



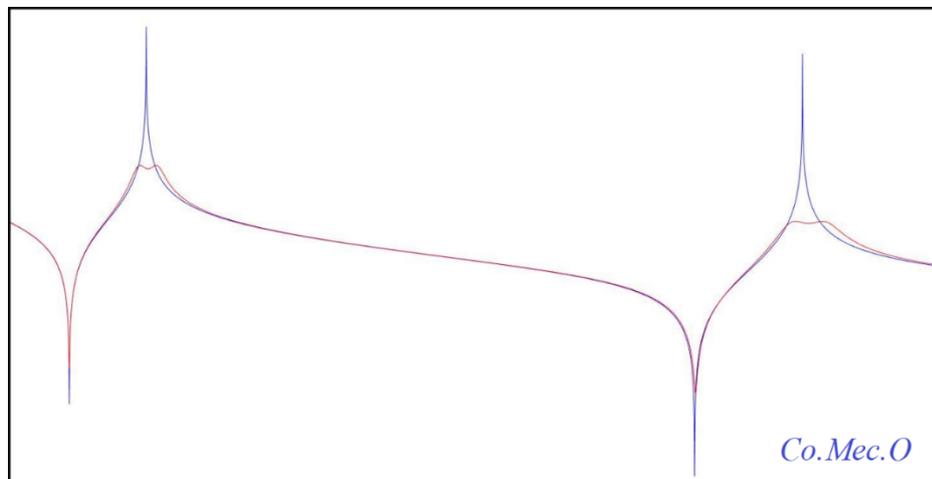
**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ**

**«Προσομοίωση και βελτιστοποίηση ευφρών κατασκευών»**

Διδακτορική Διατριβή

**Του Κωνσταντίνου Εμμ. Μαρακάκη**

*Διπλωματούχου Μηχανολόγου Μηχανικού,  
κατόχου Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης  
Μηχανικού Παραγωγής & Διοίκησης*



**Χανιά, Ιούνιος 2022**

**Διδακτορική Διατριβή του Μαρακάκη Εμμ. Κωνσταντίνου**



# TECHNICAL UNIVERSITY OF CRETE

SCHOOL OF PRODUCTION ENGINEERING & MANAGEMENT

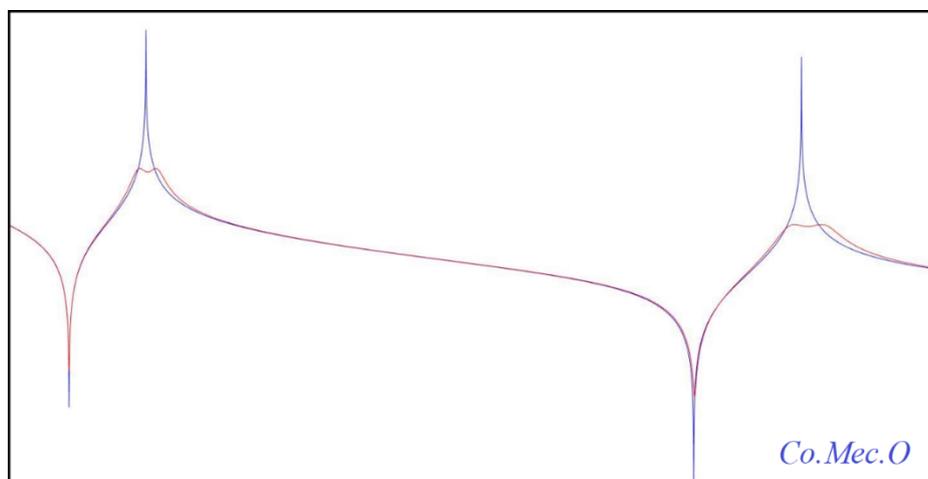
## *"Simulation and optimization of smart structures"*

Ph.D. dissertation

**By Konstantinos Emm. Marakakis**

Diploma in Mechanical Engineering,

Postgraduate Diploma in Production & Management  
Engineering



**Chania, June 2022**

**Διδακτορική Διατριβή του Μαρακάκη Εμμ. Κωνσταντίνου**

## **Πολυτεχνείο Κρήτης**

Σχολή Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης

Πολυτεχνειούπολη, Κτήριο Δ

73100, Χανιά, Ελλάδα

Τηλ: +30 2821037255

Ιστοσελίδα: [www.pem.tuc.gr](http://www.pem.tuc.gr)

Email: [info@dpem.tuc.gr](mailto:info@dpem.tuc.gr)

Διδακτορική Διατριβή του Μαρακάκη Εμμ. Κωνσταντίνου



Διδακτορική Διατριβή του Μαρακάκη Εμμ. Κωνσταντίνου

## «Αφιέρωση»

*Στην μνήμη του φίλου και συνεργάτη*

*Γεωργίου Κ.Ταϊρίδη*

## Πρόλογος

*Ποια στράτα από τις δυο αιώνιες να διαλέξω; Ξαφνικά νογώ, από την απόφασή μου τούτη κρέμεται όλη μου ή ζωή κρέμεται όλη ή ζωή του Σύμπαντος.*

*'Από τις δυο στράτες, διαλέγω τον ανήφορο. Γιατί; Χωρίς νοητά. επιχειρήματα, χωρίς καμιά βεβαιότητα·κατέχω πόσο ανήμπορος στην κρίσιμη τούτη στιγμή είναι ο νους κι όλες οι μικρές βεβαιότητες του ανθρώπου.*

*Διαλέγω τον ανήφορο, γιατί κατά κει με σπρώχνει ή καρδιά μου. «·Απάνω! 'Απάνω! 'Απάνω!» φωνάζει ή καρδιά μου, και την ακολουθώ .μ' εμπιστοσύνη.*

N. Καζαντζακη ( 1883-1957 )

Ασκητική (Salvatores dei)

*Η παρούσα διδακτορική διατριβή εκπονήθηκε στη σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης ως μερική εκπλήρωση των απαιτήσεων για την λήψη του Διδακτορικού Διπλώματος.*

Χανία, Ιούνιος 08, 2022

Κωνσταντίνος Εμμ. Μαρακάκης

## Σχετικά με τον Συγγραφέα

*Ο Κωνσταντίνος Εμμ. Μαρακάκης, σπούδασε Μηχανολόγος Μηχανικός στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας (2004). Είναι κάτοχος μεταπτυχιακού τίτλου σπουδών στα Συστήματα Παραγωγής στο Πολυτεχνείο Κρήτης με εξειδίκευση στη «Μελέτη ενεργών αναρτήσεων οχημάτων με συστήματα ελέγχου ασαφούς λογικής» (2009) και εκπόνησε διδακτορικό πρόγραμμα, το οποίο εξειδικεύεται στην προσομοίωση και βελτιστοποίηση ευφυών κατασκευών και πιο συγκεκριμένα σε πιεζοηλεκτρικά συστήματα παραδιακλάδωσης για τον έλεγχο θορύβου και δονήσεων (2022). Ως ερευνητής, έχει δημοσιεύσει σε περιοδικά, και σε πρακτικά συνεδρίων. Το (2017) πιστοποιήθηκε από τον Εθνικό Οργανισμό Πιστοποίησης Προσόντων & Επαγγελματικού Προσανατολισμού (ΕΟΠΠΕΠ) ως πιστοποιημένος Εκπαιδευτής ενηλίκων μη τυπικής εκπαίδευσης. Διαθέτει μακρά επαγγελματική εμπειρία ως Μηχανολόγος Μηχανικός, έχοντας υπηρετήσει ως επιβλέπων μηχανικός σε διάφορες θέσεις, στη βιομηχανία -Creta Farm AE (2006), στις κατασκευές -Τεχνική Υπηρεσία Πολυτεχνείου Κρήτης (2017-2019) αλλά και στον τεχνικό κλάδο των οχημάτων -Υπηρεσίες Τεχνικού Ελέγχου Οχημάτων (2007-σήμερα). Είναι μέλος του Τεχνικού Επιμελητηρίου Ελλάδος και του Πανελληνίου Συλλόγου Διπλωματούχων Μηχανολόγων Ηλεκτρολόγων. Τα κύρια ερευνητικά του ενδιαφέροντα εντοπίζονται στους τομείς της Μηχατρονικής, του Ελέγχου και του Βέλτιστου σχεδιασμού κατασκευών.*

Η παρούσα διατριβή εγκρίθηκε από:

### **Συμβουλευτική επιτροπή**

#### ***Γεώργιος Σταυρουλάκης (Επιβλέπων)***

Καθηγητής, Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης

#### ***Αριστομένης Αντωνιάδης (Συνεπιβλέπων)***

Καθηγητής, Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης

#### ***Γεωργία Φουτσιτζή (Συνεπιβλέπων)***

Καθηγήτρια, Σχολή Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

### **Εξεταστική Επιτροπή**

#### ***Νικόλαος Μπιλάλης***

Καθηγητής, Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης

#### ***Μαρία Σταυρουλάκη***

Αναπληρώτρια Καθηγήτρια, Σχολή Αρχιτεκτόνων Μηχανικών, Πολυτεχνείο Κρήτης

#### ***Ιωάννης Μαρινάκης***

Αναπληρωτής Καθηγητής, Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης

#### ***Γεώργιος Δροσόπουλος***

Λέκτορας, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο του Κεντρικού Λάνκασαϊρ, Ηνωμένο Βασίλειο



**Αναφορά Δημιουργού Μη εμπορική Χρήση Όχι Παράγωγα Έργα 3.0 Ελλάδα** (Ο αποδέκτης της άδειας μπορεί να χρησιμοποιήσει το έργο όπως θέλει, αρκεί: 1. να διατηρήσει τις διατυπώσεις που προβλέπονται στην άδεια σχετικά με την αναφορά στον αρχικό δημιουργό, 2. να μην υπάρχει σκοπός εμπορικής χρήσης και 3. να μην δημιουργήσει παράγωγα έργα)

Αν θέλετε να αναφέρετε αυτή την εργασία, συνιστάται να χρησιμοποιήσετε την ακόλουθη μορφή:

```
@phdthesis{ marakakis_2022,
author = "Konstantinos Emm. Marakakis",
title = "Simulation and optimization of smart structures",
school = "Technical University of Crete",
year = "2022",
type = "{Ph.D.} dissertation"
address = "Chania",
}
```

## ΕΠΤΑΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Τίτλος (ελληνικά/αγγλικά): .....

.....«Προσομοίωση και βελτιστοποίηση ευφύων κατασκευών».....  
 "Simulation and optimization of smart structures"

### ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

**Κωνσταντίνου Εμμ. Μαρακάκη**

.....

#### ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΣΥΜΒΟΥΛΕΥΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:

1. Γεώργιος Σταουρούλακης (Επιβλέπων)
2. Αριστομένης Αντωνιάδης
3. Γεωργία Φουτσιτζή

Εγκρίθηκε από την επταμελή εξεταστική επιτροπή την: ...17/ 06 / 2022 ....

(υπογραφή)

1. ... Καθηγητής Γεώργιος Σταουρούλακης .....
2. ... Καθηγητής Αριστομένης Αντωνιάδης .....
3. ... Καθηγήτρια Γεωργία Φουτσιτζή .....
4. ...Καθηγητής Νικόλαος Μπιλάλης .....
5. Αναπληρώτρια Καθηγήτρια Μαρία Σταουρούλακη
6. Αναπληρωτής Καθηγητής Ιωάννης Μαρινάκης.....
7. ....Λέκτορας Γεώργιος Δροσόπουλος.....

## Περίληψη

Η παρούσα διδακτορική διατριβή έχει ως αντικείμενο μελέτης τα πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης για τον έλεγχο των ταλαντώσεων και του θορύβου σε διάφορες εφαρμογές. Τα πιεζοηλεκτρικά συστήματα παραδιακλάδωσης αποτελούνται από μια ηλεκτρική εμπέδηση, η οποία με τη σειρά της αποτελείται από αντίσταση, επαγωγή (πηνίο) ή χωρητικότητα (πυκνωτή) σε κάθε πιθανό συνδυασμό. Διάφοροι τύποι τέτοιων συστημάτων έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία για τον έλεγχο θορύβου ή ταλαντώσεων τόσο για συστήματα μιας, όσο και για περισσότερων ιδιομορφών.

Η βασική ιδέα εφαρμογής των συστημάτων αυτών βασίζεται στην ικανότητα μετατροπής της δυναμικής ενέργειας παραμόρφωσης της κατασκευής (για παράδειγμα μιας έξυπνης δοκού ή πλάκας) σε ηλεκτρική ενέργεια. Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες του ευθέως πιεζοηλεκτρικού φαινομένου η ενέργεια αυτή διοχετεύεται στα ηλεκτρικά κυκλώματα της παραδιακλάδωσης (για παράδειγμα σε μια αντίσταση) όπου μπορεί να καταναλωθεί μερικώς και να μετατραπεί σε θερμότητα. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται μορφοτροπείς οι οποίοι κατασκευάζονται από πιεζοηλεκτρικά υλικά, καθώς τέτοια υλικά παρουσιάζουν εξαιρετικές ιδιότητες ηλεκτρομηχανικής σύζευξης, όπως επίσης και καλή απόκριση συχνότητας.

Έχει γίνει λεπτομερής μελέτη στην πρόσφατη βιβλιογραφία όπου έχουν δημοσιευθεί αρκετές μελέτες για δοκούς και πλάκες που συνδέονται με κυκλώματα παραδιακλάδωσης. Η ρύθμιση και η βελτιστοποίηση τέτοιων συστημάτων πραγματοποιείται είτε κατά τον σχεδιασμό και την τοποθέτηση των πιεζοηλεκτρικών μορφοτροπέων είτε με τη βελτίωση και την τελειοποίηση των ηλεκτρικών χαρακτηριστικών του συστήματος, δηλαδή των τιμών της αντίστασης, της επαγωγής και της χωρητικότητας. Υπάρχουν διάφορες εφαρμογές συστημάτων παραδιακλάδωσης στη βιβλιογραφία, μεταξύ άλλων, έλεγχος δομικού θορύβου, έλεγχος ταλαντώσεων, εφαρμογή σε σκληρούς δίσκους, σε έξυπνα πάνελ κλπ.

Για την ανάλυση και τη σύγκριση των διάφορων τεχνικών, αναπτύχθηκε ένα αποδοτικό και ακριβές μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων για δοκό και πλάκα με ενσωματωμένα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Επίσης αναπτύχθηκε μια γενική μεθοδολογία μοντελοποίησης παθητικών πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης με τη μέθοδο του χώρου κατάστασης, με δυνατότητα επέκτασης σε οποιασδήποτε μορφής δομής με ενσωματωμένα ή επιφανειακά πιεζοηλεκτρικά επιθέματα.

Στα θεωρητικά μοντέλα που αναπτύχθηκαν εφαρμόστηκαν αλγόριθμοι βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (PSO) και γενετικών (GA) για τις παραμέτρους παραδιακλάδωσης των παθητικών κυκλωμάτων. Οι μεταβλητές σχεδιασμού για τον έλεγχο μιας ιδιομορφής ήταν η αντίσταση  $R$  και το πηνίο  $L$ . Ενώ για τη βελτιστοποίηση κυκλωμάτων πολλών ιδιομορφών, εκτός την αντίσταση  $R$  και το πηνίο  $L$ , εισάγεται ως νέα μεταβλητή σχεδιασμού η χωρητικότητα  $C$  σε κυκλώματα πολλών ιδιομορφών «current flow». Η πρωτοτυπία της χρήση του πυκνωτή ως νέα μεταβλητή σχεδιασμού είχε σημαντική συνεισφορά στην απόδοση της απόσβεσης παραδιακλάδωσης πολλών ιδιομορφών.

Τα υπολογιστικά αποτελέσματα που προέκυψαν από την προτεινόμενη μέθοδο, συγκρίθηκαν με αντίστοιχα πειραματικά δημοσιευμένα και με μοντέλα από εμπορικά πακέτα προσομοίωσης.

Επίσης πραγματοποιήθηκε μελέτη της συνεισφοράς του τετραγωνικού συντελεστής ηλεκτρομηχανικής σύζευξης στη απόδοση της εφαρμογής παραδιακλαδωμένου ελέγχου σε πλάκα, όπου σε συνδυασμό με την βελτιστοποίηση των κυκλωμάτων αυξήσαν σημαντικά την απόδοση της απόσβεσης.

Τα κυκλώματα παραδιακλάδωσης μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν για μάζευση ενέργειας, προκειμένου να συλλεχθεί η μικρή ποσότητα ενέργειας που είναι απαραίτητη για να καταστεί το σύστημα αυτόνομο ενεργειακά.

Τέλος εκτός από τα θεωρητικά μοντέλα που αναπτύχθηκαν, έγινε και πειραματική διερεύνηση των παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων, όπου κυκλώματα συντονισμού συνδέονται μέσω πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων σε μια έξυπνη δοκό για τον έλεγχο των μηχανικών ταλαντώσεων.

## Summary

The scope of this thesis is to study the piezoelectric shunt circuits for the control of vibration and noise in various applications. Piezoelectric shunt systems consist of an electrical impedance, which in turn consists of a resistor, inductance (coil) or capacitance (capacitor) in any possible combination. Various types of such systems have been proposed in the literature for noise or vibration control for both single and multiple mode systems.

The basic application concept of these systems is based on the ability to convert the dynamic energy of deformation of the structure (for example, a smart beam or plate) into electrical energy. Using the properties of the direct piezoelectric effect, this energy is fed into the electrical circuits of the shunt (for example in a resistor) where it can be partially consumed and converted into heat. For this purpose, transducers are used which are made of piezoelectric materials, as such materials exhibit excellent electromechanical coupling properties, as well as good frequency response.

A detailed study has been done in the recent literature where several studies have been published on beams and plates coupled with shunt circuits. The tuning and optimization of such systems is carried out either during the design and placement of piezoelectric transducers or by improving and refining the electrical characteristics of the system, namely the values of resistance, inductance and capacitance. There are various applications of shunt systems in the literature, including structural noise control, oscillation control, application to hard disk drives, smart panels, etc.

For the analysis and comparison of different techniques, an efficient and accurate finite element model for beam and plate with embedded piezoelectric patches was developed. A general methodology for modelling passive piezoelectric shunt circuits using the state-space method was also developed, with the possibility of extension to any type of structure with embedded or surface piezoelectric patches.

Particle swarm optimization (PSO) and genetic (GA) optimization algorithms were applied to the theoretical models developed for the shunt parameters of the passive circuits. The design variables for single-mode control were resistor  $R$  and inductor  $L$ . While for the optimization of multi-mode circuits, besides resistor  $R$  and inductor  $L$ , capacitance  $C$  is introduced as a new design variable in multi-mode "current flow" circuits. The originality of using the capacitor as a new design variable had a significant contribution to the performance of multi-mode shunt damping.

The computational results obtained from the proposed method were compared with published experimental results and with models from commercial simulation software packages.

A study of the contribution of the quadratic electromechanical coupling coefficient on the performance of the application of shunted plate control was also carried out, where together with circuit optimization significantly increased the damping performance.

The shunt circuits can also be used for energy harvesting in order to capture the small amount of energy necessary to make the system energy autonomous.

Finally, in addition to the theoretical models developed, an experimental investigation of shunted piezoelectric circuits was carried out, where resonant circuits are connected through piezoelectric patches in a smart beam to control mechanical vibrations.

## Συνεισφορά στη βιβλιογραφία

Στη παρούσα διατριβή πραγματοποιείται προσεκτική παρουσίαση των κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης για την απόσβεση ταλαντώσεων, όπου συνδυάζεται η μηχανική θεωρία με αυτή του ηλεκτρισμού. Κατ' επέκταση αναπτύχθηκαν μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων σε περιβάλλον Matlab, τα οποία πιστοποιήθηκαν με εμπορικά πακέτα προσομοίωσης.

Ακολουθώντας με τα μοντέλα του Matlab δίνεται η δυνατότητα χρήσης αλγόριθμων βελτιστοποίησης για το σχεδιασμό και τη διερεύνηση των τιμών των παραμέτρων του ηλεκτρικού κυκλώματος, έτσι ώστε να επιτευχθεί ο καλύτερος παθητικός έλεγχος των υπό εξέταση δομών στην απόσβεση ταλαντώσεων μιας ή πολλών ιδιομορφών. Στην συνέχεια έγινε πειραματική επαλήθευση ορισμένων περιπτώσεων για την επιβεβαίωση και τη σύγκριση των αποτελεσμάτων.

Είναι ανάγκη να αναφερθεί το γεγονός ότι, στη παθητική απόσβεση πολλών ιδιομορφών με τη χρήση παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων παρατηρούνται πολύπλοκες συνδέσεις μεταξύ των παραμέτρων. Στη πράξη αυτό προκαλεί δυσκολίες στην εφαρμογή των αλγόριθμων βελτιστοποίησης στα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα πολλών ιδιομορφών.

Τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης έρευνας είναι πρωτότυπα. Εκτός από αυτό, αποτελεί από τις πρώτες εργασίες με αντίστοιχο αντικείμενο και μελέτη σε αυτό το επιστημονικό πεδίο. Το μοντέλο φαίνεται να έχει τοπικά ελάχιστα ή και να υπάρχουν πολλοί συνδυασμοί ηλεκτρικών κυκλωμάτων που οδηγούν σε αποδεκτές λύσεις, λόγω των τοπικών ελαχίστων. Εξίσου σημαντική συνεισφορά στη βιβλιογραφία είναι η βελτιστοποίηση όλων των παραμέτρων των ηλεκτρικών στοιχείων του κυκλώματος παραδιακλάδωσης πολλών ιδιομορφών.

Εν συνέχεια συγκρίνονται τα αποτελέσματα από προηγούμενες εργασίες, οι οποίες χρησιμοποιούν τη μέθοδο δοκιμής και σφάλματος. Η προτεινόμενη μεθοδολογία μπορεί να επεκταθεί και ακολουθώντας να χρησιμοποιηθεί για το σχεδιασμό μηχανικών και ηλεκτρικών εξοπλισμών όπως είναι οι ευφυείς κατασκευές, κελύφη και λεπτότοιχες διατομές όπου τοποθετούνται και προσαρμόζονται πιεζοηλεκτρικά υλικά και αντίστοιχα ηλεκτρικά κυκλώματα.

## Δημοσιεύσεις

Για την ολοκλήρωση της παρούσας διατριβής, δημοσιεύθηκαν μέχρι τώρα 4 δημοσιεύσεις σε επιστημονικά περιοδικά και διεθνή συνέδρια ως εξής:

### Περιοδικά:

1. Marakakis, K., Tairidis, G.K., Koutsianitis P. and Stavroulakis G.E. "Shunt piezoelectric systems for noise and vibration control: A review. " *Front Built Environ* (2019) doi: 10.3389/fbuil.2019.00064
2. Konstantinos Marakakis , Georgios Tairidis , Georgia Foutsitzi , Nikolaos Antoniadis and Georgios E. Stavroulakis "New Optimal Design of Multimode Shunt Damping Circuits for Enhanced Vibration Control" Submitted for publication

### Διεθνή συνέδρια:

3. Tairidis, G. K., Marakakis, K., Koutsianitis, P., Foutsitzi, G., Stavroulakis, G.E., Deü, J.-F., and Ohayon, R. (2018) "Energy harvesting system for the power supply of a shunt piezoelectric system developed for vibration suppression," *Proceedings of the international conference on wind energy harvesting, Catanzaro Lido, Italy, 21-23 March 2018, Vol. I, pp. 223-227*
4. Georgios K. Tairidis, Konstantinos Marakakis, Panagiotis Koutsianitis, Georgia Foutsitzi, Jean-François Deü, Georgios E. Stavroulakis And Roger Ohayon (2019) " Vibration control of smart composite plates using shunted piezoelectric elements" *Proceedings of the international conference SMART2019, the 9th ECCOMAS Thematic Conference on Smart Structures and Materials, Paris,France,8-11 July 2019*
5. Konstantinos Emm. Marakakis , Georgios K. Tairidis , Georgia A. Foutsitzi , Nikolaos A. Antoniadis and Georgios E. Stavroulakis " Optimal Multimode Control using Passive Shunt Piezoelectric Systems" *Proceedings of the international conference on Mechanics HSTAM2022, Patras ,Greece, 24-27 August 2022*

## Ευχαριστίες

*Η εκπόνηση της παρούσας διδακτορικής διατριβής αποτέλεσε το όμορφο ταξίδι του πηγαϊμού, σε ένα δρόμο μακρύ, γεμάτο περιπέτειες, γεμάτο γνώσεις...Το φθάσιμο εκεί ήταν ο προορισμός. Αν και το ταξίδι αυτό φάνταζε μοναχικό, ήταν ένα ταξίδι που χωρίς την παρουσία, την υποστήριξη και την ανεκτικότητα κάποιων ανθρώπων δεν θα ήταν δυνατή η υλοποίησή του. Βασίστηκε σε κοινές – εποικοδομητικές συνεργασίες οι οποίες οδήγησαν σε ένα πολύ καλό αποτέλεσμα.*

*Για τον λόγο αυτό θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Γεώργιο Σταυρουλάκη για την επιστημονική και ανθρώπινη υποστήριξη που μου παρείχε καθόλη την διάρκεια της εκπόνησης της διδακτορικής διατριβής. Όπως ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στην συνεπιβλέπουσα καθηγήτρια κα Γεωργία Φουτσιτζή πάνω στην βοήθεια που μου πρόσφερε για την ανάπτυξη και τον προγραμματισμό των υπολογιστικών μοντέλων αλλά και για τον πολύτιμο χρόνο που διέθεσε σε κρίσιμες για την πορεία της διατριβής στιγμές. Ιδιαίτερη μνεία αξίζει ο συνεπιβλέπων καθηγητής κ. Αριστομένης Αντωνιάδης, του οποίου οι συμβουλές υπήρξαν πολύτιμες για τη βέλτιστη δομή της παρούσας διατριβής. Ευχαριστώ επίσης τον Καθηγητή κ. Μουσταϊζή Σταύρο για το ενδιαφέρον του και τις συμβουλές του καθ' όλη τη διάρκεια των πειραματικών δοκιμών, η βοήθεια του έπαιξε καθοριστικό ρόλο. Θέρμες ευχαριστίες θα ήθελα να εκφράσω και στα υπόλοιπα μέλη της επταμελούς εξεταστικής επιτροπής, την κ. Σταυρουλάκη Μαρία, τον κ. Μπιλάλη Νικόλαο, τον κ. Μαρινάκη Ιωάννη και τον κ. Δροσόπουλο Γεώργιο για την πρόθυμη και χρήσιμη συμμετοχή τους στην κρίση της διδακτορικής μου διατριβής.*

*Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω τους συνεργάτες και φίλους μου, Παναγιώτη Ζερβουδάκη, Νικόλαο Τουρλάκη, Φώτη Φολτόπουλο και Νικόλαο Τριανταφυλλάκη για την βοήθεια που μου παρείχαν τόσο σε υλικοτεχνική υποδομή όσο και σε επίπεδο γνώσεων και εμπειριών για θέματα ηλεκτρικών και ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, τους Παναγιώτη Κουτσιανίτη, Γεώργιο Ταϊρίδη, και Νίκο Παπαδάκη, διδάκτορες του Πολυτεχνείου Κρήτης, για όλους τους κοινούς προβληματισμούς που μοιραστήκαμε και την προσπάθεια που κάναμε με κοινές εργασίες σε διάφορους επιστημονικούς τομείς, καθώς και όλα τα υπόλοιπα μέλη του εργαστηρίου Comeco, την Δαράκη Μαρία-Στέλλα, τον Συννεφάκη Ευάγγελο, την Ζαρκαδά Θεοφανία και τον Μουστεράκη Αντώνη για την στήριξη τους.*

*Ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στην οικογένεια μου, τη σύζυγο μου Ελένη, τα παιδιά μου Μαρία και Ανθή, τους γονείς μου Μανώλη και Μαρία, τα αδέρφια μου Γιώργο και Ειρήνη - Ευφροσύνη που στάθηκαν δίπλα μου όλα αυτά τα χρόνια, παρόλες τις δυσκολίες που αντιμετώπισα και με στήριξε στις καλές και τις δύσκολες στιγμές, αλλά και στον Κύριο που με αξίωσε να φτάσω στο προορισμό αυτού του όμορφου ταξιδιού.*

*Ευχαριστώ πολύ όλους, για όλα όσα προσέφεραν*

*Μαρακάκης Εμμ. Κωνσταντίνος*

115  
 Δαν θγεις στον πηγαμό για την Ιθάκη,  
 να εύχεται να είναι μακρύς ο δρόμος,  
 γεμάτος περιπέτειες, γεμάτος γνώσεις . . . . .  
 Πάντα στο νου σου να έχεις την Ιθάκη.  
 Το φθάσιμον ειμή είναι ο προορισμός σου.  
 Αλλά μη βιάζεις το ταξίδι διόλου.  
 Καλύτερα χρόνια πολλά να διαρκέσει  
 και γερός πια ν' αράξεις στο νησί,  
 πλούσιος με όσα κέρδισες στο δρόμο,  
 μη προσδομώντας πλούτη να σου δώσει η Ιθάκη.  
 Η Ιθάκη σου έδωσε το ωραίο ταξίδι.  
 χωρίς αυτήν δε θα' θγαίνες στο δρόμο . . . . .  
 Κι αν πτωχική τη βρεις, η Ιθάκη δε σε γέλασε  
 Έτσι σοφός που έγινες, με τόση πείρα,  
 ήδη θα το κατάλαβες οι Ιθακες τι σημαίνουν.

Σούδα 5112000



Αφιέρωση του Δήμου Σούδας για την εισαγωγή στην τριτοβάθμια εκπαίδευση.

## Περιεχόμενα

Πρόλογος.....	7
Περίληψη .....	10
Summary .....	12
Συνεισφορά στη βιβλιογραφία.....	14
Δημοσιεύσεις .....	15
Ευχαριστίες .....	16
Περιεχόμενα.....	18
Πίνακας Εικόνων .....	21
1. Εισαγωγή.....	25
2. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση.....	29
3. Υπολογιστική Προσομοίωση Ευφών Κατασκευών .....	56
3.1. Πολυστρωματική δοκός με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα .....	56
3.1.1. Τάσεις και ηλεκτρικό πεδίο.....	57
3.1.2. Καταστατικές σχέσεις.....	58
3.1.3. Μεταβολική Διατύπωση του Προβλήματος .....	59
3.1.4. Διακριτοποίηση μετατόπισης και ηλεκτρικού πεδίου.....	64
3.1.5. Συζευγμένο ηλεκτρομηχανικό σύστημα εξισώσεων .....	66
3.1.6. Σύνδεση πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων με ηλεκτρόδια.....	67
3.2. Μοντέλο πολυστρωματικών σύνθετων πλακών με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα.....	68
3.2.1. Μηχανική μετατόπιση και τάσεις .....	69
3.2.2. Καταστατικές εξισώσεις .....	69
3.2.3. Ηλεκτρικό πεδίο .....	72
3.2.4. Μοντελοποίηση με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων .....	72
3.2.5. Μεταβολική Διατύπωση του Προβλήματος .....	73
3.2.6. Συζευγμένο ηλεκτρομηχανικό σύστημα εξισώσεων .....	77
3.2.7. Ελεύθερη ταλάντωση συστήματος και ο τετραγωνικός συντελεστής ηλεκτρομηχανικής σύζευξης 78	
4. Μοντελοποίηση παθητικών πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης με τη μέθοδο του χώρου κατάστασης .....	81
4.1. Ευφυής κατασκευή με δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα .....	81
4.2. Παθητικός έλεγχος μιας ιδιομορφής με χρήση κυκλώματος R-L .....	82
4.2.1. Περίπτωση A: Σύνδεση του άνω πίεζο-επιθέματος σε ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης R-L	83
4.2.2. Περίπτωση B: Σύνδεση του πάνω και του κάτω πιεζοηλεκτρικού επιθέματος σε ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης R-L .....	85

4.3.	Παθητικός έλεγχος πολλών ιδιομορφών με χρήση κυκλώματος Current Flowing (ροής ρεύματος).....	87
4.3.1.	Μοντέλο χώρου κατάστασης του κυκλώματος Current Flowing .....	88
4.3.2.	Αρμονική Απόκριση.....	91
5.	Μέθοδοι Βελτιστοποίησης.....	93
5.1.	Γενικά .....	93
5.2.	Εξελικτικοί Αλγόριθμοι.....	94
5.3.	Βελτιστοποίηση με χρήση Γενετικών Αλγόριθμων .....	95
5.3.1.	Οι γενετικοί αλγόριθμοι γενικά .....	95
5.3.2.	Η διαδικασία της εξέλιξης.....	95
5.3.3.	Γενετικοί αλγόριθμοι και βελτιστοποίηση.....	97
5.3.4.	Υλοποίηση ενός γενετικού αλγορίθμου.....	99
5.3.5.	Γενετικοί αλγόριθμοι με περιορισμούς .....	100
5.3.6.	Συναρτήσεις Ποινής .....	101
5.4.	Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων.....	101
5.4.1.	Ο αλγόριθμος σμήνους σωματιδίων γενικά .....	101
5.4.2.	Περιγραφή του αλγορίθμου .....	102
5.4.3.	Παραλλαγές της μεθόδου σμήνους σωματιδίων .....	103
6.	Βελτιστοποίηση παραμέτρων παθητικού ελέγχου μιας ιδιομορφής σε δοκό πρόβολο .....	105
6.1.	Περιγραφή Μοντέλου .....	105
6.2.	Παθητικός έλεγχος ταλαντώσεων δοκού -Πιστοποίηση κώδικα.....	105
6.3.	Βέλτιστος σχεδιασμός κυκλωμάτων συντονισμού παραδιακλάδωσης με χρήση εξελικτικών αλγορίθμων.....	106
6.3.1.	Διατύπωση προβλήματος βελτιστοποίησης.....	106
6.3.2.	Βελτιστοποίηση παραμέτρων ηλεκτρικού κυκλώματος-Αποτελέσματα.....	107
7.	Βελτιστοποίηση παραμέτρων παθητικού ελέγχου πολλών ιδιομορφών σε δοκό πρόβολο .	131
7.1.	Μεταβλητές σχεδιασμού .....	131
7.2.	Αντικειμενική Συνάρτηση.....	134
7.3.	Διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης .....	135
7.4.	Αριθμητικά αποτελέσματα .....	136
7.4.1.	Επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης: Μοντέλο.....	137
7.4.2.	Επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης: Μοντέλο 2.....	139
7.4.3.	Επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης: Μοντέλο 3.....	141
7.5.	Ανάλυση αποτελεσμάτων .....	142
7.6.	Βελτιστοποίηση για κύκλωμα πολλών ιδιομορφών current flowing σε δοκό πρόβολο. ....	143
8.	Βελτιστοποίηση παραμέτρων παθητικού ελέγχου μιας ιδιομορφής για πλάκα πρόβολο ....	149

8.1.	Το υπό μελέτη σύστημα.....	149
8.2.	Ηλεκτρομηχανική επικύρωση FEM.....	151
8.3.	Παθητικός έλεγχος ταλάντωσης πλακών μέσω κυκλωμάτων συντονισμού Παραδιακλάδωσης 152	
8.4.	Βέλτιστη τοποθέτηση πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων στην πλάκα .....	152
8.5.	Βέλτιστος σχεδιασμός κυκλωμάτων συντονισμού παραδιακλάδωσης .....	155
8.6.	Σχεδιασμός στοιχείων ηλεκτρικού κυκλώματος μέσω PSO.....	156
9.	Μάστευση ενέργειας .....	159
9.1.	Μάστευση ενέργειας από πιεζοηλεκτρικά στοιχεία .....	159
9.2.	Μεθοδολογία του συστήματος μάστευσης ενέργειας.....	159
9.3.	Αριθμητικά αποτελέσματα Μάστευση Ενέργειας (Winercost).....	160
10.	Πειραματική εφαρμογή πιεζοηλεκτρικών παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων μιας ιδιόμορφης.....	163
10.1.	Πειραματική διερεύνηση παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων μιας ιδιόμορφης σε δοκό.....	163
10.2.	Εφαρμογή παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού ελέγχου στη 2η Ιδιόμορφη.....	168
11.	Συμπεράσματα –Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα.....	172
1.	Παράρτημα Α: Πίνακες για το υπερσυγκλίνον στοιχείο .....	175
1.	Βιβλιογραφία .....	177

## Πίνακας Εικόνων

Εικόνα 1. 1 Μοντέλο δοκού με πιεζοηλεκτρικό κύκλωμα συντονισμού .....	26
Εικόνα 2. 1 α) Ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, (β) Αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο.	29
Εικόνα 2. 2 Κατηγορίες κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης .....	31
Εικόνα 2. 3 Πιεζοηλεκτρικός ακουστικός έλεγχος παραδιακλάδωσης για έλεγχο ταλαντώσεων μηχανικών συστημάτων (απόσβεση παραδιακλάδωσης) .....	34
Εικόνα 2. 4 Η έννοια του πιεζοηλεκτρικού ακουστικού ελέγχου παραδιακλάδωσης για έλεγχο θορύβου (μετάδοση ήχου) σε έξυπνο πίνακα .....	35
Εικόνα 3. 1 Δοκός πρόβολος με δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα	57
Εικόνα 3. 2 Πεπερασμένο στοιχείο δύο κόμβων με 6 μηχανικά και 2 ηλεκτρικά DoFs .....	64
Εικόνα 3. 3 Το μοντέλο πλάκας .....	71
Εικόνα 4. 1 Δοκός πρόβολος με δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα	81
Εικόνα 4. 2 Μια δοκός πρόβολος στο άνω πιεζοηλεκτρικό επίθεμα συνδέεται σε σειρά ένα κύκλωμα R-L .....	83
Εικόνα 4. 3(a) Ισοδύναμο εν σειρά ηλεκτρικό μοντέλο για το πιεζοηλεκτρικό επίθεμα, (b) σχηματική απεικόνιση ισοδύναμου εν σειρά ηλεκτρικού μοντέλου του πιεζοηλεκτρικού επιθέματος με την σύνδεση του στο κύκλωμα παραδιακλάδωσης R-L .....	83
Εικόνα 4. 4 Μια δοκός πρόβολου με τα πάνω και κάτω πιεζοηλεκτρικά επιθέματα που συνδέονται σε σειρά με ένα RL κύκλωμα συντονισμού .....	85
Εικόνα 4. 5 Ένα απλό κύκλωμα παραδιακλάδωσης για τον έλεγχο ροής ρεύματος δύο ιδιομορφών	87
Εικόνα 4. 6 Τροποποιημένο κύκλωμα παραδιακλάδωσης .....	88
Εικόνα 4. 7 Σχηματική αναπαράσταση κυκλώματος παραδιακλάδωσης με επισημασμένους κόμβους και βρόχους .....	89
Εικόνα 6. 1 FRF στην άκρη της δοκού με παραδιακλάδωση RL συντονισμένη στη 2η ιδιοσυχνότητα: Απόκριση χωρίς απόσβεση (μπλε ---), απόσβεση -παρούσα FE (κόκκινο), απόσβεση -FE των Thomas κ.α. (μαύρο)	106
Εικόνα 6. 2 Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για βραχυκύκλωμα (συνεχής γραμμή) και ενεργό αποσβεστήρα (διακεκομμένη γραμμή) γύρω από τη 2η ιδιομορφή με χρήση αλγόριθμου σμήνους σωματιδίων .....	109
Εικόνα 6. 3 Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για βραχυκύκλωμα (συνεχής γραμμή) και ενεργό αποσβεστήρα (διακεκομμένη γραμμή) γύρω από τη 2η ιδιομορφή με χρήση γενετικού αλγόριθμου .....	110
Εικόνα 6. 4 Σύγκλιση αλγόριθμου σμήνους σωματιδίων (PSO) .....	110
Εικόνα 6. 5 Σύγκλιση γενετικού αλγόριθμου (GA) .....	111
Εικόνα 6. 6 Μεγέθυνση ώστε να είναι αισθητή η διαφορά μεταξύ των αλγόριθμων PSO και GA .....	112
Εικόνα 6. 7 Συγκριτικές συναρτήσεις απόκρισης σήματος γύρω από τη 2η ιδιομορφή έπειτα από την εφαρμογή αλγόριθμων βελτιστοποίησης .....	112
Εικόνα 6. 8 Αναπαράσταση του συστήματος υπό μελέτη .....	113
Εικόνα 6. 9 Οι 3 πρώτες ιδιομορφές που προέκυψαν μετά από την εφαρμογή των βέλτιστων παραμέτρων του .....	114

Εικόνα 6. 10 Μεγέθυνση στις υπό μελέτη ιδιομορφές. Αφορά τη 2η ιδιομορφή του συστήματος..	114
Εικόνα 6. 11 Συγκριτικά αποτελέσματα των τεσσάρων ανωτέρω περιπτώσεων .....	116
Εικόνα 6. 12 Εστίαση γύρω από τη 2η ιδιομορφή ώστε να είναι εμφανής η διαφορά.....	116
Εικόνα 6. 13 Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για βραχυκύκλωμα και ενεργό αποσβεστήρα γύρω από τη 2η ιδιομορφή, Matlab .....	118
Εικόνα 6. 14 Σύγκλιση αλγόριθμου σμήνους σωματιδίων (PSO) .....	119
Εικόνα 6. 15 Συγκριτικές συναρτήσεις απόκρισης σήματος γύρω από τη 2η ιδιομορφή έπειτα από την εφαρμογή αλγορίθμων βελτιστοποίησης .....	120
Εικόνα 6. 16 Αναπαράσταση του συστήματος υπό μελέτη.....	120
Εικόνα 6. 17 Οι 3 πρώτες ιδιομορφές που προέκυψαν μετά από την εφαρμογή του συστήματος (Περίπτωση 2) .....	121
Εικόνα 6. 18 Λεπτομερής απεικόνιση της υπό μελέτη ιδιομορφής, για τη 2η ιδιομορφή του συστήματος, Comsol .....	121
Εικόνα 6. 19 Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για βραχυκύκλωμα και ενεργό αποσβεστήρα γύρω από τη 2η ιδιομορφή, Matlab .....	123
Εικόνα 6. 20 Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για ανοιχτό κύκλωμα , βραχυκύκλωμα και ενεργό αποσβεστήρα γύρω από τη 2η ιδιομορφή, εμπορικό λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων .....	123
Εικόνα 6. 21 Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για βραχυκύκλωμα και ενεργό αποσβεστήρα γύρω από τη 2η ιδιομορφή, Matlab .....	125
Εικόνα 6. 22 Σύγκλιση αλγόριθμου σμήνους σωματιδίων (PSO) .....	125
Εικόνα 6. 23 Συγκριτικές συναρτήσεις απόκρισης σήματος γύρω από τη 2η ιδιομορφή έπειτα από την εφαρμογή αλγορίθμων βελτιστοποίησης .....	126
Εικόνα 6. 24 Οι ιδιομορφές του συστήματος που προέκυψαν μετά από την ρύθμιση των τιμών των παραμέτρων R-L.....	127
Εικόνα 6. 25 Ολοκληρωμένη απεικόνιση του σήματος εξόδου έπειτα από βελτιστοποίηση των τιμών των παραμέτρων του κυκλώματος .....	127
Εικόνα 6. 26 Αναπαράσταση του συστήματος υπό μελέτη.....	128
Εικόνα 6. 27 Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για βραχυκύκλωμα και ενεργό αποσβεστήρα γύρω από τη 2η ιδιομορφή, Matlab .....	129
Εικόνα 6. 28 Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για ανοιχτό κύκλωμα , βραχυκύκλωμα και ενεργό αποσβεστήρα γύρω από τη 2η ιδιομορφή, Comsol .....	130
Εικόνα 7. 1 Κύκλωμα παραδιακλάδωσης "Current Flow" για τον έλεγχο 'n' Ιδιοσυχνοτήτων	132
Εικόνα 7. 2 Ενιαίο κύκλωμα παραδιακλάδωσης για έλεγχο «ροής ρεύματος» δύο ιδιομορφών (β) Απλοποιημένο κύκλωμα παραδιακλάδωσης .....	135
Εικόνα 7. 3 Προσομοιωμένη συχνότητα απόκρισης: Απόκριση χωρίς απόσβεση (μπλε ---), Απόκριση με απόσβεση - Μοντέλο 1 (κόκκινο).....	138
Εικόνα 7. 4 Σύγκλιση αλγορίθμου PSO - 1ο Μοντέλο.....	139
Εικόνα 7. 5 Προσομοιωμένη συχνότητα απόκρισης: Απόκριση χωρίς απόσβεση (μπλε ---), Απόκριση με απόσβεση - Μοντέλο 2 (κόκκινο).....	140
Εικόνα 7. 6 Σύγκλιση αλγορίθμου PSO - 2ο Μοντέλο.....	140
Εικόνα 7. 7 Προσομοιωμένη συχνότητα απόκρισης: Απόκριση χωρίς απόσβεση (μπλε ---), Απόκριση με απόσβεση - Μοντέλο 3 (κόκκινο).....	141

Εικόνα 7. 8 Σύγκλιση αλγορίθμου PSO - 2ο Μοντέλο 3.....	142
Εικόνα 7. 9 Προσομοιωμένες συχνότητες απόκρισης των τριών μοντέλων .....	142
Εικόνα 7. 10 Γράφημα Απόκρισης Σήματος Εξόδου, Matlab.....	144
Εικόνα 7. 11 Σύγκλιση αλγορίθμου σμήνους σωματιδίων (PSO), Matlab.....	145
Εικόνα 7. 12 Γράφημα Απόκρισης Σήματος Εξόδου, FEM .....	146
Εικόνα 7. 13 Γράφημα Απόκρισης Σήματος Εξόδου, σε περιβάλλον Matlab.....	147
Εικόνα 7. 14 Γράφημα Απόκρισης Σήματος Εξόδου, σε εμπορικό FEM 2D.....	147
Εικόνα 8. 1 Διακριτοποίηση Πλάκας	149
Εικόνα 8. 2 Το μοντέλο σύνθετης πλάκας.....	150
Εικόνα 8. 3 Οι πρώτες τέσσερις ιδιομορφές της πλάκας.....	151
Εικόνα 8. 4 Μεταβολή του τετραγωνικού συντελεστή ηλεκτρομηχανικής σύζευξης ενός συμμετρικού ζεύγους πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων με τις θέσεις τους κατά τις διευθύνσεις x και y .....	155
Εικόνα 8. 5 Οι θέσεις στις οποίες μεγιστοποιείται το EMCC για κάθε ιδιοσυχνότητας.....	155
Εικόνα 8. 6 Απόκριση συχνότητας του συστήματος πριν από τη σύνδεση με το κύκλωμα παραδιακλάδωσης.....	156
Εικόνα 8. 7 Απόκριση του συστήματος για την πρώτη ιδιοσυχνότητα και (β) σύγκλιση του αλγορίθμου PSO.....	157
Εικόνα 8. 8 Απόκριση του συστήματος για τη δεύτερη ιδιοσυχνότητα και (β) σύγκλιση του αλγορίθμου PSO.....	157
Εικόνα 8. 9 Απόκριση του συστήματος για την τρίτη ιδιοσυχνότητα και (β) σύγκλιση του αλγορίθμου PSO .....	157
Εικόνα 8. 10 Απόκριση του συστήματος για την τέταρτη ιδιοσυχνότητα και (β) σύγκλιση του αλγορίθμου PSO.....	158
Εικόνα 9. 1 Διακύμανση του ποσού ενέργειας για την 1η και για την 2η ιδιομορφή	161
Εικόνα 9. 2 Διακύμανση του ποσού ενέργειας για την 3η και για την 4η ιδιομορφή .....	161
Εικόνα 10. 1 Πειραματική διάταξη δοκού-προβόλου με ένα ζεύγος πιεζοηλεκτρικών για τον έλεγχο παραδιακλάδωσης μια ιδιόμορφης	163
Εικόνα 10. 2 Η εσωτερική χωρητικότητα $C_p$ των πιεζοηλεκτρικών.....	164
Εικόνα 10. 3 Πρώτη ιδιοσυχνότητα με open $\omega_1=43,55$ Hz.....	165
Εικόνα 10. 4 Πρώτη ιδιοσυχνότητα με close $\omega_1=43,4$ Hz.....	165
Εικόνα 10. 5 Δεύτερη ιδιοσυχνότητα με open $\omega_2 = 298,3$ Hz .....	166
Εικόνα 10. 6 Δεύτερη ιδιοσυχνότητα με close $\omega_2 = 297,8$ Hz .....	166
Εικόνα 10. 7 Πρώτη ιδιοσυχνότητα με ανοιχτό κύκλωμα $\omega_1=43,55$ Hz και $rms=99.4$ mV .....	167
Εικόνα 10. 8 Πρώτη ιδιοσυχνότητα με κλειστό κύκλωμα $\omega_1=43,4$ Hz και $rms=98.1$ mV .....	167
Εικόνα 10. 9 Δεύτερη ιδιοσυχνότητα με ανοιχτό κύκλωμα $\omega_2 = 298,3$ Hz και $rms=29.1$ mV .....	168
Εικόνα 10. 10 Δεύτερη ιδιοσυχνότητα με κλειστό κύκλωμα $\omega_2 = 297,8$ Hz και $rms=28.6$ mV.....	168
Εικόνα 10. 11 Μέτρηση επαγωγής πηνίων.....	169
Εικόνα 10. 12 Μέτρηση συνολικής αντίστασης κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης.....	169
Εικόνα 10. 13 Στιγμιότυπο πριν την εφαρμογή παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού ελέγχου στη 2η Ιδιόμορφή (open circuit) .....	170

Εικόνα 10. 14 Στιγμιότυπο κατά την εφαρμογής παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού ελέγχου στη 2η Ιδιόμορφή .....	170
Εικόνα 10. 15 Στιγμιότυπο μετά την πλήρη εφαρμογής παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού ελέγχου στη 2η Ιδιόμορφή (shunt circuit) .....	171

## 1. Εισαγωγή

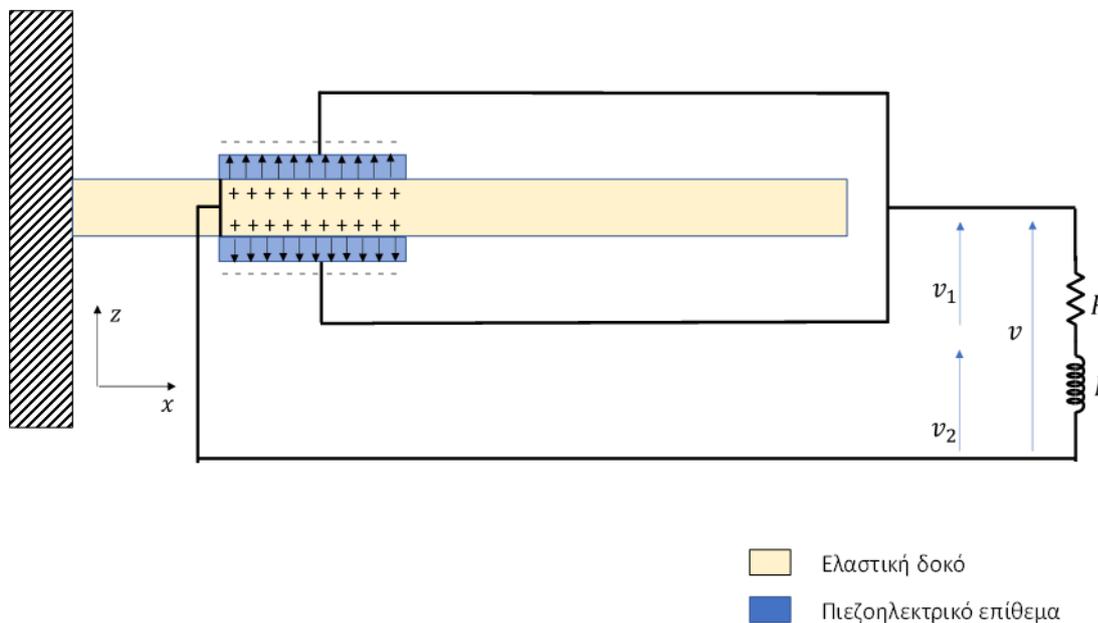
### 1.1. Κίνητρο Διατριβής

Στην παρούσα διδακτορική έρευνα μελετάται η ανάπτυξη κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης όπως για παράδειγμα κυκλώματα R-L, κυκλώματα Current flowing κ.α προσαρμοσμένα σε κατασκευές με πιεζοηλεκτρικά υλικά. Τα παθητικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης είναι μέθοδοι παθητικής απόσβεσης, οι οποίες γενικά χαρακτηρίζονται από τη σύνδεση ενός ηλεκτρικού στοιχείου (για παράδειγμα μιας ηλεκτρικής αντίστασης, ενός πηνίου, ενός πυκνωτή κλπ.) με ένα πιεζοηλεκτρικό στοιχείο που είναι προσαρμοσμένο σε μια σύνθετη μηχανική κατασκευή. Χωρίζονται σε γραμμικά και μη γραμμικά συστήματα, ανάλογα με τη διάταξη τους, την ύπαρξη διακοπών κλπ. Από τα γραμμικά συστήματα, ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα κυκλώματα συντονισμού, τα οποία χρησιμοποιούνται ευρέως για την απόσβεση ταλαντώσεων. Τα συστήματα αυτά, αποτελούν τυπικό παράδειγμα συνδεδεμένων φυσικών φαινομένων (μηχανικής - ηλεκτρισμός), που άπτονται του επιστημονικού πεδίου της Μηχατρονικής, και αξιοποιούν την σύνδεση για την μεταφορά κινητικής ενέργειας από το μηχανικό μοντέλο και την απόσβεση της στο ηλεκτρικό κύκλωμα. Σκοπός της τεχνικής είναι η απόσβεση των ταλαντώσεων (μείωση του πλάτους της απόκρισης) ενός συστήματος όταν η συχνότητα διαταραχής (εισόδου) είναι κοντά σε μια ή περισσότερες ιδιοσυχνότητες του συστήματος. Η μέθοδος είναι δημοφιλής σε εύκαμπτες ελαστικές κατασκευές, δεδομένου ότι τα κυκλώματα αυτά είναι απλά στον σχεδιασμό και την υλοποίησή τους, ενώ μπορούν να αυξήσουν σημαντικά την απόσβεση των υπό μελέτη κατασκευών. Κατά τον σχεδιασμό του συστήματος, το κύκλωμα ρυθμίζεται σε μια ή πολλές ιδιοσυχνότητες αναφοράς, προκειμένου να επιτευχθεί η επιθυμητή απόσβεση. Τα λεγόμενα παθητικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης συντονισμού με αντιστάσεις και πηνία είναι αυτά που θα μελετηθούν στο πλαίσιο της παρούσας διατριβής. Το αντικείμενο της διατριβής έγκειται στον περιορισμό των ταλαντώσεων που προκαλούνται από εξωτερικές αιτίες (δονήσεις, θόρυβο κλπ.), ο οποίος επιτυγχάνεται μέσω του σχεδιασμού και της υλοποίησης ενός παθητικού συστήματος ελέγχου-απόσβεσης βασισμένου σε κυκλώματα παραδιακλάδωσης συνδεδεμένων πάνω σε πιεζοηλεκτρικά στοιχεία.

Τα έξυπνα υλικά, όπως πιεζοηλεκτρικά, πιεζοκεραμικά υλικά με μνήμη σχήματος, οπτικές ίνες, ηλεκτροστατικά υλικά, μαγνητοστατικά υλικά κ.λπ., μπορούν να ενσωματωθούν σε δομικά μοντέλα για να τους παρέχουν την «έξυπνη συμπεριφορά». Καταρχήν, η αρχική τάση ή καταπόνηση που παράγεται από κάποιο έξυπνο στοιχείο μπορεί να ελεγχθεί και να οδηγηθεί σε ελεγχόμενη συμπεριφορά ολόκληρης της σύνθετης κατασκευής και να της προσδώσει την ιδιότητα της «έξυπνης κατασκευής». Τα πιεζοηλεκτρικά αποτελούν την κατάλληλη τεχνολογία για την εξέταση έξυπνων δομών, αφού έχουν σχεδόν στιγμιαίο χρόνο αντίδρασης χωρίς υστέρηση και λειτουργούν στις περισσότερες περιπτώσεις εντός του εύρους γραμμικότητας. Ένα σημαντικό στοιχείο είναι η δυνατότητά τους να λειτουργούν ταυτόχρονα ως αισθητήρες και ως διεγέρτες λόγω της φύσης του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου. Αυτό το συγκεκριμένο χαρακτηριστικό οδήγησε πολλούς ερευνητές να ασχοληθούν με τον παθητικό έλεγχο των δονήσεων χρησιμοποιώντας συσκευές με παραδιακλαδωμένα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία όπως οι Thomas κ.α. [1], Tairidis κ.α. [2], με την αντίστοιχη μορφή ηλεκτρικής εμπέδησης.

Αυτή η ιδέα παρουσιάστηκε για πρώτη φορά στο καινοτόμο έργο του Forward [3] στο οποίο πρότεινε τη χρήση πιεζοηλεκτρικών μορφοτροπέων σε συνδυασμό με ηλεκτρικά στοιχεία τα

οποία ονομάζονται κυκλώματα παραδιακλάδωσης για τον έλεγχο παθητικού ταλάντωσης. Η κύρια ιδέα συνίσταται στη μετατροπή της δυναμικής ενέργειας παραμόρφωσης της κύριας δομής σε ηλεκτρική ενέργεια. Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση του ευθέως πιεζοηλεκτρικού φαινομένου και τη δρομολόγηση αυτής της ενέργειας στο κύκλωμα παραδιακλάδωσης όπου μπορεί να καταναλωθεί μερικώς (Εικόνα 1. 1).



Εικόνα 1. 1 Μοντέλο δοκού με πιεζοηλεκτρικό κύκλωμα συντονισμού

Στην πραγματικότητα, τα πιεζοηλεκτρικά συστήματα παραδιακλάδωσης με ηλεκτρική αντίσταση μπορούν να είναι πολύ αποτελεσματικά στη απόσβεση ταλαντώσεων, και για αυτό το λόγο έχουν μελετηθεί εκτενώς τις τελευταίες δεκαετίες. Έχουν αναπτυχθεί αρκετές τεχνικές παραδιακλάδωσης βασισμένες σε διαφορετικές μεθόδους [4], [5], [6], προκειμένου να ελεγχθεί η ενέργεια που παράγεται από τις δονήσεις της δομής. Σε αυτές τις τεχνικές, η ενέργεια εκφράζεται συνήθως σε όρους συντελεστή απώλειας ή συχνότερα σε κατάλληλα καθορισμένο λόγο απόσβεσης, εξαρτώμενη από δύο διαφορετικές παραμέτρους, τη συμβολή της ηλεκτρομηχανικής ζεύξης και το σχεδιασμό του συστήματος παραδιακλάδωσης. Επομένως, η απόσβεση μπορεί να προβλεφθεί με ακρίβεια, αν μπορεί να περιγράψει ο γενικευμένος συντελεστής σύζευξης, με τον οποίο περιγράφεται πλήρως η ηλεκτρομηχανική σύζευξη [7].

Σε αυτό το σημείο, αξίζει να σημειωθεί ότι, όσον αφορά τη δυναμική συμπεριφορά, ορισμένοι τύποι παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων παρουσιάζουν ομοιότητες με αρκετούς άλλους τύπους μεθόδων ελέγχου ταλαντώσεων, όπως για παράδειγμα με συντονισμένες μάζες καθυσύχασης. Στην πραγματικότητα, όπως αναφέρεται και από τους Hagood και von Flotow [8] και Wu [9], μεταξύ άλλων, αν το κύκλωμα παραδιακλάδωσης αποτελείται από αντίσταση  $R$ , δηλαδή η εμπέδηση είναι μια καθαρά ωμική αντίσταση, η απόσβεση είναι παρόμοια με εκείνη ενός υλικού με ιξωδοελαστικότητα. Ενώ στην περίπτωση κυκλώματος συντονισμού, δηλαδή αντίσταση-πηνίου ( $RL$ ) κυκλώματος παραδιακλάδωσης, η επίδραση του κυκλώματος είναι ανάλογη με εκείνη ενός αποσβεστήρα ιξωδοελαστικής απόσβεσης [10].

Για την αύξηση της ικανότητας απόσβεσης του συστήματος έχουν επίσης προταθεί ακόμα πιο εξελιγμένα ηλεκτρονικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης, όπως θα δούμε στις επόμενες ενότητες. Τέτοιου είδους συστήματα περιλαμβάνουν, μεταξύ άλλων, παραδιακλαδωμένα κυκλώματα με διακόπτη [11] και κυκλώματα αρνητικής χωρητικότητας (αρνητικό πυκνωτή) [12].

## 1.2. Στόχοι Διατριβής

Η παρούσα διατριβή έχει ως κύριο σκοπό την ανάπτυξη πρότυπων μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων για τον έλεγχο και την απόσβεση ταλαντώσεων μιας ή πολλών ιδιομορφών κάνοντας χρήση παθητικών παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων. Τα παραπάνω πεπερασμένα μοντέλα θα πιστοποιηθούν με εμπορικά πακέτα προσομοίωσης και με τη δημιουργία αντίστοιχης πειραματικής διάταξης.

Μετά από αναλυτική μελέτη και επεξεργασία της θεωρίας των παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων μελετώνται νέες μέθοδοι βέλτιστου σχεδιασμού των ηλεκτρικών κυκλωμάτων με την εισαγωγή νέων μεταβλητών σχεδιασμού και νέων μεθόδων βελτιστοποίησης οι οποίες δίνουν καλύτερα αποτελέσματα στο υπό μελέτη πρόβλημα. Με την χρήση αλγόριθμων βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων, οι οποίοι οδηγούν στις βέλτιστες επιλογές ηλεκτρικών στοιχείων παραδιακλάδωσης μπορεί να πραγματοποιηθεί η καλύτερη δυνατή απόσβεση των δονήσεων και συνεπώς η καταστολή των ταλαντώσεων σε διάφορες δομικές κατασκευές (δοκοί, πλάκες κτλ).

Συνδυάζοντας την προτεινόμενη παραμετροποίηση των κυκλωμάτων με τις βελτιστοποιημένες τιμές των ηλεκτρικών παραμέτρων, στοχεύεται η επίτευξη περισσότερων δυνατοτήτων στην εφαρμογή των παθητικών κυκλωμάτων για την απόσβεση μιας ή περισσότερων ιδιομορφών.

Κλείνοντας, τελικός στόχος της διατριβής, είναι η πειραματική ανάπτυξη των παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών παθητικών συστημάτων με σκοπό τη μείωση των ταλαντώσεων σε μια ή πολλές ιδιοσυχνότητες με εφαρμογή σε κατασκευή δοκού προβόλου.

## 1.3. Δομή Διατριβής

Η συγκεκριμένη διατριβή αρχικά εστιάζει στην ανάλυση και μελέτη της βιβλιογραφίας των παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων, παρουσιάζοντας εκτενώς τη θεωρία, τα είδη και τις εφαρμογές τους. Ακολούθως αναπτύσσονται μηχανικά μοντέλα με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και η επίλυσή τους υλοποιείται προγραμματιστικά σε περιβάλλον Matlab. Έτσι πραγματοποιείται έλεγχος μιας ή και πολλών ιδιομορφών με παθητικά πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης σε διάφορες κατασκευές όπως δοκό και πλάκα.

Στη συνέχεια με χρήση των μοντέλων που δημιουργήθηκαν διατυπώνονται και επιλύονται προβλήματα βέλτιστου σχεδιασμού των κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης. Για το σκοπό αυτό, εφαρμόστηκαν αλγόριθμοι ολικής βελτιστοποίησης, οι οποίοι συνέβαλαν στην εύρεση των βέλτιστων τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων παραδιακλάδωσης. Ειδικότερα πρόκειται για τους αλγόριθμους σμήνους σωματιδίων και γενετικούς αλγορίθμους. Αντικείμενο της βελτιστοποίησης είναι η απόσβεση των ταλαντώσεων στις ιδιοσυχνότητες ενδιαφέροντος.

Σε ακόλουθη ενότητα παρουσιάζονται τα αριθμητικά αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή όσων αναφέρθηκαν προηγουμένως. Στη συνέχεια έγινε σύγκριση των βέλτιστων αποτελεσμάτων με τα υπολογιστικά πειράματα, σε εμπορικά προγράμματα προσομοίωσης

και με δημοσιευμένα πειραματικά αποτελέσματα για μια δοκό αλουμινίου στον έλεγχο της 2<sup>ης</sup> ιδιομορφής. Για τις περιπτώσεις ελέγχου πολλών ιδιομορφών συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα της προτεινόμενης θεωρίας με τα αντίστοιχα αριθμητικά αποτελέσματα από το εμπορικό λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων.

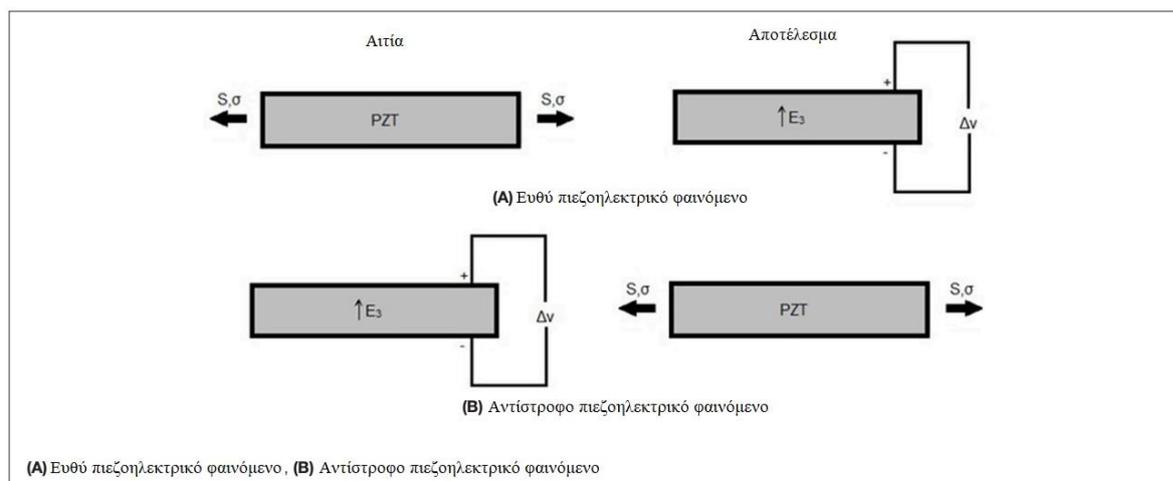
Αξίζει να προστεθεί ότι στη συγκεκριμένη διατριβή δημιουργήθηκε πειραματική διάταξη όμοια με τα μοντέλα που προσομοιώθηκαν σε περιβάλλον Matlab για τον έλεγχο τόσο μιας όσο και περισσότερων ιδιομορφών. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκαν δοκοί αλουμινίου και ατσαλιού στις οποίες τοποθετήθηκαν πιεζοηλεκτρικά επιθέματα και έγινε διέγερση με ανέπαφο τρόπο.

Ολοκληρώνοντας δίνονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τη παρούσα διατριβή καθώς και προτείνονται ενδιαφέρουσες επεκτάσεις της προτεινόμενης θεωρίας για πιθανή μελλοντική έρευνα.

## 2. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

### 2.1.1. Πιεζοηλεκτρικά υλικά

Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά είναι πολύ ελκυστικά λειτουργικά υλικά για έξυπνες δομές/κατασκευές επειδή μπορούν να μετατρέψουν άμεσα τη μηχανική ενέργεια σε ηλεκτρική και αντίστροφα. Το 1880, το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο ανακαλύφθηκε από τους αδελφούς Pierre και Jacques Curie [13] που ανακάλυψαν αρχικά την άμεση πιεζοηλεκτρική δράση των κρυστάλλων τουρμαλίνης. Διαπίστωσαν ότι μια μηχανική παραμόρφωση σε συγκεκριμένες κατευθύνσεις προκαλεί αντίθετα ηλεκτρικά φορτία σε αντίθετες κρυσταλλικές επιφάνειες, οι οποίες είναι ανάλογες με το μέγεθος της μηχανικής παραμόρφωσης. Το φαινόμενο αυτό, το οποίο επίσης παρατηρήθηκε στον χαλαζία και σε άλλους κρυστάλλους, υλικά δηλαδή χωρίς κέντρο συμμετρίας, ονομάστηκε πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο. (από τις ελληνικές λέξεις "πιέζειν" και "ήλεκτρον", που ήταν στα αρχαία η ονομασία για το κεχριμπάρι και στο οποίο παρατηρήθηκαν για πρώτη φορά ηλεκτρικά φαινόμενα από τον Θαλή το Μιλήσιο τον 6ο αιώνα π.Χ). Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο (όπως φαίνεται στην Εικόνα 2. 1.α). Ωστόσο, όταν εφαρμόζεται ένα ηλεκτρικό πεδίο στο υλικό προκαλείται μηχανική παραμόρφωση. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο Εικόνα 2. 1.β. Οι αδελφοί Curie δεν πρόβλεψαν το αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, το οποίο υπολογίστηκε μαθηματικά από τις θεμελιώδεις αρχές της θερμοδυναμικής του Gabriel Lippmann [14].



Εικόνα 2. 1 α)Ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, (β) Αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο.

Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά παρουσιάζουν πολύ καλές ηλεκτρομηχανικές ιδιότητες σύζευξης, καθώς και εξαιρετική απόκριση συχνότητας, λόγω της φύσης τους. Έτσι, αυτά τα υλικά έχουν χρησιμοποιηθεί εκτενώς στον έλεγχο ταλαντώσεων έξυπνων κατασκευών, έλεγχο δομικής ακεραιότητας, στη συγκομιδή ενέργειας κλπ. Το ευθύ φαινόμενο χρησιμοποιείται κυρίως σε αισθητήρες (ανίχνευση δομικών ελαττωμάτων, καταστολή δονήσεων κλπ.) ή τη συγκομιδή της ενέργειας που παράγεται από δονήσεις. Από την άλλη πλευρά, το αντίστροφο φαινόμενο χρησιμοποιείται κυρίως σε ενεργοποιητές. Οι πιεζοηλεκτρικοί μορφοτροπέες (transducers) διατίθενται σε πολλές μορφές και σχήματα, συνήθως σε λεπτά φύλλα, και είναι σε θέση να παράγουν δυνάμεις από εφαρμοζόμενες ηλεκτρικές τάσεις.

Ο βέλτιστος έλεγχος έξυπνων δομών με τη χρήση πιεζοηλεκτρικών αισθητήρων και ενεργοποιητών για καταστολή ταλαντώσεων παρουσιάστηκε από τους Stavroulakis κ.α. [15]. Εφαρμοστήκαν δύο διαφορετικές μέθοδοι ελέγχου, συγκεκριμένα εφαρμόστηκαν οι μέθοδοι ελέγχου LQR και  $H_2$ . Τα αποτελέσματα απέδειξαν ότι μπορεί να επιτευχθεί επαρκής καταστολή των ταλαντώσεων σε έξυπνες δομές με τη χρήση πιεζοηλεκτρικών υλικών.

Οι Buchacz κ.α. [16] διερεύνησαν τον έλεγχο στα χαρακτηριστικά ενός πιεζοηλεκτρικού μηχανολογικού συστήματος. Συγκεκριμένα, εξετάζονται δύο παραδείγματα συστημάτων με πιεζοηλεκτρικούς μορφοτροπείς προκειμένου να εξεταστεί η καταστολή των ταλαντώσεων μιας ενιαίας πιεζοηλεκτρικής πλάκας κολλημένης σε μια επιφάνεια μηχανικού υποσυστήματος και μιας δέσμης πιεζοηλεκτρικών στρώσεων η οποία ταλαντώνεται κατά μήκος του πάχους. Και στις δύο περιπτώσεις επιθυμητά χαρακτηριστικά των υπό μελέτη συστημάτων παράχθηκαν και παρουσιάστηκαν.

## **2.2. Περιγραφή πιεζοηλεκτρικών παραδιακλαδωμένων συστημάτων**

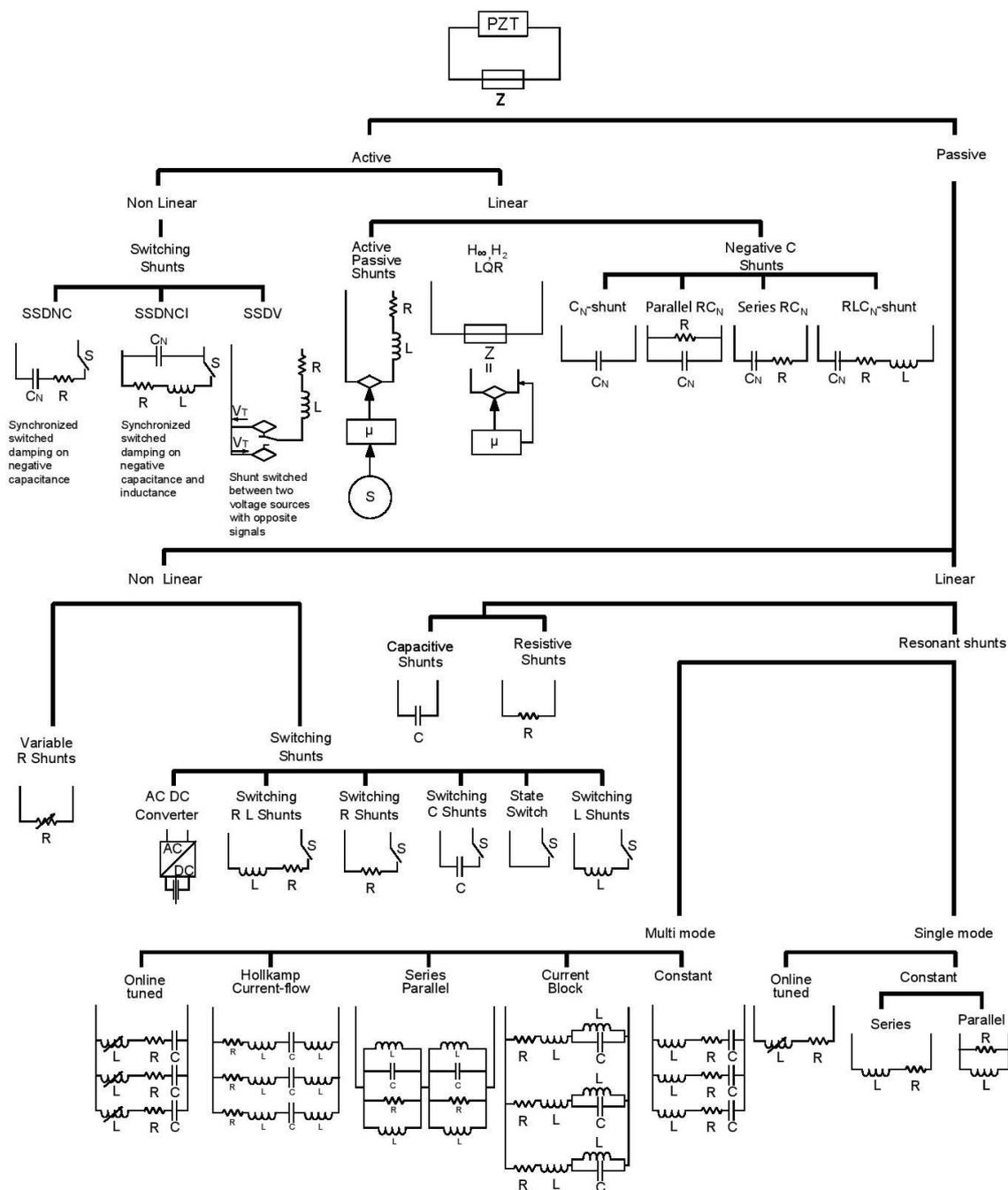
### **2.2.1. Παραδιακλαδωμένα συστήματα γενικά**

Τα συστήματα παραδιακλάδωσης, επίσης γνωστά ως πιεζοηλεκτρικά συστήματα παραδιακλάδωσης, είναι ηλεκτρικά κυκλώματα που συνδέονται με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία (π.χ. επιθέματα PZT, πιεζοηλεκτρικοί μορφοτροπείς (transducers) κλπ.). Αυτά τα συστήματα είναι ως επί το πλείστον παθητικά, ωστόσο πρόσφατα έχουν προταθεί επίσης ημί-παθητικά ή και ενεργά συστήματα.

Κατά τη διάρκεια του παθητικού ελέγχου παραδιακλάδωσης, είναι απαραίτητος ένας πιεζοηλεκτρικός ενεργοποιητής για να μετατρέψει τη μηχανική ενέργεια που παράγεται από την ταλάντωση της δομής σε ηλεκτρική ενέργεια. Αυτή η ενέργεια μεταφέρεται στα ηλεκτρικά στοιχεία του παραδιακλαδωμένου κυκλώματος προκειμένου να μετασχηματιστεί και έτσι να κατασταλούν οι δονήσεις [17], [18].

Η χρήση πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων συνδεδεμένων με παραδιακλαδωμένα κυκλώματα αντίστασης, δηλαδή κυκλώματα μόνο με ωμική αντίσταση, προτάθηκε αρχικά από τους Hagood και von Flotow [8]. Η προτεινόμενη μεθοδολογία παρείχε έναν ισοδύναμο αποσβεστήρα ταλαντώσεων. Σχετικά με την επιθυμητή απόσβεση των κατασκευών, τα κυκλώματα συντονισμού (αντίσταση-επαγωγή) μπορούν επίσης να είναι πολύ χρήσιμα για τον έλεγχο ταλαντώσεων για συχνότητα διέγερσης κοντά σε μια ιδιοσυχνότητα των συστημάτων. Αυτά τα συστήματα χαρακτηρίζονται από την ανάγκη για συγκεκριμένες τιμές επαγωγής και αντίστασης προκειμένου να επιτευχθούν οι βέλτιστες τιμές από την άποψη της εξασθένισης των ταλαντώσεων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το παθητικό σύστημα ελέγχου χρησιμοποιεί την αρχή των δυναμικών αποσβεστήρων ρυθμίζοντας τη συχνότητα συντονισμού του κυκλώματος παραδιακλάδωσης στη φυσική συχνότητα του δομικού συστήματος που θέλουμε να καταστείλουμε. Αυτά τα κυκλώματα είναι ισοδύναμα με αποσβεστήρες ταλαντώσεων εντός ενός περιορισμένου εύρους συχνοτήτων.

Σε γενικές γραμμές, τα κυκλώματα παραδιακλάδωσης μπορούν να ταξινομηθούν κατά προσέγγιση σε παθητικά και ενεργά. Μια άλλη κατηγοριοποίηση αυτών των κυκλωμάτων μπορεί να είναι σε γραμμικά και μη γραμμικά. Έχουν προταθεί αρκετοί τύποι κυκλωμάτων στη βιβλιογραφία όπως: συντονισμού, αντίστασης, χωρητικότητας και με διακόπτη [19]. Τα πιο συνηθισμένα κυκλώματα παραδιακλάδωσης απεικονίζονται στην Εικόνα 2. 2 [20].



Εικόνα 2. 2 Κατηγορίες κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης

## 2.2.2. Απόσβεση πιεζοηλεκτρικών παραδιακλάδωσης

Οι βασικές αρχές της παθητικής απόσβεσης παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία παρουσιάζονται αναλυτικά στο πολύ πρόσφατο βιβλίο του Preumont [21] όπου αναλύονται κυκλώματα με αντίσταση, με επαγωγή και συντονισμό. Επιπλέον, αναλύονται αρκετοί τρόποι ρύθμισης τέτοιων συστημάτων σχετικά με την επαγωγή, μαζί με τις δυνατότητες απόσβεσης με συγχρονισμένα διακοπτόμενα κυκλώματα (κυκλώματα με διακόπτη). Η ιδέα της ενεργής απόσβεσης με παραδιακλαδωμένα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία συζητείται, μεταξύ άλλων, στο βιβλίο του Preumont [22].

Τα ημι-παθητικά ηλεκτρικά εξαρτήματα παραδιακλάδωσης χρησιμοποιούνται για τη ρύθμιση των ελεγκτών ταλαντώσεων στην εργασία [23]. Το σύστημα αποτελείται από έναν ηλεκτρομαγνήτη με προσαρμοστική σύνθετη εμπέδηση παραδιακλάδωσης. Ο σχεδιασμός του συστήματος επιτρέπει την αυτόματη ρύθμιση και τη συντήρηση, ακόμη και όταν υπάρχουν μεταβολές στη συχνότητα διέγερσης, στις περιβαλλοντικές συνθήκες ή στα χαρακτηριστικά του σχήματος. Το σύστημα ελέγχου αποτελείται από δύο διαφορετικούς τύπους ελεγκτών και πολλούς αλγόριθμους για κάθε τύπο. Από τις πειραματικές δοκιμές αποδεικνύεται ότι ο γραμμικός ελεγκτής δεν είναι αξιόπιστος, ωστόσο όμως λαμβάνονται ορισμένα καλά αποτελέσματα για πολυωνυμικούς και ασαφείς ελεγκτές. Το προτεινόμενο σύστημα ελέγχου προσαρμόζεται πολύ καλά σε μεταβλητές συχνότητες διέγερσης, είναι σταθερό και συμπεριφέρεται αποτελεσματικά για διαφορετικές τροποποιήσεις στις παραμέτρους του συστήματος. Μία παραδιακλάδωση RC, δηλαδή ένα κύκλωμα μιας αντίστασης και ενός πυκνωτή, αναπτύσσεται και οι παράμετροί του προσαρμόζονται σε πραγματικό χρόνο ώστε να επιτευχθεί βέλτιστη ρύθμιση. Τα αποτελέσματα της μεθόδου επαληθεύονται πειραματικά.

Μια ημί-παθητική τεχνική απόσβεσης παρουσιάζεται στην εργασία [24]. Η προτεινόμενη μέθοδος βασίζεται στη διαμόρφωση πλάτους-παλμού και μπορεί να αυξήσει σημαντικά την δομική απόσβεση του συστήματος. Με αυτή τη μέθοδο, η κυματομορφή της πιεζοηλεκτρικής τάσης προσαρμόζεται στην ταχύτητα των ταλαντώσεων, το σύστημα έχει σταθερή πηγή τάσης και παράλληλα αυξάνεται η απόδοση. Το θεωρητικό μέρος της έρευνας αποδεικνύεται πειραματικά.

Η σύνθεση της εμπέδησης των ηλεκτρομαγνητικών παραδιακλαδωμένων για έλεγχο των ταλαντώσεων σε κατασκευές μελετάται στην εργασία [25]. Συγκεκριμένα, προτείνεται μια τεχνική χωρίς αισθητήρα για τον ενεργό έλεγχο παραδιακλαδωμένου σε εφαρμογή με μηχανικό σύστημα ταλαντώσεων. Για την ελαχιστοποίηση των ταλαντώσεων δομικών στοιχείων σχεδιάστηκε μια ηλεκτρική αντίσταση και συνδέθηκε με ένα ηλεκτρομαγνητικό στοιχείο. Χρησιμοποιήθηκαν κοινά εργαλεία ελέγχου για τον σχεδιασμό της απαιτούμενης εμπέδησης παραδιακλάδωσης. Η εφαρμογή μιας ενεργής εμπέδησης παραδιακλάδωσης μειώνει τη δόνηση της κατασκευής χωρίς τη χρήση τυχόν πρόσθετων αισθητήρων ανατροφοδότησης.

Ως εναλλακτική λύση στο παραπάνω προτείνονται τα παραδιακλαδωμένα συστήματα αρνητικής χωρητικότητας τα οποία έχουν εξεταστεί από πολλούς συγγραφείς κατά καιρούς. Μεταξύ άλλων, οι Marneffe και Preumont [12] μελετούν ένα σχέδιο για απόσβεση ταλαντώσεων με αρνητικές χωρητικότητες, τόσο σε θεωρητικό όσο και πειραματικό επίπεδο. Συγκεκριμένα, εξετάζεται η ενίσχυση των πιεζοηλεκτρικών μορφοτροπέων με αρνητική χωρητικότητα (προσθήκη πυκνωτή με αρνητική χωρητικότητα). Εξετάζονται δύο διαφορετικές εφαρμογές, μια με προσθήκη αρνητικού πυκνωτή σε σειρά και μια παράλληλα. Τα αποτελέσματα έδειξαν την έλλειψη ευρωστίας του παράλληλου συστήματος. Από τα πειραματικά αποτελέσματα σε μια κατασκευή προέκυψε ότι η απόσβεση που εισάγεται από το παραδιακλαδωμένο σύστημα αρνητικής χωρητικότητας είναι μεγαλύτερη από την απόσβεση που επιτυγχάνεται από τα παθητικά κυκλώματα βραχυκύκλωσης.

### 2.2.3. Οι γενικές ηλεκτρομηχανολογικές εξισώσεις παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων

Οι γενικές ηλεκτρομηχανικές εξισώσεις που περιγράφουν τη συμπεριφορά των πιεζοηλεκτρικών υλικών καθορίζονται στο Πρότυπο IEEE για τον Πιεζοηλεκτρισμό (IEEE Standard on Piezoelectricity, 1987) [26]:

$$\begin{Bmatrix} T \\ D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^E & -e \\ e^t & \varepsilon^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S \\ E \end{Bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 1}$$

Μετά την εφαρμογή της αρχής του Hamilton και τη διακριτικοποίηση πεπερασμένων στοιχείων για συζευγμένα ηλεκτρομηχανολογικά συστήματα [1] έχουμε:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{w} \\ \dot{v} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{w} \\ \dot{v} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & \theta \\ \theta^t & -C_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ q \end{Bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 2}$$

Η εξίσωση κίνησης του συζευγμένου πιεζοηλεκτρικού ηλεκτρομηχανικού συστήματος, όπως περιγράφεται στην Εξίσωση 2, μπορεί να αναδιατυπωθεί ως ένα σύνολο δύο συζευγμένων εξισώσεων [27], [28]:

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{w}\} + [C]\{\dot{w}\} + [K]\{w\} + [\theta]\{v\} &= \{F\} \\ [\theta]^t\{w\} - [C_p]\{v\} &= \{q\} \end{aligned} \quad \text{Εξίσωση 3}$$

Στο συζευγμένο σύνολο (Εξίσωση 2) η πρώτη σειρά εξισώσεων περιγράφει την κατάσταση ισορροπίας των μηχανικών δυνάμεων και η δεύτερη δίνει τη ηλεκτροδυναμική εξίσωση του ηλεκτρικού δυναμικού. Αυτές οι δύο σειρές εξισώσεων μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να εξαχθεί η πιεζοηλεκτρική παθητική δύναμη απόσβεσης μέσω κυκλωμάτων απόσβεσης παραδιακλάδωσης, που συνδέουν την κατασκευή με τα ηλεκτρόδια του πιεζοηλεκτρικού.

Η ηλεκτρική τάση κατά μήκος του δικτύου απόσβεσης παραδιακλάδωσης μπορεί να αναπαρασταθεί από τη σχέση ρεύματος-τάσης στο πεδίο Laplace ως:

$$V_{sh}(s) = Z_{sh}(s) \cdot I_{sh}(s) \quad \text{Εξίσωση 4}$$

Αν στην Εξίσωση 4 αντικαταστήσουμε την ένταση του ρεύματος  $I_{sh}(s)$  με την παράγωγο του φορτίου  $\dot{q}(s)$  από την δεύτερη εξίσωση (Εξίσωση 3) τότε έχουμε τη σχέση:

$$V_{sh}(s) = Z_{sh}(s) \cdot \dot{q}(s) = Z_{sh}(s) \cdot ([\theta]^t\{w\}s - [C_p]V_{sh}(s)s) \quad \text{Εξίσωση 5}$$

Λύνοντας την Εξίσωση 5 ως προς  $V_{sh}(s)$  παίρνουμε την εξίσωση:

$$V_{sh}(s) = \frac{Z_{sh}(s)[\theta]^t\{w\}s}{1 + Z_{sh}(s)[C_p]s} \quad \text{Εξίσωση 6}$$

όπου  $s$  ο τελεστής Laplace.

Εισάγοντας την Εξίσωση 6 στη πρώτη από τις εξισώσεις (Εξίσωση 3) παίρνουμε τη σχέση του παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού λαμβάνοντας υπόψη την πρόσθετη παθητική πιεζοηλεκτρική δύναμη απόσβεσης:

$$[M]\{\ddot{w}\} + ([C] + Z_{total}[\theta][\theta]^t)\{\dot{w}\} + [K]\{w\} = \{F\} \quad \text{Εξίσωση 7}$$

Όπου η συνολική ηλεκτρική εμπέδηση  $Z_{total}$  εμπεριέχει την εσωτερική χωρητικότητα  $C_p$  του πιεζοηλεκτρικού ως εξής:

$$Z_{total} = \frac{Z_{sh}}{1 + Z_{sh}[C_p]s} \quad \text{Εξίσωση 8}$$

Η Εξίσωση 7 μετασχηματίζεται σε ανάλυση ιδιόμορφών με τις ακόλουθες ιδιομορφικές συντεταγμένες μεταφοράς:

$$\{w\} = [\Phi]\{\xi\} \quad \text{Εξίσωση 9}$$

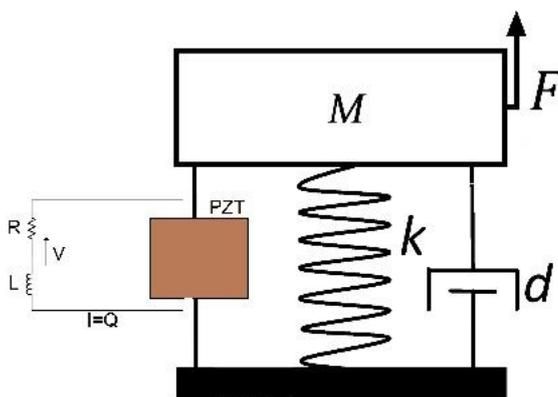
Εισάγοντας την Εξίσωση 9 στην Εξίσωση 7 και στη συνέχεια μετασχηματίζοντάς στο πεδίο των συχνοτήτων, παίρνουμε τις μη συζευγμένες εξισώσεις κίνησης των αρμονικών αναγκαστικών ταλαντώσεων στον τομέα των ιδιόμορφών:

$$-\omega^2[m]\{\xi\} + j\omega([c] + Z_{total}[\theta]) + [\kappa]\{\xi\} = \{f\} \quad \text{Εξίσωση 10}$$

$$\{\xi\} = (-\omega^2[m] + j\omega([c] + Z_{total}[\theta]) + [\kappa])^{-1}\{f\} \quad \text{Εξίσωση 11}$$

#### 2.2.4. Ακουστικός έλεγχος με παραδιακλαδωμένα πιεζοηλεκτρικά

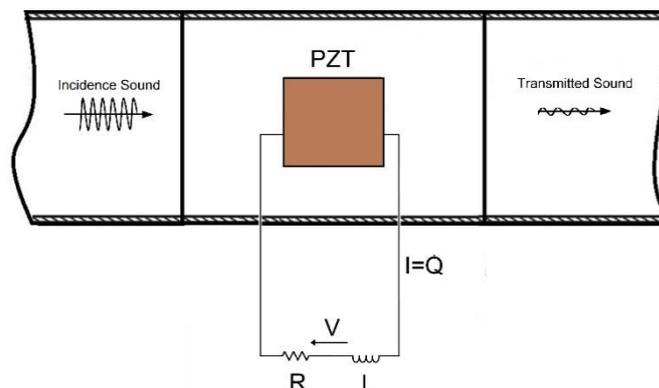
Ο ακουστικός έλεγχος παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών είναι ένας γενικότερος όρος, δηλαδή ένα υπερσύνολο από πιεζοηλεκτρική απόσβεση παραδιακλάδωσης, καθώς περιλαμβάνει επίσης συστήματα χωρίς απόσβεση. Η βασική έννοια πίσω από αυτή την ιδέα για τον έλεγχο των ταλαντώσεων των μηχανικών συστημάτων απεικονίζεται στην Εικόνα 2. 3.



Εικόνα 2. 3 Πιεζοηλεκτρικός ακουστικός έλεγχος παραδιακλάδωσης για έλεγχο ταλαντώσεων μηχανικών συστημάτων (απόσβεση παραδιακλάδωσης)

Για την περίπτωση των ακουστικών συστημάτων (Εικόνα 2. 4) ο πιεζοηλεκτρικός μορφοτροπέας ενσωματώνεται στο σύστημα στο οποίο εφαρμόζεται ακουστική πίεση. Το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο χρησιμοποιείται για την υποβάθμιση των ακουστικών σημάτων όπως και για τις μηχανικές ταλαντώσεις. Αυτή η προσέγγιση προτάθηκε από τους Forward, [3] και Forward και Swigert [29]. Σε αυτές τις μελέτες, χρησιμοποιείται ένα μόνο

πιεζοηλεκτρικό στοιχείο μεταξύ της υπό μελέτη κατασκευής και του ηλεκτρικού κυκλώματος παραδιακλάδωσης, υπό μορφή παθητικής αντιστάσεως ή κυκλώματος συντονισμού.



Εικόνα 2. 4 Η έννοια του πιεζοηλεκτρικού ακουστικού ελέγχου παραδιακλάδωσης για έλεγχο θορύβου (μετάδοση ήχου) σε έξυπνο πίνακα

Το μεγαλύτερο μέρος των δημοσιευμένων μελετών στον τομέα του ακουστικού ελέγχου πιεζοηλεκτρικών παραδιακλάδωσης επικεντρώθηκε κυρίως σε κυκλώματα συντονισμού για τον έλεγχο των ταλαντώσεων και πιο συγκεκριμένα στην απόσβεση των ταλαντώσεων.

### 2.2.5. Παραδιακλαδωμένα κυκλώματα για τον έλεγχο μιας ιδιομορφής

Μια διατύπωση με πεπερασμένα στοιχεία, καθώς και ένα μοντέλο μειωμένης τάξης, προτείνεται για την απόσβεση δονήσεων με πιεζοηλεκτρικά παραδιακλαδωμένα σε δομικό-ακουστικό σύστημα στην εργασία [30]. Αυτό το μοντέλο χρησιμοποιείται για την προσέγγιση ενός πλήρως συζευγμένου ηλεκτρομηχανικού συστήματος χρησιμοποιώντας τεχνικές ιδιομορφικής ανάλυσης. Τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, μαζί με ενσωματωμένα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα συντονισμού, εξετάζονται για την καταστολή των ταλαντώσεων του συζευγμένου συστήματος. Τα αριθμητικά αποτελέσματα παρουσιάζουν την ακρίβεια και την προσαρμοστικότητα του προτεινόμενου μοντέλου μειωμένης τάξης όσον αφορά την απαιτούμενη εξασθένηση.

Μια ακόμα αποτελεσματική διατύπωση με πεπερασμένα στοιχεία παρουσιάζεται στην εργασία [1] μαζί με ένα κατάλληλα οριζόμενο σύνολο ηλεκτρομηχανικών συντελεστών σύζευξης σε μια ελαστική δομή με παραδιακλαδωμένα πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα. Πιο συγκεκριμένα γίνεται αριθμητική προσομοίωση για εφαρμογές ελέγχου, ανίχνευσης και μείωσης των ταλαντώσεων. Παράλληλα, προτείνεται ένα μοντέλο μειωμένης τάξης με τεχνικές ιδιομορφικής ανάλυσης για να δείξει ότι οι συντελεστές ηλεκτρομηχανικής σύζευξης είναι οι κύριοι παράμετροι στη σύζευξη. Τα αποτελέσματα επαληθεύονται από μια εφαρμογή σε μια δοκό πρόβολο.

Η αριθμητική μοντελοποίηση για τη μείωση των θορύβων και των ταλαντώσεων σε λεπτές δομές για περιοχές χαμηλών συχνοτήτων παρουσιάζεται από τους Silva κ.α. [31]. Για την ανάλυση χρησιμοποιούνται πιεζοηλεκτρικά επιθέματα τα οποία συνδέονται με δύο τύπους ηλεκτρικών κυκλωμάτων (ένα με αντίσταση και ένα συντονισμού). Οι παράμετροι της θέσης τοποθέτησης και του μεγέθους των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων βελτιστοποιούνται με

στόχο την επίτευξη καλύτερων αποτελεσμάτων όσον αφορά τη μείωση των δομικών δονήσεων και της ακουστικής ακτινοβολίας.

Οι Andreaus και Porfiri [32] ανέλυσαν το πρόβλημα της επίδρασης των μεταβολών της ηλεκτρικής εμπέδησης σε σχέση με τη βέλτιστη επιλογή του σε ένα ηλεκτρικό δίκτυο για το συντονισμένο πιεζοηλεκτρικό σύστημα παραδιακλάδωσης.

Δύο νέοι ηλεκτρομαγνητικοί παραδιακλαδωμένοι αποσβέστηρες ταλαντώσεων (Electromagnetic Shunt Damping Vibration Isolators EMSD-VIs) προτείνονται στο Yan και Zhang [33]. Σκοπός της εργασίας είναι η απομόνωση των δονήσεων σε μια δοκό χρησιμοποιώντας ένα ζευγάρι ηλεκτρομαγνητικών πηνίων μαζί με ένα ελατήριο σε σχήμα κουτιού με μεταβλητή απόσβεση. Η αρνητική εμπέδηση εισάγεται προκειμένου να βελτιωθεί η απόδοση του συστήματος απόσβεσης. Οι κανόνες σχεδίασης της παραδιακλαδωμένης αρνητικής εμπέδησης επιλέγονται έτσι ώστε να μην έχουμε αποσταθεροποίηση του συστήματος. Στη πρόταση αυτή πραγματοποιείται επίσης πείραμα προκειμένου να γίνει επιβεβαίωση του προτεινόμενου θεωρητικού μοντέλου.

Μια λεπτομερής μελέτη η οποία επικεντρώνεται στη βελτιστοποίηση των πιεζοηλεκτρικών ενεργοποιητών παραδιακλάδωσης με εμπέδηση αντίστασης-πηνίου L-R παρουσιάζεται στο [34]. Συγκεκριμένα, διάφοροι αλγόριθμοι χρησιμοποιούνται για τη βελτιστοποίηση των τιμών των ηλεκτρικών εξαρτημάτων της σύνθετης εμπέδηση παραδιακλάδωσης προκειμένου να επιτευχθεί καλύτερη απόδοση και να διασφαλιστεί η ευρωστία ολόκληρου του συστήματος. Οι αλγόριθμοι που παρουσιάζονται είναι σε συμφωνία με τη θεωρία απόσβεσης μαζών, η οποία χρησιμοποιείται και για σύγκριση. Τα αναλυτικά και αριθμητικά αποτελέσματα επιβεβαιώνονται από αυτά ενός αντίστοιχου πειράματος.

Η απόσβεση ταλαντώσεων κατασκευών με πιεζοηλεκτρικά υλικά και παθητικά ηλεκτρικά δίκτυα μελετάται στο έργο των Hagoood και von Flotow [8]. Το παραδιακλαδομένο πιεζοηλεκτρικό κύκλωμα προσθέτει μια ακαμψία εξαρτώμενη από τη συχνότητα του συστήματος. Το γενικό μοντέλο εξειδικεύεται για δύο διαφορετικά ηλεκτρικά κυκλώματα, ένα μόνο με αντίσταση (παραδιακλάδωσης αντίστασης) και ένα με αντίσταση και πηνίο (παραδιακλάδωσης συντονισμού). Το υλικό παρουσιάζει ιξωδοελαστική συμπεριφορά στην περίπτωση της αντιστάσεως, αλλά όταν πρόκειται για την παραδιακλάδωσης συντονισμού με αντίσταση και πηνίο, εισάγεται στο σύστημα ηλεκτρικός συντονισμός, ο οποίος με τη σειρά του μπορεί να συντονιστεί με το συντονισμό της κατασκευής. Πραγματοποιείται ένα πείραμα σε μια δοκό πρόβολο και τα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν τα παραδιακλαδωμένα πιεζοηλεκτρικά μοντέλα απόσβεσης.

## **2.2.6. Παραδιακλαδωμένα κυκλώματα για τον έλεγχο πολλών ιδιομορφών**

Μια μέθοδος για την απόσβεση παραδιακλάδωσης πολλών ιδιομορφών είναι η χρήση τόσων πιεζοηλεκτρικών μετατροπέων όσοι είναι οι ιδιομορφές δόνησης που πρέπει να αποσβεστούν. Ωστόσο, σε πολλές περιπτώσεις, αυτό μπορεί να μην είναι μια εφικτή λύση, επειδή η παθητική απόσβεση πολλών ιδιομορφών θα απαιτεί μεγάλο αριθμό μορφοτροπέων. Αυτό οδήγησε τους ερευνητές να αναπτύξουν κυκλώματα παραδιακλάδωσης πολλαπλών ιδιομορφών απόσβεσης που απαιτούν μόνο έναν πιεζοηλεκτρικό μορφοτροπέα.

Πρώτος ο Hollkamp [4] παρείχε ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης απόσβεσης πολλών ιδιομορφών με χρήση ενός μόνο πιεζοηλεκτρικού στοιχείου, επεκτείνοντας την απόσβεση παραδιακλάδωσης μιας ιδιομορφής. Το κύκλωμα παραδιακλάδωσης αποτελείται από παράλληλους κλάδους RLC, με τον πρώτο κλάδο να είναι ένα κύκλωμα RL. Ο προτεινόμενος αποσβεστήρας πολλών ιδιομορφών απαιτεί τόσους παράλληλους κλάδους όσοι και οι ιδιομορφές που πρέπει να αποσβεστούν. Δεν προτάθηκε λύση συντονισμού για την τεχνική αυτή σε κλειστή μορφή και ο συγγραφέας πρότεινε μια αριθμητική βελτιστοποίηση για τον προσδιορισμό των βέλτιστων τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων. Το κύκλωμα παραδιακλάδωσης πολλών ιδιομορφών εφαρμόζεται σε μια δοκό-πρόβολο και αποδεικνύεται πειραματικά η απόσβεση δύο ιδιομορφών.

Ο Wu [35] προτείνει ένα άλλο πιεζοηλεκτρικό κύκλωμα παραδιακλάδωσης για απόσβεση πολλαπλών ιδιομορφών, το οποίο χρησιμοποιεί ένα κύκλωμα "μπλοκαρίσματος" σε σειρά με παράλληλο κύκλωμα παραδιακλάδωσης αντίστασης-επαγωγού για κάθε ιδιομορφή προς απόσβεση. Οι λύσεις συντονισμού κλειστής μορφής παρέχονται για τα επαγωγικά και χωρητικά στοιχεία του προτεινόμενου κυκλώματος. Οι βέλτιστες τιμές αντίστασης για αυτό το κύκλωμα παρέχονται στο [36] με μια προσέγγιση βελτιστοποίησης H2. Ωστόσο, η πολυπλοκότητα και η τάξη των κυκλωμάτων μπλοκαρίσματος ρεύματος περιορίζουν την εφαρμογή τους στο πολύ σε τρεις ιδιομορφές, ακόμη και στην απλούστερη εκδοχή τους.

Μια εναλλακτική μέθοδος για την πιεζοηλεκτρική παραδιακλάδωσης πολλών ιδιομορφών με χρήση ενός μόνο πιεζοηλεκτρικού στοιχείου δόθηκε από τον Behrens κ.α. [37], [38], [39]. Η ιδέα είναι να εισαχθούν παραδιακλαδώσεις LC με ροή ρεύματος σε κάθε παράλληλο κλάδο του κυκλώματος παραδιακλάδωσης πολλών ιδιομορφών, ώστε να απομονώνονται επαρκώς οι κλάδοι μεταξύ τους σε κάθε συχνότητα συντονισμού της κατασκευής. Η μέθοδος παραδιακλάδωσης "ροής ρεύματος" είναι απλούστερη στην εφαρμογή και απαιτεί λιγότερα ηλεκτρικά στοιχεία. Η μέθοδος επικυρώνεται πειραματικά σε πιεζοηλεκτρικές κατασκευές δοκού και πλάκας.

Μια άλλη πιεζοηλεκτρική απόσβεση πολλών ιδιομορφών σε κατασκευή παρουσιάζεται επίσης στην [40]. Η κατασκευή σύνθετης αντίστασης σε σειρά-παράλληλα προτάθηκε ως μέθοδος για τη μείωση των τιμών των επαγωγικών εξαρτημάτων. Σε σύγκριση με τις περισσότερες προηγούμενες κατασκευές κυκλωμάτων, το προτεινόμενο κύκλωμα παραδιακλάδωσης χρησιμοποιεί λιγότερα εξαρτήματα και περιέχει μικρότερα πηνία. Η διάταξη σύνθετης αντίστασης σειρά-παράλληλα παράγει μικρότερη απόσβεση από προηγούμενες προσεγγίσεις παραδιακλάδωσης πολλών ιδιομορφών [41], [39] ιδίως σε υψηλότερες συχνότητες.

Το τροποποιημένο κύκλωμα μπλοκαρίσματος ρεύματος [40] εφαρμόστηκε στο [28] για τον έλεγχο διαφόρων ιδιομορφών ταλάντωσης μιας σύνθετης πιεζοηλεκτρικής δομής δοκού. Προκειμένου να αναλυθεί η ηλεκτρομηχανική συμπεριφορά της δομής με πιεζοηλεκτρικά υλικά, εισήχθη ένα τρισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων με τη χρήση της  $\rho$ -έκδοσης FEM. Τα βέλτιστα ηλεκτρικά στοιχεία παραδιακλάδωσης για το πιεζοηλεκτρικό σύστημα παραδιακλάδωσης προσδιορίζονται με τη χρήση της τεχνικής βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων λαμβάνοντας υπόψη την εγγενή μηχανική απόσβεση. Η απόδοση της δομικής απόσβεσης του βέλτιστου συστήματος παραδιακλάδωσης αποδείχθηκε αριθμητικά και πειραματικά.

Όλα τα ανθεκτικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης που έχουν εισαχθεί μέχρι στιγμής αποτελούνται από παθητικά στοιχεία, δηλαδή αντιστάσεις, πηνία και πυκνωτές, σε διάφορες διατάξεις. Επεκτείνοντας τους μηχανισμούς απόσβεσης παραδιακλάδωσης μιας ιδιομορφής, κάθε κλάδος στα κυκλώματα παραδιακλάδωσης πολλών ιδιομορφών συντονίζεται σε μια συγκεκριμένη ιδιοσυχνότητα. Επιλέγοντας αυθαίρετα τις τιμές των πυκνωτών, τα επαγωγικά στοιχεία λαμβάνονται χρησιμοποιώντας τον τύπο συχνότητας συντονισμού (λύσεις συντονισμού κλειστής μορφής). Οι υπόλοιπες συνιστώσες απόσβεσης αντίστασης προσδιορίζονται είτε πειραματικά με τη μέθοδο δοκιμής και σφάλματος [4], [9] είτε με μια προσέγγιση βελτιστοποίησης [8], [13], [28], [49].

Μια νέα μέθοδος σχετικά με τη χρήση επιθεμάτων παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών μορφοτροπέων (PZT) για τη μείωση των ταλαντώσεων πολλαπλών ιδιομορφών παρουσιάζεται στο [42]. Συγκεκριμένα, προτείνεται ότι η μηχανική ενέργεια δόνησης μιας δομής μπορεί να καταναλωθεί μέσω μιας ηλεκτρικής εμπέδησης συνδεδεμένης με επιθέματα PZT. Αυτή η μέθοδος χρησιμοποίησε σύνθετη εμπέδηση, που αποτελείται από μια πηγή ρεύματος ελεγχόμενης τάσης και από ένα σύστημα ψηφιακού επεξεργαστή σήματος, τα οποία χρησιμοποιούνται για την τελική σύνθετη εμπέδηση του δικτύου παραδιακλάδωσης.

Σύμφωνα με τους Viana και Steffen [10], το αναλυτικό μοντέλο παθητικής απόσβεσης ταλαντώσεων που χρησιμοποιεί πιεζοηλεκτρικά επιθέματα με παραδιακλαδωμένα κυκλώματα συντονισμού δείχνει ότι η γενική συμπεριφορά των πιεζοηλεκτρικών συστημάτων είναι παρόμοια με τους κλασικούς δυναμικούς αποσβεστές ταλαντώσεων. Η μελέτη παρουσιάζει ενδιαφέροντα αναλυτικά και πειραματικά δεδομένα σχετικά με το σχεδιασμό και τη χρήση ηλεκτρικών κυκλωμάτων με συνθετικά πηνία.

Επιπλέον, οι Cheng και συγγραφείς [43] έχουν χρησιμοποιήσει ένα ηλεκτρομαγνητικό παραδιακλαδωμένο αποσβεστήρα (current flow / έντασης ρεύματος-ιδιομορφής) για ημι-ενεργή απόσβεση ταλαντώσεων σε ελαστικές δομές. Το σύστημα ήταν ηλεκτρομαγνητικό-μηχανικό συζευγμένο μεταξύ του ηλεκτρικού κυκλώματος και της δόνησης μηχανικής δέσμης με τη χρήση ενός ηλεκτρομαγνητικού μορφοτροπέα.

Ένα παθητικό πιεζοηλεκτρικό μοντέλο παραδιακλάδωσης πολλών ιδιομορφών προτείνεται στο [44]. Η απόσβεση της παραδιακλάδωσης διερευνάται μέσω ανισοτήτων πινάκων, ενώ η εφαρμοζόμενη σύνθετη εμπέδηση αντιμετωπίζεται ως ελεγκτής του ηλεκτρομηχανικού συστήματος. Η έρευνα επικεντρώνεται σε παθητικό έλεγχο των ταλαντώσεων πολλών ιδιομορφών προκειμένου να βρεθεί η βέλτιστη σύνθετη εμπέδηση. Η προτεινόμενη μέθοδος υπερνικά επιτυχώς τις δυσκολίες των στρατηγικών ελέγχου πολλών ιδιομορφών. Τα αποτελέσματα της έρευνας δείχνουν την ικανότητα της μεθόδου ανισότητας πίνακα να παράσχει επαρκή απόσβεση και επιβεβαιώνονται πειραματικά.

Μια νέα μέθοδος παρουσιάζεται στο έργο του Goldstein [45] για το σχεδιασμό και την προσαρμογή σε πραγματικό χρόνο των πιεζοηλεκτρικών παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων συντονισμού πολλών ιδιομορφών. Η διαφορά μεταξύ της προτεινόμενης μεθόδου και άλλων αντίστοιχων μεθόδων παραδιακλάδωσης πολλών ιδιομορφών, όπως η μέθοδος «τάση βρόγχου-ιδιομορφής» (current block / τάσης βρόγχου-ιδιομορφής) και η μέθοδος «έντασης ρεύματος κλάδου-ιδιομορφής» (current flow / έντασης ρεύματος-ιδιομορφής), έγκειται στην εφαρμογή των ηλεκτρικών στοιχείων του δικτύου παραδιακλάδωσης. Δηλαδή,

χρησιμοποιείται μειωμένος αριθμός διακριτών ηλεκτρικών εξαρτημάτων για την ρύθμιση των παραμέτρων της παραδιακλάδωσης σε πραγματικό χρόνο. Το μαθηματικό μοντέλο παρέχει τις συζευγμένες εξισώσεις κίνησης της δομής με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία και παθητικά δίκτυα παραδιακλάδωσης. Ο σχεδιασμός του δικτύου παραδιακλαδωμένων πολλών ιδιομορφών παρουσιάζεται με μεθόδους σύνθεσης παθητικών φίλτρων. Παρουσιάζεται επίσης μια πειραματική επίδειξη του προτεινόμενου αυτορρυθμιζόμενου αποσβεστήρα πολλών ιδιομορφών.

Ένας ελεγκτής πιεζοηλεκτρικού παραδιακλαδωμένου κυκλώματος συντονισμού σε πραγματικό χρόνο για την εξασθένηση ταλαντώσεων προτείνεται στο [46]. Για τη βέλτιστη ρύθμιση των παραμέτρων παραδιακλάδωσης, ελαχιστοποιείται η σχετική διαφορά φάσης μεταξύ ενός σήματος αναφοράς της δόνησης της κατασκευής και του ρεύματος του κυκλώματος παραδιακλάδωσης. Η προτεινόμενη τεχνική επικυρώνεται με πειράματα. Πιο συγκεκριμένα, αποδεικνύεται ότι η απόσβεση δύο ιδιομορφών της κατασκευής μπορεί να επιτευχθεί ταυτόχρονα. Η σύγκλιση της προσαρμογής είναι γρήγορη και διατηρούνται οι βέλτιστες επιδόσεις υπό την παρουσία αβεβαιότητας.

Ένας πίεζο-ενεργοποιήτης προσαρμοσμένος σε δοκό αλουμινίου που χρησιμοποιεί ένα ηλεκτρικό σύστημα πολλών ιδιομορφών για την απόσβεση ταλαντώσεων εξετάζεται στην εργασία [47] με ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων όπου χρησιμοποιούνται ηλεκτρικά πεπερασμένα στοιχεία προκειμένου να προσομοιωθεί ακριβώς το κύκλωμα παραδιακλάδωσης R-L. Οι υπολογισμοί επεκτείνονται επίσης σε ένα σύστημα πολλών ιδιομορφών, όπου κάθε κλάδος αποτελείται από ένα παράλληλο κύκλωμα παραδιακλάδωσης R-L και σε σειρά με δύο κυκλώματα C-L προκειμένου να μπλοκάρει δύο διαφορετικές συχνότητες συντονισμού. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι στο τροποποιημένο σύστημα απαιτούνται μόνο τα μισά από τα κυκλώματα παραδιακλάδωσης.

Ο δομικός έλεγχος ταλαντώσεων πολλαπλών ιδιομορφών με τη χρήση παραδιακλαδωμένων αρνητικής χωρητικής για απόσβεση μελετάται στο [48] όπου χρησιμοποιείται ένα νέο πιεζοηλεκτρικό κύκλωμα παραδιακλάδωσης ικανό να εξασθενεί πλάτη δόνησης πολλών ιδιομορφών χρησιμοποιώντας ένα ζεύγος πιεζοκεραμικών επιθεμάτων. Ο μηχανισμός απόσβεσης περιγράφεται λαμβάνοντας υπόψη μια τάση η οποία περιορίζεται από την εμπέδηση του κυκλώματος παραδιακλάδωσης. Τα παρουσιαζόμενα αριθμητικά αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι ένα μοντέλο δοκού με δυο πιεζοηλεκτρικά τα οποία συνδέονται με κυκλώματα κλάδων αντίστασης και αρνητικού πυκνωτή, ενός σε σειρά και ενός παράλληλα αντίστοιχα και ταυτόχρονα, μπορεί να καταστείλει τα πλάτη δόνησης πολλών ιδιομορφών σε μια περιοχή συχνοτήτων ενδιαφέροντος σε σχέση με τη δυναμική απόκριση ολόκληρης της δομής.

Ο παθητικός έλεγχος ταλαντώσεων πολλών ιδιομορφών σε δοκούς σάντουιτς με παραδιακλαδωμένα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία διερευνάται στο [49] όπου μελετάται η επίδοση ενός σχήματος παθητικού ελέγχου ταλαντώσεων πολλών ιδιομορφών βασιζόμενη σε ανεξάρτητα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα αντίστασης. Το παραδιακλαδωμένο σχήμα ελέγχου εφαρμόζεται στο κέντρο ανάμεσα στις δυο δοκούς του σάντουιτς χρησιμοποιώντας πιεζοηλεκτρικά υλικά. Τα αριθμητικά αποτελέσματα δείχνουν ότι μπορούν να επιτευχθούν συντελεστές απόσβεσης της τάξης 1%-2% για τρεις επιλεγμένες ιδιομορφές δόνησης.

Ένα πάνελ F-15 εξετάστηκε σε ακουστική διέγερση στο [50]. Σκοπός της προτεινόμενης μεθόδου ήταν να εξεταστεί η ικανότητα του συστήματος με συνδεδεμένα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία να ελέγχουν και να ανταποκρίνονται σε υψηλά επίπεδα ακουστικής διέγερσης και να διερευνηθεί η τεχνική της πιεζοηλεκτρικής παραδιακλαδωμένης απόσβεσης σε αυτές τις διεγέρσεις. Παραδιακλαδωμένα κυκλώματα μιας ιδιομορφής αλλά και πολλών ιδιομορφών χρησιμοποιήθηκαν για την καταστολή των δύο πρώτων ιδιομορφών. Για το σκοπό αυτό, χρησιμοποιήθηκαν πολλά πιεζοηλεκτρικά εξαρτήματα, μαζί με δύο ηλεκτρικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης. Τα πειραματικά αποτελέσματα παρουσιάζονται επίσης με λεπτομέρειες.

Η χρήση πιεζοηλεκτρικών μορφοτροπέων, παραδιακλαδωμένων με ένα πολύ-τερματικό δίκτυο, στον έλεγχο των ταλαντώσεων πολλών ιδιομορφών παρουσιάζεται στο [51] όπου εξετάζεται η μείωση των ταλαντώσεων για μονοδιάστατες και διδιάστατες κατασκευές με πιεζοηλεκτρικούς μορφοτροπέις συνδεδεμένους με ηλεκτρικά δίκτυα. Συγκεκριμένα, παρουσιάζεται μια μέθοδος για τον έλεγχο “n” ιδιομορφών μέσω “n” πιεζοηλεκτρικών μορφοτροπέων που παραδιακλαδώνονται με ένα ηλεκτρικό δίκτυο. Η προτεινόμενη τεχνική μπορεί να κατηγοριοποιηθεί ως εικονική μέθοδος παθητικής απόσβεσης.

Μια διαφορετική προσέγγιση για τον έλεγχο πολλών ιδιομορφών παρουσιάζεται στο [6]. Σύμφωνα με αυτή τη μελέτη, ο έλεγχος των ταλαντώσεων για διαφορετικές ιδιομορφές μπορεί να επιτευχθεί λαμβάνοντας υπόψη ένα σύνολο βελτιστοποιημένων πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων συντονισμού σε συνδυασμό με ένα έξυπνο προσαρμοστικό σύστημα νευροασαφούς ελέγχου. Σε αυτή την προσέγγιση, τα κυκλώματα παραδιακλάδωσης μπορούν να προκαθοριστούν στις πρώτες τέσσερις ιδιοσυχνότητες και το σύστημα ελέγχου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ενεργοποίηση του κατάλληλου κυκλώματος παραδιακλάδωσης κάθε φορά. Αυτό καθιστά το όλο σύστημα όχι μόνο προσαρμόσιμο αλλά και αποτελεσματικό επίσης.

### **2.2.7. Συστήματα παραδιακλάδωσης με διακόπτη (Διακοπτόμενα)**

Ένα αυτόνομο σύστημα απόσβεσης παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών περιγράφεται στο [52]. Ειδικότερα, παρουσιάζεται μια αποτελεσματική και εύκολα υλοποιήσιμη τεχνική (με λίγη απαίτηση σε πόρους) για την απόσβεση ταλαντώσεων με διακοπτόμενα παραδιακλαδωμένα πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα. Τα πειραματικά αποτελέσματα αποδεικνύουν την αποτελεσματικότητα της υλοποίησης του κυκλώματος παραδιακλάδωσης, όπως και με το παραδιακλαδωμένο κύκλωμα «ένταση ρεύματος κλάδου-ιδιομορφής» (current-flowing), δύο ιδιομορφές μιας απλά υποστηριζόμενης δοκού μειώθηκαν επιτυχώς σε πλάτος κατά 21,6 και 21,3 dB αντίστοιχα. Μελετήθηκε επίσης η ανάπτυξη μιας συσκευής που συνδέει την έρευνα και την πρακτική εφαρμογή.

Ένα άλλο αυτόνομο κύκλωμα παραδιακλάδωσης για απόσβεση ταλαντώσεων παρουσιάζεται στο [53]. Σε αυτή τη μελέτη, περιγράφεται η εφαρμογή ενός αυτόνομου διακοπτόμενου κυκλώματος παραδιακλάδωσης συντονισμού (R-L) για τη μείωση δομικών ταλαντώσεων. Το κύκλωμα που προκύπτει δεν απαιτεί ενέργεια για τη λειτουργία του και είναι σχεδόν εξίσου αποτελεσματικό με ένα κλασικό παραδιακλαδωμένο κύκλωμα. Επιπλέον, τα πειράματα δείχνουν ότι η απόδοση απόσβεσης είναι ανθεκτική σε θερμοκρασιακές μεταβολές που προκαλούνται λόγω περιβαλλοντικών συνθηκών, ενώ άλλα κυκλώματα παραδιακλάδωσης χάνουν την απόδοσή της απόσβεσης τους. Το προτεινόμενο σύστημα απαιτεί μόνο έναν ελάχιστο αριθμό ηλεκτρονικών στοιχείων, ως εκ τούτου, μπορεί να θεωρηθεί ως μια αποτελεσματική λύση για τον έλεγχο των ταλαντώσεων.

Μια τρίτη εφαρμογή σε αυτόνομα κυκλώματα παραδιακλάδωσης παρουσιάζεται στο [19], όπου μελετάται ένα υβριδικό σύστημα για την ανάπτυξη ενός βέλτιστου συστήματος ελέγχου για απόσβεση ταλαντώσεων. Συγκεκριμένα, το σύστημα αποκτά τους βέλτιστους κανόνες για την εναλλαγή (άνοιγμα-κλείσιμο) των κυκλωμάτων. Ο πολυπαραμετρικός προγραμματισμός επιτρέπει τον υπολογισμό του νόμου μεταγωγής (άνοιγμα/κλείσιμο), ο οποίος είναι απαραίτητος για την κατανομή του χώρου-καταστάσεων σε περιοχές όπου ο διακόπτης είναι ανοιχτός ή κλειστός. Το ηλεκτρονικό κύκλωμα παραδιακλάδωσης απαιτεί μικρή ισχύ για τη λειτουργία του. Από τα πειραματικά αποτελέσματα προκύπτει ότι το προτεινόμενο αυτόνομο κύκλωμα απόσβεσης θα μπορούσε να καταστείλει τις ταλαντώσεις, αλλά δεν είναι τόσο αποτελεσματικό όσο ένα τυποποιημένο παραδιακλαδωμένο κύκλωμα συντονισμού.

Η μείωση των ταλαντώσεων μιας κατασκευής με διακοπτόμενα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία μελετάται στο [11]. Πιο συγκεκριμένα, η μελέτη ασχολείται με τη μοντελοποίηση και τη βελτιστοποίηση της μείωσης των ταλαντώσεων της κατασκευής μέσω συγχρονισμένων τεχνικών απόσβεσης με διακόπτη σε πιεζοηλεκτρικά στοιχεία. Η ηλεκτρική εμπέδηση επιλέγεται είτε ως απλή αντίσταση, η οποία παράγει έναν συγχρονισμένο αποσβεστήρα με διακόπτη σε βραχυκύκλωμα ή αντίσταση και ένα πηνίο σε σειρά, όπου διεξάγεται μία συγχρονισμένη απόσβεση με διακόπτη, στο πηνίο. Η επιπλέον απόσβεση που προστίθεται από την πιεζοηλεκτρική συσκευή υπολογίζεται επίσης. Από τα αποτελέσματα προκύπτει το συμπέρασμα ότι η μόνη παράμετρος που χρειάζεται να βελτιστοποιηθεί είναι ο πιεζοηλεκτρικός συντελεστής σύζευξης. Στην πραγματικότητα, αν μεγιστοποιηθεί αυτή η παράμετρος, μεγιστοποιείται και η απόσβεση που προστίθεται στο σύστημα.

Μια νέα μέθοδος ελέγχου δονήσεων σε δοκούς παρουσιάζεται στην εργασία των Collinger και συγγραφέων [54]. Ο ελεγκτής συγχρονίζεται σε κάθε αλλαγή των παραμέτρων του συστήματος (μάζα, ακαμψία και διέγερση) και διαχέει τη μέγιστη ποσότητα ενέργειας. Η προσομοίωση λαμβάνει υπόψη τη συζευγμένη δυναμική της κατασκευής και του πιεζοηλεκτρικού κυκλώματος για τη λήψη των καθολικών συντεταμένων μεταξύ των συνόλων των ιδιομορφών και τη διαμόρφωση του διακόπτη σε ανοιχτό ή κλειστό αντίστοιχα. Με αυτή τη μέθοδο, οι χρονικές στιγμές της βέλτιστης διαδικασίας μεταγωγής (άνοιγμα-κλείσιμο διακόπτη) αναγνωρίζονται μέσω ενός φιλτραρισμένου σήματος ταχύτητας. Χρησιμοποιείται ένας αλγόριθμος ασαφούς λογικής προκειμένου να μεγιστοποιηθεί η απόσβεση. Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου επιβεβαιώνεται με εργαστηριακές δοκιμές.

Ένα σύστημα αυτόνομης απόσβεσης παρουσιάζεται στην εργασία των Chen και συγγραφέων [55]. Το σήμα ελέγχου λαμβάνεται από έναν αισθητήρα ταχύτητας ο οποίος ελέγχει τους διακόπτες του συστήματος. Το σύστημα δεν απαιτεί κανέναν τύπο εξωτερικής ενέργειας, εκτός από εκείνη που συλλέγεται χρησιμοποιώντας την τεχνική συγχρονισμένης διακοπτόμενης απόσβεσης με πηνίο (SSDI). Η προτεινόμενη τεχνική έχει το πλεονέκτημα ότι δεν έχει χρόνο καθυστέρησης, σε σύγκριση με την τεχνική που βασίζεται στην εύρεση της μέγιστης τάσης. Η τεχνική αυτοτροφοδότησης δοκιμάστηκε επίσης πειραματικά.

<b>Συστήματα Παραδιακλάδωσης</b>	<b>Πλεονεκτήματα</b>	<b>Μειονεκτήματα</b>
<b>Μιας Ιδιόμορφης</b>	Εύκολη εφαρμογή και ρύθμιση	Περιορισμένης δυνατότητας και εφαρμοσιμότητας, μέτριας απόδοσης
<b>Πολλών Ιδιομορφών</b>	Ευρύ φάσμα εφαρμογών, εύκολο στην εφαρμογή, αυξημένης απόδοσης	Αυξημένης πολυπλοκότητας, δύσκολο στη ρύθμιση
<b>Διακοπτόμενα</b>	Ευρύ φάσμα εφαρμογών, αυξημένης απόδοσης	Καθυστέρηση απόκρισης, αυξημένης πολυπλοκότητας
<b>Αντίστασης (R)</b>	Εύκολο στην εφαρμογή και στη ρύθμιση	Περιορισμένης δυνατότητας και εφαρμοσιμότητας, χαμηλής αποδοτικότητας
<b>Συντονισμού (RL)</b>	Εύκολο στην εφαρμογή, ευρύ φάσμα εφαρμογών, αυξημένης απόδοσης	Δεν είναι πάντα εύκολο στη ρύθμιση
<b>Επαγωγική-επαγωγική-χωρητική (RLC)</b>	Μεγάλο εύρος εφαρμογής, αυξημένης απόδοσης	Όχι πάντα εύκολο στην εφαρμογή και στη ρύθμιση
<b>Αρνητικής χωρητικότητας</b>	Αυξημένης αποδοτικότητας, εφαρμοσιμότητα σε εξειδικευμένες εφαρμογές	Αυξημένης πολυπλοκότητας, δύσκολο στη ρύθμιση
<b>Σύνθετης Εμπέδησης</b>	Εφαρμογή σε εξειδικευμένες εφαρμογές	Αυξημένης πολυπλοκότητας, όχι πάντα εύκολο στην ρύθμιση

Πίνακας 2. 1 Σύγκριση συστημάτων και μεθόδων παραδιακλάδωσης.

### 2.2.8. Συστήματα παραδιακλάδωσης σε σύνθετες κατασκευές δοκών-προβόλων

Έχουν προταθεί αρκετές έρευνες σχετικά με κατασκευές δοκών με πιεζοηλεκτρικά υλικά συνδεδεμένα με κυκλώματα παραδιακλάδωσης στη βιβλιογραφία. Για παράδειγμα, στο [56] παρουσιάζεται ένας πιθανός σχεδιασμός πηνίων με υψηλές τιμές επαγωγής για συντονισμένη πιεζοηλεκτρική απόσβεση που λαμβάνει υπόψη τους πρακτικούς περιορισμούς που συνήθως εμφανίζονται στην περιοχή χαμηλών συχνοτήτων. Τα ηλεκτρικά στοιχεία είναι ενσωματωμένα σε ένα κύκλωμα πιεζοηλεκτρικού παραδιακλάδωσης το οποίο είναι αφιερωμένο στον έλεγχο των ταλαντώσεων μιας δοκού-προβόλου. Από τα αποτελέσματα της ανάλυσης προκύπτει ότι συγκεκριμένοι συνδυασμοί κυκλωμάτων μπορούν να επεκτείνουν την εφαρμογή στρατηγικών παθητικών παραδιακλαδωμένων συντονισμού, ειδικά για χαμηλότερες συχνότητες.

Η παθητική απόσβεση των ταλαντώσεων σε δοκό μέσω κατανεμημένων ηλεκτρικών δικτύων και πιεζοηλεκτρικών μορφοτροπέων μελετάται στη δημοσίευση των Isola και συγγραφέων [57]. Σκοπός της εργασίας είναι να παρουσιαστεί μια νέα εφαρμογή για τις αποσβέσεις, μαζί

με την πειραματική επιβεβαίωση. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν δύο διαφορετικά ηλεκτρικά δίκτυα, ένα δίκτυο με καθαρή αντίσταση (ωμική αντίσταση) και ένα με πηνίο-αντίσταση (ωμική-επαγωγική αντίσταση ή αλλιώς κύκλωμα συντονισμού). Η σκοπιμότητα και η αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων μεθόδων, σε σχέση με την απόσβεση των ταλαντώσεων της κατασκευής, επικυρώθηκαν μέσω ενός πειράματος που παρουσιάζει πολύ καλή συμφωνία με τα αριθμητικά αποτελέσματα.

Μια παθητική μέθοδος απόσβεσης ιδιόμορφών με χρήση παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών παρουσιάζεται στο [58]. Πιο συγκεκριμένα, τα πιεζοηλεκτρικά υλικά χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό με τα παθητικά παραδιακλαδωμένα κυκλώματα «αντίστασης-πηνίου-πυκνωτή» (RLC) με σκοπό την παροχή απόσβεσης ταλαντώσεων για συγκεκριμένες ιδιόμορφες. Τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία χρησιμοποιούνται για τη μετατροπή της μηχανικής ενέργειας σε ηλεκτρική, η οποία, με τη σειρά της, καταναλώνεται στο κύκλωμα παραδιακλάδωσης ως θερμότητα. Προκειμένου να ελεγχθούν τα κυκλώματα, εφαρμόζεται μια δύναμη διέγερσης σε μία απλή δοκό-πρόβολο και οι παράμετροι του κυκλώματος RLC συντονίζονται έτσι ώστε να παρέχουν την επιθυμητή απόσβεση.

Η απόσβεση των ευέλικτων δομών με πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης RL, και ειδικότερα των πιεζοηλεκτρικών δοκών, συζητείται από τους Høgsberg και Krenk [59]. Η ρύθμιση των παραμέτρων βασίζεται στην ίση απόσβεση των δύο ιδιομορφών που συνδέονται με τη δόνηση συντονισμού της δομής. Μια οιονεί-στατική συνεισφορά από τις μη συντονιστικές ιδιόμορφες δόνησης της δομής περιλαμβάνονται επίσης στην ανάλυση, η οποία οδηγεί σε ρητές εκφράσεις βαθμονόμησης των εξαρτημάτων του ηλεκτρικού κυκλώματος. Ένα απλό αριθμητικό παράδειγμα υποδεικνύει την αποτελεσματικότητα του προτεινόμενου συστήματος

Τα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα συντονισμού με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία συνδεδεμένα σε μια λεπτή δοκό μελετώνται στο [60]. Εξετάζονται τα κυκλώματα παραδιακλάδωσης συντονισμού RL, τόσο σε σειρά όσο και παράλληλα. Μια επαναληπτική διαδικασία βασισμένη σε πεπερασμένα στοιχεία χρησιμοποιείται για να προκύψουν οι βέλτιστες απαιτούμενες τιμές της αντίστασης και της επαγωγής του συστήματος.

Στην εργασία [61] παρουσιάζεται μια ιδέα για πιεζοκεραμική παραδιακλαδωμένη απόσβεση σχετικά με τη δοκιμή και τη μοντελοποίηση σε μια δοκό πρόβολο, όπου είναι τοποθετημένα μεμονωμένα ζεύγη μικρών πιεζοκεραμικών επιθεμάτων συμμετρικά στις δύο επιφάνειες, άνω και κάτω. Τα πειραματικά αποτελέσματα χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση και την αξιολόγηση της έννοιας για πιεζοκεραμική παραδιακλαδωμένη απόσβεση της κατασκευής. Η αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης τεχνικής εκτιμάται με τον συντελεστή ηλεκτρομηχανικής συζεύξεως, ο οποίος υπολογίζεται από την ανάλυση των ελεύθερων ταλαντώσεων σε συνθήκες βραχυκυκλώματος (short-circuit) και ανοικτού κυκλώματος (open-circuit) αντίστοιχα. Το εμπορικό λογισμικό ABAQUS χρησιμοποιείται για την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων.

Μια μέθοδος για το σχεδιασμό και την υλοποίηση υψηλής απόδοσης σύνθετων πιεζοηλεκτρικών παραδιακλαδωμένων εμπεδήσεων για τον έλεγχο μηχανικών ταλαντώσεων παρουσιάζεται στο [62]. Ο σχεδιασμός της σύνθετης εμπέδησης μπορεί να επιτευχθεί με την επίλυση ενός κοινού προβλήματος ελέγχου με παραμέτρους ελέγχου: ως εισόδους, τις τάσεις του πιεζοηλεκτρικού μορφοτροπέα και ως εξόδους, τα φορτία των κυκλωμάτων. Η σύνθετη

εμπέδηση που προκύπτει από την προτεινόμενη μέθοδο έχει συγκριθεί πειραματικά με ένα παραδιακλαδωμένο σύστημα συντονισμού σε μία δοκό-πρόβολο. Τα αποτελέσματα του πειράματος έχουν δείξει σημαντική μείωση των ταλαντώσεων της κατασκευής στη πρώτη ιδιόμορφη της δοκού.

Ένα μονοδιάστατο μηχανολογικό σύστημα απόσβεσης ταλαντώσεων μελετάται στο [63]. Το σύστημα περιλαμβάνει μια δοκό-πρόβολο με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία συνδεδεμένα με ένα ηλεκτρικό κύκλωμα για την απόσβεση ταλαντώσεων. Η μέθοδος Galerkin χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση του συστήματος. Η απόσβεση της κατασκευής λήφθηκε υπόψη. Το μοντέλο Kelvin-Voigt των υλικών χρησιμοποιήθηκε για την εισαγωγή των ρεολογικών ιδιοτήτων. Τα αποτελέσματα της προτεινόμενης μεθόδου παρουσιάστηκαν σε τρισδιάστατα γραφήματα.

Η παθητική απόσβεση και η μείωση των δονήσεων των δοκών μελετάται στο έργο των Schoeftner και Irschik [64], με τη χρήση διαμορφωμένων πιεζοηλεκτρικών στρωμάτων και συντονισμένων επαγωγικών δικτύων. Ειδικότερα, η μελέτη επικεντρώνεται στην ανάπτυξη μιας εκτεταμένης θεωρίας δοκού Bernoulli-Euler για παθητικές πιεζοηλεκτρικές σύνθετες κατασκευές που αποτελείται επίσης από την παρουσία ηλεκτρικών δικτύων. Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι ο έλεγχος των ταλαντώσεων για μια δοκό πρόβολο είναι εφικτός υπό ορισμένες συνθήκες για τα ηλεκτρικά στοιχεία. Σε μια άλλη εργασία της ίδιας ομάδας Schoeftner και Irschik [65] διεξάγεται μια συγκριτική μελέτη των έξυπνων παθητικών πιεζοηλεκτρικών δομών που αλληλοεπιδρούν με ηλεκτρικά δίκτυα. Τα αποτελέσματα από τη θεωρία της δοκού Timoshenko συγκρίνονται με τους υπολογισμούς πεπερασμένων στοιχείων επίπεδης έντασης.

### 2.2.9. Συστήματα παραδιακλάδωσης σε σύνθετες δομές πλάκες και κελύφη

Κατά τη διάρκεια των τελευταίων τριών δεκαετιών, πολλές έρευνες σχετικά με τη χρήση πιεζοηλεκτρικών μοφοτροπέων για τον έλεγχο των δονήσεων των λεπτών δομών που μοιάζουν με πλάκες έχουν διεξαχθεί από πολλούς συγγραφείς. Στο έργο του Saravanos [66] μελετάται η απόσβεση των δονήσεων σύνθετων πλακών με παθητικά στοιχεία πιεζοηλεκτρικού αντιστάτη. Από την έρευνα προκύπτει ότι, για κάθε ιδιόμορφη, υπάρχει μια βέλτιστη τιμή της αντίστασης που προσθέτει σημαντική απόσβεση στο υπό μελέτη σύστημα. Μακριά από αυτή τη βέλτιστη τιμή, η απόσβεση μειώνεται σταδιακά στο μηδέν.

Ο έλεγχος των ταλαντώσεων σε πλάκες με παθητικούς ηλεκτρικούς αποσβεστήρες κατασκευασμένους από παραδιακλαδωμένα πιεζοηλεκτρικά υλικά, μελετάται στο [67]. Ο ηλεκτρικός αποσβέστηρας, ο οποίος προτείνεται σε αυτή την έρευνα, αποτελείται από πιεζοηλεκτρικά επιθέματα που συνδέονται με αντίσταση και πηνίο σε σειρά και μπορούν να θεωρηθούν ισοδύναμα με ένα μηχανικό απορροφητή ταλαντώσεων. Προκειμένου να εκτιμηθεί η αποτελεσματικότητα του αποσβέστηρα, οι εξισώσεις κίνησης προκύπτουν από την κλασική θεωρία πολυστρωματικών πλακών και της αρχής του Χάμιλτον. Η θεωρητική ανάλυση επίσης επιβεβαιώνεται πειραματικά για τις απλά υποστηριζόμενες πλάκες και παρουσιάζεται η απόδοση του παθητικού ηλεκτρικού αποσβεστήρα. Το μοντέλο που προκύπτει μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε πολλές εφαρμογές μηχανικής.

Οι ηλεκτρικοί αποσβέστηρες ταλαντώσεων συντονισμού μελετώνται από τους Tondreau και συγγραφείς [68]. Δηλαδή, παρουσιάζεται η εφαρμογή της μεθόδου ίσης αιχμής σε γραμμικά και μη γραμμικά πιεζοηλεκτρικά παραδιακλάδωσης RL. Η σημαντικότερη συμβολή αυτής της μελέτης είναι ότι προτείνει ένα νέο βέλτιστο σχεδιασμό μιας σειράς πιεζοηλεκτρικών

παραδιακλάδωσης RL και ταυτόχρονα να την εφαρμόσει σε ένα πραγματικό παράδειγμα. Για το σκοπό αυτό, εξετάζεται μια ελεύθερη χαλύβδινη πλάκα με πιεζοηλεκτρικά στρώματα. Η πολυστρωματική δομή διεγείρεται με τη χρήση δύο πιεζοηλεκτρικών ενεργοποιητών και παραδιακλαδώνεται με δύο πιεζοηλεκτρικά στοιχεία. Εφαρμόζεται η βελτίωση της απόδοσης απόσβεσης παρουσία δομικών μη-γραμμικοτήτων χρησιμοποιώντας έναν μη-γραμμικό πιεζοηλεκτρικό απορροφητή ταλαντώσεων συντονισμού.

Μια άλλη εφαρμογή των κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης σε έξυπνες πλάκες παρουσιάζεται στο [69]. Η μετρούμενη ηλεκτρική εμπέδηση είναι η βασική παράμετρος για τη ρύθμιση των παραμέτρων της παθητικής πιεζοηλεκτρικής απόσβεσης. Σε αντίθεση με τη συνήθη μέθοδο ρύθμισης που σχετίζεται με ένα μηχανικό απορροφητή ταλαντώσεων, η προτεινόμενη μέθοδος χρησιμοποιεί το μοντέλο ηλεκτρικής εμπέδησης των οποίων οι παράμετροι βρίσκονται από τα δεδομένα της μετρούμενης εμπέδησης. Η μεγιστοποίηση της ποσότητας της καταναλισκόμενης ενέργειας στα ηλεκτρικά στοιχεία είναι το βασικό κριτήριο για τη βελτιστοποίηση. Τα πειράματα με δοκούς και πλάκες προβόλου δείχνουν καλή συμμόρφωση της προτεινόμενης μεθόδου με τις κοινές μεθόδους ρύθμισης. Η μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για κατασκευές/δομές οποιουδήποτε σχήματος και είναι επίσης εφαρμόσιμη για πιεζοηλεκτρική απόσβεση πολλών ιδιομορφών με το ίδιο πιεζοηλεκτρικό επίθεμα.

Σύνθετες δοκοί με πιεζοκεραμικά επιθέματα, πιεζοηλεκτρικές πλάκες και δομές πιεζοηλεκτρικού κελύφους με ενσωματωμένα ηλεκτρικά κυκλώματα μελετώνται στην εργασία του Saravanos [70] όσον αφορά την παθητική απόσβεση. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται αριθμητικά και πειραματικά αποτελέσματα για διάφορους κατασκευαστικούς σχηματισμούς. Από τα αποτελέσματα προκύπτει η εξάρτηση της πιεζοηλεκτρικής απόσβεσης από την παραδιακλαδωμένη αντίσταση, το κατασκευαστικό σχήμα και την καμπυλότητα. Ένα σημαντικό αποτέλεσμα, που προέκυψε τόσο από τις αναλυτικές όσο και από τις πειραματικές μελέτες, ήταν ότι ανεξάρτητα από τη διαμόρφωση της δομής, η έννοια της παθητικής πιεζοηλεκτρικής απόσβεσης είναι εφικτή και επιπλέον οι τιμές των ηλεκτρικών εξαρτημάτων μπορούν εύκολα να ρυθμιστούν.

### **2.3. Βελτιστοποίηση πιεζοηλεκτρικών παραδιακλαδωμένων συστημάτων**

#### **2.3.1. Βελτιστοποίηση του σχεδιασμού και της τοποθέτησης του PZT**

Η βελτιστοποίηση της διάστασης των παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων και η βέλτιστη τοποθέτησή τους για τη μείωση των ταλαντώσεων είναι το αντικείμενο της μελέτης των Ducarne κ.α. [71]. Η έρευνα διεξάγεται μέσω διαδικασιών βελτιστοποίησης της αποσβεστικής ικανότητας συνάρτηση τόσο της γεωμετρίας των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων όσο και της θέσης τους στην ελαστική κατασκευή. Η βελτιστοποίηση βασίζεται στη μεγιστοποίηση του συντελεστή ηλεκτρομηχανικής σύζευξης (MEMCF) της μηχανικής ιδιόμορφης στην οποία ρυθμίζεται η παραδιακλάδωση. Αρκετά σημαντικά συμπεράσματα σχετικά με τον μηχανισμό σύζευξης μεταξύ των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων και της δομής υποδοχής προέρχονται από αυτή τη μελέτη. Τα αποτελέσματα της έρευνας επιβεβαιώνονται επίσης πειραματικά.

Στην εργασία των Bachmann κ.α. [72], παρουσιάζεται μια προσέγγιση πεπερασμένων στοιχείων με βάση την ενέργεια παραμόρφωσης για τη βέλτιστη τοποθέτηση

πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων. Ειδικότερα, η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιείται για να παράσχει μια αποτελεσματική προσέγγιση για τον υπολογισμό του συντελεστή σύζευξης. Η μέθοδος εφαρμόζεται σε ένα έξυπνο σύνθετο πτερύγιο στροβιλομηχανής. Προτείνονται δύο διαφορετικές θέσεις τοποθέτησης των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων. Διεξάγεται ένα πείραμα για την επαλήθευση των αποτελεσμάτων σε ένα πτερύγιο και ο συντελεστής σύζευξης συγκρίνεται με τις υπολογισμένες τιμές. Χρησιμοποιήθηκε μια νέα μέθοδος βελτιστοποίησης βασισμένη σε ιδιομορφική παραμόρφωση για τον υπολογισμό τόσο του ηλεκτρικού φορτίου όσο και του γενικευμένου συντελεστή ηλεκτρομηχανικής σύζευξης των επιθεμάτων των πιεζοηλεκτρικών μορφοτροπέων.

Η βελτιστοποίηση της θέσης του ενεργοποιητή μελετάται επίσης από τους Foutsitzi κ.α. [73]. Σε αυτή την εργασία παρουσιάζεται μια αριθμητική έρευνα σχετικά με τις βέλτιστες ηλεκτρικές τάσεις και τη βέλτιστη τοποθέτηση πιεζοηλεκτρικών ενεργοποιητών για τον έλεγχο του σχήματος της δοκού. Προτείνεται ένα υβριδικό σχήμα βελτιστοποίησης, βασισμένο σε αλγόριθμους μεγάλου Κατακλυσμού και Γενετικούς Αλγόριθμους. Η βέλτιστη θέση των πιεζοηλεκτρικών ενεργοποιητών αναζητείται λαμβάνοντας υπόψη την ελαχιστοποίηση του σφάλματος μεταξύ του επιτευχθέντος και του επιθυμητού σχήματος της κατασκευής. Τα αποτελέσματα αποδεικνύουν την αποδοτικότητα της προτεινόμενης μεθόδου.

Ένας ασαφής αλγόριθμος πολλαπλών κριτηρίων για τη βελτιστοποίηση του μεγέθους και της θέσης των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων προτείνεται από τους Zogic κ.α. [74]. Συγκεκριμένα, μελετάται η θέση των πιεζοηλεκτρικών αισθητήρων και των ενεργοποιητών σε μια κατασκευή δοκού με λεπτά τοιχώματα. Το κριτήριο βελτιστοποίησης είναι ο βαθμός ελέγχου, ενώ η όλη διαδικασία λαμβάνει υπόψη τους εμπλεκόμενους περιορισμούς από τη δυναμική της δομής. Η διακριτοποίηση γίνεται με τη χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων, ενώ η βελτιστοποίηση βασίζεται στη μέθοδο σμήνους σωματιδίων.

### **2.3.2. Βελτιστοποίηση χαρακτηριστικών στοιχείων πιεζοηλεκτρικών παραδιακλαδωμένων**

Η παθητική απόσβεση των ταλαντώσεων σε οποιαδήποτε σχήμα κατασκευής για ελεύθερη και εξαναγκασμένη ταλάντωση μέσω παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων μελετάται στην εργασία των Thomas κ.α. [75]. Το συμπέρασμα από αυτή την έρευνα είναι ότι η απόδοση της απόσβεσης εξαρτάται κυρίως από μία μόνο παράμετρο: τον λεγόμενο ιδιομορφικό συντελεστή ηλεκτρομηχανικής συζεύξεως (MEMCF) της μηχανικής δόνησης. Έτσι, για βέλτιστη ρύθμιση του παραδιακλαδωμένου συστήματος συντονισμού, πρέπει να βρεθεί η βέλτιστη τιμή αυτού του συντελεστή (MEMCF). Από τα πειράματα επιτυγχάνεται ικανοποιητική συμφωνία με την προτεινόμενη θεωρία.

Μια νέα μέθοδος ρύθμισης των παραμέτρων των κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης για την παθητική πιεζοηλεκτρική απόσβεση των κατασκευών παρουσιάζεται στο [69]. Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας ρύθμισης, εντοπίζονται οι βέλτιστες παράμετροι των παραδιακλαδωμένων από δεδομένα της μετρούμενης εμπέδησης, έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η καταναλισκόμενη ενέργεια στο παραδιακλαδωμένο κύκλωμα.

Μια μέθοδος για την απόσβεση των ταλαντώσεων σε κατασκευές με πιεζοηλεκτρικούς μορφοτροπέες προτείνεται από τους Mokrani κ.α. [76]. Συγκεκριμένα, η περιοχή κοντά στη

φυσική συχνότητα ταλάντωσης μελετάται χρησιμοποιώντας ένα προσαρμοστικό σύστημα επαγωγής. Οι γραμμικοί κλάδοι RL για απόσβεση μόνο μιας ιδιομορφής κάθε φορά έχουν διερευνηθεί. Το πρόβλημα συνδέεται με την ευρωστία του κλάδου RL σε σχέση με τη μεταβλητότητα της συχνότητας συντονισμού και επιλύθηκε προσαρμόζοντας την τιμή του επαγωγέα L (πηνίο) μέσω ενός συνθετικού επαγωγέα ελεγχόμενης τάσης.

Μια νέα μέθοδος βελτιστοποίησης της ακουστικής ακτινοβολίας για δονούμενες κατασκευές τύπου πάνελ με παθητικά πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης παρουσιάζεται στο [27]. Ο στόχος της εργασίας είναι η ελαχιστοποίηση των ιδιομορφών ταλάντωσης που οφείλονται στην εκπομπή από το τοίχωμα του πάνελ. Το σχήμα βελτιστοποίησης είναι ένα μείγμα της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων της ρ-οστή έκδοσης, της μεθόδου του οριακού στοιχείου και του αλγορίθμου βελτιστοποίησης σφαιριδίων σωματιδίων. Ο βέλτιστος σχεδιασμός λειτουργεί σαν ενισχυτής, έτσι ώστε οι ιδιομορφές ταλάντωσης να μετατοπίζονται. Ωστόσο, ο βελτιστοποιημένος πίνακας απαιτεί πρόσθετη απόσβεση για την εξασθένιση του ακουστικού πλάτους κορυφής, επομένως χρησιμοποιείται ένα παθητικό σύστημα απόσβεσης παραδιακλάδωσης. Η βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων χρησιμοποιείται για να επιτευχθεί η βέλτιστη απόδοση για την απόσβεση διαφόρων ιδιομορφών ταυτόχρονα. Εκτελείται επίσης ένα πείραμα και αποδεικνύεται ότι τα αριθμητικά αποτελέσματα έχουν καλή συμφωνία με τα πειραματικά.

Μια νέα προσέγγιση που στοχεύει στην παροχή βέλτιστων επιδόσεων και εφαρμογής πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων εισάγεται στο έργο των Fleming κ.α. [41]. Η μέθοδος προσδιορίζει τις τιμές αντίστασης με μέθοδο ελαχιστοποίησης σύμφωνα με το πρότυπο H2 του συστήματος απόσβεσης. Τα κυκλώματα παραδιακλάδωσης κανονικά υλοποιούνται χρησιμοποιώντας διακριτές αντιστάσεις, εικονικούς επαγωγείς/πηνία και Riordian gyrators (Gyrator είναι ένα μικρό δίκτυο, που χρησιμοποιεί αντιστάσεις, ημιαγωγούς, και έναν πυκνωτή για μερική προσομοίωση πηνίου αλλά όχι όλη τη συμπεριφορά ενός πηνίου.). Η σύνθετη εμπέδηση, η οποία αποτελείται από μία πηγή ρεύματος ελεγχόμενη από τάση και από ένα σύστημα ψηφιακού επεξεργαστή σήματος, χρησιμοποιείται για να συνθέσει την τελική εμπέδηση του δικτύου παραδιακλάδωσης.

Στην ίδια κατεύθυνση, οι απαιτήσεις για μεγάλες τιμές επαγωγής των πιεζοηλεκτρικών μορφοτροπέων μπορούν να μειωθούν με την προσθήκη πυκνωτών σε κάθε πιεζοηλεκτρικό κύκλωμα όπως προτείνεται σε άλλη εργασία της ίδιας ομάδας Fleming κ.α. [40]. Το θεωρητικό υπόβαθρο παρουσιάζεται και επιβεβαιώνεται πειραματικά για δύο ιδιομορφές σε μια απλή δοκό.

Μια βέλτιστη μέθοδος για το σχεδιασμό και την υλοποίηση των παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων συντονισμού παρουσιάζεται από τους Krenk και Høgsberg [77] για την απόσβεση ταλαντώσεων σε κατασκευές. Ο συντονιστής ελέγχου περιλαμβάνει ένα παραδιακλαδωμένο κύκλωμα συντονισμού, συνδεδεμένο με την κατασκευή μέσω της ανάδρασης ενός αισθητήρα και ενός ενεργοποιητή. Αρχικά διερευνάται για ένα σύστημα ελέγχου με ένα βαθμό ελευθερίας και στη συνέχεια η μέθοδος επεκτείνεται σε δομές με πολλούς βαθμούς ελευθερίας. Υπάρχουν αρκετές εφαρμογές πολλών βαθμών ελευθερίας που διαφέρουν από τα ιδανικά μοντέλα εφαρμογής πιεζοηλεκτρικών αισθητήρων-ενεργοποιητών σε δοκούς, σε συσκευές επιταχυνσιόμετρων-ενεργοποιητών σε καλώδια. Και στις δύο περιπτώσεις, αποκτήθηκαν σχεδόν ιδανικά χαρακτηριστικά ανταπόκρισης, όταν ελήφθη υπόψη η οιονεί-στατική ή ημί-στατική διόρθωση των ιδιοτήτων των ιδιομορφών.

Μια τεχνική εισάγεται από τους Park και Inman [78] η οποία μπορεί να μειώσει το πλάτος των δομικών ταλαντώσεων χρησιμοποιώντας ένα ηλεκτρικό παθητικό αποσβεστήρα με χαμηλότερη αυτεπαγωγή, σε σύγκριση με προηγούμενες προσπάθειες. Για να επιτευχθεί αυτό, ένα τροποποιημένο και ενισχυμένο πιεζοηλεκτρικό κύκλωμα, σχεδιάζεται και αναλύεται χρησιμοποιώντας μηχανικές-ηλεκτρικές αναλογίες για να παρουσιάσει τη φυσική ερμηνεία. Το ενισχυμένο κύκλωμα παραδιακλάδωσης απέδειξε, τόσο θεωρητικά όσο και πειραματικά, ότι οι ταλαντώσεις σε μια δοκό σκυροδέματος έχουν μειωθεί σημαντικά.

Μια ειδική διατύπωση για τη ρύθμιση των αποσβεστήρων ταλαντώσεων με πιεζοηλεκτρικούς μορφοτροπείς, ως εναλλακτική λύση σε κλασσικούς συντονισμένους αποσβεστήρες μάζας, παρουσιάζεται στο [79]. Τα χαρακτηριστικά του απορροφητή μπορούν να τροποποιηθούν εφαρμόζοντας ένα παραδιακλαδωμένο κύκλωμα απλής αντίστασης. Επιπλέον, η συχνότητα συντονισμού του αποσβεστήρα μπορεί να προσαρμοστεί στη συχνότητα διέγερσης, λαμβάνοντας υπόψη ένα κύκλωμα αρνητικής χωρητικότητας, το οποίο απαιτεί μόνο μια μικρή ποσότητα ενέργειας για την παροχή των ηλεκτρικών εξαρτημάτων του συστήματος παραδιακλάδωσης.

Ένας παραδιακλαδωμένος ηλεκτρομαγνητικός αποσβέστηρας ταλαντώσεων μελετάται στην εργασία των Xie κ.α. [80]. Οι ισχύουσες εξισώσεις εμπλουτίζονται με το ηλεκτρομαγνητικό σύστημα. Οι βασικές παράμετροι του παραδιακλαδωμένου απορροφητή λαμβάνονται με τη χρήση της μεθόδου βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων. Ειδικότερα, επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση της απόκρισης της διακύμανσης του συστήματος. Τόσο τα αριθμητικά όσο και τα πειραματικά αποτελέσματα δείχνουν ότι ο παραδιακλαδωμένος ηλεκτρομαγνητικός απορροφητής απόσβεσης μπορεί να μειώσει σημαντικά τις δονήσεις της κατασκευής.

Ένα ισορροπημένο σύστημα ρύθμισης για πιεζοηλεκτρικά παραδιακλάδωσης RL μελετάται στην εργασία των Høgsberg και Krenk [81]. Η διαδικασία παρουσιάζεται αναλυτικά. Το προτεινόμενο σύστημα βαθμονόμησης με ρητή διόρθωση της ευκαμψίας παρουσιάζει ορισμένα σημαντικά πλεονεκτήματα, όπως η ίση απόσβεση των ιδιομορφών, αποτελεσματική μείωση της δυναμικής ενίσχυσης, δεν υπάρχει υπέρβαση του πλάτους της πιεζοηλεκτρικής δύναμης και δίνει ρητούς τύπους για τις παραμέτρους του συστήματος σε όρους ιδιοτήτων των δομικών ιδιομορφών και της επιθυμητής αναλογία απόσβεσης.

Η βελτιστοποίηση των ιδιοτήτων απόσβεσης ήλεκτρο-ιξωδοελαστικών υλικών με εξωτερικά ηλεκτρικά κυκλώματα διερευνάται στο [82]. Ειδικότερα, τα δυναμικά χαρακτηριστικά των έξυπνων δομών με πιεζοηλεκτρικά υλικά βελτιστοποιούνται όσον αφορά τις συχνότητες συντονισμού και τις ιδιότητες απόσβεσης που παρέχονται από εξωτερικά ηλεκτρικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης τα οποία με τη σειρά τους ενσωματώνουν αντίσταση, χωρητικότητα και επαγωγή στο υπό μελέτη σύστημα. Για την αριθμητική έρευνα χρησιμοποιείται ένα πρόβλημα φυσικής ταλάντωσης ενός ήλεκτρο-ιξωδοελαστικού στερεού. Διάφορα παραδείγματα χρησιμοποιούνται για να αποδειχθεί η αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθόδου. Τα κυκλώματα παραδιακλάδωσης μπορούν να τοποθετηθούν είτε σε σειρά, παράλληλα είτε σε συνδυασμό αυτών. Το πλεονέκτημα της παθητικής πιεζοηλεκτρικής απόσβεσης έγκειται στην ικανότητά του να συντονίζει τον αποσβεστήρα σε ευρύτερο φάσμα συχνοτήτων προκειμένου να επιτευχθεί καλύτερη θερμική σταθερότητα.

Μια παρόμοια μελέτη για τη βελτιστοποίηση της απόσβεσης ταλαντώσεων σε δομές με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, οι οποίες, ωστόσο παραδιακλαδώνονται με αρνητική

χωρητικότητα παρουσιάζεται στο [83]. Συγκεκριμένα χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών. Το φάσμα συχνοτήτων που παρουσιάζει ενδιαφέρον παρουσιάζεται στο πλαίσιο της στατιστικής ανάλυσης της ενέργειας με τον συντελεστή επικάλυψη των ιδιομορφών. Μελετώνται δύο διαφορετικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης με αντίσταση και αρνητική χωρητικότητα (RC), ένα σε σειρά και ένα παράλληλα. Η εξίσωση κίνησης επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Lagrange, ενώ ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών χρησιμοποιείται για τη λήψη των βέλτιστων τιμών του κυκλώματος παραδιακλάδωσης για διάφορες περιοχές συχνότητας, για τη μείωση της μέγιστης ποσότητας ενέργειας της δονούμενης δομής.

Ένα άλλο σχήμα βελτιστοποίησης προτείνεται στην εργασία του Jeon [28], για τη βελτίωση ενός παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού συστήματος απόσβεσης. Σκοπός αυτής της εργασίας είναι η εύρεση των βέλτιστων ηλεκτρικών παραμέτρων του κυκλώματος παραδιακλάδωσης για την καταστολή δομικών δονήσεων σε διάφορες ιδιομορφές. Η μείωση των ταλαντώσεων βασίζεται στην ιδέα της χρήσης της ολοκληρωμένης μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων  $p$ -version ( $p$ -version FEM) και του αλγόριθμου βελτιστοποίησης σμήνος σωματιδίων (PSO). Τα βέλτιστα ηλεκτρικά στοιχεία του ηλεκτρικού κυκλώματος καθορίζονται από την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία δίνεται ως άθροισμα της μέσης ταχύτητας σε ένα συγκεκριμένο εύρος συχνοτήτων. Η απόδοση του βελτιστοποιημένου συστήματος όσον αφορά τη δομική απόσβεση των ταλαντώσεων αποδεικνύεται τόσο αριθμητικά όσο και πειραματικά.

Μια συγκριτική ανάλυση των ηλεκτρικών κυκλωμάτων που χρησιμοποιούνται στην πιεζοηλεκτρική παθητική απόσβεση ταλαντώσεων διεξάγεται από τον Caruso [84]. Η σύγκριση διεξάγεται με την ανάλυση διαφόρων ηλεκτρικών κυκλωμάτων, δηλαδή R-L σε σειρά, RL παράλληλα και παράλληλα κυκλώματα παραδιακλάδωσης RL-C. Οι βέλτιστες τιμές των ηλεκτρικών μεταβλητών λαμβάνονται με τη χρήση της τεχνικής επανατοποθέτησης πόλων, λαμβάνοντας υπόψη την εγγενή δομική απόσβεση του συστήματος. Τα πειραματικά αποτελέσματα είναι σε καλή συμφωνία με τα αντίστοιχα αριθμητικά.

Μια λεπτομερής μελέτη των παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών με παράλληλη αντίσταση και πηνίο (επαγωγής) για παθητική δομική απόσβεση και έλεγχο ταλαντώσεων έχει γίνει στο [9]. Όταν ο συντονισμός είναι βέλτιστος, αποδεικνύεται εύκολα ότι το πλάτος κορυφής της μετατόπισης πάνω από την καμπύλη συχνότητας της ιδιομορφής της δομής μειώνεται με την αύξηση της ηλεκτρικής αντίστασης της παραδιακλάδωσης. Έτσι δημιουργείται ένα "οροπέδιο" στην περιοχή κοντά στη βέλτιστη αντίσταση. Αν έχουμε μια περαιτέρω αύξηση της ηλεκτρικής αντίστασης, μειώνεται επίσης και η μέση του οροπέδιου και εμφανίζονται δύο κορυφές γύρω από τους "ώμους" του οροπέδιου. Οι παράμετροι της κατασκευής, όπως η μάζα και η ακαμψία, επηρεάζουν επίσης την μετατόπιση. Όταν η επαγωγή είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από τη βέλτιστη τιμή, μια κορυφή δημιουργείται στο δεξιό ή στον αριστερό "ώμο" του "οροπέδιου" αντίστοιχα.

Με την ίδια λογική, αναζητούνται τα βέλτιστα ηλεκτρικά κυκλώματα για παθητική απόσβεση ταλαντώσεων στο [85]. Σε αυτή την εργασία προτείνονται παραδιακλαδωμένα όπου έχουν μια επαγωγή και μια χωρητικότητα παράλληλα και μια αντίσταση σε σειρά. Η κύρια εστίαση της έρευνας έγκειται στη βέλτιστη επιλογή του συστήματος παραδιακλάδωσης για τη μείωση των δονήσεων της κατασκευής. Ένα πλεονέκτημα της προτεινόμενης διαμόρφωσης είναι ότι μπορούν να ληφθούν υψηλότερες τιμές του πιεζοηλεκτρικού συντελεστή σύζευξης.

Μια μελέτη για την πρόβλεψη του συντελεστή απώλειας στην απόσβεση των παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών, λαμβάνοντας υπόψη τις εμπλεκόμενες ηλεκτρομηχανικές παραμέτρους, παρουσιάζεται από τους Delpego κ.α. [7]. Συγκεκριμένα, προτείνεται μια αποτελεσματική μέθοδος, η οποία βασίζεται στην ανάλυση της δυναμικής απόκρισης της κατασκευής, για τη μέτρηση του συντελεστή σύζευξης. Η μέθοδος εφαρμόζεται σε διάφορες κατασκευές, με διαφορετικές τεχνικές παραδιακλάδωσης, δηλαδή παραδιακλάδωσης συντονισμού, συγχρονισμένα διακοπτόμενα συστήματα κ.λπ., τα αριθμητικά αποτελέσματα συγκρίνονται με τα αντίστοιχα πειραματικά.

Οι βέλτιστοι κανόνες συντονισμού για πιεζοηλεκτρικό έλεγχο παραδιακλάδωσης μελετώνται από τους Soltani κ.α. [86]. Ο πιεζοηλεκτρικός μορφοτροπέας μετατοπίζεται με παθητικά ηλεκτρικά στοιχεία RL για την απόσβεση ταλαντώσεων της δονούμενης κατασκευής. Η απόδοση της προτεινόμενης μεθόδου ήταν υψηλότερη σε σύγκριση με άλλους κανόνες ρύθμισης για κυκλώματα συντονισμού, ακόμη και αν η βελτίωση των παραμέτρων ηλεκτρομηχανικής σύζευξης ήταν μικρή.

Μια άλλη σημαντική πτυχή, όπως η ελαχιστοποίηση της ακουστικής ακτινοβολίας μιας δομής με τη χρήση βέλτιστων παραδιακλαδωμένων ηλεκτρικών εξαρτημάτων με πιεζοηλεκτρικούς μορφοτροπέες, μελετάται στο [87]. Σκοπός της έρευνας ήταν ο υπολογισμός της βέλτιστης σύνθετης εμπέδησης για τον έλεγχο της ακουστικής αλληλεπίδρασης. Τα αριθμητικά πειράματα επιβεβαιώνουν την προτεινόμενη μέθοδο και δείχνουν τις δυνατότητες εφαρμογής της έρευνας.

Η επιρροή μιας ψηφιακής σύνθετης εμπέδησης σε εφαρμογές για απόσβεση ταλαντώσεων μελετάται στο [88]. Η έρευνα παρουσιάζει μια συμπαγή ψηφιακή σύνθετη εμπέδηση για εφαρμογή στον τομέα της απόσβεσης ταλαντώσεων μιας κατασκευής. Τα αποτελέσματα της πραγματικής τεχνητής σύνθετης αντίστασης έχουν συγκριθεί με διάφορες προκαθορισμένες αντιστάσεις, με αποτέλεσμα την πολύ καλή απόδοση της συσκευής. Ένα πείραμα σε ένα μονοδιάστατο σύστημα δόνησης με μάζα ελατηρίου, με έναν πιεζοηλεκτρικό ενεργοποιητή ενσωματωμένο μεταξύ της πηγής ταλαντώσεων και της δονούμενης μάζας, αποδεικνύει τη δυνατότητα εφαρμογής του προτεινόμενου μοντέλου.

#### **2.4. Εφαρμογές πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων**

Ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης με ένα μόνο πιεζοηλεκτρικό μορφοτροπέα και ένα κατάλληλα καθορισμένο ασαφές σύστημα εξετάζεται από τους Kurczyk και Pawelczyk [89] για τον έλεγχο του θορύβου των κατασκευών. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται ένα σύστημα ασαφούς λογικής για την προσαρμογή των παραμέτρων του ηλεκτρικού κυκλώματος. Για τη βελτιστοποίηση των ασαφών κανόνων, χρησιμοποιείται ένας γενετικός αλγόριθμος. Τα αριθμητικά αποτελέσματα υποδεικνύουν την αποτελεσματικότητα της μεθόδου, η οποία είναι χρήσιμη για διάφορες βιομηχανικές εφαρμογές.

Μια άλλη εφαρμογή της απόσβεσης παραδιακλάδωσης είναι ο έλεγχος ταλαντώσεων σε σκληρούς δίσκους. Πιο συγκεκριμένα, στο [90] χρησιμοποιείται ένα πιεζοηλεκτρικό δίμορφο (bimorph) με παραδιακλαδωμένο κύκλωμα απόσβεσης. Στο πρώτο μέρος αυτής της εργασίας περιγράφεται η δυναμική ανάλυση και μοντελοποίηση του συστήματος. Η ιδιομορφή της ταλάντωσης, η οποία περιορίζει σημαντικά την αύξηση της πυκνότητας εγγραφής του σκληρού δίσκου καθορίζεται με τη διεξαγωγή τόσο της δοκιμής ιδιομορφών όσο και από την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων. Για τον έλεγχο των ανεπιθύμητων ταλαντώσεων,

σχεδιάζεται και ενσωματώνεται στο σύστημα ένα πιεζοηλεκτρικό δίμορφο. Η μηχανική εμπέδηση εδώ προέρχεται από τη θεωρία πολύστρωματικών (lamination theory) και τις γραμμικές πιεζοηλεκτρικές καταστατικές εξισώσεις, ενώ ο συντελεστής σύζευξης ενσωματώνεται στην εν λόγω σύνθετη αντίσταση. Από τα αριθμητικά αποτελέσματα προκύπτει ότι η μεταδοτικότητα μετατόπισης μπορεί να ρυθμιστεί, μόνο από τον συντελεστή σύζευξης. Αυτό σημαίνει ότι η συνολική δόνηση του συστήματος μπορεί να κατασταλεί επιτυχώς ενεργοποιώντας τα πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης που προτείνονται.

Ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων μειωμένης τάξης διπλών πλακών, τύπου σάντουιτς που χρησιμοποιούν παραδιακλαδωμένα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα για τη μείωση του θορύβου και των ταλαντώσεων αναπτύσσεται και παρουσιάζεται στην εργασία των Larbi κ.α. [91]. Η μελέτη ασχολείται με την καταστολή της μετάδοσης του ήχου μέσω διπλών πολυστρωματικών πάνελ σάντουιτς τριών στρωμάτων η κάθε μία, με ιξωδοελαστικό πυρήνα και κοιλότητα αέρα μεταξύ των στρωμάτων. Μια ημι-παθητική πιεζοηλεκτρική τεχνική παραδιακλάδωσης με κυκλώματα συντονισμού χρησιμοποιείται για την απόσβεση ταλαντώσεων συγκεκριμένων συχνοτήτων συντονισμού του προκύπτοντος συζευγμένου συστήματος. Τόσο η σύνθεση πλήρους όσο και η μειωμένη σειρά πεπερασμένων στοιχείων του ιξώδο-ηλεκτρομηχανικού ακουστικού συστήματος, λαμβάνουν υπόψη την εξάρτηση από συχνότητα του ιξωδοελαστικού υλικού. Πιο συγκεκριμένα, το συζευγμένο σύστημα επιλύεται λαμβάνοντας υπόψη τις πρώτες πραγματικές ιδιομορφές βραχυκυκλώματος της κατασκευής, ενώ εισάγεται μια στατική διόρθωση προκειμένου να εξεταστεί το αποτέλεσμα υψηλότερων ιδιομορφών. Η αποδοτικότητα του προτεινόμενου σχεδίου παρουσιάζεται με τη βοήθεια αρκετών αριθμητικών αποτελεσμάτων.

Ένα τριγωνικό τόξο που ελέγχεται από πιεζοηλεκτρικούς ενεργοποιητές και παθητικά ηλεκτρικά κυκλώματα RL παρουσιάζεται στο [92]. Το προτεινόμενο σύστημα επικεντρώνεται σε ένα απλό δομικό μοντέλο, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως σημείο αναφοράς προκειμένου να γενικευθεί σε πιο συνήθεις δομικές και βιομηχανικές εφαρμογές. Η προσέγγιση κατά Lagrange χρησιμοποιείται για τη διαμόρφωση, λαμβάνοντας υπόψη την αναλογία μεταξύ του ηλεκτρικού και του μηχανικού μοντέλου, που μπορεί να εγγυηθεί την εξασφάλιση της εξασθένηση πολλών ιδιομορφών. Παρουσιάζονται επίσης ορισμένα προκαταρκτικά αποτελέσματα, τα οποία αποδεικνύουν την αποτελεσματικότητα της μεθόδου.

Μια προσαρμοστική στρατηγική ελέγχου βασισμένη σε παθητικές τεχνικές πιεζοηλεκτρικών παραδιακλάδωσης με εφαρμογή σε δίσκους με πτερύγια περιγράφεται στο [93]. Οι συντονισμένοι πιεζοηλεκτρικοί μορφοτροπείς τοποθετούνται επί του δίσκου μεταξύ γειτονικών λεπίδων προκειμένου να μειωθούν οι δονήσεις της λεπίδας μέσω της σύζευξης δίσκου-πτερυγίου. Σε αυτή τη μελέτη, η πιεζοηλεκτρική απόσβεση αξιοποιείται για την ελαχιστοποίηση των επιπτώσεων από την κόπωση με χρήση γενετικών αλγορίθμων. Τα αριθμητικά πειράματα δείχνουν ότι επιτυγχάνεται καλή απόδοση της μεθόδου.

Η αυτοδιέγερση ή αυτοδιεγερώμενη ταλάντωση (chatter) είναι μορφή δυναμικής αστάθειας και αποτελεί μια βίαιη ταλάντωση γύρω από μια ιδιοσυχνότητα του κοπτικού εργαλείου, αυτό είναι ένα πρόβλημα που επαναλαμβάνεται κατά τη διάρκεια της μηχανουργικής κατεργασίας. Τα παθητικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης μπορούν να αυξήσουν την απόσβεση του συστήματος και έτσι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον έλεγχο της

αυτοδιέγερσης. Στο [94] και [95] προτείνεται μια μέθοδος για τη μείωση της αυτοδιέγερσης περιστροφής χρησιμοποιώντας μια πιεζοηλεκτρική LR παθητική στρατηγική μετατόπισης. Πρώτον, το σύστημα αξιολογείται χωρίς καμία στρατηγική ελέγχου. Στη συνέχεια, οι παθητικές απολήξεις LR χρησιμοποιούνται στις δύο κύριες κατευθύνσεις των ταλαντώσεων και αναλύεται η απόκριση του συστήματος. Η ηλεκτρομηχανική σύζευξη της κατασκευής που εξετάζεται στις αριθμητικές προσομοιώσεις παρουσιάζει τα FRF που είναι πολύ κοντά στα πειράματα. Επιπλέον, η ευρωστία της παθητικής στρατηγικής ελέγχου της παραδιακλάδωσης για τη μείωση της αυτοδιέγερσης συζητείται στο [94]. Δύο διαφορετικές μορφές συντοκικών συνθηκών δοκιμάζονται πειραματικά και παρουσιάζεται η αποτελεσματικότητα της στρατηγικής παθητικού ελέγχου. Τα αποτελέσματα δείχνουν την έλλειψη ανθεκτικότητας της μεθόδου λόγω της αδυναμίας της να αποδώσει ικανοποιητικά και στις δύο συνθήκες, ωστόσο η απόσβεση αυξάνεται για το πρώτο πείραμα, όπου η σταθεροποίηση επιλέχθηκε σε μορφή που το σύστημα θα μπορούσε να διατηρήσει τη φυσική του συχνότητα.

Μια εφαρμογή σχετικά με τον έλεγχο των δονήσεων του πτερυγίου ελικοπτέρου με χρήση ενεργών / παθητικών πιεζοηλεκτρικών αποσβεστήρων παρουσιάζεται στο [96]. Ειδικότερα, μια συγκριτική ανάλυση σχετικά με την αποτελεσματικότητα της καταστολής των ταλαντώσεων των πτερυγίων του ελικοπτέρου διεξήχθη τόσο με ενεργά ελεγχόμενα όσο και με παθητικά παραδιακλαδωμένα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Τα αποτελέσματα που ελήφθησαν παρουσιάζουν την αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθόδου.

Μια παθητική απόσβεση σε σύνθετα πτερύγια χρησιμοποιώντας ενσωματωμένα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία παραδιακλάδωσης προτείνεται στο [72]. Δηλαδή, η βελτίωση της μηχανικής απόσβεσης σύνθετων πτερυγίων ανεμιστήρα επιδιώκεται χρησιμοποιώντας δύο διαφορετικές παθητικές τεχνικές απόσβεσης, τα πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης και τα καλώδια κραμάτων με μνήμη σχήματος. Από τα αποτελέσματα της έρευνας, τόσο η πιεζοηλεκτρική παραδιακλάδωση όσο και τα κράματα με μνήμη σχήματος ήταν αποτελεσματικά όσον αφορά την παθητική απόσβεση και την λειτουργία τους σε εφαρμογές πτερυγίων ανεμιστήρων ανοικτού ρότορα.

Η απόσβεση των δονήσεων των εξαρτημάτων στροβιλομηχανών με παραδιακλαδωμένους πιεζοηλεκτρικούς μορφοτροπείς αντίστασης-πηνίου RL συζητείται στο [97]. Ένας κανόνας σχεδιασμού, ικανός να ξεπεράσει το υψηλό επίπεδο αβεβαιότητας, δίνεται για τα κυκλώματα παραδιακλάδωσης RL. Η απόδοση των προτεινόμενων συστημάτων επικυρώνεται μέσω πειραμάτων. Τα αποτελέσματα δείχνουν την απλότητα, την αποτελεσματικότητα και την ευρωστία ολόκληρου του προτεινόμενου συστήματος.

Μια εφαρμογή για παραδιακλαδωμένη πιεζοηλεκτρική απόσβεση σε πτερύγια κυκλικού πριονιού με αυτόνομη τροφοδοσία για μείωση θορύβου και ταλαντώσεων παρουσιάζεται στο [98]. Λόγω της λεπτής λεπίδας και της επαφής των κοπτικών άκρων, τα κυκλικά πριόνια υποφέρουν από δονήσεις και φαινόμενα έντασης, επομένως προτείνεται μια νέα μέθοδος απόσβεσης. Η πειραματική έρευνα υποδεικνύει σημαντική εξασθένιση του πλάτους των ταλαντώσεων σε ένα ευρύ φάσμα συχνοτήτων όταν το σύστημα δεν περιστρέφεται. Στην κατάσταση περιστροφής η απόσβεση που επιτυγχάνεται είναι χαμηλότερη και περιορίζεται σε μια στενότερη ζώνη.

Η έρευνα των Min κ.α. [99] επικεντρώνεται στην αποτελεσματικότητα ενός πιεζοηλεκτρικού ελέγχου δονήσεων παραδιακλάδωσης των πτερυγίων στροβίλου, ειδικά για την κατάσταση

φυγοκεντρικής περιστροφής. Τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα τοποθετούνται σε πλάκα και χρησιμοποιούνται δύο τύποι κυκλωμάτων, ένα κυκλώματα αντίστασης R και ένα κυκλώματα συντονισμού αντίστασης-πηνίου RL για δοκιμές. Τα πειράματα και οι αναλύσεις εκτελούνται τόσο σε περιστρεφόμενες όσο και σε μη περιστρεφόμενες συνθήκες. Τα αποτελέσματα δείχνουν την ικανότητα της παραδιακλαδωμένης πιεζοηλεκτρικής απόσβεσης να καταστέλλει την ταλάντωση υπό το φυγοκεντρικό φορτίο των πτερυγίων τουρμπίνας.

Η τεχνολογία της παραδιακλαδωμένης απόσβεσης ταλαντώσεων εφαρμόστηκε από τους Kurczyk και Pawełczyk [100] για τον έλεγχο του θορύβου. Στόχος της μελέτης ήταν η μείωση του θορύβου που προέρχεται από το εξωτερικό, με τον έλεγχο της απόσβεσης των ταλαντώσεων της κατασκευής. Ο έλεγχος της δόνησης των τοίχων επιτυγχάνεται με τη χρήση νευρωνικών δικτύων. Εκτελέστηκε πειραματική προσομοίωση για να επιβεβαιωθεί η προτεινόμενη μέθοδος.

Η χρήση πιεζοηλεκτρικών υλικών σε συνδυασμό με κυκλώματα παραδιακλάδωσης RL διερευνάται στο [101]. Ο κύριος σκοπός της μελέτης ήταν να μειωθούν τα προβλήματα της υψηλής κόπωσης (HCF) των λεπίδων των στροβιλομηχανών που προκαλούνταν από τις ταλαντώσεις. Τα πειράματα σε έλεγχο απόσβεσης συντονισμού με παραδιακλαδωμένα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία με παθητικές και ενεργές τεχνικές ελέγχου έδειξαν ότι τα βέλτιστα ηλεκτρικά εξαρτήματα μειώνουν σημαντικά τις δονήσεις.

Με χρήση ελέγχου προβλεπτικού μοντέλου (OMPC) διερευνάται ένα σχήμα προκειμένου να βελτιωθεί η τοποθέτηση ενός μικροσκοπίου ατομικής δύναμης από τους Rana κ.α. [102]. Ο σχεδιασμός του συστήματος ελέγχου λαμβάνει υπόψη το μοντέλο του σαρωτή πιεζοηλεκτρικού σωλήνα (PTS). Για την εξέταση των ιδιοτήτων πλήρους κατάστασης χρησιμοποιείται ένα φίλτρο Kalman. Τα πειραματικά αποτελέσματα υποδεικνύουν την αποτελεσματικότητα της μεθόδου ελέγχου.

Μια άλλη εφαρμογή πιεζοηλεκτρικού ελέγχου παραδιακλάδωσης συζητείται στο [103]. Σκοπός της έρευνας είναι η βελτίωση της ποιότητας εικόνας και του ποσοστού ανίχνευσης του μικροσκοπίου ατομικής δύναμης Atomic Force Microscopy (AFM). Ο ρυθμός σάρωσης βελτιώνεται με την μείωση του συντελεστή ποιότητας (quality factor) του μικροπροβόλου και ο έλεγχος της παραδιακλάδωσης PZT εφαρμόζεται με χρήση ηλεκτρικής σύνθετης αντίστασης σε σειρά με το κύκλωμα ταλάντωσης άκρου προβόλου. Το διεξαγόμενο πείραμα υποδεικνύει την αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθόδου στον ρυθμό σάρωσης και στη βελτίωση της ποιότητας της εικόνας.

Ο ηλεκτρικός έλεγχος της ελαστικότητας με την πιεζοηλεκτρική σύζευξη διερευνάται στο [104]. Όταν τα κυκλώματα παραδιακλάδωσης συνδέονται παράλληλα με μία μεμβράνη πιεζοηλεκτρικού πολυμερούς, η δυναμική ελαστική σταθερά αυξάνεται. Πολλά ξεχωριστά ηλεκτρικά κυκλώματα (κύκλωμα αντίστασης, επαγωγής και χωρητικότητας) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη μέτρηση της επιρροής στην ελαστική σταθερά. Οι πειραματικές δοκιμές των δυναμικών ελαστικών σταθερών επικυρώνουν το θεωρητικό μοντέλο. Τα αποτελέσματα της έρευνας έχουν ιδιαίτερη συμβολή στον τομέα της ηχοαπορρόφησης.

Μια εφαρμογή της απόσβεσης των ταλαντώσεων παρουσιάζεται στο [105]. Ειδικότερα, διεξάγονται δοκιμές στατικής διέγερσης σε ένα σώμα βαγονιού, σιδηροδρομικού επιβατικού οχήματος για τον έλεγχο δονήσεων χρησιμοποιώντας πιεζοηλεκτρικούς μορφοτροπείς με

κυκλώματα παραδιακλάδωσης. Τα πειράματα διεξήχθησαν για διάφορους τύπους παραδιακλαδωμένων και τα αποτελέσματα απέδειξαν την υποβάθμιση απόκρισης συχνότητας μεταξύ της δύναμης διέγερσης και της επιτάχυνσης στο δάπεδο στη φυσική συχνότητα, μέχρι περίπου το 30%. Σε μια παρόμοια έρευνα της ίδιας ομάδας Takigami και Tomioka [106] μελετάται η καταστολή των ταλαντώσεων κάμψης ενός σιδηροδρομικού σώματος Shinkansen μήκους 5 μέτρων με μικρούς πιεζοηλεκτρικούς μορφοτροπείς και κυκλώματα παραδιακλάδωσης. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι δονήσεις μπορούν να μειωθούν με επιτυχία.

## 2.5. Συγκομιδή ενέργειας με κυκλώματα παραδιακλάδωσης

Μια παραμετρική μελέτη σε έναν πιεζοηλεκτρικό δονητικό αποσβεστήρα ταλαντώσεων σε δοκό και ένα συλλέκτη ισχύος διεξάγεται στο [107]. Ειδικότερα, διερευνώνται οι παραμετρικές επιδράσεις μίας πιεζοηλεκτρικής δοκού που χρησιμοποιείται τόσο ως απορροφητής ταλαντώσεων όσο και ως μηχανισμός συλλογής ενέργειας. Μια αντίσταση φορτίου η οποία αυξάνεται με την αναλογία για διακριτές παραμέτρους χρησιμοποιείται για τη συγκομιδή της μέγιστης ποσότητας ισχύος. Τα πειραματικά αποτελέσματα απέδειξαν την ύπαρξη μιας καλύτερης τιμής για την αντίσταση, ωστόσο οι τιμές για την συγκομιδή ισχύος που μετρήθηκαν ήταν χαμηλότερες από τις θεωρητικές, λόγω της δομικής απόσβεσης και της πιθανής απόκλισης των ιδιοτήτων των υλικών.

Ένα νέο ηλεκτρομαγνητικό παραδιακλαδωμένο συντονισμένο μετατροπέα μάζας-αποσβεστήρα με εφαρμογή στον έλεγχο των δονήσεων που προκαλείται από τον άνεμο σε οικοδομικές δομές και της συγκομιδής ενέργειας προτείνεται στο [108]. Ένα σύστημα ενός βαθμού ελευθερίας εξετάζεται για τη μελέτη της απόδοσης του αποσβεστήρα. Η αποτελεσματικότητα και η ευρωστία της προτεινόμενης τεχνικής τόσο στην περιοχή συχνότητας όσο και στο πεδίο του χρόνου φαίνονται από τα αριθμητικά αποτελέσματα.

Το αποτέλεσμα του παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού ελέγχου για την βέλτιστη ρύθμιση των μηχανών συγκομιδής πιεζοηλεκτρικής ενέργειας μελετάται από τους Lumentut και Howard [109]. Συγκεκριμένα, παρουσιάζεται μια νέα αναλυτική τεχνική για τη μοντελοποίηση αποκρίσεων ελέγχου κυκλώματος παραδιακλάδωσης για την τροποποίηση των ηλεκτρομηχανικών δομών πιεζοηλεκτρικής συλλογής. Η προτεινόμενη τεχνική παρουσιάζει δυνατότητες αυτοπροσαρμογής όσον αφορά την απόκριση της συγκομιδής, στη ζώνη συχνοτήτων, καθώς και στο εύρος ισχύος των συσκευών συγκομιδής.

Η βελτιστοποίηση των διατάξεων συγκομιδής πιεζοηλεκτρικής ενέργειας για την επίτευξη προηγμένης ηλεκτρομηχανολογικής απόδοσης και εύρους συχνοτήτων συζητείται στο [110]. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται ορισμένα προκαταρκτικά αποτελέσματα σχετικά με την τοπολογική βελτιστοποίηση του πιεζοηλεκτρικού στοιχείου σε μία πλάκα που συνδέεται με ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης. Από τα αποτελέσματα, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η βελτιστοποίηση της τοπολογίας των ενεργών στρωμάτων μπορεί να αυξήσει σημαντικά την απόδοση του συστήματος από την άποψη ποσότητας ενέργειας που συλλέγεται ανά μονάδα μάζας.

Ένα σύστημα συλλογής ενέργειας για την τροφοδοσία ενός παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού συστήματος, δηλαδή για την επίτευξη μηδενικής κατανάλωσης ενέργειας, έχει προταθεί από τους Tairidis κ.α. [2]. Το σύστημα παραδιακλάδωσης αναπτύσσεται για την καταστολή των δονήσεων των έξυπνων δομών και συνήθως χρειάζεται μια μικρή ποσότητα

ενέργειας για να λειτουργήσει. Η συγκομιδή ενέργειας μπορεί να αποδειχθεί πολύ αποτελεσματική προς αυτήν την κατεύθυνση. Στη μέθοδο που προτείνουν οι συγγραφείς, ολόκληρη η εφαρμογή θα περιορίζεται μόνο στη συλλογή της απαραίτητης ποσότητας ενέργειας για να καταστεί το σύστημα αυτόνομο.

### 3. Υπολογιστική Προσομοίωση Ευφύων Κατασκευών

Σε αυτή την ενότητα, παρουσιάζεται ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων μιας σύνθετης πολυστρωματικής δοκού με συνδεδεμένα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα στην επιφάνεια. Η μαθηματική διατύπωση βασίζεται στην θεωρία ισοδύναμου στρώματος (single layer theory) που ενσωματώνει την αλληλεπίδραση μεταξύ ηλεκτρικού και μηχανικού πεδίου. Για τη μοντελοποίηση της μηχανικής μετατόπισης χρησιμοποιήθηκε η θεωρία διατμητικής παραμόρφωσης δοκού (θεωρία Timoshenko). Με την εφαρμογή της γενικευμένης αρχής του Hamilton, αναπτύσσεται ένα αποδοτικό και ακριβές μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων (FEM) για τη δυναμική ανάλυση σύνθετων δοκών με πολυστρωματικά φύλλα και συνδεδεμένα στην επιφάνεια πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Η διατύπωση των πεπερασμένων στοιχείων βασίζεται σε ένα υπερσυγκλίνον στοιχείο δοκού που αναπτύχθηκε από τους Foutsitzi κ.α. [111]. Το στοιχείο λαμβάνει υπόψη συναρτήσεις παρεμβολής, οι οποίες έχουν προκύψει από την ακριβή επίλυση του στατικού μέρους των καταστατικών εξισώσεων κίνησης. Ως εκ τούτου, ο πίνακας δυσκαμψίας είναι στατικά ακριβής και ο πίνακας μάζας είναι πολύ πιο ακριβής σε σύγκριση με οποιοδήποτε άλλο υπάρχον πεπερασμένο στοιχείο.

Προσομοιώνοντας τη δυναμική του συστήματος στην περίπτωση που τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα "παραδιακλαδώνονται" σε ένα παθητικό ηλεκτρικό κύκλωμα, οι συνολικοί ηλεκτρομηχανικοί πίνακες είναι κατάλληλα προσαρμοσμένοι ώστε να λαμβάνουν υπόψη την παρουσία των ηλεκτροδίων που καλύπτουν τις επιφάνειες των πιεζοηλεκτρικών. Αυτό γίνεται μέσω ενός ηλεκτρομηχανικού μετασχηματισμού που λαμβάνει υπόψη τη συνθήκη ισοδυναμίας των ηλεκτροδίων.

Το μοντέλο που αναπτύχθηκε σε αυτή την ενότητα θα χρησιμοποιηθεί στα επόμενα κεφάλαια για την ανάλυση του παθητικού ελέγχου απόσβεσης μέσω πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης.

Επίσης δίνεται η μοντελοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία σύνθετων πλακών με πιεζοηλεκτρικά στρώματα ή επιθέματα βασιζόμενη στη θεωρία ισοδύναμης στρώσης ενσωματώνοντας την αλληλεπίδραση μεταξύ ηλεκτρικών και μηχανικών πεδίων. Χρησιμοποιώντας την θεωρία διατμητικής παραμόρφωσης για πλάκες (θεωρία Mindlin) μοντελοποιήθηκε η μηχανική μετατόπιση με αποτέλεσμα να προκύψει ένα συζευγμένο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων με μηχανικούς (μετατοπίσεις) και ηλεκτρικούς (διαφορά ηλεκτρικού δυναμικού στα ηλεκτρόδια) βαθμούς ελευθερίας.

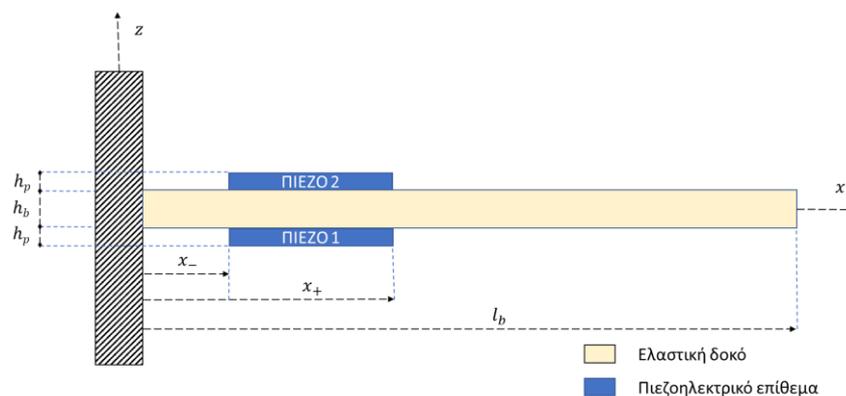
#### 3.1. Πολυστρωματική δοκός με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα

Θεωρούμε μια σύνθετη ελασματική δοκό με δύο κολλημένα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα μερικώς συνδεδεμένα στην άνω και κάτω επιφάνειά της, όπως φαίνεται στην Εικόνα 3.1.

Η πολυστρωματική δοκός φορέα σχηματίζεται από  $N_l$  ελαστικά στρώματα συνδεδεμένα μεταξύ τους ώστε να λειτουργούν ως υλικό ενιαίας στρώσης. Ο δεσμός μεταξύ των δύο ελασμάτων θεωρείται ότι είναι τέλειος. Η δοκός έχει μήκος  $L$ , πάχος  $h$  και πλάτος  $b$ . Οι διαμήκεις άξονες και οι άξονες πάχους είναι κατά μήκος των  $x$ - και  $z$ - κατευθύνσεων, αντίστοιχα, και το  $xy$ - επίπεδο είναι το μεσαίο επίπεδο της δοκού. Η δοκός μπορεί να είναι

συμμετρική ή ασύμμετρη ως προς το μεσαίο της επίπεδο. Το  $k$ -οστό στρώμα βρίσκεται μεταξύ των σημείων  $z = z_k$  και  $z = z_{k+1}$  και το πάχος του είναι  $h_k = z_{k+1} - z_k$ . Όσον αφορά τα πιεζοηλεκτρικά στρώματα, γίνονται οι ακόλουθες παραδοχές [1]:

1. Το πιεζοηλεκτρικό υλικό είναι ομοιογενές και παρουσιάζει εγκάρσιες ιστροπικές ιδιότητες στο  $xy$ -επίπεδο.
2. Τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα βρίσκονται μεταξύ  $x = x_-$  και  $x = x_+$  και το μήκος τους είναι  $l_p = x_+ - x_-$ .
3. Τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα είναι λεπτά, με σταθερό πάχος  $h_p$ , μικρότερο από το χαρακτηριστικό διάμηκες μήκος του.
4. Τα πιεζοηλεκτρικά στρώματα έχουν κατεύθυνση πόλωσης κατά μήκος  $z$ -άξονα και καλύπτονται από συνεχή ηλεκτρόδια τα οποία θεωρείται ότι είναι τέλεια αγωγίμα με αμελητέο πάχος.



Εικόνα 3. 1 Δοκός πρόβολος με δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα

### 3.1.1. Τάσεις και ηλεκτρικό πεδίο

Χρησιμοποιώντας τη διατμητική θεωρία πρώτης τάξης, το διανυσματικό πεδίο μετατόπισης σε οποιοδήποτε σημείο κατά μήκος του κατακόρυφου άξονα μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$u = \begin{Bmatrix} u(x, y, z, t) \\ v(x, y, z, t) \\ w(x, y, z, t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_0(x, t) \\ 0 \\ w_0(x, t) \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \psi_x(x, t) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 12}$$

όπου  $t$ , είναι ο χρόνος,  $u_0$  και  $w_0$  η αξονική και η εγκάρσια μετατόπιση του μέσου επιπέδου της δοκού, αντίστοιχα, και  $\psi_x$  είναι η περιστροφή της διατομής της δοκού γύρω από το θετικό  $y$ -άξονα.

Υποθέτοντας ότι η δοκός υπόκειται σε μικρές παραμορφώσεις, η σχέση παραμόρφωσης-μετατόπισης μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 13}$$

όπου

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x}, \quad \kappa_x = \frac{\partial \psi_x}{\partial x}, \quad \gamma_{xz}^0 = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \psi_x \quad \text{Εξίσωση 14}$$

Χρησιμοποιώντας τις υποθέσεις (1)-(4), το ηλεκτρικό δυναμικό μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι σταθερό σε κάθε πιεζοηλεκτρικό στρώμα και ότι μεταβάλλεται γραμμικά κατά μήκος του εγκάρσιου άξονα.

Για ένα λεπτό πιεζοηλεκτρικό επίθεμα, η συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου στη διεύθυνση του πάχους είναι κυρίαρχη. Επομένως, το ηλεκτρικό πεδίο μπορεί να προσεγγιστεί με ακρίβεια με μια μη μηδενική συνιστώσα μόνο στη διεύθυνση του πάχους

$$E_z^{(p_i)} = -\frac{v_i}{h_{p_i}} = B_v^{(p_i)} v_i \quad \text{Εξίσωση 15}$$

όπου  $v_p$  είναι η διαφορά ηλεκτρικού δυναμικού μεταξύ των ηλεκτροδίων που καλύπτουν την επιφάνεια σε κάθε πλευρά του πιεζοηλεκτρικού στρώματος  $p_i$ .

### 3.1.2. Καταστατικές σχέσεις

Για λόγους απλότητας του συμβολισμού, όλα τα στρώματα θα θεωρηθούν πιεζοηλεκτρικά. Οι καταστατικές σχέσεις για τα ελαστικά στρώματα προκύπτουν από τις καταστατικές σχέσεις των πιεζοηλεκτρικών στρωμάτων με μηδενισμό των πιεζοηλεκτρικών σταθερών.

Οι γραμμικές καταστατικές εξισώσεις ενός πιεζοηλεκτρικού ελάσματος ως προς τις συντεταγμένες  $(x, y, z)$  του  $k$  στρώματος (laminare) δίνονται ως εξής

$$\sigma^{(k)} = \bar{Q}^{(k)} \varepsilon - \bar{e}^{(k)T} E^{(k)} \quad \text{Εξίσωση 16}$$

$$D^{(k)} = \bar{e}^{(k)} \varepsilon + \bar{\xi}^{(k)T} E^{(k)} \quad \text{Εξίσωση 17}$$

όπου  $\sigma, \varepsilon, D$  και  $E$  είναι τα διανύσματα τάσεων και παραμορφώσεων, της ηλεκτρικής μετατόπισης και του ηλεκτρικού πεδίου, αντίστοιχα. Επίσης,  $\bar{Q}$ ,  $\bar{e}$  και  $\bar{\xi}$  συμβολίζουν τους πίνακες των σταθερών ελαστικότητας, των πιεζοηλεκτρικών σταθερών και των σταθερών ηλεκτρικής διαπερατότητας του υλικού, αντίστοιχα. Η δισδιάστατη μορφή των Εξισώσεων 16 και 17 για εγκάρσια ισότροπο υλικό δίνεται στην εργασία [112].

Όπως προαναφέρθηκε, τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα είναι πολωμένα στην εγκάρσια διεύθυνση  $z$  και το ηλεκτρικό πεδίο εφαρμόζεται στην ίδια διεύθυνση. Μια τέτοια διαμόρφωση χαρακτηρίζεται από μια "31" σύζευξη μεταξύ του εγκάρσιου ηλεκτρικού πεδίου και των τάσεων/παραμορφώσεων της μεμβράνης. Επίσης, για μονοδιάστατη δοκό, το πλάτος στη διεύθυνση  $y$  είναι ελεύθερο τάσεων. Χρησιμοποιώντας την υπόθεση επίπεδης τάσης (plane stress assumption) οι καταστατικές εξισώσεις για αυτό το μοντέλο δοκού μπορούν να γραφούν ως εξής, [1], [73]:

$$\sigma^{(k)} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \tilde{Q}_{11}^{(k)} & 0 \\ 0 & k_{sc} \tilde{Q}_{55}^{(k)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \tilde{e}_{31}^{(k)} \\ 0 \end{Bmatrix} E_z \quad \text{Εξίσωση 18}$$

$$D_z^{(k)} = \tilde{e}_{31}^{(k)} \varepsilon_x + \xi_{33}^{(k)} E_z^{(k)} \quad \text{Εξίσωση 19}$$

όπου  $\sigma_x, \tau_{xz}$  είναι η ορθή και η διατμητική τάση, αντίστοιχα,  $\varepsilon_x, \gamma_{xz}$  είναι η ορθή και η διατμητική παραμόρφωση αντίστοιχα,  $D_z$  είναι η εγκάρσια ηλεκτρική μετατόπιση,  $\tilde{Q}_{11}^{(k)}, \tilde{Q}_{55}^{(k)}$  είναι οι μειωμένοι συντελεστές δυσκαμψίας,  $\tilde{e}_{31}^{(k)}$  είναι η πιεζοηλεκτρική σταθερά και  $\xi_{33}^{(k)}$  είναι η σταθερά της ηλεκτρικής διαπερατότητας. Τέλος,  $k_{sc}$  είναι ο συντελεστής διόρθωσης της διάτμησης που συνήθως λαμβάνεται ίσος με  $\frac{5}{6}$ .

### 3.1.3. Μεταβολική Διατύπωση του Προβλήματος

Προκειμένου να προκύψουν οι συζευγμένες ηλεκτρομηχανικές εξισώσεις κίνησης για την πιεζοσύνθετη δοκό, χρησιμοποιείται η διευρυμένη αρχή του Hamilton που εκφράζεται από την Εξίσωση 20.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (L + W) dt = 0 \quad \text{Εξίσωση 20}$$

όπου  $t_1$  και  $t_2$  είναι τυχαίες χρονικές στιγμές και  $L$  συμβολίζει τη Λαγκρανζιανή (Lagrangian) και  $W$  συμβολίζεται το δυνατό έργο που παράγεται από τις εξωτερικές δυνάμεις. Δεδομένου ότι έχουμε να κάνουμε με πιεζοηλεκτρικό συνεχές, η Λαγκρανζιανή θα προσαρμοστεί κατάλληλα ώστε να περιλαμβάνει τη συνεισφορά του ηλεκτρικού πεδίου καθώς και τη συνεισφορά του μηχανικού πεδίου. Έτσι, η σωστή δυναμική ενέργεια που πρέπει να εισαγάγουμε στη Λαγκρανζιανή είναι η ενθαλπία  $H$  και μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$L = T - H = T - (U_m + U_E) \quad \text{Εξίσωση 21}$$

όπου  $T$  είναι η μηχανική κινητική ενέργεια,  $U_m$  είναι η μηχανική δυναμική ενέργεια και  $U_E$  είναι η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια:

$$T = \frac{1}{2} \int_{\Omega_b} \rho_b \dot{u}^T \dot{u} d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega_{p_1}} \rho_{p_1} \dot{u}^T \dot{u} d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega_{p_2}} \rho_{p_2} \dot{u}^T \dot{u} d\Omega \quad \text{Εξίσωση 22}$$

$$U_m = \frac{1}{2} \int_{\Omega_b} \varepsilon^T \sigma d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega_{p_1}} \varepsilon^T \sigma d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega_{p_2}} \varepsilon^T \sigma d\Omega \quad \text{Εξίσωση 23}$$

$$U_E = \frac{1}{2} \int_{\Omega_{p_1}} E_z^{(1)} D_z^{(p_1)} d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega_{p_2}} E_z^{(2)} D_z^{(p_2)} d\Omega \quad \text{Εξίσωση 24}$$

Στις παραπάνω εξισώσεις,  $\Omega$  υποδηλώνει τον όγκο,  $\rho$  συμβολίζει την πυκνότητα μάζας και οι δείκτες  $b, p_1$  και  $p_2$  συμβολίζουν τη δομή της δοκού, το κάτω (1) και το άνω (2)

πιεζοηλεκτρικό στρώμα, αντίστοιχα. Τέλος, η τελεία (·)-συμβολίζει τη μερική παράγωγο ως προς το χρόνο  $t$ .

Εισάγοντας την Εξίσωση 21 στην Εξίσωση 20 λαμβάνουμε τα εξής:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta U_m - \delta U_E + \delta W_m) dt = 0 \quad \text{Εξίσωση 25}$$

Στη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, η δοκός αναλύεται σε πεπερασμένο αριθμό στοιχείων  $\Omega_e$  και επομένως, οι διάφοροι ενεργειακοί όροι πρέπει να υπολογιστούν για κάθε στοιχείο και στη συνέχεια να συνδυαστούν όλοι μαζί για να περιγράψουν ολόκληρη τη δομή. Στη συνέχεια όλοι οι ενεργειακοί όροι δίνονται για ένα πεπερασμένο στοιχείο με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα.

Χρησιμοποιώντας τη σχέση μετατόπισης (Εξίσωση 12), η πρώτη μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός στοιχείου με επιφανειακά συνδεδεμένα πιεζοηλεκτρικά στρώματα, μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\begin{aligned} \delta T^e &= \int_0^{L_e} \int_{A_b} [\rho_b (\delta \dot{u}_0 + z \delta \dot{\psi}_x) (\dot{u}_0 + z \dot{\psi}_x) + \delta \dot{w}_0 \dot{w}_0] dA dx \\ &+ \sum_{i=1}^2 \int_0^{L_e} \int_{A_{p_i}} [\rho_{p_i} (\delta \dot{u}_0 + z \delta \dot{\psi}_x) (\dot{u}_0 + z \dot{\psi}_x) + \delta \dot{w}_0 \dot{w}_0] dA dx \\ &= \int_0^{L_e} [\delta \dot{u}_0 I_1^{(b)} \dot{u}_0 + \delta \dot{u}_0 I_2^{(b)} \dot{\psi}_x + \delta \dot{\psi}_x I_2^{(b)} \dot{u}_0 + \delta \dot{\psi}_x I_3^{(b)} \dot{\psi}_x \\ &\quad + \delta \dot{w}_0 I_1^{(b)} \dot{w}_0] dx \\ &+ \sum_{i=1}^2 \int_0^{L_e} [\delta \dot{u}_0 I_1^{(p_i)} \dot{u}_0 + \delta \dot{u}_0 I_2^{(p_i)} \dot{\psi}_x + \delta \dot{\psi}_x I_2^{(p_i)} \dot{u}_0 + \delta \dot{\psi}_x I_3^{(p_i)} \dot{\psi}_x \\ &\quad + \delta \dot{w}_0 I_1^{(p_i)} \dot{w}_0] dx \\ &= \int_0^{L_e} (\delta \dot{\mathbf{u}})^T \mathbf{J} \dot{\mathbf{u}} dx \end{aligned} \quad \text{Εξίσωση 26}$$

όπου  $L_e$  είναι το μήκος του στοιχείου,  $A_{(\alpha)}$ ,  $\alpha = b, p_1, p_2$  είναι το εμβαδόν διατομής της δοκού, του κάτω και του άνω πιεζοηλεκτρικού επιθέματος, αντίστοιχα. Ο πίνακας αδράνειας  $\mathbf{J}$  δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & I_2 \\ 0 & I_1 & 0 \\ I_2 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 27}$$

όπου

$$I_1 = I_1^{(b)} + \sum_{i=1}^2 \lambda_{p_i} I_1^{(p_i)}, \quad I_2 = I_2^{(b)} + \sum_{i=1}^2 \lambda_{p_i} I_2^{(p_i)}, \quad I_3$$

$$= I_3^{(b)} + \sum_{i=1}^2 \lambda_{p_i} I_3^{(p_i)}$$

Εξίσωση 28

στην οποία οι ροπές αδράνειας της μάζας δίνονται ως εξής

$$I_1^{(b)} = \int_0^b \int_{-\frac{h_b}{2}}^{\frac{h_b}{2}} \rho_b dz dy = b \sum_{k=1}^{N_l} \rho^{(k)} (z_{k+1} - z_k),$$

$$I_2^{(b)} = \int_0^b \int_{-\frac{h_b}{2}}^{\frac{h_b}{2}} z \rho_b dz dy = b \sum_{k=1}^N \rho_b \frac{z_{k+1}^2 - z_k^2}{2},$$

$$I_3^{(b)} = \int_0^b \int_{-h_b/2}^{\frac{h_b}{2}} z^2 \rho_b dz dy = b \sum_{k=1}^N \rho_b \frac{z_{k+1}^3 - z_k^3}{3}$$

Εξίσωση 29

$$I_1^{(p_1)} = \int_0^b \int_{-\frac{h_b}{2} - h_{p_1}}^{-\frac{h_b}{2}} \rho_{p_1} dz dy = b \rho_{p_1} h_{p_1}, \quad I_2^{(p_1)} = -\rho_{p_1} \frac{b h_{p_1} (h_b + h_{p_1})}{2},$$

$$I_3^{(p_2)} = \rho_{p_1} \frac{b h_{p_1}}{12} (3h_b^2 + 6h_b h_{p_1} + 4h_{p_1}^2)$$

Εξίσωση 30

$$I_1^{(p_2)} = \int_0^b \int_{\frac{h_b}{2}}^{\frac{h_b}{2} + h_{p_2}} \rho_{p_2} dz dy = b \rho_{p_2} h_{p_2}, \quad I_2^{(p_2)} = \rho_{p_2} \frac{b h_{p_2} (h_b + h_{p_2})}{2},$$

$$I_3^{(p_2)} = \rho_{p_2} \frac{b h_{p_2}}{12} (3h_b^2 + 6h_b h_{p_2} + 4h_{p_2}^2).$$

Εξίσωση 31

Τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα καλύπτουν εν μέρει τη δοκό όπως φαίνεται στην Εικόνα 3. 1. Έτσι, στη διακριτοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία ολόκληρης της δομής, τα στοιχεία μπορεί να καλύπτονται ή όχι από πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Για την προσαρμογή της παρουσίας ή μη ενός πιεζοηλεκτρικού επιθέματος σε ένα πεπερασμένο στοιχείο, έχουν εισαχθεί πολλαπλασιαστές  $\lambda_{p_i}$  στην Εξίσωση 28. Η τιμή 1 αντιπροσωπεύει την ύπαρξη του πιεζοηλεκτρικού στρώματος, ενώ το 0 αντιπροσωπεύει την απουσία του. Για παράδειγμα, στη ζώνη όπου υπάρχουν και τα δύο πιεζοηλεκτρικά στρώματα  $(\lambda_{p_1}, \lambda_{p_2}) = (1, 1)$ , ενώ στην υπόλοιπη δοκό  $(\lambda_{p_1}, \lambda_{p_2}) = (0, 0)$ .

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις Εξίσωση 13 και Εξίσωση 18, η πρώτη μεταβολή της μηχανικής δυναμικής ενέργειας  $U_m^e$  για ένα πιεζοηλεκτρικό στοιχείο μπορεί να γραφεί ως εξής

$$\begin{aligned}
\delta U_m^e &= \int_0^{L_e} \int_{A_b} [(\delta \varepsilon_x) \sigma_x^{(b)} + (\delta \gamma_{xz}) \tau_{xz}^{(b)}] dA dx \\
&\quad + \sum_{i=1}^2 \int_0^{L_e} \int_{A_{p_i}} [(\delta \varepsilon_x) \sigma_x^{(p_i)} + (\delta \gamma_{xz}) \tau_{xz}^{(p_i)}] dA dx \\
&= \int_0^{L_e} \left[ \delta \varepsilon_x^0 A_{11}^{(b)} \varepsilon_x^0 + \delta \varepsilon_x^0 B_{11}^{(b)} \kappa_x + \delta \kappa_x B_{11}^{(b)} \varepsilon_x^0 + \delta \kappa_x D_{11}^{(b)} \kappa_x \right. \\
&\quad \left. + \delta \gamma_{xz}^0 A_{55}^{(b)} \gamma_{xz}^0 \right] dx \\
&\quad + \sum_{i=1}^2 \int_0^{L_e} \left[ \delta \varepsilon_x^0 A_{11}^{(p_i)} \varepsilon_x^0 + \delta \varepsilon_x^0 B_{11}^{(p_i)} \kappa_x + \delta \kappa_x B_{11}^{(p_i)} \varepsilon_x^0 + \delta \kappa_x D_{11}^{(p_i)} \kappa_x \right. \\
&\quad \left. + \delta \gamma_{xz}^0 A_{55}^{(p_i)} \gamma_{xz}^0 \right] dx \\
&\quad - \sum_{i=1}^2 \int_0^{L_e} \left[ \delta \varepsilon_x^0 A_{31}^{(p_i)} + \delta \kappa_x B_{31}^{(p_i)} \varepsilon_x^0 \right] E_z^{(i)} dx \\
&= \int_0^{L_e} (\delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}})^T \mathcal{D} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} dx - \int_0^{L_e} (\delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}})^T \boldsymbol{\varepsilon}^{(p)} \mathbf{E} dx
\end{aligned}$$

Εξίσωση 32

όπου  $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \{\varepsilon_x^0, \kappa_x, \gamma_{xz}^0\}^T$ ,  $\mathbf{E} = \{E_z^{(1)}, E_z^{(2)}\}^T$  και οι πίνακες  $\mathcal{D}$  και  $\boldsymbol{\varepsilon}$  δίνονται από

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} A_{11} & B_{11} & 0 \\ B_{11} & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & A_{55} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}^{(p)} = [\boldsymbol{\varepsilon}^{(p_1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(p_2)}] = \begin{bmatrix} A_{31}^{(p_1)} & A_{31}^{(p_2)} \\ B_{31}^{(p_1)} & B_{31}^{(p_2)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 33}$$

Στην Εξίσωση 33 οι συντελεστές διατομής του σύνθετου υλικού δίνονται ως εξής

$$\begin{aligned}
A_{11} &= A_{11}^{(b)} + \sum_{i=1}^2 \lambda_{p_i} A_{11}^{(p_i)}, & B_{11} &= B_{11}^{(b)} + \sum_{i=1}^2 \lambda_{p_i} B_{11}^{(p_i)}, \\
D_{11} &= D_{11}^{(b)} + \sum_{i=1}^2 \lambda_{p_i} D_{11}^{(p_i)}, & A_{55} &= A_{55}^{(b)}
\end{aligned} \quad \text{Εξίσωση 34}$$

Όπου

$$\begin{aligned}
A_{11}^{(b)} &= b \sum_{k=1}^{N_l} \tilde{Q}_{11}^{(k)} (z_{k+1} - z_k), B_{11}^{(b)} = b \sum_{k=1}^{N_l} \tilde{Q}_{11}^{(k)} \frac{z_{k+1}^2 - z_k^2}{2}, \\
D_{11}^{(b)} &= b \sum_{k=1}^{N_l} \tilde{Q}_{11}^{(k)} \frac{z_{k+1}^3 - z_k^3}{3}, A_{55}^{(b)} = b \sum_{k=1}^{N_l} k_{sc} \tilde{Q}_{55}^{(k)} (z_{k+1} - z_k), \\
A_{11}^{(p_i)} &= b \tilde{Q}_{11}^{(p_i)} h_{p_i}, B_{11}^{(p_i)} = (-1)^i \tilde{Q}_{11}^{(p_i)} \frac{b h_{p_i} (h_b + h_{p_i})}{2}, \\
D_{11}^{(p_i)} &= \tilde{Q}_{11}^{(p_i)} \frac{b h_{p_i}}{12} (3h_b^2 + 6h_b h_{p_i} + 4h_{p_i}^2), \quad i = 1, 2 \\
A_{31}^{(p_i)} &= b \tilde{e}_{31}^{(p_i)} h_{p_i}, B_{31}^{(p_i)} = (-1)^i \tilde{e}_{31}^{(p_i)} \frac{b h_{p_i} (h_b + h_{p_i})}{2}, \quad i = 1, 2
\end{aligned}$$

Εξίσωση 35

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (Εξίσωση 19) και ολοκληρώνοντας στη διατομή, η πρώτη μεταβολή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\begin{aligned}
\delta U_E^e &= \int_0^{L_e} \int_0^b \int_{-\frac{h_b}{2} - h_{p_1}}^{-\frac{h_b}{2}} (\delta E_z^{(1)}) D_z^{(p_1)} dz dy dx \\
&\quad + \int_0^{L_e} \int_0^b \int_{\frac{h_b}{2}}^{\frac{h_b}{2} + h_{p_2}} (\delta E_z^{(2)}) D_z^{(p_2)} dz dy dx \\
&= \sum_{i=1}^2 \delta E_z^{(i)} \int_0^{L_e} \left[ A_{31}^{(p_i)} \varepsilon_x^0 + B_{31}^{(p_i)} \kappa_x + A_{33}^{(p_i)} E_z^{(i)} \right] dx \\
&= \int_0^{L_e} \delta E^T \mathcal{E}^{(p)T} \bar{\varepsilon} dx + \int_0^{L_e} \delta E^T \mathcal{G}^{(p)} E dx
\end{aligned}$$

Εξίσωση 36

όπου

$$\mathcal{G}^{(p)} = \begin{bmatrix} A_{33}^{(p_1)} & 0 \\ 0 & A_{33}^{(p_2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \xi_{31}^{\tilde{z}(p_1)} h_{p_1} & 0 \\ 0 & b \xi_{31}^{\tilde{z}(p_2)} h_{p_2} \end{bmatrix}$$

Εξίσωση 37

Τέλος, η μεταβολή της εξωτερικής ενέργειας  $W^e$  που εφαρμόζεται σε ένα μόνο στοιχείο είναι:

$$W^e = \delta \bar{u}(x_L)^T f_L^e + \sum_{i=1}^2 \delta v_i^e Q_i^e$$

Εξίσωση 38

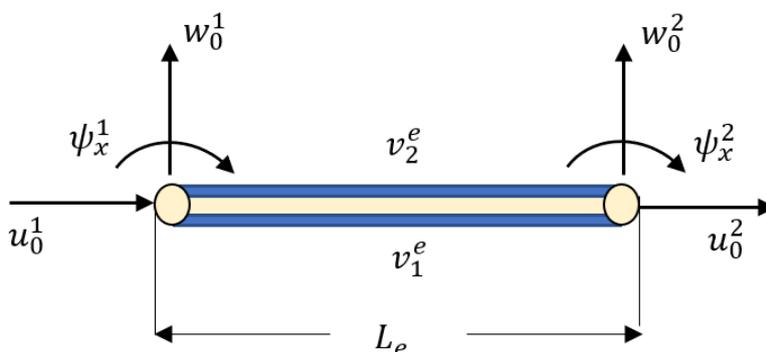
όπου  $f_L^e$  είναι το εξωτερικό φορτίο που εφαρμόζεται στο στοιχείο στη θέση  $x_L$  και  $Q_i^e$  είναι το εφαρμοζόμενο/παραγόμενο φορτίο στο ηλεκτρόδιο του πιεζοηλεκτρικού επιθέματος  $i$ .

### 3.1.4. Διακριτοποίηση μετατόπισης και ηλεκτρικού πεδίου

Στη παρούσα διατριβή για την εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιούνται τα λεγόμενα υπερσυγκλίνουσα πεπερασμένα στοιχεία δοκού (super-convergent FE) που αναπτύχθηκαν στην εργασία . Η μέθοδος υπερσυγκλίνουσων στοιχείων χρησιμοποιεί πολυώνυμα παρεμβολής ανώτερης τάξης που προκύπτουν από την επίλυση του στατικού μέρους των εξισώσεων κίνησης και, ως εκ τούτου, δίνει έναν ακριβή πίνακα δυσκαμψίας του στοιχείου. Ο πίνακας μάζας, ωστόσο, είναι προσεγγιστικός. Δεδομένου ότι ο πίνακας δυσκαμψίας είναι ακριβής για τη στατική ανάλυση, το στοιχείο αυτό προβλέπει τη φυσική συχνότητα με μεγαλύτερη ακρίβεια, χρησιμοποιώντας μικρότερη διακριτοποίηση σε σύγκριση με οποιοδήποτε άλλο συμβατικό πεπερασμένο στοιχείο.

Το στοιχείο δοκού με μήκος  $L_e$  έχει δύο κόμβους με τρεις μηχανικούς βαθμούς ελευθερίας (DoFs) ανά κόμβο: την αξονική και την εγκάρσια μετατόπιση  $u_0, w_0$  και την περιστροφή  $\psi_x$  (Εικόνα 3. 2), οπότε το διάνυσμα των μηχανικών βαθμών ελευθερίας DoFs ορίζεται ως εξής:

$$d^e = \{u_0^1, w_0^1, \psi_x^1, u_0^2, w_0^2, \psi_x^2\}^T \quad \text{Εξίσωση 39}$$



Εικόνα 3. 2 Πεπερασμένο στοιχείο δύο κόμβων με 6 μηχανικά και 2 ηλεκτρικά DoFs

Η αξονική μετατόπιση  $u_0$  και η περιστροφή  $\psi_x$  παρεμβάλλονται με τετραγωνικό πολυώνυμο, ενώ η εγκάρσια μετατόπιση  $w_0$  από κυβικά πολυώνυμα και εκφράζονται ως προς τις συναρτήσεις σχήματος των πεπερασμένων στοιχείων ως εξής:

$$\bar{u} = \{u_0, w_0, \psi_x\}^T = N(x)d^e(t) = \{N_u, N_w, N_\psi\}^T d^e \quad \text{Εξίσωση 40}$$

Οι συναρτήσεις σχήματος  $N_u, N_w, N_\psi$  δίνονται από:

$$N_u = \begin{Bmatrix} 1 - \xi \\ \frac{6\beta}{(1+\nu)L_e}(\xi^2 - \xi) \\ \frac{3\beta}{(1+\nu)}(\xi^2 - \xi) \\ \xi \\ -\frac{6\beta}{(1+\nu)L_e}(\xi^2 - \xi) \\ \frac{3\beta}{(1+\nu)}(\xi^2 - \xi) \end{Bmatrix},$$

Εξίσωση 41

$$N_\psi = \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{6}{(1+\nu)L_e}(\xi^2 - \xi) \\ \frac{1}{(1+\nu)}\{3\xi^3 - (4+\nu)\xi + (1+\nu)\} \\ 0 \\ -\frac{6}{(1+\nu)L_e}(\xi^2 - \xi) \\ \frac{1}{(1+\nu)}\{3\xi^2 - (2-\nu)\xi\} \end{Bmatrix}$$

$$N_w = \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{1}{(1+\nu)}\{2\xi^3 - 3\xi^2 - \nu\xi + (1+\nu)\} \\ \frac{L_e}{(1+\nu)}\left\{\xi^3 - \left(2 + \frac{\nu}{2}\right)\xi^2 + \left(1 + \frac{\nu}{2}\right)\xi\right\} \\ 0 \\ -\frac{1}{(1+\nu)}\{2\xi^3 - 3\xi^2 - \nu\xi\} \\ \frac{L_e}{(1+\nu)}\left\{\xi^3 - \left(1 - \frac{\nu}{2}\right)\xi^2 - \left(\frac{\nu}{2}\right)\xi\right\} \end{Bmatrix}$$

Εξίσωση 42

όπου  $\xi = \frac{x}{L_e}$ ,  $\beta = \frac{B_{11}}{A_{11}}$  και  $\nu = \frac{12(A_{11}D_{11} - B_{11}B_{11})}{L^2 A_{11}A_{55}}$ .

Χρησιμοποιώντας την Εξίσωση 40 το γενικευμένο πεδίο παραμόρφωσης μπορεί να γραφεί στην ακόλουθη μορφή:

$$\bar{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \kappa_x \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_u}{\partial x} \\ \frac{\partial N_\psi}{\partial x} \\ \frac{\partial N_w}{\partial x} + N_\psi \end{Bmatrix} d^e = B d^e$$

Εξίσωση 43

Για την αναπαράσταση της διαφοράς ηλεκτρικού δυναμικού στην επιφάνεια του κάτω και του άνω πιεζοηλεκτρικού επιθέματος, περιλαμβάνονται δύο πρόσθετοι ηλεκτρικοί βαθμοί ελευθερίας (β.ε.) ανά στοιχείο,  $v_1^e$  και  $v_2^e$ , αντίστοιχα (Εικόνα 3. 2). Να σημειωθεί ότι, για κάθε

πρόσθετο πιεζοηλεκτρικό επίθεμα, απαιτείται ένας πρόσθετος ηλεκτρικός βαθμός ελευθερίας ανά στοιχείο. Έτσι, το διάνυσμα των ηλεκτρικών βαθμών ελευθερίας ορίζεται ως εξής:

$$\mathbf{v}^e = \{v_1^e, v_2^e\}^T \quad \text{Εξίσωση 44}$$

Και η κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\mathbf{E}^e = \begin{Bmatrix} E_z^{(1)} \\ E_z^{(2)} \end{Bmatrix}^e = \begin{bmatrix} -1/h_{p1} & 0 \\ 0 & -1/h_{p2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1^e \\ v_2^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_v^{(p1)} & 0 \\ 0 & B_v^{(p2)} \end{bmatrix} = B_v \mathbf{v}^e \quad \text{Εξίσωση 45}$$

όπου  $\mathbf{B}_v^{(p1)}$  και  $\mathbf{B}_v^{(p2)}$  είναι οι πίνακες κλίσης/ανάδελτα του ηλεκτρικού πεδίου του κάτω και του άνω πιεζοηλεκτρικού στρώματος, αντίστοιχα.

### 3.1.5. Συζευγμένο ηλεκτρομηχανικό σύστημα εξισώσεων

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις Εξίσωση 40 και Εξίσωση 43 στις ενεργειακές διατυπώσεις των Εξισώσεων 26, 32 και 36, η αρχή του Χάμιλτον στην Εξίσωση 25 δίνει την εξής σχέση:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ (\delta d^e)^T \left[ \int_0^{L_e} N^T \mathcal{J} N dx \dot{d}^e + \int_0^{L_e} B^T \mathcal{D} B dx d^e + \int_0^{L_e} B^T \mathcal{E}^{(p)} B_v dx v^e - F_m^e \right] + (\delta v^e)^T \left[ - \int_0^{L_e} B_v^T \mathcal{E}^{(p)T} B dx d^e + \int_0^{L_e} B_v^T \mathcal{G}^{(p)} B_v dx v^e - Q^e \right] \right\} dt = 0 \quad \text{Εξίσωση 46}$$

Εφόσον τα  $\delta d^e$  και  $\delta v^e$  είναι ανεξάρτητα και τυχαία, η Εξίσωση 46 συνεπάγεται :

$$M_u^e \ddot{d}^e + K_u^e d^e + K_{uv}^e v^e = F_m^e \quad \text{Εξίσωση 47}$$

$$-K_{uv}^{eT} d^e + K_{vv}^e v^e = Q^e \quad \text{Εξίσωση 48}$$

όπου  $F_m^e = N^T f_L^e$ ,  $Q^e = \{Q_1^e, Q_2^e\}^T$  και ο πίνακας μάζας του στοιχείου  $M_u^e$ , ο πίνακας δυσκαμψίας  $K_u^e$ , ο πίνακας ηλεκτρικής-μηχανικής σύζευξης  $K_{uv}^e$  και ο πίνακας πιεζοηλεκτρικής διαπερατότητας  $K_{vv}^e$  του στοιχείου δίνονται από τις σχέσεις :

$$\begin{aligned} M_u^e &= \int_0^{L_e} N^T \mathcal{J} N dx, & K_u^e &= \int_0^{L_e} B^T \mathcal{D} B dx \\ K_{uv}^e &= \int_0^{L_e} B^T \mathcal{E}^{(p)} B_v dx, & K_{vv}^e &= \int_0^{L_e} B_v^T \mathcal{G}^{(p)} B_v dx \end{aligned} \quad \text{Εξίσωση 49}$$

Αντικαθιστώντας τις συναρτήσεις σχήματος ιδιόμορφής  $N_u$ ,  $N_w$  και  $N_\psi$  στην Εξίσωση 49 και ολοκληρώνοντας, λαμβάνουμε τη ρητή μορφή των παραπάνω πινάκων που δίνονται στο Παράρτημα Α.

Οι καθολικές ηλεκτρομηχανικές συζευγμένες εξισώσεις μπορούν να προκύψουν από τη συναρμολόγηση των Εξισώσεων 47 και 48 που αφορούν το στοιχείο ως εξής:

$$M_u \ddot{d} + K_u d + K_{uv} v = F_m \quad \text{Εξίσωση 50}$$

$$-K_{uv}^T d + K_{vv} v = Q \quad \text{Εξίσωση 51}$$

Στις παραπάνω εξισώσεις,  $d$  είναι το  $(N_m \times 1)$  καθολικό διάνυσμα των μηχανικών βαθμών ελευθερίας και  $v$  είναι το  $(N_e \times 1)$  καθολικό διάνυσμα των ηλεκτρικών βαθμών ελευθερίας ολόκληρου του συστήματος.  $M_u$  είναι ο  $(N_m \times N_m)$  συνολικός πίνακας μάζας,  $K_u$  είναι ο  $(N_m \times N_m)$  πίνακας δυσκαμψίας,  $K_{uv}$  είναι ο  $(N_m \times N_e)$  συνολικός πίνακας ηλεκτρομηχανικής σύζευξης,  $K_{vv}$  είναι ο διαγώνιος  $(N_e \times N_e)$  συνολικός πίνακας χωρητικότητας,  $F_m$  είναι το  $(N_m \times 1)$  συνολικό διάνυσμα των μηχανικών δυνάμεων και  $Q$  είναι το  $(N_e \times 1)$  συνολικό διάνυσμα των ηλεκτρικών φορτίων. Εδώ  $N_m$  και  $N_e$  είναι ο αριθμός των μηχανικών και ηλεκτρικών βαθμών ελευθερίας αντίστοιχα.

Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων των Εξισώσεων 50 και 51 μπορεί να χρησιμοποιηθεί για ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών των πιεζοηλεκτρικών έξυπνων δομών, όπως ο ενεργός έλεγχος κραδασμών, η συγκομιδή ενέργειας κ.λπ.

### 3.1.6. Σύνδεση πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων με ηλεκτρόδια

Σε αυτή την ενότητα, παρουσιάζουμε μια τροποποίηση του προηγούμενου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων των Εξισώσεων 50 και 51 για να ληφθεί υπόψη η συνθήκη ισοδυναμίας στα ηλεκτρόδια που καλύπτουν πλήρως κάθε πιεζοηλεκτρικό επίθεμα.

Στη διακριτοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία, η όλη δομή της πιεζοηλεκτρικής δοκού έχει εξιδανικευτεί ως ένα σύνολο στοιχείων με μηχανικούς και ηλεκτρικούς βαθμούς ελευθερίας (στη ζώνη όπου υπάρχουν η δοκός υποδοχής και τα πιεζοηλεκτρικά στρώματα) ή με καθαρά μηχανικούς β.ε. (στην υπόλοιπη δοκό). Κατά συνέπεια, το συνολικό διάνυσμα  $v$  των ηλεκτρικών β.ε. έχει μέγεθος  $(N_e \times 1)$ , όπου  $N_e = 2n_{ne}$ , με  $n_{ne}$  ο συνολικός αριθμός των στοιχείων που χρησιμοποιούνται στο πλέγμα των επιφανειών που περιέχουν πιεζοηλεκτρικά στρώματα. Αυτό αποτελεί μια γενική περίπτωση που υποθέτει ότι κάθε πιεζοηλεκτρικό στρώμα σε ένα πεπερασμένο στοιχείο έχει το δικό του ζεύγος ηλεκτροδίων, που είναι μονωμένο από τα υπόλοιπα. Ωστόσο, στην πράξη, για τη σύνδεση των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων με ηλεκτρικά κυκλώματα χρησιμοποιούνται μόνο δύο καλώδια στα ηλεκτρόδια του, τα οποία οδηγούν σε μία ενιαία τάσης εξόδου. Για να ληφθεί υπόψη η συνθήκη ισοδυναμίας στα ηλεκτρόδια κάθε πιεζοηλεκτρικού επιθέματος, πρέπει να ορίζουμε τα διανύσματα των διαφορών των ηλεκτρικών δυναμικών  $v_p$  που επάγονται ή εφαρμόζονται στα ηλεκτρόδια των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων, έτσι ώστε:

$$v = L_p \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{Bmatrix} = L_p v_p \quad \text{Εξίσωση 52}$$

Ο δυαδικός πίνακας  $L_p$  έχει διάσταση  $N_e \times 2$ , και επιτρέπει τον ορισμό ίσης τιμής στις επιλεγμένες διαφορές των ηλεκτρικών δυναμικών. Ο παραπάνω μετασχηματισμός οδηγεί σε ένα μόνο ηλεκτρικό βαθμό ελευθερίας ανά πιεζοηλεκτρικό επίθεμα.

Αντικαθιστώντας την Εξίσωση 52 στο σύστημα των Εξισώσεων 50 και 51 μετά τον πολλαπλασιασμό της Εξίσωσης 51 με  $L_p^T$ , το σύστημα γίνεται:

$$M_u \ddot{d} + K_u d + \Theta v_p = F_m \quad \text{Εξίσωση 53}$$

$$-\Theta^T d + C_p v_p = Q_p \quad \text{Εξίσωση 54}$$

όπου  $\Theta = K_{uv} L_p$ ,  $C_p = L_p^T K_{vv} L_p$  και  $Q_p = L_p^T Q$ .

### 3.2. Μοντέλο πολυστρωματικών σύνθετων πλακών με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα

Στη παρούσα παράγραφο δίνεται η μοντελοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία σύνθετων πλακών με πιεζοηλεκτρικά στρώματα ή επιθέματα. Το μοντέλο βασίζεται στη θεωρία ισοδύναμης στρώσης η οποία ενσωματώνει την αλληλεπίδραση μεταξύ ηλεκτρικών και μηχανικών πεδίων. Για τη μοντελοποίηση της μηχανικής μετατόπισης χρησιμοποιήθηκε η θεωρία διατμητικής παραμόρφωσης για πλάκες (θεωρία Mindlin). Η διατύπωση οδηγεί σε ένα συζευγμένο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων με μηχανικούς (μετατοπίσεις) και ηλεκτρικούς (διαφορά ηλεκτρικού δυναμικού στα ηλεκτρόδια) βαθμούς ελευθερίας.

Το μοντέλο θα χρησιμοποιηθεί στο επόμενο κεφάλαιο για τη μελέτη της παθητικής μείωσης των ταλαντώσεων μέσω συνδεδεμένων κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης, που αποτελούνται από μια αντίσταση και ένα πηνίο.

Η θεωρία διατμητικής παραμόρφωσης πρώτης τάξης (FSDT) χρησιμοποιείται για την εξαγωγή ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων για πολυστρωματικές πιεζοσύνθετες πλάκες, όπως αυτή που φαίνεται στην Εικόνα 3. 3. Ενιαίο πεδίο μηχανικής μετατόπισης θεωρείται για όλα τα στρώματα (θεωρία ισοδύναμης στρώσης), ενώ τα ηλεκτρικά πεδία θεωρούνται για κάθε πιεζοηλεκτρικό στρώμα χωριστά (layerwise approach). Η πλάκα έχει μήκος  $a$ , πλάτος  $b$ , συνολικό πάχος  $h$  και αποτελείται από  $K$  στρώματα (συμπεριλαμβανομένων των  $P$  πιεζοηλεκτρικών στρωμάτων) με τις κύριες υλικές συντεταγμένες του  $k$ -οστού ελάσματος προσανατολισμένες υπό γωνία  $\theta_k$  προς τη  $x$ -συντεταγμένη του ελάσματος. Όλα τα στρώματα θεωρούνται τέλεια συνδεδεμένα. Το  $xy$ - επίπεδο συμπίπτει με το μεσαίο επίπεδο της πλάκας, με τον  $z$  - άξονα να είναι κάθετος στο μεσαίο επίπεδο. Το  $k$ -οστό στρώμα βρίσκεται μεταξύ των σημείων  $z = z_k$  και  $z = z_{k+1}$  στη διεύθυνση του πάχους. Τόσο η ελαστική όσο και η πιεζοηλεκτρική στρώση υποτίθεται ότι είναι λεπτές, έτσι ώστε να έχουμε μια κατάσταση επίπεδης τάσης. Τα πιεζοηλεκτρικά στρώματα έχουν διεύθυνση πόλωσης κατά μήκος του  $z$ -άξονα και καλύπτονται από συνεχή ηλεκτρόδια τα οποία υποτίθεται ότι είναι τέλεια αγωγίμα με αμελητέο πάχος. Για λόγους απλότητας του συμβολισμού, όλες οι στρώσεις του ελάσματος θα θεωρηθούν πιεζοηλεκτρικές. Οι καταστατικές σχέσεις για τις ελαστικές στρώσεις προκύπτουν στη συνέχεια με τον μηδενισμό των πιεζοηλεκτρικών σταθερών τους.

### 3.2.1. Μηχανική μετατόπιση και τάσεις

Το πεδίο μετατόπισης λαμβάνονται με βάση τη FSDT, η οποία λαμβάνει υπόψη την εγκάρσια διατμητική παραμόρφωση:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u(x, y, z, t) \\ v(x, y, z, t) \\ w(x, y, z, t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_0(x, y, t) \\ v_0(x, y, t) \\ w_0(x, y, t) \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \psi_x(x, y, t) \\ \psi_y(x, y, t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{ή} \quad \mathbf{u} = \mathbf{H}\bar{\mathbf{u}} \quad \text{Εξίσωση 55}$$

όπου:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & z \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{u}} = \{u_0 \ v_0 \ w_0 \ \psi_x \ \psi_y\}^T$$

Το διάνυσμα  $\bar{\mathbf{u}}$  συμβολίζει τις μετατοπίσεις ενός σημείου  $(x, y)$  στο μεσαίο επίπεδο της πλάκας και  $\psi_x, \psi_y$  είναι οι κανονικές περιστροφές γύρω από τους  $y$  και  $x$ -άξονες, αντίστοιχα. Επιπλέον, ο δείκτης  $T$  υποδηλώνει τον ανάστροφο ενός πίνακα.

Για να αποφευχθεί το φαινόμενο του διατμητικού κλειδώματος (shear locking effect), θα πρέπει να εφαρμοστεί η τεχνική της επιλεκτικής ολοκλήρωσης. Επομένως, οι τάσεις σε οποιοδήποτε σημείο της σύνθετης πλάκας διαιρούνται σε δύο διανύσματα τάσεων, τις εντός επιπέδου τάσεις  $\boldsymbol{\varepsilon}_b$  και τις εκτός επιπέδου διατμητικές τάσεις  $\boldsymbol{\varepsilon}_s$  που δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_b &= \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \gamma_{xy}\}^T = \boldsymbol{\varepsilon}_{b0} + z\boldsymbol{\kappa}, \\ \boldsymbol{\varepsilon}_s &= \{\gamma_{yz}, \gamma_{xz}\}^T = \boldsymbol{\varepsilon}_{s0} \end{aligned} \quad \text{Εξίσωση 56}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{b0} = \left\{ \frac{\partial u_0}{\partial x}, \frac{\partial v_0}{\partial y}, \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) \right\}^T, \quad \boldsymbol{\kappa} = \left\{ \frac{\partial \psi_x}{\partial x}, \frac{\partial \psi_y}{\partial y}, \left( \frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \right) \right\}^T,$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{s0} = \left\{ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \psi_y, \frac{\partial w_0}{\partial x} + \psi_x \right\}^T$$

### 3.2.2. Καταστατικές εξισώσεις

Για λόγους απλότητας του συμβολισμού, όλα τα στρώματα θα θεωρηθούν πιεζοηλεκτρικά. Τα πιεζοκεραμικά υλικά μπορούν γενικά να θεωρηθούν ως εγκάρσια ισότροπα στο επίπεδο που είναι κάθετο στον άξονα πόλωσης  $z$ . Στην περίπτωση αυτή, οι γραμμικές καταστατικές εξισώσεις για το  $k$ -οστό πιεζοηλεκτρικό στρώμα, σε σχέση με τους κύριους άξονές του δίνονται από:

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \end{Bmatrix}_k &= \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \end{Bmatrix} \\
 &\quad - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{e}_{31} \\ 0 & 0 & \bar{e}_{32} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{e}_{24} & 0 \\ \bar{e}_{15} & 0 & 0 \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix}_k, \\
 \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix}_k &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{e}_{15} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{e}_{24} & 0 \\ \bar{e}_{31} & \bar{e}_{32} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \end{Bmatrix} \\
 &\quad + \begin{bmatrix} \bar{\xi}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\xi}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\xi}_{33} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix}_k,
 \end{aligned}$$

Εξίσωση 57

όπου  $(\sigma_i, \varepsilon_i, D_i, E_i)$  είναι οι συνιστώσες της τάσης, της παραμόρφωσης, της ηλεκτρικής μετατόπισης και του ηλεκτρικού πεδίου, αντίστοιχα,  $(\bar{Q}_{ij}, \bar{e}_{ij}, \bar{\xi}_{ij})$  είναι οι συντελεστές μειωμένης δυσκαμψίας σε επίπεδο τάσης, οι πιεζοηλεκτρικοί συντελεστές και οι σταθερές ηλεκτρικής διαπερατότητας. Οι ελαστικές σταθερές  $\bar{Q}_{ij}$  δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned}
 \bar{Q}_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, & \bar{Q}_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, & \bar{Q}_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, & \text{Εξίσωση 58} \\
 \bar{Q}_{66} &= G_{12}, & \bar{Q}_{44} &= k_s G_{23}, & \bar{Q}_{55} &= k_s G_{13}
 \end{aligned}$$

όπου  $E_1, E_2$  είναι το διαμήκες και το εγκάρσιο μέτρο του Young,  $\nu_{12}, \nu_{21}$  είναι οι λόγοι Poisson,  $G_{12}, G_{23}, G_{13}$  είναι οι διατμητικές σταθερές της κ<sup>-οστής</sup> στρώσης και  $k_s$  είναι ο συντελεστής διόρθωσης διάτμησης που λαμβάνεται ως  $\frac{5}{6}$ .

Μετά το μετασχηματισμό της Εξίσωσης 57 στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων  $(x, y, z)$  και το διαχωρισμό των μεταβλητών που σχετίζονται με την κάμψη και τη διάτμηση, η καταστατική Εξίσωση 57 γίνεται:

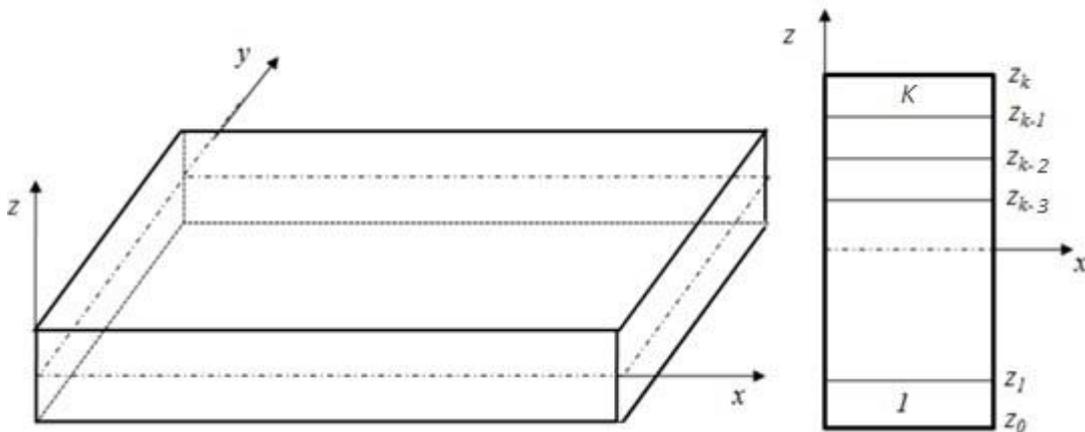
$$\begin{aligned}\sigma_b^{(k)} &= Q_b^{(k)} \varepsilon_b - e_b^{(k)T} E^{(k)}, \\ \sigma_s^{(k)} &= Q_s^{(k)} \varepsilon_s - e_s^{(k)T} E^{(k)}, \\ D^{(k)} &= e_b^{(k)} \varepsilon_b^{(k)} + e_s^{(k)} \varepsilon_s + \xi^{(k)} E^{(k)},\end{aligned}\quad \text{Εξίσωση 59}$$

όπου  $\sigma_b = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \tau_{xy}\}^T$ ,  $\sigma_s = \{\tau_{yz}, \tau_{xz}\}^T$  και

$$Q_b^{(k)} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{33} \end{bmatrix}^{(k)}, \quad Q_s^{(k)} = \begin{bmatrix} Q_{44} & Q_{45} \\ Q_{45} & Q_{55} \end{bmatrix}^{(k)} \quad (a)$$

$$\begin{aligned}e_b^{(k)} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{36} \end{bmatrix}^{(k)}, \quad e_s^{(k)} = \begin{bmatrix} e_{14} & e_{15} \\ e_{24} & e_{25} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^{(k)}, \quad \xi^{(k)} \\ &= \begin{bmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} & 0 \\ \xi_{21} & \xi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \xi_{33} \end{bmatrix}^{(k)}\end{aligned}\quad (b)$$

Οι λεπτομερείς εκφράσεις για τις μετασηματισμένες υλικές σταθερές μπορούν να ληφθούν από την εργασία [112]. Για μη πιεζοηλεκτρικό στρώμα οι υλικές σταθερές  $e_{kl}$  και  $\xi_{kl}$  πρέπει να είναι μηδέν.



Εικόνα 3. 3 Το μοντέλο πλάκας

### 3.2.3. Ηλεκτρικό πεδίο

Θεωρείται ότι το ηλεκτρικό πεδίο δρα κατά τη διεύθυνση του πάχους. Επίσης, η παρούσα μελέτη εξετάζει πιεζοηλεκτρικά στρώματα με ηλεκτρόδια στην άνω και κάτω επιφάνεια και πολωμένα στη διεύθυνση του πάχους. Έτσι, για τις περισσότερες από τις τυπικές δομές πιεζοηλεκτρικών στρωμάτων με σχετικά μικρό πάχος των πιεζοηλεκτρικών στρωμάτων σε σύγκριση με το συνολικό πάχος του ελάσματος, το ηλεκτρικό πεδίο μέσα στο  $p$ -οστό πιεζοηλεκτρικό στρώμα μπορεί να εκφραστεί ως εξής [113]

$$E^{(p)} = \left\{ 0 \quad 0 \quad -v^{(p)}/h^{(p)} \right\}^T = B_v^{(p)} v^{(p)} \quad \text{Εξίσωση 61}$$

όπου  $h^{(p)}$ ,  $v^{(p)}$  είναι το πάχος και η διαφορά ηλεκτρικού δυναμικού μεταξύ των ηλεκτροδίων που καλύπτουν την επιφάνεια σε κάθε πλευρά του  $p$  πιεζοηλεκτρικού στρώματος.

### 3.2.4. Μοντελοποίηση με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων

Είναι γνωστό ότι οι αναλυτικές λύσεις των σύνθετων κατασκευών με διαδοχικά στρώματα που περιέχουν ή όχι προσαρμοστικά υλικά είναι πολύ δύσκολες λόγω της υλικής και γεωμετρικής πολυπλοκότητάς τους. Ωστόσο, η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (FEM) έχει αποδειχθεί ότι είναι ένα ισχυρό αριθμητικό εργαλείο για τέτοιου είδους πολύπλοκες αναλύσεις. Στην παρούσα μελέτη, η έξυπνη σύνθετη πλάκα διακριτοποιήθηκε χρησιμοποιώντας ένα ισοπαραμετρικό τετράπλευρο στοιχείο τεσσάρων κόμβων με πέντε μηχανικούς βαθμούς ελευθερίας (β.ε.) ανά κόμβο και έναν ηλεκτρικό βαθμό ελευθερίας ανά πιεζοηλεκτρικό στρώμα. Οι μηχανικοί βαθμοί ελευθερίας β.ε. είναι  $u_0, v_0, w_0, \psi_x, \psi_y$  ενώ οι ηλεκτρικοί β.ε. είναι οι διαφορές των ηλεκτρικών δυναμικών στα πιεζοηλεκτρικά στρώματα.

Χρησιμοποιώντας τις εκτιμήσεις που περιεγράφηκαν παραπάνω, το γενικευμένο πεδίο μετατόπισης για κάθε κομβικό σημείο στο πεδίο της πλάκας μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\bar{u}(x, y, t) = N(x, y) d^e(t) = \sum_{j=1}^4 (N_j I_{5 \times 5} d_j^e) \quad \text{Εξίσωση 62}$$

όπου  $d_j^e = \{u_{0j}, v_{0j}, w_{0j}, \psi_{xj}, \psi_{yj}\}^T$  αντιστοιχεί στον  $j^{\text{οστό}}$  κόμβο του στοιχείου και  $N_j$  είναι οι συναρτήσεις σχήματος Lagrange που δίνονται από τη σχέση:

$$N_1 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta), \quad N_2 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta), \quad N_4 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta)$$

όπου  $\xi, \eta$  είναι οι τοπικές παραμετρικές συντεταγμένες.

Αντικαθιστώντας την Εξίσωση 62 στην Εξίσωση 56 προκύπτει:

$$\varepsilon_{b0} = B_b d^e = \sum_{j=1}^4 (B_{bj} d_j^e)$$

$$\kappa = B_\kappa d^e = \sum_{j=1}^4 (B_{\kappa j} d_j^e)$$

$$\varepsilon_{s0} = B_s d^e = \sum_{j=1}^4 (B_{sj} d_j^e)$$

Εξίσωση 63

όπου:

$$B_{bj} = \begin{bmatrix} \partial_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial_y & 0 & 0 & 0 \\ \partial_y & \partial_x & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} N_j, \quad B_{bj} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \partial_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \partial_y \\ 0 & 0 & 0 & \partial_y & \partial_x \end{bmatrix} N_j,$$

Εξίσωση 64

$$B_{bj} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \partial_y & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \partial_x & 1 & 0 \end{bmatrix} N_j,$$

$$\text{και } \partial_x = \frac{\partial}{\partial x}, \quad \partial_y = \frac{\partial}{\partial y}.$$

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η έξυπνη σύνθετη πλάκα αποτελείται από περισσότερα, από ένα πιεζοηλεκτρικά στρώματα. Ως εκ τούτου, τα ηλεκτρικά μεγέθη παρατηρούνται ανά στρώμα και το στοιχείο έχει θεωρηθεί με έναν ηλεκτρικό βαθμό ελευθερίας ανά πιεζοηλεκτρικό στρώμα. Έτσι, μετά τη διακριτοποίηση της δομής, οι διαφορές των ηλεκτρικών δυναμικών όλων των πιεζοηλεκτρικών στρωμάτων σε όλο το πάχος του στοιχείου μπορούν να εκφραστούν ως εξής:

$$\mathbf{v}^e = \{v^{(1)}, v^{(2)}, \dots, v^{(P)}\}_e^T$$

Εξίσωση 65

όπου  $P$  είναι ο αριθμός των πιεζοηλεκτρικών στρωμάτων του στοιχείου  $e^h$ .

### 3.2.5. Μεταβολική Διατύπωση του Προβλήματος

Οι εξισώσεις κίνησης για την ελασματική πλάκα που αποτελείται από ελαστικά και πιεζοηλεκτρικά στρώματα προκύπτουν με τη χρήση της διευρυμένης αρχής του Χάμιλτον (Hamilton's principle)

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - (U_m + U_E) + W_m) dt = 0 \quad \text{Εξίσωση 66}$$

όπου  $t_1$  και  $t_2$  είναι αυθαίρετες χρονικές στιγμές,  $T$  είναι η μηχανική κινητική ενέργεια,  $U_m$  είναι η μηχανική δυναμική ενέργεια και  $U_E$  είναι η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια που δίνονται από τις σχέσεις:

$$T = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \dot{u}^T \dot{u} d\Omega \quad \text{Εξίσωση 67}$$

$$U_m = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon_b^T \sigma_b d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon_s^T \sigma_s d\Omega \quad \text{Εξίσωση 68}$$

$$U_E = \frac{1}{2} \int_{\Omega} E^T D d\Omega \quad \text{Εξίσωση 69}$$

Στις παραπάνω εξισώσεις,  $\rho, \Omega$  είναι η πυκνότητα μάζας και ο όγκος του συνόλου της δομής της πλάκας και η τελεία αντιπροσωπεύει τη μερική παράγωγο σε σχέση με το χρόνο  $t$ .

Τέλος, το δυνατό έργο  $W_m$  που επιτελείται από τις εξωτερικές δυνάμεις ορίζεται από την ακόλουθη Εξίσωση 70:

$$\delta W_m = \delta u^T f_c + \int_{A_1} \delta u^T f_s dA + \int_{\Omega} \delta u^T f_v d\Omega - \int_{A_2} \delta V q_A dA \quad \text{Εξίσωση 70}$$

όπου  $f_c$  συμβολίζει τις συγκεντρωμένες (σημειακές) δυνάμεις και  $f_s, f_v$  συμβολίζει τις επιφανειακές και τις δυνάμεις όγκου, αντίστοιχα. Τέλος,  $V$  είναι το ηλεκτρικό δυναμικό,  $q^A$  η πυκνότητα ηλεκτρικού φορτίου στην επιφάνεια και  $A_1$  και  $A_2$  είναι οι επιφάνειες όπου εφαρμόζονται οι επιφανειακές δυνάμεις και το ηλεκτρικό φορτίο, αντίστοιχα.

Μετά τη διακριτοποίηση της δομής, οι διάφοροι ενεργειακοί όροι πρέπει να υπολογιστούν για κάθε στοιχείο και στη συνέχεια να συναρμολογηθούν όλοι μαζί για να περιγράψουν ολόκληρη τη δομή.

Στη συνέχεια, δεδομένου ότι ολόκληρη η δομή αποτελείται από  $K$  στρώματα, συμπεριλαμβανομένων των  $P$  πιεζοηλεκτρικών στρωμάτων, τα ολοκληρώματα επί του  $\Omega$  αναλύονται ως εξής

$$\int_{\Omega} d\Omega = \sum_{k=1}^K \int_{\Omega_k} d\Omega_k = \sum_{n=1}^N \int_{\Omega_n} d\Omega_n + \sum_{p=1}^P \int_{\Omega_p} d\Omega_p \quad \text{Εξίσωση 71}$$

όπου  $N = K - P$  είναι ο αριθμός των καθαρά ελαστικών στρωμάτων στη σύνθετη πλάκα.

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις των μετατοπίσεων (Εξίσωση 55) και τη διακριτοποίηση των μηχανικών μετατοπίσεων (Εξίσωση 62), η κινητική ενέργεια του στοιχείου μπορεί να διακριτοποιηθεί ως εξής

$$T^e = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \dot{\mathbf{u}}^T H^T H \dot{\mathbf{u}} d\Omega = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{d}}^{eT} \int_{\Omega} \rho N^T H^T H N d\Omega \dot{\mathbf{d}}^e = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{d}}^{eT} M_u^e \dot{\mathbf{d}}^e \quad \text{Εξίσωση 72}$$

όπου:

$$\begin{aligned} M_u^e &= \sum_{k=1}^K \int_{\Omega_k} \rho_k N^T H^T H N d\Omega_k = && \text{Εξίσωση 73} \\ &= \sum_{k=1}^K \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \rho_k N^T \left( \int_{z_k}^{z_{k+1}} H^T H dz \right) N \det(J) d\xi d\eta \end{aligned}$$

και  $J$  είναι η Ιακωβιανή του μετασχηματισμού μεταξύ του φυσικού και του τοπικού συστήματος συντεταγμένων.

Με τη βοήθεια των καταστατικών σχέσεων, η ενέργεια μηχανικής παραμόρφωσης  $U_m$  μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\begin{aligned} U_m^e &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \int_{\Omega_k} \varepsilon_b^T Q_b^{(k)} \varepsilon_b d\Omega_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \int_{\Omega_k} \varepsilon_s^T Q_s^{(k)} \varepsilon_s d\Omega_k && \text{Εξίσωση 74} \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \left( \int_{\Omega_p} \varepsilon_b^T e_b^{(p)} E^{(p)} d\Omega_p - \int_{\Omega_p} \varepsilon_s^T e_s^{(p)} E^{(p)} d\Omega_p \right) \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (Εξίσωση 63), (Εξίσωση 65) η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$U_m^e = \frac{1}{2} \mathbf{d}^{eT} K_u^e \mathbf{d}^e - \frac{1}{2} \mathbf{d}^{eT} K_{uv}^e \mathbf{v}^e \quad \text{Εξίσωση 75}$$

όπου ο πίνακας ελαστικής δυσκαμψίας  $K_u^e$  δίνεται ως εξής :

$$K_u^e = K_A^e + K_B^e + K_B^{eT} + K_C^e + K_S^e \quad \text{Εξίσωση 76}$$

με:

$$K_A^e = \sum_{k=1}^K (z_{k+1} - z_k) \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} B_b^T Q_b^{(k)} B_b \det(J) d\xi d\eta \quad \text{Εξίσωση 77.a}$$

$$K_B^e = \sum_{k=1}^K \frac{1}{2} (z_{k+1}^2 - z_k^2) \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} B_b^T Q_b^{(k)} B_b \det(J) d\xi d\eta \quad \text{Εξίσωση 77.b}$$

$$K_C^e = \sum_{k=1}^K \frac{1}{3} (z_{k+1}^3 - z_k^3) \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} B_b^T Q_b^{(k)} B_b \det(J) d\xi d\eta \quad \text{Εξίσωση 77.c}$$

$$K_S^e = \sum_{k=1}^K (z_{k+1} - z_k) \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} B_s^T Q_s^{(k)} B_s \det(J) d\xi d\eta \quad \text{Εξίσωση 77.d}$$

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι ο στοιχειώδης πίνακας δυσκαμψίας  $\mathbf{K}_S^e$  που σχετίζεται με τις εγκάρσιες διατμητικές τάσεις προκύπτει χωριστά, έτσι ώστε ο κανόνας επιλεκτικής ολοκλήρωσης να μπορεί να χρησιμοποιηθεί με απλό τρόπο για την αποφυγή του προβλήματος διατμητικού κλειδώματος. Ο πιεζοηλεκτρικός πίνακας  $\mathbf{K}_{uv}^e$  δίνεται ως εξής:

$$K_{uv}^e = \left[ K_{uv}^{e(1)} \quad K_{uv}^{e(2)} \quad \dots \quad K_{uv}^{e(P)} \right] \quad \text{Εξίσωση 78}$$

με

$$K_{uv}^{e(p)} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} B_b^T \hat{e}_b^{(p)} \det(J) d\xi d\eta + \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} B_k^T \hat{e}_b^{(p)} \det(J) d\xi d\eta + \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} B_s^T \hat{e}_s^{(p)} \det(J) d\xi d\eta, \quad p = 1, 2, \dots, P \quad \text{Εξίσωση 79}$$

Οι όροι  $\hat{e}_b^{(p)}$ ,  $\hat{e}_b^{(k)}$  και  $\hat{e}_s^{(p)}$  προκύπτουν από την ολοκλήρωση των όρων  $e_b^{(p)} \mathbf{B}_v^{(p)}$ ,  $z e_b^{(p)} \mathbf{B}_v^{(p)}$  και  $e_s^{(p)} \mathbf{B}_v^{(p)}$ -ως προς  $z$  μεταξύ  $z = z_{lower}^{(p)}$  και  $z = z_{upper}^{(p)}$ , όπου  $z_{upper}^{(p)}$  και  $z_{lower}^{(p)}$  είναι αντίστοιχα η άνω και η κάτω  $z$ -συντεταγμένη του  $p$ -οστού πιεζοηλεκτρικού στρώματος. Για έναν πιεζοηλεκτρικό μορφοτροπέα που λειτουργεί στον τρόπο 3-1 (πάχος-έκταση/κάμψη), όπως αυτός που χρησιμοποιήθηκε (Εξίσωση 59 και Εξίσωση 60(α)), οι προαναφερθέντες όροι δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\hat{e}_b^{(p)} = \begin{Bmatrix} e_{31}^{(p)} \\ e_{32}^{(p)} \\ e_{36}^{(p)} \end{Bmatrix}, \quad \hat{e}_b^{(k)} = \frac{1}{2} (z_{upper}^{(p)} + z_{lower}^{(p)}) \begin{Bmatrix} e_{31}^{(p)} \\ e_{32}^{(p)} \\ e_{36}^{(p)} \end{Bmatrix}, \quad \hat{e}_s^{(p)} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 80}$$

Χρησιμοποιώντας τις καταστατικές σχέσεις, τις σχέσεις μετατόπισης- τάσεων και τις σχέσεις ηλεκτρικού πεδίου-ηλεκτρικού δυναμικού, η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του στοιχείου μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\begin{aligned}
 U_E^e &= \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \int_{\Omega_p} E^{(p)T} \left( e_b^{(p)T} \varepsilon_b + e_s^{(p)T} \varepsilon_s + \xi^{(p)T} E^{(p)} \right) d\Omega_p \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P v^{(p)T} \left( \int_{\Omega_p} B_v^{(p)T} e_b^{(p)T} B_b d\Omega_p + \int_{\Omega_p} B_v^{(p)T} e_b^{(p)T} z B_\kappa d\Omega_p \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\Omega_p} B_v^{(p)T} e_s^{(p)T} B_s d\Omega_p \right) d^e \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P v^{(p)T} \left( \int_{\Omega_p} B_v^{(p)T} \xi^{(p)} B_v^{(p)} d\Omega_p \right) v^{(p)} = \\
 &= \frac{1}{2} v^{eT} K_{uv}^e d^e + \frac{1}{2} v^{eT} K_{vv}^e v^e
 \end{aligned} \tag{Εξίσωση 81}$$

όπου:

$$K_{vv}^e = \text{diag}(K_{vv}^{(1)}, K_{vv}^{(2)}, \dots, K_{vv}^{(P)}) \tag{Εξίσωση 82}$$

και:

$$K_{vv}^{(p)} = \int_{\Omega_p} B_v^{(p)T} \xi^{(p)} B_v^{(p)} d\Omega_p = \frac{\xi_{33}^p S_p}{h_p} \tag{Εξίσωση 83}$$

με  $S_p$  το εμβαδόν της επιφάνειας του  $p$ -οστού πιεζοηλεκτρικού στρώματος και  $h_p$  το πάχος του.

Το δυνατό έργο που παράγεται από τις μηχανικές δυνάμεις και την εφαρμοζόμενη πυκνότητα ηλεκτρικού φορτίου δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned}
 \delta W_m &= \delta d^{eT} N^T f_c + \delta d^{eT} \int_{A_1} N^T f_s dA + \delta d^{eT} \int_{\Omega} N^T H^T f_v d\Omega \\
 &\quad + \delta v^{eT} \int_{A_2} B_v q^A dA = \delta d^{eT} N^T F_m^e + \delta v^{eT} Q^e
 \end{aligned} \tag{Εξίσωση 84}$$

### 3.2.6. Συζευγμένο ηλεκτρομηχανικό σύστημα εξισώσεων

Αντικαθιστώντας τους ενεργειακούς όρους (Εξίσωση 69), (Εξίσωση 74), (Εξίσωση 76) και Εξίσωση 78) στην αρχή του Hamilton (Εξίσωση 66) και συνθέτοντας τις εξισώσεις των στοιχείων προκύπτει η καθολική εξίσωση κίνησης του συστήματος της δομής:

$$M_u \ddot{d} + K_u d + K_{uv} v = F_m \quad \text{Εξίσωση 85.a}$$

$$-K_{uv}^T d + K_{vv} v = Q \quad \text{Εξίσωση 85.b}$$

όπου  $d$  είναι το καθολικό διάνυσμα των μηχανικών συντεταγμένων και  $v$  το καθολικό διάνυσμα των ηλεκτρικών βαθμών ελευθερίας. Στις παραπάνω εξισώσεις,  $M_u, K_u$  είναι οι καθολικοί πίνακες μάζας και δυσκαμψίας και  $K_{uv}$  είναι ο καθολικός πίνακας ηλεκτρομηχανικής σύζευξης,  $K_{vv}$  είναι ο διαγώνιος καθολικός πίνακας χωρητικότητας,  $F_m$  είναι το καθολικό διάνυσμα των μηχανικών δυνάμεων,  $Q$  είναι το καθολικό διάνυσμα του ηλεκτρικού φορτίου.

Το παραπάνω μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων (Εξίσωση 85.α) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών πιεζοηλεκτρικών έξυπνων δομών, όπως ο ενεργός έλεγχος ταλαντώσεων, η συγκομιδή ενέργειας κ.λπ.

### 3.2.7. Ελεύθερη ταλάντωση συστήματος και ο τετραγωνικός συντελεστής ηλεκτρομηχανικής σύζευξης

Στη συνέχεια, αναλύονται δύο πιθανές διατυπώσεις του προβλήματος για τα πιεζοηλεκτρικά στρώματα, δηλαδή τις διατυπώσεις βραχυκυκλώματος και ανοικτού κυκλώματος. Στην περίπτωση που τα πιεζοηλεκτρικά στρώματα είναι βραχυκυκλωμένα, η διαφορά των ηλεκτρικών δυναμικών μεταξύ των ηλεκτροδίων τους εξαφανίζεται ( $V=0$ ). Επομένως, η Εξίσωση 85 γίνεται:

$$M_u \ddot{d} + K_u d = F_m \quad \text{Εξίσωση 86}$$

Από την άλλη πλευρά, εάν τα πιεζοηλεκτρικά στρώματα είναι σε ανοικτό κύκλωμα, τότε  $Q = 0$  και τα ηλεκτρικά δυναμικά μεταξύ των ηλεκτροδίων τους μπορούν να εκτιμηθούν χρησιμοποιώντας τη δεύτερη Εξίσωση 77d.b, έτσι ώστε:

$$v = K_{vv}^{-1} K_{uv}^T d \quad \text{Εξίσωση 87}$$

Αντικαθιστώντας την Εξίσωση 87 στην Εξίσωση 85.α προκύπτει η ακόλουθη συμπυκνωμένη εξίσωση κίνησης:

$$M_u \ddot{d} + K_o d = F_m \quad \text{Εξίσωση 88}$$

όπου:

$$K_o = K_u + K_{uv}K_{vv}^{-1}K_{uv}^T$$

Εξίσωση 89

Η Εξίσωση 88 μπορεί να επιλυθεί για τις γενικευμένες μετατοπίσεις  $\mathbf{d}$ . Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας την Εξίσωση 87, λαμβάνονται οι διαφορές ηλεκτρικού δυναμικού  $\mathbf{v}$  που δημιουργούνται στα ηλεκτρόδια. Από την Εξίσωση 89 παρατηρείται ότι το επαγόμενο δυναμικό λόγω του ευθέως πιεζοηλεκτρικού φαινομένου στα πιεζοηλεκτρικά στρώματα στα οποία δεν επιβάλλονται τα ηλεκτρικά δυναμικά (αισθητήρες), οδηγεί σε αύξηση της δυσκαμψίας του συστήματος. Οι Εξισώσεις 86 και 88 μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό των ιδιοδιανυσμάτων και των ιδιοσυχνοτήτων των διαμορφώσεων βραχυκυκλώματος και ανοικτού κυκλώματος, αντίστοιχα.

Πράγματι, απορρίπτοντας τους όρους των δυνάμεων και υποθέτοντας αρμονική λύση της μορφής  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_s e^{i\omega t}$  και  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_o e^{i\omega t}$ , οι παραπάνω εξισώσεις καταλήγουν στα ακόλουθα γενικευμένα προβλήματα ιδιοτιμών:

$$(K_u - \omega_s^2 M_u) \mathbf{u}_s = 0$$

Εξίσωση 90

$$(K_u - \omega_o^2 M_u) \mathbf{u}_o = 0$$

Εξίσωση 91

όπου  $\omega_s, \mathbf{u}_s$  και  $\omega_o, \mathbf{u}_o$  είναι οι ιδιοσυχνότητες και τα ιδιοδιανύσματα για τη διατύπωση βραχυκυκλώματος και ανοικτού κυκλώματος, αντίστοιχα. Προκειμένου τα συστήματα (Εξίσωση 92) και (Εξίσωση 93) να έχουν μη τετριμμένη λύση, πρέπει να ικανοποιούνται οι ακόλουθες χαρακτηριστικές εξισώσεις

$$\det(-\omega_s^2 M_u + K_u) = 0$$

Εξίσωση 92

$$\det(-\omega_o^2 M_u + K_o) = 0$$

Εξίσωση 93

Ένας επαρκής δείκτης της ποσότητας ενέργειας παραμόρφωσης που μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια για μια δομή με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία που δονείται στην  $j$ -οστή ιδιόμορφη, είναι ο ενεργός τετραγωνικός συντελεστής ηλεκτρομηχανικής σύζευξης (EMCC) που ορίζεται ως εξής:

$$k_j^2 = \frac{\omega_{oj}^2 - \omega_{sj}^2}{\omega_{oj}^2}$$

Εξίσωση 94

Το EMCC χρησιμοποιείται σε επόμενο κεφάλαιο ως μέτρο για την τοποθέτηση τεσσάρων ζευγαριών πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων σε όλη την πλάκα, μέσω παραμετρικής ανάλυσης,

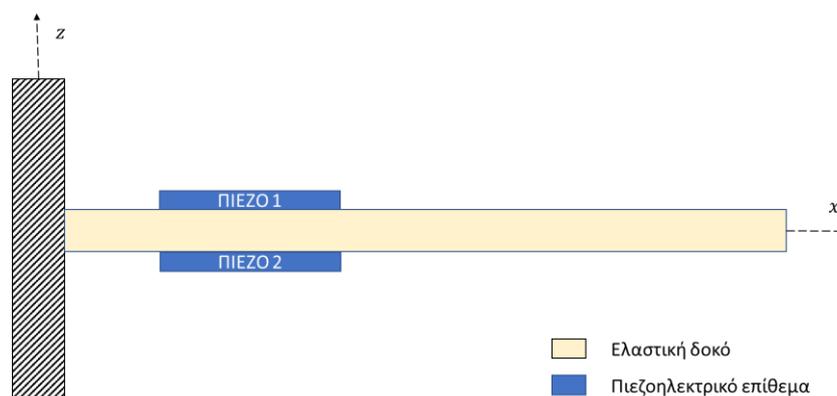
έτσι ώστε κάθε επίθεμα να μεγιστοποιεί το EMCC σε μια από τις τέσσερις πρώτες ιδιόμορφες ταλάντωσης της σύνθετης πλάκας.

#### 4. Μοντελοποίηση παθητικών πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης με τη μέθοδο του χώρου κατάστασης

Σε αυτό το κεφάλαιο, παρουσιάζεται μια γενική μεθοδολογία για τη μοντελοποίηση κυκλωμάτων παθητικής διακλάδωσης που συνδέονται με κατασκευές για τη μείωση των ταλαντώσεων. Η μεθοδολογία παρουσιάζεται για την περίπτωση μιας προβόλου δοκού αλλά διατύπωση είναι γενική και μπορεί να επεκταθεί σε οποιαδήποτε δομή (πλάκα, κελύφη) με ενσωματωμένα πιεζοηλεκτρικά μπαλώματα  $P$  ή επιφανειακά συνδεδεμένα.

##### 4.1. Ευφυής κατασκευή με δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα

Θεωρούμε μια δοκό πρόβολο που αποτελείται από έναν ελαστικό πυρήνα με συνδεδεμένα στην επιφάνεια της όμοια πιεζοκεραμικά επιθέματα, σε μια δίμορφη διάταξη (Εικόνα 4. 1). Η πόλωση των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων μέσω της  $z$ -διεύθυνσης είναι σε αντίθετες κατευθύνσεις και συνδέονται με συνεχή ηλεκτρόδια αμελητέου πάχους. Τα ηλεκτρόδια του άνω και του κάτω πιεζοηλεκτρικού επιθέματος συνδέονται σε ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης για την απόσβεση ταλαντώσεων μιας ή πολλών ιδιόμορφων.



Εικόνα 4. 1 Δοκός πρόβολος με δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα

Στην περίπτωση αυτή, ο αριθμός των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων είναι  $P = 2$ , οπότε  $\mathbf{v} = \{v_1, v_2\}^T$  και  $\mathbf{Q} = \{Q_1, Q_2\}^T$  όπου  $(v_1, Q_1)$  και  $(v_2, Q_2)$  είναι τα ζεύγη τάσης/φορτίου που σχετίζονται με το άνω και το κάτω επίθεμα, αντίστοιχα. Οι πίνακες  $\boldsymbol{\theta}$  και  $\mathbf{C}_p$  δίνονται από :

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2] \quad \mathbf{C}_p = \begin{bmatrix} C_p & 0 \\ 0 & C_p \end{bmatrix}, \quad C_p = \frac{\xi_{33}^P S_p}{h_p} \quad \text{Εξίσωση 95}$$

όπου  $C_p$  είναι η πιεζοηλεκτρική χωρητικότητα, ίδια και για τα δύο επιθέματα,  $S_p$  είναι η επιφάνεια των ηλεκτροδίων που καλύπτουν κάθε πιεζοηλεκτρικό επίθεμα και  $h_p$  είναι το πάχος του. Υπενθυμίζουμε ότι  $\xi_{33}^P$  είναι η πιεζοηλεκτρική διαπερατότητα στη διεύθυνση κάθετα στα ηλεκτρόδια.

Χρησιμοποιώντας αυτόν τον συμβολισμό, οι εξισώσεις μπορούν να γραφούν στην ακόλουθη ρητή μορφή:

$$M_u \ddot{d} + C_d \dot{d} + K_u d + \theta_1 v_1 + \theta_2 v_2 = F_m \quad \text{Εξίσωση 96}$$

$$-\theta_1^T d + C_p v_1 = Q_1 \quad \text{Εξίσωση 97}$$

$$\theta_2^T d + C_p v_2 = Q_2 \quad \text{Εξίσωση 98}$$

Στην περίπτωση που και τα δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα βραχυκυκλώνονται, η διαφορά των ηλεκτρικών δυναμικών μεταξύ των ηλεκτροδίων τους μηδενίζεται ( $v_1 = v_2 = 0$ ). Επομένως, η Εξίσωση 96 γίνεται:

$$M_u \ddot{d} + K_u d = F_m \quad \text{Εξίσωση 99}$$

Σημειώνεται ότι οι πίνακες  $M_u$  και  $K_u$  περιέχουν τη συνεισφορά από τα δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα.

Δεδομένου ότι μας ενδιαφέρει ο έλεγχος των ταλαντώσεων, μια ισχυρή αναπαράσταση του συστήματος είναι η αναπαράσταση του χώρου κατάστασης, που επιτρέπει τον προσδιορισμό τόσο της συχνότητας όσο και των κρουστικών αποκρίσεων διαφόρων διατάξεων παραδιακλάδωσης και ηλεκτρικών εξαρτημάτων. Έτσι, η Εξίσωση 99 του βραχυκυκλώματος μετατρέπεται σε διατύπωση χώρου κατάστασης ως εξής :

$$\dot{x} = Ax + Bw \quad \text{Εξίσωση 100}$$

$$y = Cx + Dw$$

Όπου :

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I \\ -M_u^{-1}K_u & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ M_u^{-1} \end{bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 101}$$

$$x = \begin{Bmatrix} d \\ \dot{d} \end{Bmatrix}, \quad w = \{F_m\} \quad \text{Εξίσωση 102}$$

Οι πίνακες,  $C$  και  $D$  εξαρτώνται από την επιλογή των δεδομένων εισόδου.

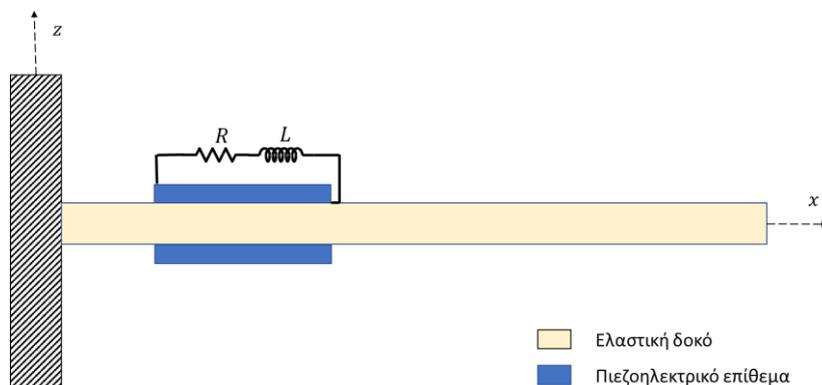
#### 4.2. Παθητικός έλεγχος μιας ιδιομορφής με χρήση κυκλώματος R-L

Σε αυτή την ενότητα θα παραχθεί η διατύπωση χώρου κατάστασης για την περίπτωση που τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα του συστήματος συνδέονται εν σειρά με ένα παραδιακλαδωμένο ηλεκτρικό κύκλωμα αντίστασης-πηνίου. Ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης R-L έχει το πλεονέκτημα της απόσβεσης μιας ιδιοσυχνότητας. Μεταβάλλοντας τις τιμές της επαγωγής μπορεί κανείς να ρυθμίσει την ηλεκτρική συχνότητα. Στην περίπτωση που η ηλεκτρική συχνότητα ταυτίζεται με τη συχνότητα ταλάντωσης (συχνότητα συντονισμού) της κατασκευής, θα καταναλωθεί το μέγιστο ποσό ενέργειας του συστήματος. Το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι η απώλεια της απόδοσης απόσβεσης

όταν η δομή δονείται σε ένα ευρύ φάσμα συχνοτήτων (σε εύρος εκτός των συχνοτήτων συντονισμού). Στις επόμενες υποενότητες εξετάζονται δύο περιπτώσεις για τη σύνδεση του κυκλώματος παραδιακλάδωσης R-L με το σύστημα πιεζοηλεκτρικό-δοκός. Στην πρώτη περίπτωση, το πάνω πιεζοηλεκτρικό έμπλαστρο συνδέεται σε σειρά με ένα κύκλωμα R-L, ενώ το δεύτερο επίθεμα λειτουργεί ως ενεργοποιητής. Στη δεύτερη περίπτωση, το πάνω και το κάτω επίθεμα συνδέονται σε ένα παθητικό κύκλωμα παραδιακλάδωσης R-L εν σειρά, όπως φαίνεται στην Εικόνα 4. 4.

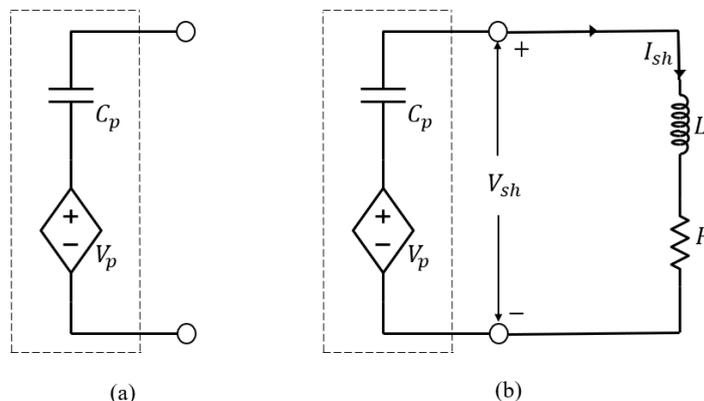
#### 4.2.1. Περίπτωση A: Σύνδεση του άνω πίεζο-επιθέματος σε ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης R-L

Στην Εικόνα 4. 2 απεικονίζεται μια πρόβλος δοκός, με ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης R-L συνδεδεμένο στο πάνω πιεζοηλεκτρικό επίθεμα.



Εικόνα 4. 2 Μια δοκός πρόβλος στο άνω πιεζοηλεκτρικό επίθεμα συνδέεται σε σειρά ένα κύκλωμα R-L

Είναι γνωστό ότι τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία σε ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης συμπεριφέρονται ηλεκτρικά όπως ο συνδυασμός μιας πηγής τάσης  $V_p$  και ένας πυκνωτής  $C_p$  εν σειρά (Εικόνα 4. 3.a) και μηχανικά όπως ένα άκαμπτο ελατήριο [38]. Στην Εικόνα 4. 3 παρουσιάζεται ο σχεδιασμός του ισοδύναμου κυκλώματος παραδιακλάδωσης που συνδέεται με ένα πιεζοηλεκτρικό στοιχείο.



Εικόνα 4. 3(a) Ισοδύναμο εν σειρά ηλεκτρικό μοντέλο για το πιεζοηλεκτρικό επίθεμα, (b) σχηματική απεικόνιση ισοδύναμου εν σειρά ηλεκτρικού μοντέλου του πιεζοηλεκτρικού επιθέματος με την σύνδεση του στο κύκλωμα παραδιακλάδωσης R-L.

Στην περίπτωση που το κάτω πιεζοηλεκτρικό λειτουργεί ως ενεργοποιητής, η Εξίσωση 98 ικανοποιείται αυτόματα και μπορεί να αγνοηθεί. Επίσης, ο αντίστοιχος όρος στην Εξίσωση 96 μπορεί να μεταφερθεί στη δεξιά πλευρά ως ισοδύναμο ηλεκτρικό έργο :

$$M_u \ddot{d} + C_d \dot{d} + K_u d + \theta_1 v_1 = F_m - \theta_2 v_2 \quad \text{Εξίσωση 103}$$

Εφαρμόζοντας το νόμο των τάσεων του Kirchhoff (KVL), η εξίσωση για την πτώση τάσης λόγω της εμπέδησης των στοιχείων του κυκλώματος παραδιακλάδωσης δίνεται από τη σχέση:

$$V_{sh} = -RI_{sh} - L\dot{I}_{sh} \quad \text{Εξίσωση 104}$$

Γνωρίζουμε ότι η πιεζοηλεκτρική τάση και οι τάσεις παραδιακλάδωσης πρέπει να είναι ίσες  $v_1 = V_{sh}$  και ότι το ρεύμα από το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο είναι ίσο με το ρεύμα που διέρχεται από τον αντιστάτη και το πηνίο ( $I_{sh} = I_1 = \dot{Q}_1$ ). Λαμβάνοντας υπόψη αυτές τις υποθέσεις και θέτοντας  $Q_1 = q$ , η εξίσωση τάσης μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$v_1 = -R\dot{q} - L\ddot{q} \quad \text{Εξίσωση 105}$$

Λύνοντας την Εξίσωση 97 ως προς  $v_1$ , αντικαθιστώντας την στην Εξίσωση 103 και χρησιμοποιώντας την Εξίσωση 105 έχουμε τις τελικές ηλεκτρομηχανικές εξισώσεις κίνησης για μια δοκό και ένα πιεζοηλεκτρικό στοιχείο συνδεδεμένα εν σειρά σε ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης  $R - L$ :

$$\ddot{d} = -M_u^{-1} C_d \dot{d} - M_u^{-1} K_o d - M_u^{-1} \theta_1 C_p^{-1} q + M_u^{-1} F_m - M_u^{-1} \theta_2 v_2 \quad \text{Εξίσωση 106}$$

$$\ddot{q} = -\frac{1}{LC_p} \theta_1^T d - \frac{1}{LC_p} q - \frac{R}{L} \dot{q} \quad \text{Εξίσωση 107}$$

όπου:

$$K_o = K_u + \theta_1 C_p^{-1} \theta_1^T \quad \text{Εξίσωση 108}$$

Είναι εύχρηστο να αναπαρασταθεί αυτό το σύστημα στη μορφή του χώρου καταστάσεων. Το διάνυσμα κατάστασης,  $x$ , θα ορίζεται ως  $x = \{d, \dot{d}, q, \dot{q}\}^T$ . Κατά συνέπεια, οι Εξισώσεις 106 και 107 μπορούν να συνδυαστούν και να γραφούν ως εξής:

$$\dot{x}_{sh} = A^{sh} x_{sh} + B^{sh} w_{sh} \quad \text{Εξίσωση 109}$$

Οι πίνακες κατάστασης και το διάνυσμα εισόδου δίνονται ως εξής:

$$A^{sh} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N} & \mathbf{I}_{N \times N} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} \\ -\mathbf{M}_u^{-1} \mathbf{K}_o & -\mathbf{M}_u^{-1} \mathbf{C}_d & -\mathbf{M}_u^{-1} \boldsymbol{\theta}_1 \mathbf{C}_p^{-1} & \mathbf{0}_{N \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times N} & \mathbf{0}_{1 \times N} & 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC_p} \boldsymbol{\theta}_1^T & \mathbf{0}_{1 \times N} & -\frac{1}{LC_p} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 110}$$

και

$$B^{sh} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N} & \mathbf{0}_{N \times 1} \\ \mathbf{M}_u^{-1} & \mathbf{M}_u^{-1} \boldsymbol{\theta}_2 \\ \mathbf{0}_{1 \times N} & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times N} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}_{sh} = \begin{Bmatrix} F_m \\ v_2 \end{Bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 111}$$

Η έξοδος μπορεί να οριστεί ως εξής:

$$\mathbf{y}_{sh} = \mathbf{C}^{sh} \mathbf{x}_{sh} + \mathbf{D}^{sh} \mathbf{w}_{sh} \quad \text{Εξίσωση 112}$$

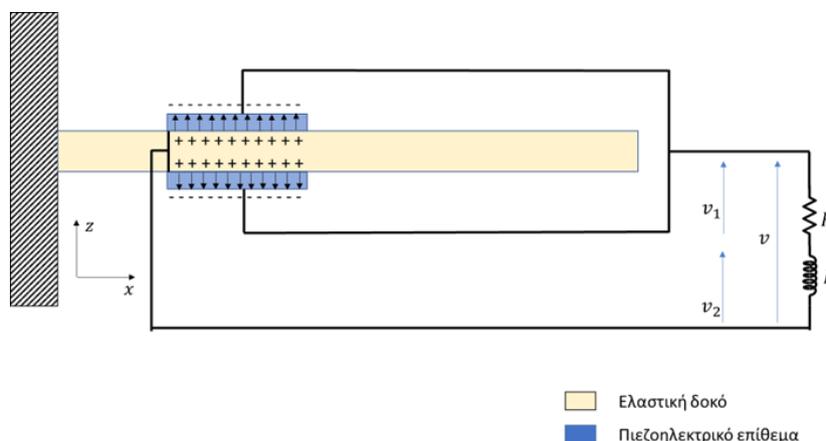
Οι πίνακες,  $\mathbf{C}^{sh}$  και  $\mathbf{D}^{sh}$  εξαρτώνται από την επιλογή των υπό εξέταση δεδομένων. Στην παρούσα εργασία, η έξοδος που μας ενδιαφέρει είναι κυρίως η μετατόπιση (μείωση) των κορυφών. Στην περίπτωση αυτή, οι πίνακες  $\mathbf{C}^{sh}$  και  $\mathbf{D}^{sh}$  που αντιστοιχούν στην έξοδο αυτή γράφονται ως εξής :

$$\mathbf{C}^{sh} = [\mathbf{I}_0 \quad \mathbf{0}_{1 \times N} \quad 0 \quad 0], \quad \mathbf{D}^{sh} = \mathbf{0} \quad \text{Εξίσωση 113}$$

όπου  $\mathbf{I}_0$  είναι ο πίνακας  $1 \times N$  με όλα τα στοιχεία του μηδενικά εκτός από το στοιχείο  $N-1$ .

#### 4.2.2. Περίπτωση Β: Σύνδεση του πάνω και του κάτω πιεζοηλεκτρικού επιθέματος σε ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης R-L

Στην Εικόνα 4. 4 απεικονίζεται η πρόβλος δοκός με τα δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα που συνδέονται σε σειρά με ένα κύκλωμα R-L.



Εικόνα 4. 4 Μια δοκός προβόλου με τα πάνω και κάτω πιεζοηλεκτρικά επιθέματα που συνδέονται σε σειρά με ένα RL κύκλωμα συντονισμού

Στην περίπτωση αυτή, το συνολικό φορτίο στην έξοδο είναι ίσο με το φορτίο που παράγεται από κάθε πιεζοηλεκτρικό στρώμα,  $Q_1 = Q_2 = q$ , ενώ η συνολική τάση εξόδου είναι το άθροισμα κάθε τάσης εξόδου, δηλαδή  $v = v_1 + v_2$ . Αθροίζοντας τις Εξισώσεις 97 και 98 λαμβάνουμε:

$$C_p v - 2q - (\boldsymbol{\theta}_1^T + \boldsymbol{\theta}_2^T) \mathbf{d} = 0 \quad \text{Εξίσωση 114}$$

Στην περίπτωση ενός κυκλώματος συντονισμού R-L που είναι συνδεδεμένο σε σειρά, η εξίσωση δεύτερης τάξης για τις ηλεκτρικές τάσεις έχει τη μορφή

$$v = -R\dot{q} - L\ddot{q} \quad \text{Εξίσωση 115}$$

Λύνοντας τις Εξισώσεις 97 και 98 ως προς  $v_1$  και  $v_2$ , αντίστοιχα, αντικαθιστώντας τις στην Εξίσωση 96 και χρησιμοποιώντας τις Εξισώσεις 114 και 115, προκύπτει το τελικό ηλεκτρομηχανικό σύστημα:

$$\ddot{\mathbf{d}} = -\mathbf{M}_u^{-1} \mathbf{C}_d \dot{\mathbf{d}} - \mathbf{M}_u^{-1} \mathbf{K}_o \mathbf{d} - \mathbf{M}_u^{-1} C_p^{-1} (\boldsymbol{\theta}_1 + \boldsymbol{\theta}_2) q + \mathbf{M}_u^{-1} \mathbf{F}_m \quad \text{Εξίσωση 116}$$

$$\ddot{q} = -\frac{1}{LC_p} (\boldsymbol{\theta}_1^T + \boldsymbol{\theta}_2^T) \mathbf{d} - \frac{2}{LC_p} q - \frac{R}{L} \dot{q} \quad \text{Εξίσωση 117}$$

Όπου:

$$\mathbf{K}_o = \mathbf{K}_u + C_p^{-1} (\boldsymbol{\theta}_1 \boldsymbol{\theta}_1^T + \boldsymbol{\theta}_2 \boldsymbol{\theta}_2^T) \quad \text{Εξίσωση 118}$$

Χρησιμοποιώντας το ίδιο διάνυσμα κατάστασης  $\mathbf{x} = \{\mathbf{d}, \dot{\mathbf{d}}, q, \dot{q}\}^T$  λαμβάνεται η ακόλουθη μορφή χώρου καταστάσεων:

$$\dot{\mathbf{x}}_{sh} = \mathbf{A}^{sh} \mathbf{x}_{sh} + \mathbf{B}^{sh} \mathbf{w}_{sh} \quad \text{Εξίσωση 119}$$

όπου, στην περίπτωση αυτή, οι πίνακες κατάστασης και το διάνυσμα εισόδου δίνονται ως εξής:

$$\mathbf{A}^{sh} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N} & \mathbf{I}_{N \times N} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} \\ -\mathbf{M}_u^{-1} \mathbf{K}_o & -\mathbf{M}_u^{-1} \mathbf{C}_d & -\mathbf{M}_u^{-1} C_p^{-1} (\boldsymbol{\theta}_1^T + \boldsymbol{\theta}_2^T) & \mathbf{0}_{N \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times N} & \mathbf{0}_{1 \times N} & 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC_p} (\boldsymbol{\theta}_1^T + \boldsymbol{\theta}_2^T) & \mathbf{0}_{1 \times N} & -\frac{2}{LC_p} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 120}$$

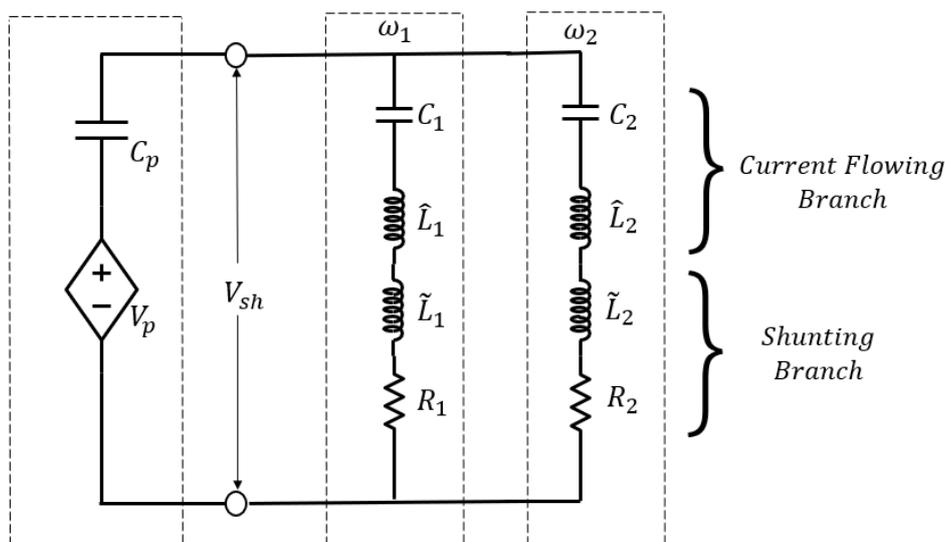
και

$$\mathbf{B}^{sh} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N} \\ \mathbf{M}_u^{-1} \\ \mathbf{0}_{1 \times N} \\ \mathbf{0}_{1 \times N} \end{bmatrix}, \mathbf{w}_{sh} = \{\mathbf{F}_m\} \quad \text{Εξίσωση 121}$$

Η έξοδος μπορεί να οριστεί με τον ίδιο τρόπο όπως η Εξίσωση 112.

#### 4.3. Παθητικός έλεγχος πολλών ιδιομορφών με χρήση κυκλώματος Current Flowing (ροής ρεύματος)

Το κύκλωμα παραδιακλάδωσης “current flowing” (διαρρέοντος ρεύματος) που προτάθηκε από τους Behrens κ.α [109] χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση του ηλεκτρομηχανικού συστήματος πιεζοηλεκτρικού/δοκού για την ταυτόχρονη απόσβεση των δύο συχνοτήτων ταλάντωσης  $\omega_1$  και  $\omega_2$  με ( $\omega_1 < \omega_2$ ) του συστήματος (Εικόνα 4. 1). Ο έλεγχος παραδιακλάδωσης “current flowing” προέκυψε από τροποποίηση της μεθόδου ελέγχου παραδιακλάδωσης “current blocking” (μπλοκαρίσματος ρεύματος) [35], ο οποίος αντί να “μπλοκάρει” (current block) το ρεύμα σε μια συγκεκριμένη συχνότητα συντονισμού  $\omega_i$ , επιτρέπει τη ροή του ρεύματος (current flow) στις υπό μελέτη συχνότητες.



Εικόνα 4. 5 Ένα απλό κύκλωμα παραδιακλάδωσης για τον έλεγχο ροής ρεύματος δύο ιδιομορφών

Το κύκλωμα παραδιακλάδωσης “current flowing” φαίνεται στην Εικόνα 4. 5 Κάθε κλάδος του κυκλώματος  $C_i - \hat{L}_i - \tilde{L}_i - R_i$  παραδιακλάδωσης “current flowing” ρυθμίζεται (κλείνει και διέρχεται από ρεύμα) στη συχνότητα συντονισμού  $\omega_i$  του δομικού συστήματος και είναι ουσιαστικά ανοικτό κύκλωμα (δεν διέρχεται από ρεύμα) σε όλες τις άλλες συχνότητες. Αυτό επιτυγχάνεται με την επιλογή των  $C_i$  και  $\hat{L}_i$  κατά τέτοιο τρόπο ώστε η συχνότητα συντονισμού του “ρέοντος ρεύματος” (current flowing) κλάδου  $C_i - \hat{L}_i$  να είναι στην  $\omega_i$  δηλαδή:

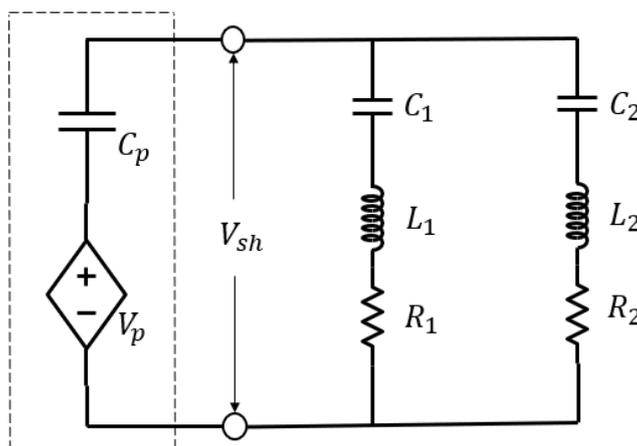
$$\hat{L}_i = \frac{1}{\omega_i^2 C_i} \quad \text{Εξίσωση 122}$$

Επιπλέον, ο κλάδος παραδιακλάδωσης  $\tilde{L}_i - C_p$  συντονίζεται επίσης στο  $\omega_i$  θέτοντας

$$\tilde{L}_i = \frac{1}{\omega_i^2 C_p} \quad \text{Εξίσωση 123}$$

Το κύκλωμα παραδιακλάδωσης που παρουσιάζεται στην Εικόνα 4. 5 μπορεί να αντικατασταθεί από ένα ισοδύναμο ή τροποποιημένο κύκλωμα παραδιακλάδωσης [38] με το συνολικό πηνίο  $L_i$  κάθε κλάδου (Εικόνα 4. 6) να δίνεται από τη σχέση:

$$L_i = \hat{L}_i + \tilde{L}_i = \frac{C_p + C_i}{\omega_i^2 C_i C_p} \quad \text{Εξίσωση 124}$$

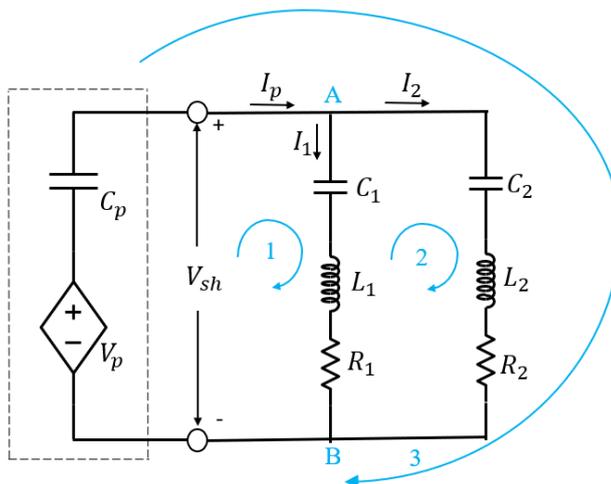


Εικόνα 4. 6 Τροποποιημένο κύκλωμα παραδιακλάδωσης

#### 4.3.1. Μοντέλο χώρου κατάστασης του κυκλώματος Current Flowing

Σε αυτή την ενότητα, παρουσιάζεται το μοντέλο χώρου κατάστασης στην περίπτωση που ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης “current flowing” προστίθεται στο πάνω πιεζοηλεκτρικό επίθεμα του συστήματος πιεζοηλεκτρικό-δοκός. Το κάτω πιεζοηλεκτρικό επίθεμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ενεργοποιητής, οπότε στην περίπτωση αυτή ισχύει η Εξίσωση 103.

Στην Εικόνα 4. 6 παρουσιάζεται το σχέδιο ισοδύναμου κυκλώματος παραδιακλάδωσης που συνδέεται με ένα πιεζοηλεκτρικό στοιχείο, όπου ένας πυκνωτής  $C_p$  σε σειρά με μια πηγή τάσης  $V_p$  που εξαρτάται από την παραμόρφωση αναπαριστά το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο. Για να εξαχθούν οι εξισώσεις του ηλεκτρικού κυκλώματος, χρησιμοποιείται ο ορισμός των κόμβων του κυκλώματός, A και B (Εικόνα 4. 7). Στη συνέχεια, ονομάζονται τα ρεύματα ως  $I_1$  και  $I_2$  σε μια αυθαίρετη κατεύθυνση. Έχουν επιλεγθεί μόνο δύο από τους τρεις βρόχους που φαίνονται (μπλε). Αυτό συμβαίνει επειδή μόνο δύο από τους βρόχους είναι ανεξάρτητοι.



Εικόνα 4. 7 Σχηματική αναπαράσταση κυκλώματος παραδιακλάδωσης με επισημασμένους κόμβους και βρόχους

Στη συνέχεια, γράφεται ο νόμος του Kirchhoff για το ρεύμα και την τάση για να προκύψουν οι σχέσεις:

**Κόμβος Α:**

$$I_p = I_1 + I_2 \quad \text{Εξίσωση 125}$$

**Κόμβος Β:**

$$I_1 + I_2 = I_p \quad \text{Εξίσωση 126}$$

η οποία είναι ακριβώς η ίδια εξίσωση που προέκυψε από τον κόμβο Α παραπάνω.

**Βρόχος 1:**

$$L_1 \frac{dI_1}{dt} + I_1 R_1 + \frac{1}{C_1} \int I_1 dt = -V_{sh} \quad \text{Εξίσωση 127}$$

**Βρόχος 2:**

$$L_2 \frac{dI_2}{dt} + I_2 R_2 + \frac{1}{C_2} \int I_2 dt = -V_{sh} \quad \text{Εξίσωση 128}$$

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η πιεζοηλεκτρική τάση και οι τάσεις παραδιακλάδωσης πρέπει να είναι ίσες ( $v_1 = V_{sh}$ ). Χρησιμοποιώντας τις Εξισώσεις 103, 106, 126, 127 και 128 και τον ορισμό του ηλεκτρικού ρεύματος ως του ρυθμού με τον οποίο ρέει το φορτίο ( $I = \frac{dQ_1}{dt} \equiv \frac{dq}{dt}$ ), μπορούν να γραφούν οι εξισώσεις του συστήματος ως εξής:

$$\ddot{\mathbf{d}} = -\mathbf{M}_u^{-1} \mathbf{C}_d \dot{\mathbf{d}} - \mathbf{M}_u^{-1} \mathbf{K}_o \mathbf{d} - \mathbf{M}_u^{-1} \boldsymbol{\Theta}_1 C_p^{-1} q + \mathbf{M}_u^{-1} \mathbf{F}_m - \mathbf{M}_u^{-1} \boldsymbol{\Theta}_2 v_2 \quad \text{Εξίσωση 129}$$

$$\dot{q} = \dot{q}_1 + \dot{q}_2 \quad \text{Εξίσωση 130}$$

$$\ddot{q}_1 = -\frac{1}{L_1 C_p} \boldsymbol{\theta}_1^T \mathbf{d} - \frac{1}{L_1 C_p} q - \frac{1}{L_1 C_1} q_1 - \frac{R_1}{L_1} \dot{q}_1 \quad \text{Εξίσωση 131}$$

$$\ddot{q}_2 = -\frac{1}{L_2 C_p} \boldsymbol{\theta}_2^T \mathbf{d} - \frac{1}{L_2 C_p} q - \frac{1}{L_2 C_2} q_2 - \frac{R_2}{L_2} \dot{q}_2 \quad \text{Εξίσωση 132}$$

όπου:

$$\mathbf{K}_o = \mathbf{K}_u + \boldsymbol{\theta}_1 C_p^{-1} \boldsymbol{\theta}_1^T$$

Ορίζοντας το διάνυσμα κατάστασης ως  $\mathbf{x}_{sh} = \{\mathbf{d}, \dot{\mathbf{d}}, q, q_1, q_2, \dot{q}, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \}^T$ , οι Εξισώσεις 129 και 132 μπορούν να συνδυαστούν και να γραφούν ως εξής:

$$\dot{\mathbf{x}}_{sh} = \mathbf{A}^{sh} \mathbf{x}_{sh} + \mathbf{B}^{sh} \mathbf{w}_{sh} \quad \text{Εξίσωση 133}$$

όπου  $\mathbf{w}_{sh}$  είναι το διάνυσμα εισόδου και οι πίνακες κατάστασης δίνονται ως εξής:

$$\mathbf{A}^{sh} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N} & \mathbf{I}_{N \times N} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{M}_u^{-1} \mathbf{K}_o & -\mathbf{M}_u^{-1} \mathbf{C}_d & -\mathbf{M}_u^{-1} \boldsymbol{\theta}_1 C_p^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times N} & \mathbf{0}_{1 \times N} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \mathbf{0}_{1 \times N} & \mathbf{0}_{1 \times N} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times N} & \mathbf{0}_{1 \times N} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \mathbf{0}_{1 \times N} & \mathbf{0}_{1 \times N} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{L_1 C_p} \boldsymbol{\theta}_1^T & \mathbf{0}_{1 \times N} & -\frac{1}{L_1 C_p} & -\frac{1}{L_1 C_1} & 0 & 0 & -\frac{R_1}{L_1} & 0 \\ -\frac{1}{L_2 C_p} \boldsymbol{\theta}_1^T & \mathbf{0}_{1 \times N} & -\frac{1}{L_2 C_p} & 0 & -\frac{1}{L_2 C_2} & 0 & 0 & -\frac{R_2}{L_2} \end{bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 134}$$

και

$$\mathbf{B}^{sh} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N} & \mathbf{0}_{N \times 1} \\ \mathbf{M}_u^{-1} & \mathbf{M}_u^{-1} \boldsymbol{\theta}_2 \\ \mathbf{0}_{1 \times N} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{w}_{sh} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_m \\ v_2 \end{Bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 135}$$

Η έξοδος μπορεί να οριστεί ως εξής:

$$\mathbf{y}_{sh} = \mathbf{C}^{sh} \mathbf{x}_{sh} + \mathbf{D}^{sh} \mathbf{w}_{sh} \quad \text{Εξίσωση 136}$$

Σε αυτή την έρευνα, η έξοδος που μας ενδιαφέρει είναι συνήθως η μετατόπιση του άκρου. Οι πίνακες  $\mathbf{C}^{sh}$  και  $\mathbf{D}^{sh}$  που αντιστοιχούν στην έξοδο αυτή γράφονται ως εξής:

$$\mathbf{C}^{sh} = [\mathbf{I}_0 \quad \mathbf{0}_{1 \times N} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0], \quad \mathbf{D}^{sh} = \mathbf{0} \quad \text{Εξίσωση 137}$$

όπου  $\mathbf{I}_0$  είναι ο πίνακας  $1 \times N$  με όλα τα στοιχεία μηδενικά εκτός από το στοιχείο  $N - 1$ .

#### 4.3.2. Αρμονική Απόκριση

Αυτή η ενότητα περιγράφει τον τρόπο μεταφοράς του μοντέλου του χώρου κατάστασης στην αναπαράσταση της συνάρτησης μεταφοράς, η οποία είναι μια πολύ ισχυρή μέθοδος για την εξαγωγή της απόκρισης συχνότητας ενός συστήματος.

Λαμβάνοντας υπόψη τα μοντέλα χώρου καταστάσεων για την απόσβεση μιας ιδιόμορφης Εξίσωση 109, Εξίσωση 112 ή Εξίσωση 119 και για την απόσβεση πολλών ιδιόμορφών Εξίσωση 133 και Εξίσωση 136:

$$\dot{\mathbf{x}}_{sh} = \mathbf{A}^{sh} \mathbf{x}_{sh} + \mathbf{B}^{sh} \mathbf{w}_{sh} \quad \text{Εξίσωση 138}$$

$$\mathbf{y}_{sh} = \mathbf{C}^{sh} \mathbf{x}_{sh} + \mathbf{D}^{sh} \mathbf{w}_{sh} \quad \text{Εξίσωση 139}$$

Λαμβάνοντας τον μετασχηματισμό Laplace των Εξισώσεων 138 και 139 με μηδενικές αρχικές συνθήκες για τη συνάρτηση μεταφοράς, έχουμε:

$$s\mathbf{X}(s) = \mathbf{A}^{sh} \mathbf{X}(s) + \mathbf{B}^{sh} \mathbf{W}(s) \quad \text{Εξίσωση 140}$$

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{C}^{sh} \mathbf{X}(s) + \mathbf{D}^{sh} \mathbf{W}(s) \quad \text{Εξίσωση 141}$$

Η εξίσωση του χώρου καταστάσεων (Εξίσωση 140) μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A}^{sh})\mathbf{X}(s) = \mathbf{B}^{sh} \mathbf{W}(s) \quad \text{Εξίσωση 142}$$

Πολλαπλασιάζοντας και τις δύο πλευρές της (Εξίσωση 142) με  $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$  έχουμε:

$$\mathbf{X}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A}^{sh})^{-1} \mathbf{B}^{sh} \mathbf{W}(s) \quad \text{Εξίσωση 143}$$

Αντικαθιστώντας το  $\mathbf{X}(s)$  στην εξίσωση εξόδου (Εξίσωση 141) προκύπτει η αναπαράσταση της συνάρτησης μεταφοράς του συστήματος:

$$Y(s) = H_{sh}(s)W(s) \quad \text{Εξίσωση 144}$$

όπου η συνάρτηση μεταφοράς  $H(s)$  μεταξύ της εξόδου και της εισόδου του συστήματος δίνεται από τη σχέση:

$$H_{sh}(s) = C^{sh}(sI - A^{sh})^{-1}B^{sh} + D^{sh} \quad \text{Εξίσωση 145}$$

Είναι γνωστό ότι η απόκριση συχνότητας (*frequency response*)  $H_{sh}(j\omega)$  ενός συστήματος είναι μια συνάρτηση που συσχετίζει την απόκριση εξόδου με μια ημιτονοειδή είσοδο σε μια συχνότητα  $\omega$ . Στην πραγματικότητα, η απόκριση συχνότητας ενός συστήματος σε μια συχνότητα  $\omega$  είναι απλώς η συνάρτηση μεταφοράς του που αξιολογείται με την αντικατάσταση  $s = j\omega$ :

$$H_{sh}(j\omega) = C^{sh}(j\omega I - A^{sh})^{-1}B^{sh} + D^{sh} \quad \text{Εξίσωση 146}$$

Να υπενθυμίσουμε ότι τα στοιχεία  $H_{ij}(\omega)$  του πίνακα  $H_{sh}(j\omega)$  παρέχουν την απόκριση συχνότητας του συστήματος του  $i$  β.ε σε μια επιβολή στον  $j$  β.ε., για κάθε συχνότητα  $\omega$ .

Κύριος στόχος αυτής της διατριβής είναι να βρεθούν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος παραδιακλάδωσης για να επιτευχθεί το καλύτερο επίπεδο εξασθένησης για την απόσβεση στη συχνότητα μιας ιδιόμορφης ή πολλών ιδιομορφών ορισμένων κατασκευών (π.χ. δοκών, πλακών) με τη χρήση της τεχνικής βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων. Η βελτιστοποίηση αυτή πραγματοποιείται με την ελαχιστοποίηση του μέγιστου πλάτους της συνάρτησης απόκρισης συχνότητας (Εξίσωση 146) εντός κάποιου εύρους συχνοτήτων.

## 5. Μέθοδοι Βελτιστοποίησης

### 5.1. Γενικά

Αντικείμενο αυτής της ενότητας είναι η περιγραφή και υλοποίηση εξελικτικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Αυτοί οι αλγόριθμοι (ή αλλιώς μέθοδοι) μπορεί να αναφερθούν γενικότερα και ως μέρος των “σύγχρονων” μεθόδων βελτιστοποίησης. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούμε στη συγκεκριμένη μελέτη είναι: γενετικός αλγόριθμος και βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων. Η υλοποίηση των μεθόδων έγινε σε κώδικα με γλώσσα MATLAB.

Ως βελτιστοποίηση ορίζεται η διαδικασία από την οποία προκύπτουν οι καλύτερες δυνατές λύσεις σε ένα συγκεκριμένο πρόβλημα. Το πρόβλημα στο οποίο αναζητούμε την βέλτιστη λύση ονομάζεται πρόβλημα βελτιστοποίησης και εξαρτάται από διάφορες μεταβλητές/παράγοντες κάθε φορά. Σε πολλές περιπτώσεις το πρόβλημα βελτιστοποίησης περιορίζεται από συγκεκριμένες συνθήκες ή περιορισμούς. Στα περισσότερα προβλήματα βελτιστοποίησης ο ζητούμενος στόχος είναι η μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση κάποιου σημαντικού παράγοντα ή μεταβλητής. Παραδείγματος χάριν, μια επιθυμητή μεγιστοποίηση κέρδους, ή μια ελαχιστοποίηση πιθανότητας εμφάνισης επαγγελματικού κίνδυνου κτλ. Η απαίτηση για ελαχιστοποίηση ή μεγιστοποίηση εξαρτάται από τη φύση του κάθε προβλήματος που έχουμε προς επίλυση.

Αντικειμενική συνάρτηση ονομάζουμε τη συνάρτηση που μας περιγράφει το πρόβλημα που έχουμε προς βελτιστοποίηση. Ακρότατα μίας συνάρτησης ονομάζουμε εκείνες τις τιμές που παίρνουν οι μεταβλητές της όταν βρίσκονται σε σημεία που παίρνουν την ελάχιστη ή την μέγιστη τιμή. Μια αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να έχει συνθήκες ή περιορισμούς που την επηρεάζουν και την περιορίζουν όσον αφορά την λύση που αναζητούμε.

Σημαντικές ιδιότητες της αντικειμενικής συνάρτησης:

- Προσθέτοντας μια σταθερά  $c$  στην αντικειμενική συνάρτηση  $f(x)$  δεν θα αλλάξει το αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης.
- Αντίστοιχα το ίδιο θα γίνει αν πολλαπλασιάσω την  $f(x)$  με μια σταθερά  $c$ .
- Αν ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης περιγράφεται από την  $f(x)$ , ισχύει ο εξής: μετασχηματισμός:  $\max(f(x)) = -(\min(-f(x)))$  (όπου οι συντομογραφίες  $\max$  και  $\min$  αναφέρονται σε μεγιστοποίηση και ελαχιστοποίηση)

Ως σύγχρονες μέθοδοι βελτιστοποίησης χαρακτηρίζονται αυτές που δεν ακολουθούν αυστηρά μαθηματικά, ορισμένες μεθοδολογίες και τεχνάσματα, αλλά δανείζονται μηχανισμούς λειτουργίας από άλλες επιστημονικές περιοχές και προσπαθούν με αποδοτικό και δίχως επιτήρηση τρόπο να βρίσκουν λύση σε προβλήματα βελτιστοποίησης. Έχουν αναπτυχθεί για περίπλοκα προβλήματα και χαρακτηρίζονται από την απόδοση τους που τις καθιστά πλέον ως πολύ δημοφιλείς. Αναφορικά κάποιες τεχνολογίες ή τεχνικές που χρησιμοποιούνται στην σύγχρονη βελτιστοποίηση είναι τα νευρωνικά δίκτυα, αλγόριθμοι αποικιών/σμηνών/αγελών, ασαφή σύνολα, προσομοιωμένη απόπτηση κ.α. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στην παρούσα διατριβή έχουν στοχαστικό χαρακτήρα και ανήκουν στην οικογένεια των εξελικτικών αλγορίθμων [114], [115], [116], [117].

## 5.2. Εξελικτικοί Αλγόριθμοι

Η προέλευση των εξελικτικών είναι περισσότερο συνδεδεμένη με την βιολογία, και πιο συγκεκριμένα με τη θεωρία της εξέλιξης των ειδών, παρά με την επιστήμη των υπολογιστών. Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι είναι βασισμένοι σε βιολογικές συμπεριφορές που παρατηρούνται στην φύση. Οι βιολογικές συμπεριφορές χαρακτηρίζονται από συγκεκριμένους μηχανισμούς που ορίζουν την συμπεριφορά και την εξέλιξη ενός πληθυσμού. Το κύριο χαρακτηριστικό τους είναι ότι χρησιμοποιούν μια μεθοδολογία η οποία είναι εύκολη στην κατανόηση και στην εφαρμογή της, είναι ιδιαίτερα ικανοί σε πολλές περιπτώσεις να περιγράψουν με επαρκή τρόπο ένα πρόβλημα και να προσδώσουν στον αλγόριθμο εξαιρετικά καλή απόδοση βελτιστοποίησης.

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι διαχειρίζονται και οργανώνουν πληθυσμούς, οι οποίοι λειτουργούν με μεθευρετικές μεθόδους. Ως πληθυσμό πλέον ορίζουμε αντιπροσωπευτικές οντότητες που αντιπροσωπεύουν άμεσα ή έμμεσα τις μεταβλητές του προβλήματος. Μεθευρετικές είναι ευρετικές μέθοδοι, μέθοδοι αυτοδιδασχής, ανώτερου επιπέδου οι οποίες αποζητούν την καλύτερη δυνατή αυτοδιδασχή για τον πληθυσμό σύμφωνα με τις πληροφορίες που είναι διαθέσιμες. Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι ενεργούν βάσει των φυσικών διαδικασιών, όπως η επιλογή, ο συνδυασμός, η μετάλλαξη, η μετανάστευση και η γειτονικότητα. Ο πληθυσμός επιχειρεί όχι απλά να μάθει και να κάνει με ένα επίπεδο αυτονομίας τα βήματα που οφείλει να κάνει για να εξελίσσεται σύμφωνα με τους μηχανισμούς που πλέον έχουν οριστεί κατά τον προγραμματισμό κι όχι από τη φύση, αλλά και να κινείται προς ένα επιθυμητό στόχο. Υποχρέωση του προγραμματιστή δεν είναι να επιβλέπει τον πληθυσμό σε κάθε του βήμα, αλλά να στήσει και να ορίσει κατάλληλα τον εξελικτικό μηχανισμό. Η μέθοδος αυτή συνοδεύεται και από κατάλληλα κριτήρια που ορίζουν στον αλγόριθμο πότε έχει κάνει αρκετά βήματα ή πότε έχει φτάσει σε μία επιθυμητή κατάσταση, που έχει οριστεί ως αποδεκτή λύση του προβλήματος. Αυτά τα κριτήρια είναι που αναφέρονται ως κριτήρια σύγκλισης. Σχετικά με την βελτιστοποίηση, σκοπός της ανάπτυξης και αξιοποίησης τέτοιων μηχανισμών είναι ο πληθυσμός να καταλήξει σε ένα ακρότατο της αντικειμενικής συνάρτησης βρίσκοντας έτσι επιτυχώς το μέγιστο ή το ελάχιστο της. Οι εξελικτικές μέθοδοι χρειάζονται λίγες υποθέσεις σχετικά με την φύση του προβλήματος, σχεδόν ακολουθώντας την λογική του μαύρου κουτιού και βασίζονται σε μεγάλο βαθμό στην κατασκευή ενός αποδεκτού ευρετικού μονοπατιού. Αυτή η ελαστικότητα τους κάνει αποδοτικούς για μια ευρεία συλλογή προβλημάτων βελτιστοποίησης. Ο πιο αντιπροσωπευτικός εξελικτικός αλγόριθμος είναι ο Γενετικός Αλγόριθμος ο οποίος προσπαθεί να προσομοιώσει τον κύκλο της αναπαραγωγής και εξέλιξης ενός έμβιου πληθυσμού βασισμένος πολύ ισχυρά στην θεωρία του Δαρβίνου. Στη κατηγορία των εξελικτικών αλγόριθμων υπάρχουν και αρκετοί άλλοι αλγόριθμοι οι οποίοι είναι βασισμένοι σε διαφορετικούς βιολογικούς μηχανισμούς. Έτσι, μεταξύ της πληθώρας μεθόδων βελτιστοποίησης και αλγορίθμων, οι γενετικοί αλγόριθμοι καθώς και η μέθοδος βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων επιλέχθηκαν στην παρούσα διατριβή λόγω της απλότητας και της ομαλής συμπεριφοράς τους. Στις επόμενες παραγράφους θα παρουσιαστούν το πως λειτουργούν οι συγκεκριμένοι αλγόριθμοι και σε ποιο βιολογικό μηχανισμό έχουν βασιστεί.

### 5.3. Βελτιστοποίηση με χρήση Γενετικών Αλγόριθμων

#### 5.3.1. Οι γενετικοί αλγόριθμοι γενικά

Ο γενετικός αλγόριθμος είναι μια μέθοδος εμπνευσμένη από τη φύση η οποία βασίζεται στη φυσική διαδικασία εξέλιξης. Δηλαδή, προσομοιώνει τη βιολογική εξέλιξη. Η συγκεκριμένη μέθοδος είναι κατάλληλη τόσο για περιορισμένα όσο και για μη περιορισμένα προβλήματα βελτιστοποίησης. Ο πρώτος γενετικός αλγόριθμος αναπτύχθηκε από τον John H. Holland [118] τη δεκαετία του 1960, για να δώσει τη δυνατότητα στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές να παράγουν λύσεις σε δύσκολα προβλήματα αναζήτησης και συνδυαστικής βελτιστοποίησης, όπως η ελαχιστοποίηση συναρτήσεων και η μηχανική μάθηση [114], [118], [119].

Μερικά από τα πλεονεκτήματα των γενετικών αλγορίθμων είναι:

- Μπορούν να λύσουν εξίσου αποτελεσματικά ένα πρόβλημα που έχει είτε συνεχείς είτε διακριτές μεταβλητές.
- Δεν χρειάζονται πληροφορίες από παραγώγους.
- Μπορούν να κάνουν ταυτόχρονα αναζήτηση σε ένα πολύ μεγάλο μέρος του χώρου λύσεων.
- Μπορούν να λύσουν γρήγορα το πρόβλημα ανεξάρτητα από το μέγεθος του, δηλαδή ανεξάρτητα από το πλήθος των μεταβλητών.
- Μπορούν να εφαρμοστούν σε παράλληλα υπολογιστικά συστήματα.
- Μπορούν εύκολα να ξεφύγουν από τοπικά βέλτιστα.
- Μπορούν να δώσουν παραπάνω από μία τοπικά βέλτιστες λύσεις και όχι μόνο μία λύση.

Η διαφορά μεταξύ των γενετικών αλγορίθμων και άλλων μεθόδων βελτιστοποίησης που βασίζονται στις παραγώγους, είναι ότι δημιουργεί έναν πληθυσμό πιθανών λύσεων (μελών) αντί για μία μεμονωμένη λύση. Έτσι, το βέλτιστο προσεγγίζεται από το καλύτερο μέλος του συνολικού πληθυσμού σε κάθε επανάληψη. Επίσης πρόκειται για μια στοχαστική διαδικασία, γεγονός που σημαίνει ότι παράγεται ένας πληθυσμός λύσεων οι οποίες τροποποιούνται σε κάθε επανάληψη με τυχαίο τρόπο διατηρώντας το μέγεθος του πληθυσμού σταθερό. Ο πληθυσμός ακολουθεί μια εξελικτική πορεία για να προσεγγίσει τη βέλτιστη λύση.

#### 5.3.2. Η διαδικασία της εξέλιξης

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι βασίζονται κυρίως στη μίμηση της διαδικασίας της εξέλιξης, καθώς και στη διαδικασία κληρονομικότητας στους ζώντες οργανισμούς. Έχουν δανειστεί από την ορολογία της βιολογίας για πολλές διαδικασίες τους, οι οποίες είναι παρόμοιες με τις αντίστοιχες βιολογικές [114].

Για παράδειγμα, οι γενετικοί αλγόριθμοι χρησιμοποιούν ορολογία που προέρχεται από το πεδίο της γενετικής. Αναφέρονται σε άτομα ή γονότυπους εντός ενός πληθυσμού.

Οποιοδήποτε άτομο ή γονότυπος αποτελείται από χρωμοσώματα. Στους γενετικούς αλγορίθμους αναφερόμαστε συνήθως σε άτομα με μόνο ένα χρωμόσωμα. Τα χρωμοσώματα, με τη σειρά τους, αποτελούνται από γονίδια που είναι διατεταγμένα σε γραμμική ακολουθία. Κάθε γονίδιο επηρεάζει την κληρονομικότητα ενός ή περισσότερων χαρακτηριστικών. Τα γονίδια που επηρεάζουν συγκεκριμένα χαρακτηριστικά του ατόμου βρίσκονται σε αντίστοιχες ειδικές θέσεις του χρωμοσώματος που ονομάζεται locus. Κάθε διακριτικό γνώρισμα του ατόμου (όπως το χρώμα των μαλλιών, το σχήμα των ματιών, το ύψος κλπ.) μπορούν να εμφανιστούν σε διάφορες μορφές, ανάλογα με το αντίστοιχο γονίδιο επηρεασμού. Αυτές οι εναλλακτικές μορφές, που ένα γονίδιο μπορεί να αποκτήσει, ονομάζονται αλληλόμορφα.

Πολλοί οργανισμοί έχουν περισσότερα από ένα χρωμοσώματα σε κάθε ένα από τα κύτταρα τους. Το συνολικό άθροισμα του γενετικού υλικού, δηλαδή η συνολική ποσότητα των χρωμοσωμάτων, καλείται γονιδίωμα του οργανισμού. Ο όρος γονότυπος αναφέρεται σε ένα συγκεκριμένο σύνολο γονιδίων του γονιδιώματος. Τελικά, μετά την εμβρυϊκή ανάπτυξη του οργανισμού, ο γονότυπος δίνει τη θέση του στον φαινότυπο, δηλαδή, τα φυσικά και διανοητικά χαρακτηριστικά, όπως το χρώμα των ματιών, το ύψος, το μέγεθος του εγκεφάλου, νοημοσύνη κλπ. Επομένως, ο γονότυπος αναφέρεται στη διαδικασία κωδικοποίησης των χαρακτηριστικών, ενώ ο φαινότυπος αναφέρεται στα εγγενή χαρακτηριστικά του οργανισμού. Η φυσική επιλογή επηρεάζει άμεσα τον φαινότυπο, λόγω της αλληλεπίδρασης μεταξύ των εξωτερικών χαρακτηριστικών του οργανισμού και του περιβάλλοντος. Ωστόσο, η επιρροή της φυσικής επιλογής στον γονότυπο, γίνεται έμμεσα μέσω της επιβίωσης των πλέον προσαρμοσμένων ατόμων [114].

Τα χρωμοσώματα, σε αντίθεση με τα γονίδια, δεν είναι μόνιμες δομές. Μπορούν να είναι κατακερματισμένα και τα μέρη τους μπορούν στη συνέχεια να συνδυαστούν με διαφορετικό τρόπο, σχηματίζοντας έτσι νέα σύνολα γονιδίων. Οι βασικές λειτουργίες που λαμβάνουν χώρα σε οργανισμούς είναι η αναπαραγωγή και μετάλλαξη.

Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αναπαραγωγής, δύο μέλη μπορούν να ανταλλάξουν γενετικό υλικό για να δημιουργήσουν απογόνους. Η διαδικασία είναι η εξής: πρώτα, τα χρωμοσώματα χωρίζονται σε διάφορα μέρη. Στη συνέχεια, τα μέρη του ενός χρωμοσώματος συνδυάζονται με τα μέρη του άλλου. Αυτή η διαδικασία ονομάζεται διασταύρωση. Σε κάθε γονέα, τα γονίδια μοιράζονται μεταξύ των ζευγών χρωμοσωμάτων για να σχηματίσουν το γαμέτη (απλοειδές γεννητικό κύτταρο), το οποίο είναι ένα απλό χρωμόσωμα, και στη συνέχεια οι γαμέτες και των δύο γονιών να δημιουργήσουν ένα πλήρες σύνολο χρωμοσωμάτων (χρωμοσώματα σε ζεύγη) στους απογόνους τους. Οι απόγονοι που παράγονται παίρνουν μερικά από τα χαρακτηριστικά τους όχι μόνο από τους γονείς τους, αλλά και από τις προηγούμενες γενεές των προγόνων τους.

Η μετάλλαξη είναι ένα σφάλμα στην αναπαραγωγή του γενετικού υλικού κατά τη διάρκεια της διαδικασίας της Μίτωσης (κυτταρική διαίρεση και πολλαπλασιασμός). Εάν αυτό το σφάλμα λάβει χώρα κατά το στάδιο της αναπαραγωγής, το οποίο ακολουθεί τη διασταύρωση, τότε το τροποποιημένο χρωμόσωμα μπορεί να περάσει στην επόμενη γενιά. Αυτή η διαδικασία παρουσιάζεται πολύ σπάνια και προκαλείται από γενετικούς ή περιβαλλοντικούς παράγοντες.

Το βασικό πεδίο εφαρμογής των γενετικών αλγορίθμων είναι η διατήρηση του πληθυσμού με τη μορφή των κωδικοποιημένων πληροφοριών, μαζί με την εξέλιξη αυτού του πληθυσμού από την πάροδο του χρόνου. Η εξέλιξη των μελών του πληθυσμού βασίζεται στις αρχές της

φυσικής επιλογής (επιβίωση του ικανότερου) και στον ανασυνδυασμό (ανασχηματισμός) του γενετικού υλικού στον πληθυσμό. Ο εξελισσόμενος πληθυσμός κάνει δειγματοληψία στο χώρο εξερεύνησης, συγκεντρώνει πληροφορίες σχετικά με των κάλων και των κακών ποιοτικά λύσεων και διαμορφώνει λύσεις βέλτιστης απόδοσης για κάθε συγκεκριμένο πρόβλημα, ανταλλάσσοντας πληροφορίες.

### 5.3.3. Γενετικοί αλγόριθμοι και βελτιστοποίηση

Πριν από τη βελτιστοποίηση ενός συστήματος, πρέπει να προηγηθεί η μοντελοποίηση του, η οποία είναι μια απλοποιημένη αναπαράσταση του συστήματος. Η χαρτογράφηση εκτελείται με χρήση ενός πεπερασμένου αριθμού παραμέτρων των ανεξάρτητων μεταβλητών σχεδιασμού.

Αυτές οι μεταβλητές θα μπορούσαν να είναι είτε σε δυαδική μορφή (κλασικοί γενετικοί αλγόριθμοι), είτε σε ακέραιο αριθμό ή με μορφή πραγματικού αριθμού (υβριδικοί εξελικτικοί αλγόριθμοι). Όταν είναι σε δυαδική μορφή, κάθε ανεξάρτητη μεταβλητή σχεδιασμού είναι ένα γονίδιο και αποτελείται από ένα δυαδικό ψηφίο (0 ή 1) ή μια σειρά από δυαδικά ψηφία (π.χ. 1101010).

Κάθε σειρά, που αποτελείται από κωδικοποιημένα γονίδια, λέγεται χρωμόσωμα. Όταν οι ανεξάρτητες μεταβλητές σχεδιασμού παίρνουν συγκεκριμένες τιμές στο χρωμόσωμα, τότε έχουμε μια υποψήφια λύση. Η κωδικοποίηση ενός συγκεκριμένου συστήματος με τη μορφή ενός χρωμοσώματος είναι ο γονότυπος, ενώ το σύστημα που παράγεται εάν αυτός ο γονότυπος εφαρμόζεται στο μοντέλο του συστήματος είναι ο φαινότυπος, ο οποίος είναι αυτός που τελικά αξιολογείται.

Η τιμή της συνάρτησης κόστους, η οποία ελέγχει πόσο ισχυρό είναι ένα χρωμόσωμα, εξαρτάται από την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για το δεδομένο χρωμόσωμα. Τα ισχυρότερα χρωμοσώματα επιλέγονται και συνδυάζονται με άλλα δυνατά χρωμοσώματα για να δημιουργηθούν οι απόγονοι, ενώ τα υπόλοιπα αφαιρούνται σταδιακά από τον πληθυσμό. Η βελτιστοποίηση της συνάρτησης κόστους αντιστοιχεί στην προσαρμογή κάθε ατόμου στο περιβάλλον κατά τη διάρκεια της διαδικασίας φυσικής επιλογής.

Η διασταύρωση υλοποιείται με την ανταλλαγή γενετικού υλικού μεταξύ δύο απλοειδών γονέων, δηλαδή μεταξύ των χρωμοσωμάτων δύο λύσεων της ίδιας γενιάς. Στην απλούστερη μορφή του, τα δύο χρωμοσώματα κόβονται στο ίδιο τυχαίο σημείο και το πρώτο μέρος του πρώτου χρωμοσώματος συνδέεται με το δεύτερο μέρος του δεύτερου και αντίστροφα, οδηγώντας έτσι σε δύο νέες λύσεις (δύο απογόνους). Η μετάλλαξη πραγματοποιείται με την αλλαγή της τιμής ενός γονιδίου σε μια τυχαία επιλεγμένη θέση του χρωμοσώματος.

Η νέα τιμή λαμβάνεται από τα αλληλόμορφα (τις διαφορετικές τιμές που μπορεί να πάρει ένα γονίδιο) αυτού του συγκεκριμένου γονιδίου. Επομένως, εάν η κωδικοποίηση γίνεται με δυαδικούς αριθμούς, τότε εάν η τιμή του επιλεγμένου στοιχείου είναι 0 μετατρέπεται σε 1, ενώ αν έχει τιμή 1 μετατρέπεται σε 0.

Οι τελεστές της μετάλλαξης και της διασταύρωσης διερευνούν το χώρο των λύσεων, ενώ ο τελεστής της επιλογής εκμεταλλεύεται τις πληροφορίες που υπάρχουν στον πληθυσμό ενεργοποιώντας την εξερεύνηση σε περιοχές με μεγαλύτερες δυνατότητες, βάσει της αντικειμενικής συνάρτησης. Οι δύο πρώτοι τείνουν να αυξάνουν τη διαφοροποίηση μεταξύ των ατόμων εντός των πληθυσμών, ενώ ο τελεστής της επιλογής τείνει να τη μειώσει,

οδηγώντας σε μεγαλύτερη ομοιομορφία των ατόμων με υψηλή τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Μια ρύθμιση ισορροπίας μεταξύ των δύο αντικρουόμενων λειτουργιών (εξερεύνηση - εκμετάλλευση) γίνεται από τον μηχανισμό επιλογής. Ο όρος που εκφράζει την επικράτηση της εκμετάλλευσης σε βάρος της εξερεύνησης είναι γνωστός ως "πίεση επιλογής". Η αύξηση της πίεσης αυτής που επιτυγχάνεται με την αλλαγή μιας μεταβλητής  $q$ , οδηγεί στην αύξηση της ταχύτητας σύγκλισης του αλγορίθμου, αν και μερικές φορές αυξάνει επίσης την πιθανότητα παγίδευσης σε ένα τοπικό βέλτιστο [115].

Η διαδικασία βελτιστοποίησης έχει ως εξής: Αρχικά, δημιουργείται ένας τυχαία παραγόμενος αριθμός κωδικοποιημένων λύσεων  $P$ , (συνήθως δυαδικής μορφής), που αντιπροσωπεύουν τα φυσικά χρωμοσώματα. Η έννοια του πληθυσμού δίνει στους γενετικούς αλγόριθμους μοναδικά χαρακτηριστικά, όπως την ικανότητα χρήσης ενός μεγάλου αριθμού υποψήφια λύσεων, ταυτόχρονα.

Μετά τη δημιουργία του αρχικού πληθυσμού, κάθε μέλος του πληθυσμού αποκωδικοποιείται σε μια υποψήφια λύση του προβλήματος, η οποία λαμβάνει μια τιμή, μέσω μιας ποιοτικής συνάρτησης που δίνει ένα μέτρο της ποιότητας κάθε λύσης. Έπειτα, ζευγάρια μελών του πληθυσμού επιλέγονται για να αναπαραχθούν και να σχηματίσουν απογόνους (νέες λύσεις). Η επιλογή των ζευγών είναι πιθανολογική, έτσι ώστε η πιθανότητα κάθε λύση είναι ανάλογη της "καταλληλότητας" της. Αυτό διασφαλίζει ότι πολλές φορές θα επιλεγούν λύσεις υψηλής ποιότητας και θα γίνουν οι «γονείς» για πολλές νέες λύσεις, ενώ οι λύσεις χαμηλής ποιότητας θα συμβάλουν λιγότερο στον νέο πληθυσμό, δεδομένου ότι η πιθανότητα να μην επιλεγεί για αναπαραγωγή είναι υψηλότερη [118]. Οι δημοφιλείς μέθοδοι επιλογής περιλαμβάνουν, μεταξύ άλλων, την επιλογή από μια ομάδα λύσεων, την επιλογή της ρουλέτας, την επιλογή αποκοπής κλπ. Στην πράξη, η επιλογή από μια ομάδα λύσεων χρησιμοποιείται συχνότερα, λόγω του γεγονότος ότι είναι γρήγορη και εύκολη στην εφαρμογή, έχει μια σταθερή πίεση επιλογής και παρουσιάζει λιγότερο στοχαστικό θόρυβο από άλλες μεθόδους [120]. Στη μέθοδο αυτή, για να επιλεγεί ένα νέο μέλος του ενδιαμέσου πληθυσμού, απαιτούνται  $q$  μέλη ( $q \geq 1$ ) του πληθυσμού, με ομοιόμορφη πιθανότητα. Συνήθως επιλέγεται  $q = 2$  ή  $q = 3$ . Από τα μέλη αυτά τα καλύτερα επιλέγονται για τον ενδιαμέσο πληθυσμό. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να συμπληρωθεί ο αριθμός των ατόμων του ενδιαμέσου πληθυσμού.

Όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω, όταν επιλέγονται οι δύο λύσεις (γονείς), συνδυάζονται χρησιμοποιώντας τους τελεστές της διασταύρωσης και της μετάλλαξης και προκύπτει μια νέα λύση-απόγονος. Ο τελεστής της διασταύρωσης, αν και είναι ο βασικός μηχανισμός για εξερεύνηση νέων λύσεων, στην πραγματικότητα δεν είναι σε θέση να παράγει πληροφορίες που δεν υπάρχουν ήδη στον πληθυσμό. Αυτή η αδυναμία καλύπτεται από τον τελεστή της μετάλλαξης. Η μετάλλαξη επιτυγχάνεται μεταβάλλοντας τυχαία την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης των νέων απογόνων. Γενικά, η μετάλλαξη θεωρείται ως ένας περιορισμένης εφαρμογής, αλλά χρήσιμος τελεστής, ο οποίος δίνει μια μη μηδενική πιθανότητα για τον έλεγχο και την αξιολόγηση κάθε πιθανής λύσης. Οι δύο πιο γνωστοί τύποι μετάλλαξης είναι η τυχαία ομοιόμορφη μετάλλαξη και η τυχαία μη ομοιόμορφη μετάλλαξη.

Όταν παράγονται νέες λύσεις, αυτές θεωρούνται ως η νέα γενιά και αντικαθιστούν εντελώς τους «γονείς» τους για να συνεχιστεί η ανάπτυξη. Απαιτούνται πολλές γενιές μέχρι ο πληθυσμός να συγκλίνει στη βέλτιστη λύση ή κοντά στο βέλτιστο. Ο αριθμός των απαιτούμενων γενεών αυξάνεται ανάλογα με τη δυσκολία του προβλήματος βελτιστοποίησης.

### 5.3.4. Υλοποίηση ενός γενετικού αλγορίθμου

Τα γενικά βήματα ενός γενετικού αλγορίθμου δίνονται παρακάτω:

#### **Βήμα 1: Χρόνος $t = 0$**

Αρχικοποίηση του πληθυσμού των  $P$  λύσεων ( $t = 0$ )

Αξιολόγηση του πληθυσμού των λύσεων

#### **Βήμα 2: Χρόνος $t = t+1$**

Επιλογή νέου πληθυσμού λύσεων  $P(t + 1)$  από το παλιό  $P(t)$

Εφαρμογή των χειριστών στον νέο πληθυσμό

Αξιολόγηση του νέου πληθυσμού

**Επιστροφή** στο Βήμα 2

Το βήμα 2 επαναλαμβάνεται μέχρι να επιτευχθεί το κριτήριο τερματισμού, όπου ο αλγόριθμος παρέχει τη βέλτιστη λύση που ικανοποιεί όλους τους σχετικούς περιορισμούς.

Οι παράμετροι ελέγχου ενός γενετικού αλγορίθμου είναι οι ακόλουθες:

- Αριθμός μεταβλητών
- Αριθμός χρωμοσωμάτων
- Αριθμός γενεών
- Πιθανότητα διασταύρωσης
- Πιθανότητα μετάλλαξης
- Τελεστής επιλογής

Οι τιμές των παραμέτρων ελέγχου θα πρέπει να επιλέγονται προσεκτικά, καθώς παίζουν σημαντικό ρόλο στην απόδοση του αλγορίθμου. Ένας τρόπος για να βρούμε τις κατάλληλες τιμές για κάθε πρόβλημα είναι χρησιμοποιώντας τη μέθοδο δοκιμής και σφάλματος.

Γενικά, για να επιλέξουμε τις τιμές αυτών των παραμέτρων πρέπει να έχουμε υπόψη ότι:

Όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των χρωμοσωμάτων, δηλαδή το μέγεθος του πληθυσμού, τόσο μεγαλύτερο το μέγεθος των μεταβολών που εμφανίζονται στον αρχικό πληθυσμό γεγονός που αυξάνει το υπολογιστικό κόστος. Σε σύνθετα προβλήματα βελτιστοποίησης, απαιτείται μεγαλύτερο μέγεθος πληθυσμού. Το εύρος που προτείνεται στη βιβλιογραφία είναι μεταξύ 25 και 200 χρωμοσωμάτων.

Ο αριθμός των γενεών είναι το κριτήριο τερματισμού του γενετικού αλγορίθμου και εξαρτάται από τη σύγκλιση του. Η τιμή αυτής της παραμέτρου κυμαίνεται συνήθως από 5 έως 100 γενεές, ανάλογα με το πρόβλημα.

Η πιθανότητα διασταύρωσης αναφέρεται στη διεργασία διασταύρωσης ως εξής: μόλις επιλεγούν τα δύο χρωμοσώματα που θα διασταυρωθούν, επιλέγεται ένας τυχαίος αριθμός από το εύρος  $[0-1]$ . Εάν ο αριθμός αυτός είναι μικρότερος από την πιθανότητα crossover (PCROSSOVER) τότε γίνεται crossover. Συνήθως η πιθανότητα επιλέγεται στην περιοχή από 0,5 έως 1.

Η πιθανότητα μετάλλαξης καθορίζει την πιθανότητα ότι ένα γονίδιο ενός χρωμοσώματος πρέπει να αλλάξει από 0 σε 1 ή το αντίστροφο. Η μετάλλαξη αποκαθιστά μέρος της ποικιλίας του γενετικού υλικού που καταστράφηκε από τις διαδικασίες επιλογής και τη διασταύρωση. Ενώ η επιλογή και η διασταύρωση τείνουν να ομογενοποιήσουν τον πληθυσμό με βάση την αρχή της επιβίωσης των ισχυρότερων, η μετάλλαξη αποκαθιστά ορισμένα από τα γονίδια που έχουν εξαλειφθεί στη διαδικασία και μπορεί να είναι απαραίτητα για να αποφευχθεί η παγίδευση σε τοπικές λύσεις. Στην πράξη, έχει βρεθεί ότι η πιθανότητα μετάλλαξης τυπικά κυμαίνεται από 0,001 έως 0,15.

Όπως προαναφέρθηκε, ο χειριστής επιλογής ( $q$ ) είναι η παράμετρος που προσαρμόζει την "πίεση επιλογής", η οποία αντικατοπτρίζει την υπεροχή της εκμετάλλευσης σε βάρος της εξερεύνησης. Θα πρέπει να επιλεγεί προσεκτικά προκειμένου να αποφευχθούν τοπικά βέλτιστα.

Η απόδοση ενός γενετικού αλγορίθμου μπορεί να βελτιωθεί με διάφορους τρόπους εάν τα αποτελέσματα στο αρχικό στάδιο δεν είναι ικανοποιητικά. Ένας τρόπος είναι η μεταβολή των τιμών των παραμέτρων που αναφέρονται παραπάνω. Η μέθοδος δοκιμής και σφάλματος μπορεί να είναι χρονοβόρα, ωστόσο έχει την ικανότητα να αυξάνει την απόδοση του αλγορίθμου. Αν η αλλαγή των παραμέτρων δεν έχει αποτέλεσμα, ίσως χρειαστεί να αλλάξει η κωδικοποίηση. Σε ορισμένες εφαρμογές απαιτείται δυαδική (διακριτή) κωδικοποίηση, ενώ σε άλλα προβλήματα η πραγματική (συνεχής) κωδικοποίηση παρέχει καλύτερα αποτελέσματα.

### 5.3.5. Γενετικοί αλγόριθμοι με περιορισμούς

Τα προβλήματα βελτιστοποίησης μπορούν να διακριθούν, σύμφωνα με διάφορα κριτήρια, σε διαφορετικές κατηγορίες, όπως για παράδειγμα: προβλήματα με ή χωρίς περιορισμούς, στατικά ή δυναμικά προβλήματα βελτιστοποίησης, βέλτιστα ή μη βέλτιστα προβλήματα ελέγχου και ούτω καθεξής.

Γενικά, ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης βασίζεται στο εύρημα ενός φορέα που ελαχιστοποιεί ή μεγιστοποιεί ανάλογα την αντικειμενική συνάρτηση  $f(x)$  του προβλήματος. Επιπλέον, σε περίπτωση προβλήματος με περιορισμούς, θα πρέπει επίσης να ικανοποιεί τους περιορισμούς του προβλήματος.

$$\min_x f(x) \text{ ή } \max_x f(x)$$

όπου  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$  είναι οι μεταβλητές σχεδίασης.

υπό τους περιορισμούς:

$$g_i(x) \leq 0, \text{ όπου } i = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$i_j(x) = 0, \text{ όπου } j = 1, 2, 3, \dots, p$$

Το διάνυσμα  $x$  αντιπροσωπεύει τις μεταβλητές απόφασης, η συνάρτηση  $f(x)$  την αντικειμενική συνάρτηση, η συνάρτηση  $g_i(x)$  τους περιορισμούς ανισότητας και οι συναρτήσεις  $i_j(x)$  τους περιορισμούς ισότητας.

### 5.3.6. Συναρτήσεις Ποινής

Στη γενική περίπτωση του μη-κυρτού χώρου λύσης με μη γραμμικούς περιορισμούς, οι περισσότερες προτεινόμενες μέθοδοι για εξελικτικούς αλγόριθμους βασίζονται στην αρχή των συναρτήσεων ποινής. Μια μέθοδος ποινής μπορεί να μετατρέψει ένα πρόβλημα με περιορισμούς σε ένα πρόβλημα χωρίς περιορισμούς με δύο τρόπους. Η πρώτη χρησιμοποιεί τη συγκεντρωτική μορφή:

$$eval(x) = \begin{cases} f(x), & \text{if } x \text{ is feasible} \\ f(x) + penalty(x), & \text{otherwise} \end{cases}$$

όπου η συνάρτηση  $penalty(x)$  αντιπροσωπεύει τη συνάρτηση ποινής και η  $f(x)$  την εφικτή λύση στο χώρο. Εάν δεν υπάρχουν παραβιάσεις η συνάρτηση ποινής θα είναι μηδενική, διαφορετικά το αποτέλεσμα θα έχει θετική τιμή. Η συνάρτηση  $eval(x)$  είναι η κύρια αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος.

Ο δεύτερος τρόπος χρησιμοποιεί τη μορφή γινόμενου:

$$eval(x) = \begin{cases} f(x), & \text{if } x \text{ is feasible} \\ f(x) \cdot penalty(x), & \text{otherwise} \end{cases}$$

Στις περισσότερες μεθόδους, χρησιμοποιούνται πολλές συναρτήσεις ποινής, μία για κάθε περιορισμό του προβλήματος. Κάθε συνάρτηση μετράει το βαθμό μη ικανοποίησης του περιορισμού και προσθέτει κάποιο ποσό στην αντικειμενική συνάρτηση (ποινή). Εάν δεν υπάρχουν παραβιάσεις, η ποινή θα είναι μοναδιαία, διαφορετικά θα είναι μεγαλύτερη από ένα.

## 5.4. Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων

### 5.4.1. Ο αλγόριθμος σμήνους σωματιδίων γενικά

Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (PSO) είναι ένας πολύ δημοφιλής αλγόριθμος ο οποίος έχει εισαχθεί από τους Kennedy και Eberhart [121]. Χαρακτηρίζεται ως εξελικτικός μεθευρετικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης, βασίζεται στη μίμηση και την προσομοίωση των κοινωνικών χαρακτηριστικών μιας ομάδας ατόμων. Η δημιουργία του αλγορίθμου προήλθε από τον τρόπο που κινούνται τα σμήνη των πουλιών στον αέρα, ή τα κοπάδια των ψαριών στη θάλασσα. Η ιδέα ήταν να προσομοιωθεί γραφικά η κίνηση που κάνει ένα σμήνος από πουλιά, να βρεθούν και να αναλυθούν οι κανόνες που οδηγούν τα πουλιά να κινούνται ως ένα σμήνος και πως ξαφνικά αλλάζουν κατεύθυνση χωρίς να καταστρέφεται ο σχηματισμός που είχαν αρχικά. Είναι μια εντελώς στοχαστική τεχνική που προσομοιώνει την κίνηση των σωματιδίων (την κίνηση που πετάει ένα σμήνος πουλιών, ένα σμήνος εντόμων κλπ) προς την αναζήτηση τροφής. Με παρόμοιο τρόπο, το "κοπάδι" ή "σμήνος" πιθανών λύσεων "πηγαίνουν ή πετούν" προς την βέλτιστη λύση. Οι αλλαγές ενός σωματιδίου μέσα στο σμήνος επηρεάζονται από την εμπειρία και τις γνώσεις των γειτονικών του σωματιδίων.

Η βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων χρησιμοποιείται ευρέως σε διάφορες εφαρμογές διάφορων επιστημονικών τομέων, καθώς θεωρείται ένας από τους πιο ελπιδοφόρους αλγόριθμους που εμπνέονται από την φύση. Σε σύγκριση με τους γενετικούς αλγορίθμους ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων έχει μερικά ενδιαφέροντα

χαρακτηριστικά. Αρχικά έχει μνήμη πράγμα που σημαίνει ότι η γνώση από προηγούμενες καλές λύσεις κληρονομείται στις επόμενες γενιές και δεν χάνεται από επανάληψη σε επανάληψη όπως συμβαίνει στους γενετικούς αλγόριθμους [122]. Επίσης παρατηρείται μια πολύ μεγάλη αλληλεπίδραση ανάμεσα στα σωματίδια του σμήνους αφού τα μέλη της ομάδας συνεργάζονται μεταξύ τους στην κατασκευή των λύσεων. Έχει επίσης το πλεονέκτημα ότι είναι πολύ απλός και εύκολος στην εφαρμογή και παρουσιάζει σημαντική προσαρμοστικότητα σε πολλά και διαφορετικά προβλήματα, ειδικά σε εκείνα που χρησιμοποιούν συνεχείς τιμές. Η μέθοδος μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για τη βελτιστοποίηση των χαρακτηριστικών των ασαφών ελεγκτών [123], [124], [125], [126]. Μια εκτενή βιβλιογραφική ανασκόπηση της μεθόδου βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων [127], [128].

#### 5.4.2. Περιγραφή του αλγορίθμου

Ομοίως με τους γενετικούς αλγόριθμους, αρχικά δημιουργείται ένας πληθυσμός σωματιδίων (πιθανών λύσεων), τις περισσότερες φορές τυχαία. Η βασική αναλογία του αλγορίθμου βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων με ένα γενετικό αλγόριθμο είναι ότι το σμήνος αντιστοιχεί στον πληθυσμό για τους γενετικούς αλγόριθμους και το σωματίδιο αντιστοιχεί σε ένα άτομο του πληθυσμού στους γενετικούς αλγόριθμους. Κάθε σωματίδιο έχει μια συγκεκριμένη θέση  $x_{ij}$  στο χώρο των λύσεων και κινείται με συγκεκριμένη ταχύτητα  $u_{ij}$ , όπου  $i = 1, 2, 3, \dots, m$  και  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ . Να σημειωθεί ότι  $m$  είναι το μέγεθος του πληθυσμού και  $n$  είναι ο αριθμός των επαναλήψεων.

Η θέση των σωματιδίων στο χώρο των λύσεων δίνεται ως εξής:

$$x_{ij}(t + 1) = x_{ij}(t) + u_{ij}(t + 1)$$

Η ταχύτητα δηλώνει τη μεταβολή της θέσης σε κάθε επανάληψη και δίνεται από:

$$u_{ij}(t + 1) = u_{ij}(t) + c_1 r_1 (p_{best\ ij} - x_{ij}(t)) + c_2 r_2 (g_{best\ j} - x_{ij}(t))$$

όπου  $c_1 = c_2 = 2$  είναι σταθερές επιτάχυνσης που μπορούν να ελέγξουν την εξερεύνηση, δηλαδή υποδεικνύουν πόσο μακριά μπορεί να κινηθεί ένα σωματίδιο,  $r_1$  και  $r_2$  είναι τυχαίες τιμές στο διάστημα  $[0, 1]$ ,  $p_{best\ ij}$  είναι η βέλτιστη θέση ενός μοναδικού σωματιδίου, που έχει βρεθεί κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων και  $g_{best\ j}$  είναι το βέλτιστο σωματίδιο ολόκληρου του σμήνους σε κάθε επανάληψη. Το κάθε σωματίδιο έχει τρεις δυνατότητες αναπροσαρμογής της τροχιάς του κατά τη διάρκεια της κίνησής του. Η πρώτη είναι να ακολουθήσει μια δική του διαδρομή, η δεύτερη να κινηθεί προς τη βέλτιστη θέση που είχε κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων ( $p_{bestij}$ ), και η τρίτη είναι να κινηθεί προς τη θέση που έχει το βέλτιστο σωματίδιο στον πληθυσμό ( $g_{bestj}$ ).

Στην περίπτωση προβλημάτων ελαχιστοποίησης, το προσωπικό βέλτιστο κάθε σωματιδίου σε κάθε επανάληψη δίνεται ως εξής:

$$p_{bestij} = \begin{cases} x_{ij}(t + 1), & \text{εάν } f(x_{ij}(t + 1)) < f(x_{ij}(t)) \\ p_{bestij}, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Αντίστοιχα, το βέλτιστο σωματίδιο στον πληθυσμό σε κάθε επανάληψη θα πρέπει να είναι:

$$g_{best\ j} = \min\{f(p_{best1j}), f(p_{best2j}), \dots, f(p_{bestnj})\}$$

όπου  $n$  είναι ο αριθμός των επαναλήψεων.

Η βέλτιστη λύση προκύπτει από την επαναληπτική διαδικασία και επιστρέφεται μετά την ολοκλήρωση του συνολικού αριθμού επαναλήψεων.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ένας γενικός αλγόριθμος με μορφή ψευδοκώδικα της μεθόδου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων.

#### **Αρχικοποίηση**

Επιλογή του αριθμού των σμήνων

Επιλογή του αριθμού των σωματιδίων σε κάθε σμήνος

Αρχικοποίηση της θέσης και της ταχύτητας κάθε σωματιδίου

Υπολογισμός του αρχικού κόστους του κάθε σωματιδίου

**Εύρεση** Βέλτιστου σωματιδίου ολόκληρου του σμήνους

**Εύρεση** Βέλτιστης λύσης κάθε σωματιδίου

*Κύρια Φάση*

**Do until** δεν έχει φθάσει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων

Υπολογισμός της ταχύτητας του κάθε σωματιδίου

Υπολογισμός της νέας θέσης του κάθε σωματιδίου

Υπολογισμός της νέας συνάρτησης ποιότητας του κάθε σωματιδίου

Ενημέρωση της βέλτιστης λύσης του κάθε σωματιδίου

Εύρεση του βέλτιστου σωματιδίου ολόκληρου του σμήνους

**Enddo**

**Επιστροφή** βέλτιστου σωματιδίου (βέλτιστης λύσης)

#### **5.4.3. Παραλλαγές της μεθόδου σμήνους σωματιδίων**

Προκειμένου να αυξηθεί η αποδοτικότητα του αλγόριθμου, προτάθηκαν διάφορες παραλλαγές της αρχικής μεθόδου. Για παράδειγμα μια μέθοδος που εισάγει ένα βάρος αδράνειας, εισήχθη από τους Shi και Eberhart [129]. Σε αυτόν τον αλγόριθμο η ταχύτητα σε κάθε επανάληψη υπολογίζεται από:

$$u_{ij}(t+1) = w u_{ij}(t) + c_1 r_1 (p_{bestij} - x_{ij}(t)) + c_2 r_2 (g_{bestj} - x_{ij}(t))$$

Το βάρος αδράνειας  $w$  δίνεται από:

$$w = w_{max} - \frac{w_{max} - w_{min}}{\max\_iteration} t$$

όπου συνήθως  $w_{max} = 0.99$ ,  $w_{min} = 0.01$  έχουν επιλεγεί από τη βιβλιογραφία.

Είναι αξιοσημείωτο ότι η επιλογή του βάρους αδράνειας είναι πολύ σημαντική, καθώς επηρεάζει τη σύγκλιση του αλγορίθμου.

Σύμφωνα με τους Perez και Behdian [130] προκύπτουν οι υπόλοιπες παράμετροι της μεθόδου ως εξής:

$$c_1 r_1 + c_2 r_2 > 0$$

$$\frac{(c_1 r_1 + c_2 r_2)}{2} - w < 1$$

$$W < 1$$

Μια άλλη επιτυχημένη παραλλαγή εισήχθη από τους Clerc και Kennedy [131]. Στην περίπτωση αυτή εισάγεται ένας συντελεστής συστολής (περιορισμού)  $\chi$  προκειμένου να περιοριστεί η ταχύτητα των σωματιδίων έτσι ώστε να βελτιωθεί η σύγκλιση του αλγορίθμου. Σε αυτή την περίπτωση η ταχύτητα των σωματιδίων του σμήνους δίνεται από:

$$u_{ij}(t + 1) = \chi (u_{ij}(t) + c_1 r_1 (p_{best\ ij} - x_{ij}(t)) + c_2 r_2 (g_{best\ j} - x_{ij}(t)))$$

Ο συντελεστής συστολής  $\chi$  δίνεται ως:

$$\chi = \frac{2}{|2 - c - \sqrt{c^2 - 4c}|}$$

όπου η σταθερά  $c$  δίνεται ως:

$$c = c_1 + c_2, c > 4$$

Στην περίπτωση PSO συστολής, οι τιμές αυτών των σταθερών προτείνεται από τη βιβλιογραφία να επιλέγονται ως:  $c_1 = c_2 = 2.05$ .

## 6. Βελτιστοποίηση παραμέτρων παθητικού ελέγχου μιας ιδιομορφής σε δοκό πρόβολο

### 6.1. Περιγραφή Μοντέλου

Τα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα συντονισμού έχουν την ικανότητα να καταστείλουν τις δονήσεις των έξυπνων δομών στις οποίες είναι τοποθετημένα πιεζοηλεκτρικά υλικά. Ωστόσο, οι παράμετροι αυτών των κυκλωμάτων, δηλαδή οι τιμές της αυτεπαγωγής και της αντίστασης, πρέπει να ρυθμίζονται κατάλληλα. Προς αυτή την κατεύθυνση, στην παρούσα έρευνα χρησιμοποιήθηκαν εξελικτικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης, όπως οι γενετικοί αλγόριθμοι (GA) και ο αλγόριθμος σμήνος σωματιδίων (PSO). Το υπό εξέταση σύστημα αποτελείται από μια έξυπνη σύνθετη δοκό με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα και ένα κύκλωμα συντονισμού παραδιακλάδωσης. Για τη συγκεκριμένη περίπτωση χρησιμοποιήθηκαν τόσο η μέθοδος βελτιστοποίησης PSO όσο και η μέθοδος βελτιστοποίησης GA για την βελτιστοποίηση της απόδοσης του παραδιακλαδωμένου αποσβεστήρα.

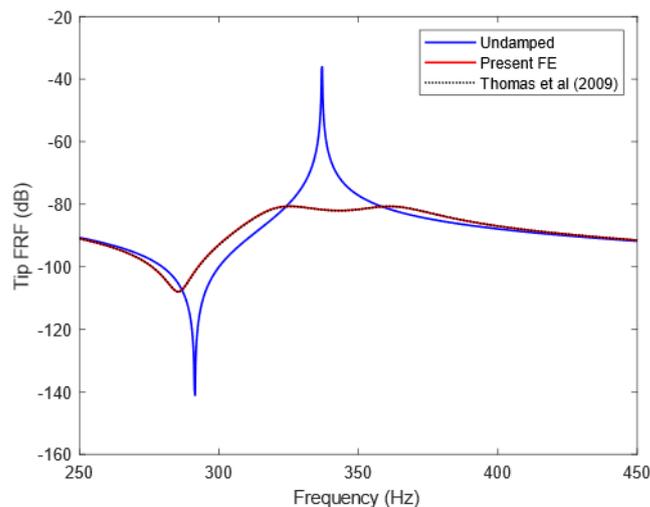
### 6.2. Παθητικός έλεγχος ταλαντώσεων δοκού -Πιστοποίηση κώδικα

Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκε επαληθεύτηκε στην παρούσα διατριβή με τα αποτελέσματα των Thomas κ.α. [1]. Για λόγους σύγκρισης, προστίθεται μια συγκεντρωμένη μάζα 4.2g στην άκρη της δοκού, ώστε να μοντελοποιηθεί η ανέπαφη ηλεκτρομηχανολογική διέγερση της κατασκευής με το σύστημα μαγνήτη- πηνίο. Πραγματοποιείται δυναμική ανάλυση της δοκού και οι τρεις πρώτες ιδιομορφές παρατίθενται στον Πίνακας 6. 1 για σύγκριση με τα αντίστοιχα πειραματικά δημοσιευμένα αποτελέσματα. Όπως προκύπτει, επιτυγχάνεται εξαιρετική συμφωνία των υπολογισμών πεπερασμένων στοιχείων και των πειραμάτων αποτελεσμάτων που προέκυψαν στο [1].

Modes	Συχνότητα βραχυκυκλώματος (Hz)			Συχνότητα ανοιχτού κυκλώματος (Hz)		
	FE.	Exp	Present FE	FE.	Exp.	Present FE
1	48.96	51.64	48.96	49.42	52.17	49.2
2	337.1	337.0	336.9	340.7	340.2	338.68
3	951.8	936.3	950.23	960.6	940.0	954.64

Πίνακας 6. 1 Οι τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες (Hz) της πιεζοηλεκτρικής σύνθετης δοκού

Στη συνέχεια μελετάται η επίδραση ενός κυκλώματος παραδιακλάδωσης R-L συνδεδεμένου σε σειρά με το άνω και το κάτω πιεζοηλεκτρικό επίθεμα, όπως αυτό που παρουσιάζεται στο [1]. Χρησιμοποιώντας τις τιμές  $R=7900\Omega$  και  $L=21.8H$ , η συνάρτηση απόκρισης FRF στο άκρο της δοκού, από την παρούσα διατύπωση πεπερασμένων στοιχείων καθώς και από τη διατύπωση του [1] παρουσιάζεται στην Εικόνα 6. 1. Και πάλι, επιτυγχάνεται εξαιρετική συμφωνία μεταξύ των δύο διατυπώσεων.



Εικόνα 6. 1 FRF στην άκρη της δοκού με παραδιακλάδωση RL συντονισμένη στη 2η ιδιοσυχνότητα: Απόκριση χωρίς απόσβεση (μπλε ---), απόσβεση -παρούσα FE (κόκκινο), απόσβεση -FE των Thomas κ.α. (μαύρο)

### 6.3. Βέλτιστος σχεδιασμός κυκλωμάτων συντονισμού παραδιακλάδωσης με χρήση εξελικτικών αλγορίθμων

#### 6.3.1. Διατύπωση προβλήματος βελτιστοποίησης

Δύο μέθοδοι βελτιστοποίησης, μία βασισμένη στον αλγόριθμο σμήνους σωματιδίων και η άλλη σε γενετικούς αλγόριθμους, χρησιμοποιούνται στην παρούσα έρευνα προκειμένου να βρεθούν οι βέλτιστες τιμές της αντίστασης  $R$  και της αυτεπαγωγής  $L$  ως μεταβλητές σχεδιασμού του παραδιακλαδωμένου συστήματος συντονισμού. Είναι γνωστό ότι τα μη περιορισμένα προβλήματα και η ελλιπής γνώση της περιοχής τιμών για τη λύση είναι περισσότερο πιθανόν να παγιδευτούν σε τοπικά βέλτιστα, παρά να φθάσουν στην συνολική βέλτιστη λύση. Έτσι, ο ορισμός των κατάλληλων ορίων για τις μεταβλητές σχεδιασμού είναι απαραίτητος. Στη παρούσα έρευνα, τα όρια αυτά επιλέχθηκαν θεωρώντας το μοντέλο πρόβλου δοκού που αναπτύχθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Το πρόβλημα βελτιστοποίησης χρησιμοποιεί ως κριτήριο βελτιστοποίησης την ελαχιστοποίηση του μέγιστου πλάτους της συνάρτησης απόκρισης FRF που ορίζεται από τη σχέση:

$$f(\mathbf{x}) = \max |H_{ii}^{sh}(\omega)|$$

όπου  $\mathbf{x}$  συμβολίζει το σύνολο των μεταβλητών σχεδιασμού,  $H_{ii}^{sh}(\omega)$  είναι η απόκριση της δοκού στο άκρο για διέγερση στο ίδιο σημείο.

Η εύρεση για το βέλτιστο σύνολο μεταβλητών σχεδιασμού (βέλτιστο διάνυσμα σχεδιασμού)  $\mathbf{x} = \{R, L\}^T$  προκύπτει με την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης  $f(\mathbf{x})$ :

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f(R, L) \\ & \text{st } R_L \leq R \leq R_U \\ & L_L \leq L \leq L_U \end{aligned}$$

η τιμή με δείκτη  $L$  δηλώνει το κάτω όριο της αντίστοιχης μεταβλητής και η τιμή με δείκτη  $U$  δηλώνει το άνω όριο της αντίστοιχης μεταβλητής.

Όσον αφορά την εφαρμογή του αλγορίθμου PSO, μετά από 50 επαναλήψεις προέκυψαν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του αλγόριθμου βελτιστοποίησης όπου απεικονίζονται στον Πίνακα 6.2.

Παράμετροι / Parameters of PSO	Αριθμητικές Τιμές / Numerical values	
Μεταβλητές Σχεδιασμού / Design variables	R	L
Κάτω όριο / Lower bound	0	0
Άνω όριο / Upper bound	10000	200
Αριθμός επαναλήψεων / Number of iterations	50	
Πληθυσμός / Population	25	
Αδράνεια / Inertia	1	
Απόσβεση βάρους αδράνειας / Inertia weight damping	0.99	
Συντελεστές επιτάχυνσης/ Acceleration factors	c1=1.5	c2=2

Πίνακας 6. 2 Αριθμητικές τιμές για τις παραμέτρους του αλγορίθμου βελτιστοποίησης PSO

Για το ίδιο κριτήριο, ο γενετικός αλγόριθμος έπειτα από 50 επαναλήψεις δίνει τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων όπου παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 6. 3).

Παράμετροι / Parameters of GA	Αριθμητικές Τιμές / Numerical values	
Μεταβλητές Σχεδιασμού / Design variables	R	L
Κάτω όριο / Lower bound	0	0
Άνω όριο / Upper bound	10000	200
Αριθμός επαναλήψεων / Number of iterations	50	
Πληθυσμός / Population	25	
Τελεστής επιλογής / Selection operator	2	
Πιθανότητα διασταύρωσης / Possibility of crossover	0.8	
Πιθανότητα μετάλλαξης / Possibility of mutation	0.1	

Πίνακας 6. 3 Αριθμητικές τιμές για τις παραμέτρους του αλγορίθμου βελτιστοποίησης GA

### 6.3.2. Βελτιστοποίηση παραμέτρων ηλεκτρικού κυκλώματος-Αποτελέσματα

Η μοντελοποίηση και η προσομοίωση του συστήματος έγινε με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων σε προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab. Αρχικά εφαρμόστηκαν οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης PSO και GA στο Matlab προκειμένου να βρεθούν οι βέλτιστες τιμές R, L. Οι τιμές αυτές στην συνέχεια εισάχθηκαν στο εμπορικό πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων όπου παρατηρήθηκε καλή συμφωνία μεταξύ τους «πιστοποιώντας» το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων.

Πιο συγκεκριμένα η έρευνα επικεντρώνεται σε 3 διαφορετικές περιπτώσεις προσομοίωσης του συστήματος. Αναλυτικότερα έγινε μοντελοποίηση και η προσομοίωση για:

- Δοκό αλουμινίου και τοποθέτηση 2 πιεζοηλεκτρικών εμπλάστρων τύπου PIC 151 (Περίπτωση 1)
- Δοκό αλουμινίου και τοποθέτηση 2 πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων τύπου PIC 255 (Περίπτωση 2)
- Μεταλλική δοκό και τοποθέτηση 2 πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων τύπου PIC 255 (Περίπτωση 3)

### **Περίπτωση 1: Δοκό αλουμινίου και τοποθέτηση 2 πιεζοηλεκτρικών εμπλάστρων τύπου PIC 151**

Αρχικά δίδονται οι αριθμητικές τιμές των παραμέτρων του συστήματος, εκ των οποίων είτε αντλούνται από πίνακες κατασκευαστικής εταιρίας είτε προκύπτουν υπολογιστικά.

Μονάδες	Παράμετροι	Δοκός	Μέγεθος	PZT	Μέγεθος
	Διαπερατότητα σε συνθήκες κενού: $\epsilon_{0t} = 8.854e^{-12}$ F/m				
mm	Μήκος	lb	170	lp	25
mm	Πάχος	hb	2	hp	0.5
mm	Πλάτος	b	20	b	20
mm	Θέση επιθέματος			x_	0.5
kg/m <sup>3</sup>	Πυκνότητα	rb	2800	rp	8500
GPa	Μέτρο Young	Yb	72	Yp	66.7
	Λόγος Poisson	vb	0.31	vp	0.34
C/m <sup>2</sup>	Πιεζοηλεκτρική σταθερά			e <sub>31t</sub>	-14
F/m	Διηλεκτρική σταθερά			e <sub>33</sub> / $\xi_{33}$	2068 $\epsilon_{0t}$

Πίνακας 6. 4 Αριθμητικές τιμές παραμέτρων του συστήματος Δοκού Αλουμινίου με PZT PIC 151

Με τη χρήση γενετικών αλγόριθμων (GA) και αλγόριθμων σμήνους σωματιδίων (PSO) βελτιστοποιείται το υπό μελέτη σύστημα. Επομένως εκτελώντας τους αλγόριθμους προκύπτουν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος R-L. Στη συνέχεια αυτές οι τιμές εισάγονται σε τρισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και πραγματοποιούνται υπολογιστικά πειράματα. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι χαρακτηριστικές τιμές των παραμέτρων R,L.

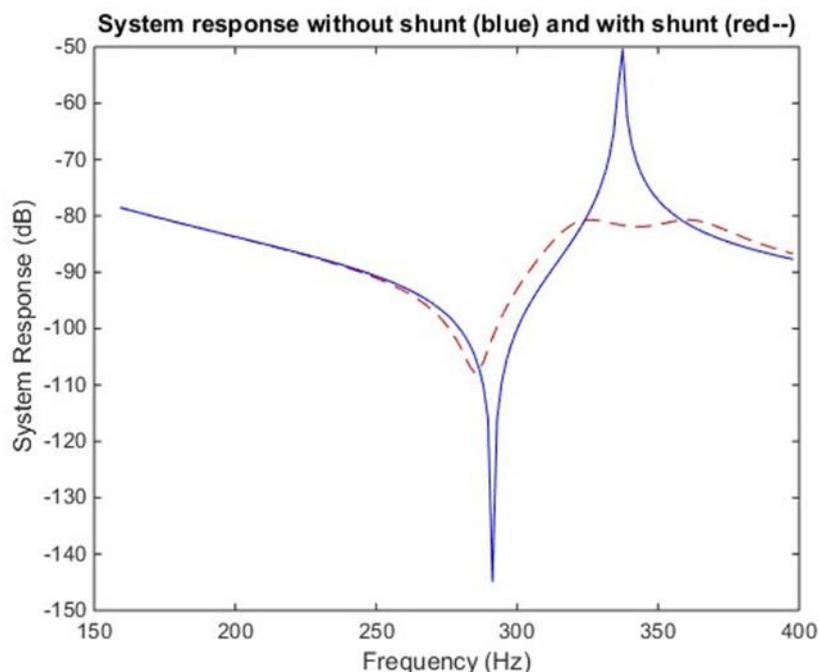
Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL – Alumin PIC 151, Matlab		
Αλγόριθμος σμήνους σωματιδίων (PSO)		
Παράμετροι	Μέγεθος	Μονάδες
Αντίσταση $R$	8043.8	Ohm
Πηνίο $L$	21.8034	H

Πίνακας 6. 5 Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL

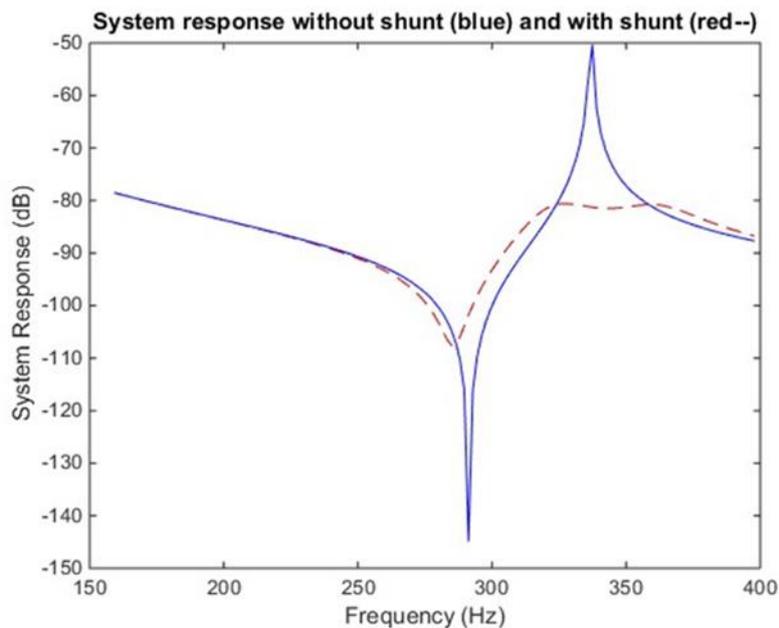
Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL – Alumin PIC 151, Matlab		
Γενετικός αλγόριθμος (GA)		
Παράμετροι	Μέγεθος	Μονάδες
Αντίσταση $R$	8450	Ohm
Πηνίο $L$	21.73	H

Πίνακας 6. 6 Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL

Το γράφημα απόκρισης του σήματος εξόδου από την εφαρμογή του αλγορίθμου σμήνους σωματιδίων δίνονται στις Εικόνες 6.2 και 6.3 αντίστοιχα.

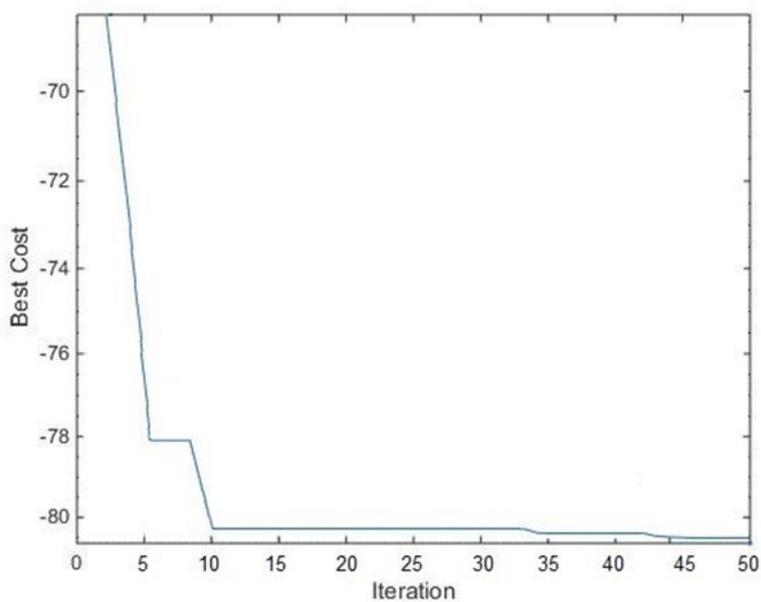


Εικόνα 6. 2 Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για βραχυκύκλωμα (συνεχής γραμμή) και ενεργό αποσβεστήρα (διακεκομμένη γραμμή) γύρω από τη 2η ιδιομορφή με χρήση αλγορίθμου σμήνους σωματιδίων

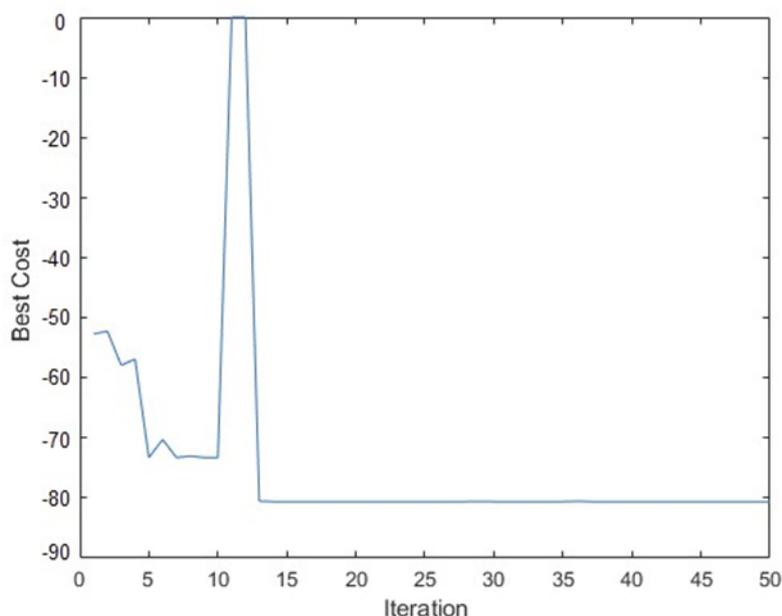


Εικόνα 6. 3 Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για βραχυκύκλωμα (συνεχής γραμμή) και ενεργό αποσβεστήρα (διακεκομμένη γραμμή) γύρω από τη 2η ιδιομορφή με χρήση γενετικού αλγόριθμου

Ακολουθώς δίνονται τα γραφήματα σύγκλισης από την εκτέλεση του αλγόριθμου σμήνους σωματιδίων (PSO) και του γενετικού αλγόριθμου (GA) αντίστοιχα. Με βάση τα παρακάτω γραφήματα παρατηρείται η καλή λειτουργία των αλγόριθμων.



Εικόνα 6. 4 Σύγκλιση αλγόριθμου σμήνους σωματιδίων (PSO)



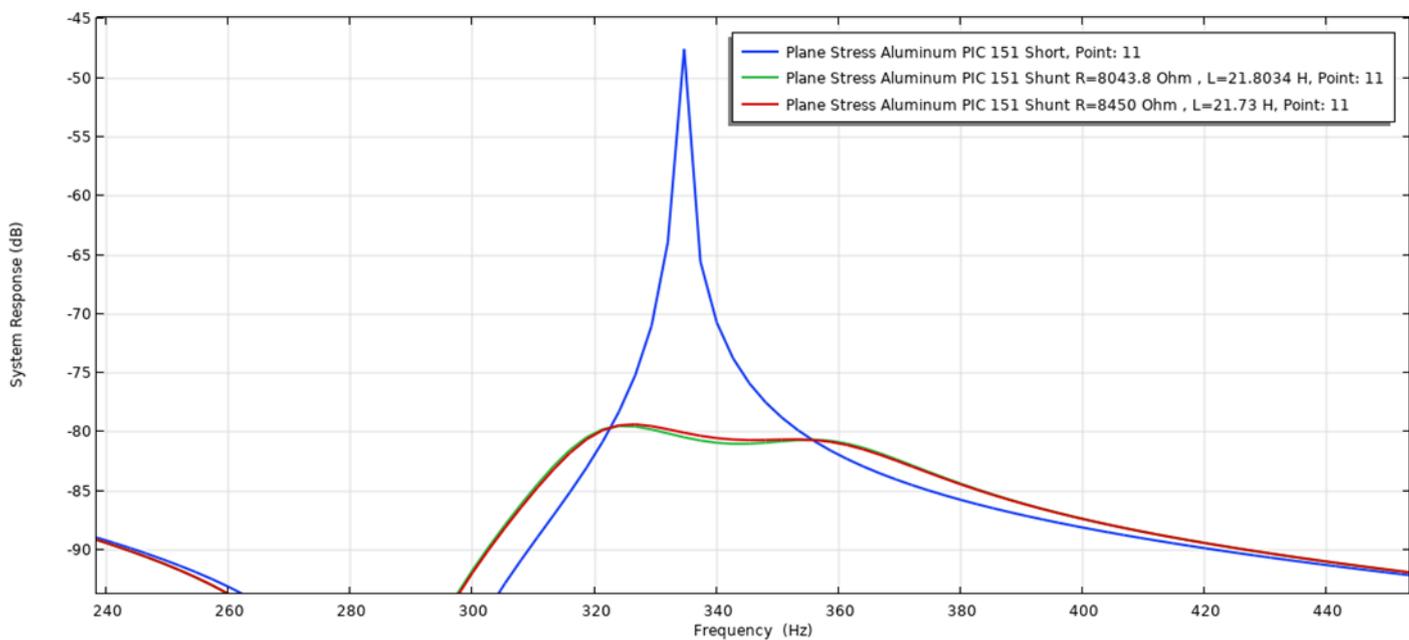
Εικόνα 6. 5 Σύγκλιση γενετικού αλγόριθμου (GA)

Για το μοντέλο που αναπτύχθηκε σε προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab εκτός από τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος R-L υπολογίζονται οι ιδιοσυχνότητες της δοκού πρόβολου. Πιο συγκεκριμένα εξετάζονται οι περιπτώσεις του ανοιχτού κυκλώματος και του βραχυκυκλώματος. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται συνοπτικά τα αποτελέσματα του συγκεκριμένου συστήματος υπό μελέτη.

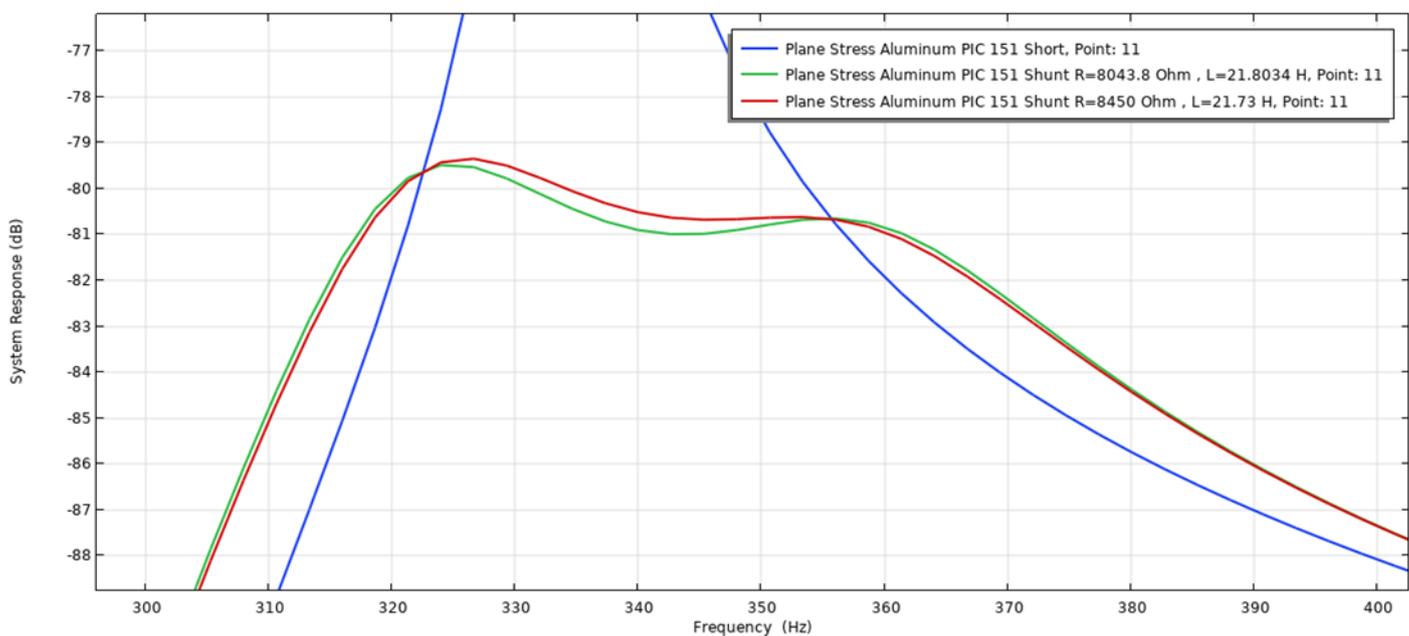
Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Προσομοίωση Matlab		
	<i>Βραχυκύκλωμα (Short)</i>	<i>Ανοιχτό κύκλωμα (Open)</i>
<b>Ιδιοσυχνότητα 1</b>	48.966	49.42
<b>Ιδιοσυχνότητα 2</b>	336.903	340.422
<b>Ιδιοσυχνότητα 3</b>	950.023	959.034

Πίνακας 6. 7 Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα

Οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του παραδιακλαδωμένου κυκλώματος συντονισμού RL εισάγονται στο αντίστοιχο μοντέλο που έχει δημιουργηθεί στο εμπορικό πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Έπειτα από υπολογιστικά τρεξίματα προκύπτει η γραφική παράσταση του σήματος εξόδου. Εξετάζονται οι περιπτώσεις του βραχυκυκλώματος καθώς και του ενεργού αποσβεστήρα R-L.



Εικόνα 6. 7 Συγκριτικές συναρτήσεις απόκρισης σήματος γύρω από τη 2η ιδιομορφή έπειτα από την εφαρμογή αλγόριθμων βελτιστοποίησης



Εικόνα 6. 6 Μεγέθυνση ώστε να είναι αισθητή η διαφορά μεταξύ των αλγόριθμων PSO και GA

Όπως μπορεί να παρατηρηθεί, για τις συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος RL, επιδέχονται διαφοροποιήσεις στις τιμές του πηνίου (L) καθώς εξίσου και στην τιμή της αντίστασης (R) για να είναι βέλτιστες σύμφωνα με το εμπορικό λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων. Σύμφωνα με την θεωρία για να είναι οι τιμές των παραμέτρων L και R βέλτιστες, πρέπει οι δύο κορυφές εκατέρωθεν της επιθυμητής συχνότητας  $\omega_2$  να είναι στο ίδιο επίπεδο [8], [75], [86]. Με την μέθοδο δοκιμής και σφάλματος πραγματοποιήθηκαν παραμετρικές δοκιμές ώστε να βρεθούν οι βέλτιστες τιμές και να εξασφαλισθεί το επιθυμητό αποτέλεσμα όσο αφορά τη μορφή του γραφήματος όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 6. 9. Οι βέλτιστες τιμές που προέκυψαν παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 6. 8). Στη προκειμένη περίπτωση εξάγονται συναφή αποτελέσματα με αυτά του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκε σε περιβάλλον Matlab. Ομοίως φαίνεται το γράφημα του σήματος εξόδου για τις βέλτιστες τιμές που προέκυψαν. Παράλληλα υπολογίζονται οι ιδιομορφές της δοκού. Καθένα από τα αποτελέσματα παρουσιάζονται ξεχωριστά παρακάτω.

Η Εικόνα 6. 8 δείχνει τη μοντελοποίηση του προβλήματος στο περιβάλλον του προγράμματος επίλυσης με πεπερασμένα στοιχεία.

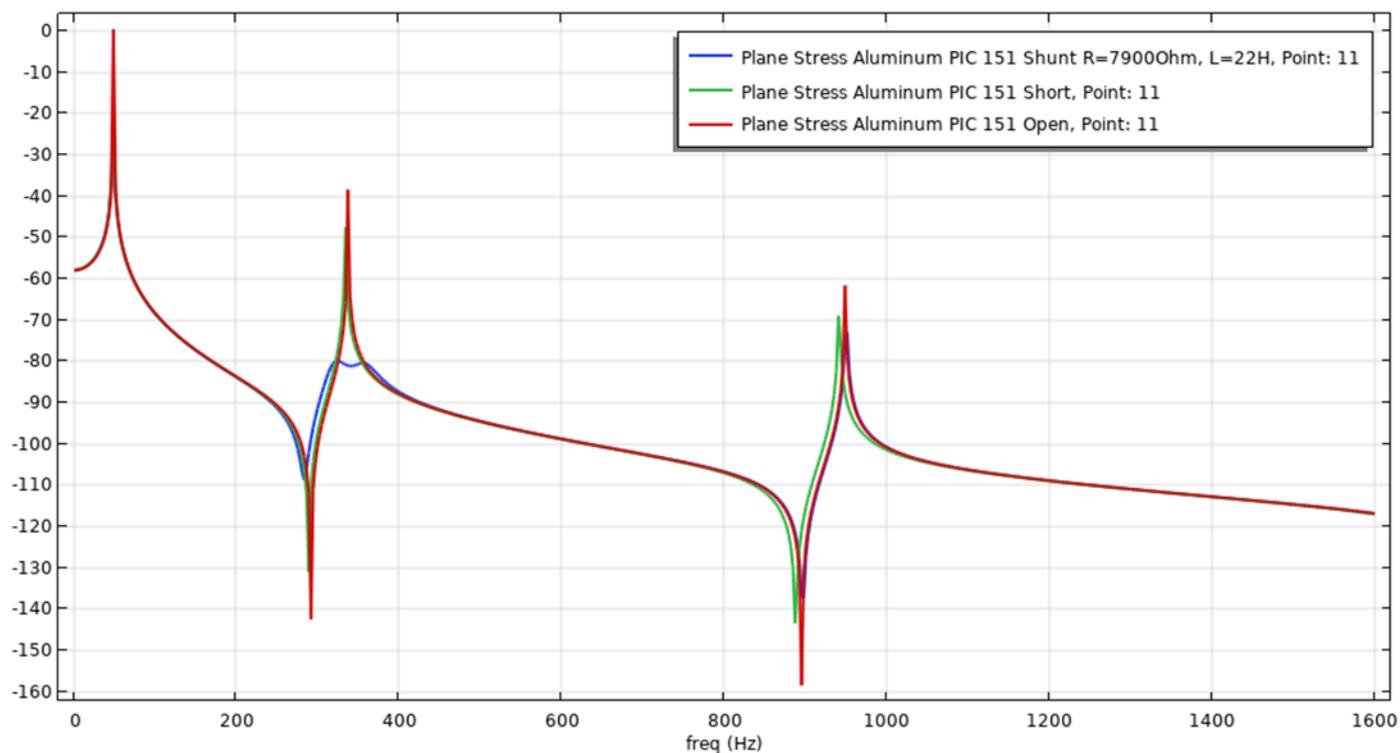


Εικόνα 6. 8 Αναπαράσταση του συστήματος υπό μελέτη

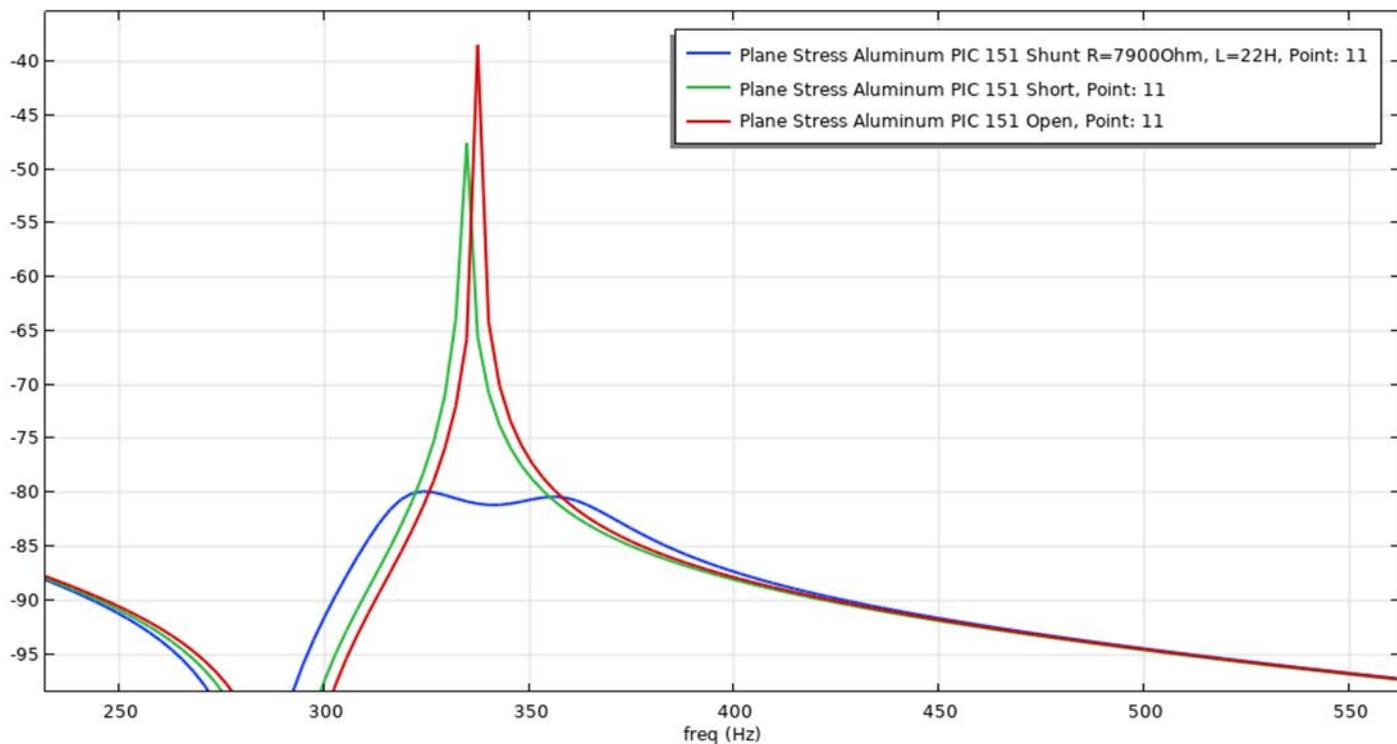
Παρακάτω παρουσιάζονται τα βέλτιστα αποτελέσματα που εξάγονται μετά από εφαρμογή στο εμπορικό λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων.

Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL – Alumin PIC 151, FEM 2D		
Παράμετροι	Μέγεθος	Μονάδες
Αντίσταση R	7900	Ohm
Πηνίο L	22	H

Πίνακας 6. 8 Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL



Εικόνα 6. 9 Οι 3 πρώτες ιδιομορφές που προέκυψαν μετά από την εφαρμογή των βέλτιστων παραμέτρων του



Εικόνα 6. 10 Μεγέθυνση στις υπό μελέτη ιδιομορφές. Αφορά τη 2η ιδιομορφή του συστήματος

**Aluminum PIC 151**

Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Προσομοίωση FEM 2D		
	<b>Βραχυκύκλωμα (Short)</b>	<b>Ανοιχτό κύκλωμα (Open)</b>
<b>Ιδιοσυχνότητα 1</b>	48.66	49.079
<b>Ιδιοσυχνότητα 2</b>	334.32	337.48
<b>Ιδιοσυχνότητα 3</b>	941.39	948.97

Πίνακας 6. 9 Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα

**Σύγκριση αποτελεσμάτων - Alumin PIC 151**

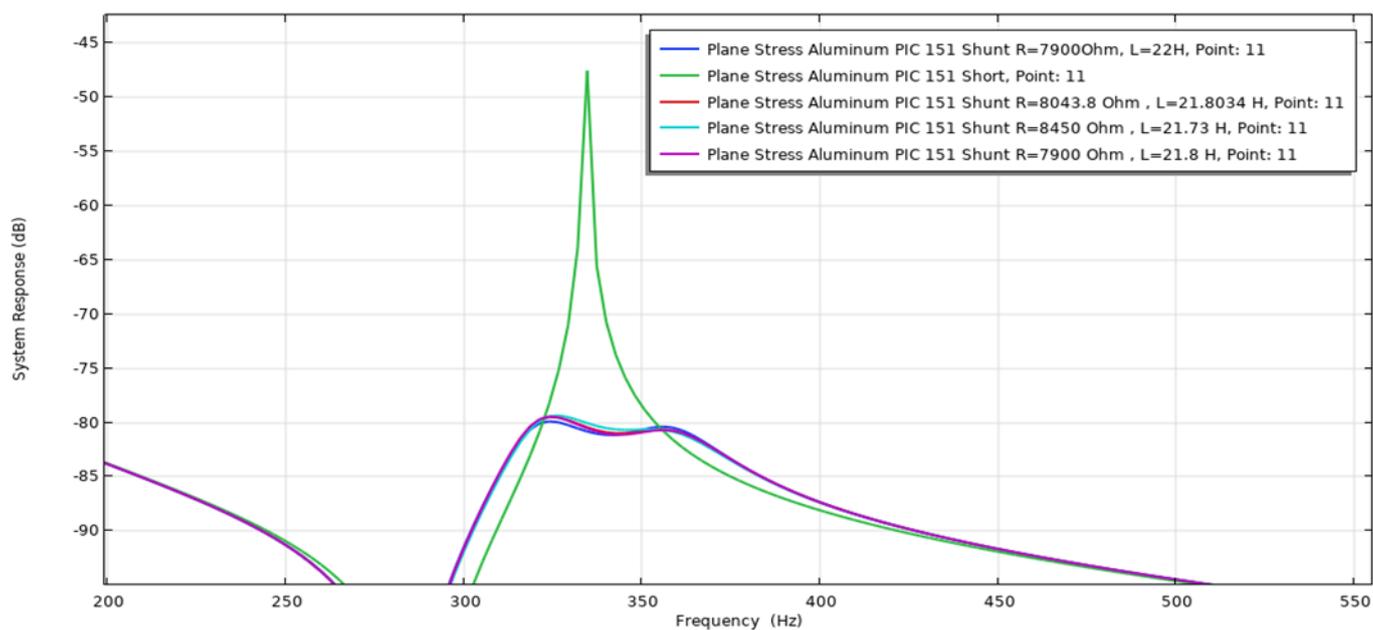
Σύμφωνα με τα αποτελέσματα των παραπάνω υπό μελέτη περιπτώσεων δίνονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα οι βέλτιστες τιμές των στοιχείων του κυκλώματος σε δοκό αλουμινίου με πιεζοηλεκτρικό PIC 151.

Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL – Alumin PIC 151					
	<b>Αλγόριθμος σμήνους σωματιδίων (PSO)</b>	<b>Γενετικός αλγόριθμος (GA)</b>	<b>Δημοσίευση Thomas, Deü &amp; Ducarne, 2009</b>	<b>Προσομοίωση FEM 2D</b>	
<b>Παράμετροι</b>	<b>Μέγεθος</b>	<b>Μέγεθος</b>	<b>Μέγεθος</b>	<b>Μέγεθος</b>	<b>Μονάδες</b>
<b>Αντίσταση R</b>	8043.8	8450	7900	7900	<b>Ω</b>
<b>Πηνίο L</b>	21.8034	21.73	21.8	22	<b>H</b>

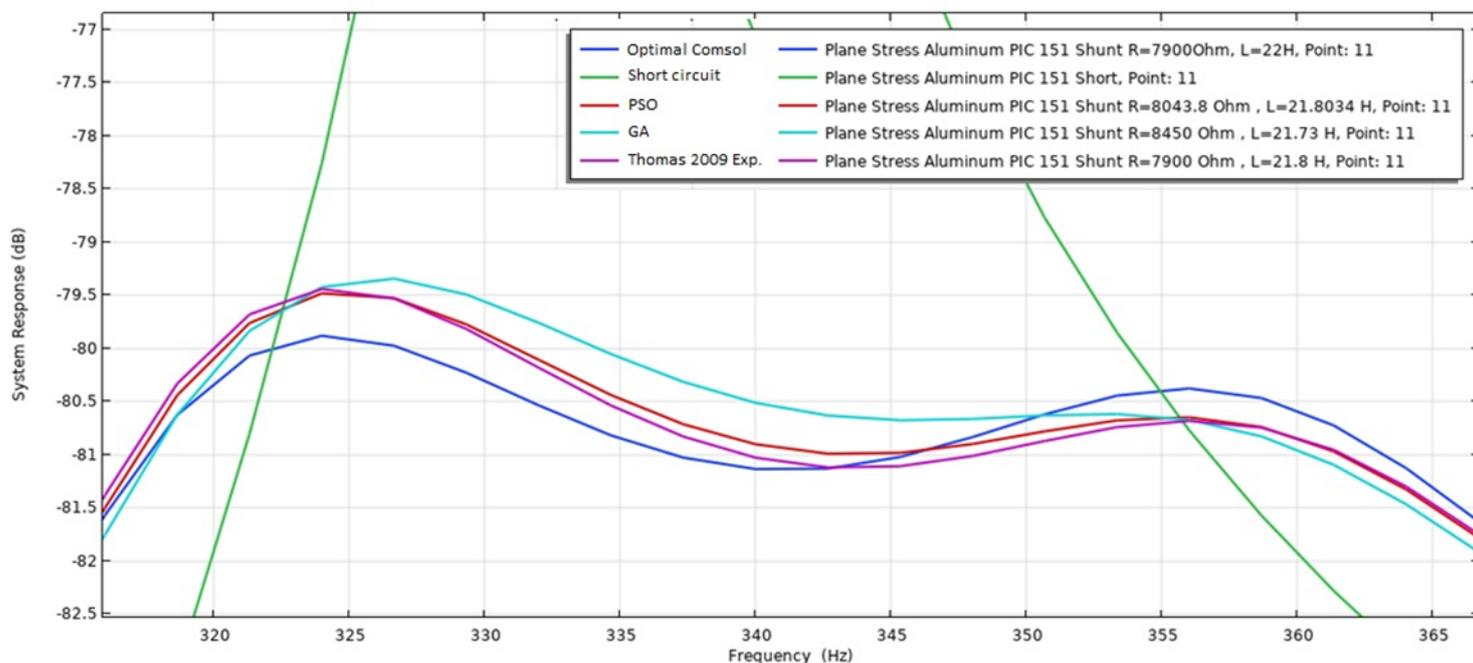
Πίνακας 6. 10 Συγκριτικός πίνακας RL όλων των περιπτώσεων

Αξίζει να αναφερθεί ότι ανάμεσα στις τιμές του πηνίου και της αντίστασης που προέκυψαν, επιλέγονται αυτές που αντλήθηκαν από την εφαρμογή του αλγόριθμου σμήνους σωματιδίων (PSO) ανάμεσα στους αλγόριθμους βελτιστοποίησης. Αυτό συμβαίνει επειδή αυτές οι τιμές προσεγγίζουν καλύτερα τις αντίστοιχες πειραματικές από τη δημοσίευση των Thomas, Deü, και Ducarne [1]. Αυτό μπορεί να επιβεβαιωθεί από τον παραπάνω πίνακα. Από την βιβλιογραφία είναι γνωστό ότι η τιμή του πηνίου επηρεάζει τον συντονισμό, ενώ η τιμή της αντίστασης επηρεάζει τη κατακόρυφη μετατόπιση του κατώτατου σημείου γύρω από την ιδιοσυχνότητα  $\omega_2$ .

Στη συνέχεια οι παραπάνω περιπτώσεις εισάγονται στο εμπορικό πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων έτσι ώστε να επικυρωθούν και να συγκριθούν τα αποτελέσματα μεταξύ τους. Τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στις επόμενες εικόνες.



Εικόνα 6. 11 Συγκριτικά αποτελέσματα των τεσσάρων ανωτέρω περιπτώσεων



Εικόνα 6. 12 Εστίαση γύρω από τη 2η ιδιομορφή ώστε να είναι εμφανής η διαφορά

Από την ανάλυση της Εικόνας 6.12 παρατηρείται ότι οι βέλτιστες τιμές που είναι πιο κοντά στα πειραματικά δημοσιευμένα αποτελέσματα των Thomas [1] για το ίδιο ακριβώς μοντέλο, είναι τα αποτελέσματα που προέκυψαν από το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκε σε περιβάλλον Matlab και με την εφαρμογή του αλγορίθμου σμήνους σωματιδίων (PSO). Για τις υπόλοιπες περιπτώσεις βελτιστοποίησης παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών αποσβέσεων που θα μελετηθούν, θα γίνουν με αλγόριθμο σμήνους

σωματιδίων (PSO). Η επικύρωση και η ορθότητα των αποτελεσμάτων που θα προκύψουν, θα γίνει με σύγκριση αποτελεσμάτων όμοιου μοντέλου σε εμπορικό λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων.

Στη πορεία της ανάλυσης πραγματοποιείται αντίστοιχη παρουσίαση για τις υπόλοιπες περιπτώσεις (Περίπτωση 2 και Περίπτωση 3)

Λόγω έλλειψης στην αγορά πιεζοηλεκτρικών τύπου PIC 151, έγινε προμήθεια πιεζοηλεκτρικών υλικών τύπου PIC 255. Επομένως το μοντέλο προσαρμόστηκε σε δοκό αλουμινίου πάνω στην οποία έχουν προστεθεί πιεζοηλεκτρικά επιθέματα τύπου PIC 255. Θα γίνει μελέτη της αντίστοιχης περίπτωσης (Περίπτωση 2).

**Περίπτωση 2:** Δοκός αλουμινίου και τοποθέτηση 2 πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων τύπου PIC 255

Κατά αντιστοιχία φαίνονται οι αριθμητικές τιμές των χαρακτηριστικών μεγεθών του συστήματος.

Μονάδες	Παράμετροι	Δοκός	Μέγεθος	PZT	Μέγεθος
	Διαπερατότητα σε συνθήκες κενού: $\epsilon_{0t} = 8.854e^{-12}$ F/m				
mm	Μήκος	lb	170	lp	20
mm	Πάχος	hb	2	hp	0.5
mm	Πλάτος	b	20	b	20
mm	Θέση επιθέματος			x_	0.5
kg/m <sup>3</sup>	Πυκνότητα	rb	2800	rp	7800
GPa	Μέτρο Young	Yb	72	Yp	62.1
	Λόγος Poisson	vb	0.31	vp	0.34
C/m <sup>2</sup>	Πιεζοηλεκτρική σταθερά			e <sub>31t</sub>	-11.18
F/m	Διηλεκτρική σταθερά			e <sub>33t</sub> / $\xi_{33}$	1623e <sub>0t</sub>

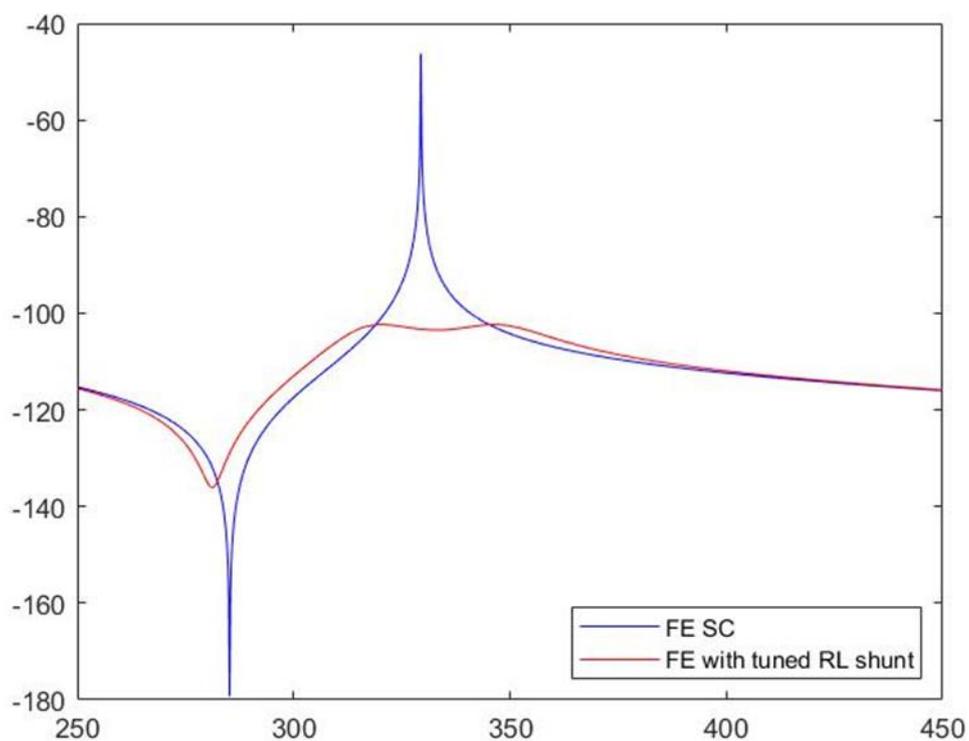
Πίνακας 6. 11 Αριθμητικές τιμές παραμέτρων του συστήματος Δοκού Αλουμινίου με PZT:PIC 255

Κάνοντας βελτιστοποίηση με χρήση του αλγόριθμου σμήνους σωματιδίων (PSO) στο αντίστοιχο μοντέλο που έχει δημιουργηθεί στο Matlab, προέκυψαν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του παραδιακλαδωμένου κυκλώματος συντονισμού RL. Πρόκειται για σύστημα με δοκό από αλουμίνιο και τεχνική μιας ιδιομορφής (single mode) γύρω από τη 2<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα. Πιο συγκεκριμένα στον Πίνακα 6.12 παρουσιάζονται τα βέλτιστα R-L

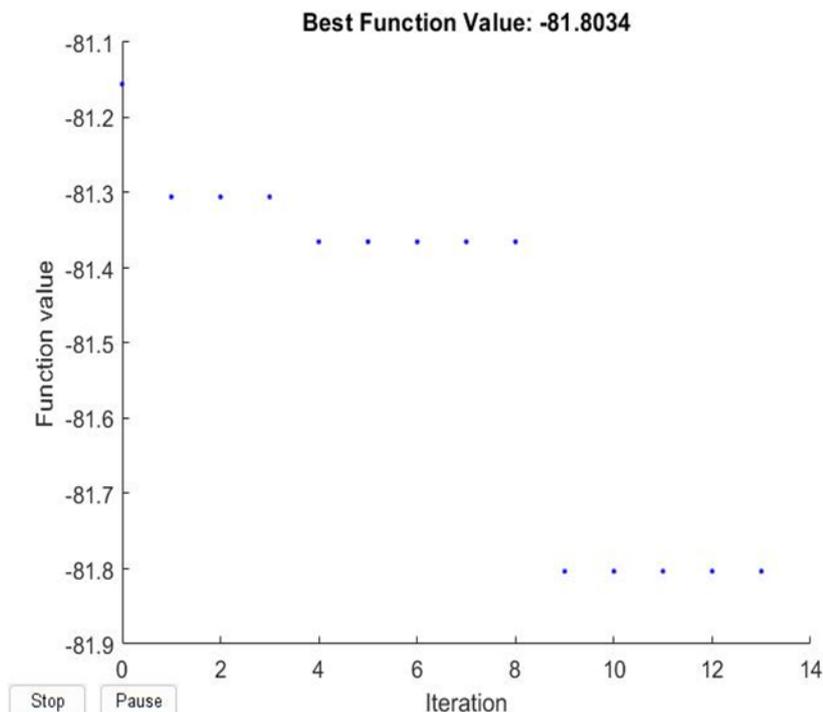
Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL – Alumin PIC 255, Matlab		
Παράμετροι	Μέγεθος	Μονάδες
Αντίσταση R	10669	Ohm
Πηνίο L	37.1449	H

Πίνακας 6. 12 Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL

Στο παρόν σύστημα τα αποτελέσματα προσομοίωσης προκύπτουν έπειτα από εφαρμογή στο Matlab. Συγκεκριμένα αποτελέσματα προσομοίωσης αποτελούν οι γραφικές παραστάσεις του σήματος εξόδου (Εικόνα 6. 13) καθώς και οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα των παραπάνω υπό μελέτη περιπτώσεων παρουσιάζονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα οι βέλτιστες τιμές των στοιχείων του κυκλώματος. Επιπρόσθετα απεικονίζεται η σύγκλιση του αλγόριθμου σμήνους σωματιδίων PSO (Εικόνα 6. 14).



Εικόνα 6. 13 Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για βραχυκύκλωμα και ενεργό αποσβεστήρα γύρω από τη 2η ιδιομορφή, Matlab



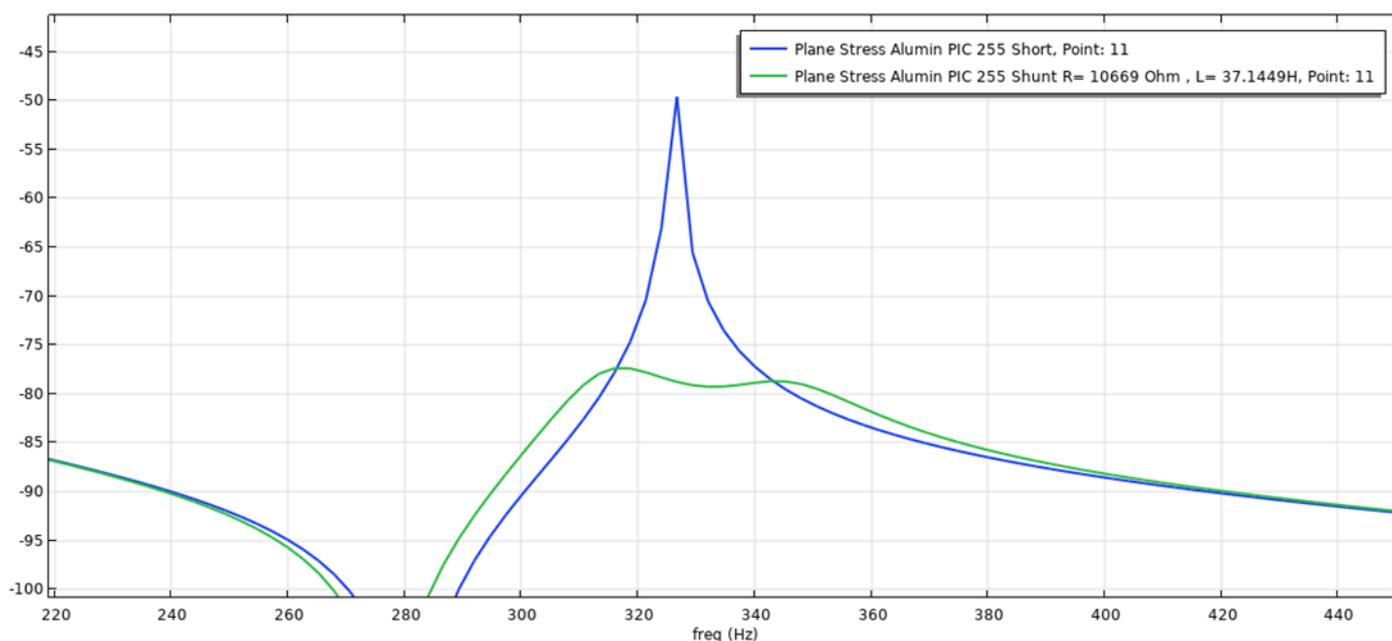
Εικόνα 6. 14 Σύγκλιση αλγόριθμου σμήνους σωματιδίων (PSO)

Με βάση το γράφημα παρατηρείται η καλή λειτουργία του αλγόριθμου

Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Προσομοίωση Matlab		
	Βραχυκύκλωμα (Short)	Ανοιχτό κύκλωμα (Open)
Ιδιοσυχνότητα 1	48.966	49.42
Ιδιοσυχνότητα 2	336.903	340.422
Ιδιοσυχνότητα 3	950.023	959.034

Πίνακας 6. 13 Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα

Πλέον έχοντας γνωστές τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων που προέκυψαν από το μοντέλο στο Matlab εισάγονται στο εμπορικό λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων. Με όμοιο τρόπο εκτελούνται υπολογιστικά πειράματα από τα οποία εξάγονται αποτελέσματα, χρήσιμα για τη παρούσα ανάλυση. Οι περιπτώσεις που εξετάζονται είναι για ανοιχτό κύκλωμα, βραχυκύκλωμα καθώς και ενεργό αποσβεστήρα R-L.



Εικόνα 6. 15 Συγκριτικές συναρτήσεις απόκρισης σήματος γύρω από τη 2η ιδιομορφή έπειτα από την εφαρμογή αλγόριθμων βελτιστοποίησης

Οι τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος RL που προέκυψαν δύναται να βελτιωθούν. Από την θεωρία αντλείται το γεγονός ότι για να είναι οι τιμές των παραμέτρων L και R βέλτιστες, πρέπει οι δύο κορυφές εκατέρωθεν της επιθυμητής ιδιοσυχνότητας  $\omega_2$  να είναι στο ίδιο επίπεδο. Με την μέθοδο δοκιμής και σφάλματος προέκυψαν νέες τιμές για το πηνίο και την αντίσταση κοντά στις βέλτιστες έτσι ώστε να επιτευχθεί το επιθυμητό γράφημα απόκρισης. Οι βέλτιστες τιμές αναγράφονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 6. 14) και στην συνέχεια απεικονίζεται η συνάρτηση απόκρισης του σήματος Εικόνα 6. 18.

Στην Εικόνα 6. 16 παρουσιάζεται η μοντελοποίηση του προβλήματος. Με αυτόν τον τρόπο εμφανίζεται στο πρόγραμμα επίλυσης με πεπερασμένα στοιχεία.



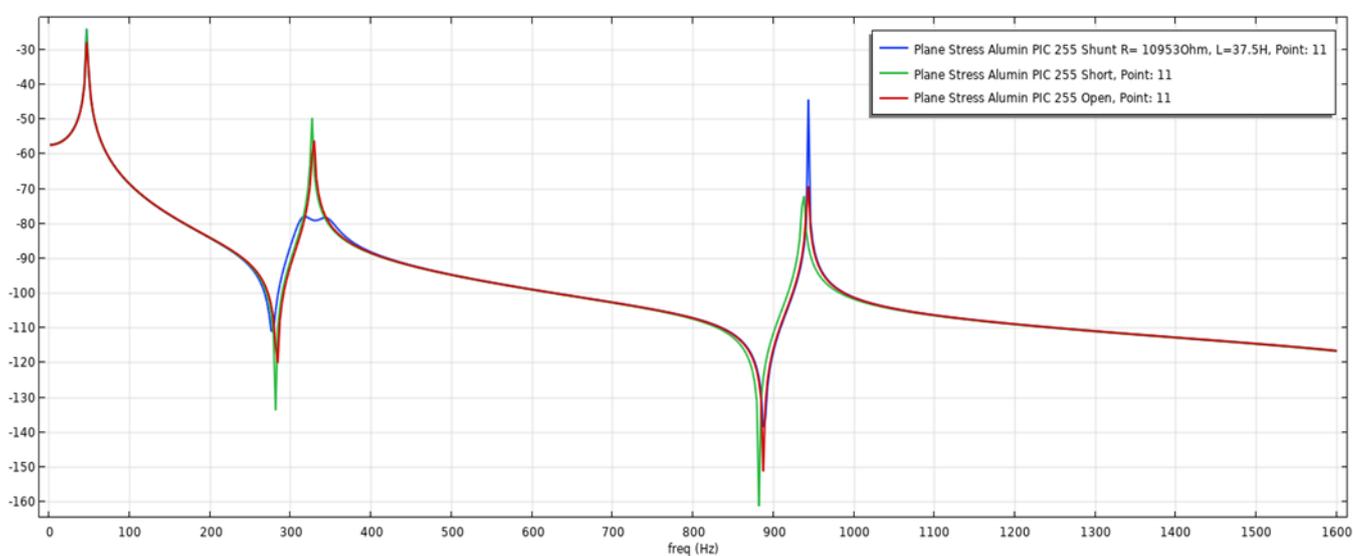
Εικόνα 6. 16 Αναπαράσταση του συστήματος υπό μελέτη

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που εξάγονται μετά από εφαρμογή στο Matlab.

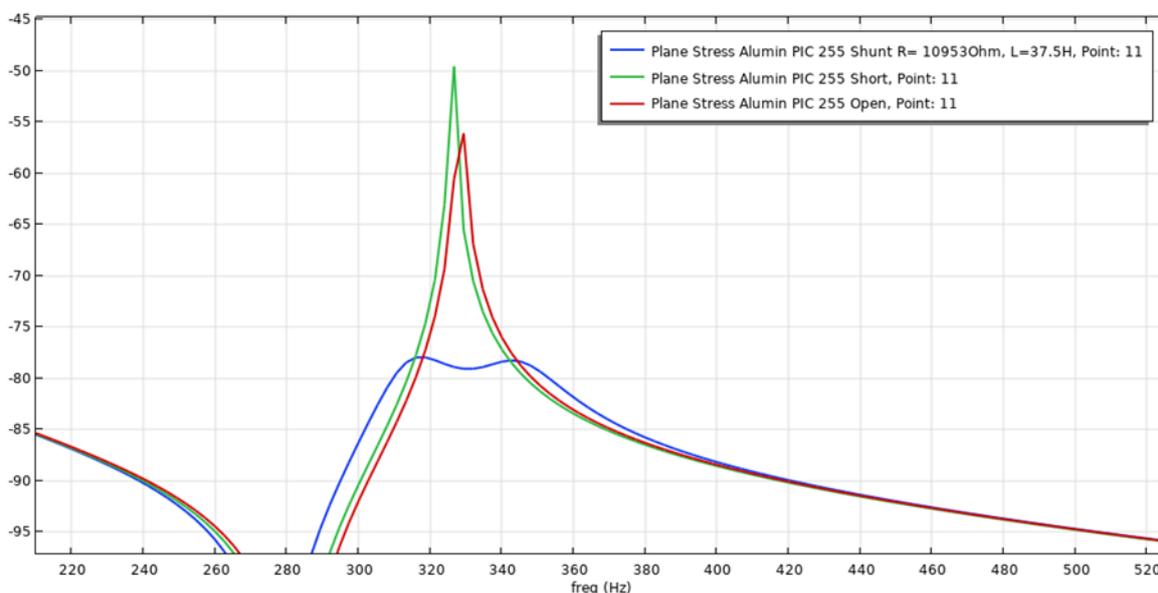
Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL – Alumin PIC 255, Comsol		
Παράμετροι	Μέγεθος	Μονάδες
Αντίσταση $R$	10953	Ohm
Πηνίο $L$	37.5	H

Πίνακας 6. 14 Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL

Αντίστοιχα, δίνονται παρακάτω οι γραφικές παραστάσεις του σήματος εξόδου.



Εικόνα 6. 17 Οι 3 πρώτες ιδιομορφές που προέκυψαν μετά από την εφαρμογή του συστήματος (Περίπτωση 2)



Εικόνα 6. 18 Λεπτομερής απεικόνιση της υπό μελέτη ιδιομορφής, για τη 2η ιδιομορφή του συστήματος, Comsol

Εν συνεχεία, για τις νέες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος RL υπολογίζονται οι ιδιοσυχνότητες της δοκού. Ομοίως εξετάζονται οι περιπτώσεις του ανοιχτού κυκλώματος και του βραχυκυκλώματος.

Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Προσομοίωση FEM 2D		
	<i>Βραχυκύκλωμα (Short)</i>	<i>Ανοιχτό κύκλωμα (Open)</i>
<i>Ιδιοσυχνότητα 1</i>	46.89	47.168
<i>Ιδιοσυχνότητα 2</i>	326.19	328.31
<i>Ιδιοσυχνότητα 3</i>	936.84	942.51

Πίνακας 6. 15 Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα

### ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από το μοντέλο που αναπτύχθηκε και τα αποτελέσματα από την εισαγωγή του ίδιου μοντέλου στο εμπορικό λογισμικό συγκρίνονται μεταξύ τους.

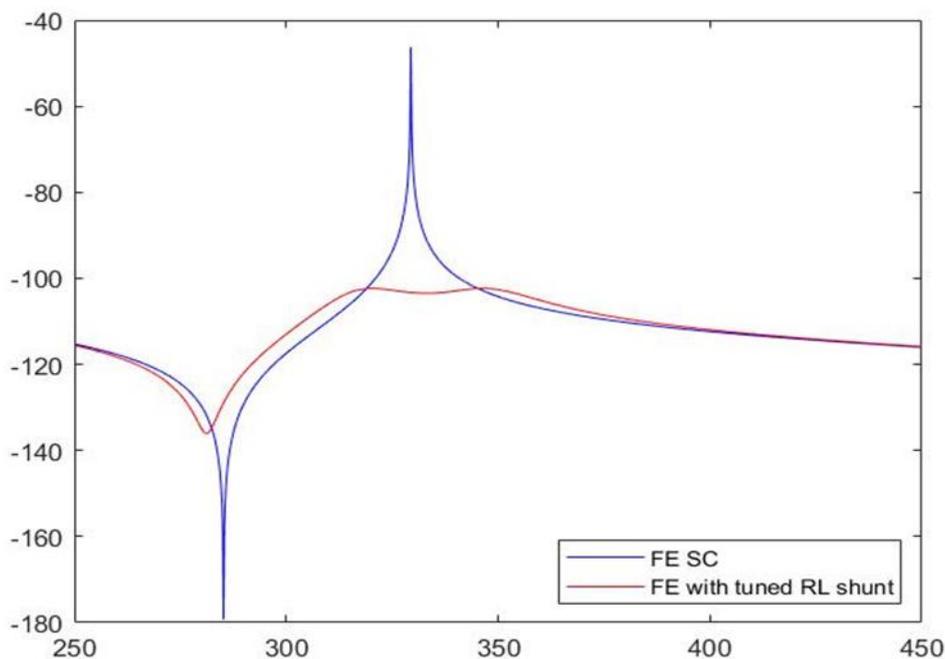
Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL – Alumin PIC 255, Matlab		
<i>Παράμετροι</i>	<i>Μέγεθος</i>	<i>Μονάδες</i>
<i>Αντίσταση R</i>	10669	Ohm
<i>Πηνίο L</i>	37.1449	H

Πίνακας 6. 16 Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα

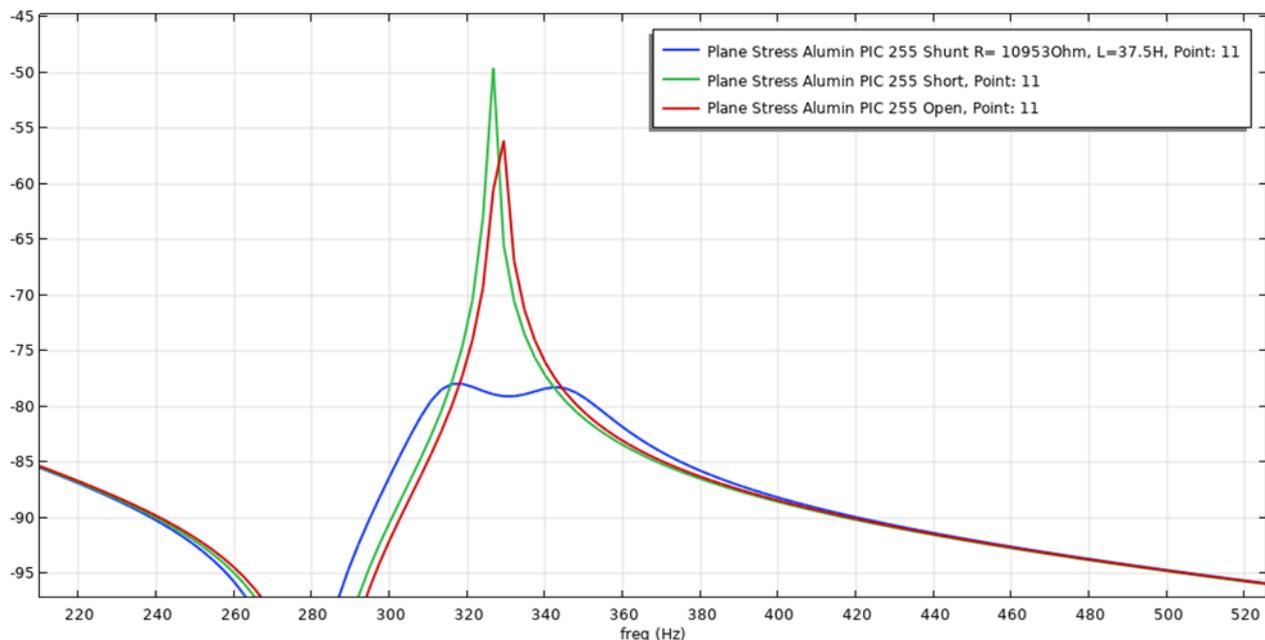
Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL – Alumin PIC 255, FEM 2D		
<i>Παράμετροι</i>	<i>Μέγεθος</i>	<i>Μονάδες</i>
<i>Αντίσταση R</i>	10953	Ohm
<i>Πηνίο L</i>	37.5	H

Πίνακας 6. 17 Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα

### Γραφήματα απόκρισης σήματος εξόδου



Εικόνα 6. 19 Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για βραχυκύκλωμα και ενεργό αποσβεστήρα γύρω από τη 2η ιδιομορφή, Matlab



Εικόνα 6. 20 Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για ανοιχτό κύκλωμα, βραχυκύκλωμα και ενεργό αποσβεστήρα γύρω από τη 2η ιδιομορφή, εμπορικό λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων

Μία ακόμα διερεύνηση έγινε χρησιμοποιώντας διαφορετικό υλικό δοκού. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκε μεταλλική δοκός πάνω στην οποία προσαρτώνται πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα τύπου PIC 255. Παρακάτω παρουσιάζεται η σχετική ανάλυση.

**Περίπτωση 3:** Μεταλλική δοκό και τοποθέτηση 2 πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων τύπου PIC 255

Όπως και στις υπόλοιπες περιπτώσεις έτσι κι εδώ παρουσιάζονται οι τιμές των μεγεθών του παρόντος συστήματος υπό μελέτη.

Μονάδες	Παράμετροι	Δοκός	Μέγεθος	PZT	Μέγεθος
	Διαπερατότητα σε συνθήκες κενού: $\epsilon_{0t} = 8.854e^{-12}$ F/m				
mm	Μήκος	lb	170	lp	20
mm	Πάχος	hb	2	hp	0.5
mm	Πλάτος	b	20	b	20
mm	Θέση επιθέματος			x_	0,5
kg/m <sup>3</sup>	Πυκνότητα	rb	7045	rp	7800
GPa	Μέτρο Young	Yb	180	Yp	62.1
	Λόγος Poisson	vb	0.31	vp	0.34
C/m <sup>2</sup>	Πιεζοηλεκτρική σταθερά				
F/m	Διηλεκτρική σταθερά				

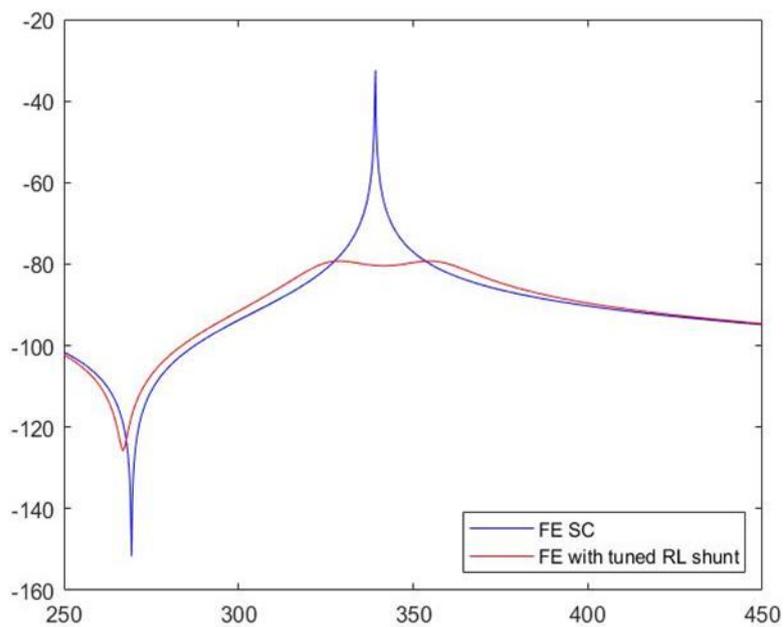
Πίνακας 6. 18 Αριθμητικές τιμές παραμέτρων του συστήματος δοκού Ατσάλι με PZT PIC 255

Αρχικά το σύστημα που περιεγράφηκε προηγουμένως μοντελοποιείται στο Matlab. Εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο ολικής βελτιστοποίησης γνωστός ως αλγόριθμος σμήνους σωματιδίων (PSO) βρέθηκαν οι βέλτιστες τιμές R, L όπου παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

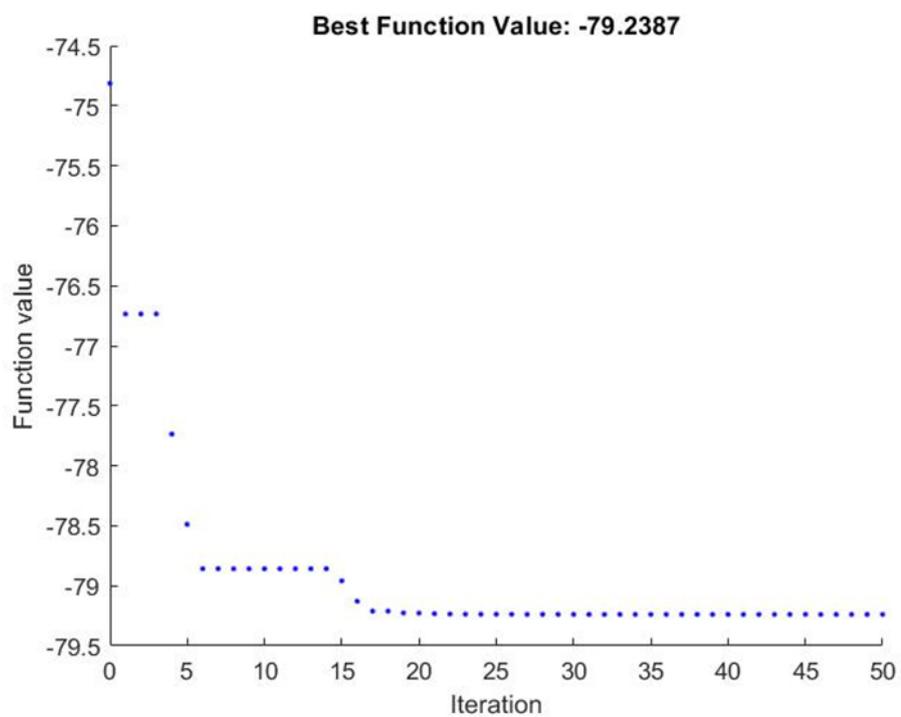
Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL – Steel PIC 255, Matlab		
Παράμετροι	Μέγεθος	Μονάδες
Αντίσταση R	10326.22	Ohm
Πηνίο L	36.28	H

Πίνακας 6. 19 Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL

Με βάση τη προηγούμενη περίπτωση θα πρέπει να γίνει παρουσίαση των αποτελεσμάτων έπειτα από υπολογιστικά τρεξίματα στο Matlab. Παρακάτω απεικονίζονται η γραφική παράσταση του σήματος εξόδου, της σύγκλισης καθώς και οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων για ανοιχτό και βραχυκυκλωμένο σύστημα.



Εικόνα 6. 21 Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για βραχυκύκλωμα και ενεργό αποσβεστήρα γύρω από τη 2η ιδιομορφή, Matlab

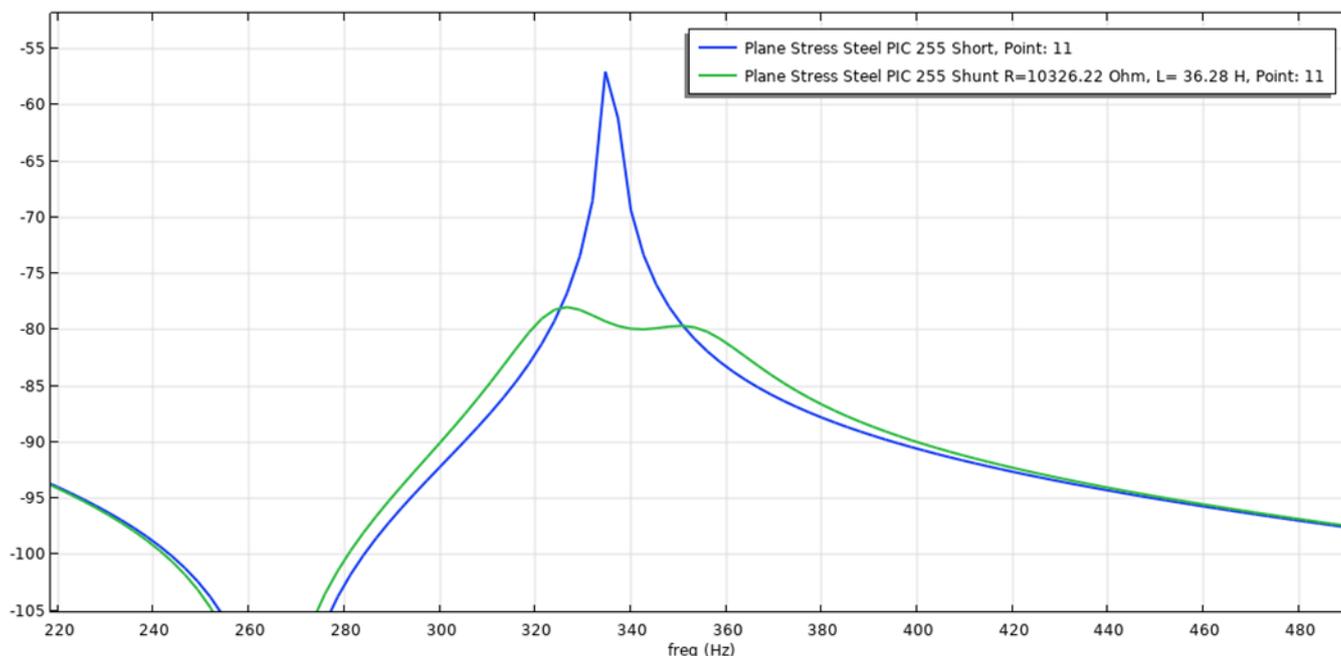


Εικόνα 6. 22 Σύγκλιση αλγόριθμου σμήνους σωματιδίων (PSO)

Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Προσομοίωση Matlab		
	<i>Βραχυκύκλωμα (Short)</i>	<i>Ανοιχτό κύκλωμα (Open)</i>
<i>Ιδιοσυχνότητα 1</i>	53.567	54.1725
<i>Ιδιοσυχνότητα 2</i>	333.4264	336.5764
<i>Ιδιοσυχνότητα 3</i>	920.817	926.5529

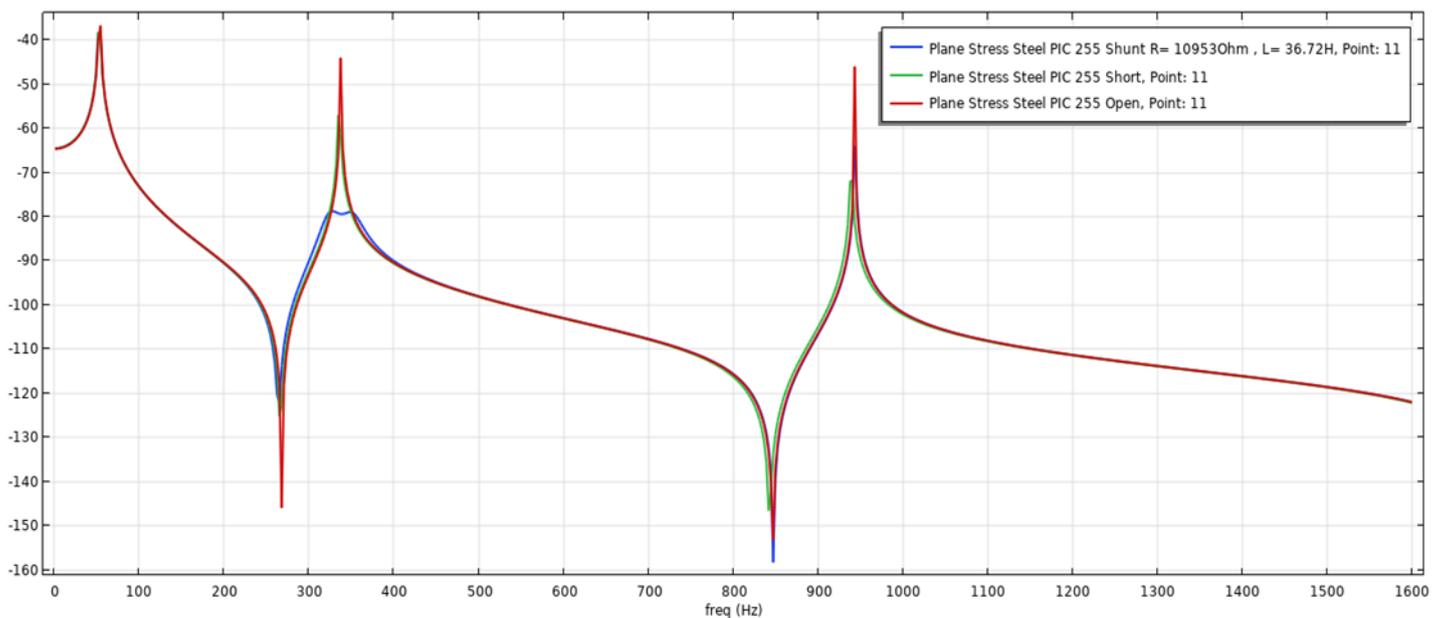
Πίνακας 6. 20 Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα

Ακόμη μοντελοποιήθηκε στο εμπορικό λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων, το σύστημα της δοκού από ασάλι με τοποθέτηση ενός πιεζοηλεκτρικού υλικού PIC 255 στη κατάλληλη θέση όμοια με το Matlab. Οι βέλτιστες τιμές που αναφέρονται στον Πίνακα 6.19 εισάγονται και παράλληλα γίνεται εφαρμογή στο εμπορικό λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων. Συνεπώς η γραφική αναπαράσταση του σήματος εξόδου που προκύπτει φαίνεται παρακάτω.

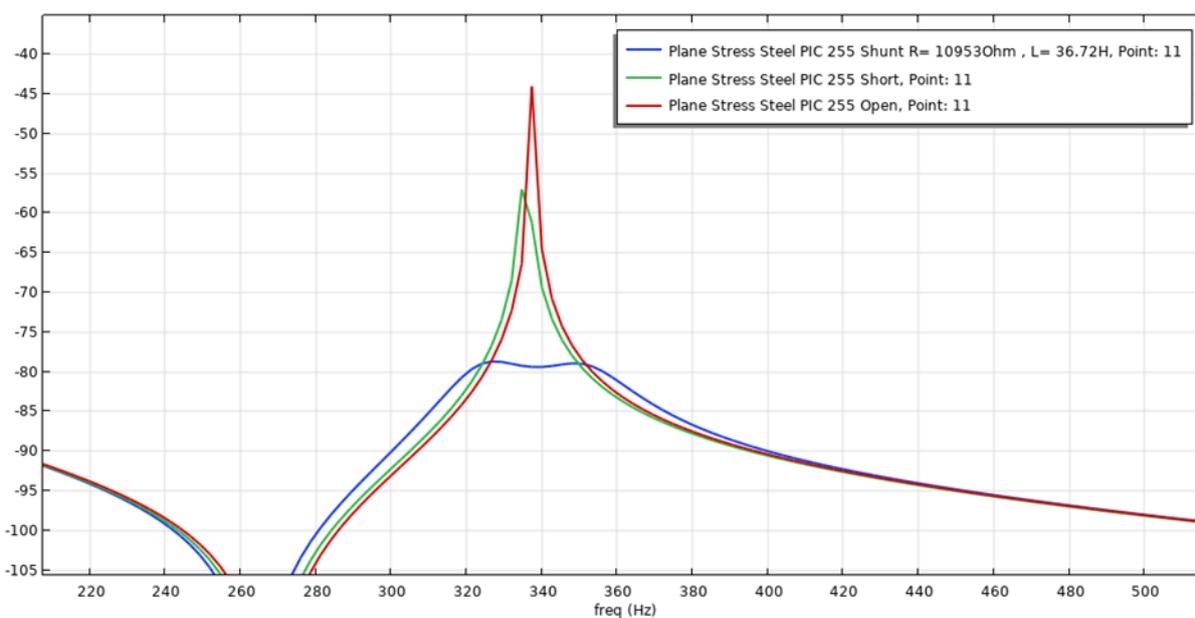


Εικόνα 6. 23 Συγκριτικές συναρτήσεις απόκρισης σήματος γύρω από τη 2η ιδιομορφή έπειτα από την εφαρμογή αλγόριθμων βελτιστοποίησης

Όπως μπορεί να παρατηρηθεί, για τις συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος RL, οι δύο καμπύλες που σχηματίζονται μετά την εφαρμογή της απόσβεσης παραδιακλάδωσης πρέπει να είναι ισοϋψείς. Στην συγκεκριμένη περίπτωση δεν είναι. Για να βελτιωθεί το αποτέλεσμα εφαρμόζεται η μέθοδος δοκιμής και σφάλματος στις τιμές του πηνίου. Η βέλτιστη τιμή για το πηνίο που προέκυψε είναι  $L = 36.72\text{H}$ . Αυτό μπορεί να επιβεβαιωθεί από την παρακάτω εικόνας (Εικόνα 6. 24 και Εικόνα 6. 25).



Εικόνα 6. 24 Οι ιδιόμορφές του συστήματος που προέκυψαν μετά από την ρύθμιση των τιμών των παραμέτρων R-L



Εικόνα 6. 25 Ολοκληρωμένη απεικόνιση του σήματος εξόδου έπειτα από βελτιστοποίηση των τιμών των παραμέτρων του κυκλώματος

Επιπλέον παρουσιάζεται η μοντελοποίηση του προβλήματος και απεικονίζεται στην Εικόνα 6. 26. Έτσι εμφανίζεται στο πρόγραμμα επίλυσης με πεπερασμένα στοιχεία.



Εικόνα 6. 26 Αναπαράσταση του συστήματος υπό μελέτη

Ολοκληρώνοντας υπολογίζονται οι αριθμητικές τιμές των ιδιομορφών της δοκού. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

#### **Steel PIC 255**

Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Προσομοίωση FEM 2D		
	<b>Βραχυκύκλωμα (Short)</b>	<b>Ανοιχτό κύκλωμα (Open)</b>
<b>Ιδιοσυχνότητα 1</b>	53.001	53.348
<b>Ιδιοσυχνότητα 2</b>	335.69	337.58
<b>Ιδιοσυχνότητα 3</b>	939.29	943.25

Πίνακας 6. 21 Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα

#### **ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ**

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα δύο λογισμικά είναι συγκρίσιμα. Παρακάτω σημειώνεται μια συνοπτική απεικόνιση των αποτελεσμάτων.

Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Προσομοίωση Matlab		
	<b>Βραχυκύκλωμα (Short)</b>	<b>Ανοιχτό κύκλωμα (Open)</b>
<b>Ιδιοσυχνότητα 1</b>	53.567	54.1725
<b>Ιδιοσυχνότητα 2</b>	333.4264	336.5764
<b>Ιδιοσυχνότητα 3</b>	920.817	926.5529

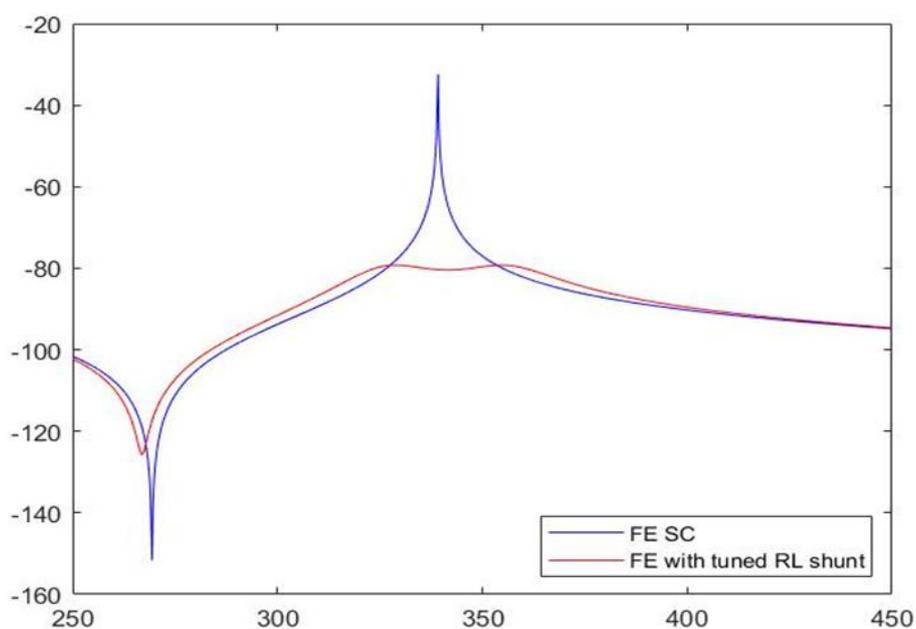
Πίνακας 6. 22 Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα

Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Προσομοίωση FEM 2D		
	<i>Βραχυκύκλωμα (Short)</i>	<i>Ανοιχτό κύκλωμα (Open)</i>
<i>Ιδιοσυχνότητα 1</i>	53.001	53.348
<i>Ιδιοσυχνότητα 2</i>	335.69	337.58
<i>Ιδιοσυχνότητα 3</i>	939.29	943.25

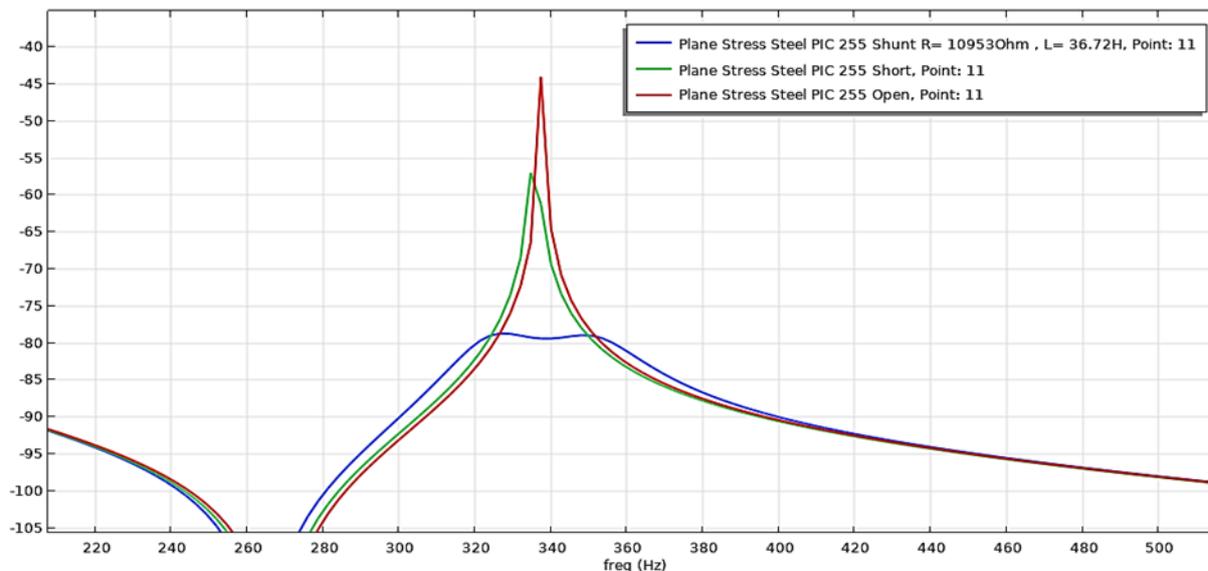
Πίνακας 6. 23 Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα

Ομοίως, απεικονίζονται οι γραφικές παραστάσεις του σήματος εξόδου από κάθε πρόγραμμα ξεχωριστά.

### Γραφήματα απόκρισης σήματος εξόδου



Εικόνα 6. 27 Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για βραχυκύκλωμα και ενεργό αποσβεστήρα γύρω από τη 2η ιδιομορφή, Matlab



Εικόνα 6. 28 Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για ανοιχτό κύκλωμα , βραχυκύκλωμα και ενεργό αποσβεστήρα γύρω από τη 2η ιδιομορφή, Comsol

### Συμπεράσματα

Καταρχήν, για τις περιπτώσεις που περιεγράφηκαν προηγουμένως, παρουσιάζονται οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος R-L. Ειδικότερα αυτές οι τιμές προέκυψαν κάνοντας υπολογιστικές δοκιμές στο περιβάλλον του εμπορικού προγράμματος με χρήση μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι χαρακτηριστικές τιμές των R,L.

Παραμετρική ανάλυση τιμών υλικών δοκού και πιεζοηλεκτρικών – Μελέτη 2ης ιδιομορφής		
<i>Aluminum PIC 151</i>	<i>Aluminum PIC 255</i>	<i>Steel PIC 255</i>
Cp = 18.30 nF	Cp = 11.50 nF	
R = 7900 Ohm	R = 10953 Ohm	R = 10953 Ohm
L = 22 H	L = 37.5 H	L = 36.72 H

Πίνακας 6. 24 Βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος R-L (Περιπτώσεις 1-3)

Τέλος οι διαφορές στις ιδιοσυχνότητες που προέκυψαν από το μοντέλο που αναπτύχθηκε σε Matlab και του μοντέλου που εισήχθη στο εμπορικό πρόγραμμα FEM 2D είναι πολύ μικρές, πολύ μικρότερες του 9% που είναι το αποδεκτό όριο. Ομοίως και οι διαφορές για τα βέλτιστα RL που προκύπτουν σε κάθε περίπτωση είναι μικρότερες του 9% επικυρώνοντας έτσι την ορθή λειτουργία του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων και της βελτιστοποίησης που αναπτύχθηκε σε περιβάλλον Matlab.

## 7. Βελτιστοποίηση παραμέτρων παθητικού ελέγχου πολλών ιδιομορφών σε δοκό πρόβολο

Σε αυτή την ενότητα, το κύκλωμα παραδιακλάδωσης “current flowing” που προτάθηκε από τους Behrens κ.α. [38], [39] χρησιμοποιείται για την ταυτόχρονη απόσβεση πολλών ιδιομορφών του πιεζοηλεκτρικού σύνθετου συστήματος.

Το κύκλωμα παραδιακλάδωσης “current flowing” παρουσιάζεται στην Εικόνα 7. 1. Κάθε κλάδος του κυκλώματος  $C_i - \hat{L}_i - \tilde{L}_i - R_i$  της παραδιακλάδωσης “current flowing” επιλέγεται έτσι ώστε να αποσβένει μια συγκεκριμένη ιδιομορφή της κατασκευής και αποτελείται από δυο υπό-κλάδους: ένα κλάδο «ροής ρεύματος» (current flowing)  $C_i - \hat{L}_i$  και σε σειρά με ένα κλάδο παραδιακλάδωσης απόσβεσης μιας ιδιομορφής  $\tilde{L}_i - R_i$ . Ο υπό-κλάδος «ροής ρεύματος» (current flowing)  $C_i - \hat{L}_i$  ρυθμίζεται στη συχνότητα συντονισμού  $\omega_i$  της δομής, ώστε να λειτουργεί ως κλειστός διακόπτης και να διαρρέεται από ρεύμα, ενώ σε όλες τις άλλες συχνότητες λειτουργεί ως ανοικτός διακόπτης και δεν διέρχεται ρεύμα σε όλο το κλάδο. Αυτό επιτυγχάνεται επιλέγοντας  $C_i$  και  $\hat{L}_i$  έτσι ώστε

$$\hat{L}_i = \frac{1}{\omega_i^2 C_i}$$

Όταν το ρεύμα διαρρέει στη συχνότητα  $\omega_i$ , ο υπό-κλάδος της απόσβεσης παραδιακλάδωσης  $\tilde{L}_i - R_i$  συνδέεται σε σειρά με τον πυκνωτή  $C_p$  του πιεζοηλεκτρικού επιθέματος και μπορεί να συντονιστεί ανεξάρτητα σε αυτή τη συχνότητα-στόχο  $\omega_i$  θέτοντας

$$\tilde{L}_i = \frac{1}{\omega_i^2 C_p}$$

Είναι προφανές ότι το κύκλωμα παραδιακλάδωσης που παρουσιάζεται στην Εικόνα 7. 1 μπορεί να αντικατασταθεί από ένα ισοδύναμο ή απλουστευμένο κύκλωμα παραδιακλάδωσης με συνολική επαγωγή  $L_i$  για κάθε κλάδο που δίνεται από

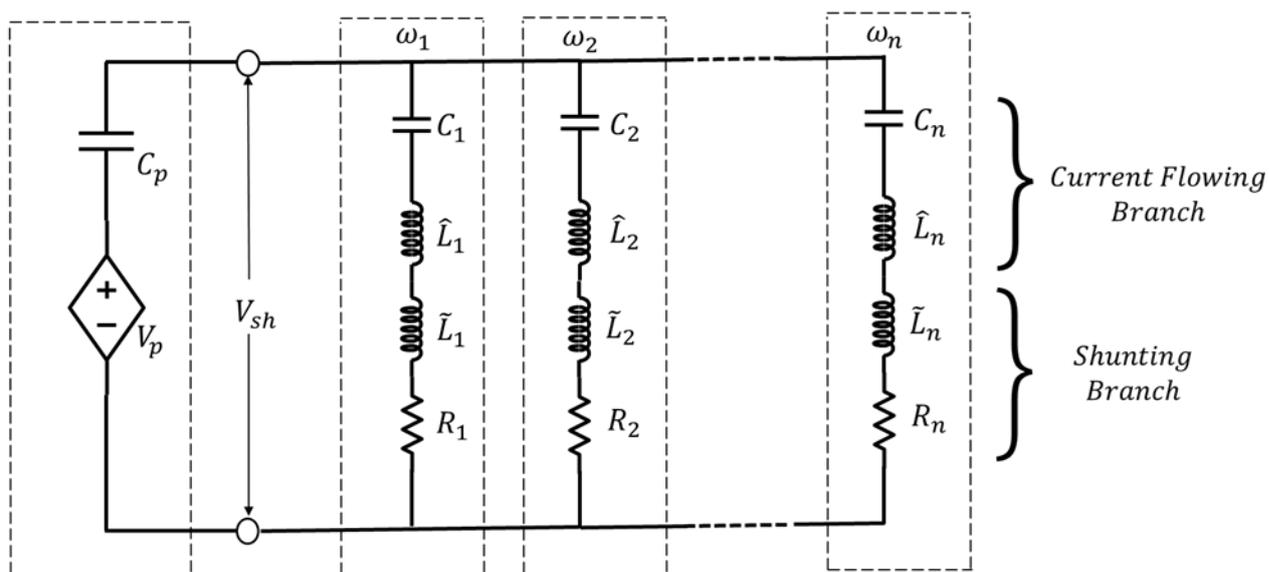
$$L_i = \hat{L}_i + \tilde{L}_i = \frac{C_p + C_i}{\omega_i^2 C_i C_p}$$

### 7.1. Μεταβλητές σχεδιασμού

Στη βιβλιογραφία συναντάμε αντίστοιχες περιπτώσεις βελτιστοποίησης με χρήση αλγορίθμου PSO για κυκλώματα παραδιακλάδωσης, όπως αυτή του Jeon [27] κατά την οποία αναζητώντας οι βέλτιστες τιμές των ηλεκτρικών στοιχείων έχοντας ως αντικειμενική συνάρτηση το άθροισμα των μέσων ταχυτήτων (average velocity), σε ένα συγκεκριμένο εύρος συχνοτήτων. Στη παρούσα μελέτη έχουμε ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων μιας σύνθετης πολυστρωματικής δοκού με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα στην επιφάνεια της. Οι ζητούμενες βέλτιστες τιμές των ηλεκτρικών στοιχείων αντίστασης R, πηνίων L και πυκνωτή C του κυκλώματος παραδιακλάδωσης για να επιτευχθεί η καλύτερη απόσβεση πολλών ιδιομορφών, προκύπτουν από την ελαχιστοποίηση του μέγιστου πλάτους της συνάρτησης απόκρισης της συχνότητας εντός κάποιου εύρους συχνοτήτων. Η λεπτομερής προσέγγιση της

τεχνικής “current flowing” και η αντίστοιχη προσαρμογή των ιδιοσημοτήτων της, στη μέθοδο βελτιστοποίησης PSO μας δίνουν πολύ καλά αποτελέσματα και μας επιτρέπουν να κάνουμε χρήση παθητικών ηλεκτρικών κυκλωμάτων και σε ιδιαίτερα απαιτητικές εφαρμογές για την μείωση ταλαντώσεων πολλών ιδιοσημοτήτων. Στην προτεινόμενη μέθοδο εφαρμόζουμε αλγόριθμο βελτιστοποίησης σημήνους σωματιδίων PSO και γίνεται αναζήτηση των βέλτιστων ηλεκτρικών κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης σύμφωνα με την τεχνική “current flowing” για τον έλεγχο πολλών “n” ιδιοσημοτήτων. Οι άγνωστοι του προβλήματος είναι οι αντιστάσεις  $R_i$ , τα πηνία  $\tilde{L}_i$ ,  $\hat{L}_i$  και οι πυκνωτές  $C_i$  για κάθε  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) κλάδου του παραδιακλαδωμένου κυκλώματος όπως φαίνεται στην Εικόνα 7. 1.

*Equivalent Circuit  
for Piezo Element*



Εικόνα 7. 1 Κύκλωμα παραδιακλάδωσης “Current Flow” για τον έλεγχο ‘n’ Ιδιοσημοτήτων

Για το συγκεκριμένο πρόβλημα γνωρίζουμε τις ιδιοσημοτήτες  $\omega_i$  οι οποίες εξαρτώνται από τις φυσικές ιδιότητες και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της δονούμενης κατασκευής. Για την περίπτωση της δοκού που εξετάζουμε, ισχύει ότι  $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_n$  το οποίο είναι βασική προϋπόθεση για την τεχνική “current flowing”. Επίσης είναι γνωστή η εσωτερική χωρητικότητα  $C_p$  του πιεζοηλεκτρικού, η οποία εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του πιεζοηλεκτρικού επιθέματος που χρησιμοποιείται. Η ισοδύναμη ηλεκτρική απεικόνιση ( $V_p$ - $C_p$ ) του πιεζοηλεκτρικού επιθέματος δίνεται στην Εικόνα 7. 1. Σε όλες τις μελέτες που έχουν γίνει στην βιβλιογραφία για τον έλεγχο πολλών ιδιοσημοτήτων αλλά και στις μελέτες για τον έλεγχο μιας ιδιοσημοτήτης, στα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα που προκύπτουν συνυπολογίζεται η επίδραση της εσωτερικής πιεζοηλεκτρικής χωρητικότητας  $C_p$  του πιεζοηλεκτρικού επιθέματος. Στα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα ελέγχου μιας ιδιοσημοτήτης το πιεζοηλεκτρικό επίθεμα έχει τον αποκλειστικό ρόλο του “πυκνωτή” μέσω της εσωτερικής πιεζοηλεκτρικής χωρητικότητας  $C_p$ . Στα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα πολλών ιδιοσημοτήτων η χωρητικότητα  $C_p$  συνεισφέρει στη συνολική χωρητικότητα του τελικού κυκλώματος, έχοντας κάθε φορά διαφορετικό ποσοστό συνεισφοράς ανάλογα με το υπό μελέτη μοντέλο. Η παρουσία της χωρητικότητας  $C_p$  οδηγεί σε πολύπλοκες μαθηματικές σχέσεις για τον υπολογισμό των υπολοίπων στοιχείων του απαιτούμενου κάθε φορά παραδιακλαδωμένου κυκλώματος. Σε αρκετές μελέτες [39], [51] επιλέγονται πυκνωτές  $C_1, C_2, \dots, C_n$  για το κύκλωμα

παραδιακλάδωσης, με χωρητικότητες στο 10% της εσωτερικής πιεζοηλεκτρικής χωρητικότητας  $C_p$  του πιεζοηλεκτρικού επιθέματος, ο καθένας. Οι μελετητές Giorgio κ.α. [51] επιλέγουν τις τιμές των χωρητικοτήτων  $C_i \approx 0.1 * C_p$  για κάθε  $i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ), γιατί μεγαλύτερες τιμές πυκνωτών οδηγούν σε χειρότερο συντελεστή ηλεκτρομηχανικής σύζευξη  $K_c$ , ενώ μικρότερες τιμές πυκνωτών απαιτούν για μεγάλες τιμές αυτεπαγωγής στο παραδιακλαδωμένο κύκλωμα. Αντίστοιχα συμπεράσματα προκύπτουν και από άλλες δημοσιεύσεις με πειραματικές μελέτες [39] όπου  $C_i \approx 0.1 * C_p$  όπως και στην [25]. Σε άλλες δημοσιεύσεις με πειραματική διερεύνηση των Niederberger κ.α. [25], [41] και [51] ο λόγος  $\frac{C_i}{C_p}$  κυμαίνεται από 7% έως 19%. Οι Mao και Pietrzko [132] κάνοντας πειραματική παραμετρική ανάλυση σε ένα RLC κύκλωμα απέδειξαν ότι η μείωση της ταλάντωσης είναι μεγαλύτερη για τιμές χωρητικότητας  $\frac{C_i}{C_p}$  από 0 έως 100% από ότι για τιμές  $\frac{C_i}{C_p}$  από 100% έως 200%. Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι ο λόγος  $\frac{C_i}{C_p}$  έχει σημαντικό ρόλο στη λειτουργία των RLC κυκλωμάτων, όπως και στην τεχνική “current flowing” που μελετάμε καθώς το παραδιακλαδωμένο μας κύκλωμα αποτελείται όπου “n” το πλήθος των RLC-κυκλώματα όπως φαίνεται στην Εικόνα 7. 1.

Η αυθαίρετη επιλογή των τιμών χωρητικότητας μπορεί να έχει αρνητικό αντίκτυπο στο παραδιακλαδωμένο σύστημα απόσβεσης. Η κατάλληλη επιλογή των τιμών χωρητικότητας είναι ζωτικής σημασίας, καθώς οι μεγάλες τιμές χωρητικότητας θα επιδεινώσουν την ηλεκτρομηχανική σύζευξη, ενώ οι μικρές τιμές χωρητικότητας θα δημιουργήσουν απαίτηση για μεγαλύτερες τιμές επαγωγής στο κύκλωμα παραδιακλάδωσης. Από την άλλη πλευρά, λόγω της ηλεκτρικής αλληλεπίδρασης των διαφορετικών κλάδων του κυκλώματος απόσβεσης παραδιακλάδωσης πολλαπλών ιδιομορφών, οι λύσεις κλειστής μορφής των κλάδων παραδιακλάδωσης συντονισμού υπόκεινται σε σημαντικές προσεγγίσεις με αποτέλεσμα μη βέλτιστους σχεδιασμούς. Έτσι, απαιτείται περαιτέρω λεπτομερής ρύθμιση των ηλεκτρικών παραμέτρων παραδιακλάδωσης μέσω διαδικασίας βελτιστοποίησης.

Στην παρούσα διατριβή, αντί να επιλέγονται αυθαίρετα οι χωρητικότητες του κυκλώματος “ροής ρεύματος” και να συντονίζονται τα πηνία κάθε κλάδου παραδιακλάδωσης με την εγγενή χωρητικότητα του πιεζοηλεκτρικού στοιχείου, προτείνεται μια προσέγγιση βελτιστοποίησης που τις θεωρεί ως νέες μεταβλητές σχεδιασμού, μαζί με τις τιμές αντίστασης  $R_i$ .

Έτσι, οι μεταβλητές σχεδιασμού του υπό μελέτη προβλήματος βελτιστοποίησης είναι οι αντιστάσεις  $R_i$ , οι χωρητικότητες  $C_i$  και οι επαγωγές  $\tilde{L}_i$  του κλάδου παραδιακλάδωσης στο κύκλωμα παραδιακλάδωσης «ροής ρεύματος» (Current flowing). Οι υπόλοιπες επαγωγές  $\hat{L}_i$  των κλάδων «ροής ρεύματος» (Current flowing) δίνονται από την Εξίσωση 122

Ο κύριος στόχος της διατριβής είναι να βρεθούν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος παραδιακλάδωσης για να επιτευχθεί το καλύτερο επίπεδο εξασθένησης για την απόσβεση πολλών ιδιομορφών της δοκού με τη χρήση της τεχνικής βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων. Η βελτιστοποίηση αυτή πραγματοποιείται με την ελαχιστοποίηση του μέγιστου πλάτους της  $\mathbf{H}(j\omega)$ , συνάρτησης απόκρισης συχνότητας (Εξίσωση 146) εντός κάποιου εύρους συχνοτήτων. Οι παράμετροι του αλγορίθμου και οι τιμές των άνω και κάτω

ορίων των μεταβλητών που χρησιμοποιήθηκαν στην βελτιστοποίηση δίνονται στους Πίνακες 7.1 και 7.2 αντίστοιχα.

Παράμετροι αλγορίθμου	
Generations	150
Populations	75
Inertia	1
Inertia weight damping	0.99
Acceleration factors	c1=1.5, c2=2

Πίνακας 7. 1 Παράμετροι Αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων

Μεταβλητή	Κάτω όριο	Άνω όριο
$R_2(k\Omega)$	0	30
$R_3(k\Omega)$	0	30
$C_2(\mu F)$	1e-8	1
$C_3(\mu F)$	1e-8	1
$\tilde{L}_2(H)$	1	20
$\tilde{L}_3(H)$	1	20

Πίνακας 7. 2 Όρια μεταβλητών σχεδιασμού βελτιστοποίησης

## 7.2. Αντικειμενική Συνάρτηση

Θεωρήστε τον πίνακα συναρτήσεων μεταφοράς  $\mathbf{H}^{sh}(s) \in \mathbb{C}^{N \times N}$  που αντιπροσωπεύει το σύνθετο πιεζοηλεκτρικό σύστημα παραδιακλάδωσης (Εξίσωση 146). Είναι γνωστό ότι η απόκριση συχνότητας  $\mathbf{H}^{sh}(j\omega)$  ενός συστήματος είναι μια συνάρτηση που συσχετίζει την απόκριση εξόδου με μια ημιτονοειδή είσοδο σε μια συχνότητα  $\omega$ . Στην πραγματικότητα, η απόκριση συχνότητας (FR) ενός συστήματος σε μια συχνότητα  $\omega$  είναι απλώς η συνάρτηση μεταφοράς του που υπολογίζεται με την αντικατάσταση  $s = j\omega$ , δηλαδή

$$\mathbf{H}^{sh}(j\omega) = \mathbf{C}^{sh}(j\omega\mathbf{I} - \mathbf{A}^{sh})^{-1}\mathbf{B}^{sh} \quad \text{Εξίσωση 147}$$

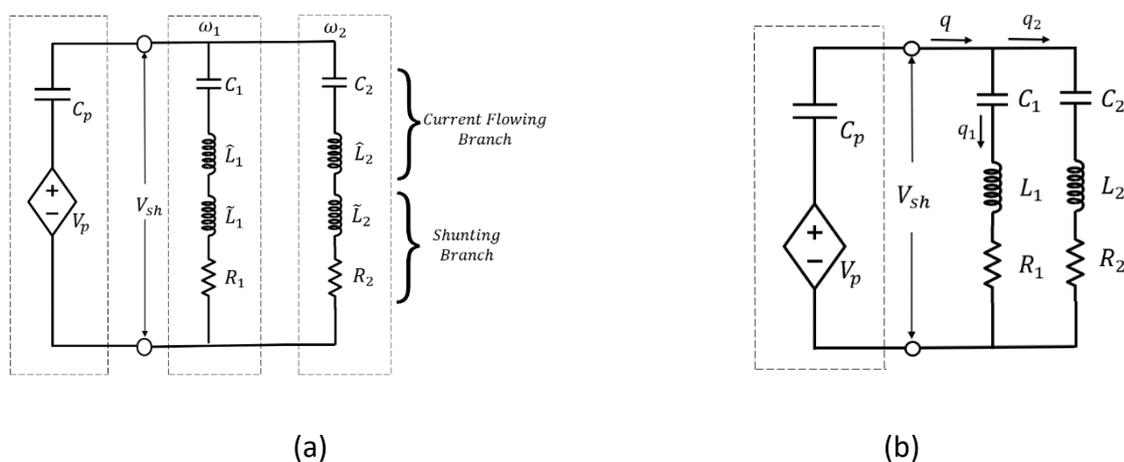
Υπενθυμίζεται ότι τα στοιχεία  $H_{ij}^{sh}(\omega)$  του πίνακα  $\mathbf{H}^{sh}(j\omega)$  παρέχουν την απόκριση συχνότητας του συστήματος του  $i$  β.ε. για μια επιβαλλόμενη δύναμη στον  $j$  β.ε., για κάθε συχνότητα  $\omega$ .

Όταν καθοριστεί το εύρος συχνοτήτων ενδιαφέροντος και ο β.ε. στον οποίον πρέπει να αποσβεστούν οι ταλαντώσεις, η FRF μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον καθορισμό δεικτών απόδοσης που πρέπει να βελτιστοποιηθούν για την επιλογή των βέλτιστων τιμών παραμέτρων παραδιακλάδωσης. Στην περίπτωση της απόσβεσης παραδιακλάδωσης πολλών ιδιομορφών, το εύρος ενδιαφέροντος περιέχει πολλαπλές κορυφές σε μια περιοχή ιδιοσυχνοτήτων που επιλέγεται να αποσβεστούν. Ως εκ τούτου, στην παρούσα έρευνα, ολόκληρο το εύρος συχνοτήτων ενδιαφέροντος χωρίζεται σε περιοχές που περιέχουν τις συχνότητες ενδιαφέροντος και η αντικειμενική συνάρτηση  $f$  επιλέγεται να είναι το

σταθμισμένο άθροισμα των μέγιστων πλατών της συνάρτησης απόκρισης FRF στις περιοχές αυτές, δηλαδή:

$$f(x) = \sum_k a_k \max_{\underline{\omega}_k \leq \omega_k \leq \bar{\omega}_k} |H_{ii}^{sh}(\omega_k)| \quad \text{Εξίσωση 148}$$

όπου  $x$  συμβολίζει το σύνολο των μεταβλητών σχεδιασμού,  $H_{ii}^{sh}(\omega)$  είναι η απόκριση της δοκού στο άκρο για μια διέγερση στο ίδιο σημείο,  $[\underline{\omega}_k, \bar{\omega}_k]$  συμβολίζει μια περιοχή κοντά στη συχνότητα  $\omega_k$  και ο δείκτης  $k$  είναι το σύνολο των συχνοτήτων ενδιαφέροντος. Στην Εξίσωση 148  $a_k$  είναι οι συντελεστές στάθμισης που ικανοποιούν τις σχέσεις  $a_k \geq 0$ ,  $\sum_k a_k = 1$ . Μεταβάλλοντας τις τιμές των  $a_k$  μπορούμε να δώσουμε έμφαση σε μια συγκεκριμένη συχνότητα συντονισμού που μας ενδιαφέρει. Στην παρούσα εργασία εξετάζονται η δεύτερη και η τρίτη ιδιομορφή μιας πιεζοηλεκτρικής δοκού-πρόβολου για απόσβεση χωρίς να δίνεται έμφαση σε κάποια από τις δύο ιδιομορφές, οπότε  $k=2,3$  και  $\alpha_2=\alpha_3=0.5$ .



Εικόνα 7. 2 Ενιαίο κύκλωμα παραδιακλάδωσης για έλεγχο «ροής ρεύματος» δύο ιδιομορφών (β) Απλοποιημένο κύκλωμα παραδιακλάδωσης

### 7.3. Διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης

Στην προτεινόμενη μεθοδολογία, ως μεταβλητές σχεδιασμού θεωρούνται οι τιμές της αντίστασης  $R_i$ , οι χωρητικότητες  $C_i$  και οι τιμές της επαγωγής του υπο-κλάδου παραδιακλάδωσης  $\tilde{L}_i$ . Οι τιμές της αυτεπαγωγής  $\hat{L}_i$  δίνονται από την Εξίσωση 122, ενώ η αυτεπαγωγή του απλοποιημένου κυκλώματος παραδιακλάδωσης στην Εικόνα 4. 6 δίνεται από τη σχέση  $L_i = \hat{L}_i + \tilde{L}_i$ . Έτσι, το πρόβλημα βελτιστοποίησης της επιλογής των παραμέτρων του κυκλώματος παραδιακλάδωσης για την ελαχιστοποίηση του συντελεστή απόδοσης (Εξίσωση 148) διατυπώνεται ως εξής:

Μοντέλο 1 (Προτεινόμενη Μέθοδος Διατριβής):

Εύρεση του βέλτιστου συνόλου των μεταβλητών σχεδιασμού (βέλτιστο διάνυσμα σχεδιασμού)  $x = \{R_i, C_i, \tilde{L}_i\}^T$

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize } f(R_i, C_i, \tilde{L}_i) \\
 & \text{st } R_L \leq R_i \leq R_U \quad i = 1, 2, \dots, n \\
 & \quad C_L \leq C_i \leq C_U \quad i = 1, 2, \dots, n \\
 & \quad L_L \leq \tilde{L}_i \leq L_U \quad i = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}
 \tag{Εξίσωση 149}$$

όπου ο δείκτης  $L$  υποδηλώνει το κάτω όριο της αντίστοιχης μεταβλητής και ο δείκτης  $U$  υποδηλώνει το άνω όριο της αντίστοιχης μεταβλητής.

Για να διερευνηθεί η επίδραση των μεταβλητών σχεδιασμού στο βέλτιστο σχεδιασμό του σύνθετου συστήματος και για λόγους σύγκρισης, εξετάζονται δύο επιπλέον μοντέλα με λιγότερες μεταβλητές σχεδιασμού όμοιες περιπτώσεις με αυτά που συναντάμε στη βιβλιογραφία.

#### Μοντέλο 2:

Στην περίπτωση αυτή, μόνο οι τιμές της αντίστασης  $R_i$  είναι οι μεταβλητές σχεδιασμού. Οι τιμές της χωρητικότητας  $C_i$  επιλέγονται να είναι το 10% της εγγενούς χωρητικότητας του πιεζοηλεκτρικού επιθέματος και οι τιμές της αυτεπαγωγής  $L_i$  δίνονται από τις Εξισώσεις 101 και 102. Στην πραγματικότητα, η περίπτωση αυτή αντιστοιχεί στην προσέγγιση "ρεύματος που ρέει" των αναφορών [38], [39]. Συνεπώς, η διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης είναι η εξής:

Εύρεση μεταβλητών σχεδιασμού  $R_i$

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize } f(R_i) \\
 & \text{st } R_L \leq R_i \leq R_U \quad i = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}
 \tag{Εξίσωση 150}$$

όπου  $R_L$  και  $R_U$  είναι αντίστοιχα το κατώτερο και το ανώτερο όριο του  $R_i$ .

#### Μοντέλο 3:

Στην περίπτωση αυτή, οι τιμές αντίστασης  $R_i$  και οι τιμές χωρητικότητας  $C_i$  είναι οι μεταβλητές σχεδιασμού. Οι τιμές αυτεπαγωγής  $L_i$  δίνονται από τις Εξισώσεις 101 και 102. Έτσι, η διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης είναι η εξής:

Εύρεση των μεταβλητών σχεδιασμού  $R_i, C_i$  για να

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize } f(R_i, C_i) \\
 & \text{st } R_L \leq R_i \leq R_U \quad i = 1, 2, \dots, n \\
 & \quad C_L \leq C_i \leq C_U \quad i = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}
 \tag{Εξίσωση 151}$$

όπου  $C_L$  και  $C_U$  είναι αντίστοιχα το κατώτερο και το ανώτερο όριο του  $C_i$ .

## 7.4. Αριθμητικά αποτελέσματα

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζονται αριθμητικά αποτελέσματα του βέλτιστου σχεδιασμού για πρόβολο σύνθετης δοκού που φαίνεται στο Σχήμα 1. Οι Thomas κ.α. [1] μελέτησαν στο παρελθόν την εν λόγω δοκό για απόσβεση παραδιακλάδωσης μιας ιδιομορφής. Η δοκός είναι κατασκευασμένη από αλουμίνιο και τα πιεζοκεραμικά είναι PIC151 και είναι τοποθετημένα 0,5 mm μακριά από το σταθερό άκρο. Τα υλικά και οι γεωμετρικές ιδιότητες της δομής δίνονται στον Πίνακα 7.3. Σε αυτή τη μελέτη, η δεύτερη και

η τρίτη λειτουργία της δοκού-πρόβολου αποσβένονται με τη χρήση παραδιακλάδωσης συντονισμού πολλών ιδιομορφών που παρουσιάζεται στην Εικόνα 7. 2. Ο λόγος για την εξέταση μόνο του δεύτερης και της τρίτης ιδιομορφής είναι ότι, λόγω της θέσης του πιεζοηλεκτρικού επιθέματος, οι ιδιομορφές αυτές έχουν μεγαλύτερη επιρροή σε σχέση με τις άλλες ιδιομορφές. Για τον προσδιορισμό της απόκρισης συχνότητας χρησιμοποιήθηκε το προτεινόμενο μοντέλο FE και η αρμονική δύναμη εφαρμόστηκε στην άκρη της δοκού. Η απόκριση του συστήματος προσδιορίστηκε στην ίδια θέση.

Μονάδες	Παράμετροι	Δοκός	Μέγεθος	PZT	Μέγεθος
	Διαπερατότητα σε συνθήκες κενού: $\epsilon_{0t} = 8.854e^{-12}$ F/m				
mm	Μήκος	lb	170	lp	25
mm	Πάχος	hb	2	hp	0.5
mm	Πλάτος	b	20	b	20
mm	Θέση επιθέματος			x_	0.5
kg/m <sup>3</sup>	Πυκνότητα	rb	2800	rp	8500
GPa	Μέτρο Young	Yb	72	Yp	66.7
	Λόγος Poisson	vb	0.31	vp	0.31
C/m <sup>2</sup>	Πιεζοηλεκτρική σταθερά			e <sub>31t</sub>	-14
F/m	Διηλεκτρική σταθερά			e <sub>33t</sub> / $\xi_{33}$	2068* $\epsilon_{0t}$

Πίνακας 7. 3 Πίνακας Παραμέτρων δοκού: Αλουμίνιο με PZT: PIC 151

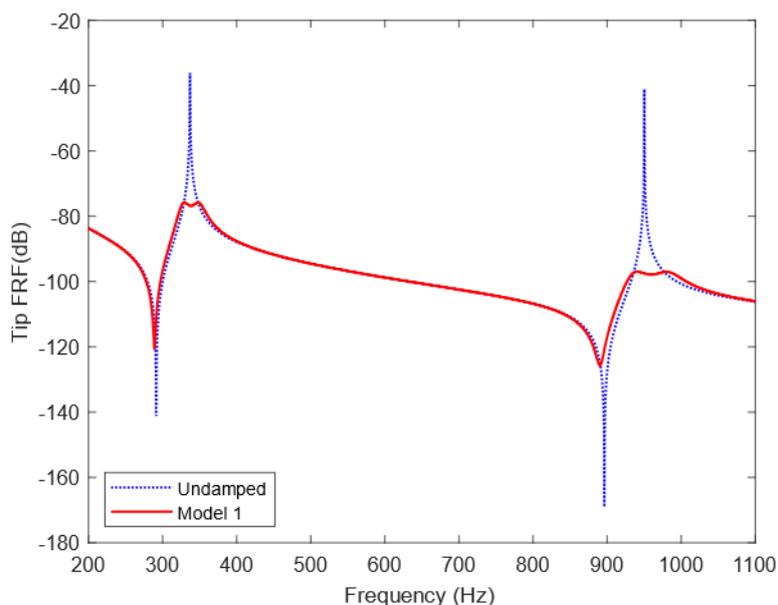
#### 7.4.1. Επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης: Μοντέλο

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης (Εξίσωση 149) αντιμετωπίζεται σε αυτό το στάδιο θεωρώντας ως μεταβλητές σχεδιασμού τις τιμές αντίστασης  $R_i$ , τις χωρητικότητες  $C_i$  και τις τιμές επαγωγής του υποκλάδου απόσβεσης παραδιακλάδωσης  $\tilde{L}_i$ . Οι τιμές της αυτεπαγωγής  $\hat{L}_i$  του κλάδου «ροής ρεύματος» δίνονται από την Εξίσωση 97, ενώ οι επαγωγές του απλοποιημένου κυκλώματος παραδιακλάδωσης στην Εικόνα 7. 2(β) προκύπτουν ως  $L_i = \hat{L}_i + \tilde{L}_i$ . Το πρόβλημα επιλύθηκε με τις οριακές τιμές που δίνονται στον Πίνακα 7.2. Οι βέλτιστες τιμές των ηλεκτρικών παραμέτρων του απλουστευμένου κυκλώματος παραδιακλάδωσης που προέκυψε δίνονται στον Πίνακα 7.4.

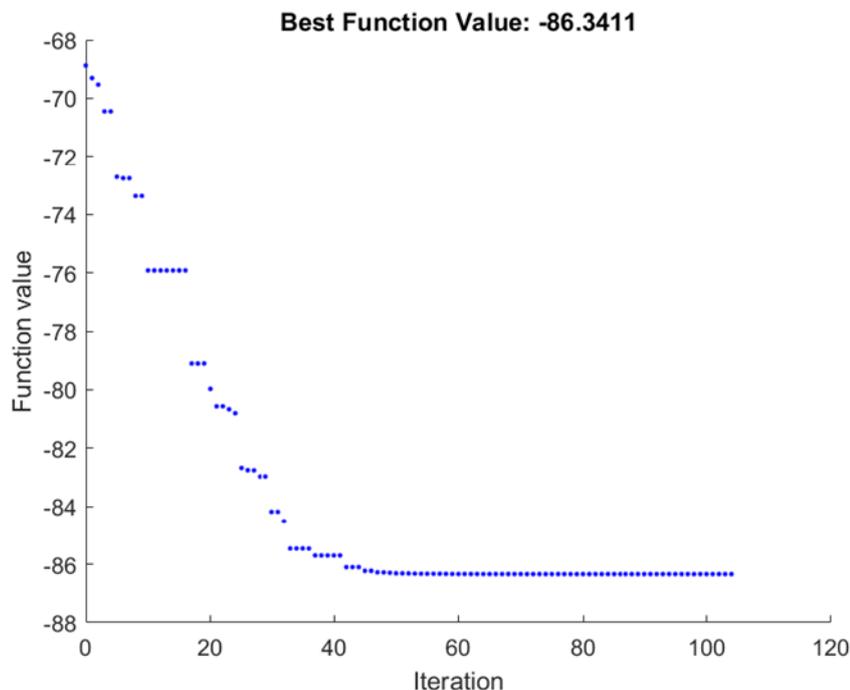
Παράμετρος	Τιμή
$R_2(k\Omega)$	1.40
$R_3(k\Omega)$	2.36
$C_2(\mu F)$	1
$C_3(\mu F)$	0.0083
$\tilde{L}_2(H)$	7.43
$\tilde{L}_3(H)$	1.68
$L_2(H)$	7.68
$L_3(H)$	5.06

Πίνακας 7. 4 Παράμετροι παραδιακλάδωσης για το μοντέλο 1

Για να τεκμηριωθεί η τεχνική βελτιστοποίησης της νόρμας  $H_\infty$ , η απόκριση συχνότητας του μεγέθους της μετατόπισης του άκρου, πριν και μετά την απόσβεση παραδιακλάδωσης, παρουσιάζεται στην Εικόνα 7. 3. Τα πλάτη συντονισμού για την δεύτερη και την τρίτη ιδιομορφή μειώθηκαν κατά 39,61 dB και 55,92 dB αντίστοιχα.



Εικόνα 7. 3 Προσομοιωμένη συχνότητα απόκρισης: Απόκριση χωρίς απόσβεση (μπλε ---), Απόκριση με απόσβεση - Μοντέλο 1 (κόκκινο)



Εικόνα 7. 4 Σύγκλιση αλγορίθμου PSO - 1ο Μοντέλο

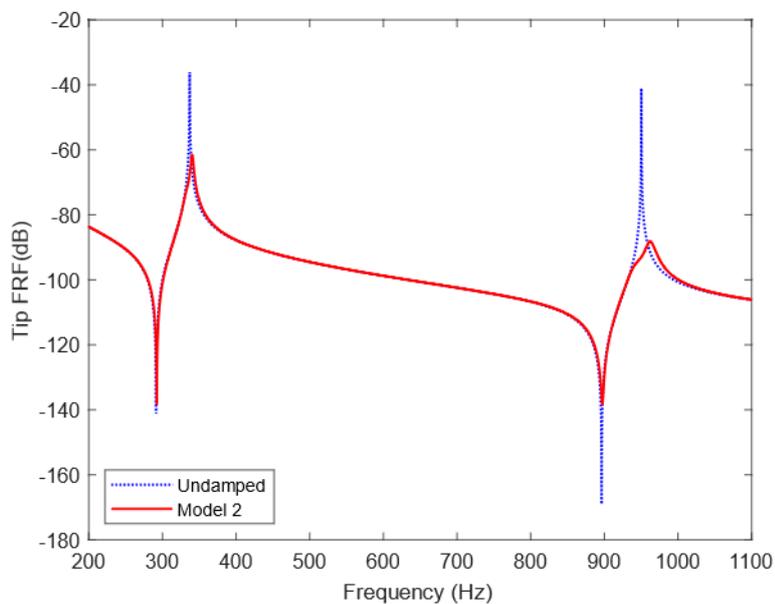
Η Εικόνα 7. 4 δείχνει τη σύγκλιση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων για το μοντέλο 1. Όπως φαίνεται από την Εικόνα 7. 4, η διαδικασία συγκλίνει μετά τη γενιά 45, όταν η αντικειμενική συνάρτηση παραμένει σχεδόν σταθερή. Χρειάστηκε περίπου 1 ώρα για να γίνουν οι 105 επαναλήψεις. Επιπλέον, ο αλγόριθμος σταματά πριν επιτευχθεί η μέγιστη επανάληψη, καθώς οι σχετικές μεταβολές στην αντικειμενική συνάρτηση ήταν μικρότερες από την ανοχή ( $1e-6$ ).

#### 7.4.2. Επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης: Μοντέλο 2

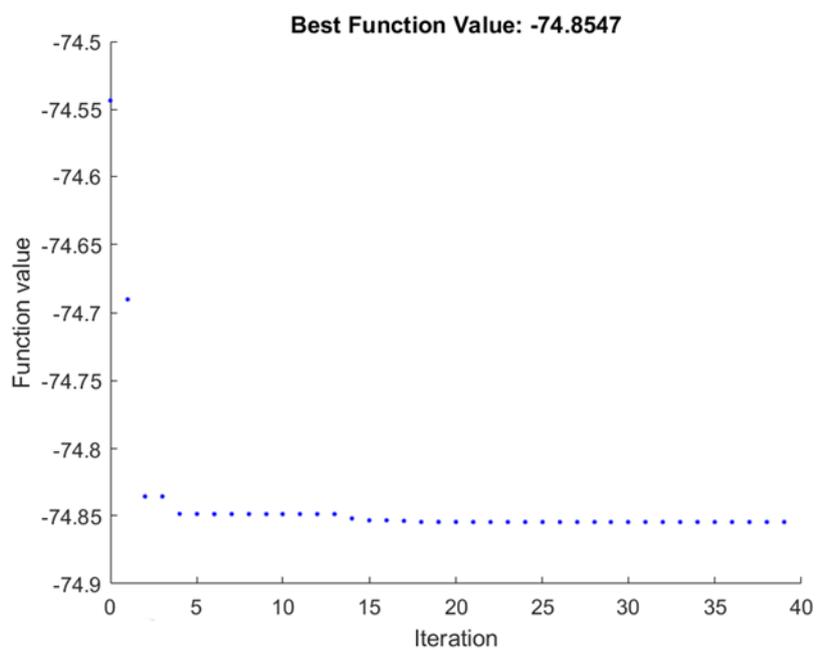
Σε αυτή την περίπτωση, το πρόβλημα βελτιστοποίησης που περιγράφεται από την Εξίσωση 150 επιλύεται θέτοντας τα κατώτερα όρια  $R_L$  και  $R_U$  για τις τιμές της αντίστασης ως τα ίδια με το μοντέλο 1 (ίνακας 7. 2). Οι τιμές της χωρητικότητας  $C_i$  επιλέγονται να είναι το 10% της εγγενούς χωρητικότητας του πιεζοηλεκτρικού επιθέματος και οι τιμές της επαγωγής  $L_i$  δίνονται από τις Εξισώσεις 101 και 102. Οι βέλτιστες τιμές των μεταβλητών αντίστασης που βρέθηκαν από τον αλγόριθμο PSO είναι  $R_2=12,29$  kΩ και  $R_3=4,02$  kΩ. Οι συνολικές παράμετροι του κυκλώματος παραδιακλάδωσης για το μοντέλο 2 παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.5. Στην Εικόνα 7. 5 παρουσιάζεται το μέγεθος της FRF κορυφής, πριν και μετά την απόσβεση παραδιακλάδωσης. Τα πλάτη συντονισμού για τον δεύτερο και τον τρίτο τρόπο λειτουργίας μειώθηκαν κατά 25,47 dB και 47,08 dB αντίστοιχα.

Παράμετρος	Τιμή
$R_2 (k\Omega)$	12.29
$R_3 (k\Omega)$	4.02
$C_2 (nF)$	1.83
$C_3 (nF)$	1.83
$L_2 (H)$	134.07
$L_3 (H)$	16.85
$L_3 (H)$	16.85

Πίνακας 7. 5 Παράμετροι παραδιακλάδωσης για το μοντέλο 2



Εικόνα 7. 5 Προσομοιωμένη συχνότητα απόκρισης: Απόκριση χωρίς απόσβεση (μπλε ---), Απόκριση με απόσβεση - Μοντέλο 2 (κόκκινο)



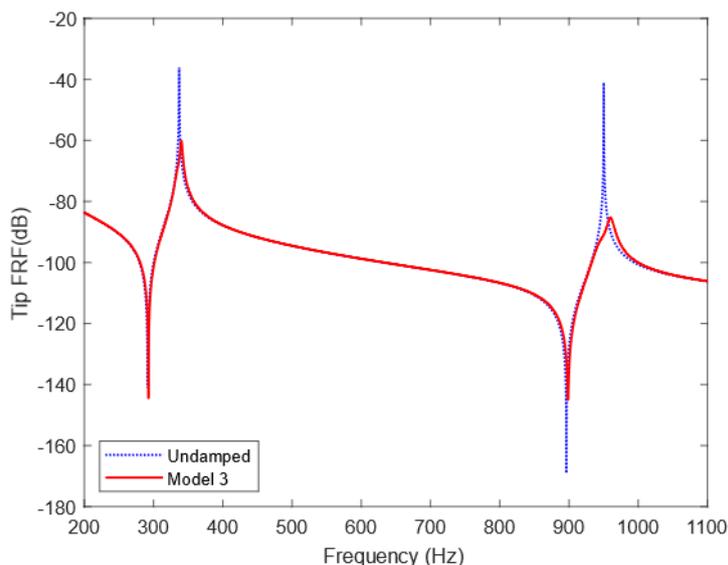
Εικόνα 7. 6 Σύγκλιση αλγορίθμου PSO - 2ο Μοντέλο

### 7.4.3. Επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης: Μοντέλο 3

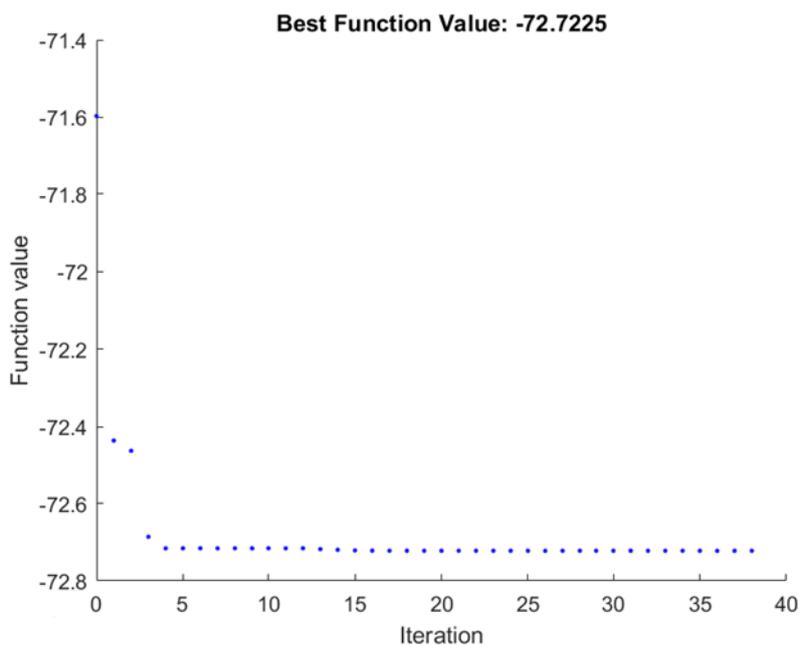
Στην ενότητα αυτή επιλύεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης που ορίζεται από την Εξίσωση 151 με τις τιμές αντίστασης  $R_i$  και τις τιμές χωρητικότητας  $C_i$  να θεωρούνται ως μεταβλητές σχεδιασμού. Δεδομένων των χωρητικότητων, οι τιμές επαγωγής  $L_i$  του απλοποιημένου κυκλώματος παραδιακλάδωσης προσδιορίζονται από τις Εξισώσεις 101 και 102. Τα κατώτερα και ανώτερα όρια για τις αντιστάσεις και τις χωρητικότητες που μεταβάλλονται είναι τα ίδια με το μοντέλο 1 και δίνονται στον Πίνακα 7.2. Οι βέλτιστες τιμές των μεταβλητών σχεδιασμού, μαζί με τις υπολογιζόμενες επαγωγές δίνονται στον Πίνακα 7. 6. Η απόκριση συχνότητας του μεγέθους της μετατόπισης του άκρου, πριν και μετά την απόσβεση παραδιακλάδωσης, παρουσιάζεται στην Εικόνα 7. 7. Χρησιμοποιώντας τις τιμές του κυκλώματος παραδιακλάδωσης από τον πίνακα 6, τα πλάτη συντονισμού για την δεύτερο και την τρίτη ιδιομορφή μειώθηκαν κατά 24,07 dB και 44,22 dB αντίστοιχα.

Παράμετρος	Τιμή
$R_2(k\Omega)$	16.34
$R_3(k\Omega)$	5.43
$C_2(\mu F)$	0.001
$C_3(\mu F)$	0.001
$L_2(H)$	235.36
$L_3(H)$	29.59

Πίνακας 7. 6 Παράμετροι παραδιακλάδωσης για το μοντέλο 3



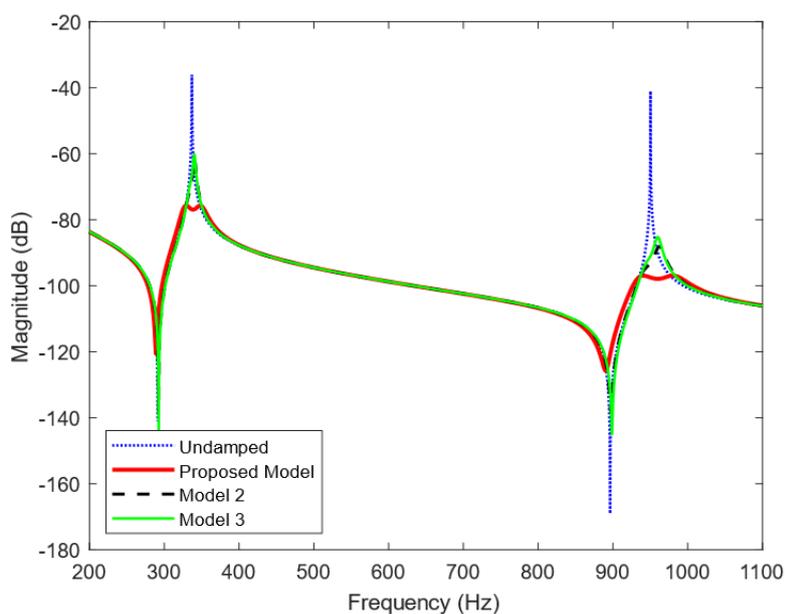
Εικόνα 7. 7 Προσομοιωμένη συχνότητα απόκρισης: Απόκριση χωρίς απόσβεση (μπλε ---), Απόκριση με απόσβεση - Μοντέλο 3 (κόκκινο)



Εικόνα 7. 8 Σύγκλιση αλγορίθμου PSO - 2ο Μοντέλο 3

### 7.5. Ανάλυση αποτελεσμάτων

Στο τμήμα αυτό γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από τα τρία μοντέλα. Για το λόγο αυτό, οι προσομοιωμένες αποκρίσεις συχνότητας με τη χρήση βέλτιστων λύσεων όλων των μοντέλων απεικονίζονται ταυτόχρονα στην Εικόνα 7. 9. Από το σχήμα αυτό παρατηρείται ότι η γραμμή βέλτιστης λύσης του προτεινόμενου μοντέλου 1 δίνει μεγαλύτερη μείωση πλάτους από τα δύο άλλα μοντέλα. Αυτό σημαίνει ότι το προτεινόμενο μοντέλο 1 αποδίδει καλύτερα αποτελέσματα από όλα τα άλλα μοντέλα. Το ίδιο συμπέρασμα μπορεί να προκύψει από τη σύγκριση της μείωσης του πλάτους για τη δεύτερη και την τρίτη λειτουργία για όλα τα μοντέλα που δίνονται στον Πίνακα 7.7.



Εικόνα 7. 9 Προσομοιωμένες συχνότητες απόκρισης των τριών μοντέλων

	Μοντέλο 1	Μοντέλο 2	Μοντέλο 3
Ιδιομορφή 2	39.60	25.47	24.07
Ιδιομορφή 3	55.92	47.08	44.22

Πίνακας 7. 7 Μείωση πλάτους (dB)

Ένα άλλο πλεονέκτημα της προσέγγισης που παρουσιάστηκε στο μοντέλο 1 είναι η μείωση των απαιτούμενων τιμών αυτεπαγωγής των κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης πολλών ιδιομορφών. Πράγματι, συγκρίνοντας τις τιμές των επαγωγών που απαιτούνται για τον έλεγχο της απόσβεσης παραδιακλάδωσης σε όλα τα μοντέλα (Πίνακας 7. 4 και Πίνακας 7. 5), οι συνολικές επαγωγές στο μοντέλο 1 έχουν τις μικρότερες τιμές. Φαίνεται ότι η εξέταση των χωρητικότητων ως μεταβλητών σχεδιασμού που πρέπει να προσδιοριστούν και η ρύθμιση των τιμών τους μέσω της μεθόδου βελτιστοποίησης, αποτελεί έναν εναλλακτικό τρόπο για τη μείωση των απαιτήσεων σε αυτεπαγωγές των πιεζοηλεκτρικών συστημάτων παραδιακλάδωσης απόσβεσης [40]. Σε αντίθεση όμως με τη μέθοδο του [40], η προτεινόμενη προσέγγιση δεν γίνεται εις βάρος της απόδοσης απόσβεσης.

### 7.6. Βελτιστοποίηση για κύκλωμα πολλών ιδιομορφών current flowing σε δοκό πρόβολο.

Στην παρούσα ενότητα μελετήθηκε ένα ακόμα μοντέλο με διαφορετικά υλικά και γεωμετρικές ιδιότητες τα οποία δίνονται στον Πίνακα 7.8. Η δοκός-πρόβολος είναι κατασκευασμένη από ατσάλι και τα πιεζοκεραμικά είναι PIC 255. Τα αριθμητικά αποτελέσματα του βέλτιστου σχεδιασμού για πρόβολο σύνθετης δοκού παρουσιάζονται που φαίνεται στην Εικόνα 7. 10. Σε αυτή τη μελέτη, η δεύτερη και η τρίτη λειτουργία της δοκού-πρόβολου αποσβένονται με τη χρήση παραδιακλάδωσης συντονισμού πολλών ιδιομορφών που παρουσιάζεται στην Εικόνα 7. 2 (β).

Μονάδες	Παράμετροι	Δοκός	Μέγεθος	PZT	Μέγεθος
	Διαπερατότητα σε συνθήκες κενού: $\epsilon_{0t} = 8.854e^{-12}$ F/m				
mm	Μήκος	lb	170	lp	20
mm	Πάχος	hb	2	hp	0.5
mm	Πλάτος	b	20	b	20
mm	Θέση επιθέματος			x <sub>-</sub>	0.5
kg/m <sup>3</sup>	Πυκνότητα	rb	7045	rp	7800
GPa	Μέτρο Young	Yb	180	Yp	62.1
	Λόγος Poisson	vb	0.31	vp	0.34
C/m <sup>2</sup>	Πιεζοηλεκτρική σταθερά			e <sub>31t</sub>	-11.18
F/m	Διηλεκτρική σταθερά			e <sub>33t</sub> / $\xi_{33}$	1623* $\epsilon_{0t}$

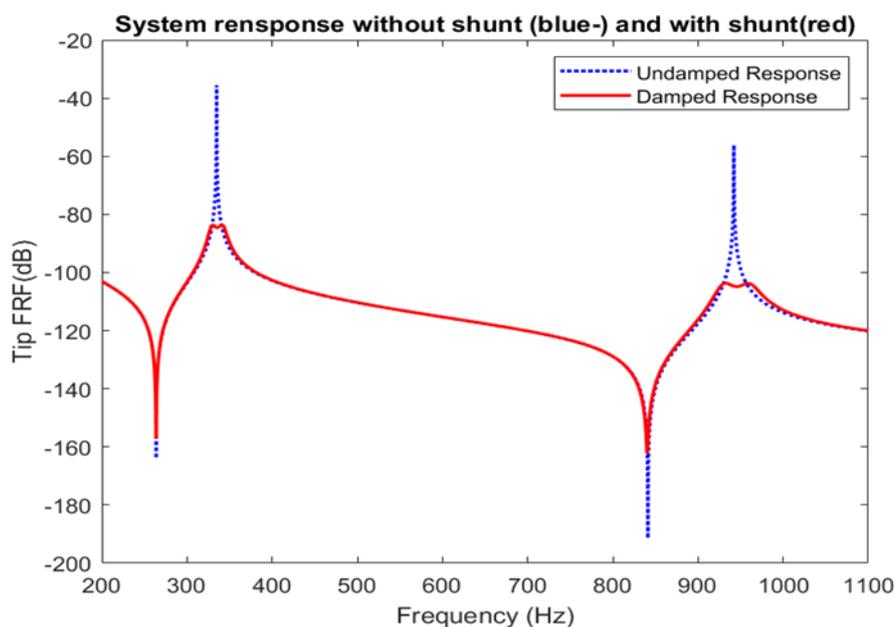
Πίνακας 7. 8 Πίνακας Παραμέτρων δοκού: Ατσάλι με PZT: PIC 255

Με τη βελτιστοποίηση που έγινε εφαρμόζοντας αλγόριθμο PSO στα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων και στα μοντέλα χώρου κατάστασης, προέκυψαν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος για μέθοδο current-flowing για την απόσβεση πολλών ιδιομορφών. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

Βέλτιστες τιμές παραμέτρων κυκλώματος με PSO σε περιβάλλον Matlab	
<b>2η ιδιομορφή</b>	
	$C_2=1.14999e-08$ F
	$R_2=3649.5541$ Ohm
	$L_{2tot}=33.52$ H
$L_{2tot} = \tilde{L}_2 + \hat{L}_2$	$\hat{L}_2 = 20.60166$ H (σταθερό)
$\tilde{L}_2 = L_{2tot} - \hat{L}_2$	$\tilde{L}_2 = 12.92423$ H
<b>3η ιδιομορφή</b>	
	$C_3=4.45186e-9$ F
	$R_3=2637.43291$ Ohm
	$L_{3tot}=9.271913$ H
$L_{3tot} = \tilde{L}_3 + \hat{L}_3$	$\hat{L}_3 = 6.707055$ H (σταθερό)
$\tilde{L}_3 = L_{3tot} - \hat{L}_3$	$\tilde{L}_3 = 2.56486$ H

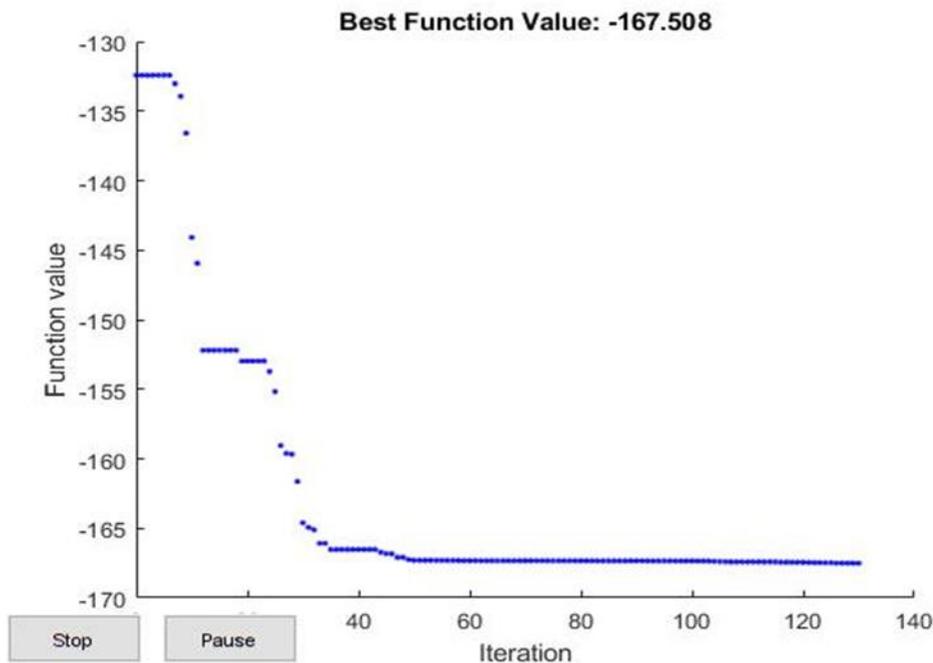
Πίνακας 7. 9 Πίνακας Βέλτιστων τιμών στοιχείων του κυκλώματος

Δίνεται το γράφημα απόκρισης του σήματος εξόδου κατά την εφαρμογή στο περιβάλλον Matlab για τον έλεγχο 2 ιδιοσυχνοτήτων.



Εικόνα 7. 10 Γράφημα Απόκρισης Σήματος Εξόδου, Matlab

Στην Εικόνα 7. 11 απεικονίζεται η σύγκλιση του αλγόριθμου PSO, με βάση το γράφημα παρατηρείται η καλή λειτουργία του αλγόριθμου.



Εικόνα 7. 11 Σύγκλιση αλγόριθμου σμήνους σωματιδίων (PSO), Matlab

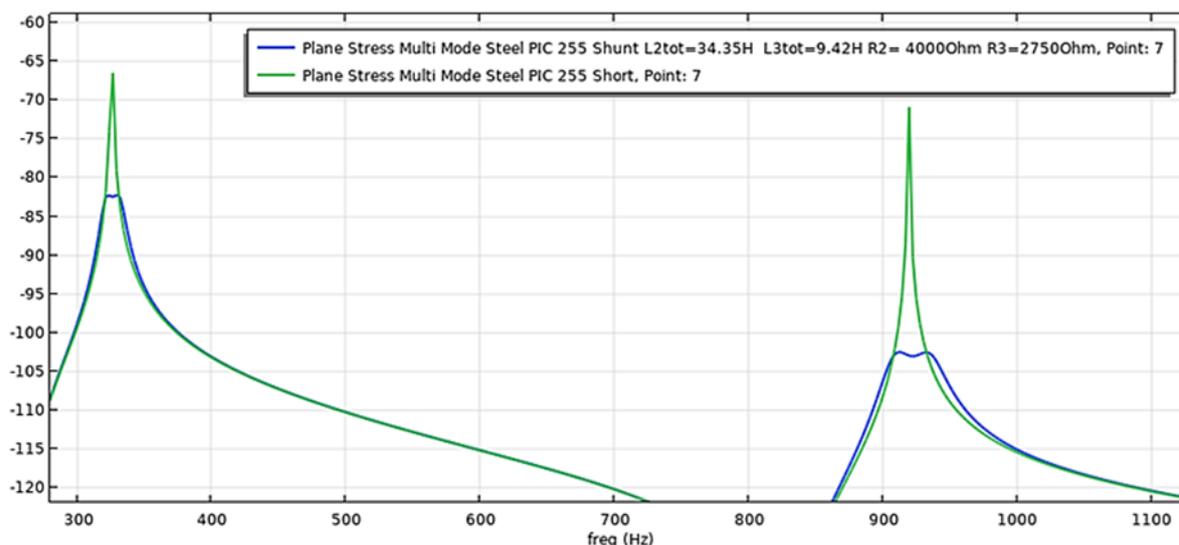
Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την παραπάνω μελέτη-βελτιστοποίηση στα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων και των μοντέλων χώρου κατάστασης για δοκό ατσάλι και PIC 255, εφαρμοστήκαν σε εμπορικό πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων για επικύρωση της ορθής λειτουργίας των μοντέλων που αναπτύχθηκαν και της βελτιστοποίησης που εφαρμόστηκε.

Με τη μέθοδο δοκιμής-σφάλματος στα R και L χωρίς να επηρεαστούν αυτές του πυκνωτή, προέκυψαν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος για μέθοδο current-flowing για την απόσβεση πολλών ιδιομορφών στο εμπορικό πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων.

<b>Βέλτιστες τιμές παραμέτρων κυκλώματος με δοκιμή-σφάλμα σε εμπορικό FEM</b>	
<b>2η ιδιομορφή</b>	
	$C_2=1.14999e-08$ F
	$R_2=4000$ Ohm
	$L_{2tot}=34.35$
$L_{2tot} = \tilde{L}_2 + \hat{L}_2$	$\hat{L}_2=20.60166$ H (σταθερό)
$\tilde{L}_2 = L_{2tot} - \hat{L}_2$	$\tilde{L}_2=13.74834$ H
<b>3η ιδιομορφή</b>	
	$C_3=4.45186e-9$ F
	$R_3=2750$ Ohm
	$L_{3tot}=9.42$ H
$L_{3tot} = \tilde{L}_3 + \hat{L}_3$	$\hat{L}_3=6.707055$ H (σταθερό)
$\tilde{L}_3 = L_{3tot} - \hat{L}_3$	$\tilde{L}_3=2.728$ H

Πίνακας 7. 10 Πίνακας Βέλτιστων τιμών στοιχείων του κυκλώματος, FEM

Ακολουθούν η γραφική παράσταση του σήματος απόκρισης εξόδου από το εμπορικό πρόγραμμα προσομοίωσης με την εφαρμογή των βέλτιστων τιμών στα ηλεκτρικά κυκλώματα.



Εικόνα 7. 12 Γράφημα Απόκρισης Σήματος Εξόδου, FEM

### 7.6.1. Επικύρωση αποτελεσμάτων προτεινόμενης μεθόδου βελτιστοποίησης για κύκλωμα current flowing

Για την επικύρωση της προτεινόμενης μεθόδου βελτιστοποίησης στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκε, συγκρίνονται τα αποτελέσματα με τα αντίστοιχα βέλτιστα αποτελέσματα του εμπορικού προγράμματος για τις παραμέτρους του ηλεκτρικού κυκλώματος με τη μέθοδο παραδιακλάδωσης current flowing.

Αρχικά συγκρίνονται οι τιμές των τριών πρώτων ιδιοσυχνοτήτων ανοιχτού κυκλώματος και βραχυκυκλώματος για το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και των μοντέλων χώρου κατάστασης που αναπτύξαμε σε περιβάλλον MATLAB, με τις αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες του μοντέλου στο εμπορικό πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων.

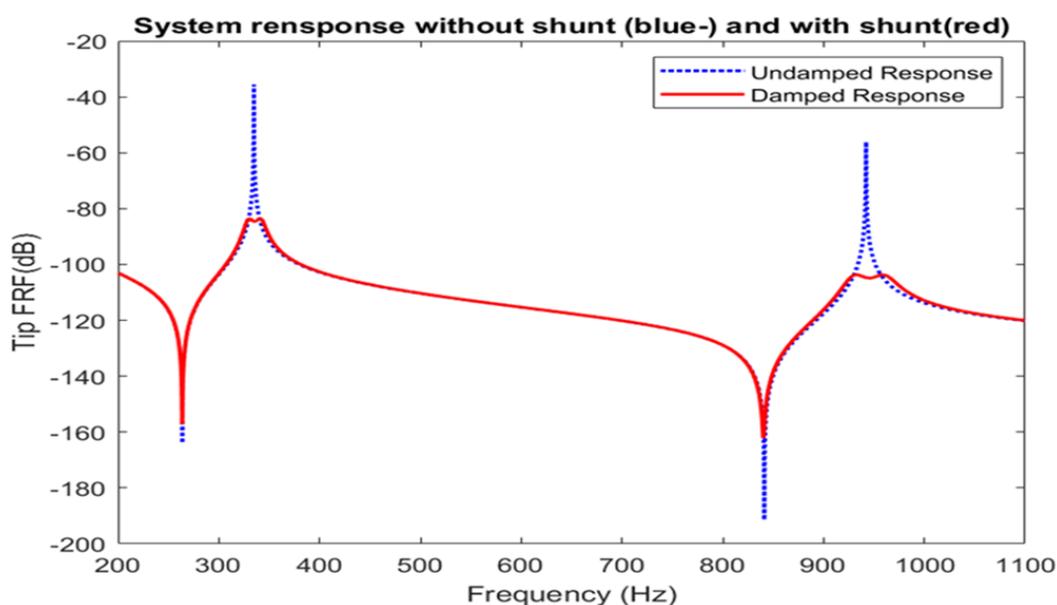
Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Steel PIC 255, Matlab		
	Βραχυκύκλωμα (Short)	Ανοιχτό κύκλωμα (Open)
<b>Ιδιοσυχνότητα 1</b>	52.723	52.987
<b>Ιδιοσυχνότητα 2</b>	334.778	336.061
<b>Ιδιοσυχνότητα 3</b>	942.145	944.561

Πίνακας 7. 11 Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) , σε περιβάλλον Matlab

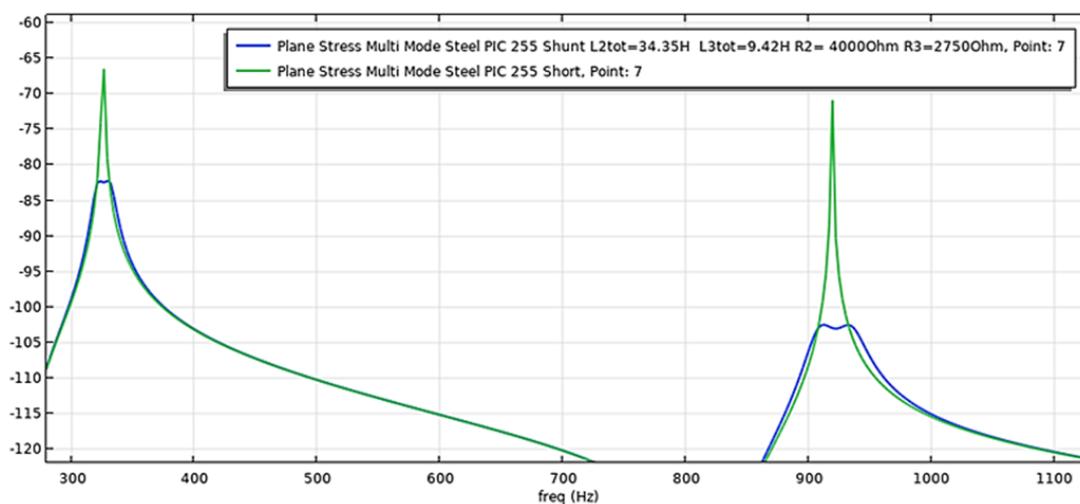
Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Steel PIC 255, FEM 2D		
	Βραχυκύκλωμα (Short)	Ανοιχτό κύκλωμα (Open)
Ιδιοσυχνότητα 1	51.118	51.348
Ιδιοσυχνότητα 2	325.87	326.98
Ιδιοσυχνότητα 3	918.98	921.05

Πίνακας 7. 12 Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz), σε εμπορικό FEM 2D

Στην συνέχεια δίνονται τα αντίστοιχα γραφήματα απόκρισης σήματος εξόδου από κάθε περίπτωση.



Εικόνα 7. 13 Γράφημα Απόκρισης Σήματος Εξόδου, σε περιβάλλον Matlab



Εικόνα 7. 14 Γράφημα Απόκρισης Σήματος Εξόδου, σε εμπορικό FEM 2D

Τέλος παρουσιάζονται συνοπτικά σε έναν πίνακα, οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος current-flowing για κάθε μοντέλο αντίστοιχα:

<b>Βέλτιστες τιμές παραμέτρων κυκλώματος - Steel PIC 255</b>			
	<b>Matlab</b>	<b>FEM 2D</b>	<b>Διαφορά %</b>
<b>2η ιδιομορφή</b>			
	$C_2=1.14999e-08$ F	$C_2=1.14999e-8$ F	
	$R_2=3649.5541$ Ohm	$R_2=4000$ Ohm	<b>8,77</b>
	$L_{2tot}=33.52$ H	$L_{2tot}=34.35$ H	<b>2,42</b>
$L_{2tot} = \tilde{L}_2 + \hat{L}_2$	$\hat{L}_2=20.60166$ H (σταθερό)	$\hat{L}_2=20.60166$ H (σταθερό)	
$\tilde{L}_2=L_{2tot} - \hat{L}_2$	$\tilde{L}_2=12.92423$ H	$\tilde{L}_2=13.74834$ H	<b>5,99</b>
<b>3η ιδιομορφή</b>			
	$C_3=4.45186e-9$ F	$C_3=4.45186e-9$ F	
	$R_3=2637.43291$ Ohm	$R_3=2750$ Ohm	<b>4,09</b>
	$L_{3tot}=9.271913$ H	$L_{3tot}=9.42$ H	<b>1,57</b>
$L_{3tot}=\tilde{L}_3 + \hat{L}_3$	$\hat{L}_3=6.707055$ H (σταθερό)	$\hat{L}_3=6.707055$ H (σταθερό)	
$\tilde{L}_3 = L_{3tot} - \hat{L}_3$	$\tilde{L}_3=2.56486$ H	$\tilde{L}_3=2.728$ H	<b>5,98</b>

Πίνακας 7. 13 Βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος current-flow.

Όπως προκύπτει από την σύγκριση των αποτελεσμάτων η μέγιστη ποσοστιαία διαφορά είναι 8,77% μικρότερη του ανωτέρου αποδεκτού ορίου (9%), στις βέλτιστες τιμές που προκύπτουν από τη βελτιστοποίηση στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, με τα αντίστοιχα βέλτιστα αποτελέσματα του εμπορικού προγράμματος για τις παραμέτρους του ηλεκτρικού κυκλώματος με τη μέθοδο παραδιακλάδωσης current flowing.

Με τα παραπάνω «πιστοποιείται» η ορθή λειτουργία των πεπερασμένων μοντέλων, των μοντέλων χώρου κατάστασης που αναπτυχθήκαν και η καλή απόδοση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης PSO που εφαρμόστηκε, για την εύρεση των παραμέτρους του ηλεκτρικού κυκλώματος με τη μέθοδο παραδιακλάδωσης current flowing, για τον έλεγχο πολλών ιδιομορφών.

## 8. Βελτιστοποίηση παραμέτρων παθητικού ελέγχου μιας ιδιομορφής για πλάκα πρόβολο

### 8.1. Το υπό μελέτη σύστημα

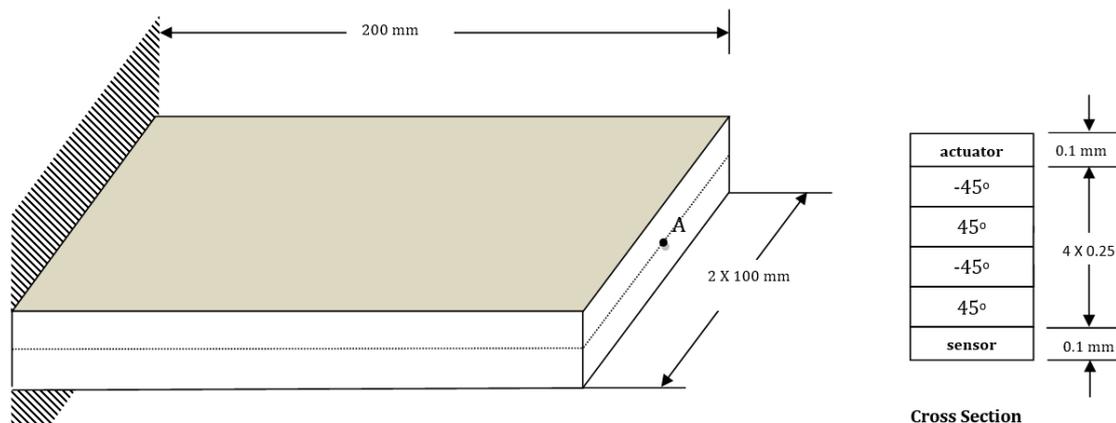
Η δομή υποδοχής αποτελείται από μια έξυπνη σύνθετη πλάκα που βασίζεται στη θεωρία διατμητικής παραμόρφωσης πρώτης τάξης για πολυστρωματικές σύνθετες πλάκες (FSDT), η οποία είναι γνωστή απλά ως θεωρία Mindlin. Ο ελαστικός πυρήνας της πλάκας είναι κατασκευασμένος από σύνθετο υλικό T300/976 (σύνθετο υλικό γραφίτη-έποξυ) ο οποίος έχει αντισυμμετρική γωνιακή στρώση ([-45<sub>o</sub>/45<sub>o</sub>/-45<sub>o</sub>/45<sub>o</sub>]), όπως φαίνεται στην Εικόνα 8. 2. Η πλάκα έχει τετράγωνο σχήμα και το μήκος κάθε πλευράς είναι 20cm. Το μοντέλο είναι επίσης εξοπλισμένο με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία, τα οποία είναι κατασκευασμένα από το υλικό PZT G1195N.

**Mesh Discretization**

31	32	33	34	35	36
25	26	27	28	29	30
19	20	21	22	23	24
13	14	15	16	17	18
7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6

Εικόνα 8. 1 Διακριτοποίηση Πλάκας

Εξετάζεται μια σύνθετη πλάκα προβόλου (20cm x 20cm) με συνεχή πιεζοκεραμικά στρώματα συνδεδεμένα στην επιφάνειά της (πάνω και κάτω) (Εικόνα 8. 1). Η αλληλουχία στρώσεων του σύνθετου υλικού είναι αντισυμμετρική γωνία-στρώση ([-45<sub>o</sub>/45<sub>o</sub>/-45<sub>o</sub>/45<sub>o</sub>]). Η πλάκα είναι κατασκευασμένη από σύνθετο υλικό T300/976 γραφίτη-έποξυ και το πιεζοκεραμικό είναι PZT G1195N. Το συνολικό πάχος του σύνθετου υλικού είναι 1 mm και κάθε στρώση έχει το ίδιο πάχος (0,25 mm), το πάχος κάθε PZT είναι 0,1 mm. Οι λεπτομερείς ιδιότητες του υλικού δίνονται στον Πίνακα 8.1. Περισσότερες πληροφορίες σχετικά με αυτό το μοντέλο είναι διαθέσιμες στο [122] [133].



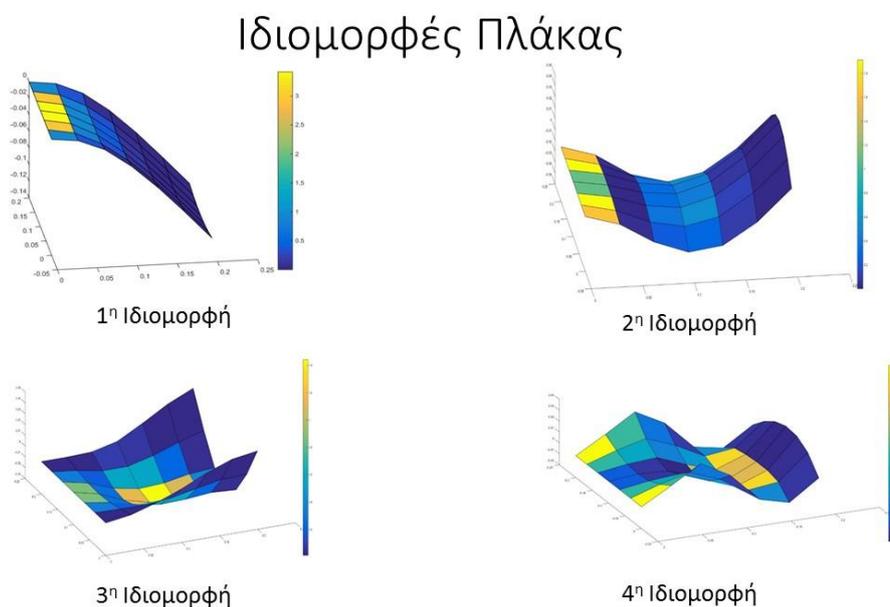
Εικόνα 8. 2 Το μοντέλο σύνθετης πλάκας

Ιδιότητες	T300/976	PZT
Συντελεστές του Young / Young's moduli (GPa):		
E1	150.0	63.0
E2	9.0	63.0
Λόγος Poisson / Poisson ratio:	0.3	0.3
Συντελεστές διάτμησης / Shear moduli:		
G12	7.1	24.2
G <sub>23</sub> =G <sub>13</sub>	2.5	24.2
Πυκνότητα / Density $\rho$ (kg m <sup>-3</sup> )	1600	7600
Πιεζοηλεκτρικές σταθερές Piezoelectric constants (mV <sup>-1</sup> ):		
d <sub>31</sub> =d <sub>32</sub>	-	254x10 <sup>-12</sup>
Ηλεκτρική διαπερατότητα /Electrical permittivity (F m <sup>-1</sup> ):		
$\xi_{11}$ = $\xi_{22}$	-	15.3x10 <sup>-9</sup>
$\xi_{33}$	-	15.0x10 <sup>-9</sup>

Πίνακας 8. 1 Ιδιότητες υλικών των σύνθετων υλικών γραφίτη-έποξυ T300/976 και των πιεζοκεραμικών PZT G1195N

## 8.2. Ηλεκτρομηχανική επικύρωση FEM

Η διατύπωση και ο κώδικας πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκε επικυρώνονται με τα υπάρχοντα αποτελέσματα από τη βιβλιογραφία. Η πλάκα μοντελοποιείται χρησιμοποιώντας τα παρόντα στοιχεία τεσσάρων κόμβων με μέγεθος πλέγματος  $6 \times 6$ . Οι δέκα πρώτες ιδιοσυχνότητες με βάση το παρόν στοιχείο συγκρίνονται με εκείνες που προέκυψαν από τους Lam κ.α. [133] στον Πίνακα 8. 2. Οι Lam κ.α. [133] χρησιμοποίησαν ένα μη συμμορφούμενο ορθογώνιο στοιχείο πλάκας βασισμένο στην κλασική θεωρία της πλάκας. Μπορεί εύκολα να παρατηρηθεί ότι οι παρούσες τιμές παρουσιάζουν καλή συμφωνία με τα αποτελέσματα των Lam κ.α. [133] και η διαφορά μεταξύ των αποτελεσμάτων είναι εντός των αναμενόμενων ορίων. Η μικρή διαφορά ήταν αναμενόμενη επειδή το μοντέλο του Lam κ.α. [133] χρησιμοποίησε το κλασσικό πεδίο μετατόπισης χαμηλής τάξης. Οι τέσσερις πρώτες ιδιομορφές ταλάντωσης της απεικονίζονται στην Εικόνα 8. 3.



Εικόνα 8. 3 Οι πρώτες τέσσερις ιδιομορφές της πλάκας

Ιδιόμορφές	Παρούσα Μελέτη	Αποτελέσματα (Lam et al.)
1	21.7558	21.4655
2	64.6483	63.3468
3	130.8456	130.8108
4	185.9157	182.4012
5	221.4875	218.2537
6	382.2130	381.9080
7	407.1130	395.6595
8	415.6272	410.8062
9	482.9578	476.3271
10	669.5056	642.7275

Πίνακας 8. 2 Φυσικές συχνότητες (σε Hz) για την πιεζοσύνθετη πλάκα

### 8.3. Παθητικός έλεγχος ταλάντωσης πλακών μέσω κυκλωμάτων συντονισμού Παραδιακλάδωσης

Τα πιεζοηλεκτρικά συστήματα παραδιακλάδωσης, όπως αυτά που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες ενότητες, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον παθητικό έλεγχο των ταλαντώσεων συστημάτων που δονούνται σε μια δεδομένη ιδιόμορφη.

Σκοπός της παρούσας ενότητας είναι η εφαρμογή των θεωρητικών αναλύσεων που παρουσιάστηκαν προηγουμένως στη μείωση των δονήσεων μιας πλάκας με πρόβολο, με τη χρήση πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων συνδεδεμένων σε ένα κύκλωμα συντονισμού (ωμικής αντίστασης- επαγωγής).

Πρώτον, επιτυγχάνεται η βέλτιστη τοποθέτηση τεσσάρων κολλημένων ζευγών πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων στη σύνθετη πλάκα από στρώματα, έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η μετατροπή ενέργειας μεταξύ της πλάκας και των ηλεκτρικών κυκλωμάτων.

Στη συνέχεια, προσδιορίζεται ο βέλτιστος σχεδιασμός των στοιχείων του κυκλώματος παραδιακλάδωσης (αντίσταση και επαγωγή) έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η μείωση του πλάτους ταλάντωσης της πλάκας κοντά στις τέσσερις πρώτες συχνότητες συντονισμού με τη χρήση τεχνικών βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων.

### 8.4. Βέλτιστη τοποθέτηση πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων στην πλάκα

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, ένας αποτελεσματικός δείκτης του ποσού ενέργειας παραμόρφωσης που μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια για μια δομή με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία, που δονείται στην  $j$ -οστή ιδιόμορφη, είναι ο ενεργός τετραγωνικός συντελεστής ηλεκτρομηχανικής σύζευξης (EMCC) που ορίζεται από την

Εξίσωση 94. Ως εκ τούτου, ο EMCC χρησιμοποιείται σε αυτή την ενότητα ως κριτήριο για την επιλογή της τοποθέτησης τεσσάρων ζευγών πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων σε όλη την πλάκα, έτσι ώστε κάθε επίθεμα να μεγιστοποιεί τον EMCC σε μια από τις τέσσερις πρώτες ιδιόμορφες ταλάντωσης της σύνθετης πλάκας.

Πραγματοποιήθηκε παραμετρική ανάλυση για να βρεθούν οι θέσεις στις οποίες μεγιστοποιείται το EMCC για κάθε ιδιοσυχνότητα. Αυτό έγινε με την μεταβολή της θέσης ενός ζευγαριού πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων και της επακόλουθης αξιολόγησης της ηλεκτρομηχανικής σύζευξης EMCC αυτού του ζευγαριού για τις πρώτες τέσσερις ιδιόμορφες ταλάντωσης. Όπως και προηγουμένως, στην ανάλυση χρησιμοποιήθηκαν 36 στοιχεία. Σε αυτό το πρόβλημα, θεωρείται ότι κάθε πιεζοηλεκτρικό επίθεμα καλύπτει ακριβώς την περιοχή ενός στοιχείου. Τα αποτελέσματα δίνονται στον Πίνακα 8.3.

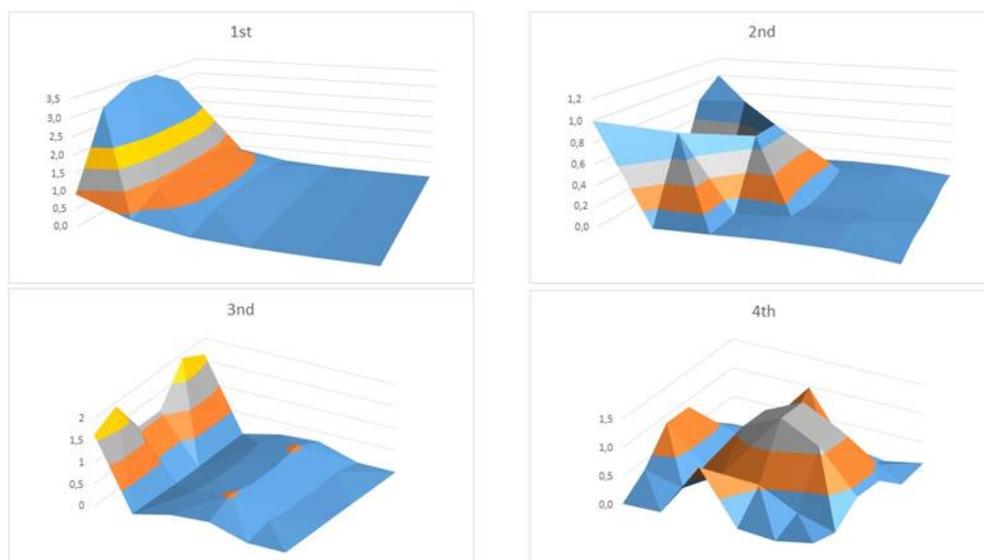
Στη συνέχεια, αξιολογείται η απόδοση του παθητικού ελέγχου των κραδασμών για ένα δίκτυο βέλτιστα τοποθετημένων παράπλευρα κολλημένων πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων, που είναι συνδεδεμένα στην άνω και κάτω επιφάνεια της πλάκας, μέσω του σχεδιασμού των τιμών αντίστασης και αυτεπαγωγής κάθε κυκλώματος, για τη μείωση του πλάτους ταλάντωσης των τεσσάρων πρώτων ιδιόμορφων ταλάντωσης.

Στοιχείο Πλάκας	1η Ιδιομορφή	2η Ιδιομορφή	3η Ιδιομορφή	4η Ιδιομορφή
1	0,90925802	<b>1,00017502</b>	1,62743363	0,01535458
2	0,36655817	0,04834798	0,03101284	0,03085015
3	0,10347037	0,06087354	0,22594898	0,97717026
4	0,02862752	0,07791644	0,27523311	0,06838608
5	0,00254257	0,07173725	0,01025305	0,01097498
6	0,00019927	0,01602433	0,00197935	0,13382621
7	2,97119189	0,79303061	<b>1,91254056</b>	0,33303754
8	0,82650983	0,81533406	0,02637698	0,17377409
9	0,34481387	0,07170685	0,38445012	0,56196525
10	0,07441394	0,11711870	0,53909951	0,55339586
11	0,00468621	0,12237385	0,14716027	0,22531547
12	0,00143085	0,04847274	0,00053435	0,04332925
13	<b>3,41736132</b>	0,07741408	1,08077969	0,87164386
14	0,93675973	0,06300155	0,00252738	0,27010498
15	0,39977909	0,07060186	0,30082193	1,13481611
16	0,11477565	0,05805618	0,42810303	<b>1,44150279</b>
17	0,01075227	0,04532333	0,08510697	1,10161868
18	0,00023133	0,02189207	0,00542347	0,38661594
19	<b>3,41736126</b>	0,07741410	1,08077968	0,87164387
20	0,93675978	0,06300157	0,00252737	0,27010498
21	0,39977909	0,70601872	0,30082193	1,13481609
22	0,11477599	0,05805621	0,42810301	<b>1,44150279</b>
23	0,01075206	0,04532333	0,08510699	1,10161868
24	0,00023132	0,02189206	0,00542345	0,38661594
25	2,97119174	0,79303058	<b>1,91254055</b>	0,33303754
26	0,82650993	0,08153337	0,02637699	0,17377409
27	0,34481324	0,07170682	0,38445012	0,56196524
28	0,07441347	0,11711872	0,53909950	0,55339585
29	0,00468605	0,12237382	0,14716029	0,22531546
30	0,00143022	0,04847272	0,00053428	0,04332924
31	0,90925808	<b>1,00017503</b>	1,62743384	0,01535480
32	0,36655861	0,04834795	0,03101290	0,03085016
33	0,10347008	0,06087352	0,22594895	0,9771702
34	0,02862754	0,07791645	0,27523312	0,06838609
35	0,00254276	0,07173728	0,10253045	0,01097498
36	0,00019966	0,01602437	0,00197934	0,1338262

Πίνακας 8. 3 Τιμές ενεργού τετραγωνικού συντελεστή ηλεκτρομηχανική σύζευξης (EMCC) ανά θέση

Οι μεταβολές του EMCC κατά μήκος των  $x$  και  $y$  κατευθύνσεων παρουσιάζονται στην Εικόνα 8. 4. Επισημαίνεται ότι, όπως αναμενόταν, η βέλτιστη θέση του επιθέματος ακολουθεί τα σχήματα των ιδιομορφών έτσι ώστε η σύζευξη να είναι μέγιστη στις περιοχές μέγιστης καμπυλότητας, οι οποίες είναι, για παράδειγμα, στο πακτωμένο άκρο της πλάκας για την πρώτη ιδιομορφή. Και για τις τέσσερις πρώτες ιδιομορφές υπάρχουν δύο θέσεις μέγιστων συντελεστών σύζευξης.

Τιμές ηλεκτρομηχανικής σύζευξης ενός συμμετρικού ζεύγους PZT ανάλογα τη θέση στη πλακά.



Εικόνα 8. 4 Μεταβολή του τετραγωνικού συντελεστή ηλεκτρομηχανικής σύζευξης ενός συμμετρικού ζεύγους πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων με τις θέσεις τους κατά τις διευθύνσεις x και y

Μετά από αυτή την ανάλυση, οι επιλεγμένες βέλτιστες θέσεις στο xy παρουσιάζονται στην Εικόνα 8. 4 ετικέτες ανάλογα με την ιδιομορφή. Οι τετραγωνικοί συντελεστές ηλεκτρομηχανικής σύζευξης για αυτές τις θέσεις παρουσιάζονται στην Εικόνα 8. 5.

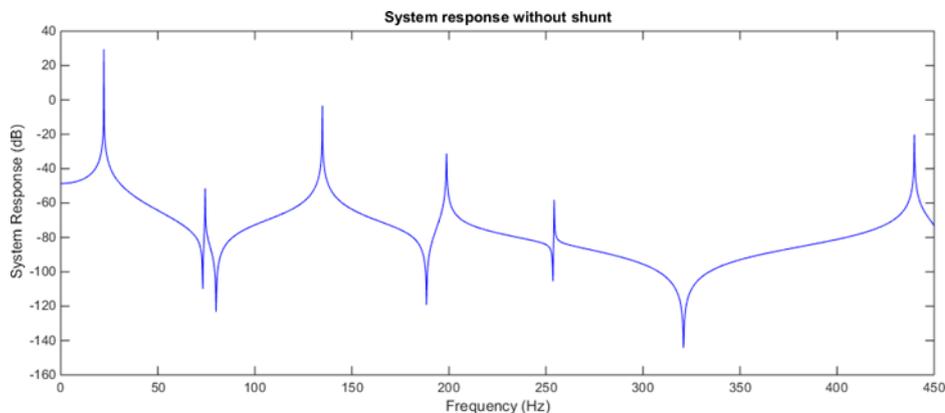
Mesh Discretization					
31	32	33	34	35	36
25	26	27	28	29	30
19	20	21	22	23	24
13	14	15	16	17	18
7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6

Εικόνα 8. 5 Οι θέσεις στις οποίες μεγιστοποιείται το EMCC για κάθε ιδιοσυχνότητας

### 8.5. Βέλτιστος σχεδιασμός κυκλωμάτων συντονισμού παραδιακλάδωσης

Οι παράμετροι ενός κυκλώματος συντονισμού παραδιακλάδωσης, δηλαδή οι τιμές της αντίστασης  $R$  και της αυτεπαγωγής  $L$  βελτιστοποιούνται με τη χρήση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων. Στόχος είναι η μεγιστοποίηση της εξασθένισης,

μέσω των ηλεκτρικών κυκλωμάτων. Τα αποτελέσματα για τις βέλτιστες τιμές  $R$ ,  $L$ , μαζί με την καλύτερη θέση για τα μπαλώματα PZT δίνονται στον Πίνακα 8. 3



Εικόνα 8. 6 Απόκριση συχνότητας του συστήματος πριν από τη σύνδεση με το κύκλωμα παραδιακλάδωσης

### 8.6. Σχεδιασμός στοιχείων ηλεκτρικού κυκλώματος μέσω PSO

Ιδιοσυχνότητα	Θέση PZT	Εύρος συχνοτήτων (Hz)	$R$ ( $\Omega$ )	$L$ (H)
1 <sup>η</sup>	19 <sup>η</sup> Θέση	0-50	18707	595
2 <sup>η</sup>	31 <sup>η</sup> Θέση	100-150	1999.28	15.32
3 <sup>η</sup>	25 <sup>η</sup> Θέση	150-250	642.09	7.22
4 <sup>η</sup>	22 <sup>η</sup> Θέση	350-450	535.02	1.272

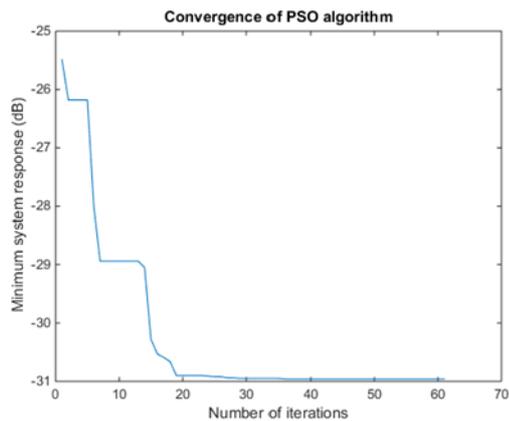
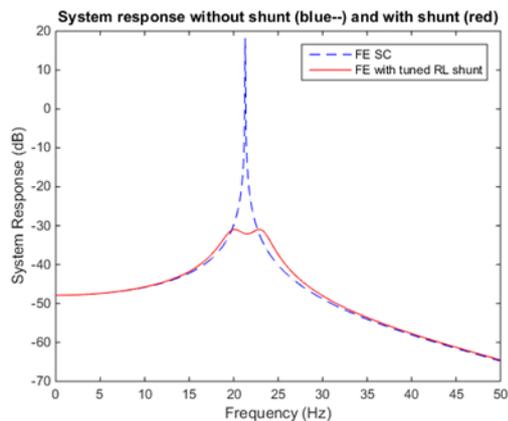
Πίνακας 8. 4 Συγκεντρωτικός Πίνακας Βέλτιστων θέσεων και βέλτιστα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα ανά συχνότητα

Οι παράμετροι σχεδιασμού για βελτιστοποίηση είναι οι τιμές της αντίστασης  $R$  με όρια  $[0\Omega, 100k\Omega]$  και της αυτεπαγωγής  $L$  με όρια  $[0H, 1000H]$ . Οι παράμετροι του αλγορίθμου PSO δίνονται στον Πίνακα 8.5.

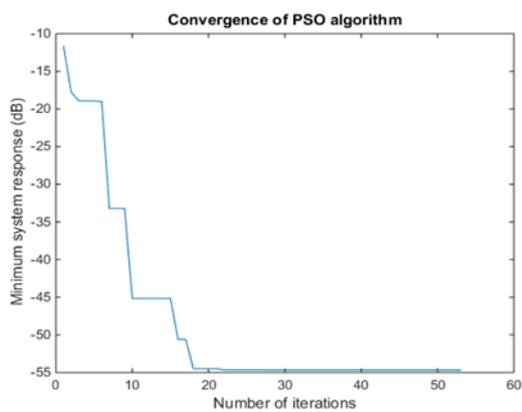
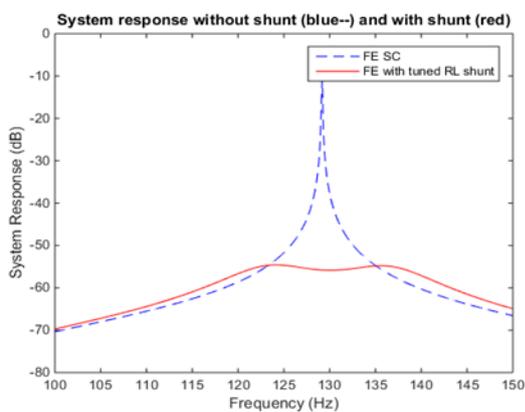
Παράμετροι / Parameters of PSO	Αριθμητικές Τιμές / Numerical values	
Αριθμός επαναλήψεων / Number of iterations	100	
Πληθυσμός / Population	25	
Αδράνεια / Inertia	1	
Απόσβεση βάρους αδράνειας / Inertia weight damping	0.99	
Συντελεστές επιτάχυνσης/ Acceleration factors	$c1=1.5$	$c2=2$

Πίνακας 8. 5 Οι παράμετροι του αλγορίθμου PSO για μοντέλο πλακα

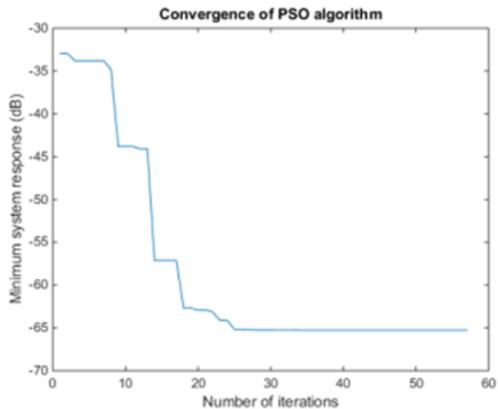
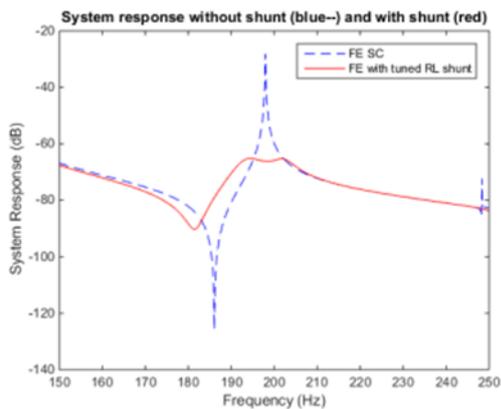
Τα αποτελέσματα της εφαρμογής καθενός από τα τέσσερα βελτιστοποιημένα κυκλώματα συντονισμού παραδιακλάδωσης στην απόκριση συχνότητας του συστήματος για τις τέσσερις πρώτες ιδιοσυχνότητες, καθώς και η σύγκλιση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων απεικονίζονται στις Εικόνες 8.7, 8.8 ,8.9 και 8.10 αντίστοιχα.



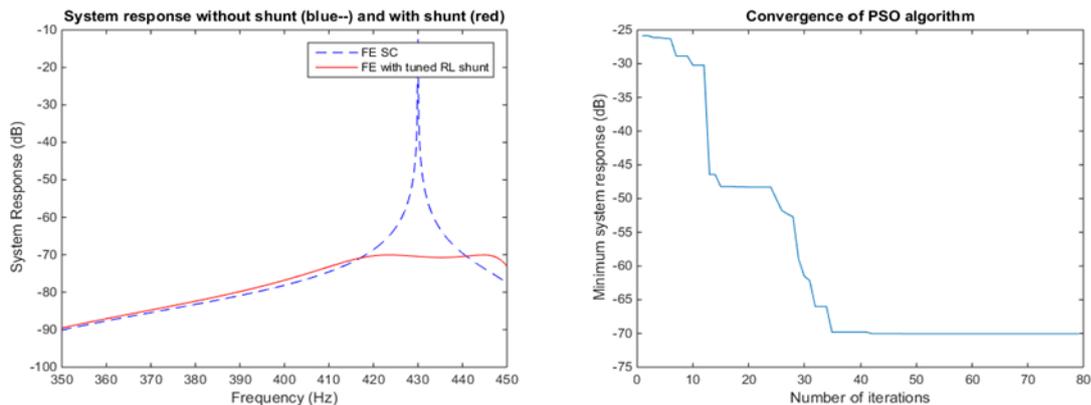
Εικόνα 8. 7 Απόκριση του συστήματος για την πρώτη ιδιοσυχνότητα και (β) σύγκλιση του αλγορίθμου PSO



Εικόνα 8. 8 Απόκριση του συστήματος για τη δεύτερη ιδιοσυχνότητα και (β) σύγκλιση του αλγορίθμου PSO



Εικόνα 8. 9 Απόκριση του συστήματος για την τρίτη ιδιοσυχνότητα και (β) σύγκλιση του αλγορίθμου PSO



Εικόνα 8. 10 Απόκριση του συστήματος για την τέταρτη ιδιοσυχνότητα και (β) σύγκλιση του αλγορίθμου PSO

Τα κυκλώματα συντονισμού παραδιακλάδωσης αποδεικνύονται πολύ αποτελεσματικά στον έλεγχο των δονήσεων των έξυπνων σύνθετων πλακών με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία. Ωστόσο, ο υπολογισμός και η λεπτομερής ρύθμιση των τιμών των ηλεκτρικών παραμέτρων, δηλαδή της αντίστασης και της αυτεπαγωγής, δεν είναι πάντα εύκολη υπόθεση.

## 9. Μάστευση ενέργειας

Κατά τη παρούσα διατριβή μελετήθηκε η δυνατότητα του συστήματος να συγκεντρώνει ενέργεια με στόχο να τροφοδοτεί τα πιεζοηλεκτρικά εξαρτήματα και συνεπώς το κύκλωμα ελέγχου του προκύπτοντος ημιενεργού ελεγκτή με τη μικρή ποσότητα ενέργειας που απαιτείται για τη λειτουργία του, δηλαδή για το κλείσιμο των διακοπών [122], [124].

### 9.1. Μάστευση ενέργειας από πιεζοηλεκτρικά στοιχεία

Η ιδέα ανάπτυξης και χρήσης ενός συστήματος μάστευσης ενέργειας σε μια κατασκευή με πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης μπορεί να αποδειχθεί πολύ αποδοτική, καθώς λόγω της φύσης του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου, οι δύο μορφές του, δηλαδή το ευθύ και το αντίστροφο, μπορούν να συνδυαστούν σε μία συσκευή [124], [134]. Η διαφορά σε σχέση με τα κλασικά συστήματα μάστευσης έγκειται στο γεγονός ότι στην περίπτωση αυτή δεν αναζητείται το μέγιστο ποσό της ενέργειας που μπορεί να παραχθεί από τις ταλαντώσεις, αλλά μόνο εκείνο το μικρό κρίσιμο μέρος που απαιτείται για την τροφοδοσία του συστήματος, ώστε αυτό να γίνει αυτοτροφοδοτούμενο. Η τεχνολογία αυτή μπορεί να οδηγήσει στη δημιουργία καλύτερων και ασφαλέστερων κατασκευών, με αποτέλεσμα λιγότερη κόπωση, μείωση των ατυχημάτων, αύξηση της παραγωγικότητας κλπ.

Στην βιβλιογραφία υπάρχει ένας αριθμός εργασιών πάνω στη μάστευση ενέργειας σε κατασκευές με πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης. Για παράδειγμα, στην εργασία των Lumentut και Howard [109] παρουσιάζεται μια τεχνική αυτοπροσαρμογής των δυνατοτήτων μάστευσης ενέργειας για τη ρύθμιση του εύρους της συχνότητας και του πλάτους της ισχύος των συσκευών συλλογής. Η χρήση των κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης έγινε για την εύρεση των δυνατοτήτων μάστευσης όχι μόνο στο πεδίο των συχνοτήτων, αλλά και στο πεδίο του χρόνου.

Μία αποτελεσματική και εύρωστη μέθοδος παραγωγής ισχύος με εφαρμογή σε αυτοτροφοδοτούμενες ασύρματες συσκευές αισθητήρων προτείνεται στην εργασία των Lumentut και Howard [135]. Η τεχνική αυτή προέκυψε από την ηλεκτρομηχανική ανάλυση ενός προσαρμοστικού πιεζοηλεκτρικού συστήματος μάστευσης ενέργειας, το οποίο ελέγχεται από δύο ηλεκτρόδια με συνδεδεμένα κυκλώματα παραδιακλάδωσης.

Στην εργασία των Niederberger & Morari [53] παρουσιάζεται η εφαρμογή ενός αυτόνομου πιεζοηλεκτρικού κυκλώματος παραδιακλάδωσης συντονισμού για τον έλεγχο των ταλαντώσεων σε κατασκευές. Το προκύπτον πιεζοηλεκτρικό κύκλωμα παραδιακλάδωσης με διακόπτες δεν απαιτεί ισχύ για την λειτουργία του και αποδεικνύεται πολύ αποτελεσματικό. Τα πειράματα που διεξάγονται δείχνουν ότι το κύκλωμα παραδιακλάδωσης συντονισμού (με ένα πηνίο επαγωγής  $L$  και αντίστασης  $R$ ) είναι πολύ αποτελεσματικότερο από ένα αντίστοιχο κύκλωμα που διαθέτει μόνο μία αντίσταση  $R$ .

### 9.2. Μεθοδολογία του συστήματος μάστευσης ενέργειας

Η τεχνική απόσβεσης με χρήση κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης, όπως αναφέραμε και πιο πάνω, έγκειται στη σύνδεση μιας ηλεκτρικής εμπέδησης σε έναν πιεζοηλεκτρικό μορφοτροπέα. Το κύριο πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι δεν απαιτεί τη χρήση εξωτερικών αισθητήρων. Επιπρόσθετα, εάν το σύστημα σχεδιαστεί σωστά, η μέθοδος της απόσβεσης με χρήση κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης μπορεί να εγγυηθεί τη σταθερότητα ολόκληρου του

συστήματος [5]. Η ιδέα της μεθόδου αυτής βασίζεται σε ένα δίκτυο αντιστατών και πηνίων σε σειρά, τα οποία μπορούν να μειώσουν τις ταλαντώσεις σε μία ιδιομορφή κάθε φορά. Το δίκτυο, μαζί με την εσωτερική χωρητικότητα των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων ρυθμίζεται στη συχνότητα συντονισμού της μορφής που πρόκειται να αποσβεστεί κάθε φορά.

Η διερεύνηση που έγινε στο πλαίσιο της παρούσας διδακτορικής έρευνας εστιάζει στη σχεδίαση ευφυών κατασκευών οι οποίες παράγουν την ενέργεια που καταναλώνουν μέσω ενός συστήματος μάζευσης ενέργειας. Αυτό σημαίνει ότι αναζητείται μόνο η συλλογή του απαραίτητου ποσού ενέργειας, η οποία χρειάζεται για να γίνει το σύστημα αυτοτροφοδοτούμενο.

Το σύστημα συλλογής ενέργειας που αναπτύχθηκε βασίστηκε σε τεχνικές ιδιομορφικής ανάλυσης, δηλαδή στα εσωτερικά δομικά μηχανικά χαρακτηριστικά της κατασκευής της δοκού με τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία και τα κυκλώματα παραδιακλάδωσης, δηλαδή στα τροποποιημένα μητρώα μάζας και δυσκαμψίας.

Η εκτίμηση της παραγόμενης ενέργειας από το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο για κάθε ιδιοδιάνυσμα δίδεται ως:

$$En = \frac{1}{2} E \left( \frac{\Delta u}{L} \right) V \quad \text{Εξίσωση 152}$$

όπου  $E$  είναι το μέτρο ελαστικότητας,  $L$  είναι το μήκος της δοκού και  $V$  είναι ο συνολικός όγκος της κατασκευής. Η ποσότητα  $\Delta u$  με τη σειρά της δίδεται ως:

$$\Delta u = (\varphi_i^j - \varphi_{i+1}^j) \frac{h}{2} \quad \text{Εξίσωση 153}$$

όπου  $\varphi_i^j$  και  $\varphi_{i+1}^j$  είναι το  $i$ -οστό και το  $(i+1)$ -οστό στοιχείο του  $j$ -οστού ιδιοδιανύσματος και  $h$  είναι το πάχος της δοκού.

Στόχος της παρούσας έρευνας είναι η συγκομιδή μόνο εκείνου του ποσού ενέργειας που είναι απαραίτητο για τη λειτουργία του συστήματος, όπως αυτό αναπτύχθηκε ανωτέρω. Προκειμένου να επιτευχθεί αυτό χρησιμοποιήθηκε ένα πιεζοηλεκτρικό επίθεμα συνδεδεμένο με ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης συντονισμού πλησίον του πακτωμένου άκρου, δηλαδή το υπό εξέταση μοντέλο δοκού με πιεζοηλεκτρικό κύκλωμα παραδιακλάδωσης που μελετήθηκε πιο πάνω [1].

### 9.3. Αριθμητικά αποτελέσματα Μάζευση Ενέργειας (Winercost)

Τα χαρακτηριστικά της δοκού (υλικές σταθερές) είναι διαθέσιμα στο [1] αλλά επαναλαμβάνονται εδώ προς διευκόλυνση του αναγνώστη. Το μήκος ( $L$ ) της δοκού είναι 0.170 m και το εμβαδόν διατομής της ( $A$ ) είναι 0.002x0.02 m<sup>2</sup>. Το μέτρο ελαστικότητας ( $E$ ) της δοκού είναι 72x10<sup>9</sup> N/m<sup>2</sup> και η πυκνότητα ( $\rho$ ) είναι 2800 kg/m<sup>3</sup> [1].

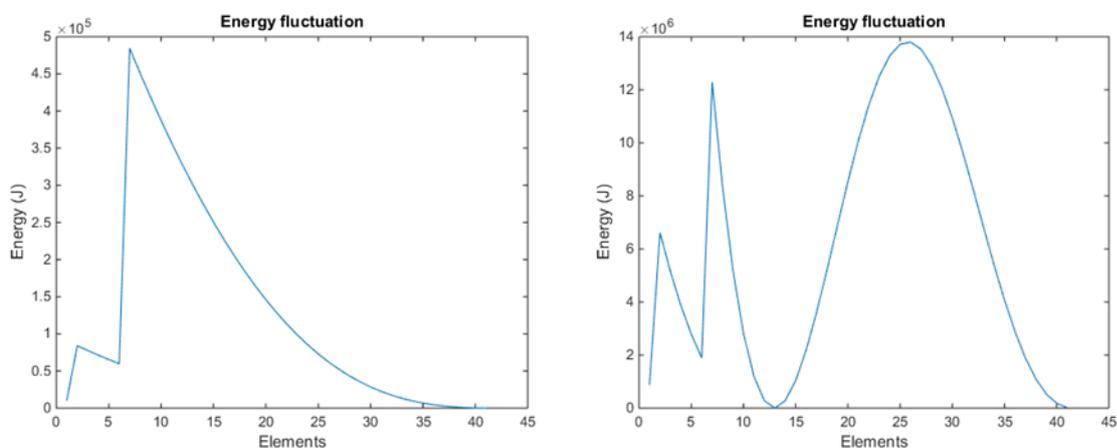
Η δομή διακριτοποιείται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων σε 41 στοιχεία (42 κόμβοι), με τρεις βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο, με αποτέλεσμα να δημιουργείται ένα σύστημα με 126 βαθμούς ελευθερίας. Το πιεζοηλεκτρικό επίθεμα τοποθετείται στα στοιχεία 2 έως 6 καταλαμβάνοντας 5 στοιχεία. Στην παρούσα έρευνα μελετώνται οι τέσσερις πρώτες ιδιομορφές του συστήματος. Σε κάθε περίπτωση, ένα διαφορετικό κύκλωμα συντονισμού

παράκαμψης συνδέεται με το πιεζοηλεκτρικό επίθεμα. Οι τιμές της αυτεπαγωγής  $L$  και της αντίστασης  $R$  δίνονται ως εξής [1]

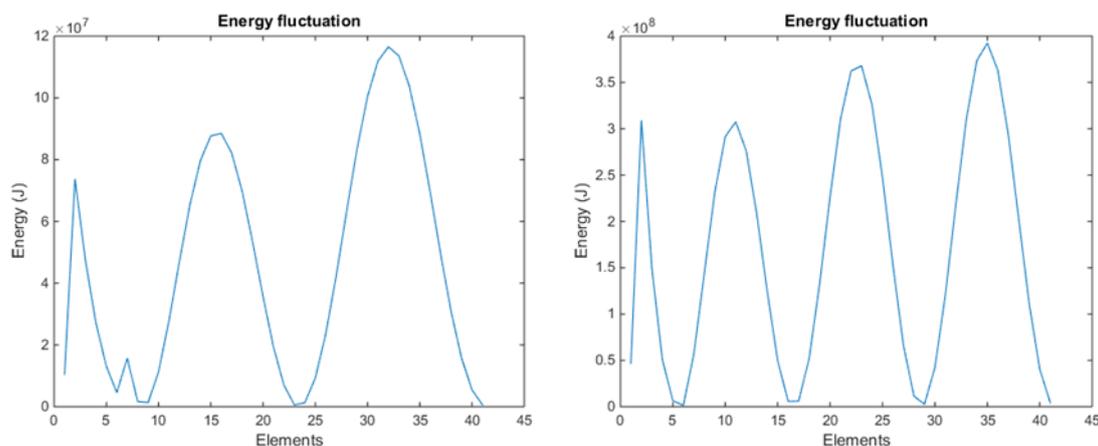
$$L = \frac{\sqrt{2k_{c,i}^2}}{C\omega_i(1+k_{c,i}^2)}, \quad R = \frac{1}{C\omega_i^2(1+k_{c,i}^2)} \quad \text{Εξίσωση 154}$$

όπου  $k_{c,i}$  είναι ο συντελεστής σύζευξης για την  $i$ -οστή ιδιομορφή,  $C$  είναι η χωρητικότητα του πιεζοηλεκτρικού επιθέματος και  $\omega_i$  είναι η  $i$ -οστή ιδιοσυχνότητα.

Τα αποτελέσματα του συστήματος μάζασης ενέργειας δίνονται παρακάτω στις Εικόνες 9.1 και 9.2 αντίστοιχα.



Εικόνα 9. 1 Διακύμανση του ποσού ενέργειας για την 1η και για την 2η ιδιομορφή



Εικόνα 9. 2 Διακύμανση του ποσού ενέργειας για την 3η και για την 4η ιδιομορφή

Για το πρώτο ιδιοδιάνυσμα, το μέγιστο ποσό της παραγόμενης ενέργειας είναι  $4.84 \cdot 10^5$  J και εμφανίζεται στο έβδομο στοιχείο. Αντίστοιχα, στη δεύτερη ιδιομορφή η μέγιστη ενέργεια βρίσκεται στο εικοστό έκτο στοιχείο και ισούται με  $1.38 \cdot 10^7$  J. Όσον αφορά στη μελέτη του τρίτου ιδιοδιανύσματος της κατασκευής, παρατηρούμε ότι το μέγιστο ποσό ενέργειας που μπορεί να συγκεντρωθεί είναι  $1.17 \cdot 10^8$  J και εμφανίζεται στο τριακοστό δεύτερο στοιχείο.

Τέλος, για την τέταρτη ιδιομορφή, ένα ποσό της τάξης των  $3.92 \cdot 10^8$  J μπορεί να συλλεγεί στο τριακοστό πέμπτο στοιχείο.

Παρατηρούμε ότι στην περιοχή που είναι τοποθετημένο το πιεζοηλεκτρικό επίθεμα, η παραγωγή ενέργειας είναι μειωμένη, αλλά και πάλι είναι υπεραρκετή για να κάνει το σύστημα αυτοτροφοδοτούμενο.

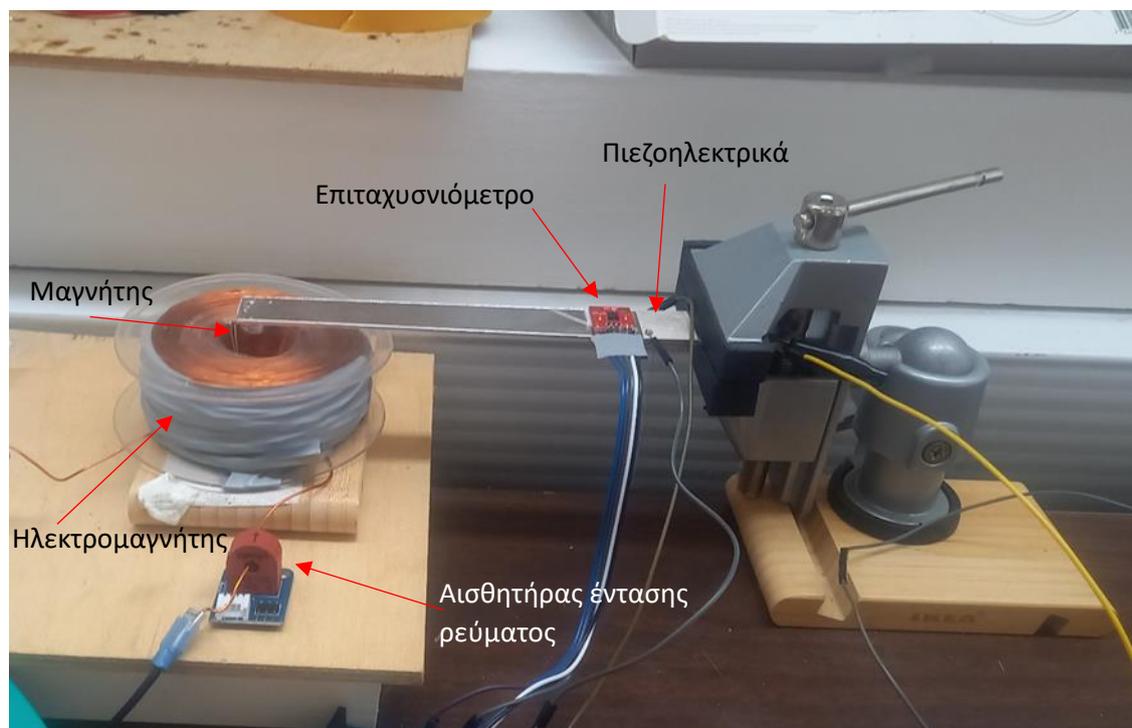
Αυτό συμβαίνει γιατί σε κάθε περίπτωση τα ποσά ενέργειας που συλλέγονται είναι πολύ μεγάλα, της τάξης των εκατοντάδων kJ ή και MJ, και συνεπώς μπορούν να τροφοδοτήσουν αδιάλειπτα ένα τέτοιο σύστημα, καθώς για εφαρμογές όπως αυτή που μελετάται, δηλαδή η ρύθμιση ενός διακόπτη, απαιτούνται μικρά ποσά ενέργειας, της τάξης μερικών mJ. Φυσικά, σε δυναμικά προβλήματα υψηλής συχνότητας, απαιτείται σίγουρα περισσότερη ενέργεια, ιδίως αν χρειάζεται να ανοιγοκλείνουν οι διακόπτες σε κάθε βήμα. Ωστόσο και πάλι η ενέργεια αυτή μπορεί να συλλεγεί με την μέθοδο που παρουσιάστηκε πιο πάνω.

## 10. Πειραματική εφαρμογή πιεζοηλεκτρικών παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων μιας ιδιόμορφης

Στην ενότητα αυτή γίνεται εφαρμογή των πιεζοηλεκτρικών παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων μιας ιδιομορφής σε μια δοκό αλουμίνιου για τον έλεγχο της δεύτερης ιδιομορφής.

### 10.1. Πειραματική διερεύνηση παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων μιας ιδιόμορφης σε δοκό

Για την πειραματική διερεύνηση δημιουργήθηκε μια διάταξη δοκού-προβόλου στην οποία τοποθετήθηκε ένα ζεύγος πιεζοηλεκτρικών για τον έλεγχο παραδιακλάδωσης. Η δοκός διεγείρεται με ένα σύστημα ανέπαφης διέγερσης, ενός ηλεκτρομαγνήτη και ενός μαγνήτη τοποθετημένου στο ελεύθερο άκρο της δοκού. Αντίστοιχη διάταξη παρουσιάστηκε στη δημοσίευση των Thomas κ.α. [75]. Η δοκός αλουμίνιου έχει μήκος 170 mm, πλάτος 20 mm και πάχος 2 mm. Τα δυο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα είναι από υλικό PIC255 και έχουν μήκος 20 mm, πλάτος 20 mm και πάχος 0.5 mm. Η θέση που τοποθετήθηκαν είναι κοντά στη πάκτωση όπως φαίνεται και στην Εικόνα 10. 1 για να αποδώσουν τα μέγιστα [71], [75]. Τα πιεζοηλεκτρικά έχουν τοποθετηθεί με αντίθετη πολικότητα μεταξύ τους και παράλληλη συνδεσμολογία [8]. Η εσωτερική χωρητικότητα  $C_p$  των πιεζοηλεκτρικών μετρήθηκε στα 11.5nF όπως φαίνεται στην Εικόνα 10. 2.



Εικόνα 10. 1 Πειραματική διάταξη δοκού-προβόλου με ένα ζεύγος πιεζοηλεκτρικών για τον έλεγχο παραδιακλάδωσης μια ιδιόμορφης

Για την καταγραφή της ταλάντωσης και την επιρροή των παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων τοποθετήθηκε ένα επιταχυνσιόμετρο με κέντρο στα 30 mm από το δεξιό πακτωμένο άκρο της δοκού όπως φαίνεται στην Εικόνα 10. 1. Η θέση του επιταχυνσιόμετρου επιλέχθηκε στο συγκεκριμένο σημείο για να έχουμε την μικρότερη δυνατή επιρροή της ταλάντωσης της δοκού από το βάρος του (3.43 gram.).

Για να εντοπίσουμε τις ιδιοσυχνότητες της συνολικής κατασκευής έγινε διερεύνηση των mV που δίνει το επιταχυνσιόμετρο ανάλογα με τα Hz που δονείται η υπό μελέτη κατασκευή. Όταν η κατασκευή βρεθεί σε συχνότητα συντονισμού δίνει τα περισσότερα mV ενώ αμέσως μετά τη συχνότητα συντονισμού τα mV μειώνονται.

Η παραπάνω διαδικασία πραγματοποιήθηκε για δυο καταστάσεις, αρχικά για τα ηλεκτρόδια των πιεζοηλεκτρικών ελεύθερα χωρίς κάποιο κύκλωμα (open circuit) και έπειτα για ηλεκτρόδια πιεζοηλεκτρικών βραχυκυκλωμένα (short circuit). Οι ιδιοσυχνότητες για ανοιχτό κύκλωμα (OC) και βραχυκύκλωμα (SC) έχουν ιδιαίτερη σημασία στη εφαρμογή των παραδιακλαδωμένων διότι μπορούμε με αυτά, να υπολογίσουμε τον πιεζοηλεκτρικό συντελεστή σύζευξης  $k_c = \sqrt{\frac{\omega_o^2 - \omega_s^2}{\omega_s^2}}$  και τις θεωρητικά βέλτιστες τιμές αντίστασης και πηνίου

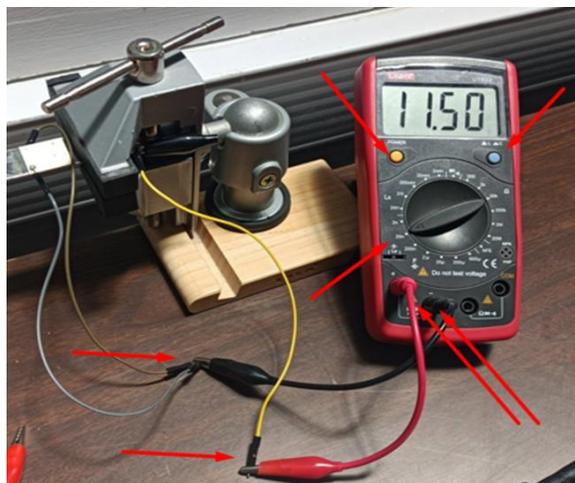
για κάθε ιδιόμορφη από τις σχέσεις  $L = \frac{1}{C_p \omega_o^2}$  και  $R = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{k_c}{C_p \omega_o}$  [1], [86]

Στο πίνακα που ακολουθεί δίνονται οι ιδιοσυχνότητες που προέκυψαν από την πειραματική διερεύνησή και τα αντίστοιχα R και L που προέκυψαν από υπολογισμούς:

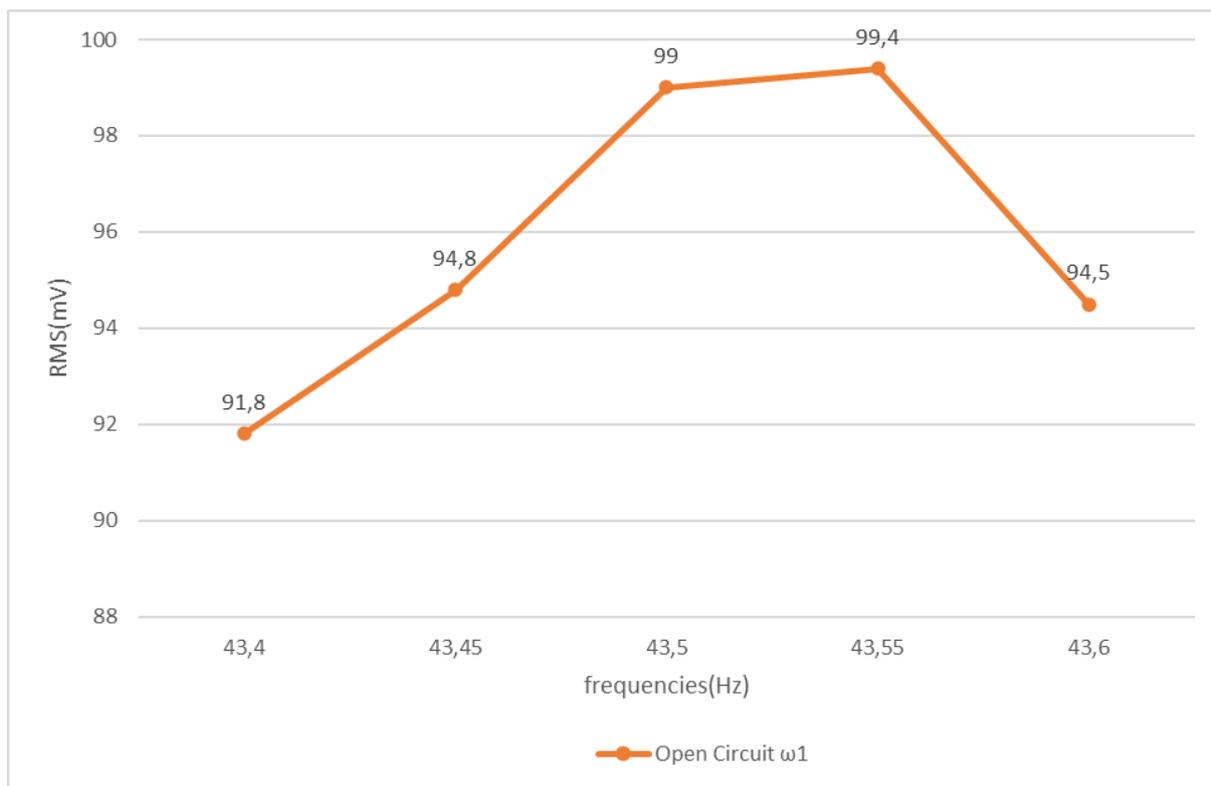
	$f_{open}$ (Hz)	$f_{short}$ (Hz)	$k_c$ (-)	L (H)	R (kΩ)
1 <sup>η</sup> Ιδιόμορφη	43,55	43,40	0,0832	1161	32,386
2 <sup>η</sup> Ιδιόμορφη	298,3	297,8	0,0579	24,75	3,294

Πίνακας 10. 1 Ιδιοσυχνότητες, πιεζοηλεκτρικός συντελεστή σύζευξης και βέλτιστα στοιχεία παραδιακλάδωσης.

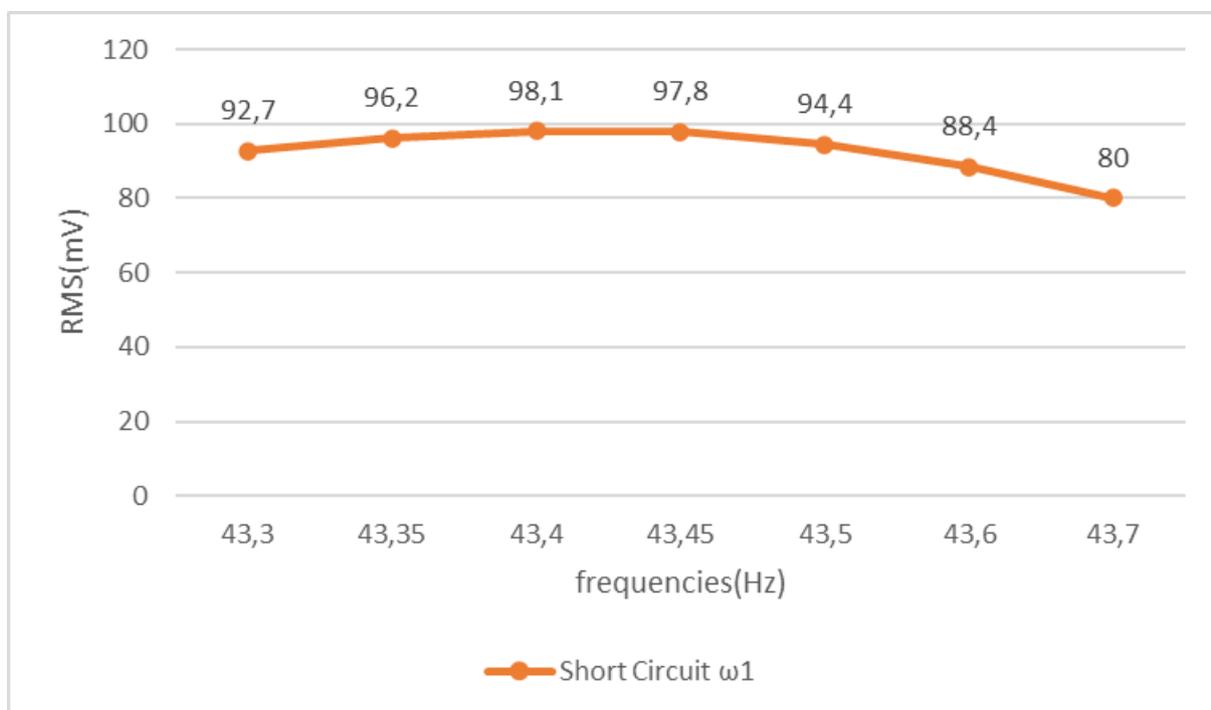
Παρακάτω δίνονται τα γραφήματα από την πειραματική διαδικασία για την εύρεση της 1ης και της 2ης ιδιοσυχνότητας για κατάσταση ανοιχτού κυκλώματος και για βραχυκυκλώματος κοντά στις συχνότητες συντονισμού.



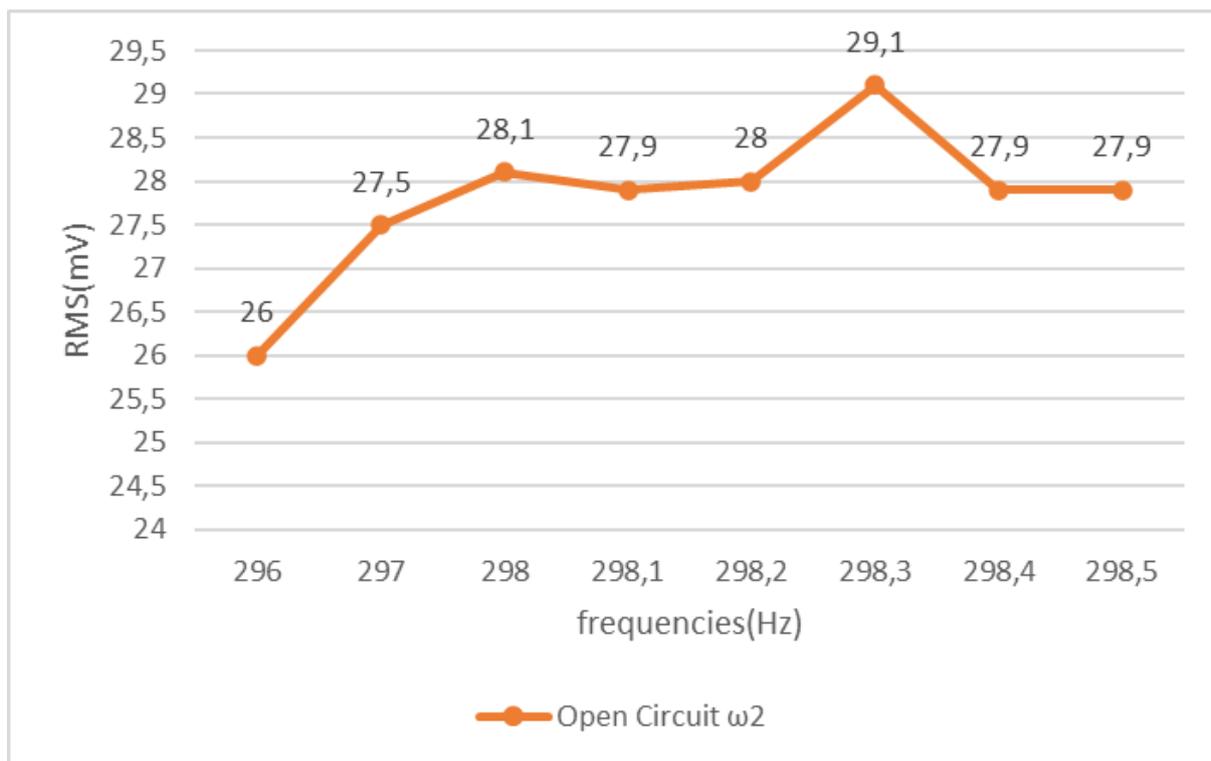
Εικόνα 10. 2 Η εσωτερική χωρητικότητα  $C_p$  των πιεζοηλεκτρικών



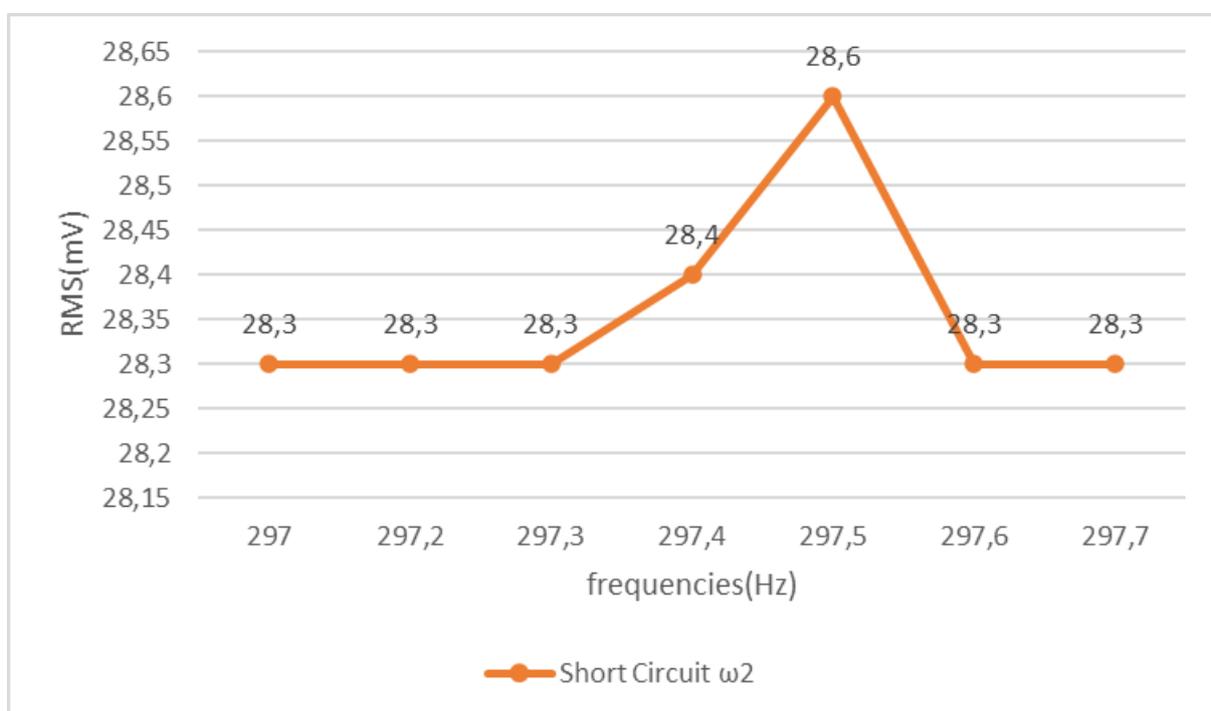
Εικόνα 10. 3 Πρώτη ιδιοσυχνότητα με open  $\omega_1=43,55$  Hz



Εικόνα 10. 4 Πρώτη ιδιοσυχνότητα με close  $\omega_1=43,4$  Hz

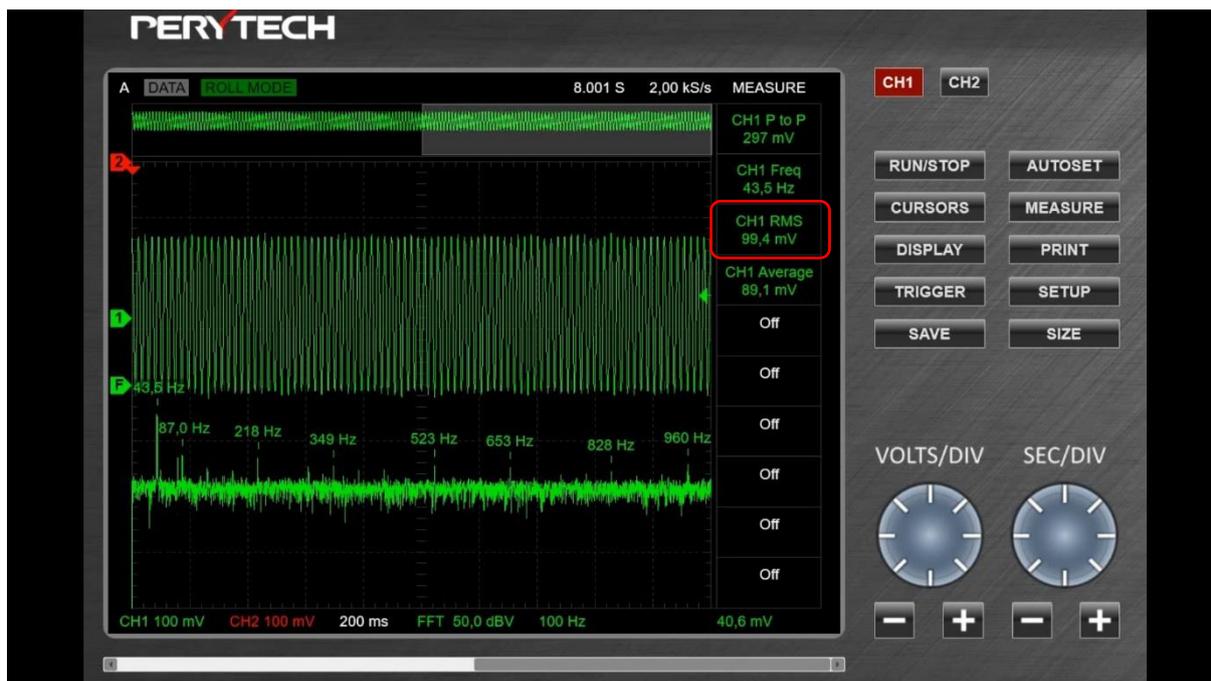


Εικόνα 10. 5 Δεύτερη ιδιοσυχνότητα με open  $\omega_2 = 298,3$  Hz

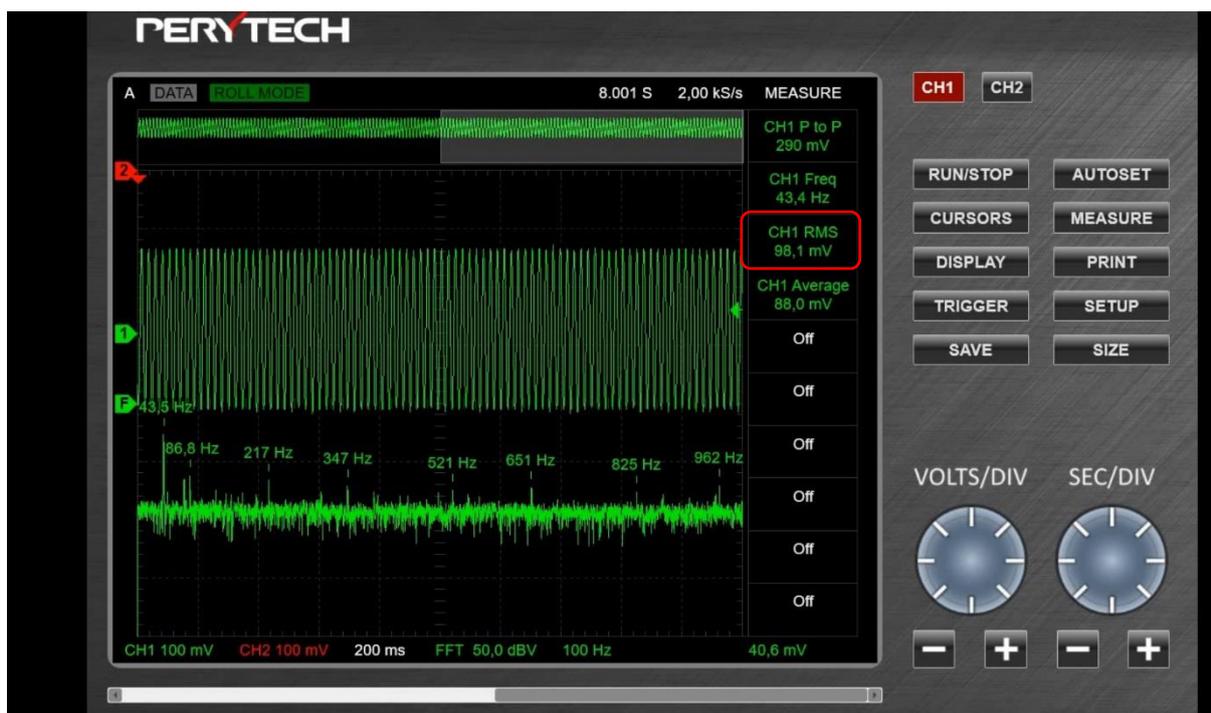


Εικόνα 10. 6 Δεύτερη ιδιοσυχνότητα με close  $\omega_2 = 297,8$  Hz

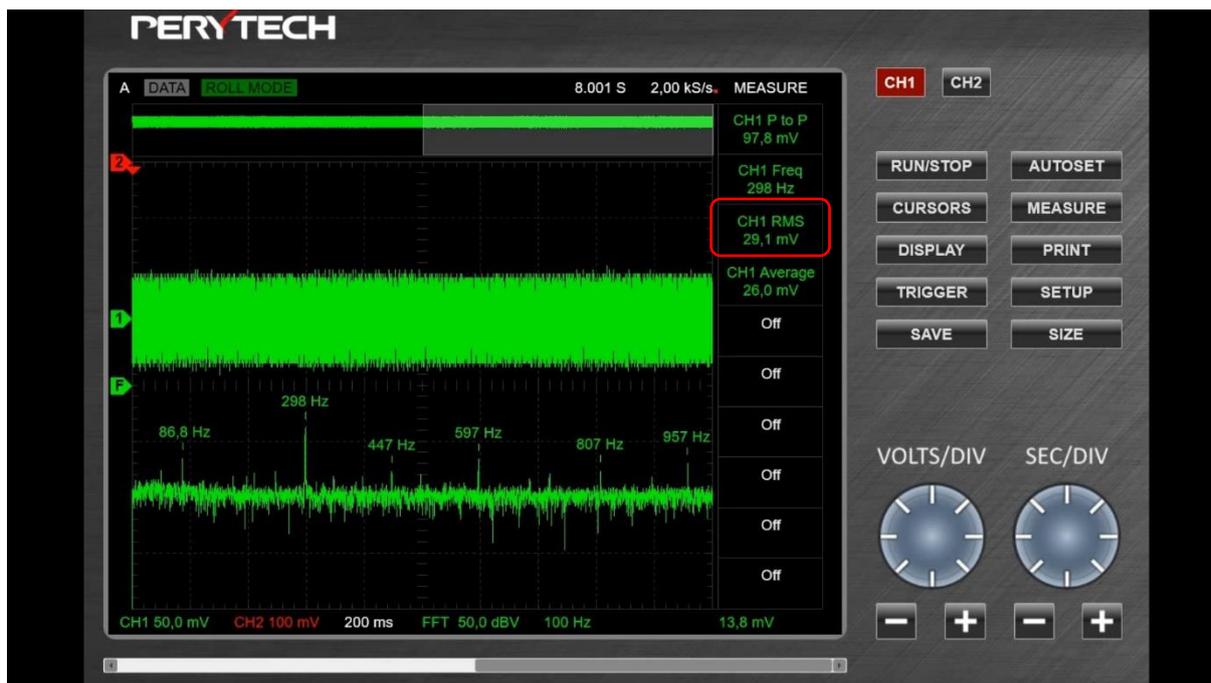
Ακολούθως δίνονται οι απεικονίσεις του παλμογράφου κατά τον συντονισμό για τη 1η και τη 2η ιδιοσυχνότητα σε κατάσταση ανοιχτού κυκλώματος και για βραχυκυκλώματος αντίστοιχα.



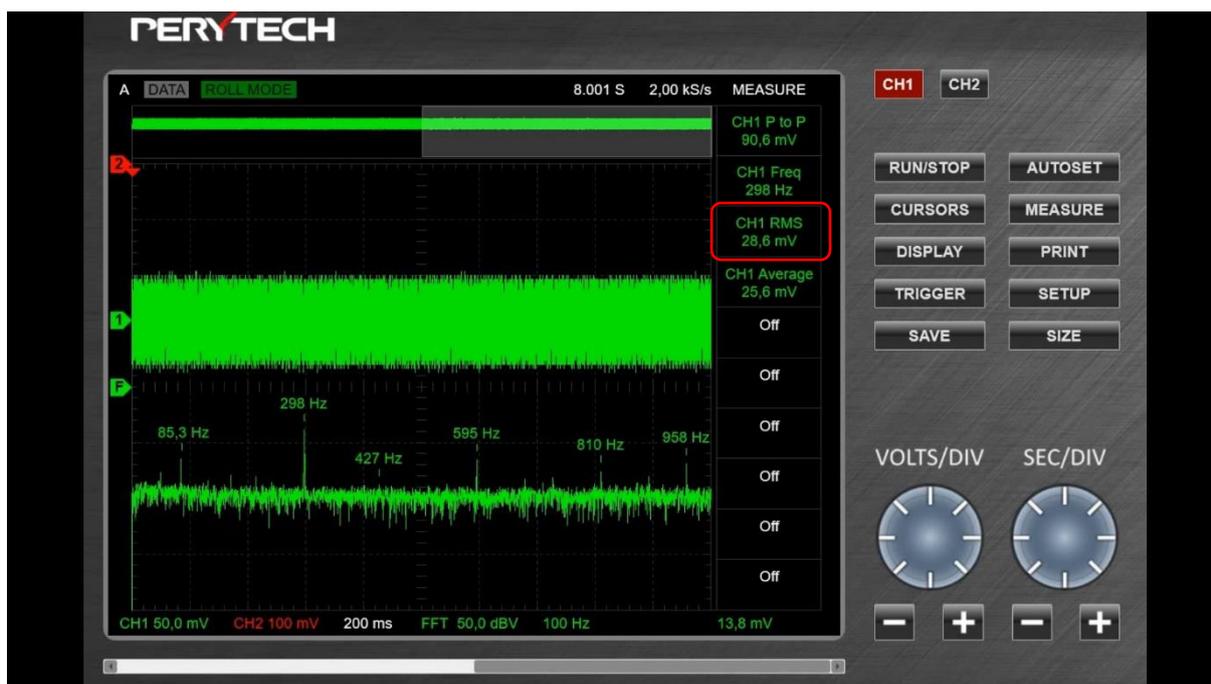
Εικόνα 10. 7 Πρώτη ιδιοσυχνότητα με ανοιχτό κύκλωμα  $\omega_1=43,55$  Hz και  $rms=99,4$  mV



Εικόνα 10. 8 Πρώτη ιδιοσυχνότητα με κλειστό κύκλωμα  $\omega_1=43,4$  Hz και  $rms=98,1$  mV



Εικόνα 10. 9 Δεύτερη ιδιοσυχνότητα με ανοιχτό κύκλωμα  $\omega_2 = 298,3$  Hz και  $rms=29.1$  mV



Εικόνα 10. 10 Δεύτερη ιδιοσυχνότητα με κλειστό κύκλωμα  $\omega_2 = 297,8$  Hz και  $rms=28.6$  mV

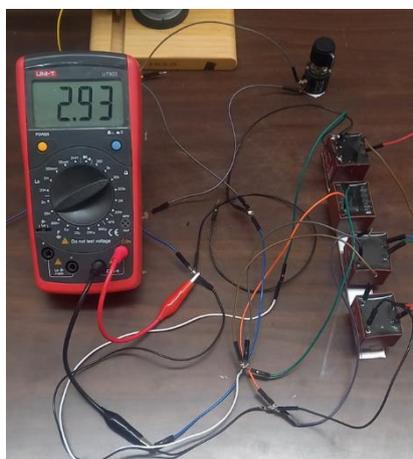
## 10.2. Εφαρμογή παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού ελέγχου στη 2η Ιδιόμορφη

Από τον Πίνακα 10. 1 παρατηρούμε ότι για τον έλεγχο της 1ης ιδιομορφής το πηνίο που απαιτείται πρέπει να έχει πολύ μεγάλη αυτεπαγωγή  $L_1=1161$  H. Για το λόγο αυτό επιλέξαμε να κάνουμε την πειραματική δοκιμή για παραδιακλαδωμένο έλεγχο στη 2η ιδιόμορφη. Τα παραδιακλαδωμένα ηλεκτρικά κυκλώματα που απαιτούνται για τον έλεγχο της 2ης ιδιόμορφης είναι  $L= 24,75$  H και  $R= 3,294$  k $\Omega$  σύμφωνα με τον Πίνακα 10. 1. Οι τιμές των ηλεκτρικών κυκλωμάτων που καταφέραμε να κατασκευάσουμε στο εργαστήριο για την

επαγωγή είναι  $L_2 = 19.02 + 6.15 = 25.17$  H από τον συνδυασμό δυο πηνίων σε σειρά και για την αντίσταση  $R_2 = 2.93$  k $\Omega$ .



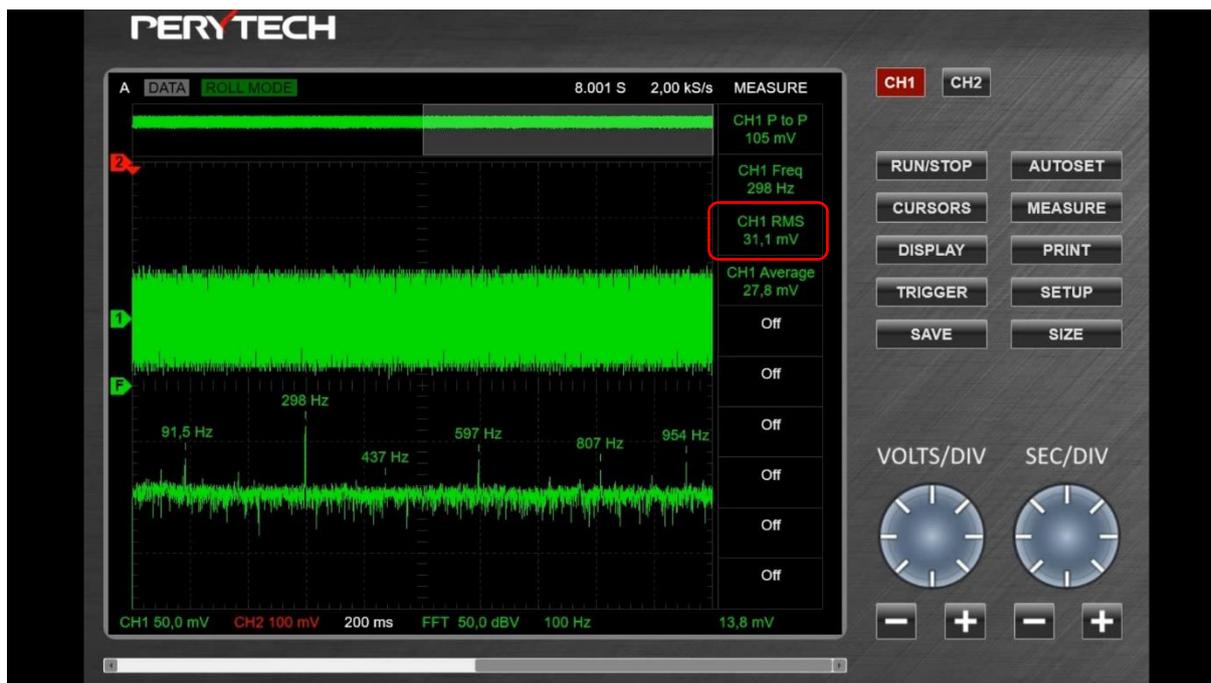
Εικόνα 10. 11 Μέτρηση επαγωγής πηνίων



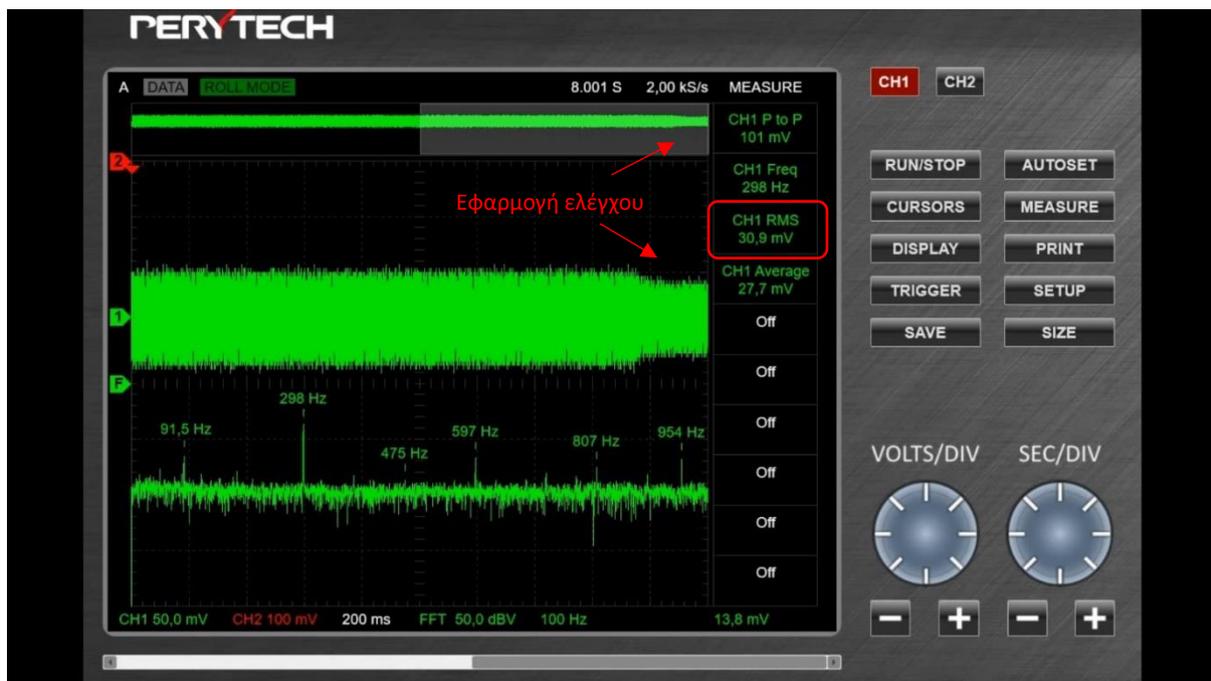
Εικόνα 10. 12 Μέτρηση συνολικής αντίστασης κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης.

Μετά την κατασκευή του παραδιακλαδωμένου κυκλώματος αντίστασης-πηνίου σε σειρά πραγματοποιήθηκαν πειραματικές δοκιμές για την επιρροή του πιεζοηλεκτρικού παραδιακλαδωμένου ελέγχου της 2ης ιδιόμορφης στην δονούμενη κατασκευή.

Αρχικά, με τα ηλεκτρόδια των πιεζοηλεκτρικών να είναι σε κατάσταση ανοικτού κυκλώματος, έχουμε το στιγμιότυπο Εικόνα 10. 7 για ταλάντωση 298 Hz με τον αισθητήρα επιτάχυνσης να δίνει  $rms = 31,1$  mV. Στη συνέχεια ενώνουμε τα ηλεκτρόδια των πιεζοηλεκτρικών με τους ακροδέκτες του παραδιακλαδωμένου ηλεκτρικού κυκλώματος RL και παρατηρούμε στην Εικόνα 10. 14 την άμεση επίδραση στο γράφημα με μείωση της αντίστοιχης καμπύλης (επισήμανση με βέλη).

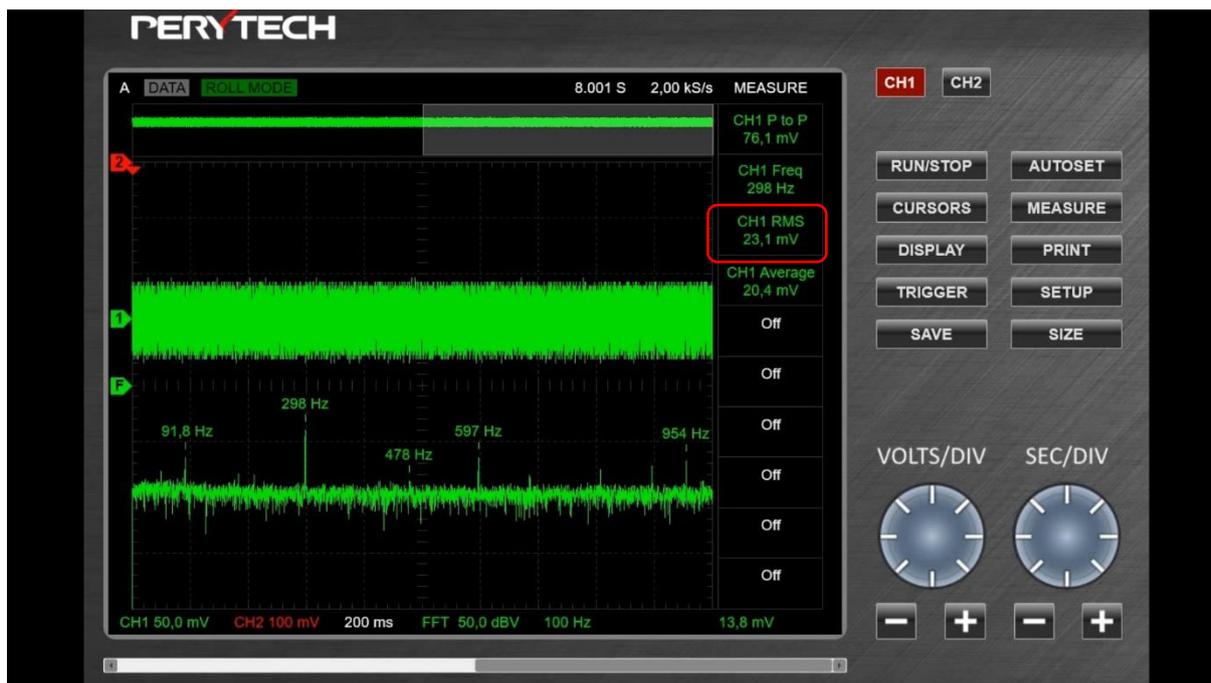


Εικόνα 10. 13 Στιγμιότυπο πριν την εφαρμογής παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού ελέγχου στη 2η Ιδιόμορφη (open circuit)



Εικόνα 10. 14 Στιγμιότυπο κατά την εφαρμογής παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού ελέγχου στη 2η Ιδιόμορφη

Με την εφαρμογή του πιεζοηλεκτρικού παραδιακλαδωμένου ελέγχου στη δονούμενη κατασκευή είχαμε μείωση από τα 31,1 mV του επιταχυνσιόμετρο στα 23,1 mV. Η ευαισθησία του οργάνου είναι στα 330 mV/g.



Εικόνα 10. 15 Στιγμιότυπο μετά την πλήρη εφαρμογής παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού ελέγχου στη 2η ιδιομορφή (shunt circuit)

Από την πειραματική διερεύνησή για την απόσβεση παραδιακλάδωσης μιας ιδιομορφής σε μια δοκό-πρόβολο με πιεζοηλεκτρικό PIC 255 παρατηρήθηκε ότι μειωθήκαν οι δυο πρώτες ιδιοσυχνότητες της κατασκευής, όταν το παραδιακλαδωμένο κύκλωμα βρισκόταν σε κατάσταση βραχυκυκλώματος, σε σχέση με τις ιδιοσυχνότητες που είχε η κατασκευή όταν το κύκλωμα ήταν σε κατάσταση ανοιχτού κυκλώματος. Τα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα συντονισμού RL έχουν πολύ καλή απόδοση απόσβεσης σε εύρος συχνοτήτων πολύ κοντά στις συχνότητες συντονισμού. Η μείωση της ταλάντωσης που εφαρμόστηκε στη δοκό-πρόβολο για την δεύτερη ιδιοσυχνότητα ήταν 25,72% σε σχέση με πριν την εφαρμογή του παραδιακλαδωμένου ελέγχου. Κατά τη διάρκεια των πειραματικών δοκιμών για τη μείωση της ταλάντωσης στη 2η ιδιοσυχνότητα, η επιρροή από την παρουσία του κυκλώματος παραδιακλάδωσης ήταν άμεση. Κάθε φορά που συνδεόταν ή αποσυνδεόταν το παραδιακλαδωμένο κύκλωμα, η ταλάντωση μειωνόταν ή επανερχόταν αντίστοιχα στα αρχικά επίπεδα. Εφαρμογή κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης με τιμές αντίστασης R και επαγωγής L διαφορετικές από τις βέλτιστες, είχαν πολύ μικρή έως μηδενική απόδοση στην απόσβεση της ταλάντωσης της κατασκευής.

## 11. Συμπεράσματα – Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα

Στη παρούσα διατριβή μελετάται η βελτιστοποίηση ευφύων κατασκευών. Με τη χρήση εργαλείων βελτιστοποίησης πραγματοποιήθηκε ρύθμιση των παθητικών παραδιακλαδωμένων συστημάτων με σκοπό τον έλεγχο (μείωση) των ταλαντώσεων τόσο μιας όσο και πολλών ιδιομορφών. Ειδικότερα, μελετήθηκαν οι παραδιακλαδωμένες πιεζοηλεκτρικές μέθοδοι απόσβεσης ως εναλλακτική λύση των κλασικών μεθόδων για την απόσβεση πολλών ιδιομορφών μιας κατασκευής.

Για την ανάλυση και τη σύγκριση των διάφορων τεχνικών, αναπτύχθηκε ένα θεωρητικό μοντέλο για ένα σύστημα διατμητικής παραμόρφωσης δοκού (θεωρία Timoshenko) με ενσωματωμένα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία. Το μαθηματικό μοντέλο στηρίζεται στην αρχή του Hamilton αναπτύσσοντας ένα αποδοτικό και ακριβές μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων.

Για την μοντελοποίηση πλακών με πιεζοηλεκτρικά στρώματα αναπτύσσεται ένα μοντέλο που βασίζεται στη θεωρία ισοδύναμης στρώσης η οποία ενσωματώνει την αλληλεπίδραση μεταξύ ηλεκτρικών και μηχανικών πεδίων. Για τη μοντελοποίηση της μηχανικής μετατόπισης χρησιμοποιήθηκε η θεωρία διατμητικής παραμόρφωσης για πλάκες (θεωρία Mindlin).

Παρουσιάζεται μια γενική μεθοδολογία μοντελοποίησης παθητικών πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης με τη μέθοδο του χώρου κατάστασης. Η προτεινόμενη μέθοδος μπορεί να επεκταθεί σε οποιασδήποτε μορφής δομή της με  $P$  ενσωματωμένα πιεζοηλεκτρικά ή επιφανειακά συνδεδεμένα επιθέματα.

Σε επόμενο μέρος της έρευνας, το θεωρητικό μοντέλο χρησιμοποιήθηκε για τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων παραδιακλάδωσης των παθητικών κυκλωμάτων κάνοντας χρήση αλγόριθμων βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (PSO) και γενετικών (GA). Ως μεταβλητές σχεδιασμού ορίζονται η αντίσταση  $L$  και το πηνίο  $R$  για κυκλώματα παραδιακλάδωσης μιας ιδιομορφής. Επιπρόσθετα για τη βελτιστοποίηση κυκλωμάτων πολλών ιδιομορφών, είναι απαραίτητο να λαμβάνονται ως μεταβλητές σχεδιασμού η χωρητικότητα  $C_i$ , η αντίσταση  $R_i$  και η επαγωγή παραδιακλάδωσης  $\tilde{L}_i$  για κάθε κλάδο του κυκλώματος current flow «ροής ρεύματος» πολλών ιδιομορφών. Τα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα πολλών ιδιομορφών έχουν αυξημένη πολυπλοκότητα και δυσκολία στην ρύθμιση. Με τη προτεινόμενη μέθοδο επιλύονται οι παραπάνω αδυναμίες και κάνουν τη χρήση τους πιο προσιτή. Οι βέλτιστες τιμές των στοιχείων των κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης που προκύπτουν έχουν μικρές τιμές επαγωγής, δίνοντας λύση σε ένα μεγάλο πρόβλημα που συναντάμε για τα συγκεκριμένα είδη στη βιβλιογραφία. Η προτεινόμενη μέθοδος αποδεικνύει ότι η επίδραση των πυκνωτών που προσθέτουμε επηρεάζουν σημαντικά τις απαιτούμενες τιμές των υπολοίπων ηλεκτρικών στοιχείων και την απόσβεση της παραδιακλάδωσης.

Ο τετραγωνικός συντελεστής ηλεκτρομηχανικής σύζευξης αποτελεί σημαντική παράμετρο για την απόδοση του μοντέλου (δομή-πιεζοηλεκτρικό) και σε συνδυασμό με τη προτεινόμενη βελτιστοποίηση αυξάνεται η συνολική απόδοση του συνολικού συστήματος (δομή-πιεζοηλεκτρική παραδιακλάδωσης). Πιο συγκεκριμένα για τη πλάκα κάνοντας παραμετρική ανάλυση προέκυψε η θέση με τον υψηλότερο γενικευμένο συντελεστή σύζευξης για κάθε

ιδιομορφή, όπου τοποθετούνται τα τέσσερα πιεζοηλεκτρικά για τον έλεγχο των τεσσάρων πρώτων ιδιομορφών. Για την μείωση των τεσσάρων πρώτων ιδιομορφών επιλέγονται τέσσερα βέλτιστα κυκλώματα μιας ιδιομορφής (single mode) αντίστοιχα.

Η επίλυση του κάθε συστήματος προσομοίωσης γίνεται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκε και βελτιστοποιήθηκε με χρήση αλγορίθμων βελτιστοποίησης σε περιβάλλον Matlab. Τα αποτελέσματα πιστοποιήθηκαν με σύγκριση ομοίων πειραματικών δημοσιευμένων αποτελεσμάτων και με σύγκριση αποτελεσμάτων από την αναπαραγωγή των μοντέλων σε εμπορικά πακέτα προσομοίωσης. Η διατύπωση των πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκε για τη μοντελοποίηση του συστήματος δείχνει εξαιρετική συμφωνία με τα τρισδιάστατα μοντέλα προσομοίωσης καθώς και τα πειραματικά δημοσιευμένα αποτελέσματα. Είναι απαραίτητο να αναφερθεί ότι όλες αυτές οι λύσεις θα ήταν δύσκολο να προκύψουν είτε με αναλυτικό υπολογισμό είτε με μέθοδο δοκιμής και σφάλματος. Αποτελούν τρόπους επίλυσης, τους οποίους μέχρι σήμερα μπορεί να συναντήσει κανείς διάσπαρτους στη βιβλιογραφία και επιλύουν αντίστοιχης πολυπλοκότητας προβλήματα.

Μια κατασκευή με πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης μπορεί να συγκεντρώνει ενέργεια με στόχο να τροφοδοτεί τα εξαρτήματα της και να είναι αυτόνομη. Η προτεινόμενη μεθοδολογία με τα αντίστοιχα αποτελέσματα παρουσιάστηκαν, αποδεικνύοντας την εφαρμοσιμότητα της μάζευσης ενέργειας σε τέτοιες κατασκευές.

Σύμφωνα με τα μοντέλα προσομοίωσης δημιουργήθηκε αντίστοιχη πειραματική διάταξη σε μια δοκό πρόβολο ως επιβεβαίωση λειτουργίας των κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης. Με την πειραματική διερεύνηση αποδείχθηκε ότι μπορούν να επιτευχθούν μεγάλες μειώσεις στις ταλαντώσεις με πιεζοηλεκτρικές παραδιακλαδωμένες μεθόδους απόσβεσης. Η δοκός διεγέρθηκε ανέπαφα με πηνίο, ενώ τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα ήταν συνδεδεμένα με ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης συντονισμού RL, για τον έλεγχο της δεύτερης ιδιομορφής. Τα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα συντονισμού RL έχουν πολύ καλή απόδοση απόσβεσης σε εύρος συχνοτήτων πολύ κοντά στις συχνότητες συντονισμού.

Οι απαιτούμενες τιμές των παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων, έχουν άμεση επιρροή από τις ιδιότητες του πιεζοηλεκτρικού υλικού που χρησιμοποιούμε. Επίσης για ίδιας γεωμετρίας κατασκευές με διαφορετικό υλικό, τα απαιτούμενα κυκλώματα εξαρτώνται από τον λόγο  $\rho b/\gamma b$  του υπό μελέτη υλικού.

Τέλος ακολουθούν κάποιες προτάσεις που για τη προτεινόμενη τεχνολογία αποτελούν μελλοντικές διερευνήσεις. Αρχικά η παρούσα μεθοδολογία θα μπορούσε επεκταθεί τόσο στα ενεργά κυκλώματα παραδιακλάδωσης όσο και στα ημιενεργά παραδιακλαδωμένα κυκλώματα για τον έλεγχο μιας και πολλών ιδιομορφών. Με αυτό τον τρόπο θα επιτευχθεί ο σχεδιασμός προσαρμοστικών ευφυών κατασκευών με μεγαλύτερο εύρος εφαρμογής.

Επίσης θα ήταν εφικτή η δοκιμή διαφορετικών ειδών κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης όπως πυκνωτές με αρνητική χωρητικότητα καθώς και παραδιακλαδωμένα κυκλώματα με διακόπτη. Αυτές οι μέθοδοι είναι εύρωστες, αξιόπιστες και προσφέρουν αρκετά πλεονεκτήματα, όπως μικρότερες απαιτήσεις επαγωγής, χαμηλή ευαισθησία στις περιβαλλοντικές μεταβολές και εύκολη ρύθμιση.

Ενδιαφέρον θα είχε επίσης και η επέκταση της μελέτης των παραδιακλαδωμένων με προσθήκη των παραμέτρων του πιεζοηλεκτρικού στοιχείου (θέση, μέγεθος) ως μεταβλητές σχεδιασμού βελτιστοποίησης. Παράλληλα θα μπορούσε να γίνεται βέλτιστη επιλογή τόσο των ηλεκτρικών στοιχείων όσο και των κατάλληλων πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων.

Κλείνοντας μερικές ακόμη επεκτάσεις που θα μπορούσε να έχει η προτεινόμενη τεχνολογία είναι σε εφαρμογές μηχανικής καθώς και ακουστικής. Εκτός από αυτό θα μπορούσε να υπάρξει μελέτη για συσχέτιση με μάζες καθυσύχασης και άλλων ισοδυνάμων μηχανικών μοντέλων.

## 1. Παράρτημα Α: Πίνακες για το υπερσυγκλίνον στοιχείο

Οι πίνακες για το υπερσυγκλίνον στοιχείο μπορούν να υπολογιστούν με ολοκλήρωση ως προς  $x$  της Εξίσωσης 49.

Τα μη μηδενικά στοιχεία  $K_{ij}$  του συμμετρικού πίνακα δυσκαμψίας στοιχείου  $K_u^e$  δίνονται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 K_{11} &= \frac{A_{11}}{L_e}, & K_{12} &= 0, & K_{13} &= -\frac{B_{11}}{L_e}, & K_{14} &= -\frac{A_{11}}{L_e}, & K_{15} &= 0, & K_{16} &= \frac{B_{11}}{L_e} \\
 K_{22} &= \frac{12A_{55}}{L_e}\gamma, & K_{23} &= 6A_{55}\gamma, & K_{24} &= 0, & K_{25} &= -\frac{12A_{55}}{L_e}\gamma, & K_{26} &= 6A_{55}\gamma \\
 K_{33} &= \frac{D_{11} + 3A_{55}L_e^2\gamma}{L_e}, & K_{34} &= \frac{B_{11}}{L_e}, & K_{35} &= -6A_{55}\gamma, & K_{36} &= \frac{-D_{11} + 3A_{55}L_e^2\gamma}{L_e}, \\
 K_{44} &= \frac{A_{11}}{L_e}, & K_{45} &= 0, & K_{46} &= -\frac{AB_{11}}{L_e}, \\
 K_{55} &= \frac{12A_{55}}{L_e}\gamma, & K_{56} &= -6A_{55}\gamma, & K_{66} &= \frac{D_{11} + 3A_{55}L_e^2\gamma}{L_e}, \\
 \text{όπου } \gamma &= \frac{1}{(\beta_f L_e^2 + 12)}, & \beta_f &= \frac{A_{11}A_{55}}{A_{11}D_{11} - B_{11}B_{11}}.
 \end{aligned}$$

Τα μη μηδενικά στοιχεία  $M_{ij}$  του συμμετρικού πίνακα δυσκαμψίας του στοιχείου  $M_u^e$  δίνονται ως εξής

$$\begin{aligned}
 M_{11} &= \frac{I_0 L_e}{3}, & M_{12} &= -\frac{L_e^2}{2}(I_0 \alpha_f - I_1 \beta_f)\gamma, & M_{13} &= -\frac{L_e}{12}(48I_1 + 3I_0 L_e^2 \alpha_f + I_1 L_e^2 \beta_f)\gamma, \\
 M_{14} &= \frac{L_e}{6}I_0, & M_{15} &= \frac{L_e^2}{2}(I_0 \alpha_f - I_1 \beta_f)\gamma, & M_{16} &= -\frac{L_e}{12}(24I_1 + 3I_0 L_e^2 \alpha_f + I_1 L_e^2 \beta_f)\gamma, \\
 M_{22} &= \frac{L_e}{35}(13I_0 L_e^4 \beta_f^2 + 42I_0 L_e^2 \alpha_f^2 - 84I_1 L_e^2 \alpha_f \beta_f + 42I_2 L_e^2 \beta_f^2 + 294I_0 L_e^2 \beta_f + 1680I_0)\gamma^2, \\
 M_{23} &= \frac{11}{210}I_0 L_e^2 - \frac{11}{70}I_0 L_e^2 \gamma + \frac{12}{35}I_0 \gamma^2 L_e^2 + \frac{3}{5}\alpha_f^2 I_0 L_e^4 \gamma^2 - \frac{7}{10}\alpha_f I_1 L_e^2 \gamma + \frac{72}{5}\alpha_f I_1 L_e^2 \gamma^2 + \frac{1}{10}I_2 \\
 &\quad - \frac{42}{5}I_2 \gamma + \frac{432}{5}I_2 \gamma^2, \\
 M_{24} &= -\frac{L_e^2}{2}(I_0 \alpha_f - I_1 \beta_f)\gamma \\
 M_{25} &= -\frac{3L_e \gamma^2}{70}(-3\beta_f^2 I_0 L_e^4 + 28\alpha_f^2 I_0 L_e^2 - 84\beta_f I_0 L_e^2 - 560I_0 - 56\beta_f \alpha_f I_1 L_e^2 + 28\beta_f^2 I_2 L_e^2) \\
 M_{26} &= \frac{3}{5}\alpha_f^2 I_0 L_e^4 \gamma^2 + \frac{72}{5}\alpha_f I_1 \gamma^2 L_e^2 - \frac{42}{5}I_2 \gamma + \frac{432}{5}I_2 \gamma^2 - \frac{7}{10}\alpha_f I_1 \gamma L_e^2 - \frac{11}{70}I_0 L_e^2 \gamma + \frac{12}{35}I_0 \gamma^2 L_e^2 \\
 &\quad + \frac{1}{10}I_2 - \frac{13}{420}I_0 L_e^2, \\
 M_{33} &= \frac{1}{105}I_0 L_e^3 - \frac{1}{35}I_0 L_e^3 \gamma + \frac{6}{35}I_0 \gamma^2 L_e^3 + \frac{3}{10}\alpha_f^2 I_0 L_e^5 \gamma^2 - \frac{1}{10}\alpha_f I_1 L_e^3 \gamma + \frac{36}{5}\alpha_f I_1 L_e^3 \gamma^2 + \frac{2}{15}I_2 L_e \\
 &\quad - \frac{6}{5}I_2 \gamma L_e + \frac{216}{5}I_2 \gamma^2 L_e, \\
 M_{34} &= -\frac{L_e}{12}(24I_1 + 3I_0 L_e^2 \alpha_f - I_1 L_e^2 \beta_f)\gamma, \\
 M_{35} &= -M_{26}, \\
 M_{36} &= -\frac{1}{140}I_0 L_e^3 - \frac{1}{35}I_0 L_e^3 \gamma + \frac{6}{35}I_0 \gamma^2 L_e^3 + \frac{3}{10}\alpha_f^2 I_0 L_e^5 \gamma^2 - \frac{1}{10}\alpha_f I_1 L_e^3 \gamma + \frac{36}{5}\alpha_f I_1 L_e^3 \gamma^2 - \frac{1}{30}I_2 L_e \\
 &\quad - \frac{6}{5}I_2 \gamma L_e + \frac{216}{5}I_2 \gamma^2 L_e,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{44} &= \frac{I_0 L_e}{3}, \quad M_{45} = \frac{L_e^2}{2} (I_0 \alpha_f - I_1 \beta_f) \gamma, \quad M_{46} = -\frac{L_e}{12} (48I_1 + 3I_0 L_e^2 \alpha_f + I_1 L_e^2 \beta_f) \gamma, \\
M_{55} &= M_{22}, \quad M_{56} = -M_{23}, \\
M_{66} &= \frac{1}{105} \beta_f^2 I_0 L_e^7 \gamma^2 + \frac{1}{5} \beta_f I_0 L_e^5 \gamma^2 + \frac{3}{10} I_0 \alpha_f^2 \gamma^2 L_e^5 + \frac{6}{5} I_0 L_e^3 \gamma^2 - \frac{1}{10} \beta_f \alpha_f I_1 L_e^5 \gamma^2 + 6\alpha_f I_1 L_e^3 \gamma^2 \\
&\quad + \frac{2}{15} \beta_f^2 I_2 L_e^5 \gamma^2 + 2I_2 \beta_f \gamma^2 L_e^3 + 48I_2 \gamma^2 L_e,
\end{aligned}$$

$$\text{Όπου } a_f = \frac{B_{11} A_{55}}{A_{11} D_{11} - B_{11} B_{11}}$$

Ο πίνακας δυσκαμψίας ηλεκτρικής-μηχανικής σύζευξης  $\mathbf{K}_{uv}^e = [\mathbf{K}_1^e, \mathbf{K}_2^e]$  δίνεται από την σχέση:

$$\mathbf{K}_{uv}^e = \begin{bmatrix} -b\tilde{e}_{31}^{(p_1)} & -b\tilde{e}_{31}^{(p_2)} \\ 0 & 0 \\ \frac{b\tilde{e}_{31}^{(p_1)}(h_b + h_{p_1})}{2} & \frac{b\tilde{e}_{31}^{(p_2)}(h_b + h_{p_2})}{2} \\ b\tilde{e}_{31}^{(p_1)} & b\tilde{e}_{31}^{(p_2)} \\ 0 & 0 \\ \frac{b\tilde{e}_{31}^{(p_1)}(h_b + h_{p_1})}{2} & -\frac{b\tilde{e}_{31}^{(p_2)}(h_b + h_{p_2})}{2} \end{bmatrix}$$

Τέλος, ο πίνακας πιεζοηλεκτρικής διαπερατότητας  $\mathbf{K}_{vv}^e = \text{diag}(C_1^e, C_2^e)$  του πιεζοηλεκτρικού στοιχείου που δίνεται από:

$$\mathbf{K}_{vv}^e = \begin{bmatrix} \frac{bL_e \tilde{\xi}_{33}^{(p_1)}}{h_{p_1}} & 0 \\ 0 & \frac{bL_e \tilde{\xi}_{33}^{(p_2)}}{h_{p_2}} \end{bmatrix}$$

## 1. Βιβλιογραφία

- [1] O. Thomas, J.-F. Deü and J. Ducarne, "Vibrations of an elastic structure with shunted piezoelectric patches: efficient finite element formulation and electromechanical coupling coefficients," *International journal for numerical methods in engineering*, p. 235–268, 28 April 2009.
- [2] G. K. Tairidis, P. Koutsianitis, K. E. Marakakis, G. Foutsitzi, J.-F. Deü, R. Ohay and G. E. Stavroulakis, "Energy harvesting system for the power supply of a shunt piezoelectric system developed for vibration suppression," in *The international conference on wind energy harvesting 2018*, Catanzaro Lido, 2018.
- [3] R. L. Forward, "Electronic damping of vibrations in optical structures," *Applied optics*, vol. 18, pp. 690-697, 1979.
- [4] J. J. Hollkamp, "Multimodal passive vibration suppression with piezoelectric materials and resonant shunts," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 5, pp. 49-57, 1994.
- [5] R. S. Moheimani and A. J. Fleming, *Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping*, London: Springer-Verlag, 2006.
- [6] G. K. Tairidis, "Vibration control of smart composite structures using shunted piezoelectric systems and neuro-fuzzy techniques," *Journal of Vibration and Control*, pp. 2397-2408, 09 2019.
- [7] T. Delpero, A. E. Bergamini and E. Paolo, "Identification of electromechanical parameters in piezoelectric shunt damping and loss factor prediction," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 24, no. 3, pp. 287-298, 2012.
- [8] N. Hagood and A. von Flotow, "Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 146, no. 2, pp. 243-268, 1991.
- [9] S.-y. Wu, "Piezoelectric shunts with a parallel R-L circuit for structural damping and vibration control," in *Symposium on smart structures and materials*, San Diego, 1996.
- [10] F. A. C. Viana and J. V. Steffen, "Multimodal vibration damping through piezoelectric patches and optimal resonant shunt circuits," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, pp. 293-310, September 2006.
- [11] J. Ducarne, O. Thomas and J.-F. Deü, "Structural Vibration Reduction by Switch Shunting of Piezoelectric Elements: Modelling and Optimization," *Journal of intelligent material systems and structures*, vol. 21, pp. 797-816, 2010.
- [12] B. d. Marneffe and A. Preumont, "Vibration damping with negative capacitance shunts: theory and experiment," *Smart Materials and Structures*, vol. 17, no. 035015, p. 15, 2008.

- [13] P. Curie and J. Curie, "Contractions et dilations produits par des tensions electriques dans les cristaux hemieedres a faces inclines," *Comptes Rendus de l' Academie des Sciences*, vol. 93, pp. 1137-1140, 1881.
- [14] G. Lippmann, "Principe de la conservation de l'électricité (Principle of the conservation of electricity)," *Annales de chimie et de physique*, vol. 24, p. 145, 1881.
- [15] G. Stavroulakis, G. Foutsitzi, E. Hadjigeorgiou, D. Marinova and C. Baniotopoulos, "Design and robust optimal control of smart beams with application on vibrations suppression," *Advances in Engineering Software*, p. 806–813, 2005.
- [16] A. Buchacz, M. Płaczek and A. Wróbel, "Control of characteristics of mechatronic systems using piezoelectric materials," *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, vol. 51, no. 1, pp. 225-234, 2013.
- [17] L. R. Corr and W. W. Clark, "A Novel Semi-Active Multi-Modal Vibration Control Law for a Piezoceramic Actuator," *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 125, no. 2, pp. 214-222, 2003.
- [18] A. J. Fleming and S. O. R. Moheimani, "Improved current and charge amplifiers for driving piezoelectric loads, and issues in signal processing design for synthesis of shunt damping circuits.," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 15, pp. 77-92, 2004.
- [19] D. Niederberger, «Design of Optimal Autonomous Switching Circuits to Suppress Mechanical Vibration,» σε *HSCC 2005: Hybrid Systems: Computation and Control*, 2005.
- [20] K. Marakakis, G. K. Tairidis, P. Koutsianitis και G. E. Stavroulakis, «Shunt Piezoelectric Systems for Noise and Vibration Control: A Review,» *Frontiers in Built Environment*, p. 17, 15 May 2019.
- [21] A. Preumont, *Vibration Control of Active Structures. Solid Mechanics and Its Applications*, Springer, 2018.
- [22] A. Preumont, *Mechatronics Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems. Solid Mechanics and Its Applications*, Springer, 2006.
- [23] A. J. McDaid and B. R. Mace, "A Robust Adaptive Tuned Vibration Absorber Using Semi-Passive Shunt Electronics," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, no. 8, pp. 5069-5077, 2016.
- [24] Y.-P. Liu and D. Vasic, "semi-passive piezoelectric structural damping based on a pulse-width modulation switching circuit," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 27, no. 12, pp. 1-9, 2013.
- [25] S. Behrens, A. J. Fleming and S. O. R. Moheimani, "Control Orientated Synthesis of Electromagnetic Shunt Impedances for Vibration Isolation," in *3rd IFAC Symposium on Mechatronic Systems 2004*, Sydney, 2004.
- [26] IEEE Standard on piezoelectricity, 1987.

- [27] J.-Y. Jeon, "Passive acoustic radiation control for a vibrating panel with piezoelectric shunt damping circuit using particle swarm optimization algorithm," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 23, pp. 1446-1455, 2009.
- [28] J.-Y. Jeon, "Passive vibration damping enhancement of piezoelectric shunt damping system using optimization approach," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 23, pp. 1435-1445, 2009b.
- [29] R. L. Forward and C. J. Swigert, "Electronic Damping of Orthogonal Bending Modes in a Cylindrical Mast-Experiment," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 18, pp. 5-10, 1981.
- [30] J.-F. Deü, W. Larbi, R. Ohayon και R. Sampaio, «Piezoelectric Shunt Vibration Damping of Structural-Acoustic Systems: Finite Element Formulation and Reduced-Order Model,» *Journal of Vibration and Acoustics*, τόμ. 136, αρ. 3, p. 031007 (8 pages), 2014.
- [31] L. d. Silva, J.-F. Deü, W. Larbi and M. Trindade, "An efficient finite element approach for reduction of structural vibration and acoustic radiation by passive shunted piezoelectric systems," in *10th World Congress on Computational Mechanics*, Sao Paulo, 2014.
- [32] U. Andreaus and M. Porfiri, "Effect of Electrical Uncertainties on Resonant Piezoelectric Shunting," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 18, pp. 477-485, 2007.
- [33] B. Yan and X. N. Zhang, "Vibration isolation of a beam via negative resistance electromagnetic shunt dampers," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 23, no. 6, pp. 665-673, 2012.
- [34] M. Berardengo, A. Cigada, S. Manzoni and M. Vanali, "Vibration Control by Means of Piezoelectric Actuators Shunted with LR Impedances: Performance and Robustness Analysis," *Shock and Vibration*, vol. 2015, p. 30, 2015.
- [35] S.-y. Wu, «Method for multiple mode shunt damping of structural vibration using a single PZT transducer,» σε *5th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials*, San Diego, CA, 1998.
- [36] S. Behrens και S. Reza Moheimani, «Optimal resistive elements for multiple mode shunt damping of a piezoelectric laminate beam,» Sydney, 2000.
- [37] S. Behrens και S. Moheimani, «Multiple Mode Passive Piezoelectric Shunt Dampener 1,» *IFAC Proceedings Volumes*, τόμ. 35, αρ. 2, pp. 161-166, 12 2002.
- [38] S. Behrens, S. Moheimani και A. Fleming, «Multiple mode current flowing passive piezoelectric shunt controller,» *Journal of Sound and Vibration*, pp. 929-942, 2003.
- [39] S. Behrens και S. O. R. Moheimani, «Current flowing multiple-mode piezoelectric shunt dampener,» σε *SPIE's 9th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials*, San Diego, CA, 2002.
- [40] A. J. Fleming, S. Behrens and S. O. R. Moheimani, "Reducing the inductance requirements of piezoelectric shunt damping systems," *Smart materials and structures*, p. 57-64, January 2003b.

- [41] A. J. Fleming, S. Behrens and S. O. r. Moheimani, "Optimization and Implementation of Multimode Piezoelectric Shunt Damping Systems," *IEEE/ASME Transactions on mechatronics*, vol. 7, no. 1, pp. 87-94, 2002.
- [42] A. Fleming, S. Behrens και S. Moheimani, «A New Approach to Piezoelectric Shunt Damping,» 2002.
- [43] T. H. Cheng, X. L. Wang and I. K. Oh, "Electromagnetic Multi-Mode Shunt Damper for Flexible Beams Based on Current Flowing Circuit," in *Second International Conference on Smart Materials and Nanotechnology in Engineering*, Weihai, 2009.
- [44] M. Berardengo, S. Manzoni and A. M. Conti, "Multi-mode passive piezoelectric shunt damping by means of matrix inequalities," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 405, p. 287–305, 2017.
- [45] A. L. Goldstein, «Self-Tuning Multimodal Piezoelectric Shunt Damping,» *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, τόμ. 33, αρ. 4, pp. 428-436, 2011.
- [46] D. Niederberger, A. Fleming, S. O. R. Moheimani and M. Morari, "Online-Tuned Multi-Mode Resonant Piezoelectric Shunt for Broadband Vibration Suppression," *Mechatronic Systems*, pp. 295-300, 2004.
- [47] C. Nguyen and S. Pietrzko, "FE analysis of a PZT-actuated adaptive beam with vibration damping using an electric multiple-mode shunt system," in *International Conference on Noise and Vibration Engineering*, 2006.
- [48] C. H. Park and H. C. Park, "Multiple-Mode Structural Vibration Control Using Negative Capacitive Shunt Damping," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 17, no. 11, pp. 1650-1658, 2003.
- [49] M. A. Trindade and C. E. B. Maio, "Multimodal passive vibration control of sandwich beams with shunted shear piezoelectric materials," *Smart Materials and Structures*, p. 20, 2008.
- [50] S.-y. Wu, T. L. Turner and S. A. Rizzi, "Piezoelectric shunt vibration damping of F-15 panel under high acoustic excitation," in *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, Newport Beach, 2000.
- [51] I. Giorgio, A. Culla and D. D. Vescovo, "Multimode vibration control using several piezoelectric transducers shunted with a multiterminal network," *Archive of Applied Mechanics*, vol. 79, pp. 859-879, 2009.
- [52] A. J. Fleming, S. Behrens και S. O. R. Moheimani, «An Autonomous Piezoelectric Shunt Damping System,» σε *Smart Structures and Materials 2003: Damping and Isolation*, San Diego, 2003.
- [53] D. Niederberger and M. Morari, "An autonomous shunt circuit for vibration damping," *Smart Mater. Struct.*, vol. 15, p. 359, 2006.
- [54] J. C. Collinger, J. A. Wickert and L. R. Corr, "Adaptive Piezoelectric Vibration Control With Synchronized Switching," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 131, no. 4, pp. 041006-1 - 041006-8, 2009.

- [55] Y.-Y. Chen, D. Vasic, F. Costa, C.-K. Lee και W.-J. Wu, «Self-powered semi-passive piezoelectric structural damping based on zero-velocity crossing detection,» *Smart Materials and Structures*, p. 025029, 01 02 2013.
- [56] B. Lossouarn, M. Aucejo, J.-F. Deü and B. Multon, "Design of inductors with high inductance values for resonant piezoelectric damping," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 259, no. 1, pp. 68-76, 2017.
- [57] F. d. Isola, C. Maurini and M. Porfiri, "Passive damping of beam vibrations through distributed electric networks and piezoelectric transducers: prototype design and experimental validation," *Smart Materials and Structures*, pp. 299-308, 2004.
- [58] J. J. Granier, R. J. Hundhausen and G. E. Gaytad, "Passive Modal Damping with Piezoelectric Shunts," in *The 20th International Modal Analysis Conference*, Los Angeles, 2002.
- [59] J. Høgsberg and S. Krenk, "Piezoelectric RL shunt damping of flexible structures," in *7th ECCOMAS Thematic Conference on Smart Structures and Materials*, Ponta Delgada, 2015b.
- [60] H. Hassan, B. Yves and A. Razek, "Finite element model of a beam structure with piezoelectric patches using RL shunt circuits," in *14th International Conference on active systems for dynamics markets*, Darmstadt, 2011.
- [61] G. Chevallier, S. Ghorbel and A. Benjeddou, "Piezoceramic shunted damping concept: testing, modelling and correlation," *Mecanique & Industries*, vol. 10, pp. 397-411, 2009.
- [62] A. J. Fleming and S. O. R. Moheimani, "Control Orientated Synthesis of High-Performance Piezoelectric Shunt Impedances for Structural Vibration Control," *IEEE Transactions on control systems technology*, vol. 13, no. 1, pp. 98-112, 2005.
- [63] A. Buchacz and M. Płaczek, "Mechatronic system with shunted piezoelectric damper modelled with structural damping," *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*, vol. 11, pp. 261-262, 2011.
- [64] J. Schoeftner and H. Irschik, "Passive damping and exact annihilation of vibrations of beams using shaped piezoelectric layers and tuned inductive networks," *Smart Mater. Struct.*, vol. 18, no. 125008, p. 9, 2009.
- [65] J. Schoeftner and H. Irschik, "A comparative study of smart passive piezoelectric structures interacting with electric networks: Timoshenko beam theory versus finite element plane stress calculations.," *Smart Mater. Struct.*, vol. 20, p. 13, 2011.
- [66] D. Saravanos, "Damped vibration of composite plates with passive piezoelectric-resistor elements.," *J Sound Vib*, vol. 221, pp. 867-885, 1999.
- [67] C. H. Park, Y. H. Kim and H. C. Park, "Dynamic Formulations of Plates with Shunted Piezoelectric Materials," *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, vol. 16, pp. 971-976, 2005.

- [68] G. Tondreau, P. Soltani and G. Kerschen, "Electrical tuned vibration absorber: application of the equal-peak method to linear and non-linear RL piezoelectric shunts," in *25nd International Conference on Adaptive Structures and Technologies*, Hague, 2014.
- [69] J. Kim, Y.-H. Ryu και S.-B. Choi, «New shunting parameter tuning method for piezoelectric damping based on measured electrical impedance,» *Smart Materials and Structures*, τόμ. 9, pp. 868-877, 2000.
- [70] D. Saravanos, "Passively Damped Laminated Piezoelectric Shell Structures with Integrated Electric Networks.," *AIAA Journal*, vol. 38, pp. 1260-1268, 2000.
- [71] J. Ducarne, O. Thomas και J.-F. Deü, «Placement and dimension optimization of shunted piezoelectric patches for vibration reduction,» *Journal of Sound and Vibration*, τόμ. 331, pp. 3286-3303, 2012.
- [72] F. Bachmann, R. Oliveira, A. Sigg, V. Schnyder, T. Delpero, R. Jaehne, A. Bergamini, V. Michaud and P. Ermanni, "Passive damping of composite blades using embedded piezoelectric modules or shape memory alloy wires: a comparative study," *Smart Materials and Structures*, vol. 21, no. 7, p. 13, 2012b.
- [73] G. A. Foutsitzi, C. G. Gogos, E. P. Hadjigeorgiou and G. E. Stavroulakis, "Actuator Location and Voltages Optimization for Shape Control of Smart Beams Using Genetic Algorithms," *Actuators*, vol. 2, no. 4, pp. 111-128, 2013b.
- [74] N. D. Zorić, A. M. Simonović, Z. S. Mitrović and S. N. Stupar , "Multi-Objective Fuzzy Optimization of Sizing and Location of Piezoelectric Actuators and Sensors," *FME Transactions*, vol. 40, pp. 1-9, 2012.
- [75] O. Thomas, J. Ducarne και J.-F. Deu, «Performance of piezoelectric shunts for vibration reduction,» *Smart Materials and Structures*, p. 11, 2012.
- [76] B. Mokrani, I. Burda, Z. Tian and A. Preumont, "Uncertainty, adaptive inductor for vibration damping in presence of uncertainty," in *7th ECCOMAS Thematic Conference on Smart Structures and Materials*, Ponta Delgada, 2015.
- [77] S. Krenk and J. Høgsberg, "Optimal resonant control of flexible structures," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 323, pp. 530-554, 2009.
- [78] C. H. Park and D. J. Inman, "Enhanced piezoelectric shunt design," *Shock and Vibration*, vol. 10, no. 2, pp. 127-133, 2003.
- [79] O. Heuss, R. Salloum, D. Mayer and T. Melz, "Tuning of a vibration absorber with shunted piezoelectric transducers," *Archive of Applied Mechanics*, vol. 86, no. 10, pp. 1715-1732, 2016.
- [80] S. Xie, P. Li, X. Zhang and B. Yan, "Vibration suppression of structure with electromagnetic shunt damping absorber," *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 45, no. 1, p. 395–402, 2014.

- [81] J. Høgsberg και S. Krenk, «Balanced calibration of resonant piezoelectric RL shunts with quasi-static background flexibility correction,» *Journal of Sound and Vibration*, τόμ. 341, pp. 16-30, 2015a.
- [82] V. P. Y. M. A. a. Y. N. A. Matveenko, *Mechanics of Advanced Materials*, Springer, 2015.
- [83] A. N. Wahid, A. G. A. Muthalif και K. A. M. Nor, «Investigating negative capacitance shunt circuit for broadband vibration damping and utilizing ACO for optimization,» *International Journal of Circuits and Electronics*, τόμ. 1, pp. 168-173, 2016.
- [84] G. Caruso, «A critical analysis of electric shunt circuits employed in piezoelectric passive vibration damping,» *Smart Materials and Structures*, τόμ. 10, pp. 1059-1068, 2001.
- [85] P. Bisegna, G. Caruso and F. Maceri, "On the choice of the shunt circuit for single-mode vibration damping of piezoactuated structures," in *Mechanical Modelling and Computational Issues in Civil Engineering*, Berlin, Heidelberg, Springer, 2006, pp. 389-400.
- [86] P. Soltani, G. Kerschen, G. Tondreau and A. Deraemaeker, "Piezoelectric vibration damping using," *Smart Materials and Structures*, vol. 23, p. 11, 2014.
- [87] M. Collet, M. Ouisse, M. N. Ichchou and R. Ohayon, "Semi-active optimization of 2D wave dispersion into shunted piezo-composite systems for controlling acoustic interaction," *Smart Materials and Structures*, vol. 21, p. 7, 2012.
- [88] J. Nečásek, J. Václavík and P. Marton, "Digital synthetic impedance for application in vibration damping," *Review of Scientific Instruments*, vol. 87, pp. 024704 (1-7), 2016.
- [89] S. Kurczyk and M. Pawelczyk, "Structural noise control using a shunt circuit with single piezoelectric transducer and fuzzy algorithm," in *The 23rd International Congress on Sound and Vibration*, Athens, 2016.
- [90] S. C. Lim and S. B. Choi, "Vibration control of an HDD disk-spindle system utilizing piezoelectric bimorph shunt damping: I. Dynamic analysis and modeling of the shunted drive," *Smart Materials and Structures*, vol. 16, pp. 891-900, 2007.
- [91] W. Larbi, J.-F. Deü and R. Ohayon, "Finite element reduced order model for noise and vibration reduction of double sandwich panels using shunted piezoelectric patches," *Applied Acoustics*, vol. 108, pp. 40-49, 2016.
- [92] L. C. Pagnini and G. Piccardo, "The three-hinged arch as an example of piezomechanic passive controlled structure," *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, vol. 28, pp. 1247-1262, 2016.
- [93] B. Zhou, F. Thouverez and D. Lenoir, "An adaptive control strategy based on passive piezoelectric shunt techniques applied to mistuned bladed disks," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 246, pp. 289-300, 2013.
- [94] G. S. Venter and M. M. da Silva, "On the robustness of the passive shunt control strategy for chatter reduction," in *International Conference of Noise and Vibration Engineering*, Curitiba, 2016.

- [95] G. S. Venter, L. Missura and M. M. da Silva, "Reducing chatter in turning using a piezoelectric LR passive shunt strategy," in *23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering*, Rio de Janeiro, 2015.
- [96] S. Shevtsov, A. Soloviev, V. Acopyan and I. Samochenko, "Helicopter rotor blade vibration control on the basis of active/passive piezoelectric damping approach," in *PHYSICON 2009*, Catania, 2009.
- [97] B. Mokrani, R. Bastaits, R. Vigiúé and A. Preumont, "Vibration damping of turbomachinery components with piezoelectric transducers: Theory and Experiment," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, pp. 345-356, 2012.
- [98] M. Pohl and M. Rose, "Piezoelectric shunt damping of a circular saw blade with autonomous power supply for noise and vibration reduction," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 361, pp. 20-31, 2016.
- [99] J. B. Min, K. P. Duffy and A. J. Provenza, "Shunted Piezoelectric Vibration Damping Analysis Including Centrifugal Loading Effects," in *Structural Dynamics and Materials Conference*, 2010.
- [100] S. Kurczyk and M. Pawełczyk, "Nonlinear Structural Acoustic Control with Shunt Circuit Governed by a Soft-Computing Algorithm," *Archives of Acoustics*, vol. 43, no. 3, pp. 397-402, 2018.
- [101] J. B. Min, K. P. Duffy, B. B. Choi, C. R. Morrison, R. H. Jansen and A. J. Provenza, "A Resonant Damping Study Using Piezoelectric Materials," in *49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials*, Schaumburg, 2008.
- [102] M. S. Rana, H. R. Pota and I. R. Petersen, "Advanced Control of Atomic Force Microscope for Faster Image Scanning," *Applied Methods and Techniques for Mechatronic Systems*, vol. 452, pp. 371-388, 2013.
- [103] M. W. Fairbairn, S. O. R. Moheimani and A. J. Fleming, "Improving the Scan Rate and Image Quality in Tapping Mode Atomic Force Microscopy with Piezoelectric Shunt Control," in *Australian Control Conference*, Melbourne, 2011.
- [104] M. Date, M. Kutani and S. Sakai, "Electrically controlled elasticity utilizing piezoelectric coupling," *Journal of applied physics*, vol. 87, pp. 863-868, 2000.
- [105] T. Takigami and T. Tomioka, "Investigation to Suppress Bending Vibration of Railway Vehicle Carbodies using Piezoelectric Elements," *Quarterly Report of RTRI*, vol. 46, no. 4, pp. 225-230, 2005.
- [106] T. Takigami and T. Tomioka, "Bending Vibration Suppression of Railway Vehicle Carbody with Piezoelectric Elements," *Journal of Mechanical Systems for Transportation and Logistics*, vol. 1, no. 1, pp. 111-121, 2008.
- [107] S.-C. Huang, C.-Y. Tsai and H.-H. Liao, «Parametric study on a collocated PZT beam vibration absorber and,» *Journal of Mechanical Science and Technology*, pp. 4877-4885, 30 11 2016.

- [108] Y. Luo, H. Sun, X. Wang, L. Zuo and N. Chen, "Wind Induced Vibration Control and Energy Harvesting of Electromagnetic Resonant Shunt Tuned Mass-Damper-Inerter for Building Structures," *Shock and Vibration*, p. 13, 2017.
- [109] M. F. Lumentut and I. M. Howard, "Effect of shunted piezoelectric control for tuning piezoelectric power harvesting system responses - analytical techniques," *Smart Mater. Struct.*, vol. 24, 2015.
- [110] T. C. Godoy, M. A. Trindade and J.-F. Deü, "Topological optimization of piezoelectric energy harvesting devices for improved electromechanical efficiency and frequency range," in *10th World Congress on Computational Mechanics*, São Paulo, 2014.
- [111] E. P. H. C. G. G. a. G. E. S. G. A. Foutsitzi, «Modal shape control of smart composite beams using piezoelectric actuators,» σε *Proceedings of 10th HSTAM International Congress on Mechanics*, Chania, Crete, Greece, 2013.
- [112] J. Reddy, *Mechanics of Laminated Composite Plates: Theory and Analysis*, NY, USA: CRC: New York, 1997.
- [113] D. Marinković, H. Köppe και U. Gabbert, «Accurate Modeling of the Electric Field within Piezoelectric Layers for Active Composite Structures,» *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, pp. 503-513, 18 05 2007.
- [114] D. E. Goldberg, *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*, Reading, Mass: Addison-Wesley Pub. Co, 1989.
- [115] Z. Michalewicz, *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin / Heidelberg, 1996.
- [116] M. Mitchell, *An introduction to genetic algorithms*, Cambridge, Mass: MIT Press, 1996.
- [117] L. Davis, *Handbook of genetic algorithms*, New York: Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [118] J. H. Holland, *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*, 1975.
- [119] C. Rego και F. Glover, «Local Search and Metaheuristics. The Traveling Salesman Problem and its Variations,» 2002, pp. 309-367.
- [120] T. Blickle and L. Thiele, "A Comparison of Selection Schemes used in Genetic Algorithms," 1996.
- [121] J. Kennedy και R. Eberhart, «Particle swarm optimization,» *ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*, pp. 1942-1948, 1995.
- [122] G. K. Tairidis, "Optimal design of smart structures with intelligent control," Technical University of Crete, School of Production Engineering and Management, Chania, 2016.
- [123] G. K. Tairidis, G. A. Foutsitzi, P. I. Koutsianitis και G. E. Stavroulakis, «FINE TUNING OF FUZZY CONTROLLERS FOR VIBRATION SUPPRESSION OF SMART PLATES USING PARTICLE SWARM

OPTIMIZATION,» σε *8 th GRACM International Congress on Computational Mechanics*, Volos, Greece, 2015.

- [124] G. K. Tairidis, G. A. Foutsitzi, P. Koutsianitis and G. E. Stavroulakis, "Energy Harvesting using Piezoelectric Materials on Smart Composite Structures," in *Proceedings of the fifteenth international conference on civil, structural and environmental engineering computing*, Prague, 2015c.
- [125] M. Marinaki, Y. Marinakis and G. E. Stavroulakis, "Fuzzy control optimized by a Multi-Objective Particle Swarm Optimization algorithm for vibration suppression of smart structures," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, pp. 29-42, 01 2011.
- [126] M. Marinaki, Y. Marinakis και G. E. Stavroulakis, «Fuzzy control optimized by PSO for vibration suppression of beams,» *Control Engineering Practice*, pp. 618-629, 06 2010.
- [127] A. Banks, J. Vincent και C. Anyakoha, « A review of particle swarm optimization. Part I: background and development.,» *Nat Comput* 6, p. 467–484, 17 07 2007.
- [128] A. Banks, J. Vincent και C. Anyakoha, «A review of particle swarm optimization. Part II: hybridisation, combinatorial, multicriteria and constrained optimization, and indicative applications,» *Natural Computing*, pp. 109-124, 03 2008.
- [129] Y. Shi και R. Eberhart, «A modified particle swarm optimizer,» σε *1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence*, Anchorage, AK, USA, 1998.
- [130] R. Perez και K. Behdinan, «Particle swarm approach for structural design optimization,» *Computers & Structures*, pp. 1579-1588, 10 2007.
- [131] M. Clerc και J. Kennedy, «The particle swarm - explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space,» *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, pp. 58-73, 02 2002.
- [132] Q. Mao και S. Pietrzko, *Control of Noise and Structural Vibration*, London: Springer London, 2013.
- [133] K. Y. Lam, X. Q. Peng και J. N. Reddy, «A finite-element model for piezoelectric composite laminates,» *Smart Materials and Structures*, pp. 583-591, 01 10 1997.
- [134] M. F. Lumentut and I. M. Howard, "Analytical modeling of self-powered electromechanical piezoelectric bimorph beams with multidirectional excitation," *International Journal of Smart and Nano Materials*, vol. 2, no. 3, pp. 134-175, 2011.
- [135] M. F. Lumentut and I. M. Howard, "Electromechanical analysis of an adaptive piezoelectric energy harvester controlled by two segmented electrodes with shunt circuit networks," *Acta Mech*, vol. 228, pp. 1321-1341, 2017.