



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΟΥΑ ΣΤΗ ΛΗΨΗ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΜΕ
ΠΟΛΛΑΠΛΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ

*Διατριβή που υπεβλήθη για τη μερική ικανοποίηση των απαιτήσεων για την
απόκτηση Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης.*

Φοιτητής: Φακουκάκης Αθανάσιος, Α.Μ.: 2010019039

Επιβλέπων: Δούμπος Μιχαήλ, Επίκουρος Καθηγητής

Αύγουστος 2012

Χανιά

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια των μεταπτυχιακών μου σπουδών στον τομέα Επιχειρησιακής Έρευνας, του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Επίκουρο Καθηγητή, κύριο Μιχάλη Δούμπο, για την ανάθεση και επίβλεψη του θέματος. Η υποστήριξη και η καθοδήγηση του υπήρξαν καταλυτικοί παράγοντες στον υπερκερασμό των δυσκολιών και στην επιτυχή ολοκλήρωση της.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου, που σε αυτή την δύσκολη οικονομική περίοδο, συνεχίζει να στηρίζει την προσπάθεια μου για μόρφωση.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα Μεταπτυχιακή Εργασία, εφαρμόστηκε μία πολυκριτήρια μέθοδος ανάλυσης αποφάσεων που βασίζεται στην χρήση των τελεστών OWA (Ordered Weighted Averaging operators). Οι τελεστές OWA είναι μια μεθοδολογία σύνθεσης πολλαπλών κριτηρίων με εφαρμογές σε προβλήματα λήψης αποφάσεων υπό αβεβαιότητα και ασάφεια.

Σκοπός της εργασίας υπήρξε η διερεύνηση της αποτελεσματικότητας εναλλακτικών τελεστών OWA σε προβλήματα πολυκριτήριας ανάλυσης. Για το σκοπό αυτό πραγματοποιήθηκε υλοποίηση διάφορων τελεστών OWA σε περιβάλλον MATLAB, οι οποίοι στη συνέχεια εφαρμόστηκαν στην αξιολόγηση των χρηματοοικονομικών επιδόσεων χημικών βιομηχανιών που δραστηριοποιούνται στην Ευρωπαϊκή Ένωση. Τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με την εναλλακτική πολυκριτήρια μέθοδο SMAA2 (Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis), η οποία επεκτείνει το γενικό μεθοδολογικό πλαίσιο της SMAA, σε προβλήματα αξιολόγησης και κατάταξης.

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης απέδειξαν ότι οι τελεστές OWA, μπορούν να αποτελέσουν ένα ισχυρό μεθοδολογικό εργαλείο στην λήψη αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια. Η ευελιξία τους και η ικανότητα τους να μοντελοποιούν μία πληθώρα προτιμήσεων και σεναρίων, μαζί με την σχετική υπολογιστική απλότητα τους, προσφέρουν μία εναλλακτική προσέγγιση σε μια πληθώρα προβλημάτων που παρουσιάζονται στην πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων.

ABSTRACT

In the present Master Thesis, a multiple criteria decision making method based on the use of OWA operators was implemented. OWA operators are functions that aggregate multiple criteria evaluations into an overall evaluation score. Their application on problems under the state of uncertainty is particularly useful.

The aim of the present study was the investigation of the efficiency of OWA operators in dealing with multiple criteria decision making problems. For this end, a series of different families of OWA operators were implemented using MATLAB's programming language and applied on the multiple criteria financial evaluation of chemical industries that operate in the European Union. The results were compared with another multiple criteria methodology, the SMAA2 (Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis) that extends the use of the original SMAA to evaluation and ranking problems.

The obtained results proved that the use of OWA operators can be a significant and powerful tool in the field of multiple criteria decision analysis. Their flexibility and the ability to model a variety of scenarios along with their modest computational difficulty qualifies them as an excellent alternative method when dealing with multiple criteria decision making problems.

Πίνακας Περιεχομένων

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	i
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	ii
ABSTRACT	iii
1. Εισαγωγή	1
2. Τελεστές OWA.....	4
2.1 Ορισμός	4
2.2 Μαθηματικές Ιδιότητες	4
2.3 Η Έννοια του Βαθμού Αισιοδοξίας (Degree of Orness) και Απαισιοδοξίας (Degree of Andness).....	6
2.4 Η Έννοια της Διασποράς ή Εντροπίας (Dispersion or Entropy)	8
2.5 Οικογένειες Τελεστών OWA.....	9
2.5.1 Τελεστές OWA Μεγίστης Εντροπίας (Maximal Entropy OWA)	9
2.5.2 Τελεστές S – OWA (Slide – OWA Operators).....	12
2.5.3 Τελεστές Step – OWA	16
2.5.4 Τελεστές Window – OWA	16
2.5.5 Εκθετικοί Τελεστές OWA (Exponential OWA Operators).....	19
2.6 Εφαρμογές των Τελεστών OWA	23
3. Εφαρμογή στην Αξιολόγηση των Χρηματοοικονομικών Επιδόσεων Χημικών Βιομηχανικών Επιχειρήσεων	24
3.1 Δεδομένα	25
3.2 Χρηματοοικονομικοί Δείκτες	27
4. Παρουσίαση Αποτελεσμάτων	33
4.1 Περιβάλλον Υλοποίησης και Οικογένειες Τελεστών OWA	33
4.2 Σενάρια Εφαρμογής με Βάση τον Βαθμό Αισιοδοξίας	34
4.3 Κανονικοποίηση Δεδομένων	36
4.4 Αποτελέσματα Αξιολόγησης και Κατάταξης Εταιριών	37
4.5 Ανάλυση Αποτελεσμάτων.....	49

4.6 Σύγκριση με την Πολυκριτήρια Μέθοδο SMAA2	58
5. Συμπεράσματα	67
Βιβλιογραφία	69
Παράρτημα: Λίστα Χημικών Βιομηχανιών NACE C20	72

1. Εισαγωγή

Η πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων είναι ένας ιδιαίτερα ευρύς επιστημονικός τομέας, που εξετάζει προβλήματα λήψης αποφάσεων υπό καθεστώς πολλαπλών κριτηρίων. Γενικά, τα προβλήματα αυτά αφορούν την αξιολόγηση ενός συνόλου εναλλακτικών με σκοπό την κατάταξή τους από τις καλύτερες προς τις χειρότερες, την ταξινόμησή τους σε κατηγορίες ή την επιλογή των καλύτερων εναλλακτικών. Οι διαφορές έγκειται κυρίως στον τρόπο αξιολόγησης και στην σχέση ανάμεσα στις εναλλακτικές.

Οι συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται για την άθροιση των επιμέρους επιδόσεων μίας εναλλακτικής, από ένα σύνολο κριτηρίων, σε μία συνολική επίδοση αξιολόγησης, καλούνται αθροιστικές συναρτήσεις ή αλλιώς αθροιστικοί τελεστές (aggregation operators) [12]. Οι αθροιστικοί τελεστές μπορούν να ταξινομηθούν στις εξής κατηγορίες [13]:

- 1) Στους τελεστές οι οποίοι δύναται να χρησιμοποιηθούν μόνο σε περιπτώσεις όπου η άθροιση αφορά αριθμητικές τιμές.
- 2) Στους τελεστές οι οποίοι αθροίζουν πληροφορίες οι οποίες δεν αποτελούνται από ακριβείς αριθμητικές τιμές αλλά από διαστήματα τιμών ή ακόμα και ασαφείς τιμές (fuzzy values).
- 3) Στους τελεστές οι οποίοι χρησιμοποιούνται όταν τα δεδομένα είναι γλωσσικές μεταβλητές (linguistic numeric variables).
- 4) Τελεστές που χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις όπου η άθροιση αφορά μίξη γλωσσικών μεταβλητών και αριθμητικών δεδομένων.

Ο τελεστής OWA (Ordered Weighted Averaging) ανήκει και αυτός στην κατηγορία των αθροιστικών τελεστών. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμος, κυρίως, όταν είναι επιθυμητό να υπάρξει κάποιου είδους συμβιβασμός (compromise), μεταξύ των κριτηρίων. Εάν για παράδειγμα, μία εναλλακτική αξιολογείται με βάση της επίδοσης της σε ένα σύνολο τεσσάρων κριτηρίων και παράλληλα θεωρηθεί ότι για να γίνει αποδεκτή απαιτείται ικανοποιητική επίδοση σε τρία από αυτά, ενώ το τέταρτο δεν υπολογίζεται, το σενάριο μπορεί να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας έναν τελεστή OWA, με διάνυσμα βαρών της μορφής $W = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$. Σε αυτή την περίπτωση, η συνολική αξιολόγηση θα είναι ίση με την τρίτη χειρότερη επίδοση, δηλαδή με την επίδοση στο τρίτο χειρότερο κριτήριο. Εάν αυτή η επίδοση είναι ικανοποιητική, τότε σημαίνει ότι και οι επιδόσεις της εναλλακτικής στα δύο καλύτερα κριτήρια είναι επίσης ικανοποιητικές και επομένως, η εναλλακτική θα αξιολογηθεί με υψηλή βαθμολογία.

Επειδή ο τελεστής OWA αξιολογεί τις εναλλακτικές με αυτόν τον τρόπο, επιτρέπει να υπάρξει ένα είδος αντιστάθμισης (compensation) μεταξύ των κριτηρίων. Μια μη αντισταθμιστική αξιολόγηση (no compensation), σημαίνει ότι δίνεται μεγάλη σημασία στις χαμηλές επιδόσεις και επομένως οι υψηλές επιδόσεις σε άλλα κριτήρια, ενδέχεται να ζημιωθούν, δηλαδή μία χαμηλή επίδοση να αχρηστεύσει κατά κάποιο τρόπο τις καλές επιδόσεις σε άλλα κριτήρια. Αντίθετα, με την μέγιστη αντιστάθμιση (maximum compensation), δίδεται προτεραιότητα στις υψηλές τιμές των κριτηρίων και στην ακραία αυτή περίπτωση αρκεί μία υψηλή επίδοση ώστε να αγνοηθούν οι υπόλοιπες χαμηλές επιδόσεις [12].

Σκοπός της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας, είναι η διερεύνηση της αποτελεσματικότητας εναλλακτικών τελεστών OWA, σε προβλήματα πολυκριτήριας ανάλυσης. Για το σκοπό αυτό, πραγματοποιήθηκε υλοποίηση διάφορων τελεστών OWA σε περιβάλλον MATLAB, οι οποίοι στη συνέχεια εφαρμόστηκαν στην αξιολόγηση των χρηματοοικονομικών επιδόσεων, χημικών βιομηχανιών, που δραστηριοποιούνται στην Ευρώπη των 27 χωρών (EU – 27).

Τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με την εναλλακτική πολυκριτήρια μέθοδο SMAA2 (Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis), η οποία επεκτείνει το γενικό μεθοδολογικό πλαίσιο της SMAA, σε προβλήματα αξιολόγησης και κατάταξης [26].

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης καταδεικνύουν ότι οι τελεστές OWA, μπορούν να αποτελέσουν ένα ισχυρό μεθοδολογικό εργαλείο στην λήψη αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια. Η ευελιξία τους και η ικανότητα τους να μοντελοποιούν μία πληθώρα προτιμήσεων και σεναρίων, μαζί με την σχετική υπολογιστική απλότητα τους, προσφέρουν μία εναλλακτική προσέγγιση σε μια πληθώρα προβλημάτων που παρουσιάζονται στην πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων.

Η δομή του κειμένου που ακολουθεί είναι η εξής:

Στο Κεφάλαιο 2, αναλύονται οι βασικές μαθηματικές ιδιότητες των τελεστών OWA και στην συνέχεια παρουσιάζονται οι βασικές παραμετροποιημένες οικογένειες των συγκεκριμένων τελεστών.

Στο Κεφάλαιο 3, περιγράφεται ο τρόπος λήψεως των χρηματοοικονομικών δεδομένων και παρουσιάζεται ο αριθμός των χημικών βιομηχανιών ανά χώρα. Στην συνέχεια περιγράφονται οι χρηματοοικονομικοί δείκτες που χρησιμοποιήθηκαν ως κριτήρια στην αξιολόγηση και κατάταξη των χημικών βιομηχανιών.

Στο Κεφάλαιο 4, παρουσιάζονται οι τελεστές OWA που υλοποιήθηκαν, ο τρόπος υπολογισμού των παραμέτρων τους, τα σενάρια εφαρμογής καθώς και το περιβάλλον υλοποίησης. Ακόμη, παρατίθενται τα αποτελέσματα της αξιολόγησης των χημικών βιομηχανιών για όλους τους τελεστές OWA και την εναλλακτική μέθοδο SMAA2.

Στην συνέχεια, συζητείται εκτενέστερα, η επίδραση των χαρακτηριστικών μεγεθών ενός τελεστή OWA στην συμπεριφορά του και συγκρίνονται τα αποτελέσματα της αξιολόγησης και κατάταξης των τελεστών OWA τόσο μεταξύ τους, όσο και με την πολυκριτήρια μέθοδο SMAA2.

Στο Κεφάλαιο 5, καταγράφονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την ανάλυση και προτείνονται μελλοντικές κατευθύνσεις στην χρήση των τελεστών OWA σε πολυκριτήρια προβλήματα αποφάσεων.

Τέλος, στο Παράρτημα, παρατίθεται η αναλυτική λίστα των εταιριών προς αξιολόγηση και κατάταξη.

2. Τελεστές OWA

2.1 Ορισμός

Ένας τελεστής OWA (Ordered Weighted Averaging), διαστάσεως n , είναι μία συνάρτηση, $F: R^n \rightarrow R$, η οποία έχει ένα σχετιζόμενο διάνυσμα $W = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$, διαστάσεως n , τέτοιο ώστε:

$$1) w_j \in [0,1]$$

$$2) \sum_{j=1}^n w_j = 1$$

Επιπλέον για τον τελεστή OWA ισχύει ότι:

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^n w_j b_j \quad (2.1)$$

Όπου b_j είναι το j -στο μεγαλύτερο στοιχείο του διανύσματος $a(1, \dots, n)$. Μία θεμελιώδης διαφορά των τελεστών OWA σε σχέση με άλλους αθροιστικούς τελεστές, όπως ο σταθμισμένος μέσος, είναι ότι τα βάρη $w(1, \dots, n)$, δεν αποδίδονται σε κάποια συγκεκριμένη τιμή, αλλά στην κατεταγμένη θέση αυτής της τιμής [1]. Το διάνυσμα που αποτελείται από τις κατεταγμένες τιμές b_j , ονομάζεται κατεταγμένο διάνυσμα B και σε αυτό ισχύει πάντοτε ότι εάν το $j > i \rightarrow b(i) \geq b(j)$. Με απλά λόγια, το διάνυσμα B αποτελείται από τις τιμές του αρχικού διανύσματος αξιολόγησης, κατεταγμένες σε φθίνουσα σειρά. Χρησιμοποιώντας αυτό τον ορισμό για το διάνυσμα B , ένας τελεστής OWA μπορεί εύκολα να υπολογιστεί ως το εσωτερικό γινόμενο του διανύσματος B και του αντιστρόφου του διανύσματος βαρών. Ισχύει δηλαδή ότι :

$$F = W' B \quad (2.2)$$

2.2 Μαθηματικές Ιδιότητες

Οι τελεστές OWA ικανοποιούν τις βασικές μαθηματικές ιδιότητες όλων των αθροιστικών τελεστών:

1) Μονοτονία (monotonicity)

2) Αντιμεταθετικότητα (commutativity)

Ενώ ικανοποιούν και τις παρακάτω ιδιότητες:

3) Ταυτοδυναμία (idempotency)

4) Βρίσκονται πάντοτε μεταξύ του ελάχιστου (Min) τελεστή και του μέγιστου (Max).

Οι ιδιότητες αυτές αποδεικνύονται από τα παρακάτω θεωρήματα [1]:

Θεώρημα 1. : Έστω ότι F είναι ένας τελεστής OWA και $A = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ είναι ένα κατεταγμένο διάνυσμα. Έστω ότι $B = [b_1, b_2, \dots, b_n]$ είναι ένα άλλο παρόμοιο διάνυσμα τέτοιο ώστε $a_j \geq b_j$ για κάθε j . Τότε για τους τελεστές OWA θα ισχύει αντίστοιχα ότι: $F(A) \geq F(B)$ [1].

Θεώρημα 2. : Έστω ότι F είναι ένας τελεστής OWA. Τότε: $F(a_1, a_2, \dots, a_n) = F(a_1', a_2', \dots, a_n')$ όπου $(a_1', a_2', \dots, a_n')$ είναι οποιοσδήποτε συνδυασμός των $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ [1].

Θεώρημα 3. : Όλοι οι τελεστές OWA είναι ταυτοδύναμοι ή ουδέτεροι, με την έννοια ότι εάν $a_j = a$ για κάθε $j = 1, \dots, n$, τότε $F(a_1, a_2, \dots, a_n) = a$ [1].

Πρέπει να τονιστεί ότι οι τελεστές OWA είναι κατεταγμένοι (Ordered) ακριβώς για να ικανοποιούν την ιδιότητα της γενικευμένης αντιμεταθετικότητας ή αλλιώς συμμετρίας (symmetry). Για παράδειγμα, ο σταθμισμένος μέσος (weighted average), δεν ικανοποιεί την ιδιότητα της συμμετρίας [1].

Θεώρημα 4. : Έστω ότι W^* είναι ένα διάνυσμα βαρών για το οποίο ισχύει ότι $W_n = 1$ και $W_j = 0$ για κάθε $j \neq n$ και ότι W^* είναι διάνυσμα βαρών ίδιας διαστάσεως για το οποίο ισχύει ότι $W_1 = 1$ και $W_j = 0$ για κάθε $j \neq 1$. Έστω ακόμα ότι υπάρχει ένα κατεταγμένο διάνυσμα B . Τότε για οποιοδήποτε διάνυσμα βαρών W θα ισχύει ότι [1]:

$$(W^*)'B \leq W'B \leq (W^*)'B$$

Συμπέρασμα: Εάν οριστούν ως F^* και F_* οι τελεστές OWA που έχουν τα αντίστοιχα διανύσματα βαρών W^* και W_* και ως A , ένα διάνυσμα τιμών κριτηρίων, τότε για κάθε τελεστή OWA, F , θα ισχύει ότι [1]:

$$F_*(A) \leq F(A) \leq F^*(A)$$

Δηλαδή οι F^* και F_* παρέχουν ένα άνω και κάτω όριο αντίστοιχα για κάθε τελεστή OWA, F .

Θεώρημα 5. : Έστω ότι $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$ είναι ένα σύνολο αριθμών που ανήκουν στο κλειστό σύνολο $[0,1]$. Τότε θα ισχύει ότι [1]:

$$F^*(a_1, \dots, a_n) = \min_j (a_j)$$

$$F^*(a_1, \dots, a_n) = \max_j (a_j)$$

Το θεώρημα αυτό, είναι επέκταση του προηγούμενου και άμεσο συμπέρασμα του είναι ότι, ένας τελεστής OWA, βρίσκεται πάντοτε μεταξύ του ‘and’ τελεστή (ο οποίος υλοποιεί ένα είδος άθροισης στο οποίο όλα τα κριτήρια πρέπει να ικανοποιούνται) και του ‘or’ τελεστή (ο οποίος υλοποιεί μια άθροιση όπου αρκεί ένα κριτήριο να ικανοποιείται). Συγκεκριμένα ο μεγαλύτερος τελεστής OWA είναι ο μικρότερος ‘or’ τελεστής, Max, ενώ ο μικρότερος τελεστής OWA είναι ο μεγαλύτερος ‘and’, Min. Δηλαδή οι τελεστές OWA υλοποιούν ένα τύπο άθροισης που βρίσκεται πάντοτε μεταξύ της ‘or’ και της ‘and’ άθροισης και για τον λόγο αυτό ο Yager [1] προτείνει μια εναλλακτική ονομασία των OWA, ως ‘orand’ τελεστές.

Πρέπει να τονιστεί ότι, οι τελεστές OWA διαφέρουν μεταξύ τους στον τρόπο με τον οποίο υπολογίζονται τα βάρη και κατ’επέκταση στην μορφή που έχει το διάνυσμα των βαρών. Ο Yager [2], επισήμανε τρεις ειδικές περιπτώσεις τελεστών OWA:

α) F^* , όπου το σχετιζόμενο διάνυσμα των βαρών έχει την εξής μορφή:

$W^* = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$. Επομένως, λογική συνέπεια είναι ότι για τον τελεστή αυτόν θα ισχύει:

$$F^*(a_1, a_2, \dots, a_n) = \max (a_j).$$

β) F_* , ο οποίος έχει σχετιζόμενο διάνυσμα: $W_* = [0 \ 0 \ \dots \ 1]^T$. Εδώ ισχύει ότι:

$$F_* = \min (a_j).$$

γ) F_{ave} , όπου εδώ, όπως υποδηλώνεται από το όνομά του, τα βάρη είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα δηλαδή: $W_{ave} = [1/n \ 1/n \ \dots \ 1/n]^T$. Εύκολα γίνεται αντιληπτό ότι η άθροιση που υλοποιεί αυτός ο τελεστής OWA, έχει την εξής μορφή: $F_{ave} = (\frac{1}{n}) \sum_j a_j$.

2.3 Η Έννοια του Βαθμού Αισιοδοξίας (Degree of Orness) και Απαισιοδοξίας (Degree of Andness)

Επειδή οι τελεστές OWA βρίσκονται πάντοτε μεταξύ των Max (‘or’) και Min (‘and’) τελεστών, ο Yager [1] εισήγαγε ένα νέο μέγεθος, τον βαθμό αισιοδοξίας (degree of orness ή απλά orness), με στόχο να χαρακτηρίσει τον τύπο της άθροισης που υλοποιεί ένας οποιοσδήποτε τελεστής OWA. Το μέγεθος αυτό, που ανήκει πάντοτε στο μοναδιαίο διάστημα [0,1], βοηθά στο να διαπιστωθεί κατά πόσο μία άθροιση παρομοιάζεται με μία ‘or’ άθροιση.

Επειδή, όπως προαναφέρθηκε, σε αυτόν τον τύπο της άθροισης υπάρχει πλήρης αντιστάθμιση (full compensation) και αρκεί ένα μονάχα κριτήριο να ικανοποιείται, ο ορισμός του μεγέθους ως βαθμού αισιοδοξίας είναι και ο καταλληλότερος. Μαθηματικά το μέγεθος αυτό υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$\text{Orness}(W) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n ((n-j)w_j) \quad (2.3)$$

Αντίστοιχα με τον βαθμό αισιοδοξίας, ορίζεται και ο βαθμός απαισιοδοξίας (degree of andness ή απλά andness), ο οποίος εκφράζει το αντίθετο από τον βαθμό αισιοδοξίας, κατά πόσο δηλαδή μία άθροιση είναι σαν μία “and” διαδικασία, στην οποία δεν υπάρχει καθόλου αντιστάθμιση και απαιτείται ικανοποιητική επίδοση σε όλα τα κριτήρια. Τα δύο μεγέθη είναι συμπληρωματικά και για μία δεδομένη άθροιση ισχύει πάντοτε ότι:

$$\text{Andness}(W) = 1 - \text{Orness}(W) \quad (2.4)$$

Με απ’ευθείας εφαρμογή της σχέσης (2.3), μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί, ότι για τις ειδικές περιπτώσεις τελεστών OWA που αναφέρθηκαν παραπάνω, ισχύουν τα εξής για τους βαθμούς αισιοδοξίας:

$$\alpha) \text{Orness}(W^*) = 1$$

$$\beta) \text{Orness}(W_{\text{ave}}) = 0.5$$

$$\gamma) \text{Orness}(W_*) = 0$$

Επομένως οι Max, F_{ave} , Min μπορούν να θεωρηθούν ως ειδικές περιπτώσεις τελεστών OWA, οι οποίοι έχουν αντίστοιχα βαθμό αισιοδοξίας 1, 0.5, 0 [3].

Γενικά μπορεί να ειπωθεί, ότι ένας τελεστής OWA, που το διάνυσμα βαρών του έχει πολλά μη μηδενικά στοιχεία στην κορυφή, θα είναι ένας “orlike” τελεστής (η άθροιση που υλοποιεί θα πλησιάζει σε συμπεριφορά αυτή ενός “or” τελεστή) και θα έχει βαθμό αισιοδοξίας $\text{Orness}(W) \geq 0.5$. Αντίθετα, ένας τελεστής που στο διάνυσμα-στήλη των βαρών του, τα μη μηδενικά βάρη, βρίσκονται στην βάση του, θα είναι “andlike” τελεστής και για τον βαθμό αισιοδοξίας του θα ισχύει ότι: $\text{Orness}(W) \leq 0.5$ ή αντίστοιχα $\text{Andness}(W) \geq 0.5$. Για τον λόγο αυτό, όσο τα μη μηδενικά στοιχεία ενός σχετιζομένου διανύσματος βαρών προχωρούν προς την κορυφή, τόσο αυξάνεται ο βαθμός αισιοδοξίας του αντίστοιχου τελεστή OWA [4]. Το παρακάτω θεώρημα αποδεικνύει αυτόν τον ισχυρισμό [2]:

Θεώρημα 6. : Έστω ότι W και W' είναι δύο διανύσματα βαρών ενός τελεστή OWA, διαστάσεως n και τα δύο, για τα οποία ισχύει ότι:

$$\alpha) w_i = w_i'$$

$$\beta) w_j = w_j' + \Delta$$

$$\gamma) w_k = w_k' - \Delta$$

όπου: $i \neq j \neq k, \Delta > 0, j < k$. Τότε θα ισχύει ότι [2]:

$$\text{Orness}(W) > \text{Orness}(W')$$

2.4 Η Έννοια της Διασποράς ή Εντροπίας (Dispersion or Entropy)

Ένα ακόμα μέγεθος που χαρακτηρίζει έναν τελεστή OWA, είναι η διασπορά ή εντροπία (Dispersion). Η εντροπία μετρά κατά πόσο το διάνυσμα βαρών W , ενός τελεστή OWA, λαμβάνει υπόψη του όσο το δυνατόν περισσότερη πληροφορία από τα κριτήρια, κατά την διαδικασία της άθροισης [3]. Αριθμητικά υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$\text{Disp}(W) = - \sum_{j=1}^n w_j \ln w_j \quad (2.5)$$

Από την μαθηματική αυτή σχέση μπορούν εύκολα να εξαχθούν τα εξής συμπεράσματα [1]:

α) Εάν για οποιοδήποτε j , ισχύει ότι $w_j = 1$, τότε η διασπορά είναι ελάχιστη και $\text{Disp}(W) = 0$.

β) Εάν $w_j = 1/n$ για κάθε j , τότε η διασπορά είναι μέγιστη και $\text{Disp}(W) = \ln n$.

Ορισμός : Αν υποτεθεί ότι F είναι ένας τελεστής OWA, διαστάσεως n , με βάρη w_j , τότε ορίζεται ως δυϊκός ή συμπληρωματικός (dual) ένας τελεστής OWA, $\hat{F}$, οποίος έχει βάρη της μορφής: $\hat{w}_{n-j+1}$

Για τους δύο τελεστές ισχύουν οι εξής σχέσεις μεταξύ των χαρακτηριστικών μεγεθών τους:

$$\alpha) \text{Disp}(\hat{F}) = \text{Disp}(F).$$

$$\beta) \text{Orness}(\hat{F}) = 1 - \text{Orness}(F).$$

Επομένως, εάν ένας τελεστής OWA είναι “orlike”, ο συμπληρωματικός του είναι “andlike” τελεστής [2].

2.5 Οικογένειες Τελεστών OWA

2.5.1 Τελεστές OWA Μεγίστης Εντροπίας (Maximal Entropy OWA)

Όπως έχει ήδη τονιστεί, η μορφή του διανύσματος βαρών, είναι θεμελιώδους σημασίας για το τι είδους τελεστής OWA θα υλοποιηθεί. Ένας από τους πρώτους τύπους OWA που προτάθηκε από τον *O'Hagan* [6], είναι ο τελεστής εκείνος που για μία δεδομένη τιμή του βαθμού αισιοδοξίας, μεγιστοποιεί την διασπορά ή εντροπία του διανύσματος βαρών. Για τον λόγο αυτό ονομάστηκε ME-OWA (Maximum Entropy OWA). Αλγοριθμικά, βασίζεται στην επίλυση του παρακάτω προβλήματος βελτιστοποίησης:

$$\text{Max} : - \sum_{j=1}^n w_j \ln w_j \quad (2.6)$$

$$\text{Υπό: } \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n ((n-j)w_j) = \alpha, \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1, \quad 0 \leq w_j \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Όπου εδώ n είναι το μήκος της υλοποιούμενης άθροισης και α ο βαθμός αισιοδοξίας, ο οποίος πρέπει να είναι ορισμένος εκ των προτέρων. Εφ'όσον τα βάρη υπολογισθούν με την επίλυση του προαναφερθέντος προβλήματος βελτιστοποίησης, είναι πολύ εύκολο να υπολογιστεί ο αντίστοιχος τελεστής OWA απ'ευθείας από τον ορισμό. Επειδή το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι μη γραμμικό, η επίλυση του δεν είναι πάντοτε εύκολη. Για τον λόγο αυτό οι *Fuller and Majlender* [7] χρησιμοποιώντας την μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange, μετέτρεψαν το μη γραμμικό πρόβλημα βελτιστοποίησης σε ένα σύστημα πολυωνυμικών εξισώσεων το οποίο χρησιμοποιείται για την εύρεση του βέλτιστου διανύσματος βαρών. Είναι προφανές από τα προαναφερθέντα, ότι ως βέλτιστη ορίζεται η λύση που μεγιστοποιεί την εντροπία, για μία δεδομένη τιμή του βαθμού αισιοδοξίας. Αναλυτικά η μέθοδος τους έχει ως εξής:

α) Έστω ότι $n = 2$. Από το πρόβλημα (2.6) εύκολα διαπιστώνεται από τους περιορισμούς ότι: $\text{Orness}(w_1, w_2) = \alpha$, $w_1 = \alpha$, $w_2 = 1 - \alpha$. Ακόμη, εάν $\alpha = 0$ ή $\alpha = 1$ και ανεξαρτήτως n λαμβάνονται διανύσματα βαρών της μορφής: $W^* = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ και $W^* = [0 \ 0 \ \dots \ 1]^T$ αντίστοιχα.

β) Στην γενική περίπτωση κατά την οποία $n \geq 3$ και $0 < \alpha < 1$:

Η Λαγκρατζιανή συνάρτηση του προβλήματος (2.6) είναι η εξής:

$$L(W, \lambda_1, \lambda_2) = - \sum_{j=1}^n w_j \ln w_j + \lambda_1 (\sum_{j=1}^n \frac{n-j}{n-1} w_j - a) + \lambda_2 (\sum_{j=1}^n w_j - 1)$$

Όπου λ_1, λ_2 είναι πραγματικοί αριθμοί. Οι μερικές παράγωγοι της συνάρτησης L , υπολογίζονται ως εξής:

$$\frac{\partial L}{\partial w_j} = - \ln w_j - 1 + \lambda_1 + (\frac{n-j}{n-1})\lambda_2 = 0, \quad \forall j, \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = \sum_{j=1}^n w_j - 1 = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = \sum_{j=1}^n \frac{n-j}{n-1} w_j - a = 0.$$

Για $j = n$, η εξίσωση (2.7) καταλήγει στην μορφή:

$$- \ln w_n - 1 + \lambda_1 = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = \ln w_n + 1$$

Ενώ για $j = 1$ λαμβάνεται:

$$- \ln w_1 - 1 + \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \quad \text{και επομένως:}$$

$$\lambda_2 = \ln w_1 + 1 - \lambda_1 = \ln w_1 + 1 - \ln w_n - 1 = \ln w_1 - \ln w_n.$$

Όταν $1 \leq j \leq n$ υπολογίζεται ότι:

$$\ln w_j = \frac{j-1}{n-1} \ln w_n + \frac{n-j}{n-1} \ln w_1 \rightarrow \boxed{w_j = \sqrt[n-1]{w_1^{n-j} w_n^{j-1}}} \quad (2.8)$$

Από την τελευταία σχέση εύκολα διαπιστώνεται ότι εάν $w_1 = w_n$:

$$w_1 = w_2 = \dots = w_n = \frac{1}{n} \rightarrow \text{Disp}(W) = \ln n.$$

Η λύση αυτή είναι η βέλτιστη για το πρόβλημα βελτιστοποίησης (2.6) και τιμή $\alpha = 0.5$. Στην πραγματικότητα, αυτή η τιμή είναι η βέλτιστη για όλους τους τύπους τελεστών OWA διαστάσεως n για την συγκεκριμένη τιμή του α .

Ας υποθεθεί τώρα ότι $w_1 \neq w_n$. Εάν εισαχθούν οι μεταβλητές:

$$u_1 = w_1^{1/(n-1)}, \quad u_n = w_n^{1/(n-1)}, \quad \text{τότε η εξίσωση (2.8), μπορεί να γραφεί ως εξής:}$$

$$w_j = u_1^{n-j} u_n^{j-1}$$

Από τον πρώτο περιορισμό του προβλήματος (2.6), Orness (W) = α, βρίσκεται ότι:

$$\sum_{j=1}^n \frac{n-j}{n-1} w_j = \alpha \leftrightarrow \sum_{j=1}^n (n-j) u_1^{n-j} u_n^{j-1} = (n-1)\alpha.$$

Από το πρώτο μέλος της εξίσωσης αυτής με πράξεις λαμβάνεται ότι:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n (n-j) u_1^{n-j} u_n^{j-1} &= \frac{1}{u_1 - u_n} [(n-1)u_1^n - \sum_{j=1}^{n-1} u_1^j u_n^{n-j}] = \\ &= \frac{1}{u_1 - u_n} [(n-1) u_1^n - u_1 u_n \frac{u_1^{n-1} u_n^{n-1}}{u_1 - u_n}] = \\ &= \left(\frac{1}{u_1 - u_n} \right)^2 [(n-1)u_1^n (u_1 - u_n) - u_1^n u_n + u_n^n u_1] = \\ &= \left(\frac{1}{u_1 - u_n} \right)^2 [(n-1)u_1^{n+1} - n u_1^n u_n + u_n^n u_1]. \text{ Και έτσι η εξίσωση καταλήγει:} \end{aligned}$$

$$(n-1)u_1^{n+1} - n u_1^n u_n + u_n^n u_1 = \alpha(n-1)(u_1 - u_n)^2 \rightarrow$$

$$n u_1^n - u_1 = \alpha(n-1)(u_1 - u_n) \rightarrow$$

$$u_n = \frac{1}{(n-1)\alpha} [((n-1)\alpha + 1) u_1 - n u_1^n]$$

$$\frac{u_n}{u_1} = \frac{(n-1)\alpha + 1 - n w_1}{(n-1)\alpha}. \quad (2.9)$$

Από τον δεύτερο περιορισμό του προβλήματος βελτιστοποίησης (2.6), εξάγεται ότι:

$$\sum_{j=1}^n u_1^{n-j} u_n^{j-1} = 1 \leftrightarrow \frac{u_1^n - u_n^n}{u_1 - u_n} = 1 \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow u_1^n - u_n^n = u_1 - u_n \leftrightarrow \quad (2.10)$$

$$\leftrightarrow u_1^{n-1} - \left(\frac{u_n}{u_1} \right) u_n^{n-1} = 1 - \frac{u_n}{u_1} \quad (2.11)$$

Συγκρίνοντας τις δύο εξισώσεις, (2.9) και (2.11), βρίσκεται ότι:

$$1 - \frac{(n-1)\alpha + 1 - n w_1}{(n-1)\alpha} w_n = \frac{n w_1 - 1}{(n-1)\alpha} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \boxed{w_n = \frac{((n-1)\alpha - n)w_1 + 1}{(n-1)\alpha + 1 - n w_1}} \quad (2.12)$$

Εάν ξαναγραφεί η εξίσωση (2.10) ως:

$$\begin{aligned}
u_1^n - u_n^n &= u_1 - u_n \leftrightarrow \\
\leftrightarrow u_1(w_1 - 1) &= u_n(w_n - 1) \leftrightarrow \\
\leftrightarrow w_1 &= (w_1 - 1)^{n-1} = w_n(w_n - 1)^{n-1} \leftrightarrow \\
\leftrightarrow w_1(w_1 - 1)^{n-1} &= \frac{((n-1)a - n)w_1 + 1}{(n-1)a + 1 - nw_1} \left[\frac{(n-1)a(w_1 - 1)}{(n-1)a + 1 - nw_1} \right]^{n-1} \leftrightarrow \\
\leftrightarrow \boxed{w_1[(n-1)a + nw_1]^n} &= ((n-1)a)^{n-1} [((n-1)a - n)w_1 + 1] \quad (2.13)
\end{aligned}$$

Επομένως, η βέλτιστη λύση του w_1 , πρέπει να ικανοποιεί την εξίσωση (2.13). Αφού υπολογισθεί το w_1 , το w_n , υπολογίζεται από την εξίσωση (2.12). Τα υπόλοιπα βάρη υπολογίζονται διαδοχικά από την εξίσωση (2.8).

Ο *Yager* απέδειξε [8], ότι η εντροπία μπορεί να εκφραστεί εναλλακτικά ως $1 - \text{Max}_j w_j$ και επομένως πρότεινε μία εναλλακτική μορφή στο πρόβλημα βελτιστοποίησης (2.6), ως εξής [2]:

$$\text{Min: Max}_j (w_j) \quad (2.14)$$

$$\text{Υπό: } \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n ((n-j)w_j) = a, \quad 0 \leq a \leq 1$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1, \quad 0 \leq w_j \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Και οι τρεις αυτές προσεγγίσεις υλοποιούν τελεστές OWA μεγίστης εντροπίας, όμως οι δύο τελευταίες προσεγγίσεις, έχουν το πλεονέκτημα ότι δεν περιλαμβάνουν την επίλυση ενός μη γραμμικού προβλήματος βελτιστοποίησης.

2.5.2 Τελεστές S – OWA (Slide – OWA Operators)

Μία άλλη αξιοσημείωτη οικογένεια τελεστών OWA, αποτελούν οι S-OWA (Slide - OWA). Συγκεκριμένα οι *Yager and Filev* [9] εισήγαγαν δύο κατηγορίες τελεστών S-OWA, μία που είναι “orlike” σε συμπεριφορά και μία που είναι “andlike”. Οι “orlike” S-OWA, οι οποίοι συμβολίζονται ως F_{SO} , χαρακτηρίζονται από βάρη της μορφής:

$$W(j) = \begin{cases} \left(\frac{1}{n}\right)(1-a) + a, & j = 1 \\ \left(\frac{1}{n}\right)(1-a) & , j = 2, \dots, n \end{cases} \quad (2.15)$$

Επομένως με βάση την μορφή αυτή των βαρών ο τύπος της άθροισης που υλοποιεί ο συγκεκριμένος τελεστής έχει την παρακάτω μορφή:

$$F_{so}(a_1, \dots, a_n) = \alpha \text{Max}(a_j) + \frac{1}{n}(1-\alpha) \sum_j a_j \quad (2.16)$$

Όπου a_j είναι η επίδοση μιας εναλλακτικής στο κριτήριο j και α μία παράμετρος υπολογισμού που ανήκει πάντοτε στο μοναδιαίο διάστημα $[0,1]$ και όχι ο βαθμός αισιοδοξίας όπως στους τελεστές μέγιστης εντροπίας. Για τον βαθμό αισιοδοξίας στους ‘orlike’ S-OWA ισχύει ότι:

$$\text{Orness}(F_{so}) = \frac{1}{2}(\alpha + 1) \quad (2.17)$$

Είναι φανερό ότι αφού το α ανήκει στο διάστημα $[0,1]$ ο βαθμός αισιοδοξίας θα βρίσκεται πάντοτε μεταξύ $[0.5,1]$. Ακόμα, όσο αυξάνεται το α , αυξάνεται και ο βαθμός αισιοδοξίας. Συγκεκριμένα όταν το $\alpha = 0$, $\text{Orness}(F_{so}) = 0.5$ ενώ όταν το $\alpha = 1$, $\text{Orness}(F_{so}) = 1$. Επομένως η άθροιση που υλοποιεί ο συγκεκριμένος τελεστής είναι πράγματι ‘orlike’. Αξιοσημείωτο είναι, ότι η άθροιση που υλοποιεί ο συγκεκριμένος τελεστής, είναι ουσιαστικά ο σταθμισμένος μέσος της μέγιστης επίδοσης με τον μέσο όρο των υπολοίπων. Ας τονιστεί ακόμη, ότι για $\alpha = 0$, ο τύπος της άθροισης μετατρέπεται στο απλό:

$$F_{so} = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_j a_j = F_{ave}$$

Ενώ όταν το $\alpha = 1$ η άθροιση είναι:

$$F_{so} = \text{Max}(a_j)$$

Επομένως ένας ‘orlike’ S-OWA, είναι ο σταθμισμένος μέσος του F^* τελεστή και του F_{ave} . Μαθηματικά αυτό εκφράζεται από την παρακάτω σχέση:

$$F_{so} = \alpha F^* + (1-\alpha)F_{ave}$$

Ο ‘andlike’ S-OWA, F_{SA} , ορίζεται και αυτός αντίστοιχα, από βάρη της μορφής:

$$W(j) = \begin{cases} \left(\frac{1}{n}\right) (1 - \beta) & , j \neq n \\ \left(\frac{1}{n}\right) (1 - \beta) + \beta, & j = n \end{cases} \quad (2.18)$$

Όπου β εδώ, είναι μία παράμετρος υπολογισμού αντίστοιχη με το α . Τα βάρη αυτά οδηγούν σε μία άθροιση της μορφής:

$$F_{SA} = \beta \text{Min} (a_j) + \frac{1}{n}(1 - \beta) \sum_j a_j \quad (2.19)$$

Είναι φανερό ότι ο συγκεκριμένος τελεστής είναι ο σταθμισμένος μέσος του τελεστή F_* και του F_{ave} , δηλαδή:

$$F_{SA} = \beta F_* + (1 - \beta) F_{ave}$$

Για τον βαθμό αισιοδοξίας σε έναν ‘‘andlike’’ S-OWA ισχύει ότι:

$$\text{Orness} (F_{SA}) = \frac{1}{2} (1 - \beta) \quad (2.20)$$

Είναι προφανές και εδώ ότι αφού $\beta \in [0,1]$, ο βαθμός αισιοδοξίας βρίσκεται πάντοτε μεταξύ $[0,0.5]$. Για τον βαθμό απαισιοδοξίας ενός τέτοιου τύπου τελεστή OWA θα ισχύει αντίστοιχα ότι:

$$\text{Andness} (F_{SA}) = 1 - \text{Orness} (F_{SA}) = \frac{1}{2} (1 + \beta) \quad (2.21)$$

Δηλαδή ο βαθμός απαισιοδοξίας ανήκει στο διάστημα $[0.5,1]$. Επομένως, πράγματι ο συγκεκριμένος τελεστής υλοποιεί μία ‘‘andlike’’ άθροιση.

Αυτού του τύπου οι τελεστές έχουν ορισμένες ενδιαφέρουσες ιδιότητες. Εάν υποθεθεί ότι είναι επιθυμητό μία άθροιση να έχει βαθμό αισιοδοξίας λ , τότε είναι πολύ εύκολο μέσω των παραμέτρων α και β , να υπολογιστούν τα βάρη της άθροισης και έπειτα ο κατάλληλος τελεστής για κάθε περίπτωση [2]:

1) Εάν $\lambda \geq 0.5$ τότε ο κατάλληλος τελεστής προς υλοποίηση είναι ο ‘‘orlike’’ S-OWA και η κατάλληλη τιμή της παραμέτρου α είναι η εξής:

$$\alpha = 2\lambda - 1.$$

2) Εάν $\lambda < 0.5$ τότε καταλληλότερος είναι ένας ‘‘andlike’’ S-OWA με τιμή παραμέτρου β :

$$\beta = 1 - 2\lambda.$$

Συνδυάζοντας και τους δύο τύπους S-OWA μπορεί να δημιουργηθεί ένας γενικός S-OWA, ο οποίος εμπεριέχει και τις δύο μορφές και είναι γνωστός με το όνομα *Generalized S-OWA*. Ο τελεστής αυτός, που συμβολίζεται ως F_s , ορίζεται από βάρη της εξής μορφής [2]:

$$w_1 = \frac{1}{n}(1 - (\alpha + \beta)) + \alpha$$

$$w_j = \frac{1}{n}(1 - (\alpha + \beta)), \quad j = 2, \dots, n-1 \quad (2.22)$$

$$w_n = \frac{1}{n}(1 - (\alpha + \beta)) + \beta$$

Τα βάρη αυτά οδηγούν σε μία άθροιση της ακόλουθης μορφής:

$$F_s = \alpha \text{Max}(a_j) + \beta \text{Min}(a_j) + (1 - (\alpha + \beta)) \sum_j a_j \quad (2.23)$$

Για τον βαθμό αισιοδοξίας του παραπάνω τελεστή εύκολα υπολογίζεται ότι:

$$\text{Orness}(F_s) = \frac{1}{2}(1 - \beta + \alpha) \quad (2.24)$$

Για τις παραμέτρους α, β ισχύει ότι και προηγουμένως, με τον εξής περιορισμό όμως:

$\alpha + \beta \leq 1$. Στην ειδική περίπτωση κατά την οποία $\alpha + \beta = 1$, τα βάρη του συγκεκριμένου τελεστή διαμορφώνονται ως εξής:

$$w_1 = \alpha$$

$$w_j = 0, \quad j = 2, \dots, n-1 \quad (2.25)$$

$$w_n = \beta$$

Και ο βαθμός αισιοδοξίας διαμορφώνεται ως εξής:

$$\text{Orness}(F_s) = \frac{1}{2}(1 - \beta + \alpha) = \frac{1}{2}(\alpha + \beta - \beta + \alpha) = \alpha = 1 - \beta. \quad (2.26)$$

2.5.3 Τελεστές Step – OWA

Μία ακόμα οικογένεια τελεστών OWA, αποτελούν οι λεγόμενοι Step-OWA [2]. Οι τελεστές αυτοί χαρακτηρίζονται από βάρη της παρακάτω μορφής:

$$\begin{aligned} w_k &= 1 \\ w_j &= 0, \quad j \neq k \end{aligned} \quad (2.27)$$

Δηλαδή σε έναν Step-OWA, έχουμε μονάχα ένα μη μηδενικό βάρος, στην θέση k . Είναι προφανές ότι εάν $k = 1$ τότε ο Step-OWA μετατρέπεται στον F^* , ενώ όταν το $k = n$, υλοποιείται ο F_* . Από την μορφή που έχει το διάνυσμα των βαρών εύκολα διαπιστώνεται ότι η άθροιση που υλοποιεί ο Step-OWA, έχει την εξής απλούστατη μορφή:

$$F_{step}(a_1, \dots, a_n) = b_k \quad (2.28)$$

Με απλά λόγια ο τελεστής αυτός επιλέγει το k -στο στοιχείο του διανύσματος B , ενώ απορρίπτει όλα τα υπόλοιπα. Με βάση όσα έχουν αναφερθεί, είναι προφανές ότι το διάνυσμα βαρών αυτού του τελεστή έχει ελάχιστη διασπορά ή εντροπία, αφού αποδίδει το σύνολο της τιμής σε ένα στοιχείο. Συγκεκριμένα για το διάνυσμα του συγκεκριμένου τελεστή ισχύει:

$$\text{Disp}(W_{\text{step}}) = - \sum_{j=1}^n w_j \ln w_j = 0. \quad (2.29)$$

Για τον βαθμό ασιοδοξίας ενός Step-OWA και κάνοντας χρήση του τύπου (2.3) εξάγεται ότι:

$$\text{Orness}(W_{\text{step}}) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n ((n-j)w_j) = \frac{n-k}{n-1} \quad (2.30)$$

2.5.4 Τελεστές Window – OWA

Οι Window-OWA [2], αποτελούν μια ομάδα τελεστών OWA των οποίων τα βάρη προσδιορίζονται με την βοήθεια δύο παραμέτρων k και m . Για τους τελεστές αυτούς, οι οποίοι συμβολίζονται με F_W , ισχύουν τα ακόλουθα για την μορφή των βαρών τους:

$$W_j = \begin{cases} 0, & j < k \\ \frac{1}{m}, & k \leq j < k+m \\ 0, & j \geq k+m \end{cases} \quad (2.31)$$

Τονίζεται ότι τα k, m είναι ακέραιοι θετικοί αριθμοί τέτοιοι ώστε εάν το μήκος της άθροισης είναι n , να ισχύει πάντοτε ότι:

$$k + m \leq n + 1 \quad (2.32)$$

Η ερμηνεία των m και k γίνεται εύκολα κατανοητή από την μορφή του διανύσματος των βαρών. Το διάνυσμα αυτό έχει m μη μηδενικά βάρη, όλα με την ίδια τιμή, τα οποία ξεκινούν από την θέση k . Η άθροιση που υλοποιεί η συγκεκριμένη ομάδα τελεστών OWA έχει την εξής μορφή:

$$F_W(a_1, \dots, a_m) = \left(\frac{1}{m}\right) \sum_{j=k}^{k+m-1} b_j \quad (2.33)$$

Επομένως στον τελεστή Window-OWA, η άθροιση ξεκινάει από το k -στο στοιχείο του κατεταγμένου διανύσματος B και συνεχίζεται για m στοιχεία. Έπειτα λαμβάνεται ο μέσος όρος των επιδόσεων αυτών για να εξαχθεί το συνολικό OWA-score, F_W . Η διασπορά ή εντροπία του διανύσματος βαρών αυτού του είδους τελεστή OWA υπολογίζεται ως εξής:

$$\text{Disp}(W_W) = - \sum_{j=1}^n w_j \ln w_j = - \sum_{j=k}^{k+m-1} \frac{1}{m} \ln \frac{1}{m} = - \ln \frac{1}{m} = \ln m \quad (2.34)$$

Από τον τύπο εύκολα διαπιστώνεται ότι όσο περισσότερα στοιχεία χρησιμοποιούνται στην άθροιση τόσο αυξάνεται η εντροπία. Με αντίστοιχο τρόπο εξάγεται και ο τύπος του βαθμού αισιοδοξίας, όπου απ'ευθείας από τον ορισμό και με κατάλληλη αντικατάσταση λαμβάνεται ότι:

$$\text{Orness}(F_W) = \frac{1}{n-1} (n - k - \frac{1}{2}(m - 1)) \quad (2.35)$$

Από τον τύπο αυτόν, εύκολα εξάγεται το συμπέρασμα ότι όσο το k ή το m αυξάνεται, ο βαθμός αισιοδοξίας μειώνεται.

Όπως και στις προηγούμενες οικογένειες τελεστών, οι παράμετροι που απαιτούνται για τον υπολογισμό των Window-OWA μπορούν να υπολογισθούν, αρκεί να οριστεί ένα επιθυμητό επίπεδο βαθμού αισιοδοξίας. Έστω ότι η τιμή αυτή είναι λ . Τότε θα ισχύει:

$$\lambda = \frac{1}{n-1} (n - k - \frac{1}{2}(m - 1)) \rightarrow$$

$$2k + m = 2n(1 - \lambda) + 2\lambda + 1$$

Όμως, όπως αναφέρθηκε παραπάνω τα k και m πρέπει να πληρούν τις εξής προϋποθέσεις:

$$k + m \leq n + 1, k > 1, m > 1.$$

Έτσι, από αυτό το σύστημα ανισώσεων και εξίσωσης μπορούν να υπολογισθούν τα k, m για την επιθυμητή τιμή του βαθμού αισιοδοξίας. Σε ορισμένες περιπτώσεις, οι τιμές των παραμέτρων που ικανοποιούν αυτές τις συνθήκες είναι συγκεκριμένες. Παραδείγματος χάρη, για τιμή $\lambda = 1$, ο μοναδικός συνδυασμός τιμών που ικανοποιεί το σύστημα είναι $k = m = 1$. Υλοποιείται δηλαδή ο F^* . Εάν το $\lambda = 0$, τότε θα πρέπει το $k = n$ και το $m = 1$. Αυτός είναι όμως ο τελεστής F_* . Για τιμή $\lambda = \frac{1}{2}$ διακρίνονται οι εξής περιπτώσεις:

α) Εάν είναι επιθυμητό να ελαχιστοποιηθεί η εντροπία τότε θα πρέπει το m να πάρει την ελάχιστη δυνατή τιμή. Επομένως τίθεται $m = 1$ και λαμβάνεται $k = \frac{1}{2}(n + 1)$. Αυτός είναι ουσιαστικά ένας *Step-OWA* τελεστής.

β) Εάν αντίθετα είναι επιθυμητό να μεγιστοποιηθεί η εντροπία τότε το m λαμβάνει την μέγιστη επιτρεπτή τιμή του δηλαδή $m = n$ και $k = 1$. Λαμβάνεται δηλαδή ο F_{ave} .

Για την γενική περίπτωση, που οι παράμετροι k και m πρέπει να ικανοποιούν μία συγκεκριμένη τιμή βαθμού αισιοδοξίας, το παρακάτω πρόβλημα βελτιστοποίησης παρέχει την δυνατότητα εύρεσης των κατάλληλων τιμών. Πρόκειται για ένα πρόβλημα ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού της ακόλουθης μορφής:

$$\text{Optimize: } m \tag{2.36}$$

$$\text{Υπό : } 2k + m = 2n(1 - \lambda) + 2\lambda + 1$$

$$k + m \leq n + 1$$

$$k > 1$$

$$m > 1$$

Τονίζεται ότι ο γενικός όρος *optimize*, μπορεί να αφορά είτε μεγιστοποίηση είτε ελαχιστοποίηση [2].

Μία ειδική εφαρμογή *Window*-τύπου άθροισης, αφορά την περίπτωση εκείνη κατά την οποία είναι επιθυμητό να αποκλειστεί η βέλτιστη και η χειρίστη επίδοση μιας εναλλακτικής σε ένα σύνολο κριτηρίων. Είναι προφανές ότι σε αυτή την εξειδικευμένη περίπτωση, οι τιμές των παραμέτρων είναι $k = 2$ και $m = n - 2$. Ο συγκεκριμένος *Window-OWA*, που υλοποιείται από τις συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων, είναι γνωστός με το όνομα *Olympic-OWA* [10].

2.5.5 Εκθετικοί Τελεστές OWA (Exponential OWA Operators)

Οι *Yager and Filev* [3], εισήγαγαν μία ακόμη οικογένεια τελεστών OWA με μεγάλο ενδιαφέρον, τους εκθετικούς τελεστές OWA (Exponential OWA). Συγκεκριμένα εισήγαγαν δύο υποομάδες εκθετικών τελεστών, τους αισιόδοξα εκθετικούς τελεστές OWA (optimistic exponential OWA) και τους απαισιόδοξα εκθετικούς τελεστές OWA (pessimistic exponential OWA). Κοινό σημείο και των δύο ομάδων είναι ότι τα βάρη τους έχουν την γνωστή μορφή του διανύσματος βαρών που χρησιμοποιείται στην μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης (exponential smoothing) [11].

Ο αισιόδοξα εκθετικός τελεστής OWA χαρακτηρίζεται από βάρη της μορφής:

$$\begin{aligned} w_1 &= \alpha, \\ w_j &= w_{j-1}(1 - w_1), \quad j = 2, \dots, n-1 \\ w_n &= w_{n-1} \frac{(1 - w_1)}{w_1} \end{aligned} \quad (2.37)$$

Το α είναι και πάλι μία παράμετρος υπολογισμού, για την οποία ισχύει ότι $\alpha \in [0,1]$.

Για τον βαθμό αισιοδοξίας και το μήκος άθροισης n , ισχύουν τα εξής:

$$\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n ((n-j)w_j) = \text{Orness}(W) \quad (2.38)$$

Όμως για $j = n$, $n-j = 0$ οπότε ο τύπος γράφεται:

$$\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n-1} ((n-j)w_j) = \text{Orness}(W) \quad (2.39)$$

Η τιμή του βαθμού αισιοδοξίας για $n+1$ μήκος άθροισης, θα είναι:

$$\begin{aligned} \text{Orness}(W_{n+1}) &= \frac{1}{n+1-1} \sum_{j=1}^{n-1} ((n+1-j)w_j) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n ((n+1-j)w_j) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n-1} ((n-j)w_j) + \\ &\frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n-1} (w_j) + \frac{1}{n} a w_n \leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\leftrightarrow \text{Orness}(W_{n+1}) = \frac{n-1}{n} \text{Orness}(W_n) + \frac{1}{n} (1 - w_n) + \frac{1}{n} a w_n =$$

$$= \frac{n-1}{n} \text{Orness}(W_n) + \frac{1}{n} (1 - w_{n+1}) \rightarrow$$

$$\text{Orness}(W_{n+1}) = \text{Orness}(W_n) + \frac{1}{n} [1 - \{\text{Orness}(W_n) + w_{n+1}\}]$$

Ας τονιστεί ότι:

$$\text{Orness}(W_n) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (n-j)wj,$$

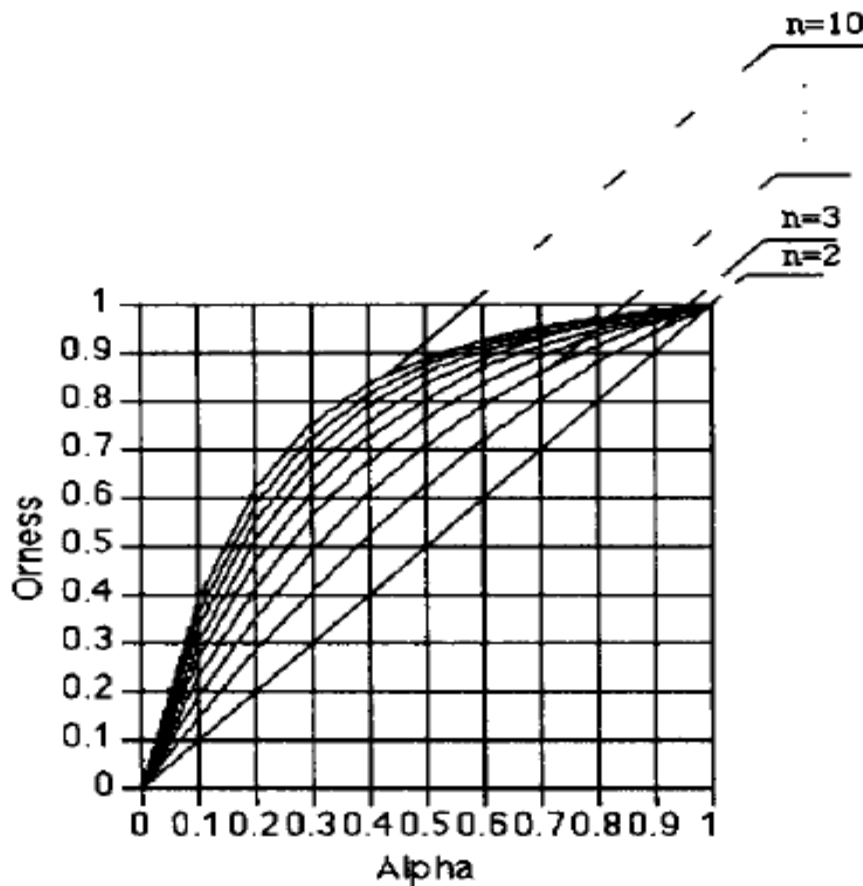
$$\text{Orness}(W_{n+1}) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n+1} ((n+1-j)wj) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n ((n+1-j)wj)$$

Ακόμη, με δεδομένο ότι ισχύει:

$$\frac{n+1-j}{n} - \frac{n-j}{n-1} = \frac{j-1}{n(n-1)} \geq 0, \text{ αποδεικνύεται ότι:}$$

$$\text{Orness}(W_{n+1}) \geq \text{Orness}(W_n). \quad (2.40)$$

Επομένως εξάγεται το συμπέρασμα ότι καθώς το μήκος της άθροισης n αυξάνεται, αυξάνεται και ο βαθμός αισιοδοξίας. Το ίδιο ισχύει και για την παράμετρο α . Η σχέση ανάμεσα στον βαθμό αισιοδοξίας με τα α και n φαίνεται στο Σχήμα 2.1:



Σχήμα 2.1. Σχηματική απεικόνιση της σχέσεως του βαθμού αισιοδοξίας ενός αισιόδοξα εκθετικού τελεστή και της παραμέτρου α , για μήκος άθροισης $n = 2, 3, \dots, 10$.

Είναι προφανής η μονοτονικά αύξουσα σχέση ανάμεσα στα μεγέθη. Συγκεκριμένα, για ένα δεδομένο n , ο βαθμός αισιοδοξίας αυξάνεται καθώς το α αυξάνει. Το ίδιο ισχύει και για ένα δεδομένο α , δηλαδή ο βαθμός αισιοδοξίας αυξάνει καθώς αυξάνεται το μήκος άθροισης n . Στην περίπτωση όπου το $n = 2$, ο βαθμός αισιοδοξίας είναι ίσος με α . Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις, όταν δηλαδή το $n > 2$, ο βαθμός αισιοδοξίας είναι μεγαλύτερος από την παράμετρο α , για ένα δεδομένο n .

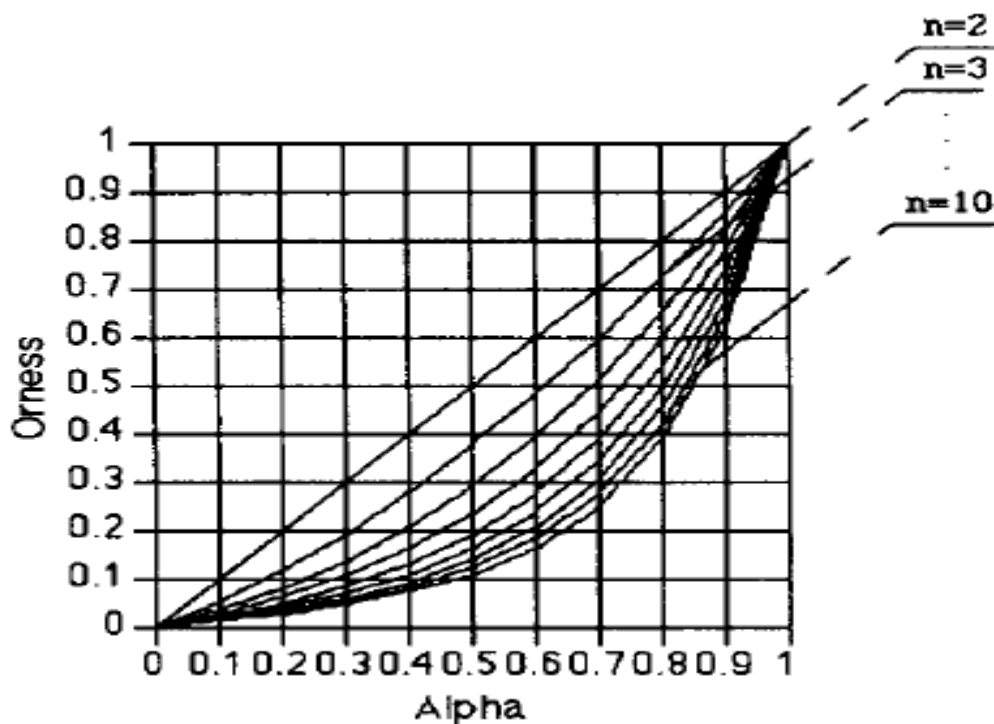
Ας τονιστεί ακόμη, ότι όσο αυξάνεται το μήκος της άθροισης, τόσο η άθροιση που υλοποιεί ο συγκεκριμένος τελεστής γίνεται ‘orlike’ σε συμπεριφορά. Από την ιδιότητα αυτή του συγκεκριμένου τελεστή πηγάζει και το όνομα του, *αισιόδοξα εκθετικός τελεστής OWA* [3].

Ο απαισιόδοξα εκθετικός τελεστής OWA έχει σχετιζόμενα βάρη της μορφής:

$$\begin{aligned} 1. & w_n = (1 - \alpha) \\ 2. & w_j = w_{j+1}(1 - w_n), \quad j = 2, \dots, n-1 \\ 3. & w_1 = w_2 \frac{(1 - w_n)}{w_n} \end{aligned} \tag{2.41}$$

Η σχέση του βαθμού αισιοδοξίας του απαισιόδοξα εκθετικού τελεστή OWA, με την παράμετρο α και το μήκος άθροισης n , φαίνεται με την σειρά της, στο Σχήμα 2.2, που παρατίθεται παρακάτω.

Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, εύκολα γίνεται αντιληπτή η μονοτονικά αύξουσα σχέση μεταξύ του βαθμού αισιοδοξίας και της παραμέτρου α για ένα δεδομένο n . Αντίθετα όμως με τον αισιόδοξα εκθετικό τελεστή, στον απαισιόδοξα εκθετικό τελεστή OWA, για ένα δεδομένο α , η σχέση ανάμεσα στο μήκος άθροισης n και στον βαθμό αισιοδοξίας είναι μονοτονικά φθίνουσα. Ακόμη για $n = 2$, ο βαθμός αισιοδοξίας είναι ίσος με την παράμετρο α . Για $n > 2$ όμως, ο βαθμός αισιοδοξίας είναι πάντοτε μικρότερος από την παράμετρο α . Καθώς αυξάνει το n , η άθροιση που υλοποιεί ο συγκεκριμένος τελεστής γίνεται όλο και περισσότερο ‘andlike’, δικαιολογώντας έτσι το όνομα του [3].



Σχήμα 2.2. Σχηματική απεικόνιση ενός απαισιόδοξα εκθετικού τελεστή OWA και της παραμέτρου α για μήκος άθροισης $n = 2, 3, \dots, 10$.

Ο υπολογισμός και των δύο αυτών τελεστών είναι αρκετά απλός, καθώς είναι απαραίτητο μονάχα να οριστεί ένα επιθυμητό επίπεδο αισιοδοξίας. Στη συνέχεια με την βοήθεια των Σχημάτων 2.1 και 2.2, μπορεί να υπολογιστεί η παράμετρος α για ένα δεδομένο n και επομένως τα σχετιζόμενα βάρη. Παρ'όλο που η ανάγνωση των διαγραμμάτων δεν επιτρέπει μεγάλη ακρίβεια, θεωρείται ικανοποιητική για μια πληθώρα πρακτικών εφαρμογών, ειδικά εάν ληφθεί υπόψιν η μεγάλη ευκολία της μεθόδου αλλά και η δεδομένη υποκειμενικότητα στον ορισμό του επιθυμητού επιπέδου αισιοδοξίας [3].

Επειδή σε όλες τις οικογένειες τελεστών OWA, αρκεί ο ορισμός κάποιων παραμέτρων ώστε να υπολογισθούν τα απαιτούμενα μεγέθη για την υλοποίησή τους, οι τελεστές αυτοί αποτελούν μία παραμετροποιημένη (parameterized) οικογένεια αθροιστικών τελεστών και αυτό είναι χαρακτηριστικό γνώρισμα των τελεστών OWA [2].

2.6 Εφαρμογές των Τελεστών OWA

Από την πρώτη στιγμή της εισαγωγής τους, οι τελεστές OWA έχουν χρησιμοποιηθεί σε μία πληθώρα επιστημονικών πεδίων και τεχνολογικών εφαρμογών, [2], [5], [7], [13]. Εφαρμογές τους έχουν αναφερθεί στην πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων, τόσο σε περιπτώσεις ίσης σημασίας και προτεραιότητας κριτηρίων, όσο και σε άνισης προτεραιότητας [14], σε προβλήματα πολυκριτήριας ανάλυσης όπου οι προτιμήσεις των ειδικών παρουσιάζουν μία ασάφεια [16], σε νευρωνικά δίκτυα, σε συστήματα ελέγχου ασαφούς λογικής [15], σε συστήματα βάσεων δεδομένων και σε τηλεπικοινωνιακά δίκτυα [17].

Ο *Shian-Jong Chuu* [18], εκτίμησε την ευελιξία ενός συστήματος παραγωγής διαμορφώνοντας ένα πολυκριτήριο πρόβλημα και χρησιμοποιώντας τους τελεστές OWA στην επίλυση του. Οι *Rinner and Malczewski* [19], εφάρμοσαν τους τελεστές OWA για την χάραξη χωροταξικών στρατηγικών και επιλογών με παράλληλη χρήση λογισμικού GIS, ενώ οι *Rongxi and Jianrong* [20], εφάρμοσαν τους τελεστές OWA μεγίστης εντροπίας στην αξιολόγηση των περιβαλλοντικών επιπτώσεων τεσσάρων διαφορετικών, υποψηφίων προς κατασκευή, χημικών εγκαταστάσεων, το καθένα με διαφορετικές προδιαγραφές. Ακόμη, οι *Carlsson and Fuller* [21], εφάρμοσαν τους τελεστές OWA στο πρόβλημα επιλογής κατάλληλων υποψηφίων διδασκόντων.

Γενικά, η χρήση των τελεστών OWA είναι ιδιαίτερα διαδεδομένη και διαρκώς διευρύνεται, ειδικά εάν ληφθεί υπόψιν πόσο συχνά εμφανίζεται σε πολλά επιστημονικά πεδία η ανάγκη δημιουργίας μίας συνολικής συνάρτησης αξιολόγησης από επιμέρους επιδόσεις [1].

3. Εφαρμογή στην Αξιολόγηση των Χρηματοοικονομικών Επιδόσεων Χημικών Βιομηχανικών Επιχειρήσεων

Η χημική βιομηχανία στην Ευρώπη αποτελούσε ανέκαθεν και συνεχίζει να αποτελεί, έναν από τους στυλοβάτες της οικονομικής ανάπτυξης των κρατών – μελών της. Πάνω από 1.2 εκατομμύρια εργαζόμενοι απασχολούνται στις χημικές βιομηχανίες που εδρεύουν στην Ευρώπη των 27 χωρών – μελών, ενώ 12 από τις 30 κορυφαίες χημικές βιομηχανίες παγκοσμίως, έχουν ως βάση τους κράτη – μέλη της Ευρωπαϊκής Ένωσης. Αξιοσημείωτο είναι, ότι τα προϊόντα των εταιριών αυτών, αντιπροσωπεύουν το 10% των πωλήσεων χημικών προϊόντων παγκοσμίως [27].

Παρ'όλα αυτά, η παγκόσμια οικονομική κρίση των τελευταίων ετών, είχε σημαντική επίπτωση και σε αυτό τον τομέα της οικονομικής δραστηριότητας στην Ευρώπη. Η πτώση των εξαγωγών άγγιξε το 13.2% το έτος 2009, και αρκετές χημικές βιομηχανίες δυσκολεύονται πλέον να βρουν την κατάλληλη χρηματοδότηση για να συνεχίσουν την απρόσκοπτη λειτουργία τους και να διαθέσουν τα κατάλληλα κονδύλια στην έρευνα και ανάπτυξη νέων και καινοτόμων προϊόντων [27].

Η κατάσταση αυτή επιδεινώνεται περαιτέρω, από την ραγδαία ανάπτυξη των αντίστοιχων χημικών βιομηχανιών σε χώρες της Μέσης Ανατολής, της Ινδίας και της Κίνας. Οι βιομηχανίες των χωρών αυτών διευκολύνονται από την ευκολότερη πρόσβαση σε πρώτες ύλες, όπως για παράδειγμα τα διυλιστήρια της Μέσης Ανατολής και στην αθρόα κρατική χρηματοδότηση σε συνδυασμό με το χαμηλό εργατικό κόστος, όπως στην περίπτωση της Κίνας και της Ινδίας [27].

Οι χημικές βιομηχανίες της Ευρωπαϊκής Ένωσης θα πρέπει να αντιμετωπίσουν αυτές τις προκλήσεις, επενδύοντας σε καινοτόμα προϊόντα και εξειδικευμένες λύσεις, διατηρώντας παράλληλα το τεχνολογικό προβάδισμα και την άψογη ποιότητα προϊόντων που ανέκαθεν τις χαρακτήριζαν [27].

Η χρηματοοικονομική αξιολόγηση των χημικών βιομηχανιών, πραγματοποιήθηκε χρησιμοποιώντας ως κριτήρια χρηματοοικονομικούς δείκτες. Οι επιμέρους επιδόσεις των εταιριών στους συγκεκριμένους δείκτες αθροίστηκαν κατόπιν, σε μία συνολική επίδοση αξιολόγησης, μέσω των τελεστών OWA.

Η χρήση των χρηματοοικονομικών αυτών δεικτών, ως μεθοδολογικό πλαίσιο ανάλυσης της χρηματοοικονομικής κατάστασης μια εταιρίας είναι ευρέως διαδεδομένη, καθώς δίνουν τη δυνατότητα σύγκρισης των επιδόσεων μιας επιχείρησης διαχρονικά καθώς και της σύγκρισης των επιδόσεων ομοειδών επιχειρήσεων [25].

Η χρήση όμως κάθε χρηματοοικονομικού δείκτη ξεχωριστά, δεν παρέχει καμμία ασφαλή πληροφορία για την χρηματοοικονομική κατάσταση μιας εταιρίας [25]. Μονάχα με το συνδυασμό τους, μπορούν να εξαχθούν ασφαλή συμπεράσματα. Ο συνδυασμός αυτός στην παρούσα εργασία πραγματοποιείται μέσω των τελεστών OWA, μέσω των οποίων διαμορφώνονται συνολικοί σύνθετοι δείκτες αξιολόγησης των επιχειρήσεων, οι οποίοι δίνουν τη δυνατότητα εξαγωγής εύκολων και άμεσων συμπερασμάτων σε μια πληθώρα σεναρίων και χρονολογιών.

Επομένως, γίνεται σαφής η χρησιμότητα που παρουσιάζει στη χρηματοοικονομική ανάλυση, ο συνδυασμός πολλαπλών δεικτών και πόσο χρήσιμη είναι μία αθροιστική συνάρτηση, όπως ο τελεστής OWA στην πολυκριτήρια χρηματοοικονομική ανάλυση των εταιριών.

Παρακάτω παρατίθενται πληροφορίες για την πηγή λήψεως δεδομένων και την επιλογή των κριτηρίων αξιολόγησης. Τα δεδομένα περιλαμβάνουν τόσο τη λίστα με τις υπό εξέταση χημικές βιομηχανίες, όσο και τα αριθμητικά δεδομένα από τις επιδόσεις τους, στους χρηματοοικονομικούς δείκτες – κριτήρια.

3.1 Δεδομένα

Η λίστα των εταιριών προς αξιολόγηση που δραστηριοποιούνται στην Ευρώπη των 27 χωρών ελήφθη από την Eurostat, και συγκεκριμένα από το σύστημα κατάταξης οικονομικών δραστηριοτήτων NACE (αρχικά από τον γαλλικό όρο: Nomenclature statistique des activités économiques dans la Communauté européenne).

Η ομάδα NACE C20 περιλαμβάνει εταιρίες και βιομηχανίες που δραστηριοποιούνται στη μεταποίηση, ειδικότερα όμως στην παραγωγή χημικών ουσιών και προϊόντων. Αυτός ο κλάδος περιλαμβάνει την μετατροπή των οργανικών και ανόργανων πρώτων υλών, μέσω χημικής επεξεργασίας και τη μορφοποίηση των προϊόντων. Διαχωρίζει την παραγωγή των βασικών χημικών ουσιών που αποτελούν την πρώτη βιομηχανική ομάδα, από την παραγωγή των ενδιάμεσων και τελικών προϊόντων που παράγονται με περαιτέρω επεξεργασία των

βασικών χημικών ουσιών που απαρτίζουν τις υπόλοιπες βιομηχανικές κατηγορίες. Η ακριβής λίστα είναι διαθέσιμη στο διαδίκτυο από την Eurostat.

Σε αυτή τη γενική κατηγορία εντάσσονται αρκετές υποκατηγορίες χημικών βιομηχανιών. Όλες οι υπό εξέταση εταιρίες εντάσσονται στην κατηγορίας NACE C20, ενώ παράλληλα υπάρχει πληθώρα διαθέσιμων δεδομένων για αυτές, ώστε η αξιολόγηση τους να είναι αξιόπιστη. Όλες οι εταιρίες – χημικές βιομηχανίες εδρεύουν στην Ευρώπη των 27.

Στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 3.1), φαίνεται η συνεισφορά κάθε χώρας στις υπό εξέταση χημικές βιομηχανίες. Όπως είναι φανερό, οι χημικές βιομηχανίες στην Ευρωπαϊκή Ένωση είναι άνισα κατανομημένες, με τις μεγαλύτερες χώρες να διαθέτουν περισσότερες εταιρίες. Όπως θα φανεί και παρακάτω, τρεις από τις μεγαλύτερες χώρες της Ευρωπαϊκής Ένωσης, η Γερμανία, το Ηνωμένο Βασίλειο και η Γαλλία διαθέτουν τις περισσότερες χημικές βιομηχανίες αλλά και τις ισχυρότερες. Αυτό σίγουρα δεν προκαλεί έκπληξη, εάν ληφθεί υπόψιν, η κυρίαρχη θέση των χωρών αυτών τόσο σε Ευρωπαϊκό, όσο και σε παγκόσμιο οικονομικό επίπεδο.

Πίνακας 3.1 Πλήθος χημικών βιομηχανιών ανά χώρα

Χώρα	Αριθμός Εταιριών	Χώρα	Αριθμός Εταιριών
Ηνωμένο Βασίλειο	32	Λουξεμβούργο	2
Γερμανία	24	Κύπρος	2
Γαλλία	21	Φινλανδία	1
Βέλγιο	7	Ουγγαρία	1
Ιταλία	6	Ρουμανία	1
Πολωνία	5	Ισπανία	1
Σουηδία	5	Τσεχία	1
Ελλάδα	5	Βουλγαρία	1
Δανία	4	Λεττονία	1
Αυστρία	3	Πορτογαλία	1
Ολλανδία	2		
Σύνολο: 126			

3.2 Χρηματοοικονομικοί Δείκτες

Για την αξιολόγηση των χρηματοοικονομικών επιδόσεων των επιχειρήσεων χρησιμοποιήθηκε ένα σύνολο χρηματοοικονομικών δεικτών, οι οποίοι αναλύονται παρακάτω. Οι επιδόσεις των εταιριών στους συγκεκριμένους χρηματοοικονομικούς δείκτες, ελήφθησαν από την βάση δεδομένων Osiris [22].

Οι συγκεκριμένοι χρηματοοικονομικοί δείκτες επιλέχθηκαν αφ'ενός μεν, για την σπουδαιότητα της πληροφορίας που παρέχει ο καθένας ξεχωριστά, αφ'ετέρου για την ικανότητα τους να δίνουν ως σύνολο, μια ξεκάθαρη και αξιόπιστη εικόνα της χρηματοοικονομικής κατάστασης κάθε εταιρίας. Ένα άλλο σημαντικό στοιχείο στην επιλογή των συγκεκριμένων αριθμοδεικτών, είναι η διαθεσιμότητα των δεδομένων για τις εταιρίες του δείγματος. Με απλά λόγια, καμμία εταιρία δεν παρουσίαζε έλλειψη επίσημων δεδομένων σε αυτούς τους χρηματοοικονομικούς δείκτες, για όλες τις χρονολογίες (2006 – 2010) που ελήφθησαν υπόψιν στην ανάλυση.

Αυτό είναι ιδιαιτέρως σημαντικό, καθώς καθιστά τα συμπεράσματα περισσότερο αξιόπιστα. Οι χρηματοοικονομικοί δείκτες, γενικά, παρέχουν την δυνατότητα για ασφαλή συμπεράσματα, εάν και εφόσον ικανοποιούνται τα εξής για κάθε δείκτη ξεχωριστά [25]:

- α) Μπορεί να μελετηθεί η συμπεριφορά του δείκτη διαχρονικά.
- β) Μπορεί να συγκριθεί η επίδοση μια εταιρίας στο δείκτη αυτόν, με τον αντίστοιχο μέσο όρο της κατηγορίας.
- γ) Μπορούν να συγκριθούν οι επιδόσεις ανταγωνιστικών εταιριών στο δείκτη αυτόν χρονολογικά.

Οι χρηματοοικονομικοί δείκτες που χρησιμοποιήθηκαν στην αξιολόγηση ικανοποιούν αυτές τις προϋποθέσεις και είναι οι εξής [22], [23], [24], [25]:

- **Μικτό Περιθώριο Κέρδους (Gross Margin) %:** Εκφράζει το ποσοστό των εσόδων μιας εταιρίας που εισπράττεται από αυτήν ως μικτό κέρδος (Gross Profit). Μαθηματικά εκφράζεται από τον λόγο των εσόδων (revenues) μείον το κόστος των πωληθέντων αγαθών (cost of goods sold) προς τα έσοδα:

$$\text{Μικτό Περιθώριο Κέρδους (\%)} = \frac{\text{Έσοδα} - \text{Κόστος πωληθέντων αγαθών}}{\text{Έσοδα}}$$

Ισοδύναμα μπορεί να εκφραστεί και από την παρακάτω σχέση:

$$\text{Μικτό Περιθώριο Κέρδους (\%)} = \frac{\text{Μικτό κέρδος (Gross Profit)}}{\text{Λειτουργικά Έσοδα (Operating Revenues)}}$$

Εάν μία εταιρία έχει μικτό περιθώριο κέρδους 35%, τότε σημαίνει ότι κρατάει 0.35 ευρώ για κάθε 1 ευρώ εσόδων από την πώληση αγαθών, για την αποληρωμή τόκων και για γενικά διοικητικά έξοδα εκτός από τα άμεσα έξοδα παραγωγής των αγαθών, καθώς αυτά περιλαμβάνονται στο κόστος πωληθέντων αγαθών. Υψηλό περιθώριο μικτού κέρδους δείχνει μεγάλη ικανότητα μια εταιρίας να μετατρέπει πρώτες ύλες σε έσοδα.

- **Αποδοτικότητα Ιδίων κεφαλαίων ή Χρηματοοικονομική Αποδοτικότητα (Return on Equity):** Δείκτης που δείχνει την αποδοτικότητα των ιδίων κεφαλαίων μίας επιχείρησης. Καθορίζεται ως το πηλίκο των καθαρών εσόδων μίας επιχείρησης για μία συγκεκριμένη χρονική περίοδο (συνήθως 12 μήνες) προς τα ίδια κεφάλαια. Ο δείκτης χρησιμοποιείται για να διαπιστωθεί κατά πόσο μία επιχείρηση χρησιμοποιεί ικανοποιητικά τα κεφάλαια που αντλεί από τη διάθεση μετοχών. Μαθηματικά εκφράζεται από τον λόγο:

$$ROE = \frac{\text{Καθαρά έσοδα ή κέρδη (Net Income)}}{\text{Ίδια Κεφάλαια (Shareholder's Equity)}}$$

Υψηλός δείκτης ROE υποδεικνύει μεγάλη ικανότητα μίας εταιρίας να παράγει κέρδος από τα κεφάλαια που καταθέτουν οι μέτοχοι.

- **Δείκτης Απόδοσης του Ενεργητικού ή Βιομηχανική Αποδοτικότητα (Return on Assets):** Ο δείκτης αυτός καθορίζεται ως το πηλίκο των καθαρών εσόδων μίας επιχείρησης προς το σύνολο του ενεργητικού της (περιουσιακών στοιχείων - total assets). Το ROA μετρά κατά πόσο μία επιχείρηση χρησιμοποιεί αποδοτικά τα περιουσιακά της στοιχεία ώστε να παράγει κέρδος. Μαθηματικά εκφράζεται από την εξής σχέση:

$$ROA = \frac{\text{Καθαρά έσοδα (Net Income)}}{\text{Σύνολο ενεργητικού (Total Assets)}}$$

Ορισμένοι αναλυτές χρησιμοποιούν τα κέρδη πριν από τόκους και φόρους όταν υπολογίζουν τον συγκεκριμένο δείκτη, καθώς επιθυμούν να υπολογίσουν την απόδοση του ενεργητικού χωρίς πρόσθετες επιβαρύνσεις όπως το κόστος δανεισμού. Έτσι ο δείκτης μπορεί να υπολογιστεί εναλλακτικά ως:

$$ROA = \frac{\text{Κέρδη πριν από τόκους και φόρους}}{\text{Σύνολο ενεργητικού}}$$

Το ROA είναι ιδιαίτερα σημαντικός δείκτης για την αποδοτικότητα μίας επιχείρησης. Υψηλές τιμές αυτού του δείκτη υποδεικνύουν υψηλή ικανότητα της επιχείρησης να παράγει κέρδος με χαμηλές επενδύσεις.

- **Κυκλοφοριακή Ταχύτητα Αποθεμάτων (Stock Turnover):** Ο δείκτης αυτός εκτιμά τον ρυθμό μετατροπής των αποθεμάτων σε πωλήσεις. Μαθηματικά υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$K.T.A. = \frac{\text{Πωλήσεις (Operating Revenues)}}{\text{Αποθέματα (Stocks)}}$$

Χαμηλές τιμές σε αυτό τον δείκτη υποδεικνύουν, ότι η εταιρία έχει επαρκή αποθέματα για να καλύψει τις ανάγκες των πελατών της, ακόμη και σε έκτακτες καταστάσεις.

- **Μέση Περίοδος Είσπραξης των Απαιτήσεων (Collection Period):** Απεικονίζει σε ημέρες τον μέσο όρο προθεσμίας είσπραξης με γραμμάτια εισπρακτέα, των απαιτήσεων μίας επιχείρησης από τους πελάτες της. Εκφράζεται από τον λόγο:

$$M.Π.Ε.Α. = \frac{\text{Απαιτήσεις από πελάτες}}{\text{Πωλήσεις}} \times 360$$

Δεδομένου του όγκου των συναλλαγών, οι περισσότερες εταιρίες επιτρέπουν στους πελάτες τους να αγοράζουν με πίστωση. Επειδή όμως η πρακτική αυτή κρύβει πάντα κινδύνους, αφού η εταιρία είναι αδύνατον να γνωρίζει εάν και πότε ο πελάτης θα αποπληρώσει τελικά προς αυτήν το χρέος του, θεωρείται βέλτιστο η τιμή του δείκτη να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη γίνεται.

- **Μέση Περίοδος Εξόφλησης των Προμηθευτών (Credit Period):** Απεικονίζει σε ημέρες τον μέσο όρο προθεσμίας εξόφλησης των οφειλών μίας επιχείρησης προς τους προμηθευτές της. Υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$M.Π.Ε.Π. = \frac{\text{Υποχρεώσεις προς προμηθευτές}}{\text{Πωλήσεις}} \times 360$$

Όπως και στον προηγούμενο δείκτη είναι επιθυμητό η τιμή να είναι όσο το δυνατόν χαμηλότερη ώστε μία εταιρία να καταστεί αξιόπιστη στα μάτια των δανειστών και προμηθευτών της και να μην αντιμετωπίσει προβλήματα εύρεσης πίστωσης μελλοντικά.

- **Δείκτης Άμεσης ή Πραγματικής Ρευστότητας (Liquidity Ratio ή Acid Test Ratio):** Ο δείκτης αυτός είναι ένας από τους συνηθέστερους που χρησιμοποιούνται από τους δανειστές για να διαπιστωθεί εάν μία εταιρία έχει την ικανότητα να ανταποκριθεί στις τρέχουσες υποχρεώσεις της. Γίνεται σύγκριση των άμεσα ρευστοποιήσιμων στοιχείων ενεργητικού με τις τρέχουσες υποχρεώσεις. Ένα πρόχειρο κριτήριο ικανοποιητικής άμεσης ρευστότητας είναι ότι τα άμεσα ρευστοποιήσιμα στοιχεία του ενεργητικού μια εταιρίας πρέπει να ισούνται με τις τρέχουσες υποχρεώσεις της. Ο δείκτης υπολογίζεται από το παρακάτω κλάσμα:

$$\Delta.A.P. = \frac{\text{Κυκλοφορούν ενεργητικό} - \text{Αποθέματα}}{\text{Βραχυπρόθεσμες Υποχρεώσεις}}$$

Είναι φανερό με βάση όσα προαναφέρθηκαν, ότι το κλάσμα πρέπει να ισούται τουλάχιστον με την μονάδα. Εταιρίες που παρουσιάζουν δείκτη άμεσης ρευστότητας μικρότερο της μονάδας θα πρέπει να αντιμετωπίζονται με προσοχή, καθώς ενδέχεται να αντιμετωπίσουν πρόβλημα στην εκπλήρωση των άμεσων υποχρεώσεων τους. Αξιοσημείωτο είναι ότι ο δείκτης αυτός, δεν λαμβάνει υπόψιν τα αποθέματα, καθώς θεωρείται ότι ρευστοποιούνται δυσκολότερα από άλλα στοιχεία του τρέχοντος ενεργητικού.

- **Δείκτης Φερεγγυότητας ή Κεφαλαιακής Επάρκειας (Solvency Ratio):** Ο δείκτης αυτός μετρά τον πιστωτικό κίνδυνο μια εταιρίας και χρησιμοποιείται συνήθως για να καταδείξει κατά πόσο μια εταιρία μπορεί να ανταπεξέλθει στις υποχρεώσεις της. Μαθηματικά υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$\Delta. \Phi. = \frac{\text{Ίδια Κεφάλαια (Shareholder's Funds ή Equity)}}{\text{Σύνολο Ενεργητικού (Total Assets)}}$$

Οι αποδεκτές τιμές του δείκτη αυτού, κυμαίνονται σε διαφορετικά επίπεδα ανάλογα με το είδος της εταιρίας. Γενικά μία εταιρία με δείκτη φερεγγυότητας άνω του 20% θεωρείται οικονομικά υγιής, χωρίς αυτό να είναι απόλυτος κανόνας. Από τον ορισμό γίνεται σαφές ότι ο δείκτης αυτός δείχνει τι ποσοστό των συνολικών κεφαλαίων αποτελούν τα ίδια κεφάλαια. Υψηλή τιμή του δείκτη υποδεικνύει ότι η ανάγκη για εξωτερική χρηματοδότηση της εταιρίας είναι χαμηλή, αφού καλύπτεται από τα ίδια κεφάλαια. Επομένως, ο πιστωτικός κίνδυνος που θέτει η συγκεκριμένη εταιρία είναι χαμηλός.

Εκτός από τα παραπάνω κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν άμεσα για την αξιολόγηση και κατάταξη των εταιριών της λίστας NACE C20, χρήσιμο στην εξαγωγή συμπερασμάτων ήταν και το παρακάτω μέγεθος [23], [24]:

➤ **Συνολικό Ενεργητικό (Total Assets):** Στην έννοια αυτή περιλαμβάνονται όλα τα περιουσιακά στοιχεία που κατέχει μία επιχείρηση όπως μετρητά, καταθέσεις σε τράπεζες, ομόλογα, μετοχές, εξοπλισμό, ακίνητα και τις απαιτήσεις μέσω τρίτων, όπως τα ποσά των οφειλομένων δανείων. Διακρίνονται σε:

α) Πάγια Περιουσιακά Στοιχεία (Fixed Assets): Είναι ιδιοκτησιακά δικαιώματα επί υλικών ή άυλων στοιχείων που διαρκούν χρονικά και χρησιμοποιούνται από μία επιχείρηση για την παραγωγή του εισοδήματός της. Κατατάσσονται σε δύο κατηγορίες:

α.1) Πάγια Υλικά ή Απτά Περιουσιακά Στοιχεία (Tangible Fixed Assets): Οικόπεδα, κτίρια, εργοστάσια, μεταφορικά μέσα, μηχανικός εξοπλισμός, εργαλεία και τα μόνιμα εντοιχισμένα έπιπλα.

α.2) Άυλα Πάγια Περιουσιακά Στοιχεία (Intangible Fixed Assets): Πνευματικά δικαιώματα, διπλώματα ευρεσιτεχνίας, εμπορικά σήματα και η φήμη της εταιρίας.

β) Κυκλοφορούντα Περιουσιακά Στοιχεία (Current Assets): Μετρητά, οι τραπεζικές καταθέσεις, χρεώστες διάφοροι. Είναι το κυκλοφορούν ενεργητικό που θα μετατραπεί σε μετρητά έως το τέλος της επόμενης χρήσης.

Στον Πίνακα 3.2, παρουσιάζονται οι μέσοι όροι (M.O.), των επιδόσεων των χημικών βιομηχανιών στους συγκεκριμένους δείκτες (μαζί με το Συνολικό Ενεργητικό που χρησιμοποιήθηκε σε ένα δευτερεύον επίπεδο), για όλα τα έτη αξιολόγησης (2010 - 2006):

Πίνακας 3.2 Μέσοι όροι επιδόσεων χημικών βιομηχανιών στους χρηματοοικονομικούς δείκτες για όλα τα έτη αξιολόγησης.

	Gross Margin (%)	ROE (%)	ROA (%)	Stock Turnover	Collection Period (days)	Credit Period (days)	Liquidity Ratio	Solvency Ratio (%)	Total Assets (th. €)
2010	38.63	4.9	3.42	9.35	70.26	46.63	1.48	46.97	2790677
2009	38.5	-0.21	0.39	9.52	73.55	46.71	1.38	46.44	2280583
2008	36.92	1.54	2.56	11.16	69.89	48.94	1.38	45.88	2071647
2007	36.68	6.88	4.10	8.07	75.71	50.21	1.60	46.65	2002394
2006	40.56	7.89	3.25	11.14	83.49	49.87	1.98	45.22	2029935

4. Παρουσίαση Αποτελεσμάτων

4.1 Περιβάλλον Υλοποίησης και Οικογένειες Τελεστών OWA

Οι εναλλακτικοί τελεστές OWA υλοποιήθηκαν σε περιβάλλον MATLAB (2011a – 32bit). Χρησιμοποιήθηκε επίσης, το πακέτο βελτιστοποίησης TOMLAB, για την επίλυση του προβλήματος ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (2.36), κατά την διαδικασία υλοποίησης τελεστών Window - OWA. Οι τύποι τελεστών OWA, που υλοποιήθηκαν και κατόπιν εφαρμόστηκαν για την αξιολόγηση των χρηματοοικονομικών επιδόσεων των χημικών βιομηχανιών είναι οι εξής (παρατίθενται με την κωδική ονομασία που παρουσιάζονται στους πίνακες) :

α) **ME-OWA**: Τελεστής OWA μεγίστης εντροπίας, με τα βάρη να υπολογίζονται σύμφωνα με τις σχέσεις (2.8), (2.12), (2.13).

β) **YAGER ME-OWA**: Τελεστής OWA μεγίστης εντροπίας, με τα βάρη να υπολογίζονται επιλύοντας το πρόβλημα βελτιστοποίησης (2.14).

γ) **ANDLIKE-S-OWA**: Τελεστής S-OWA, με ‘andlike’ συμπεριφορά, με το διάνυσμα βαρών, καθώς και την τελική άθροιση να υπολογίζονται σύμφωνα με τις σχέσεις (2.18), (2.19).

δ) **ORLIKE-S-OWA**: Τελεστής S-OWA, με ‘orlike’ συμπεριφορά, με το διάνυσμα των βαρών και την άθροιση να υπολογίζονται σύμφωνα με τις σχέσεις (2.15), (2.16).

ε) **GENERALIZED-S-OWA**: Γενικευμένη περίπτωση των προηγούμενων δύο τύπων τελεστών S-OWA. Στην συγκεκριμένη υλοποίηση ισχύει πάντοτε για τις δύο παραμέτρους υπολογισμού ότι $\alpha + \beta = 1$. Και εδώ με βάση όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, οι υπολογισμοί των μεγεθών βασίζονται στις σχέσεις (2.22), (2.23).

στ) **OPTIMISTIC EXPONENTIAL OWA**: Αισιόδοξα εκθετικός τελεστής OWA. Οι αναδρομικές σχέσεις υπολογισμού των βαρών έχουν διατυπωθεί στην εξίσωση (2.37). Η σχέση ανάμεσα στον βαθμό αισιοδοξίας και την μεταβλητή α , αποτυπώνεται στο Σχήμα 2.1, από όπου και ελήφθησαν οι κατάλληλες τιμές.

ζ) **PESSIMISTIC EXPONENTIAL OWA**: Απαισιόδοξα εκθετικός τελεστής OWA. Οι αναδρομικές σχέσεις υπολογισμού των βαρών έχουν διατυπωθεί στην εξίσωση (2.41). Η σχέση ανάμεσα στον βαθμό αισιοδοξίας και την μεταβλητή α , αποτυπώνεται στο Σχήμα 2.2.

η) **WINDOW-MIN OWA:** Τελεστής Window-OWA. Οι παράμετροι k , m , υπολογίστηκαν σύμφωνα με το γενικευμένο πρόβλημα βελτιστοποίησης (2.36). Όπως υποδηλώνει και το όνομά του, σε αυτή την περίπτωση, ο γενικός όρος του προβλήματος, optimize, αφορά την ελαχιστοποίηση της μεταβλητής m .

θ) **WINDOW-MAX OWA:** Ισχύουν τα ίδια όπως και στον προηγούμενο Window-OWA. Η διαφορά έγκειται στο ότι στην συγκεκριμένη υλοποίηση, επιχειρήθηκε μεγιστοποίηση της μεταβλητής m , του γενικευμένου προβλήματος βελτιστοποίησης (2.36).

4.2 Σενάρια Εφαρμογής με Βάση το Βαθμό Αισιοδοξίας

Οι τελεστές OWA εφαρμόστηκαν στα αριθμητικά δεδομένα των χρηματοοικονομικών κριτηρίων, σε τρία διαφορετικά σενάρια, όλα με βάση την τιμή του βαθμού αισιοδοξίας, Orness (W), που επιλέχθη για κάθε άθροιση. Συγκεκριμένα τα τρία διαφορετικά σενάρια είναι τα εξής:

- Άθροιση με τιμή του βαθμού αισιοδοξίας ίση με 0.25. Σε αυτή την περίπτωση δίνεται μεγάλη σημασία στις χαμηλές επιδόσεις και απαιτείται ικανοποιητική επίδοση σε πολλά κριτήρια για να λάβει μία επιχείρηση υψηλή βαθμολογία.
- Άθροιση με τιμή του βαθμού αισιοδοξίας ίση με 0.5. Σε αυτό το σενάριο τηρείται μια ουδέτερη στάση μεταξύ χαμηλών και υψηλών επιδόσεων. Δίνεται η ίδια σημασία και στις χαμηλές και στις υψηλές επιδόσεις, οπότε αρκεί οι υψηλές επιδόσεις να είναι περισσότερες ώστε να βαθμολογηθεί με υψηλό σκορ μία επιχείρηση.
- Άθροιση με τιμή του βαθμού αισιοδοξίας ίση με 0.75. Το τρίτο σενάριο είναι και το πλέον αισιόδοξο. Σε αυτή την περίπτωση δίδεται μεγάλη σημασία στις υψηλές τιμές και λιγότερη στις χαμηλές, οπότε αρκούν λίγες υψηλές επιδόσεις μίας επιχείρησης στα κριτήρια, ώστε αυτή να βαθμολογηθεί με υψηλή βαθμολογία.

Εξαίρεση σε αυτά τα σενάρια αποτελούν οι τελεστές Window-OWA (Min και Max). Επειδή ο υπολογισμός τους απαιτεί την επίλυση ενός προβλήματος ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού, η εφαρμογή των σεναρίων δεν ήταν δυνατή, με βάση τα δεδομένα και τον αριθμό των κριτηρίων (το πρόβλημα βελτιστοποίησης δεν είχε ακέραιες λύσεις σύμφωνες με τους περιορισμούς). Επομένως, υπήρξε μια τροποποίηση στα σενάρια, με αλλαγή της τιμής του βαθμού αισιοδοξίας. Συγκεκριμένα για τους τελεστές αυτούς εφαρμόστηκαν τα εξής:

- Άθροιση με τιμή του βαθμού αισιοδοξίας ίση με 0. Σε αυτό το ακραία απαισιόδοξο σενάριο αρκεί μία χαμηλή επίδοση σε κάποιο κριτήριο, ώστε μία επιχείρηση να βαθμολογηθεί εν τέλει με χαμηλή βαθμολογία. Η τελική βαθμολογία είναι ίση με την μικρότερη επίδοση.
- Άθροιση με τιμή του βαθμού αισιοδοξίας ίση με 0.5. Ισχύουν όσα προαναφέρθηκαν.
- Άθροιση με τιμή του βαθμού αισιοδοξίας ίση με 1. Σε αυτό το ακραία αισιόδοξο σενάριο αρκεί μία υψηλή επίδοση σε κάποιο κριτήριο, για να λάβει υψηλή βαθμολογία μία επιχείρηση. Η τελική βαθμολογία είναι ίση με τη μέγιστη επίδοση.

Με βάση την τιμή του βαθμού αισιοδοξίας, υπολογίστηκαν και οι κατάλληλες τιμές των παραμέτρων που απαιτούνται για τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών μεγεθών των τελεστών OWA. Συγκεκριμένα:

- Στους ME-OWA, YAGER ME-OWA, GENERALIZED-S-OWA (με $\alpha + \beta = 1$) και στους δύο τύπους WINDOW-OWA, ισχύει πάντοτε ότι $Orness(W) = \alpha$. Επομένως η τιμή της παραμέτρου α , ταυτίζεται με την τιμή του βαθμού αισιοδοξίας για αυτούς τους τύπους τελεστών OWA [2]. Να τονιστεί εδώ, ότι στην περίπτωση του Generalized S-OWA αυτό ισχύει μονάχα όταν υλοποιείται ο τελεστής θέτοντας τις δύο παραμέτρους αυστηρά ίσες με την μονάδα (όπως σε αυτή την υλοποίηση). Λογικό συμπέρασμα ότι το $\beta = 1 - \alpha$.
- Για τους ORLIKE-S-OWA και ANDLIKE-S-OWA ισχύουν τα εξής [2]:
 - Για $Orness(W) = 0.25$ εφαρμόστηκε ο ANDLIKE-S-OWA με τιμή παραμέτρου $\beta = 1 - 2 * 0.25 = 0.5$.
 - Για $Orness(W) = 0.5$ και $Orness(W) = 0.75$ εφαρμόστηκε ο ORLIKE-S-OWA με τιμές παραμέτρου $\alpha = 2 * 0.5 - 1 = 0$ και $\alpha = 2 * 0.75 - 1 = 0.5$ αντίστοιχα.

Για τους εκθετικούς τελεστές OWA οι τιμές των παραμέτρων ελήφθησαν από τα Σχήματα 2.1 και 2.2. Η ορθότητα των αναγνώσεων, ελέγχθηκε με αναλυτικό υπολογισμό του βαθμού αισιοδοξίας, με εφαρμογή του γενικού τύπου (2.3), χρησιμοποιώντας ως τιμή της παραμέτρου α , αυτήν που επιλέχθηκε από την ανάγνωση των Σχημάτων 2.1 και 2.2, με σκοπό την όσο πιο ακριβή επιλογή της κατάλληλης τιμής της παραμέτρου α . Αναλυτικότερα αναφέρονται τα εξής:

- Για $n = 8$, όσα και τα κριτήρια δηλαδή, οι κατάλληλες τιμές της παραμέτρου α , για τα τρία σενάρια εφαρμογής, που αφορούν τον OPTIMISTIC EXPONENTIAL OWA είναι τα εξής:

Orness (W) = 0.25 $\rightarrow \alpha = 0.07 \rightarrow$ Αναλυτικά μέσω τύπου: Orness (W) = 0.2440

Orness (W) = 0.5 $\rightarrow \alpha = 0.18 \rightarrow$ Αναλυτικά μέσω τύπου: Orness (W) = 0.51

Orness (W) = 0.75 $\rightarrow \alpha = 0.36 \rightarrow$ Αναλυτικά μέσω τύπου: Orness (W) = 0.757

- Για $n = 8$, οι κατάλληλες τιμές της παραμέτρου α , για τα τρία σενάρια εφαρμογής, που αφορούν τον PESSIMISTIC EXPONENTIAL OWA είναι τα εξής:

Orness (W) = 0.25 $\rightarrow \alpha = 0.65 \rightarrow$ Αναλυτικά μέσω τύπου: Orness (W) = 0.2522

Orness (W) = 0.5 $\rightarrow \alpha = 0.83 \rightarrow$ Αναλυτικά μέσω τύπου: Orness (W) = 0.5083

Orness (W) = 0.75 $\rightarrow \alpha = 0.93 \rightarrow$ Αναλυτικά μέσω τύπου: Orness (W) = 0.756

4.3 Κανονικοποίηση Δεδομένων

Οι αριθμητικές τιμές των χρηματοοικονομικών κριτηρίων, κανονικοποιήθηκαν πριν τη χρήση τους, ώστε να ανήκουν πάντοτε στο κλειστό μοναδιαίο διάστημα $[0,1]$ και να αποφευχθούν διαφορές στην τάξη μεγέθους καθώς και στην κλίμακα μέτρησης των κριτηρίων, καθιστώντας με αυτό τον τρόπο, την εξαγωγή συμπερασμάτων ευκολότερη. Τα αριθμητικά δεδομένα κανονικοποιήθηκαν ως εξής:

- Gross Margin (%): Κανονικοποιημένη τιμή = $\frac{\text{τιμή}}{\text{max}}$, όπου $\text{max} = 70$. Εάν μία από τις εναλλακτικές έχει επίδοση πάνω από την τιμή max , τότε αυτή θεωρείται άριστη και βαθμολογείται με την μονάδα.
- ROE (%): Κανονικοποιημένη τιμή = $\frac{(\text{τιμή} - \text{min})}{(\text{max} - \text{min})}$, όπου $\text{max} = 50$ και $\text{min} = -30$. Εταιρίες με επίδοση πάνω από την τιμή max βαθμολογούνται άμεσα με την μονάδα ενώ εταιρίες με επίδοση κάτω από την min , βαθμολογούνται με την χειρίστη επίδοση 0.
- ROA (%): Κανονικοποιημένη τιμή = $\frac{(\text{τιμή} - \text{min})}{(\text{max} - \text{min})}$, όπου $\text{max} = 40$ και $\text{min} = -30$. Εταιρίες με επίδοση πάνω από την τιμή max βαθμολογούνται άμεσα με την μονάδα ενώ εταιρίες με επίδοση κάτω από την min , βαθμολογούνται με την χειρίστη επίδοση 0.

- Stock Turnover: *Κανονικοποιημένη τιμή* $= 1 - (\frac{\text{τιμή}}{\text{max}})$, όπου max = 250. Είναι προφανές ότι το κριτήριο είναι προς ελαχιστοποίηση και επομένως όποια εταιρία έχει επίδοση πάνω από αυτή την τιμή max, βαθμολογείται αυτόματα με την χειρίστη επίδοση 0.
- Collection Period (days): *Κανονικοποιημένη τιμή* $= 1 - (\frac{\text{τιμή}}{\text{max}})$, με max = 360. Όπως και παραπάνω το κριτήριο είναι προς ελαχιστοποίηση και εταιρίες με επίδοση πάνω από αυτή την τιμή λαμβάνουν την χειρίστη επίδοση 0.
- Credit Period (days): *Κανονικοποιημένη τιμή* $= 1 - (\frac{\text{τιμή}}{\text{max}})$, με max = 360. Ισχύουν τα ίδια με το κριτήριο Collection Period.
- Liquidity Ratio: *Κανονικοποιημένη τιμή* $= \frac{\text{τιμή}}{\text{max}}$, όπου max = 10. Εταιρίες με επίδοση πάνω από την τιμή max, λαμβάνουν την βέλτιστη βαθμολογία 1.
- Solvency Ratio (%): *Κανονικοποιημένη τιμή* $= \frac{\text{τιμή}}{\text{max}}$, όπου max = 90. Εταιρίες με επίδοση πάνω από την τιμή max, λαμβάνουν την βέλτιστη βαθμολογία 1.

4.4 Αποτελέσματα Αξιολόγησης και Κατάταξης Εταιριών

Στην αξιολόγηση και κατάταξη των εταιριών της λίστας NACE C20, χρησιμοποιήθηκαν χρηματοοικονομικά δεδομένα που αφορούν την χρονική περίοδο 2006 – 2010. Κατόπιν τούτου, οι εταιρίες αξιολογήθηκαν μέσω των εναλλακτικών τελεστών OWA και κατατάχθηκαν ξεχωριστά για κάθε έτος αλλά και για κάθε σενάριο εφαρμογής. Παρακάτω θα παρατεθούν κάποιοι συνοπτικοί πίνακες, κατάλληλοι για την εξαγωγή των συμπερασμάτων της ανάλυσης.

Σε αυτούς, παρουσιάζεται η βέλτιστη και η χειρίστη επίδοση σε κάθε σενάριο ανά έτος, καθώς και οι μέσοι όροι των αξιολογήσεων των εταιριών (ολικός και με βάση το μέγεθός τους). Ως κριτήριο μεγέθους στην παρούσα εργασία, χρησιμοποιήθηκε το συνολικό ενεργητικό κάθε εταιρίας. Η κατηγοριοποίηση έγινε με τις εξής παραδοχές:

α) Εταιρίες με ενεργητικό το οποίο ξεπερνά τα 500 εκατομμύρια ευρώ, θεωρούνται μεγάλου μεγέθους.

β) Εταιρίες με ενεργητικό μεταξύ 100 και 500 εκατομμυρίων ευρώ, θεωρούνται μεσαίου μεγέθους.

γ) Εταιρίες με ενεργητικό κάτω από 100 εκατομμύρια ευρώ, θεωρούνται μικρού μεγέθους εταιρίες.

Στον Πίνακα 4.1, παρουσιάζεται η καλύτερη και η χειρότερη επίδοση των χημικών βιομηχανιών, καθώς και οι μέσοι όροι (Μ.Ο.), (ολικοί και κάθε κατηγορίας μεγέθους), ξεχωριστά για κάθε σενάριο και έτος. Τα αποτελέσματα αφορούν τον τελεστή ME – OWA.

Πίνακας 4.1. Παρουσίαση βέλτιστης και χειρίστης επίδοσης εταιριών καθώς και μέσοι όροι (ολικός και κατά μέγεθος), για κάθε έτος και σενάριο, για τον ME – OWA.

Έτος	Τύπος Επίδοσης	Orness (W) = 0.25	Orness (W) = 0.5	Orness (W) = 0.75
2010	Βέλτιστη Επίδοση	0.791	0.904	0.974
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.405	0.619	0.812
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.358	0.567	0.772
	Μ.Ο. Μικρών	0.386	0.599	0.800
	Χείριστη Επίδοση	0.125	0.301	0.536
	Ολικός Μ.Ο.	0.389	0.602	0.799
2009	Βέλτιστη Επίδοση	0.545	0.746	0.929
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.369	0.589	0.797
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.366	0.581	0.788
	Μ.Ο. Μικρών	0.371	0.583	0.786
	Χείριστη Επίδοση	0.117	0.342	0.614
	Ολικός Μ.Ο.	0.369	0.584	0.790
2008	Βέλτιστη Επίδοση	0.570	0.781	0.932
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.376	0.599	0.804
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.364	0.577	0.782
	Μ.Ο. Μικρών	0.375	0.589	0.793
	Χείριστη Επίδοση	0.152	0.344	0.571
	Ολικός Μ.Ο.	0.373	0.589	0.794
2007	Βέλτιστη Επίδοση	0.574	0.748	0.926
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.388	0.607	0.805
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.399	0.603	0.795
	Μ.Ο. Μικρών	0.382	0.593	0.793
	Χείριστη Επίδοση	0.150	0.368	0.626
	Ολικός Μ.Ο.	0.389	0.600	0.797
2006	Βέλτιστη Επίδοση	0.563	0.762	0.927
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.383	0.595	0.793
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.397	0.608	0.805
	Μ.Ο. Μικρών	0.381	0.599	0.800
	Χείριστη Επίδοση	0.113	0.327	0.596
	Ολικός Μ.Ο.	0.385	0.600	0.799

Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα του συγκεκριμένου πίνακα, η υψηλότερη βέλτιστη επίδοση παρατηρείται το έτος 2010. Αυτό ισχύει για όλα τα σενάρια εφαρμογής και οφείλεται στην παρουσία μίας συγκεκριμένης εταιρίας (China Bio – Fertilizer AG), η οποία εμφανίζεται μόνο σε αυτό το έτος και παρουσιάζει τις υψηλότερες επιδόσεις από όλες τις υπόλοιπες. Το αποτέλεσμα παρουσιάζει μεγαλύτερο ενδιαφέρον εάν ληφθεί υπόψιν ότι η συγκεκριμένη χημική βιομηχανία, είναι μικρού μεγέθους εταιρία.

Για το πρώτο σενάριο, με τιμή βαθμού αισιοδοξίας ίση με 0.25, όπως ήδη αναφέρθηκε η υψηλότερη επίδοση καταγράφεται το έτος 2010. Η χαμηλότερη τιμή της χειρίστης επίδοσης αντίθετα, παρουσιάζεται το έτος 2006. Η καλύτερη χρονιά για τις μεγάλου μεγέθους εταιρίες υπήρξε το 2010, καθώς σε αυτή την χρονιά παρουσιάζουν τον μεγαλύτερο μέσο όρο στις επιδόσεις τους. Για τις μεσαίου μεγέθους, ο υψηλότερος μέσος όρος εμφανίζεται το έτος 2007, ενώ τέλος για τις μικρού μεγέθους εταιρίες το καλύτερο έτος υπήρξε το 2010, πιθανότατα λόγω της παρουσίας της συγκεκριμένης εταιρίας που συζητήθηκε παραπάνω και η οποία ανεβάζει τον συνολικό μέσο όρο σε υψηλότερη τιμή. Ο υψηλότερος μέσος όρος όλων των εταιριών ανεξαρτήτως μεγέθους, εμφανίζεται δύο φορές στα έτη 2010 και 2007.

Στο δεύτερο σενάριο, με τιμή βαθμού αισιοδοξίας ίση με 0.5, η υψηλότερη επίδοση καταγράφεται το έτος 2010. Στο ίδιο έτος, παρουσιάζεται και η χαμηλότερη επίδοση σε όλα τα έτη. Για τις μεγάλου μεγέθους εταιρίες, καλύτερη χρονιά υπήρξε το έτος 2010, ενώ για τις μεσαίου μεγέθους το έτος 2006. Στις μικρού μεγέθους εταιρίες η καλύτερη επίδοση επιτυγχάνεται δύο φορές, στα έτη 2010 και 2006. Ο υψηλότερος ολικός μέσος όρος επιτυγχάνεται το 2010.

Στο τρίτο σενάριο, με τιμή βαθμού αισιοδοξίας ίση με 0.75, την υψηλότερη και χαμηλότερη επίδοση παρουσιάζει το 2010 σε σύγκριση με όλα τα έτη. Καλύτερο έτος για τις μεγάλες εταιρίες υπήρξε το 2010 ενώ για τις μεσαίες το 2006. Οι μικρές εταιρίες πέτυχαν την καλύτερη επίδοση τα έτη 2010 και 2006. Είναι προφανές, ότι τα αποτελέσματα συμφωνούν με αυτά του δεύτερου σεναρίου. Ο υψηλότερος ολικός μέσος όρος εμφανίζεται σε δύο έτη, το 2010 και το 2006.

Όσον αφορά, μια γενικότερη σύγκριση των σεναρίων μεταξύ τους, είναι προφανές από τις συνολικές επιδόσεις, ότι όσο μεγαλώνει ο βαθμός αισιοδοξίας, αυξάνεται και το συνολικό OWA – score. Αυτό ισχύει τόσο για τις βέλτιστες τιμές κάθε σεναρίου και έτους, όσο και για τις χειρίστες. Δηλαδή η επίδοση όλων των εναλλακτικών εταιριών, αυξάνει καθώς αυξάνεται ο βαθμός αισιοδοξίας κατά τη διαδικασία της άθροισης. Φυσικά, η αύξηση είναι ανάλογη και

στους μέσους όρους κάθε κατηγορίας εταιριών. Αυτό το συμπέρασμα, ισχύει για όλους τους εναλλακτικούς τελεστές OWA.

Αξιοσημείωτο είναι επίσης το γεγονός, ότι το μεγαλύτερο Ενεργητικό δεν εξασφαλίζει από μόνο του, υψηλότερες επιδόσεις στους συγκεκριμένους χρηματοοικονομικούς δείκτες (και επομένως στο συνολικό OWA – score), που τέθηκαν ως κριτήρια. Σε αρκετές περιπτώσεις, οι μέσοι όροι των εταιριών μεσαίου και μικρού μεγέθους ήταν υψηλότεροι από τους αντίστοιχους των μεγάλων εταιριών.

Στον Πίνακα 4.2, παρουσιάζονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τον YAGER ME – OWA.

Πίνακας 4.2. Παρουσίαση βέλτιστης και χειρίστης επίδοσης εταιριών καθώς και μέσοι όροι (ολικός και κατά μέγεθος), για κάθε έτος και σενάριο, για τον YAGER ME – OWA.

Έτος	Τύπος Επίδοσης	Orness (W) = 0.25	Orness (W) = 0.5	Orness (W) = 0.75
2010	Βέλτιστη Επίδοση	0.832	0.904	0.989
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.418	0.619	0.819
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.363	0.567	0.769
	Μ.Ο. Μικρών	0.394	0.599	0.807
	Χείριστη Επίδοση	0.091	0.301	0.476
	Ολικός Μ.Ο.	0.398	0.602	0.805
2009	Βέλτιστη Επίδοση	0.568	0.746	0.983
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.371	0.589	0.801
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.369	0.581	0.792
	Μ.Ο. Μικρών	0.374	0.583	0.790
	Χείριστη Επίδοση	0.055	0.342	0.567
	Ολικός Μ.Ο.	0.372	0.584	0.794
2008	Βέλτιστη Επίδοση	0.627	0.781	0.984
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.386	0.599	0.809
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.369	0.577	0.781
	Μ.Ο. Μικρών	0.379	0.589	0.800
	Χείριστη Επίδοση	0.080	0.344	0.526
	Ολικός Μ.Ο.	0.379	0.589	0.799
2007	Βέλτιστη Επίδοση	0.597	0.748	0.983
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.402	0.607	0.813
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.410	0.603	0.793
	Μ.Ο. Μικρών	0.389	0.593	0.799
	Χείριστη Επίδοση	0.118	0.368	0.592
	Ολικός Μ.Ο.	0.399	0.600	0.802
2006	Βέλτιστη Επίδοση	0.602	0.762	0.982
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.394	0.595	0.794
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.406	0.608	0.810
	Μ.Ο. Μικρών	0.392	0.599	0.811
	Χείριστη Επίδοση	0.072	0.327	0.564
	Ολικός Μ.Ο.	0.396	0.600	0.805

Για τον συγκεκριμένο τελεστή και για το πρώτο σενάριο εφαρμογής, η υψηλότερη επίδοση παρουσιάζεται ξανά και για τον ίδιο λόγο όπως και στον ME - OWA το έτος 2010.

Ευνοϊκότερο έτος για τις εταιρίες μεγάλου μεγέθους υπήρξε το 2010. Για τις μεσαίες, ο υψηλότερος μέσος όρος επιτυγχάνεται το 2007, ενώ στις μικρές το 2010 (λόγω China – Biofertilizer AG κυρίως). Η χαμηλότερη επίδοση εμφανίζεται το έτος 2009 και αξίζει να σημειωθεί, ότι είναι αρκετά χαμηλότερη από την αντίστοιχη του ME – OWA, η οποία εμφανίζεται το 2006 όμως και είναι και η μοναδική διαφορά μεταξύ τους. Υψηλότερος ολικός μέσος όρος επιτεύχθη το 2007.

Για το δεύτερο σενάριο, με τιμή βαθμού αισιοδοξίας 0.5, τα αποτελέσματα των δύο τελεστών μεγίστης εντροπίας ME – OWA και YAGER ME – OWA, ταυτίζονται. Το αποτέλεσμα είναι απολύτως αναμενόμενο, καθώς για αυτή την τιμή το γενικό πρόβλημα (2.6), έχει κοινή μέγιστη λύση για την εντροπία ($\ln n$).

Στο τρίτο σενάριο, τα αποτελέσματα είναι κοινά με τον ME – OWA, εκτός από την περίπτωση των μικρών εταιριών όπου η καλύτερη επίδοση εμφανίζεται μόνο το 2006. Όσον αφορά τους S–OWA, τα αποτελέσματα συμπυκνώνονται στον Πίνακα 4.3:

Πίνακας 4.3. Παρουσίαση βέλτιστης και χειρίστης επίδοσης εταιριών, καθώς και μέσοι όροι (ολικός και κατά μέγεθος), για κάθε έτος και σενάριο για τους ANDLIKE και ORLIKE-S-OWA.

Έτος	Τύπος Επίδοσης	Orness (W) = 0.25	Orness (W) = 0.5	Orness (W) = 0.75
2010	Βέλτιστη Επίδοση	0.730	0.904	0.952
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.365	0.619	0.793
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.331	0.567	0.772
	Μ.Ο. Μικρών	0.369	0.599	0.787
	Χείριστη Επίδοση	0.150	0.301	0.648
	Ολικός Μ.Ο.	0.360	0.602	0.786
2009	Βέλτιστη Επίδοση	0.550	0.746	0.873
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.345	0.589	0.778
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.342	0.581	0.778
	Μ.Ο. Μικρών	0.356	0.583	0.778
	Χείριστη Επίδοση	0.171	0.342	0.660
	Ολικός Μ.Ο.	0.349	0.584	0.778
2008	Βέλτιστη Επίδοση	0.528	0.781	0.890
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.345	0.599	0.786
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.338	0.577	0.776
	Μ.Ο. Μικρών	0.361	0.589	0.781
	Χείριστη Επίδοση	0.172	0.344	0.667
	Ολικός Μ.Ο.	0.349	0.589	0.781
2007	Βέλτιστη Επίδοση	0.541	0.748	0.874
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.351	0.607	0.787
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.360	0.603	0.789
	Μ.Ο. Μικρών	0.362	0.593	0.782
	Χείριστη Επίδοση	0.184	0.368	0.673
	Ολικός Μ.Ο.	0.358	0.600	0.786
2006	Βέλτιστη Επίδοση	0.581	0.762	0.881

M.O. Μεγάλων	0.347	0.595	0.781
M.O. Μεσαίων	0.367	0.608	0.790
M.O. Μικρών	0.360	0.599	0.788
Χείριστη Επίδοση	0.163	0.327	0.644
Ολικός M.O.	0.357	0.600	0.787

Για το σενάριο με τιμή του βαθμού αισιοδοξίας ίση με 0.25, χρησιμοποιείται ο ANDLIKE – S – OWA (κόκκινη σήμανση) και στο σενάριο αυτό η υψηλότερη επίδοση παρουσιάζεται πάλι το έτος 2010. Ο υψηλότερος μέσος όρος των μεγάλων εταιριών εμφανίζεται το 2010, ενώ των μεσαίων το 2007. Οι μικρές εταιρίες επιτυγχάνουν υψηλότερη απόδοση το 2010. Η χαμηλότερη επίδοση εμφανίζεται το 2010. Ο υψηλότερος ολικός μέσος όρος καταγράφει το 2010.

Στο δεύτερο σενάριο, χρησιμοποιείται ο ORLIKE – S – OWA (πορτοκαλί σήμανση) και οι γενικές παρατηρήσεις συμφωνούν με αυτές των προηγούμενων τελεστών OWA, μιας και όπως θα αποδειχθεί παρακάτω, το διάνυσμα βαρών, εφόσον δεν υπάρχουν περιορισμοί, είναι το ίδιο σε όλους τους τελεστές OWA, για το συγκεκριμένο σενάριο εφαρμογής (Orness (W) = 0.5).

Στο τρίτο σενάριο, χρησιμοποιείται ο ORLIKE-S-OWA ξανά και η καλύτερη επίδοση από μία εταιρία επιτυγχάνεται το 2010. Όσον αφορά το μέσο όρο των εταιριών μεγάλου μεγέθους, είναι υψηλότερος το 2010 σε σχέση με όλα τα έτη. Για τις μεσαίου μεγέθους εταιρίες, η υψηλότερη επίδοση τους καταγράφηκε το έτος 2006. Η χαμηλότερη επίδοση για αυτό το σενάριο εμφανίστηκε το έτος 2006. Τέλος, οι μικρού μεγέθους χημικές βιομηχανίες πέτυχαν την υψηλότερη επίδοση το 2006 και ο υψηλότερος ολικός μέσος όρος εμφανίστηκε το 2006.

Τα αποτελέσματα του GENERALIZED – S – OWA, ο οποίος όπως αναφέρθηκε ήδη προσπαθεί να συγκεράσει τους δύο τύπους S – OWA, σε έναν και μοναδικό τελεστή με διττή συμπεριφορά, παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.4.

Στην συγκεκριμένη υλοποίηση, όπως έχει ήδη αναφερθεί τέθηκε αυστηρά ότι για τις δύο μεταβλητές $\alpha + \beta = 1$. Επομένως η μορφή του διανύσματος βαρών λαμβάνει την μορφή της σχέσης (2.25).

Για τον GENERALIZED-S-OWA και το πρώτο σενάριο εφαρμογής, η υψηλότερη επίδοση καταγράφεται το έτος 2010. Οι μεγάλοι μεγέθους εταιρίες εμφανίζουν τον υψηλότερο μέσο όρο το 2010 ενώ οι μεσαίες το 2006. Οι μικρές εταιρίες πέτυχαν την καλύτερη επίδοση το

2010 ενώ η χαμηλότερη εμφανίζεται το έτος 2006. Ο υψηλότερος ολικός μέσος όρος επιτυγχάνεται το 2010.

Στο δεύτερο σενάριο εφαρμογής και τρίτο σενάριο εφαρμογής, τα αποτελέσματα συμφωνούν με αυτά του πρώτου. Μοναδική εξαίρεση, η εμφάνιση της χαμηλότερης επίδοσης του τρίτου σεναρίου, η οποία καταγράφεται το έτος 2007, αντί του 2006 των δύο προηγούμενων σεναρίων. Επίσης στο τρίτο σενάριο ο υψηλότερος ολικός μέσος όρος εμφανίζεται το 2006 αντί του 2010.

Πίνακας 4.4. Παρουσίαση βέλτιστης και χειρίστης επίδοσης εταιριών, καθώς και μέσοι όροι, (ολικός και κατά μέγεθος) για κάθε έτος και σενάριο, για τον GENERALIZED-S-OWA.

Έτος	Τύπος Επίδοσης	Orness (W) = 0.25	Orness (W) = 0.5	Orness (W) = 0.75
2010	Βέλτιστη Επίδοση	0.667	0.778	0.889
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.325	0.539	0.753
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.315	0.536	0.756
	Μ.Ο. Μικρών	0.347	0.556	0.765
	Χείριστη Επίδοση	0.242	0.484	0.695
	Ολικός Μ.Ο.	0.332	0.545	0.758
2009	Βέλτιστη Επίδοση	0.523	0.670	0.834
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.317	0.533	0.750
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.320	0.538	0.756
	Μ.Ο. Μικρών	0.341	0.552	0.763
	Χείριστη Επίδοση	0.238	0.477	0.677
	Ολικός Μ.Ο.	0.328	0.542	0.757
2008	Βέλτιστη Επίδοση	0.501	0.655	0.818
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.312	0.532	0.752
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.317	0.536	0.755
	Μ.Ο. Μικρών	0.342	0.553	0.763
	Χείριστη Επίδοση	0.237	0.475	0.712
	Ολικός Μ.Ο.	0.325	0.541	0.757
2007	Βέλτιστη Επίδοση	0.503	0.663	0.830
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.313	0.531	0.749
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.331	0.546	0.760
	Μ.Ο. Μικρών	0.341	0.551	0.761
	Χείριστη Επίδοση	0.243	0.486	0.704
	Ολικός Μ.Ο.	0.329	0.543	0.757
2006	Βέλτιστη Επίδοση	0.550	0.700	0.850
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.316	0.533	0.750
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.338	0.549	0.761
	Μ.Ο. Μικρών	0.335	0.549	0.764
	Χείριστη Επίδοση	0.236	0.473	0.709
	Ολικός Μ.Ο.	0.329	0.544	0.759

Παρακάτω, παρατίθενται οι πίνακες αποτελεσμάτων για τους Exponential OWA. Αρχικά, παρατίθεται ο OPTIMISTIC EXPONENTIAL OWA (Πίνακας 4.5) και ακολουθεί ο PESSIMISTIC EXPONENTIAL OWA (Πίνακας 4.6).

Στον OPTIMISTIC EXPONENTIAL OWA, για το πρώτο σενάριο εφαρμογής πάλι η καλύτερη επίδοση επιτυγχάνεται το 2010. Οι μεγάλοι μεγέθους εταιρίες επιτυγχάνουν την υψηλότερη επίδοση το 2010, ενώ οι μεσαίου μεγέθους εταιρίες ευνοούνται το 2006. Καλύτερη χρονιά για τις μικρού μεγέθους εταιρίες υπήρξε το 2010. Τέλος η χαμηλότερη επίδοση καταγράφηκε το έτος 2010. Υψηλότερος ολικός μέσος όρος εμφανίζεται το 2010.

Στο δεύτερο και τρίτο σενάριο εφαρμογής τα αποτελέσματα συμφωνούν σε μεγάλο ποσοστό με αυτά του πρώτου. Εξαίρεση αποτελούν μονάχα οι μεσαίου μεγέθους εταιρίες. Στο δεύτερο σενάριο εφαρμογής, την καλύτερη επίδοση τους την επιτυγχάνουν το έτος 2006, ενώ στο τρίτο σενάριο εφαρμογής παρουσιάζουν την υψηλότερη τους επίδοση σε δύο χρονιές και συγκεκριμένα τα έτη 2010 και 2006.

Πίνακας 4.5. Παρουσίαση βέλτιστης και χειρίστης επίδοσης εταιριών, καθώς και μέσοι όροι, (ολικός και κατά μέγεθος) για κάθε έτος και σενάριο, για τον OPTIMISTIC EXPONENTIAL OWA.

Έτος	Τύπος Επίδοσης	Orness (W) = 0.25	Orness (W) = 0.5	Orness (W) = 0.75
2010	Βέλτιστη Επίδοση	0.718	0.869	0.968
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.354	0.605	0.813
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.323	0.564	0.775
	Μ.Ο. Μικρών	0.361	0.597	0.803
	Χείριστη Επίδοση	0.152	0.338	0.553
	Ολικός Μ.Ο.	0.351	0.594	0.802
2009	Βέλτιστη Επίδοση	0.545	0.724	0.921
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.336	0.585	0.799
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.333	0.578	0.791
	Μ.Ο. Μικρών	0.349	0.583	0.790
	Χείριστη Επίδοση	0.175	0.392	0.628
	Ολικός Μ.Ο.	0.341	0.583	0.793
2008	Βέλτιστη Επίδοση	0.514	0.752	0.926
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.335	0.590	0.806
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.329	0.573	0.786
	Μ.Ο. Μικρών	0.353	0.589	0.796
	Χείριστη Επίδοση	0.171	0.371	0.585
	Ολικός Μ.Ο.	0.341	0.586	0.797
2007	Βέλτιστη Επίδοση	0.531	0.747	0.923
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.340	0.594	0.806
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.350	0.592	0.797
	Μ.Ο. Μικρών	0.354	0.590	0.796
	Χείριστη Επίδοση	0.185	0.406	0.641
	Ολικός Μ.Ο.	0.348	0.592	0.799
2006	Βέλτιστη Επίδοση	0.577	0.768	0.927
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.337	0.585	0.795
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.358	0.601	0.807
	Μ.Ο. Μικρών	0.351	0.594	0.803
	Χείριστη Επίδοση	0.167	0.377	0.613
	Ολικός Μ.Ο.	0.348	0.593	0.801

Τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα, για τον PESSIMISTIC EXPONENTIAL OWA αυτή την φορά, φαίνονται στον Πίνακα 4.6.

Πίνακας 4.6. Παρουσίαση βέλτιστης και χειρίστης επίδοσης εταιριών, καθώς και μέσοι όροι, (ολικός και κατά μέγεθος), για κάθε έτος και σενάριο, για τον PESSIMISTIC EXPONENTIAL OWA.

Έτος	Τύπος Επίδοσης	Orness (W) = 0.25	Orness (W) = 0.5	Orness (W) = 0.75
2010	Βέλτιστη Επίδοση	0.785	0.884	0.949
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.403	0.610	0.794
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.359	0.573	0.776
	Μ.Ο. Μικρών	0.385	0.596	0.789
	Χείριστη Επίδοση	0.140	0.379	0.670
	Ολικός Μ.Ο.	0.388	0.598	0.789
2009	Βέλτιστη Επίδοση	0.542	0.711	0.866
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.369	0.584	0.780
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.366	0.581	0.781
	Μ.Ο. Μικρών	0.371	0.583	0.782
	Χείριστη Επίδοση	0.128	0.386	0.674
	Ολικός Μ.Ο.	0.369	0.583	0.781
2008	Βέλτιστη Επίδοση	0.565	0.748	0.885
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.375	0.592	0.787
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.364	0.579	0.780
	Μ.Ο. Μικρών	0.375	0.587	0.784
	Χείριστη Επίδοση	0.157	0.408	0.686
	Ολικός Μ.Ο.	0.372	0.587	0.784
2007	Βέλτιστη Επίδοση	0.570	0.723	0.869
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.386	0.599	0.789
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.399	0.603	0.792
	Μ.Ο. Μικρών	0.382	0.592	0.785
	Χείριστη Επίδοση	0.159	0.411	0.687
	Ολικός Μ.Ο.	0.388	0.597	0.788
2006	Βέλτιστη Επίδοση	0.558	0.734	0.877
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.382	0.592	0.784
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.396	0.604	0.793
	Μ.Ο. Μικρών	0.380	0.595	0.791
	Χείριστη Επίδοση	0.124	0.375	0.659
	Ολικός Μ.Ο.	0.384	0.596	0.789

Στον απαισιόδοξα εκθετικό τελεστή OWA και για το πρώτο σενάριο εφαρμογής, η υψηλότερη επίδοση καταγράφεται το 2010. Οι εταιρίες μεγάλου μεγέθους πέτυχαν τον υψηλότερο μέσο όρο το έτος 2010, ενώ οι μεσαίου μεγέθους το 2007. Οι μικρές εταιρίες απέδωσαν καλύτερα το 2010, ενώ η χαμηλότερη επίδοση παρουσιάστηκε το έτος 2006. Στα έτη 2010 και 2007 επιτυγχάνεται ο υψηλότερος ολικός μέσος όρος.

Το δεύτερο και τρίτο σενάριο εφαρμογής του συγκεκριμένου τελεστή συμφωνούν σε μεγάλο βαθμό με αυτό του πρώτου. Εξαίρεση αποτελούν οι εταιρίες μεσαίου μεγέθους, οι οποίες στο

δεύτερο σενάριο και τρίτο σενάριο πέτυχαν τον υψηλότερο μέσο όρο το 2006, αντί του 2007, όπως και οι ολικοί μεσοί όροι όπου στο δεύτερο σενάριο επιτυγχάνεται η υψηλότερη επίδοση μόνο το 2010, ενώ στο τρίτο το 2010 και το 2006.

Μέχρι στιγμής, η μεγάλη συμφωνία των αποτελεσμάτων των τελεστών OWA στα διάφορα σενάρια εφαρμογής είναι παραπάνω από εμφανής.

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, στους Window – OWA, η φύση του ακέραιου γραμμικού προβλήματος βελτιστοποίησης (2.36), δεν επέτρεψε την εφαρμογή των ίδιων σεναρίων, μιας και για τις τιμές 0.25 και 0.75 του βαθμού αισιοδοξίας δεν υπήρχει ακέραια λύση για τα k, m που να ικανοποιεί και ταυτόχρονα τους περιορισμούς του προβλήματος. Ως εκ τούτου, τα σενάρια προσαρμόστηκαν κατάλληλα, με το απαισιόδοξο σενάριο να λαμβάνει την ακραία μορφή του θέτοντας την τιμή του βαθμού αισιοδοξίας ίση με το 0, υλοποιώντας έτσι μία καθαρή “and” άθροιση, ενώ αντίστοιχα το αισιόδοξο σενάριο έλαβε και αυτό την ακραία του περίπτωση θέτοντας την τιμή του βαθμού αισιοδοξίας ίση με την μονάδα και υλοποιώντας μία ξεκάθαρη “or” άθροιση. Παρακάτω παρατίθενται οι πίνακες, πρώτα για την ελαχιστοποίηση του προβλήματος (2.36) (WINDOW-MIN OWA) και κατόπιν για την μεγιστοποίηση (WINDOW-MAX).

Πίνακας 4.7. Παρουσίαση βέλτιστης και χειρίστης επίδοσης εταιριών, καθώς και μέσοι όροι, (ολικός και κατά μέγεθος), για κάθε έτος και σενάριο, για τον WINDOW-MIN OWA.

Έτος	Τύπος Επίδοσης	Orness (W) = 0	Orness (W) = 0.5	Orness (W) = 1
2010	Βέλτιστη Επίδοση	0.557	0.968	1
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.111	0.617	0.966
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.095	0.551	0.976
	Μ.Ο. Μικρών	0.138	0.611	0.974
	Χειρίστη Επίδοση	0	0.193	0.894
	Ολικός Μ.Ο.	0.119	0.602	0.971
2009	Βέλτιστη Επίδοση	0.378	0.966	1
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.101	0.561	0.966
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.103	0.574	0.974
	Μ.Ο. Μικρών	0.130	0.580	0.974
	Χειρίστη Επίδοση	0	0.242	0.872
	Ολικός Μ.Ο.	0.114	0.572	0.971
2008	Βέλτιστη Επίδοση	0.348	0.966	1
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.092	0.588	0.973
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.098	0.558	0.975
	Μ.Ο. Μικρών	0.132	0.594	0.974
	Χειρίστη Επίδοση	0	0.293	0.926
	Ολικός Μ.Ο.	0.110	0.583	0.973
2007	Βέλτιστη Επίδοση	0.344	0.963	1

	M.O. Μεγάλων	0.095	0.615	0.968
	M.O. Μεσαίων	0.117	0.586	0.974
	M.O. Μικρών	0.131	0.598	0.972
	Χείριστη Επίδοση	0	0.251	0.889
	Ολικός M.O.	0.115	0.601	0.971
2006	Βέλτιστη Επίδοση	0.424	0.962	1
	M.O. Μεγάλων	0.098	0.583	0.967
	M.O. Μεσαίων	0.126	0.602	0.973
	M.O. Μικρών	0.120	0.623	0.978
	Χείριστη Επίδοση	0	0.235	0.908
	Ολικός M.O.	0.115	0.605	0.973

Στο πρώτο σενάριο εφαρμογής του WINDOW-MIN OWA, το οποίο είναι και το πλέον απαισιόδοξο, με τιμή βαθμού αισιοδοξίας ίση με το 0, η υψηλότερη επίδοση καταγράφεται το έτος 2010. Τον υψηλότερο μέσο όρο τους, οι εταιρίες μεγάλου μεγέθους τον πέτυχαν τον έτος 2010. Οι μεσαίες εταιρίες απέδωσαν καλύτερα το 2006, ενώ καλύτερο έτος για τις μικρού μεγέθους υπήρξε το 2008. Υψηλότερος ολικός μέσος όρος εμφανίζεται το 2010. Φυσικά η χειρότερη επίδοση, η οποία είναι κοινή σε όλα τα έτη είναι το 0, καθώς στην συγκεκριμένη εφαρμογή το πρόβλημα βελτιστοποίησης (2.36) υλοποιεί τον F^* (Min).

Στο δεύτερο σενάριο εφαρμογής, η υψηλότερη επίδοση παρουσιάστηκε το έτος 2010. Για τις μεγάλου μεγέθους εταιρίες η καλύτερη χρονιά υπήρξε το 2010, ενώ για τις μεσαίου μεγέθους το 2006. Οι μικρές εταιρίες απέδωσαν καλύτερα το 2006, αντί για το 2008 του πρώτου σεναρίου. Η χαμηλότερη επίδοση εμφανίστηκε το 2010 και ο υψηλότερος ολικός μέσος όρος το 2006.

Στο τρίτο σενάριο, το οποίο είναι και το πλέον αισιόδοξο, με τιμή βαθμού αισιοδοξίας ίσης με την μονάδα, η εφαρμογή αυτή οδηγεί το πρόβλημα βελτιστοποίησης (2.36) στην υλοποίηση του F^* (Max). Σε αυτό το σενάριο λοιπόν, είναι λογικό και αναμενόμενο, η υψηλότερη επίδοση να είναι κοινή για όλα τα έτη και ίση με την μονάδα. Οι μεγάλου μεγέθους εταιρίες πέτυχαν τον υψηλότερο μέσο όρο το έτος 2008, ενώ οι μεσαίου μεγέθους πέτυχαν τον δικό τους υψηλότερο μέσο όρο το 2010. Οι μικρές εταιρίες τα πήγαν καλύτερα το 2006, ενώ η χαμηλότερη επίδοση επιτεύχθη το 2009. Υψηλότερος ολικός μέσος όρος καταγράφεται σε δύο έτη, το 2008 και το 2006.

Για τον WINDOW-MAX, τα αποτελέσματα για το ακραία απαισιόδοξο και ακραία αισιόδοξο σενάριο είναι κοινά. Αυτό είναι απολύτως λογικό και αναμενόμενο καθώς για τις συγκεκριμένες τιμές βαθμού αισιοδοξίας, το πρόβλημα βελτιστοποίησης (2.36) έχει κοινή λύση, ανεξάρτητα με το αν επιχειρείται ελαχιστοποίηση ή μεγιστοποίηση της μεταβλητής m .

Η μοναδική διαφορά παρουσιάζεται στο δεύτερο σενάριο, στο οποίο ο WINDOW-MAX επιχειρείται μεγιστοποίηση του προβλήματος (2.36). Σε αυτό το σενάριο ο WINDOW-MAX έδωσε τα εξής αποτελέσματα:

Η υψηλότερη επίδοση εμφανίζεται το έτος 2010, όπως και ο υψηλότερος ολικός μέσος όρος. Για τις μεγάλου μεγέθους εταιρίες, καλύτερη χρονιά υπήρξε το 2010. Για τις μεσαίου μεγέθους εταιρίες ευνοϊκότερο έτος υπήρξε το 2006. Οι μικρού μεγέθους εταιρίες παρουσίασαν τον υψηλότερο μέσο όρο τους σε δύο έτη, συγκεκριμένα τις χρονιές 2006 και 2010. Η χαμηλότερη επίδοση εμφανίστηκε το έτος 2010.

Τα αποτελέσματα για τον WINDOW-MAX OWA, συμπυκνώνονται στον Πίνακα 4.8.

Πίνακας 4.8. Παρουσίαση βέλτιστης και χειρίστης επίδοσης εταιριών, καθώς και μέσοι όροι, (ολικός και κατά μέγεθος), για κάθε έτος και σενάριο, για τον WINDOW-MAX.

Έτος	Τύπος Επίδοσης	Orness (W) = 0	Orness (W) = 0.5	Orness (W) = 1
2010	Βέλτιστη Επίδοση	0.557	0.904	1
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.111	0.619	0.966
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.095	0.567	0.976
	Μ.Ο. Μικρών	0.138	0.599	0.974
	Χείριστη Επίδοση	0	0.301	0.894
	Ολικός Μ.Ο.	0.119	0.602	0.971
2009	Βέλτιστη Επίδοση	0.378	0.746	1
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.101	0.589	0.966
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.103	0.581	0.974
	Μ.Ο. Μικρών	0.130	0.583	0.974
	Χείριστη Επίδοση	0	0.342	0.872
	Ολικός Μ.Ο.	0.114	0.584	0.971
2008	Βέλτιστη Επίδοση	0.348	0.781	1
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.092	0.599	0.973
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.098	0.577	0.975
	Μ.Ο. Μικρών	0.132	0.589	0.974
	Χείριστη Επίδοση	0	0.344	0.926
	Ολικός Μ.Ο.	0.110	0.589	0.973
2007	Βέλτιστη Επίδοση	0.344	0.748	1
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.095	0.607	0.968
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.117	0.603	0.974
	Μ.Ο. Μικρών	0.131	0.593	0.972
	Χείριστη Επίδοση	0	0.368	0.889
	Ολικός Μ.Ο.	0.115	0.600	0.971
2006	Βέλτιστη Επίδοση	0.424	0.762	1
	Μ.Ο. Μεγάλων	0.098	0.595	0.967
	Μ.Ο. Μεσαίων	0.126	0.608	0.973
	Μ.Ο. Μικρών	0.120	0.599	0.978
	Χείριστη Επίδοση	0	0.327	0.908
	Ολικός Μ.Ο.	0.115	0.600	0.973

4.5 Ανάλυση Αποτελεσμάτων

Είναι προφανές, από μία απλή ματιά των αποτελεσμάτων, η σχέση ανάμεσα στο τελικό OWA-score και την τιμή του βαθμού αισιοδοξίας. Όσο μεγαλύτερος είναι ο βαθμός αισιοδοξίας κατά τη διαδικασία της άθροισης, τόσο μεγαλύτερο OWA-score λαμβάνει μία εναλλακτική. Αυτό συμβαίνει, γιατί όπως έχει ήδη αναφερθεί, μεγαλύτερος βαθμός αισιοδοξίας, σημαίνει μεγαλύτερη σημασία στις υψηλότερες επιδόσεις και επομένως μεγαλύτερο τελικό αθροιστικό σκορ.

Φυσικά το πώς συμβαίνει αυτό μαθηματικά, κατά τη διαδικασία της άθροισης, είναι εύλογο συμπέρασμα των όσων έχουν ήδη αναφερθεί για τους τελεστές OWA. Οι υψηλότερες επιδόσεις, οι οποίες βρίσκονται στην κορυφή του κατεταγμένου διανύσματος των επιδόσεων μιας εναλλακτικής (διάνυσμα B), πολλαπλασιάζονται με τα βάρη που έχουν την υψηλότερη τιμή. Επομένως, είναι απόλυτα λογικό, η συνολική αξιολόγηση μιας εναλλακτικής να είναι υψηλότερη, όσο μεγαλώνει ο βαθμός αισιοδοξίας.

Η διαδικασία αυτή, φτάνει στην κορύφωση της, στις περιπτώσεις που η άθροιση λαμβάνει χώρα με βαθμό αισιοδοξίας ίσο με την μονάδα (όπως στην περίπτωση των Window-OWA). Σε αυτές τις περιπτώσεις, απλά επιλέγεται η μέγιστη επίδοση μιας εναλλακτικής και αυτό μαθηματικά μεταφράζεται πολλαπλασιάζοντας την επίδοση αυτή με βάρος ίσο με την μονάδα, ενώ παράλληλα, οι υπόλοιπες εναλλακτικές πολλαπλασιάζονται με μηδενικά βάρη. Η άθροιση γίνεται δηλαδή, ολοένα και πιο ‘‘orlike’’ σε συμπεριφορά και τα βάρη στην κορυφή του διανύσματος βαρών, αποκτούν ολοένα και μεγαλύτερη τιμή δίνοντας έτσι βαρύτητα στις υψηλότερες επιδόσεις μιας εναλλακτικής.

Ο παρακάτω πίνακας, ο οποίος παρουσιάζει το διάνυσμα βαρών του ME - OWA, για κάθε σενάριο ξεχωριστά, αποδεικνύει την ορθότητα του ισχυρισμού. Τα διανύσματα βαρών αποτελούνται από οκτώ στοιχεία, όσα και τα κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν στην πολυκριτήρια ανάλυση του προβλήματος αξιολόγησης των χημικών βιομηχανιών και τα οποία αναλύθηκαν στην Ενότητα 3.2:

Πίνακας 4.9. Διανύσματα βαρών όλων των σεναρίων εφαρμογής για τον ME – OWA.

	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	W_8
Orness (W) = 0.25	0.0228	0.0335	0.0491	0.0721	0.1058	0.1552	0.2276	0.3339
Orness (W) = 0.5	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250
Orness (W) = 0.75	0.3339	0.2276	0.1552	0.1058	0.0721	0.0491	0.0335	0.0228

Ο πίνακας αυτός, δείχνει με σαφή τρόπο, τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλεται το διάνυσμα των βαρών ενός τελεστή OWA, ανάλογα με την τιμή του βαθμού αισιοδοξίας. Όταν ο βαθμός αισιοδοξίας είναι χαμηλός, όπως στην περίπτωση του πρώτου σεναρίου, τα βάρη που θα πολλαπλασιαστούν με τις χαμηλότερες επιδόσεις, λαμβάνουν τις μεγαλύτερες τιμές. Συγκεκριμένα τα δύο τελευταία βάρη έχουν άθροισμα μεγαλύτερο από 0.5, επομένως, λαμβάνουν αθροιστική τιμή, πάνω από το ότι τα υπόλοιπα έξι βάρη μαζί. Αποτέλεσμα αυτού, οι χαμηλές επιδόσεις να παίζουν μεγάλο ρόλο στο συνολικό OWA-score και η τελική αξιολόγηση μια εναλλακτικής να είναι χαμηλή.

Στο σενάριο εφαρμογής με βαθμό αισιοδοξίας ίσο με 0.5, είναι λογικό συμπέρασμα ότι η στάση απέναντι στις επιδόσεις είναι ουδέτερη. Δηλαδή δεν δίνεται παραπάνω σπουδαιότητα ούτε στις χαμηλές, ούτε στις υψηλές επιδόσεις μίας εναλλακτικής. Επομένως, η μορφή του διανύσματος βαρών είναι λογική και αναμενόμενη, με τα βάρη να κατανέμονται ισόποσα και ομοιόμορφα. Ο τελεστής μετατρέπεται έτσι στον απλό F_{ave} .

Στο τρίτο σενάριο, όπου ο βαθμός αισιοδοξίας παίρνει την μεγαλύτερη τιμή, τα πρώτα βάρη λαμβάνουν και την μεγαλύτερη τιμή. Έτσι, το τελικό OWA-score είναι υψηλότερο σε σχέση με τα άλλα σενάρια αφού τα μεγαλύτερα βάρη αποδίδονται στις υψηλότερες επιδόσεις μιας εναλλακτικής. Αυτό επιβεβαιώνεται και από τους Πίνακες 4.1 – 4.8. Σε όλους τους τελεστές OWA, η βέλτιστη αλλά και η χειρίστη επίδοση, καθώς και οι μέσοι όροι, είναι υψηλότερες, όσο η τιμή του βαθμού αισιοδοξίας αυξάνει.

Αξιοσημείωτο είναι ακόμη, ότι το διάνυσμα βαρών του τελευταίου σεναρίου, με τιμή βαθμού αισιοδοξίας 0.75, είναι το ανεστραμμένο διάνυσμα βαρών του σεναρίου με βαθμό αισιοδοξίας 0.25. Αυτό είναι απόλυτα λογικό, καθώς το άθροισμα των δύο βαθμών αισιοδοξίας είναι ίσο με την μονάδα και με βάση όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, ο ένας τελεστής OWA είναι συμπληρωματικός του άλλου. Επομένως, εάν ο πρώτος έχει βάρη της

μορφής w_j , ο συμπληρωματικός του θα έχει βάρη της μορφής $\hat{w}_{n-j+1}$. Όπως θα αποδειχτεί και παρακάτω, οι συμπληρωματικοί αυτοί τελεστές OWA, των οποίων οι τιμές των βαθμών αισιοδοξίας είναι ίσοι αθροιστικά με την μονάδα, έχουν και την ίδια διασπορά ή εντροπία βαρών.

Για τον τελεστή YAGER ME – OWA παρατηρείται η ίδια συμπεριφορά, σε σχέση με τα σενάρια εφαρμογής. Η διαφορά σε αυτόν τον τελεστή, έγκειται στην μεγαλύτερη ομοιομορφία που παρουσιάζουν τα βάρη στα οποία δίνεται περισσότερη σημασία, κατά την διαδικασία της άθροισης. Συγκεκριμένα τα δύο αντιδιαμετρικά σενάρια παρουσιάζουν ένα σκαλοπάτι, κάτω ή πάνω από το οποίο, τα βάρη αποκτούν μικρή τιμή (πρακτικά μηδέν) και μικρή επίδραση στο τελικό OWA – score. Για το πρώτο σενάριο τα τελευταία τέσσερα βάρη είναι ισότιμα και επιδρούν το ίδιο στην διαμόρφωση της τελικής βαθμολογίας της εναλλακτικής, ενώ αντίθετα στο τελευταίο και πιο αισιόδοξο σενάριο, τα τέσσερα πρώτα στοιχεία του διανύσματος βαρών, συμμετέχουν ισότιμα στην διαμόρφωση της τελικής υψηλής βαθμολογίας για τις εναλλακτικές:

Πίνακας 4.10. Διανύσματα βαρών όλων των σεναρίων εφαρμογής για τον YAGER ME – OWA.

	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	W_8
Orness (W) = 0.25	0	0	0	0.100	0.2250	0.2250	0.2250	0.2250
Orness (W) = 0.5	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250
Orness (W) = 0.75	0.2250	0.2250	0.2250	0.2250	0.100	0	0	0

Για τους τελεστές ANDLIKE-S-OWA και ORLIKE-S-OWA (κόκκινη και πορτοκαλί σήμανση αντίστοιχα στον Πίνακα 4.11), η εφαρμογή τους παρουσιάζει μια ιδιαιτερότητα. Στο πρώτο σενάριο, το οποίο είναι και το πιο απαισιόδοξο, χρησιμοποιείται ο ANDLIKE-S-OWA. Ο συγκεκριμένος τελεστής είναι κατάλληλος μόνο για υλοποίηση απαισιόδοξων σεναρίων, καθώς όπως ήδη συζητήθηκε, η τιμή του βαθμού αισιοδοξίας που μπορεί να λάβει, ανήκει πάντοτε στο διάστημα $[0, 0.5)$. Το διάνυσμα βαρών που αποκτάται με την υλοποίησή του, είναι χαρακτηριστικό αυτής της ιδιαιτερότητάς του, αφού δίνει σαφέστατα σημασία στην χαμηλότερη επίδοση. Στις άλλες επιδόσεις, είναι αδιάφορος ως προς την προτίμηση και αυτό μεταφράζεται με την απόδοση της ίδιας τιμής σε όλα τα υπόλοιπα βάρη εκτός φυσικά από το

τελευταίο. Έτσι, επιβεβαιώνεται αυτό που έχει ήδη αναφερθεί και αποδειχθεί, ότι ο συγκεκριμένος τελεστής ουσιαστικά υλοποιεί μία άθροιση, η οποία είναι ο σταθμισμένος μέσος της χείριστης επίδοσης και του μέσου όρου των υπολοίπων. Ο τελεστής ORLIKE-S-OWA αντίθετα, λαμβάνει τιμές για το βαθμό αισιοδοξίας του μέσα από το κλειστό διάστημα $[0.5, 1]$. Η μεγαλύτερη τιμή αποδίδεται στο πρώτο βάρος, ενώ τα υπόλοιπα στοιχεία του διανύσματος λαμβάνουν όλα την ίδια τιμή, ώστε να υλοποιηθεί η άθροιση που είναι χαρακτηριστικό γνώρισμα του συγκεκριμένου τελεστή: ο γραμμικός συνδυασμός της βέλτιστης επίδοσης με τον μέσο όρο των υπολοίπων. Φυσικά, εξαίρεση σε αυτή την περίπτωση, αποτελεί και πάλι το ουδέτερο, δεύτερο σενάριο με τα βάρη να απονέμονται ομοιόμορφα σε όλα τα κριτήρια.

Πίνακας 4.11. Διανύσματα βαρών όλων των σεναρίων εφαρμογής για τους ANDLIKE-S-OWA (κόκκινη σήμανση) και ORLIKE-S-OWA (πορτοκαλί σήμανση).

	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	W_8
Orness (W) = 0.25	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.5625
Orness (W) = 0.5	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250
Orness (W) = 0.75	0.5625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625

Στην περίπτωση του τελεστή GENERALIZED-S-OWA, η υλοποίηση του βασίστηκε στην παραδοχή ότι για τις δύο παραμέτρους α, β , που εκφράζουν τη διττή ‘orlike’ ή ‘andlike’ συμπεριφορά του, θα ισχύει αυστηρά: $\alpha + \beta = 1$. Σε αυτή την περίπτωση, επιχειρείται ένας συνδυασμός των δύο ακραίων καταστάσεων που μπορεί να εμφανίσει ο συγκεκριμένος τελεστής, με κάποιο βάρος σε κάθε περίπτωση. Η περίπτωση αυτή, είναι γνωστή ως το κριτήριο του Hurwicz. Όσο μεγαλώνει η παράμετρος α , τόσο αυξάνεται η ‘orlike’ συμπεριφορά του, ενώ το αντίθετο συμβαίνει όταν αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου β . Σε αυτή την παραδοχή, η τιμή που λαμβάνει ο βαθμός αισιοδοξίας είναι ίση με τιμή της παραμέτρου α , ισχύει δηλαδή ότι, $\text{Orness}(W) = \alpha$. Τα βάρη σε αυτή την περίπτωση, όπως αναφέρθηκε και στην θεωρία του συγκεκριμένου τελεστή, λαμβάνουν την εξής μορφή:

$$w_1 = \alpha, w_j = 0 \text{ για } j = 2, \dots, n-1 \text{ και } w_n = \beta, \text{ για το τελευταίο βάρος}$$

Τα μοναδικά βάρη επομένως, που λαμβάνουν μη μηδενικές τιμές, είναι το πρώτο και το τελευταίο, με την τιμή του βαθμού αισιοδοξίας να καθορίζει που θα δοθεί η μεγαλύτερη τιμή

και άρα που θα αποδοθεί η μεγαλύτερη σημασία, με το πρώτο σενάριο να αποδίδει το μεγαλύτερο βάρος στην χείριστη επίδοση ενώ το τελευταίο και πιο αισιόδοξο σενάριο, να ευνοεί την μεγαλύτερη επίδοση των εναλλακτικών. Ο Πίνακας 4.12, επιβεβαιώνει τη συμπεριφορά του συγκεκριμένου τελεστή και στα τρία σενάρια εφαρμογής, πάντοτε με βάση την παραδοχή ότι για τις δύο παραμέτρους ισχύει αυστηρά: $\alpha + \beta = 1$.

Πίνακας 4.12. Διανύσματα βαρών όλων των σεναρίων εφαρμογής για τον GENERALIZED-S-OWA.

	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	W_8
Orness (W) = 0.25	0.25	0	0	0	0	0	0	0.75
Orness (W) = 0.5	0.50	0	0	0	0	0	0	0.50
Orness (W) = 0.75	0.75	0	0	0	0	0	0	0.25

Οι εκθετικοί τελεστές OWA (OPTIMISTIC και PESSIMISTIC) δεν παρουσιάζουν κάποια ιδιαιτερότητα στη συμπεριφορά τους. Τα βάρη τους παρουσιάζουν τη γνωστή μορφή του διανύσματος βαρών της εκθετικής εξομάλυνσης. Και πάλι, όσο αυξάνεται ο βαθμός αισιοδοξίας αυξάνεται η αριθμητική τιμή των πρώτων στοιχείων του διανύσματος βαρών, όπως φαίνεται στον Πίνακα 4.13.

Πίνακας 4.13. Διανύσματα βαρών όλων των σεναρίων εφαρμογής για τους OPTIMISTIC EXPONENTIAL OWA και PESSIMISTIC EXPONENTIAL OWA (γαλάζιος και γκρι υποπίνακας αντίστοιχα).

	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	W_8
Orness (W) = 0.25	0.07	0.0651	0.0605	0.0563	0.0524	0.0487	0.0453	0.6017
Orness (W) = 0.5	0.18	0.1476	0.1210	0.0992	0.0814	0.0667	0.0547	0.2493
Orness (W) = 0.75	0.36	0.2304	0.1475	0.0944	0.0604	0.0387	0.0247	0.0440
	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	W_8
Orness (W) = 0.25	0.0490	0.0264	0.0406	0.0625	0.0961	0.1479	0.2275	0.35
Orness (W) = 0.5	0.2714	0.0556	0.0670	0.0807	0.0972	0.1171	0.1411	0.17
Orness (W) = 0.75	0.6017	0.0453	0.0487	0.0524	0.0563	0.0605	0.0651	0.07

Για τους τελεστές Window – OWA, με βάση τα ακραία σενάρια εφαρμογής που εφαρμόστηκαν, τα αποκτηθέντα διανύσματα βαρών είναι απολύτως αναμενόμενα και ενδεικτικά των καθαρών ‘or’ και ‘and’ αθροίσεων που υλοποιούνται με τιμές βαθμών αισιοδοξίας μονάδα και μηδέν αντίστοιχα. Να σημειωθεί εδώ, ότι για το ακραίο αισιόδοξο και απαισιόδοξο σενάριο, η επιλογή της μεγιστοποίησης ή της ελαχιστοποίησης της μεταβλητής m , του προβλήματος βελτιστοποίησης (2.36), δεν παίζει κανένα απολύτως ρόλο στο διάνυσμα βαρών. Η άθροιση που υλοποιείται είναι στο μέν απαισιόδοξο σενάριο, η εκλογή της χειρότερης επίδοσης με την απόδοση όλου του βάρους σε αυτήν, ενώ στο αισιόδοξο το πρώτο στοιχείο του διανύσματος βαρών τίθεται ίσο με την μονάδα και το τελικό OWA- score είναι ξεκάθαρα η μέγιστη επίδοση της εναλλακτικής.

Η διαφορά παρουσιάζεται στο ουδέτερο σενάριο με τιμή Orness (W) = 0.5. Σε αυτή την περίπτωση, για την μεν ελαχιστοποίηση που υλοποιεί ο τελεστής WINDOW-MIN OWA η ελάχιστη τιμή που μπορεί να λάβει το m ώστε να λαμβάνεται ταυτόχρονα και ακέραιο k , είναι η τιμή 2. Για αυτή την τιμή το $k = 4$. Έτσι, τα μη μηδενικά βάρη ξεκινούν από το τέταρτο στοιχείο και σταματούν μετά το πέμπτο. Να τονιστεί, ότι το m λαμβάνει αυτή την τιμή και όχι την μονάδα, καθώς θέτοντας $m = 1$ το $k = 4.5$, άρα η λύση δεν μπορεί να γίνει αποδεκτή. Στην μεγιστοποίηση όμως, όπου ζητούμενο είναι η επίτευξη της μέγιστης τιμής για την μεταβλητή m , το διάνυσμα βαρών διανέμεται ισόποσα σε όλα τα στοιχεία του, υλοποιώντας με αυτό τον τρόπο τον γνωστό F_{ave} .

Πίνακας 4.14. Διανύσματα βαρών όλων των σεναρίων εφαρμογής για τους WINDOW-MIN OWA και WINDOW-MAX OWA (πράσινος και σκούρος γαλάζιος υποπίνακας αντίστοιχα).

	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	W_8
Orness (W) = 0	0	0	0	0	0	0	0	1
Orness (W) = 0.5	0	0	0	0.5	0.5	0	0	0
Orness (W) = 1	1	0	0	0	0	0	0	0
	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	W_8
Orness (W) = 0	0	0	0	0	0	0	0	1
Orness (W) = 0.5	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250
Orness (W) = 1	1	0	0	0	0	0	0	0

Η διασπορά ή εντροπία του διανύσματος βαρών, επιτρέπει να διαπιστωθεί, κατά πόσο ο τελεστής OWA χρησιμοποιεί όσο το δυνατόν μεγαλύτερη πληροφορία από όλα τα κριτήρια, κατά την διαδικασία της άθροισης. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι όσο περισσότερα μη μηδενικά βάρη έχει ένα διάνυσμα βαρών, τόσο μεγαλύτερη είναι η εντροπία του. Μηδενικό βάρος σημαίνει αυτόματα αποκλεισμός του κριτηρίου που συνδέεται με αυτό το βάρος, από την συνολική αξιολόγηση μιας εναλλακτικής. Όπως έχει ήδη αποδειχθεί, εάν για οποιοδήποτε στοιχείο ενός διανύσματος βαρών ισχύει ότι $w_j = 1$, τότε ουσιαστικά επιλέγεται μόνο το κριτήριο που σχετίζεται με αυτό το βάρος και επομένως η διασπορά είναι ελάχιστη και συγκεκριμένα, ισχύει ότι $\text{Disp}(W) = 0$.

Αντίθετα, μέγιστη διασπορά έχουμε με βάρη της μορφής $w_j = 1/n$, στην περίπτωση εκείνη δηλαδή που υλοποιείται ένας F_{ave} τελεστής. Σε αυτή την περίπτωση, η διασπορά ισούται με $\ln n$, και ειδικά στην παρούσα εργασία με $\ln 8$. Αυτό συμβαίνει στις περιπτώσεις όπου $\text{Orness}(W) = 0.5$ και τα βάρη έχουν την συγκεκριμένη μορφή του μέσου αριθμητικού τελεστή. Δύο διαφορετικά διανύσματα βαρών όμως, μπορεί να έχουν τον ίδιο βαθμό αισιοδοξίας, αλλά να έχουν διαφορετική διασπορά.

Για παράδειγμα, ένα διάνυσμα βαρών της μορφής $W = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]$ έχει βαθμό αισιοδοξίας ίσο με 0.5, όσο δηλαδή και ένα διάνυσμα της μορφής $W = [1/5, 1/5, 1/5, 1/5, 1/5]$. Στην πρώτη περίπτωση όμως, η διασπορά είναι ελάχιστη και ίση με το 0, ενώ στην δεύτερη ίση με $\ln 5 = 1.6$, πράγμα που σημαίνει, ότι το δεύτερο διάνυσμα είναι πιο ευμετάβλητο και επιτρέπει να ληφθεί πληροφορία από όλα τα κριτήρια στην αξιολόγηση μίας εναλλακτικής. Αντίθετα, στο πρώτο διάνυσμα λαμβάνεται υπόψιν η τρίτη κατά σειρά καλύτερη επίδοση μιας εναλλακτικής και αφού αυτή απέχει εξίσου από την χειρίστη και βέλτιστη επίδοση, επιτρέπει την υλοποίηση του ουδέτερου σεναρίου, μιας και δεν δίνεται παραπάνω σπουδαιότητα ούτε στις υψηλές επιδόσεις, ούτε στις χαμηλές. Όμως το δεύτερο διάνυσμα επιτρέπει την αξιολόγηση μιας εναλλακτικής σε περισσότερα κριτήρια και επομένως αποτελεί μια πιο αξιόπιστη μορφή αξιολόγησης της.

Σε κάθε περίπτωση, ο τύπος που επιτρέπει να υπολογιστεί η διασπορά του διανύσματος βαρών ενός τελεστή OWA, είναι η γενική σχέση (2.5), αφού από εκεί προκύπτουν όλες οι παρατηρήσεις που μόλις κατεγράψαν. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται συγκεντρωτικά οι διασπορές των διανυσμάτων βαρών, όλων των τελεστών OWA, στα σενάρια που εφαρμόστηκαν.

Πίνακας 4.15. Διασπορά διανύσματος βαρών, Disp (W), όλων των σεναρίων εφαρμογής, για όλους τους εναλλακτικούς τελεστές OWA (τα εναλλακτικά σενάρια των Window – OWA παρατίθενται ξεχωριστά).

Τελεστής OWA	Orness (W) = 0.25	Orness (W) = 0.5	Orness (W) = 0.75
ME-OWA	1.7675	2.0794	1.7675
YAGER ME-OWA	1.5727	2.0794	1.5727
ANDLIKE-S-OWA	1.5366	-	-
ORLIKE-S-OWA	-	2.0794	1.5366
GENERALIZED-S-OWA	0.5623	0.6931	0.5623
OPTIMISTIC	1.4432	1.9660	1.7352
EXPONENTIAL OWA			
PESSIMISTIC	1.7592	1.9540	1.4432
EXPONENTIAL OWA			

Τελεστής OWA	Orness (W) = 0	Orness (W) = 0.5	Orness (W) = 1
WINDOW-MIN OWA	0	0.6931	0
WINDOW-MAX OWA	0	2.0794	0

Στα αποτελέσματα του Πίνακα 4.15, φαίνεται ξεκάθαρα η επαλήθευση όσων έχουν ήδη αναφερθεί για την διασπορά των βαρών. Στις περιπτώσεις όπου το Orness (W) = 0.5 και δεν υπάρχει κάποιος περιορισμός στο διάνυσμα βαρών, η διασπορά είναι η μέγιστη που παρατηρείται σε σχέση με τα άλλα σενάρια.

Παρ'όλα αυτά, η τιμή τους διαφέρει σημαντικά στην περίπτωση των GENERALIZED-S-OWA και WINDOW-MIN. Σε αυτούς τους δύο τελεστές το διάνυσμα των βαρών τους έχει μονάχα δύο μη μηδενικά στοιχεία, αποτέλεσμα των περιορισμών που τίθενται πάνω στο διάνυσμα. Στον μεν GENERALIZED-S-OWA, η μορφή των βαρών του επιβάλλει μονάχα δύο μη μηδενικά στοιχεία και επομένως, περιορίζει σημαντικά την διασπορά των βαρών του, στον δε WINDOW-MIN, το ζητούμενο είναι να ελαχιστοποιηθεί η μεταβλητή m , που ορίζει ποια βάρη θα είναι μη μηδενικά. Επομένως, σαν άμεσο αποτέλεσμα αυτού του γεγονότος, η διασπορά στο διάνυσμα βαρών του περιορίζεται σημαντικά (ο τύπος υπολογισμού της διασποράς για αυτού του είδους τους τελεστές θυμίζεται ότι είναι $\ln m$, σχέση (2.34)),

παρ'όλο που εξακολουθεί να είναι μεγαλύτερη σε σχέση με τα άλλα σενάρια των συγκεκριμένων τελεστών.

Στον τελεστή WINDOW-MAX όμως, όπου ζητούμενο είναι η μεγιστοποίηση των μη μηδενικών βαρών μέσω της μεγιστοποίησης της μεταβλητής m , η διασπορά παρουσιάζει την ίδια τιμή σε σχέση με τους υπόλοιπους τελεστές OWA, αφού το διάνυσμα κατανέμεται ισόποσα και υλοποιείται ο μέσος αριθμητικός τελεστής F_{ave} .

Άλλο ένα αξιοσημείωτο γεγονός είναι η συμφωνία που παρουσιάζουν τα αποτελέσματα της διασποράς για τα σενάρια με Orness (W) = 0.25 και Orness (0.75). Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, τα δύο σενάρια είναι συμπληρωματικά, τόσο από την συμπληρωματική μορφή των βαρών τους όσο και γιατί οι τιμές των βαθμών αισιοδοξίας τους αθροίζονται στην μονάδα. Όπως έχει συζητηθεί, για τους δύο τελεστές είναι αναμενόμενο να ισχύει ότι: $Disp(\hat{F}) = Disp(F)$. Αυτό επαληθεύεται από τα αποτελέσματα της ανάλυσης. Το ίδιο ισχύει και για τους $S - OWA$. Ένας ANDLIKE-S-OWA με βαθμό αισιοδοξίας ίσο με 0.25, είναι συμπληρωματικός (dual) τελεστής ενός ORLIKE-S-OWA με βαθμό αισιοδοξίας ίσο με 0.75.

Τα ίδια ισχύουν και για τους Exponential – OWA τελεστές. Ένας απαισιόδοξα εκθετικός τελεστής OWA με βαθμό αισιοδοξίας ίσο με 0.25 είναι συμπληρωματικός με έναν αισιόδοξα εκθετικό τελεστή OWA με βαθμό αισιοδοξίας ίσο με 0.75 (όπως συμβαίνει και στην περίπτωση των PESSIMISTIC EXPONENTIAL OWA και OPTIMISTIC EXPONENTIAL OWA). Οι μικρές διαφορές στις τιμές δεν πρέπει να προβληματίζουν, καθώς είναι απόλυτα φυσιολογικές και οφείλονται στην έμφυτη ανακρίβεια της ανάγνωσης των Σχημάτων 2.1 και 2.2. Η ελάχιστη απόκλιση που παρουσιάζουν μεταξύ τους στο σενάριο με βαθμό αισιοδοξίας ίσο με 0.5, τόσο μεταξύ τους όσο και σε σχέση με την αντίστοιχη τιμή των υπόλοιπων τύπων OWA συνηγορεί στην ορθότητα του ισχυρισμού.

Τέλος για την ακραία “or” και “and” άθροιση που υλοποιούν οι Window – OWA στα σενάρια με βαθμό αισιοδοξίας ίσο με 0 και 1, αναμενόμενο είναι ότι, εφόσον στην πρώτη περίπτωση $w_8 = 1$ και στην δεύτερη $w_1 = 1$, η διασπορά είναι ελάχιστη και ίση με το μηδέν ($Disp(W) = 0$).

4.6 Σύγκριση με την Πολυκριτήρια Μέθοδο SMAA2

Εκτός των τελεστών OWA, για λόγους σύγκρισης εφαρμόστηκε και η μέθοδος SMAA2 χρησιμοποιώντας ως μοντέλο αξιολόγησης μια γραμμική συνάρτηση αξίας (σταθμισμένος μέσος). Η μέθοδος SMAA2 βασίζεται στην υλοποίηση μιας προσομοίωσης Monte Carlo, η οποία επιτρέπει την αξιολόγηση των επιχειρήσεων για διάφορα εναλλακτικά σενάρια στάθμισης των χρηματοοικονομικών δεικτών [28].

Στην παρούσα εργασία η αξιολόγηση πραγματοποιήθηκε βάσει 1.000 σεναρίων σε καθένα από τα οποία οι συντελεστές στάθμισης των δεικτών παράγονται τυχαία από την ομοιόμορφη κατανομή. Τα αποτελέσματα της πολυκριτήριας αυτής αξιολόγησης συνοψίζονται στον Πίνακα 4.16.

Πίνακας 4.16. Παρουσίαση βέλτιστης και χείριστης επίδοσης εταιριών, καθώς και μέσοι όροι, (ολικός και κατά μέγεθος), για κάθε έτος, για την μέθοδο SMAA2.

Έτος	Τύπος Επίδοσης	C = 0
2010	Βέλτιστη Επίδοση	0.816
	M.O. Μεγάλων	0.139
	M.O. Μεσαίων	0.128
	M.O. Μικρών	0.166
	Χείριστη Επίδοση	0.007
	Ολικός M.O.	0.147
2009	Βέλτιστη Επίδοση	0.521
	M.O. Μεγάλων	0.097
	M.O. Μεσαίων	0.122
	M.O. Μικρών	0.167
	Χείριστη Επίδοση	0.002
	Ολικός M.O.	0.133
2008	Βέλτιστη Επίδοση	0.765
	M.O. Μεγάλων	0.122
	M.O. Μεσαίων	0.121
	M.O. Μικρών	0.170
	Χείριστη Επίδοση	0.002
	Ολικός M.O.	0.141
2007	Βέλτιστη Επίδοση	0.405
	M.O. Μεγάλων	0.137
	M.O. Μεσαίων	0.149
	M.O. Μικρών	0.167
	Χείριστη Επίδοση	0.001
	Ολικός M.O.	0.152
2006	Βέλτιστη Επίδοση	0.890
	M.O. Μεγάλων	0.154
	M.O. Μεσαίων	0.165
	M.O. Μικρών	0.171
	Χείριστη Επίδοση	0.001
	Ολικός M.O.	0.164

Εύκολα μπορεί να παρατηρηθεί ότι η συγκεκριμένη μέθοδος αποδίδει γενικά χαμηλότερες βαθμολογίες όπως φαίνεται από τους μέσους όρους των κατηγοριών αλλά και τον ολικό μέσο όρο. Οι βαθμολογίες που αποδίδει, μπορεί να ειπωθεί ότι έχουν αρκετά σημεία, με τα απαισιόδοξα σενάρια των Window – OWA.

Η υψηλότερη επίδοση επιτεύχθη το 2006, αντί του 2010 όπως στους τελεστές OWA. Ακόμη, οι μεγάλοι μεγέθους εταιρίες πέτυχαν τον υψηλότερο μέσο όρο το 2006, ενώ το ίδιο ισχύει και για τις μεσαίου μεγέθους αλλά και τις μικρού μεγέθους. Όλες ευνοούνται το συγκεκριμένο έτος (2006), όπου ως λογικό και αναμενόμενο αποτέλεσμα, εμφανίζεται και ο υψηλότερος ολικός μέσος όρος. Όσον αφορά την χαμηλότερη επίδοση, αυτή εμφανίζεται σε δύο χρονιές, το 2006 και το 2007. Στην πραγματικότητα όμως, η επίδοση του 2007 είναι ελαφρώς χαμηλότερη, εάν η ακρίβεια των αποτελεσμάτων μετατοπιστεί πέραν τους τρίτου δεκαδικού ψηφίου.

Όπως έχει γίνει ήδη αντιληπτό, από την παρουσίαση των αποτελεσμάτων στην Ενότητα 4.4, οι κατατάξεις και τα αποτελέσματα των εναλλακτικών τελεστών OWA, για όλα τα σενάρια εφαρμογής, συμφωνούν σε μεγάλο βαθμό μεταξύ τους. Το ίδιο συμβαίνει και μεταξύ των τελεστών OWA και της πολυκριτήριας μεθόδου SMAA2.

Στον παρακάτω πίνακα, (Πίνακας 4.17), παρουσιάζονται οι M.O., των επιδόσεων όλων των χημικών βιομηχανιών, ανεξαρτήτως μεγέθους (ολικοί), για όλα τα σενάρια εφαρμογής και όλα τα έτη αξιολόγησης, τόσο για τους τελεστές OWA, όσο και για την μέθοδο SMAA2.

Σε αυτό τον συγκεντρωτικό πίνακα, φαίνεται ξεκάθαρα, τόσο η μεγάλη συμφωνία στον τρόπο βαθμολόγησης των επιχειρήσεων από τους τελεστές OWA, όσο και η μεγάλη ομοιότητα που έχει η βαθμολογία της SMAA2, με τα απαισιόδοξα σενάρια των Window – OWA.

Επομένως, γίνεται ξεκάθαρο ότι οι τελεστές OWA αποδίδουν παρόμοιες βαθμολογίες για ίδιες τιμές του βαθμού αισιοδοξίας. Ξεκάθαρο είναι επίσης, ότι η μέθοδος SMAA2 αποδίδει γενικά χαμηλές βαθμολογίες και παρουσιάζει πολλές ομοιότητες με την άθροιση που υλοποιούν οι Window – OWA, για βαθμό αισιοδοξίας ίσο με το μηδέν.

Πίνακας 4.17. Μέσοι όροι (ολικοί), επιδόσεων επιχειρήσεων, για κάθε έτος και σενάριο, των τελεστών OWA και της μεθόδου SMAA2.

	Σενάριο	2010	2009	2008	2007	2006
ME-OWA	Orness (W) = 0.25	0.389	0.369	0.373	0.389	0.385
	Orness (W) = 0.5	0.602	0.584	0.589	0.600	0.600
	Orness (W) = 0.75	0.799	0.790	0.794	0.797	0.799
YAGER ME-OWA	Orness (W) = 0.25	0.398	0.372	0.379	0.399	0.396
	Orness (W) = 0.5	0.602	0.584	0.589	0.600	0.600
	Orness (W) = 0.75	0.805	0.794	0.799	0.802	0.805
ANDLIKE S-OWA	Orness (W) = 0.25	0.360	0.349	0.349	0.358	0.357
ORLIKE S-OWA	Orness (W) = 0.5	0.602	0.584	0.589	0.600	0.600
	Orness (W) = 0.75	0.786	0.778	0.781	0.786	0.787
GENERALIZED S-OWA	Orness (W) = 0.25	0.332	0.328	0.325	0.329	0.329
	Orness (W) = 0.5	0.545	0.542	0.541	0.543	0.544
	Orness (W) = 0.75	0.758	0.757	0.757	0.757	0.759
OPTIMISTIC EXPONENTIAL	Orness (W) = 0.25	0.351	0.341	0.341	0.348	0.348
	Orness (W) = 0.5	0.594	0.583	0.586	0.592	0.593
	Orness (W) = 0.75	0.802	0.793	0.797	0.799	0.801
PESSIMISTIC EXPONENTIAL	Orness(W) = 0.25	0.388	0.369	0.372	0.388	0.384
	Orness (W) = 0.5	0.598	0.583	0.587	0.597	0.596
	Orness (W) = 0.75	0.789	0.781	0.784	0.788	0.789
WINDOW-MIN	Orness (W) = 0	0.119	0.114	0.110	0.115	0.115
	Orness (W) = 0.5	0.602	0.572	0.583	0.601	0.605
	Orness (W) = 1	0.971	0.971	0.973	0.971	0.973
WINDOW-MAX	Orness (W) = 0	0.119	0.114	0.110	0.115	0.115
	Orness (W) = 0.5	0.602	0.584	0.589	0.600	0.600
	Orness (W) = 1	0.971	0.971	0.973	0.971	0.973
SMAA2		0.147	0.133	0.141	0.152	0.164

Εκτός από την σύγκριση των βαθμολογιών μεταξύ των τελεστών OWA και της μεθόδου SMAA2, μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζει και η συσχέτιση των κατατάξεων όλων των μεθόδων. Στους παρακάτω πίνακες (Πίνακες 4.18 – 4.22), παρουσιάζεται ο δείκτης τ του Kendall, για όλα τα ζεύγη μεθόδων και όλα τα έτη αξιολόγησης.

Η κωδική ονομασία των κατατάξεων των τελεστών OWA, έχει ως εξής (ο αριθμός που ακολουθεί δηλώνει το σενάριο εφαρμογής):

- **ME:** ME – OWA.
- **YME:** YAGER ME – OWA.
- **OR-S:** ORLIKE – S – OWA.
- **AND-S:** ANDLIKE – S – OWA.
- **G-S:** GENERALIZED – S – OWA.
- **O.E.:** OPTIMISTIC EXPONENTIAL OWA
- **P.E.:** PESSIMISTIC EXPONENTIAL OWA.

- **W-MIN:** WINDOW – MIN OWA
- **W-MAX:** WINDOW – MAX OWA
- **SMAA2:** Πολυκριτήρια μέθοδος SMAA2.

Οι πίνακες αυτοί, δείχνουν την μεγάλη συσχέτιση που έχουν οι κατατάξεις των διαφόρων σεναρίων εφαρμογής των τελεστών OWA. Οι τιμές του δείκτη τ του Kendall είναι θετικές και αρκετά κοντά στην μονάδα. Σε ορισμένες μάλιστα περιπτώσεις, ο δείκτης είναι ακριβώς ίσος με την μονάδα, πράγμα το οποίο δηλώνει απόλυτη συσχέτιση μεταξύ των συγκρινόμενων κατατάξεων. Μεγαλύτερες συσχετίσεις μεταξύ των κατατάξεων των διαφόρων σεναρίων εφαρμογής, όλων των τελεστών OWA, παρουσιάζουν σε γενικές γραμμές τα ουδέτερα σενάρια. Το αποτέλεσμα είναι απολύτως αναμενόμενο, καθότι σε περιπτώσεις όπου δεν υπάρχει περιορισμός στην μορφή του διανύσματος των βαρών, υλοποιείται ο *Fave*.

Εξαίρεση στις υψηλές συσχετίσεις, αποτελούν τα ακραία σενάρια εφαρμογής των τελεστών Window – OWA, τα οποία παρουσιάζουν αρνητικές συσχετίσεις στην μεταξύ τους σύγκριση, αλλά και τις χαμηλότερες τιμές του δείκτη τ συγκρινόμενες με τις υπόλοιπες μεθόδους. Φυσικά αυτό το αποτέλεσμα είναι απολύτως φυσιολογικό και αναμενόμενο, τόσο για την μεταξύ τους σύγκριση όσο και για τις μικρές συσχετίσεις σε σχέση με τα υπόλοιπα σενάρια εφαρμογής των εναλλακτικών τελεστών OWA. Η αρνητική συσχέτιση των ακραίων σεναρίων δικαιολογείται εάν ληφθεί υπόψιν ότι στο μεν απαισιόδοξο σενάριο επιλέγεται η χαμηλότερη επίδοση μίας εναλλακτικής ως η τελική της βαθμολογία, ενώ στο ακραία αισιόδοξο επιλέγεται η υψηλότερη επίδοση ανάμεσα στα κριτήρια. Η μικρή συσχέτιση σε σχέση με τους υπόλοιπους τελεστές, δικαιολογείται απλούστατα από την διαφορετική τιμή του βαθμού αισιοδοξίας για τα δύο αυτά σενάρια εφαρμογής των συγκεκριμένων τελεστών.

Η σύγκριση των κατατάξεων όλων των σεναρίων εφαρμογής με την πολυκριτήρια μέθοδο SMAA2, αποδεικνύει ότι υπάρχει αρκετά υψηλή συσχέτιση μεταξύ της κατάταξης που λαμβάνεται από την συγκεκριμένη μέθοδο και αυτής των διαφόρων σεναρίων εφαρμογής. Όλες οι συγκρίσεις δίνουν θετικές τιμές για τον δείκτη τ και αρκετά κοντά στην μονάδα. Υψηλότερες τιμές όμως επιτυγχάνονται στην σύγκριση με τα απαισιόδοξα και ουδέτερα σενάρια εφαρμογής των τελεστών OWA, παρά με τα αισιόδοξα.

Πίνακας 4.18 Δείκτης τ του Kendall μεταξύ των κατατάξεων όλων των μεθόδων για το έτος 2010.

	ME 0.25	ME 0.5	ME 0.75	YME 0.25	YME 0.5	YME 0.75	AND-S 0.25	OR-S 0.5	OR-S 0.75	G-S 0.25	G-S 0.5	G-S 0.75	O.E. 0.25	O.E. 0.5	O.E. 0.75	P.E. 0.25	P.E. 0.5	P.E. 0.75	W-MIN 0	W-MIN 0.5	W-MIN 1	W-MAX 0	W-MAX 0.5	W-MAX 1
ME 0.5	0.79																							
ME 0.75	0.60	0.80																						
YME 0.25	0.90	0.82	0.63																					
YME 0.5	0.79	1.00	0.80	0.82																				
YME 0.75	0.54	0.74	0.88	0.57	0.74																			
AND-S 0.25	0.81	0.71	0.57	0.75	0.71	0.53																		
OR-S 0.5	0.79	1.00	0.80	0.82	1.00	0.74	0.71																	
OR-S 0.75	0.71	0.86	0.83	0.73	0.86	0.74	0.67	0.86																
G-S 0.25	0.53	0.39	0.28	0.47	0.39	0.24	0.67	0.39	0.39															
G-S 0.5	0.54	0.41	0.32	0.47	0.41	0.28	0.67	0.41	0.44	0.88														
G-S 0.75	0.44	0.39	0.36	0.40	0.39	0.30	0.52	0.39	0.48	0.62	0.74													
O.E. 0.25	0.78	0.67	0.55	0.71	0.67	0.50	0.96	0.67	0.64	0.71	0.70	0.54												
O.E. 0.5	0.77	0.89	0.81	0.76	0.89	0.74	0.77	0.89	0.85	0.45	0.47	0.44	0.74											
O.E. 0.75	0.60	0.79	0.97	0.62	0.79	0.88	0.57	0.79	0.82	0.29	0.34	0.37	0.55	0.80										
P.E. 0.25	0.98	0.77	0.58	0.88	0.77	0.52	0.82	0.77	0.70	0.55	0.55	0.45	0.79	0.75	0.58									
P.E. 0.5	0.87	0.90	0.72	0.88	0.90	0.65	0.77	0.90	0.83	0.46	0.48	0.44	0.73	0.85	0.72	0.86								
P.E. 0.75	0.73	0.84	0.79	0.74	0.84	0.70	0.68	0.84	0.96	0.41	0.46	0.50	0.65	0.83	0.79	0.71	0.84							
W-MIN 0	0.54	0.37	0.26	0.46	0.37	0.22	0.66	0.37	0.35	0.92	0.81	0.54	0.70	0.43	0.26	0.55	0.45	0.36						
W-MIN 0.5	0.59	0.74	0.71	0.66	0.74	0.75	0.57	0.74	0.69	0.29	0.30	0.30	0.54	0.71	0.69	0.58	0.68	0.67	0.27					
W-MIN 1	0.05	0.11	0.19	0.06	0.11	0.16	0.06	0.11	0.25	0.07	0.19	0.46	0.06	0.14	0.21	0.04	0.13	0.27	-0.01	0.10				
W-MAX 0	0.54	0.37	0.26	0.46	0.37	0.22	0.66	0.37	0.35	0.92	0.81	0.54	0.70	0.43	0.26	0.55	0.45	0.36	1.00	0.27	-0.01			
W-MAX 0.5	0.79	1.00	0.80	0.82	1.00	0.74	0.71	1.00	0.86	0.39	0.41	0.39	0.67	0.89	0.79	0.77	0.90	0.84	0.37	0.74	0.11	0.37		
W-MAX 1	0.05	0.11	0.19	0.06	0.11	0.16	0.06	0.11	0.25	0.07	0.19	0.46	0.06	0.14	0.21	0.04	0.13	0.27	-0.01	0.10	1.00	-0.01	0.11	
SMAA2	0.65	0.62	0.47	0.70	0.62	0.46	0.61	0.62	0.57	0.44	0.44	0.39	0.59	0.61	0.46	0.65	0.64	0.58	0.43	0.63	0.11	0.43	0.62	0.11

Πίνακας 4.19 Δείκτης τ του Kendall μεταξύ των κατατάξεων όλων των μεθόδων για το έτος 2009.

	ME 0.25	ME 0.5	ME 0.75	YME 0.25	YME 0.5	YME 0.75	AND-S 0.25	OR-S 0.5	OR-S 0.75	G-S 0.25	G-S 0.5	G-S 0.75	O.E. 0.25	O.E. 0.5	O.E. 0.75	P.E. 0.25	P.E. 0.5	P.E. 0.75	W-MIN 0	W-MIN 0.5	W-MIN 1	W-MAX 0	W-MAX 0.5	W-MAX 1
ME 0.5	0.80																							
ME 0.75	0.61	0.80																						
YME 0.25	0.90	0.82	0.62																					
YME 0.5	0.80	1.00	0.80	0.82																				
YME 0.75	0.53	0.73	0.88	0.56	0.73																			
AND-S 0.25	0.82	0.72	0.57	0.75	0.72	0.51																		
OR-S 0.5	0.80	1.00	0.80	0.82	1.00	0.73	0.72																	
OR-S 0.75	0.75	0.89	0.81	0.76	0.89	0.72	0.69	0.89																
G-S 0.25	0.54	0.40	0.29	0.47	0.40	0.23	0.68	0.40	0.40															
G-S 0.5	0.54	0.41	0.31	0.47	0.41	0.25	0.66	0.41	0.43	0.90														
G-S 0.75	0.50	0.41	0.35	0.45	0.41	0.30	0.60	0.41	0.47	0.70	0.79													
O.E. 0.25	0.79	0.69	0.55	0.72	0.69	0.49	0.97	0.69	0.66	0.70	0.69	0.62												
O.E. 0.5	0.77	0.89	0.80	0.76	0.89	0.74	0.77	0.89	0.87	0.46	0.47	0.47	0.75											
O.E. 0.75	0.59	0.78	0.97	0.60	0.78	0.88	0.57	0.78	0.80	0.29	0.32	0.36	0.55	0.80										
P.E. 0.25	0.98	0.78	0.59	0.89	0.78	0.51	0.83	0.78	0.73	0.56	0.56	0.51	0.80	0.75	0.57									
P.E. 0.5	0.88	0.90	0.72	0.89	0.90	0.64	0.77	0.90	0.86	0.47	0.48	0.47	0.74	0.85	0.70	0.86								
P.E. 0.75	0.76	0.87	0.77	0.78	0.87	0.69	0.70	0.87	0.96	0.41	0.45	0.49	0.67	0.85	0.76	0.75	0.87							
W-MIN 0	0.52	0.38	0.26	0.46	0.38	0.21	0.66	0.38	0.36	0.93	0.83	0.62	0.69	0.44	0.26	0.54	0.45	0.38						
W-MIN 0.5	0.66	0.78	0.69	0.71	0.78	0.71	0.61	0.78	0.74	0.32	0.32	0.34	0.58	0.75	0.67	0.64	0.74	0.72	0.30					
W-MIN 1	0.06	0.11	0.18	0.08	0.11	0.15	0.05	0.11	0.22	0.04	0.13	0.34	0.05	0.13	0.19	0.06	0.12	0.23	-0.04	0.11				
W-MAX 0	0.52	0.38	0.26	0.46	0.38	0.21	0.66	0.38	0.36	0.93	0.83	0.62	0.69	0.44	0.26	0.54	0.45	0.38	1.00	0.30	-0.04			
W-MAX 0.5	0.80	1.00	0.80	0.82	1.00	0.73	0.72	1.00	0.89	0.40	0.41	0.41	0.69	0.89	0.78	0.78	0.90	0.87	0.38	0.78	0.11	0.38		
W-MAX 1	0.06	0.11	0.18	0.08	0.11	0.15	0.05	0.11	0.22	0.04	0.13	0.34	0.05	0.13	0.19	0.06	0.12	0.23	-0.04	0.11	1.00	-0.04	0.11	
SMAA2	0.69	0.63	0.45	0.73	0.63	0.42	0.64	0.63	0.58	0.46	0.46	0.45	0.62	0.60	0.43	0.69	0.67	0.60	0.44	0.65	0.11	0.44	0.63	0.11

Πίνακας 4.20 Δείκτης τ του Kendall μεταξύ των κατατάξεων όλων των μεθόδων για το έτος 2008.

	ME 0.25	ME 0.5	ME 0.75	YME 0.25	YME 0.5	YME 0.75	AND-S 0.25	OR-S 0.5	OR-S 0.75	G-S 0.25	G-S 0.5	G-S 0.75	O.E. 0.25	O.E. 0.5	O.E. 0.75	P.E. 0.25	P.E. 0.5	P.E. 0.75	W-MIN 0	W-MIN 0.5	W-MIN 1	W-MAX 0	W-MAX 0.5	W-MAX 1
ME 0.5	0.81																							
ME 0.75	0.56	0.75																						
YME 0.25	0.91	0.81	0.56																					
YME 0.5	0.81	1.00	0.75	0.81																				
YME 0.75	0.46	0.64	0.85	0.46	0.64																			
AND-S 0.25	0.81	0.74	0.55	0.76	0.74	0.48																		
OR-S 0.5	0.81	1.00	0.75	0.81	1.00	0.64	0.74																	
OR-S 0.75	0.76	0.86	0.75	0.77	0.86	0.63	0.69	0.86																
G-S 0.25	0.57	0.46	0.30	0.53	0.46	0.24	0.72	0.46	0.44															
G-S 0.5	0.58	0.48	0.34	0.53	0.48	0.27	0.72	0.48	0.49	0.91														
G-S 0.75	0.51	0.44	0.34	0.48	0.44	0.27	0.60	0.44	0.51	0.68	0.77													
O.E. 0.25	0.78	0.70	0.53	0.72	0.70	0.46	0.95	0.70	0.65	0.76	0.75	0.61												
O.E. 0.5	0.76	0.88	0.76	0.74	0.88	0.67	0.79	0.88	0.82	0.53	0.55	0.49	0.76											
O.E. 0.75	0.55	0.73	0.97	0.54	0.73	0.85	0.55	0.73	0.73	0.30	0.34	0.35	0.53	0.75										
P.E. 0.25	0.98	0.79	0.55	0.90	0.79	0.45	0.82	0.79	0.75	0.59	0.59	0.52	0.78	0.76	0.53									
P.E. 0.5	0.90	0.89	0.65	0.90	0.89	0.54	0.79	0.89	0.85	0.53	0.54	0.50	0.75	0.82	0.63	0.89								
P.E. 0.75	0.77	0.83	0.71	0.78	0.83	0.59	0.70	0.83	0.96	0.46	0.51	0.53	0.66	0.80	0.69	0.76	0.86							
W-MIN 0	0.57	0.45	0.29	0.52	0.45	0.22	0.71	0.45	0.41	0.94	0.85	0.62	0.75	0.51	0.28	0.58	0.51	0.43						
W-MIN 0.5	0.60	0.70	0.64	0.65	0.70	0.68	0.59	0.70	0.68	0.36	0.38	0.36	0.56	0.69	0.62	0.59	0.66	0.66	0.35					
W-MIN 1	0.04	0.06	0.10	0.06	0.06	0.06	0.04	0.06	0.20	0.04	0.14	0.36	0.04	0.06	0.10	0.05	0.09	0.22	-0.02	0.05				
W-MAX 0	0.57	0.45	0.29	0.52	0.45	0.22	0.71	0.45	0.41	0.94	0.85	0.62	0.75	0.51	0.28	0.58	0.51	0.43	1.00	0.35	-0.02			
W-MAX 0.5	0.81	1.00	0.75	0.81	1.00	0.64	0.74	1.00	0.86	0.46	0.48	0.44	0.70	0.88	0.73	0.79	0.89	0.83	0.45	0.70	0.06	0.45		
W-MAX 1	0.04	0.06	0.10	0.06	0.06	0.06	0.04	0.06	0.20	0.04	0.14	0.36	0.04	0.06	0.10	0.05	0.09	0.22	-0.02	0.05	1.00	-0.02	0.06	
SMAA2	0.67	0.59	0.40	0.71	0.59	0.36	0.64	0.59	0.58	0.51	0.52	0.51	0.62	0.57	0.39	0.67	0.65	0.60	0.49	0.61	0.13	0.49	0.59	0.13

Πίνακας 4.21 Δείκτης τ του Kendall μεταξύ των κατατάξεων όλων των μεθόδων για το έτος 2007.

	ME 0.25	ME 0.5	ME 0.75	YME 0.25	YME 0.5	YME 0.75	AND-S 0.25	OR-S 0.5	OR-S 0.75	G-S 0.25	G-S 0.5	G-S 0.75	O.E. 0.25	O.E. 0.5	O.E. 0.75	P.E. 0.25	P.E. 0.5	P.E. 0.75	W-MIN 0	W-MIN 0.5	W-MIN 1	W-MAX 0	W-MAX 0.5	W-MAX 1
ME 0.5	0.77																							
ME 0.75	0.52	0.74																						
YME 0.25	0.90	0.80	0.55																					
YME 0.5	0.77	1.00	0.74	0.80																				
YME 0.75	0.44	0.66	0.86	0.46	0.66																			
AND-S 0.25	0.78	0.67	0.47	0.71	0.67	0.40																		
OR-S 0.5	0.77	1.00	0.74	0.80	1.00	0.66	0.67																	
OR-S 0.75	0.71	0.86	0.76	0.73	0.86	0.65	0.62	0.86																
G-S 0.25	0.46	0.30	0.13	0.38	0.30	0.06	0.63	0.30	0.27															
G-S 0.5	0.45	0.31	0.17	0.38	0.31	0.09	0.62	0.31	0.31	0.89														
G-S 0.75	0.36	0.28	0.18	0.30	0.28	0.10	0.47	0.28	0.35	0.62	0.73													
O.E. 0.25	0.75	0.63	0.45	0.67	0.63	0.38	0.96	0.63	0.58	0.66	0.65	0.49												
O.E. 0.5	0.73	0.88	0.75	0.71	0.88	0.68	0.72	0.88	0.82	0.36	0.38	0.34	0.69											
O.E. 0.75	0.51	0.72	0.97	0.52	0.72	0.86	0.47	0.72	0.75	0.14	0.18	0.20	0.45	0.75										
P.E. 0.25	0.97	0.74	0.50	0.88	0.74	0.42	0.78	0.74	0.69	0.48	0.48	0.37	0.75	0.72	0.49									
P.E. 0.5	0.87	0.88	0.65	0.88	0.88	0.55	0.72	0.88	0.83	0.36	0.38	0.34	0.68	0.80	0.63	0.85								
P.E. 0.75	0.73	0.83	0.71	0.74	0.83	0.60	0.64	0.83	0.95	0.30	0.35	0.38	0.60	0.79	0.70	0.71	0.84							
W-MIN 0	0.44	0.28	0.11	0.37	0.28	0.05	0.62	0.28	0.24	0.94	0.83	0.56	0.65	0.35	0.12	0.46	0.35	0.27						
W-MIN 0.5	0.55	0.70	0.68	0.61	0.70	0.73	0.48	0.70	0.65	0.16	0.17	0.13	0.46	0.67	0.66	0.53	0.63	0.61	0.15					
W-MIN 1	-0.06	-0.03	0.07	-0.07	-0.03	0.02	-0.05	-0.03	0.11	-0.02	0.10	0.36	-0.06	-0.01	0.08	-0.06	-0.01	0.14	-0.08	-0.05				
W-MAX 0	0.44	0.28	0.11	0.37	0.28	0.05	0.62	0.28	0.24	0.94	0.83	0.56	0.65	0.35	0.12	0.46	0.35	0.27	1.00	0.15	-0.08			
W-MAX 0.5	0.77	1.00	0.74	0.80	1.00	0.66	0.67	1.00	0.86	0.30	0.31	0.28	0.63	0.88	0.72	0.74	0.88	0.83	0.28	0.70	-0.03	0.28		
W-MAX 1	-0.06	-0.03	0.07	-0.07	-0.03	0.02	-0.05	-0.03	0.11	-0.02	0.10	0.36	-0.06	-0.01	0.08	-0.06	-0.01	0.14	-0.08	-0.05	1.00	-0.08	-0.03	
SMAA2	0.65	0.55	0.35	0.67	0.55	0.32	0.61	0.55	0.49	0.42	0.41	0.33	0.59	0.53	0.33	0.65	0.60	0.50	0.42	0.51	-0.02	0.42	0.55	-0.02

Πίνακας 4.22 Δείκτης τ του Kendall μεταξύ των κατατάξεων όλων των μεθόδων για το έτος 2006.

	ME 0.25	ME 0.5	ME 0.75	YME 0.25	YME 0.5	YME 0.75	AND-S 0.25	OR-S 0.5	OR-S 0.75	G-S 0.25	G-S 0.5	G-S 0.75	O.E. 0.25	O.E. 0.5	O.E. 0.75	P.E. 0.25	P.E. 0.5	P.E. 0.75	W-MIN 0	W-MIN 0.5	W-MIN 1	W-MAX 0	W-MAX 0.5	W-MAX 1
ME 0.5	0.77																							
ME 0.75	0.55	0.76																						
YME 0.25	0.90	0.80	0.56																					
YME 0.5	0.77	1.00	0.76	0.80																				
YME 0.75	0.46	0.69	0.88	0.49	0.69																			
AND-S 0.25	0.80	0.74	0.56	0.75	0.74	0.49																		
OR-S 0.5	0.77	1.00	0.76	0.80	1.00	0.69	0.74																	
OR-S 0.75	0.71	0.85	0.78	0.72	0.85	0.69	0.69	0.85																
G-S 0.25	0.53	0.39	0.26	0.46	0.39	0.20	0.65	0.39	0.37															
G-S 0.5	0.52	0.41	0.29	0.46	0.41	0.24	0.65	0.41	0.42	0.87														
G-S 0.75	0.39	0.37	0.33	0.36	0.37	0.28	0.49	0.37	0.46	0.56	0.69													
O.E. 0.25	0.76	0.70	0.53	0.72	0.70	0.47	0.96	0.70	0.65	0.69	0.68	0.51												
O.E. 0.5	0.73	0.88	0.79	0.72	0.88	0.71	0.77	0.88	0.84	0.44	0.46	0.42	0.74											
O.E. 0.75	0.54	0.75	0.97	0.55	0.75	0.87	0.56	0.75	0.77	0.27	0.30	0.35	0.54	0.79										
P.E. 0.25	0.98	0.75	0.53	0.89	0.75	0.44	0.80	0.75	0.69	0.54	0.53	0.40	0.76	0.71	0.52									
P.E. 0.5	0.88	0.88	0.65	0.87	0.88	0.57	0.79	0.88	0.82	0.46	0.48	0.42	0.75	0.82	0.65	0.87								
P.E. 0.75	0.73	0.83	0.73	0.73	0.83	0.64	0.70	0.83	0.95	0.39	0.44	0.48	0.67	0.81	0.73	0.72	0.83							
W-MIN 0	0.52	0.38	0.24	0.46	0.38	0.18	0.65	0.38	0.35	0.93	0.80	0.50	0.69	0.43	0.25	0.54	0.45	0.37						
W-MIN 0.5	0.54	0.70	0.69	0.60	0.70	0.74	0.53	0.70	0.66	0.23	0.26	0.27	0.49	0.68	0.67	0.52	0.63	0.64	0.22					
W-MIN 1	0.02	0.08	0.17	0.01	0.08	0.16	0.06	0.08	0.23	0.06	0.19	0.50	0.06	0.11	0.18	0.01	0.09	0.25	-0.01	0.12				
W-MAX 0	0.52	0.38	0.24	0.46	0.38	0.18	0.65	0.38	0.35	0.93	0.80	0.50	0.69	0.43	0.25	0.54	0.45	0.37	1.00	0.22	-0.01			
W-MAX 0.5	0.77	1.00	0.76	0.80	1.00	0.69	0.74	1.00	0.85	0.39	0.41	0.37	0.70	0.88	0.75	0.75	0.88	0.83	0.38	0.70	0.08	0.38		
W-MAX 1	0.02	0.08	0.17	0.01	0.08	0.16	0.06	0.08	0.23	0.06	0.19	0.50	0.06	0.11	0.18	0.01	0.09	0.25	-0.01	0.12	1.00	-0.01	0.08	
SMAA2	0.56	0.51	0.37	0.60	0.51	0.33	0.53	0.51	0.49	0.39	0.40	0.34	0.51	0.49	0.35	0.56	0.55	0.50	0.38	0.51	0.09	0.38	0.51	0.09

5. Συμπεράσματα

Οι τελεστές OWA απέδειξαν ότι μπορούν να αποτελέσουν ένα ισχυρό μεθοδολογικό εργαλείο στην λήψη αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια. Η ικανότητά τους να αθροίζουν σε μία συνολική επίδοση, τις επιμέρους επιδόσεις μιας εναλλακτικής, αποδεικνύει την χρησιμότητά τους σε προβλήματα αξιολόγησης και κατάταξης.

Η μεγάλη πληθώρα επιλογών ανάμεσα στις διάφορες παραμετροποιημένες οικογένειες τελεστών OWA επιτρέπει την μοντελοποίηση μίας μεγάλης γκάμας εναλλακτικών σεναρίων και εξειδικευμένων προβλημάτων. Η υπολογιστική τους απλότητα, αλλά και η δυνατότητα απόκτησης των βαρών χωρίς κάποια γνώση για τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα (αρκεί ο ορισμός ενός επιθυμητού βαθμού αισιοδοξίας), τους καθιστά ιδιαίτερα ελκυστικούς.

Η ανάλυση των αποτελεσμάτων απέδειξε ότι για παρόμοιες τιμές του βαθμού αισιοδοξίας, οι εναλλακτικοί τελεστές OWA, αποδίδουν σε γενικές γραμμές παρόμοιες βαθμολογίες. Οι θετικές τιμές του δείκτη τ του Kendall, για όλα τα ζεύγη συγκρίσεων αποδεικνύει την μεγάλη συσχέτιση των κατατάξεων στα διάφορα σενάρια εφαρμογής. Εξαίρεση αποτελούν φυσικά τα αντιδιαμετρικά και ακραία σενάρια των Window – OWA, τα οποία παρουσιάζουν αρνητική συσχέτιση μεταξύ τους, αλλά και τις χαμηλότερες συσχετίσεις με τις υπόλοιπες κατατάξεις.

Η σύγκριση των τελεστών OWA με την πολυκριτήρια μέθοδο SMAA2, έδειξε μεγάλη ομοιότητα στον τρόπο βαθμολόγησης της συγκεκριμένης μεθόδου με τα ακραία απαισιόδοξα σενάρια των Window – OWA. Η τιμή του δείκτη τ του Kendall, κατέδειξε υψηλότερη συσχέτιση των κατατάξεων της συγκεκριμένης μεθόδου με τα απαισιόδοξα και ουδέτερα σενάρια εφαρμογής των οικογενειών τελεστών OWA, παρά με τα αισιόδοξα.

Όσον αφορά τις χρηματοοικονομικές επιδόσεις των χημικών βιομηχανιών της λίστας NACE C20, η πολυκριτήρια ανάλυση απέδειξε ότι το μέγεθος μίας εταιρίας δεν παίζει σημαντικό ρόλο στις επιδόσεις της. Σε πολλές περιπτώσεις χημικές βιομηχανίες μικρού και μεσαίου μεγέθους κατέγραψαν υψηλότερους μέσους όρους επιδόσεων σε σχέση με τις μεγάλες. Σε γενικές γραμμές, οι χημικές βιομηχανίες στην Ευρωπαϊκή Ένωση φαίνεται να είναι αρκετά εύρωστες οικονομικά (τουλάχιστον για τα έτη 2010 – 2006) και να αντέχουν στην οικονομική κρίση των τελευταίων ετών.

Κατά την γνώμη του γράφοντα, μελλοντικές ερευνητικές προσπάθειες στην χρήση των τελεστών OWA σε προβλήματα πολυκριτήριας ανάλυσης, θα πρέπει να εστιαστούν σε περιπτώσεις όπου τα κριτήρια αξιολόγησης δεν είναι ίσης σπουδαιότητας, αλλά ορισμένα έχουν μεγαλύτερη βαρύτητα από άλλα. Παρ'όλο που ο Yager [1] ανέπτυξε ένα μαθηματικό μοντέλο που περιλαμβάνει περιπτώσεις όπου τα κριτήρια δεν είναι ίσης σημασίας για τον αποφασίζοντα, η εφαρμογή του σε προβλήματα πολυκριτήριας ανάλυσης παραμένει περιορισμένη.

Εξαιρετικό ενδιαφέρον παρουσιάζουν και οι περιπτώσεις υβριδικών αθροιστικών τελεστών, όπως για παράδειγμα ο τελεστής WOWA (Weighted Ordered Weighted Averaging), στον οποίο επιχειρείται να συνυπάρξει παράλληλα με την αντιστάθμιση (compensation) των κριτηρίων και η περίπτωση της άνισης σημασίας τους για τον αποφασίζοντα [12]. Τέτοια υβρίδια αθροιστικών τελεστών καταγράφονται συνεχώς στην βιβλιογραφία και μένει η επιτυχής εφαρμογή τους σε πολυκριτήρια προβλήματα, ώστε να αποτελέσουν ένα νέο εργαλείο αντιμετώπισης τέτοιων προβλημάτων. Η σύγκριση τους με κλασσικότερες μεθόδους πολυκριτήριας ανάλυσης θα παρουσίαζε επίσης, εξαιρετικό ενδιαφέρον.

Τέλος, η επιτυχής εφαρμογή τους σε πολυκριτήρια προβλήματα, των οποίων τα δεδομένα δεν είναι αριθμητικές τιμές, αλλά ασαφείς τιμές (fuzzy values) ή και γλωσσικές μεταβλητές (linguistic variables) θα έδινε νέα πνοή στην αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων. Οι τελεστές OWA έχουν ήδη εφαρμοστεί σε άλλα επιστημονικά πεδία, με μεγάλη επιτυχία στην διαχείριση ασαφών δεδομένων [2]. Επομένως, η χρήση τους σε πολυκριτήρια προβλήματα βαθμολόγησης, κατάταξης και επιλογής στις οποίες τα δεδομένα δεν αποτελούνται από αριθμητικές τιμές, φαίνεται αρκετά ελπιδοφόρα.

Βιβλιογραφία

1. Yager, R. (1988). On Ordered Weighted Averaging Aggregation Operators in Multicriteria Decision Making. *IEEE, Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol 18, No 1.
2. Yager, R. (1993). Families of OWA operators. *Fuzzy Sets and Systems* 59, 125-148.
3. Filev, D. and Yager, R. (1998). On the issue of obtaining OWA operator weights. *Fuzzy Sets and Systems* 94, 157-169.
4. Fuller, R. (1996). OWA Operators in Decision Making. *Exploring the Limits of Support Systems. TUCS General Publications, No.3, Turku Centre for Computer Science, Abo, [ISBN 951-650-947-9, ISSN 1239-1905], 85-104.*
5. Emrouznejad, A. (2008). Ordered weighted averaging in SAS: A MCDM application. *SAS Global Forum 2008, Paper 202-2008.*
6. O'Hagan, M. (1987). Fuzzy decision aids. In: *Proc 21st Asilomar Conference on Signal, Systems and Computers, vol II. Pacific Grove, CA: IEEE and Maple Press; pp 624-628.*
7. Majlender, P. and Fuller, R. (2001). An analytic approach for obtaining maximal entropy OWA operator weights. *Fuzzy Sets and Systems* 124, 53–57.
8. Yager, R. (1992). On the maximum entropy negation of a probability distribution. *Technical Report #MII-1303, Machine Intelligence Institute, Iona College, New Rochelle, NY.*
9. Filev, D. and Yager, R. (1994). Parameterized and-like and or-like OWA operators. *International Journal of General Systems*, 22:3, 297-316.
10. Brunelli, M., Mezei, J. and Fuller, R. (2009). Olympic OWA Operators for Modeling Group Decisions. *TUCS Technical Report, No 936.*
11. Brown, R.G. (1963). *Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series.* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ).
12. Torra, V. (2010). Aggregation Operators for Evaluating Alternatives. *Fuzzy Optimization, Studfuzz* 254, pp. 65–76. *Springer-Verlag Berlin Heidelberg.*
13. Xu, Z.S. and Da, Q.L. (2003). An Overview of Operators for Aggregating Information. *International Journal of Intelligent Systems, Vol. 18, 953–969.*

14. Yager, R. (2004). Modeling Prioritized Multicriteria Decision Making. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part B: Cybernetics*, Vol. 34, No. 6, December 2004.
15. Filev, D. and Yager, R. (1994). Analysis of flexible structured fuzzy logic controllers. *IEEE, Trans. Of Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 24, Issue 7, 1035 – 1043.
16. Lamata, M. T. (2004). Ranking of Alternatives with Ordered Weighted Averaging Operators. *International Journal of Intelligent Systems*, Vol. 19, 473-482.
17. Robinson, T. (1992). *Communication Networks*. Ph.D. Thesis, Polytechnic Institute of New York.
18. Chuu, Shian-Jong. *A Fuzzy Multiple Attributes Decision-making for Evaluating Flexibility in a Manufacturing System*.
19. Malczewski, J. and Rinner, C. (2002). Web-Enabled Spatial Decision Analysis Using Ordered Weighted Averaging (OWA). *Journal of Geographical Systems* 4(4): 385-403.
20. Jianrong, Xu and Rongxi, Zhou. (2008). A method for obtaining the maximum entropy OWA operator weights with uncertain orness measure. *Chinece Control and Decision Conference (CCDC 2008)*.
21. Carlsson, C., Fuller, R. and Fuller, S. (1997). OWA Operators for doctoral student selection problem. In: *The ordered weighted averaging operators: Theory, Methodology, and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston, [ISBN 0-7923-9934-X], 167-178.
22. Osiris Data Guide. (2007). Bureau Van Dijk Electronic Publishing. Available from: www.bvdep.com
23. Υποεπιτροπή Underwriters EAEE. (2006). *Οικονομικό Underwriting: Το αντικείμενο, η θεωρία και η τεχνική χειρισμού των οικονομικών κινδύνων στο σύγχρονο ασφαλιστικό περιβάλλον*.
24. Γκλεζάκος, Μ. (2004). *Εισαγωγή στην ανάλυση της οικονομικής κατάστασης των επιχειρήσεων*. Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης, Πανεπιστήμιο Πειραιώς.
25. Ζοπουνίδης, Κ. (2011). *Πολυκριτήρια Ανάλυση & Χρηματοοικονομικές Αποφάσεις*. Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης.

26. Babalos, V., Philippas, N., Doumpos, N., Zopounidis, C. (2012). Mutual funds performance appraisal using stochastic multicriteria acceptability analysis. *Applied Mathematics and Computation* 218 (2012) 5693–5703.
27. KPMG Chemicals (2010). *The Future of the European Chemical Industry*. KPMG International.
28. R. Lahdelma, P. Salminen, SMAA-2: Stochastic multicriteria acceptability analysis for group decision making, *Operations Research*. 49 (2001) 444–454.

Παράρτημα: Λίστα Χημικών Βιομηχανιών NACE C20

Company name	Country - (address of incorp.)
BASF SE	GERMANY
L'OREAL SA	FRANCE
RECKITT BENCKISER GROUP PLC	UNITED KINGDOM
L'AIR LIQUIDE, SOCIÉTÉ ANONYME POUR L'ÉTUDE ET L'EXPLOITATION DES PROCÉDÉS GEORGES CLAUDE	FRANCE
LINDE AG	GERMANY
UNITED COMPANY RUSAL PLC	UNITED KINGDOM
BEIERSDORF AG	GERMANY
K+S AKTIENGESELLSCHAFT	GERMANY
HENKEL AG & CO. KGAA	GERMANY
KONINKLIJKE DSM N.V.	NETHERLANDS
WACKER CHEMIE AG	GERMANY
JOHNSON MATTHEY PLC	UNITED KINGDOM
BRENTAG AG	GERMANY
LANXESS AG	GERMANY
RHODIA SA	FRANCE
ARKEMA	FRANCE
CRODA INTERNATIONAL PUBLIC LIMITED COMPANY	UNITED KINGDOM
L'OCCITANE INTERNATIONAL S.A.	LUXEMBOURG
LENZING AG	AUSTRIA
SYMRISE AG	GERMANY
PZ CUSSENS PLC	UNITED KINGDOM
ORIFLAME COSMETICS S.A.	LUXEMBOURG
SYNTHOS S.A.	POLAND
KEMIRA OYJ	FINLAND
SUD-CHEMIE AG	GERMANY
FINANCIERE DE TUBIZE	BELGIUM
MORGAN CRUCIBLE COMPANY (THE)	UNITED KINGDOM
ELEMENTIS PLC	UNITED KINGDOM
YULE CATTO & CO PUBLIC LIMITED COMPANY	UNITED KINGDOM
TESSENDERLO CHEMIE SA/NV	BELGIUM
HEXPOL AB	SWEDEN
ZAKLADY AZOTOWE W TARNOWIE - MOSCICACH S.A.	POLAND
H&R AG	GERMANY
INTER PARFUMS SA	FRANCE
CROPENERGIES AG	GERMANY
SOL SPA	ITALY
MCBRIDE PLC	UNITED KINGDOM
STO AKTIENGESELLSCHAFT	GERMANY
ROBERTET SA	FRANCE
ZAKLADY CHEMICZNE POLICE S.A.	POLAND
TISZAI VEGYI KOMBINAT NYILVANOSAN MUKÖDO RÉSZVÉNYTARSASAG	HUNGARY
AURIGA INDUSTRIES A/S	DENMARK
CIECH S.A.	POLAND

ALES GROUPE SA	FRANCE
ADVANCED MEDICAL SOLUTIONS GROUP PLC	UNITED KINGDOM
JACQUES BOGART SA	FRANCE
ECO ANIMAL HEALTH GROUP PLC	UNITED KINGDOM
FLUGGER A/S	DENMARK
SCHRAMM HOLDING AG	GERMANY
UZIN UTZ AG	GERMANY
SC OLTCHIM SA	ROMANIA
GR. SARANTIS S.A.	GREECE
BOERO BARTOLOMEO S.P.A.	ITALY
ERCROS SA	SPAIN
SCAPA GROUP PUBLIC LIMITED COMPANY	UNITED KINGDOM
UNI LAND S.P.A.	ITALY
METABOLIC EXPLORER	FRANCE
IMMUPHARMA PLC	UNITED KINGDOM
ROSIER NV/SA	BELGIUM
SAPEC SA	BELGIUM
OXFORD CATALYSTS GROUP PLC	UNITED KINGDOM
BDI - BIOENERGY INTERNATIONAL AG	AUSTRIA
ISAGRO SPA	ITALY
TREATT PLC	UNITED KINGDOM
ORAPI SA	FRANCE
PORVAIR PLC	UNITED KINGDOM
ULRIC DE VARENS S.A.	FRANCE
SOCIETE ANONYME D'EXPLOSIFS ET DE PRODUITS CHIMIQUES SA	FRANCE
CAMPINE NV/SA	BELGIUM
KINEXIA S.P.A.	ITALY
PLANT HEALTH CARE PLC	UNITED KINGDOM
PRODUITS CHIMIQUES AUXILIAIRES ET DE SYNTHESE SA	FRANCE
PAPOUTSANIS S.A.	GREECE
WILLIAM SINCLAIR HOLDINGS PUBLIC LIMITED COMPANY	UNITED KINGDOM
SPOLEK PRO CHEMICKOU A HUTNI VYROBU A.S.	CZECH REPUBLIC
ELIXENS	FRANCE
SP GROUP A/S	DENMARK
MAESA	FRANCE
GTL RESOURCES PLC	UNITED KINGDOM
HOLLAND COLOURS NV	NETHERLANDS
CBF CHINA BIO-FERTILIZER AG	GERMANY
DYNACTION SA	FRANCE
ORGACHIM AD	BULGARIA
TRISTEL PLC	UNITED KINGDOM
KIOTECH INTERNATIONAL PLC	UNITED KINGDOM
ELTON S.A.	GREECE
BYOTROL PLC	UNITED KINGDOM
PLANT IMPACT PLC	UNITED KINGDOM
ROBINSON PLC	UNITED KINGDOM
NOVAMEX	FRANCE
SWALLOWFIELD PLC	UNITED KINGDOM
ENCRES DUBUIT SA	FRANCE
MILLET INNOVATION SA	FRANCE
ARPADIS GROUP S.A.	BELGIUM

RILKEN A.E.	GREECE
GEVEKO AB	SWEDEN
KRAKCHEMIA S.A	POLAND
PARFEX S.A.	FRANCE
ROPAL EUROPE AG	GERMANY
CLEAN TECH EAST HOLDING AB	SWEDEN
AFKEM AG	GERMANY
GIOVANNI CRESPI S.P.A.	ITALY
HIRSCH SERVO AG	AUSTRIA
DRUCKFARBEN HELLAS S.A.	GREECE
ROLANDOS ENTERPRISES PUBLIC LTD	CYPRUS
BIO-GATE AG	GERMANY
MARBERT HOLDING AG	GERMANY
WEBAC HOLDING AG	GERMANY
PONGS & ZAHN AG	GERMANY
LORDOS UNITED PLASTICS PUBLIC LTD	CYPRUS
INDITHERM PLC	UNITED KINGDOM
SILVERMERE ENERGY PLC	UNITED KINGDOM
CREIGHTONS PLC	UNITED KINGDOM
GEM BIOFUELS PLC	UNITED KINGDOM
LUCENT OIL AB	SWEDEN
S&R BIOGAS ENERGIESYSTEME AG	GERMANY
OLAINES KUDRA	LATVIA
PROVENTEC PLC	UNITED KINGDOM
SCF TECHNOLOGIES A/S	DENMARK
POLIMAIA - SOCIEDADE GESTORA DE PARTICIPACOES SOCIAIS, S.A.	PORTUGAL
I G FARBENINDUSTRIE AG	GERMANY
POLYPLANK AB	SWEDEN
EVERGREEN OIL PLC	UNITED KINGDOM
TRANSDERMAL COSMETICS PLC	UNITED KINGDOM
AURIGA INTERNATIONAL SA	BELGIUM
AKD SA	FRANCE