



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Γραμμές παραγωγής με σταθμούς ελέγχου ποιότητας: σχεδίαση και έλεγχος παραγωγής

Διατριβή που υπεβλήθη για την μερική ικανοποίηση των απαιτήσεων για την απόκτηση
Μεταπτυχιακού Διπλώματος

υπό

Σπήλιο Κ. Νικήτα

Τριμελής εξεταστική επιτροπή:
Κουϊκόγλου Βασίλειος (επιβλέπων)
Φίλης Ιωάννης
Γρηγορούδης Ευάγγελος

Χανιά, 2008

Copyright 2008 υπό Νικήτα Σπήλιο

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	1
1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	3
1.1 ΓΕΝΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ	3
1.2 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ	4
2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΤΥΠΟΥ ΜΕ ΠΟΛΙΤΙΚΗ ΕΛΕΓΧΟΥ ΖΗΤΗΣΗΣ	6
2.1 ΕΛΕΓΧΟΙ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΖΗΤΗΣΗΣ	7
2.2 ΚΛΕΙΣΤΟ ΔΙΚΤΥΟ ΑΝΑΜΟΝΗΣ ΜΕ ΠΟΛΙΤΙΚΗ ΜΕΡΙΚΗΣ ΑΠΟΔΟΧΗΣ ΤΗΣ ΜΗ ΙΚΑΝΟΠΟΙΗΜΕΝΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ (PLS)	8
2.2.1 Ισοδύναμο κλειστό δίκτυο αναμονής	10
2.2.2 Υπολογισμοί πιθανοτήτων κατάστασης ισορροπίας από θεωρία ουρών αναμονής.....	12
2.2.3 Καταλληλότητα μοντέλου και για πολλούς τύπους προϊόντων	14
2.2.4 Εύρεση συνάρτησης ρυθμού κέρδους για το κλειστό ισοδύναμο δίκτυο ...	14
2.2.5 Βελτιστοποίηση συνάρτησης κέρδους χωρίς το κόστος ποιότητας	15
3 ΓΡΑΜΜΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΣΤΑΘΜΟΥΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ	18
3.1 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΚΑΙ ΤΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΓΡΑΜΜΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	18
3.2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΓΡΑΜΜΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΣΤΑΘΜΟΥΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ	20
3.2.1 Υπολογισμός του μέσου πλήθους κομματιών για να παραχθεί ένα αποδεκτό κομμάτι	22
3.2.2 Υπολογισμός μέσου πλήθους επισκέψεων σε μηχανή	25
3.2.3 Υπολογισμός μέσου πλήθους επισκέψεων για σταθμό ελέγχου	29
3.3 ΕΥΡΕΣΗ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΣΤΑΘΜΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ	35
3.3.1 Συνολικός ρυθμός κέρδους.....	35
3.3.2 Αξιολόγηση εναλλακτικών (Αλγόριθμος βελτιστοποίησης).....	37
4 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	39

4.1	ΓΡΑΜΜΗ 6 ΜΗΧΑΝΩΝ	40
4.1.1	Ίδιες πιθανότητες κατεργασιών σε όλες τις επαναλήψεις	41
4.1.2	Μια κακή μηχανή (μεγάλος ρυθμός απόρριψης)	42
4.2	ΓΡΑΜΜΗ 10 ΙΔΙΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ	43
4.3	ΓΡΑΜΜΗ 18 ΜΗΧΑΝΩΝ	45
4.4	ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ	47
4.4.1	Ευαισθησία ως προς τον μέσο ρυθμό άφιξης παραγγελιών και το μέσο ρυθμό κατεργασιών των μηχανών	47
4.4.2	Ευαισθησία ως προς τις πιθανότητες εκτέλεσης των κατεργασιών ανά μηχανή	50
5	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ	51
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	53
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: ΚΩΔΙΚΑΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΣΕ FORTRAN 90	55

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να αναφέρω και να ευχαριστήσω κάποιους σημαντικούς ανθρώπους που χωρίς την υποστήριξή τους και βοήθειά τους η παρούσα εργασία δεν θα είχε γίνει ποτέ.

Καταρχήν θέλω να επισημάνω πόσο τυχερός στάθηκα που στην φοιτητική μου πορεία συναντήθηκα και συνεργάστηκα με τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ.Κουϊκόγλου. Του χρωστάω πολλά περισσότερα από αυτά που μπορώ να του ανταποδώσω. Χωρίς την βοήθειά του και την εμπιστοσύνη του, δεν θα είχα καταφέρει πολλά από αυτά που έχω έως σήμερα. Για εμένα δεν υπήρξε απλά ο επιβλέπων καθηγητής μου, αλλά ο Δάσκαλος μου με ό,τι συνεπάγεται αυτή η έννοια. Είναι αυτός που σε δύσκολες για εμένα στιγμές με εμπιστεύθηκε όταν δεν με εμπιστευόμουν εγώ ο ίδιος. Είναι αυτός που με ενέπνευσε, με εμπιστεύθηκε και με βοήθησε να καταλάβω και να νιώσω την χαρά της δημιουργίας, την ευτυχία της αναζήτησης της γνώσης και την ικανοποίηση όταν επιτέλους την κατακτάς. Θα μου λείψουν οι πρωινοί καφέδες μας με τσιγάρο και κουβέντα.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω όλη την οικογένειά μου για την υλική και ηθική υποστήριξη όλα αυτά τα χρόνια. Τους ταλαιπώρησα αρκετά και τους υπόσχομαι ότι θα συνεχίσω να το κάνω για πολλά χρόνια ακόμα.

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 ΓΕΝΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ

Η ανάπτυξη και η ανταγωνιστικότητα όλων των σύγχρονων βιομηχανικών μονάδων, ανεξαρτήτως μεγέθους και τομέα δραστηριότητας, προσδιορίζονται σε μεγάλο ποσοστό από την ποιότητα των παραγομένων προϊόντων. Ο έλεγχος ποιότητας έχει εισαχθεί ως δραστηριότητα στην καθημερινή λειτουργία τους, ανάγοντας σε βασική προτεραιότητά τους την διασφάλιση της παραγωγής άρτιων και αξιόπιστων προϊόντων. Είναι λοιπόν ένα σημαντικό και αναπόσπαστο κομμάτι της παραγωγικής διαδικασίας. Ο λόγος είναι προφανής: το κόστος από την πώληση ενός ελαττωματικού προϊόντος είναι κατά πολύ μεγαλύτερο από το κόστος της πρόληψης και του ελέγχου κατά το στάδιο της παραγωγής.

Αντιλαμβανόμενοι την σημαντικότητα της ποιότητας στην παραγωγή ενός προϊόντος, όλο και πιο συχνά οι αναλυτές παραγωγικών διαδικασιών εισάγουν τον έλεγχο ποιότητας σε μοντέλα ανάλυσης και προσομοίωσης συστημάτων παραγωγής (δικτύων ή γραμμών).

Βασίζόμενη στα παραπάνω η παρούσα μεταπτυχιακή διατριβή επικεντρώνεται στη μελέτη και σχεδίαση γραμμών παραγωγής, όπου λαμβάνει χώρα έλεγχος ποιότητας σε διάφορα στάδια της παραγωγικής διαδικασίας. Στόχος της διατριβής είναι η μελέτη πολιτικών ελέγχου παραγωγής και η χωροθέτηση των σταθμών ελέγχου. Ως γραμμή παραγωγής νοείται ένα σύνολο μηχανών διατεταγμένο με τρόπο ώστε να παραλαμβάνει πρώτες ύλες και μετά από μια σειρά κατάλληλων κατεργασιών να παράγει ένα τελικό προϊόν έτοιμο προς πώληση.

Η εργασία, αποσκοπεί στην ανάπτυξη ενός μαθηματικού μοντέλου βάσει του οποίου θα μπορεί να αναλυθεί και να μοντελοποιηθεί η διαδικασία ελέγχου ποιότητας εντός των γραμμών παραγωγής. Σκοπός είναι, σε μια αναξιόπιστη γραμμή παραγωγής, να βρεθεί το βέλτιστο πλήθος σταθμών ελέγχων εντός της παραγωγικής διαδικασίας, καθώς και η βέλτιστη θέση τους εντός της γραμμής, ώστε να μεγιστοποιηθεί το μέσο κέρδος λειτουργίας του συστήματος ανά μονάδα χρόνου. Για την διαμόρφωση του συνολικού κέρδους συμβάλλουν διάφορες επιμέρους παράμετροι κόστους ή κέρδους που ο χρήστης μπορεί να επιλέξει και να ορίσει σύμφωνα με τις ιδιαιτερότητες της γραμμής που εξετάζεται.

Η παρούσα εργασία απαρτίζεται από 5 κεφάλαια. Στην συνέχεια του κεφαλαίου αυτού θα γίνει μια σύντομη βιβλιογραφική ανασκόπηση. Στο Κεφάλαιο 2 παρατίθεται μια σύντομη ανάλυση για τα κλειστά δίκτυα αναμονής. Εν συνεχεία, στο ίδιο κεφάλαιο, θα πραγματοποιηθεί μια αναδρομή στις διάφορες πολιτικές ελέγχου της ζήτησης, για να καταλήξουμε στο ποια τελικά θα χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση του συστήματος. Τέλος θα παρουσιαστούν οι αναλυτικοί τύποι που χρησιμοποιούνται από την θεωρία ουρών αναμονής για τον υπολογισμό του ρυθμού κέρδους για ένα τέτοιο δίκτυο.

Στο Κεφάλαιο 3 αρχικά θα διευκρινισθεί πώς ένα κλειστό δίκτυο παραγωγής συσχετίζεται με την γραμμή παραγωγής που εξετάζουμε. Επιπλέον θα παρουσιασθούν τα χαρακτηριστικά του ελέγχου ποιότητας σε ένα σύστημα παραγωγής εν γένει και ποια από αυτά τα χαρακτηριστικά τελικά θα έχει ο έλεγχος στην παρούσα εργασία. Εν συνεχεία θα παρουσιασθεί η μαθηματική ανάλυση ενός τέτοιου συστήματος και πώς εν τέλει

διαμορφώνεται η συνάρτηση του συνολικού ρυθμού κέρδους (κέρδος δικτύου – κόστος από έλεγχο). Ακολούθως θα δειχθεί πώς πραγματοποιείται η βελτιστοποίηση που τελικά θα δώσει και την βέλτιστη κατανομή σταθμών ελέγχου ποιότητας για κάποια γραμμή παραγωγής.

Τέλος στο Κεφάλαιο 4 θα παρουσιασθούν μια σειρά από πειράματα που έγιναν για διάφορες γραμμές παραγωγής. Κλείνοντας, στο Κεφάλαιο 5 θα γίνει μια σύνοψη της εργασίας και θα δοθούν κάποιες δυνατές επεκτάσεις που θα μπορούσαν να γίνουν.

1.2 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Οι σταθμοί ελέγχου αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι των συστημάτων παραγωγής. Βοηθούν στην επίτευξη της προσδοκώμενης ποιότητας και στη διαδικασία συνεχούς βελτίωσης της παραγωγής. Δυο σημαντικά θέματα που σχετίζονται με τους σταθμούς επιθεώρησης και αποτελούν αντικείμενα έρευνας είναι:

- Πόσοι σταθμοί ελέγχου πρέπει να εγκατασταθούν
- Πού θα τοποθετηθούν οι σταθμοί ελέγχου.

Η βιβλιογραφία που προσπαθεί να δώσει απάντηση σε αυτά τα ερωτήματα είναι αρκετή. Η βέλτιστη κατανομή των σταθμών ελέγχου άρχισε να μελετάται το 1965 από τους Lindsay και Bishop [1] οι οποίοι πρότειναν ένα μοντέλο δυναμικού προγραμματισμού. Το 1969 ο White [2] είναι από τους πρώτους που εξετάζουν συστήματα όπου το αποτέλεσμα της επιθεώρησης μπορεί να είναι και επιδιόρθωση και όχι μόνο αποδοχή ή απόρριψη. Παρόλα αυτά υποθέτει ότι η επισκευή γίνεται στον σταθμό ελέγχου τοπικά και έτσι δεν επιτρέπει το ενδεχόμενο επανακατεργασίας. Η βελτιστοποίηση της χωροθέτησης σταθμών ελέγχου υλοποιείται με ένα μοντέλο δυναμικού προγραμματισμού.

Το 1974 οι Erpen και Hurst [3] εισάγουν την έννοια του ατελούς ελέγχου (imperfect inspection) σύμφωνα με την οποία, κάθε σταθμός ελέγχου περιγράφεται από τα σφάλματα τύπου α και β όπου, α είναι η πιθανότητα ένα «καλό» (αποδεκτό) κομμάτι να απορριφθεί και β η πιθανότητα ένα ελαττωματικό κομμάτι να περάσει τον έλεγχο ως αποδεκτό. Μια από τις παραδοχές τους είναι ότι για ένα κομμάτι υπάρχει η δυνατότητα μιας και μόνο επανακατεργασίας σε κάθε μηχανή του συστήματος. Η εργασία τους παρουσιάζει ένα μοντέλο δυναμικού προγραμματισμού για τον βέλτιστο καθορισμό των θέσεων των σταθμών ελέγχου.

Οι Narahari και Khan [4] παρουσιάζουν ένα αναλυτικό μοντέλο που χρησιμοποιεί τη θεωρία δικτύων αναμονής προκειμένου να επιτύχουν βελτιστοποίηση του συστήματος. Μια από τις παραδοχές τους είναι ότι ένα κομμάτι κατά το τέλος της επιθεώρησης μπορεί να επιστρέφεται σε κάποια προηγούμενη μηχανή για επανακατεργασία αλλά χωρίς μνήμη για τους συνδυασμούς των κατεργασιών που πρέπει να επαναληφθούν. Έτσι επαναλαμβάνονται όλες οι κατεργασίες από την μηχανή που εκτέλεσε την πρώτη ανεπιτυχή κατεργασία μέχρι την τελευταία μηχανή πριν το σταθμό επιθεώρησης. Για παράδειγμα, κάθε κομμάτι που επιστρέφει από την μηχανή 4 στην μηχανή 1 για επανακατεργασία υποχρεωτικά θα πρέπει να επαναλάβει τις κατεργασίες και στις μηχανές 2, 3 και 4. Μια επιπλέον παραδοχή είναι ότι η επιθεώρηση γίνεται ακαριαία. Αυτές οι υποθέσεις δεν είναι πάντα ρεαλιστικές.

Ακαριαία επιθεώρηση υποθέτουν και οι Lee, Frein και Duri στην εργασία [5]

αλλά επιτρέπουν διακριτές επανακατεργασίες. Αναλύεται ένα σύστημα παραγωγής με τρεις το πολύ μηχανές χρησιμοποιώντας αλυσίδες Markov. Το πλήθος των δυνατών καταστάσεων της αλυσίδας αυξάνεται εκθετικά με το πλήθος των σταθμών ελέγχου και αυτό καθιστά τη μέθοδο ανέφικτη σε μεγάλης κλίμακας συστήματα. Συνεπώς περιορίζεται σε συστήματα μικρού μεγέθους.

Οι Cochran και Erol [6] παρουσίασαν ένα αναλυτικό μοντέλο για απλή γραμμή παραγωγής με σταθμούς ελέγχου και επιδιόρθωσης. Σε αυτό υπολογίζεται ο ρυθμός ελαττωματικών και αξιόπιστων προϊόντων που παράγονται στο σύστημα, με βάση τις θέσεις των σημείων ελέγχου. Το μοντέλο εξετάζει την ποιότητα μόνο και δεν μπορεί να περιγράψει αποθέματα, ανικανοποίητη ζήτηση, το ύψος των πωλήσεων και συνεπώς δεν μπορεί να υπολογίσει μέσο ρυθμό κερδοφορίας.

Το 2005 παρουσιάστηκε από τους Volsem et al. [7] ένας γενετικός αλγόριθμος, που χρησιμοποιεί προσομοίωση διακριτών γεγονότων για την εκτίμηση του κέρδους λειτουργίας μιας γραμμής παραγωγής χωρίς συναρμολογήσεις. Σε κάθε μηχανή μπορεί να γίνεται επιθεώρηση όμως δεν επιτρέπονται επιδιορθώσεις και όταν εντοπίζεται ελαττωματικό κομμάτι τότε απορρίπτεται.

Τέλος το 2006 οι Pradhan et al. [8], παρουσίασαν έναν αναλυτικό τρόπο υπολογισμού μέτρων απόδοσης ενός δικτύου παραγωγής οπτικοηλεκτρονικών προϊόντων. Ο έλεγχος που πραγματοποιείται μπορεί να ανιχνεύσει μόνο επανακατεργάσιμες κατεργασίες και όχι απορριπτέες. Συνεπώς ένα κομμάτι κρίνεται ως αποδεκτό ή επανακατεργάσιμο μόνο.

2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΤΥΠΟΥ ΜΕ ΠΟΛΙΤΙΚΗ ΕΛΕΓΧΟΥ ΖΗΤΗΣΗΣ

Η διατριβή μελετά γραμμές παραγωγής με έλεγχο ποιότητας και έλεγχο ζήτησης. Για την περιγραφή τέτοιων γραμμών, εδώ, θα γίνει χρήση των κλειστών δικτύων Jackson από την θεωρία ουρών αναμονής.

Τα δίκτυα αυτά περιγράφουν συστήματα παραγωγής όπου οι πρώτες ύλες εισέρχονται μόνο όταν υπάρχει ζήτηση, δηλαδή κάποια παραγγελία από πελάτη. Για την μοντελοποίηση τέτοιων συστημάτων, η ζήτηση θεωρείται ως μια μηχανή του συστήματος η οποία τροφοδοτείται από την αποθήκη έτοιμων προϊόντων και τροφοδοτεί την αποθήκη πρώτων υλών.

Αναλυτικότερα, στην παρούσα εργασία, για τον έλεγχο του ρυθμού παραγωγής χρησιμοποιείται η πολιτική αποθέματος βάσης. Έτσι αρχικά το σύστημα παραγωγής παράγει στο μέγιστο ρυθμό έως ότου παραχθεί μια ποσότητα έτοιμων προϊόντων ίση με ένα κατώφλι s , που ονομάζεται απόθεμα βάσης, και διακόπτει την παραγωγή όταν το απόθεμα γίνει ίσο με αυτό.

Επιπλέον κάθε φορά που ζήτηση (παραγγελία) αφικνείται είτε γίνεται αποδεκτή είτε απορρίπτεται (έλεγχος ζήτησης). Για τον έλεγχο της ζήτησης γίνεται χρήση μιας πολιτικής μερικής αποδοχής της μη ικανοποιημένης ζήτησης (PLS-partly lost sales). Η πολιτική αυτή απορρίπτει όλες τις νέες παραγγελίες, όταν η μη ικανοποιημένη ζήτηση γίνει ίση με ένα κατώφλι c . Το κατώφλι αυτό ονομάζεται έλλειμμα βάσης, και είναι ο μέγιστος αριθμός πελατών στην αναμονή.

Για την περιγραφή τέτοιων συστημάτων γίνεται χρήση μιας εικονικής αποθήκης που παρεμβάλλεται μεταξύ της τελευταίας μηχανής του συστήματος και της ζήτησης. Η χωρητικότητά της είναι $s+c$. Έτσι όταν παράγεται ένα προϊόν η στάθμη της αποθήκης αυτής αυξάνεται, ενώ κάθε φορά που έρχεται μια νέα παραγγελία η στάθμη μειώνεται. Προφανώς, όταν η στάθμη είναι στο μηδέν, το σύστημα δεν δέχεται νέες παραγγελίες (απόρριψη).

Πέραν του ελέγχου της ζήτησης (αποδοχής παραγγελιών) και του ρυθμού παραγωγής, η παρούσα εργασία αποσκοπεί να αναλύσει και να μοντελοποιήσει και την διαδικασία ελέγχου ποιότητας εντός των γραμμών παραγωγής. Σκοπός είναι η εύρεση του βέλτιστου πλήθους σταθμών ελέγχου εντός της παραγωγικής διαδικασίας, καθώς και η βέλτιστη θέση τους εντός του δικτύου. Ο έλεγχος γίνεται πάνω σε ένα υπό κατεργασία κομμάτι ή ακόμα και σε ένα έτοιμο τελικό προϊόν και αφορά το σύνολο των κατεργασιών που έχουν υποστεί το κομμάτι ή το προϊόν (100% έλεγχος). Έτσι μια κατεργασία που γίνεται σε ένα κομμάτι από κάποια μηχανή του συστήματος, μπορεί κατά τον έλεγχό της σε έναν σταθμό ελέγχου να βρεθεί:

- Αποδεκτή, αν έχει γίνει σωστά χωρίς σφάλμα
- Επαναληπτέα, αν έχει γίνει με ένα μικρό σφάλμα που επιδιορθώνεται με επανακατεργασία στην μηχανή
- Απορριπτέα, αν έχει γίνει με σφάλμα μη αναστρέψιμο και το κομμάτι έχει καταστραφεί.

Οι πιθανότητες δρομολόγησης κομματιών, καθώς και όλα τα μέτρα απόδοσης του συστήματος, εξαρτώνται από την θέση που έχουν οι σταθμοί ελέγχου ποιότητας στο δίκτυο και στην παρούσα εργασία ο υπολογισμός τους θα γίνεται αναλυτικά. Τελικός

στόχος είναι η μεγιστοποίηση της συνάρτησης κέρδους ανά μονάδα χρόνου. Η συνάρτηση κέρδους υπολογίζεται εφαρμόζοντας αποτελέσματα από τις θεωρίες πιθανοτήτων και ουρών αναμονής. Οι υπολογισμοί απαιτούν ελάχιστους χρόνους στον υπολογιστή.

Κρίνεται σκόπιμο στο σημείο αυτό να αναλυθεί λίγο εκτενέστερα ο ρυθμός κέρδους. Όπως θα εξηγηθεί στην συνέχεια ο ρυθμός διαμορφώνεται βάσει δυο κύριων συνιστωσών. Η πρώτη αφορά το ρυθμό κέρδους που προκύπτει από την βέλτιστη πολιτική ελέγχου ζήτησης και παραγωγής. Είναι άμεσα εξαρτώμενη από τον ρυθμό παραγωγής τους συστήματος, το μέσο απόθεμα και το μέσο πλήθος εκκρεμών παραγγελιών. Η δεύτερη συνιστώσα αφορά το ρυθμό κέρδους εξαιτίας της διενέργειας ελέγχου ποιότητας στο σύστημα και διαμορφώνεται βάσει του συνολικού αριθμού κομματιών που απορρίφθηκαν, του πλήθους των σταθμών ελέγχου που έχουν εγκατασταθεί, καθώς και του πλήθους των μηχανών (κατεργασιών) που ελέγχονται.

2.1 ΕΛΕΓΧΟΙ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΖΗΤΗΣΗΣ

Μια συνηθισμένη πρακτική ελέγχου αποθεμάτων σε συστήματα παραγωγής προς αποθήκευση συνίσταται στον καθορισμό ενός κατώφλιου για το πλήθος των ετοιμών προϊόντων (make-to-stock συστήματα). Το κατώφλι αυτό ονομάζεται **απόθεμα βάσης** (base stock). Όταν το απόθεμα ετοιμών προϊόντων γίνει ίσο με το απόθεμα βάσης τότε η παραγωγή σταματά και επανεκκινεί όταν το απόθεμα πέσει κάτω από το απόθεμα βάσης. Η πολιτική αυτή εγγυάται ότι το κόστος αποθέματος είναι ορισμένο και μάλιστα προκαθορισμένο.

Οι πολιτικές αποθέματος βάσης, καθώς και κάποιες επεκτάσεις τους, αναπτύχθηκαν αρχικά για αποθεματικά συστήματα στα τέλη της δεκαετίας του 1950 (π.χ. βλ. Clark and Scarf [9]). Αν το απόθεμα βάσης επιλεγεί μηδέν τότε έχουμε τη λεγόμενη πολιτική μηδενικού αποθέματος βάσης, ή πολιτική παραγωγής κατά παραγγελία (make-to-order). Τα αποθεματικά συστήματα μπορούν να θεωρηθούν ως ειδική περίπτωση συστημάτων παραγωγής, στα οποία η μονάδα παραγωγής είτε έχει άπειρη παραγωγικότητα είτε η διάρκεια παραγωγής μίας παρτίδας προϊόντων δεν εξαρτάται από το μέγεθος της παρτίδας. Συνεπώς τα προβλήματα αποθεματικών συστημάτων είναι απλούστερα από εκείνα των συστημάτων παραγωγής.

Στην περίπτωση άφιξης μιας νέας παραγγελίας που δεν μπορεί να ικανοποιηθεί άμεσα λόγω έλλειψης έτοιμου προϊόντος, έχουν υιοθετηθεί κάποιες απλές πολιτικές αποδοχής, σύμφωνα με τις οποίες, οι παραγγελίες είτε απορρίπτονται όλες είτε γίνονται όλες αποδεκτές και οι παραγγελίες τίθενται σε εκκρεμότητα (βλ., π.χ., Hadley and Whitin [10], Smith [11], Zipkin [12]). Η αποδοχή όλων των παραγγελιών όταν δεν υπάρχει απόθεμα ονομάζεται πολιτική πλήρους αποδοχής (CB-complete backordering), ενώ η απόρριψη όλων των παραγγελιών όταν δεν είναι δυνατόν να ικανοποιηθούν άμεσα ονομάζεται πολιτική πλήρους απόρριψης (LS-lost sales). Αν ο ρυθμός παραγωγής του συστήματος είναι μικρότερος της ζήτησης η πολιτική πλήρους αποδοχής είναι ζημιογόνος για μία επιχείρηση αφού το πλήθος των παραγγελιών σε αναμονή θα τείνει να μεγαλώνει χωρίς φραγμό.

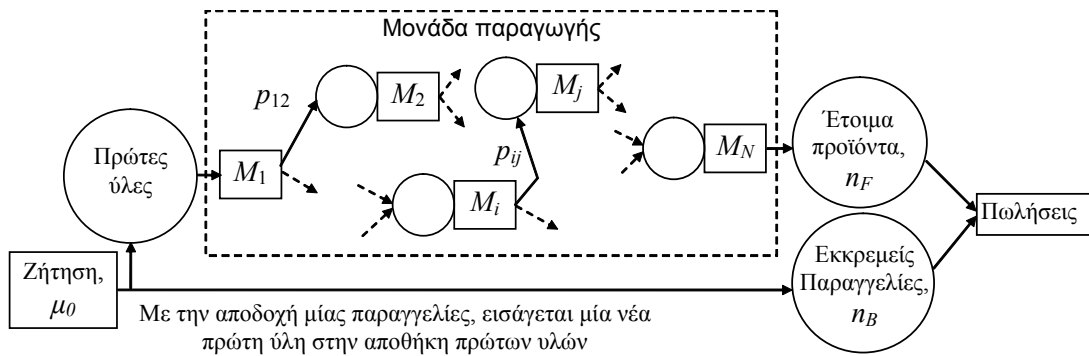
Η απόρριψη νέων παραγγελιών που αφικνούνται στο σύστημα επιβάλλεται όταν το παραγόμενο απόθεμα έχει φθάσει σε ένα προκαθορισμένο κατώφλι που ονομάζεται

έλλειμμα βάσης (base backlog). Η πολιτική αυτή είναι μια πιο γενική και καλείται **πολιτική μερικής αποδοχής** της μη ικανοποιημένης ζήτησης (PLS-partly lost sales). Όταν το απόθεμα βάσης είναι μηδενικό, η PLS πολιτική γίνεται LS, ενώ όταν το απόθεμα βάσης είναι άπειρο, η PLS γίνεται CB. Μία εναλλακτική πολιτική ελέγχου, όταν δεν υπάρχει απόθεμα, είναι η αποδοχή ή απόρριψη παραγγελιών με τυχαίο τρόπο ανεξάρτητα από το πλήθος των παραγγελιών που ήδη εκκρεμούν (Moinzadeh [13]). Αυτή η πολιτική ονομάζεται **πολιτική τυχαίας αποδοχής** (RAC-randomized admission control) και μέχρι τώρα χρησιμοποιείται μόνο σε συστήματα μίας μηχανής.

Έχει αποδειχθεί (Ιωαννίδης [14]) ότι σε δίκτυα παραγωγής με εκθετικούς χρόνους κατεργασιών (Jackson networks) η χρήση της πολιτικής PLS δίνει καλύτερα αποτελέσματα (υψηλότερο κέρδος) από τις πολιτικές LS, CB και RAC. Γι' αυτό το λόγο και στην παρούσα εργασία για τον έλεγχο της ζήτησης γίνεται χρήση αυτής της πολιτικής.

2.2 ΚΛΕΙΣΤΟ ΔΙΚΤΥΟ ΑΝΑΜΟΝΗΣ ΜΕ ΠΟΛΙΤΙΚΗ ΜΕΡΙΚΗΣ ΑΠΟΔΟΧΗΣ ΤΗΣ ΜΗ ΙΚΑΝΟΠΟΙΗΜΕΝΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ (PLS)

Έστω ένα σύστημα παραγωγής με N κόμβους, όπως φαίνεται στο Σχ. 2.1. Κάθε κόμβος i (με $i=1, \dots, N$) απαρτίζεται από μια μηχανή M_i και την αποθήκη της. Η μηχανή M_1 είναι η μηχανή που παραλαμβάνει της πρώτες ύλες και η μηχανή M_N αυτή που παράγει ένα τελικό έτοιμο προϊόν. Κομμάτια που φεύγουν από την μηχανή i οδηγούνται στην αποθήκη του κόμβου j για να υποστούν την επόμενη κατεργασία με πιθανότητα p_{ij} με $p_{i1}+p_{i2}+\dots+p_{iN}=1$, για κάθε i . Οι ποσότητες p_{ij} ονομάζονται πιθανότητες δρομολόγησης.



Σχήμα 2.1. Σύστημα παραγωγής.

Υποθέτουμε ότι οι χρόνοι κατεργασιών είναι ανεξάρτητοι, τυχαίοι και εκθετικά κατανομημένοι. Έτσι για μια μηχανή M_i έχουμε μέσο χρόνο κατεργασίας $1/\mu_i$ (μέσο ρυθμό μ_i). Οι χρόνοι μεταξύ των αφίξεων των νέων παραγγελιών (πελατών) είναι εκθετικά κατανομημένοι με μέση τιμή $1/\mu_0$ (μέσος ρυθμός αφίξεων μ_0). Κάθε παραγγελία που γίνεται από αφικνούμενο πελάτη αντιστοιχεί σε μια μονάδα προϊόντος. Το σύστημα περιέχει τρεις εξωτερικές αποθήκες: μια αποθήκη πρώτων υλών, μια αποθήκη έτοιμων – τελικών προϊόντων και μια αποθήκη όπου δίνεται το πλήθος των πελατών που είναι σε αναμονή. Υπάρχουν επίσης στο δίκτυο εσωτερικές αποθήκες που είναι τοποθετημένες πριν από κάθε μηχανή. Η λειτουργία του δικτύου αυτού διέπεται από τρεις βασικούς

κανόνες:

1. Το απόθεμα του συστήματος είναι ο συνολικός αριθμός κομματιών στο σύστημα (πρώτες ύλες, ημικατεργασμένα κομμάτια, έτοιμα προϊόντα) εκτός του πλήθους των παραγγελιών (πελατών) που είναι σε αναμονή. Στην αρχή (χρόνος μηδέν) το απόθεμα είναι προκαθορισμένο και ίσο με s , με $s \geq 0$. Η παράμετρος s ονομάζεται απόθεμα βάσης.
2. Πελάτης που φθάνει στο σύστημα γίνεται αποδεκτός ή απορρίπτεται (μη αποδοχή πελάτη) ανάλογα με το πλήθος πελατών στην αναμονή. Αν αναμένουν ήδη c πελάτες πριν από αυτόν τότε απορρίπτεται. Το μέγιστο πλήθος πελατών στην αναμονή καλείται έλλειμμα βάσης. Όταν ένας πελάτης γίνεται δεκτός (είτε εξυπηρετείται αμέσως είτε εισέρχεται στην αναμονή) τότε αυτόματα μια νέα πρώτη ύλη εισέρχεται στην αποθήκη πρώτων υλών. Με αυτό τον τρόπο το **καθαρό απόθεμα** του συστήματος (συνολικό απόθεμα)-(συνολικό έλλειμμα) παραμένει σταθερό και ίσο με το απόθεμα βάσης s .
3. Μια νέα πώληση πραγματοποιείται αμέσως όταν υπάρχει ταυτόχρονα ένα έτοιμο προϊόν στην αντίστοιχη αποθήκη και ένας πελάτης στην αναμονή. Προφανώς το πλήθος των έτοιμων προϊόντων και το πλήθος των παραγγελιών στην αναμονή δεν μπορούν να είναι ταυτόχρονα και τα δυο θετικά (κάποιο από τα δύο ή και τα δύο θα πρέπει να είναι 0).

Έστω τώρα ότι κάποια στιγμή το πλήθος των κομματιών στην μηχανή M_i είναι n_i , για $i=1, \dots, N$, το πλήθος των έτοιμων προϊόντων είναι n_F και το πλήθος των παραγγελιών στην αναμονή στο σύστημα n_B . Τότε το συνολικό πλήθος κομματιών στο σύστημα n_H ισούται με:

$$n_H = n_F + \sum_{i=1}^N n_i \quad (2.4)$$

Επίσης το **καθαρό απόθεμα** ορίζεται $n_H - n_B$ και από τον κανόνα λειτουργίας 2 έχουμε:

$$n_H = n_B + s \quad \text{ή} \quad n_H - n_B = s \quad (2.5)$$

Αφού οι χρόνοι αφίξεων πελατών και οι χρόνοι κατεργασιών είναι ανεξάρτητοι και εκθετικά κατανομημένοι, η εξέλιξη του συστήματος είναι ανεξάρτητη των παλαιότερων καταστάσεων και εξαρτάται μόνο από την τρέχουσα κατάσταση του ($n_F, n_B, n_i, i = 1, \dots, N$). Συνεπώς το σύστημα μπορεί να περιγραφεί από μία αλυσίδα Markov. Αποδεικνύεται, από τους Ioannidis et al. [15], ότι ένα τέτοιο σύστημα παραγωγής, όπως στο Σχ. 2.1, είναι ισοδύναμο με ένα κλειστό δίκτυο αναμονής με $N + 1$ κόμβους.

Στόχος της διοίκησης είναι να βρεί μια πολιτική τέτοια ώστε να μεγιστοποιηθεί ο συνολικός ρυθμός κέρδους του συστήματος. Ο ρυθμός κέρδους εξαρτάται από το πλήθος των πωλήσεων, το κόστος αποθέματος, το κόστος εκκρεμών παραγγελιών ή κόστος ανικανοποίητης ζήτησης εναλλακτικά και το κόστος ελέγχου ποιότητας και ελαττωματικών κομματιών.

Το κόστος αποθέματος διαμορφώνεται βάσει δυο συνιστωσών. Η πρώτη συνιστώσα κόστους αφορά τη φυσική διαδικασία συντήρησης αποθεμάτων, όπως το κόστος των αποθηκευτικών χώρων, το κόστος λειτουργίας ενός συστήματος διαχείρισης υλικών κλπ. Η δεύτερη συνιστώσα κόστους αφορά το γεγονός ότι, έχοντας κάποιο απόθεμα στο σύστημα δεσμεύεται κεφάλαιο το οποίο χρησιμοποιείται για την αγορά πρώτων υλών αντί για κερδοφόρες επενδύσεις.

Το κόστος ανικανοποίητης ζήτησης περιλαμβάνει επίσης δύο συνιστώσες. Το ένα κόστος είναι χρηματοοικονομικό και συνίσταται στην απώλεια της ευκαιρίας επένδυσης του κέρδους από την πώληση ενός προϊόντος για το χρονικό διάστημα που μια παραγγελία μένει ανικανοποίητη. Η δεύτερη συνιστώσα αφορά το τυχόν κόστος δυσφήμισης και τις ρήτρες καθυστέρησης, για την περίπτωση που ο πελάτης δεν ικανοποιηθεί αμέσως αλλά υποχρεωθεί να περιμένει.

Βάσει των παραπάνω ορίζονται τα ακόλουθα:

- p το καθαρό κέρδος από την πώληση ενός έτοιμου προϊόντος
- h το κόστος αποθέματος ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα προϊόντος
- b το κόστος ανικανοποίητης ζήτησης ανά μονάδα χρόνου (κόστος λόγω αναμονής πελατών έως ότου παραλάβουν την παραγγελία τους)

Αγνοώντας προσωρινά το κόστος ποιότητας και ελαττωματικών προϊόντων, ο ρυθμός κέρδους του συστήματος διαμορφώνεται ως εξής:

$$J = p \cdot TH - h \cdot H - b \cdot B \quad (2.6)$$

με TH το μέσο ρυθμό παραγωγής του συστήματος, H το μέσο απόθεμα και B μέσο πλήθος εκκρεμών παραγγελιών.

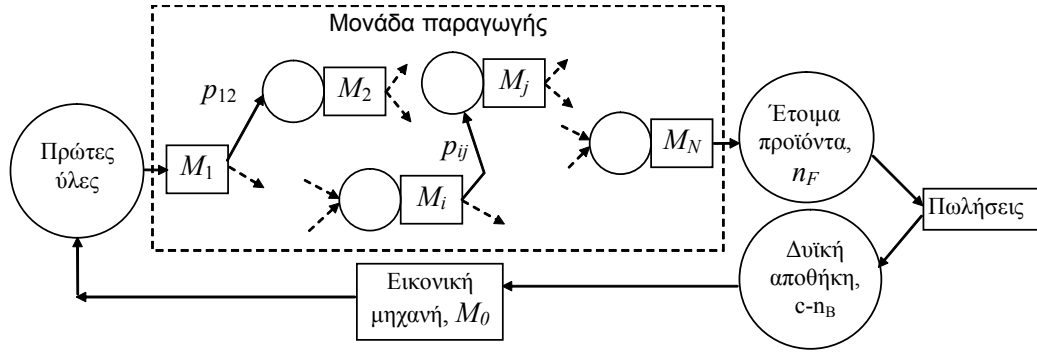
2.2.1 Ισοδύναμο κλειστό δίκτυο αναμονής

Το δίκτυο του Σχ. 2.1 μπορεί ισοδύναμα να περιγραφεί από ένα κλειστό δίκτυο αναμονής. Αυτό στηρίζεται στην παρατήρηση ότι η είσοδος μιας παραγγελίας στο δίκτυο επιφέρει την είσοδο μιας νέας πρώτης ύλης και μιας εκκρεμής παραγγελίας στο σύστημα.

Επομένως η πώληση ισοδυναμεί με μια διαδικασία συναρμολόγησης ενός έτοιμου τελικού προϊόντος και μιας εκκρεμής παραγγελίας. Επίσης η άφιξη μιας νέας παραγγελίας ισοδυναμεί με μια αποσυναρμολόγηση, αφού δίνει μία πρώτη ύλη στην πρώτη αποθήκη και ταυτόχρονα μια παραγγελία στην αποθήκη εκκρεμών παραγγελιών. Έχει αποδειχθεί ότι από ένα δίκτυο συναρμολόγησης/αποσυναρμολόγησης προκύπτει ένα ισοδύναμο δίκτυο αν αντιστραφούν οι ροές κάποιων αποθηκών ενώ οι στάθμες τους αντικατασταθούν με το συμπλήρωμά τους, δηλαδή με το πόσο άδειες είναι (δυϊκό δίκτυο του αρχικού), Dallery et al. [16]. Αυτό συνεπάγεται ότι όταν λαμβάνει χώρα ένα γεγονός στο αρχικό δίκτυο, το ίδιο ακριβώς συντελείται και στο δυϊκό.

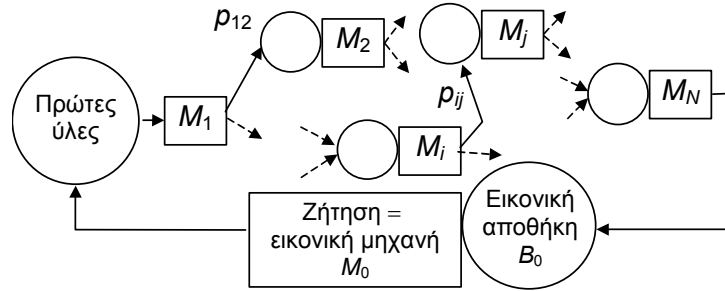
Βάσει των παραπάνω, το αρχικό δίκτυο του Σχ. 2.1 μπορεί να μετατραπεί σε ένα ισοδύναμο κλειστό δίκτυο αναμονής ακολουθώντας τα εξής βήματα (Ioannidis et al. [15]):

1. αντιστρέφεται η ροή μεταξύ πωλήσεων και εκκρεμών παραγγελιών
2. αντικαθίσταται η αποθήκη εκκρεμών παραγγελιών με την δυϊκή της, διατηρώντας την ίδια χωρητικότητα, ίση με το έλλειμμα βάσης c ή $c-n_B$ αν βρίσκονται πελάτες στην αναμονή
3. η ζήτηση αντικαθίσταται από μια εικονική μηχανή M_0 , με μέσο χρόνο κατεργασίας όσος και ο μέσος χρόνος αφίξεων παραγγελιών.



Σχήμα 2.2. Δυϊκό δίκτυο αναμονής.

Έτσι προκύπτει το δίκτυο του Σχ. 2.2. Απλοποιώντας περαιτέρω το δίκτυο, αφού το γεγονός της πώλησης συντελείται ακαριαία, καταλήγουμε στο δίκτυο του Σχ. 2.3 (βλ. Ioannidis et al. [15]). Το δίκτυο αυτό είναι ένα κλειστό δίκτυο Jackson (λόγω των εκθετικών χρόνων παραγωγής).



Σχήμα 2.3. Ισοδύναμο κλειστό δίκτυο αναμονής.

Η χωρητικότητα της εικονικής αποθήκης είναι όση και το άθροισμα του αποθέματος βάσης και του ελλείμματος βάσης ($s+c$) και έχει n_0 κομμάτια. Έτσι ισχύει ότι:

$$n_0 = n_F + (c - n_B) \quad (2.7)$$

Προφανώς από την στιγμή που το καθαρό απόθεμα του συστήματος είναι σταθερό λόγω της (2.5), κάθε χρονική στιγμή ισχύει στο σύστημα:

$$(n_1 + n_2 + \dots + n_F) - n_B = s \quad (2.8)$$

ή

$$n_0 + n_1 + n_2 + \dots + n_N = s + c \quad (2.9)$$

Έτσι γίνεται αντιληπτό ότι το ισοδύναμο δίκτυο που προέκυψε έχει σταθερό αριθμό κομματιών εντός του και ίσο με $s+c$. Τα παραπάνω λοιπόν συνηγορούν στο ότι το σύστημα είναι ένα κλειστό δίκτυο Jackson με $N+1$ κόμβους ($i=0, 1, 2, \dots, N$). Κομμάτια μεταφέρονται από τον κόμβο N στον κόμβο 0 και από εκεί με την σειρά τους οδηγούνται στον κόμβο 1 και μάλιστα με πιθανότητα $p_{N0} = p_{01} = 1$.

Κάνοντας την αντιστοιχία μεταξύ των παραμέτρων n_F , n_B και n_H για το αρχικό δίκτυο και το ισοδύναμο κλειστό δίκτυο αναμονής προκύπτει ο Πίνακας 2.1. Είναι φανερό ότι η παράμετρος m είναι η μέγιστη δυνατή τιμή που μπορεί να πάρει η n_H . Στο

εξής ως m θα ορίζουμε την συνολική χωρητικότητα του συστήματος:

$$m = s + c \quad (2.10)$$

Οι παράμετροι μέσος ρυθμός παραγωγής του συστήματος (μ), μέσο απόθεμα (H) και μέσο πλήθος εκκρεμών παραγγελιών (B) μπορούν να υπολογισθούν χρησιμοποιώντας κλασσική θεωρία ουρών αναμονής, αφού το ισοδύναμο δίκτυο είναι ένα κλειστό δίκτυο Jackson.

Πίνακας 2.1. Αντιστοιχίες καταστάσεων του αρχικού συστήματος και του ισοδύναμου κλειστού δικτύου αναμονής.

Αν n_F είναι	και n_B είναι	τότε	το συνολικό πλήθος n_H των προϊόντων στο αρχικό σύστημα είναι	και το n_0 στο ισοδύναμο ΚΔ είναι
0	0		s	c
1	0		s	$c+1$
...	...		...	...
s	0		s	$s+c = m$
0	1		$s+1$	$c-1$
...	...		...	...
0	c		$s+c = m$	0

2.2.2 Υπολογισμοί πιθανοτήτων κατάστασης ισορροπίας από θεωρία ουρών αναμονής

Σε αυτή την παράγραφο θα γίνει μια σύντομη ανασκόπηση της θεωρίας ουρών αναμονής, που σκοπό έχει τον υπολογισμό των πιθανοτήτων στην κατάσταση ισορροπίας για ένα Μαρκοβιανό κλειστό δίκτυο αναμονής. Έστω λοιπόν δίκτυο με $N+1$ κόμβους (μηχανές), $M_0, M_1, M_2, \dots, M_N$. Κάθε μηχανή έχει μέσο ρυθμό παραγωγής μ_i , για κάθε $i=0, 1, \dots, N$. Εντός του δικτύου μετακινούνται συνολικά m κομμάτια. Θέλουμε να υπολογίσουμε τις πιθανότητες κατανομής κομματιών σε κάθε κόμβο του συστήματος. Η επίλυση γίνεται ως εξής:

Ως Π ορίζεται ο πίνακας των πιθανοτήτων δρομολόγησης κομματιών $\Pi = [p_{ij}]$, με $i, j=0, 1, 2, \dots, N$. Λύνουμε το γραμμικό σύστημα $U = U \cdot \Pi$ ως προς το διάνυσμα U , για αυθαίρετη τιμή του στοιχείου $U_0 > 0$. Ως U_i ορίζεται ο σχετικός ρυθμός άφιξης στη μηχανή i αναφορικά με την M_0 . Η λύση $U = [U_0 \ U_1 \ U_2 \ \dots \ U_N]$ του γραμμικού συστήματος είναι ένα διάνυσμα θετικό. Το διάνυσμα U δίνει την μέση σχετική ροή μέσω κάθε μηχανής ως προς τη ροή μέσω της M_0 . Η μηχανή με το $\max\{U_i/\mu_i\}$ θεωρείται **συνωστισμένη (bottleneck)** και προφανώς είναι η μηχανή που λειτουργεί τον περισσότερο χρόνο από όλες τις υπόλοιπες.

Σε ένα κόμβο i θεωρείται ότι υπάρχουν n_i κομμάτια. Στη μόνιμη κατάσταση η πιθανότητα το ισοδύναμο σύστημα να βρίσκεται στην κατάσταση $(n_0, n_1, \dots, n_N)$ δίνεται από την σχέση (βλ. Buzen [17]):

$$P(n_0, \dots, n_N) = \frac{1}{G(m)} \prod_{i=0}^N \left[\frac{U_i^{n_i}}{\mu_i(1) \dots \mu_i(n_i)} \right]$$

όπου $\mu_i(n_i)$ είναι ο μέσος ρυθμός παραγωγής της M_i όταν υπάρχουν $n_i > 0$ κομμάτια στην

αποθήκη της, και

$$G(m) = \sum_{n_0 + \dots + n_N = m} \left[\prod_{i=0}^N \left(\frac{U_i^{n_i}}{\mu_i(1) \dots \mu_i(n_i)} \right) \right]$$

είναι μία σταθερά κανονικοποίησης, η οποία επιλέγεται έτσι ώστε το άθροισμα όλων των πιθανοτήτων να είναι ίσο με τη μονάδα. Για το σύστημα υπό εξέταση κάθε κόμβος έχει μια μηχανή, οπότε $\mu_i(n_i) = \mu_i$, και η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$P(n_0, \dots, n_N) = \frac{1}{G(m)} \prod_{i=0}^N \left(\frac{U_i}{\mu_i} \right)^{n_i}$$

ή εναλλακτικά

$$P(n_0, \dots, n_N) = \frac{1}{G(m)} \prod_{i=0}^N \rho_i^{n_i} \quad (2.11)$$

με

$$\rho_i = \frac{U_i}{\mu_i} \quad (2.12)$$

και

$$G(m) = \sum_{n_0 + \dots + n_N = m} \prod_{i=0}^N \rho_i^{n_i} \quad (2.13)$$

Για τον υπολογισμό των $G(m)$ έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι. Σύμφωνα με τον Buzen[17] πρέπει να υπολογισθούν όλοι οι όροι $G(1), G(2), \dots, G(m)$. Ορίζεται η ακολουθία συναρτήσεων $G_0, G_1, \dots, G_N$ με:

$$G_{i-1}(n) = \sum_{n_i + \dots + n_N = n} \prod_{j=i}^N \rho_j^{n_j} \quad (2.14)$$

για κάθε $i=N, N-1, \dots, 1$. Από την (2.14) προκύπτει η αναδρομική σχέση του αλγορίθμου Buzen

$$G_{i-1}(n) = G_i(n) + \rho_i G_{i-1}(n-1) \quad (2.15)$$

όπου $G_i(0) = 1, G_N(n) = 0$ για όλα τα $n=1, \dots, m$. Τελικά προκύπτει ότι:

$$G(m) = G_0(m) + \rho_0 G_0(m-1) + \dots + \rho_0^m G_0(0) \quad (2.16)$$

Για το ισοδύναμο κλειστό αναμονητικό σύστημα που εξετάζεται, η μηχανή M_0 είναι η ζήτηση και αποδεικνύεται ότι ο ρυθμός κέρδους εξαρτάται από τις πιθανότητες $P(n_0)$. Ειδικά για τον κόμβο αυτό ισχύει ότι (βλ. Buzen [17])

$$P(n_0 = n) = \frac{G_0(m-n)}{G(m)} \rho_0^m. \quad (2.17)$$

Επιπλέον, αφού τα μ_0 και $\rho_0 = U_0/\mu_0$ είναι σταθερά, τότε για κάθε κόμβο i ισχύει

$$P(n_i \geq n) = \frac{G(m-n)}{G(m)} \rho_i^n \quad (2.18)$$

Σύμφωνα με τον αλγόριθμο του Buzen (σχέση (2.16)), για τον υπολογισμό των $G_0(m)$ απαιτούνται mN αθροίσματα και mN γινόμενα.

2.2.3 Καταλληλότητα μοντέλου και για πολλούς τύπους προϊόντων

Έστω κλειστό δίκτυο Jackson με p κλάσεις κομματιών, όπου ένα κομμάτι μπορεί να αλλάζει κλάση κάθε φορά που μετακινείται από τον ένα κόμβο στον άλλο. Συνολικά υπάρχουν m κομμάτια διαφόρων κλάσεων (τύποι πελατών ή κομματιών) εντός του συστήματος. Επιπλέον υπάρχουν $N+1$ κόμβοι $0, 1, 2, \dots, N$. Ο κόμβος 0 έστω ότι είναι ένας κόμβος φόρτωσης και εκφόρτωσης. Ορίζεται ως $P = (p_{ij}^{(l)(l')})_{i,j=0,1,\dots,N}^{l,l'=1,2,\dots,p}$ ο πίνακας μεταβάσεων (πιθανοτήτων), με $p_{ij}^{(l)(l')}$ την πιθανότητα όταν ολοκληρωθεί κατεργασία κομματιού στον κόμβο i κλάσεως l να μεταβεί στον κόμβο j ως κομμάτι κλάσεως l' . Το αναμενόμενο πλήθος επισκέψεων ενός κομματιού του κόμβου i ως κλάσεως l είναι $U_i^{(l)}$, για κάθε $i=0, 1, \dots, N$ και $l=1, \dots, p$, και δίνεται από την εξίσωση διατήρησης της ροής:

$$U_i^{(l)} = \sum_{j=0}^m \sum_{l'=0}^p U_j^{(l')} p_{ji}^{(l')(l)}, \quad i = 0, \dots, N; \quad l = 1, \dots, p$$

Επιπλέον αφού κάθε κομμάτι επισκέπτεται τον κόμβο 0 μόνο μια φορά πριν αυτό ολοκληρώσει τον κύκλο του και αναπληρωθεί από μια νέα πρώτη ύλη ισχύει επίσης:

$$\sum_{l=1}^p U_i^{(l)} = U_i$$

όπου τα U_i είναι οι συνολικοί σχετικοί ρυθμοί αφίξεων σε κάθε μηχανή i και το U_0 τίθεται αυθαίρετα ίσο με μ_0 . Γίνεται εφαρμογή του πρωτοκόλλου First-Come-First-Serve (FCFS) ενώ και οι χρόνοι κατεργασιών (εξυπηρέτησης) είναι εκθετικά κατανομημένοι με μέση τιμή $1/\mu_i$ ανεξαρτήτως κλάσεως.

Αποδεικνύεται (βλ. Buzacott et al. [18]) ότι για τα κλειστά αναμονητικά συστήματα οι τύποι των πιθανοτήτων για έναν τύπο πελάτη και για πολλούς είναι αντίστοιχοι και άρα ένα μοντέλο για ένα τύπο πελάτη μπορεί να χρησιμοποιηθεί εξίσου αποτελεσματικά και για πολλούς.

Συνεπώς μπορούν οι p κλάσεις κομματιών να συγκεντρωθούν σε μια κλάση και να χρησιμοποιηθούν οι αντίστοιχες μαθηματικές σχέσεις της προηγούμενης παραγράφου για τον υπολογισμό των διαφόρων μέτρων απόδοσης. Ο ρυθμός παραγωγής, για παράδειγμα, ενός κλειστού αναμονητικού συστήματος πολλών κλάσεων είναι ο ίδιος με αυτόν ενός ενοποιημένου κλειστού συστήματος μιας κλάσεως.

2.2.4 Εύρεση συνάρτησης ρυθμού κέρδους για το κλειστό ισοδύναμο δίκτυο

Σε αυτό το σημείο θα επικεντρωθούμε πλέον στο κλειστό ισοδύναμο δίκτυο και θα αναλυθεί περαιτέρω ο ρυθμός κέρδους καθώς και οι επιμέρους παράμετροί του. Για το δίκτυο αυτό ισχύουν τα εξής:

- συνολικά υπάρχουν m κομμάτια εντός του δικτύου
- η μηχανή M_0 είναι η μηχανή της ζήτησης, με μέσο ρυθμό μ_0

Όπως έχει ήδη λεχθεί το U_i είναι η φόρτιση της κάθε μηχανής σε σχέση με τη φόρτιση της M_0 . Επιλέγοντας αυθαίρετα για την ισοδύναμη μηχανή της ζήτησης την τιμή $U_0 = \mu_0$, προκύπτει $\rho_0 = \frac{\mu_0}{\mu_0} = 1$. Άρα η σχέση (2.16) γίνεται

$$G(m) = G_0(m) + G_0(m-1) + \dots + G_0(0) = G_0(m) + G(m-1) \quad (2.19)$$

με $G(0) = G_0(0) = 1$.

Ο ρυθμός παραγωγής του συστήματος ΤΗ είναι ίσος με το μέσο ρυθμό των αποδεκτών παραγγελιών. Μια παραγγελία γίνεται δεκτή είτε όταν υπάρχει ένα έτοιμο τελικό προϊόν στην αντίστοιχη αποθήκη ($n_F > 0$) είτε όταν το απόθεμα είναι λιγότερο από c ($n_B < c$). Από τον Πίνακα 2.1. γίνεται αντιληπτό ότι όταν $n_F > 0$ ή $n_B < c$ στο αρχικό δίκτυο, στο ισοδύναμο ισχύει $n_0 > 0$. Γι' αυτό $TH = \mu_0 P(n_0 > 0) = \mu_0 P(n_0 \geq 1)$ και από την (2.18) προκύπτει ότι:

$$TH = \mu_0 \frac{G(m-1)}{G(m)} \quad (2.20)$$

Τώρα το μέσο απόθεμα H και το μέσο πλήθος εκκρεμών παραγγελιών B υπολογίζονται από τους τύπους (Ioannidis et al. [15])

$$B = \sum_{k=1}^c k P(n_0 = c - k) = c - \sum_{k=1}^c \frac{G(m-k)}{G(m)} \quad (2.21)$$

$$H = s P(n_0 \geq c) + \sum_{k=1}^c (s + k) P(n_0 = c - k) = s + B \quad (2.22)$$

Επειδή $c = m - s$, αντικαθιστώντας τις σχέσεις 2.18, 2.20-2.22 στην 2.6, προκύπτει η παρακάτω σχέση για το ρυθμό κέρδους του συστήματος, συναρτήσει των s και m :

$$J(s, m) = p \mu_0 \frac{G(m-1)}{G(m)} - h m - b(m-s) + (h+b) \sum_{i=s}^{m-1} \frac{G(i)}{G(m)} \quad (2.23)$$

για κάθε $s \leq m$ όπου το άθροισμα για $s=m$ είναι ίσο μηδέν. Πλέον αυτό που απομένει είναι για κάποιο δίκτυο να βρεθούν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων s και m που μεγιστοποιούν το ρυθμό κέρδους του συστήματος.

2.2.5 Βελτιστοποίηση συνάρτησης κέρδους χωρίς το κόστος ποιότητας

Η βασική ιδέα είναι να ορισθεί ένα πεπερασμένο δυο διαστάσεων πλέγμα σημείων (s, m) το οποίο και θα περιέχει τις βέλτιστες παραμέτρους. Το γεγονός αυτό διασφαλίζει το ότι η αναζήτηση του βέλτιστου θα είναι εντός πεπερασμένου χώρου. Έχει αποδειχθεί ότι πράγματι υπάρχει ένα πεπερασμένο πλέγμα, εκτός του οποίου η

συνάρτηση του ρυθμού κέρδους είναι αρνητική και φθίνουσα, και γι' αυτό η αναζήτηση στο χώρο αυτό είναι ανώφελη.

Επιπρόσθετα, κάνοντας χρήση των ακόλουθων δύο ιδιοτήτων μειώνεται σημαντικά και ο υπολογιστικός φόρτος:

- Έστω s_m το βέλτιστο απόθεμα βάσης όταν η χωρητικότητα του συστήματος είναι m . Προφανώς $J(s_m, m) = \max_s J(s, m)$. Τότε το s_{m+1} είναι ίσο με s_m ή s_m+1 , αναλόγως του πιο από τα δύο επιφέρει βέλτιστο ρυθμό κέρδους.
- Υπάρχει μια «κρίσιμη» τιμή της συνολικής χωρητικότητας m , πέρα από την οποία ο ρυθμός κέρδους μειώνεται καθώς οδηγούμαστε από το m στο $m+1$.

Έτσι προκύπτει ο ακόλουθος αλγόριθμος για την εύρεση του βέλτιστου ρυθμού κέρδους του συστήματος:

1. Αρχικά, $m=0$, $s_0=0$, $J_0=0$.
2. Αυξάνεται το m κάθε φορά κατά ένα, ήτοι $m = m + 1$
3. Υπολογίζεται ο ρυθμός κέρδους για $s_m = s_{m-1}$ ή $s_m = s_{m-1} + 1$. Κρατάμε στην μνήμη τη μέγιστη τιμή J_m με την ανάλογη τιμή του s_m .
4. Επαναλαμβάνονται τα βήματα 2 και 3 έως ότου η παράμετρος m φθάσει σε ένα προκαθορισμένο όριο $\bar{m}$.
5. Τέλος αναζητείται η μέγιστη τιμή κέρδους που έχει αποθηκευθεί στην μνήμη, καθώς και οι τιμές των παραμέτρων s και m που το επιφέρουν.

Για τον παραπάνω αλγόριθμο αποδεικνύονται, από τους Ioannidis et al. [15], τα εξής δυο θεωρήματα:

1. Η συνάρτηση $J(s, m)$ είναι κοίλη ως προς s για κάθε τιμή σταθερή της μεταβλητής m και δίνει την μέγιστη τιμή της στο σημείο s_m για το οποίο ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\frac{G(s_m - 1)}{G(m)} \leq \frac{b}{h + b} < \frac{G(s_m)}{G(m)} \quad (2.24)$$

με $G(-1)=0$, και επιπροσθέτως $s_m = s_{m-1}$ ή $s_m = s_{m-1} + 1$.

2. Το σύστημα είναι αποδοτικό και με δυνατότητα περαιτέρω βελτιστοποίησης καθώς η τιμή της παραμέτρου m αυξάνεται έως ότου:

$$m < \frac{\rho \mu_0}{h + b} \frac{G_0(m-1)}{G_0(m)} + \frac{b}{h + b} s_m \quad (2.25)$$

Τα πηλίκα $\frac{G(m-1)}{G(m)}$ και $\frac{G_0(m)}{G_0(m+1)}$ είναι φθίνουσες συναρτήσεις με όριο $1/\rho_{\max}$

και $1/\rho$. Έτσι ένα πιο χαλαρό όριο για την παράμετρο m είναι το:

$$\bar{m} = \frac{\rho \mu_0}{h + b} \left(\frac{1}{\rho} + \frac{b}{h \rho_{\max}} \right) \quad (2.26)$$

με $\rho = \max\{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N\}$ και $\rho_{\max} = \max\{\rho_0, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N\}$.

Βάσει των παραπάνω και με την χρήση του αλγορίθμου υπολογίζονται οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων s και m , που επιφέρουν το μέγιστο ρυθμό κέρδους για το σύστημα που εξετάζεται.

Έως εδώ παρουσιάστηκε ένα κλειστό δίκτυο αναμονής, καθώς και με το ποιον

τρόπο επιλέγονται βέλτιστες τιμές για το απόθεμα βάσης s και το έλλειμμα βάσης c ($c=m-s$), με σκοπό την μεγιστοποίηση του ρυθμού κέρδους. Η παρούσα εργασία επικεντρώνεται στον έλεγχο ποιότητας σε ένα τέτοιο δίκτυο. Τι αλλαγές όμως αυτός επιφέρει τόσο στο δίκτυο καθεαυτό όσο και στην συνάρτηση ρυθμού κέρδους; Αυτά θα αναλυθούν στο επόμενο κεφάλαιο.

3 ΓΡΑΜΜΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΣΤΑΘΜΟΥΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ

Στο προηγούμενο κεφάλαιο αναλύθηκε ένα κλειστό αναμονητικό σύστημα με πολιτική μερικής αποδοχής της μη ικανοποιημένης ζήτησης. Ένα τέτοιο δίκτυο θα αποτελέσει την βάση για την ανάλυση γραμμών παραγωγής με κέντρα ελέγχου ποιότητας. Σκοπός είναι η εύρεση ενός αναλυτικού (μαθηματικού) τρόπου υπολογισμού των σχέσεων που διέπουν ένα τέτοιο σύστημα παραγωγής, με απώτερο στόχο τον υπολογισμό του ρυθμού κέρδους και την αναζήτηση της βέλτιστης κατανομής σταθμών ελέγχου ποιότητας. Στην συνέχεια ορίζονται τα χαρακτηριστικά και οι παράμετροι μιας γραμμής παραγωγής στην οποία εφαρμόζεται έλεγχος ποιότητας.

3.1 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΚΑΙ ΤΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΓΡΑΜΜΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Ο έλεγχος ποιότητας εισάγεται ως λειτουργία σε ένα οποιοδήποτε σύστημα με την μορφή μηχανών (σταθμοί ελέγχου) που ελέγχουν αν κάποιες κατεργασίες έχουν γίνει επιτυχώς ή όχι. Γενικά έχουν τα βασικά χαρακτηριστικά που έχει και μια μηχανή, δηλαδή αποθήκη κομματιών με τα προϊόντα σε αναμονή, χρόνο κατεργασίας, που για αυτές είναι ο χρόνος ελέγχου ενός κομματιού, κάποιες κατάντεις μηχανές και κάποιες ανάντεις μηχανές.

Εξετάζουμε μια γραμμή παραγωγής στην οποία ο έλεγχος αφορά το σύνολο των κατεργασιών (100% έλεγχος) που έχει ένα κομμάτι ή προϊόν υποστεί έως την στιγμή του ελέγχου. Όλες οι σύγχρονες βιομηχανίες διενεργούν 100% έλεγχο για τα προϊόντα τους, και επιπλέον έχει αποδειχτεί ότι ο μερικός έλεγχος ίσως είναι και ζημιογόνος όταν τα ελαττωματικά προϊόντα καταλήγουν σε απαιτητικούς πελάτες.

Όταν λοιπόν ένα κομμάτι εισέρχεται σε ένα σταθμό ελέγχου ποιότητας διενεργείται έλεγχος πάνω σε κάθε κατεργασία που έχει γίνει σε αυτό. Συνεπώς αυτό που ελέγχεται είναι αν κάθε μηχανή έχει κάνει την κατεργασία αποδεκτή και σε ποιο βαθμό.

Επομένως μια κατεργασία μπορεί να θεωρηθεί:

- Αποδεκτή, αν έχει γίνει σωστά χωρίς σφάλμα ή έχει μικρά σφάλματα που επιδιορθώνονται τοπικά στο κέντρο ελέγχου
- Επαναληπτέα, αν έχει γίνει με ένα μικρό σφάλμα που επιδιορθώνεται μόνο με επανακατεργασία στην μηχανή
- Απορριπτέα, αν έχει γίνει με σφάλμα μη αναστρέψιμο και το κομμάτι έχει καταστραφεί.
- Άμεσα απορριπτέα, αν είναι απορριπτέα και αυτό διαπιστώνεται τη στιγμή της παραγωγής οπότε το κομμάτι δεν χρειάζεται να περάσει από σταθμό ελέγχου.

Όπως βλέπουμε στον όρο «αποδεκτή» εντάσσεται και η περίπτωση κατά την οποία ένα μικρό σφάλμα επιδιορθώνεται τοπικά. Αυτό είναι λογικό και βασίζεται στο γεγονός ότι μια τοπική επιδιόρθωση δεν επιφέρει καμία σημαντική αλλαγή στη

γεωμετρία του συστήματος, ενώ οι επανακατεργασίες αλλάζουν τις δρομολογήσεις κομματιών.

Στο σύστημα μπορούν να εισαχθούν σταθμοί ελέγχου σε οποιοδήποτε σημείο του. Πάντα όμως υπάρχει ένας σταθμός ελέγχου στο τέλος του συστήματος, και αυτό για να διασφαλίζεται το γεγονός ότι μόνο αποδεκτά (καλά) προϊόντα θα καταλήγουν στους πελάτες. Έτσι εξαλείφεται το αντίστοιχο κόστος επιστροφών και δυσφήμισης που θα υπήρχε σε διαφορετική περίπτωση.

Κάθε φορά που μια κατεργασία πραγματοποιείται από κάποια μηχανή μπορεί, με κάποια πιθανότητα, να κριθεί άμεσα απορριπτέα και το κομμάτι να απορριφθεί και ταυτόχρονα να αναπληρωθεί από μια νέα πρώτη ύλη που ξεκινά από την πρώτη μηχανή του συστήματος. Έστω ότι ένα κομμάτι τελικά εισέρχεται σε κάποιον σταθμό ελέγχου ποιότητας. Προηγουμένως το κομμάτι αυτό έχει υποστεί μια σειρά κατεργασιών οι οποίες δεν έχουν ελεγχθεί, ανέλεγκτες κατεργασίες (για την ακρίβεια δεν έχουν ελεγχθεί εκτενώς, παρά μόνο για το αν είναι άμεσα απορριπτέες). Από την στιγμή που εφαρμόζεται 100% έλεγχος είναι προφανές ότι αφορά το σύνολο των κατεργασιών που έχουν εκτελεσθεί μετά τον τελευταίο έλεγχο ή από την πρώτη μηχανή της γραμμής, αν πρόκειται για τον πρώτο σταθμό ελέγχου.

Κάθε λοιπόν ανέλεγκτη κατεργασία μπορεί να είναι αποδεκτή, επαναληπτέα και απορριπτέα. Αν διαπιστωθεί κατά τον έλεγχο ότι έστω και μια κατεργασία είναι απορριπτέα τότε το κομμάτι απορρίπτεται άμεσα, ενώ ταυτόχρονα αναπληρώνεται από νέα πρώτη ύλη. Το σύστημα παραγωγής είναι κλειστό με έλεγχο ρυθμού παραγωγής και ζήτησης (πολιτική PLS).

Στην περίπτωση που κριθούν όλες οι κατεργασίες αποδεκτές το κομμάτι συνεχίζει την πορεία του εντός του συστήματος. Ενώ αν βρεθούν κάποιες κατεργασίες (έστω και μια) επαναληπτέες τότε το κομμάτι επιστρέφει και επαναλαμβάνει μόνο τις κατεργασίες αυτές με την σειρά που γίνονται στην γραμμή παραγωγής. Εν συνεχεία αφού περατωθούν οι επαναληπτέες κατεργασίες, πραγματοποιείται εκ νέου έλεγχος στο κομμάτι.

Ένα επιπλέον σημαντικό χαρακτηριστικό που έχει ο έλεγχος στην παρούσα εργασία είναι το ότι οι πιθανότητες βάσει των οποίων μια κατεργασία κρίνεται αποδεκτή, επαναληπτέα, απορριπτέα ή άμεσα απορριπτέα μπορεί να μεταβάλλονται καθώς μια κατεργασία επαναλαμβάνεται με την προϋπόθεση ότι μετά από κάποιο πλήθος επαναλήψεων αυτές σταθεροποιούνται σε κάποια τιμή. Πιο συγκεκριμένα μια κατεργασία για παράδειγμα που την πρώτη φορά έχει πιθανότητα 0.9 να είναι αποδεκτή μπορεί στα επόμενα περάσματα να μεταβληθεί και να πάρει οποιαδήποτε τιμή επιθυμεί ο χρήστης. Ομοίως και οι άλλες πιθανότητες. Αυτό είναι πολύ σημαντικό γιατί έτσι δίνεται η δυνατότητα να ενταχθούν εντός της ανάλυσης του συστήματος περιπτώσεις κατά τις οποίες μια μηχανή βελτιώνει (ή απεναντίας χειροτερεύει) τις επανακατεργασίες με κάποιες πιθανότητες που ο χρήστης επιλέγει. Είναι αντιληπτό για παράδειγμα ότι αν σε ένα κομμάτι, την πρώτη φορά που ελεγχθεί, κριθεί μια κατεργασία επαναληπτέα, τότε στους επόμενους ελέγχους που θα γίνουν η πιθανότητα να βρεθεί πάλι επαναληπτέα εξασθενεί (μειώνεται). Ή από την άλλη μπορεί ένα κομμάτι που επαναλαμβάνει πολλές φορές κάποιες κατεργασίες να καταστραφεί, οπότε η πιθανότητα να βρεθεί απορριπτέο αυξάνεται.

Επιπλέον ο χρόνος που απαιτείται για να πραγματοποιηθεί ένας έλεγχος ποιότητας πάνω σε ένα κομμάτι (ή τελικό προϊόν) εξαρτάται από το σύνολο των

κατεργασιών που θα πρέπει να ελεγχθούν. Γι' αυτό το λόγο ορίζεται ένας μέσος χρόνος ελέγχου μιας κατεργασίας. Για παράδειγμα αν ελεγχθούν πέντε κατεργασίες, ο συνολικός χρόνος πιθανόν να είναι πέντε φορές ο μέσος χρόνος ελέγχου μιας κατεργασίας.

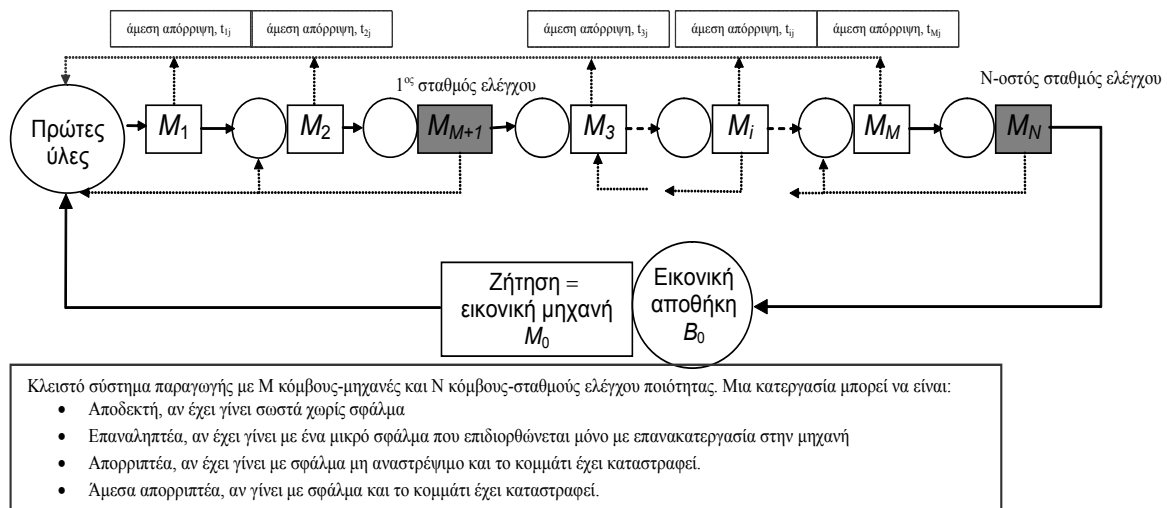
Τελικός σκοπός είναι να αναπτυχθεί ένα μαθηματικό μοντέλο υπολογισμού του ρυθμού κέρδους του συστήματος το οποίο και εν τέλει θα δώσει και την βέλτιστη κατανομή των σταθμών ελέγχου για κάποια γραμμή παραγωγής.

3.2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΓΡΑΜΜΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΣΤΑΘΜΟΥΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ

Μια γραμμή παραγωγής με έλεγχο ζήτησης και σταθμούς ελέγχου ποιότητας περιγράφεται από ένα κλειστό δίκτυο, όπως θα εξηγηθεί στη συνέχεια.

Έστω γραμμή παραγωγής με M μηχανές M_i , με $i=0, \dots, M$ και M_0 τη μηχανή ζήτησης. Οι χρόνοι των κατεργασιών είναι ανεξάρτητοι, εκθετικά κατανομημένοι με μέση τιμή $1/\mu_i$, για κάθε μηχανή i . Επιπλέον και οι χρόνοι μεταξύ των διαδοχικών αφίξεων των πελατών είναι και αυτοί ανεξάρτητοι, εκθετικά κατανομημένοι με μέση τιμή $1/\mu_0$. Συνολικά λοιπόν υπάρχουν στο σύστημα $M+1$ μηχανές. Για διευκόλυνση ορίζονται τα ακόλουθα:

- $MU(i)$: κόμβος (μηχανή ή σταθμός ελέγχου) που προηγείται του i
- $MD(i)$: κόμβος (μηχανή ή σταθμός ελέγχου) που έπεται του i



Σχήμα 3.1. Κλειστή γραμμή παραγωγής που εφαρμόζεται διαδικασία ελέγχου ποιότητας σταθμούς ελέγχου ποιότητας

Στη γραμμή εφαρμόζεται πολιτική ελέγχου του ρυθμού παραγωγής και ελέγχου της ζήτησης. Έτσι προκύπτει μια κλειστή γραμμή παραγωγής, όπως φαίνεται για παράδειγμα στο Σχ. 3.1. Επιπλέον στο σύστημα αυτό εφαρμόζεται έλεγχος ποιότητας μέσω σταθμών που εγκαθίστανται σε διάφορα σημεία εντός του δικτύου. Έστω K το σύνολο αυτών των σταθμών. Προφανώς το σύνολο των μηχανών-κόμβων διαμορφώνεται ως N , με $N=M+K$ και επομένως υπάρχουν συνολικά $N+1$ μηχανές (μαζί με την μηχανή ζήτησης).

Εξαιτίας του ότι διενεργείται έλεγχος ποιότητας στο σύστημα, πέραν των παραμέτρων που ειπώθηκαν στο Κεφάλαιο 2 (p_{ij} πιθανότητα μετάβασης, ρ_i σχετική φόρτιση μηχανών, U_i σχετικός ρυθμός άφιξης στον κόμβο i κ.ο.κ.), ορίζονται και οι ακόλουθες πιθανότητες (παραμέτροι):

- c_{ij} : η πιθανότητα κατεργασία στην μηχανή M_i να κριθεί αποδεκτή κατά το j -οστό πέρασμα
- r_{ij} : η πιθανότητα κατεργασία στην M_i να κριθεί επαναληπτέα κατά το j -οστό πέρασμα
- s_{ij} : η πιθανότητα κατεργασία στην M_i να κριθεί απορριπτέα κατά το j -οστό πέρασμα
- t_{ij} : η πιθανότητα κατεργασία στην μηχανή i να κριθεί άμεσα απορριπτέα κατά την διενέργεια τοπικού ελέγχου ποιότητας κατά το j -οστό πέρασμα

Είναι προφανές ότι:

$$c_{ij} + r_{ij} + s_{ij} + t_{ij} = 1, \text{ για κάθε } i, j.$$

Απώτερος στόχος είναι η εύρεση του βέλτιστου ρυθμού κέρδους για το σύστημα. Ο ρυθμός κέρδους έχει δυο συνιστώσες. Η πρώτη είναι ο ρυθμός κέρδους του ίδιου του συστήματος και η δεύτερη ο ρυθμός κόστους εξαιτίας του ελέγχου ποιότητας και των απορρίψεων.

Για τον υπολογισμό της πρώτης συνιστώσας εφαρμόζεται η θεωρία ουρών αναμονής, όπως αυτή παρουσιάστηκε στην Παράγραφο 2.3. Όμως από την στιγμή που έχει εισαχθεί ο έλεγχος ποιότητας στην γραμμή παραγωγής, ο σχετικός ρυθμός αφίξεων στους κόμβους (παραμέτρος U_i εδώ) αλλάζει γιατί πρέπει να ληφθούν υπ' όψιν οι επανακατεργασίες και οι απορρίψεις. Έτσι ένα κομμάτι μπορεί να αφιχθεί σε κάποιες μηχανές περισσότερες της μιας φορές (επανακατεργασία) ή ακόμα και να μην αφιχθεί καθόλου σε κάποιες άλλες (απόρριψη ενωρίτερα). Βάσει λοιπόν της παρατήρησης αυτής, ο σχετικός ρυθμός αφίξεων U_i σε κάποιο κόμβο, με κόμβο αναφοράς M_0 , είναι ανάλογος: (α) της ζήτησης, (β) του μέσου πλήθους διελεύσεων από τον κόμβο και (γ) του μέσου πλήθους κομματιών που απαιτούνται έτσι ώστε να παραχθεί ένα αποδεκτό κομμάτι (προϊόν). Από τα παραπάνω προκύπτει ότι:

$$U_i = U_0 \frac{\bar{N}n_i}{\bar{\mu}_0 \bar{N}n_i} \quad (3.1)$$

όπου $U_0 = \mu_0$ είναι μια αυθαίρετη επιλογή, όπως προβλέπεται από την διαδικασία επίλυσης κλειστών δικτύων, που αφορά τον κόμβο-μηχανή M_0 . Επιπλέον εισάγονται δυο νέες παράμετροι για το σύστημα, $\bar{N}$ και $\bar{n}_i$. Αυτές ορίζονται ως ακολούθως:

- $\bar{N}$: είναι το μέσο πλήθος κομματιών που απαιτούνται ώστε να παραχθεί ένα αποδεκτό κομμάτι (προϊόν).
- $\bar{n}_i$: είναι το μέσο πλήθος επισκέψεων του κόμβου i , δηλαδή το μέσο πλήθος διελεύσεων μια πρώτης ύλης από τον κόμβο i έως ότου αυτή καταλήξει αποδεκτή ή απορριπτέα.

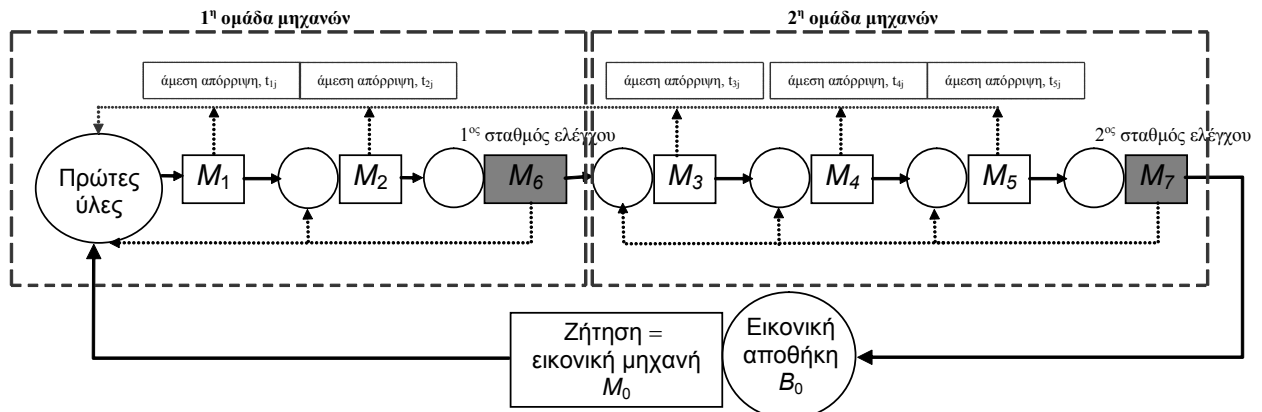
Στις επόμενες παραγράφους θα αναλυθούν περαιτέρω οι δυο παραπάνω παράμετροι. Επισημαίνεται εδώ ότι το μέσο πλήθος επισκέψεων μπορεί να αφορά οποιαδήποτε μηχανή i , με $i=0, 1, \dots, M, \dots, N$. Όπως θα αποδειχθεί στην συνέχεια ο

υπολογισμός του $\bar{n}_i$ διαφέρει ανάλογα με το αν το i είναι μια απλή μηχανή της γραμμής παραγωγής ή ένας σταθμός ελέγχου ποιότητας. Ακολουθεί ο αναλυτικός τρόπος υπολογισμού των παραμέτρων $\bar{N}$ και $\bar{n}_i$.

3.2.1 Υπολογισμός του μέσου πλήθους κομματιών για να παραχθεί ένα αποδεκτό κομμάτι

Η παράμετρος $\bar{N}$ ορίστηκε ως το μέσο πλήθος κομματιών που απαιτούνται έτσι ώστε να παραχθεί ένα καλό (αποδεκτό) προϊόν. Για τον υπολογισμό της καταρχήν χωρίζεται η γραμμή παραγωγής σε επιμέρους ομάδες μηχανών. Μια ομάδα μηχανών ορίζεται ως το σύνολο των μηχανών μεταξύ δυο διαδοχικών σταθμών ελέγχου, δηλαδή ένα σύνολο μηχανών που δεν μεσολαβεί κάποιος σταθμός ελέγχου, αλλά εμπεριέχεται αυτός που ακολουθεί της τελευταίας απλής μηχανής. Στην ειδική περίπτωση που η ομάδα αφορά τις πρώτες μηχανές έως το πρώτο σταθμό ελέγχου, αυτή ορίζεται μεταξύ της πρώτης μηχανής έως και τον πρώτο σταθμό ελέγχου.

Για να γίνει αντιληπτό, εξετάζεται ως παράδειγμα το σύστημα παραγωγής του Σχ. 3.2. στο οποίο υπάρχουν δυο σταθμοί ελέγχου, M_6 και M_7 . Ο σχετικός ρυθμός αφίξεων για την μηχανή M_2 , για παράδειγμα, είναι ανάλογος καταρχήν της ζήτησης και αυτό λογικό από την στιγμή που τόσα κομμάτια κυκλοφορούν εντός του δικτύου. Επιπρόσθετα είναι ανάλογος και του μέσου πλήθους διελεύσεων από τον κόμβο. Τέλος εξαρτάται και από το μέσο πλήθος κομματιών (για το παράδειγμα εδώ είναι οι πρώτες ύλες) που απαιτούνται έτσι ώστε να παραχθεί ένα αποδεκτό προϊόν. Συνεπώς η 1^η ομάδα μηχανών είναι οι M_1 , M_2 και M_6 , ενώ η 2^η απαρτίζεται από τις M_3 , M_4 , M_5 και M_7 .



Σχήμα 3.2. Κλειστή γραμμή παραγωγής 7 μηχανών με 2 σταθμούς ελέγχου.

Εξαιτίας των όσων αναλύθηκαν παραπάνω, για την παράμετρο $\bar{N}$ κάθε ομάδα μηχανών έχει την δική της τιμή. Δηλαδή μηχανές που ανήκουν στην ίδια ομάδα έχουν και την ίδια τιμή της παραμέτρου $\bar{N}$. Για τον υπολογισμό της, για κάθε ομάδα ακολουθείται η εξής διαδικασία:

Αρχικά απαιτείται ο υπολογισμός της πιθανότητας ώστε μια κατεργασία από κάποια μηχανή να γίνει τελικά αποδεκτή μετά από μια ή περισσότερες επανακατεργασίες. Ορίζεται αυτή η πιθανότητα ως C_i , για κάθε i μηχανή. Με δεδομένες

τις πιθανότητες αποδοχής, απόρριψης (άμεσης ή μη) και επανακατεργασίας ανά μηχανή και του ότι αυτές μπορεί να μεταβάλλονται αν πέρασμα, η πιθανότητα C για κάποια μηχανή k δίνεται ως εξής:

$$C_k = P\{ \text{να βγει αποδεκτή κατεργασία με το } 1^\circ \text{ πέρασμα ή στο } 1^\circ \text{ να κριθεί επαναληπτέα και την } 2^\circ \text{ αποδεκτή ή στο } 1^\circ \text{ επαναληπτέα, στο } 2^\circ \text{ επαναληπτέα και στο } 3^\circ \text{ αποδεκτή κ.ο.κ.} \} = c_{k1} + \Gamma_{k1}c_{k2} + \Gamma_{k1}\Gamma_{k2}c_{k3} + \Gamma_{k1}\Gamma_{k2}\Gamma_{k3}c_{k4} + \Gamma_{k1}\Gamma_{k2}\Gamma_{k3}\Gamma_{k4}c_{k5} + \dots$$

Υποθέτουμε ότι μετά από κάποια περάσματα οι πιθανότητες r και c σταθεροποιούνται σε κάποια τιμή και έστω NP το πλήθος αυτό των «μεταβαλλόμενων» περασμάτων:

$$C_k = \sum_{i=1}^{NP-1} [c_{ki} \prod_{j=0}^{i-1} \Gamma_{kj}] + \left(\prod_{m=0}^{NP-1} \Gamma_{km} \right) \frac{c_k}{1 - \Gamma_k} \quad (3.2)$$

με $c_k = c_{k,NP}$ και $\Gamma_k = \Gamma_{k,NP}$ οι σταθερές (μόνιμες) τιμές που παίρνουν οι πιθανότητες αποδοχής και επανάληψης μετά από κάποιο πλήθος περασμάτων NP .

Είναι προφανές ότι βάσει των παραπάνω η πιθανότητα μια πρώτη ύλη, που εισέρχεται στην πρώτη μηχανή, να καταλήξει ως αποδεκτό τελικό προϊόν μετά από κάποιο πλήθος πιθανών επανακατεργασιών προκύπτει από το γινόμενο $C_1 C_2 C_3 \dots C_M$, για το σύνολο των M μηχανών της γραμμής παραγωγής.

Για τον υπολογισμό της παραμέτρου $\bar{N}$ (μέσο πλήθος πρώτων υλών) θα γίνει η ανάλυση ανά ομάδα μηχανών. Από την στιγμή που η πιθανότητα ώστε μια κατεργασία από κάποια μηχανή να γίνει αποδεκτή μετά από μια ή περισσότερες επανακατεργασίες έχει ορισθεί ως C_i , η πιθανότητα να μην είναι αποδεκτή είναι $(1 - C_i)$. Οπότε προκύπτουν τα ακόλουθα:

(α) Για την 1^{η} ομάδα μηχανών (με πρώτο σταθμό ελέγχου) για την παραγωγή ενός έτοιμου αποδεκτού προϊόντος:

- 1 πρώτη ύλη απαιτείται με πιθανότητα $P_1 =$ πιθανότητα ώστε, ένα προϊόν να καταλήγει αποδεκτό μετά από μια ή περισσότερες επαναλήψεις στο σταθμό ελέγχου 1 και να καταλήγει αποδεκτό μετά από μια ή περισσότερες επαναλήψεις στο σταθμό ελέγχου 2 και... να καταλήγει αποδεκτό μετά από μια ή περισσότερες επαναλήψεις στον τελευταίο σταθμό ελέγχου. Άρα, μια πρώτη ύλη αρκεί για να παραχθεί ένα έτοιμο αποδεκτό προϊόν με πιθανότητα

$$P_1 = \prod_{i=1}^M C_i$$

- 2 πρώτες ύλες απαιτούνται με πιθανότητα $P_2 =$ η 1^{η} πρώτη ύλη να μην είναι αποδεκτή (να απορριφθεί) και η 2^{η} να είναι αποδεκτή

$$P_2 = (1 - \prod_{i=1}^M C_i) \prod_{i=1}^M C_i$$

- 3 πρώτες ύλες απαιτούνται με πιθανότητα $P_3 = (1 - \prod_{i=1}^M C_i)^2 \prod_{i=1}^M C_i$
-
- n πρώτες ύλες απαιτούνται με πιθανότητα $P_n = (1 - \prod_{i=1}^M C_i)^{n-1} \prod_{i=1}^M C_i$, κ.ο.κ.

Συνεπώς κατά μέσον όρο απαιτούνται για την πρώτη ομάδα: $\bar{N}_1 = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n$. Παρατηρήστε

ότι το n ακολουθεί την γεωμετρική κατανομή. Συνεπώς το $\bar{N}$ αποτελεί την μαθηματική ελπίδα γεωμετρικής κατανομής που δίνεται από τον τύπο:

$$\bar{N}_1 = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n = \frac{1}{\prod_{i=1}^M C_i} \quad (3.3)$$

(β) Όσες πρώτες ύλες απορρίφθηκαν κατά τον έλεγχο τους στο πρώτου σταθμού ελέγχου δεν θα επισκεφθούν τις επόμενες μηχανές. Συνεπώς, για τις μηχανές που προηγούνται του σταθμού ελέγχου 2 και έπονται του σταθμού 1, για την παραγωγή ενός αποδεκτού προϊόντος:

- 1 πρώτη ύλη απαιτείται με πιθανότητα $P_1 =$ πιθανότητα ώστε, ένα προϊόν να καταλήγει αποδεκτό μετά από μια ή περισσότερες επαναλήψεις στο σταθμό ελέγχου 2 και να καταλήγει αποδεκτό μετά από μια ή περισσότερες επαναλήψεις στο σταθμό ελέγχου 3 και... να καταλήγει αποδεκτό μετά από μια ή περισσότερες επαναλήψεις στο τελευταίο σταθμό ελέγχου. Άρα, μια πρώτη ύλη απαιτείται με πιθανότητα:

$$P_1 = \prod_{i=MD(M+1)}^M C_i$$

όπου MD(M+1) την μηχανή που έπεται του πρώτου σταθμού ελέγχου

- 2 πρώτες ύλες απαιτούνται με πιθανότητα $P_2 = (1 - \prod_{i=MD(M+1)}^M C_i) \prod_{i=MD(M+1)}^M C_i$
- 3 πρώτες ύλες απαιτούνται με πιθανότητα $P_3 = (1 - \prod_{i=MD(M+1)}^M C_i)^2 \prod_{i=MD(M+1)}^M C_i$
-
- n πρώτες ύλες απαιτούνται με πιθανότητα $P_n = (1 - \prod_{i=MD(M+1)}^M C_i)^{n-1} \prod_{i=MD(M+1)}^M C_i$, κ.ο.κ.

Συνεπώς κατά μέσον όρο απαιτούνται $\bar{N}_2 = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n$ κομμάτια στην είσοδο της 2^{ης} ομάδας μηχανών προκειμένου να παραχθεί ένα αποδεκτό τελικό προϊόν. Άρα:

$$\bar{N}_2 = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n = \frac{1}{\prod_{i=MD(M+1)}^M C_i} \quad (3.4)$$

Γενικεύοντας (βάσει των σχέσεων (3.3) και (3.4)) εξάγεται το συμπέρασμα ότι το μέσο πλήθος πρώτων υλών που πρέπει να εισέλθουν σε μια οποιοδήποτε ομάδα μηχανών x , ώστε να παραχθεί ένα αποδεκτό τελικό προϊόν από το τελευταίο υποσύστημα K (K -οστός σταθμός ελέγχου, M_{M+K}) δίνεται από τον τύπο:

$$\bar{N}_x = \begin{cases} \frac{1}{\prod_{i=1}^M C_i}, & \text{αν } x = 1 \\ \frac{1}{\prod_{i=MD(M+x-1)}^M C_i}, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

ή (3.5)

$$\bar{N}_x = \frac{1}{\prod_{i=\Pi(x)}^M C_i}$$

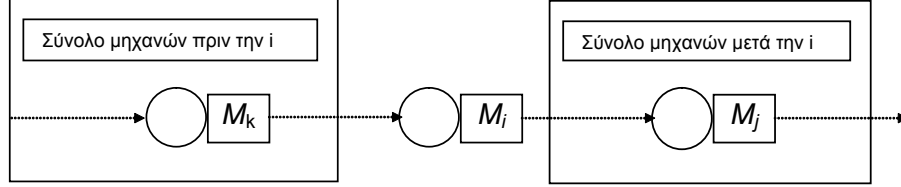
όπου $\Pi(x)$ η πρώτη μηχανή της ομάδας στην οποία ανήκει ο σταθμός ελέγχου x . Οι μηχανές της ίδιας ομάδας x έχουν την ίδια τιμή $\bar{N}_x$.

3.2.2 Υπολογισμός μέσου πλήθους επισκέψεων σε μηχανή

Τώρα υπολογίζουμε το μέσο πλήθος επισκέψεων ενός κομματιού σε μια μηχανή μέχρις ότου το κομμάτι αυτό είτε κριθεί ως αποδεκτό είτε ως απορριπτέο από το κέντρο ελέγχου στο οποίο ανήκει η μηχανή. Για το μέσο πλήθος επισκέψεων εξετάζουμε το υποσύστημα παραγωγής που αποτελείται από μηχανές της ίδιας ομάδας. Το πλήθος των φορών που ένα κομμάτι θα περάσει από μια μηχανή, έστω την M_k , εξαρτάται από το αποτέλεσμα της κατεργασίας την οποία το κομμάτι υπέστη κατά την επίσκεψη του στη μηχανή M_k αλλά και σε άλλες μηχανές. Συγκεκριμένα, ένα κομμάτι περνά από τη μηχανή M_k μια φορά αν το αποτέλεσμα δεν είναι η άμεση απόρριψή του ή 2 φορές αν χρειαστεί επανακατεργασία και δεν έχει υποστεί εσφαλμένη-απορριπτέα κατεργασία σε

κάποια από τις άλλες μηχανές κ.ο.κ. Συνεπώς για κάποια μηχανή i με k το σύνολο των προηγούμενων μηχανών και j το σύνολο των επόμενων και βασιζόμενοι στην σχέση 5-27 από το βιβλίο Παπούλης [19], προκύπτει ότι:

$$\bar{n}_i = P_i(\geq 1) + P_i(\geq 2) + P_i(\geq 3) + \dots + P_i(\geq n) + \dots \quad (3.6)$$



Σχήμα 3.3. Μηχανή M_i με M_k σύνολο προηγούμενων και M_j σύνολο επόμενων. Όλες ανήκουν στην ίδια ομάδα μηχανών.

Η πιθανότητα $P_i(\geq n)$ ώστε μια πρώτη ύλη να επαναλάβει την i -οστή κατεργασία τουλάχιστον n φορές (στο n περιλαμβάνεται και η πρώτη φορά) προκύπτει αναδρομικά:

- $P_i(\geq 1) = \{\text{να μην απορριφθεί άμεσα από τις } k \text{ μηχανές}\} = \prod_k (1 - t_{k1})$
- $P_i(\geq 2) = \{\text{οι κατεργασίες στις } k \text{ μηχανές να γίνουν ή καλές στο } 1^\circ \text{ πέρασμα ή επαναληπτές στο } 1^\circ \text{ και όχι άμεσα απορριπτέα στο } 2^\circ\} \text{ και } \{\text{η } i\text{-οστή κατεργασία να χρειασθεί να κριθεί στο } 1^\circ \text{ πέρασμα επαναληπτέα}\} \text{ και } \{\text{στις } j \text{ μηχανές να γίνουν ή καλές στο } 1^\circ \text{ πέρασμα ή επαναληπτές}\} = \prod_k [c_{k1} + r_{k1}(1 - t_{k2})] f_{i1} \prod_j [c_{j1} + r_{j1}]$
- $P_i(\geq 3) = \prod_k [c_{k1} + r_{k1}c_{k2} + r_{k1}r_{k2}(1 - t_{k3})] f_{i1}f_{i2} \prod_j [c_{j1} + r_{j1}c_{j2} + r_{j1}r_{j2}]$
- $P_i(\geq 4) = \prod_k [c_{k1} + r_{k1}c_{k2} + r_{k1}r_{k2}c_{k3} + r_{k1}r_{k2}r_{k3}(1 - t_{k4})] f_{i1}f_{i2}f_{i3} \prod_j [c_{j1} + r_{j1}c_{j2} + r_{j1}r_{j2}c_{j3} + r_{j1}r_{j2}r_{j3}]$
-
- $P_i(\geq n) = \prod_k [\sum_{x=1}^{n-1} c_{kx} (\prod_{z=0}^{x-1} r_{kz}) + (\prod_{y=1}^{n-1} r_{ky})(1 - t_{kn})] \prod_{x=1}^{n-1} f_{ix} \prod_j [\sum_{x=1}^{n-1} c_{jx} (\prod_{z=0}^{x-1} r_{jz}) + (\prod_{y=1}^{n-1} r_{jy})]$
-

Έτσι στην (3.6) και κάνοντας αντικατάσταση προκύπτει ένα άθροισμα άπειρων όρων. Για τον υπολογισμό του αθροίσματος αρκεί να βρεθεί κάποιο n τέτοιο ώστε το άθροισμα των όρων πάνω από αυτό να είναι πολύ μικρό, για παράδειγμα της τάξεως του 10^{-8} . Έτσι ορίζεται ένα ανεκτό σφάλμα ε στον υπολογισμό της σχέσης (3.6):

$$P_i(\geq n+1) + P_i(\geq n+2) + P_i(\geq n+3) + \dots < \varepsilon \quad (3.7)$$

Έστω S_1 το παραπάνω άθροισμα με τους άπειρους όρους, τότε:

$$\begin{aligned}
S_1 &= P_i(\geq n+1) + P_i(\geq n+2) + P_i(\geq n+3) + \dots < \varepsilon \Rightarrow \\
S_1 &= \prod_k \left[\sum_{x=1}^n c_{kx} \left(\prod_{z=0}^{x-1} r_{kz} \right) + \left(\prod_{y=1}^n r_{ky} \right) (1 - t_{kn+1}) \right] \prod_{x=1}^n r_{ix} \prod_j \left[\sum_{x=1}^n c_{jx} \left(\prod_{z=0}^{x-1} r_{jz} \right) + \left(\prod_{y=1}^n r_{jy} \right) \right] + \\
&\prod_k \left[\sum_{x=1}^{n+1} c_{kx} \left(\prod_{z=0}^{x-1} r_{kz} \right) + \left(\prod_{y=1}^{n+1} r_{ky} \right) (1 - t_{kn+2}) \right] \prod_{x=1}^{n+1} r_{ix} \prod_j \left[\sum_{x=1}^{n+1} c_{jx} \left(\prod_{z=0}^{x-1} r_{jz} \right) + \left(\prod_{y=1}^{n+1} r_{jy} \right) \right] + \dots < \varepsilon
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Είναι προφανές ότι εάν βρεθεί ένα νέο (πιο χαλαρό) άθροισμα S_2 για το οποίο $S_1 < S_2$ και αποδειχθεί ότι και $S_2 < \varepsilon$ τότε θα ικανοποιείται και η απαιτούμενη συνθήκη $S_1 < \varepsilon$. Γι' αυτό ορίζεται ένα νέο άθροισμα S_2 το οποίο προκύπτει από το S_1 αντικαθιστώντας τα ακόλουθα:

S_1	S_2
$c_{k1}, c_{k2}, \dots$	c_{kmax}
$r_{k1}, r_{k2}, \dots$	r_{kmax}
$c_{j1}, c_{j2}, \dots$	c_{jmax}
$r_{j1}, r_{j2}, \dots$	r_{jmax}
$r_{i1}, r_{i2}, \dots$	r_{imax}

Κάνοντας τις αντικαταστάσεις του παραπάνω πίνακα στο άθροισμα S_1 προκύπτει η ακόλουθη σχέση για το S_2 :

$$\begin{aligned}
S_2 &= \prod_k \left[\sum_{x=1}^n c_{kmax} r_{kmax}^{x-1} + r_{kmax}^n (1 - t_{kn+1}) \right] r_{imax}^n \prod_j \left[\sum_{x=1}^n c_{jx} r_{jmax}^{x-1} + r_{jmax}^n \right] + \\
&\prod_k \left[\sum_{x=1}^{n+1} c_{kmax} r_{kmax}^{x-1} + r_{kmax}^{n+1} (1 - t_{kn+2}) \right] r_{imax}^{n+1} \prod_j \left[\sum_{x=1}^{n+1} c_{jx} r_{jmax}^{x-1} + r_{jmax}^{n+1} \right] + \dots < \varepsilon
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Παρατηρούμε ότι στο παραπάνω άθροισμα υπάρχουν όροι της μορφής:

$$a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} = \sum_{x=1}^n ar^{x-1} = a \sum_{x=1}^n r^{x-1} \tag{3.10}$$

Είναι γνωστό ότι:

$$a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} = a \frac{1 - r^n}{1 - r} \tag{3.11}$$

Συνεπώς κάνοντας τις αντικαταστάσεις στην σχέση του S_2 :

$$\begin{aligned}
S_2 = & \prod_k [c_{k \max} \frac{1-r_{k \max}^n}{1-r_{k \max}} + r_{k \max}^n (1-t_{kn+1})] r_{i \max}^n \prod_j [c_{j \max} \frac{1-r_{j \max}^n}{1-r_{j \max}} + r_{j \max}^n] + \\
& \prod_k [c_{k \max} \frac{1-r_{k \max}^{n+1}}{1-r_{k \max}} + r_{k \max}^{n+1} (1-t_{kn+2})] r_{i \max}^{n+1} \prod_j [c_{j \max} \frac{1-r_{j \max}^{n+1}}{1-r_{j \max}} + r_{j \max}^{n+1}] + \dots < \varepsilon
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Προχωρώντας περαιτέρω την χαλάρωση του αθροίσματος και στηριζόμενοι στην παρατήρηση ότι:

1. $c \frac{1-r^n}{1-r} < c \frac{1}{1-r}$
2. $r^n(1-t) < 1$
3. $r^n < 1$

μπορεί να προκύψει ένα νέο άθροισμα S_3 για το οποίο θα ισχύει $S_2 < S_3$ και $S_3 < \varepsilon \Rightarrow S_1 < S_2 < S_3 < \varepsilon$. Έτσι προκύπτει το S_3 :

$$\begin{aligned}
S_3 = & \prod_k [c_{k \max} \frac{1}{1-r_{k \max}} + 1] r_{i \max}^n \prod_j [c_{j \max} \frac{1}{1-r_{j \max}} + 1] + \\
& \prod_k [c_{k \max} \frac{1}{1-r_{k \max}} + 1] r_{i \max}^{n+1} \prod_j [c_{j \max} \frac{1}{1-r_{j \max}} + 1] + \dots < \varepsilon
\end{aligned}$$

και θέτοντας ως $A_x = c_x \frac{1}{1-r_x}$ για κάθε $x=k$ ή j :

$$\begin{aligned}
S_3 = & r_{i \max}^n \{ \prod_k [A_k + 1] \prod_j [A_j + 1] + r_{i \max} \prod_k [A_k + 1] \prod_j [A_j + 1] + \\
& r_{i \max}^2 \prod_k [A_k + 1] \prod_j [A_j + 1] + \dots \} = r_{i \max}^n \prod_k [A_k + 1] \prod_j [A_j + 1] (1 + r_{i \max}^1 + r_{i \max}^2 + r_{i \max}^3 + \dots)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Ο τελευταίος όρος του παραπάνω γινομένου είναι άθροισμα άπειρων όρων γεωμετρικής προόδου και ίσος με $\frac{1}{1-r_{i \max}}$. Συνεπώς:

$$S_3 = r_{i \max}^n \frac{1}{1-r_{i \max}} \prod_k [A_k + 1] \prod_j [A_j + 1] < \varepsilon \Rightarrow \tag{3.14}$$

$$r_{i \max}^n < \varepsilon \frac{(1-r_{i \max})}{\prod_k [A_k + 1] \prod_j [A_j + 1]} = B$$

Δεδομένου ότι:

- $0 < \varepsilon < 1$
- $0 < 1-r_{i \max} < 1$

- $A_x + 1 > 1$, για κάθε $x=k$ ή j
προκύπτει ότι $0 < B < 1$ και άρα:

$$n \ln(r_{i \max}) < \ln(B) \Rightarrow \quad (3.15)$$

$$n > \frac{\ln(B)}{\ln(r_{i \max})}$$

Συνεπώς για να υπάρχει σφάλμα μικρότερο του ε , στον υπολογισμό του μέσου πλήθους επισκέψεων σε μηχανή-κόμβο, αρκεί να βρεθεί το άθροισμα των πιθανοτήτων έως και το n -οστό όρο, με:

$$n = \text{int}\left[\frac{\ln(B)}{\ln(r_{i \max})}\right] + 1 \quad (3.16)$$

και τότε η σχέση (3.6) γίνεται ένα άθροισμα με πεπερασμένους όρους:

$$\bar{n}_i = P_i(\geq 1) + P_i(\geq 2) + P_i(\geq 3) + \dots + P_i(\geq n) \quad (3.17)$$

που με γνωστές όλες τις παραμέτρους μπορεί να υπολογισθεί. Έτσι υπολογίζεται το μέσο πλήθος επισκέψεων κομματιών που δέχεται μια οποιαδήποτε μηχανή της γραμμής παραγωγής.

3.2.3 Υπολογισμός μέσου πλήθους επισκέψεων για σταθμό ελέγχου

Στην παράγραφο αυτή θα παρουσιασθεί ο τρόπος υπολογισμού του μέσου πλήθους επισκέψεων κομματιών που δέχεται ένας σταθμός ελέγχου. Αυτό είναι ανάλογο της ποιότητας των κατεργασιών που εκτελούν οι μηχανές της ομάδας στην οποία ανήκει ο σταθμός ελέγχου. Για να περάσει από τον έλεγχο ένα κομμάτι περισσότερες της μιας φορές, πρέπει οι κατεργασίες στις μηχανές της ομάδας να έχουν γίνει, είτε αποδεκτές, είτε επαναληπτικές, χωρίς να έχει υπάρξει άμεση απόρριψη βεβαίως και ταυτόχρονα να μην έχουν γίνει όλες αποδεκτές. Αυτό είναι λογικό μιας και αν είχαν γίνει όλες αποδεκτές τότε το κομμάτι θα έκανε μόνο μια διέλευση από το σταθμό ελέγχου. Συνεπώς το μέσο πλήθος επισκέψεων σε ένα σταθμό ελέγχου προκύπτει από το άθροισμα των επιμέρους πιθανοτήτων $P_i(\geq n)$ ένα κομμάτι να περάσει από τον σταθμό ελέγχου i μια, δυο, τρεις κ.ο.κ. φορές. Η μαθηματική σχέση υπολογισμού του μέσου πλήθους επισκέψεων είναι όμοια με την προηγούμενη:

$$\bar{n}_i = P_i(\geq 1) + P_i(\geq 2) + P_i(\geq 3) + \dots + P_i(\geq n) + \dots \quad (3.18)$$

με i οποιοδήποτε σταθμό ελέγχου. Ορίζεται ως k ο δείκτης των μηχανών της ομάδας στην οποία ανήκει ο σταθμός i που εξετάζεται. Για την εύρεση των πιθανοτήτων $P_i(\geq n)$ ισχύουν τα εξής:

- $P_i(\geq 1) = \{\text{να μην απορριφθεί άμεσα από τις μηχανές } k\} = \prod_k (1 - t_{k1})$
- $P_i(\geq 2) = \{\text{από τις μηχανές } k \text{ να γίνει ή αποδεκτή στο } 1^\circ \text{ πέρασμα ή επαναληπτικά στο } 1^\circ \text{ και όχι άμεσα απορριπτό στο } 2^\circ\} \text{ και } \{\text{όχι αποδεκτές όλες οι κατεργασίες στις } k \text{ μηχανές κατά το } 1^\circ \text{ πέρασμα}\} = \prod_k [c_{k1} + r_{k1}(1 - t_{k2})] - \prod_k c_{k1}$
- $P_i(\geq 3) = \prod_k [c_{k1} + r_{k1}c_{k2} + r_{k1}r_{k2}(1 - t_{k3})] - \prod_k [c_{k1} + r_{k1}c_{k2}]$
- $P_i(\geq 4) = \prod_k [c_{k1} + r_{k1}c_{k2} + r_{k1}r_{k2}c_{k3} + r_{k1}r_{k2}r_{k3}(1 - t_{k4})] - \prod_k [c_{k1} + r_{k1}c_{k2} + r_{k1}r_{k2}c_{k3}]$
-
- $P_i(\geq n) = \prod_k [\sum_{x=1}^{n-1} c_{kx} (\prod_{z=0}^{x-1} r_{kz}) + (\prod_{y=1}^{n-1} r_{ky})(1 - t_{kn})] - \prod_k [\sum_{x=1}^{n-1} c_{kx} (\prod_{z=0}^{x-1} r_{kz})]$
-
-

Έτσι από την (3.19) και κάνοντας αντικατάσταση προκύπτει ένα άθροισμα άπειρων όρων. Όπως πριν, για τον υπολογισμό του αθροίσματος αρκεί να βρεθεί κάποιο n τέτοιο ώστε το άθροισμα των όρων πάνω από αυτό να είναι πολύ μικρό. Ζητείται λοιπόν το n για το οποίο

$$P_i(\geq n+1) + P_i(\geq n+2) + P_i(\geq n+3) + \dots < \varepsilon \quad (3.19)$$

Έστω S_1 το παραπάνω άθροισμα με τους άπειρους όρους, τότε:

$$\begin{aligned} S_1 &= P_i(\geq n+1) + P_i(\geq n+2) + P_i(\geq n+3) + \dots < \varepsilon \Rightarrow \\ S_1 &= \prod_k [\sum_{x=1}^n c_{kx} (\prod_{z=0}^{x-1} r_{kz}) + (\prod_{y=1}^n r_{ky})(1 - t_{kn+1})] - \prod_k [\sum_{x=1}^n c_{kx} (\prod_{z=0}^{x-1} r_{kz})] + \\ &\prod_k [\sum_{x=1}^{n+1} c_{kx} (\prod_{z=0}^{x-1} r_{kz}) + (\prod_{y=1}^{n+1} r_{ky})(1 - t_{kn+2})] - \prod_k [\sum_{x=1}^{n+1} c_{kx} (\prod_{z=0}^{x-1} r_{kz})] + \dots < \varepsilon \end{aligned} \quad (3.20)$$

Παρατηρείται ότι το παραπάνω άθροισμα απαρτίζεται από όρους με κοινά μέλη,

π.χ. $\sum_{x=1}^n c_{kx} (\prod_{z=0}^{x-1} r_{kz})$, $\sum_{x=1}^{n+1} c_{kx} (\prod_{z=0}^{x-1} r_{kz})$, κ.ο.κ. Αναλύοντας τους όρους

$P_i(\geq n+1), P_i(\geq n+2), \dots$ ξεχωριστά, ορίζεται η συνάρτηση:

$$f = P_i(\geq n+1) = \prod_k [\sum_{x=1}^n c_{kx} (\prod_{z=0}^{x-1} r_{kz}) + (\prod_{y=1}^n r_{ky})(1 - t_{kn+1})] - \prod_k [\sum_{x=1}^n c_{kx} (\prod_{z=0}^{x-1} r_{kz})] \quad (3.21)$$

Επιπλέον ορίζονται και οι ποσότητες:

$$A_k = \sum_{x=1}^n c_{kx} \left(\prod_{z=0}^{x-1} r_{kz} \right) \quad (3.23)$$

$$B_k = \left(\prod_{y=1}^n r_{ky} \right) (1 - t_{kn+1})$$

Αν αποδειχθεί ότι η συνάρτηση f είναι αύξουσα ως προς τους όρους A_k και B_k (και άρα και το S_1 αύξουσα συνάρτηση), τότε προφανώς μπορεί να θεωρηθεί ότι:

$$A_k < \sum_{x=1}^n c_{\max} r_{\max}^{x-1}$$

$$B_k < r_{\max}^n (1 - t_{kn+1})$$

και έτσι να βρεθεί ένα νέο (πιο χαλαρό) άθροισμα S_2 , για το οποίο $S_1 < S_2$, και αν $S_2 < \varepsilon$ τότε θα ικανοποιείται και η απαιτούμενη συνθήκη $S_1 < \varepsilon$.

Για να είναι η f αύξουσα ως προς A_k και B_k πρέπει:

$$\frac{df}{dA_k} > 0$$

και

$$\frac{df}{dB_k} > 0$$

- $$\begin{aligned} \frac{df}{dB_k} &= [(A_1 + B_1)(A_2 + B_2) \cdots (A_k + B_k) - A_1 A_2 \cdots A_k]' \\ &= (A_2 + B_2) \cdots (A_k + B_k) + (A_1 + B_1)(A_3 + B_3) \cdots (A_k + B_k) + \dots + \\ &\quad (A_1 + B_1)(A_2 + B_2) \cdots (A_{k-1} + B_{k-1}) \end{aligned}$$

που δεδομένου ότι $A_k, B_k > 0$ για κάθε τιμή των k , τότε και $\frac{df}{dB_k} > 0$ ως άθροισμα

θετικών όρων.

- $$\begin{aligned} \frac{df}{dA_k} &= [(A_1 + B_1)(A_2 + B_2) \cdots (A_k + B_k) - A_1 A_2 \cdots A_k]' \\ &= (A_2 + B_2) \cdots (A_k + B_k) - A_2 A_3 \cdots A_k + \\ &\quad (A_1 + B_1)(A_3 + B_3) \cdots (A_k + B_k) - A_1 A_3 \cdots A_k + \\ &\quad \dots + \\ &\quad (A_1 + B_1)(A_2 + B_2) \cdots (A_{k-1} + B_{k-1}) - A_1 A_2 \cdots A_{k-1} \\ &= A_2 A_3 \cdots A_k + B_2 A_3 \cdots A_k + \dots - A_2 A_3 \cdots A_k + \\ &\quad A_1 A_3 \cdots A_k + B_1 A_3 \cdots A_k + \dots - A_1 A_3 \cdots A_k + \\ &\quad \dots + \\ &\quad A_1 A_2 \cdots A_{k-1} + B_1 A_2 \cdots A_{k-1} + \dots - A_1 A_2 \cdots A_{k-1} \\ &= B_2 A_3 \cdots A_k + B_1 A_3 \cdots A_k + \dots + B_1 A_2 \cdots A_{k-1} + \dots \end{aligned}$$

που και εδώ επειδή $A_k, B_k > 0$ για κάθε τιμή των k , προκύπτει τελικά ότι $\frac{df}{dA_k} > 0$ ως άθροισμα θετικών όρων.

Γενικεύοντας κάθε συνάρτηση $f = P_i(\geq n)$, για κάθε i και n , είναι αύξουσα. Συνεπώς, και το άθροισμα τέτοιων συναρτήσεων είναι αύξουσα συνάρτηση. Άρα μπορεί να θεωρηθεί ότι υπάρχει ένα νέο, πιο χαλαρό, άθροισμα S_2 , τέτοιο ώστε: $S_1 < S_2$ και $S_2 < \varepsilon \Rightarrow S_1 < \varepsilon$. Το S_2 έχει και αυτό άπειρους όρους και προκύπτει από το S_1 αντικαθιστώντας τα ακόλουθα:

S_1	S_2
$c_{k1}, c_{k2}, \dots$	$c_{\max}$
$r_{k1}, r_{k2}, \dots$	$r_{\max}$

Για ευκολία ορίζεται: $c = c_{\max}, r = r_{\max}$. Έτσι το S_2 διαμορφώνεται ως εξής:

$$S_2 = P_i(\geq n+1) + P_i(\geq n+2) + P_i(\geq n+3) + \dots < \varepsilon \Rightarrow$$

$$S_2 = \prod_k \left[\sum_{x=1}^n cr^{x-1} + r^n(1-t_{kn+1}) \right] - \prod_k \left[\sum_{x=1}^n cr^{x-1} \right] +$$

$$\prod_k \left[\sum_{x=1}^{n+1} cr^{x-1} + r^{n+1}(1-t_{kn+2}) \right] - \prod_k \left[\sum_{x=1}^{n+1} cr^{x-1} \right] + \dots < \varepsilon$$

Για τους όρους της μορφής $\sum cr^x = c \sum r^x$, ως αθροίσματα γεωμετρικής προόδου, ισχύει

$$\sum_{x=1}^n cr^{x-1} = c \frac{1-r^n}{1-r}$$

και επομένως το άθροισμα S_2 γίνεται:

$$S_2 = \prod_k \left[c \frac{1-r^n}{1-r} + r^n(1-t_{kn+1}) \right] - \prod_k \left[c \frac{1-r^n}{1-r} \right] +$$

$$\prod_k \left[c \frac{1-r^{n+1}}{1-r} + r^{n+1}(1-t_{kn+2}) \right] - \prod_k \left[c \frac{1-r^{n+1}}{1-r} \right] +$$

$$\dots$$

$$= \prod_k \left[c \frac{1-r^n}{1-r} + r^n - r^n t_{kn+1} \right] - \prod_k \left[c \frac{1-r^n}{1-r} \right] +$$

$$\prod_k \left[c \frac{1-r^{n+1}}{1-r} + r^{n+1} - r^{n+1} t_{kn+2} \right] - \prod_k \left[c \frac{1-r^{n+1}}{1-r} \right] +$$

$$\dots$$
(3.24)

Στηριζόμενοι στην παρατήρηση ότι:

1. $c \frac{1-r^n}{1-r} < c \frac{1}{1-r}$
2. $r^n \leq r^n$
3. $-r^n t_{kn+1} < 0$

μπορεί να προκύψει ένα νέο άθροισμα S_3 για το οποίο θα ισχύει $S_2 < S_3$ και

$S_3 < \varepsilon \Rightarrow S_1 < S_2 < S_3 < \varepsilon$. Έτσι ως S_3 ορίζεται το άθροισμα

$$S_3 = \prod_k [c \frac{1}{1-r} + r^n - 0] - \prod_k [c \frac{1}{1-r}] + \prod_k [c \frac{1}{1-r} + r^{n+1} - 0] - \prod_k [c \frac{1}{1-r}] + \dots < \varepsilon$$

Για διευκόλυνση στις πράξεις ορίζεται $A = \frac{c}{1-r}$, και πλέον προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} S_3 &= \prod_k [A + r^n] - \prod_k A + \prod_k [A + r^{n+1}] - \prod_k A + \prod_k [A + r^{n+2}] - \prod_k A + \dots \\ &= (A + r^n)^k - A^k + (A + r^{n+1})^k - A^k + (A + r^{n+2})^k - A^k + \dots \end{aligned} \quad (3.25)$$

Όμως από το διωνυμικό ανάπτυγμα είναι γνωστό ότι:

$$\begin{aligned} (A + B)^k &= \binom{k}{0} A^k B^0 + \binom{k}{1} A^{k-1} B^1 + \binom{k}{2} A^{k-2} B^2 + \dots + \binom{k}{k} A^0 B^k \Rightarrow \\ (A + B)^k - A^k &= \binom{k}{1} A^{k-1} B^1 + \binom{k}{2} A^{k-2} \cdot B^2 + \dots + \binom{k}{k} A^0 B^k \end{aligned} \quad (3.26)$$

Άρα η σχέση (3.25) γίνεται πλέον

$$\begin{aligned} S_3 &= \left\{ \binom{k}{1} A^{k-1} (r^n)^1 + \binom{k}{2} A^{k-2} (r^n)^2 + \dots + (r^n)^k \right\} + \\ &\left\{ \binom{k}{1} A^{k-1} (r^{n+1})^1 + \binom{k}{2} A^{k-2} (r^{n+1})^2 + \dots + (r^{n+1})^k \right\} + \\ &\left\{ \binom{k}{1} A^{k-1} (r^{n+2})^1 + \binom{k}{2} A^{k-2} (r^{n+2})^2 + \dots + (r^{n+2})^k \right\} + \end{aligned}$$

...

και βγάζοντας κοινούς παράγοντες

$$\begin{aligned} S_3 &= \left\{ \binom{k}{1} A^{k-1} (r^n + r^{n+1} + \dots) \right\} + \\ &\left\{ \binom{k}{2} A^{k-2} [(r^n)^2 + (r^{n+1})^2 + \dots] \right\} + \\ &\left\{ \binom{k}{3} A^{k-3} [(r^n)^3 + (r^{n+1})^3 + \dots] \right\} + \\ &\dots + \\ &\left\{ \binom{k}{k} A^0 [(r^n)^k + (r^{n+1})^k + \dots] \right\} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Από την στιγμή που $r < 1$, κάθε άθροισμα $[(r^n)^2 + (r^{n+1})^2 + \dots]$, $[(r^n)^3 + (r^{n+1})^3 + \dots]$, ..., $[(r^n)^k + (r^{n+1})^k + \dots]$ είναι μικρότερο από το $(r^n + r^{n+1} + \dots)$. Αντικαθιστώντας τα αθροίσματα με το άνω τους όριο προκύπτει ένα νέο ακόμα πιο

χαλαρό άθροισμα S_4 , τέτοιο ώστε:

$$S_1 < S_2 < S_3 < S_4 < \varepsilon$$

Το S_4 έχει την ίδια μορφή με το S_3 :

$$S_4 = \binom{k}{1} A^{k-1} (r^n + r^{n+1} + \dots) + \binom{k}{2} A^{k-2} (r^n + r^{n+1} + \dots) + \dots + (r^n + r^{n+1} + \dots) < \varepsilon$$

Βγάζοντας κοινό παράγοντα το άθροισμα $(r^n + r^{n+1} + \dots)$ προκύπτει μια νέα σχέση για το S_4 :

$$S_4 = (r^n + r^{n+1} + \dots) \left[\binom{k}{1} A^{k-1} + \binom{k}{2} A^{k-2} + \dots + \binom{k}{k} A^0 \right] \quad (3.28)$$

Ο πρώτος όρος του γινομένου της παραπάνω σχέσης είναι άθροισμα γεωμετρικής προόδου με άπειρους όρους αν βγει κοινός παράγοντας το r^n και συνεπώς

$$(r^n + r^{n+1} + \dots) = r^n (1 + r + r^2 + r^3 + \dots) = r^n \frac{1}{1-r} \quad (3.29)$$

Για τον δεύτερο όρο του γινομένου της σχέσεως (3.28) και βασιζόμενοι στην σχέση από το δυωνυμικό ανάπτυγμα, σχέση (3.26), προκύπτει ότι:

$$\binom{k}{1} A^{k-1} + \binom{k}{2} A^{k-2} + \dots + \binom{k}{k} A^0 = (A+1)^k - A^k \quad (3.30)$$

Επομένως βάσει των σχέσεων (3.29) και (3.30), η σχέση (3.28) του αθροίσματος S_4 γίνεται:

$$S_4 = r^n \frac{1}{1-r} [(A+1)^k - A^k] < \varepsilon \quad (3.31)$$

Άρα

$$r^n \frac{1}{1-r} [(A+1)^k - A^k] < \varepsilon \Rightarrow r^n < \frac{\varepsilon(1-r)}{[(A+1)^k - A^k]}$$

και δεδομένου ότι

- $0 < \varepsilon < 1$
- $0 < 1-r < 1$
- $(A+1)^k - A^k > 1$, γιατί το $(A+1)^k$ εμπεριέχει τον όρο A^k

προκύπτει

$$n > \frac{\ln\left(\frac{\varepsilon(1-r)}{(A+1)^k - A^k}\right)}{\ln r}$$

Επομένως υπάρχει σφάλμα μικρότερο του ε , στον υπολογισμό του μέσου πλήθους επισκέψεων σε μηχανή-κόμβο, αν βρεθεί το άθροισμα των πιθανοτήτων έως και το n -οστό όρο, με:

$$n = \text{int}\left(\frac{\ln\left(\frac{\varepsilon(1-r)}{(A+1)^k - A^k}\right)}{\ln r}\right) + 1 \quad (3.32)$$

και τότε η σχέση (3.18) γίνεται ένα άθροισμα με πεπερασμένους όρους:

$$\bar{n}_i = P_i(\geq 1) + P_i(\geq 2) + P_i(\geq 3) + \dots + P_i(\geq n) \quad (3.33)$$

που με γνωστές όλες τις παραμέτρους μπορεί να υπολογισθεί. Με αυτό τον τρόπο λοιπόν υπολογίζεται το μέσο πλήθος επισκέψεων κομματιών που δέχεται ένας οποιοσδήποτε σταθμός ελέγχου της γραμμής παραγωγής.

3.3 ΕΥΡΕΣΗ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΣΤΑΘΜΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ

Έχοντας υπολογίσει τα $\bar{N}$ και $\bar{n}_i$ για κάθε μηχανή ή σταθμό ελέγχου και κάνοντας χρήση της σχέσης (3.1), υπολογίζεται ο σχετικός ρυθμός αφίξεων U_i . Από τα U_i υπολογίζεται ο μέσος ρυθμός κέρδους του συστήματος για μια ορισμένη κατανομή σταθμών ελέγχου. Αυτό που απομένει είναι να βρεθεί η κατανομή σταθμών ελέγχου που θα επιφέρει και τον βέλτιστο ρυθμό κέρδους. Γι' αυτό και στην παράγραφο αυτή θα αναλυθεί εκτενώς η συνάρτηση και οι παράμετροι της συνάρτησης κέρδους. Παράλληλα θα παρουσιασθεί ο τρόπος βελτιστοποίησης του κλειστού συστήματος παραγωγής και κατά επέκταση και της συνάρτησης του ρυθμού κέρδους.

3.3.1 Συνολικός ρυθμός κέρδους

Έχει ήδη αναφερθεί ότι η συνάρτηση του ρυθμού κέρδους απαρτίζεται από δυο βασικές συνιστώσες κέρδους. Την συνιστώσα που προκύπτει από την βελτιστοποίηση της γραμμής παραγωγής σε ότι αφορά το κομμάτι των πολιτικών ζήτησης και ελέγχου του ρυθμού παραγωγής και την δεύτερη συνιστώσα που αφορά τον έλεγχο ποιότητας που διενεργείται στο σύστημα. Συνεπώς αν J ο ρυθμός κέρδους, τότε:

$$J = \{\text{κέρδος από βελτιστοποίηση γραμμής παραγωγής}\} - \{\text{κόστος ελέγχου ποιότητας}\} = J_1 - J_2 \quad (3.34)$$

Η συνιστώσα J_1 είναι το κέρδος $J(s,m)$, που αναλύθηκε στην παράγραφο 2.3.3. Επομένως βάσει της σχέσης (2.25), της παραγράφου, ισχύει ότι:

$$J_1 = J(s, m) = p\mu_0 \frac{G(m-1)}{G(m)} - hm - b(m-s) + (h+b) \sum_{i=s}^{m-1} \frac{G(i)}{G(m)} \quad (3.35)$$

με τις ακόλουθες παραμέτρους

- p : το καθαρό κέρδος από την πώληση ενός έτοιμου προϊόντος

- h : το κόστος αποθέματος ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα προϊόντος
- b : το κόστος ανικανοποίητης ζήτησης ανά μονάδα χρόνου (κόστος λόγω αναμονής πελατών έως ότου παραλάβουν την παραγγελία τους)
- s : το απόθεμα βάσης
- m : το συνολικό πλήθος κομματιών στο κλειστό δίκτυο ($m=s+c$)
- μ_0 : ρυθμός ζήτησης (μηχανής ζήτησης)

Από αυτές οι p , h , b και μ_0 είναι δεδομένες και γνωστές παράμετροι που ο χρήστης δίνει. Απομένει λοιπόν η εύρεση των $G(i)$, για κάθε $i=0, \dots, m$.

Δεδομένου ότι έχουν υπολογισθεί οι ρυθμοί αφίξεων U_i , για κάθε κόμβο του συστήματος παραγωγής (με την διαδικασία της Παραγράφου 3.2), εφαρμόζεται ο αλγόριθμος Buzen [17], όπως αυτός περιγράφηκε στην Παράγραφο 2.2.2, και τελικά εξάγονται οι τιμές των $G(i)$ σύμφωνα με την σχέση (2.21).

Με δεδομένες και τις τιμές των $G(i)$ αυτό που απομένει είναι να αναζητηθούν οι τιμές των s , m που θα βελτιστοποιήσουν την συνάρτηση $J_1 = J(s, m)$. Αυτό θα γίνει με την χρήση του αλγόριθμου, που αναπτύχθηκε γι' αυτό το σκοπό από τους Ioannidis et al. [15] και παρουσιάστηκε εκτενώς στην Παράγραφο 2.2.4. Με αυτό τον τρόπο λοιπόν βελτιστοποιείται η πρώτη συνιστώσα της συνάρτησης του ρυθμού κέρδους και πλέον απομένει η ανάλυση και βελτιστοποίηση της δεύτερης συνιστώσας J_2 .

Η συνιστώσα αυτή προκύπτει από το κόστος που επιφέρει η διαδικασία ελέγχου ποιότητας. Τρεις είναι οι βασικοί παράγοντες που διαμορφώνουν και επηρεάζουν το κόστος ελέγχου.

Καταρχήν κάθε σταθμός ελέγχου έχει κάποιο πάγιο κόστος. Η εγκατάσταση προφανώς ενός σταθμού επιπλέον εντός του συστήματος παραγωγής αυξάνει το κόστος ελέγχου. Πέραν του πάγιου κόστους, που σχετίζεται με εξοπλισμό που πιθανά χρησιμοποιείται εκεί ή το πλήθος των ατόμων που απασχολούνται σε αυτούς, διαμορφώνεται και ένα μεταβαλλόμενο κόστος. Αυτό καθορίζεται από το πλήθος των μηχανών που ελέγχονται. Είναι προφανές ότι ένας σταθμός ελέγχου που ελέγχει πέντε μηχανές έχει μεγαλύτερο κόστος λειτουργίας από έναν άλλο που ελέγχει μόνο μια. Στην παρούσα εργασία και δεδομένου ότι υπάρχει πάντα ένας σταθμός ελέγχου στο τέλος της γραμμής παραγωγής, ενώ ταυτόχρονα ελέγχονται όλες οι κατεργασίες-μηχανές είναι αυτονόητο ότι το κόστος αφορά αθροιστικά το πλήθος μηχανών όλου του συστήματος. Τέλος σε μια παραγωγική διαδικασία, όπου λαμβάνει χώρα και έλεγχος ποιότητας ένα επιπλέον κέρδος είναι αυτό που μπορεί να προκύψει από την απόρριψη ελαττωματικών προϊόντων. Απορρίπτοντας ένα ελαττωματικό εξάρτημα σε κάποιο σταθμό ελέγχου, προκύπτει ένα καθαρό κέρδος, συνεκτιμώντας το προφανές κόστος που υπάρχει. Το κέρδος αυτό σχετίζεται με το γεγονός ότι διασφαλίζεται το να μην φθάσουν ελαττωματικά κομμάτια στον πελάτη. Σε διαφορετική περίπτωση θα υπήρχε κάποιο κόστος.

Βάσει όλων των παραπάνω λοιπόν η συνιστώσα του ρυθμού κόστους J_2 διαμορφώνεται ως εξής:

$$J_2 = -ps TH(\bar{N}_1 - 1) + cpi(N - M) + vpi M \quad (3.36)$$

με τις ακόλουθες παραμέτρους:

- ps : καθαρό κέρδος απόρριψης ανά ελαττωματικό εξάρτημα (salvage value)

- cpi : πάγιο κόστος σταθμού ελέγχου ανά μονάδα χρόνου
- vpi : κόστος ελέγχου για κάθε μηχανή ανά μονάδα χρόνου
- TH : ρυθμός παραγωγής συστήματος
- $\bar{N}_1$: μέσο πλήθος πρώτων υλών που απαιτούνται για την παραγωγή ενός αποδεκτού τελικού προϊόντος
- M : πλήθος μηχανών
- N : συνολικό πλήθος μηχανών (απλές μηχανές και σταθμοί ελέγχου)

Είναι προφανές ότι το γινόμενο $TH(\bar{N}_1 - 1)$ δίνει το μέσο πλήθος κομματιών που απορρίπτονται κατά τον έλεγχο.

Από την στιγμή που έχουν αναλυθεί εκτενώς και οι δυο συνιστώσες του συνολικού ρυθμού κέρδους του συστήματος, συνοψίζοντας προκύπτει η ακόλουθη συνάρτηση, η οποία και θα αποτελέσει το κριτήριο για την βελτιστοποίηση:

$$\begin{aligned}
 J &= J_1 - J_2 \\
 &= [p\mu_0 \frac{G(m^* - 1)}{G(m^*)} - hm^* - b(m^* - s^*) + (h + b) \sum_{i=s^*}^{m^*-1} \frac{G(i)}{G(m^*)}] \\
 &\quad - [psTH(\bar{N}_1 - 1) - cpi(N - M) - vpiM]
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

με s^* , m^* τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων s , m που προκύπτουν από τον αλγόριθμο της Παραγράφου 2.2.4.

3.3.2 Αξιολόγηση εναλλακτικών (Αλγόριθμος βελτιστοποίησης)

Βασικός σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να προσδιορισθούν τα σημεία εντός του δικτύου όπου θα γίνεται έλεγχος ποιότητας. Τα σημεία μπορεί να βρίσκονται μεταξύ οποιονδήποτε διαδοχικών μηχανών, ελέγχοντας μια ή περισσότερες από αυτές, καθώς και το πλήθος των κατεργασιών που έκαναν πάνω σε ένα εξάρτημα. Τελικός στόχος να υπάρξει μια τοπολογία συγκεκριμένη με το μέγιστο ρυθμό κέρδους για το σύστημα. Γι' αυτό το σκοπό αναπτύχθηκε ένας αλγόριθμος που αξιολογεί όλες τις εναλλακτικές υπολογίζοντας το ρυθμό κέρδους που απορρέει από κάθε τέτοια εναλλακτική.

Σε κάθε ένα από τα σημεία ελέγχου πραγματοποιείται επιθεώρηση σε ένα εξάρτημα. Ελέγχονται όλες οι κατεργασίες που έχουν γίνει πάνω σε αυτό και δεν έχουν έως εκείνη την στιγμή ελεγχθεί. Συνεπώς ελέγχονται όλες οι κατεργασίες από τον αμέσως προηγούμενο σταθμό ελέγχου, ή από την πρώτη μηχανή αν δεν μεσολαβούν άλλοι σταθμοί, έως και τον σταθμό που εξετάζεται. Όπως φαίνεται και στο Σχ. 3.2, έστω ότι τα κέντρα ελέγχου λειτουργούν μετά τις μηχανές M_2 και M_5 . Όταν επιθεωρούμε εξάρτημα που τελείωσε κατεργασία στην μηχανή M_5 , τότε θα ελεγχθεί το σύνολο των κατεργασιών των μηχανών M_3 , M_4 και M_5 , επειδή οι κατεργασίες από την M_1 και την M_2 έχουν ήδη ελεγχθεί.

Κάθε κατανομή σταθμών ελέγχου περιγράφεται από έναν πίνακα μονοδιάστατο $ISE = [ISE_1 \ ISE_2 \ \dots \ ISE_M]$ όπου το στοιχείο ISE_i έχει τιμή 1 αν υπάρχει σταθμός ελέγχου αμέσως μετά τη μηχανή M_i ή 0 αν δεν ακολουθεί μετά από αυτή σταθμός ελέγχου. Για

παράδειγμα, για το δίκτυο του Σχ. 3.2 που αποτελείται από 5 μηχανές έχουμε το διάνυσμα

$$ISE = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

επειδή υπάρχουν σημεία ελέγχου μόνο μετά τη δεύτερη και τελευταία μηχανή.

Για να βρεθεί λοιπόν η κατανομή των σταθμών η οποία και θα επιφέρει το μέγιστο ρυθμό κέρδους θα πρέπει να διερευνηθούν και να αξιολογηθούν όλες οι εναλλακτικές (δυνατοί συνδυασμοί) που μπορούν να υπάρξουν σε ότι αφορά την εγκατάσταση των σταθμών ελέγχου. Εδώ πρέπει να τονισθεί ότι στην παρούσα εργασία γίνεται έλεγχος όλων των κατεργασιών-μηχανών, δηλαδή υπάρχει πάντα ένας σταθμός ελέγχου στο τέλος, και άρα ο πίνακας ISE έχει πάντα 1 στην τελευταία στήλη του. Συνεπώς αναζητούνται όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί για τον πίνακα ISE, με 0 και 1 που μπορούν να υπάρξουν εκτός της τελευταίας στήλης του. Αρχικά δοκιμάζεται η περίπτωση με ένα σημείο ελέγχου στο τέλος της γραμμής παραγωγής και το διάνυσμα είναι

$$[0 \quad 0 \quad 0 \quad . \quad . \quad . \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

στη συνέχεια επιλέγεται ένας άλλος συνδυασμός σημείων ελέγχου. Αυτός προκύπτει προσθέτοντας στο δυαδικό αριθμό της προηγούμενης επανάληψης το 1. Για παράδειγμα η δεύτερη επανάληψη δίνει τον συνδυασμό $[0 \quad 0 \quad 0 \quad . \quad . \quad . \quad 0 \quad 1 \quad 1]$, η τρίτη τον $[0 \quad 0 \quad 0 \quad . \quad . \quad . \quad 1 \quad 0 \quad 1]$ κ.ο.κ. .

Κάθε φορά που ένας νέος συνδυασμός παράγεται, εκτελείται ο υπολογισμός του κριτηρίου βελτιστοποίησης (συνάρτησης ρυθμού κέρδους, evaluation function). Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται έως ότου προσομοιωθεί και ο τελευταίος δυνατός συνδυασμός σημείων

$$[1 \quad 1 \quad 1 \quad \dots \quad 1 \quad 1 \quad 1]$$

Τέλος, συγκρίνοντας τα κέρδη κατά περίπτωση, προκύπτει ο βέλτιστος συνδυασμός σημείων επιθεώρησης που δίνουν το μέγιστο ρυθμό κέρδους.

Επισημαίνεται ότι δίνεται η δυνατότητα, στην περίπτωση που επιθυμούνται σταθμοί ελέγχου σε συγκεκριμένα σημεία εντός του συστήματος, αυτά να ορισθούν εξ αρχής και να εξετασθούν μόνο οι συνδυασμοί που τα περιέχουν.

Η δομή του αλγόριθμου αξιολόγησης των εναλλακτικών τρόπων χωροθέτησης σταθμών ελέγχου ποιότητας είναι απλή. Αρχικά διαβάζονται από ένα αρχείο κειμένου όλα τα δεδομένα που δίνει ο χρήστης, όπως πλήθος μηχανών, πιθανότητες έκβασης κατεργασιών αν μηχανή, μέσος ρυθμός μηχανών (και αυτός της ζήτησης), τιμές για τις παραμέτρους της συνάρτησης κέρδους κ.ο.κ. Εν συνεχεία παράγεται ο πρώτος δυνατός συνδυασμός χωροθέτησης σταθμών και ακολουθεί ο υπολογισμός όλων των επιμέρους παραμέτρων, που θα οδηγήσουν τελικά στον υπολογισμό του ρυθμού κέρδους. Τέλος γίνεται η σύγκριση της τρέχουσας εναλλακτικής με την έως τότε βέλτιστη. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου αξιολογηθούν όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί.

4 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Για τον υπολογισμό όλων των συνιστωσών του ρυθμού κέρδους αναπτύχθηκε ένας αλγόριθμος. Ο χρήστης δίνοντας μια σειρά από δεδομένα, που αφορούν την γραμμή παραγωγής που επιθυμεί να αναλύσει, μπορεί να βρει την κατανομή σταθμών ελέγχου που αποδίδουν το μέγιστο ρυθμό κέρδους. Ο αλγόριθμος αναπτύχθηκε στην γλώσσα προγραμματισμού Fortran 90. Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιασθούν μια σειρά από πειράματα που πραγματοποιήθηκαν για διάφορες γραμμές παραγωγής.

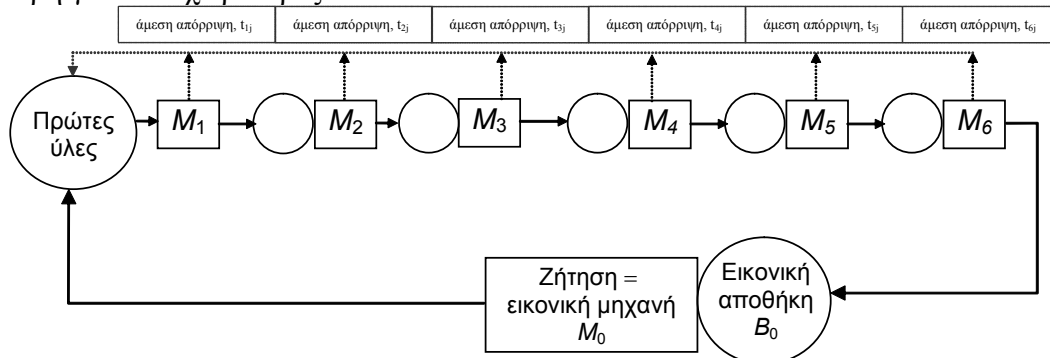
Κρίνεται σκόπιμο στο σημείο αυτό να τονισθεί ότι η εγκυρότητα του μαθηματικού μοντέλου που αναπτύχθηκε, εξακριβώθηκε με την ανάπτυξη ενός αλγορίθμου προσομοίωσης. Συγκεκριμένα αναπτύχθηκε ένας αλγόριθμος ο οποίος και προσομοιώνει γραμμές παραγωγής που επιδέχονται έλεγχο ποιότητας. Σε αυτόν η γραμμή παραγωγής έχει ακριβώς τα ίδια χαρακτηριστικά με τις γραμμές που εξετάζονται στην παρούσα εργασία. Μια σειρά ιδίων πειραμάτων με τους δυο αλγορίθμους (προσομοίωσης και αναλυτικού μοντέλου), έδειξαν ότι η απόκλιση των παραμέτρων απόδοσης των συστημάτων ήταν μικρότερη του 0.0001 και αυτό μόνο σε ακραίες περιπτώσεις, για παράδειγμα σε γραμμές με μεγάλο πλήθος μηχανών.

Τα δεδομένα που καλείται ο χρήστης να δώσει στον αλγόριθμο του αναλυτικού είναι τα εξής:

- Πλήθος μηχανών, M
- Μέσος ρυθμός αφίξεων στη μηχανή ζήτησης, μ_0
- Σφάλμα ε για τον υπολογισμό του μέσου πλήθους επισκέψεων κομματιών που δέχεται ένας κόμβος της γραμμής παραγωγής (απλή μηχανή ή σταθμός ελέγχου)
- Μέγιστο πλήθος μεταβαλλόμενων πιθανοτήτων ελέγχου, NP
- Ελάχιστο και μέγιστο επιθυμητό πλήθος σταθμών ελέγχου, $\min_nlp$ και $\max_nlp$
- Παράμετροι κόστους, p , h , b , ps , cpi και vpi
- Για κάθε απλή μηχανή i δίνεται:
 - επόμενη μηχανή της, $MD(i)$
 - μέσος ρυθμός κατεργασίας της, μ_i
 - για πλήθος NP δίνεται:
 - πιθανότητα αποδεκτής κατεργασίας, c_{ij}
 - πιθανότητα επαναληπτέας κατεργασίας, r_{ij}
 - πιθανότητα απορριπτέας (όχι άμεσης) κατεργασίας, s_{ij} (η πιθανότητα άμεσης απόρριψης προκύπτει από την σχέση: $c_{ij} + r_{ij} + s_{ij} + t_{ij} = 1$)
- Μέσος ρυθμός ελέγχου κάθε κατεργασίας μ_temp , και κάθε σταθμός ελέγχου διαμορφώνει ένα μέσο ρυθμό ανάλογο του πλήθους των κατεργασιών που ελέγχει
- Τέλος δίνονται πιθανά σημεία που ο χρήστης επιθυμεί να υπάρχουν σταθμοί ελέγχου, και αυτό μέσω ενός μονοδιάστατου πίνακα (IISE) διαστάσεων M όπου με 1 δηλώνεται η μηχανή (θέση πίνακα) μετά από την οποία υπάρχει σταθμός ελέγχου.

4.1 ΓΡΑΜΜΗ 6 ΜΗΧΑΝΩΝ

Έστω η γραμμή παραγωγής του Σχ. 4.1. Για αυτή τη γραμμή παραγωγής θα γίνει μια σειρά από πειράματα με διαφορετικά δεδομένα. Αρχικά οι μηχανές έχουν σε κάθε επανακατεργασία ίδιες πιθανότητες έκβασης κατεργασιών (αποδεκτή, απορριπτέα, κ.ο.κ.). Εν συνεχεία παρουσιάζονται δυο πειράματα κατά τα οποία στα δυο πρώτα περάσματα οι πιθανότητες έκβασης αλλάζουν, την πρώτη φορά βελτιώνονται ενώ την δεύτερη γίνονται χειρότερες.



Σχήμα 4.1. Κλειστή γραμμή παραγωγής 6 μηχανών

Τα βασικά δεδομένα της γραμμής, που ισχύουν σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις που εξετάζονται, έχουν ως ακολούθως:

M	6
μ_0	4.0
ε	0.000001
min_nip, max_nip	0 , 6
p	300
h	8
b	8
ps	-200
cpi	10
vpi	10
μ_temp	100
IISE (υποχρεωτικά)	0 0 0 0 0 1

Και επιπλέον για κάθε μηχανή:

Μηχανή i	MD(i)	μ_i
1	2	6.0
2	3	7.0
3	4	5.0
4	5	5.5
5	6	6.5
6	0	5.25

4.1.1 Ίδιες πιθανότητες κατεργασιών σε όλες τις επαναλήψεις

Σε αυτό το αρχικό πείραμα οι πιθανότητες κατεργασιών $c_{i,j}$, $r_{i,j}$, $s_{i,j}$ και $t_{i,j}$ κάθε μηχανής i είναι ίδιες για κάθε πέρασμα j . Συνεπώς για κάθε μηχανή δίνονται οι εξής πιθανότητες:

Μηχανή	$c_{i,j}$	$r_{i,j}$	$s_{i,j}$	$t_{i,j}(=1- c_{i,j}- r_{i,j}- s_{i,j})$
1	0.900	0.090	0.005	0.005
2	0.870	0.100	0.025	0.005
3	0.850	0.140	0.010	0
4	0.920	0.070	0	0.010
5	0.800	0.150	0.040	0.010
6	0.960	0.030	0.007	0.003

Ο αλγόριθμος για αυτά τα δεδομένα δίνει βέλτιστη λύση, δηλαδή πίνακα ISE(M), την εξής:

$$ISE(6)=[0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

Βλέπουμε ότι η βέλτιστη τοπολογία έχει δυο σταθμούς ελέγχου: μετά την M_2 μηχανή και μετά την M_6 (πάντα υπάρχει σταθμός ελέγχου μετά την τελευταία μηχανή). Επιπλέον για τα δεδομένα κόστους που δόθηκαν η βέλτιστη αυτή κατανομή έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

Χαρακτηριστικό	Τιμή
Βέλτιστο συνολικός ρυθμός κέρδους	696.711301834655
Ρυθμός κέρδους από βελτιστοποίηση γραμμής παραγωγής	892.819120043310
Ρυθμός κέρδους που επιφέρει ο έλεγχος	-196.107818208655
Ρυθμός παραγωγής (TH)	3.90968647428980
Βέλτιστη τιμή ελλείμματος βάσης (c)	5
Βέλτιστη τιμή αποθέματος βάσης (s)	20

Προσπαθώντας να διερευνηθεί ο λόγος που ο αλγόριθμος προτείνει εγκατάσταση σταθμού ελέγχου μετά την M_2 μηχανή, επικεντρώνουμε την προσοχή μας στην μηχανή M_3 , δηλαδή αυτή που έπεται του σταθμού. Παρατηρούμε ότι η μηχανή M_3 είναι αυτή με το μικρότερο ρυθμό παραγωγής από όλες τις υπόλοιπες ($\mu_3=5$). Πρόκειται λοιπόν για μια μηχανή **bottleneck** ή **συνωστισμένη** μηχανή της γραμμής παραγωγής.

Έστω ότι ένα κομμάτι έχει υποστεί κάποια απορριπτέα κατεργασία (όχι άμεσης απόρριψης) από μηχανή πριν της M_3 (M_1 ή M_2) και ελεγχθεί αμέσως πριν από αυτή, δηλαδή μετά την M_2 , τότε το κομμάτι θα απορριφθεί και δεν θα σπαταλήσει χρόνο στην M_3 . Αν δεν είχε ελεγχθεί τότε θα έπρεπε να υποστεί την κατεργασία στην M_3 , και το ελάττωμά του να εντοπισθεί αργότερα και να απορριφθεί, οπότε θα είχε χαθεί χρόνος στην μηχανή M_3 για ένα άχρηστο κομμάτι (scrap). Συνεπώς είναι σημαντικό να προλαμβάνονται τα ελαττωματικά κομμάτια και να μην επιδέχονται την κατεργασία με το μεγαλύτερο μέσο χρόνο.

Για να ισχυροποιηθούν τα προηγούμενα συμπεράσματα επισημαίνεται ότι, εκτελώντας το ίδιο πείραμα για την ίδια γραμμή παραγωγής με την διαφορά ότι οι μηχανές M_1 και M_2 παράγουν πάντα αποδεκτά κομμάτια ($c_1=c_2=1$), η βέλτιστη κατανομή που προκύπτει είναι μόνο με ένα σταθμό μετά την M_6 . Αυτό είναι λογικό από την στιγμή που οι κατεργασίες στην δυο πρώτες μηχανές είναι απολύτως αποδεκτές και συνεπώς δεν θα σπαταληθεί χρόνος στην M_3 . Πλέον στην M_3 εισέρχονται μόνο καλά κομμάτια.

Επιπλέον έγιναν και κάποια πειράματα πάλι για την γραμμή παραγωγής των 6 μηχανών, αλλά τα δυο πρώτα περάσματα είχαν διαφορετικές πιθανότητες έκβασης κατεργασιών $c_{i,j}$, $r_{i,j}$, $s_{i,j}$ και $t_{i,j}$. Τα αποτελέσματα σε ότι αφορά την κατανομή των σημείων ελέγχου ήταν ακριβώς ίδια με αυτά που παρουσιάστηκαν εδώ. Μόνο για μεγάλες μεταβολές των πιθανοτήτων μεταξύ των περασμάτων παρουσιάστηκαν αλλαγές και στην βέλτιστη κατανομή σταθμών ελέγχου.

4.1.2 Μια κακή μηχανή (μεγάλος ρυθμός απόρριψης)

Σε αυτό το πείραμα δοκιμάζεται η γραμμή παραγωγής όπως αυτή έχει παρουσιασθεί έως τώρα με μια διαφοροποίηση. Οι πιθανότητες στην M_4 έχουν ως εξής:

Μηχανή	$c_{i,j}$	$r_{i,j}$	$s_{i,j}$	$t_{i,j}(=1- c_{i,j}- r_{i,j}- s_{i,j})$
4	0.500	0.100	0.400	0

Πλέον εδώ υπάρχει μια μηχανή, η M_4 , η οποία είναι κακή μηχανή, εκτελεί δηλαδή με υψηλή πιθανότητα απορριπτέες κατεργασίες. Η βέλτιστη κατανομή που προτείνεται από τον αλγόριθμο για αυτή την περίπτωση είναι

$$ISE(6) = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1]$$

Δηλαδή υπάρχουν σταθμοί ελέγχου μετά από τις μηχανές M_4 και M_6 . Κάποια από τα μέτρα απόδοσης της γραμμής παραγωγής για την βέλτιστη αυτή λύση δίνονται στη συνέχεια:

Χαρακτηριστικό	Τιμή
Βέλτιστο συνολικός ρυθμός κέρδους	-57.3598260056727
Ρυθμός κέρδους από βελτιστοποίηση γραμμής παραγωγής	492.334237934384
Ρυθμός κέρδους που επιφέρει ο έλεγχος	-549.694063940057
Ρυθμός παραγωγής (TH)	2.24723573984653
Βέλτιστη τιμή ελλείμματος βάσης (c)	1
Βέλτιστη τιμή αποθέματος βάσης (s)	14

Από τα παραπάνω παρατηρείται καταρχήν ότι ο ρυθμός κέρδους είναι αρνητικός. Το αποτέλεσμα αυτό εξηγείται από ότι μια τέτοια γραμμή παραγωγής με μια τόσο κακή μηχανή δεν μπορεί να επιφέρει κέρδος. Αυτό για δυο λόγους:

1. κακή μηχανή συνεπάγεται υψηλό μέσο ρυθμό απορρίψεων, άρα υψηλό κόστος από απορρίψεις
2. κακή μηχανή συνεπάγεται την ανάγκη περισσότερων πρώτων υλών για την παραγωγή ενός καλού τελικού προϊόντος (υψηλό μέσο κόστος αποθέματος)

Επικεντρώνοντας στη δεύτερη παρατήρηση, παρατηρείται ότι ως βέλτιστες παράμετροι της PLS πολιτικής είναι: απόθεμα βάσης 14 και έλλειμμα βάσης 1. Συνεπώς διατηρείται απόθεμα ασφαλείας 14 έτοιμων προϊόντων και επιτρέπεται μόνο μια

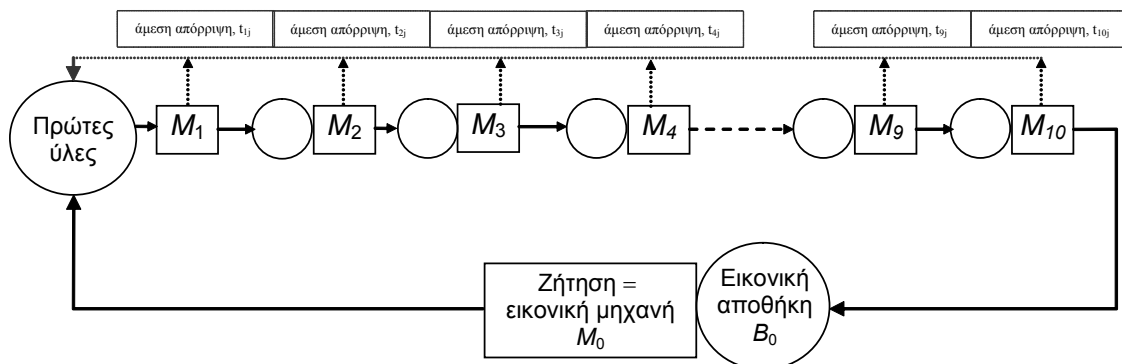
παραγγελία (πελάτης) στην αναμονή. Αυτό είναι απολύτως λογικό. Εξαιτίας της κακής μηχανής απαιτούνται πολλές πρώτες ύλες για την παραγωγή ενός καλού (αποδεκτού) τελικού προϊόντος. Συνεπώς είναι ασύμφορο να περιμένουν περισσότεροι πελάτες στην αναμονή, γιατί κάτι τέτοιο θα απαιτούσε και περισσότερα κομμάτια εντός της γραμμής (αυξημένο κόστος αποθέματος και εκκρεμών παραγγελιών) για να καταλήξει ένα αποδεκτό στο τέλος (παρατηρείστε και το μειωμένο TH).

Πλέον για μια τέτοια ασύμφορη γραμμή παραγωγής, η κατανομή έχει αλλάξει από την προηγούμενη περίπτωση. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι η M_4 είναι μια κακή μηχανή. Θα μπορούσε να ειπωθεί, ότι πλέον για τον αλγόριθμο αποτελεί προτεραιότητα το να προλάβει τα απορριπτέα κομμάτια να μην εκτελούν άσκοπα κατεργασίες σε μηχανές μετά της κακής. Αν ένα κομμάτι υποστεί μια απορριπτέα κατεργασία στην μηχανή M_4 (πράγμα πολύ πιθανό) και το κομμάτι αυτό δεν απορριφθεί από σταθμό ελέγχου αμέσως μετά της M_4 , τότε αυτό θα χαραμίσει χρόνο σε κατεργασίες από τις επόμενες μηχανές.

Έτσι εκτός των συνωστισμένων μηχανών ορίζεται και ένα άλλο είδος μηχανών όπου ο αλγόριθμος τείνει να βάλει σταθμούς ελέγχου: οι **μηχανές κακής ποιότητας (quality bottlenecks)**. Οι μηχανές αυτές ονομάζονται έτσι γιατί, εξαιτίας του ότι έχουν υψηλή πιθανότητα απόρριψης έχουν μεγάλο μέσο χρόνο κατεργασίαςμέχρι την παραγωγή ενός αποδεκτού κομματιού. Πλέον απαιτείται περισσότερος χρόνος για την παραγωγή του ίδιου πλήθους αποδεκτών κομματιών.

4.2 ΓΡΑΜΜΗ 10 ΙΔΙΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ

Στην παράγραφο αυτή αναλύεται μια γραμμή παραγωγής με 10 μηχανές ίδιων χαρακτηριστικών (μέσοι ρυθμοί και πιθανότητες κατεργασιών). Με αυτό το πείραμα γίνεται μια προσπάθεια ανάλυσης της συμπεριφοράς του αλγορίθμου σε ένα απολύτως ουδέτερο σύστημα, ένα σύστημα δηλαδή που δεν έχει bottleneck



Σχήμα 4.2. Κλειστή γραμμή παραγωγής 10 ίδιων μηχανών

Έστω η γραμμή παραγωγής του Σχ. 4.2 με τα εξής χαρακτηριστικά (δεδομένα που δίνει ο χρήστης):

M	10
---	----

μ_0	4.0
ε	0.000001
min_nip, max_nip	0 , 10
p	300
h	8
b	8
ps	-200
cpi	10
vpi	10
μ_{temp}	100
ISE (υποχρεωτικά)	0 0 0 0 0 0 0 0 0 1

Και επιπλέον για κάθε μηχανή ορίζονται οι κατάντεις, οι ρυθμοί και οι πιθανότητες έκβασης κατεργασιών:

Μηχανή i	MD(i)	μ_i	$c_{i,j}$	$r_{i,j}$	$s_{i,j}$	$t_{i,j}$
$\forall i$	$\begin{cases} i+1, \text{ αν } i \neq 10 \\ 0, \text{ αν } i = 10 \end{cases}$	6.0	0.900	0.090	0.010	0

Η βέλτιστη κατανομή σταθμών ελέγχου που ο αλγόριθμος προτείνει είναι η εξής:

$$ISE(10) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]$$

Τα αποτελέσματα για τα μέτρα απόδοσης του συστήματος αλλά και οι ρυθμοί κέρδους είναι τα ακόλουθα:

Χαρακτηριστικό	Τιμή
Βέλτιστο συνολικός ρυθμός κέρδους	735.341167794594
Ρυθμός κέρδους από βελτιστοποίηση γραμμής παραγωγής	864.687268187139
Ρυθμός κέρδους που επιφέρει ο έλεγχος	-129.346100392545
Ρυθμός παραγωγής (TH)	3.99971704872588
Βέλτιστη τιμή ελλείμματος βάσης (c)	7
Βέλτιστη τιμή αποθέματος βάσης (s)	27

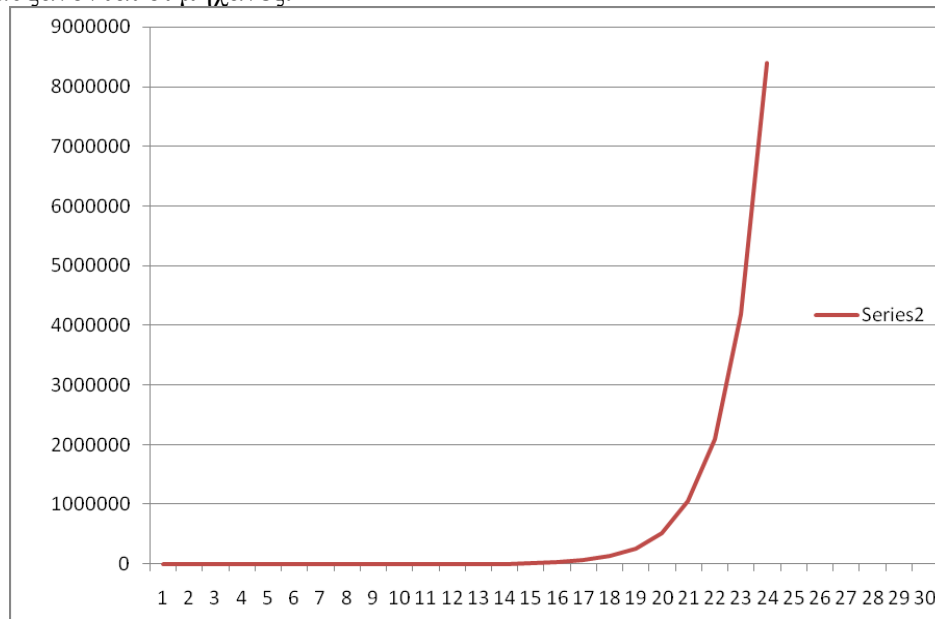
Εδώ παρατηρείται ότι επιλέγεται να τοποθετηθεί ένας σταθμός ελέγχου στο κέντρο ακριβώς της γραμμής παραγωγής, μετά την μηχανή M_5 . Με αυτό τον τρόπο ελέγχεται η παραγωγή ελαττωματικών κομματιών (είτε ως απορριπτέα είτε ως επαναληπτέα). Επειδή η γραμμή απαρτίζεται από ίδιες μηχανές, υπάρχει συμμετρία που επιβάλλει να τοποθετηθεί ένας σταθμός στη μέση αφού υπάρχει ένας στο τέλος.

Πάνω σε αυτή τη γραμμή παραγωγής εκτελέσθηκε και ένα επιπλέον πείραμα. Σε αυτό, η πιθανότητα $s_{i,j}$ επελέγη 0 και η πιθανότητα $t_{i,j}=0.010$. Έτσι ο αλγόριθμος πρότεινε μια κατανομή με μόνο ένα σταθμό ελέγχου στο τέλος του συστήματος. Κάτι προφανές αφού στο σύστημα γίνονται μόνο άμεσες απορρίψεις, οπότε δεν υπάρχει η ανάγκη άλλου ελέγχου παρά μόνο στο τελικό στάδιο. Από πειράματα παρατηρήθηκε ότι ο σταθμός ελέγχου εισάγεται μετά την M_5 όταν $s_{i,j}>t_{i,j}$.

4.3 ΓΡΑΜΜΗ 18 ΜΗΧΑΝΩΝ

Σε αυτή την παράγραφο εξετάζεται μια μεγάλη σχετικά γραμμή παραγωγής 18 μηχανών για να διερευνηθεί πόσο γρήγορα μπορεί να αναλύει ο αλγόριθμος μεγάλα δίκτυα.

Η βελτιστοποίηση της κατανομής σταθμών ελέγχου γίνεται εξετάζοντας όλες τις δυνατές περιπτώσεις, μέσω ενός πίνακα ISE (διαστάσεων M , όσο το πλήθος των μηχανών) που λαμβάνει τιμές 0 αν δεν υπάρχει σταθμός ελέγχου μετά από κάποια μηχανή και 1 σε διαφορετική περίπτωση. Συνεπώς για κάθε γραμμή παραγωγής M μηχανών αξιολογούνται και συγκρίνονται 2^{M-1} περιπτώσεις ($M-1$, γιατί πάντα υπάρχει σταθμός ελέγχου στην τελευταία μηχανή). Το πλήθος των δυνατών εναλλακτικών αυξάνεται λοιπόν εκθετικά, καθώς αυξάνεται το πλήθος των μηχανών, και επομένως αυξάνεται ο χρόνος που απαιτεί ο αλγόριθμος για να δώσει την βέλτιστη κατανομή. Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται πώς μεταβάλλεται το πλήθος των εναλλακτικών καθώς αυξάνονται οι μηχανές.



Σχήμα 4.3. Διάγραμμα μεταβολής πλήθους των εναλλακτικών καθώς αυξάνονται το πλήθος μηχανών

Τα δεδομένα για την γραμμή παραγωγής των 18 μηχανών (απαιτείται η εξέταση 131072 εναλλακτικών) είναι τα ακόλουθα:

M	18
μ_0	3.0
ε	0.000001
min_nip, max_nip	0 , 18
p	300

h	8
b	8
ps	-50
cpi	10
vpi	10
μ_{temp}	200
IISE (υποχρεωτικά)	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1

Επιπλέον για κάθε μηχανή i του συστήματος δόθηκαν τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

Μηχανή	μ_i	$c_{i,j}$	$r_{i,j}$	$s_{i,j}$	$t_{i,j}(=1- c_{i,j}- r_{i,j}- s_{i,j})$
1	6.0	0.800	0.150	0.040	0.010
2	5.5	0.900	0.080	0.010	0.010
3	4.2	0.950	0.030	0.015	0.005
4	6.1	0.900	0.070	0.025	0.005
5	8.5	0.950	0.040	0.005	0.005
6	5.1	0.850	0.100	0.030	0.020
7	5.7	0.950	0.030	0.015	0.005
8	6.0	0.900	0.080	0.015	0.005
9	4.4	0.890	0.080	0.025	0.005
10	5.2	0.850	0.100	0.030	0.020
11	5.5	0.950	0.030	0.015	0.005
12	6.1	0.950	0.030	0.015	0.005
13	5.35	0.950	0.030	0.015	0.005
14	5	0.900	0.080	0.015	0.005
15	5.1	0.900	0.080	0.015	0.005
16	5.7	0.950	0.030	0.015	0.005
17	5.5	0.900	0.080	0.010	0.010
18	4.4	0.890	0.080	0.025	0.005

Ο αλγόριθμος δίνει την ακόλουθη βέλτιστη κατανομή σταθμών ελέγχου:

$$ISE(10) = [0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1]$$

με μέτρα απόδοσης και παραμέτρους ελέγχου:

Χαρακτηριστικό	Τιμή
Βέλτιστο συνολικός ρυθμός κέρδους	120.192629403513
Ρυθμός κέρδους από βελτιστοποίηση γραμμής παραγωγής	415.895395187998
Ρυθμός κέρδους που επιφέρει ο έλεγχος	-295.702765784485
Ρυθμός παραγωγής (TH)	2.51686137714604
Βέλτιστη τιμή ελλείμματος βάσης (c)	1
Βέλτιστη τιμή αποθέματος βάσης (s)	27

Ο χρόνος που απαιτείται για να ολοκληρωθεί η βελτιστοποίηση του παρόντος

συστήματος είναι 7 λεπτά και είναι πολύ μικρός αν αναλογιστούμε το γεγονός ότι αξιολογούνται 131072 διαφορετικές τοπολογίες. Για να δοθεί μια εικόνα του πόσο μικρός είναι αυτός ο χρόνος αρκεί να αναλογιστεί κανείς ότι για την ίδια γραμμή παραγωγής η προσομοίωση θα απαιτούσε κάποιες μέρες!

4.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ

Η ανάλυση ευαισθησίας θα γίνει για την γραμμή παραγωγής των 10 ίδιων μηχανών. Αυτό που θα αναζητηθεί είναι η συμπεριφορά του αλγορίθμου και ο τρόπος μεταβολής των παραμέτρων βελτιστοποίησης της γραμμής παραγωγής αν μεταβάλλονται κάποια από τα δεδομένα που ο χρήστης δίνει. Τέτοια δεδομένα μπορεί να είναι ο ρυθμός αφίξεων των παραγγελιών, ο ρυθμός κατεργασιών των μηχανών αλλά και οι πιθανότητες αποδεκτών, επαναληπτέων και απορριπτέων κατεργασιών.

4.4.1 Ευαισθησία ως προς τον μέσο ρυθμό άφιξης παραγγελιών και το μέσο ρυθμό κατεργασιών των μηχανών

Αρχικά μεταβάλλεται ο ρυθμός αφίξεων. Στη γραμμή παραγωγής των 10 μηχανών ο ρυθμός αυτός είχε τεθεί ίσος με 4. Εκτελείται πάλι ο αλγόριθμος αλλά πλέον για τιμές στο ρυθμό 2, 6 και 10. Αυτό που ελέγχεται είναι πως μεταβάλλονται (στη βέλτιστη λύση) μια σειρά από παραμέτρους κάθε φορά, όπως τα βέλτιστα m και s , ο ρυθμός παραγωγής του συστήματος, καθώς και ο συνολικός ρυθμός κέρδος και οι δυο συνιστώσες του. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα.

μ_0	c	s	TH	1 ^η συνιστώσα	2 ^η συνιστώσα (ελέγχου)	Συνολικός ρυθμός κέρδος	Πλήθος σταθμών	μ_0/μ_i
2	42	6	2.00000000	523.98920924	-114.67338078	409.31582846	1	0.33333
4	9	27	3.99971705	864.68726819	-129.34610039	735.34116779	2	0.66666
6	1	32	4.59075901	908.81030970	-130.72718247	778.08312723	2	1
8	1	32	4.59779845	913.80665262	-130.74363146	783.06302117	2	1.33333

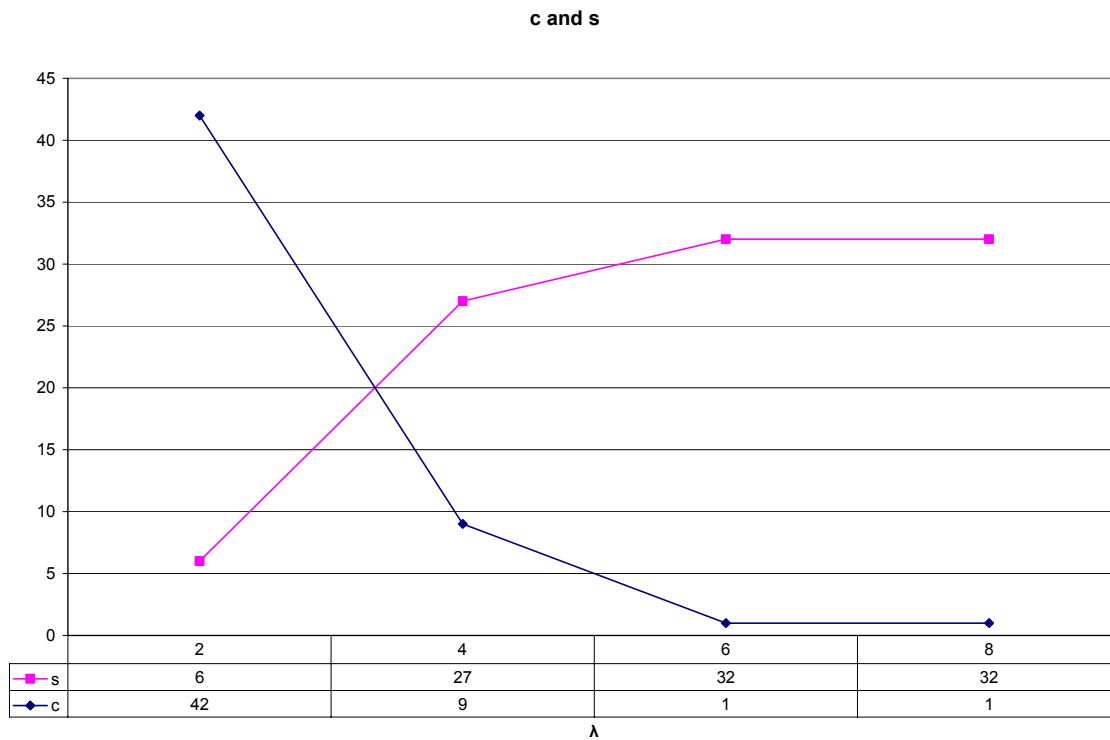
Στη συνέχεια, βασιζόμενοι στο αρχικό σύστημα των 10 ίδιων μηχανών, μεταβάλλεται είναι ο μέσος ρυθμός με τον οποίο οι 10 ίδιες μηχανές εκτελούν τις κατεργασίες τους στα κομμάτια. Στο αρχικό σύστημα ο ρυθμός αυτός είναι ίσος με 6. Πλέον ο αλγόριθμος εκτελείται για τις τιμές 4, 8 και 10. Τα αποτελέσματα για τις παραμέτρους στη βέλτιστη λύση σε κάθε περίπτωση είναι στον πίνακα που ακολουθεί.

μ_i	c	s	TH	1 ^η συνιστώσα	2 ^η συνιστώσα (ελέγχου)	Συνολικός ρυθμός κέρδος	Πλήθος σταθμών	μ_0/μ_i
4	1	25	2.93509747	528.96875102	-126.85841404	402.11033697	2	1
6	9	27	3.99971705	864.68726819	-129.34610039	735.34116779	2	0.66666
8	30	15	4.00000000	1035.85231522	-119.34676156	916.50555366	1	0.5
10	65	9	4.00000000	1097.07137143	-119.34676156	977.72460987	1	0.4

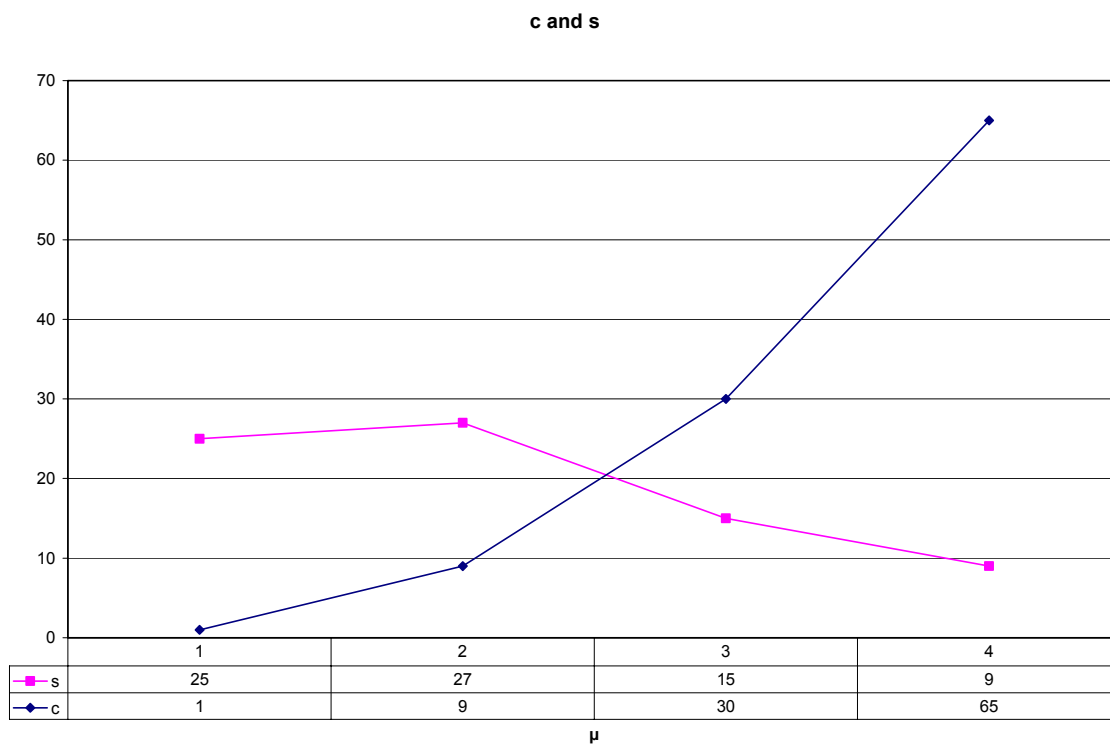
Και στις δυο παραπάνω περιπτώσεις αυτό που παρατηρείται είναι ότι καθώς το

κλάσμα μ_0/μ_i αυξάνεται, αυξάνεται και το πλήθος των σταθμών ελέγχου. Αυτό δικαιολογείται από το γεγονός ότι η μεταβολή του παραπάνω κλάσματος επιφέρει μεταβολή στις παραμέτρους ρ_i που είναι οι φορτίσεις των μηχανών. Υψηλές φορτίσεις συνεπάγονται την ανάγκη περισσότερων σταθμών ελέγχου για να επιμερισθεί και ο φόρτος εργασίας εξαιτίας του ελέγχου ποιότητας.

Στην συνέχεια παρουσιάζονται δυο διαγράμματα με το πώς μεταβάλλονται οι τιμές του αποθέματος βάσης s και ελλείμματος βάσης c . Στο πρώτο είναι σταθερός ο μέσος ρυθμός κατεργασιών των μηχανών και μεταβάλλεται ο ρυθμός αφίξεων, ενώ στο δεύτερο το αντίθετο. Και στα δυο παρατηρείται ότι όταν οι φορτίσεις των μηχανών ρ_i (η αναλογία μ_0/μ_i) είναι μικρές τότε επιλέγεται από τον αλγόριθμο (πολιτική PLS) τιμή ελλείμματος βάσης μεγαλύτερη από αυτή του αποθέματος. Στην αντίθετη περίπτωση μεγάλων φορτίσεων το απόθεμα βάσης επιλέγεται υψηλότερο.



Σχήμα 4.4. Διάγραμμα μεταβολής αποθέματος βάσης και ελλείμματος βάσης καθώς αυξάνεται ο μέσος ρυθμός αφίξεων παραγγελιών



Σχήμα 4.5. Διάγραμμα μεταβολής αποθέματος βάσης και ελλείμματος βάσης καθώς αυξάνεται ο μέσος ρυθμός κατεργασιών των μηχανών

4.4.2 Ευαισθησία ως προς τις πιθανότητες εκτέλεσης των κατεργασιών ανά μηχανή

Εδώ πλέον κρατώντας όλες τις παραμέτρους (δεδομένα) του αρχικού συστήματος, αλλάζουν οι πιθανότητες αποδεκτών, επαναληπτέων και απορριπτέων κατεργασιών των μηχανών. Και πάλι ελέγχεται το πώς μεταβάλλονται κάποιες παράμετροι των βέλτιστων λύσεων ανά περίπτωση. Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα.

c	r	s	c	s	TH	1 ^η συνιστώσα	2 ^η συνιστώσα (ελέγχου)	Συνολικός ρυθμός κέρδους	Πλήθος σταθμών	1/c _i
0.7	0.27	0.03	1	23	2.75690	512.48301799	-158.74997649	353.733041	3	1.42857
0.8	0.18	0.02	2	27	3.63098	697.83259149	-150.33967495	547.492916	3	1.25
0.9	0.09	0.01	9	27	3.99971	864.68726819	-129.34610039	735.341167	2	1.11111
0.95	0.045	0.005	11	24	3.99998	928.05632227	-114.31166177	813.744660	1	1.05263

Εδώ πλέον το κλάσμα μ_0/μ_i παραμένει σταθερό. Αυτό όμως που μεταβάλλεται είναι το κλάσμα $1/c_i$. Κατά επέκταση μεταβάλλεται και η παράμετρος $\bar{N}$ (μέσο πλήθος πρώτων υλών που απαιτούνται για την παραγωγή ενός αποδεκτού προϊόντος) και άρα και πάλι η φόρτιση των μηχανών r_i . Και σε αυτή την περίπτωση αύξηση της φόρτισης επιφέρει αύξηση του πλήθους των σταθμών ελέγχου. Είναι λογικό από την στιγμή που οι πιθανότητες επανακατεργασιών και απορρίψεων είναι υψηλές, οι μηχανές να δέχονται υψηλό ρυθμό φορτίσεων και επιπλέον και ο έλεγχος ποιότητας στους επιμέρους σταθμούς να έχει περισσότερο έργο (φόρτο εργασίας). Τοποθετώντας λοιπόν περισσότερους σταθμούς επιμερίζεται το έργο αυτό, αφού για παράδειγμα κομμάτια που έχουν δεχθεί απορριπτέα κατεργασία εντοπίζονται πιο γρήγορα και αποβάλλονται από το σύστημα χωρίς να υποβάλλονται σε επιπλέον άσκοπες κατεργασίες (αφού είναι ήδη απορριπτέα).

5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

Η παρούσα λοιπόν εργασία επικεντρώθηκε στην ανάλυση και σχεδίαση γραμμών παραγωγής με κέντρα ελέγχου ποιότητας. Σκοπός είναι, δεδομένης μιας γραμμής παραγωγής, να βρεθεί η τοπολογία των σταθμών ελέγχου εντός του συστήματος που θα επιφέρει και το βέλτιστο ρυθμό κέρδους. Η αναζήτηση είναι εξαντλητική, δηλαδή εξετάζονται όλες οι δυνατές θέσεις ελέγχου και οι συνδυασμοί τους. Για το λόγο αυτό δεν γίνεται χρήση κάποιου αλγορίθμου προσομοίωσης αλλά αναπτύσσεται ένα ταχύ αναλυτικό μοντέλο υπολογισμού του ρυθμού κέρδους για κάθε τοπολογία.

Υιοθετούνται δυο πολικές ελέγχου ζήτησης και ελέγχου του ρυθμού παραγωγής. Η ζήτηση ελέγχεται μέσω μιας πολιτικής μερικής αποδοχής της μη ικανοποιημένης ζήτησης (PLS-partly lost sales). Με αυτή διασφαλίζεται η απόρριψη νέων παραγγελιών που αφικνούνται στο σύστημα, όταν οι ανικανοποίητες παραγγελίες έχουν φθάσει ένα προκαθορισμένο κατώφλι (έλλειμμα βάσης-base backlog), και η αποδοχή τους σε διαφορετική περίπτωση. Για τον έλεγχο της παραγωγής υιοθετείται η πολιτική βασικού αποθέματος σύμφωνα με την οποία η γραμμή παύει να λειτουργεί όταν το απόθεμα έτοιμων προϊόντων έχει φθάσει σε προκαθορισμένο κατώφλι (απόθεμα βάσης-base stock). Το αναλυτικό μοντέλο βασίζεται στην θεωρία ουρών αναμονής, μιας και η γραμμή περιγράφεται από ένα κλειστό αναμονητικό σύστημα.

Εκτός των ανωτέρω η παρούσα εργασία αποσκοπεί να αναλύσει και την διαδικασία ελέγχου ποιότητας εντός των γραμμών παραγωγής. Ο έλεγχος γίνεται σε ένα υπό κατεργασία κομμάτι ή σε έτοιμο τελικό προϊόν και αφορά το σύνολο των κατεργασιών που έχει υποστεί το κομμάτι ή το προϊόν (100% έλεγχος). Έτσι μια κατεργασία μπορεί κατά τον έλεγχο της να βρεθεί:

- Αποδεκτή, αν έχει γίνει σωστά χωρίς σφάλμα
- Επαναληπτέα, αν έχει γίνει με ένα μικρό σφάλμα που επιδιορθώνεται με επανακατεργασία στην μηχανή
- Απορριπτέα, αν έχει γίνει με σφάλμα μη αναστρέψιμο και το κομμάτι έχει καταστραφεί (άμεση απόρριψη ή μετά από έλεγχο).

Τελικός στόχος όλων των παραπάνω είναι η μεγιστοποίηση του μέσου κέρδους του συστήματος ανά μονάδα χρόνου. Ο ρυθμός κέρδους υπολογίζεται εφαρμόζοντας αποτελέσματα από τις θεωρίες πιθανοτήτων και ουρών αναμονής. Οι υπολογισμοί απαιτούν ελάχιστους χρόνους στον υπολογιστή.

Για την εγκυρότητα των αποτελεσμάτων αναπτύχθηκε παράλληλα με το αναλυτικό μοντέλο και ένας αλγόριθμος προσομοίωσης. Τα αποτελέσματα ήταν εντυπωσιακά, αφού η απόκλιση των τιμών των παραμέτρων απόδοσης (μεταξύ προσομοίωσης και αναλυτικού μοντέλου) ήταν μικρότερη της τάξεως του 10^{-5} .

Τα συμπεράσματα από μια σειρά πειραμάτων για διάφορες γραμμές παραγωγής θα μπορούσαν να συνοψιστούν στα εξής:

- Η βέλτιστη κατανομή σταθμών ελέγχου περιλαμβάνει στις περισσότερες περιπτώσεις σημεία ελέγχου πριν τις συνωστισμένες μηχανές (bottleneck), δηλαδή αυτές με το μικρότερο ρυθμό κατεργασιών (αργές μηχανές)
- Στην περίπτωση μηχανής με μεγάλη πιθανότητα απορριπτέας κατεργασίας (όχι άμεσης) ο αλγόριθμος τοποθετεί σταθμούς ελέγχου εμπρός από αυτή (bottleneck ποιότητας)

- Σε γραμμή παραγωγής με ίδιες μηχανές αυτό που κοιτά ο αλγόριθμος είναι να επιμερίσει ομοιόμορφα το φόρτο εργασίας των σταθμών, γι' αυτό το λόγο τοποθετεί ένα σταθμό στο κέντρο της γραμμής.
- Ο αλγόριθμος του αναλυτικού μοντέλου είναι εξαιρετικά γρήγορος σε σχέση με έναν αλγόριθμο προσομοίωσης
- Τέλος το πλήθος των σταθμών ελέγχου που θα εγκατασταθούν σε μία γραμμή παραγωγής είναι ανάλογο της φόρτισης που δέχονται οι μηχανές ρ_i (ποσοστό χρόνου που είναι απασχολημένες).

Κάποιες επεκτάσεις που θα μπορούσαν να γίνουν είναι για παράδειγμα να υπάρχουν διαφορετικοί μέσοι χρόνοι κατεργασιών όταν πρόκειται για επανακατεργασία. Αυτό είναι λογικό γιατί σε ένα σύστημα μια μηχανή πιθανό να θέλει μικρότερο χρόνο, από τον κανονικό που δαπανά για μια κατεργασία, όταν εκτελεί επανακατεργασία, αφού αυτή μπορεί να αφορά μη εκτεταμένη δουλειά πάνω στο κομμάτι. Για την περίπτωση αυτή δεν υπάρχουν ακριβή αναλυτικά αποτελέσματα στη θεωρία ουρών. Θα μπορούσαν να εφαρμοσθούν προσεγγιστικές μέθοδοι ή προσομοίωση.

Επιπλέον θα ήταν χρήσιμο να αναλυθούν γραμμές στις οποίες κάθε κόμβος αποτελείται από πολλές παράλληλες μηχανές. Τότε πάλι θα είχαμε ένα κλειστό δίκτυο Jackson, αλλά πλέον οι αναλυτικοί τύποι υπολογισμού των πιθανοτήτων μόνιμης κατάστασης γίνονται πιο σύνθετοι.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] G.F. Lindsay and A.B. Bishop, Allocation of screening inspection effort: A dynamic programming approach, *Manage Sci* 10, 342-352, 1965.
- [2] L. S. White, Shortest route models for the allocation of inspection effort on a production line, *Management Science*, 15, 249-259, 1969.
- [3] G. D. Eppen and F. G. Hurst, Optimal location of inspection stations in a multistage production process. *Management Science*, 20, 1194-1200, 1974.
- [4] Y. Narahari and L. M. Khan, "Modeling re-entrant manufacturing systems with inspection station", *Journal of Manufacturing Systems*, 15, 367-378, 1995.
- [5] H.S. Lee, Y. Frein and C. Duri, Performance evaluation of a flow line system with Bernoulli sampling inspections. *International Journal of Production Research* 37 3, pp. 581-595, 1999.
- [6] J.K. Cochran and R. Erol, Performance modeling of serial production lines with inspection/repair stations, *International Journal of Production Research*, 39(8), 1707-1720, 2001.
- [7] S. Van Volsem, W. Dullaert, H. Van Landeghem, "An evolutionary algorithm and discrete event simulation for optimizing inspection strategies for multi-stage processes," *European Journal of Operational Research*, 179, 621-633, 2005.
- [8] S. Pradhan, P.Damodaran and K. Srihari, "Predicting performance measures for Markovian type of manufacturing systems with product failures", *European Journal of Operational Research*, 184, 2006.
- [9] A. J. Clark and H. Scarf, "Optimal policies for a multi-echelon inventory problem", *Management Science*, 6, 475-490, 1960.
- [10] G. Hadley and T. M. Whitin, *Analysis of Inventory Systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1963.
- [11] S. A. Smith, "Optimal inventories for an (S-1, S) system with no backorders", *Management Science*, 239, 522-528, 1977.
- [12] P. H. Zipkin, *Foundations of Inventory Management*, McGraw-Hill, New York, NY, 2000.
- [13] K. Moinszadeh, "Operating characteristics of the (S - 1, S) inventory system with partial backorders and constant resupply times", *Management Science*, 35, 472-477, 1989.
- [14] Ε. Ιωαννίδης, *Συνεργαζόμενες πολιτικές ελέγχου αποθεμάτων και αποδοχής παραγγελιών σε συστήματα παραγωγής*, Διδακτορική Διατριβή, Πολυτεχνείο Κρήτης, 2004.
- [15] S. Ioannidis, V. S. Kouikoglou and Y. A. Phillis, "Analysis of admission and inventory control policies for production networks", *IEEE Transactions of Automation Science and Engineering*, Vol. 5, No. 2, 2008
- [16] Y. Dallery, Z. Liu and D. Towsley, "Equivalence, reversibility, symmetry and concavity properties of fork-join networks with blocking", *J. Assoc. Comput. Mach.*, pp. 903-942, 1994.
- [17] J. P. Buzen, "Computational algorithms for closed queuing networks with exponential servers", *Communications of ACM*, 16, 527-531, 1973.
- [18] J. A. Buzacott and J. G. Shanthikumar, "Design of manufacturing systems using

- queueing models”, *Queueing Systems*, 12, 135-214, 1992.
- [19] Α. Παπούλης, *Πιθανότητες, τυχαίες μεταβλητές και στοχαστικές διαδικασίες*, Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη, 2002.
- [20] Β. Κουϊκόγλου, *Προγραμματισμός Παραγωγής*, Σημειώσεις μεταπτυχιακού μαθήματος, Πολυτεχνείο Κρήτης, 2008.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: ΚΩΔΙΚΑΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΣΕ FORTRAN 90

```

MODULE GLOBAL

  INTEGER, ALLOCATABLE, SAVE :: MMD(:),MU(:),MD(:),NU(:),IP(:),
+ NMIP(:),ISE(:),IISE(:),ISE_TOTALBEST(:)
  !NMIP=NUM OF MACHINES OF AN INSPECTION STATION
  !ISE=EKASTOTE TOPOLOGIA ME STA8MOUS ELEGXOU
  !IISE=EPI8YMHTOI STA8MOI ELEGXOY STO DIKTYO APO TON XRHSTH
  !ISE_TOTALBEST=BELTISTH TOPOLOGIA
  REAL*8, ALLOCATABLE, SAVE :: M(:),S(:,:),C(:,:),R(:,:),T(:,:),
+ M_TEMP(:)
  INTEGER, SAVE :: NM,NIP,TNM,NUM_PASS,MAX_NIP,MIN_NIP
  !NIP=NUM OF INSPECTION POINTS
  REAL*8, ALLOCATABLE, SAVE :: CC_TEMP(:),CC(:),NA(:),NAK(:),N(:),
+ U(:),RO(:)
  REAL*8, ALLOCATABLE, SAVE :: G1(:,:),G(:,:),SUM_G(:)
  REAL*8, SAVE :: DEMAND,ERROR_CONST,ROMAX,ROMAX1
  REAL*8, SAVE :: TH
  ! TH=throughput, AB=average backlog, AH= average inventory
  REAL*8, SAVE :: PPROFIT,HCOST,BCOST,M_BEST,S_BEST,JNETBEST,
+ JINSPECTION,JTOTAL,JTOTALBEST,M_TOTALBEST,S_TOTALBEST,
+ TH_BEST
  !PPROFIT=UNIT PROFIT
  !HCOST=UNIT HOLDING COST RATE
  !BCOST=UNIT BACKLOG COST RATE
  !M_BEST= BELTISTO M(=S+C) GIA TON EKASTOTE SYNDYASMO K TOPOLOGIA
  !S_BEST= BELTISTO S GIA TON EKASTOTE SYNDYASMO K TOPOLOGIA
  !JNETBEST=BELTISTO J (KRDOS) GIA TO DIKTYO GIA BELTISTA M,S
  !JINSPECTION=KRDOS APO ELEGXO GIA SYGKEKRIMENH TOPOLOGIA
  !JTOTAL=SUNOLIKO KRDOS APO SYGKEKRIMENH TOPOLOGIA
  !JTOTALBEST=SYNOLIKO KRDOS APO BELTISTH TOPOLOGIA
  !M_TOTALBEST=BELTISTO M GIA BELTISTH TOPOLOGIA
  !S_TOTALBEST=BELTISTO S GIA BELTISTH TOPOLOGIA
  REAL*8, SAVE :: CPI,VPI,PASR
  !CPI=CONSTANT PROFIT OF AN INSPECTION STATION
  !VPI=VARIABLE PROFIT OF INSPECTION. AFORA KOSTOS ELEGXOY ANA MHXANH POY ELEGXEI
ENAS S.E.
  !PASR=PROFIT AVERAGE SCRAP RATE, KRDOS APO TA SCRAP POY APORRIPTONTAI

END MODULE GLOBAL

!-----
PROGRAM MAIN
USE GLOBAL

IMPLICIT NONE

INTEGER I,J,X,K,Y
REAL*8 SUM_P
REAL*8 A1,A2,P1,P2

logical there ! T: FILES DOES PRE-EXIST
character*80 cmmd ! COMMAND FOR OPERATING SYSTEM
REAL STATUS ! STATUS OF EXECUTING OS COMMAND
REAL SYSTEM
inquire(file='OUTDATA_JACKSON.OUT', exist=there)
if (there) then
cmmd = 'del ' // 'OUTDATA_JACKSON.OUT'
status = system(cmmd)
end if
OPEN(4,FILE='INPUT_JACKSON.TXT',STATUS='OLD')

OPEN(7,FILE='OUTDATA_JACKSON.OUT',STATUS='NEW')

READ(4,*) NM,DEMAND,ERROR_CONST,NUM_PASS,MIN_NIP,MAX_NIP
WRITE(7,*) NM,DEMAND,ERROR_CONST,NUM_PASS,MIN_NIP,MAX_NIP
READ(4,*) PPROFIT,HCOST,BCOST,CPI,VPI,PASR

```

```

WRITE(7,*) PPROFIT,HCOST,BCOST,CPI,VPI,PASR

ALLOCATE (MMD(NM), M_TEMP(NM+1), S(NM,50), C(NM,50), R(NM,50),
+ T(NM,50), ISE(NM), IISE(NM), ISE_TOTALBEST(NM), IP(NM),
+ CC_TEMP(NM))
ALLOCATE (G(NM,NM), SUM_G(NM), MD(NM), MU(NM), NU(NM), NAK(NM),
+ M(NM), NMIP(NM), NA(NM), U(NM), RO(NM), CC(NM))

MMD=0
C=0
R=0
S=0
T=0

DO I=1,NM
  READ(4,*) MMD(I),M_TEMP(I)
  WRITE(7,*) MMD(I),M_TEMP(I)
  DO J=1,NUM_PASS
    READ(4,10) C(I,J),R(I,J),S(I,J)
    T(I,J)=1-C(I,J)-R(I,J)-S(I,J)
    T(I,J)=MAX(0.D0,T(I,J))
    SUM_P=C(I,J)+R(I,J)+S(I,J)+T(I,J)
    WRITE(7,*) C(I,J),R(I,J),S(I,J),T(I,J),SUM_P
  ENDDO
  DO J=NUM_PASS+1,50
    C(I,J)=C(I,NUM_PASS)
    R(I,J)=R(I,NUM_PASS)
    S(I,J)=S(I,NUM_PASS)
    T(I,J)=T(I,NUM_PASS)
  ENDDO
ENDDO

10  FORMAT(3X, F6.8, F6.8, F6.8)

READ(4,*) M_TEMP(NM+1)
WRITE(7,*) M_TEMP(NM+1)

!PINAKAS DIASTASEWN OSES K OI MHXANES POU MAS DINEI PI8ANA EPI8YMHTA SHMEIA
ELEGXOU
!POY 8ELEI O XRHSTHS
READ(4,*) IISE(1:NM)
WRITE(7,*) IISE

CLOSE(4)

!PI8ANOTHTA MIA PRWTH YLH NA EINAI KALH META APO 1 'H PERISSOTERES KATERGASIES
DO I=1,NM
  A1=0
  P1=1
  P2=0
  DO J=1,NUM_PASS-1
    A2=1
    DO K=1,J-1
      A2=A2*R(I,K)
    ENDDO
    A1=A1+C(I,J)*A2
    P1=P1*R(I,J)
  ENDDO
  CC_TEMP(I)=A1+P1*C(I,NUM_PASS+1)/(1-R(I,NUM_PASS+1))
  WRITE(7,*) 'H PI8ANOTHTA NA BGEI MIA A YLH KALH APO THN
+ MHXANH: ', I, CC_TEMP(I)
ENDDO

JTOTALBEST=-1000
ISE_TOTALBEST=0
M_TOTALBEST=0
S_TOTALBEST=0

CALL PRODUCT_IP

```

```

WRITE(7,*) '-----'
WRITE(7,*) '-----'
WRITE(7,*) 'BELTISTH KATANOMH STA8MWN ELEGXOY:'
WRITE(7,*) ISE_TOTALBEST
WRITE(7,*) 'ME BELTISTO APO8EMA M: ', M_TOTALBEST
WRITE(7,*) 'ME BELTISTO APO8EMA S: ', S_TOTALBEST
WRITE(7,*) 'ME BELTISTO KEROOS: ', JTOTALBEST

CLOSE(7)

END

!-----

SUBROUTINE PRODUCT_IP
USE GLOBAL
IMPLICIT NONE

INTEGER I, J, K, NE, COUNT

ISE=0
NE=1
! CALL ANALYTICAL_MODEL
217 K=NM
218 IF (K.EQ.0) RETURN
IF (ISE(K).EQ.0) THEN
    ISE(K)=1
    DO I=1, NM
        IF ((IISE(I).EQ.1).AND.(ISE(I).EQ.0)) GO TO 217
    ENDDO
    NE=NE+1
    COUNT=0
    DO I=1, NM
        IF (ISE(I).EQ.1) COUNT=COUNT+1
    ENDDO
    IF ((COUNT.GE.MIN_NIP).AND.(COUNT.LE.MAX_NIP)) THEN
        CALL ANALYTICAL_MODEL
    ENDIF
    GO TO 217
ELSE
    ISE(K)=0
    K=K-1
    GO TO 218
ENDIF

RETURN

END

!-----

SUBROUTINE ANALYTICAL_MODEL
USE GLOBAL
IMPLICIT NONE

INTEGER I, J, K, X, Y, Z, L
INTEGER*4 MACHINE
INTEGER*4 NI(NM), N_TEMP(NM)
INTEGER*4, ALLOCATABLE :: N_TEMP_IP(:)
REAL*8 P, A_BEST, R_BEST, TEMP, TEMP1, TEMP2
REAL*8 A1, A2, B, P1, P2, P3
REAL*8 A, MAX_C, MAX_R
REAL*8 C_MAX(NM), R_MAX(NM)

ALLOCATE (N_TEMP_IP(NM))
!EURESH NIP GIA SYGKEKRIMENH TOPOLGIA
NIP=0
IP=0
DO I=1, NM
    IF (ISE(I).EQ.1) THEN

```

```

        NIP=NIP+1
        IP(NIP)=I
    ENDIF
ENDDO

TNM=NM+NIP
!ORIZW DIASTASEIS SE PINAKES BASH TOY SYNOLIKOY
!ARI8MOY MHXANWN TNM(=MHXANES+STA8MOYS ELEGXOY)
DEALLOCATE(MD,MU,NU,NAK,M,NMIP,N_TEMP_IP,NA,CC)
+ ALLOCATE (MD(TNM),MU(TNM),NU(TNM),NAK(TNM),M(TNM),NMIP(NIP),
  N_TEMP_IP(NIP),NA(NIP),CC(TNM))

MD=0
MD(1:NM)=MMD
MU=0
NU=0
NMIP=1
N=0
M=0
NAK=0
NA=0
CC=0

!FTIAXNW MD,MU,NU GIA THN SYGKEKRIMENH TOPOLOGIA
DO I=1,NIP
    MD(NM+I)=MD(IP(I))
    MD(IP(I))=NM+I
ENDDO

DO I=1,TNM-1
    J=MD(I)
    IF (J.NE.0) THEN
        NU(J)=NU(J)+1
        MU(J)=I
    ENDIF
ENDDO

!EURESH PLH8OUS MHXANWN POU ELEGXEI KA8E S.E. J
J=1
DO I=1,NM
    IF(NIP.EQ.0) EXIT
    X=MD(I)
    IF (X.LE.NM) THEN
        NMIP(J)=NMIP(J)+1
    ELSE
        J=J+1
        IF(J.GT.NIP) EXIT
    ENDIF
ENDDO

!DIAMORFWSH XRONWN STA8MWN ELEGXOY
M(1:NM)=M_TEMP(1:NM)
DO I=1,NIP
    M(NM+I)=2*M_TEMP(NM+1)+NMIP(I)*M_TEMP(NM+1)
ENDDO

!EURESH TWN C_MAX,R_MAX
C_MAX=0
R_MAX=0
DO I=1,NM
    DO J=1,NUM_PASS
        IF (C(I,J).GT.C_MAX(I)) C_MAX(I)=C(I,J)
        IF (R(I,J).GT.R_MAX(I)) R_MAX(I)=R(I,J)
    ENDDO
ENDDO

!YPOLOGISMOS TWN PI8ANOTHTWN NA BGEI MIA A'YLH KALH META APO 1,2,...
!EPANALHPSEIS
DO K=1,NIP
    Y=MU(NM+K)
    CC_TEMP(K)=1

```

```

DO
    I=Y
    A1=0
    P1=1
    P2=0
    DO J=1, NUM_PASS-1
        A2=1
        DO X=1, J-1
            A2=A2*R(I, X)
        ENDDO
        A1=A1+C(I, J)*A2
        P1=P1*R(I, J)
    ENDDO
    P2=A1+P1*C(I, NUM_PASS+1)/(1-R(I, NUM_PASS+1))
    CC_TEMP(K)=CC_TEMP(K)*P2
    Y=MU(I)
    IF ((Y.EQ.0).OR.(Y.GT.NM)) EXIT
ENDDO

DO I=1, NIP
    K=NM+I
    CC(K)=1
    DO J=I, NIP
        CC(K)=CC(K)*(1/CC_TEMP(J))
    ENDDO
ENDDO

X=NM+1
MACHINE=1
DO
    I=MACHINE
    IF (I.EQ.0) EXIT
    CC(I)=CC(X)
    IF (I.GT.NM) X=X+1
    MACHINE=MD(I)
ENDDO

!
! X=1
! MACHINE=1
! DO
!     I=MACHINE
!     IF (I.EQ.0) EXIT
!     CC(I)=1
!     DO J=X, NM
!         CC(I)=CC(I)/CC_TEMP(J)
!     ENDDO
!     IF (I.GT.NM) X=MD(I)
!     MACHINE=MD(I)
! ENDDO

! YPOLOGISMOS TWN N(=EPANALHPSEIS) POU APAITOYNTAI GIA KA8E MHXANH
! GIA TON YPOLOGISMO TOY MESOY PLH8OYS

N_TEMP=0
DO I=1, NM
    MACHINE=I
    P1=1
    DO !WHILE((X.LE.NM).AND.(X.GT.0))
        X=MU(MACHINE)
        IF ((X.GT.NM).OR.(X.LE.0)) EXIT
        P1=P1*(C_MAX(X)/(1-R_MAX(X))+1)
        MACHINE=X
    ENDDO
    MACHINE=I
    P2=1
    DO
        X=MD(MACHINE)
        IF ((X.GT.NM).OR.(X.LE.0)) EXIT

```

```

        P2=P2*(C_MAX(X)/(1-R_MAX(X))+1)
        MACHINE=X
    ENDDO
    P=ERROR_CONST*(1-R_MAX(I))/(P1*P2)
    TEMP1=IDINT(DLOG(P))
    IF (R_MAX(I).EQ.0) THEN
        TEMP2=-70
    ELSE
        TEMP2=IDINT(DLOG(R_MAX(I)))
    ENDIF
    N_TEMP(I)=TEMP1/TEMP2+1
ENDDO

!YPOLOGISMOS TWN NAK(1),NAK(2),...,NAK(NM)
!MESOU PLH8OUS EPISKEPSEWN STIS MHXANES
DO I=1,NM
    P=0
    DO J=1,N_TEMP(I)
        MACHINE=I
        P1=1
        DO
            X=MU(MACHINE)
            A1=0
            IF ((X.GT.NM).OR.(X.LE.0)) EXIT
            DO Z=1,J-1
                B=1
                DO L=1,Z-1
                    B=B*R(X,L)
                ENDDO
                A1=A1+C(X,Z)*B
            ENDDO
            A2=1
            DO Z=1,J-1
                A2=A2*R(X,Z)
            ENDDO
            P1=P1*(A1+A2*(1-T(X,J))) !1o GINOMENO TOY P(>=n)
            MACHINE=X
        ENDDO
        MACHINE=I
        P2=1
        DO
            X=MD(MACHINE)
            IF ((X.GT.NM).OR.(X.LE.0)) EXIT
            A1=0
            IF (X.GT.NM) EXIT
            DO Z=1,J-1
                B=1
                DO L=1,Z-1
                    B=B*R(X,L)
                ENDDO
                A1=A1+C(X,Z)*B
            ENDDO
            A2=1
            DO Z=1,J-1
                A2=A2*R(X,Z)
            ENDDO
            P2=P2*(A1+A2) !3o GINOMENO TOY P(>=n)
            MACHINE=X
        ENDDO
        P3=1
        DO Z=1,J-1
            P3=P3*R(I,Z) !2o GINOMENO TOY P(>=n)
        ENDDO
        P=P+(P1*P2*P3)
    ENDDO
    NAK(I)=P
ENDDO

!YPOLOGISMOS TWN NA, MESO PLH8OS EPI8EWRHSEWN STOUS STA8MOUS ELEGXOU
DO I=1,NIP

```

```

MACHINE=NM+I
MAX_R=0
MAX_C=0
DO !BRISKW MAX_C K MAX_R GIA KA8E MHXANH K PERASMA
    X=MU(MACHINE)
    IF ((X.GT.NM).OR.(X.LE.0)) EXIT
    IF (R_MAX(X).GT.MAX_R) MAX_R=R_MAX(X)
    IF (C_MAX(X).GT.MAX_C) MAX_C=C_MAX(X)
    MACHINE=X
ENDDO
MACHINE=NM+I
!YPOLOGISMOS N_TEMP_IP
A1=MAX_C/(1-MAX_R)
A2=(A1+1)**NMIP(I)-A1**NMIP(I)
B=ERROR_CONST*(1-MAX_R)/A2
TEMP1=IDINT(DLOG(B))
IF (MAX_R.EQ.0) THEN
    TEMP2=-70
ELSE
    TEMP2=IDINT(DLOG(MAX_R))
ENDIF
N_TEMP_IP(I)=TEMP1/TEMP2+1
!YPOLOGISMOS MESOY PLH8OYS NA
P=0
DO J=1,N_TEMP_IP(I)
    MACHINE=NM+I
    P1=1
    P2=1
    DO
        X=MU(MACHINE)
        A1=0
        IF ((X.GT.NM).OR.(X.LE.0)) EXIT
        DO Z=1,J-1
            B=1
            DO L=1,Z-1
                B=B*R(X,L)
            ENDDO
            A1=A1+C(X,Z)*B
        ENDDO
        A2=1
        DO Z=1,J-1
            A2=A2*R(X,Z)
        ENDDO
        P1=P1*(A1+A2*(1-T(X,J)))
        P2=P2*A1
        MACHINE=X
    ENDDO
    P=P+P1-P2
ENDDO
NA(I)=P
MACHINE=NM+I
NAK(MACHINE)=NA(I)
ENDDO

!YPOLOGISMOS TWN U,RO,ROMAX1 K ROMAX TOY EN LOGOY DIKTYOY
!U= DIANYSMA U
!RO= DIANYSMA RO=U/M
!ROMAX1=MAX{R02,R03,...,ROTNM+1} , ME R02 TO R0 THS MHXANHS 1
!ROMAX=MAX{R01,R02,...,ROTNM+1} , ME R01 TO R0 THS MHXANHS ZHTHSHS
DEALLOCATE (U,R0)
ALLOCATE (U(TNM+1),R0(TNM+1))

U=0
R0=0
U(1)=DEMAND
R0(1)=U(1)/DEMAND
ROMAX=R0(1)
ROMAX1=0
DO I=2,TNM+1

```

```

        U(I)=DEMAND*NAK(I-1)*CC(I-1)
        RO(I)=U(I)/M(I-1)
        IF (RO(I).GT.ROMAX) ROMAX=RO(I)
        IF (RO(I).GT.ROMAX1) ROMAX1=RO(I)
    ENDDO

    WRITE(7,*) '-----'
    WRITE(7,*) 'PAROUSIASH APOTELESMATWN GIA TOPOLOGIA DIKTYOY: '
    WRITE(7,*) ISE

    CALL OPTIMIZATION_S_M

    !TO KOSTOS ELEGXOY EINAI TO Kerdos APO THN APORRIPSH TWN SCRAP KOMMATIWN
    !PLHN TO PAGIO KOSTOS GIA KA8E STA8MO (CPI*NIP) PLHN TO KOSTOS GIA KA8E
    !MHXANH POU ELEGXETAI (VPI*NM)
    JINSPECTION=PASR*TH*(CC(1)-1)-CPI*NIP-VPI*NM

    JTOTAL=JNETBEST+JINSPECTION

    !
    ! WRITE(*,*) '-----'
    ! WRITE(*,*) 'PAROUSIASH APOTELESMATWN GIA TOPOLOGIA DIKTYOY: ', ISE
    ! WRITE(*,*) 'NA=',NA(:)
    ! WRITE(*,*) 'NAK=',NAK(:)
    ! WRITE(*,*) 'MESO BACKLOG: ', AB
    ! WRITE(*,*) 'MESO AP08EMA: ', AH
    ! WRITE(*,*) 'BELTISTO M: ', M_BEST
    ! WRITE(*,*) 'BELTISTO S: ', S_BEST
    ! WRITE(*,*) 'BELTISTO Kerdos DIKTYOY: ', JNETBEST
    ! WRITE(*,*) 'Kerdos APO ELEGX0: ', JINSPECTION
    ! WRITE(*,*) 'BELTISTO SYNOLIKO Kerdos: ', JTOTAL

    !
    ! WRITE(7,*) 'U=',U(2:TNM+1)
    ! WRITE(7,*) 'NAK=',NAK(:)
    ! WRITE(7,*) 'RO=',RO(2:TNM+1)
    ! WRITE(7,*) 'MESO BACKLOG: ', AB
    ! WRITE(7,*) 'MESO AP08EMA: ', AH
    ! WRITE(7,*) 'BELTISTO M: ', M_BEST
    ! WRITE(7,*) 'BELTISTO S: ', S_BEST
    ! WRITE(7,*) 'TH: ', TH_BEST
    ! WRITE(7,*) 'BELTISTO Kerdos DIKTYOY: ', JNETBEST
    ! WRITE(7,*) 'Kerdos APO ELEGX0: ', JINSPECTION
    ! WRITE(7,*) 'BELTISTO SYNOLIKO Kerdos: ', JTOTAL
    !
    ! J=0
    ! DO I=1,NM
    !     IF (ISE(I).EQ.1) J=J+1
    !
    ! ENDDO
    ! WRITE(7,*)J

    !SE AUTO TO SHMEIO GINETAI H SYGKRISH TWN KerdWN TWN TOPOLOGIWN
    !K KRATAME TON BELTISTO
    IF (JTOTALBEST.LE.JTOTAL) THEN
        JTOTALBEST=JTOTAL
        ISE_TOTALBEST=ISE
        M_TOTALBEST=M_BEST
        S_TOTALBEST=S_BEST
    ENDIF

    RETURN

    END

!-----
SUBROUTINE OPTIMIZATION_S_M
USE GLOBAL
IMPLICIT NONE

INTEGER I,J
INTEGER MM,STEMP1,STEMP2,M_BOUND
INTEGER, ALLOCATABLE :: SS(:)

```

```

!SS=s BASE STOCK
!MM=m sum of (s+c)
!M_BOUND TO ORIO EPANALHPSEWN POY 8A FTASEI TO m
REAL*8 JTEMP1,JTEMP2,SUMTEMP
REAL*8, ALLOCATABLE :: JNETWORK(:)
ALLOCATE (JNETWORK(NM),SS(NM))

M_BOUND=PPROFIT*DEMAND*(1/ROMAX1+1/(ROMAX*HCOST))/(HCOST+BCOST)

DEALLOCATE (JNETWORK,SS)
ALLOCATE (JNETWORK(M_BOUND+1),SS(M_BOUND+1))
SS=0
JNETWORK=0

MM=0
SS(MM+1)=0
JNETWORK(1)=0

DO
    MM=MM+1
    IF(MM.GE.M_BOUND) EXIT
    JTEMP1=0
    JTEMP2=0
    STEMP1=SS(MM)
    STEMP2=SS(MM)+1
    CALL RESEAU_FERME(MM-STEMP1,STEMP1,JTEMP1,JTEMP2)
    IF (JTEMP1.GE.JTEMP2) THEN
        JNETWORK(MM+1)=JTEMP1
        SS(MM+1)=STEMP1
    ELSE
        JNETWORK(MM+1)=JTEMP2
        SS(MM+1)=STEMP2
    ENDIF
ENDDO

!TELOS KRATAME TO KALYTERO APO OLA TA M POY EKSETAS8HKAN
JNETBEST=0
M_BEST=0
S_BEST=0
DO I=1,M_BOUND
    IF (JNETBEST.LT.JNETWORK(I)) THEN
        JNETBEST=JNETWORK(I)
        M_BEST=I-1
        S_BEST=SS(I)
        TH_BEST=TH
    ENDIF
ENDDO

RETURN
END

```

!-----

```

SUBROUTINE RESEAU_FERME(BASE_BACKLOG,BASE_STOCK,J1,J2)
USE GLOBAL
IMPLICIT NONE

INTEGER, INTENT(IN) :: BASE_BACKLOG,BASE_STOCK
REAL*8, INTENT(OUT) :: J1,J2
INTEGER I,J
INTEGER N_PARTS, N_NUDES
REAL*8 AH1,AB1,AH2,AB2 !,TH

N_PARTS=BASE_STOCK+BASE_BACKLOG
N_NUDES=TNM

!G(I,J)=Gi(j)
!SUM_G(I)=G(i)
DEALLOCATE (G,SUM_G)

```

```

ALLOCATE (G(N_NUDES+1,N_PARTS+1),SUM_G(N_PARTS+1))
G=0
SUM_G=0

G(:,1)=1 !G(:,1)=GIA 0 PARTS ENTOS DIKTYOY
G(N_NUDES+1,2:N_PARTS+1)=0
!H G(1,:) AFORA THN MHXANH THS ZHTSHS
!K APO 2,...,N_NUDES+1 OI UPOLOIPES MHXANES

!YPOLOGISMOS TWN Gi(j)
DO I=N_NUDES,1,-1
    DO J=2,N_PARTS+1
        G(I,J)=G(I+1,J)+R0(I+1)*G(I,J-1)
    ENDDO
ENDDO

!KAI EDW PROSOXH...TO SUM_G(M+1) EINAI GIA M PARTS (S+C)
!ARA EN GENEI TO SUM_G(I) EINAI GIA I-1 PARTS ME SUM_G(1) GIA 0 PARTS
SUM_G(1)=1
G(1,1)=1
DO I=2,N_PARTS+1
    SUM_G(I)=G(1,I)+SUM_G(I-1)
ENDDO

TH=DEMAND*SUM_G(N_PARTS)/SUM_G(N_PARTS+1)

!AVERAGE BACKLOG
AB1=BASE_BACKLOG
DO I=1,BASE_BACKLOG
    AB1=AB1-SUM_G(N_PARTS+1-I)/SUM_G(N_PARTS+1)
    IF (I.EQ.BASE_BACKLOG-1) AB2=AB1-1
ENDDO

!AVERAGE INVENTORY
AH1=BASE_STOCK+AB1
AH2=BASE_STOCK+1+AB2

J1=P*PROFIT*TH-HCOST*AH1-BCOST*AB1
J2=P*PROFIT*TH-HCOST*AH2-BCOST*AB2

RETURN
END

!-----
!-----677 LINE-----

```