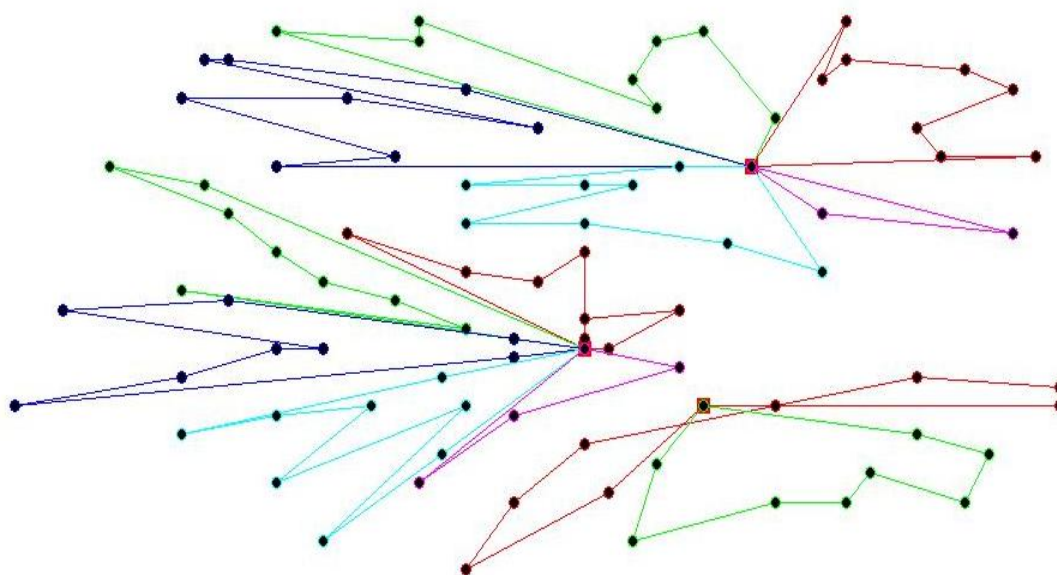




ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

**ΜΕΘΕΥΡΕΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ
ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΧΩΡΟΘΕΤΗΣΗΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ
ΚΑΙ
ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ
(LOCATION ROUTING PROBLEM)**



ΣΤΡΑΤΑΚΗ ΧΡΥΣΑΝΘΗ
Α.Μ. : 2003010077

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: **ΜΑΡΙΝΑΚΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ**

ΧΑΝΙΑ 2010

Αφιερώνεται
στους γονείς μου, Κώστα και Μαρία
και στη μνήμη του παππού μου, Στεφάνου Γεωργίου

Πρόλογος

Με την παρούσα διπλωματική εργασία κλείνει ο κύκλος σπουδών μου στο τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης. Η εκπόνηση αυτής της εργασίας ξεκίνησε τον Νοέμβριο του 2009 και ολοκληρώθηκε τον Μάιο του 2010, υπό την επίβλεψη του κ.Ιωάννη Μαρινάκη.

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους συνέβαλλαν στην προσπάθειά μου αυτή, με οποιοδήποτε τρόπο.

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου για την πολύτιμή τους βοήθεια και για τη στήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια, επειδή χωρίς αυτούς δεν θα μπορούσα να φτάσω σε αυτό το σημείο, καθώς επίσης τους συγγενείς και τους φίλους μου για τη συμπαράστασή τους όλο αυτό τον καιρό.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντά μου, Ιωάννη Μαρινάκη, για τις πολύτιμες συμβουλές και την καθοδήγηση που μου παρείχε για την επιτυχή ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας.

Περιεχόμενα

Εισαγωγή.....	5
Κεφάλαιο 1:	
Logistics και εφοδιαστική αλυσίδα.....	6
1.1 Αναφορά στην εφοδιαστική αλυσίδα.....	6
1.1.1 Ορισμός εφοδιαστικής αλυσίδας.....	6
1.1.2 Σκοπός εφοδιαστικής αλυσίδας	
1.2 Ορισμός Logistics.....	7
1.2.1 Στόχοι και συστατικά της στρατηγικής των Logistics.....	7
1.2.2 Χρησιμότητα των logistics στις επιχειρήσεις.....	9
1.3 Logistics και εφοδιαστική αλυσίδα.....	10
1.3.1 Ψηφιακές τεχνολογίες σε logistics και εφοδιαστική αλυσίδα.....	10
1.3.2 Οφέλη από logistics και εφοδιαστική αλυσίδα.....	11
Κεφάλαιο 2:	
Διατύπωση του προβλήματος.....	12
2.1 Πρόβλημα πλανόδιου πωλητή (traveling salesman problem (TSP)).....	12
2.2 Το περιορισμένης χωρητικότητας πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Capacitated Vehicle Routing Problem).....	15
2.3 Σύνθετο πρόβλημα χωροθέτησης εγκαταστάσεων και δρομολόγησης οχημάτων(Location Routing Problem (LRP)).....	16
Κεφάλαιο 3:	
Περιγραφή αλγορίθμων επίλυσης.....	19
3.1 Ευρετικές μέθοδοι.....	19
3.1.1 Αλγόριθμοι απληστίας Πλανόδιος πωλητής- Διαδικασία εισαγωγής κόμβων.....	19
3.1.2 Προσεγγιστικοί αλγόριθμοι Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων- Ο αλγόριθμος των εξοικονομήσεων των Clarke & Wright (The savings algorithm).....	20
3.1.3 Αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης.....	21
3.1.3.1 Η μέθοδος 2-opt.....	21
3.1.3.2 Η μέθοδος 3-opt.....	21
3.1.3.3 Η μέθοδος 2-opt exchange.....	22
3.1.3.4 Or-βέλτιστο.....	22
3.1.4 Αλγόριθμος Sweep.....	23
3.1.4.1 Στάδιο 1: Συγκέντρωση.....	23
3.1.4.2 Στάδιο 2: Παραγωγή διαδρομών.....	24
3.2 Μεθευρετικές μέθοδοι.....	25
3.2.1 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization).....	25
3.2.2 Αλγόριθμος Περιορισμένης Αναζήτησης (Tabu Search (TS)).....	25
3.2.3 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization(PSO)).....	26
3.2.4 Γενετικοί Αλγόριθμοι –(Genetic Algorithms (GA)).....	26

3.2.5 Προσομοιωμένη Ανόπτηση (Simulated Annealing).....	27
 <u>Κεφάλαιο 4:</u>	
<u>Ορισμός του προβλήματος-Εφαρμογή Αλγορίθμου</u>	29
4.1 Εισαγωγή.....	29
4.2 Αντικειμενική συνάρτηση και περιορισμοί.....	29
4.3 Δεδομένα προβλήματος.....	30
4.4 Εφαρμογή αλγορίθμου.....	32
4.4.1 Περιγραφή αλγορίθμου.....	32
 <u>Κεφάλαιο 5:</u>	
<u>Αποτελέσματα</u>	41
 <u>Κεφάλαιο 6:</u>	
<u>Συμπεράσματα και βελτιώσεις</u>	79
 <u>Παράρτημα:</u>	
<u>Δεδομένα</u>	80
 Βιβλιογραφία	104

Εισαγωγή

Η εφοδιαστική αλυσίδα είναι η διαδικασία του σχεδιασμού, της εφαρμογής και του ελέγχου της αποτελεσματικής ροής και αποθήκευσης πρώτων υλών, ημικατεργασμένων προϊόντων, τελικών προϊόντων και της σχετιζόμενης πληροφορίας από το σημείο προέλευσης στο σημείο κατανάλωσης με σκοπό τη συμμόρφωση στις απαιτήσεις των πελατών.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα ασχοληθούμε με την επίλυση προβλημάτων που αντιμετωπίζουν οι επιχειρήσεις οι οποίες ασχολούνται με παραγωγή και διανομή προϊόντων και πιο συγκεκριμένα θα προχωρήσουμε στην εξέταση σύνθετων προβλημάτων της εφοδιαστικής κάνοντας έτσι τα πρώτα βήματα προς μια πιο ολοκληρωμένη αντιμετώπιση της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας.

Ένα από αυτά τα προβλήματα είναι το Σύνθετο Πρόβλημα Χωροθέτησης Εγκαταστάσεων και Δρομολόγησης Οχημάτων, γνωστό και ως Location Routing Problem (LRP). Με την επίλυση αυτού του προβλήματος επιτυγχάνουμε τον υπολογισμό ενός βέλτιστου πλήθους διαδρομών που θα εκτελεστούν από ένα πλήθος οχημάτων με σκοπό την εξυπηρέτηση ενός συνόλου πελατών.

Συνοπτικά:

- Στο Κεφάλαιο 1 γίνεται μία αναφορά των θεμάτων με τα οποία ασχολούνται τα logistics και η εφοδιαστική αλυσίδα.
- Στο Κεφάλαιο 2 γίνεται μία διατύπωση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή, του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων και τέλος του σύνθετου προβλήματος χωροθέτησης εγκαταστάσεων και δρομολόγησης οχημάτων.
- Στο Κεφάλαιο 3 γίνεται μια σύντομη περιγραφή διάφορων αλγορίθμων επίλυσης για περιπτώσεις δρομολόγησης οχημάτων.
- Στο Κεφάλαιο 4 θα ασχοληθούμε συγκεκριμένα με το πρόβλημα που πρέπει να λύσουμε, την μαθηματική μοντελοποίησή του και την εφαρμογή του αλγορίθμου που θα χρησιμοποιήσουμε.
- Στο Κεφάλαιο 5 θα δούμε τα αποτελέσματα που προκύπτουν.
- Στο Κεφάλαιο 6 αναφέρονται κάποια συμπεράσματα και παρατηρήσεις που προέκυψαν βάση των αποτελεσμάτων. Δίνονται επίσης κάποιες προτάσεις, που μπορούν να βοηθήσουν στη μελλοντική βελτιστοποίηση του προβλήματος που θα μελετήσουμε.

Κεφάλαιο 1:

Logistics και εφοδιαστική αλυσίδα

1.1 Αναφορά στην εφοδιαστική αλυσίδα

Οδηγούμενοι από την παγκοσμιοποίηση και τις διαρκώς εκτεινόμενες απαιτήσεις των πελατών, η Εφοδιαστική Αλυσίδα (supply chain) παίζει καθοριστικό ρόλο στη δημιουργία πλεονεκτήματος για όλες τις επιχειρήσεις. Η ανάπτυξη μιας πλήρους και ανταποκρινόμενης Εφοδιαστικής Αλυσίδας που να καλύπτει τις απαιτήσεις των πελατών και να εξασφαλίζει αύξηση τόσο των μεριδίων της αγοράς όσο και της κερδοφορίας είναι κρίσιμη.

Σήμερα, οι επιχειρήσεις μετατοπίζουν το κέντρο βάρους των απαιτήσεών τους σε επιχειρηματικό λογισμικό που είναι σε θέση να υποστηρίζουν επιχειρηματικές διαδικασίες (business processes) και επιχειρηματικές ροές (workflow) πέρα από την αυτονόητη υποστήριξη εμπορολογιστικών διαδικασιών.

Οι επιχειρήσεις επιζητούν την καλύτερη υποστήριξη και διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας (Supply Chain Management), με ένα ολοκληρωμένο και ενιαίο τρόπο, ώστε να βελτιώσουν την ικανοποίηση του πελάτη (μειώνοντας τους χρόνους παράδοσης μέσω καλύτερου προγραμματισμού της αναμενόμενης ζήτησης και ελαχιστοποιώντας τα σφάλματα κατά την εκτέλεση των παραγγελιών) και να μειώσουν το κόστος (μειώνοντας τα αποθέματα και ελέγχοντας καλύτερα τις διαδικασίες προμηθειών και της παραγωγικής διαδικασίας).

Γίνεται ορατό ότι στο άμεσο μέλλον ο επιχειρηματικός ανταγωνισμός δεν θα γίνεται σε επίπεδο επιχειρήσεων αλλά Εφοδιαστικής Αλυσίδας, καθώς και το e-Business και η Τεχνολογία της Πληροφορικής θα αλλάζουν δραστικά τις απαιτήσεις και τους κανόνες του επιχειρείν. [25]

1.1.1 Ορισμός εφοδιαστικής αλυσίδας

Ο όρος "εφοδιαστική αλυσίδα" περιγράφει το πλέγμα διαδικασιών που απαιτούνται ώστε ένα προϊόν να περάσει από τη φάση της παραγωγής στη φάση της κατανάλωσης. Μεταξύ των διαδικασιών αυτών ξεχωρίζει η παραγωγή, η τυποποίηση, η αποθήκευση, η διακίνηση και η διάθεση του προϊόντος.

Επίσης, με τον όρο αυτό εννοούμε όχι μόνο τη ροή υλικών από τον προμηθευτή πρώτων υλών ή τον κατασκευαστή μέχρι τον τελικό καταναλωτή, αλλά παράλληλα και τη ροή πληροφοριών μεταξύ των μελών της ίδιας αλυσίδας. Η διαχείρισή της γίνεται σε δύο επίπεδα :

- **Επίπεδο προγραμματισμού:** στο επίπεδο αυτό, αναλύονται τα δεδομένα προμηθειών, αναλώσεων παραγωγής, αποθεματοποίησης και πωλήσεων, γίνονται προβλέψεις και πλάνα πάνω στα οποία βασίζεται ο προγραμματισμός.
- **Επίπεδο εκτέλεσης:** στο στάδιο αυτό εκτελείται το πλάνο που έχει καθοριστεί στο επίπεδο προγραμματισμού και παρακολουθείται η εξέλιξή του βάσει των δεδομένων και πληροφοριών που συλλέγονται από όλο το εύρος της Εφοδιαστικής Αλυσίδας.

1.1.2 Σκοπός εφοδιαστικής αλυσίδας

Η Εφοδιαστική Αλυσίδα αποτελεί ένα βασικό συντελεστή για την εφαρμογή του μάνατζμεντ. Ασχολείται με τον σχεδιασμό και την υλοποίηση των αποφάσεων και της στρατηγικής ενός οργανισμού, λαμβάνοντας υπόψη μοντέλα και τεχνικές λήψης αποφάσεων, τη σύγχρονη τεχνολογία της πληροφορικής και των επικοινωνιών, και το επιχειρησιακό περιβάλλον.

Επιπλέον, συμπεριλαμβάνει το συντονισμό και τη συνεργασία με όλους τους εταίρους του καναλιού εφοδιασμού, που μπορεί να είναι προμηθευτές, μεσάζοντες, εταιρείες παροχής υπηρεσιών και πελάτες. Κατ' ουσία, η Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας ενοποιεί και ολοκληρώνει το σχεδιασμό, τις προμήθειες, την παραγωγή, την αποθήκευση, τη μεταφορά και τις πωλήσεις τόσο μέσα στις επιχειρήσεις όσο και μεταξύ αυτών.

Ο αντικειμενικός λοιπόν σκοπός της Διαχείρισης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας είναι η αύξηση της συνολικής κερδοφορίας κατά μήκος της αλυσίδας που συνεπάγεται την αύξηση της κερδοφορίας όλων των εταίρων της. Αυτό επιτυγχάνεται με την κατανόηση και ικανοποίηση των πελατειακών αναγκών στον απαιτούμενο χρόνο, και με την προσφορά προϊόντων υψηλής προστιθέμενης αξίας και ανταγωνιστικού κόστους. Για την επίτευξη των παραπάνω στόχων, απαραίτητα χαρακτηριστικά των εφοδιαστικών αλυσίδων που ανταγωνίζονται μέσα στο σύγχρονο παγκοσμιοποιημένο περιβάλλον είναι η ευελιξία και η ταχεία προσαρμοστικότητα τους στις δυναμικά μεταβαλλόμενες συνθήκες.

1.2 Ορισμός logistics

Ο όρος logistics αποτελεί πολυσήμαντη και πολυσύνθετη έννοια, καλύπτοντας μια τεράστια γκάμα διαδικασιών σχεδιασμού, υλοποίησης και ελέγχου στο επιχειρηματικό πεδίο. Τα βασικά στοιχεία που συνυφαίνουν τα logistics είναι η διοίκηση και ο στρατηγικός σχεδιασμός της επιχείρησης, η βέλτιστη αξιοποίηση των έμψυχων (ανθρώπινων) και των άψυχων (υλικών) πόρων της, η παραγωγή, η αποθήκευση και η διανομή των αγαθών, από την πρώτη ύλη μέχρι το έτοιμο προϊόν και από την παραγωγή στο ράφι. Θεωρητικά τα logistics εξυπηρετούν την κερδοφορία μιας επιχείρησης, εξασφαλίζοντας τη συνεχή διαθεσιμότητα των προϊόντων και των λοιπών πόρων της, επιτρέποντας παράλληλα την ομαλή ροή επιτέλεσης των διαδικασιών που αναφέρθηκαν παραπάνω.

Τα logistics αποσκοπούν στην παραγωγή προϊόντων με όσο το δυνατόν χαμηλότερο κόστος, στη διατήρηση των προϊόντων με τον καλύτερο δυνατό τρόπο, στην πλήρη αξιοποίηση των υλικών μέσων της επιχείρησης, στη μεταφορά των προϊόντων με το χαμηλότερο δυνατό κόστος και τις μικρότερες δυνατές καθυστερήσεις και τελικά στην επίτευξη κερδοφορίας και οικονομίας κλίμακος για την επιχείρηση.

Αν και αφορούν σε κάθε είδους επιχειρηματικό τομέα και κάθε είδους επιχείρηση, εκεί που βρίσκουν κατεξοχήν πρόσφορο έδαφος εφαρμογής είναι οι επιχειρήσεις που δραστηριοποιούνται στην εφοδιαστική αλυσίδα (εμπορικές, μεταφορικές, παραγωγικές, εταιρίες αποθήκευσης κ.ά.), ανεξαρτήτως του τομέα της οικονομίας στον οποίο ανήκουν. [27]

1.2.1 Στόχοι και συστατικά της στρατηγικής των Logistics

Γενικότερα η στρατηγική των logistics έχει τρεις στόχους:

1. Τη μείωση του κόστους
2. Τη μείωση του απασχολούμενου κεφαλαίου και
3. Τη βελτίωση της εξυπηρέτησης

Η μείωση του κόστους είναι στρατηγική που στοχεύει στην ελαχιστοποίηση των μεταβλητών δαπανών που σχετίζονται με τη μεταφορά και την αποθήκευση, πράγμα όπου συνήθως επιτυγχάνεται με την επιλογή εναλλακτικών τρόπων μεταφοράς και αποθήκευσης. Στην περίπτωση αυτή πρωταρχικός στόχος είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους διατηρώντας το επίπεδο εξυπηρέτησης σε σταθερά επίπεδα.

Η μείωση, τώρα, του απασχολούμενου κεφαλαίου είναι στρατηγική που στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του επιπέδου του επενδυμένου κεφαλαίου στο σύστημα των logistics με κίνητρο την μεγιστοποίηση της απόδοσης, πράγμα το οποίο με διάφορους τρόπους όπως η κατευθείαν αποστολή αποφεύγοντας την αποθήκευση, προτιμώντας τη

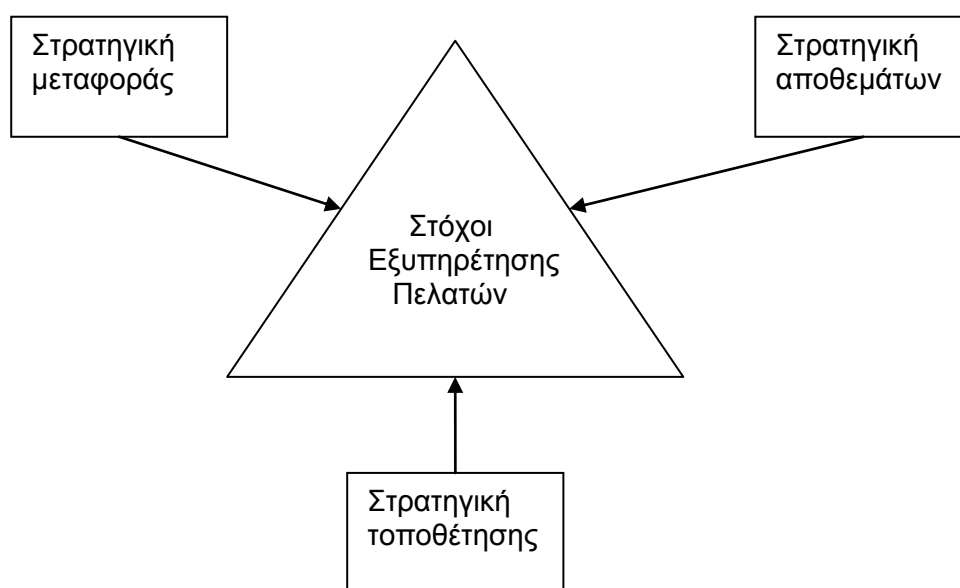
μη ιδιοκτησία των αποθηκών ή ακόμη χρησιμοποιώντας τρίτους ως προμηθευτές των υπηρεσιών των logistics. Στην περίπτωση αυτή είναι δυνατόν να αυξηθούν τα μεταβλητά κόστη σε σχέση με στρατηγικές υψηλότερων επιπέδων επένδυσης.

Η βελτίωση της εξυπηρέτησης είναι στρατηγικές που αναγνωρίζουν ότι τα οφέλη εξαρτώνται από το επίπεδο της παρεχόμενης εξυπηρέτησης των logistics. Είναι δυνατό παρά την αλματώδη αύξηση στα κόστη που επιφέρουν τα αυξημένα επίπεδα εξυπηρέτησης να προκύψουν κέρδη από τις πωλήσεις τα οποία να ξεπεράσουν την αύξηση του συνολικού κόστους. Για να είναι επιτυχημένη μια τέτοια στρατηγική εξυπηρέτησης θα πρέπει να αναπτύσσεται σε αντίθεση με την παρεχόμενη εξυπηρέτηση από τους ανταγωνιστές.

Ο σχεδιασμός των logistics χειρίζεται τέσσερις μεγάλες κατηγορίες προβλημάτων οι οποίες είναι οι εξής:

1. Τα επίπεδα εξυπηρέτησης πελατών
2. Την χωροθέτηση των εγκαταστάσεων
3. Τις αποφάσεις για την αποθεματοποίηση
4. Τις αποφάσεις για τη μεταφορά των προϊόντων

Οι τέσσερις αυτές κατηγορίες συνδέονται μεταξύ τους με τον τρόπο που φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα:



Σχήμα 1.2 Το "Τρίγωνο" στη λήψη αποφάσεων των logistics. [5]

Κάθε μια από τις παραπάνω κατηγορίες έχει σημαντική επίδραση στο σχεδιασμό του συστήματος όπως εξηγείται στη συνέχεια.

Οι στόχοι εξυπηρέτησης πελατών καθορίζουν τα παρεχόμενα επίπεδα εξυπηρέτησης τα οποία επιδρούν περισσότερο από οποιονδήποτε άλλο παράγοντα στο σχεδιασμό του συστήματος, καθώς υψηλά επίπεδα εξυπηρέτησης επιτρέπουν συγκεντρωμένα αποθέματα σε λίγες αποθήκες και τη χρήση λιγότερο δαπανηρών μέσων μεταφοράς, ενώ τα χαμηλά επίπεδα το αντίθετο. Παρόλα αυτά, τα ανώτατα

επίπεδα εξυπηρέτησης εκτινάσσουν το κόστος των logistics στα ύψη κάνοντας έτσι το πρόβλημα του καθορισμού των επιπέδων εξυπηρέτησης πολύ δύσκολο.

Η στρατηγική τοποθέτησης των εγκαταστάσεων, δηλαδή η γεωγραφική τοποθέτηση τους αποτελεί ένα προσχέδιο πάνω στο οποίο θα κινηθούν τα logistics, διότι το δρομολόγιο με το οποίο τα προϊόντα οδηγούνται στην αγορά καθορίζεται από τον αριθμό, τον τόπο και το μέγεθος των εγκαταστάσεων και την ζήτηση της αγοράς. Στο πρόβλημα αυτό πρέπει να εξεταστούν οι κινήσεις κάθε προϊόντος και το σχετικό κόστος από την πηγή ή τα ενδιάμεσα σημεία αποθήκευσης στην περιοχή κατανάλωσης, η επιλογή των οποίων επιδρά στο συνολικό κόστος διανομής. Η όλη ουσία του προβλήματος έγκειται στην εύρεση των αναθέσεων εγκατάστασης ελαχίστου ή μεγίστου κόστους.

Οι αποφάσεις αποθεμάτων αναφέρονται στον τρόπο με τον οποίο διαχειρίζονται τα αποθέματα. Υπάρχουν πολλές στρατηγικές όπως η προώθηση αποθεμάτων σε σημεία αποθήκευσης ή η συμπλήρωση των σημείων αυτών με ανατροφοδοτήσεις που ακολουθούν συγκεκριμένους κανόνες ή η τοποθέτηση αποθεμάτων σε τοπικές ή περιφερειακές αποθήκες με βάση συγκεκριμένα προϊόντα ή τέλος με διάφορες μεθόδους συνεχούς ελέγχου των αποθεμάτων. Η συγκεκριμένη πολιτική που ακολουθεί η εταιρία επηρεάζει τις αποφάσεις τοποθέτησης εγκαταστάσεων και γι' αυτό θα πρέπει να υπολογίζονται στην στρατηγική των logistics.

Οι στρατηγικές μεταφορές εμπεριέχουν επιλογές μέσων, μεγέθη φορτίων και δρομολόγησης και προγραμματισμού και είναι αποφάσεις που επηρεάζουν την εγγύτητα των αποθηκών στους πελάτες επηρεάζοντας με αυτό τον τρόπο την τοποθεσία τους. Ακόμη και τα επίπεδα των αποθεμάτων μέσω των μεγεθών των φορτίων επηρεάζουν τις αποφάσεις μεταφοράς.

Συνοψίζοντας, τα παραπάνω προβλήματα όπως κατανέμονται στις τέσσερις μεγάλες κατηγορίες αποτελούν σημαντικές περιοχές σχεδιασμού λόγω της επίδρασης που έχουν στην κερδοφορία, στη ροή κεφαλαίων και στην απόδοση των επενδύσεων της εταιρίας. Πρέπει να τονιστεί ότι κάθε περιοχή απόφασης δεν πρέπει να μελετάται ξεχωριστά αλλά σε σχέση με τις άλλες για να λαμβάνεται υπόψη το αποτέλεσμα της εξισορρόπησης τους.

1.2.2 Χρησιμότητα των logistics στις επιχειρήσεις

Το τμήμα των logistics φαίνεται να παίζει σημαντικό ρόλο στην οργάνωση των επιχειρήσεων στις μέρες μας. Είναι βέβαια αδιανόητη η ύπαρξη μιας επιχείρησης χωρίς να διαθέτει, έστω και με στοιχειώδη οργάνωση, κάποιο τμήμα logistics. Όλες οι εταιρίες και οι οργανισμοί διαθέτουν άλλωστε αποθήκες όπου κρατούν τα προϊόντα τους και έναν αριθμό αποθεμάτων.

Ο στόχος για τις σύγχρονες επιχειρήσεις φαίνεται να είναι εκτός βέβαια από το να είναι βιώσιμες και να αυξάνουν την κερδοφορία τους, να καταφέρουν να ενδυναμώσουν τους τομείς των logistics και των μεταφορών, οι οποίοι φαίνεται να έχουν μεγάλη δυναμική ανάπτυξης, ιδιαίτερα στη χώρα μας τα τελευταία χρόνια. Δυστυχώς πλήττονται άμεσα από την απουσία κατάλληλα εκπαιδευμένου προσωπικού αλλά και τεχνογνωσίας. Άμεσο αποτέλεσμα είναι η υιοθέτηση από κάποιους πιο τολμηρούς επιχειρηματίες κάποιων νέων τεχνολογιών στο τομέα των logistics, οι οποίες αργότερα αντιγράφονται από τους ανταγωνιστές τις περισσότερες φορές με λανθασμένο τρόπο.

Σε κάθε περίπτωση όμως και σε δεδομένη χρονική στιγμή, κάποιος θα επενδύσει σε σύγχρονες τεχνολογίες στον τομέα των logistics, οι οποίες μπορεί να αφορούν στην κατασκευή νέων εξελιγμένων αποθηκευτικών κέντρων σε ότι αφορά όχι μόνο στον τρόπο αποθήκευσης αλλά και στα μέσα για τη γενικότερη οργάνωση της αποθήκης, σε συστήματα ελέγχου των μεταφορών αλλά και ηλεκτρονικά συστήματα εντοπισμού των φορτίων καθοδόν για τον προορισμό τους σε όποιο σημείο και αν βρίσκονται, αλλά και σε συστήματα σήμανσης και αυτοματοποιημένης συλλογής πληροφοριών.

1.3 Logistics και εφοδιαστική αλυσίδα

Όπως διαφαίνεται από τα παραπάνω, logistics και εφοδιαστική αλυσίδα συνδέονται άρρηκτα. Η εφοδιαστική αλυσίδα αποτελεί το βασικότερο πεδίο εφαρμογής των logistics, τα οποία αποτελούν το βασικότερο ζητούμενο για την ορθολογικοποίηση και την επιτυχία των διαδικασιών της εφοδιαστικής αλυσίδας. Τα logistics απαντούν στο πώς πρέπει να οργανωθούν οι διαδικασίες της εφοδιαστικής αλυσίδας - π.χ. πώς πρέπει να γίνεται η διακίνηση των προϊόντων, με τι συχνότητα πρέπει να εκτελούνται οι παραδόσεις, μέσω ποιου δρομολογίου κ.λπ.

Τα τελευταία χρόνια, νέες και καινοτόμες ψηφιακές τεχνολογίες έχουν εισέλθει στο χώρο των logistics και έχουν επιφέρει θεαματικές αλλαγές: εκεί που η απογραφή της αποθήκης απαιτούσε μολύβι, χαρτί και αρκετό χρόνο, τώρα πραγματοποιείται αυτόματα μέσω φορητών τερματικών (σκάνερ) και ηλεκτρονικών υπολογιστών. Η κακή οργάνωση της αποθήκης, ο ανεφοδιασμός χωρίς πρόγραμμα και σύστημα και τόσα άλλα αρνητικά, έχουν δώσει τη θέση τους σε ολοκληρωμένα συστήματα υψηλής ευφυΐας και αποτελεσματικότητας.

1.3.1 Ψηφιακές τεχνολογίες σε logistics και εφοδιαστική αλυσίδα

Οι ψηφιακές τεχνολογίες που απαντώνται συχνότερα στα logistics και την εφοδιαστική αλυσίδα είναι οι ακόλουθες:

α) Συστήματα πληροφορικής: Είναι εξειδικευμένες εφαρμογές λογισμικού, που αναλαμβάνουν να εξυπηρετήσουν το σύνολο των διαδικασιών της εφοδιαστικής αλυσίδας. Οι πιο γνωστές είναι τα συστήματα επιχειρηματικού σχεδιασμού (Enterprise Resource Planning - ERP) και τα πληροφοριακά συστήματα διαχείρισης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας (Supply Chain Execution - SCE). Η συνηθέστερη μορφή των συστημάτων SCE είναι τα προγράμματα διαχείρισης αποθηκών (Warehouse Management System - WMS), τα οποία εν πολλοίς ταυτίζονται με τα συστήματα SCE.

β) Τεχνολογίες αναγνώρισης και κτήσης δεδομένων: Είναι εξειδικευμένες τεχνολογικές υποδομές (hardware και software), που συλλέγουν την πληροφορία τη στιγμή της δημιουργίας της -σε όλα τα στάδια της εφοδιαστικής αλυσίδας, λ.χ. μέσα στην αποθήκη- και τη μεταβιβάζουν στο εκάστοτε πρόγραμμα (λ.χ. WMS) για επεξεργασία. Τέτοιες υποδομές είναι τα φορητά τερματικά χειρός, τα τερματικά περνοφόρων οχημάτων, οι τεχνολογικές λύσεις Αυτόματης Αναγνώρισης και Κτήσης Δεδομένων (Automatic Identification and Data Capture - AIDC), στις οποίες ανήκουν ο γραμμωτός κώδικας (barcode), οι "έξυπνες" κάρτες, τα συστήματα αναγνώρισης χαρακτήρων και οι εφαρμογές ασύρματης αναγνώρισης, ευρύτερα γνωστές με το ακρωνύμιο RFID (Radio Frequency Identification).

γ) Συστήματα Τηλεματικής: Είναι τεχνολογίες που χρησιμοποιούνται στις μεταφορές και αποτελούνται από πολλά μέρη hardware (πομποδέκτες, κεραίες, μικροϋπολογιστές, τηλεπικοινωνιακά δίκτυα, δορυφόροι) και software (συστήματα GIS, πρωτόκολλα επικοινωνίας), με βασική λειτουργία την καταγραφή της γεωγραφικής θέσης του οχήματος σε πραγματικό χρόνο και την απεικόνισή της σε ηλεκτρονικό υπολογιστή. Χάρη σ' αυτά, ο επιχειρηματίας μπορεί π.χ. να βλέπει ανά πάσα στιγμή πού βρίσκονται τα οχήματα και τα εμπορεύματά του, ενώ οι δυνατότητες σύνδεσης και αξιοποίησης των τεχνολογιών της πρώτης και της δεύτερης κατηγορίας είναι απεριόριστες.

δ) Υποδομές δικτύων: Ο λόγος για τα ενσύρματα και τα ασύρματα τοπικά δίκτυα, που συνήθως βρίσκονται σε μια αποθήκη εξυπηρετώντας τη μετάδοση των δεδομένων από τις διάφορες φορητές συσκευές, τους υπολογιστές κ.λπ. Τα δίκτυα αυτά

αποτελούνται από υπολογιστές, καλωδίωση ή ασύρματα σημεία πρόσβασης (access points).

1.3.2 Οφέλη από logistics και εφοδιαστική αλυσίδα

Τα οφέλη που απορρέουν από την ενσωμάτωση νέων τεχνολογιών στα logistics και την εφοδιαστική αλυσίδα είναι σε γενικές γραμμές τα ακόλουθα:

α) Καλύτερη εκμετάλλευση των υλικών (άψυχων) πόρων της επιχείρησης.

Υλικοί πόροι θεωρούνται τα οχήματα, οι αποθηκευτικοί χώροι, ο εξοπλισμός κ.λπ. Για παράδειγμα, η χρήση ενός συστήματος τηλεματικής στα οχήματα της επιχείρησης (διαχείριση στόλου, fleet management) έχει ως αποτέλεσμα πιο οργανωμένες κινήσεις και λιγότερα δρομολόγια. Σχετικά με τον αποθηκευτικό χώρο, ένα σύστημα WMS και η εγκατάσταση κάποιου ασύρματου τοπικού δικτύου έχουν ως αποτέλεσμα αφενός την αξιοποίηση κάθε σπιθαμής της αποθήκης, αφετέρου τη γρηγορότερη επιτέλεση των διαδικασιών μέσα σ' αυτήν. Λόγου χάρη, το σκάνερ διαβάζει το γραμμωτό κώδικα μιας κούτας και στέλνει αυτόματα την πληροφορία (τι περιέχει η κούτα) σε κεντρικό υπολογιστή εφοδιασμένο με σύστημα WMS, μέσω του ασύρματου τοπικού δικτύου.

β) Καλύτερη αξιοποίηση των έμψυχων πόρων της επιχείρησης.

Εδώ εντάσσονται όχι μόνο οι εργαζόμενοι αλλά και οι πελάτες, οι προμηθευτές κ.λπ. Για παράδειγμα, ένα σύστημα ERP ή WMS ενημερώνει σχετικά με το ποιοι είναι οι επικερδείς πελάτες, εξασφαλίζει πολύτιμες εργατοώρες για το προσωπικό και συντελεί στην καλύτερη οργάνωση των εισερχόμενων ροών από τους προμηθευτές. Ο ενδιαφερόμενος δεν χρειάζεται πλέον να ασχολείται με τον έλεγχο του στοκ, αφού αυτό το έχει αναλάβει το ίδιο το σύστημα, η απογραφή αποθήκης γίνεται με το πάτημα ενός κουμπιού, ενώ το ίδιο απαιτείται για να μάθουμε τα έσοδα, τα έξοδα και τα κέρδη για μία ημέρα ή ένα μήνα. Συγχρόνως, γνωρίζει ποια είδη διακινούνται περισσότερο και αναλόγως διαμορφώνει τις παραγγελίες του.

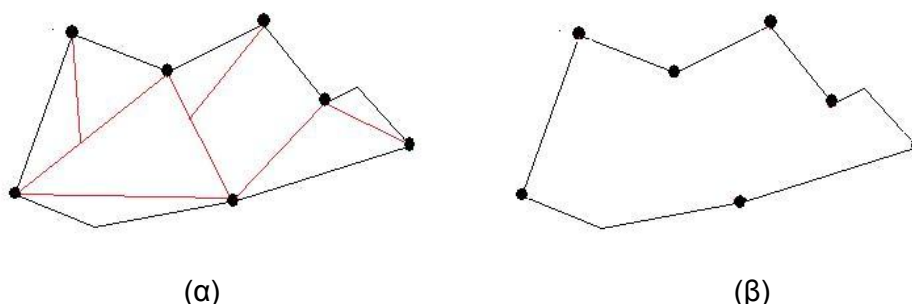
Στο επιχειρηματικό περιβάλλον, όπως αυτό διαμορφώνεται σήμερα, ζητούμενο της διοίκησης δεν είναι ο λεπτομερής έλεγχος κάθε τμήματος της επιχείρησης -καθώς κάτι τέτοιο απαιτεί πολλή ενέργεια και χρόνο- αλλά η αυτοματοποίηση διαδικασιών με τη χρήση τεχνολογικών εργαλείων. Οι τεχνολογίες που εξετάσαμε παρέχουν πλήθος πληροφοριών στη διοίκηση και τα στελέχη της επιχείρησης, ώστε να είναι δυνατή η λήψη ορθών και άμεσων αποφάσεων, καθώς και η χάραξη μακρόπνοης αναπτυξιακής στρατηγικής.

Κεφάλαιο 2:

Διατύπωση του προβλήματος

2.1 Πρόβλημα πλανόδιου πωλητή (traveling salesman problem (TSP))

Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή αφορά την εύρεση της συντομότερης διαδρομής (σε χρόνο, απόσταση ή άλλο κόστος) διαδρομής για ένα όχημα (ή πωλητή) με αφετηρία κάποιο σημείο, π.χ. ένα κέντρο διανομής , και επιστροφή στο ίδιο σημείο αφού επισκεφθεί έναν σταθερό αριθμό πελατών ακριβώς μια φορά τον καθένα. Η αντίληψη που έχουμε για αυτή τη διαδρομή είναι αυτή του παρακάτω σχήματος , ένας κύκλος δηλαδή που διέρχεται από τους κόμβους που αντιστοιχούν στο σημείο αφετηρίας και τους πελάτες ακριβώς μια φορά.



Σχήμα 2.1: Η πραγματική εικόνα μπορεί να διαφέρει από την αφαιρετική εικόνα ενός γραφήματος : οι χρωματιστές γραμμές στο (α) αντιστοιχούν στο πραγματικό οδικό δίκτυο. Η κυκλική διαδρομή (β) θα πρέπει να ερμηνευθεί σωστά στο πραγματικό οδικό δίκτυο (α).

Για τη διαμόρφωση ενός μαθηματικού προτύπου υποθέτουμε συνήθως ότι οι κόμβοι ανήκουν σ' ένα μη-διατεταγμένο γράφημα που είναι πλήρες. Ας είναι $i = 2, \dots, n$ οι κόμβοι των πελατών και $i = 1$ ο κόμβος αφετηρίας. Από την υπόθεση, κάθε μη-διατεταγμένο ζεύγος $\{i, j\}$ με $i \neq j$, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, n$, αντιστοιχεί σ' ένα σύνδεσμο ή ακμή του γραφήματος. Σε κάθε τέτοιο σύνδεσμο αντιστοιχίζουμε ένα σταθμό C_{ij} που είναι ίσο με το κόστος (όπως και αν νοείται αυτό) της διαδρομής του οχήματος από το i στο j ή αντίστροφα. Επειδή ένας τέτοιος σύνδεσμος δεν αντιστοιχεί πάντοτε σε κάποιο φυσικό τμήμα δρόμου (βλέπε Σχήμα 2.1) θα υποθέσουμε ότι τα σταθμά έχουν υπολογισθεί έτσι ώστε ν' αντιστοιχούν στην διαδρομή ελαχίστου κόστους μεταξύ των δύο κόμβων, οπότε ικανοποιούν τις δύο συνθήκες :

1.συμμετρία : $C_{ij} = C_{ji}$, $i \neq j$, $i = 1, \dots, n$ $j = 1, \dots, n$

2.τριγωνική ανισότητα : $C_{ij} \leq C_{ik} + C_{kj}$, $i \neq j \neq k$, $i = 1, \dots, n$, $k = 1, \dots, n$

οι οποίες υπό αυτές τις συνθήκες είναι φυσιολογικές, καθώς η μεν πρώτη απεξαρτεί το κόστος του απευθείας ταξιδιού μεταξύ i και j από την κατεύθυνση, ενώ η δεύτερη διατυπώνει ότι ο συντομότερος δρόμος μεταξύ δύο σημείων είναι απευθείας.

Αν ορίσουμε τις δυαδικές μεταβλητές

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{εάν το όχημα κάνει χρήση του συνδέσμου } \{i, j\} \\ 0, & \text{αλλιώς, } \forall i, \forall j, i \neq j \end{cases}$$

τότε το πρότυπο διαμορφώνεται ως εξής:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

$$\text{υπό } \sum_{j=1}^n x_{ij} = 2, i=1, \dots, n \quad (2.2)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in C} x_{ij} \geq 1, \forall C \subset 1, \dots, n, C \neq \emptyset \quad (2.3)$$

$$x_{ij} \in 0, 1, \forall i, \forall j, i \neq j \quad (2.4)$$

Οι περιορισμοί (2.2) επιβάλλουν στην λύση να έχει δύο συνδέσμους σε κάθε κόμβο, έτσι ώστε το όχημα να εισέλθει κατά μήκος του ενός και να εξέλθει κατά μήκος του άλλου (Σχήμα 2.1[β]), ενώ οι περιορισμοί (2.3) αποβλέπουν στην εξάλειψη κυκλικών διαδρομών (υποκύκλων) που δεν διέρχονται απ' όλους τους κόμβους απαιτώντας από κάθε εν δυνάμει υπόκυκλο, που αντιπροσωπεύεται από ένα κατάλληλο μη-κενό υποσύνολο C των κόμβων, να διαθέτει στην λύση τουλάχιστον ένα σύνδεσμο που οδηγεί στο συμπληρωματικό του υποσύνολο $\bar{C} = 1, \dots, n \setminus C$.

Όταν η φορά του οχήματος, εάν δηλαδή κινείται από το i στο j ή από το j στο i , παίζει ρόλο, τότε το γράφημα αποτελείται από τόξα που αντιστοιχούν στα διατεταγμένα ζεύγη (i, j) και (j, i) αντίστοιχα και ως τέτοια $(i, j) \neq (j, i)$. Υπό αυτές τις συνθήκες η συνθήκη συμμετρίας δεν ισχύει οπότε $c_{ij} \neq c_{ji}$ τουλάχιστον για κάποια i και j . Το μαθηματικό πρότυπο σε αυτήν την περίπτωση διαμορφώνεται από το (2.1)-(2.4), αντικαθιστώντας όμως τον περιορισμό (2.2) με δύο νέους περιορισμούς:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i=1, \dots, n \quad (2.5)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j=1, \dots, n \quad (2.6)$$

Όπου ο μεν πρώτος εγγυάται ότι το όχημα εξέρχεται από τον κόμβο i χρησιμοποιώντας ένα ακριβώς τόξο προς κάποιον άλλο κόμβο j , ενώ ο δεύτερος

εγγυάται ότι το όχημα εισέρχεται στον κόμβο j χρησιμοποιώντας ένα ακριβώς τόξο από κάποιον άλλο κόμβο i .

Αμφότερα τα πρότυπα έχουν ένα μειονέκτημα: ο αριθμός των περιορισμών (2.3) αυξάνει εκρηκτικά με τον αριθμό κόμβων. Υπάρχει η δυνατότητα διατύπωσης προτύπου με περιορισμένο αριθμό περιορισμών. Για τον λόγο αυτό θα θεωρήσουμε ότι στη αφετηρία παράγεται μια μονάδα κάποιου αγαθού για κάθε πελάτη και ότι τα αγαθά αυτά δεν αναμειγνύονται. Επιπρόσθετα θα δημιουργήσουμε έναν ακόμα πελάτη $n_0 = n+1$ δημιουργώντας ένα αντίγραφο της αφετηρίας (μαζί με τα τόξα που της ανήκουν). Έτσι για κάθε τόξο (i,j) ορίζουμε τις μεταβλητές x_{ij}^k που αναφέρει την ποσότητα (από τη μία μονάδα) που διακινείται στο τόξο με προορισμό τον πελάτη k , $k=2, \dots, n_0$. Το πρότυπο δύναται τότε να διατυπωθεί ως ακολούθως:

$$\min \sum_{i=1}^{n_0} \sum_{j=1}^{n_0} c_{ij} x_{ij} \quad (2.7)$$

$$\text{υπό} \quad \sum_{j=1}^{n_0} x_{ij} = 1, i = 1, \dots, n \quad (2.8)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j = 2, \dots, n_0 \quad (2.9)$$

$$\sum_{j=1}^{n_0} y_{ij}^k - \sum_{j=1}^{n_0} y_{ji}^k = \begin{cases} 1, & \text{εάν } i=1 \\ -1, & \text{εάν } i=k, \forall i, \forall k \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (2.10)$$

$$y_{ij}^k \leq x_{ij}, \forall i, \forall j, i \neq j, \forall k \quad (2.11)$$

$$y_{ij}^k \geq 0, \forall i, \forall j, i \neq j \quad (2.12)$$

$$x_{i,j} \in \{0,1\}, \forall i, \forall j, i \neq j \quad (2.13)$$

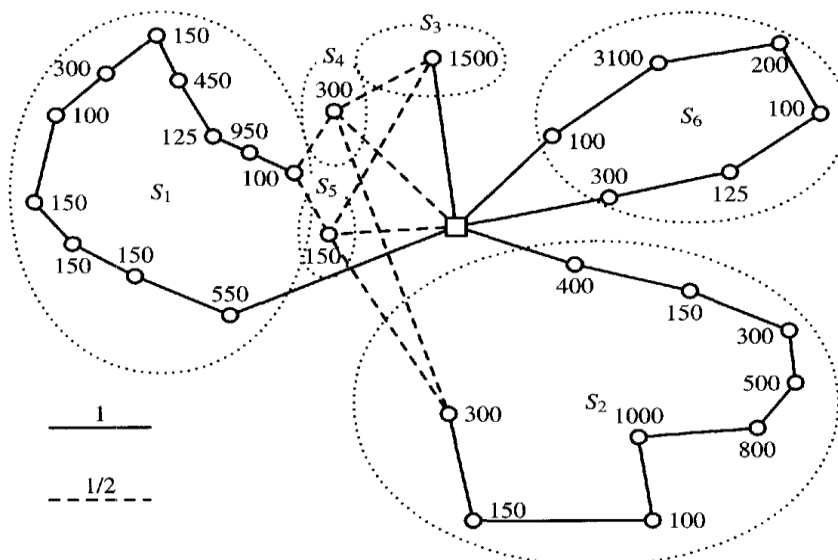
Η αντικειμενική συνάρτηση 2.7 και οι περιορισμοί 2.8 - 2.9 και 2.13 παραμένουν στην ουσία οι ίδιοι με πριν, ενώ οι περιορισμοί 2.3 έχουν αντικατασταθεί από τους 2.10, 2.11 και 2.12 που ο αριθμός τους $O(n^3)$ συγκριτικά με τον αριθμό $O(n^2)$ των προηγούμενων προτύπων. Φυσικά το επιτύχαμε αυτό εισάγοντας $O(n^3)$ νέες μεταβλητές.

Οι περιορισμοί 2.10 είναι οι γνωστές εξισώσεις ισορροπίας της ροής και εγγυώνται ότι η μία μονάδα από το σημείο αφετηρίας με προορισμό τον πελάτη k αφικνείται στον προορισμό της χωρίς ν' απορροφηθεί ενδιάμεσους κόμβους i . Οι περιορισμοί αυτοί διατυπώνονται για κάθε κόμβο i και κάθε πελάτη k στην μορφή *εκροή από τον κόμβο i — εισροή στον κόμβο i* . Τέλος οι περιορισμοί 2.11 εγγυώνται ότι το αγαθό με προορισμό τον πελάτη k κινείται μόνον σε τόξα για τα οποία $x_{ij} = 1$, τόξα με άλλα λόγια που έχουν επιλεγεί για την βέλτιστη λύση.

Στο πρότυπο αυτό κάθε εφικτή λύση έχει αναγκαστικά, όπως το επιβάλλουν οι περιορισμοί 2.8 και 2.9, ένα τόξο εισόδου και ένα τόξο εξόδου για κάθε έναν από τους κόμβους με εξαίρεση τον κόμβο αφετηρίας 1 όπου ζητούμε μόνον ένα τόξο εξόδου και το αντίγραφο του n_0 όπου απαιτούμε μόνον ένα τόξο εισόδου. Οι περιορισμοί ροών απαιτούν την επιλογή αυτών των τόξων με τέτοιο τρόπο ώστε να υπάρχει δυνατότητα για κάθε αγαθό να αφιχθεί στον προορισμό του και άρα πρέπει η εφικτή λύση να προδιαγράφει μία πλήρη διαδρομή από την αφετηρία σε κάθε πελάτη συμπεριλαμβανομένου και του n_0 . Για την ικανοποίηση αυτής της απαίτησης αρκούν $n_0 - 1$ τόξα για την δημιουργία μιας διαδρομής που από την αφετηρία εξυπηρετεί όλους τους $n_0 - 1$ πελάτες. Η ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, και εφόσον όλα τα C_{ij} είναι θετικά, δεν πρόκειται να επιτρέψει την χρήση περισσότερων τόξων. Άρα η βέλτιστη λύση θα αποτελείται από n τόξα τα οποία, εάν συμπτύξουμε την αφετηρία και το αντίγραφο της, θα μας δώσουν τον ζητούμενο κύκλο του πλανόδιου πωλητή.

2.2 Το περιορισμένης χωρητικότητας πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Capacitated Vehicle Routing Problem)

Το περιορισμένης χωρητικότητας πρόβλημα της δρομολόγησης οχημάτων ή απλούστερα το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (vehicle routing problem (VRP)) είναι στην ουσία η επέκταση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή στις περιπτώσεις όπου ένα μόνο όχημα δεν δύναται να επισκεφτεί όλους τους πελάτες. Σ' αυτήν την περίπτωση αναζητούνται πολλαπλοί υπόκυκλοι (κυκλικές διαδρομές), όλοι με αρχή και τέλος το ίδιο σημείο αφετηρίας, όπου έκαστος επισκέπτεται ένα υποσύνολο πελατών και όπου όλοι οι πελάτες καλύπτονται από το σύνολο των υποκύκλων, χωρίς κάποιος πελάτης να καλύπτεται από περισσότερους του ενός υποκύκλους όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Όπως και στη περίπτωση του πλανόδιου πωλητή, στο πρόβλημα της δρομολόγησης οχημάτων αναζητούμε να ελαχιστοποιήσουμε το κόστος των κυκλικών διαδρομών που εξυπηρετούν τους πελάτες από τη αφετηρία.



Σχήμα 2.2: Κυκλικές διαδρομές στην δρομολόγηση πολλαπλών σχημάτων

Οι λόγοι για τους οποίους ένα όχημα αδυνατεί να εξυπηρετήσει όλους τους πελάτες μπορεί να είναι πολλοί, π.χ. η συνολική ζήτηση των πελατών υπερβαίνει τη δυναμικότητα του οχήματος, η ζήτηση πρέπει να ικανοποιηθεί μέσα σε ορισμένα χρονικά όρια που είναι αδύνατον να επιτευχθούν από ένα μόνο όχημα, η ζήτηση διάφορων πελατών αφορά διαφορετικά προϊόντα και αυτά δεν μπορούν να αναμειχθούν κ.α.

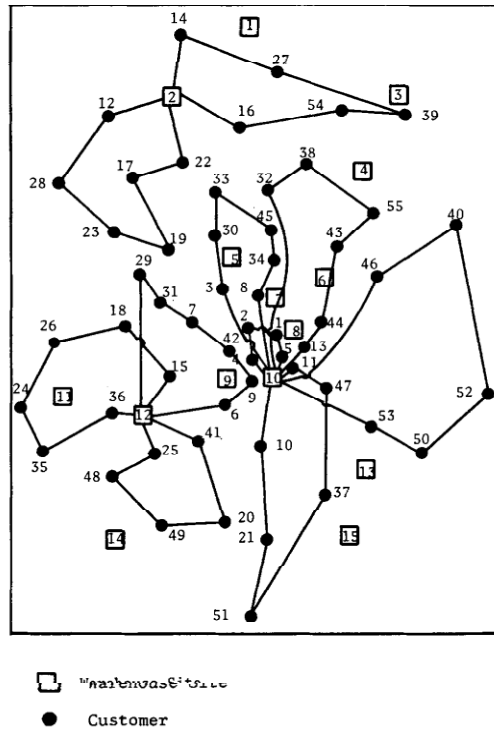
2.3 Σύνθετο πρόβλημα χωροθέτησης εγκαταστάσεων και δρομολόγησης οχημάτων(Location Routing Problem (LRP))

Στα περισσότερα προβλήματα χωροθέτησης εγκαταστάσεων, θεωρείται ότι οι πελάτες εξυπηρετούνται άμεσα από τις κοντινότερες σε αυτούς εγκαταστάσεις. Κάθε πελάτης εξυπηρετείται με ξεχωριστή διαδρομή. Όμως το συνηθισμένο που γίνεται στην πράξη είναι μια ομάδα πελατών να εξυπηρετείται από ένα όχημα σε μία διαδρομή. Αυτό το πρόβλημα είναι αρκετά δύσκολο να επιλυθεί γιατί πρέπει να ληφθούν αρκετές αποφάσεις. Οι πιο σημαντικές από αυτές είναι :

- Πόσες εγκαταστάσεις θα χωροθετηθούν,
- Που πρέπει να είναι οι εγκαταστάσεις,
- Ποιοι πελάτες θα ανατεθούν σε κάποια διαδρομή,
- Με ποια σειρά θα εξυπηρετηθούν οι πελάτες σε κάθε διαδρομή.

Στο σύνθετο πρόβλημα χωροθέτησης εγκαταστάσεων και δρομολόγησης οχημάτων ένας αριθμός από εγκαταστάσεις χωροθετούνται στα υποψήφια σημεία και στην συνέχεια από κάθε μία εγκατάσταση σχεδιάζονται οι διαδρομές που θα ακολουθούν τα οχήματα με τέτοιο τρόπο ώστε το συνολικό κόστος να ελαχιστοποιείται. Έτσι στο σύνθετο πρόβλημα χωροθέτησης εγκαταστάσεων και δρομολόγησης οχημάτων τρεις θεμελιώδεις αποφάσεις λαμβάνονται, που θα χωροθετηθούν οι εγκαταστάσεις, πως θα αναθέσουμε τους πελάτες στις εγκαταστάσεις και πως θα δρομολογηθούν τα οχήματα ώστε να εξυπηρετήσουν τους πελάτες.

Η βασική διαφορά του προβλήματος αυτού από το κλασικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων είναι ότι δεν πρέπει να ληφθούν μόνο αποφάσεις δρομολόγησης αλλά και ταυτόχρονα πρέπει να βρεθούν τα βέλτιστα σημεία που θα χωροθετηθούν κάποιες εγκαταστάσεις. Η κύρια διαφορά του σύνθετου προβλήματος χωροθέτησης εγκαταστάσεων και δρομολόγησης οχημάτων από το κλασικό πρόβλημα χωροθέτησης εγκαταστάσεων είναι ότι στο πρώτο μετά που θα χωροθετηθούν οι εγκαταστάσεις θα δημιουργηθούν διαδρομές που θα περικλείουν ένα σύνολο πελατών, ενώ στο δεύτερο μόλις χωροθετηθούν οι εγκαταστάσεις το όχημα θα φεύγει από την εγκατάσταση και θα πηγαίνει μόνο σε ένα πελάτη και θα επιστρέφει στην συνέχεια πίσω στην αποθήκη από όπου ξεκίνησε.



Σχήμα 2.3: Σύνθετο πρόβλημα χωροθέτησης εγκαταστάσεων και δρομολόγησης οχημάτων (Location Routing Problem)

Παρακάτω παρουσιάζεται μία προτυποποίηση του προβλήματος.

$$\min \sum_{i=n+1}^{n+m} F_i z_i + \sum_{i=1}^S \sum_{j=n+1}^{n+m} c_{ij} f_{ij} + \sum_{j=n+1}^{n+m} u_j \left(\sum_{i=1}^n q_i y_{ij} \right) + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{n+m} \sum_{j=1}^{n+m} c_k d_{ij} x_{ijk}$$

ΥΠΟ

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{n+m} x_{ijk} = 1, i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n q_i \left(\sum_{j=1}^{n+m} x_{ijk} \right) \leq C_k, k = 1, \dots, K$$

$$\sum_{i=1}^{n+m} \sum_{j=1}^{n+m} d_{ij} x_{ijk} \leq D_k, k = 1, \dots, K$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k=1}^K x_{ijk} \geq 1,$$

$$\forall N \subset 1, \dots, n+m \mid n+1, \dots, n+m \subset N$$

$$\sum_{j=1}^{n+m} x_{ijk} - \sum_{j=1}^{n+m} x_{jik} = 0$$

$$k = 1, \dots, K, \quad i = 1, \dots, n+m$$

$$\sum_{j=n+1}^{n+m} \sum_{i=1}^n x_{ijk} \leq 1, k = 1, \dots, K$$

$$\sum_{i=1}^S f_{ij} - \sum_{i=1}^n q_i y_{ij} = 0, j = n+1, \dots, n+m$$

$$\sum_{i=1}^S f_{ij} - T_j z_j \leq 0, j = n+1, \dots, n+m$$

$$\sum_{j=1}^{n+m} x_{ijk} + \sum_{l=1}^{n+m} x_{jlk} - y_{ij} \leq 1,$$

$$i = 1, \dots, n, \quad j = n+1, \dots, n+m, \quad k = 1, \dots, K$$

$$x_{ijk} \in [0, 1], \quad i = 1, \dots, n+m, \quad j = 1, \dots, n+m, \quad k = 1, \dots, K$$

$$y_{ij} \in [0, 1], \quad i = 1, \dots, n, \quad j = n+1, \dots, n+m,$$

$$z_j \in [0, 1], \quad j = n+1, \dots, n+m$$

$$f_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, S, \quad j = n+1, \dots, n+m$$

Κεφάλαιο 3:

Περιγραφή αλγορίθμων επίλυσης

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε διάφορες ευρετικές και μεθευρετικές μεθόδους βάση των οποίων είναι δυνατή η επίλυση όλων των περιπτώσεων δρομολόγησης οχημάτων, και όχι μόνο. Οι παρακάτω μέθοδοι έχουν προταθεί από διάφορους ερευνητές που ασχολούνται με το αντικείμενο της δρομολόγησης οχημάτων, και μερικές από αυτές αναπτύχθηκαν τα τελευταία χρόνια βάση προηγούμενων αποτελώντας βελτίωσή τους.

3.1 Ευρετικές μέθοδοι

Η επίλυση ενός προβλήματος συνδυαστικής βελτιστοποίησης γίνεται ολοένα και δυσκολότερη όσο αυξάνει το μέγεθος του προβλήματος και πολλές φορές το να προσπαθούμε να βρούμε την ολικά βέλτιστη λύση σε λογικό χρόνο είναι πρακτικά αδύνατο. Για να επιλύσουμε προβλήματα αυτής της μορφής συχνά καταφεύγουμε σε διαφορετικές τεχνικές που μας οδηγούν σε μία σχεδόν βέλτιστη, αλλά ικανοποιητική λύση. Μια λύση ενός ευρετικού αλγόριθμου γίνεται αποδεκτή αν ικανοποιεί κάποια κριτήρια όπως η ποιότητα της λύσης, δηλαδή η απόκλιση της από τη βέλτιστη, η ευκολία απόκτησης μιας λύσης, η λογική πάνω στην οποία στηρίζονται οι κανόνες του ευρετικού αλγόριθμου που χρησιμοποιήθηκαν για να οδηγηθούμε στην λύση.

Για κάποιο πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης δεν υπάρχει μονάχα ένας ευρετικός αλγόριθμος που να δίνει τη βέλτιστη λύση, αλλά έχουν αναπτυχθεί αρκετοί αλγόριθμοι οι οποίοι συγκρινόμενοι μεταξύ τους μας οδηγούν ολοένα και σε καλύτερες λύσεις.

Οι κατηγορίες των αλγορίθμων αυτών είναι οι ακόλουθες :

- **Αλγόριθμοι απληστίας** (greedy algorithms)
- **Προσεγγιστικοί αλγόριθμοι** (approximation algorithms)
- **Αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης** (local search algorithms)

Συνοπτικά μπορούμε να πούμε ότι οι αλγόριθμοι απληστίας προσπαθούν να οδηγήσουν σε μία εφικτή λύση του προβλήματος, αλλά πολλές φορές χρειάζονται πάρα πολύ μεγάλο χρόνο γιατί είναι μυωπικοί αλγόριθμοι, δηλαδή βλέπουν μόνο μπροστά. Οι προσεγγιστικοί αλγόριθμοι προσπαθούν να λύσουν αυτό το πρόβλημα χρησιμοποιώντας επιπλέον πληροφορία. Τέλος οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης προσπαθούν από μια αρχική εφικτή λύση να βελτιώσουν τη λύση με κάποια μέθοδο αναζήτησης στην γειτονιά της λύσης.

Παρακάτω θα δούμε παραδείγματα για κάθε ένα από τους ευρετικούς αλγορίθμους.

3.1.1 Αλγόριθμοι απληστίας

Πλανόδιος πωλητής- Διαδικασία εισαγωγής κόμβων

Σε αυτές τις διαδικασίες παίρνουμε ένα στοιχειώδη κύκλο και προσπαθούμε να βρούμε ποιος κόμβος που δεν είναι αυτή τη στιγμή στον κύκλο, μπορεί να μπει αμέσως μετά τη διαδρομή και μετά καθορίζουμε σε ποιο σημείο του κύκλου μπαίνει. Υπάρχουν πάρα πολλά κριτήρια που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για την επιλογή των επόμενων κόμβων και για αυτό το λόγο μπορούν να δημιουργηθούν πολλές διαφορετικές διαδικασίες.

Στη συνέχεια θα περιγράψουμε τη διαδικασία πλησιέστερης εισαγωγής (Nearest Insertion) :

Βήμα 1: Ξεκινάμε με ένα υπογράφημα που περιλαμβάνει μονάχα τον κόμβο i .

Βήμα 2: Βρίσκουμε τον κόμβο k του οποίου το κόστος c_{ik} είναι ελάχιστο και δημιουργούμε τη διαδρομή $i-k-i$.

Βήμα 3: Βήμα επιλογής. Δοθέντος μιας διαδρομής, βρίσκουμε ένα κόμβο k που δεν είναι στην διαδρομή και είναι πλησιέστερα σε οποιοδήποτε κόμβο της διαδρομής.

Βήμα 4: Βρίσκουμε το τόξο (i,j) στην διαδρομή που ελαχιστοποιεί το $c_{ik} + c_{kj} - c_{ij}$. Εισάγουμε το k ανάμεσα στα i και j .

Βήμα 5: Επιστρέφουμε στο 3, εκτός αν έχουμε κύκλο Χάμιλτον, δηλαδή έχουμε περάσει από όλους τους κόμβους ακριβώς μία φορά και έχουμε επιστρέψει στον αρχικό.

Η συμπεριφορά του αλγορίθμου στην χειρότερη περίπτωση είναι η ακόλουθη:

$$\frac{\text{μήκος.διαδρομής.διαδικασίας}}{\text{μήκος.βέλτιστης.διαδρομής}} \leq 2$$

Ο αλγόριθμος αυτός απαιτεί υπολογισμούς της τάξης n^2 .

3.1.2 Προσεγγιστικοί αλγόριθμοι

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων- Ο αλγόριθμος των εξοικονομήσεων των Clarke & Wright (The savings algorithm)

Ο πρώτος κατασκευαστικός αλγόριθμος που έχει προταθεί για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων είναι ο αλγόριθμος των Clarke & Wright. Σε αυτή τη μέθοδο αρχικά υπολογίζονται οι εξοικονομήσεις όλων των πελατών και στη συνέχεια δημιουργούνται διαδρομές βάση των καλύτερων εξοικονομήσεων. Η διαδικασία έχει δύο εκδοχές, την παράλληλη και την ακολουθητική. Η διαδικασία έχει την παρακάτω μορφή:

Βήμα 1: Υπολογίζουμε τις εξοικονομήσεις για όλα τα ζεύγη των πελατών i και j
 $s_{ij} = c_{ii} - c_{ij} + c_{ji}$.

Βήμα 2: Κατατάσσουμε τις εξοικονομήσεις σε φθίνουσα σειρά.

Βήμα 3: Ξεκινάμε από την κορυφή της λίστας και κάνουμε τα εξής βήματα:

Παράλληλη εκδοχή

Βήμα 4: Αν μετά τη δημιουργία ενός δεσμού, δημιουργείται μια εφικτή διαδρομή, ικανοποιώντας τους περιορισμούς του VRP, δεχόμαστε τον δεσμό στην λύση, αλλιώς τον απορρίπτουμε.

Βήμα 5: Εξετάζουμε τον επόμενο δεσμό στη λίστα και επαναλαμβάνουμε το βήμα 4 έως ότου να μην μπορεί να επιλεγεί άλλος δεσμός.

Ακολουθητική εκδοχή

Βήμα 4: Βρίσκουμε τον πρώτο εφικτό δεσμό στην λίστα που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προεκτείνει ένα από τα δύο άκρα της τρέχουσας διαδρομής.

Βήμα 5: εάν η διαδρομή δεν μπορεί να επεκταθεί επιπλέον, ολοκληρώνουμε τη διαδρομή. Επιλέγουμε τον πρώτο εφικτό δεσμό στην λίστα για να ξεκινήσουμε μια καινούργια διαδρομή.

Βήμα 6: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 4 και 5 μέχρι κανένας δεσμός να μην μπορεί να επιλεγεί.

3.1.3 Αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης

3.1.3.1 Η μέθοδος 2-opt

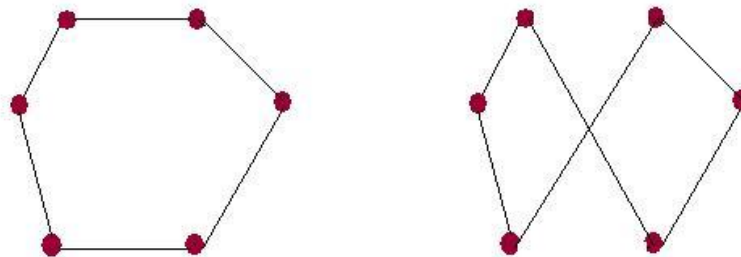
Η μέθοδος αυτή αποτελείται γενικά από τη διαγραφή 2 ακμών και την επανασύνδεση δύο μονοπατιών με διαφορετικό τρόπο για να καθορίσουμε μια καινούργια διαδρομή. Παρατηρούμε ότι υπάρχει μόνο ένας τρόπος για να επανασυνδέσουμε τα μονοπάτια. Η διαδικασία της μεθόδου είναι η ακόλουθη:

Βήμα 1: Έστω T η τρέχουσα διαδρομή.

Βήμα 2: Για κάθε κόμβο $i = 1, \dots, n$: Εξετάζουμε όλες τις πιθανές 2-opt κινήσεις που μπορεί να γίνουν από την i και την επόμενη της μέσα στην διαδρομή. Αν με αυτό τον τρόπο μπορούμε να μειώσουμε το κόστος της διαδρομής, τότε επιλέγουμε την καλύτερη 2-opt κίνηση και εφαρμόζουμε τις αλλαγές στην διαδρομή T .

Βήμα 3: Αν δεν μπορούμε να βρούμε επιπλέον βελτίωση, σταματάμε.

Στην χειρότερη περίπτωση, μπορεί μονάχα να εγγραφεί ότι μια κίνηση βελτίωσης μειώνει το μήκος της διαδρομής τουλάχιστον μία μονάδα.



Σχήμα 3.1: Εφαρμογή του αλγορίθμου 2-opt

3.1.3.2 Η μέθοδος 3-opt

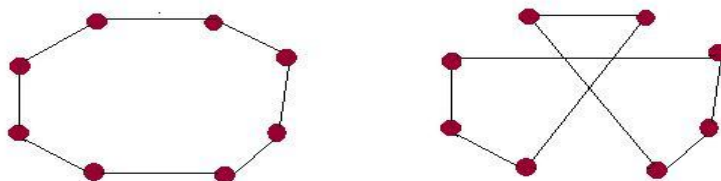
Η βελτίωση που επιφέρει στο μήκος της διαδρομής ο προηγούμενος αλγόριθμος είναι προφανής. Αν θέλουμε να είμαστε πιο ευέλικτοι θα μπορούσαμε να σπάσουμε τον αλγόριθμο σε τρία μέρη αντί για δύο και να συνδυάσουμε τα μονοπάτια με τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Η διαδικασία της μεθόδου είναι η ακόλουθη:

Βήμα 1: Έστω T η τρέχουσα διαδρομή.

Βήμα 2: Για κάθε κόμβο $i \in V$ υπολογίζουμε ένα σύνολο από κόμβους $N(i)$.

Βήμα 3: Για κάθε κόμβο $i = 1, \dots, n$: Εξετάζουμε όλες τις πιθανές 3-opt κινήσεις που μπορεί να γίνουν και οι οποίες διαγράφουν από τις τρεις πλευρές έχοντας η κάθε μια από αυτές μια πλευρά στην $N(i)$. Αν με αυτό τον τρόπο μπορούμε να μειώσουμε το κόστος της διαδρομής τότε επιλέγουμε την καλύτερη 3-opt κίνηση και εφαρμόζουμε τις αλλαγές στην διαδρομή T .

Βήμα 4: Αν δεν μπορούμε να βρούμε επιπλέον βελτίωση, σταματάμε.



Σχήμα 3.2: Εφαρμογή του αλγορίθμου 3-opt

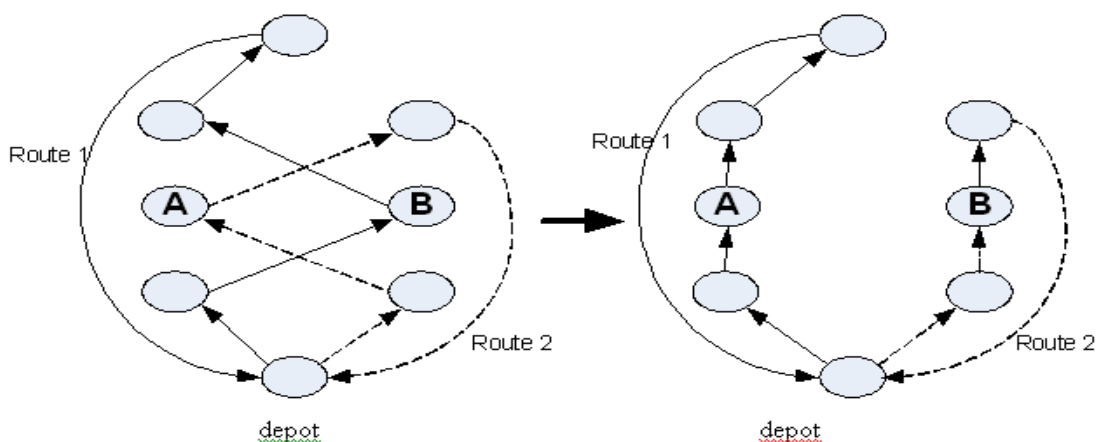
3.1.3.3 Η μέθοδος 2-opt exchange

Η μέθοδος 2-opt exchange είναι μια μέθοδος για δύο ομάδες πελατών σε διαφορετικές διαδρομές, με συνέπεια τη χαμηλότερη απόσταση σε μίλια ή το χαμηλότερο κόστος ή το λιγότερο χρόνο σε κάθε διαδρομή, ανάλογα με τις απαιτήσεις του προβλήματος.

Η διαδικασία εναλλαγής πελατών μεταξύ των διαφορετικών δρομολογίων θα επαναλαμβάνεται μέχρι να μην υπάρχουν άλλες ανταλλαγές που να προκαλούν μείωση στην απόσταση σε μίλια, κόστος ή χρόνο.

Αυτό θα οδηγήσει σε ένα νέο σύνολο συστάδων.

Παρακάτω βλέπουμε τη σχηματική απεικόνιση της 2-opt exchange και την αλλαγή του σταθμού A της διαδρομής 1 με τον σταθμό B της διαδρομής 2 και στη συνέχεια τα νέα δρομολόγια που προκύπτουν. [25]



Σχήμα 3.3: Εφαρμογή της 2-opt exchange

3.1.3.4 Or-βέλτιστο

Η διαδικασία του Or-βέλτιστου, γνωστή ως ευρετικός ανταλλαγής κόμβων, παρουσιάστηκε για πρώτη φορά από τον Or. Απαλείφει μια ακολουθία από μέχρι τρεις γειτονικούς κόμβους και τους εισάγει σε μια άλλη θέση μέσα στην ίδια διαδρομή.

Ο Or-βέλτιστο μπορεί να θεωρηθεί ως μια ειδική περίπτωση του 3-opt (αντικατάσταση τριών τόξων) όπου τρία τόξα αφαιρούνται και αντικαθίστανται από άλλες τρία τόξα. Όταν διαγράφεται μια αλυσίδα από συνεχόμενους κόμβους στον Or-βέλτιστο, δύο τόξα διαγράφονται, και το τρίτο απαλείφεται όταν εισάγεται η αλυσίδα πάλι στην διαδρομή. Ωστόσο, ο αριθμός των δυνατών Or-ανταλλαγών είναι πολύ μικρότερος από αυτό των δυνατών του 3-opt. Ο Or-βέλτιστος φαίνεται επίσης να παράγει βελτιωμένες

λύσεις ισοδύναμης ποιότητας με τις λύσεις που παράγει η 3-opt, ενώ απαιτεί σημαντικά λιγότερο υπολογιστικό χρόνο.

Ο αλγόριθμος Or-βέλτιστο μπορεί να περιγραφεί ως ακολούθως:

Βήμα 1: Θεώρησε μια αρχική διαδρομή και θέσε $t=1$ και $s=3$.

Βήμα 2: Αφαίρεσε από τη διαδρομή μια αλυσίδα από s συνεχόμενους κόμβους, ξεκινώντας με τον κόμβο στην θέση t , και διστακτικά εισήγαγε την ανάμεσα σε όλα τα εναπομείναντα ζεύγη συνεχών κόμβων της διαδρομής.

Βήμα 2.1: Εάν η διστακτική εισαγωγή μειώνει το κόστος της διαδρομής, υλοποίησε την άμεσα, προσδιορίζοντας έτσι μια καινούρια διαδρομή, θέσε $t=1$ και επανέλαβε το Βήμα 2.

Βήμα 2.2: Εάν καμία διστακτική εισαγωγή δεν μειώνει το κόστος της διαδρομής, θέσε $t=t+1$. Εάν $t=n+1$ τότε συνέχισε με το Βήμα 3, αλλιώς επανέλαβε το Βήμα 2.

Βήμα 3: Θέσε $t=1$ και $s=s-1$. Εάν $s > 0$ πήγαινε στο Βήμα 2, αλλιώς σταμάτα.

3.1.4 Αλγόριθμος Sweep

Υπάρχουν πολλοί αλγόριθμοι που εξετάζουν τα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων. Οι περισσότεροι από αυτούς αφορούν προβλήματα δρομολόγησης όπου η ζήτηση είναι γνωστή. Ένας από τους απλούστερους είναι ο αλγόριθμος sweep, ο οποίος κατασκευάστηκε για να δημιουργεί διαδρομές για τα οχήματα παράδοσης αγαθών, όπου μία λύση για το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή πραγματοποιείται στο δεύτερο στάδιο από τα δυο στάδια στα οποία εκτελείται ο αλγόριθμος.

Αναλυτικότερα, ο αλγόριθμος sweep λειτουργεί σε **δύο στάδια** τα οποία είναι:

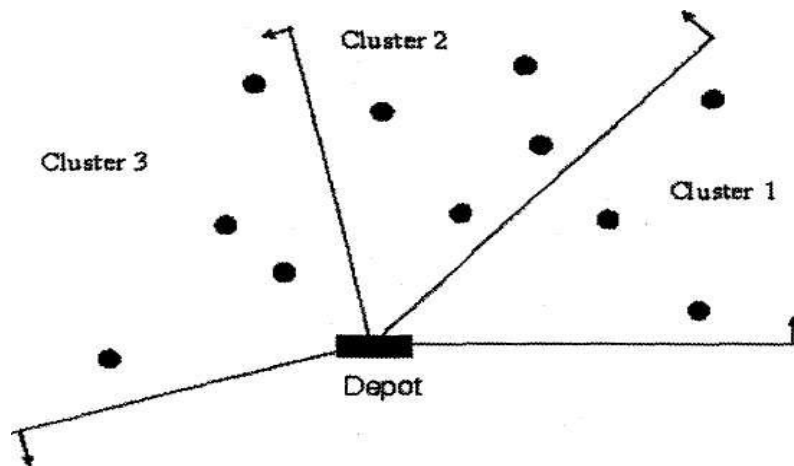
- **συγκέντρωση και**
- **παραγωγή διαδρομών.**

Στην πρώτη φάση όλοι οι κόμβοι είναι συγκεντρωμένοι βασισμένοι στην ικανότητα τους και λέγοντας ικανότητα εννοούμε τον μέγιστο αριθμό εμπορευμάτων που μπορεί να μεταφερθεί στην εξυπηρέτηση μίας διαδρομής. Σε αυτή την περίπτωση, ο μέγιστος αριθμός εμπορευμάτων που μεταφέρονται με το όχημα εξαρτάται από την ικανότητα του ίδιου του οχήματος. Αφ' ετέρου, η ικανότητα για τη δρομολόγηση λεωφορείων είναι ο μέγιστος αριθμός επιβατών που μπορεί να μεταφερθεί με ένα λεωφορείο κατά μήκος της διαδρομής. Σε αυτήν την περίπτωση, η ικανότητα ενός λεωφορείου δεν αντιπροσωπεύει το μέγιστο αριθμό από τους επιβάτες που μπορούν να μεταφερθούν κατά μήκος της διαδρομής επειδή μερικοί από τους επιβάτες μπορούν να αποβιβαστούν πριν από την ολοκλήρωση της διαδρομής. Το λεωφορείο μπορεί επίσης να εξυπηρετήσει περισσότερους επιβάτες.

3.1.4.1 Στάδιο 1: Συγκέντρωση

Το σχήμα 3.1.4 επεξηγεί μια διαδικασία συγκέντρωσης διάφορων κόμβων. Στον αλγόριθμο sweep χρησιμοποιούμε πολικές συντεταγμένες. Τα μαύρα σημεία αντιπροσωπεύουν τους κόμβους και οι ευθείες γραμμές δείχνουν τη φορά που γίνεται το "σκούπισμα", η οποία είναι αντίθετη από την φορά των δεικτών του ρολογιού. Η συγκέντρωση εκτελείται ενώνοντας κόμβους ξεκινώντας από τον πρώτο κόμβο, που θα είναι ο πιο κοντινός, δηλαδή αυτός που θα σχηματίζει τη μικρότερη γωνία με τον άξονα x (αφού αναφερόμαστε σε πολικές συντεταγμένες). Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται με την ένωση του δεύτερου κοντινότερου κόμβου, του τρίτου και θα συνεχίζεται στους επόμενους όσο δεν παραβιάζεται ο περιορισμός ικανότητας. Όσο η συνολική ζήτηση (δηλαδή το άθροισμα της ζήτησης για κάθε ένα κόμβο που προσθέτω) είναι μικρότερη από τον περιορισμό ικανότητας συνεχίζω να ενώνω κόμβους. Όταν ένας κόμβος δεν μπορεί να περιληφθεί στην πρώτη συστάδα, δεδομένου ότι αυτό θα παραβίαζε τον

περιορισμό, αυτός ο κόμβος γίνεται ο πρώτος κόμβος της δεύτερης συστάδας. Η διαδικασία ολοκληρώνεται όταν περιλαμβάνονται όλοι οι κόμβοι στις συστάδες.



Σχήμα 3.4: Συγκέντρωση κόμβων με τη μέθοδο sweep

3.1.4.2 Στάδιο 2: Παραγωγή διαδρομών

Η παραγωγή διαδρομών στοχεύει στο να συνδέσει όλους τους κόμβους σε κάθε συστάδα που ξεκινάει και τελειώνει στην ίδια αποθήκη. Το αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας είναι μια συντομότερη πορεία που συνδέει όλους τους κόμβους στη συστάδα.

Η ιδέα του TSP είναι να βρει έναν βέλτιστο “γύρο”. “Γύρος” για ένα πρόβλημα TSP είναι ένα κύκλωμα σε μια γραφική παράσταση που περιέχει κάθε κόμβο ακριβώς μια φορά. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται σε αυτό το στάδιο του TSP είναι ο κοντινότερος-γειτονικός αλγόριθμος (Bellmore & Nemhauser, 1968).

Ο αλγόριθμος sweep μπορεί να εφαρμοστεί χρησιμοποιώντας δύο διαφορετικές μεθόδους, ξεκινώντας από την αρχή και ξεκινώντας από το τέλος. Στην πρώτη περίπτωση, οι θέσεις είναι συγκεντρωμένες από τον πρώτο κόμβο και συνεχίζονται στους επόμενους κόμβους κατά τρόπο δεξιόστροφο. Η διαδικασία στη δεύτερη περίπτωση είναι η ίδια, εκτός από το ότι διαμορφώνει τις συστάδες στην αντίστροφα..

Και οι δύο μέθοδοι συγκρίνονται μεταξύ τους προκειμένου να καθοριστεί ποια μέθοδος δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα. [23]

3.2 Μεθευρετικές μέθοδοι

Τα τελευταία χρόνια οι μεθευρετικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται ευρύτατα για την επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων βελτιστοποίησης. Λόγω της πολυπλοκότητας που διέπει τους αλγορίθμους των μεθευρετικών μεθόδων ακόμη και σήμερα δεν έχει δοθεί επίσημα ένας ορισμός τους.

Οι μεθευρετικές μέθοδοι έχουν ως κύριο στόχο την εξονυχιστική εξερεύνηση των διαστημάτων πιθανών λύσεων. Η ποιότητα των λύσεων που επιτυγχάνονται με τις μεθόδους αυτές είναι πολύ καλύτερη από την ποιότητα που δίνουν οι κλασσικές ευρετικές μέθοδοι.

Για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφοροι μεθευρετικοί αλγόριθμοι. Οι βασικότεροι από αυτούς είναι:

- **Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών** (Ant Colony Optimization)
- **Αλγόριθμος Περιορισμένης Αναζήτησης –(Tabu Search (TS))**
- **Γενετικοί Αλγόριθμοι – (Genetic Algorithms (GA))**
- **Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων** (Particle Swarm Optimization (PSO))
- **Προσομοιωμένη Ανόπτηση** (Simulated Annealing)

3.2.1 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization)

Η Βελτιστοποίηση Αποικίας Μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization ACO)) είναι μια σχετικά νέα στρατηγική για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Η Βελτιστοποίηση Αποικίας Μυρμηγκιών είναι ένα σύστημα που μιμείται τη συμπεριφορά των πραγματικών μυρμηγκιών κατά τη διαδικασία της εύρεσης της τροφής τους. Τα μυρμηγκία αναπτύσσουν μια τεχνική για να βρουν τη συντομότερη διαδρομή από την φωλιά τους προς την πηγή της τροφής τους και αντίθετα. Τα μυρμηγκία ξεκινούν την αναζήτηση της τροφής γύρω από την πηγή με τυχαίο τρόπο και καθώς κινούνται αφήνουν μια ποσότητα μιας ουσίας που ονομάζεται φερομόνη και με αυτό τον τρόπο μαρκάρουν το μονοπάτι που έχουν διανύσει. Η ποσότητα της φερομόνης στο κάθε μονοπάτι εξαρτάται από την απόσταση, την ποιότητα και την ποσότητα της τροφής που βρέθηκε. Το επόμενο μυρμηγκί που θα φύγει από τη φωλιά του είναι πολύ πιθανό να ακολουθήσει τη φερομόνη που θα υπάρχει σε κάποιο μονοπάτι, αφήνοντας μια ποσότητα φερομόνης στο ίδιο μονοπάτι. Καθώς η ποσότητα φερομόνης στο συγκεκριμένο μονοπάτι όλο και αυξάνεται όλο και περισσότερα μυρμηγκία ακολουθούν αυτό το μονοπάτι. Όμως καθώς η ώρα περνάει η φερομόνη, ιδιαίτερα από τα μονοπάτια που δεν πηγαίνουν πολλά μυρμηγκία, ελαττώνεται. Τελικά από όλα τα υπόλοιπα μονοπάτια η φερομόνη εξαφανίζεται και όλα τα μυρμηγκία ακολουθούν τελικά το ίδιο μονοπάτι, που είναι και η βέλτιστη ή η σχεδόν βέλτιστη λύση.

3.2.2 Αλγόριθμος Περιορισμένης Αναζήτησης (Tabu Search (TS))

Ο μεθευρετικός αλγόριθμος της περιορισμένης αναζήτησης, είναι ίσως ο πιο γνωστός μεθευρετικός αλγόριθμος. Η περιορισμένη αναζήτηση χρησιμοποιεί ένα ευρετικό αλγόριθμο για να μετακινηθεί από την μια λύση στην άλλη. Όμως, όπως και στους άλλους μεθευρετικούς αλγορίθμους, υπάρχει η πιθανότητα η λύση να παγιδευτεί σε τοπικό ελάχιστο. Η σημαντική διαφορά της περιορισμένης αναζήτησης από την στρατηγική της προσομοιωμένης ανόπτησης είναι ότι για να ξεφύγει η λύση από το τοπικό ελάχιστο χρησιμοποιείται μια συγκεκριμένη στρατηγική για την επιλογή της επόμενης λύσης και δεν γίνεται τυχαία επιλογή της επόμενης λύσης. Η στρατηγική αυτή χρησιμοποιεί μνήμη αντί για πιθανότητα. Όταν λέμε μνήμη εννοούμε μνήμη από τις προηγούμενες κινήσεις που έχουν πραγματοποιηθεί.

Για να αποφευχθούν οι συνεχείς επιστροφές σε προηγούμενες λύσεις (δηλαδή για να αποφευχθούν οι επαναλαμβανόμενοι κύκλοι γύρω από μια ομάδα λύσεων) οι τελευταίες κινήσεις καταγράφονται σε μια λίστα, η οποία ονομάζεται λίστα περιορισμένων κινήσεων (tabu list) και οι συγκεκριμένες κινήσεις απαγορεύεται να επιστρέψουν στην λύση για συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων.

Μία σύντομη περιγραφή του αλγορίθμου της περιορισμένης αναζήτησης είναι η ακόλουθη: Αρχικά, μια αρχική λύση κατασκευάζεται αξιοποιώντας τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του κάθε προβλήματος. Στη συνέχεια η τιμή της συνάρτησης κόστους για τις υποψήφιες λύσεις στη γειτονιά της αρχικής λύσης υπολογίζεται και γίνεται μια προσπάθεια να κινηθούμε στη γειτονιά που δίνει την καλύτερη λύση.

Συνήθως είναι η καλύτερη τιμή της συνάρτησης κόστους που καθορίζει την ποιότητα της λύσης. Για να γλιτώσουμε περιττούς υπολογισμούς του κόστους υπολογίζεται μια τιμή κίνησης (move value) αντί να υπολογιστεί το ολικό κόστος. Έτσι, αντί της συνάρτησης κόστους $c(s)$ χρησιμοποιείται μια συνάρτηση $\delta c(s)$ για να υπολογιστούν οι αλλαγές που συσχετίζονται με την κίνηση.

3.2.3 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization(PSO))

Ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization) είναι ένας πολύ γνωστός αλγόριθμος ολικής βελτιστοποίησης που προτάθηκε για να προσομοιωθεί η κοινωνική συμπεριφορά κάποιων οργανισμών, όπως το πέταγμα σε μορφή σμήνους των πουλιών και την ομαδική κίνηση των ψαριών.

Αρχικά, ένας αριθμός από σωματίδια δημιουργούνται, όπου το κάθε ένα από αυτά έχει μια συγκεκριμένη θέση στο χώρο λύσεων και κινείται με μια συγκεκριμένη ταχύτητα. Η θέση που έχει το κάθε σωματίδιο αντιπροσωπεύει μια συγκεκριμένη λύση στο πρόβλημα και αναπαριστάται με ένα n -διαστάσεων διάνυσμα στο χώρο λύσεων S_{ij} , $i = 1, 2, \dots, N$, $j = 1, 2, \dots, n$ (N είναι το μέγεθος του πληθυσμού, n είναι ο αριθμός των κόμβων), και η απόδοση της εκτιμάται από μια προκαθορισμένη συνάρτηση ποιότητας (fitness function). Έτσι, κάθε σωματίδιο τοποθετείται, αρχικά, τυχαία σε ένα n -διαστάσεων χώρο σαν μια υποψήφια λύση. Η ταχύτητα u_{ij} , αντιπροσωπεύει τις αλλαγές που θα γίνουν για να κινηθεί το σωματίδιο από την μία θέση στην άλλη. Η κατεύθυνση όπου θα κινηθεί το σωματίδιο υπολογίζεται από τη δυναμική αλληλεπίδραση της δικής του εμπειρίας και της εμπειρίας ολόκληρου του σμήνους. Το κάθε σωματίδιο έχει τρεις πιθανότητες για να αναπροσαρμόσει την τροχιά του κατά την διάρκεια της κίνησης του. Η πρώτη είναι να ακολουθήσει μια δική του διαδρομή, η δεύτερη να κινηθεί προς τη βέλτιστη θέση που είχε κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων, και η τρίτη είναι να κινηθεί προς τη θέση που έχει το βέλτιστο σωματίδιο στον πληθυσμό. Κάθε σωματίδιο προσαρμόζει την τροχιά που κινείται βάση της προηγούμενης.

3.2.4 Γενετικοί Αλγόριθμοι –(Genetic Algorithms (GA))

Ένας γενετικός αλγόριθμος είναι μια στοχαστική επαναληπτική διαδικασία που διατηρεί το μέγεθος του πληθυσμού σταθερό σε κάθε επανάληψη, η οποία ονομάζεται γενιά (generation). Η βασική τους λειτουργία είναι το ταίριασμα δύο λύσεων με στόχο να δημιουργήσουν μια νέα λύση. Για να δημιουργηθεί μια νέα λύση εφαρμόζονται δύο τελεστές, ένας δυαδικός τελεστής που ονομάζεται διασταύρωση (crossover) και ένας μοναδιαίος τελεστής που ονομάζεται μετάλλαξη (mutation). Η διασταύρωση παίρνει δύο άτομα που ονομάζονται γονείς (parents) και παράγει με την ανταλλαγή τμημάτων των γονέων δύο νέα άτομα που ονομάζονται απόγονοι (offspring). Κάθε άτομο στον πληθυσμό αντιπροσωπεύει μια υποψήφια λύση για το πρόβλημα επιλογής υποσυνόλου χαρακτηριστικών.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι μπορούν να εφαρμοστούν με ποικίλους τρόπους και μπορούν να περιγραφούν ως εξής:

Έναρξη
Αρχικοποίηση πληθυσμού

Εκτέλεση
Επέλεξε δύο άτομα I1 και I2 του πληθυσμού.
Εφάρμοσε τον χειριστή διασταυρώσεων στα άτομα I1 και I2 για να παράγεις ένα νέο άτομο I3.
Επέλεξε δύο άτομα μεταξύ των I1, I2 και I3.
Εκτέλεσε περιστασιακά την μετανάστευση έως ότου ο πληθυσμός να συγκλίνει

Τέλος

Αυτή είναι η απλούστερη περιγραφή του γενετικού αλγορίθμου. Κάθε εκτέλεση του βρόχου επανάληψης καλείται δοκιμή.

3.2.5 Προσομοιωμένη Ανόπτηση (Simulated Annealing)

Η προσομοιωμένη ανόπτηση είναι μια γενίκευση της μεθόδου Monte Carlo για τις εξισώσεις της κατάστασης και των παγωμένων καταστάσεων των συστημάτων n-σωμάτων. Η έννοια είναι βασισμένη στον τρόπο με τον οποίο τα υγρά παγώνουν ή τα μέταλλα επανακρυσταλλώνονται στο στάδιο της ανόπτησης. Σε μια διαδικασία ανόπτησης ένα λειωμένο μέταλλο, αρχικά στην υψηλή θερμοκρασία και δίχως τάξη (αταξία συστήματος), δροσίζεται αργά έτσι ώστε το σύστημα να είναι οποιαδήποτε στιγμή περίπου στη θερμοδυναμική ισορροπία. Καθώς η ψύξη προχωράει, το σύστημα μπαίνει περισσότερο σε τάξη και πλησιάζει μια "παγωμένη" θεμελιώδη κατάσταση όπου $T=0$. Ως εκ τούτου η διαδικασία μπορεί να θεωρηθεί ως αδιαβατική προσέγγιση στη χαμηλότερη ενεργειακή κατάσταση. Εάν η αρχική θερμοκρασία του συστήματος είναι πάρα πολύ χαμηλή ή η ψύξη γίνεται ανεπαρκώς αργά, το σύστημα μπορεί να γίνει αποσβεσμένο διαμορφώνοντας τις ατέλειες ή παγώνοντας σε ασταθείς καταστάσεις (δηλ. παγιδεύεται σε μία τοπικά ελάχιστη ενεργειακή κατάσταση).

Το αρχικό σχέδιο Metropolis ήταν ότι μια αρχική κατάσταση ενός θερμοδυναμικού συστήματος επιλέχτηκε στην ενέργεια E και τη θερμοκρασία T , όπου κρατώντας τη σταθερά T η αρχική διαμόρφωση είναι διαταραγμένη και η αλλαγή στην ενέργεια dE υπολογίζεται. Εάν η αλλαγή στην ενέργεια είναι αρνητική η νέα διαμόρφωση γίνεται αποδεκτή. Εάν η αλλαγή στην ενέργεια είναι θετική γίνεται αποδεκτή με μια πιθανότητα που δίνεται από τον παράγοντα Boltzmann $\exp - (dE/T)$. Αυτές οι διαδικασίες είναι έπειτα επαναλαμβανόμενες αρκετές φορές για να δώσουν καλές στατιστικές δειγματοληψίας για την τρέχουσα θερμοκρασία, και έπειτα η θερμοκρασία μειώνεται και ολοκληρωμένη η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου επιτυγχάνεται μία παγωμένη κατάσταση $T=0$.

Αναλογικά η γενίκευση αυτής της προσέγγισης Monte Carlo στα συνδυαστικά προβλήματα είναι απλή. Η τρέχουσα κατάσταση του θερμοδυναμικού συστήματος είναι ανάλογη με την τρέχουσα λύση με το συνδυαστικό πρόβλημα, η ενεργειακή εξίσωση για το θερμοδυναμικό σύστημα είναι ανάλογη με την αντικειμενική λειτουργία, και η θεμελιώδης κατάσταση είναι ανάλογη με το ολικό ελάχιστο. Η σημαντικότερη δυσκολία στην εφαρμογή του αλγορίθμου είναι ότι δεν υπάρχει καμία προφανής αναλογία για τη θερμοκρασία T όσον αφορά μια ελεύθερη παράμετρο στο συνδυαστικό πρόβλημα. Επιπλέον, η αποφυγή της παράσυρσης στα τοπικά ελάχιστα (απόσβεση) εξαρτάται από το "πρόγραμμα ανόπτησης", την επιλογή της αρχικής θερμοκρασίας, πόσες επαναλήψεις εκτελούνται σε κάθε θερμοκρασία, και πόσο η θερμοκρασία μειώνεται σε κάθε βήμα καθώς η ψύξη προχωρά. Η προσομοιωμένη ανόπτηση έχει χρησιμοποιηθεί στα διάφορα συνδυαστικά προβλήματα βελτιστοποίησης και είναι ιδιαίτερα επιτυχής στα προβλήματα σχεδίου κυκλωμάτων.

Όπως το όνομά της υπονοεί, η προσομοιωμένη ανόπτηση [simulated annealing (SA)] εκμεταλλεύεται μια αναλογία μεταξύ του τρόπου με τον οποίο ένα μέταλλο δροσίζεται και παγώνει σε μια ελάχιστη ενεργειακή κρυστάλλινη δομή (διαδικασία ανόπτησης) και την αναζήτηση ενός ελάχιστου σε ένα γενικότερο σύστημα.

Ο αλγόριθμος είναι βασισμένος σε αυτόν του Metropolis, που προτάθηκε αρχικά ως μέσο εύρεσης της διαμόρφωσης ισορροπίας μιας συλλογής των ατόμων σε μια δεδομένη θερμοκρασία. Η σύνδεση μεταξύ αυτού του αλγορίθμου και της μαθηματικής ελαχιστοποίησης σημειώθηκε αρχικά από τον Pincus, αλλά ήταν ο Kirkpatrick που πρότεινε να αποτελεί τη βάση μιας τεχνικής βελτιστοποίησης για τα συνδυαστικά (και άλλα) προβλήματα.

Σημαντικό πλεονέκτημα της προσομοιωμένης ανόπτωσης από τις άλλες μεθόδους είναι η δυνατότητα να αποφεύγει να "παγιδεύεται" στα τοπικά ελάχιστα. Ο αλγόριθμος υιοθετεί μια τυχαία αναζήτηση που όχι μόνο δέχεται τις αλλαγές που μειώνουν την αντικειμενική συνάρτηση f , αλλά και μερικές αλλαγές που την αυξάνουν. Τα τελευταία γίνονται αποδεκτά με μια πιθανότητα όπου δf είναι η αύξηση στο f και το T είναι μια παράμετρος ελέγχου, η οποία αναλογικά με την αρχική εφαρμογή είναι γνωστή ως θερμοκρασία συστημάτων ανεξάρτητα από την συμμετοχή της αντικειμενικής συνάρτησης.

Κάποια σκέψη πρέπει να δοθεί στο χειρισμό των περιορισμών κατά τη χρησιμοποίηση του αλγορίθμου προσομοιωμένης ανόπτωσης. Σε πολλές περιπτώσεις η ρουτίνα μπορεί απλά να προγραμματιστεί για να απορρίψει οποιεσδήποτε προτεινόμενες αλλαγές που οδηγούν στην παραβίαση περιορισμού, έτσι ώστε να εκτελείται μια αναζήτηση εφικτού διαστήματος.

Εντούτοις, υπάρχουν δύο σημαντικές περιστάσεις στις οποίες αυτή η προσέγγιση δεν μπορεί να ακολουθηθεί:

1. Εάν υπάρχουν οποιοιδήποτε περιορισμοί ισότητας που καθορίζονται στο σύστημα,

2. Εάν το εφικτό διάστημα που καθορίζεται από τους περιορισμούς είναι (ή πιθανολογείται να είναι) χωριστό, έτσι ώστε να μην είναι δυνατό να κινηθεί μεταξύ όλων των εφικτών λύσεων χωρίς διάβαση μέσω του απραγματοποίητου διαστήματος. [3]

Κεφάλαιο 4: Ορισμός του προβλήματος-Εφαρμογή Αλγορίθμου

4.1 Εισαγωγή

Το πρόβλημα το οποίο καλούμαστε να λύσουμε είναι η διανομή προϊόντων από τις αποθήκες στους πελάτες, έχοντας ένα όχημα, και έχοντας βρει ποιοι πελάτες αντιστοιχούν σε κάθε αποθήκη, τότε να επιλέξουμε τη σειρά εξυπηρέτησης των πελατών ώστε να έχουμε το ελάχιστο κόστος.

Τα κριτήρια λοιπόν που πρέπει να εξετάσουμε για να βρούμε τη βέλτιστη λύση στο πρόβλημα αυτό είναι πολλά.

Ένα από αυτά είναι το ποιες αποθήκες θα χρησιμοποιήσουμε. Στη συνέχεια πως θα αναθέσουμε τους πελάτες σε κάθε αποθήκη. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι οι κοντινότεροι πελάτες κάθε αποθήκης θα ανατεθούν σε αυτή. Τι γίνεται όμως όταν για κάποιο πελάτη δεν είναι εμφανές σε ποια αποθήκη θα ανατεθεί; Και πως είμαστε σίγουροι ότι μας συμφέρει να εξυπηρετήσουμε πρώτα τον πιο κοντινό πελάτη με μικρή ζήτηση απ' ό,τι ένα μακρινό πελάτη με μεγάλη;

Τα ερωτήματα που γεννιούνται είναι πολλά και απαντήσεις σε όλα αυτά θα δώσουμε στη συνέχεια.

4.2 Αντικειμενική συνάρτηση και περιορισμοί

Το πρόβλημα που καλούμαστε να λύσουμε είναι ένα σύνθετο πρόβλημα χωροθέτησης εγκαταστάσεων και δρομολόγησης οχημάτων (Location Routing Problem).

Η αντικειμενική συνάρτηση που θα ελαχιστοποιήσουμε:

$$\sum_{W=1}^N \left(\sum_{R=1}^M \left(dist(C_{KRW}, W) + dist(C_{1RW}, W) + D_{1RW} * VCost_w + \sum_{C=2}^{KRW} [D_{CRW} * VCost_w + dist(C_{CRW}, C_{(C-1)RW})] \right) \right) \quad (4.1)$$

Όπου :

- C_{KRW} ορίζεται ο τελευταίος πελάτης της διαδρομής R της αποθήκης W
- C_{1RW} ορίζεται ο 1^{ος} πελάτης της διαδρομής R της αποθήκης W
- KRW είναι το πλήθος των πελατών της διαδρομής R της αποθήκης W
- $dist(x,y)$ είναι η ευκλείδεια απόσταση των σημείων x και y
- $VCost_w$ είναι το μεταβλητό κόστος της αποθήκης W
- D_{cRW} είναι η ζήτηση του πελάτη c της διαδρομής R της αποθήκης W

Αν σε ένα δρομολόγιο υπάρχει 1 μόνο πελάτης η αντικειμενική συνάρτηση ορίζεται ως:

$$\sum_{W=1}^N \left(\sum_{R=1}^M (dist(C_{KRW}, W) + (C_{1RW}, W) + D_{1RW} * VCost_w) \right) \quad (4.2)$$

Ο περιορισμός της χωρητικότητας του φορτηγού VC_1 εκφράζεται ως:

$$\sum_{C=1RW}^{C=KRW} D_C \leq VC_1, \forall RW \quad (4.3)$$

Ένας πρόσθετος περιορισμός είναι το σύνολο της ζήτησης των πελατών που ανατίθενται σε κάθε αποθήκη να είναι μικρότερος από την χωρητικότητα VC_2 της αποθήκης, για κάθε αποθήκη, δηλαδή:

$$\sum_{C=1W}^{C=KW} D_C \leq VC_2, \forall W \quad (4.4)$$

Όπου:

- D_{1W} είναι η ζήτηση του πρώτου πελάτη που έχει ανατεθεί στην αποθήκη W
- D_{KW} είναι η ζήτηση του τελευταίου πελάτη που έχει ανατεθεί στην αποθήκη W
- D_C είναι η ζήτηση του C-οστού πελάτη που έχει ανατεθεί στην αποθήκη W

Στο τρέχον πρόβλημα, δεν λήφθηκε υπόψη το μεταβλητό κόστος κάθε αποθήκης έτσι αυτό ορίζεται ως:

$$VCost_W = 0, \forall W \quad (4.5)$$

4.3 Δεδομένα προβλήματος

Καλούμαστε να εξετάσουμε 16 περιπτώσεις, όπου στην κάθε μία από αυτές θα ασχοληθούμε με έναν αριθμό αποθηκών και πελατών.

Για κάθε μία περίπτωση μας δίνεται ένα αρχείο που περιέχει τα απαραίτητα στοιχεία που χρειαζόμαστε για τη λύση του προβλήματός μας.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται συνοπτικά και τα 16 αρχεία που περιέχουν τα δεδομένα.

	Customer File	Depot File
1	Christofides69-50x5-Cust	Christofides69-50x5-Dept
2	Christofides69-75x10-Cust	Christofides69-75x10-Dept
3	Christofides69-100x10-Cust	Christofides69-100x10-Dept
4	Daskin95-150x10-Cust	Daskin95-150x10-Dept
5	Gaskell67-21x5-Cust	Gaskell67-21x5-Dept
6	Gaskell67-22x5-Cust	Gaskell67-22x5-Dept
7	Gaskell67-29x5-Cust	Gaskell67-29x5-Dept
8	Gaskell67-32x5-Cust	Gaskell67-32x5-Dept
9	Gaskell67-36x5-Cust	Gaskell67-36x5-Dept
10	Min92-27x5-Cust	Min92-27x5-Dept
11	Min92-134x8-Cust	Min92-134x8-Dept
12	Or76-117x14-Cust	Or76-117x14-Dept
13	Perl83-12x2-Cust	Perl83-12x2-Dept

14	Perl83-55x15-Cust	Perl83-55x15-Dept
15	Perl83-85x7-Cust	Perl83-85x7-Dept
16	Perl83-318x4-Cust	Perl83-318x4-Dept

Πίνακας 4.1: Location Routing Files

Από τον τίτλο του κάθε αρχείου καταλαβαίνουμε πόσους πελάτες έχουμε και πόσες αποθήκες.

Για παράδειγμα το αρχείο Christofides69-**50x5-Cust** μας δείχνει ότι έχουμε 50 πελάτες και 5 αποθήκες και περιλαμβάνει τους πελάτες, ενώ το Christofides69-**50x5-Dept** τις αποθήκες, αντίστοιχα.

Το περιεχόμενο κάθε φακέλου περιλαμβάνει τα εξής:

- **Για πελάτες:** Αριθμός πελάτη , συντεταγμένη Χ, συντεταγμένη Υ, ζήτηση(demand)
- **Για αποθήκες:** Αριθμός αποθήκης, συντεταγμένη Χ, συντεταγμένη Υ, χωρητικότητα αποθήκης(capacity), fixed cost, variable cost.

Το περιεχόμενο κάθε αρχείου φαίνεται αναλυτικά στο Παράρτημα 1.

Ο παρακάτω πίνακας μας δείχνει τη χωρητικότητα του οχήματος σε κάθε μία από τις 16 περιπτώσεις (2 περιπτώσεις θα τις εξετάσουμε 2 φορές, με διαφορετικές χωρητικότητες):

Instance		Veh. Cap.
1	Christofides69-50x5	160
2	Christofides69-75x10	140
3	Christofides69-100x10	200
4	Daskin95-150x10	8000000
5	Gaskell67-21x5	6000
6	Gaskell67-22x5	4500
7	Gaskell67-29x5	4500
8	Gaskell67-32x5	8000
9	Gaskell67-32x5	11000
10	Gaskell67-36x5	250
11	Min92-27x5	2500
12	Min92-134x8	850
13	Perl83-12x2	140
14	Perl83-55x15	120
15	Perl83-85x7	160
16	Perl83-318x4	25000
17	Perl83-318x4	8000
18	Or76-117x14	150
	* Optimal solution	

Πίνακας 4.2 Χωρητικότητα οχήματος

Τα βήματα τα οποία θα ακολουθήσουμε για τη επίλυση του προβλήματος, για κάθε περίπτωση ξεχωριστά, είναι τα εξής:

- Βήμα 1°:** Χωροθέτηση αποθηκών
Βήμα 2°: Ανάθεση πελατών σε αποθήκες
Βήμα 3°: Δρομολόγηση

4.4 Εφαρμογή αλγορίθμου

Στην ενότητα αυτή θα περιγράψουμε αναλυτικά πως δουλεύει ο αλγόριθμος για την επίλυση του προβλήματος και ποιοι μέθοδοι χρησιμοποιήθηκαν.

4.4.1 Περιγραφή αλγορίθμου

Βήμα 1^ο: Χωροθέτηση αποθηκών

Το πρώτο βήμα του αλγορίθμου είναι πόσες εγκαταστάσεις-αποθήκες θα χρησιμοποιηθούν και ποιες θα είναι. Για να γίνει αυτό, χρησιμοποιήσαμε τον αλγόριθμο 'k-means' ο οποίος λειτουργεί ως εξής:

Ο αλγόριθμος k-means (k-μέσων) είναι ένας αλγόριθμος που ομαδοποιεί αντικείμενα βάσει των χαρακτηριστικών των k μεριδίων. Ο αλγόριθμος υποθέτει ότι τα χαρακτηριστικά του αντικειμένου δημιουργούν ένα χώρο διανυσμάτων και ο σκοπός του είναι να ελαχιστοποιήσει τη συνολική διακύμανση της ομάδας.

Τα βασικά βήματα του αλγορίθμου είναι τα εξής:

1. Επιλογή του αριθμού των ομάδων των πελατών.
2. Τυχαία δημιουργία k ομάδων και ορισμός των γεωμετρικών μέσων τους.
3. Μεταβίβαση του κάθε σημείου στο γεωμετρικό μέσο της κοντινότερης ομάδας.
4. Υπολογισμός των νέων γεωμετρικών μέσων των ομάδων.
5. Επανάληψη μέχρι να συγκλίνει ο αλγόριθμος σε κάποιο κριτήριο.

Ο αλγόριθμος ξεκινά διαχωρίζοντας τυχαία τα αρχικά σημεία σε k αρχικά σύνολα. Στη συνέχεια υπολογίζει το κέντρο, ή αλλιώς το γεωμετρικό μέσο του κάθε συνόλου και υλοποιεί νέο διαχωρισμό ώστε το κάθε σημείο να σχετίζεται με το κοντινότερο γεωμετρικό μέσο. Έπειτα τα κέντρα ξαναυπολογίζονται για τις νέες ομάδες και ο αλγόριθμος επαναλαμβάνει τα δυο βήματα ωσότου τα σημεία δεν μπορούν να αλλάξουν ομάδες (ή εναλλακτικά τα κέντρα παραμένουν αμετάβλητα).

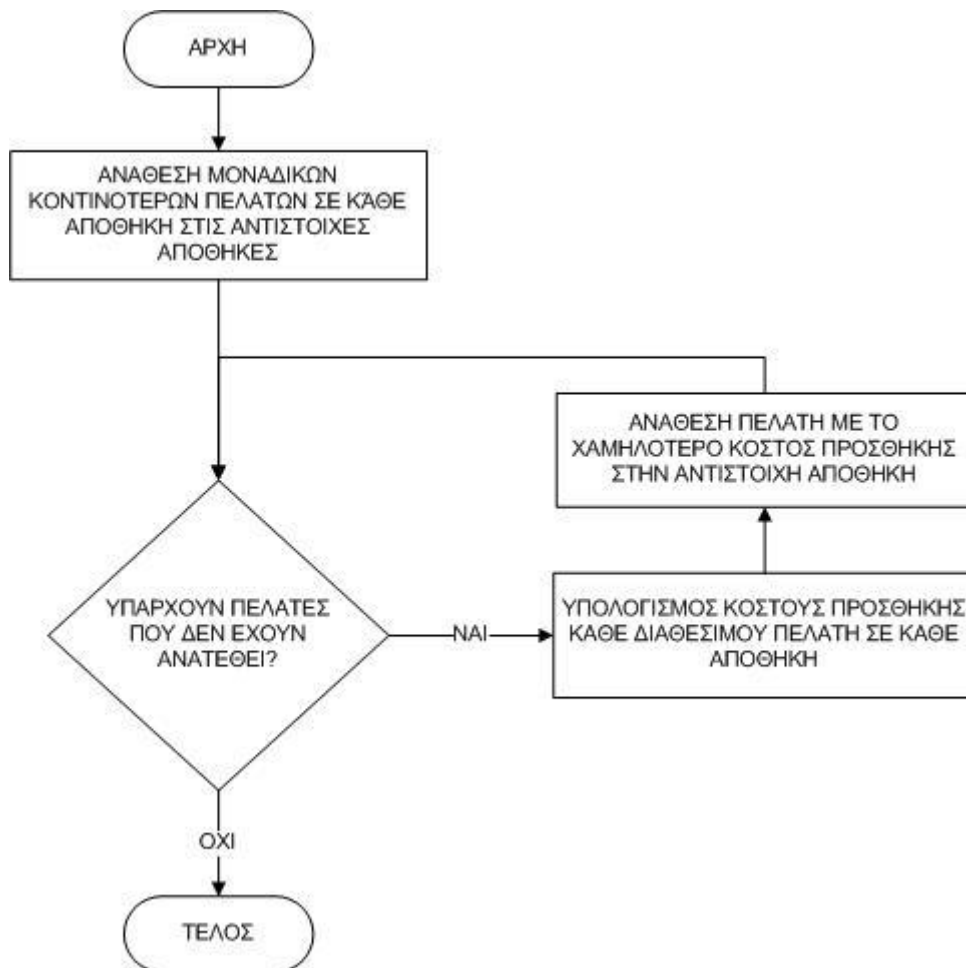
Ο αλγόριθμος αυτός παραμένει διάσημος επειδή τείνει σε κάποιο όριο πολύ γρήγορα. Όσον αφορά την απόδοση ο αλγόριθμος δεν εγγυάται ότι θα αγγίξει το βέλτιστο. Η ποιότητα της τελικής λύσης εξαρτάται πολύ από το αρχικό σύνολο των ομάδων και μπορεί να είναι πολύ χαμηλότερη από το συνολικό βέλτιστο. Επίσης ένα άλλο μειονέκτημα του αλγορίθμου είναι ότι ο αριθμός των ομάδων πρέπει να οριστεί εξ αρχής. [30]

Βήμα 2^ο: Ανάθεση πελατών σε αποθήκες

Στη συνέχεια του αλγορίθμου αναθέτουμε τους πελάτες στις αποθήκες που αντιστοιχεί ο καθένας. Η διαδικασία που ακολουθούμε για να πραγματοποιηθεί η ανάθεση είναι σε πρώτο στάδιο να βρούμε τον πρώτο πελάτη που αντιστοιχεί σε κάθε αποθήκη και στη συνέχεια να αναθέσουμε και τους υπόλοιπους.

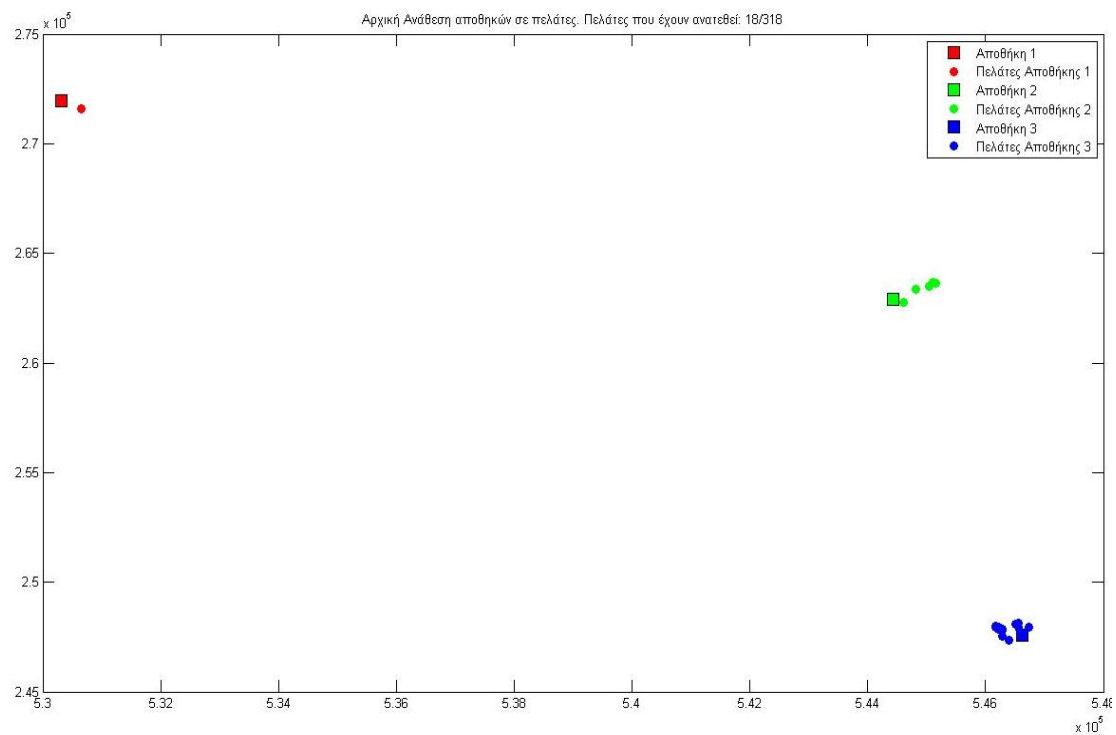
Πρώτος πελάτης σε κάθε αποθήκη ορίζεται αυτός ο οποίος απέχει λιγότερο από την αντίστοιχη αποθήκη. Αφού αναθέσουμε τον πρώτο πελάτη σε κάθε αποθήκη, υπολογίζουμε για κάθε πελάτη που δεν έχει ανατεθεί, το κόστος προσθήκης του σε κάθε μία από τις αποθήκες. Ο κάθε πελάτης από αυτούς που εξετάζονται θα ανατεθεί στην αποθήκη για την οποία έχει το ελάχιστο κόστος προσθήκης.

Σε περίπτωση που κάποιος πελάτης απέχει το ίδιο από παραπάνω από μία αποθήκες, θα ανατεθεί στη πρώτη αποθήκη που θα εξεταστεί.

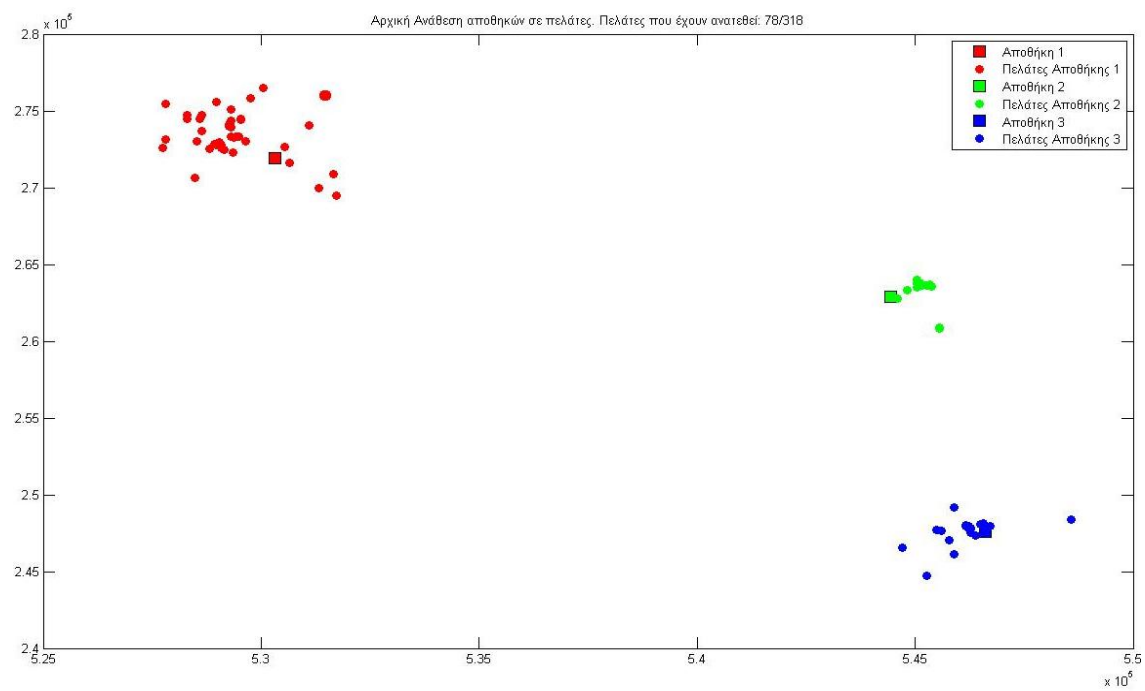


Σχήμα 4.1: Διάγραμμα ροής ανάθεσης πελατών

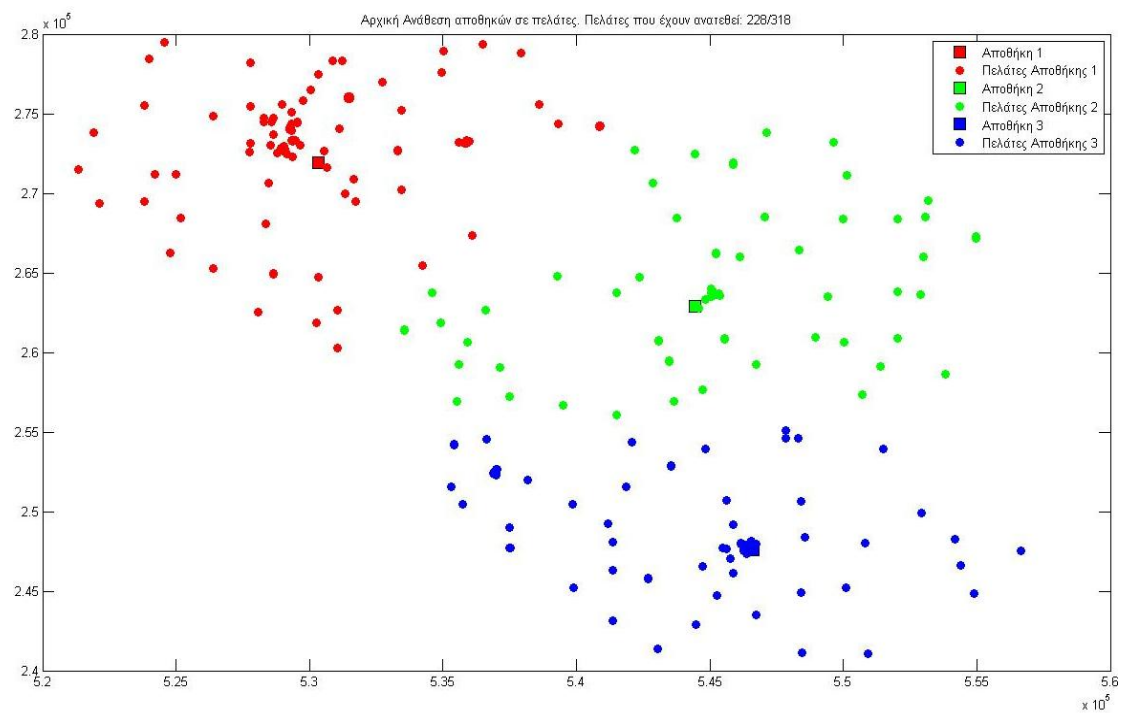
Παρακάτω φαίνεται ένα παράδειγμα ανάθεσης 318 πελατών σε τρεις αποθήκες. Από το σχήμα 4.2 μέχρι το 4.5 φαίνεται η ανάθεση των πελατών από την 18^η επανάληψη, όπου έχουν ανατεθεί οι πρώτοι πελάτες και κάποιοι ακόμα, μέχρι την 318^η και τελευταία επανάληψη, όπου έχουν ανατεθεί όλοι οι πελάτες και στις τρεις αποθήκες.



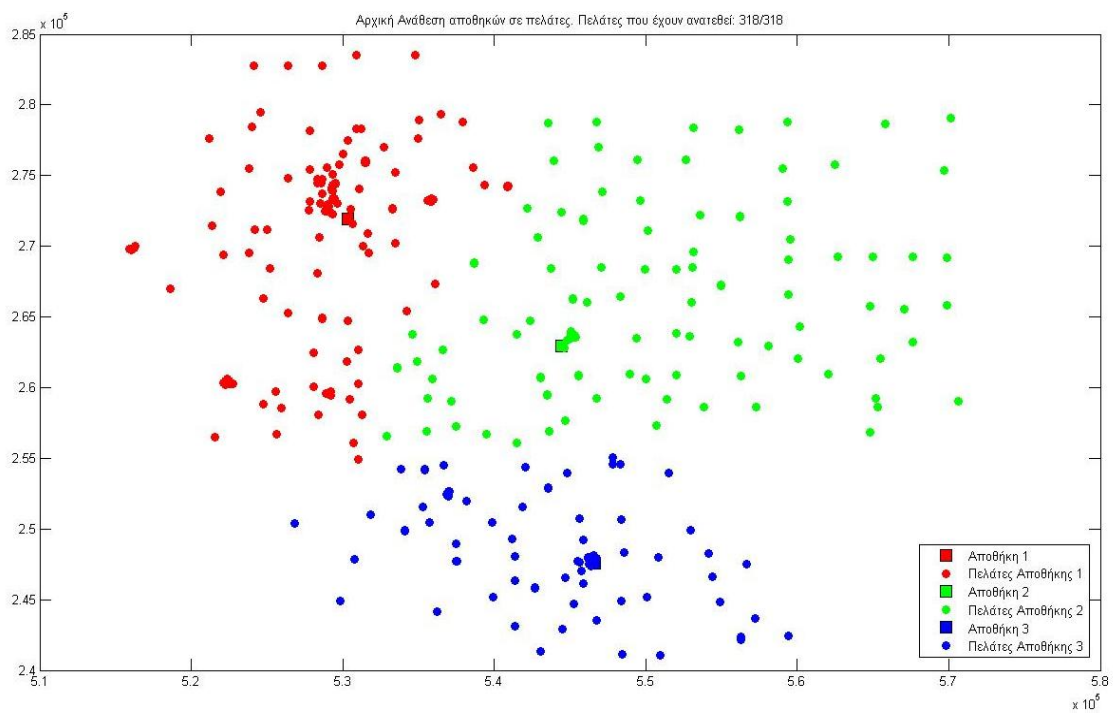
Σχήμα 4.2: 18^η επανάληψη



Σχήμα 4.3: 78^η επανάληψη



Σχήμα 4.4: 228^η επανάληψη



Σχήμα 4.5: 318^η (τελευταία) επανάληψη

Βήμα 3^ο: Δρομολόγηση

Το τρίτο βήμα είναι η δημιουργία των δρομολογίων. Η δρομολόγηση των οχημάτων θα πραγματοποιηθεί σε τρία επιμέρους βήματα:

Βήμα 3.1: Δρομολόγια που δημιουργούνται από τη sweep

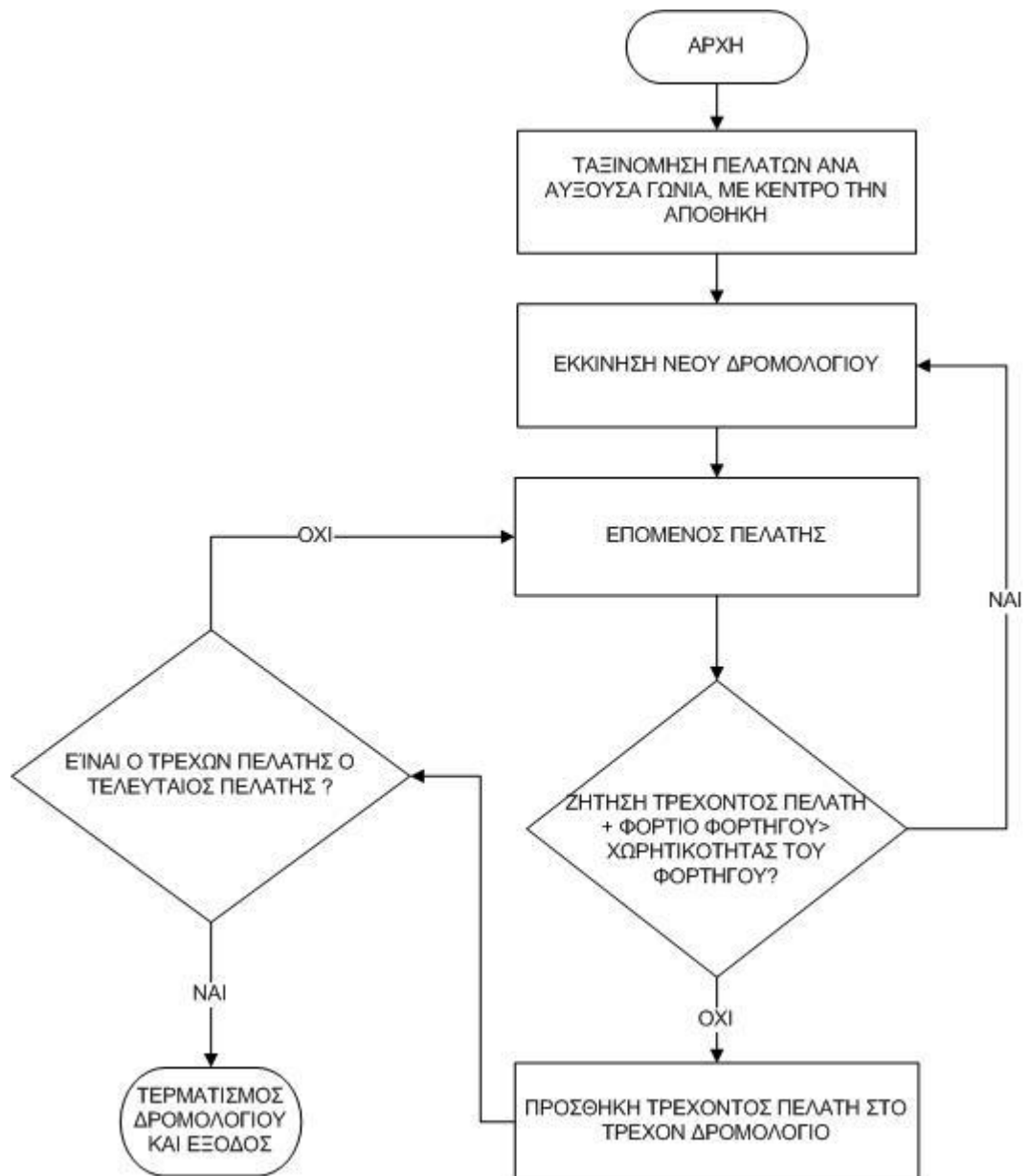
Αρχικά, αφού λύσω το TSP πρόβλημα θα εφαρμόσω τη μέθοδο sweep. Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται σε κάθε αποθήκη ξεχωριστά (για τους πελάτες που έχουν ανατεθεί στην αποθήκη την οποία μελετάμε κάθε φορά) και έχει ως εξής:

- Αρχικά μετατοπίζω τους πελάτες και την τρέχουσα αποθήκη έτσι ώστε η αποθήκη να έρθει στην αρχή των αξόνων (0,0).
- Στη συνέχεια μετατρέπω τις καρτεσιανές συντεταγμένες των πελατών σε πολικές.
- Ταξινομώ τους πελάτες σύμφωνα με τη γωνία που σχηματίζουν με την αποθήκη κατά αύξουσα σειρά.
- Ο πρώτος πελάτης με την μικρότερη γωνία, θα είναι ο πελάτης με τον οποίο θα ξεκινήσω την εφαρμογή της sweep.
- Συνεχίζω σφαιρικά και 'σκουπίζω' και τους υπόλοιπους (δηλαδή προχωράω κυκλικά, κατά αύξουσα γωνία). Όσο η συνολική ζήτηση των πελατών είναι μικρότερη από τη χωρητικότητα του οχήματος συνεχίζω και προσθέτω πελάτες. Όταν όμως για να προσθέσω τον πελάτη $n+1$, η συνολική ζήτηση γίνει μεγαλύτερη από τη χωρητικότητα του οχήματος, τότε με τους n αυτούς πελάτες έχω ολοκληρώσει την 1^η διαδρομή μου.
- Στη συνέχεια το όχημα θα ξαναγυρίσει στη αποθήκη, θα εφοδιαστεί και θα συνεχίσουμε από τον πελάτη $n+1$ να φτιάξουμε τη 2^η διαδρομή.
- Συνεχίσουμε την εφαρμογή της μεθόδου μέχρι να εξυπηρετηθούν όλοι οι πελάτες που αντιστοιχούν στην αποθήκη.

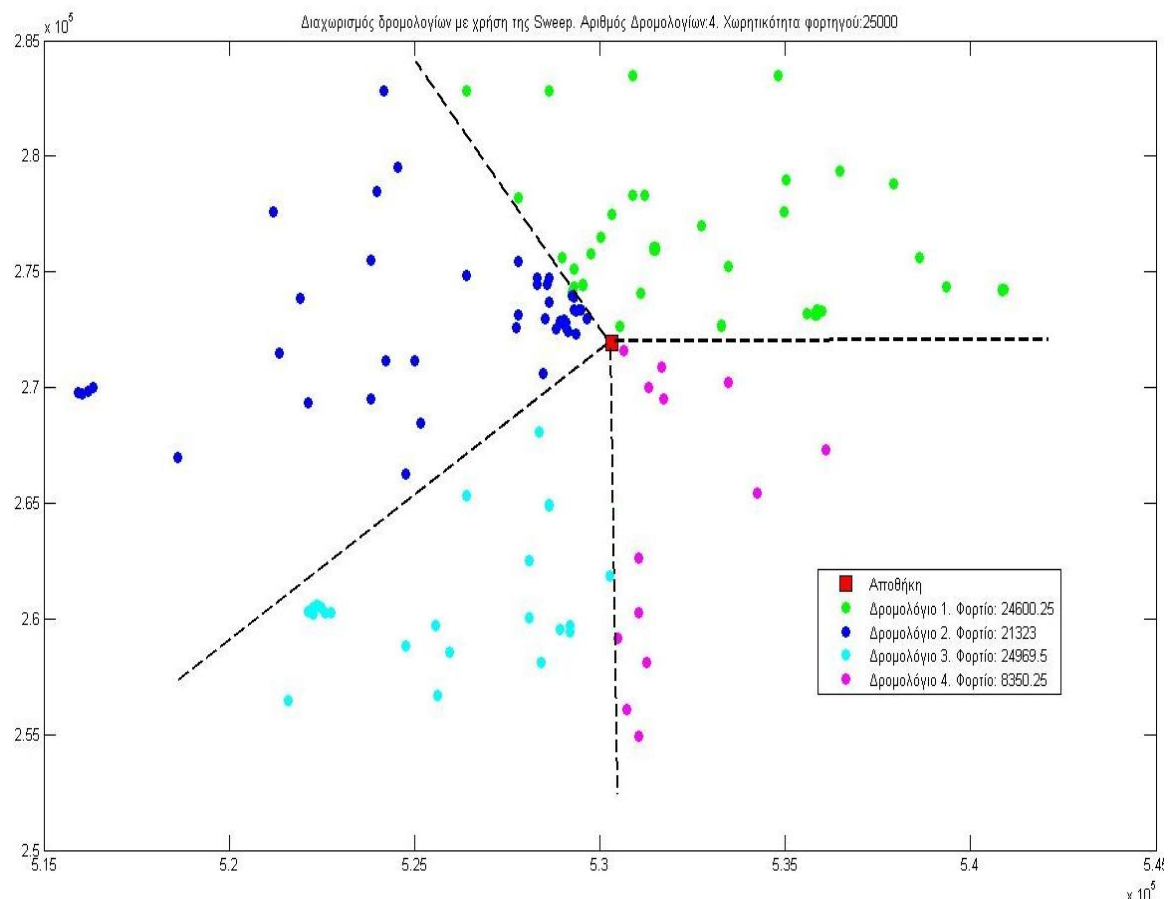
Τέλος αφού εφαρμόσουμε τη sweep σε όλες τις αποθήκες και έχουμε χωρίσει τα δρομολόγια, θα υπολογίσουμε το συνολικό κόστος, αθροίζοντας τα κόστη όλων των διαδρομών, για όλες τις αποθήκες.

Στο σχήμα 4.6 φαίνονται τα βήματα της sweep στο διάγραμμα ροής.

Στο σχήμα 4.7, βλέπουμε ένα παράδειγμα διαχωρισμού τεσσάρων δρομολογίων με τη μέθοδο sweep για ένα φορτηγό με χωρητικότητα φορτίου 25000. Οι πελάτες που αντιστοιχούν σε διαφορετικά δρομολόγια έχουν και άλλο χρώμα.



Σχήμα 4.6: Διάγραμμα ροής της sweep



Σχήμα 4.7: Διαχωρισμός δρομολογίων με τη χρήση της sweep.
Αριθμός δρομολογίων : 4

Βήμα 3.2: Δρομολόγια που δημιουργούνται από την 2-ορτ

Αφού ολοκληρώσουμε την sweep και φτιάξουμε τα δρομολόγια που αντιστοιχούν σε κάθε αποθήκη, για κάθε αποθήκη ξεχωριστά, σε κάθε δρομολόγιο θα εφαρμόσουμε τη μέθοδο 2-ορτ έτσι ώστε να βρεθεί η βέλτιστη σειρά εξυπηρέτησης των πελατών, που θα μας δίνει το μικρότερο κόστος.

Τα βήματα της 2-ορτ είναι:

- Για την τρέχουσα αποθήκη, για τη διαδρομή που μελετάμε, θα εξετάσουμε τυχαία πιθανές 2-ορτ κινήσεις που μπορούν να γίνουν μεταξύ των πελατών μέσα στη διαδρομή. Αν με αυτό τον τρόπο μπορούμε να μειώσουμε το κόστος της διαδρομής, τότε επιλέγουμε την 2-ορτ κίνηση που θα μας δώσει την βέλτιστη λύση και εφαρμόζουμε τις αλλαγές στη διαδρομή.
Ο αριθμός των επαναλήψεων για τη 2-ορτ ορίζεται ίσος με τον αριθμό των δυνατών επιλογών των στοιχείων της διαδρομής επί έναν πολλαπλασιαστή τον οποίο ορίζουμε εμείς.
- Αν όμως δεν μπορούμε να βρούμε βελτίωση με εναλλαγές 2-ορτ στη διαδρομή, σταματάμε.

Τέλος θα υπολογίσουμε το συνολικό κόστος μετά τη 2-ορτ, αθροίζοντας τα κόστη όλων των αποθηκών μεταξύ τους.

Βήμα 3.3: Δρομολόγια που δημιουργούνται από την 2-opt exchange

Στη συνέχεια, αφού έχουμε φτιάξει τα δρομολόγια εφαρμόζοντας την 2-opt μεταξύ των πελατών του ίδιου δρομολογίου, θα εφαρμόσουμε την 2-opt exchange, η διαφορά της οποίας από την πρώτη είναι ότι εφαρμόζεται μεταξύ των πελατών διαφορετικών διαδρομών που αντιστοιχούν στην ίδια αποθήκη.

Σκοπός της 2-opt exchange, όπως και της 2-opt, είναι η εύρεση της λύσης που θα μας δίνει το βέλτιστο αποτέλεσμα.

Στην ουσία γίνεται νέα ανάθεση των πελατών στα δρομολόγια.

Η 2-opt exchange λειτουργεί ως εξής:

- Χωρίζουμε τα δρομολόγια και τα αποθηκεύουμε σε ένα πίνακα για την τρέχουσα αποθήκη. Η κάθε γραμμή αυτού του πίνακα αντιστοιχεί και σε ένα δρομολόγιο.
- Διαλέγουμε έναν τυχαίο πελάτη από τη μία διαδρομή και τον αντικαθιστούμε με έναν από την επόμενη, προσέχοντας πάντα να μην παραβιάζεται ο περιορισμός της χωρητικότητας, δηλαδή τον αντικαθιστούμε μόνο με πελάτες που η ζήτησή τους όταν προστεθεί με των υπόλοιπων πελατών της διαδρομής (αφού έχει αφαιρεθεί αυτός) δεν ξεπερνάει τη χωρητικότητα του φορτηγού. Υπολογίζουμε το συνολικό κόστος των δύο δρομολογίων που έγινε η αλλαγή. Αν αυτό είναι μικρότερο από το κόστος που είχαν τα δύο αυτά δρομολόγια πριν την αλλαγή, τότε κρατάμε αυτή τη λύση.
- Αφού γίνει η αλλαγή ανάμεσα στα δρομολόγια, εφαρμόζουμε την 2-opt μέσα σε κάθε καινούργια διαδρομή, με λίγες επαναλήψεις, για να ταξινομήσουμε σε καλύτερη σειρά τους πελάτες του καινούργιου δρομολογίου.
- Πριν ολοκληρωθεί η 2-opt exchange, τα μόνα διπλανά δρομολόγια που δεν έχουν ελεγχθεί είναι το τελευταίο με το πρώτο και το τελευταίο με το προτελευταίο. Αρχικά ελέγχουμε μήπως μπορούμε κάποιον πελάτη από το τελευταίο δρομολόγιο να του αλλάξουμε δρομολόγιο με κάποιο από τα διπλανά, χωρίς να βάλουμε κάποιον άλλο στη θέση του και χωρίς να παραβιάζεται ο περιορισμός της χωρητικότητας, με αποτέλεσμα να έχουμε ένα δρομολόγιο λιγότερο. Σε περίπτωση που αυτό είναι εφικτό και χωράει και στα δύο διπλανά δρομολόγια, τον αναθέτουμε στο δρομολόγιο για το οποίο το κόστος προσθήκης του θα είναι το μικρότερο.
- Στη συνέχεια, αφού κάνουμε τις μετακινήσεις μεταξύ του τελευταίου δρομολογίου και των διπλανών, αν το τελευταίο δρομολόγιο δεν έχει συγχωνευτεί στα διπλανά, εφαρμόζουμε 2-opt exchange ανάμεσα στο τελευταίο και το πρώτο. Ελέγχουμε τους πιθανούς συνδυασμούς και έπειτα αν το νέο κόστος είναι καλύτερο. Αν αυτή η αλλαγή δίνει καλύτερη λύση, εφαρμόζουμε ξανά την 2-opt για να βελτιωθεί η θέση των πελατών σε κάθε νέο δρομολόγιο.

Τέλος αφού έχουμε δημιουργήσει τα τελικά δρομολόγια για κάθε αποθήκη, θα υπολογίσουμε το συνολικό τελικό κόστος μετά την 2-opt exchange.

Κεφάλαιο 5: Αποτελέσματα

Τα διαγράμματα που προκύπτουν από τα αποτελέσματα του αλγορίθμου για κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις περιλαμβάνουν:

- Διάγραμμα 1: Δρομολόγια που δημιουργούνται από τη sweep
- Διάγραμμα 2: Δρομολόγια που δημιουργούνται από την 2-opt
- Διάγραμμα 3: Δρομολόγια που δημιουργούνται από την 2-opt exchange

Επίσης σε κάθε διάγραμμα αναγράφεται η χωρητικότητα του φορτηγού, το κόστος σε κάθε μία περίπτωση, οι ανοιχτές αποθήκες και τέλος ο αριθμός των δρομολογίων αντίστοιχα για κάθε αποθήκη.

Στο τέταρτο διάγραμμα φαίνεται το κόστος ανά μέθοδο και ανά αριθμό αποθηκών.

Ας μελετήσουμε αναλυτικά μερικά από τα παραδείγματα:

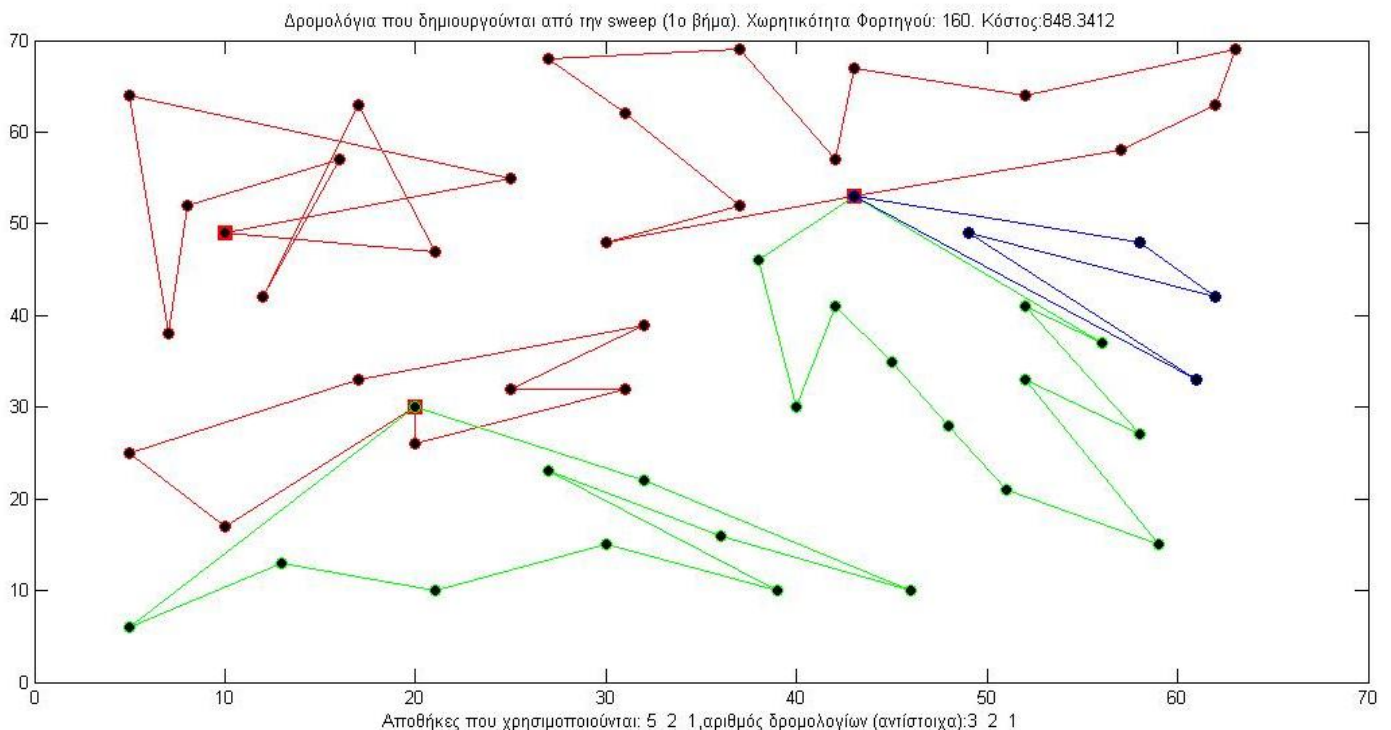
Christofides69-50x5

Στο πρώτο διάγραμμα βλέπουμε τους πελάτες που έχουν ανατεθεί σε κάθε αποθήκη και τα δρομολόγια εξυπηρέτησης των πελατών σύμφωνα με τη μέθοδο sweep.

Οι ανοιχτές αποθήκες είναι τρεις και συμβολίζονται με τα τετράγωνα ενώ οι πελάτες με τις κουκίδες. Ο αριθμός που αντιστοιχεί στην κάθε μία αποθήκη είναι 5, 2 και 1 και τα δρομολόγια για κάθε μία όπως φαίνονται είναι 3, 2 και 1 αντίστοιχα.

Σε κάθε αποθήκη, κάθε δρομολόγιο έχει και άλλο χρώμα.

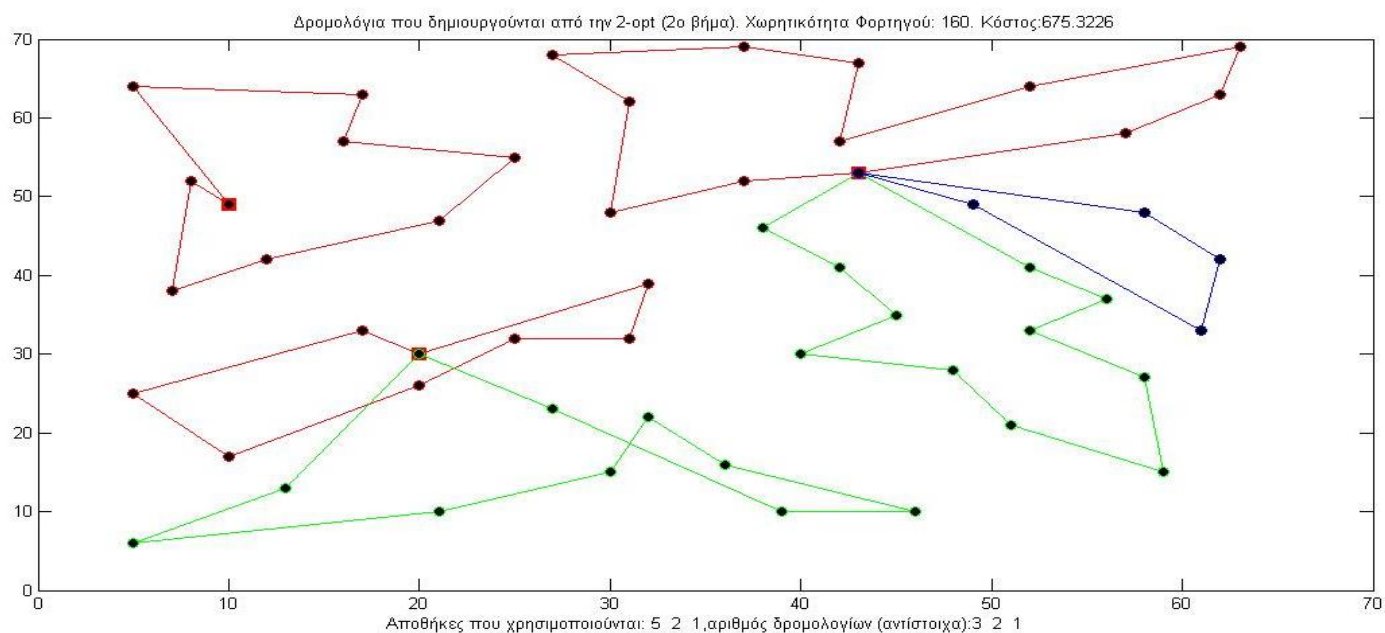
Το συνολικό κόστος μετά την sweep είναι 848,3412.



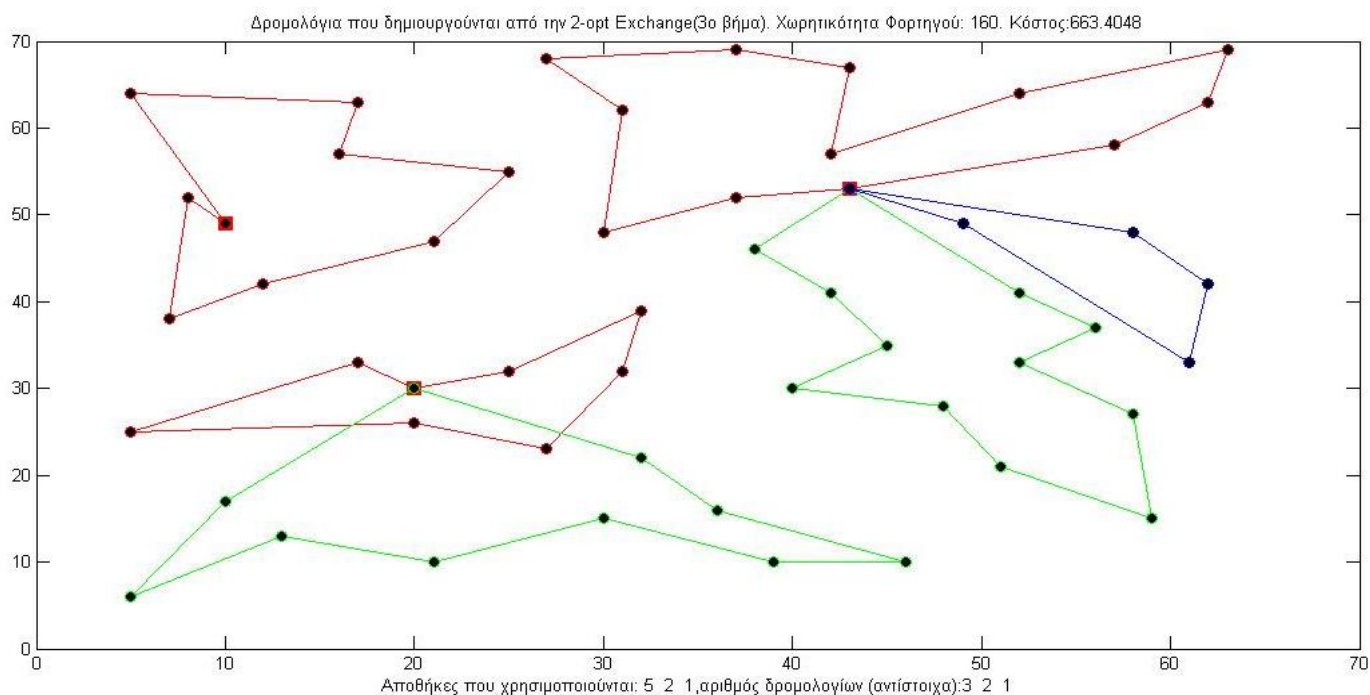
Στο επόμενο διάγραμμα εφαρμόζεται η 2-opt στα αποτελέσματα του παραπάνω διαγράμματος, δηλαδή μετά την εφαρμογή της sweep.

Με την εναλλαγή μεταξύ των πελατών σε κάθε δρομολόγιο φαίνεται το πως βελτιώθηκαν τα δρομολόγια και επίσης ότι το κόστος μειώθηκε σε 675,3226.

Παρά τη βελτίωση αυτή, μπορούμε να έχουμε και καλύτερα αποτελέσματα.



Στο τρίτο διάγραμμα γίνεται η εφαρμογή της 2-opt exchange στα αποτελέσματα του προηγούμενου διαγράμματος. Με την εφαρμογή της 2-opt exchange, αν συγκριθούν τα δύο αυτά διαγράμματα, είναι φανερό ότι τα αποτελέσματα έχουν βελτιωθεί ακόμα περισσότερο. Η ταξινόμηση των πελατών σε κάθε δρομολόγιο είναι σαφώς καλύτερη, τα δρομολόγια πιο ξεκάθαρα και το κόστος μειώθηκε ακόμα πιο πολύ σε 663,4048.



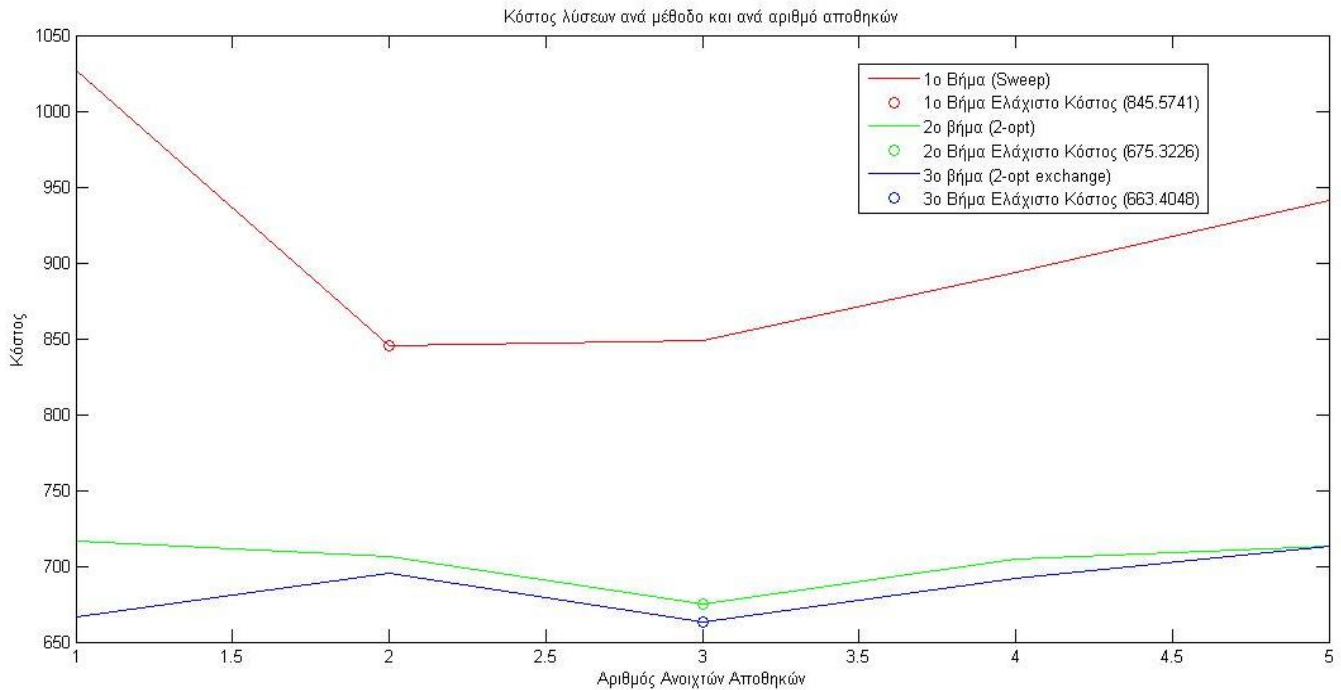
Στο τελευταίο διάγραμμα βλέπουμε το κόστος λύσεων ανά μέθοδο και ανά αριθμό αποθηκών.

Η κόκκινη γραμμή είναι τα αποτελέσματα της sweep, η πράσινη της 2-opt και η μπλε της 2-opt exchange. Αν δηλαδή ο αλγόριθμος σταματούσε με την εφαρμογή της sweep, τα αποτελέσματά του προβλήματος θα φαινόντουσαν στην κόκκινη γραμμή. Ο κύκλος

δείχνει τη βέλτιστη λύση (το ελάχιστο κόστος στον άξονα των Y και τον αριθμό των αποθηκών για τις οποίες έχουμε τη βέλτιστη λύση στον άξονα των X).

Αντίστοιχα, αν ο αλγόριθμος μετά τη sweep συνεχιστεί και τελειώσει με την εφαρμογή της 2-opt, τότε η λύση φαίνεται στη πράσινη γραμμή και τέλος αν συνεχιστεί και με την 2-opt exchange τότε η λύση βρίσκεται στην μπλε γραμμή.

Είναι προφανές ότι με την 2-opt exchange έχουμε τη βέλτιστη λύση με κόστος 663,4048 και ανοιχτές αποθήκες 3.

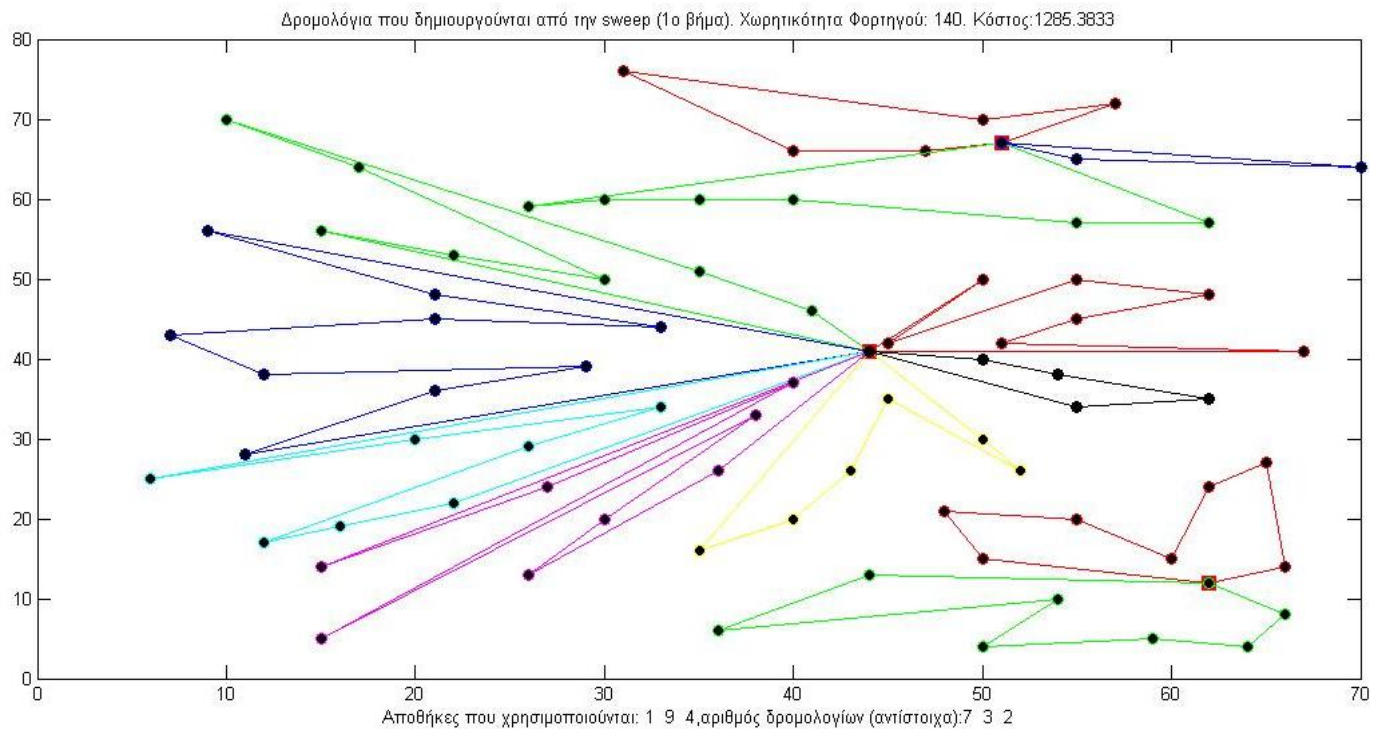


Παρακάτω φαίνονται σε ένα ακόμα παράδειγμα τα αποτελέσματα της εφαρμογής του αλγορίθμου:

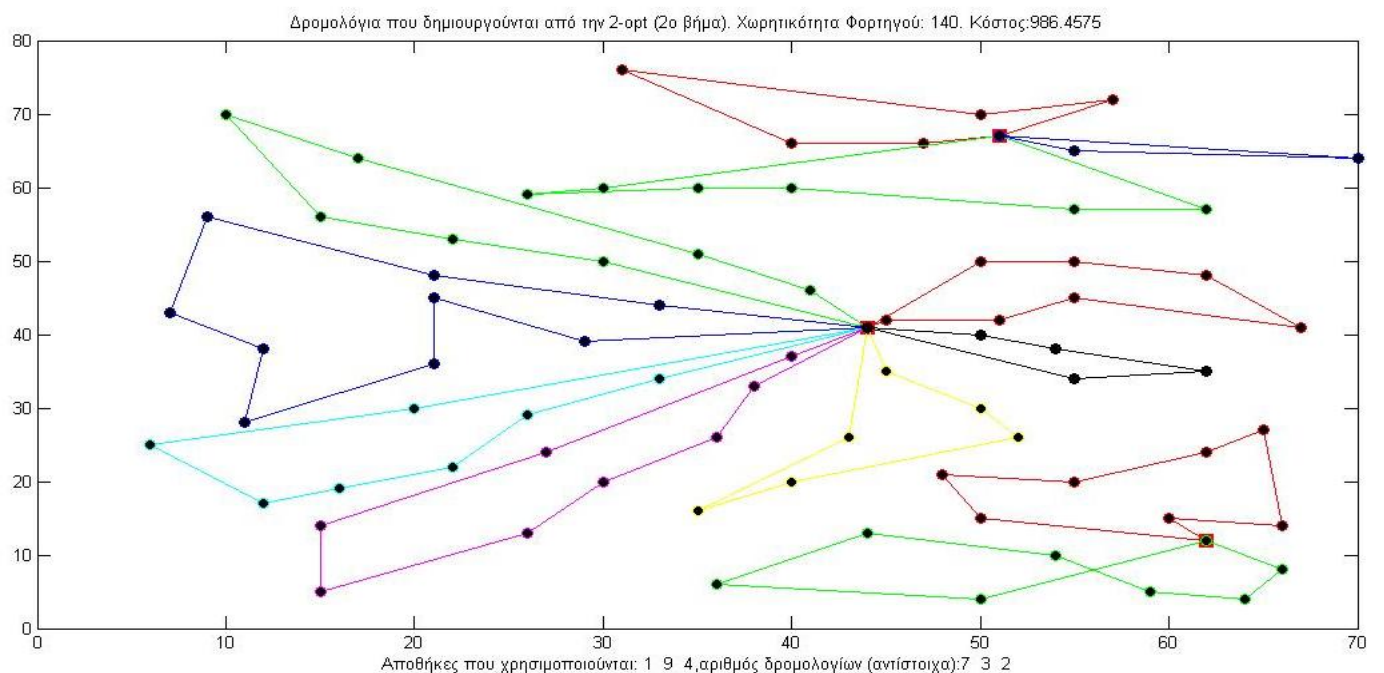
Στο πρώτο διάγραμμα εφαρμόζεται η sweep και δημιουργούνται τα δρομολόγια σύμφωνα με τα οποία θα εξυπηρετηθούν οι πελάτες που αντιστοιχούν σε κάθε αποθήκη.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα έχουμε και πάλι 3 αποθήκες που είναι οι 1, 9 και 4 και ο αριθμός των δρομολογίων για κάθε αποθήκη, όπως φαίνεται και από τον αριθμό των διαφορετικών χρωμάτων, είναι 7, 3 και 2 αντίστοιχα.

Christofides69-75x10

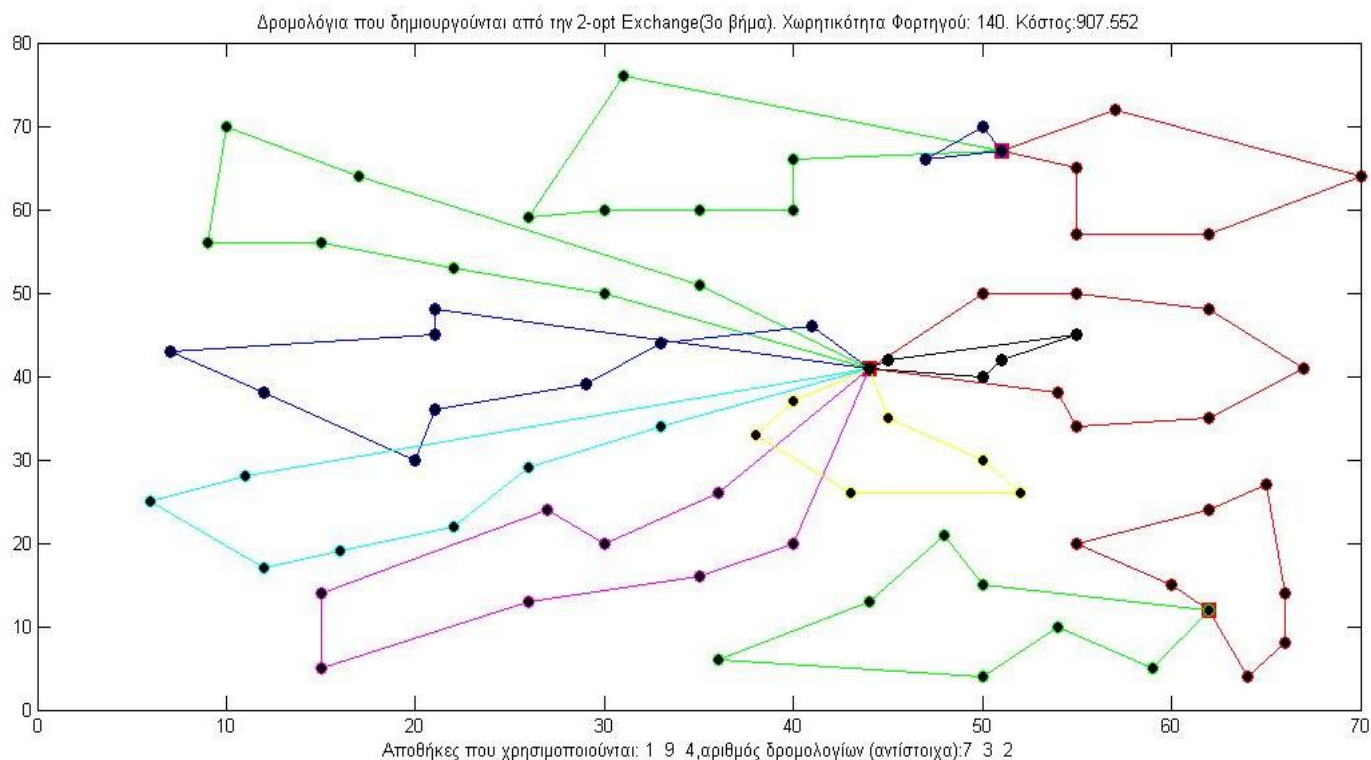


Στο επόμενο διάγραμμα, φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν αν μετά την sweep, σε κάθε δρομολόγιο εφαρμόσουμε την 2-οpt. Τότε τα δρομολόγια γίνονται πιο ξεκάθαρα και το κόστος μειώνεται.

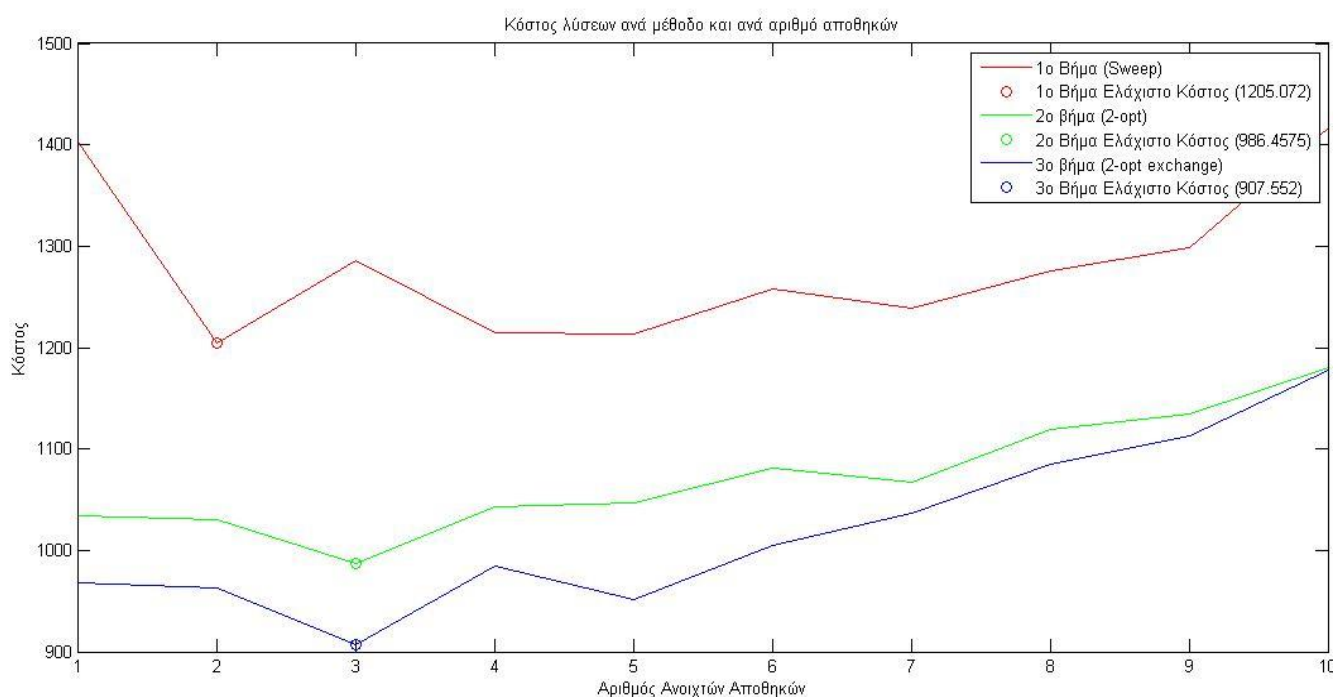


Τέλος, αν μετά τη 2-opt εφαρμόσουμε την 2-opt exchange και αλλάξουν οι πελάτες από διαφορετικά δρομολόγια (που αντιστοιχούν στην ίδια αποθήκη), τότε το αποτέλεσμα φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.

Είναι φανερό ότι υπήρξε βελτίωση αφού το κόστος μειώθηκε σε 907,552 από 986,4575 που ήταν πριν την εφαρμογή της 2-opt exchange.



Στο τελευταίο διάγραμμα φαίνεται ότι η μπλε γραμμή που αντιστοιχεί στην εφαρμογή και των τριών βημάτων, μας δίνει το ελάχιστο κόστος με 3 ανοιχτές αποθήκες, σε αντίθεση με την εφαρμογή του πρώτου μόνο βήματος που με 2 αποθήκες ανοιχτές το κόστος είναι μεγαλύτερο, και σε αντίθεση με τη εφαρμογή των δύο πρώτων βημάτων όπου είναι φανερό ότι το αποτέλεσμα επιδέχεται βελτίωση.



Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται συνοπτικά τα αποτελέσματα του αλγορίθμου για κάθε μία περίπτωση.

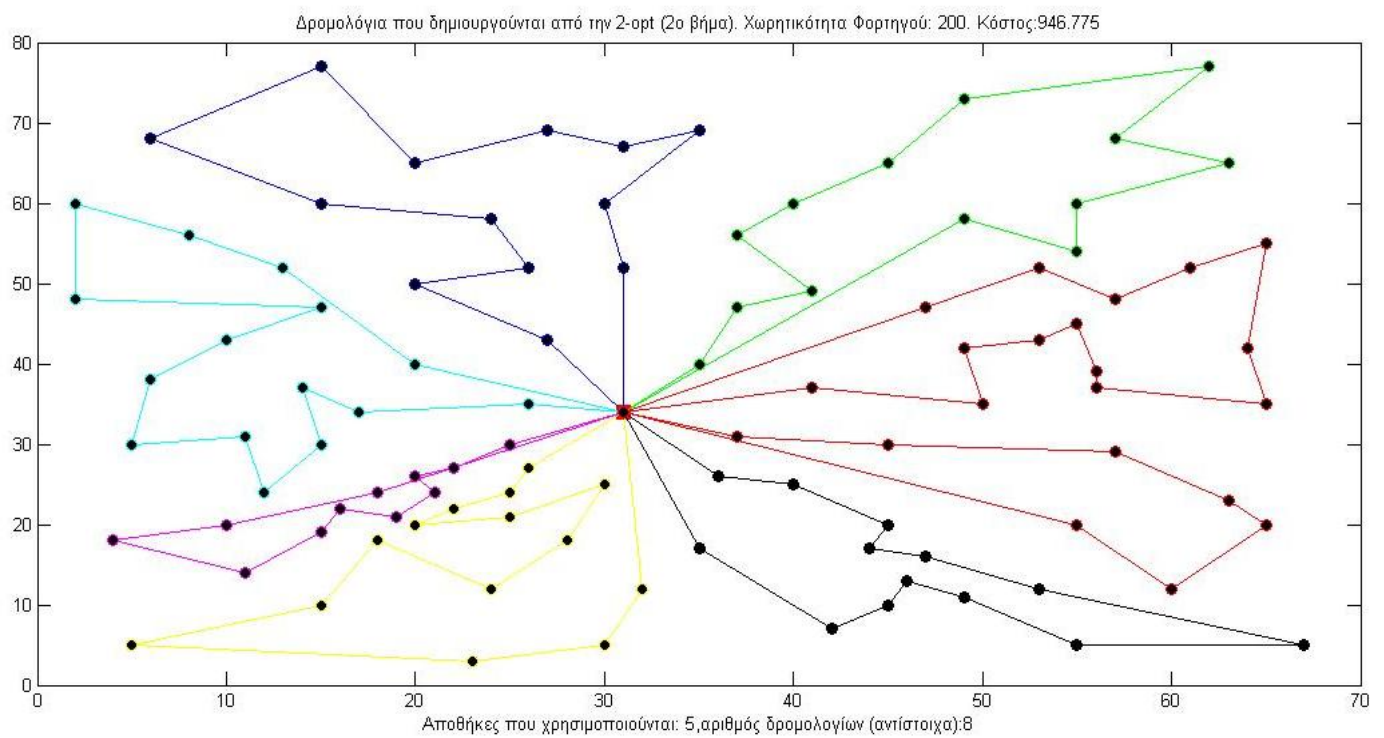
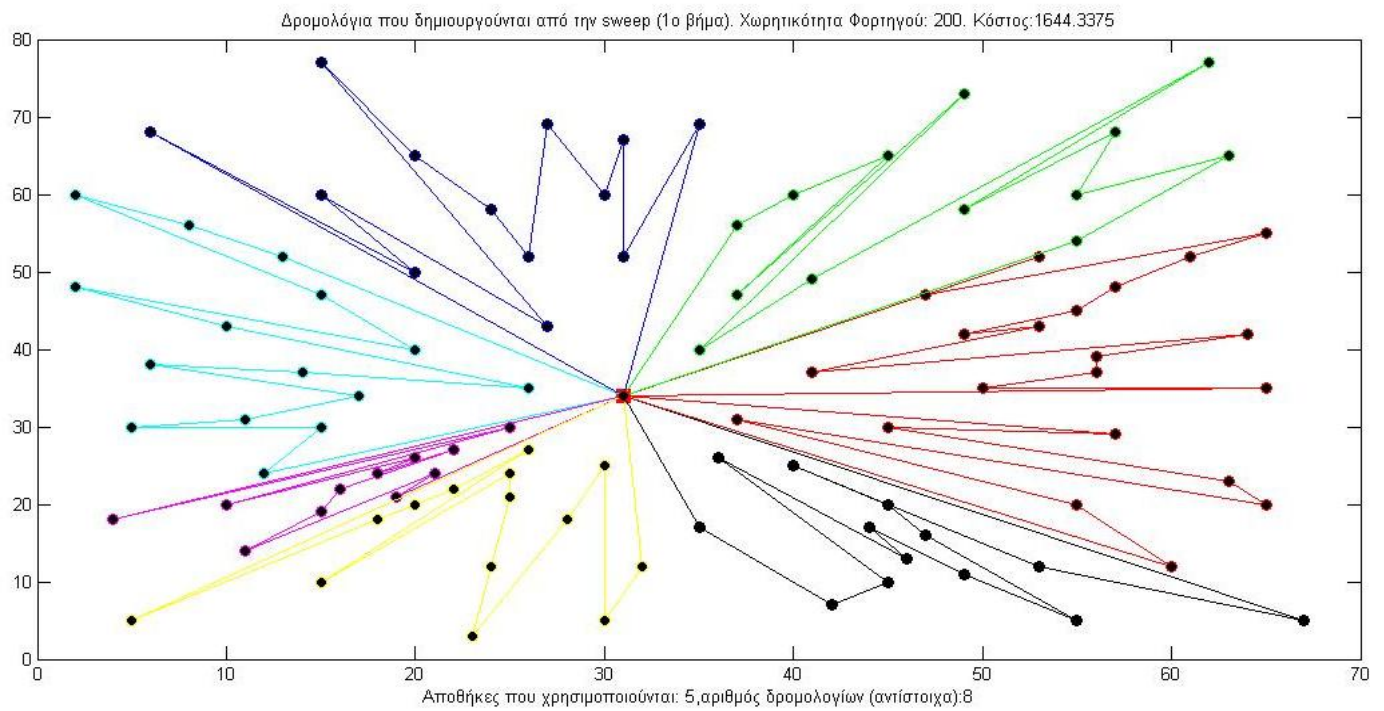
Στην πρώτη στήλη είναι οι περιπτώσεις που μελετάμε, στη δεύτερη και στη τρίτη η ελάχιστη και μέγιστη τιμή αντίστοιχα, μεταξύ των οποίων θα πρέπει να κυμαίνονται οι βέλτιστες λύσεις, στην τέταρτη στήλη τα αποτελέσματα του αλγορίθμου που φτιάξαμε, στην πέμπτη η επί τοις εκατό διαφορά των αποτελεσμάτων που βρήκαμε από τα αρχικά, στην επόμενη στήλη αναγράφονται οι διαφορετικές χωρητικότητες των παραδειγμάτων που μελετάμε δύο φορές και τέλος ο αριθμός των αποθηκών που είναι ανοιχτές και προκύπτουν τα συγκεκριμένα αποτελέσματα.

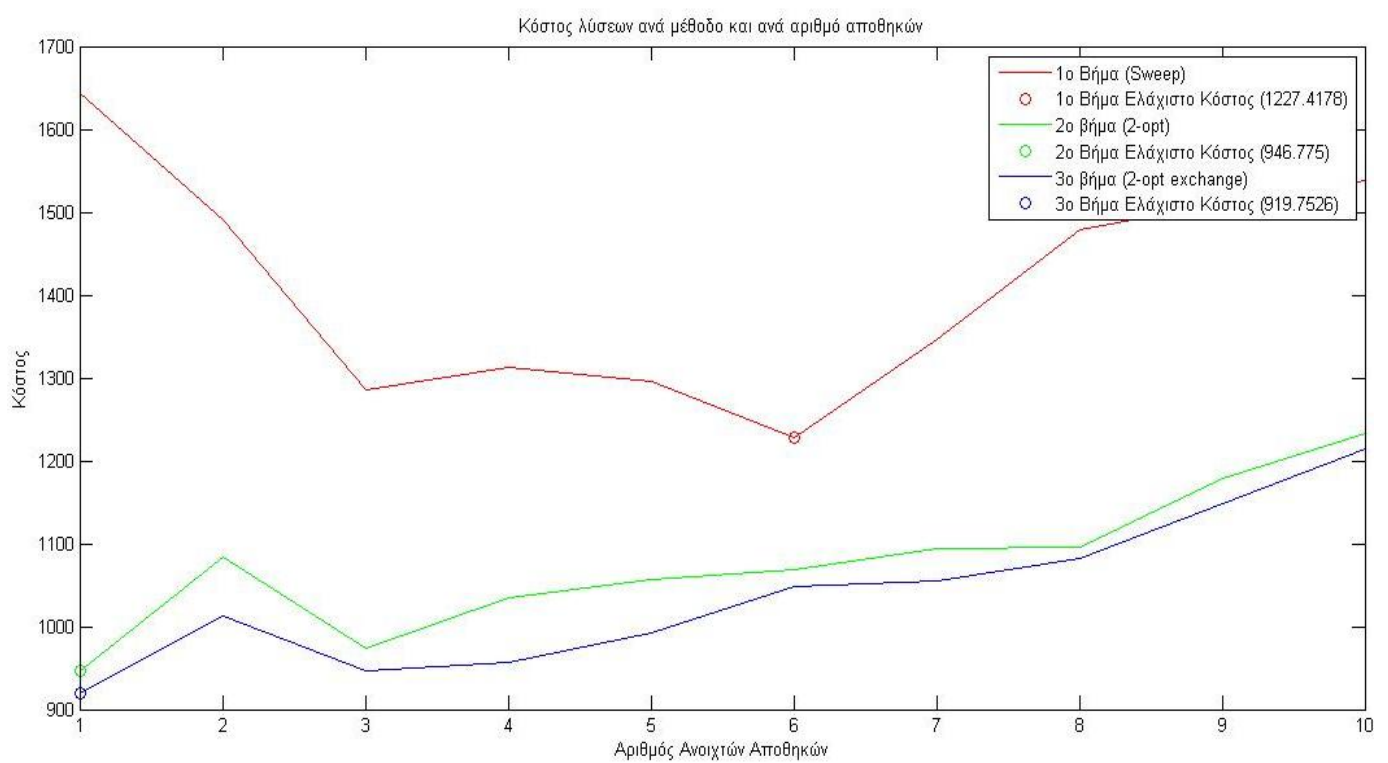
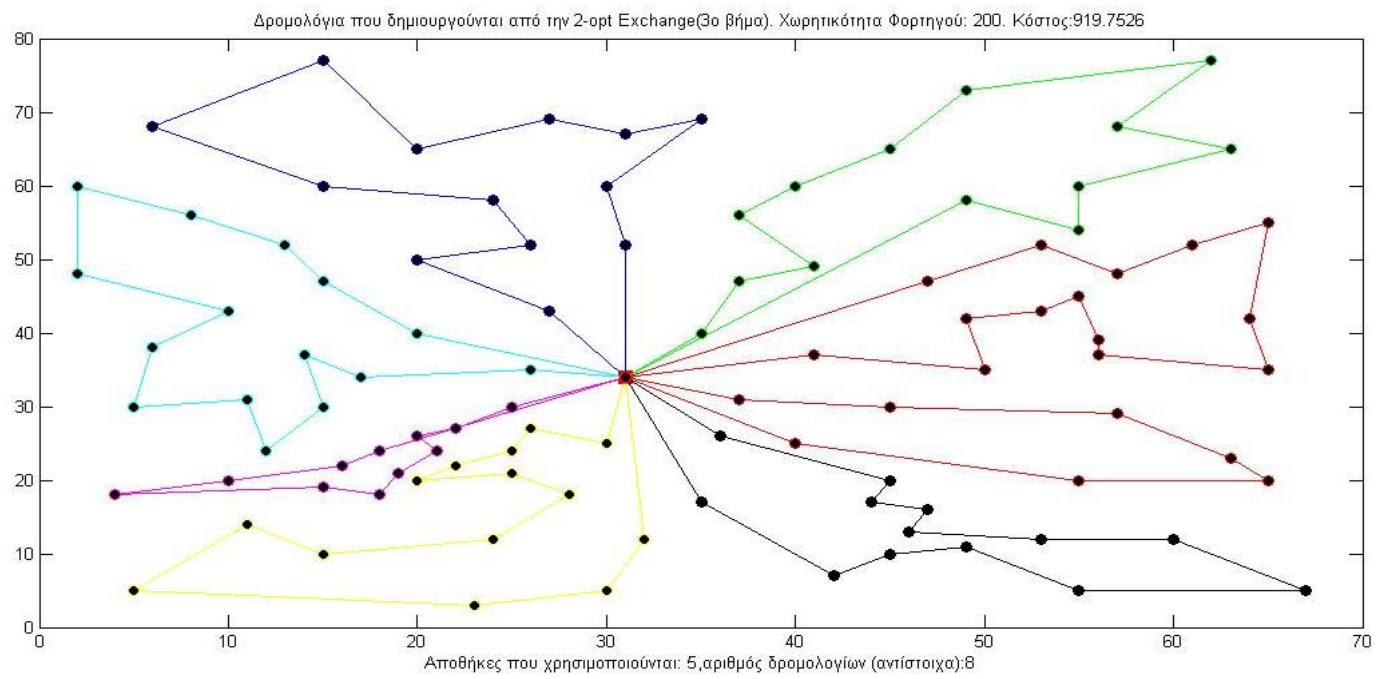
Δεδομένα	LB	UB	Αποτέλεσμα	Διαφορά από UB(%)	Σημειώσεις	Αριθμός αποθηκών
Perl83-85x7	1568,1	1656,9	1687,01	1,82%		3
Perl83-55x15	1074,8	1136,2	1150,46	1,26%		3
Perl83-12x2	204	204	209,02	2,46%		1
Christofides69-75x10	744,7	886,3	907,55	2,40%		3
Gaskell67-36x5	460,4	470,7	487,95	3,66%		3
Christofides69-100x10	788,6	889,4	919,75	3,41%		1
Christofides69-50x5	549,4	582,7	663,4	13,85%		3
Gaskell67-32x5	556,5	571,7	617,27	7,97%	VC=8000	2
Daskin95-150x10	43406	46642,7	48903,85	4,85%		3
Gaskell67-29x5	512,1	512,1	550,02	7,40%		2
Gaskell67-32x5	504,3	511,4	582,94	13,99%	VC=11000	1
Gaskell67-21x5	424,9	435,9	425,4	-2,41%		2
Min92-27x5	3062	3062	3128,78	2,18%		2
Min92-134x8	-	6238	6841,51	9,67%		3
Gaskell67-22x5	585,1	591,5	733,99	24,09%		1
Perl83-318x4	-	580680,2	684184,22	17,82%	VC=25000	4
Perl83-318x4	-	747619	890478,02	19,11%	VC=8000	4
Or76-117x14	12048,4	12474,2	16081,5	28,92%		3
Average		73976,31	92141,81	9,03%		
Sum		1405549,8	1658552,66	18,03%		

Πίνακας 4: Αποτελέσματα αλγορίθμου.

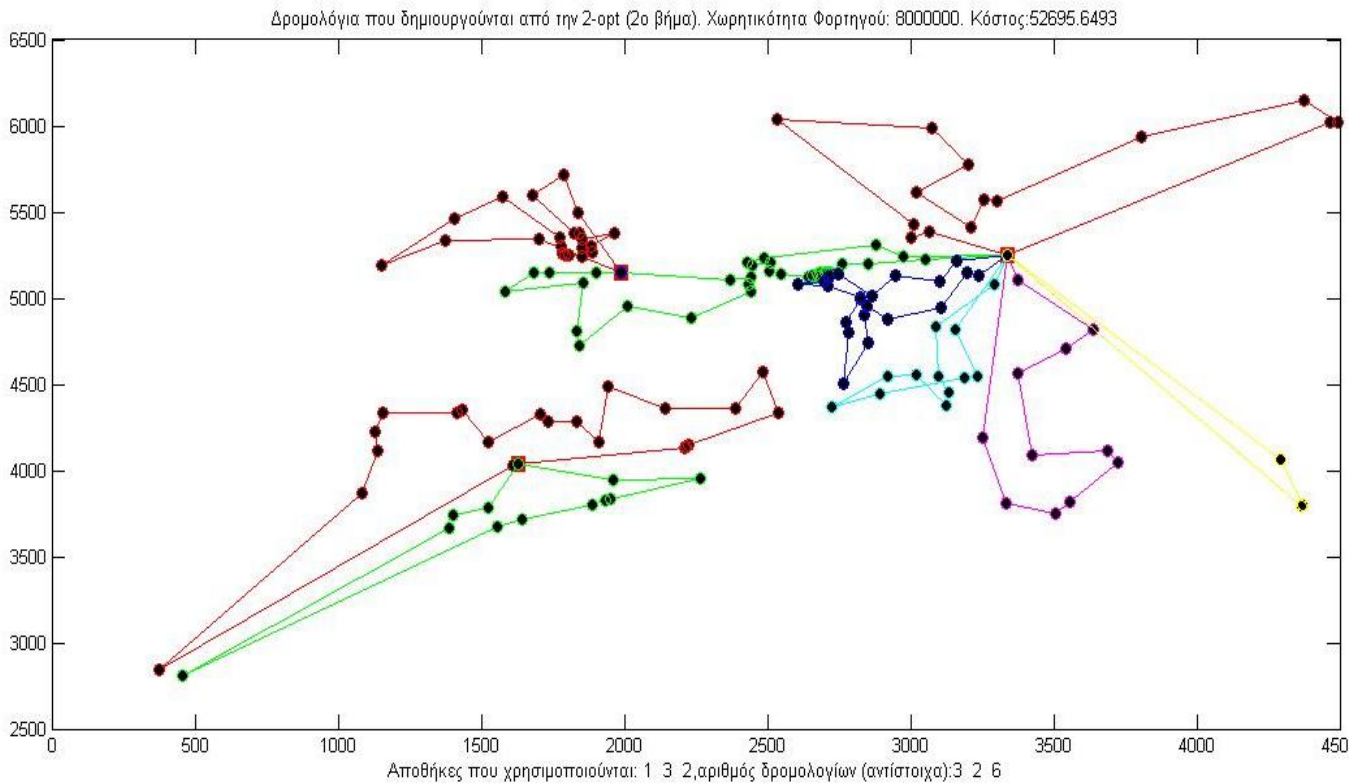
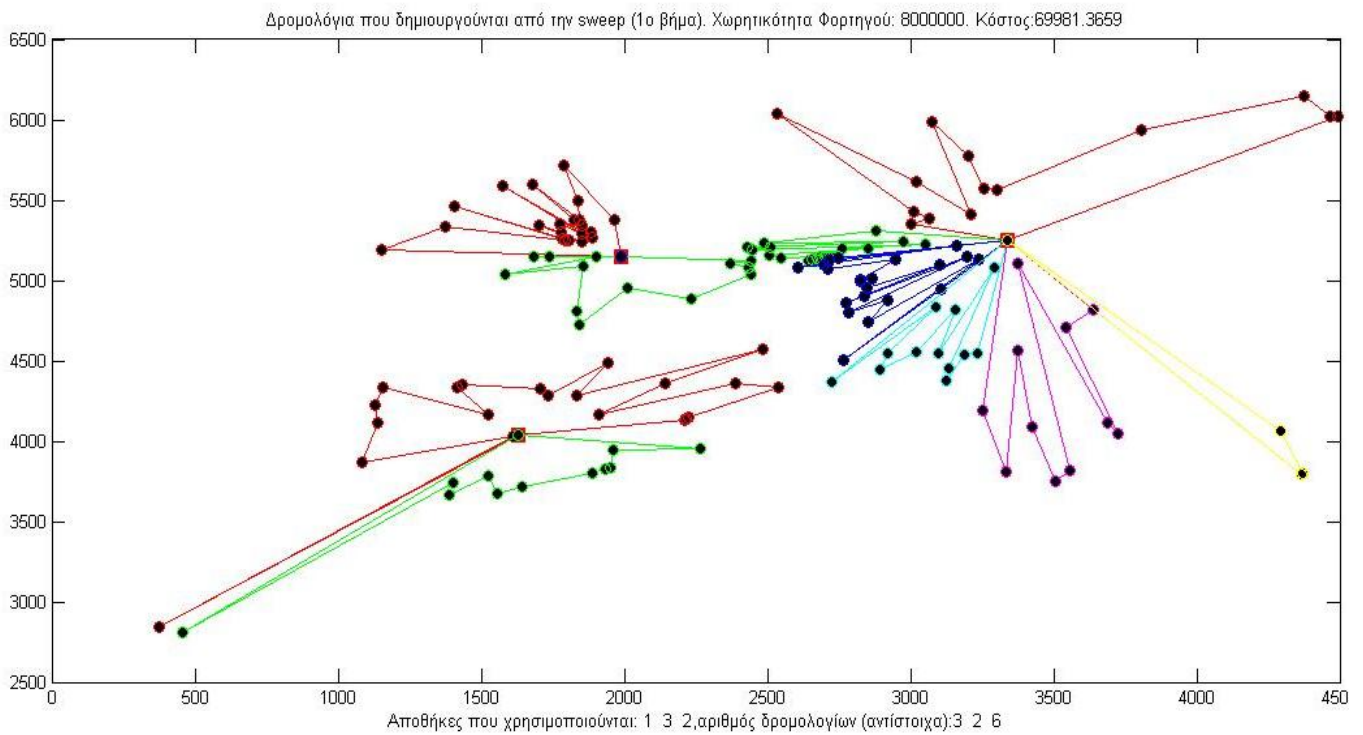
Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα των υπόλοιπων περιπτώσεων:

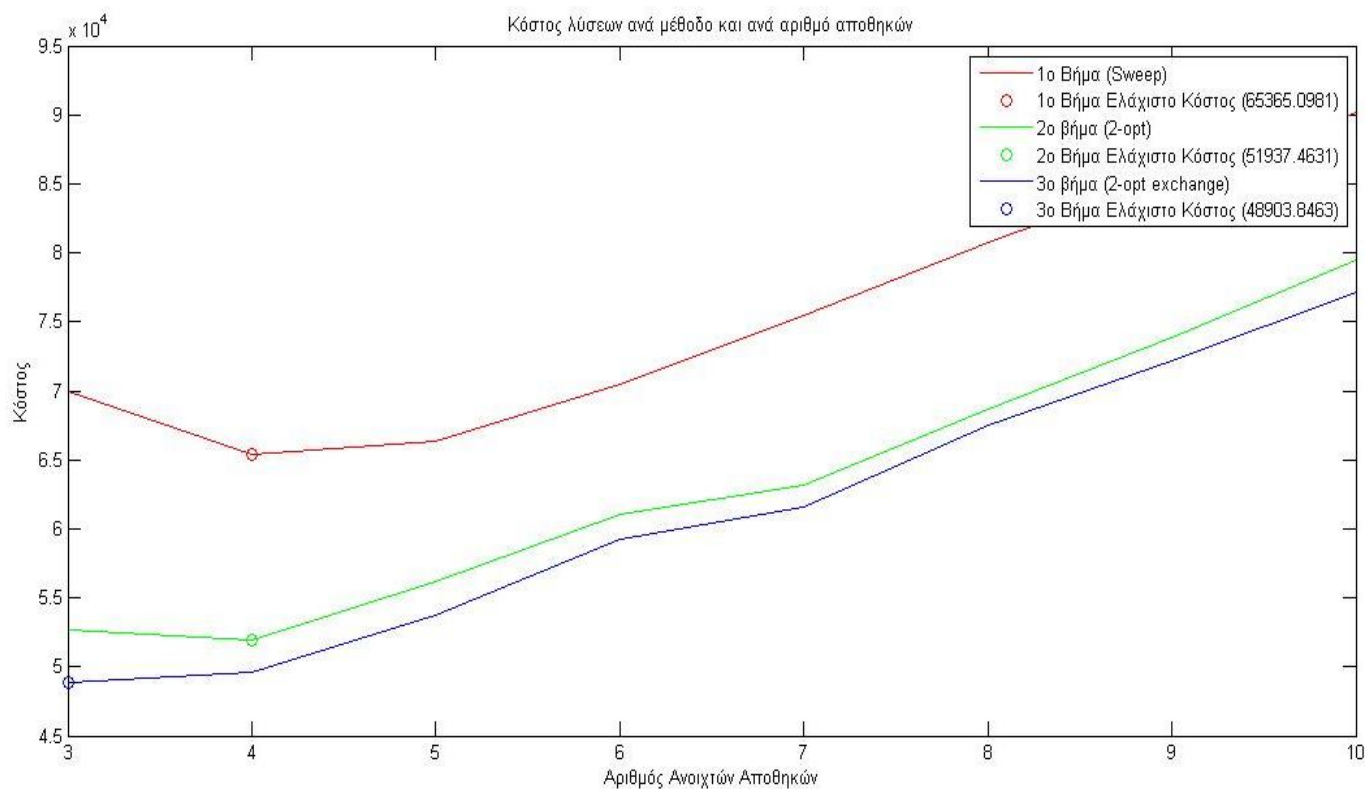
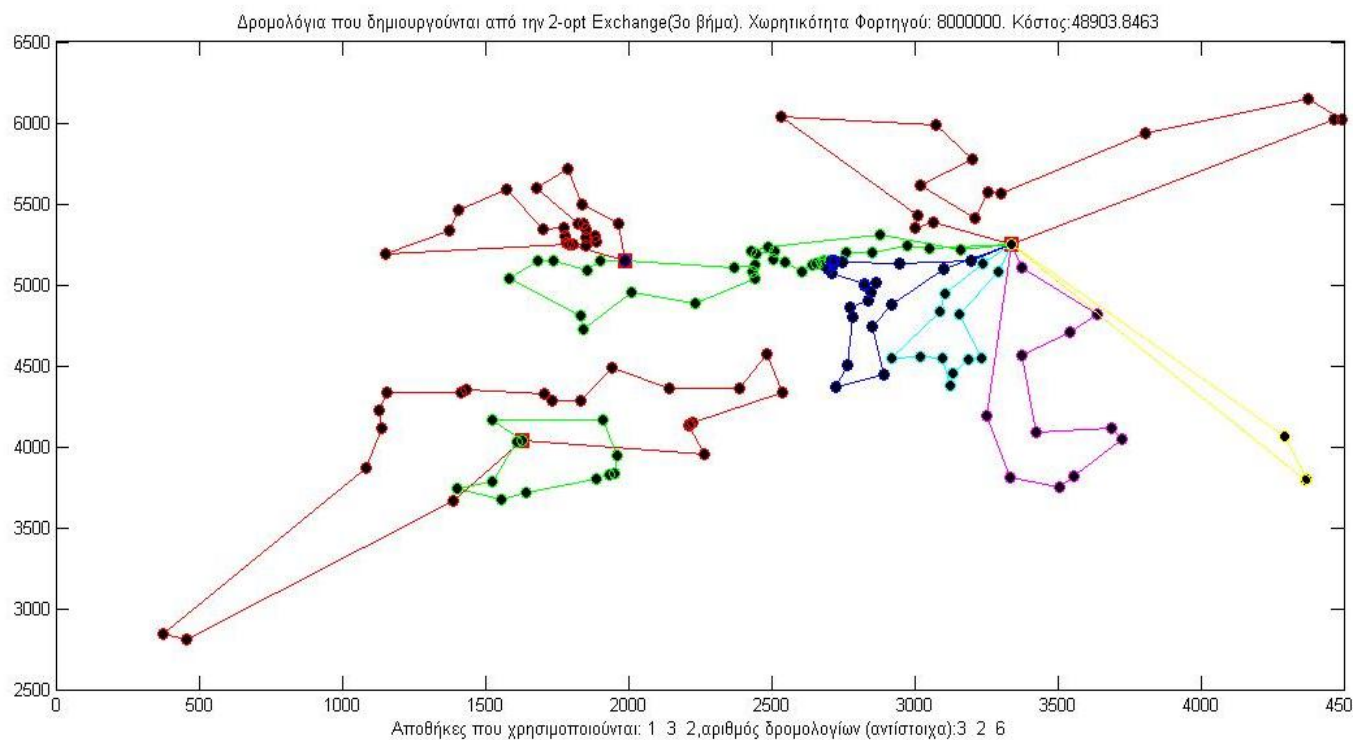
Christofides69-100x10



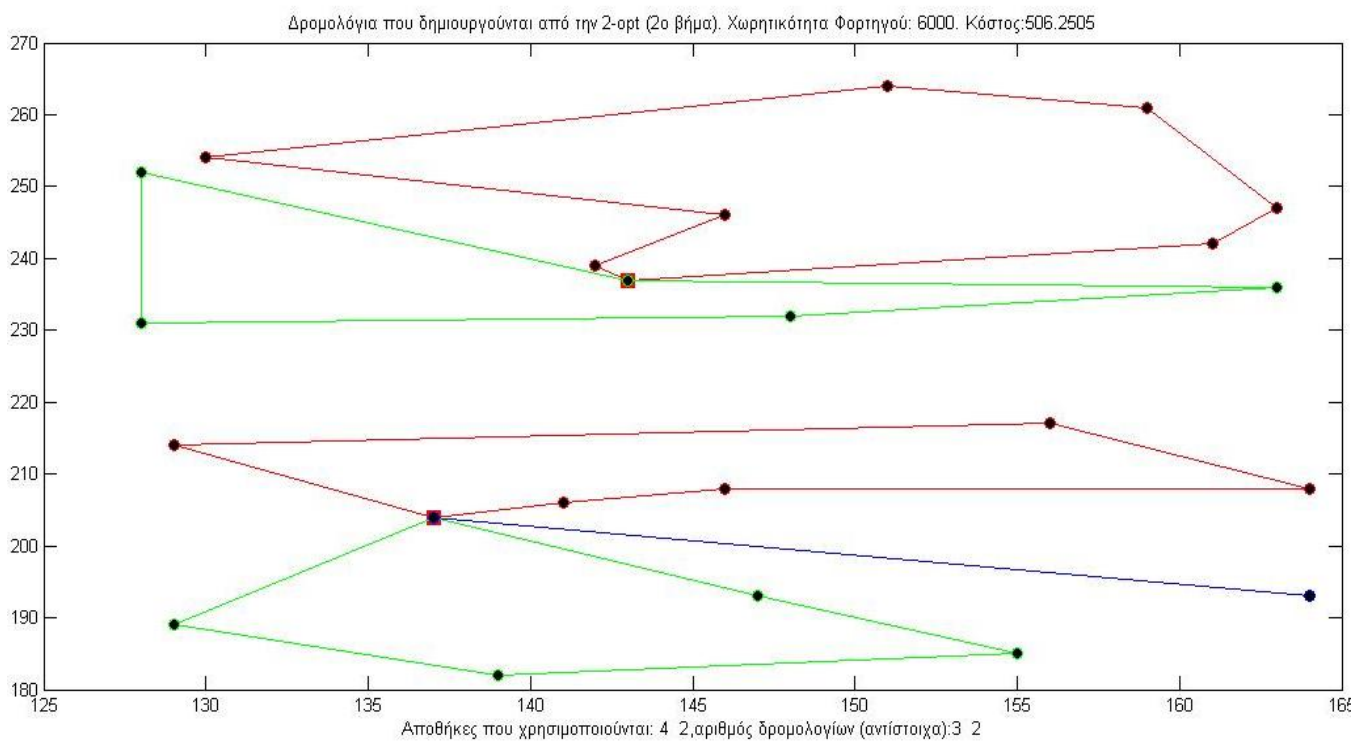
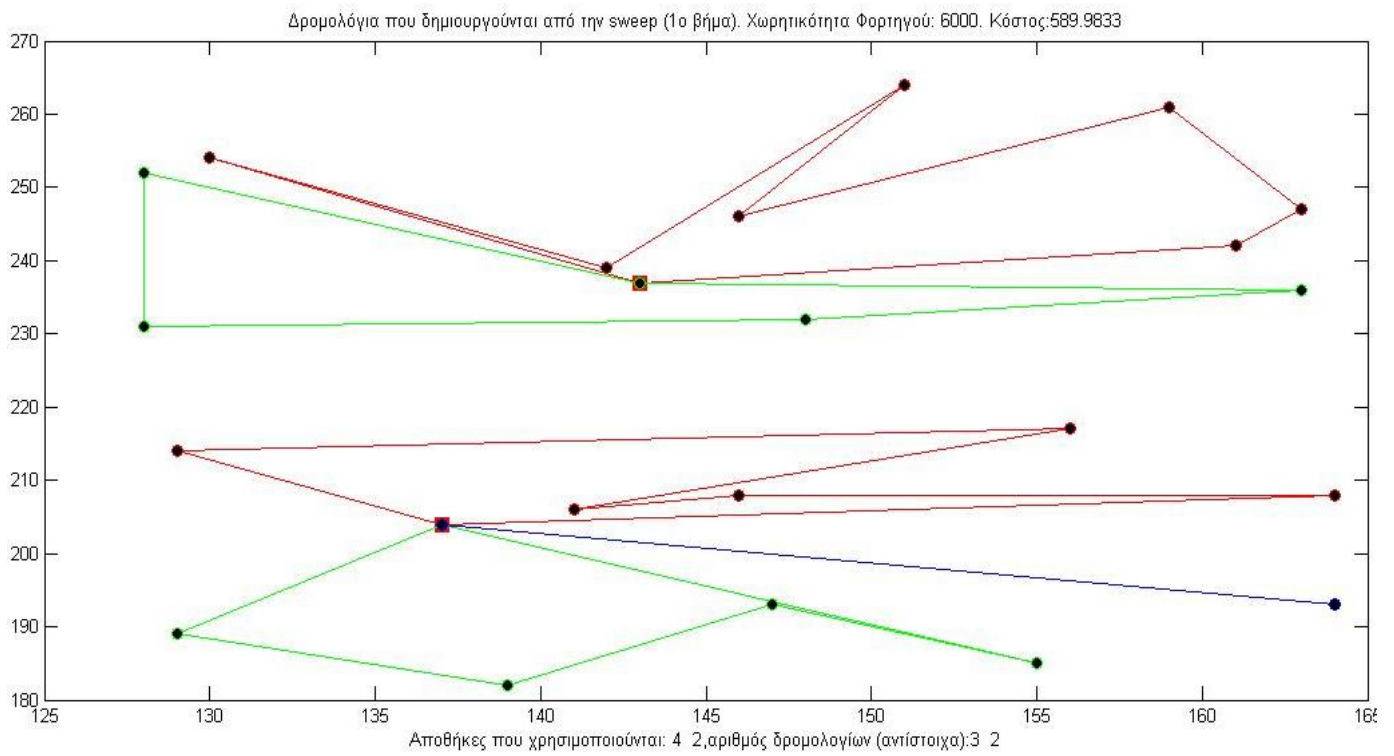


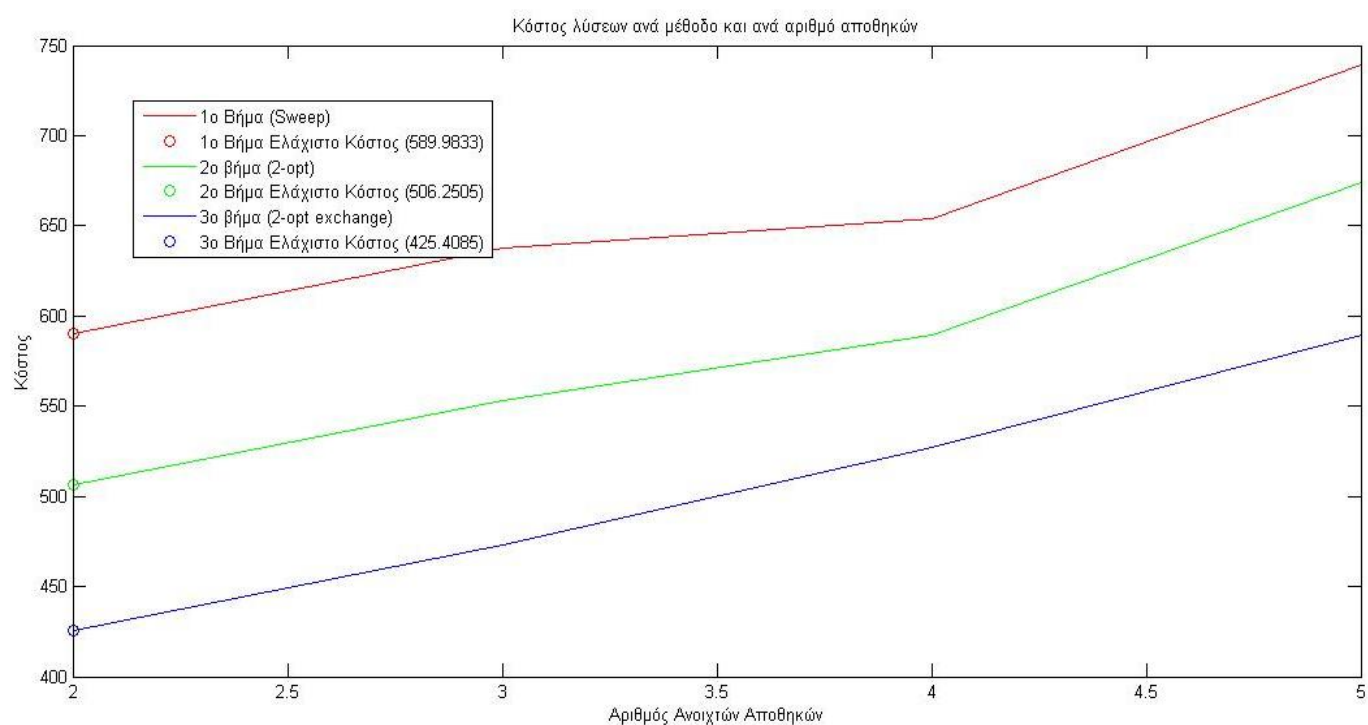
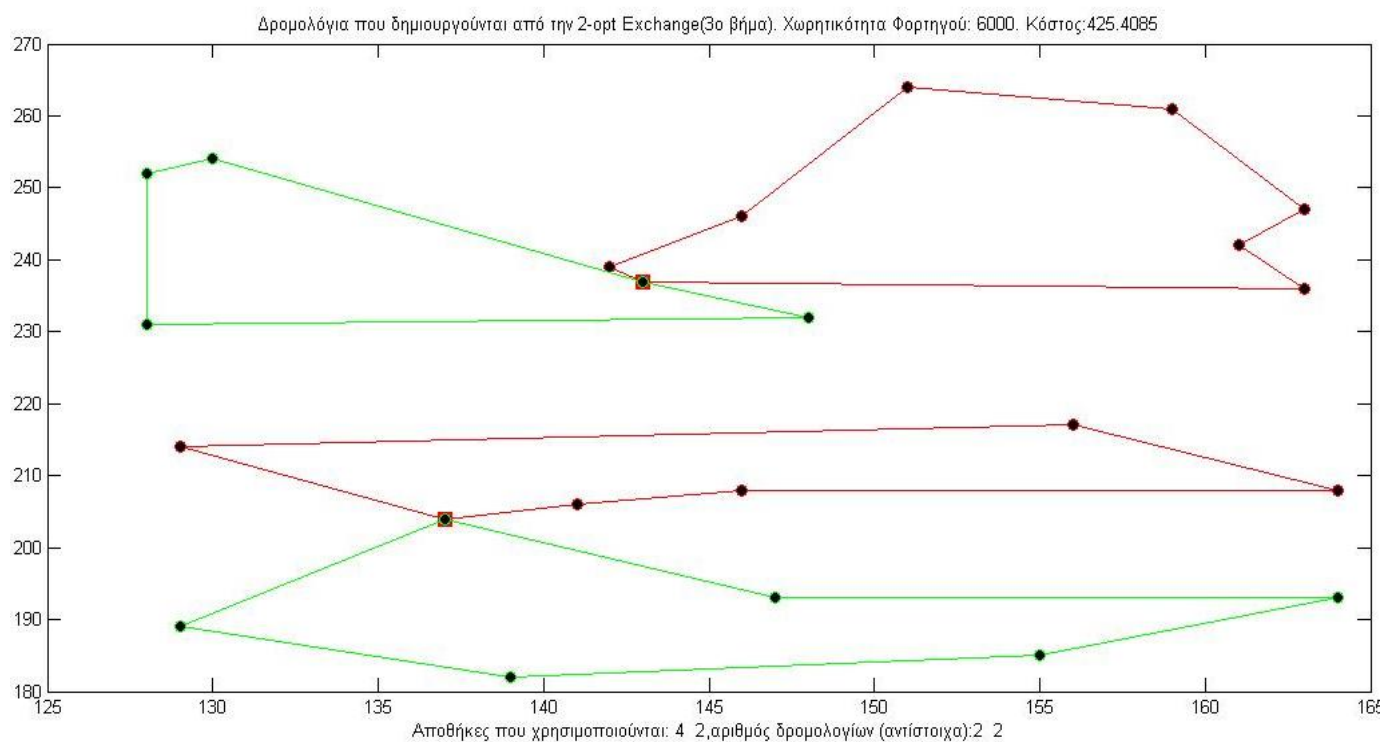
Daskin95-150x10



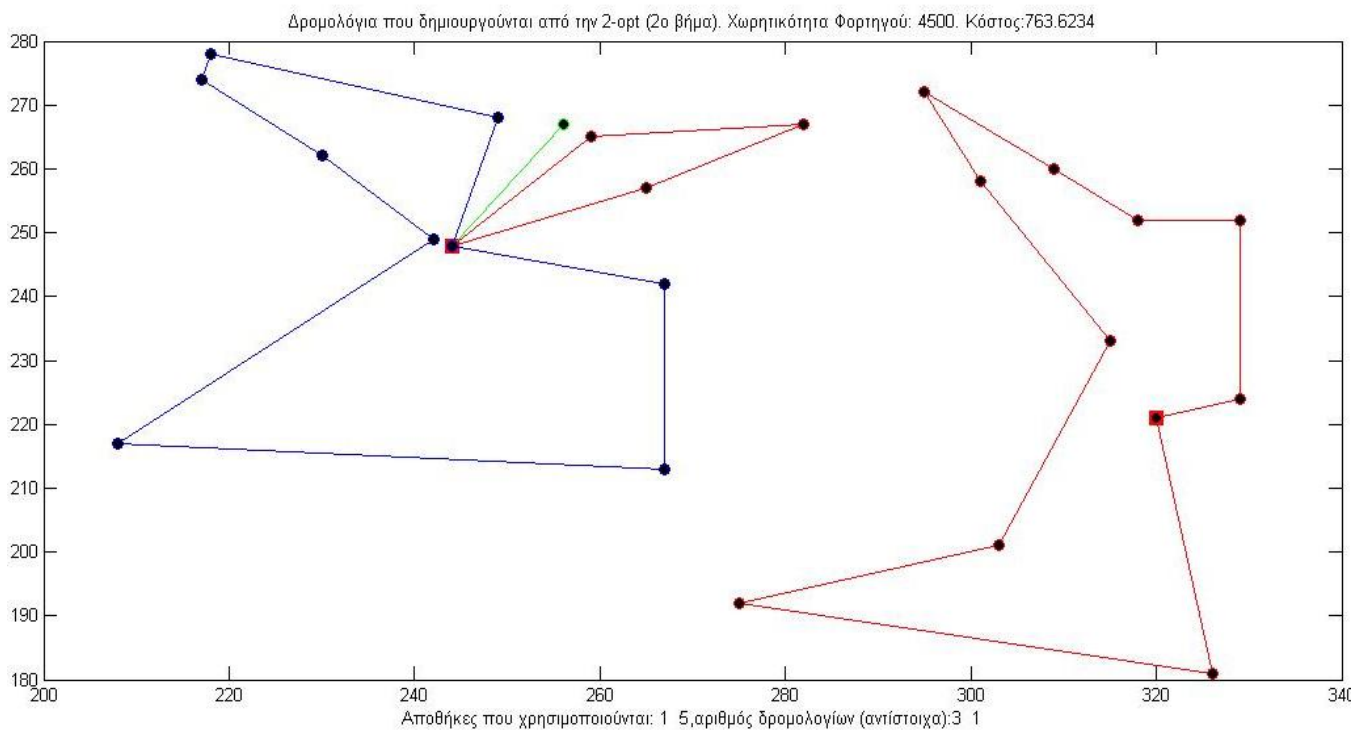
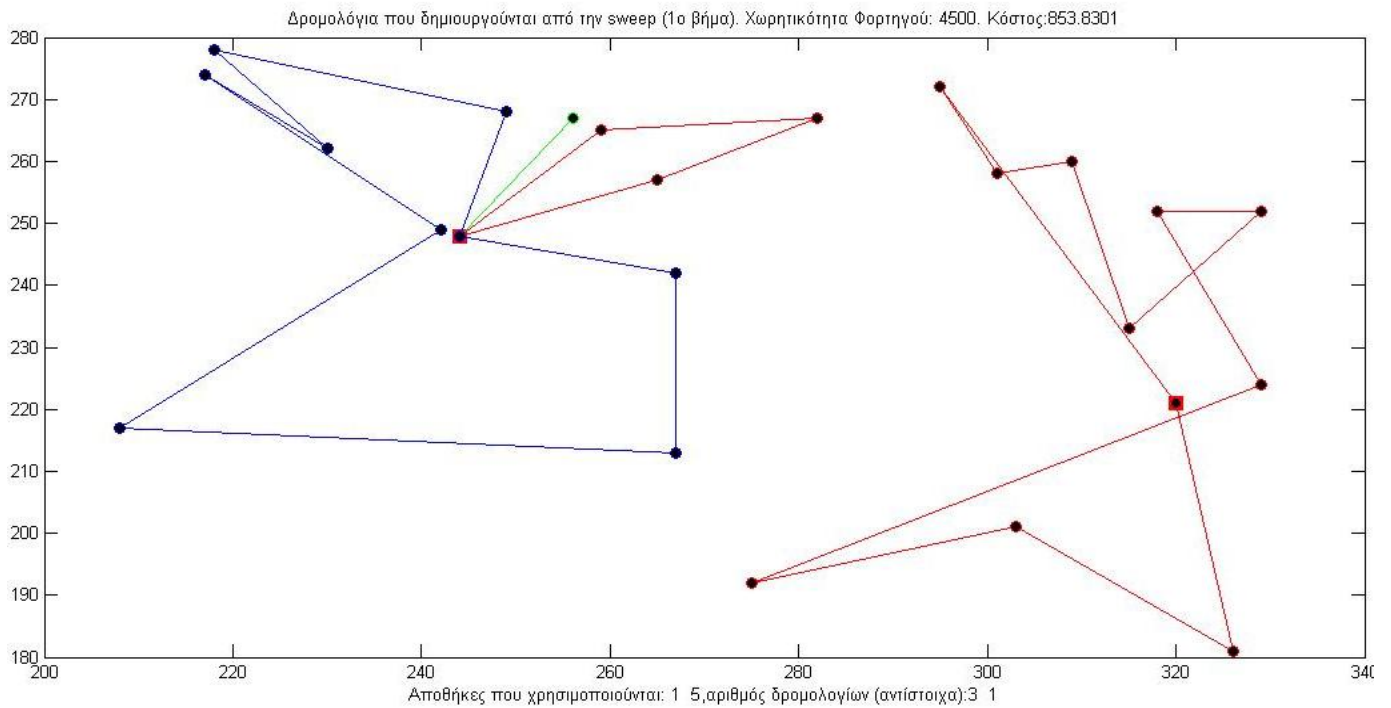


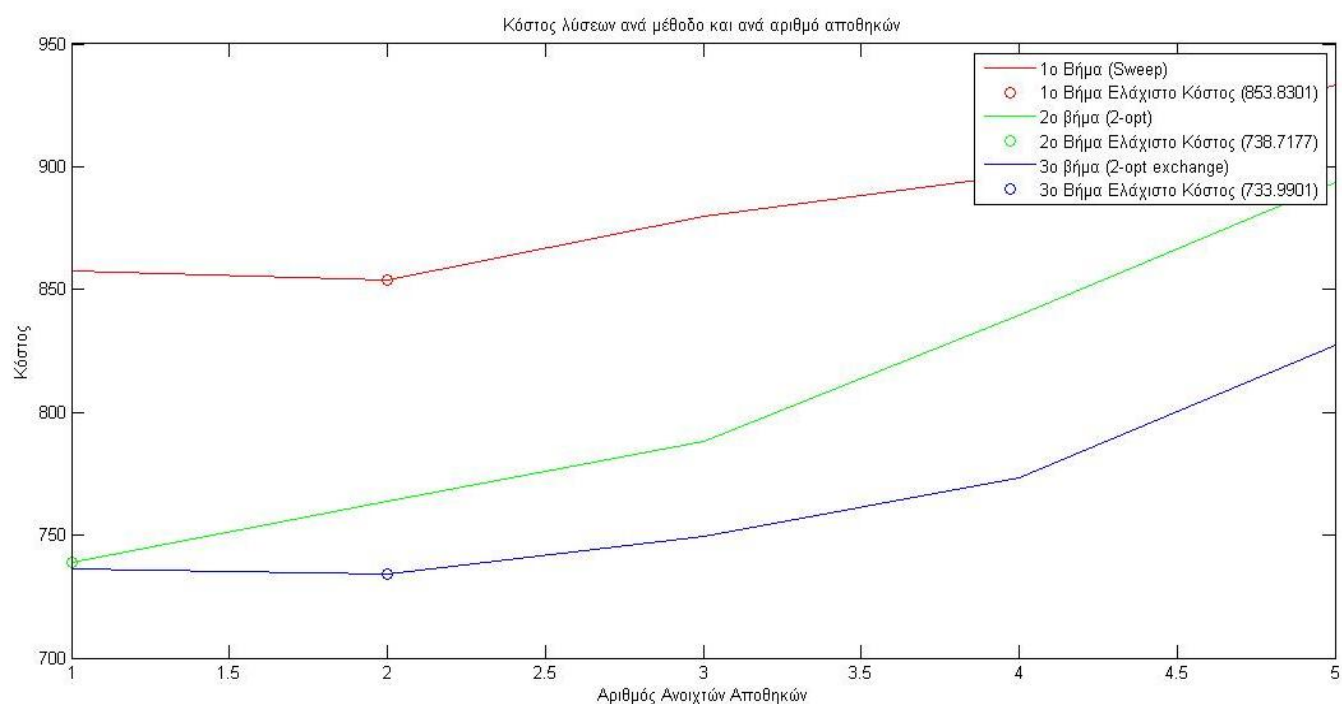
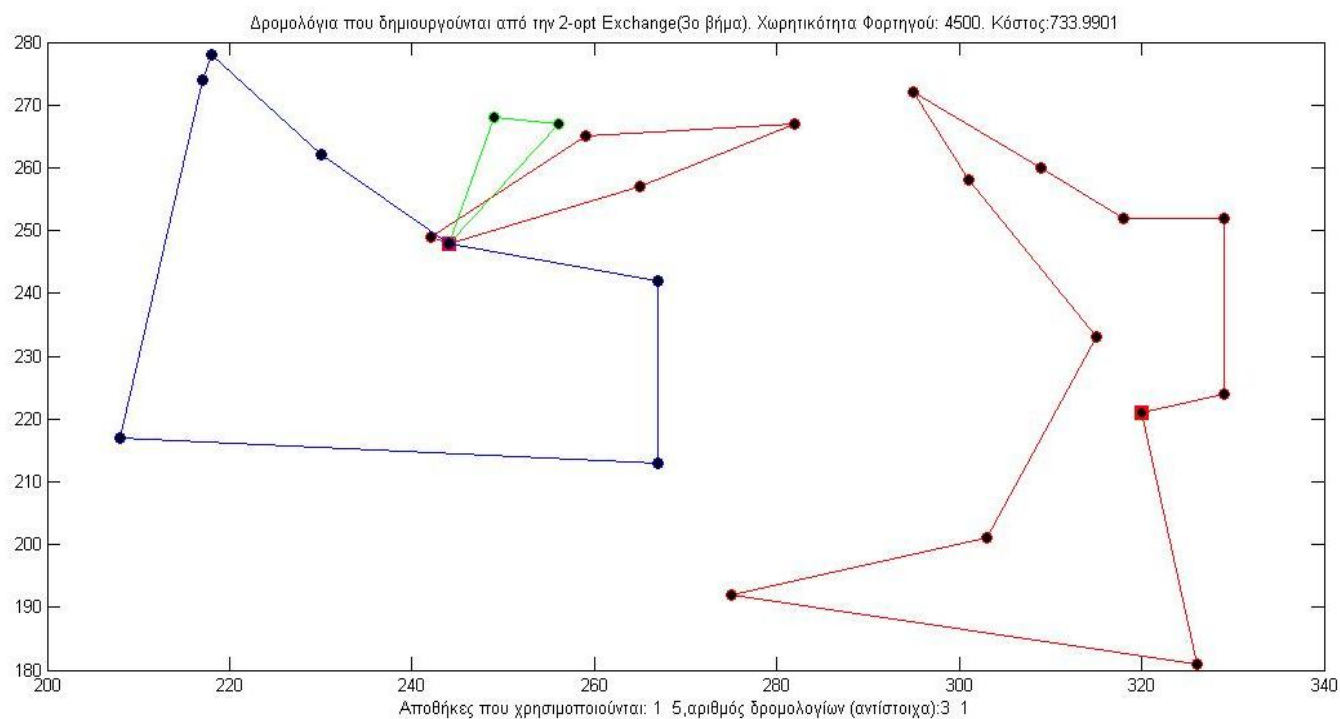
Gaskell67-21x5



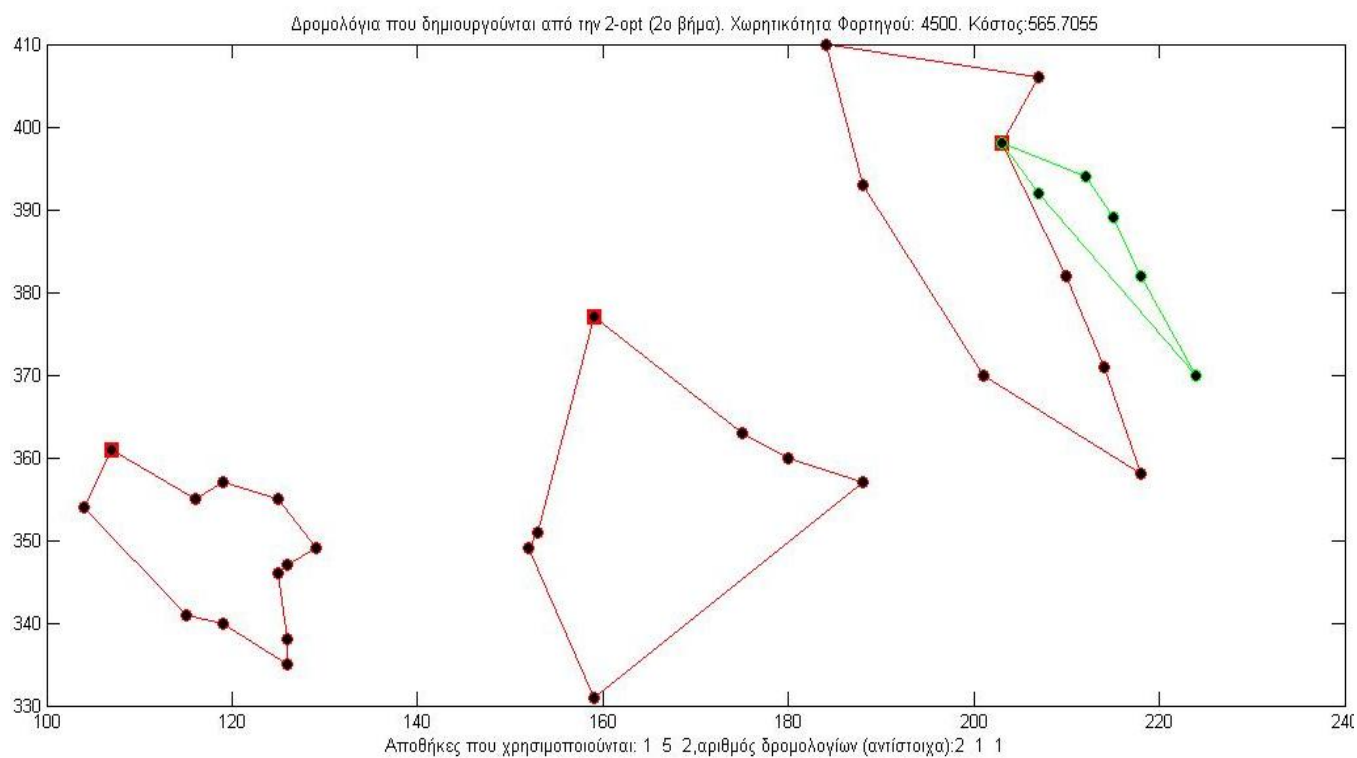
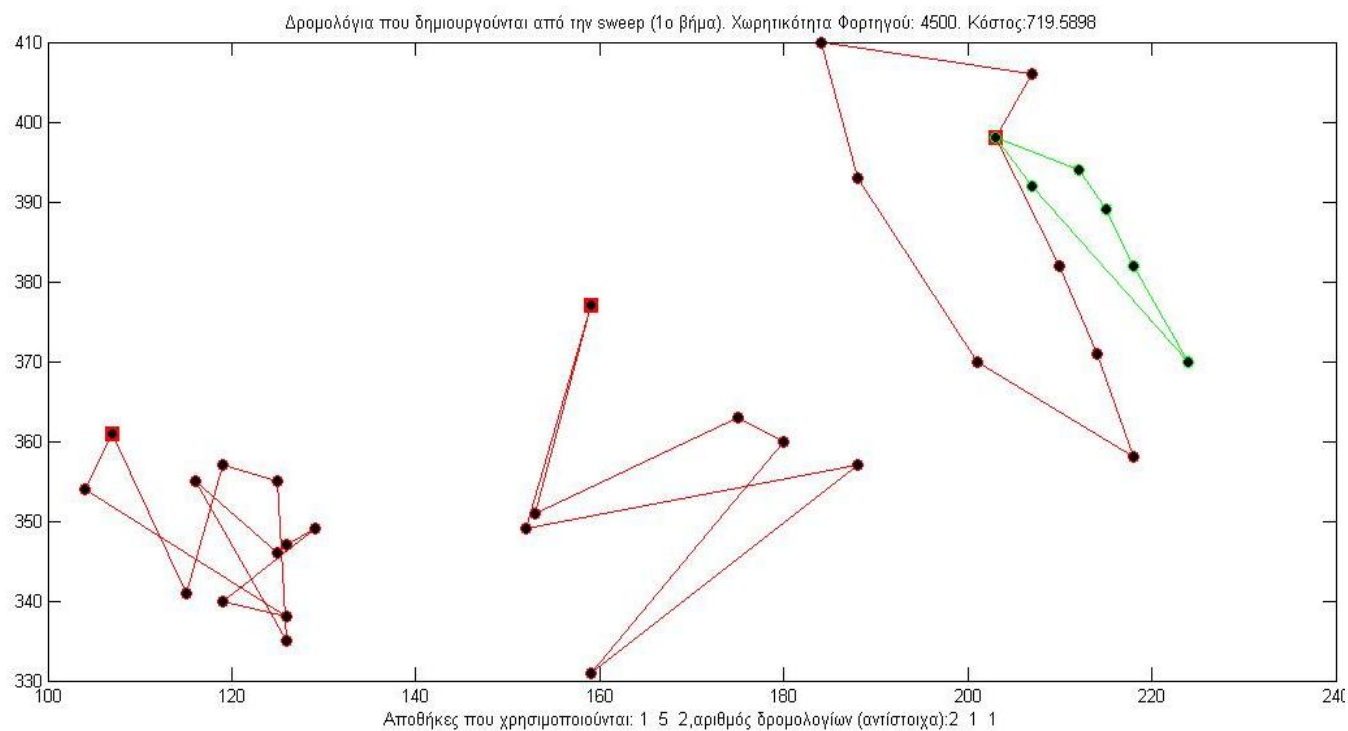


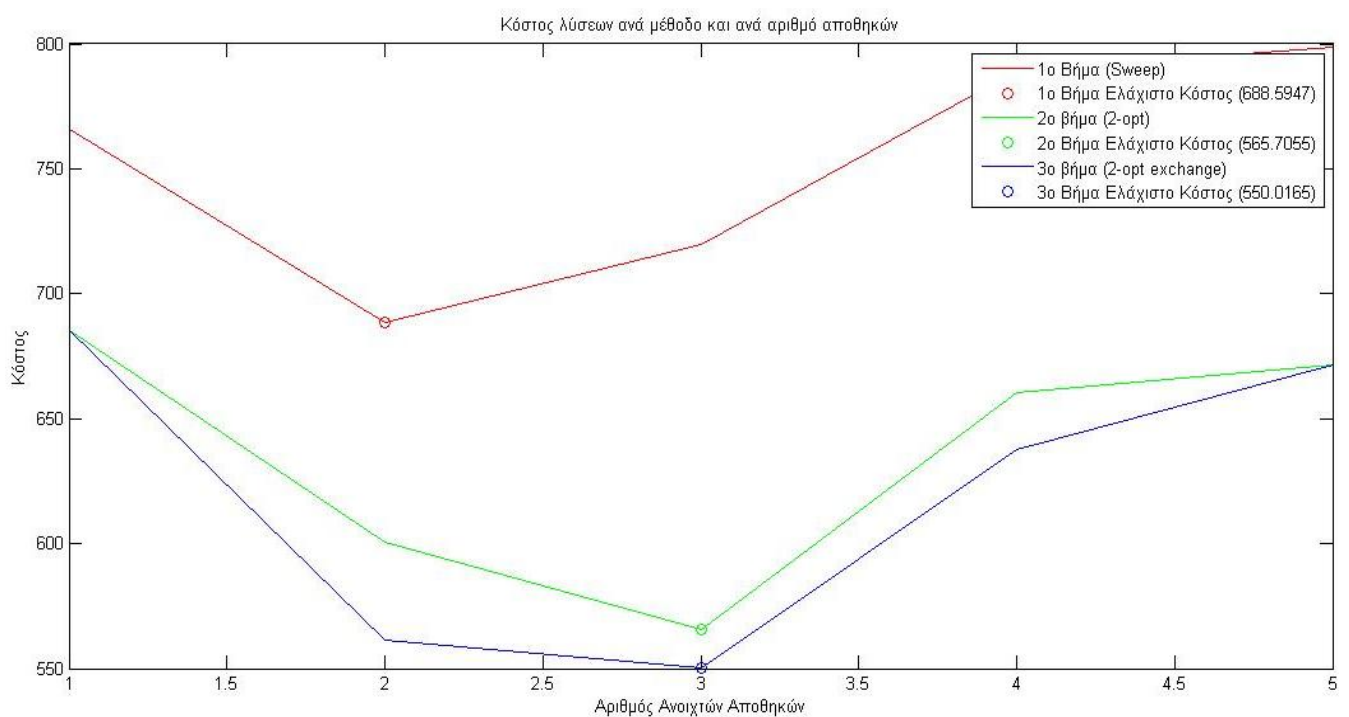
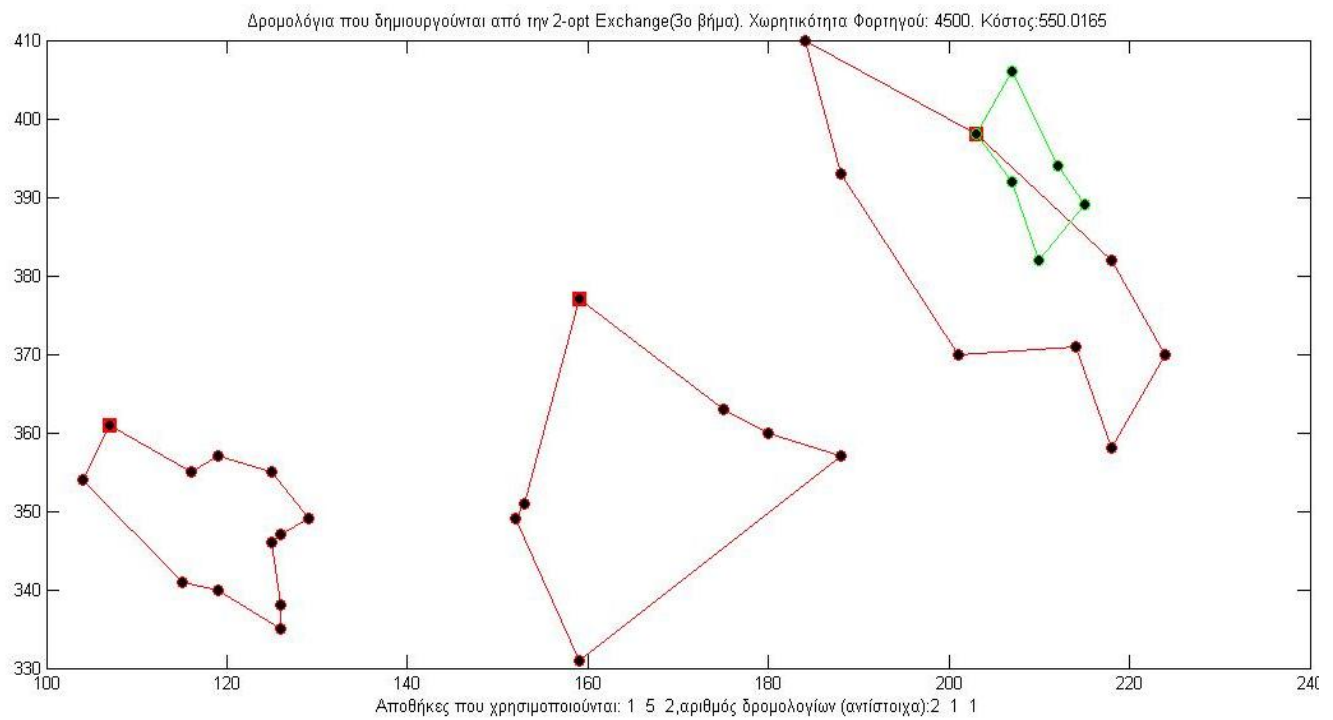
Gaskell67-22x5



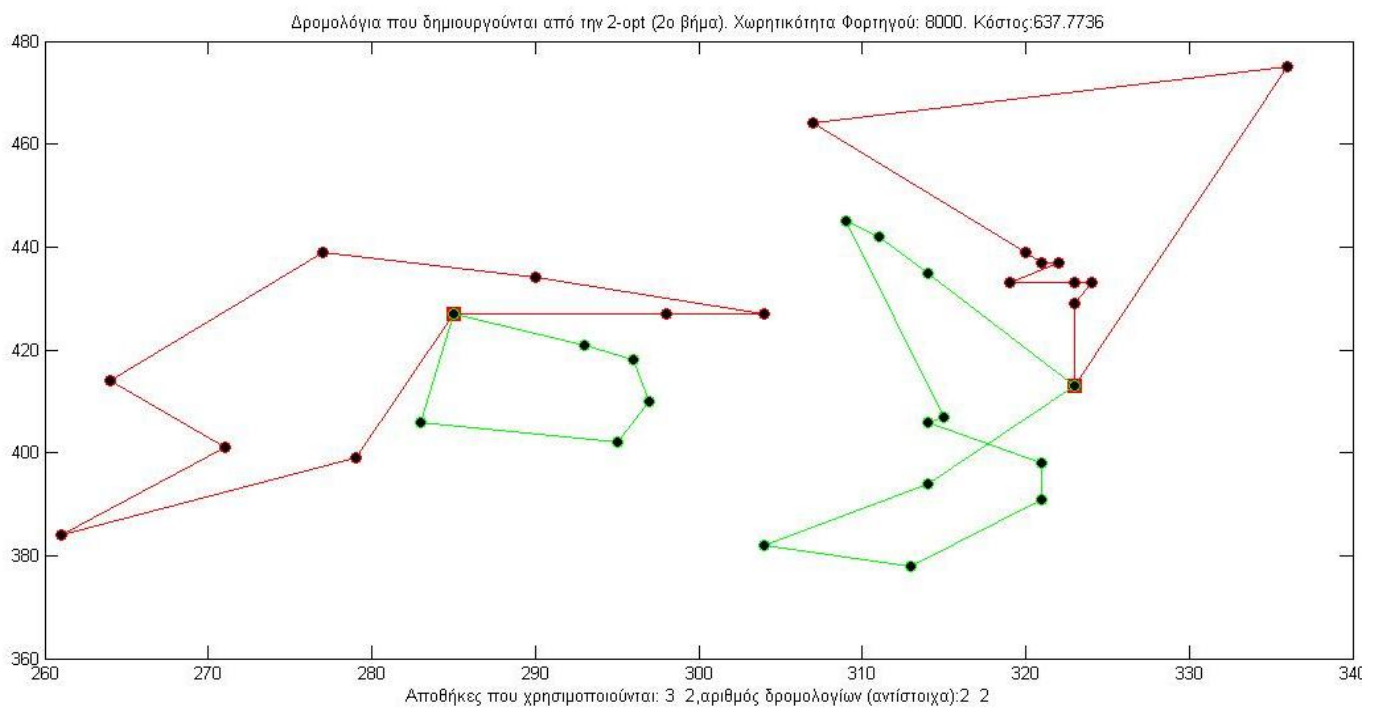
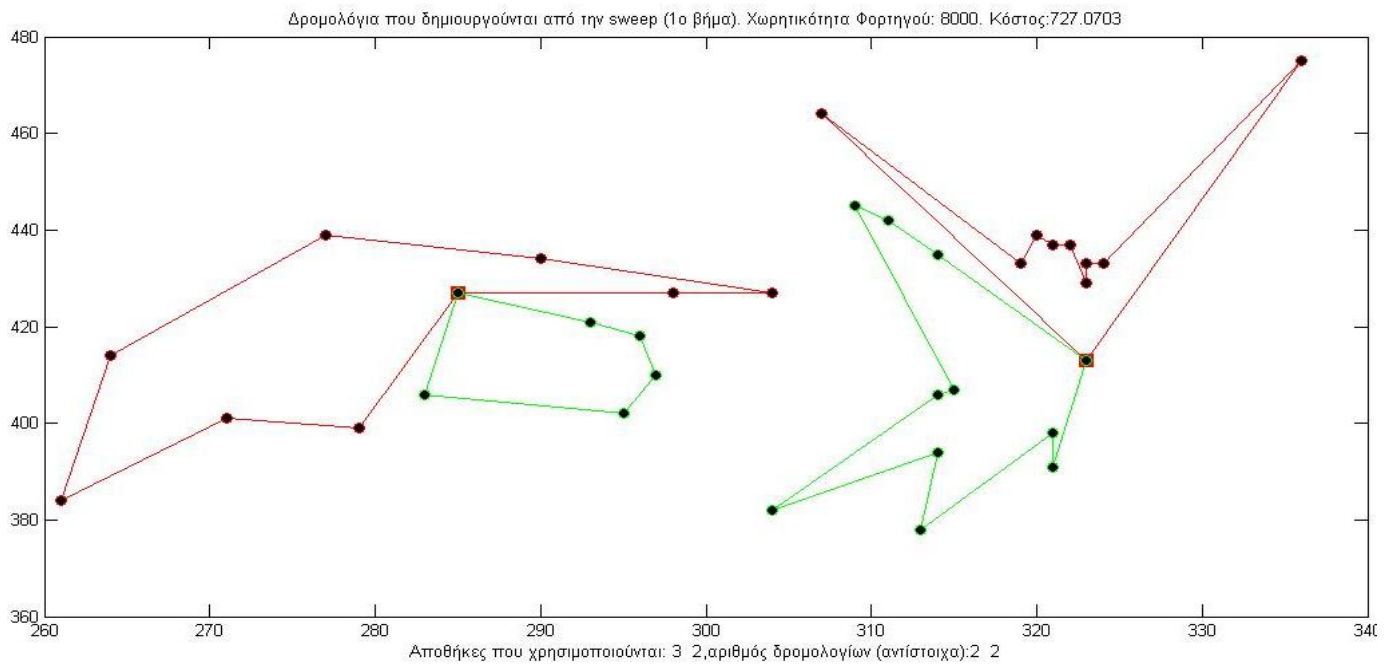


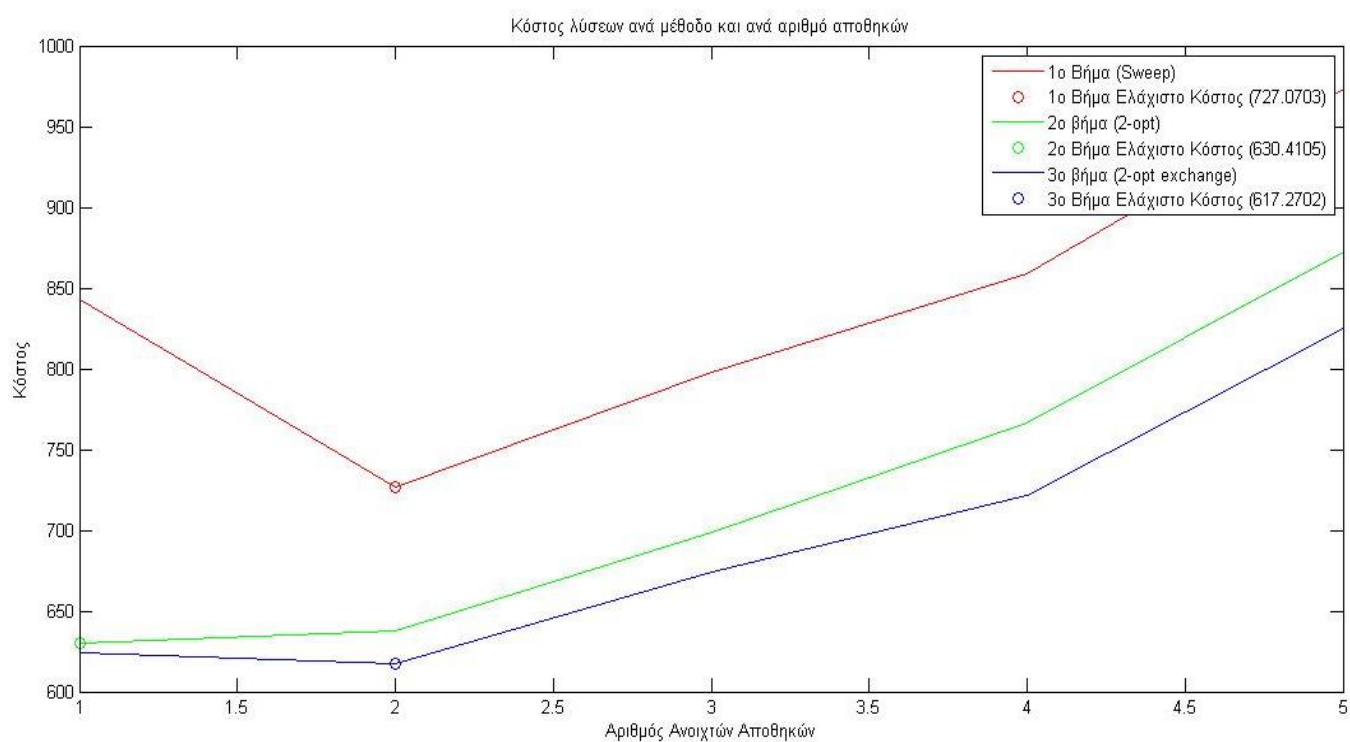
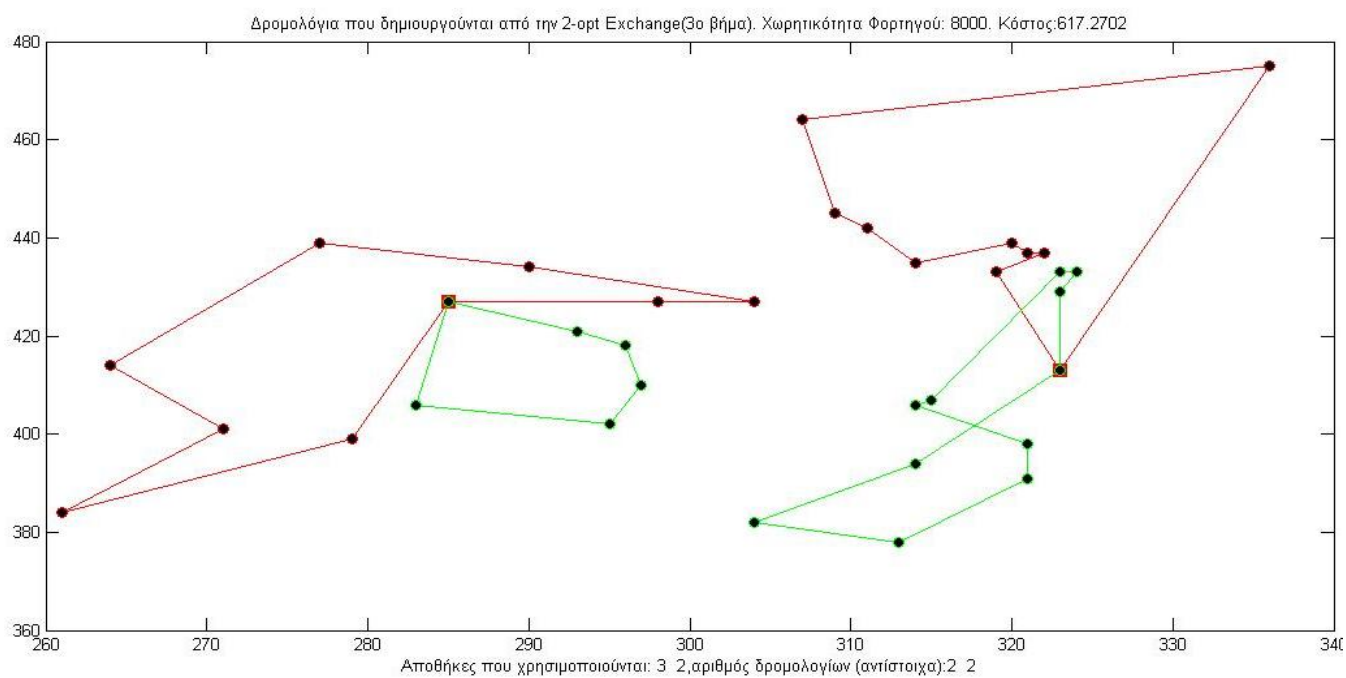
Gaskell67-29x5



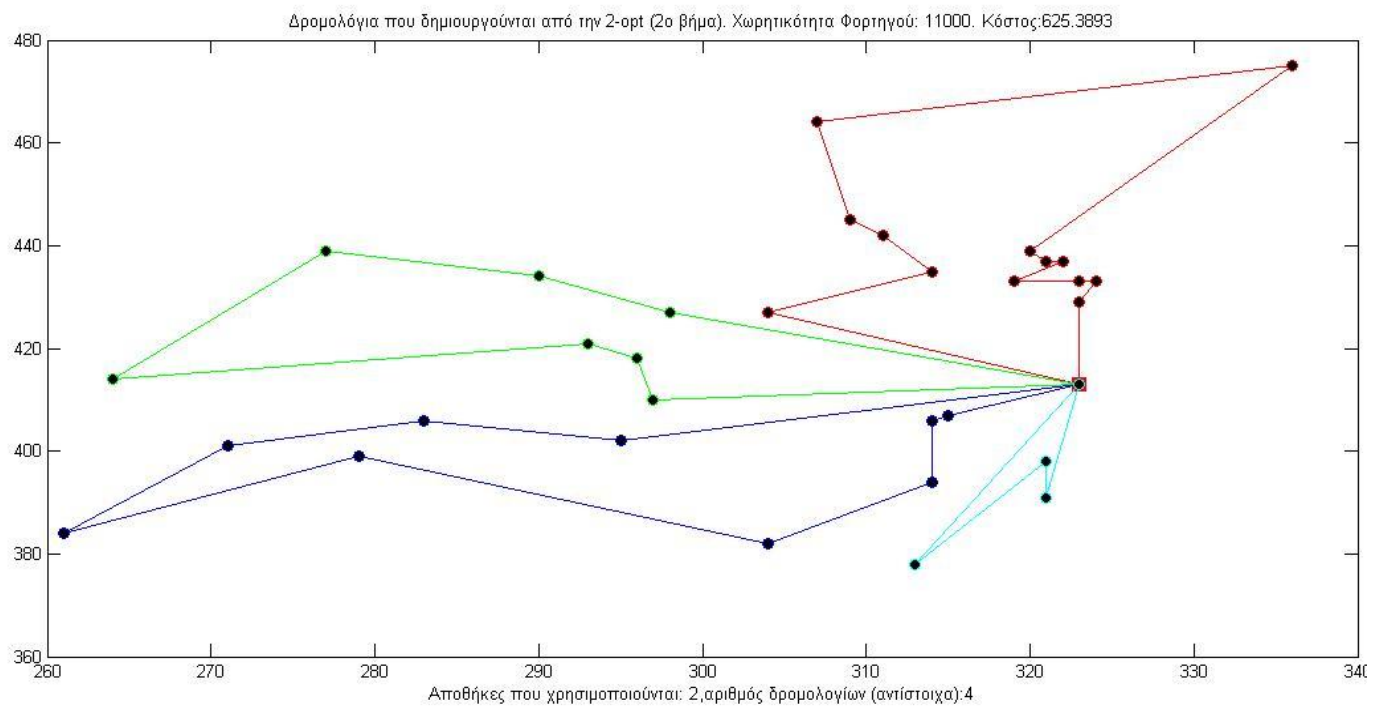
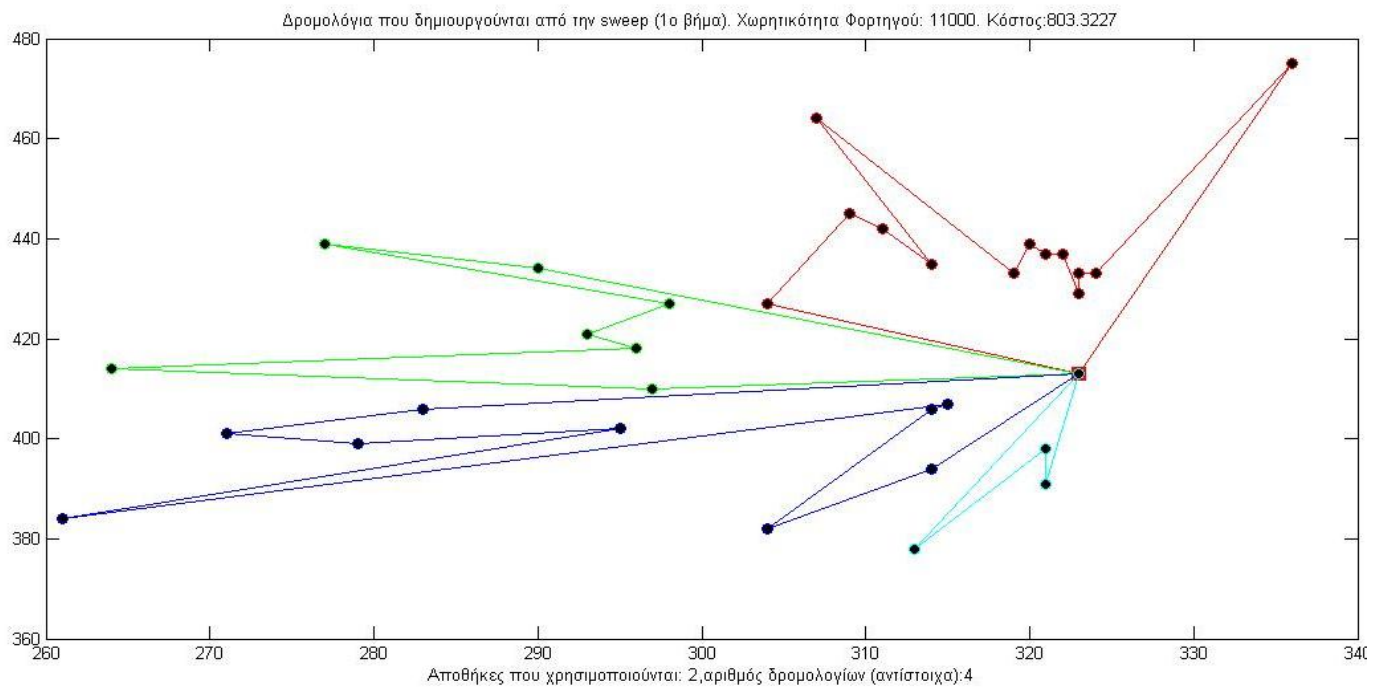


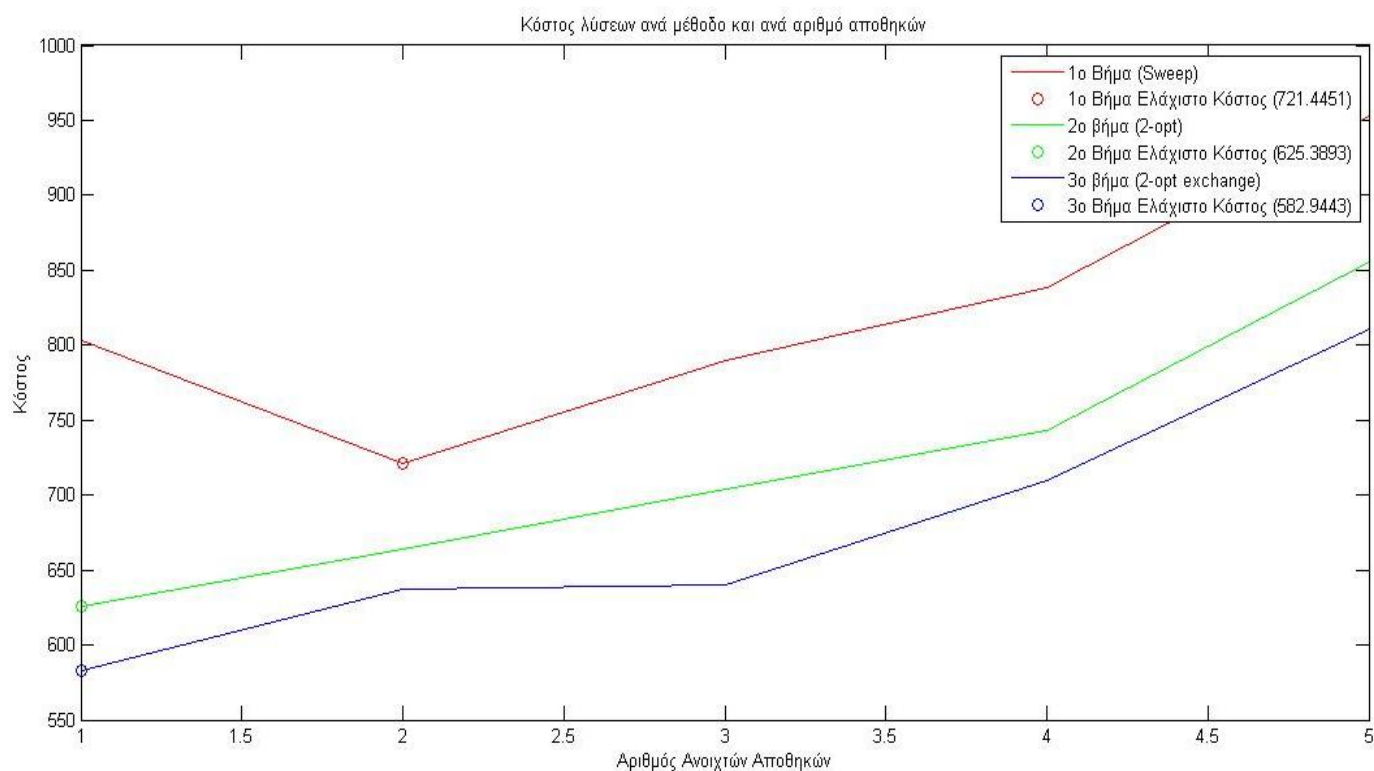
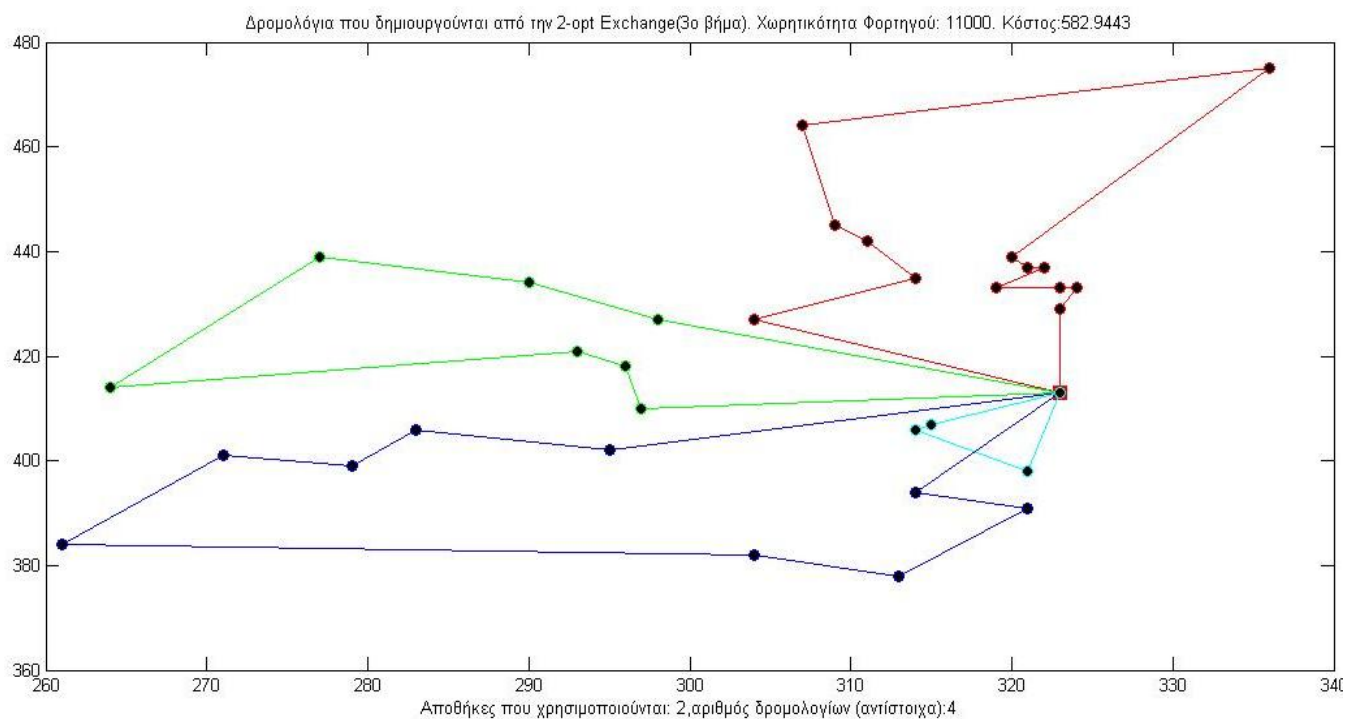
Gaskell67-32x5_VC=8000



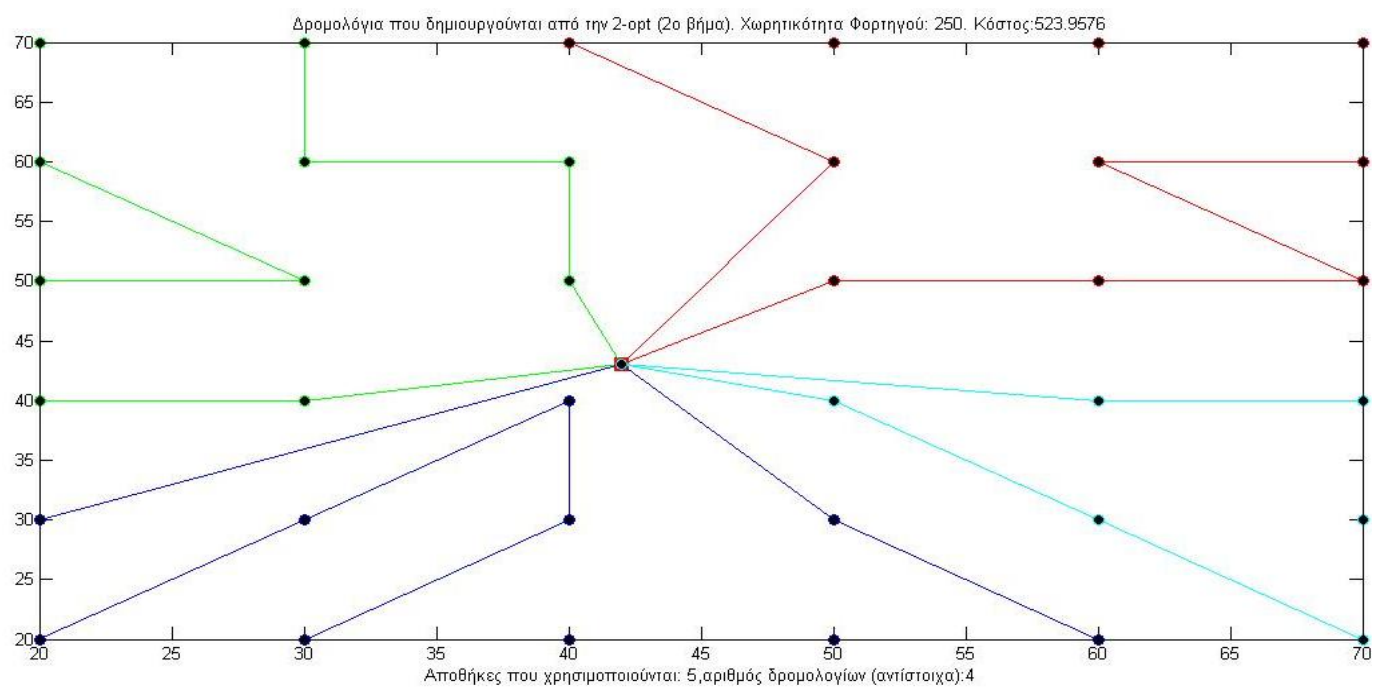
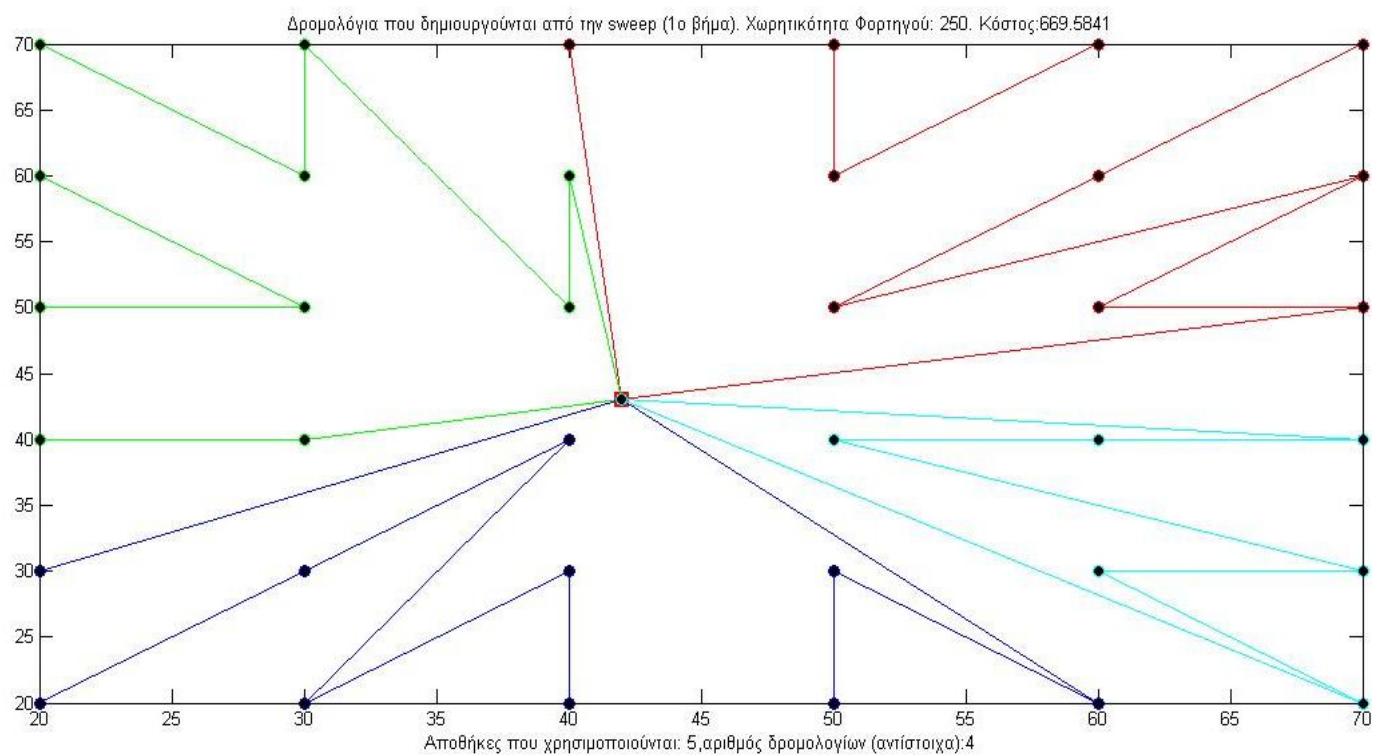


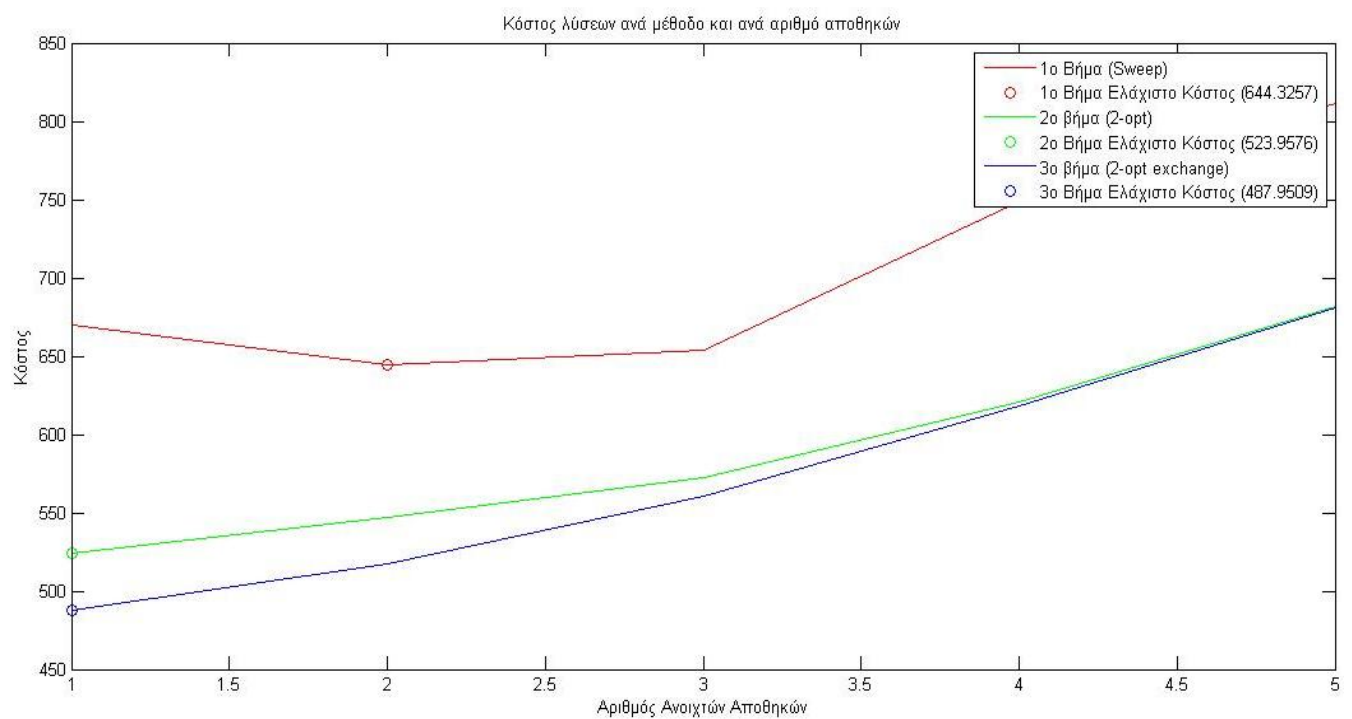
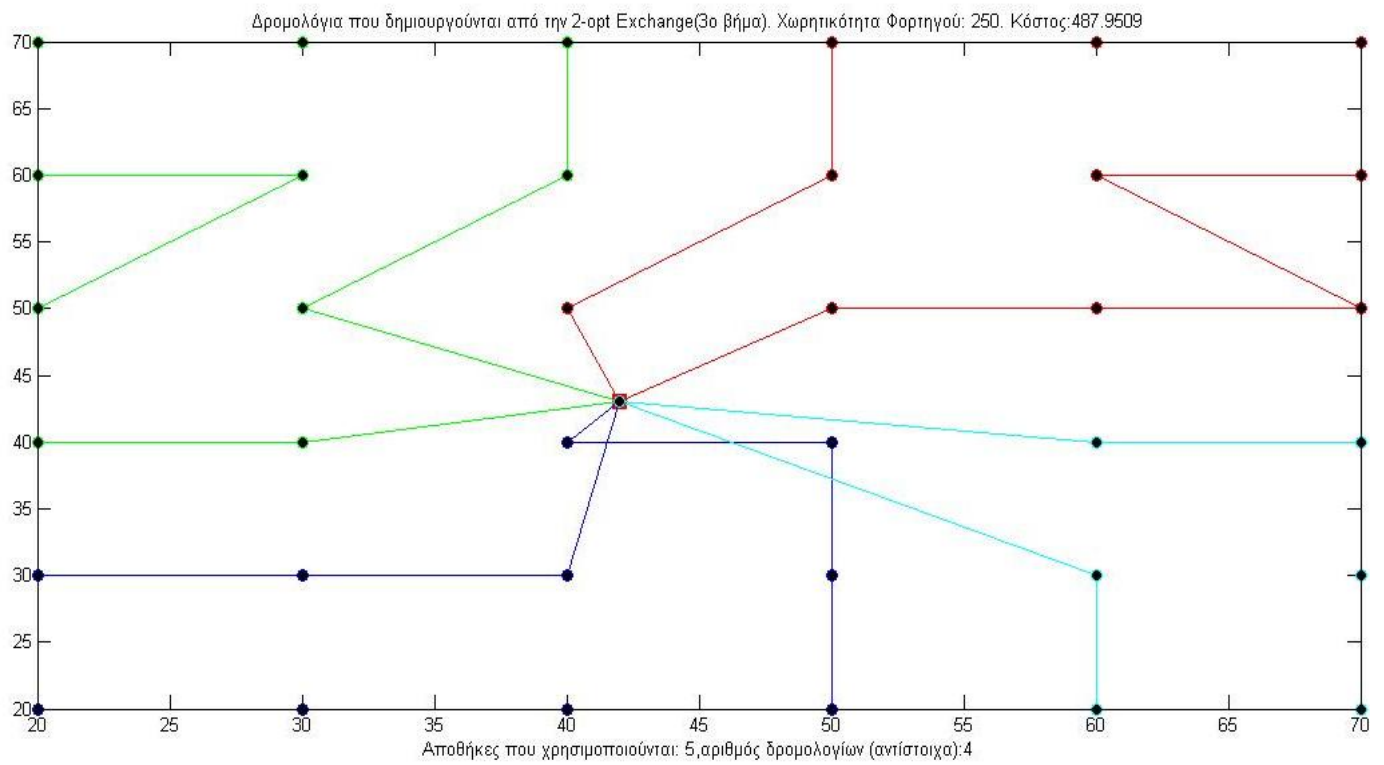
Gaskell67-32x5_VC=11000



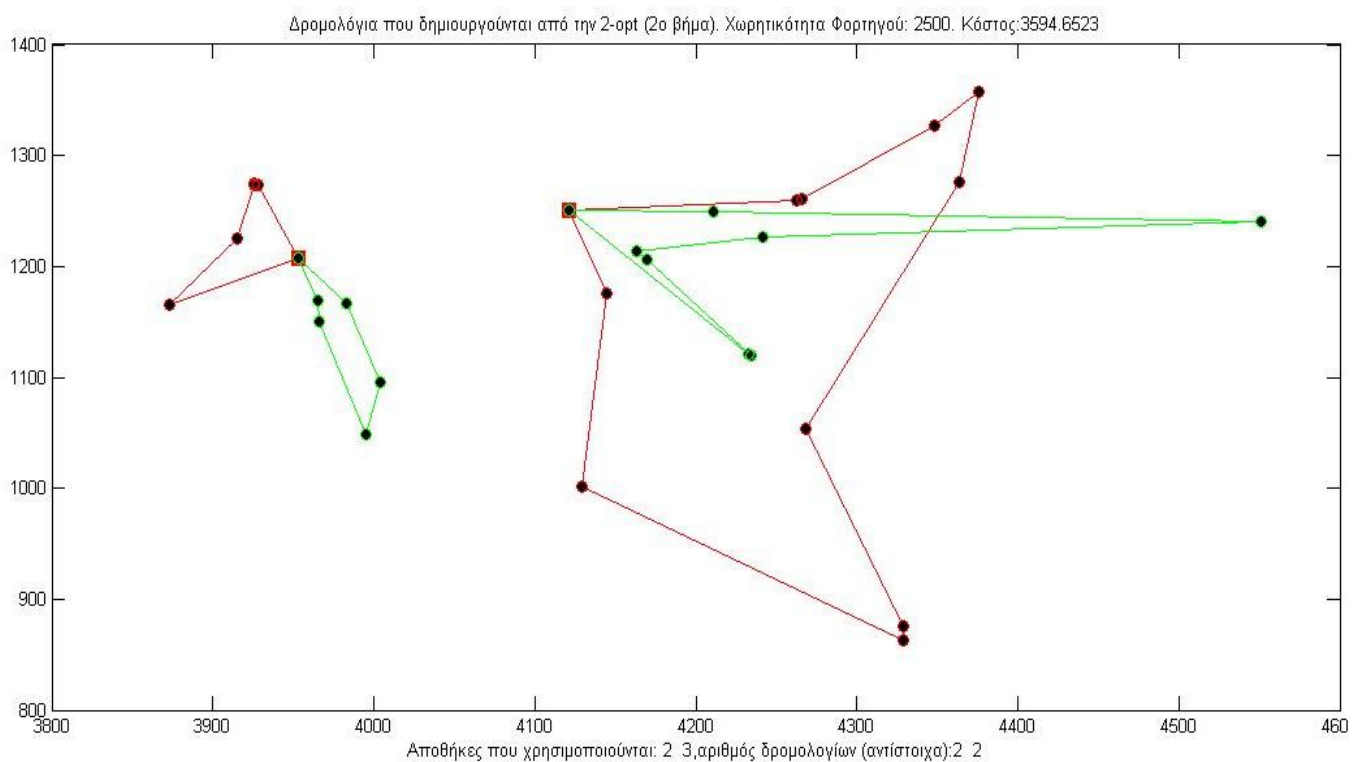
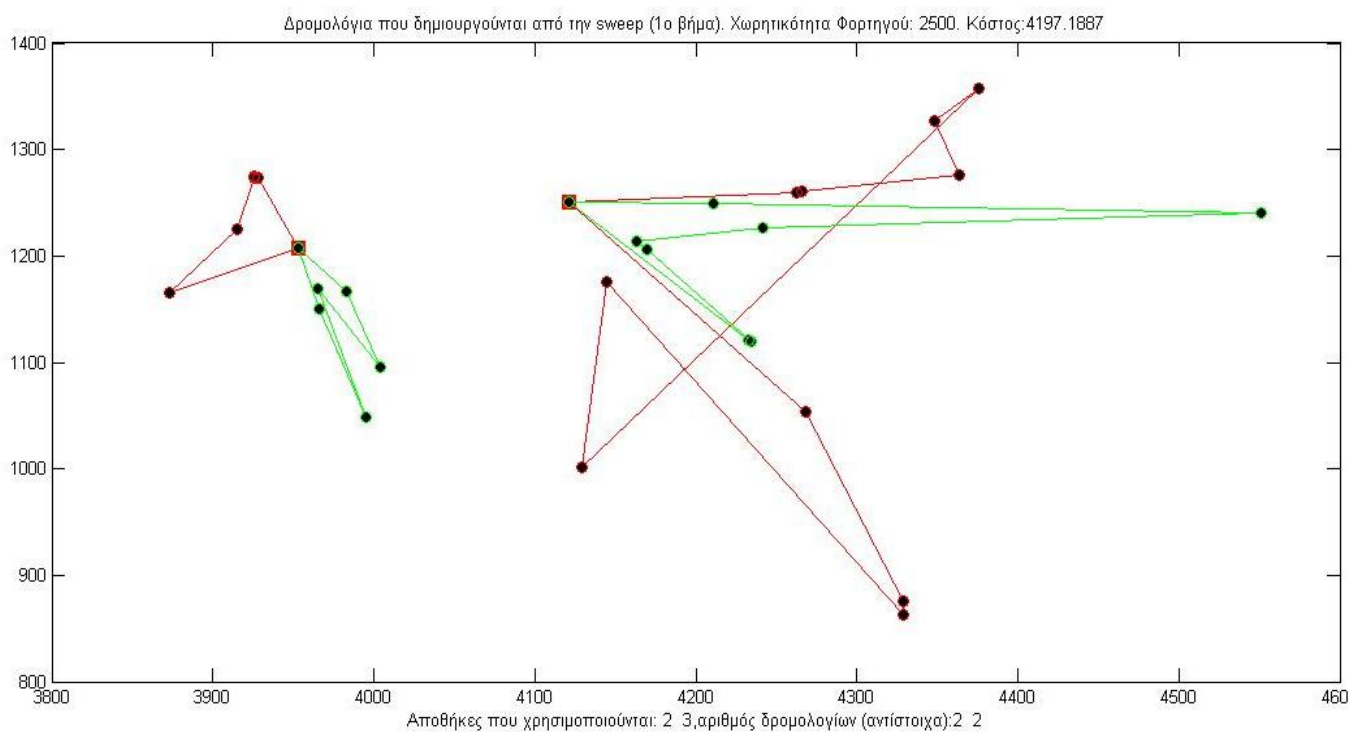


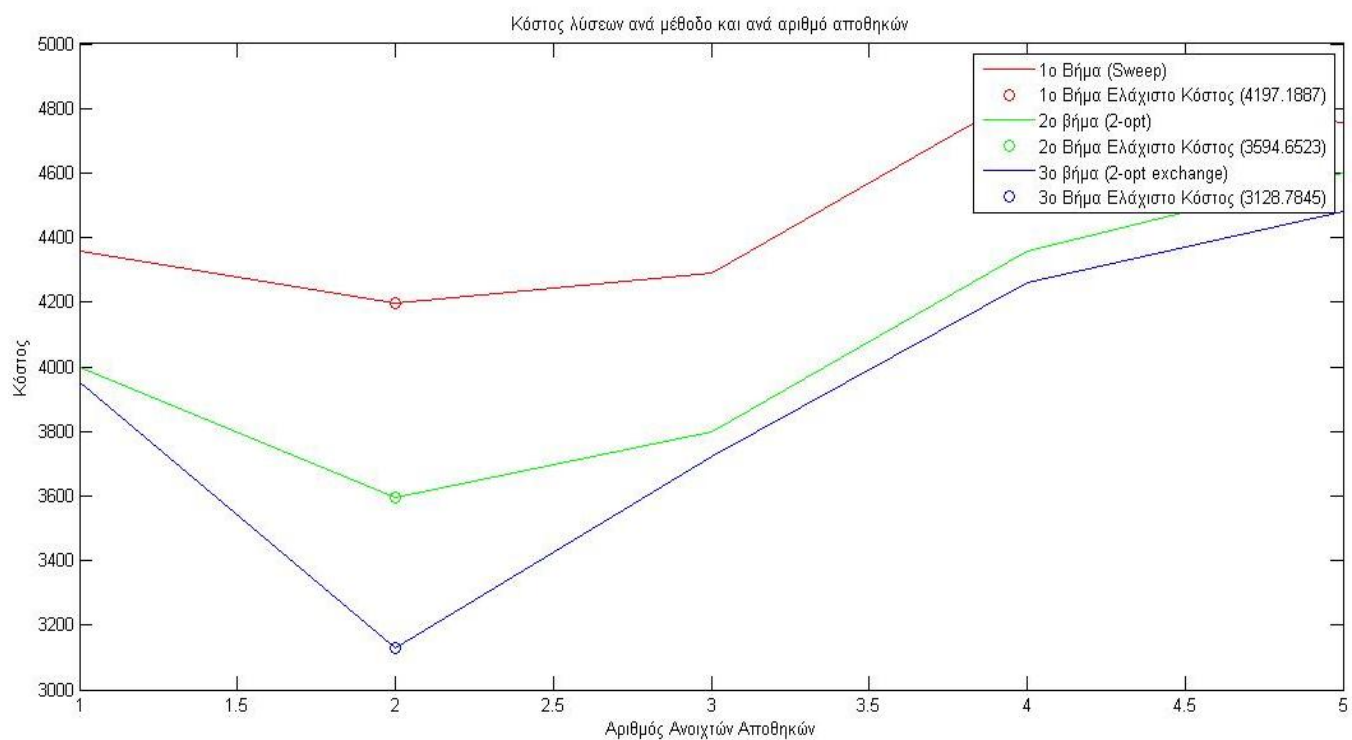
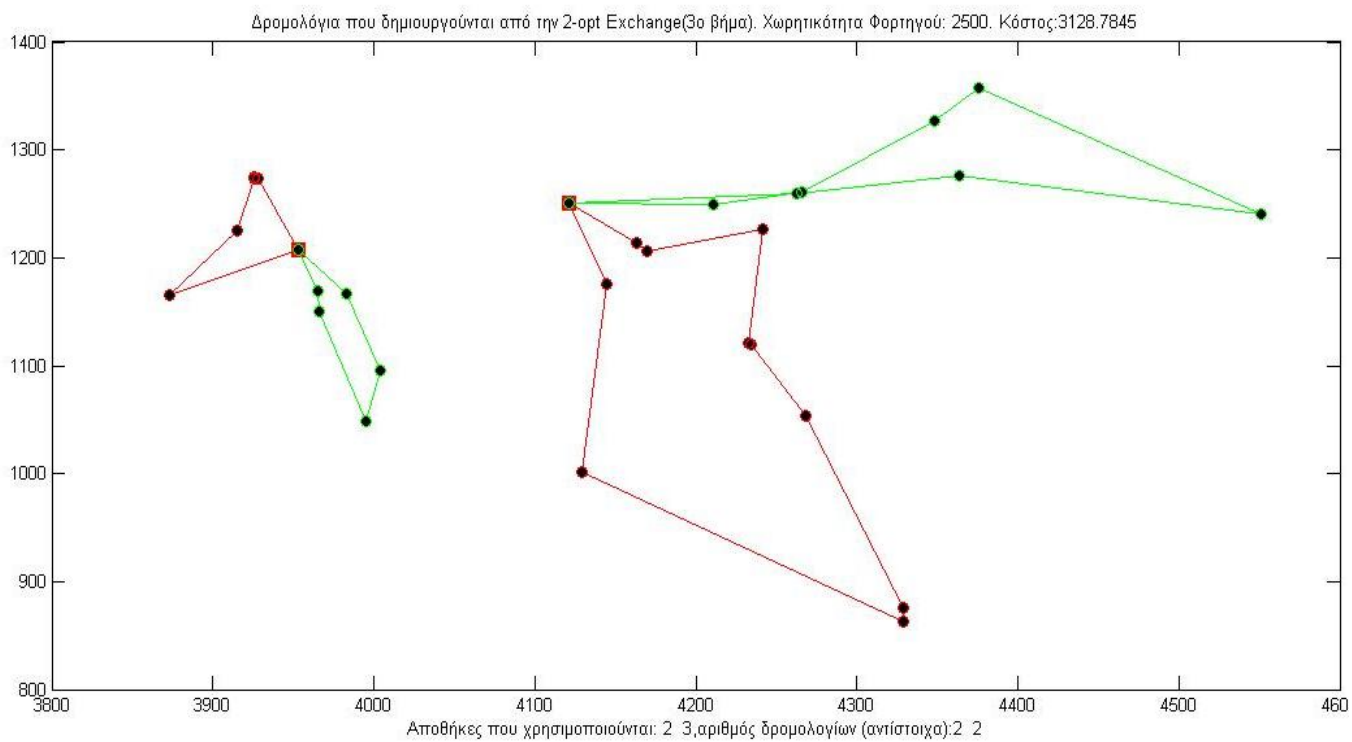
Gaskell67-36x5



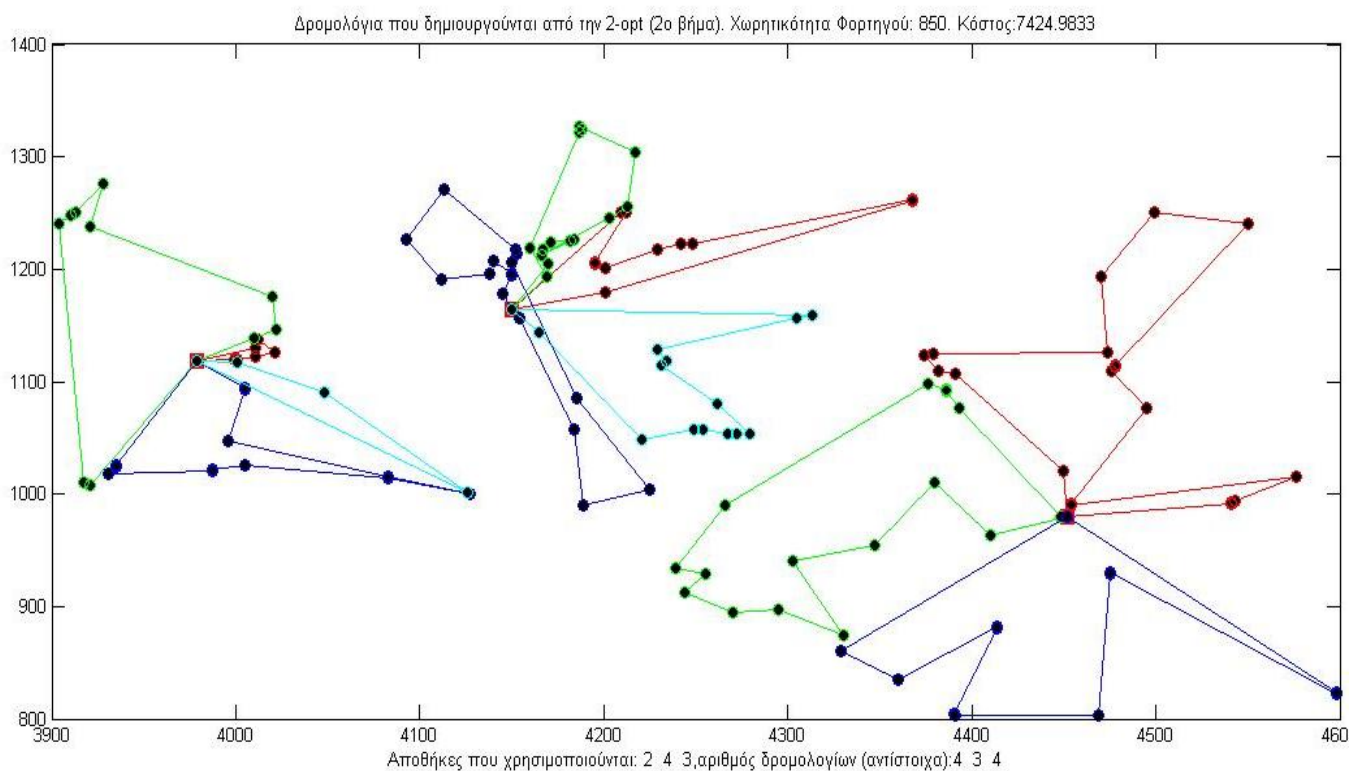
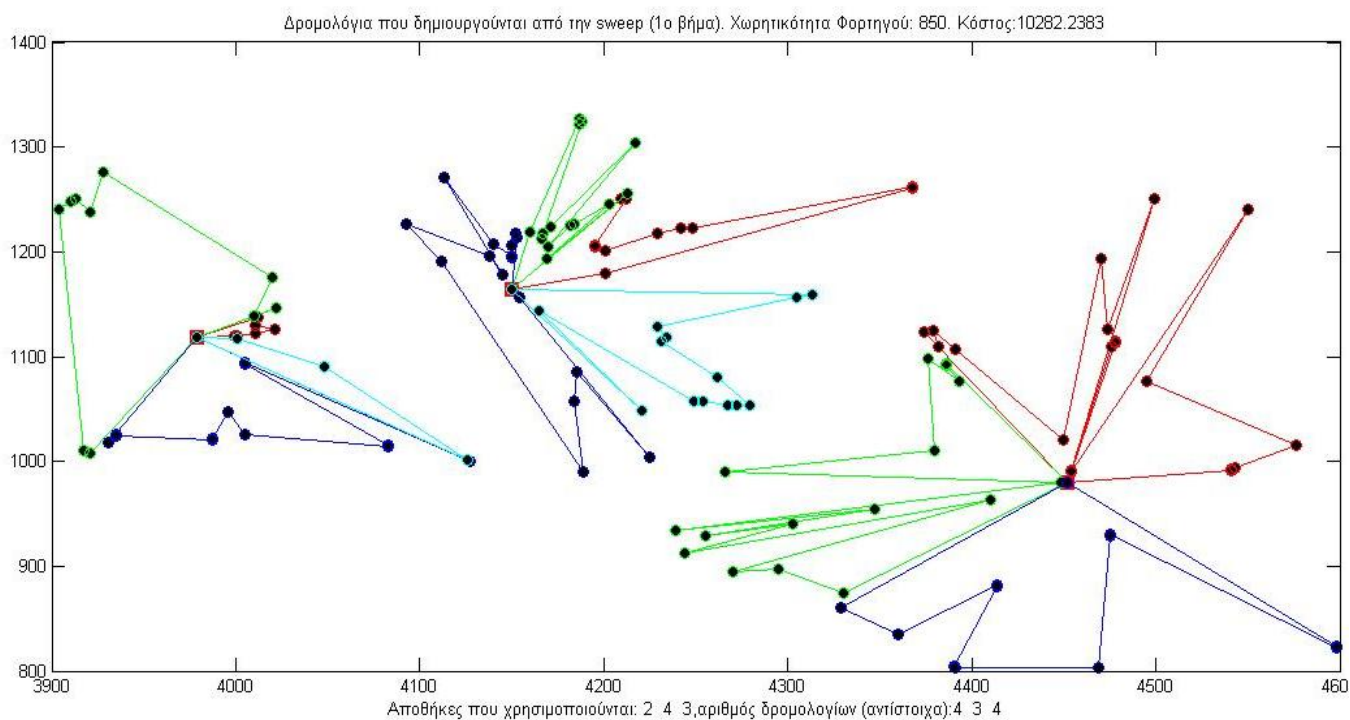


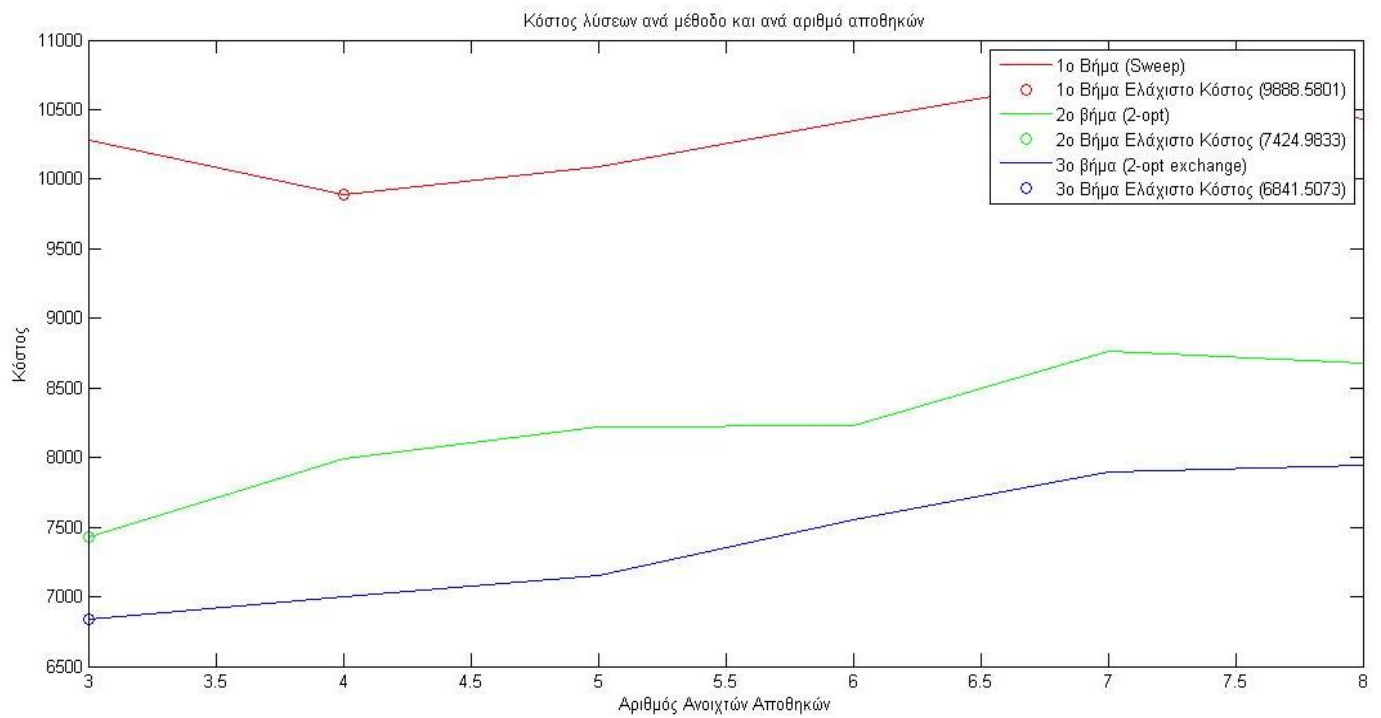
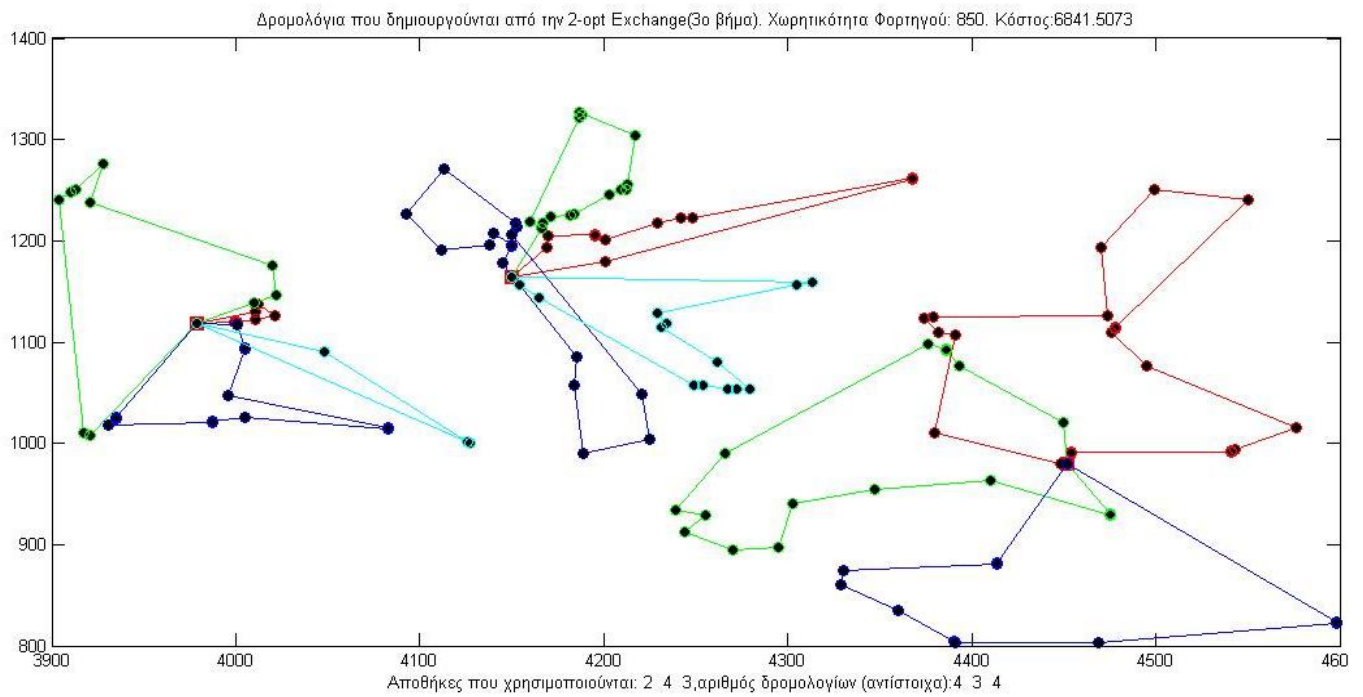
Min92-27x5



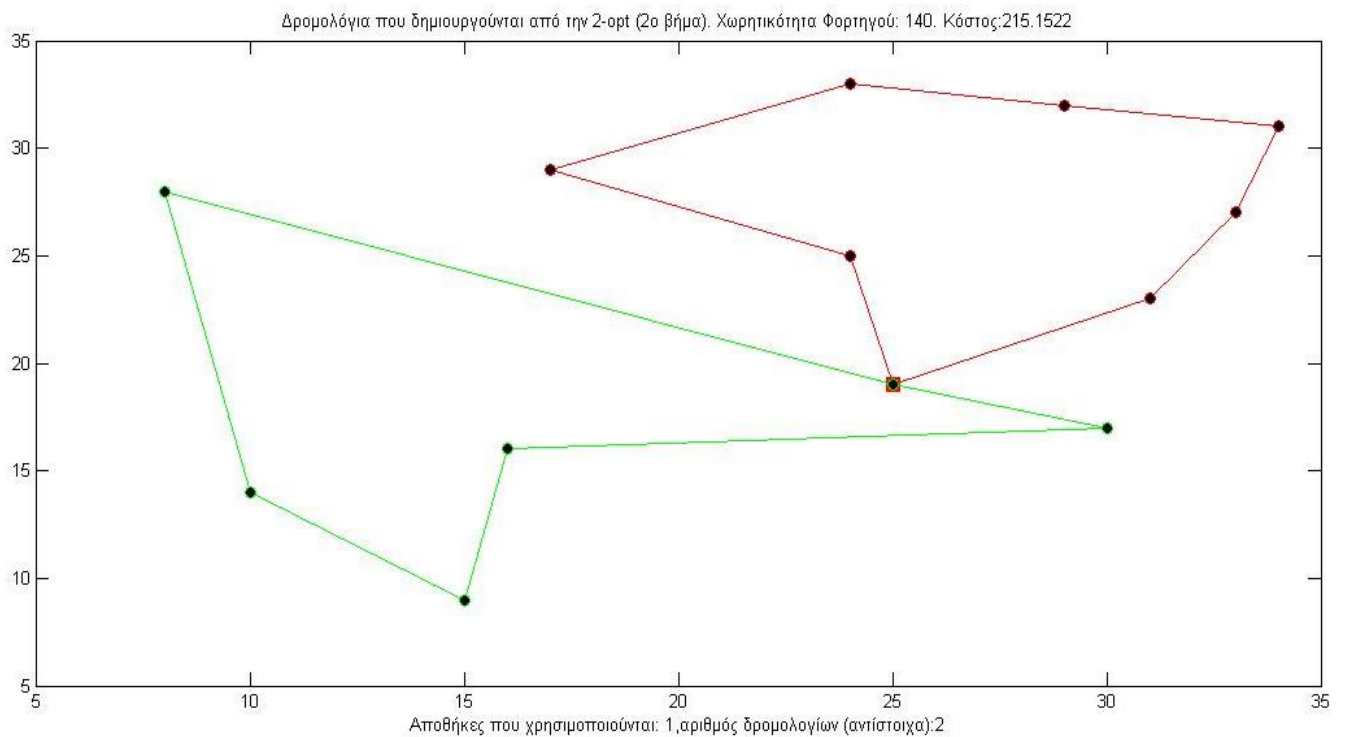
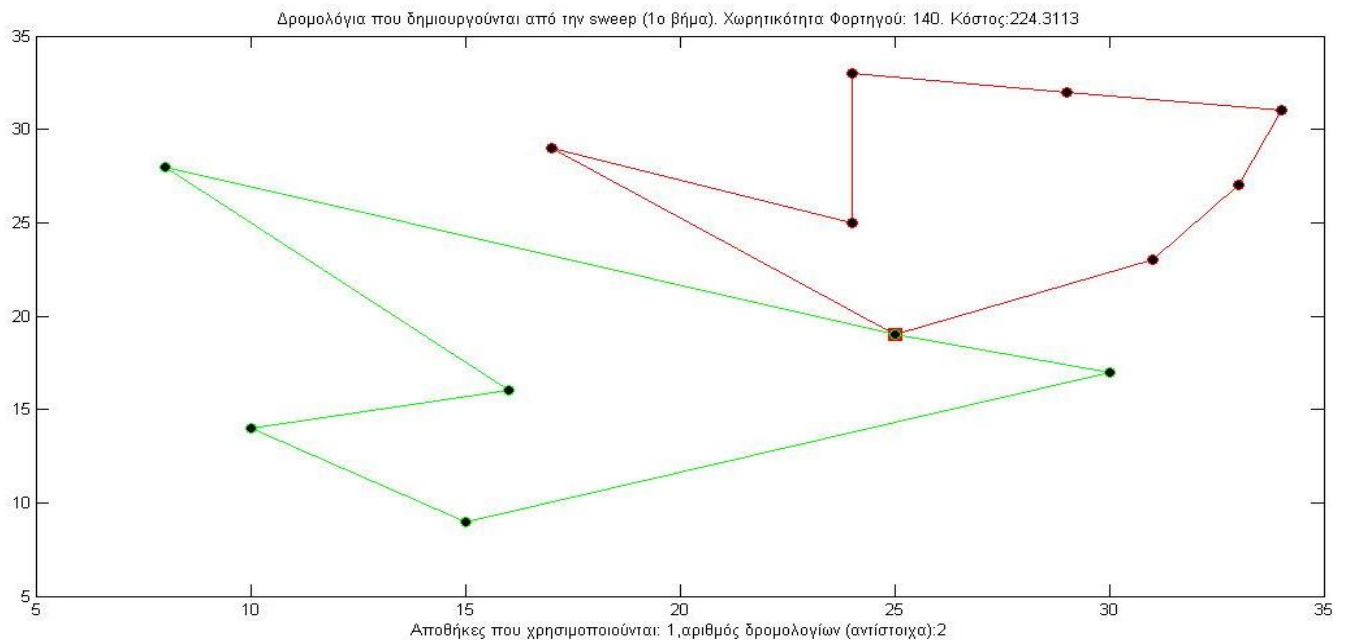


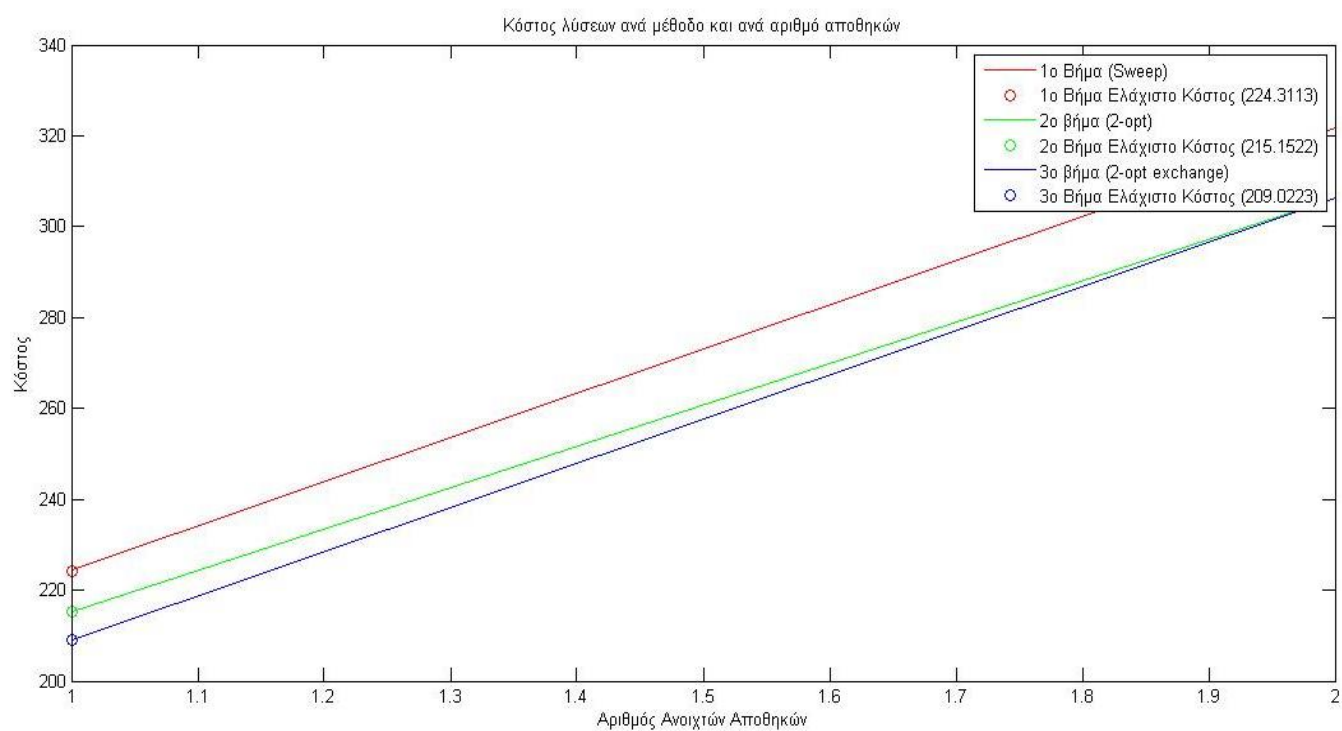
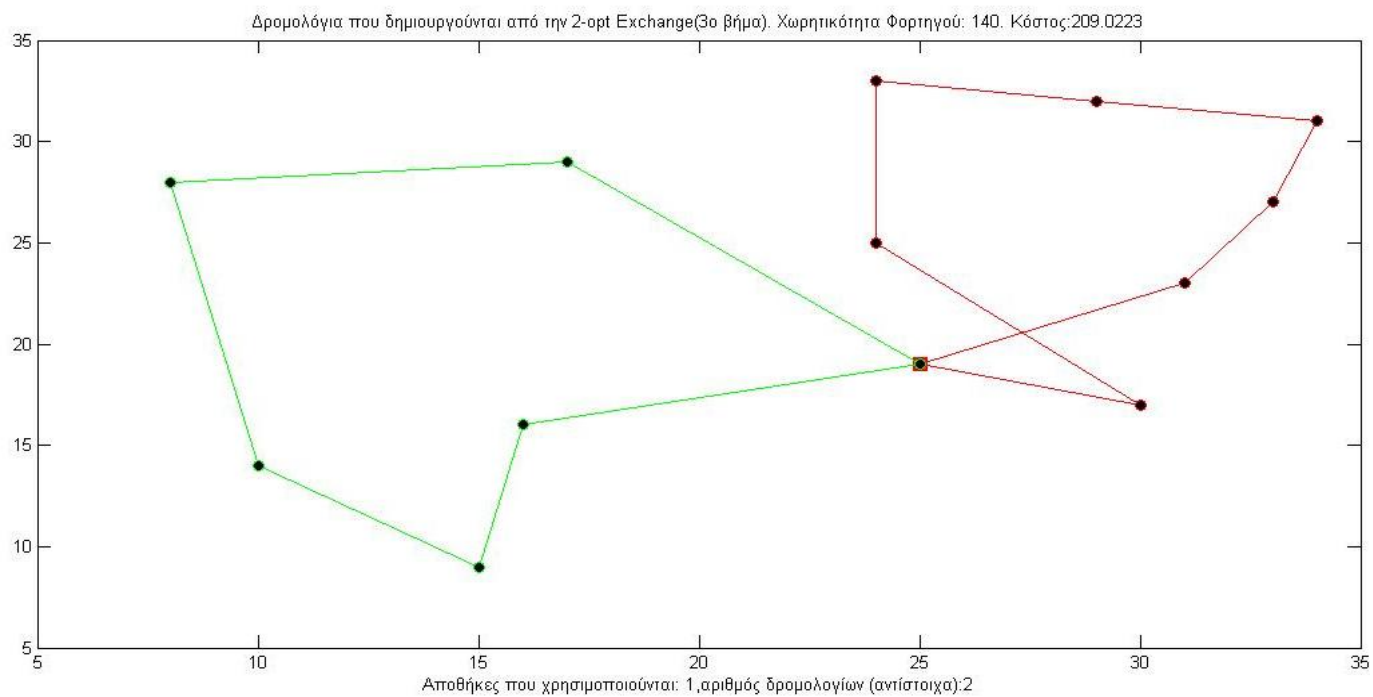
Min92-134x8



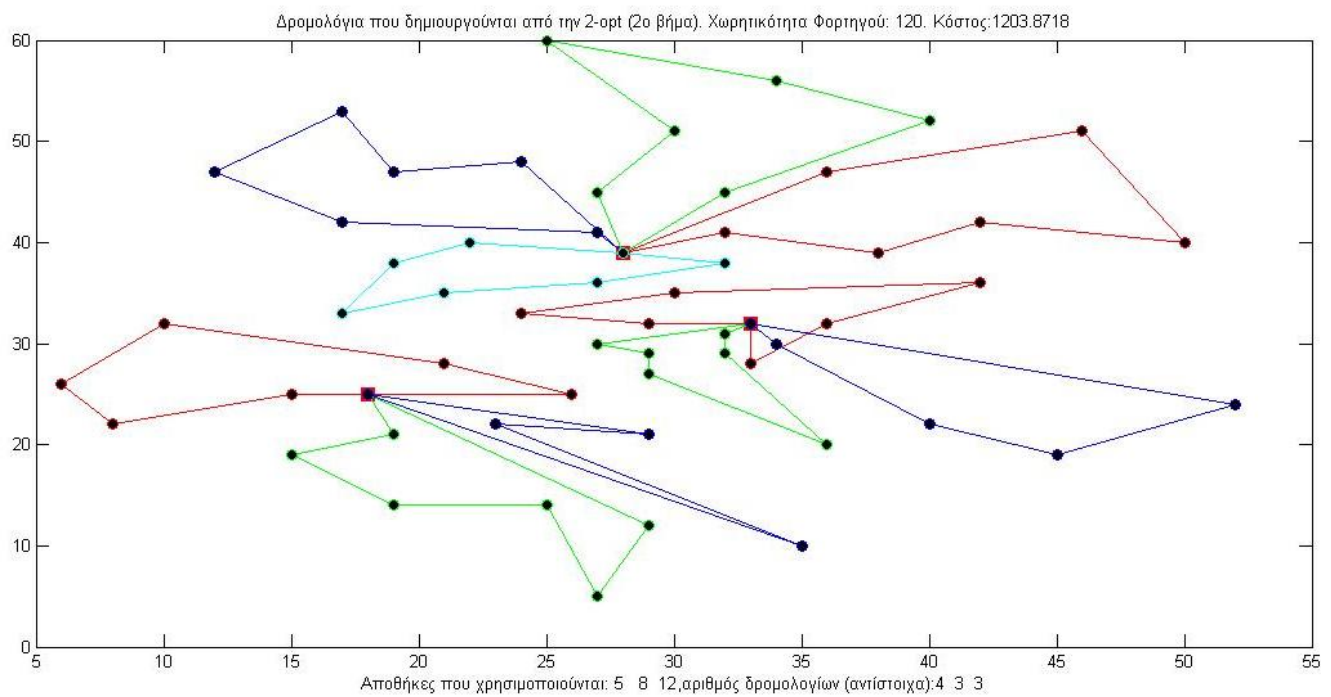
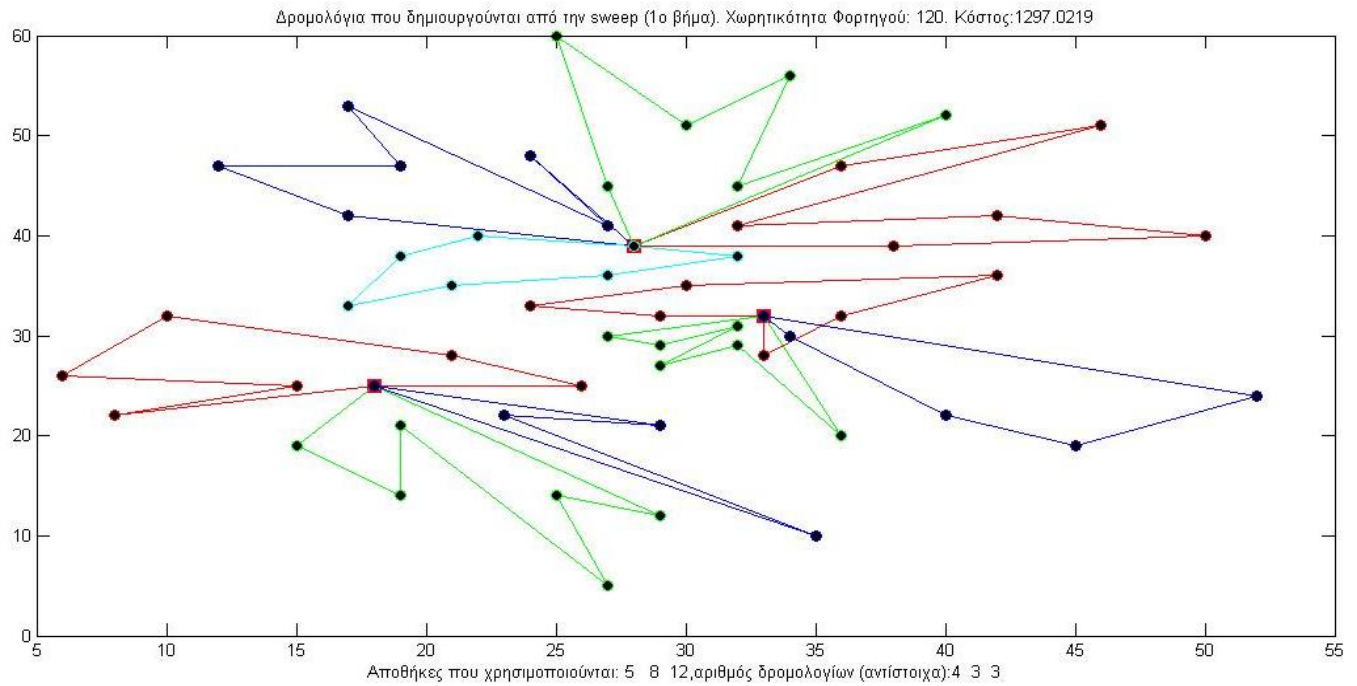


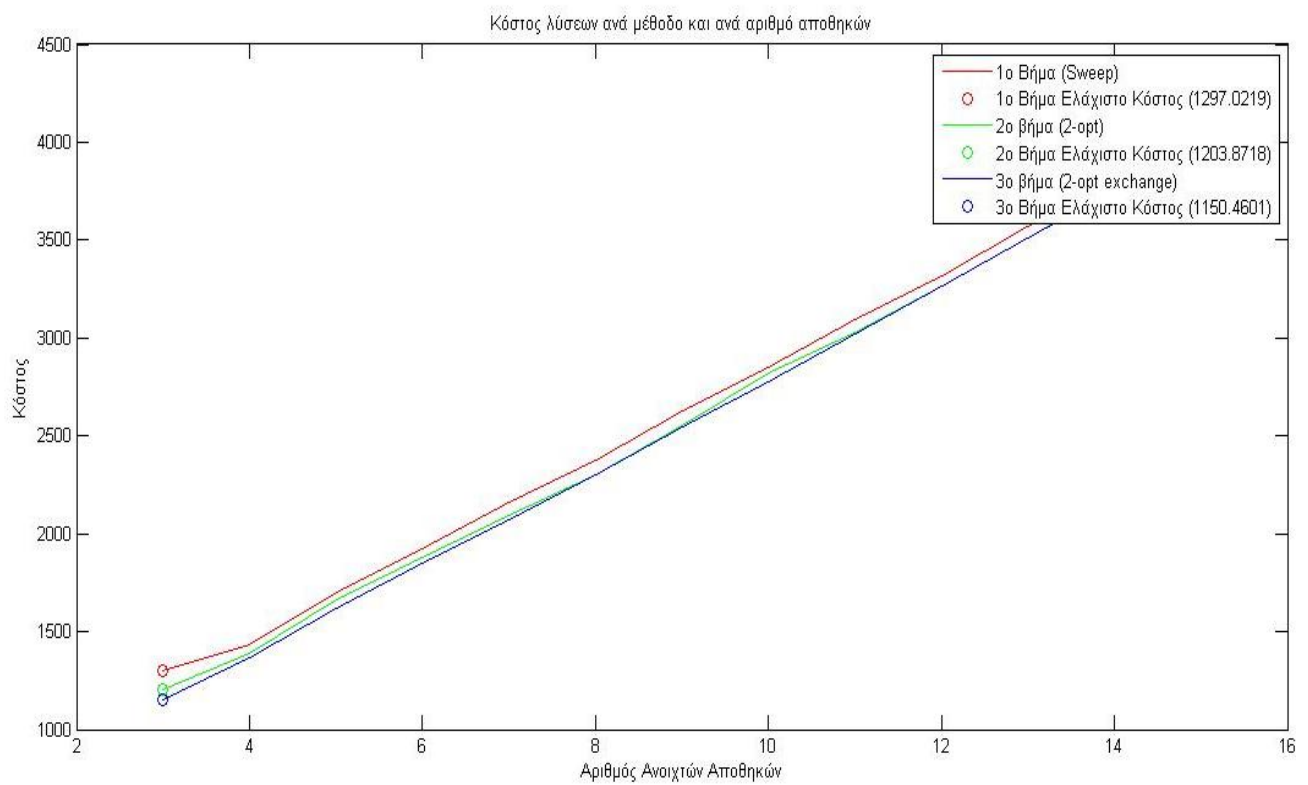
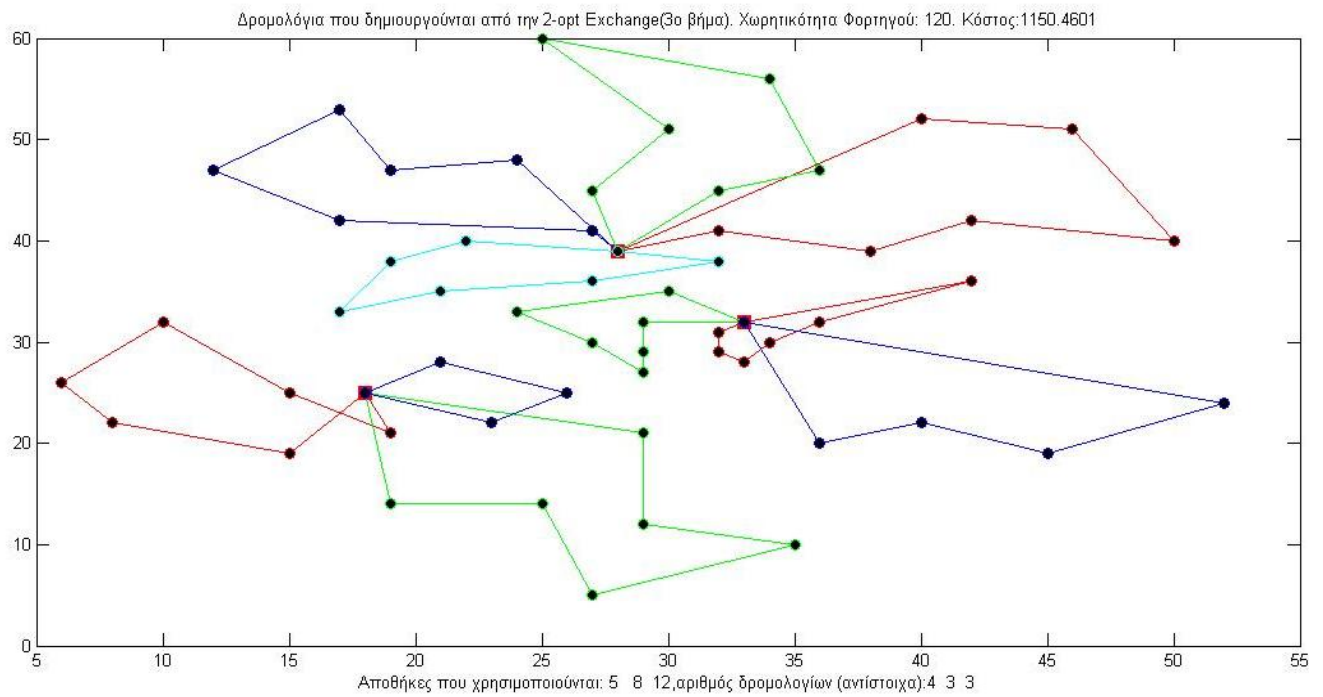
Perl83-12x2





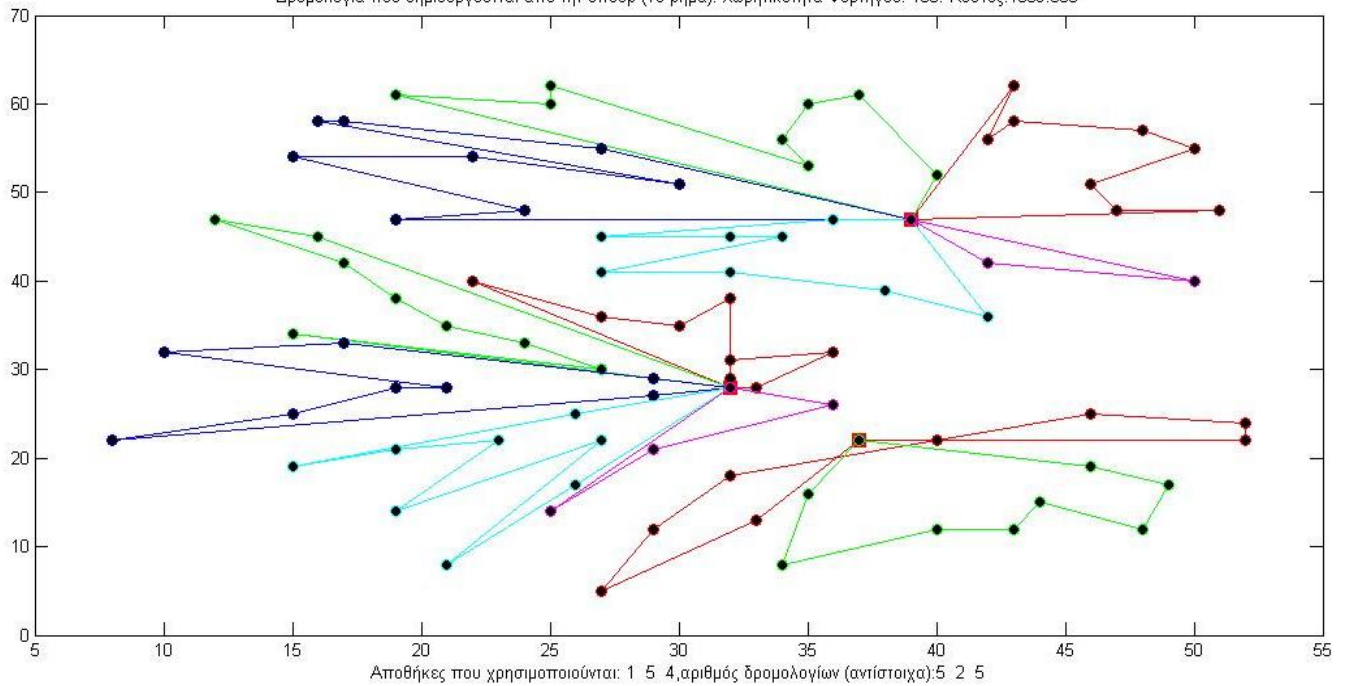
Perl83-55x15



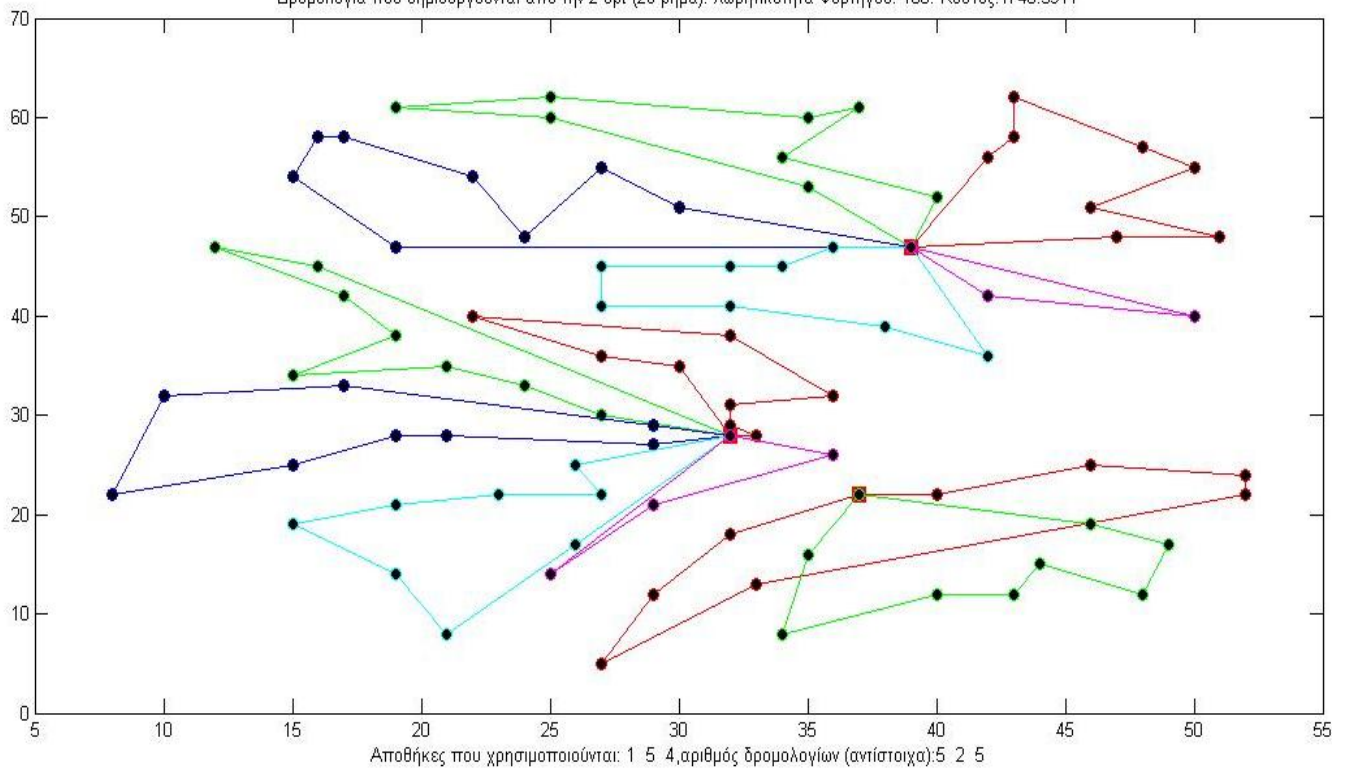


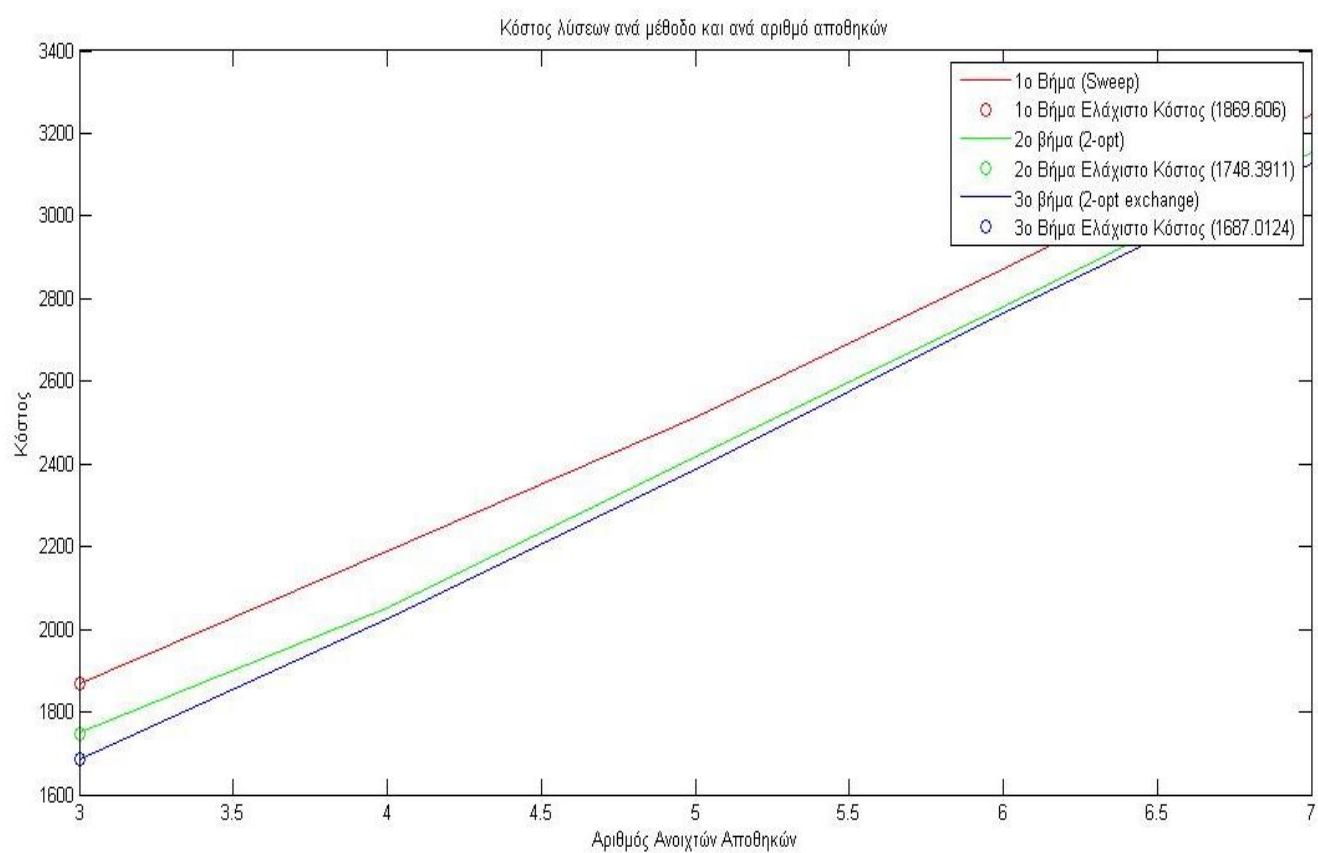
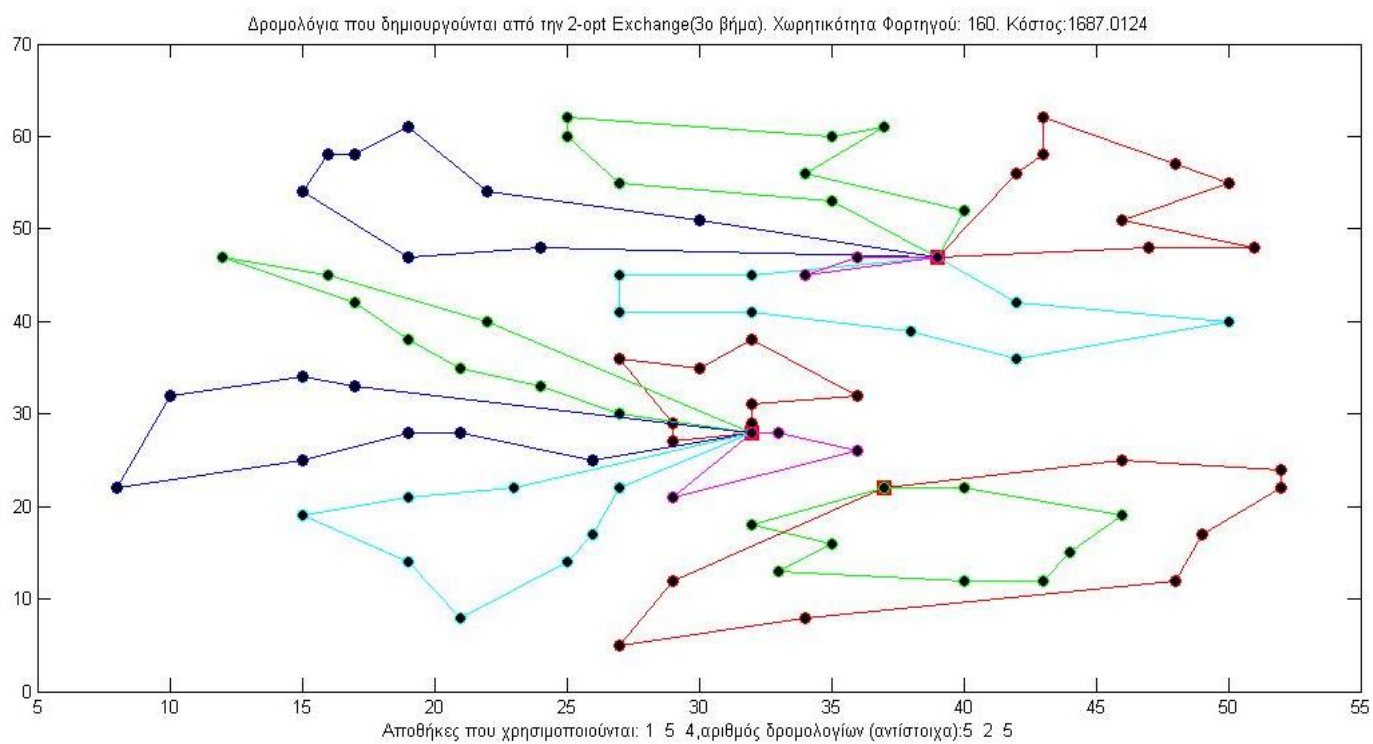
Perl83-85x7

Δρομολόγια που δημιουργούνται από την sweep (1ο βήμα). Χωρητικότητα Φορτηγού: 160. Κόστος: 1869.606

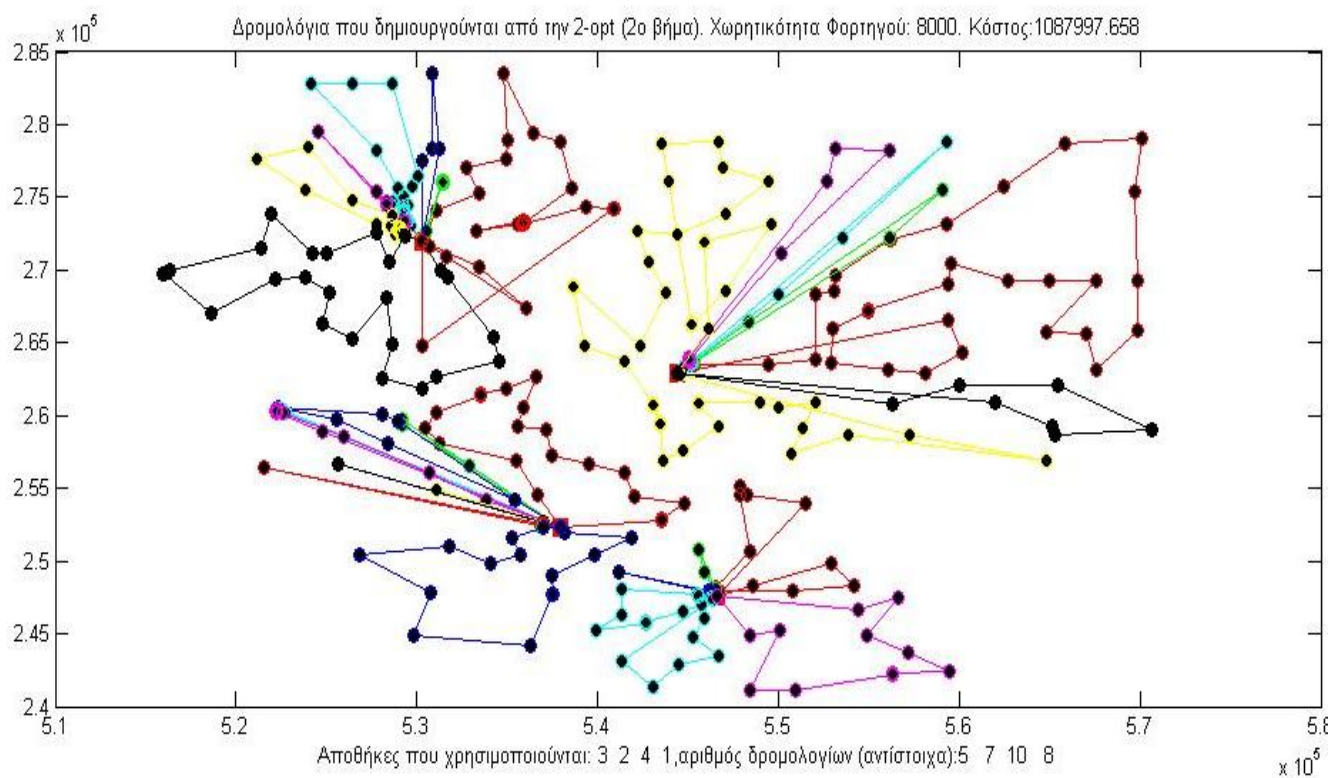
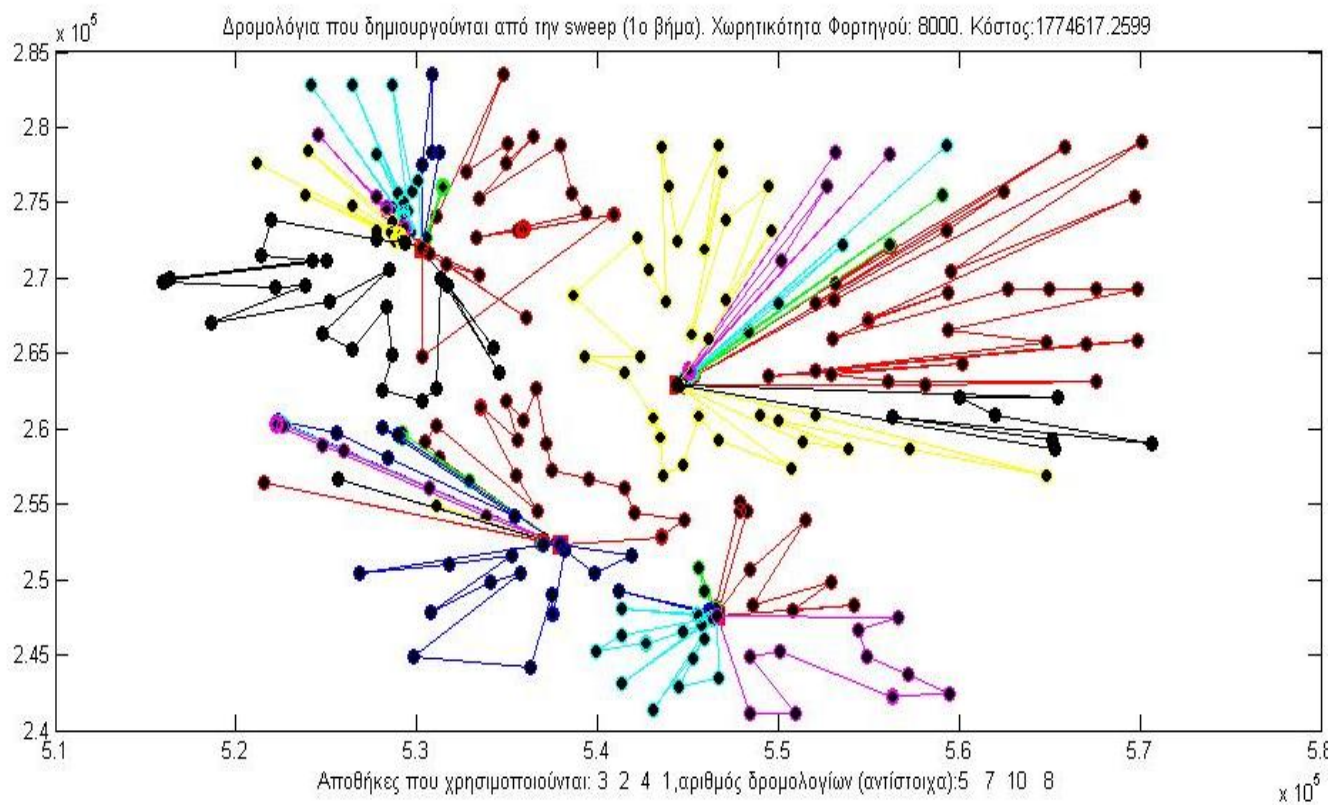


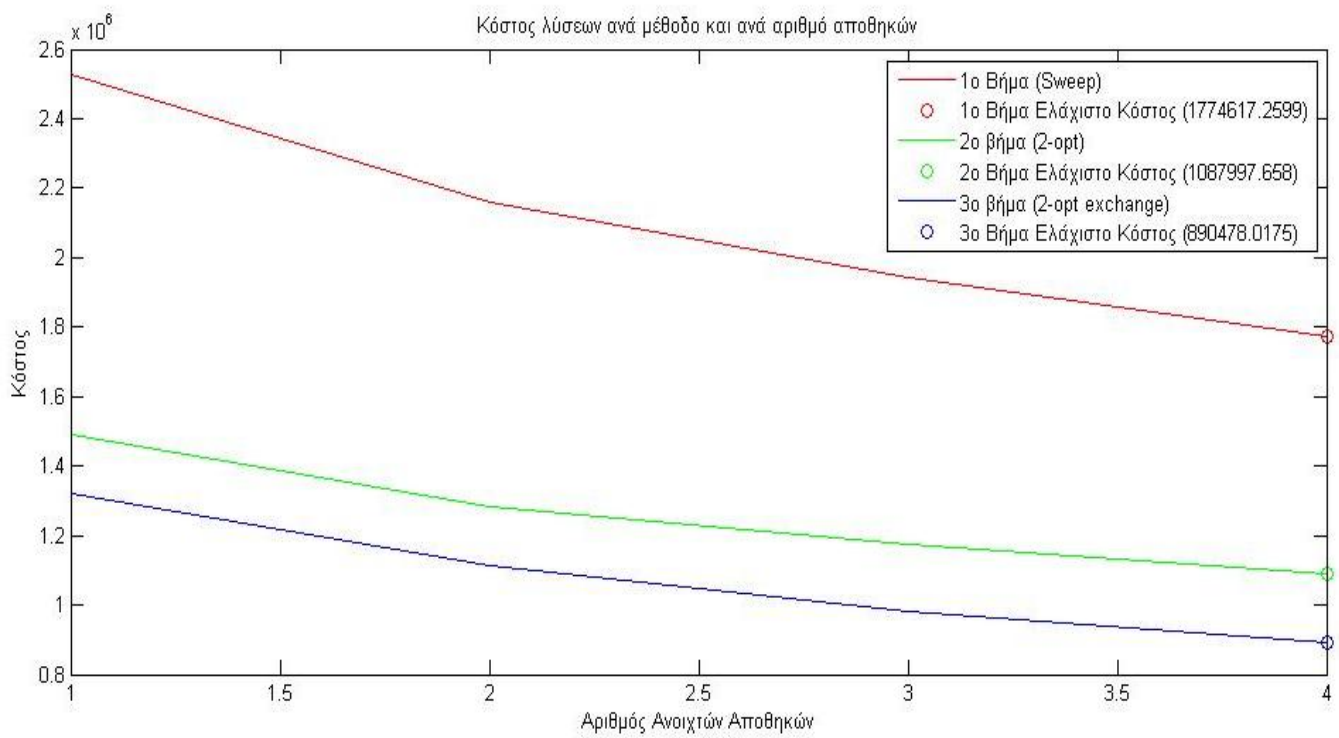
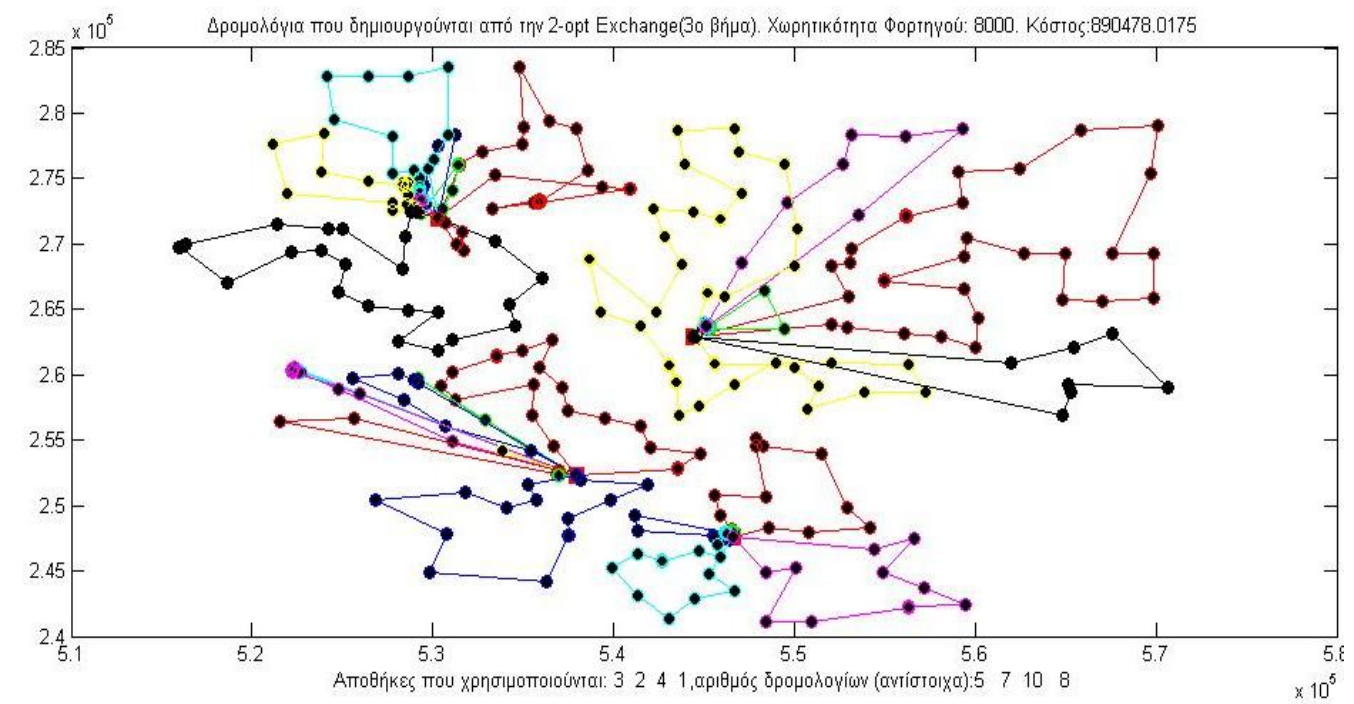
Δρομολόγια που δημιουργούνται από την 2-opt (2ο βήμα). Χωρητικότητα Φορτηγού: 160. Κόστος: 1748.3911



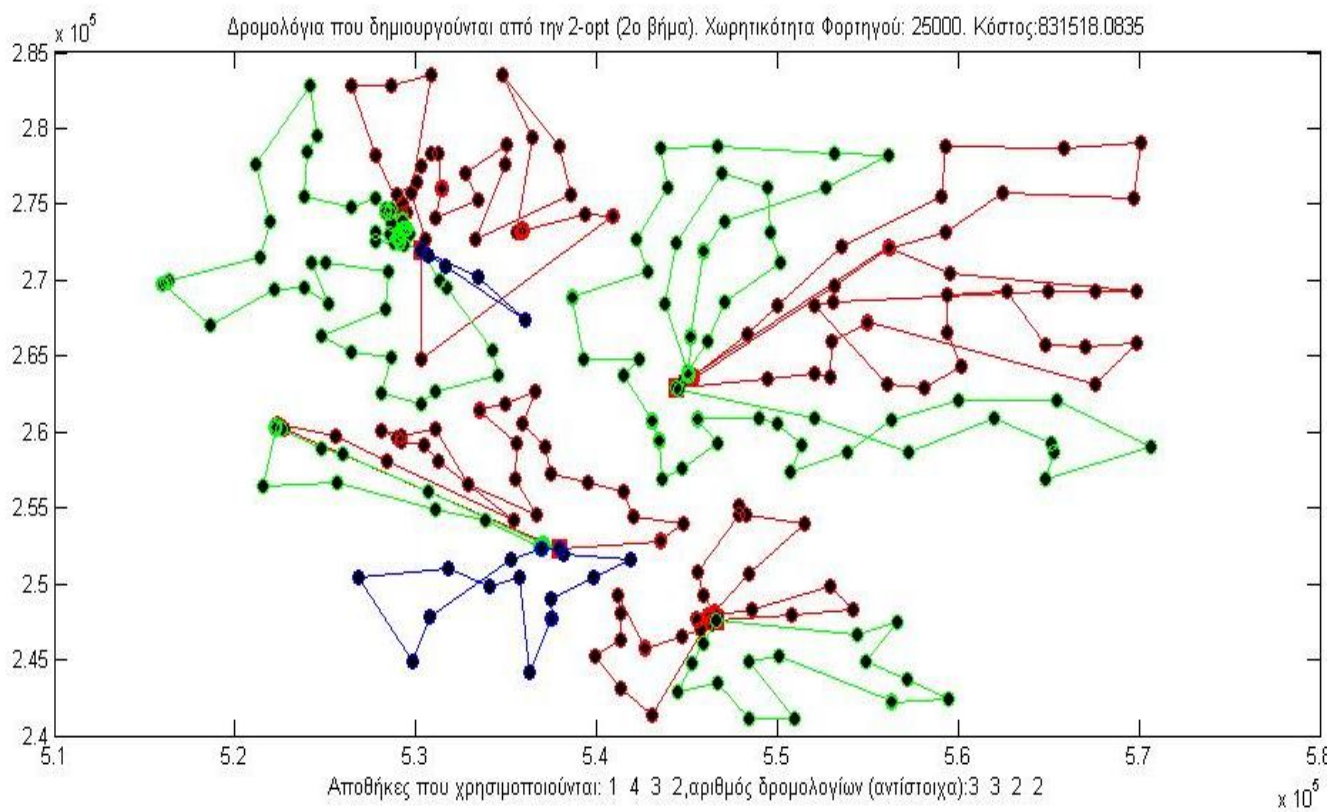
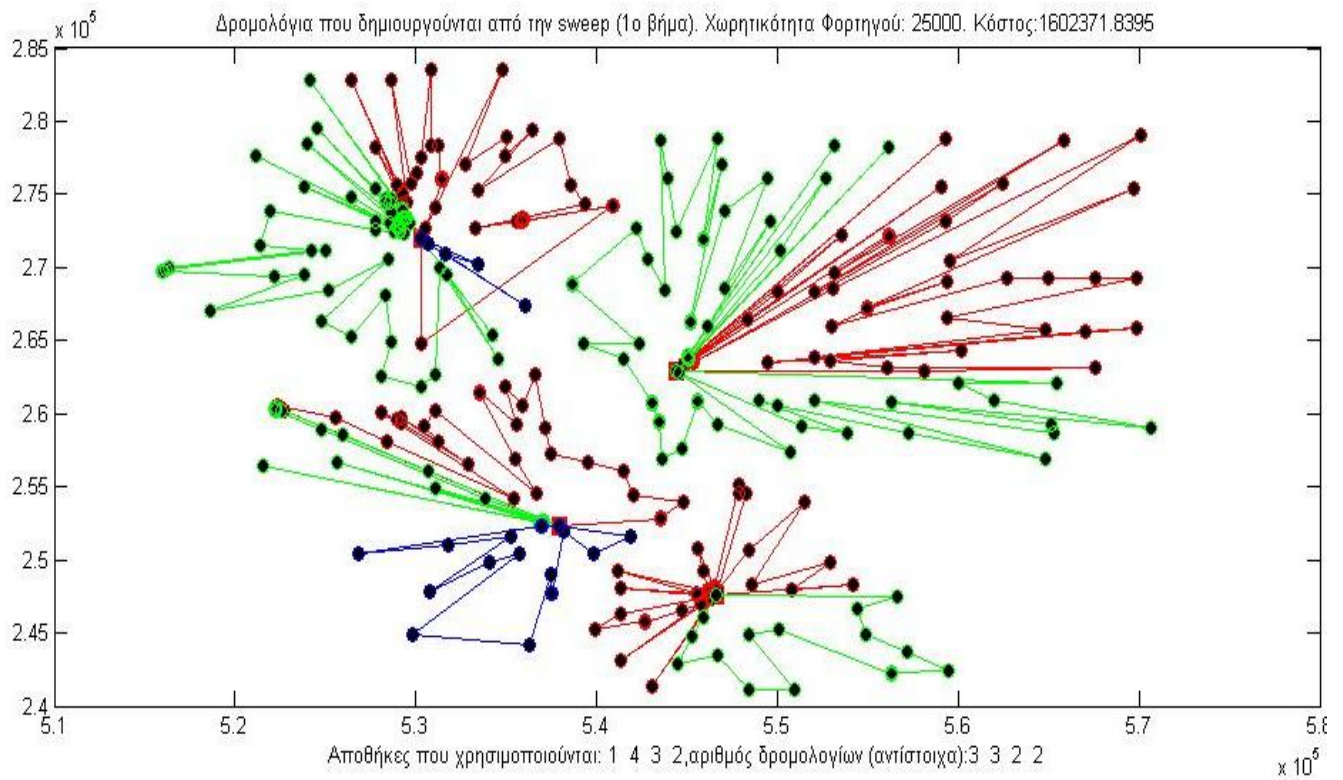


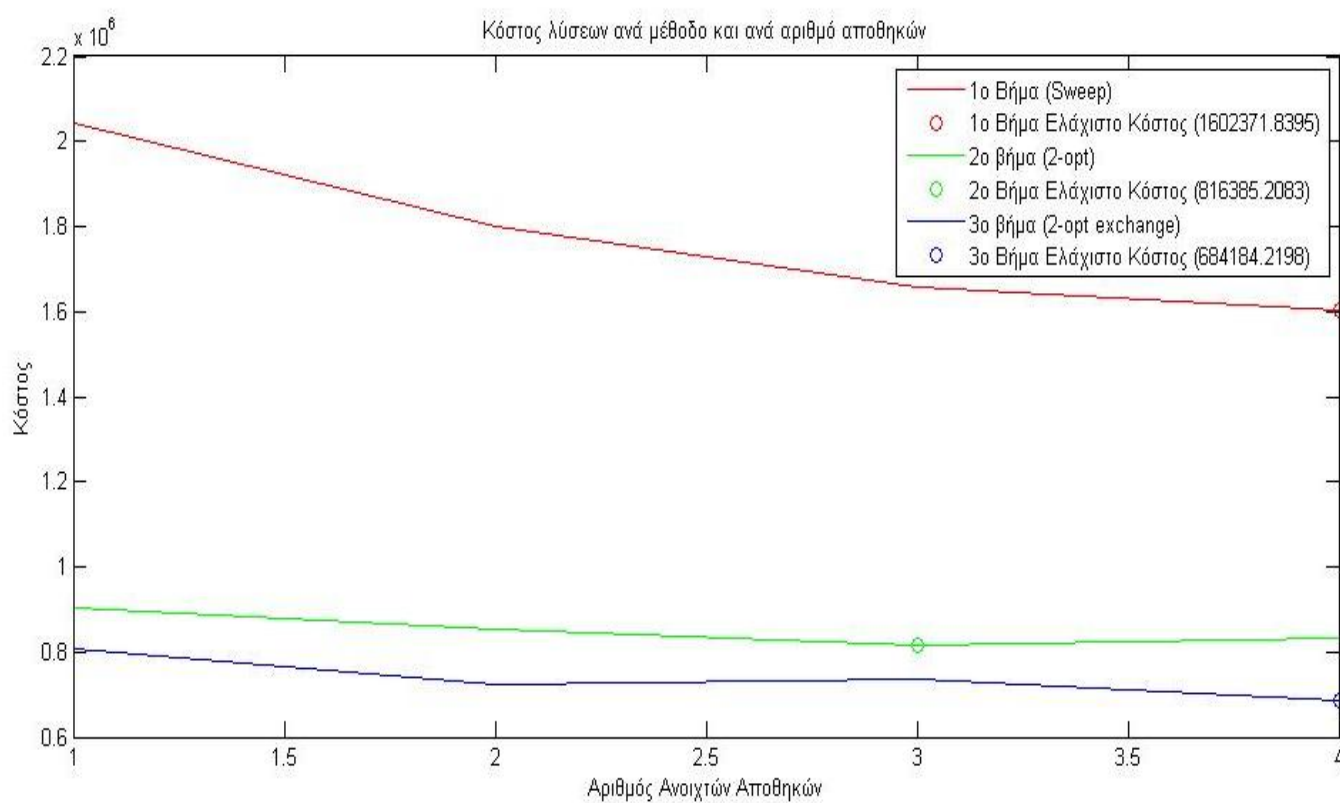
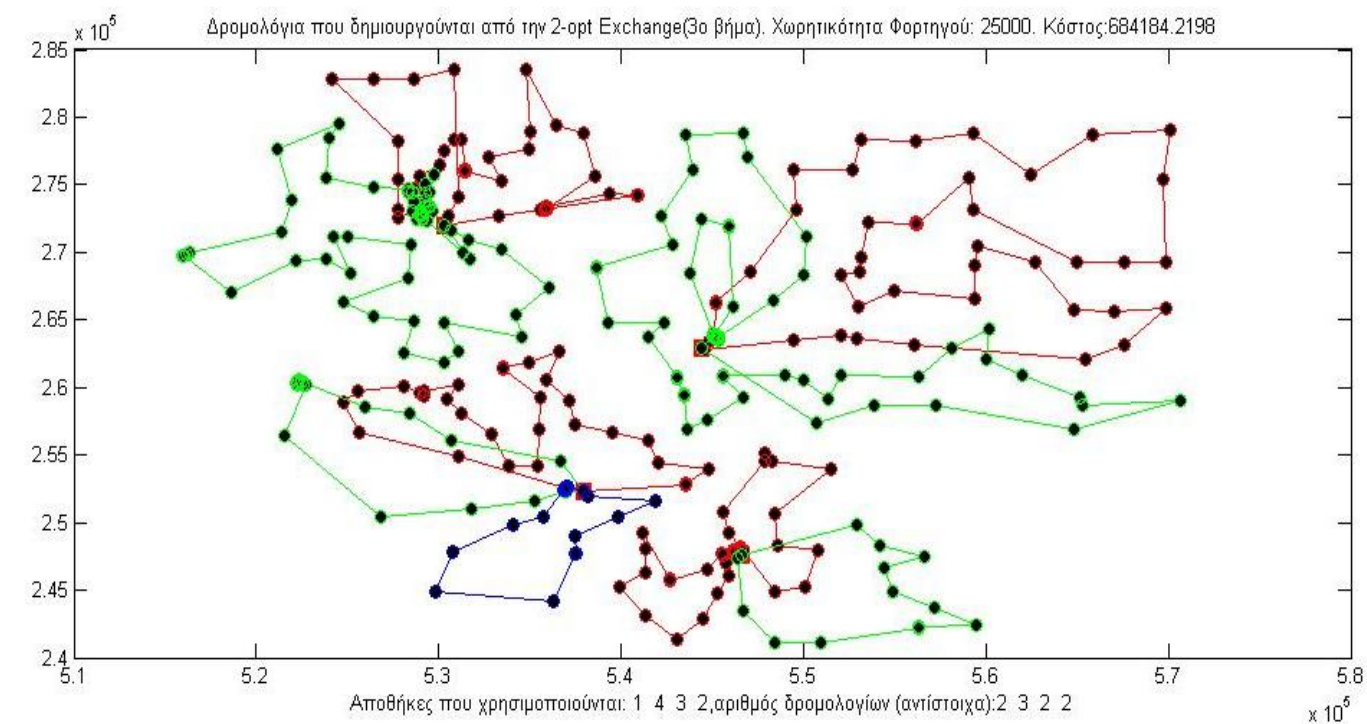
Perl83-318x4_VC=8000



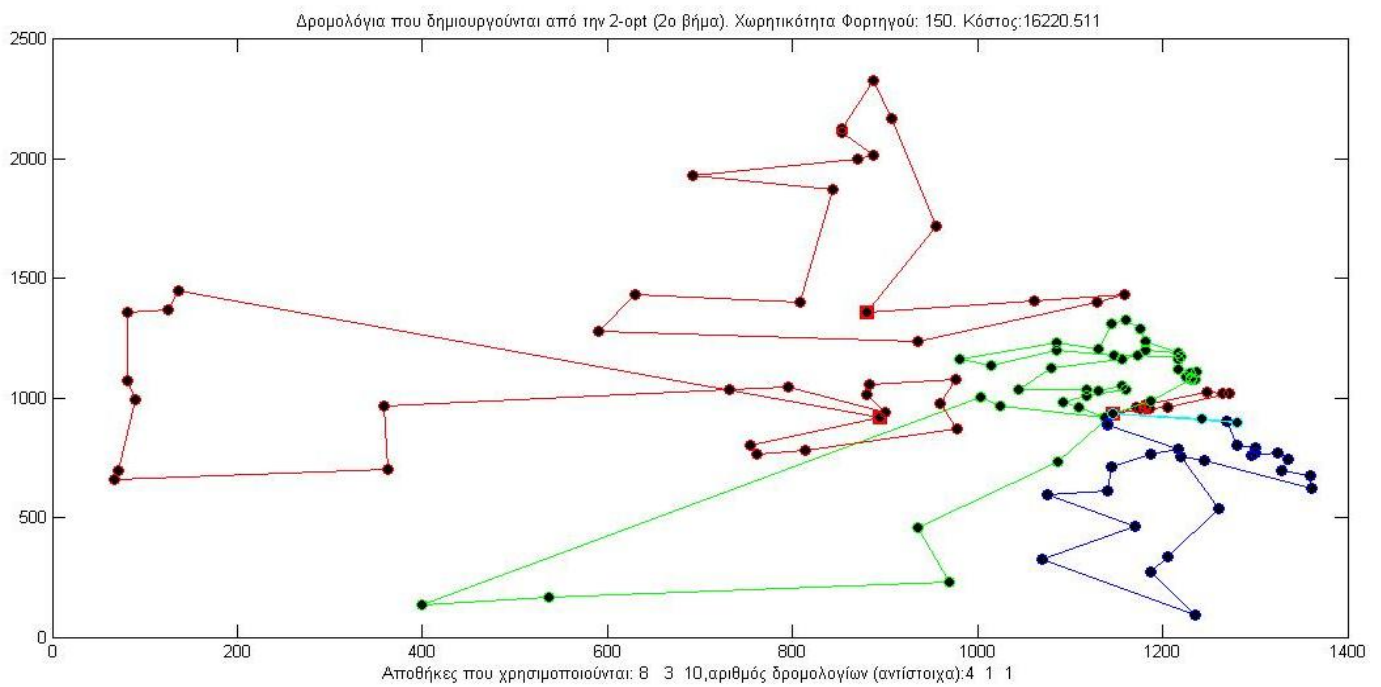
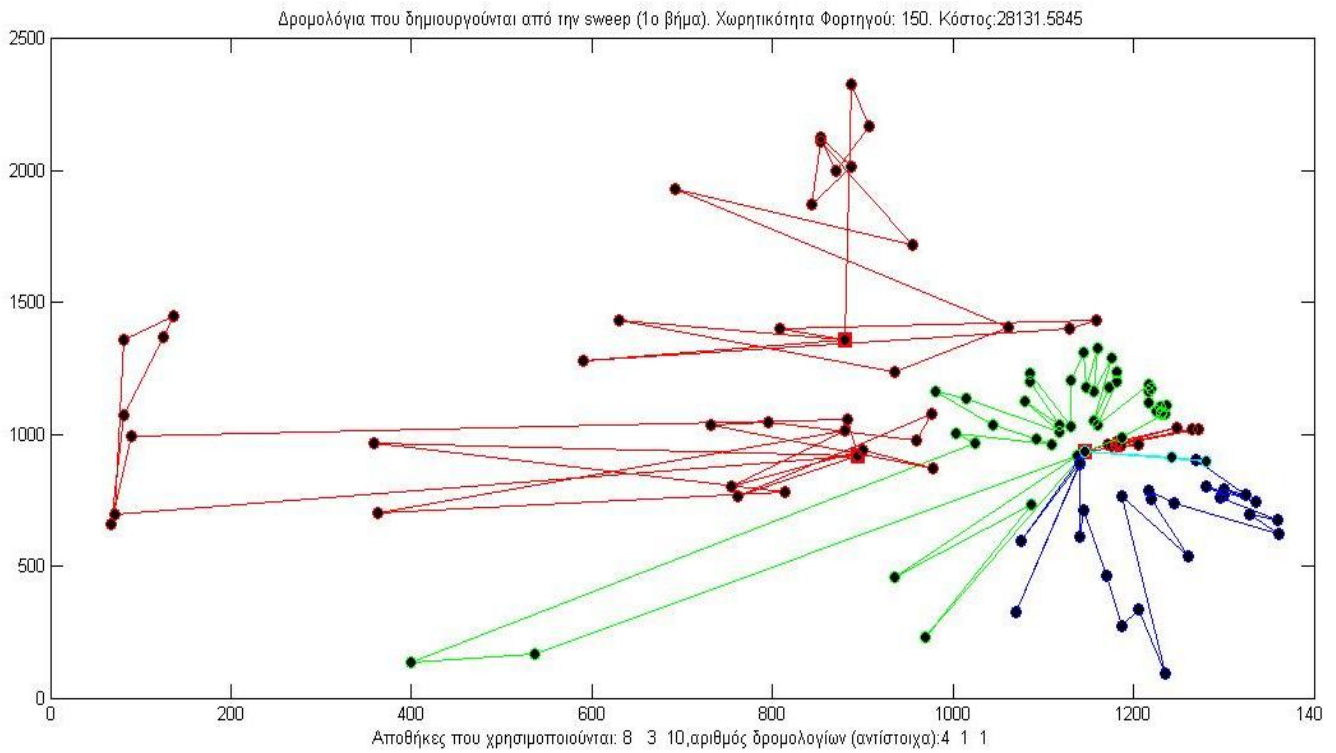


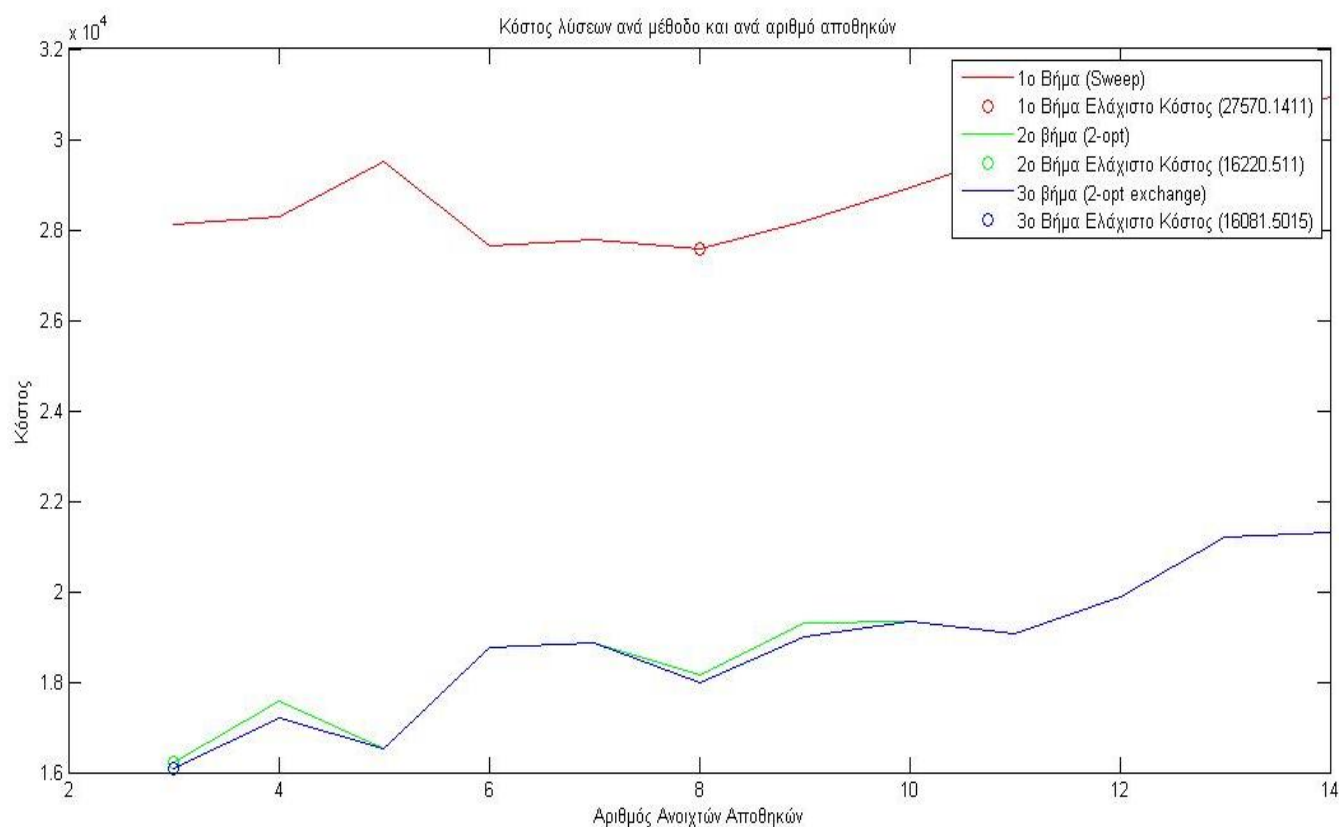
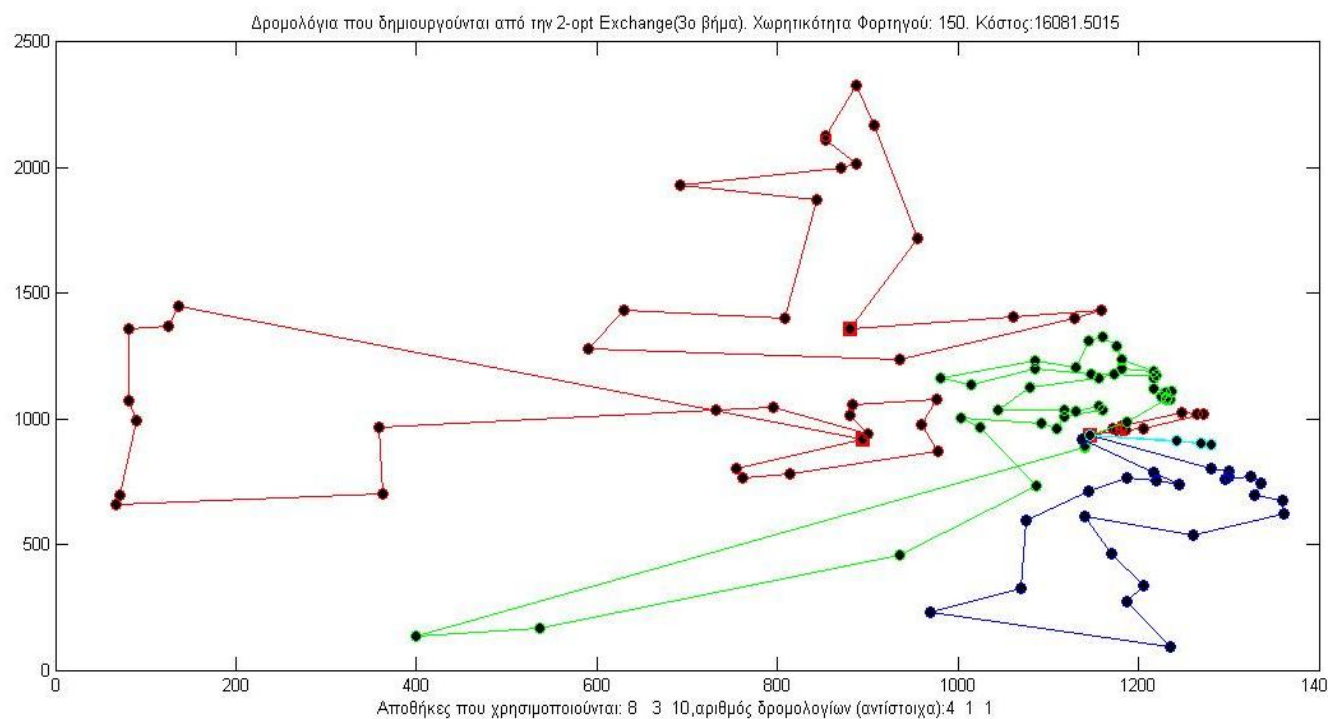
PerI83-318x4_VC=25000





Or76-117x14





Κεφάλαιο 6:

Συμπεράσματα και βελτιώσεις

Στα πρώτα κεφάλαια της εργασίας παρουσιάστηκαν διάφορα στοιχεία που αφορούσαν το Σύνθετο Πρόβλημα Χωροθέτησης Εγκαταστάσεων και Δρομολόγησης οχημάτων και η σημασία της επίλυσης αυτού του προβλήματος που δεν είναι άλλη από την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης που υπολογίζει το κόστος. Μέσα από τη λύση του προβλήματος αυτού, προέκυψαν κάποια συμπεράσματα σχετικά με τις μεθόδους που χρησιμοποιήθηκαν.

Πιο συγκεκριμένα, η 2-opt και η 2-opt exchange είναι πιο αποτελεσματικές όταν έχουμε πελάτες σε αρκετή απόσταση μεταξύ τους. Όταν οι πελάτες είναι πολύ κοντά δημιουργούνται πολλά διαθέσιμα ζευγάρια προς αλλαγή και η 2-opt exchange παγιδεύεται σε τοπικό ελάχιστο και όχι ολικό, επειδή αλλάζει συνεχώς τους ίδιους πελάτες μεταξύ τους.

Ένας πιθανός τρόπος βελτίωσης αυτής της μεθοδολογίας θα ήταν η εκτέλεση της 2-opt exchange κυκλικά σε όλα τα δρομολόγια μέχρι να σταθεροποιηθούν όλα και να μην αλλάζει κανένας σταθμός σε κόστος αύξησης του χρόνου εκτέλεσης.

Αυτή η μεθοδολογία μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν αρχική προσέγγιση στη λύση του προβλήματος. Παίρνοντας τη λύση που παράγεται από αυτή τη μέθοδο, μπορούμε να κάνουμε πιο ακριβείς υπολογισμούς χρησιμοποιώντας ίσως γενετικούς αλγόριθμους επηρεάζοντας την αρχική κατάσταση σε ένα γράφο με τη μέθοδο Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization). [9]

Επίσης θα μπορούσε να προστεθεί ένα επιπλέον βήμα όπου πλέον θα αποσυνδέεται από κάθε δρομολόγιο ένα ποσοστό πελατών με τέτοιο τρόπο ώστε να έχουμε τη μεγαλύτερη δυνατή μείωση στη συνολική λύση και μετά να εξετάζεται χωριστά η ανάθεσή τους. [23]

Η αρχική επιλογή αποθηκών μπορεί να βελτιωθεί με κάποιο άλλο αλγόριθμο ομαδοποίησης, όπως τα νευρωνικά δίκτυα Cohonen (Self Organizing Maps), τα οποία θα μπορούσαν να καθορίζουν ποιος συνδυασμός αποθηκών θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της λύσης. Έτσι δεν θα υπολογίζεται κατά προσέγγιση η τοποθεσία της αποθήκης, όπως με τον K-means, αλλά θα χρησιμοποιείται η πληροφορία της θέσης της αποθήκης. [8]

Παράρτημα

Αρχείο 1 : Christofides69-50x5**Customer file**

customer number	X coordinate	Y coordinate	demand
1	37	52	7
2	49	49	30
3	52	64	16
4	20	26	9
5	40	30	21
6	21	47	15
7	17	63	19
8	31	62	23
9	52	33	11
10	51	21	5
11	42	41	19
12	31	32	29
13	5	25	23
14	12	42	21
15	36	16	10
16	52	41	15
17	27	23	3
18	17	33	41
19	13	13	9
20	57	58	28
21	62	42	8
22	42	57	8
23	16	57	16
24	8	52	10
25	7	38	28
26	27	68	7
27	30	48	15
28	43	67	14
29	58	48	6
30	58	27	19
31	37	69	11
32	38	46	12
33	46	10	23
34	61	33	26
35	62	63	17
36	63	69	6
37	32	22	9
38	45	35	15
39	59	15	14
40	5	6	7
41	10	17	27
42	21	10	13
43	5	64	11
44	30	15	16
45	39	10	10
46	32	39	5
47	25	32	25
48	25	55	17
49	48	28	18
50	56	37	10

<u>Depot File</u>					
depot number	X coordinate	Y coordinate	Capacity	Fixed Cost	Variable Cost
1	10	49	10000	40	0
2	20	30	10000	40	0
3	5	25	10000	40	0
4	54	17	10000	40	0
5	43	53	10000	40	0

Αρχείο 2: Christofides69-75x10

<u>Customer file</u>			
Customer number	X coordinate	Y coordinate	demand
1	22	22	18
2	36	26	26
3	21	45	11
4	45	35	30
5	55	20	21
6	33	34	19
7	50	50	15
8	55	45	16
9	26	59	29
10	40	66	26
11	55	65	37
12	35	51	16
13	62	35	12
14	62	57	31
15	62	24	8
16	21	36	19
17	33	44	20
18	9	56	13
19	62	48	15
20	66	14	22
21	44	13	28
22	26	13	12
23	11	28	6
24	7	43	27
25	17	64	14
26	41	46	18
27	55	34	17
28	35	16	29
29	52	26	13
30	43	26	22
31	31	76	25
32	22	53	28
33	26	29	27
34	50	40	19
35	55	50	10
36	54	10	12
37	60	15	14
38	47	66	24
39	30	60	16
40	30	50	33
41	12	17	15
42	15	14	11

43	16	19	18
44	21	48	17
45	50	30	21
46	51	42	27
47	50	15	19
48	48	21	20
49	12	38	5
50	15	56	22
51	29	39	12
52	54	38	19
53	55	57	22
54	67	41	16
55	10	70	7
56	6	25	26
57	65	27	14
58	40	60	21
59	70	64	24
60	64	4	13
61	36	6	15
62	30	20	18
63	20	30	11
64	15	5	28
65	50	70	9
66	57	72	37
67	45	42	30
68	38	33	10
69	50	4	8
70	66	8	11
71	59	5	3
72	35	60	1
73	27	24	6
74	40	20	10
75	40	37	20

Depot file

depot number	X coordinate	Y coordinate	Capacity	Fixed Cost	Variable Cost
1	44	41	10000	40	0
2	56	7	10000	40	0
3	40	72	10000	40	0
4	62	12	10000	40	0
5	46	5	10000	40	0
6	25	75	10000	40	0
7	69	22	10000	40	0
8	69	61	10000	40	0
9	51	67	10000	40	0
10	33	73	10000	40	0

Αρχείο 3: Christofides69-100x10Customer file

Customer number	X coordinate	Y coordinate	demand
1	41	49	10
2	35	17	7
3	55	45	13
4	55	20	19
5	15	30	26
6	25	3	3
7	20	50	5
8	10	43	9
9	55	60	16
10	30	60	16
11	20	65	12
12	50	35	19
13	30	25	23
14	15	10	20
15	30	5	8
16	10	20	19
17	5	30	2
18	20	40	12
19	15	60	17
20	45	65	9
21	45	20	11
22	45	10	18
23	55	5	29
24	65	35	3
25	65	20	6
26	45	30	17
27	35	40	16
28	41	37	16
29	64	42	9
30	40	60	21
31	31	52	27
32	35	69	23
33	53	52	11
34	65	55	14
35	63	65	8
36	2	60	5
37	20	20	8
38	5	5	16
39	60	12	31
40	40	25	9
41	42	7	5
42	24	12	5
43	23	3	7
44	11	14	18
45	6	38	16
46	2	48	1
47	8	56	27
48	13	52	36
49	6	68	30
50	47	47	13
51	49	58	10
52	27	43	9
53	37	31	14

54	57	29	18
55	63	23	2
56	53	12	6
57	32	12	7
58	36	26	18
59	21	24	28
60	17	34	3
61	12	24	13
62	24	58	19
63	27	69	10
64	15	77	9
65	62	77	20
66	49	73	25
67	67	5	25
68	59	39	36
69	37	47	6
70	37	56	5
71	57	68	15
72	47	16	25
73	44	17	9
74	46	13	9
75	49	11	18
76	49	42	13
77	53	43	14
78	61	52	3
79	57	48	23
80	56	37	6
81	55	54	26
82	15	47	16
83	14	37	11
84	11	31	7
85	16	22	41
86	4	18	35
87	28	18	26
88	26	52	9
89	26	35	15
90	31	67	3
91	15	19	1
92	22	22	2
93	18	24	22
94	26	27	27
95	25	24	20
96	22	27	11
97	25	21	12
98	19	21	10
99	20	26	9
100	18	18	17

Depot file

depot number	X coordinate	Y coordinate	Capacity	Fixed Cost	Variable Cost
1	14	51	10000	40	0
2	23	41	10000	40	0
3	7	35	10000	40	0
4	47	40	10000	40	0
5	31	34	10000	40	0
6	3	69	10000	40	0

7	50	76	10000	40	0
8	52	30	10000	40	0
9	32	48	10000	40	0
10	14	54	10000	40	0

Αρχείο 4: Daskin95-150x10

Customer file

Customer number	X coordinate	Y coordinate	demand
1	1990.0	5152.0	7393809.0
2	3338.0	5252.0	3289537.0
3	1629.0	4042.0	2905108.0
4	3250.0	4189.0	2649459.0
5	2234.0	4886.0	2113003.0
6	3000.0	5355.0	1688267.0
7	3637.0	4822.0	1543498.0
8	2217.0	4140.0	1497666.0
9	2919.0	4548.0	1302045.0
10	3807.0	5933.0	1239057.0
11	3158.0	4814.0	1161053.0
12	3257.0	5568.0	1096056.0
13	1375.0	5333.0	993279.0
14	3427.0	4085.0	992711.0
15	1809.0	5248.0	985858.0
16	2697.0	5095.0	966829.0
17	2435.0	5084.0	958816.0
18	2768.0	4508.0	898434.0
19	2537.0	4331.0	815086.0
20	3075.0	5991.0	787447.0
21	4372.0	3798.0	757441.0
22	1961.0	3948.0	741945.0
23	2489.0	5237.0	719518.0
24	1402.0	3740.0	704488.0
25	3336.0	3812.0	684792.0
26	2868.0	5012.0	645529.0
27	2893.0	4442.0	628840.0
28	1573.0	5587.0	609383.0
29	1911.0	4165.0	607018.0
30	2700.0	5147.0	589863.0
31	2448.0	5193.0	589077.0
32	2748.0	5151.0	588292.0
33	2919.0	4879.0	575426.0
34	4494.0	6017.0	574662.0
35	2679.0	5124.0	568314.0
36	1086.0	3872.0	558139.0
37	1558.0	3672.0	539294.0
38	2881.0	5308.0	528153.0
39	2675.0	5143.0	517661.0
40	2973.0	5240.0	516780.0
41	3201.0	5772.0	503710.0
42	3105.0	4945.0	486771.0
43	1701.0	5342.0	466629.0
44	2428.0	5208.0	444358.0
45	2483.0	4576.0	444085.0

46	2442.0	5122.0	444068.0
47	1852.0	5339.0	421807.0
48	1845.0	5381.0	420316.0
49	3374.0	5105.0	413617.0
50	3240.0	5135.0	409807.0
51	1740.0	5146.0	409310.0
52	4295.0	4064.0	407815.0
53	2145.0	4362.0	406192.0
54	1775.0	5348.0	394307.0
55	2720.0	5148.0	387603.0
56	1678.0	5595.0	380505.0
57	3134.0	4450.0	380250.0
58	3124.0	4378.0	375480.0
59	2718.0	5126.0	368589.0
60	1887.0	3798.0	366319.0
61	457.0	2810.0	365968.0
62	1707.0	4325.0	351115.0
63	2265.0	3957.0	350654.0
64	3508.0	3750.0	337834.0
65	2727.0	4370.0	334120.0
66	2854.0	4738.0	333447.0
67	3687.0	4112.0	331739.0
68	2853.0	5203.0	322016.0
69	1526.0	4165.0	319380.0
70	1887.0	5264.0	319081.0
71	1523.0	3788.0	316079.0
72	2710.0	5073.0	311761.0
73	1964.0	5375.0	309144.0
74	2847.0	4950.0	305918.0
75	1850.0	5242.0	295042.0
76	1825.0	5380.0	290384.0
77	1129.0	4222.0	287790.0
78	1952.0	3835.0	283571.0
79	1682.0	5148.0	279538.0
80	1843.0	4723.0	278840.0
81	2711.0	5151.0	278059.0
82	2840.0	4900.0	277487.0
83	3233.0	4543.0	272086.0
84	1882.0	5297.0	271387.0
85	2776.0	4858.0	270455.0
86	1433.0	4353.0	268286.0
87	1781.0	5301.0	266662.0
88	2642.0	5120.0	266426.0
89	2823.0	5008.0	266019.0
90	2762.0	5196.0	265514.0
91	1138.0	4115.0	263562.0
92	3555.0	3819.0	259033.0
93	1785.0	5259.0	258113.0
94	3099.0	4544.0	256108.0
95	3292.0	5083.0	256064.0
96	1407.0	5460.0	255118.0
97	3089.0	4836.0	252342.0
98	1584.0	5038.0	249899.0
99	3196.0	5148.0	245267.0
100	1641.0	3717.0	244899.0
101	3302.0	5561.0	243991.0
102	3051.0	5227.0	242390.0

103	1158.0	4333.0	241039.0
104	2609.0	5077.0	240251.0
105	2210.0	4135.0	238886.0
106	2655.0	5133.0	238207.0
107	2511.0	5210.0	232814.0
108	3012.0	5432.0	231702.0
109	3162.0	5213.0	229952.0
110	2387.0	4361.0	229368.0
111	1850.0	5292.0	227917.0
112	4466.0	6021.0	224423.0
113	3542.0	4708.0	223028.0
114	1902.0	5145.0	222675.0
115	2372.0	5104.0	222442.0
116	2686.0	5147.0	221902.0
117	375.0	2847.0	220744.0
118	3021.0	5616.0	219012.0
119	1733.0	4285.0	218385.0
120	1942.0	4484.0	216552.0
121	3377.0	4565.0	214511.0
122	3066.0	5387.0	213209.0
123	3187.0	4541.0	211498.0
124	1859.0	5091.0	211484.0
125	1832.0	4811.0	211033.0
126	2224.0	4145.0	209549.0
127	3724.0	4048.0	207753.0
128	2746.0	5137.0	205494.0
129	2785.0	4799.0	202977.0
130	2547.0	5144.0	201287.0
131	2445.0	5042.0	200997.0
132	1417.0	4335.0	200663.0
133	2534.0	6038.0	200550.0
134	1932.0	3827.0	199781.0
135	4376.0	6152.0	199196.0
136	1612.0	4032.0	198391.0
137	1792.0	5250.0	195932.0
138	3103.0	5099.0	195073.0
139	2948.0	5132.0	194646.0
140	2507.0	5157.0	193428.0
141	3210.0	5409.0	193319.0
142	3022.0	4555.0	192138.0
143	1835.0	4282.0	191939.0
144	2826.0	5000.0	190591.0
145	2012.0	4950.0	189687.0
146	4364.0	3794.0	189005.0
147	1790.0	5715.0	188302.0
148	1153.0	5190.0	187621.0
149	1840.0	5500.0	187241.0
150	1387.0	3668.0	186032.0

Depot file

depot number	X coordinate	Y coordinate	Capacity	Fixed Cost	Variable Cost
1	1990.0	5152.0	3.0E7	5000.0	0.0
2	3338.0	5252.0	3.0E7	5000.0	0.0
3	1629.0	4042.0	3.0E7	5000.0	0.0
4	3250.0	4189.0	3.0E7	5000.0	0.0
5	2234.0	4886.0	3.0E7	5000.0	0.0
6	3000.0	5355.0	3.0E7	5000.0	0.0
7	3637.0	4822.0	3.0E7	5000.0	0.0
8	2217.0	4140.0	3.0E7	5000.0	0.0
9	2919.0	4548.0	3.0E7	5000.0	0.0
10	3807.0	5933.0	3.0E7	5000.0	0.0

Αρχείο 5: Gaskell67-21x5

Customer file

Customer number	X coordinate	Y coordinate	demand
1	151	264	1100
2	159	261	700
3	130	254	800
4	128	252	1400
5	163	247	2100
6	146	246	400
7	161	242	800
8	142	239	100
9	163	236	500
10	148	232	600
11	128	231	1200
12	156	217	1300
13	129	214	1300
14	146	208	300
15	164	208	900
16	141	206	2100
17	147	193	1000
18	164	193	900
19	129	189	2500
20	155	185	1800
21	139	182	700

Depot file

depot number	X coordinate	Y coordinate	Capacity	Fixed Cost	Variable Cost
1	136	194	15000	50	0
2	143	237	15000	50	0
3	136	216	15000	50	0
4	137	204	15000	50	0
5	128	197	15000	50	0

Αρχείο 6: Gaskell67-22x5**Customer file**

Customer number	X coordinate	Y coordinate	demand
1	295	272	125
2	301	258	84
3	309	260	60
4	217	274	500
5	228	278	300
6	282	267	175
7	242	249	350
8	230	262	150
9	249	268	1100
10	256	267	4100
11	265	257	225
12	267	242	300
13	259	265	250
14	315	233	500
15	329	252	150
16	318	252	100
17	329	224	250
18	267	213	120
19	275	192	600
20	303	201	500
21	208	217	175
22	326	181	75

Depot file

depot number	X coordinate	Y coordinate	Capacity	Fixed Cost	Variable Cost
1	244	248	15000	50	0
2	263	218	15000	50	0
3	234	210	15000	50	0
4	225	246	15000	50	0
5	320	221	15000	50	0

Αρχείο 7: Gaskell67-29x5**Customer file**

Customer number	X coordinate	Y coordinate	demand
1	218	381	300
2	218	358	3100
3	201	370	125
4	214	371	100
5	224	370	200
6	210	382	150
7	104	354	150
8	126	338	450
9	119	340	300
10	129	349	100
11	126	347	950

12	125	346	125
13	116	355	150
14	126	335	150
15	125	355	550
16	119	357	150
17	115	341	100
18	153	351	150
19	175	363	400
20	180	360	300
21	159	331	1500
22	188	357	100
23	152	349	300
24	215	389	500
25	212	394	800
26	188	393	300
27	207	406	100
28	184	410	150
29	207	392	1000

Depot file

depot number	X coordinate	Y coordinate	Capacity	Fixed Cost	Variable Cost
1	203	398	15000	50	0
2	107	361	15000	50	0
3	197	354	15000	50	0
4	189	383	15000	50	0
5	159	377	15000	50	0

Αρχείο 8: Gaskell67-32x5

Customer file

Customer number	X coordinate	Y coordinate	demand
1	298	427	700
2	309	445	400
3	307	464	400
4	336	475	1200
5	320	439	40
6	321	437	80
7	322	437	2000
8	323	433	900
9	324	433	600
10	323	429	750
11	314	435	1500
12	311	442	150
13	304	427	250
14	293	421	1600
15	296	418	450
16	261	384	700
17	297	410	550
18	315	407	650
19	314	406	200

20	321	391	400
21	321	398	300
22	314	394	1300
23	313	378	700
24	304	382	750
25	295	402	1400
26	283	406	4000
27	279	399	600
28	271	401	1000
29	264	414	500
30	277	439	2500
31	290	434	1700
32	319	433	1100

Depot file

depot number	X coordinate	Y coordinate	Capacity	Fixed Cost	Variable Cost
1	264	435	35000	50	0
2	323	413	35000	50	0
3	285	427	35000	50	0
4	278	424	35000	50	0
5	266	422	35000	50	0

Αρχείο 9: Gaskell67-36x5

Customer file

Customer number	X coordinate	Y coordinate	demand
1	20	20	25
2	20	30	25
3	20	40	25
4	20	50	25
5	20	60	25
6	20	70	25
7	30	20	25
8	30	30	25
9	30	40	25
10	30	50	25
11	30	60	25
12	30	70	25
13	40	20	25
14	40	30	25
15	40	40	25
16	40	50	25
17	40	60	25
18	40	70	25
19	50	20	25
20	50	30	25
21	50	40	25
22	50	50	25
23	50	60	25
24	50	70	25
25	60	20	25
26	60	30	25
27	60	40	25

28	60	50	25
29	60	60	25
30	60	70	25
31	70	20	25
32	70	30	25
33	70	40	25
34	70	50	25
35	70	60	25
36	70	70	25

Depot file

depot number	X coordinate	Y coordinate	Capacity	Fixed Cost	Variable Cost
1	30	46	15000	50	0
2	37	39	15000	50	0
3	23	43	15000	50	0
4	56	38	15000	50	0
5	42	43	15000	50	0

Αρχείο 10: Min92-27x5

Customer file

Customer number	X coordinate	Y coordinate	demand
1	3873	1165	550
2	3915	1225	810
3	3928	1274	210
4	4145	1176	210
5	4163	1214	350
6	4170	1206	200
7	3926	1274	350
8	3926	1275	200
9	3983	1167	310
10	3965	1169	500
11	3966	1150	430
12	4266	1261	300
13	4263	1259	250
14	4242	1226	250
15	4211	1249	300
16	4234	1120	290
17	4233	1121	350
18	4376	1358	500
19	4348	1327	120
20	4364	1276	150
21	4551	1240	410
22	4329	876	250
23	4329	863	380
24	4268	1053	100
25	4129	1002	130
26	4004	1095	200
27	3995	1048	310

Depot file

depot number	X coordinate	Y coordinate	Capacity	Fixed Cost	Variable Cost
1	4033	1316	9000	272	0
2	4121	1250	9000	272	0
3	3953	1207	9000	272	0
4	3993	1054	9000	272	0
5	4525	926	9000	272	0

Αρχείο 11: Min92-134x8

Customer file

Customer number	X coordinate	Y coordinate	demand
1.0	3921.0	1238.0	84.0
2.0	3904.0	1240.0	71.0
3.0	3913.0	1250.0	109.0
4.0	4153.0	1214.0	123.0
5.0	4182.0	1225.0	62.0
6.0	4150.0	1206.0	63.0
7.0	4187.0	1322.0	2.0
8.0	4138.0	1196.0	70.0
9.0	4152.0	1218.0	13.0
10.0	4167.0	1218.0	65.0
11.0	4160.0	1219.0	12.0
12.0	4166.0	1212.0	79.0
13.0	4187.0	1327.0	54.0
14.0	3928.0	1276.0	51.0
15.0	4150.0	1195.0	75.0
16.0	4188.0	1324.0	18.0
17.0	4169.0	1193.0	43.0
18.0	4184.0	1227.0	40.0
19.0	4093.0	1227.0	43.0
20.0	4170.0	1205.0	40.0
21.0	4140.0	1207.0	36.0
22.0	4112.0	1191.0	30.0
23.0	4150.0	1196.0	1.0
24.0	4113.0	1271.0	34.0
25.0	4171.0	1224.0	31.0
26.0	4145.0	1178.0	50.0
27.0	4166.0	1213.0	57.0
28.0	3910.0	1248.0	26.0
29.0	4195.0	1205.0	115.0
30.0	4267.0	1054.0	2.0
31.0	4272.0	1053.0	67.0
32.0	4154.0	1156.0	36.0
33.0	4165.0	1144.0	36.0
34.0	4249.0	1058.0	32.0
35.0	4229.0	1129.0	61.0
36.0	4221.0	1049.0	64.0
37.0	4154.0	1157.0	55.0

38.0	4254.0	1057.0	17.0
39.0	4231.0	1114.0	86.0
40.0	4262.0	1080.0	35.0
41.0	4225.0	1004.0	44.0
42.0	4189.0	990.0	63.0
43.0	4185.0	1086.0	33.0
44.0	4184.0	1058.0	18.0
45.0	4272.0	1054.0	1.0
46.0	4195.0	1206.0	6.0
47.0	4305.0	1156.0	36.0
48.0	4203.0	1246.0	69.0
49.0	4313.0	1159.0	247.0
50.0	4386.0	1092.0	1.0
51.0	4213.0	1256.0	94.0
52.0	4217.0	1304.0	87.0
53.0	4242.0	1223.0	64.0
54.0	4229.0	1218.0	2.0
55.0	4374.0	1123.0	18.0
56.0	4248.0	1223.0	41.0
57.0	4234.0	1119.0	56.0
58.0	4379.0	1125.0	33.0
59.0	4376.0	1098.0	64.0
60.0	4391.0	1107.0	35.0
61.0	4386.0	1093.0	72.0
62.0	4209.0	1250.0	56.0
63.0	4201.0	1201.0	131.0
64.0	4201.0	1180.0	66.0
65.0	4212.0	1250.0	2.0
66.0	4382.0	1109.0	32.0
67.0	4368.0	1261.0	4.0
68.0	4368.0	1262.0	273.0
69.0	4541.0	992.0	5.0
70.0	4495.0	1077.0	86.0
71.0	4543.0	994.0	6.0
72.0	4478.0	1113.0	137.0
73.0	4470.0	1193.0	57.0
74.0	4450.0	1021.0	25.0
75.0	4550.0	1240.0	45.0
76.0	4474.0	1126.0	47.0
77.0	4478.0	1114.0	4.0
78.0	4476.0	1110.0	34.0
79.0	4541.0	991.0	35.0
80.0	4499.0	1250.0	42.0
81.0	4454.0	990.0	111.0
82.0	4303.0	941.0	63.0
83.0	4475.0	929.0	8.0
84.0	4380.0	1011.0	3.0
85.0	4266.0	990.0	31.0
86.0	4448.0	980.0	28.0
87.0	4279.0	1053.0	73.0
88.0	4393.0	1077.0	64.0
89.0	4347.0	954.0	50.0
90.0	4454.0	991.0	1.0
91.0	4410.0	963.0	15.0
92.0	4576.0	1015.0	86.0
93.0	4475.0	930.0	29.0
94.0	4360.0	835.0	57.0

95.0	4330.0	875.0	124.0
96.0	4469.0	803.0	16.0
97.0	4598.0	823.0	100.0
98.0	4391.0	803.0	16.0
99.0	4295.0	897.0	45.0
100.0	4270.0	895.0	35.0
101.0	4244.0	912.0	106.0
102.0	4255.0	929.0	30.0
103.0	4414.0	881.0	11.0
104.0	4390.0	804.0	38.0
105.0	4598.0	822.0	5.0
106.0	4329.0	861.0	155.0
107.0	4414.0	882.0	27.0
108.0	3921.0	1008.0	33.0
109.0	3935.0	1025.0	142.0
110.0	4011.0	1122.0	55.0
111.0	4001.0	1120.0	273.0
112.0	4011.0	1130.0	176.0
113.0	4010.0	1139.0	158.0
114.0	4127.0	1000.0	70.0
115.0	4083.0	1014.0	15.0
116.0	4048.0	1090.0	220.0
117.0	4126.0	1001.0	106.0
118.0	3999.0	1120.0	114.0
119.0	3931.0	1018.0	166.0
120.0	4001.0	1117.0	18.0
121.0	4020.0	1176.0	45.0
122.0	4022.0	1147.0	47.0
123.0	4021.0	1126.0	8.0
124.0	4005.0	1093.0	2.0
125.0	4005.0	1094.0	21.0
126.0	4239.0	934.0	87.0
127.0	3917.0	1010.0	64.0
128.0	3987.0	1021.0	26.0
129.0	3996.0	1047.0	148.0
130.0	4012.0	1137.0	212.0
131.0	4005.0	1026.0	176.0
132.0	3935.0	1026.0	32.0
133.0	4083.0	1015.0	10.0
134.0	3987.0	1022.0	1.0

Customer file

depot number	X coordinate	Y coordinate	Capacity	Fixed Cost	Variable Cost
1	4038.0	1323.0	3000.0	268.0	0.0
2	4150.0	1164.0	3000.0	268.0	0.0
3	3979.0	1118.0	3000.0	268.0	0.0
4	4452.0	980.0	3000.0	268.0	0.0
5	4280.0	934.0	3000.0	268.0	0.0
6	4025.0	1009.0	3000.0	268.0	0.0
7	4548.0	962.0	3000.0	268.0	0.0
8	4594.0	1072.0	3000.0	268.0	0.0

Αρχείο 12: Or76-117x14**Customer file**

Customer number	X coordinate	Y coordinate	demand
1	1272.0	1020.0	17.663
2	1280.0	900.0	21.453
3	1182.0	970.0	35.993
4	590.0	1280.0	4,31
5	1217.0	1165.0	0
6	1235.0	1080.0	5.053
7	1080.0	1126.0	2.283
8	1182.0	1200.0	2.497
9	1110.0	960.0	0.373
10	1145.0	1313.0	2.92
11	1187.0	768.0	8.467
12	359.0	967.0	3.98
13	1140.0	895.0	0.42
14	1300.0	792.0	6.11
15	980.0	1160.0	0.95
16	1225.0	1090.0	5.847
17	1075.0	595.0	8.543
18	1180.0	962.0	52.567
19	1230.0	1104.0	8.0
20	1129.0	1400.0	0.31
21	814.0	782.0	3.437
22	1176.0	955.0	0.0070
23	363.0	700.0	2.497
24	1182.0	1235.0	8.133
25	1205.0	337.0	5.73
26	1220.0	755.0	2.993
27	1159.0	1432.0	8.247
28	1220.0	1175.0	2.257
29	1118.0	1010.0	1.143
30	1092.0	983.0	2.51
31	880.0	1012.0	1.92
32	1231.0	1085.0	3.193
33	1248.0	1027.0	1.477
34	755.0	802.0	0.0
35	808.0	1402.0	2.84
36	1145.0	715.0	9.333
37	1325.0	770.0	3.33
38	1217.0	1118.0	8.677
39	1186.0	957.0	0.01
40	1329.0	696.0	3.57
41	1336.0	743.0	0.057
42	1140.0	610.0	10.823
43	1024.0	965.0	2.04
44	1243.0	915.0	1.703
45	1217.0	1190.0	6.417
46	900.0	942.0	14.437
47	880.0	1358.0	14.277
48	978.0	872.0	8.467
49	1156.0	1164.0	1.173
50	1187.0	986.0	0.57
51	732.0	1038.0	7.623

52	1269.0	901.0	12.44
53	1146.0	937.0	16.667
54	1140.0	885.0	0.017
55	1085.0	1230.0	0.767
56	1176.0	1288.0	2.897
57	795.0	1044.0	0.643
58	1015.0	1137.0	7.083
59	630.0	1432.0	6.2
60	1130.0	1032.0	3.023
61	1070.0	325.0	3.5
62	960.0	978.0	5.33
63	935.0	458.0	2.32
64	1280.0	800.0	3.147
65	1173.0	1181.0	4.98
66	936.0	1238.0	5.867
67	1231.0	1076.0	1.897
68	1260.0	538.0	4.427
69	1086.0	1200.0	0.0030
70	976.0	1080.0	0.3
71	1062.0	1405.0	3.347
72	1361.0	620.0	4.66
73	1359.0	673.0	1.957
74	1187.0	275.0	1.44
75	1045.0	1035.0	7.14
76	1137.0	919.0	2.793
77	1245.0	740.0	3.3
78	1156.0	1050.0	4.977
79	1160.0	1326.0	11.897
80	1170.0	466.0	9.893
81	1205.0	959.0	2.413
82	1235.0	93.0	7.433
83	1236.0	1112.0	3.947
84	1160.0	1035.0	5.723
85	761.0	766.0	0.147
86	1130.0	1205.0	3.333
87	1148.0	1178.0	1.0
88	1217.0	784.0	2.147
89	969.0	228.0	0.633
90	1300.0	770.0	23.163
91	1182.0	956.0	21.83
92	895.0	920.0	26.493
93	1265.0	1020.0	10.0
94	1171.0	960.0	7.843
95	1087.0	735.0	0.603
96	1118.0	1036.0	2.27
97	883.0	1058.0	3.293
98	1003.0	1004.0	5.237
99	1296.0	758.0	2.0
100	90.0	993.0	1.66
101	692.0	1930.0	3.143
102	67.0	661.0	5.877
103	82.0	1073.0	1.793
104	125.0	1369.0	0.19
105	955.0	1718.0	3.15
106	853.0	2110.0	0.0
107	844.0	1870.0	1.283
108	888.0	2015.0	3.41

109	136.0	1448.0	8.23
110	81.0	1361.0	1.76
111	72.0	699.0	2.37
112	853.0	2128.0	3.88
113	870.0	1998.0	0.71
114	907.0	2170.0	5.213
115	887.0	2330.0	0.573
116	537.0	165.0	5.7
117	400.0	136.0	7.537

Depot file

depot number	X coordinate	Y coordinate	Capacity	Fixed Cost	Variable Cost
1	1180.0	962.0	300.0	274.3	0.0
2	1182.0	970.0	300.0	440.1	0.0
3	895.0	920.0	300.0	535.1	0.0
4	1300.0	770.0	300.0	568.4	0.0
5	1182.0	956.0	300.0	581.7	0.0
6	1280.0	900.0	300.0	585.5	0.0
7	1272.0	1020.0	300.0	623.4	0.0
8	1146.0	937.0	300.0	633.4	0.0
9	900.0	942.0	300.0	655.6	0.0
10	880.0	1358.0	300.0	657.7	0.0
11	1269.0	901.0	300.0	675.6	0.0
12	1160.0	1326.0	300.0	681.0	0.0
13	1140.0	610.0	300.0	691.8	0.0
14	1265.0	1020.0	300.0	700.0	0.0

Αρχείο 13: Perl83-12x2

Customer file

Customer number	X coordinate	Y coordinate	demand
1	34	31	20
2	29	32	20
3	24	33	20
4	17	29	20
5	8	28	20
6	33	27	20
7	24	25	20
8	31	23	20
9	30	17	20
10	16	16	100
11	10	14	950
12	15	9	125

Depot file

depot number	X coordinate	Y coordinate	Capacity	Fixed Cost	Variable Cost
1	25	19	280	100	0,74
2	14	24	280	100	0,74

Αρχείο 14: Perl83-55x15Customer file

Customer number	X coordinate	Y coordinate	demand
1	32.0	31.0	20.0
2	29.0	32.0	20.0
3	27.0	36.0	20.0
4	29.0	29.0	20.0
5	32.0	29.0	20.0
6	26.0	25.0	20.0
7	24.0	33.0	20.0
8	30.0	35.0	20.0
9	29.0	27.0	20.0
10	29.0	21.0	20.0
11	33.0	28.0	20.0
12	17.0	53.0	20.0
13	34.0	30.0	20.0
14	25.0	60.0	20.0
15	21.0	28.0	20.0
16	30.0	51.0	20.0
17	19.0	47.0	20.0
18	17.0	33.0	20.0
19	22.0	40.0	20.0
20	25.0	14.0	20.0
21	29.0	12.0	20.0
22	24.0	48.0	20.0
23	17.0	42.0	20.0
24	6.0	26.0	20.0
25	19.0	21.0	20.0
26	10.0	32.0	20.0
27	34.0	56.0	20.0
28	12.0	47.0	20.0
29	19.0	38.0	20.0
30	27.0	41.0	20.0
31	21.0	35.0	20.0
32	32.0	45.0	20.0
33	27.0	45.0	20.0
34	32.0	38.0	20.0
35	8.0	22.0	20.0
36	15.0	25.0	20.0
37	35.0	10.0	20.0
38	36.0	47.0	20.0
39	46.0	51.0	20.0
40	50.0	40.0	20.0
41	23.0	22.0	20.0
42	27.0	30.0	20.0
43	38.0	39.0	20.0
44	36.0	32.0	20.0
45	32.0	41.0	20.0
46	42.0	36.0	20.0
47	36.0	20.0	20.0
48	15.0	19.0	20.0
49	19.0	14.0	20.0

50	45.0	19.0	20.0
51	27.0	5.0	20.0
52	52.0	24.0	20.0
53	40.0	22.0	20.0
54	40.0	52.0	20.0
55	42.0	42.0	20.0

Depot file

depot number	X coordinate	Y coordinate	Capacity	Fixed Cost	Variable Cost
1	30.0	61.0	550.0	240.0	0.74
2	22.0	54.0	550.0	240.0	0.74
3	45.0	54.0	550.0	240.0	0.74
4	39.0	47.0	550.0	240.0	0.74
5	28.0	39.0	550.0	240.0	0.74
6	36.0	36.0	550.0	240.0	0.74
7	32.0	35.0	550.0	240.0	0.74
8	33.0	32.0	550.0	240.0	0.74
9	27.0	28.0	550.0	240.0	0.74
10	32.0	28.0	550.0	240.0	0.74
11	11.0	27.0	550.0	240.0	0.74
12	18.0	25.0	550.0	240.0	0.74
13	39.0	19.0	550.0	240.0	0.74
14	15.0	12.0	550.0	240.0	0.74
15	40.0	12.0	550.0	240.0	0.74

Αρχειό 15: Perl83-85x7

Customer file

Customer number	X coordinate	Y coordinate	demand
1	32.0	31.0	20.0
2	34.0	45.0	20.0
3	27.0	36.0	20.0
4	29.0	29.0	20.0
5	32.0	29.0	20.0
6	26.0	25.0	20.0
7	24.0	33.0	20.0
8	30.0	35.0	20.0
9	29.0	27.0	20.0
10	29.0	21.0	20.0
11	33.0	28.0	20.0
12	17.0	58.0	20.0
13	40.0	12.0	20.0
14	25.0	60.0	20.0
15	21.0	28.0	20.0
16	30.0	51.0	20.0
17	19.0	47.0	20.0
18	17.0	33.0	20.0
19	22.0	40.0	20.0
20	25.0	14.0	20.0
21	29.0	12.0	20.0
22	24.0	48.0	20.0
23	17.0	42.0	20.0
24	26.0	17.0	20.0
25	19.0	21.0	20.0

26	10.0	32.0	20.0
27	34.0	56.0	20.0
28	12.0	47.0	20.0
29	19.0	38.0	20.0
30	27.0	41.0	20.0
31	21.0	35.0	20.0
32	32.0	45.0	20.0
33	27.0	45.0	20.0
34	32.0	38.0	20.0
35	8.0	22.0	20.0
36	15.0	25.0	20.0
37	35.0	16.0	20.0
38	36.0	47.0	20.0
39	46.0	51.0	20.0
41	23.0	22.0	20.0
42	27.0	30.0	20.0
43	38.0	39.0	20.0
44	36.0	32.0	20.0
45	32.0	41.0	20.0
46	42.0	36.0	20.0
47	36.0	26.0	20.0
48	15.0	19.0	20.0
49	19.0	14.0	20.0
50	46.0	19.0	20.0
51	27.0	5.0	20.0
52	52.0	24.0	20.0
53	40.0	22.0	20.0
54	40.0	52.0	20.0
55	42.0	42.0	20.0
56	47.0	48.0	20.0
57	51.0	48.0	20.0
58	50.0	55.0	20.0
59	48.0	57.0	20.0
60	27.0	22.0	20.0
61	42.0	56.0	20.0
62	35.0	53.0	20.0
63	27.0	55.0	20.0
64	46.0	25.0	20.0
65	43.0	58.0	20.0
66	43.0	62.0	20.0
67	43.0	12.0	20.0
68	37.0	61.0	20.0
69	35.0	60.0	20.0
70	25.0	62.0	20.0
71	19.0	61.0	20.0
72	22.0	54.0	20.0
73	16.0	58.0	20.0
74	15.0	54.0	20.0
75	16.0	45.0	20.0
76	21.0	8.0	20.0
77	32.0	18.0	20.0
78	33.0	13.0	20.0
79	34.0	8.0	20.0
80	52.0	22.0	20.0
81	49.0	17.0	20.0
82	44.0	15.0	20.0
83	48.0	12.0	20.0

84	15.0	34.0	20.0
85	19.0	28.0	20.0

<u>Depot file</u>					
depot number	X coordinate	Y coordinate	Capacity	Fixed Cost	Variable Cost
1	39.0	47.0	850.0	372.0	0.74
2	28.0	48.0	850.0	372.0	0.74
3	32.0	35.0	850.0	372.0	0.74
4	32.0	28.0	850.0	372.0	0.74
5	37.0	22.0	850.0	372.0	0.74
6	23.0	18.0	850.0	372.0	0.74
7	15.0	12.0	850.0	372.0	0.74

Βιβλιογραφία

Ελληνική βιβλιογραφία

1. Ιωάννης Μαρινάκης-Μυγδαλάς Αθανάσιος: 'Σχεδιασμός και Βελτιστοποίηση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας', Εκδόσεις Σοφία, 2008
2. Ιωάννης Μαρινάκης-Μυγδαλάς Αθανάσιος: 'Συνδυαστική Βελτιστοποίηση', Πολυτεχνείο Κρήτης, 2004
3. Αγαλιανός Φώτης: Διπλωματική εργασία 'Βελτιστοποίηση κόστους στην αλυσίδα διανομής προϊόντων super market', 2009
4. Ολυμπία Βαλάση: Διπλωματική εργασία 'Βελτιστοποίηση κόστους στη αλυσίδα διανομής κατεψυγμένων προϊόντων της εταιρείας Αφοί Χιωτάκη Ε.Ρ.Ε.', 2007
5. Ανδρέου Χαράλαμπος: Διπλωματική εργασία 'Βελτιστοποίηση δρομολόγησης οχημάτων διανομής των κατεψυγμένων προϊόντων της παγκύπριας εταιρείας αρτοποιιών', 2005

Ξένη βιβλιογραφία

6. Andries P. Engelbrecht, 'Computational Intelligence', second edition, Willey.
7. Billy E Gillet, Jerry G Johnson, OMEGA, Vol.4, No.6,: 'Multi- Terminal Vehicle-Dispatch Algorithm', 1976.
8. Ciampi, A. and Lechevallier, Y. (2000). Clustering large, multi-level data sets: an approach based on kohonen self-organizing maps. In Principles of Data Mining and Knowledge Discovery. 4th European Conference, PKDD 2000. Proceedings (Lecture Notes in Artificial Intelligence Vol.1910). Springer-Verlag, Berlin, Germany, pages 353–8.
9. Christofides, Nicos, Eilon, Samuel, 1969. An algorithm for the vehicle-dispatching problem. Operational Research Quarterly 20 (3) 309-318.
10. C.K.Y. Lin, R.C.W. Kwok, ' Multi-objective metaheuristics for a location-routing problem with multiple use of vehicles on real data and simulated data', European Journal of operational research 175 (2006) 1833-1849.
11. Daskin, Mark S., 1995. Network and discrete location: models, algorithms and applications. John Wiley & Sons, Inc., New York.
12. Dorigo, M., & Gambardella, L. M (1997) Ant colonies for the traveling salesman problem. BioSystems, 43, 73-81
13. Dilek Tuzun *, Laura I. Burke, ' A two-phase tabu search approach to the location routing problem', European Journal of Operational Research 116 (1999) 87-99.
14. Gabor Nagy, Saïd Salhi, 'Location-routing Issues models and methods', European Journal of operational research 117 (2007) 649-672.
15. Gaskell, T. J., 1967. Bases for vehicle fleet scheduling. Operational Research Quarterly 18 (3), 281-295
16. GUNADI W. NURCAHYO, ROSE ALINDA ALIAS, SM MAMYAM SHAMSUDDIN & MOHD.NOORMD. SAP., Jurnal Antarabangsa (Teknologi Maklumat) 2(2002): 51-64,: 'Sweep Algorithm in Vehicle Routing Problem For Public Transport'.
17. Hokey Min, Vaidyanathan Jayaraman, Rajesh Srivastava, 'Combined location routing problems A synthesis and future research directions', European Journal of operational research 108 (1998) 1-15.
18. Jossef Perl, Mark S. Daskin, ' A warehouse location-routing problem', Transpn. Res.-B Vol. 19B, No. 5, pp.381-396, 1985.
19. Min, Hokey, Current, John, Schilling, David, 1992. The multiple depot vehicle routing problem with backhauling. Journal of Business logistics, 13 (1) 259-288.
20. N. Suthikarnnarun Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2008 Vol II

21. IMECS 2008, 19-21 March, 2008, Hong Kong, : ‘ A Sweep Algorithm for the Mix Fleet Vehicle Routing Problem’.
22. Or, Ilhan, 1976. Traveling salesman–type combinatorial problems and their relation to the logistics of regional blood banking. Ph. D. Northwestern University, Evanston, Illinois.
23. Paolo Toth, Daniele Vigo, ‘The Vehicle Routing Problem’, Siam, 2002
24. Pearl, Jossef, 1983. A unified warehouse location-routing analysis. Ph. D. Dissertation. Northwestern University, Evanston, Illinois, U SA.
25. Srivastava, Rajesh, 1986. Algorithms for solving the location-routing problem. Ph. D. Dissertation, The Ohio State University.
26. Yannis Marinakis · Magdalene Marinaki, ‘ A Particle Swarm Optimization Algorithm with Path Relinking for the Location Routing Problem’ , published online : 16 November 2007, Springer Science + Business Media B.V. 2007.

Ηλεκτρονικές διευθύνσεις

27. <http://www.atlantisresearch.gr/?l=4&cat=72&page=929>
28. http://www.go-online.gr/ebusiness/specials/article.html?article_id=1316
29. http://www.go-online.gr/ebusiness/specials/article.html?article_id=1315&PHPSESSID=9d4772ef1150ce3cf7b24a123665f660
30. http://www.go-online.gr/ebusiness/specials/article.html?article_id=1318
31. <http://www.plant-management.gr/index.php?id=11>
32. http://nemertes.lis.upatras.gr/dspace/bitstream/123456789/1208/1/Nimertis_Dimitrakopoulou.pdf