



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης

Διπλωματική εργασία

**ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΗΝ
ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑΚΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ**

ΤΗΣ

ΕΥΑΓΓΕΛΙΑΣ ΚΟΝΣΟΛΑΚΗ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΔΟΥΜΠΟΣ ΜΙΧΑΛΗΣ

**ΧΑΝΙΑ
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2008**

Στους γονείς μου..

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα Καθηγητή μου κ. Δούμπο Μιχάλη για την καθοδήγηση του και τις πολύτιμες συμβουλές που μου παρείχε και καλλιέργησε άρτιο κλίμα συνεργασίας καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Ένα πολύ μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένειά μου, είναι το λιγότερο που θα μπορούσα να πω στους ανθρώπους εκείνους για τη διαρκή υποστήριξη τους.

Τέλος, δε θα μπορούσα να παραλείψω να ευχαριστήσω τους φίλους μου, για τα ανεπανάληπτα φοιτητικά χρόνια και την πολύτιμη βοήθεια και ηθική υποστήριξη που μου προσέφεραν καθ' όλη τη διάρκεια της φοίτησής μου στο τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η αποτύπωση χρηματιστηριακών δεικτών αποτελεί μέρος της παθητικής διαχείρισης των κεφαλαίων και περιγράφει τη διαδικασία αποτύπωσης ενός δεδομένου χρηματιστηριακού δείκτη με τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Στην παρούσα διπλωματική, η διαδικασία που ακολουθείται για να αποτυπωθεί ένας χρηματιστηριακός δείκτης είναι η μερική αποτύπωση, στην οποία η επένδυση γίνεται σε ένα μικρό ποσοστό των μετοχών που περιλαμβάνει ο δείκτης

Για την επίλυση του προβλήματος της αποτύπωσης χρηματιστηριακών δεικτών προτείνουμε την εφαρμογή δυο εξελικτικών αλγορίθμων και συγκεκριμένα του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου (ΔΕΑ) και των γενετικών αλγορίθμων (ΓΑ). Παρουσιάζεται αναλυτικά η λειτουργία τους και τέλος γίνεται εφαρμογή στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών και σε πέντε ξένα χρηματιστήρια.

Λέξεις κλειδιά : εξελικτικοί αλγόριθμοι, διαφορικός εξελικτικός αλγόριθμος, γενετικοί αλγόριθμοι, παθητική διαχείριση κεφαλαίων, αποτύπωση χρηματιστηριακών δεικτών.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 : ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1	Γενικά	1
1.2	Διάρθρωση εργασίας	2

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 : ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

2.1	Εξελικτικοί αλγόριθμοι	4
2.1.1	Γενικά	4
2.1.2	Ανάπτυξη εξελικτικών αλγορίθμων: Ιστορική αναδρομή	5
2.1.3	Χρησιμοποιούμενη ορολογία	7
2.1.4	Κύριες μεθοδολογίες εξελικτικών αλγορίθμων	8
2.1.5	Εφαρμογές εξελικτικών αλγορίθμων	11
2.2	Γενετικοί αλγόριθμοι	12
2.2.1	Ιστορική αναδρομή	12
2.2.2	Ο βασικός γενετικός αλγόριθμος	14
2.2.3	Περιγραφή βασικών διαδικασιών	16
2.2.4	Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των γενετικών αλγορίθμων	19
2.3	Διαφορικός εξελικτικός αλγόριθμος (ΔΕΑ)	21
2.3.1	Εισαγωγή	21
2.3.2	Η μεθοδολογία του ΔΕΑ	22
2.3.3	Επισκόπηση εναλλακτικών σχημάτων του ΔΕΑ	25
2.3.4	Παραλλαγές του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου	28
2.3.5	Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου	30

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑΚΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ

3.1	Εισαγωγή	32
3.2	Γενικά	33
3.2.1	Το μοντέλο του Markovitz	33
3.2.2	Το μοντέλο μέσου-διακύμανσης (Mean-variance model)	35
3.3	Επιλογή και διαχείριση χαρτοφυλακίων	36
3.3.1	Ενεργητική διαχείριση κεφαλαίων	36
3.3.2	Παθητική διαχείριση επενδύσεων	37
3.4	Αποτύπωση χρηματιστηριακών δεικτών	38
3.4.1	Γενικά	38
3.4.2	Βιβλιογραφική ανασκόπηση	39
3.5	Μοντελοποίηση του προβλήματος της αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών	43
3.5.1	Γενικά	43
3.5.2	Κόστος συναλλαγών	44
3.5.3	Συμβολισμοί	45
3.5.4	Περιορισμοί	47
3.5.5	Αντικειμενική συνάρτηση	49

3.6	Τελική μοντελοποίηση του προβλήματος	51
-----	--------------------------------------	----

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 : ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ ΑΞΙΩΝ ΑΘΗΝΩΝ

4.1	Εισαγωγή	53
4.2	Αποτύπωση χρηματιστηριακών δεικτών και εξελικτικοί αλγόριθμοι	54
4.3	Χρηματιστηριακοί δείκτες	54
4.4	Εφαρμογή της αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών (Χ.Α.Α)	57
4.4.1	Επιλογή δεδομένων	57
4.4.2	Επιλογή παραμέτρων του ΔΕΑ	62
4.4.3	Επιλογή παραμέτρων του γενετικού αλγορίθμου	63
4.5	Παρουσίαση αποτελεσμάτων	64
4.5.1	Αποτελέσματα του ΔΕΑ.	64
4.5.2	Αποτελέσματα του γενετικού αλγορίθμου	71
4.6	Σύγκριση αποτελεσμάτων	78
4.7	Εφαρμογή του ΔΕΑ σε ξένα χρηματιστήρια	80

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 : ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

5.1	Συμπεράσματα	87
-----	--------------	----

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

“Εισαγωγή”

1.1 Γενικά

Για την επίλυση δύσκολων προβλημάτων, ο χώρος της πληροφορικής οδηγήθηκε σε νέες τεχνικές αναζήτησης λύσεων και βελτιστοποίησης. Ένα πρόβλημα εξαιρετικά δύσκολο στη λύση του είναι και αυτό της διαχείρισης χαρτοφυλακίων. Για την επίλυσή του χρησιμοποιήθηκαν πολλές διαφορετικές προσεγγίσεις. Μια από αυτές, που χρησιμοποιήθηκε σχετικά πρόσφατα με ικανοποιητικά αποτελέσματα, είναι η εξελικτική βελτιστοποίηση η οποία βασίζεται σε αλγόριθμους οι οποίοι είναι σε θέση να βρουν ικανοποιητικές λύσεις σε ένα πραγματικά πολύ μεγάλο χώρο λύσεων.

Στην εργασία αυτή θα ασχοληθούμε με μια εξελικτική προσέγγιση στο πρόβλημα της διαχείρισης χαρτοφυλακίων και πιο συγκεκριμένα για το πρόβλημα αποτύπωσης χρηματιστηριακών δεικτών (index tracking). Το πρόβλημα αυτό αποτελεί μέρος της παθητικής διαχείρισης των κεφαλαίων.

Το πρόβλημα διατυπώνεται συχνά κατά τέτοιο τρόπο ώστε κλασσικές τεχνικές όπως ο τετραγωνικός ή ο γραμμικός προγραμματισμός μπορούν να εφαρμοστούν άμεσα. Η διατύπωση του προβλήματος περιλαμβάνει δυο κυρίως επιλογές. Καταρχήν, πρέπει να οριστεί μια αντικειμενική συνάρτηση, η οποία να ορίζει κατάλληλα το σφάλμα αποτύπωσης. Στη συνέχεια πρέπει να βρεθούν οι κατάλληλοι περιορισμοί που επιβάλλονται για τη λύση του προβλήματος. Μια ρεαλιστική μοντελοποίηση πρέπει να περιλαμβάνει περιορισμούς για τον αριθμό των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο, το μέγεθος των εξόδων συναλλαγών καθώς επίσης και περιορισμούς ρευστότητας. Ο μόνος τρόπος για να χειριστούμε τους περιορισμούς αυτούς στα πλαίσια ενός ρεαλιστικού τρόπου επίλυσης είναι με τη χρήση των εξελικτικών αλγορίθμων, οι οποίοι παρέχουν αρκετά καλές προσεγγίσεις της βέλτιστης λύσης. Στην παρούσα εργασία, θα χρησιμοποιηθούν δυο είδη εξελικτικών αλγορίθμων, οι γενετικοί αλγόριθμοι (ΓΑ) και ο διαφορικός εξελικτικός αλγόριθμος (ΔΕΑ).

Σκοπός της εργασίας είναι η ανάπτυξη χαρτοφυλακίων τα οποία αποτυπώνουν την πορεία κάποιου δείκτη στο άμεσο μέλλον, ενώ ταυτόχρονα η απόδοσή τους υπερβαίνει την απόδοση του δείκτη. Οι δείκτες που επιλέχθηκαν είναι: ο δείκτης υψηλής κεφαλαιοποίησης FTSE 20, ο δείκτης μεσαίας κεφαλαιοποίησης FTSE Mid 40, ο γενικός δείκτης του ΧΑΑ καθώς και δείκτες από ξένα χρηματιστήρια : ο Hang Seng (Χονγκ Κόνγκ), ο DAX 100 (Γερμανία), ο FTSE 100 (Αγγλία), ο S&P 100 (Αμερική) και ο Nikkei 225 (Ιαπωνία).

1.2 Διάρθρωση εργασίας

Στο κεφάλαιο δύο που ακολουθεί, γίνεται μια σύντομη αναφορά στον τρόπο λειτουργίας και τα είδη των εξελικτικών αλγορίθμων, παρουσιάζονται τα μέρη που απαρτίζουν έναν εξελικτικό αλγόριθμο και γίνεται μια βιβλιογραφική ανασκόπηση του χώρου της εξελικτικής βελτιστοποίησης. Επιπλέον, παρουσιάζεται η διαδικασία υλοποίησης των γενετικών αλγορίθμων και του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου. Τέλος, παρουσιάζονται κάποια πλεονέκτημα και μειονεκτήματα των γενετικών αλγορίθμων και του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου.

Στο τρίτο κεφάλαιο αναλύονται βασικά θέματα διαχείρισης χαρτοφυλακίων καθώς και κάποιες στρατηγικές διαχείρισης κεφαλαίων (ενεργητική και παθητική διαχείριση). Επίσης, παρατίθενται η βιβλιογραφική ανασκόπηση και η μοντελοποίηση

του προβλήματος της αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών, το οποίο αποτελεί μέρος της παθητικής διαχείρισης κεφαλαίων.

Στο τέταρτο κεφάλαιο περιγράφεται ο τρόπος λειτουργίας των εξελικτικών αλγορίθμων στο πρόβλημα της αποτύπωσης χρηματιστηριακών δεικτών. Επιπλέον, παρουσιάζονται τα δεδομένα του προβλήματος δηλαδή οι χρηματιστηριακοί δείκτες που χρησιμοποιούνται καθώς και οι διάφοροι παράμετροι που επιλεχτήκαν για την υλοποίηση του γενετικού αλγορίθμου και διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου αντίστοιχα. Τέλος, πραγματοποιείται ανάλυση και παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την εφαρμογή των δυο αλγορίθμων.

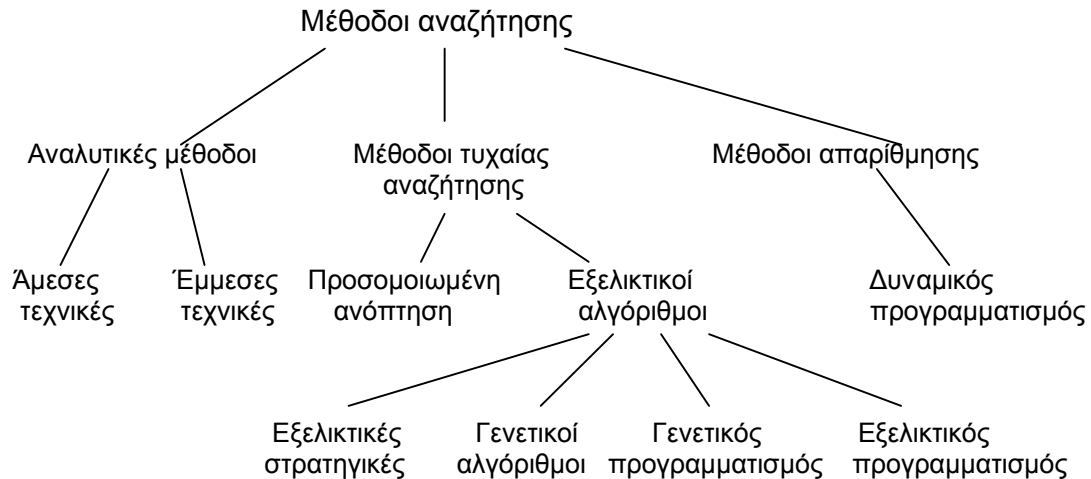
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

“Εξελικτικοί αλγόριθμοι”

2.1 Εξελικτικοί αλγόριθμοι

2.1.1 Γενικά

Οι Εξελικτικοί αλγόριθμοι (ΕΑ) είναι στοχαστικές μέθοδοι αναζήτησης (σχήμα 2.1), οι οποίες έχουν εφαρμοστεί επιτυχώς σε πολλά προβλήματα αναζήτησης, βελτιστοποίησης και μηχανικής μάθησης (Holland, 1975, Goldberg, 1989). Σε αντίθεση με τις περισσότερες τεχνικές βελτιστοποίησης, οι ΕΑ χρησιμοποιούν έναν πιθανό πληθυσμό λύσεων, τον οποίο διαχειρίζονται με ανταγωνιστικό τρόπο, εφαρμόζοντας κάποιους τελεστές διαφοροποίησης, για την εύρεση μιας αρκετά ικανοποιητικής, αν όχι ολικά βέλτιστης, λύσης. Άλλες ευρετικές μέθοδοι, όπως η προσομοιωμένη ανόπτηση (Van Laarhoven και Aarts, 1988), εμφανίζουν περιορισμένες δυνατότητες σε προβλήματα με πολύ μεγάλο χώρο εφικτών λύσεων και έχουν αυξημένη πιθανότητα, από τη φύση τους, εγκλωβισμού σε τοπικά βέλτιστα.



Σχήμα 2.1: Ταξινόμηση μεθόδων αναζήτησης

Συχνά η επίλυση ενός προβλήματος είναι ταχύτερη με τη χρήση των συμβατικών μεθόδων, δεδομένης της ποικιλίας αυτών καθώς και της ύπαρξης εξειδικευμένων μεθόδων για την επίλυση μιας κατηγορίας προβλημάτων. Ωστόσο οι περισσότερες από τις συμβατικές μεθόδους εφαρμόζονται σε μια ορισμένη κατηγορία προβλημάτων (π.χ. οι μέθοδοι επίλυσης γραμμικών προβλημάτων εφαρμόζονται σε γραμμικά προβλήματα). Αντίθετα οι ΕΑ, έχουν νόημα μόνο σε προβλήματα υψηλής πολυπλοκότητας και επιπρόσθετα η ταχύτητα σύγκλισης τους δεν επηρεάζεται σημαντικά από τη φύση του προβλήματος.

2.1.2 Ανάπτυξη των εξελικτικών αλγορίθμων : Ιστορική ανάδρομη

Στις δεκαετίες του '50 και του '60 διάφοροι επιστήμονες μελέτησαν, ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο, εξελικτικά συστήματα με τη σκέψη ότι η βιολογική διαδικασία της εξέλιξης θα μπορούσε να αποτελέσει τη βάση για την ανάπτυξη νέων αλγορίθμων βελτιστοποίησης σε τεχνολογικά προβλήματα. Η ιδέα πίσω από τα συστήματα αυτά ήταν η ανάπτυξη ενός πληθυσμού από υποψήφιες λύσεις σε ένα δεδομένο πρόβλημα, χρησιμοποιώντας τελεστές εμπνευσμένους από τη φυσική γενετική μεταβολή και τη φυσική επιλογή.

Κατά τα έτη 1965 και 1973 ο Rechenberg εισήγαγε τις “στρατηγικές εξέλιξης” ως μια μέθοδο βελτιστοποίησης για κατασκευές όπως τα λεπτά μεταλλικά φύλλα των αεροπλάνων. Η ιδέα αυτή αναπτύχθηκε παραπέρα από τον Schwefel (1975, 1977).

Το πεδίο των στρατηγικών εξέλιξης έχει παραμείνει μια ενεργή περιοχή έρευνας, αναπτυσσόμενη ανεξάρτητα από το πεδίο των γενετικών αλγορίθμων (αν και πρόσφατα οι δύο επιστημονικές κοινότητες άρχισαν να αλληλεπιδρούν). Μια σύντομη ανασκόπηση των στρατηγικών εξέλιξης δόθηκε από τους Back et al. (1991).

Το 1966 οι Fogel et al. ανέπτυξαν τον εξελικτικό προγραμματισμό, μια τεχνική στην οποία οι υποψήφιες λύσεις σε δεδομένα προβλήματα παραστάθηκαν ως μηχανές πεπερασμένων καταστάσεων, οι οποίες εξελίχθηκαν μεταλλάσσοντας (mutating) τυχαία τα διαγράμματα μετάπτωσης των καταστάσεών τους και επιλέγοντας το πλέον κατάλληλο (fittest). Από κοινού οι στρατηγικές εξέλιξης, ο εξελικτικός προγραμματισμός και οι γενετικοί αλγόριθμοι αποτελούν τη σπονδυλική στήλη του πεδίου του “εξελικτικού υπολογισμού”.

Πολλοί άλλοι ερευνητές ανέπτυξαν κατά την περίοδο 1950-1970 αλγορίθμους βασισμένους στην εξέλιξη για βελτιστοποίηση συστημάτων και μάθηση μηχανής (Box 1957, Friedman 1959, Bledsoe 1961, Bremermann 1962, Reed et al. ,1967). Επιπλέον, ένας αριθμός εξελικτικών βιολόγων χρησιμοποίησαν τους υπολογιστές για να προσομοιώσουν την εξέλιξη για σκοπούς ελεγχόμενων βιολογικών πειραμάτων.

Μια από τις πρώτες εργασίες που αναφέρονται στους ΕΑ είναι η εργασία του Fraser (1957). Ωστόσο στην εργασία αυτή οι ΕΑ χρησιμοποιούνται μόνο ως εξομοιωτές της φυσικής διαδικασίας της εξέλιξης και όχι ως μέθοδος βελτιστοποίησης. Η εργασία του Box (1957) η οποία παρουσιάστηκε την ίδια εποχή αναφερόταν στη χρήση «εξελικτικών τελεστών» για τη βελτίωση της παραγωγικότητας εργοστασίων. Ωστόσο η μεθοδολογία που προτεινόταν στην εργασία αυτή δεν εφαρμόζοταν σε υπολογιστή αλλά απαιτούσε τη μεσολάβηση ενός ανθρώπου στην παραγωγική διαδικασία .

Σύμφωνα με τον Goldberg (1989) ένας από τους βασικούς θεμελιωτές των ΕΑ είναι ο J. Holland και ειδικότερα η εργασία του «Adaptation in Natural and Artificial Systems» που δημοσιεύτηκε το 1975.

Σκοπός της εργασίας αυτής του Holland ήταν :

- Να εξηγήσει τις διαδικασίες προσαρμογής που ακολουθούν οι φυσικοί οργανισμοί και
- Να σχεδιάσει τεχνητά συστήματα τα οποία να μιμούνται τις διαδικασίες αυτές.

Οι ΕΑ βασίζονται σε κοινές αρχές λειτουργίας. Κατά συνέπεια στη διεθνή βιβλιογραφία περιέχονται αρκετές έννοιες κοινές για όλους τους ΕΑ. Στην επόμενη παράγραφο παρουσιάζονται οι έννοιες αυτές.

2.1.3 Χρησιμοποιούμενη ορολογία

Σε έναν ΕΑ ένας *πληθυσμός ατόμων* (population of individuals) οδηγείται (εξελισσεται) προς τη λύση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης με χρήση *τελεστών* (operators) στα άτομα του πληθυσμού. Οι τελεστές αυτοί τροποποιούν τα άτομα, εισάγουν νέα άτομα στον πληθυσμό ή αφαιρούν άτομα από αυτόν.

Ένα *άτομο* (individual) είναι η αναπαράσταση μιας πιθανής λύσης του προβλήματος βελτιστοποίησης, μια αναπαράσταση των μεταβλητών της λύσης αυτής. Το άτομο κατά συνέπεια περιέχει πληροφορίες για τη θέση της πιθανής λύσης στο χώρο λύσεων του προβλήματος. Επίσης περιέχει πληροφορίες για την καταλληλότητα της λύσης αυτής, κατά πόσο δηλαδή αυτή πλησιάζει τη βέλτιστη.

Οι τελεστές που επιδρούν στον πληθυσμό συχνά χωρίζονται σε δυο κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι τελεστές οι οποίοι τροποποιούν τα άτομα του πληθυσμού και στη δεύτερη, εκείνοι που προσθέτουν ή αφαιρούν άτομα από τον πληθυσμό.

Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι τελεστές *μετάλλαξης* (mutation) και *διασταύρωσης* (crossover). Οι τελεστές αυτής της κατηγορίας τροποποιούν τα άτομα, αυξάνοντας την ποικιλότητα του πληθυσμού και κατά συνέπεια δημιουργώντας νέες πιθανές λύσεις. Ο τελεστής της μετάλλαξης προσομοιώνει την αντίστοιχη φυσική διαδικασία δηλαδή λαμβάνει ένα άτομο και τροποποιεί τις παραμέτρους του. Αντίστοιχα ο τελεστής της διασταύρωσης λαμβάνει δυο (ή και μερικές φορές περισσότερα) άτομα (γονείς) και δημιουργεί έναν ή περισσότερους απογόνους από αυτά. Οι απόγονοι λαμβάνουν κάποια από τα χαρακτηριστικά των γονέων.

Στην δεύτερη κατηγορία ανήκει ο τελεστής της *επιλογής* (selection) ή *αναπαραγωγής* (reproduction) όπως αλλιώς αναφέρεται. Σκοπός του είναι να επιλέξει τα καλύτερα άτομα του πληθυσμού τα οποία στη συνέχεια θα εισαχθούν στον τελεστή της διασταύρωσης.

Η *συνάρτηση κόστους* (pay-off function) ή καταλληλότητας (fitness) του ατόμου είναι το κριτήριο επιλογής ενός ατόμου από τον τελεστή επιλογής. Η συνάρτηση κόστους μετράει το πόσο κοντά βρίσκεται το κάθε άτομο του πληθυσμού στη βέλτιστη λύση.

Οι EA διαχωρίζονται στις επόμενες κατηγορίες βάσει του τρόπου που ανααιρούνται τα άτομα από τον πληθυσμό σε:

Γενεαλογικούς EA (generational EA) : ο αριθμός των δημιουργούμενων απογόνων ισούται με τον αριθμό των γονέων και οι απόγονοι αντικαθιστούν πλήρως τους γονείς. Κατά συνεπεία ο αριθμός των ατόμων στο πληθυσμό παραμένει σταθερός.

Επιλεκτικούς ή ελιτιστικούς EA (elitist EA) : ένας αριθμός βέλτιστων ατόμων διατηρείται από γενιά σε γενιά. Σε αντίθεση με τους γενεαλογικούς ο αριθμός των ατόμων στο πληθυσμό παραμένει είτε σταθερός είτε μεταβάλλεται.

Μόνιμης κατάστασης EA (steady-state EA) : αποτελούν στην ουσία συνδυασμό των δυο παραπάνω κατηγοριών. Τα άτομα κάθε γενιάς αποτελούνται από γονείς και απογόνους της προηγούμενης γενιάς. Οι οποίοι επιλέγονται βάσει της καταλληλότητάς τους.

2.1.4 Κύριες μεθοδολογίες εξελικτικών αλγορίθμων

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι έχουν εμφανιστεί με τρεις διαφορετικές μορφές, οι οποίες έχουν ακολουθήσει διακριτή πορεία και έχουν παρουσιάσει ισχυρές αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους. Οι μορφές αυτές είναι: οι **Γενετικοί Αλγόριθμοι** (Genetic Algorithms, GA), ο **Εξελικτικός Προγραμματισμός** (Evolutionary Programming, EP) και οι **Εξελικτικές Στρατηγικές** (Evolution Strategies, ES). Ως παρακλάδι των Γενετικών Αλγορίθμων εξελίχθηκε πρόσφατα ο **Γενετικός Προγραμματισμός** (Genetic Programming, GP).

Γενετικοί αλγόριθμοι : Προταθήκαν από τον Holland (Holland, 1975). Σε αντίθεση με τις υπόλοιπες τεχνικές, ο Holland είχε ως στόχο, όχι το σχεδιασμό αλγορίθμων που να επιλύουν συγκεκριμένα προβλήματα, αλλά να εξετάσει κατά τρόπο γενικό το φαινόμενο της προσαρμογής, όπως αυτό παρατηρείται στη φύση και να αναπτύξει τρόπους, ώστε οι μηχανισμοί της φυσικής προσαρμογής να προσαρμοσθούν σε υπολογιστικά συστήματα.

Εξελικτικές στρατηγικές : Οι ΕΣ μιμούνται τη φυσική εξέλιξη. Οι ΕΣ διαφέρουν από τους ΓΑ επειδή οι αρχικές εφαρμογές για τις οποίες οι αλγόριθμοι αναπτυχθήκαν είναι διαφορετικές. Οι ΕΣ εισήχθησαν στη δεκαετία του '60 από τον Rechenberg (1973) και αναπτυχθήκαν περαιτέρω από τον Schwefel (1975) από τον οποίο έγιναν και οι πρώτες προσπάθειες να χρησιμοποιηθούν οι ΕΣ στη λύση διακριτών προβλημάτων βελτιστοποίησης (Schwefel, 1975). Τυπικά οι ΕΣ χρησιμοποιούν κωδικοποίηση με πραγματικές τιμές και μόνο τη μετάλλαξη ως τεχνική διαφοροποίησης των χρωμοσωμάτων, ενώ προσομοιάζουν με τεχνικές ανάβασης (hill climbing). Ο χώρος των ΕΣ παρέμεινε ένας ενεργός χώρος έρευνας και αναπτύχθηκε ανεξάρτητα από αυτόν των ΓΑ, αν και πρόσφατα έχουν αρχίσει να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους (Back και Hammel, 1997)¹.

Εξελεγκτικός προγραμματισμός : Χρησιμοποιήθηκε πρώτη φορά από τον Fogel το 1960 (Back και Hammel, 1997) με σκοπό να διερευνήσει τη δυνατότητα εξέλιξης της τεχνητής νοημοσύνης με την έννοια ότι η μηχανή θα μπορεί να προβλέπει αλλαγές στο περιβάλλον της και να αντιδρά κατάλληλα. Μέχρι σήμερα ο ΕΠ δεν έχει κάποια συγκεκριμένη δομή σε αντίθεση με άλλες εξελικτικές μεθόδους. Ο κύριος γενετικός τελεστής είναι η μετάλλαξη. Και ο ανασυνδιασμός χρησιμοποιείται σπάνια. Στο σχήμα 2.2 παρουσιάζεται η βασική δομή ενός ΕΠ.

(0) Χρονική στιγμή $t=0$

Αρχικοποίηση πληθυσμού λύσεων $P(t=0)$

Αξιολόγηση του πληθυσμού των λύσεων

(1) Χρονική στιγμή $t+1$

Επιλογή νέου πληθυσμού λύσεων $P(t+1)$ από τον παλιό $P(t)$

Εφαρμογή τελεστών πάνω στο νέο πληθυσμό

Αξιολόγηση του νέου πληθυσμού

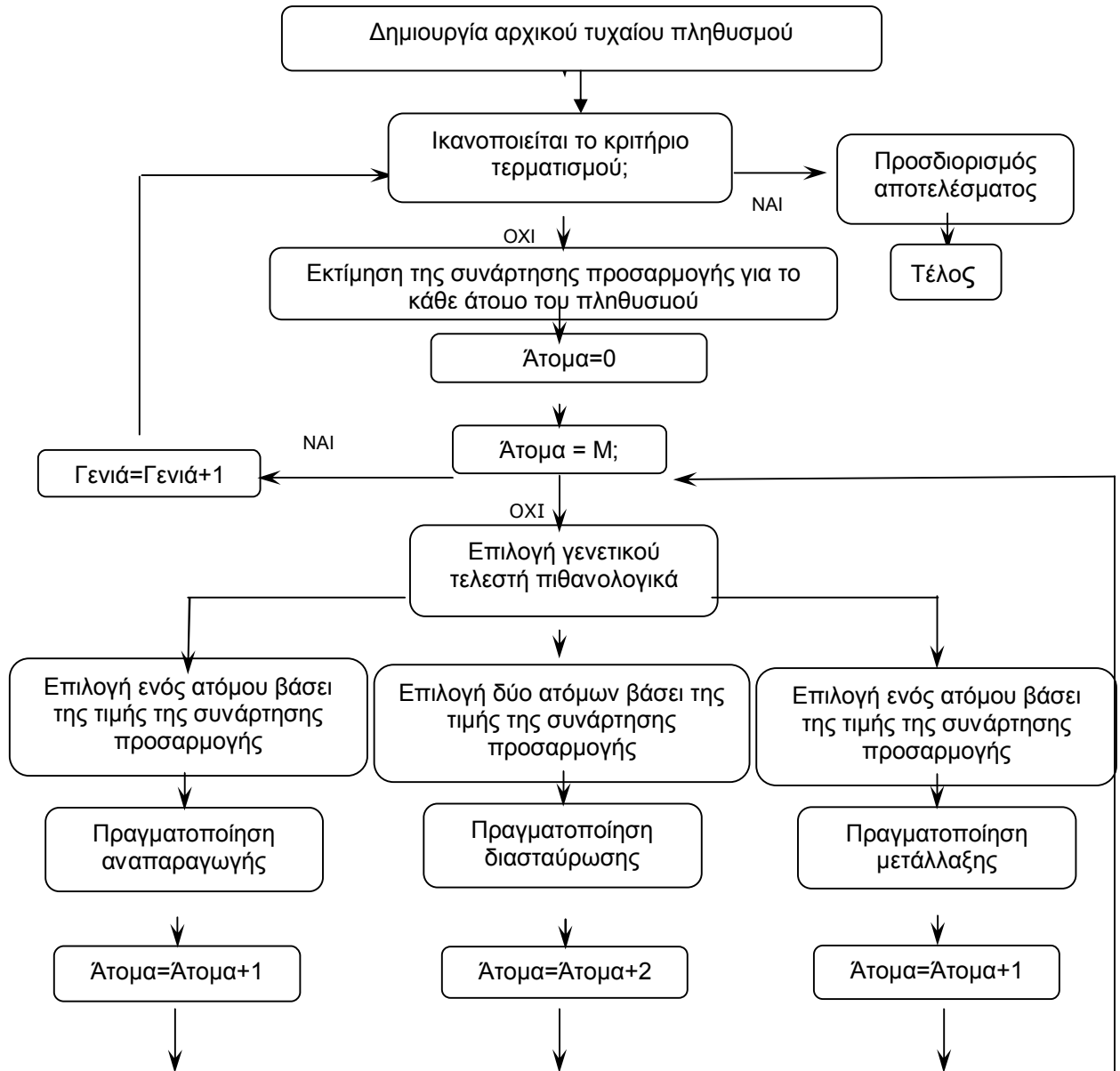
Επιστροφή στο (1) με $t=t+1$

Σχήμα 2.2 : Η δομή ενός εξελικτικού προγράμματος

Γενετικός προγραμματισμός : Είναι μια τεχνική ΕΑ που αναπτύχθηκε για να εξετάσει τη δημιουργία προγραμμάτων υπολογιστών (Koza, 1992). Ο ΓΠ χρησιμοποιεί τις ίδιες διαδικασίες με τους υπόλοιπους ΕΑ (επιλογή, αναπαραγωγή, διασταύρωση, μετάλλαξη) για να αναπαράγει γενετικά έναν πληθυσμό

¹ <http://www.phy.ornl.gov/csep/CSEP/MO/NODE44A.html>

προγραμμάτων υπολογιστών με μια επιπλέον διαδικασία, τη διαδικασία της αλλαγής της αρχιτεκτονικής. Οι ρίζες του ΓΠ ξεκινούν με τους εξελικτικούς αλγορίθμους που χρησιμοποιούνται πρώτα από τον Nils Aall Barricelli το 1954 όπως εφαρμόζεται στις εξελικτικές προσομοιώσεις αλλά γίνονται ευρέως αναγνωρισμένοι ως μέθοδοι βελτιστοποίησης, αποτέλεσμα της εργασίας το Ingo Rechenberg στη δεκαετία του '60 και την πρόωρη δεκαετία του '70².



Σχήμα 2.3 : Διάγραμμα ροής γενετικού προγραμματισμού³

² www.wikipedia.com

³ Jaime Fernandez, The Genetic Programming notebook, The GP tutorial, 1996, 20 Σεπτεμβρίου 2005.
<http://www.geneticprogramming.com/Tutorial/index.html>

Οι διαφορές μεταξύ των Γενετικών Αλγορίθμων, των Εξελικτικών Στρατηγικών και του Εξελικτικού Προγραμματισμού εντοπίζονται στα ακόλουθα σημεία:

- Στις μετατροπές των λύσεων για τη δημιουργία απογόνων.
- Στις μεθόδους που εφαρμόζονται για την επιλογή νέων γονέων.
- Στις μορφές των απεικονίσεων που χρησιμοποιούνται για την αντιπροσώπευση των λύσεων.

Αυτές οι διαφορές είναι μικρής σημασίας σε σχέση με τα κοινά χαρακτηριστικά που μοιράζονται οι τεχνικές αυτές. Σημειώνεται ότι με την πάροδο του χρόνου κάθε μέθοδος έχει δανειστεί στοιχεία από τις υπόλοιπες, με αποτέλεσμα οι διαφορές μεταξύ των τριών Εξελικτικών Αλγορίθμων να έχουν αμβλυνθεί περισσότερο.

2.1.5 Εφαρμογές εξελικτικών αλγορίθμων

Οι ΕΑ μπορούν να δώσουν λύσεις σε πάρα πολλούς τομείς και οι εφαρμογές τους αυξάνονται συνεχώς. Οι ΕΑ καταφέρνουν να δώσουν λύση όταν καμία άλλη γνωστή στρατηγική επίλυσης προβλημάτων δεν μπορεί και το πρόβλημα προς λύση είναι NP-complete.

Μερικές από τις εφαρμογές των ΕΑ παρουσιάζονται παρακάτω :

Χρονοδρομολόγηση (scheduling)

Στα προβλήματα χρονοδρομολόγησης ζητείται να βρεθεί η βέλτιστη σειρά εκτέλεσης ενός πλήθους εργασιών με τέτοιο τρόπο ώστε να μην παραβιάζονται κάποιοι κανόνες. Συνήθως απαιτείται η βέλτιστη αξιοποίηση των διαθέσιμων πόρων ή η ελαχιστοποίηση του απαιτούμενου χρόνου για την ολοκλήρωση μιας σειράς εργασιών. Τέτοιου είδους προβλήματα αντιμετωπίζονται στη βιομηχανία (π.χ. γραμμές παράγωγης), στις συγκοινωνίες κ.ά.

Επεξεργασία εικόνας

Στο χώρο αυτόν οι ΕΑ χρησιμοποιούνται για να συγκρίνουν εικόνες που πάρθηκαν σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, όπως ακτινογραφίες, εικόνες από δορυφόρους κ.ά., για τον εντοπισμό αντικειμένων σε μια εικόνα, για την αυτόματη κατάταξη αντικειμένων σε μια εικόνα με βάση κάποια κριτήρια, όπως σε εφαρμογές CAD (Computer Aided Design).

Νευρωνικά Δίκτυα

Τα νευρωνικά δίκτυα είναι προγράμματα που προσομοιώνουν, με μια πολύ απλοποιημένη μορφή, την λειτουργία του νευρικού συστήματος με στόχο την επίλυση διαφόρων προβλημάτων. Οι ΕΑ μπορούν να βοηθήσουν τόσο στο στάδιο της εκπαίδευσης ενός νευρωνικού δικτύου όσο και στο βέλτιστο σχεδιασμό της δομής του.

Προβλέψεις

Σαν προβλήματα πρόβλεψης θεωρούνται αυτά όπου ζητείται η εκτίμηση μια μελλοντικής συμπεριφοράς με βάση κάποια ιστορικά δεδομένα. Σαν τέτοια αναφέρονται προβλήματα πρόβλεψης καιρού, σεισμών, του αποτελέσματος ενός αγώνα κ.ά.

Οικονομία

Οι ΕΑ στην οικονομία μπορούν να δώσουν λύσεις σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών όπως στις οικονομικές προβλέψεις, σε διαδικασίες έγκρισης πίστωσης, σε επενδυτικές αναλύσεις, στις χρηματαγορές κ.ά. Ειδικότερα στο χρηματιστήριο οι ΕΑ χρησιμοποιούνται από μεγάλους επενδυτικούς οργανισμούς σε συνδυασμό με νευρωνικά δίκτυα και τη θεωρία του χάους.

Οι ΕΑ χρησιμοποιούνται επίσης για την βελτιστοποίηση δύσκολων και σύνθετων συναρτήσεων, στις τηλεπικοινωνίες και τα δίκτυα, στο βιομηχανικό σχεδιασμό, στη ρομποτική και σε πάρα πολλούς άλλους τομείς.

2.2 Γενετικοί αλγόριθμοι

2.2.1 Ιστορική αναδρομή

Οι γενετικοί αλγόριθμοι επινοήθηκαν από τον J. Holland τη δεκαετία του '60 και αναπτύχθηκαν από τον ίδιο και τους φοιτητές του τις δεκαετίες του '60 και του '70. Σε αντίθεση με τις στρατηγικές εξέλιξης και τον εξελικτικό προγραμματισμό, ο αρχικός στόχος του Holland δεν ήταν να κατασκευάσει αλγορίθμους που να λύνουν συγκεκριμένα προβλήματα, αλλά μάλλον να μελετήσει συστηματικά το φαινόμενο της προσαρμογής, όπως λαμβάνει χώρα στη φύση, και να αναπτύξει τρόπους με τους οποίους οι μηχανισμοί της φυσικής προσαρμογής θα μπορούσαν να εμφυτευτούν

στα υπολογιστικά συστήματα. Ο Holland στο βιβλίο του «Adaptation in Natural and Artificial Systems», που δημοσίευσε το 1975, παρουσίασε το γενετικό αλγόριθμο ως μια αφαίρεση της βιολογικής εξέλιξης και έδωσε ένα θεωρητικό πλαίσιο προσαρμογής με γενετικούς αλγορίθμους.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι του Holland είναι μια μέθοδος μετακίνησης από έναν πληθυσμό χρωμοσωμάτων (ακολουθίες από bits 0 και 1) σε ένα νέο πληθυσμό, χρησιμοποιώντας ένα είδος φυσικής επιλογής μαζί με τελεστές επιλογής (selection), διασταύρωσης (crossover), μετάλλαξης (mutation) και αντιστροφής (inversion), εμπνευσμένες από τη γενετική. Κάθε χρωμόσωμα (που ουσιαστικά αποτελεί μια πιθανή λύση ενός δεδομένου προβλήματος) αποτελείται από γονίδια (δηλαδή bits), και κάθε γονίδιο είναι ένα συγκεκριμένο αλληλόμορφο (allele).

Ο τελεστής επιλογής διαλέγει τα χρωμοσώματα εκείνα του πληθυσμού στα οποία θα επιτραπεί να αναπαραχθούν, και κατά μέσο όρο τα χρωμοσώματα που προσαρμόζονται παράγουν περισσότερους απογόνους από τα λιγότερο προσαρμοσμένα.

Η διασταύρωση ανταλλάσσει τμήματα δύο χρωμοσωμάτων, κατά αντιστοιχία με το βιολογικό επανασυνδιασμό μεταξύ δύο οργανισμών ενός απλού χρωμοσώματος.

Η μετάλλαξη αλλάζει τυχαία τις τιμές των γονιδίων ορισμένων θέσεων σε ορισμένα χρωμοσώματα, και τέλος η αντιστροφή αντιστρέφει την τάξη μιας γειτνιάζουσας περιοχής του χρωμοσώματος, αναδιατάσσοντας με τον τρόπο αυτό τη σειρά με την οποία τοποθετούνται τα γονίδια.

Η εισαγωγή από τον Holland ενός βασισμένου στον πληθυσμό αλγορίθμου με επιλογή, διασταύρωση, μετάλλαξη και αντιστροφή ήταν μια μεγάλη καινοτομία. Οι στρατηγικές εξέλιξης του Rechenberg(1973) ξεκίνησαν με έναν πληθυσμό δύο ατόμων, ενός γονέα και ενός απογόνου, όπου ο απόγονος είναι μια μεταλλαγμένη παραλλαγή του γονέα. Πληθυσμοί πολλών ατόμων με διασταύρωση περιλήφθησαν αργότερα.

Αντίστοιχα, ο εξελικτικός προγραμματισμός του Walsh χρησιμοποιούσε μόνο μετάλλαξη για να προκαλέσει ποικιλία.

Επιπλέον, ο Holland ήταν αυτός ο οποίος προσπάθησε πρώτος να θέσει την υπολογιστική εξέλιξη σε μια σταθερή θεωρητική βάση (Holland 1975). Μέχρι πρόσφατα η θεωρητική αυτή θεμελίωση, βασιζόμενοι στη θεωρία των σχημάτων (schemas), ήταν το θεμέλιο όλων των μεταγενέστερων θεωρητικών μελετών πάνω στους γενετικούς αλγορίθμους.

Κλείνοντας, είναι σημαντικό να τονιστεί πως μόλις τα τελευταία χρόνια υπήρξε ευρεία αλληλεπίδραση μεταξύ των ερευνητών οι οποίοι μελετούν τις μεθόδους του εξελικτικού υπολογισμού και έτσι τα σύνορα ανάμεσα στους γενετικούς αλγορίθμους, τις στρατηγικές εξέλιξης, τον εξελικτικό προγραμματισμό αλλά και άλλες εξελικτικές μεθοδολογίες έχουν εξαλειφθεί μέχρι κάποιο βαθμό. Σήμερα, ο όρος γενετικός αλγόριθμος χρησιμοποιείται για να περιγράψει κάτι αρκετά διαφορετικό από την αρχική ιδέα του Holland.

2.2.2 Ο Βασικός γενετικός αλγόριθμος

Οι γενετικοί αλγόριθμοι προσπαθούν να επιλύσουν ένα πρόβλημα όχι με μαθηματικό αλλά με βιολογικό τρόπο, γεγονός που τους δίνει μεγάλη ενδογενή ευελιξία. Φτάνουν στη βέλτιστη (ή σχεδόν στη βέλτιστη) λύση ανεξάρτητα από το αν το πρόβλημα είναι γραμμικό ή μη γραμμικό, διακριτό ή συνεχούς χρόνου, πολλών ή λίγων ακρότατων, NP ή non-NP complete.

Περιγραφή της Μεθόδου

Έστω λοιπόν ότι έχουμε το πρόβλημα της βελτιστοποίησης (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση) μιας συνάρτησης μίας ή πολλών μεταβλητών. Το ζητούμενο είναι να βρεθεί ο κατάλληλος (ή καλύτερα ο βέλτιστος) συνδυασμός των τιμών των μεταβλητών της συνάρτησης ώστε να αποκτήσει τη βέλτιστη (μέγιστη ή ελάχιστη) τιμή της. Στους γενετικούς αλγορίθμους μια οποιαδήποτε υποψήφια λύση ονομάζεται χρωμόσωμα. Κάθε χρωμόσωμα αποτελείται από ένα σύνολο γονιδίων και κάθε γονίδιο αντιπροσωπεύει και μια μεταβλητή της συνάρτησης. Αυτό δε, μπορεί να παρασταθεί από μια ακολουθία δυαδικών ψηφίων (0 ή 1). Αν για παράδειγμα η συνάρτηση είναι της μορφής $f(x,y,z)$, τότε κάθε πιθανή λύση αυτής (και επομένως και κάθε χρωμόσωμα) θα είναι της μορφής $[x \ y \ z]$, ή αν παρασταθεί με δυαδικά ψηφία θα είναι π.χ $[0 \ 0 \ 1 \ | \ 1 \ 1 \ 1 \ | \ 1 \ 1 \ 0]$. Στην προκειμένη περίπτωση το κάθε γονίδιο

παρίσταται με τρία δυαδικά ψηφία, και βεβαίως θα μπορούσε να παρίσταται με οσαδήποτε.

Η συνάρτηση προς βελτιστοποίηση που αναφέρθηκε προηγουμένως καλείται αντικειμενική συνάρτηση (objective function). Ως αντικειμενική συνάρτηση, επομένως, ενός προβλήματος βελτιστοποίησης καλείται η συνάρτηση που αντιπροσωπεύει ένα πρόβλημα και η οποία είναι προς βελτιστοποίηση. Αυτή μπορεί ανάλογα με το πρόβλημα να εκφράζει οικονομικό κόστος, χρονικό κόστος, ποσότητα κάποιου μεγέθους κτλ. Επίσης, μπορεί να παίρνει θετικές και αρνητικές τιμές. Μέσω κάποιας αντιστοιχίας με την αντικειμενική συνάρτηση παράγεται η συνάρτηση προσαρμογής (fitness function). Η συνάρτηση προσαρμογής χρησιμοποιείται, όπως θα παρουσιαστεί στη συνέχεια, στη διαδικασία της επιλογής και παίρνει μόνο μη αρνητικές τιμές.

Επιστρέφοντας στα χρωμοσώματα, ένα σύνολο χρωμοσωμάτων συγκεκριμένου πλήθους καλείται γενεά. Ο γενετικός αλγόριθμος μετά από ένα σύνολο πράξεων παράγει καινούργιες γενεές, με την προοπτική τα καινούργια χρωμοσώματα να είναι καλύτερα (να δίνουν δηλαδή μεγαλύτερη βέλτιστη τιμή) από αυτά των παλαιότερων γενεών. Λαμβάνει χώρα δηλαδή μια διαδικασία παρόμοια με τη φυσική διαδικασία της «επιβίωσης του ισχυρότερου».

Ειδικότερα, οι τρεις πράξεις (ή διαφορετικά τελεστές) του βασικού γενετικού αλγορίθμου είναι η επιλογή (selection), η διασταύρωση (crossover) και η μετάλλαξη (mutation). Τα βήματα του βασικού γενετικού αλγορίθμου όπως ονομάστηκε έτσι από τον Goldberg (1998) είναι:

(α) Ξεκινάει με έναν τυχαία παραγόμενο πληθυσμό από N l-bit χρωμοσώματα που αποτελούν τις υποψήφιες λύσεις για το εκάστοτε πρόβλημα.

(β) Υπολογίζει την καταλληλότητα (fitness) κάθε χρωμοσώματος i στον πληθυσμό.

(γ) Επαναλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα έως ότου δημιουργηθούν N απόγονοι :

i. Επιλέγει ένα ζευγάρι χρωμοσωμάτων από τον τρέχοντα πληθυσμό που θα αποτελέσει τους γονείς, με πιθανότητα επιλογής που είναι μια αύξουσα συνάρτηση της καταλληλότητας. Η επιλογή γίνεται "με αντικατάσταση", δηλαδή το ίδιο χρωμόσωμα μπορεί να επιλεγεί περισσότερο από μία φορά για να γίνει γονέας.

ii. Με πιθανότητα p_{cross} (πιθανότητα διασταύρωσης ή ποσοστό διασταύρωσης), διασταυρώνει το ζευγάρι σε ένα τυχαία επιλεγμένο σημείο για να διαμορφώσει δύο νέους απογόνους. Εάν δεν πραγματοποιείται διασταύρωση, οι δύο νέοι απόγονοι είναι τα ακριβές αντίγραφα των γονέων.

iii. Μεταλλάσσει κάθε σημείο των δύο απογόνων με πιθανότητα p_{mutation} (πιθανότητα μετάλλαξης ή ποσοστό μετάλλαξης), και τοποθετεί τα προκύπτοντα χρωμοσώματα στο νέο πληθυσμό. Εάν το N είναι περιττός αριθμός, τότε μπορεί να απορριφθεί ένα μέλος του νέου πληθυσμού με τυχαίο τρόπο.

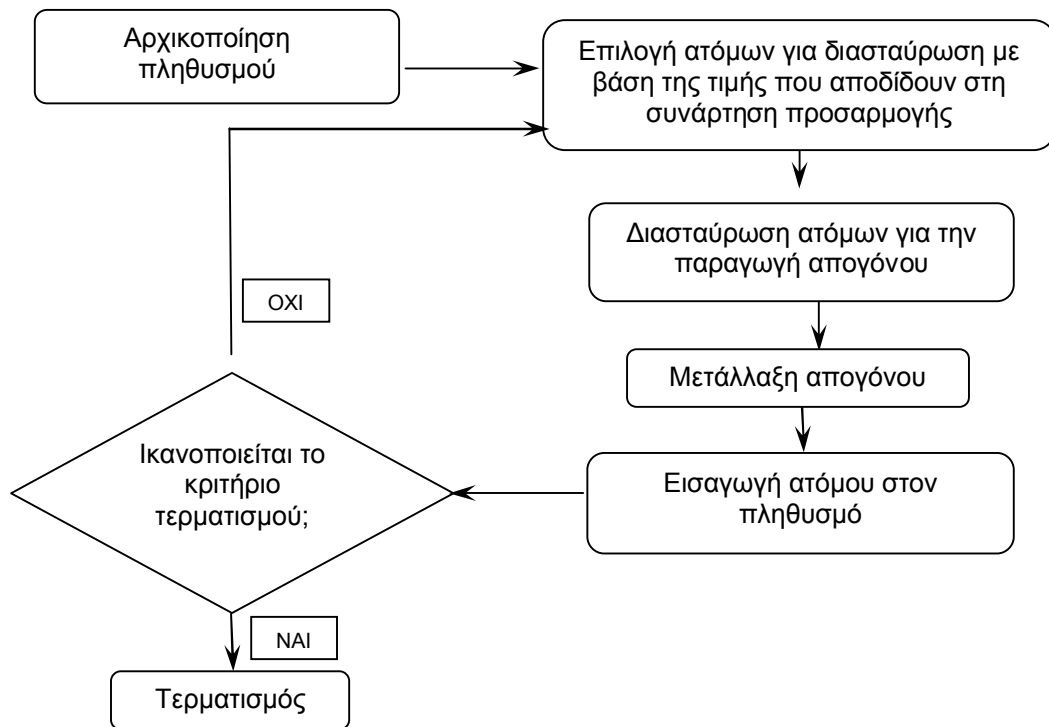
(δ) Αντικαθιστά τον τρέχοντα πληθυσμό με το νέο πληθυσμό που δημιουργήθηκε.

(ε) Επαναλαμβάνει τα βήματα (β)-(ε) μέχρι να ικανοποιηθεί η συνθήκη τερματισμού.

Όπως φαίνεται από τα παραπάνω, ο απλός γενετικός αλγόριθμος, όπως και κάθε άλλος απαιτεί τον καθορισμό έξι βασικών παραγόντων :

- (1) πως θα γίνει η αναπαράσταση της λύσης (solution representation),
- (2) ποια θα είναι η συνάρτηση επιλογής των χρωμοσωμάτων για αναπαραγωγή (selection function),
- (3) ποιοι θα είναι οι γενετικοί τελεστές που θα πραγματοποιήσουν την αναπαραγωγή (genetic operators),
- (4) πως θα επιλεγεί ο αρχικός πληθυσμός (initial population),
- (5) ποια θα είναι τα κριτήρια τερματισμού (termination criteria) και
- (6) ποια θα είναι η συνάρτηση αξιολόγησης (evaluation function).

Συνοψίζοντας όλα τα παραπάνω, παρουσιάζεται ένα διάγραμμα μιας πλήρους εκτέλεσης του βασικού γενετικού αλγορίθμου (Σχημα 2.4)



Σχήμα 2.4 : Διάγραμμα ροής ενός απλού γενετικού αλγορίθμου

2.2.3 Περιγραφή βασικών διαδικασιών

ΕΠΙΛΟΓΗ(Selection)

Ο τελεστής της επιλογής, το κριτήριο δηλαδή με βάση το οποίο κάποια χρωμοσώματα θα επιλεγθούν και κάποια θα απορριφθούν από τις επόμενες γενεές, αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα σημεία των γενετικών αλγορίθμων. Πολλοί είναι οι μηχανισμοί που έχουν προταθεί και χρησιμοποιηθεί για την πράξη της επιλογής. Όλοι αυτοί οι μηχανισμοί έχουν ένα κοινό: χρησιμοποιούν τη συνάρτηση προσαρμογής για να “κρίνουν” κατά πόσο ένα χρωμόσωμα είναι ικανό να επιβιώσει. Ένα χρωμόσωμα με μεγαλύτερη τιμή της συνάρτησης προσαρμογής έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να επιβιώσει σε σχέση με αυτό που έχει μικρότερη τιμή.

ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗ (Crossover)

Μόλις ένα ζευγάρι χρωμοσωμάτων επιλεγεί ως ζευγάρι από γονείς, ένα ζευγάρι από παιδιά δημιουργείται με τη διασταύρωση και την μετάλλαξη των γονιών χρησιμοποιώντας τις βασικές λειτουργίες του γενετικού αλγορίθμου, (διασταύρωση και μετάλλαξη). Οι λειτουργίες αυτές εφαρμόζονται με πιθανότητες p_{cross} και p_{mutation} , αντιστοίχως. Η συνάρτηση της διασταύρωσης δέχεται τους γονείς και παράγει δύο παιδιά, εάν ισχύει $p > p_{\text{cross}}$. Το τμήμα του χρωμοσώματος που βρίσκεται πίσω από το επιλεγόμενο σημείο αντιγράφεται από τον γονέα 1 στο παιδί 1 και από τον γονέα 2 στο παιδί 2. Το τμήμα από το χρωμόσωμα του γονέα 1 ακολουθώντας το τυχαία επιλεγόμενο σημείο τοποθετείται στις αντίστοιχες θέσεις στο παιδί 2 και το αντίστροφο για το τμήμα που απομένει του χρωμοσώματος του γονέα 2. Εάν $p < p_{\text{cross}}$, ολόκληρο το χρωμόσωμα του γονέα 1 αντιγράφεται στο παιδί 1 και ομοίως για τον γονέα 2 και το παιδί 2. Η απόφαση λοιπόν αν θα λειτουργήσει η όχι διασταύρωση εμπλέκει την παραγωγή ενός τυχαίου αριθμού μεταξύ 0 και 1 και την σύγκριση του με την τιμή p_{cross} . Η επίδραση της διασταύρωσης συνεπώς εξυπηρετεί την ανατοποθέτηση των γονιδίων με στόχο την εξεύρεση όλο και καλύτερων συνδυασμών τους ως προς την τιμή της προσαρμοστικότητας τους. Η λειτουργία αυτή γίνεται πιο κατανοητή στο παρακάτω σχήμα (σχήμα 2.5).

ΜΕΤΑΛΛΑΞΗ (Mutation)

Η μετάλλαξη είναι η τρίτη και τελευταία λειτουργία του γενετικού αλγορίθμου, ωστόσο έχει δευτερεύοντα ρόλο. Η χρήση της επιβάλλεται από το γεγονός ότι ακόμα και αν η αναπαραγωγή και η διασταύρωση ψάχνουν και ανασυνδυάζουν αποδοτικά τα υπάρχοντα στοιχεία, μερικές φορές είναι δυνατόν να «χάσουν» κάποια χρήσιμα γενετικά στοιχεία (μονάδες ή μηδενικά σε συγκεκριμένες θέσεις). Ακόμα προστατεύει από την πιθανότητα όλα τα χρωμοσώματα να αποκτήσουν την ίδια τιμή με το πέρας των γενιών. Στον γενετικό αλγόριθμο λοιπόν, η μετάλλαξη είναι η περιστασιακή και τυχαία αλλαγή της τιμής σε μια θέση του χρωμοσώματος, που πρακτικά σημαίνει την αλλαγή από 1 σε 0 και το αντίστροφο. Έχει αποδειχθεί εμπειρικά ότι η συχνότητα της μετάλλαξης για την επίτευξη καλών αποτελεσμάτων είναι της τάξης της μιας αλλαγής ανά χίλια bits, γεγονός που την καθιστά ως δευτερεύοντα μηχανισμό της προσαρμογής του γενετικού αλγορίθμου. Στο σχήμα (σχήμα 2.6) που ακολουθεί φαίνονται τα προαναφερθέντα.

Πριν τη διασταύρωση

Σημείο διασταύρωσης

Γονέας 1



1	1	0	0	1	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Γονέας 2

1	0	0	0	0	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Μετά τη διασταύρωση

Απόγονος 1

1	1	0	0	1	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Απόγονος 2

1	0	0	1	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Σχήμα 2.5 : Παράδειγμα διασταύρωσης

Πριν τη μετάλλαξη

Στοιχείο μετάλλαξης

Χρωμόσωμα 1



1	1	0	1	1	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Μετά τη μετάλλαξη

Χρωμόσωμα 2

1	0	0	0	0	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Σχήμα 2.6 : Παράδειγμα μετάλλαξης

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

Η αντικειμενική συνάρτηση (fitness function) ή συνάρτηση προσαρμοστικότητας (objective function) χρησιμεύει στην ανάθεση μιας τιμής προσαρμοστικότητας σε κάθε χρωμόσωμα του πληθυσμού του γενετικού αλγορίθμου. Η συνάρτηση προσαρμοστικότητας αποτελεί την μοναδική σύνδεση μεταξύ του φυσικού προβλήματος που βελτιστοποιείται και του γενετικού αλγορίθμου. Οι μόνοι περιορισμοί σχετικά με την μορφή και το περιεχόμενο αυτής της συνάρτησης είναι αφ' ενός ότι η τιμή προσαρμοστικότητας έχει την έννοια της αναλογίας ως προς τον δείκτη καταλληλότητας μιας υπό δοκιμής λύσης και αφ' ετέρου πρέπει η τιμή αυτή να είναι θετική.

2.2.4 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των γενετικών αλγορίθμων

Μερικά από τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα που έχει η χρήση ΓΑ για την επίλυση προβλημάτων είναι τα εξής :

Μπορούν να επιλύσουν δύσκολα προβλήματα γρήγορα και αξιόπιστα. Ένας από τους σημαντικότερους λόγους χρήσης των ΓΑ είναι η μεγάλη τους αποτελεσματικότητα. Προβλήματα που έχουν δύσκολα προσδιορισμένες και πολλές λύσεις έχει αποδειχθεί τόσο στη θεωρία όσο και στην πράξη ότι επιλύονται καλύτερα με την εφαρμογή των ΓΑ.

Είναι εύκολα επεκτάσιμοι και εξελίξιμοι. Οι ΓΑ δεν αντιστέκονται σε αλλαγές, επεκτάσεις και μετεξελίξεις ανάλογα με την κρίση του σχεδιαστή. Σε πολλές εφαρμογές, έχουν αναφερθεί λειτουργίες των ΓΑ που δεν είναι δανεισμένες από τη φύση ή που έχουν υποστεί σημαντικές αλλαγές πάντα προς όφελος της απόδοσης. Σε ορισμένες περιπτώσεις, όχι απλά είναι αναγκαίες κάποιες παραλλαγές στο βασικό σχήμα αλλά επιβάλλονται.

Εφαρμόζονται σε πολύ περισσότερα πεδία από κάθε άλλη μέθοδο. Οι ΓΑ μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην οικονομία, στο σχεδιασμό μηχανών, στην εκπαίδευση νευρωνικών δικτύων και σε πολλούς άλλους τομείς. Το χαρακτηριστικό που επιτρέπει αυτή την ευελιξία των ΓΑ είναι η ελευθερία επιλογής των κριτηρίων που καθορίζουν την επιλογή μέσα στο τεχνητό περιβάλλον.

Μπορούν να συνεργαστούν εύκολα με τα υπάρχοντα μοντέλα και συστήματα.

Οι ΓΑ μπορούν εύκολα να συνεργαστούν με τον υπάρχοντα κώδικα χωρίς μεγάλο κόπο, μη απαιτώντας την επανασχεδίαση των μοντέλων αφού μπορούν να χρησιμοποιηθούν με προσθετικό τρόπο. Αυτό συμβαίνει διότι δεν ενδιαφέρει άμεσα ο ρόλος της μέσα στο σύστημα ή η όλη δομή του συστήματος αλλά μόνο οι πληροφορίες της διαδικασίας ή της συνάρτησης που πρόκειται να βελτιστοποιηθεί.

Μπορούν να συμμετέχουν σε υβριδικές μορφές με άλλες μεθόδους. Σε μερικές ειδικές περιπτώσεις προβλημάτων υπάρχει η δυνατότητα χρησιμοποίησης ενός υβριδικού σχήματος ΓΑ με άλλη μέθοδο και αυτό γιατί οι άλλες μέθοδοι συμβαίνει να έχουν υψηλότερη αποδοτικότητα παρόλο που οι ΓΑ έχουν μεγάλη ισχύ.

Δεν ενδιαφέρει η σημασία της υπό εξέταση πληροφορίας. Η μόνη 'επικοινωνία' του ΓΑ με το περιβάλλον είναι η αντικειμενική συνάρτηση. Έτσι ανεξάρτητα από την σημασία του προβλήματος οι ΓΑ εγγυώνται την επιτυχία τους. Βέβαια αυτό δεν σημαίνει ότι δεν υπάρχουν άλυτα προβλήματα για τους ΓΑ. Στο γεγονός αυτό δεν ευθύνεται το πληροφοριακό περιεχόμενο του προβλήματος αλλά η φύση του χώρου που ερευνούν.

Δεν απαιτούν περιορισμούς στις συναρτήσεις που επεξεργάζονται. Σε αντίθεση με τις παραδοσιακές μεθόδους όπου πολλά προβλήματα απαιτούν την παρουσία περιορισμών, καθιστώντας τις μεθόδους δύσκαμπτες και ακατάλληλες, οι ΓΑ είναι αδιάφοροι σε τέτοιου είδους ιδιότητες.

Οι ΓΑ κάνουν αναζήτηση σε πολλά σημεία ταυτόχρονα και όχι μόνο σε ένα. Σε πολλές μεθόδους βελτιστοποίησης, η επεξεργασία γίνεται βήμα προς βήμα, πηγαίνοντας προσεχτικά από σημείο σε σημείο του πεδίου ορισμού του προβλήματος. Οι ΓΑ ενεργούν ταυτόχρονα πάνω σε ένα ευρύ σύνολο σημείων (σύνολο από συμβολοσειρές). Ένας ΓΑ αρχίζει το 'ψάξιμο' του από ένα από ένα πληθυσμό συνδυασμό συμβολοσειρών και κατόπιν παράγει διαδοχικά καινούργιους. Έπειτα, τρέχοντας ο αλγόριθμος δημιουργεί νέους πληθυσμούς που συγκλίνουν προς την επιθυμητή λύση.

Παρόλα τα σημαντικά πλεονεκτήματα που παρουσιάζει η τεχνολογία των ΓΑ, υπάρχουν και κάποιοι λόγοι οι οποίοι θα μπορούσαν σίγουρα να σταθούν εμπόδιο στην εξάπλωση τους.

Ένας λόγος που άργησε η τεχνολογία των ΓΑ να εφαρμοστεί, αν και δεν αποτελεί πρόσφατη ανακάλυψη, είναι η δυσκολία εξοικείωσης με τη γενετική. Η βιολογία δεν έχει άμεση σχέση με τους υπολογιστές γι'αυτό και για όσους ασχολούνται με την επιστήμη των υπολογιστών, οι έννοιες της εξέλιξης και της φυσικής επιλογής δεν είναι και τόσο οικείες, αν και δεν απαιτούνται οι γνώσεις της γενετικής και της βιολογίας. Οι ΓΑ έχουν απλά δανειστεί από το χώρο της Βιολογίας κάποιους όρους και μιμούνται με αφαιρετικό τρόπο κάποιες διαδικασίες που παρατηρούνται στη φύση χωρίς αυτό να οδηγεί τους επιστήμονες σε άγνωστα πεδία μιας ξένης επιστήμης και τελικά, στη σύγχυση τους. Η πορεία των ΓΑ στο χρόνο είναι πλήρως ανεξάρτητη και αυτοδύναμη και δεν εξαρτάται σε καμία περίπτωση από την εξέλιξη στο χώρο της βιολογίας και τις αντίστοιχες θεωρίες της.

Ένα επιπλέον πρόβλημα που παρουσιάζεται είναι το πρόβλημα του χρόνου. Στη φύση, η εξέλιξη λειτουργεί με αργούς ρυθμούς και απαιτείται αρκετός χρόνος για να αλλάξουν τα χαρακτηριστικά των ειδών και να διαφοροποιηθούν οι συμπεριφορές τους. Στο πεδίο, όμως, των υπολογιστών τα άτομα κωδικοποιούνται συνήθως ως συμβολοσειρές και οι συνθήκες του περιβάλλοντος μοντελοποιούνται με απλές μαθηματικές σχέσεις. Έτσι το μοντέλο που καλείται ο υπολογιστής να δουλέψει δεν παρουσιάζει ιδιαίτερο υπολογιστικό φόρτο σε σχέση πάντα με αντίστοιχες μεθόδους, επιτυγχάνοντας έτσι αρκετά υψηλές ταχύτητες.

2.3 Διαφορικός εξελικτικός αλγόριθμος (ΔΕΑ)

2.3.1 Εισαγωγή

Ο διαφορικός εξελικτικός αλγόριθμος δημιουργήθηκε από τις προσπάθειες του Ken Price να επιλύσει το πολυωνυμικό πρόβλημα Chebyshev που είχε προταθεί από τον Rainer Storn. Μία αιφνίδια επαναστατική πρόοδος συνέβη, όταν ο Price σκέφτηκε να χρησιμοποιήσει διαφορές διανυσμάτων για να διαταράξει τον διανυσματικό πληθυσμό. Από αυτή την ιδέα προκλήθηκε ένας ασταμάτητος διάλογος, ανταλλαγή απόψεων και ακατάπαυστος στοχασμός των δύο προαναφερθέντων επιστημόνων. Προσομοιώσεις σε υπολογιστές και από τις δύο μεριές απέφεραν τελικά ουσιαστικές βελτιώσεις, που συνέθεσαν την σημερινή εικόνα του διαφορικού

εξελικτικού αλγορίθμου ⁴ . Είναι αλγόριθμοι ευπροσάρμοστοι, εύρωστοι και αποτελεσματικοί, που τα τελευταία χρόνια έχουν βρει εφαρμογή τόσο σε πραγματικά, όσο και σε τεχνητά προβλήματα βελτιστοποίησης.

Ο ΔΕΑ ανήκει στην ευρύτερη ομάδα των εξελικτικών αλγορίθμων, και είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικός κυρίως για τη βελτιστοποίηση συναρτήσεων πραγματικών μεταβλητών (Storn και Price, 1995). Ο Storn έχει παρουσιάσει εντυπωσιακά αποτελέσματα, τα οποία δείχνουν ότι ο ΔΕΑ υπερτερεί άλλων εξελικτικών μεθόδων. Η “κοινωνία του ΔΕΑ” εξελίσσεται από τα πρώτα χρόνια εξέλιξης του συγκεκριμένου αλγορίθμου (1994 - 1996) και από τότε πολλοί ερευνητές τον αναλύουν και εργάζονται πάνω στη χρήση του.

Ο ΔΕΑ κέρδισε την 3^η θέση στον Πρώτο Διεθνή Διαγωνισμό Εξελικτικού Υπολογισμού ([First International Contest on Evolutionary Computation](#)), που πραγματοποιήθηκε στη Nagoya τον Μάιο του 1996 (οι πρώτες δύο θέσεις δόθηκαν σε μη-γενετικού τύπου αλγορίθμους που δεν είναι πάντοτε εφαρμόσιμοι, αλλά επέλυσαν το δοθέν πρόβλημα πιο γρήγορα από τον ΔΕΑ). Ο ΔΕΑ, αποδείχτηκε δηλαδή, ο καλύτερος γενετικού τύπου αλγόριθμος για την επίλυση πραγματικών τιμών συναρτήσεων, υπερνικώντας άλλους ως τότε γνωστούς και ευρέως χρησιμοποιούμενους αλγορίθμους ⁴ .

2.3.2 Η μεθοδολογία του ΔΕΑ

Στην περίπτωση του ΔΕΑ (Storn και Price, 1995), έχουμε να κάνουμε με έναν παράλληλο αλγόριθμο αναζήτησης για μη γραμμικά προβλήματα, ο οποίος χρησιμοποιεί σε κάθε γενιά NP διανύσματα παραμέτρων της μορφής:

$$\vec{x}_{j,G}, j = 0, NP - 1$$

όπου το G αριθμεί τις γενιές. Ο αρχικός πληθυσμός των διανυσμάτων δημιουργείται τυχαία αν δεν έχουμε κάποια πληροφορία για το σύστημα, υποθέτοντας ομοιόμορφη κατανομή πιθανότητας για οποιοδήποτε τυχαίο

⁴ [Franz Josef Ahlers](#), Walter Di Carlo, [Claudio Fleiner](#), [Lester Godwin](#), [Mick \(Mikal Keenan\)](#), Rituraj Deb Nath, [Arnold Neumaier](#), [James R. Phillips](#), [Kenneth Price](#), [Rainer Storn](#), [Peter Turney](#), [Feng-Sheng Wang](#), Jim Van Zandt, Differential evolution(DE), 2000, 14 Σεπτεμβρίου 2005. [http:// icsi.berkeley.edu/~storn/index.html](http://icsi.berkeley.edu/~storn/index.html)

παράγοντα πρέπει να “γεννήσουμε”, εκτός αν ρητά δηλώνεται κάτι διαφορετικό. Αν πάλι διαθέτουμε κάποια προκαταρκτική λύση, τότε εκκινούμε προσθέτοντας ομαλά κατανεμημένες τυχαίες αποκλίσεις στην ονομαστική αυτή λύση $\vec{x}_{nom,0}$. Στη συνέχεια, ο πληθυσμός αυτός εξελίσσεται κατά την πάροδο του χρόνου και τέλος διερευνά το πεδίο αναζήτησης με στόχο την εύρεση του ελάχιστου της αντικειμενικής συνάρτησης.

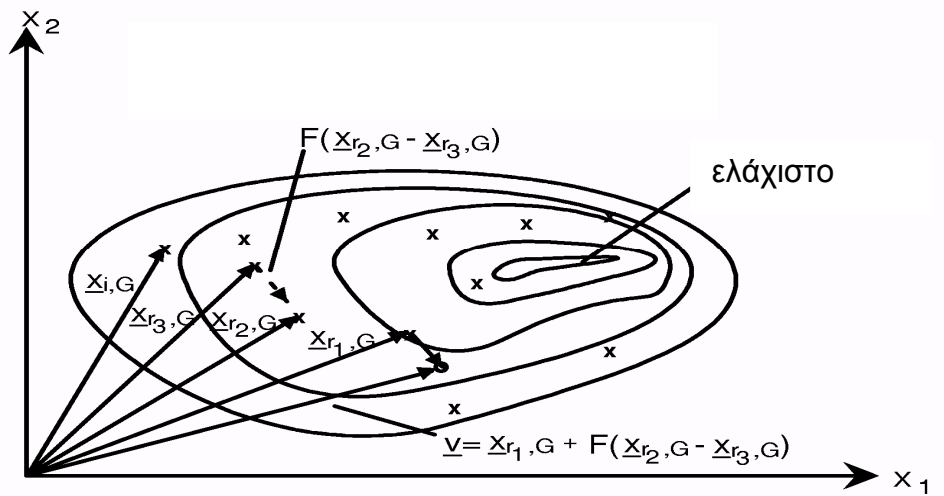
Σε κάθε επανάληψη, που αποκαλείται *γενιά*, επιλέγονται τυχαία τα διανύσματα από τον τρέχοντα πληθυσμό που θα συνδυαστούν για να παράγουν τα νέα διανύσματα. Η λειτουργία αυτή ονομάζεται *μετάλλαξη*. Τα παραγόμενα διανύσματα διασταυρώνονται στη συνέχεια με ένα προκαθορισμένο διάνυσμα στόχων (target vector). Στη λειτουργία αυτή παράγονται τα δοκιμαστικά διανύσματα (trial vectors) και καλείται *διασταύρωση* (crossover). Ο τελευταίος τελεστής στη διαδικασία του ΔΕΑ αναφέρεται ως *επιλογή*. Πιο συγκεκριμένα, το δοκιμαστικό διάνυσμα γίνεται αποδεκτό στην επόμενη φάση εάν και μόνο εάν παράγει μια μείωση της αντικειμενικής συνάρτησης. Βασικά, ο ΔΕΑ προσθέτει τη σταθμισμένη διαφορά μεταξύ δυο διανυσμάτων του πληθυσμού σε ένα τρίτο διάνυσμα.

Αναλυτικά η διαδικασία που ακολουθείται σε ένα Διαφορικό Εξελικτικό Αλγόριθμο απεικονίζεται στο σχήμα 2.10 και περιγράφεται ως εξής (Storn και Price, 1995) :

- ❖ Τυχαία επιλογή NP διανυσμάτων πιθανών λύσεων.
 - ❖ Τυχαία επιλογή τριών, εναλλακτικών λύσεων για κάθε άτομο του πληθυσμού και με βάση αυτές τη δημιουργία του διανύσματος της μετάλλαξης $v_{j,G+1}$.
- Η σχέση 2.1 δείχνει πως συνδυάζονται τα τρία διαφορετικά διανύσματα που έχουν επιλεχθεί τυχαία για να δημιουργήσουν το διάνυσμα $v_{j,G+1}$, το οποίο ονομάζεται δότης :

$$\vec{v}_{j,G+1} = \vec{x}_{r_1,G} + F(\vec{x}_{r_2,G} - \vec{x}_{r_3,G}), \quad (2.1)$$

Οι τυχαίοι δείκτες $r_1, r_2, r_3 \in [1, 2, \dots, NP]$ είναι διαφορετικοί μεταξύ τους και επίσης είναι διαφορετικοί από το δείκτη i . Το $F \in [0, 1+]$ είναι μια σταθερή πραγματική παράμετρος ελέγχου της διαταραχής, που έχει επιπτώσεις στη διαφορική μεταλλαγή μεταξύ των δυο διανυσμάτων (σχήμα 2.7). Παρόλο που δεν υπάρχει άνω όριο για το F , ικανοποιητικές τιμές είναι σπάνια μεγαλύτερες από τη μονάδα.

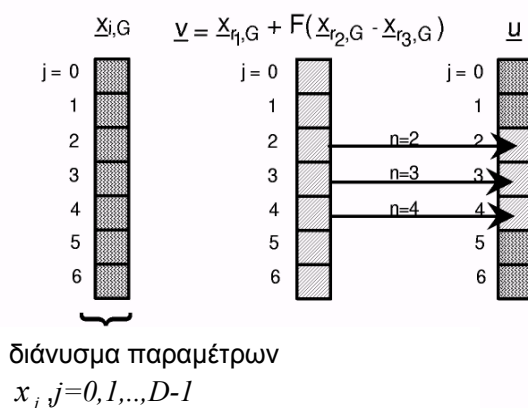


Σχήμα 2.7 : Η διαδικασία γέννησης του $\vec{v}_{j,G+1}$, σε δυσδιάστατο παράδειγμα (Storn και Price, 1995)

❖ Στο επόμενο βήμα το διαταραγμένο διάνυσμα (perturbed vector) και το αντίστοιχο μέλος του τρέχοντος πληθυσμού υπόκεινται σε διασταύρωση, από την οποία προκύπτει το δοκιμαστικό διάνυσμα $\vec{u}_{j,G+1} = (u_{1,j,G+1}, u_{2,j,G+1}, \dots, u_{n,j,G+1})$ ως εξής:

$$u_{i,j,G+1} = \begin{cases} v_{i,j,G+1}, & \text{if } rand_j \leq C_r \quad \forall j = k \\ x_{i,j,G}, & \text{άλλωως} \end{cases} \quad (2.2)$$

Εδώ $i=1, \dots, n, k \in \{1, \dots, n\}$ είναι ο δείκτης της τυχαίας παραμέτρου που επιλέγεται για κάθε j και $rand_j$ είναι ένας τυχαίος ομοιόμορφος αριθμός μεταξύ $[0,1]$. Ο συντελεστής διασταύρωσης $C_r \in [0,1]$, είναι η δεύτερη παράμετρος ελέγχου του ΔΕΑ που εισάγεται από το χρήστη. Η διαδικασία απεικονίζεται στο Σχήμα 2.8 .



Σχήμα 2.8 : Η διαδικασία της διασταύρωσης (Storn και Price, 1995)

❖ Ως τελευταίο βήμα ορίζεται η επιλογή των μελών του νέου πληθυσμού από τον τρέχοντα πληθυσμό και το αντίστοιχο δοκιμαστικό διάνυσμα γίνεται σύμφωνα με τον κανόνα:

$$\vec{x}_{j,G+1} = \begin{cases} \vec{u}_{j,G+1}, & \text{if } Z(\vec{u}_{j,G+1}) \leq Z(\vec{x}_{j,G}) \\ \vec{x}_{j,G}, & \text{άλλως} \end{cases} \quad (2.3)$$

επιλύοντας πάντα πρόβλημα της μορφής $\min Z(\vec{x})$.

2.3.3 Επισκόπηση εναλλακτικών σχημάτων του ΔΕΑ

Το πρόβλημα που παρουσιάστηκε παραπάνω είναι η πιο διαδεδομένη από τις τέσσερις εκδοχές του ΔΕΑ που υπάρχουν στη βιβλιογραφία και οι οποίες διαφέρουν μόνο στον τρόπο που παράγονται οι νέες λύσεις και καλείται **DE/rand/1/bin** (ή classic DE). Γενικά για όλες τις εναλλακτικές εκδοχές του ΔΕΑ ισχύει ο γενικός τύπος (Storn & Price, 1995) :

DE / x / y / z

όπου :

x : υποδηλώνει ότι το διάνυσμα μεταλλάξεων επιλέγεται είτε τυχαία (rand) από τον πληθυσμό είτε ως το διάνυσμα με τη μικρότερη τιμή κόστους από τον τρέχοντα πληθυσμό (best)

y : αντιπροσωπεύει τον αριθμό των διανυσμάτων διαφοράς που χρησιμοποιούνται

z : δηλώνει τον τρόπο της διασταύρωσης. Εδώ έχουμε διασταύρωση λόγω ανεξάρτητων διωνυμικών πειραμάτων (bin).

Μια δεύτερη εναλλακτική του ΔΕΑ και εξίσου αποτελεσματική με την προηγούμενη (DE/rand/1/bin) είναι η **DE/best/2/bin**, στην οποία σύμφωνα με τα παραπάνω επιλέγεται το διάνυσμα μεταλλάξεων με τη μικρότερη τιμή κόστους και εξετάζονται δυο διανύσματα διαφοράς στη λειτουργία της μετάλλαξης και για το διάνυσμα $\vec{v}_{j,G+1}$ ισχύει (Price ,1996) :

$$\vec{v}_{i,G+1} = \vec{x}_{best,G} + F(\vec{x}_{r1,G} + \vec{x}_{r2,G} - \vec{x}_{r3,G} - \vec{x}_{r4,G}) \quad (2.4)$$

Η χρήση δυο διανυσμάτων διαφοράς φαίνεται ότι βελτιώνει την ποικιλία του πληθυσμού στην περίπτωση που ο αριθμός των NP διανυσμάτων είναι αρκετά υψηλός (Storn και Price, 1997).

Το τρίτο εναλλακτικό σχήμα (Storn και Price, 1995) λειτουργεί όπως και τα προηγούμενα με την διαφορά ότι το διάνυσμα $\vec{v}_{j,G+1}$ δημιουργείται ως εξής:

$$\vec{v}_{j,G+1} = \vec{x}_{j,G} + \mu(\vec{x}_{best,G} - \vec{x}_{j,G}) + F(\vec{x}_{r2,G} - \vec{x}_{r3,G}), \quad (2.6)$$

και ονομάζεται **DE/rand-to-best/1/bin**.

Εισάγεται έτσι μια νέα μεταβλητή ελέγχου μ , η βασική ιδέα πίσω από την οποία είναι, η ενίσχυση της απληστίας (greediness) του αλγορίθμου, ενσωματώνοντας την τρέχουσα καλύτερη λύση. Η διαφοροποίηση αυτή απεικονίζεται στο Σχήμα 2.9 ενώ η υπόλοιπη διαδικασία παραμένει απaráλλακτη.

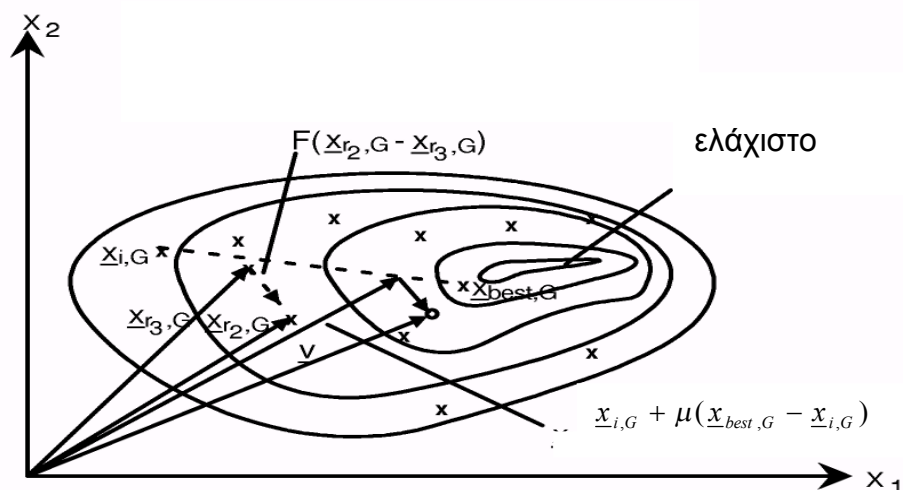
Τέλος, υπάρχει η μέθοδος **DE/best/1/bin** (Storn,1996) η οποία λειτουργεί όπως και η DE/rand/1/bin με τη διαφορά να εντοπίζεται στον τρόπο παραγωγής του διανύσματος μετάλλαξης :

$$\vec{v}_{i,G+1} = \vec{x}_{best,G} + F(\vec{x}_{r1,G} - \vec{x}_{r2,G}) . \quad (2.7)$$

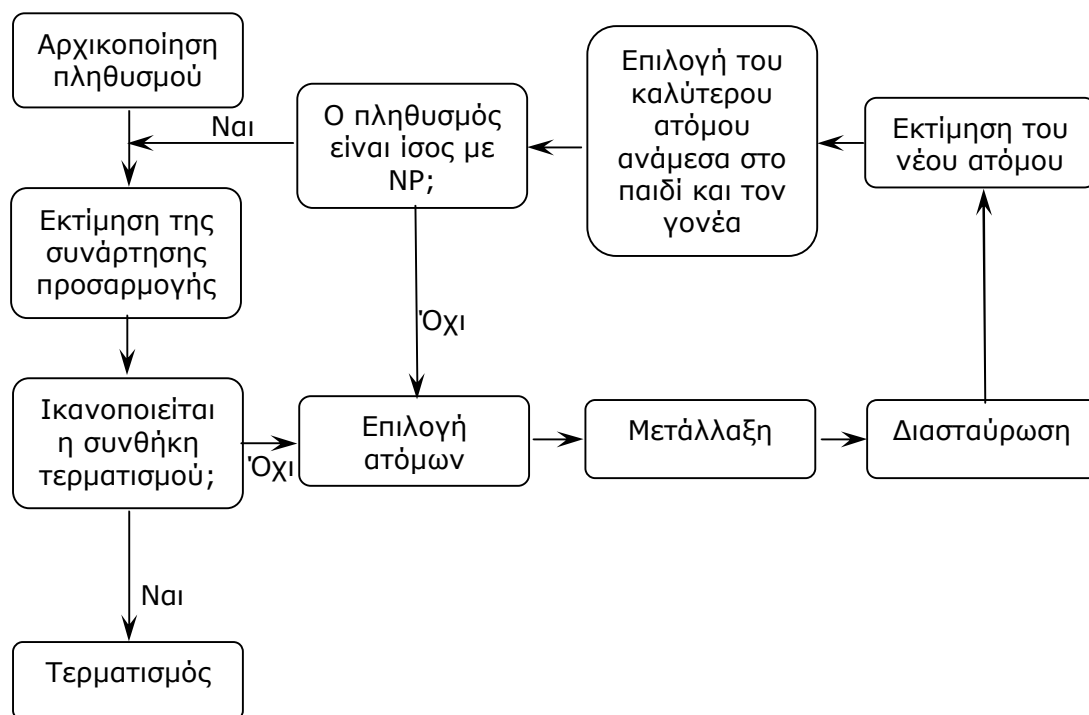
Οι τρεις παράμετροι του αλγορίθμου που οδηγούν την αναζήτηση του αλγορίθμου, είναι το μέγεθος του πληθυσμού (NP), η σταθερά της διασταύρωσης

(Cr) και ο διαφορικός παράγοντας μετάλλαξης (F), οι οποίοι παραμένουν σταθεροί κατά τη διάρκεια μιας βελτιστοποίησης.

Στο Σχήμα 2.10 που ακολουθεί, φαίνεται ένα διάγραμμα ροής των βασικών λειτουργιών του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου



Σχήμα 2.9 : Η διαδικασία γέννησης του $\vec{v}_{j,G+1}$, σε δυσδιάστατο παράδειγμα (Storn και Price, 1995)



Σχήμα 2.10 : Διάγραμμα ροής του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου

2.3.4 Παραλλαγές των διαφορικών εξελικτικών αλγορίθμων

Εκτός από την αρχική μορφή του ΔΕΑ γίνεται και χρήση παραλλαγών αυτών , για την επίλυση πιο απαιτητικών και πολύπλοκων προβλημάτων, όπου η τυπική και απλή μορφή του συναντά δυσκολίες. Οι δυσκολίες αυτές μπορεί να σχετίζονται με τη διαχείριση περιορισμών, την επίτευξη αποκλειστικά εφικτών λύσεων, την στασιμότητα σε τοπικά βέλτιστα κ.λπ. Μελέτες πάνω στο θέμα της στασιμότητας του ΔΕΑ έχουν πραγματοποιηθεί από πολλούς ερευνητές, όπως για παράδειγμα από τους Lampinen και Zelinka(2000) .

Οι μέθοδοι, που θα παρουσιαστούν στις επόμενες παραγράφους έχουν εφαρμοστεί σε προβλήματα πολυκριτήριου κυρίως προγραμματισμού και τα αποτελέσματά τους, στο σύνολο τους, κριθήκαν ιδιαίτερα ικανοποιητικά.

Η μέθοδος PDE (Pareto Frontier Differential Evolution)

Για την επίλυση πολυκριτήριων προβλημάτων δημιουργήθηκε και χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος βελτιστοποίησης PDE (Pareto Frontier DEAs). Η μέθοδος αυτή (Abbass et al. , 2001) είναι παρόμοια με τον ΔΕΑ, με τη διαφορά ότι ο αρχικός πληθυσμός και η παράμετρος F της μετάλλαξης έχουν γκαουσιανή κατανομή (0.5, 0.15) και (0,1) αντίστοιχα. Επίσης, στη νέα αυτή μέθοδο, γίνεται αναπαραγωγή μόνο σε μη κυριαρχούμενες λύσεις κάθε γενιάς και ο απόγονος εισέρχεται στο νέο πληθυσμό αν, και μόνο αν, κυριαρχεί του γονιού του.

Ο Αλγόριθμος SPDE (Self-adaptive PDEA)

Για την αντιμετώπιση του προβλήματος της επιλογής τιμών των συντελεστών μετάλλαξης και διασταύρωσης που παρουσιάζει ο PDE, δημιουργήθηκε ο SPDE (Self-adaptive Pareto Differential Evolution algorithm). Ο αλγόριθμος αυτός παρουσιάζει ακριβώς την ίδια λειτουργία με τον PDE, με τη διαφορά ότι σε αυτόν οι τιμές των τελεστών διασταύρωσης και μετάλλαξης κληρονομούνται από τους γονείς. Ο SPDE έχει σαν στόχο την εύρεση μετώπου λύσεων όσο το δυνατόν πλησιέστερου στο πραγματικό βέλτιστο κατά Pareto μέτωπο και όσο το δυνατόν καλύτερης βελτιστοποίησης του πλήθους των βέλτιστων λύσεων στο μέτωπο αυτό (Abbass, 2002).

Ο Αλγόριθμος VEDE (Vector Evaluated DE)

Ο VEDE (Vector Evaluated DE, Parsopoulos et al., 2004) είναι μία παραλλαγή του ΔΕΑ. Αρχική έμπνευσή του υπήρξε ο VEGA (Vector Evaluated GA) και όπως όλες οι παραλλαγές του ΔΕΑ, είναι ευαίσθητος σε αλλαγές, που σχετίζονται με το μέγεθος του πληθυσμού.

Σε αυτό τον αλγόριθμο κάθε πληθυσμός αξιολογείται με μία από τις αντικειμενικές συναρτήσεις του προβλήματος και μεταξύ των πληθυσμών μοιράζονται πληροφορίες με μεταναστεύσεις των καλύτερων ατόμων.

Ο Αλγόριθμος NSDE (Non-dominated Sorting DE)

Μία επιπλέον παραλλαγή του ΔΕΑ είναι η NSDE (Non-dominated Sorting DE), γνωστή ως DE/Current-to-rand/1 (Iorio και Li, 2004). Η μέθοδος δεν χρησιμοποιεί την πιθανότητα διασταύρωσης. Ο NSDE αλγόριθμος χρησιμοποιεί τα αυτοσυσχετιζόμενα βήματα των διαφορικών εξελικτικών αλγορίθμων, για τους οποίους έχει αποδειχτεί ότι μπορούν και παρέχουν περιστρεφόμενη αμετάβλητη συμπεριφορά στα πολλαπλών στόχων προβλήματα βελτιστοποίησης.

Η μέθοδος SADE (Simplified Atavistic Differential Evolution)

Η μέθοδος SADE (Simplified Atavistic Differential Evolution, Hrstka και Kucerova, 2000) είναι ένας συνδυασμός του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου και των γενετικών αλγορίθμων. Είναι βασισμένη στην απλουστευμένη μορφή του διαφορικού τελεστή και σε ένα αλγοριθμικό σχέδιο παρόμοιο με του τυποποιημένου γενετικού αλγορίθμου.

Η απλουστευμένη έκδοση του διαφορικού τελεστή έχει εφαρμοστεί για τον ίδιο σκοπό που χρησιμοποιείται η διασταύρωση στον τυποποιημένο γενετικό αλγόριθμο, ενώ χρησιμοποιείται τελεστής μετάλλαξης.

Ο Υβριδικός Διαφορικός Εξελικτικός Αλγόριθμος (ΥΔΕ -HDE)

Ο Υβριδικός ΔΕ (HDE) παρουσιάστηκε από τους Chiu και Wang (1998), με στόχο να μειώσει τον υπολογιστικό χρόνο. Συνδυάζει τοπικό και γενικό έλεγχο και χρησιμοποιείται για την επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων. Έχει εφαρμοστεί σε

πολλά πρακτικά προβλήματα, όπως την αναγνώριση παραμέτρων (parameter identification) και το βέλτιστο έλεγχο (optimal control) και η διαφορά του με τον απλό διαφορικό εξελικτικό αλγόριθμο, είναι το ότι στους ήδη υπάρχοντες βασικούς τελεστές προστίθενται δύο νέοι, οι οποίοι λειτουργούν ως τελεστές ανταλλαγής:

- Ο τελεστής επιτάχυνσης που προστέθηκε λόγω της παρατήρησης ότι στον απλό ΔΕΑ μετά από αρκετές γενιές, οι τελεστές της μετάλλαξης και της διασταύρωσης δεν βελτιώνουν επιπλέον την αντικειμενική συνάρτηση.
- Ο τελεστής μετανάστευσης που εξερευνά όλο τον χώρο των πιθανών λύσεων, μειώνει την πίεση επιλογής (selection pressure), αποφεύγει τα τοπικά βέλτιστα και χρησιμοποιείται όταν ο βαθμός ποικιλομορφίας του παραγόμενου διαφοροποιημένου πληθυσμού είναι μικρότερος από μία δεδομένη και ανεκτή τιμή.

Ο Συνεξελικτικός Αλγόριθμος (CHDE)

Ο Συνεξελικτικός Αλγόριθμος (Lin et al., 2000) βασίζεται στον ΥΔΕ και χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων μικτού ακεραίου προγραμματισμού. Στο λογισμικό του έχει 2 κύκλους εξελικτικών αλγορίθμων, από τις οποίες ο εξωτερικός εκτελεί απλή ελαχιστοποίηση πραγματικών αριθμών και ο εξωτερικός εκτελεί σύνθετη ελαχιστοποίηση. Και οι δύο κύκλοι των χρησιμοποιούμενων ΔΕ αλγορίθμων που συνθέτουν τον Συνεξελικτικό Αλγόριθμο βασίζονται στον ΥΔΕ έχουν ως αποτέλεσμα την απόδοση καλύτερων τελικών λύσεων.

2.3.5 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου

Η χρήση του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου (ΔΕΑ) εν συγκρίσει με άλλες εξελικτικές μέθοδοι βελτιστοποίησης υπερέχει στα ακόλουθα σημεία :

- ♦ Ο ΔΕ αλγόριθμος είναι ιδιαίτερα απλός σ' επίπεδο προγραμματισμού και εφαρμογής, καθώς διαθέτει μικρό αριθμό ρυθμιστικών παραμέτρων.
- ♦ Σε σύγκριση με τους κλασσικούς ΓΑ παρουσιάζει καλύτερα χαρακτηριστικά σύγκλισης.
- ♦ Δύναται να χειριστεί ανεξάρτητες μεταβλητές σχεδίασης τύπου πραγματικού, ακέραιου ή διακριτών τιμών.

- ♦ Δύναται να χειριστεί προβλήματα με μεγάλο πλήθος ανεξάρτητων μεταβλητών σχεδίασης.

Στον ΔΕΑ, ένα από τα βασικά προβλήματα που αντιμετωπίζονται είναι το ότι δύναται να αποδοθεί κάποια λύση, η οποία δεν ανήκει στο πεδίο των εφικτών λύσεων, αλλά αποδόθηκε από τον αλγόριθμο, λόγω του ότι με τη χρήση της λύσης αυτής επιτυγχάνεται στη συνάρτηση προσαρμογής καλύτερη και πιο ικανοποιητική τιμή από ότι με τις υπόλοιπες εναλλακτικές. Ο αλγόριθμος αυτός δηλαδή στην απλή του μορφή δεν μπορεί να αντιμετωπίσει προβλήματα βελτιστοποίησης με περιορισμούς. Ένας τρόπος για να αντιμετωπίσει προβλήματα με περιορισμούς είναι η επέμβαση στη διαδικασία επιλογής. Συγκεκριμένα, το πιθανό χρωμόσωμα του ενδιαμέσου πληθυσμού αντικαθιστά το αντίστοιχο αρχικό αν και μόνο αν ικανοποιεί όλους τους δοθέντες περιορισμούς και βελτιώνει την τιμή της συνάρτησης κόστους. Με τον τρόπο αυτό, πραγματοποιείται αύξηση της πίεσης εύρεσης της περιοχής εφικτών λύσεων και βελτιώνεται η αποδοτικότητα και η αξιοπιστία του αλγορίθμου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

“Αποτύπωση χρηματιστηριακών δεικτών”

3.1 Εισαγωγή

Η διαχείριση χαρτοφυλακίων εντάσσεται στα πλαίσια της θεωρίας των οικονομικών αγορών (theory of financial markets). Μια επιτυχημένη διαχείριση χαρτοφυλακίων είναι αποτέλεσμα ενός γόνιμου συνδυασμού της σύγχρονης επιστημονικής μεθοδολογίας και της διαχειριστικής εμπειρίας επαγγελματιών με πολύχρονη δραστηριότητα στην αγορά. Επομένως, η επιτυχημένη διαχείριση είναι, ουσιαστικά, μια αρκετά δύσκολη υπόθεση και αποτελεί αντικείμενο πολύχρονης ενασχόλησης και σημαντικής ερευνητικής προσπάθειας.

Η παγκοσμιοποίηση των αγορών και οι έντονα ανταγωνιστικές συνθήκες που επικρατούν στο χώρο της επαγγελματικής διαχείρισης χαρτοφυλακίου καθιστούν επιτακτική την ανάγκη δημιουργίας σύγχρονων και επιστημονικά προηγμένων διαχειριστικών εργαλείων που αποτελούν το αποτέλεσμα ενός γόνιμου συνδυασμού , αφενός της επιστημονικής μεθοδολογίας και αφετέρου της εμπειρίας των

επαγγελματιών του κλάδου. Έτσι, θα πρέπει να αξιοποιούνται όλα τα σύγχρονα εργαλεία που επιτρέπουν την ενσωμάτωση της τεχνογνωσίας που προκύπτει από σημαντική ερευνητική προσπάθεια, αλλά και της εμπειρίας των ανθρώπων του κλάδου. Έχουμε, λοιπόν, ένα συνδυασμό, από τη μια, των κλασσικών και σύγχρονων υποδειγμάτων διαχείρισης χαρτοφυλακίου, ενώ από την άλλη έχουμε τις στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίου, όπως αυτές προκύπτουν από την ενασχόληση των επαγγελματιών στο τομέα της διαχείρισης χαρτοφυλακίου.

3.2 Γενικά

3.2.1 Το μοντέλο του Markowitz

Ο Harry Markowitz αναγνωρίζεται ως ο “Πατέρας” της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου. Στο άρθρο του, “Portfolio Selection” στο περιοδικό “The Journal of Finance” το 1952, παρουσίασε τη δική του προσέγγιση για την ανάλυση επενδύσεων, η πρωτοτυπία της οποίας ήταν η εισαγωγή της έννοιας της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου στις αποφασίες του επενδυτή. Υποστήριξε ότι οι επενδυτές θα πρέπει να δικαιολογούν τις επιλογές τους – τόσο για μεμονωμένους τίτλους όσο και για χαρτοφυλάκια χρεογράφων – εξετάζοντας τα κριτήρια της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου (τυπική απόκλιση αποδόσεων).

Η θεωρία χαρτοφυλακίου όπως αναπτύχθηκε από τον Markowitz (1952,1959), βασίζεται στις εξής παρακάτω υποθέσεις:

- ❖ οι επενδυτές έχουν ένα συγκεκριμένο επενδυτικό ορίζοντα,
- ❖ για τους επενδυτές κάθε μεμονωμένη μετοχή αντιπροσωπεύεται από μια κατανομή πιθανοτήτων των αναμενόμενων αποδόσεων. Η αναμενόμενη τιμή αυτής της κατανομής είναι ένα μέτρο της αναμενόμενης απόδοσης της μετοχής και η διακύμανση(ή τυπική απόκλιση) των αποδόσεων παρέχει ένα μέτρο του κινδύνου της,
- ❖ ένα χαρτοφυλάκιο μεμονωμένων μέτοχων μπορεί να περιγραφεί απόλυτα από την αναμενόμενη απόδοση και τη διακύμανση,
- ❖ οι επενδυτές ακολουθούν την αρχή της ορθολογικής επενδυτικής συμπεριφοράς. Η αρχή αυτή προσδιορίζεται από δυο βασικές παραδοχές : (α) ο επενδυτής προτιμά τις μεγαλύτερες αποδόσεις από τις μικρότερες για κάθε συγκεκριμένο επίπεδο κινδύνου και (β) ο

επενδυτής προτιμά τις πιο σίγουρες αποδόσεις από τις πιο ριψοκίνδυνες για κάθε συγκεκριμένο επίπεδο απόδοσης.

- ❖ ο επενδυτής έχει στην κατοχή του ένα συγκεκριμένο ποσό για να επενδύσει,
- ❖ η επένδυση αφορά μια καθορισμένη περίοδο διακράτησης (holding period),
- ❖ στο τέλος της περιόδου αυτής ο επενδυτής θα ρευστοποιήσει τους τίτλους που έχει στην κατοχή του και το ποσό που θα εισπράξει είτε θα το καταναλώσει είτε θα το επανεπενδύσει,
- ❖ ο επενδυτής επιδιώκει τη μεγιστοποίηση του τελικού πλούτου του.

Με αφετηρία αυτές τις υποθέσεις, η θεωρία χαρτοφυλακίου επιχειρεί να προσδιορίσει το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας. Πιο συγκεκριμένα, η θεωρία χαρτοφυλακίου ασχολείται με τις δυνατότητες συνδυασμού μεμονωμένων μέτοχων σε χαρτοφυλάκια με ποσοτικά προσδιορισμένα χαρακτηριστικά κινδύνου και απόδοσης και με την επιλογή ενός χαρτοφυλακίου, το οποίο μεγιστοποιεί την αναμενόμενη χρησιμότητα του επενδύτη. Προκειμένου να περιγράψουμε το μοντέλο του Markowitz, θα χρειαστεί να αναφερθούμε σε τρία στάδια λειτουργιών. Το πρώτο στάδιο είναι η ανάλυση των χαρακτηριστικών των μετοχών, το δεύτερο στάδιο είναι η ανάλυση του χαρτοφυλακίου και το τρίτο στάδιο είναι η επιλογή του χαρτοφυλακίου.

Στο πρώτο στάδιο εκτιμώνται τα χαρακτηριστικά κινδύνου και απόδοσης των μεμονωμένων μετοχών, καθώς και ο βαθμός συσχέτισης όλων των εξεταζόμενων μετοχών.

Στο δεύτερο στάδιο του μοντέλου του Markowitz χρησιμοποιούνται τα αποτελέσματα του πρώτου σταδίου, προκειμένου να προσδιοριστούν οι καλύτεροι συνδυασμοί των μεμονωμένων μέτοχων. Με άλλα λόγια, στο στάδιο αυτό προσδιορίζονται οι συνδυασμοί μέτοχων που είναι «αποτελεσματικοί» (efficient). Ένας συνδυασμός θεωρείται αποτελεσματικός όταν συντρέχουν ταυτόχρονα οι εξής προϋποθέσεις : (α) οποιοσδήποτε άλλος συνδυασμός που έχει την ίδια αναμενόμενη απόδοση, είναι πιο ριψοκίνδυνος και (β) οποιοσδήποτε άλλος συνδυασμός που έχει τον ίδιο κίνδυνο, θα έχει μικρότερη απόδοση.

Στο τρίτο στάδιο αξιολογούνται τα αποτελέσματα του δεύτερου σταδίου και επιλέγεται από τους αποτελεσματικούς συνδυασμούς μετοχών εκείνος που

μεγιστοποιεί την αναμενόμενη ωφελιμότητα του επενδύτη ή διαφορετικά, εκείνος που ταιριάζει πιο πολύ στη συνάρτηση χρησιμότητας (utility function) του επενδύτη.

3.2.2 Το μοντέλο μέσου-διακύμανσης (Mean-variance model)

Το μοντέλο του Markowitz (1952) αναφέρεται ως μοντέλο του μέσου-διακύμανσης επειδή λαμβάνει υπόψη του μόνο αυτές τις δυο παραμέτρους, την αναμενόμενη απόδοση και τη διακύμανση. Συνεπώς, το πρόβλημα βελτιστοποίησης που παρουσιάζεται παρακάτω αποτελείται από δυο ανταγωνιστικές αντικειμενικές συναρτήσεις. Πρώτον, να ελαχιστοποιήσει τη διακύμανση (κίνδυνο) των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου και την ίδια στιγμή να μεγιστοποιήσει την αναμενόμενη αποδοσή του. Η μοντελοποίηση του προβλήματος δίνεται παρακάτω :

$$\begin{aligned} \max \quad & E(R_p) = \sum_{i=1}^N x_i E(R_i) \\ \min \quad & \text{var}(R_p) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \text{cov}(R_i, R_j) \end{aligned}$$

υ.π

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N x_i &= 1, \\ x_i &\geq 0 \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, N$$

όπου

N είναι ο αριθμός των μετοχών ,

$E(R_i)$ είναι η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής i ,

$\text{cov}(R_i, R_j)$ είναι η διακύμανση μεταξύ της μετοχής i και της μετοχής j ,

x_i είναι η μεταβλητή απόφασης που δίνει το ποσοστό που θα επενδυθεί στη μετοχή i .

3.3 Επιλογή και διαχείριση χαρτοφυλακίων

Το πρόβλημα της επιλογής και διαχείρισης χαρτοφυλακίων αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα πεδία έρευνας της χρηματοοικονομικής θεωρίας τα τελευταία 50 περίπου χρόνια. Γενικά, το πρόβλημα έγκειται στη σύνθεση ενός χαρτοφυλακίου χρεογράφων (μετοχές, ομολόγα, έντοκα γραμμάτια κ.α.), έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η χρησιμότητα του επενδύτη.

Οι μέθοδοι της επένδυσης, που χρησιμοποιούνται για να επιτύχουν τους στόχους του επενδυτή, κυμαίνονται από τις τεχνικές της ποσοτικής επένδυσης (quantitative investment), που δημιουργήθηκαν από τη σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίων (modern portfolio theory), στις πιο παραδοσιακές μεθόδους της οικονομικής ανάλυσης (financial analysis). Οι τεχνικές της ποσοτικής επένδυσης είναι πλέον μεταξύ των ευρύτερα χρησιμοποιούμενων μεθόδων διαχείρισης κεφαλαίων (fund management methods). Ομαδοποιούνται, γενικά, σε δυο σημαντικές κατηγορίες :

- ενεργητική διαχείριση επενδύσεων (active investment management)
- παθητική διαχείριση επενδύσεων (passive investment management).

3.3.1 Ενεργητική διαχείριση επενδύσεων

Ο στόχος της ενεργητικής διαχείρισης των επενδύσεων είναι να αποδώσει καλύτερα από την αγορά ή σωστότερα από ένα πρότυπο αναφοράς. Παρατηρήσεις σε χρηματοοικονομικές αγορές δείχνουν ότι η λειτουργία τους δεν είναι τέλεια, καθώς απαιτούν ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα για να αντιδράσουν σε νέες πληροφορίες και να προσαρμοστούν οι τιμές των χρεογράφων. Κατά συνέπεια, υπάρχουν κάποια χρονικά διαστήματα, κατά τη διάρκεια των οποίων, ορισμένα χρεόγραφα δεν είναι στην τιμή ισορροπίας τους (equilibrium value). Έτσι, η ενεργητική διαχείριση των επενδύσεων περιλαμβάνει την ανάπτυξη στρατηγικών με σκοπό να εκμεταλλευτεί προσωρινές ανεπάρκειες της αγοράς.

Ουσιαστικό στάδιο σε αυτή τη στρατηγική διαχείρισης είναι η επιλογή των τίτλων που θα συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο. Οι τεχνικές επιλογής των τίτλων είναι βασισμένες σε θεωρητικά πρότυπα αξιολόγησης των χρεογράφων, που προσδιορίζουν τους τίτλους που πρέπει να αγοραστούν ή να πουληθούν. Χαρτοφυλάκια που διαμορφώνονται σύμφωνα με την τεχνική αυτή, περιλαμβάνουν λιγότερους τίτλους από αυτά που κατασκευάζονται με παθητικές τεχνικές γιατί η λεπτομερής έρευνα για κάθε τίτλο απαιτεί σημαντικό χρονικό διάστημα.

Οι επενδυτές που διαχειρίζονται κεφάλαια με ενεργητικές τεχνικές έχουν υψηλό βαθμό ευελιξίας. Παράλληλα, όμως, είναι εκτεθειμένοι σε διπλό κίνδυνο, το κίνδυνο της αγοράς (market risk) καθώς επίσης και το κίνδυνο της εταιρίας (company risk).

3.3.2 Παθητική διαχείριση επενδύσεων

Ο στόχος της παθητικής διαχείρισης επενδύσεων είναι να αποτυπώσει την αγορά. Βασική υπόθεση της τεχνικής αυτής είναι ότι οι χρηματοοικονομικές αγορές λειτουργούν αποτελεσματικά, γεγονός που σημαίνει ότι αφομοιώνουν άμεσα όλες τις νέες πληροφορίες που μπορούν να επηρεάσουν την πορεία των τιμών. Είναι, επομένως, άσκοπο να προσπαθεί ένας επενδυτής να νικήσει την αγορά. Στην περίπτωση αυτή, η καλύτερη τεχνική είναι να προσπαθήσει να αντιγράψει ένα δείκτη της αγοράς.

Σε αντίθεση με τους επενδυτές της προηγούμενης κατηγορίας, οι επενδυτές της παθητικής διαχείρισης είναι εκτεθειμένοι μόνο στον κίνδυνο της αγοράς.

Ένας από τους κυριότερους λόγους που κάνουν την παθητική διαχείριση των επενδύσεων όλο και πιο διαδεδομένη σε σχέση με την ενεργητική είναι το κόστος. Οι δαπάνες προσωπικού είναι χαμηλότερες σε σύγκριση με την ενεργητική διαχείριση αφού από τη στιγμή που η διαδικασία της επένδυσης μπει σε εφαρμογή, είναι απλή στην εφαρμογή της. Επιπλέον, τα έξοδα συναλλαγών είναι μειωμένα και εφόσον οι συναλλαγές γίνονται χωρίς να υπάρχει ιδιαίτερη ανταλλαγή πληροφοριών οι προμήθειες είναι σημαντικά μικρότερες.

Όταν ο στόχος είναι να αναπαραχθεί όσο το δυνατόν καλύτερα ένας δεδομένος οικονομικός δείκτης τότε η παθητική διαχείριση καλείται στρατηγική αποτύπωσης χρηματιστηριακών δεικτών (index tracking) .

3.4 Αποτύπωση χρηματιστηριακών δεικτών

3.4.1 Γενικά

Όπως έχει, ήδη, αναφερθεί στην προηγούμενη ενότητα η στρατηγική αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών (index tracking) αποτελεί μέρος της παθητικής διαχείρισης των κεφαλαίων και περιγράφει τη διαδικασία αποτύπωσης ενός δεδομένου χρηματιστηριακού δείκτη με τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Η προσέγγιση αυτή χρησιμοποιείται από τους διαχειριστές των κεφαλαίων όταν δεν είναι αρκετά αισιόδοξοι ότι θα ξεπεράσουν την απόδοση της αγοράς και είναι ικανοποιημένοι να ακολουθήσουν τη μέση απόδοση.

Η διαδικασία που ακολουθείται για να αποτυπωθεί ένας χρηματιστηριακός δείκτης μπορεί να εκτελεστεί με δυο τρόπους. Ο πρώτος τρόπος είναι η πλήρης αποτύπωση, στην οποία η επένδυση γίνεται σε κάθε συστατικό του δείκτη, ανάλογα με το μερίδιό του στην αγορά. Αυτό επιτυγχάνει μια τέλεια αντιστοιχία, αλλά επιφέρει υψηλά αρχικά έξοδα συναλλαγής και είναι δύσκολο να ισορροπήσει όταν οι αλλαγές γίνονται στο δείκτη. Ο δεύτερος τρόπος είναι η μερική αποτύπωση, στην οποία η επένδυση γίνεται σε ένα μικρό ποσοστό των μετοχών που περιλαμβάνει ο δείκτης. Η διαδικασία αυτή έχει ως αποτέλεσμα χαμηλότερα έξοδα συναλλαγών και είναι ευκολότερη η περιοδική αναδιάρθρωση του χαρτοφυλακίου. Επιπρόσθετα, δίνει τη δυνατότητα στον επενδυτή να περιορίσει την επιλογή της επενδυσής του, με τον αποκλεισμό ή τον συνυπολογισμό μερικών επιχειρήσεων ή με τον καθορισμό του ποσοστού του κεφαλαίου που πρόκειται να υπενδυθεί σε άλλες.

Το πρόβλημα, λοιπόν, που προκύπτει είναι ένα αρκετά σύνθετο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Η βέλτιστη επιλογή ενός συνόλου μετοχών, από ένα αρκετά μεγαλύτερο χαρτοφυλάκιο, το οποίο θα μπορεί να αποτυπώσει την πορεία του δεδομένου δείκτη ικανοποιητικά καθώς επίσης και ο καθορισμός των βαρών τους είναι τα δυο σημαντικά ερωτήματα που είναι υποχρεωμένοι να αντιμετωπίσουν οι διαχειριστές των κεφαλαίων.

3.4.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Παρόλο που τα τελευταία χρόνια η απόδοση της στρατηγικής αποτύπωσης χρηματιστηριακών δεικτών αυξάνεται όλο και περισσότερο, οι έρευνες σε σχέση με το θέμα αυτό είναι σχετικά λιγοστές αντίθετα από την ενεργητική διαχείριση κεφαλαίων. Ενώ οι στόχοι είναι απλοί και αρκετά γνωστοί, τα προβλήματα προκύπτουν κατά την προσπάθεια που γίνεται να τεθούν οι απλοί αυτοί στόχοι σε ένα επιλύσιμο μοντέλο. Για να οργανώσουμε τη δομή σε αυτή τη βιβλιογραφική ανασκόπηση θα αναφερθούμε αρχικά σε κάποιες παραδοσιακές τεχνικές που χρησιμοποιούνται για να βρεθεί το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης, όπως παραγοντικά μοντέλα (factor models) και το μοντέλο του Markowitz και τέλος θα αναφερθούμε σε κάποιες άλλες μεθόδους.

Παραγοντικά μοντέλα

Τα παραγοντικά μοντέλα (Wilmott, 1998) συσχετίζουν την απόδοση μιας μετοχής με έναν ή περισσότερους οικονομικούς παράγοντες. Ένα μοντέλο ενός παράγοντα (single factor model), για παράδειγμα, προέρχεται από τη γραμμική παλινδρόμηση της απόδοσης μιας μετοχής σε σχέση με την απόδοση ενός δείκτη. Ένας απλός τύπος που δίνει στην περίπτωση αυτή την απόδοση της μετοχής i είναι $r_i = a + \gamma I$ όπου I είναι η απόδοση του δείκτη και a, γ γνωστές σταθερές. Στη συνέχεια, κατασκευάζεται ένα μοντέλο ελαχιστοποίησης της τυπικής απόκλισης με τον περιορισμό ότι ο συντελεστής β (μη συστηματικός κίνδυνος) είναι ίσος με τη μονάδα και τέλος επιλύεται το πρόβλημα που περιγράφηκε παραπάνω για να βρεθεί το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης.

Ο Rudd (1980) παρουσίασε ένα απλό ευρετικό μοντέλο ταυτόχρονα με ένα παραγοντικό μοντέλο. Πρότεινε να ενσωματωθούν τα έξοδα συναλλαγών στην αντικειμενική συνάρτηση του παραγοντικού μοντέλου μέσω ενός συντελεστή βαρύτητας που αποθαρρύνει την ανάληψη τέτοιων εξόδων όσον αφορά ένα αρχικό χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης. Η προσέγγιση αυτή ανταποκρίνεται στην περίπτωση όπου δεν υπάρχει περιορισμός για τα έξοδα συναλλαγών και είναι ξεχωριστά από το κεφάλαιο που είναι διαθέσιμο για την επένδυση.

Οι Haugen και Baker (1990) επέκτειναν την παραπάνω προσέγγιση ενός παράγοντα σε μοντέλο πολλών παραγόντων (multi-factor model). Αποτελέσματα παρουσιάστηκαν για την αποτύπωση του δείκτη καταναλωτή (consumer price index) χρησιμοποιώντας μετοχές.

Οι Larsen και Resnick (1998) χρησιμοποίησαν το μοντέλο του Rudd (1980) για να κατασκευάσουν χαρτοφυλάκια με τα οποία μελέτησαν την επίδραση της χρονικής στιγμής της αναδιάρθρωσης στην αποτελεσματικότητα της αποτύπωσης.

Το μοντέλο του Markowitz

Τα μοντέλα που είναι βασισμένα στο μοντέλο του Markowitz προσαρμόζουν το ήδη υπάρχον μοντέλο μέσου-διακύμανσης που παρουσιάστηκε από το Markowitz για τη βελτιστοποίηση των χαρτοφυλακίων σε πρόβλημα αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών (Dahl et al. ,1993 ,Elton και Gruber,1995 ,Markowitz,1952 και 1959 Rudd και Rosenberg,1979).

Ο Hodges (1976) χρησιμοποίησε ένα μοντέλο του Markowitz για να συγκρίνει την καμπύλη παραχώρησης (tradeoff curves) μεταξύ της διακύμανσης και της υπερβάλλουσας απόδοσης του χαρτοφυλακίου αποτύπωσης.

Ο Roll (1992) ασχολήθηκε επίσης με τις καμπύλες παραχώρησης αλλά επιπλέον συνδύασε το μοντέλο του Markowitz με παραγοντικά μοντέλα προσθέτοντας ένα περιορισμό που σχετίζεται με το συντελεστή β του χαρτοφυλακίου αποτύπωσης.

Ο Franks (1992) χρησιμοποίησε το μοντέλο του Markowitz για μια προσομοίωση 50 χρόνων με πέντε μετοχές.

Ο Rohweder (1998) παρουσίασε ένα παρόμοιο μοντέλο με τη διαφορά ότι στην αντικειμενική συνάρτηση συμπεριέλαβε έναν όρο σχετικά με τα έξοδα συναλλαγών.

Τέλος, ο Wang (1999) παρουσίασε ένα αντίστοιχο μοντέλο με αυτό του Rohweder. Πρόσθεσε, όμως, στην αντικειμενική συνάρτηση και όρους που έδιναν τη δυνατότητα να αποτυπωθούν παραπάνω από έναν δείκτες.

Άλλες μελέτες

Οι Toy και Zurack (1998) ασχολήθηκαν με το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης για το δείκτη Euro-Pac , που περιλαμβάνει 1650 μετοχές. Η προσέγγιση τους αφορούσε, αρχικά, τη δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου αποτύπωσης για μεμονωμένους δείκτες διαφόρων χωρών και στη συνέχεια τα συνδύαζαν μεταξύ τους.

Οι Meade και Salkin (1989) έδωσαν στο σφάλμα αποτύπωσης (tracking error) έναν ορισμό μέσω μιας μαθηματικής προσέγγισης, ο οποίος έδινε τη δυνατότητα να λυθεί το πρόβλημα με τετραγωνικό προγραμματισμό (quadratic programming). Επιπλέον, έλεγξαν την επίδραση που θα μπορούσε να έχει ένας επιπλέον περιορισμός που δήλωνε ότι το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης έχει παρόμοια χαρακτηριστικά με το δείκτη αλλά διαπίστωσαν ότι δεν είχε κάποια σημαντική επίδραση η υπόθεση αυτή, αφού το εφάρμοσαν στην αγορά μέτοχων του Τόκιο , χωρίς επιτυχία.

Στηριζόμενοι στην προηγούμενη εργασία τους, οι Meade και Salkin (1990) θεώρησαν το πρόβλημα αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών έχοντας ως υπόθεση ότι οι αποδόσεις των μέτοχων και του δείκτη, αντίστοιχα, ακολουθούν μια αυτοανάδρομη υπό ορούς ετεροσκεδαστική διαδικασία (autoregressive conditional heteroscedastic process) και το έλυσαν, επίσης, με τετραγωνικό προγραμματισμό.

Οι Adcock και Meade (1994) εξέτασαν το πρόβλημα του επαναπροσδιορισμού ενός χαρτοφυλακίου αποτύπωσης μέσα στο χρόνο, όπου τα έξοδα συναλλαγών συνυπολογίζονται σε κάθε προσπάθεια ισορρόπησης. Στη μορφοποίηση του προβλήματος που έθεσαν, τα έξοδα συναλλαγών συμπεριλαμβάνονταν στην αντικειμενική συνάρτηση με κάποιο συντελεστή βαρύτητας χωρίς, όμως, αυστηρούς περιορισμούς.

Οι Connor και Leland (1995) ασχολήθηκαν με το πρόβλημα διαχείρισης διαθεσίμων (cash management problem) που προκύπτει όταν το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης υποβάλλεται σε τυχαίες εισροές και εκροές μετρητών. Επιπλέον, υποθέτουν ότι το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης αποτυπώνει το δείκτη ακριβώς. Τέλος, η προσέγγιση τους ανταποκρίνεται επιτυχώς σε περιπτώσεις όπου τα έξοδα συναλλαγών δεν περιορίζονται και δεν υπολογίζονται στο διαθέσιμο για επένδυση κεφάλαιο.

Οι Tabata και Takeda (1995) έδωσαν μια διαφορετική εκδοχή για την επιλογή του χαρτοφυλακίου αποτύπωσης. Σύμφωνα, με τη δική τους θεώρηση για το πρόβλημα, επιλέγεται ένα χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης το οποίο αποτελείται από ένα δεδομένο αριθμό μέτοχων, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί η αναμενόμενη τιμή για την τετραγωνική ρίζα της διαφοράς ανάμεσα στην απόδοση του χαρτοφυλακίου αποτύπωσης και την απόδοση του χαρτοφυλακίου αναφοράς. Για να επιλύσουν το πρόβλημα παρουσίασαν ένα ευρετικό μοντέλο (heuristic model) και τα αποτελέσματα που εξήγαγαν αφορούσαν ένα παράδειγμα 15 μετοχών.

Η Alexander (1999) ασχολήθηκε με την επιλογή χαρτοφυλακίων αποτύπωσης, τα συστατικά των οποίων είναι άμεσα συνδεδεμένα με το δείκτη που θέλουν να αποτυπώσουν.

Ο Browne (1999) υιοθέτησε ένα στοχαστικό πλαίσιο ελέγχου και προσπάθησε να δώσει απαντήσεις σε προβλήματα που είχαν σχέση με το πώς θα καταφέρει να ξεπεράσει την απόδοση ενός δείκτη αναφοράς σε συνεχή χρόνο και με την απουσία των εξόδων συναλλαγών.

Ο Rudolf et al. (1999) έδωσαν τέσσερις διαφορετικούς γραμμικούς ορισμούς για το σφάλμα αποτύπωσης, οι οποίοι, όμως, έκαναν όλοι χρήση της απόλυτης διαφοράς ανάμεσα στην απόδοση του δείκτη και την απόδοση του χαρτοφυλακίου. Τα αποτελέσματα που παρουσίασαν αφορούσαν την ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης για την αποτύπωση του παγκοσμίου δείκτη MSCI της αγοράς των μετοχών, χρησιμοποιώντας έξι εθνικούς χρηματιστηριακούς δείκτες.

Σε αυτό το σημείο, αξίζει να αναφέρουμε την προσπάθεια που έγινε από τους Gilli και K ·llezi (2001) οι οποίοι παρουσίασαν ένα αλγόριθμο για την στρατηγική αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών στον οποίο είχαν συμπεριλάβει και τα έξοδα συναλλαγών βασισμένο στη μέθοδο threshold accepting.

Τέλος, σημαντική δουλειά για το πρόβλημα της αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών έχει παρουσιαστεί στη βιβλιογραφία από τους Beasley et al. (2002). Η εργασία τους έχει βασιστεί στην επίλυση του προβλήματος αυτού με τη χρήση εξελικτικών ευρετικών αλγορίθμων υπό την παρουσία των εξόδων συναλλαγών.

3.5 Μοντελοποίηση του προβλήματος της αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών

3.5.1 Γενικά

Η μοντελοποίηση του προβλήματος της αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών που παρουσιάζεται παρακάτω βασίζεται στη μοντελοποίηση που παρουσίασαν οι Beasley et al. (2002).

Παρατηρούμε την τιμή N μετοχών σε ένα χρονικό διάστημα $0, 1, 2, \dots, T$ καθώς και την τιμή του δείκτη που θέλουμε να αποτυπώσουμε. Ο χρονικός ορίζοντας της επένδυσης είναι L . Συνήθως, ισχύει ότι $L \leq 6$ γιατί διαφορετικά η υπόθεση μας δεν είναι ρεαλιστική.

Από το σύνολο των N μετοχών που διαθέτουμε υποθέτουμε ότι μας ενδιαφέρει να βρούμε ένα συνδυασμό K μετοχών ($K < N$) καθώς και τις κατάλληλες ποσότητες τους, ώστε να αποτυπωθεί όσο το δυνατόν καλύτερα ο δείκτης σε μια χρονική περίοδο $[T, T + L]$. Η παραπάνω υπόθεση αποτελεί και το βασικό ερώτημα στο πρόβλημα της αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών.

Η κύρια προσέγγιση για το πρόβλημα της αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών στηρίζεται στο παρελθόν, θέτοντας έτσι ως υπόθεση ότι το παρελθόν αποτελεί τον οδηγό και για το μέλλον. Για να μπορούμε, λοιπόν, να βρούμε λύση στο πραγματικό πρόβλημα πρέπει πρώτα να δοθεί απάντηση στην εξής παρελθοντική - ιστορική ερώτηση :

«Ποιο θα ήταν το καλύτερο σύνολο των K μετοχών, καθώς και οι ποσότητες τους για να χρησιμοποιηθεί στην αποτύπωση του ζητούμενου δείκτη στο χρονικό διάστημα $[0, T]$, με το βέλτιστο δυνατό αποτέλεσμα ; » .

Η αριθμητική τιμή που υιοθετείται για τη χρονική στιγμή T , δηλαδή πόσο πίσω στο παρελθόν κοιτάμε για να αποφασίσουμε για το μελλοντικό χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης προσδιορίζεται από τους εξής παράγοντες :

1. Η διαδικασία της επιλογής υποδηλώνει ότι οι αποδόσεις των N μέτοχων είναι τυχαίες μεταβλητές με σταθερή μέση τιμή και σταθερό πίνακα διακύμανσης- συνδιακύμανσης. Για να επιτύχουμε ο εκτιμώμενος πίνακας

διακύμανσης- συνδιακύμανσης να είναι πλήρους τάξης, πρέπει να ισχύει $T > N$, με εξαίρεση τους δείκτες όπου ο αριθμός των μετοχών N είναι αρκετά μεγάλος. Επιπλέον, θα πρέπει να σημειωθεί, το χρονικό διάστημα T σπάνια υπερβαίνει τα 5 χρόνια ($T \leq 5$).

2. Οι αποδόσεις των κοινών μετοχών (equities) χαρακτηρίζονται από σταθερή μέση τιμή και χρονικά εξαρτωμένη διασπορά (το φαινόμενο αυτό καλείται ετεροσκεδαστικότητα ή heteroscedasticity). Τα αποτελέσματα της ετεροσκεδαστικότητας ελαττώνονται όσο ελαττώνεται η συχνότητα των παρατηρήσεων.

3.5.2 Κόστος συναλλαγών

Στη μοντελοποίηση του προβλήματος, σε αρκετές περιπτώσεις, λαμβάνονται υπόψη και τα έξοδα που προκύπτουν από τις συναλλαγές και σχετίζονται με την αγορά ή/και την πώληση των μετοχών. Επιπλέον, έλεγχος γίνεται και για τον περιορισμό των συνολικών εξόδων που μπορεί να προκύψουν από τις συναλλαγές. Ας μελετήσουμε, όμως, τώρα τους δυο βασικούς λόγους που μπορεί να επιφέρουν τα έξοδα αυτά :

- α) Σε κάποια χρονική στιγμή T μπορεί να υπάρχει είτε εισροή είτε εκροή μετρητών στο διαθέσιμο κεφάλαιο τα οποία προκύπτουν από νέα χρήματα που μπορούν να διατεθούν για επένδυση ή από την πώληση ήδη διαθέσιμων μετοχών αντίστοιχα. Η διαδικασία της αγοράς ή πώλησης μιας μετοχής επιφέρει κάποια έξοδα.
- β) Έστω ένα χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης το οποίο περιέχει κάποιες μετοχές. Στη διάρκεια της παρατήρησης της συμπεριφοράς των μετοχών στο χρονικό διάστημα $[0, T]$ είναι πιθανό να εντοπίσουμε πληροφορίες οι οποίες να καθιστούν την αλλαγή του χαρτοφυλακίου αποτύπωσης απαραίτητη. Η διαπίστωση αυτή, λοιπόν, περιλαμβάνει και την αγορά ή πώληση μετοχών και όπως ήδη αναφέραμε η διαδικασία αυτή έχει ως συνέπεια τη δημιουργία εξόδων συναλλαγής.

Για να αποφύγουμε την ανεξέλικτη μείωση του διαθέσιμου κεφαλαίου , εξαιτίας της αγοράς ή της πώλησης μιας μετοχής είναι χρήσιμο να ορίσουμε ένα όριο για τα έξοδα συναλλαγών.

3.5.3 Συμβολισμοί

Πριν προχωρήσουμε στη μοντελοποίηση του προβλήματος της αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών πρέπει να ορίσουμε τους συμβολισμούς που θα χρησιμοποιηθούν.

N	ο συνολικός αριθμός των διαφορετικών μετοχών στις οποίες μπορούμε να επενδύσουμε
K	ο επιθυμητός αριθμός των διαφορετικών μετοχών στο χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης
ε_i	το ελάχιστο ποσοστό με το οποίο κάποια μετοχή i ($i = 1, 2, \dots, N$) μπορεί να συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης, αν φυσικά έχει επιλεχθεί
δ_i	το μέγιστο ποσοστό με το οποίο η μετοχή i ($i = 1, 2, \dots, N$) , που έχει επιλεχθεί, συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης. Προφανώς, ισχύει ότι $0 \leq \varepsilon_i \leq \delta_i \leq 1$.
X_i	ο αριθμός των μονάδων της μετοχής i ($i = 1, 2, \dots, N$) στο τρέχων χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης
T	το χρονικό διάστημα στο οποίο παρατηρούμε την πορεία των τιμών των μετοχών και του δείκτη .
V_{it}	η τιμή μιας μονάδας της μετοχής i ($i = 1, 2, \dots, N$) τη χρονική στιγμή t ($t = 0, 1, 2, \dots, T$)
I_t	η τιμή του δείκτη τη χρονική στιγμή t ($t = 0, 1, 2, \dots, T$)

- R_t η λογαριθμική απόδοση του δείκτη την περίοδο μεταξύ των χρονικών στιγμών $t-1$ και t
- $$R_t = \ln\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right) \text{ για } t = 1, 2, \dots, T$$
- C_{cash} αλλαγή διαθέσιμου κεφαλαίου στο χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης τη χρονική στιγμή T .
- Αν $C_{cash} > 0$ σημαίνει ότι υπάρχει νέο κεφάλαιο για να επενδυθεί στο χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης ενώ σε αντίθετη περίπτωση ($C_{cash} < 0$) χρήματα έχουν αφαιρεθεί από το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης
- C Η αξία του τρέχοντος χαρτοφυλακίου αποτύπωσης τη χρονική στιγμή T και της αλλαγής του διαθέσιμου κεφαλαίου (cash change)
- $$C_{cash} \cdot \text{Άρα, } C = \sum_{i=1}^N V_{iT} X_i + C_{cash} \cdot$$
- $F_i(\zeta, \Theta, t)$ συνάρτηση κόστους για τα έξοδα συναλλαγών στη μετοχή i ($i = 1, 2, \dots, N$) στην περίπτωση όπου από ζ μονάδες της μετοχής i έχουμε Θ μονάδες τη χρονική στιγμή t .
- Έτσι, αν
- $\zeta > \Theta$ δηλώνει ότι πουλήθηκαν $\zeta - \Theta$ μονάδες από τη μετοχή
 - $\zeta < \Theta$ δηλώνει ότι αγοράστηκαν $\Theta - \zeta$ μονάδες από τη μετοχή
 - $\zeta = \Theta$ τότε $F_i(\zeta, \Theta, t) = 0$, οπότε δεν υπάρχει δηλαδή κόστος συναλλαγών
- γ το όριο για το ποσοστό που μπορεί να δαπανηθεί σε έξοδα συναλλαγών ($0 \leq \gamma \leq 1$)

Οι μεταβλητές απόφασης του προβλήματος είναι :

x_i ο αριθμός των μονάδων της μετοχής i ($i = 1, 2, \dots, N$) που θα συμμετέχουν στο τελικό χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης

z_i παίρνει την τιμή 1 αν η μετοχή i ($i = 1, 2, \dots, N$) συμμετέχει στο τελικό χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης διαφορετικά είναι 0 .

Τέλος, για τη μορφοποίηση του προβλήματος είναι χρήσιμο να οριστούν ακόμα δυο μεταβλητές :

C_{trans} τα συνολικά έξοδα συναλλαγής τα οποία προκύπτουν από τη μεταφορά από το τρέχων tracking χαρτοφυλάκιο $[X_i]$ στο νέο $[x_i]$ τη χρονική στιγμή T και δίνεται από τον τύπο

$$C_{trans} = \sum_{i=1}^N F_i(X_i, x_i, T) \quad (1)$$

r_t η λογαριθμική απόδοση του τελικού χαρτοφυλακίου αποτύπωσης $[x_i]$ τη χρονική στιγμή t ($t = 1, 2, \dots, T$):

$$r_t = \ln \left[\frac{\sum_{i=1}^N V_{it} x_i}{\sum_{i=1}^N V_{it-1} x_i} \right] \quad \text{για } (t = 1, 2, \dots, T) \quad (2)$$

3.5.4 Περιορισμοί

Οι περιορισμοί που σχετίζονται με το πρόβλημα της αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών είναι :

$$\sum_{i=1}^N z_i = K \quad (3)$$

$$\varepsilon_i z_i \leq V_{iT} x_i / C \leq \delta_i z_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

$$C_{trans} \leq \gamma C \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^N V_{iT} x_i = C - C_{trans} \quad (6)$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

$$z_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

Η ισότητα (3) εξασφαλίζει ότι στο νέο χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης $[x_i]$ θα συμμετέχουν ακριβώς K μετοχές και αποτελεί έναν από τους πρωτεύων περιορισμούς του προβλήματος. Αξίζει σε αυτό το σημείο να σημειωθεί ότι δεν υπάρχει η απαίτηση το τρέχων χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης να αποτελείται επίσης από K μετοχές.

Ο περιορισμός (4) εκπληρώνει δυο ρόλους. Ο πρώτος ρόλος εξασφαλίζει ότι στην περίπτωση όπου η μετοχή i δεν περιλαμβάνεται στο τελικό χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης ($z_i = 0$) τότε και το x_i θα είναι μηδέν ($x_i = 0$). Αντίθετα, αν η μετοχή i περιλαμβάνεται στο νέο χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης ($z_i = 1$) τότε η τιμή του x_i περιορίζεται κατάλληλα ($\varepsilon_i \leq V_{iT} x_i / C \leq \delta_i$). Η υπόθεση αυτή αποτελεί και το δεύτερο ρολό του περιορισμού αυτού.

Ο περιορισμός (5) χρησιμοποιείται για να περιορίσει τα συνολικά έξοδα συναλλαγών που προκύπτουν.

Ο περιορισμός (6) δηλώνει ότι η συνολική τιμή του τελικού χαρτοφυλακίου αποτύπωσης τη χρονική στιγμή T πρέπει να είναι ακριβώς όση με την τιμή που έχει το τρέχων χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης τη χρονική στιγμή T συν την αλλαγή στο διαθέσιμο κεφάλαιο C μείον το συνολικό κόστος συναλλαγής C_{cash} . Αν υποθέσουμε, λοιπόν, ότι απουσιάζει το κόστος συναλλαγών ο περιορισμός (6) μεταβάλλεται ως εξής :

$$\sum_{i=1}^N V_{iT} x_i = C \quad .$$

3.5.5 Αντικειμενική συνάρτηση

Για να ολοκληρωθεί η μοντελοποίηση του προβλήματος, θα πρέπει πρώτα να οριστεί και η αντικειμενική συνάρτηση. Στο δεδομένο πρόβλημα υπάρχει ποικιλία όσον αφορά την αντικειμενική συνάρτηση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Οι βασικοί παράγοντες που θα μας απασχολήσουν ώστε να ληφθεί η απόφαση για το τελικό χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης είναι το σφάλμα αποτύπωσης και η υπερβάλλουσα απόδοση (excess return).

Σφάλμα αποτύπωσης

Το σφάλμα αποτύπωσης είναι ένα μετρό για το πόσο στενά το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης ακολουθεί το δείκτη που θέλει να αποτυπώσει. Ειδικότερα, το σφάλμα αποτύπωσης μετρά τη διαφορά ανάμεσα στην απόδοση r_t του χαρτοφυλακίου αποτύπωσης (σχέση 2) και την απόδοση του δείκτη R_t . Όταν η απόδοση r_t συμπίπτει με όλες τις τιμές της απόδοσης R_t του δείκτη για κάθε χρονική στιγμή t ($t = 1, 2, \dots, T$), τότε έχουμε αποτυπώσει το δείκτη με τον καλύτερο δυνατό τρόπο.

Ο τύπος ο οποίος ορίζει το σφάλμα αποτύπωσης είναι :

$$E = \left[\left[\sum_{t \in S} |r_t - R_t|^a \right]^{1/a} \right] / T \quad (9)$$

όπου $a > 0$ είναι μια παράμετρος με την οποία καθορίζεται η σημαντικότητα των διαφορών μεταξύ των αποδόσεων r_t και R_t ενώ S είναι το σύνολο των χρονικών στιγμών t στο οποίο συγκρίνουμε τις διαφορές r_t και R_t .

Υπάρχουν δυο περιπτώσεις για το S :

- i. $S = [t \mid t = 1, 2, \dots, T]$, δηλαδή ο έλεγχος γίνεται για όλες τις χρονικές στιγμές ή
- ii. $S = [t \mid r_t < R_t, t = 1, 2, \dots, T]$, δηλαδή ο έλεγχος στην περίπτωση αυτή γίνεται μόνο για τις χρονικές στιγμές για τις οποίες ισχύει

ότι η απόδοση του χαρτοφυλακίου αποτύπωσης είναι μικρότερη από την απόδοση του δείκτη ($r_t < R_t$).

Η δεύτερη περίπτωση όπου αναφερθήκαμε αντιπροσωπεύει, στην πράξη, το γεγονός ότι μας ενδιαφέρουν περισσότερο οι χρονικοί περίοδοι στις οποίες το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης απέτυχε να αποτυπώσει αποτελεσματικά το δείκτη από ότι οι περίοδοι όπου κατάφερε να τον ξεπεράσει.

Όσον αφορά την τιμή που λαμβάνει το a , μια συνηθισμένη και αρκετά αποτελεσματική τιμή είναι το δυο ($a = 2$) όποτε το σφάλμα αποτύπωσης ορίζεται ως το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (root mean squared error, RMSE).

Υπερβάλλουσα απόδοση

Με τον όρο υπερβάλλουσα απόδοση εννοούμε την απόδοση του χαρτοφυλακίου σε σχέση με την απόδοση του δείκτη και δίνεται από τον τύπο :

$$r^* = \sum_{t=1}^T (r_t - R_t) / T \quad (11)$$

Στη σχέση (11) ο όρος R_t είναι μια γνωστή σταθερά για κάθε χρονική στιγμή t . Έτσι, αν αφαιρέσουμε τον όρο αυτόν από την ισότητα τότε το r^* αντιπροσωπεύει τη μέση απόδοση ανά περίοδο που επιτυγχάνεται από το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης. Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (2) η σχέση (11) γίνεται :

$$r^* = \left(\ln \left[\left[\sum_{i=1}^N V_{iT} x_i \right] \right] / \left[\sum_{i=1}^N V_{i0} x_i \right] - \ln(I_T / I_0) \right) / T \quad (12)$$

έτσι το r^* ανταποκρίνεται σε μια σύγκριση ανάμεσα στη συνολική απόδοση που επιτυγχάνεται από το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης και της συνολικής απόδοσης που επιτυγχάνεται από το δείκτη στο χρονικό διάστημα $[0, T]$.

Γενική αντικειμενική συνάρτηση

Η αντικειμενική συνάρτηση που χρησιμοποιείται για το πρόβλημα της αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών αποτελεί ένα συνδυασμό του σφάλμα αποτύπωσης και της υπερβάλλουσας απόδοσης και αποτυπώνεται μέσω του τύπου :

$$\text{minimise } \lambda E - (1 - \lambda)r^* , \quad (13)$$

όπου το λ ($0 \leq \lambda \leq 1$) αντιπροσωπεύει το συντελεστή παραχώρησης ανάμεσα στο σφάλμα αποτύπωσης και της υπερβάλλουσας απόδοσης. Στις σχέσεις (10) και (11) οι δυο μεταβλητές E και r^* , αντίστοιχα, έχουν οριστεί με τέτοιο τρόπο ώστε να εκφράζονται σε συγκρίσιμες μονάδες μέτρησης.

Όπως είναι προφανές, από τη δομή της σχέσης (13) για $\lambda = 1$ η αντικειμενική συνάρτηση αντιπροσωπεύει την περίπτωση όπου επιθυμούμε να ελαχιστοποιήσουμε το σφάλμα αποτύπωσης ενώ όταν το $\lambda = 0$ επιθυμούμε να μεγιστοποιήσουμε την υπερβάλλουσα απόδοση.

3.6 Τελική μοντελοποίηση του προβλήματος

Η ολοκληρωμένη μοντελοποίηση του προβλήματος της αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών παρουσιάζεται παρακάτω με την αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς που αναλύθηκαν στις προηγούμενες ενότητες.

$$\text{minimise } \lambda E - (1 - \lambda)r^*$$

υ.π

$$\sum_{i=1}^N z_i = K$$

$$\varepsilon_i z_i \leq V_{iT} x_i / C \leq \delta_i z_i , \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$C_{trans} \leq \gamma C$$

$$\sum_{i=1}^N V_{iT} x_i = C - C_{trans}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$z_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

“Εφαρμογή στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών”

4.1 Εισαγωγή

Η προσπάθεια δημιουργίας αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων ήταν πάντα μια μεγάλη πρόκληση γιατί έχει σαν αποτέλεσμα σημαντικά οικονομικά οφέλη. Στην προσπάθεια αυτή χρησιμοποιήθηκαν πολλές διαφορετικές προσεγγίσεις, από τη χρήση εξελιγμένων τεχνικών τεχνητής νοημοσύνης έως προβλέψεις με βάση αστρολογικές παραμέτρους.

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι, τα τελευταία ειδικά χρόνια, λόγω της αποτελεσματικότητά τους, χρησιμοποιούνται όλο και περισσότερο στο χώρο των χρηματιστηριακών αγορών. Πιο συγκεκριμένα, η χρήση των εξελικτικών αλγορίθμων στο πρόβλημα που μας απασχολεί, δηλαδή την αποτύπωση των χρηματιστηριακών δεικτών, έχει παρουσιάσει ραγδαία αύξηση τα τελευταία χρόνια.

4.2 Αποτύπωση χρηματιστηριακών δεικτών και εξελικτικοί αλγόριθμοι

Η αποτύπωση της πορείας ενός χρηματιστηριακού δείκτη αποτελεί μια δημοφιλή στρατηγική της παθητικής διαχείρισης των κεφαλαίων, η οποία έχει τη δυνατότητα να παρέχει «ποιοτικά» χαρτοφυλάκια με χαμηλό κόστος. Σε προηγούμενο κεφάλαιο, περιγράφηκε η διαδικασία για την αποτύπωση ενός χρηματιστηριακού δείκτη, η οποία μπορεί να πραγματοποιηθεί με δυο τρόπους, είτε με την πλήρη αντιγραφή είτε με μερική αντιγραφή. Είναι προφανές ότι και στις δυο περιπτώσεις μια τέτοια διαδικασία μπορεί να εφαρμοστεί μόνο εάν υπάρχει δυνατότητα άμεσης επένδυσης στα χρεόγραφα που διαμορφώνουν το δείκτη. Εάν όμως ο δείκτης είναι σύνθετος, όπως ο διεθνής δείκτης FTSE, ή αφορά μια ξένη χρηματιστηριακή αγορά στην οποία δεν υπάρχει δυνατότητα άμεσης επένδυσης, τότε μια τέτοια απλή διαδικασία δεν είναι εφικτή.

Η αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω σύγχρονων υπολογιστικών διαδικασιών που επιτρέπουν τη αποτελεσματική διερεύνηση των δυνατοτήτων αποτύπωσης οποιουδήποτε δείκτη από ένα περιορισμένο σύνολο χρεογράφων.

Μεταξύ αυτών των διαδικασιών, διάφοροι εξελικτικοί αλγόριθμοι μπορούν να δώσουν ικανοποιητικά αποτελέσματα, όσον αφορά την ποιότητα της αποτύπωσης, χωρίς να απαιτείται ιδιαίτερα υψηλός υπολογιστικός φόρτος. Οι γενετικοί αλγόριθμοι και ο διαφορικός εξελικτικός αλγόριθμος αποτελούν κατηγορίες εξελικτικών αλγορίθμων, με πλήθος εφαρμογών σε διάφορα πεδία μεταξύ των οποίων είναι και η σύνθεση χαρτοφυλακίων (Beasley et al. , 2003).

4.3 Χρηματιστηριακοί δείκτες

Οι χρηματιστηριακοί δείκτες αποτελούν ένα εργαλείο απεικόνισης της «τάσης» μιας κεφαλαιαγοράς ή ειδικότερα ενός κλάδου μιας κεφαλαιαγοράς. Με τον όρο «τάση» δηλώνεται η γενικότερη κίνηση ενός μεγέθους (πωλήσεις, αγορές, τιμές μετοχών, τιμές δείκτη, κ.ά.) και απαρτίζεται από τις επιμέρους ενδείξεις του μεγέθους αυτού. Παγκοσμίως υπάρχουν εκατοντάδες είδη χρηματιστηριακών δεικτών, ενώ για την καλύτερη παρακολούθηση της πορείας των επιμέρους κλάδων μιας χρηματιστηριακής αγοράς, έχουν δημιουργηθεί οι κλαδικοί δείκτες. Κάθε δείκτης έχει τους δικούς του κανόνες διαχείρισης και υπολογισμού οι οποίοι ρυθμίζονται και

αναπροσαρμόζονται από την κατασκευάστρια εταιρεία. Η μεγαλύτερη εταιρεία κατασκευής και διαχείρισης χρηματιστηριακών δεικτών είναι η FTSE International Limited, η οποία δημιουργήθηκε από το Χρηματιστήριο Αξιών του Λονδίνου και την Financial Times. Η εταιρεία έχει επεκταθεί παγκοσμίως και οι δείκτες της είναι ευρέως διαδεδομένοι σε όλες τις χρηματιστηριακές αγορές. Χαρακτηριστικά αναφέρεται πως η εταιρεία FTSE International Limited υπολογίζει καθημερινά πάνω από 60000 δείκτες, εκ των οποίων πιο «δημοφιλής» είναι η σειρά FTSE UK που περιλαμβάνει και τον δείκτη FTSE 100. Ο δείκτης με τους υψηλότερους ρυθμούς ανάπτυξης είναι ο δείκτης FTSE Global Equity ο οποίος περιλαμβάνει 7000 εταιρείες από 48 χώρες, καλύπτοντας το 98% της παγκόσμιας επενδυτικής αγοράς (www.ftse.com).

Στην παρούσα εργασία οι δείκτες που χρησιμοποιήθηκαν διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών. Συγκεκριμένα από το ΧΑΑ επιλέχθηκαν ο γενικός δείκτης και ο δείκτης υψηλής κεφαλαιοποίησης FTSE 20.

Ο γενικός δείκτης του Χ.Α.Α. μετρά την ποσοστιαία μεταβολή της συνολικής χρηματιστηριακής αξίας ενός συνόλου μετοχών. Καλύπτει μέρος μόνο της συνολικής κεφαλαιοποίησης της χρηματιστηριακής αγοράς καθώς λαμβάνει υπόψη τη μεταβολή μόνο 60 μετοχών. Επηρεάζεται κυρίως από τη μεταβολή των τραπεζικών τίτλων, του ΟΤΕ, των Ελληνικών Πετρελαίων αλλά και αρκετών κατασκευαστικών εταιρειών. Κάθε μετοχή επηρεάζει το γενικό δείκτη ανάλογα με την κεφαλαιοποίηση της εταιρείας. Εξάιρεση αποτελεί η μετοχή του ΟΤΕ η οποία μετέχει στη διαμόρφωση του γενικού δείκτη με το 25% της συνολικής κεφαλαιοποίησης του τηλεπικοινωνιακού οργανισμού. Ο γενικός δείκτης του ΧΑΑ δεν επηρεάζεται από την αποκοπή μερισμάτων.

Το δείκτη υψηλής κεφαλαιοποίησης FTSE 20 παρουσίασε η FTSE International Limited στις 24 Σεπτεμβρίου 1997 εντάσσοντας τις 20 μεγαλύτερες εταιρείες (blue chip) εισηγμένες στο ΧΑΑ, όπως έχει συμφωνηθεί από την Συμβουλευτική επιτροπή των δεικτών FTSE. Ως “blue chip” ορίζονται οι μετοχές με την ανώτατη αξία ως επένδυση, με την έννοια ότι διατρέχουν μικρότερο κίνδυνο από άλλες μετοχές, μη αποδόσεως κερδών, μη διανομής μερίσματος ή πτώχευσης. Γενικότερα ο χαρακτηρισμός “blue chip” αποδίδεται στις μετοχές μεγάλων και καλώς εδραιωμένων εταιρειών.

Στην διαχείριση των δεικτών FTSE εμπλέκονται τρεις φορείς :

- (1) Η Συμβουλευτική Επιτροπή FTSE / ΧΑ,
- (2) Η εταιρεία FTSE International Limited,
- (3) Το Χρηματιστήριο Αθηνών.

Η Συμβουλευτική επιτροπή έχει συσταθεί από την FTSE και το ΧΑΑ για την εξασφάλιση της ανεξαρτησίας και διαφάνειας στη διαχείριση και καθημερινή λειτουργία και των δυο δεικτών. Η επιτροπή συνεδριάζει τουλάχιστον δυο φορές το χρόνο, εξετάζει και εγκρίνει όλες τις μεταβολές των εταιρειών που συμμετέχουν στους δείκτες, ώστε να διασφαλίζει ότι οι μεταβολές αυτές γίνονται σύμφωνα με τους Βασικούς Κανόνες. Το Χ.Α.Α. έχει την ευθύνη της καθημερινής λειτουργίας του δείκτη. Παρακολουθεί όλες τις εξελίξεις στις συμμετέχουσες εταιρείες καθώς και τη διακύμανση των τιμών των μετοχών τους και πραγματοποιεί όλες τις μεταβολές στη σύνθεση και τα ποσοστά συμμετοχής των εταιρειών στους δείκτες. Η FTSE έχει την ευθύνη της παρακολούθησης των μεταβολών των δεικτών, του ελέγχου της λειτουργίας τους και συμβουλεύει το ΧΑ πάνω στον χειρισμό σύνθετων εταιρικών πράξεων.

Εκτός από τους δείκτες υψηλής και μεσαίας κεφαλαιοποίησης στο Χ.Α.Α., χρησιμοποιήθηκαν δείκτες από ξένα χρηματιστήρια : ο Hang Seng (Χονγκ Κόνγκ), ο DAX 100 (Γερμανία), ο FTSE 100 (Αγγλία), ο S&P 100 (Αμερική) και ο Nikkei 225 (Ιαπωνία).

Ο S&P 100 είναι δείκτης της αμερικανικής αγοράς μετοχών και αποτελεί υποσύνολο του αμερικανικού δείκτη S&P 500. Αποτελείται από τις 100 μεγαλύτερες και ηγετικές εταιρείες της αμερικανικής αγοράς. Τα συστατικά του S&P 100 αντιπροσωπεύουν περίπου το 57% της συνολικής κεφαλαιοποίησης του δείκτη S&P 500 και μόλις το 45% της συνολικής κεφαλαιοποίησης της αγοράς μετοχών στην Αμερική.

Ο δείκτης FTSE 100 δημιουργήθηκε στην Αγγλία στις 3 Ιανουαρίου 1984 από την εταιρεία FTSE International Limited και είχε αρχική τιμή 1000 μονάδων. Χαρακτηρίζεται ως ο πιο «δημοφιλής» δείκτης στο Χρηματιστήριο Αξιών του Λονδίνου και αντιπροσωπεύει το 80% της συνολικής κεφαλαιοποίησής του. Αποτελείται από τις 100 μεγαλύτερες εταιρείες που είναι εισηγμένες στο Χρηματιστήριο Αξιών του Λονδίνου.

Ο DAX 100 είναι μέρος της οικογένειας των δεικτών του Χρηματιστηρίου Αξιών της Φρανκφούρτης και αποτελείται από τις 100 μεγαλύτερες εταιρείες υψηλής κεφαλαιοποίησης. Κατασκευάστηκε στις 30 Δεκεμβρίου 1987. Ο DAX 100 είναι συνδυασμός του δείκτη DAX 30, που αποτελείται από τις 30 “blue chip” εταιρείες της χώρας και το δείκτη μεσαίας κεφαλαιοποίησης DAX 70.

Ο δείκτης Hang Seng κατασκευάστηκε από ένα υποκατάστημα της τράπεζας του Χονγκ Κονγκ στις 31 Ιουλίου 1964. Το δείκτη αποτελούν οι 33 μεγαλύτερες εταιρείες του Χονγκ Κονγκ, οι οποίες αποτελούν και το 70% της συνολικής κεφαλαιοποίησης του Χρηματιστηρίου Αξιών του Χονγκ Κονγκ.

Τέλος, ο δείκτης Nikkei 225 είναι ο δημοφιλέστερος δείκτης στην αγορά μετοχών της Ασίας και διαπραγματεύεται στο Χρηματιστήριο Αξιών του Τόκιου. Ο υπολογισμός του δείκτη Nikkei 225 ξεκίνησε στις 7 Σεπτεμβρίου 1950.

4.4 Εφαρμογή της αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών (Χ.Α.Α)

4.4.1 Επιλογή δεδομένων

Στόχος της παρούσας διπλωματικής, είναι η εφαρμογή των εξελικτικών αλγορίθμων και πιο συγκριμένα των γενετικών αλγορίθμων και του ΔΕΑ στη παθητική διαχείριση κεφαλαίων μέσω της αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών. Η εφαρμογή πραγματοποιήθηκε χρησιμοποιώντας δεδομένα από το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών. Οι δείκτες που επιλέχθηκαν είναι ο Γενικός δείκτης Χ.Α.Α. και ο δείκτης υψηλής κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20. Ειδικότερα το πρόβλημα έγκειται στην κατασκευή χαρτοφυλακίων αποτελούμενα από κατάλληλο αριθμό, τα οποία αποτυπώνουν, όσο το δυνατόν καλύτερα την πορεία των παραπάνω δεικτών. Είναι επίσης επιθυμητό, ο αριθμός των μετοχών που συνθέτουν κάθε χαρτοφυλάκιο, να είναι μικρότερος από τον αριθμό των μετοχών που συμμετέχουν στη σύνθεση του εκάστοτε δείκτη. Η προσέγγιση η οποία εξετάστηκε στην προκείμενη περίπτωση αναφέρεται στη χρήση ιστορικών τιμών των μέτοχων και του δείκτη. Σε αντίθεση με το πρόβλημα που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 3, στη δική μας προσέγγιση δεν λαμβάνουμε υπόψη μας τα κόστη συναλλαγών όπως

επίσης και τον περιορισμό για τον ελάχιστο αριθμό των μονάδων της μετοχής. Οπότε η μοντελοποίηση του προβλήματος μεταβάλλεται ως εξής :

$$\text{minimise } \lambda E - (1 - \lambda)r *$$

υπό τους περιορισμούς

$$\sum_{i=1}^N z_i = K$$

$$\sum_{i=1}^N V_{iT} x_i = C$$

$$V_{iT} x_i / C \leq z_i, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$z_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

Η χρονική περίοδος που επιλέχθηκε αντιστοιχεί σε περίπου 7 έτη. Τα 7 αυτά έτη χωρίστηκαν σε δύο υποσύνολα, διάρκειας 5 και 2 ετών αντίστοιχα. Το πρώτο υποσύνολο χρησιμοποιήθηκε σαν «δείγμα εκπαίδευσης», ενώ το δεύτερο σαν δείγμα ελέγχου. Ειδικότερα, βάσει των ιστορικών τιμών του πρώτου δείγματος βρέθηκε η σύσταση του χαρτοφυλακίου, ενώ οι ιστορικές τιμές του δεύτερου δείγματος χρησιμοποιήθηκαν σαν «μελλοντικές» τιμές των μετοχών και του εκάστοτε δείκτη, για τον έλεγχο της αποτελεσματικότητας της στρατηγικής αποτύπωσης. Η χρονική περίοδος που καλύπτει το πρώτο δείγμα αντιστοιχεί στην περίοδο μεταξύ 3/1/2001 και 3/12/2005 ενώ τα δεύτερο δείγμα αφορά την περίοδο από 2/1/2006 έως 2/3/2007. Παρακάτω φαίνεται η σύνθεση των δυο δεικτών σύμφωνα με τα σημερινά δεδομένα (2008). Βέβαια, οι αναφερθείσες συμμετοχές των μετοχών στους δείκτες διαφοροποιούνται για τη χρονική περίοδο των 5 ετών, λόγω της συχνής ανασύστασης ενός δείκτη. Τα στοιχεία για τις τιμές των μετοχών για κάθε δείκτη προέρχονται από τη διπλωματική εργασία του Σαμπάνη Η. (Σαμπάνης Η., 2007).

ΑΛΦΑ	ALPHA ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε.
ΑΤΕ	ΑΓΡΟΤΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε.
ΒΙΟΧΚ	ΒΙΟΧΑΛΚΟ Ε.Β. ΧΑΛΚΟΥ ΚΑΙ ΑΛΟΥΜ.
ΔΕΗ	ΔΗΜΟΣΙΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ ΑΕ
ΕΕΕΚ	COCA-COLA Ε.Ε.Ε. Α.Ε. (ΚΑ)
ΕΛΛΑΚΤΩΡ	ΕΛΛΑΚΤΩΡ ΑΝΩΝΥΜΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΛΠΕ	ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ Α.Ε.
ΕΤΕ	ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε.
ΕΥΡΩΒ	ΤΡΑΠΕΖΑ EUROBANK ERGASIAS Α.Ε.
ΙΝΛΟΤ	ΙΝΤΡΑΛΟΤ Α.Ε.
ΚΥΠΡ	ΤΡΑΠΕΖΑ ΚΥΠΡΟΥ ΔΗΜΟΣΙΑ ΕΤΑΙΡΙΑ
ΜΑΡΦΒ	MARFIN POPULAR BANK PUBLIC CO LTD
ΜΙΓ	MARFIN INVESTMENT GROUP Α.Ε.
ΜΟΗ	ΜΟΤΟΡ ΟΪΛ (ΕΛΛΑΣ) ΔΙΥΛΙΣΤΗΡΙΑ
ΜΥΤΙΛ	ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ Α.Ε. ΟΜΙΛΟΣ ΕΠΙΧ/ΩΝ
ΟΠΑΠ	ΟΠΑΠ ΑΕ (ΚΟ)
ΟΤΕ	ΟΤΕ Α.Ε.
ΠΕΙΡ	ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε.
ΤΙΤΚ	ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ
ΤΤ	ΤΑΧΥΔΡΟΜΙΚΟ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΙΟ ΕΛΛΑΔΟΣ

Πίνακας 4.1: Σύνθεση του δείκτη FTSE / ΧΑ 20 (2008)

ΑΒΑΞ	ΑΒΑΞ Α.Ε.
ΑΒΚ	ΑΛΦΑ-ΒΗΤΑ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ Α.Ε.
ΑΛΑΠΙΣ	ALAPIS
ΑΛΦΑ	ΑΛΡΗΑ ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε.
ΑΝΕΚ	ΑΝΩΝΥΜΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑΚΗ ΕΤΑΙΡΙΑ ΚΡΗΤΗΣ
ΑΡΑΙΓ	ΑΝΩΝΥΜΗ ΑΕΡΟΠΟΡ. ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΑΡΒΑ	S & B ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΟΡΥΚΤΑ, ΜΕΤΑΛ.,
ΑΣΤΗΡ	ΑΣΤΗΡ ΠΑΛΑΣ ΒΟΥΛΙΑΓΜΕΝΗΣ Α.Ε.Ε.
ΑΧΟΝ	ΑΧΟΝ Α.Ε. ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ
ΒΙΟΧΚ	ΒΙΟΧΑΛΚΟ Α.Ε.
ΒΩΒΟΣ	ΒΩΒΟΣ ΔΙΕΘΝΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗ Α.Ε.
ΓΕΚ	ΓΕΚ Α.Ε.
ΔΕΗ	ΔΗΜΟΣΙΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ ΑΕ
ΔΟΛ	ΔΗΜΟΣΙΟΓΡ. ΟΡΓΑΝΙΣΜ. ΛΑΜΠΡΑΚΗ Α.Ε.
ΕΕΕΚ	COCA-COLA Ε.Ε.Ε. Α.Ε.
ΕΛΒΑ	ΕΛΒΑΛ Α.Ε ΒΙΟΜ/ΝΙΑ ΕΠΕΞΕΡΓ. ΑΛΟΥΜ.
ΕΛΛΑΚΤΩΡ	ΕΛΛΑΚΤΩΡ ΑΝΩΝΥΜΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΛΠΕ	ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ Α.Ε.
ΕΤΕ	ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε.
ΕΥΑΠΣ	ΕΤ. ΥΔΡΕΥΣΗΣ & ΑΠΟΧΕΤ. ΘΕΣ/ΚΗΣ Α.Ε.
ΕΥΔΑΠ	Ε.ΥΔ.Α.Π. Α.Ε.
ΕΥΠΡΟ	EUROBANK PROPERTIES
ΕΥΡΟΜ	EUROMEDICA Α.Ε.ΠΑΡΟΧΗΣ ΙΑΤΡ. ΥΠΗΡ.
ΕΥΡΩΒ	ΤΡΑΠΕΖΑ ΕFG EUROBANK ERGASIAS
ΕΧΑΕ	ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑ Α.Ε
ΙΑΣΩ	ΙΑΣΩ Α.Ε.
ΙΑΤΡ	ΙΑΤΡΙΚΟ ΑΘΗΝΩΝ Ε.Α.Ε.
ΙΝΛΟΤ	ΙΝΤΡΑΛΟΤ Α.Ε.
ΙΝΤΚΑ	ΙΝΤΡΑΚΟΜ ΑΝΩΝΥΜΗ ΕΤΑΙΡΙΑ ΣΥΜΜΕΤ.
ΛΑΒΙ	LAVIPHARM Α.Ε.
ΛΑΜΔΑ	LAMDA DEVELOPMENT Α.Ε.
ΜΑΙΚ	Μ. Ι. ΜΑΪΛΛΗΣ Α.Ε.Β.Ε.

ΜΑΡΦΒ	MARFIN POPULAR BANK PUBLIC CO LTD
ΜΕΤΚ	ΜΕΤΚΑ Α.Ε.
ΜΗΧΚ	ΜΗΧΑΝΙΚΗ Α.Ε.
ΜΙΓ	MARFIN INVESTMENT GROUP Α.Ε.
ΜΙΝΟΑ	ΜΙΝΩΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ Α.Ν.Ε.
ΜΟΗ	ΜΟΤΟΡ ΟΪΛ ΔΙΥΛΙΣΤΗΡΙΑ ΚΟΡΙΝΘΟΥ ΑΕ
ΜΠΕΛΑ	JUMBO ΑΝΩΝΥΜΗ ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΕΤΑΙΡΙΑ
ΜΥΤΙΑ	ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ Α.Ε. ΟΜΙΛΟΣ ΕΠΙΧΕΙΡ.
ΝΗΡ	ΝΗΡΕΥΣ ΙΧΘΥΟΚΑΛΛΙΕΡΓΕΙΕΣ Α.Ε.
ΟΛΘ	ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΙΜΕΝΟΣ ΘΕΣ/ΚΗΣ Α.Ε.
ΟΠΑΠ	ΟΡΓΑΝ. ΠΡΟΓΝΩΣΤ. ΑΓΩΝΩΝ ΠΟΔΟΣΦ.
ΟΤΕ	ΟΤΕ Α.Ε.
ΠΕΙΡ	ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε.
ΡΟΚΚΑ	Χ. ΡΟΚΑΣ Α.Β.Ε.Ε.
ΣΑΡ	ΓΡ. ΣΑΡΑΝΤΗΣ Α.Β.Ε.Ε.
ΣΕΛΟ	ΙΧΘΥΟΤΡΟΦΕΙΑ ΣΕΛΟΝΤΑ Α.Ε.Γ.Ε.
ΣΙΔΕ	ΣΙΔΕΝΟΡ Α.Ε. (ΠΡΩΗΝ ΕΡΛΙΚΟΝ)
ΣΠΡΙ	SPRIDER STORES
ΣΦΑ	ΣΦΑΚΙΑΝΑΚΗΣ Α.Ε.Β.Ε.
ΣΩΛΚ	ΣΩΛΗΝΟΥΡΓΕΙΑ ΚΟΡΙΝΘΟΥ Α.Ε.
ΤΕΡΝΑ	ΤΕΡΝΑ Α.Ε.
ΤΙΤΚ	TITAN ΑΝΩΝΥΜΗ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ
ΥΓΕΙΑ	ΔΙΑΓΝ.& ΘΕΡΑΠΕΥΤ. ΚΕΝΤΡΟ ΥΓΕΙΑ Α.Ε.
ΦΟΛΙ	FOLLI - FOLLIE Α.Β.Ε.Ε.
ΦΟΡΘ	FORTHNET Α.Ε.
ΦΡΙΓΟ	FRIGOGLASS Α.Β.Ε.Ε.
ΦΡΛΚ	FOURLIS Α.Ε ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ
ΧΑΚΟΡ	ΧΑΛΚΟΡ Α.Ε (ΠΡΩΗΝ ΒΕΚΤΩΡ)

Πίνακας 4.2: Σύνθεση γενικού δείκτη ΧΑΑ (2008)

4.4.3 Επιλογή παραμέτρων του ΔΕΑ

Οι τρεις βασικές παράμετροι που επηρεάζουν κυρίως τον τρόπο σύγκλισης και γενικά την απόδοση του αλγορίθμου, είναι ο συντελεστής της μετάλλαξης F , η πιθανότητα της διασταύρωσης Cr και το μέγεθος του πληθυσμού.

Για το καθορισμό των παραμέτρων αυτών πραγματοποιήθηκαν επαναλαμβανόμενες δοκιμές, μέσω των οποίων παρατηρήθηκαν οι αλλαγές της συμπεριφοράς του αλγορίθμου μέχρις ότου να καταλήξουμε τελικά στον αποδοτικότερο συνδυασμό τιμών του συντελεστή της μετάλλαξης F και της πιθανότητας της διασταύρωσης Cr . Τελικά, ο συνδυασμός τιμών που επιλέχθηκε είναι $F=0,7$ και $Cr=0,3$.

Όσον αφορά την εναλλαγή στο μέγεθος του πληθυσμού, είναι δυνατό εξ αρχής να υπάρξει κάποια ιδέα του τρόπου με τον οποίο ο αλγόριθμος θα αντιδράσει. Αυτό που είναι βέβαιο, είναι ότι ένα μεγάλο πλήθος ατόμων θα απαιτήσει περισσότερο χρόνο διερεύνησης από ότι ένα μικρότερο, καθώς επίσης ότι δεν θα οδηγήσει εύκολα τον αλγόριθμο σε παγίδευση σε τοπικά βέλτιστα, αφού η πιθανότητα να παρουσιαστούν εναλλακτικές λύσεις καλύτερες από την τρέχουσα είναι πολύ μεγαλύτερη.

Οι δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν αφορούσαν ένα μέγεθος 75 γενεών καθώς και ένα 150 γενεών. Για το λόγο, όμως, που αναφέρθηκε παραπάνω επιλέχθηκε τελικά των 75 γενεών γιατί διαφορετικά είχαμε σημαντική αύξηση του υπολογιστικού φόρτου, αλλά κυρίως γιατί πέρα από τις 75 γενεές υπήρχε σύγκλιση.

Επιπλέον, όπως έχει ήδη αναφερθεί στο κεφάλαιο 2, υπάρχουν διαφορετικά σχήματα του ΔΕΑ (Storn και Price, 1995) τα οποία διαφέρουν στον τρόπο που παράγονται οι νέες λύσεις. Το σχήμα που θα χρησιμοποιήσουμε αναφέρεται ως DE/rand-to-best/1 και το διάνυσμα $\vec{v}_{j,G+1}$ δημιουργείται από τον τύπο :

$$\vec{v}_{j,G+1} = \vec{x}_{j,G} + \mu(\vec{x}_{best,G} - \vec{x}_{j,G}) + F(\vec{x}_{r_2,G} - \vec{x}_{r_3,G}),$$

όπου $\vec{v}_{j,G+1}$ είναι το διάνυσμα της μετάλλαξης και η μεταβλητή ελέγχου μ στη συγκεκριμένη εφαρμογή ισούται με F ($\mu = F$) άρα,

$$\vec{v}_{j,G+1} = \vec{x}_{j,G} + F(\vec{x}_{best,G} - \vec{x}_{j,G}) + F(\vec{x}_{r_2,G} - \vec{x}_{r_3,G}).$$

4.4.2 Επιλογή παραμέτρων του γενετικού αλγορίθμου

Πιθανότητα μετάλλαξης και διασταύρωσης

Κατά κοινή ομολογία οι γενετικοί αλγόριθμοι έχουν ημιτελή φύση ως προς την θεωρία που τους διέπει. Για το λόγο αυτό η γνώση σχετικά με την επιτυχή υλοποίηση τους προέρχεται κυρίως από την εμπειρία και τον πειραματισμό. Σύμφωνα με τους ερευνητές του χώρου η πιθανότητα της διασταύρωσης θα πρέπει γενικά να κυμαίνεται μεταξύ 0.6 και 0.9, ($0.6 \leq p_{\text{cross}} \leq 0.9$), ενώ η πιθανότητα της μετάλλαξης θα πρέπει να είναι πολύ μικρότερη και να κυμαίνεται μεταξύ 0.001 και 0.01, ($0.001 \leq p_{\text{mutation}} \leq 0.01$). Εν αντιθέσει με τις δύο παραπάνω πιθανότητες, παράμετροι όπως το μέγεθος του πληθυσμού καθώς και το πλήθος των γενεών δεν έχουν αποσαφηνιστεί και οι τιμές τους διαμορφώνονται ανάλογα με την εκάστοτε περίπτωση. Στις περιπτώσεις που εξετάζει η παρούσα εργασία οι τιμές της πιθανότητας διασταύρωσης και της πιθανότητας μετάλλαξης ορίστηκαν στα 0.6 και 0.01 αντίστοιχα.

Γενετικοί τελεστές

Μετάλλαξη : η τεχνική που επιλέχθηκε για τη διαδικασία της μετάλλαξης είναι η ομοιόμορφη μετάλλαξη (mutationuniform). Η ομοιόμορφη μετάλλαξη ολοκληρώνεται σε δυο στάδια. Αρχικά επιλέγεται ένα άνω και κάτω όριο για κάθε μεταβλητή i . Έστω ότι α_i είναι το ανώτερο όριο και β_i είναι το κατώτερο όριο. Στην συνέχεια επιλέγεται μια τυχαία μεταβλητή j , και εξισώνεται με έναν ομοιόμορφο τυχαίο αριθμό $U(\alpha_i, \beta_i)$.

Διασταύρωση : η τεχνική που επιλέχθηκε για τη διαδικασία της διασταύρωσης είναι η διασταύρωση δυο σημείων (crossover two point). Στη διασταύρωση δυο σημείων επιλέγονται τυχαία για κάθε ζεύγος γονέων δυο σημεία τομής, κοινά και για τους δυο γονείς και στη συνέχεια οι απόγονοι που προκύπτουν λαμβάνουν ένα μέρος από κάθε γονέα εναλλάξ. Η διαδικασία που ακολουθείται παρουσιάζεται παρακάτω με την υπόθεση ότι $p1, p2$ είναι το ζεύγος γονέων και $arogonpos$ είναι ο απόγονος. Επιπλέον, τα σημεία τομής είναι το 3 και το 6, οπότε :

$$p1 = [a \ b \ c \ d \ e \ f \ g \ h]$$

$$p2 = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8]$$

άρα, ο απόγονος που προκύπτει είναι

$$\text{arogonos}=[a \ b \ c \ 4 \ 5 \ 6 \ g \ h]$$

Επιλογή : για τη διαδικασία της επιλογής επιλέχτηκε η στοχαστική επιλογή (selectionstochunif). Σύμφωνα με την τεχνική της στοχαστικής επιλογής, υπολογίζονται οι πιθανότητες επιλογής κάθε ατόμου του πληθυσμού με βάση την τιμή της συνάρτησης προσαρμογής και κατόπιν επιλέγονται τυχαία ζευγάρια ατόμων από τον πληθυσμό. Από κάθε ζευγάρι επιλέγεται το καλύτερο άτομο και η διαδικασία επιλογής ζευγαριών συνεχίζεται έως ότου συμπληρωθούν όλες οι θέσεις του πληθυσμού.

4.5 Παρουσίαση αποτελεσμάτων

4.5.1 Αποτελέσματα του ΔΕΑ

Όπως, ήδη αναφέραμε η διαδικασία επιλογής των παραμέτρων F και Cr του ΔΕΑ έγινε ύστερα από σειρά δοκιμών και συνδυασμών των δυο αυτών παραμέτρων με την υπόθεση ότι την αντικειμενική συνάρτηση αποτελούσε μονό η ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης ($\lambda=1$).

Στη συνέχεια, θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα του αλγορίθμου έχοντας κάνει τις εξής υποθέσεις:

- ❖ Το λ λαμβάνει τις τιμές 0.6, 0.7, 0.8, 0.9. Άρα, η αντικειμενική συνάρτηση

$$\text{minimize } \lambda E - (1 - \lambda)r^*$$

μεταβάλλεται ανάλογα.

- ❖ Ο επιθυμητός αριθμός των διαφορετικών μετοχών που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης K λαμβάνει τις τιμές 5 και 10.

- ❖ Ο έλεγχος για την αποτελεσματικότητα της αποτύπωσης αφορά την ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, που δίνεται από τον τύπο:

$$E = RMSE = 1000 \left[\left[\sum_{i \in S} |r_i - R_i|^2 \right]^{1/2} \right] / T \quad (4.1)$$

καθώς επίσης και της υπερβάλλουσας απόδοσης που υπολογίζεται από τον τύπο:

$$r^* = 1000 \left(\sum_{t=1}^T (r_t - R_t) / T \right) \quad (4.2)$$

- ❖ Ο συντελεστής μετάλλαξης F και η πιθανότητα διασταύρωσης Cr είναι 0,7 και 0,3 αντίστοιχα.
- ❖ Το κεφάλαιο που είναι διαθέσιμο για επένδυση ισούται με 100.000.
- ❖ Ο αριθμός των γενεών είναι ίσος με 75.
- ❖ Το μέγεθος του πληθυσμού είναι $2 \cdot D$, όπου D είναι το πλήθος των μεταβλητών απόφασης. Επιπλέον, το πλήθος των μεταβλητών απόφασης είναι ίσο με N .
- ❖ Οι μεταβλητές z λαμβάνονται έμμεσα υπόψη θέτοντας σε κάθε λύση τα $N-K$ χαμηλότερα ποσοστά συμμετοχής των μετοχών ίσα με μηδέν. Έτσι διασφαλίζεται ότι μόνο K μετοχές θα συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο.

Σφάλμα αποτύπωσης in-sample και out-of-sample

Η κύρια προσέγγιση για το πρόβλημα της αποτύπωσης των χρηματιστηριακών δεικτών στηρίζεται στο παρελθόν. Συνεπώς, σύμφωνα με την υπόθεση αυτή διαμορφώνεται ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτυπώνει ικανοποιητικά τον εκάστοτε δείκτη σε παρελθοντικά στοιχεία (in-sample). Στη συνέχεια, αξιολογείται η συμπεριφορά του χαρτοφυλακίου σε μελλοντικά στοιχεία (out-of-sample).

Ειδικότερα, αρχικά εφαρμόστηκε ο διαφορικός εξελικτικός αλγόριθμος για να κατασκευαστούν χαρτοφυλάκια που αποτυπώνουν τους δυο δείκτες του ΧΑΑ την χρονική περίοδο από 3/1/2001 έως 3/12/2005 (in-sample), δίνοντας στο συντελεστή παραχώρησης λ τις τιμές 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 και 1. Για τον αριθμό των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης ελέγξαμε δυο περιπτώσεις, το K να είναι ίσο με 5 και ίσο με 10. Στη συνέχεια, αξιολογήθηκε το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης σε δεδομένα out-of-sample, δηλαδή, τη χρονική περίοδο από 2/1/2006 έως 2/3/2007.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί ότι για όλες τις περιπτώσεις που παρουσιάζονται παρακάτω πραγματοποιήθηκαν δέκα επαναλήψεις του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου. Οι τιμές που αναφέρονται στους πίνακες είναι ο μέσος όρος των επαναλήψεων αυτών.

Στους πίνακες 4.3 και 4.4 που ακολουθούν παρουσιάζεται το σφάλμα αποτύπωσης για κάθε περίπτωση. Όπως φαίνεται στον πίνακα 4.3 καθώς και στον

πίνακα 4.4, όσο αυξάνεται η τιμή του συντελεστή παραχώρησης λ (έχοντας σταθερό τον αριθμό των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης K), μειώνεται σταδιακά το σφάλμα αποτύπωσης in-sample. Για το δείκτη FTSE 20 και για $K=5$ το σφάλμα αποτύπωσης in-sample από 0,19539 για $\lambda=0,6$ μειώθηκε σε 0,01061 για $\lambda=1$. Αντίστοιχα, για το γενικό δείκτη η τιμή του σφάλματος αποτύπωσης παρουσιάζει μείωση από 0,16654 σε 0,00778 για $K=10$. Συνεπώς, και στις δυο περιπτώσεις ισχύει ότι το σφάλμα αποτύπωσης in-sample μειώνεται όσο το L αυξάνεται, όπως ακριβώς είναι αναμενόμενο.

Επιπρόσθετα, οι πίνακες 4.3 και 4.4 παρέχουν πληροφορίες για τη σύγκριση του σφάλμα αποτύπωσης in-sample και out-of-sample για κάθε λ και K αντίστοιχα. Για το σφάλμα αποτύπωσης out-of-sample ισχύει ότι ακριβώς και για το σφάλμα αποτύπωσης in-sample, όπως φαίνεται στους παρακάτω πίνακες. Οι τιμές που λαμβάνει το σφάλμα αποτύπωσης out-of-sample είναι μεγαλύτερες σε σχέση με τις τιμές in-sample. Για παράδειγμα, για το δείκτη FTSE 20 με $K=5$ και $\lambda=0,6$ το σφάλμα αποτύπωσης out-of-sample είναι 0,27239 σε σύγκριση με το αντίστοιχο in-sample που είναι ίσο με 0,19539.

Τέλος, οι δυο πίνακες 4.3 και 4.4 παρουσιάζουν τα αποτελέσματα για την υπερβάλλουσα απόδοση για τον FTSE 20 και το γενικό δείκτη αντίστοιχα. Παρατηρώντας τους πίνακες εξάγουμε το συμπέρασμα ότι η υπερβάλλουσα απόδοση μειώνεται όσο αυξάνεται ο συντελεστής παραχώρησης. Η παρατήρηση αυτή ισχύει ανεξάρτητα από τον αριθμό των μετοχών που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης.

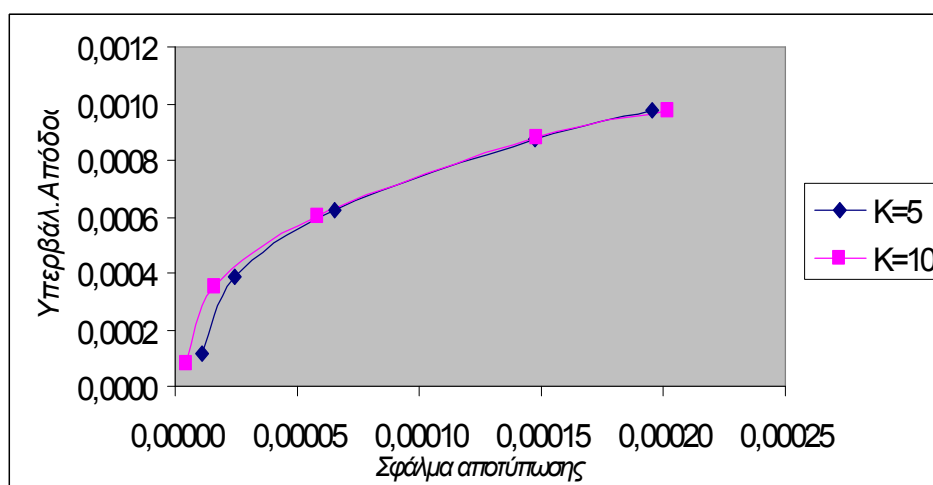
Στο σχήμα 4.1 παρουσιάζεται, για τα δεδομένα του δείκτη FTSE 20, η καμπύλη παραχώρησης που δείχνει τη σχέση που υπάρχει ανάμεσα στο σφάλμα αποτύπωσης και την υπερβάλλουσα απόδοση. Χρησιμοποιήσαμε το σφάλμα αποτύπωσης in-sample, δηλαδή για την χρονική περίοδο από τις 3/1/2001 έως 3/12/2005, και την υπερβάλλουσα απόδοση για τα δυο διαφορετικά χαρτοφυλάκια των 5 και 10 μετοχών και τις τιμές 0.6, 0.7...,1 για το συντελεστή παραχώρησης λ .

Όπως φαίνεται από το σχήμα 4.1 οι καμπύλες για $K=5$ και $K=10$ είναι αρκετά κοντά για τις χαμηλές τιμές του συντελεστή παραχώρησης όπου η τιμή της υπερβάλλουσας απόδοσης είναι υψηλή. Αντίθετα, όσο αυξάνεται ο συντελεστής

παραχώρησης και άρα η τιμή της υπερβάλλουσας απόδοσης μειώνεται, οι δυο καμπύλες σταδιακά απομακρύνονται.

			Υπερβάλλουσα απόδοση	Σφάλμα αποτύπωσης(RMSE)	
				In-sample	Out-of-sample
Δείκτης	K	λ	Τιμή	Τιμή	
FTSE 20	5	0,6	0,97453	0,19539	0,27239
		0,7	0,87610	0,14743	0,21394
		0,8	0,62114	0,06512	0,10374
		0,9	0,38587	0,02445	0,04357
		1	0,11520	0,01061	0,01347
	10	0,6	0,97942	0,20165	0,27723
		0,7	0,88248	0,14777	0,21345
		0,8	0,60380	0,05845	0,09309
		0,9	0,35435	0,01628	0,03235
		1	0,08286	0,00419	0,00632

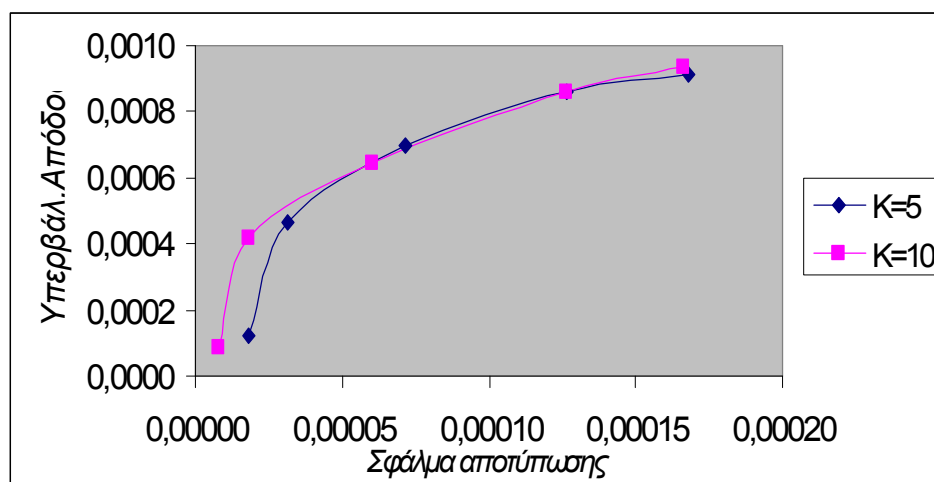
Πίνακας 4.3: Σφάλμα αποτύπωσης in-sample και out-of-sample και υπερβάλλουσα απόδοση για το δείκτη FTSE 20 με εφαρμογή του ΔΕΑ



Σχήμα 4.1: Καμπύλη παραχώρησης για το δείκτη FTSE 20 με εφαρμογή του ΔΕΑ

			Υπερβάλλουσα απόδοση	Σφάλμα αποτύπωσης(RMSE)	
				In-sample	Out-of-sample
Δείκτης	K	λ	Τιμή	Τιμή	
Γενικός	5	0,6	0,93765	0,16783	0,25952
		0,7	0,85936	0,12642	0,20632
		0,8	0,69512	0,07165	0,11702
		0,9	0,46733	0,03170	0,05737
		1	0,12253	0,01794	0,02261
	10	0,6	0,93526	0,16654	0,25815
		0,7	0,85971	0,12664	0,20726
		0,8	0,64308	0,06025	0,09968
		0,9	0,41594	0,01794	0,03716
		1	0,08975	0,00778	0,01076

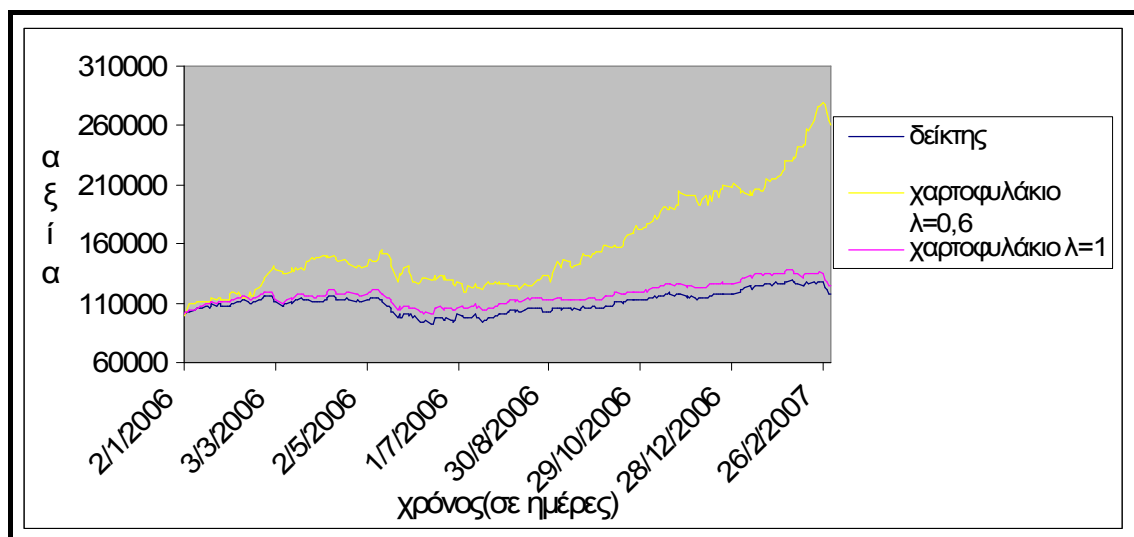
Πίνακας 4.4: Σφάλμα αποτύπωσης in-sample και out-of-sample και υπερβάλλουσα απόδοση για το γενικό δείκτη με εφαρμογή του ΔΕΑ.



Σχήμα 4.2: Καμπύλη παραχώρησης για το γενικό δείκτη με εφαρμογή του ΔΕΑ

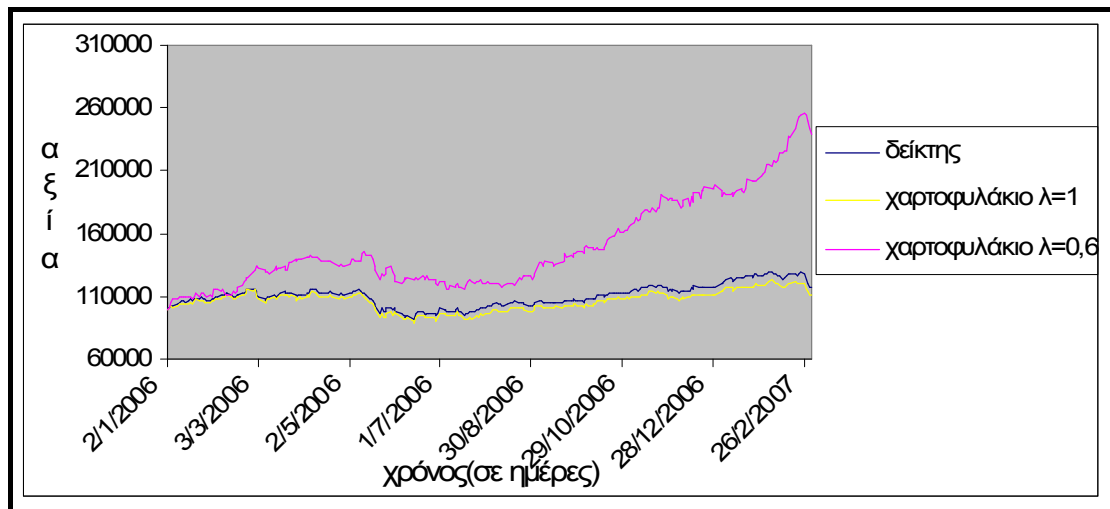
Αντίστοιχα, στο σχήμα 4.2 παρουσιάζεται η καμπύλη παραχώρησης για τα δεδομένα του γενικού δείκτη. Εδώ, οι δυο καμπύλες για $K=5$ και $K=10$ εμφανίζουν παρόμοια χαρακτηριστικά με τις καμπύλες του δείκτη FTSE 20. Για υψηλές τιμές της υπερβάλλουσας απόδοσης, οι δυο καμπύλες πλησιάζουν αρκετά η μια την άλλη, ενώ όσο η τιμή της υπερβάλλουσας απόδοσης μειώνεται, οι καμπύλες απομακρύνονται.

Στα σχήματα 4.3 και 4.4 παρουσιάζεται η αποτύπωση του δείκτη FTSE 20 out-of-sample για διαφορετικές τιμές του συντελεστή παραχώρησης και διαφορετικό αριθμό μετοχών στο χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης. Στο πρώτο σχήμα το χαρτοφυλάκιο κατασκευάστηκε έτσι ώστε να περιλαμβάνει 10 μετοχές και ο συντελεστής παραχώρησης έχει λάβει την τιμή 1 και 0,6. Το χαρτοφυλάκιο με συντελεστή παραχώρησης ίσο με 1 φαίνεται να ακολουθεί ικανοποιητικά την πορεία του δείκτη. Στο χαρτοφυλάκιο που διαμορφώθηκε σημαντική συμμετοχή έχουν οι μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης και ειδικότερα η Εθνική Τράπεζα της Ελλάδος, ο ΟΤΕ, η Eurobank, η Alpha Bank και τα Ελληνικά Πετρέλαια Α.Ε. Αυτές οι μετοχές συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο με ποσοστό 62% περίπου. Αντίθετα, στο ίδιο σχήμα για $\lambda=0,6$, το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης που κατασκευάστηκε απομακρύνεται από το δείκτη. Είναι εμφανές ότι η αξία του χαρτοφυλακίων και στις δυο περιπτώσεις, είναι συστηματικά μεγαλύτερες από την αξία του δείκτη



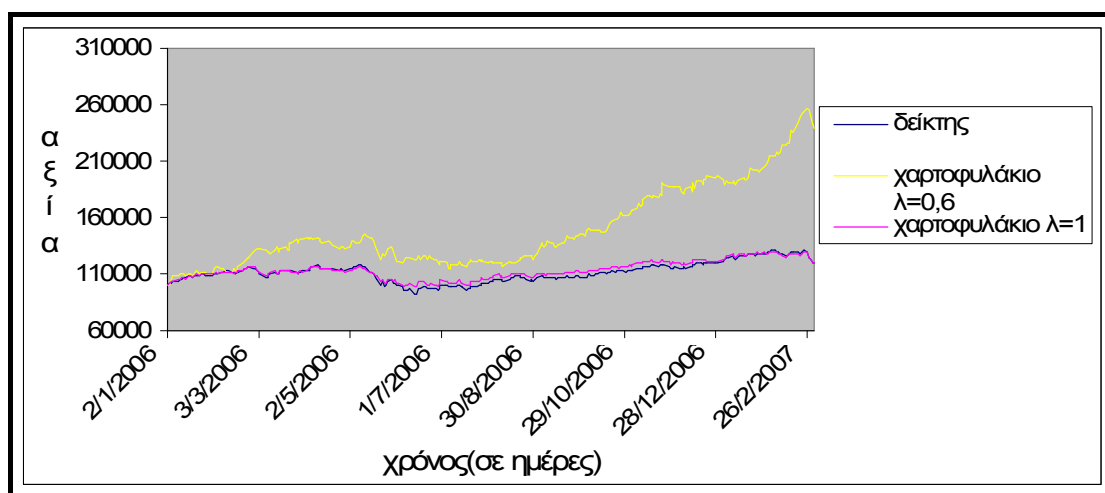
Σχήμα 4.3: Αποτύπωση του δείκτη FTSE 20 out-of-sample με $\lambda=1$ και $\lambda=0,6$ για $K=10$ με εφαρμογή του ΔΕΑ

Στο σχήμα 4.4 παρουσιάζεται ξανά η αποτύπωση του δείκτη FTSE 20, αυτή τη φορά όμως, το χαρτοφυλάκιο κατασκευάστηκε έτσι ώστε να περιέχει 5 μετοχές και ο συντελεστής παραχώρησης λαμβάνει πάλι τις τιμές 1 και 0,6. Είναι εύκολο να διαπιστώσουμε ότι για τις τιμές $\lambda = 0,6$ και $K = 5$, το αποτέλεσμα της αποτύπωσης δεν είναι ικανοποιητικό. Στο σχήμα 4.4 για $\lambda = 1$, το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης ακολουθεί ικανοποιητικά την πορεία του δείκτη FTSE 20 παρόλο που η αξία του χαρτοφυλακίου είναι μικρότερη από την αξία του δείκτη.

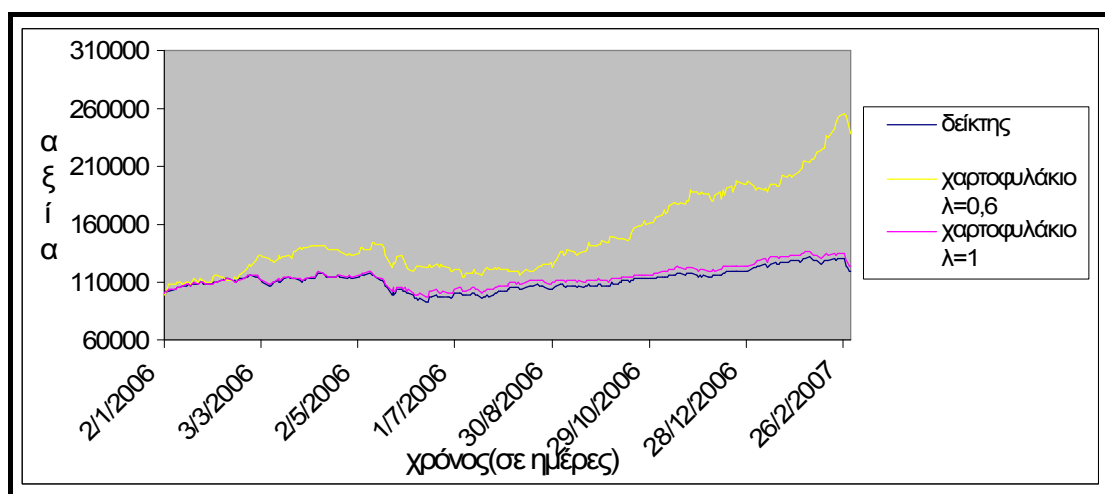


Σχήμα 4.4: Αποτύπωση του δείκτη FTSE 20 out-of-sample με $\lambda = 1$ και $\lambda = 0,6$ για $K = 5$ με εφαρμογή του ΔΕΑ

Στη συνέχεια, τα σχήματα 4.5 και 4.6 αποδίδουν μια εικόνα για την αποτύπωση της πορείας του γενικού δείκτη του ΧΑΑ. Τα χαρτοφυλάκια αποτελούνται από 5 και 10 μετοχές αντίστοιχα ενώ, ο συντελεστής παραχώρησης έχει λάβει τις τιμές 1 και 0,6 και στις δυο περιπτώσεις. Όπως και στις δυο προηγούμενες περιπτώσεις, αποτελεσματικότερη αποτύπωση του δείκτη επιτυγχάνεται για $\lambda = 1$ ανεξάρτητα από τον αριθμό των μετοχών που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο. Στο χαρτοφυλάκιο του σχήματος 4.5, για $\lambda = 1$, σημαντικό ποσοστό συμμετοχής έχουν οι μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης της Εθνική Τράπεζα της Ελλάδος, ο ΟΤΕ, η Eurobank, η Alpha Bank. Στο σχήμα 4.6 η αξία του χαρτοφυλακίου, για $\lambda = 0,6$, είναι συστηματικά μεγαλύτερη από την αξία του δείκτη, με εξαίρεση ένα μικρό χρονικό διάστημα στην αρχή της περιόδου. Το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης του σχήματος 4.6 για $\lambda = 1$ αποτελείται σε μεγάλο ποσοστό από τις μετοχές της Εθνικής Τράπεζας της Ελλάδος, του ΟΤΕ, της Alpha Bank και τα Ελληνικά Πετρέλαια.



Σχήμα 4.5: Αποτύπωση του γενικού δείκτη out-of-sample με $\lambda = 1$ και $\lambda = 0,6$ για $K = 5$ με εφαρμογή του ΔΕΑ



Σχήμα 4.6: Αποτύπωση του γενικού δείκτη out-of-sample με $\lambda = 1$ και $\lambda = 0,6$ για $K = 10$ με εφαρμογή του ΔΕΑ.

4.5.2 Αποτελέσματα του γενετικού αλγορίθμου

Σε προηγούμενη ενότητα του κεφαλαίου παρουσιάσαμε κάποιες από τις παραμέτρους που λάβαμε υπόψη μας για την εκτέλεση του γενετικού αλγορίθμου, ορίστηκαν οι τεχνικές των γενετικών τελεστών, δηλαδή, της μετάλλαξης, της διασταύρωσης και της επιλογής, καθώς επίσης ο συντελεστής της μετάλλαξης και η

πιθανότητα διασταύρωσης. Στον πίνακα 4.5 που ακολουθεί δηλώνονται και οι υπόλοιπες παράμετροι για την υλοποίηση του γενετικού αλγορίθμου. Όπως και στον ΔΕΑ, οι μεταβλητές z λαμβάνονται έμμεσα υπόψη θέτοντας σε κάθε λύση τα $N-K$ χαμηλότερα ποσοστά συμμετοχής των μετοχών ίσα με μηδέν διασφαλίζοντας έτσι ότι μόνο K μετοχές θα συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο

Τύπος αναπαράστασης	Διαδική				
Μέγεθος του πληθυσμού	500				
Αριθμός των γενεών	200				
Συντελεστής μετάλλαξης	0,001				
Πιθανότητα διασταύρωσης	0,6				
Τεχνική μετάλλαξης	Ομοιόμορφη μετάλλαξη				
Τεχνική διασταύρωσης	Διασταύρωση δυο σημείων				
Τεχνική επιλογής	Στοχαστική επιλογή				
Αριθμός μετοχών στο χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης K	5		10		
Συντελεστής παραχώρησης λ	0,6	0,7	0,8	0,9	1

Πίνακας 4.5: Παράμετροι γενετικού αλγορίθμου

Ο έλεγχος, όπως και στην εφαρμογή του ΔΕΑ, για την αποτελεσματικότητα της αποτύπωσης αφορά την ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος καθώς επίσης και της υπερβάλλουσας απόδοσης όπως αυτά υπολογίζονται από τους τύπους 4.1 και 4.2 αντίστοιχα.

Σφάλμα αποτύπωσης in-sample και out-of-sample

Οι πίνακες 4.6 και 4.7 που παρουσιάζονται στην συνέχεια δίνουν μια εικόνα για το σφάλμα αποτύπωσης και την υπερβάλλουσα απόδοση για το δείκτη FTSE 20 και το γενικό δείκτη, αντίστοιχα, με εφαρμογή του γενετικού αλγορίθμου. Το σφάλμα αποτύπωσης in-sample και out-of-sample, και για τους δυο δείκτες, μειώνεται όσο αυξάνεται ο συντελεστής παραχώρησης. Μπορούμε, λοιπόν, να εξάγουμε το συμπέρασμα ότι για υψηλές τιμές του συντελεστή παραχώρησης ο γενετικός

αλγόριθμος επιφέρει καλύτερα αποτελέσματα, εφόσον στόχος μας είναι η ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης.

Όπως και στην εφαρμογή του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου, πρέπει να σημειωθεί ότι για όλες τις περιπτώσεις των λ και K που παρουσιάζονται παρακάτω, πραγματοποιήθηκαν δέκα επαναλήψεις του γενετικού αλγορίθμου. Οι τιμές που αναφέρονται στους πίνακες είναι ο μέσος όρος των επαναλήψεων αυτών.

			Υπερβάλλουσα απόδοση	Σφάλμα αποτύπωσης(RMSE)	
				In-sample	Out-of-sample
Δείκτης	K	λ	Τιμή	Τιμή	
FTSE 20	5	0,6	0,96770	0,19258	0,26981
		0,7	0,88155	0,14757	0,21261
		0,8	0,61907	0,06518	0,10369
		0,9	0,36793	0,02256	0,04030
		1	0,13577	0,01087	0,01303
	10	0,6	0,96157	0,18954	0,26530
		0,7	0,87528	0,14558	0,21182
		0,8	0,58641	0,05543	0,08836
		0,9	0,36458	0,01521	0,03037
		1	0,06511	0,00510	0,00847

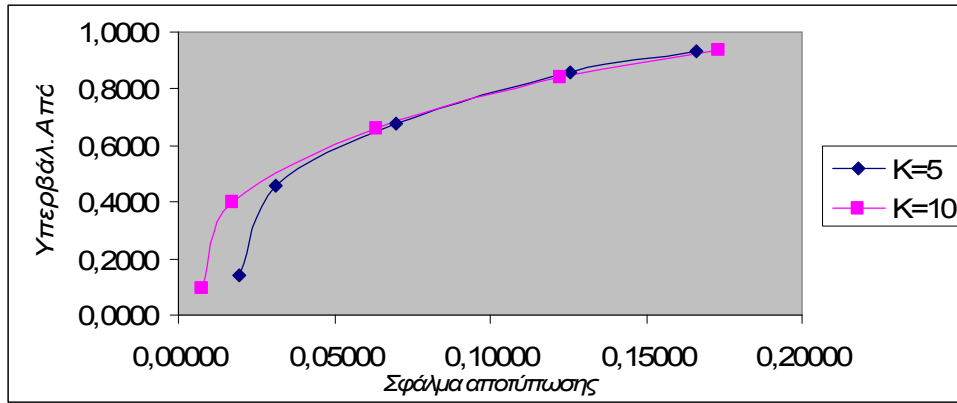
Πίνακας 4.6: Σφάλμα αποτύπωσης in-sample και out-of-sample και υπερβάλλουσα απόδοση για το δείκτη FTSE 20 με εφαρμογή του γενετικού αλγορίθμου

Παράλληλα, με τον υπολογισμό του σφάλματος αποτύπωσης, υπολογίσαμε και την υπερβάλλουσα απόδοση σε σχέση με τους δυο δείκτη. Τα αποτελέσματα των υπολογισμών παρουσιάζονται, επίσης, στους πίνακες 4.6 και 4.7 αντίστοιχα. Από τους πίνακες συμπεραίνουμε ότι η τιμή της υπερβάλλουσας απόδοσης μειώνεται, όπως συνέβη και με το σφάλμα αποτύπωσης καθώς η τιμή του συντελεστή παραχώρησης αυξάνεται.

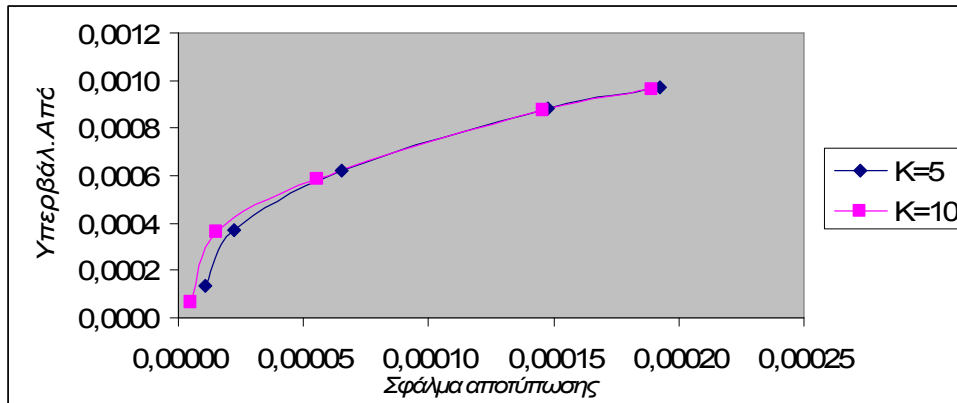
Στα σχήματα 4.7 και 4.8 παρουσιάζεται η καμπύλη παραχώρησης για το γενικό δείκτη και το δείκτη FTSE 20 που προκύπτει μέσω της εφαρμογής του γενετικού αλγορίθμου. Στο σχήμα 4.7, η καμπύλη παραχώρησης για το γενικό δείκτη για $K=10$ απομακρύνεται από την καμπύλη για $K=5$ για υψηλές τιμές του συντελεστή παραχώρησης. Όσο αυξάνεται, όμως, η τιμή του συντελεστή παραχώρησης η καμπύλη παραχώρησης για το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης που περιλαμβάνει 5 μετοχές πλησιάζει την καμπύλη παραχώρησης για το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης των 10 μετοχών. Στο σχήμα 4.8 οι καμπύλες παραχώρησης για $K=5$ και $K=10$ ταυτίζονται σχεδόν για χαμηλές τιμές του συντελεστή παραχώρησης, όπου τα αποτελέσματα για την υπερβάλλουσα απόδοση είναι υψηλά.

			Υπερβάλλουσα απόδοση	Σφάλμα αποτύπωσης(RMSE)	
				In-sample	Out-of-sample
Δείκτης	K	λ	Τιμή	Τιμή	
Γενικός	5	0,6	0,93320	0,16597	0,257469
		0,7	0,85662	0,12564	0,205330
		0,8	0,67900	0,06998	0,116601
		0,9	0,45969	0,03108	0,054187
		1	0,14110	0,01946	0,023781
	10	0,6	0,93972	0,17340	0,263598
		0,7	0,84100	0,12244	0,201059
		0,8	0,65834	0,06348	0,106643
		0,9	0,40077	0,01725	0,034529
		1	0,09391	0,00777	0,009913

Πίνακας 4.7: Σφάλμα αποτύπωσης in-sample και out-of-sample και υπερβάλλουσα απόδοση για το γενικό δείκτη με εφαρμογή του γενετικού αλγορίθμου



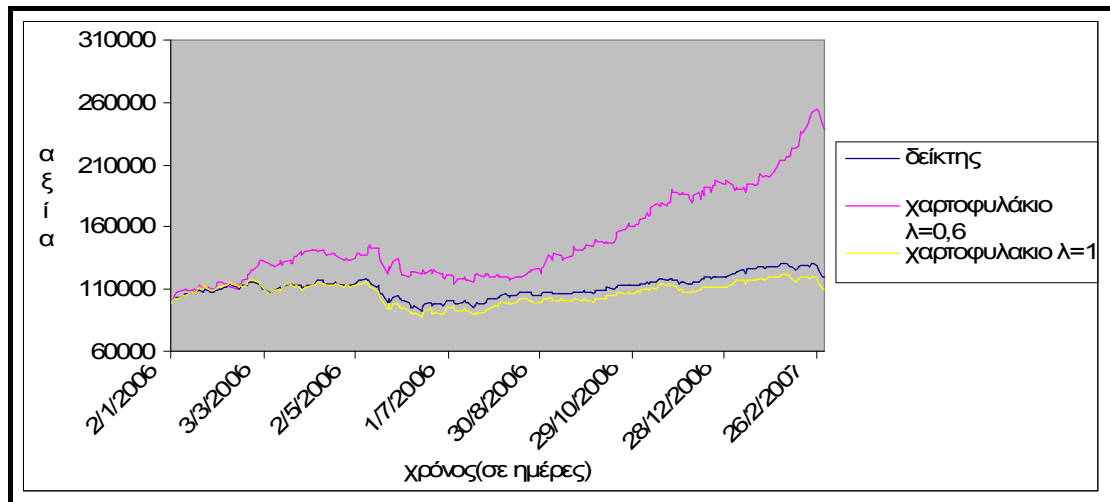
Σχήμα 4.7: Καμπύλη παραχώρησης για το γενικό δείκτη με εφαρμογή του γενετικού αλγορίθμου



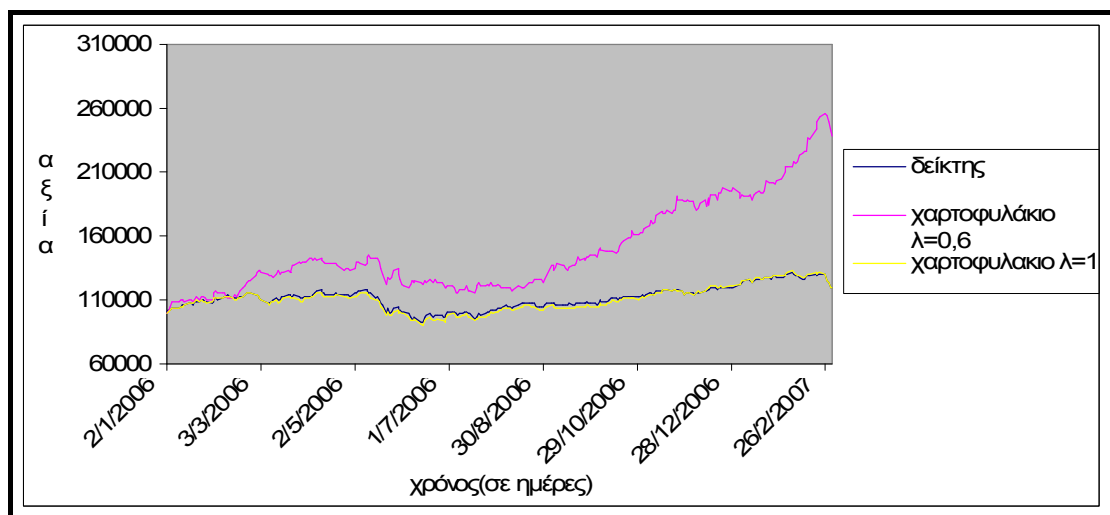
Σχήμα 4.8: Καμπύλη παραχώρησης για το δείκτη FTSE 20 με εφαρμογή του γενετικού αλγορίθμου

Τα σχήματα 4.9 και 4.10 παρουσιάζουν την απεικόνιση του γενικού δείκτη που προκύπτει από την εφαρμογή του γενετικού αλγορίθμου. Από το πρώτο σχήμα είναι εύκολο να διαπιστώσουμε ότι το αποτέλεσμα της αποτύπωσης, για $\lambda = 0,6$, δεν είναι το αναμενόμενο. Συνεπώς, το χαρτοφυλάκιο που κατασκευάστηκε έτσι ώστε να περιέχει 5 μετοχές σε συνδυασμό με το συντελεστή παραχώρησης ίσο με 0,6 δεν αποτυπώνει αποτελεσματικά την πορεία του γενικού δείκτη. Παράλληλα, στο ίδιο σχήμα παρουσιάζεται η αποτελεσματική αποτύπωση του γενικού δείκτη από ένα χαρτοφυλάκιο 5 μετοχών για $\lambda = 1$.

Στο δεύτερο σχήμα (σχήμα 4.10), το χαρτοφυλάκιο κατασκευάστηκε έτσι ώστε να περιλαμβάνει 10 μετοχές και ο συντελεστής παραχώρησης ισούται με 0,6 και 1 αντίστοιχα. Με τα δεδομένα αυτά το χαρτοφυλάκιο για $\lambda = 1$ αποτυπώνει ικανοποιητικά την πορεία του δείκτη. Σημαντικό ποσοστό συμμετοχής στο χαρτοφυλάκιο αυτό έχουν η Εθνική Τράπεζα της Ελλάδος, ο ΟΤΕ, τα Ελληνικά Πετρέλαια, η Τράπεζα Πειραιώς και η Alpha Bank.



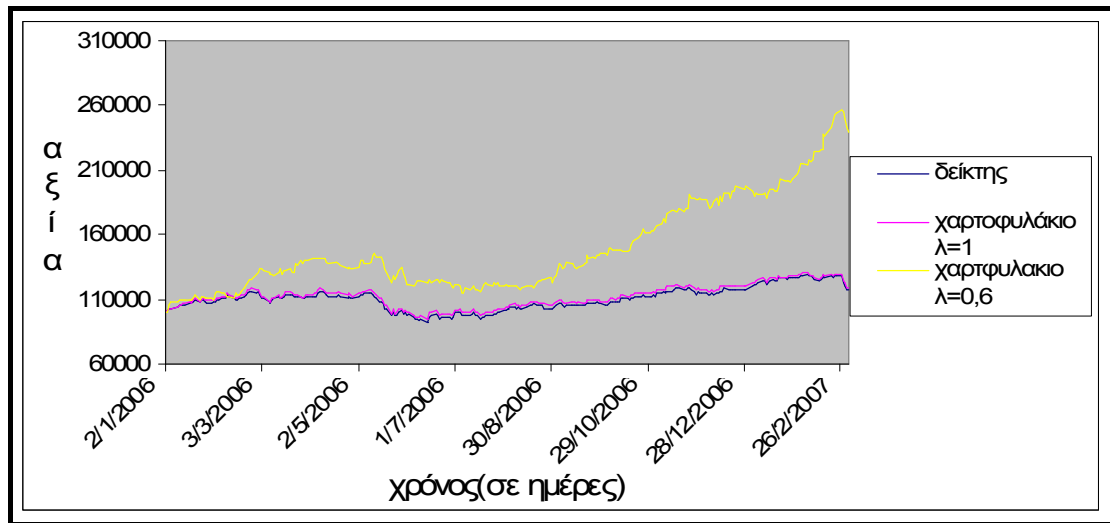
Σχήμα 4.9: Αποτύπωση του γενικού δείκτη out-of-sample με $\lambda = 1$ και $\lambda = 0,6$ για $K = 5$ με εφαρμογή του γενετικού αλγορίθμου



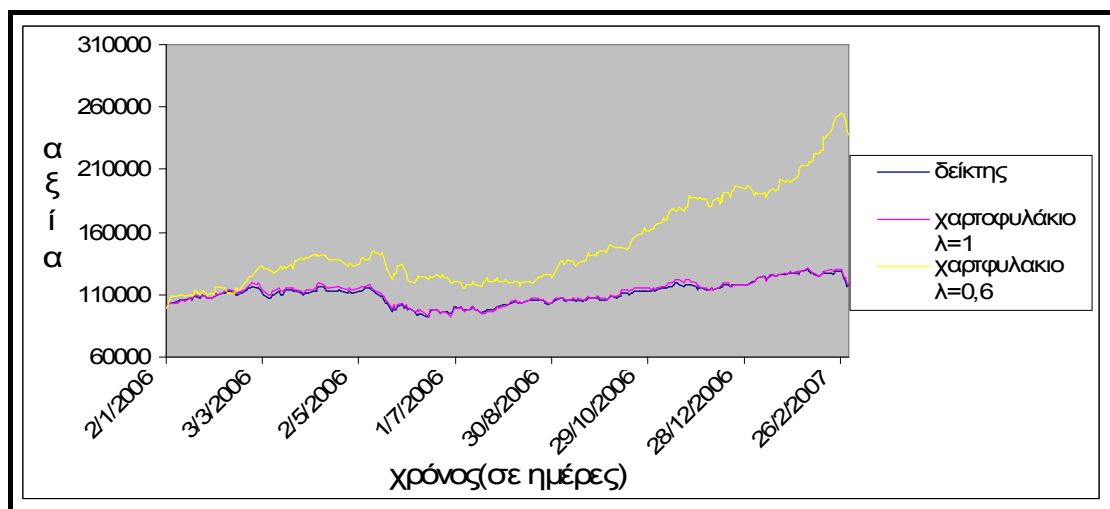
Σχήμα 4.10: Αποτύπωση του γενικού δείκτη out-of-sample με $\lambda = 1$ και $\lambda = 0,6$ για $K = 10$ με εφαρμογή του γενετικού αλγορίθμου

Στα σχήματα 4.11 και 4.12 ελέγχουμε την αποτελεσματικότητα της αποτύπωσης του δείκτη FTSE 20 για δυο περιπτώσεις με εφαρμογή του γενετικού

αλγορίθμου. Στην πρώτη περίπτωση (σχήμα 4.11), το χαρτοφυλάκιο περιέχει 10 μετοχές και οι τιμές που επιλέχτηκαν για το συντελεστή παραχώρησης είναι 0,6 και 1, ενώ στο σχήμα 4.12 το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης αποτελείται από 5 μετοχές. Άρα, για τα σχήματα 4.11 και 4.12, για αριθμό μέτοχων στο χαρτοφυλάκιο ίσο με 10 και 5 αντίστοιχα και συντελεστή παραχώρησης ίσο με 1, επιτυγχάνουμε τα επιθυμητά αποτελέσματα. Στο χαρτοφυλάκιο του σχήματος 4.12, συμμετέχουν με ποσοστό συμμετοχής 72% περίπου οι μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης της Alpha Bank, της Eurobank και της Εθνική Τράπεζα της Ελλάδος



Σχήμα 4.11: Αποτύπωση του δείκτη FTSE 20 out-of-sample με $\lambda = 1$ και $\lambda = 0,6$ για $K = 10$ με εφαρμογή του γενετικού αλγορίθμου



Σχήμα 4.12: Αποτύπωση του δείκτη FTSE 20 out-of-sample με $\lambda = 1$ και $\lambda = 0,6$ για $K = 5$ με εφαρμογή του γενετικού αλγορίθμου

4.6 Σύγκριση αποτελεσμάτων

Προφανώς, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η σύγκριση μεταξύ των χαρτοφυλακίων που πρόέκυψαν με τους δυο διαφορετικούς τύπους εξελικτικών αλγορίθμων (γενετικοί αλγόριθμοι και διαφορικός εξελικτικός αλγόριθμος). Ως κριτήριο σύγκρισης χρησιμοποιείται το σφάλμα αποτύπωσης που προκύπτει για κάθε χαρτοφυλάκιο για τον αντίστοιχο δείκτη στη διάρκεια του ελέγχου, γεγονός που αποτυπώνεται και στα αντίστοιχα σχήματα.

Παρατηρώντας τον πίνακα 4.8, μπορούμε να πούμε ότι σε γενικές γραμμές τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή του γενετικού αλγορίθμου είναι ελαφρώς καλύτερα από τα αποτελέσματα του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου. Εξαίρεση, όμως, αποτελούν ορισμένες περιπτώσεις, όπως για παράδειγμα στην περίπτωση όπου ο αριθμός των μέτοχων στο χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης είναι ίσος με 5 και ο συντελεστής παραχώρησης είναι ίσος με 0,8.

			Σφάλμα αποτύπωσης(RMSE) out-of-sample	
Δείκτης	K	λ	Γενετικός αλγόριθμος	Διαφορικός εξελικτικός αλγόριθμος
Γενικός	5	0,6	0,25746	0,25952
		0,7	0,20533	0,20632
		0,8	0,11660	0,11702
		0,9	0,05418	0,05737
		1	0,02378	0,02261
	10	0,6	0,263598	0,25815
		0,7	0,201059	0,20726
		0,8	0,106643	0,09968
		0,9	0,034529	0,03716
		1	0,009913	0,01076

Πίνακας 4.8 Σύγκριση αποτελεσμάτων για το γενικό δείκτη

Σε παρόμοια συμπεράσματα καταλήγουμε αν παρατηρήσουμε το πίνακα 4.9. Το σφάλμα αποτύπωσης που προκύπτει από την εφαρμογή του γενετικού αλγορίθμου είναι μικρότερο σε κάθε περίπτωση από το σφάλμα αποτύπωσης του ΔΕΑ.

			Σφάλμα αποτύπωσης(RMSE) out-of-sample	
Δείκτης	K	λ	Γενετικός αλγόριθμος	Διαφορικός εξελικτικός αλγόριθμος
FTSE 20	5	0,6	0,26981	0,27239
		0,7	0,21261	0,21394
		0,8	0,10369	0,10374
		0,9	0,04030	0,04357
		1	0,01303	0,01347
	10	0,6	0,26530	0,27723
		0,7	0,21182	0,21345
		0,8	0,08836	0,09309
		0,9	0,03037	0,03235
		1	0,00847	0,00632

Πίνακας 4.9: Σύγκριση αποτελεσμάτων για το δείκτη FTSE 20

Επιπλέον, και από τους δυο πίνακες, ανεξάρτητα από τον τύπο του εξελικτικού αλγορίθμου που χρησιμοποιούμε, προκύπτει ότι για τα χαρτοφυλάκια που περιλαμβάνουν 10 μετοχές, το σφάλμα αποτύπωσης λαμβάνει μικρότερες τιμές.

Πρέπει να σημειωθεί ότι, για τα σχήματα 4.3 έως 4.6, που προκύπτουν από την εφαρμογή του ΔΕΑ, καθώς και για τα σχήματα 4.9 έως 4.11 που προκύπτουν από την εφαρμογή του ΓΑ, οι τιμές που χρησιμοποιήθηκαν για το συντελεστή παραχώρησης είναι 0,6 και 1, οι δυο ακραίες, δηλαδή, περιπτώσεις. Για τις ενδιάμεσες τιμές του συντελεστή παραχώρησης, η αποτύπωση του εκάστοτε δείκτη διαμορφώνεται κάπου ανάμεσα στις δυο ακραίες περιπτώσεις ανεξάρτητα από τον τύπο του εξελικτικού αλγορίθμου .

Τέλος, από τα αποτελέσματα των πινάκων 4.8 και 4.9 και την σύγκριση τους, προκύπτει ότι το σφάλμα αποτύπωσης του δείκτη FTSE 20 είναι σχετικά μικρότερο, για την πλειοψηφία των περιπτώσεων, από το σφάλμα αποτύπωσης του γενικού δείκτη. Αυτό συμβαίνει επειδή ο γενικός δείκτης περιέχει περισσότερες μετοχές στη σύσταση του, σε σύγκριση με το FTSE 20.

4.7 Εφαρμογή του ΔΕΑ σε ξένα χρηματιστήρια

Εκτός από την εφαρμογή του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου στο Χρηματιστήριο Αξιών της Αθήνας, χρησιμοποιήσαμε ακόμα πέντε δείκτες από ξένες αγορές μετοχών για να ελέγξουμε την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου. Εφόσον τα αποτελέσματα των δυο αλγορίθμων στο Χ.Α.Α. είναι παρόμοια, επιλέχτηκε μόνο ο διαφορικός εξελικτικός αλγόριθμος για την εφαρμογή στα ξένα χρηματιστήρια και όχι ο γενετικός αλγόριθμος για τους εξής δυο λόγους: α) ο ΔΕΑ είναι απλούστερος στη χρήση και β) ο ΔΕΑ παρουσιάζει ταχύτερη σύγκλιση σε σχέση με τον ΓΑ.

Οι δείκτες που επιλέξαμε διαπραγματεύονται σε διαφορετικές αγορές μέτοχων και είναι ο Hang Seng (Χονγκ Κόνγκ), ο DAX 100 (Γερμανία), ο FTSE 100 (Αγγλία), ο S&P 100 (Αμερική) και ο Nikkei 225 (Ιαπωνία).

Τα δεδομένα της εφαρμογής, αφορούν εβδομαδιαία στοιχεία της τιμής των μετοχών και για τους πέντε δείκτες τη χρονική περίοδο από το Μάρτιο 1992 έως το Σεπτέμβριο 1997. Σε ορισμένες περιπτώσεις υπήρχαν ελλιπή στοιχεία για την πορεία της τιμής κάποιας μετοχής στο δεδομένο χρονικό διάστημα και για το λόγο αυτό η μετοχή αυτή δεν συμμετείχε στο δείκτη που θέλουμε να αποτυπωθεί. Στον πίνακα 4.10 που ακολουθεί παρουσιάζεται ο αριθμός των μετοχών που αντιστοιχεί σε κάθε δείκτη και ο αριθμός των μετοχών που τελικά συμμετείχαν για το λόγο που ήδη αναφέραμε. Τα στοιχεία για τις τιμές των μετοχών για κάθε δείκτη προέρχονται από την εφαρμογή των Beasley et al. (2002) .

ΔΕΙΚΤΗΣ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΕΤΟΧΩΝ ΣΤΟ ΔΕΙΚΤΗ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΕΤΟΧΩΝ ΠΟΥ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ ΣΤΟ ΔΕΙΚΤΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΓΗ
Hang Seng	33	31
DAX	100	85
FTSE	100	89
S&P	100	98
Nikkei	225	225

Πίνακας 4.10: Αριθμός μετοχών που περιλαμβάνουν οι δείκτες των ξένων χρηματιστηρίων (πηγή: Beasley et al. , 2002)

Για την υλοποίηση της εφαρμογής του ΔΕΑ κάναμε τις εξής παραδοχές:

- i) Το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης περιλαμβάνει $K=10$ μετοχές.
- ii) Ο συντελεστής παραχώρησης λ ισούται με 1 , που σημαίνει ότι έχουμε μόνο ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης.
- iii) Τα κόστη συναλλαγών δεν συμπεριλαμβάνονται.
- iv) Ο αλγόριθμος σταματά όταν εξεταστούν 75 γενεές.
- v) Το μέγεθος του πληθυσμού ισούται με $10 \cdot D$, όπου D είναι ο αριθμός των μεταβλητών απόφασης. Το μέγεθος του πληθυσμού αυξήθηκε για την εφαρμογή στα ξένα χρηματιστήρια σε σχέση με τη εφαρμογή στο Χ.Α.Α., επειδή οι δείκτες αυτοί περιέχουν περισσότερες μετοχές στη σύσταση τους.

Οι δυο πρώτες παραδοχές έγιναν έτσι ώστε να μπορούν τα αποτελέσματα της εφαρμογής μας να συγκριθούν με την εφαρμογή των Beasley et al. (2002) για την περίπτωση όπου δεν λαμβάνουν υπόψη τους τα κόστη συναλλαγών, δηλαδή για $\gamma = 0$.

Στον πίνακα 4.11 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του αλγορίθμου για τους ξένους δείκτες σχετικά με το σφάλμα αποτύπωσης in-sample και out-of-sample. Όπως φαίνεται στον πίνακα 4.11 το σφάλμα αποτύπωσης out-of-sample είναι μεγαλύτερο σε σύγκριση με το σφάλμα αποτύπωσης in-sample. Εξαίρεση στην

παρατήρηση αυτή αποτελεί μόνο ο δείκτης Hang Seng όπου το σφάλμα αποτύπωσης in-sample είναι 0,01385, ενώ out-of-sample είναι 0,012161.

	Σφάλμα αποτύπωσης(RMSE)	
	In-sample	Out-of-sample
Δείκτης	Τιμή	
Hang Seng	0,01385	0,012161
DAX	0,00865	0,07744
FTSE	0,02291	0,05149
S&P	0,01795	0,04331
Nikkei	0,02283	0,07464

Πίνακας 4.11: Σφάλμα αποτύπωσης in-sample και out-of-sample για τους ξένους δείκτες

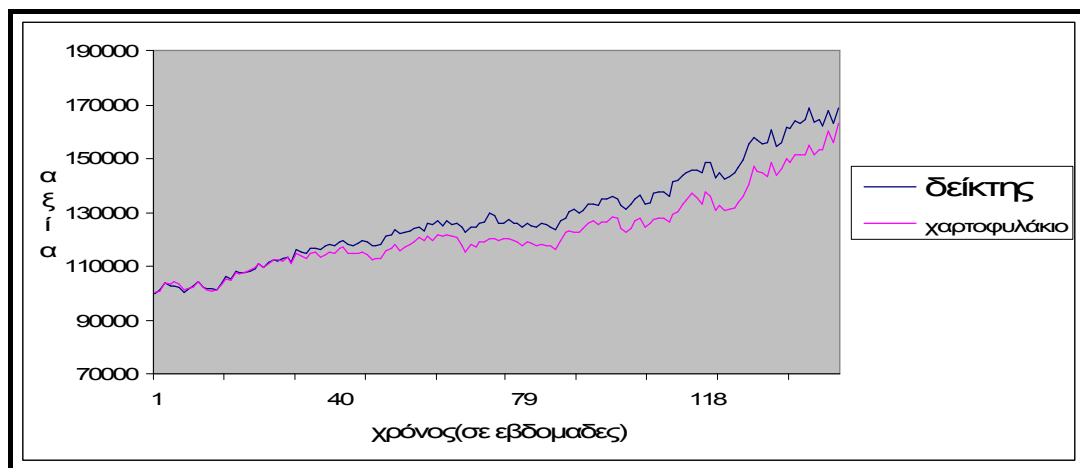
Επιπλέον, στον επόμενο πίνακα (πίνακας 4.12) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του αλγορίθμου για την υπερβάλλουσα απόδοση για τους δείκτες των ξένων χρηματιστηρίων.

	Υπερβάλλουσα Απόδοση
Δείκτης	Τιμή
Hang Seng	0,47683
DAX	0,00891
FTSE	0,09914
S&P	0,11022
Nikkei	-0,01015

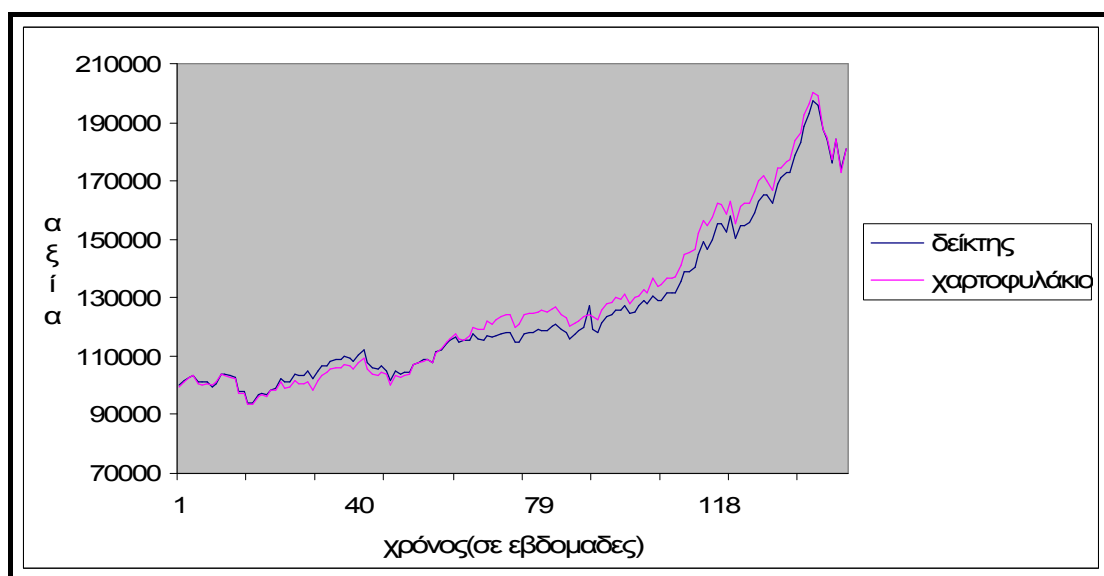
Πίνακας 4.12: Αποτελέσματα για την υπερβάλλουσα απόδοση για τους ξένους δείκτες

Τέλος, χρησιμοποιώντας τα διαθέσιμα για τις μετοχές και τους δείκτες ιστορικά στοιχεία (δείγμα ελέγχου), παρουσιάζεται στα σχήματα 4.13 έως 4.17 η πορεία κάθε ενός χαρτοφυλακίου σε σχέση με τον εκάστοτε δείκτη. Στα σχήματα 4.13, 4.15, 4.16 και 4.17 η αξία του χαρτοφυλακίου αποτύπωσης είναι μικρότερη από την αξία του εκάστοτε δείκτη στο μεγαλύτερο μέρος της χρονικής περιόδου που

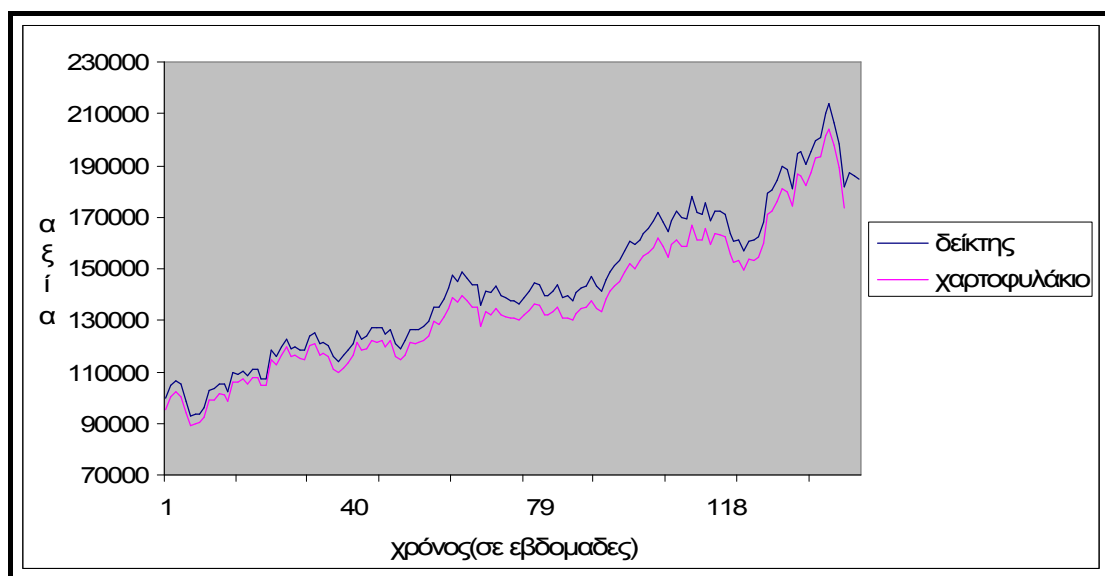
εξετάστηκε. Αντίθετα, στο σχήμα 4.14 η αξία του χαρτοφυλακίου αποτύπωσης στην αρχή της περιόδου είναι μικρότερη από την αξία του δείκτη DAX, στην πορεία, όμως, την ξεπερνάει.



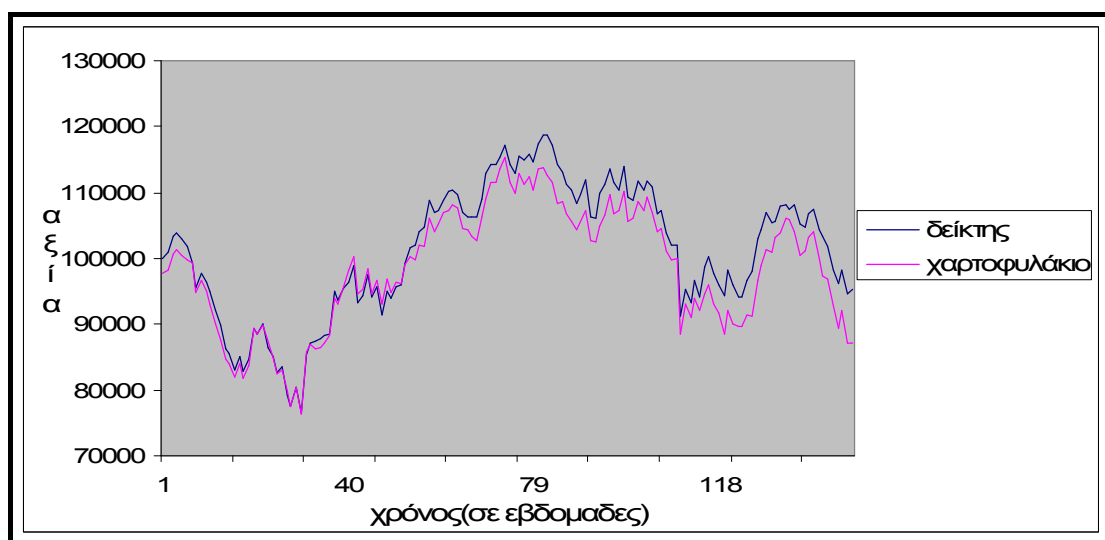
Σχήμα 4.13: Αποτύπωση του δείκτη FTSE 100 out-of-sample με $K=10$ μετοχές.



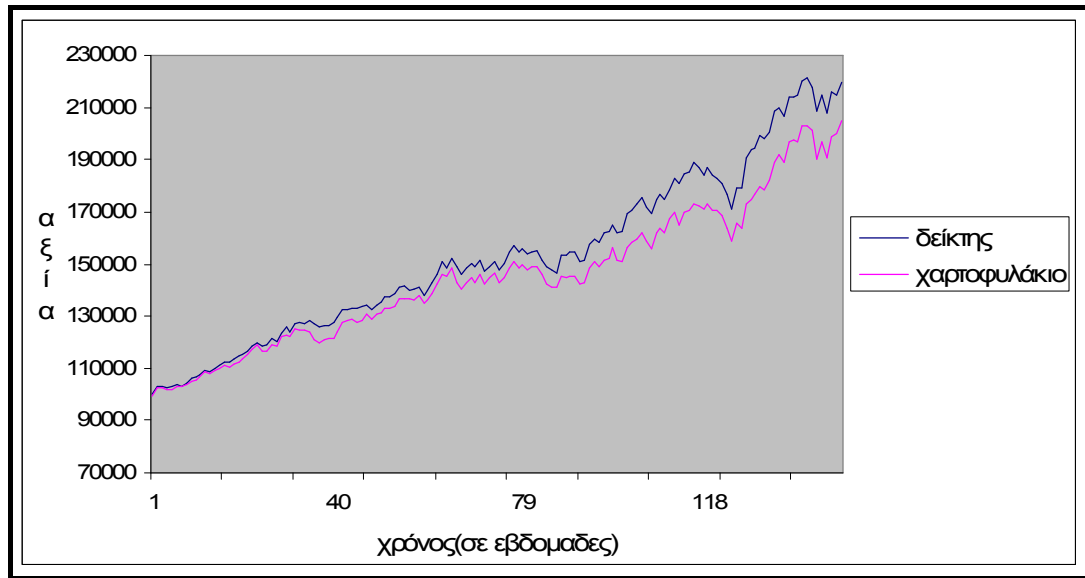
Σχήμα 4.14: Αποτύπωση του δείκτη DAX out-of-sample με $K=10$ μετοχές.



Σχήμα 4.15: Αποτύπωση του δείκτη Hang Seng out-of-sample με $K=10$ μετοχές.



Σχήμα 4.16: Αποτύπωση του δείκτη Nikkei out-of-sample με $K=10$ μετοχές.



Σχήμα 4.17: Αποτύπωση του δείκτη S&P 100 out-of-sample με $K=10$ μετοχές.

Για να ελέγξουμε κατά πόσον η εφαρμογή του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου στους ξένους δείκτες είναι ικανοποιητική, θα κάνουμε σύγκριση των αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή των Beasley et al. (2002). Η σύγκριση πραγματοποιείται για μια μόνο περίπτωση της εφαρμογής των Beasley et al, εφόσον στην εργασία τους λαμβάνουν υπόψη τους και τα κόστη συναλλαγών, άρα για $\gamma = 0$. Στον πίνακα 4.13 φαίνονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής τους για μηδενικά κόστη συναλλαγών.

	Σφάλμα αποτύπωσης(RMSE)
Δείκτης	Τιμή
Hang Seng	1,267
DAX	2,049
FTSE	0,9584
S&P	1,032
Nikkei	0,8213

Πίνακας 4.13: Σφάλμα αποτύπωσης out-of-sample για τους ξένους δείκτες που προκύπτουν από την εφαρμογή των Beasley et al. (2002).

Παρατηρώντας τους πίνακες 4.11 και 4.13 καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι τα αποτελέσματα της εφαρμογής μας είναι αρκετά μικρότερα από την εφαρμογή των Beasley et al.(2002), συνεπώς ο διαφορικός εξελικτικός αλγόριθμος που χρησιμοποιήσαμε επιφέρει καλύτερα αποτελέσματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

“ Συμπεράσματα ”

Συμπεράσματα

Η εργασία αυτή έχει ως αντικείμενο την εφαρμογή των εξελικτικών αλγορίθμων, και συγκεκριμένα των γενετικών αλγορίθμων (ΓΑ) και του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου (ΔΕΑ) ως μέθοδο επίλυσης προβλημάτων που συναντώνται στην επιλογή και διαχείριση χαρτοφυλακίων. Στα πλαίσια αυτής της εργασίας, οι εξελικτικοί αλγόριθμοι εφαρμόστηκαν σε ένα κομμάτι της παθητικής διαχείρισης κεφαλαίων, στην αποτύπωση των χρηματιστηριακών δεικτών.

Η εφαρμογή πραγματοποιήθηκε στο Χ.Α.Α. κατασκευάζοντας χαρτοφυλάκια μετοχών τα οποία αποτυπώνουν την πορεία του γενικού δείκτη και του δείκτη υψηλής κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20, ενώ οι μετοχές που χρησιμοποιήθηκαν για την επιλογή των χαρτοφυλακίων συμμετείχαν στη σύσταση του δείκτη όλων των μετοχών, δηλαδή όλα τα είδη μετοχών που διαπραγματεύονται στην αγορά μετοχών του Χ.Α στις κατηγορίες μεγάλης κεφαλαιοποίησης, μεσαίας και μικρής κεφαλαιοποίησης ανεξάρτητα από τη μέθοδο διαπραγμάτευσης τους. Εκτός από τους δείκτες υψηλής και μεσαίας κεφαλαιοποίησης στο Χ.Α.Α., χρησιμοποιήθηκαν δείκτες από ξένα χρηματιστήρια : ο Hang Seng (Χονγκ Κόνγκ), ο DAX 100 (Γερμανία), ο FTSE 100 (Αγγλία), ο S&P 100 (Αμερική) και ο Nikkei 225 (Ιαπωνία). Συνολικά κατασκευάστηκαν πολλά χαρτοφυλάκια για την αποτύπωση των δυο δεικτών,

εφόσον ο έλεγχος έγινε για δυο τύπους εξελικτικών αλγορίθμων και για διαφορετικές παραμέτρους. Για όλα τα χαρτοφυλάκια είναι επιθυμητό να αποτυπώνουν την πορεία του δείκτη χρησιμοποιώντας μικρότερο αριθμό μετοχών από αυτόν που συνθέτουν τον εκάστοτε δείκτη. Για το λόγο αυτό, επιλέχθηκαν χαρτοφυλάκια τα οποία κατασκευάστηκαν έτσι ώστε να περιέχουν το πολύ 5 ή 10 μετοχές. Παράλληλα, ο έλεγχος πραγματοποιήθηκε για διαφορετικές τιμές του συντελεστή παραχώρησης λ ($0,6 \leq \lambda \leq 1$).

Τα βασικά συμπεράσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή και των δυο αλγορίθμων είναι τα ακόλουθα:

- Ένας επενδυτής αποτυπώνοντας ένα χαρτοφυλάκιο μετοχών με κάποιο χρηματιστηριακό δείκτη ο οποίος αντιπροσωπεύει την κεφαλαιαγορά, εκτίθεται αποκλειστικά στον κίνδυνο της κεφαλαιαγοράς. Συνεπώς στην περίπτωση που μια κεφαλαιαγορά ακολουθεί βάσει ιστορικών στοιχείων ανοδική πορεία, είναι δυνατόν να επιτευχθούν κάποιες λογικές αποδόσεις.
- Αύξηση του αριθμού των μετοχών από τις οποίες αποτελείται το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης επιφέρει μείωση στο σφάλμα αποτύπωσης. Βέβαια ακόμα και με μικρό αριθμό μετοχών μπορούν να επιτευχθούν αξιόλογα αποτελέσματα.
- Αύξηση του αριθμού των μετοχών από τις οποίες αποτελείται το χαρτοφυλάκιο αποτύπωσης επιφέρει, επιπλέον, μείωση στην υπερβάλλουσα απόδοση.
- Καλύτερα αποτελέσματα αποτύπωσης είχαμε στις περιπτώσεις όπου ο συντελεστής παραχώρησης είναι ίσος με 1.

Τέλος, αξίζει να αναφερθεί πως παρόλο που το πρόβλημα της παθητικής διαχείρισης κεφαλαίων έχει μελετηθεί αρκετά στο παρελθόν, δεν συμβαίνει το ίδιο και με τη στρατηγική αποτύπωσης χρηματιστηριακών δεικτών. Συνεπώς, αποτελεί, ακόμα, ένα ανοικτό πεδίο έρευνας για μελλοντικές εργασίες.

Βιβλιογραφία

Abbass, Hussein A., Sarker, Ruhul and Newton, Charles (2001). *PDE: a Pareto-frontier differential evolution approach for multi-objective optimization problems*. In: Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation, Seoul, South Korea, Vol. 2, pp. 971-978. IEEE, Piscataway, NJ, USA. ISBN 0-7803-6657-3, 27-30 May 2001.

Adcock C.J., N. Meade, A simple algorithm to incorporate transaction costs in quadratic optimisation, *European Journal of Operational Research* 79 (1994) 85–94.

Alexander, Optimal hedging using cointegration, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A—Mathematical Physical and Engineering Sciences* 357 (1999) 2039–2058.

Back, T., Fogel, D.B., Michalewicz, Z. (1997), “Handbook of Evolutionary Computation”, *Oxford University Press*, Oxford, 1997.

Back, T. Hammel, U., Schwefel, H.P. (1997), “Evolutionary Computation: Comments on the History and Current State”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 1, no. 1, April 1997.

Beasley, J.E., Meade, N., and Chang, T.-J. (2003), “An evolutionary heuristic for the index tracking problem”, *European Journal of Operational Research*, 148, 621-643.

Box, G.E.P., *Evolutionary Operation: A method forl Increasing Industrial productivity*, *Journal of the Royal Statistical Society, C*, 6(2), pp.81-101, 1957.

Browne S., Beating a moving target: Optimal portfolio strategies for outperforming a stochastic benchmark, *Finance and Stochastics* 3 (1999) 275–294.

Chang, T.J., Meade, N., Beasley, J.E., Sharaiha, Y.M. (2000), “Heuristics for cardinality constrained portfolio optimization”, *Computers & Operation Research*, 27, pp.1271-1302.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Chiou, Ji-Pyng and Wang, Feng-Sheng. *A hybrid method of differential evolution with application to optimal control problems of a bioprocess system*. The 1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings, 1998. IEEE World Congress on Computational Intelligence, 1998 , pp. 627–632. IEEE, New York, NY, USA, 1998.

Connor G., H. Leland, Cash management for index tracking, *Financial Analysts Journal* 51 (6) (1995) 75–80.

Dahl H., A. Meeraus, S.A. Zenios, Some financial optimization models. I. Risk management, in: S.A. Zenios (Ed.), *Financial Optimization*, Cambridge University Press, Cambridge, 1993, pp. 3–36.

Eddelbuttel D., A Genetic Algorithm for Passive Management: Creating Index Funds with Fewer Stocks, Third International Conference Forecasting Financial Markets: Advances for Exchange Rates, Interest Rates and Asset Management London, 27-29 March 1996

Elton, E.J. and Gruber, M.J. (1995), *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis* (5edition), John Wiley and Sons, New York.

Fang Y. and Shou-Yang Wang (1995), *A Fuzzy Index Tracking Portfolio Selection Model* Institute of Systems Science, Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, China

Fraser A., “ Simulation of genetic systems by automatic digital computers’ *Australian Journal of Biological Sciences*, 10: 484-491, 1957.

Gilli M., E. Kellezi, Threshold accepting for index tracking, Working paper available from the first author at Department of Econometrics, University of Geneva, 1211 Geneva 4, Switzerland, 2001.

Goldberg D. E.. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1989.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Haugen R.A., N.L. Baker, Dedicated stock portfolios, *The Journal of Portfolio Management* 16 (4) (1990) 17–22.

Hodges S.D., Problems in the application of portfolio selection models, *Omega* 4 (6) (1976) 699–709.

Holland J. H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control and Artificial Intelligence*, MIT Press, 1992.

Hrstka O. and A. Kucerova. *Search for optimization method on multidimensional real domains*. CTU Reports, 4:87–104, 2000.

Hussein A. Abbass, *The Self-Adaptive Pareto Differential Evolution Algorithm*. Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation, CEC'02, Honolulu, Hawaii, Vol.1, pp.831–836. ISBN 0-7803-7282-4 May 12-17 2002.

Iorio, A.W. and Li, X., “Solving rotated multi-objective optimization problems using differential evolution”, in *AI 2004: Advances in Artificial Intelligence*, Proceedings, pp. 861–872, Springer-Verlag, Lecture Notes in Artificial Intelligence Vol. 3339, 2004.

Koza J. R., ‘Genetic Programming On the programming of computers by means of natural selection’ , MIT Press,1992.

Larsen G.A., Jr., B.G. Resnick, Empirical insights on indexing, *The Journal of Portfolio Management* 25 (1) ,(1998) 51–60.

Lin, Yung-Chien, Hwang, Kao-Shing and Wang, Feng-Sheng. *Co-Evolutionary Hybrid Differential Evolution for Mixed-Integer Optimization Problems*. *Engineering Optimization* 33(6):663-682. ISSN 0305-215X, 2001.

Markowitz, H. (1952), “Portfolio selection”, *Journal of Finance*, 7/1, 77-91.

Markowitz, H. (1959), *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, John Wiley and Sons, New York.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Meade, N., Beasley, J.E. (2004), "An evaluation of passive strategies to beat the index", The Tanaka Business School, Imperial College, London SW7 2AZ, England, April 2004.

Meade N., G.R. Salkin, Index funds—construction and performance measurement, *Journal of the Operational Research Society* 40 (1989) 871–879.

Meade N., G.R. Salkin, Developing and maintaining an equity index fund, *Journal of the Operational Research Society* 41 (1990) 599–607.

Michalewicz Z. , *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, (2nd ed.), Springer-Verlag, 1994.

Parsopoulos K.E., Tasoulis, D.K., Pavlidis, N.G., Plagianos, V.P., Vrahatis, M.N., *Vector Evaluated Differential Evolution for Multiobjective Optimization*, Proceedings of the IEEE 2004 Congress on Evolutionary Computation, Portland, USA, pp. 204-211, ISBN: 0-7803-8516-0, IEEE Catalog Number: 04TH8753C, 2004.

Rechenberg I., *Evolutionsstrategie: Optimierung Technischer Systeme nach Prinzipien der Biologischen Evolution*, Frommann-Holzboog, Stuttgart, 1973.

Roll, R. (1992), "A mean variance analysis of tracking error", *The Journal of Portfolio Management*, 18 (4), 13-22, 1992.

Rudd A., Optimal selection of passive portfolios, *Financial Management* (Spring 1980) 57–66.

Rudd A., B. Rosenberg, Realistic portfolio optimization, in: E.J. Elton, M.J. Gruber (Eds.), *Portfolio Theory, 25 Years After*, TIMS Studies in the Management Sciences 11, North-Holland, 1979, pp. 21–46.

Rudolf M., H.-J. Wolter, H. Zimmermann, A linear model for tracking error minimization, *Journal of Banking & Finance* 23 (1999) 85–103.

Satchell S., Alan Scowcroft (2003), *Advances in portfolio construction and implementation*

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Schwefel, H-P., *Evolutionsstrategie und Numerische Optimierung*, Dissertation, Technical University of Berlin, 1975.

Shapcott, Index Tracking : Genetic Algorithms for Investment Portfolio Selection, September 1992

Storn R, and Price K., Differential Evolution-a Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces, Technical Report TR-95-012, ICSI, <ftp.icsi.berkeley.edu>, March 1995.

Storn, Rainer and Price, Kenneth, *Differential Evolution– A simple evolution strategy for fast optimization*. Dr. Dobb's Journal 22(4):18–24 and 78, April 1997.

Storn, Rainer and Lampinen, Differential Evolution, A Practical Approach to Global Optimization, 2005

Streichert F., Holger Ulmer, and Andreas Zell, Evolutionary Algorithms and the Cardinality Constrained Portfolio Optimization Problem, Center for Bioinformatics Tübingen (ZBIT), University of Tübingen, Germany.

Tabata Y., E. Takeda, Bicriteria optimization problem of designing an index fund, Journal of the Operational Research Society 46 (1995) 1023–1032.

Toy W.M, M.A. Zurack, Tracking the Euro-Pac index, The Journal of Portfolio Management 15 (2) (1989) 55–58.

Wang M.Y., Multiple-benchmark and multiple-portfolio optimization, Financial Analysts Journal 55 (1) (1999) 63–72.

Van Laarhoven and E. H. L. Aarts, *Simulated Annealing: Theory and Applications*, Norwell, MA: Kluwer, 1988.

Wilmott P., Derivatives: The Theory and Practice of Financial Engineering, Wiley, New York, 1998, pp. 540–542.

ΒΙΒΛΙΟΤΡΑΦΙΑ

Worzel K.J., C. Vassiadou-Zeniou, S.A. Zenios, Integrated simulation and optimization models for tracking indices of fixed-income securities, *Operations Research* 42 (1994) 223–233.

Zenios S.A., M.R. Holmer, R. McKendall, C. Vassiadou- Zeniou, Dynamic models for fixed-income portfolio management under uncertainty, *Journal of Economic Dynamics and Control* 22 (1998) 1517–1541.

Ελληνική βιβλιογραφία

Σαμπάνης Ηλίας, Ανάλυση της χρηματιστηριακής συμπεριφοράς μετοχών μέσω της θεωρίας γραφημάτων (επιβλ. καθηγ. Μιχάλης Δούμπος), Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά, 2007