Πολυτεχνείο Κρήτης

Επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλές αποθήκες με χρήση γενετικού αλγόριθμου πολλαπλών πληθυσμών-νησιών

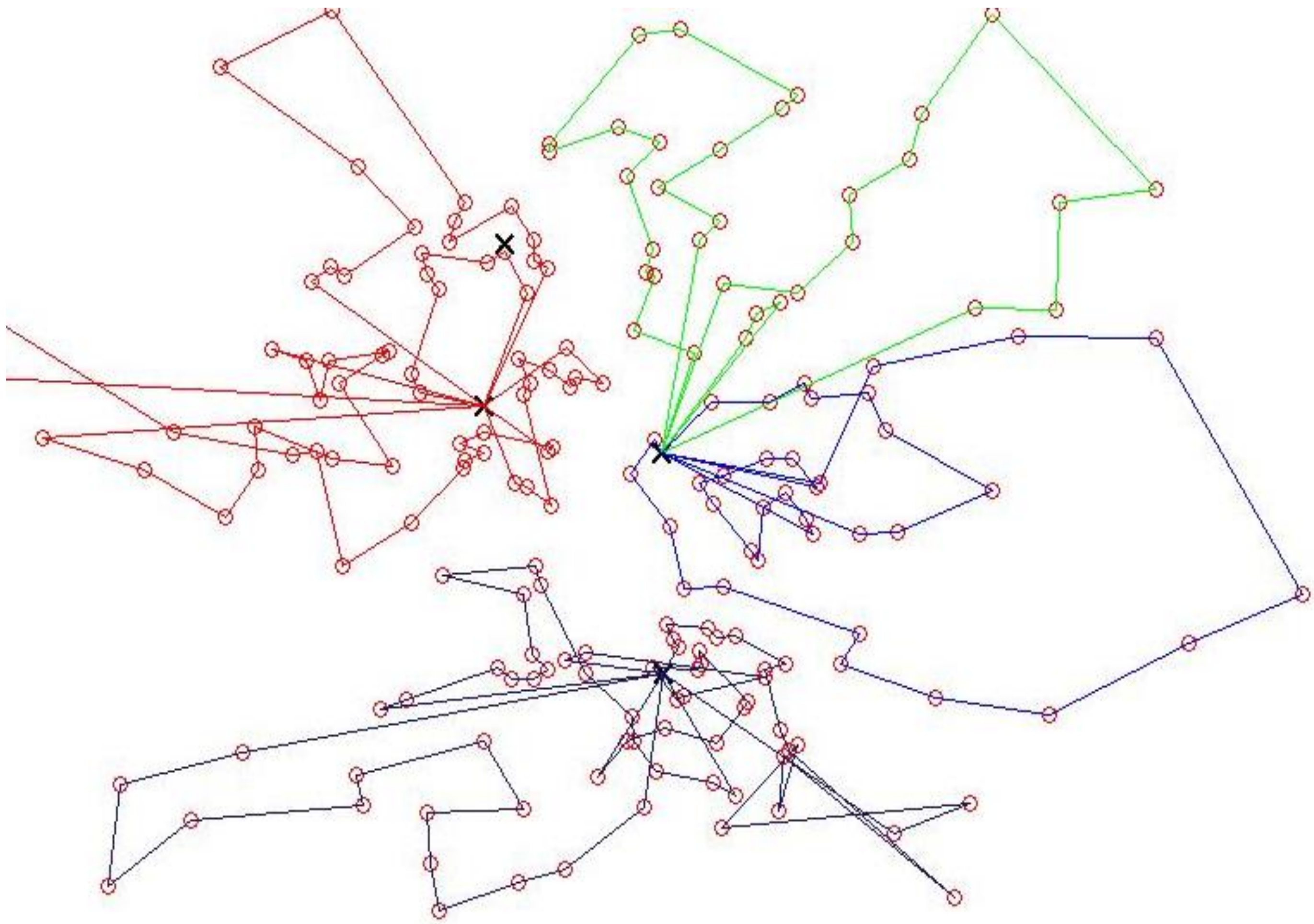
Διπλωματική εργασία

Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης

Εισηγητής: Μπαντουβάκης Γεώργιος-Παναγιώτης

Επιβλέπων Καθηγητής: Μαρινάκης Ιωάννης

Χανιά 2013



Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον καθηγητή κ. Ιωάννη Μαρινάκη για την άψογη συνεργασία μας, αλλά και για την πολύτιμη βοήθεια του τόσο στην αποπεράτωση της διπλωματικής εργασίας όσο και σε όλους τους τομείς της ακαδημαϊκής μου διαδρομής.

Ακόμα θα ήθελα να αφιερώσω αυτή την διπλωματική εργασία ως ελάχιστη ένδειξη ευγνωμοσύνης στους γονείς μου Ιωάννη και Αριστούλα καθώς και στα αδέρφια μου Ξένια και Θανάση που με στήριξαν ηθικά και υλικά καθ’ όλη την διάρκεια των σπουδών μου και συνέβαλαν στην πραγματοποίηση των στόχων μου.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους και συμφοιτητές μου για την βοήθεια και στήριξη τους κατά την διάρκεια της παρούσας εργασίας. Ιδιαίτερη μνεία αξίζει στον φίλο και υποψήφιο διδάκτορα των Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης Πρωτοπαπαδάκη Ευτύχιο που με κατέστησε επιδέξιο χρήστη του λογισμικού Matlab.

Περιεχόμενα

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η διανομή προϊόντων από τις αποθήκες στους πελάτες είναι ένα πρακτικό και απαιτητικό πρόβλημα της διαχείρισης εφοδιαστικής αλυσίδας. Το πρόβλημα διανομής των προϊόντων διατυπώνεται ως «**Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων**»(Vehicle Routing Problem).Συνήθως όμως γίνεται η υπόθεση ότι υπάρχει μόνο μια αποθήκη από την οποία το όχημα ανεφοδιάζεται. Σε περιπτώσεις που υπάρχουν περισσότερες από μια αποθήκες το VRP (Vehicle Routing Problem) δεν είναι κατάλληλο.

Σε αυτή την διπλωματική εργασία θα εξετάσουμε το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλές αποθήκες(Multi Depot Vehicle Routing Problem). Στόχος είναι τα οχήματα μας να επισκεφτούν-εξυπηρετήσουν έναν σταθερό αριθμό πελατών-κόμβων ακριβώς μία φορά, μέσω ορισμένων μονοπατιών, με το βέλτιστο κόστος όταν υπάρχουν πάνω από μία αποθήκες από όπου μπορούν να ανεφοδιαστούν. Το κάθε όχημα έχει συγκεκριμένη χωρητικότητα και οι αποθήκες έχουν θεωρητικά άπειρη χωρητικότητα.

Για να επιλυθεί το παρών πρόβλημα αναπτύχθηκε ένας γενετικός αλγόριθμος πολλαπλών πληθυσμών-νησιών. Στον γενετικό αλγόριθμο οι αρχικές λύσεις παράγονται με τυχαιότητα. Οι βασικοί μας τελεστές είναι ο τελεστής διασταύρωσης για να παράγονται νέες λύσεις και να αντικαθιστούν τις παλιές αν είναι καλύτερες και ο τελεστής μετάλλαξης. Στην κάθε καινούρια λύση που παράγεται εφαρμόζουμε έναν αλγόριθμο τοπικής αναζήτησης για να πετύχουμε πιθανά καλύτερα αποτελέσματα.

Στον γενετικό αλγόριθμος πολλαπλών νησιών που αναπτύξαμε εφαρμόζεται η διαδικασία του γενετικού αλγορίθμου για κάθε νησί σε διαφορετικές ομάδες πληθυσμών, για διάφορες εποχές και έχουμε και μετανάστευση μίας ομάδας πληθυσμού από το ένα νησί σε κάποιο διπλανό του, σε περιπτώσεις ώστε να διαφοροποιείται όσο το δυνατόν περισσότερο ο πληθυσμός και να συγκλίνουν σε μια βέλτιστη λύση.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗ ΑΛΥΣΙΔΑ ΚΑΙ LOGISTICS

2.1 ΟΡΙΣΜΟΣ LOGISTICS

Logistics είναι η λειτουργία της επιχείρησης που ασχολείται με το σύνολο των δραστηριοτήτων για την παραγωγή, την εξασφάλιση και την διαθεσιμότητα όλων των ανθρώπινων και φυσικών πόρων, που είναι απαραίτητη για την σωστή λειτουργία των *διαδικασιών ενός συστήματος*. Ο επικρατέστερος ορισμός των logistics, όπως διατυπώθηκε το 1991 από το Council of Logistics Management των ΗΠΑ, είναι ο ακόλουθος: Logistics είναι η διαδικασία σχεδιασμού, εφαρμογής και ελέγχου μιας αποτελεσματικής και αποδοτικής ροής και αποθήκευσης αγαθών, υπηρεσιών και σχετικών πληροφοριών, από το σημείο παραγωγής στο σημείο κατανάλωσης, με σκοπό την ικανοποίηση των αναγκών και των απαιτήσεων του πελάτη. Χαρακτηριστικός είναι ο ορισμός που έχει υιοθετήσει το Institute of Logistics της Μεγάλης Βρετανίας “Logistics is the management of the supply chain”, τα Logistics είναι η οργάνωση και η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας. Ο ορισμός αυτός θεωρείται από πολλούς συγγραφείς θεμελιώδης για την κατανόηση του όρου logistics .

Από αυτόν τον ορισμό κατανοούμε επίσης ότι οι διαδικασίες των Logistics αποτελούν ένα τμήμα του συνόλου που λέγεται «Εφοδιαστική Αλυσίδα». Διακρίνουμε δύο κατηγορίες στοιχείων που απαρτίζουν αντίστοιχα τα logistics και την εκτέλεση αυτών. Η πρώτη κατηγορία αναφέρεται στα στάδια των logistics, δηλαδή στον σχεδιασμό, τον έλεγχο και την εκτέλεση. Η δεύτερη κατηγορία αναφέρεται στα μέρη της εκτέλεσης, όπου συναντάμε τα στοιχεία των αγορών, της αποθήκευσης, της διαχείρισης των αποθεμάτων, της μεταφοράς και των διανομών.

2.1.1 ΣΤΟΧΟΙ ΤΩΝ LOGISTICS

Η δημιουργία των Logistics επιδιώκει την επίτευξη των γενικών και ειδικών επιχειρησιακών στόχων που θέτει η διοίκηση και ταυτόχρονα πρέπει να επιδιώκει την επίτευξη των επιμέρους στόχων που συνδέονται με το χώρο και τις λειτουργίες των Logistics.

Οι βασικότεροι στόχοι του συστήματος κατά τη λειτουργία του, είναι οι εξής:

- ✓ *Ελαχιστοποίηση του λειτουργικού κόστους*
- ✓ *Ελάχιστο δυνατό κόστος επενδύσεων*
- ✓ *Βελτιστοποίηση της ποιότητας προϊόντων και υπηρεσιών*
- ✓ *Υψηλό επίπεδο εξυπηρέτησης πελατών*

Το κόστος των δραστηριοτήτων των logistics, αποτελεί ένα πολύ σημαντικό μέρος του συνολικού κόστους των προϊόντων, όπως αυτό έχει διαμορφωθεί όταν φτάνει στα χέρια των καταναλωτών. Το κόστος των δραστηριοτήτων logistics, περιλαμβάνει:

- Δαπάνες μεταφορών
- Δαπάνες αποθήκευσης και συσκευασίας
- Κόστος διατήρησης αποθέματος
- Κόστος φυσικής διακίνησης υλικών και πληροφοριών.
- Κόστος ελέγχου και απογραφής των αποθεμάτων
- Κόστος κτιρίων και μηχανημάτων και τις αποσβέσεις τους

Όσον αφορά την βελτίωση της ποιότητας, σκοπός του συστήματος logistics δεν είναι μόνο η διατήρηση της ποιότητας του προϊόντος σε όλη τη διαδρομή του από τον προμηθευτή ως τον καταναλωτή, αλλά και η επίτευξη μιας αποδεκτής γενικής ποιότητας των υπηρεσιών logistics αυτού του ίδιου του συστήματος logistics. Χρόνοι εκτέλεσης παραγγελίας, συνέπεια στις μεταφορές, γνωστοποίηση στους πελάτες που βρίσκεται το προϊόν που έχουν παραγγείλει, μείωση των φθορών, των ζημιών, είναι μερικά από τα στοιχεία που διαμορφώνουν την ποιότητα του συστήματος logistics. Στόχος λοιπόν, πρέπει να είναι η επίτευξη, συνεχώς, της καλύτερης δυνατής ποιότητας.

Οι παραπάνω παράμετροι, συμβάλλουν στην επίτευξη του καλύτερου δυνατού επιπέδου εξυπηρέτησης των πελατών. Τα λεγόμενα **7Σ**, περιλαμβάνουν όλους τους τομείς που μια επιχείρηση πρέπει να καλύπτει με τον καλύτερο δυνατό τρόπο ώστε να προσφέρει την καλύτερη δυνατή εξυπηρέτηση:

- Σωστό προϊόν
- Σωστός τόπος αποστολής
- Σωστός τόπος προορισμού
- Σωστό χρονοδιάγραμμα
- Σωστή ποσότητα
- Σωστή ποιότητα
- Σωστή τιμή

2.1.2 ΠΛΑΙΣΙΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Οι βασικοί τομείς ενασχόλησης των Logistics είναι επιγραμματικά :

1. Εξυπηρέτηση πελατών (Customer Service)
2. Ανταλλακτικά και υπηρεσίες μετά την πώληση (Parts and Service Support)
3. Συσκευασία (Packaging)
4. Δημοσιεύσεις-Υποστήριξη του προϊόντος (Publications)
5. Τροφοδοσία (Procurement)
6. Διαχείριση Υλικών (Material Handling)
7. Διαχείριση Αποθηκών και Κέντρων Διανομών (Warehousing and Storage)
8. Διαχείριση Επιστρεφθέντων Προϊόντων (Return Goods Handling)
9. Αντίστροφη Εφοδιαστική (Reverse Logistics)
10. Πρόβλεψη Ζήτησης (Demand Forecasting)
11. Χωροθέτηση Εγκαταστάσεων (Plant and Warehouse Location)
12. Διαχείριση Αποθεμάτων (Inventory Management)
13. **Μεταφορές και Διανομή (Transportation and Distribution)**
14. Επικοινωνία και Τεχνολογία Επικοινωνίας (Communication and Communication Technology)
15. Επεξεργασία Παραγγελιών και Τεχνολογία Πληροφορικής (Other Processing and Information Technology)
16. Εκπαίδευση Προσωπικού (Personnel Education)
17. Συγκέντρωση και Κεντροποίηση (Concentration and Centralization)
18. Παγκοσμιοποιημένη Εφοδιαστική (Global Logistics)

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα εξετασθεί το πρόβλημα της μεταφοράς και διανομής προϊόντων μεταξύ του χώρου αποθήκευσης και των τελικών προορισμών-πελατών. Το πρόβλημα αυτό όπως έχει ήδη αναφερθεί είναι γνωστό στην παγκόσμια βιβλιογραφία ως πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem). Πιο συγκεκριμένα θα εξετασθεί το Multi Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP) του οποίου ανάλυση θα ακολουθήσει σε επόμενο κεφάλαιο. Κατά την διάρκεια της εργασίας και για λόγους συντομίας θα χρησιμοποιούνται οι όροι VRPκαι MDVRP για το κάθε πρόβλημα αντίστοιχα.

2.2 ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΣΚΟΠΟΣ ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ

*Ο όρος **SUPPLY CHAIN - ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗ ΑΛΥΣΙΔΑ** αναφέρεται σε ένα ολοκληρωμένο δίκτυο λειτουργιών που αφορά όλη τη διαδρομή του προϊόντος ,από την πρώτη ύλη, την μεταποίησή του, την διανομή του και την πώληση του στον καταναλωτή*. Η ΔΕΑ (Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας) αναφέρεται στο σχεδιασμό και τη διαχείριση όλων των ενεργειών-δραστηριοτήτων που σχετίζονται με τις διαδικασίες προμήθειας, την παραγωγή-μεταποίηση και όλες τις δραστηριότητες της διανομής. Επιπλέον, περιλαμβάνει το συντονισμό και τη συνεργασία με όλους τους εταίρους του δικτύου εφοδιασμού, που μπορεί να είναι προμηθευτές, ενδιάμεσοι κρίκοι, εταιρίες παροχής υπηρεσιών Third Party Logistics (3PL) και πελάτες. Κατ’ ουσία, η Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας ενοποιεί και ολοκληρώνει το σχεδιασμό, τις προμήθειες, την παραγωγή, την αποθήκευση, τη μεταφορά και τις πωλήσεις τόσο μέσα από τις επιχειρήσεις όσο και μεταξύ αυτών.

Ο αντικειμενικός λοιπόν σκοπός της ΔΕΑ είναι η αύξηση της συνολικής κερδοφορίας κατά μήκος της αλυσίδας που συνεπάγεται την αύξηση της κερδοφορίας όλων των εταίρων της. Αυτό επιτυγχάνεται με την κατανόηση και ικανοποίηση των πελατειακών αναγκών στον απαιτούμενο χρόνο, και με την προσφορά προϊόντων υψηλής προστιθέμενης αξίας και ανταγωνιστικού κόστους. Για την επίτευξη των παραπάνω στόχων, απαραίτητα χαρακτηριστικά των εφοδιαστικών αλυσίδων που ανταγωνίζονται μέσα στο σύγχρονο παγκοσμιοποιημένο περιβάλλον είναι η ευελιξία και η ταχεία προσαρμοστικότητα τους στις δυναμικά μεταβαλλόμενες συνθήκες. Με άλλα λόγια η εφοδιαστική αλυσίδα αποτελείται από πολλά logistics. Βλέπουμε λοιπόν ότι τα Logistics συνδέονται άμεσα, καθώς η εφοδιαστική αλυσίδα αποτελεί το βασικότερο πεδίο εφαρμογής των Logistics, τα οποία αποτελούν με την σειρά τους το βασικότερο μέσο για την αποτελεσματική οργάνωση και διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας.

2.2.1 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ

Η ολοκληρωμένη μεθοδολογία της εφοδιαστικής αλυσίδας που ακολουθείται σε κάθε εφαρμογή συμπεριλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

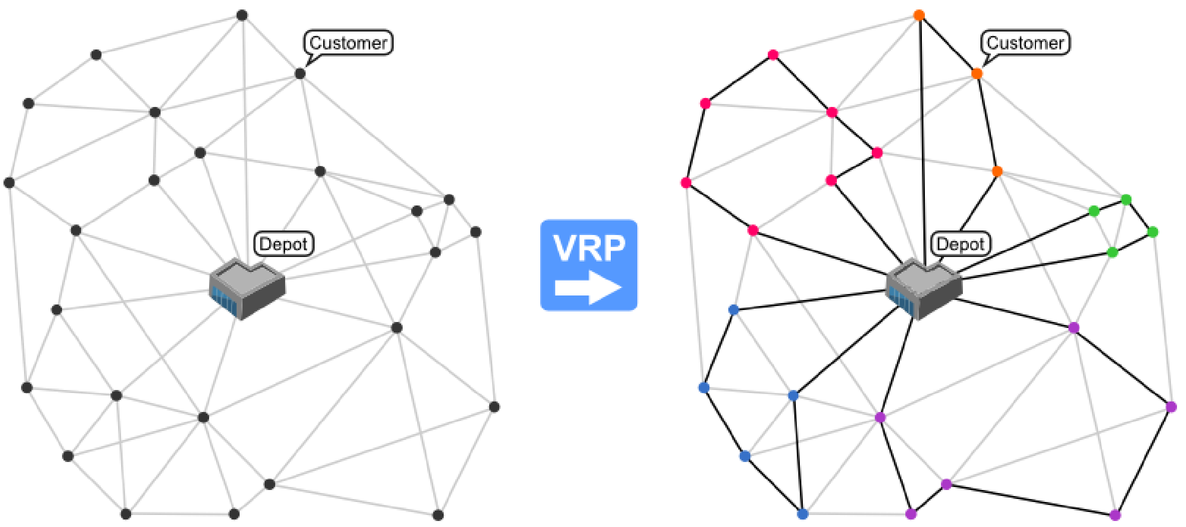
1. Εντοπισμός του προβλήματος και εφαρμογή μεθόδων ανάλυσης για την οριοθέτηση των συστατικών του ή των παραγόντων που επηρεάζουν και τον προσδιορισμό των στρατηγικών-επιχειρησιακών στόχων και των περιορισμών που το διέπουν.

2. Μαθηματική (πχ γραμμές αναμονής) ή συστημική (πχ προσομοίωση ή μοντελοποίηση επιχειρησιακών διαδικασιών) προτυποποίηση για την ορθολογιστική απεικόνιση του προβλήματος.
3. Ανάπτυξη (ή επιλογή υπαρχόντων) τεχνικών επίλυσης των προβλημάτων μέσω μαθηματικού προγραμματισμού, ευρετικών αλγορίθμων ή άλλων υπολογιστικών μεθόδων ώστε να είναι δυνατή η σύγκλιση σε μια εφικτή ή βέλτιστη λύση.
4. Υλοποίηση των τεχνικών επίλυσης σε κατάλληλη πλατφόρμα που εξαρτάται από την πληροφοριακή δομή της αντίστοιχης εταιρείας, την ύπαρξη πακέτων λογισμικού και τις ανάγκες για αποτελεσματικότητα και ταχύτητα στην εξεύρεση λύσεων.
5. Σχεδιασμός και σύνθεση των υποστηρικτικών πληροφοριακών συστημάτων που ενσωματώνουν τις τεχνικές επίλυσης και επιτρέπουν την διεπαφή των μάνατζερ που πρέπει να λαμβάνουν τις αποφάσεις και των συστημάτων που περιέχουν τα δεδομένα και τις αλγοριθμικές προσεγγίσεις.

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΠΡΟΕΚΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ

3.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ

Στα προβλήματα τύπου V.R.P (Vehicle Routing Problem) αναζητούνται οι διαδρομές που κάθε ένα από τα διαθέσιμα οχήματα πρέπει να ακολουθήσει για να εξυπηρετηθούν όλοι οι πελάτες (ζήτηση). Κάθε όχημα ξεκινάει από την αποθήκη και καταλήγει πάλι σε αυτήν. Η ελαχιστοποίηση της συνολικής διαδρομής (κόστος) είναι το τελικό ζητούμενο φυσικά με ταυτόχρονη ικανοποίηση της ζήτησης όλων των πελατών που συνιστά και τους περιορισμούς του προβλήματος μας.



Σχήμα 3.1 Παράδειγμα όλων των διαδρομών σε ένα οδικό δίκτυο και μια λύση VRP

Στο σχήμα 3.1 στο αριστερό μέρος έχουμε ένα γράφημα 26 κόμβων (25 πελάτες και η αποθήκη) και φαίνονται όλες οι δυνατές διαδρομές που μπορούν να πραγματοποιηθούν. Στο δεξί μέρος του ίδιου σχήματος φαίνονται οι διαδρομές που θα ακολουθήσει κάθε όχημα (με ξεχωριστό χρώμα η κάθε διαδρομή) μετά την επίλυση του προβλήματος VRP.Όλα τα οχήματα ξεκινάνε και καταλήγουν στην αποθήκη

Σε αυτό το σημείο θεωρείται σκόπιμο να αναφερθούν τα κύρια χαρακτηριστικά του

VRP:

- **Πελάτες**: Οι πελάτες αναπαρίστανται με τις κορυφές του διαγράμματος. Έχουν συγκεκριμένη θέση (συντεταγμένες) και ζήτηση. Σε παραλλαγές του VRP μπορούν να έχουν και άλλα χαρακτηριστικά όπως το χρονικό περιθώριο που μπορούν να εξυπηρετηθούν, ο χρόνος που χρειάζεται για να εξυπηρετηθεί όταν φτάσει το όχημα εκεί κ.α

- **Οχήματα**: Χρησιμοποιούνται για την μεταφορά και διακίνηση των προϊόντων στους πελάτες. Τα οχήματα που χρησιμοποιούνται κάθε φορά εξαρτώνται από τις απαιτήσεις των πελατών. Το κόστος από την χρήση των οχημάτων εκφράζεται ως κόστος απόστασης.

- **Αποθήκες**: Το σημείο που ξεκινάνε, ανεφοδιάζονται και καταλήγουν τα οχήματα. Στην εργασία μας αναπαρίστανται από το γράφημα ως Χ. Κάθε αποθήκη χαρακτηρίζεται από την θέση της, από το πλήθος και το είδος των οχημάτων που σχετίζονται με αυτή και από την χωρητικότητα της.

- **Οδικό δίκτυο**: Είναι οι διαδρομές που εκτελούνται προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες. Αναπαρίστανται με τόξα, ξεκινάνε και καταλήγουν σε μία αποθήκη.

- **Οδηγοί**: Οι οδηγοί των οχημάτων είναι απαραίτητο να ικανοποιούν κάποιους περιορισμούς που υπάρχουν όπως οι υπερωρίες το ωράριο που θα έχουν κ.α.

Οι περιορισμοί περιγράφουν τη συνολική διανυόμενη απόσταση για κάθε ένα όχημα, τις αποστάσεις μεταξύ των πελατών, τη χωρητικότητα των οχημάτων καθώς επίσης οτιδήποτε περιγράφεται χαρακτηριστικά του οδικού δικτύου διανομής. Κάθε όχημα επισκέπτεται μονάχα μία φορά κάθε πελάτη και κάθε διαδρομή εκτελείται μόνο από ένα όχημα. Δεν υπάρχει περιορισμός όσον αφορά τον αριθμό των πελατών που πρέπει να επισκεφτεί κάθε όχημα πέραν του ότι πρέπει να επισκεφτεί τουλάχιστον έναν πελάτη. Κάθε όχημα έχει συγκεκριμένη χωρητικότητα. Σε κάθε διαδρομή είναι προφανές ότι η ζήτηση δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την χωρητικότητα του φορτηγού. Για κάθε πελάτη τα δεδομένα είναι η ζήτηση και οι συντεταγμένες της θέσης του. Τέλος υπάρχουν και κάποιοι περιορισμοί όσον αφορά τους οδηγούς των οχημάτων αν και περικλείονται στους περιορισμούς των οχημάτων σαν σύνολο. Κάποιοι ενδεικτικοί είναι τα ωράρια λειτουργίας των οδηγών, τα διαλείμματα κ.α.

3.2 ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ

Όπως έχει αναφερθεί και πιο πριν το VRP είναι ένα πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού που στοχεύει στην δημιουργία δρομολογίων και στην εύρεση εκείνου που ελαχιστοποιεί το κόστος. Η αντικειμενική συνάρτηση ορίζεται ως:

$$\min \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} c_{ij}x_{ijk}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{1jk} = m \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ijk}d_i \leq Q \qquad \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ k\ \in 1,\dots,m \qquad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ijk} = 1 \qquad \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ i \in 2,\dots,n \qquad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ijk} - \sum_{j=1}^{n} x_{jik} = 0 \quad \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ i \in 1,\dots,n\ \ \kappa\alpha\iota \quad \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ k \in 1,\dots,m \qquad (4)$$

$$\sum_{i,j\,\in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \qquad \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ k \in 1,\dots,m\ \ \kappa\alpha\iota \quad \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ S\ \in 2^{V\setminus\{1\}} \qquad (5)$$

$$x_{ijk}\ \in\ \{0,1\} \qquad \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ k \in 1,\dots,m\ \ \kappa\alpha\iota \quad \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ i \in 1,\dots,n\ \ \kappa\alpha\iota \quad \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ j \in 1,\dots,n \qquad (6)$$

όπου:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{Αν το όχημα } k \text{ πάει στον κόμβο } j \text{ αμέσως μετά τον κόμβο } i \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

- Ο περιορισμός(1) εκφράζει ότι από την αποθήκη φεύγουν m οχήματα.
- Ο περιορισμός(2) δηλώνει ότι όλα τα οχήματα έχουν ίση χωρητικότητα Q.
- Οι (3), (4) δηλώνουν ότι κάθε κόμβος επισκέπτεται μόνο μια φορά και ότι το όχημα που εισέρχεται σε έναν κόμβο είναι το ίδιο με αυτό που εξέρχεται από

αυτόν.

- Ο περιορισμός(5) αφαιρεί κάθε φορά μία διαδρομή που ολοκληρώνεται - δεδομένου ότι το πλήθος των υπο-διαδρομών είναι 2V \{1}
- και ο περιορισμός(6) μας δείχνει ότι όλες οι μεταβλητές απόφασης είναι δυαδικές (0 ή 1). Αν το όχημα k πάει στον κόμβο j αμέσως μετά τον κόμβο i τότε παίρνει την τιμή1, αλλιώς γίνεται 0.

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων έχει αρκετές παραλλαγές το κάθε ένα από τα οποία απαιτεί διαφορετική προσέγγιση. Κάποιες από τις παραλλαγές είναι οι ακόλουθες:

i. Δρομολόγηση οχημάτων για την εξυπηρέτηση πελατών μέσα σε δεδομένα χρονικά περιθώρια (Vehicle Routing Problem with Time Windows)

ii. Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με διανομή και παραλαβή προϊόντων κατά τη διάρκεια της διαδρομής (Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery)

iii. Προγραμματισμός Οχημάτων (Vehicle Scheduling Problem-VSP)

iv. Στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Stochastic Vehicle Routing Problem)

v. Περιορισμένης χωρητικότητας Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Capacitated Vehicle Routing Problem)

vi. Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Παραλαβές (Vehicle Routing Problem with Backhauls)

vii. Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Πολλαπλές Αποθήκες (Multi Depot Vehicle Routing Problem)

viii. Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Διαστήματα χωρίς Επιστροφή στην Αποθήκη (Open Vehicle Routing Problem with Time Windows)

3.3 ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΠΟΛΛΑΠΛΕΣ ΑΠΟΘΗΚΕΣ

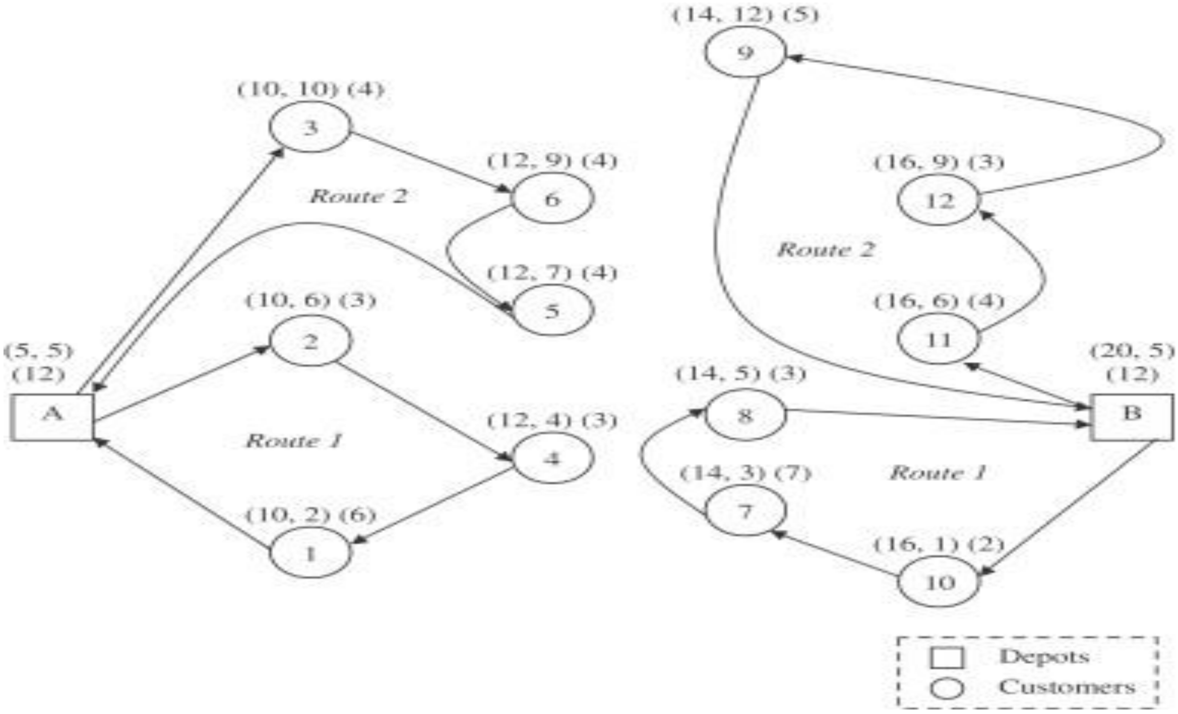
Ενώ το VRP έχει μελετηθεί διεξοδικά και σε μεγάλη κλίμακα το Multi Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP) δεν έχει την ανάλογη προσοχή. Σε προβλήματα τύπου MDVRP δεν υπάρχει μόνο μία αποθήκη από την οποία τα οχήματα ξεκινάνε, καταλήγουν και ανεφοδιάζονται αλλά πολλές. Στο MDVRP είναι δύσκολο να καθοριστεί ποιοι πελάτες θα εξυπηρετηθούν από ποια αποθήκη χωρίς να παραβιάζονται οι περιορισμοί χωρητικότητας.

Κάθε πελάτης εξυπηρετείται μόνο μια φορά και εξυπηρετείται από εκείνη την αποθήκη που συμφέρει κάθε φορά με βάση τα μεταφορικά κόστη. Έτσι είναι δύσκολο να καθοριστεί ποιοι πελάτες θα εξυπηρετηθούν από ποια αποθήκη χωρίς να παραβιάζονται οι περιορισμοί χωρητικότητας.

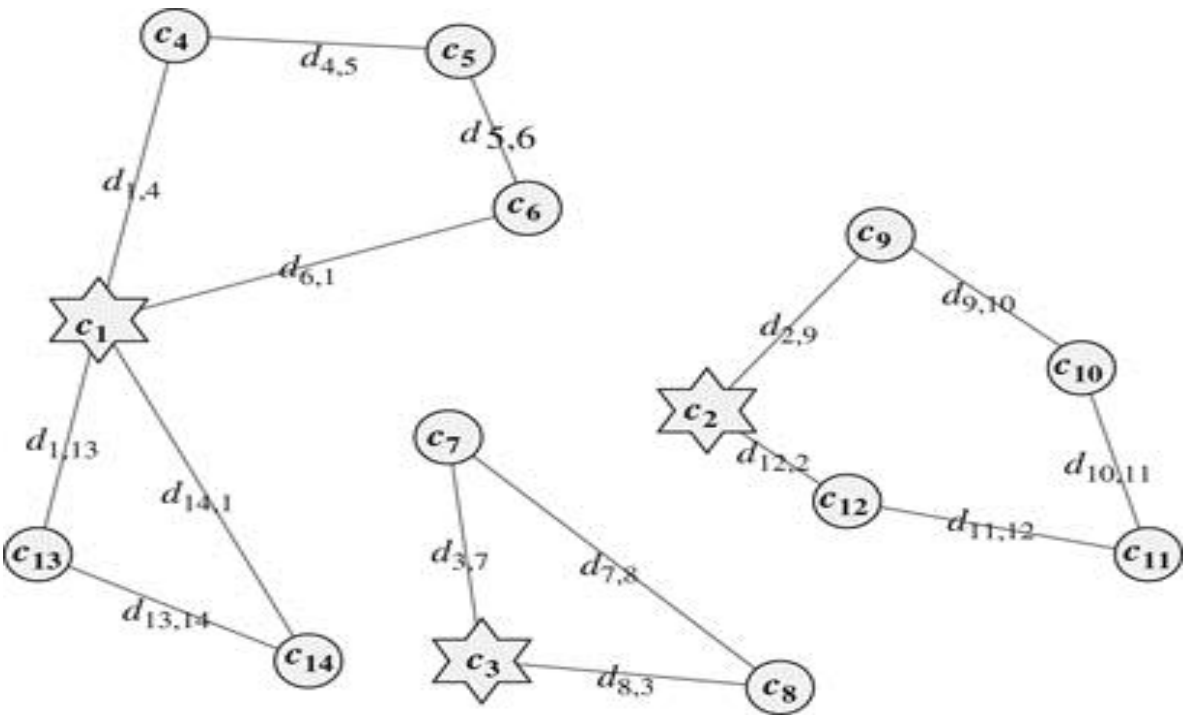
Το MDVRP μπορεί να θεωρηθεί ως ένα πρόβλημα ομαδοποίησης με την έννοια ότι το αποτέλεσμα είναι μια ομάδα διαδρομών οχημάτων που ανήκουν σε μια αποθήκη. Το MDVRPμπορεί να λυθεί σε 2 στάδια:

1. Οι πελάτες αρχικά ταξινομούνται σε αποθήκες
2. Έπειτα δρομολόγια φτιάχνονται που να συνδέουν τους πελάτες που έχουν ταξινομηθεί στην ίδια αποθήκη

Ιδανικά θα ήταν προτιμότερο τα 2 αυτά βήματα να πραγματοποιούνται ταυτόχρονα. Όταν αντιμετωπίζονται μεγαλύτερης κλίμακας προβλήματα όμως αυτή η μέθοδος μπορεί να μην διευκολύνει υπολογιστικά. Μια λογική προσέγγιση θα ήταν να διαιρέσουμε το πρόβλημα σε μικρότερα υπο-προβλήματα όσα είναι και οι αποθήκες και το κάθε πρόβλημα να επιλυθεί ξεχωριστά.



Σχήμα 3.1 Παράδειγμα 1 VRP με 2 αποθήκες



Σχήμα 3.2 Παράδειγμα 2 VRP με 3 αποθήκες

Έστω ότι υπάρχουν φ αποθήκες. Αν χρησιμοποιηθούν για τις υπόλοιπες μεταβλητές οι ίδιοι συμβολισμοί με τις προηγούμενες μεθόδους η μοντελοποίηση θα έχει ως εξής:

$$\min \sum_{\alpha=1}^{M} \sum_{\beta=1}^{M} \sum_{\gamma=1}^{\nu} \sum_{\pi=1}^{\varphi} \kappa_{\alpha\beta}\, \delta_{\alpha\beta\gamma\pi}$$

Οι περιορισμοί θα έχουν ως εξής:

Όλες οι μεταβλητές απόφασης είναι δυαδικές (0 ή 1):

$$\delta_{\alpha\beta\gamma\pi} \in \{0,1\} \qquad \begin{aligned} &\forall\, \gamma \in 1,\dots,\nu \quad \kappa\alpha\iota \\ &\forall\, \alpha \in 1,\dots,M \quad \kappa\alpha\iota \\ &\forall\, \beta \in 1,\dots,M \quad \kappa\alpha\iota \\ &\forall\, \pi \in 1,\dots,\varphi \end{aligned}$$

Από το σύνολο των αποθηκών αναχωρούν ν οχήματα

$$\sum_{\pi=1}^{\varphi} \sum_{\beta=1}^{M} \sum_{\gamma=1}^{\nu} \delta_{1\beta\gamma\pi} = \nu$$

Όλα τα οχήματα έχουν χωρητικότητα ίση με X:

$$\sum_{\alpha=1}^{M} \sum_{\beta=1}^{M} (\delta_{\alpha\beta\gamma\pi} * \zeta_{\alpha}) \le X \qquad \begin{aligned} &\forall\, \pi \in 1,\dots,\varphi \;\; \kappa\alpha\iota \\ &\forall\, \gamma \in 1,\dots,\nu \end{aligned}$$

Περιορισμός διαδρομών:

$$\sum_{\alpha,\beta \in N} \delta_{\alpha\beta\gamma\pi} \le |N| - 1 \qquad \begin{aligned} &\forall\, \pi \in 1,\dots,\varphi \quad \kappa\alpha\iota \\ &\forall\, \gamma \in 1,\dots,\nu \quad \kappa\alpha\iota \\ &\forall\, N \subseteq \{2,\dots,M\} \end{aligned}$$

Κάθε πελάτης εξυπηρετείται μονάχα μία φορά

$$\sum_{\alpha=1}^{M} \sum_{\gamma=1}^{\nu} \delta_{\alpha\beta\gamma\pi} = 1 \qquad \begin{aligned} &\forall\, \alpha \in 2,\dots,M \quad \kappa\alpha\iota \\ &\forall\, \alpha \in 2,\dots,M \quad \kappa\alpha\iota \\ &\forall\, \beta \in 2,\dots,M \quad \kappa\alpha\iota \\ &\forall\, \gamma \in 1,\dots,\nu \end{aligned}$$

Εξασφαλίζεται ότι το ίδιο όχημα που εισέρχεται σε έναν συγκεκριμένο κόμβο, στην συνέχεια εξέρχεται από τον ίδιο κόμβο.

$$\sum_{\beta=1}^{M} \delta_{\alpha\beta\gamma\pi} - \sum_{\beta=1}^{M} \delta_{\beta\alpha\gamma\pi} = 0 \quad \forall\, \pi \in 1, \dots, \varphi \quad \kappa\alpha\iota$$

$$\forall\, \alpha \in 1, \dots, M \quad \kappa\alpha\iota$$

$$\forall\, \gamma \in 1, \dots, \nu$$

$$\delta_{\alpha\beta\gamma\pi} = \begin{cases} 1, & \text{Αν το όχημα } \gamma \text{ που εφοδιάστηκε από την } \pi \text{ αποθήκη} \\ & \quad \text{πάει στον κόμβο } \beta \text{ αμέσως μετά τον κόμβο } \alpha \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ

4.1 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ

Για να επιλυθούν τα προβλήματα της εφοδιαστικής υπάρχουν οι εξής μεθοδολογίες :

1. Μαθηματικός Προγραμματισμός
   - Γραμμικός Προγραμματισμός
   - Χαλάρωση του Lagrange
   - Δυναμική Δημιουργία Μεταβλητών
   - Ακέραιος και Μικτός Προγραμματισμός
   - Αλγόριθμος Simplex
   - Ανάλυση Ευαισθησίας
2. **Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι**
   - Νευρωνικά Δίκτυα
   - Προσωμοιωμένη Ανόπτηση
   - **Γενετικοί Αλγόριθμοι**
   - Περιορισμένη Αναζήτηση
   - Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης
   - Αλγόριθμος Διασκορπισμένης Αναζήτησης
   - Αλγόριθμοι Νοημοσύνης Σμήνους

- Σμήνους Σωματιδίων
- Ζευγαρώματος Μελισσών
- Αποικίας Μυρμηγκιών

3. **Ευρετικοί Αλγόριθμοι**
   - **Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης**
     - **2-Opt**
     - 3-Opt
     - K-Opt
     - Swap
     - WalkSAT και GSAT
     - Path re-linking
   - Προσεγγιστικοί Αλγόριθμοι
   - Αλγόριθμοι Απληστίας
     - Αλγόριθμος Πλησιέστερου Γείτονα

Με πιο έντονο χρώμα αναγράφονται οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση αυτής της εργασίας. Θα ακολουθήσει μια πιο λεπτομερής προσέγγιση των αλγορίθμων που χρησιμοποιήθηκαν.

4.2 ΜΕΘΕΥΡΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Οι Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι αναπτύχθηκαν τα τελευταία δεκαπέντε χρόνια. Είναι μέθοδοι επίλυσης που συνδυάζουν διαδικασίες τοπικής αναζήτησης με άλλες στρατηγικές για να δημιουργήσουν μια διαδικασία που είναι ικανή να ξεφύγει από ένα τοπικό ελάχιστο. Συνήθως χρησιμοποιούν πιο παραδοσιακούς ευρετικούς αλγορίθμους σαν υπο-διαδικασίες τους.

Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι ταξινομούνται σε κατηγορίες ανάλογα την στρατηγική που ακολουθούν:

- Η μέθοδος TabuSearch χρησιμοποιείται πιο συχνά στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή και πολλοί ερευνητές έχουν προτείνει αλγορίθμους βασιζόμενοι σε αυτήν την μέθοδο.
- Πολλοί αποτελεσματικοί αλγόριθμοι βασίζονται στην ιδέα Adaptive Memory σύμφωνα με την οποία δημιουργούνται υψηλής απόδοσης VRP λύσεις και στη συνέχεια αντικαθίστανται από λύσεις που προήλθαν από τις μεθόδους που αναφέρθηκαν.
- Τα τελευταία δέκα χρόνια μεγάλος αριθμός μεθευρετικών αλγορίθμων, οι οποίοι εμπνέονται από τους νόμους της φύσης, απευθύνονται στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή.

4.2.1 ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ (Genetic Algorithms)

Οι γενετικοί αλγόριθμοι ανήκουν στην κατηγορία των μεθευρετικών αλγορίθμων. Είναι χρήσιμοι σε προβλήματα που έχει πολλές παραμέτρους και δεν υπάρχει μέθοδος για να βρει το βέλτιστο συνδυασμό τιμών για τις μεταβλητές ώστε να παίρνουμε τα επιθυμητά αποτελέσματα. Οι γενετικοί αλγόριθμοι ανήκουν στην ευρύτερη κατηγορία των εξελικτικών αλγορίθμων, οι οποίοι παράγουν λύσεις σε προβλήματα βελτιστοποίησης και χρησιμοποιούν τεχνικές που εμπνέονται από την φυσική εξέλιξη, όπως η κληρονομικότητα, η μετάλλαξη, η επιλογή και η διασταύρωση.

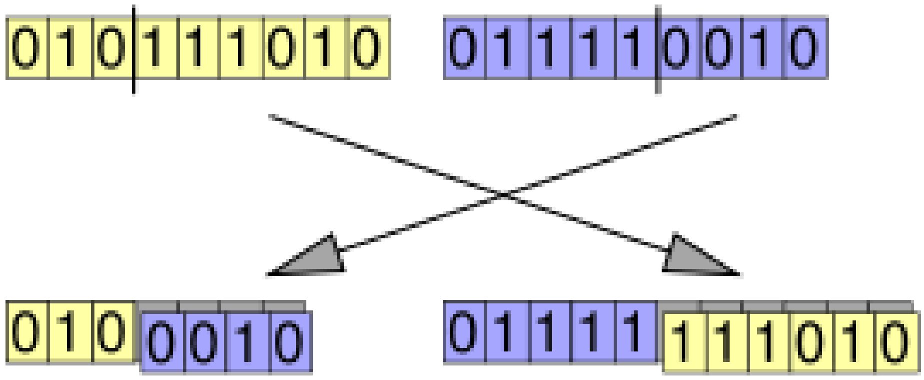
4.2.1.1 ΑΡΧΙΚΟΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ

Ο αρχικός πληθυσμός του προβλήματος μας δημιουργήθηκε τυχαία εξασφαλίζοντας όμως ταυτόχρονα ότι είναι εφικτή σαν λύση. Το μέγεθος του αρχικού πληθυσμού επιλέγεται από τον χρήστη. Για κάθε λύση ανοίγονται αποθήκες με τυχαίο τρόπο και τους ανατίθενται οι πελάτες με τυχαίο τρόπο, εξασφαλίζοντας όμως να μην ξεπερνούν την χωρητικότητα κάθε αποθήκης με την συνολική ζήτηση τους. Στη συνέχεια με βάση την αντιστοίχηση που έχει γίνει μεταξύ των ανοιχτών αποθηκών και των πελατών δημιουργείται μια τυχαία δρομολόγηση πελατών.

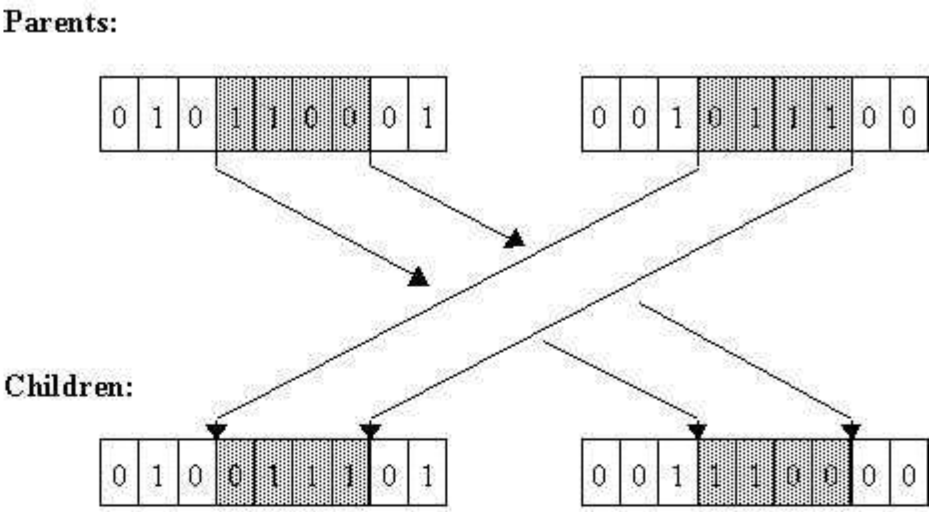
4.2.1.2 ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗ (CROSSOVER)

Στην διαδικασίας της αναπαραγωγής έχουμε λύσεις ονομαζόμενες ως γονείς που παράγουν άλλες λύσεις-τους απογόνους. Η Διασταύρωση δηλαδή δημιουργεί δυο ή περισσότερους απογόνους από το γενετικό υλικό δυο ή περισσοτέρων γονέων. Η διαδικασίας της διασταύρωσης δυο λύσεων έχει ως εξής :

- Το διάνυσμα της μιας λύσης χωρίζεται σε δύο τμήματα όχι κατ’ ανάγκη ίσα.
- Το διάνυσμα της δεύτερης λύσης χωρίζεται και αυτό στο αντίστοιχο σημείο που χωρίστηκε η πρώτη λύση.
- Δύο νέες λύσεις δημιουργούνται. Η πρώτη παίρνει το πρώτο τμήμα της πρώτης λύσης-γονέα και συμπληρώνει τα στοιχεία που της λείπουν με το δεύτερο τμήμα του δεύτερου γονέα. Όμοια λειτουργεί η δεύτερη λύση-απόγονος που δημιουργήθηκε.



Σχήμα 4.1 Παράδειγμα 1 δομής των γονέων και απογόνων στην διαδικασία της διασταύρωσης



Σχήμα 4.2 Παράδειγμα 2 Crossover

Θα παρατεθεί ένα παράδειγμα για την κατανόηση της μεθόδου διασταύρωσης:

<u>Λύση 1</u>: <u>Λύση 2</u>:

Διάνυσμα δρομολόγησης: [3251476] Διάνυσμα δρομολόγησης: [4162357]

Τα διανύσματα δρομολόγησης θα συναντηθούν στο σημείο 4:

[3251476] [3251357]

===➔

[4162357] [4162476]

Παρατηρούμε ότι με τη διαδικασία της διασταύρωσης δεν δημιουργούνται πάντα εφικτές λύσεις καθώς βλέπουμε ότι άλλοι πελάτες εξυπηρετούνται δύο φορές ενώ άλλοι καθόλου.

4.2.1.3 ΜΕΤΑΛΛΑΞΗ (MUTATION)

Το προηγούμενο πρόβλημα, την εμφάνιση δηλαδή πελατών δύο φορές στο διάνυσμα που προκύπτει από την διαδικασία της διασταύρωσης ή την μη εμφάνιση άλλων, το αντιμετωπίσαμε με την εξής διαδικασία:

Αρχικά, για τους κόμβους που περισσεύουν (αφού εντοπίζονται δύο φορές στο διάνυσμα της μη εφικτής λύσης) εισάγονται σε ένα διάνυσμα (έστω το e), οι θέσεις τους στο διάνυσμα της μη εφικτής λύσης. Οι κόμβοι που δεν εντοπίζονται καμία φορά εισάγονται σε ένα άλλο διάνυσμα (έστω το r). Στη συνέχεια εισάγονται οι κόμβοι του διανύσματος r στις θέσεις (του διανύσματος της μη εφικτής λύσης) που εμπεριέχονται στο διάνυσμα e.

4.3 ΑΠΛΟΙ ΕΥΡΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Όσο πιο μεγάλο είναι ένα πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης τόσο πιο δύσκολο είναι να βρούμε την βέλτιστη λύση. Για αυτό δεχόμαστε σαν λύσεις αυτές που ικανοποιούν κάποια κριτήρια όπως η ποιότητα της λύσης δηλαδή την απόκλιση της λύσης που βρήκαμε από το βέλτιστο, η ευκολία απόκτησης μιας λύσης κ.α. Γενικά οι ευρετικοί αλγόριθμοι παράγουν λύσεις καλής ποιότητας σε σύντομο χρονικό διάστημα γιατί πραγματοποιούν περιορισμένη αναζήτηση στο διάστημα των πιθανών λύσεων.

Το χαρακτηριστικό των ευρετικών προσεγγίσεων είναι η αξιοποίηση των χαρακτηριστικών του προβλήματος όσον αφορά τα κριτήρια και τη σειρά με την οποία επιλέγονται οι υποβέλτιστες λύσεις και επαληθεύονται οι περιορισμοί. Ακόμα για κάποιες τιμές παραμέτρων σε ένα πρόβλημα μπορεί ένας ευρετικός αλγόριθμος να παρέχει καλύτερες λύσεις ενώ για άλλες τιμές κάποιος άλλος.

Υπάρχουν διάφορες κατηγορίες ευρετικών αλγορίθμων η κάθε μια με ξεχωριστά χαρακτηριστικά. Αυτές οι κατηγορίες είναι :

1) Προσεγγιστικοί Αλγόριθμοι

2) **Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης**

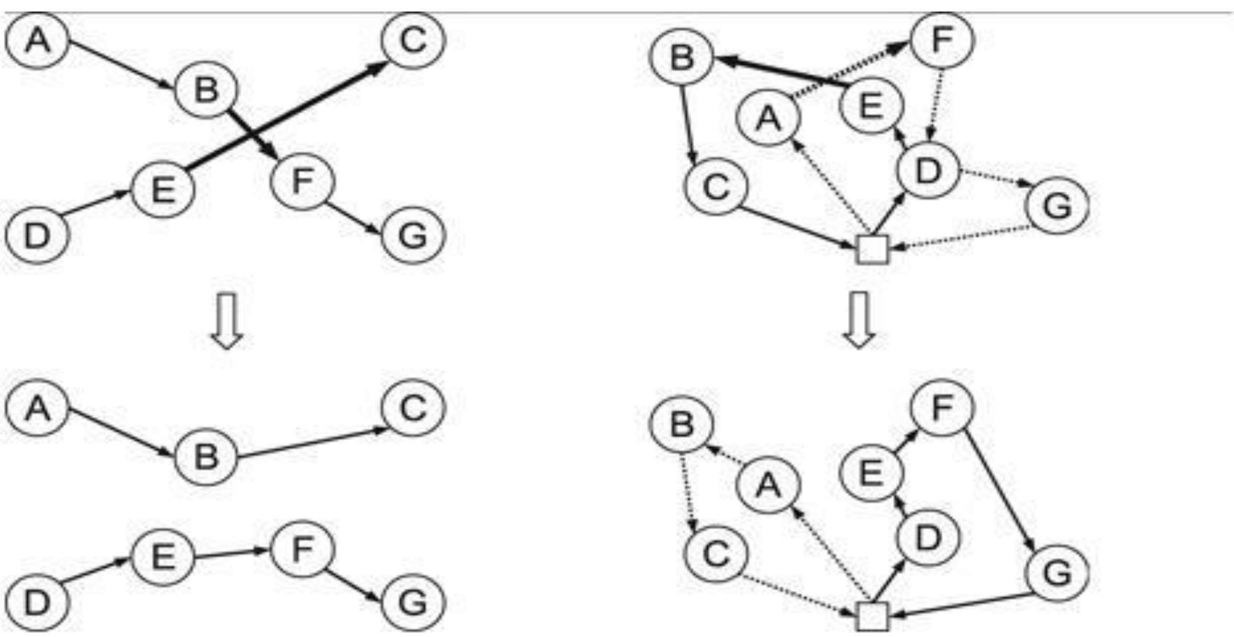
3) Αλγόριθμοι Απληστίας

Ένας από τους αλγόριθμους τοπικής αναζήτησης που χρησιμοποιούμε και στην εργασία μας είναι ο 2-Opt.

4.3.1 Η ΜΕΘΟΔΟΣ 2-OPT ΣΤΟ VRP

Στην εργασία μας η μέθοδος τοπικής αναζήτησης που χρησιμοποιούμε είναι μία από τις πιο διαδεδομένες, η 2-Opt. Η μέθοδος εφαρμόζεται ως εξής:

Το διάνυσμα της λύσης χωρίζεται σε 2 σημεία και έπειτα αντιστρέφεται η σειρά των κόμβων που βρίσκεται στα συγκεκριμένα σημεία. Η λύση που παράγεται είναι σίγουρα μια εφικτή λύση. Αν το συνολικό κόστος της νέας διαδρομής είναι μικρότερο από το αρχικό κόστος τότε η νέα λύση αποθηκεύεται και χρησιμοποιείται στο επόμενο βήμα, το οποίο δεν είναι τίποτα άλλο από την επανάληψη της αναζήτησης ως ότου να μην μπορεί η λύση να βελτιωθεί άλλο η συμπληρωθεί ο αριθμός βημάτων της μεθόδου 2-Opt. Ακολουθεί μία σχηματική παράσταση του τρόπου λειτουργίας της μεθόδου 2-Opt σε δύο διαδρομές:



Παρατηρούμε ότι στην πρώτη περίπτωση οι διαδρομές άλλαξαν και από A-B-F-G και D-E-C μετατράπηκαν σε A-B-C και D-E-F-G. Οι διαδρομές παρέμειναν εφικτές και έχουν συνολικά μικρότερο κόστος. Όμοια στην δεύτερη περίπτωση οι δύο διαδρομές 0-A-F-D-G-0 και 0-D-E-B-C-0 μετατρέπονται μετά την εφαρμογή του 2-Opt σε 0-A-B-C-0 και 0-D-E-F-G-0 με 0 να συμβολίζουμε την αποθήκη.

Ο παραπάνω τρόπος είναι ένας ιδιαίτερα αποτελεσματικός τρόπος βελτιστοποίησης για περιπτώσεις διαδρομών που επισκέπτονται όλους τους διαθέσιμος κόμβους ενός σχεδιαγράμματος και σκοπός του προβλήματος είναι η μείωση της διανυόμενης διαδρομής.

4.4 ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ - ΝΗΣΙΩΝ (ISLAND GENETIC ALGORITHMS)

Μια παραλλαγή των κλασσικών αλγορίθμων είναι και αυτή που εφαρμόσαμε στην εργασία μας οι γενετικοί αλγόριθμοι πολλαπλών πληθυσμών-νησιών και συνήθως εφαρμόζονται σε παράλληλο προγραμματισμό .Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η εξής :

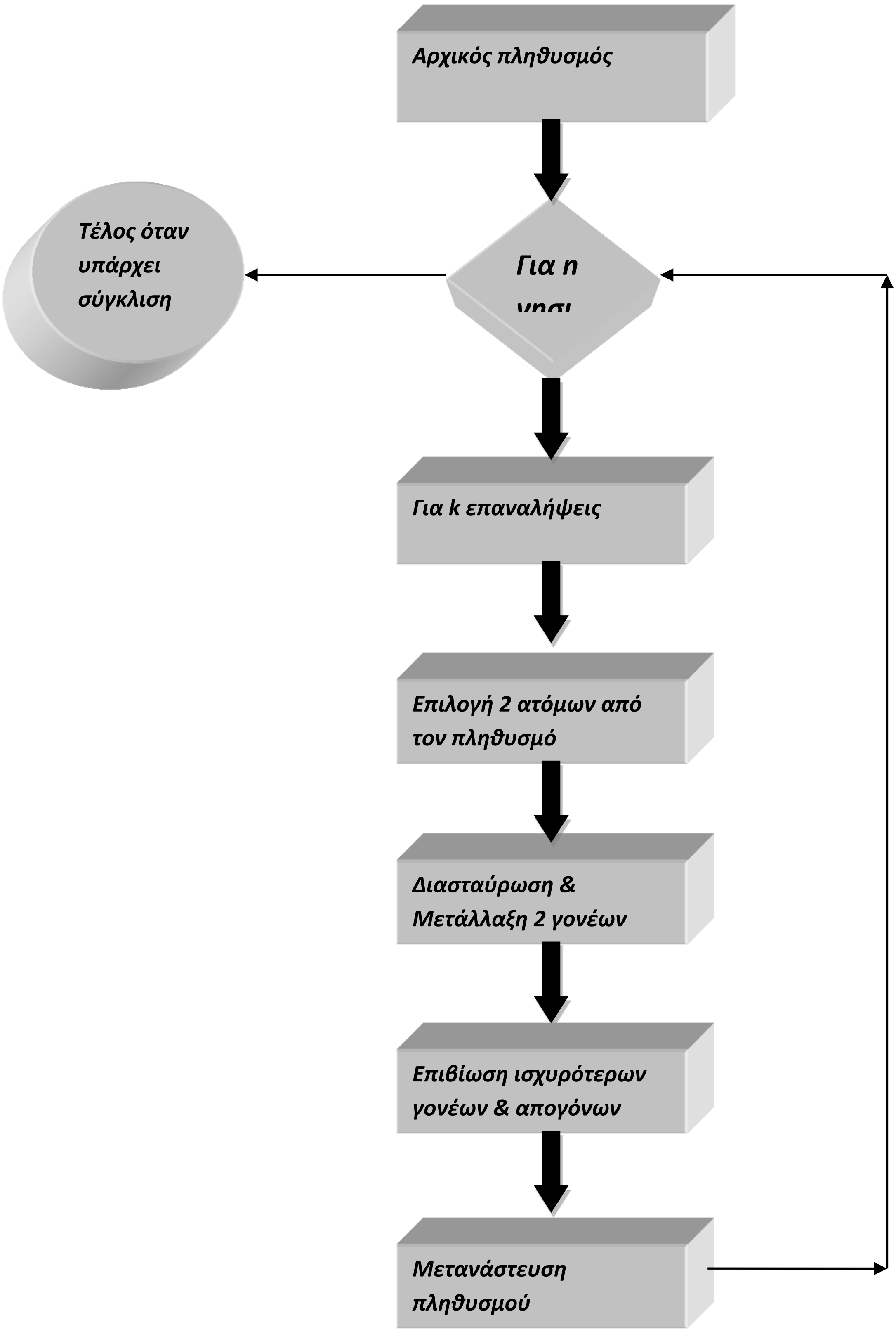
- Αρχικά δημιουργείται ο αρχικός πληθυσμός όπως στους κλασικούς γενετικούς αλγόριθμους με τον τρόπο που ορίστηκε στις προηγούμενες ενότητες.
- Για κάθε νησί που έχουμε ο αρχικός πληθυσμός παραμένει ο ίδιος. Αν δηλαδή ο αρχικός πληθυσμός είναι 16 τότε σε κάθε νησί θα έχουμε 16 αρχικό πληθυσμό. Ο αριθμός των νησιών είναι παράμετρος που ορίζεται από εμάς.
- Κάθε νησί έχει τον πληθυσμό του και οι βασικοί τελεστές του γενετικού αλγόριθμου (Crossover, Mutation) εφαρμόζονται για κάθε νησί ανεξάρτητα.

Όπως παρατηρούμε η διαδικασία είναι σχεδόν ίδια με τους γενετικούς αλγόριθμους. Η ουσιαστική αλλαγή που υπάρχει είναι στην περίπτωση μας έχουμε την Μετανάστευση (***Migration***). Η μετανάστευση είναι η ανταλλαγή κάποιου μέρους πληθυσμού από το ένα νησί στο άλλο. Για να επιτευχθεί αυτό υπάρχουν αρκετοί τρόποι, με την πιο γνωστή να είναι η αντικατάσταση ενός μέρους πληθυσμού από το ένα νησί στο διπλανό του. Πόσοι θα είναι οι μετανάστες και πόσες θα είναι οι επαναλήψεις θα καθοριστεί από τον χρήστη. Ποιο όμως μέρος του πληθυσμού του νησιού θα αντικαταστήσουν οι μετανάστες; Για να απαντήσουμε σε αυτό το ερώτημα υπάρχουν τέσσερις επιλογές:

i. Ένας τυχαία επιλεγμένος μετανάστης αντικαθιστά ένα τυχαία επιλεγμένο μέλος του νησιού.
ii. Ένας τυχαία επιλεγμένος μετανάστης αντικαθιστά ένα κακό μέλος του πληθυσμού.
iii. Ένας καλός μετανάστης αντικαθιστά ένα κακό μέλος του άλλου νησιού.
iv. Ένας καλός μετανάστης αντικαθιστά ένα τυχαία επιλεγμένο μέλος του πληθυσμού.

Στην εργασία μας έχουμε επιλέξει να γίνεται μετανάστευση με τυχαιότητα. Για την ακρίβεια, έχει διαπιστωθεί ότι αν πραγματοποιείται μετανάστευση συνέχεια τότε τα αποτελέσματα συγκλίνουν όχι απαραίτητα στην βέλτιστη λύση. Μετανάστευση συμβαίνει ανά 2-6 εποχές.

Σχηματικά ο Γενετικός Αλγόριθμος Πολλαπλών Πληθυσμών - Νησιών (Island Genetic Algorithm) παρουσιάζεται παρακάτω:


Αρχικός πληθυσμός
Τέλος όταν υπάρχει σύγκλιση
Για n νησι
Για k επαναλήψεις
Επιλογή 2 ατόμων από τον πληθυσμό
Διασταύρωση & Μετάλλαξη 2 γονέων
Επιβίωση ισχυρότερων γονέων & απογόνων
Μετανάστευση πληθυσμού

4.5 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Σε αυτή την ενότητα θα αναλυθεί ο τρόπος επίλυσης του αλγορίθμου μας.

Είσοδος Δεδομένων

Αρχικά τα δεδομένα εισόδου που χρησιμοποιήσαμε ήταν αποθηκευμένα σε αρχεία της μορφής ".txt" Τα αρχεία αποτελούνται από διάφορες στήλες που χαρακτηρίζουν τους πελάτες ή τις αποθήκες όπως οι συνταγμένες X και Y που βρίσκονται η ζήτηση των πελατών κα. Στην περίπτωση του προβλήματος μας δεν είχαμε χρόνο εξυπηρέτησης των πελατών, παραλαβές ή άλλες παραλλαγές του VRP οπότε τις αντίστοιχες στήλες δεδομένων τις αγνοούμε.

Αρχική Κατανομή Πελατών

Κάναμε μία πρώτη κατανομή των κόμβων στις αποθήκες με βάση την απόσταση τους από αυτές. Με χρήση του αλγορίθμου k-means κατανέμουμε τους πελάτες στα k διαθέσιμα φορτηγά. Η ομαδοποίηση γίνεται με βάση την ευκλείδεια απόσταση.

Αρχικοποίηση Νησιών και Πληθυσμών

Σε αυτό το σημείο ορίζουμε κάποιες από τις παραμέτρους του προβλήματος μας όπως τον αριθμό των νησιών και πληθυσμών που θα έχουμε. Αν και στα περισσότερα προβλήματα χρησιμοποιήθηκαν 4 νησιά και 16 πληθυσμός σε κάθε νησί, υπήρχαν περιπτώσεις που έγινε χρήση ως και 10 νησιών και 32 ατόμων για πληθυσμό για να παραχθούν καλύτερα αποτελέσματα. Επίσης δημιουργούμε έναν πίνακα στον οποίο θα αποθηκευτούν οι λύσεις. Αυτός ο πίνακας θα είναι της μορφής *mxn* όπου το m θα αναφέρεται στα οχήματα και το n είναι ένα σταθερό μέγεθος μεγάλο σε αριθμό. Στην περίπτωση μας το έχουμε ορίσει ως το διπλάσιο των πελατών σε κάθε πρόβλημα.

Δημιουργία Αρχικής Λύση

Αφού έχουμε τους πελάτες ανά φορτηγό τους τοποθετούμε με τυχαίο τρόπο σε σειρά. Έπειτα, ανά όσους πελάτες χρειάζεται, το φορτηγό που τους εξυπηρετεί επιστρέφει στην κοντινότερη σε αυτό αποθήκη. Τέλος τοποθετούμε την κοντινότερη αποθήκη στην αρχή και το τέλος κάθε διαδρομής.

Διασταύρωση (Crossover)

Σε αυτό το σημείο αρχίζει να εφαρμόζεται ο γενετικός αλγόριθμος. Αρχικά επιλέγονται 2 λύσεις-γονείς. Στην περίπτωση μας η επιλογή γίνεται σε ζευγάρια με την σειρά, δηλαδή ο 1^{ος} με τον 2^{ο} γονέα ο 3^{ος} με τον 4^{ο} κτλ. Μόλις γίνει η επιλογή τότε χωρίζουμε τον ένα γονέα σε ένα σημείο τυχαίο, παίρνουμε τα στοιχεία του μέχρι εκεί και συμπληρώνουμε τα στοιχεία που μας λείπουν από τον 2^{ο} γονέα. Με αυτό τον τρόπο δημιουργούνται νέες λύσεις που θα μετατραπούν σε εφικτές.

Μετατροπή Λύσεων σε Εφικτές

Οι λύσεις που δημιουργούνται παραβιάζουν περιορισμούς όπως για παράδειγμα τον περιορισμό εξυπηρέτησης πελατών μόνο μια φορά ή την μέγιστη χωρητικότητα του φορτηγού. Κάνουμε λοιπόν την εξής διαδικασία για να τις μετατρέψουμε σε εφικτές. Αρχικά διαγράφουμε τους πελάτες που εμφανίζονται 2 φορές. Έπειτα ελέγχουμε ποιοι πελάτες λείπουν από την λύση. Διαγράφουμε τις αποθήκες και τις επανατοποθετούμε σε κατάλληλα σημεία στην διαδρομή. Ακολούθως υπολογίζουμε το κόστος κάθε διαδρομής για κάθε φορτηγό.

Μετάλλαξη (Mutation)

Μόλις οι λύσεις μετατραπούν σε εφικτές τότε κάνουμε την μετάλλαξη σε αυτές. Κάνουμε χρήση τοπικής αναζήτησης και συγκεκριμένα της μεθόδου 2-opt ώστε να βελτιώσουμε τις λύσεις αν βελτιώνονται. Για λόγους λιγότερων πράξεων και μείωση του χρόνου υπολογισμού εφαρμόζουμε τοπική αναζήτηση στο πρώτο παιδί-απόγονο αν ο τυχαίος αριθμός είναι μικρότερος από 0,7. Ωστόσο υπήρχαν παραδείγματα που η παράμετρος της πιθανότητας την θέταμε ως το 0,99. Το ίδιο εφαρμόσαμε και στο δεύτερο παιδί-απόγονο. Με αυτές τις πιθανότητες λοιπόν εφαρμόσαμε τον 2-Opt ως εξής. Αρχικά «κόβαμε» την λύση σε 2 σημεία. Την διαδρομή μεταξύ αυτών των 2 σημείων την αντιστρέφαμε. Έτσι παραγόταν μια καινούργια λύση εφικτή. Αν η νέα λύση έχει μικρότερο κόστος από την αρχική τότε αποθηκεύεται και προχωράμε σε περαιτέρω βελτιστοποίηση.

Σύγκριση Λύσεων

Μόλις τελειώνει η μετάλλαξη γίνεται η σύγκριση λύσεων. Συγκρίνεται το κόστος των γονέων με αυτό των απογόνων που έχουν δημιουργηθεί. Οι 2 λύσεις με το μικρότερο κόστος αποθηκεύονται ενώ οι άλλες 2 διαγράφονται. Έτσι ο πληθυσμός διατηρείται πάντα σταθερός. Να τονιστεί ότι η διαδικασία αυτή εφαρμόζεται αυτούσια για κάθε νησί που έχουμε για τον πληθυσμό του κάθε νησιού.

Μετακίνηση μεταξύ νησιών

Ανά τυχαίο αριθμό εποχών γίνονται συγκρίσεις μεταξύ διαφόρων ατόμων σε γειτονικά νησιά. Τα άτομα με το μικρότερο κόστος μετακινούνται προς το νησί 1 ενώ τα λιγότερο κατάλληλα άτομα προς το νησί 10.

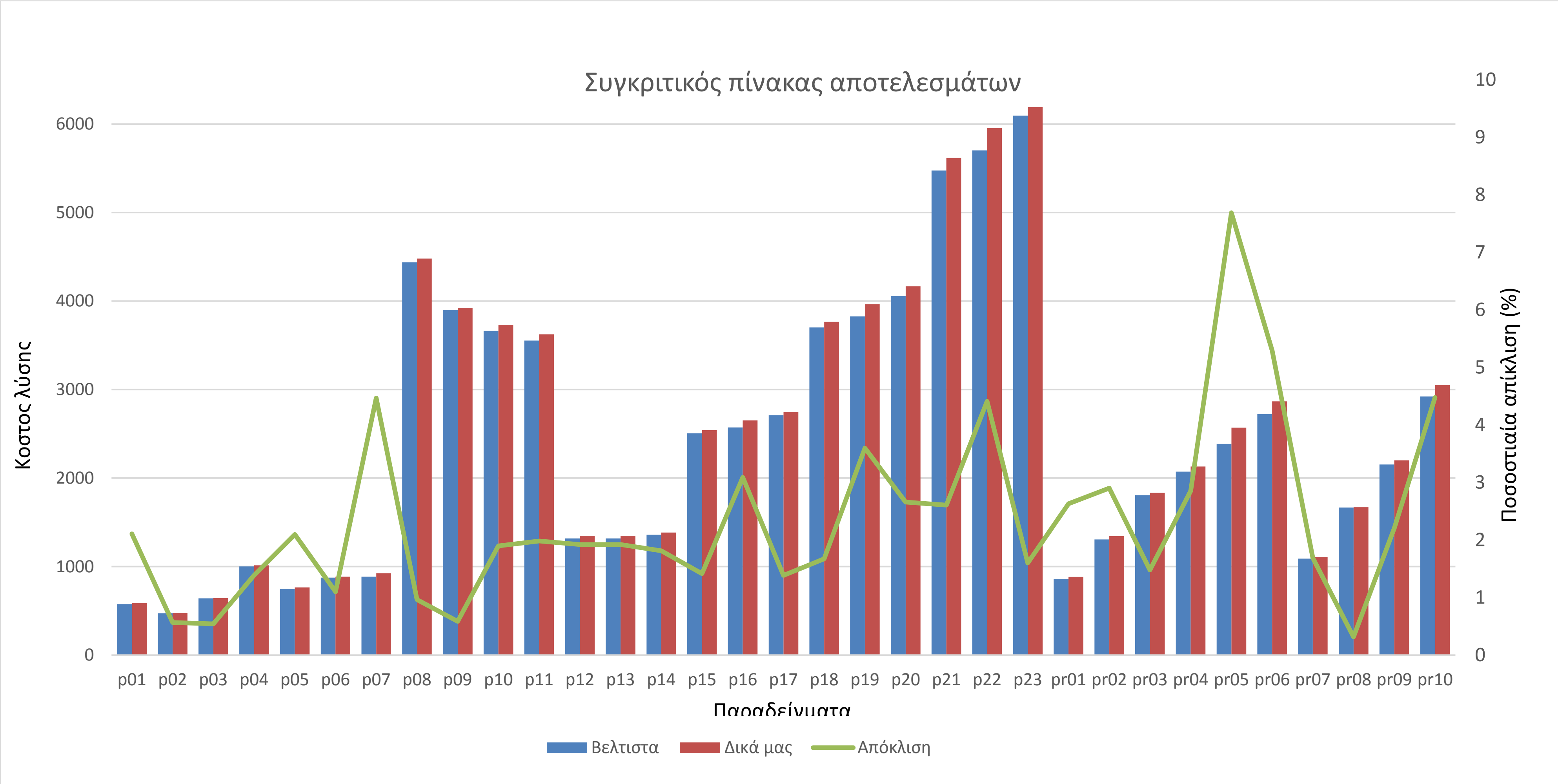
ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΠΟΥ ΕΠΙΛΥΘΗΚΑΝ - ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

5.1 ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Στα πλαίσια της εργασίας μας επιλύεται το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων όταν υπάρχουν περισσότερες από μια αποθήκες. Επιπλέον τα οχήματα είναι περιορισμένης χωρητικότητας. Ο αλγόριθμος που έχει αναπτυχθεί και επιλύει το προαναφερθέν πρόβλημα εφαρμόζεται σε μια σειρά παραδειγμάτων τα δεδομένα των παρουσιάζονται παρακάτω. Επίσης ακολουθεί γραφική απεικόνιση της σύγκρισης των αποτελεσμάτων μας με τα βέλτιστα μέχρι στιγμής και η απόκλιση τους από αυτά.

Παράδειγμα	Κόμβοι	Οχήματα	Χωρητικότητα Οχημάτων	Αποθήκες	Βέλτιστο Αποτέλεσμα	Αποτέλεσμα Αλγορίθμου μας	Απόκλιση % από το
1	50	4	80	4	576.86	589.02	2.1%
2	50	2	160	4	473.53	476.22	0.57%
3	75	3	140	5	641.19	644.68	0.54%
4	100	8	100	2	1001.59	1015.5	1.38%
5	100	5	200	2	750.03	765.76	2.09%
6	100	6	100	3	876.50	886.15	1.1%
7	100	4	100	4	885.80	925.39	4.47%
8	249	14	500	2	4437.68	4480.45	0.95%
9	249	12	500	3	3900.22	3923.08	0.59%
10	249	8	500	4	3663.02	3732.54	1.89%
11	249	6	500	5	3554.18	3624.71	1.98%
12	80	5	60	2	1318.95	1344.31	3.01%
13	80	5	60	2	1318.95	1344.31	1.92%
14	80	5	60	2	1369.12	1384.79	1.14%
15	160	5	60	4	2505.42	2540.91	1.42%
16	160	5	60	4	2572.42	2651.90	3.09%
17	160	5	60	4	2709.9	2747.47	1.47%
18	240	5	60	6	3702.85	3764.79	1.62%

19	240	5	60	6	3827.06	3964.79	3.59%
20	240	5	60	6	4058.07	4166.00	2.66%
21	360	5	60	9	5474.84	5617.65	2.61%
22	360	5	60	9	5702.16	5953.72	4.41%
23	360	5	60	9	6095.46	6193.06	1.6%
01	48	1	500	4	861.32	883.98	2.6%
02	96	2	480	4	1307.61	1345.57	2.9%
03	144	3	460	4	1806.06	1833.31	1.51%
04	192	4	440	4	2072.52	2131.69	2.85%
05	240	5	420	4	2385.77	2569.23	7.69%
06	288	6	400	4	2723.27	2867.39	5.29%
07	72	1	500	6	1089.56	1107.93	1.68%
08	144	2	475	6	1666.6	1671.86	0.31%
09	216	3	450	6	2153.1	2200.66	2.2%
10	288	4	425	6	2921.85	3052.66	4.47%



Όπως παρατηρούμε τα περισσότερα αποτελέσματα προσεγγίζουν το μέχρι στιγμής βέλτιστο. Σχεδόν όλα τα αποτελέσματα είναι εντός της απόκλισης που είχαμε θέσει ως όριο για να θεωρήσουμε μία λύση ικανοποιητική. Η απόκλιση αυτή είναι 3%.Η μεγαλύτερη ποσοστιαία απόκλιση που έχουμε είναι 7,69% και η μικρότερη 0,31% και θα αναλυθούν περαιτέρω παρακάτω

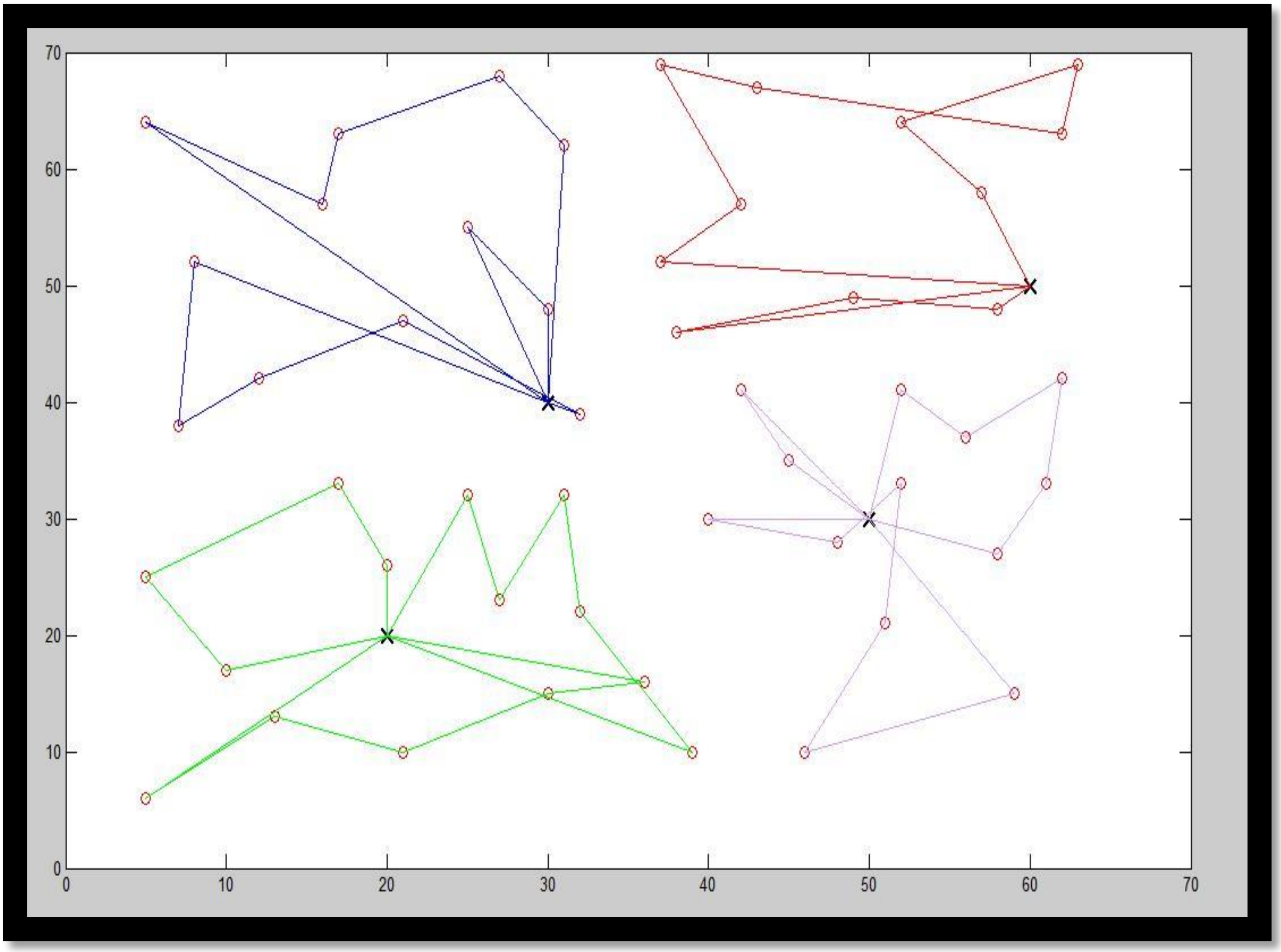
5.2 ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Ακολουθεί σχηματική παράσταση και επεξήγηση για κάθε ένα από τα παραδείγματα αυτής της εργασίας.

5.2.1 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 54 κόμβοι. Έχουμε 4 οχήματα και 4 αποθήκες. Οι κόμβοι 51, 52, 53, 54 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 50 στους πελάτες. Κάθε πελάτης έχει συγκεκριμένες συντεταγμένες θέσης και συγκεκριμένη ζήτηση. Θεωρείται ότι όλα τα διαθέσιμα φορτηγά έχουν ίδια μέγιστη χωρητικότητα ίση με 80.Στα προβλήματα μας δεν έχουμε χρονικούς περιορισμούς.

Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 576.86. Η δικιά μας καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 589.02 και γραφικά έχει ως εξής :



Με X συμβολίζονται οι αποθήκες από τις οποίες ξεκινούν, καταλήγουν και ανεφοδιάζονται τα οχήματα. Η διαδρομή κάθε οχήματος αναπαρίσταται με διαφορετικό χρώμα. Οι κόμβοι είναι οι πελάτες που πρέπει να εξυπηρετηθούν.

Η συγκεκριμένη λύση, όπως φαίνεται και στο σχήμα αποτελείται από 4 διαδρομές, οι οποίες ξεκινούν και καταλήγουν η κάθε μία στην αποθήκη από την οποία ξεκινάει. Οι διαδρομές αυτές είναι :

ΟΧΗΜΑ 1	54 20 3 36 35 28 31 22 1 54 32 2 29 54
ΟΧΗΜΑ 2	51 41 13 18 4 51 47 17 12 37 45 51 15 44 42 19 40 51
ΟΧΗΜΑ 3	52 46 6 14 25 24 52 43 23 7 26 8 52 48 27 52 0
ΟΧΗΜΑ 4	53 5 49 9 10 33 39 53 30 34 21 50 16 53 11 38 53

Η απόκλιση της λύσης μας από το βέλτιστο είναι :

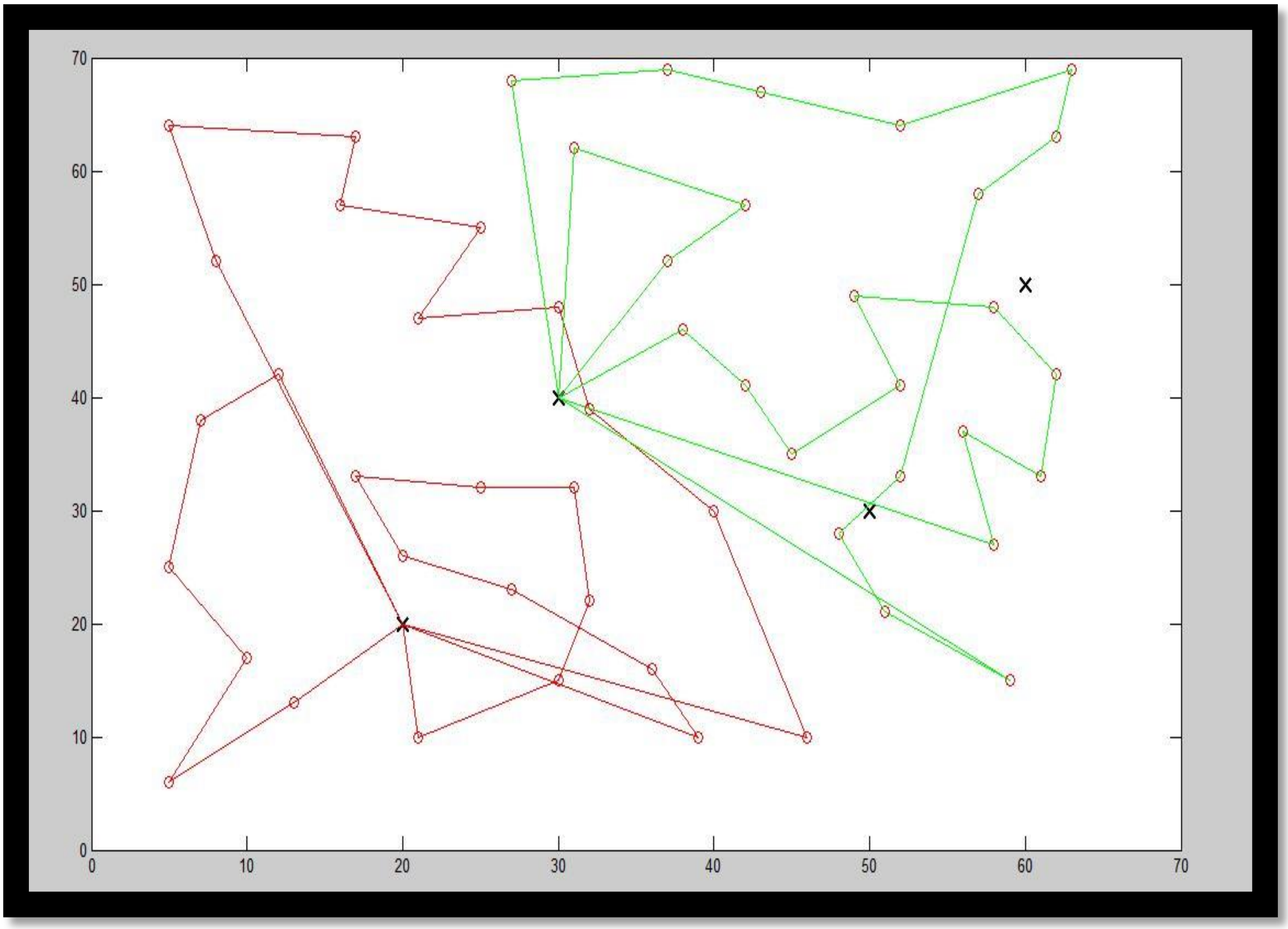
$$\frac{589.02 - 576.86}{576.86} = 2.1\%$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Στο δεύτερο παράδειγμα έχουμε 54 κόμβους όπου οι κόμβοι 51,52,53,54 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 50 στους πελάτες. Η λύση που βρήκαμε με τον αλγόριθμο μας είναι ίση με 476.22 ενώ η βέλτιστη ίση με 473.53,δηλαδή σχεδόν πετύχαμε το βέλτιστο. Η απόκλιση είναι

$$\frac{476.22 - 473.53}{473.53} = 0.57\%$$

και γραφικά:



Αξίζει να προσέξουμε ότι δεν χρησιμοποιούνται όλες οι αποθήκες. Χρησιμοποιούνται μόνο οι αποθήκες εκείνες που χρειάζονται. Επίσης, στον αλγόριθμο μας επιλέξαμε το όχημα να πηγαίνει στην πιο κοντινή αποθήκη και όχι απαραίτητα να επιστρέφει σε αυτή που ξεκίνησε για να μειώσουμε με αυτόν τον τρόπο το κόστος περαιτέρω. Η λύση μας στο παράδειγμα αυτό παρατηρούμε ότι αποτελείται από 2 διαδρομές που ξεκινάνε και καταλήγουν στις αποθήκες 51 και 52 και αναλυτικά οι διαδρομές είναι :

ΟΧΗΜΑ 1	51 42 44 37 12 47 18 4 17 15 45 51 33 5 46 27 648 23 7 43 24 51 14 25 13 41 40 19 51
ΟΧΗΜΑ 2	52 32 11 38 16 2 29 21 34 50 30 52 39 10 49 9 2035 36 3 28 31 26 52 8 22 1 52

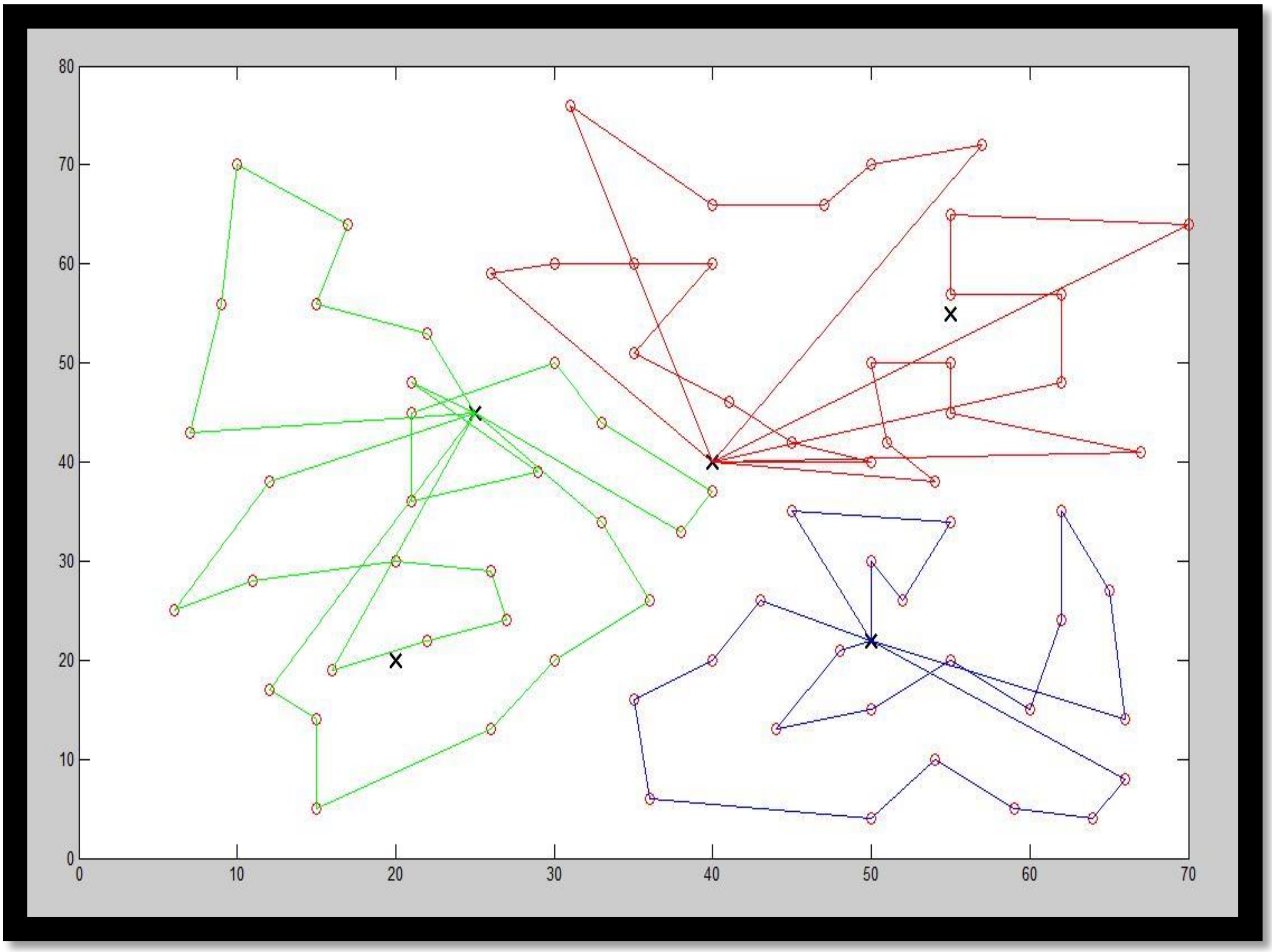
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3

Εδώ υπάρχουν 80 κόμβοι. Έχουμε 3 οχήματα και 5 αποθήκες.Οι κόμβοι 76, 77, 78, 79, 80 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 75 στους πελάτες. Όλα τα διαθέσιμα φορτηγά έχουν μέγιστη χωρητικότητα 140. Στο πρόβλημα μας δεν έχουμε χρονικούς περιορισμούς.

Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 641.19. Η δικιά μας καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 644.68. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{644.68 - 641.19}{641.19} = 0.54\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Η συγκεκριμένη λύση αποτελείται από 3 διαδρομές οι οποίες παραθέτονται παρακάτω :

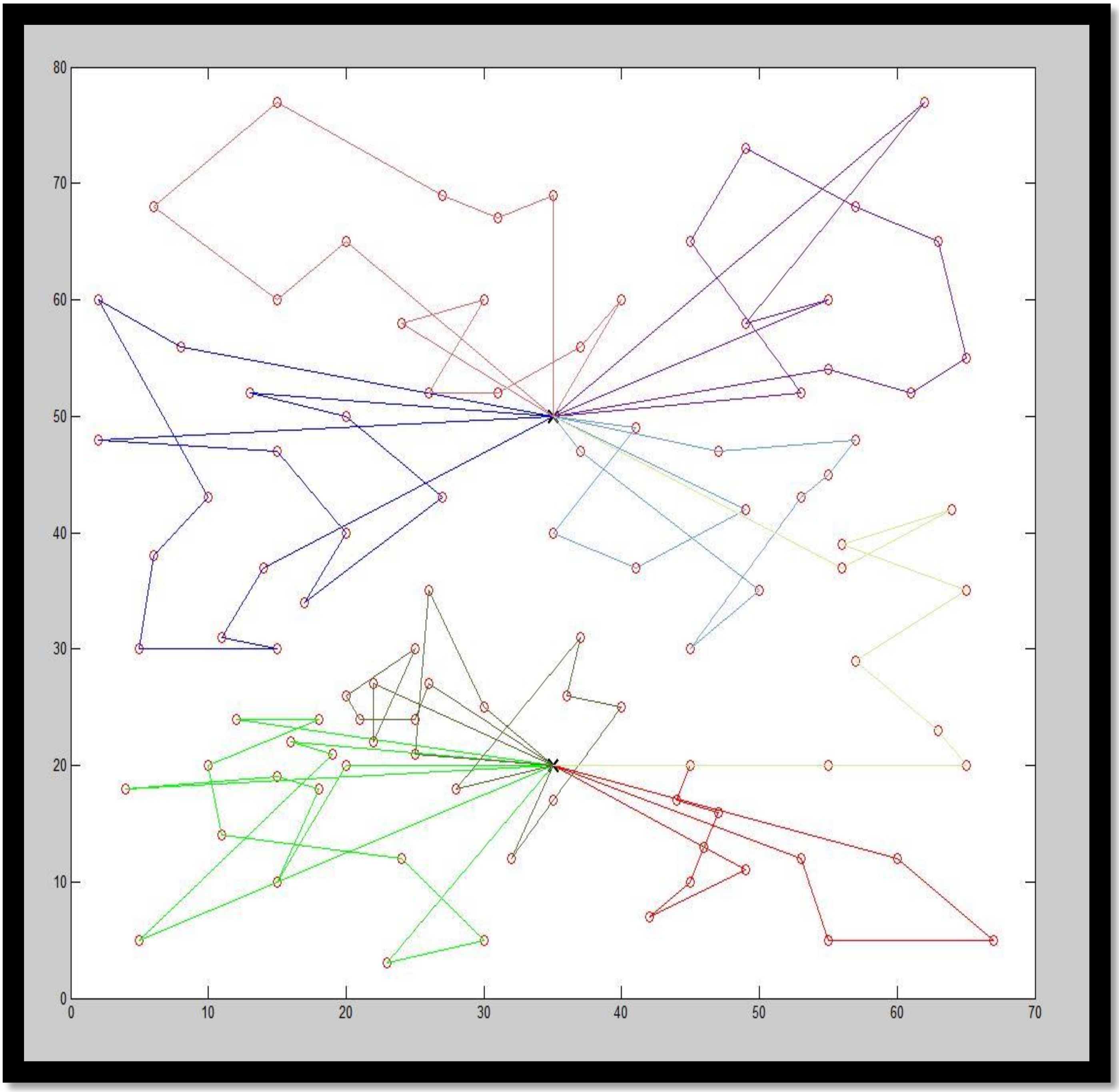
ΟΧΗΜΑ 1	76 34 67 26 12 58 72 39 9 76 31 10 38 65 66 76 59 11 53 14 19 76 54 8 35 7 46 52 76
ΟΧΗΜΑ 2	79 44 51 16 3 40 17 75 68 79 6 2 62 22 64 42 4179 43 1 73 33 63 23 56 49 79 24 18 55 25 50 32 79
ΟΧΗΜΑ 3	77 48 21 47 5 37 15 13 57 20 77 70 60 71 36 69 61 28 74 30 77 4 27 29 45 77

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 102 κόμβοι. Έχουμε 8 οχήματα και 2 αποθήκες. Οι κόμβοι 101 και 102 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 100 στους πελάτες. Η χωρητικότητα είναι ίση με 100. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 1001.59. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 1015.5. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{1015.5 - 1001.59}{1001.59} = 1.38\%$$

και γραφικά έχει ως εξής:



Η λύση μας αποτελείται από 8 διαδρομές που αναπαρίστανται στο παραπάνω διάγραμμα και περιγράφονται στον παρακάτω πίνακα :

ΟΧΗΜΑ 1	101 75 41 22 74 72 73 21 4 101 39 67 23 56 101
ΟΧΗΜΑ 2	101 43 15 42 44 16 93 61 101 86 91 100 14 37 101 85 98 38 101
ΟΧΗΜΑ 3	102 47 36 8 45 17 5 84 83 102 48 7 52 60 18 82 46 102
ΟΧΗΜΑ 4	101 57 2 40 58 53 87 101 94 95 59 99 6 92 96 101 13 89 97 101
ΟΧΗΜΑ 5	102 33 20 66 71 35 34 78 81 102 9 51 65 102
ΟΧΗΜΑ 6	102 69 12 26 77 3 79 50 102 1 27 28 76 102
ΟΧΗΜΑ 7	101 25 55 54 24 68 29 80 102
ΟΧΗΜΑ 8	102 11 19 49 64 63 90 32 102 30 70 31 88 10 62 102

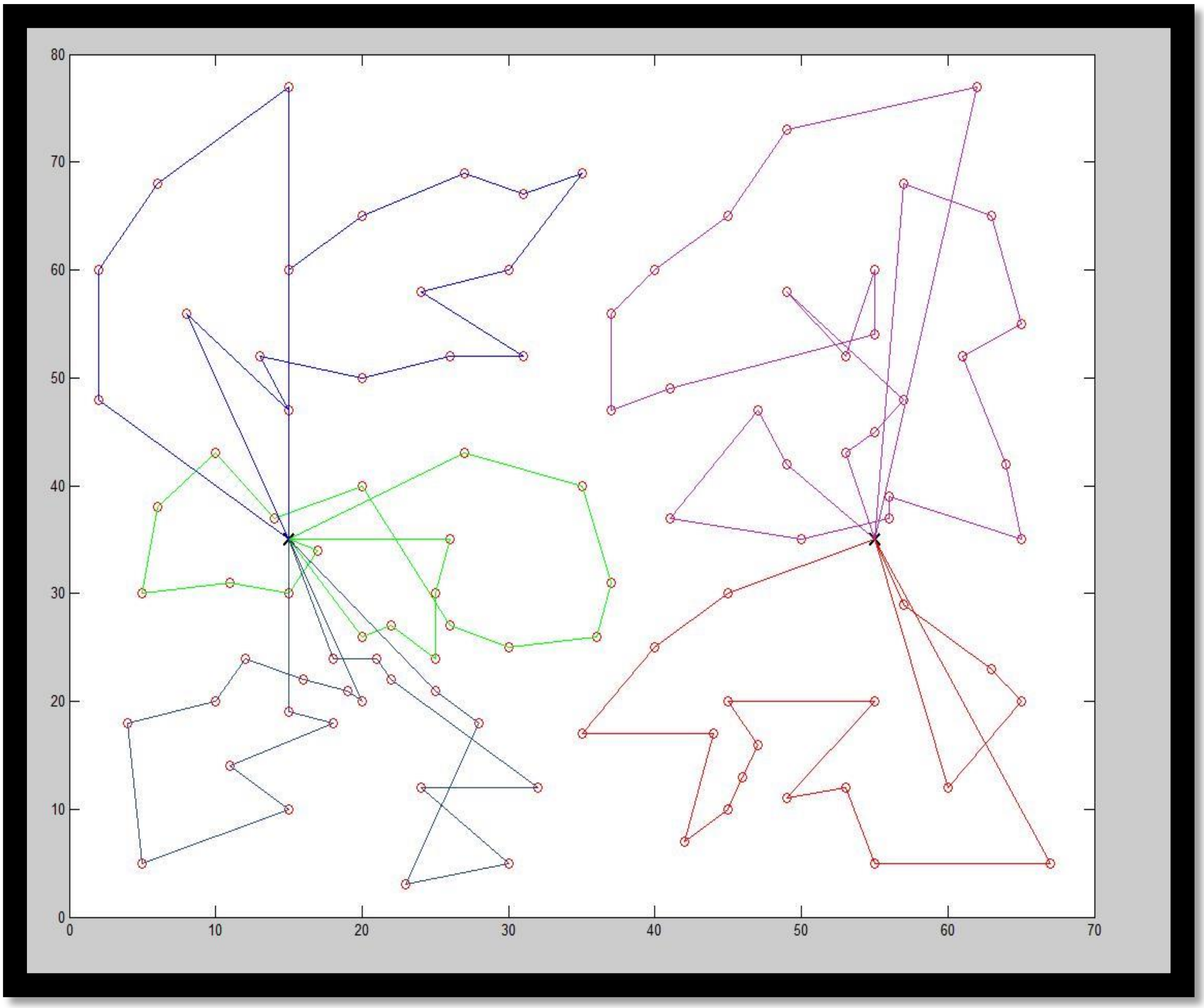
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5

Εδώ είναι 102 κόμβοι. Έχουμε 5 οχήματα και 2 αποθήκες. Οι κόμβοι 101 και 102 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 100 στους πελάτες. Θεωρείται ότι όλα τα διαθέσιμα φορτηγά έχουν ίδια μέγιστη χωρητικότητα ίση με 200. Στο πρόβλημα μας δεν έχουμε χρονικούς περιορισμούς.

Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 750.03. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμός μας είναι 765.76. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{765.76 - 750.03}{750.03} = 2.09\%$$

και γραφικά έχει ως εξής:



Η λύση μας αποτελείται από 5 διαδρομές που σχηματικά φαίνονται στο διάγραμμα και αναλυτικά παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα :

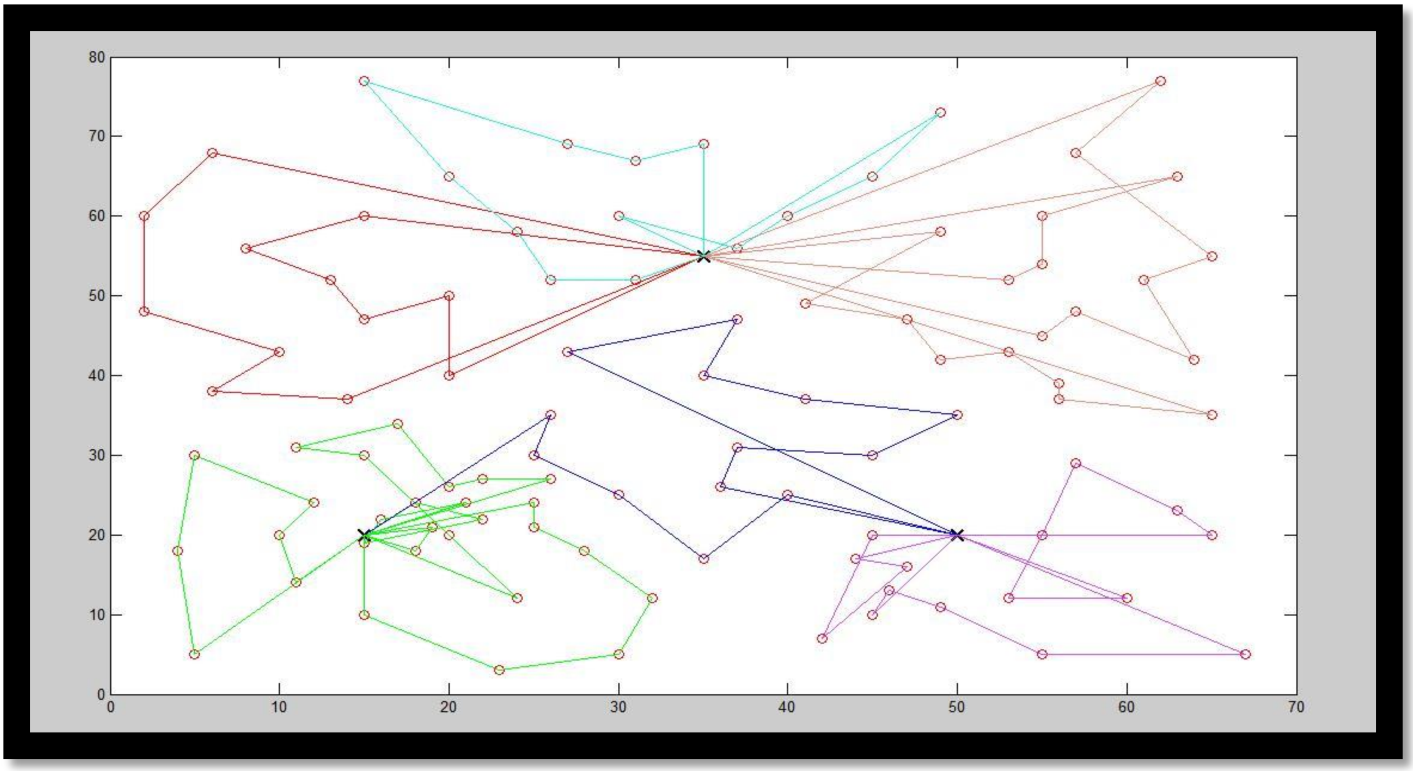
ΟΧΗΜΑ 1	102 26 40 2 73 41 22 74 72 21 4 75 56 23 67 102 39 25 55 54 102
ΟΧΗΜΑ 2	101 60 5 84 17 45 8 83 18 94 13 58 53 27 52 101 89 6 95 96 99 101
ΟΧΗΜΑ 3	101 47 82 48 7 88 31 62 10 32 90 63 11 19 101 64 49 36 46 101
ΟΧΗΜΑ 4	101 91 100 44 14 38 86 16 61 85 98 37 101 93 59 92 57 42 15 43 87 97 101
ΟΧΗΜΑ 5	102 77 3 79 51 33 9 81 1 69 70 30 20 66 65 102 71 35 34 78 29 2468 80 12 28 50 76 102

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 6

Στο παράδειγμα 6 υπάρχουν 103 κόμβοι. Έχουμε 6 οχήματα και 3 αποθήκες. Οι κόμβοι 101, 102, 103 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 100 στους πελάτες. Η μέγιστη χωρητικότητα των φορτηγών είναι ίση με 100. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 876.50. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμός μας είναι 886.15. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{886.15 - 876.50}{876.50} = 1.1\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Η λύση μας αποτελείται από 6 διαδρομές οι οποίες είναι οι ακόλουθες :

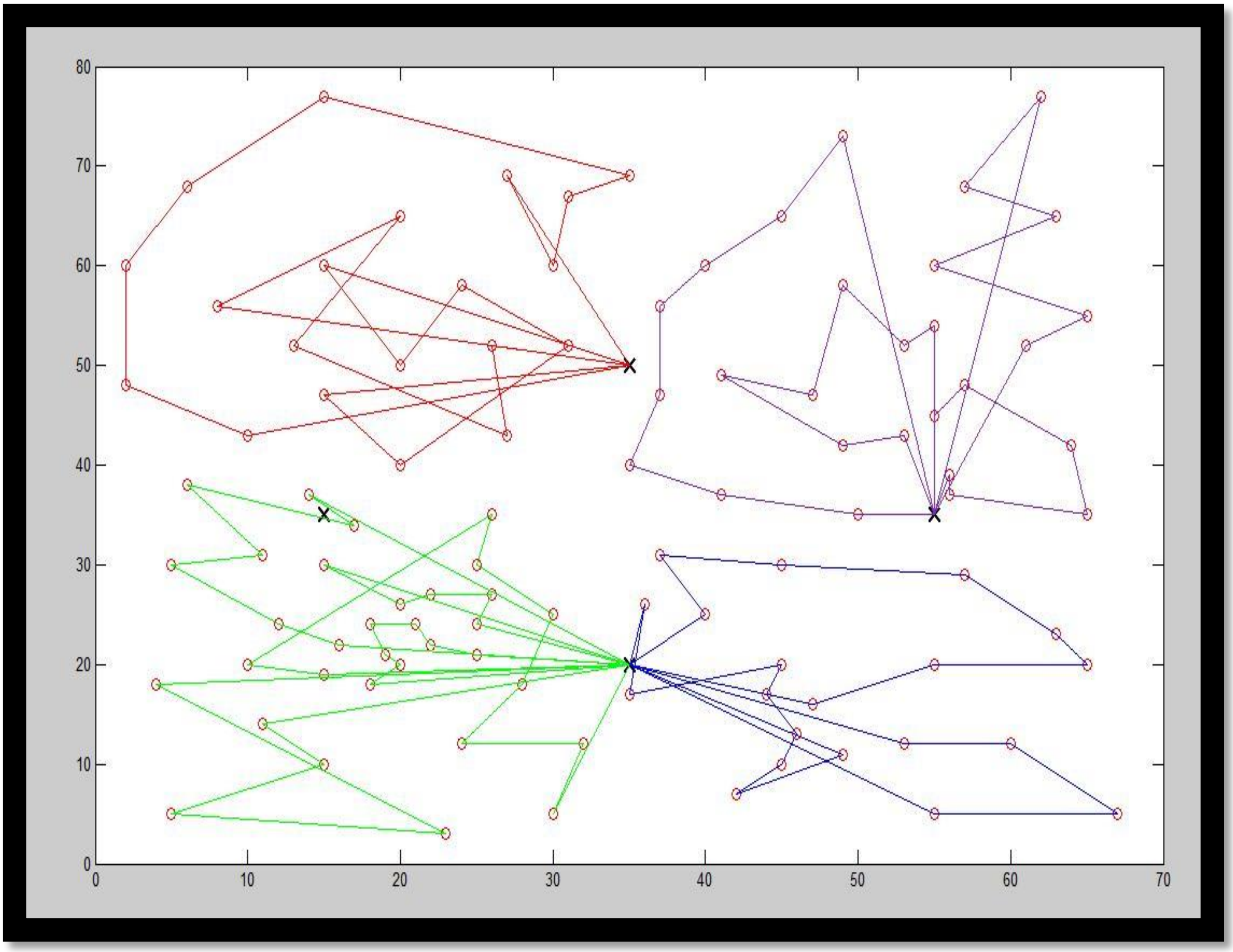
ΟΧΗΜΑ 1	103 19 47 48 82 7 18 103 83 45 8 46 36 49 103
ΟΧΗΜΑ 2	101 44 16 61 17 86 38 101 14 43 15 57 87 97 95 101 94 96 99 60 84 5 37 42 101 59 85 91 92 93 101 98 100 101
ΟΧΗΜΑ 3	102 58 53 26 12 28 27 69 52 102 40 2 13 6 89 101
ΟΧΗΜΑ 4	102 25 55 54 4 56 39 102 67 23 75 74 22 102 21 41 72 73 102
ΟΧΗΜΑ 5	103 51 1 50 76 77 68 80 24 103 3 79 29 78 34 71 65 103 35 9 81 33 103
ΟΧΗΜΑ 6	103 31 88 62 11 64 63 90 32 103 66 20 30 70 10 103

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 7

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 104 κόμβοι. Έχουμε 4 οχήματα και 4 αποθήκες. Οι κόμβοι 101, 102, 103, 104 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 100 στους πελάτες. Θεωρείται ότι όλα τα διαθέσιμα φορτηγά έχουν ίδια χωρητικότητα ίση με 100. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 885.80. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 925.39. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{925.39 - 885.80}{885.80} = 4.47\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Η λύση μας αποτελείται από 4 διαδρομές που είναι οι εξής :

ΟΧΗΜΑ 1	104 63 10 90 32 64 49 36 46 8 104 82 18 31 62 7 19104 47 11 48 52 88 104
ΟΧΗΜΑ 2	103 15 57 42 87 13 6 89 16 91 103 85 61 17 84 45 6083 103 5 99 96 94 95 103 97 92 59 93 98 37 100 103 44 14 38 43 86 103
ΟΧΗΜΑ 3	103 72 4 25 55 54 26 53 40 103 58 2 21 73 74 22 41 75 103 23 67 39 56 103
ΟΧΗΜΑ 4	102 12 28 27 69 70 30 20 66 102 65 71 35 9 34 78 102 81 33 51 50 1 76 77 102 68 80 24 29 79 3 102

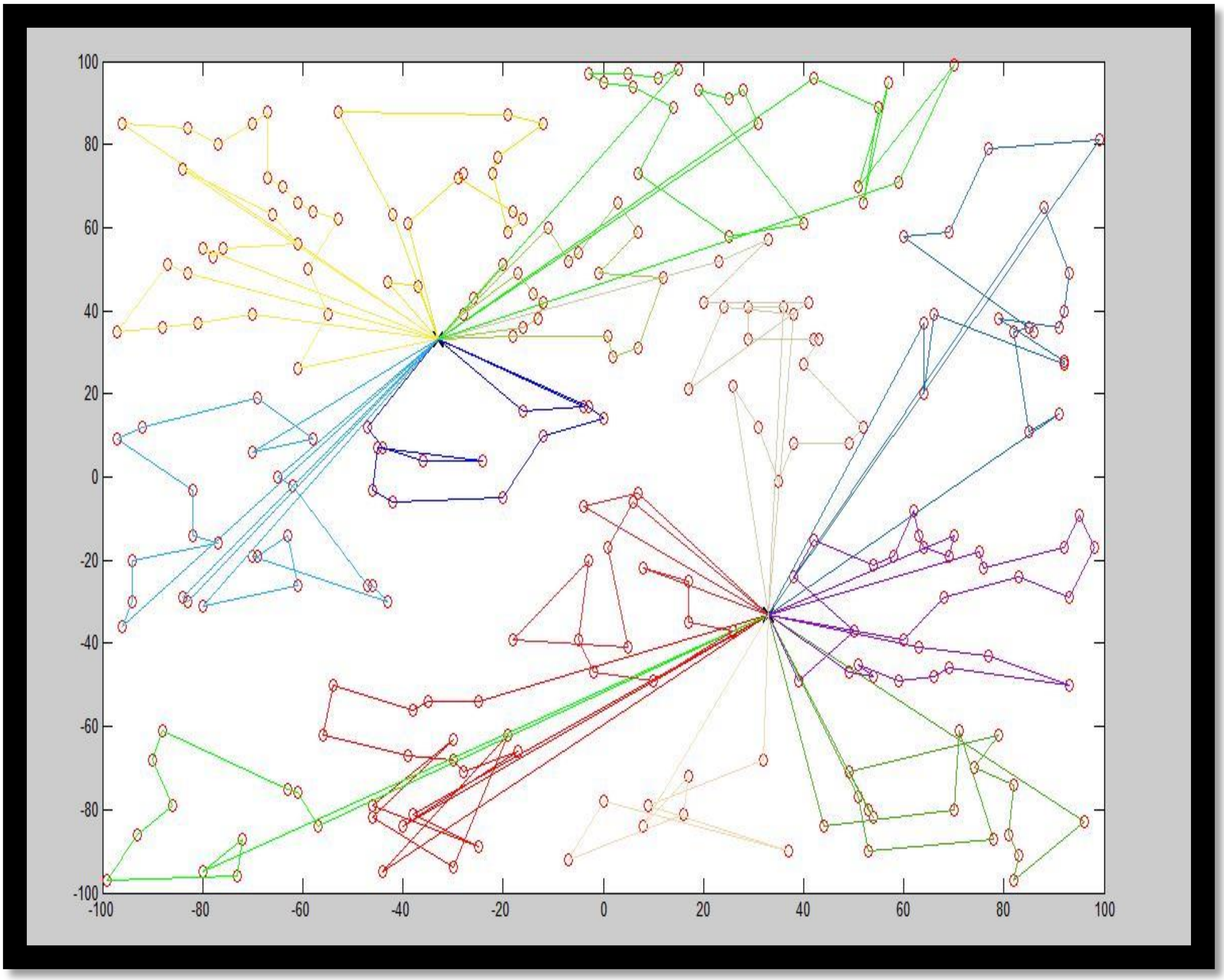
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 8

Εδώ έχουμε 251 κόμβους. Έχουμε 14 οχήματα και 2 αποθήκες. Οι κόμβοι 250 και 251 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 249 στους πελάτες. Θεωρείται ότι όλα τα διαθέσιμα φορτηγά έχουν μέγιστη χωρητικότητα 500.

Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 4437.68. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 4480.45. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{4480.45 - 4437.68}{4480.45} = 0.95\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Το πρόβλημα μας έχει 14 διαδρομές όσα και τα οχήματα. Παρατηρούμε ότι παρόλο που πρόκειται για ένα πολύπλοκο πρόβλημα με αρκετούς πελάτες που το καθιστά αυτόματα και χρονοβόρο, ο αλγόριθμος μας έχει δώσει εξαιρετικά αποτελέσματα πολύ κοντά στο βέλτιστο. Η διαδρομές φαίνονται στον πίνακα :

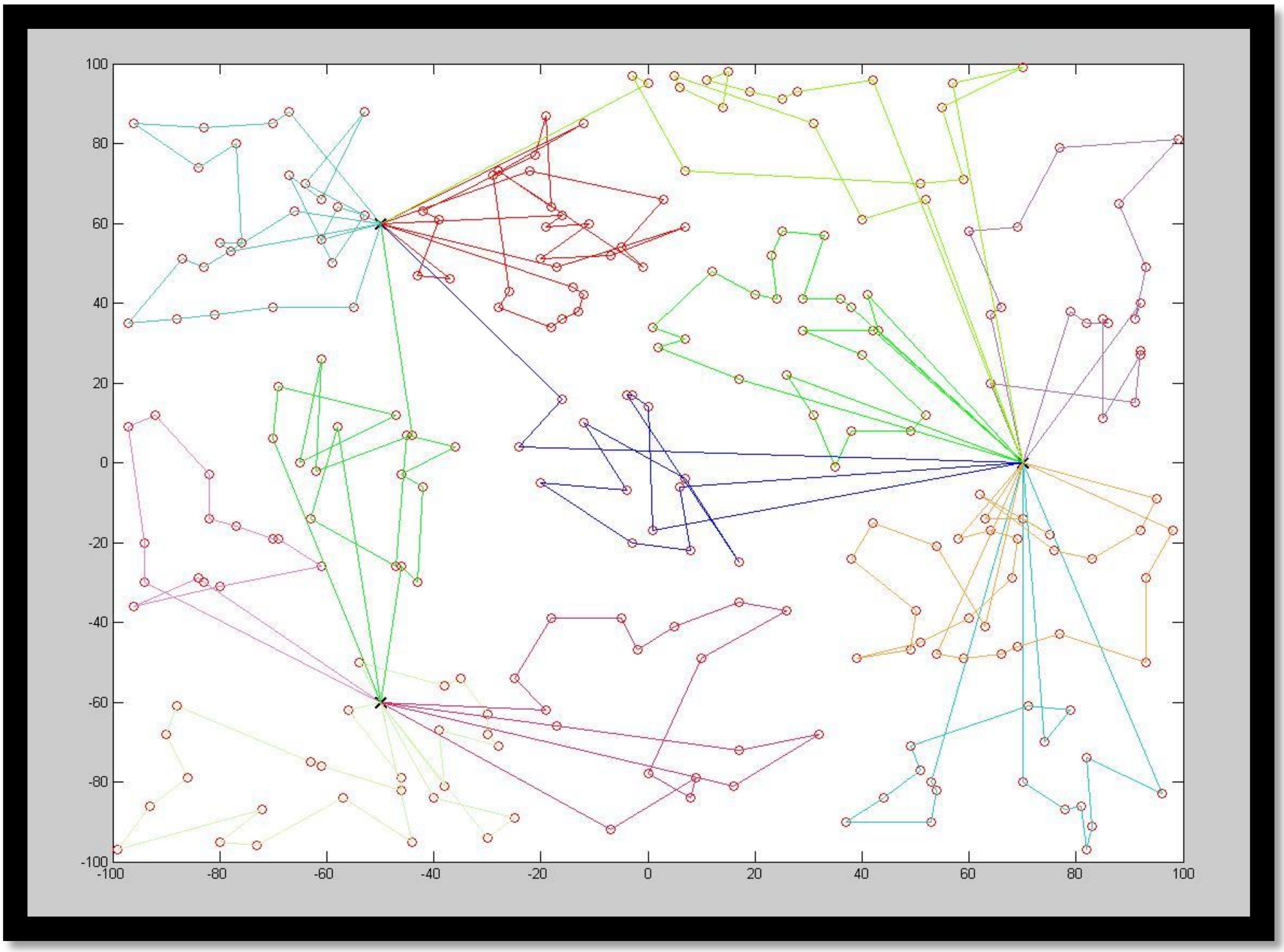
OXHMA 1	251 186 21 138 33 234 209 145 115 4 108 251 244 154 99 100 70 76 81 155 251
OXHMA 2	251 232 142 68 205 31 71 229 1 202 231 139 251
OXHMA 3	250 204 73 96 112 198 207 166 213 8 3 118 250 123 190 250
OXHMA 4	251 243 6 37 165 222 85 169 171 181 52 219 75 251 162 15 16 59 102 136 233 250
OXHMA 5	251 126 104 7 172 74 140 164 160 208 246 25 141 251 215 116 251
OXHMA 6	251 178 92 227 20 109 67 51 147 159 251 134 158 60 110 29 41 210 97 105 132 251
OXHMA 7	250 193 57 203 11 241 235 214 131 10 238 13 101 250 125 64 250
OXHMA 8	250 177 237 62 249 157 163 224 82 250 225 43 223 242 38 122 39 84 135 146 69 250
OXHMA 9	250 103 113 194 42 197 80 66 56 176 226 168 47 55 175 250 17 24 32 40 78 127201 250
OXHMA 10	251 247 149 86 151 88 50 77 144 218 184 251 239 245 91 94 119 192 251
OXHMA 11	251 180 216 63 46 93 187 212 45 161 251 179 128 14 107 240 117 98 143 174 251 196 48 23 236 111 120 22 44 199 200 152 251
OXHMA 12	251 34 28 182 87 188 35 95 156 251
OXHMA 13	250 106 121 248 89 167 153 9 26 148 114 2 195 27 250 217 83 206 65 220 36 250150 183 58 170 230 189 250
OXHMA 14	250 211 79 191 5 133 72 185 19 30 18 250 137 54 173 228 53 124 49 12 130 129221 250 61 90 250

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 9

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 252 κόμβοι. Έχουμε 12 οχήματα και 3 αποθήκες. Οι κόμβοι 250, 251 και 252 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 249 στους πελάτες. Η μέγιστη χωρητικότητα των φορτηγών είναι 500. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 3900.22. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 3923.08. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{3923.08 - 3900.22}{3900.22} = 0.59\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Η λύση του αλγορίθμου μας με τις 12 διαδρομές που φαίνονται παραπάνω παρουσιάζονται στον πίνακα :

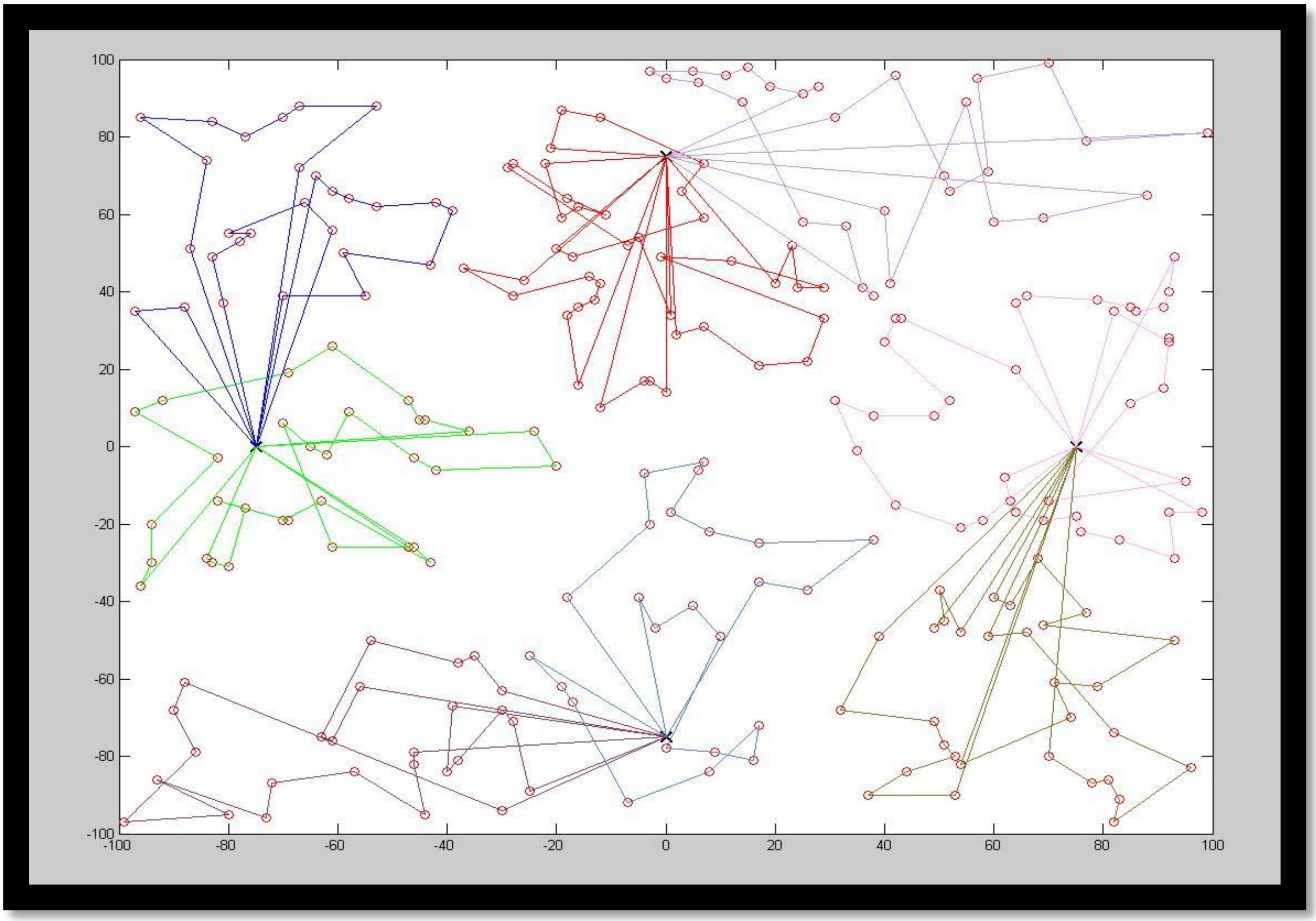
ΟΧΗΜΑ 1	251 64 125 193 101 131 238 11 57 122 223 242 214 251 10 203 2 69 177 237 62 249 251 157 38 43 82 225 235 241 251
ΟΧΗΜΑ 2	250 162 75 219 136 176 233 15 102 39 146 84 135 16 250 243 6 37 165 222 85 169 52181 250 171 59 250
ΟΧΗΜΑ 3	250 126 141 74 213 215 8 116 25 123 118 3 104 250 112 190 2
ΟΧΗΜΑ 4	252 155 232 202 139 231 1 229 71 31 205 68 142 70 99 234 252 33 138 21 100 145 115 209 244 252 108 154 76 252
ΟΧΗΜΑ 5	252 90 61 221 211 79 5 133 12 49 124 228 53 130 129 252
ΟΧΗΜΑ 6	250 50 77 91 144 192 239 35 119 218 184 250 245 94 151 149 86 88 247 250
ΟΧΗΜΑ 7	252 81 186 172 140 164 7 246 208 160 188 34 95 87 252 4 28 156 182 252
ΟΧΗΜΑ 8	250 60 110 158 134 159 147 51 67 97 132 250 105 178 41 210 92 20 109 227 29 250
ΟΧΗΜΑ 9	252 185 72 166 207 96 198 19 191 54 252 137 173 204 18 27 30 73 251
ΟΧΗΜΑ 10	251 195 217 83 206 65 220 36 230 251 183 150 58 248 189 106 121 89 167 251 9 13 26153 2 114 148 170 251
ΟΧΗΜΑ 11	250 32 226 175 194 80 66 103 113 168 47 55 17 250 40 127 24 201 78 56 42 197 251
ΟΧΗΜΑ 12	250 120 23 48 128 179 63 152 180 200 199 44 22 161 250 216 46 93 187 45 212 107 240250 117 98 14 143 111 174 196 236 250

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 10

Στο 10^{ο} παράδειγμα υπάρχουν 253 κόμβοι. Έχουμε 8 οχήματα και 4 αποθήκες. Οι κόμβοι 250, 251, 252 και 253 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 249 στους πελάτες. Η μέγιστη χωρητικότητα των φορτηγών είναι 500. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 3663.02. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 3732.54. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{3732.54 - 3663.02}{3663.02} = 1.89\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Όπως και προηγουμένως η λύση μας αποτελείται από τόσες διαδρομές όσες και τα οχήματα μας δηλαδή 8 οι οποίες παρουσιάζονται παρακάτω :

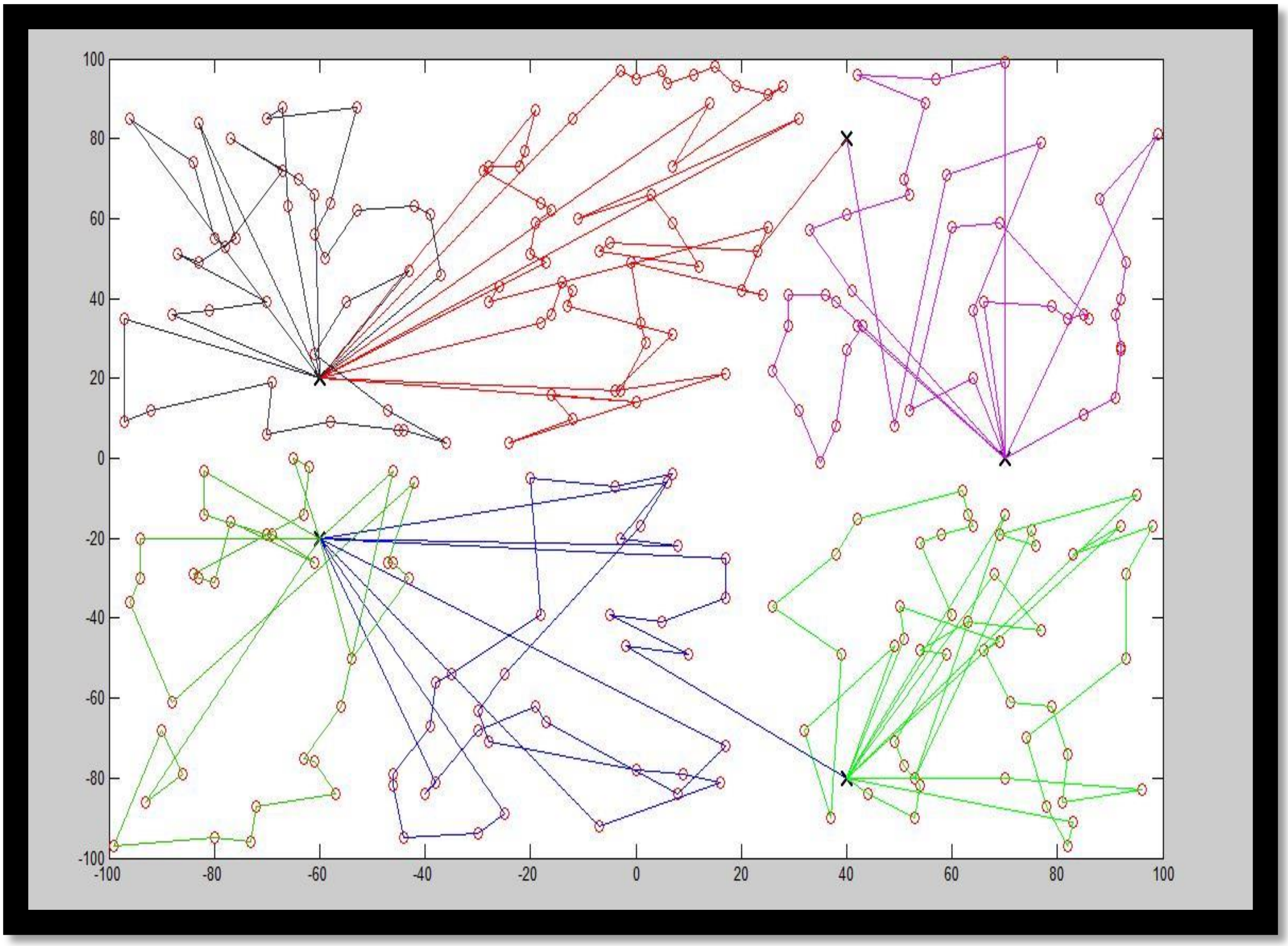
ΟΧΗΜΑ 1	251 190 69 177 237 62 249 163 64 224 251 82 157 38 242 56 10 238 131 251 214 235 241225 11 57 203 43 223 146 251 102 233 15 219 39 122 52 243 16 84 135 251 3 118 123 8 251
ΟΧΗΜΑ 2	252 112 213 166 207 54 30 18 137 79 19 252 185 72 191 133 5 49 12 211 90 61 252 252 83 36 183 58 150 230 170 252 217 195 2 125 193 101 114 148 26 9 252 153 13 167 221 129 130 124 53 228 173 27 204 198 73 96 252
ΟΧΗΜΑ 3	252 83 36 183 58 150 230 170 252 217 195 2 125 193 101 114 148 26 9 252 153 13 16789 248 121 106 189 220 252 65 206 252
ΟΧΗΜΑ 4	251 162 75 136 176 66 80 197 42 194 113 103 168 47 55 251 175 17 78 32 201 40 127147 159 251 134 51 67 24 59 226 251
ΟΧΗΜΑ 5	253 99 70 155 232 231 202 229 139 1 71 31 205 76 253 154 115 145 244 108 209 253 100 21 138 33 68 142 234 253
ΟΧΗΜΑ 6	250 105 171 181 169 85 222 165 6 37 44 22 120 250 111 236 23 48 174 143 14 107 98240 250 117 196 92 178 41 210 227 250 158 60 110 109 20 29 97 132 250
ΟΧΗΜΑ 7	253 186 81 4 87 34 28 182 95 188 160 7 164 140 253 246 208 199 25 141 104 126 116 215 74 172 253
ΟΧΗΜΑ 8	250 179 161 128 45 187 212 77 91 50 218 250 245 94 151 86 149 247 88 93 46 250 11935 239 184 192 144 156 152 250 180 63 200 216 250

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 11

Στο παράδειγμα μας υπάρχουν 254κόμβοι.Έχουμε 6 οχήματα και 5 αποθήκες. Οι κόμβοι 250, 251, 252, 253 και 254 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 249 στους πελάτες. Η μέγιστη χωρητικότητα των φορτηγών είναι 500. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 3554.18. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 3624.71. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{3624.71 - 3554.18}{3554.18} = 1.98\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Η λύση μας αποτελείται από τις ακόλουθες 6 διαδρομές :

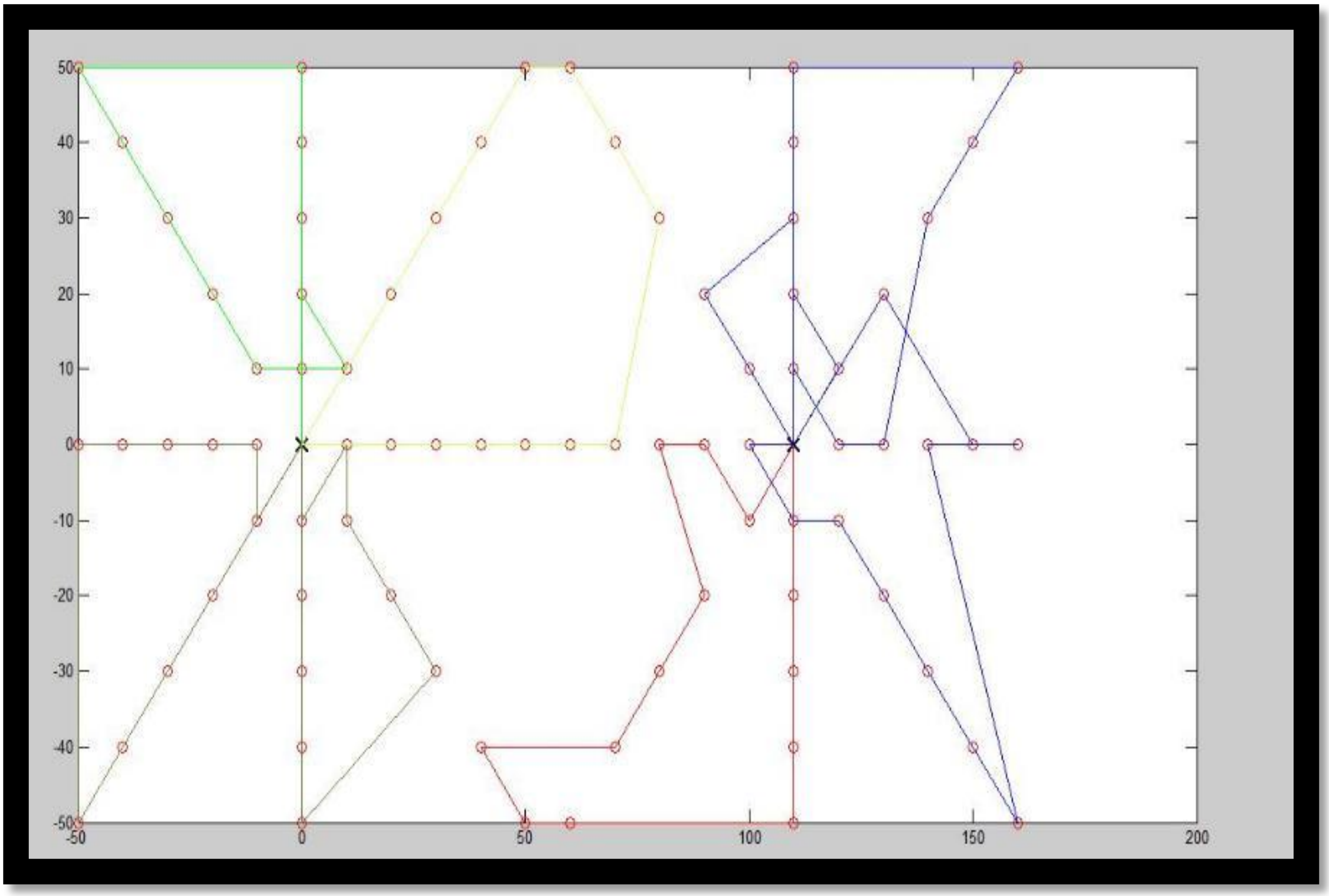
ΟΧΗΜΑ 1	253 69 177 249 62 237 84 123 16 112 8 190 3 253 118 135 146 12215 102 176 163 224 253 157 82 235 241 11 203 57 214 131 238 253 10 42 197 194 80 113 103 168 47 55 56 66 253 175 225 242 38 39 43 223 233 251
ΟΧΗΜΑ 2	252 239 119 218 192 144 46 216 161 45 128 252 179 22 120 23 236 111 44 199 208 152 35 156 180 252 63200 187 93 91 77 88 151 247 245252 86 149 94 50 212 107 240 14 98 252 117 48 143 174 184 196 252
ΟΧΗΜΑ 3	254 126 104 186 100 115 188 95 182 87 254 28 34 4 81 145 108 244254 154 76 155 70 99 209 138 21 172 213 215 116 74 141 254 25 2467 140 160 164 252
ΟΧΗΜΑ 4	253 65 53 228 173 137 54 198 7396 204 27 195 125 253 64 193 101114 2 170 148 13 89 167 230 25326 9 248 153 183 150 189 106 253 121 58 36 220 217 83 206 253
ΟΧΗΜΑ 5	250 181 171 169 165 37 6 243 52219 75 162 250 59 136 226 32 7824 17 40 127 250 159 134 158 60110 41 210 178 92 250 97 29 227 20 109 51 67 85 105 250 132 147 201 222 251
ΟΧΗΜΑ 6	254 33 72 185 19 166 205 221 129 130 254 124 49 133 5 79 12 21190 61 191 30 18 254 207 234 68142 232 231 202 139 1 31 71 229 254

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 12

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 82 κόμβοι. Έχουμε 5 οχήματα και 2 αποθήκες. Οι κόμβοι 81 και 82 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 80 στους πελάτες. Θεωρείται ότι όλα τα διαθέσιμα φορτηγά έχουν ίδια χωρητικότητα ίση με 60. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 1318.95. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 1358.71. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{1358.71 - 1318.95}{1318.95} = 3.01\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Και εδώ έχουμε 5 διαδρομές οι οποίες είναι:

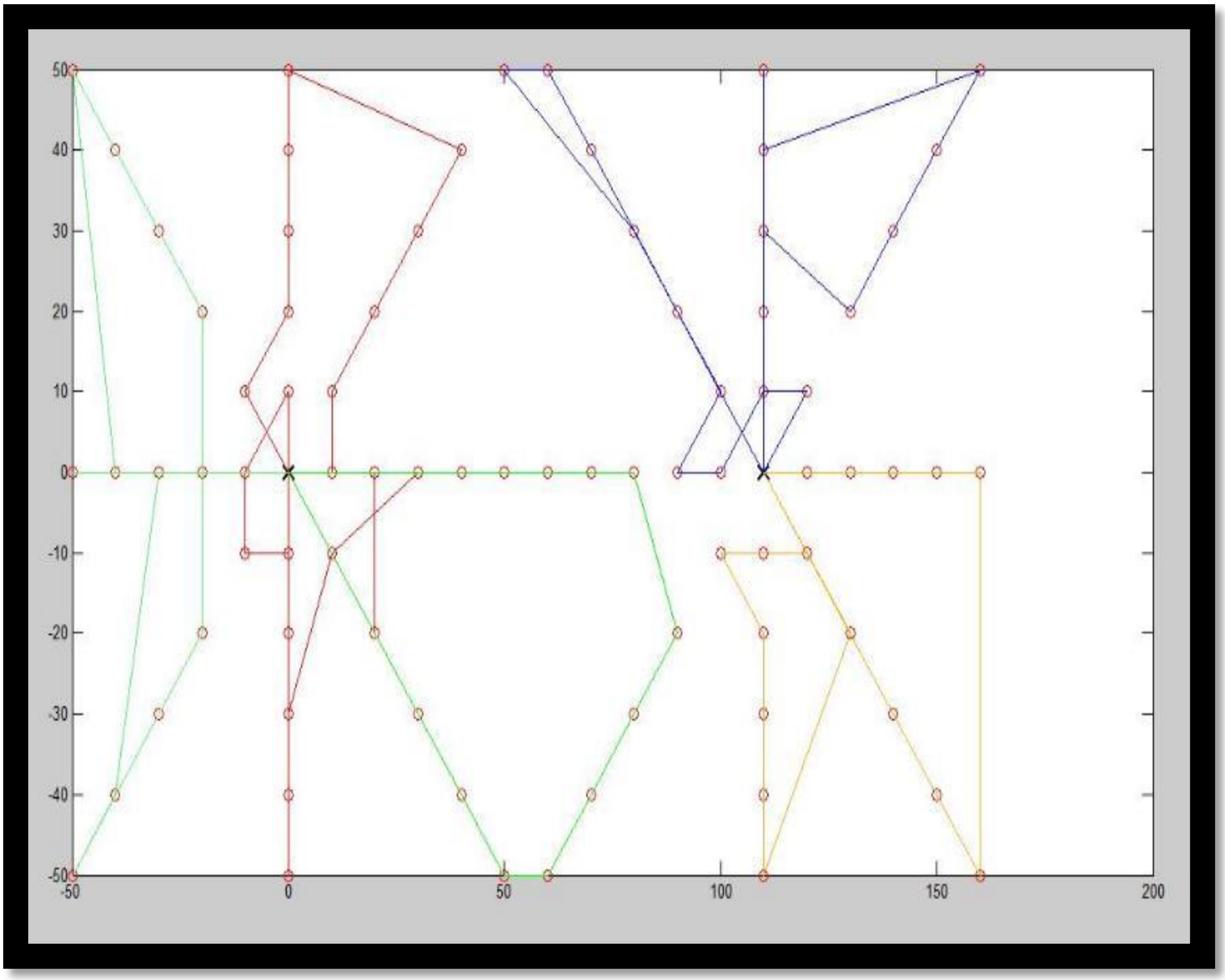
ΟΧΗΜΑ 1	82 41 50 58 49 57 65 30 38 73 76 68 60 52 82
ΟΧΗΜΑ 2	81 13 8 5 3 11 19 27 35 37 29 21 81
ΟΧΗΜΑ 3	82 42 44 46 54 62 70 78 63 79 71 56 82 48 53 45 4755 64 72 80 77 82 69 61 51 43 82
ΟΧΗΜΑ 4	81 12 20 28 36 22 14 6 7 4 81 1 2 10 18 26 3433 25 17 9 81
ΟΧΗΜΑ 5	81 15 23 31 39 74 66 59 67 75 40 32 24 16 81

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 13

Και εδώ υπάρχουν 82 κόμβοι. Έχουμε 5οχήματα και 2 αποθήκες. Οι κόμβοι 81 και 82 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 80 στους πελάτες. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 1318.95. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 1344.31. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{1344.31 - 1318.95}{1318.95} = 1.92\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Και εδώ έχουμε 5 διαδρομές οι οποίες είναι:

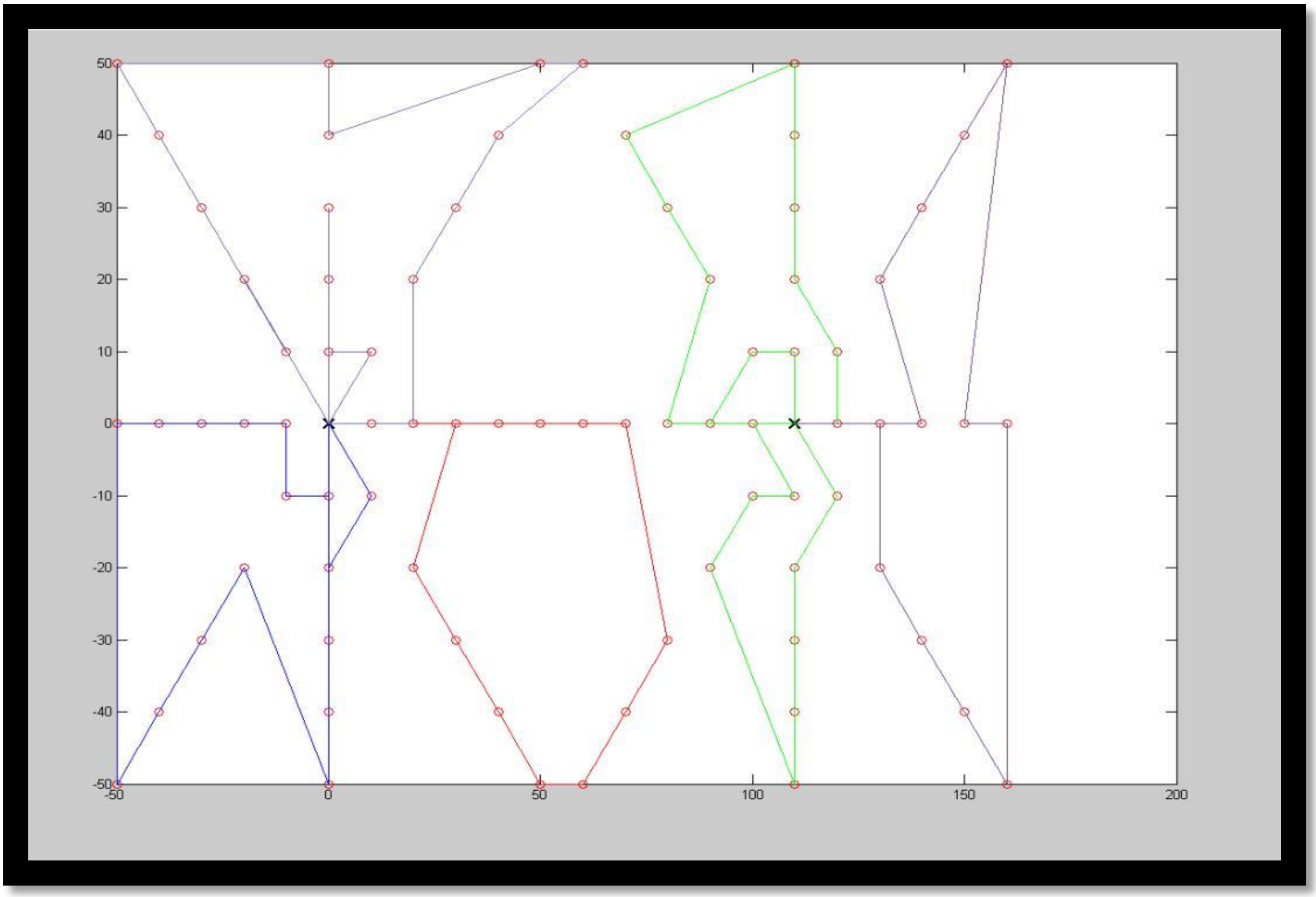
ΟΧΗΜΑ 1	81 7 8 16 24 32 37 29 21 13 3 81 5 2 1 4 1281 14 15 23 6 20 28 36 81
ΟΧΗΜΑ 2	81 31 39 74 66 58 49 57 65 73 38 30 22 81 0 0 0
ΟΧΗΜΑ 3	82 48 45 42 50 43 51 67 75 40 59 82 53 61 56 64 72 80 69 77 82
ΟΧΗΜΑ 4	81 18 25 33 17 9 10 11 19 27 35 26 34 81 0 0 0
ΟΧΗΜΑ 5	82 54 76 68 60 52 41 44 46 82 47 55 63 71 79 78 62 70 82

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 14

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 82 κόμβοι. Έχουμε 5 οχήματα και 2 αποθήκες. Οι κόμβοι 81 και 82 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 80 στους πελάτες. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 1369.12. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 1384.79. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{1384.79 - 1369.12}{1369.12} = 1.14\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Οι 5 διαδρομές από τις οποίες αποτελείται η λύση μας είναι οι :

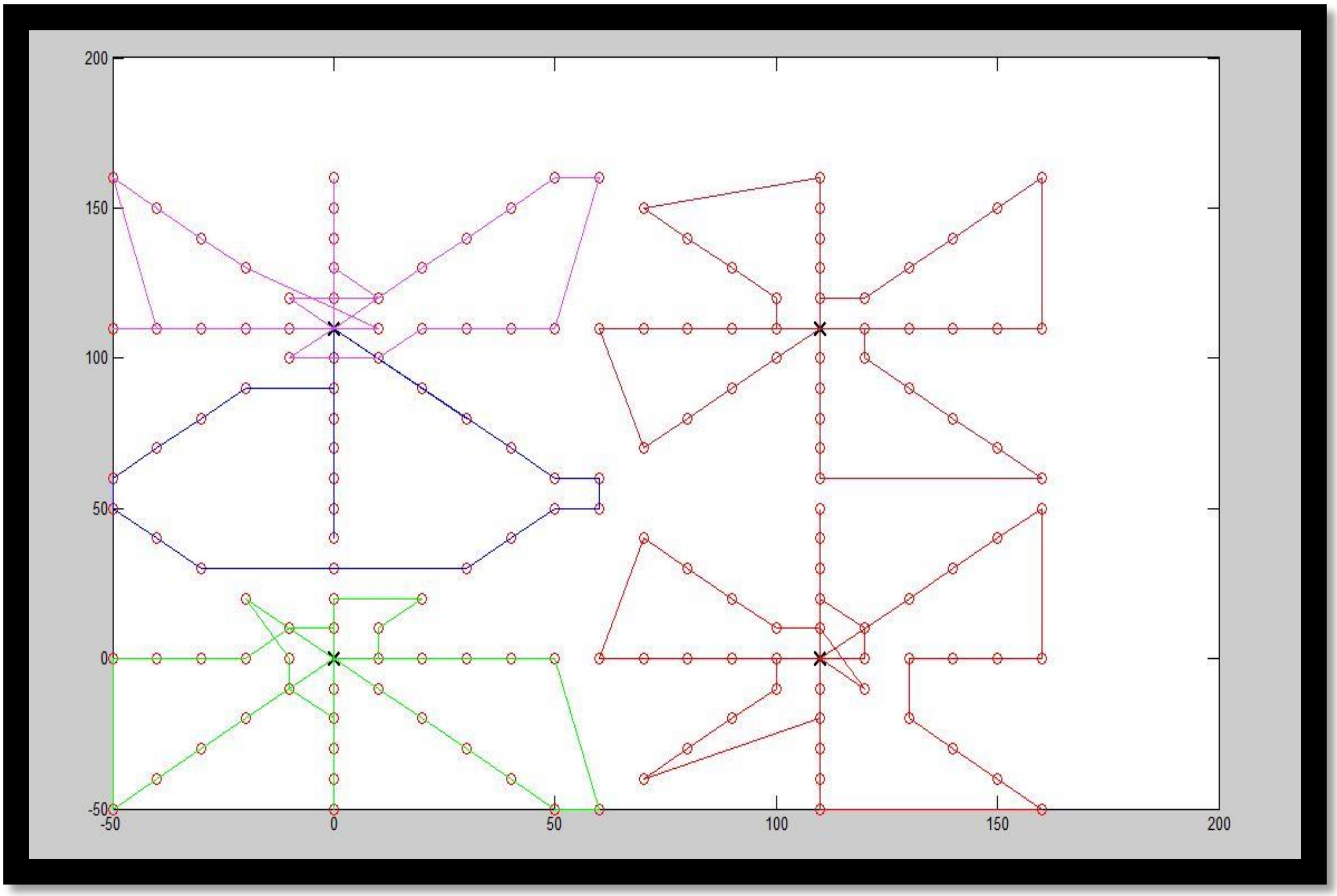
ΟΧΗΜΑ 1	81 23 14 22 30 38 73 65 57 66 74 39 31 81
ΟΧΗΜΑ 2	82 42 44 41 49 76 68 60 52 46 82 47 48 53 61 69 77 67 59 51 5882 50 43 45 82
ΟΧΗΜΑ 3	81 4 1 2 10 18 26 34 33 25 17 9 36 28 81 20 12 6 81
ΟΧΗΜΑ 4	82 55 54 62 70 78 79 71 80 72 64 56 63 82
ΟΧΗΜΑ 5	81 11 3 19 27 35 37 29 40 75 32 24 16 15 7 81 8 5 13 21 81

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 15

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 164 κόμβοι. Έχουμε 5 οχήματα και 4 αποθήκες. Οι κόμβοι 161, 162, 163 και 164 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 160 στους πελάτες. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 2505.42. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 2540.91. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{2540.91 - 2505.42}{2505.42} = 1.42\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Οι διαδρομές της λύσης μας παρουσιάζονται στον πίνακα:

ΟΧΗΜΑ 1	162 56 64 72 80 79 71 63 55 54 62 70 78 76 68 60 44 162 52 65 57 49 41 42 50 58 66 162 74 67 59 51 43 45 46 162 47 48 53 61 69 77 162
ΟΧΗΜΑ 2	161 31 23 15 7 8 16 13 161 5 3 10 18 26 34 33 25 17 9 161 11 21 12 4 20 28 36 161 6 14 22 30 38 73 39 161
ΟΧΗΜΑ 3	164 150 158 113 75 40 32 24 21 19 27 35 153 145 137 129 132 140 148 156 29 37164 134 142 164
ΟΧΗΜΑ 4	163 84 92 100 108 116 118 110 102 94 86 87 163 95 103 111 119 120 112 104 96 88 85 163 93 101 109 117 107 99 91 83 82 163 90 98 106 114 105 97 89 81 163
ΟΧΗΜΑ 5	164 136 144 152 160 115 159 151 143 135 126 124 121 164 122 130 138 154 146 155 147 139 131 127 164 123 125 128 133 141 149 157 164

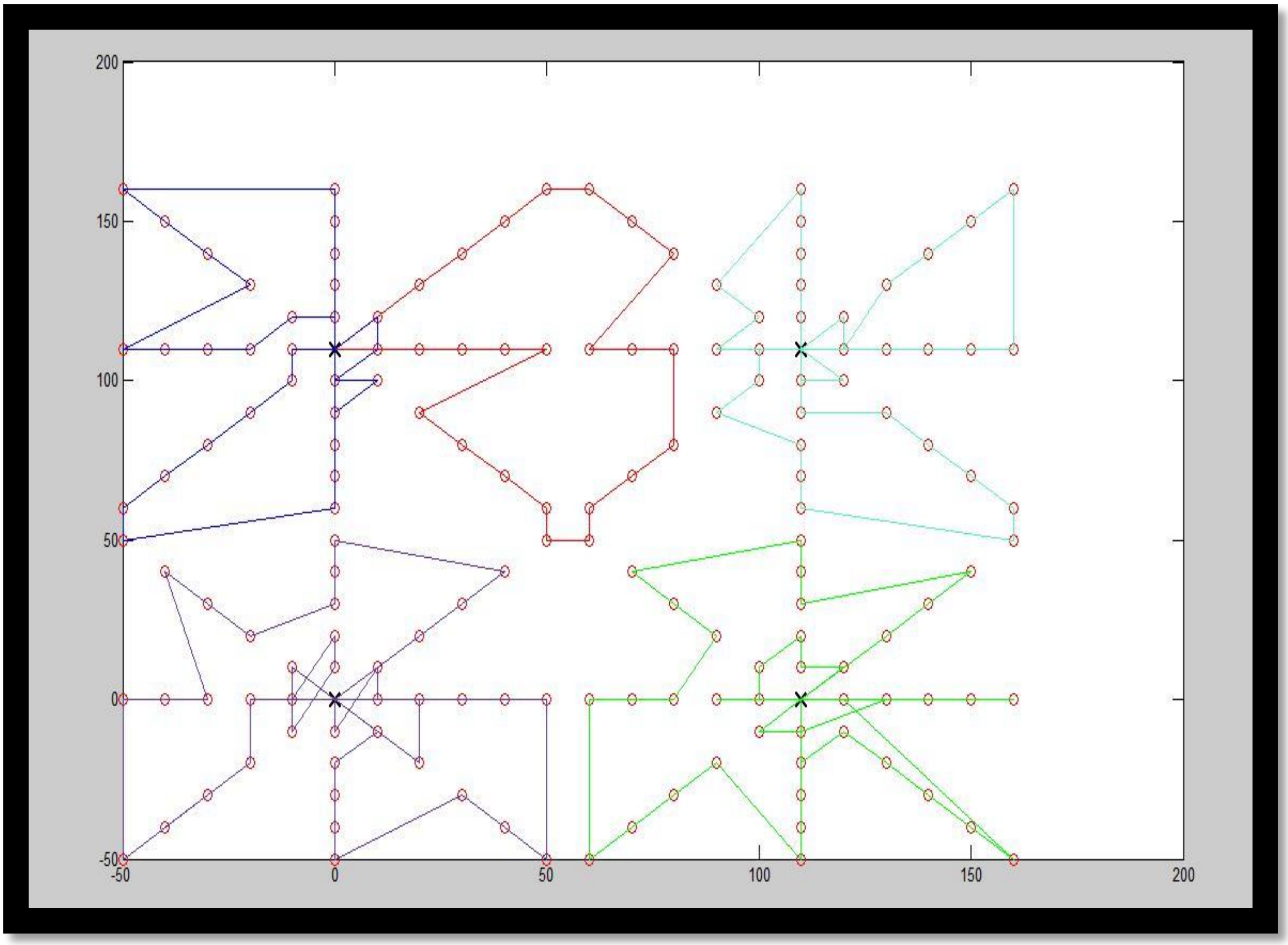
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 16

Εδώ οι κόμβοι είναι 164. Έχουμε 5 οχήματα και 4 αποθήκες. Οι κόμβοι 161, 162, 163 και 164 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 160 στους πελάτες. Η μέγιστη χωρητικότητα των φορτηγών είναι 60.

Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 2572.42. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 2651.90. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{2651.90 - 2572.42}{2572.42} = 3.09\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Οι 5 διαδρομές είναι οι εξής

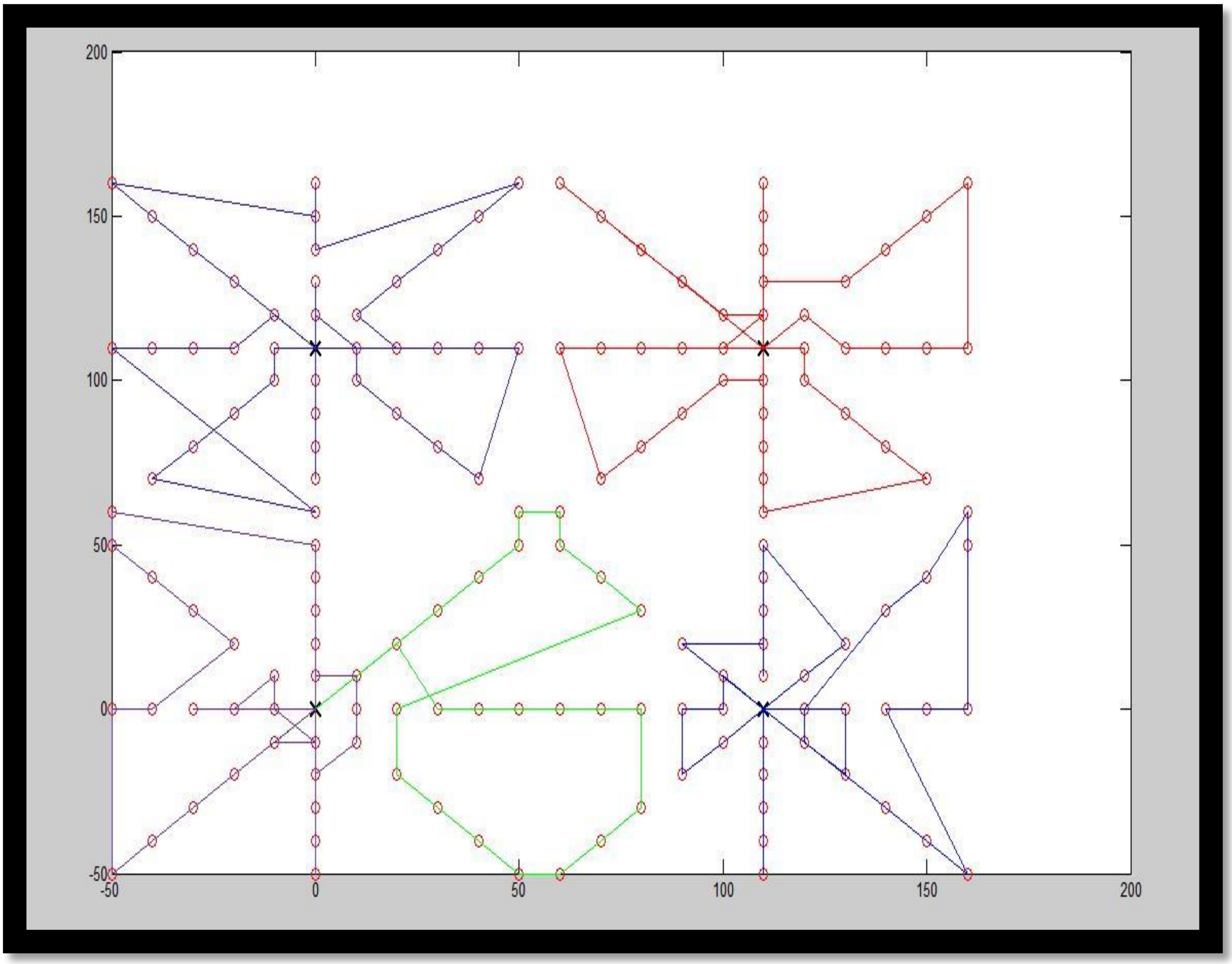
ΟΧΗΜΑ 1	164 136 144 152 160 115 107 99 114 106 98 97 105113 75 40 158 150 142 134 159 151 143 135 164
ΟΧΗΜΑ 2	162 50 42 43 53 45 48 162 56 64 72 61 6977 67 59 51 58 66 74 73 65 57 49 76 68 162 60 52 46 54 62 70 78 47 162 41 44 55 63 71 79 162
ΟΧΗΜΑ 3	164 125 123 130 138 146 154 131 139 147 155 157 149141 133 164 128 127 124 126 132 140 164 148 156 35 153 145 137 129 121 122 164
ΟΧΗΜΑ 4	` 161 16 24 32 37 29 21 11 19 27 18 26 3433 17 25 9 10 161 2 13 5 1 3 161 4 8 7 15 14 161 6 12 20 28 36 22 30 38 39 31 23 161
ΟΧΗΜΑ 5	163 92 94 102 110 118 80 116 108 100 89 81 82163 90 83 91 117 109 101 93 85 163 88 87 96 104 112 120 119 111 103 95 163 86 84 163

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 17

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 164 κόμβοι. Έχουμε 5 οχήματα και 4 αποθήκες. Οι κόμβοι 161, 162, 163 και 164 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 160 στους πελάτες. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 2709.09. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 2747.7. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{2747.7 - 2709.09}{2709.09} = 1.42\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Οι 5 διαδρομές είναι οι εξής :

ΟΧΗΜΑ 1	163 117 109 101 93 96 104 112 120 119 111 103 9588 163 87 86 94 102 110 116 108 100 92 163 84 81 89 97 105 114 106 98 90 163 82 85 83 91 99 107 115 163
ΟΧΗΜΑ 2	161 16 23 31 39 74 66 58 57 65 73 38 3022 14 15 59 67 75 113 158 40 32 24 161
ΟΧΗΜΑ 3	162 62 70 78 63 71 79 80 118 72 64 47 4654 55 162 48 56 77 69 61 45 53 51 162 43 42 50 49 41 162 44 52 60 68 76 162
ΟΧΗΜΑ 4	161 18 10 3 2 4 1 161 9 17 25 33 3426 11 19 27 35 153 37 29 21 13 161 5 8 7 6 12 20 161 28 36 161
ΟΧΗΜΑ 5	164 122 121 129 137 145 156 154 146 138 130 123 164 131 139 147 155 149 157 141 160 152 144 136 128 135 164 143 151 159 150 142 134 126 127 125 164 133 124 132 140 148 164

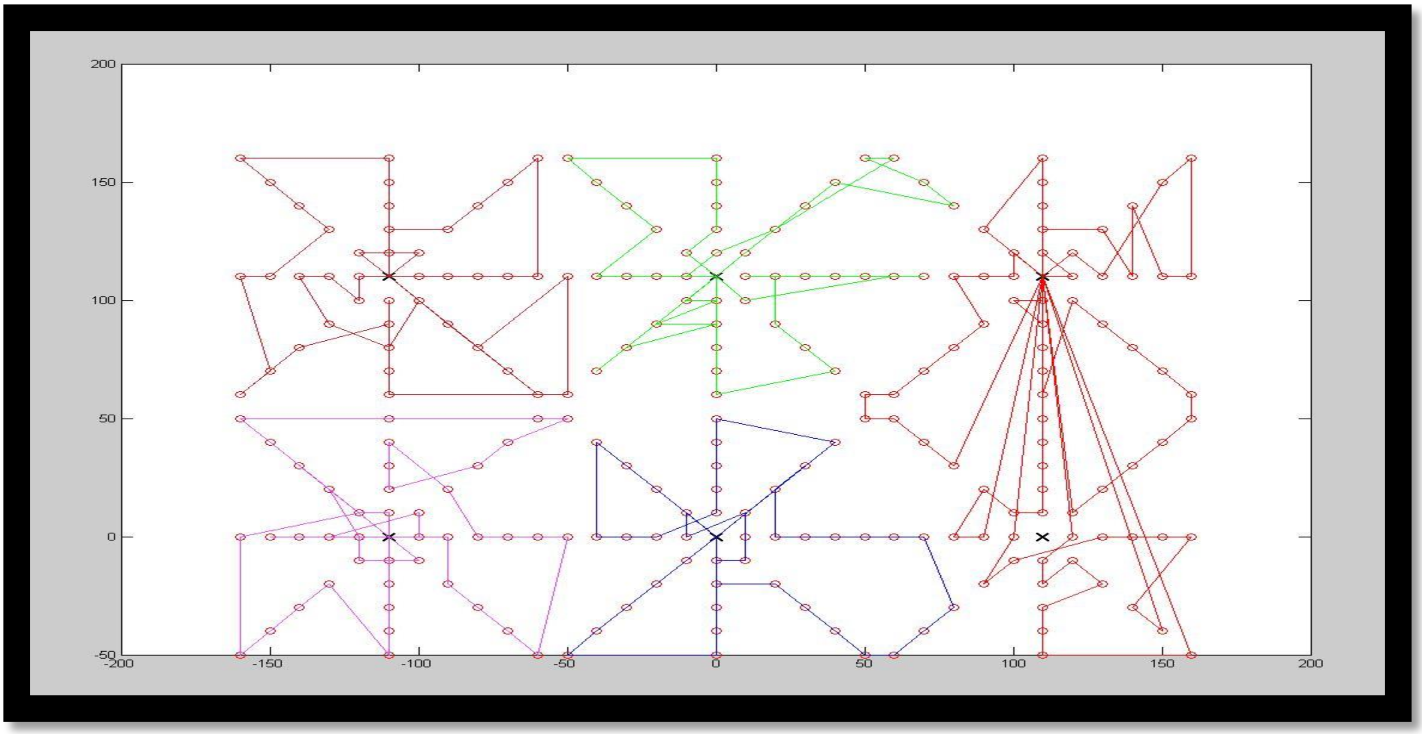
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 18

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 246 κόμβοι. Έχουμε 5 οχήματα και 6 αποθήκες. Οι κόμβοι 241, 242, 243, 244, 245 και 246 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 240 στους πελάτες. Θεωρούμε ότι τα διαθέσιμα φορτηγά έχουν ίδια χωρητικότητα ίση με 60.

Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 3702.85. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 3764.79. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{3764.79 - 3702.85}{3702.85} = 1.67\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Οι 5 διαδρομές που πραγματοποιούν τα 5 οχήματα του προβλήματος είναι οι εξής :

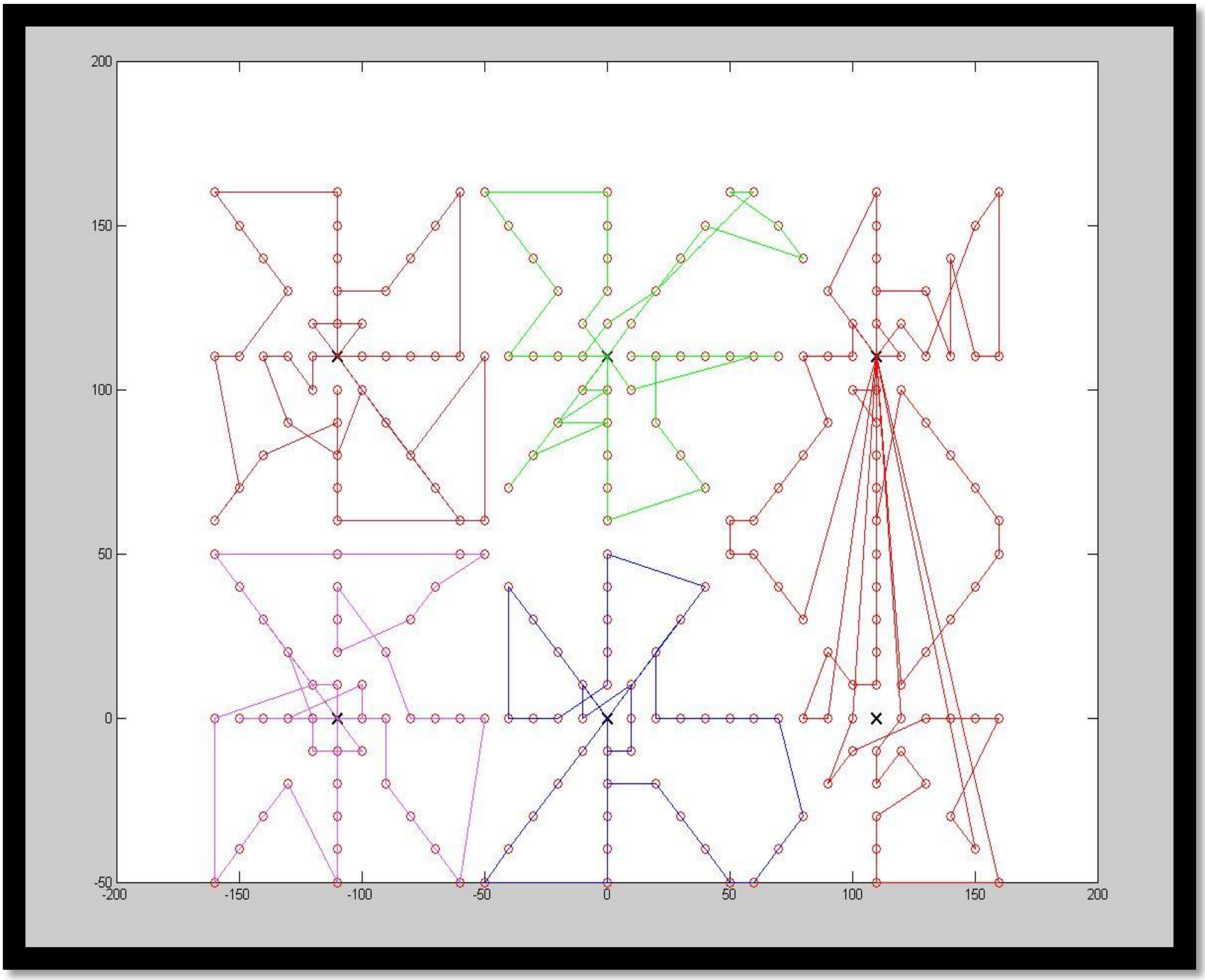
ΟΧΗΜΑ 1	243 109 101 93 96 103 104 111 119 120 112 95 88 243 87 85 84 81 92 100 243 77 108 116 86 94 102 110 118 80 72 64 56 48 243 47 44 52 46 54 60 68 76 78 243 70 62 79 71 63 55 41 49 42 243 50 58 51 43 45 53 61 69 243 59 67 75 40 158 113 105 97 89 98 90 82 83 243 91 117 243
ΟΧΗΜΑ 2	244 140 148 156 150 142 134 135 127 143 151 106 159 114 126 244 128 144 152 99 107 160 115136 125 122 244 123 133 141 149 157 155 147 139 131 146 138 130 244 121 124 129 132 137 145 244
ΟΧΗΜΑ 3	241 4 6 7 8 2 3 241 11 19 27 26 18 10 5 13 21 29 37 32 241 24 1615 23 31 39 74 66 57 65 73 38 30 22 14 12 241 20 28 36 33 25 17 9 1 241
ΟΧΗΜΑ 4	245 162 161 170 178 169 180 166 198 190 174 245 182 154 153 196 188 164 172 177 193 185 194 186 171 179 187 195 197 189 245 181 173 176 184 192 200 199 191 183 175 167 245 168 165 163 245
ΟΧΗΜΑ 5	246 215 214 222 230 238 34 239 231 223 216 229 221 213 224 232 35 240 237 235 227 246 219 211 202 201 204 206 246 212 220 228 236 209 217 225 233 234 203 205 246 207 208 210 218 226 246

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 19

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 246 κόμβοι. Έχουμε 5 οχήματα και 6 αποθήκες. Οι κόμβοι 241, 242, 243, 244, 245 και 246 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 240 στους πελάτες. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 3827.06. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 3964.79. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{3964.79 - 3827.06}{3827.06} = 3.59\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Οι 5 διαδρομές που ακολουθούν τα 5 οχήματα του προβλήματος μας παρουσιάζονται στον πίνακα :

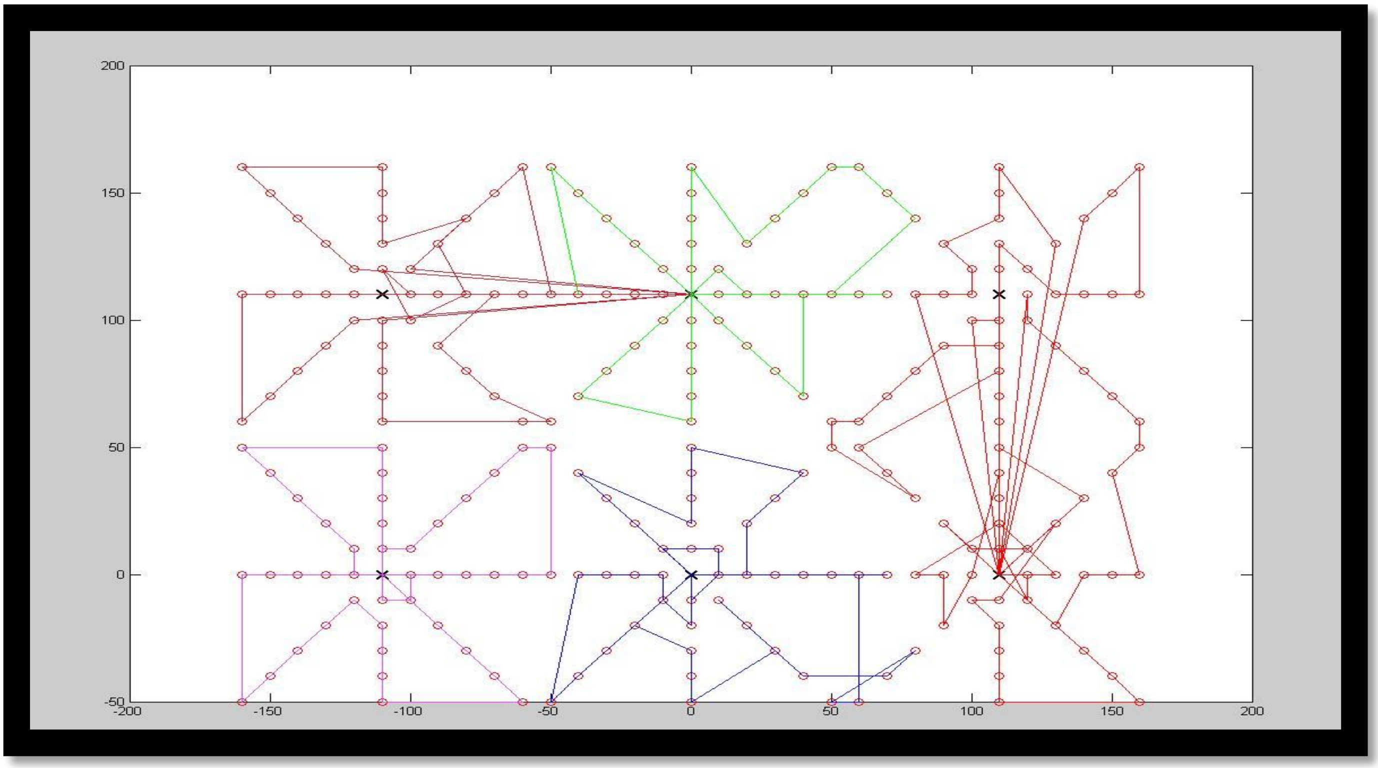
ΟΧΗΜΑ 1	243 109 101 93 96 103 104 111 119 120 112 95 88 243 87 85 84 81 92 100 243 77 108 116 86 94 102 110 118 80 72 64 56 48 243 47 44 52 46 54 60 68 76 78 243 70 62 79 71 63 55 41 49 42 243 50 58 51 43 45 53 61 69 243 59 67 75 40 158 113 105 97 89 98 90 82 83 243 91 117 243
ΟΧΗΜΑ 2	244 140 148 156 150 142 134 135 127 143 151 106 159 114 126 244 128 144 152 99 107 160 115 136 125 122 244 123 133 141 149 157 155 147 139 131 146 138 130 244 121 124 129 132 137 145 244
ΟΧΗΜΑ 3	241 4 6 7 8 2 3 241 11 19 27 26 18 10 5 13 21 29 37 32 241 24 16 15 23 31 39 74 66 57 65 73 38 30 22 14 12 241 20 28 36 33 25 17 9 1 241
ΟΧΗΜΑ 4	245 162 161 170 178 169 180 166 198 190 174 245 182 154 153 196 188 164 172 177 193 185 194 186 171 179 187 195 197 189 245 181 173 176 184 192 200 199 191 183 175 167 245 168 165 163 245
ΟΧΗΜΑ 5	246 215 214 222 230 238 34 239 231 223 216 229 221 213 224 232 35 240 237 235 227 246 219 211 202 201 204 206 246 212 220 228 236 209 217 225 233 234 203 205 246 207 208 210 218 226 246

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 20

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 246 κόμβοι. Έχουμε 5 οχήματα και 6 αποθήκες. Οι κόμβοι 241, 242, 243, 244, 245 και 246 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 240 στους πελάτες. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 4058.07. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 4166.00. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{4166.0 - 4058.07}{4058.07} = 2.66\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Ο πίνακας που δείχνει τις διαδρομές που θα πραγματοποιηθούν είναι ο εξής :

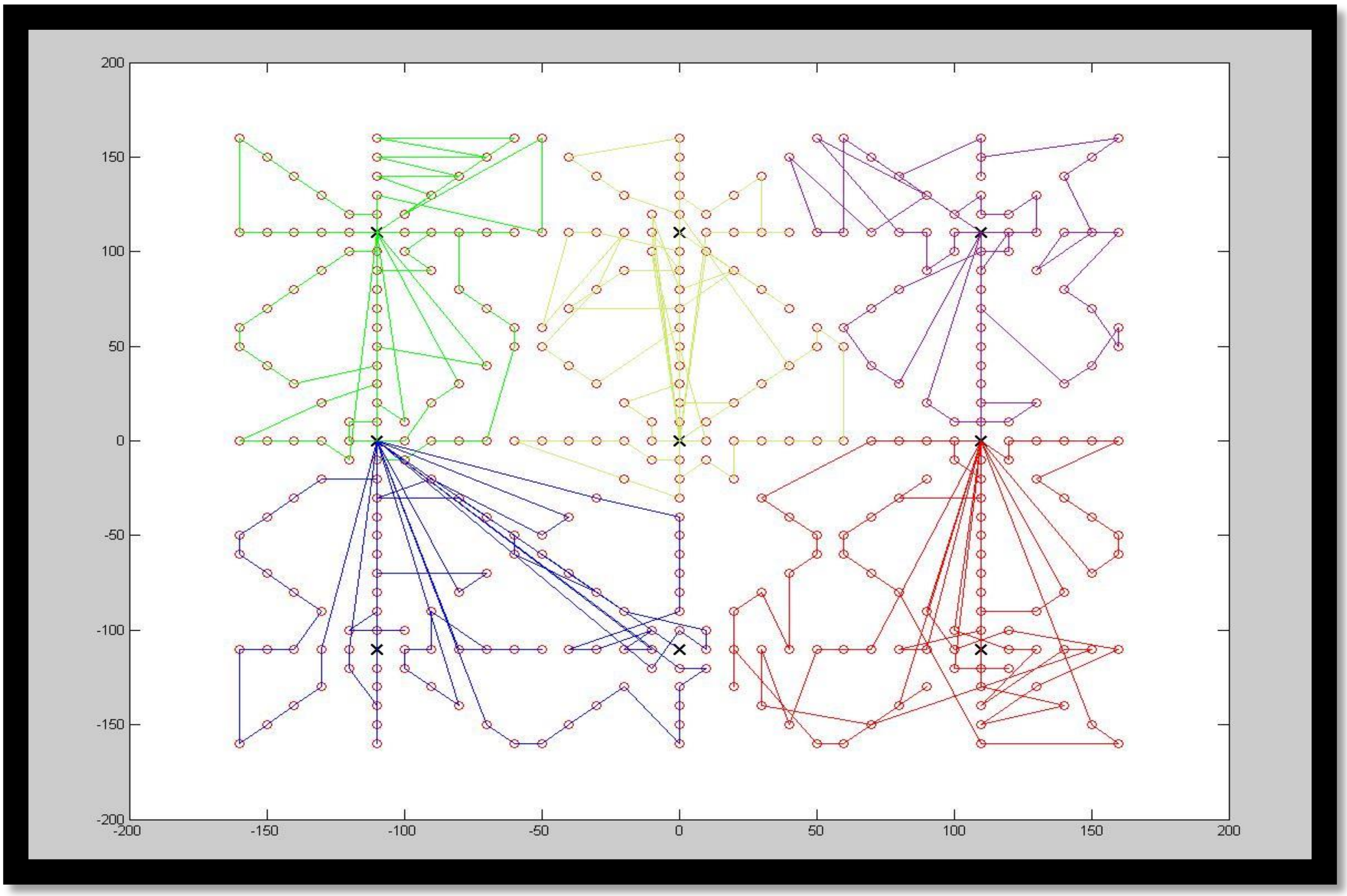
ΟΧΗΜΑ 1	242 51 43 48 45 46 47 242 55 53 58 50 49 42 69 61 116 77 64 242 56 44 41 52 60 68 76 78 70 62 242 54 63 71 79 72 80 118 110 102 94 86 87 242 85 93 88 95 103 111 119 120 112 104 242 96 117 109 101 91 83 82 90 98 242 81 84 92 89 97 105 113 158 40 59 67 75 100 242 108 243
ΟΧΗΜΑ 2	244 125 133 141 149 157 136 144 152 160 115 107 99 159 106 114 127 244 128 135 143 151 150142 134 126 244 124 132 140 148 156 145 137 129 121 244 122 130 138 146 155 147 139 131 123 244
ΟΧΗΜΑ 3	241 23 31 39 66 74 73 38 57 65 30 14 6 22 36 28 20 9 17 241 25 33 26 18 10 2 1 12 241 4 7 8 5 3 241 11 19 27 13 21 29 37 32 24 16 15 241
ΟΧΗΜΑ 4	244 199 154 200 192 176 183 166 165 167 175 244 168 184 173 189 181 197 195187 179 171 163 244 162 170 178 186 194 193 185 177 169 161 244 164 172 180 188 196 198 153 190 182 174 191 245
ΟΧΗΜΑ 5	246 214 222 230 238 236 228 220 212 201 209 217 225 233 234 226 218 246 210202 203 211 219 227 235 237 229 221 246 213 205 208 216 224 232 240 35 34 239 231 223 246 204 206 207 215 246

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 21

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 369 κόμβοι. Έχουμε 5 οχήματα και 9 αποθήκες. Οι κόμβοι 361-369 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 360 στους πελάτες. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 5474.84. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 5617.65. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{5617.65 - 5474.84}{5474.84} = 2.61\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Οι 5 διαδρομές που θα γίνουν από τα οχήματα είναι οι :

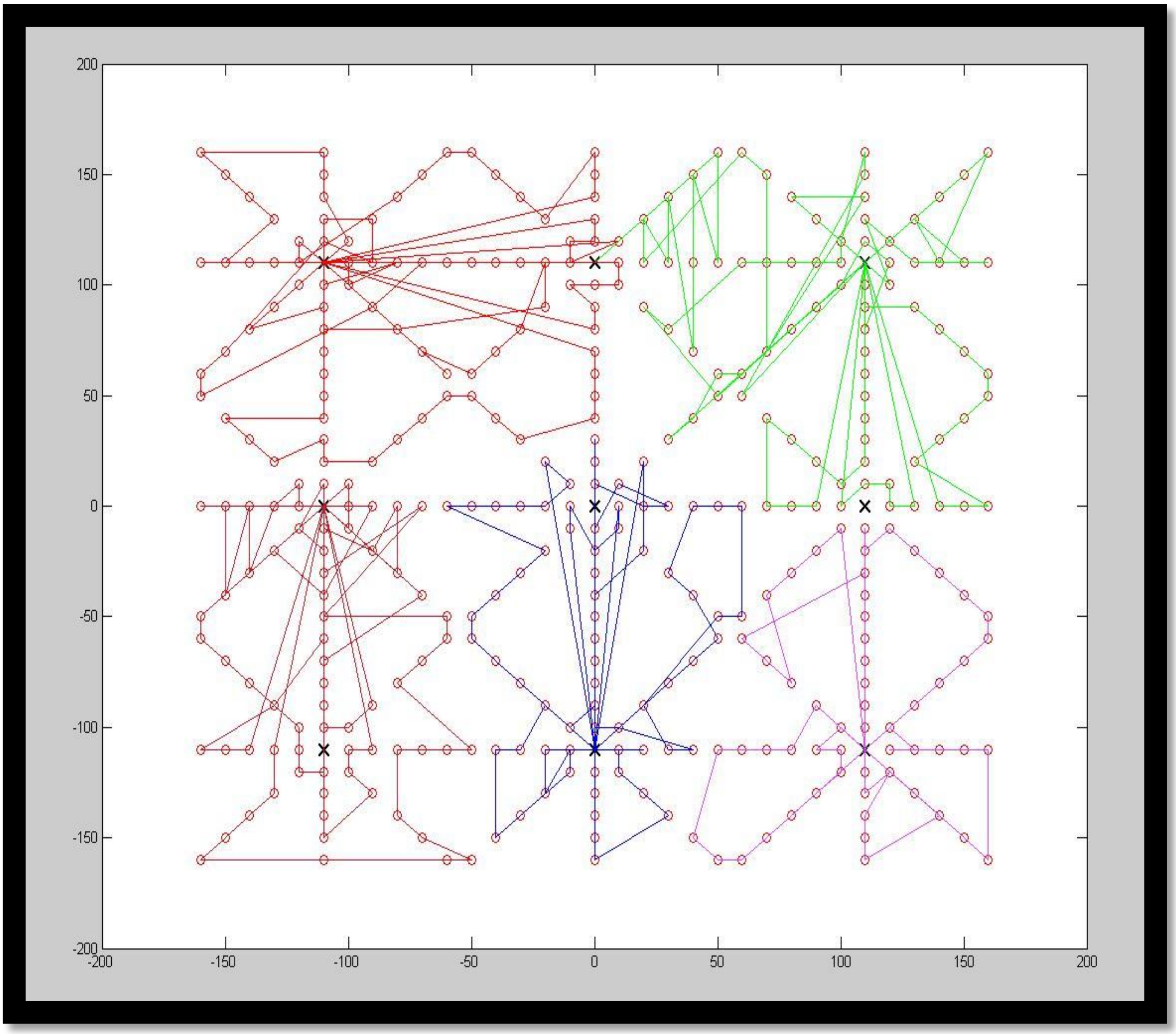
ΟΧΗΜΑ 1	362 50 58 66 22 30 38 320 312 311 304 296 294 295 318 353 329 337 362 346 354 319 310303 302 345 351 343 340 335 327 323 362 332 342 348 334 359 328 322 331 362 330 338 325 324326 321 362 350 358 356 339 347 355 73 65 49 57 60 68 76 357 349 341 333 336 344 362352 360 78 70 62 54 79 71 63 55 47 46 362 44 52 41 42 362
ΟΧΗΜΑ 2	365 199 191 183 182 190 198 240 231 223 215 206 204 365 201 210 218 226 234 211 221 213 208365 205 203 202 207 216 224 365 232 237 164 161 169 177 185 193 235 227 219 229 196 188 180 365 172 174 166 175 167 162 365 170 178 186 194 195 187 179 171 163 165 365 173 154 155 168 176 181 184 189 192 197 200 365
ΟΧΗΜΑ 3	366 212 209 217 225 233 275 267 259 251 258 266 274 273 265 257 249 250 366 244 252 268 276260 241 242 366 245 248 243 253 261 277 236 228 269 272 264 366 263 279 314 271 256 255 247 246 254 262 366 270 278 313 305 297 289 316 308 300 292 286 284 366 281 285 287 288 291 366 282 290 283 298 306 293 301 309 317 36 28 17 366 25 33 214 220 222 230 238 280 299 307
ΟΧΗΜΑ 4	361 5 13 16 24 32 125 131 139 147 157 149 141 361 133 128 136 144 143 151 135 127 361 123 140 134 148 145 129 132 122 361 124 138 146 153 130 137 35 27 19 156 37 7 361 840 158 75 74 39 31 23 15 14 6 12 361 20 9 239 34 26 18 10 1 4 361 23 11 21 29 121 361 126 142 150 364
ΟΧΗΜΑ 5	363 95 96 88 85 93 83 363 82 81 89 90 98 160 91 106 152 159 114 115 363 107 99 117 101 109 120 112 104 111 94 103 119 102 110 80 118 72 64 108 116 77 69 61 363 5356 48 45 43 51 363 59 67 113 105 97 84 86 87 92 363 100 362

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 22

Εδώ υπάρχουν 369 κόμβοι. Έχουμε 5 οχήματα και 9 αποθήκες. Οι κόμβοι 361-369 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 360 στους πελάτες. Θεωρείται ότι όλα τα διαθέσιμα φορτηγά έχουν ίδια χωρητικότητα ίση με 60. Στο πρόβλημα μας δεν έχουμε χρονικούς περιορισμούς. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 5702.16. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 5753.72. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{5953.72 - 5702.16}{5702.16} = 4.41\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Ο πίνακας δείχνει τις διαδρομές που θα πραγματοποιηθούν :

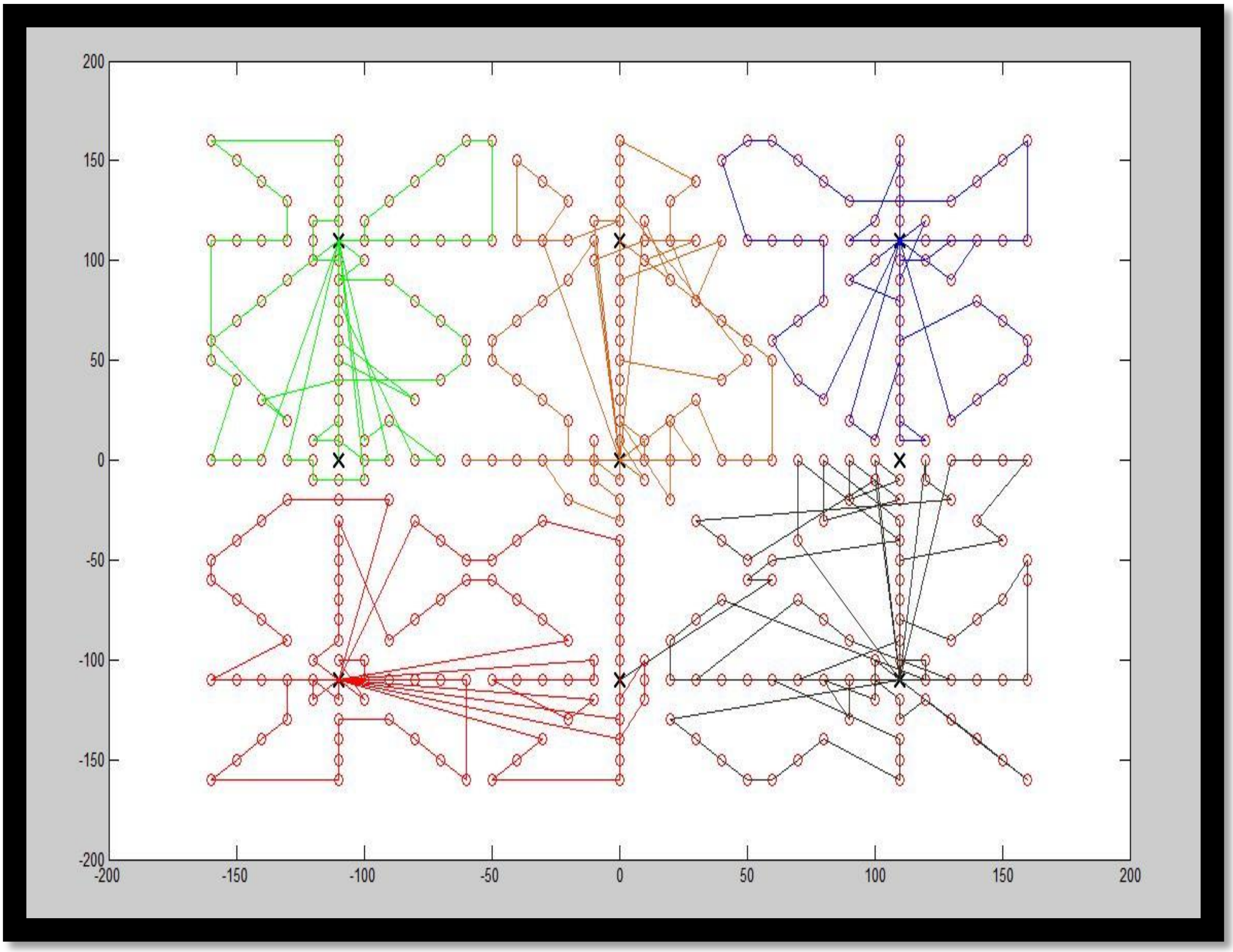
ΟΧΗΜΑ 1	365 167 166 183 164 172 177 169 161 365 138 146 154 199 191 174 235 193 185 165 175 176 173 365 168 181 189 197 195 187 179 171 186 194 178 170 365 163 162 184 192 200 155 147 139 131 157 149 141 365 133 125 123 122 128 365 127 126 124 121 132 140 365 148 156 37 29 19 2735 240 232 224 216 213 221 211 219 227 229 237 196 188 365 180 182 129 130 137 145 153 190198 365
ΟΧΗΜΑ 2	363 104 112 120 103 96 111 119 95 88 93 86 363 84 92 94 102 110 118 80 72 64 56 79 71 63 363 55 47 48 45 42 363 50 58 66 67 59 51 43 53 61 69 77 116 108 363 100 87 85 81 89 97 113 158 32 24 363 40 134 142 114 106 98 90 82 83 117 109 75 363 91 99 101 105 107 115 135 136 143 144 150 151 152 159 160 364
ΟΧΗΜΑ 3	368 284 292 300 308 316 302 294 286 287 295 368 285 288 311 303 296 38 73 74 39 31 2230 320 312 304 368 283 293 301 309 317 20 36 28 14 16 368 7 6 12 2 1 368 4 8 23 15 5 13 21 368 11 3 10 18 26 34 239 9 17 25 33 315 307 299 368 291298 306 305 297 281 282 289 290 368
ΟΧΗΜΑ 4	366 233 275 267 259 243 242 241 244 366 252 260 268 254 246 247 255 366 256 248 245 253 261 277 251 274 266 258 366 250 249 257 265 273 276 278 313 270 262 263 271 279 314 264 272 280 238 236 231 220 269 230 366 222 223 214 204 205 201 212 366 215 228 209 208 207 206 366 202 203 210 217 218 225 226 234 366
ΟΧΗΜΑ 5	369 337 329 321 322 330 323 369 325 324 332 326 340 348 356 342 369 334 350 358 359 351 343327 335 328 336 369 344 352 360 78 70 62 54 46 52 44 369 41 49 57 65 339 347 355 60 68 76 357 349 341 333 369 331 338 346 354 319 310 318 353 345 369

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 23

Στο παράδειγμα μας έχουμε 369 κόμβους. Έχουμε 5 οχήματα και 9 αποθήκες. Οι κόμβοι 361-369 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 360 στους πελάτες. Τα φορτηγά έχουν μέγιστη χωρητικότητα 60 το καθένα. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 6095.46. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 6193.06. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{6193.06 - 6095.46}{6095.46} = 1.6\%$$

και γραφικά έχει ως εξής:



Η λύση μας έχει 5 διαδρομές που παρουσιάζονται γραφικά στο διάγραμμα και η σειρά τους φαίνεται στον πίνακα :

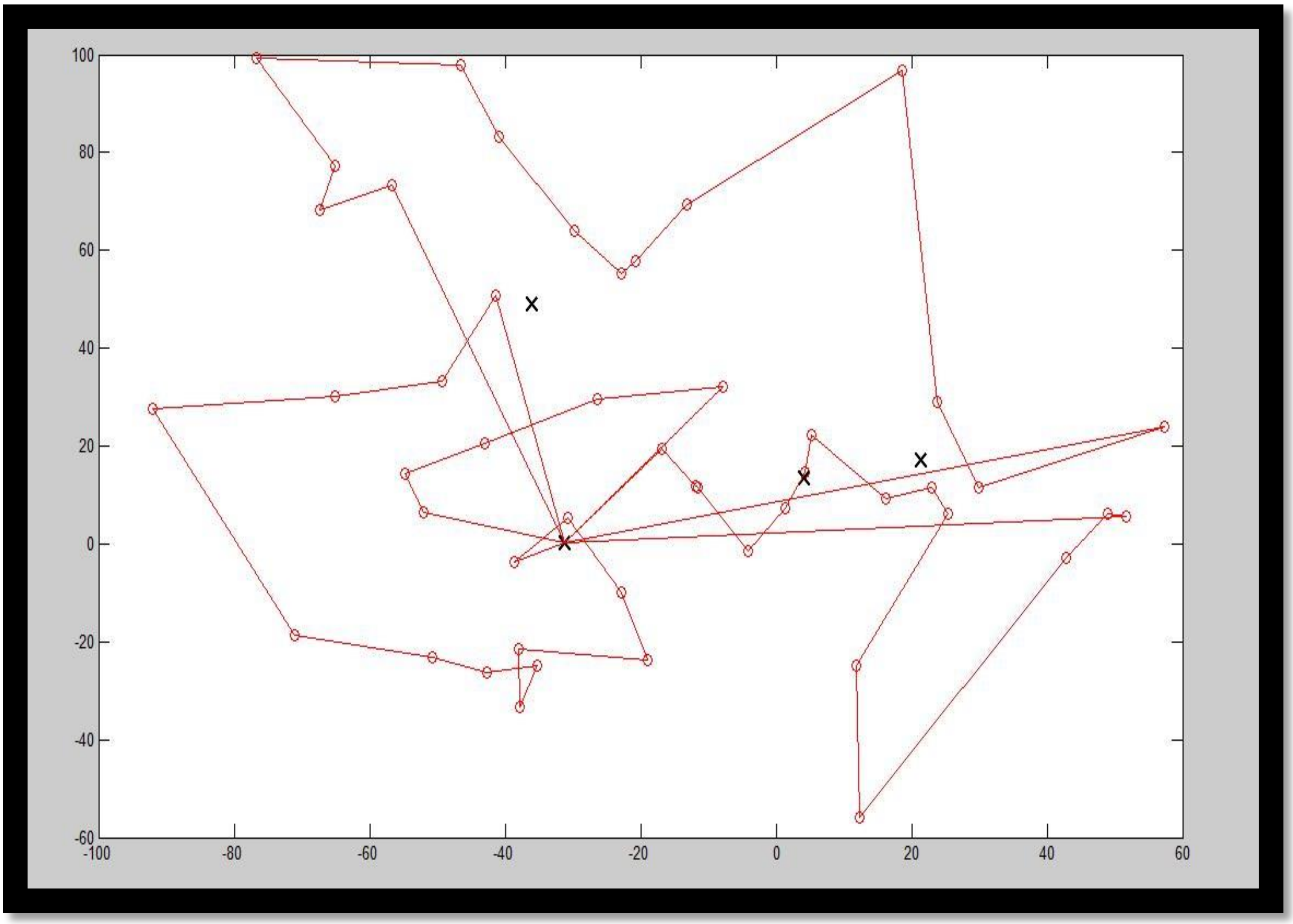
ΟΧΗΜΑ 1	367 243 253 261 269 277 236 228 220 256 264 272 280 315 307 299 291 367 283 282 290 298 306 314 289 281367 300 286 287 288 284 292 367 297 305 313 316 308 285 293 301309 317 36 28 17 25 33 238 230 222367 214 212 209 217 225 233 275 267 259 251 274 266 258 367 250 249 257 265 273 276 268 260 252 254 262270 278 279 263 271 367 255 247 248 245 246 367 241242 244 367
ΟΧΗΜΑ 2	365 169 177 185 193 211 219 229 232 240 198 190 182174 172 166 365 175 183 191 199 154 155 200 192 184 176 168 167 365 164 161 162 163 165 365 173 181 189197 195 187 179 171 170 178 186 194 235 227 234 226 218 365 210 202 201 204 206 365 215 207 205 203 213221 365 208 216 231 223 180 188 196 224 237 366
ΟΧΗΜΑ 3	363 88 92 84 86 95 87 363 85 93 101 117 109 83 90 82 363 81 89 100 108 116 102 110 118 8072 64 56 363 45 48 53 61 69 77 43 51 36359 67 113 105 97 98 106 114 159152 160 115 10799 91 96 104 112 120 119 111 363 103 94 363
ΟΧΗΜΑ 4	361 4 2 3 1 12 20 9 18 361 239 34 2610 11 19 27 35 153 145 137 129 122 361 123 125130 146 147 139 131 138 361 121 127 143 126 134 128 361 124 132 151 142 135 136 144 157 149 141 361 133 40 32 37 29 21 156 148 140 5 6 361 7 813 14 15 16 23 361 24 31 39 74 75 150 158 364
ΟΧΗΜΑ 5	369 358 350 342 334 326 332 324 322 369 323 321 338329 330 346 333 369 325328 327 312 304 296 295 369294 302 310 318 353 345 337 356 348 340 354 319 311303 347 339 331 335 369 343 351 359 360 78 352 344 336 341 349 357 76 70 62 79 71 63 55 369 47 46 54 22 30 38 41 369 42 44 49 50 52 5758 60 369 65 66 68 73 320 355 368

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 01

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 52 κόμβοι. Έχουμε 1 όχημα και 4 αποθήκες. Οι κόμβοι 49, 50, 51, 52 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 48 στους πελάτες. Θεωρείται ότι όλα τα διαθέσιμα φορτηγά έχουν χωρητικότητα το καθένα όχι πάνω από 500. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 861.32. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 883.98. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{883.98 - 861.32}{861.32} = 2.6\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Η διαδρομή είναι :

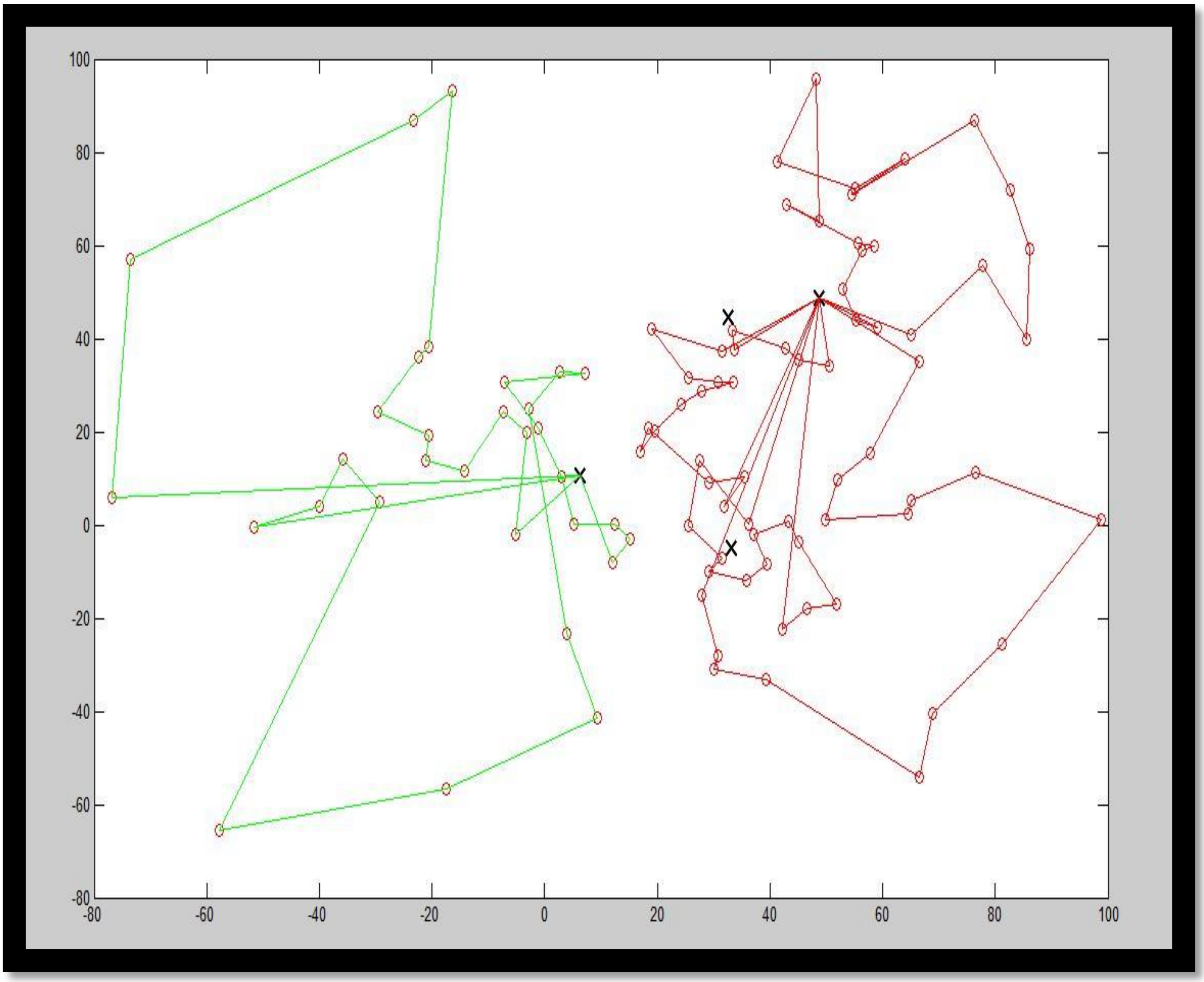
ΟΧΗΜΑ 1	52 30 2 39 43 47 21 24 12 38 40 17 18 26 16 52 295 8 13 33 20 1 28 14 4 19 22 45 27 52 3 6 48 46 42 11 10 34 7 37 35 9 32 44 31 52 41 36 23 25 15 52

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 02

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 100 κόμβοι. Έχουμε 2οχήματα και 4 αποθήκες. Οι κόμβοι 97,98,99 και 100 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 96 στους πελάτες. Η μέγιστη χωρητικότητα κάθε φορτηγού είναι 480. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 1307.61. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 1345.57. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{1345.57 - 1307.61}{1307.61} = 2.9\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Οι διαδρομές των 2 οχημάτων φαίνονται παρακάτω :

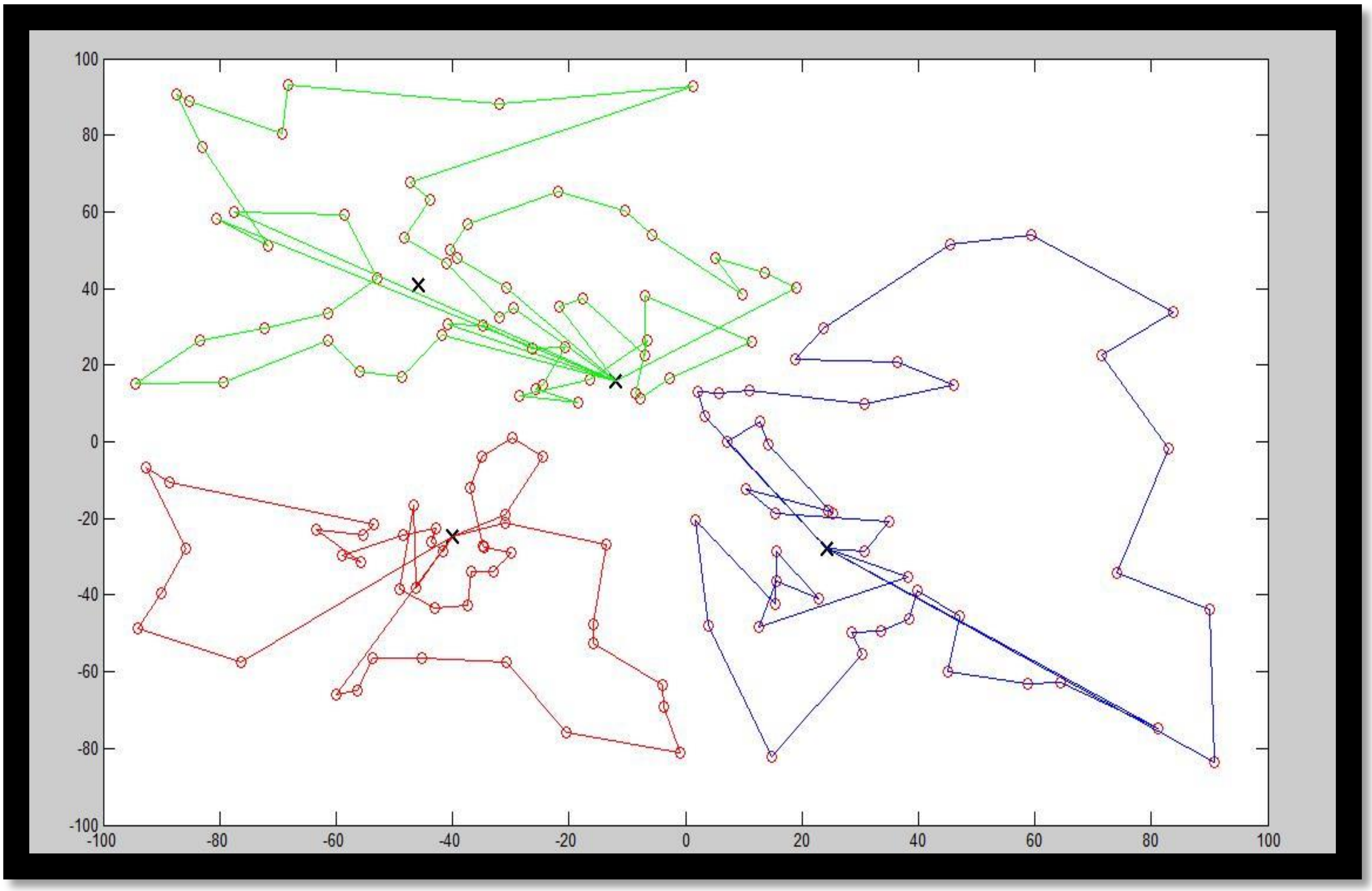
ΟΧΗΜΑ 1	` 99 66 56 96 67 14 18 10 2 6 48 24 51 80 50 76 353 12 36 99 71 15 46 91 23 30 83 75 40 49 34 4 77 90 61 99 31 35 82 26 21 11 79 45 52 89 58 95 28 99 54 57 29 60 25 72 87 65 1 47 32 94 33 99 88 78 4222 85 99
ΟΧΗΜΑ 2	97 41 70 59 84 81 73 17 9 69 37 43 63 13 8 93 9238 68 97 27 39 5 7 64 16 20 55 74 19 44 62 86 97

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 03

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 148 κόμβοι. Έχουμε 3 οχήματα και 4 αποθήκες. Οι κόμβοι 145, 146, 147 και 148 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 144 στους πελάτες. Η χωρητικότητα των φορτηγών δεν επιτρέπεται να ξεπερνάει το 460. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 1806.06. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 1833.31. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{1833.31 - 1806.06}{1806.06} = 1.51\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Οι 3 διαδρομές που έχουμε ακολουθούν την εξής σειρά η κάθε μία:

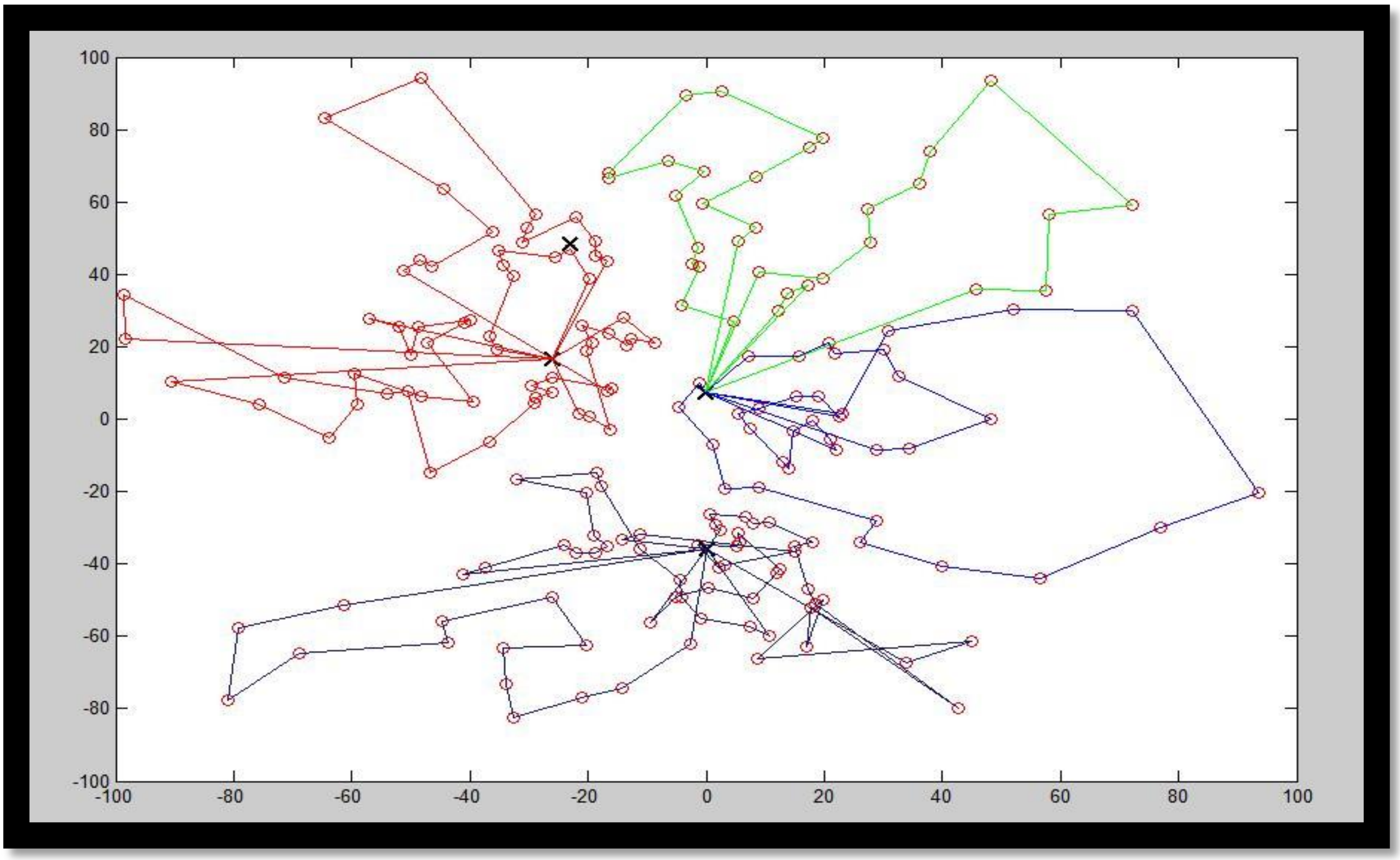
ΟΧΗΜΑ 1	145 17 62 39 26 132 139 13 1 95 27 114 110 119 69 40 145 52 88 121 127 10 50 72 74 141 112 12 78 109 145 107 5 2835 11 91 45 87 129 133 73 14 3 71 80 145
ΟΧΗΜΑ 2	148 59 82 53 29 90 7 134 97 48 102 32 148 81 122 94 264 137 30 77 9 131 140 89 47 113 60 148 136 142 124 44 3820 103 31 42 118 144 99 148 130 23 84 106 143 15 63 41 9221 43 104 16 65 66 86 96 138 148
ΟΧΗΜΑ 3	146 8 79 24 135 37 70 108 19 100 101 105 115 83 56 125 34 111 61 36 146 57 85 67 55 98 49 116 76 93 33 120 54 126 128 123 18 22 146 58 25 68 4 6 46 51 75 117 146

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 04

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 196 κόμβοι. Έχουμε 4οχήματα και 4 αποθήκες. Οι κόμβοι 193, 194, 195 και 196 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 192 στους πελάτες. Η μέγιστη χωρητικότητα κάθε φορτηγού είναι 440. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 2072.52. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 2131.69. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{2131.69 - 2072.52}{2072.52} = 2.85\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Οι 4 διαδρομές παρουσιάζονται στον πίνακα :

ΟΧΗΜΑ 1	195 14 138 66 106 135 190 186 91 115 69 22 195113 27 62 93 77 10 98 36 187 64 53 132 55159 195 127 85 52 160 162 24 134 39 130 139 16747 109 19 195 97 129 59 133 107 111 11 125 178 58 79 173 123 188 195 38 137 3 128 145 157 16 34 195
ΟΧΗΜΑ 2	193 13 70 74 72 7 25 142 108 149 73 122 5746 183 116 110 150 81 193 155 80 95 60 2 30172 21 35 76 5 193 176 131 174 193
ΟΧΗΜΑ 3	193 9 117 192 181 118 126 75 191 156 61 153 9018 154 148 193 12 152 89 165 65 32 141 42 56193 67 121 71 50 189 15 161 180 68 82 104 177 193
ΟΧΗΜΑ 4	196 143 163 6 175 8 144 94 41 83 169 96 10037 185 119 196 87 45 170 158 4 120 23 51 186 105 20 40 147 196 31 140 182 151 88 164 10133 168 99 171 112 44 17 92 78 184 196 179 166146 114 103 102 48 43 26 29 54 136 84 28 63 49 124 196

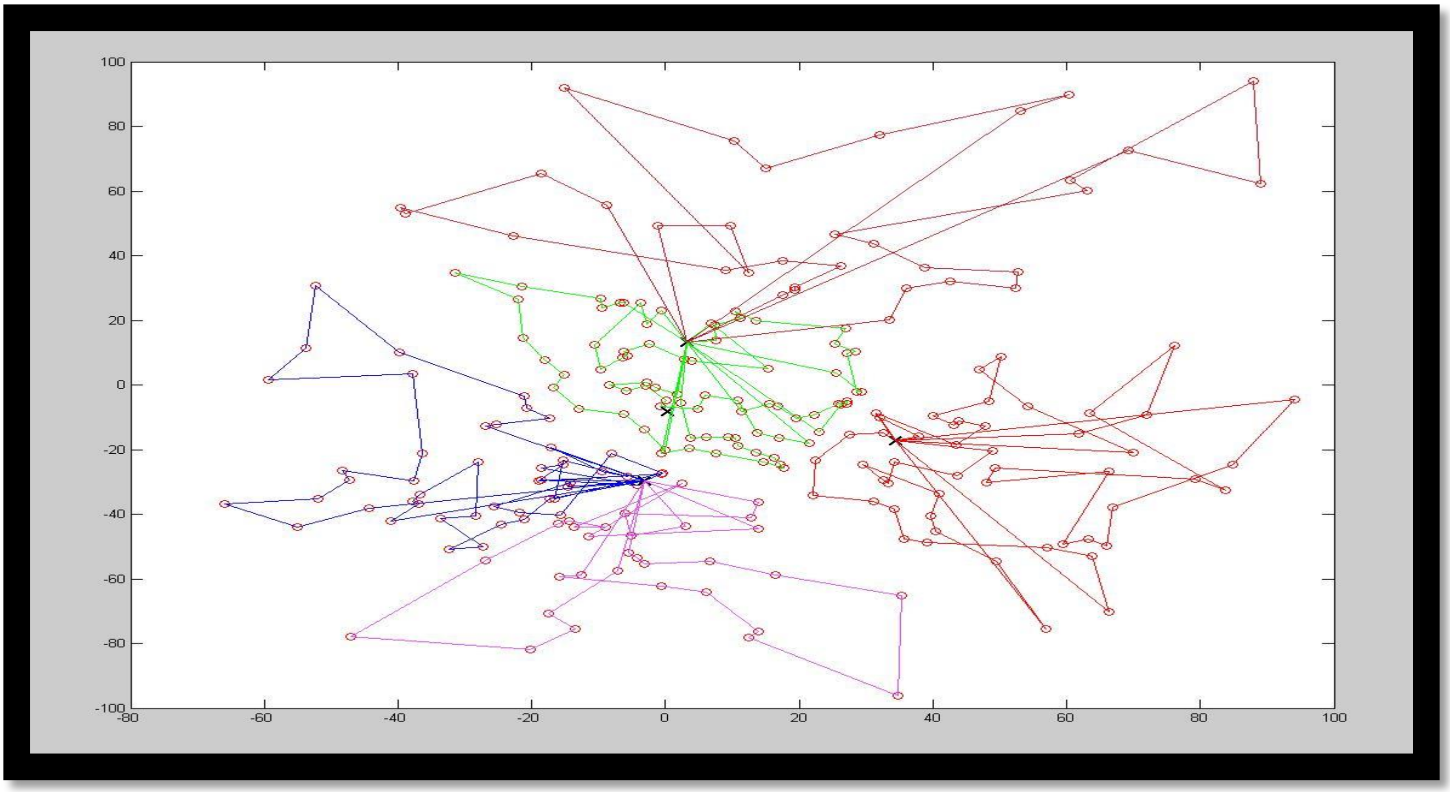
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 05

Εδώ υπάρχουν 244 κόμβοι. Έχουμε 5 οχήματα και 4 αποθήκες. Οι κόμβοι 241, 242, 243 και 244 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 240 στους πελάτες. Όλα τα διαθέσιμα φορτηγά έχουν ίδια μέγιστη χωρητικότητα το καθένα 420. Στο πρόβλημα μας δεν έχουμε χρονικούς περιορισμούς.

Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 2385.77. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 2569.23. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{2569.23 - 2385.77}{2385.77} = 7.69\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Οι 5 διαδρομές είναι :

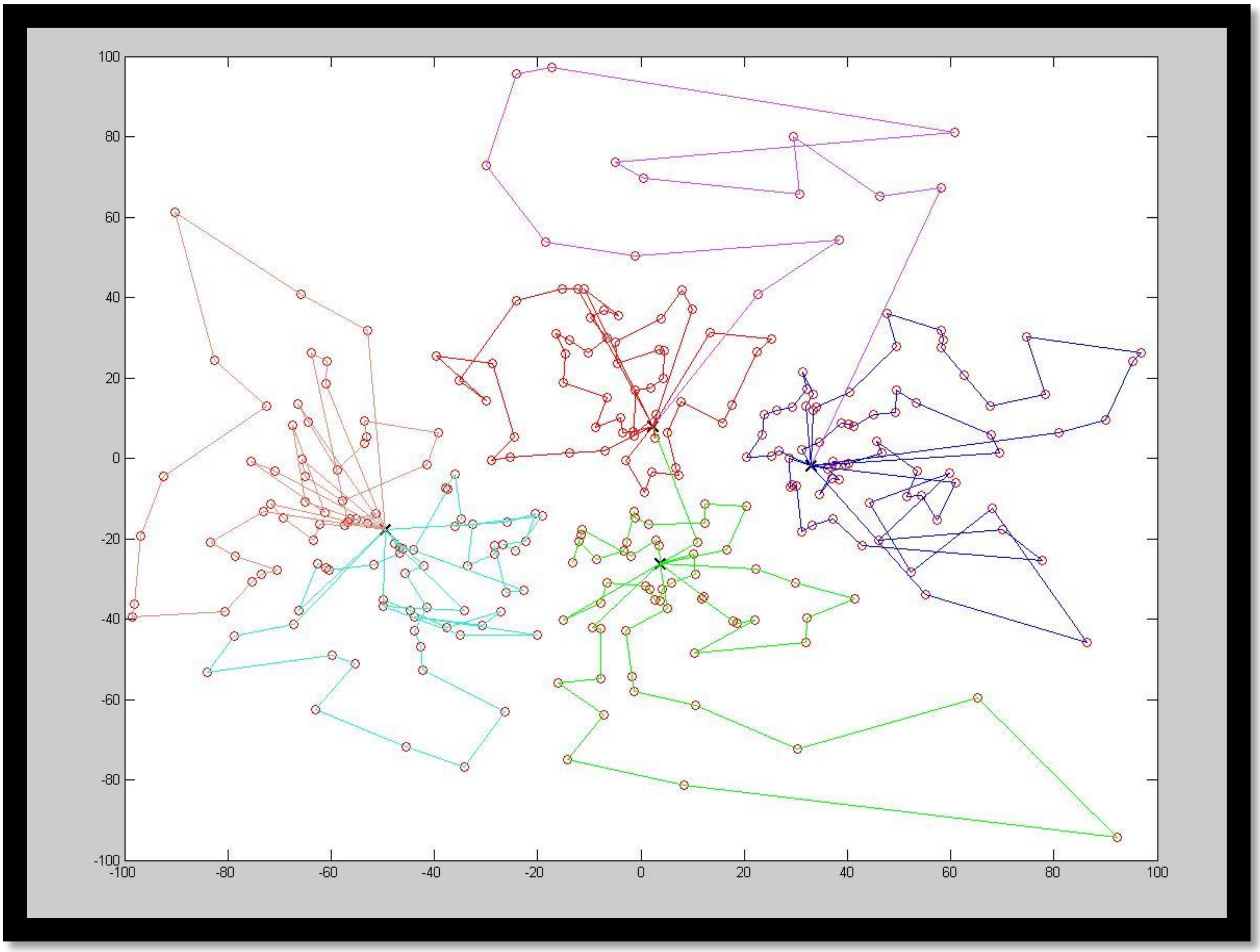
ΟΧΗΜΑ1	241 142 81 133 61 4 129 90 94 180 16 117 241 209 223 39 51 154 158 211 15 157 75 33 241 160 96 44 224 184 48 131 194 57 19 200 1 114 168 104 241 21 60 150 149 189 161 11 124 84 91 55 241 193 203 241
ΟΧΗΜΑ 2	243 107 13 111 156 171 236 138 140 139 136 113 137 182 85 56 243 153 141 165 115 125 214 231 59 148 105 227 79 132 225 243 207 106 202 77 198 64 162 30 212 121 100 188 183 102 243 217 235 20 80 187 29 151 35 101 213 243 135 177 197 28 230 83 181 190 206 9 32 170 243 12 37 166 5 145 108 118 146 62 175 205 3 10 243
ΟΧΗΜΑ 3	244 68 110 98 76 130 95 134 7 97 69 234 169 25 87 49 174 208 128 244 240 72 143 201 99 54 221 26 218 122 43 237 244 179 229 127 216 233 215 27 14 232 147 2 47 244 18 34 123 204 238 239 244
ΟΧΗΜΑ 4	243 66 73 24 74 192 112 42 126 152 191 120 243 53 103 185 167 31 186 219 38 89 24341 78 93 199 45 222 6 195 8 226 82 172 116 243
ΟΧΗΜΑ 5	244 71 50 88 92 159 22 228 86 220 58 155 176 178 244 164 109 70 46 52 40 196 23 163 17 36 63 65 244 67 119 144 173 210 244

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 06

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 292 κόμβοι. Έχουμε 6 οχήματα και 4 αποθήκες. Οι κόμβοι 289, 290, 291 και 292 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 288 στους πελάτες. Η χωρητικότητα των φορτηγών δεν ξεπερνά το 400. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 2723.27. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 2867.39. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{2867.39 - 2723.27}{2723.27} = 5.29\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Η λύση μας έχει 6 διαδρομές όσες και τα οχήματα, οι οποίες σχηματικά εμφανίζονται στο παραπάνω διάγραμμα. Η κάθε διαδρομή φαίνεται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα:

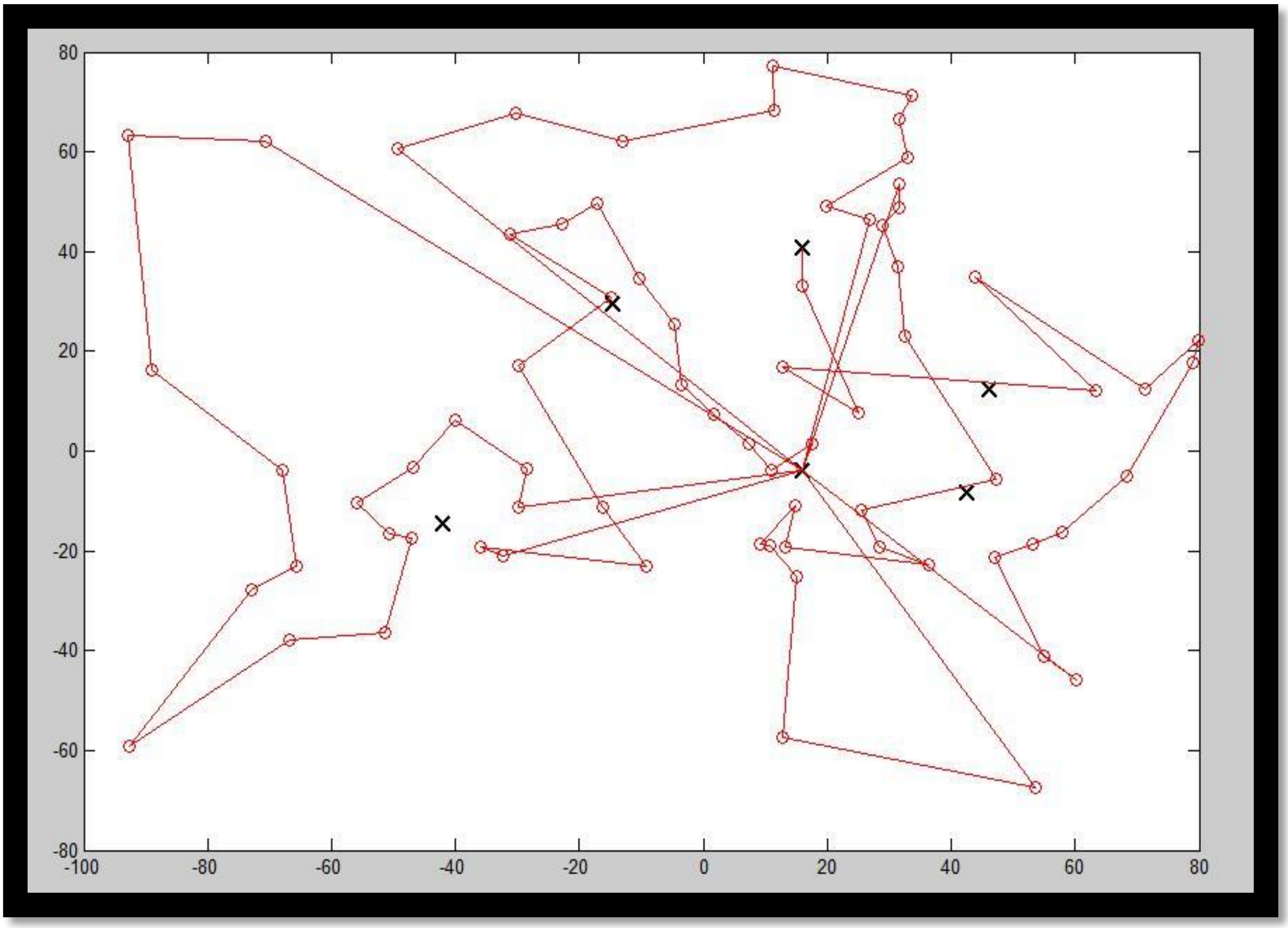
ΟΧΗΜΑ 1	289 264 172 77 60 72 200 8 131 90 69 256 112 41 276 140 289 213 147 169 243 20 103 105 150 261 273 28 277 289 253 125 190 176 118 281 285 11 117 120 186 44 289 224 266 25 194 220 251 185 218 160 265 39 86 180 289
ΟΧΗΜΑ 2	292 181 211 191 249 188 236 133 223 107 232 168 83 145 58 268 101 18 292 82 203 61 227239 50 155 183 170 62 57 292 126 73 174 63 206 94 56 226 7 244 134 207 208 113 13 292 234 250 151 274 65 2 96 237 64 23 40 292 209 289
ΟΧΗΜΑ 3	290 38 272 282 135 221 245 17 146 204 54 15 202 165 187 5 290 10 24 35 51 75 171 144 193 257 280 288 148 198 177 66 114 179 290 111 109 153 247 67 49 184 254 152 269 255 290 242 231 262 283 115 32 31 79 4 92 222 157 240 89 71 85 290 27 235 233 260 53 284 217 173 3 100 156 290
ΟΧΗΜΑ 4	290 70 43 142 258 59 136 158 119 275 110 248 104 48 263 289
ΟΧΗΜΑ 5	291 205 68 42 212 149 124 271 214 6 161 22 45 21 201 132 121 291 128 30 12 33 167106 19 228 139 81 80 159 286 291 34 287 76 14 116 91 216 78 84 122 143 291 182 197 215 230 278 291
ΟΧΗΜΑ 6	291 102 267 87 74 137 270 175 127 210 229 95 99 55 291 279 88 130 138 238 16 98 195246 163 47 108 1 291 154 164 93 192 37 141 189 9 178 199 225 259 46 129 166 291 196 241 26 29 36 52 97 123 162 219 252 291

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 07

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 78 κόμβοι. Έχουμε 1 όχημα και 6 αποθήκες. Οι κόμβοι 73-78 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 72 στους πελάτες. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 1089.56. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 1107.93. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{1107.93 - 1089.56}{1089.56} = 1.68\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Η διαδρομή του μοναδικού οχήματος του προβλήματος μας θα είναι η εξής :

ΟΧΗΜΑ 1	77 14 66 48 21 55 4 29 53 46 28 52 13 37 58 43 7 77 49 61 59 51 17 12 68 26 23 1 64 47 41 50 57 24 77 63 5 72 45 15 16 3 56 8 34 77 54 22 44 62 25 3670 60 27 9 30 42 19 11 6 33 77 65 10 31 20 18 71 38 39 2 32 35 40 67 69 75

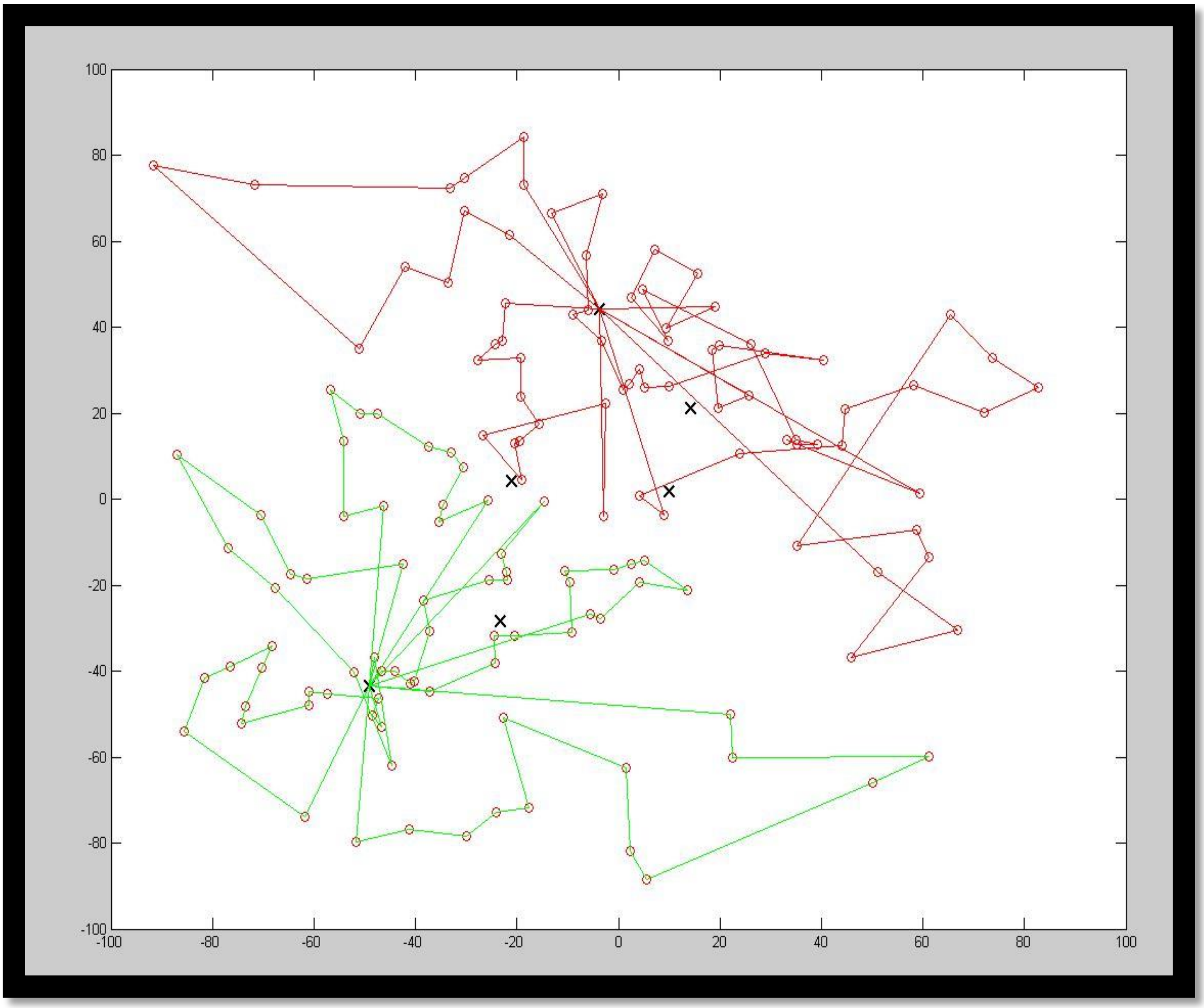
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 08

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 150 κόμβοι. Έχουμε 2 οχήματα και 6 αποθήκες. Οι κόμβοι 145-150 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 144 στους πελάτες. Θεωρείται ότι όλα τα διαθέσιμα φορτηγά έχουν ίδια χωρητικότητα μικρότερη το καθένα από 475. Στο πρόβλημα μας δεν έχουμε χρονικούς περιορισμούς.

Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 1666.6. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 1671.86. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{1671.86 - 1666.6}{1066.6} = 0.31\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Τα 2 οχήματα θα κάνουν τις εξής διαδρομές :

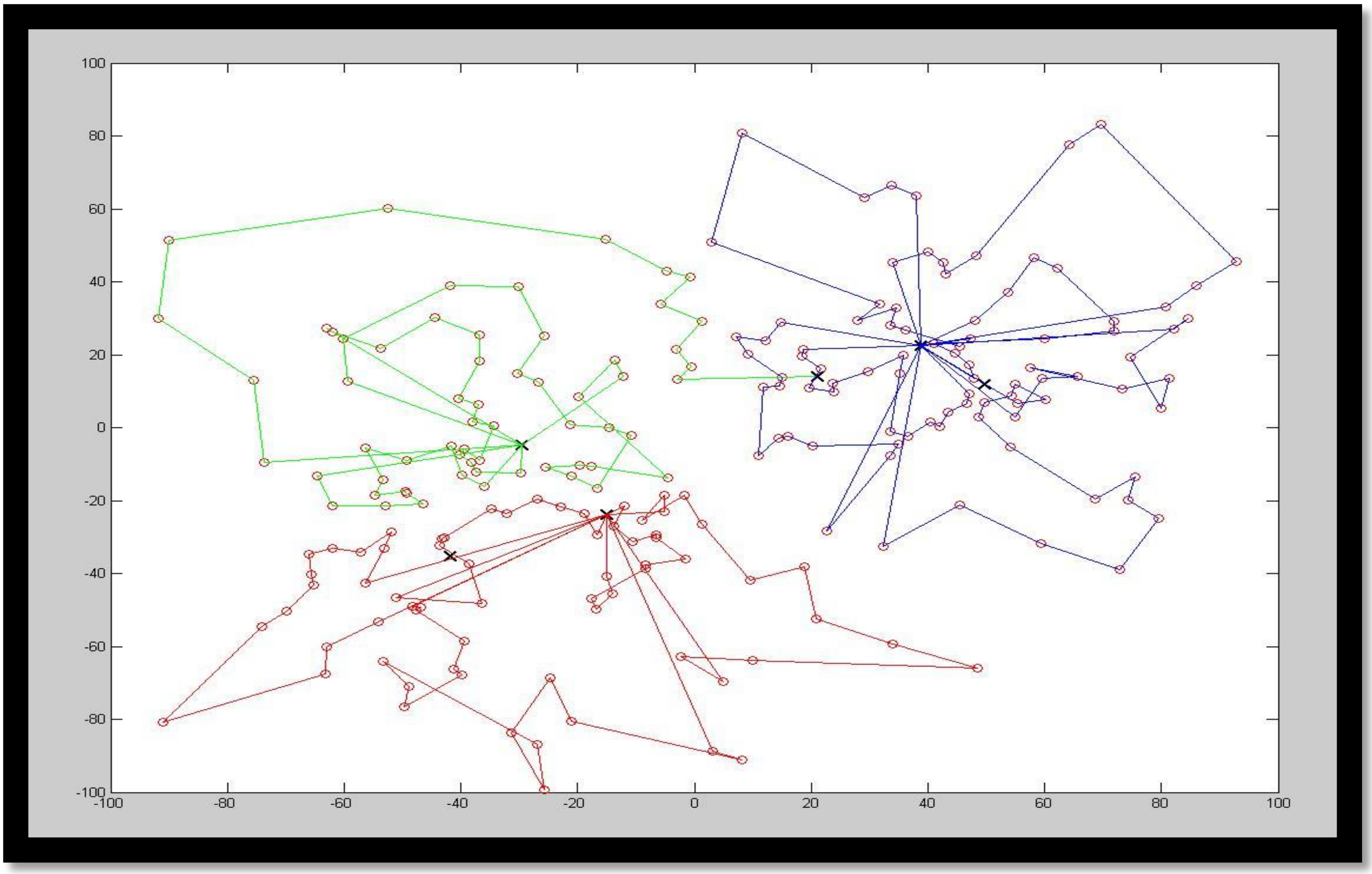
ΟΧΗΜΑ 1	145 39 47 66 11 114 13 115 44 123 54 75 127 65 145 19 132 90 61 113 103 4 18118 51 142 26 120 69 9 12 145 110 8 16 22 38 35 102 109 28 101 25 34 63 145 50 23 104 10 128 42 133 106 140 74 97 129 53 40 122 96 7 145 29 57 80 27 82 116 78 141 93 84 73 145
ΟΧΗΜΑ 2	149 14 112 138 36 124 52 86 95 58 100 60 94 89 67 149 70 79 117 6 87 62 3788 126 49 143 119 121 149 68 108 139 134 3 5 77 15 125 45 33 91 32 76 149 83 64 85 1 136 41 56 135 46 24 59 149 72 43 144 99 71 17 111 130 20 98 55 81 149 92 48 2 131 137 31 30 21 105 107 149

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 09

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 222 κόμβοι. Έχουμε 3 οχήματα και 6 αποθήκες. Οι κόμβοι 217-222 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 216 στους πελάτες. Κάθε όχημα έχει χωρητικότητα μικρότερη από 450. Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 2153.1. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 2200.66. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{2200.66 - 2153.1}{2153.1} = 2.2\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Τα οχήματα θα εκτελέσουν τις εξής διαδρομές

ΟΧΗΜΑ 1	217 105 23 214 120 39 64 47 110 180 59 67 86 217 123 29 172 153 36 79 58 3 2 103 56 78 117 217 15 60 20 130 141 147 14 95 77 32 18 1 143 41 205 162 217 6 88 194 168 186 82 137 12 26 171 11 152 202 209 217 124 43 4 149 177 135 68 119 140 30 167 150 217
ΟΧΗΜΑ 2	220 90 27 192 101 161 13 174 169 190 216 191 178 142 193 210 62 159 66 28 220 213 112 99 70 40 100 38 98 37 144 139 157 83 146 133 151 220 158 126 184 198 63 94 80 199 163 104 115 52 45 220 106 55 129 91 10 72 33 92 211 46 54 203 166 222
ΟΧΗΜΑ 3	218 35 128 85 7 25 121 127 16 108 73 122 109 218 148 102 31 84 208 57 74 5 131170 215 218 51 48 145 134 183 175 89 197 207 187 188 113 179 204 206 154 218 87 111 176 53 65 19 125 81 9 164 138 136 173 42 218 24 132 22 61 196 185 44 34 212 71 114 181 201 155 75 218 116 97 165 200 96 8 17 50 160 49 218 93 195 107 69 182 21 156 189 76 118 218

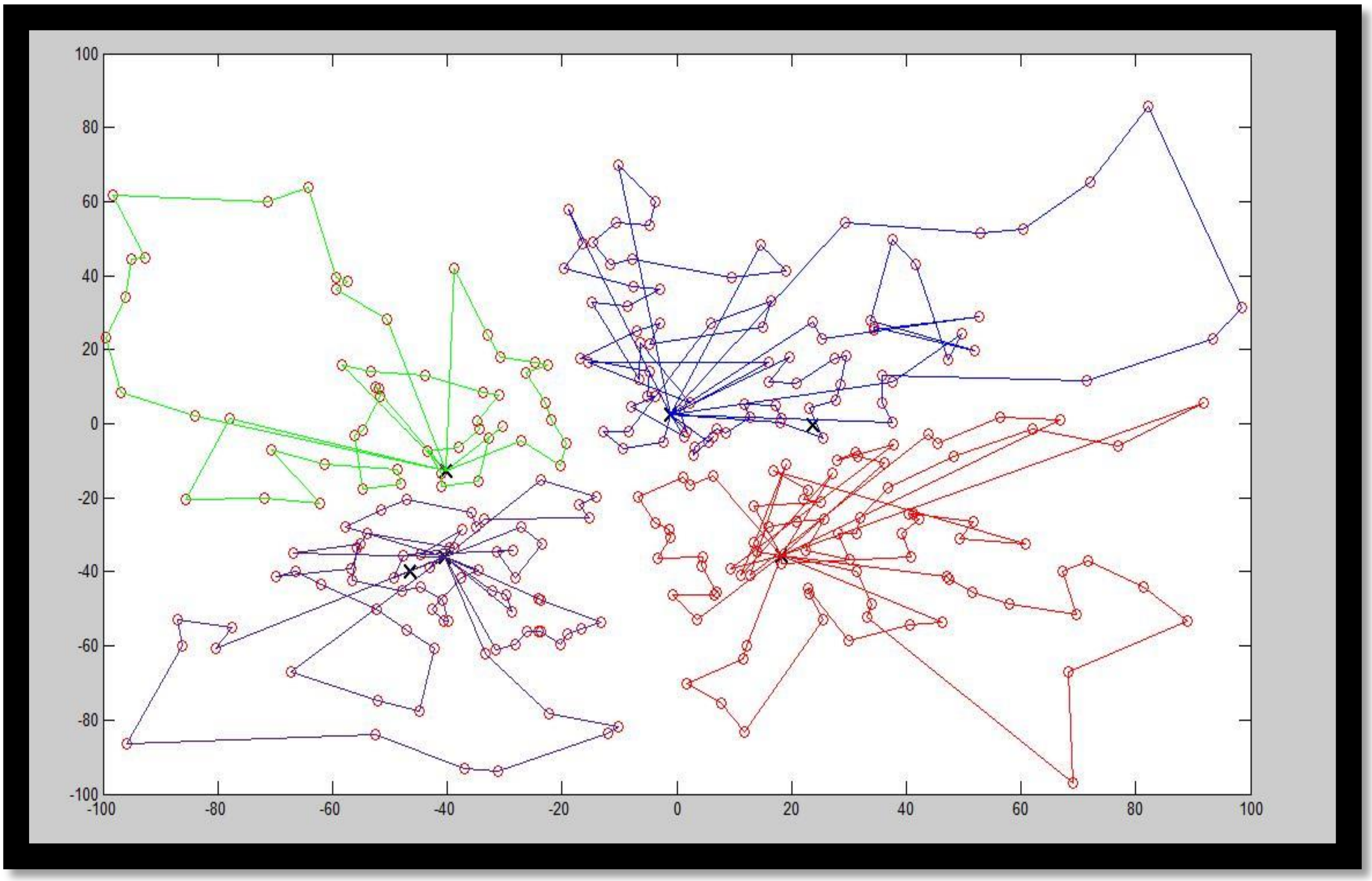
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 10

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν 294 κόμβοι. Έχουμε 4 οχήματα και 6 αποθήκες. Οι κόμβοι 289-294 αντιστοιχούν στις αποθήκες και οι υπόλοιποι 288 στους πελάτες. Μέγιστη χωρητικότητα των φορτηγών είναι το 425.

Η βέλτιστη λύση μέχρι στιγμής είναι ίση με 2921.85. Η καλύτερη λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας είναι 3052.66. Η απόκλιση λοιπόν είναι

$$\frac{3052.66 - 2921.85}{2921.85} = 4.47\%$$

και γραφικά έχει ως εξής :



Τα 4 δρομολόγια που θα εκτελεστούν είναι τα κάτωθι :

ΟΧΗΜΑ 1	292 214 31 216 167 125 183 120 194 198 252 3 136 273 227 292 231 270 228 163 247 8 176 287 140 225 168 292 269 124 284 213 264 226 153 259 119 180 249 49 205 232 292 181 20276 109 131 5 137 45 12 133 73 172 186 257 292 97 267 66 221 61 127 218 159 283 271 253 90 78 63 99 292 41 230 243 110 25 46 114 115 292 128 152 158 185 203 219 292
ΟΧΗΜΑ 2	289 135 70 280 138 229 235 206 14175 50 64 95 24 30 289 187 197104 55 26 164 52 47 80 246 62 40 83 146 289 288 268 161 13 23154 240 36 236 96 57 289 234 67 272 217 53 256 107 58 210 82 33195 113 289
ΟΧΗΜΑ 3	291 275 69 94 87 156 200 215 21291 211 147 170 139 106 262 141 29143 29 286 142 145 178 199 130 191 196 241 254 204 239 291 162 224 245220 11 39 15 285 174 282 291 89250 81 255 74 102 132 111 88 3827 291 44 237 169 150 105 101 12156 68 148 7 59 291 222 208 16 242 71 155 72 6 79 258 291 2 248 21 1 151 42 20 28 34 134 291
ΟΧΗΜΑ 4	290 233 10 207 177 193 93 260 84 48 77 65 118 75 9 290 112 160 263 265 100 179 274 108 276 290 5135 86 126 244 122 98 54 123 103290 189 184 266 238 281 279 171 144173 165 188 60 290 209 278 19 116173 165 188 60 290 209 278 19 116182 4 223 85 149 37 117 190 290 143 261 192 22 166 18 201 92 32 129 277 290 251 17 157 290

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία αναπτύχθηκε ο γενετικός αλγόριθμος πολλαπλών πληθυσμών-νησιών. Ο αλγόριθμος αυτός είναι εξ' ολοκλήρου εμπνευσμένος από την φύση και κατάλληλα διαμορφωμένος για την επίλυση του VRP.

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος παρουσίασε πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα στα προβλήματα που του τέθηκαν. Προγραμματίστηκε σε γλώσσα προγραμματισμού MATLAB (έκδοση:7.10.0.(R201a)) και σε επεξεργαστή Intel Core 2 Duo 2GHz με μνήμη RAM 2 GB και αυτός είναι ένας λόγος που ο χρόνος υπολογισμού δεν ήταν απόλυτα ικανοποιητικός. Ο ίδιος αλγόριθμος επίσης μπορεί να εφαρμοστεί σε άλλες γλώσσες προγραμματισμού που θα μειώσουν δραματικά τον χρόνο υπολογισμού και θα επιφέρουν ακόμα καλύτερα αποτελέσματα καθώς θα πραγματοποιηθούν περισσότερες επαναλήψεις. Ωστόσο τα αποτελέσματα ήταν άκρως ικανοποιητικά και σχεδόν όλα μέσα στα όρια ποσοστιαίων αποκλίσεων που είχαμε θέσει του 3%. Πολλά αποτελέσματα είχαν απόκλιση μικρότερη και του 1% που πρακτικά σημαίνει πως πετύχαμε σχεδόν ισάξια αποτελέσματα με τα μέχρι στιγμής παγκόσμια βέλτιστα. Συγκεκριμένα η πιο μικρή ποσοστιαία απόκλιση που επιτεύχθηκε ήταν 0.31% και η μέγιστη 7.69%. Γενικά παρατηρείται ότι όσο μεγαλώνει η διάσταση του προβλήματος υπάρχουν αποτελέσματα που αποκλίνουν περισσότερο.

Συνοπτικά λοιπόν τα αποτελέσματα που παράχθηκαν από τον αλγόριθμο ήταν ικανοποιητικά και αν γινόταν χρήση ταχύτερης γλώσσας προγραμματισμού και ταχύτερου υπολογιστή ο αλγόριθμος θα απέδιδε καλύτερα αποτελέσματα λόγω περισσοτέρων επαναλήψεων και φυσικά σε μικρότερο χρόνο.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Σχεδιασμός και Βελτιστοποίηση Εφοδιαστικής Αλυσίδας. Ιωάννης Μαρινάκης, Αθανάσιος Μυγδαλάς. Εκδόσεις «σοφία», Θεσσαλονίκη 2008

2. Μεθευρετικοί και Εξελικτικοί Αλγόριθμοι σε προβλήματα Διοικητικής Επιστήμης .Ιωάννης Μαρινάκης / Μαγδαληνή Μαρινάκη / Νικόλαος Φ.Ματσατσίνης / Κωνσταντίνος Ζοπουνίδης. Εκδόσεις Σοφία (2008)

3. A general heuristic for vehicle routing problems. D.Pisinger and S.Ropke. Comput. Oper.Res., 34(8):2403-2435,2007

4. David Simchi-Levi, XinChen, JulienBramel: “The Logic of Logistics” Theory, Algorithms and Applications for Logistics and Supply Chain Management, second edition.Springer,2005

5. Μεμετικός Αλγόριθμος Πολλαπλών Πληθυσμών-Νησιών στο VRP.Διπλωματική εργασία Ρογδάκης Ιωάννης.

6. B.L Golden, E.Wasil, J.Kelly, and I.M.Chao. The impact of metaheuristic on solving the vehicle routing problem: algorithms, problemsets, and computational results. In T. Crainic and G.Laporte, editors, Fleet Management and Logistics, Kluwer, Boston,1998.

7. Ένα Σύστημα Υποστήριξης Αποφάσεων για την επίλυση προβλημάτων Εφοδιαστικής Αλυσίδας με την χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων. Μεταπτυχιακή Διατριβή Ρογδάκης Ιωάννης.

8. JA tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems.J.-. Cordeau, M. Gendreau, and G. Laporte. Networks, 30:105-119,1997.

9. Comparing assignment algorithms for the Multi-Depot VRP. Libertad Tansini, Maria Urquhart, Omar Viera

10. Βελτιστοποίηση Κόστους στην Αλυσίδα Διανομής Προϊόντων Supermarket. Διπλωματική εργασία Αγαλιανός Φώτης.

11. Επίλυση του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων Χωρίς Επιστροφή Στην Αποθήκη με τον Αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών. Διπλωματική Εργασία Αυρηλιώνης Σπυρίδων

12. Heurestic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries. G_abor Nagy a*, SahidSalhi b

13. Single vehicle routing with a predefined customer sequence and multiple depot returns. PTsirimpas, A. Tatarakis, I. Minis, E.G Kyriakidis

14. The Mutli-depot Periodic Vehicle Routing Problem. Aristide Mingozzi

15. The multi-depot vehicle routing problem with inter-depot routes. Benoit Crevier, Jean-Franc Ecois Cordeau, Gilbert Laporte. European Journal of Operational Research 176(2007) 756-773.

16. Two-phase heuristic algorithms for full truck load multi-depot capacitated vehicle routin problem in carrier collaboration. Ran Liua, Zhibin Jianga*,Richard Y.K. Fungb, Feng Chena, Xiao Liua.

Σύνδεσμοι :

1. http://www.logistics.org.gr/4/27/136/

2. http://matzavakis.wordpress.com/2012/01/29/%CE%B7-%CE%B4%CE%B9%CE%B1%CF%86%CE%BF%CF%81%CE%AC-supply-chain-%CE%BC%CE%B5-logistics/

3. http://mvlogistics.blogspot.gr/2010/12/logistics.html

4. http://heraclitus.uth.gr/main/sites/default/files/phd_public_uploads/_%CE%86%CF%81%CE%B8%CF%81%CE%BF%CF%85_%CE%95%CE%95%CE%95%CE%95_final.pdf