



ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Δημιουργία 2D τετραπλευρικών και 3D
εξαεδρικών υπολογιστικών πλεγμάτων χωρίς
ορφανούς κόμβους με βάση αρχικό καρτεσιανό
πλέγμα.

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

της

ΚΟΝΤΟΓΕΩΡΓΟΥ Β. ΧΡΥΣΑΥΓΗΣ

Επιβλέπων: Νικολός Ιωάννης
Επίκουρος Καθηγητής

Χανιά, 2010



Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης
Τομέας Συστημάτων Παραγωγής

Δημιουργία 2D τετραπλευρικών και 3D
εξαεδρικών υπολογιστικών πλεγμάτων χωρίς
ορφανούς κόμβους με βάση αρχικό καρτεσιανό
πλέγμα.

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

της

ΚΟΝΤΟΓΕΩΡΓΟΥ Β. ΧΡΥΣΑΥΓΗΣ

Επιβλέπων: Νικολός Ιωάννης

Επίκουρος Καθηγητής Πολυτεχνείου Κρήτης

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 24/03/2010.

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

.....

Νικολός Ιωάννης

.....

Ρόβας Δημήτριος

.....

Δελής Ανάργυρος

Χανιά, 2010

(Υπογραφή)

.....

ΚΟΝΤΟΓΕΩΡΓΟΥ ΧΡΥΣΑΥΓΗ

© 2010 – All rights reserved



Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης
Τομέας Συστημάτων Παραγωγής

Copyright ©–All rights reserved Κοντογεώργου Χρυσανγή, .
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα καταρχήν να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Νικολό Ιωάννη για την επίβλεψη αυτής της διπλωματικής εργασίας, την καθοδήγησή του και την εξαιρετική συνεργασία που είχαμε. Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογενειά μου για την καθοδήγηση και την ηθική συμπαράσταση που μου προσέφεραν όλα αυτά τα χρόνια.

Περίληψη

Στην εργασία αυτή παρουσιάζεται η ανάπτυξη της μεθοδολογίας και του αντίστοιχου λογισμικού σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN 77, για τη δημιουργία τετραπλευρικών υπολογιστικών πλεγμάτων στις δύο διαστάσεις και εξαεδρικών υπολογιστικών πλεγμάτων στις τρεις διαστάσεις, τα οποία θα βασίζονται στην αρχική διαμέριση ενός καρτεσιανού πλέγματος με τις μεθόδους quad-tree και octree αντίστοιχα, αλλά δεν διαθέτουν ορφανούς κόμβους. Η υπεροχή των εξαεδρικών πλεγμάτων έναντι των τετραεδρικών στις τρεις διατάσεις βασίζεται στο γεγονός ότι ένα εξάεδρο αντικαθίσταται από πέντε τετράεδρα, οπότε με την πρώτη μεθοδολογία επιτυγχάνεται μεγάλη οικονομία. Η μεθοδολογία που προτείνεται χρησιμοποιεί τυποποιημένα πρότυπα για τη μετάβαση από ένα επίπεδο πύκνωσης στο επόμενο (σε ένα προϋπάρχον καρτεσιανό πλέγμα υποβάθρου), ώστε να απαλειφθεί το πρόβλημα των ορφανών κόμβων του καρτεσιανού πλέγματος. Η μεθοδολογία αυτή μπορεί να επεκταθεί ώστε να επιτυγχάνει δημιουργία πλεγμάτων που ακολουθούν τη μορφολογία των συνόρων. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με τη δημιουργία του πλέγματος μέχρι λίγο πριν το όριο και εφαρμογή κατάλληλων μεθόδων προβολής των κόμβων του πλέγματος πάνω στην επιφάνεια του ορίου και κατάλληλη σχηματοποίηση των εξαεδρικών στοιχείων πάνω στην επιφάνεια.

Λέξεις Κλειδιά

Πλέγμα, Εξαεδρικά στοιχεία, Τετραεδρικά στοιχεία, Πρότυπα, Πύκνωση, Ομαλοποίηση/Εξομάλυνση

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες	1
Περίληψη	3
Περιεχόμενα	6
Κατάλογος Σχημάτων	9
1 Εισαγωγή	11
1.1 Οργάνωση του τόμου	12
2 Θεωρητικό υπόβαθρο	13
2.1 ΤΟ ΕΞΑΕΔΡΟ ΚΑΙ ΤΟ ΠΛΕΓΜΑ	13
2.1.1 Το εξάεδρο [2]	13
2.1.2 Περιορισμοί συνδεσιμότητας	13
2.1.3 Ποιοτικοί Περιορισμοί	15
2.1.4 Γεωμετρικοί Περιορισμοί	16
3 Τεχνικές Ανάπλασης με χρήση εξάεδρων	17
3.1 Octree	18
3.2 Dicing[2]	18
3.3 The Cleave-and-Fill Tool	20
3.4 Element by Element Refinement(“Ανάπλαση στοιχείο - προς - στοιχείο”)	20
3.5 Sheet Refinement[2]	21
3.6 Self-Intersecting Hexahedral Sheets(“Αυτο-τεμνόμενα εξαιδρικά φύλλα”)	22
3.7 Multiply-Connected Transition Elements(Πολλαπλά Συνδεδεμένα Στοιχεία Μετάβασης)[2]	23
4 Ανάλυση και σχεδίαση	25
4.1 Θεωρία-Μεθοδολογία	25
4.2 Ανάλυση 2D Αλγορίθμου	29
4.2.1 Ομαλοποίηση Πλέγματος	38

5	Εφαρμογή Αλγορίθμου - Παραδείγματα	41
5.1	Διδιάστατο Παράδειγμα	41
5.2	Τριδιάστατο Απλό Παράδειγμα	45
5.2.1	Ορφανοί κόμβοι	45
5.2.2	Παράδειγμα	51
5.3	Πολύπλοκο Παράδειγμα	58
5.3.1	Επίλυση Προβλήματος με βάση την επέκταση της περιοχής πύκνωσης .	63
6	Επίλογος	71
6.1	Συμπεράσματα	71
6.2	Μελλοντικές Επεκτάσεις	71
7	Μεταφράσεις Ξένων όρων	75

Κατάλογος Σχημάτων

2.1	Εξάεδρο [2]	13
2.2	Στοιβά στοιχείων [2]	14
2.3	Εξαεδρικό φύλλο [2]	14
2.4	α) Αναπλασμένος κύλινδρος, (β) τρία τεμνόμενα εξαεδρικά φύλλα του κυλινδρικού πλέγματος [2]	15
2.5	(α) Ένα ιδανικό εξαεδρικό στοιχείο, (β) ένα ανεστραμμένο στοιχείο [2]	16
2.6	Στοιχεία χαμηλής ποιότητας με μικρή γωνία [2]	16
3.1	Απλός κύβος που έχει χωριστεί [2]	18
3.2	Εξαεδρικό πλέγμα με ανάπλαση dicer[2]	19
3.3	Element by element ανάπλαση [2]	21
3.4	“Sheet refinement” ανάπλαση [2]	22
3.5	Αυτο-τεμνόμενα εξαεδρικά φύλλα[2]	22
3.6	Πολλαπλά Συνδεδεμένο Στοιχείο Μετάβασης	24
3.7	Multiply-connected element [2]	24
3.8	Στοιχεία/ Χρόνο[2]	24
4.1	Διαίρεση εξάεδρου σε 27 παιδιά-εξάεδρα [8]	25
4.2	Διδιάστατο Παράδειγμα Αρχικά [8]	26
4.3	Διδιάστατο Παράδειγμα [8]	27
4.4	Πρότυπα [8]	27
4.5	Ομαλοποίηση [8]	27
4.6	Διαδικασία πύκνωσης στις 3 διαστάσεις[8]	28
4.7	Τα 6 κυριότερα τριδιάστατα πρότυπα που χρησιμοποιούνται [8]	29
4.8	Ανάλυση τριδιάστατων προτύπων στα στοιχεία[8]	29
4.9	2D τετράπλευρο, αρίθμηση κόμβων	30
4.10	2D γειτονικά τετράπλευρα	30
4.11	2D παιδιά χωρισμένου τετράπλευρου-αρίθμηση	31
4.12	2D παράδειγμα χρωματικής απεικόνισης γειτόνων	31
4.13	Δένδρο με 3 επίπεδα [8]	32
4.14	Πρότυπα (templates) 2D [8]	32
4.15	Πρότυπα (templates) για τον διδιάστατο χώρο, 1 ορφανός κόμβος	33

4.16	Πρότυπα (templates) 2D, 2 ορφανοί κόμβοι-περίπτωση 1	33
4.17	Πρότυπα (templates) 2D, 2 ορφανοί κόμβοι-περίπτωση 2	33
4.18	Πρότυπα (templates) 2D, 3 ορφανοί κόμβοι-περίπτωση 1	34
4.19	Πρότυπα (templates) 2D, 3 ορφανοί κόμβοι-περίπτωση 2	34
4.20	Πρότυπα (templates) 2D, 2 ορφανοί κόμβοι-περίπτωση 3	34
4.21	Εξάεδρο στον τριδιάστατο χώρο x,y,z [4]	35
4.22	Αρίθμηση παιδιών στον τριδιάστατο χώρο	36
4.23	Αρίθμηση κόμβων στον τριδιάστατο χώρο	36
4.24	Γείτονες κόμβων στον τριδιάστατο χώρο	37
4.25	Γείτονες πλευρών στον τριδιάστατο χώρο	37
4.26	Γείτονες εδρών στον τριδιάστατο χώρο	38
4.27	Διάγραμμα ροής 2D, ομαλοποίησης πλέγματος	39
4.28	Διάγραμμα ροής 3D, ομαλοποίησης πλέγματος	40
5.1	2D παράδειγμα πριν την ομαλοποίηση	42
5.2	2D παράδειγμα κρίσιμα τετράπλευρα	42
5.3	2D παράδειγμα εφαρμογή προτύπων, επισήμανση με μαύρο χρώμα της διόρθωσης που επιβλήθηκε	43
5.4	2D ολοκληρωμένο πλέγμα μετά την επιβολή των προτύπων ομαλοποίησης	43
5.5	2D ολοκληρωμένο πλέγμα, 3 επίπεδα πυκνώσης	44
5.6	2D ολοκληρωμένο πλέγμα, 3ο και 4ο επίπεδο πυκνώσης	44
5.7	2D πλέγμα εσωτερικού επιπέδου πυκνώσης	45
5.8	3D templates σύμφωνα με τον Schneiders [8]	45
5.9	Περίπτωση ορφανού κόμβου από γείτονα κόμβου.	46
5.10	Περίπτωση ορφανού κόμβου από γείτονα κόμβου - αντικατάσταση εξάεδρου.	46
5.11	Περίπτωση ορφανών κόμβων από γείτονα ακμής.	47
5.12	Περίπτωση ορφανών κόμβων από γείτονα ακμής - αντικατάσταση εξάεδρου	47
5.13	Περίπτωση ορφανών κόμβων από γείτονα ακμής - αντικατάσταση εξάεδρου	48
5.14	Περίπτωση ορφανών κόμβων από γείτονα ακμής - αντικατάσταση εξάεδρου	48
5.15	Περίπτωση ορφανών κόμβων από γείτονα έδρας.	49
5.16	Περίπτωση ορφανών κόμβων από γείτονα έδρας - αντικατάσταση εξάεδρου	49
5.17	Περίπτωση ορφανών κόμβων από γείτονα έδρας - αντικατάσταση εξάεδρου	50
5.18	Απλό παράδειγμα 3D πλεγματοποίησης	51
5.19	Παρουσίαση του προτύπου για περίπτωση ορφανού κόμβου του εξάεδρου	52
5.20	Εσωτερική τομή του πλέγματος που δημιουργήθηκε όπου διακρίνονται τα πρότυπα που χρησιμοποιήθηκαν	53
5.21	Διαγώνια οπτική του πλέγματος που δημιουργήθηκε	53
5.22	Διαφορετική οπτική του πλέγματος, όπου διακρίνονται διαφορετικά πρότυπα	54
5.23	Παρουσίαση του πλέγματος από την οπτική γωνία που παρουσιάζει την ομαλοποίηση στην περιοχή της κορυφής του εξωτερικού κόμβου	55

5.24	Εικόνα του εσωτερικού πυρήνα του πλέγματος. Διακρίνεται η πολύπλοκη δομή των αντίστοιχων προτύπων	55
5.25	Διαφορετική οπτική του πλέγματος. Οι διαφορετικές εικόνες παρατίθενται για να φανεί αφενός η τοπολογία των προτύπων και για να αποδειχθεί αφετέρου η ορθή εφαρμογή τους.	56
5.26	Διαφορετική οπτική του πλέγματος μετά την εφαρμογή της ομαλοποίησης. . .	56
5.27	Διαφορετική οπτική του πλέγματος	57
5.28	Πλέγμα στον τριδιάστατο χωρίς ομαλοποίηση	59
5.29	Πλέγμα στον τριδιάστατο χωρίς ομαλοποίηση, εσωτερικό επίπεδο	59
5.30	Περιπτώσεις ορφανών κόμβων στον τριδιάστατο χώρο [4]	60
5.31	Προτεινόμενα πρότυπα [4]	61
5.32	Πρόβλημα-περίπτωση 1	62
5.33	Πρόβλημα-περίπτωση 2, χωρίς την εισαγωγή κάποιου προτύπου	62
5.34	(α)Η περιοχή που πρέπει να χωριστεί, (β)Επέκταση της περιοχής και εφαρμογή των template Schneider, (γ)εφαρμογή των προτύπων Hongmei Zhang, Guoqun Zhao [4]	63
5.35	Επέκταση περιοχής πυκνώσης	64
5.36	Διευρημένη περιοχή, τομή κάθετα στον άξονα x	64
5.37	Διευρημένη περιοχή, τομή κάθετα στον άξονα x, μεγέθυνση Σχήματος 5.36 . .	65
5.38	Διευρημένη περιοχή, τομή ως προς τους άξονες x και y	66
5.39	Τελικό πλέγμα (τομή ως προς άξονες x και y εσωτερικό επίπεδο)	67
5.40	Τελικό πλέγμα (τομή ως προς άξονα x)	67
5.41	Τελικό πλέγμα (τομή ως προς άξονα x, εσωτερικό επίπεδο)	68
5.42	Τελικό πλέγμα (τομή ως προς άξονα x και κατα βάθος ανάλυση)	68
5.43	Κατά βάθος ανάλυση του πλέγματος	69
5.44	Κατά βάθος ανάλυση του πλέγματος	69

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Η αυτοματοποιημένη παραγωγή υπολογιστικού πλέγματος αποτελεί ένα επιστημονικό πεδίο το οποίο γνωρίζει ιδιαίτερη ανάπτυξη τα τελευταία 20 χρόνια. Η κατασκευή υπολογιστικού πλέγματος στις δύο διαστάσεις αφορά κυρίως μεθόδους τριγωνικών και τετραπλευρικών στοιχείων, ενώ στις τρεις διαστάσεις οι αντίστοιχες μέθοδοι αφορούν τετραεδρικά, εξαεδρικά πρισματικά και πυραμιδικά, στοιχεία. Μεταξύ των μεθόδων αυτών περιλαμβάνονται μέθοδοι κατασκευής επιφανειακού πλέγματος, ενώ ένας άλλος κλάδος αφορά την μετα-επεξεργασία του πλέγματος και τη βελτίωσή του μέσω εξομάλυνσης, εκκαθάρισης και τοπικής βελτίωσης. Αρκετές από τις σύγχρονες ανάγκες δημιουργίας πλέγματος αφορούν στη διαμόρφωση επιφανειακών πλεγμάτων σε αυθαίρετες τριδιάστατες επιφάνειες. Τα επιφανειακά στοιχεία των επιφανειών, που συνήθως αναπαριστώνται από επιφάνειες NURBS, χρησιμοποιούνται είτε άμεσα ως δομικά στοιχεία, είτε ως δεδομένα εισόδου σε μια γεννήτρια χωρικού πλέγματος. Οι αλγόριθμοι δημιουργίας επιφανειακού πλέγματος διακρίνονται σε αλγορίθμους παραμετρικού χώρου και σε απευθείας τριδιάστατου χώρου [1].

Οι αλγόριθμοι παραμετρικού χώρου αναπτύσσουν στοιχεία στον διδιάστατο παραμετρικό χώρο της επιφάνειας. Συχνά είναι πολύ αποδοτική η ανάπτυξη των στοιχείων στις δύο διαστάσεις και στη συνέχεια, ως τελικό στάδιο, οι συντεταγμένες των κορυφών μεταφέρονται στο φυσικό χώρο. Αντίθετα, οι αλγόριθμοι τριδιάστατου χώρου αναπτύσσουν εξαρχής στοιχεία στην πραγματική τριδιάστατη γεωμετρία, χωρίς να λαμβάνεται υπ' όψη η παραμετρική αναπαράστασή της.

Σπάνια ένας αλγόριθμος δημιουργίας πλέγματος είναι ικανός να δημιουργήσει ένα βέλτιστο πλέγμα χωρίς την εφαρμογή μιας μετα-διαδικασίας βελτίωσης της συνολικής ποιότητας των στοιχείων. Οι δύο βασικότερες κατηγορίες βελτίωσης του πλέγματος είναι η εξομάλυνση και η εκκαθάριση. Η εξομάλυνση αφορά σε μεθόδους τροποποίησης των συντεταγμένων των κόμβων, διατηρώντας όμως αμετάβλητη τη συνδεσμολογία των στοιχείων του πλέγματος. Η εκκαθάριση αναφέρεται γενικά σε κάθε διαδικασία που τροποποιεί τη συνδεσμολογία των στοιχείων του πλέγματος.

Οι περισσότερες διαδικασίες εξομάλυνσης αποτελούν επαναληπτικές μεθοδολογίες, που μεταθέτουν μεμονωμένους κόμβους, βελτιώνοντας την τοπική ποιότητα των στοιχείων. Η εκκαθάριση ενός πλέγματος περιλαμβάνει ένα μεγάλο αριθμό αλγορίθμων. Η βελτίωση της

ποιότητας επιτυγχάνεται προχωρώντας σε τοπικές αλλαγές στη συνδεσμολογία των στοιχείων.

Τέλος, εφαρμόζονται και διαδικασίες τοπικής βελτίωσης του πλέγματος (π.χ. τοπικής πύκνωσης), που αποσκοπούν στην αποδοτική τοπική μείωση του μεγέθους των στοιχείων. Η μείωση του όγκου είναι συνήθως χρήσιμη στη σύλληψη τοπικών φυσικών φαινομένων, ή απλά στη τοπική βελτίωση της ποιότητας των στοιχείων. Εννοιολογικά, ένα δομημένο πλέγμα διαφέρει από ένα μη δομημένο από το χαρακτηριστικό γνώρισμα του σταθερού πλήθους γειτονικών στοιχείων για κάθε εσωτερικό κόμβο του. Οι αλγόριθμοι δομημένου πλέγματος εφαρμόζουν συχνά τεχνικές “block-structured”, που χρησιμοποιούνται συνήθως στις εφαρμογές Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (CFD), όπου συχνά απαιτείται αυστηρή ευθυγράμμιση των στοιχείων για τη σύλληψη φυσικών φαινομένων. Αντίθετα, στα μη δομημένα πλέγματα επιτρέπεται το μεταβλητό πλήθος γειτονικών στοιχείων για κάθε κόμβο. Τα συνηθέστερα μη δομημένα πλέγματα αποτελούνται από τριγωνικά (επιφανειακά) ή τετραεδρικά (χωρικά) στοιχεία, ενώ χρησιμοποιούνται επίσης τετραπλευρικά (επιφανειακά), εξαεδρικά (χωρικά), πρισματικά (χωρικά) και πυραμιδικά(χωρικά) στοιχεία.

1.1 Οργάνωση του τόμου

Η εργασία αυτή είναι οργανωμένη σε έξι κεφάλαια: Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο των βασικών τεχνολογιών, που σχετίζονται με την εργασία. Αρχικά περιγράφονται τα βασικά στοιχεία καθώς και οι βασικοί περιορισμοί που ισχύουν για την δημιουργία ενός πλέγματος. Στο κεφάλαιο 3 περιγράφονται διάφορες τεχνικές πύκνωσης με χρήση εξαέδρων. Στο κεφάλαιο 4 δίνεται το θεωρητικό υπόβαθρο της συγκεκριμένης μεθοδολογίας που χρησιμοποιήθηκε και περιγράφεται βήμα βήμα ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε. Στο κεφάλαιο 5 παρατίθενται παραδείγματα, από την εφαρμογή του αλγορίθμου, τόσο για τον διδιάστατο όσο και για τον τριδιάστατο χώρο. Τέλος στο κεφάλαιο 6 παρουσιάζεται η συνεισφορά αυτής της μεταπτυχιακής διατριβής καθώς και μελλοντικές επεκτάσεις της.

Κεφάλαιο 2

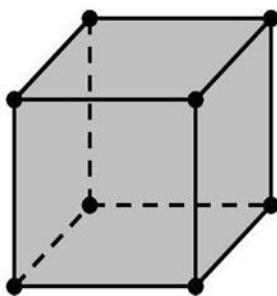
Θεωρητικό υπόβαθρο

Προτού αρχίσει κανείς να εισέρχεται στην λογική της εξαεδρικής ανάπλασης (hexahedral refinement) θα πρέπει πρώτα να καταλάβει τις βασικές αρχές του εξαεδρικού πλέγματος (hexahedral meshing). Το κεφάλαιο αυτό προσδιορίζει τα βασικά χαρακτηριστικά των εξαέδρων και εξηγεί τους τρεις βασικότερους περιορισμούς των πλήρως εξαεδρικών πλεγμάτων.

2.1 ΤΟ ΕΞΑΕΔΡΟ ΚΑΙ ΤΟ ΠΛΕΓΜΑ

2.1.1 Το εξάεδρο [2]

Το εξάεδρο είναι το βασικό στοιχείο ενός πλήρους εξαεδρικού πλέγματος και μπορεί να προβληθεί ως τρία ζεύγη αντιτιθέμενων όψεων. Ενώ ο ορισμός αυτός για το εξάεδρο φαίνεται απλός, τα συμπεράσματα τα οποία προκύπτουν από αυτόν είναι σημαντικά. Συλλογικά, το εξάεδρο περιέχει έξι τετράπλευρες όψεις, δώδεκα άκρα και οκτώ κόμβους, όπως εμφανίζεται στο σχήμα 2.1 .



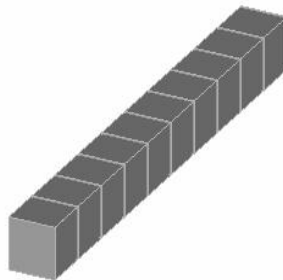
Σχήμα 2.1: Εξάεδρο [2]

2.1.2 Περιορισμοί συνδεσιμότητας

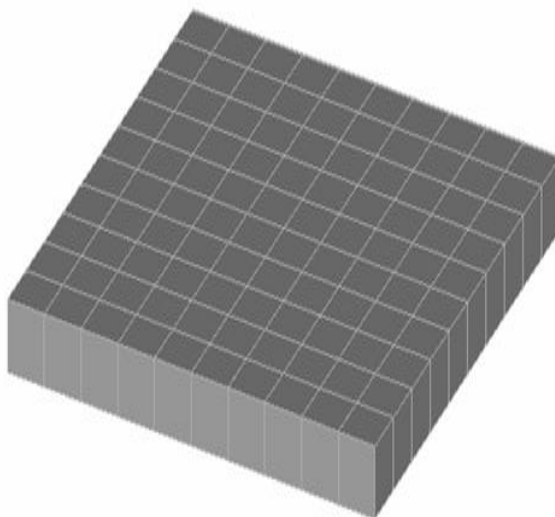
Για να διατηρηθεί η συνδεσιμότητα (ενός πλέγματος), κάθε τετράπλευρη όψη ενός εξαέδρου πρέπει να συνορεύει με μια ίδιων διαστάσεων όψη ενός γειτονικού εξαέδρου ή να βρίσκεται

σε κάποιο όριο. Όσο ο περιορισμός αυτός ισχύει, το εξαεδρικό πλέγμα αποκαλείται “σύμμορφο πλέγμα” (conformal mesh). Πολλοί επιλύτες πεπερασμένων στοιχείων (finite element solvers) απαιτούν αυτόν τον περιορισμό, ως εκ τούτου, είναι απαραίτητο ότι το συγκεκριμένο χαρακτηριστικό θα διατηρείται σε ολόκληρο το πλέγμα [2].

Τοποθετώντας εξαεδρικά στοιχεία σε σειρά έτσι ώστε κάθε στοιχείο να έχει δύο γειτονικά στοιχεία τα οποία επισυνάπτονται σε αντιτιθέμενες όψεις, σχηματίζεται μια στοίβα από εξαεδρικά στοιχεία όπως απεικονίζεται στο σχήμα 2.2. Μια στοίβα από στοιχεία πρέπει να αρχίζει και να τελειώνει σε ένα όριο ή να αποτελεί έναν κλειστό βρόγχο στοιχείων. Εξαεδρικά φύλλα σχηματίζονται από την ομαδοποίηση στοιβών από στοιχεία σε μια δεύτερη διάσταση, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.3. Κάθε στοιχείο σε ένα εξαεδρικό φύλλο έχει τέσσερα γειτονικά στοιχεία που είναι συννημμένα σε δύο ορθογώνια ζεύγη αντιτιθέμενων όψεων. Ομοίως, τα εξαεδρικά φύλλα πρέπει να αρχίσουν και να τελειώνουν σε ένα όριο ή να σχηματίζουν κλειστό βρόχο. Η διττότητα του πλέγματος, όπως θα συζητηθεί αργότερα, αντιπροσωπεύει αυτά τα χαρακτηριστικά συνδεσιμότητας μέσω χορδών και συστρεφόμενων επιφανειών [2].

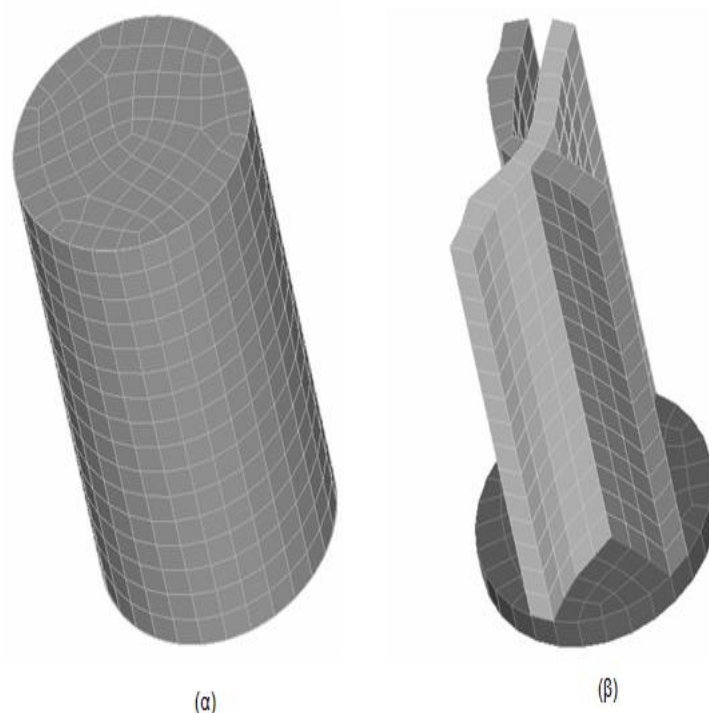


Σχήμα 2.2: Στοίβα στοιχείων [2]



Σχήμα 2.3: Εξαεδρικό φύλλο [2]

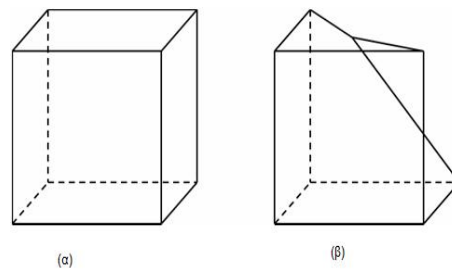
Τα ομοιόμορφα πλήρως εξαεδρικά πλέγματα αποτελούνται από πολλά τεμνόμενα εξαεδρικά φύλλα, κάτι που δίνει στο πλέγμα την συνδεσιμότητα που το χαρακτηρίζει (ή την χαρακτηριστική του συνδεσιμότητα) όπως φαίνεται στο σχήμα 2.4 . Εξαιτίας του χαρακτηριστικού αυτού, είναι αδύνατον να εισαχθεί ή να καταργηθεί ένα μεμονωμένο στοιχείο. Ένα ολόκληρο φύλλο πρέπει να εισαχθεί ή να καταργηθεί για τη διατήρηση ενός σύμμορφου πλέγματος. Η ιδέα αυτή μπορεί να παρατεθεί ακόμα περισσότερο στο ότι κάθε φορά που γίνεται οποιαδήποτε τροποποίηση σε ένα στοιχείο που εκτείνεται προς τα σύνορα ενός γειτονικού στοιχείου, το γειτονικό στοιχείο πρέπει επίσης να τροποποιηθεί για τη διατήρηση του σύμμορφου πλέγματος. Αυτό έχει σημαντικό αντίκτυπο για τις τοπικές εξαεδρικές αναπλάσεις [2].



Σχήμα 2.4: α) Αναπλασμένος κύλινδρος, (β) τρία τεμνόμενα εξαεδρικά φύλλα του κυλινδρικού πλέγματος [2]

2.1.3 Ποιοτικοί Περιορισμοί

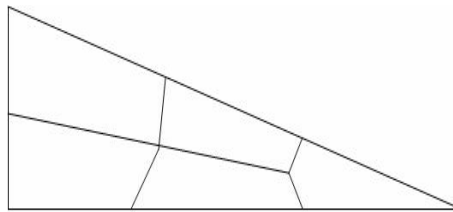
Η ακρίβεια μίας ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων (finite element analysis) είναι άμεσα συσχετισμένη με την ποιότητα των επιμέρους στοιχείων εντός του πλέγματος. Εάν η ποιότητα είναι πολύ κακή, η ανάλυση είναι μη αποδεκτή. Η ποιότητα του στοιχείου καθίσταται μη αποδεκτή όταν η Ιακωβιανή είναι αρνητική. Αυτό συνήθως συμβαίνει όταν οι εσωτερικές γωνίες μεταξύ των επιφανειών είναι μεγαλύτερες από 180 μοίρες. Η καλύτερη ποιότητα επιτυγχάνεται όταν όλες οι εσωτερικές γωνίες είναι 90 μοίρες. Το σχήμα 2.5(α) απεικονίζει ένα ιδανικό εξαεδρικό στοιχείο και το σχήμα 2.5(β) απεικονίζει ένα μη αποδεκτό στοιχείο το οποίο αποκαλείται συνήθως ανεστραμμένο στοιχείο [2].



Σχήμα 2.5: (α) Ένα ιδανικό εξαεδρικό στοιχείο, (β) ένα ανεστραμμένο στοιχείο [2]

2.1.4 Γεωμετρικοί Περιορισμοί

Ένα πλήρως εξαεδρικό πλέγμα απαιτεί όλες οι επιφάνειες του να έχουν αναπλασθεί χρησιμοποιώντας τετράπλευρα στοιχεία. Αυτά τα τετράπλευρα πλέγματα πρέπει να είναι σύμφωνα με την γεωμετρία του μοντέλου και συνεπώς να υπόκεινται σε κάποιους γεωμετρικούς περιορισμούς. Για παράδειγμα, το σχήμα 2.6 δείχνει ένα κακής ποιότητας τετράπλευρο πλέγμα ενός τριγώνου. Πλέγματα τα οποία δεν συμμορφώνονται στους γεωμετρικούς περιορισμούς του μοντέλου μπορούν επίσης να μεταδοθούν στο εσωτερικό ενός εξαεδρικού πλέγματος, προκαλώντας έτσι ανεπιθύμητες στρεβλώσεις και χαμηλής ποιότητας εξαεδρικά πλέγματα [2].



Σχήμα 2.6: Στοιχεία χαμηλής ποιότητας με μικρή γωνία [2]

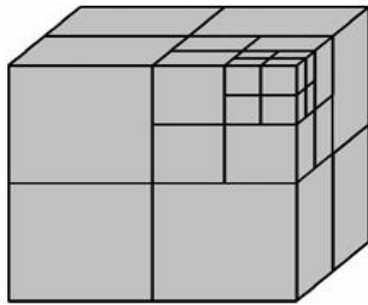
Κεφάλαιο 3

Τεχνικές Ανάπλασης με χρήση εξάεδρων

Η πύκνωση δεν είναι κάτι καινούριο στην θεωρία των πλεγμάτων. Έχει ένα πλήθος εφαρμογών και επομένως αποτελεί αντικείμενο σημαντικής έρευνας. Αυτό το κεφάλαιο θα περιγράψει λεπτομερώς μεθόδους ανάπλασης που συναντώνται στη βιβλιογραφία. Ιδιαίτερη προσοχή θα δοθεί στις “στοιχείο- προς -στοιχείο” και “με φύλα” αναπλάσεις, δεδομένου ότι αποτελούν τη βάση αυτής της διατριβής. Ο κατάλογος μεθόδων που παρουσιάζονται εδώ δεν είναι πλήρης. Οι μέθοδοι που παρουσιάζονται επιλέχτηκαν λόγω της σημασίας τους στην θεωρία των πλεγμάτων και της συσχέτισης τους με αυτήν την διατριβή. Θα δοθεί μια γενική εξήγηση κάθε μεθόδου ανάπλασης καθώς και μια συνοπτική εξέταση των πλεονεκτημάτων και των μειονεκτημάτων τους.

3.1 Octree

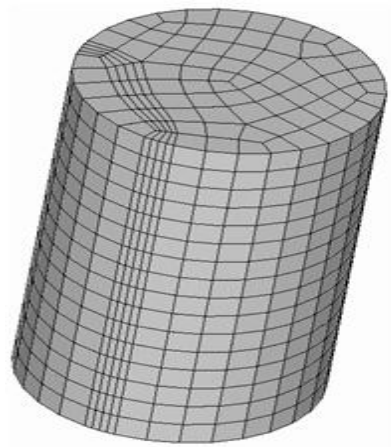
Τα octrees, όπως υποδεικνύει το όνομά τους, χωρίζουν ένα στοιχείο σε οχτώ στοιχεία [9]. Αυτό επιτυγχάνεται χωρίζοντας κάθε ακμή στο μέσον της. Η διαδικασία πύκνωσης παρεμβάλλει συνεχώς τα octrees σε ένα πλέγμα έως ότου το επιθυμητό μέγεθος πυκνότητας κόμβων να επιτευχθεί. Η μέθοδος είναι γρήγορη και παρέχει άριστο έλεγχο όσον αφορά το μέγεθος και τη θέση των στοιχείων. Το σημαντικότερο μειονέκτημα της μεθόδου είναι ότι μπορεί να παραγάγει ένα μη-σύμμορφο πλέγμα. Πολλοί επιλύτες είναι ανίκανοι να διαχειριστούν τα μη-σύμμορφα πλέγματα και έτσι η μέθοδος octree μπορεί να είναι πολύ περιοριστική. Το σχήμα 3.1 παρουσιάζει απλό κύβο που έχει αναπλαστεί χρησιμοποιώντας τα octrees.



Σχήμα 3.1: Απλός κύβος που έχει χωριστεί [2]

3.2 Dicing[2]

Ο αλγόριθμος “dicer” αναπτύχθηκε για να δημιουργήσει πλέγματα πολλών εκατομμυρίων στοιχείων [10]. Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί την παραμετρική χαρτογράφηση για να καθαρίσει τα χονδροειδή στοιχεία επιτρέποντας την γρήγορη δημιουργία μεγάλων αριθμών στοιχείων. Χρησιμοποιείται ένα σχέδιο αποθήκευσης, το οποίο εκμεταλλεύεται τη δομημένη φύση της ανάπλασης. Αυτό επιτρέπει στον αλγόριθμο “dicer” να είναι γρήγορος και αποδοτικός. Ο αλγόριθμος “dicer” είναι περιορισμένος δεδομένου ότι μπορεί να αναπλάσει μόνο εξάεδρικά φύλλα. Αυτό σημαίνει ότι δεν μπορεί να κάνει οποιαδήποτε συγκεκριμένη/τοπική ανάπλαση. Ένας άλλος περιορισμός του αλγορίθμου είναι ότι όλα τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά/γνωρίσματα πρέπει να επιλυθούν με το ευρύτερο πλέγμα. Ενώ αυτοί οι περιορισμοί είναι ενοχλητικοί, για τους λόγους για τους οποίους σχεδιάστηκε, ο αλγόριθμος “dicer” είναι ένα αποτελεσματικό εξάεδρικό εργαλείο ανάπλασης. Το σχήμα 3.2 παρουσιάζει εξάεδρικό πλέγμα, που αναπλάστηκε χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο dicer [10] [2].



Σχήμα 3.2: Εξαεδρικό πλέγμα με ανάπλαση dicer[2]

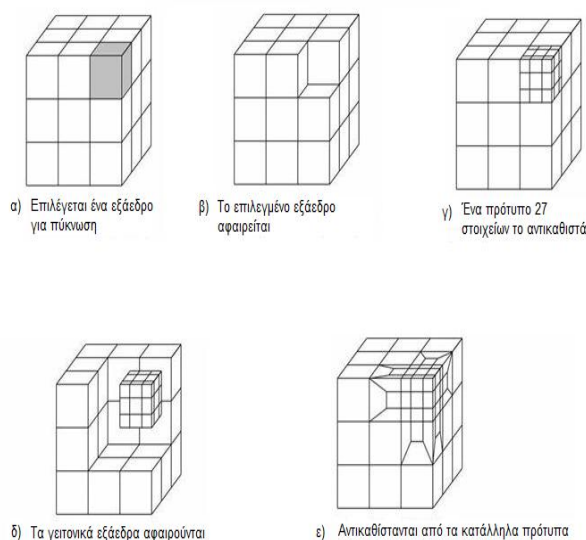
3.3 The Cleave-and-Fill Tool

Το εργαλείο “Σχίσματος -και- Γεμίσματος ” (The Cleave-and-Fill Tool) είναι μια προσαρμογή της εισαγωγής φύλλων και σχεδιάστηκε για να τροποποιήσει την περιοχή μεταξύ επιφανειών πηγής και στόχου σάρωσης των πλεγμάτων, βοηθώντας έτσι στην βελτίωση της ποιότητας του πλέγματος σε μερικές περιπτώσεις [3]. Αυτό καθιστά το εργαλείο “Σχίσματος -και- Γεμίσματος ” πάρα πολύ συγκεκριμένο για έναν γενικό αλγόριθμο ανάπλασης.

3.4 Element by Element Refinement (“Ανάπλαση στοιχείο - προς - στοιχείο”)

Η “στοιχείο- προς -στοιχείο” εξαεδρική ανάπλαση προσπαθεί να αναπλάσει ένα εξαεδρικό πλέγμα εισάγοντας ένα πρότυπο/οδηγό το οποίο ανασχηματίζει/επαναπροσδιορίζει και τις τρεις κατευθύνσεις ενός εξάεδρου σε ένα βήμα. Τα πρότυπα αυτά αντικαθιστούν καθένα από τα αρχικά εξάεδρα εντός της επιλεγμένης περιοχής. Η δυσκολία στην εφαρμογή της μεθόδου αυτής είναι στην διατήρηση του σύμμορφου χαρακτηριστικού με την εισαγωγή του κατάλληλου προτύπου/οδηγού με τον κατάλληλο προσανατολισμό. Η περιοχή μετάβασης είναι πολύ σημαντική, δεδομένου ότι τα πρότυπα/οδηγοί, που εισάγονται σε αυτήν την περιοχή πρέπει να συνδέσουν το στοιχειώδες πλέγμα στο ευρύτερο πλέγμα, διατηρώντας παράλληλα το σύμμορφο του στοιχείου [2].

Ο Schneider εισήγαγε μια “element by element” (“στοιχείο- προς -στοιχείο”) ανάπλαση, η οποία συνδέεται με μια γεννήτρια πλέγματος, η οποία έχει σαν βάση την μέθοδο octree [11]. Αυτή η μέθοδος ανάπλασης έδωσε ικανοποιητικά αποτελέσματα σε αρκετές περιπτώσεις, ήταν αδύνατο ωστόσο να δημιουργήσει ένα σύμμορφο πλέγμα στην περίπτωση πολλαπλά συνδεδεμένων στοιχείων μετάβασης (multiply-connected transition elements), πράγμα που θα φανεί και στα παραδείγματα που ακολουθούν στο Κεφάλαιο 5. Στην εξαεδρική ανάπλαση, ένα πολλαπλά συνδεδεμένο στοιχείο μετάβασης αναφέρεται σε ένα εξαεδρικό στοιχείο το οποίο δεν έχει επιλεγθεί για ανάπλαση αλλά μοιράζεται παραπάνω από μία πλευρά με εξάεδρα, τα οποία έχουν επιλεγθεί για ανάπλαση. Προς το παρόν, πολλά από τα πρότυπα, τα οποία χειρίζονται αυτά τα στοιχεία μετάβασης, είναι άγνωστα. Το γεγονός αυτό περιορίζει τις δυνατότητες των σύμμορφα τροποποιημένων πλεγμάτων, τα οποία χρησιμοποιούν την “στοιχείο- προς -στοιχείο” (element by element) προσέγγιση. Το σχήμα 3.3 επεξηγεί γραφικά την “στοιχείο-προς -στοιχείο” (element by element) διαδικασία ανάπλασης. Το εξάεδρο, το οποίο επιλέγεται 3.3(α) για την ανάπλαση, αφαιρείται 3.3(β) και αντικαθίσταται 3.3(γ) με το κατάλληλο πρότυπο. Έπειτα, τα στοιχεία μετάβασης αφαιρούνται 3.3(δ) και αντικαθίστανται 3.3(ε) με τα κατάλληλα πρότυπά τους. Παρατηρήστε ότι στην “στοιχείο- προς -στοιχείο” (element by element) διαδικασία ανάπλασης το πλέγμα είναι μη-σύμμορφο για το μεγαλύτερο μέρος της διαδικασίας ανάπλασης (πύκνωσης). Μόνο μετά το πέρας της διαδικασίας αποκαθίσταται το σύμμορφο του πλέγματος.



Σχήμα 3.3: Element by element ανάπλαση [2]

3.5 Sheet Refinement[2]

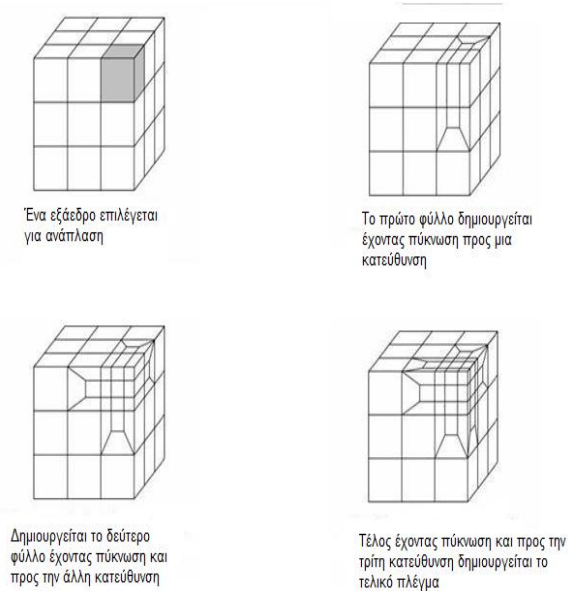
Ο Schneider πρότεινε επίσης μία μέθοδο ανάπλασης με φύλλα η οποία τροποποιεί ένα πλέγμα “ξεφλουδίζοντας” κάθε έμφυτη/εγγενή κατεύθυνση ενός εξάεδρου χωριστά [5]. Αυτό το σχέδιο ανάπλασης αποβάλλει το πρόβλημα των πολλαπλά συνδεδεμένων στοιχείων μετάβασης το οποίο είναι έμφυτο στην στοιχείο- προς -στοιχείο ανάπλαση, παράγοντας έτσι πάντα ένα σύμμορφο πλέγμα. Αυτή η μέθοδος προτάθηκε αρχικά για τα δομημένα πλέγματα.

Ο Tchou επέκτεινε την πολλαπλών διευθύνσεων ανάπλαση του Schneider για να συμπεριλάβει και την ανάπλαση των μη δομημένων πλεγμάτων [6] [7]. Η ανάπλαση φύλλων πραγματοποιείται έτσι “ξεφλουδίζοντας” τα εξαεδρικά φύλλα σύμφωνα με ένα αν-ισοτροπικό μετρικό μέγεθος, παρά τροποποιώντας μεμονωμένα στοιχεία. Αυτό το σχέδιο ανάπλασης είναι ικανό να αποδώσει τοπική σύμμορφη ανάπλαση και προσφέρει μεγάλο έλεγχο πάνω στην επιλεγμένη περιοχή.

Ο Harris επεκτάθηκε περαιτέρω επάνω στην εργασία του Tchou. Ο Tchou επέκτεινε την πολλαπλών διευθύνσεων ανάπλαση του Schneider για να συμπεριλάβει και την ανάπλαση των μη δομημένων πλεγμάτων [6] [7], χρησιμοποιώντας εισαγωγής προτύπων αντί του “ξεφλουδίσματος” για την ανάπλαση των φύλλων [12]. Μόνο τρία πρότυπα απαιτούνται για την ολοκλήρωση αυτού του τύπου ανάπλασης. Ο Harris γενίκευσε περαιτέρω τη διαδικασία ανάπλασης για να περιλάβει τους κόμβους, τις γωνίες, και τις έδρες ως πιθανούς στόχους της εξαεδρικής ανάπλασης. Και αυτός ο τύπος καθαρισμού προσφέρει γενικά περιορισμένη/συγκεκριμένη ανάπλαση, παράγει ένα σύμμορφο πλέγμα, και προσφέρει τον άριστο έλεγχο στον χρήστη πάνω στην περιοχή ανάπλασης.

Το σχήμα 3.4 παρουσιάζει την γενική διαδικασία της ανάπλασης με φύλλα για ένα τριδιάστατο πλέγμα. Το πρώτο φύλλο υποβάλλεται σε επεξεργασία με συνέπεια την τροποποίησή

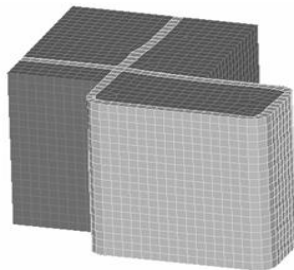
του σε μια ενιαία κατεύθυνση. Το δεύτερο φύλλο υποβάλλεται έπειτα στην ίδια διαδικασία σε μια δεύτερη κατεύθυνση. Καθώς το τρίτο φύλλο υποβάλλεται σε ανάπλαση, η τρίτη κατεύθυνση τροποποιείται αποδίδοντας το τελικό πλέγμα. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι το πλέγμα είναι σύμμορφο κατά τη διάρκεια ολόκληρης της διαδικασίας αυτής, η εξασφαλίζοντας κατά συνέπεια ότι το τελικό πλέγμα θα είναι επίσης σύμμορφο. Δεδομένου ότι αυτοί οι περιορισμοί είναι ζωτικής σημασίας για κατανόηση των ικανοτήτων του αλγορίθμου προσέγγισης, μια λεπτομερής περιγραφή του κάθε περιορισμού θα ακολουθήσει.



Σχήμα 3.4: “Sheet refinement” ανάπλαση [2]

3.6 Self-Intersecting Hexahedral Sheets (“Αυτο-τεμνόμενα εξασεδρικά φύλλα”)

Τα αυτο-τεμνόμενα εξασεδρικά φύλλα μπορούν να εμφανιστούν οποτεδήποτε ένα μη δομημένο εξασεδρικό πλέγμα είναι παρόν. Το Σχήμα 3.5 παρουσιάζει ένα πλήρως εξασεδρικό πλέγμα με ένα αυτο-τεμνόμενο εξασεδρικό φύλλο, το οποίο τονίζεται μέσα στο πλέγμα [2].

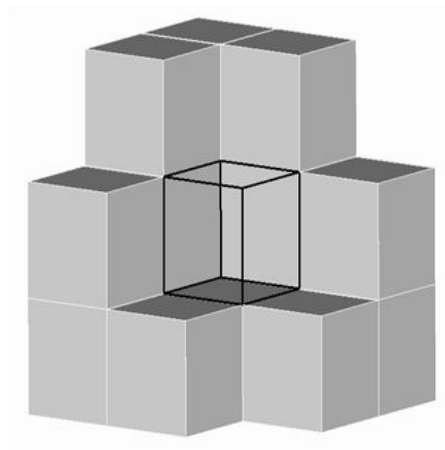


Σχήμα 3.5: Αυτο-τεμνόμενα εξασεδρικά φύλλα[2]

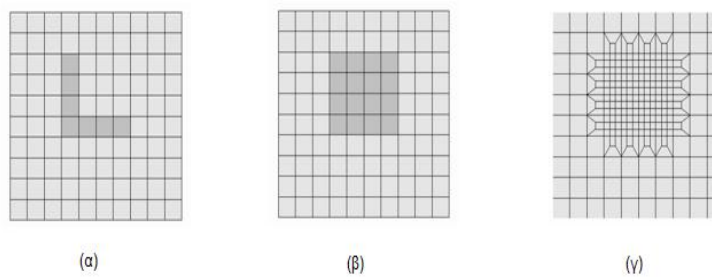
Ενώ τα αυτο-τεμνόμενα εξαεδρικά φύλλα δεν είναι κοινά, παρόλα αυτά εμφανίζονται.

3.7 Multiply-Connected Transition Elements(Πολλαπλά Συνδεδεμένα Στοιχεία Μετάβασης)[2]

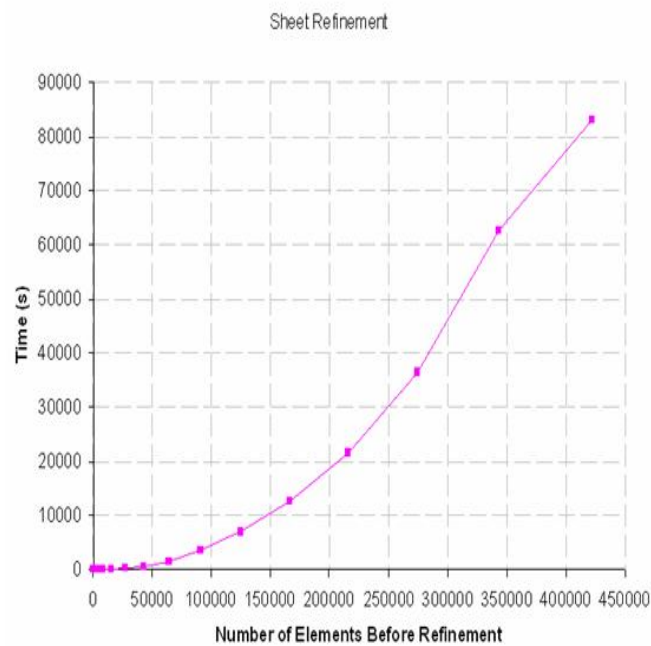
Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, ως Πολλαπλά Συνδεδεμένο Στοιχείο Μετάβασης στην εξαεδρική ανάπλαση αναφέρεται ένα εξαεδρικό στοιχείο το οποίο δεν έχει για επιλεγεί ανάπλαση αλλά μοιράζεται περισσότερες από μία όψεις με εξαέδρα τα οποία έχουν επιλεγεί για επεξεργασία. Ένα παράδειγμα ενός πολλαπλά συνδεδεμένου στοιχείου μετάβασης απεικονίζεται στο Σχήμα 3.7. Η ανάπλαση με φύλλα είναι σε θέση να παράγει ένα σύμμορφου πλέγμα σε μια γειτονική περιοχή πολλαπλά συνδεδεμένων στοιχείων μετάβασης με δύο διαφορετικές μεθόδους. Η πρώτη μέθοδος περιλαμβάνει την προσθήκη εξαέδρων στην περιοχή που έχει επιλεγεί για ανάπλαση στην περιβάλλουσα περιοχή των πολλαπλά συνδεδεμένων στοιχείων μετάβασης μέχρι τα στοιχεία αυτά να πάψουν να υπάρχουν πλέον. Αυτό οδηγεί σε υπερβολική ανάπλαση που δεν χρειάζεται ούτε είναι επιθυμητή από τους περισσότερους χρήστες. Το Σχήμα 3.7 παρουσιάζει ένα διδιάστατο παράδειγμα για το πως χειρίζονται τα πολλαπλά συνδεδεμένα στοιχεία μετάβασης αυτήν τη στιγμή. Στο 3.7(α) το σχήμα δείχνει την περιοχή προς ανάπλαση που επισημαίνεται με σκούρο γκρι. Εννέα τετράπλευρα προστίθενται στην περιοχή προορισμού προκειμένου να καταργηθεί το πολλαπλά συνδεδεμένο στοιχείο μετάβασης, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.7(β). Στο σχήμα 3.7(γ) εμφανίζει το τελικό πλέγμα. Σε αυτό το παράδειγμα, η περιοχή ανάπλασης κατέληξε να είναι διπλάσια απότι αρχικά προοριζόταν. Ο περιορισμός αυτός αυξάνει τον χρόνο υπολογισμού κατά την ανάπλαση και θα αυξήσει επίσης τον απαιτούμενο χρόνο ανάλυση αργότερα, εξαιτίας της ανεπιθύμητης υπερπύκνωσης του πλέγματος. Η δεύτερη μέθοδος περιλαμβάνει τη χρήση προτύπων που προσαρμόζονται συγκεκριμένα στα πολλαπλά συνδεδεμένα στοιχεία μετάβασης. Αν και αυτή η μέθοδος είναι ανώτερη από την προηγούμενη, δεν εφαρμόστηκε ποτέ σε οποιαδήποτε μέθοδο ανάπλασης με φύλλα [2].



Σχήμα 3.6: Πολλαπλά Συνδεδεμένο Στοιχείο Μετάβασης [2]



Σχήμα 3.7: Multiply-connected element [2]



Σχήμα 3.8: Στοιχεία/ Χρόνο[2]

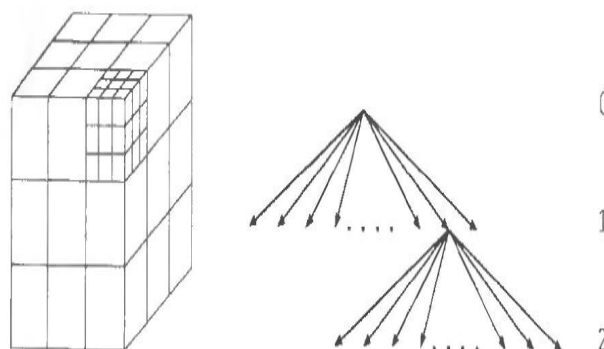
Κεφάλαιο 4

Ανάλυση και σχεδίαση

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η αναλυτική διαδικασία υλοποίησης της μεθοδολογίας που αναπτύχθηκε. Αρχικά περιγράφεται το θεωρητικό υπόβαθρο, ενώ στη συνέχεια περιγράφονται η υλοποίηση και τα παραδείγματα στα οποία εφαρμόστηκε.

4.1 Θεωρία-Μεθοδολογία

Στην συγκεκριμένη μεθοδολογία επιλέγεται ένα παρεμφερές είδος δεντριτικής δομής με αυτής των octrees. Το αρχικό εξάεδρο χωρίζεται σε 27 παιδιά. Τα εξάεδρα χωρίζονται επαναληπτικά μέχρι το πλέγμα να αποκτήσει την επιθυμητή ανάλυση. Στο Σχήμα 4.1 βλέπουμε ένα παράδειγμα όπου ένα εξάεδρο έχει χωριστεί. Μπορούμε επίσης να δούμε πως κάθε εξάεδρο μπορεί να χαρακτηριστεί από ένα αριθμό που μας δείχνει το επίπεδο της διαμέρισης, για παράδειγμα το αρχικό εξάεδρο (root) είναι επιπέδου μηδέν. Επιπλέον αν ένα εξάεδρο έχει επίπεδο λ και χωριστεί, τότε τα παιδιά του θα έχουν επίπεδο $\lambda+1$.



Σχήμα 4.1: Διάριση εξάεδρου σε 27 παιδιά-εξάεδρα [8]

Σε αυτή την μεθοδολογία όμως έχουμε ορφανούς κόμβους που πρέπει να αφαιρεθούν, κάτι

το οποίο είναι ένα δύσκολο πρόβλημα στα octree-based πλέγματα. Για λόγους κατανόησης παρατίθεται αρχικά η διδιάστατη περίπτωση. Το Σχήμα 4.2 δείχνει το αντικείμενο πάνω στο οποίο πρέπει να δημιουργήσουμε το πλέγμα. Τα σημεία που βλέπουμε ορίζονται συνήθως με βάση την γεωμετρία του αντικειμένου.

Ξεκινώντας από ένα τετράπλευρο που περιέχει το αντικείμενο για το οποίο θα δημιουργήσουμε το πλέγμα, ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία (ώστε να φτιαχτεί το quadtree) [8].

Procedure refineQuadrant(quadrant)

begin

if the quadrant contains a point p whose associated edge length is smaller than the quadrant size then.

Split up the quadrant into 9 (2D:3D) quadrants;

for all new quadrant q_i

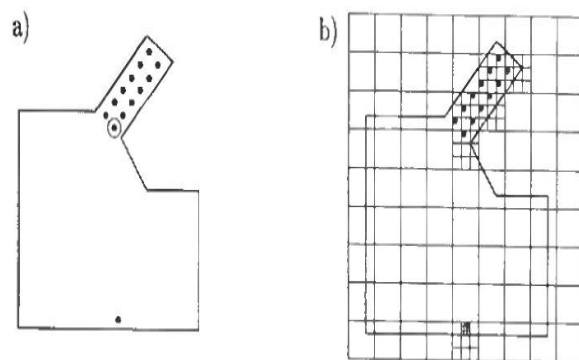
refineQuadrant(q_i);

end;

refineQuadrant(rootQuadrant);

Το Σχήμα 4.3 δείχνει μέρος ενός quadtree και τα επίπεδα του quadrant. Υπάρχουν τετράπλευρα με ορφανούς κόμβους σε μία ή περισσότερες πλευρές αν το επίπεδο ενός γειτονικού τετράπλευρου είναι διαφορετικό. Αυτά τα τετράπλευρα πρέπει να χωριστούν ώστε να προκύψει ένα σύμμορφο πλέγμα. Αρχικά η πληροφορία για το επίπεδο μεταφέρεται στους κόμβους των τετραπλεύρων. Ένας κόμβος v προσδιορίζεται από το μέγιστο επίπεδο των γειτονικών τετραπλεύρων όπως δείχνει το σχήμα 4.3β. Η εξίσωση, που ισχύει για τα παραπάνω είναι η εξής:

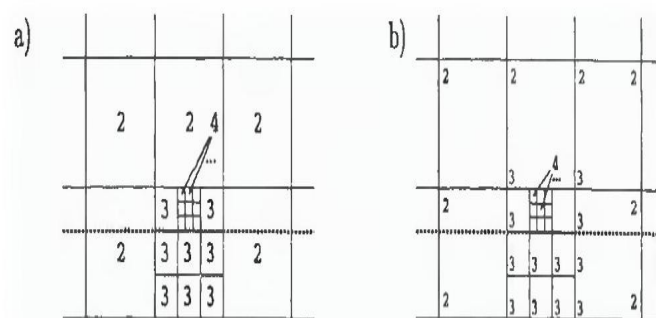
$$l(v) = \max l(q) | v \text{ is a node of } q$$



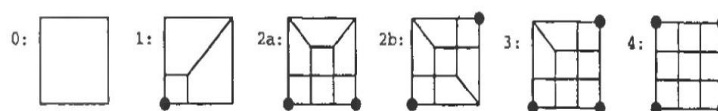
Σχήμα 4.2: Διδιάστατο Παράδειγμα Αρχικά [8]

Οι ορφανοί κόμβοι αφαιρούνται εισάγοντας κάποιο από τα πρότυπα που παρουσιάζονται στο παρακάτω Σχήμα 4.4.

Η εισαγωγή γίνεται διαδοχικά για τα τετράπλευρα με επίπεδο 0,1,2 κ.λπ. Θεωρώντας ένα

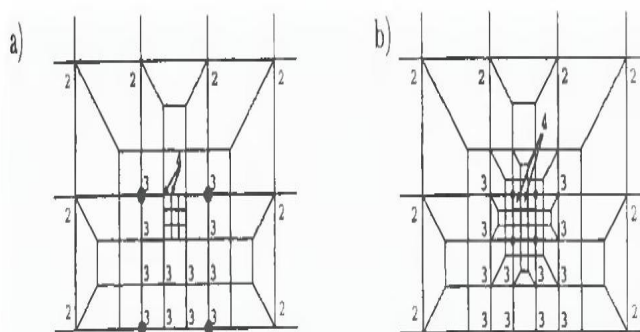


Σχήμα 4.3: Διδιάστατο Παράδειγμα [8]



Σχήμα 4.4: Πρότυπα [8]

τυχαίο τετράπλευρο με επίπεδο $l(q)$: οι κόμβοι v του q με $l(v) > l(q)$ σημειώνονται (Σχήμα 4.5α $l = 2$). Από την σημείωση των κόμβων οδηγούμαστε στην επιλογή ενός και μόνο προτύπου. Οι καινούργιοι κόμβοι που δημιουργούνται ορίζονται από το επίπεδο $l(q) + 1$. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έτσι ώστε να μην υπάρχουν ορφανοί κόμβοι (Σχήμα 4.5β) [8].



Σχήμα 4.5: Ομαλοποίηση [8]

Η διαδικασία περιγράφεται στην συνέχεια σε μορφή ψευδοκώδικα.

```
procedure conformingClosure
```

```
for l=0 to maximumLevel
```

```
for all quadrants q with level l
```

```
mark nodes v with level(v) greater than l;
```

```
insert appropriate template;
```

```
set new levels;
```

```
end;
```

```
end;
```

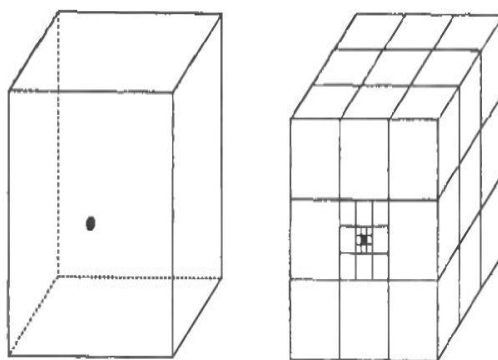
```
end procedure;
```

Η επιλογή των template(προτύπων) εγγυάται ένα σύμμορφο πλέγμα.

Η δημιουργία των προτύπων βασίζεται στον παρακάτω απλό κανόνα [8]:

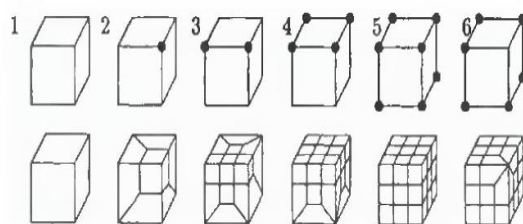
- Μια πλευρά χωρίζεται στα 3 αν και οι 2 κόμβοι έχουν σημειωθεί.
- Χωρίζεται στα 2 αν ένας κόμβος έχει σημειωθεί
- Δεν έχουμε διαμέριση αν κανένας κόμβος δεν είναι σημειωμένος.

Ο 3 D αλγόριθμος ακολουθεί την ίδια μεθοδολογία. Στο Σχήμα 4.6 παρουσιάζεται η αντίστοιχη διαδικασία πύκνωσης στις τρεις διαστάσεις.

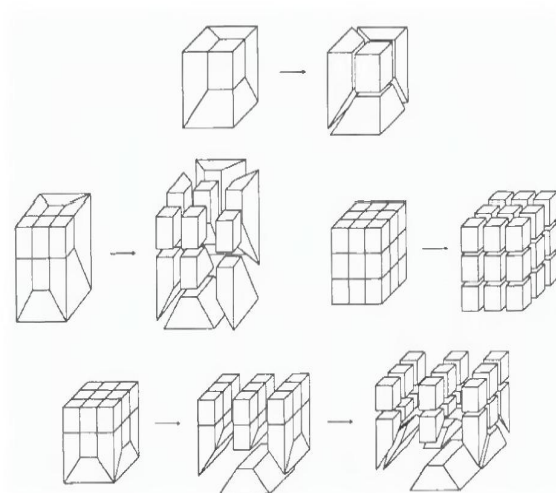


Σχήμα 4.6: Διαδικασία πύκνωσης στις 3 διαστάσεις[8]

Τα επίπεδα του εξαέδρου και των κόμβων υπολογίζονται όπως και στο 2D αλγόριθμο. Για το 3D χρειαζόμαστε συνολικά 22 πρότυπα. Στο Σχήμα 4.7 παρουσιάζονται τα 6 από αυτά. Και στο Σχήμα 4.8 παρουσιάζεται η ανάλυση της δομής τους.



Σχήμα 4.7: Τα 6 κυριότερα τριδιάστατα πρότυπα που χρησιμοποιούνται [8]



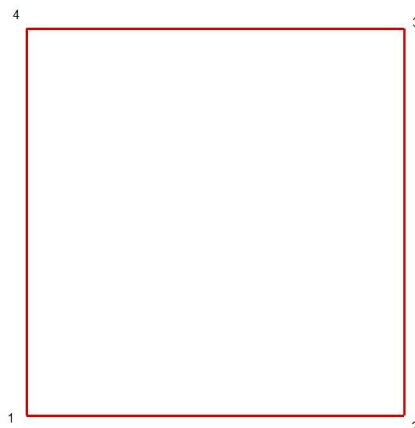
Σχήμα 4.8: Ανάλυση τριδιάστατων προτύπων στα στοιχεία[8]

4.2 Ανάλυση 2D Αλγορίθμου

Αρχικά το σχήμα προς διακριτοποίηση εισάγεται στον αλγόριθμο μέσω ενός αρχείου εισόδου.

Η περιοχή που μας ενδιαφέρει περικλείεται από ένα μεγάλο τετράπλευρο. Οι πηγές που ορίζουμε δίνουν την περιοχή της πυκνώσης καθώς και το μέγεθος της πυκνώσης του πλέγματος. Σκοπός είναι η καλύτερη προσέγγιση ενός σχήματος με το μικρότερο δυνατό υπολογιστικό κόστος. Ο υπολογιστικός χρόνος δημιουργίας ενός πλέγματος εξαρτάται άμεσα από τον αριθμό των κόμβων και των τετραπλεύρων (όταν αναφερόμαστε σε 2D). Οι περιοχές μικρότερης σημασίας θα πρέπει να έχουν μικρή πυκνότητα πλέγματος και αντιστοιχούν σε μεγάλη απόσταση από τις πηγές. Αυτό μας εξασφαλίζει μικρότερο υπολογιστικό κόστος. Κάθε τετράπλευρο χαρακτηρίζεται από 4 κόμβους και 4 πλευρές. Στο Σχήμα 4.9 βλέπουμε την αρίθμηση αυτή. Τα γειτονικά τετράεδρα δηλαδή αυτά που έχουν με το τρέχον κοινή πλευρά ή κοινούς κόμβους ονομάζονται γείτονες και αριθμούνται ανάλογα (4.10). Στην πορεία ανάλυσης του αλγορίθμου θα εξηγηθεί η σημαντικότητα των γειτονικών τετράεδρων. Οι γείτονες 1,3,5 και 7 αφορούν κόμβους (έχουν κοινό κόμβο) του τρέχοντος τετραπλεύρου ενώ οι υπόλοιποι είναι

γείτονες πλευρών, δηλαδή έχουν μια κοινή πλευρά με το τρέχον τετράπλευρο.



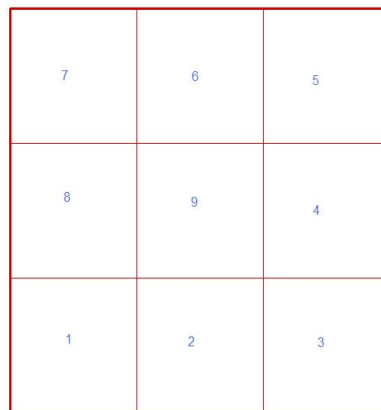
Σχήμα 4.9: 2D τετράπλευρο, αρίθμηση κόμβων



Σχήμα 4.10: 2D γειτονικά τετράπλευρα

Αρχικά το πρώτο τετράπλευρο πρέπει να χωριστεί. Κάθε τετράπλευρο χωρίζεται σε 9 καινούργια και στην συνέχεια γίνεται ανενεργό. Στο σχήμα 4.11 φαίνονται τα 9 παιδιά και η αρίθμηση τους.

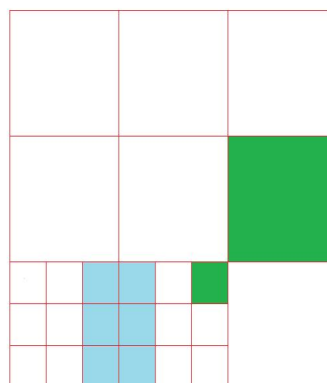
Το αρχικό τετράπλευρο δεν έχει γείτονες, έτσι η ανάθεση των γειτόνων γίνεται μεταξύ των καινούργιων τετράπλευρων. Έτσι πχ. Ο γείτονας 1 του 5ου παιδιού είναι το παιδί 9. Στην συνέχεια δημιουργούνται οι καινούργιοι κόμβοι και γίνεται ανάθεση κόμβων σε κάθε τετράπλευρο. Με βάση τις τιμές των πηγών και τις συντεταγμένες υπολογίζεται ποια από τα καινούργια τετράεδρα πρέπει να χωριστούν ή όχι. Αν πρέπει να χωριστεί ένα τετράπλευρο, δημιουργούνται 9 καινούργια τετράπλευρα. Στην συνέχεια ελέγχονται οι γείτονες του πατέρα, αν έχουν χωριστεί σημαίνει ότι υπάρχουν κοινοί κόμβοι και απλά γίνεται ανάθεσή τους. Επίσης στην περίπτωση αυτή γίνεται η ανάθεση των γειτόνων των εξωτερικών παιδιών (όλων εκτός του 9ου παιδιού όπου οι γείτονες του είναι τα αδέρφια του) με βάση τα παιδιά του γείτονα που αφορούν την συγκεκριμένη πλευρά ή κόμβο. Αν δεν έχουν χωριστεί οι γείτονες του πατέρα



Σχήμα 4.11: 2D παιδιά χωρισμένου τετράπλευρου-αρίθμηση

(ή κάποιοι από αυτούς) δημιουργούνται καινούργιοι κόμβοι (όπου χρειάζεται) και ο εκάστοτε γείτονας που δεν έχει χωριστεί γίνεται αυτόματα και γείτονας των παιδιών.

Οι γείτονες κόμβων αφορούν ένα μοναδικό παιδί κάθε φορά ενώ οι γείτονες πλευρών τα 3 παιδιά που βρίσκονται στην συγκεκριμένη πλευρά του τρέχοντος τετράπλευρου. Για παράδειγμα αν ο γείτονας 1 του πατέρα δεν έχει χωριστεί τότε ο γείτονας 1 του παιδιού 1 θα είναι ο γείτονας 1 του πατέρα. Αντίστοιχα αν ο γείτονας 2 του πατέρα δεν έχει χωριστεί τότε τα παιδιά 1,2,3 του πατέρα θα έχουν και αυτά ως γείτονα 2 τον γείτονα του πατέρα. Τέλος γίνεται ανάθεση για την ολοκλήρωση της δημιουργίας των καινούργιων τετράπλευρων. Κατά την διαμέριση ενός τετράπλευρου μπορούν να εισαχθούν το πολύ 12 καινούργιοι κόμβοι. Στο Σχήμα 4.12 δίνεται χρωματική απεικόνιση γειτόνων. Με θαλασσί είναι γείτονες ίδιου επιπέδου ενώ με πράσινο η περίπτωση που το παιδί έχει ίδιο γείτονα με αυτόν του πατέρα του.

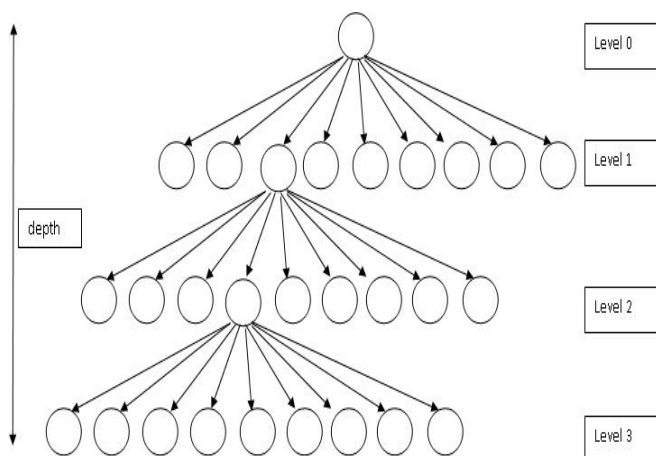


Σχήμα 4.12: 2D παράδειγμα χρωματικής απεικόνισης γειτόνων

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για όσες διαιρέσεις χρειάζονται με βάση τις πηγές. Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία της διαμέρισης ακολουθεί η διαδικασία της ομαλοποίησης. Με βάση την διαδικασία αυτή γίνεται η αποκατάσταση των ορφανών κόμβων. Αυτό επιτυγχάνεται με

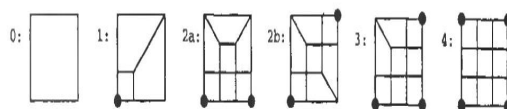
την αντικατάσταση ενός τετράπλευρου με ορφανούς κόμβους με ένα σύνολο τετράπλευρων (πρότυπο) ανάλογα με την περίπτωση. Ένα σημαντικό στοιχείο για την αντικατάσταση των τετράπλευρων από πρότυπα είναι το επίπεδο κατά το οποίο έχει δημιουργηθεί το τετράπλευρο. Η διαδικασία της διαμέρισης γίνεται καλύτερα με την αναπαράσταση της διαδικασίας με την βοήθεια ενός δένδρου. Το δένδρο ξεκινάει από ένα κόμβο, οποίος καλύπτει όλο το χώρο που θέλουμε να αναπαραστήσουμε, αυτός ο κόμβος ονομάζεται ρίζα (root). Τα στοιχεία του καρτεσιανού πλέγματος που αποθηκεύονται στο τέλος του δένδρου ονομάζονται φύλλα (leaves) του δένδρου. Τέλος ο όρος κόμβος του δένδρου (node) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για οποιοδήποτε στοιχείο του.

Ένας κόμβος από τον οποίο θα δημιουργηθούν φύλλα είναι ο πατέρας (father) αυτών και αυτά τα παιδιά (childrens) του. Ο αρχικός κόμβος έχει μονό παιδιά ενώ τα φύλλα στο τέλος ενός δένδρου έχουν μόνο πατέρα. Τέλος σε κάποιες περιπτώσεις είναι σημαντικό το βάθος (depth) του δένδρου, καθώς και το επίπεδο (level) που βρίσκεται ένας κόμβος. Όταν δύο γειτονικά τετράπλευρα διαφέρουν κατά 1 επίπεδο τότε ακολουθείται η διαδικασία της ομαλοποίησης. Η αναπαράσταση φαίνεται στο Σχήμα 4.13.



Σχήμα 4.13: Δένδρο με 3 επίπεδα [8]

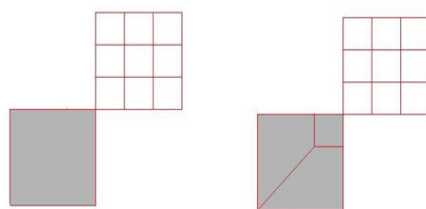
Στο Σχήμα 4.14 φαίνονται τα πρότυπα που χρησιμοποιούνται για την ομαλοποίηση στις δύο διαστάσεις.



Σχήμα 4.14: Πρότυπα (templates) 2D [8]

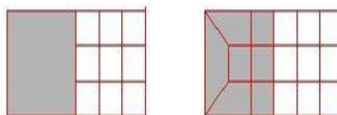
Στο Σχήμα 4.15 φαίνεται ένα τετράγωνο με 1 ορφανό κόμβο αφού ο γείτονας-κόμβος του έχει χωριστεί ενώ αυτός όχι. Στην περίπτωση αυτή το γκρι τετράπλευρο αντικαθίσταται

με το πρότυπο 1 του Σχήματος 4.14.

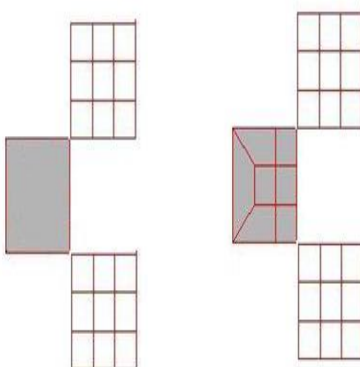


Σχήμα 4.15: Πρότυπα (templates) για τον διδιάστατο χώρο, 1 ορφανός κόμβος

Στα Σχήματα 4.16 4.17 παρουσιάζονται δύο περιπτώσεις ενός τετραπλεύρου με 2 ορφανούς κόμβους. Στην περίπτωση αυτή το γκρι τετράπλευρο αντικαθίσταται με το template 2a του Σχήματος 4.14.

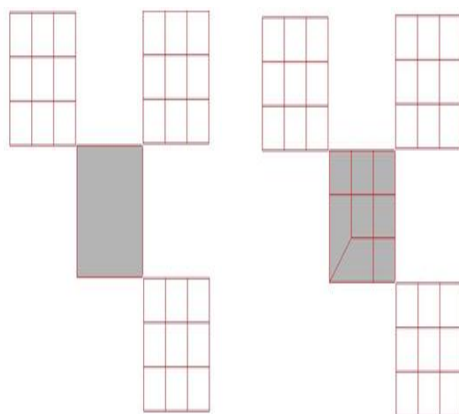


Σχήμα 4.16: Πρότυπα (templates) 2D, 2 ορφανοί κόμβοι-περίπτωση 1

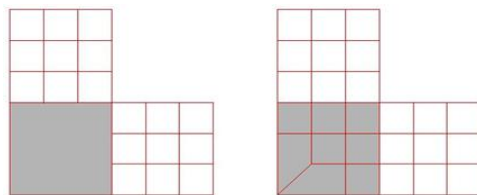


Σχήμα 4.17: Πρότυπα (templates) 2D, 2 ορφανοί κόμβοι-περίπτωση 2

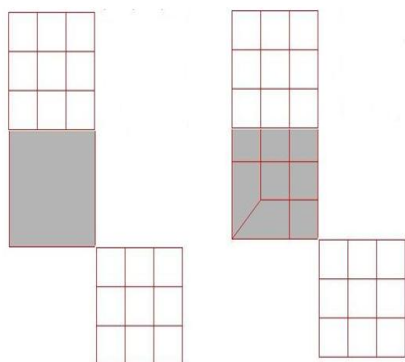
Στα παρακάτω Σχήματα 4.18 4.19 παρουσιάζεται ένα τετράπλευρο με 3 ορφανούς κόμβους. Στην πρώτη περίπτωση 3 γείτονες κόμβοι έχουν χωριστεί, ενώ στην δεύτερη περίπτωση οι γείτονες - πλευράς του έχουν χωριστεί ενώ αυτός όχι. Τέλος στο Σχήμα 4.20 έχουμε έναν γείτονα πλευράς και έναν γείτονα κόμβου που έχουν χωριστεί. Στις περιπτώσεις αυτές το γκρι τετράπλευρο αντικαθίσταται με το πρότυπο 3 (Σχήμα 4.14).



Σχήμα 4.18: Πρότυπα (templates) 2D, 3 ορφανοί κόμβοι-περίπτωση 1



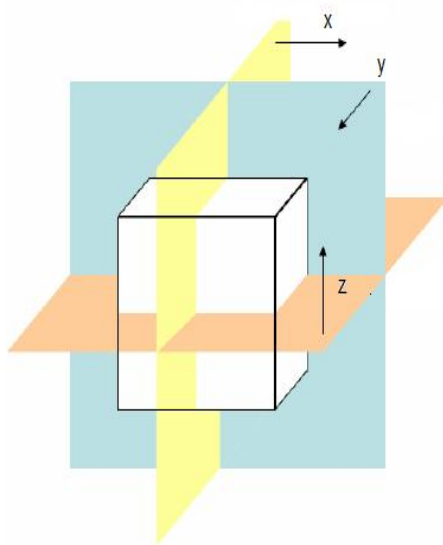
Σχήμα 4.19: Πρότυπα (templates) 2D, 3 ορφανοί κόμβοι-περίπτωση 2



Σχήμα 4.20: Πρότυπα (templates) 2D, 2 ορφανοί κόμβοι-περίπτωση 3

Στην περίπτωση των τριών διαστάσεων ακολουθείται παρόμοια λογική. Η περιοχή που μας ενδιαφέρει περιβάλλεται από έναν υπερ-κύβο. Έχοντας καθορίσει τις πηγές ο υπερ-κύβος αρχίζει να διαιρείται σε μικρότερα εξάεδρα αναδρομικά έως ότου να έχουμε την επιθυμητή διαμέριση. Κάθε εξάεδρο χωρίζεται σε 27 μικρότερα εξάεδρα και έχουμε την εισαγωγή 60 καινούργιων κόμβων. Γίνεται κατανοητό πως στην προκειμένη περίπτωση δεν θα ήταν σοφή απλή αρίθμηση των κόμβων και των γειτόνων, καθώς η έκφραση της μεταξύ τους σχέσης μέσω 27 και 60 αριθμών αντίστοιχα θα ήταν δύσκολη. Θέλοντας να εξασφαλιστεί μία αλγοριθμική απεικόνιση των μεταξύ τους σχέσεων εφαρμόστηκε η λογική του χαρακτηρισμού των κόμβων και των εξαέδρων με βάση τις τρεις διαστάσεις με χρήση αντίστοιχων μεταβλητών. Στο

παρακάτω σχήμα φαίνεται η κατεύθυνση των τριών διαστάσεων x, y, z .

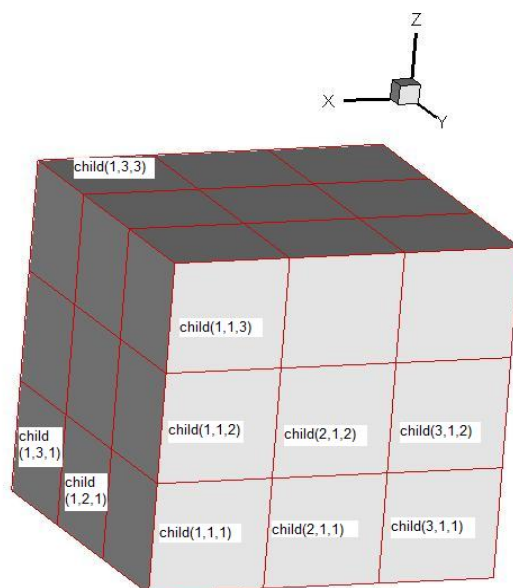


Σχήμα 4.21: Εξάεδρο στον τριδιάστατο χώρο x, y, z [4]

Έστω πώς έχουμε ένα εξάεδρο που έχει χωριστεί. Τα παιδιά του θα χαρακτηριστούν ως εξής:

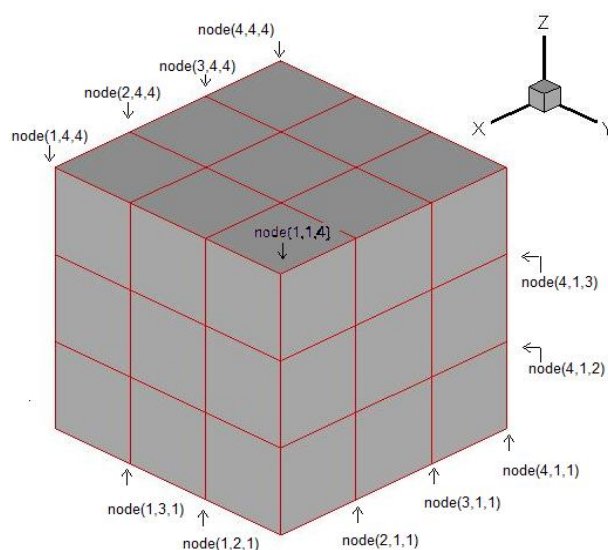
Το κάθε παιδί χαρακτηρίζεται από 3 μεταβλητές. Θεωρώντας πως για να δημιουργηθούν τα 27 παιδιά γίνονται 3 τομές προς κάθε κατεύθυνση των αξόνων συντεταγμένων, δημιουργούνται 3 επίπεδα για κάθε άξονα. Κάθε επίπεδο χαρακτηρίζεται από τον αριθμό 1, 2 ή 3 όσο προχωράμε στον άξονα. Έτσι το κάτω μπροστά αριστερά παιδί χαρακτηρίζεται από τους αριθμούς (1,1,1) καθώς βρίσκεται στο πρώτο επίπεδο για τον x, y και z άξονα. Αντίστοιχα το πάνω μπροστά αριστερά παιδί χαρακτηρίζεται από τους αριθμούς (1,1,3) καθώς βρίσκεται στο 1ο επίπεδο για τον x άξονα, στο 1ο επίπεδο για τον y άξονα και στο 3ο επίπεδο για τον z άξονα.

Η αρίθμηση φαίνεται αναλυτικότερα στο παρακάτω Σχήμα 4.22.



Σχήμα 4.22: Αρίθμηση παιδιών στον τριδιάστατο χώρο

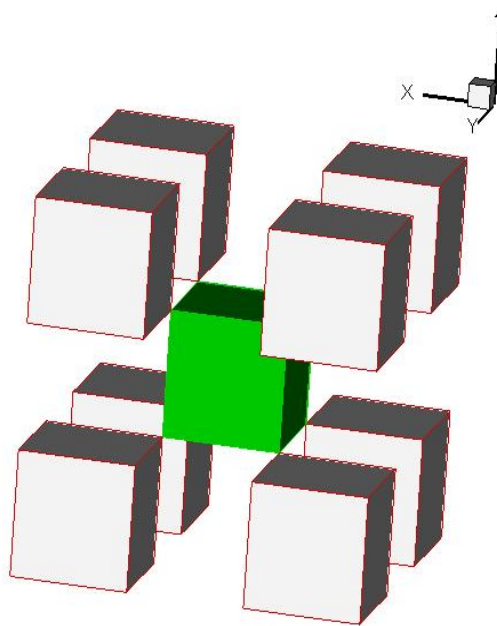
Την ίδια λογική ακολουθεί και ο χαρακτηρισμός των κόμβων (Σχήμα 4.23).



Σχήμα 4.23: Αρίθμηση κόμβων στον τριδιάστατο χώρο

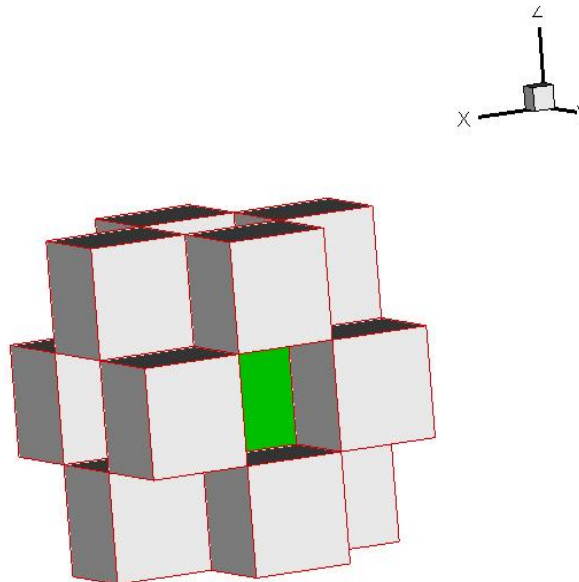
Οι γείτονες ενός εξάεδρου είναι συνολικά 26. Διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες. Τους γείτονες κόμβων που έχουν κοινό ένα κόμβο με το τρέχον εξάεδρο, τους γείτονες ακμών που έχουν κοινή μία ακμή με το τρέχον εξάεδρο και τους γείτονες εδρών που έχουν κοινή μία έδρα. Οι γείτονες παίζουν τον καθοριστικότερο ρόλο στην διαδικασία της ομαλοποίησης όπως αναφέρθηκε και στο διδιάστατο παράδειγμα. Στο σχήμα που ακολουθεί (4.24) παρουσιάζονται τα γειτονικά εξάεδρα κόμβων. Το εξάεδρο που μας ενδιαφέρει χαρακτηρίζεται με πράσινο

χρώμα.



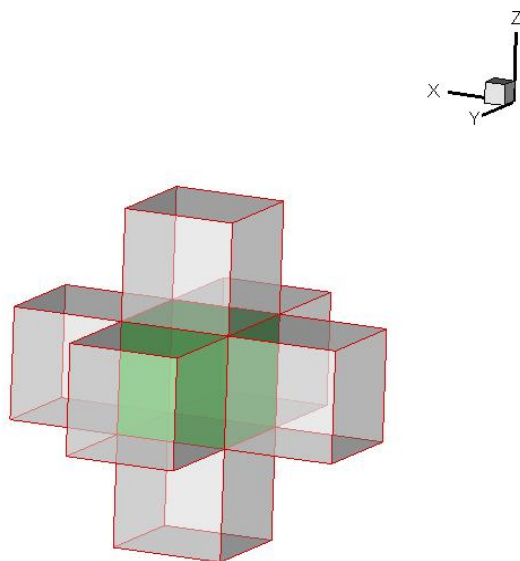
Σχήμα 4.24: Γείτονες κόμβων στον τριδιάστατο χώρο

Οι γείτονες ακμών παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.25:



Σχήμα 4.25: Γείτονες πλευρών στον τριδιάστατο χώρο

Οι γείτονες εδρών παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.26:

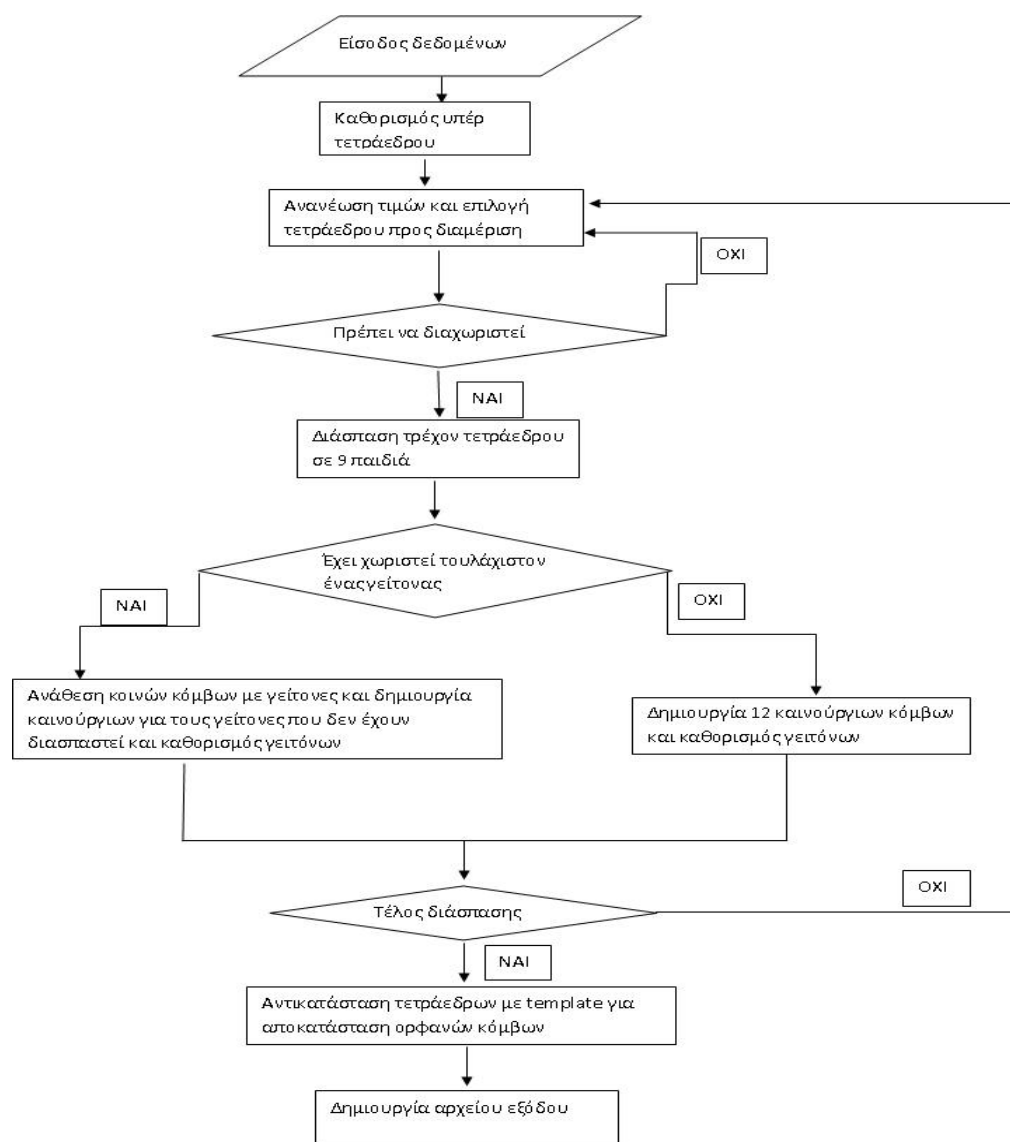


Σχήμα 4.26: Γείτονες εδρών στον τριδιάστατο χώρο

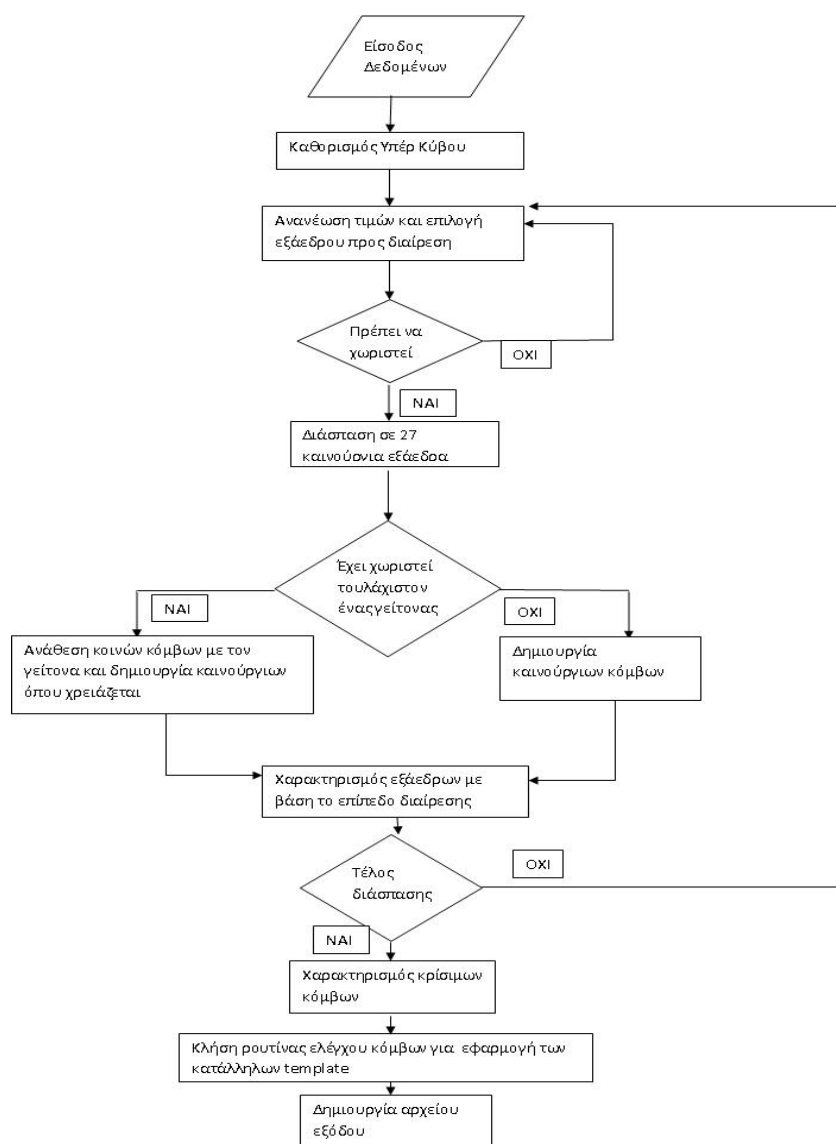
4.2.1 Ομαλοποίηση Πλέγματος

Όπως περιγράψαμε παραπάνω μία από της απαιτήσεις για ένα μοντέρνο πλέγμα εξάεδρων είναι η δυνατότητα να υπάρχουν στοιχεία διαφορετικού μεγέθους. Στα επιφανειακά πλέγματα των σωμάτων που αποτελούν το χωρίο συνήθως τα εξασδρικά στοιχεία υποδιαιρούνται όσες φορές επαναλαμβάνεται η διαδικασία υποδιαίρεσης. Παράλληλα διάφορες πηγές “έντασης” στο χωρίο προκαλούν τέτοιες υποδιαίρεσεις. Το αποτέλεσμα είναι ότι πολύ μικρά εξάεδρα μπορεί να βρίσκονται δίπλα σε μεγάλα εξάεδρα. Αυτό δεν είναι επιθυμητό καθώς κάνει το πλέγμα μη ομαλό. Για αυτό χρειάστηκε να φτιαχτεί ένα αλγόριθμος ομαλοποίησης του πλέγματος. Σε κάθε επανάληψη τις διαδικασίας υποδιαίρεσης ,πριν ξεκινήσει αυτή ελέγχονται τα εξάεδρα με τα γειτονικά τους. Αν η διαφορά μεγέθους των δύο εξάεδρων δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από μία υποδιαίρεση τότε το μεγαλύτερο εξάεδρο καταχωρείται για υποδιαίρεση.

Το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου για τον διδιάστατο χώρο φαίνεται στο σχήμα 4.27 ενώ για τον τριδιάστατο χώρο στο σχήμα 4.28.



Σχήμα 4.27: Διάγραμμα ροής 2D, ομαλοποίησης πλέγματος



Σχήμα 4.28: Διάγραμμα ροής 3D, ομαλοποίησης πλέγματος

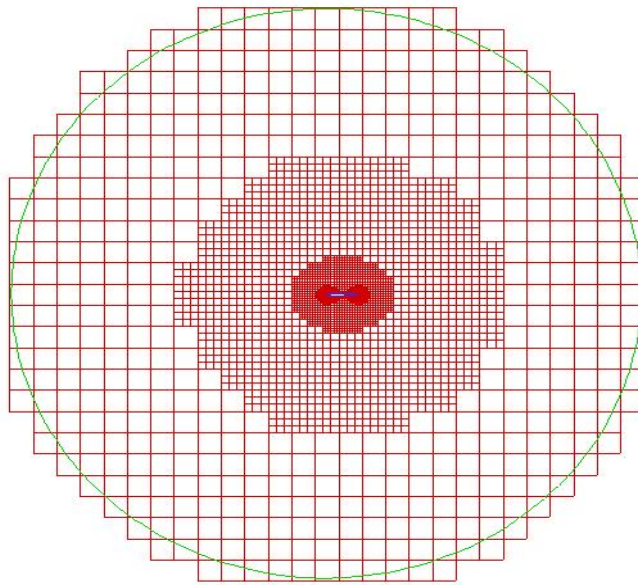
Κεφάλαιο 5

Εφαρμογή Αλγορίθμου - Παραδείγματα

5.1 Διδιάστατο Παράδειγμα

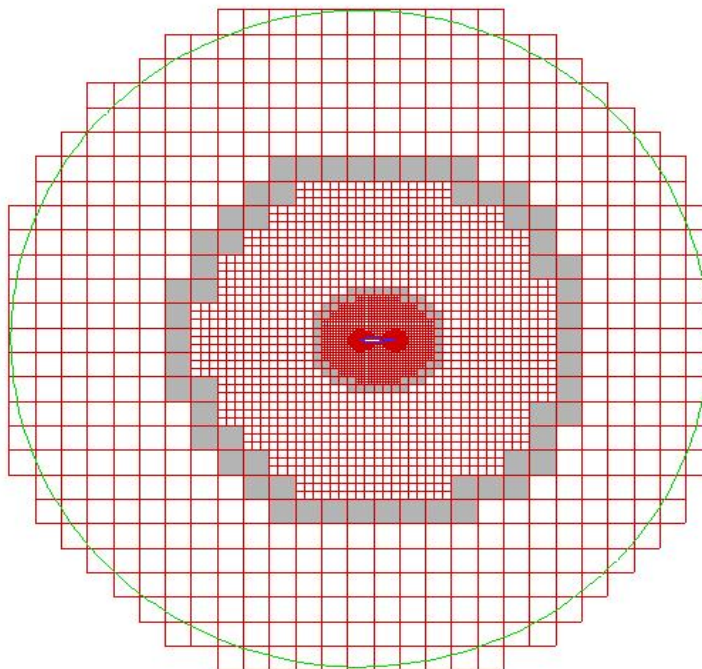
Για την επαλήθευση του αλγορίθμου δημιουργίας πλέγματος στο διδιάστατο χώρο χρησιμοποιήσαμε διάφορα παραδείγματα, ωστόσο στην ενότητα αυτή παρατίθεται ένα παράδειγμα που θεωρούμε πως περιέχει όλες τις περιπτώσεις. Στο παρακάτω σχήμα βλέπουμε με πράσινο χρώμα το εξωτερικό όριο και με μπλε χρώμα το αντικείμενο που μας ενδιαφέρει, στην προκειμένη περίπτωση μια αεροτομή.

Με κόκκινο χρώμα βλέπουμε το πλέγμα το οποίο έχει τέσσερα επίπεδα πυκνώσης. Για να είναι το πλέγμα μας σύμμορφο ομαλοποιήσαμε το πλέγμα μας καθώς περνούσαμε από το ένα επίπεδο πυκνώσης στο επόμενο. Αυτό έγινε όπως είπαμε με την μέθοδο αντικατάστασης κρίσιμων τετραπλεύρων με τα κατάλληλα πρότυπα. Τα κρίσιμα τετράπλευρα είναι αυτά που βρίσκονται μεταξύ 2 επιπέδων πυκνώσης. Με την αντικατάσταση από τα πρότυπα είναι φανερό πως η μετάβαση από το ένα επίπεδο στο άλλο γίνεται πιο ομαλά. Αρχικά στο Σχήμα 5.1 φαίνεται το πλέγμα χωρίς ομαλοποίηση δηλαδή χωρίς την αντικατάσταση από πρότυπα των κρίσιμων τετραπλεύρων.



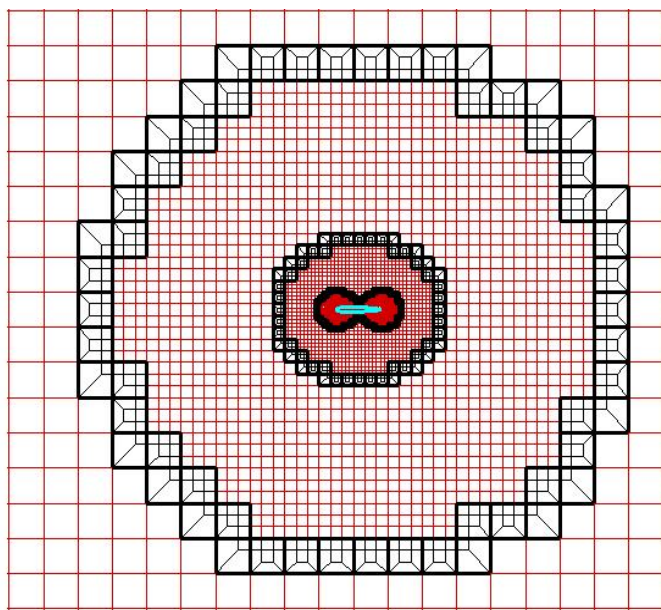
Σχήμα 5.1: 2D παράδειγμα πριν την ομαλοποίηση

Στο Σχήμα 5.2 διακρίνονται με γκρι χρώμα τα κρίσιμα τετράπλευρα για τα δύο πρώτα επίπεδα πύκνωσης.



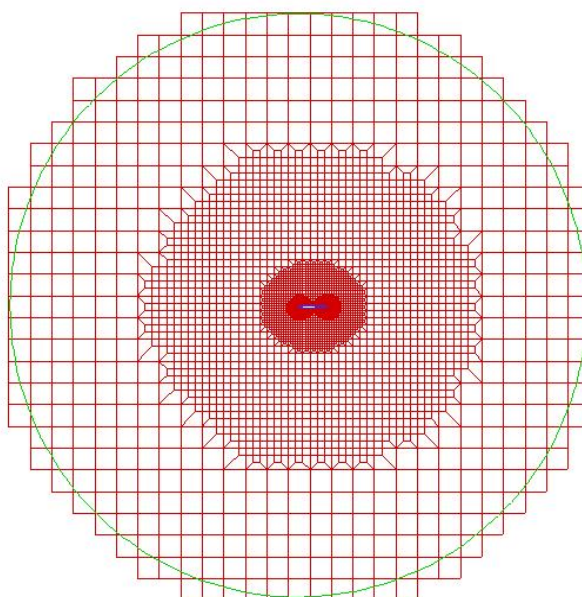
Σχήμα 5.2: 2D παράδειγμα κρίσιμα τετράπλευρα

Στο Σχήμα 5.3 με μαύρο χρώμα παρουσιάζονται τα πρότυπα που αντικατέστησαν τα κρίσιμα τετράπλευρα ώστε να μην υπάρχουν ορφανοί κόμβοι .



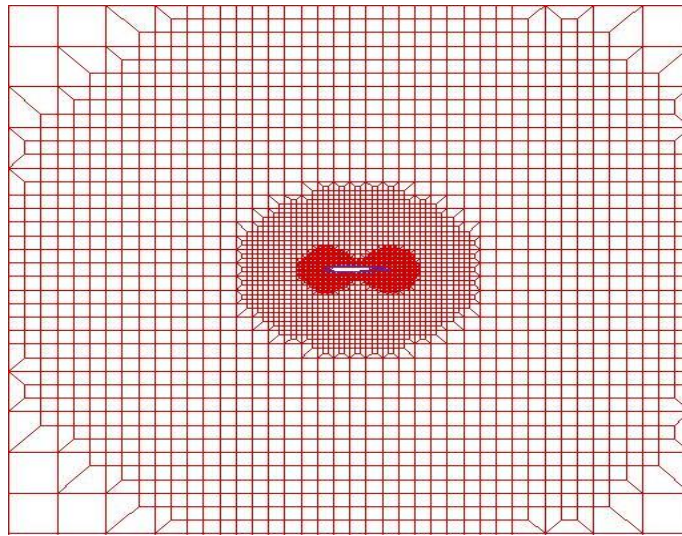
Σχήμα 5.3: 2D παράδειγμα εφαρμογή προτύπων, επισήμανση με μαύρο χρώμα της διόρθωσης που επιβλήθηκε

Στο Σχήμα 5.4 παρουσιάζεται το πλέγμα ολοκληρωμένο μετά την εφαρμογή των προτύπων.

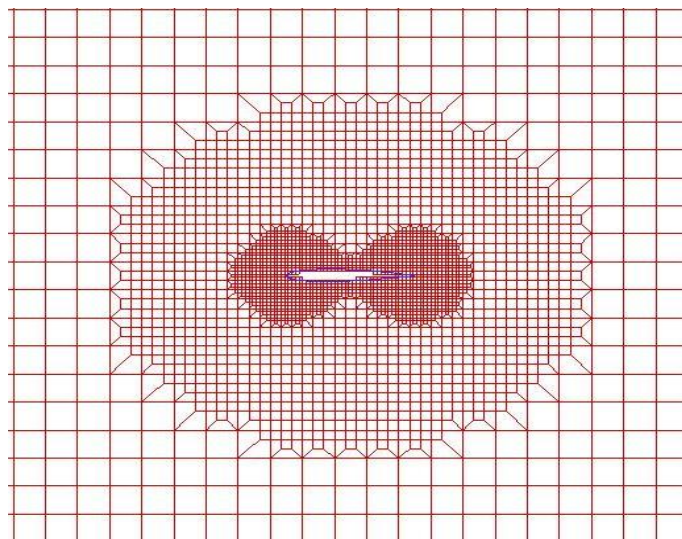


Σχήμα 5.4: 2D ολοκληρωμένο πλέγμα μετά την επιβολή των προτύπων ομαλοποίησης

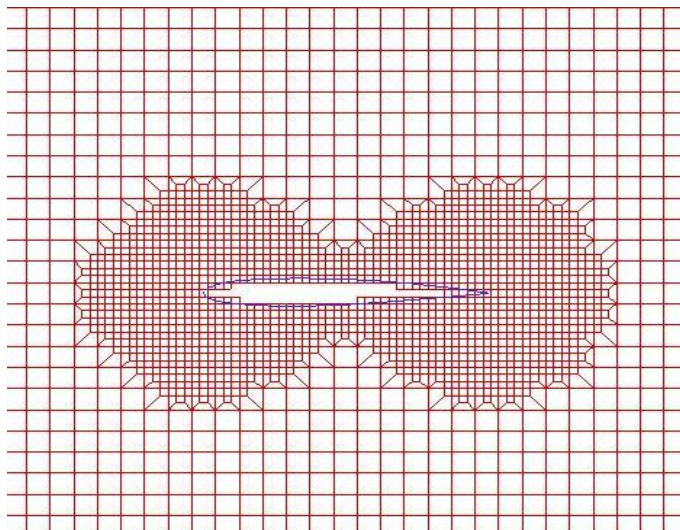
Στα Σχήματα 5.5, 5.6, 5.7 παρουσιάζεται το πλέγμα με την εφαρμογή της ομαλοποίησης για όλα τα επίπεδα πυκνώσης που εφαρμόστηκαν στο συγκεκριμένο παράδειγμα.



Σχήμα 5.5: 2D ολοκληρωμένο πλέγμα, 3 επίπεδα πυκνώσης



Σχήμα 5.6: 2D ολοκληρωμένο πλέγμα, 3ο και 4ο επίπεδο πυκνώσης



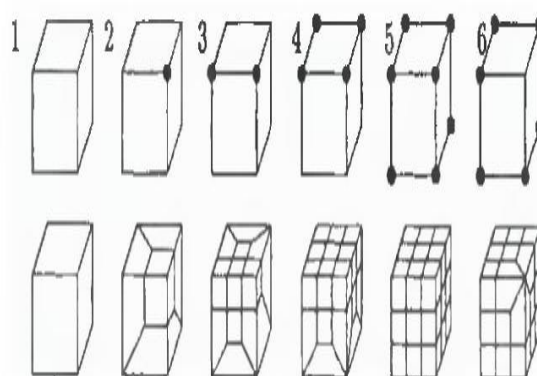
Σχήμα 5.7: 2D πλέγμα εσωτερικού επιπέδου πύκνωσης

5.2 Τριδιάστατο Απλό Παράδειγμα

Ξεκινώντας με ένα απλό παράδειγμα, ώστε να γίνει αντιληπτή η διαδικασία για τον τριδιάστατο χώρο, είναι απαραίτητο καταρχήν να αναλυθούν τα πρότυπα που θα χρησιμοποιηθούν. Εφόσον εφαρμοστεί η επιπλέον διαίρεση θα ακολουθήσει η διαδικασία της ομαλοποίησης.

5.2.1 Ορφανοί κόμβοι

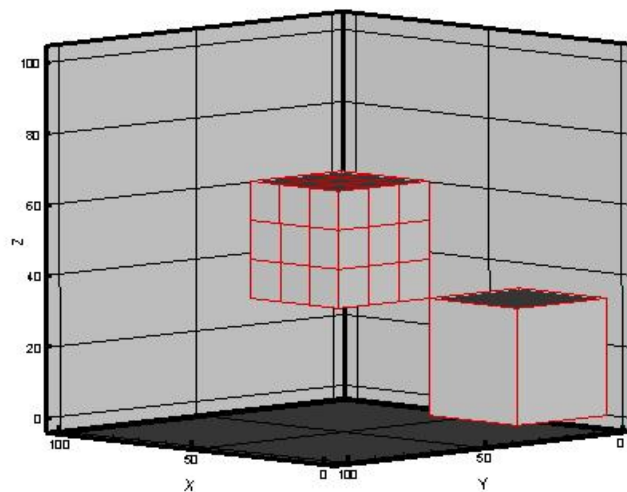
Τα πρότυπα που θα εφαρμοστούν παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.8 :



Σχήμα 5.8: 3D templates σύμφωνα με τον Schneiders [8]

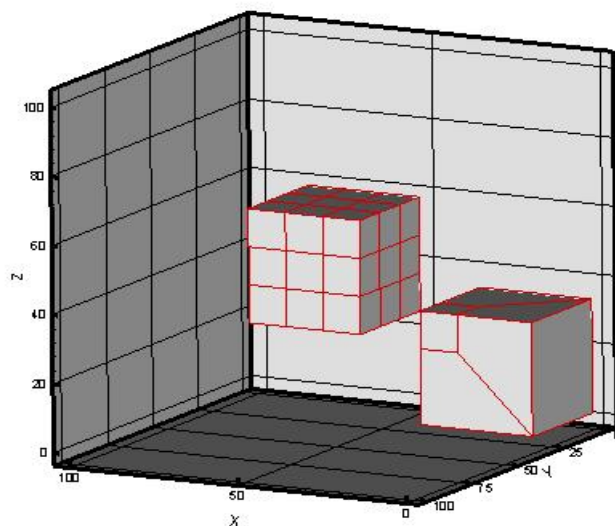
Μπορούμε να δούμε τις περιπτώσεις των ορφανών κόμβων που προκύπτουν στο συγκεκριμένο παράδειγμα αναλυτικά.

Στην περίπτωση που έχουμε γείτονα κόμβου που δεν έχει διαιρεθεί προκύπτει ένας ορφανός κόμβος. Το Σχήμα 5.9 δείχνει την περίπτωση αυτή.



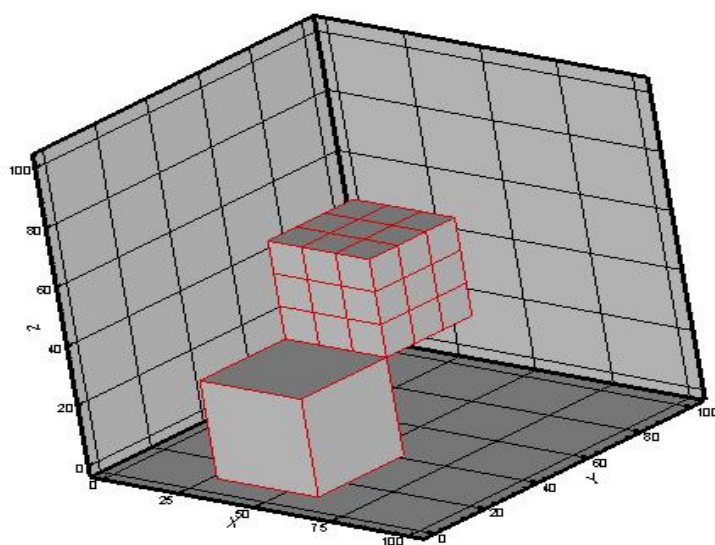
Σχήμα 5.9: Περίπτωση ορφανού κόμβου από γείτονα κόμβου.

Η αντικατάσταση με το κατάλληλο πρότυπο φαίνεται στο Σχήμα 5.10.

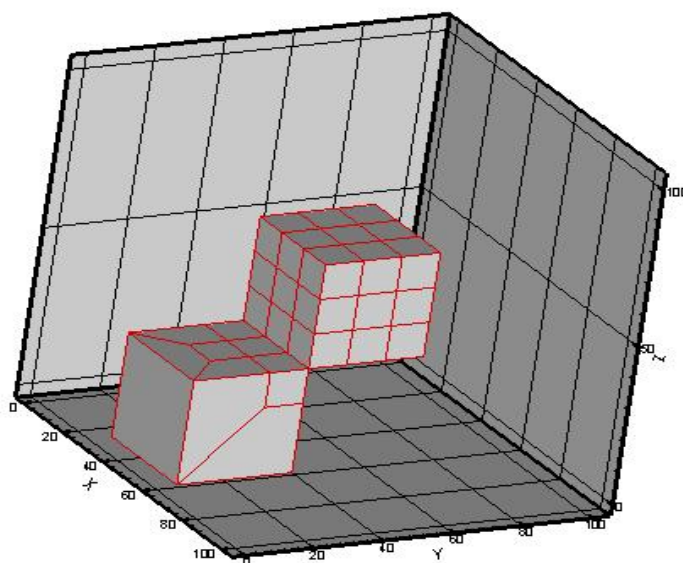


Σχήμα 5.10: Περίπτωση ορφανού κόμβου από γείτονα κόμβου - αντικατάσταση εξαέδρου.

Στην περίπτωση που έχουμε γείτονα ακμής που δεν έχει διαιρεθεί, προκύπτουν ορφανοί κόμβοι. Το Σχήμα 5.11 δείχνει την περίπτωση αυτή.

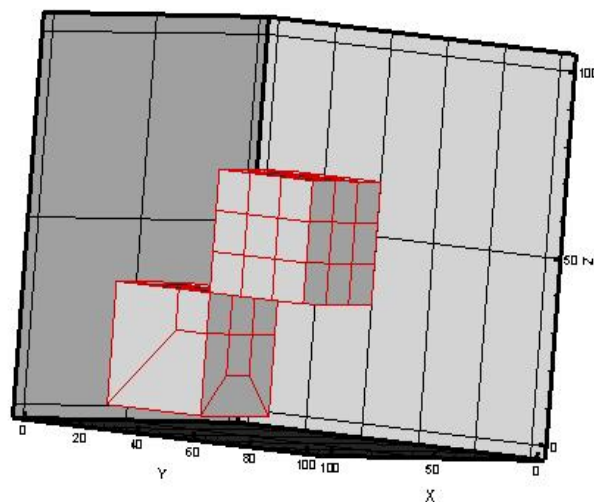


Σχήμα 5.11: Περίπτωση ορφανών κόμβων από γείτονα ακμής.

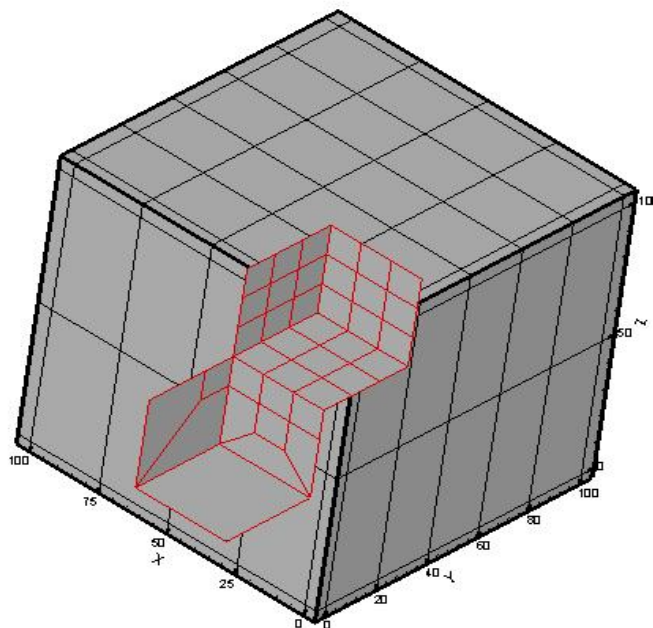


Σχήμα 5.12: Περίπτωση ορφανών κόμβων από γείτονα ακμής - αντικατάσταση εξάεδρου

Με την αντικατάσταση του εξάεδρου από το κατάλληλο πρότυπο λύνεται το πρόβλημα των ορφανών κόμβων, πράγμα που φαίνεται από δύο οπτικές γωνίες στα Σχήματα 5.13 και 5.14. Αξίζει να σημειωθεί πως κάθε πρότυπο αποτελείται από ένωση πολλών εξάεδρων μαζί, όπου στην προκειμένη περίπτωση ο αριθμός τους είναι 11 (βλ.σχήμα 4.8).

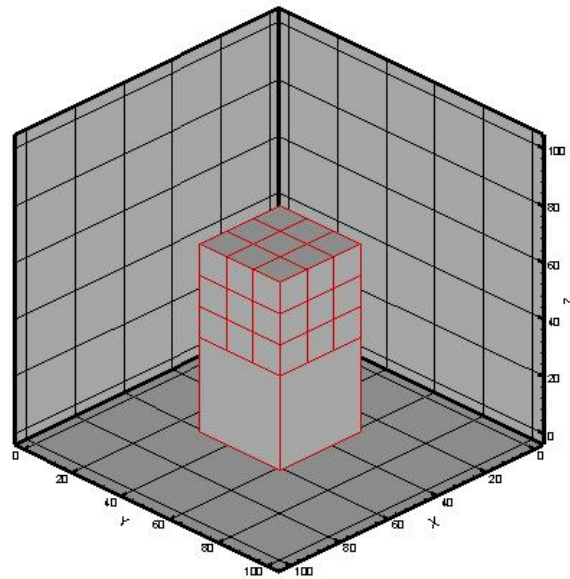


Σχήμα 5.13: Περίπτωση ορφανών κόμβων από γείτονα ακμής - αντικατάσταση εξάεδρου

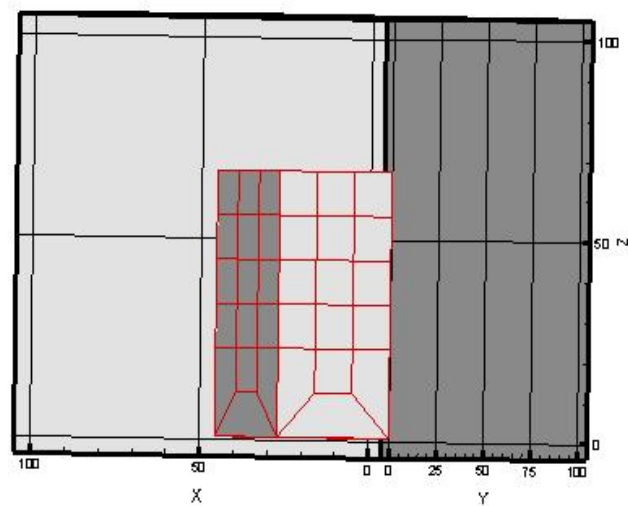


Σχήμα 5.14: Περίπτωση ορφανών κόμβων από γείτονα ακμής - αντικατάσταση εξάεδρου

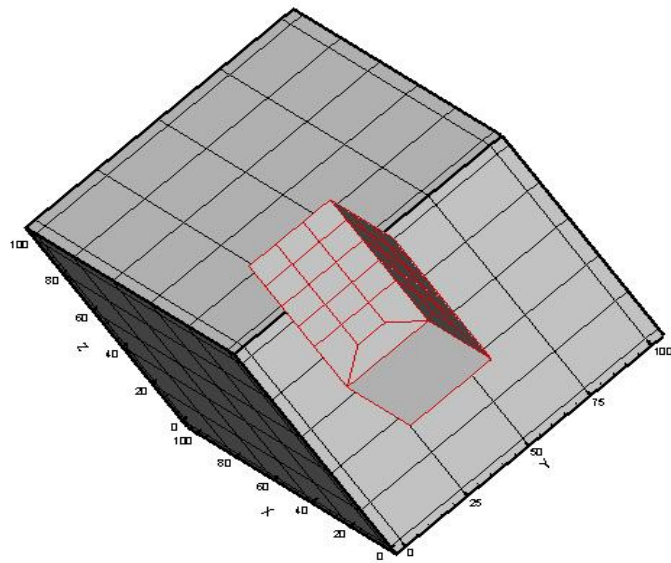
Στην περίπτωση που έχουμε γείτονα έδρας που δεν έχει διαιρεθεί προκύπτουν ορφανοί κόμβοι. Το Σχήμα 5.15 δείχνει την περίπτωση αυτή, ενώ στα Σχήματα 5.16 και 5.17 παρουσιάζεται το πρότυπο που χρησιμοποιείται για την ομαλοποίηση του πλέγματος.



Σχήμα 5.15: Περίπτωση ορφανών κόμβων από γείτονα έδρας.



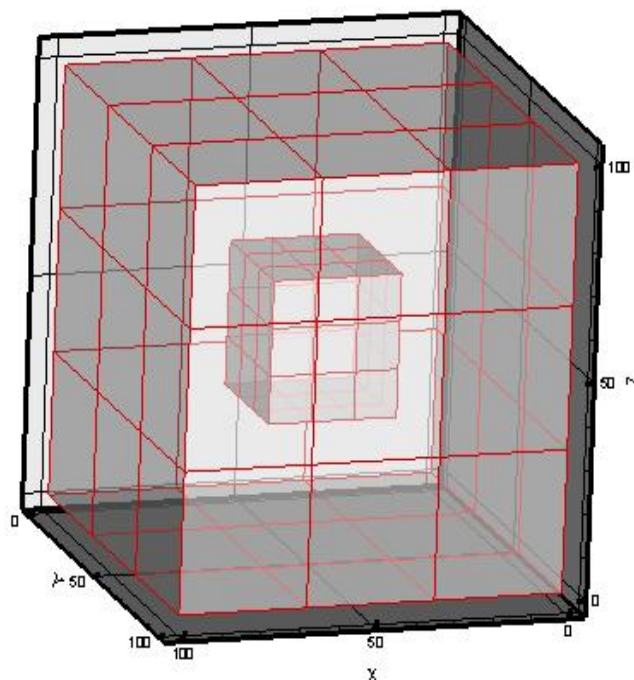
Σχήμα 5.16: Περίπτωση ορφανών κόμβων από γείτονα έδρας - αντικατάσταση εξάεδρου



Σχήμα 5.17: Περίπτωση ορφανών κόμβων από γείτονα έδρας - αντικατάσταση εζάεδρου

5.2.2 Παράδειγμα

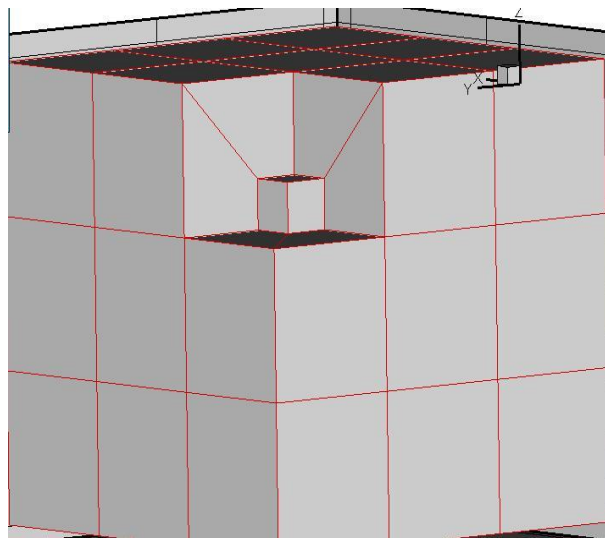
Ξεκινώντας με ένα απλό παράδειγμα όπου θα γίνει καλύτερα αντιληπτή η διαδικασία. Έχουμε ένα κύβο με διαστάσεις (100, 100, 100) (width, height, depth) ορίζεται η διαμέριση του κύβου αυτού, έτσι έχουμε την δημιουργία 27 καινούργιων κύβων με διαστάσεις (33.33, 33.33, 33.33). Στην συνέχεια ορίζεται η διαμέριση μόνο του κεντρικού κύβου σε ένα παραπάνω επίπεδο, να δημιουργηθούν δηλαδή 27 καινούργια με μικρότερες διαστάσεις εξάεδρα με διαστάσεις (11.11, 11.11, 11.11). Το παράδειγμα που θα επικεντρωθούμε φαίνεται στο Σχήμα 5.18



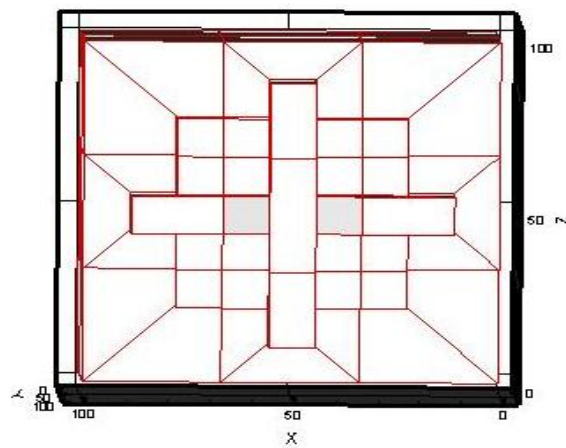
Σχήμα 5.18: Απλό παράδειγμα 3D πλεγματοποίησης

Ο κεντρικός χωρισμένος κύβος προκαλεί ορφανούς κόμβους όπως αυτοί αναλύθηκαν στην προηγούμενη ενότητα. Με την ομαλοποίηση του πλέγματος (δηλαδή την αντικατάσταση από πρότυπα) προκύπτει ένα σύμμορφο πλέγμα και μπορεί κανείς να διακρίνει τα αποτελέσματα στις παρακάτω εικόνες. Προχωρώντας σε κατα βάθος ανάλυση του σχήματος προκύπτουν:

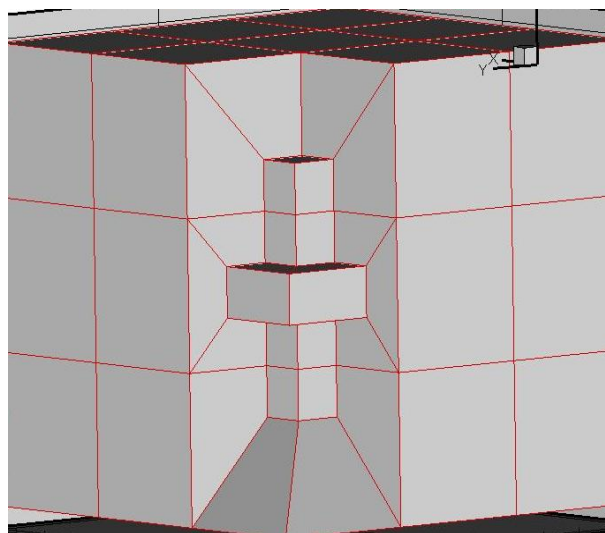
Στο Σχήμα 5.19 διακρίνεται το ένα από τα τετράπλευρα από ένα πρότυπο με ένα ορφανό κόμβο.



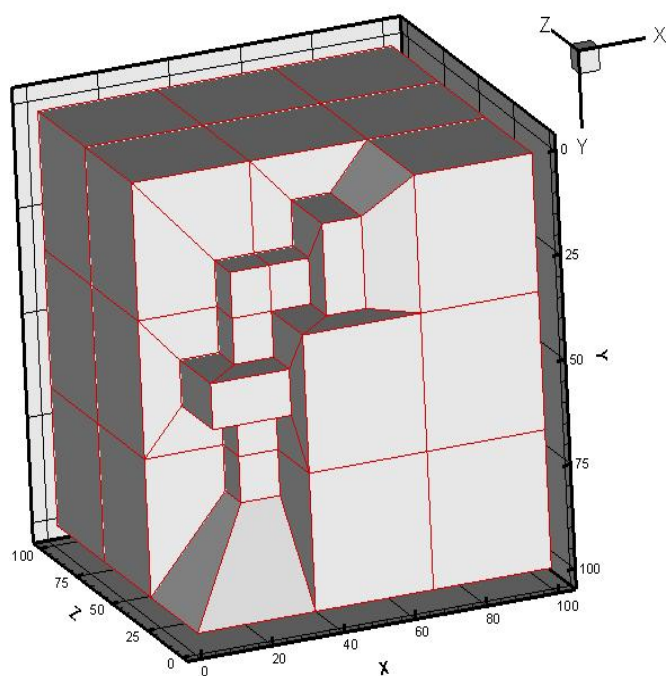
Σχήμα 5.19: Παρουσίαση του προτύπου για περίπτωση ορφανού κόμβου του εξαέδρου



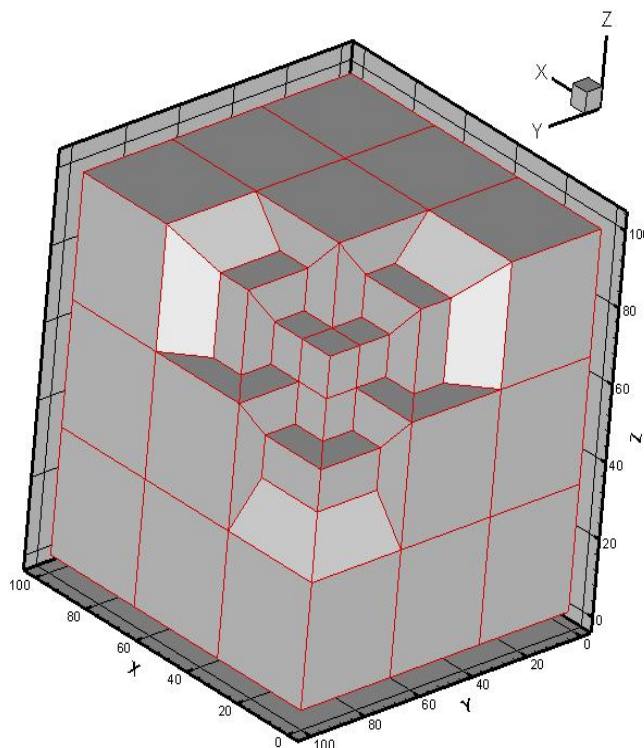
Σχήμα 5.20: Εσωτερική τομή του πλέγματος που δημιουργήθηκε όπου διακρίνονται τα πρότυπα που χρησιμοποιήθηκαν



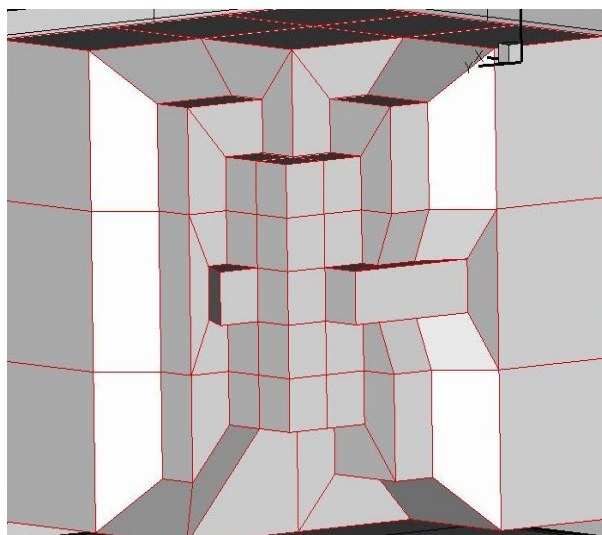
Σχήμα 5.21: Διαγώνια οπτική του πλέγματος που δημιουργήθηκε



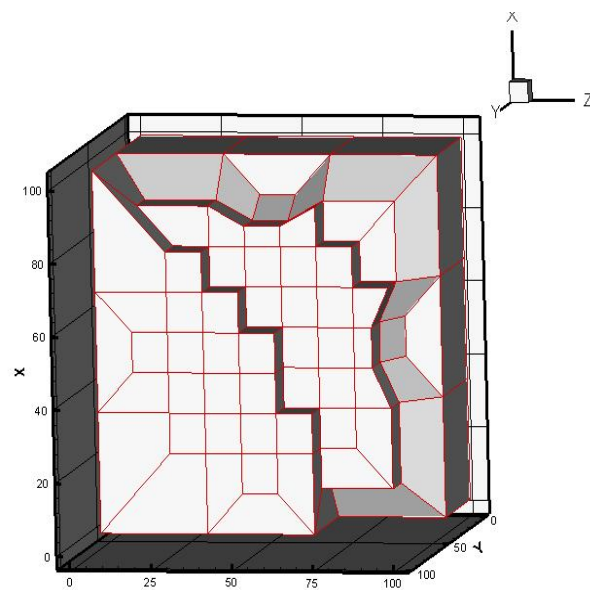
Σχήμα 5.22: Διαφορετική οπτική του πλέγματος, όπου διακρίνονται διαφορετικά πρότυπα



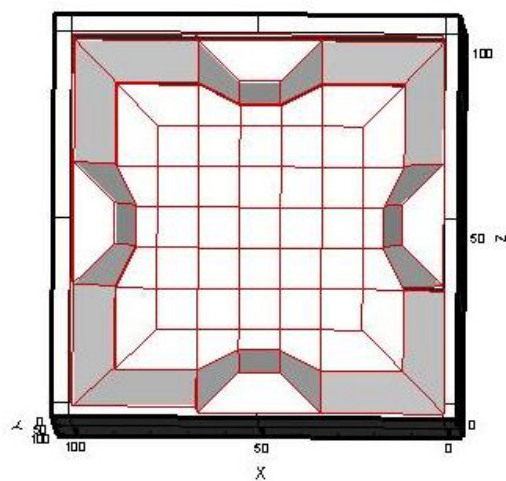
Σχήμα 5.23: Παρουσίαση του πλέγματος από την οπτική γωνία που παρουσιάζει την ομαλοποίηση στην περιοχή της κορυφής του εξωτερικού κόμβου



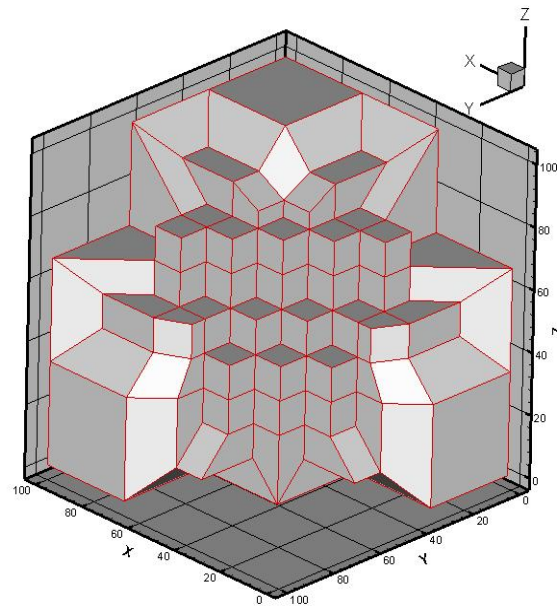
Σχήμα 5.24: Εικόνα του εσωτερικού πυρήνα του πλέγματος. Διακρίνεται η πολύπλοκη δομή των αντίστοιχων προτύπων



Σχήμα 5.25: Διαφορετική οπτική του πλέγματος. Οι διαφορετικές εικόνες παρατίθενται για να φανεί αφενός η τοπολογία των προτύπων και για να αποδειχθεί αφετέρου η ορθή εφαρμογή τους.



Σχήμα 5.26: Διαφορετική οπτική του πλέγματος μετά την εφαρμογή της ομαλοποίησης.



Σχήμα 5.27: Διαφορετική οπτική του πλέγματος

5.3 Πολύπλοκο Παράδειγμα

Σε έναν ορισμένο χώρο μεγέθους (1000,1000,1000), (width,height,depth) δημιουργείται μία πηγή στο κέντρο αυτού με συντεταγμένες (500,500,500), (x,y,z). Στην συνέχεια καλείται ο αλγόριθμος δημιουργίας του πλέγματος. Όσο πιο κοντά βρίσκεται ο χώρος στην πηγή τόσο περισσότερο διαμερίζεται. Η διαδικασία ελέγχου της διαμέρισης γίνεται απο τον καθορισμό της απόστασης σημείων από την πηγή με βάση τον παρακάτω αλγόριθμο.

Begin

```

  For all nodes_j
    For all sources_i
      Calculate the distance of a point from source
      density(nodes_j)=rho(nodes_j)=rho(nodes_j)+sources_i/(4.*pi*r**2)
    end for
  end for

  For all nodes_k
    temp2=0
    for every_node on a hehaedral
      temp2=temp2+rho(every_node)
    end for
    rho1=0.125*temp2

    calculate width of hexaedral
    calculate height of hexaedral
    calculate depth of hexaedral
    rho2=width*height*depth
    rho2=1./rho2

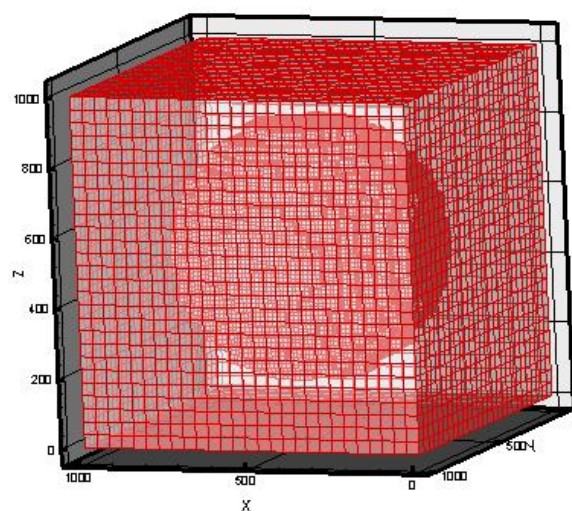
    if (rho2.gt.(0.5*rho1)) then
      divide the hexaedral
    else
      continue
    end for
  end for

```

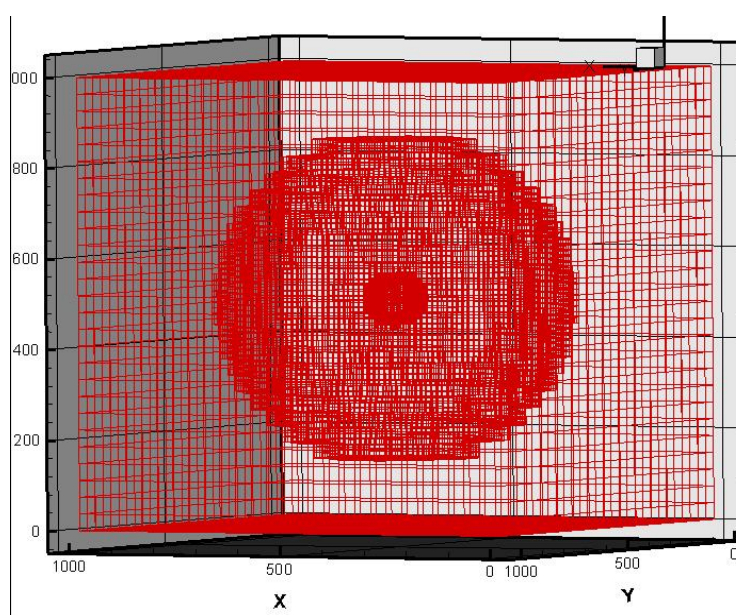
Το σχήμα που προκύπτει φαίνεται Στο σχήμα 5.28 ενώ στο Σχήμα 5.29 παρουσιάζεται το εσωτερικό επίπεδο πυκνώσης. Συνολικά προκύπτουν τρία επίπεδα πυκνώσης απο την διαδικασία δημιουργίας του πλέγματος μέσω της πηγής.

Σε αυτή την περίπτωση το πλέγμα και η διαδικασία της ομαλοποίησης γίνεται πιο πολύπλοκη. Τα πρότυπα που πρέπει να χρησιμοποιηθούν είναι περισσότερα. Συνολικά στο σχήμα 5.30 φαίνονται όλες οι περιπτώσεις που μπορούν να προκύψουν από ένα περίπλοκο πρόβλημα ορφανών κόμβων.

Το σημαντικό πρόβλημα που αντιμετωπίζεται σε περίπλοκες περιπτώσεις είναι πως δεν υπάρχουν όλα τα πρότυπα που απαιτούνται. Συγκεκριμένα αν ανατρέξει κανείς στην βιβλιογρα-



Σχήμα 5.28: Πλέγμα στον τριδιάστατο χωρίς ομαλοποίηση

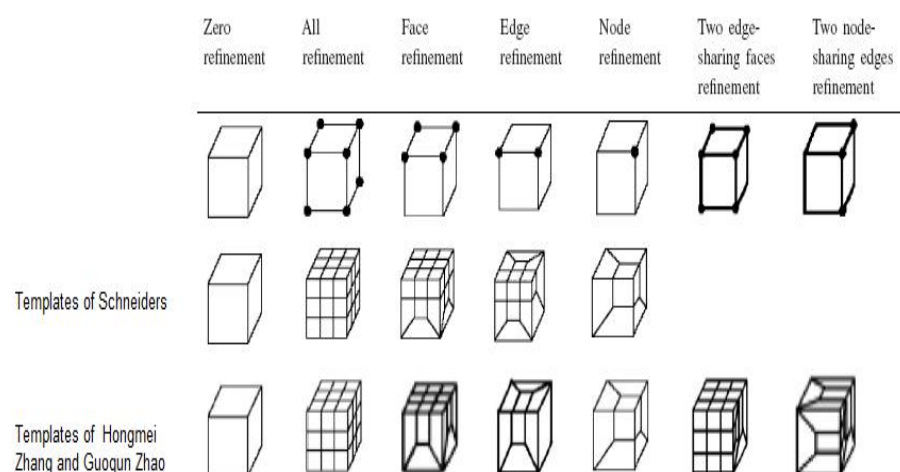


Σχήμα 5.29: Πλέγμα στον τριδιάστατο χωρίς ομαλοποίηση, εσωτερικό επίπεδο

φία θα διαπιστώσει πως υπάρχουν λίγα διαθέσιμα πρότυπα και μάλιστα δεν δίνουν το βέλτιστο επιθυμητό αποτέλεσμα. Συγκεκριμένα ο Schneider [8] έχει δώσει μόνο τα βασικά πρότυπα ενώ όσοι προχώρησαν ένα επιπλέον βήμα δίνουν 2 πρότυπα επιπλέον. Στο σχήμα 5.31 φαίνονται τα προτεινόμενα πρότυπα.

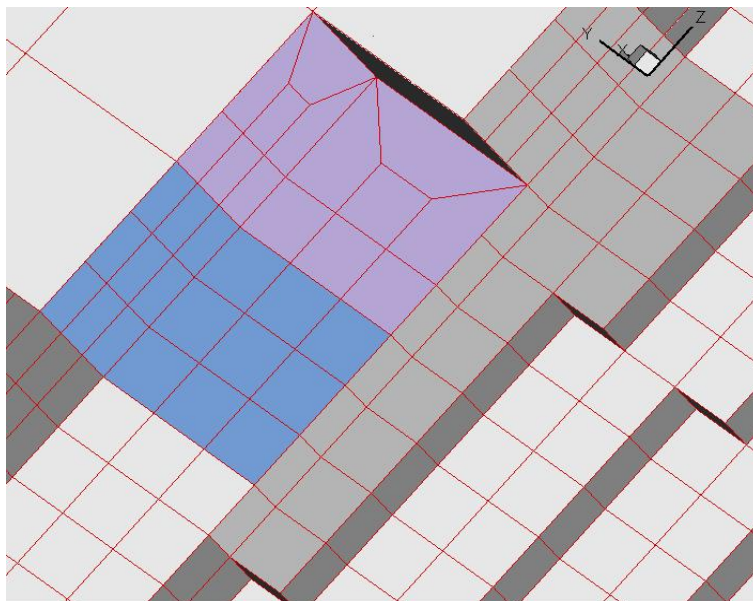
Number of nodes to be refined	Initial node-refinement modes
0	
1	
2	 
3	 
4	 
5	
6	 
7	 
8	 

Σχήμα 5.30: Περιπτώσεις ορφανών κόμβων στον τριδιάστατο χώρο [4]



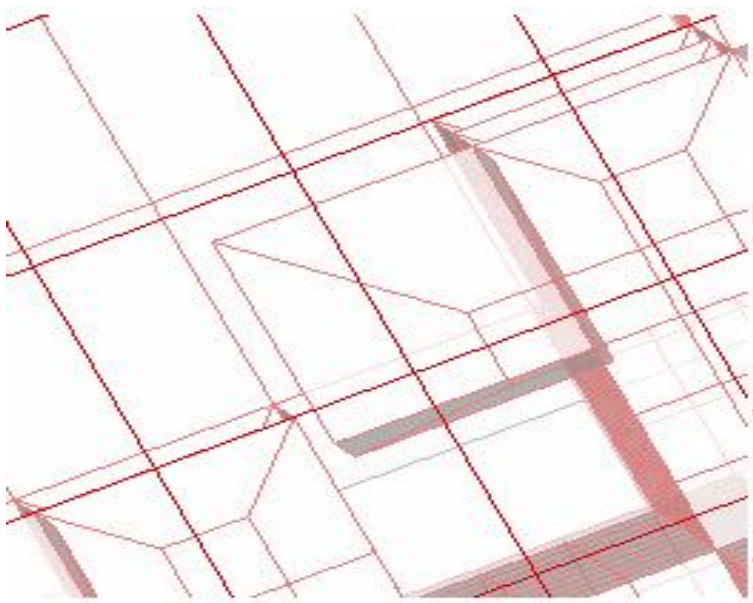
Σχήμα 5.31: Προτεινόμενα πρότυπα [4]

Στο παραπάνω σχήμα βλέπουμε τα πρότυπα από τον Schneider και τα πρότυπα που προτείνονται από τους Hongmei Zhang, Guoqun Zhao [4]. Τα επιπλέον πρότυπα που προτείνονται αφορούν ένα εξάεδρο στην περίπτωση που ένα εξάεδρο έχει δύο γείτονες έδρες που έχουν διαιρεθεί και έχουν κοινή την μία πλευρά τους ενώ στην άλλη δύο γείτονες ακμών που μοιράζονται κοινό κόμβο. Εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο του Schneider στην παρούσα εργασία και λόγω των μειωμένων διαθέσιμων προτύπων αντιμετωπίστηκαν διάφορες περιπτώσεις προβλημάτων όπως θα παρουσιαστούν στα παρακάτω σχήματα.



Σχήμα 5.32: Πρόβλημα-περίπτωση 1

Στο παραπάνω παράδειγμα με θαλασσί και με γκρί χρώμα φαίνονται οι γείτονες έδρες που έχουν χωριστεί απο την αρχική διαδικασία της πύκνωσης και με μωβ χρώμα το λάθος πρότυπο που εφαρμόζεται.

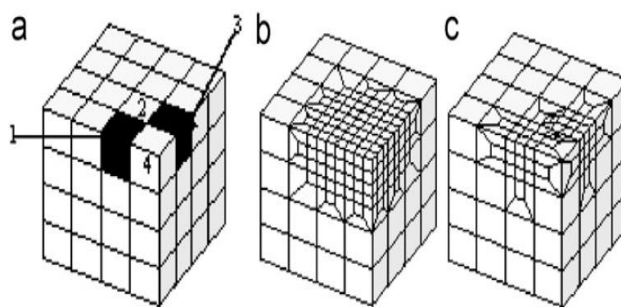


Σχήμα 5.33: Πρόβλημα-περίπτωση 2, χωρίς την εισαγωγή κάποιου προτύπου

Στο Σχήμα 5.33 σε μία παρόμοια περίπτωση απλά ελέγχονται όλες οι περιπτώσεις που δεν μπορεί να εφαρμοστεί κάποιο πρότυπο και εφαρμόζονται μόνο τα σωστά πρότυπα. Όπως μπορούμε να διακρίνουμε φαίνεται να υπάρχει ένα κενό. Αυτό που γίνεται λοιπόν είναι να εντοπίζεται και να απομονώνεται το πρόβλημα δίνοντας την δυνατότητα να εφαρμοστεί κάποιο

πρότυπο αργότερα.

Μία από τις λύσεις είναι η επέκταση του χώρου έτσι ώστε να χρειάζεται να εφαρμοστούν μόνο τα ήδη υπάρχοντα πρότυπα, ενώ η άλλη λύση είναι να βρεθούν πρότυπα που να καλύπτουν όλες τις περιπτώσεις που περιγράφονται στο Σχήμα 5.34. Διάφοροι ερευνητές έχουν προτείνει πρότυπα (για 2 επιπλέον περιπτώσεις μόνο, από αυτές του Schneiders) που ωστόσο δεν δίνουν βέλτιστες και καλές λύσεις.



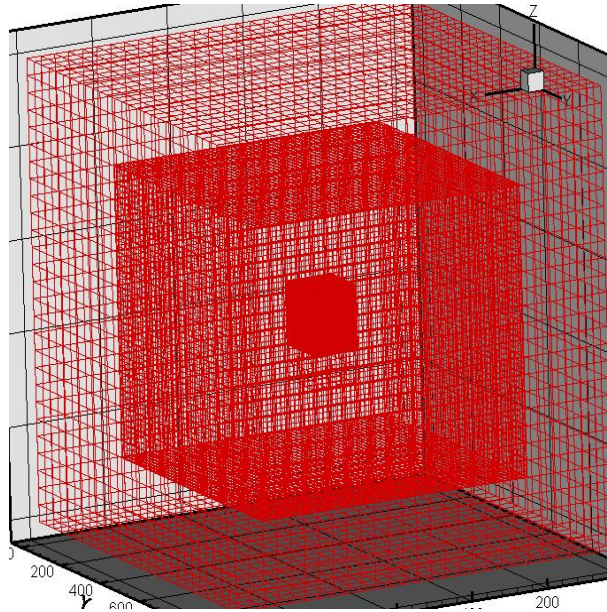
Σχήμα 5.34: (α) Η περιοχή που πρέπει να χωριστεί, (β) Επέκταση της περιοχής και εφαρμογή των template Schneider, (γ) εφαρμογή των προτύπων Hongmei Zhang, Guoqun Zhao [4]

5.3.1 Επίλυση Προβλήματος με βάση την επέκταση της περιοχής πύκνωσης

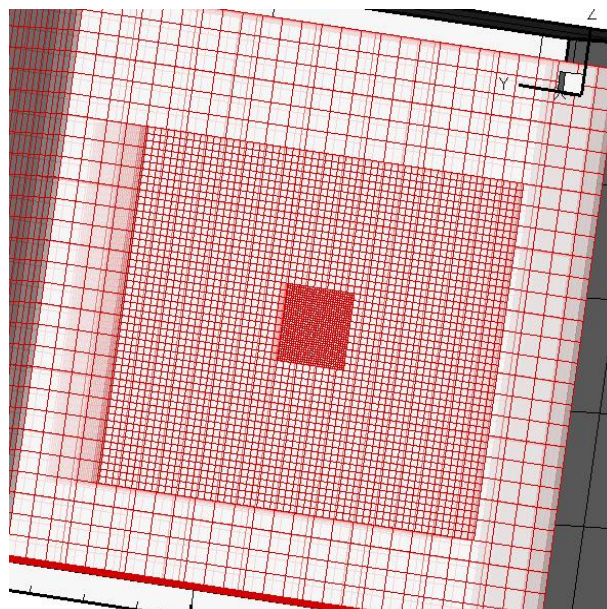
Όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο αντιμετωπίστηκε το πρόβλημα των Multiply-Connected Transition Elements όπου εμφανίζονται εξάεδρα με 3 γείτονες έδρες να είναι χωρισμένοι και την έλλειψη του κατάλληλου προτύπου. Σε αυτό το πρόβλημα υπάρχουν δύο λύσεις : είτε να δημιουργηθεί το κατάλληλο πρότυπο, είτε να επεκταθεί η περιοχή της πύκνωσης ώστε να μην υπάρχουν Multiply-Connected Transition Elements και να μπορούν να εφαρμοστούν τα πρότυπα κατά Schneiders. Στην παρούσα εργασία επιλέχθηκε η δεύτερη λύση.

Αρχικά εντοπίζονται τα άκρα (μέγιστες και ελάχιστες συντεταγμένες) του αρχικού μη ομαλού πλέγματος. Με βάση τα άκρα αυτά επεκτείνεται η περιοχή της πύκνωσης ώστε να μην υπάρχουν κοίλες περιοχές. Το αποτέλεσμα φαίνεται στο Σχήμα 5.35

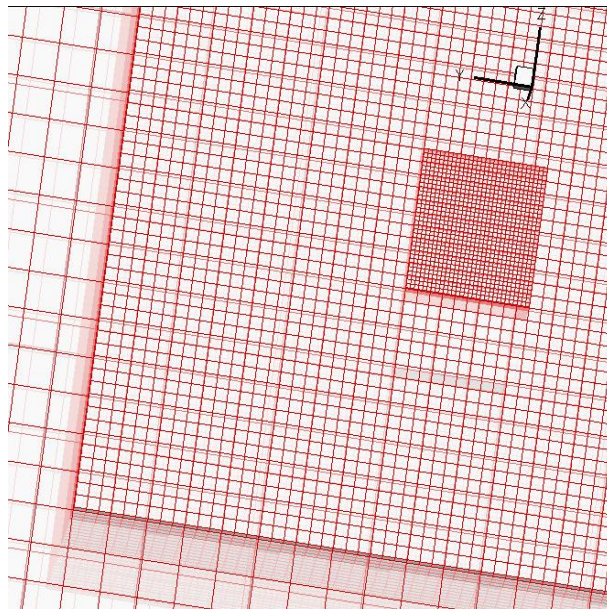
Στο Σχήμα 5.36 φαίνεται η τομή ως προς τον άξονα x, ενώ στο Σχήμα 5.37 φαίνεται από την τομή αυτή καλύτερα το εσωτερικό επίπεδο.



Σχήμα 5.35: Επέκταση περιοχής πυκνώσης

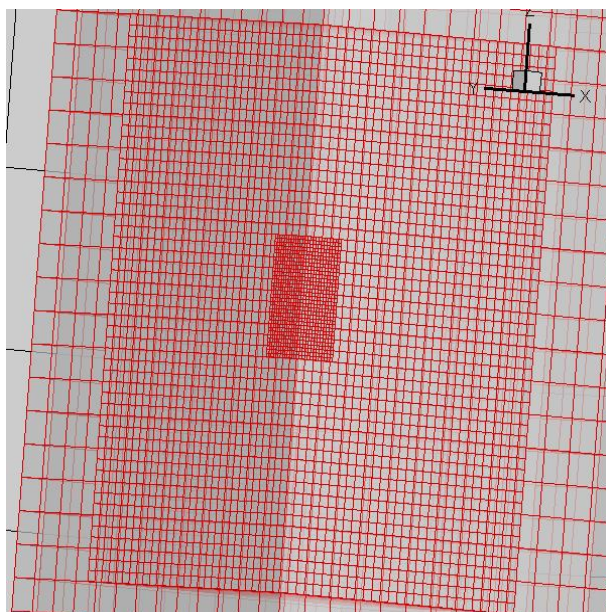


Σχήμα 5.36: Διευρημένη περιοχή, τομή κάθετα στον άξονα x



Σχήμα 5.37: Διευρημένη περιοχή, τομή κάθετα στον άξονα x , μεγέθυνση Σχήματος 5.36

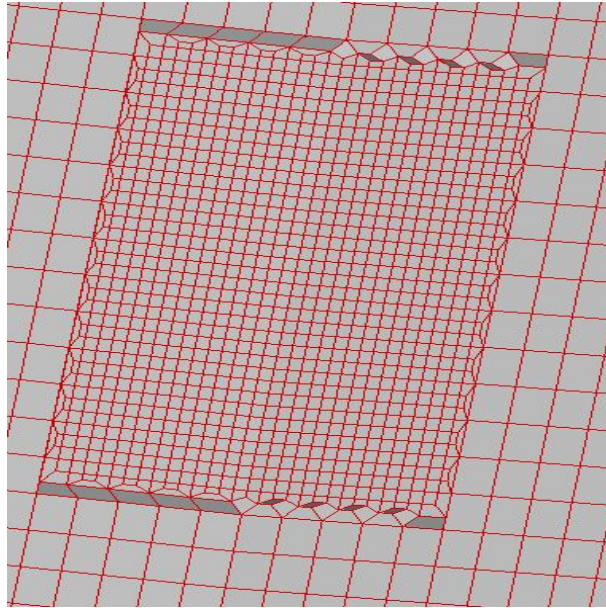
Στο Σχήμα 5.38 έχει γίνει τομή ως προς τον x και y άξονα ακριβώς στο κέντρο των αξόνων.



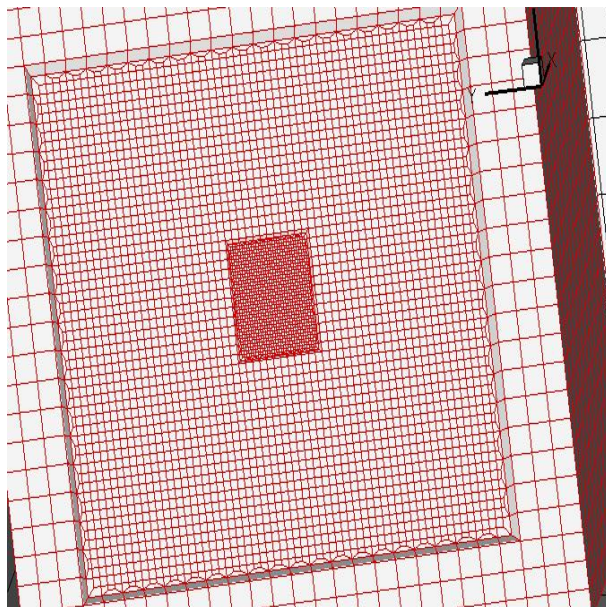
Σχήμα 5.38: Διευρημένη περιοχή, τομή ως προς τους άξονες x και y

Στην συνέχεια για την επεκταμένη περιοχή ακολουθείται η διαδικασία της αντικατάστασης των κρίσιμων εξάεδρων από τα αντίστοιχα πρότυπα. Άξιζει να σημειωθεί πως η διαδικασία της διαμέρισης δεν είναι τόσο εύκολη όσο φαίνεται. Είναι εύλογο κάποιος να σκεφτεί πως μπορούμε στην προκειμένη περίπτωση να βρούμε με απλή διαδικασία τις συντεταγμένες των “άκρων” και να εφαρμόσουμε ένα υπερκύβο που θα χωριστεί, πράγμα που είναι ουσιαστικά αφελές. Στην πραγματικότητα πρέπει να ερευνηθούν όλα τα εξάεδρα και να χωριστούν η όχι (κατά ένα επίπεδο) με βάση τους γείτονες τους και αυτό γιατί πολύ απλά θα “χαθεί” η πληροφορία της γειτονίας και άρα δεν θα είναι δυνατόν να εφαρμοστούν τα αντίστοιχα πρότυπα κατά την διαδικασία της ομαλοποίησης.

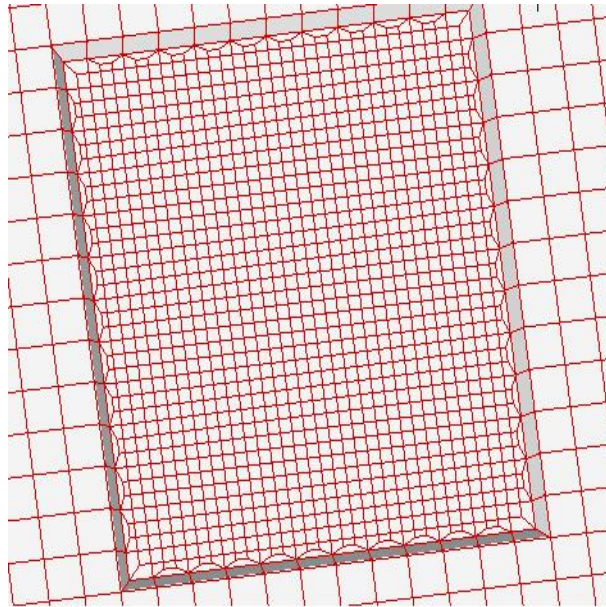
Αντικαθιστώντας λοιπόν τα κρίσιμα όπως έχει προαναφερθεί εξάεδρα με τα αντίστοιχα πρότυπα μπορούμε να δούμε τα αποτελέσματα στα σχήματα που ακολουθούν.



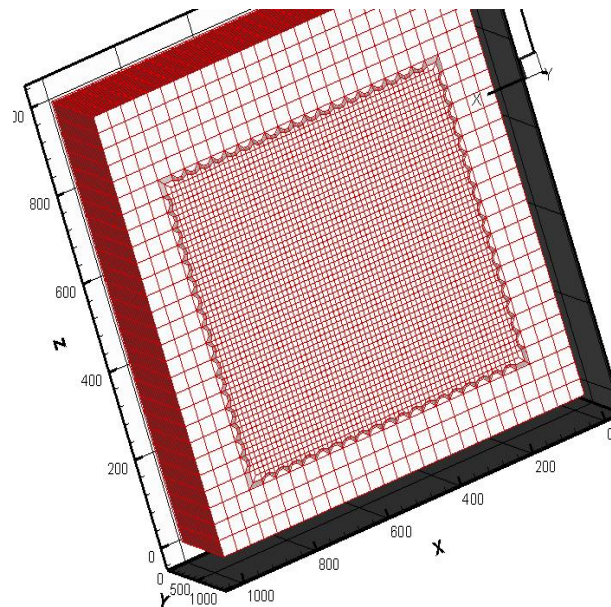
Σχήμα 5.39: Τελικό πλέγμα (τομή ως προς άξονες x και y εσωτερικό επίπεδο)



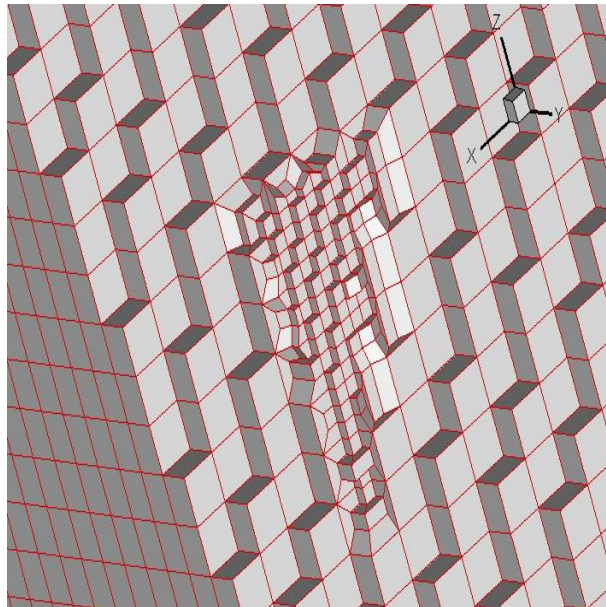
Σχήμα 5.40: Τελικό πλέγμα (τομή ως προς άξονα x)



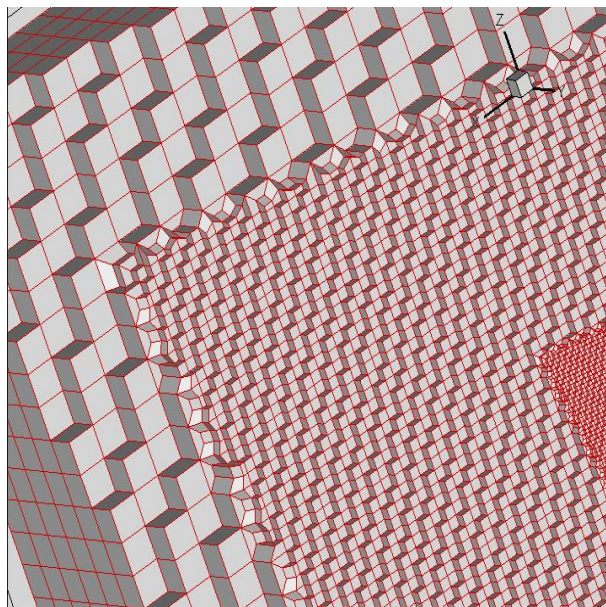
Σχήμα 5.41: Τελικό πλέγμα (τομή ως προς άξονα x, εσωτερικό επίπεδο)



Σχήμα 5.42: Τελικό πλέγμα (τομή ως προς άξονα x και κατα βάθος ανάλυση)



Σχήμα 5.43: Κατά βάθος ανάλυση του πλέγματος



Σχήμα 5.44: Κατά βάθος ανάλυση του πλέγματος

Κεφάλαιο 6

Επίλογος

6.1 Συμπεράσματα

Η δημιουργία ενός σύμμορφου πλέγματος στον διδιάστατο χώρο είναι μονοσήμαντη και επιτευγμένη με την λύση που προτείνεται απο τον Schneiders ενώ για τον τριδιάστατο χώρο είναι πολύπλοκη και δεν έχει δοθεί απόλυτη λύση που να καλύπτει όλες τις περιπτώσεις των ορφανών κόμβων. Διαπιστώθηκε πως ενώ πολλοί ερευνητές έχουν προτείνει και καλύψει δύο επιπλέον περιπτώσεις ορφανών κόμβων μέσω αντικατάστασης από πρότυπα, υπάρχουν τουλάχιστων 5 κρίσιμες περιπτώσεις στις οποίες δεν έχει δοθεί ακόμα λύση. Αξίζει να σημειωθεί πως οι δύο επιπλέον περιπτώσεις προέκυψαν από μακροχρόνια έρευνα και προσπάθεια σε επίπεδο διδακτορικού πράγμα το οποίο δηλώνει την δυσκολία εύρεσης προτύπων για όλες τις περιπτώσεις.

Η συνεισφορά της παρούσας διπλωματικής εργασίας έγκειται στα παρακάτω: Στην δημιουργία ενός ευέλικτου αλγόριθμου, που εντοπίζει όλες τις “ άλυτες ” περιπτώσεις πολλών συνδεδεμένων στοιχείων, πράγμα που θα βοηθήσει σε μελλοντικές περιπτώσεις άμεσης εφαρμογής προτύπων όταν αυτές βρεθούν. Επίσης στην δημιουργία μιας αλγοριθμικής κατα κάποιον τρόπο απεικόνισης όλων των δεδομένων που απαιτούνται για την δημιουργία ενός πλέγματος, που συνεπάγεται εξοικονόμηση χρόνου στην διαδικασία αναζήτησης δεδομένων σε ένα μικρότερο εύρος (από το συνολικό που απαιτείται) καθώς κάθε γείτονας εξαέδρου και οι κόμβοι είναι άμεσα συνδεδεμένοι με τους άξονες x,y,z . Με αυτή την απεικόνιση είναι πολύ εύκολο για οποιονδήποτε προγραμματιστή που θέλει να επεκτείνει την παρούσα διατριβή να έχει πλήρη κατανόηση του αλγορίθμου. Επίσης ενσωματώθηκε η λύση της επέκτασης της ζώνης πύκνωσης για περιπτώσεις που δεν υπήρχαν διαθέσιμα πρότυπα, ώστε να εφαρμόζεται η λύση των βασικών προτύπων παντού.

6.2 Μελλοντικές Επεκτάσεις

Το σύστημα που αναπτύχθηκε στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας θα μπορούσε να βελτιωθεί και να επεκταθεί περαιτέρω. Συγκεκριμένα, αναφέρονται τα ακόλουθα:

- Μελέτη υπόλοιπων προτύπων στα οποία δεν έχει δοθεί ακόμα οριστική λύση.

- Δημιουργία αλγορίθμου μάθησης για την δημιουργία καινούργιων προτύπων. Το τελευταίο μπορεί να αποτελέσει μία δύσκολη αλλά αποτελεσματική λύση στο συγκεκριμένο πρόβλημα.

Βιβλιογραφία

- [1] Αδαμούδης Λάζαρος (2007) Ανάπτυξη λογισμικού δημιουργίας τριδιάστατου μη δομημένου πλέγματος με δυνατότητες προσαρμογής της πυκνώσης, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά
- [2] A selective approach to conformal refinement of unstructured hexaedral meshes. MA thesis, Michael H. Parrish, Brigham Young University, August 2007
- [3] Borden M, Benzley S, Mitchell S, White D, and Meyers R. (2001) The cleave and fill tool: An all-hexahedral refinement algorithm for swept meshes. In: Proceedings 9th International Meshing Roundtable, pages 69-76. Sandia National Laboratories.
- [4] Adaptive hexaedral mesh generation based on local domain curvature and thickness using modified grid-based method, Hongmei Zhang, Guoqun Zhao, 12 November 2006, ELSEVIER
- [5] Schneiders R (2000) Octree-Based Hexahedral Mesh Generation. In: Int Journal Comput Geom Appl. 10, No. 4, pages 383-398
- [6] Tchou K.-F, Dompierre J and Camerero R (2002) Conformal Refinement of All-Quadrilateral and All-Hexahedral Meshes According to an Anisotropic Metric. In: Proceedings 11th International Meshing Roundtable, pages 231-242. Sandia National Laboratories.
- [7] Tchou K.-F, Dompierre J and Camerero R (2004) Automated Refinement of Conformal Quadrilateral and Hexahedral Meshes. In: Int Journal Numer Meth Engng 59:1539-1562
- [8] Handbook of GRID GENERATION, Joe F.Thompson, Bharat K. Son, Nigel P.Weatherill. CRC Press
- [9] Tchou K.-F, Hirsch C, and Schneiders R (1997) Octree-Based Hexahedral Mesh Generator for Viscous Flow Simulations. In: 13th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, No. AIAA-97-1980. Snowmass, CO.
- [10] Melander D. (1997) Generation of multi-million element meshes for solid modelbased geometries: The dicer algorithm. MA thesis, Brigham Young University, Utah.

-
- [11] Schneiders R (1996) Refining Quadrilateral and Hexahedral Element Meshes. In: 5th International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations, pages 679-688. Mississippi State University.
 - [12] Harris N (2004) Conformal Refinement of All-Hexahedral Finite Element Meshes. MA Thesis, Brigham Young University, Utah

Κεφάλαιο 7

Μεταφράσεις Ξένων όρων

Μετάφραση

πλέγμα
πρότυπα
τετραεδρικός
εξαεδρικός
πυκνότητα
ομαλοποίηση
σύμμορφο πλέγμα
ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων
βάθος
στοιχείο
αυτοτεμνόμενα
φύλλα
πολλαπλά συνδεδεμένο
μετάβαση
ομάδα δεδομένων,ορισμένη ως αντικείμενο
γείτονας
κόμβος
ακμή
έδρα
επίπεδο

Αγγλικός όρος

mesh
template
tetrahedral
hexardral
density
refinement
conforming mesh
finite element analysis
depth
element
self intersecting
sheets
multi-connected
transition
tuples
neighbor
node
edge
face
level

