ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Διπλωματική εργασία:

Μελέτη ανάστροφων εφοδιαστικών αλυσίδων όταν οι επιστροφές είναι συνάρτηση των πωλήσεων

Σγουράκης Μιχαήλ

Επιβλέπων καθηγητής: **Ιωαννίδης Ευστράτιος**

Χανιά 2014

Πίνακας Περιεχομένων

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστώ τον καθηγητή μου κ. Ευστράτιο Ιωαννίδη για την ανάθεση της διπλωματικής εργασίας και για την βοήθεια που μου έδωσε ώστε να την υλοποιήσω.

Ξεχωριστά θα ήθελα να ευχαριστήσω τους συμφοιτητές και φίλους μου Αθαναηλίδη Ηλία, Κουτσιανίτη Παναγιώτη και Ρεντούμη Μελέτη. Η βοήθειά τους όλα τα χρόνια μου ως φοιτητής ήταν καταλυτική ώστε να ανταπεξέλθω στους στόχους μου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εξετάζει την λειτουργία ενός στοχαστικού συστήματος παραγωγής. Τα προϊόντα που πωλούνται μετά το πέρας της χρήσης τους μπορεί να επιστραφούν και να ανακυκλωθούν. Τα προϊόντα μετά την ανακύκλωση τους μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εξυπηρέτηση νέων παραγγελιών. Η διάρκεια χρήσης των προϊόντων είναι επίσης στοχαστική. Ο ρυθμός επιστροφής των προϊόντων εξαρτάται από το πλήθος των πελατών που τα χρησιμοποιούν. Σε πρώτη φάση αναπτύχθηκε ακριβές μοντέλο για την περιγραφή του συστήματος και την εκτίμηση των διαφόρων μέτρων απόδοσής του. Στόχος είναι να μελετηθεί η επίδραση των επιστροφών και της εξάρτησης τους από τις πωλήσεις στις πολιτικές ελέγχου του συστήματος.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η βιομηχανία στο παρελθόν έχοντας εξασφαλίσει την καλή τροφοδορία και αποθήκευση των προϊόντων είχε σαν πρότυπο παραγωγής την μαζική και μέγιστη διάθεσή τους στους καταναλωτές. Αυτό το μοντέλο μπορούσε να εξυπηρετήσει αποτελεσματικά τις μεγάλες βιομηχανίες οι οποίες έλεγχαν τα μονοπώλεια της εποχής εκείνης και είχαν μεγάλο περιθώριο κέρδους.

Σήμερα, η βιομηχανία πρέπει να εξασφαλίσει την βιωσιμότητά της ελέγχοντας πολλές παραμέτρους σε ένα περιβάλον μεγάλων απαιτήσεων.

Λόγω του πολύ μεγάλου ανταγωνισμού θα πρέπει η παραγωγή να παρουσιάζει μία ευελιξία ούτως ώστε να επιτυγχάνεται συγχρόνως μειωμένο κόστος σε μία παραγωγή προϊόντων καλύτερης ποιότητος, αύξηση του κέρδους και μείωση του κόστους λειτουργικότητος. Όλα τα παραπάνω θα πρέπει να συνδυάζονται με τις καλύτερα προσφερόμενες υπηρεσίες, τόσο στους καταναλωτές, όσο και στους εργαζομένους.

Η βάση για την επίτευξη όλων των παραπάνω είναι η βέλτιστη λειτουργία των συστήματων παραγωγής.

Σύστημα παραγωγής Σύστημα παραγωγής είναι το σύνολο όλων των διαδικασιών που μετατρέπουν τις πρώτες ύλες σε έτοιμα προϊόντα [2]. Ο κατάλληλος έλεγχος της λειτουργίας ενός συστήματος παραγωγής εξασφαλίζει την επίτευξη των παραπάνω στόχων μιας βιομηχανικής επιχείρησης.

Σήμερα που τα περιβαλλοντικά προβλήματα είναι οξυμένα έχει προστεθεί στους στόχους των βιομηχανικών επιχειρήσεων η μείωση των περιβαλλοντικών επιπτώσεων των παραγωγικών τους διαδικασιών. Ένας τρόπος επίτευξης αυτού του στόχου είναι η ανακύκλωση ή επαναχρησιμοποίηση των επιστρεφόμενων προϊόντων. Έτσι επιτυγχάνεται όχι μόνο μείωση των περιβαλλοντικών επιπτώσεων αλλά και εξοικονόμηση πόρων.

Στόχος αυτής της εργασίας είναι η μελέτη ενός τέτοιου συστήματος όπου οι επιστροφές είναι συνάρτηση του πλήθους των πελατών, που χρησιμοποιούν τα προϊόντα του.

Η περιγραφή του συστήματος παραγωγής που μελετάμε γίνεται στο κεφάλαιο 2. Η μοντελοποίηση του συστήματος παραγωγής και η διαδικασία εκτίμησης των πιθανοτήτων μόνιμης κατάστασης και ο υπολογισμός της συνάρτησης κόστους του του συστήματος παρουσιάζεται στο κεφάλαιο 3. Τα αριθμητικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 4. Τέλος στο 5^{ο} κεφάλαιο καταγράφονται τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την εργασία.

2.ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Θεωρούμε ένα σύστημα παραγωγής που παράγει προϊόντα τα οποία μετά το πέρας της χρήσης τους μπορούν να επιστραφούν ώστε να ανακυκλωθούν και να ξαναπωληθούν. Οι πελάτες έρχονται στο σύστημά μας με τυχαίο τρόπο και ακολουθούν την κατανομή Poisson. Η διάρκεια χρήσης των προϊόντων από τους πελάτες είναι επίσης τυχαία και θεωρούμε ότι ακολουθεί την εκθετική κατανομή.

Οι χρόνοι παραγωγής είναι επίσης τυχαίοι και εκθετικά κατανεμημένοι. Η πολιτική ελέγχου παραγωγής που ακολουθείται είναι η πολιτική *Βασικού Αποθέματος*. Η πολιτική αυτή είναι μια απλή πολιτική κατωφλίου, δηλαδή η παραγωγή σταματάει όταν φτάσουμε σε έναν συγκεκριμένο αριθμό προϊόντων στο απόθεμα. Το όριο αυτό που είναι η βασική μεταβλητή ελέγχου του συστήματος ονομάζεται *βασικό απόθεμα S*. Το σύστημα παράγει με πλήρη ρυθμό μέχρι να φτάσει σε αυτό το όριο, από εκείνο το σημείο η παραγωγή σταματάει μέχρι την στιγμή που το απόθεμά μας θα είναι ξανά μικρότερο απο το *βασικό απόθεμα*.

Παράλληλα το σύστημά μας δέχεται και επιστροφές προϊόντων από τους πελάτες. Τα προϊόντα αυτά θα πρέπει πρώτα να ανακυκλωθούν. Στο σύστημα που μελετούμε θεωρούμε ότι η διαδικασία ανακύκλωσης είναι πολύ σύντομη και θεωρείται πρακτικά αμελητέα. Μετά το πέρας αυτής της διαδικασίας τα προϊόντα αυτά ξαναβγαίνουν στην αγορά ώστε να ξαναπωληθούν. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι στην αγορά το σύστημα παραγωγής μας βγάζει συνολικό αριθμό προϊόντων ο οποίος καθορίζεται από τα προϊόντα που παράγει το ίδιο το σύστημα αλλά και από τον αριθμό των προϊόντων που έχουν προέλθει από επιστροφή. Συνεπώς το απόθεμα ετοίμων προϊόντων μπορεί να είναι μεγαλύτερο του βασικού αποθέματος έχοντας προσθέσει σε αυτό τις επιστροφές.

Το σύστημα κάνει δεκτές όλες τις παραγγελίες πελατών όσο υπάρχει απόθεμα ετοίμων προϊόντων, διαφορετικά ο πελάτης δεν ικανοποιείται και η παραγγελία χάνεται.

Θεωρούμε ακόμη ότι υπάρχει ένας μέγιστος αριθμός πελατών *M* που μπορεί να χρησιμοποιούν το προϊόν που παράγει το σύστημα.

Σχετικά πρόσφατα ο Jean-Philippe Gayon δημοσίευσε μία μελέτη [3] στην οποία εξεταζόταν η επιρροή της εξάρτησης μεταξύ απαιτήσεων και επιστροφών σε ένα ανεστραμμένο σύστημα. Η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία βασίστηκε εν πολλοίς στο τρόπο μελέτης και το μοντέλο που χρησιμοποίησε ο Gayon στην δημοσίευσή του.

Στη μελέτη του θεώρησε ένα μοντέλο αντεστραμμένης εφοδιαστικής αλυσίδας στο οποίο τα επιστρεφόμενα προϊόντα είναι εξίσου καλά με τα παραγόμενα. Απέδειξε ότι η βέλτιστη πολιτική είναι αυτή του *Βασικού Αποθέματος* όταν οι επιστροφές είναι ανεξάρτητες των πωλήσεων. Ακόμη μελετήθηκε και η περίπτωση εξάρτησης των επιστροφών από τα επίπεδα πωλήσεων αλλά δόθηκε έμφαση στην περίπτωση που οι διάρκειες χρήσης των προϊόντων είναι πολύ μικρές και συνεπώς θεωρούνται αμελητέες. Σε αυτή την εργασία εξετάζουμε συστήματα στα οποία οι επιστροφές προϊόντων εξαρτώνται από τις πωλήσεις και η διάρκεια χρήσης τους είναι στοχαστική και δεν θεωρείται αμελητέα.

3.ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

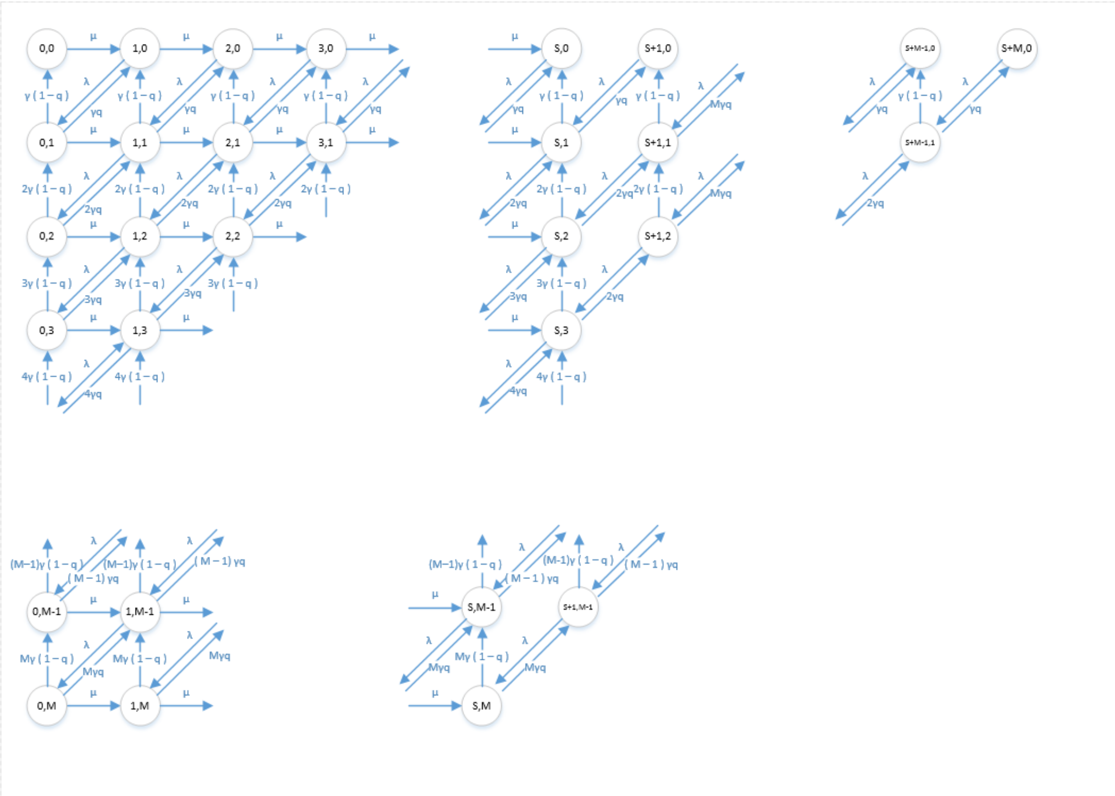
Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζουμε τη μεθοδολογία που ακολουθήσαμε προκειμένου να περιγράψουμε μαθηματικά το σύστημα υπό εξέταση και να εκτιμήσουμε όλα τα απαραίτητα μέτρα απόδοσης, ώστε να αξιολογήσουμε την λειτουργία του.

3.1 Εκτίμηση πιθανοτήτων μόνιμης κατάστασης

Όπως έχουμε ήδη δει οι χρόνοι εκτέλεσης όλων των γεγονότων είναι τυχαίοι και εκθετικά κατανεμημένοι. Αυτό σημαίνει ότι το σύστημα μας μπορεί να περιγραφεί ως μια αλυσίδα Markov συνεχούς χρόνου. Πιο συγκεκριμένα οι χρόνοι παραγωγής είναι εκθετικά κατανεμημένοι με ρυθμό μ. Οι αφίξεις πελατών ακουλουθούν την κατανομή Poisson με παράμετρο λ. Όπως γνωρίζουμε από την θεωρία πιθανοτήτων αν ένα φαινόμενο ακολουθεί την κατανομή Poisson, οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών γεγονότων ακολουθούν την εκθετική κατανομή [1]. Η διάρκεια χρήσης των προϊόντων από τους πελάτες είναι επίσης εκθετικά κατανεμημένοι με μέση διάρκεια $1/\gamma$. Όπως φαίνεται από την παραπάνω ανάλυση υπάρχουν τρία είδη γεγονότων τα οποία μπορεί να συμβούν: άφιξη πελάτη, ολοκλήρωση παραγωγής μιας μονάδας προϊόντος και επιστροφή ενος χρησιμοποιημένου προϊόντος. Ένα προϊόν του οποίου η χρήση τερματίζεται μπορεί να επιστραφεί για ανακύκλωση ή να απορριφθεί. Η πιθανότητα επιστροφής είναι q. Αυτή η πιθανότητα εκφράζει το ποσοστό των προϊόντων που επιστρέφονται και είναι εφικτό να ανακυκλωθούν.

Η κατάσταση του συστήματος περιγράφεται από το ζεύγος μεταβλητών (X, Y). Η μεταβλητή X εκφράζει το απόθεμα προϊόντων και κινείται στο διάστημα $[0, S + M]$. Όπως βλέπουμε η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει είναι $S + M$ είναι δηλαδή ίση με το βασικό απόθεμα και το μέγιστο πλήθος πελατών που μπορεί να χρησιμοποιούν τα προϊόντα του συστήματος. Η μεταβλητή Y είναι ίση με το πλήθος των προϊόντων που βρίσκονται σε χρήση και αποτελούν την δεξαμενή από την οποία προέρχονται οι επιστροφές προϊόντων. Για την ισχύει ότι $0 \le Y \le M$..

Στο σχήμα 1 παρουσιάζονται οι πιθανές καταστάσεις του προβλήματός μας, μαζί με τις πιθανές μεταβάσεις.



Σχήμα 1.:Διάγραμμα Πιθανοτήτων Μόνιμης Κατάστασης

Στην μόνιμη κατάσταση λειτουργίας του συστήματος οι πιθανότητες αυτές ικανοποιούν τις εξισώσεις Chapman-Kolmogorov (C-K), αφού το σύστημα περιγράφεται σαν μία αλυσίδα Markov:

$$P(k) \times (\rho\upsilon\theta\mu\acute{o}\varsigma\ \varepsilon\xi\acute{o}\delta o\upsilon\ \alpha\pi\acute{o}\ \tau\eta\nu\ \kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\sigma\tau\alpha\sigma\eta\ k) = \sum_{\substack{\acute{o}\lambda\varepsilon\varsigma\ o\iota\ \kappa\alpha\tau\alpha\sigma\tau\acute{\alpha}\sigma\varepsilon\iota\varsigma \\ i \neq k}} (\mathrm{P(i)} \times (\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}\beta\alpha\sigma\eta\ \alpha\pi\acute{o}\ i\ \sigma\varepsilon\ k))$$

όπου $P(k)$ η πιθανότητα το σύστημα να βρίσκεται σε μια κατάσταση k, και όπως έχουμε δει $k = (X,\ Y)$ με $0 \leq X \leq S + M$ και $0 \leq Y \leq M$.

Πιο αναλυτικά έχουμε:

Για $X = 0$

$P(0, 0)\mu = P(0, 1)\gamma(1 - q)$,

$P(0, Y)(\mu + Y\gamma) = P(1, Y - 1)\lambda + P(0, Y + 1)(Y + 1)\gamma(1 - q)$, $0 < Y < M$,

$P(0, M)(\mu + M\gamma) = P(1, M - 1)\lambda$,

Για $0 < X < S$

$P(X, 0)(\lambda + \mu) = P(X - 1, 0)\mu + P(X, 1)\gamma(1 - q) + P(X - 1, 1)\gamma q$,

$P(X, Y)(\lambda + \mu + Y\gamma) = P(X - 1, Y)\mu + P(X + 1, Y - 1)\lambda + P(X, Y + 1)(Y + 1)\gamma(1 - q)$

$+ P(X - 1, Y + 1))(Y + 1)\gamma q$, $0 < Y < M$

$P(X, M)(\mu + M\gamma) = P(X - 1, M)\mu + P(X + 1, M - 1)\lambda$,

Για $X = S$

$P(S, 0)\lambda = P(S - 1, 0)\mu + P(S, 1)\gamma(1 - q) + P(S - 1, 1)\gamma q$,

$P(S, Y)(\lambda + Y\gamma) = P(S - 1, Y)\mu + P(S + 1, Y - 1)\lambda + P(S, Y + 1)(Y + 1)\gamma(1 - q)$

$+ P(S - 1, Y + 1))(Y + 1)\gamma q$, $0 < Y < M$,

$P(S, M)M\gamma = P(S - 1, M)\mu + P(S + 1, M - 1)\lambda$,

Για $S<X< S+M$

$P(X, 0)\lambda = P(X, 1)\gamma(1 - q) + P(X - 1, 1)\gamma q$,

$P(X, Y)(\lambda + Y\gamma) = P(X + 1, Y - 1)\lambda + P(X, Y + 1)(Y + 1)\gamma(1-q)$

$+ P(X - 1, Y + 1)(Y + 1)\gamma q$, $0 < Y < M + S - X$,

$P(X, Y)(\lambda + Y\gamma) = P(X + 1, Y - 1)\lambda + P(X - 1, Y + 1)(Y + 1)\gamma q$, $Y = M + S - X$,

Για $X=S+M$

$P(S + M, 0)\lambda = P(S + M - 1, 1)\gamma q$, Οι καταστάσεις που έχουμε $X = 0$ αφορούν καταστάσεις μηδενικού αποθέματος και συνεπώς αδυναμίας εξυπηρέτησης νέων παραγγελιών και οι καταστάσεις με $Y = 0$ σημαίνουν μηδενικές επιστροφές αφού δεν υπάρχουν πελάτες που χρησιμοποιούν τα προϊόντα μας.

Οι εξισώσεις Chapman-Kolmogorov είναι γραμμικές εξισώσεις και μπορούν να επιλυθούν με την επαναληπτική μέθοδο πινάκων που περιγράφουμε στη συνέχεια.

Έστω τα διανύσματα στήλης της μορφής $P_X = [P(X, 0), P(X, 1), \ldots P(X, M)]^T$, που είναι τα διανύσματα πιθανοτήτων των καταστάσεων που αντιστοιχούν σε απόθεμα ίσο με X.

Με την χρησιμοποίηση των διανυσμάτων οι εξισώσεις C-K μπορούν να γραφούν ως εξής:

$$A_X P_X = B_X P_{X-1} + C_X P_{X+1},\ 0 < X < S + M \tag{1}$$

$$A_{S+M} P_{S+M} = B_{S+M} P_{S+M-1}, \tag{2}$$

$$A_0 P_0 = C_1 P_1, \tag{3}$$

Όπου A_X, B_X, και C_X είναι πίνακες που περιέχουν την μετάβαση από και προς τις καταστάσεις που αντιστοιχούν στην μεταβλητη X. Η διάσταση κάθε πίνακα διαφέρει από κατάσταση σε κατάσταση. Το σύστημα αυτών των εξισώσεων επιλύεται ως εξής:

<u>1ο βήμα</u>: Η τελευταία σχέση μπορεί να γραφεί και ως $P_0 = G_1 P_1$, όπου $G_1 = A_0^{-1} C_1$.

<u>2ο βήμα</u>: Χρησιμοποιούμε την σχέση του προηγούμενου βήματος ώστε να λύσουμε την σχέση (1) για όλες τις καταστάσεις στις οποίες αντιστοιχεί. Η λύση θα είναι ως προς $P_X = G_X P_{X-1}$ με $G_X = (A_X - C_X G_{X+1})^{-1} B_X$ και $X = 1, 2, ..., S + M - 1$.

<u>3ο βήμα</u>: Η δεύτερη σχέση γράφεται ως $P_{S+M} = G_{S+M} P_{S+M-1}$, όπου

$G_{S+M} = A_{S+M}^{-1} B_{S+M}$.

<u>4ο βήμα</u>: Γνωρίζουμε ότι ισχύει η σχέση $P_X = G_X P_{X-1}$ για όλα τα διανύσματα πιθανοτήτων, συνεπώς συνδυάζοντας αυτήν την σχέση και την (3) θα έχουμε:

$A_0 P_o = C_1(G_1 P_0)$ όπου το G_1 προκύπτει όπως έχουμε δει στο 1ο βήμα.

Οπότε έχουμε $(A_0 - C_1G_1)P_0 = \mathbf{0}$, όπου $\mathbf{0}$ το μηδενικό διάνυσμα. Σε αυτό το σημείο θέλουμε να υπολογίζουμε το διάνυσμα P_0. Για να το κάνουμε αυτό θα χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση κανονικοποίησης.

$$\sum_{X=0}^{S+M} \mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathrm{P}_{\mathrm{x}} = 1$$

όπου το **1** είναι ένα διάνυσμα στήλης 1×M, όπου όλα τα στοιχεία είναι ίσα με την μονάδα. Έπίσης $P_X = F_X\, P_0$, με $F_X = G_X\, G_{X-1} \cdots G_0$.

Συνδυάζοντας τις δύο εξισώσεις έχουμε

$$\sum_{X=0}^{S+M} \mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathrm{F}_{\mathrm{X}} \mathrm{P}_0 = 1$$

από την οποία προκύπτει τελικά η σχέση:

$$P_0 = \left[\sum_{X=0}^{S+M} \mathbf{1}^{\boldsymbol{T}} \mathrm{F}\right]^{-1}$$

με την χρησιμοποίηση της οποίας βρίσκουμε το αρχικό διάνυσμα P_0.

<u>5_o βήμα</u>: Κατόπιν αυτού χρησιμοποιούμε το P_0 ώστε να βρούμε διαδοχικά όλα τα υπόλοιπα διανύσματα πιθανοτήτων P_X.

Σύμφωνα με τις εξισώσεις Chapman-Kolmogorov οι πίνακες πίνακες A_X, B_X, C_X, G_X, τους οποίους χρησιμοποίησα για την επίλυση του προβλήματος, για τις αντίστοιχες τιμές του X διαμορφώνονται ως εξής:

$$
A_X = \begin{cases}
\begin{bmatrix}
\mu & -\gamma(1-q) & 0 & \dots & 0 \\
0 & \mu+\gamma & -2\gamma(1-q) & \dots & 0 \\
0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\
0 & 0 & \dots & (M-1)\gamma+\mu & -M\gamma(1-q) \\
0 & 0 & \dots & 0 & \mu+M\gamma
\end{bmatrix}, & X = 0 \\
\begin{bmatrix}
\lambda+\mu & -\gamma(1-q) & 0 & \dots & 0 \\
0 & \lambda+\gamma+\mu & -2\gamma(1-q) & \dots & 0 \\
0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\
0 & 0 & \dots & \lambda+(M-1)\gamma+\mu & -M\gamma(1-q) \\
0 & 0 & \dots & 0 & \mu+M\gamma
\end{bmatrix}, & 0 < X < S \\
\begin{bmatrix}
\lambda & -\gamma(1-q) & 0 & \dots & 0 \\
0 & \lambda+\gamma & -2\gamma(1-q) & \dots & 0 \\
0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\
0 & 0 & \dots & \lambda+(M-1)\gamma & -M\gamma(1-q) \\
0 & 0 & \dots & 0 & \mu+M\gamma
\end{bmatrix}, & X = S \\
\begin{bmatrix}
\lambda & -\gamma(1-q) & \dots & 0 \\
0 & \lambda+\gamma & \dots & 0 \\
0 & \dots & \dots & -(S-1)\gamma(1-q) \\
0 & \dots & 0 & \lambda+(S-1)\gamma
\end{bmatrix}, & S < X < S+M \\
[\lambda], & X = S+M
\end{cases}
$$

$$
B_X = \begin{cases}
\begin{bmatrix}
-\mu & -\gamma q & 0 & \dots & 0 \\
0 & -\mu & -2\gamma q & \dots & 0 \\
0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\
0 & 0 & \dots & -\mu & -M\gamma q \\
0 & 0 & \dots & 0 & -\mu
\end{bmatrix}, & 0 < X \le S \\
\begin{bmatrix}
0 & -\gamma q & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\gamma q & 0 \\
0 & 0 & \dots & \dots \\
0 & 0 & \dots & -M\gamma q
\end{bmatrix}, & S < X < S+M \\
\begin{bmatrix} 0 & -\gamma q \end{bmatrix}, & X + S + M
\end{cases}
$$

$$C_x = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \lambda & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \end{bmatrix}, & 0 < X < S + M \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda \end{bmatrix}, & X + S + M \end{cases}$$

Έχοντας εκτιμήσει τις πιθανότητες μόνιμης κατάστασης του συστήματος μπορούμε να προχωρήσουμε στον υπολογισμό των διαφόρων μέτρων απόδοσης του συστήματος και του αναμενόμενου κόστους λειτουργίας.

3.2 Αναλυτική έκφραση της συνάρτησης κόστους

Το βασικό κριτήριο για την απόδοση του συστήματος είναι η συνάρτηση μέσου κόστους.

Η λειτουργία του συστήματος συνδέεται με τα παρακάτω είδη κόστους:

- g : μοναδιαίο κόστος απόρριψης παραγγελιών
- h : κόστος διατήρησης ενός προϊόντος στο απόθεμα στη μονάδα του χρόνου
- p : κόστος παραγωγής μιας μονάδας προϊόντος
- r : κόστος επιστροφής και ανακύκλωσης ενός χρησιμοποιημένου προϊόντος

Με αυτά τα δεδομένα η συνάρτηση μέσου κόστους διαμορφώνεται ως εξής:

$$K = gL + hH + pTH + rR$$

όπου:

- L: ο μέσος ρυθμός απόρριψης παραγγελιών,
- H: το μέσο απόθεμα έτοιμων προϊόντων,

- TH: μέσος ρυθμός παραγωγής συστήματος,
- R: μέσος ρυθμός επιστροφής προϊόντων.

Σε αυτή την παράγραφο θα δωθεί η αναλυτική έκφραση για τους επιμέρους παράγοντες που συνθέτουν την σηνάρτηση μέσου κόστους, δηλαδή το μέσο ρυθμό απόρριψης παραγγελιών *L*, το μέσο απόθεμα έτοιμων προϊόντων *H*, το μέσο ρυθμό παραγωγής του συστήματος TH και τον μέσο ρυθμό επιστροφής προϊόντων *R*. Έχοντας εκτιμήσεις για αυτά τα μεγέθη μπορούμε να υπολογίσουμε το συνολικό κόστος.

Ο μέσος ρυθμός απόρριψης παραγγελιών εκφράζει το μέσο πλήθος των παραγγελιών, που δεν μπορούν να ικανοποιηθούν λόγω έλλειψης αποθέματος στη μονάδα του χρόνου. Συνεπώς είναι ίσος με το ρυθμό άφιξης πελατών επί την πιθανότητα το απόθεμα να είναι μηδεν. Μαθηματικά εκφράζεται ως ακολούθως:

$$L = \lambda \sum_{Y=0}^{M} P(0, Y)$$

Το μέσο απόθεμα έτοιμων προϊόντων δίδεται από:

$$H = \sum_{X=1}^{S+M} \left(\mathrm{X}\mathbf{1}^{\mathrm{T}} P_X\right)$$

Όπως έχουμε δει το σύστημα παράγει όσο το απόθεμα είναι μικρότερο του βασικού αποθέματος *S*. Συνεπώς ο μέσος ρυθμός παραγωγής του συστήματος είναι το γινόμενο του ονομαστικού ρυθμού παραγωγής μ επί το ποσοστό του χρόνου που λειτουργεί δηλαδή την πιθανότητα το απόθεμα να είναι μικρότερο του βασικού αποθέματος, όπως φαίνεται και στην παρακάτω εξίσωση:

$$TH = \left[\sum_{X=0}^{S-1} \left(1^T P_X\right) \right] \mu$$

Ο μέσος ρυθμός επιστροφής προϊόντων είναι ανάλογος του πλήθους των χρησιμοποιούμενων προϊόντων. Όσο μεγαλύτερο είναι τόσο μεγαλύτερος είναι ο ρυθμός επιστροφής των προϊόντων. Συνεπώς το μέγεθος αυτό καθορίζεται από το μέσο πλήθος των χρησιμοποιούμενων προϊόντων. Στην ακόλουθη εξίσωση :δίδεται η έκφραση του μέσου ρυθμού επιστροφής προϊόντων:

$$R = \gamma \mathrm{q} \sum_{Y=1}^{M} \left(1^T P_Y Y \right)$$

Η συνάρτηση μέσου κόστους όπως φαίνεται και από τις παραπάνω εκφράσεις των επιμέρους συνιστωσών της είναι συνάρτηση της μοναδικής μεταβλητής ελέγχου *S*. Κατά συνέπεια πρέπει να υπολογισθεί η τιμή της μεταβλητής ελέγχου που ελαχιστοποιεί το μέσο συνολικό κόστος. Στην περίπτωση μας χρησιμοποιήσαμε εξαντλητική απαρίθμηση όλων των τιμών της μεταβλητής ελέγχου, εντός ενός εύρους τιμών, προκειμένου να υπολογίσουμε το ελάχιστο μέσο κόστος λειτουργίας του συστήματος. Φυσικά αν μπορούσαμε να αποδείξουμε ότι η συνάρτηση μέσου συνολικού κόστους είναι κυρτή ως προς το *S*, ο υπολογιστικός φόρτος για τον υπολογισμό το ελάχιστου κόστους θα μπορούσε να μειωθεί σημαντικά. Γι' αυτό τον λόγο στο επόμενο κεφάλαιο εξετάσαμε αριθμητικά τις ιδιότητες δεύτερης τάξης της συνάρτησης μέσου κόστους του συστήματος. Η συνολική έκφραση του μέσου συνολικού κόστους λειτουργίαςως συνάρτηση του *S* είναι

$$K(S) = g\lambda \sum_{Y=0}^{M} P(0,Y) + h \sum_{X=1}^{S+M} \left(\mathrm{X} \mathbf{1}^{\mathrm{T}} P_X \right) + p \left[\sum_{X=0}^{S-1} \left(1^T P_X \right) \right] \mu + r\gamma \mathrm{q} \sum_{Y=1}^{M} \left(1^T P_Y Y \right).$$

4. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την διεξαγωγή μιας σειράς αριθμητικών πειραμάτων. Στόχος μας ήταν να εξετάσουμε τη συμπεριφορά του συστήματος στις μεταβολές των διαφόρων παραμέτρων λειτουργίας του, όπως τα μοναδιαία κόστη *g*, *h*, *p*, *r* αλλά και οι ρυθμοί εμφάνισης των διαφόρων γεγονότων *γ*, *λ* και *μ*. Ακόμη, συγκρίναμε το σύστημα μας με την περίπτωση όπου υπάρχουν επιστροφές. Τέλος εξετάσαμε αν η συνάρτηση κόστους είναι κύρτη ή εμφανίζει κάποια κυρτότητα ως προς την παράμετρο ελέγχου *S*. Η ύπαρξη κυρτότητας σημαίνει ότι υπάρχει ένα τοπικό βέλτιστο το οποίο είναι και ολικό. Με αυτό τον τρόπο είναι πιο εύκολο να βρεθεί και να εκτιμηθεί η βέλτιστη λύση, αφού μας αρκεί ένας κλασσικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης.
Όταν δεν υπάρχουν επιστροφές και χρησιμοποιείται η πολιτική βασικού αποθέματος το σύστημα είναι ισοδύναμο με ένα αναμονητικό σύστημα Μ/Μ/1/*S*, όπου οι πελάτες του αναμονητικού συστήματος αντιστοιχούν στα προϊόντα που υπάρχουν στο απόθεμα του συστήματος παραγωγής. Οι εκφράσεις για τις πιθανότητες μόνιμης κατάστασης και το μέσο κόστος ενός τέτοιου συστήματος παρουσιάζονται στο παράρτημα Α.

Για να γίνει ο υπολογισμός του μέσου κόστους και να βρεθεί η βέλτιστη τιμή της παραμέτρου ελέγχου υλοποιήθηκε κώδικας σε περιβάλλον προγραμματισμού Matlab. Στον κώδικα υπολογίζονται όλες οι πιθανότητες μόνιμης κατάστασης και τελικώς υπολογίζονται οι τιμές της συνάρτησης κόστους. Σε αυτόν τον κώδικα ο χρήστης έχει την δυνατότητα να μεταβάλει τις τιμές των δεδομένων του προβλήματος. Δηλαδή τα μοναδιαία κόστη, το κατώφλι ελέγχου της παραγωγής, το ρυθμό αφίξεων, τη μέση διάρκεια ζωής του προϊόντος και την πιθανότητα επιστροφής. Ο κώδικας παρατίθεται στο Παράρτημα Α τέλος της διπλωματικής εργασίας.

4.1 Μελέτη της συνάρτησης κόστους ως προς τις μεταβλητές ελέγχου

Σε αυτό το κομμάτι θα εξεταστεί η επίδραση στην συνάρτηση κόστους, που θα έχει η αλλαγή μιας παραμέτρους του προβλήματος, τόσο για τα κόστη όσο και για τους ρυθμούς άφιξης, εξυπηρέτησης και διάρκεια ζωής. Θέλοντας να δούμε την πραγματική επιρροή του συστήματος παραγωγής με επιστροφές, που εξετάζουμε, θα το συγκρίνουμε με ένα σύστημα παραγωγής χωρίς επιστροφές. Στο σύστημα χωρίς επιστροφές δεν έχουμε ανακύκλωση. Ο κώδικας που χρησιμοποιήσαμε για το σύστημα χωρίς επιστροφές παρατίθεται στο παράρτημα Β.

Στο νέο σύστημα παραγωγής δεν θα έχουμε κόστος επιστροφης r, δεν υπάρχει πιθανότητα επιστροφής q και η διάρκεια ζωής του προϊόντος δεν επηρεάζει την συνάρτηση του συστήματός μας.

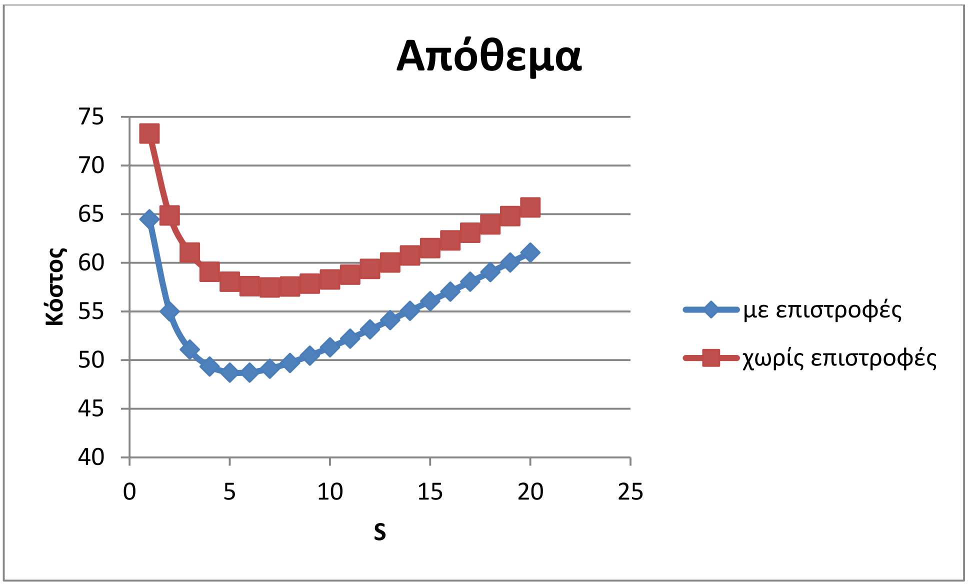
4.1.1 Επίδραση μεταβολής του βασικού αποθέματος S

Αρχικά εξετάζουμε την περίπτωση όπου μεταβάλλεται το βασικό απόθεμα S ενώ όλες οι άλλες παράμετροι δεν αλλάζουν. Έχωντας M=50, λ=5, μ=6, γ=0.4 και q=0.3 και για μοναδιαία κόστη g=20,h=1,p=10, r=5 τρέχω τον κώδικα για S από 1 έως 20. Παρουσιάζω στον πίνακα τις τιμές της συνάρτησης κόστους.

Πίνακας 1. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του βασικού αποθέματος S

Χωρίς επιστροφές		Με επιστροφές	
S	K	S	K
1	73,278	1	64,454
2	64,857	2	54,997
3	61,040	3	51,060
4	59,078	4	49,334
5	58,056	5	48,716
6	57,581	6	48,719
7	57,455	7	49,094
8	57,568	8	49,699
9	57,852	9	50,448
10	58,266	10	51,290
11	58,779	11	52,191
12	59,371	12	53,128
13	60,027	13	54,089
14	60,7352	14	55,065
15	61,487	15	56,050
16	62,274	16	57,040
17	63,0928	17	58,035
18	63,937	18	59,031
19	64,803	19	60,029
20	65,689	20	61,028

Η γραφική παράσταση που προκύπτει από τα αποτελέσματα φαίνεται στο γράφημα 1. Όπως βλέπουμε η συνάρτηση είναι κυρτή και συνεπώς έχει μοναδικό τοπικό και ολικό ελάχιστο, είναι μονοκόρυφη και για τα δύο συστήματα. Το ελάχιστο είναι για S=5 με την συνάρτηση κόστους να έχει σε αυτό το σημείο την χαμηλότερη τιμή που είναι K=48,716 για το σύστημα με επιστροφές. Όμως για το σύστημα χωρίς επιστροφές το ελάχιστο είναι για S=7 με την συνάρτηση κόστους να έχει σε αυτό το σημείο την χαμηλότερη τιμή που είναι K=57,455. Παρατηρούμε πως στο σύστημα χωρίς επιστροφές, παρόλο που η συνάρτηση έχει την ίδια συμπεριφορά, το ελάχιστο αντιστοιχεί σε μεγαλύτερο βασικό απόθεμα S και έχει εμφανώς μεγαλύτερη τιμή από το σύστημα με επιστροφές. Μπορούμε συνεπώς, κρίνοντας από τα ελάχιστα που εμφανίζονται στα δύο συστήματα και με δεδομένο πως μας ενδιαφέρει η ελαχιστοποίηση του κόστους του συστήματος, να πούμε ότι το σύστημα με επιστροφές προϊόντων εμφανίζει καλύτερη απόδοση.



Γράφημα 1:Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του βασικού αποθέματος S

4.1.2 Επίδραση μεταβολής του κόστους απώλειας g

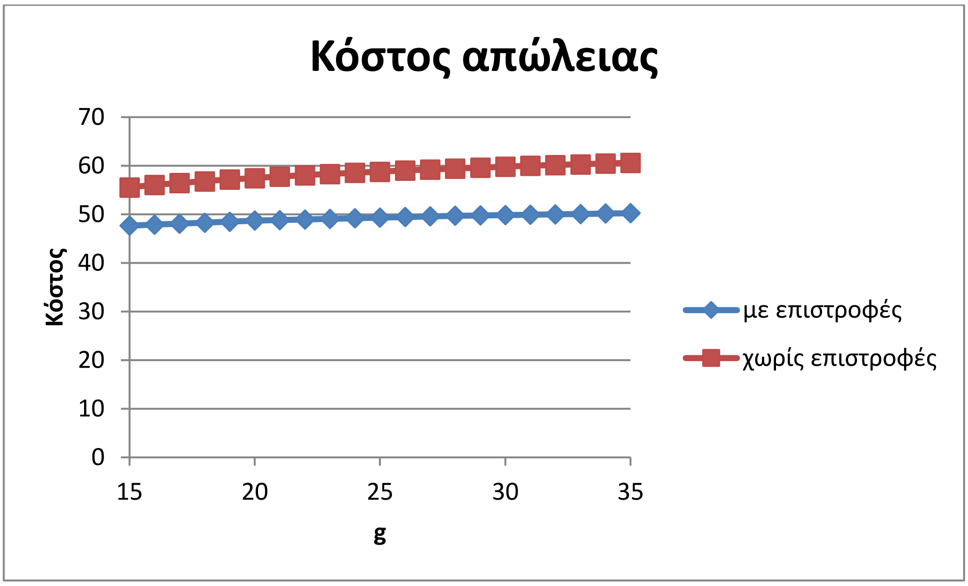
Εξετάζεται η περίπτωση στην οποία μεταβάλεται το κόστος απώλειας και πως επηρεάζει η μεταβολή αυτή την συνάρτηση κόστους. Όλες οι άλλες μεταβλητές διατηρούνται σταθερές. Οπότε έχουμε M=50, λ=5, μ=6, γ=0.4 και q=0.3 και για μοναδιαία κόστη h=1,p=10, r=5. Τρέχω τον κώδικα για S από 1 έως 20. Οι τιμές που παίρνει η συνάσρτηση κόστους αρουσιάζονται στον Πίνακα 2.

Πίνακας 2. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του κόστους απώλειας.

Χωρίς επιστροφές			Με επιστροφές		
g	K	S	g	K	S
15	55,539	5	15	47,693	4
16	56,036	6	16	47,914	5
17	56,420	6	17	48,114	5
18	56,807	6	18	48,315	5
19	57,152	7	19	48,515	5
20	57,455	7	20	48,716	5
21	57,758	7	21	48,842	6
22	58,048	8	22	48,966	6
23	58,289	8	23	49,09	6
24	58,529	8	24	49,213	6
25	58,770	8	25	49,337	6
26	59,008	9	26	49,46	6
27	59,201	9	27	49,584	6
28	59,393	9	28	49,705	7
29	59,586	9	29	49,781	7
30	59,778	9	30	49,857	7

31	59,971	9	31	49,934	7
32	60,132	10	32	50,010	7
33	60,288	10	33	50,087	7
34	60,443	10	34	50,163	7
35	60,599	10	35	50,2394	7

Παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση είναι κοίλη και πως αυξάνει όσο αυξάνεται το κόστος απώλειας g. Συνεπώς για να έχουμε το ελάχιστο δυνατό κόστος θα πρέπει το κόστος g να είναι όσο το δυαντόν μικρότερο. Βλέπουμε ότι κόστος έχει μεγαλύτερες τιμές για το σύστημα χωρίς επιστροφές.



Γράφημα 2. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του κόστους απώλειας g.

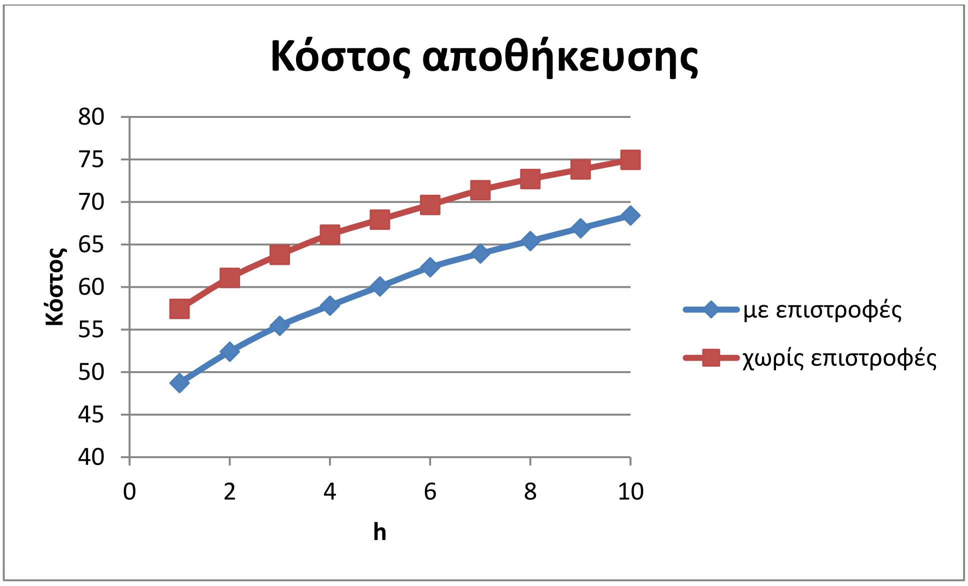
4.1.3 Επίδραση μεταβολής του κόστους αποθήκευσης h.

Εξετάζεται η περίπτωση στην οποία μεταβάλεται το κόστος αποθήκευσης και πως επηρεάζει η μεταβολή αυτή την συνάρτηση κόστους. Όλες οι άλλες μεταβλητές διατηρούνται σταθερές. Οπότε έχουμε M=50, λ=5, μ=6, γ=0.4 και q=0.3 και για μοναδιαία κόστη g=20,p=10 και r=5. Τρέχω τον κώδικα για S από 1 έως 20. Οι τιμές που παίρνει η συνάσρτηση κόστους αρουσιάζονται στον Πίνακα 3.

Πίνακας 3. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του κόστους αποθήκευσης.

Χωρίς επιστροφές			Με επιστροφές		
h	K	S	h	K	S
1	57,455	7	1	48,716	5
2	61,078	5	2	52,393	4
3	63,797	4	3	55,451	4
4	66,157	4	4	57,812	3
5	67,943	3	5	60,062	3
6	69,669	3	6	62,312	3
7	71,395	3	7	63,934	2
8	72,703	2	8	65,424	2
9	73,824	2	9	66,913	2
10	74,945	2	10	68,403	2

Παρατηρούμε στο γράφημα 3 πως το συνολικό κόστος αυξάνεται όσο αυξάνεται το κόστος αποθήκευσης. Όμως η επίδραση του κόστους αποθήκευσης έχει μικρότερη επίδραση στο συνολικό κόστος από ότι το κόστος απώλειας. Βλέπουμε πως οι τιμές για το σύστημα χωρίς επιστροφές είναι πολύ μεγαλύτερες από εκείνες του συστήματος με επιστροφές αναλογικά για κάθε h



Γράφημα 3. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του κόστους αποθήκευσης h.

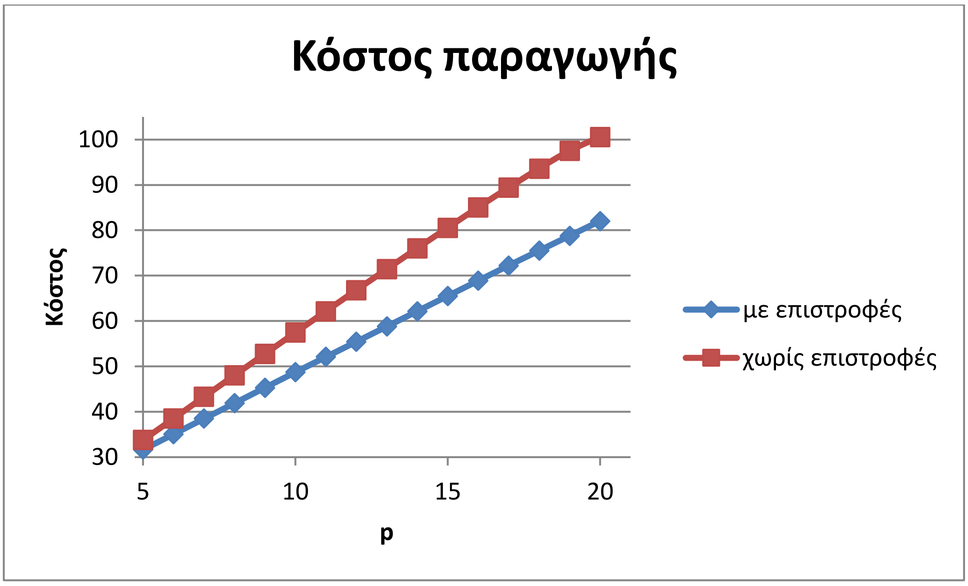
4.1.4 Επίδραση μεταβολής του κόστους παραγωγής p.

Εξετάζεται η περίπτωση στην οποία μεταβάλεται το κόστος παραγωγής και πως επηρεάζει η μεταβολή αυτή την συνάρτηση κόστους. Όλες οι άλλες μεταβλητές διατηρούνται σταθερές. Οπότε έχουμε M=50, λ=5, μ=6, γ=0.4 και q=0.3 και για μοναδιαία κόστη g=20,h=1 και r=5. Τρέχω τον κώδικα για S από 1 έως 20. Οι τιμές που παίρνει η συνάσρτηση κόστους αρουσιάζονται στον Πίνακα 4.

Πίνακας 4. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του κόστους παραγωγής.

Χωρίς επιστροφές			Με επιστροφές		
p	K	S	p	K	S
5	33,770	8	5	31,6513	6
6	38,529	8	6	35,0648	6
7	43,289	8	7	38,4783	6
8	48,048	8	8	41,8918	6
9	52,758	7	9	45,3053	6
10	57,455	7	10	48,7157	5
11	62,152	7	11	52,0754	5
12	66,807	6	12	55,435	5
13	71,420	6	13	58,7947	5
14	76,033	6	14	62,1543	5
15	80,539	5	15	65,514	5
16	85,035	5	16	68,8736	5
17	89,375	4	17	72,2255	4
18	93,589	3	18	75,4957	4
19	97,495	2	19	78,7658	4
20	100,546	1	20	82,036	4

Στο γράφημα 4 βλέπουμε ότι το συνολικό κόστος του συστήματος είναι ανάλογο του κόστους παραγωγής. Με το σύστημα χωρίς επιστροφές να εμφανίζει εμφανώς μεγαλύτερες τιμές κόστους.



Γράφημα 4. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του κόστους παραγωγής p.

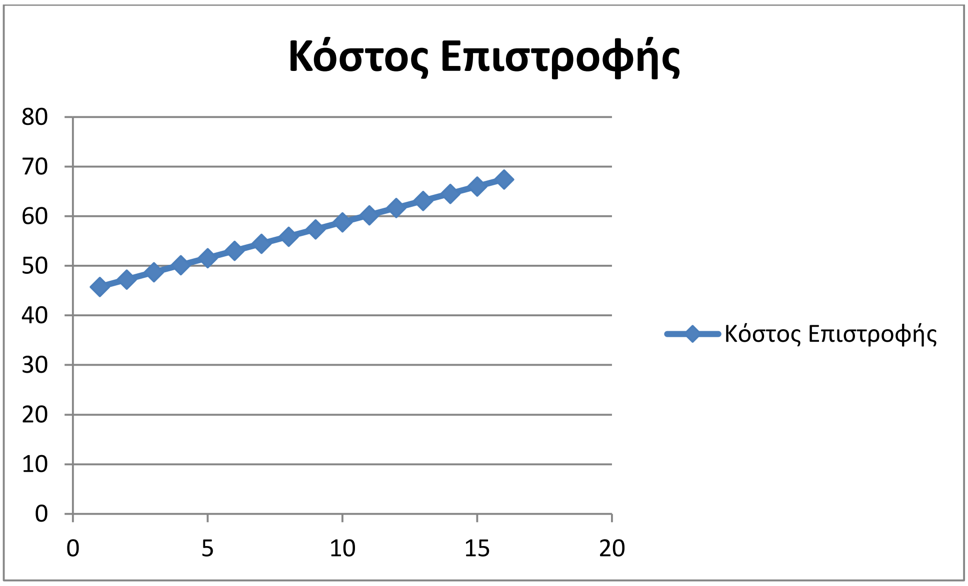
4.1.5 Επίδραση μεταβολής του κόστους επιστροφής r.

Εξετάζεται η περίπτωση στην οποία μεταβάλεται το κόστος επιστροφής και πως επηρεάζει η μεταβολή αυτή την συνάρτηση κόστους. Όλες οι άλλες μεταβλητές διατηρούνται σταθερές. Οπότε έχουμε M=50, λ=5, μ=6, γ=0.4 και q=0.3 και για μοναδιαία κόστη g=20,h=1 και p=10. Τρέχω τον κώδικα για S από 1 έως 20. Οι τιμές που παίρνει η συνάρτηση κόστους παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.

Πίνακας 5. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του κόστους επιστροφής.

P	K	p	K
3	45,793	11	57,355
4	47,256	12	58,795
5	48,716	13	60,235
6	50,156	14	61,674
7	51,595	15	63,114
8	53,035	16	64,554
9	54,475	17	65,994
10	55,915	18	67,434

Παρατηρούμαι πως το συνολικό κόστος του συστήματος είναι ανάλογο του κόστους επιστροφής, όπως συμβαίνει και με το κόστος παραγωγής.



Γράφημα 5. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του κόστους επιστροφής r.

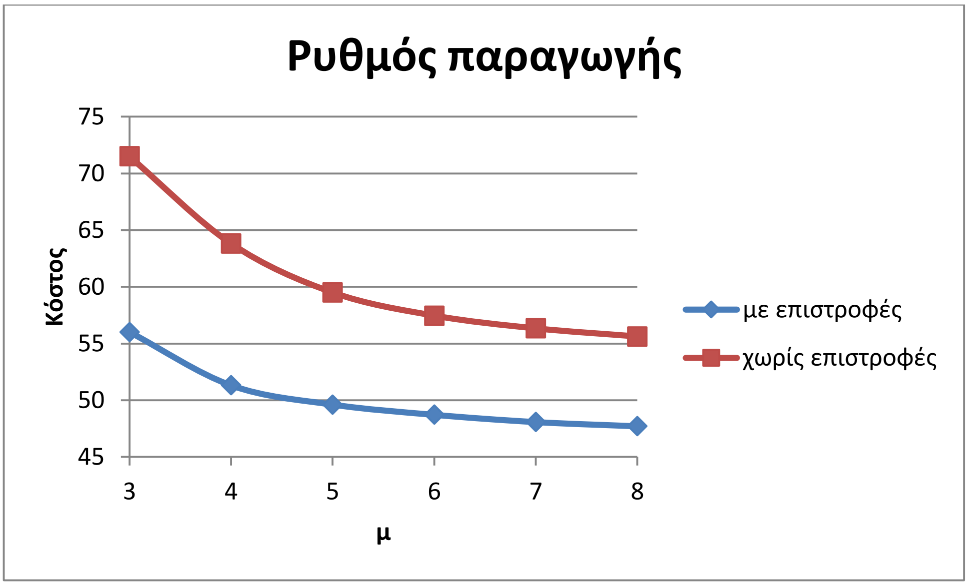
4.1.6 Επίδραση μεταβολής του ρυθμού παραγωγής μ.

Εξετάζεται η περίπτωση στην οποία μεταβάλεται ο χρόνος παραγωγής μ και πως επηρεάζει η μεταβολή αυτή την συνάρτηση κόστους. Όλες οι άλλες μεταβλητές διατηρούνται σταθερές. Οπότε έχουμε M=50, λ=5, γ=0.4 και q=0.3 και για μοναδιαία κόστη g=20,h=1, r=5 και p=10. Τρέχω τον κώδικα για S από 1 έως 20. Οι τιμές που παίρνει η συνάρτηση κόστους παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.

Πίνακας 6. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του χρόνου παραγωγής.

Χωρίς επιστροφές			Με επιστροφές		
μ	K	S	μ	K	S
3	71,49998	20	3	56,013	14
4	63,81599	13	4	51,314	8
5	59,5	9	5	49,616	7
6	57,45485	7	6	48,716	5
7	56,32979	6	7	48,076	5
8	55,6151	5	8	47,705	4

Βλέπουμε ότι με την αύξηση του χρόνου παραγωγής μ το συνολικό μεταβλητό κόστος μειώνεται. Συνεπώς επιθυμούμε όσο το δυνατόν μεγαλύτερο ρυθμό παραγωγής. Μία ακόμα παρατήρηση είναι ότι το κόστος μειώνεται πιο δραστικά για μικρά μ και όσο το ο ρυθμός παραγωγής αυξάνει τόσο μειώνεται ο ρυθμός μείωσης του συνολικού κόστους.



Γράφημα 6. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του ρυθμού παραγωγής μ.

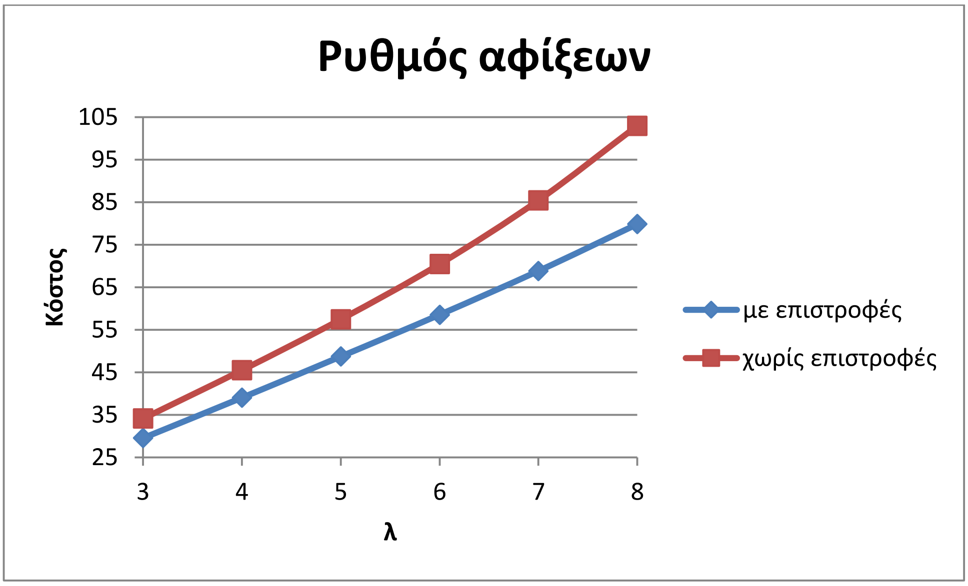
4.1.7 Επίδραση μεταβολής του ρυθμού αφίξεων πελατών λ.

Εξετάζεται η περίπτωση στην οποία μεταβάλεται ο ρυθμός αφίξεων λ και πως επηρεάζει η μεταβολή αυτή την συνάρτηση κόστους. Όλες οι άλλες μεταβλητές διατηρούνται σταθερές. Οπότε έχουμε Μ=50, μ=6, γ=0.4 και q=0.3 και για μοναδιαία κόστη g=20,h=1, r=5 και p=10. Τρέχω τον κώδικα για S από 1 έως 20. Οι τιμές που παίρνει η συνάρτηση κόστους παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.

Πίνακας 7. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του ρυθμού αφίξεων πελατών .

Χωρίς επιστροφές			Με επιστροφές		
λ	K	S	K	λ	S
3	34,12903	4	3	29,532	3
4	45,50226	5	4	39,030	4
5	57,45485	7	5	48,716	5
6	70,45455	10	6	58,553	7
7	85,44342	13	7	68,845	9
8	102,9976	20	8	79,851	12

Όπως αντιλαμβανόμαστε από το γράφημα 7, το συνολικό κόστος του συστήματος αυξάνεται με αύξηση του ρυθμού αφίξεων λ και η συνάρτηση συμπεριφέρεται ως κυρτή χωρίς όμως να μπορούμε να πούμε πως εμφανίζει κάποιο ακρότατο. Όσο μικρότερο το λ ανάλογα μικρότερο είναι και το συνολικό κόστος.



Γράφημα 7. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του ρυθμού αφίξεων πελατών λ.

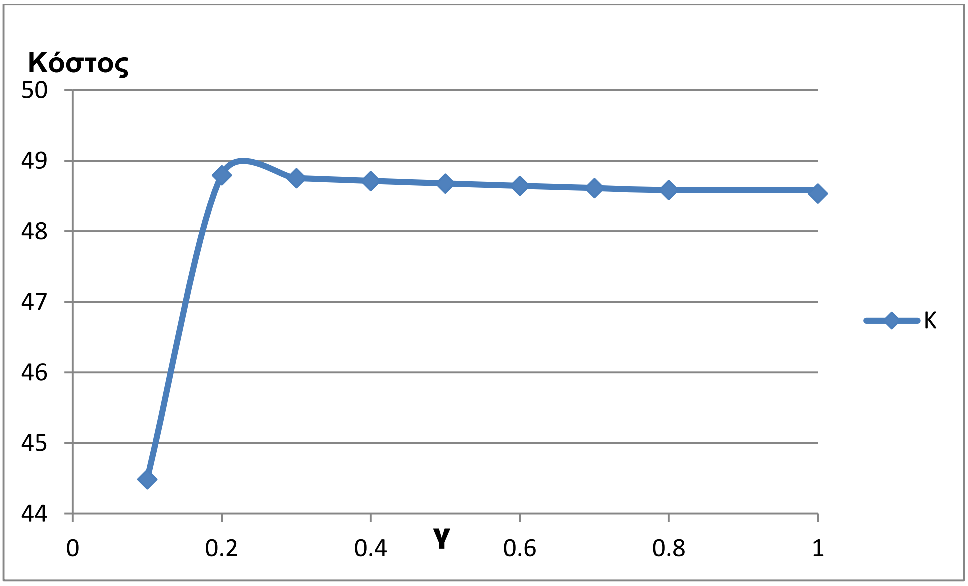
4.1.8 Επίδραση μεταβολής της διάρκειας ζωής 1/γ.

Εξετάζεται η περίπτωση στην οποία μεταβάλεται η διάρκεια ζωής του προϊόντος 1/γ και πως επηρεάζει η μεταβολή αυτή την συνάρτηση κόστους. Όλες οι άλλες μεταβλητές διατηρούνται σταθερές. Οπότε έχουμε M=50, μ=6, λ=5 και q=0.3 και για μοναδιαία κόστη g=20,h=1, r=5 και p=10. Τρέχω τον κώδικα για S από 1 έως 20. Οι τιμές που παίρνει η συνάρτηση κόστους παρουσιάζονται στον Πίνακα 8.

Πίνακας 8. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει της διάρκειας ζωής.

γ	K	γ	K
0.1	44,488	0.6	48,645
0.2	48,796	0.7	48,615
0.3	48,755	0.8	48,587
0.4	48,716	0.9	48,562
0.5	48,679	1	48,538

Όσο μικρότερο το γ τόσο μεγαλύτερος είναι ο χρόνος ζωής του προϊόντος. Παρατηρούμαι ότι για πολύ μικρό γ, άρα μεγάλη διάρκεια ζωής έχουμε αύξηση του συνολικού κόστους. Η συνάρτη δεν συμπεριφαίρεται ως κυρτή, όμως εμφανίζει ένα μέγιστο, μετά από αυτό το σημείο το κόστος σταδιακά μειώνεται όσο μειώνεται ο χρόνος ζωής του προϊόντος. Οπότε θα πρέπει να βρούμε που μπορεί να βρεθεί η «χρησή τομή» όσον αφορά την τιμή που μας συμφέρει για το γ, καθώς δεν μας συμφέρει να έχει πολύ μικρή τιμή, αλλά δεν μπορεί να είναι και υπερβολικά μεγάλο.



Γράφημα 8. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει της διάρκειας ζωής 1/γ.

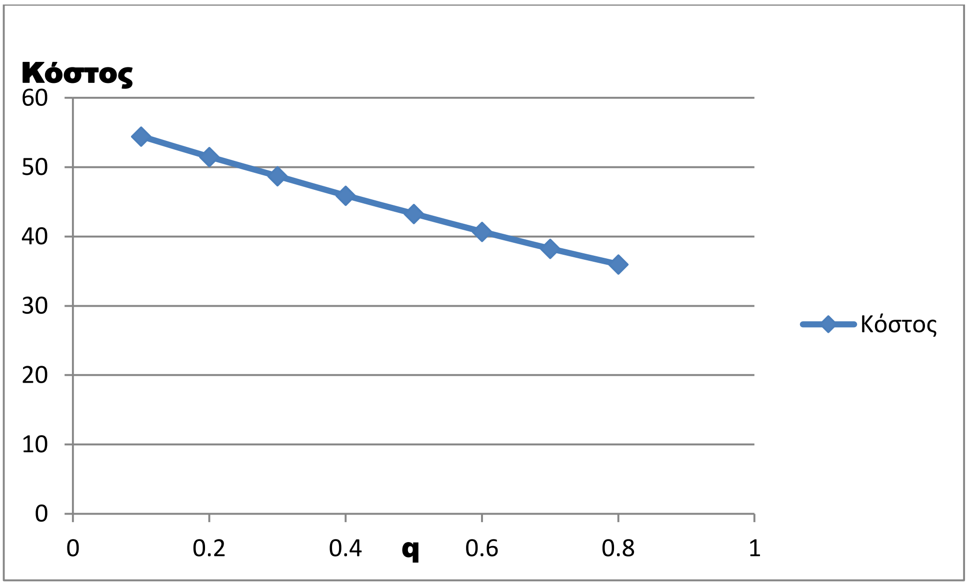
4.1.9 Επίδραση μεταβολής της πιθανότητας επιστροφής q.

Εξετάζεται η περίπτωση στην οποία μεταβάλεται η η πιθανότητα επιστροφής προϊόντος q και πως επηρεάζει η μεταβολή αυτή την συνάρτηση κόστους. Όλες οι άλλες μεταβλητές διατηρούνται σταθερές. Οπότε έχουμε M=50, μ=6, λ=5 και γ=0.4 και για μοναδιαία κόστη g=20,h=1, r=5 και p=10. Τρέχω τον κώδικα για S από 1 έως 20. Οι τιμές που παίρνει η συνάρτηση κόστους παρουσιάζονται στον Πίνακα 9.

Πίνακας 9. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει της διάρκειας ζωής.

q	K	q	K
0.1	54,450	0.5	43,291
0.2	51,492	0.6	40,701
0.3	48,716	0.7	38,254
0.4	45,914	0.8	35,991

Από το γράφημα 9 βλέπουμ πως όσο μεγαλύτερη η πιθανότητα επιστροφης q από τους πελάτες τόσο μεγαλύτερη η μείωση του συνολικού κόστους του συστήματος, κάτι λογικό καθώς όσο μεγαλύτερος ο αριθμός προϊόντων που επιστρέφονται τόσο μικρότερο αριθμό προϊόντων χρειάζεται το σύστημα να παράξει από το μηδέν.



Γράφημα 9. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει της πιθανότητας επιστροφής q.

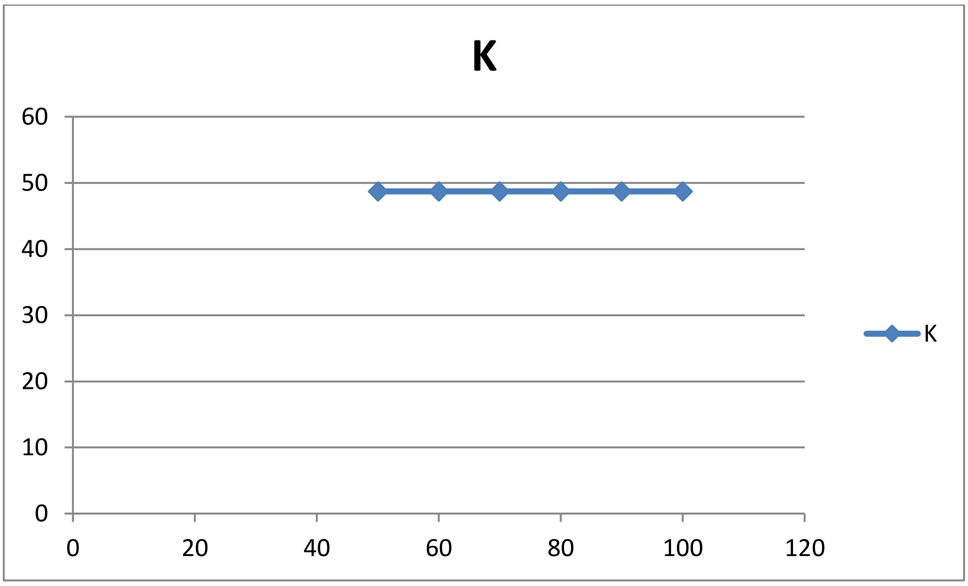
4.1.10 Επίδραση μεταβολής του μέγιστου δυνατού αριθμού επιστροφών M.

Εξετάζεται η περίπτωση στην οποία μεταβάλεται το μέγιστο δυνατό πλήθος επιστροφών και πως επηρεάζει η μεταβολή αυτή την συνάρτηση κόστους. Όλες οι άλλες μεταβλητές διατηρούνται σταθερές. Οπότε έχουμε μ=6, λ=5, q=0.3 και γ=0.4 και για μοναδιαία κόστη g=20,h=1, r=5 και p=10. Τρέχω τον κώδικα για S από 1 έως 20. Οι τιμές που παίρνει η συνάρτηση κόστους παρουσιάζονται στον Πίνακα 10.

Πίνακας 10. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του μέγιστου δυνατού αριθμού επιστροφών .

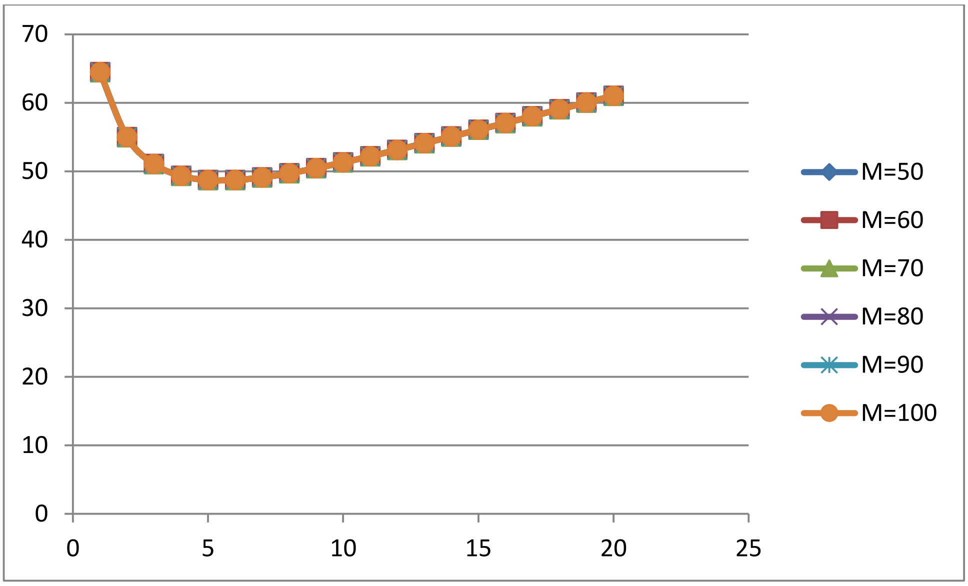
M	K
50	48,716
60	48,716
70	48,716
80	48,716
90	48,716
100	48,716

Παρατηρούμε από το γράφημα 10.1 πως το κόστος του συστήματος δεν επηρεάζεται από τον μέγιστο αριθμό επιστροφών.



Γράφημα 10.1. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του μέγιστου δυνατού αριθμού επιστροφών M.

Για να ελεγχθεί περαιτέρω το συγκεκριμένο συμπέρασμα ελέγχθηκε η σχέση που έχει το μέσο κόστος λειτουργίας με τον μέγιστο αριθμό επιστροφών και με το βασικό απόθεμα. Στο γράφημα 10.2 βλέπουμε πως η σχέση της συνάρτησης κόστους με το βασικό απόθεμα S είναι ίδια για κάθε M. Επίσης παρατηρούμε ότι η συνάρτηση συμπεριφέρεται ως κυρτή είναι κυρτή και συνεπώς έχει μοναδικό τοπικό και ολικό ελάχιστο, είναι μονοκόρυφη. Το ελάχιστο είναι για S=5 με την συνάρτηση κόστους να έχει σε αυτό το σημείο την χαμηλότερη τιμή που είναι K=48,71571806 όπως είδαμε και στο γράφημα 1.



Γράφημα 10. Μέσο κόστος λειτουργίας συναρτήσει του μέγιστου δυνατού αριθμού επιστροφών M και του βασικού αποθέματος S

5.ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα διπλωματική εξετάστηκε η λειτουργία ενός συστήματος παραγωγής στο οποίο μελετήθηκε η επίδραση των επιστροφών και της εξάρτησής τους από τις πωλήσεις στις πολιτικές ελέγχου του συστήματος. Ως πολιτική ελέγχου επιλέχθηκε η χρησιμοποίηση μιας απλής πολιτικής κατωφλίου, της πολιτικής Βασικού Αποθέματος, που σε παρόμοια συστήματα έχει αποδειχθεί ότι είναι βέλτιστη.

Το σύστημα μας μπορεί να περιγραφεί σαν μία αλυσίδα Markov. Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις Chapman-Kolmogorov μπορούμε να υπολογίσουμε τις πιθανότητες μόνιμης κατάστασης, όπως και την συνάρτηση κόστους του συστήματος. Όπου με την χρησιμοποίηση της τελευταίας μπορέσαμε να υπολογίσουμε την τιμή της μεταβλητής ελέγχου του συστήματος που ελαχιστοποιεί το κόστος.

Πραγματοποιήθηκε μια σειρά αριθμητικών πειραμάτων ώστε να εξετασθεί η συμπεριφορά της συνάρτησης κόστους ως προς κάθε παράμετρο του προβλήματος. Τα αριθμητικά αποτελέσματα μας έδειξαν πως η συνάρτησή μας μάλλον είναι κυρτή ως προς την μεταβλητή ελέγχου. Ακόμη είδαμε τις επιδράσεις των διαφόρων παραμέτρων του προβλήματος στην απόδοση του συστήματος. Τέλος η σύγκριση με τα συστήματα χωρίς επιστροφές βοήθησε να διερευνήσουμε τα πλεονεκτήματα από την ανακύκλωση των επιστρεφόμενων προϊόντων.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Φίλης Ι. Α. Δίκτυα Παραγωγής CAM: Αναμονητικά Συστήματα-Γραμμές Παραγωγής-FMS, διδακτικές σημειώσεις, τμήμα Μ.Π.Δ., Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά, 2003.
2. Φίλης Ι. Α. Συστήματα Παραγωγής, διδακτικές σημειώσεις, τμήμα Μ.Π.Δ., Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά, 2006.

3. Zerhouni H,. Gayon J. P., and Frein Y., “Influence of dependency between demands and returns in a reverse logistics system”, *International Journal of ProductionEconomics*, 143, 62 – 71, 2013

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: Κώδικας υπολογισμού του μέσου κόστους

```
clear all
s = input('Dwse tin timi tis metavlitis S: \n');
c = input('Dwse tin timi tis metavlitis M: \n');
lamda = input('Dwse tin timi tis metavlitis Lamda: \n');
q = input('Dwse tin timi tis metavlitis q: \n');
m = input('Dwse tin timi tis metavlitis mi: \n');
gamma = input('Dwse tin timi tis metavlitis Gamma: \n');
KostosApwleias = input('Dwse tin timi tis metavlitis Kostos Apwleias:
\n');
KostosEpistrofis = input('Dwse tin timi tis metavlitis Kostos
Epistrofis: \n');
KostosApoth = input('Dwse tin timi tis metavlitis Kostos
Apothikeusis: \n');
KostosParagwgis = input('Dwse tin timi tis metavlitis Kostos
Paragwgis: \n');


d1 =[];
d2 =[];
A =[];
B =[];
C =[];
Am =[];
K1 =[];
K2 =[];
K3 =[];
K4 =[];
L =[];
H =[];
TH =[];
R =[];
ariB = 1;
arithmisi = 1;
```

<u>Υπολογισμός των Πινάκων Α</u>

```
for counter = 0 :(s+c)
    if ( counter == 0 )
        % Gia x = 0
        d1 = [];
        d2 = [];
        Am = [];
        zer = zeros(1,c+1);
        for i = 1 : length(zer)
            d1(1,i) = ( m + gamma * ( i - 1 ) );
        end
        for i = 1 : (length(zer)-1)
            d2(1,i) = -( i * gamma * ( 1 - q ) );
        end
        Am = diag(d1,0)+diag(d2,1);
        A(:,:,counter+1) = Am;
    end
    if ((counter<s) && (counter>=1))
        % Gia 0 < x < s
        d1 = [];
        d2 = [];
```

```
            Am = [];
            zer = zeros(1,c+1);
            for i = 1 : (length(zer)-1)
                d1(1,i) = ( lamda + m + gamma * ( i - 1 ) );
            end
            d1(1,(length(zer))) = (m+(gamma*c));
            for i = 1 : (length(zer)-1)
                d2(1,i) = -( i * gamma * ( 1 - q ) );
            end
            Am = diag(d1,0) + diag(d2,1);
            A(:,:,counter+1) = Am;
        end
        if (counter==s)
            % Gia x = s
            d1 = [];
            d2 = [];
            Am = [];
            zer = zeros(1,c+1);
            for i = 1 : (length(zer)-1)
                d1(1,i) = ( lamda + gamma * ( i - 1 ) );
            end
            d1(1,length(zer)) = (c*gamma);
            for i = 1 : (length(zer)-1)
                d2(1,i) = -( i * gamma * ( 1 - q ) );
            end
            Am = diag(d1,0)+diag(d2,1);
            A(:,:,counter+1) = Am;
        end
        if ((counter<(s+c)) && (counter>s))
            A(:,:,counter+1) = inf+zeros(c+1,c+1);
            d1 = [];
            d2 = [];
            Am = [];
            %Gia s < x < s + m
            zer1 = zeros(1,s+c+1-counter);
            zer2 = zeros(1,s+c-counter);
            for i = 1 : (length(zer1))
                d1(1,i) = ( lamda + gamma * ( i - 1 ) );
            end
            for i = 1 : (length(zer2))
                d2(1,i) = -( i * gamma * ( 1 - q ) );
            end
            Am = diag(d1,0)+diag(d2,1);
            for i = 1 : size(Am,1)
                for j = 1 : size(Am,2)
                    A(i,j,counter+1) = Am(i,j);
                end
            end
        end
        if (counter == (s+c))
            A(:,:,counter+1) = inf+zeros(c+1,c+1);
            Am=[];
            % Gia x = s + m
            Am(1,1) = lamda;
            A(1,1,counter+1) = Am;
        end
    end
```

Υπολογισμός των Πινάκων B

```
for counter = 1 : (s+c)
    if ((counter<=s)&& (counter>=1))
        % Gia 0 < x <= s
        d1 = [];
        d2 = [];
        Bm = [];
        d1 = zeros(1,c);
        d2 = zeros(1,c);
        d1 = m + zeros(1,c+1);
        for i = 1 : c
            d2(1,i) = ( i * gamma *  q  );
        end
        Bm = diag(d1,0) + diag(d2,1);
        B(:,:,(counter)) = Bm;
    end
    if ((counter<=(s+c)) && (counter>s))
        % Gia s < x <= s + m
        B(:,:,(counter)) = inf+zeros(c+1,c+1);
        d1 = [];
        Bm = zeros(s+c-counter+1,s+c+2-counter);
        for i = 1 : (s+c+1-counter)
            d1(1,i) = ( i * gamma *  q  );
        end
        Bm = diag(d1,1);
        for i = 1:(size(Bm,1)-1)
            for j = 1:size(Bm,2)
                B(i,j,counter) = Bm(i,j);
            end
        end
    end
end
```

Υπολογισμός των Πινάκων C

```
for counter = 1 : (s+c)
    if (counter<=s)
        d1 = [];
        for i = 1 : c
            d1(1,i) = lamda;
        end
        Cm = diag(d1,-1);
        C(:,:,counter) = Cm;
    end
    if (counter>s)
        C(:,:,counter) = inf + zeros(c+1,c+1);
        d1 = [];
        Cm = inf + zeros(s+c+2-counter,s+c+1-counter);
        for i = 1 : (s+c+1-counter)
            d1(1,i) = lamda;
        end
        Cm = diag(d1,-1);
        for i = 1:size(Cm,1)
            for j = 1:(size(Cm,2)-1)
                C(i,j,counter) = Cm(i,j);
            end
        end
    end
end
```

```
A;
B;
C;
```

<u>Υπολογισμός των G</u>

```
for i = 1:(s+c)
    G(:,:,i) = inf+zeros(c+1,c+1);
end
Atemp = A(1,1,s+c+1);
Btemp = B(1,(1:2),s+c);
Gtemp = inv(Atemp) * Btemp;
for i = 1 : size(Gtemp,1)
    for j = 1 : size(Gtemp,2)
        G(i,j,s+c) = Gtemp(i,j);
    end
end
metritisC = s + c;
for metritis = (s+c) : -1 : 2
    Atemp = [];
    Btemp = [];
    Ctemp = [];
    %Pernoume to katallilo A xwris ta inf
    for i = 1 : size(A(:,:,metritis),1)
        for j = 1 : size(A(:,:,metritis),2)
            if (A(i,j,metritis) ~= inf)
                Atemp(i,j) = A(i,j,metritis);
            end
        end
    end
    %Pernoume to katallilo B xwris ta inf
    for i = 1 : size(B(:,:,metritis-1),1)
        for j = 1 : size(B(:,:,metritis-1),2)
            if (B(i,j,metritis-1) ~= inf)
                Btemp(i,j) = B(i,j,metritis-1);
            end
        end
    end
    %Pernoume to katallilo C
    for i = 1:size(C(:,:,metritisC),1)
        for j = 1:size(C(:,:,metritisC),2)
            if (C(i,j,metritisC) ~= inf)
                Ctemp(i,j) = C(i,j,metritisC);
            end
        end
    end
    metritisC = metritisC - 1;
    Gtemp = inv(Atemp-Ctemp*Gtemp) * Btemp;
    for i = 1 : size(Gtemp,1)
        for j = 1 : size(Gtemp,2)
            G(i,j,metritis-1) = Gtemp(i,j);
        end
    end
end
G;
```

Υπολογισμός των F

```
F = [];
Ftemp = G(:,:,1);
F(:,:,2) = G(:,:,1);
for counter = 2 : (s+c)
    Gtemp2 = [];
    F(:,:,counter+1) = inf + zeros(c+1,c+1);
    for i = 1 : size(G(:,:,counter),1)
        for j = 1 : size(G(:,:,counter),2)
            if (G(i,j,counter) ~= inf)
                Gtemp2(i,j) = G(i,j,counter);
            end
        end
    end
    Ftemp = Gtemp2 * Ftemp;
    for i = 1 : size(Ftemp,1)
        for j = 1 : size(Ftemp,2)
            F(i,j,counter+1) = Ftemp(i,j);
        end
    end
end
F(:,:,1) = eye(c+1,c+1);
F;


S0 = A(:,:,1) - (C(:,:,1) * G(:,:,1));
FF = zeros(1,c+1);
meiwtiras = 0;
for k = 1 : (s+c+1)
    if (k<s+2)
        monadiaio = ones(c+1,1);
    else
        monadiaio = ones(c-meiwtiras,1);
        meiwtiras = meiwtiras + 1;
    end
    Ftemp2 = [];
    for i = 1 : size(F(:,:,k),1)
        for j = 1 : size(F(:,:,k),2)
            if (F(i,j,k) ~= inf)
                Ftemp2(i,j) = F(i,j,k);
            end
        end
    end
    FF = FF + ((monadiaio') * Ftemp2);
end
FF;
SYS = S0;
LastLine = size(SYS,1);
SYS(LastLine,:) = FF;
SYSR = inv(SYS);
BBTemp = eye(c+1,c+1);
BB = BBTemp(size(BBTemp,1),:)';
```

Υπολογισμός Πιθανοτήτων P

```
P0 = SYSR * BB;
for k = 1 :(s+c)
    Ftemp3 = [];
    for i = 1 : size(F(:,:,k+1),1)
```

```
        for j = 1 : size(F(:,:,k+1),2)
            if (F(i,j,k+1) ~= inf)
                Ftemp3(i,j) = F(i,j,k+1);
            end
        end
    end
    P(:,:,k) = inf + zeros(c+1,1);
    Ptemp = Ftemp3 * P0;
    for i = 1 : size(Ptemp,1)
        for j = 1 : size(Ptemp,2)
            P(i,j,k) = Ptemp(i,j);
        end
    end
end
P;
```

<u>Υπολογισμός Συνάρτησης Κόστους</u>

```
%Ypologismos tou L
sumP = 0;
L = 0;
sumP = sum(P0);
L = lamda * sumP;

%Ypologismos tou H
H = 0;
Ptemp = [];
sumPtemp = 0;
for ex = 1 : (s+c)
    Ptemp = [];
    for i = 1 : size(P(:,:,ex),1)
        if (P(i,1,ex) ~= inf)
            Ptemp(i) = P(i,1,ex);
        end
    end
    sumPtemp = sum(Ptemp);
    H = H + (ex * sumPtemp);
end
H;

%Ypologismos tou TH
Ptemp = [];
TH = 0;
sumTH = 0;
sumPtemp2 = 0;
sumTHP0 = sum(P0);
for ex = 1 : (s-1)
    Ptemp = [];
    for i = 1 : size(P(:,:,ex),1)
        if (P(i,1,ex) ~= inf)
            Ptemp(i) = P(i,1,ex);
        end
    end
    sumPtemp2 = sum(Ptemp);
    sumTH = sumTH + sumPtemp2;
end
sumTH = sumTH + sumTHP0;
TH = m * sumTH;
```

```
%Ypologismos tou R
sum1 = 0;
sum2 = 0;
Ptemp = [];
R = 0;

for l = 2 : (c+1)
    sum1 = sum1 + (P0(l)*(l-1));
end

for i = 1 : s
    Ptemp = [];
    for k = 1 : size(P(:,:,i),1)
        if (P(k,1,i) ~= inf)
            Ptemp(k) = P(k,1,i);
        end
    end
    for l = 2 : (c+1)
        sum1 = sum1 + (Ptemp(l)*(l-1));
    end
end

for i = (s+1) : (s+c-1)
    Ptemp = [];
    for k = 1 : size(P(:,:,i),1)
        if (P(k,1,i) ~= inf)
            Ptemp(k) = P(k,1,i);
        end
    end
    for l = 2 : (size(Ptemp,2))
        sum2 = sum2 + (Ptemp(l)*(l-1));
    end
end

R = gamma * q *( sum1 + sum2 );

K1 = KostosApwleias * L;
K2 = KostosApoth * H;
K3 = KostosParagwgis * TH;
K4 = KostosEpistrofis * R;

K(ariB,arithmisi) = K1 + K2 + K3 + K4;
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: Κώδικας υπολογισμού του μέσου κόστους του συστήματος χωρίς επιστροφές.

```
clear all

s = input('Dwse tin timi tis metavlitis S: \n');
lamda = input('Dwse tin timi tis metavlitis Lamda: \n');
m = input('Dwse tin timi tis metavlitis mi: \n');
KostosApwleias = input('Dwse tin timi tis metavlitis Kostos Apwleias:
\n');
KostosApoth = input('Dwse tin timi tis metavlitis Kostos
Apothikeusis: \n');
KostosParagwgis = input('Dwse tin timi tis metavlitis Kostos
Paragwgis: \n');

mi = [];
lamda = [];
ro = mi / lamda;
S = [];


K = [];
g = [];
h = [];
p = [];

for S = ...
      for  ...
        if lamda==mi
            ro = mi / lamda;
            H = [];
            L =[];
            TH = [];
            P = [];

            for i = 0 : S
                P(i+1,1) =  ( ( 1 ) / ( S + 1 ) );
            end

            H = ( S ) / ( 2 );

            L = ( lamda   ) / ( S + 1 );

            TH = ( mi * ( S ) ) / ( ( S + 1 ) );

            K( S + 1 , lamda - 2 ) = g * L + h * H + p *TH

        else
            ro = mi / lamda;
            H = [];
            L =[];
            TH = [];
            P = [];

            for i = 0 : S
```

```
                P(i+1,1) = ( ( ( 1 - ro ) / ( 1 - ro ^ ( S + 1 ) ) )
* ro ^ i );
            end

            H = ( ( 1 - ( S + 1 ) * ro ^ S + S * ro ^ ( S + 1 ) ) *
ro / ( ( 1 - ro ) * ( 1 - ro ^ ( S + 1 ) ) ) );

            L = ( lamda * ( 1 - ro) ) / ( 1 - ro ^ ( S + 1 ) );

            TH = ( mi * ( 1 - ro ^ S ) ) / ( 1 - ro ^ ( S + 1 ) );

            K( S + 1, lamda - 2 ) = g * L + h * H + p *TH

         end
     end
end
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ: Περιγραφή συστήματος παραγωγής χωρίς επιστροφές.

Θέλοντας να δούμε την πραγματική επιρροή του συστήματος παραγωγής με επιστροφές, που εξετάζουμε, θα το συγκρίνουμε με ένα σύστημα παραγωγής χωρίς επιστροφές. Στο σύστημα χωρίς επιστροφές δεν έχουμε ανακύκλωση, συνεπώς έχουμε ένα απλό αναμονητικό σύστημα M/M/1/S+1.

Η κάθε κατάσταση στο νέο σύστημα παραγωγής χαρακτηρίζεται από την μεταβλητή X η οποία θα έχει τιμές από 0 έως μία ανώτερη τιμή S, η οποία εκφράζει το ύψος του αποθέματος.

Για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων μόνιμης κατάστασης χρησιμοποιείται ο τύπος:

$$P(X) = \frac{(1-\rho)}{(1-\rho^{S+1})}\rho^X$$

Όπου $\rho = \mu/\lambda$

Αφού δεν υπάρχουν επιστροφές δεν υπάρχει και κόστος ανακύκλωσης συνεπώς το μέσο συνολικό κόστος δίδεται από τον τύπο:

$$K = gL + hH + pTH$$

Τα μέτρα απόδοσης εκφράζονται ως εξής:

$$H = \frac{[1-(s+1)\rho^S + s\rho^{S+1}]\rho}{(1-\rho)(1-\rho^{S+1})}$$

$$L = \frac{\lambda(1-\rho)}{(1-\rho^{S+1})}$$

$$TH = \frac{\mu\rho(1-\rho^S)}{(1-\rho^{S+1})}$$

Συνεπώς η συνολική έκφραση του μέσου συνολικού κόστους είναι:

$$K(S) = g\lambda\frac{(1-\rho)}{(1-\rho^{S+1})} + h\frac{[1-(s+1)\rho^S + s\rho^{S+1}]\rho}{(1-\rho)(1-\rho^{S+1})} + p\mu\frac{\rho(1-\rho^S)}{(1-\rho^{S+1})}$$