



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Τμήμα μηχανικών παραγωγής και διοίκησης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΛΑΜΠΟΥΣΑΚΗΣ ΓΙΑΝΝΗΣ

ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΕΠΙΤΟΚΙΩΝ
ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΝΕΥΡΟ-ΑΣΑΦΟΥΣ ΛΟΓΙΚΗΣ



Επιβλέπων: Ατσαλάκης Γεώργιος

Θ

Χανιά 2009

επιμέλεια εξωφύλλου

Ανδρέας Σιώλος

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Εισαγωγή –σκοπός της εργασίας.....	5
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 Δημοσιευμένα άρθρα πρόβλεψης επιτοκίων και άλλων οικονομικών μεγεθών.....	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 Ασαφή σύνολα.....	19
2.1 Εισαγωγή.....	19
2.2 Συναρτήσεις Συμμετοχής.....	20
2.3 Συναρτήσεις Συμμετοχής μίας διάστασης.....	25
2.4 Συναρτήσεις Συμμετοχής δύο διαστάσεων.....	31
2.5 Ιδιότητες των ασαφών συνόλων.....	33
2.6 Ασαφής τομή και ένωση T-norm T-conorm.....	42
2.7 Αρχή της Επέκτασης και Ασαφής σχέσεις.....	45
2.8 Ασαφείς κανόνες εάν-τότε.....	52
2.9 Ασαφής Συλλογιστική.....	56
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 Συστήματα Ασαφούς Συλλογιστικής και Νευρο-ασαφή συστήματα.....	60
3.1 Συστήματα εξαγωγής συμπερασμάτων.....	60
3.2 FIS τύπου Mamdani.....	60
3.3 FIS τύπου Sugeno.....	66
Νευρο-ασαφή Συστήματα.....	69
3.4 Ασαφείς Νευρώνες.....	69
3.5 Νευρώνες Συμμετοχής.....	70
3.6 Λειτουργικοί Νευρώνες.....	71
3.7 Συνθετικοί Νευρώνες.....	71
3.8 Προσαρμοστικά δίκτυα (Adaptive Networks).....	72
3.9 Παράγωγοι παραμετροποιήσιμων Σ.Σ.....	73
3.10 Αρχιτεκτονική Προσαρμοστικών Δικτύων.....	73
3.11 Καταμερισμός παραμέτρων σε Προσαρμοστικά Δίκτυα.....	74
Παραδείγματα Προσαρμοστικών Δικτύων.....	77
3.12 Προσαρμοστικό δίκτυο με έναν γραμμικό κόμβο.....	77
3.13 Δίκτυο Perceptron.....	77
3.14 Ένα πολυεπίπεδο δίκτυο Perceptron.....	79
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 Προσαρμοστικό νευρο-ασαφές σύστημα εξαγωγής συμπεράσματος. Adaptive neuro-fuzzy inference system –ANFIS... 81	81
4.1 Η αρχιτεκτονική του ANFIS.....	81
4.2 Υβριδικός αλγόριθμος εκπαίδευσης.....	86
4.3 Εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων (least-squares estimator)...	86
4.4 Οπισθοδρόμηση για πρόσω-τροφοδοτούμενα δίκτυα.....	89
4.5 Συνδυασμός βαθμωτής ελαχιστοποίησης και εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων.....	98

4.6 Περιορισμοί του ANFIS.....	102
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 Αποτελέσματα από την χρήση του ANFIS.....	103
5.1 Περιγραφή του προγράμματος πρόβλεψης.....	103
ΕΠΙΛΟΓΟΣ.....	120
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	121
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β ΔΙΕΘΝΕΙΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΙ ΟΡΟΙ.....	124
Bill of exchange.....	124
Bond.....	124
Bond Market.....	125
Currency.....	126
Deflation.....	126
Euribor.....	127
EuroDollar.....	128
Exchange rate.....	128
Exchange-traded fund.....	129
Federal reserve system.....	130
Gross domestic product (GDP).....	131
Stock market index.....	132
Inflation.....	133
Interest rate.....	134
LIBOR.....	134
Market capitalization.....	135
Mutual fund.....	135
NASDAQ OMX group.....	135
NYSE Euro next.....	135
Open-end fund.....	136
S&P 500.....	136
Short rate model.....	137
Standard & Poor.....	137
Yield curve (term structure).....	138
Unit investment trust.....	139
United States department of the Treasury.....	141

Εισαγωγή-σκοπός της εργασίας

Όλοι μπορούμε να διαπιστώσουμε την σημαντικότητα της κατανόησης των τάσεων της παγκόσμιας αγοράς. Μια τέτοια κατανόηση μπορεί σίγουρα να οδηγήσει σε επιτυχημένες κινήσεις στην σκακιέρα των επενδύσεων. Κατά την πάροδο του χρόνου έχουν αναπτυχθεί πολλά μοντέλα που προσπάθησαν να προβλέψουν τις τιμές μετοχών, ομολόγων, επιτοκίων, συναλλάγματος και πολλών διαφόρων οικονομικών μεγεθών. Άλλα το πέτυχαν σε κάποιο βαθμό και άλλα όχι για διάφορους λόγους.

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιείται πρόβλεψη του επιτοκίου Euribor. Το Euribor (Euro Interbank Offered Rate) είναι ένα καθημερινά κυμαινόμενο επιτόκιο με το οποίο οι τράπεζες στην Ευρωπαϊκή αγορά δανείζονται κεφάλαιο από την ευρωπαϊκή οικονομική αγορά.

Αυτή η πρόβλεψη, σε αυτή την εργασία, γίνεται με νευρο-ασαφή λογική και συγκεκριμένα με το προσαρμοστικό νευρο-ασαφές σύστημα εξαγωγής συμπερασμάτων ANFIS (adaptive neuro-fuzzy inference system). Έχει προηγηθεί ανάπτυξη κώδικα που τρέχει σε περιβάλλον MATLAB ο οποίος χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο ANFIS.

Η εργασία ξεκινάει με μια ανασκόπηση στην παγκόσμια αρθρογραφία σχετικά με τις προβλέψεις οικονομικών μεγεθών, δίνοντας μεγαλύτερη έμφαση στην πρόβλεψη διαφόρων επιτοκίων (συναλλάγματος, θησαυροφυλακίου, ομολόγων).

Ακολουθεί η λεπτομερής αναγραφή του θεωρητικού υπόβαθρου της θεωρίας ασαφών συνόλων και νευρο-ασαφούς λογικής και η ακριβής περιγραφής του συστήματος ANFIS.

Τέλος παρατίθενται τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του μοντέλου που προτείνεται και ο σχολιασμός τους όπως και η σύγκριση του μοντέλου με τα μοντέλα AR και ARMA.

Όποιος θελήσει να ανατρέξει στην αναφέρουσα αρθρογραφία βάση της οποίας έχει συνταχθεί το δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας σίγουρα θα αποκτήσει πολλές απορίες σχετικά με οικονομικούς όρους ειδικά αν δεν είναι εξοικειωμένος με θέματα οικονομίας. Για αυτό το λόγο στο παράρτημα της εργασίας παρατίθενται κάποιοι βασικοί οικονομικοί όροι που πηγάζουν μέσα από την αρθρογραφία.

Συγκεντρωτικά, σκοπός της εργασίας είναι η παρουσίαση του συγκεκριμένου συστήματος ANFIS και η προβολή των πλεονεκτημάτων του σε συνδυασμό με την κατανόηση του μαθηματικού του υπόβαθρου αλλά και η ενασχόληση με το πεδίο των προβλέψεων στον οικονομικό τομέα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Δημοσιευμένα άρθρα πρόβλεψης επιτοκίων και άλλων οικονομικών μεγεθών

Παρακάτω ακολουθεί η αναγραφή περιλήψεων από τριάντα δημοσιεύσεις που αφορούν προβλέψεις επιτοκίων και άλλων οικονομικών μεγεθών με την χρήση διαφόρων μοντέλων πρόβλεψης.

Στο άρθρο του Michael Hu και του Χρήστου Τσουκαλά εξετάζεται η απόδοση στις προβλέψεις τεσσάρων μοντέλων αστάθειας (volatility models) που πραγματοποιούνται με δείγμα τα συναλλαγματικά επιτόκια του Ευρωπαϊκού νομισματικού συστήματος (European Monetary System –EMS). Αυτά τα τέσσερα μοντέλα είναι τα εξής : GARCH, EGARCH, IGARCH και MAV. Για να παραχθούν αποτελεσματικές προβλέψεις τα αποτελέσματα συνδυάζονται μέσω μοντέλου απλής εξαγωγής μέσων όρων (simple averaging) , με ένα συνηθισμένο μοντέλο ελαχίστων τετραγώνων και με ένα μοντέλο τεχνητού νευρωνικού δικτύου. Δηλαδή προκύπτουν τρία ακόμη μοντέλα : Ένα μοντέλο AVE ,ένα OLS και ένα ANN. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν πηγάζουν από την βάση δεδομένων Datastream και αφορούν καθημερινά συναλλαγματικά επιτόκια δεκαπέντε χρόνων, από την ίδρυση του EMS , στις 13 Μαρτίου 1979 έως 30 Δεκεμβρίου 1994. Τα αποτελέσματα των επτά συνολικά μοντέλων εκτιμήθηκαν με τους στατιστικούς όρους MAPE (μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα) και RMSE (ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος). Τα συμπεράσματα υποστηρίζουν ότι το μοντέλο EGARCH υπερτερεί ιδιαίτερα μετά την κρίση των ξένων συναλλαγών τον Αύγουστο του 1993. Η ανωτερότητα του μοντέλου EGARCH έχει συνάφεια με τη φύση του EMS. Επίσης το μοντέλο ANN είχε καλύτερες αποδόσεις κατά τον Αύγουστο του 1993 μέσω MAPE.

Τα μοντέλα πρόβλεψης επιτοκίων συναλλάγματος είναι γνωστό ότι υστερούν σε σύγκριση με το μοντέλο τυχαίου περιπάτου (random walk model). Στο άρθρο τους ,οι Blomberg και Hess υποστηρίζουν ότι αυτό οφείλεται στην έλλειψη πολιτικών παραγόντων. Αυτή η υπόθεση δοκιμάζεται περιλαμβάνοντας πολιτικές μεταβλητές που αποδίδουν συγκεκριμένα χαρακτηριστικά κομμάτων , εκλογών και υποψηφίων. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι το μοντέλο που περιλαμβάνει αυτές τις πολιτικές μεταβλητές υπερτερεί του μοντέλου τυχαίου περιπάτου σε ορίζοντες πρόβλεψης ενός έως δώδεκα μηνών για τα συναλλαγματικά

επιτόκια pound/dollar, pound/mark, mark/dollar . Πηγή δεδομένων : USECON, IFS data sources.

Κατά την διάρκεια της Ασιατικής οικονομικής κρίσης του 1997-1998 , είχαν εκδοθεί προβλέψεις ενός Μπαγεσιανού διανυσματικού μοντέλου αυτοπαλινδρόμησης (Bayesian vector autoregressive model-BVAR) το οποίο έδειχνε ότι η κρίση θα είχε μικρές επιπτώσεις στην οικονομία της Αυστραλίας παρά τον αποπροσανατολισμό της ισορροπίας του εμπορίου. Το έλλειμα του εμπορίου χειροτέρευε και έτσι άλλες προβλέψεις υποδήλωναν πτώση του Αυστραλιανού ακαθάριστου εθνικού προϊόντος GDP (gross domestic product). Στο άρθρο του ο Summers υποστηρίζει ότι οι πιο απαισιόδοξες προβλέψεις έδωσαν πολλή σημασία στην σχέση των εξωτερικών Αυστραλιανών συναλλαγών και της ανάπτυξης GDP. Συγκεκριμένα ο Summers υποστηρίζει ότι η εισαγωγή στο μοντέλο BVAR των αποτελεσμάτων της ισορροπίας του εμπορίου παράγει απαισιόδοξες προβλέψεις πληθωρισμού και επιτοκίων ενώ η εισαγωγή των ξεχωριστών ροών του εμπορίου στο μοντέλο παράγει αισιόδοξες προβλέψεις.

Στο άρθρο των Ατσαλάκη , Μπελλώνια και Ζοπουνίδη γίνεται εφαρμογή νευροασαφούς τεχνικής σε μοντέλο πρόβλεψης επιτοκίων ομοσπονδιακών χρεογράφων των Η.Π.Α. Η νευροασαφής τεχνική έρχεται σύμφωνα με τους συγγραφείς να συμπληρώσει τα κενά ενός μοντέλου νευρωνικού δικτύου το οποίο δεν μπορεί να χειριστεί ποιοτικές πληροφορίες και χαρακτηρίζεται από το σύνδρομο του μαύρου κουτιού. Το μοντέλο βασίζεται πάνω σε σύστημα ANFIS (adaptive neuro-fuzzy inference system). Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι από το μοντέλο προβλέπονται ικανοποιητικά οικονομικές χρονοσειρές, δηλαδή οικονομικά μεγέθη που μεταβάλλονται συνεχώς με την πάροδο του χρόνου. Επίσης διαπιστώθηκε ότι το μοντέλο υπερτερεί των AR και ARMA απο συγκρίσεις που έγιναν στα στατιστικά μεγέθη MSE, RMSE, MAE, και MAPE. Το μοντέλο προβλέπει σε χρονικό ορίζοντα ενός μήνα .

Στο άρθρο των Ατσαλάκη και Βαλαβάνη χρησιμοποιείται ένα νευροασαφές μοντέλο που στηρίζεται στο σύστημα ANFIS. Βάση αυτού του μοντέλου γίνεται έλεγχος μετοχών .Τα αποτελέσματα αμφισβητούν το μοντέλο EMH (efficient market hypothesis) αφού παράγονται καλύτερες προβλέψεις σε σύγκριση και με άλλες προσεγγίσεις όπως αυτή των βραχυπρόθεσμων τάσεων των μετοχών και συγκεκριμένα της τάσης της επόμενης ημέρας. Τα δεδομένα εισόδου του μοντέλου επιλέχθηκαν βάση συνδυασμών δεκαπέντε τιμών μετοχών και προβλέπουν την τιμή της επόμενης ημέρας. Επιλέχθηκαν γκαουσιανές συναρτήσεις

συμμετοχής ($\Sigma\Sigma$) αντί για καμπανοειδής και τριγωνικές για την ασαφopoίηση των εισόδων (input) του συστήματος. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν είναι από τα χρηματιστήρια της Αθήνας και της Νέας Υόρκης. Συμπεραίνεται ότι το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε είναι πιο ακριβές από την στρατηγική buy and hold.

Επιστημονικές μελέτες ότι η ακρίβεια των βραχυπρόθεσμων οικονομικών προβλέψεων ήταν χαμηλή και δεν παρουσίαζε σημάδια βελτίωσης. Στο άρθρο τους , οι Ormerod και Mounfield σχηματίζουν έναν πίνακα καθυστέρησης (delay matrix) με δεδομένα χρονοσειράς της οικονομικής ανάπτυξης. Χρησιμοποιούνται μέθοδοι της θεωρίας των τυχαίων πινάκων (random matrix) για να αναλυθεί ο πίνακας συσχέτισης του πίνακα καθυστέρησης. Αυτό πραγματοποιείται για ετήσια δεδομένα από το 1871 έως το 1994 για δεκατέσσερις οικονομίες . Οι ιδιότητες των πινάκων τιμών και διανυσμάτων (eigenvalues eigenvectors) του μοντέλου είναι παρόμοιες αλλά όχι ίδιες . Προκύπτει ότι οι αυθεντικές πληροφορίες της οικονομικής ανάπτυξης είναι λίγες σε ποσότητα , και ότι η αποτυχία των προβλέψεων πηγάζει από αυτό το γεγονός.

Στο άρθρο των Byers και Nowman γίνεται πρόβλεψη επιτοκίων ΕΥΡΩ-συναλλάγματος των Η.Π.Α και του Η.Β. με την χρήση μοντέλων συνεχούς χρόνου. Συγκεκριμένα χρησιμοποιείται το μοντέλο CKLS (Chan, Karoly, Longstaff, Sanders) και διάφορες παραλλαγές αυτού : (Merton, CIRVR, CEV κά.). Τα δεδομένα λαμβάνονται σε εβδομαδιαίο εύρος χρόνου για 627 εβδομάδες και η πρόβλεψη των επιτοκίων πραγματοποιείται σε ορίζοντα μιας εβδομάδας , ενός , τριών , έξι και δώδεκα μηνών για την κάθε αγορά. Σε κάθε περίπτωση γίνεται σύγκριση μεταξύ της αποδοτικότητας των μοντέλων με την χρήση στατιστικών μεθόδων (μέσο απόλυτο σφάλμα, μέσο σφάλμα, ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος).

Στο άρθρο των Elger, Jones, Nilsson γίνεται πρόβλεψη με τη χρήση διανυσματικής αυτοπαλινδρόμησης (vector autoregressive VAR) και με μια παραλλαγή αυτής (regime-switching (RS) VAR). Τα δεδομένα αφορούν τα επιτόκια των γραμματίων του θησαυροφυλακίου των Η.Π.Α και έχουν ληφθεί σε εξαμηνιαίο χρονικό εύρος απ' όπου προκύπτει ο μέσος όρος . Η πρόβλεψη γίνεται σε χρόνια ανάλογα με τα χρονικά ορίσματα που θα χρησιμοποιηθούν στις αντίστοιχες συναρτήσεις του μοντέλου. Η αξιολόγηση των μοντέλων γίνεται με τα εξής στατιστικά κριτήρια: μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE), μέσο σφάλμα (ME) και ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE).

Στο άρθρο του Miguel A. Ferreira εξετάζεται η διαδικασία μοντέλου διακύμανσης – συνδιακύμανσης βραχυπρόθεσμων επιτοκίων που δεν εμπεριέχουν ρίσκο. Τα δεδομένα αφορούν επιτόκια Γερμανίας και Γαλλίας την προΕυρώ εποχή . Η δειγματοληψία έγινε για την περίοδο από το 1981 έως το 1997 σε εβδομαδιαία συχνότητα. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται αφορά ένα πολυποίκιλο VECH μοντέλο το οποίο είναι στην ουσία ένα απλοποιημένο μοντέλο GARCH . Η αξιολόγηση αυτής της μεθόδου μπορεί να γίνεται στατιστικά με την ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος που δίνεται από την σύγκριση των προβλέψεων.

Στο άρθρο του Turan Bali γίνεται μια προσπάθεια να μοντελοποιηθεί η στοχαστική συμπεριφορά των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων . Μια ποικιλία μοντέλων διάχυσης του ενός παράγοντα συγκρίνονται με στοχαστικά ασταθή μοντέλα δυο παραγόντων για να φανεί ποιο είναι πιο ικανό να αιχμαλωτίσει τον δυναμικό χαρακτήρα της αστάθειας των επιτοκίων. Στην ουσία ο συγγραφέας επεκτείνει το μοντέλο BDT (Black , Derman , Toy) του ενός παράγοντα σε ένα μοντέλο δυο παραγόντων. Στο μοντέλο BDT δημιουργείται ένα δυωνυμικό δέντρο . Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν αφορούν καθημερινές παρατηρήσεις των μηνιαίων , τριμηνιαίων και εξαμηνιαίων επιτοκίων των ετήσιων αποθεμάτων του Ευρωδολλαρίου (EURODOLLAR) . Οι εκτιμήσεις έγιναν σε ορίζοντα του ενός των τριών και των έξι μηνών . Η σύγκριση των αποτελεσμάτων των μοντέλων έγινε με την στατιστική μέθοδο της μεγίστης πιθανοφάνειας (maximum likelihood).

Στο άρθρο των Min Qi και Peter Zhang , γίνεται πρόβλεψη επιτοκίων θησαυροφυλακίου και συναλλάγματος με χρήση τεχνητών νευρωνικών δικτύων (artificial neural networks ASS) . Για την ανάλυση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιούνται πολλά μοντέλα τα οποία και συγκρίνονται μεταξύ τους . Λεπτομερής ανάλυση γίνεται στα μοντέλα ανάλυσης αποτελεσμάτων πρόβλεψης AIC (Akaike's information criterion) και BIC (Bayesian iformation criterion). Τα υπόλοιπα κριτήρια που παρατίθενται είναι τα SSE (άθροισμα τετραγώνου σφαλμάτων) το RMSE (ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος) το MAE (μέσο απόλυτο σφάλμα) το MAPE (μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα) , το ME (μέσο σφάλμα) το DA (ακρίβεια κατεύθυνσης) και το Sign (ποσοστό σωστών ενδείξεων-percentage of correct signs). Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για την πρόβλεψη είναι το μηνιαίο επιτόκιο γραμματίων θησαυροφυλακίου (T-bill) και το εβδομαδιαίο επιτόκιο συναλλάγματος μεταξύ της Βρετανικής λύρας και του δολαρίου

των Η.Π.Α . Ο ορίζοντας πρόβλεψης στις δυο περιπτώσεις είναι ή τα τέσσερα ή τα οκτώ χρόνια .

Στο άρθρο των Kyong Oh και Ingo Han , γίνεται πρόβλεψη επιτοκίων. Η βασική ιδέα του μοντέλου που χρησιμοποιείται είναι η λήψη διαστημάτων διαιρεμένων από σημεία ελέγχου , η ταυτοποίηση τους σαν γκρουπ σημείων αλλαγής και η χρησιμοποίησή τους στην πρόβλεψη των επιτοκίων. Η διαδικασία χωρίζεται σε τρία στάδια. Πρώτων γίνεται ο εντοπισμός επιτυχών σημείων αλλαγής μέσα από την βάση δεδομένων των επιτοκίων . Κατόπιν γίνεται η πρόβλεψη των γκρουπ των σημείων-αλλαγής με το νευρωνικό δίκτυο πίσω-διάδοσης (BPN). Το τελικό στάδιο είναι να προβλεφθεί το τελικό αποτέλεσμα με το BPN. Επίσης εξετάζεται η αποδοτικότητα ενός ολοκληρωμένου νευρωνικού δικτύου που χρησιμοποιεί εντοπισμό σημείων αλλαγής. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν είναι μηνιαίες αποδόσεις των ασφαλίσεων του θησαυροφυλακίου των Η.Π.Α από τον Ιανουάριο του 1977 έως τον Μάιο του 1999. Ο ορίζοντας πρόβλεψης είναι ο ένας χρόνος . Τα στατιστικά κριτήρια αξιολόγησης του μοντέλου που χρησιμοποιήθηκαν είναι το RMSE (ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος) το MAE (μέσο απόλυτο σφάλμα) και το MAPE (μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα).

Στο άρθρο του ο Gordon Richards ουσιαστικά παρουσιάζει τον χαοτικό χαρακτήρα (fractal) των συναλλαγματικών και των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων . Αυτός ο χαοτικός χαρακτήρας , κατά τον Richards , έχει μεγάλες διαφορές από τα χαοτικά μοντέλα της φυσικής επιστήμης. Αντίθετα με την φυσική όπου τα χαοτικά συστήματα παρουσιάζουν δυνατές κλιμακωτές συμμετρίες αυτό δεν ισχύει στα επιτόκια . Εδώ οι κλιμακωτές συμμετρίες είναι αδύναμες και σε βάθος χρόνου τα συναλλαγματικά επιτόκια συγκλίνουν σε μια μη χαοτική (non-fractal) κατάσταση. Τα ίδια ισχύουν και για τα βραχυπρόθεσμα επιτόκια . Στο άρθρο αυτό προτείνεται ένας αλγόριθμος πρόβλεψης που βασίζεται σε μεταβατικά στάδια. Ουσιαστικά γίνεται εκμετάλλευση των κλιμακωτών συμμετριών για την ανάπτυξη αλγορίθμων. Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται είναι συναλλαγματικά επιτόκια από διάφορες χώρες αλλά και το επιτόκιο του εθνικού αποθέματος των Η.Π.Α . Η συχνότητα λήψης δεδομένων είναι εβδομαδιαία και ο χρονικός ορίζοντας πρόβλεψης είναι οι έξη μήνες. Το κριτήριο αξιολόγησης του μοντέλου είναι το RMSE (ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος).

Στο άρθρο των Black , Corrigan και Dowd εξετάζεται αν στις προβλέψεις των τιμών των τιμάριθμων καταναλωτή (CPI consumer price index) και των τιμών των τιμάριθμων παραγωγού (PPI producer price index) μπορούν να χρησιμοποιηθούν βοηθητικές μεταβλητές όπως επιτόκια , επιτόκια ομολόγων θησαυροφυλακίου και άλλα νομισματικά σύνολα . Από την έρευνα που πραγματοποιήθηκε διαπιστώνεται ότι τα ομόλογα βοηθούν στην πρόβλεψη βιομηχανικής παραγωγής ή του πραγματικού κατά κεφαλήν εισοδήματος (real personal income) όταν χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα από το 1980 έως το 1997. Σε αντίθεση τα νομισματικά σύνολα παρέχουν πληροφορίες για το CPI και το νομισματικό κατά κεφαλήν εισόδημα (nominal personal income) αλλά όχι για το PPI. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε για την παραπάνω έρευνα είναι ένα διανυσματικό μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης (vector autoregression model). Το στατιστικό κριτήριο που χρησιμοποιήθηκε ήταν το MAPE (μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα)

Στο άρθρο των James Stock και Mark Watson , γίνεται διερεύνηση προβλέψεων του πληθωρισμού των Η.Π.Α σε χρονικό ορίζοντα 12 μηνών. Το βασικό μοντέλο εργαλείο που χρησιμοποιείται είναι η καμπύλη Philips (Philips curve). Το σημείο έναρξης είναι το συμβατικό σημείο ρυθμού ανεργίας στην καμπύλη Philips το οποίο εξετάζεται σε ένα πλαίσιο πρόβλεψης που πρωσομειώνεται με δειγματοληψία. Οι προβλέψεις που παρείχθηκαν από την καμπύλη Philips είναι γενικά πιο ακριβείς από προβλέψεις που βασίστηκαν σε άλλες μακροοικονομικές μεταβλητές όπως επιτόκια , χρηματικές και εμπορευματικές αξίες. Αυτές οι προβλέψεις μπορούν , κατά τους συγγραφείς , να βελτιωθούν χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο γενικευμένης καμπύλης Philips βασισμένο σε μετρήσεις πραγματικών συνόλων δραστηριοτήτων διαφορετικών από την ανεργία , ειδικά ένας νέος τιμάριθμος συνόλων δραστηριοτήτων που βασίζεται σε 168 οικονομικούς δείκτες.

Στο άρθρο του Prasad Bidarkota εξετάζεται το εξής ερώτημα : μπορεί μια βελτιωμένη πρόβλεψη του πραγματικού επιτοκίου , όσον αφορά κάποια καλά καθορισμένα κριτήρια , να πραγματοποιηθεί λαμβάνοντας υπ' όψη ένα μεγαλύτερο σετ πληροφοριών ή απλά χρησιμοποιώντας μόνο το παρελθόν της μεταβλητής που πρόκειται να προβλεφθεί ; Πραγματοποιήθηκε σύγκριση των αποδόσεων των εναλλακτικών μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν και στις κοντινές αλλά και στις μακρινές προβλέψεις. Τα αποτελέσματα των μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν έδειξαν ότι σε χρονικό ορίζοντα μιας περιόδου οι προβλέψεις από το πολυμεταβλητό μοντέλο (bivariate model) ήταν

ικανοποιητικές ενώ σε χρονικό ορίζοντα πολλών χρονικών περιόδων τα αποτελέσματα ήταν φτωχά . Τα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν είναι γραμμικά . Χρησιμοποιήθηκαν μοντέλα μιας μεταβλητής (uucm univariable unobserved components model) και μοντέλα πολλών μεταβλητών χρονοσειράς (mtism multivariate time series model). Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν είναι επιτόκια πληθωρισμού και νομισματικά τριμηνιαία επιτόκια Η.Π.Α . Υπολογίστηκαν τα στατιστικά κριτήρια AIC (Akaike information criterion) και το SBC (Schwarz Bayesian Criterion).

Στο άρθρο των Ju , Kim και Shim γίνεται πρόβλεψη οικονομικών δεδομένων της Κορέας και μοντελοποίηση διαδικασιών που εξελίσσονται στο χρόνο (επιτόκια) με την χρήση ασαφούς λογικής (fuzzy logic) και γενετικών αλγορίθμων (GAs) . Πιο συγκεκριμένα γίνεται συνδυασμός ασαφούς λογικής και γενετικών αλγορίθμων . Αυτός ο συνδυασμός μπορεί να βρει εφαρμογή στο πρόβλημα της πρόβλεψης επιτοκίων της Κορεάτικης οικονομικής αγοράς. Κατά τους συγγραφείς οι ασαφείς κανόνες (fuzzy rules) μπορούν να αντιπροσωπευτούν συνοπτικά με ένα ή περισσότερους πίνακες μνήμης ασαφούς συσχέτισης (FAM fuzzy associative memory). Γίνεται χρήση γενετικών αλγορίθμων (Gas) για να υιοθετηθούν οι καταχωρήσεις των πινάκων FAM έτσι ώστε το πρόβλημα της πρόβλεψης των επιτοκίων να οδηγείται σε μια βελτιωμένη υλοποίηση. Ουσιαστικά σε αυτό το άρθρο γίνεται μια παρουσίαση ενός ασαφούς μοντέλου βασισμένο σε γενετικό αλγόριθμο (GBFM genetic-base fuzzy model). Επίσης γίνεται μια σύγκριση μεταξύ αποτελεσμάτων από το ασαφές μοντέλο και το μοντέλο GBFM σε χρονικό ορίζοντα πρόβλεψης εννέα ετών Οι συγγραφείς πιστεύουν ότι η μοντελοποίηση με ασαφή συστήματα είναι μια πιθανή εναλλακτική στα νευρωνικά δίκτυα και σε άλλα μοντέλα.

Στο άρθρο των Kim και Noh γίνεται πρόβλεψη επιτοκίων μέσω νευρωνικών δικτύων . Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκαν δύο είδη μοντέλου νευρωνικών δικτύων. Ένα μοντέλο αιτιολόγησης που βασίζεται σε περιπτώσεις (CBR case-based reasoning) και ένα μοντέλο ολοκληρωμένης μεθοδολογίας που συνδυάζει μοντελοποίηση με νευρωνικά δίκτυα και μοντέλο αιτιολόγησης –περιπτώσεων (CBR) . Στην περίπτωση του ολοκληρωμένου μοντέλου η μέθοδος CBR παρέχει εκτιμήσεις οι οποίες χρησιμοποιούνται σαν μεταβλητές εισόδου για το μοντέλο του νευρωνικού δικτύου. Παρατηρήθηκε ένας αριθμός διαφορών κατά την διάρκεια των αριθμητικών πειραμάτων σε ένα στατιστικά σημαντικό επίπεδο. Τα αποτελέσματα έρχονται σε αντίθεση με την κοινά διαδεδομένη άποψη ότι είναι δύσκολο να επιτευχθεί στην πράξη το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου (random walk model). Πραγματοποιείται

σύγκριση των δυο μοντέλων μεταξύ τους και με το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου κυρίως με την χρήση των στατιστικών κριτηρίων RMSE (ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος) και MAPE (μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα). Σαν δεδομένα χρησιμοποιήθηκαν τα επιτόκια των Η.Π.Α και της Κορέας. Διαπιστώθηκε ότι η πρόβλεψη για τα επιτόκια των Η.Π.Α είναι πιο εύκολη και καλύπτει το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου. Αντίθετα στις προβλέψεις με τα Κορεάτικα επιτόκια η πρόβλεψη δεν γίνεται σε ικανοποιητικό επίπεδο και δεν είναι σημαντικά στατιστικά ανώτερη από το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου.

Στο άρθρο των Fletcher και Galley γίνεται προσπάθεια να επεκταθεί η εντός δείγματος (in-sample) τεχνική προβλέψεων του Mishkin σε μια εκτός δείγματος (out-of-sample) τεχνική. Οι συγγραφείς λαμβάνουν τέσσερις διαφορετικές μετρήσεις πληθωρισμού για να παράγουν τέσσερα διαφορετικά επιτόκια (real interest rates). Χρησιμοποιούνται τρεις διαφορετικές μέθοδοι πρόβλεψης: αναβαθμισμένη παλινδρόμηση, κυλιόμενη παλινδρόμηση και η μέθοδος ARMA. Οι προβλέψεις έγιναν για χρονικό ορίζοντα μιας περιόδου. Αυτές οι τεχνικές πρόβλεψης συγκρίνονται μεταξύ τους και με το μοντέλο του Mishkin με την χρήση τεσσάρων στατιστικών διαγνωστικών. Τη μέση απόλυτη διακύμανση (MAD),

τη ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE), το μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (MAPE) και το U του Theil's (Theil's U). Αντίθετα με το μοντέλο του Mishkin οι συγγραφείς αναβαθμίζουν το μοντέλο με νέες πληροφορίες στην πορεία του χρόνου και παράγουν προβλέψεις εκτός δείγματος (out-of-sample). Οι παράμετροι των μοντέλων αλλάζουν μέσα στον χρόνο και οδηγούν σε διαφορετικά αποτελέσματα από αυτά του μοντέλου Mishkin. Τα συμπεράσματα που βγαίνουν είναι ότι ενώ το μοντέλο Mishkin παράγει καλύτερες στατιστικές διαγνώσεις, τα μοντέλα που προτείνονται υπολογίζουν πιο καλά το πώς λειτουργούν οι παραγωγοί προγνωστικών. Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται είναι μηνιαία και αφορούν επιτόκια του ενός και των τριών μηνών από το 1959 έως το 1992.

Στο άρθρο των Estrella και Mishkin εξετάζεται η σχέση της δομής των επιτοκίων με τα όργανα της νομισματικής πολιτικής και με το υποκατάστατο της πραγματικής δραστηριότητας και τον πληθωρισμό στις ΗΠΑ και την Ευρώπη. Η σχέση με τα όργανα της νομισματικής πολιτικής δεν έχει διερευνηθεί στο παρελθόν. Τα αποτελέσματα αυτού του άρθρου δείχνουν ότι η νομισματική πολιτική είναι σημαντικό στοιχείο της διαμόρφωσης της καμπύλης απόδοσης (term structure) αλλά δεν είναι το μόνο. Η έρευνα γίνεται τόσο στις ΗΠΑ όσο και στην

Ευρώπη . Σε πολλές περιπτώσεις , η καμπύλη απόδοσης (yield curve) , έχει σημαντική ικανότητα πρόγνωσης για τα επιτόκια και τον πληθωρισμό , για χρονικούς ορίζοντες ενός και δυο χρόνων για τα επιτόκια και για μεγαλύτερο ορίζοντα για τον πληθωρισμό.

Στο άρθρο της Kanta Marwah αναπτύσσεται ένα μοντέλο πρόβλεψης ροών κεφαλαίου και συναλλαγματικών επιτοκίων . Πιο συγκεκριμένα το μοντέλο είναι δομικό ισορροπιών – πληρωμών των ξένων συναλλαγματικών αγορών του Καναδά , ενδογενοποιώντας τις ροές κεφαλαίου , τα σημειακά και μελλοντικά επιτόκια συναλλάγματος και τις οντότητες του νομισματικού τομέα. Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται είναι από το 1971 έως το 1981. Οι ροές κεφαλαίου έχουν χωριστεί σε 10 κατηγορίες και τα συναλλαγματικά επιτόκια του Καναδικού δολαρίου έχουν αναλυθεί σε σχέση με 5 βασικά συναλλάγματα. Καθώς το μοντέλο δεν προσκολλάται αυστηρά στην αγοραστική ικανότητα της ισοτιμίας των επιτοκίων , την αναγνωρίζει και εκμεταλλεύεται και άλλα θεμελιώδη οικονομικά μεγέθη όπως προβλέψεις και ρίσκα. Οι κυβερνητικές παρεμβολές ποσοτικοποιούνται σε παγκόσμια κλίμακα. Το μοντέλο ανιχνεύει την μετα-Bretton Woods ενδοδειγματική (in-sample) εμπειρία και παράγει καλές προβλέψεις. Τα στατιστικά κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση των προβλέψεων είναι το RMSE ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος και το U του Theil ή συντελεστής ανισότητας (inequality coefficient).

Στο άρθρο των Vinod και Basu , παρουσιάζονται δυο είδη μοντέλων πρόβλεψης . Στο πρώτο είδος καθορίζονται επιτόκια και εισοδήματα εξογενώς από ένα διάνυσμα αυτοπαλινδρόμησης (VAR) το οποίο τα καταχωρεί σε ένα μοντέλο διαστήματος κατάστασης SS (state space) που καθορίζει τον δείκτη κατανάλωσης. Στο δεύτερο είδος ο δείκτης κατανάλωσης εισοδημάτων και τα επιτόκια είναι όλα ενδογενή . Το πρώτο μοντέλο είναι το Exo-I και μπορεί να περιγραφεί σαν ένα πρόβλημα δυναμικής βελτιστοποίησης όπου οι δείκτες εισοδημάτων και τα επιτόκια περιέχονται σε ένα διάνυσμα αυτοπαλινδρόμησης (autoregression). Στο δεύτερο μοντέλο Endo-I γίνεται εκτίμηση SS τύπου Aoki. Επίσης το πρώτο είδος μοντέλου είναι παρόμοιο με αυτό του Hall ενώ το δεύτερο προσεγγίζει τον δυναμικό χαρακτήρα ενός κυκλικού μοντέλου εταιρείας του Christiano. Οι συγγραφείς συμπεραίνουν ότι το δεύτερο είδος αποδίδει καλές προβλέψεις επιτοκίων. Επιπλέον η καλύτερη ομαλότητα του δείκτη κατανάλωσης έχει συνέπειες σε κάποια θέματα , όπως σε κύκλους εταιρειών και στην πολιτική που ακολουθούν . Τα στατιστικά κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση των

μοντέλων είναι το MSE (μέσο τετραγωνικό σφάλμα), το MAD (μέση απόλυτη απόκλιση) και το RSQ (ρίζα τετραγωνικής συσχέτισης).

Στο άρθρο του Peter Phillips χρησιμοποιείται ένα τεστ προσανατολισμού για τη εκτίμηση μοντέλων τα οποία προβλέπουν σε χρονικό ορίζοντα μιας περιόδου. Τα μοντέλα που συγκρίνονται είναι μοντέλα Bayes των οποίων οι εκτιμώμενοι συντελεστές αναβαθμίζονται σε κάθε περίοδο όταν είναι διαθέσιμα καινούρια δεδομένα. Ένα από τα μοντέλα έχει σταθερή παραμετρική μορφή , η οποία για την εξαγωγή αποτελεσμάτων είναι η [AR(3)+linear trend] μοντέλο το οποίο έχει χρησιμοποιηθεί σε μακροοικονομικές χρονοσειρές. Το άλλο μοντέλο είναι το καλύτερο μοντέλο Bayes του οποίου η παραμετρική μορφή καθορίζεται σε κάθε περίοδο χρησιμοποιώντας το κριτήριο επιλογής μοντέλων PIC . Τα μοντέλα εφαρμόζονται στα δεδομένα Nelson-Plosser και Schotman-van Dijk ιστορικές μακροοικονομικές χρονοσειρές της οικονομίας των Η.Π.Α. Τα δεδομένα ξεκινούν από το 1900 και καταλήγουν το 1970. Οι προβλέψεις είναι από το 1970 έως το 1990. Χρησιμοποιήθηκε το RMSE (ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος) για στατιστική εκτίμηση.

Μια γνωστή κριτική που ασκείται πάνω στην μυστικότητα των κεντρικών τραπεζών είναι η πεποίθηση ότι οδηγεί σε χαμηλής ακρίβειας προβλέψεις όσον αφορά τους ιδιωτικούς πράκτορες. Στο άρθρο του Jeremy Rudin προτείνεται ένα μοντέλο το οποίο μειώνει αυτήν τη μυστικότητα των τραπεζών και αποδεικνύει ότι έτσι μειώνεται και η ακρίβεια των προβλέψεων των ιδιωτικών πρακτόρων της οικονομίας όταν αναγνωρίζεται ότι κάποιοι πράκτορες κατασκοπεύουν τις τράπεζες και άλλοι όχι. Αυτό το αποτέλεσμα εκπίπτει επειδή η διαδικασία διαμόρφωσης των επιτοκίων εξαρτάται εν μέρει από τις πληροφορίες που χρησιμοποιούν οι πράκτορες για την μελλοντική πρόβλεψη των επιτοκίων. Επίσης φαίνεται ότι μειώνοντας την μυστικότητα των τραπεζών αυξάνεται η χωρίς όρους διακύμανση των επιτοκίων. (unconditional variance) . Όλες οι παραπάνω ιδέες αντιπροσωπεύονται από ένα απλοποιημένο μοντέλο διαδικασίας μη δανειζόμενων αποθεμάτων (non-borrowed reserves) . Είναι ένα παραλλαγμένο μοντέλο από αυτό που ανέπτυξε ο Dotsey (1987).

Στο άρθρο των Gupta και Moazzami αναφέρεται ότι μια σημαντική πηγή αστάθειας και η αποτυχία των εξισώσεων μειωμένης μορφής (reduced-form) να προβλέψουν άκρως πρόσφατα και ασταθή επιτόκια οφείλεται

στην αποτυχία αυτών των εξισώσεων να μοντελοποιήσουν το δυναμικό χαρακτήρα αυτών των συστημάτων . Όταν περνάμε αυτό το εμπόδιο ανακαλύπτεται ότι ούτε η αστάθεια των παραμέτρων ούτε οι κακές προβλέψεις συνεχίζονται. Σε αυτό το άρθρο προτείνεται μια νέα στρατηγική βασισμένη στο μοντέλο του Hendry όπου η συνηθισμένη υπόθεση των σταθερών συντελεστών προσαρμογής σε τέτοια μοντέλα μπορεί να μην είναι πάντα εγγυημένη και προτείνεται ένας τρόπος μοντελοποίησης των συντελεστών προσαρμογής που εναλλάσσονται με τον χρόνο και ταυτόχρονα επιτρέπουν διακριτές αλλαγές. Αυτή η προσέγγιση προτιμάται από αυτήν όπου επιτρέπεται ή η εντός δείγματος ή η εντός ενδιάμεσου υπο-δείγματος αλλαγή παραμέτρων. Το μοντέλο ξεκινά με την συνάρτηση Fisher και χρησιμοποιεί την μεθοδολογία Hendry . Η ζήτηση της πραγματικής ζήτησης ρευστού συγκεκριμενοποιείται σύμφωνα με μια γενικής αυτοπαλινδρόμησης, καταναμεμένη συνάρτηση καθυστέρησης. Επίσης μέσα στο μοντέλο χρησιμοποιείται μια επέκταση του τυχαίου μοντέλου συντελεστών των Hildren και Houck. Τα δεδομένα είναι από το 1952 έως το 1980 αφορούν μονοετή γραμμάτια του θησαυροφυλακίου των Η.Π.Α , τον αναμενόμενο ρυθμό πληθωρισμού και τις προμήθειες χρημάτων και εισοδήματος. Οι προβλέψεις έγιναν για τα έτη 1981 ,1982, 1983 και 1984. Τα στατιστικά κριτήρια με τα οποία δοκιμάστηκε το μοντέλο είναι το μέσο σφάλμα (ME) , το μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE) και η ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE).

Στο άρθρο των Kolluri και Γιάνναρου δοκιμάζονται προτάσεις για την πρόβλεψη επιτοκίων συμπεριλαμβανομένου και του ελλείματος του προυπολογισμού. Επίσης παρουσιάζονται προβλέψεις επιτοκίων που βασίζονται σε ένα μοντέλο βέλτιστης απόδοσης . Παρόλο την κοινή άποψη που επικρατεί , η ανάλυση που πραγματοποιήθηκε φανερώνει μια ύφεση , αποτέλεσμα της αύξησης του ελλείματος του προυπολογισμού στα βραχυπρόθεσμα επιτόκια. Η ανάλυση των συντελεστών αστάθειας επιβεβαιώνει μια δομική αλλαγή στα μοντέλα των επιτοκίων το 1979-1980. Το μοντέλο πρόβλεψης των ερευνητών έχει προσαρμοστεί σε αυτή τη δομική αστάθεια. Το μοντέλο είναι ένα IS/ LM. Χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα που χωρίζουν το έτος σε τρίμηνα από το 1966 έως το 1983. Έγιναν προβλέψεις για το 1983 το οποίο χωρίζεται και αυτό σε τρίμηνα. Πραγματοποιήθηκε η καθιερωμένη σύγκριση των προβλέψεων με τις πραγματικές τους τιμές με ανάλυση σφαλμάτων με χρήση του συντελεστή συσχέτισεως, του RMSE ,MAE, ME και Theil's inequality .

Στο άρθρο των Allen και Haffer δοκιμάζεται η στατιστική σημαντικότητα και η απόδοση στην πρόβλεψη μιας εξίσωσης ζήτησης

χρημάτων δομημένων όρων (term structure function) συσχετισμένη με δυο ανταγωνιστικές διευκρινήσεις. Η ανάλυση αποδεικνύει ότι αυτές οι διευκρινήσεις προτιμώνται από την περίπτωση που χρησιμοποιούνται μακροπρόθεσμα επιτόκια και όχι βραχυπρόθεσμα. Οι προβλέψεις έγιναν για το 1981 ,1982 και αποκάλυψαν ότι το δομημένο μοντέλο είναι καλύτερο και από τις δυο εναλλακτικές. Σε αυτό το άρθρο εκτιμώνται δυο εξισώσεις ζήτησης χρημάτων και το δομημένο με όρους μοντέλο . Η δειγματοληψία δεδομένων είναι από την περίοδο 1960 1979 . Στατιστικά κριτήρια ME ,RMSE

Στο άρθρο των Cargill και Meyer γίνεται ανάλυση των επιπτώσεων της ποιότητας των προβλέψεων των επιτοκίων –των αποδόσεων των προβλέψεων και του πίνακα της συνδιακύμανσης των αποδόσεων των προβλέψεων-στα βέλτιστα (optimal) χαρτοφυλάκια που αναπτύχθηκαν από τετραγωνικό προγραμματισμό (quadratic programming) . Πρόκειται για ένα μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης . Οι συναρτήσεις των προβλέψεων καθορίζονται από μια δομή όρων (term structure) των κυβερνητικών ασφαλειών (government securities) εξ αιτίας της σημαντικότητας της εισαγωγής σε τράπεζες (banking) τέτοιων περιορισμένων χαρτοφυλακίων . Μια σύγκριση κόστους -κέρδους μεταξύ πραγματικών και βέλτιστων (ιδεατών) χαρτοφυλακίων χρησιμοποιώντας αποδόσεις που ή έχουν προβλεφθεί ή είναι πραγματικές παρέχουν μια εκτίμηση της οικονομικής εξίσωσης πληροφοριών ρίσκου.

Στο άρθρο του James Pesando γίνεται πρόβλεψη επιτοκίων μέσω της προσέγγισης martingale δίνοντας έμφαση στην σημαντικότητα των διαστημάτων πρόβλεψης (forecast intervals) . Γίνεται προσπάθεια να αντιμετωπιστεί το γεγονός ότι στα μακροπρόθεσμα επιτόκια (long –term rates) είναι δύσκολο να προβλεφθούν βραχυπρόθεσμες διακυμάνσεις. Εξετάζονται καναδικά επιτόκια και συγκρίνονται οι προβλέψεις με τις πραγματικές τιμές . Στο μοντέλο martingale αρχικά θεμελιώνεται μια σχέση μεταξύ τιμής και απόδοσης των ομολόγων. Από την έρευνα προέκυψε ότι πρέπει να δοθεί έμφαση στις αλλαγές ex-ante. Τα στατιστικά κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση του μοντέλου είναι τα εξής : μέσο απόλυτο σφάλμα (mean absolute change) , maximum absolute change (μέγιστο απόλυτο σφάλμα) , μέσο σφάλμα (mean change) , και τυπική απόκλιση (standard deviation) .

Στο άρθρο του Francisco J. Ruge-Murcia γίνεται πρόβλεψη επιτοκίων με ένα benchmark γραμμικό μοντέλο και με ένα δυναμικό περιορισμένα – εξαρτώμενο από μεταβλητές μη γραμμικό μοντέλο . Γίνεται ουσιαστικά μια μελέτη των επιπτώσεων του μηδενικού κατώτατου ορίου (zero lower bound) στην απόδοση των επιτοκίων (term structure) και την νομισματική πολιτική. Το μοντέλο περιορισμένα- εξαρτώμενο (limited-dependent) είναι ένα εργαλείο που ωθεί τους αναλυτές να εντάξουν το κατώτερο μηδενικό όριο στις προβλέψεις τους. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι στο μη-γραμμικό μοντέλο παρόλο που η επιρροή από το όριο ήταν μικρή , γίνεται καλύτερη πρόβλεψη της καμπύλης των επιτοκίων από το γραμμικό μοντέλο το οποίο αγνοεί τελείως το μηδενικό κατώτατο όριο. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν τα ενός τριών έξι και δώδεκα μηνών επιτόκια θησαυροφυλακίου 1995-2001 Ιαπωνίας. Στατιστικά κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση είναι τα RMSE ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος και το LR (sequential likelihood) .Ο χρονικός ορίζοντας πρόβλεψης είναι τρεις έξι και δώδεκα μήνες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Ασαφή σύνολα

2.1 Εισαγωγή

Ένα κλασικό σύνολο είναι ένα σύνολο με αυστηρά καθορισμένα όρια. Για παράδειγμα, ένα κλασικό σύνολο A όλων των πραγματικών αριθμών που είναι μεγαλύτεροι του 6 μπορεί να εκφραστεί ως :

$$A = \{ x \mid x > 6 \} \quad (1.1)$$

όπου υπάρχει το ξεκάθαρο και αναμφίβολο όριο , το 6, όπου εάν το x είναι μεγαλύτερο από αυτόν τον αριθμό, το x ανήκει στο σύνολο A , αλλιώς το x δεν ανήκει στο σύνολο. Παρόλο που τα κλασικά σύνολα είναι επαρκή για πολλές εφαρμογές και έχει αποδειχθεί ότι είναι ένα σημαντικό εργαλείο για τα μαθηματικά και την επιστήμη των υπολογιστών, δεν αντανακλούν την φύση της ανθρώπινης αντίληψης και σκέψης , η οποία τείνει να είναι αποσπασματική και ανακριβής. Σαν μια επίδειξη , μπορούμε να εκφράσουμε μαθηματικά το σύνολο όλων των ψηλών ανθρώπων σαν τη συλλογή όλων των ανθρώπων των οποίων το ύψος είναι πάνω από τα 6ft. Αυτό είναι ένα σύνολο που μπορεί να εκφραστεί από την εξίσωση (1.1) εάν ορίσουμε A = ψηλός άνθρωπος και x = ύψος . Αυτός όμως είναι ένας μη φυσικός τρόπος και ανεπαρκής για να αντιπροσωπευτεί η συνήθης αντίληψή μας για το ποιος είναι ψηλός. Για παράδειγμα , η διχοτόμος φύση του κλασικού συνόλου θα ταξινομούσε ένα άτομο ύψους 6.001 ft ως ψηλό, αλλά ένα άτομο ύψους 5.999 ft ως μη ψηλό. Αυτός θα ήταν ένας αναίτιος διαχωρισμός . Η ατέλεια προέρχεται από την απότομη μετάβαση ανάμεσα στον συνυπολογισμό και τον αποκλεισμό από ένα σύνολο.

Σε αντίθεση με ένα κλασικό σύνολο, ένα **ασαφές σύνολο (fuzzy set)** , όπως υποδηλώνει και η ονομασία του , είναι ένα σύνολο χωρίς καθορισμένα όρια. Αυτό σημαίνει ότι η μετάβαση από την κατάσταση ‘ανήκω σε ένα σύνολο’ στην κατάσταση ‘δεν ανήκω σε ένα σύνολο ’ είναι σταδιακή, και αυτή η ομαλή μετάβαση χαρακτηρίζεται από συναρτήσεις συμμετοχής που δίνουν στα ασαφή σύνολα ευελιξία στην μοντελοποίηση κοινώς χρησιμοποιούμενων γλωσσικών χαρακτηρισμών, όπως ‘το νερό είναι καυτό ’ ή ‘η θερμοκρασία είναι υψηλή’ . Ο Zadeh το 1965 στο άρθρο του ασαφή σύνολα -fuzzy sets- σημείωσε ότι τέτοια ανακριβή καθορισμένα σύνολα ή κλάσεις ‘παίζουν σημαντικό ρόλο στην

ανθρώπινη σκέψη , ειδικά στους τομείς της αναγνώρισης προτύπων , επικοινωνίας της πληροφορίας και της αφηρημένης έννοιας. Να σημειωθεί ότι η ασάφεια δεν προέρχεται από την τυχαιότητα των συστατικών μελών των συνόλων , αλλά από την αβέβαιη και ανακριβή φύση αποσπασματικών σκέψεων και αντιλήψεων.

2.2 Συναρτήσεις συμμετοχής

Ας υποθέσουμε ότι X είναι ένα διάστημα αντικειμένων και x είναι ένα στοιχείο που ανήκει στο διάστημα X . Ένα κλασικό σύνολο A , όπου $A \subseteq X$, καθορίζεται από μια συλλογή στοιχείων ή αντικειμένων $x \in X$, τέτοια έτσι ώστε κάθε x ή θα ανήκει ή δεν θα ανήκει στο σύνολο A .

Καθορίζοντας μια **χαρακτηριστική συνάρτηση** για κάθε στοιχείο x που ανήκει στο X , μπορούμε να εκφράσουμε ένα κλασικό σύνολο A ως ένα σύνολο από διατεταγμένα ζεύγη $(x, 0)$ ή $(x, 1)$, τα οποία υποδεικνύουν ότι $x \notin A$ ή $x \in A$, αντιστοίχως.

Αντίθετα από το προαναφερθέν συμβατικό σύνολο, ένα ασαφές σύνολο εκφράζει τον βαθμό στον οποίο ένα στοιχείο ανήκει σε ένα σύνολο. Εφεξής η χαρακτηριστική συνάρτηση ενός ασαφούς συνόλου επιτρέπεται να παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1, οι οποίες υποδηλώνουν τον βαθμό της συμμετοχής ενός στοιχείου στο δοθέν σύνολο.

Ορισμός 2.1 ασαφή σύνολα και συναρτήσεις συμμετοχής

Εάν X είναι μια συλλογή αντικειμένων x , τότε ένα **ασαφές σύνολο** A μέσα στο X ορίζεται ως ένα σύνολο διατεταγμένων ζευγών :

$$A = \{ (x, \mu_A(x)) \mid x \in X \}$$

όπου $\mu_A(x)$ καλείται η **συνάρτηση συμμετοχής** ή ΣΣ εν συντομία (membership function) για το ασαφές σύνολο A . Η ΣΣ ανάγει κάθε στοιχείο του X σε ένα βαθμό συμμετοχής (ή τιμή συμμετοχής) μεταξύ 0 και 1.

Προφανώς, ο καθορισμός ενός ασαφούς συνόλου είναι μια απλή επέκταση του καθορισμού ενός κλασικού συνόλου του οποίου η χαρακτηριστική συνάρτηση επιτρέπεται να παίρνει τις τιμές 0 ή 1. Εάν η τιμή της συνάρτησης συμμετοχής $\mu_A(x)$ περιορίζεται στο 0 ή 1

, τότε το σύνολο A γίνεται κλασικό σύνολο και η $\chi(x)$ είναι η χαρακτηριστική συνάρτηση του A .

Συνήθως το X αναφέρεται σαν **διάστημα αναφοράς** (universe of discourse) , και μπορεί να αποτελείται από διακριτά (διατεταγμένα ή μη διατεταγμένα) αντικείμενα ή συνεχή διαστήματα. Αυτό γίνεται σαφές με τα ακόλουθα παραδείγματα.

Παράδειγμα 2.1 ασαφή σύνολα με ένα διακριτό μη διατεταγμένο διάστημα αναφοράς

Έστω $X = \{ \text{San Francisco} , \text{Boston} , \text{Los Angeles} \}$ ένα σύνολο πόλεων στις οποίες κάποιος μπορεί να επιλέξει ως τόπο κατοικίας. Το ασαφές σύνολο $C = \text{''επιθυμητή πόλη για διαμονή''}$ μπορεί να περιγραφεί ως εξής :

$$C = \{ (\text{San Francisco} , 0.9) , (\text{Boston} , 0.8) , (\text{Los Angeles} , 0.6) \}.$$

Προφανώς το διάστημα αναφοράς του X είναι διακριτό και περιέχει μη διατεταγμένα αντικείμενα –σε αυτήν την περίπτωση , τρεις μεγάλες πόλεις των ΗΠΑ. Όπως φαίνεται , οι παραπάνω βαθμοί συμμετοχής είναι υποκειμενικοί, οποιοσδήποτε μπορεί να ορίσει τρεις διαφορετικές αλλά και δικαιολογημένες τιμές που αντανakλούν τις προσωπικές του προτιμήσεις.

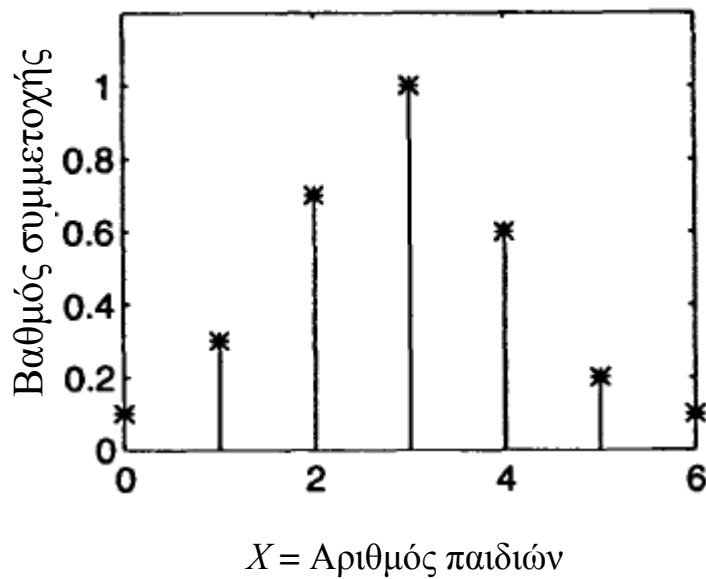
Παράδειγμα 2.2 ασαφή σύνολα με ένα διακριτό διατεταγμένο διάστημα αναφοράς

Έστω ότι $X = \{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , \}$ είναι το σύνολο των αριθμών των παιδιών που επιλέγει να αποκτήσει μια οικογένεια. Τότε το ασαφές σύνολο $A = \text{''επιθυμητός αριθμός παιδιών σε μια οικογένεια''}$ περιγράφεται ως εξής :

$$A = \{ (0 , 0.1) , (1 , 0.3) , (2 , 0.7) , (3 , 1) , (4 , 0.7) , (5 , 0.3) , (6 , 0.1) \}.$$

Εδώ έχουμε ένα διακριτό διατεταγμένο διάστημα αναφοράς X . Η Σ για το ασαφές σύνολο A φαίνεται στο σχήμα 1.1. Πάλι οι εκτιμήσεις είναι υποκειμενικές.

ΣΣ σε διακριτό διάστημα αναφοράς



Σχήμα 2.1 $A = \text{'' επιθυμητός αριθμός παιδιών σε μια οικογένεια ''}$

Παράδειγμα 2.3 ασαφή σύνολα σε ένα συνεχές διάστημα αναφοράς

Έστω ότι το $X = \mathbb{R}^+$ είναι το σύνολο των πιθανών ηλικιών ανθρώπων. Τότε το ασαφές σύνολο $B = \text{'' περίπου 50 χρονών ''}$ μπορεί να εκφραστεί ως

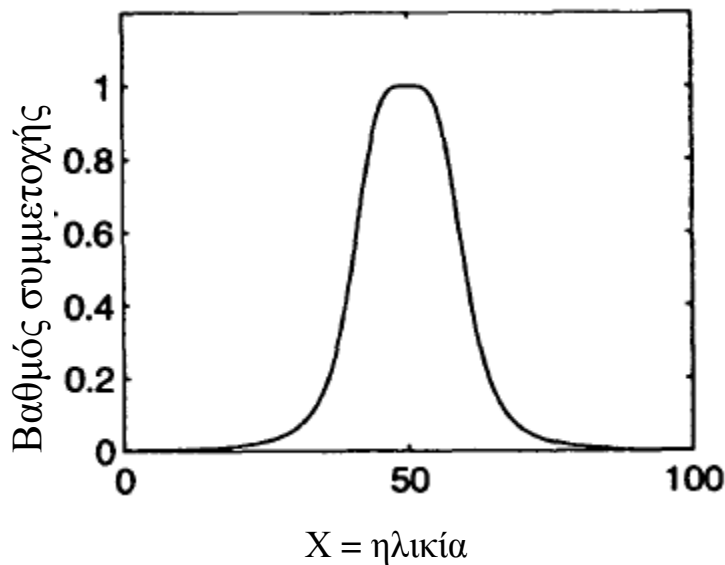
$$B = \{(\chi, \mu_B(\chi) \mid \chi \in X\},$$

Όπου

$$\mu_B(\chi) = \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{\chi - 50}{10} \right)^4} \right)$$

Αυτό φαίνεται και από το σχήμα 2.2

ΣΣ σε ένα συνεχές διάστημα αναφοράς



Σχήμα 2.2 B= ``περίπου 50 χρονών``

Από τα παραπάνω παραδείγματα , είναι φανερό ότι η κατασκευή ενός ασαφούς συνόλου εξαρτάται από δυο πράγματα : την αναγνώριση της ταυτότητας ενός κατάλληλου διαστήματος συμμετοχής και ο καθορισμός της κατάλληλης συνάρτησης συμμετοχής. Αυτός ο καθορισμός της συνάρτησης συμμετοχής είναι υποκειμενικός , που σημαίνει ότι οι συναρτήσεις συμμετοχής που συγκεκριμενοποιούνται για την ίδια έννοια (πχ. επιθυμητός αριθμός παιδιών σε μια οικογένεια) από διαφορετικά άτομα μπορεί να διαφέρουν κατά πολύ μεταξύ τους. Αυτή η υποκειμενικότητα πηγάζει από ατομικές διαφορές στον τρόπο αντίληψης ή έκφρασης συγκεκριμένων εννοιών και έχει πολύ μικρή σχέση με την τυχαιότητα. Γι' αυτό η υποκειμενικότητα και η μη τυχαιότητα των ασαφών συνόλων είναι η βασική διαφορά ανάμεσα στη μελέτη των ασαφών συνόλων και της θεωρίας των πιθανοτήτων, που πραγματεύεται με αντικειμενικές έννοιες και τυχαία φαινόμενα.

Για λόγους απλότητας της σημειογραφίας παρακάτω παρουσιάζεται ένας εναλλακτικός τρόπος υποδήλωσης ενός ασαφούς συνόλου . Ένα ασαφές σύνολο μπορεί να δηλωθεί ως εξής :

$$A = \begin{cases} \sum_{x_i \in X} \mu_A(x_i) / x_i, & \text{Εάν } X \text{ συλλογή διακριτών αντικειμένων} \\ \int_X \mu_A(x) / x, & \text{Εάν } X \text{ είναι ένα συνεχές διάστημα} \\ & \text{Συνήθως ο άξονας των } \mathbb{R} \end{cases}$$

Τα σύμβολα του αθροίσματος και της ολοκλήρωσης στις παραπάνω εξισώσεις έχουν νόημα για την ένωση των ζευγών $(x, \mu_A(x))$, και δεν υποδηλώνουν άθροισμα ή ολοκλήρωμα. Όπως και το σύμβολο $'''$, δεν υποδηλώνει διαίρεση.

Παράδειγμα 2.4 εναλλακτική έκφραση

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω εξισώσεις μπορούμε να ξαναγράψουμε τα ασαφή σύνολα του παραδείγματος 2.1

$$C = 0.9/\text{San Francisco} + 0.8/\text{Boston} + 0.6/\text{Los Angeles},$$

$$A = 0.1/0 + 0.3/1 + 0.7/2 + 1.0/3 + 0.7/4 + 0.3/5 + 0.1/6$$

Και

$$B = \int_{R^+} \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{x-50}{10} \right)^4} \right) / x,$$

αντιστοίχως.

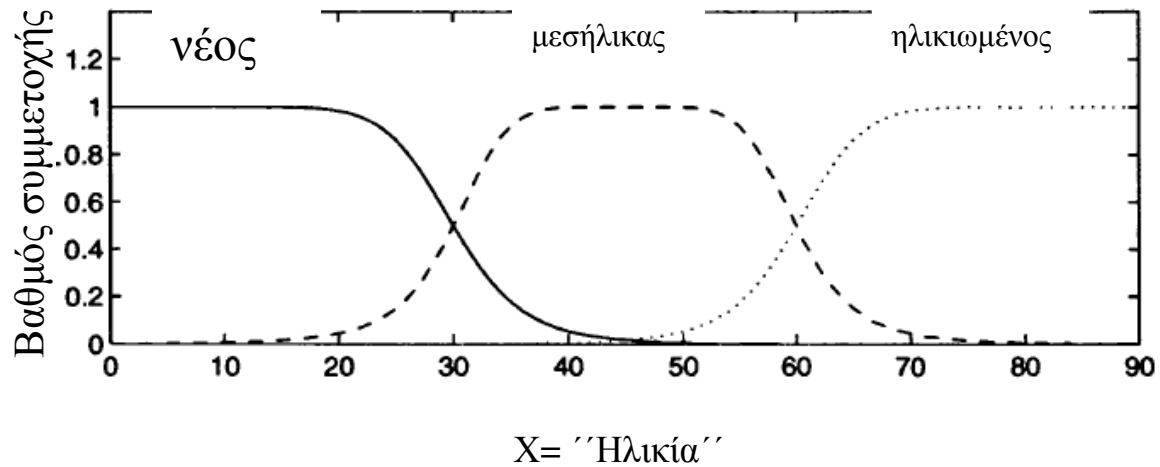
Παράδειγμα 2.5 γλωσσικές μεταβλητές και γλωσσικές τιμές

Ας υποθέσουμε ότι $X = \text{'ηλικία'}$. Τότε μπορούμε να καθορίσουμε τα ασαφή σύνολα 'νέος' , 'μεσήλικας' και 'ηλικιωμένος' που χαρακτηρίζονται από τις $\Sigma\Sigma$:

$\mu_{\text{ηλικιωμένος}}(x)$, $\mu_{\text{μεσήλικας}}(x)$ και $\mu_{\text{νέος}}(x)$ αντίστοιχα.

Όπως μια μεταβλητή μπορεί να πάρει διάφορες τιμές, η γλωσσική μεταβλητή 'ηλικία' παίρνει διάφορες γλωσσικές τιμές όπως 'νέος' , 'μεσήλικας' και 'ηλικιωμένος' . Εάν η 'ηλικία' πάρει την τιμή 'νέος' , τότε έχουμε την έκφραση $\text{'η ηλικία είναι νέος'}$, και το ίδιο συμβαίνει και για τις υπόλοιπες τιμές. Τυπικές $\Sigma\Sigma$ για αυτές τις γλωσσικές τιμές φαίνονται στο σχήμα 2.3 όπου το διάστημα αναφοράς

της X είναι πλήρως καλυμμένο από τις $\Sigma\Sigma$ και η μετάβαση από την μια $\Sigma\Sigma$ στην άλλη είναι ομαλή και σταδιακή.



Σχήμα 2.3 Τυπικές $\Sigma\Sigma$ των γλωσσικών τιμών "νέος", "μεσήλικας" και "ηλικιωμένος".

2.3 Συναρτήσεις συμμετοχής μιας διάστασης

Οι συναρτήσεις συμμετοχής μιας διάστασης είναι έχουν μία είσοδο (input).

Ορισμός 2.2 Τριγωνική $\Sigma\Sigma$

Μια τριγωνική $\Sigma\Sigma$ καθορίζεται από τρεις παραμέτρους $\{a, b, c\}$ ως εξής :

$$\text{triangle}(x; a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a. \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b. \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c. \\ 0, & c \leq x. \end{cases}$$

Χρησιμοποιώντας τα $\min$ και $\max$ έχουμε μια εναλλακτική έκφραση της προηγούμενης εξίσωσης :

$$\text{triangle}(x; a, b, c) = \max \left(\min \left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b} \right), 0 \right)$$

Οι παράμετροι $\{a, b, c\}$ (με $a < b < c$) καθορίζουν τις συντεταγμένες x των τριών γωνιών του τριγώνου της $\Sigma\Sigma$.

Ορισμός 2.3 Τραπεζοειδής $\Sigma\Sigma$

Μια τραπεζοειδής $\Sigma\Sigma$ καθορίζεται από τέσσερις παραμέτρους $\{a, b, c, d\}$ ως εξής:

$$\text{trapezoid}(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x \leq a. \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b. \\ 1, & b \leq x \leq c. \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d. \\ 0, & d \leq x. \end{cases}$$

Εναλλακτική έκφραση με $\min$ και $\max$:

$$\text{trapezoid}(x; a, b, c, d) = \max \left(\min \left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c} \right), 0 \right).$$

Οι παράμετροι $\{a, b, c, d\}$ (με $a < b \leq c < d$) καθορίζουν τις x συντεταγμένες των τεσσάρων γωνιών της τραπεζοειδούς $\Sigma\Sigma$.

Ορισμός 2.4 Γκαουσιανή ΣΣ

Η Γκαουσιανή ΣΣ καθορίζεται από δύο παραμέτρους $\{c, \sigma\}$ όπου το c είναι το κέντρο της ΣΣ και σ είναι το πλάτος :

$$\text{gaussian}(x; c, \sigma) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-c}{\sigma} \right)^2}.$$

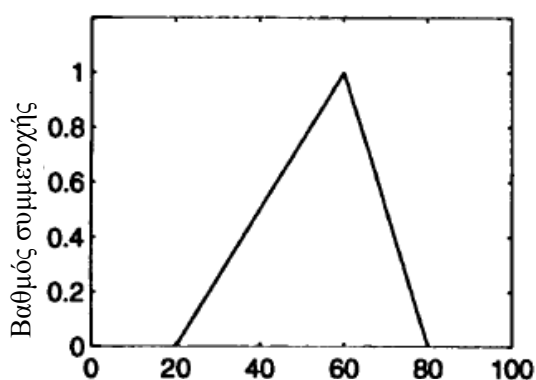
Ορισμός 2.5 Γενικευμένη καμπανοειδής ΣΣ

Η γενικευμένη καμπανοειδής ΣΣ καθορίζεται από τρεις παραμέτρους $\{a, b, c\}$:

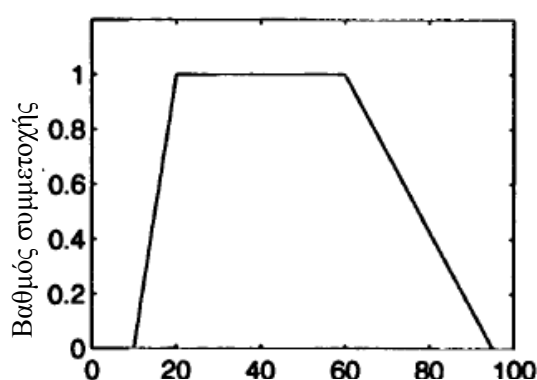
$$\text{bell}(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}},$$

Η b είναι συνήθως θετική , εάν όχι τότε το σχήμα της ΣΣ είναι μια ανάποδη καμπάνα. Να σημειωθεί ότι αυτή η ΣΣ είναι η γενικευμένη κατανομή του Cauchy που χρησιμοποιείται στην θεωρία πιθανοτήτων , και γι' αυτό είναι γνωστή και ως ΣΣ του Cauchy.

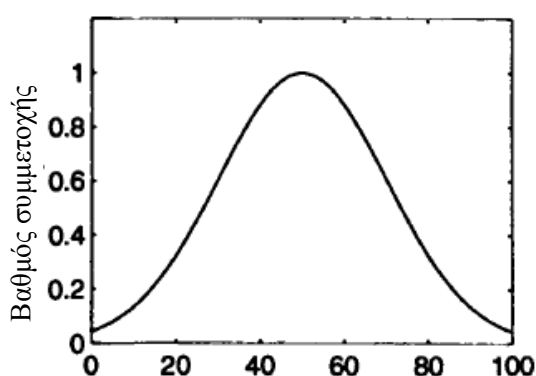
α)Τριγωνική ΣΣ



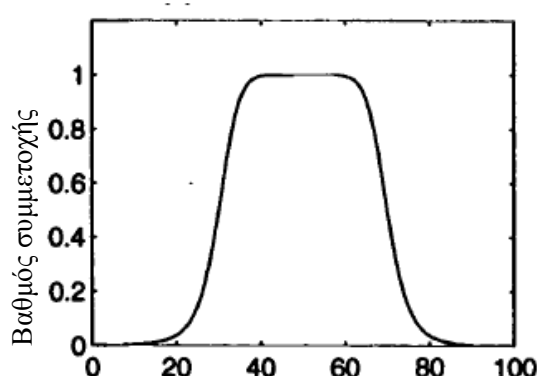
β)Τραπεζοειδής ΣΣ



γ)Γκαουσιανή ΣΣ



δ)Γενικευμένη καμπανοειδής ΣΣ



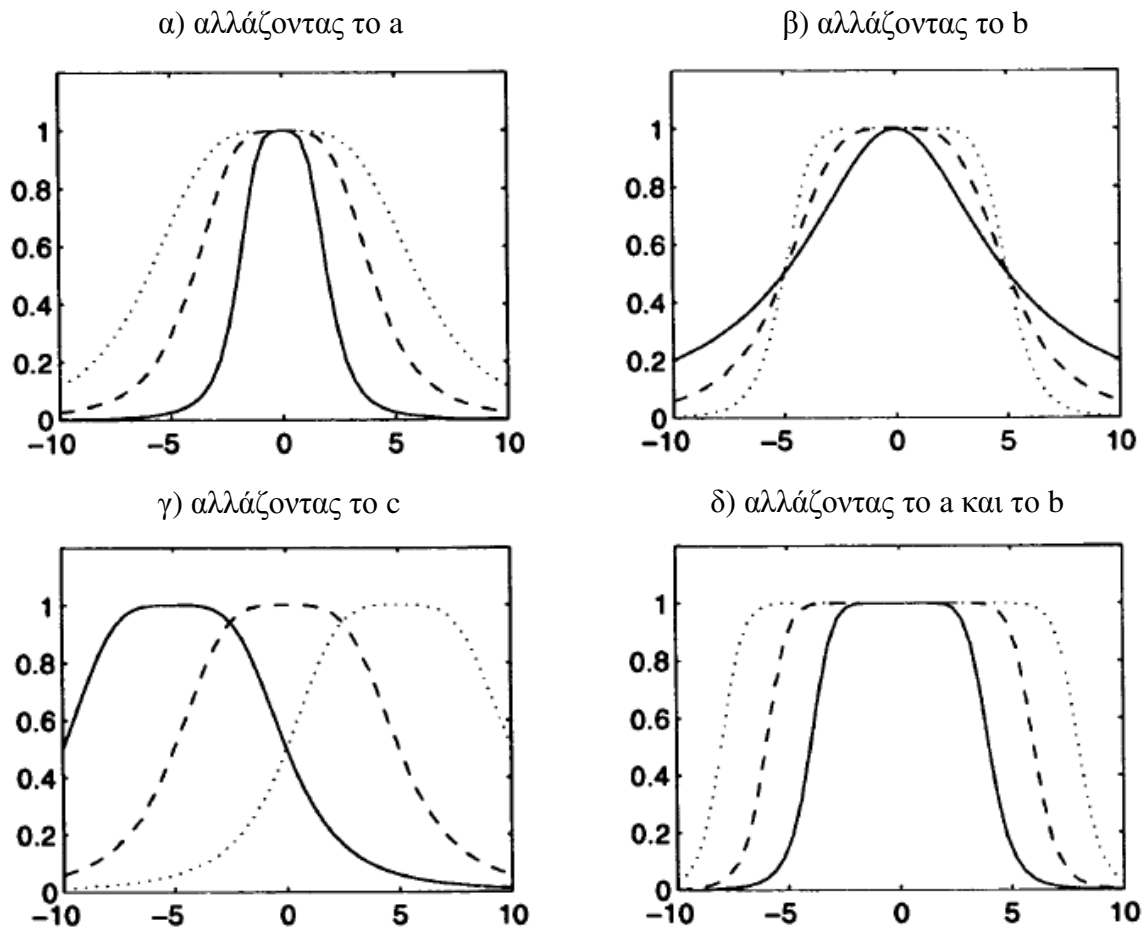
Σχήμα 2.4 Παραδείγματα ΣΣ με παραμέτρους :

α) Τριγωνική ($x; 20, 60, 80$)

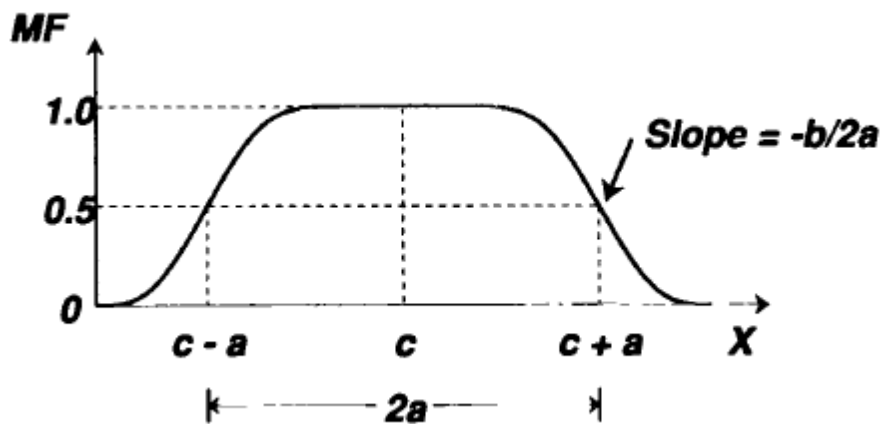
β) Τραπεζοειδής ($x; 10, 20, 60, 95$)

γ) Γκαουσιανή ($x; 50, 20$)

δ) Καμπανοειδής ($x; 20, 4, 50$)



Σχήμα 2.5 Επιδράσεις από την αλλαγή παραμέτρων στην καμπανοειδή ΣΣ. α) αλλάζοντας το a β) αλλάζοντας το b γ) αλλάζοντας το c δ) αλλάζοντας το a και το b ταυτόχρονα αλλά κρατώντας σταθερή την αναλογία μεταξύ τους.



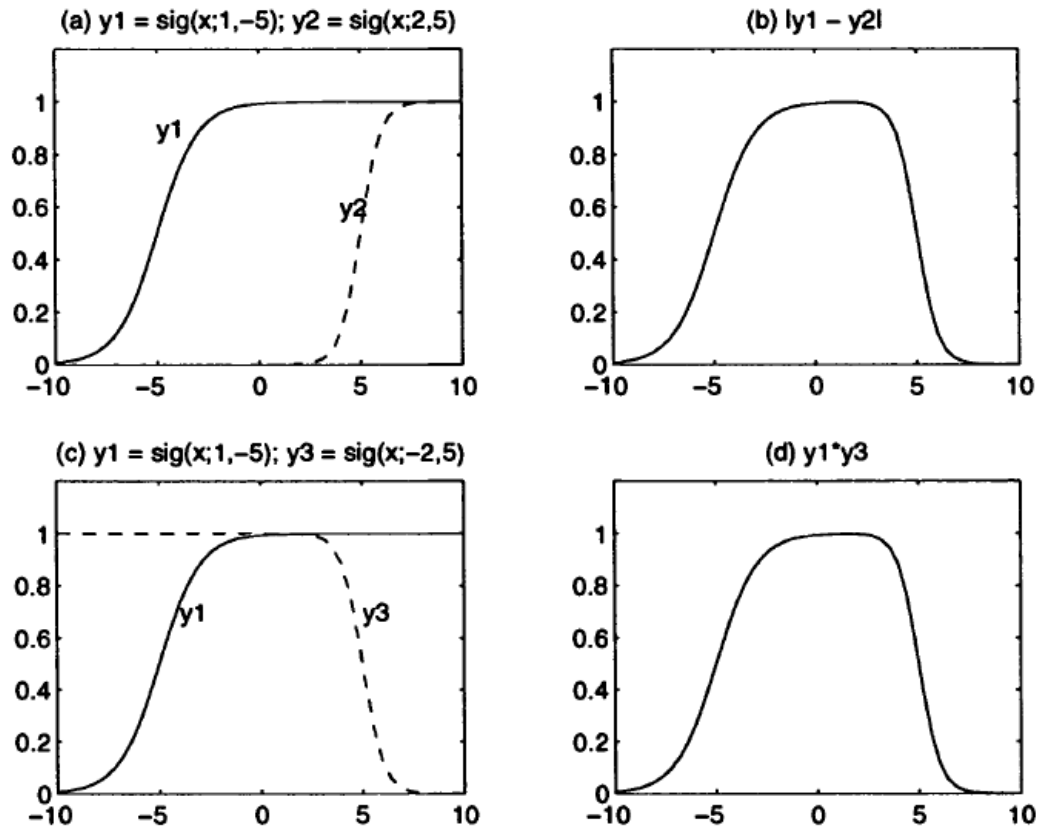
Σχήμα 2.6 Φυσική ερμηνεία των παραμέτρων μιας γενικευμένης καμπανοειδούς ΣΣ

Ορισμός 2.6 Σιγμοειδής (Sigmoidal) ΣΣ

Η σιγμοειδής ΣΣ καθορίζεται από :

$$\text{sig}(x; a, c) = \frac{1}{1 + \exp[-a(x - c)]},$$

Όπου το a ελέγχει την κλίση στο σημείο συνάντησης $x=c$.



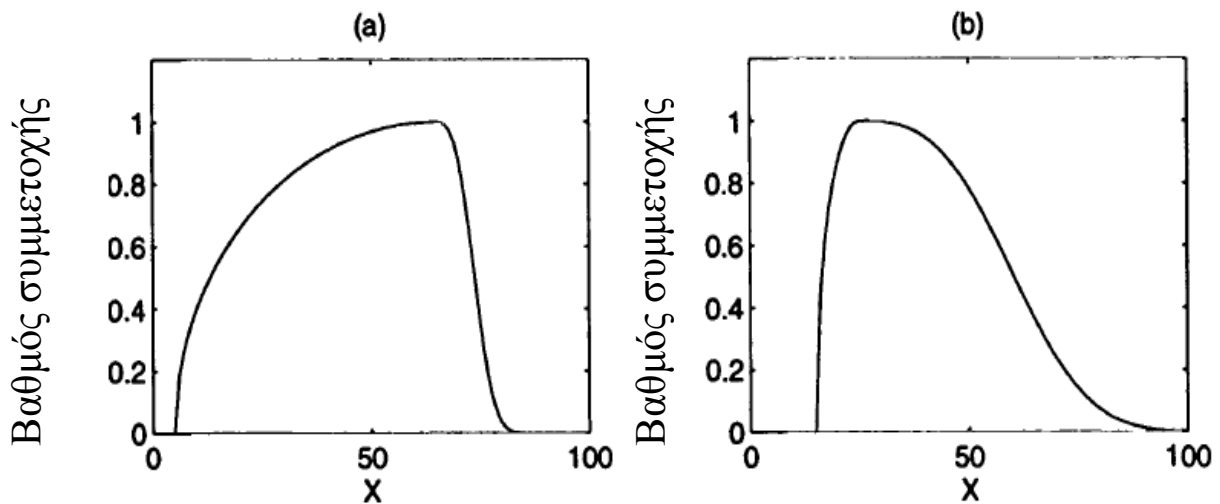
Σχήμα 2.7 α) δυο σιγμοειδής συναρτήσεις y_1 και y_2
 β) μια κλειστή ΣΣ από $|y_1 - y_2|$, γ) δυο σιγμοειδής συναρτήσεις y_1 και y_3
 δ) μια κλειστή ΣΣ από $y_1 * y_3$

Ορισμός 2.7 Αριστερή-δεξιά ΣΣ (L-R MF)

Η αριστερή δεξιά ΣΣ καθορίζεται από τρεις παραμέτρους $\{\alpha, \beta, c\}$:

$$\text{LR}(x; c, \alpha, \beta) = \begin{cases} F_L\left(\frac{c-x}{\alpha}\right), & x \leq c. \\ F_R\left(\frac{x-c}{\beta}\right), & x \geq c, \end{cases}$$

όπου $F_L(x)$ και $F_R(x)$ μειώνονται μονότονα στο $[0, \infty)$ με
 $F_L(0) = F_R(0) = 1$ και
 $\lim_{x \rightarrow \infty} F_L(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} F_R(x) = 0.$



(a) $LR(x; 65, 60, 10);$

(b) $LR(x; 25, 10, 40).$

Σχήμα 2.8 Δυο αριστερά–δεξιά ΣΣ όπου :

$$F_L(x) = \max(0, \sqrt{1 - x^2}),$$

$$F_R(x) = e^{-|x|^3}.$$

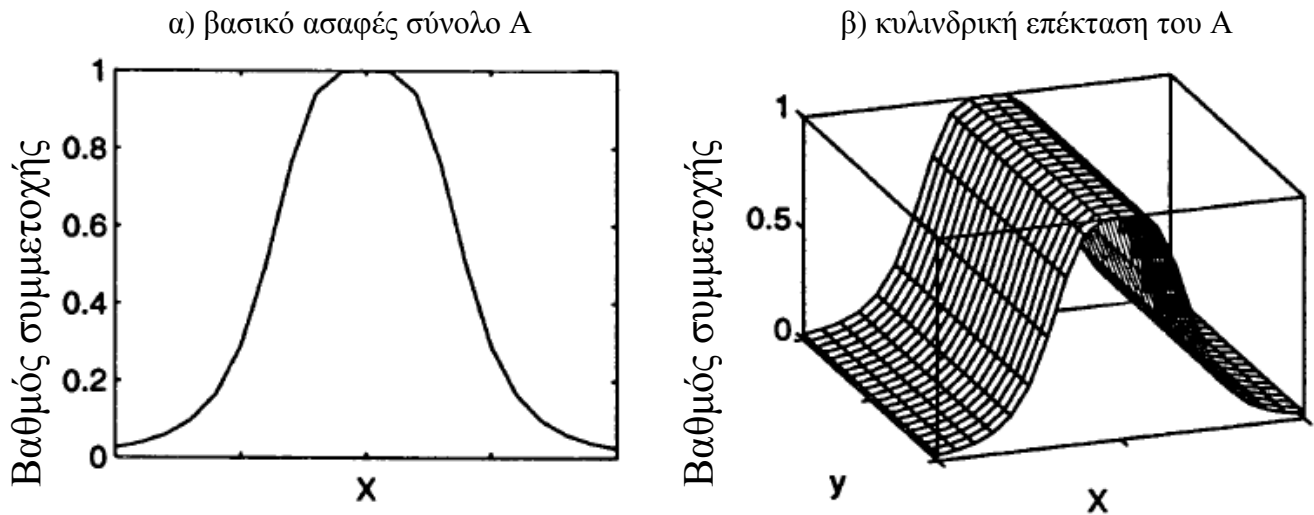
2.4 Συναρτήσεις συμμετοχής δυο διαστάσεων

Παρακάτω αναφέρονται δυο χαρακτηριστικές συναρτήσεις συμμετοχής δύο διαστάσεων ή δυο εισόδων (input)

Ορισμός 2.7 Κυλινδρική επέκταση ενός μονοδιάστατου ασαφούς συνόλου

Εάν το A είναι ένα ασαφές σύνολο μέσα στο X , τότε η κυλινδρική του επέκταση στο $X*Y$ είναι ένα ασαφές σύνολο $c(A)$ που καθορίζεται από :

$$c(A) = \int_{X \times Y} \mu_A(x, y) / (x, y).$$



Σχήμα 2.9 α) βασικό σύνολο A και η κυλινδρική του επέκταση στο β)

Ορισμός 2.7 Προβολές των ασαφών συνόλων

Έστω ότι το R είναι ένα δισδιάστατο ασαφές σύνολο στο $X \times Y$. Τότε οι προβολές του R πάνω στο X και Y θα καθορίζονται :

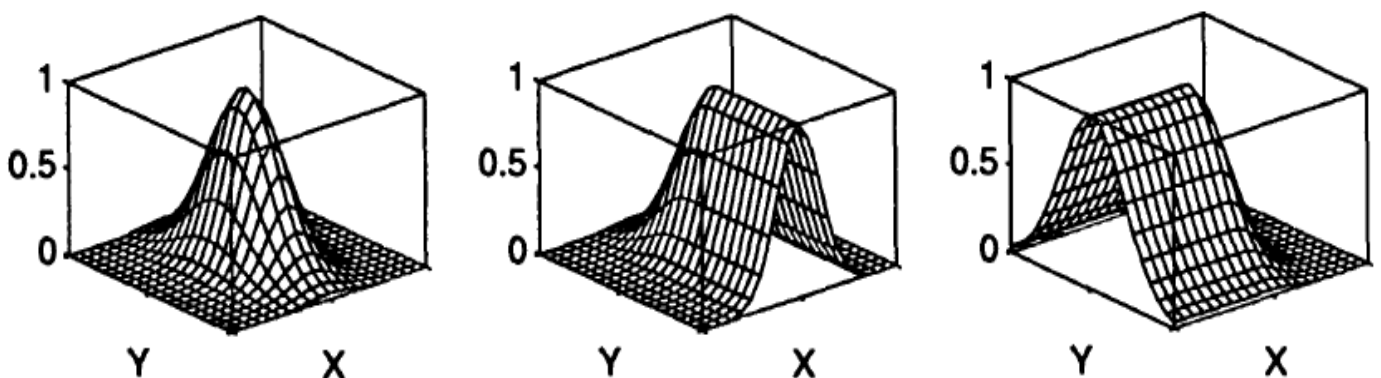
$$R_X = \int_X [\max_y \mu_R(x, y)] / x$$

$$R_Y = \int_Y [\max_x \mu_R(x, y)] / y,$$

α) μια δισδιάστατη ΣΣ

β) προβολή στο X

γ) προβολή στο Y



Σχήμα 2.10 α) ένα δισδιάστατο ασαφές σύνολο R β) $R \times R$ γ) $R \times R$

2.5 Ιδιότητες των ασαφών συνόλων

Σύνολο αναφοράς (support) ενός ασαφούς συνόλου A είναι το σύνολο από όλα τα σημεία x στο X έτσι ώστε

$$\mu_A(x) > 0:$$

$$\text{support}(A) = \{x | \mu_A(x) > 0\}.$$

Ορισμός 2.8 Πυρήνας (core)

Πυρήνας ενός ασαφούς συνόλου A είναι το σύνολο από όλα τα σημεία x στο X έτσι ώστε

$$\mu_A(x) = 1:$$

$$\text{core}(A) = \{x | \mu_A(x) = 1\}.$$

Ορισμός 2.9 Κανονικότητα (normality)

Ένα ασαφές σύνολο είναι κανονικό αν ο πυρήνας του δεν είναι άδειος.

Με άλλα λόγια, μπορούμε πάντα να βρούμε ένα σημείο $x \in X$ τέτοιο ώστε

$$\mu_A(x) = 1:$$

Ορισμός 2.10 Σημεία τομής (crossover points)

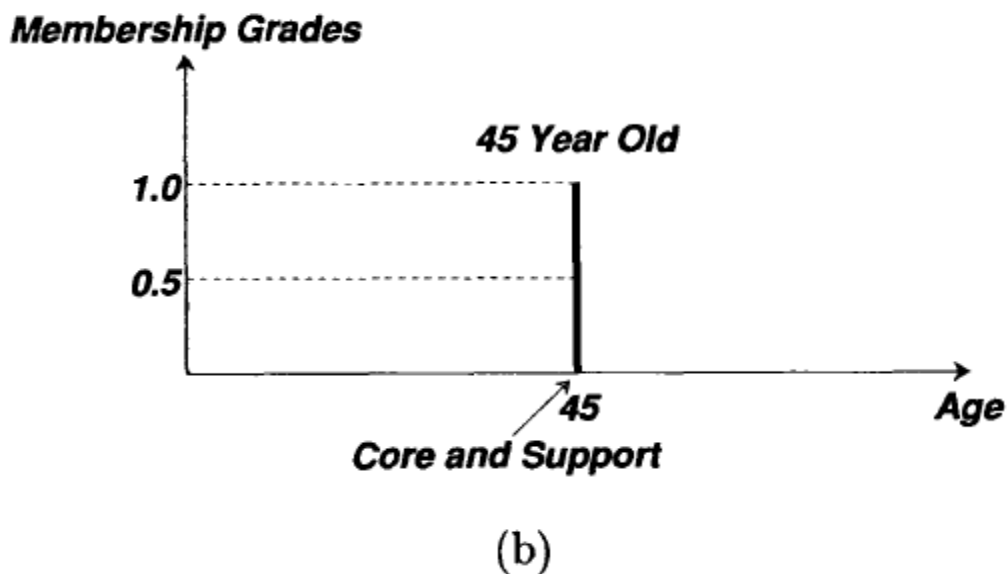
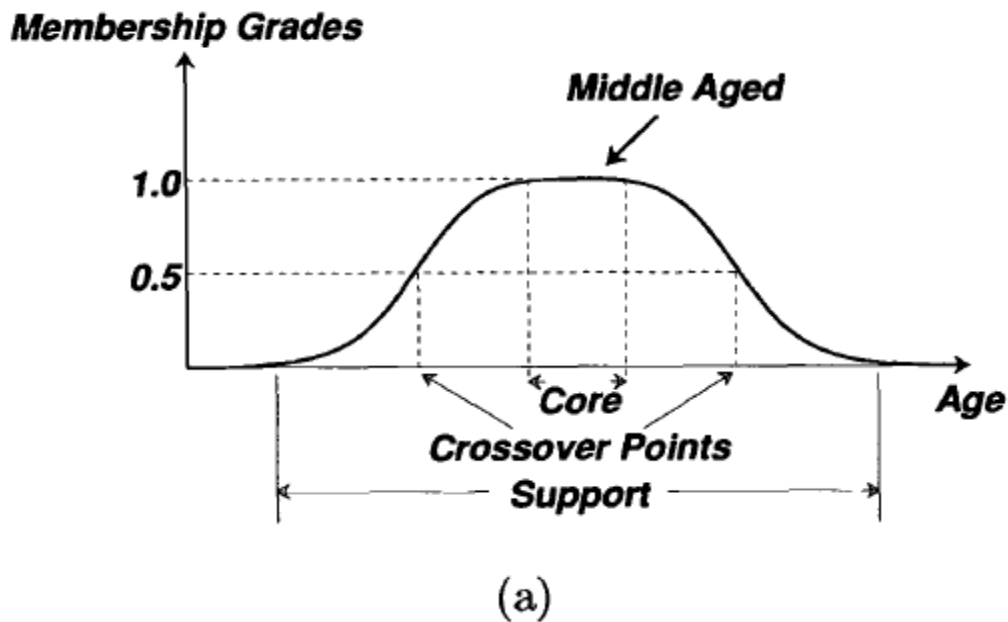
Ένα σημείο τομής ενός ασαφούς συνόλου A είναι ένα σημείο $x \in X$ στο οποίο

$$\mu_A(x) = 0.5:$$

$$\text{crossover}(A) = \{x | \mu_A(x) = 0.5\}.$$

Ορισμός 2.11 Ασαφής μονοσήμανση (fuzzy singleton)

Είναι ένα ασαφές σύνολο του οποίου το σύνολο αναφοράς (support) είναι ένα μόνο σημείο στο X με $\mu_A(x) = 1$.



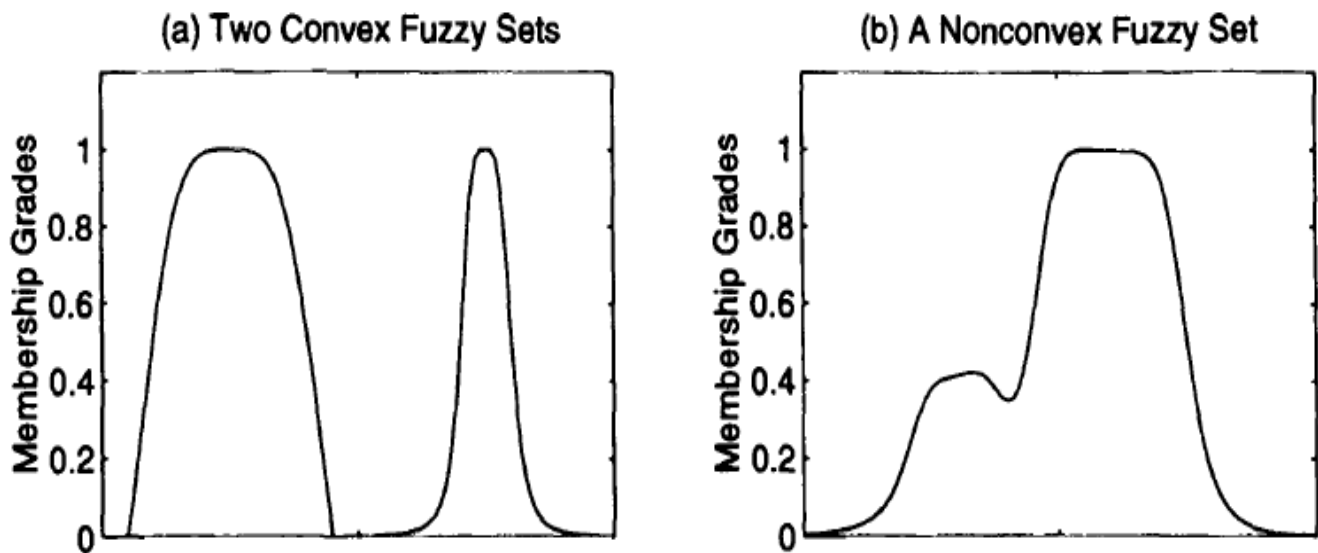
Σχήμα 2.11 πυρήνες, σύνολα αναφοράς, και σημεία τομής του (α) ασαφούς συνόλου middle aged και του (β) ασαφούς μονοσήμαντου 45 years old.

Ορισμός 2.12 Κυρτότητα (convexity)

Ένα ασαφές σύνολο A είναι κυρτό αν και μόνο αν

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}.$$

για τα $x_1, x_2 \in X$ και για το $\lambda \in [0, 1]$,



Σχήμα 2.12 α) δυο κυρτές συναρτήσεις συμμετοχής
β) μια μη κυρτή συνάρτηση συμμετοχής

Ορισμός 2.13 Ασαφής αριθμοί

Ένας ασαφής αριθμός A είναι ένα ασαφές σύνολο στη γραμμή των πραγματικών αριθμών $\mathbb{R}$ που ικανοποιεί τις συνθήκες της κανονικότητας και της κυρτότητας.

Ορισμός 2.14 Εύρη κανονικών και κυρτών ασαφών συνόλων

Για ένα κανονικό και κυρτό ασαφές σύνολο , το εύρος (bandwidth or width) ορίζεται ως η απόσταση μεταξύ των δυο μοναδικών σημείων τομής :

$$\text{width}(A) = |x_2 - x_1|,$$

όπου $\mu_A(x_1) = \mu_A(x_2) = 0.5.$

Ορισμός 2.15 Συμμετρία

Ένα ασαφές σύνολο A είναι συμμετρικό (symmetric) εάν η Σ του είναι συμμετρική γύρω από ένα συγκεκριμένο σημείο $x=c$

$$\mu_A(c+x) = \mu_A(c-x) \text{ for all } x \in X.$$

Ορισμός 2.16 Ανοικτό αριστερά , ανοικτό δεξιά , κλειστό.

Ένα ασαφές σύνολο A είναι ανοικτό αριστερά εάν

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \mu_A(x) = 1 \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \mu_A(x) = 0$$

ανοικτό δεξιά εάν

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \mu_A(x) = 0 \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \mu_A(x) = 1$$

κλειστό εάν $\lim_{x \rightarrow -\infty} \mu_A(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \mu_A(x) = 0.$

Ασαφές δυναμοσύνολο , $F(x)$, του υπερσυνόλου αναφοράς X , ονομάζεται το σύνολο όλων των ασαφών υποσυνόλων του X .

Ορισμός 2.17 Υποσύνολο:

Το σύνολο A είναι υποσύνολο του B $A \subseteq B$ αν και μόνο αν

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x), \forall x \in X$$

Αν ταυτόχρονα τα A και B δεν είναι ίσα, τότε το A θα ονομάζεται γνήσιο υποσύνολο του B .

Ορισμός 2.18 Ασαφής διαμέριση:

Μια οικογένεια ασαφών υποσυνόλων του X , θα λέγεται ασαφής διαμέριση $P_n(X)$ του X τάξης n ($n \in \mathbb{N}$) και θα συμβολίζεται με $A^n = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, αν και μόνο αν:

$$A_j \neq A_i, \forall i, j \in N_n (i \neq j)$$

$$0 < \sum_{k=1}^m A_i(x_k) < m, \forall i \in N_n$$

Τα στοιχεία A_i $i \in N_n$ της A_n θα λέγονται κλάσεις της ασαφούς διαμέρισης

Ορισμός 2.19 Κενό ασαφές σύνολο:

Ένα ασαφές σύνολο με χώρο αναφοράς τον X , λέγεται κενό αν για κάθε στοιχείο x που ανήκει στον X , η συνάρτηση συμμετοχής του A είναι μηδέν.

$$A \equiv 0 \quad \text{αν} \quad \mu_A(x) = 0 \quad \forall x \in X$$

Συστολή ασαφών συνόλων:

Έστω ασαφές σύνολο A που ορίζεται στο χώρο αναφοράς X . Η συστολή, $CON(A)$ του συνόλου αυτού είναι ένα νέο ασαφές σύνολο με συνάρτηση συμμετοχής που ορίζεται ως εξής :

$$\mu_{CON(A)}(x) = (\mu_A(x))^2$$

Η συστολή του ασαφούς συνόλου αντιστοιχεί στην προσθήκη του όρου πολύ, μπροστά από τη λεκτική μεταβλητή που περιγράφει το ασαφές

σύνολο. Δηλαδή η συστολή του ασαφούς συνόλου ψηλός είναι ένα νέο ασαφές σύνολο που αντιστοιχεί στην έννοια πολύ ψηλός.

Ορισμός 2.20 Διαστολή ασαφών συνόλων

Αντιστοίχως η διαστολή ενός ασαφούς συνόλου A , είναι ένα νέο ασαφές σύνολο που συμβολίζεται με $DIL(A)$ και έχει συνάρτηση συμμετοχής που περιγράφεται από την παρακάτω σχέση:

$$\mu_{DIL(A)}(x) = \sqrt{\mu_A(x)}$$

Η διαστολή του ασαφούς συνόλου αντιστοιχεί στην προσθήκη του όρου λίγο, μπροστά από τη λεκτική μεταβλητή που περιγράφει το ασαφές σύνολο. Δηλαδή η διαστολή του ασαφούς συνόλου ψηλός είναι ένα νέο ασαφές σύνολο που αντιστοιχεί στην έννοια λίγο ψηλός.

Ορισμός 2.21 Ένωση (Union-disjunction)

Η ένωση δυο ασαφών συνόλων A και B είναι ένα ασαφές σύνολο C , που γράφεται

$$C = A \cup B$$

ή $C = A \text{ OR } B$, του οποίου η $\Sigma\Sigma$ σχετίζεται με εκείνες των A και B :

$$\mu_C(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x).$$

Αντίθεση-contradiction	$A \cap \bar{A} = \emptyset$
Εξ.μέσος excluded middle	$A \cup \bar{A} = X$
idempotency	$A \cap A = A, A \cup A = A$
involution	$\overline{\bar{A}} = A$
Αντιμετάθεση-commutativity	$A \cap B = B \cap A, A \cup B = B \cup A$
Associativity-σύνδεση	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
Distributivity-κατανομής	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Absorption-Απορόφησης	$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$
Απορόφηση συμπληρωματικού	$A \cup (\bar{A} \cap B) = A \cup B$ $A \cap (\bar{A} \cup B) = A \cap B$
Κανόνας DeMorgan	$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

Πίνακας 1 Βασικές πράξεις συνόλων

Ορισμός 2.22 Τομή

Η τομή δυο ασαφών συνόλων A και B είναι ένα ασαφές σύνολο C , που γράφεται $C = A \cap B$ ή $C = A \text{ AND } B$, του οποίου η Σ σχετίζεται με εκείνες των A και B :

Ορισμός 2.23 Συμπλήρωμα

$$\mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x).$$

Συμπληρωματικό σύνολο (complement set) A , $\bar{A}$ ($\neg A$, NOT A), καθορίζεται ως :

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x).$$

Ορισμός 2.24 Καρτεσιανό γινόμενο , συν-γινόμενο

Αν τα A και B είναι ασαφή σύνολα μέσα στα X και Y αντίστοιχα τότε το καρτεσιανό γινόμενο $A \times B$, είναι ένα ασαφές σύνολο μέσα στο

γινόμενο του διαστήματος $X \times \bar{Y}$ με Σ :

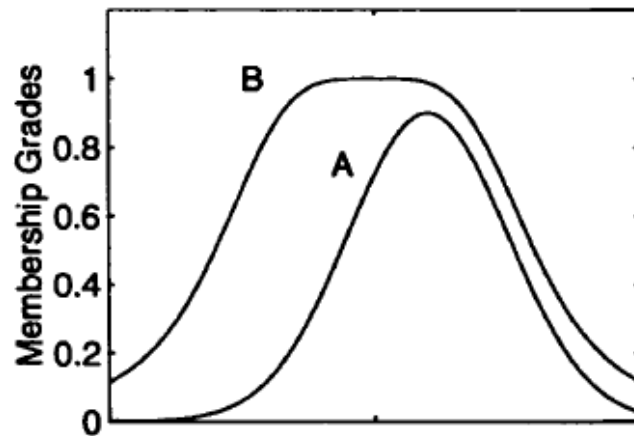
$$\mu_{A \times B}(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)).$$

Αντίστοιχα το καρτεσιανό συν-γινόμενο $A + B$ είναι ένα ασαφές σύνολο με Σ :

$$\mu_{A+B}(x, y) = \max(\mu_A(x), \mu_B(y)).$$

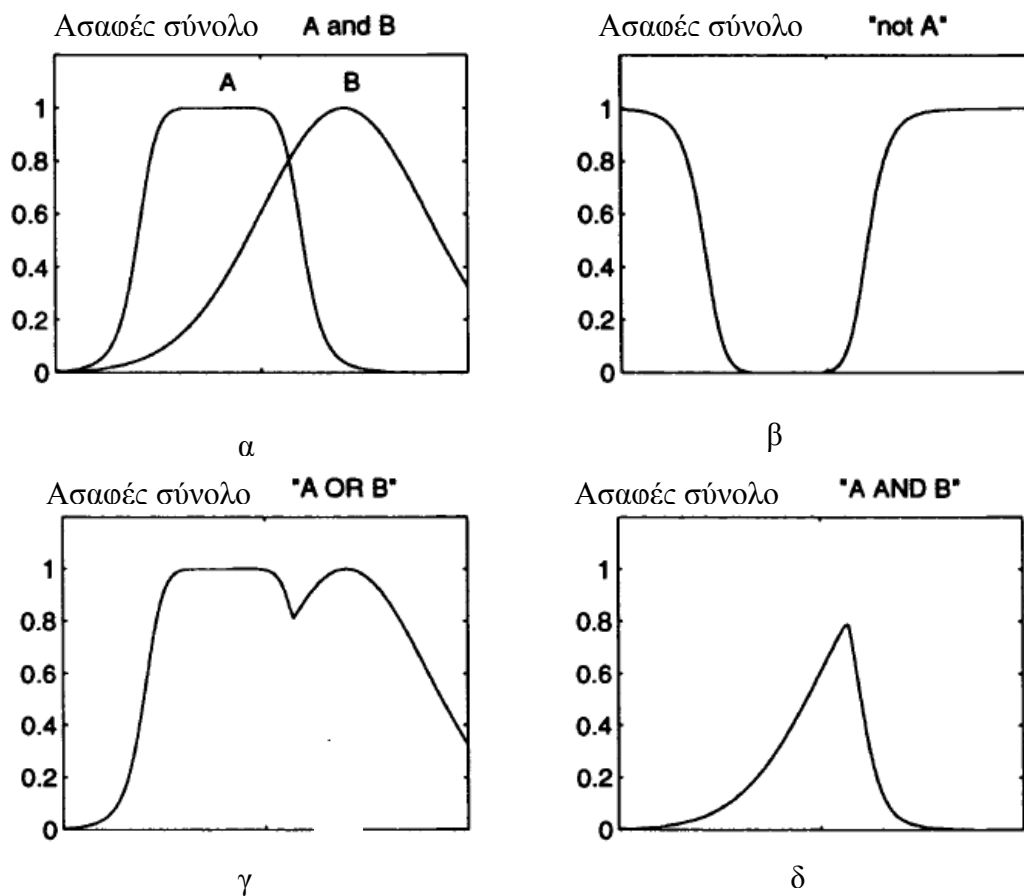
Τα $A \times B$, και $X \times \bar{Y}$ χαρακτηρίζονται από δισδιάστατες συναρτήσεις συμμετοχής .

Το A περιέχεται στο B



$A \subseteq B$. (MATLAB file: `subset.m`)

Σχήμα 2.13



Σχήμα 2.14 α) A και B β) συμπληρωματικό του A γ) ένωση (OR) δ) τομή (AND)

2.6 Ασαφής τομή και ένωση (fuzzy intersection and union) T-norm T-conorm

Η τομή δυο ασαφών συνόλων A και B καθορίζεται από μια συνάρτηση $T : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, η οποία προσθέτει δυο βαθμούς συμμετοχής ως εξής:

$$\mu_{A \cap B}(x) = T(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \tilde{*} \mu_B(x),$$

Όπου το σύμβολο $\tilde{*}$ είναι ο δυαδικός τελεστής της συνάρτησης T . Αυτή η κλάση τελεστή ασαφούς τομής ,αναφέρεται συχνά ως T-norm τελεστής(τριγωνική νόρμα) έχει τους εξής περιορισμούς:

Ορισμός 2.25 T-norm

Μια T-norm είναι μια συνάρτηση δυο θέσεων (two place) $T(\cdot, \cdot)$ που ικανοποιεί :

$$\begin{aligned} T(0, 0) &= 0, \quad T(a, 1) = T(1, a) = a && \text{(boundary)} \\ T(a, b) &\leq T(c, d) \text{ if } a \leq c \text{ and } b \leq d && \text{(monotonicity)} \\ T(a, b) &= T(b, a) && \text{(commutativity)} \\ T(a, T(b, c)) &= T(T(a, b), c) && \text{(associativity)}. \end{aligned}$$

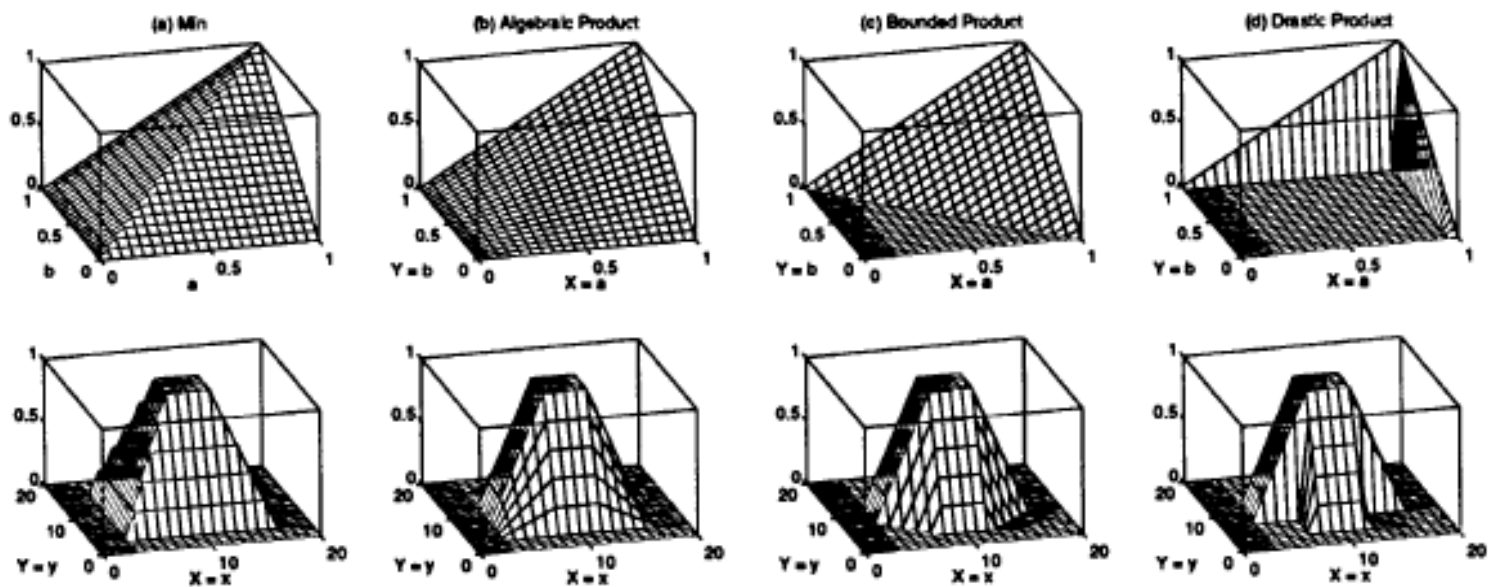
Παράδειγμα 2.6 τεσσάρων T-norm

Οι τέσσερις πιο συχνά χρησιμοποιούμενες T-norm είναι :

$$\begin{aligned} \text{Minimum:} & \quad T_{min}(a, b) = \min(a, b) = a \wedge b. \\ \text{Algebraic product:} & \quad T_{ap}(a, b) = ab. \\ \text{Bounded product:} & \quad T_{bp}(a, b) = 0 \vee (a + b - 1). \\ \text{Drastic product:} & \quad T_{dp}(a, b) = \begin{cases} a, & \text{if } b = 1. \\ b, & \text{if } a = 1. \\ 0, & \text{if } a, b < 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Από το σχήμα 2.15 φαίνεται ότι

$$T_{dp}(a, b) \leq T_{bp}(a, b) \leq T_{ap}(a, b) \leq T_{min}(a, b).$$



Σχήμα 2.15 (πρώτη γραμμή) τέσσερις T-norm

$T_{min}(a, b)$, $T_{ap}(a, b)$, $T_{bp}(a, b)$, and $T_{dp}(a, b)$;

(δεύτερη γραμμή) οι αντίστοιχες επιφάνειες για

$a = \text{trapezoid}(x, 3, 8, 12, 17)$ και $b = \text{trapezoid}(y, 3, 8, 12, 17)$.

Ορισμός 2.26 T-conorm (S-norm)

Η T-conorm (S-norm) είναι μια συνάρτηση δυο θέσεων $S(\cdot, \cdot)$ που ικανοποιεί :

$$\begin{aligned}
 S(1, 1) &= 1, S(0, a) = S(a, 0) = a && \text{(boundary)} \\
 S(a, b) &\leq S(c, d) \text{ if } a \leq c \text{ and } b \leq d && \text{(monotonicity)} \\
 S(a, b) &= S(b, a) && \text{(commutativity)} \\
 S(a, S(b, c)) &= S(S(a, b), c) && \text{(associativity).}
 \end{aligned}$$

Παράδειγμα 2.7 τεσσάρων T-conorm

Αντίστοιχα με τις T-norm του προηγούμενου παραδείγματος έχουμε τέσσερις T-conorm :

Maximum: $S(a, b) = \max(a, b) = a \vee b.$

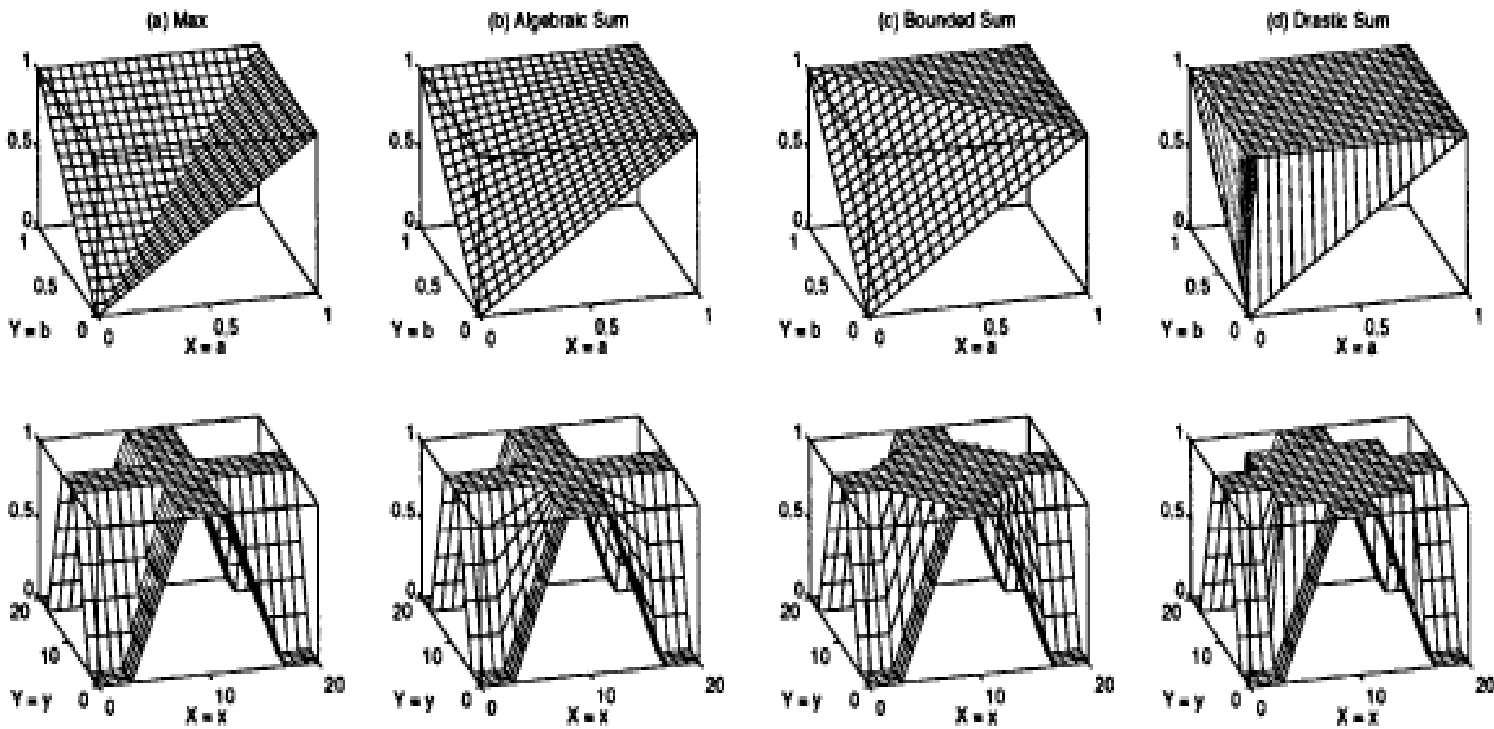
Algebraic sum: $S(a, b) = a + b - ab.$

Bounded sum: $S(a, b) = 1 \wedge (a + b).$

Drastic sum: $S(a, b) = \begin{cases} a, & \text{if } b = 0. \\ b, & \text{if } a = 0. \\ 1, & \text{if } a, b > 0. \end{cases}$

Από το σχήμα 2.16 φαίνεται ότι

$$S_{max}(a, b) \leq S_{ap}(a, b) \leq S_{bp}(a, b) \leq S_{dp}(a, b).$$



Σχήμα 2.16 (πρώτη γραμμή) τέσσερις T-conorm

$S_{min}(a, b)$, $S_{ap}(a, b)$, $S_{bp}(a, b)$ and $S_{dp}(a, b)$;

(δεύτερη γραμμή) οι αντίστοιχες επιφάνειες για

$\alpha = \text{trapezoid}(x, 3, 8, 12, 17)$ και

$b = \text{trapezoid}(y, 3, 8, 12, 17).$

2.7 Αρχή της Επέκτασης (extension principle) και Ασαφείς σχέσεις (fuzzy relations)

Αρχή της Επέκτασης

Η αρχή της επέκτασης είναι μια βασική έννοια της θεωρίας των ασαφών συνόλων που παρέχει μια γενική διαδικασία επέκτασης καθορισμένων πεδίων (crisp domains) μαθηματικών εκφράσεων σε ασαφή πεδία. Αυτή η διαδικασία γενικεύει μια κοινή χαρτογράφηση σημείου-σε-σημείο (point-to-point mapping) μιας συνάρτησης $f(\cdot)$ σε χαρτογράφηση μεταξύ ασαφών συνόλων. Πιο συγκεκριμένα, υποθέτοντας ότι η f είναι μια συνάρτηση από το X στο Y και A είναι ένα ασαφές σύνολο πάνω στο X σαν :

$$A = \mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 + \cdots + \mu_A(x_n)/x_n.$$

Τότε η αρχή επέκτασης δηλώνει ότι η εικόνα του ασαφούς συνόλου A κάτω από την χαρτογράφηση $f(\cdot)$ μπορεί να εκφραστεί σαν ένα ασαφές σύνολο B ,

$$B = f(A) = \mu_A(x_1)/y_1 + \mu_A(x_2)/y_2 + \cdots + \mu_A(x_n)/y_n,$$

Όπου : $y_i = f(x_i)$, $i = 1, \dots, n$. Με άλλα λόγια, το ασαφές σύνολο B μπορεί να καθοριστεί μέσω των τιμών της $f(\cdot)$ μέσα στο $x_1, \dots, x_n$. Εάν η $f(\cdot)$ είναι της μορφής χαρτογράφησης πολλές-σε-μία (many-to-one mapping) τότε υπάρχει $x_1, x_2 \in X$, $x_1 \neq x_2$, τέτοια ώστε $f(x_1) = f(x_2) = y^*$, $y^* \in Y$. Σε αυτή τη περίπτωση, ο βαθμός συμμετοχής του B στο $y=y^*$ μπορεί να προκύψει ή από $\chi=\chi_1$ ή από $\chi=\chi_2$. Γενικά έχουμε :

$$\mu_B(y) = \max_{x=f^{-1}(y)} \mu_A(x).$$

Παράδειγμα 2.8 Εφαρμογή της αρχής της επέκτασης σε ασαφή σύνολα με διακριτά διαστήματα.

Έστω :

$$A = 0.1/-2 + 0.4/-1 + 0.8/0 + 0.9/1 + 0.3/2$$

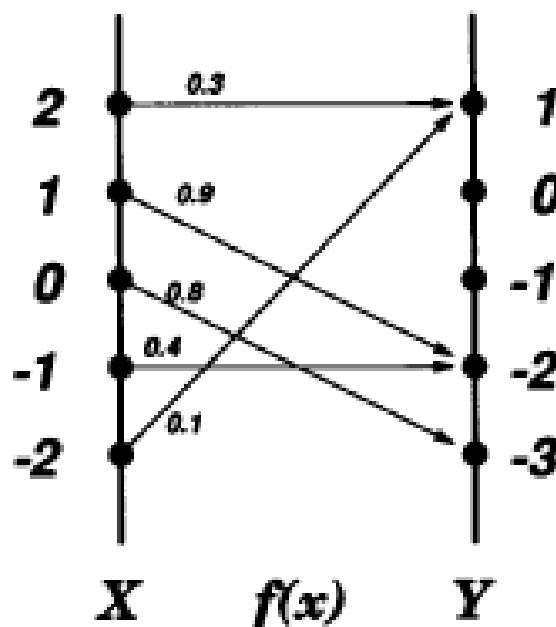
και

$$f(x) = x^2 - 3.$$

εφαρμόζοντας την αρχή της επέκτασης έχουμε :

$$\begin{aligned} B &= 0.1/1 + 0.4/-2 + 0.8/-3 + 0.9/-2 + 0.3/1 \\ &= 0.8/-3 + (0.4 \vee 0.9)/-2 + (0.1 \vee 0.3)/1 \\ &= 0.8/-3 + 0.9/-2 + 0.3/1, \end{aligned}$$

Όπου το σύμβολο $\square$ αντιπροσωπεύει το μέγιστο.



πτά διαστήματα

Παράδειγμα 2.9 Εφαρμογή της αρχής της επέκτασης σε ασαφή σύνολα με συνεχή διαστήματα.

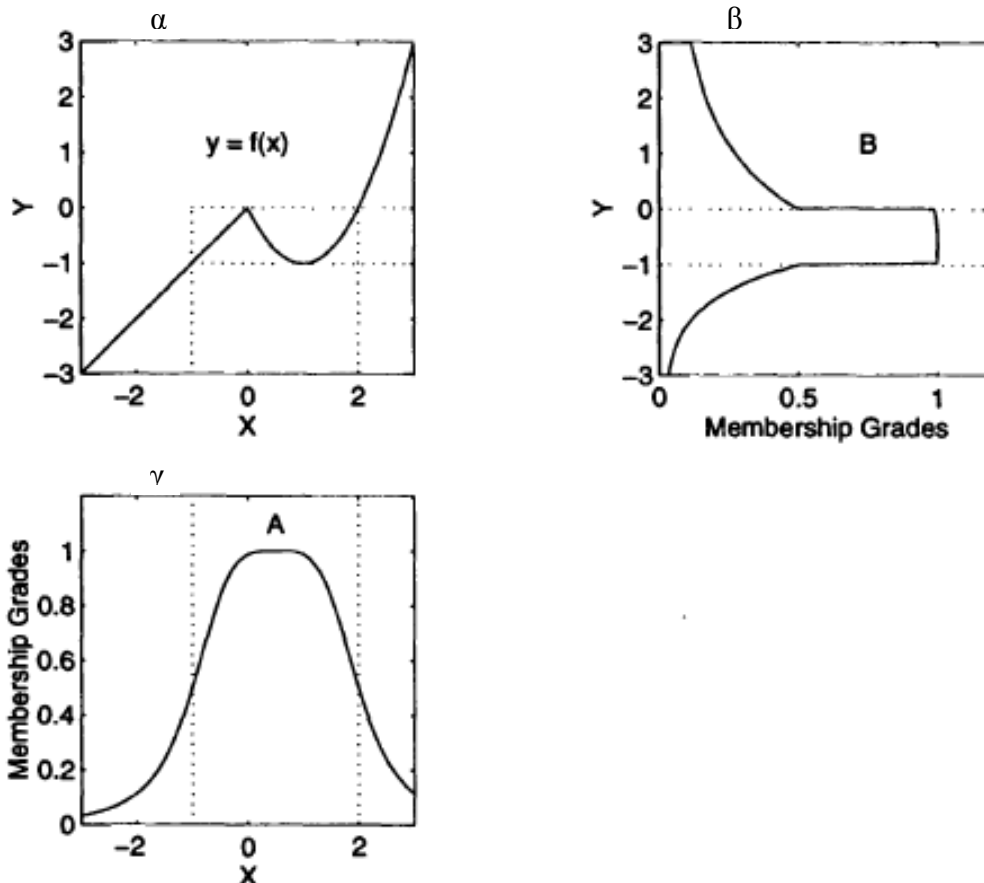
Έστω :

$$\mu_A(x) = \text{bell}(x; 1.5, 2, 0.5)$$

και

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 - 1, & \text{if } x \geq 0. \\ x, & \text{if } x \leq 0. \end{cases}$$

Στο σχήμα 2.16 είναι η γραφική παράσταση της $y=f(x)$. Το σχήμα 2.16 β είναι η $\mu_A(x)$, $\Sigma\Sigma$ του A. Αφού εφαρμόσουμε την αρχή της επέκτασης , παίρνουμε ένα ασαφές σύνολο B , η $\Sigma\Sigma$ του φαίνεται στο σχήμα 2.18 όπου η γραφική παράσταση της $\mu_B(y)$ περιστρέφεται 90 μοίρες για να διακρίνεται καλύτερα. Από τη στιγμή που η $f(x)$ είναι χαρτογράφηση πολλές-προς-μία , για $x \in [-1, 2]$, η μέγιστη τιμή (max operator) χρησιμοποιείται για να αντλήσουμε τους βαθμούς συμμετοχής του B όταν $y \in [0, 1]$. Αυτό δημιουργεί ασυνέχειες του $\mu_B(y)$ στα $y=0$ και -1 .



Σχήμα 2.18 Αρχή της επέκτασης σε ασαφή σύνολα με συνεχή διαστήματα . α) $y=f(x)$ β) ασαφές σύνολο B μέσω της αρχής της επέκτασης γ) ασαφές σύνολο A

Ορισμός 2.27 Αρχή επέκτασης

Υποθέτουμε ότι η συνάρτηση f είναι μια αντιστοίχιση από ένα διάστημα καρτεσιανού γινομένου διαστάσεων n $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ σε ένα μονοδιάστατο διάστημα Y τέτοιο ώστε $y = f(x_1, \dots, x_n)$, και υποθέτουμε ότι τα $A_1, \dots, A_n$ είναι ασαφή σύνολα στα $X_1, \dots, X_n$, αντίστοιχα . Τότε η αρχή της επέκτασης υποστηρίζει ότι το ασαφές σύνολο B περιλαμβάνεται στην αντιστοίχιση f και καθορίζεται από :

$$\mu_B(y) = \begin{cases} \max_{(x_1, \dots, x_n) \in f^{-1}(y)} [\min_i \mu_{A_i}(x_i)], & \text{if } f^{-1}(y) \neq \emptyset. \\ 0, & \text{if } f^{-1}(y) = \emptyset. \end{cases}$$

Ασαφείς σχέσεις

Ορισμός 2.28 Δυαδική ασαφής σχέση

Έστω X και Y δυο διαστήματα που θα συνδυαστούν (universes of discourse). Τότε το

$$\mathcal{R} = \{((x, y), \mu_{\mathcal{R}}(x, y)) \mid (x, y) \in X \times Y\}$$

είναι η δυαδική ασαφής σχέση του $X \times Y$. Να σημειωθεί ότι η $\mu_{\mathcal{R}}(x, y)$ είναι μια δισδιάστατη ΣΣ .

Παράδειγμα 2.10 δυαδικές ασαφείς σχέσεις

Έστω $X = Y = R^+$ και $\mathcal{R} = \text{''το } y \text{ είναι πολύ μεγαλύτερο του } x\text{''}$. Η ΣΣ της ασαφούς σχέσης μπορεί υποκειμενικά να καθοριστεί ως εξής :

$$\mu_{\mathcal{R}}(x, y) = \begin{cases} \frac{y-x}{x+y+2}, & \text{if } y > x. \\ 0, & \text{if } y \leq x. \end{cases}$$

Εάν $X = \{3, 4, 5\}$ και $Y = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, τότε είναι βολικό να εκφράσουμε την ασαφή σχέση $\mathcal{R}$ με έναν πίνακα σχέσης (relation matrix) :

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0.111 & 0.200 & 0.273 & 0.333 \\ 0 & 0 & 0.091 & 0.167 & 0.231 \\ 0 & 0 & 0 & 0.077 & 0.143 \end{bmatrix},$$

όπου το στοιχείο i μιας γραμμής και στήλης j είναι ίσο με τον βαθμό συμμετοχής μεταξύ του i -οστού στοιχείου του X και του j -οστού στοιχείου του Y .

Άλλα κοινά παραδείγματα με δυαδικές ασαφείς σχέσεις:

- Το x είναι κοντά στο y (x και y είναι αριθμοί)
- Το x εξαρτάται από το y (x και y είναι γεγονότα)
- Το x μοιάζει με το y (x και y είναι άτομα, αντικείμενα, κτλπ)
- Εάν το x είναι μεγάλο, τότε το y είναι μικρό (το x είναι η αναγνώριση μιας παρατήρησης και το y είναι η άμεση αντίδραση)

Ορισμός 2.28 Σύνθεση μέγιστου-ελάχιστου (max-min composition)

Έστω $\mathcal{R}_1$ και $\mathcal{R}_2$ δυο ασαφείς σχέσεις καθορισμένες πάνω στο $X \times Y$ και $Y \times Z$, αντίστοιχα. Η σύνθεση μέγιστου-ελάχιστου των $\mathcal{R}_1$ και $\mathcal{R}_2$ είναι ένα ασαφές σύνολο που καθορίζεται από :

$$\mathcal{R}_1 \circ \mathcal{R}_2 = \{[(x, z), \max_y \min(\mu_{\mathcal{R}_1}(x, y), \mu_{\mathcal{R}_2}(y, z)) | x \in X, y \in Y, z \in Z],$$

ή ισοδύναμα

$$\begin{aligned} \mu_{\mathcal{R}_1 \circ \mathcal{R}_2}(x, z) &= \max_y \min[\mu_{\mathcal{R}_1}(x, y), \mu_{\mathcal{R}_2}(y, z)] \\ &= \bigvee_y [\mu_{\mathcal{R}_1}(x, y) \wedge \mu_{\mathcal{R}_2}(y, z)], \end{aligned}$$

Τα σύμβολα $\vee$ και $\wedge$ αντιπροσωπεύουν μέγιστο και ελάχιστο αντίστοιχα.

Ιδιότητες μεταξύ δυαδικών σχέσεων και σύνθεσης μεγίστου-ελαχίστου όπου $\mathcal{R}, \mathcal{S}$, και $\mathcal{T}$ είναι δυαδικές σχέσεις πάνω στα $X \times Y, Y \times Z$, και $Z \times W$, αντίστοιχα :

Ορισμός 2.29 Σύνθεση μεγίστου-παραγόμενου (max-product composition)

Associativity:	$\mathcal{R} \circ (\mathcal{S} \circ \mathcal{T}) = (\mathcal{R} \circ \mathcal{S}) \circ \mathcal{T}$
Distributivity over union:	$\mathcal{R} \circ (\mathcal{S} \cup \mathcal{T}) = (\mathcal{R} \circ \mathcal{S}) \cup (\mathcal{R} \circ \mathcal{T})$
Weak distributivity over intersection:	$\mathcal{R} \circ (\mathcal{S} \cap \mathcal{T}) \subseteq (\mathcal{R} \circ \mathcal{S}) \cap (\mathcal{R} \circ \mathcal{T})$
Monotonicity:	$\mathcal{S} \subseteq \mathcal{T} \Rightarrow \mathcal{R} \circ \mathcal{S} \subseteq \mathcal{R} \circ \mathcal{T}$

Κάνοντας την ίδια υπόθεση με τον ορισμό 2.26 , μπορούμε να καθορίσουμε την σύνθεση μεγίστου-παραγόμενου ως εξής :

$$\mu_{\mathcal{R}_1 \circ \mathcal{R}_2}(x, z) = \max_y [\mu_{\mathcal{R}_1}(x, y) \mu_{\mathcal{R}_2}(y, z)].$$

Παράδειγμα 2.11 Σύνθεση μεγίστου-ελαχίστου και μεγίστου παραγόμενου

Έστω $\mathcal{R}_1 = \text{''}x \text{ σχετίζεται με το } y\text{''}$

και $\mathcal{R}_2 = \text{''}το } y \text{ σχετίζεται με το } z\text{''}$

είναι δυο ασαφής σχέσεις καθορισμένες πάνω στο $X \times Y, Y \times Z$,

αντίστοιχα όπου $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$, και

$Z = \{a, b\}$. Υποθέστε ότι $\mathcal{R}_1$ και $\mathcal{R}_2$ μπορούν να εκφραστούν με τους παρακάτω πίνακες :

$$\mathcal{R}_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.5 & 0.7 \\ 0.4 & 0.2 & 0.8 & 0.9 \\ 0.6 & 0.8 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{R}_2 = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 \\ 0.5 & 0.6 \\ 0.7 & 0.2 \end{bmatrix}.$$

Τώρα θέλουμε να βρούμε το $\mathcal{R}_1 \circ \mathcal{R}_2$, το οποίο μπορεί να ερμηνευτεί σαν αντλούμενη ασαφής σχέση 'x σχετίζεται με το z''' βασισμένο στο $\mathcal{R}_1$ και $\mathcal{R}_2$. Για λόγους απλότητας υποθέστε ότι ενδιαφερόμαστε μόνο για τον βαθμό σχέσης μεταξύ $2 (\in X)$ και $a (\in Z)$. Εάν υιοθετήσουμε σύνθεση μεγίστου ελαχίστου τότε :

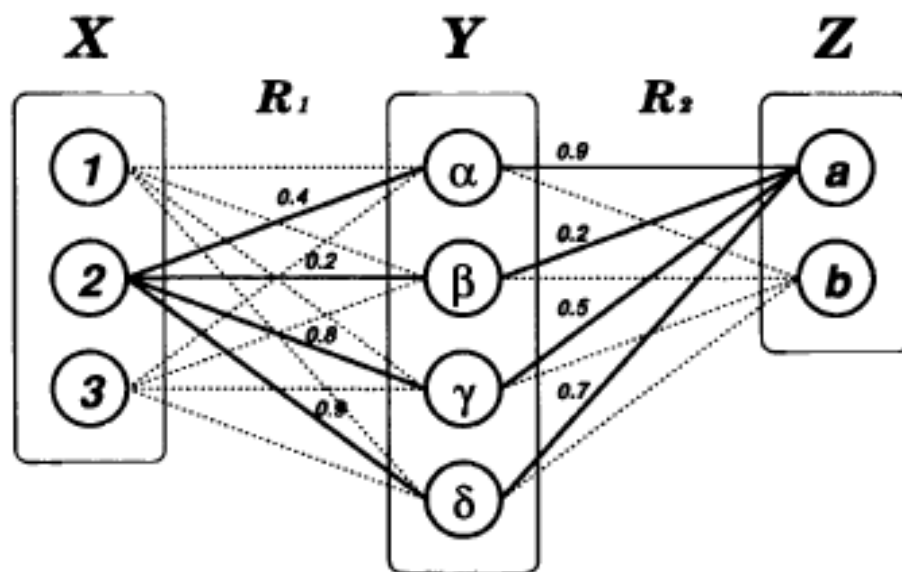
$$\begin{aligned} \mu_{\mathcal{R}_1 \circ \mathcal{R}_2}(2, a) &= \max(0.4 \wedge 0.9, 0.2 \wedge 0.2, 0.8 \wedge 0.5, 0.9 \wedge 0.7) \\ &= \max(0.4, 0.2, 0.5, 0.7) \\ &= 0.7 \text{ (by max-min composition).} \end{aligned}$$

εάν διαλέξουμε μέγιστο παραγόμενο :

$$\begin{aligned} \mu_{\mathcal{R}_1 \circ \mathcal{R}_2}(2, a) &= \max(0.4 \times 0.9, 0.2 \times 0.2, 0.8 \times 0.5, 0.9 \times 0.7) \\ &= \max(0.36, 0.04, 0.40, 0.63) \\ &= 0.63 \text{ (by max-product composition).} \end{aligned}$$

Στο σχήμα 2.19 φαίνεται η σύνθεση δυο ασαφών σχέσεων , όπου η σχέση μεταξύ του στοιχείου 2 μέσα στο X και του στοιχείου a στο Z βασίζεται σε 4 δυνατά μονοπάτια (solid lines) που συνδέουν αυτά τα δυο στοιχεία . Ο βαθμός σχέσης μεταξύ του 2 και του a είναι το μέγιστο της δύναμης αυτών των τεσσάρων μονοπατιών όταν η δύναμη του κάθε μονοπατιού

είναι το ελάχιστο της δύναμης (strength) του συστατικού του σύνδεσμου (link).



Σχήμα 2.19 Σύνθεση ασαφών σχέσεων

2.8 Ασαφείς κανόνες εάν-τότε (fuzzy if-then) rules

Ένας κανόνας εάν-τότε έχει τη μορφή:

if x is A then y is B ,

Υπάρχουν άφθονα καθημερινά παραδείγματα

- Εάν η πίεση είναι υψηλή τότε ο όγκος είναι μικρός
- Εάν το οδόστρωμα είναι ολισθηρό τότε η οδήγηση είναι επικίνδυνη

- Εάν μια ντομάτα είναι κόκκινη τότε είναι ώριμη
- Εάν η ταχύτητα είναι υψηλή τότε πάτα λίγο το φρένο

Ερμηνεία με δυαδική ασαφής σχέση R στο παραγόμενο διάστημα $X \times Y$.
 Πρώτη περίπτωση .Εάν –τότε $A \rightarrow B$. ως το A ζευγαρώνει με το B (coupled), τότε:

$$R = A \rightarrow B = A \times B = \int_{X \times Y} \mu_A(x) \tilde{*} \mu_B(y) / (x, y),$$

Δεύτερη περίπτωση.Εάν $A \rightarrow B$. εξηγείται ως ότι το A περιέχει (entails) το B , τότε μπορεί να γραφτεί με τέσσερις διαφορετικές μορφές :

- **Material implication:**

$$R = A \rightarrow B = \neg A \cup B.$$

- **Propositional calculus:**

$$R = A \rightarrow B = \neg A \cup (A \cap B).$$

- **Extended propositional calculus:**

$$R = A \rightarrow B = (\neg A \cap \neg B) \cup B.$$

- **Generalization of modus ponens:**

$$\mu_R(x, y) = \sup\{c \mid \mu_A(x) \tilde{*} c \leq \mu_B(y) \text{ and } 0 \leq c \leq 1\},$$

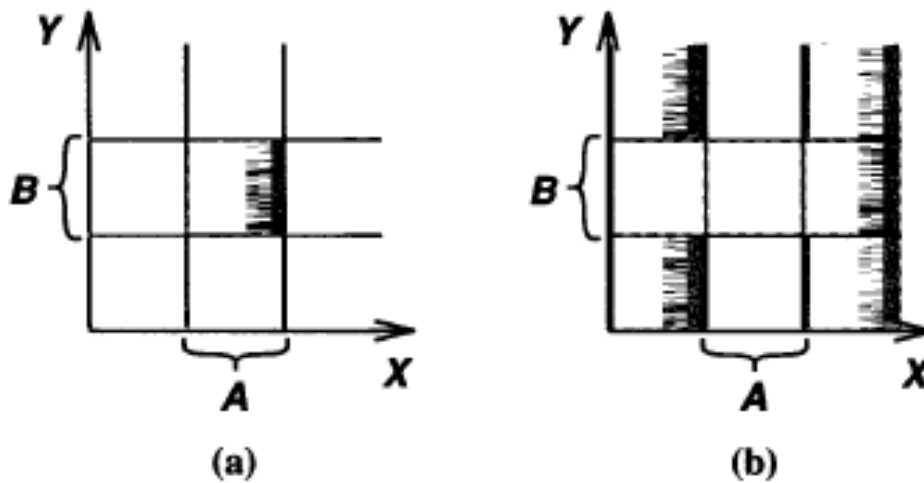
where $R = A \rightarrow B$ and $\tilde{*}$ is a T-norm operator.

Στο σχήμα 2.20 φαίνονται οι δυο περιπτώσεις

Η R μπορεί να αναπαρασταθεί από ένα ασαφές σύνολο με μια δισδιάστατη $\Sigma\Sigma$:

$$\mu_R(x, y) = f(\mu_A(x), \mu_B(y)) = f(a, b),$$

Όπου η f είναι η ασαφής συνάρτηση συμπερασμάτων.
(fuzzy implication function)



Σχήμα 2.20 α) A coupled with B β) A entails B

Εάν πάρουμε την πρώτη περίπτωση οι τέσσερις ασαφείς σχέσεις προκύπτουν από τις πιο κοινές T-norm :

(Mamdani) :

- $R_m = A \times B = \int_{X \times Y} \mu_A(x) \wedge \mu_B(y) / (x, y)$, or $f_c(a, b) = a \wedge b$.

(Larsen):

- $R_p = A \times B = \int_{X \times Y} \mu_A(x) \mu_B(y) / (x, y)$, or $f_p(a, b) = ab$.

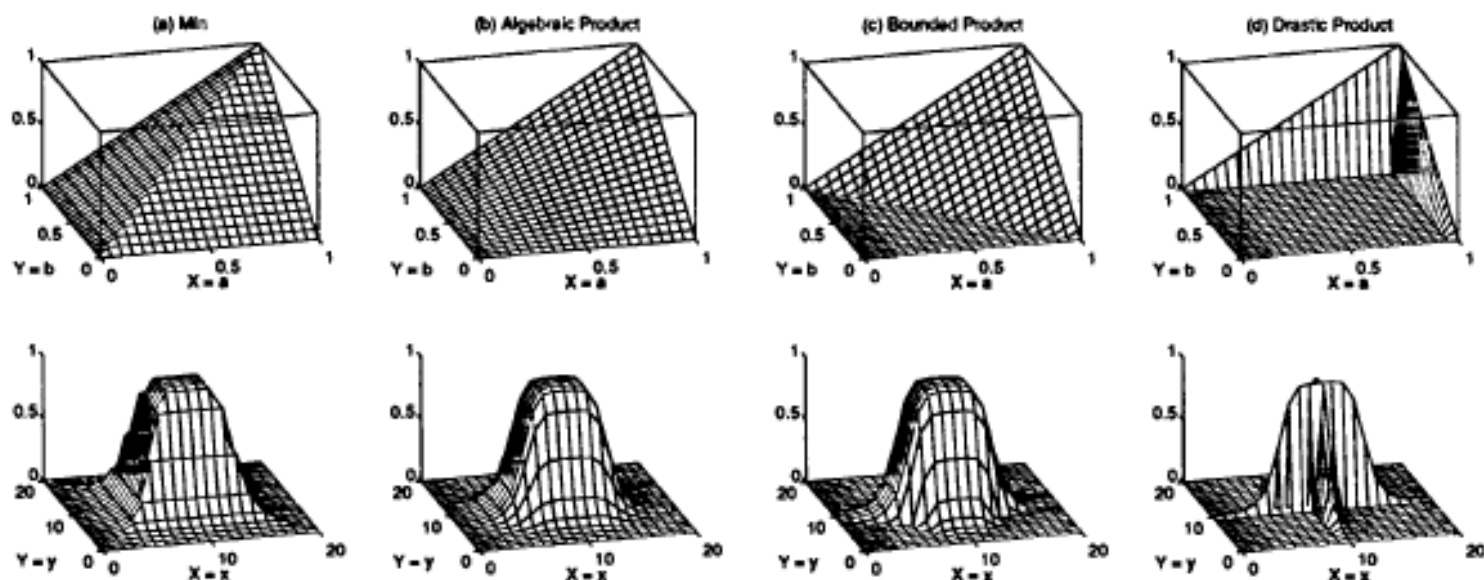
(bounded product operator for conjunction) :

- $R_{bp} = A \times B = \int_{X \times Y} \mu_A(x) \odot \mu_B(y) / (x, y) = \int_{v \vee v} 0 \vee (\mu_A(x) + \mu_B(y) - 1) / (x, y)$, or $f_{bp}(a, b) = 0 \vee (a + b - 1)$.

(drastic product operator for conjunction) :

- $R_{dp} = A \times B = \int_{X \times Y} \mu_A(x) \hat{\cdot} \mu_B(y) / (x, y)$, or

$$f(a, b) = a \hat{\cdot} b = \begin{cases} a & \text{if } b = 1. \\ b & \text{if } a = 1. \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$



Σχήμα 2.21 Πρώτη γραμμή: ασαφής συναρτήσεις συμπερασμάτων βασισμένες στο συλλογισμό το A ζευγαρωμένο με το B . Δεύτερη γραμμή : οι αντίστοιχες ασαφής σχέσεις

Για την δεύτερη περίπτωση (A entails B) έχουμε:

Αριθμητικός κανόνας του Zadeh :

- $R_a = \neg A \cup B = \int_{X \times Y} 1 \wedge (1 - \mu_A(x) + \mu_B(y)) / (x, y)$, or $f_a(a, b) = 1 \wedge (1 - a + b)$.

Κανόνας max-min του Zadeh:

- $R_{mm} = \neg A \cup (A \cap B) = \int_{X \times Y} (1 - \mu_A(x)) \vee (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)) / (x, y)$, or $f_m(a, b) = (1 - a) \vee (a \wedge b)$.

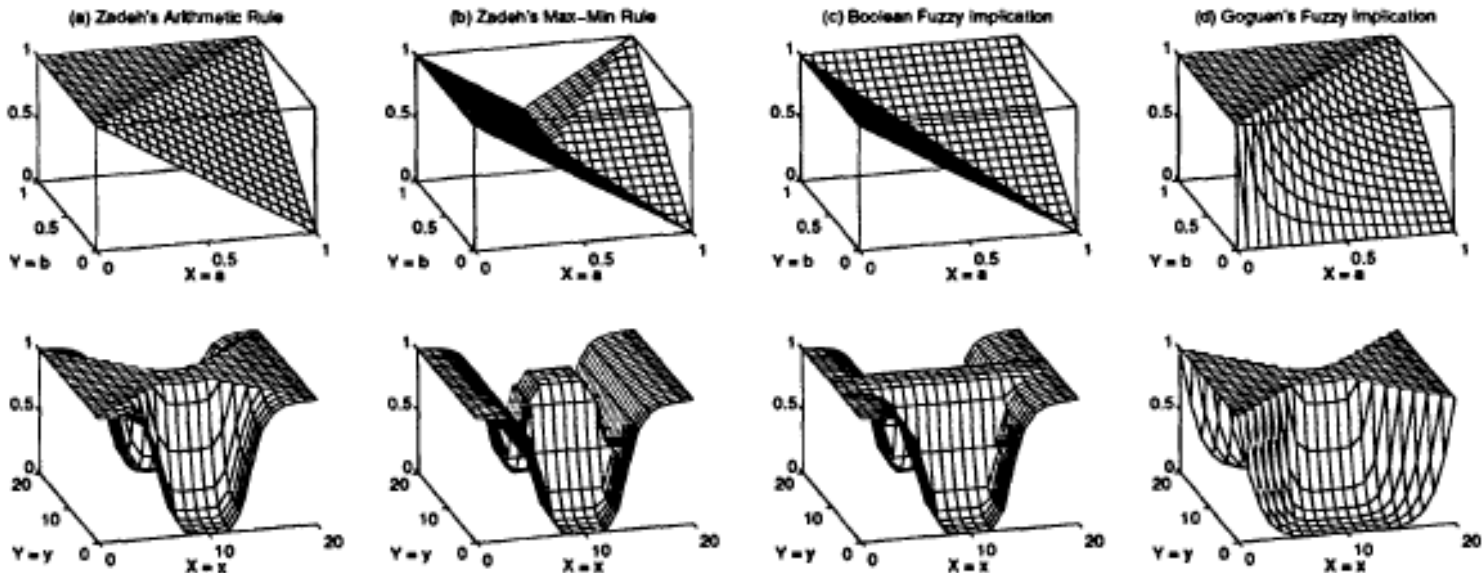
Ασαφής συνέπεια Boole:

- $R_s = \neg A \cup B = \int_{X \times Y} (1 - \mu_A(x)) \vee \mu_B(y), \text{ or } f_s(a, b) = (1 - a) \vee b.$

Ασαφής συνέπεια του Goguen :

- $R_\Delta = \int_{X \times Y} (\mu_A(x) \tilde{z} \mu_B(y)) / (x, y), \text{ where}$

$$a \tilde{z} b = \begin{cases} 1 & \text{if } a \leq b \\ b/a & \text{if } a > b \end{cases}$$



Σχήμα 2.22 Πρώτη γραμμή : ασαφείς συναρτήσεις συμπερασμάτων βασισμένες στο : $A \text{ entails } B$. Δεύτερη γραμμή : οι αντίστοιχες ασαφείς σχέσεις.

2.9 Ασαφής συλλογιστική (fuzzy reasoning)

Ορισμός 2.30 Ασαφής συλλογιστική (generalized modus ponens-GMP)

Έστω A, A' και B ασαφή σύνολα του X , X και Y αντίστοιχα. Υποθέστε ότι η ασαφής συνεπαγωγή $A \rightarrow B$ εκφράζεται σαν μια ασαφής σχέση R πάνω στο $X \times Y$.

Τότε το ασαφές σύνολο B που προκύπτει από το "χ είναι το A" και από τον ασαφή κανόνα "εάν το χ είναι A τότε το y είναι B" καθορίζεται από :

$$\begin{aligned}\mu_{B'}(y) &= \max_x \min[\mu_{A'}(x), \mu_R(x, y)] \\ &= \vee_x [\mu_{A'}(x) \wedge \mu_R(x, y)],\end{aligned}$$

ή

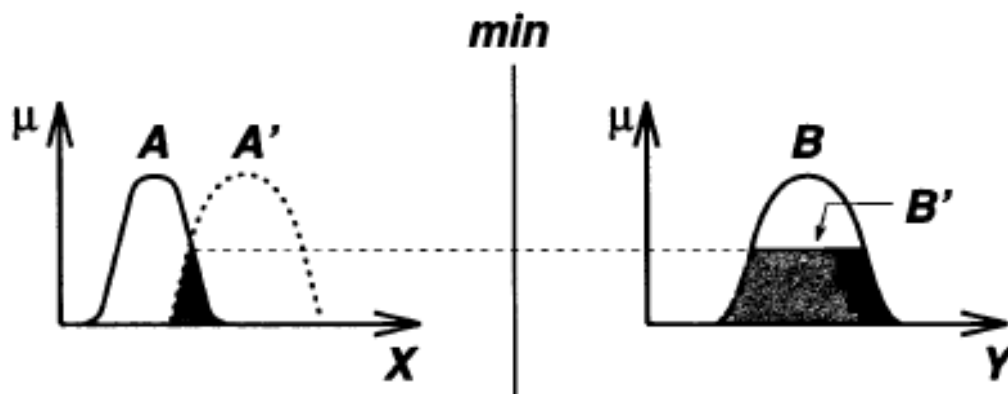
εξίσου από :

$$B' = A' \circ R = A' \circ (A \rightarrow B).$$

Ακολουθεί θεματολογία με υπολογιστικά χαρακτηριστικά της ασαφούς συλλογιστικής και επέκταση σε περιπτώσεις όπου πολλαπλοί ασαφής κανόνες και πολλαπλά προηγούμενα (antecedents) περιγράφουν την συμπεριφορά ενός συστήματος.

Μονός κανόνας με μονό προηγούμενο (single rule with single antecedent) (Σχήμα 2.23) :

$$\begin{aligned}\mu_{B'}(y) &= [\vee_x (\mu_{A'}(x) \wedge \mu_A(x))] \wedge \mu_B(y) \\ &= w \wedge \mu_B(y).\end{aligned}$$



Σχήμα 2.23 Γραφική απεικόνιση του GMP χρησιμοποιώντας την ασαφή συνεπαγωγή του Mamdani.

Μονός κανόνας με πολλαπλά προηγούμενα
(Σχήμα 2.24) :

Πρόταση 1(γεγονός) : ***x is A' and y is B'***,

Πρόταση 2 (κανόνας) : ***if x is A and y is B then z is C,***

Συνέπεια (συμπέρασμα) : ***z is C'.***

Αυτός ο ασαφής κανόνας μπορεί εκφραστεί ως μια ασαφής σχέση Rm βασισμένη στην συνάρτηση συνεπαγωγής του Mamdani ως εξής :

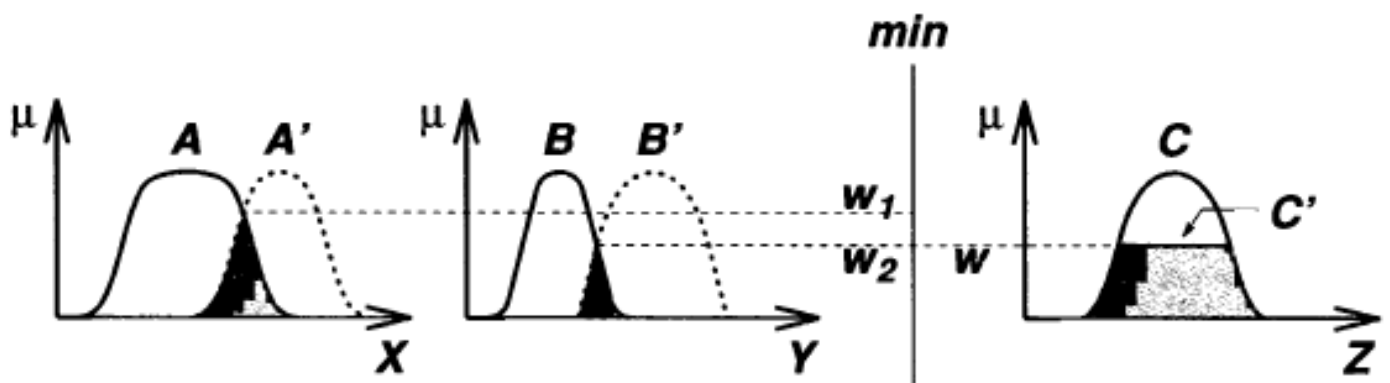
$$R_m(A, B, C) = (A \times B) \times C = \int_{X \times Y \times Z} \mu_A(x) \wedge \mu_B(y) \wedge \mu_C(z) / (x, y, z).$$

Το αποτέλεσμα C' εκφράζεται ως :

$$C' = (A' \times B') \circ (A \times B \rightarrow C).$$

Ωστόσο:

$$\begin{aligned} \mu_{C'}(z) &= \bigvee_{x,y} [\mu_{A'}(x) \wedge \mu_{B'}(y)] \wedge [\mu_A(x) \wedge \mu_B(y) \wedge \mu_C(z)] \\ &= \bigvee_{x,y} \{ [\mu_{A'}(x) \wedge \mu_{B'}(y) \wedge \mu_A(x) \wedge \mu_B(y)] \} \wedge \mu_C(z) \\ &= \underbrace{\{ \bigvee_x [\mu_{A'}(x) \wedge \mu_A(x)] \}}_{w_1} \wedge \underbrace{\{ \bigvee_y [\mu_{B'}(y) \wedge \mu_B(y)] \}}_{w_2} \wedge \mu_C(z) \\ &= \underbrace{(w_1 \wedge w_2)}_{\text{firing strength}} \wedge \mu_C(z), \end{aligned}$$



Σχήμα 2.24 Ασαφής συλλογιστική για πολλαπλά προηγούμενα.

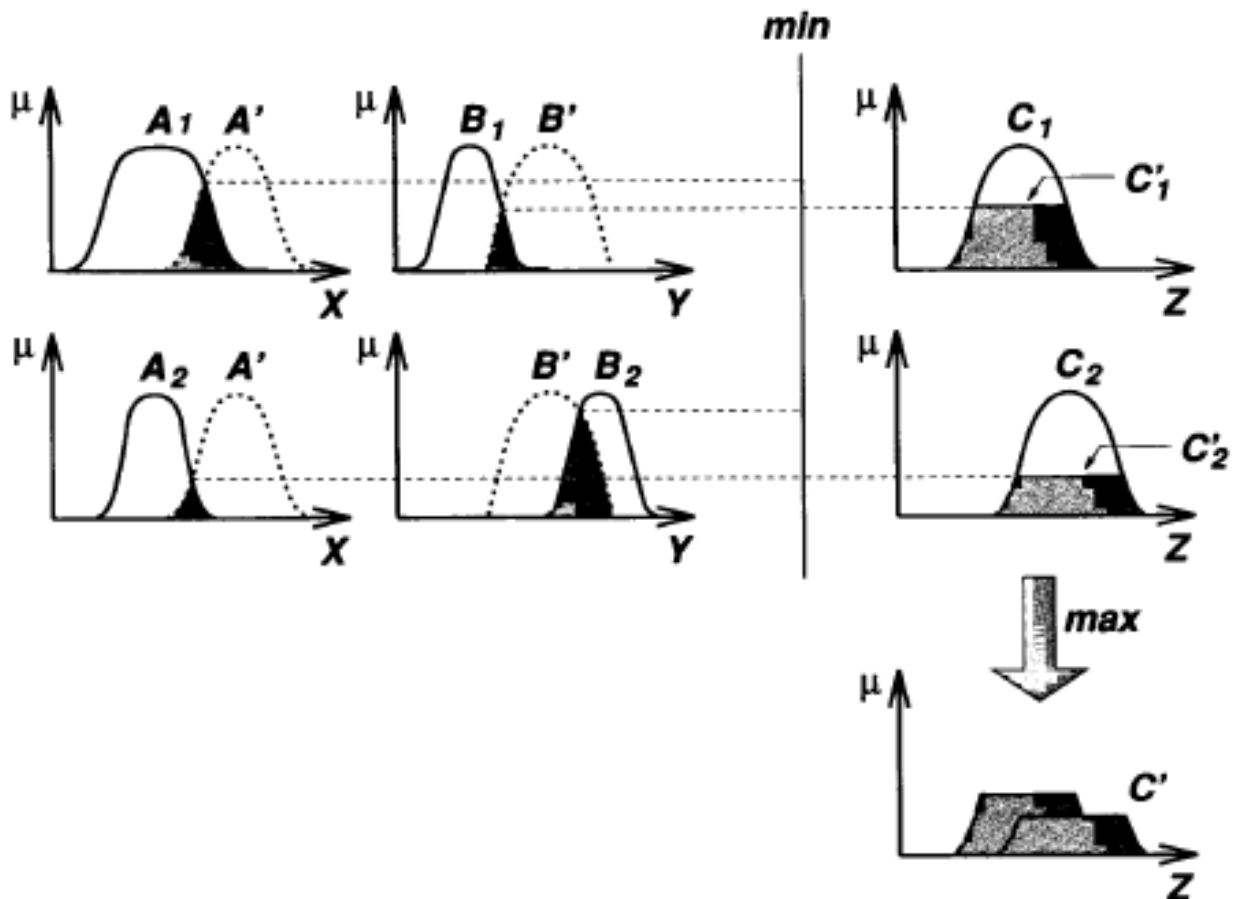
Πολλαπλοί κανόνες με πολλαπλά προηγούμενα (Σχήμα 2.25) :

Πρόταση 1 (γεγονός) : x is A' and y is B' ,

Πρόταση 2 (κανόνας 1) : if x is A_1 and y is B_1 then z is C_1 ,

Πρόταση 3 (κανόνας 2) : if x is A_2 and y is B_2 then z is C_2 ,

Συνέπεια (συμπέρασμα) : z is C' ,



Σχήμα 2.25 Ασαφής συλλογιστική με πολλαπλούς κανόνες και πολλαπλά προηγούμενα.

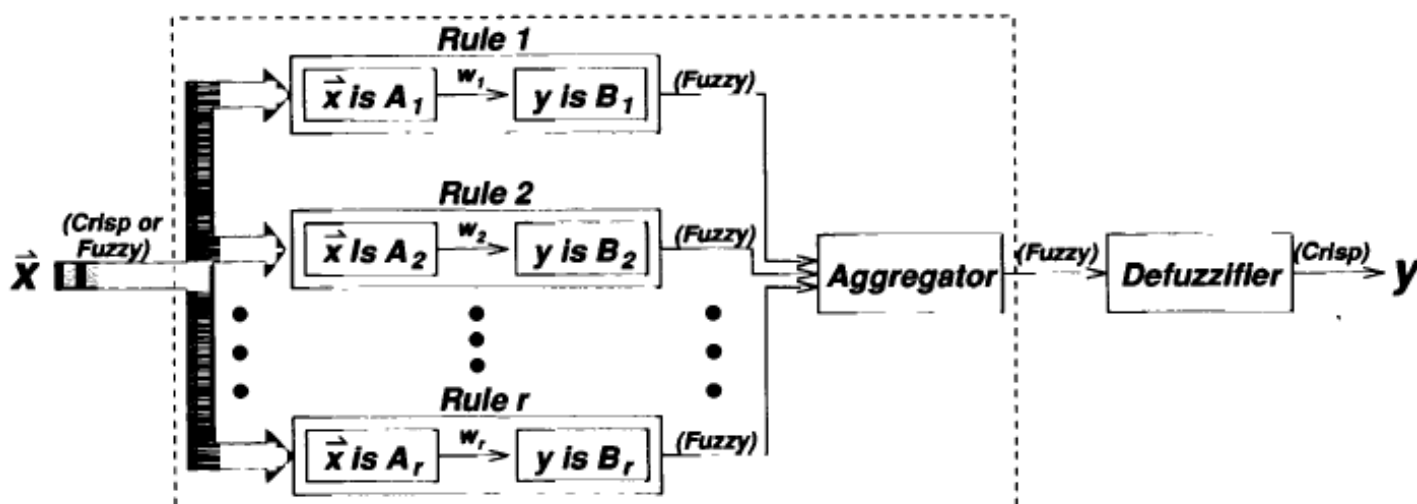
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΣΑΦΟΥΣ ΣΥΛΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΝΕΥΡΟΑΣΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

3.1 Συστήματα εξαγωγής συμπερασμάτων (fuzzy inference systems)

Ένα ασαφές σύστημα εξαγωγής συμπερασμάτων είναι ένα δημοφιλές υπολογιστικό πλαίσιο εργασίας βασισμένο στην θεωρία των ασαφών συνόλων, στους κανόνες αν-τότε και στην ασαφή συλλογιστική.

Η βασική δομή ενός ασαφούς συστήματος (Σχήμα 3.1) εξαγωγής συμπερασμάτων αποτελείται από τρία μέρη: μια βάση κανόνων (rule base) που περιέχει μια επιλογή ασαφών κανόνων, μια βάση δεδομένων ή λεξικό, η οποία καθορίζει τις συναρτήσεις συμμετοχής που χρησιμοποιούνται από τους ασαφείς κανόνες και ένας μηχανισμός συλλογιστικής ο οποίος εκτελεί την διαδικασία εξαγωγής συμπερασμάτων πάνω στους κανόνες που έχουν δοθεί για να σχηματιστεί ένα λογικό αποτέλεσμα.

Σχήμα 3.1 Διάγραμμα ενός FIS (fuzzy inference system)



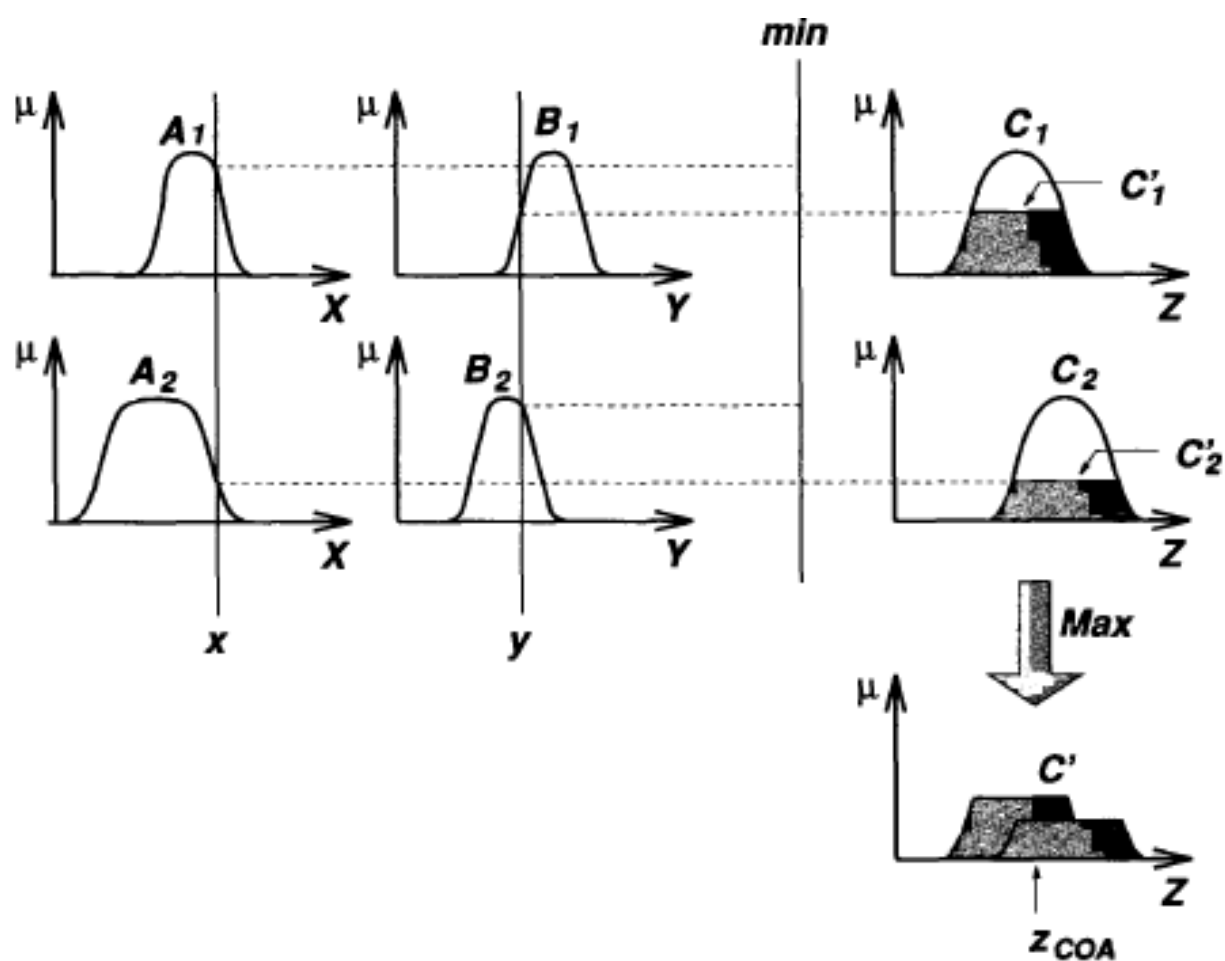
3.2 FIS τύπου Mamdani

Το FIS τύπου Mamdani είχε προταθεί σε μια πρώτη προσπάθεια να ελεγχθεί ένας συνδυασμός μιας ατμομηχανής και ενός μπόιλερ με ένα σύνολο γλωσσικών κανόνων ελέγχου αντλούμενων από έμπειρους χειριστές (ανθρώπους). Στο σχήμα 3.2 φαίνεται πως ένα FIS Mamdani δυο κανόνων μας δίνει το τελικό αποτέλεσμα z όταν υπόκειται σε δυο εισόδους x και y .

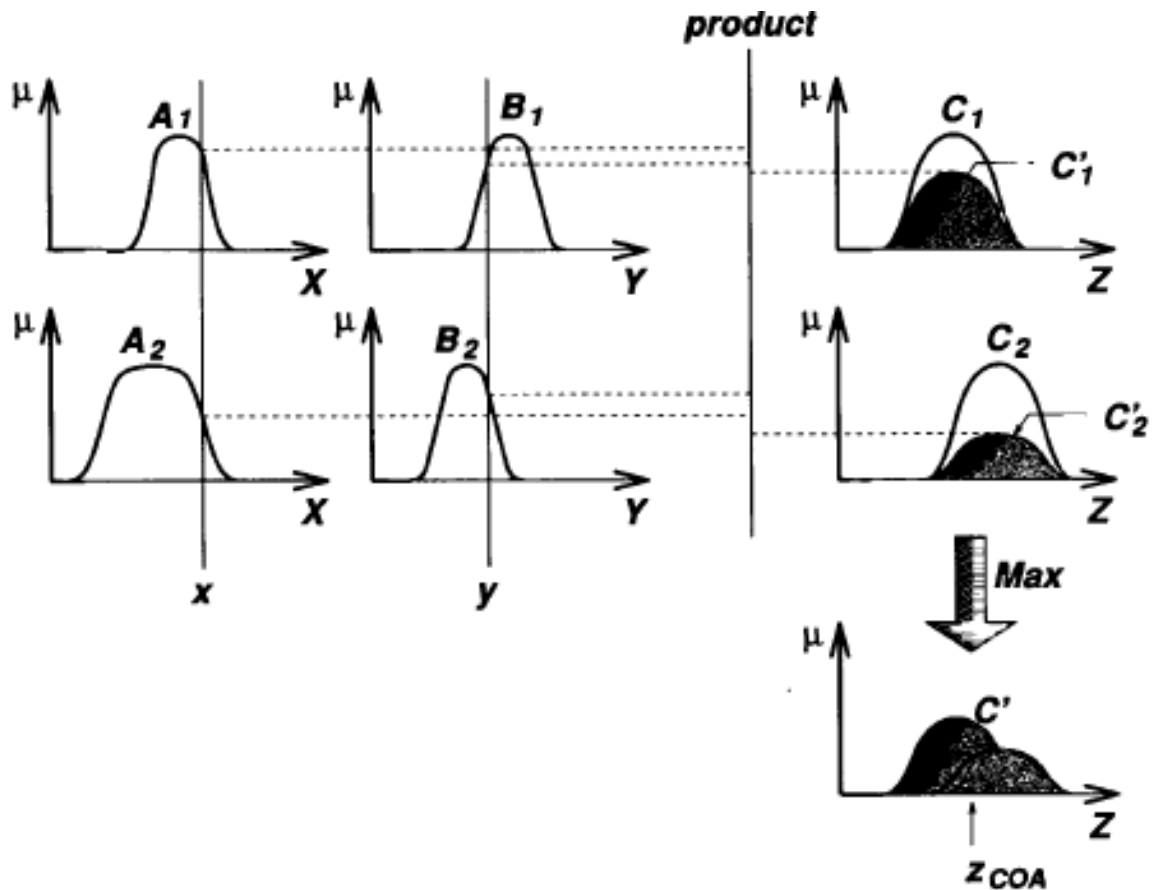
Εάν υιοθετήσουμε μέγιστο και αλγεβρικό γινόμενο σαν επιλογή μας για την T-norm και T-conorm, και χρησιμοποιήσουμε σύνθεση μέγιστου

παραγόμενου αντί για σύνθεση μεγίστου-ελαχίστου τότε το αποτέλεσμα ασαφούς συλλογιστικής φαίνεται στο σχήμα 3.3 όπου η έξοδος του κάθε κανόνα είναι ένα ασαφές σύνολο που κλιμακώνεται προς τα κάτω μέσω αλγεβρικού γινομένου. Άλλες παραλλαγές είναι πιθανές αν χρησιμοποιήσουμε διαφορετικές T-norm και T-conorm.

Στην εφαρμογή Mamdani δυο FIS χρησιμοποιούνται σαν δυο ελεγκτές για να παράγουν την τιμή της θερμότητας ως είσοδο στον μπόιλερ και να ελέγξουν το άνοιγμα του κυλίνδρου της μηχανής , αντίστοιχα, για να ρυθμίσουν την πίεση του ατμού στο μπόιλερ και την ταχύτητα της μηχανής. Από την στιγμή που σαν είσοδοι στο σύστημα είναι καθορισμένες τιμές (crisp values) πρέπει να χρησιμοποιήσουμε έναν αποασαφηντή (defuzzifier) για την μετατροπή ενός ασαφούς συνόλου σε μια καθορισμένη τιμή.



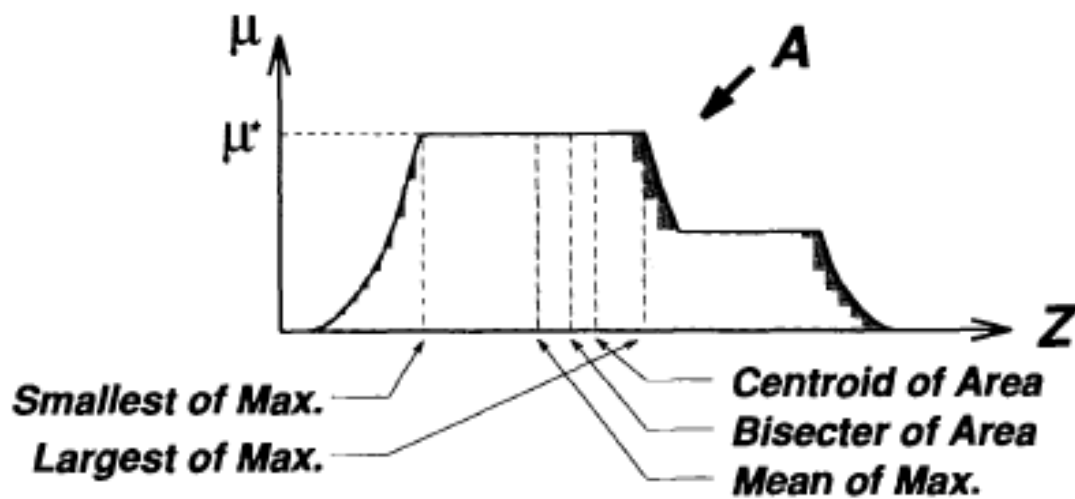
Σχήμα 3.2 Το FIS Mamdani που χρησιμοποιεί **min** και **max** για T-norm και T-conorm αντίστοιχα.



Σχήμα 3.3 Το FIS Mamdani που χρησιμοποιεί παραγόμενο(product) και max για T-norm και T-conorm αντίστοιχα.

Αποασαφοποίηση (defuzzification):

Η αποασαφοποίηση είναι ένας τρόπος να παραχθεί μια καθορισμένη τιμή (crisp) από ένα ασαφές σύνολο σαν μια αντιπροσωπευτική τιμή. Υπάρχουν πέντε μέθοδοι (σχήμα 3.4) :

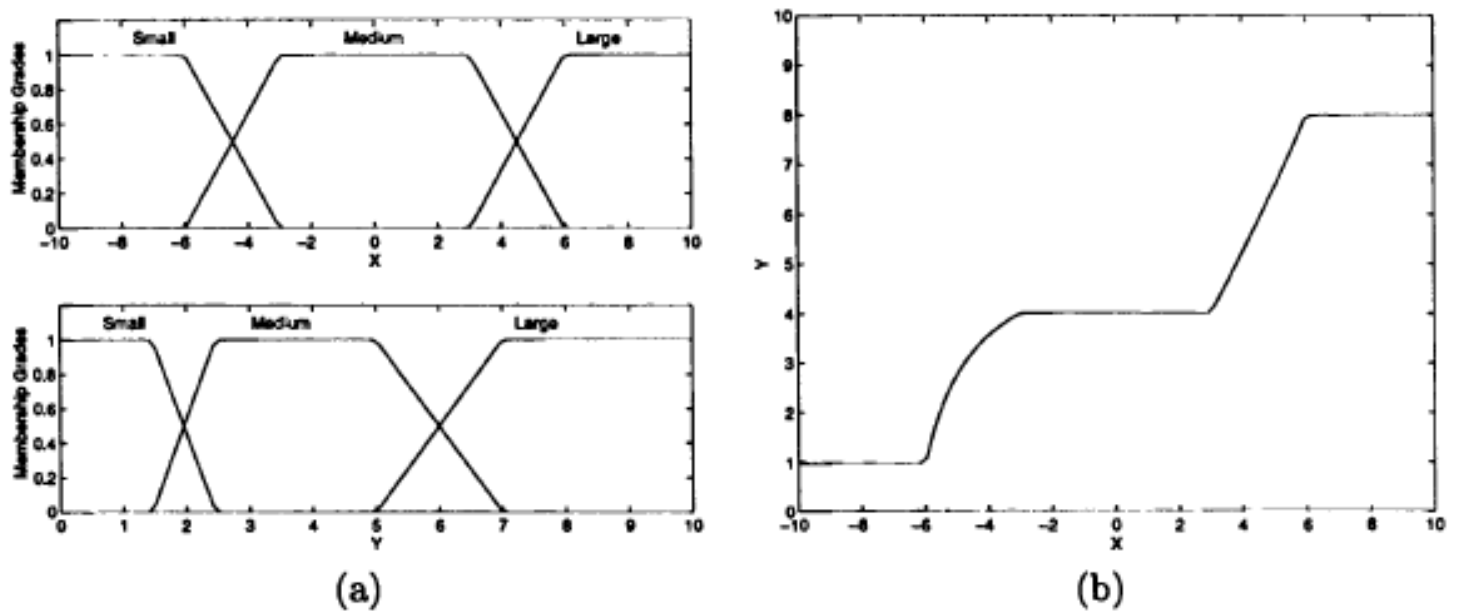


Σχήμα 3.4 Διάφορα σχήματα αποασαφοποίησης για την εξαγωγή ενός crisp συνόλου.

Παράδειγμα 3.1 FIS Mamdani μονής-εισόδου μονής εξόδου

Παράδειγμα με τρεις κανόνες (σχήμα 3.5):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{If } X \text{ is small then } Y \text{ is small.} \\ \text{If } X \text{ is medium then } Y \text{ is medium.} \\ \text{If } X \text{ is large then } Y \text{ is large.} \end{array} \right.$$



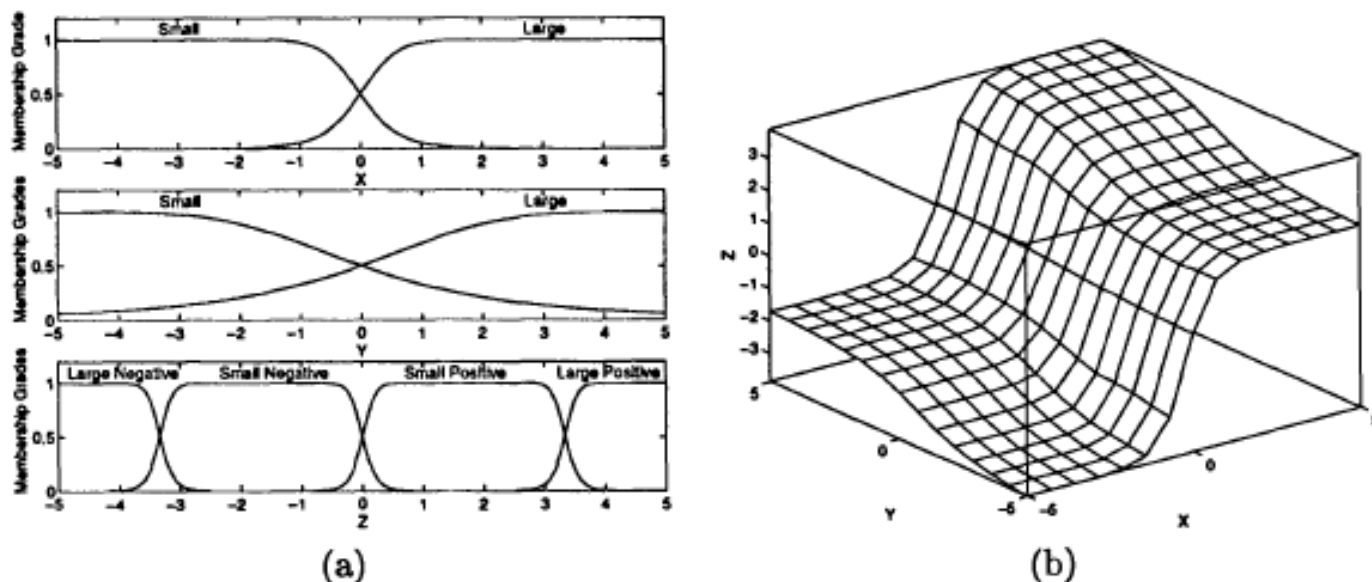
Σχήμα 3.5 FIS Mamdani μονής-εισόδου μονής εξόδου

A) antecedent and consequent MFs B) συνολική καμπύλη εισόδου-εξόδου

Παράδειγμα 3.2 FIS Mamdani δυο-εισόδων μονής- εξόδου .

Ένα παράδειγμα FIS Mamdani δυο-εισόδων μονής- εξόδου με τέσσερεις κανόνες μπορεί να εκφραστεί ως (σχήμα 3.6) :

- $$\left\{ \begin{array}{l} \text{If } X \text{ is small and } Y \text{ is small then } Z \text{ is negative large.} \\ \text{If } X \text{ is small and } Y \text{ is large then } Z \text{ is negative small.} \\ \text{If } X \text{ is large and } Y \text{ is small then } Z \text{ is positive small.} \\ \text{If } X \text{ is large and } Y \text{ is large then } Z \text{ is positive large.} \end{array} \right.$$



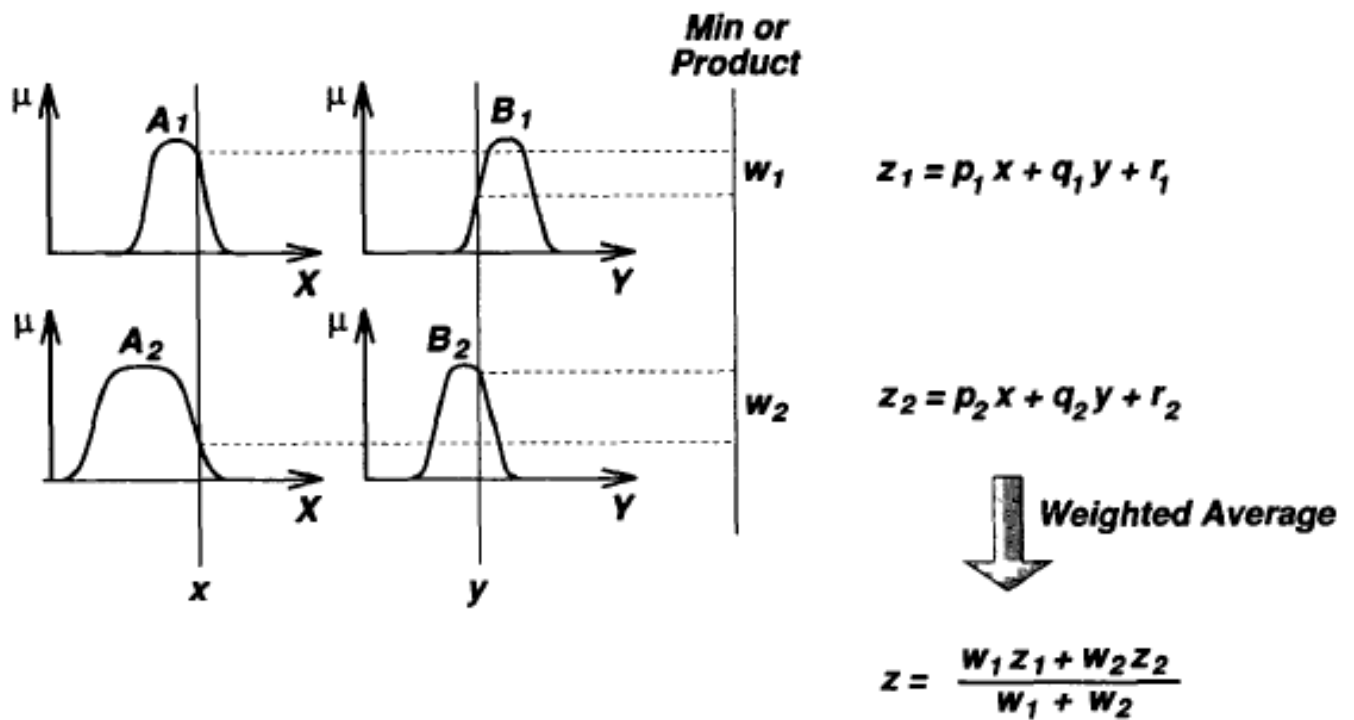
Σχήμα 3.6 FIS Mamdani δυο-εισόδων μονής- εξόδου A) antecedent and consequent MFs B) συνολική καμπύλη εισόδου-εξόδου

3.3 FIS τύπου Sugeno

Το ασαφές μοντέλο του Sugeno (γνωστό και ως TSK fuzzy model) προτάθηκε από τους Takagi, Sugeno, και Kang σε μια προσπάθεια να αναπτυχθεί μια συστηματική προσέγγιση για την παραγωγή ασαφών κανόνων από ένα δοσμένο σύνολο εισόδου-εξόδου. Ένας τυπικός ασαφής κανόνας σε ένα Sugeno ασαφές μοντέλο έχει τη μορφή:

Εάν το x είναι το A και το y είναι το B τότε $z=f(x,y)$

Όπου τα A και B είναι ασαφή σύνολα που προηγούνται (antecedent) ενώ το $z=f(x,y)$ είναι η συνέπεια (consequent).

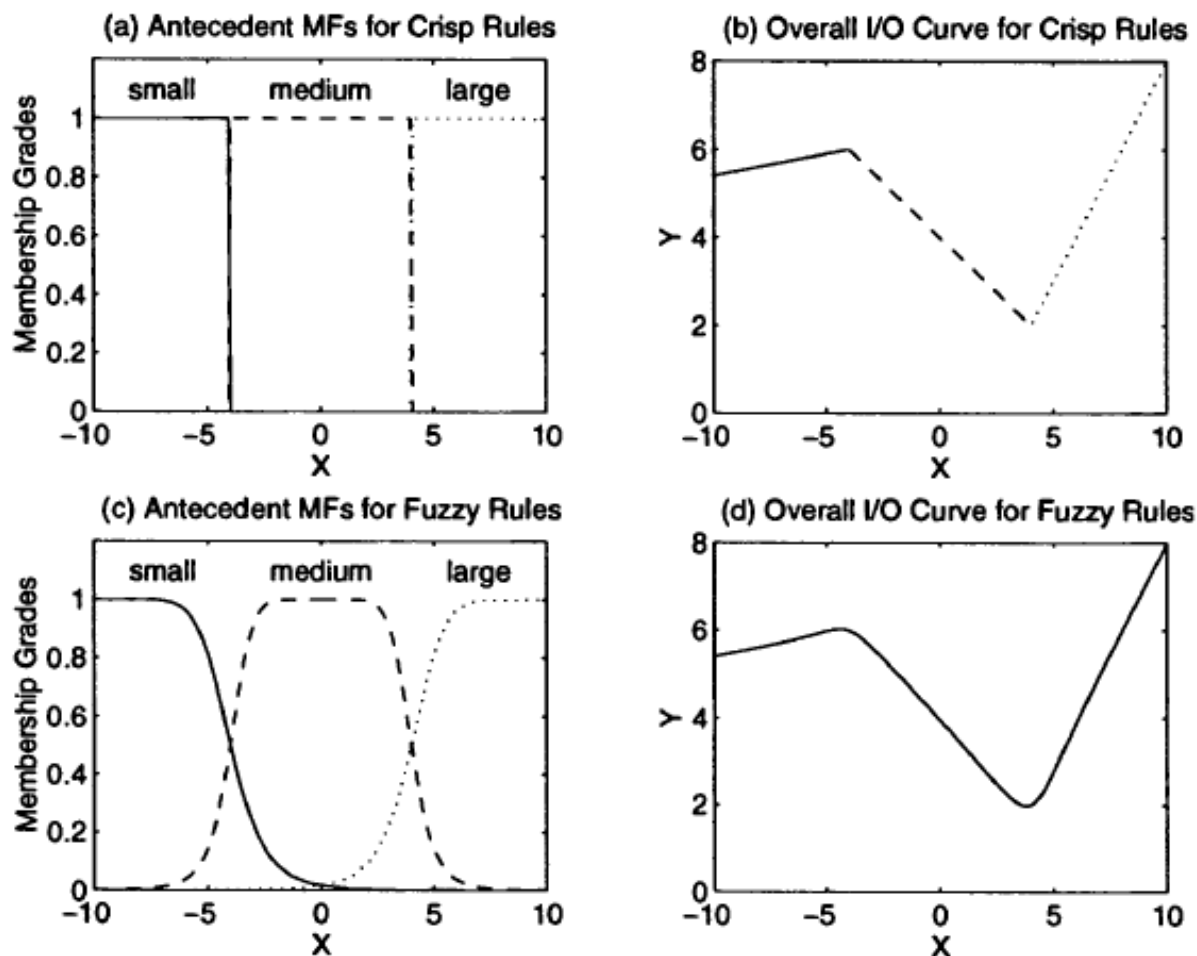


Σχήμα 3.7 Το ασαφές μοντέλο Sugeno

Παράδειγμα 3.3 Ασαφές και μη ασαφές σύνολο κανόνων –μια σύγκριση

Ένα παράδειγμα μονής εισόδου ασαφούς μοντέλου τύπου Sugeno μπορεί να εκφραστεί ως (σχήμα 3.8) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{If } X \text{ is small then } Y = 0.1X + 6.4. \\ \text{If } X \text{ is medium then } Y = -0.5X + 4. \\ \text{If } X \text{ is large then } Y = X - 2. \end{array} \right.$$

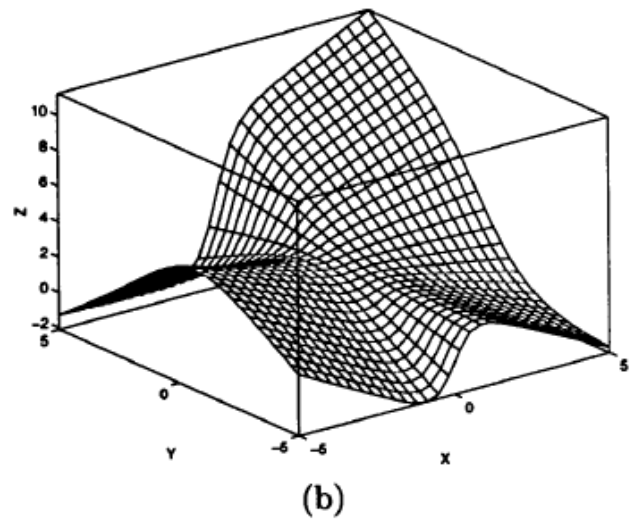
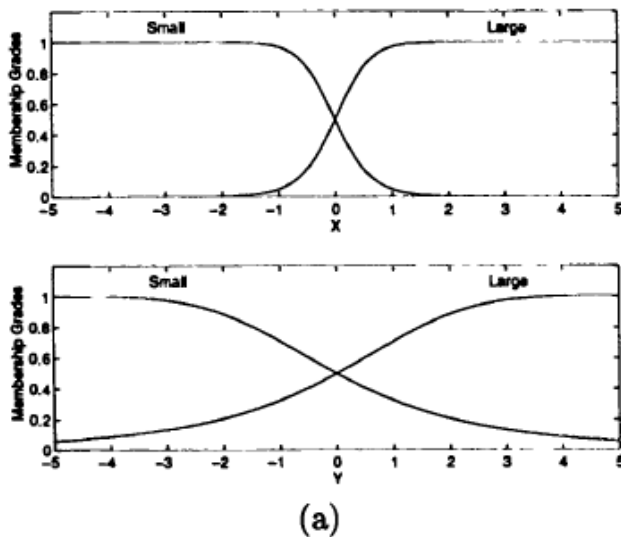


Σχήμα 3.8 Σύγκριση μεταξύ ασαφών και μη ασαφών κανόνων α) ΣΣ που προηγούνται β) καμπύλες εισόδου εξόδου για τους μη ασαφής κανόνες γ) ΣΣ που προηγούνται δ) καμπύλες εισόδου εξόδου για τους ασαφής κανόνες

Παράδειγμα 3.4 Δύο –εισόδων μονής –εξόδου ασαφές μοντέλο Sugeno

Ένα παράδειγμα δύο –εισόδων μονής –εξόδου ασαφούς μοντέλου Sugeno με τέσσερις κανόνες μπορεί να εκφραστεί ως (σχήμα 3.9):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{If } X \text{ is small and } Y \text{ is small then } z = -x + y + 1. \\ \text{If } X \text{ is small and } Y \text{ is large then } z = -y + 3. \\ \text{If } X \text{ is large and } Y \text{ is small then } z = -x + 3. \\ \text{If } X \text{ is large and } Y \text{ is large then } z = x + y + 2. \end{array} \right.$$

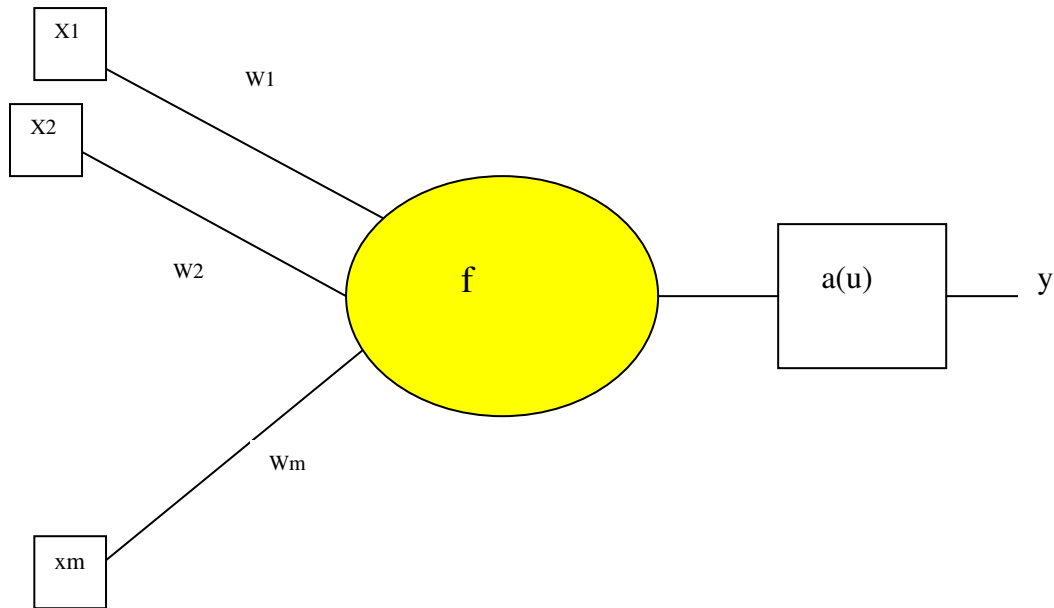


Σχήμα 3.9 Ασαφές μοντέλο Sugeno δύο –εισόδων μονής –εξόδου α) ΣΣ antecedent και consequent β) συνολική επιφάνεια εισόδου-εξόδου

ΝΕΥΡΟΑΣΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

3.4 ΑΣΑΦΕΙΣ ΝΕΥΡΩΝΕΣ

Οι ασαφείς νευρώνες έχουν τη μορφή που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Όπου :

- $x_1, x_2, \dots, x_m$ οι είσοδοι του νευρώνα
- $w_1, w_2, \dots, w_m$ τα βάρη των συνάψεων
- f η συνάρτηση συμμετοχής του νευρώνα
- a η συνάρτηση ενεργοποίησης του νευρώνα
- y η έξοδος του νευρώνα

Οι ασαφείς νευρώνες διακρίνονται σε νευρώνες συμμετοχής και σε λειτουργικούς νευρώνες. Παρακάτω γίνεται αναφορά στα χαρακτηριστικά κάθε κατηγορίας ασαφών νευρώνων.

3.5 ΝΕΥΡΩΝΕΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ

Οι συνηθέστερες μορφές συναρτήσεων συμμετοχής είναι η τριγωνική, η γκαουσιανή, η τραπεζοειδής, η κανονική κοκ. Οι παραπάνω συναρτήσεις συμμετοχής μπορούν να υλοποιηθούν με τη χρήση ενός νευρώνα. Η συνάρτηση συμμετοχής μπορεί να υλοποιηθεί θεωρώντας ότι ο νευρώνας δέχεται ως είσοδο το x και δίνει έξοδο $A(x)$ απαιτώντας η συνάρτηση συμμετοχής του να έχει τη μορφή A . Αν δηλαδή υποθέσουμε ότι η συνάρτηση συμμετοχής είναι η κανονική, τότε για να υλοποιηθεί πρέπει η συνάρτηση ενεργοποίησης να είναι:

$$a(u) = \exp\left(-\frac{(u - m)^2}{\sigma^2}\right)$$

Όπου m το κέντρο της συνάρτησης συμμετοχής και σ το εύρος της.

3.6 ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΟΙ ΝΕΥΡΩΝΕΣ

Με τον ίδιο τρόπο μπορούν να υλοποιηθούν οι βασικές πράξεις των ασαφών συνόλων. Οι πράξεις αυτές στηρίζονται σε λειτουργίες όπως η τ-νόρμα, η σ-νόρμα, το ασαφές συμπλήρωμα κτλπ. Οι παραπάνω λειτουργίες μπορούν να αντικαταστήσουν τη συνάρτηση ενεργοποίησης του νευρώνα αν θεωρήσουμε ότι οι είσοδοι δεν αθροίζονται πολλαπλασιασμένοι με βάρη όπως στους κλασσικούς νευρώνες. Για να μπορούμε όμως να εφαρμόσουμε τους αλγορίθμους μάθησης (πχ. τον backpropagation αλγόριθμος αντίστροφης διάδοσης) θα πρέπει οι λειτουργίες να είναι παραγωγίσιμες.

Για την υλοποίηση των ασαφών λειτουργιών μπορούμε να επεκτείνουμε την έννοια της συνάρτησης μεταφοράς του νευρώνα. Στην περίπτωση αυτή ο νευρώνας δεν υλοποιεί το αναλυτικό γινόμενο της εισόδου με το διάνυσμα των βαρών αλλά την πράξη της συγκεκριμένης ασαφούς λειτουργίας θεωρώντας ότι όλα τα βάρη είναι 1, ως συνάρτηση συμμετοχής λαμβάνεται η :

$$a(u) = \begin{cases} 1, u > 1 \\ u, 0 \leq u \leq 1 \\ 0, u < 0 \end{cases}$$

3.7 ΣΥΝΘΕΤΙΚΟΙ ΝΕΥΡΩΝΕΣ

Παραπάνω αναφερθήκαμε στο στη σύνθεση των ασαφών σχέσεων. Η πράξη της σύνθεσης αποτελεί μια γενίκευση της πράξης του αναλυτικού γινομένου των διανυσμάτων και υλοποιείται από τη συνάρτηση μεταφοράς f των νευρώνων. Η μορφή του νευρώνα είναι η ίδια και ορίζεται από τις εξισώσεις:

$$f = \underset{i \in N_m}{\text{union}} t(x_t, w_t)$$

$$y = a(u)$$

όπου union είναι μια σ-νόρμα και t είναι μια τ-νόρμα. Ως συνάρτηση ενεργοποίησης θεωρείται η συνάρτηση αναρρίχησης. Παρατηρούμε ότι η ο συνθετικός νευρώνας είναι μια γενίκευση του κλασσικού νευρώνα, αφού η πράξη της φραγμένης άθροισης, η οποία εξασφαλίζεται από τη συνάρτηση ενεργοποίησης είναι μια ειδική περίπτωση της φραγμένης ένωσης, ενώ το γινόμενο είναι μια ειδική περίπτωση της ασαφούς τομής.

3.8 ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ (Adaptive Networks)

Ένα προσαρμοστικό δίκτυο είναι αυτό που στη δομή του περιέχει έναν αριθμό κόμβων συνδεδεμένων μέσω κατευθυντήριων συνδέσμων. Κάθε κόμβος αναπαριστά μια μονάδα επεξεργασίας και οι σύνδεσμοι μεταξύ κόμβων προσδιορίζουν την αιτιολογική σχέση (causal relationship) μεταξύ των συνδεδεμένων κόμβων. Προσαρμοστικός είναι ο κόμβος όλος ή μέρος του, που σημαίνει ότι οι έξοδοι αυτών των κόμβων εξαρτώνται από προσαρμοζόμενες –τροποποιήσιμες παραμέτρους που ανήκουν σε αυτούς τους κόμβους. Οι κανόνες εκπαίδευσης προσδιορίζουν πως αυτές οι παράμετροι θα πρέπει να αλλάζουν ώστε να ελαχιστοποιείται το προκαθορισμένο μέτρο σφάλματος (error measure) το οποίο είναι μια μαθηματική έκφραση που μετράει την ασυμφωνία μεταξύ της πραγματικής εξόδου του δικτύου και της επιθυμητής εξόδου. Τα προσαρμοστικά δίκτυα χρησιμοποιούνται στην ταυτοποίηση συστήματος. Εμείς θα πρέπει να βρούμε μια κατάλληλη αρχιτεκτονική για το δίκτυο και να θέσουμε ένα σύνολο παραμέτρων που μπορούν να μοντελοποιήσουν καλύτερα ένα σύστημα-στόχο, το οποίο περιγράφεται από ένα σύνολο ζευγών δεδομένων εισόδου-εξόδου.

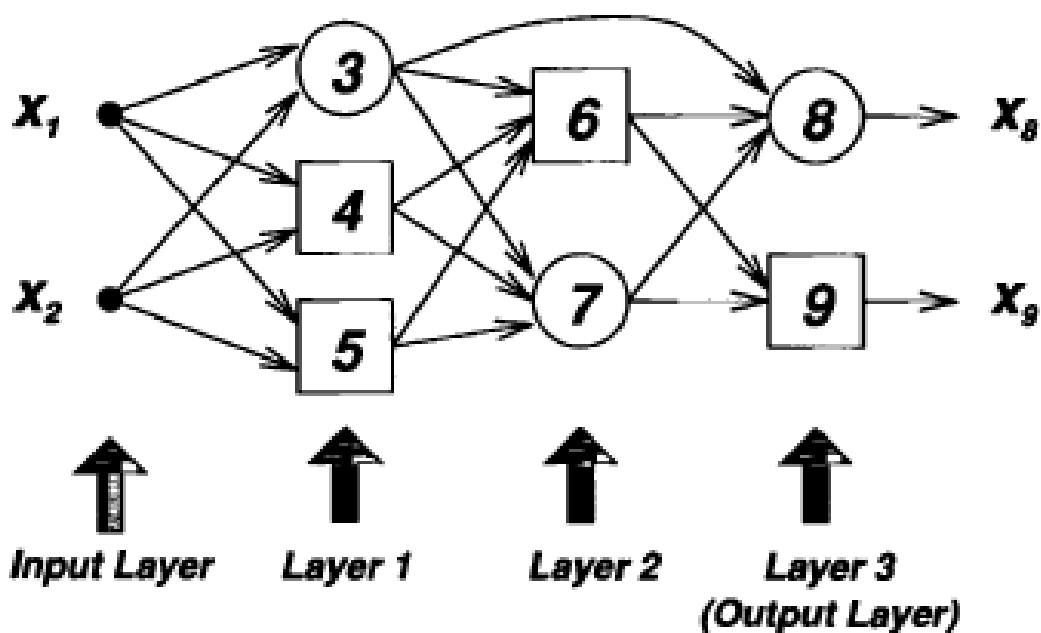
Ο βασικός κανόνας ενός προσαρμοστικού δικτύου είναι η απότομη φθίνουσα μέθοδος, στην οποία το βαθμωτό διάνυσμα προκύπτει από επιτυχείς επικλήσεις του κανόνα της αλυσίδας. Αυτή η μέθοδος χρησιμοποιείται και για την εύρεση του βαθμωτού σ' ένα νευρωνικό δίκτυο πολλών επιπέδων. Αυτή η μέθοδος ονομάζεται κανόνας οπισθοδρόμησης διάδοσης (back propagation learning rule).

3.9 ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΙΜΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ

Για να κάνουμε ένα ασαφές σύστημα, προσαρμοστικό, θα πρέπει να ξέρουμε τις παραγώγους μιας Συνάρτησης Συμμετοχής ως προς το όρισμα εισόδου και τις παραμέτρους. Αυτές οι πληροφορίες από τις παραγώγους παίζουν σημαντικό ρόλο στην μάθηση ή την προσαρμογή ενός ασαφούς συστήματος.

3.10 ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ

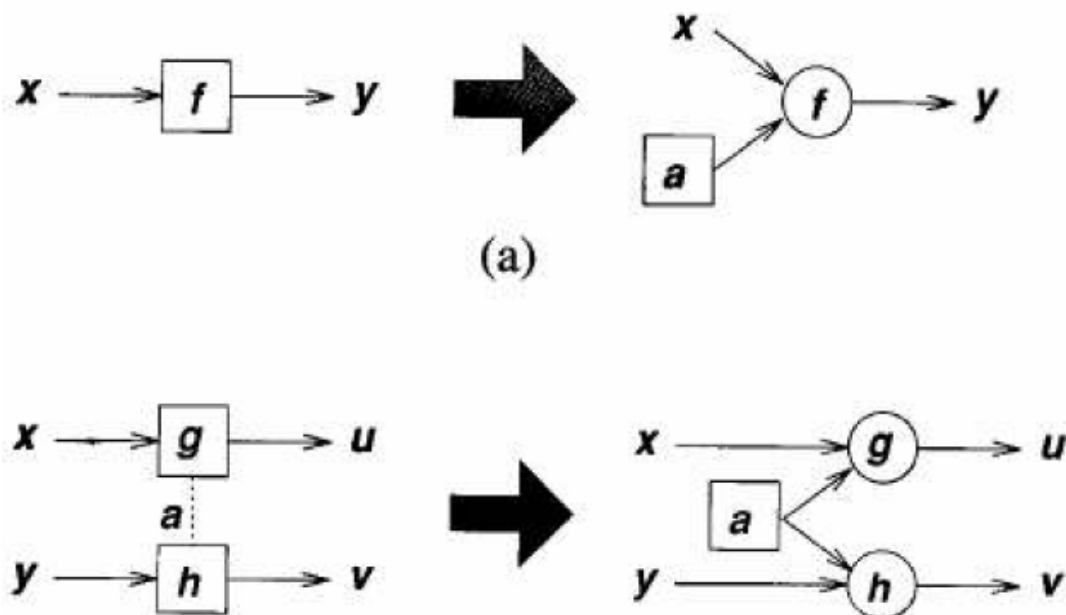
Όπως λέει και η ονομασία, ένα προσαρμοστικό δίκτυο είναι μια δομή δικτύου που η συνολική συμπεριφορά εισόδου-εξόδου διαμορφώνεται από ένα σύνολο τροποποιήσιμων παραμέτρων. Συγκεκριμένα η σύνθεση ενός προσαρμοστικού δικτύου πραγματοποιείται από ένα σύνολο κόμβων συνδεδεμένων με κατευθυνθείς συνδέσμους, όπου κάθε κόμβος εκτελεί μια συγκεκριμένη λειτουργία κόμβου στα εισερχόμενα σήματα, για να παράγει μια μονήρη έξοδο κόμβου και κάθε σύνδεσμος καθορίζει την κατεύθυνση ροής σήματος από τον ένα κόμβο στον άλλο. Συνήθως μια συνάρτηση κόμβου είναι μια παραμετρική συνάρτηση με τροποποιήσιμες παραμέτρους. Αλλάζοντας τις τελευταίες, μπορούμε να αλλάξουμε την λειτουργία κόμβου όπως στην συνολική συμπεριφορά του προσαρμοστικού δικτύου.



Σχήμα 3.10 Ένα εμπροσθόδρομο προσαρμοστικό δίκτυο σε αναπαράσταση με επίπεδα.

Οι σύνδεσμοι σε ένα προσαρμοστικό δίκτυο χρησιμοποιούνται απλά για να προσδιορίσουν την κατεύθυνση διάδοσης των εξόδων κόμβου. Γενικά δεν υπάρχουν βάρη ή παράμετροι σχετιζόμενοι με συνδέσμους. Το σχήμα 3.10 είναι ένα αντιπροσωπευτικό προσαρμοστικό δίκτυο με δύο εισόδους και με δύο εξόδους.

Οι παράμετροι ενός προσαρμοστικού δικτύου είναι κατανεμημένοι μέσα στους κόμβους, ώστε κάθε κόμβος να έχει ένα τοπικό σύνολο παραμέτρων. Η ένωση αυτών των τοπικών παραμέτρων είναι το ολικό σύνολο παραμέτρων του δικτύου. Αν το σύνολο παραμέτρων ενός κόμβου δεν είναι κενό, τότε η λειτουργία του κόμβου εξαρτάται από τις τιμές των παραμέτρων. Στα σχήματα, αναπαριστούμε τον προσαρμοστικό κόμβο αυτού του είδους με ένα τετράγωνο. Από την άλλη αν ο κόμβος έχει κενό σύνολο παραμέτρων, τότε η λειτουργία του είναι καθορισμένη. Ακόμα αναπαριστούμε τον τύπο προκαθορισμένου κόμβου με ένα κύκλο. Κάθε προσαρμοστικός κόμβος μπορεί να διασπαστεί σε ένα προκαθορισμένο κόμβο συν ένα ή περισσότερους κόμβους παραμέτρων.

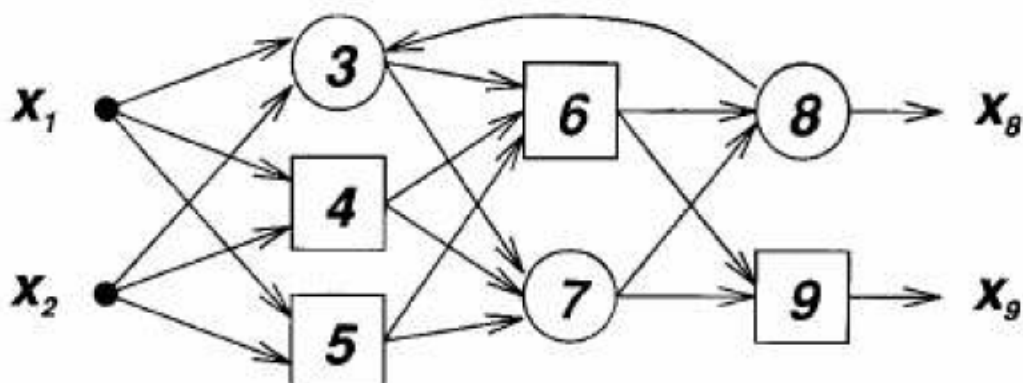


Σχήμα 3.11 Ανάλυση προσαρμοστικών κόμβων: (α) ένας μονός κόμβος (β) ένα πρόβλημα έχει κοινές παραμέτρους

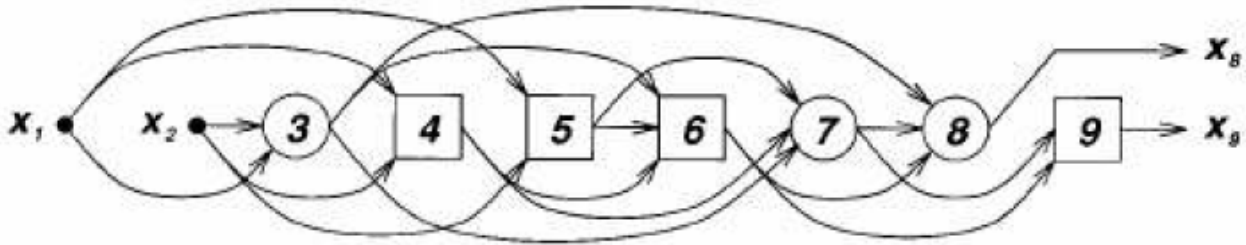
3.11 ΚΑΤΑΜΕΡΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΣΕ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

Το σχήμα 3.11 δείχνει ένα προσαρμοστικό δίκτυο με έναν μόνο κόμβο, το οποίο μπορεί να αναπαρασταθεί σαν $y=f(x, a)$ όπου x, y είναι η είσοδος και έξοδος αντιστοίχως και a είναι η παράμετρος του κόμβου. Μια ισοδύναμη απεικόνιση είναι να μετακινήσουμε την παράμετρο έξω από τον κόμβο και να την τοποθετήσουμε σε έναν κόμβο παράμετρο όπως φαίνεται στο σχήμα 3.11 α. Αυτός ο κόμβος παράμετρος είναι μια ειδική περίπτωση ενός προσαρμοστικού κόμβου στο οποίο δεν υπάρχουν είσοδοι και η έξοδος είναι η ίδια η παράμετρος. Ο κόμβος παράμετρος είναι χρήσιμος στην επίλυση συγκεκριμένων αντιπροσωπευτικών προβλημάτων, όπως στο παράδειγμα καταμερισμού παραμέτρων στο σχήμα 3.11 α όπου δυο προσαρμοστικοί κόμβοι $u=g(x, a)$ και $u=h(y, a)$ μοιράζονται την ίδια παράμετρο a , όπως δηλώνεται και από την διάστικτη γραμμή που ενώνει αυτούς τους δύο κόμβους. Βγάζοντας έξω την παράμετρο και βάζοντας την μέσα σε έναν κόμβο παράμετρο, μπορούμε να ενσωματώσουμε τις απαιτήσεις του καταμερισμού παραμέτρων μέσα στην αρχιτεκτονική σχεδίαση του δικτύου. Αυτό απλοποιεί την αναπαράσταση του δικτύου όπως και την εφαρμογή του σε λογισμικό.

Τα προσαρμοστικά δίκτυα είναι γενικώς κατηγοριοποιημένα σε δύο κατηγορίες με βάση τον τύπο των διασυνδέσεων που έχουν: Εμπροσθόδρομα δίκτυα (feedward) και επαναληπτικά. Το προσαρμοστικό δίκτυο που φαίνεται στο σχήμα 2.13 είναι εμπροσθόδρομο, μιας και η έξοδος κάθε κόμβου διαδίδεται από την πλευρά της εισόδου (αριστερά) προς την πλευρά της εξόδου (δεξιά) πάντα. Αν υπάρχει σύνδεσμος ανάδρασης που σχηματίζει ένα κυκλικό μονοπάτι στο δίκτυο, τότε το δίκτυο είναι επαναληπτικό. Το σχήμα 2.12 είναι ένα παράδειγμα. Στα γραφήματα, ένα εμπροσθόδρομο δίκτυο αναπαριστάται από ένα κυκλικό κατευθυνόμενο γράφημα που δεν περιέχει κατευθυνόμενους κύκλους, ενώ ένα επαναληπτικό δίκτυο περιέχει πάντα τουλάχιστον ένα κατευθυνόμενο κύκλο.



Σχήμα 3.12 Ένα επαναλαμβανόμενο προσαρμοστικό δίκτυο



Σχήμα 3.13 Ένα εμπροσθόδρομο προσαρμοστικό δίκτυο σε αναπαράσταση τυπολογικής διάταξης.

Στην αναπαράσταση με επίπεδα του εμπροσθόδρομου προσαρμοστικού δικτύου στο σχήμα 3.11, δεν υπάρχουν σύνδεσμοι μεταξύ κόμβων στο ίδιο επίπεδο, και οι εξοδοί των κόμβων σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο είναι πάντα συνδεδεμένοι με κόμβους σε διαδοχικά επίπεδα. Αυτή η αναπαράσταση είναι συνήθως προτιμητέα εξ αιτίας της εύκολης διαμόρφωσής της επειδή οι κόμβοι στο ίδιο επίπεδο έχουν την ίδια λειτουργία ή γεννούν το ίδιο επίπεδο αφαίρεσης όσων αφορά τα διανύσματα εισόδου.

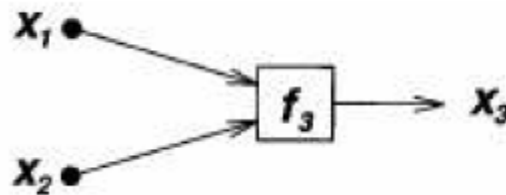
Μια άλλη αναπαράσταση εμπροσθόδρομου δικτύου αι η αναπαράσταση τοπολογικής ταξινόμησης η οποία ετικετοποιεί τους κόμβους σε μια διατεταγμένη ακολουθία 1,2,3, ..., τέτοια που να μην υπάρχουν σύνδεσμοι από τον κόμβο i στον κόμβο j , οποτεδήποτε $i \geq j$. Το σχήμα 3.13 είναι η αναπαράσταση τοπολογικής ταξινόμησης (topological ordering representation) του δικτύου στο σχήμα 3.11. Αυτή η αναπαράσταση είναι λιγότερο διαμορφώσιμη από ότι η αναπαράσταση με επίπεδα, όμως διευκολύνει τον σχηματισμό κανόνων εκπαίδευσης. Η αναπαράσταση τοπολογικής ταξινόμησης είναι στην πραγματικότητα μια ειδική περίπτωση της αναπαράστασης με επίπεδα, με έναν κόμβο ανά επίπεδο.

Ένα εμπροσθόδρομο προσαρμοστικό δίκτυο είναι στην πραγματικότητα μια στατική αντιστοίχιση μεταξύ των χωρών εισόδου και εξόδου. Αυτή η αντιστοιχία μπορεί να είναι μια απλή γραμμική σχέση ή μη γραμμική, εξαρτώμενη από την δομή του δικτύου (διάταξη κόμβων και συνδέσεων) και την λειτουργία κάθε κόμβου. Για να κατασκευάσουμε ένα προσαρμοστικό δίκτυο χρησιμοποιούμε ένα σύνολο δεδομένων προς εκπαίδευση και κάποιες διαδικασίες όπως οι κανόνες εκπαίδευσης ή οι προσαρμοστικοί αλγόριθμοι για την τροποποίηση των παραμέτρων για

να βελτιώσουμε την απόδοση του δικτύου. Συνήθως η απόδοση ενός δικτύου μετριέται ως η διαφορά μεταξύ της επιθυμητής εξόδου και της πραγματικής κάτω από τις ίδιες συνθήκες. Αυτή η διαφορά ονομάζεται μέτρηση σφάλματος. Γενικότερα, ένας κανόνας εκπαίδευσης εξάγεται από την εφαρμογή μιας συγκεκριμένης τεχνικής βελτιστοποίησης για μια δεδομένη μέτρηση σφάλματος.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ

3.12 Προσαρμοστικό δίκτυο με έναν γραμμικό κόμβο (linear node)



Σχήμα 3.14 Γραμμικό προσαρμοστικό δίκτυο με έναν κόμβο

Στο παραπάνω σχήμα 3.14 απεικονίζεται ένα προσαρμοστικό δίκτυο με ένα κόμβο.

Ορίζεται: $x_3 = f_3(x_1, x_2, a_1, a_2, a_3) = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3$

Όπου x_1, x_2 είναι οι είσοδοι, και a_1, a_2, a_3 είναι οι τροποποιησιμες παράμετροι.

Η συνάρτηση προσδιορίζει ένα επίπεδο σε έναν χώρο x_1-x_2 και βάζοντας διάφορες τιμές για τις παραμέτρους, μπορούμε να τοποθετήσουμε αυτό το επίπεδο αυθαίρετα όπως εμείς θέλουμε. Χρησιμοποιώντας το τετραγωνικό σφάλμα ως το σφάλμα μέτρησης για το δίκτυο, μπορούμε να αναγνωρίσουμε τις βέλτιστες παραμέτρους μέσω της μεθόδου εκτίμησης των γραμμικών ελαχίστων τετραγώνων.

3.13 Δίκτυο Perceptron

Εάν προσθέσουμε και έναν άλλο κόμβο ώστε να επιτρέψουμε στην έξοδο του δικτύου στο σχήμα 3.14 να παίρνει μόνο δυο τιμές 0 και 1, τότε παίρνουμε το μη γραμμικό δίκτυο σχήμα 3.15

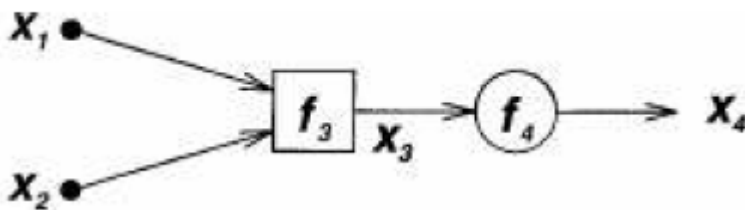
Οι κόμβοι εκφράζονται:

$x_3 = f_3(x_1, x_2, a_1, a_2, a_3) = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3$

και :

$$x_4 = f_4(x_3) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_3 \geq 0 \\ 0 & \text{if } x_3 < 0 \end{cases}$$

Όπου f_3 είναι μια γραμμική συνάρτηση και f_4 είναι μια βηματική συνάρτηση που αντιστοιχεί το x_3 είτε στο 0 είτε στο 1. Την ολική συνάρτηση του δικτύου μπορούμε να την δούμε σαν ένα γραμμικό ταξινομητή. Ο πρώτος κόμβος σχηματίζει ένα όριο απόφασης σαν μια ευθεία γραμμή στον χώρο των x_1 - x_2 ; Και ο δεύτερος κόμβος δείχνει σε ποιο ημιεπίπεδο ανήκει το διάνυσμα εισόδου (x_1, x_2). Μπορεί να σχηματιστεί ένα ισοδύναμο ημιεπίπεδο με ένα μόνο κόμβο όπου η συνάρτηση των f_3 και f_4 . Ο κόμβος που προκύπτει είναι ένα δομικό υλικό.



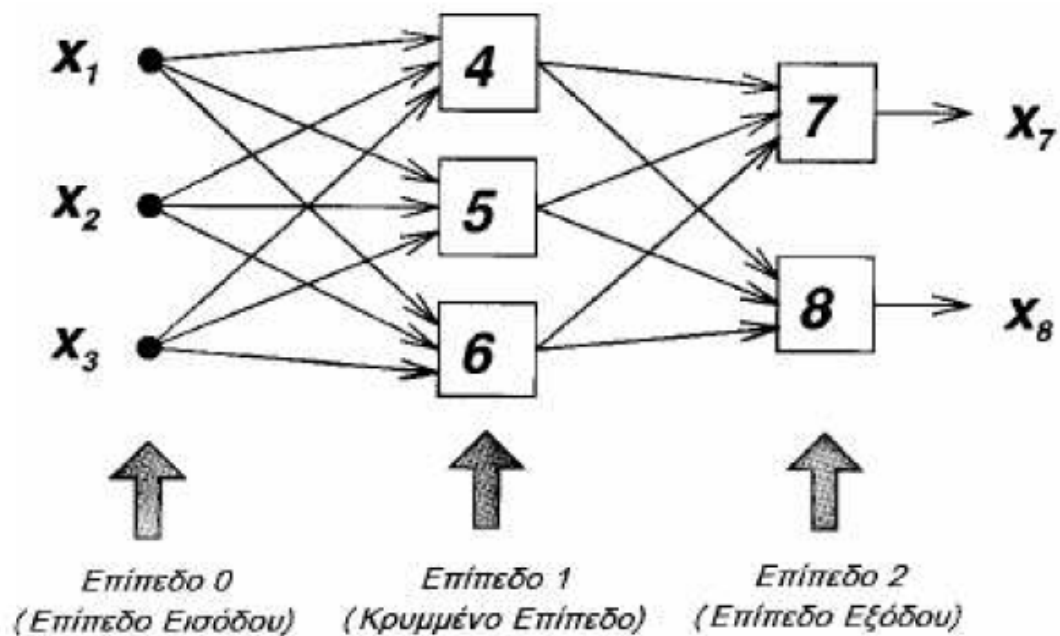
Σχήμα 3.15 Ένα μη γραμμικό προσαρμοστικό δίκτυο με έναν κόμβο

Μιας και η βηματική συνάρτηση είναι ασυνεχής σε ένα σημείο και επίπεδη σε όλα τα άλλα σημεία. Μια εναλλακτική λύση είναι να χρησιμοποιήσουμε τη σιγμοειδή συνάρτηση σαν μια συνθλιπτική συνάρτηση που παίρνει τιμές από 0 έως 1.

$$x_4 = f_4(x_3) = \frac{1}{1 + e^{-x_3}}$$

3.14 Ένα πολυεπίπεδο δίκτυο Perceptron

Στο σχήμα 3.16 βλέπουμε την αρχιτεκτονική για ένα πολυεπίπεδο perceptron με τρεις εισόδους, δυο εξόδους και τρεις κρυμμένους κόμβους που δεν συνδέονται απευθείας ούτε σε είσοδο ούτε σε έξοδο.



Σχήμα 3.16 Ένα νευρωνικό δίκτυο 3-3-2

Κάθε κόμβος σε ένα δίκτυο αυτού του τύπου έχει την ίδια συνάρτηση κόμβου, που είναι σύνθεση μιας γραμμικής f_3 και μιας σιγμοειδούς f_4 . :δηλ. η συνάρτηση κόμβου στον κόμβο 7 στο παραπάνω σχήμα είναι:

$$x_7 = \frac{1}{1 + \exp[-(w_{4,7}x_4 + w_{5,7}x_5 + w_{6,7}x_6 + t_7)]}$$

όπου x_4 , x_5 και x_6 είναι οι εξοδοι από τους κόμβους 4, 5 και 6 αντίστοιχα και το σύνολο των παραμέτρων του κόμβου 7 δηλώνεται με το $\{w_{4,7}, w_{5,7}, w_{6,7}, t_7\}$.

Συνήθως το $w_{i,j}$, είναι το βάρος που σχετίζεται με τον σύνδεσμο που ενώνει τον i -οστό κόμβο και τον j -οστό κόμβο, και το j t σαν το κατώφλι (threshold) που συνδέεται με τον κόμβο j . Γενικά, ένας σύνδεσμος δείχνει μόνο την κατεύθυνση της ροής σήματος μεταξύ των συνδεδεμένων κόμβων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΟ ΝΕΥΡΟ-ΑΣΑΦΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΞΑΓΩΓΗΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ ADAPTIVE NEURO-FUZZY INFERENCE SYSTEMS-ANFIS

4.1 Η αρχιτεκτονική του ANFIS

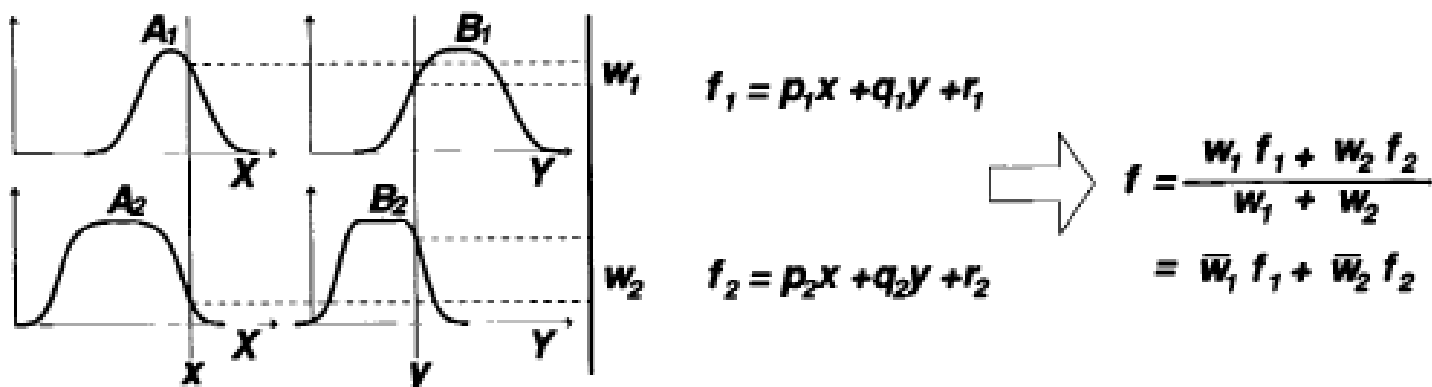
Ο αλγόριθμος ANFIS είναι από τους κυριότερους αλλά και ταυτόχρονα από τους πρώτους που εφαρμόστηκαν στο πεδίο της νευρο-ασαφούς προσέγγισης προβλημάτων. Παρακάτω περιγράφεται το δίκτυο, υποθέτοντας ότι το πρόβλημα το οποίο θα αναλυθεί έχει δύο εισόδους x και y και μία έξοδο z .

Υποθέτοντας ότι για ένα πρώτης τάξης μοντέλο Sugeno, μία τυπική βάση κανόνων (rule base) θα μπορούσε να είναι και η εξής:

Rule 1: If x is A_1 and y is B_1 , then $f_1 = p_1x + q_1y + r_1$,

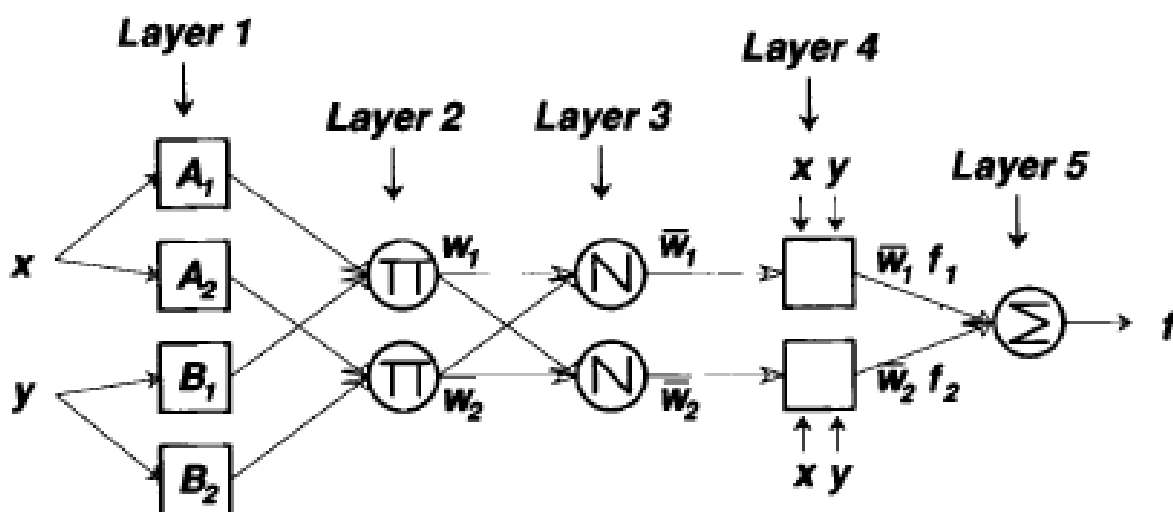
Rule 2: If x is A_2 and y is B_2 , then $f_2 = p_2x + q_2y + r_2$.

Το παρακάτω σχήμα 4.1 δείχνει με απλό τρόπο τη διαδικασία συμπερασμού (inference procedure) του μοντέλου Sugeno, στην περίπτωση όπου για t-operator έχει επιλεγεί η τομή των δύο ασαφών συνόλων (A,B), οπότε $\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$.



Σχήμα 4.1 Μιας διπλής-εισόδου πρώτης-εντολής (first order) ασαφές μοντέλο Sugeno με δυο κανόνες.

Όπως γίνεται φανερό, η έξοδος z του πρωτοβάθμιου μοντέλου Sugeno είναι ένας σταθμικός μέσος όρος. Η αντίστοιχη αναπαράσταση του δικτύου ANFIS παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα 4.2.



Σχήμα 4.2 Αρχιτεκτονική ANFIS

Το παραπάνω σχήμα απεικονίζει τον συλλογιστικό μηχανισμό (reasoning) για αυτό το μοντέλο Sugeno και η αντίστοιχη ισοδύναμη αρχιτεκτονική του ANFIS όπου οι κόμβοι του ίδιου επιπέδου έχουν παρόμοιες συναρτήσεις. Παρακάτω παρουσιάζεται πιο αναλυτικά η διεργασία που εκτελείται σε κάθε επίπεδο.

Επίπεδο 1: Κάθε κόμβος i σε αυτό το επίπεδο είναι ένας προσαρμόσιμος (adaptive) κόμβος με μια συνάρτηση κόμβου :

$$\begin{aligned} O_{1,i} &= \mu_{A_i}(x), & \text{for } i = 1, 2, \text{ or} \\ O_{1,i} &= \mu_{B_{i-2}}(y), & \text{for } i = 3, 4, \end{aligned}$$

όπου x (ή y) – η είσοδος στον κόμβο και A_i (or B_{i-2}) – η γλωσσική μεταβλητή (small, large, κλπ.) που σχετίζεται με αυτή τη συνάρτηση του κόμβου.

Με άλλα λόγια, το $O_{1,i}$, είναι ο βαθμός συμμετοχής του

$A (= A_1, A_2, B_1 \text{ or } B_2)$

και καθορίζει το βαθμό στον οποίο η είσοδος x (ή y) ικανοποιεί τον ποσοτικοποιητή A . Εδώ η συνάρτηση συμμετοχής για το A μπορεί να είναι οποιαδήποτε κατάλληλη παραμετρική συνάρτηση συμμετοχής όπως η καμπανοειδής για παράδειγμα :

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c_i}{a_i} \right|^{2b}},$$

Όπου $\{a_i, b_i, c_i\}$ είναι το σύνολο των παραμέτρων.

Καθώς οι τιμές αυτών των παραμέτρων αλλάζουν, οι συναρτήσεις ποικίλλουν ανάλογα, παρουσιάζοντας έτσι διάφορες μορφές της συνάρτησης συμμετοχής για το ασαφές σύνολο A . Οι παράμετροι σε αυτό το επίπεδο αναφέρονται ως αρχικοί παράμετροι (premise parameters).

Επίπεδο 2: Κάθε κόμβος σε αυτό το επίπεδο είναι ένας σταθερός (fixed) κόμβος Π , του οποίου η έξοδος είναι το γινόμενο όλων των εισερχόμενων σημάτων:

$$O_{2,i} = w_i = \mu_{A_i}(x) \mu_{B_i}(y), \quad i = 1, 2.$$

Κάθε κόμβος-έξοδος αντιπροσωπεύει το βαθμό ενεργοποίησης ενός κανόνα (firing strength). Γενικά, οποιεσδήποτε άλλες T-norm (operators) που σημαίνουν τον ασαφή τελεστή AND μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν συνάρτηση κόμβων σε αυτό το επίπεδο.

Επίπεδο 3: Κάθε κόμβος σε αυτό το επίπεδο είναι ένας σταθερός κόμβος N . Ο i -ιστός κόμβος υπολογίζει το λόγο της βαθμού ενεργοποίησης (firing strength) του i -οστού κανόνα στο άθροισμα των βαθμών ενεργοποίησης όλων των κανόνων:

$$O_{3,i} = \bar{w}_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2}, i = 1, 2.$$

Για ευκολία, οι έξοδοι αυτού του επιπέδου ονομάζονται κανονικοποιημένοι βαθμοί ενεργοποίησης (normalized firing strengths).

Επίπεδο 4: Κάθε κόμβος i σε αυτό το επίπεδο είναι ένας προσαρμόσιμος κόμβος με μία συνάρτηση κόμβου:

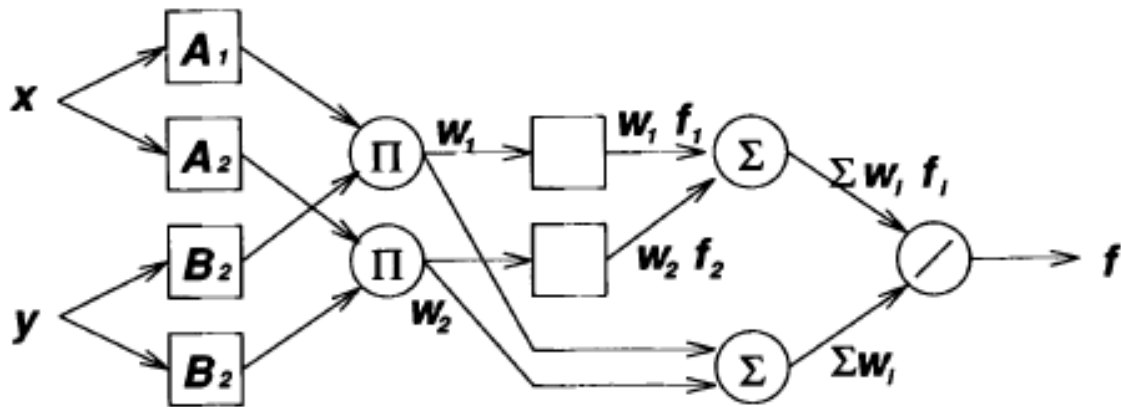
$$O_{4,i} = \bar{w}_i f_i = \bar{w}_i (p_i x + q_i y + r_i),$$

Όπου $\bar{w}_i$ είναι ο κανονικοποιημένος βαθμός ενεργοποίησης από το επίπεδο 3, και $\{p_i, q_i, r_i\}$ το σύνολο των παραμέτρων. Οι παράμετροι σε αυτό το επίπεδο αναφέρονται ως επακόλουθοι (consequent parameters).

Επίπεδο 5: Ο μοναδικός κόμβος σε αυτό το επίπεδο είναι ένας σταθερός κόμβος Σ που υπολογίζει τη συνολική έξοδο σαν το ολικό άθροισμα όλων των εισερχόμενων σημάτων:

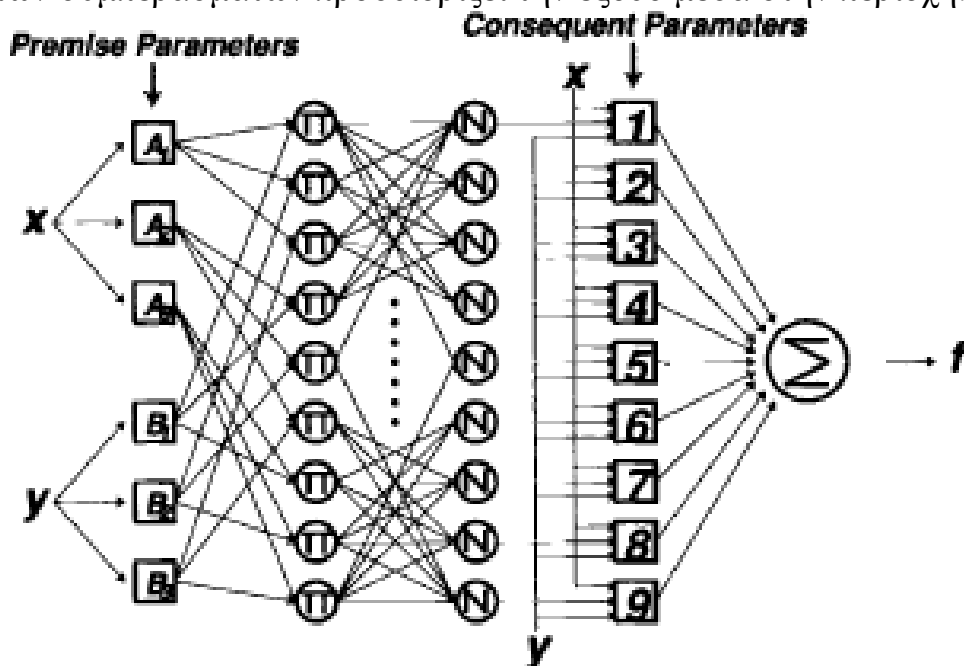
$$\text{overall output} = O_{5,1} = \sum_i \bar{w}_i f_i = \frac{\sum_i w_i f_i}{\sum_i w_i}$$

Αυτό το προσαρμοστικό δίκτυο είναι λειτουργικά ισοδύναμο με το ασαφές μοντέλο Sugeno. Μπορούμε να συνδυάσουμε τα επίπεδα 3 και 4 για να αποκτήσουμε ένα ισοδύναμο δίκτυο με τέσσερα μόνο επίπεδα. Με το ίδιο δείγμα μπορούμε να πραγματοποιήσουμε την κανονικοποίηση των βαρών στο τελευταίο επίπεδο. Το σχήμα 4.3 απεικονίζει ένα ANFIS αυτού του τύπου. Στην ακραία περίπτωση μπορούμε να συρρικνώσουμε ακόμα και όλο το δίκτυο, σε έναν μόνο προσαρμοστικό κόμβο με το ίδιο σύνολο παραμέτρων. Η ανάθεση συναρτήσεων κόμβων και η σύνθεση του δικτύου είναι αυθαίρετες, εφόσον κάθε κόμβος και κάθε επίπεδο πραγματοποιούν λειτουργίες που είναι σημαντικές και έχουν δυνατότητα να αποτελούνται από επιμέρους τμήματα.

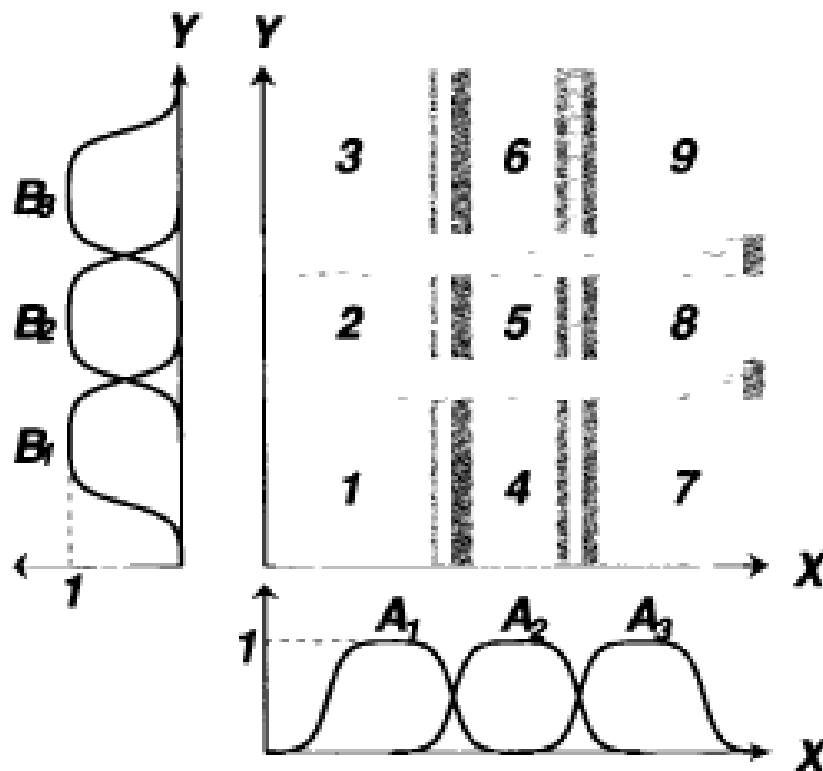


Σχήμα 4.3 Αρχιτεκτονική ANFIS για το ασαφές μοντέλο Sugeno , όπου η κανονικοποίηση βαρών γίνεται στο τελευταίο επίπεδο

Εκτός από το μηχανισμό συμπερασμού του Sugeno, μπορούμε να κατασκευάσουμε ANFIS και με το μοντέλο Mamdani. Το Sugeno χρησιμοποιείται περισσότερο συχνά, μιας και διακρίνεται για την διαφάνεια και την αποτελεσματικότητά του. Στο σχήμα 4.4 (α) βλέπουμε μια αρχιτεκτονική ANFIS που είναι ισοδύναμη με ένα ασαφές μοντέλο Sugeno πρώτου βαθμού δυο εισόδων και εννέα κανόνων, σε κάθε είσοδο θεωρούμε ότι αντιστοιχούν τρεις συναρτήσεις συμμετοχής. Το σχήμα 4.4 (β) απεικονίζει πως δύο διαστάσεων χώρος εισόδου είναι χωρισμένος σε εννέα υπέρθετες (overlapping) ασαφείς περιοχές όπου κάθε μια ελέγχεται από ένα ασαφή κανόνα if-then. Αυτό σημαίνει ότι το μέρος των προϋποθέσεων ενός κανόνα προσδιορίζει μια ασαφή περιοχή, ενώ το μέρος των συμπερασμάτων προσδιορίζει την έξοδο μέσα στην περιοχή.



Σχήμα 4.4 (α) Η αρχιτεκτονική του ANFIS για το ασαφές μοντέλο Sugeno με δύο εισόδους και εννέα κανόνες.



Σχήμα 4.4 (β) ο χώρος εισόδου, χωρισμένος σε εννέα ασαφείς περιοχές.

4.2 Υβριδικός αλγόριθμος εκπαίδευσης

Το ANFIS χρησιμοποιεί έναν υβριδικό αλγόριθμο εκμάθησης για να προσδιορίσει τις παραμέτρους του ασαφούς συστήματος τύπου Sugeno. Εφαρμόζει έναν συνδυασμό της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων (least-squares) και της μεθόδου οπισθόδρομης βαθμωτής ελαχιστοποίησης (backpropagation gradient descent) για την εκπαίδευση παραμέτρων των συναρτήσεων συμμετοχής του FIS ώστε να μιμηθεί ένα δοσμένο σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης.

4.3 Εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων (least-squares estimator)

Στο γενικό πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων, η έξοδος του γραμμικού μοντέλου y δίνεται από τη γραμμικά παραμετροποιημένη έκφραση:

$$y = \theta_1 f_1(\mathbf{u}) + \theta_2 f_2(\mathbf{u}) + \dots + \theta_n f_n(\mathbf{u}), \quad \text{εξ.1}$$

Όπου $\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_p]^T$ είναι το διάνυσμα εισόδου του μοντέλου, $f_1, \dots, f_n$ είναι γνωστές συναρτήσεις του $\mathbf{u}$ και $\theta_1, \dots, \theta_n$ είναι άγνωστες παράμετροι που θα υπολογιστούν. Η παραπάνω εξίσωση καλείται συνάρτηση παλινδρόμησης, και τα θ_i ονομάζονται συντελεστές παλινδρόμησης.

Για να προσδιοριστούν οι άγνωστες παράμετροι θ_i , συνήθως πρέπει να εκτελεστούν πειράματα για να βρεθεί ένα σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης που αποτελείται από τα ζευγάρια δεδομένων $\{(\mathbf{u}_i; y_i), i = 1, \dots, m\}$; τα οποία αντιπροσωπεύουν τα επιθυμητά ζευγάρια εισόδου-εξόδου του συστήματος στόχου που θα μοντελοποιηθεί. Η αντικατάσταση κάθε ζευγαριού στοιχείων στην εξίσωση 1 παράγει ένα σύνολο γραμμικών εξισώσεων m:

$$\begin{cases} f_1(\mathbf{u}_1)\theta_1 + f_2(\mathbf{u}_1)\theta_2 + \dots + f_n(\mathbf{u}_1)\theta_n = y_1, \\ f_1(\mathbf{u}_2)\theta_1 + f_2(\mathbf{u}_2)\theta_2 + \dots + f_n(\mathbf{u}_2)\theta_n = y_2, \\ \vdots \\ f_1(\mathbf{u}_m)\theta_1 + f_2(\mathbf{u}_m)\theta_2 + \dots + f_n(\mathbf{u}_m)\theta_n = y_m. \end{cases}$$

εξ.2

Σε μορφή πινάκων, οι προηγούμενες εξισώσεις μπορούν να γραφτούν σε συνοπτική μορφή:

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} = \mathbf{y} \quad \text{εξ.3}$$

όπου $\mathbf{A}$ είναι ένας $m \times n$ πίνακας (πίνακας σχεδιασμού):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{u}_1) & \dots & f_n(\mathbf{u}_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f_1(\mathbf{u}_m) & \dots & f_n(\mathbf{u}_m) \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{\theta}$ είναι ένα $n \times 1$ διάνυσμα άγνωστων παραμέτρων:

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}$$

και $\mathbf{y}$ είναι ένα $m \times 1$ διάνυσμα εξόδου:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$$

Η i -οστή σειρά του ενωμένου πίνακα δεδομένων $[\mathbf{A}; \mathbf{y}]$, που δηλώνεται με $[\mathbf{a}_i^T; y_i]$ σχετίζεται με το i -οστό ζευγάρι δεδομένων $(\mathbf{u}_i; y_i)$ μέσω της

$$\mathbf{a}_i^T = [f_1(\mathbf{u}_i), \dots, f_n(\mathbf{u}_i)].$$

Το μεγαλύτερο μέρος των υπολογισμών βασίζεται στους πίνακες $\mathbf{A}$ και $\mathbf{y}$, μερικές φορές γίνεται αναφορά στο $(\mathbf{a}_i^T; y_i)$, σαν το i -οστό ζευγάρι δεδομένων του συνόλου δεδομένων εκπαίδευσης.

Για να προσδιοριστεί μεμονωμένα το άγνωστο διάνυσμα θ , είναι απαραίτητο να ισχύει $m \geq n$. Αν ο $\mathbf{A}$ είναι τετραγωνικός ($m = n$) και αντιστρέψιμος, τότε η εξίσωση 3 μπορεί να λυθεί ως προς τον άγνωστο $\mathbf{x}$ και γίνεται:

$$\theta = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{y}$$

Ο m είναι συνήθως μεγαλύτερος από τον n , που σημαίνει ότι υπάρχουν περισσότερα ζευγάρια στοιχείων από τις παραμέτρους. Σε αυτήν την περίπτωση, μια ακριβής λύση που να ικανοποιεί όλες τις m εξισώσεις δεν είναι πάντα δυνατή, δεδομένου ότι τα στοιχεία μπορεί να μολυνθούν από θόρυβο, ή το μοντέλο μπορεί να μην είναι κατάλληλο για την περιγραφή του συστήματος στόχου. Κατά συνέπεια η εξίσωση 3 πρέπει να τροποποιηθεί με την ενσωμάτωση ενός διανύσματος λάθους e για να αποτελέσει το τυχαίο λάθος θορύβου ή το τυχαίο λάθος διαμόρφωσης ως εξής:

$$\mathbf{A}\theta + e = \mathbf{y}$$

Τώρα, αντί της εύρεσης της ακριβούς λύσης στην εξίσωση 3, πρέπει να βρεθεί το $\boldsymbol{\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}$ που ελαχιστοποιεί το άθροισμα του τετραγωνικού σφάλματος και ορίζεται ως :

$$E(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^m (y_i - \mathbf{a}_i^T \boldsymbol{\theta})^2 = \mathbf{e}^T \mathbf{e} = (\mathbf{y} - \mathbf{A}\boldsymbol{\theta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{A}\boldsymbol{\theta})$$

(εξ.4)

όπου $\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{A}\boldsymbol{\theta}$ είναι το διάνυσμα λάθους που παράγεται από μια συγκεκριμένη επιλογή του $\boldsymbol{\theta}$. Πρέπει να σημειωθεί ότι το $E(\boldsymbol{\theta})$ είναι σε τετραγωνική μορφή και έχει ένα μοναδικό ελάχιστο $\boldsymbol{\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}$. Το ακόλουθο θεώρημα δηλώνει έναν απαραίτητο όρο που ικανοποιείται από τον εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων $\hat{\boldsymbol{\theta}}$.

Ορισμός 4.1 Εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων

Το τετραγωνικό σφάλμα στην εξίσωση 6 ελαχιστοποιείται όταν $\boldsymbol{\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}$, ο οποίος καλείται εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων (LSE) και ο οποίος ικανοποιεί την κανονική εξίσωση

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{A}^T \mathbf{y}$$

Αν ο $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ είναι αντιστρέψιμος , ο $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ είναι μοναδικός και δίνεται από την :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{y}.$$

4.4 Οπισθοδρόμηση για πρόσο-τροφοδοτούμενα δίκτυα

Η ενότητα αυτή παρουσιάζει ένα βασικό κανόνα εκμάθησης για προσαρμόσιμα δίκτυα, που είναι στην ουσία η πιο απλή μέθοδος βαθμωτής ελαχιστοποίησης. Το κεντρικό μέρος αυτού του κανόνα εκμάθησης αφορά στο πως να επιλεγεί επαναληπτικά ένα διάνυσμα κλίσης στο οποίο κάθε στοιχείο ορίζεται ως την παράγωγο ενός μέτρου σφάλματος ως προς μια παράμετρο. Αυτό γίνεται με τη βοήθεια του

κανόνα αλυσίδας, ενός βασικού τύπου για το διαφορισμό σύνθετων συναρτήσεων ο οποίος αναλύεται σε κάθε εγχειρίδιο μαθηματικών. Η διαδικασία εύρεσης ενός διανύσματος κλίσης σε ένα δίκτυο αναφέρεται γενικά σαν οπισθοδρόμηση (backpropagation) επειδή το διάνυσμα κλίσης υπολογίζεται σε κατεύθυνση αντίθετη από τη ροή της εξόδου κάθε κόμβου. Μόλις επιλεγεί η κλίση, διάφορες τεχνικές βελτιστοποίησης και παλινδρόμησης βασισμένες στις παραγώγους είναι διαθέσιμες για την ενημέρωση των παραμέτρων. Ειδικότερα, εάν χρησιμοποιούμε το διάνυσμα κλίσης σε μια απλή μέθοδο βαθμωτής ελαχιστοποίησης, το προκύπτον παράδειγμα εκμάθησης αναφέρεται συχνά ως **κανόνας οπισθόδρομης εκμάθησης**.

Έστω ότι δεδομένο πρωσοτροφοδοτούμενο προσαρμόσιμο δίκτυο στην αναπαράστασή του σε επίπεδα έχει L επίπεδα και το επίπεδο l (όπου $l = 0, 1, \dots, L$; $l = 0$ αντιπροσωπεύει το επίπεδο εισαγωγής) έχει $N(l)$ κόμβους. Τότε η έξοδος και η συνάρτηση του κόμβου i [$i = 1, \dots, N(l)$]

στο επίπεδο l μπορούν να απαρασταθούν σαν $x_{l,i}$ και $f_{l,i}$ αντίστοιχα. Ας υποθεθεί ότι δεν υπάρχει καμία σύνδεση μεταξύ μη συνεχόμενων στρωμάτων. Δεδομένου ότι η έξοδος ενός κόμβου εξαρτάται από τα εισερχόμενα σήματα και το σύνολο παραμέτρων του κόμβου, προκύπτει η ακόλουθη γενική έκφραση για τη συνάρτηση των κόμβων $f_{l,i}$:

$$x_{l,i} = f_{l,i}(x_{l-1,1}, \dots, x_{l-1,N(l-1)}, a, \beta, \gamma, \dots)$$

όπου a, β, γ κτλπ. είναι οι παράμετροι αυτού του κόμβου.

Υποθέτοντας ότι το δοσμένο σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης έχει P καταχωρήσεις, μπορεί να οριστεί ένα μέτρο σφάλματος για την p -οστή ($1 \leq p \leq P$) καταχώρηση των δεδομένων εκπαίδευσης σαν το άθροισμα των τετραγωνικών σφαλμάτων:

$$E_p = \sum_{k=1}^{N(l)} (d_k - x_{L,k})^2 \quad \text{εξ 4.4.2}$$

Όπου d_k είναι το k -οστό συστατικό του p -οστού επιθυμητού διανύσματος εξόδου και $x_{L,k}$ είναι το k -οστό συστατικό του πραγματικού διανύσματος εξόδου που

παράγεται με την παρουσίαση του p -οστού διανύσματος εισόδου στο δίκτυο. (Για σημειογραφική απλότητα, παραλείπεται ο δείκτης P και από το d_k και από το $x_{L,k}$). Προφανώς, όταν το E_p είναι ίσο με το μηδέν, το δίκτυο είναι ικανό να αναπαράγει ακριβώς το επιθυμητό διάνυσμα εξόδου στο p -οστό ζευγάρι δεδομένων εκπαίδευσης. Ο στόχος εδώ είναι να ελαχιστοποιηθεί ένα συνολικό μέτρο σφάλματος, που ορίζεται ως:

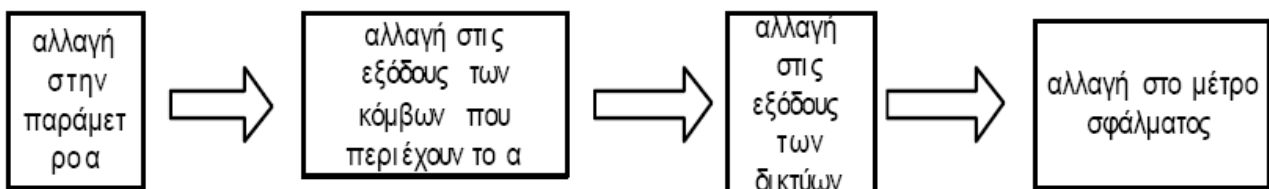
$$E = \sum_{p=1}^P E_p$$

εξ.4.4.3

Επιπλέον, ας υποθεθεί ότι το E_p εξαρτάται μόνο από τους κόμβους εξόδου.

Για να χρησιμοποιηθεί η βαθμωτή ελαχιστοποίηση ώστε να ελαχιστοποιηθεί το μέτρο σφάλματος, πρέπει πρώτα να βρεθεί το διάνυσμα κλίσης. Πριν υπολογιστεί το διάνυσμα κλίσης, πρέπει να παρατηρηθούν οι ακόλουθες αιτιώδεις σχέσεις:

όπου τα βέλη $\Rightarrow$ δείχνουν τις αιτιώδεις σχέσεις. δηλαδή, μια μικρή αλλαγή σε μια παράμετρο a θα επηρεάσει την έξοδο του κόμβου που



περιέχει το a . Αυτό με τη σειρά του θα επηρεάσει την έξοδο του τελευταίου επιπέδου και συνεπώς το μέτρο σφάλματος.

Η βασική αρχή στον υπολογισμό του διανύσματος κλίσης είναι να περαστούν μια σειρά από πληροφορίες παραγώγων ξεκινώντας από το επίπεδο εξόδου και πηγαίνοντας ανάποδα από επίπεδο σε επίπεδο έως ότου καταλήξει η διαδικασία στο επίπεδο εισόδου.

Το σήμα σφάλματος $\epsilon_{l,i}$ ορίζεται σαν τη παράγωγο του μέτρου σφάλματος E_p ως προς την έξοδο του κόμβου i στο επίπεδο l λαμβάνοντας υπόψη και τις άμεσες και τις έμμεσες πορείες.

$$\epsilon_{i,i} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{i,i}}$$

Εξ. 4.4.4

Η έκφραση αυτή ονομάστηκε διατεταγμένη παράγωγος από τον Werbos. Το σήμα σφάλματος για τον i-οστό κόμβο εξόδου (στο επίπεδο L) μπορεί να υπολογιστεί απευθείας:

$$\epsilon_{1,i} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{1,i}} = \frac{\partial E_p}{\partial x_{1,i}}$$

Εξ. 4.4.5

Αυτό ισούται με $\epsilon_{L,i} = -2(d_i - x_{L,i})$ αν το E_p ορίζεται όπως στην εξίσωση 4.4.2. Για τον εσωτερικό κόμβο στην i-οστή θέση του επιπέδου 1 το σήμα σφάλματος μπορεί να βρεθεί από τον κανόνα αλυσίδας (εξ.4.4.6):

$$\epsilon_{l,i} = \underbrace{\frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{l,i}}}_{\text{error signal at layer } l} = \sum_{m=1}^{N(l+1)} \underbrace{\frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{l+1,m}}}_{\text{error signal at layer } l+1} \frac{\partial f_{l+1,m}}{\partial x_{l,i}} = \sum_{m=1}^{N(l+1)} \epsilon_{l+1,m} \frac{\partial f_{l+1,m}}{\partial x_{l,i}}$$

όπου $0 \leq l \leq L - 1$. δηλαδή το σήμα σφάλματος ενός εσωτερικού κόμβου στο στρώμα l μπορεί να εκφραστεί ως γραμμικός συνδυασμός των κόμβων στο στρώμα l + 1. Επομένως, για οποιαδήποτε l και i [και $1 \leq i \leq N(l)$], μπορούν να βρεθούν τα:

$$\epsilon_{l,i} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{l,i}}$$

εφαρμόζοντας πρώτα την εξίσωση (4.4.5) μία φορά για να υπολογιστούν τα σήματα σφάλματος στο επίπεδο εξόδου, και έπειτα εφαρμόζοντας την εξίσωση (4.4.6) επαναληπτικά έως ότου καταλήξει η διαδικασία στο

επιθυμητό επίπεδο 1 . Η διαδικασία αυτή καλείται οπισθοδρόμηση δεδομένου ότι τα σήματα σφάλματος λαμβάνονται διαδοχικά από το επίπεδο εξόδου προς το επίπεδο εισόδου.

Το διάνυσμα κλίσης ορίζεται ως την παράγωγο του μέτρου σφάλματος ως προς κάθε παράμετρο, έτσι πρέπει να εφαρμοστεί ο κανόνας αλυσίδας ξανά για να βρεθεί το διάνυσμα κλίσης. Εάν a είναι μια παράμετρος του i -οστού κόμβου στο επίπεδο 1 , τότε ισχύει:

$$\frac{\partial^+ E_p}{\partial a} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{l,i}} \frac{\partial f_{l,i}}{\partial a} = \epsilon_{l,i} \frac{\partial f_{l,i}}{\partial a} \quad \text{εξ 4.4.7}$$

Ας σημειωθεί ότι αν επιτραπεί στην παράμετρο a να μοιράζεται μεταξύ διαφορετικών κόμβων, τότε η εξίσωση (4.4.7) πρέπει να αλλαχθεί σε μια πιο γενική μορφή:

$$\frac{\partial^+ E_p}{\partial a} = \sum_{x^* \in S} \frac{\partial^+ E_p}{\partial x^*} \frac{\partial f^*}{\partial a} \quad \text{εξ 3.4.8}$$

όπου S είναι το σύνολο των κόμβων που περιέχουν το a σαν παράμετρο ενώ x^* και f^* είναι η έξοδος και η συνάρτηση, αντίστοιχα, ενός γενικού κόμβου στο S .

Η παράγωγος του γενικού μέτρου σφάλματος E ως προς το a είναι :

$$\frac{\partial^+ E_p}{\partial a} = \sum_{p=1}^P \frac{\partial^+ E_p}{\partial a} \quad \text{εξ 4.4.9}$$

Συνεπώς, για την απλούστερη βαθμωτή ελαχιστοποίηση χωρίς ελαχιστοποίηση γραμμών, ο τύπος για τη γενική παράμετρο a είναι :

$$\Delta a = -\eta \frac{\partial^+ E_p}{\partial a}$$

όπου το η είναι ο ρυθμός εκμάθησης, το οποίο μπορεί να εκφραστεί περαιτέρω ως:

$$\eta = \frac{\kappa}{\sqrt{\sum_{\alpha} \left(\frac{\partial E}{\partial \alpha} \right)^2}}$$

όπου το κ είναι το μέγεθος βήματος, το μήκος δηλαδή κάθε μετάβασης κατά μήκος της κατεύθυνσης κλίσης στο διάστημα παραμέτρου. Συνήθως το μέγεθος βήματος μπορεί να αλλαχθεί για να μεταβληθεί η ταχύτητα της σύγκλισης.

Όταν ένα πρωστοροφοδοτούμενο δίκτυο n -κόμβων αναπαριστάται στην τοπολογική του διάταξη, μπορεί να υπολογιστεί το μέτρο σφάλματος E_p σαν την έξοδο ενός επιπλέον κόμβου με ένδειξη $n+1$, του οποίου η συνάρτηση κόμβου f_{n+1} μπορεί να οριστεί από τις εξόδους κάθε κόμβου με μικρότερη ένδειξη.

(Επομένως, το E_p μπορεί να εξαρτάται άμεσα από οποιουσδήποτε κόμβους.) Εφαρμόζοντας πάλι τον κανόνα αλυσίδας, ισχύει ο ακόλουθος συνοπτικός τύπος για τον υπολογισμό του σήματος σφάλματος

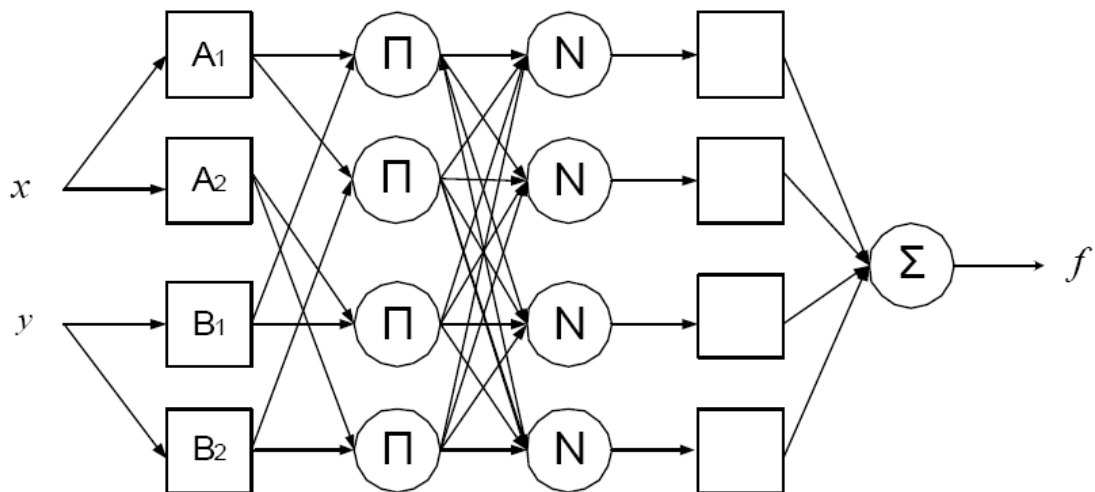
$$\epsilon_i = \frac{\partial E_p}{\partial x_i}$$

$$\epsilon_i = \frac{\partial f_{n+1}}{\partial x_i} + \sum_{i < j \leq n} \epsilon_j \frac{\partial f_j}{\partial x_i}$$

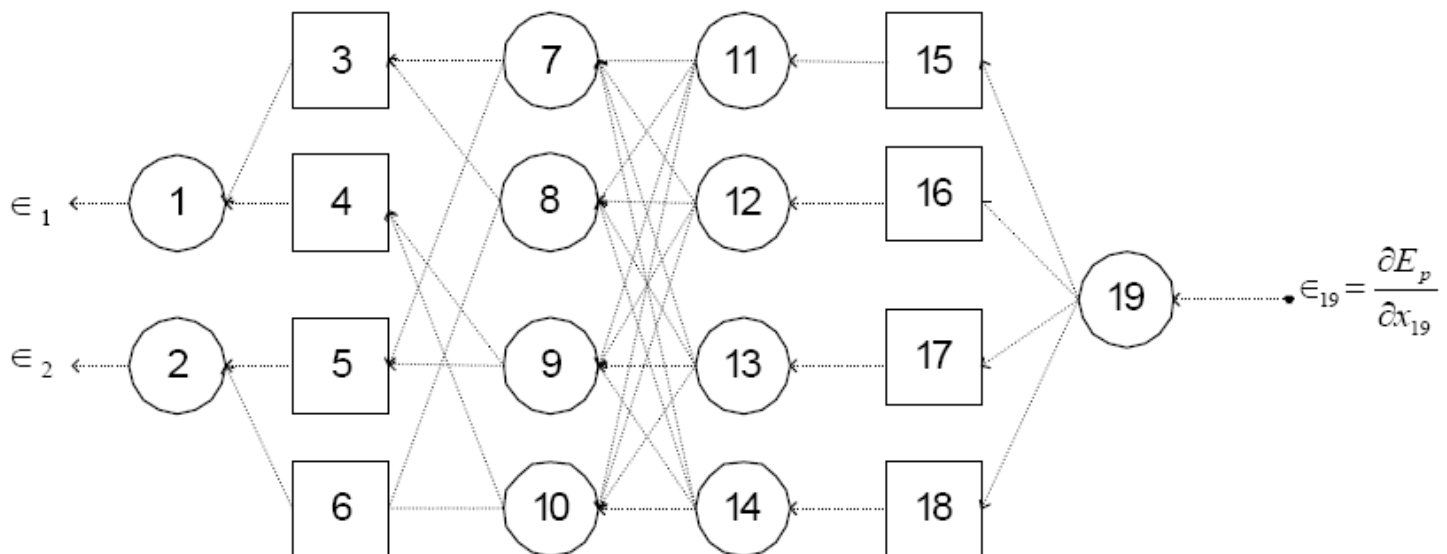
όπου ο πρώτος όρος δείχνει μια άμεση επίδραση του x_i στο E_p μέσω της άμεσης διαδρομής από τον κόμβο i στον κόμβο $n+1$ και κάθε όρος παραγώγου στο

άθροισμα δείχνει την έμμεση επίδραση του x_i στο E_p . Μόλις βρεθεί το σήμα σφάλματος για κάθε κόμβο, τότε το διάνυσμα κλίσης για τις παραμέτρους παράγεται όπως πριν.

Ένας άλλος συστηματικός τρόπος να υπολογιστούν τα σήματα σφάλματος είναι μέσω της αναπαράστασης του δικτύου διάδοσης σφάλματος (ή του μοντέλου ευαισθησίας), το οποίο λαμβάνεται από το αρχικό προσαρμόσιμο δίκτυο με την αντιστροφή των συνδέσεων και την παροχή των σημάτων σφάλματος στο επίπεδο εξόδου ως είσοδοι στο νέο δίκτυο. Το ακόλουθο σχήμα δείχνει το μοντέλο ANFIS και το δίκτυο διάδοσης σφάλματος του:



Σχήμα 4.5 α : Το προσαρμόσιμο δίκτυο



Σχήμα 4.5 β: Το δίκτυο διάδοσης σφάλματος

Τώρα θα υπολογιστούν τα σήματα σφάλματος στους εσωτερικούς κόμβους. Χρησιμοποιούνται τα f_i και x_i για το συμβολισμό της συνάρτησης και της εξόδου του κόμβου i . Η έξοδος του κόμβου i είναι το σήμα σφάλματος αυτού του κόμβου στο πραγματικό προσαρμόσιμο δίκτυο. Σε σύμβολα, αν επιλεγθεί το τετραγωνικό μέτρο σφάλματος

για E_p τότε ισχύει το ακόλουθο: $\epsilon_{19} = -2(d_{19} - x_{19})$

Αυτό είναι επειδή ο κόμβος 19 είναι μόνο ένας κόμβος προσωρινής αποθήκευσης στο δίκτυο διάδοσης σφάλματος. Για τους κόμβους 15, 16, 17 και 18 ισχύουν:

$$\begin{aligned}\epsilon_{18} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{18}} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{19}} \frac{\partial f_{19}}{\partial x_{18}} = \epsilon_{19} \frac{\partial f_{19}}{\partial x_{18}} \\ \epsilon_{17} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{17}} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{19}} \frac{\partial f_{19}}{\partial x_{17}} = \epsilon_{19} \frac{\partial f_{19}}{\partial x_{17}} \\ \epsilon_{16} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{16}} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{19}} \frac{\partial f_{19}}{\partial x_{16}} = \epsilon_{19} \frac{\partial f_{19}}{\partial x_{16}} \\ \epsilon_{15} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{15}} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{19}} \frac{\partial f_{19}}{\partial x_{15}} = \epsilon_{19} \frac{\partial f_{19}}{\partial x_{15}}\end{aligned}$$

Αυτό είναι επειδή όλοι αυτοί οι κόμβοι εξαρτώνται από τον κόμβο 19. Αυτό ισχύει και για τους κόμβους 11, 12, 13 και 14 με τη διαφορά ότι κάθε ένας από αυτούς εξαρτάται από διαφορετικό κόμβο:

$$\begin{aligned}
\epsilon_{14} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{14}} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{18}} \frac{\partial f_{18}}{\partial x_{14}} = \epsilon_{18} \frac{\partial f_{18}}{\partial x_{14}} \\
\epsilon_{13} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{13}} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{17}} \frac{\partial f_{17}}{\partial x_{13}} = \epsilon_{17} \frac{\partial f_{17}}{\partial x_{13}} \\
\epsilon_{12} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{12}} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{16}} \frac{\partial f_{16}}{\partial x_{12}} = \epsilon_{16} \frac{\partial f_{16}}{\partial x_{12}} \\
\epsilon_{11} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{11}} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{15}} \frac{\partial f_{15}}{\partial x_{11}} = \epsilon_{15} \frac{\partial f_{15}}{\partial x_{11}}
\end{aligned}$$

Αντιθέτως, οι κόμβοι 7, 8, 9 και 10 εξαρτώνται από τέσσερις διαφορετικούς κόμβους όπως φαίνεται στο σχήμα 4.5. Έτσι, ισχύει:

$$\begin{aligned}
\epsilon_{10} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{10}} = \epsilon_{14} \frac{\partial f_{14}}{\partial x_{10}} + \epsilon_{13} \frac{\partial f_{13}}{\partial x_{10}} + \epsilon_{12} \frac{\partial f_{12}}{\partial x_{10}} + \epsilon_{11} \frac{\partial f_{11}}{\partial x_{10}} \\
\epsilon_9 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_9} = \epsilon_{14} \frac{\partial f_{14}}{\partial x_9} + \epsilon_{13} \frac{\partial f_{13}}{\partial x_9} + \epsilon_{12} \frac{\partial f_{12}}{\partial x_9} + \epsilon_{11} \frac{\partial f_{11}}{\partial x_9} \\
\epsilon_8 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_8} = \epsilon_{14} \frac{\partial f_{14}}{\partial x_8} + \epsilon_{13} \frac{\partial f_{13}}{\partial x_8} + \epsilon_{12} \frac{\partial f_{12}}{\partial x_8} + \epsilon_{11} \frac{\partial f_{11}}{\partial x_8} \\
\epsilon_7 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_7} = \epsilon_{14} \frac{\partial f_{14}}{\partial x_7} + \epsilon_{13} \frac{\partial f_{13}}{\partial x_7} + \epsilon_{12} \frac{\partial f_{12}}{\partial x_7} + \epsilon_{11} \frac{\partial f_{11}}{\partial x_7}
\end{aligned}$$

Οι κόμβοι 3, 4, 5 και 6 εξαρτώνται από δύο διαφορετικούς κόμβους και σαν αποτέλεσμα προκύπτουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned}
\epsilon_6 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_6} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{10}} \frac{\partial f_{10}}{\partial x_6} + \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_8} \frac{\partial f_8}{\partial x_6} = \epsilon_{10} \frac{\partial f_{10}}{\partial x_6} + \epsilon_8 \frac{\partial f_8}{\partial x_6} \\
\epsilon_5 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_5} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_9} \frac{\partial f_9}{\partial x_5} + \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_7} \frac{\partial f_7}{\partial x_5} = \epsilon_9 \frac{\partial f_9}{\partial x_5} + \epsilon_7 \frac{\partial f_7}{\partial x_5} \\
\epsilon_4 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_4} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{10}} \frac{\partial f_{10}}{\partial x_4} + \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_9} \frac{\partial f_9}{\partial x_4} = \epsilon_{10} \frac{\partial f_{10}}{\partial x_4} + \epsilon_9 \frac{\partial f_9}{\partial x_4} \\
\epsilon_3 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_3} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_8} \frac{\partial f_8}{\partial x_3} + \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_7} \frac{\partial f_7}{\partial x_3} = \epsilon_8 \frac{\partial f_8}{\partial x_3} + \epsilon_7 \frac{\partial f_7}{\partial x_3}
\end{aligned}$$

Τέλος, οι κόμβοι 1 και 2 εξαρτώνται από δύο κόμβους και έτσι ισχύει:

$$\begin{aligned}
\epsilon_2 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_2} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_6} \frac{\partial f_6}{\partial x_2} + \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_5} \frac{\partial f_5}{\partial x_2} = \epsilon_6 \frac{\partial f_6}{\partial x_2} + \epsilon_5 \frac{\partial f_5}{\partial x_2} \\
\epsilon_1 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_1} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_4} \frac{\partial f_4}{\partial x_1} + \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_3} \frac{\partial f_3}{\partial x_1} = \epsilon_4 \frac{\partial f_4}{\partial x_1} + \epsilon_3 \frac{\partial f_3}{\partial x_1}
\end{aligned}$$

4.5 Συνδυασμός βαθμωτής ελαχιστοποίησης και εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων

Η έξοδος ενός προσαρμόσιμου δικτύου είναι γραμμική σε μερικές από τις παραμέτρους του δικτύου. Έτσι μπορούν να προσδιοριστούν αυτές οι γραμμικές παράμετροι με τη γραμμική μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων που περιγράφηκε παραπάνω. Αυτή η προσέγγιση οδηγεί σε ένα υβριδικό κανόνα εκμάθησης που συνδυάζει τη βαθμωτή ελαχιστοποίηση (SD) και τον εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων (LSE) για γρήγορο προσδιορισμό των παραμέτρων.

Από την αρχιτεκτονική δομή του ANFIS παρατηρούμε ότι οι τιμές των παραμέτρων από τις προϋποθέσεις είναι προκαθορισμένες (αμετάβλητες), η ολική έξοδος μπορεί να εκφραστεί σαν ο γραμμικός συνδυασμός των

παραμέτρων από τα συμπεράσματα. Σε σύμβολα, η έξοδος f στο σχήμα 4.4 (β) ξαναγράφεται:

$$\begin{aligned} f &= \frac{w_1}{w_1 + w_2} f_1 + \frac{w_2}{w_1 + w_2} f_2 \\ &= \bar{w}_1(p_1x + q_1y + r_1) + \bar{w}_2(p_2x + q_2y + r_2) \\ &= (\bar{w}_1x)p_1 + (\bar{w}_1y)q_1 + (\bar{w}_1)r_1 + (\bar{w}_2x)p_2 + (\bar{w}_2y)q_2 + (\bar{w}_2)r_2 \end{aligned}$$

Η οποία είναι γραμμική στις παραμέτρους των συμπερασμάτων p_1, q_1, r_1, p_2, q_2 , και r_2 .

Έστω ότι:

S = σύνολο όλων των παραμέτρων

S_1 = σύνολο των (μη γραμμικών) παραμέτρων από τις προϋποθέσεις

S_2 = σύνολο των (γραμμικών) παραμέτρων από τα συμπεράσματα

Το προσαρμόσιμο δίκτυο έχει μία έξοδο που αναπαριστάται ως:

$$o = F(i, S)$$

όπου i είναι το διάνυσμα των μεταβλητών εισόδου, S είναι το σύνολο των παραμέτρων, και F είναι η συνολική συνάρτηση που εφαρμόζεται από το προσαρμόσιμο δίκτυο

Στην εξίσωση
$$S = S_1 \oplus S_2$$

και $H(.)$ και $F(.)$ είναι η ταυτοτική συνάρτηση και η συνάρτηση του FIS αντίστοιχως στην εξίσωση η H ο F είναι γραμμική στα στοιχεία του 2^S ,

$$o = F(i, S)$$

τότε εφαρμόζοντας την H στην εξίσωση, προκύπτει ότι

$H(o) = H \circ F(Bi, S)$. Το $\oplus$ αντιπροσωπεύει την άμεση άθροιση (direct sum). Η $H(.)$ είναι η ταυτοτική συνάρτηση και η $F(.,.)$ είναι η συνάρτηση του συστήματος ασαφούς συμπερασμού αντίστοιχα. Κατά συνέπεια, ο υβριδικός αλγόριθμος μάθησης που αναπτύχθηκε παραπάνω μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα.

Αναλυτικότερα, όπως συμβαίνει και στα νευρωνικά δίκτυα, θα ξεχωρίσουν δύο φάσεις στη διαδικασία εκπαίδευσης:

1. Πέρασμα προς τα εμπρός (forward pass): Στη φάση αυτή το σήμα εισόδου διαδίδεται από το επίπεδο 1 μέχρι το επίπεδο 4 και οι παράμετροι (p_i , q_i , r_i) $i = 1,2$ εκτιμούνται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.
2. Πέρασμα προς τα πίσω (backward pass): Στη φάση αυτή έχοντας μία ένδειξη του λάθους πραγματοποιείται μία διόρθωση κατά μία ποσότητα που ορίζεται από τη μέθοδο της βαθμωτής κατάβασης (Gradient Descent), των μεταβλητών a_i , b_i , c_i

Το ANFIS διασπά το σύνολο των παραμέτρων του σε δύο υποσύνολα, εκ των οποίων το ένα αποτελεί γραμμικό σύνολο παραμέτρων και, επομένως, είναι δυνατόν να εκπαιδευτεί με γραμμικούς αλγόριθμους, όπως η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων (least squared). Οι γραμμικοί αλγόριθμοι μάθησης επιτυγχάνουν συνολικά ελάχιστα (global minimums) της συνάρτησης κόστους στο χώρο των παραμέτρων τους και είναι αποδοτικοί από πλευράς απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου. Το δεύτερο υποσύνολο παραμέτρων εκπαιδεύεται με αλγόριθμους που μπορούν να δημιουργήσουν μη-γραμμικές απεικονίσεις, όπως η βαθμωτή κατάβαση (gradient descent). Οι αλγόριθμοι αυτοί είναι απαιτητικοί από πλευράς απαιτούμενου χρόνου εκπαίδευσης και δεν υπάρχει εγγύηση για την πραγματοποίηση του συνολικού ελαχίστου της συνάρτησης κόστους στον χώρο των παραμέτρων τους. Ο αλγόριθμος μάθησης του ANFIS συνδυάζει περάσματα προς τα εμπρός και προς τα πίσω. Στο πέραςμα εμπρός γίνεται η μάθηση του συνόλου των γραμμικών παραμέτρων και στο πέραςμα προς τα πίσω γίνεται η προσαρμογή των μη-γραμμικών αντίστοιχα. Στον παρακάτω πίνακα συνοψίζονται οι δραστηριότητες του κάθε περάσματος.

Δραστηριότητες κατά την εκπαίδευση :

	εμπροσθόδρομο πέρασμα	οπισθόδρομο πέρασμα
παράμετροι των προϋποθέσεων	Προκαθορισμένες (αμετάβλητες)	βαθμωτή φθίνουσα μέθοδος
παράμετροι των συμπερασμάτων	εκτιμήτρια ελαχίστων τετραγώνων	προκαθορισμένες (αμετάβλητες)
σήματα	έξοδοι των κόμβων	σήματα σφάλματος

Το πλεονέκτημα της μεθόδου έγκειται στο γεγονός της ύπαρξης τόσο γραμμικών όσο και μη γραμμικών μεθόδων, που την καθιστά ταχύτερη από τα κλασικά νευρωνικά δίκτυα. Οι παράμετροι των συμπερασμάτων που ευρίσκονται με αυτόν τον τρόπο, είναι βέλτιστες υπό την προϋπόθεση ότι οι παράμετροι των προϋποθέσεων είναι προκαθορισμένες (αμετάβλητες). Αναλόγως, η υβριδική προσέγγιση συγκλίνει πολύ γρηγορότερα μιας και μειώνει τις διαστάσεις του διαστήματος αναζήτησης της αρχικής καθαρής μεθόδου οπισθόδρομης διάδοσης.

Μέχρι τώρα χρησιμοποιούσαμε προκαθορισμένες και αυθαίρετα επιλεγμένες συναρτήσεις συμμετοχής. Πολλές φορές έχουμε μια συλλογή από δεδομένα εισόδου / εξόδου και δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα προκαθορισμένο μοντέλο βασισμένο στα στοιχεία αυτά ώστε να ξέρουμε ποιες συναρτήσεις συμμετοχής και με ποιες παραμέτρους να χρησιμοποιήσουμε. Τότε μπορούμε να βοηθηθούμε από το ANFIS, ώστε να βρούμε τις καταλληλότερες συναρτήσεις συμμετοχής.

Οι νεύρο-προσαρμοστικές τεχνικές είναι αρκετά απλές. Έτσι παρέχεται μια μέθοδος ώστε το ασαφές μοντέλο να εκπαιδευτεί με τις πληροφορίες που του δίνει το σύνολο των δεδομένων, ώστε να υπολογιστούν οι παράμετροι των συναρτήσεων συμμετοχής με σκοπό την εύρεση του καλύτερου τρόπου ώστε να επιτρέπει στο σύστημα εξαγωγής συμπερασμάτων να ανιχνεύει τα δεδομένα εισόδου/ εξόδου. Η μέθοδος αυτή είναι παρόμοια με αυτή των νευρωνικών δικτύων.

Η προσαρμογή των παραμέτρων των συναρτήσεων συμμετοχής από ένα ANFIS γίνεται με αλγόριθμους εκμάθησης είτε μόνο back propagation είτε με έναν υβριδικό αλγόριθμο, συνδυασμό back propagation και μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων.

Ο υπολογισμός των παραμέτρων αυτών, που αλλάζουν κατά τη διάρκεια της διαδικασίας εκμάθησης, διευκολύνεται από ένα βαθμωτό διάνυσμα που μας δείχνει πόσο καλά το FIS μοντελοποιεί τα δεδομένα εισόδου/ εξόδου για το εν λόγω σύνολο παραμέτρων. Μόλις αποκτήσουμε το βαθμωτό διάνυσμα μπορούμε να εφαρμόσουμε κάποιον από τους πολλούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης, για να βελτιώσουμε αυτές τις παραμέτρους, ούτως ώστε να μειώσουμε το μέγεθος του σφάλματος (συνήθως το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών μεταξύ πραγματικών και επιθυμητών τιμών).

4.6 Περιορισμοί του ANFIS

Οι κυριότεροι περιορισμοί του ANFIS που αναφέρονται στην διεθνή βιβλιογραφία είναι:

- Βασίζεται σε ένα FIS τύπου Sugeno.

- Έχει μια έξοδο, που λαμβάνεται με τη μέθοδο αποασαφοποίησης σταθμισμένου μέσου. Όλες οι συναρτήσεις συμμετοχής εξόδου πρέπει να είναι ίδιου τύπου, είτε γραμμικές είτε σταθερές.

- Δεν μπορεί να γίνεται κοινή χρήση κανόνων. Διαφορετικοί κανόνες δεν μπορούν να έχουν την ίδια συνάρτηση συμμετοχής εξόδου.

- Πρέπει να υπάρχουν βάρη σε κάθε κανόνα.

- Δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε συνάρτηση συμμετοχής, παρά μόνο προκαθορισμένες που επιβάλλουν οι ορισμοί του ANFIS.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ANFIS

5.1 Περιγραφή του προγράμματος πρόβλεψης.

Σε αυτό το κομμάτι της εργασίας δημιουργήθηκε αλγόριθμος για να τρέχει σε Matlab, κάνοντας χρήση του fuzzy logic toolbox, το οποίο περιέχει όλα τα απαραίτητα εργαλεία για την ολοκληρωμένη ανάπτυξη και αναλυτική χρήση ενός Προσαρμοστικού Νεύρο-Ασαφούς Συστήματος Συμπερασμού (Adaptive Neural Fuzzy Inference, ANFIS) για την πρόβλεψη επιτοκίων Euribor.

Ο αλγόριθμος δέχεται δεδομένα από μια χρόνο-σειρά που περιέχει τιμές του Euribor με βάση τις τιμές του παρελθόντος, προβλέπει τις αναμενόμενες τιμές για το μέλλον. Η χρόνο-σειρά που χρησιμοποιήσαμε, περιέχει δεδομένα για συγκεκριμένες ημέρες του 2003:

	Ημερομηνία	Euribor
1	1/2/2003	2,908
2	1/3/2003	2,902
3	1/6/2003	2,892
4	1/7/2003	2,883
5	1/8/2003	2,871
6	1/9/2003	2,854
7	1/10/2003	2,848
8	01/13/03	2,846
9	01/14/03	2,844
10	01/15/03	2,843
11	01/16/03	2,843
12	01/17/03	2,844
13	01/20/03	2,843
14	01/21/03	2,844
15	01/22/03	2,827
16	01/23/03	2,837
17	01/24/03	2,843
18	01/27/03	2,845
19	01/28/03	2,848

20	01/29/03	2,844
21	01/30/03	2,836
22	01/31/03	2,833
23	2/3/2003	2,830
24	2/4/2003	2,828
25	2/5/2003	2,817
26	2/6/2003	2,814
27	2/7/2003	2,806
28	2/10/2003	2,804
29	2/11/2003	2,803
30	2/12/2003	2,801
31	02/13/03	2,799
32	02/14/03	2,799
33	02/17/03	2,800
34	02/18/03	2,801
35	02/19/03	2,799
36	02/20/03	2,819
37	02/21/03	2,821
38	02/24/03	2,816
39	02/25/03	2,824
40	02/26/03	2,826
41	02/27/03	2,815
42	02/28/03	2,827
43	3/3/2003	2,851
44	3/4/2003	2,995
45	3/5/2003	2,795
46	3/6/2003	2,639
47	3/7/2003	2,742
48	3/10/2003	2,758
49	3/11/2003	2,708
50	3/12/2003	2,660
51	03/13/03	2,639
52	03/14/03	2,631
53	03/17/03	2,628
54	03/18/03	2,627
55	03/19/03	2,562
56	03/20/03	2,579
57	03/21/03	2,595
58	03/24/03	2,593
59	03/25/03	2,594
60	03/26/03	2,599
61	03/27/03	2,603
62	03/28/03	2,585

63	03/31/03	2,578
64	4/1/2003	2,572
65	4/2/2003	2,555
66	4/3/2003	2,550
67	4/4/2003	2,565
68	4/7/2003	2,567
69	4/8/2003	2,566
70	4/9/2003	2,565
71	4/10/2003	2,565
72	4/11/2003	2,565
73	04/14/03	2,570
74	04/15/03	2,571
75	04/16/03	2,569
76	04/17/03	2,582
77	04/22/03	2,593
78	04/23/03	2,589
79	04/24/03	2,591
80	04/25/03	2,590
81	04/28/03	2,593
82	04/29/03	2,583
83	04/30/03	2,583
84	5/2/2003	2,575
85	5/5/2003	2,573
86	5/6/2003	2,572
87	5/7/2003	2,558
88	5/8/2003	2,551
89	5/9/2003	2,566
90	5/12/2003	2,569
91	05/13/03	2,571
92	05/14/03	2,572
93	05/15/03	2,573
94	05/16/03	2,573
95	05/19/03	2,573
96	05/20/03	2,593
97	05/21/03	2,676
98	05/22/03	2,628
99	05/23/03	2,617
100	05/26/03	2,629
101	05/27/03	2,659
102	05/28/03	2,731
103	05/29/03	2,783
104	05/30/03	2,756
105	6/2/2003	2,685

106	6/3/2003	2,648
107	6/4/2003	2,292
108	6/5/2003	2,203
109	6/6/2003	2,157
110	6/9/2003	2,144
111	6/10/2003	2,147
112	6/11/2003	2,153
113	6/12/2003	2,157
114	06/13/03	2,154
115	06/16/03	2,153
116	06/17/03	2,152
117	06/18/03	2,148
118	06/19/03	2,149
119	06/20/03	2,182
120	06/23/03	2,183
121	06/24/03	2,188
122	06/25/03	2,176
123	06/26/03	2,177
124	06/27/03	2,154
125	06/30/03	2,152
126	7/1/2003	2,148
127	7/2/2003	2,144
128	7/3/2003	2,141
129	7/4/2003	2,140
130	7/7/2003	2,138
131	7/8/2003	2,133
132	7/9/2003	2,125
133	7/10/2003	2,122
134	7/11/2003	2,119
135	07/14/03	2,120
136	07/15/03	2,121
137	07/16/03	2,120
138	07/17/03	2,119
139	07/18/03	2,115
140	07/21/03	2,109
141	07/22/03	2,109
142	07/23/03	2,110
143	07/24/03	2,110
144	07/25/03	2,107
145	07/28/03	2,106
146	07/29/03	2,104
147	07/30/03	2,103
148	07/31/03	2,102

149	8/1/2003	2,102
150	8/4/2003	2,103
151	8/5/2003	2,102
152	8/6/2003	2,092
153	8/7/2003	2,089
154	8/8/2003	2,089
155	8/11/2003	2,087
156	8/12/2003	2,089
157	08/13/03	2,090
158	08/14/03	2,091
159	08/15/03	2,091
160	08/18/03	2,093
161	08/19/03	2,095
162	08/20/03	2,102
163	08/21/03	2,124
164	08/22/03	2,124
165	08/25/03	2,125
166	08/26/03	2,125
167	08/27/03	2,137
168	08/28/03	2,124
169	08/29/03	2,122
170	9/1/2003	2,119
171	9/2/2003	2,116
172	9/3/2003	2,113
173	9/4/2003	2,112
174	9/5/2003	2,112
175	9/8/2003	2,108
176	9/9/2003	2,107
177	9/10/2003	2,105
178	9/11/2003	2,104
179	9/12/2003	2,104
180	09/15/03	2,103
181	09/16/03	2,105
182	09/17/03	2,099
183	09/18/03	2,091
184	09/19/03	2,084
185	09/22/03	2,112
186	09/23/03	2,113
187	09/24/03	2,114
188	09/25/03	2,113
189	09/26/03	2,113
190	09/29/03	2,103
191	09/30/03	2,094

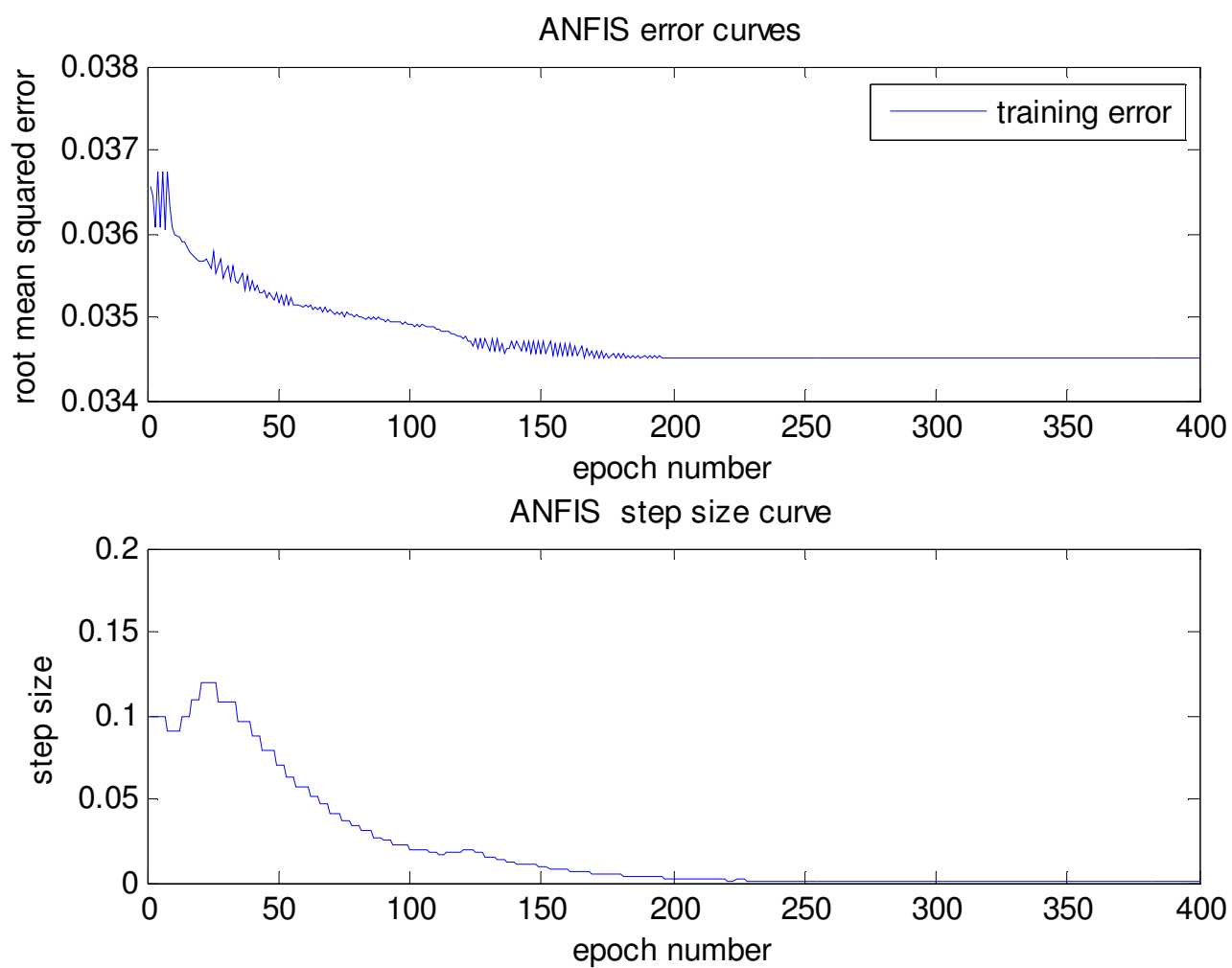
192	10/1/2003	2,088
193	10/2/2003	2,084
194	10/3/2003	2,085
195	10/6/2003	2,087
196	10/7/2003	2,087
197	10/8/2003	2,087
198	10/9/2003	2,087
199	10/10/2003	2,086
200	10/13/03	2,085
201	10/14/03	2,085
202	10/15/03	2,083
203	10/16/03	2,081
204	10/17/03	2,069
205	10/20/03	2,047
206	10/21/03	2,061
207	10/22/03	2,073
208	10/23/03	2,092
209	10/24/03	2,090
210	10/27/03	2,092
211	10/28/03	2,093
212	10/29/03	2,093
213	10/30/03	2,083
214	10/31/03	2,081
215	11/3/2003	2,080
216	11/4/2003	2,079
217	11/5/2003	2,074
218	11/6/2003	2,072
219	11/7/2003	2,071
220	11/10/2003	2,071
221	11/11/2003	2,067
222	11/12/2003	2,065
223	11/13/03	2,035
224	11/14/03	2,008
225	11/17/03	2,032
226	11/18/03	2,040
227	11/19/03	1,961
228	11/20/03	2,070
229	11/21/03	2,072
230	11/24/03	2,072
231	11/25/03	2,075
232	11/26/03	2,113
233	11/27/03	2,093
234	11/28/03	2,091

235	12/1/2003	2,083
236	12/2/2003	2,079
237	12/3/2003	2,067
238	12/4/2003	2,065
239	12/5/2003	2,064
240	12/8/2003	2,063
241	12/9/2003	2,058
242	12/10/2003	2,058
243	12/11/2003	2,059
244	12/12/2003	2,063
245	12/15/03	2,064
246	12/16/03	2,068
247	12/17/03	2,001
248	12/18/03	2,010
249	12/19/03	2,048
250	12/22/03	2,103
251	12/23/03	2,214
252	12/24/03	2,220
253	12/29/03	2,245

Από αυτά τα δεδομένα τα πρώτα 201 στοιχεία χρησιμοποιήθηκαν για την εκπαίδευση του μοντέλου και τα υπόλοιπα 52 (202-253) για την σύγκριση των προβλέψεων που πραγματοποιήθηκαν από τον κώδικα.

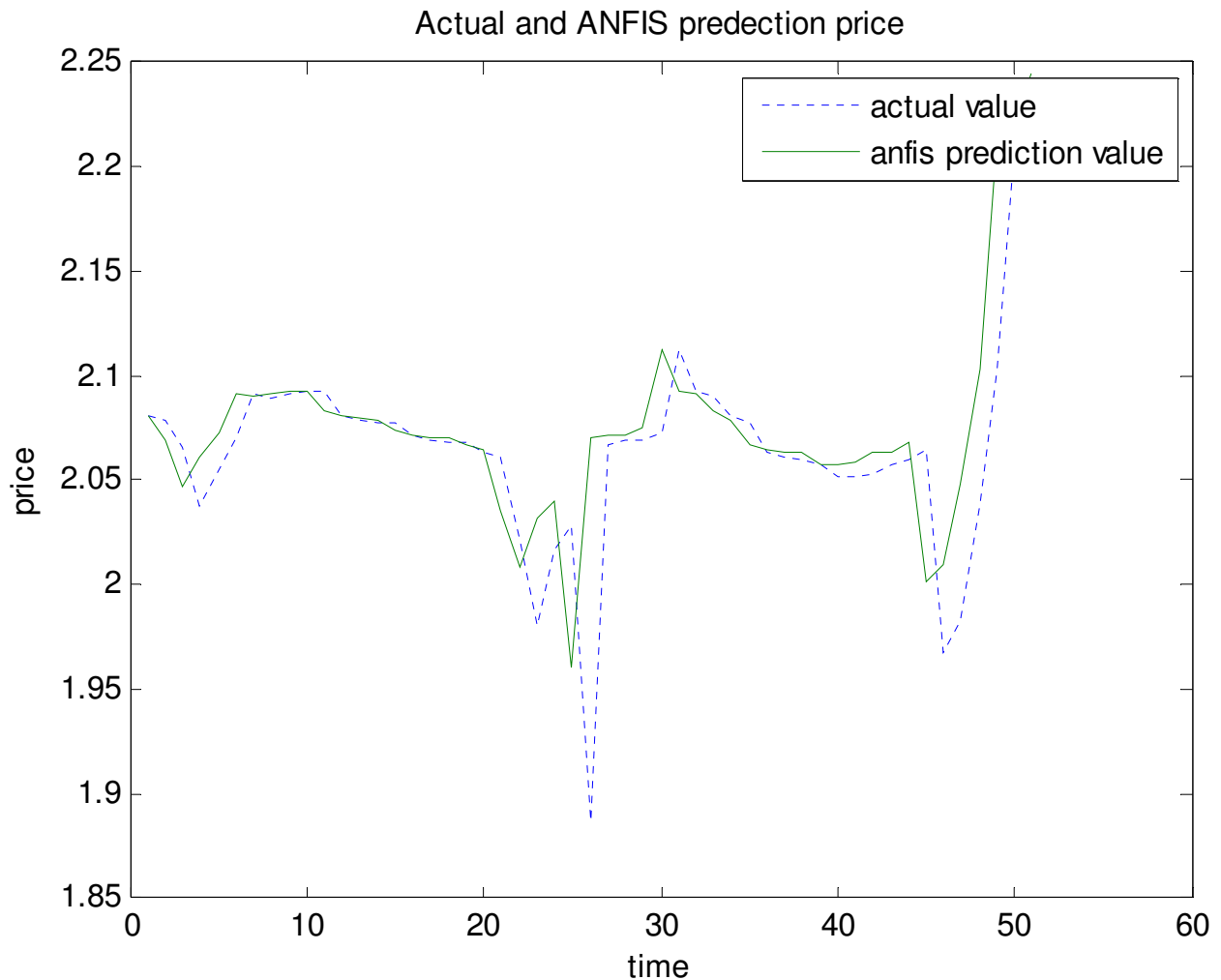
Έπειτα δημιουργούμε ένα ANFIS, με τη βοήθεια του fuzzy logic toolbox, το οποίο υπολογίζει τις καταλληλότερες παραμέτρους των συναρτήσεων συμμετοχής (MF parameters). Στο γράφημα 4.1 περιέχονται δυο ξεχωριστές γραφικές παραστάσεις, η πρώτη με το όνομα “error curves” και η δεύτερη με το όνομα “step sizes”. Στην πρώτη γραφική παράσταση απεικονίζονται τα σφάλματα εκπαίδευσης και ελέγχου (ως τη ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος-RMSE) συναρτήσει του αριθμού των επαναλήψεων (epochs).

Στη δεύτερη γραφική παράσταση για λόγους αναφοράς σχεδιάζουμε την καμπύλη του μεγέθους βήματος συναρτήσει των εποχών. Αυτό μας βοηθάει να προσαρμόσουμε το αρχικό μέγεθος βήματος στο βέλτιστο, βλέποντας τους αντίστοιχους ρυθμούς μείωσης και αύξησης, πάνω στο σχήμα.



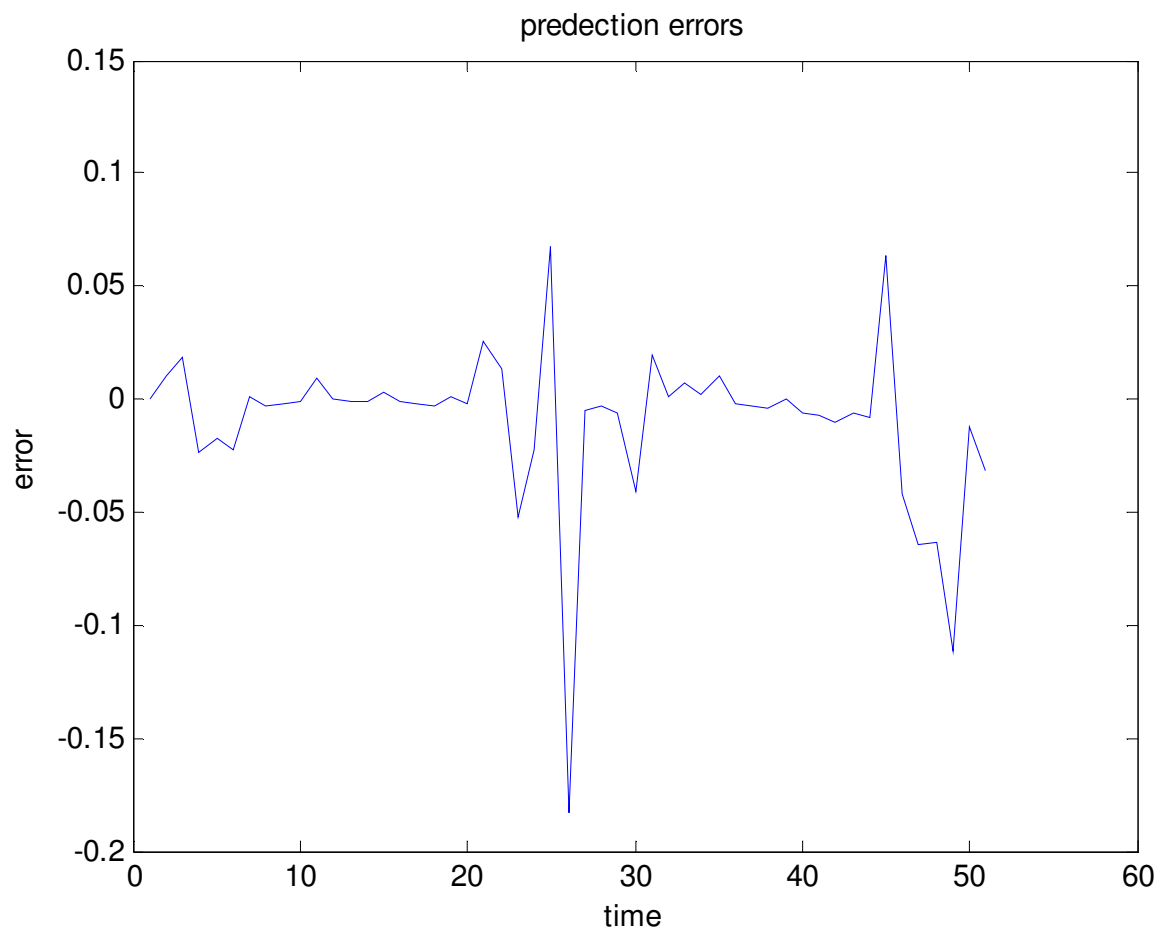
Σχήμα 5.1 Σφάλμα εκπαίδευσης και μέγεθος βήματος.

Στη συνέχεια βλέπουμε σε γράφημα (σχήμα 5.2) τη σύγκριση μεταξύ των τιμών που προβλέφθηκαν από το ANFIS και των πραγματικών τιμών που παίρνει το Euribor.



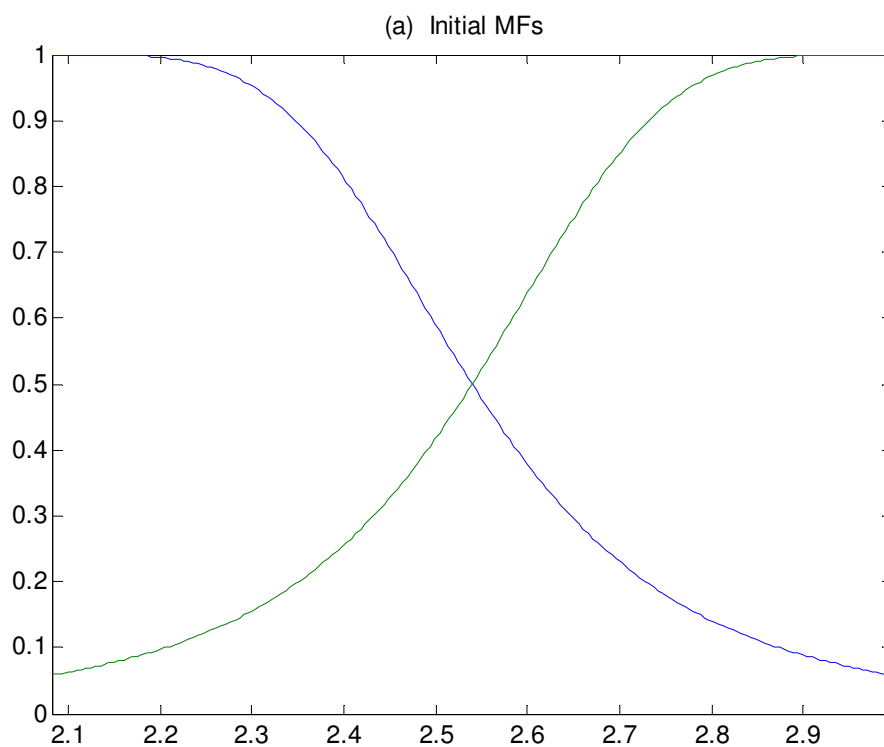
Σχήμα 5.2 Σύγκριση τιμών ANFIS με τις πραγματικές τιμές.

Παίρνοντας τη διαφορά (δηλαδή το σφάλμα της πρόβλεψης) των δυο προηγούμενων αποτελεσμάτων (πραγματικά- ANFIS) δημιουργούμε το γράφημα 5.3 το οποίο απεικονίζει τα σφάλματα συναρτήσει των παρατηρήσεων.

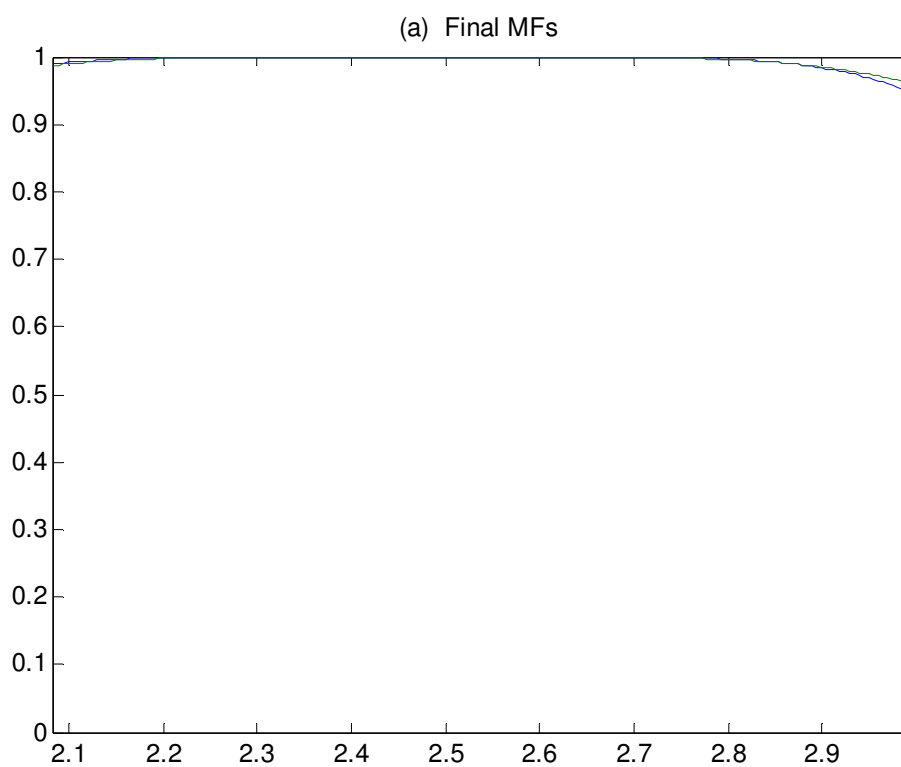


Σχήμα 5.3 Σφάλματα πρόβλεψης του ANFIS

Οι αρχικές συναρτήσεις συμμετοχής που προέκυψαν από την προσαρμογή των παραμέτρων τους με τη βοήθεια του ANFIS παρουσιάζονται στο σχήμα 5.4 με τίτλο “initial MFs” και τις τελικές συναρτήσεις συμμετοχής που προέκυψαν μετά την εκπαίδευση του μοντέλου ANFIS τις παρουσιάζουμε στο γράφημα 5.5 με τίτλο “final MFs”.

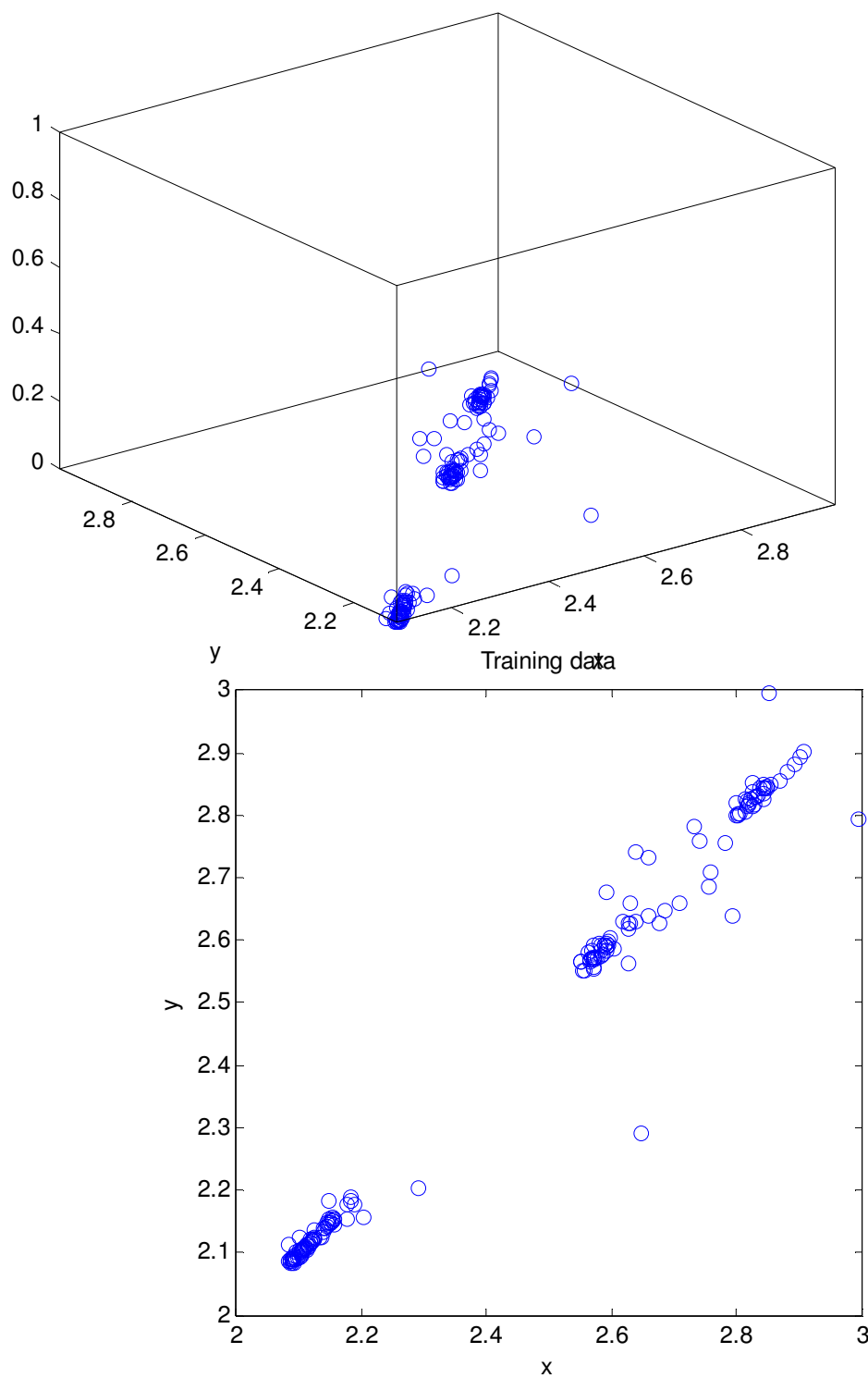


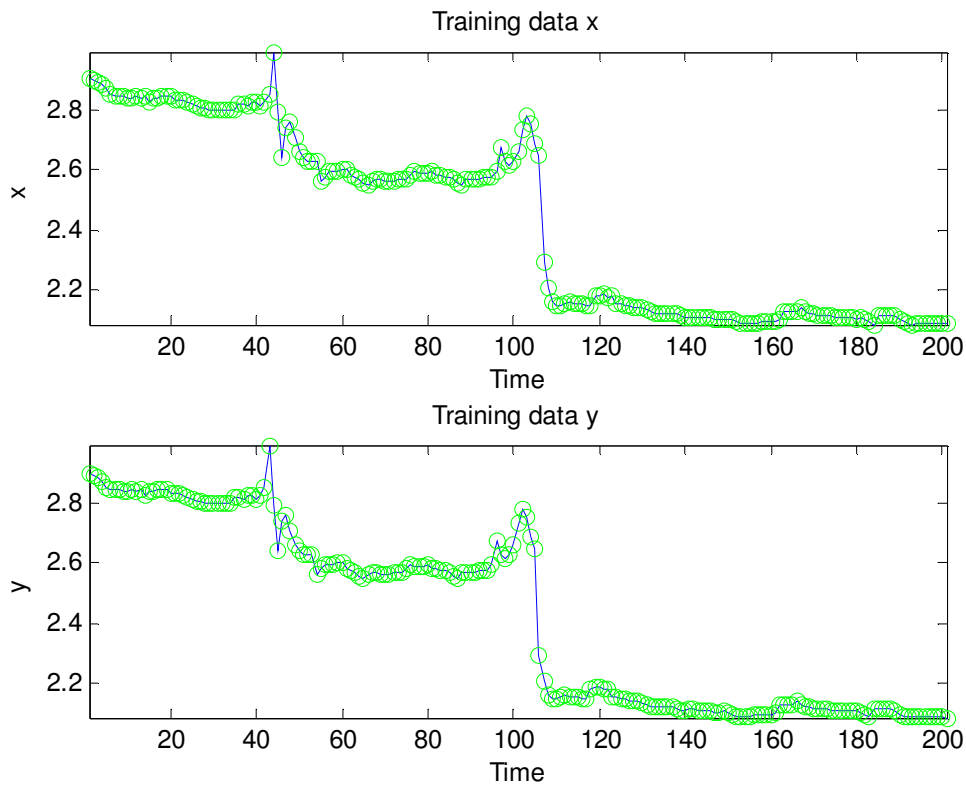
Σχήμα 5.4 Αρχικές συναρτήσεις συμμετοχής



Σχήμα 5.5 Τελικές συναρτήσεις συμμετοχής

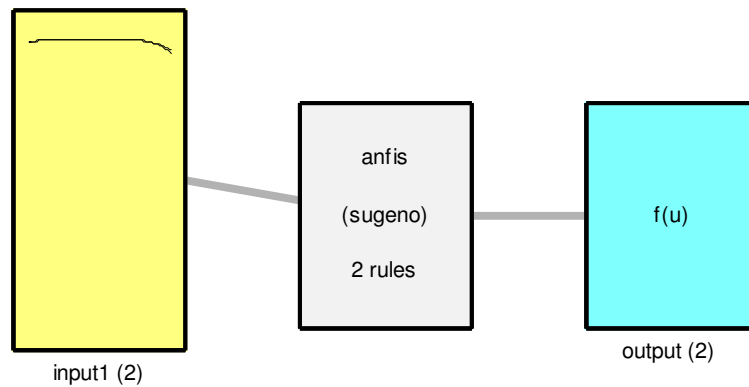
Στο γράφημα 5.6 παρουσιάζεται η διασπορά των δεδομένων εκπαίδευσης.





Σχήμα 5.7 Διαγράμματα διασποράς δεδομένων εκπαίδευσης .

Στο γράφημα 5.8 παρουσιάζεται η δομή του ANFIS που χρησιμοποιήθηκε. Διακρίνονται η είσοδος με τις συναρτήσεις συμμετοχής, ο μηχανισμός συμπερασμού με δυο κανόνες και η έξοδος του συστήματος.



System anfis: 1 inputs, 1 outputs, 2 rules

Σχήμα 5.8 Δομή ANFIS

Στο σχήμα 5.9 παρουσιάζονται συγκεντρωμένα τα χαρακτηριστικά του ANFIS.

```

Name      = anfis
Type      = sugeno
NumInputs = 1
InLabels  =
    input1
NumOutputs = 1
OutLabels =
    output
NumRules  = 2
AndMethod = prod
OrMethod  = max
ImpMethod = prod
AggMethod = max
DefuzzMethod = wtaaver

```

Σχήμα 5.9

Χαρακτηριστικά του ANFIS

Ακολούθησε η εξαγωγή τεσσάρων τύπων σφαλμάτων ώστε να μπορέσει να γίνει η σύγκριση μεταξύ των μοντέλων.
Τα σφάλματα αυτά είναι τα εξής τέσσερα :

-Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα –mean square error-(MSE)

$$MSE = \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^N e_t^2$$

- Η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος-root mean square error-(RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N e_t^2}{N}}$$

-Το μέσο απόλυτο σφάλμα –mean absolute error-(MAE)

$$MAE = \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^N |e_t|$$

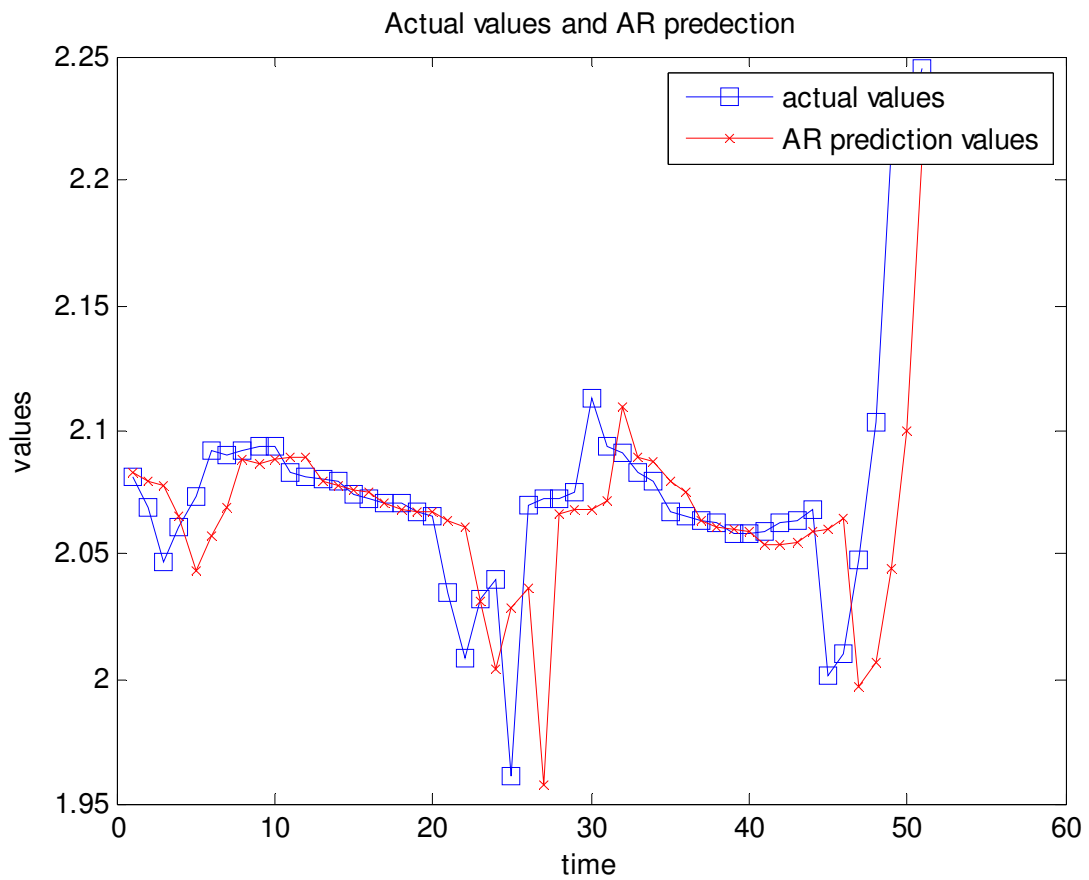
-Το μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα –mean absolute percent error-(MAPE)

$$MAPE = \frac{100}{N} \cdot \sum_{t=1}^N |e_t|$$

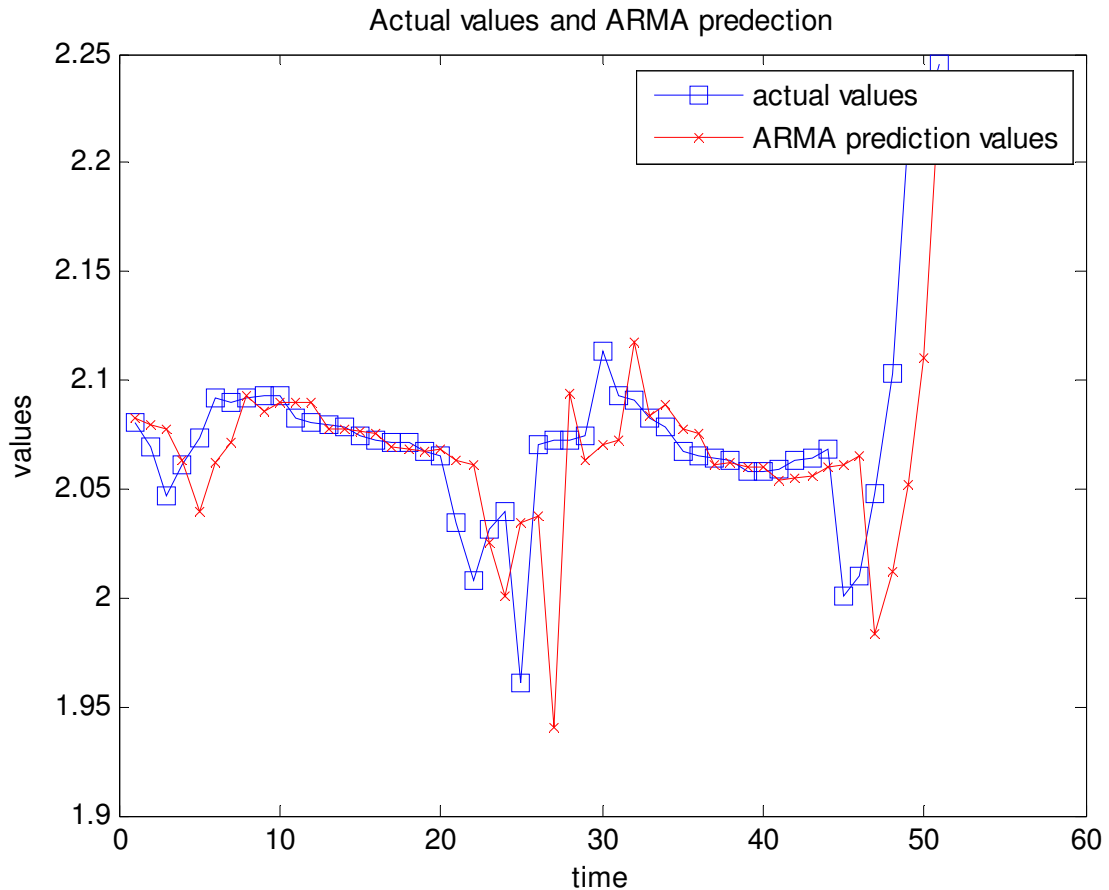
$$\cdot e_t = \frac{F_t - A_t}{A_t}$$

Όπου A_t , F_t πραγματικές τιμές.

Το μοντέλο μας συγκρίνεται στην συνέχεια με τα μοντέλα AR και ARMA . Ακολουθούν τα διαγράμματα συγκρίσεων προβλέψεων-πραγματικών τιμών των AR και ARMA.



Σχήμα 5.10 Διάγραμμα σύγκρισης AR



Σχήμα 5.11 Διάγραμμα σύγκρισης ARMA

Με τη βοήθεια του System Identification Toolbox της Matlab, από τα οποία εξάγουμε τους ίδιους τύπους σφαλμάτων όπως και στο ANFIS προκύπτει ο ακόλουθος πίνακας :

	AR	ARMA	ANFIS
MSE	0.0018	0.0019	0.0015
RMSE	0.0429	0.0430	0.0381
MAE	0.0248	0.0252	0.0200
MAPE	1.1859	1.2066	0.9615

Όπως φαίνεται από τον πίνακα σφαλμάτων το μοντέλο ANFIS έχει το μικρότερο σφάλμα σε όλες τις περιπτώσεις σε σχέση με τα μοντέλα AR και ARMA που σημαίνει ότι υπερτερεί από τα άλλα δυο μοντέλα. Μεταξύ των δυο μοντέλων AR και ARMA παρατηρούμε ότι υπερτερεί το μοντέλο AR καθώς έχει και στις τέσσερις τιμές σφαλμάτων μικρότερες τιμές.

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Ένα ANFIS για να μπορέσει να χρησιμοποιηθεί, απαιτεί από τον μελετητή να έχει αναπτύξει σε αρκετό βαθμό τις γνώσεις του πάνω στο αντικείμενο , δηλαδή να γνωρίζει τις στατιστικές μεθόδους, την αριθμητική ανάλυση, τα αλγεβρικά συστήματα και τους πίνακες.

Επίσης πρέπει να γνωρίζει τι είναι τα νευρωνικά δίκτυα και πως μπορούν να εκπαιδευτούν και να γίνουν προσαρμοστικά και να κατέχει την θεωρία της ασαφούς λογικής.

Αυτή η πολυπλοκότητα του δίνει τη δύναμη να μπορεί να προσαρμόζεται καλύτερα στις διάφορες απαιτήσεις των διαφόρων περιπτώσεων. Τα σφάλματα θα είναι έτσι μικρότερα επομένως και οι προβλέψεις καλύτερες. Η εκπαίδευση του συστήματος ANFIS μπορεί να γίνει εύκολα, καθώς μπορούμε να αντιληφθούμε άμεσα τυχόν προβλήματα μέσα από τους κανόνες και τα γραφήματα που εξάγουμε.

Ενώ η πολυπλοκότητα του σημαίνει και καλύτερες δυνατότητες προσαρμογής, αυτόματα σημαίνει και μεγαλύτερες ανάγκες για επεξεργαστική ισχύ. δηλ. χρειάζεται περισσότερο χρόνο για να ολοκληρώσει την εξαγωγή αποτελεσμάτων σε σχέση με ένα απλούστερο παραδοσιακό μοντέλο καθώς επίσης απαιτεί μεγαλύτερες επενδύσεις σε τεχνολογικό εξοπλισμό.

Ένα ακόμα μειονέκτημα αποτελεί και το γεγονός ότι χρειαζόμαστε πολλά δεδομένα για την εκπαίδευση του συστήματος, σε αντίθετη περίπτωση δηλ. εάν τα δεδομένα είναι λίγα σίγουρα δεν θα έχουμε τα επιθυμητά αποτελέσματα.

Συνολικά μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε έδωσε πολύ καλά αποτελέσματα και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για προβλέψεις οικονομικών μεγεθών, αρκεί να τροφοδοτηθεί με τα κατάλληλα δεδομένα.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Michael Y. Hu , Christos Tsoukalas .Combining conditional volatility forecasts using neural networks: an application to the EMS exchange rates. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money* 9 (1999) 407–422
- [2] S. Brock Blomberg, Gregory D. Hess. Politics and exchange rate forecasts. *Journal of International Economics* 43 (1997) 189-205
- [3] Peter M. Summers. Forecasting Australia’s economic performance during the Asian crisis. *International Journal of Forecasting* 17 (2001) 499–515
- [4] Atsalakis George, Bellonias Lukas, Zopounidis Constantinos. Federal funds effective rate forecasting by a neuro-fuzzy system
- [5] George S. Atsalakis , Kimon P. Valavanis. Forecasting stock market short-term trends using a neuro-fuzzy based methodology. ELSEVIER
- [6] Paul Ormerod, Craig Mounfield. Random matrix theory and the failure of macro-economic forecasts. *Physica A* 280 (2000) 497{504
- [7] S. L. Byers, K. B. Nowman. Forecasting U.K. and U.S. Interest rates using continuous time term structure models
- [8] Thomas Elger , Barry E. Jones , Birger Nilsson. Forecasting with monetary aggregates: Recent evidence for the United States. *Journal of Economics and Business* 58 (2006) 428–446
- [9] Miguel A. Ferreira. Forecasting the comovements of spot interest rates. *Journal of International Money and Finance* 2 (2005) 766-792
- [10] Turan G. Bali. Modeling the stochastic behavior of short-term interest rates: Pricing implications for discount bonds. *Journal of Banking & Finance* 27 (2003) 201–228
- [11] Min Qi, Guoqiang Peter Zhang. An investigation of model selection criteria for neural network time series forecasting. *European Journal of Operational Research* 132 (2001) 666-680
- [12] Kyong Jo Oh, Ingoo Han. Using change-point detection to support artificial neural networks for interest rates forecasting. *Expert Systems with Applications* 19 (2000) 105–115
- [13] Gordon R. Richards. The fractal structure of exchange rates: measurement and forecasting. *Journal of International Financial Markets,Institutions and Money* 10 (2000) 163–180
- [14] David C. Black, Paul R. Corrigan, Michael R. Dowd. New dogs and old tricks: do money and interest rates still provide

- information content for forecasts of output and prices? *International Journal of Forecasting* 16 (2000) 191–205
- [15] James H. Stock, Mark W. Watson. Forecasting inflation. *Journal of Monetary Economics* 44 (1999) 293–335
- [16] Prasad V. Bidarkota. The comparative forecast performance of univariate and multivariate models: an application to real interest rate forecasting. *International Journal of Forecasting* 14 (1998) 457–468
- [17] Y.J.Ju, C.E.Kim, J.C.Shim. Genetic-Based Fuzzy Models: Interest Rate Forecasting Problem. *PII: S0360-8352(97)00193-9*
- [18] Steven H. Kim and Hyun Ju Noh. Predictability of Interest Rates Using Data Mining Tools: A Comparative Analysis of Korea and the US. *PII: S0957-4174(97)00010-9*
- [19] Donna J. Fletcher and O. David Gulley. Forecasting the Real Interest Rate
- [20] Arturo Estrella , Frederic S. Mishkin. The predictive power of the term structure of interest rates in Europe and the United States: Implications for the European Central Bank. *European Economic Review* 41 (1997) 1375–1401
- [21] H.D. Vinod, Parantap Basu. Forecasting consumption, income and real interest rates from alternative state space models. *International Journal of Forecasting* 11 (1995) 217–231
- [22] Peter C.B. Phillips. Bayesian model selection and prediction with empirical applications. *Journal of Econometrics* 69 (1995) 289–331
- [23] Jeremy R. Rudin. Central bank secrecy, ‘Fed watching’ and the predictability of interest rates. *Journal of Monetary Economics* 22 (1988) 317–334. North-Holland
- [24] Kanhaya L. Gupta, Bakhiur Moazzami. Recent Interest Rate Behavior: The Error-Correction Modeling Approach.
- [25] Bharat R. Kolluri, Demetrios S. Giannaros. Budget Deficits and Short-Term Real Interest Rate Forecasting.
- [26] Stuart D. Allen R.W. Hafer. Measuring the opportunity cost of holding money. More Evidence on the Tern Structure of Interest Rates . *Economics Letters* 16 (1984) 105–111 North-Holland
- [27] Thomas F. Cargill and Robert A. Meyer. Forecasting the Term Structure of Interest Rates and Portfolio Planning Models. *JECO BUSN* 1983, 35 : 399–411
- [28] James E. Pesando. On forecasting interest rates. An efficient markets perspective. *Journal of Monetary Economics*. 8 (1981) 305–3 18
- [29] Francisco J. Ruge-Murcia. The expectations hypothesis of the term structure when interest rates are close to zero. *Journal of Monetary Economics* 53 (2006) 1409–1424
- [30] Kanta Marwah. A prototype model of the foreign exchange market of Canada. Forecasting capital flows and exchange rates

- [31] Jyh-Shing Roger Jang, Chuen-Tsai Sun, Eiji Mizutani. Neuro-Fuzzy and Soft Computing. A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence. *Prentice Hall*
- [32] Χρυσή Μινουδάκη. Διπλωματική εργασία με θέμα: Πρόβλεψη κατανάλωσης νερού στο Ν.Χανίων χρησιμοποιώντας το νεύρο-ασαφές σύστημα (ANFIS). *Πολυτεχνείο Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης.*
- [33] Ατσαλάκης Γιώργος. Σύστημα πρόβλεψης της βραχυχρόνιας τάσης της τιμής των μετοχών με χρήση νευρο-ασαφών μεθόδων. *Πολυτεχνείο Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης*

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

ΛΙΘΟΓΡΑΦΕΙΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΙ ΟΡΟΙ

Bill of exchange

A bill of exchange or "draft" is a written order by the drawer to the drawee to pay money to the payee. A common type of bill of exchange is the cheque (check in American English), defined as a bill of exchange drawn on a banker and payable on demand. Bills of exchange are used primarily in international trade, and are written orders by one person to his bank to pay the bearer a specific sum on a specific date. Prior to the advent of paper currency, bills of exchange were a common means of exchange. They are not used as often today.

A bill of exchange is an unconditional order in writing addressed by one person to another, signed by the person giving it, requiring the person to whom it is addressed to pay on demand or at fixed or determinable future time a sum certain in money to order or to bearer. It is essentially an order made by one person to another to pay money to a third person. A bill of exchange requires in its inception three parties--the drawer, the drawee, and the payee. The person who draws the bill is called the drawer. He gives the order to pay money to third party.

The party upon whom the bill is drawn is called the drawee. He is the person to whom the bill is addressed and who is ordered to pay. he becomes an acceptor when he indicates his willingness to pay the bill. The party in whose favor the bill is drawn or is payable is called the payee. The parties need not all be distinct persons. Thus, the drawer may draw on himself payable to his own order. A bill of exchange may be endorsed by the payee in favour of a third party, who may in turn endorse it to a fourth, and so on indefinitely. The "holder in due course" may claim the amount of the bill against the drawee and all previous endorsers, regardless of any counterclaims that may have disabled the previous payee or endorser from doing so. This is what is meant by saying that a bill is negotiable .In some cases a bill is marked "not

negotiable". In that case it can still be transferred to a third party, but the third party can have no better right than the transferor.

Bond (finance)

In finance, a bond is a debt security, in which the authorized issuer owes the holders a debt and, depending on the terms of the bond, is obliged to pay interest (the coupon) and/or to repay the principal at a later date, termed maturity. A bond is a formal contract to repay borrowed money with interest at fixed intervals. Thus a bond is like a loan: the issuer is the borrower (debtor), the holder is the lender (creditor), and the coupon is the interest. Bonds provide the borrower with external funds to finance long-term investments, or, in the case of government bonds, to finance current expenditure. Certificates of deposit (CDs) or commercial paper are considered to be money market instruments and not bonds. Bonds must be repaid at fixed intervals over a period of time.

Bonds and stocks are both securities, but the major difference between the two is that stockholders have an equity stake in the company (i.e., they are owners), whereas bondholders have a creditor stake in the company (i.e., they are lenders). Another difference is that bonds usually have a defined term, or maturity, after which the bond is redeemed, whereas stocks may be outstanding indefinitely. An exception is a consol bond, which is a perpetuity (i.e., bond with no maturity).

Bond market

The bond market (also known as the debt, credit, or fixed income market) is a financial market where participants buy and sell debt securities, usually in the form of bonds. As of 2006, the size of the international bond market is an estimated \$44.9 trillion, of which the size of the outstanding U.S. bond market debt was \$25.2 trillion. Nearly all of the \$923 billion average daily trading volume (as of early 2007) in the U.S. bond market takes place between broker-dealers and large institutions in a decentralized, over-the-counter (OTC) market. However, a small number

of bonds, primarily corporate, are listed on exchanges. References to the "bond market" usually refer to the government bond market, because of its size, liquidity, lack of credit risk and, therefore, sensitivity to interest rates. Because of the inverse relationship between bond valuation and interest rates, the bond market is often used to indicate changes in interest rates or the shape of the yield curve.

Currency

In economics, the term currency can refer either to a particular currency, for example the US Dollar, or to the coins and banknotes of a particular currency, which comprise the physical aspects of a nation's money supply. The other part of a nation's money supply consists of money deposited in banks (sometimes called deposit money), ownership of which can be transferred by means of checks (cheques in the United Kingdom and Australia) or other forms of money transfer such as credit and debit cards. Deposit money and currency are 'money' in the sense that both are acceptable as a means of exchange, but money need not necessarily be 'currency'.

Historically, money in the form of currency has predominated. Usually (gold or silver) coins of intrinsic value commensurate with the monetary unit (commodity money), have been the norm. By contrast, modern currency, as fiat money, is intrinsically worthless. The prevalence of one type of currency over another in commodity money systems has arisen, usually when a government designates through decrees, that only particular monetary units shall be accepted in payment for taxes.

Deflation

In economics, deflation is a decrease in the general price level of goods and services. Deflation occurs when the annual inflation rate falls below zero percent, resulting in an increase in the real value of money — a negative inflation rate. This should not be confused with disinflation, a slow-down in the inflation rate (i.e. when the inflation decreases, but still remains positive). Inflation reduces the real value of money over time,

conversely, deflation increases the real value of money. Money refers to the functional currency (mostly unstable monetary unit of account) in a national or regional economy.

Currently, mainstream economists generally believe that deflation is a problem in a modern economy because of the danger of a deflationary spiral. Deflation is also linked with recessions and with the Great Depression. Additionally, deflation also prevents monetary policy from stabilizing the economy because of a mechanism called the liquidity trap. However, historically not all episodes of deflation correspond with periods of poor economic growth, while there are many examples of how strong rise in CPI immediately precedes or accompanies and economic downturn, such as Great Depression, the 1970-80's, and the 2008 economic crash.

Euribor-Euro Interbank Offered Rate

The Euro Interbank Offered Rate (or Euribor) is a daily reference rate based on the averaged interest rates at which banks offer to lend unsecured funds to other banks in the euro wholesale money market (or interbank market).



Euribor-12m value between years 2001 and 2006

Eurodollar

Eurodollars are deposits denominated in US dollars at banks outside the United States, and thus are not under the jurisdiction of the Federal Reserve. Consequently, such deposits are subject to much less regulation than similar deposits within the United States, allowing for higher margins. There is nothing "European" about Eurodollar deposits; a US dollar-denominated deposit in Tokyo or Caracas would likewise be deemed a Eurodollar deposit. Neither is there any connection with the euro currency. Typically the term is only used for US dollars in European banks, but technically the term could be used for US dollars deposited at any non-US bank account.

More generally, the "euro" prefix can be used to indicate any currency held in a country where it is not the official currency: for example, euroyen or even euroeuro.

Exchange rate

In finance, the exchange rates (also known as the foreign-exchange rate, forex rate or FX rate) between two currencies specifies how much one currency is worth in terms of the other. It is the value of a foreign nation's currency in terms of the home nation's currency.^[1] For example an exchange rate of 95 Japanese yen (JPY, ¥) to the United States dollar (USD, \$) means that JPY 95 is worth the same as USD 1. The foreign exchange market is one of the largest markets in the world. By some estimates, about 3.2 trillion USD worth of currency changes hands every day.

The spot exchange rate refers to the current exchange rate. The forward exchange rate refers to an exchange rate that is quoted and traded today but for delivery and payment on a specific future date.

Exchange-traded fund

An exchange-traded fund (or ETF) is an investment vehicle traded on stock exchanges, much like stocks. An ETF holds assets such as stocks or bonds and trades at approximately the same price as the net asset value of its underlying assets over the course of the trading day. Most ETFs track an index, such as the S&P 500 or MSCI EAFE. ETFs may be attractive as investments because of their low costs, tax efficiency, and stock-like features.

Only so-called authorized participants (typically, large institutional investors) actually buy or sell shares of an ETF directly from/to the fund manager, and then only in creation units, large blocks of tens of thousands of ETF shares, which are usually exchanged in-kind with baskets of the underlying securities. Authorized participants may wish to invest in the ETF shares long-term, but usually act as market makers on the open market, using their ability to exchange creation units with their underlying securities to provide liquidity of the ETF shares and help ensure that their intraday market price approximates the net asset value of the underlying assets. Other investors, such as individuals using a retail brokerage, trade ETF shares on this secondary market.

An ETF combines the valuation feature of a mutual fund or unit investment trust, which can be bought or sold at the end of each trading day for its net asset value, with the tradability feature of a closed-end fund, which trades throughout the trading day at prices that may be more or less than its net asset value. Closed-end funds are not considered to be exchange-traded funds, even though they are funds and are traded on an exchange. ETFs have been available in the US since 1993 and in Europe since 1999. ETFs traditionally have been index funds, but in 2008 the U.S. Securities and Exchange Commission began to authorize the creation of actively-managed ETFs.

Federal Reserve System

The Federal Reserve System (also known as the Federal Reserve, and informally as The Fed) is the central banking system of the United States. It was created in 1913 when the Federal Reserve Act was signed by Woodrow Wilson. According to official Federal Reserve documentation, "It was founded by Congress in 1913 to provide the nation with a safer, more flexible, and more stable monetary and financial system. Over the years, its role in banking and the economy has expanded."

It is a quasi-public banking system that comprises:

1. The presidentially appointed Board of Governors of the Federal Reserve System in Washington, D.C.,
2. The Federal Open Market Committee (FOMC),
3. Twelve regional privately-owned Federal Reserve Banks located in major cities throughout the nation, which divide the nation into 12 districts, acting as fiscal agents for the U.S. Treasury, each with its own nine-member board of directors,
4. Numerous other private U.S. member banks, which subscribe to required amounts of non-transferable stock in their regional Federal Reserve Banks,
5. Various advisory councils.

According to official documentation, the Federal Reserve's duties fall into four general areas: (1) conducting the nation's monetary policy by influencing the monetary and credit conditions in the economy in pursuit of maximum employment, stable prices, and moderate long-term interest rates; (2) supervising and regulating banking institutions to ensure the safety and soundness of the nation's banking and financial system and to protect the credit rights of consumers; (3) maintaining the stability of the financial system and containing systemic risk that may arise in financial markets; and (4) providing financial services to depository institutions, the U.S. government, and foreign official institutions, including playing a major role in operating the nation's payments system.

Within the Federal Reserve, the Federal Open Market Committee (FOMC) is primarily responsible for the formulation of monetary policy. Seven of the twelve members of the board are appointed by the President, and are called the "Board of Governors." The remaining five are regional Reserve Bank presidents. Since February 2006, Ben Bernanke has served as the Chairman of the Board of Governors of the Federal Reserve System. Donald Kohn is the current Vice Chairman (Term: June 2006–June 2010).

Gross domestic product

The gross domestic product (GDP) or gross domestic income (GDI) is a basic measure of a country's economic performance and is the market value of all final goods and services made within the borders of a nation in a year . It is a fundamental measurement of production and is very often positively correlated with the standard of living. GDP can be defined in three ways, all of which are conceptually identical. First, it is equal to the total expenditures for all final goods and services produced within the country in a stipulated period of time (usually a 365-day year). Second, it is equal to the sum of the value added at every stage of production (the intermediate stages) by all the industries within a country, plus taxes less subsidies on products, in the period. Third, it is equal to the sum of the income generated by production in the country in the period—that is, compensation of employees, taxes on production and imports less subsidies, and gross operating surplus (or profits).

The most common approach to measuring and quantifying GDP is the expenditure method:

$$\begin{array}{l} \text{GDP} = \text{private consumption} + \text{gross investment} + \text{government} \\ \text{spending} \quad + \quad (\text{exports} \quad - \quad \text{imports}), \quad \text{or,} \\ \text{GDP} = C + I + G + (X - M). \end{array}$$

"Gross" means that depreciation of capital stock is not subtracted out of GDP. If net investment (which is gross investment minus depreciation) is substituted for gross investment in the equation above, then the formula for net domestic product is obtained. Consumption and investment in this equation are expenditure on final goods and services. The exports-minus-imports part of the equation (often called net exports) adjusts this by

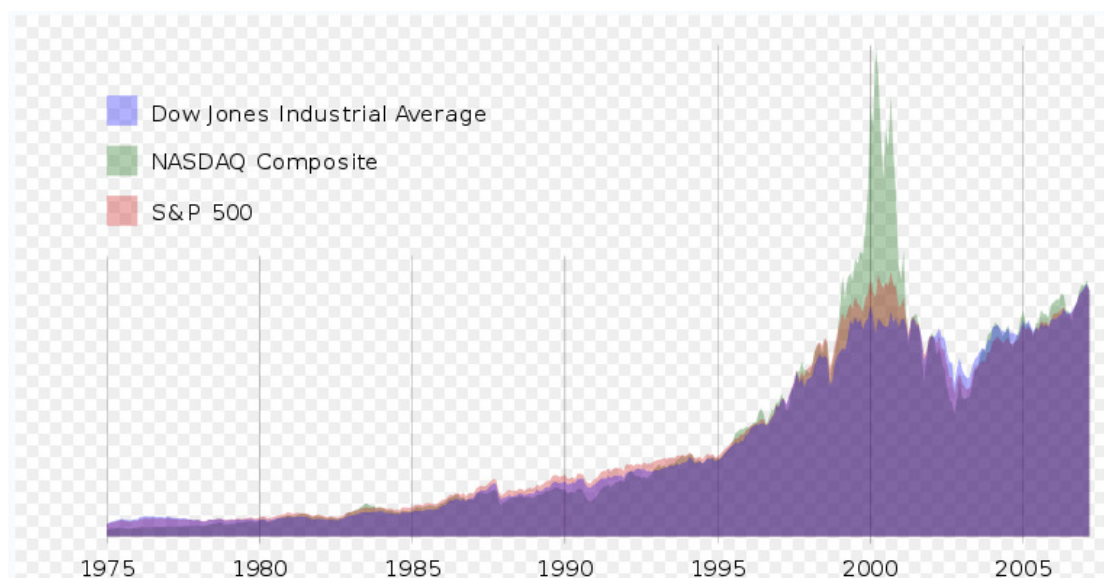
subtracting the part of this expenditure not produced domestically (the imports), and adding back in domestic area (the exports).

Economists (since Keynes) have preferred to split the general consumption term into two parts; private consumption, and public sector (or government) spending. Two advantages of dividing total consumption this way in theoretical macroeconomics are:

- Private consumption is a central concern of welfare economics. The private investment and trade portions of the economy are ultimately directed (in mainstream economic models) to increases in long-term private consumption.
- If separated from endogenous private consumption, government consumption can be treated as exogenous so that different government spending levels can be considered within a meaningful macroeconomic framework.

Stock market index

A stock market index is a method of measuring a section of the stock market. Many indices are cited by news or financial services firms and are used to benchmark the performance of portfolios such as mutual funds.



Σχήμα: A comparison of three major U.S. stock indices: the NASDAQ Composite, Dow Jones Industrial Average, and S&P 500.

Inflation

In economics, inflation is a rise in the general level of prices of goods and services in an economy over a period of time. When the price level rises, each unit of currency buys fewer goods and services; consequently, inflation is also an erosion in the purchasing power of money – a loss of real value in the internal medium of exchange and unit of account in the economy. A chief measure of price inflation is the inflation rate, the annualized percentage change in a general price index (normally the Consumer Price Index) over time.

Inflation can have positive and negative effects on an economy. Negative effects of inflation include: loss in stability in the real value of money and other monetary items over time; uncertainty about future inflation may discourage investment and saving, and high inflation may lead to shortages of goods if consumers begin hoarding out of concern that prices will increase in the future. Positive effects include a mitigation of economic recessions, and debt relief by reducing the real level of debt.

Economists generally agree that high rates of inflation and hyperinflation are caused by an excessive growth of the money supply. Views on which factors determine low to moderate rates of inflation are more varied. Low or moderate inflation may be attributed to fluctuations in real demand for goods and services, or changes in available supplies such as during scarcities, as well as to growth in the money supply. However, the consensus view is that a long sustained period of inflation is caused by money supply growing faster than the rate of economic growth.

Today, most mainstream economists favor a low steady rate of inflation. Low (as opposed to zero or negative) inflation may reduce the severity of economic recessions by enabling the labor market to adjust more quickly in a downturn, and reduce the risk that a liquidity trap prevents monetary policy from stabilizing the economy. The task of keeping the rate of inflation low and stable is usually given to monetary authorities. Generally, these monetary authorities are the central banks that control the size of the money supply through the setting of interest rates, through open market operations, and through the setting of banking reserve requirements.

Interest rate

An interest rate is the price a borrower pays for the use of money they do not own, for instance a small company might borrow from a bank to kick start their business, and the return a lender receives for deferring the use of funds, by lending it to the borrower. Interest rates are normally expressed as a percentage rate over the period of one year.

Interest rates targets are also a vital tool of monetary policy and are used to control variables like investment, inflation, and unemployment.

LIBOR-London Interbank Offered Rate

The London Interbank Offered Rate (or LIBOR) is a daily reference rate based on the interest rates at which banks borrow unsecured funds from other banks in the London wholesale money market (or interbank market). It is roughly comparable to the U.S. Federal funds rate.

Market capitalization

Market capitalization/capitalization (aka market cap or capitalized/capitalized value) is a measurement of corporate size equal to the share price times the number of shares outstanding of a public company. As owning stock represents owning the company, including all its equity, capitalization could represent the public opinion of a company's net worth and is a determining factor in stock valuation. Likewise, the capitalization of stock markets or economic regions may be compared to other economic indicators. The total market capitalization of all publicly traded companies in the world was US\$51.2 trillion in January 2007 and rose as high as US\$57.5 trillion in May 2008 before dropping below US\$50 trillion in August 2008 and slightly above US\$40 trillion in September 2008

Mutual fund

A mutual fund is a professionally managed type of collective investment scheme that pools money from many investors and invests it in stocks, bonds, short-term money market instruments, and/or other securities.^[1] The mutual fund will have a fund manager that trades the pooled money on a regular basis. The net proceeds or losses are then typically distributed to the investors annually.

Since 1940, there have been three basic types of investment companies in the United States: open-end funds, also known in the U.S. as mutual funds; unit investment trusts (UITs); and closed-end funds. Similar funds also operate in Canada. However, in the rest of the world, mutual fund is used as a generic term for various types of collective investment vehicles, such as unit trusts, open-ended investment companies (OEICs), unitized insurance funds, and undertakings for collective investments in transferable securities (UCITS).

NASDAQ OMX Group

NASDAQ OMX Group, Inc. (NASDAQ: NDAQ) is a United States public company that owns and operates the NASDAQ stock market and seven European stock exchanges in the Nordic and Baltic regions under the OMX banner. It is headquartered in New York City, and its Chief Executive Officer is Robert Greifeld.

NYSE Euronext

NYSE Euronext, Inc. (formerly NYSE Group, Inc. and Euronext N.V.) (NYSE: NYX) is a American-Euro for-profit corporation that operates multiple securities exchanges, most notably Euronext, New York Stock Exchange (NYSE), and NYSE Arca (formerly known as ArcaEx). NYSE Group also operates NYSE Regulation, which is a non-profit Self-Regulatory Organization that oversees securities firms and companies listed on the New York Stock Exchange and NYSE Arca.

Open-end fund

An open-end(ed) fund is a collective investment scheme which can issue and redeem shares at any time. An investor will generally purchase shares in the fund directly from the fund itself rather than from the existing shareholders. It contrasts with a closed-end fund, which typically issues all the shares it will issue at the outset, with such shares usually being tradeable between investors thereafter.

Open-ended funds are available in most developed countries, though terminology and operating rules vary. U.S. mutual funds, UK unit trusts and OEICs, European SICAVs, hedge funds and exchange-traded funds are all examples of open-ended funds.

The price at which shares in an open-ended fund are issued or can be redeemed will vary in proportion to the net asset value of the fund, and therefore directly reflects the fund's performance.

S&P 500

The S&P 500 is a value-weighted index published since 1957 of the prices of 500 large-cap common stocks actively traded in the United States. The stocks included in the S&P 500 are those of large publicly held companies that trade on either of the two largest American stock market companies; the NYSE Euronext and the NASDAQ OMX.

After the Dow Jones Industrial Average, the S&P 500 is the most widely followed index of large-cap American stocks. It is considered a bellwether for the American economy, and is included in the Index of Leading Indicators. Some mutual funds, exchange traded funds, and other funds such as pension funds, are designed to track the performance of the S&P 500 index. Hundreds of billions of US dollars have been invested in this fashion.

The index is the best known of the many indices owned and maintained by Standard & Poor's, a division of McGraw-Hill. S&P 500 refers not only to the index, but also to the 500 companies that have their common stock included in the index. The ticker symbol for the S&P 500 index varies. Some examples of the symbol are ^GSPC, .INX, and \$SPX. The stocks included in the S&P 500 index are also part of the broader S&P 1500 and S&P Global 1200 stock market indices.

Short rate model

The short rate, usually written r_t is the (annualized) interest rate at which an entity can borrow money for an infinitesimally short period of time from time t . Specifying the current short rate does not specify the entire yield curve. However no-arbitrage arguments show that, under some fairly relaxed technical conditions, if we model the evolution of r_t as a stochastic process under a risk-neutral measure Q then the price at time t of a zero-coupon bond maturing at time T is given by

$$P(t, T) = \mathbb{E} \left[\exp \left(- \int_t^T r_s ds \right) \middle| \mathcal{F}_t \right]$$

where F is the natural filtration for the process. Thus specifying a model for the short rate specifies future bond prices. This means that instantaneous forward rates are also specified by the usual formula

$$f(t, T) = - \frac{\partial}{\partial T} \ln(P(t, T)).$$

And its third equivalent, the yields are given as well.

Standard & Poor's

Standard & Poor's (S&P) is a division of McGraw-Hill that publishes financial research and analysis on stocks and bonds. It is well known for the stock market indexes, the US-based S&P 500, the Australian

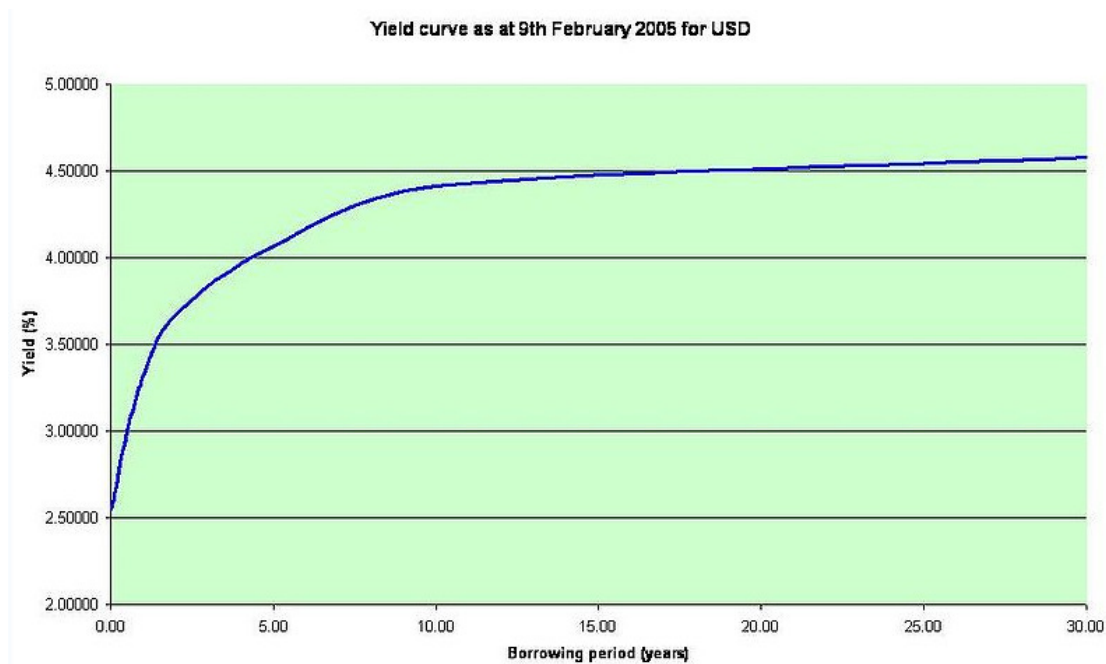
S&P/ASX 200, the Canadian S&P/TSX, the Italian S&P/MIB and India's S&P CNX Nifty.

Yield curve (term structure)

In finance, the yield curve is the relation between the interest rate (or cost of borrowing) and the time to maturity of the debt for a given borrower in a given currency. For example, the current U.S. dollar interest rates paid on U.S. Treasury securities for various maturities are closely watched by many traders, and are commonly plotted on a graph such as the one on the right which is informally called "the yield curve." More formal mathematical descriptions of this relation are often called the term structure of interest rates.

The yield of a debt instrument is the annualized percentage increase in the value of the investment. For instance, a bank account that pays an interest rate of 4% per year has a 4% yield. In general the percentage per year that can be earned is dependent on the length of time that the money is invested. For example, a bank may offer a "savings rate" higher than the normal checking account rate if the customer is prepared to leave money untouched for five years. Investing for a period of time t gives a yield $Y(t)$.

This function Y is called the yield curve, and it is often, but not always, an increasing function of t . Yield curves are used by fixed income analysts, who analyze bonds and related securities, to understand conditions in financial markets and to seek trading opportunities. Economists use the curves to understand economic conditions.



Unit Investment Trust

A Unit Investment Trust (UIT) is a US investment company offering a fixed (unmanaged) portfolio of securities having a definite life. UITs are assembled by a sponsor and sold through brokers to investors.

A UIT portfolio may contain one of several different types of securities. The two main types are stock (equity) trusts and bond (fixed income) trusts.

Unlike a mutual fund, a UIT is created for a specific length of time and is a fixed portfolio, meaning that the UIT's securities will not be sold or new ones bought, except in certain limited situations (for instance, when a company is filing for bankruptcy or the sale is required due to a merger).

Stock trusts are generally designed to provide capital appreciation and/or dividend income. They usually issue as many units (shares) as necessary for a set period of time before their primary offering period closes. Equity trusts have a set termination date, on which the trust liquidates and distributes its net asset value as proceeds to the unitholders. (The unitholders may then have special options for the reinvestment of this principal.)

Bond trusts issue a set number of units, and when they are all sold to investors, the trust's primary offering period is closed. Bond trusts pay monthly income, often in relatively consistent amounts, until the first bond in the trust is called or matures. When this occurs, the funds from the redemption are distributed to the clients via a pro rata return of principal. The trust then continues paying the new monthly income amount until the next bond is redeemed. This continues until all the bonds have been liquidated out of the trust. Bond trusts are generally appropriate for clients seeking current income and stability of principal.

A UIT may be constituted as either a regulated investment company (RIC) or a grantor trust. A RIC is a trust, corporation or partnership in which investors have common investment and voting rights but do not have direct interest in investments of the investment company or fund. A grantor trust, in contrast, grants investors proportional ownership in the underlying securities.

A UIT is created by a document called the Trust Indenture. This document is drafted by the Sponsor of the fund, and names the Trustee and the Evaluator. By US law, the Sponsor and the Trustee may not be the same. The sponsor selects and assembles the securities to be included in the fund. The trustee keeps the securities, maintains unitholder records, and performs all accounting and tax reporting for the portfolio. The largest issuer of UITs is First Trust Portfolios. Other sponsors include Van Kampen, Advisor's Asset Management and Claymore Securities. Most large brokerage firms (such as Merrill Lynch and A. G. Edwards) sell UITs created by these sponsors.

From a tax perspective, UIT's offer a shelter from the unrealized capital gains taxes typical inside of a mutual fund. Because individual UIT's are assembled and purchased for specific periods of time, the cost basis consists of the initial purchase price of the securities held in the trust. A mutual fund on the other hand, taxes the individual based on the entire previous tax year regardless of the date purchased. An investor could, for example, purchase a mutual fund in October, absorb a loss during the last quarter of the year, and yet still be taxed on capital gains within the fund depending on the overall performance of the underlying securities from January 1 of the current year. A UIT avoids this potential tax consequence by assembling an entirely new "fund" for each individual investor.

Some exchange-traded funds (ETFs) are technically classified as UITs: however, ETFs usually do not have set portfolios (they are either

managed or update automatically to follow an index), and they do not have defined lives.

United States Department of the Treasury

The Department of the Treasury is an executive department and the treasury of the United States federal government. It was established by an Act of Congress in 1789 to manage government revenue. The Department is administered by the Secretary of the Treasury, who is a member of the Cabinet.

The first Secretary of the Treasury was Alexander Hamilton, who was sworn into office on September 11, 1789. Hamilton was asked by President George Washington to serve after first having asked Robert Morris (who declined, recommending Hamilton instead). Hamilton almost single-handedly worked out the nation's early financial system, and for several years was a major presence in Washington's administration as well. His portrait is on the obverse of the U.S. ten-dollar bill and the Treasury Department building is shown on the reverse.

Besides the Secretary, one of the best-known Treasury officials is the Treasurer of the United States, who receives and keeps the money of the United States. Facsimile signatures of the Secretary and the Treasurer appear on all modern United States currency.

The Department prints and mints all paper currency and coins in circulation through the Bureau of Engraving and Printing and the United States Mint. The Department also collects all federal taxes through the Internal Revenue Service, and manages U.S. government debt instruments.