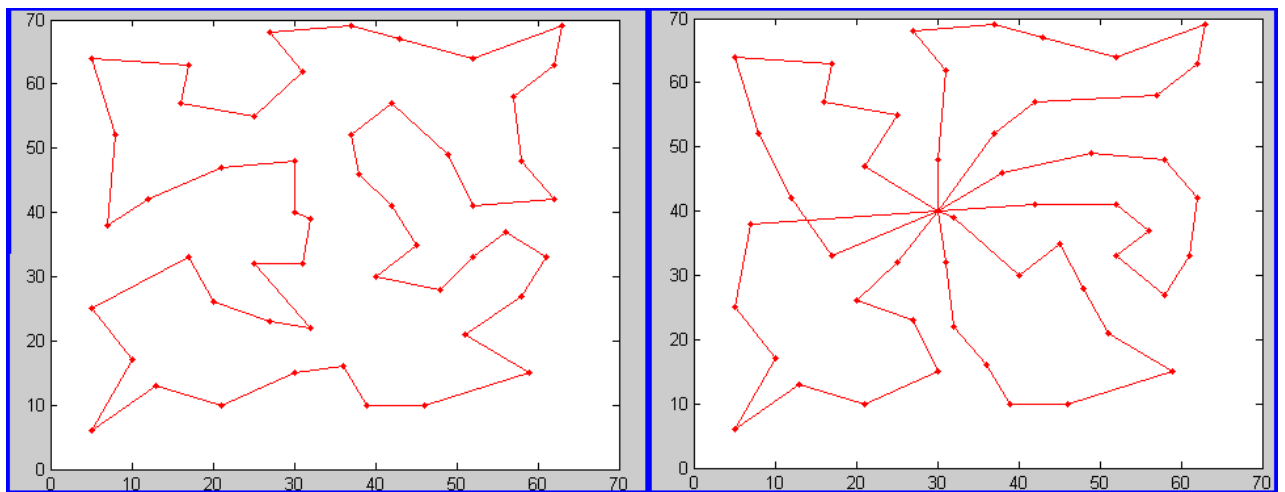




Πολυτεχνείο Κρήτης
Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης

Διπλωματική Εργασία

Ejection Chain Algorithms για την επίλυση TSP και VRP προβλημάτων



Ονοματεπώνυμο: Σταματόπουλος Ευστάθιος
ΑΜ: 2006010035

Επιβλέπων Καθηγητής: Μαρινάκης Ιωάννης

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή στην Εφοδιαστική Αλυσίδα	σελ 4
Κεφάλαιο 2: Μεταφορές και Διανομή	σελ 9
2.1 Πρόβλημα πλανόδιου πωλητή	σελ 9
2.1.1 Εισαγωγή στο Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή	σελ 9
2.1.2 Μαθηματική Μοντελοποίηση του Προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή	σελ 9
2.1.3 Επεκτάσεις του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή	σελ 11
2.2 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων	σελ 11
2.2.1 Εισαγωγή στο Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων	σελ 11
2.2.2 Μαθηματική Μοντελοποίηση του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων	σελ 13
2.2.3 Επεκτάσεις του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων	σελ 14
Κεφάλαιο 3: Απλοί Ευρετικοί Αλγόριθμοι	σελ 15
3.1 Εισαγωγή	σελ 15
3.2 Προσεγγιστικοί αλγόριθμοι	σελ 15
3.3 Αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης	σελ 16
3.3.1 Γνωριμία με τους Αλγορίθμους Τοπικής Αναζήτησης	σελ 16
3.3.2 Παρουσίαση του Ejection Chain Algorithm	σελ 17
3.3.2.1 Δομή Steam and Cycle (S&C)	σελ 17
3.3.2.2 Δομή Doubly Rooted (DR)	σελ 25
3.3.3 Αλγόριθμοι Ανάθεσης Πελατών σε Οχήματα	σελ 27
3.3.3.1 Μέθοδος RELOCATE	σελ 28
3.3.3.2 Μέθοδος EXCHANGE	σελ 29
3.3.3.3 Επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων	σελ 31
3.4 Αλγόριθμοι απληστίας	σελ 32
3.4.1 Εισαγωγή στους Αλγόριθμους Απληστίας	σελ 32
3.4.2 Αλγόριθμος Πλησιέστερου Γείτονα	σελ 33
Κεφάλαιο 4: Απλοί Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι	σελ 36
4.1 Εισαγωγή στους Απλούς Μεθευρετικούς Αλγορίθμους	σελ 36
4.2 Άπληστη Τυχοποιημένη Προσαρμοστική Αναζήτηση (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure – GRASP)	σελ 36
4.2.1 Δημιουργία Αρχικών Λύσεων με τη μέθοδο GRASP	σελ 36
4.2.2 Path relinking	σελ 38
Κεφάλαιο 5: Περιγραφή και ανάλυση μεθόδων και αποτελεσμάτων	σελ 41
5.1 Προβλήματα TSP	σελ 41
5.1.1 Εφαρμογή S&C με τυχαία αρχική λύση	σελ 42
5.1.2 Εφαρμογή S&C με αρχική λύση από Μέθοδο Πλησιέστερου Γείτονα	σελ 47
5.1.3 Ταυτόχρονη εφαρμογή S&C και DR μεθόδων	σελ 52
5.1.4 Εφαρμογή S&C με DR και Path-Relinking με χρήση μεθόδου GRASP για	

εύρεση αρχικής λύσης	σελ 58
5.1.5 Βέλτιστα αποτελέσματα για TSP	σελ 63
5.2 Προβλήματα VRP	σελ 82
5.2.1 Βέλτιστα αποτελέσματα για VRP	σελ 83
 Κεφάλαιο 6: Συμπεράσματα	 σελ 98
 Βιβλιογραφία	 σελ 99

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή στην Εφοδιαστική Αλυσίδα

Οδηγούμενοι από την παγκοσμιοποίηση και τις διαρκώς εκτεινόμενες απαιτήσεις των πελατών, η εφοδιαστική αλυσίδα (supply chain) παίζει καθοριστικό ρόλο στη δημιουργία πλεονεκτήματος για όλες τις επιχειρήσεις. Η ανάπτυξη μιας πλήρους και ανταποκρινόμενης εφοδιαστικής αλυσίδας που να καλύπτει τις απαιτήσεις των πελατών και να εξασφαλίζει την αύξηση τόσο των μεριδίων της αγοράς όσο και της κερδοφορίας είναι κρίσιμη.

Γίνεται πλέον ορατό ότι στο άμεσο μέλλον ο επιχειρηματικός ανταγωνισμός δεν θα γίνεται σε επίπεδο επιχειρήσεων αλλά σε επίπεδο εφοδιαστικής αλυσίδας καθώς το e-business και η τεχνολογία της πληροφορικής θα αλλάζουν δραστικά τις απαιτήσεις και τους κανόνες του επιχειρείν.

Με τον όρο εφοδιαστική αλυσίδα εννοούμε όχι μόνο τη ροή των υλικών από τον προμηθευτή ή τον κατασκευαστή μέχρι τον καταναλωτή, αλλά παράλληλα και τη ροή πληροφοριών μεταξύ των μελών της ίδιας αλυσίδας. Η διαχείρισή της γίνεται σε δυο επίπεδα:

1. Επίπεδο προγραμματισμού: στο επίπεδο αυτό αναλύονται τα δεδομένα προμηθειών, αναλώσεων παραγωγής, αποθεματοποίησης και πωλήσεων, γίνονται προβλέψεις και πλάνα πάνω στα οποία βασίζεται ο προγραμματισμός.
2. Επίπεδο εκτέλεσης: στο στάδιο αυτό εκτελείται το πλάνο που έχει καθοριστεί στο επίπεδο του προγραμματισμού και παρακολουθείται η εξέλιξή του βάσει των δεδομένων και πληροφοριών που συλλέγονται από όλο το εύρος της εφοδιαστικής αλυσίδας.

Η εφοδιαστική αλυσίδα αποτελεί ένα βασικό συντελεστή για την εφαρμογή του μάνατζμεντ. Ασχολείται με το σχεδιασμό και την υλοποίηση των αποφάσεων και της στρατηγικής ενός οργανισμού, λαμβάνοντας υπόψη μοντέλα και τεχνικές λήψης αποφάσεων, τη σύγχρονη τεχνολογία της πληροφορικής και των επικοινωνιών και το επιχειρησιακό περιβάλλον.

Προϋποθέτει λοιπόν μια σφαιρική αντιμετώπιση όπου, προκειμένου να ληφθεί και να υλοποιηθεί με επιτυχία μια περίπλοκη απόφαση λαμβάνονται υπόψη και καλλιεργούνται οι απαιτούμενες προϋποθέσεις όπως το οργανωσιακό κλίμα, οι ανθρώπινες/διοικητικές ικανότητες, η ύπαρξη και οργάνωση του πληροφοριακού συστήματος και δεδομένων κ.α. Η ολοκληρωμένη μεθοδολογία της εφοδιαστικής αλυσίδας που ακολουθείται σε κάθε εφαρμογή συμπεριλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

1. Εντοπισμός του προβλήματος και εφαρμογή μεθόδων ανάλυσης για την οριοθέτηση των συστατικών του ή των παραγόντων που ν επηρεάζουν και τον προσδιορισμό των στρατηγικών-επιχειρησιακών στόχων και των περιορισμών που το διέπουν.
2. Μαθηματική (πχ γραμμές αναμονής) ή συστημική (πχ προσομοίωση ή μοντελοποίηση επιχειρησιακών διαδικασιών) προτυποποίηση για την ορθολογιστική απεικόνιση του προβλήματος.
3. Ανάπτυξη (ή επιλογή υπαρχόντων) τεχνικών επίλυσης των προβλημάτων μέσω μαθηματικού προγραμματισμού, ευρετικών αλγορίθμων ή άλλων υπολογιστικών μεθόδων ώστε να είναι δυνατή η σύγκλιση σε μια εφικτή ή βέλτιστη λύση.
4. Υλοποίηση των τεχνικών επίλυσης σε κατάλληλη πλατφόρμα που εξαρτάται από την πληροφοριακή δομή της αντίστοιχης εταιρείας, την ύπαρξη πακέτων λογισμικού και τις ανάγκες για αποτελεσματικότητα και ταχύτητα στην εξεύρεση λύσεων.
5. Σχεδιασμός και σύνθεση των υποστηρικτικών πληροφοριακών συστημάτων που ενσωματώνουν τις τεχνικές επίλυσης και επιτρέπουν την διεπαφή των μάνατζερ που πρέπει να λαμβάνουν τις αποφάσεις και των συστημάτων που περιέχουν τα δεδομένα και τις αλγοριθμικές προσεγγίσεις.

Τα επιχειρησιακά προβλήματα καλύπτουν μεγάλο φάσμα δραστηριοτήτων των σύγχρονων εταιρειών, πχ χρηματοοικονομική διοίκηση, μάρκετινγκ, και πωλήσεις, μεταφορές, πληροφορική και ανθρώπινοι πόροι.

Μια εφοδιαστική αλυσίδα αποτελείται από όλα τα στάδια που εμπλέκονται έμμεσα ή άμεσα στην ικανοποίηση των απαιτήσεων του πελάτη. Συνεπώς η εφοδιαστική αλυσίδα αποτελείται από κατασκευαστές και προμηθευτές, από χώρους αποθήκευσης, κέντρα διανομών, μεταφορείς, πωλητές λιανικής, πελάτες, αλλά και από τις πρώτες ύλες, αποθέματα κατά τη διαδικασία της παραγωγής και έτοιμα προϊόντα που ρέουν μεταξύ αυτών των σημείων.

Η ικανοποίηση των πελατών συνεπάγεται ότι η ανάπτυξη νέων προϊόντων, η προβολή των προϊόντων στην αγορά, η χρηματοδότηση, η εξυπηρέτηση πελατών κ.α. αποτελούν επίσης συστατικά στοιχεία της εφοδιαστικής αλυσίδας.

Η εφοδιαστική αλυσίδα είναι δυναμική και εμπλέκει τη ροή προϊόντων, πληροφοριών και κεφαλαίων μεταξύ των διαφόρων σταδίων. Κάθε στάδιο της αλυσίδας εκτελεί διαφορετικές διαδικασίες και αλληλεπιδρά με τα άλλα στάδια της αλυσίδας.

Κάθε στάδιο της αλυσίδας δεν είναι κατ' ανάγκη παρόν σε όλες τις εφοδιαστικές αλυσίδες. Ο κατάλληλος σχεδιασμός της εφοδιαστικής αλυσίδας εξαρτάται τόσο από τις απαιτήσεις των πελατών όσο και από το ρόλο που διάφορα στάδια διαδραματίζουν στην ικανοποίηση αυτών των απαιτήσεων. Σε ορισμένες αλυσίδες είναι αναγκαίο να ληφθούν υπόψη οι προμηθευτές των προμηθευτών και οι πελάτες των πελατών. Σε άλλες, όπως στην παραγωγή υπολογιστών, δεν υπάρχει παρουσία πωλητών ολικής και λιανικής ή διανομέων καθώς η παραγγελία του ίδιου πελάτη θέτει σε λειτουργία τη διαδικασία παραγωγής.

Είναι εμφανές ότι η εφοδιαστική αλυσίδα λαμβάνει υπ' όψιν της όλα τα έξοδα που δημιουργούνται στα διάφορα στάδια καθώς και την αλληλεπίδραση των διαφόρων σταδίων. Παρατηρούμε ότι σε κάθε εφοδιαστική αλυσίδα υπάρχει μόνο μια πηγή εσόδων: ο πελάτης. Από την άλλη πλευρά, όλες οι ροές πληροφοριών, προϊόντων ή κεφαλαίων δημιουργούν δαπάνες. Υπολογίζεται ότι σε πολλές περιπτώσεις το κόστος της ροής των υλικών μέσω της αλυσίδας πλησιάζει το 75% του ολικού προϋπολογισμού.

Τρία είναι κυρίως τα εν χρήσει κριτήρια για την απόδοση της εφοδιαστικής αλυσίδας:

1. Το ολικό κόστος
2. Το ολικό κέρδος
3. Ο χρονικός κύκλος

Ο βασικός σκοπός της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι να μεγιστοποιήσει την ολική αξία, όπου η αξία αναφέρεται στην διαφορά μεταξύ του τι αξίζει το τελικό προϊόν για τον πελάτη και την προσπάθεια που καταβλήθηκε από την εφοδιαστική αλυσίδα για να ικανοποιήσει την απαίτηση του πελάτη. Συνεπώς ο σκοπός της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι να την

καταστήσει εφικτή και αποτελεσματική ως προς το κόστος καθ' όλο το μήκος του συστήματος, δηλαδή το **ολικό κόστος** που προέρχεται από τις μεταφορές, τη διανομή κτλ πρέπει να ελαχιστοποιηθεί. Έπεται ότι η έμφαση της διαχείρισης είναι όχι στην ελαχιστοποίηση του κόστους αποθεμάτων ή ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφορών αλλά στο να ληφθεί υπ' όψιν σε όλο το σύστημα. Με άλλα λόγια η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας βασίζεται σε μια συνολική προσέγγιση του συστήματος και όχι σε ξεχωριστή διαχείριση των επιμέρους στοιχείων του συστήματος. Η συνολική προσέγγιση του συστήματος προϋποθέτει την κατανόηση της κάθε δραστηριότητας και λειτουργίας που λαμβάνει χώρα στην εφοδιαστική αλυσίδα σε σχέση με την αλληλεπίδρασή της με άλλα στοιχεία της αλυσίδας.

Παρομοίως, το **ολικό κέρδος** της εφοδιαστικής αλυσίδας αναφέρεται στο κέρδος που πρέπει να διανεμηθεί κατά μήκος της αλυσίδας. Και πάλι η απόδοσή της δεν πρέπει να μετρηθεί με τα επιμέρους κέρδη των μεμονωμένων στοιχείων της. Συνεπώς ο σκοπός της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας εμπεριέχει τη διαχείριση των ροών μεταξύ των σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας για τη μεγιστοποίηση του ολικού κέρδους.

Ο **χρονικός κύκλος** είναι ο ολικός χρόνος που απαιτείται για να ολοκληρωθεί η ολική διαδικασία από τις πρώτες ύλες στο έτοιμο προϊόν στον πελάτη. Υπολογίζεται ότι γενικά μόνο το 5% του κύκλου χρησιμοποιείται για την εκτέλεση της πραγματικής διαδικασίας. Η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας θα πρέπει να αποσκοπεί στην βελτίωση αυτής της απόδοσης.

Η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας απαιτεί την λήψη αποφάσεων που αφορούν τη ροή υλικών και αγαθών, πληροφοριών και κεφαλαίων. Οι αποφάσεις αυτές αφορούν μια σειρά από δραστηριότητες και επιχειρηματικές στρατηγικές επιλογές.

Ενδεικτικά θα αναφερθούν μερικές από αυτές τις επιμέρους δραστηριότητες.

- Εξυπηρέτηση πελατών
- Ανταλλακτικά και υπηρεσίες μετά την πώληση
- Συσκευασία
- Δημοσιεύσεις
- Τροφοδοσία

- Διαχείριση υλικού
- Διαχείριση αποθηκών και κέντρων διανομών
- Διαχείριση επιστρεφόντων προϊόντων
- Αντίστροφη εφοδιαστική
- Πρόβλεψη ζήτησης
- Διαχείριση αποθεμάτων
- Μεταφορές και διανομές
- Επικοινωνία και τεχνολογία επικοινωνίας
- Επεξεργασία παραγγελιών και τεχνολογία πληροφορικής
- Εκπαίδευση προσωπικού
- Εφοδιαστική τρίτου
- Συγκέντρωση και κεντροποίηση
- Παγκοσμιοποιημένη εφοδιαστική

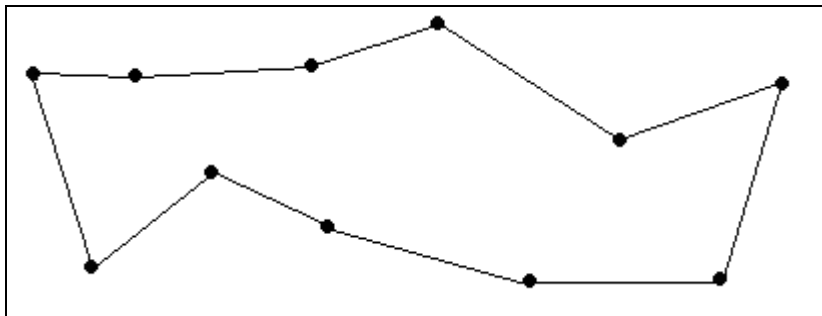
Κεφάλαιο 2

Μεταφορές και Διανομή

2.1 Πρόβλημα πλανόδιου πωλητή

2.1.1 Εισαγωγή στο Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή

Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (traveling salesman problem – TSP) αφορά την εύρεση της συντομότερης (σε χρόνο, απόσταση ή άλλο κόστος) διαδρομής για ένα όχημα (ή πωλητή) με αφετηρία κάποιο σημείο, πχ ένα κέντρο διανομής και επιστροφή στο ίδιο σημείο αφού επισκεφθεί έναν σταθερό αριθμό πελατών ακριβώς μια φορά τον καθένα. Η αντίληψη που έχουμε επομένως για αυτήν την διαδρομή είναι ένας κύκλος που διέρχεται από τους κόμβους που αντιστοιχούν στο σημείο αφετηρίας και στους πελάτες ακριβώς μια φορά όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



2.1.2 Μαθηματική Μοντελοποίηση του Προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή

Για τη διαμόρφωση ενός μαθηματικού προτύπου υποθέτουμε ότι οι κόμβοι ανήκουν σε ένα μη-διατεταγμένο γράφημα που είναι πλήρες. Ας είναι $i=2, \dots, n$ οι κόμβοι των πελατών και $i=1$ ο κόμβος της αφετηρίας. Από την υπόθεση, κάθε μη-διατεταγμένο ζεύγος $\{i,j\}$ με $i \neq j$, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, n$, αντιστοιχεί σε ένα σύνδεσμο ή ακμή του γραφήματος. Σε κάθε τέτοιο σύνδεσμο αντιστοιχίζουμε ένα σταθμό c_{ij} που είναι ίσο με το κόστος (όπως και αν νοείται αυτό) της διαδρομής του οχήματος από το i στο j ή αντίστροφα. Επειδή ένας τέτοιος σύνδεσμος δεν αντιστοιχεί πάντοτε σε κάποιο φυσικό τμήμα δρόμου θα υποθέσουμε ότι τα σταθμά έχουν

υπολογιστεί έτσι ώστε να αντιστοιχούν στη διαδρομή ελαχίστου κόστους μεταξύ των δυο κόμβων, οπότε ικανοποιούν τις δυο συνθήκες που ακολουθούν:

1. συμμετρία: $c_{ij}=c_{ji}$, $i \neq j$, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, n$
2. τριγωνική ανισότητα: $c_{ij} \leq c_{ik} + c_{kj}$, $i \neq j \neq k$, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, n$, $k=1, \dots, n$

οι οποίες υπό αυτές τις συνθήκες είναι φυσιολογικές, καθώς η μεν πρώτη απεξαρτεί το κόστος του απευθείας ταξιδιού μεταξύ i και j από την κατεύθυνση, ενώ η δεύτερη διατυπώνει ότι ο συντομότερος δρόμος μεταξύ δυο σημείων είναι ο απευθείας.

Αν ορίσουμε τις δυαδικές μεταβλητές

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{εάν το όχημα κάνει χρήση του συνδέσμου } \{i,j\} \\ 0, & \text{αλλιώς, για κάθε } i, j \text{ όπου } i \neq j \end{cases}$$

Τότε το πρότυπο διαμορφώνεται ως εξής:

$$\text{MIN} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, i \neq j}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{υπό} \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = 2, \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in C'} x_{ij} \geq 1, \text{ για κάθε } C \in \{1, \dots, n\}, C \neq \emptyset \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \text{ για κάθε } i, j \text{ όπου } i \neq j \quad (4)$$

Οι περιορισμοί (2) επιβάλλουν στη λύση να έχει δυο συνδέσμους σε κάθε κόμβο έτσι ώστε το όχημα να εισέλθει κατά μήκος του ενός και να εξέλθει κατά μήκος του άλλου.

Οι περιορισμοί (3) αποβλέπουν στην εξάλειψη κυκλικών διαδρομών (υποκύκλων) που δεν διέρχονται απ' όλους τους κόμβους απαιτώντας από κάθε εν δυνάμει υποκύκλο, που αντιπροσωπεύεται από ένα κατάλληλο μη κενό υποσύνολο C των κόμβων, να διαθέτει στην λύση τουλάχιστον ένα σύνδεσμο που οδηγεί στο συμπληρωματικό του υποσύνολο $C' = \{1, \dots, n\} \setminus C$

2.1.3 Επεκτάσεις του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή

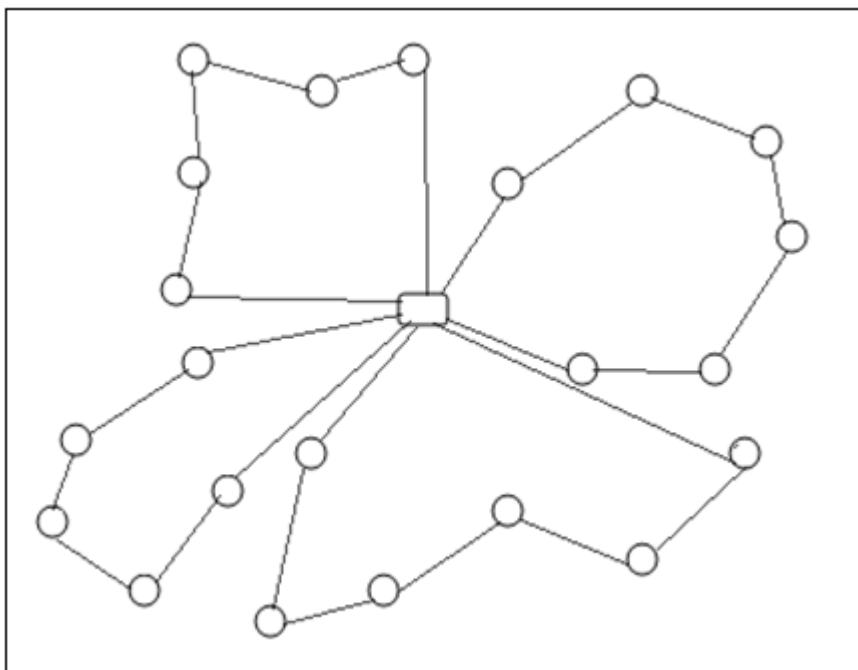
Αξίζει εδώ να αναφερθούν επιγραμματικά ορισμένες σημαντικές επεκτάσεις του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή:

1. Το χρονικώς εξαρτώμενο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (time dependent TSP)
2. Το εκτεταμένο χρονικού ορίζοντα πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (period TSP)
3. Μετακινούμενου στόχου πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (moving target TSP)
4. Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή με χρήση χρονικών περιθωρίων (TSP with time windows)
5. Το πρόβλημα της επικάλυψης χώρου από τον πωλητή (covering salesman TSP)
6. Το πρόβλημα της ταξινομημένης ομαδοποίησης του πλανόδιου πωλητή (ordered cluster TSP)
7. Το μαύρο και λευκό πρόβλημα του περιπλανώμενου πωλητή (the black and white TSP)
8. Το περιορισμένων πόρων πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (resource constrained TSP)
9. Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή μέγιστου κόστους (the maximum TSP)
10. Το πολλαπλό πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (the multiple TSP)
11. Το στοχαστικό πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (the stochastic TSP)

2.2 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων

2.2.1 Εισαγωγή στο Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (vehicle routing problem ή πιο απλά VRP) είναι στην ουσία επέκταση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή στις περιπτώσεις όπου ένα μόνο όχημα δεν είναι δυνατόν να επισκεφτεί όλους τους πελάτες. Σε αυτήν την περίπτωση αναζητούνται πολλαπλοί υποκύκλοι (κυκλικές διαδρομές), όλοι με αρχή και τέλος το ίδιο σημείο αφετηρίας, όπου έκαστος επισκέπτεται ένα υποσύνολο πελατών και όπου όλοι οι πελάτες καλύπτονται από το σύνολο των υποκύκλων, χωρίς κάποιος πελάτης να καλύπτεται από περισσότερους του ενός υποκύκλους.



Οι λόγοι για τους οποίους ένα όχημα αδυνατεί να εξυπηρετήσει όλους τους πελάτες μπορεί να είναι πολλοί, πχ η συνολική ζήτηση των πελατών να υπερβαίνει τη δυναμικότητα του οχήματος, η ζήτηση πρέπει να ικανοποιηθεί μέσα σε ορισμένα χρονικά όρια που είναι αδύνατον να επιτευχθούν από ένα μόνο όχημα, η ζήτηση διαφόρων πελατών αφορά διαφορετικά προϊόντα και αυτά δεν μπορούν να αναμειχθούν κ.α.

Οι στόχοι που τίθενται στην περίπτωση επίλυσης του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων είναι οι ακόλουθοι:

- Η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μεταφοράς των προϊόντων, το οποίο εξαρτάται από τη συνολική διανυθείσα απόσταση ή από το συνολικό χρόνο που απαιτείται για τη μεταφορά των προϊόντων, και του πάγιου κόστους το οποίο σχετίζεται με τον αριθμό των οχημάτων και των οδηγών που θα χρησιμοποιηθούν για τη μοντελοποίηση του προβλήματος.

- Η ελαχιστοποίηση του αριθμού των οχημάτων ή των οδηγών που απαιτούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών.
- Η ισορροπία μεταξύ των διαδρομών που θα προκύψουν στο τελικό μοντέλο σχετικά με τις ώρες που απαιτούνται για να διανυθούν αυτές οι μεταξύ των φορτίων που αντιστοιχούν σε κάθε διαδρομή.
- Η ελαχιστοποίηση των ποινών που αφορούν μερική ικανοποίηση των πελατών.

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε οποιονδήποτε συνδυασμό των παραπάνω στόχων, στον οποίο η σημαντικότητα του καθενός στόχου ορίζεται με τη χρήση βαρών.

2.2.2 Μαθηματική Μοντελοποίηση του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων

Η μαθηματική αναπαράσταση – προτυποποίηση για το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων δίνεται παρακάτω. Σημειώνουμε ότι αυτή δεν είναι η μοναδική, καθώς κατά καιρούς έχουν δοθεί πολλές και διαφορετικές.

Για τη μοντελοποίηση που πραγματοποιήθηκε η επεξήγηση των περιορισμών είναι αυτή που ακολουθεί:

$$MIN \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m c_{ij} x_{ijk}$$

υπό

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m x_{1jk} = m \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ijk} d_i \leq Q \text{ για κάθε } k \in 1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m x_{ijk} = 1 \text{ για κάθε } i = 2, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ijk} - \sum_{j=1}^n x_{jlk} = 0 \text{ για κάθε } i \in 1, \dots, n \text{ και για κάθε } k \in 1, \dots, m \quad (4)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \text{ για κάθε } k \in 1, \dots, m \text{ και για κάθε } S \in 2^{V \setminus \{1\}} \quad (5)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \text{ για κάθε } k \in 1, \dots, m \text{ και για κάθε } i \in 1, \dots, n \quad (6)$$

Ο περιορισμός (1) εκφράζει ότι από την αποθήκη φεύγουν m οχήματα. Ο περιορισμός (2) δηλώνει ότι όλα τα οχήματα έχουν ίση χωρητικότητα Q . Οι (3), (4) δηλώνουν ότι κάθε κόμβος επισκέπτεται μόνο μια φορά και ότι το όχημα που εισέρχεται σε έναν κόμβο είναι το ίδιο με αυτό που εξέρχεται από αυτόν. Ο περιορισμός (5) αφαιρεί κάθε φορά μία διαδρομή που ολοκληρώνεται - δεδομένου ότι το πλήθος των υποδιαδρομών είναι $2V \setminus \{1\}$ - και ο περιορισμός (6) μας δείχνει ότι όλες οι μεταβλητές απόφασης είναι δυαδικές (0 ή 1). Αν το όχημα k πάει στον κόμβο j αμέσως μετά τον κόμβο i τότε παίρνει την τιμή 1, αλλιώς γίνεται 0.

2.2.3 Επεκτάσεις του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων

Ορισμένες παραλλαγές του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων είναι οι ακόλουθες:

1. Περιορισμένης χωρητικότητας πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων
2. Δρομολόγηση οχημάτων για την εξυπηρέτηση πελατών μέσα σε δεδομένα χρονικά περιθώρια
3. Δρομολόγηση οχημάτων με ύπαρξη πολλαπλών αποθηκών
4. Δρομολόγηση οχημάτων με δυο είδη πελατών κατά τη διάρκεια της διαδρομής
5. Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με διανομή και παραλαβή προϊόντων κατά τη διάρκεια της διαδρομής
6. Στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων
7. Προγραμματισμός οχημάτων
8. Πρόβλημα δρομολόγησης τόξων

Κεφάλαιο 3

Απλοί ευρετικοί αλγόριθμοι

3.1 Εισαγωγή

Η επίλυση ενός προβλήματος συνδυαστικής βελτιστοποίησης γίνεται ολοένα και δυσκολότερη όσο αυξάνει το μέγεθος του προβλήματος και πολλές φορές το να προσπαθούμε να βρούμε την ολικά βέλτιστη λύση είναι πρακτικά αδύνατο. Για να επιλύσουμε προβλήματα αυτής της μορφής συχνά καταφεύγουμε σε διαφορετικές τεχνικές που μας οδηγούν σε μια σχεδόν βέλτιστη, αλλά ικανοποιητική λύση.

Για κάποιο πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης δεν υπάρχει μονάχα ένας ευρετικός αλγόριθμος που να δίνει τη βέλτιστη λύση αλλά έχουν αναπτυχθεί αρκετοί αλγόριθμοι οι οποίοι συγκρινόμενοι μεταξύ τους μας οδηγούν σε ολοένα και καλύτερες λύσεις.

Υπάρχουν διάφορες κατηγορίες ευρετικών αλγορίθμων και η κάθε μια έχει κάποια ιδιαίτερα χαρακτηριστικά. Οι κατηγορίες των αλγορίθμων είναι:

1. Προσεγγιστικοί Αλγόριθμοι
2. Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης
3. Αλγόριθμοι Απληστίας

3.2 Προσεγγιστικοί αλγόριθμοι

Οι προσεγγιστικοί αλγόριθμοι προσπαθούν να λύσουν το πρόβλημα χρησιμοποιώντας επιπλέον πληροφορία. Ένας προσεγγιστικός αλγόριθμος είναι αναγκαστικά πολυωνυμικός και εκτιμάται από τη χειρότερη περίπτωση του πιθανώς σχετικού λάθους σε όλα τα πιθανά παραδείγματα του προβλήματος.

3.3 Αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης

3.3.1 Γνωριμία με τους Αλγορίθμους Τοπικής Αναζήτησης

Η ιδέα πάνω στην οποία βασίζονται οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης είναι πάρα πολύ απλή. Εφαρμόζεται αναζήτηση σε μια γειτονιά κόμβων προκειμένου να βρεθεί κάποια λύση με κόστος μικρότερο από αυτό που έχουμε αυτή τη στιγμή. Για όσο χρονικό διάστημα μια καλύτερη λύση υπάρχει, αντικαθιστούμε την υπάρχουσα και συνεχίζουμε την αναζήτηση μέχρι το σημείο που θα βρούμε κάποιο τοπικό ελάχιστο και η λύση που έχουμε δε βελτιώνεται παραπάνω.

Ένα πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό της τοπικής αναζήτησης είναι ότι μπορεί να εκτελείται από πολλά διαφορετικά αρχικά σημεία και να επιλέγεται το καλύτερο σαν βέλτιστη λύση. Σε αυτές τις περιπτώσεις μια άλλη απόφαση που πρέπει να παρθεί είναι πόσα θα είναι τα αρχικά σημεία που θα επιλέξουμε. Το επόμενο πρόβλημα που πρέπει να επιλυθεί για να είμαστε σε θέση να πούμε ότι η τοπική αναζήτηση που εφαρμόζουμε οδηγεί σε ικανοποιητικά αποτελέσματα είναι το ότι θα πρέπει να γίνει σωστή επιλογή της γειτονιάς που θα πραγματοποιηθεί η αναζήτηση.

Τέλος το σημαντικότερο ίσως στοιχείο για την επιτυχία της διαδικασίας είναι η επιλογή της μεθόδου που θα χρησιμοποιηθεί για την αναζήτηση. Οι σημαντικότερες από αυτές τις μεθόδους είναι η μέθοδος 2-opt, 3-opt, ο αλγόριθμος των Lin-Kernighan, η περιορισμένη αναζήτηση. Στους αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης ανήκουν και οι Ejection Chain Algorithms που χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο στην παρούσα διπλωματική.

Τα σημαντικότερα προβλήματα που πρέπει να αντιμετωπιστούν κατά τη διάρκεια της φάσης σχεδίασης ενός αλγορίθμου τοπικής αναζήτησης είναι:

1. Η επιλογή της γειτονιάς, που σχετίζεται με την ανησυχία ου υπάρχει για το αν είναι εφικτή η λύση ή όχι
2. Η ποιότητα της αρχικής λύσης. Είναι ένα πάρα πολύ σημαντικό στοιχείο γιατί όσο καλύτερη είναι η αρχική λύση τόσο περισσότερες πιθανότητες υπάρχουν να οδηγηθούμε ευκολότερα και γρηγορότερα σε βελτίωση της λύσης με χρήση τοπικής αναζήτησης.

3. Η μέθοδος που θα χρησιμοποιηθεί για να βελτιώσει την αρχική λύση.

3.3.2 Παρουσίαση του Ejection Chain Algorithm

Ο αλγόριθμος Ejection Chain ανήκει στην κατηγορία των αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης. Οι διαδικασίες που πραγματοποιούνται κατά τη διάρκεια λειτουργίας του συγκεκριμένου αλγορίθμου βασίζονται στην πραγματοποίηση μαζεμένων αλλαγών σε μια ομάδα στοιχείων, «γειτονιά», της αρχικής λύσης με μια μόνο επανάληψη του αλγορίθμου τοπικής αναζήτησης. Υπεύθυνη για την καθοδήγηση αυτής της διαδικασίας είναι η εκάστοτε δομή του Ejection Chain που χρησιμοποιείται κάθε φορά και καθορίζει τις αλλαγές που είναι δυνατόν να πραγματοποιηθούν σύμφωνα με τον αλγόριθμο της τοπικής αναζήτησης.

Σύμφωνα με το λόγια του Glover : οι ejection chain διαδικασίες βασίζονται στην παραγωγή σύνθετων ακολουθιών που οδηγούν από τη μια λύση σε άλλη μέσω διαδοχικών βημάτων. Στα βήματα αυτά πραγματοποιούνται αλλαγές σε επιλεγμένα στοιχεία που οδηγούν με τη σειρά τους άλλα στοιχεία σε εκτίναξη (ejection) της αρχικής τους κατάστασης, θέσης ή αξίας.

Οι ejection chain διαδικασίες έχουν μια βασική διαφορά σε σχέση με άλλους αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης όπως ο αλγόριθμος των Lin-Kernighan. Οι διαδικασίες αυτές δεν παράγουν εφικτές λύσεις παρά μόνο κάποιες δοκιμαστικές τις οποίες στη συνέχεια μετατρέπουν σε εφικτές με τη βοήθεια της εκάστοτε δομής του Ejection Chain που χρησιμοποιείται, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω.

Δυο από τις βασικές δομές των Ejection Chain Algorithms είναι το “Steam and Cycle (S&C)” και το “Double Rooted (DR)”, οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διπλωματική εργασία και περιγράφονται στη συνέχεια.

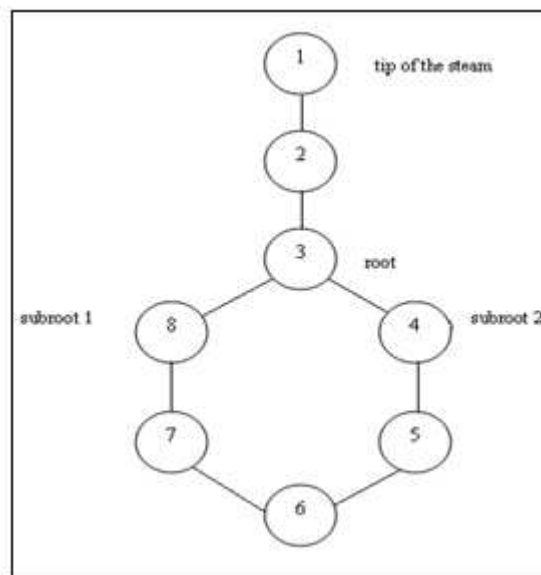
3.3.2.1 Δομή Steam and Cycle (S&C)

Η δομή Steam and Cycle είναι ένα συνεχώς μεταβαλλόμενο γράφημα που αποτελείται από έναν απλό κύκλο από κόμβους (cycle) ο οποίος ενώνεται με ένα ευθύ μονοπάτι κόμβων (steam). Ο κόμβος που αναπαριστά την ένωση του κύκλου με το μονοπάτι ονομάζεται ρίζα

(root), ενώ οι δυο κόμβοι του κύκλου ανάμεσα στους οποίους βρίσκεται η ρίζα ονομάζονται υπορίζες του γραφήματος (sub roots).

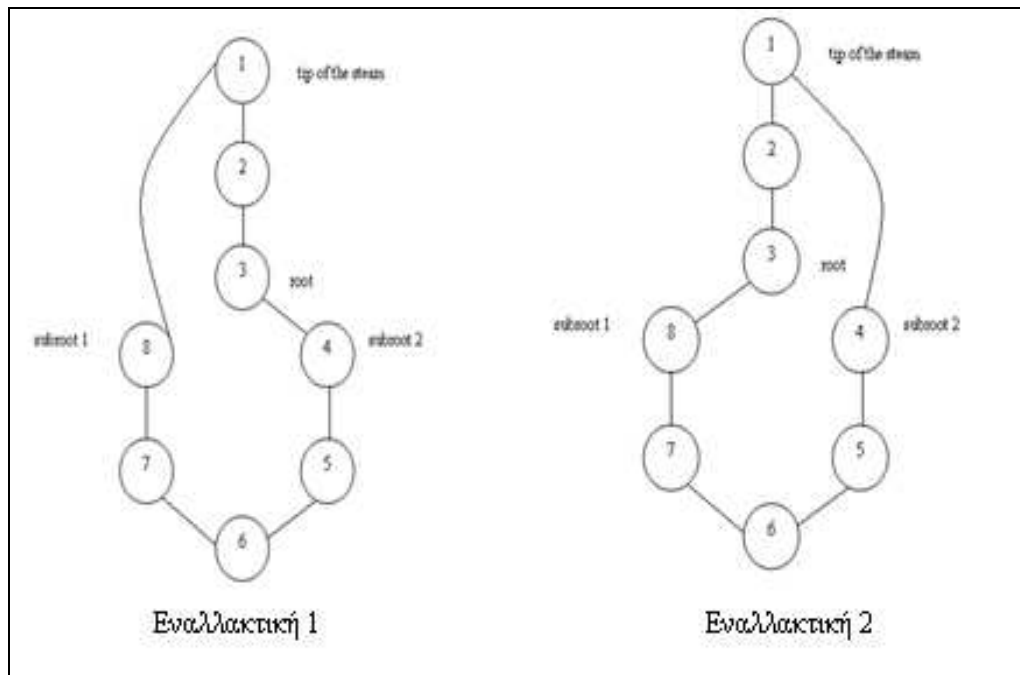
Τέλος, ο κόμβος που βρίσκεται στην κορυφή του μονοπατιού ονομάζεται κορυφή ή αλλιώς “tip of the stem”.

Μια σχηματική απεικόνιση της περιγραφείσας δομής φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Το γράφημα σε αυτήν την μορφή δίνει τη δυνατότητα να εξεταστούν δυο δοκιμαστικές λύσεις. Αυτές προκύπτουν αν ενωθεί το tip με ένα από τα δυο sub roots και διαγραφεί το τόξο που ενώνει το αντίστοιχο sub root με το root.

Κάθε μια από τις δυο εναλλακτικές είναι εφικτή λύση και επιλέγεται εκείνη που ελαττώνει περισσότερο το κόστος της προηγούμενης λύσης.



Αξίζει να σημειωθεί ότι η επιλογή τόσο του κόμβου που θα γίνει tip όσο και του root γίνεται τυχαία.

Όσο το κόστος μειώνεται, επιλέγονται καινούργια tip και root. Αν καμία από τις εναλλακτικές δεν βελτιώνει το κόστος της υπάρχουσας λύσης τότε δημιουργείται ένας καινούργιος κύκλος και ένα καινούργιο μονοπάτι επιλέγοντας τυχαία κάποιον κόμβο για root. Αν για κάποιο αριθμό επαναλήψεων το κόστος δε βελτιώνεται επιλέγονται καινούργια tip και root ταυτόχρονα.

Ο αλγόριθμος ολοκληρώνεται όταν για έναν αρκετά μεγάλο αριθμό αλληπαλλήλων επαναλήψεων (που προκύπτει συνήθως συναρτήσει του πλήθους των κόμβων) δεν παρουσιαστεί καμία βελτίωση του κόστους.

Για την καλύτερη κατανόηση της παραπάνω διαδικασίας ακολουθεί ένας ψευδοκώδικας του αλγορίθμου που περιγράφηκε παραπάνω.

Δημιουργία αρχικής λύσης
 Υπολογισμός αρχικού κόστους
 Επιλογή tip και root
 Όσο δεν έχει επιτευχθεί ο μέγιστος αριθμός ανεπιτυχών συνεχόμενων επαναλήψεων
 Εξέταση εναλλακτικών
 Όσο το κόστος συνεχίζει να βελτιώνεται
 Μηδενισμός μετρητών υπολογισμού ανεπιτυχών επαναλήψεων
 Επιλογή tip και root
 Εξέταση εναλλακτικών
 Τέλος επανάληψης
 Αν δεν παρουσιάζεται βελτίωση κόστους
 Αν ο αριθμός ανεπιτυχών επαναλήψεων βρίσκεται κάτω από ένα όριο
 Επιλογή νέου root
 Αλλιώς αν ο αριθμός ανεπιτυχών επαναλήψεων βρίσκεται πάνω από το όριο
 Επιλογή νέων tip και root
 Τέλος αν
 Τέλος αν
 Τέλος επανάληψης

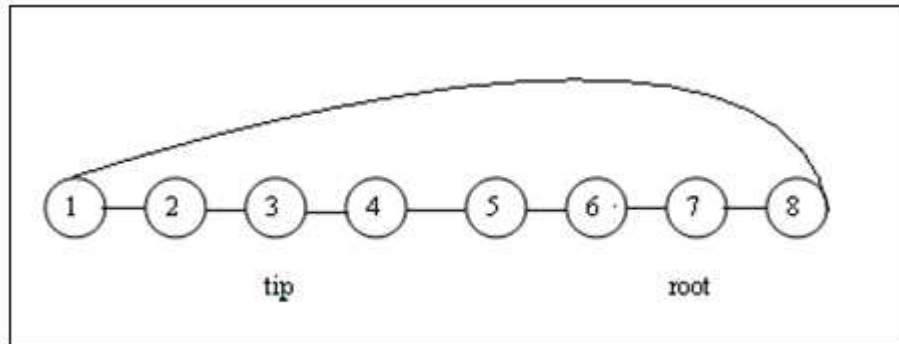
Με τη βοήθεια του παραπάνω αλγορίθμου θα παρουσιαστούν μερικά βήματα της δομής S&C γραφικά με σκοπό την πλήρη κατανόηση της μεθόδου.

Έστω ότι υπάρχουν $n=1,2, \dots, 8$ κόμβοι των οποίων οι αποστάσεις φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

	Κόμβος 1	Κόμβος 2	Κόμβος 3	Κόμβος 4	Κόμβος 5	Κόμβος 6	Κόμβος 7	Κόμβος 8
Κόμβος 1	0	13.8924	21.0238	32.5576	17.2047	14.1421	11.4018	26.4197
Κόμβος 2	13.8924	0	12.3693	19.2094	31.0644	22.2036	16.7631	22.8254
Κόμβος 3	21.0238	12.3693	0	15.2971	37.0135	21.0238	28.0713	34.9285
Κόμβος 4	32.5576	19.2094	15.2971	0	49.6790	36.0555	35.3553	35.0143
Κόμβος 5	17.2047	31.0644	37.0135	49.6790	0	20.3961	21.0238	37.1214
Κόμβος 6	14.1421	22.2036	21.0238	36.0555	20.3961	0	25.4951	40.2244
Κόμβος 7	11.4018	16.7631	28.0713	35.3553	21.0238	25.4951	0	16.4924
Κόμβος 8	26.4197	22.8254	34.9285	35.0143	37.1214	40.2244	16.4924	0

Για αρχική λύση την 1-2-3-4-5-6-7-8-1 το κόστος θα είναι: $\kappa = 180.0411$

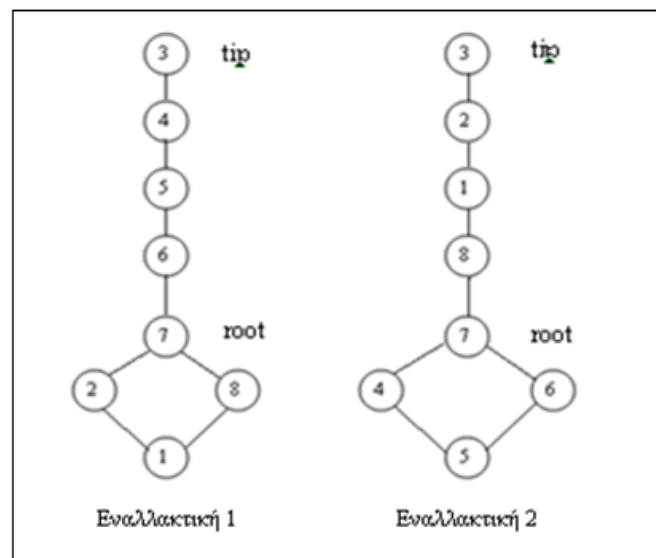
Επιλέγω τυχαία το tip στην 3^η τρίτη θέση του πίνακα της αρχικής λύσης και το root στην 7^η.



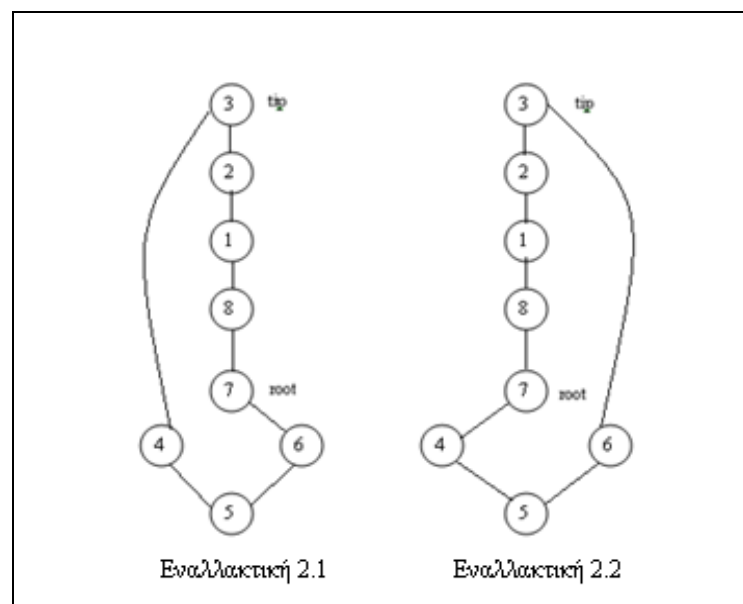
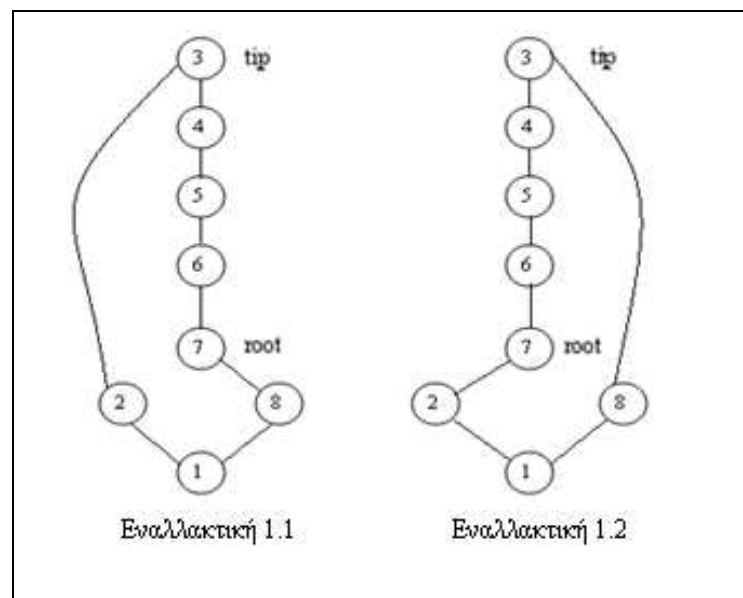
Στη συνέχεια το παραπάνω γράφημα θα έρθει σε μορφή παρόμοια με αυτή που παρουσιάστηκε κατά την περιγραφή της μεθόδου, δηλαδή το tip θα βρίσκεται στην κορυφή του μονοπατιού και το root θα είναι η ένωση του κύκλου με το μονοπάτι.

Επομένως το μονοπάτι θα αποτελείται από τους κόμβους 3-4-5-6 και ο κύκλος από τους κόμβους 7-8-1-2.

Λόγω όμως της συμμετρικότητας του πίνακα ($c_{ij}=c_{ji}$) θα υπάρχει και μια άλλη εναλλακτική για την οποία το μονοπάτι θα είναι οι κόμβοι 3-2-1-8 και ο κύκλος θα είναι η ακολουθία 7-6-5-4



Κάθε μια από τις παραπάνω μορφές του αρχικού πίνακα έχει με τη σειρά της δυο εναλλακτικές σύμφωνα με όσα περιγράφηκαν παραπάνω



Στη συνέχεια συγκρίνεται το κόστος κάθε εναλλακτικής και επιλέγεται η πιο συμφέρουσα:

Εναλλακτική 1.1: 180.0411

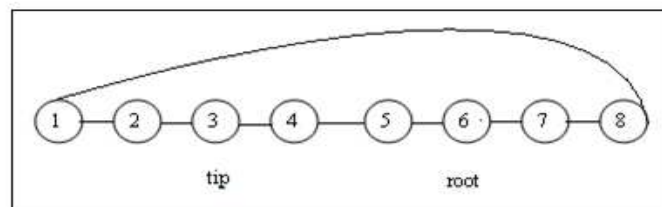
Εναλλακτική 1.2: 202.8709

Εναλλακτική 2.1: 180.0411

Εναλλακτική 2.2: 195.6281

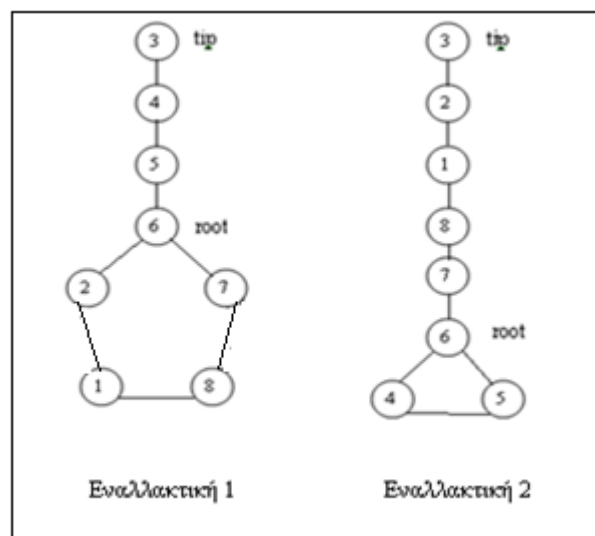
Παρατηρούμε ότι στην πρώτη επανάληψη δεν επήλθε καμία βελτίωση του κόστους σε σχέση με την αρχική λύση, οπότε αυξάνονται κατά μια μονάδα οι μετρητές συνεχόμενων ανεπιτυχών επαναλήψεων.

Η σειρά των κόμβων παραμένει ίδια με την αρχική (1-2-3-4-5-6-7-8-1), το tip βρίσκεται στην 3^η θέση του πίνακα και επιλέγεται τυχαία η νέα θέση του root, έστω η 6^η.

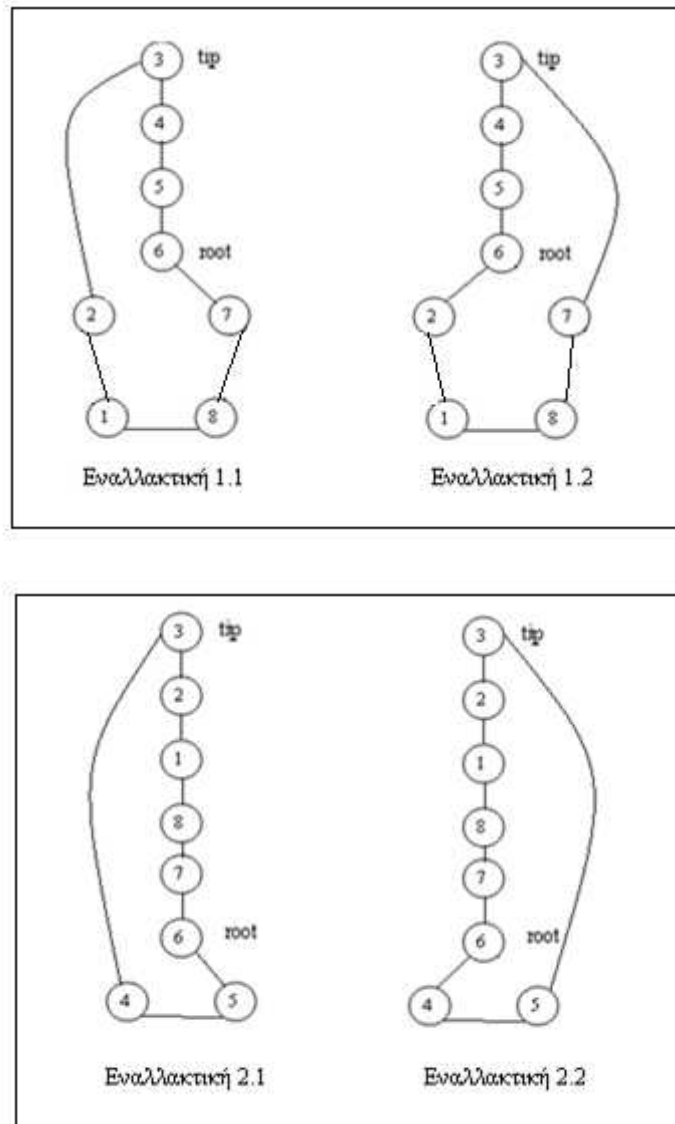


Η πρώτη εναλλακτική θα έχει μονοπάτι αποτελούμενο από τους κόμβους 3-4-5 και κύκλο που περιλαμβάνει τους 6-7-8-1-2

Αντίστοιχα για την εναλλακτική 2 θα έχουμε μονοπάτι: 3-2-1-8-7 και κύκλος: 6-5-4



Όμοια ακριβώς με παραπάνω έχω ακολουθήσω τις αντίστοιχες περιπτώσεις:



Στη συνέχεια συγκρίνεται το κόστος κάθε εναλλακτικής και επιλέγεται η πιο συμφέρουσα

Εναλλακτική 1.1: 180.0411

Εναλλακτική 1.2: 192.4516

Εναλλακτική 2.1: 180.0411

Εναλλακτική 2.2: 217.4170

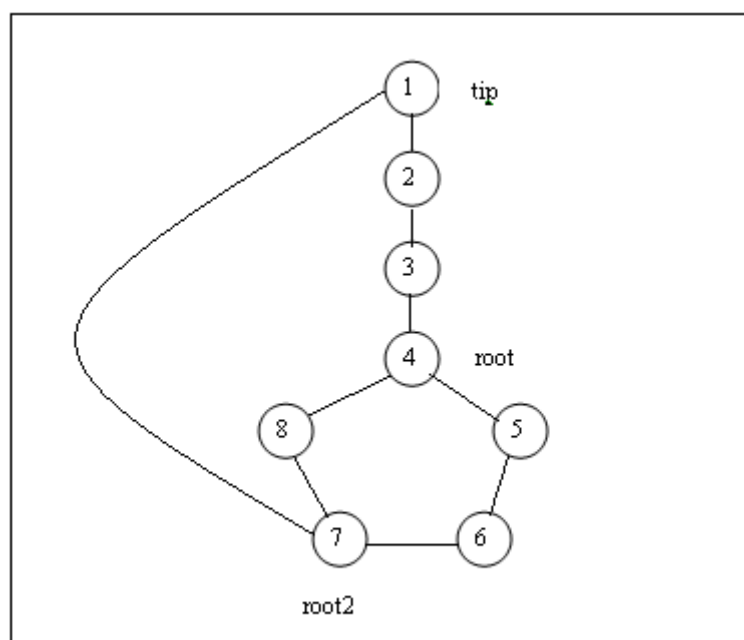
Ούτε σε αυτήν την επανάληψη βελτιώθηκε το κόστος σε σχέση με την αρχική λύση, επομένως παραμένει ίδια (1-2-3-4-5-6-7-8-1) οι μετρητές αυξάνονται κατά ένα, επιλέγεται καινούργιο root και επαναλαμβάνεται η παραπάνω διαδικασία.

Στις δυο επαναλήψεις που παρουσιάστηκαν αναλυτικά παραπάνω δεν είναι τυχαίο το γεγονός ότι οι εναλλακτικές 1.1 και 2.1 είχαν το ίδιο κόστος. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι δυο αυτές λύσεις δεν διαφέρουν σε τίποτα άλλο από τη σειρά με την οποία απεικονίζονται οι κόμβοι.

Για παράδειγμα η λύση 1-2-3-4-1 έχει ακριβώς ίδιο κόστος με την 4-3-2-1-4.

3.3.2.2 Δομή Doubly Rooted (DR)

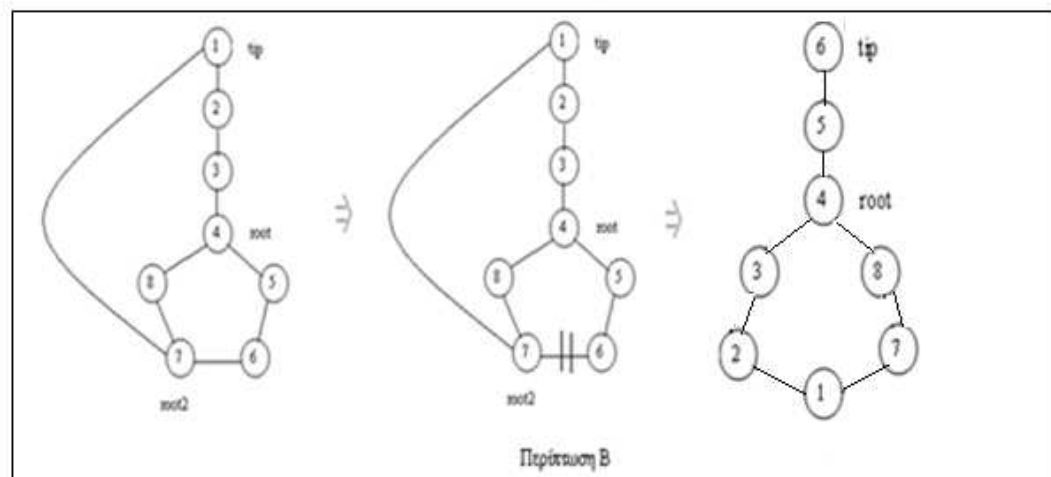
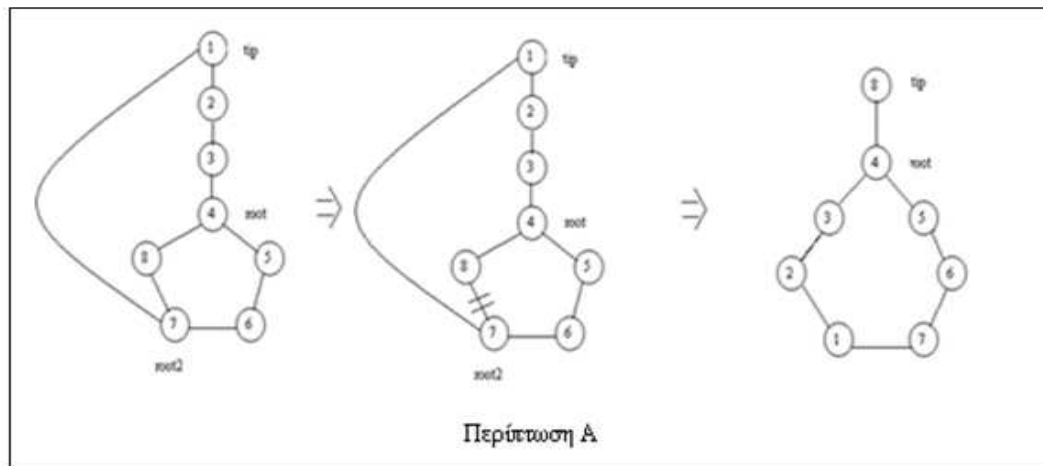
Η δομή Doubly Rooted μοιάζει πολύ με τη δομή S&C και μάλιστα προκύπτει από αυτήν αν προστεθεί ένα τόξο που ενώνει το tip με έναν τυχαίο κόμβο του κύκλου που ονομάζεται root2.



Ο Glover υποδεικνύει ότι η DR δομή έχει αρκετά πλεονεκτήματα έναντι της S&C δομής. Σημαντικότερο θεωρεί το γεγονός ότι η DR δομή μπορεί να αντιμετωπίσει και ασύμμετρα προβλήματα. Τέλος έχει τη δυνατότητα να προσεγγίσει κινήσεις που η δομή S&C δεν μπορεί.

Από το παραπάνω γράφημα που αποτελεί τη βασική μορφή της δομής DR προκύπτουν οι ακόλουθες περιπτώσεις:

- Διαγραφή του τόξου (7,8) και δημιουργία νέου μονοπατιού που αποτελείται από τον κόμβο 8 (tip) ενώ ο κύκλος αποτελείται από τους κόμβους 4-5-6-7-1-2-3
- Διαγραφή του τόξου (7,6) και δημιουργία νέου μονοπατιού αποτελούμενο από τους κόμβους 6-5. σε αυτήν την περίπτωση ο κόμβος 6 γίνεται το καινούργιο tip. Ο κύκλος θα αποτελείται από τους κόμβους 4-8-7-1-2-3



Και στις δυο περιπτώσεις παρατηρούμε ότι το root (κόμβος 4) διατηρείται σταθερός.

Από τις δυο περιπτώσεις επιλέγεται εκείνη που βελτιώνει περισσότερο το κόστος της ως αυτή τη στιγμή βέλτιστης λύσης. Στη συνέχεια για δεδομένα tip και root όπως φαίνονται από τα σχήματα εφαρμόζω το S&C.

Όπως έγινε με το S&C, έτσι και εδώ θα ακολουθήσει ψευδοκώδικας που περιγράφει την παραπάνω διαδικασία.

Έστω “ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ: S&C” που περιλαμβάνει τις εντολές προκειμένου να πραγματοποιηθεί μια μόνο επανάληψη του S&C

Δημιουργία αρχικής λύσης

Υπολογισμός αρχικού κόστους

Επιλογή tip, root, root2

Όσο δεν έχει επιτευχθεί ο μέγιστος αριθμός ανεπιτυχών συνεχόμενων επαναλήψεων

 Εξέταση εναλλακτικών

 Αν καλύτερη η A

 Κατασκευάζεται ο τελικός πίνακας

 Εύρεση νέου tip, root2

 Μηδενισμός μετρητών υπολογισμού ανεπιτυχών επαναλήψεων

 Αλλιώς αν καλύτερη η B

 Κατασκευάζεται ο τελικός πίνακας

 Εύρεση νέου tip, root2

 Μηδενισμός μετρητών υπολογισμού ανεπιτυχών επαναλήψεων

 Αλλιώς

 Εύρεση νέων tip, root, root2

 Αύξηση κατά ένα του μετρητή ανεπιτυχών επαναλήψεων

Τέλος αν

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ: S&C

Τέλος επανάληψης

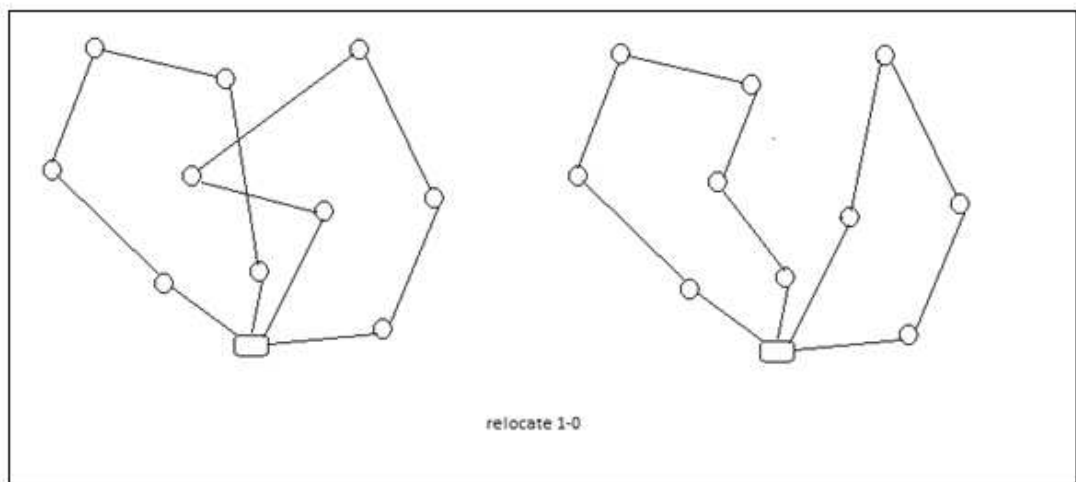
3.3.3 Αλγόριθμοι Ανάθεσης Πελατών σε Οχήματα

Στα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων υπάρχουν δυο είδη αποφάσεων, οι αποφάσεις δρομολόγησης των οχημάτων και οι αποφάσεις ανάθεσης πελατών σε οχήματα. Οι αλγόριθμοι

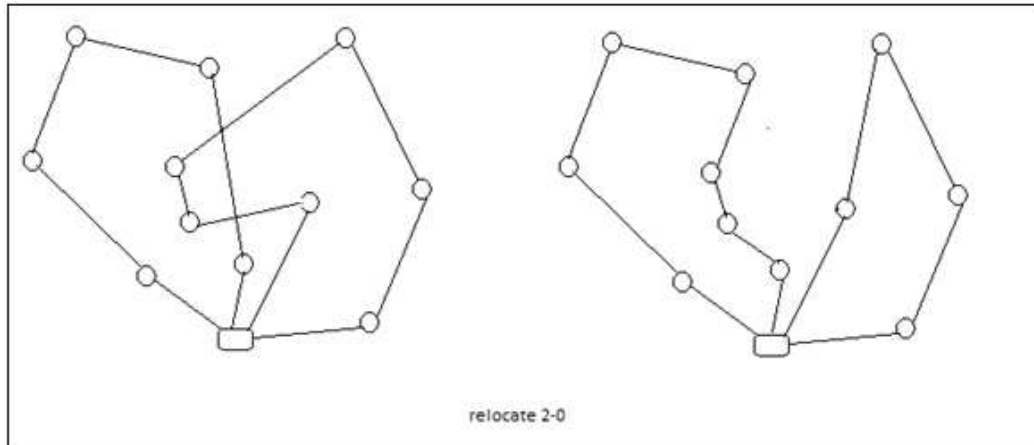
τοπικής αναζήτησης χωρίζονται και αυτοί σε αλγορίθμους δυο φάσεων. Στους αλγορίθμους που προσπαθούν να βελτιώσουν τη δρομολόγηση των οχημάτων σε μια διαδρομή και στους αλγορίθμους που προσπαθούν να βελτιώσουν την ανάθεση των πελατών σε οχήματα και οι οποίοι εφαρμόζονται μεταξύ δυο ή περισσότερων διαδρομών. Στη δεύτερη κατηγορία αλγορίθμων ανήκουν οι αλγόριθμοι RELOCATE και EXCHANGE των οποίων η λειτουργία περιγράφεται παρακάτω.

3.3.3.1 Μέθοδος RELOCATE

Η μέθοδος RELOCATE βασίζεται στην απλή ιδέα της διαγραφής ενός πελάτη από μια διαδρομή και επανατοποθέτησή του σε μια άλλη διαδρομή με καλύτερο κόστος. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται Relocate 1-0 και ένα παράδειγμα φαίνεται παρακάτω:



Μια παραλλαγή της μεθόδου που περιγράφηκε είναι μια μέθοδος όπου δυο γειτονικοί πελάτες επανατοποθετούνται σε διαφορετική διαδρομή και ονομάζεται Relocate 2-0

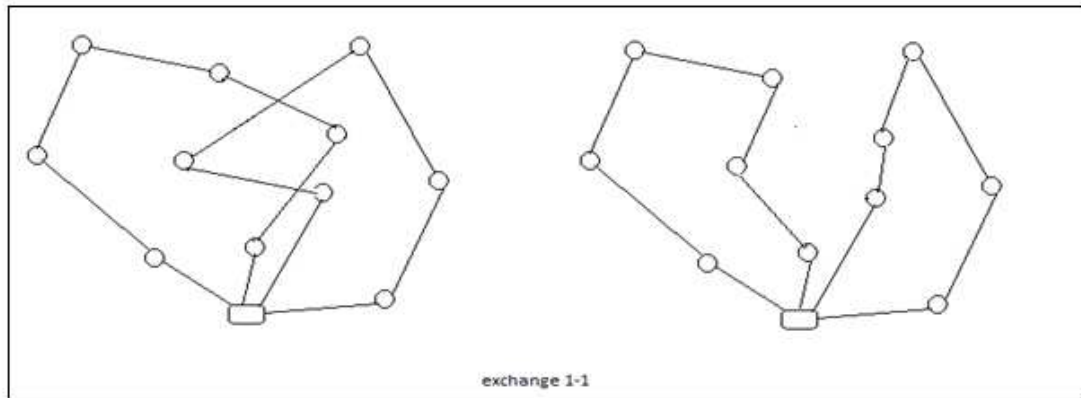


Προκειμένου να αποφασιστεί αν θα γίνει ή όχι η ανάθεση του πελάτη (η των πελατών) σε άλλο όχημα ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία

- 1) Υπολογισμός κόστους διαδρομής που βρίσκεται ο πελάτης που θέλουμε να επανατοποθετήσουμε καθώς και της διαδρομής που πρόκειται να αποσταλεί.
- 2) Άθροισμα των κοστών
- 3) Υπολογισμός κόστους της πρώτης διαδρομής, αγνοώντας τον πελάτη που θα επανατοποθετηθεί
- 4) Προσθήκη του πελάτη σε τυχαία θέση στην διαδρομή προορισμό
- 5) Εφαρμογή αλγορίθμων Ejection Chain στην διαδρομή προορισμό και υπολογισμός κόστους
- 6) Άθροισμα των κοστών
- 7) Αν το κόστος της 2ης περίπτωσης είναι μικρότερο από το κόστος της 1^{ης} τότε πραγματοποιείται η επανατοποθέτηση αρκεί να μην παραβιάζονται οι υπόλοιποι περιορισμοί του προβλήματος, όπως αυτή της χωρητικότητας.

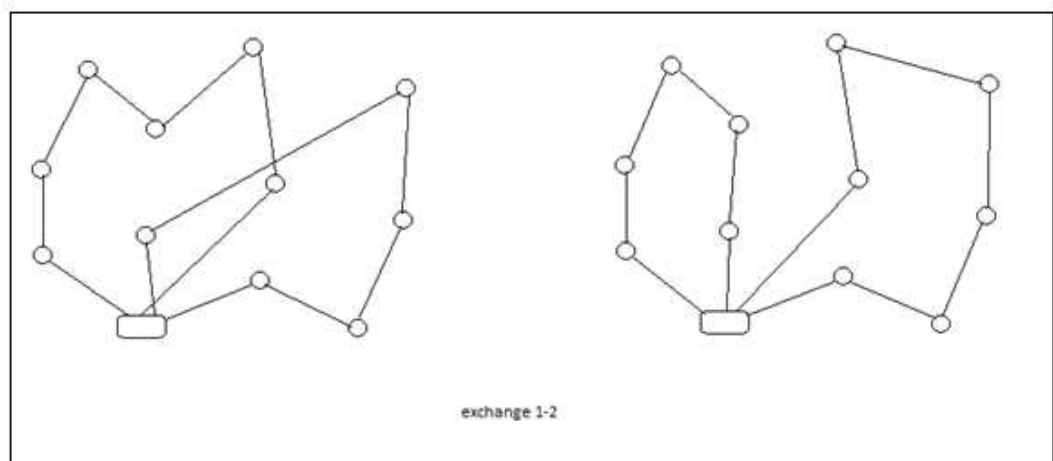
3.3.3.2 Μέθοδος EXCHANGE

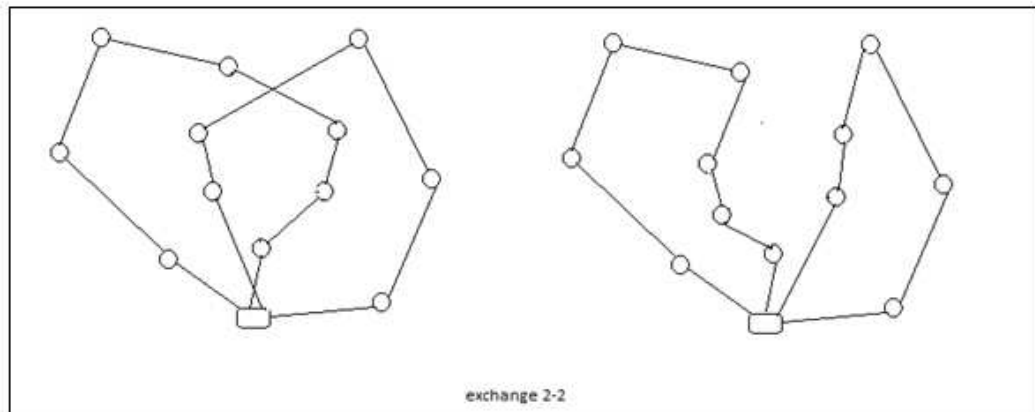
Η μέθοδος exchange βασίζεται στην ταυτόχρονη ανταλλαγή δυο πελατών που βρίσκονται σε διαφορετικές διαδρομές. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται Exchange 1-1 και ένα παράδειγμά της φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Όπως και στη μέθοδο relocate έτσι και εδώ έχουμε ορισμένες παραλλαγές οι σημαντικότερες των οποίων είναι:

1. Μια συνδυασμένη ανταλλαγή ένας πελάτης που ανήκει σε ένα κύκλο ανταλλάσσεται με δυο γειτονικούς πελάτες που ανήκουν σε άλλο κύκλο. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται Exchange 1-2
2. Μια συνδυασμένη ανταλλαγή όπου δυο γειτονικοί πελάτες που ανήκουν στον ίδιο κύκλο ανταλλάσσονται με δυο γειτονικούς πελάτες που ανήκουν σε άλλο κύκλο. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται Exchange 2-2





Για να αποφασιστεί αν θα πραγματοποιηθεί η ανταλλαγή θα πρέπει να ακολουθηθεί διαδικασία ίδια με αυτήν που περιγράφηκε στη μέθοδο Relocate.

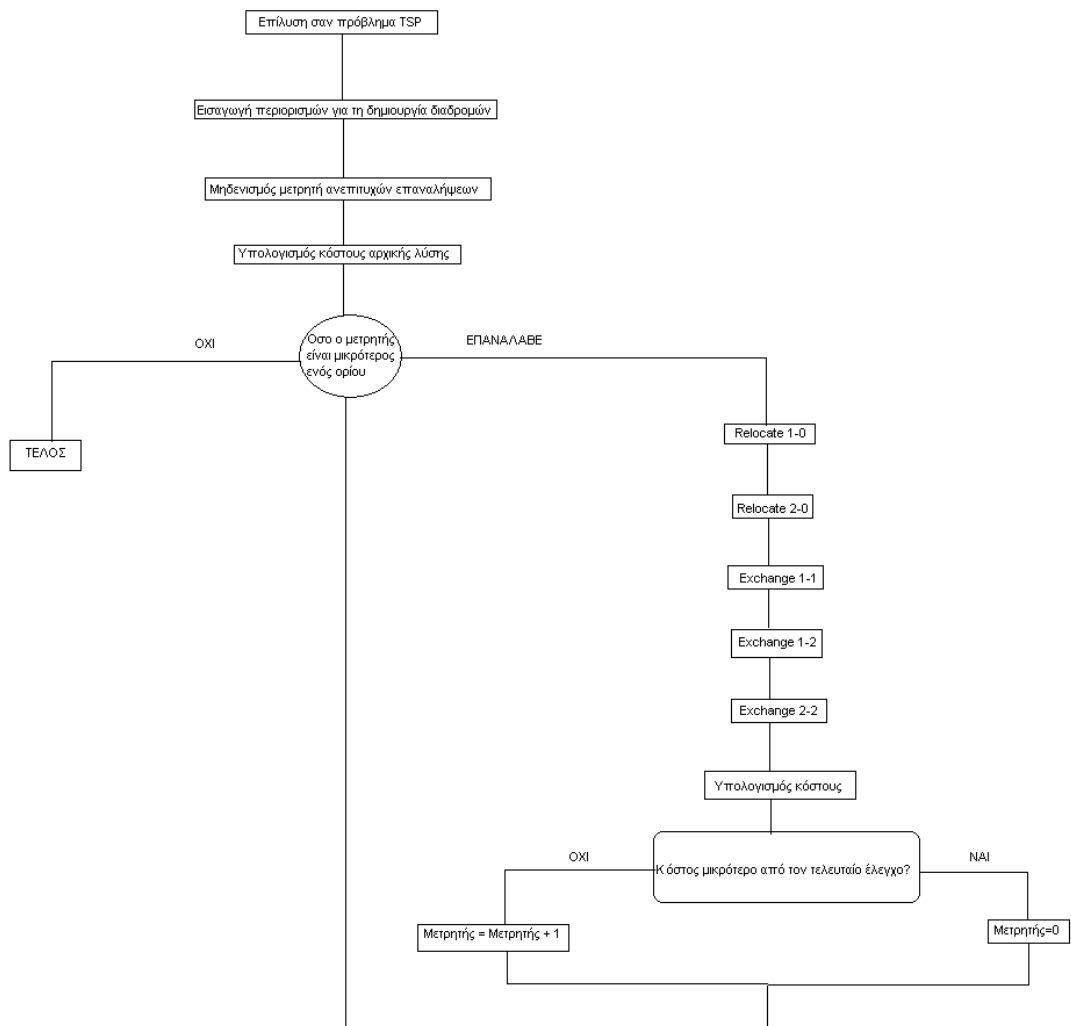
3.3.3.3 Επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων

Προκειμένου να ξεκινήσει η επίλυση, είναι απαραίτητη η ύπαρξη μιας καλής αρχικής λύσης που θα συμβάλει στην αποτελεσματικότερη και γρηγορότερη σύγκλιση σε κάποιο τοπικό ελάχιστο. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιήθηκαν οι αλγόριθμοι Ejection Chain που περιγράφηκαν για την επίλυση του TSP.

Ξεκινάμε επιλύοντας το πρόβλημα της δρομολόγησης οχημάτων σαν να ήταν ένα απλό πρόβλημα πλανόδιου πωλητή. Ύστερα από την εύρεση του ελάχιστου κύκλου γίνεται η πρόσθεση των περιορισμών χωρητικότητας καθώς και κάθε άλλου διαθέσιμου περιορισμού ανάλογα με το είδος του προβλήματος. Λόγω του πολύ μεγάλου ποσοστού σύγκλισης που όπως θα αποδειχτεί παρακάτω έχουν οι αλγόριθμοι Ejection Chain, οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι η επίλυση του VRP ξεκινά με μια πολλής καλής ποιότητας αρχική λύση.

Στη συνέχεια για την περαιτέρω βελτίωση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιούνται οι αλγόριθμοι RELOCATE και EXCHANGE.

Ο τρόπος επίλυσης περιγράφεται αναλυτικά στο παρακάτω διάγραμμα ροής:



3.4 Αλγόριθμοι απληστίας

3.4.1 Εισαγωγή στους Αλγόριθμους Απληστίας

Η λογική των αλγορίθμων απληστίας είναι πολύ απλή: κάποιος ξεκινάει από μια μερική μη-εφικτή λύση και σε κάθε βήμα καθορίζει μια ή περισσότερες μεταβλητές μέχρι να βρεθεί μια εφικτή λύση, όπου αυτή είναι η ζητούμενη λύση του προβλήματος.

Γενικά η αρχή απληστίας είναι η αρχή ανάπτυξης μυωπικών κατασκευαστικών αλγορίθμων, αλγορίθμων δηλαδή που κατασκευάζουν μια εφικτή λύση για δεδομένο πρόβλημα σε χρόνο πολυωνυμικό ως προς το μέγεθος των δεδομένων. Στην ουσία ακολουθούν

την ιδέα : ό, τι φαίνεται προς στιγμή καλύτερο ως επιλογή υποθέτουμε ότι είναι και συνολικά η καλύτερη επιλογή.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιου αλγορίθμου είναι ο αλγόριθμος του πλησιέστερου γείτονα.

3.4.2 Αλγόριθμος Πλησιέστερου Γείτονα

Ο αλγόριθμος πλησιέστερου γείτονα ανήκει στην κατηγορία των αλγορίθμων απληστίας και θα χρησιμοποιηθεί προκειμένου να δώσει μια καλή αρχική λύση στον αλγόριθμο Ejection Chain, ο οποίος ως αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης χρειάζεται μια ποιοτική αρχική λύση για να καταλήξει πιο εύκολα και πιο γρήγορα στο τοπικό ελάχιστο.

Το σκεπτικό της μεθόδου είναι πάρα πολύ απλό κ παρουσιάζεται παρακάτω.

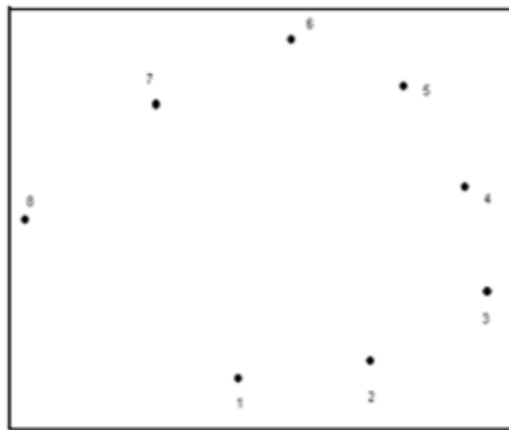
Έστω ένα πλήθος κόμβων n

Βήμα 1 Επιλέγεται ένας οποιοσδήποτε κόμβος σαν ξεκίνημα του μονοπατιού.

Βήμα 2 Βρίσκουμε τον κόμβο που είναι πλησιέστερα στον τελευταίο κόμβο που προστέθηκε στη διαδρομή. Προσθέτουμε αυτόν τον κόμβο στο μονοπάτι.

Βήμα 3 Επαναλαμβάνουμε το βήμα 2 μέχρις ότου όλες οι κορυφές να βρίσκονται στο μονοπάτι.

Έστω οι 8 κόμβοι του σχήματος που ακολουθεί. Σαν αφετηρία του μονοπατιού παίρνω τον κόμβο 1 και εξετάζω όλους τους πιθανούς προορισμούς (2,3,4,5,6,7,8)



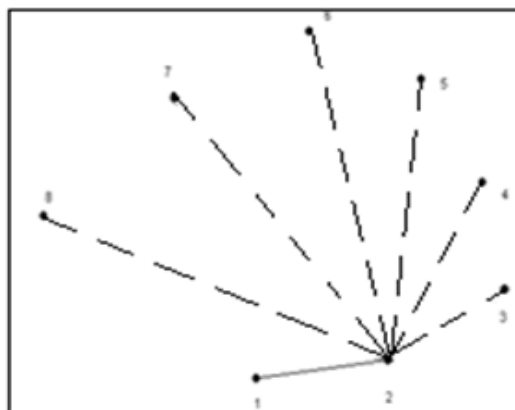
Κόμβοι 1-8



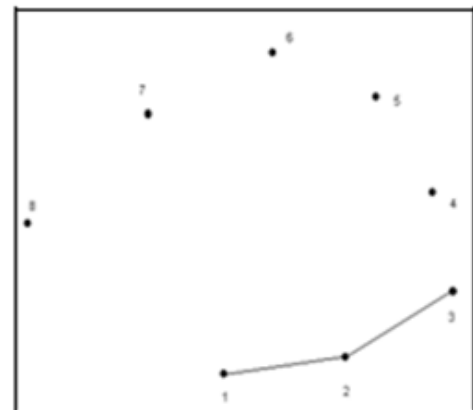
Αναζήτηση πλησιέστερου γείτονα για κόμβο 1

Φαίνεται καθαρά ότι ο 2 είναι πιο κοντά στον 1. Άρα προσθέτουμε τον 2 στο μονοπάτι (1,2) και τον διαγράφουμε από τη λίστα πιθανών προορισμών (3,4,5,6,7,8)

Στη συνέχεια αναζητούμε τον πλησιέστερο κόμβο του 2. Παρατηρείται εύκολα ότι ο πλησιέστερος κόμβος στον 2 από τη λίστα πιθανών προορισμών είναι ο 3, τον οποίο και προσθέτουμε στο μονοπάτι και διαγράφουμε από τη λίστα πιθανών προορισμών (4,5,6,7,8)

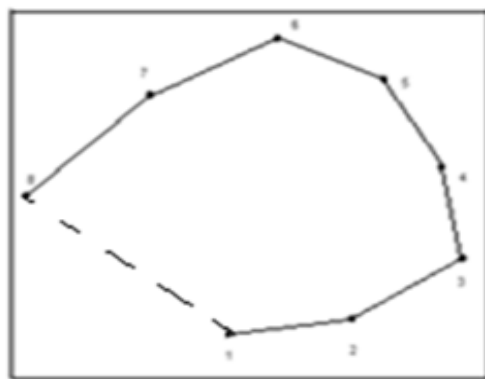


Αναζήτηση πλησιέστερου γείτονα για κόμβο 2

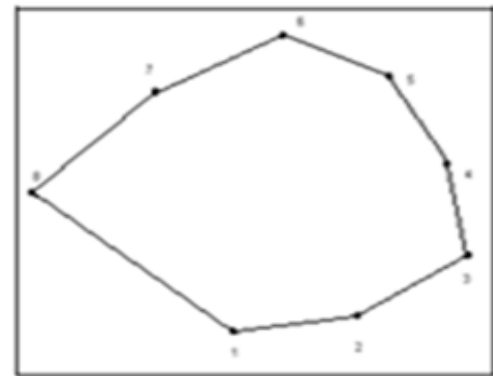


Μονοπάτι: 1-2-3

Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να μείνει κενή η λίστα πιθανών προορισμών. Όταν γίνει αυτό, ο κόμβος που προστέθηκε τελευταίος στο μονοπάτι συνδέεται με τον κόμβο αφετηρίας για να ολοκληρωθεί ο κύκλος.



Μονοπάτι 1-2-3-4-5-6-7-8

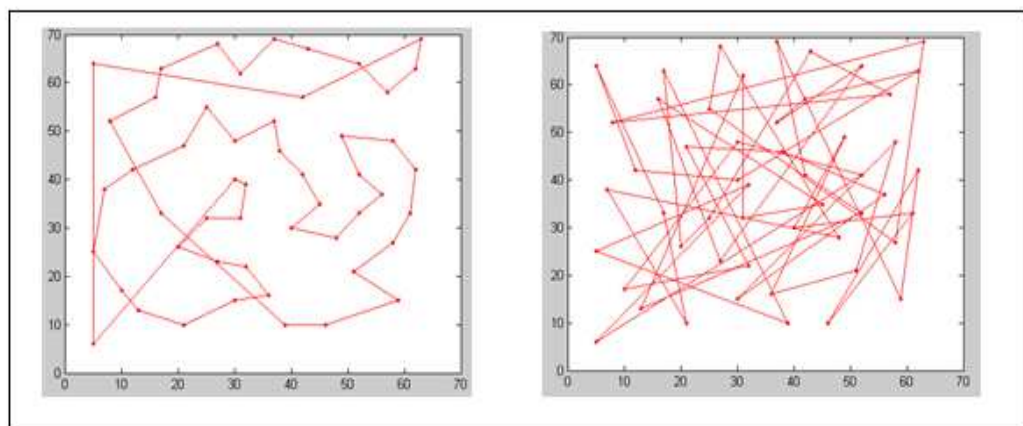


Επιστροφή στην αφετηρία

Στα παρακάτω σχήματα απεικονίζονται δυο διαφορετικές αρχικές λύσεις για ένα πρόβλημα 51 κόμβων.

Η πρώτη έχει επιτευχθεί με τη μέθοδο του πλησιέστερου γείτονα , ενώ για τη δεύτερη έχουν τοποθετηθεί οι κόμβοι απλά σε τυχαία σειρά.

Είναι εύκολα κατανοητό ότι μια καλή αρχική λύση όπως η πρώτη θα βοηθήσει τον αλγόριθμο τοπικής αναζήτησης να συγκλίνει ταχύτερα και αποτελεσματικότερα.



Κεφάλαιο 4

Απλοί Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι

4.1 Εισαγωγή στους Απλούς Μεθευρετικούς Αλγορίθμους

Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι είναι μέθοδοι επίλυσης που συνδυάζουν διαδικασίες τοπικής αναζήτησης και υψηλότερου επιπέδου στρατηγικές για να δημιουργήσουν μια διαδικασία που είναι ικανή να ξεφύγει από κάποιο τοπικό ελάχιστο. Τα τελευταία χρόνια οι αλγόριθμοι που έχουν αναπτυχθεί για την επίλυση των προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης ανήκουν σε αυτήν την κατηγορία.

4.2 Απληστη Τυχοποιημένη Προσαρμοστική Αναζήτηση (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure – GRASP)

Η Απληστη Τυχοποιημένη Προσαρμοστική Αναζήτηση (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure – GRASP) είναι μια επαναληπτική διαδικασία και χρησιμοποιείται για την εύρεση προσεγγιστικών λύσεων. Η συγκεκριμένη μέθοδος παρέχει μια εφικτή λύση σε κάθε επανάληψη και συνεχίζεται έως ότου φτάσουμε σε κάποιο σημείο όπου η λύση δεν μπορεί να βελτιωθεί άλλο, είτε όταν πραγματοποιηθεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων, είτε όταν ικανοποιηθεί κάποιο άλλο κριτήριο λήξης. Το τελικό αποτέλεσμα είναι απλά η καλύτερη λύση σε όλες τις επαναλήψεις.

Κάθε επανάληψη αποτελείται από δυο φάσεις, μια φάση κατασκευής μιας αρχικής λύσης (construction phase) και μια διαδικασία τοπικής αναζήτησης (local search phase) για βελτιστοποίηση αυτής της λύσης. Στην φάση κατασκευής, μια τυχοποιημένη συνάρτηση απληστίας χρησιμοποιείται για την κατασκευαστεί μια αρχική λύση. Αυτή η αρχική λύση στη συνέχεια βελτιώνεται με τη χρήση της διαδικασίας τοπικής αναζήτησης.

4.2.1 Δημιουργία Αρχικών Λύσεων με τη μέθοδο GRASP

Η μέθοδος GRASP χρησιμοποιήθηκε για τη δημιουργία μιας δεξαμενής πολύ καλών αρχικών λύσεων οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν από τη μέθοδο path-relinking που θα περιγραφτεί στη συνέχεια.

Μοιάζει πάρα πολύ με τη μέθοδο του πλησιέστερου γείτονα με τη βασική διαφορά ότι κάθε κόμβος δε συνδέεται απαραίτητα με τον πλησιέστερό του, αλλά ο επόμενος επιλέγεται τυχαία μέσα από μια λίστα πλησιέστερων κόμβων. Η λύση που δημιουργείται στην φάση κατασκευής δεν εγγυάται ότι είναι τοπικό ελάχιστο, και για αυτό το λόγο μια φάση τοπικής αναζήτησης εφαρμόζεται για να παράγει μια λύση που να περιέχει τοπικό ελάχιστο.

Ένας αλγόριθμος που μπορεί να περιγράψει την παραπάνω διαδικασία είναι ο ακόλουθος:

Επιλογή κόμβου αφετηρίας

Όσο δεν έχουν εξεταστεί όλοι οι κόμβοι

Κατασκευή λίστας κοντινότερων κόμβων

Τυχαία επιλογή κόμβου από λίστα

Πρόσθεση κόμβου στη λύση

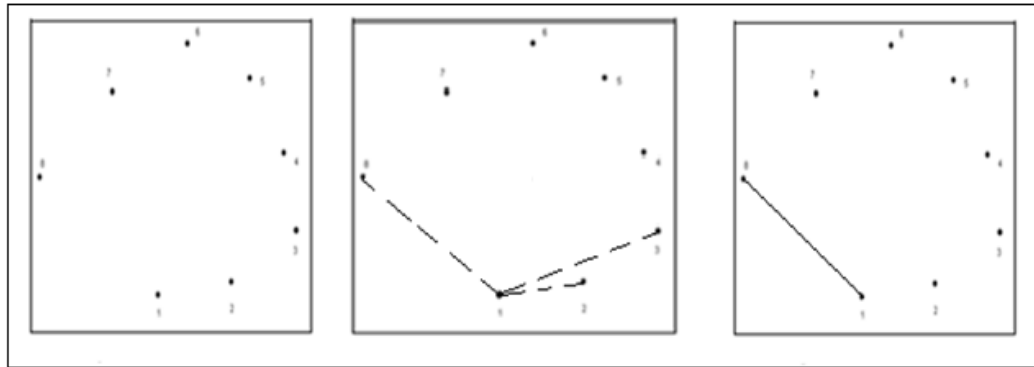
Διαγραφή λίστας

Εξέταση επόμενου κόμβου

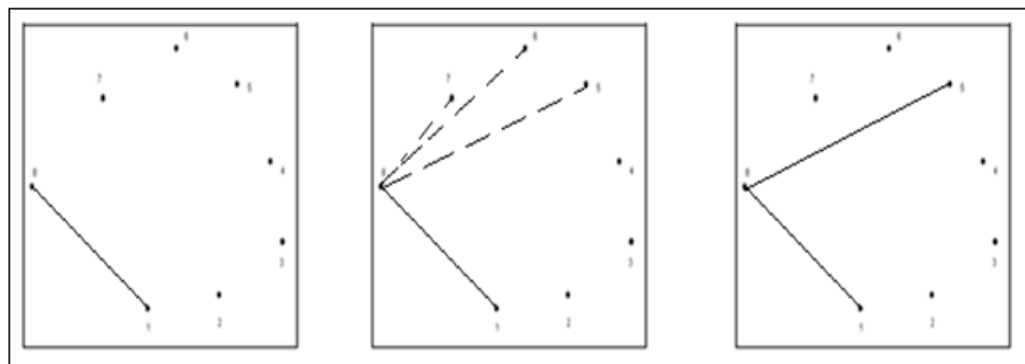
Τέλος επανάληψης

Αυτό που θα πρέπει να προσέξει κανείς είναι ότι κατά τη δημιουργία της λίστας, ως πιθανοί προορισμοί δεν επιλέγονται κόμβοι που έχουν ήδη τοποθετηθεί στη λύση προκειμένου να αποφευχθούν οι διπλές εγγραφές και να δημιουργηθεί λύση που θα είναι εφικτή.

Έστω οι 8 κόμβοι του σχήματος που χρησιμοποιήθηκε και στο παράδειγμα του πλησιέστερου γείτονα. Σαν αφετηρία του μονοπατιού παίρνω τον κόμβο 1 και κατασκευάζω τη λίστα με τους πιθανούς επόμενους προορισμούς. Έστω ότι η τυχαία επιλογή πραγματοποιείται μεταξύ των τριών πλησιέστερων. Για τον κόμβο 1 η λίστα πλησιέστερων είναι η (2, 3, 8). Στην τύχη επιλέγεται ο κόμβος 8.



Στο επόμενο βήμα εξετάζεται ο κόμβος 8. Παρατηρούμε ότι αυτή τη φορά η λίστα θα απαρτίζεται από τους (5, 6, 7). Εδώ επιλέγεται τυχαία ο κόμβος 5, ο οποίος τοποθετείται στη λύση 1-8-5



Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου στη λύση τοποθετηθούν όλοι οι κόμβοι.

4.2.2 Path relinking

Η μέθοδος Path Relinking είναι μια έξυπνη μέθοδος τοπικής αναζήτησης. Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο ξεκινάμε από δυο διαφορετικές εφικτές λύσεις και προσπαθούμε να βρούμε καλύτερες λύσεις με την εξέταση διαφορετικών τροχιών που συνδέουν αυτές τις λύσεις. Έχουμε μια λύση που θεωρείται ως αρχική λύση και άλλη μια λύση που θεωρείται ως τελική λύση με την έννοια ότι θα ξεκινήσουμε από την αρχική λύση και θα καταλήξουμε με τις αλλαγές που θα πραγματοποιήσουμε στην τελική λύση.

Σε κάθε βήμα αλλάζουμε ένα στοιχείο της αρχικής λύσης και το κάνουμε ίδιο με το αντίστοιχο στοιχείο της τελικής λύσης υπολογίζοντας το κόστος της ενδιάμεσης λύσης που προέκυψε. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου η αρχική λύση γίνει ίση ή καλύτερη της τελικής λύσης. Για την καλύτερη κατανόηση της μεθόδου ακολουθεί μια περιγραφή μερικών βημάτων του αλγορίθμου Path Relinking.

Έστω ότι υπάρχουν 10 κόμβοι οι αποστάσεις των οποίων φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

	κόμβος 1	κόμβος 2	κόμβος 3	κόμβος 4	κόμβος 5	κόμβος 6	κόμβος 7	κόμβος 8	κόμβος 9	κόμβος 10
κόμβος 1	0	12.3693	19.2094	31.0644	22.2036	16.7631	22.8254	11.6619	24.2074	34.0147
κόμβος 2	12.3693	0	15.2971	37.0135	21.0238	28.0713	34.9285	22.2036	16.2788	28.0713
κόμβος 3	19.2094	15.2971	0	49.6790	36.0555	35.3553	35.0143	21.0950	31.0000	43.0116
κόμβος 4	31.0644	37.0135	49.6790	0	20.3961	21.0238	37.1214	37.6431	32.7567	31.4006
κόμβος 5	22.2036	21.0238	36.0555	20.3961	0	25.4951	40.2244	33.2415	12.3693	14.2127
κόμβος 6	16.7631	28.0713	35.3553	21.0238	25.4951	0	16.4924	18.0278	34.0147	39.6989
κόμβος 7	22.8254	34.9285	35.0143	37.1214	40.2244	16.4924	0	14.0357	46.0977	54.0370
κόμβος 8	11.6619	22.2036	21.0950	37.6431	33.2415	18.0278	14.0357	0	35.8050	45.6180
κόμβος 9	24.2074	16.2788	31.0000	32.7567	12.3693	34.0147	46.0977	35.8050	0	12.0416
κόμβος 10	34.0147	28.0713	43.0116	31.4006	14.2127	39.6989	54.0370	45.6180	12.0416	0

Επίσης υπάρχει μια τελική λύση, που είναι η 3-1-8-7-6-4-5-10-9-2 και μια αρχική λύση, η 3-1-4-6-9-8-10-5-2-7.

Τα κόστη των δυο αυτών λύσεων είναι 160,6494 και 291,9146 αντίστοιχα. Ξεκινώντας από την αρχική λύση βλέπουμε ότι οι δυο πρώτοι κόμβοι (3-1) είναι στην ίδια θέση και για τις δυο λύσεις οπότε δεν πραγματοποιείται καμία αλλαγή.

Στην τρίτη θέση της τελικής λύσης βρίσκεται ο κόμβος 8 ενώ στην ίδια θέση της αρχικής λύσης ο κόμβος 4. Επομένως πραγματοποιείται αντιμετάθεση των κόμβων 4,8 στην αρχική λύση, η οποία πλέον γίνεται 3-1-8-6-9-4-10-5-2-7 με καινούργιο κόστος 252,2503, που είναι μεγαλύτερο από αυτό της τελικής λύσης.

Στην επόμενη θέση της τελικής λύσης έχουμε τον κόμβο 7, ενώ για την αρχική λύση τον κόμβο 6. Άρα αντιμεταθέτεται στην αρχική λύση ο κόμβος 6 με τον 7 και η αρχική λύση θα γίνει πλέον 3-1-8-7-9-4-10-5-2-6 με νέο κόστος ίσο με 253,8251. το κόστος συνεχίζει να είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο της τελικής λύσης, οπότε οι επαναλήψεις συνεχίζονται.

Συγκρίνοντας ξανά τις δυο λύσεις παρατηρούμε ότι τώρα στην αρχική λύση πρέπει να αλλάξουν θέση οι κόμβοι 6 και 9. η αρχική λύση γίνεται πλέον 3-1-8-7-6-4-10-5-2-9 με κόστος 196,3391. Παρατηρούμε ότι καθώς η αρχική λύση πλησιάζει να γίνει όμοια με την τελική, τα αντίστοιχα κόστη αρχίζουν να συγκλίνουν. Οι επαναλήψεις συνεχίζονται με τον ίδιο τρόπο ακριβώς έως ότου τα κόστη εξισωθούν ή το κόστος της αρχικής γίνει μικρότερο από αυτό της τελικής λύσης.

Κεφάλαιο 5

Περιγραφή και ανάλυση μεθόδων και αποτελεσμάτων

5.1 Προβλήματα TSP

Προκειμένου να διαπιστωθεί η αποτελεσματικότητα των μεθόδων που περιγράφηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, οι μέθοδοι αυτές δοκιμάστηκαν σε 29 διαφορετικά προβλήματα. Καθένα από αυτά τα προβλήματα αποτελείται από έναν αριθμό κόμβων ο οποίος ποικίλει μεταξύ του 51 και του 262. Σκοπός της παρούσας διπλωματικής είναι να βρεθεί ένα τοπικό ελάχιστο σε κάθε πρόβλημα, το οποίο θα είναι όσο το δυνατόν πλησιέστερο στο ολικό ελάχιστο που έχει καταγραφεί έως και σήμερα στη βιβλιογραφία. Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται τα 29 αυτά παραδείγματα καθώς και το ολικό τους ελάχιστο:

INSTANCE	Optimum	INSTANCE	Optimum
eil51	426	Bier127	118282
Berlin52	7542	Ch130	6110
Eil76	538	Pr136	96772
Pr76	108159	Pr144	58537
Rat99	1211	Ch150	6528
KroA100	21282	KroA150	26524
KroB100	22141	Pr152	73682
KroC100	20749	Rat195	2323
KroD100	21294	D198	15780
KroE100	22068	KroA200	29368
Rd100	7910	KroB200	29437
Eil101	629	Ts225	126643
Lin105	14379	Pr226	80369
Pr107	44303	Gil262	2378
Pr124	59030		

Για κάθε μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε, το τοπικό ελάχιστο κάθε προβλήματος προέκυψε ως το βέλτιστο αποτέλεσμα 50 διαδοχικών προσπαθειών του αλγορίθμου που συντάχθηκε.

5.1.1 Εφαρμογή S&C με τυχαία αρχική λύση

Σαν μια πρώτη προσπάθεια προσέγγισης του ολικού βέλτιστου χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Steam & Cycle με χρήση τυχαίας αρχικής λύσης.

Στον πίνακα που ακολουθεί στην πρώτη στήλη αναφέρονται το όνομα του προβλήματος καθώς και ο αριθμός των κόμβων του. Στη 2^η στήλη αναγράφεται το ολικό βέλτιστο της βιβλιογραφίας, ενώ στην 3^η βρίσκεται το τοπικό βέλτιστο της χρησιμοποιούμενης μεθόδου. Στην 4^η και 5^η στήλη φαίνονται αντίστοιχα οι αποκλίσεις της μέσης τιμής των 50 προσπαθειών του αλγορίθμου και οι αποκλίσεις του τοπικού ελαχίστου της μεθόδου από το ολικό ελάχιστο.

INSTANCE	Optimum	S&C(random_first_sol)	$\omega_{av}(\%)$	$\omega(\%)$
eil51	426	434,5	7,625	1,987
Berlin52	7542	7.810	10,375	3,553
Eil76	538	567,4	10,491	5,470
Pr76	108159	110.340	6,833	2,016
Rat99	1211	1.293,1	11,970	6,780
KroA100	21282	21.631	9,882	1,640
KroB100	22141	22.803	9,277	2,990
KroC100	20749	21.245	10,690	2,390
KroD100	21294	21970	9,533	3,175
KroE100	22068	22799	9,285	3,312
Rd100	7910	8383	11,841	5,980
Eil101	629	679	11,424	7,949
Lin105	14379	14622	9,138	1,690
Pr107	44303	45685	8,643	3,119
Pr124	59030	60404	6,703	2,328
Bier127	118282	124660	10,465	5,392
Ch130	6110	6372,2	10,239	4,291
Pr136	96772	101930	10,776	5,330
Pr144	58537	59175	7,490	1,090
Ch150	6528	6955,3	12,150	6,546
KroA150	26524	27500	10,630	3,680
Pr152	73682	75058	6,200	1,867
Rat195	2323	2548,2	13,490	9,694
D198	15780	16209	5,830	2,719
KroA200	29368	30869	11,340	5,111
KroB200	29437	30853	11,610	4,810
Ts225	126643	129070	8,430	1,916
Pr226	80369	81952	7,340	1,970
Gil262	2378	2574	13,170	8,242

Παρατηρούμε ότι η διασπορά των τοπικών ελαχίστων για τα 29 προβλήματα κυμαίνεται μεταξύ του 1,09 - 9,694 %

Επίσης βλέπουμε ότι όπως είναι φυσιολογικό, οι αποκλίσεις των μέσων τιμών είναι λίγο μεγαλύτερες. Η ελάχιστη μέση απόκλιση παρατηρείται στο πρόβλημα D198 με 5.83% από το απόλυτο βέλτιστο, ενώ πολύ καλά αποτελέσματα παρουσιάστηκαν επίσης για το Pr152 και το Pr124 με αποκλίσεις 6.2% και 6.703% αντίστοιχα.

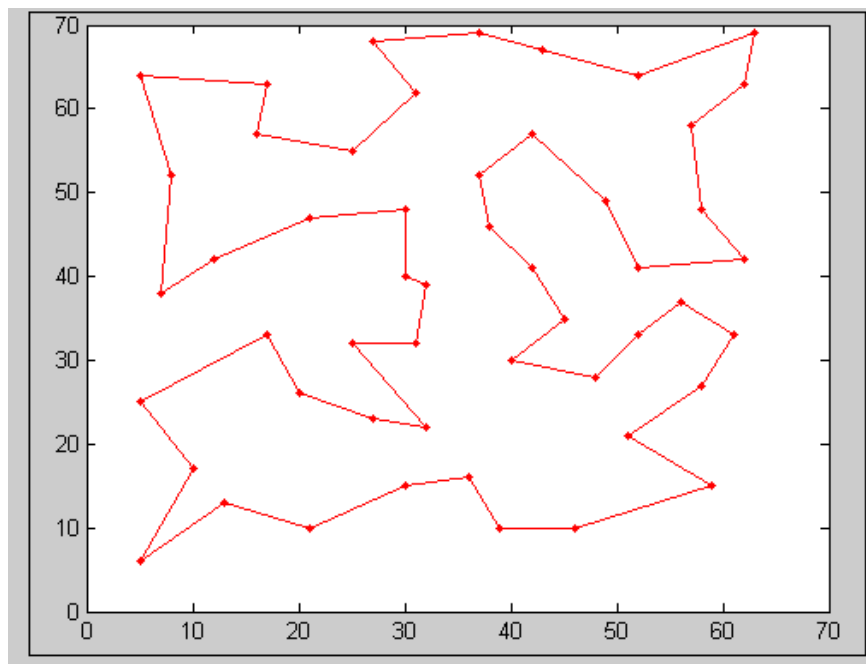
Στη συνέχεια παρατίθενται και γραφικά ορισμένες από τις βέλτιστες τοπικές λύσεις που βρέθηκαν με την χρήση της παραπάνω μεθόδου καθώς και η ακολουθία των κόμβων προκειμένου να προκύψει αυτή.

Eil51

Τοπικό ελάχιστο: 434.5

Βέλτιστη διαδρομή: 40 41 13 18 4 17 37 47 12 46 51 27 6 14 25 24
43 7 23 48 8 26 31 28 3 36 35 20 29 21 16 2 22 1 32 11 38
5 49 9 50 34 30 10 39 33 45 15 44 42 19

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 1.987%

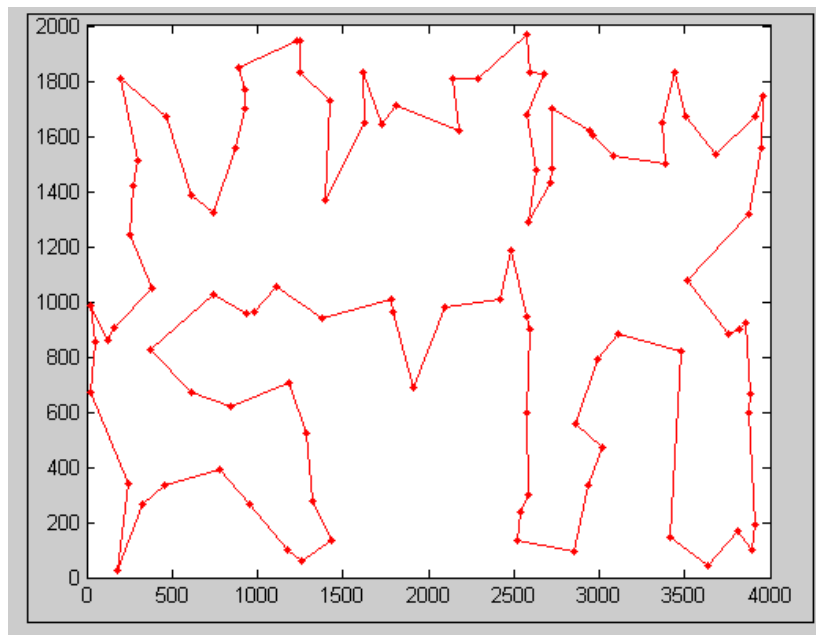


KroA100

Τοπικό ελάχιστο: 21631

Βέλτιστη διαδρομή: 88 79 18 24 38 99 36 84 10 72 21 74 59 17 15 11
32 47 91 45 98 23 77 60 62 35 86 27 20 57 87 9 7 12 55 83
34 29 46 43 3 14 71 41 100 48 30 96 78 52 5 37 33 76 13 95
82 39 85 68 73 50 44 2 54 40 64 69 81 25 51 61 58 67 28 93
1 63 6 49 90 53 19 75 92 8 42 89 31 80 56 97 4 65 26 66 70
22 94 16

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 1.64%

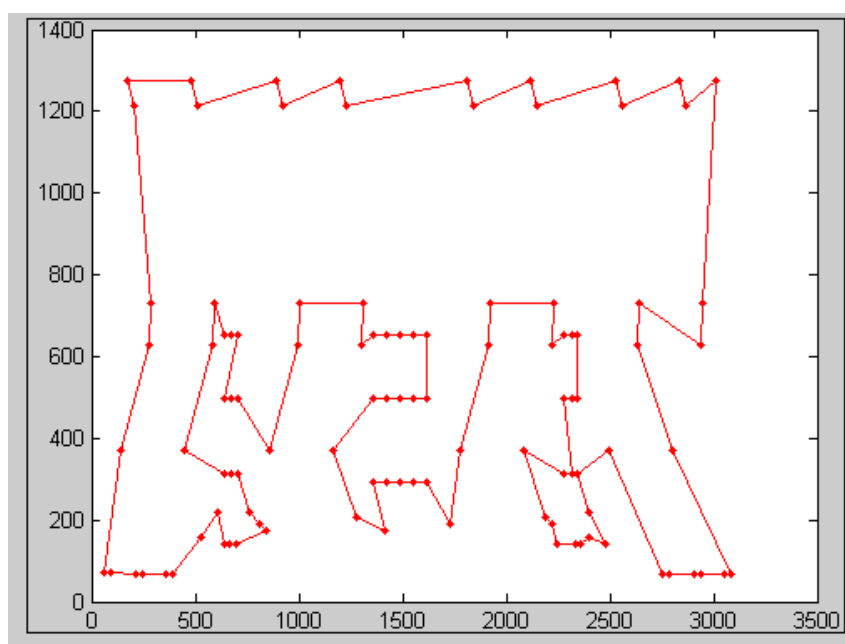


Lin105

Τοπικό ελάχιστο: 14622

Βέλτιστη διαδρομή: 27 24 19 26 25 18 17 16 12 20 23 28 30 31 32 29
 22 21 103 15 11 10 7 6 2 1 3 8 9 5 4 13 14 34 35 38 39
 60 61 65 66 87 88 94 95 100 99 98 90 89 93 102 101 97 96 92 91
 86 79 84 85 83 82 78 71 68 67 64 72 77 73 76 80 81 75 74 69
 70 63 62 105 59 56 55 50 48 45 49 40 104 44 47 51 54 57 58 53
 52 46 43 41 42 37 36 33

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 1,69%

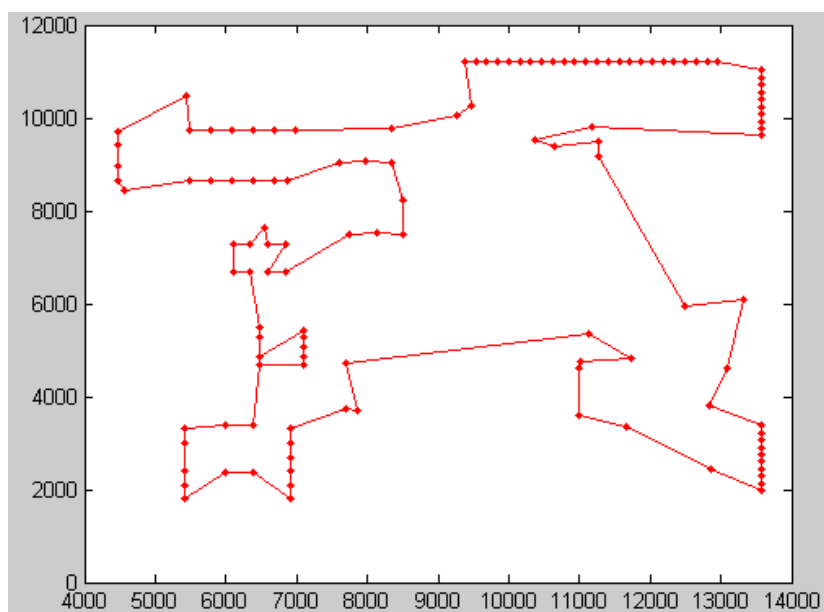


Pr124

Τοπικό ελάχιστο: 60404

Βέλτιστη διαδρομή: 93 92 80 79 78 77 76 75 74 73 72 71 70 69 68 64
63 65 66 62 33 34 30 31 32 6 5 4 3 2 1 8 7 27 28 29 35
36 59 61 60 58 57 56 55 40 39 37 38 26 24 25 22 23 21 20 19
41 42 43 44 45 18 17 16 9 10 11 12 13 14 15 51 50 49 48 47
46 52 53 54 85 90 86 87 88 89 104 105 106 107 108 109 110 111 112
113 114 103 102 101 91 84 82 83 67 81 115 116 117 118 119 120 121
122 123 124 100 99 98 97 96 95 94

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 2.328%

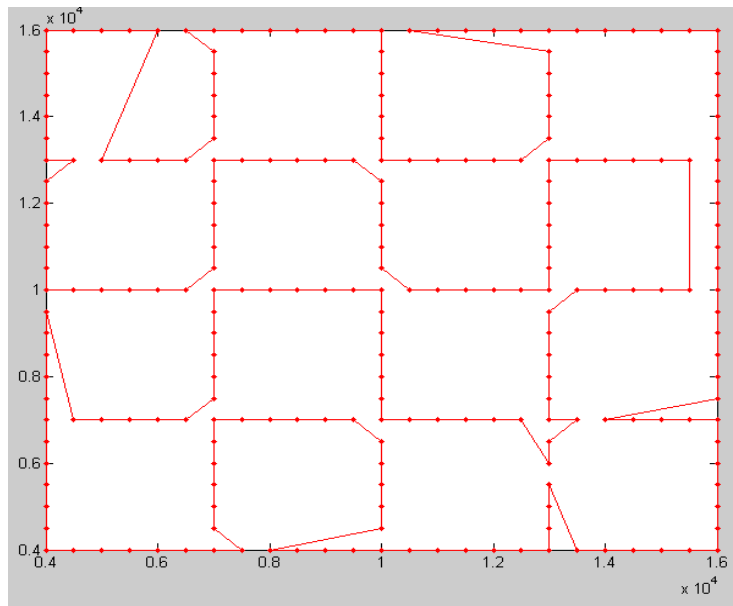


Ts225

Τοπικό ελάχιστο: 129070

Βέλτιστη διαδρομή: 94 93 92 91 90 89 88 190 189 188 187 186 64 65 66
67 68 170 169 168 167 166 44 43 42 41 40 39 140 139 138 137 136 13
14 15 16 17 18 141 19 20 21 22 23 24 25 146 147 148 149 142 143
144 145 45 46 47 48 49 150 50 171 172 173 174 175 75 74 73 72 71
70 69 191 192 193 194 195 95 96 97 98 99 196 197 198 199 200 100
221 222 223 224 225 125 124 123 122 121 120 119 118 117 116 115 114 113
112 111 110 109 108 207 208 209 210 107 106 105 104 103 102 101 205 204
203 202 201 79 78 77 76 180 179 178 177 176 51 155 154 153 152 52
53 54 55 56 160 159 158 157 156 32 31 30 29 28 27 151 26 130 129
128 127 126 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 131 132 133 134 135
33 34 35 36 37 38 161 162 163 164 165 63 62 61 60 59 58 57 181
182 183 184 185 80 81 206 82 83 84 85 86 87 211 212 213 214 215
220 219 218 217 216

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 1.916%

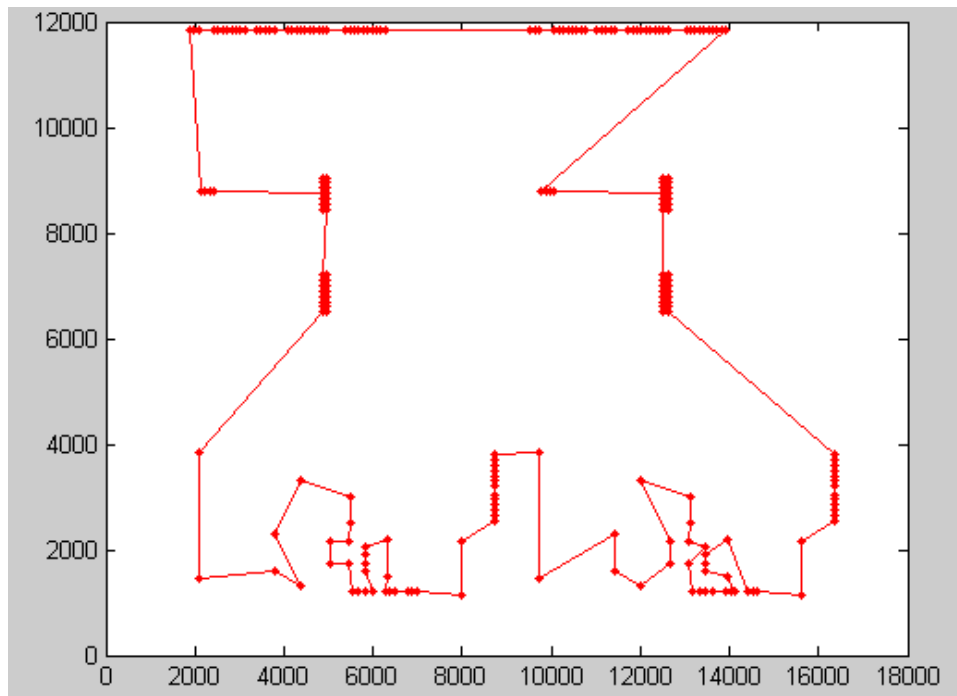


Pr226

Τοπικό ελάχιστο: 81952

Βέλτιστη διαδρομή: 58 57 56 55 54 53 52 51 50 21 22 23 24 25 26 27
 28 49 48 33 32 31 29 30 34 35 36 37 44 45 46 47 43 42 38 39
 40 41 87 95 96 97 89 88 90 91 92 98 99 100 101 102 93 94 137
 144 146 138 139 145 140 141 142 143 150 148 149 147 151 152 153 154 155
 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173
 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191
 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209
 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 136
 135 134 133 129 131 130 132 125 124 123 122 121 127 128 120 119 126 110
 118 117 109 116 108 107 115 106 114 113 104 105 112 103 111 86 85 84
 83 82 81 80 79 78 77 76 75 74 73 1 2 3 4 72 13 12 11 8 5
 6 7 9 10 14 15 16 71 68 69 70 66 67 17 18 19 65 20 64 63 62
 61 60 59

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 1.97%



5.1.2 Εφαρμογή S&C με αρχική λύση από Μέθοδο Πλησιέστερου Γείτονα

Σε προηγούμενο κεφάλαιο είχε αναφερθεί ότι οι μέθοδοι τοπικής αναζήτησης χρειάζονται μια ποιοτική αρχική λύση προκειμένου να συγκλίνουν πιο εύκολα και πιο γρήγορα σε κάποιο τοπικό βέλτιστο. Προκειμένου να αποδειχτεί ο παραπάνω ισχυρισμός και να παρουσιαστούν καλύτερα αποτελέσματα χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος πλησιέστερου γείτονα για την εύρεση καλής αρχικής λύσης και ακολούθησε η χρήση της μεθόδου S&C.

Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται τα τελικά αποτελέσματα αυτής προσπάθειας. Με πράσινο και κόκκινο χρώμα απεικονίζονται τα αποτελέσματα που βελτιώθηκαν και χειροτέρεψαν αντίστοιχα σε σχέση με προηγούμενη προσπάθεια.

INSTANCE	Optimum	S&C(closest neighbour)	$\omega_{av}(\%)$	$\omega(\%)$
eil51	426	433,54	4,110	1,770
Berlin52	7542	7763,7	6,620	2,940
Eil76	538	551,592	8,090	2,526
Pr76	108159	109070	5,550	0,842
Rat99	1211	1269,6	9,580	4,839
KroA100	21282	22011	6,440	3,425
KroB100	22141	22456	5,300	1,423
KroC100	20749	21347	7,070	2,882
KroD100	21294	22134	7,210	3,945
KroE100	22068	23275	9,380	5,469
Rd100	7910	8171,7	8,700	3,308
Eil101	629	654,023	7,880	3,978
Lin105	14379	14687	8,520	2,142
Pr107	44303	44575	0,710	0,614
Pr124	59030	59264	3,650	0,396
Bier127	118282	120780	3,860	2,112
Ch130	6110	6469,9	9,210	5,890
Pr136	96772	105060	10,745	8,564
Pr144	58537	61244	4,620	4,624
Ch150	6528	6633,7	6,140	1,619
KroA150	26524	28050	9,580	5,753
Pr152	73682	74879	3,990	1,625
Rat195	2323	2399,6	5,620	3,297
D198	15780	16084	3,800	1,926
KroA200	29368	29567	3,490	0,678
KroB200	29437	31341	9,210	6,468
Ts225	126643	128390	5,920	1,379
Pr226	80369	82183	3,720	2,257
Gil262	2378	2509,5	9,540	5,530

Όπως γίνεται πλήρως κατανοητό η Μέθοδος Πλησιέστερου Γείτονα συνέβαλε έτσι ώστε σε όλα τα προβλήματα που αντιμετωπίστηκαν να μειωθεί η μέση απόκλιση από το ολικό βέλτιστο.

Επίσης παρατηρούμε ότι στα 18 από τα 29 προβλήματα (ποσοστό 62%) βελτιώθηκε το τοπικό ελάχιστο σε σχέση με την προηγούμενη μέθοδο. Όπως μπορεί κανείς να δει πλέον οι αποκλίσεις από το ολικό βέλτιστο κυμαίνονται μεταξύ του 0.396% - 8.564%, ενώ υπάρχουν και 4 συνολικά λύσεις που οι αποκλίσεις τους βρίσκονται κάτω από το 1%.

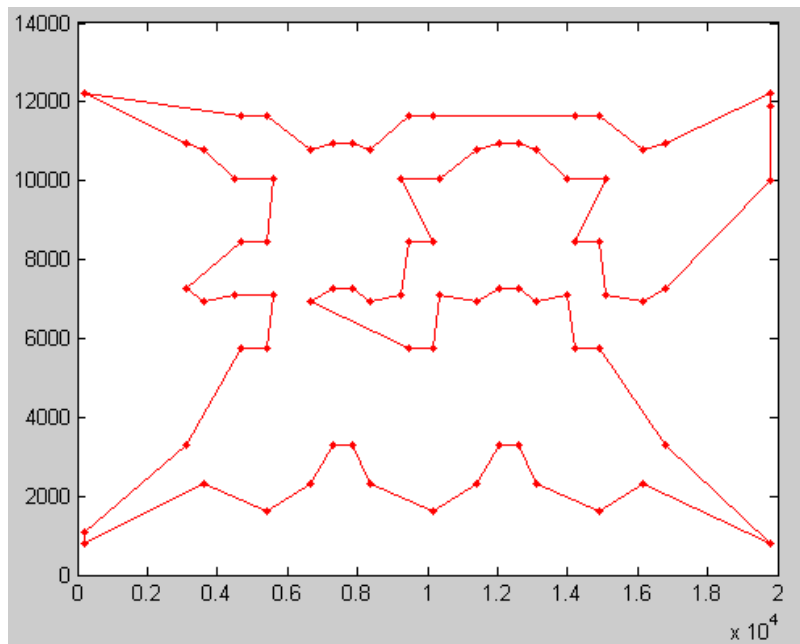
Στη συνέχεια παρατίθενται και γραφικά ορισμένες από τις βέλτιστες τοπικές λύσεις που βρέθηκαν με την χρήση της παραπάνω μεθόδου καθώς και η ακολουθία των κόμβων προκειμένου να προκύψει αυτή.

Pr76

Τοπικό ελάχιστο: 109070

Βέλτιστη διαδρομή: 62 63 64 73 72 71 65 66 51 56 55 57 58 59 60 41
40 34 35 33 32 29 30 31 19 20 26 27 28 43 42 54 53 52 49 50
67 70 68 69 47 48 44 45 46 24 25 21 22 23 1 76 75 2 3 4 5
6 7 8 9 10 11 12 13 14 74 15 16 17 18 37 36 38 39 61

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 0.842%

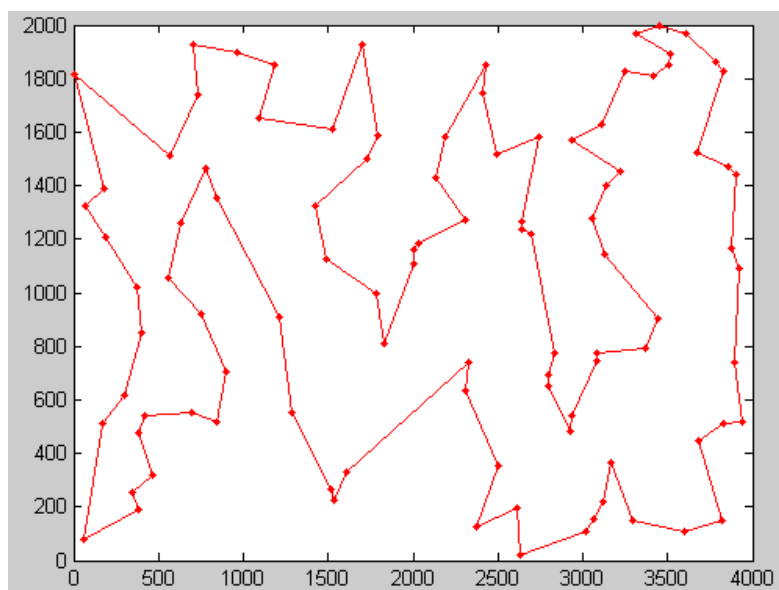


KroB100

Τοπικό ελάχιστο: 22456

Βέλτιστη διαδρομή: 82 51 48 31 63 13 78 17 41 44 19 92 96 36 45 18
 24 77 16 2 42 64 14 50 55 22 23 88 72 37 65 47 79 81 56 100
 26 69 62 5 67 40 39 70 53 73 85 93 11 3 28 91 97 76 59 99
 8 29 32 98 12 95 1 90 21 10 68 86 49 30 75 80 20 38 46 25
 9 71 27 61 35 94 57 34 7 84 58 54 52 43 89 60 74 66 87 83
 4 6 15 33

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 1.423%

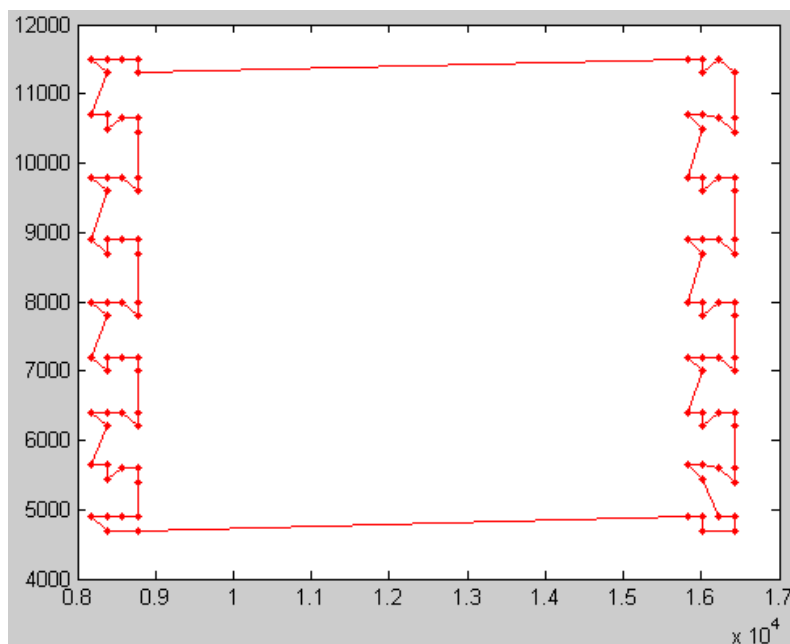


Pr107

Τοπικό ελάχιστο: 44575

Βέλτιστη διαδρομή: 96 57 99 56 101 102 100 103 105 107 104 106 55 50 53
54 51 52 49 46 45 43 48 47 44 41 38 42 39 40 37 34 31 33 36
35 32 29 26 30 27 28 25 22 19 21 24 23 20 17 14 18 15 16 13
12 11 8 10 9 7 5 6 3 4 1 2 63 66 64 65 68 67 70 62 73
71 69 72 75 78 77 74 76 61 79 60 81 82 80 83 85 88 87 84 86
59 89 58 91 92 90 93 95 98 97 94

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 0.614%

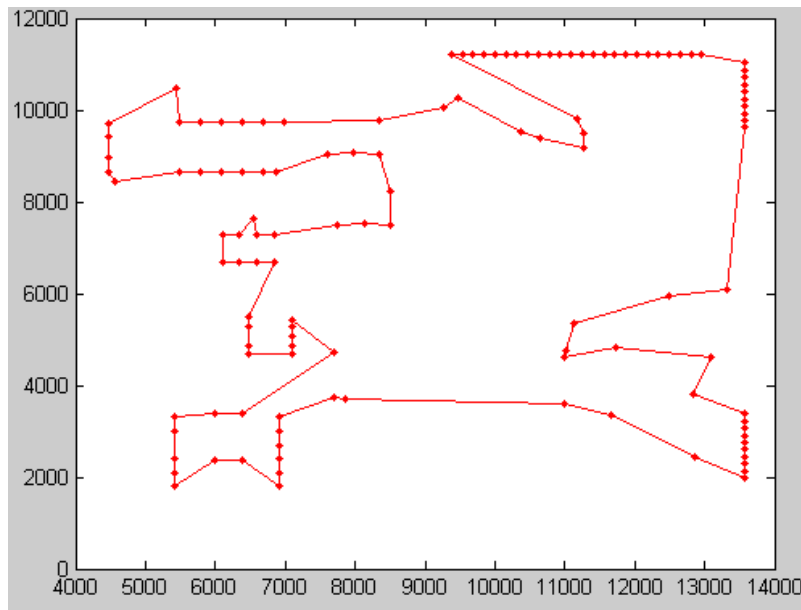


Pr124

Τοπικό ελάχιστο: 59264

Βέλτιστη διαδρομή: 80 92 93 94 95 96 97 98 99 100 124 123 122 121 120
119 118 117 116 115 101 91 85 86 87 90 102 103 114 113 112 111 110
109 108 107 106 105 104 89 88 53 52 46 47 48 49 50 51 15 14 13
12 11 10 9 16 17 54 41 42 43 44 45 18 19 20 21 40 39 23 22
25 24 26 38 37 55 56 57 58 60 61 59 36 35 29 28 27 7 8 1 2
3 4 5 6 32 31 30 34 33 62 66 65 67 83 84 82 81 63 64 68 69
70 71 72 73 74 75 76 77 78 79

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 0.396%

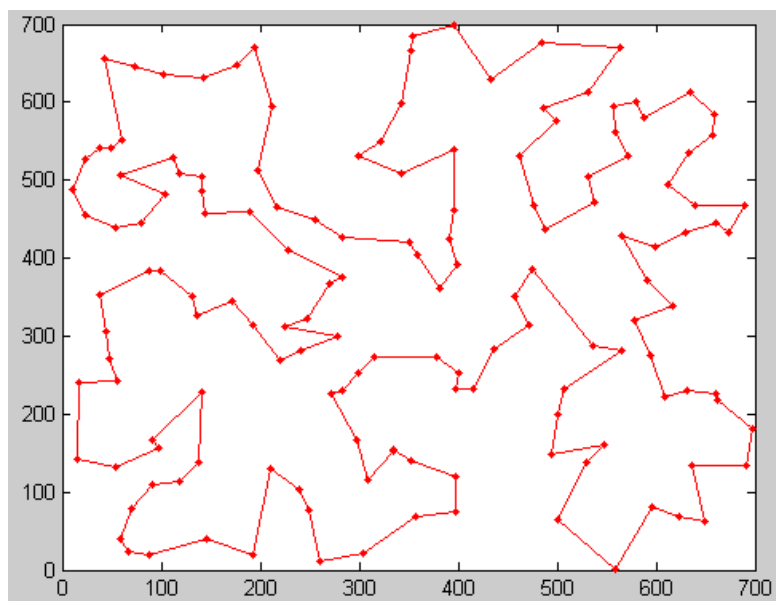


Ch150

Τοπικό ελάχιστο: 6633.7

Βέλτιστη διαδρομή: 13 106 91 119 68 128 45 71 44 21 150 115 4 104 22
 125 149 62 3 113 10 94 88 121 79 78 15 133 59 16 111 105 52 35
 96 89 8 84 7 34 30 63 48 73 76 87 1 98 103 82 95 107 5 100
 143 97 124 93 126 33 92 54 134 138 46 90 83 56 146 26 75 18 142
 85 65 132 137 50 55 58 141 25 20 110 81 29 86 135 70 108 102 114
 99 19 2 37 6 28 9 42 120 47 139 40 53 118 127 69 36 61 11 148
 130 17 66 60 140 117 57 39 41 101 116 24 12 51 109 43 67 38 23
 32 131 77 122 14 80 72 145 147 49 144 129 27 31 123 74 136 112 64

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 1.619%

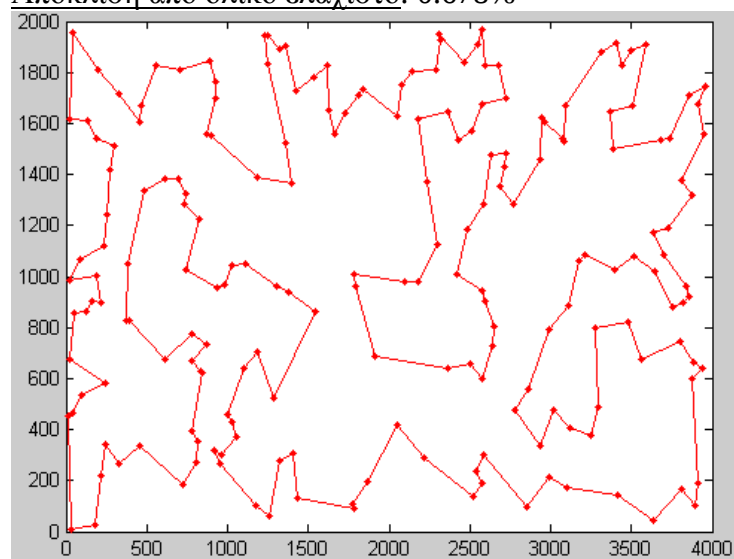


KroA200

Τοπικό ελάχιστο: 29567

Βέλτιστη διαδρομή: 178 152 56 38 39 28 148 88 200 171 141 58 98 114 129
146 103 34 90 143 25 17 8 134 22 183 155 75 54 6 109 107 157 187
151 161 125 181 2 35 169 68 30 167 128 193 158 77 80 65 177 67 31
47 120 112 127 186 135 42 55 20 64 162 160 79 13 15 123 198 27 191
145 85 132 1 53 115 117 111 40 147 12 46 172 121 174 159 24 32 136
61 26 199 7 82 78 9 138 124 118 16 51 194 63 44 188 116 122 170
48 84 11 52 87 126 96 166 165 104 97 81 45 197 175 10 92 99 19
119 66 153 179 37 184 29 110 18 49 190 149 106 93 163 4 101 60 108
192 14 36 57 74 100 33 156 180 131 142 69 189 73 3 59 41 89 154
21 140 164 102 70 76 182 195 113 176 133 137 43 105 5 86 139 50 95
94 91 150 144 23 173 168 185 62 83 72 130 71 196

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 0.678%



5.1.3 Ταυτόχρονη εφαρμογή S&C και DR μεθόδων

Εδώ χρησιμοποιήθηκαν ταυτόχρονα οι δυο παραλλαγές του Ejection Chain Algorithm με τον τρόπο που περιγράφηκε σε προηγούμενη ενότητα. Και σε αυτήν την περίπτωση, χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση καλής αρχικής λύσης η μέθοδος του πλησιέστερου γείτονα λόγω των πολύ καλών αποτελεσμάτων που προέκυψαν προηγουμένως. Όπως είναι λογικό περιμένουμε να δούμε ακόμα καλύτερα αποτελέσματα από πριν λόγω της αυξημένης πολυπλοκότητας του νέου αλγορίθμου που χρησιμοποιήθηκε.

INSTANCE	Optimum	S&C+DR(closest neighbour)	$\omega_{av}(\%)$	$\omega(\%)$
eil51	426	431,1705	2,630	1,214
Berlin52	7542	7716,7	5,190	2,316
Eil76	538	549,1874	5,030	2,079
Pr76	108159	108160	2,660	0,001
Rat99	1211	1251	7,410	3,303
KroA100	21282	21391	4,100	0,512
KroB100	22141	22210	2,470	0,312
KroC100	20749	20819	4,690	0,337
KroD100	21294	21482	4,040	0,883
KroE100	22068	22316	4,490	1,124
Rd100	7910	7911,3	3,810	0,016
Eil101	629	650,1775	5,330	3,367
Lin105	14379	14442	4,020	0,438
Pr107	44303	44575	0,660	0,614
Pr124	59030	59246	2,420	0,366
Bier127	118282	119920	2,590	1,385
Ch130	6110	6233	5,550	2,013
Pr136	96772	102250	8,340	5,661
Pr144	58537	58602	2,300	0,111
Ch150	6528	6604,3	3,930	1,169
KroA150	26524	27391	6,250	3,269
Pr152	73682	73870	2,600	0,255
Rat195	2323	2369,8	4,130	2,015
D198	15780	15923	2,330	0,906
KroA200	29368	29514	2,580	0,497
KroB200	29437	30186	6,430	2,544
Ts225	126643	126940	3,290	0,235
Pr226	80369	81050	2,730	0,847
Gil262	2378	2433,2	6,140	2,321

Ο παραπάνω πίνακας αποδεικνύει αυτό που αναμενόταν. Παρατηρούμε ότι αν εξαιρέσουμε το πρόβλημα Pr136, σε όλα τα υπόλοιπα παρουσιάζεται βελτίωση τόσο στο κομμάτι της μέσης απόκλισης όσο και στο τοπικό ελάχιστο. Είναι φανερό ότι οι αποκλίσεις έχουν μειωθεί αισθητά στα 28 από τα 29 προβλήματα. Επίσης μόνο 10 τοπικά βέλτιστα παρουσιάζουν αποκλίσεις πάνω από το 2% με μεγαλύτερη απόκλιση αυτήν του Pr135 με 5.661%. Από την άλλη μεριά για το πρόβλημα Pr76 έχουμε μια ελάχιστη απόκλιση της τάξης του 0.001%. Άλλα πολύ καλά τοπικά ελάχιστα έχουμε στα προβλήματα Rd100, kroB100, kroA100, pr124, pr152 με αποκλίσεις κάτω από το 0.4%.

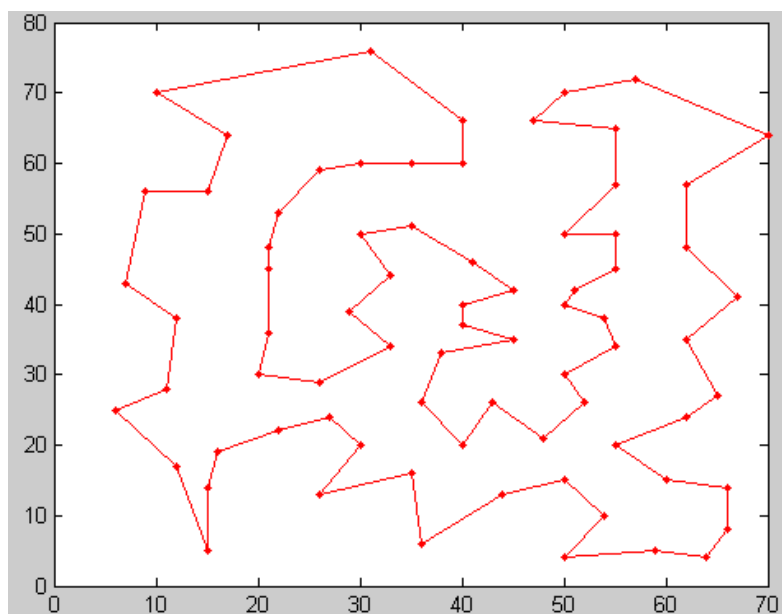
Στη συνέχεια παρατίθενται και γραφικά ορισμένες από τις βέλτιστες τοπικές λύσεις που βρέθηκαν με την χρήση των παραπάνω μεθόδων καθώς και η ακολουθία των κόμβων προκειμένου να προκύψει αυτή.

Eil76

Τοπικό ελάχιστο: 549.19

Βέλτιστη διαδρομή: 11 38 65 66 59 14 19 54 13 57 15 5 37 20 70 60 71 69 36 47 21 61 28 22 62 73 1 43 42 64 41 56 23 49 24 18 50 25 55 31 10 58 72 39 9 32 44 3 16 63 33 6 51 17 40 12 26 67 76 75 4 68 2 74 30 48 29 45 27 52 34 46 8 35 7 53

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 2.079%

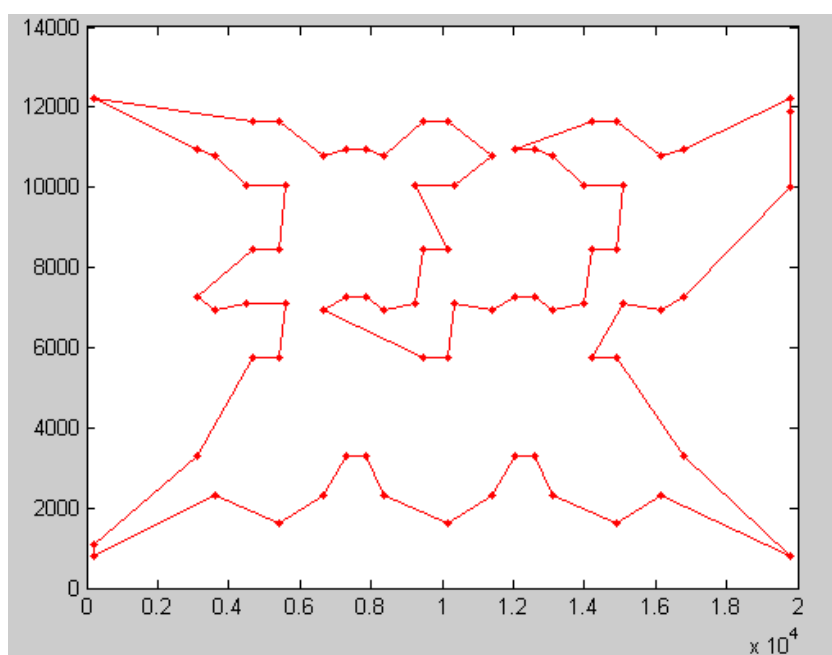


Pr76

Τοπικό ελάχιστο: 108160

Βέλτιστη διαδρομή: 32 33 35 34 40 39 38 36 37 18 17 16 15 74 14 13
 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 75 76 1 23 22 21 25 24 46 45
 44 48 47 69 68 70 67 50 49 51 66 65 71 72 73 64 63 62 61 41
 60 59 58 57 56 55 52 53 54 42 43 28 27 26 20 19 31 30 29

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 0.001%

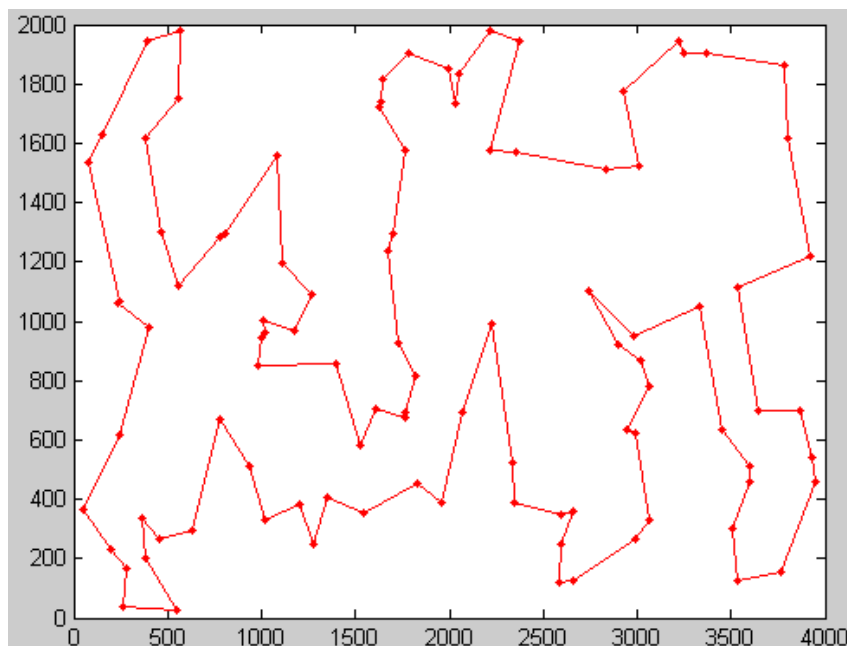


KroD100

Τοπικό ελάχιστο: 21482

Βέλτιστη διαδρομή: 41 84 69 15 73 39 71 4 93 44 60 53 5 62 37 19
51 35 30 100 2 48 92 55 87 26 95 56 28 12 47 21 10 9 20 25
82 18 85 59 6 40 83 3 64 43 77 91 54 63 16 96 86 65 14 68
33 45 99 78 31 57 72 80 76 61 74 7 75 67 36 29 58 22 42 89
70 49 98 97 32 94 17 90 11 23 8 46 52 66 38 81 34 50 1 13
79 88 27 24

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 0.883%

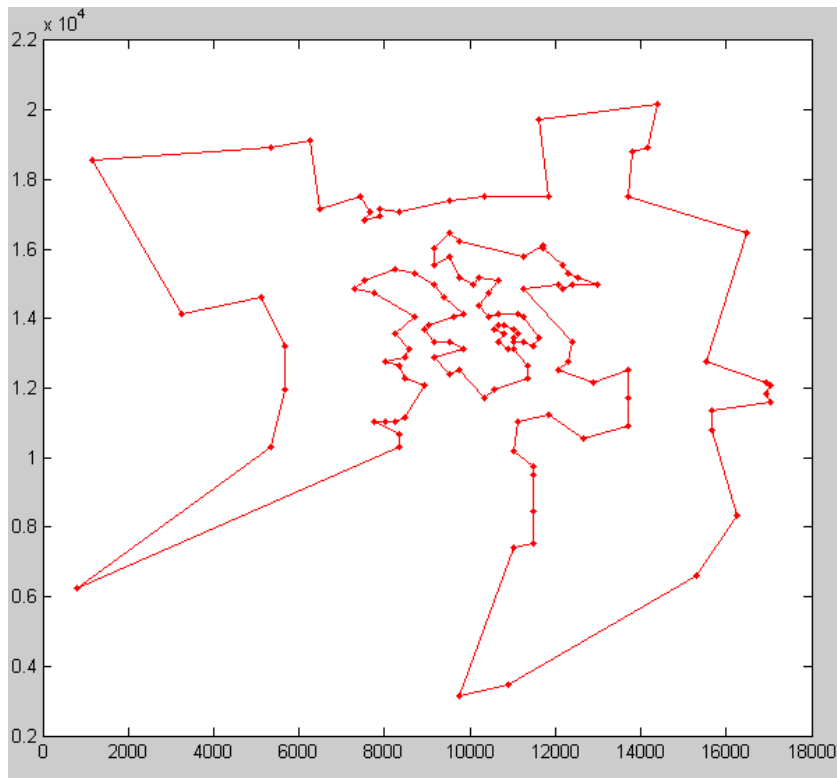


Bier127

Τοπικό ελάχιστο: 119920

Βέλτιστη διαδρομή: 3 90 116 60 59 62 61 91 58 64 100 52 124 56 121 5
50 13 115 10 120 7 105 114 11 9 8 72 19 22 4 23 24 6 106 15
108 20 17 21 18 77 79 80 31 27 30 12 14 41 36 37 16 1 2 51
57 54 45 103 44 35 40 43 34 42 39 38 26 25 33 122 28 29 32 98
97 123 95 93 127 107 111 112 94 46 118 48 53 49 47 55 66 113 65
99 92 89 125 104 110 85 86 87 88 109 96 119 63 102 101 83 82 126
81 84 117 78 76 75 69 70 71 68 74 73 67

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 1.385%

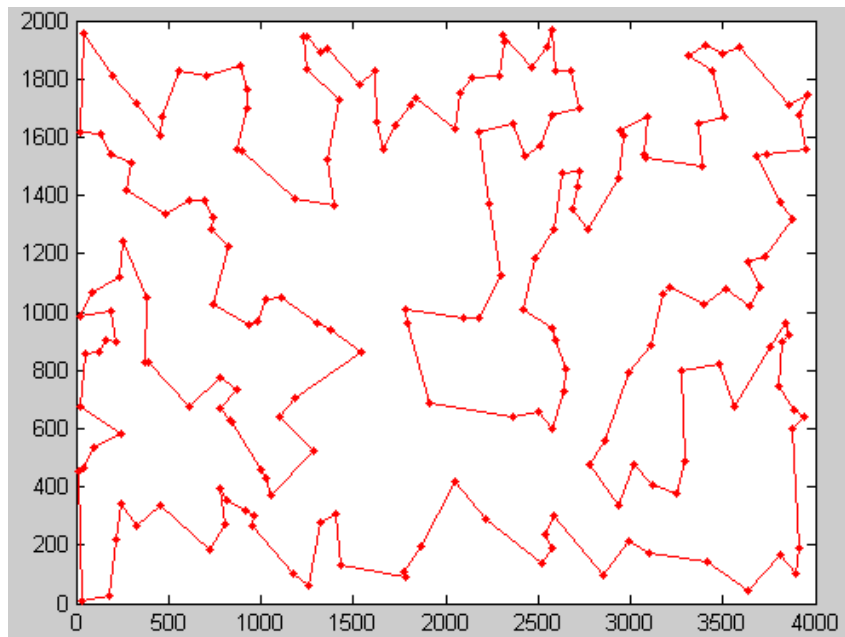


KroA200

Τοπικό ελάχιστο: 29514

Βέλτιστη διαδρομή: 101 4 163 93 106 149 190 49 18 110 29 184 37 124 138
 9 78 82 7 199 26 61 136 32 24 159 174 121 172 46 12 147 40 132
 111 117 115 53 1 85 145 191 27 198 123 15 13 79 160 162 64 20 55
 42 135 186 127 112 120 47 31 67 177 65 80 77 158 193 128 167 30 68
 169 35 2 181 125 161 151 187 157 107 109 6 54 75 183 155 8 22 134
 129 146 103 143 17 25 90 34 58 141 171 200 98 114 88 148 28 39 38
 71 130 72 83 62 185 168 173 23 144 150 91 94 95 50 139 86 196 56
 152 178 5 105 43 137 133 176 113 195 182 76 70 102 164 140 21 154
 89 41 59 3 73 189 69 142 131 180 156 100 33 45 197 81 97 104 165
 166 96 126 87 52 11 84 48 170 122 116 188 44 63 194 51 16 118 179
 153 66 119 19 99 92 10 175 36 57 74 108 14 192 60

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 0.497%



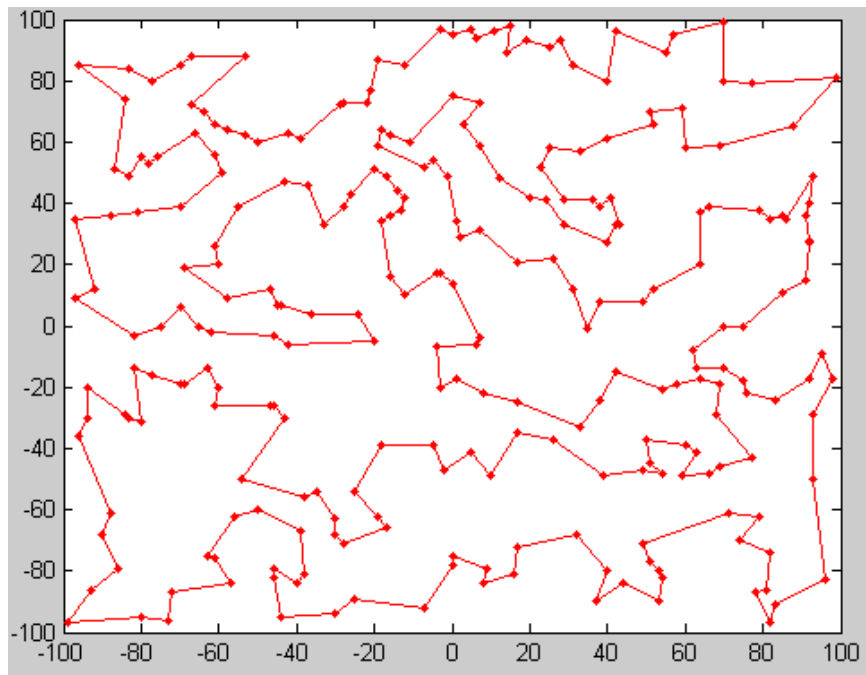
Gil262

Τοπικό ελάχιστο: 2433.2

Βέλτιστη διαδρομή:

200	63	216	180	152	208	246	160	7	164	140	172	186	81
4	115	145	100	21	138	33	72	185	19	79	262	191	5
130	129	221	205	31	71	229	1	139	202	231	232	142	68
108	99	70	155	76	154	87	188	258	95	34	182	28	156
184	192	144	91	77	50	88	151	94	149	86	247	212	107
174	196	236	111	252	255	92	178	210	41	110	60	158	109
132	105	85	222	165	37	6	243	16	84	135	146	122	223
225	256	56	242	38	39	102	15	52	169	181	171	59	162
136	226	32	78	201	67	51	134	159	147	245	127	40	24
168	66	103	113	80	194	197	42	10	238	131	214	57	203
148	26	9	153	13	167	89	248	121	106	189	220	36	150
217	83	206	65	228	53	124	257	137	18	30	207	166	213
54	173	261	27	195	125	64	250	163	224	82	157	249	62
123	118	3	116	126	215	74	104	141	25	251	199	44	22
187	93	46	161	179									

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 2.321%



5.1.4 Εφαρμογή S&C με DR και Path-Relinking με χρήση μεθόδου GRASP για εύρεση αρχικής λύσης

Εδώ γίνεται μια νέα προσπάθεια για βελτίωση των ήδη πολύ καλών αποτελεσμάτων του αλγορίθμου. Για να πραγματοποιηθεί αυτό χρησιμοποιήθηκαν οι μέθοδοι S&C και DR όπως και στην προηγούμενη ενότητα. Η βασική διαφορά είναι ότι η επιλογή της αρχικής λύσης γίνεται τώρα με τη μέθοδο GRASP και όχι με αυτήν του πλησιέστερου γείτονα.

Η μέθοδος GRASP δίνει αρχική λύση, η οποία είναι χαμηλότερης ποιότητας από αυτήν του πλησιέστερου γείτονα. Από μια δεξαμενή 50 τέτοιων αρχικών λύσεων εφαρμόζεται ο Ejection Chain αλγόριθμος. Όπως αποδείχτηκε προηγουμένως οι μέσες αποκλίσεις των αποτελεσμάτων για όχι και τόσο καλές αρχικές λύσεις είναι μεγαλύτερες από όταν η αρχική λύση είναι πολύς καλής ποιότητας. Άρα και οι 50 τελικές λύσεις που θα προκύψουν από τον αλγόριθμο τοπικής αναζήτησης δεν θα έχουν τόσο ομοιόμορφα αποτελέσματα.

Αυτό είναι ακριβώς ό, τι χρειάζεται και η μέθοδος Path-Relinking για να λειτουργήσει. Υπενθυμίζεται εδώ ότι στο Path-Relinking προσπαθούμε να παράγουμε καινούργιες λύσεις συγκρίνοντας δυο υπάρχουσες. Όσο λιγότερα κοινά έχουν αυτές οι δυο καλές λύσεις τόσο περισσότερες είναι οι πιθανότητες να επιτευχθεί ο στόχος.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα αποτελέσματα αυτής της προσπάθειας. Μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι για 17 προβλήματα καταφέραμε να αποτυπώσουμε μια ακόμα καλύτερη λύση από τις προηγούμενες μεθόδους. Εδώ η διασπορά των αποκλίσεων κυμαίνεται από 0.002 - 4.137%.

INSTANCE	Optimum	S&C+DR+peth-relinking[grasp]	ω (%)
eil51	426	428,9816	0,700
Berlin52	7542	7544,4	0,032
Eil76	538	553,5454	2,889
Pr76	108159	108230	0,066
Rat99	1211	1235,3	2,007
KroA100	21282	21357	0,352
KroB100	22141	22203	0,280
KroC100	20749	20770	0,101
KroD100	21294	21449	0,728
KroE100	22068	22115	0,213
Rd100	7910	8045,8	1,717
Eil101	629	653,584	3,908
Lin105	14379	14429	0,348
Pr107	44303	44346	0,097
Pr124	59030	59031	0,002
Bier127	118282	118780	0,421
Ch130	6110	6157,6	0,779
Pr136	96772	98691	1,983
Pr144	58537	58553	0,027
Ch150	6528	6677	2,282
KroA150	26524	26807	1,067
Pr152	73682	74019	0,457
Rat195	2323	2419,1	4,137
D198	15780	15983	1,286
KroA200	29368	29818	1,532
KroB200	29437	30110	2,286
Ts225	126643	127600	0,756
Pr226	80369	81203	1,038
Gil262	2378	2452,5	3,133

Τα καλύτερα αποτελέσματα παρουσιάστηκαν για τα εξής προβλήματα: pr124(0.002%), berlin52(0.032%), pr107(0.097%), pr144(0.027%), kroC100(0.101%).

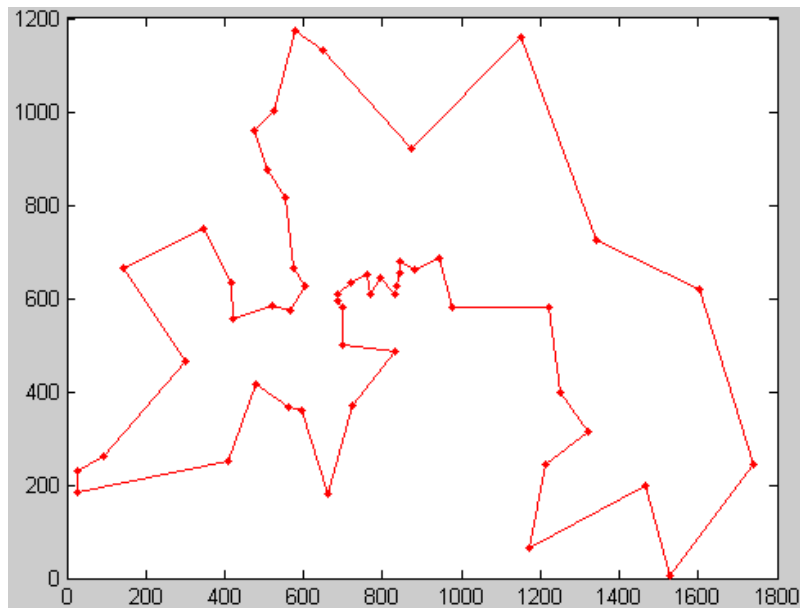
Στη συνέχεια παρατίθενται και γραφικά ορισμένες από τις βέλτιστες τοπικές λύσεις που βρέθηκαν με την χρήση των παραπάνω μεθόδων καθώς και η ακολουθία των κόμβων προκειμένου να προκύψει αυτή.

Berlin52

Τοπικό ελάχιστο: 7544,4

Βέλτιστη διαδρομή: 15 6 4 25 12 28 27 26 47 13 14 52 11 51 33 43
10 9 8 41 19 45 32 49 1 22 31 18 3 17 21 42 7 2 30 23 20
50 29 16 46 44 34 35 36 39 40 37 38 48 24 5

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 0,032%

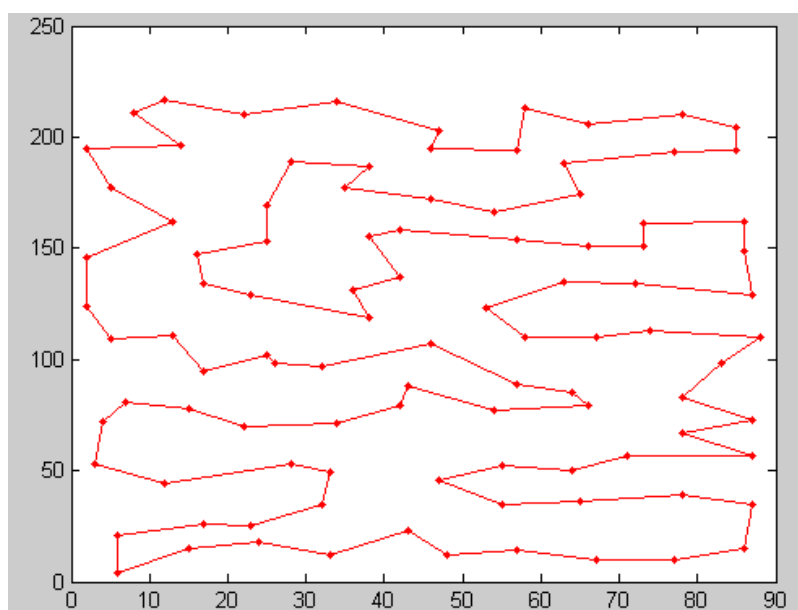


Rat99

Τοπικό ελάχιστο: 1235.3

Βέλτιστη διαδρομή: 72 81 80 71 70 69 68 67 59 58 49 57 56 65 66 75
84 85 76 77 78 79 88 89 90 99 98 97 96 87 86 95 94 93 92 91
83 82 73 74 64 55 46 47 38 48 39 40 50 42 43 34 33 41 32 31
30 29 37 28 19 20 21 22 13 12 11 10 1 2 3 4 14 5 6 7 8
9 18 17 16 15 23 24 25 26 27 35 36 44 45 54 53 52 51 60 61
62 63

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 2.007%

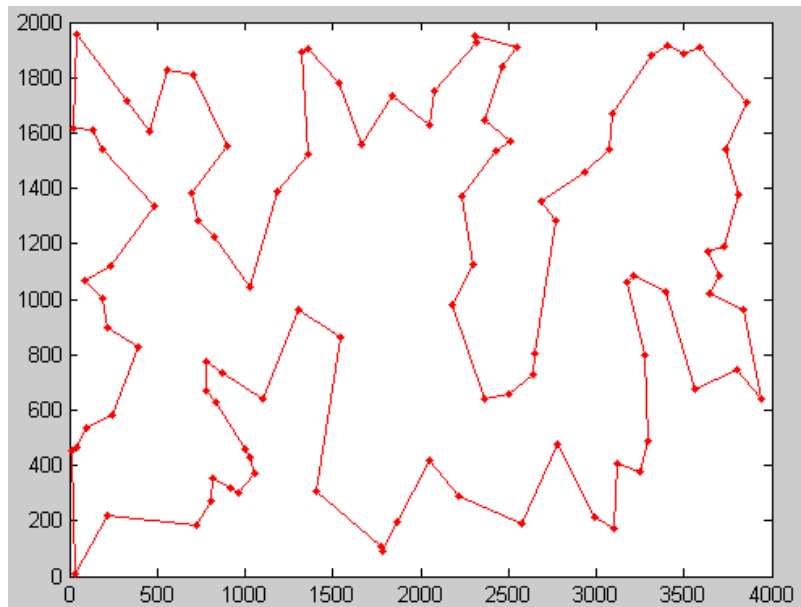


KroC100

Τοπικό ελάχιστο: 20770

Βέλτιστη διαδρομή: 72 83 62 50 95 94 91 76 70 23 21 89 41 59 73 3
69 60 4 14 99 19 92 10 36 57 74 100 33 45 81 97 96 87 52 11
84 48 66 44 63 51 16 37 9 78 82 7 26 61 32 24 46 29 18 49
93 12 40 53 1 85 27 15 13 79 64 20 42 55 67 47 31 65 80 77
30 68 35 2 54 6 75 22 8 17 25 90 34 58 98 88 28 39 38 71 56
43 5 86

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 0.101%

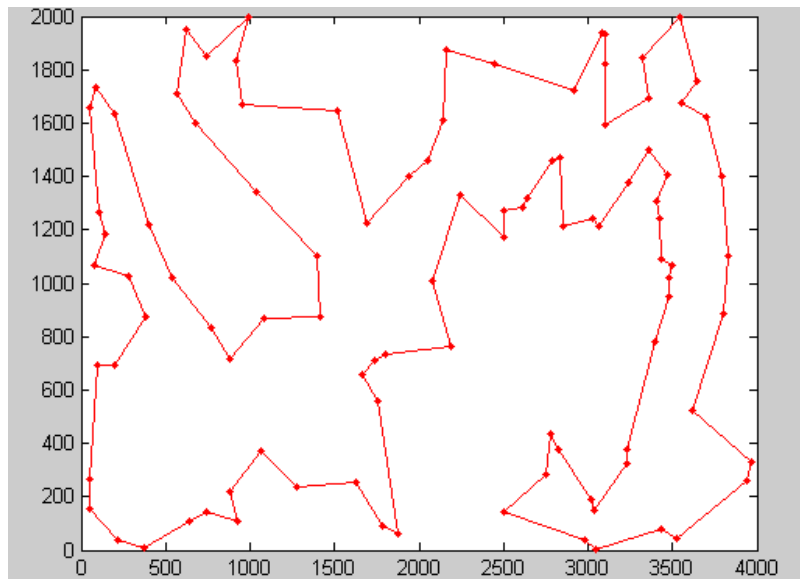


KroE100

Τοπικό ελάχιστο: 22115

Βέλτιστη διαδρομή: 77 85 96 11 2 4 70 6 55 91 93 30 66 13 92 82
67 27 87 41 75 9 31 57 80 10 60 50 49 20 15 56 62 64 23 28
36 95 59 98 51 69 47 3 46 26 79 81 89 72 44 52 14 61 71 16
73 83 1 74 21 7 76 12 32 58 63 88 35 40 84 17 99 45 54 25
97 65 8 5 42 90 48 68 38 33 22 39 43 86 19 94 18 24 29 100
78 53 34 37

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 0.213%

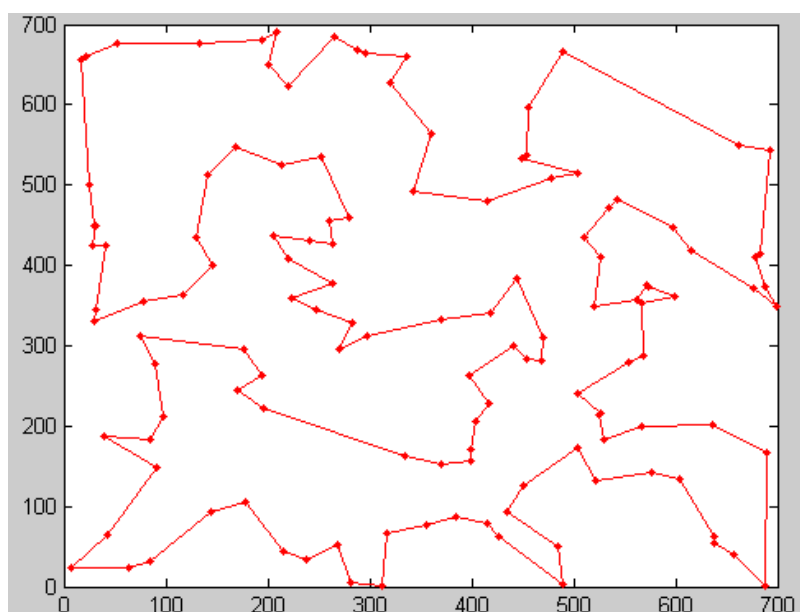


Ch130

Τοπικό ελάχιστο: 6157.6

Βέλτιστη διαδρομή: 126 114 108 8 18 21 33 22 23 47 40 37 93 44 42
 51 60 55 122 96 13 67 14 10 102 6 91 72 49 58 120 53 106 38 92
 73 99 74 75 52 65 56 9 57 82 101 123 111 119 84 36 32 113 25 48
 98 110 89 94 77 103 81 87 12 79 95 116 24 29 15 100 19 27 31
 34 17 54 35 4 20 46 80 118 2 50 130 71 39 41 1 127 107 104 43
 68 63 70 97 7 26 88 86 69 64 124 129 61 109 76 11 5 45 16 128
 105 62 28 115 112 117 3 83 30 59 90 125 85 66 78 121

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 0.779%



5.1.5 Βέλτιστα αποτελέσματα για TSP

Στη συνέχεια ακολουθούν δυο συγκεντρωτικοί πίνακες αποτελεσμάτων. Στον πρώτο φαίνονται οι βέλτιστες λύσεις που βρέθηκαν με την εφαρμογή κάθε διαφορετικής μεθόδου και στα 29 προβλήματα TSP. Με πράσινο χρώμα τονίζεται η μέθοδος που απέδωσε το καλύτερο αποτέλεσμα.

Στον δεύτερο πίνακα φαίνονται οι βέλτιστες λύσεις που βρέθηκαν στην παρούσα διπλωματική εργασία, οι αποκλίσεις τους από τα τοπικά ελάχιστα καθώς και οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν κάθε φορά για την επίτευξή τους.

INSTANCE	Optimum	S&C(random_first_sol)	S&C(closest_neighbour)	S&C+DR (closest_neighbour)	S&C+DR+path-relinking(grasp)
eil51	426	434,5	433,54	431,1705	428,9816
Berlin52	7542	7.810	7763,7	7716,7	7544,4
Eil76	538	567,4	551,592	549,1874	553,5454
Pr76	108159	110.340	109070	108160	108230
Rat99	1211	1.293,1	1269,6	1251	1235,3
KroA100	21282	21.631	22011	21391	21357
KroB100	22141	22.803	22456	22210	22203
KroC100	20749	21.245	21347	20819	20770
KroD100	21294	21970	22134	21482	21449
KroE100	22068	22799	23275	22316	22115
Rd100	7910	8383	8171,7	7911,3	8045,8
Eil101	629	679	654,023	650,1775	653,584
Lin105	14379	14622	14687	14442	14429
Pr107	44303	45685	44575	44575	44346
Pr124	59030	60404	59264	59246	59031
Bier127	118282	124660	120780	119920	118780
Ch130	6110	6372,2	6469,9	6233	6157,6
Pr136	96772	101930	105060	102250	98691
Pr144	58537	59175	61244	58602	58553
Ch150	6528	6955,3	6633,7	6604,3	6677
KroA150	26524	27500	28050	27391	26807
Pr152	73682	75058	74879	73870	74019
Rat195	2323	2548,2	2399,6	2369,8	2419,1
D198	15780	16209	16084	15923	15983
KroA200	29368	30869	29567	29514	29818
KroB200	29437	30853	31341	30186	30110
Ts225	126643	129070	128390	126940	127600
Pr226	80369	81952	82183	81050	81203
Gil262	2378	2574	2509,5	2433,2	2452,5

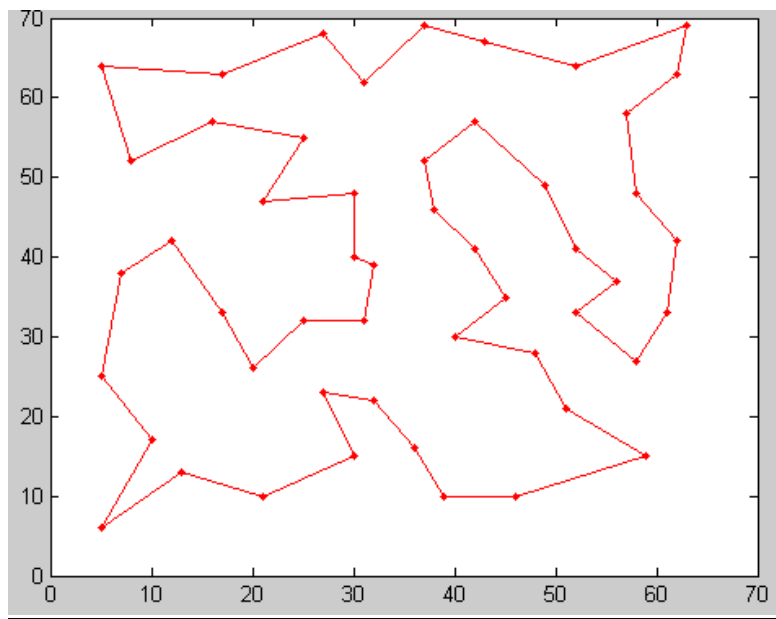
Από τον πίνακα παραπάνω φαίνεται η αποτελεσματικότητα ιδιαίτερα των δυο τελευταίων μεθόδων που εφαρμόστηκαν. Εύκολα παρατηρεί κανείς ότι 17 από τα 29 βέλτιστα προέκυψαν από την ταυτόχρονη εφαρμογή των μεθόδων S&C, DR και path-relinking, ενώ τα υπόλοιπα 12 προέκυψαν από την εφαρμογή των S&C,DR και closest neighbour.

INSTANCE	Optimum	τοπικό ελάχιστο	μέθοδος	ω (%)
eil51	426	428,9816	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	0,700
Berlin52	7542	7544,4	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	0,032
Eil76	538	549,1874	S&C+DR(closest neighbour)	2,079
Pr76	108159	108160	S&C+DR(closest neighbour)	0,001
Rat99	1211	1235,3	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	2,007
KroA100	21282	21357	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	0,352
KroB100	22141	22203	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	0,280
KroC100	20749	20770	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	0,101
KroD100	21294	21449	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	0,728
KroE100	22068	22115	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	0,213
Rd100	7910	7911,3	S&C+DR(closest neighbour)	0,016
Eil101	629	650,1775	S&C+DR(closest neighbour)	3,367
Lin105	14379	14429	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	0,348
Pr107	44303	44346	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	0,097
Pr124	59030	59031	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	0,002
Bier127	118282	118780	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	0,421
Ch130	6110	6157,6	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	0,779
Pr136	96772	98691	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	1,983
Pr144	58537	58553	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	0,027
Ch150	6528	6604,3	S&C+DR(closest neighbour)	1,169
KroA150	26524	26807	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	1,067
Pr152	73682	73870	S&C+DR(closest neighbour)	0,255
Rat195	2323	2369,8	S&C+DR(closest neighbour)	2,015
D198	15780	15923	S&C+DR(closest neighbour)	0,906
KroA200	29368	29514	S&C+DR(closest neighbour)	0,497
KroB200	29437	30110	S&C+DR+peth-relinking(grasp)	2,286
Ts225	126643	126940	S&C+DR(closest neighbour)	0,235
Pr226	80369	81050	S&C+DR(closest neighbour)	0,847
Gil262	2378	2433,2	S&C+DR(closest neighbour)	2,321

Εύκολα γίνεται αντιληπτή η υψηλή αποτελεσματικότητα των εφαρμοσμένων μεθόδων. Παρατηρώντας τον πίνακα βλέπουμε ότι τα 20 από τα συνολικά 29 προβλήματα παρουσιάζουν αποκλίσεις μικρότερες από 1%, ενώ η μέγιστη απόκλιση που φαίνεται να δίνει το πρόβλημα eil101 δεν ξεπερνά το 3.4%.

Στη συνέχεια ακολουθεί γραφική απεικόνιση των λύσεων του παραπάνω πίνακα καθώς και οι βελτιστες ακολουθίες κόμβων που οδήγησαν στην κατασκευή τους.

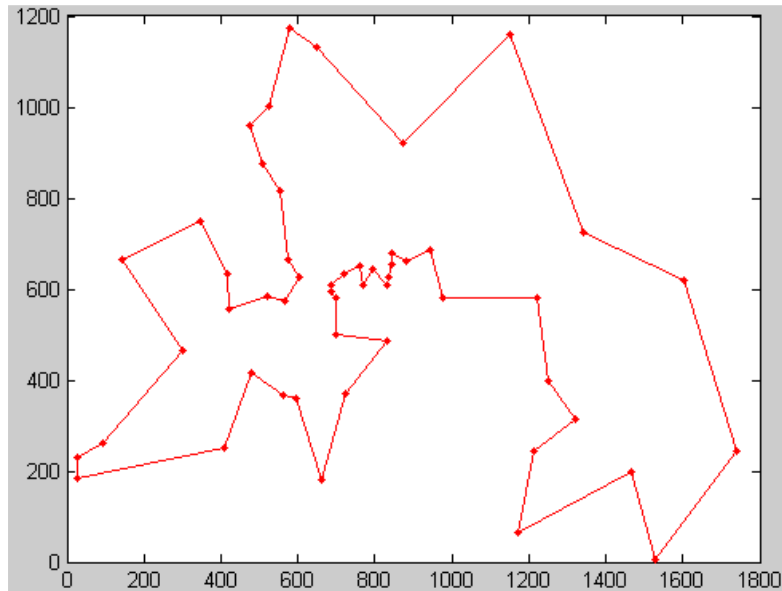
Eil51



Βέλτιστη διαδρομή: 16 2 22 1 32 11 38 5 49 10 39 33 45 15 37 17
44 42 19 40 41 13 25 14 18 4 47 12 46 51 27 6 48 23 24 43 7
26 8 31 28 3 36 35 20 29 21 34 30 9 50

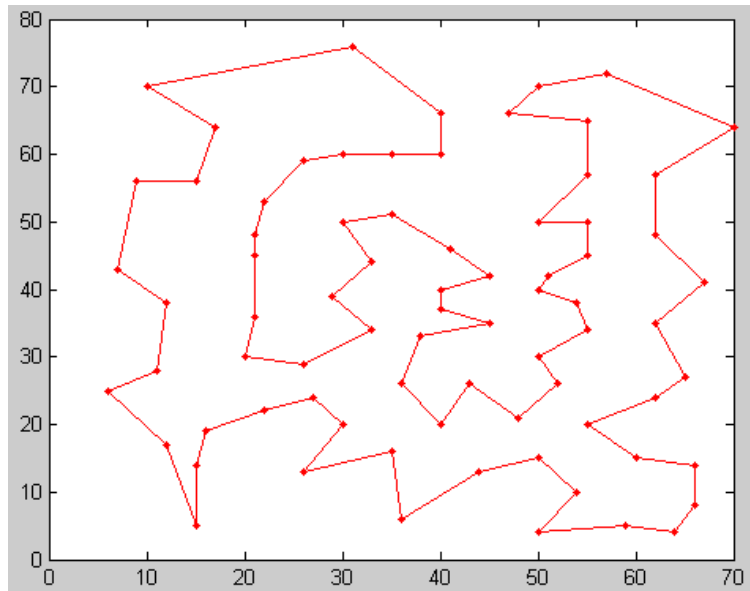
Berlin52

Βέλτιστη διαδρομή: 15 6 4 25 12 28 27 26 47 13 14 52 11 51 33 43
10 9 8 41 19 45 32 49 1 22 31 18 3 17 21 42 7 2 30 23 20
50 29 16 46 44 34 35 36 39 40 37 38 48 24 5

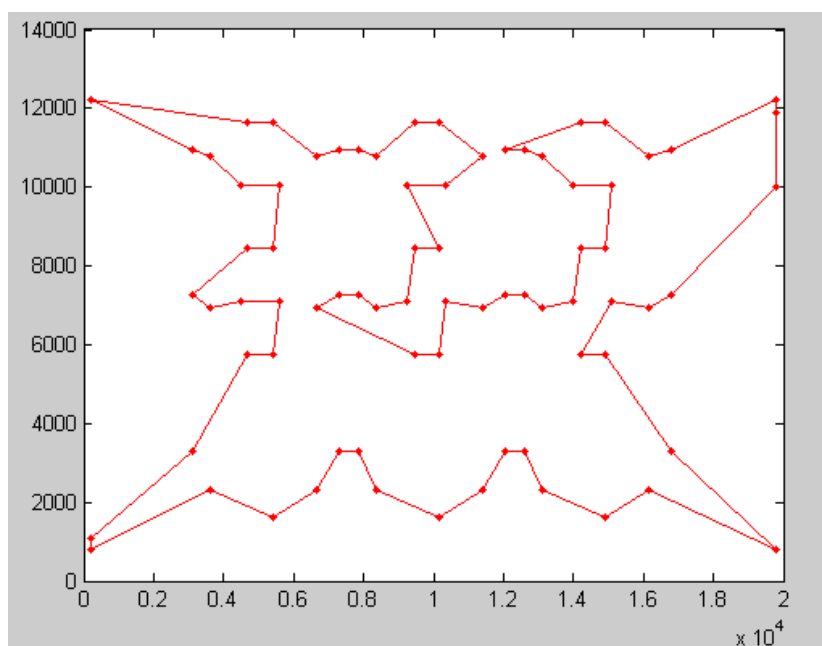


Eil76

Βέλτιστη διαδρομή:																			11	38	65	66	59	14	19	54	13	57	15	5	37	20	70	60
71	69	36	47	21	61	28	22	62	73	1	43	42	64	41	56	23	49	24	18															
50	25	55	31	10	58	72	39	9	32	44	3	16	63	33	6	51	17	40	12	26														
67	76	75	4	68	2	74	30	48	29	45	27	52	34	46	8	35	7	53																

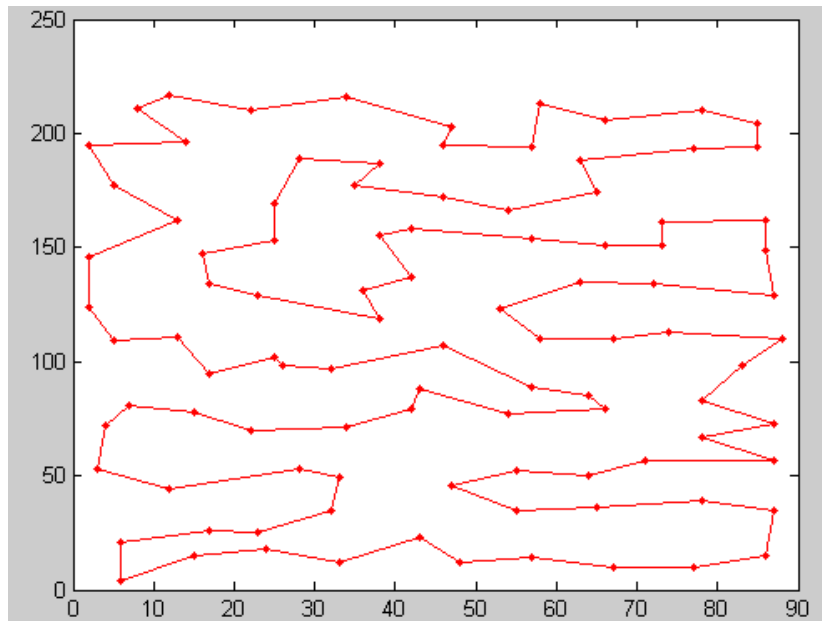
Pr76

Βέλτιστη διαδρομή:																			32	33	35	34	40	39	38	36	37	18	17	16	15	74	14	13
12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	75	76	1	23	22	21	25	24	46	45														
44	48	47	69	68	70	67	50	49	51	66	65	71	72	73	64	63	62	61	41															
60	59	58	57	56	55	52	53	54	42	43	28	27	26	20	19	31	30	29																



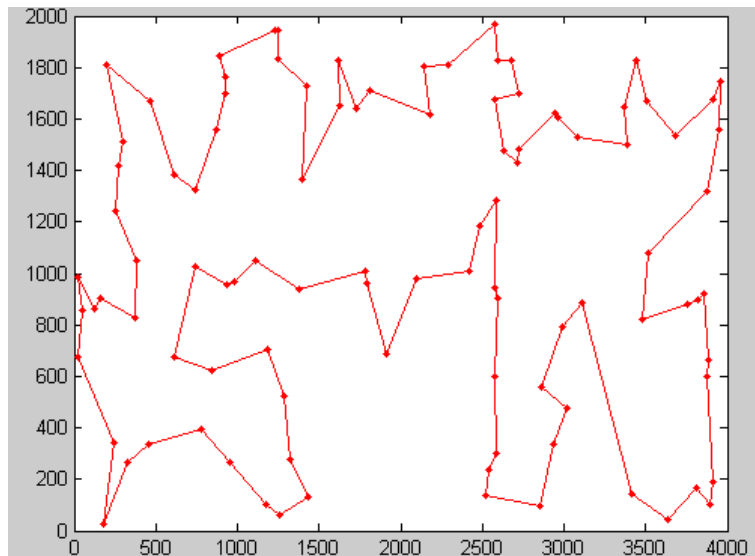
Rat99

Βέλτιστη διαδρομή: 72 81 80 71 70 69 68 67 59 58 49 57 56 65 66 75
84 85 76 77 78 79 88 89 90 99 98 97 96 87 86 95 94 93 92 91
83 82 73 74 64 55 46 47 38 48 39 40 50 42 43 34 33 41 32 31
30 29 37 28 19 20 21 22 13 12 11 10 1 2 3 4 14 5 6 7 8
9 18 17 16 15 23 24 25 26 27 35 36 44 45 54 53 52 51 60 61
62 63



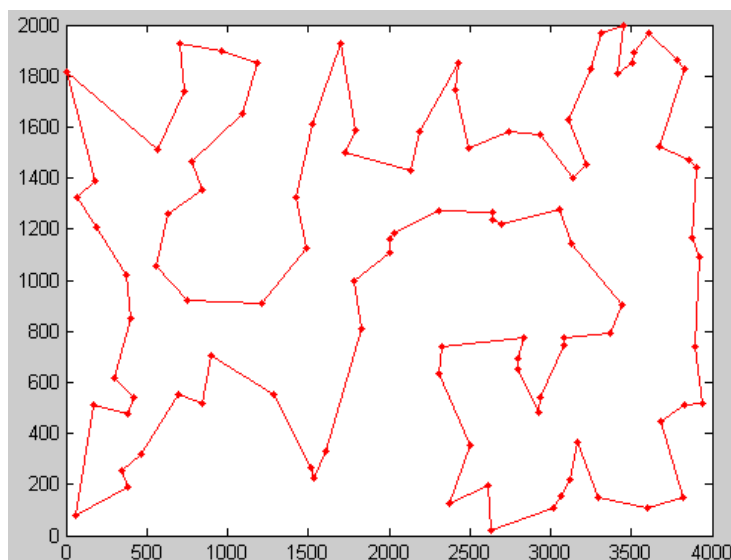
KroA100

Βέλτιστη διαδρομή: 93 1 63 6 49 90 19 75 92 8 42 89 31 80 56 97
4 65 26 66 70 22 94 16 88 53 79 18 24 38 99 36 84 10 72 21
74 59 17 15 11 32 47 91 45 98 23 77 60 62 35 86 27 12 20 57
9 7 55 83 34 29 46 43 3 14 71 41 100 48 30 39 96 78 52 5
37 33 76 13 95 82 85 68 73 50 44 2 54 40 64 69 81 25 87 51
61 58 67 28



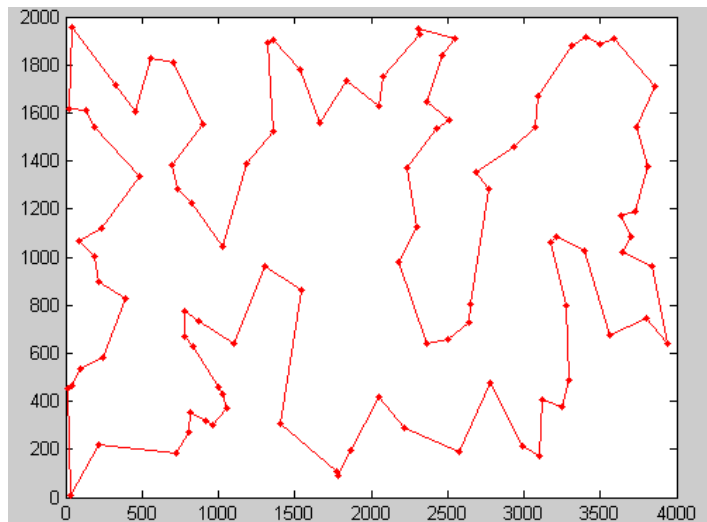
KroB100

Βέλτιστη διαδρομή: 45 36 41 44 19 92 96 18 24 77 55 22 23 88 54 52
 58 84 7 34 9 25 46 90 21 10 68 86 49 30 75 80 20 38 72 37
 65 47 79 81 56 100 26 69 62 5 67 40 39 70 53 73 85 93 11 3
 28 91 97 99 8 29 76 59 32 98 95 1 12 71 27 61 35 94 57 60
 74 66 87 89 43 50 16 2 42 14 64 83 4 6 15 33 82 51 48 31 63
 13 78 17



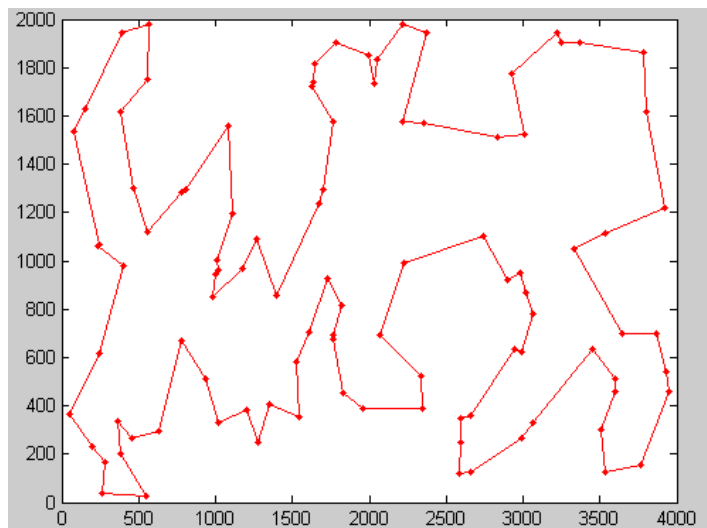
KroC100

Βέλτιστη διαδρομή: 72 83 62 50 95 94 91 76 70 23 21 89 41 59 73 3
 69 60 4 14 99 19 92 10 36 57 74 100 33 45 81 97 96 87 52 11
 84 48 66 44 63 51 16 37 9 78 82 7 26 61 32 24 46 29 18 49
 93 12 40 53 1 85 27 15 13 79 64 20 42 55 67 47 31 65 80 77
 30 68 35 2 54 6 75 22 8 17 25 90 34 58 98 88 28 39 38 71 56
 43 5 86



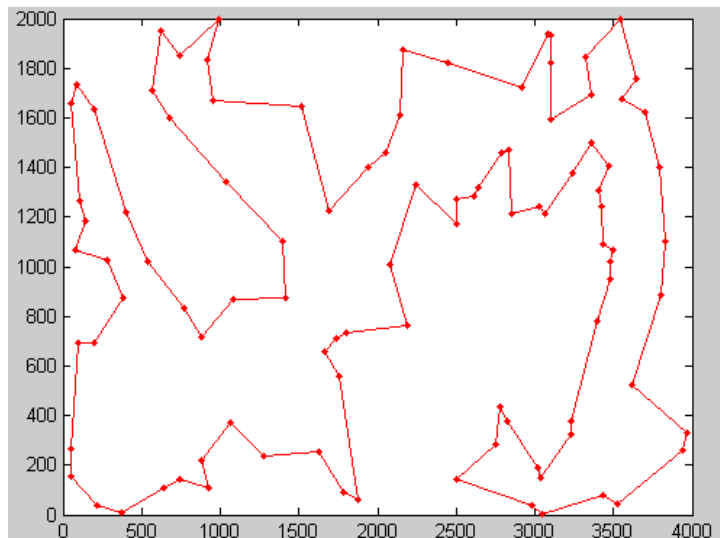
KroD100

Βέλτιστη διαδρομή: 21 47 12 28 56 95 26 87 55 92 48 2 100 30 35 51
 19 37 62 5 53 60 44 93 4 71 43 77 16 63 54 91 39 73 41 84
 15 69 46 52 8 66 38 34 81 27 24 88 79 13 1 50 11 90 17 94
 32 97 98 49 70 89 23 42 22 58 29 36 67 75 7 74 61 76 80 72
 57 31 78 99 45 33 68 14 65 86 96 64 85 59 3 83 40 6 18 82
 25 20 9 10



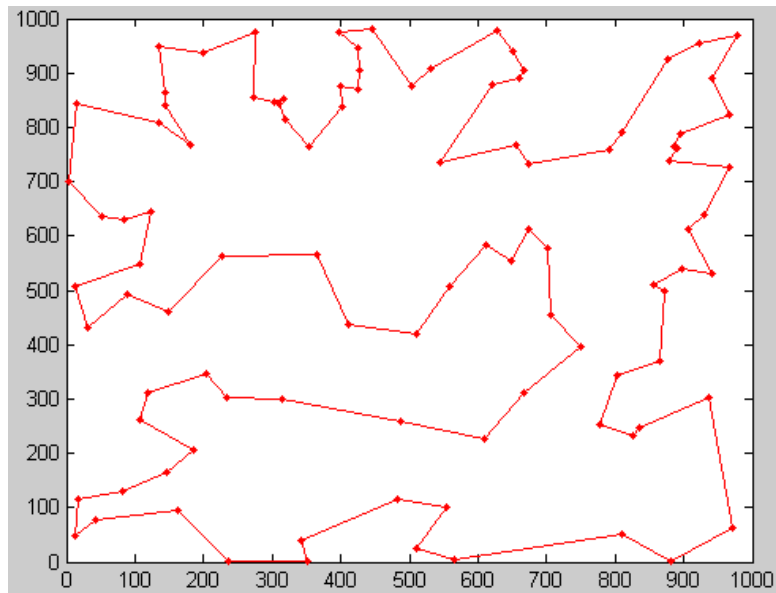
KroE100

Βέλτιστη διαδρομή: 77 85 96 11 2 4 70 6 55 91 93 30 66 13 92 82
 67 27 87 41 75 9 31 57 80 10 60 50 49 20 15 56 62 64 23 28
 36 95 59 98 51 69 47 3 46 26 79 81 89 72 44 52 14 61 71 16
 73 83 1 74 21 7 76 12 32 58 63 88 35 40 84 17 99 45 54 25
 97 65 8 5 42 90 48 68 38 33 22 39 43 86 19 94 18 24 29 100
 78 53 34 37



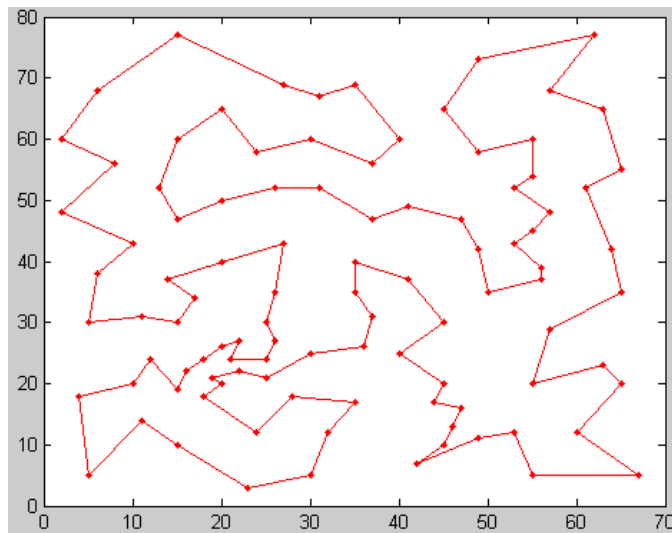
Rd100

Βέλτιστη διαδρομή: 14 12 4 32 9 26 74 20 78 3 33 10 27 92 17 72
 70 38 54 73 50 46 56 19 37 28 93 77 95 59 76 66 31 84 88 58
 89 2 23 35 29 44 100 39 96 55 40 43 25 24 42 7 34 41 22 5
 61 11 52 45 16 98 94 6 79 53 99 47 57 36 64 91 81 80 30 48
 65 90 51 83 68 71 8 69 60 1 18 62 87 15 63 86 97 67 13 49
 21 75 82 85



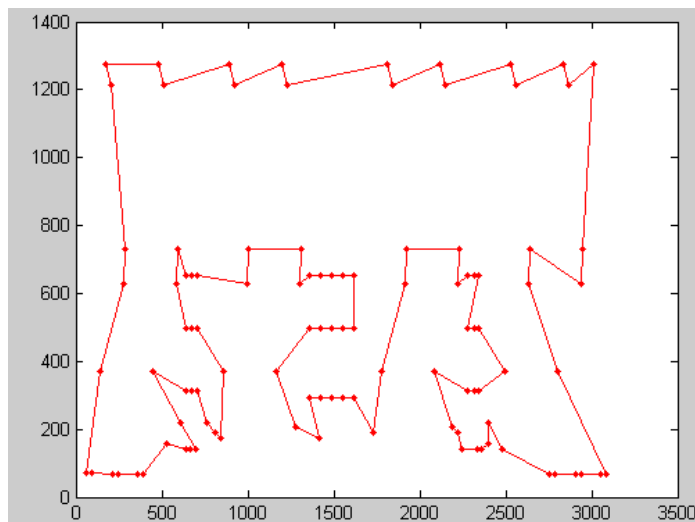
Eil101

Βέλτιστη διαδρομή: 36 49 64 63 90 32 30 70 10 62 11 19 48 82 7 88
 31 69 1 50 76 12 80 68 77 3 79 33 81 9 51 20 66 65 71 35 34
 78 29 24 54 4 55 25 39 67 23 56 75 41 22 74 72 73 21 40 26
 28 27 101 53 58 13 97 92 98 37 100 42 87 2 57 15 43 14 44 38
 86 16 61 91 85 93 99 96 59 95 94 6 89 52 18 83 60 5 84 17
 45 8 46 47



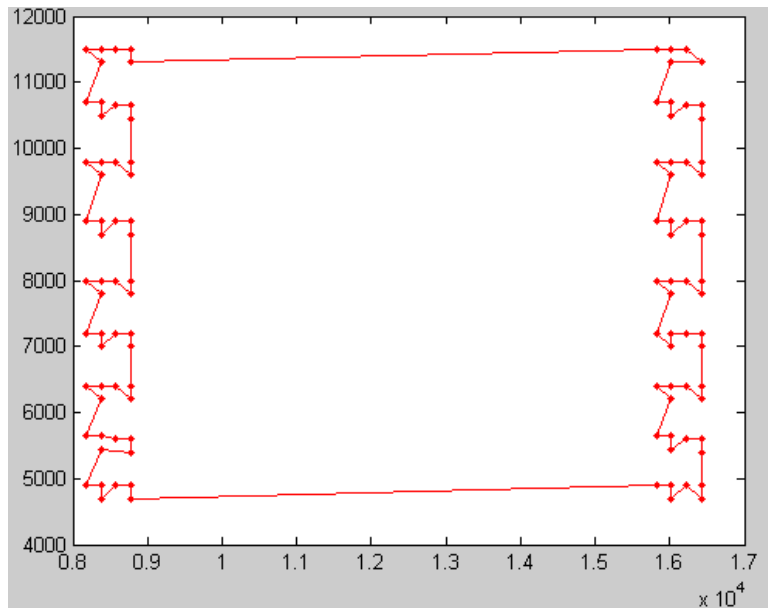
Lin105

Βέλτιστη διαδρομή: 19 16 17 18 25 26 36 37 42 41 43 46 52 53 58 57
 54 51 47 44 104 40 49 45 48 50 55 56 59 105 62 63 70 69 74 75
 81 73 76 80 86 79 77 72 64 67 68 71 78 82 83 84 85 91 92 96
 97 101 102 93 89 90 98 99 100 95 94 88 87 66 65 61 60 39 38 35
 34 14 13 4 5 9 8 3 1 2 6 7 10 11 15 21 22 29 103 12 20
 23 28 30 31 32 33 27 24



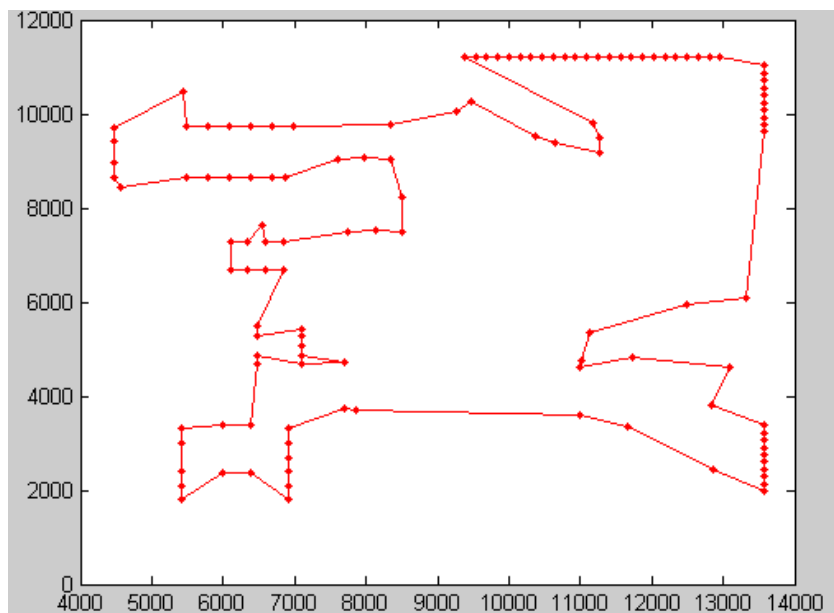
Pr107

Βέλτιστη διαδρομή: 74 62 73 70 71 72 69 68 65 67 64 66 63 2 5 6
 1 3 4 8 7 9 10 11 12 13 16 15 18 14 17 20 23 24 19 21 22
 25 28 27 30 26 29 32 35 36 31 33 34 37 40 39 42 38 41 44 47
 48 43 45 46 49 52 51 54 53 50 55 106 107 105 104 56 101 99 102
 103 100 98 95 97 96 57 94 58 91 89 92 93 90 88 85 87 86 59 84
 60 79 81 82 83 80 78 75 77 76 61



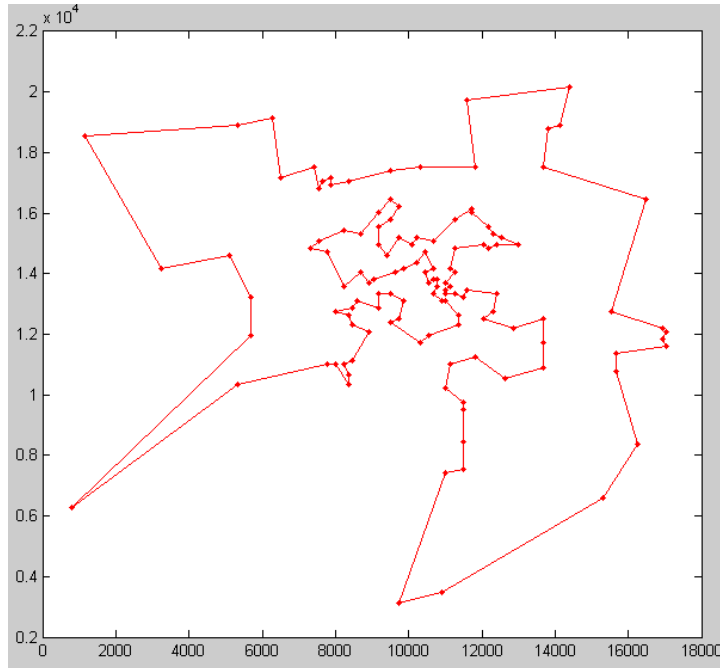
Pr124

Βέλτιστη διαδρομή: 73 72 71 70 69 68 64 63 81 82 84 83 67 65 66 62
 33 34 30 31 32 6 5 4 3 2 1 8 7 27 28 29 35 36 59 61 60
 58 57 56 55 37 38 26 24 25 22 23 39 40 21 20 41 42 43 44 54
 45 19 18 17 16 9 10 11 12 13 14 15 51 50 49 48 47 46 52 53
 88 89 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 103 102 90 87 86
 85 91 101 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 100 99 98 97 96 95
 94 93 92 80 79 78 77 76 75 74



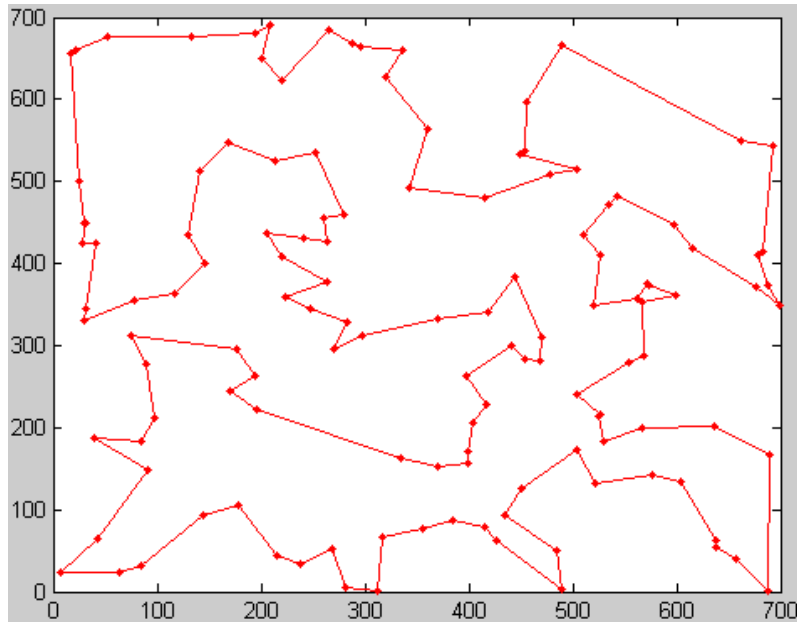
Bier127

Βέλτιστη διαδρομή: 125 89 92 99 65 113 66 55 47 53 49 118 48 46 94
112 111 107 127 93 95 123 98 97 28 122 32 29 33 25 26 38 39 42
34 43 30 41 14 12 31 27 80 79 77 18 21 17 20 108 6 106 15 105
114 120 7 1 16 37 36 35 40 44 103 45 54 57 56 124 52 5 121 51
2 50 13 115 10 100 64 58 91 61 62 59 60 116 90 3 11 9 24 23
4 22 19 72 8 67 73 74 68 71 70 69 75 76 78 117 84 81 126 82
83 101 102 63 119 96 109 88 87 86 85 110 104



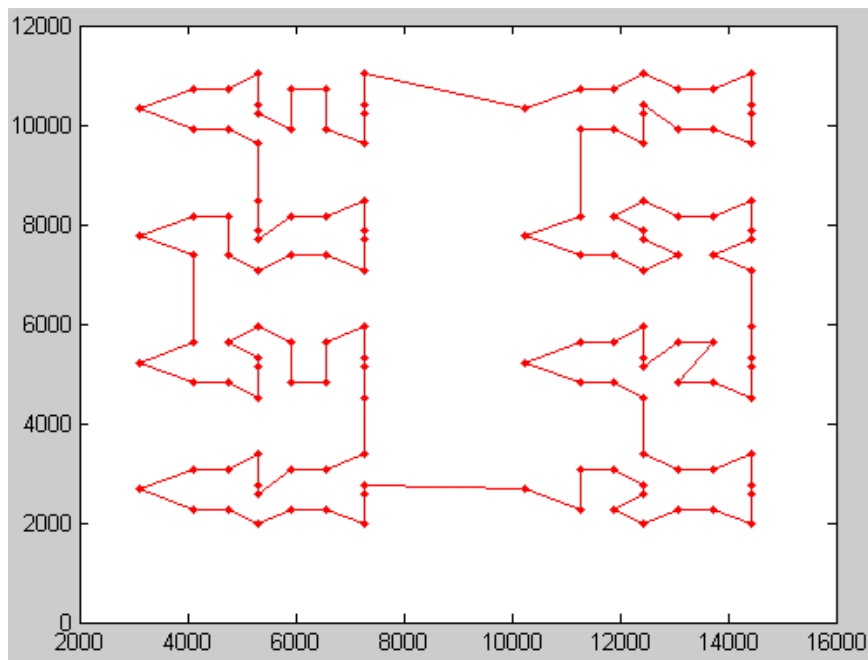
Ch130

Βέλτιστη διαδρομή: 126 114 108 8 18 21 33 22 23 47 40 37 93 44 42
51 60 55 122 96 13 67 14 10 102 6 91 72 49 58 120 53 106 38 92
73 99 74 75 52 65 56 9 57 82 101 123 111 119 84 36 32 113 25 48
98 110 89 94 77 103 81 87 12 79 95 116 24 29 15 100 19 27 31
34 17 54 35 4 20 46 80 118 2 50 130 71 39 41 1 127 107 104 43
68 63 70 97 7 26 88 86 69 64 124 129 61 109 76 11 5 45 16 128
105 62 28 115 112 117 3 83 30 59 90 125 85 66 78 121



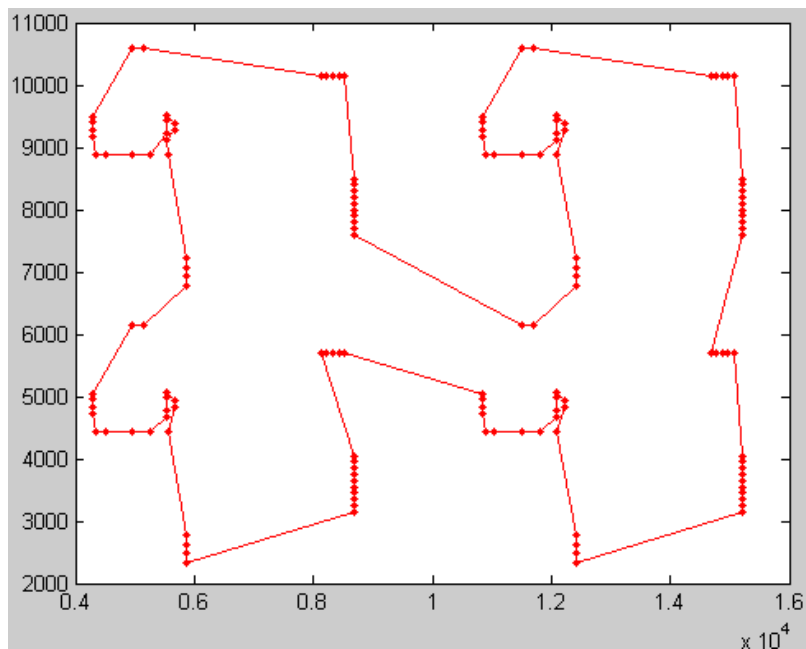
Pr136

Βέλτιστη διαδρομή: 84 96 95 100 87 83 71 76 75 72 74 97 98 85 73
 64 52 39 40 38 51 53 63 65 62 41 42 61 66 54 50 37 32 27 28
 17 19 31 29 30 18 5 6 1 7 8 2 16 20 15 9 26 25 21 14 10
 3 11 12 4 13 22 34 23 24 33 36 44 43 49 60 59 67 55 48 58
 57 45 46 35 47 56 68 69 80 81 90 102 91 92 101 93 89 82 79 70
 78 77 88 94 111 112 104 116 123 113 114 103 115 124 133 125 126 134
 127 128 122 135 121 117 105 110 129 130 109 118 120 136 131 132 119 107
 108 106 99 86



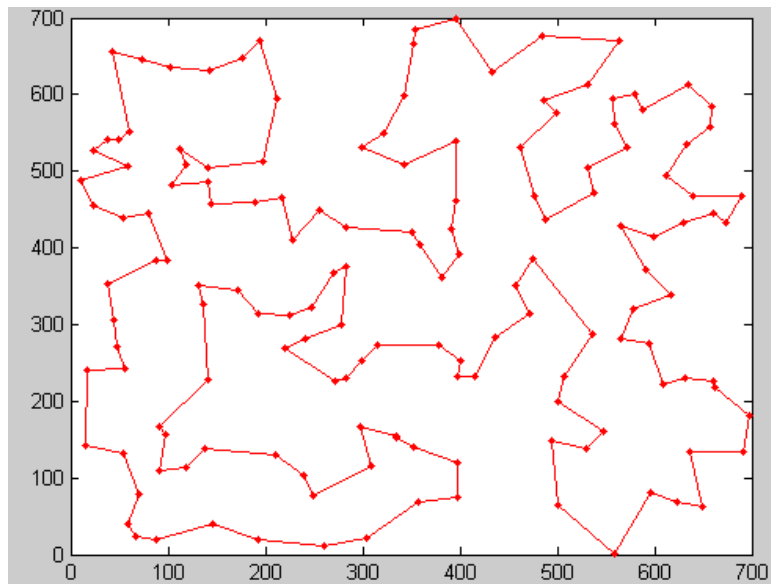
Pr144

Βέλτιστη διαδρομή: 72 71 45 44 43 14 13 12 11 10 9 7 8 19 20 17
16 15 42 41 18 21 40 39 38 37 23 22 6 5 4 3 1 2 28 29 27
26 25 24 36 35 30 34 33 32 31 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58
46 47 48 59 60 79 80 81 82 83 84 85 86 109 108 105 104 106 107
110 111 112 113 114 144 143 142 141 140 139 138 137 136 135 134 133 132
131 115 130 129 128 127 126 125 124 123 122 121 120 119 118 117 116 92
91 73 74 75 76 77 78 89 90 98 97 94 93 95 96 99 100 101 102
103 88 87 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70



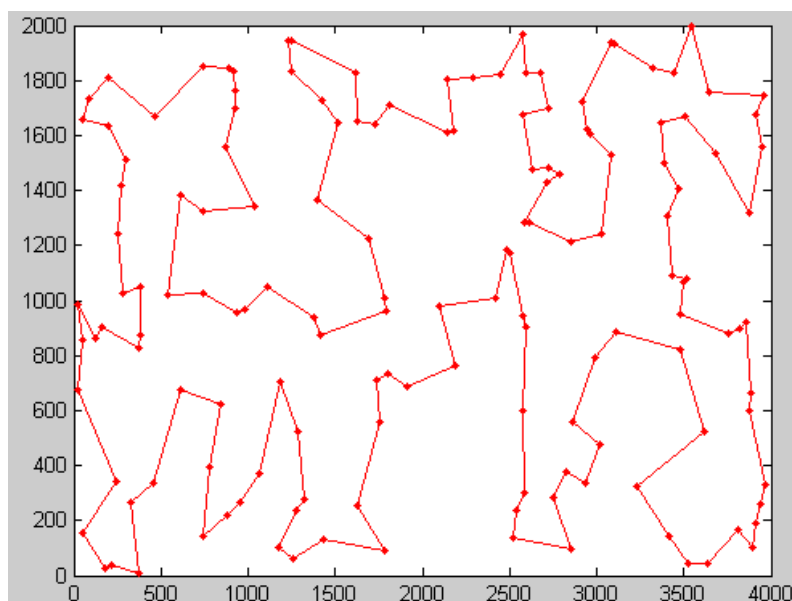
Ch150

Βέλτιστη διαδρομή: 41 117 140 60 66 17 130 148 11 61 36 69 127 118 24
53 40 139 47 120 42 9 28 6 37 2 19 99 114 102 108 70 135 86 29
81 110 20 25 141 58 55 50 137 132 65 85 142 18 75 26 146 56 83
90 46 138 134 54 92 33 126 52 93 35 96 89 30 84 7 8 124 97 143
100 5 107 95 82 103 98 1 87 34 76 73 48 63 10 113 3 62 149 125
22 104 4 128 68 119 91 106 13 74 123 31 27 129 144 147 49 72 145
136 112 64 44 71 45 115 150 21 88 94 121 79 59 16 111 105 133 15
78 80 14 122 77 131 32 23 38 67 43 109 51 12 116 101 39 57



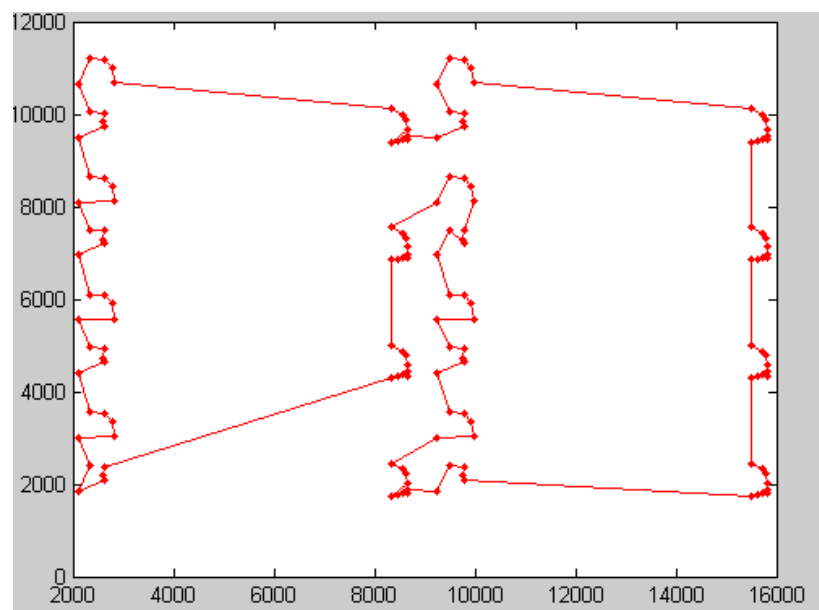
KroA150

Βέλτιστη διαδρομή: 147 39 85 68 73 50 44 114 144 2 54 40 64 69 81
 25 125 51 61 58 108 67 105 142 148 133 138 89 31 80 122 42 8 92
 139 56 143 119 97 75 19 4 65 118 124 26 129 66 70 22 94 16 88
 53 134 79 137 18 24 38 104 111 102 99 36 127 59 141 74 21 72 113
 10 84 106 90 49 6 63 1 130 28 93 131 47 109 32 11 17 15 45 91
 98 23 110 77 60 62 150 35 86 27 12 20 57 7 117 9 87 145 140 135
 34 83 55 149 120 115 123 43 128 136 41 71 100 48 14 3 46 29 132
 112 107 30 121 101 96 78 52 5 37 103 146 33 76 13 95 126 82 116



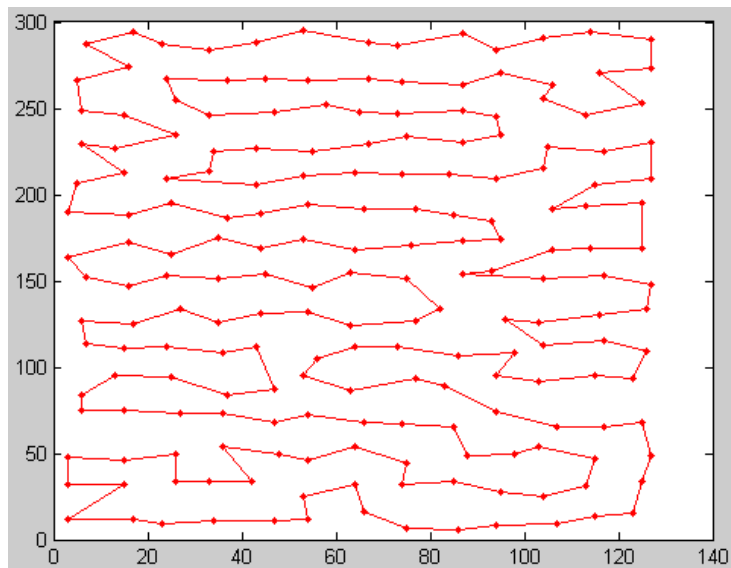
Pr152

Βέλτιστη διαδρομή: 80 114 113 100 89 81 88 101 102 103 112 111 104 87
82 43 57 65 66 67 68 56 55 44 45 54 69 70 71 72 53 52 46 34
36 35 1 16 2 37 33 32 15 3 31 30 29 14 4 38 28 27 13 5 26
25 24 12 6 39 23 22 11 7 20 21 19 10 8 9 17 18 40 41 60
61 62 42 58 59 64 63 83 105 106 107 86 84 85 108 109 110 117 140
139 141 142 143 138 137 118 119 136 135 144 145 146 134 133 120 121 132
131 147 148 149 130 129 122 123 128 127 151 150 152 126 125 124 93 94
95 92 77 74 76 50 49 48 75 73 51 47 78 116 115 96 91 79 97 98
99 90



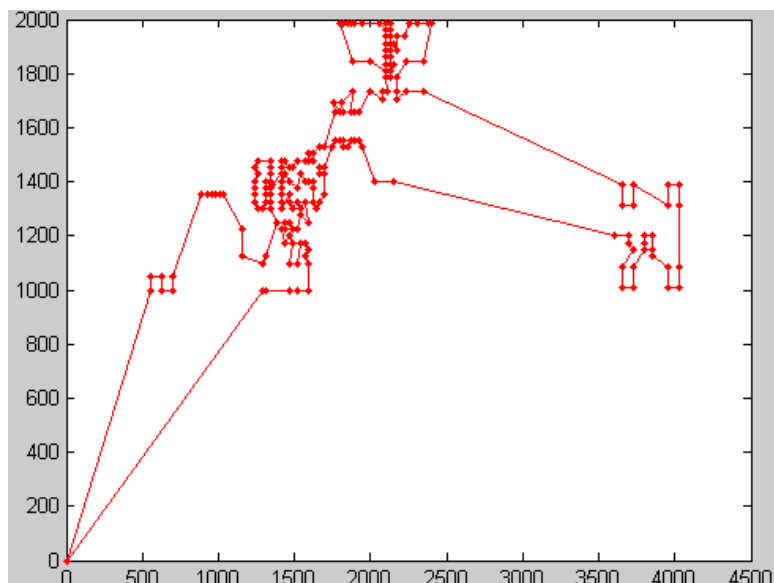
Rat195

Βέλτιστη διαδρομή: 75 74 73 72 71 58 59 60 61 49 50 51 52 39 26 13
12 11 10 9 8 7 20 19 6 5 4 3 2 1 15 14 27 28 29 16 17
18 30 31 32 33 34 21 22 23 24 25 38 37 36 35 48 47 46 45 44
43 42 41 40 53 54 55 56 57 70 69 68 67 66 79 80 81 82 83 84
85 86 87 99 98 97 96 95 94 93 92 105 106 107 108 109 110 111 112
113 114 127 126 125 124 123 122 121 120 119 118 131 132 144 145 146 158
157 170 171 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 182 181
169 168 167 180 179 178 177 176 175 174 173 172 159 160 161 162 163 164
165 166 153 152 151 150 149 148 147 134 133 135 136 137 138 139 140 141
154 155 156 143 142 128 129 130 117 116 115 101 100 102 103 104 91 90
89 88 76 77 78 65 64 63 62



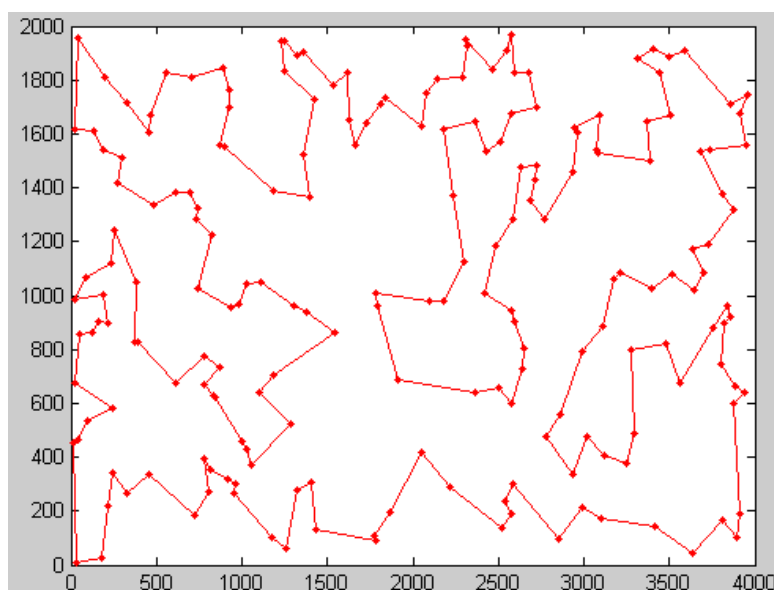
D198

Βέλτιστη διαδρομή: 21 20 19 18 17 16 1 2 7 6 3 4 5 8 9 10 11
 12 13 41 40 15 14 38 44 55 56 43 42 57 58 69 71 85 86 100 99
 87 84 73 72 68 59 60 67 70 83 88 98 97 89 90 96 95 94 93 101
 102 103 104 115 122 116 117 121 123 118 119 120 124 169 125 126 131 130
 133 136 135 134 132 138 139 154 155 156 157 158 159 160 153 161 162 152
 149 148 147 142 140 141 143 146 145 144 150 151 163 164 165 166 172 137
 129 127 170 128 171 190 189 188 191 187 192 193 186 196 197 198 195 194
 179 185 184 180 178 175 174 173 176 177 181 183 182 168 167 108 109 110
 111 107 106 112 113 114 105 92 91 80 79 63 49 48 50 64 78 77 76
 81 65 75 82 74 66 61 54 45 62 53 46 52 47 51 35 39 34 33 36
 37 32 31 29 30 28 23 22 27 26 25 24



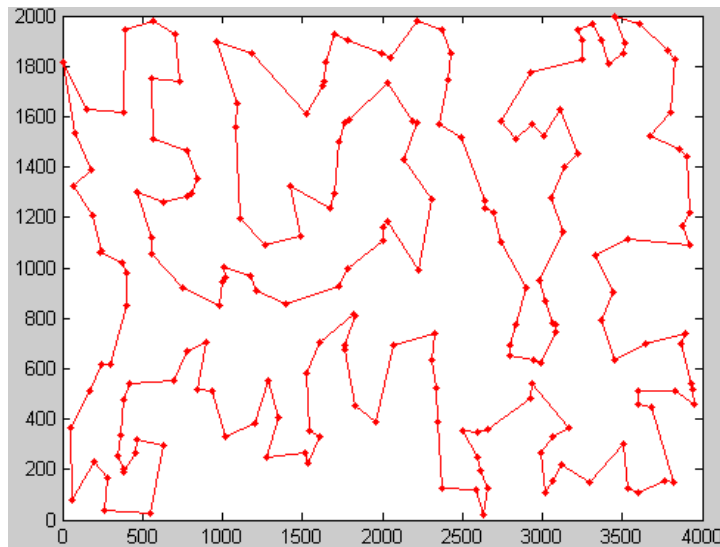
KroA200

Βέλτιστη διαδρομή: 101 4 163 93 106 149 190 49 18 110 29 184 37 124
138 9 78 82 7 199 26 61 136 32 24 159 174 121 172 46 12 147 40
132 111 117 115 53 1 85 145 191 27 198 123 15 13 79 160 162 64 20
55 42 135 186 127 112 120 47 31 67 177 65 80 77 158 193 128 167 30
68 169 35 2 181 125 161 151 187 157 107 109 6 54 75 183 155 8 22
134 129 146 103 143 17 25 90 34 58 141 171 200 98 114 88 148 28 39
38 71 130 72 83 62 185 168 173 23 144 150 91 94 95 50 139 86 196
56 152 178 5 105 43 137 133 176 113 195 182 76 70 102 164 140 21 154
89 41 59 3 73 189 69 142 131 180 156 100 33 45 197 81 97 104 165
166 96 126 87 52 11 84 48 170 122 116 188 44 63 194 51 16 118 179
153 66 119 19 99 92 10 175 36 57 74 108 14 192 60



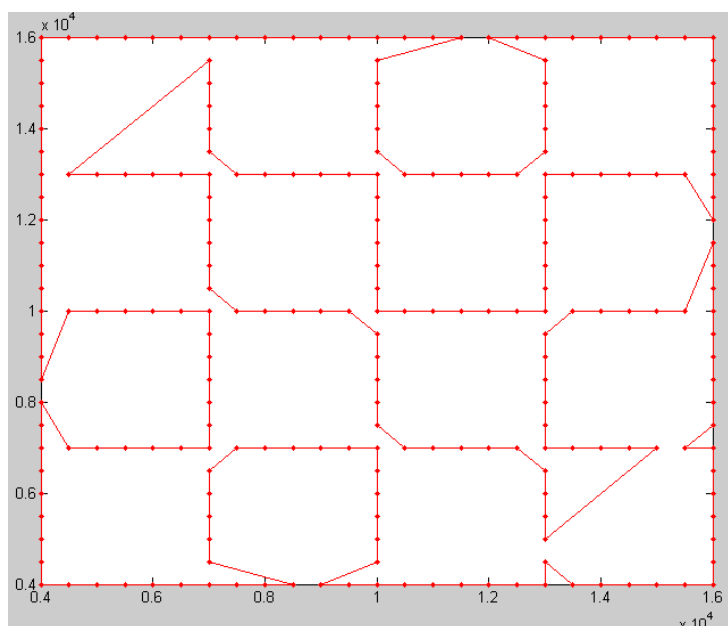
KroB200

Βέλτιστη διαδρομή: 44 148 41 192 17 78 155 13 187 126 63 31 48 195 51
156 121 128 112 15 33 147 82 64 14 125 120 42 110 109 2 16 103 183
140 106 159 50 164 116 52 58 84 7 169 34 57 180 94 178 74 165 60
186 196 89 43 185 118 182 83 6 4 87 114 168 133 66 145 199 131 157
172 35 61 176 27 9 25 46 146 152 38 20 80 181 134 49 86 138 166
108 21 90 1 95 98 174 12 161 71 107 32 167 175 59 136 29 8 99 76
97 91 129 28 158 3 11 93 122 85 73 142 123 10 68 111 189 53 170
149 70 198 39 190 117 40 67 197 5 132 194 62 26 100 56 101 150 69
30 75 127 124 65 188 79 113 81 179 47 141 184 37 72 115 173 139 191
154 54 163 177 143 171 88 23 22 193 104 55 144 160 153 24 77 105
18 45 36 119 92 151 19 137 96 162 135 130 200 102



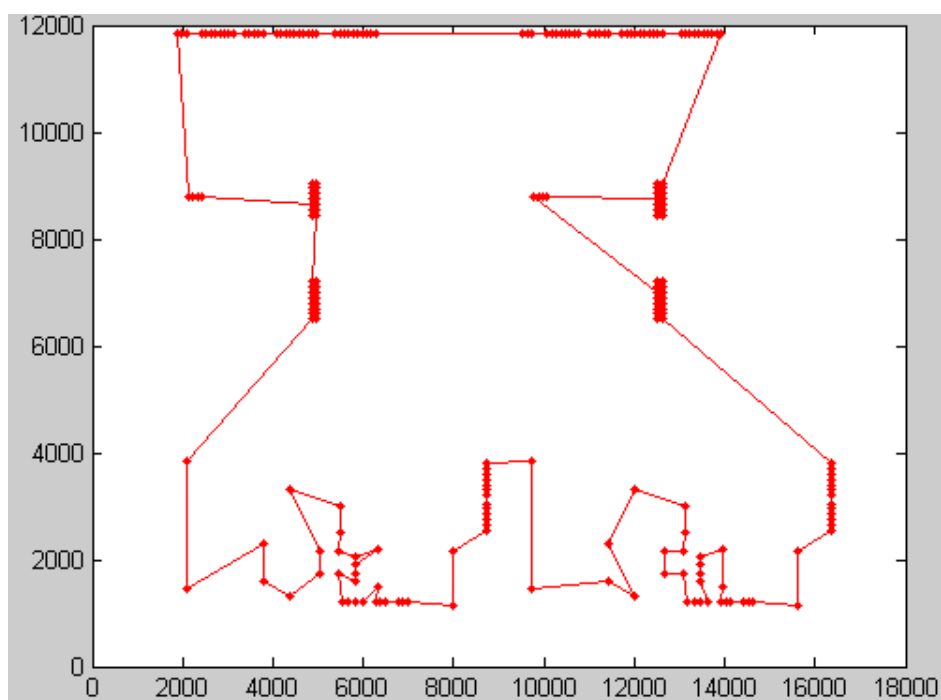
Ts225

Βέλτιστη διαδρομή: 209 208 207 206 82 83 84 85 86 87 211 212 213 214
 215 116 115 114 113 112 111 110 109 108 210 107 106 105 104 103 102 101
 205 204 203 202 201 77 76 180 179 178 177 176 51 155 154 52 53 54
 55 56 57 160 159 158 157 156 31 30 29 28 27 153 152 151 26 130 129
 128 127 126 1 2 3 4 5 6 7 8 9 131 132 133 134 135 32 33 34
 35 36 37 38 140 139 138 137 136 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
 21 22 23 24 25 146 147 148 149 150 50 171 172 173 174 175 75 196
 197 198 74 73 72 71 70 191 192 193 194 195 95 96 97 98 99 199 200
 100 221 222 223 224 225 125 124 123 122 121 120 119 118 117 220 219 218
 217 216 94 93 92 91 90 89 88 190 189 188 187 186 63 64 65 66 67
 68 69 170 169 168 167 166 45 46 47 48 49 141 142 143 144 145 44 43
 42 41 40 39 161 162 163 164 165 62 61 60 59 58 181 182 183 184 185
 81 80 79 78



Pr226

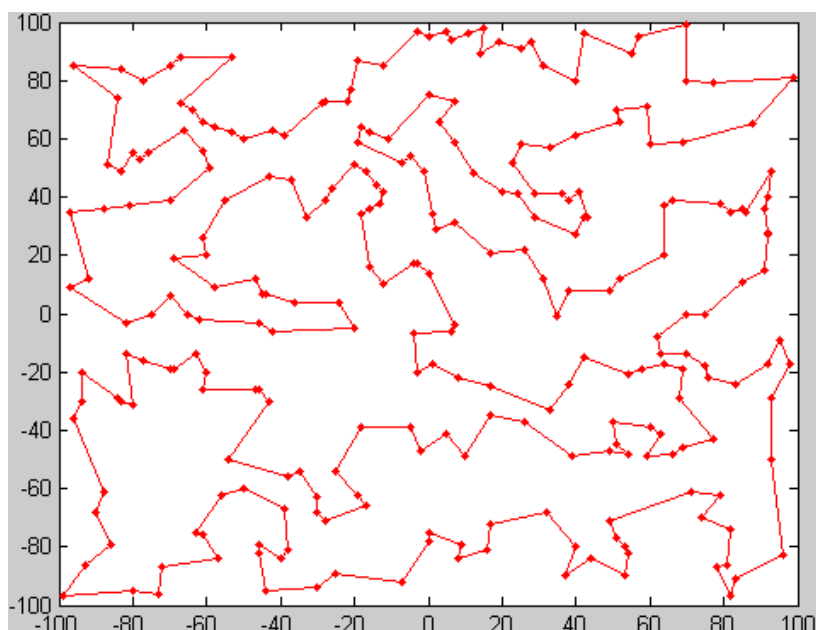
Βέλτιστη διαδρομή: 19 20 64 63 62 61 60 59 58 57 56 55 54 53 52 51
50 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 34 35 36 31 32 33 49 48 45
46 47 43 44 37 38 39 42 40 41 87 95 96 97 89 88 90 91 98 99
100 92 93 101 102 94 137 144 146 138 139 140 141 142 143 150 148 149
147 145 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166
167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184
185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202
203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220
221 222 223 224 225 226 125 124 132 130 131 123 122 121 120 119 126 128
127 129 133 134 135 136 108 109 110 118 117 116 107 115 114 106 113 112
104 105 103 111 86 85 84 83 82 81 80 79 78 77 76 75 74 73 1 2
3 4 5 6 7 8 72 71 13 12 11 9 10 14 15 16 17 67 68 69 70
66 65 18



Gil262

Βέλτιστη διαδρομή: 200 63 216 180 152 208 246 160 7 164 140 172 186 81
4 115 145 100 21 138 33 72 185 19 79 262 191 5 133 12 49 211 90 61
130 129 221 205 31 71 229 1 139 202 231 232 142 68 234 254 209 244
108 99 70 155 76 154 87 188 258 95 34 182 28 156 260 35 239 119 218
184 192 144 91 77 50 88 151 94 149 86 247 212 107 240 117 98 14 143
174 196 236 111 252 255 92 178 210 41 110 60 158 109 20 227 29 97
132 105 85 222 165 37 6 243 16 84 135 146 122 223 43 235 11 241
225 256 56 242 38 39 102 15 52 169 181 171 59 162 75 219 233 176
136 226 32 78 201 67 51 134 159 147 245 127 40 24 17 259 175 55 47

168	66	103	113	80	194	197	42	10	238	131	214	57	203	193	101	253	114	
148	26	9	153	13	167	89	248	121	106	189	220	36	150	183	58	230	170	2
217	83	206	65	228	53	124	257	137	18	30	207	166	213	112	96	73	198	204
54	173	261	27	195	125	64	250	163	224	82	157	249	62	237	177	69	190	8
123	118	3	116	126	215	74	104	141	25	251	199	44	22	120	23	48	128	45
187	93	46	161	179														



5.2 Προβλήματα VRP

Όπως ακριβώς έγινε με τα προβλήματα του TSP, έτσι και εδώ θα χρησιμοποιηθούν κάποια προβλήματα, 14 στον αριθμό, με τα οποία θα εξεταστεί η αποτελεσματικότητα της μεθόδου όπως αυτή περιγράφηκε στην ενότητα 3.3.3.3. Και εδώ σκοπός μας είναι η προσέγγιση του ολικού ελαχίστου το οποίο είναι καταγεγραμμένο στη βιβλιογραφία.

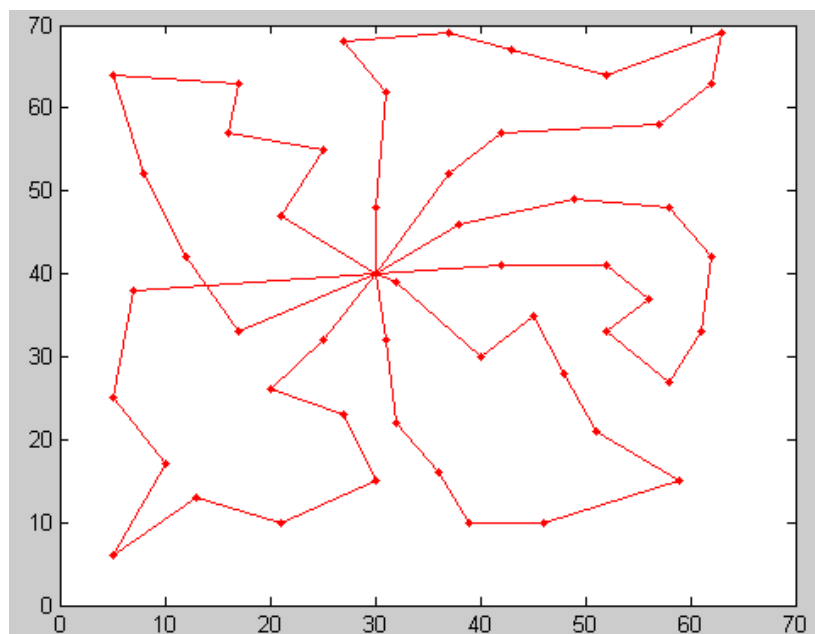
Τα προβλήματα αυτά αποτελούνται από έναν αριθμό κόμβων που κυμαίνεται μεταξύ του 51 και του 200. Σε κάθε πρόβλημα υπάρχει ένας κόμβος που παίζει το ρόλο της αποθήκης και όλοι οι υπόλοιποι παίζουν το ρόλο των πελατών. Σε κάθε πρόβλημα έχουμε διαφορετική ζήτηση προϊόντων από τους πελάτες και διαφορετικές χωρητικότητες φορτηγών που τους εξυπηρετούν. Επίσης στα προβλήματα 6,7,8,9,10,13,14 υπάρχει ένας επιπλέον περιορισμός μεγέθους διαδρομής για καθένα φορτηγό καθώς και ένας περιορισμός που αφορά το χρόνο εξυπηρέτησης κάθε πελάτη.

Στον πίνακα παρακάτω φαίνονται τα 14 προαναφερθέντα προβλήματα καθώς και το ως σήμερα απόλυτο βέλτιστο κόστος.

INSTANCE	χωρητικότητα	μέγιστη διαδρομή φορτηγού	χρόνος εξυπηρέτησης πελάτη	Optimum
par1 (51)	160	άπειρη	0	524,61
par2 (76)	140	άπειρη	0	835,26
par3 (101)	200	άπειρη	0	826,14
par4 (151)	200	άπειρη	0	1028,42
par5 (200)	200	άπειρη	0	1291,45
par6 (51)	160	200	10	555,43
par7 (76)	140	160	10	909,68
par8 (101)	200	230	10	865,94
par9 (151)	200	200	10	1162,55
par10 (200)	200	200	10	1395,85
par11 (121)	200	άπειρη	0	1042,11
par12 (101)	200	άπειρη	0	819,56
par13 (121)	200	720	50	1541,24
par14 (101)	200	1040	90	866,37

5.2.1 Βέλτιστα αποτελέσματα για VRP

Παράδειγμα 1



Τοπικό ελάχιστο: 527,6748

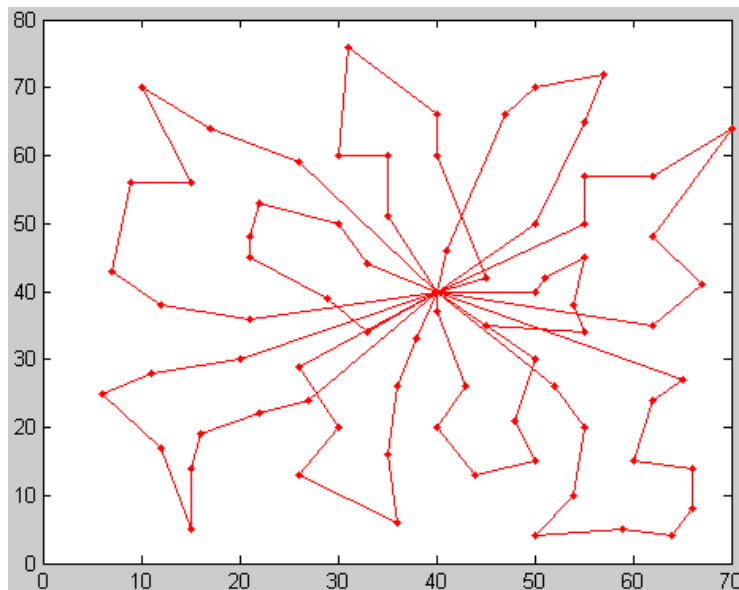
Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 0,584%

Αριθμός χρησιμοποιούμενων φορτηγών: 5

Βέλτιστη διαδρομή:

Δρομολόγιο 1:	1	19	15	25	44	8	24	49	7	1			
Δρομολόγιο 2:	1	48	5	18	45	43	20	41	42	14	26	1	
Δρομολόγιο 3:	1	13	38	16	46	34	40	11	50	39	6	47	1
Δρομολόγιο 4:	1	12	17	51	10	31	35	22	30	3	33	1	
Δρομολόγιο 5:	1	28	9	27	32	29	4	37	36	21	23	2	1

Παράδειγμα 2



Τοπικό ελάχιστο: 846,1726

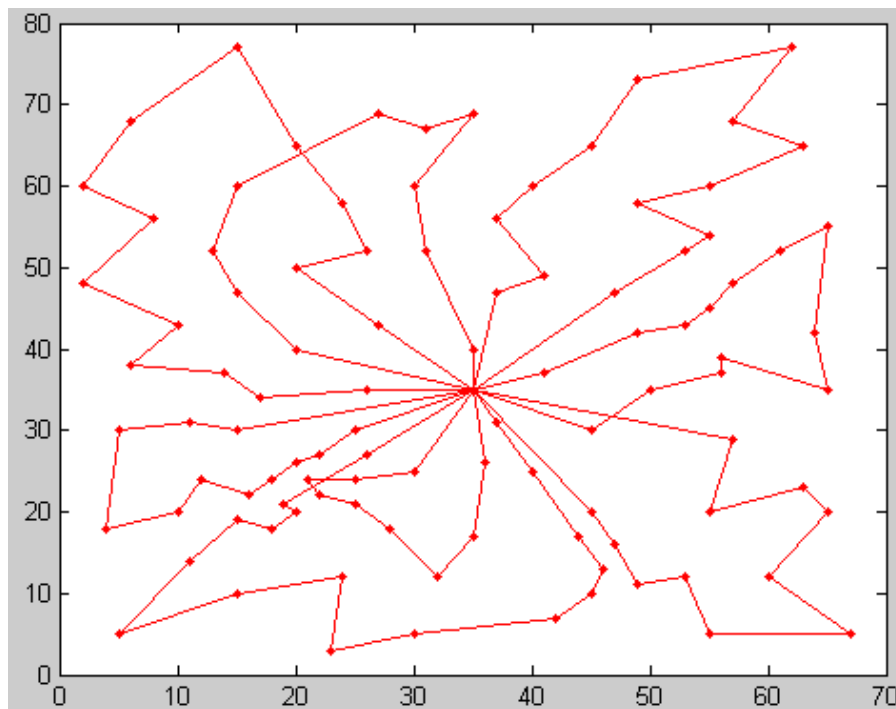
Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 1,306%

Αριθμός χρησιμοποιούμενων φορτηγών: 10

Βέλτιστη διαδρομή:

Δρομολόγιο 1:	1	18	41	33	45	4	52	7	1				
Δρομολόγιο 2:	1	68	59	11	32	40	73	13	1				
Δρομολόγιο 3:	1	10	26	56	51	19	25	50	17	1			
Δρομολόγιο 4:	1	64	24	57	42	65	43	44	2	74	1		
Δρομολόγιο 5:	1	69	3	29	62	23	63	34	1				
Δρομολόγιο 6:	1	46	49	48	22	75	31	76	1				
Δρομολόγιο 7:	1	30	6	37	70	72	61	71	21	38	16	58	1
Δρομολόγιο 8:	1	5	28	53	9	47	35	1					
Δρομολόγιο 9:	1	27	39	66	67	12	8	1					
Δρομολόγιο 10:	1	36	54	15	60	20	55	14	1				

Παράδειγμα 3



Τοπικό ελάχιστο: 842,5115

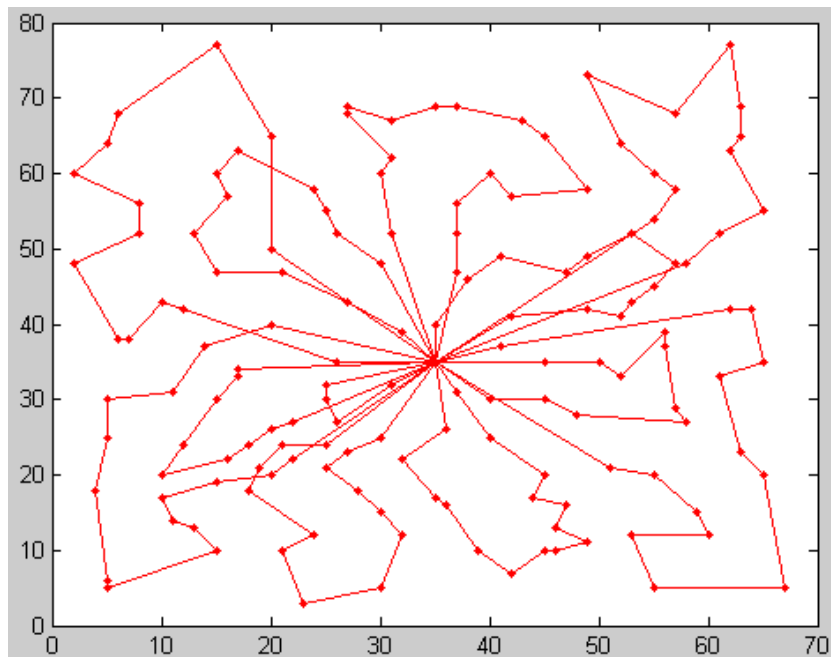
Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 1,982%

Αριθμός χρησιμοποιούμενων φορτηγών: 8

Βέλτιστη διαδρομή:

Δρομολόγιο 1:	1	53	8	89	63	12	65	50	37	48	47	9	46	84	61	90	1		
Δρομολόγιο 2:	1	28	32	11	33	91	64	20	49	83	19	1							
Δρομολόγιο 3:	1	70	2	71	31	21	67	66	72	36	10	52	82	34	51	1			
Δρομολόγιο 4:	1	27	13	81	69	25	30	35	79	80	4	78	77	29	1				
Δρομολόγιο 5:	1	55	5	56	26	40	68	24	57	76	73	22	1						
Δρομολόγιο 6:	1	54	41	74	75	23	42	16	44	43	15	39	45	92	101	38	99	95	1
Δρομολόγιο 7:	1	6	85	18	87	17	62	86	94	100	97	7	1						
Δρομολόγιο 8:	1	14	96	60	93	98	88	58	3	59	1								

Παράδειγμα 4



Τοπικό ελάχιστο: 1063,6

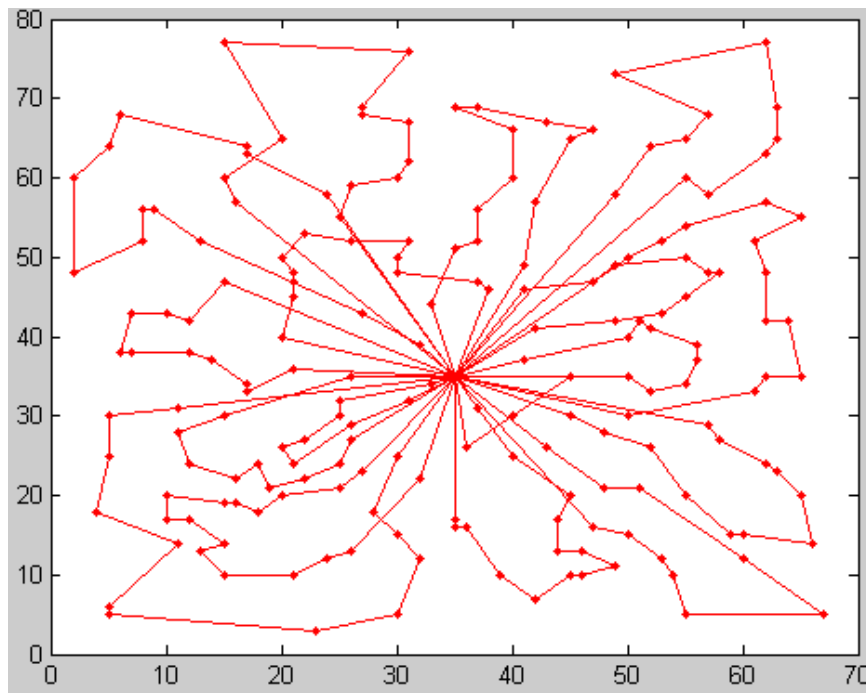
Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 3,421%

Αριθμός χρησιμοποιούμενων φορτηγών: 12

Βέλτιστη διαδρομή:

Δρομολόγιο 1:	1	28	133	2	51	103	34	80	4	78	117	77	112	1				
Δρομολόγιο 2:	1	106	27	150	131	55	81	151	69	110	13	139	1					
Δρομολόγιο 3:	1	111	5	140	40	57	24	68	26	56	135	25	30	122	29	1		
Δρομολόγιο 4:	1	82	121	10	104	67	72	66	137	36	136	35	79	130	1			
Δρομολόγιο 5:	1	32	11	109	127	64	91	33	132	129	21	52	123	31	71	102	70	1
Δρομολόγιο 6:	1	128	89	149	63	108	20	124	49	83	107	53	147	1				
Δρομολόγιο 7:	1	8	12	65	50	144	37	48	125	47	46	126	9	115	90	1		
Δρομολόγιο 8:	1	93	38	92	142	45	120	15	39	141	87	114	18	85	84	19	1	
Δρομολόγιο 9:	1	61	119	6	62	17	86	94	105	100	97	1						
Δρομολόγιο 10:	1	96	60	99	101	43	143	44	16	58	145	88	98	118	14	1		
Δρομολόγιο 11:	1	54	41	22	74	73	75	76	134	23	42	146	116	3	138	59	1	
Δρομολόγιο 12:	1	113	95	7	148	1												

Παράδειγμα 5



Τοπικό ελάχιστο: 1361,7

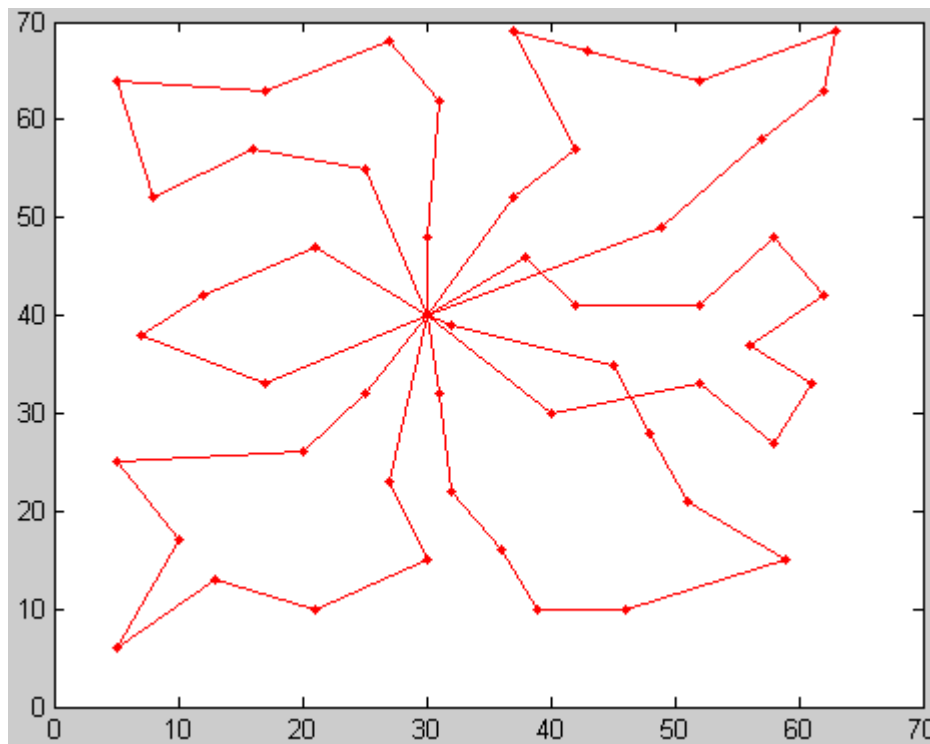
Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 5,440%

Αριθμός χρησιμοποιούμενων φορτηγών: 17

Βέλτιστη διαδρομή:

Δρομολόγιο 1:	1	113	184	60	100	105	97	7	148	157	1							
Δρομολόγιο 2:	1	118	98	38	101	194	92	17	142	192	193	120	15	143	43	173	138	1
Δρομολόγιο 3:	1	85	18	114	87	45	141	39	44	16	58	145	88	14	1			
Δρομολόγιο 4:	1	90	6	174	62	86	94	99	93	152	96	95	1					
Δρομολόγιο 5:	1	167	119	61	84	200	126	46	175	9	115	83	1					
Δρομολόγιο 6:	1	63	108	176	50	144	37	47	125	48	169	49	53	147	1			
Δρομολόγιο 7:	1	149	160	190	11	109	91	127	64	182	65	12	20	124	1			
Δρομολόγιο 8:	1	133	70	128	191	32	89	183	8	195	107	154	19	1				
Δρομολόγιο 9:	1	168	163	102	71	31	161	33	132	129	189	21	123	2	1			
Δρομολόγιο 10:	1	52	104	162	72	67	66	137	36	136	121	10	1					
Δρομολόγιο 11:	1	158	34	82	165	35	79	170	122	30	25	164	135	196	1			
Δρομολόγιο 12:	1	55	131	166	56	26	171	188	140	156	5	180	150	27	1			
Δρομολόγιο 13:	1	73	198	57	187	24	68	40	111	199	181	1						
Δρομολόγιο 14:	1	3	179	116	146	42	23	134	76	75	172	74	22	41	54	1		
Δρομολόγιο 15:	1	139	155	106	59	153	1											
Δρομολόγιο 16:	1	13	110	178	151	81	69	117	197	185	29	1						
Δρομολόγιο 17:	1	112	77	78	159	4	130	80	186	103	51	177	1					

Παράδειγμα 6



Τοπικό ελάχιστο: 563,2778

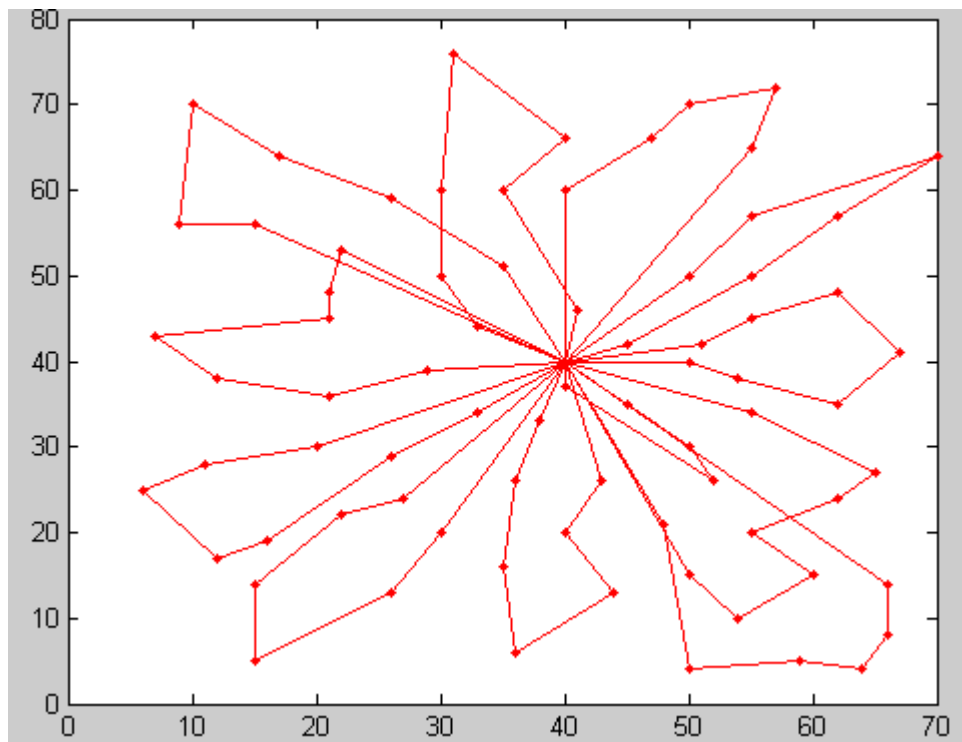
Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 1,413%

Αριθμός χρησιμοποιούμενων φορτηγών: 6

Βέλτιστη διαδρομή:

Δρομολόγιο 1:	1	19	26	15	7	1						
Δρομολόγιο 2:	1	18	45	43	20	41	42	14	5	48	1	
Δρομολόγιο 3:	1	49	24	25	44	8	27	9	28	1		
Δρομολόγιο 4:	1	2	23	32	29	4	37	36	21	3	1	
Δρομολόγιο 5:	1	6	10	31	35	51	22	30	17	12	33	1
Δρομολόγιο 6:	1	13	38	16	46	34	40	11	50	39	47	1

Παράδειγμα 7



Τοπικό ελάχιστο: 950,02

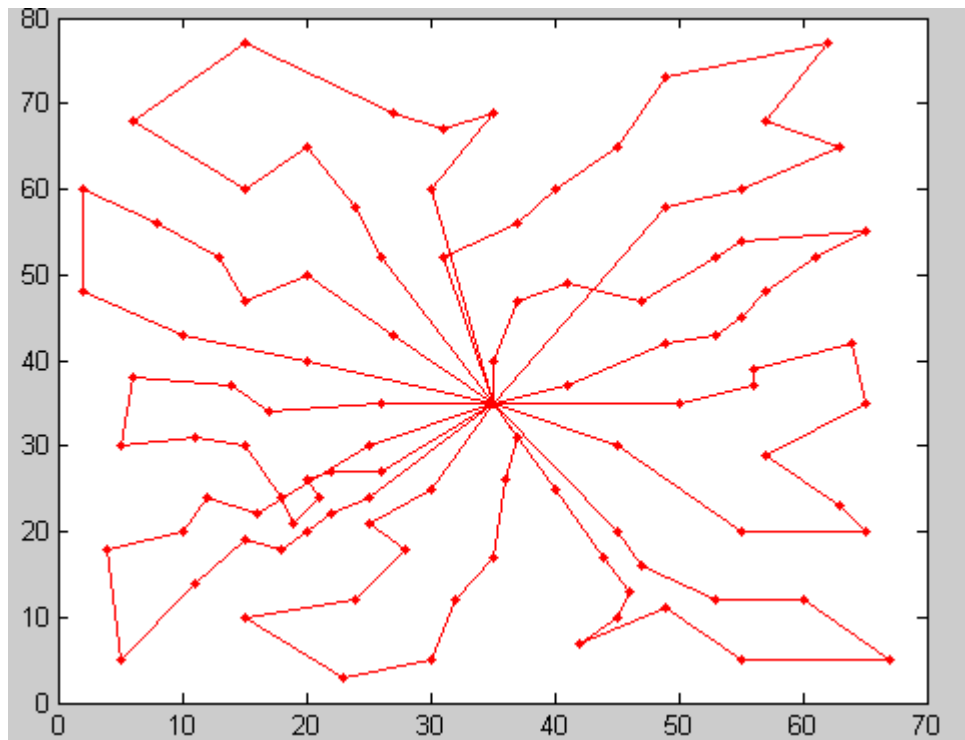
Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 4,434%

Αριθμός χρησιμοποιούμενων φορτηγών: 12

Βέλτιστη διαδρομή:

Δρομολόγιο 1:	1	35	53	14	55	20	9	47	1
Δρομολόγιο 2:	1	12	67	66	39	59	1		
Δρομολόγιο 3:	1	68	36	15	60	54	8	1	
Δρομολόγιο 4:	1	48	37	38	6	16	58	28	1
Δρομολόγιο 5:	1	21	71	61	72	70	49	1	
Δρομολόγιο 6:	1	5	46	30	76	1			
Δρομολόγιο 7:	1	31	75	22	62	29	3	69	1
Δρομολόγιο 8:	1	63	23	65	43	2	74	1	
Δρομολόγιο 9:	1	64	24	57	42	44	34	7	1
Δρομολόγιο 10:	1	33	45	4	25	50	17	52	1
Δρομολόγιο 11:	1	13	10	26	56	19	51	1	
Δρομολόγιο 12:	1	27	73	11	32	40	41	18	1

Παράδειγμα 8



Τοπικό ελάχιστο: 888,14

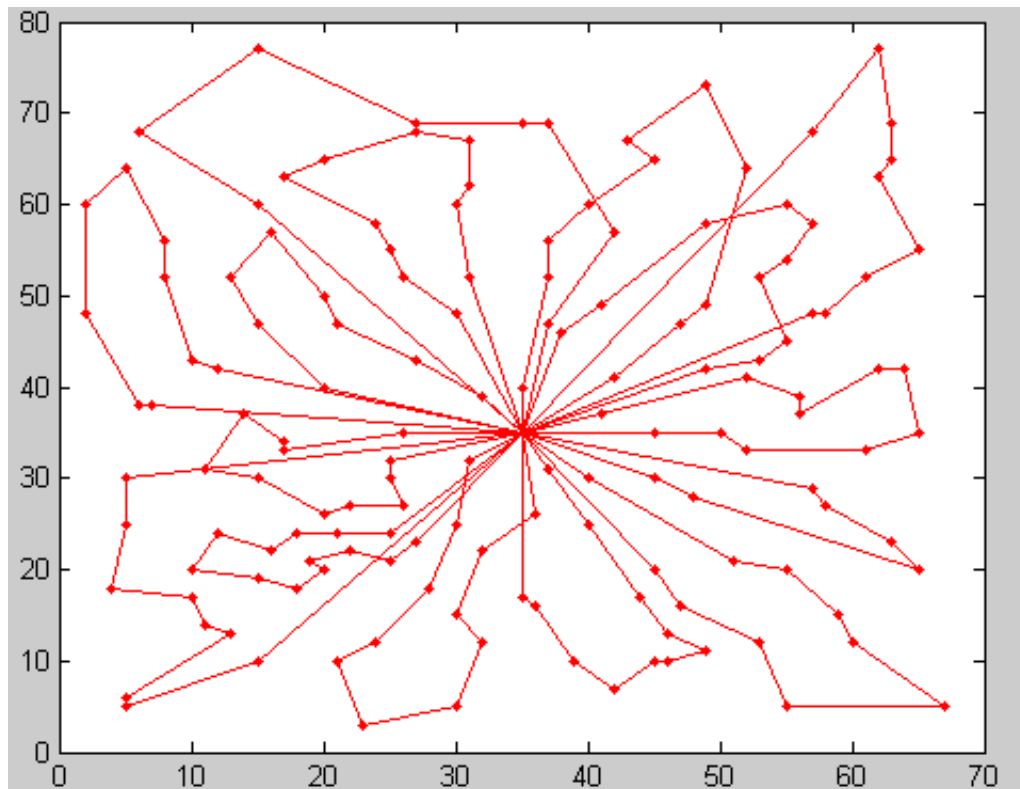
Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 2,564%

Αριθμός χρησιμοποιούμενων φορτηγών: 9

Βέλτιστη διαδρομή:

Διαδρομή 1:	1	95	97	100	60	99	94	6	85	18	46	84	61	90	1
Διαδρομή 2:	1	54	59	3	58	16	44	15	43	88	98	14	1		
Διαδρομή 3:	1	41	74	75	23	42	76	24	68	40	57	73	22	1	
Διαδρομή 4:	1	13	81	69	30	25	55	56	26	5	27	1			
Διαδρομή 5:	1	29	77	78	4	80	79	35	82	34	51	2	70	28	1
Διαδρομή 6:	1	52	10	36	72	66	67	21	31	71	32	1			
Διαδρομή 7:	1	11	33	91	64	65	50	20	12	63	89	1			
Διαδρομή 8:	1	19	9	47	37	48	49	83	8	53	1				
Διαδρομή 9:	1	7	86	62	17	87	39	45	92	101	38	93	96	1	

Παράδειγμα 9



Τοπικό ελάχιστο: 1264

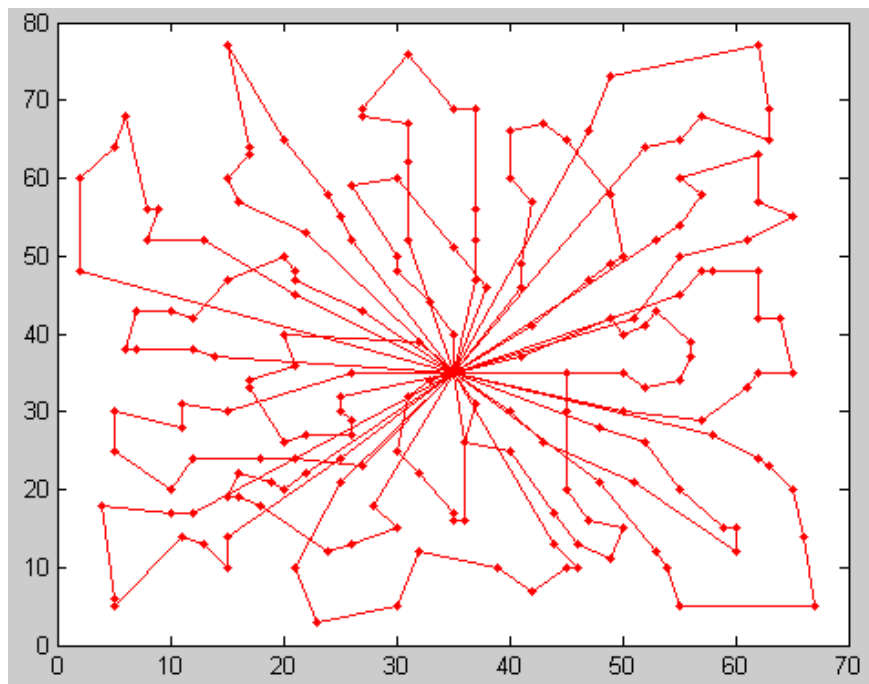
Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 8,727%

Αριθμός χρησιμοποιούμενων φορτηγών: 15

Βέλτιστη διαδρομή:

Διαδρομή 1:	1	29	117	69	151	81	122	30	25	135	110	13	139	1	
Διαδρομή 2:	1	55	131	56	26	150	27	1							
Διαδρομή 3:	1	22	73	57	24	68	40	140	5	111	106	1			
Διαδρομή 4:	1	54	41	74	75	76	134	23	42	146	116	3	1		
Διαδρομή 5:	1	113	14	88	43	143	44	16	58	145	138	59	1		
Διαδρομή 6:	1	15	39	141	120	45	142	87	114	18	1				
Διαδρομή 7:	1	96	60	94	86	62	17	92	101	38	99	93	98	118	1
Διαδρομή 8:	1	90	119	61	84	85	6	100	105	97	95	7	148	1	
Διαδρομή 9:	1	126	46	47	37	144	48	125	9	115	1				
Διαδρομή 10:	1	20	50	65	64	33	132	123	70	1					
Διαδρομή 11:	1	112	51	103	104	67	129	21	31	71	102	28	1		
Διαδρομή 12:	1	72	66	137	36	136	35	79	130	80	1				
Διαδρομή 13:	1	77	78	4	34	82	121	10	52	2	133	1			
Διαδρομή 14:	1	32	11	109	91	127	12	108	63	149	89	128	1		
Διαδρομή 15:	1	19	83	49	124	8	107	53	147	1					

Παράδειγμα 10



Τοπικό ελάχιστο: 1517,9

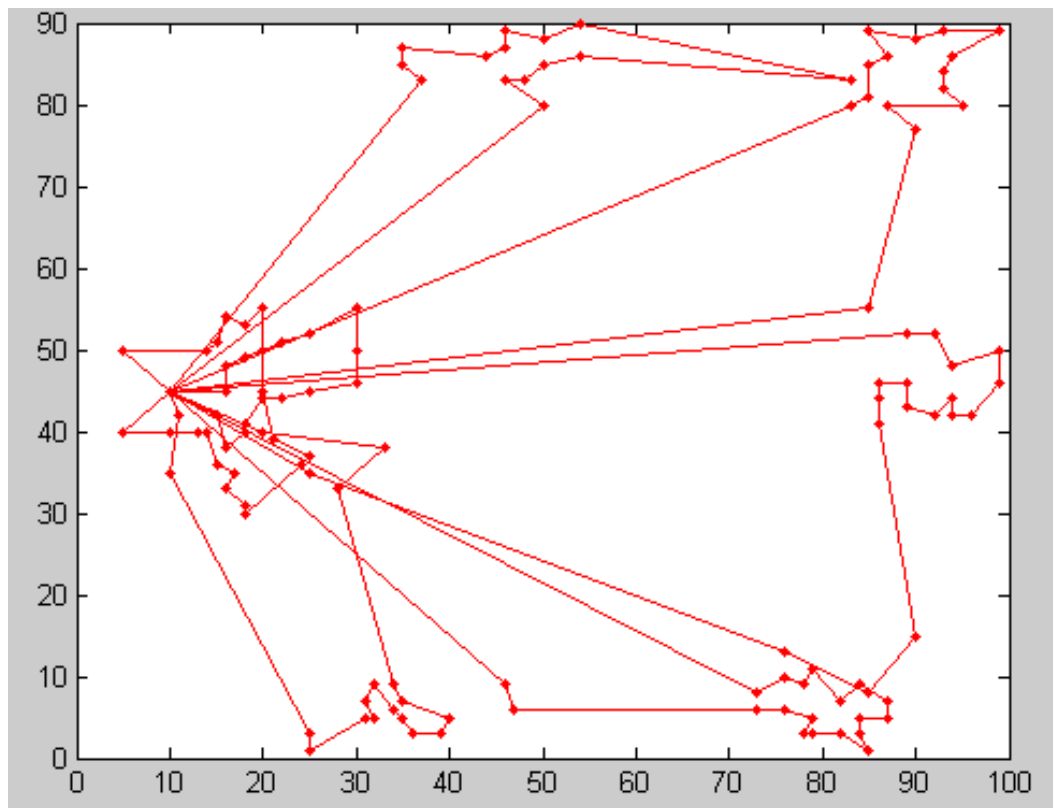
Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 8,744%

Αριθμός χρησιμοποιούμενων φορτηγών: 19

Βέλτιστη διαδρομή:

Διαδρομή 1:	1	54	59	116	179	3	138	14	113	157	1			
Διαδρομή 2:	1	139	155	27	22	73	198	76	75	74	41	153	1	
Διαδρομή 3:	1	172	134	23	42	146	58	16	44	143	98	1		
Διαδρομή 4:	1	88	145	173	43	101	194	92	86	99	38	93	152	1
Διαδρομή 5:	1	192	142	87	141	39	45	120	15	193	96	1		
Διαδρομή 6:	1	90	6	85	174	18	114	17	62	94	60	118	1	
Διαδρομή 7 :	1	148	7	184	95	97	105	100	119	61	167	19	147	1
Διαδρομή 8:	1	84	200	126	46	175	9	115	83	8	195	107	53	1
Διαδρομή 9:	1	154	49	125	169	48	50	144	37	47	1			
Διαδρομή 10:	1	183	124	20	108	176	65	12	63	149	89	1		
Διαδρομή 11:	1	28	168	128	191	160	190	11	163	133	1			
Διαδρομή 12:	1	70	102	71	132	33	182	64	127	91	109	32	1	
Διαδρομή 13:	1	104	162	72	36	137	66	67	189	1				
Διαδρομή 14:	1	197	186	79	35	165	136	10	121	82	34	1		
Διαδρομή 15:	1	4	159	80	130	170	122	30	25	164	135	55	196	1
Διαδρομή 16:	1	131	166	56	26	171	68	24	187	57	199	1		
Διαδρομή 17:	1	106	181	111	40	188	140	5	156	180	150	1		
Διαδρομή 18:	1	29	77	185	117	78	69	151	81	178	110	13	1	
Διαδρομή 19:	1	112	51	103	158	52	21	129	161	31	123	2	177	1

Παράδειγμα 11



Τοπικό ελάχιστο: 1151,3

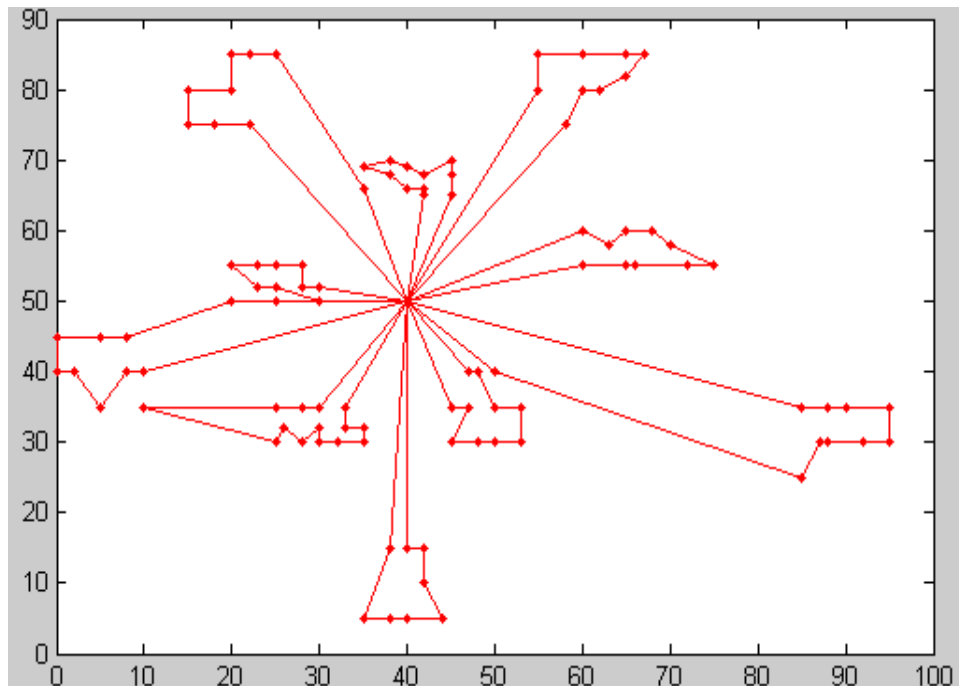
Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 10,478%

Αριθμός χρησιμοποιούμενων φορτηγών: 7

Βέλτιστη διαδρομή:

Διαδρομή 1:	1	120	83	112	87	113	85	118	114	84	19	115	91	97	104	105	108	107	106	121	1
Διαδρομή 2:	1	89	82	3	2	4	5	6	7	11	12	16	15	14	10	8	109	110	92	1	
Διαδρομή 3:	1	18	21	24	27	29	33	37	35	32	31	34	28	25	23	26	20	17	13	9	1
Διαδρομή 4:	1	44	46	49	52	51	50	47	48	45	42	43	40	39	38	30	36	22	119	1	
Διαδρομή 5:	1	41	60	58	66	62	63	65	67	64	61	57	59	56	55	53	1				
Διαδρομή 6:	1	68	70	71	72	75	73	76	79	81	54	80	78	77	74	69	1				
Διαδρομή 7:	1	96	103	102	100	101	117	99	111	116	98	95	94	93	90	86	88	1			

Παράδειγμα 12



Τοπικό ελάχιστο: 842,334

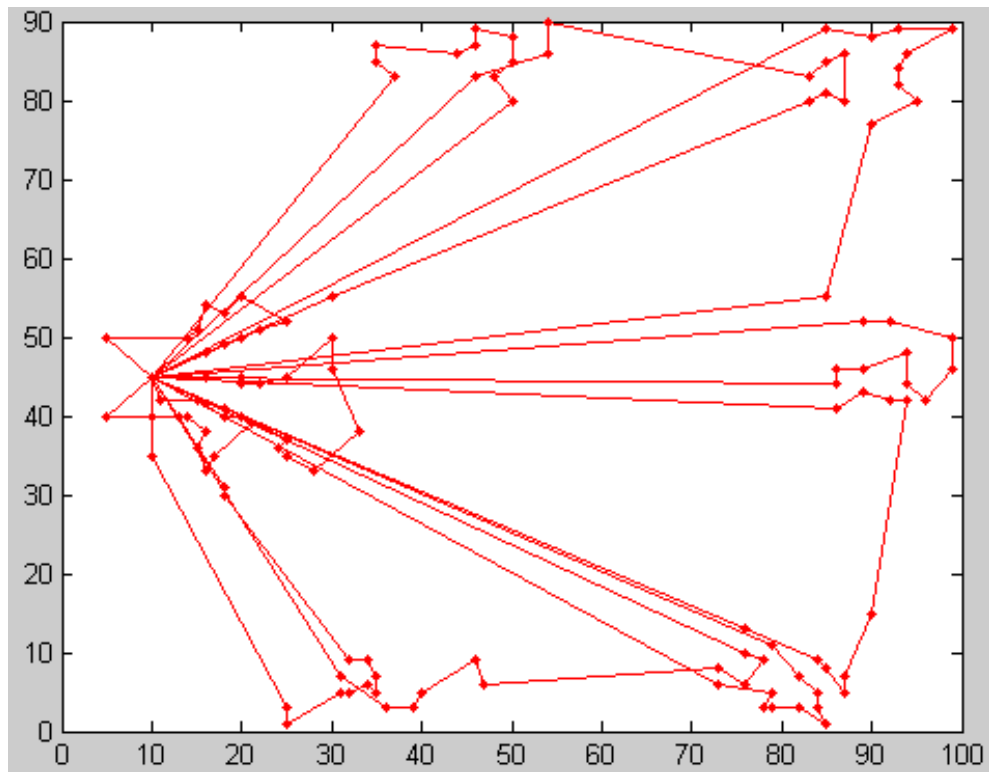
Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 2,779%

Αριθμός χρησιμοποιούμενων φορτηγών: 10

Βέλτιστη διαδρομή:

Διαδρομή 1:	1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1					
Διαδρομή 2:	1	91	88	87	84	83	85	86	89	90	92	1				
Διαδρομή 3:	1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	64	1				
Διαδρομή 4:	1	70	67	69	65	62	73	75	63	66	68	1				
Διαδρομή 5:	1	60	61	59	57	54	55	56	58	1						
Διαδρομή 6:	1	44	43	42	41	45	46	47	49	51	52	32	53	50	48	1
Διαδρομή 7:	1	33	34	36	38	39	40	37	35	30	25	1				
Διαδρομή 8:	1	22	23	24	27	29	31	28	26	21	1					
Διαδρομή 9:	1	11	13	15	17	16	20	19	18	14	1					
Διαδρομή 10:	1	76	2	3	5	7	10	12	9	8	4	6	1			

Παράδειγμα 13



Τοπικό ελάχιστο: 1565,9

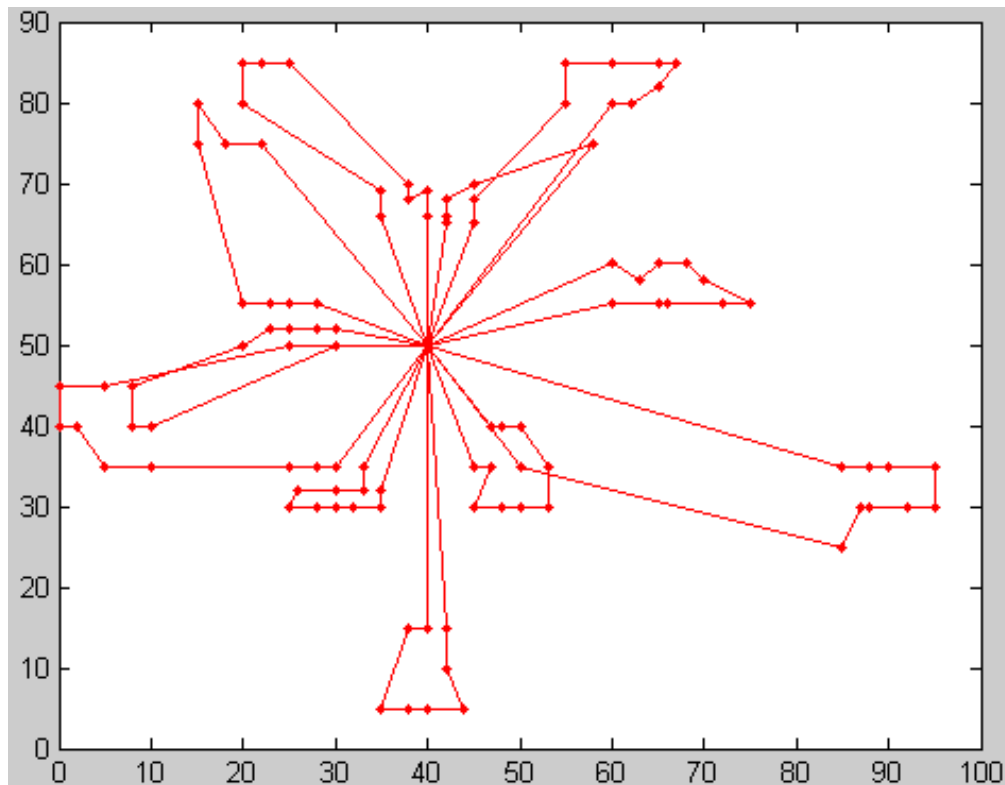
Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 1,6%

Αριθμός χρησιμοποιούμενων φορτηγών: 11

Βέλτιστη διαδρομή:

Διαδρομή 1:	1	121	106	107	108	105	104	117	101	100	102	103	1		
Διαδρομή 2:	1	69	77	78	79	76	73	75	72	71	70	68	1		
Διαδρομή 3:	1	74	80	81	54	56	59	58	55	53	99	1			
Διαδρομή 4:	1	89	88	90	92	91	85	118	113	86	87	112	83	120	1
Διαδρομή 5:	1	39	40	43	49	48	50	51	52	46	44	1			
Διαδρομή 6:	1	38	42	45	47	30	37	35	36	33	22	1			
Διαδρομή 7:	1	27	29	32	31	34	28	25	23	26	17	1			
Διαδρομή 8:	1	21	24	20	18	13	9	14	15	16	6	1			
Διαδρομή 9:	1	82	3	2	4	5	11	12	10	8	7	84	114	1	
Διαδρομή 10:	1	93	115	19	119	109	110	116	111	98	95	94	97	96	1
Διαδρομή 11:	1	57	61	64	67	65	63	62	66	60	41	1			

Παράδειγμα 14



Τοπικό ελάχιστο: 936,4159

Απόκλιση από ολικό ελάχιστο: 8,085%

Αριθμός χρησιμοποιούμενων φορτηγών: 11

Βέλτιστη διαδρομή

Διαδρομή 1:	1	92	90	89	86	85	83	84	87	88	91	1
Διαδρομή 2:	1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	63	1
Διαδρομή 3:	1	70	67	69	65	62	73	75	64	66	68	1
Διαδρομή 4:	1	56	55	54	57	59	61	60	58	1		
Διαδρομή 5:	1	44	43	47	51	52	49	46	45	41	42	1
Διαδρομή 6:	1	48	50	53	32	36	38	39	40	37	25	1
Διαδρομή 7:	1	21	33	34	35	30	28	26	23	22	1	
Διαδρομή 8:	1	24	27	29	31	19	20	18	14	1		
Διαδρομή 9:	1	11	12	16	17	15	13	10	9	7	8	1
Διαδρομή 10:	1	97	96	95	93	94	98	101	100	2	76	1
Διαδρομή 11:	1	99	3	5	4	6	1					

Στον παρακάτω πίνακα απεικονίζονται συγκεντρωτικά οι βέλτιστες λύσεις του αλγορίθμου και για τα 14 προαναφερθέντα παραδείγματα καθώς και οι αποκλίσεις τους από τα απόλυτα βέλτιστα.

INSTANCE	Optimum	τοπικό ελάχιστο	ω (%)
par1 (51)	524,61	527,6748	0,584
par2 (76)	835,26	846,1726	1,306
par3 (101)	826,14	842,5115	1,982
par4 (151)	1028,42	1063,6	3,421
par5 (200)	1291,45	1361,7	5,440
par6 (51)	555,43	563,2778	1,413
par7 (76)	909,68	950,02	4,434
par8 (101)	865,94	888,14	2,564
par9 (151)	1162,55	1264	8,727
par10 (200)	1395,85	1517,9	8,744
par11 (121)	1042,11	1151,3	10,478
par12 (101)	819,56	842,334	2,779
par13 (121)	1541,24	1565,9	1,600
par14 (101)	866,37	936,4159	8,085

Όπως εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς η μέθοδος που ακολουθήθηκε παρήγαγε πολύ καλά αποτελέσματα σε σχέση με τα απόλυτα βέλτιστα. Οι αποκλίσεις ξεκινούν από 0,584% για το παράδειγμα 1. Επίσης για τα παραδείγματα 2,3,6 και 13 όπως φαίνεται οι αποκλίσεις βρίσκονται σε ποσοστό κάτω από το 2%. Την μεγαλύτερη απόκλιση από το απόλυτο βέλτιστο την παρουσιάζει το παράδειγμα 11 με 10,478%

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα

Ο αλγόριθμός μας έδωσε τελικά πολύ καλά αποτελέσματα τόσο για τα προβλήματα TSP όσο και στα προβλήματα VRP. Σε ορισμένες μάλιστα περιπτώσεις οι λύσεις που βρέθηκαν άγγιξαν τα απόλυτα βέλτιστα παρουσιάζοντας σχεδόν μηδαμινές αποκλίσεις.

Η γλώσσα προγραμματισμού που χρησιμοποιήθηκε ήταν η MATLAB, μια γλώσσα σχετικά εύχρηστη αλλά με αργούς χρόνους υπολογισμών σε σχέση με άλλες γλώσσες προγραμματισμού. Παρατηρήθηκε επίσης το γεγονός ότι όσο πιο μεγάλη ήταν η διάσταση του προβλήματος, τόσο πιο μεγάλες ήταν συνήθως οι αποκλίσεις από τα απόλυτα βέλτιστα ενώ και ο αλγόριθμος συνέκλινε στην τελική λύση αισθητά πιο αργά. Οδηγούμαστε στο συμπέρασμα λοιπόν ότι αν γινόταν χρήση ταχύτερης γλώσσας προγραμματισμού ο αλγόριθμος θα απέδιδε καλύτερα καθώς θα μας επιτρεπόταν να πραγματοποιήσουμε μεγαλύτερο εύρος επαναλήψεων.

Επίσης αποδείχτηκε ότι για τους αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης οι οποίοι χρησιμοποιήθηκαν ευρέως στην παρούσα διπλωματική εργασία παίζει σημαντικό ρόλο η ύπαρξη ποιοτικής αρχικής λύσης, η οποία δίνει τη δυνατότητα στον αλγόριθμο να συγκλίνει ταχύτερα και αποτελεσματικότερα. Τέλος διαπιστώθηκε ότι όσο πιο εμπλουτισμένος και σύνθετος είναι ένας αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης, τόσο καλύτερα αποτελέσματα παράγει.

- [1] C´esar Rego. Node Ejection Chains for the Vehicle Routing Problem: Sequential and Parallel Algorithms, pp 1-26. (14 September 2000)
- [2] Herman Sontrop, Pieter van der Horn and Marc Uetz. Fast Ejection Chain Algorithms for Vehicle Routing with Time Windows, pp 79-89.
- [3] Joris Scharpff, Adriana Suso, Jip Man Vuong, Ruben Wieman. Traveling Sales Man Problem (TSP) IN4082 Local (Heuristic) Search Methods, pp1-36. (26 June 2009)
- [4] M C. V. NASCIMENTO, MAURICIO G.C. RESENDE, AND FRANKLINA M. B. TOLEDO. GRASP HEURISTIC WITH PATH-RELINKING FOR THE MULTI-PLANT CAPACITATED LOT SIZING PROBLEM, pp 1-17. (January 21, 2008. Revised June 10, 2008)
- [5] MAURICIO G.C. RESENDE AND CELSO C. RIBEIRO. GREEDY RANDOMIZED ADAPTIVE SEARCH PROCEDURES: ADVANCES AND APPLICATIONS, pp 1-35. (July 7, 2008).
- [6] PAOLA FESTA AND MAURICIO G.C. RESENDE. HYBRID GRASP HEURISTICS, pp 1-22. (1 July , 2008).
- [7] THIAGO F. NORONHA, MAURICIO G. C. RESENDE, AND CELSO C. RIBEIRO. A RANDOM-KEYS GENETIC ALGORITHM FOR ROUTING AND WAVELENGTH ASSIGNMENT, pp 1-4. (22 January, 2007)
- [8] Yannis Marinakis, Magdalene Marinaki, Georgios Dounias. Honey bees mating optimization algorithm for the Euclidean travelling salesman problem. pp 3, 10 (2010)
- [9] Yannis Marinakis, Z Magdalene Marinaki, Z Georgios Dounias. Honey Bees Mating Optimization algorithm for largescale vehicle routing problems. pp 8-9, 18-19. (25 June 2009).
- [10] Ιωάννης Μαρινάκης/Αθανάσιος Μυγδαλάς. Σχεδιασμός και βελτιστοποίηση της εφοδιαστικής αλυσίδας. Εκδόσεις Σοφία (2008)