ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ: Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης

Ανάπτυξη και Αξιολόγηση Στρατηγικής Κεντρικού Ελέγχου Ροών σε Αποχετευτικά Δίκτυα με Έμφαση στην Εφαρμογή της στον Ελλαδικό Χώρο

Διατριβή που υπεβλήθη για την μερική ικανοποίηση των απαιτήσεων για την απόκτηση Διδακτορικού Διπλώματος

ΜΑΝΩΛΗΣ Γ. ΔΙΑΜΑΝΤΗΣ

ΧΑΝΙΑ 2010

© Copyright υπό Μανώλη Γ. Διαμαντή
Χανιά 2010

Η διατριβή του Μανώλη Διαμαντή εγκρίνεται:

Καθ. Μάρκος Παπαγεωργίου (Επιβλέπων) _____

Αναπ. Καθ. Ηλίας Κοσματόπουλος (μέλος τριμελούς) _____

Καθ. Γεώργιος Σταυρουλάκης (μέλος τριμελούς) _____

Καθ. Γεώργιος Χαμηλοθώρης _____

Καθ. Γεώργιος Σταυρακάκης _____

Επ. Καθ. Ιάσων Καραφύλλης _____

Επ. Καθ. Ιωάννης Παπαμιχαήλ _____

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω όλα τα μέλη του εργαστηρίου Δυναμικών Συστημάτων και Προσομοίωσης του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, για την άψογη συνεργασία και βοήθεια που υπήρξε όλα αυτά τα χρόνια σε διάφορους τομείς.

Ξεχωριστά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή Μάρκο Παπαγεωργίου, υπεύθυνο του εργαστηρίου, αλλά και επιβλέπων καθηγητή και επιστημονικό υπεύθυνο στο ερευνητικό έργο «Ανάπτυξη και Αξιολόγηση Στρατηγικής Κεντρικού Ελέγχου Ροών σε Αποχετευτικά Δίκτυα με Έμφαση στην Εφαρμογή της στον Ελλαδικό Χώρο» στα πλαίσια του οποίου πραγματοποιήθηκε αυτή η διατριβή, για τη στήριξη και την υπομονή του, αλλά και για την οικονομική βοήθεια που είχα κατά τη διάρκεια των σπουδών.

Ένα πολύ μεγάλο ευχαριστώ στο αναπληρωτή καθηγητή Ηλία Κοσματόπουλο για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση του. Χωρίς αυτόν αυτή η διδακτορική διατριβή δεν θα είχε έρθει εις πέρας.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της επταμελούς επιτροπής που συμμετείχαν στην διόρθωση και αξιολόγηση αυτής της διατριβής.

Η παρούσα διατριβή είναι μέρος του ερευνητικού έργου 03ΕΔ899, το οποίο υλοποιήθηκε στα πλαίσια του Προγράμματος Ενίσχυσης Ερευνητικού Δυναμικού (ΠΕΝΕΔ) που συν-χρηματοδοτήθηκε από εθνικούς και κοινοτικούς πόρους (75% από το Ευρωπαϊκό Κοινοτικό ταμείο και 25% από το Ελληνικό Υπουργείο Ανάπτυξης, Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας.)

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ 7

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ 9

2. ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ ΓΙΑ ΑΠΟΧΕΤΕΥΤΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ. 11

3. ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ ΓΙΑ ΔΙΚΤΥΑ ΑΡΔΕΥΣΗΣ 14

3.1 ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ 14
3.1.1 ΕΛΕΓΧΟΜΕΝΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ 15
3.1.1.1 **Ροές** 15
3.1.1.2 **Επίπεδα στάθμης υδάτων** 16
3.1.1.3 **Όγκοι αποθήκευσης** 17
3.1.2 ΜΕΤΡΗΣΙΜΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ 18
3.1.3 ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΕΛΕΓΧΟΥ 18

3.2 ΛΟΓΙΚΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ 18
3.2.1 ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ 18
3.2.2 ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΝΟΙΧΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ 20
3.2.3 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 21

3.3 ΣΧΕΔΙΑΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ 22
3.3.1 ΕΙΣΟΔΟΙ /ΕΞΟΔΟΙ 22
3.3.2 ΜΟΝΟΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ 23
3.3.3 ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ 24

4 ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΑΠΟΧΕΤΕΥΤΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ ΣΤΟΝ ΕΛΛΑΔΙΚΟ ΧΩΡΟ 26

4.1 ΤΥΠΟΙ ΑΠΟΧΕΤΕΥΤΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ ΣΤΟΝ ΕΛΛΑΔΙΚΟ ΧΩΡΟ ΚΑΙ ΕΝ ΔΥΝΑΜΕΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΤΡΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ 26

4.2 ΠΑΡΑΣΙΤΙΚΕΣ ΕΙΣΡΟΕΣ 28

5 ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΣ ΥΠΟΨΗ ΤΗ ΧΡΟΝΙΚΗ ΥΣΤΕΡΗΣΗ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ 29

5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ 29

5.2 ΟΙ ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΥΔΑΤΩΝ: ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ 31

5.3 ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ 33

5.4 ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ 37

5.5 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ (Α) 40

5.6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ (Α) 44

5.7 ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΕΛΕΓΚΤΗ 44

5.8 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ (Β) 47

5.9 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ (Β) 49

6 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΥΡΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΓΙΑ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ 52

6.1 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ-ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ 52

6.2 Ο ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ 53

7. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ-ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ 64

7.1 ΔΙΚΤΥΟ ΔΟΚΙΜΗΣ 64

7.2 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ 65
7.2.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 65
7.2.2 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ 66
7.2.3 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΗΣ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ 68

7.3 ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ 68

7.4 ΣΕΝΑΡΙΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ 69

7.5 ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ L 69

7.6 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ 70

7.7 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 70

ΣΥΝΟΨΗ 71

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 73

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τις τελευταίες δεκαετίες έχουν ενταθεί οι προσπάθειες για τη διαχείριση υδάτων, είτε πρόκειται για αρδευτικά, είτε για αποχετευτικά δίκτυα. Οι μεγάλες ανάγκες σε νερό, η μόλυνση του υδροφόρου ορίζοντα, η αλλαγή των κλιματικών συνθηκών, η αστυφιλία και η ανάπτυξη της βιομηχανίας έχουν μειώσει δραστικά τα αποθέματα πόσιμου νερού ή νερού άρδευσης. Αυτό κάνει αναγκαία την ανάπτυξη μεθόδων βέλτιστης διαχείρισης των αποθεμάτων νερού.

Στα αστικά κέντρα από την άλλη (αλλά και τα βιομηχανικά), παρατηρείται το φαινόμενο της μόλυνσης του υδροφόρου ορίζοντα από την μη καλή διαχείριση των αποχετευτικών δικτύων. Όταν υπάρχουν εγκαταστάσεις βιολογικού καθαρισμού, βελτιώνεται η κατάσταση. Το κόστος όμως για να φτιαχτεί ένα δίκτυο που θα μεταφέρει τα απόβλητα και πολλές φορές και τα όμβρια ύδατα, στον βιολογικό καθαρισμό είναι τεράστιο. Χρειάζεται αρκετή μελέτη, καλό και αυστηρό πολεοδομικό σχέδιο και κατασκευή υπόγειου δικτύου σωληνώσεων και αποθηκευτικών χώρων λυμάτων.

Τα παντορροϊκά δίκτυα εκτός από τα αστικά και βιομηχανικά λύματα, μεταφέρουν και τα βρόχινα ύδατα σε εγκαταστάσεις βιολογικού καθαρισμού, για επεξεργασία πριν από την απόθεση τους σε ποτάμια λίμνες ή τη θάλασσα. Όταν οι βροχοπτώσεις είναι ισχυρές, μπορεί να οδηγηθούμε σε υπερχείλιση του συστήματος και απόθεση των λυμάτων κατευθείαν στον υδροφόρο ορίζοντα. Μια σωστά σχεδιασμένη υποδομή αποχετευτικών δικτύων, και η χρήση μιας καλής πολιτικής ελέγχου της ροής των λυμάτων θα μπορούσε να μειώσει και σε κάποιες περιπτώσεις να εξαφανίσει τις όποιες υπερχειλίσεις.

Τα προβλήματα που εντοπίζονται είναι πολλά. Από τη μία η μη οικολογική συνείδηση των ιθυνόντων, από την άλλη το μεγάλο κόστος κατασκευής. Τα τελευταία χρόνια όμως που οι λαϊκές πιέσεις είναι περισσότερες και που η οικολογική συνείδηση αρχίζει να κερδίζει έδαφος, η επιστημονική κοινότητα σε συνεργασία με δήμους, εκμεταλλευόμενη και την πιο αυστηρή νομοθεσία (τουλάχιστον σε άλλες ευρωπαϊκές χώρες), χρησιμοποιεί τη θεωρία ελέγχου και άλλες τεχνικές για να δώσει λύση στο πρόβλημα με το ελάχιστο κόστος.

Έχουν χρησιμοποιηθεί από τα αρχαία χρόνια πολλές μέθοδοι διαχείρισης υδάτων σε δίκτυα, αλλά τις τελευταίες δεκαετίες με την ανάπτυξη των υπολογιστών, πολλές νέες και πιο αποτελεσματικές (αλλά και πολύπλοκες) μέθοδοι χρησιμοποιούνται και πολύ περισσότερες έχουν προταθεί. Όλες με τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους.

Σε αυτήν την εργασία γίνεται μια προσπάθεια να αναγνωριστούν κάποια από τα βασικά προβλήματα που εντοπίζονται στις μεθόδους ελέγχου της ροής υδάτων σε δίκτυα (αποχετευτικά και αρδευτικά) και να δοθούν κάποια εργαλεία ικανά να ανταπεξέλθουν σε αυτά τα προβλήματα.

Θα δοθεί αρχικά μια επισκόπηση μεθόδων που έχουν χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν για τα αποχετευτικά και αρδευτικά δίκτυα, τα προβλήματα που εντοπίζονται κυρίως όσο αφορά τη χρονική υστέρηση των συστημάτων. Η χρονική υστέρηση έχει να κάνει με το χρόνο που χρειάζεται ένα σύστημα να αποκριθεί σε μια απόφαση ελέγχου και τις διάφορες δυναμικές που δημιουργούνται κατά την υλοποίησή της.

Για τα αρδευτικά δίκτυα π.χ. το άνοιγμα της πύλης ενός φράγματος, δε θα φέρει κατευθείαν την ποσότητα του ύδατος που χρειαζόμαστε σε ένα συγκεκριμένο σημείο ενός αρδευτικού δικτύου. Θα χρειαστεί κάποιος χρόνος. Αν το άνοιγμα της πύλης γίνει αρκετά «νωρίς», θα δημιουργηθεί ένα δυναμικό κύμα με αποτέλεσμα να επισπευτεί η μεταφορά, αλλά να υπερβεί την απαιτούμενη ποσότητα και να χαθεί πολύτιμο νερό. Από την άλλη, αν το άνοιγμα της πύλης γίνει αρκετά «αργά» δεν θα μπορούν οι καλλιεργητές να καλύψουν τις ανάγκες τους την ώρα που το επιθυμούν. Τέτοιου είδους αντικρουόμενα συμφέροντα είναι κυρίως αυτά που πρέπει να ρυθμίσουμε μέσω μέτρων ελέγχου ροής των υδάτων. Το πρόβλημα γίνεται πιο πολύπλοκο στις περιπτώσεις δικτύων υδάτων, όπου πέραν του γεγονότος ότι ο ελεγκτής πρέπει να λάβει υπόψη την χρονική υστέρηση, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη και το γεγονός ότι οι αποφάσεις σε ένα τμήμα του δικτύου επηρεάζουν – μερικές φορές σημαντικά – την κατάσταση στο υπόλοιπο τμήμα του δικτύου. Επίσης, περιορισμοί χωρητικότητας, περιορισμοί ελάχιστου και μέγιστου ελέγχου, κλπ, καθιστούν το πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου σε δίκτυα υδάτων εξαιρετικά πολύπλοκο, με τις υπάρχουσες μεθοδολογίες να μην είναι ικανές να δώσουν υπολογιστικά εφικτές λύσεις.

Στην παρούσα διατριβή προτείνονται δύο μέθοδοι για τον έλεγχο υδάτων σε αποχετευτικά και αρδευτικά δίκτυα. Η πρώτη είναι εφαρμόσιμη σε αποκεντρωμένο έλεγχο. Το πλεονέκτημά της είναι ότι λαμβάνει υπόψη την μεταβολή της χρονικής υστέρησης στις αποφάσεις ελέγχου. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται η θεωρία των προσαρμοστικών αλγορίθμων για την εκτίμηση της μεταβολής της υστέρησης. Θεωρητική ανάλυση όσο και πειράματα προσομοίωσης δείχνουν ότι η γνώση της χρονικής υστέρησης είναι ένα χρήσιμο εργαλείο που οδηγεί στο σχεδιασμό ελεγκτών αρκετά καλύτερων και πιο αποτελεσματικών από τους απλούς PI ελεγκτές, που ευρέως χρησιμοποιούνται στην πράξη.

Η δεύτερη μέθοδος είναι μια μέθοδος κεντρικού ελέγχου η οποία παράγει ελεγκτές που δύνανται να προσεγγίσουν τους βέλτιστους με «αυθαίρετη» ακρίβεια. Τμηματοποιούμε το χώρο των καταστάσεων και για κάθε τμήμα σχεδιάζουμε έναν γραμμικό ελεγκτή. Χρησιμοποιώντας τη θεωρία του δυναμικού προγραμματισμού (HJB συναρτήσεις) και τη θεωρία ευστάθειας κατά Lyapunov αποδεικνύουμε ότι η απόδοση του προτεινόμενου ελεγκτή μπορεί να προσεγγίσει αυτή του βέλτιστου ελεγκτή με «αυθαίρετη» ακρίβεια. Το βασικό πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι οι χρονοβόροι υπολογισμοί γίνονται σε μη πραγματικό χρόνο. Σε πραγματικό χρόνο οι απαιτούμενες πράξεις αντιστοιχούν σε αυτές ενός απλού γραμμικού ελεγκτή.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στην προσπάθεια ελέγχου δικτύων ροής έχουν χρησιμοποιηθεί αρκετές μέθοδοι. Τα κυριότερα προβλήματά τους είναι ο σχετικά απλοποιημένος σχεδιασμός των δυναμικών της ροής, που διευκολύνει από τη μια τις υπολογιστικές ανάγκες, αλλά θυσιάζει την πλήρη απεικόνιση των δυναμικών και άρα οδηγεί σε μη βέλτιστο έλεγχο. Διάφορες μέθοδοι προσπάθησαν να προσεγγίσουν τις μερικές διαφορικές εξισώσεις Saint Venant (που δίνουν την πλήρη απεικόνιση των δυναμικών της ροής) με γραμμικά μοντέλα λαμβάνοντας υπόψη τη χρονική υστέρηση του συστήματος. Λαμβάνουν όμως υπόψη τη χρονική υστέρηση σαν μια σταθερά βασισμένοι κυρίως σε ιστορικά δεδομένα κλπ. Από την άλλη, πιο περίπλοκα δυναμικά συστήματα προσέγγισης δεν οδηγούν σε εφαρμόσιμες μεθόδους λόγω του μεγάλου υπολογιστικού φόρτου που απαιτούν.

Στην παρούσα διατριβή προτείνονται δύο μέθοδοι. Η πρώτη απευθύνεται σε αποκεντρωμένο έλεγχο. Το πλεονέκτημά της είναι ότι λαμβάνεται υπόψη η μεταβολή της χρονικής υστέρησης στις αποφάσεις ελέγχου. Χρησιμοποιείται η θεωρία των προσαρμοστικών αλγορίθμων για την εκτίμηση της μεταβολής της υστέρησης. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η γνώση της χρονικής υστέρησης είναι ένα δυνατό εργαλείο που οδηγεί στο σχεδιασμό ελεγκτών αρκετά καλύτερων και πιο αποτελεσματικών από τους απλούς PI ελεγκτές, που ευρέως χρησιμοποιούνται στην πράξη.

Η δεύτερη μέθοδος είναι μια μέθοδος κεντρικού ελέγχου για την οποία εγγυόμαστε προσέγγιση του βέλτιστου ελεγκτή με «αυθαίρετη» ακρίβεια. Τμηματοποιούμε το χώρο των καταστάσεων και για κάθε τμήμα σχεδιάζουμε έναν γραμμικό ελεγκτή. Χρησιμοποιώντας τη θεωρία του δυναμικού προγραμματισμού (HJB συναρτήσεις) και τη θεωρία ευστάθειας κατά Lyapunov αποδεικνύουμε ότι η απόδοση του ελεγκτή μας μπορεί να προσεγγίσει αυτή του βέλτιστου ελεγκτή με «αυθαίρετη» ακρίβεια. Το βασικό πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι οι χρονοβόροι υπολογισμοί γίνονται σε μη πραγματικό χρόνο. Σε πραγματικό χρόνο οι απαιτούμενες πράξεις αντιστοιχούν σε αυτές ενός απλού γραμμικού ελεγκτή.

Η δομή της παρούσας διατριβής είναι η παρακάτω. Αρχικά γίνεται επισκόπηση των μεθόδων ελέγχου για αποχετευτικά δίκτυα και αρδευτικά (κεφάλαια 2 και 3). Αναφέρονται πλειάδα μεθόδων που έχουν προταθεί στηριζόμενες σε διάφορες σχεδιαστικές μεθόδους και διαφορετικά μαθηματικά εργαλεία. Μετά στο κεφάλαιο 4 ακολουθεί μια επισκόπηση των αποχετευτικών δικτύων στον ελλαδικό χώρο. Αναφέρονται τα προβλήματα που εντοπίζονται και οι ήδη υπάρχουσα υποδομή. Μεγαλύτερο βάρος πέφτει στο αποχετευτικό δίκτυο της πρωτεύουσας.

Στο 5° κεφάλαιο προτείνεται μια μεθοδολογία σχεδιασμού αποκεντρωμένου ελέγχου η οποία στηρίζεται στην, σε πραγματικό χρόνο, εκτίμηση της χρονικής υστέρησης. Αποδεικνύουμε όμως ότι η εκτίμηση της χρονικής υστέρησης που προτείνουμε λειτουργεί ικανοποιητικά. Επίσης η χρήση αυτής της εκτίμησης μας οδηγεί στη δημιουργία οικογένειας ελεγκτών πολύ καλύτερων και πιο αποτελεσματικών από

τους απλούς PI ελεγκτές ή τους ελεγκτές που θεωρούν τη χρονική υστέρηση ως σταθερά.

Η προσπάθεια η προηγούμενη μέθοδος να επεκταθεί ώστε να καταλήξουμε σε κεντρικό έλεγχο δεν απέδωσε καρπούς. Γι αυτό το λόγο στο κεφάλαιο 6 προτείνεται μια άλλη μεθοδολογία ελέγχου. Σε αυτήν προσεγγίζουμε γραμμικά-κατά-τόπους τον βέλτιστο ελεγκτή κάνοντας διακριτοποίηση του χώρου των καταστάσεων και προσεγγίζουμε το βέλτιστο κόστος μεταφοράς με μια πολυωνυμική συνάρτηση. Αποδεικνύουμε τελικά ότι η απόδοση του ελεγκτή – σε σχέση με τη βέλτιστη – εξαρτάται μόνο από το πόσο «καλές» προσεγγίσεις θα κάνουμε. Οπότε αν επιλεγεί μεγάλης τάξης πολυώνυμο για την προσέγγιση και ο χώρος των καταστάσεων διακριτοποιηθεί σε πολλά διαστήματα μπορούμε να προσεγγίσουμε με πολλή καλή ακρίβεια τον βέλτιστο ελεγκτή. Οι υπολογισμοί των ελεγκτών γίνονται με την επίλυση ενός κυρτού προβλήματος σε μη πραγματικό χρόνο. Στο κεφάλαιο 7, αξιολογείται η $2^{η}$ μέθοδος μέσω προσομοιώσεων σε ένα δίκτυο δοκιμής που αντικατοπτρίζει τμήμα του αποχετευτικού δικτύου της Αθήνας. Δίνονται κάποια πρώιμα αποτελέσματα που αποδεικνύουν τους ισχυρισμούς μας.

2. ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ ΓΙΑ ΑΠΟΧΕΤΕΥΤΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

Ο σχεδιασμός ενός συστήματος ελέγχου για αποχετευτικά δίκτυα έχει σαν στόχο την προστασία του υδροφόρου ορίζοντα που δέχεται τις εξόδους του συστήματος. Γι αυτό το λόγο, κύριος στόχος του ελέγχου θα πρέπει να είναι η ελαχιστοποίηση των υπερχειλίσεων κατά τη διάρκεια βροχοπτώσεων και άλλων πιθανών διαταραχών. Αυτός ο στόχος μπορεί να επιτευχθεί με

- Τη μέγιστη δυνατή χρήση του αποθηκευτικού χώρου πριν επιτευχθεί κάποια υπερχείλιση του συστήματος. Αν κατά τη διάρκεια κάποιας ισχυρής βροχόπτωσης δεν είναι δυνατή η αποφυγή υπερχειλίσεων, αυτές θα πρέπει να διανεμηθούν ισόποσα σε όλο το δίκτυο (σε όλα τα σημεία υπερχείλισης). Αν υπάρχουν αποθηκευτικοί χώροι χωρίς την δυνατότητα υπερχείλισης, θα πρέπει να αποφευχθεί η υπερβολική χρήση τους.

- Το ταχύτερο δυνατό άδειασμα του συστήματος (με ταυτόχρονη υπερεκμετάλλευση της ικανότητας καθαρισμού του βιολογικού καθαρισμού) έτσι ώστε το δίκτυο να είναι έτοιμο να αντιδράσει ικανοποιητικά σε μια μελλοντική βροχόπτωση.

Κάποιοι υποστόχοι που λειτουργούν συμπληρωματικά με τα παραπάνω είναι:

- Ο διαμοιρασμός της συνολικής αποθηκευμένης ποσότητας λυμάτων σε όλους τους αποθηκευτικούς χώρους, έτσι ώστε να υπάρχει κατά τη διάρκεια του αδειάσματος του δικτύου, αποθηκευτικός χώρος παντού, για την περίπτωση βροχόπτωσης.

- Η αποφυγή απότομων αλλαγών των εκροών του συστήματος.

Η ανάπτυξη τεχνικών βελτιστοποίησης για το σχεδιασμό και τη διαχείριση συστημάτων ροής υδάτων σε κλειστά κανάλια (αποχετευτικά δίκτυα ή δίκτυα ύδρευσης), έχει ερευνηθεί σε πολλά μέρη του κόσμου και από διάφορες ομάδες. Η επιλογή της μεθόδου που θα χρησιμοποιηθεί, εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά των αποθηκευτικών χώρων, την διαθεσιμότητα δεδομένων και φυσικά τους στόχους του ελέγχου και τους ανάλογους περιορισμούς. Έχουν αναπτυχθεί μέθοδοι βασισμένες κυρίως σε πέντε βασικές κατηγορίες.

- Γραμμικός προγραμματισμός

  Ο γραμμικός προγραμματισμός είναι ένα αρκετά δυνατό εργαλείο βελτιστοποίησης και εύκολο στη χρήση. Στο [39] περιγράφεται η λειτουργία ενός γραμμικού ρυθμιστή, σε μια διαδικασία ανοιχτού βρόχου, με σκοπό τον έλεγχο σε πραγματικό χρόνο, μιας εργαστηριακής διαδικασίας δεξαμενών υδάτων, και της

στάθμης του ύδατος σε μια δεξαμενή αποθήκευσης με στόχο την παραγωγή υδροηλεκτρικής ενέργειας. Για αποχετευτικά δίκτυα, ο γραμμικός προγραμματισμός χρησιμοποιείται στο [13] για την ανάπτυξη ενός αλγορίθμου για αυτόματο έλεγχο της αποθηκευμένης ποσότητας λυμάτων σε παντορροϊκά δίκτυα και στο [72] για έλεγχο σε πραγματικό χρόνο, αστικών δικτύων βρόχινου νερού. Το πραγματικά, μη γραμμικό πρόβλημα, αντικαθίσταται από διαδοχικά γραμμικά προβλήματα.

- Δυναμικός προγραμματισμός

Ο δυναμικός προγραμματισμός έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως στη βελτιστοποίηση συστημάτων ροής υδάτων, καθώς οι μη γραμμικές και στοχαστικές διαδικασίες που λαμβάνουν χώρα σε ένα τέτοιο πολύπλοκο σύστημα, μπορούν να εκφραστούν με όρους δυναμικού προγραμματισμού. Όταν όμως μιλάμε για συστήματα με πολλούς αποθηκευτικούς χώρους, η χρήση του δυναμικού προγραμματισμού είναι περιορισμένη εξαιτίας του όγκου πληροφοριών που πρέπει να αποθηκευτούν. Σε αυτές τις περιπτώσεις μπορούμε να χωρίσουμε το πρόβλημά μας σε μικρότερα υποπροβλήματα που συμβαίνουν σε χρονική σειρά το ένα με το άλλο. Π.χ. στο [112] για τον έλεγχο δικτύου ύδρευσης, χρησιμοποιείται μια τέτοια επαναληπτική δυναμική διαδικασία. Ο αλγόριθμος επιλύεται για κάθε υποσύστημα του δικτύου και για κάθε χρονικό βήμα. Στο [71] γίνεται χρήση διαφορικού δυναμικού προγραμματισμού με περιορισμούς για έλεγχο σε σύστημα με πολλούς αποθηκευτικούς χώρους. Επίσης πολλές φορές χρησιμοποιούνται μέθοδοι που συνδυάζουν γραμμικό και δυναμικό προγραμματισμό. Τέτοια παραδείγματα βρίσκονται στα [38] και [109]. Δυναμικός προγραμματισμός έχει χρησιμοποιηθεί στο [88], για βέλτιστο σχεδιασμό αποχετευτικού δικτύου, στο [105] για τον πιο οικονομικό σχεδιασμό αποχετευτικού δικτύου, στο [35] για το σχεδιασμό του πιο οικονομικού δικτύου αποχέτευσης με ύπαρξη και δεξαμενών αποθήκευσης και στο [54] για τον έλεγχο του παντορροϊκού δικτύου του San Francisco.

- Μη γραμμικός προγραμματισμός

Ο μη γραμμικός προγραμματισμός προσφέρει μια πιο αυστηρή μαθηματική προσέγγιση των συναρτήσεων, των περιορισμών και των δυναμικών που εκφράζουν ένα σύστημα ροής υδάτων, σε σχέση με το δυναμικό προγραμματισμό ή τις απλοποιήσεις του γραμμικού. Μερικά παραδείγματα βρίσκονται στα [21], [28], [40], [70], [73], [92]. Στο [34] παρουσιάζεται ένας αλγόριθμος που συνδυάζει στοιχεία διακριτού δυναμικού προγραμματισμού με στοιχεία βελτιστοποίησης υπό περιορισμούς (μη γραμμικός προγραμματισμός με περιορισμούς ισότητας). Στο [10] εφαρμόζεται αυτόματος έλεγχος, σε πραγματικό χρόνο, για παντορροϊκά αποχετευτικά δίκτυα, με χρήση της θεωρίας ελέγχου. Τέλος, αναπτύχθηκε αλγόριθμος επίλυσης για αποχετευτικά δίκτυα στα [65], [74], [75], [76], [77], [78], [79], [80], [81].

- Γραμμικός τετραγωνικός έλεγχος

Η θεωρία του γραμμικού τετραγωνικού ελέγχου έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως για τη λύση πολλών ειδών προβλημάτων. Πολλοί είναι οι ερευνητές που ανέτρεξαν

στον γραμμικό τετραγωνικό έλεγχο για να επιλύσουν προβλήματα σχετικά με τη λειτουργία δεξαμενών αποθήκευσης σε δίκτυα ροής. Ένα τέτοιο παράδειγμα βρίσκεται στο [68]. Στο [36] αναπτύχθηκε μια διαδικασία αναπλήρωσης ύδατος για δίκτυα με πολλά κανάλια, με τη χρήση γραμμικού τετραγωνικού ελέγχου. Στο [108] χρησιμοποιείται πολυμεταβλητός έλεγχος κλειστού βρόχου για παντορροϊκά αποχετευτικά δίκτυα, και τέλος παρόμοιας λογικής ελεγκτής χρησιμοποιείται στα [64], [65], [69], [76], [77] και [79].

- Γενετικοί αλγόριθμοι

Αυτοί οι αλγόριθμοι προσπαθούν να μιμηθούν τη διαδικασία της φυσικής επιλογής, με λίγα λόγια της εξελικτικής θεωρίας. Καταφέρνουν να κρατούν ένα σύνολο καλών λύσεων με αποτέλεσμα να μην εγκλωβιστούμε σε κάποιο τοπικό ελάχιστο. Επειδή είναι μια ευρετική μέθοδος περισσότερο, παρά μια αυστηρά μαθηματική διαδικασία δεν εγγυάται το ολικό και απόλυτο ελάχιστο, αλλά μια αρκετά ικανοποιητική λύση. Μερικές τυπικές εφαρμογές τέτοιων μεθόδων μπορούν να βρεθούν στα [55], [61], και [106].

Ανάλογα με την πολυπλοκότητα του συστήματος μπορούμε να δούμε και συνδυασμό των παραπάνω μεθόδων. Γενικά ο γραμμικός προγραμματισμός είναι πιο εύχρηστος, αλλά δεν μπορεί να αναλύσει πιστά τις εξισώσεις και τις δυναμικές του συστήματος. Ο δυναμικός προγραμματισμός για να εφαρμοστεί πρέπει να αναλύσουμε το πολύπλοκο συνήθως πρόβλημα σε διάφορα πιο απλά υποσυστήματα που συμβαίνουν σε χρονική αλυσίδα. Ούτε εδώ μπορούμε να αναλύσουμε πλήρως τις δυναμικές. Ο μη γραμμικός προγραμματισμός είναι ένα πολύ αυστηρά καθορισμένο μαθηματικό εργαλείο που μπορεί πράγματι να εκφράσει πλήρως κάθε δυναμική κατάσταση του συστήματος, αλλά είναι πιο δύσκολη και πολύπλοκη η ανάπτυξή του. Διάφορες ευρετικές μέθοδοι ερευνήθηκαν κατά καιρούς. Είναι μέθοδοι απλοποιημένες που προσπαθούν να δώσουν καλές λύσεις και να διαχειριστούν με έμμεσο τρόπο τις δυναμικές του συστήματος. Είναι πολύ εύρωστες και ευέλικτες μέθοδοι, αλλά το ότι δε μας εγγυώνται τη βέλτιστη λύση είναι ένα σημαντικό μειονέκτημα.

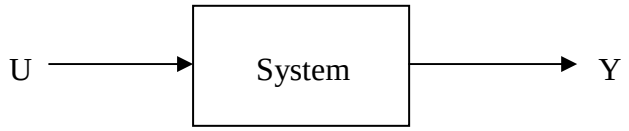
3. ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ ΓΙΑ ΔΙΚΤΥΑ ΑΡΔΕΥΣΗΣ

Έχουν χρησιμοποιηθεί αρκετές μέθοδοι διαχείρισης αρδευτικών δικτύων. Από χώρα σε χώρα και από περιοχή σε περιοχή οι μέθοδοι αυτές διαφέρουν σε αρκετά σημεία. Συναντούνται οι απλούστερες μέθοδοι οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν από τα αρχαία χρόνια, αλλά και πιο σύγχρονες και πολύπλοκες μέθοδοι. Εδώ θα ασχοληθούμε με μεθόδους αυτομάτου ελέγχου και θα αναφερθούμε στις κυριότερες κατηγοριοποιήσεις.

Για να φτιάξουμε κατηγοριοποιήσεις θα πρέπει να επιλέξουμε τα βασικά ανεξάρτητα κριτήρια που διαφοροποιούν τις μεθόδους. Επιλέγουμε λοιπόν τα παρακάτω τρία ουσιαστικά και κύρια κριτήρια: επιλογή μεταβλητών, λογική του ελέγχου, μέθοδος σχεδιασμού. (Malaterre Pierre-Olivier “regulation of irrigation canals: Characterization and classification” [63])

3.1 ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

Στη θεωρία ελέγχου ένα σύστημα συνήθως αναπαριστάται όπως στο σχήμα 3.1. Με U συμβολίζονται οι μεταβλητές ελέγχου (άνοιγμα πυλών, ροές κλπ) που ενεργοποιούνται ώστε να επηρεάσουν την κατάσταση του συστήματος. Με Y συμβολίζονται οι προς έλεγχο μεταβλητές του συστήματος, οι μεταβλητές κατάστασης (π.χ επίπεδο ύδατος, ταχύτητα ύδατος, ροή κλπ).

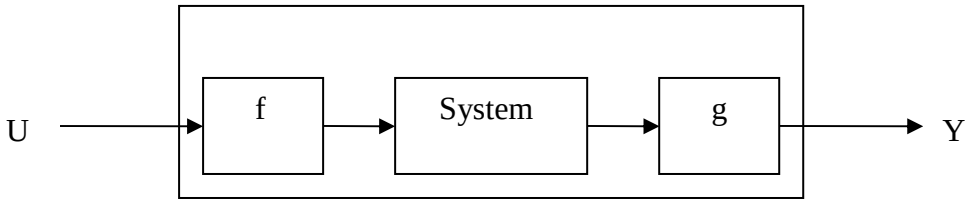


Σχήμα 3.1. Συνήθης παρουσίαση ενός συστήματος.

Οι μεταβλητές κατάστασης Y δε δίνονται πάντα κατευθείαν από το σύστημα, αλλά καμιά φορά υπολογίζονται μέσω συναρτήσεων g, από τις φυσικές μεταβλητές Z όπως αυτές μετρούνται στο σύστημά μας. (Σχήμα 3.2) Ένα τέτοιο παράδειγμα έχουμε με τη μεταβλητή ελέγχου $Y=\alpha y_{up}+(1-\alpha)y_{dn}$ στη μέθοδο BIVAL, όπου οι μετρήσιμες μεταβλητές Z είναι τα ανάντη και κατάντη ύψη της στάθμης του ύδατος στο κανάλι. Η στάθμη μπορεί να μετρηθεί με πολλούς τρόπους. Αυτό που μας ενδιαφέρει κάθε φορά είναι ο τύπος, ο αριθμός και η τοποθέτηση των κάθε είδους μετρήσεων.

Παρομοίως, οι μεταβλητές ελέγχου U, μερικές φορές δε μπορούν να εφαρμοστούν άμεσα στο σύστημα. Σε αυτές τις περιπτώσεις κάνουμε χρήση μιας συνάρτησης f, ώστε να εξάγουμε βασικές εφαρμόσιμες εντολές ελέγχου V για τους επενεργοποιητές

μας. Αυτή η συνάρτηση f μπορεί να χωριστεί σε δύο συναρτήσεις f_1 και f_2. Η f_1 μετατρέπει τις μεταβλητές ελέγχου U σε κάποιο επιθυμητό άνοιγμα πύλης (φράγματος) και η f_2 το επιθυμητό άνοιγμα πύλης στις μεταβλητές V. Γενικότερα οι επίσημοι PID ελεγκτές με γρήγορα εναλλασσόμενες δυναμικές, χρησιμοποιούν τέτοιους f_2 αναδραστικούς μηχανισμούς ελέγχου. Επομένως η αντίστοιχη δυναμική παραμελείται και οι εξεταζόμενες στοιχειώδεις εντολές V είναι μόνο ανοίγματα πυλών. Έτσι θεωρούμε ότι είναι δυνατόν να μετακινήσουμε τις πύλες σε οποιαδήποτε θέση και με άπειρη ταχύτητα.



Σχήμα 3.2. Λεπτομερής παρουσίαση ενός συστήματος.

3.1.1 ΕΛΕΓΧΟΜΕΝΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

Οι ελεγχόμενες μεταβλητές είναι οι μεταβλητές κατάστασης που πρέπει στο τέλος του ελέγχου να έχουν μια επιθυμητή τιμή. Θέλουμε λοιπόν να ρυθμίσουμε αυτές τις μεταβλητές, είτε η επιθυμητή τιμή είναι σταθερή, είτε μεταβάλλεται στο χρόνο.

Οι ελεγχόμενες μεταβλητές σε αρδευτικά δίκτυα μπορεί να είναι δύο ειδών: ροές ή στάθμες ύδατος, σύμφωνα με την ορολογία που χρησιμοποιείται στη μοντελοποίηση τέτοιων συστημάτων. Μπορούν εξίσου να είναι όγκοι ύδατος, που σημαίνει χρονικό ολοκλήρωμα ροών, ή χωρικό ολοκλήρωμα των στάθμεων ύδατος.

3.1.1.1 **Ροές**

Οι ανάγκες των χρηστών ενός δικτύου άρδευσης καθορίζονται κυρίως με όρους ροών. Για του λόγου το αληθές, οι ανάγκες των αγροτών εκφράζονται σε όρους ροών που οδηγούνται κατευθείαν στα χωράφια τους, σε ένα δευτερεύον κανάλι ή σε μια εγκατάσταση αντλιών. Οι επιχειρήσεις προστασίας του περιβάλλοντος ενδιαφέρονται για όσο το δυνατόν λιγότερες απώλειες ροών και οι πολίτες ενδιαφέρονται για τις ροές που καταλήγουν στο αστικό υδρευτικό δίκτυο ή σε εγκαταστάσεις φιλτραρίσματος.

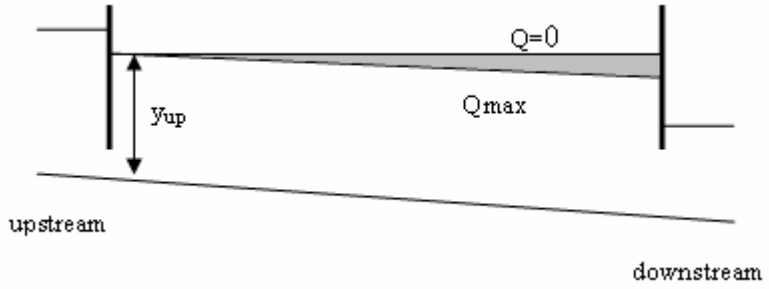
Σε πολλές περιπτώσεις υπάρχουν φυσικά ή τεχνητά συστήματα αποθήκευσης ύδατος. Οι ανάγκες των χρηστών σε αυτή την περίπτωση μπορούν να εκφραστούν πιο πολύπλοκα ως ο όγκος ύδατος που τους διανέμεται σε κάποιο χρονικό ορίζοντα. Εδώ οι ελεγχόμενες μεταβλητές δεν έχουν μια δοσμένη τιμή ροής, αλλά μετριέται ως όγκος (χρονικό ολοκλήρωμα της ροής σε καθορισμένη περίοδο). Οι διακυμάνσεις της ροής καθορίζονται από τη χωρητικότητα του αποθηκευτικού χώρου. Αυτές οι

υδάτινες αποθήκες έχουν όμως σημαντικούς περιορισμούς όσο αφορά το κόστος αλλά και το μέγεθός τους με αποτέλεσμα να μην χρησιμοποιούνται ευρέως.

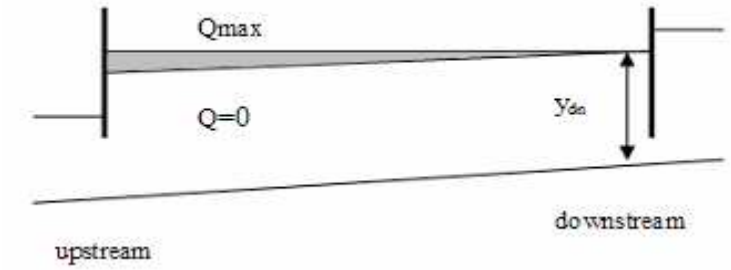
Συχνά όλα τα επιφανειακά υδραυλικά συστήματα χρειάζονται άμεση ή έμμεση διαχείριση προκειμένου να επιτευχθεί η κάλυψη των αναγκών σε ροές. Δεδομένου του φυσικού φαινομένου που λαμβάνει χώρα (λόγω της βαρύτητας έχουμε ροή από το ανάντη μέρος στο κατάντη), αυτές οι ανάγκες μπορούν να καλυφθούν μόνο από την είσοδο ανάντη του συστήματος, με αποστράγγιση του ανάντη αποθηκευτικού χώρου. Οι GPC ([89],[93],[94],[95],[96],[97]), CAGG ([84],[85],[42]) και SIMBAK ([22]) είναι μερικά παραδείγματα μεθόδων ελέγχου των ροών.

3.1.1.2 **Επίπεδα στάθμης υδάτων**

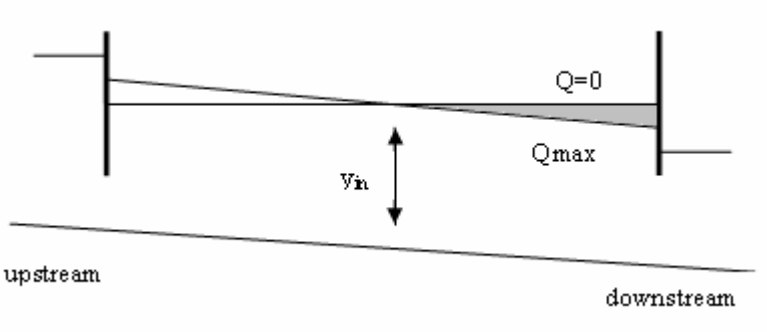
Αντίθετα με τις ροές, το ύψος των υδάτων στο κανάλι μπορεί να μετρηθεί πολύ εύκολα σε ανοικτά επιφανειακά κανάλια. Επίσης όλοι οι περιορισμοί (κλίσης, αποθήκευσης κλπ) εκφράζονται σε επίπεδο στάθμης του ύδατος. Η ελεγχόμενη στάθμη "y" μπορεί να είναι ανάντη (y_{up} σχήμα 3.3), κατάντη (y_{dn} σχήμα 3.4) ή ενδιάμεσα του καναλιού (y_{in} σχήμα 3.5). Στα σχήματα 3.3 και 3.4, οι τιμές της στάθμης του ύδατος είναι ίσες με τη μηδενική και την μέγιστη ροή. Αυτό βέβαια δεν ισχύει σε όλες τις περιπτώσεις (π.χ. GEC Alsthom Gates [3],[4]). Το πώς θα χειριστούμε το πρόβλημα έχει να κάνει κατά πολύ από τη θέση του "y".



Σχήμα 3.3. Έλεγχος του ανάντη ύψους (στάθμης) του καναλιού.



Σχήμα 3.4. Έλεγχος του κατάντη ύψους (στάθμης) του καναλιού.



Σχήμα 3.5. Έλεγχος της στάθμης στο μέσο του καναλιού

Ένα από τα πλεονεκτήματα του ελέγχου των ανάντη υψών του ύδατος, είναι ότι ένας όγκος αποθήκευσης V είναι διαθέσιμος μεταξύ του μηδενικού όγκου ροών και του μέγιστου όγκου ροών. Αυτό επιτρέπει τη γρήγορη ανταπόκριση σε απρόβλεπτες ζητήσεις ή και την αποθήκευση ύδατος σε περίπτωση μείωσης της κατανάλωσης. Το πρόβλημα σε αυτή την περίπτωση είναι το σχετικά υψηλό κόστος εξαιτίας της οριζόντιας τροφοδότησης. Οι AVIS και AVIO ([3],[4],[37]), είναι μερικά παραδείγματα τέτοιων μεθόδων.

Όταν έχουμε έλεγχο της κατάντη στάθμης ύδατος, η τροφοδότηση των καναλιών ακολουθεί τη φυσική κλίση του εδάφους, γεγονός που μειώνει το κόστος κατασκευής. Όμως το κανάλι δε μπορεί πλέον να λειτουργεί και σαν χώρος αποθήκευσης, με αποτέλεσμα τη μη γρήγορη αντίδραση σε απρόβλεπτες ζητήσεις. Τα παραπάνω ύδατα δε μπορούν να αποθηκευτούν τοπικά και πηγαίνουν στα παρακάτω τμήματα του καναλιού. Οι AMIL ([3],[4],[37]), ELFLO ([100],[15]), PIR ([29]) είναι μερικές από τις χαρακτηριστικές μεθόδους ελέγχου των κατάντη στάθμεων του ύδατος.

Ασκώντας τον έλεγχο σε ένα ενδιάμεσο σημείο του καναλιού, συνήθως κοντά στη μέση, είναι σαν να ελέγχουμε την αποθηκευμένη ποσότητα του ύδατος στο συγκεκριμένο τμήμα του καναλιού. Μπορούμε άμεσα να μετρήσουμε το ύψος της στάθμης στο ενδιάμεσο σημείο, ή να το εκτιμήσουμε με ένα γραμμικό συνδυασμό των ανάντη και κατάντη υψών. (BIVAL). Με τον έλεγχο σε κάποιο ενδιάμεσο σημείο εξισορροπούμε τα μειονεκτήματα και πλεονεκτήματα των παραπάνω μεθόδων. Η μοναδική τέτοια μέθοδος που βρέθηκε είναι η BIVAL ([113],[19]).

3.1.1.3 **Όγκοι αποθήκευσης**

Σε αυτήν την περίπτωση, οι ελεγκτές είναι λιγότερο ευαίσθητοι στις διαταραχές, αλλά οι χρόνοι απόκρισης έχουν αυξηθεί. Αυτές οι μέθοδοι εφαρμόζονται σε δίκτυα άρδευσης με αρκετά μεγάλους αποθηκευτικούς χώρους, και εξοπλισμένα με εξόδους των οποίων η τροφοδότηση δεν εξαρτάται από τις στάθμες ύδατος στο κύριο κανάλι. (π.χ. εγκαταστάσεις αντλιών). Παραδείγματα τέτοιων μεθόδων είναι η Δυναμική ρύθμιση (Dynamic regulation: [22], [29]) και οι ελεγχόμενοι όγκοι (Controlled Volumes: [16]).

3.1.2 ΜΕΤΡΗΣΙΜΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

Όταν μιλάμε για μετρήσιμες μεταβλητές εννοούμε κυρίως το ύψος της στάθμης του ύδατος (π.χ ELFLO, PIR). Σε κάποιες περιπτώσεις μπορούμε να μετρήσουμε και τη ροή (π.χ. CACG). Η ροή μπορεί να μετρηθεί με χρήση κατάλληλων εργαλείων, όπως ηλεκτρομαγνητικές ή υπερηχητικές συσκευές. Επίσης οι όγκοι ύδατος μπορούν να μετρηθούν μετρώντας αρκετά ύψη επιπέδου ύδατος κατά μήκος του δικτύου (π.χ. Dynamic Regulation).

3.1.3 ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΕΛΕΓΧΟΥ

Οι μεταβλητές ελέγχου U μεταφράζονται συνήθως σε ανοίγματα πύλης (ή ποσοστιαία αλλαγή του ανοίγματος της πύλης) και σε ροές (ή ποσοστιαία αλλαγή της ροής). Τα ανοίγματα πύλης σε ένα τμήμα του δικτύου, έχουν ως πλεονέκτημα την ικανότητα να λαμβάνουν υπόψη τις πολύπλοκες δυναμικές που δημιουργούνται από το άνοιγμα της πύλης στη ροή του συγκεκριμένου τμήματος, καθώς και στα ανάντη και κατάντη ύψη της στάθμης του ύδατος. Αυτές οι δυναμικές του συστήματος είναι ουσιώδεις και πρέπει να ληφθούν οπωσδήποτε υπόψη με κάποιο τρόπο. Το να θεωρήσουμε τη ροή ως μεταβλητή ελέγχου μας επιτρέπει να μην ασχοληθούμε με το συνδυασμό των διάφορων υποσυστημάτων, αλλά να αρκεστούμε σε τοπικούς ελέγχους του κάθε τμήματος. Αυτή είναι μια πολύ σημαντική διαπίστωση σε περιπτώσεις μονοδιάστατων ελεγκτών. Ωστόσο, αυτές οι δυναμικές δεν είναι δυνατόν να παρθούν υπόψη από τον κεντρικό έλεγχο. Αφού λοιπόν κατά το σχεδιασμό του κεντρικού ελεγκτή αγνοούμε τις πολύπλοκες τοπικές δυναμικές, δεν είναι δυνατόν να κρίνουμε την ποιότητα της συμπεριφοράς του. Αν ως μεταβλητή ελέγχου U επιλέξουμε τη ροή, είναι απαραίτητο να μεταφραστεί σε άνοιγμα πύλης ώστε να υπάρχει συμβατότητα με το σύστημα. Αυτή η μετατροπή γίνεται με κάποια κατάλληλη συνάρτηση ή με κάποιον τοπικό δυναμικό ελεγκτή (π.χ. ελεγκτής PID).

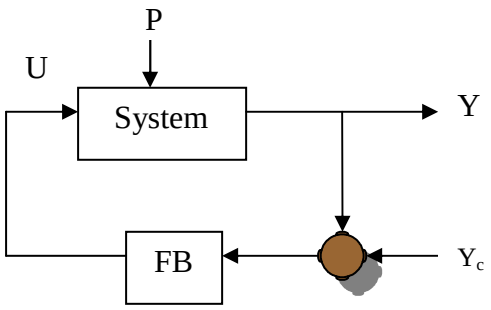
3.2 ΛΟΓΙΚΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

Ο καθορισμός της λογικής του ελέγχου εξαρτάται από τις πληροφορίες που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των μεταβλητών ελέγχου του συστήματος. Έχουμε δύο περιπτώσεις, τη λογική ανοιχτού βρόχου ή τη λογική κλειστού βρόχου (δηλαδή με ανάδραση).

3.2.1 ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ

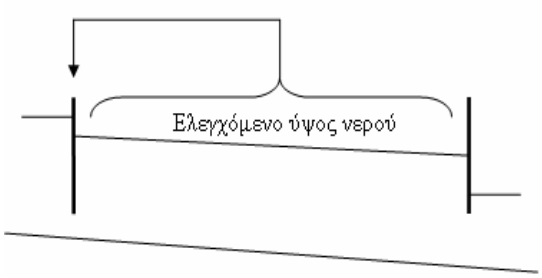
Σε κλειστούς βρόχους οι μεταβλητές ελέγχου U υπολογίζονται από το σφάλμα ανάμεσα στις πραγματικές τιμές των ελεγχόμενων μεταβλητών κατάστασης Y και του αντίστοιχου στόχου Yc δηλαδή της επιθυμητής τιμής (σχήμα 3.6). Οι διαταραχές P, ακόμα και όταν είναι άγνωστες, λαμβάνονται υπόψη έμμεσα, μέσω των επιδράσεών τους στις εξόδους Y του συστήματος. Στη θεωρία ελέγχου αυτή η έννοια

είναι ουσιώδης αφού αντιστοιχεί τις τιμές των μεταβλητών ελέγχου με τις τιμές των μεταβλητών κατάστασης. Έλεγχος κλειστού βρόχου μπορεί να γίνει ανεξαρτήτως της επιλογής των ελεγχόμενων μεταβλητών κατάστασης. Παραδείγματα εφαρμογής ελέγχου κλειστού βρόχου όσο αφορά τη ροή είναι η GPC ([93], [89]), η CACG ([85]), CARA ([67],[90]) και η Liu ([60]).

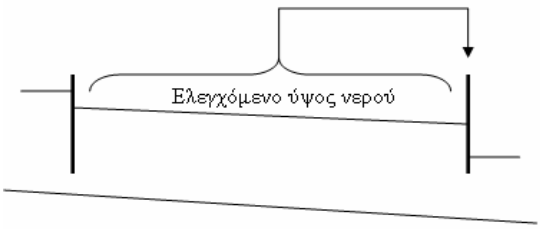


Σχήμα 3.6. Έλεγχος κλειστού βρόχου (ανατροφοδότηση-Feedback)

Έχουν καθοριστεί δύο τύποι ελέγχου κλειστού βρόχου στο ύψος στάθμης του ύδατος, όσο αφορά τη σχετική θέση της μεταβλητής ελέγχου και της ελεγχόμενης μεταβλητής κατάστασης. Στο ύψος της στάθμης μπορεί να ασκηθεί έλεγχος είτε μέσω μετατροπής της ανάντη ροής, είτε μέσω της μετατροπής του κατάντη ύψους της στάθμης του ύδατος. Αυτοί οι δύο τύποι φαίνονται στα σχήματα 3.7 και 3.8. Παραδόξως, εξαιτίας ιστορικών λόγων, τα ονόματα των μεθόδων είναι ανάποδα από το αναμενόμενο. Η μετατροπή της ανάντη ροής ονομάζεται κατάντη έλεγχος κλειστού βρόχου και η μετατροπή του κατάντη ύψους ονομάζεται ανάντη έλεγχος κλειστού βρόχου.



Σχήμα 3.7. Κατάντη έλεγχος

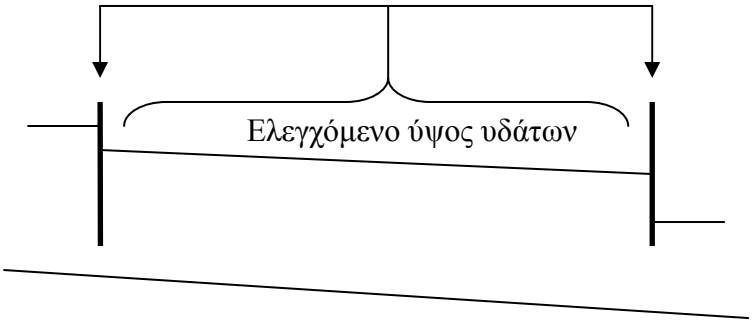


Σχήμα 3.8. Ανάντη έλεγχος

Ο κατάντη έλεγχος της στάθμης του ύδατος δημιουργεί έμμεσα έλεγχο κλειστού βρόχου της ροής, αφού επιτυγχάνεται από την αντίστοιχη μετατροπή της ανάντη ροής. Αυτό το χαρακτηριστικό είναι πολύ σημαντικό στοιχείο του κατάντη ελέγχου της ροής. Εξαιτίας αυτού του χαρακτηριστικού είναι εφικτός ο κατάντη έλεγχος της στάθμης του ύδατος, χωρίς να χρειάζεται επιπλέον έλεγχος της ροής. Παραδείγματα τέτοιων μεθόδων είναι οι AVIS, AVIO, ELFLO ([100]), CARDD ([14]), CARA ([67]), PID ([19]) PIR ([29]) Liu ([60]) και άλλες.

Αντίθετα με τον κατάντη έλεγχο της στάθμης του ύδατος, ο ανάντη έλεγχος δεν παράγει έλεγχο ροής, αφού επιτυγχάνεται με μετατροπές του κατάντη ύψους της στάθμης του ύδατος. Έτσι ο ανάντη έλεγχος της στάθμης του ύδατος χρειάζεται να συμπληρωθεί από έναν έλεγχο ροής. Παράδειγμα τέτοιων μεθόδων είναι η AMIL.

Κάποιες μέθοδοι ελέγχου της στάθμης του ύδατος συνδυάζουν και τη λογική του ανάντη και του κατάντη ελέγχου (σχήμα 3.9). Παράδειγμα τέτοιων μεθόδων είναι η LQR ([7], [8], [23], [24], [25], [26], [62]).



Σχήμα 3.9. Έλεγχος ανάντη και κατάντη

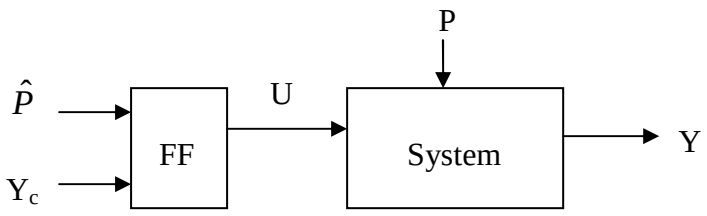
Στην περίπτωση κλειστού βρόχου στους όγκους ύδατος, ο έλεγχος επιτυγχάνεται συναρτήσει του σφάλματος ανάμεσα στους ελεγχόμενους όγκους σε ποικίλα τμήματα του καναλιού και τις αντίστοιχες επιθυμητές τιμές. Γενικά ο όγκος ύδατος ενός τμήματος του καναλιού ελέγχεται μέσω μιας μετατροπής της ανάντη ροής. Επομένως ο έλεγχος του όγκου δημιουργεί έμμεσα έλεγχο ροής. Η δυναμική ρύθμιση SCP και η μέθοδος των ελεγχόμενων όγκων USBR είναι δύο παραδείγματα τέτοιων μεθόδων. Οι όγκοι ύδατος σε κάποιο κανάλι θα μπορούσαν να ελεγχθούν και με μια μετατροπή του κατάντη ύψους της στάθμης του ύδατος.

Για πολύπλοκες διαδικασίες, όπως διαδικασίες με χρονική υστέρηση ([53]), οι κλειστοί βρόχοι δεν δίνουν ικανοποιητικά αποτελέσματα. Για τα αρδευτικά δίκτυα, οι χρονικές υστερήσεις παίζουν σημαντικό ρόλο αφού μιλάμε για διαστήματα λίγων λεπτών ή και αρκετών ωρών. Ένας κλειστός βρόχος μπορεί να λειτουργήσει σωστά μόνο αν υπάρχουν μεγάλοι αποθηκευτικοί χώροι υδάτων, πράγμα που αυξάνει το συνολικό κόστος κατασκευής κατά πολύ. Πάντως σε αυτήν την περίπτωση μπορούμε να εγγυηθούμε ότι η υστέρηση του ελέγχου θα ισούται με την υστέρηση του συστήματος. Σύμφωνα με τον ([101]) η προσθήκη ενός ανοικτού βρόχου βελτιώνει αισθητά τη λειτουργία του ελέγχου.

3.2.2 ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΝΟΙΧΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ

Σε ανοιχτούς βρόχους, ο έλεγχος U υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη τις δυναμικές του συστήματος (με τη χρήση ειδικού μοντέλου), τις επιθυμητές τιμές Y_c και την εκτίμηση των διαταραχών $\hat{P}$ (σχήμα 3.10). Ο έλεγχος ανοιχτού βρόχου μπορεί να αντισταθμίσει την εγγενή χρονική υστέρηση του συστήματος προβλέποντας τις ανάγκες των χρηστών. Η πρόβλεψη αυτή θα πρέπει να έχει αρκετά καλή ακρίβεια.

Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο θα πρέπει να ληφθούν υπόψη κλιματικά, κοινωνικά και γεωπονικά δεδομένα. Επίσης θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν και ιστορικά δεδομένα κατανάλωσης ([83]). Έλεγχος ανοιχτού βρόχου μπορεί να εφαρμοστεί για τον έλεγχο όλων των μεταβλητών κατάστασης: ροή, στάθμη υδάτων και όγκο υδάτων.



Σχήμα 3.10. Έλεγχος ανοιχτού βρόχου (Feed-forword)

Ανάλογα την μέθοδο υπολογισμού δίνονται τα παρακάτω παραδείγματα ελέγχου ανοικτού βρόχου της εκροής:

- Με μοντέλο αναστροφής: κινηματικό κύμα (CARA, [90]), κύμα διάχυσης (CACG, [93]), δυναμικό κύμα ([19])
- Με βελτιστοποίηση: ([56])

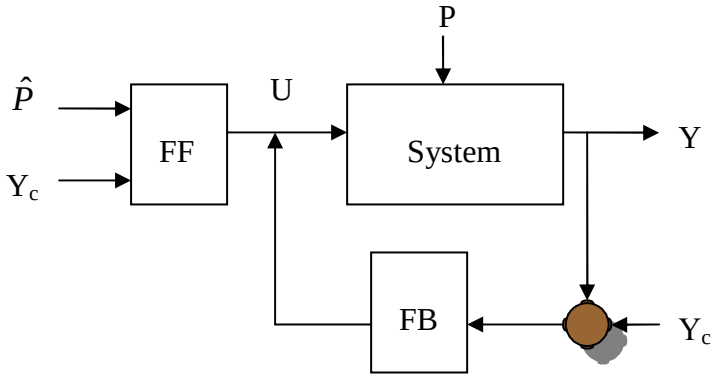
Παραδείγματα ελέγχου ανοιχτού βρόχου της στάθμης των υδάτων είναι:

- Με αναστροφή μοντέλου δυναμικού κύματος ([33])
- Με βελτιστοποίηση ([103])
- Με προσομοίωση ([9])

Για τους όγκους ένα παράδειγμα μπορεί να βρεθεί στο ([91]).

3.2.3 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Και η λογική του ανοικτού αλλά και του κλειστού βρόχου, έχουν πλεονεκτήματα και περιορισμούς όσο αφορά την αποτελεσματικότητά τους. Συχνά λοιπόν συναντάμε συνδυασμό των δύο μεθόδων (σχήμα 3.11), όπου ο κλειστός βρόχος χρησιμοποιείται για να μειώσει τα σφάλματα του ανοικτού βρόχου. Για πολυμεταβλητά προβλήματα συχνά συναντούνται διάφορων ειδών έλεγχοι για διαφορετικές μεταβλητές ελέγχου.



Σχήμα 3.11. Έλεγχος ανοιχτού και κλειστού βρόχου

Ο κατάντη έλεγχος της στάθμης και των όγκων των υδάτων, αντιστοιχεί έμμεσα έλεγχο ροής. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις χρειάζεται και δεύτερος έλεγχος για τη ροή. Συνήθως για τη ροή χρησιμοποιείται ανοιχτός βρόχος, ενώ για το ύψος της στάθμης κλειστός βρόχος. Αυτό συμβαίνει γιατί η στάθμη των υδάτων είναι εύκολο να μετρηθεί και ο κλειστός βρόχος χρησιμοποιεί μετρήσεις, ενώ ο ανοικτός εκτιμήσεις.

3.3 ΣΧΕΔΙΑΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

Η θεωρία ελέγχου εμπεριέχει τρία βασικά βήματα: τη μοντελοποίηση του συστήματος, την ανάλυση του συστήματος και το σχεδιασμό του ελεγκτή. Οι πρώτες υπολογιστικές μέθοδοι αναπτύχθηκαν προηγούμενους αιώνες. Τις τελευταίες δεκαετίες με την ανάπτυξη των υπολογιστών υπάρχει μεγάλη άνθιση στις μεθόδους σχεδιασμού και στα υπολογιστικά εργαλεία. Αρκεί να αναφέρουμε ότι κυκλοφορούν ευρέως δεκάδες σχετικοί προσομοιωτές. Αποτέλεσμα αυτού είναι πλέον τα αναλογικά μονοδιάστατα προβλήματα ελέγχου να αντικατασταθούν από ψηφιακά και πολυδιάστατα, γεγονός που περιπλέκει τα πράγματα, αλλά κάνει την εφαρμογή ελέγχου πιο αποτελεσματική.

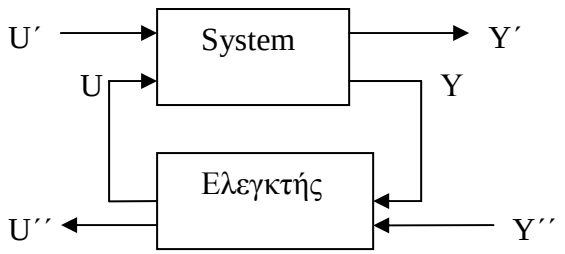
3.3.1 ΕΙΣΟΔΟΙ /ΕΞΟΔΟΙ

Οι μεταβλητές κατάστασης και ελέγχου έχουν ήδη οριστεί σε προηγούμενες ενότητες. Οι μεταβλητές U είναι είσοδοι του συστήματος και έξοδοι του ελεγκτή. Σε αυτήν την επισκόπησή κάνουμε ταξινόμηση με βάση τους ελεγκτές και όχι το σύστημα. Στο σχήμα 3.12 φαίνονται οι διάφοροι τύποι εισόδων και εξόδων.

Όπου:

- U’ είναι μεταβλητές που ενεργούν στο σύστημα, αλλά δεν δίνονται από τον ελεγκτή (μη ελεγχόμενες είσοδοι, διαταραχές κλπ).
- U” μεταβλητές που δίνονται από τον ελεγκτή αλλά δεν επιδρούν στο σύστημα (π,χ, έλεγχος σε κάποιο άλλο σύστημα).
- Y’ μεταβλητές που δίνονται από το σύστημα, αλλά δε χρησιμοποιούνται άμεσα από τον ελεγκτή (μετρήσιμες μεταβλητές Z).
- Y” μεταβλητές που χρησιμοποιούνται από τον ελεγκτή, αλλά δεν προκύπτουν από το σύστημα (μετρήσιμες μεταβλητές Z, έλεγχος που προκύπτει από κάποιον άλλο ελεγκτή κλπ)

Οι είσοδοι του ελεγκτή επομένως είναι οι μεταβλητές Y και Y” και οι έξοδοι U και U”.



Σχήμα 3.12. Είσοδοι και έξοδοι ενός ελεγχόμενου συστήματος

Ένας μονομεταβλητός ελεγκτής έχει μία είσοδο και μία έξοδο. Αυτές οι μέθοδοι ονομάζονται SISO. (Single Input Single Output). Ένας πολυμεταβλητός ελεγκτής έχει αρκετές εισόδους και εξόδους και ονομάζεται MIMO (Multiple Inputs Multiple Outputs). Οι ελεγκτές μπορεί να είναι πολυμεταβλητοί μόνο στη είσοδο (MISO), ή μόνο στην έξοδο (SIMO).

Συνήθως μια μέθοδος που έχει μοναδική έξοδο λέγεται μονομεταβλητή ακόμα και αν έχει πολλές εισόδους, αντίστοιχα μια μέθοδος με πολλές εξόδους πολυμεταβλητή. Αυτή η απλοποίηση έχει να κάνει με το γεγονός ότι το μαθηματικό υπόβαθρο των μεθόδων ελέγχου συνδέεται περισσότερο με τον αριθμό των εξόδων, παρά τις εισόδους. Αυτή η απλοποιημένη ονομασία χρησιμοποιείται στα δύο παρακάτω υποκεφάλαια.

3.3.2 ΜΟΝΟΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

Έχουν αναπτυχθεί πολλές ευρετικές μονομεταβλητές μέθοδοι βασισμένες στην ρευστομηχανική και όχι στη θεωρία ελέγχου (π.χ [113] CARDD [14]). Αν και τέτοιες μέθοδοι βρίσκονται στη παγκόσμια βιβλιογραφία, δεν είναι λειτουργικές. Π.χ η μέθοδος Littleman (USBR,[15]) είναι μια εμπειρική μέθοδος βασισμένη σε έναν three position controller.

Οι περισσότερες μέθοδοι ελέγχου σε αρδευτικά δίκτυα που βασίζονται στην κλασική θεωρία ελέγχου, χρησιμοποιούν τον γραμμικό μονομεταβλητό ελεγκτή PID. Παραδείγματα μεθόδων σχετικών με τον PID ελεγκτή είναι:

- P: AMIL, AVIS, AVIO
- PI: ELFLO, BIVAL, PI Sogreah
- PID: PID UMA Enginnering.

Αν και συνήθως οι PID ελεγκτές είναι πολύ αποτελεσματικοί, δεν λαμβάνουν καθόλου υπόψη τις χρονικές υστερήσεις. Ο Shand ([100]) μελετώντας το κανάλι Corning της Καλιφόρνια των Η.Π.Α. μελέτησε την πιθανότητα να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος πρόβλεψης του Smith έτσι ώστε να ξεπεραστούν οι δυσκολίες της χρονικής υστέρησης. Αντιμετώπισε δυσκολίες και τελικά επιλέγει η όχι και τόσο αποτελεσματική μέθοδος ELFLO. Το 1992 όμως ένας τέτοιος συνδυασμός έγινε εφικτός ([29]). Αυτός ο ελεγκτής ονομάζεται PIR και κατάφερε να ξεπεράσει τις δυσκολίες του Shand εκμεταλλευόμενος την ανάπτυξη της τεχνολογίας στους προσωπικούς υπολογιστές.

Άλλοι γραμμικοί ελεγκτές που έχουν χρησιμοποιηθεί σε συστήματα ποταμών με μεγάλες χρονικές υστερήσεις είναι οι CACG, με χρήση συναρτήσεων μεταφοράς μεγάλου βαθμού.

Η γενικευμένη μέθοδος πρόβλεψης (GPC), μια μονομεταβλητή μέθοδος βελτιστοποίησης, αναπτύχθηκε από τους Sawadogo ([93],[94],[95],[96],[97]) και Rodellar ([89]). Δε βασίζεται σε μέθοδο κλειστού βρόχου, αλλά στην ελαχιστοποίηση ενός κριτηρίου J, που έχει να κάνει με τις μεταβλητές U και το σφάλμα από τις μεταβλητές κατάστασης και τις επιθυμητές τους τιμές. Οι μέθοδοι GPC χρησιμοποιούν μοντέλα συναρτήσεων μεταφοράς και συνήθως εμπεριέχουν συνδυασμό ανοιχτού και κλειστού βρόχου.

Επίσης έχουν αναπτυχθεί και μέθοδοι που χρησιμοποιούν την ασαφή λογική (π.χ. CNABRL) και τα νευρωνικά δίκτυα (π.χ.[98]).

Οι μονομεταβλητές μέθοδοι για να εφαρμοστούν, θεωρούν το συνολικό σύστημα σαν ένα σύνολο υποσυστημάτων που δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Όμως τα αρδευτικά δίκτυα είναι συστήματα πολυμεταβλητά με πολύ ισχυρές αλληλεπιδράσεις ανάμεσα στα διάφορα υποσυστήματα. Ένα άνοιγμα πύλης, επηρεάζει όλα τα ανάντη και κατάντη τμήματα του συνολικού δικτύου. Αυτή η τεχνική της αποσύνδεσης εφαρμόστηκε στον ελεγκτή ELFLO ([99]). Περιορίζει, όσο το δυνατό, την επίδραση της εφαρμογής του ελέγχου στη μία και μοναδική έξοδο. Έτσι μπορούμε να θεωρήσουμε το πολυμεταβλητό μας σύστημα σαν μία σειρά μονομεταβλητών συτημάτων, ανεξάρτητων μεταξύ τους, που ενεργούν παράλληλα. Αυτό μπορεί να γίνει μόνο όταν οι είσοδοι είναι περισσότερες ή τουλάχιστον ίσες με τις εξόδους ([12]). Η αποσύνδεση των υποσυστημάτων μπορεί να βελτιώσει αισθητά την αποτελεσματικότητα ενός ελεγκτή. Μειώνουν όμως την αποτελεσματικότητά του, άγνωστες διαταραχές και σφάλματα μοντελοποίησης. Μέθοδοι όπως η RIP ([29]) μπορεί να μη λαμβάνουν υπόψη τις συνέπειες της αλληλεπίδρασης των υποσυστημάτων, αλλά προσπαθούν να τις μειώσουν. Ως μεταβλητή ελέγχου επιλέγεται η ροή και όχι το άνοιγμα πύλης και όταν επιλέγουμε να ανοίξουμε (κλείσουμε) μια πύλη, ένα ποσοστό του ανοίγματος (κλεισίματος) εκτελείται στο προηγούμενο ανάντη τμήμα.

3.3.3 ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

Η θεωρία ελέγχου περιέχει πολλές πολυμεταβλητές μεθόδους. Πολύ λίγες από αυτές έχουν χρησιμοποιηθεί στα αρδευτικά δίκτυα. (Π.χ. η πολυμεταβλητή PID) Οι περισσότερες από αυτές ακολουθούν τη λογική του κλειστού βρόχου ([19]) και ελάχιστες αυτή του ανοικτού βρόχου ([60]).

Επίσης έχουν αναπτυχθεί αρκετές μέθοδοι βελτιστοποίησης. Αυτές είναι ως επί το πλείστον πολυμεταβλητές. Αυτές χωρίζονται σε 3 κύριες κατηγορίες:

- Γραμμικές ([91])
- Μη γραμμικές ([103], [56])
- LQR ([8], [26], [62])

Η κλασική μη γραμμική βελτιστοποίηση οδηγεί αποκλειστικά σε λογική ανοιχτού βρόχου με αποτέλεσμα την αυξημένη ευαισθησία του ελεγκτή, σε λάθη μοντελοποίησης και διαταραχές. Για να εισάγουμε έλεγχο κλειστού βρόχου, ο έλεγχος θα πρέπει να γίνεται περιοδικά. Αυτό περιπλέκει τη μέθοδο και περιορίζει την εφαρμοσιμότητά της, εξαιτίας των πολλών περιορισμών που υπάρχουν σε πραγματικό χρόνο. Επίσης δεν είναι εύκολος ο καθορισμός των αρχικών συνθηκών, που απαιτείται για τη βελτιστοποίηση. Οι μέθοδοι LQR περιέχουν και έλεγχο κλειστού και ανοιχτού βρόχου. Γενικά οι πολυμεταβλητές μέθοδοι είναι πιο πολύπλοκες από τις μονομεταβλητές.

4 ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΑΠΟΧΕΤΕΥΤΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ ΣΤΟΝ ΕΛΛΑΔΙΚΟ ΧΩΡΟ

4.1 ΤΥΠΟΙ ΑΠΟΧΕΤΕΥΤΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ ΣΤΟΝ ΕΛΛΑΔΙΚΟ ΧΩΡΟ ΚΑΙ ΕΝ ΔΥΝΑΜΕΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΤΡΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ

Στην Ελλάδα υπήρξε σημαντική καθυστέρηση στην κατασκευή σύγχρονων αποχετευτικών συστημάτων [116]. Η ανάπτυξη στην κατασκευή σύγχρονων αποχετευτικών συστημάτων ξεκίνησε περί τα μέσα της δεκαετίας του 1960 όταν και είχε εγκαταλειφθεί παγκοσμίως η τάση για κατασκευή παντορροϊκών δικτύων. Αποτέλεσμα τούτου είναι ότι , με εξαίρεση κάποια τμήματα του δικτύου της Αθήνας και της Θεσσαλονίκης και κάποια παλαιά μικρά τμήματα επαρχιακών πόλεων (π.χ. Νεάπολη Κρήτης) [116] που είναι παντορροϊκά δίκτυα, η πλειοψηφία των αποχετευτικών δικτύων στη χώρα μας είναι **χωριστικού τύπου.** Για αυτό το λόγο, η εργασία αυτή επικεντρώνεται μόνο σε αποχετευτικά συστήματα χωριστικού τύπου. Πρέπει να σημειωθεί εδώ, ότι σε αντίθεση με τα παντορροϊκά δίκτυα για τα οποία έχουν αναπτυχθεί μοντέρνες και αρκετά προηγμένες μεθοδολογίες τόσο κεντρικού όσο και αποκεντρωμένου ελέγχου [66], κάτι τέτοιο δεν ισχύει στην περίπτωση των χωριστικών δικτύων.

Η πλειοψηφία των αποχετευτικών δικτύων ακαθάρτων της χώρας μας, διαθέτει κεντρικούς αγωγούς στους οποίους διοχετεύονται τα λύματα από το πρωτεύον, το δευτερεύον και το τριτεύον δίκτυο. Αυτό σε αντίθεση με τα δίκτυα όμβριων, τα οποία συνήθως δεν διαθέτουν κεντρικούς αγωγούς, πράγμα που δυσχεραίνει την εφαρμογή μεθόδων ελέγχου. Θα πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι η πλειοψηφία των συστημάτων ελέγχου διεθνώς υλοποιούνται μόνο στους κεντρικούς αγωγούς. Οι παραπάνω λόγοι σε συνδυασμό με την ανυπαρξία μεθόδων και τεχνολογιών ελέγχου στα αποχετευτικά δίκτυα της χώρας μας, καθώς και του γεγονότος ότι μηχανισμοί παρακολούθησης (monitoring) των δικτύων της χώρας μας είναι εγκαταστημένοι κατά κύριο λόγο στους κεντρικούς αγωγούς, μας οδήγησαν στο να επικεντρωθούμε σε **προβλήματα ελέγχου κεντρικών αγωγών δικτύων ακαθάρτων.**

Ένα σημαντικό γεγονός το οποίο πρέπει επίσης να ληφθεί υπόψη τόσο στη μοντελοποίηση όσο και στον έλεγχο των χωριστικών δικτύων ακαθάρτων στα οποία επικεντρώνεται η εργασία μας, είναι ότι λόγω των πολύ σημαντικών παρασιτικών εισροών, αυτά τα δίκτυα λειτουργούν εν μέρει σαν παντορροϊκά. Στο πρόβλημα των παρασιτικών εισροών θα αναφερθούμε στο επόμενο κεφάλαιο.

Τα γεωμετρικά όσο και άλλα χαρακτηριστικά των κεντρικών αγωγών των δικτύων ακαθάρτων της χώρας μας ποικίλουν. Ενδεικτικά αναφέρουμε τα εξής:

1 Ο Κεντρικός Αποχετευτικός Αγωγός (ΚΑΑ) της Αθήνας είναι ένας μεγάλος και βασικός συλλεκτήρας με ωοειδή διατομή 2,60 μ. επί 2,90 μ. του παντορροϊκού συστήματος που ξεκινάει από την περιοχή της σχολής χωροφυλακής (οδός Ζαγοράς) και ακολουθεί την οδό Μιχαλακοπούλου μέχρι την οδό Ποντοηρακλείας. Από εκεί συνεχίζει με μεγαλύτερη διατομή 2,80 μ. επί 3,20 μ. μέχρι την οδό Νυμφαίου [121].

2 Στο παραπάνω σημείο διά της οδού Παπαδιαμαντοπούλου συμβάλλει και ο αγωγός του ρέματος Ζωγράφου. Από εκεί και κάτω ο αγωγός γίνεται δίδυμος μςε διάμετρο κάθε κλάδου 3,80 μ. φτάνοντας μέχρι τη συμβολή του στο τότε ρέμα Ηριδανού. Από εκεί και κάτω ο αγωγός κατασκευάστηκε με διατομή 4,20 μ. μέχρι το ύψος της Σταδίου και οδεύει κατά μήκος της λεωφόρου Βας. Κωνσταντίνου με αποδέκτη το ρέμα που κάποτε ήταν ο Ιλισός ποταμός, ενώ ένα σημαντικό μέρος των παροχών ξηράς περιόδου εκτρέπεται προς τον ΚΑΑ. Η παροχή βροχής συνεχίζει μέσω υπερχειλιστών και οδεύει μέχρι την ανοικτή κοίτη και εκβολή του Ιλισού [121].

3 Ο Συμπληρωματικός Κεντρικός Αποχετευτικός Αγωγός (ΣΚΑΑ) κατασκευάστηκε μέσα στη δεκαετία του 1980. Αρχίζει από τον ΚΑΑ από σημείο του στο τμήμα που διέρχεται από την περιοχή της Αγίας Άννης στο δήμο Αγ. Ιωάννη Ρέντη και απολήγει στον Ακροκέραμο. Ο ΣΚΑΑ συμπληρώνει την παροχετευτική ικανότητα του ΚΑΑ. Είναι κυκλικός αγωγός από οπλισμένο σκυρόδεμα μήκους 7,5 χλμ. και παροχετευτικότητας 15 κ.μ. ανά δευτερόλεπτο. Ο ΣΚΑΑ έχει διάμετρο 3,3 μ. [121].

4 Ο Παρακηφίσιος ξεκινά από τον ΚΑΑ στο ύψος της περιοχής του Αγ. Ιωάννη Ρέντη και τελειώνει στην περιοχή της Εκάλης. Η διατομή του στην εκβολή είναι 2,42 μ. επί 2,72 μ., σκουφοειδής σε μήκος 3,6 χλμ. Το μήκος του φτάνει τα 26 περίπου χιλιόμετρα, ενώ η παροχετευτική του ικανότητα στην εκβολή είναι 20,2 κ.μ. ανά δευτερόλεπτο. Σήμερα βρίσκεται υπό κατασκευή το τελευταίο τμήμα του που καταλήγει στον Άγιο Στέφανο [121].

5 Ο Ανακουφιστικός Καταθλιπτικός Αγωγός (ΑΚΑ) άγει τα λύματα των περιοχών του Μοσχάτου, της Νέας Σμύρνης, του Παλαιού Φαλήρου στον ΚΑΑ, ανακουφίζοντας τις περιοχές αυτές που εξυπηρετούνται σήμερα από τον Κεντρικό Παραλιακό Συλλεκτήρα της ακτής Σαρωνικού. Η διατομή του στην εκβολή είναι 2,9 μ. και το συνολικό μήκος του φτάνει τα 6 χλμ. Η παροχετευτική του ικανότητα στην εκβολή φτάνει τα 7 κ.μ. ανά δευτερόλεπτο [121].

6 Κεντρικοί αγωγοί παρόμοιων γεωμετρικών χαρακτηριστικών συναντώνται και στην περιοχή της Θεσσαλονίκης. Πιο συγκεκριμένα, ο ΚΑΑ Θεσσαλονίκης (μήκους 15.800 μ.) εκτείνεται από το σταθμό επεξεργασίας λυμάτων στο Γαλλικό ποταμό μέχρι την συμβολή των οδών Σόλωνος και Μπότσαρη. Διασχίζεται με μία μέση διατομή διαμέτρου 2,70 μ. και σε βάθος που κυμαίνεται από 10 μ. έως 30 μ. περίπου. Με τον ΚΑΑ συνδέεται όλο το υφιστάμενο δίκτυο αποχέτευσης της πόλης. Επιπλέον συνδέονται ο αγωγός της εταιρίας ΕΚΟ, ο προσαγωγός ακαθάρτων του δήμου Θέρμης και ο προσαγωγός Δ.Δ. Καλοχωρίου [122].

7 Αντίθετα οι κεντρικοί αγωγοί των επαρχιακών πόλεων διαφέρουν σημαντικά. Ενδεικτικά αναφέρουμε το αποχετευτικό σύστημα των δήμων Άργους και Ναυπλίου. Ο κεντρικός αγωγός του Άργους αποτελείται από τσιμεντοσωλήνες μήκους δύο μέτρων (2 μ.) κυκλικής διατομής διαμέτρου 1000mm. Ο αντίστοιχος αγωγός του Ναυπλίου αποτελείται από σωλήνες πολυαιθυλενίου (PE) και κάθε σωλήνας έχει μήκος δώδεκα μέτρων (12 μ.), είναι κυκλικής διατομής και διαμέτρου 800mm. Ο δήμος Νέας Κίου συμβάλλει στην εγκατάσταση επεξεργασίας λυμάτων του παραπάνω συστήματος μέσω καταθλιπτικών

πλαστικών αγωγών από PVC. Οι αγωγοί προσαγωγή του Ναυπλίου και του Άργους, που είναι κύριοι τροφοδότες της εγκατάστασης επεξεργασίας λυμάτων, είναι τοποθετημένοι κάτω από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα, ο οποίος βρίσκεται σε στάθμη 2 μ. κάτω από την επιφάνεια του εδάφους. Κατά μέσον όρο το βάθος τοποθέτησης του κεντρικού αγωγού μεταφοράς των λυμάτων του δήμου Άργους είναι 5 μ. κάτω από την επιφάνεια του εδάφους [115]. Παρόμοιων γεωμετρικών χαρακτηριστικών κεντρικούς αγωγούς συναντάμε στις περισσότερες επαρχιακές πόλεις της χώρας μας [114], [116], [117], [118] [119] [120]. Στις περισσότερες περιπτώσεις των επαρχιακών δικτύων, η διατομή των κεντρικών αγωγών είναι 800-1000 mm ενώ το μήκος τους κυμαίνεται στα 5000-10000 μ.

4.2 ΠΑΡΑΣΙΤΙΚΕΣ ΕΙΣΡΟΕΣ

Ένα από τα σοβαρότερα προβλήματα που καλούνται να αντιμετωπίσουν οι μεθοδολογίες ελέγχου αποχετευτικών δικτύων ακαθάρτων στη χώρα μας, είναι η σημαντική παρουσία παρασιτικών εισροών, οι οποίες σε μερικές περιπτώσεις φτάνουν και στο 100% της παροχής λυμάτων [114],[115],[117]. Σε σχετική μελέτη που έγινε από την Ε.Δ.Ε.Υ.Α σε δείγμα 25 ΔΕΥΑ που μελετήθηκαν, διαπιστώθηκε ότι το πρόβλημα των παρασιτικών εισροών είναι κοινό και πολύ σημαντικό για όλες. Σύμφωνα με την μελέτη η γενική εκτίμηση είναι ότι τα δίκτυα ακαθάρτων λειτουργούν εν μέρει ως παντορροϊκά, αλλά σε ποια έκταση και βαθμό, αυτό είναι άγνωστο. Το πρόβλημα των παρασιτικών εισροών –σύμφωνα με τις εκτιμήσεις των ΔΕΥΑ- οφείλεται στις βροχοπτώσεις και σε εισροές από τους αύλειους χώρους και τις υδρορροές των κατοικιών. Επίσης από μη στεγανά δίκτυα ακαθάρτων που βρίσκεται κοντά σε θάλασσα, ποταμό ή λίμνη ή σε κάποιες περιπτώσεις και από τον υδροφόρο ορίζοντα. Σε μια άλλη μελέτη [114], [115] παρουσιάζεται μια πιο εμπεριστατωμένη ανάλυση του προβλήματος των παρασιτικών εισροών. Η σημαντικότητα και το μέγεθος των παρασιτικών εισροών, σύμφωνα με την μελέτη αυτή, διαπιστώνεται από το γεγονός ότι η παροχή ακαθάρτων στα δίκτυα των Ιωαννίνων και της Καρδίτσας κατά τις υγρές περιόδους μπορεί να είναι έως και 60% μεγαλύτερη από αυτή των ξηρών περιόδων.

Πέραν του εντοπισμού του προβλήματος και της ποσοτικής του εκτίμησης, οι εργασίες [115], [117] προχωρούν και στην ανάπτυξη ενός μαθηματικού μοντέλου επίδρασης των παρασιτικών εισροών. Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, η συνολική παροχή ακαθάρτων (ΣΠΑ) δίνεται από τη σχέση:

$$ΣΠΑ=α+βΥ^{δ}+βΠ^{ε}+γΒ^{εζ}+Ε \qquad 4.1$$

όπου α, β, γ, δ, ε είναι οι συντελεστές του μοντέλου, $α+βΥ^{δ}$ είναι η παροχή λυμάτων, $βΠ^{ε}$ είναι η εισροή υπόγειων ρευμάτων και $γΒ^{εζ}+Ε$ είναι η εισροή όμβριων ρευμάτων (όπου όλες οι παροχές/εισροές είναι κανονικοποιημένες). Ενδεικτικές τιμές για τους συντελεστές α, β, γ, δ, ε είναι οι 0.82, 0.142, 0.0375, 0.41 και 0.72 αντίστοιχα [122].

5 ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΣ ΥΠΟΨΗ ΤΗ ΧΡΟΝΙΚΗ ΥΣΤΕΡΗΣΗ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η εισαγωγή των μεθοδολογιών αυτόματου ελέγχου σε ανοιχτά δίχτυα ροής τις τελευταίες δεκαετίες, έχει βελτιώσει αρκετά την αποδοτικότητα των συστημάτων διαχείρισης υδάτων. Για παράδειγμα, η εφαρμογή των αυτόματων συστημάτων ελέγχου στην άρδευση και στα φράγματα έχουν μειώσει σημαντικά την απώλεια υδάτων σε σύγκριση με τα μη ελεγχόμενα συστήματα. Ομοίως, οι στρατηγικές ελέγχου για τα αποχετευτικά δίκτυα έχουν μειώσει αρκετά τις υπερχειλίσεις λυμάτων με σημαντικές επιπτώσεις στο περιβάλλον και την υγεία των ανθρώπων.

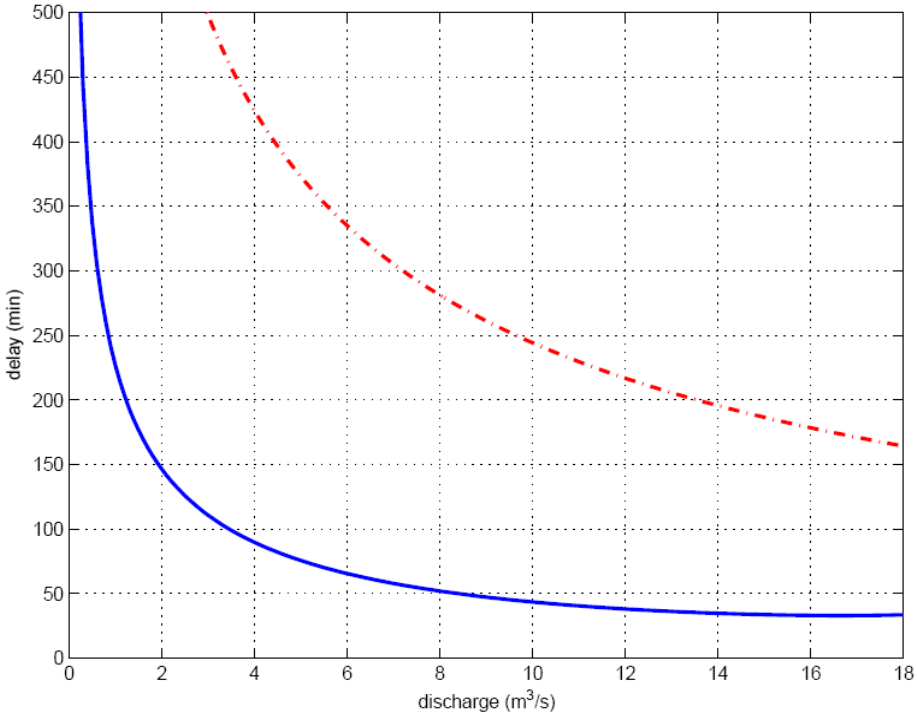
Οι περισσότερες από τις υπάρχουσες προσεγγίσεις για τον έλεγχο των συστημάτων ροής, υποθέτουν ένα γραμμικό μοντέλο με μια σταθερή χρονική υστέρηση για τη δυναμική της ροής. Ένα τέτοιο μοντέλο μπορεί να ληφθεί κάνοντας αρχικά γραμμικοποίηση των μη γραμμικών μερικών διαφορικών εξισώσεων Saint Venant και έπειτα προσεγγίζοντας το προκύπτον απειρο-διάστατο μοντέλο, με ένα γραμμικό μοντέλο χρονικής υστέρησης (πρώτης ή δεύτερης τάξης).

Η προσέγγιση των δυναμικών της ροής από ένα γραμμικό σταθερό μοντέλο χρονικής υστέρησης ισχύει μόνο όταν λειτουργεί το σύστημα κοντά σε μια ονομαστική εκροή. Εντούτοις, σε περίπτωση μεγάλων αποκλίσεων της πραγματικής εκροής όσον αφορά την ονομαστική τιμή, η χρονική υστέρηση του συστήματος μπορεί να διαφοροποιείται σημαντικά σε σχέση με την σταθερή τιμή που υποθέσαμε στο αρχικό σχεδιασμό του μοντέλου. Είναι βεβαιωμένο ότι η χρονική υστέρηση αυξάνεται, όσο αυξάνεται και το μήκος του καναλιού το οποίο μελετάμε. Στο γράφημα 5.1 φαίνεται η γραφική παράσταση της χρονικής υστέρησης σε σχέση με την εκροή για 2 κανάλια ροής μήκους 10 και 30 χιλιομέτρων αντίστοιχα. Για το γράφημα 5.1 χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό της χρονικής υστέρησης το μη γραμμικό μοντέλο των Litrico & Georges (1999) [58].

Οι σημαντικές διακυμάνσεις της χρονικής υστέρησης θέτουν αυστηρούς περιορισμούς στο σχεδιασμό ελέγχου με την υπόθεση της σταθερής χρονικής υστέρησης, που πρέπει να αντιμετωπίσει το ερώτημα: ευρωστία ή απόδοση. Στην πραγματικότητα, όπως αναφέρεται στο [107], «μεγάλη ποσότητα υδάτων χάνεται στα κανάλια άρδευσης…. Ένας λόγος για τον οποίο οι απώλειες είναι μεγάλες είναι ότι στα κανάλια άρδευσης χρησιμοποιείται συντηρητική πολιτική, με τη διέλευση μεγάλων ποσοτήτων υδάτων προκειμένου να μπορούμε σχεδόν πάντα να εγγυηθούμε τον ανεφοδιασμό των αγροτών, όταν αυτοί την έχουν ανάγκη. Ως εκ τούτου υπάρχει μια σύγκρουση μεταξύ της ελαχιστοποίησης των απωλειών υδάτων στα κανάλια άρδευσης και την αξιοπιστία της παροχής υδάτων».

Η προαναφερθείσα ανεπάρκεια ενός στρατηγικού ελέγχου που υποθέτει σταθερή χρονική υστέρηση, οδηγεί στην ανάγκη ανάπτυξης μιας στρατηγικής ελέγχου που (i)

θα είναι βασισμένη σε ένα ακριβέστερο μοντέλο για τις διακυμάνσεις της χρονικής υστέρησης και (ii) θα μπορεί αποτελεσματικά να εξετάσει τις διακυμάνσεις της χρονικής υστέρησης χωρίς να «θυσιάζει» την απόδοση προς χάριν της ευρωστίας. Ένα πρώτο βήμα για αυτόν το σκοπό είναι η ανάπτυξη ενός μαθηματικού μοντέλου, κατάλληλου για την εφαρμογή αξιόπιστων αλγορίθμων εκτίμησης και τεχνικών ελέγχου.



Γράφημα 5.1: η χρονική υστέρηση σαν συνάρτηση της εκροής για ένα τμήμα μήκους 10 χλμ. (μπλε καμπύλη) και ένα μήκους 30 χλμ. (κόκκινη καμπύλη)

Ένας ακριβής αλγόριθμος εκτίμησης είναι κρίσιμος, δεδομένου ότι τα μοντέλα που βασίζονται σε ονομαστικές παραμέτρους, αποτυγχάνουν συνήθως να προσεγγίσουν αποτελεσματικά την πραγματική δυναμική του συστήματος. Στις περισσότερες περιπτώσεις, απαιτείται μια διαδικασία εκτίμησης που χρησιμοποιεί πραγματικές μετρήσεις, προκειμένου να ληφθεί ένα ακριβές μοντέλο του πραγματικού συστήματος.

Προτείνουμε και αναλύουμε μια νέα προσέγγιση, με τη βοήθεια αυστηρών μαθηματικών και πειραματικών προσομοιώσεων, με στόχο την ανάπτυξη μιας στρατηγικής ελέγχου για συστήματα ροής που να βασίζεται σε ακριβή και σε πραγματικό χρόνο ενημερωμένα μοντέλα, για το σύστημα χρονικής υστέρησης. Η προτεινόμενη προσέγγιση χρησιμοποιεί μια γενίκευση του ΔΕΚΕΥ (Διαφορικές Εξισώσεις Καταστατικά Εξαρτώμενης Υστέρησης) μοντέλου ροής προτεινόμενου στο [59] συνδυασμένο με μια νέα καταστατική προσαρμοστική μέθοδο που υπολογίζει και κάνει εκτίμηση των μη γραμμικών χαρακτηριστικών της χρονικής υστέρησης. Με κατάλληλη εκμετάλλευση των ιδιοτήτων των δυναμικών της ροής, αναπτύσσεται ένας απλός υπολογιστικά αλλά και ακριβής ευρετικός αλγόριθμος που είναι παρόμοιος με αυτόν που χρησιμοποιείται στο [43]. Αποδεικνύεται ότι το

προτεινόμενο μοντέλο εγγυάται τη γενική σύγκλιση, δηλαδή επικρατούν οι συνθήκες -Επιμονής στη Διέγερση- (Persistence of Excitation - PE). Εντούτοις, αντίθετα με τα γραμμικά συστήματα, όπου αρκεί ο κατάλληλος σχεδιασμός του σήματος εισόδου, προκειμένου να εγγυηθούμε την ύπαρξη των συνθηκών PE, βλέπε π.χ. την παράγραφο 5.2.1 [43], στην περίπτωσή μας η μη γραμμική εξάρτηση του ευρετικού αλγορίθμου με τις άγνωστες παραμέτρους δεν μας εγγυάται κάτι παρόμοιο. Εντούτοις, βασισμένοι στην εμπειρία που αποκτήθηκε από πειραματικές προσομοιώσεις, μπορούμε να δώσουμε κάποιες πρακτικές οδηγίες για (α) τη μοντελοποίηση του εισαγμένου σήματος, καθώς επίσης και για (β) την επιλογή των παραμέτρων του αλγορίθμου εκτίμησης, έτσι ώστε οι συνθήκες PE να ισχύουν. Αξίζει επίσης να ειπωθεί ότι τα αποτελέσματα προσομοιώσεων που έγιναν εξακριβώνουν την αποτελεσματικότητα και την ευκολία εφαρμογής της προτεινόμενης προσέγγισης.

Αφού λοιπόν κατασκευάσουμε το μοντέλο με το οποίο θα μπορούμε να βρούμε τη σχέση ανάμεσα στην καταστατική εξίσωση ενός συστήματος ροής και τη χρονική υστέρηση, θα δείξουμε ότι ένα τέτοιο μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως προσαρμοστικός αλγόριθμος για τον σχεδιασμό στρατηγικής ελέγχου της ροής. Με λίγα λόγια χρησιμοποιώντας τη γνώση που μας δίνει ένας τέτοιος αλγόριθμος για τα μη γραμμικά χαρακτηριστικά της χρονικής υστέρησης, μπορούμε να σχεδιάσουμε έναν προσαρμοστικό έλεγχο ο οποίος θα μπορεί να αντιληφθεί γρήγορα τις απότομες αλλαγές στη στάθμη του καναλιού ακόμα και αν προέρχονται από εξωτερικές διαταραχές και θα παίρνει τις κατάλληλες αποφάσεις ελέγχου παίρνοντας υπόψη τη δυναμική του συστήματος.

5.2 ΟΙ ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΥΔΑΤΩΝ: ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ

Θεωρούμε έναν ενιαίο ποταμό ή ένα κανάλι ροής μήκους X με εισροή (ανάντη ροή) u(t) και y(t) η εκροή (κατάντη ροή) στο κατάντη τέλος του καναλιού. Όπως συμβαίνει σε τυπικές εφαρμογές στα ελεγχόμενα κανάλια άρδευσης, τα φράγματα ποταμών, τα αποχετευτικά δίκτυα, κ.λπ., έτσι και η προτεινόμενη προσέγγιση κάνει χρήση της υπόθεσης ότι ολόκληρο το σύστημα είναι εξοπλισμένο με σταθμούς μέτρησης στους οποίους μετράται το u(t) και το y(t). Προκειμένου να απλοποιήσουμε ακόμα περισσότερο το σύστημα, η προτεινόμενη προσέγγιση θα υποθέσει ότι η ροή στο τέλος του κατάντη καναλιού δεν υπόκειται σε έλεγχο. Εντούτοις, ο προτεινόμενος αλγόριθμος μπορεί να επεκταθεί εύκολα στην περίπτωση όπου υπάρχουν ενδιάμεσοι σταθμοί μέτρησης που παρέχουν μετρήσεις της εκροής (ή της εισροής υδάτων) σε πραγματικό χρόνο στις ενδιάμεσες θέσεις.

Για την αποτελεσματική μοντελοποίηση των δυναμικών της ροής μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι γνωστές μερικές διαφορικές εξισώσεις Saint-Venant, βλέπε π.χ. [20] ή η μέθοδος Diffusive Wave, βλέπε π.χ. [62], [57]. Όπως ήδη αναφέρθηκε, είναι πολύ δύσκολο να ληφθούν και να αναλυθούν πρακτικές στρατηγικές ελέγχου που χρησιμοποιούν μερικές διαφορικές εξισώσεις (NPDEs) . Για αυτόν τον λόγο, αντί του μοντέλου NPDE, προτείνεται η χρήση του ακόλουθου ΔΕΚΕΥ μοντέλου για την προσέγγιση των δυναμικών της ροής:

$$y_{k+1} = F(Y_k) + G(Y_k)u_{k-\tau(Y_k)} + \overline{w}(Y_k, k) \qquad 5.1$$

Όπου το k εκφράζει τον διακριτοποιημένο χρόνο, το τ(·) εκφράζει την χωρική χρονική υστέρηση, το Y_k είναι το διάνυσμα των προηγούμενων μετρήσεων εκροής, και τα F, G, $\overline{w}$ είναι κατάλληλα καθορισμένες μη γραμμικές συναρτήσεις, με την $\overline{w}$ να απεικονίζει τις επιδράσεις των μη μετρήσιμων εξωγενών διαταραχών ή τα σχεδιαστικά λάθη λόγω της προσέγγισης των πραγματικών δυναμικών ροής μέσω της (5.1).

Η σχέση (5.1) αντιπροσωπεύει μια γενίκευση ενός ΔΕΚΕΥ μοντέλου όπως προτείνεται στο [59]. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν αυστηρά θεωρήματα βασισμένα στη θεωρία των ημισυνόλων [111] και η θεωρία των αριθμητικών προσεγγίσεων των λύσεων των ΔΕΚΕΥ, βλέπε π.χ. [11], για να αποδειχθεί ότι η σχέση (5.1) μπορεί να προσεγγίσει με αρκετή ακρίβεια τις μερικές διαφορικές εξισώσεις του Saint-Venant ή του Diffusive Wave, υπό τον όρο ότι η διάσταση του διανύσματος Yk είναι αρκετά μεγάλη. Επίσης με τα ίδια θεωρητικά βοηθήματα μπορούμε να αποδείξουμε ότι η σχέση (5.1) ικανοποιεί την ακόλουθη ανισότητα:

$G(Y_k) > 0$ για όλα τα αποδεκτά διανύσματα Y_k.

Όπως θα δούμε και παρακάτω, η ανισότητα αυτή είναι απαραίτητο να ισχύει για την ανάπτυξη του προτεινόμενου αλγόριθμου.

Παρατήρηση 1: Το μοντέλο (5.1) είναι κατάλληλο για το σχεδιασμό στρατηγικών ελέγχου. Το μοντέλο αυτό ισχύει για αρκετές ισχυρές θεωρητικά μεθοδολογίες σχεδιασμού στρατηγικών ελέγχου, όπως η IMC βλέπε [32], ή οι μη γραμμικές επεκτάσεις του ελεγκτή Smith, βλέπε [51].

Η προτεινόμενη προσέγγιση κάνει επίσης, χρήση της υπόθεσης ότι οι άγνωστες μη γραμμικές συναρτήσεις F, G, τ, μπορούν να προσεγγιστούν από γραμμικά παραμετροποιημένες μη γραμμικές συναρτήσεις του διανύσματος Y:

$$F(\mathrm{Y}) \approx \theta_1^{\mathrm{T}}\alpha(\mathrm{Y}), \quad G(Y) \approx \theta_2^{\mathrm{T}}\beta(\mathrm{Y}), \quad \tau(\mathrm{Y}) \approx \theta_3^{\mathrm{T}}\gamma(\mathrm{Y}) \qquad 5.2$$

Όπου θ_i, i=1,2,3, είναι ένα άγνωστο σταθερό διάνυσμα και α,β,γ είναι γνωστές μη γραμμικές διανυσματικές συναρτήσεις. Μια τέτοια υπόθεση έχει νόημα, αν τα α,β,γ επιλεγούν από μια οικογένεια κλασικών προσεγγιστικών συναρτήσεων, όπως π.χ. οι πολυωνυμικές ή τα σιγμοειδή νευρωνικά δίκτυα με τυχαίους κόμβους, βλέπε [41], και άλλες. Σε αυτήν την περίπτωση η ακρίβεια της προσέγγισης μπορεί να επιλεγεί διαλέγοντας τις διαστάσεις των διανυσματικών συναρτήσεων α, β, γ. Με βάση την παραπάνω υπόθεση οι (5.2), (5.1) μπορούν να γραφτούν ως εξής :

$$\begin{aligned} y_{k+1} &= \theta_1^{\tau}\alpha_k + \theta_2^{\tau}\beta_k u_{k-\theta_3^{\tau}\gamma_k} + w_k \\ \alpha_k &= \alpha(Y_k), \quad \beta_k = \beta(Y_k), \quad \gamma_k = \gamma(Y_k) \end{aligned} \qquad 5.3$$

Όπου $w_k = \overline{w}(Y_k, k) +$ σφάλμα μοντελοποίησης εξαιτίας της προσέγγισης (5.2). Το μοντέλο (5.3) μας βοηθά να προτείνουμε το παρακάτω μοντέλο εκτίμησης της δυναμικής της ροής:

$$\hat{y}_{k+1} = \hat{\theta}_1^{\tau} \alpha_k + \hat{\theta}_2^{\tau} \beta_k u_{k-\hat{\theta}_3^{\tau}\gamma_k} \qquad 5.4$$

Όπου το $\hat{y}_{k+1}$ είναι η εκτίμηση του y_{k+1} και το $\hat{\theta}_i$ η εκτίμηση του θ_i . Το πρόβλημα είναι να υπολογίσουμε τα $\hat{\theta}_i$ έτσι ώστε οι εκτιμήσεις $\hat{y}_{k+1}$ να είναι όσο πιο κοντά γίνεται στις πραγματικές μετρήσεις y_{k+1}, δεδομένου ότι έχουμε αρκετές μετρήσεις για τα y_k και u_k. Ένας τρόπος να λύσουμε το πρόβλημα αυτό είναι μέσω της ελαχιστοποίησης της

$$J(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3) = \sum_k (y_{k+1} - \hat{\theta}_1^{\tau} \alpha_k - \hat{\theta}_2^{\tau} \beta_k u_{k-\hat{\theta}_3^{\tau}\gamma_k})^2$$

Προφανώς, το πρόβλημα δεν είναι κυρτό πρόβλημα βελτιστοποίησης και έτσι οι αλγόριθμοι μη γραμμικής βελτιστοποίησης εφαρμοζόμενοι σε αυτό το πρόβλημα μπορούν να παγιδευτούν σε τοπικά ελάχιστα. Επιπλέον, λόγω της ασυνέχειας του J όσον αφορά το $\hat{\theta}_3$, δείτε [6], οι μη γραμμικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης μπορούν να αποτύχουν ακόμη και στη σύγκλιση σε ένα τοπικό ελάχιστο του J. Παρακάτω δίνεται μια εναλλακτική μεθοδολογία που αντιπαρέρχεται αυτό το πρόβλημα.

5.3 ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ

Σε αυτήν την ενότητα θα παρουσιαστεί και θα αναλυθεί ο προτεινόμενος αλγόριθμος εκτίμησης. Με την αφαίρεση της (5.4) από την (5.3) παίρνουμε την εξίσωση του σφάλματος εκτίμησης:

$$e_{k+1} = y_{k+1} - \hat{y}_{k+1} = \tilde{\theta}_1^{\tau} \alpha_k + \tilde{\theta}_2^{\tau} \beta_k u_{k-\hat{\theta}_3^{\tau}\gamma_k} + \theta_2^{\tau} \beta_k (u_{k-\theta_3^{\tau}\gamma_k} - u_{k-\hat{\theta}_3^{\tau}\gamma_k}) + w_k \qquad 5.5$$

Όπου $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i$ εκφράζει τα διανύσματα σφάλματος στην εκτίμηση παραμέτρων. Ας σημειωθεί ότι αντίθετα με τους κλασικούς αλγορίθμους εκτίμησης, βλέπε π.χ. [43] στην περίπτωσή μας η εξίσωση του σφάλματος εκτίμησης δεν είναι γραμμική όσον αφορά το $\tilde{\theta}_3$. Για να παρακάμψουμε αυτό το πρόβλημα εισάγουμε την ακόλουθη προσέγγιση της εισροής $u_{k-\tau}$ ως συνάρτηση του τ, υποθέτοντας ότι για μια δεδομένη κατάντη εκροή y, υπάρχει ένα ανώτατο και ένα κατώτατο όριο του τ,

$$u_{k-\tau} = c_k \tau + d_k + \varepsilon_\tau, \quad \tau_{\min}(y_{k-1}) \le \tau \le \tau_{\max}(y_{k-1}) \text{ c} \qquad 5.6$$

Όπου τα c_k, d_k ελαχιστοποιούν την

$$\sum_{\tau=\tau_{\min}(y_{k-1})}^{\tau_{\max}(y_{k-1})}(c_k\tau + d_k - u_{k-\tau})^2 \ ,$$

Τα $\tau_{\min}(y_{k-1})$ και $\tau_{\max}(y_{k-1})$ εκφράζουν τα εξαρτώμενα από την κατάντη εκροή κατώτατα και ανώτατα όρια αντίστοιχα, και το ε_τ εκφράζει το προσεγγιστικό σφάλμα που προκύπτει εξαιτίας της προσέγγισης του $u_{k-\tau}$ από τη γραμμική συνάρτηση $c_k\tau+d_k$. Δεν είναι δύσκολο να δει κανείς ότι το μέγεθος του σφάλματος προσέγγισης ε_τ εξαρτάται από

(D1) την στενότητα των ορίων $\tau_{\min}(y\ )$, $\tau_{\max}(y\ )$. Όσο πιο στενά είναι αυτά τα όρια τόσο πιο μικρό είναι το μέγεθος του ε_τ. Στο επόμενο κεφάλαιο δίνεται μια απλή μεθοδολογία για τη λήψη των ορίων.
(D2) την διακύμανση του u_k σε σχέση με το χρόνο. Όσο μικρότερη είναι η διακύμανση τόσο μικραίνει και το μέγεθος του ε_τ.

Οι (5.6), (5.5) μπορούν να γραφτούν:

$$e_{k+1} = \tilde{\theta}_1^{\tau}\alpha_k + \tilde{\theta}_2^{\tau}\beta_k u_{k-\tilde{\theta}_3^{\tau}\gamma_k} + \theta_2^{\tau}\beta_k c_k(\tilde{\theta}_3^{\tau}\gamma_k) + \bar{\varepsilon}_k + w_k \qquad 5.7$$

όπου $\bar{\varepsilon}_k = \theta_2^{\tau}\beta_k(\varepsilon\theta_3^{\tau}\gamma_k - \varepsilon\hat{\theta}_3^{\tau}\gamma_k)$. Προφανώς το μέγεθος του $\bar{\varepsilon}_k$ εξαρτάται από τα (D1), (D2) που περιγράφτηκαν προηγούμενα.

Η εξίσωση σφάλματος (5.7) είναι παρόμοιας μορφής με αυτήν που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση γραμμικών συστημάτων με άγνωστο κέρδος (βλέπε την παράγραφο 4.5.1 στο [43]), σύμφωνα με την οποία το $\theta_2^{\tau}\beta_k$ αντιστοιχεί στο άγνωστο κέρδος του συστήματος. Γενικά οι συγκλίνοντες αλγόριθμοι για αυτά τα συστήματα έχουν προταθεί υπό την υπόθεση ότι το σήμα του κέρδους είναι γνωστό. Στην περίπτωση της προτεινόμενης προσέγγισης, αυτοί οι αλγόριθμοι μπορούν να εφαρμοστούν μιας και θα ισχύει $\theta_2^{\tau}\beta_k \approx G(Y_k) > 0$ όπως είδαμε παραπάνω. Μια ιδιαίτερη μορφή αυτών των αλγορίθμων, όπως εφαρμόζεται στο πρόβλημα μας, είναι η ακόλουθη:

$$\begin{aligned}
\hat{\theta}_1(k+1) &= \hat{\theta}_1(k) + n\alpha_k e_{k+1} + n\sigma_1(k)\hat{\theta}_1(k) \\
\hat{\theta}_2(k+1) &= \hat{\theta}_2(k) + n\beta_k u_{k-\hat{\theta}_3^{\tau}(k)\gamma_k} e_{k+1} + n\sigma_2(k)\hat{\theta}_2(k) \qquad 5.8 \\
\hat{\theta}_3(k+1) &= \hat{\theta}_3(k) + nc_k\gamma_k e_{k+1} + n\sigma_3(k)\hat{\theta}_3(k)
\end{aligned}$$

Όπου n είναι μια θετικά ορισμένη σταθερά (προσαρμοστικό κέρδος) και $\sigma_i(k)$, βλέπε [43], χρησιμοποιείται για να διατηρήσει τα διανύσματα εκτίμησης παραμέτρων $\hat{\theta}_i(t)$ μέσα σε κάποια όρια. Το $\sigma_i(k)$ καθορίζεται από τη σχέση:

$$\sigma_i(k) = \begin{cases} 0 & \alpha\nu \ \left|\hat{\theta}_i\right| \le \mathrm{M} \\ \sigma_0 & \alpha\lambda\lambda\iota\acute{\omega}\varsigma \end{cases}$$

Όπου M,σ_0 είναι θετικές σταθερές που ορίζονται από τον χρήστη.

Το παρακάτω θεώρημα καθιερώνει ιδιότητες σύγκλισης στον προσαρμοστικό αλγόριθμο (5.8). Αξίζει να σημειωθεί ότι στη πρότασή μας το «κέρδος» $\theta_2^\tau \beta_k$ δεν θεωρείται σταθερά, σε αντίθεση με τους γραμμικούς αλγορίθμους εκτίμησης. Για αυτόν τον λόγο, η ανάλυση σύγκλισης των βασικών γραμμικών αλγορίθμων εκτίμησης, πρέπει να τροποποιηθεί κατάλληλα.

Θεώρημα 5.1 *θεωρήστε τον προτεινόμενο προσαρμοστικό αλγόριθμο εκτίμησης παραμέτρων (5.4), (5.6), (5.8). Υπάρχει μια θετική σταθερά* η^* *τέτοια ώστε, αν* $n \in (0, \eta^*]$, *η παρακάτω δήλωση ισχύει:*

(α) το σφάλμα εκτίμησης e_{k+1} μετά από άπειρα βήματα συγκλίνει στο υποσύνολο D_k και παραμένει εκεί.

$$D_k = \left\{ e_{k+1} : | e_{k+1} | \le \sqrt{\bar{c}_1 (\bar{\varepsilon}_k + w_k)^2 + \bar{c}_2 \, | \Delta\beta_{k+1} |^2} \right\} \qquad 5.9$$

Με $\Delta\beta_{k+1} = \beta_{k+1} - \beta_k$, για κάποια θετικά και σταθερά $\bar{c}_1, \bar{c}_2$ ανεξάρτητα από τις δυναμικές που αναπτύσσονται στο πραγματικό σύστημα.

(β) ας ορίσουμε $\alpha_1(k)=\alpha(k)$, $\alpha_2(k)= \beta_k u_{k-\bar{\theta}_3^\tau(k)\gamma_k}$, $\alpha_3(k)=c_k\gamma_k$ και $\Phi(k)=\left[a_1^\tau(k), a_2^\tau(k), a_3^\tau(k)\right]^\tau$. Αν το διάνυσμα Φ(k) ακολουθεί τις συνθήκες P.E. (persistency of excitation) τότε υπάρχουν πραγματικές θετικές σταθερές c_1,c_2 και ένας θετικός ακέραιος T τέτοιος ώστε

$$c_1 I \le \sum_{l=k}^{k+T} \Phi(l)\Phi^{\mathrm{T}}(l) \le c_2 I \quad , \quad \forall k \qquad 5.10$$

Όπου I ο μοναδιαίος πίνακας, τότε το σφάλμα εκτίμησης των παραμέτρων $\tilde{\theta}(k) = \left[\tilde{\theta}_1^\tau(k), \tilde{\theta}_2^\tau(k), \tilde{\theta}_3^\tau(k)\right]^\tau$ και το σφάλμα e_{k+1} συγκλίνουν εκθετικά στα υποσύνολα E_k και D_k, αντίστοιχα, όπου

$$E_k = \left\{ \tilde{\theta}(k) : | \tilde{\theta}(k) | \le \sqrt{\bar{c}_3 (\bar{\varepsilon}_k + w_k)^2 + \bar{c}_4 \, | \Delta\beta_{k+1} |^2} \right\}$$

και $\bar{c}_3, \bar{c}_4$, κάποιες θετικές σταθερές ανεξάρτητες από τις δυναμικές που αναπτύσσονται στο πραγματικό σύστημα.

Απόδειξη: η απόδειξη ακολουθεί τα κλασικά θεωρήματα στην ανάλυση των προσαρμοστικών αλγόριθμων. Γι αυτό το λόγο δίνεται μόνο ένα μικρό κομμάτι αυτής. Αρχικά θεωρούμε την παρακάτω συνάρτηση Lapunov:

$$V_k = \left|\tilde{\theta}_1(k)\right|^2 + \left|\tilde{\theta}_2(k)\right|^2 + \theta_2^\tau \beta_k \left|\tilde{\theta}_3(k)\right|^2$$

Όπως ήδη αναφέρθηκε ο όρος $\theta_2^\tau \beta_k$ είναι θετικός και γι αυτό η συνάρτηση Lapunov είναι θετικά ορισμένη. Χρησιμοποιώντας τις (5.7), (5.8) και την ανισότητα $-x(x+y) \le -x^2/2 + y^2/2$, θα έχουμε:

$$
\begin{aligned}
V_{k+1} &= \tilde{\theta}_1^\tau(k+1)\tilde{\theta}_1(k+1) + \tilde{\theta}_2^\tau(k+1)\tilde{\theta}_2(k+1) \\
&\quad + \theta_2^\tau \beta_{k+1} \tilde{\theta}_3^\tau(k+1)\tilde{\theta}_3(k+1) \\
&= \tilde{\theta}_1^\tau(k+1)\tilde{\theta}_1(k+1) + \tilde{\theta}_2^\tau(k+1)\tilde{\theta}_2(k+1) \\
&\quad + \theta_2^\tau \beta_k \theta_3^\tau(k+1)\tilde{\theta}_3(k+1) \\
&\quad + \theta_2^\tau(\beta_{k+1} - \beta_k)\tilde{\theta}_3^\tau(k+1)\tilde{\theta}_3^\tau(k+1) \\
&= \left|\tilde{\theta}_1(k)\right|^2 + \left|\tilde{\theta}_2(k)\right|^2 + \theta_2^\tau \beta_k \left|\tilde{\theta}_3(k)\right|^2 \\
&\quad - 2n\tilde{\theta}_1^\tau(k)\alpha_k e_{k+1} - 2n\tilde{\theta}_2^\tau(k)\beta_k u_{k-\bar{\theta}_3^\tau(k)\gamma_k} e_{k+1} \\
&\quad - 2n\theta_2^\tau \beta_k \tilde{\theta}_3^\tau(k) c_k \gamma_k e_{k+1} \\
&\quad + \left|n\alpha_k e_{k+1} + n\sigma_1(k)\tilde{\theta}_1^\tau(k)\hat{\theta}_1(k)\right|^2 \\
&\quad + \left|n\beta_k u_{k-\hat{\theta}_3^\tau(k)\gamma_k} e_{k+1} + n\sigma_2(k)\tilde{\theta}_2^\tau(k)\hat{\theta}_2(k)\right|^2 \\
&\quad + \theta_2^\tau \beta_k \left|nc_k\gamma_k e_{k+1} + n\sigma_3(k)\tilde{\theta}_3^\tau(k)\hat{\theta}_3(k)\right|^2 \\
&\quad + 2n\sum_{i=1}^{3} \bar{\sigma}_i(k)\tilde{\theta}_i^\tau(k)\hat{\theta}_i(k) \\
&\quad + \theta_2^\tau(\beta_{k+1} - \beta_k)\tilde{\theta}_3^\tau(k+1)\tilde{\theta}_3(k+1) \\
&= V_k - n(e_{k+1} - \bar{\varepsilon}_k - w_k)e_{k+1} \\
&\quad + n^2\left|\alpha_k e_{k+1} + \sigma_1(k)\tilde{\theta}_1^\tau(k)\hat{\theta}_1(k)\right|^2 \\
&\quad + n^2\left|\beta_k u_{k-\bar{\theta}_3^\tau\gamma_k} e_{k+1} + \sigma_2(k)\tilde{\theta}_2^\tau(k)\hat{\theta}_2(k)\right|^2 \\
&\quad + n^2\theta_2^\tau \beta_k \left|c_k\gamma_k e_{k+1} + \sigma_3(k)\tilde{\theta}_3^\tau(k)\hat{\theta}_3(k)\right|^2 \\
&\quad - 2n\sum_{i=1}^{3} \sigma_i(k)\tilde{\theta}_i^\tau(k)\tilde{\theta}_i^\tau(k) - 2n\sum_{i=1}^{3} \sigma_i(k)\tilde{\theta}_i^\tau(k)\theta_i^\tau \\
&\quad + \theta_2^\tau(\beta_{k+1} - \beta_k)\tilde{\theta}_3^\tau(k+1)\tilde{\theta}_3(k+1) \\
&\le V_k - \frac{n}{2}e_{k+1}^2 + \frac{n}{2}(\bar{\varepsilon}_k + w_k)^2 \\
&\quad + n^2\left|\alpha_k e_{k+1} + \sigma_1(k)\tilde{\theta}_1^\tau(k)\hat{\theta}_1(k)\right|^2
\end{aligned}
$$

$$+ n^2 \left| \beta_k u_{k-\hat{\theta}_\varepsilon^\tau(k)\gamma_k} e_{k+1} + \sigma_2(k)\tilde{\theta}_2^\tau(k)\hat{\theta}_2(k) \right|^2$$

$$+ n^2 \theta_2^\tau \beta_k \left| c_k \gamma_k e_{k+1} + \sigma_3(k)\tilde{\theta}_3^\tau(k)\hat{\theta}_3(k) \right|^2$$

$$- n \sum_{i=1}^{3} \bar{\sigma}_i(k) \left| \tilde{\theta}_i(k) \right|^2 + n \sum_{i=1}^{3} \bar{\sigma}_i(k) \left| \theta_i(k) \right|^2$$

$$+ \theta_2^\tau (\beta_{k+1} - \beta_k) \tilde{\theta}_3^\tau(k+1) \tilde{\theta}_3(k+1)$$

Όπου $\bar{\sigma}_i(k) = \sigma_i(k) \quad for \quad i = 1, 2, \quad \bar{\sigma}_3(k) = \theta_2^\tau \beta_k \sigma_3(k)$. Η παραπάνω ανισότητα είναι κλασικής μορφής στην θεωρία ανάπτυξης προσαρμοστικών συστημάτων, βλέπε θεώρημα 8.5.9 στο [43]. Με την ανισότητα που καταλήξαμε και το θεώρημα 8.5.9 των [43] η απόδειξη μπορεί να θεμελιωθεί.

Παρατήρηση 2: Από πρακτικής απόψεως, το θεώρημα 5.1 δηλώνει ότι, εάν η δυναμική ενός συστήματος ροής έχει αργή διακύμανση στο χρόνο, οπότε σε αυτή την περίπτωση η επίδραση των όρων $\bar{\varepsilon}_k, \beta_{k+1} - \beta_k$ είναι αμελητέα, το σφάλμα εκτίμησης e_{k+1} και (σε περίπτωση που οι συνθήκες PE ικανοποιούνται) το σφάλμα εκτίμησης παραμέτρου $\tilde{\theta}(k)$ συγκλίνουν σε τιμές ανάλογες προς το μέγεθος w_k, το οποίο εξαρτάται από τις μη μετρήσιμες διαταραχές και τους όρους σφάλματος της μοντελοποίησης.

Αξίζει επίσης να σημειωθεί ότι οι συνθήκες PE (5.10) είναι αναγκαία και ικανή συνθήκη για τη σύγκλιση του σφάλματος εκτίμησης των παραμέτρων $\tilde{\theta}(k)$, ανεξάρτητα από τον αλγόριθμο που προτείνουμε, βλέπε [1]. Στα γραμμικά συστήματα μπορεί να εγγυηθεί η ικανοποίηση των συνθηκών PE (5.10) με κατάλληλη επιλογή ακολουθίας u_k. Στα μη γραμμικά συστήματα το πρόβλημα του σχεδιασμού των δεδομένων u_k, έτσι ώστε η σχέση (5.10) να ισχύει, παραμένει ένα ανοικτό και περίπλοκο πρόβλημα. Παρακάτω, αυτό το ζήτημα θα εξεταστεί περαιτέρω με την παρουσίαση μερικών πρακτικών και ρεαλιστικών οδηγιών για την ισχύ των συνθηκών PE (5.10) μόνο για το συγκεκριμένο πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε.

5.4 ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ

Σε αυτήν την ενότητα δίνονται πρακτικές οδηγίες για την εφαρμογή του προτεινόμενου αλγορίθμου. Κάποιες από αυτές είναι κρίσιμες για την υλοποίηση του.
Υπολογισμός των $\tau_{\min}(y), \tau_{\max}(y)$: για τον υπολογισμό των άνω και κάτω ορίων της χρονικής υστέρησης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα προσεγγιστικό μοντέλο, βασισμένο σε κάποιες ονομαστικές παραμέτρους του δικτύου. Στις πειραματικές προσομοιώσεις χρησιμοποιήθηκαν τα παρακάτω όρια:

$$\tau_{\min}(y) = \tau_{nom}(y) - 50\min$$
$$\tau_{\max}(y) = \tau_{nom}(y) + 50\min \qquad 5.11$$

Όπου $\tau_{nom}(y)$ είναι μια προσέγγιση της υστέρησης βασισμένη σε ονομαστικές παραμέτρους:

$$\tau_{nom}(y) = \frac{X}{\Theta(y)} - S(y) \qquad 5.12$$

Όπου

$$E(y) = \frac{y}{2LI}$$

$$\Theta(y) = \frac{y^{0.4} 5 I^{0.3}}{3L^{0.4} n^{0.6}}$$

$$S(y) = 2\sqrt{\frac{2XE(y)}{\Theta(y)^3}} \cos(\Phi(y)/3) \qquad 5.13$$

$$P(y) = \frac{2XE(y)}{\Theta(y)^3}\left(-1 - \frac{3E(y)}{S(y)\Theta(y)^2} - \right)$$

$$\Phi(y) = \frac{\pi}{2} + \arctan\sqrt{\frac{9E(y)}{2X\Theta(y) - 9E(y)}}$$

και X, I, L,n εκφράζουν το μήκος, την κλίση, το πλάτος και τη σταθερά τριβής του καναλιού αντίστοιχα. Η προσέγγιση (5.12), (5.13) της χρονικής υστέρησης πάρθηκε από το [58], με τμηματική γραμμικοποίηση των μερικών διαφορικών εξισώσεων του Diffusive Wave. Ο αλγόριθμός πάντως, όπως θα φανεί και παρακάτω, έχει μεγάλη ευρωστία όσο αφορά τα άνω και κάτω όρια της χρονικής υστέρησης.

Επιλογή του διανύσματος Y_k: Όσο αφορά το διάνυσμα Y_k, το οποίο αποτελείται από παρελθοντικές τιμές εκροών που θα χρησιμοποιηθούν στον αλγόριθμό (5.3), η επιλογή θα πρέπει να γίνει πολύ προσεκτικά. Συγκεκριμένα, η διάσταση του Y_k θα πρέπει να είναι αρκετά μεγάλη έτσι ώστε το μοντέλο (5.3) να μπορεί να προσεγγίσει αξιόπιστα τις δυναμικές των ροών του πραγματικού συστήματος. Επίσης τα στοιχεία του διανύσματος Y_k θα πρέπει να αναφέρονται σε τιμές όχι τόσο κοντά χρονικά στις τωρινές μετρήσεις (για να ισχύουν οι PE συνθήκες), αλλά ούτε και πολύ μακριά (για την αποφυγή εμφάνισης μη πραγματικών καθυστερήσεων, λόγω της υπέρ-παραμετροποίησης). Έχοντας αυτά στο μυαλό και βλέποντας και τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων για διάφορες επιλογές σε σχέση με το Y_k, παραθέτουμε την παρακάτω επιλογή ή οποία δείχνει να οδηγεί σε πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα:

$$Y_k = [y_{k-\mu/\mathrm{T}}, y_{k-2\mu/\mathrm{T}}, ..., y_{k-\overline{\mathrm{T}}/\mathrm{T}}]$$

Όπου T η διακριτοποίηση του χρόνου, $\overline{\mathrm{T}}$ = X/200 (min) και X είναι το μήκος του καναλιού (σε μέτρα) και μ μια θετική σταθερά που εξαρτάται από το μήκος X (επιλέγεται αναλογικά του μήκους). Για το παράδειγμα που παραθέτουμε, για μήκος X=10000 μέτρα επιλέχθηκε μ=5 min.

Επιλογή των αναδρομικών όρων α, β, γ: Οι εξισώσεις των α, β μπορούν να αναπαρασταθούν με τη χρήση νευρωνικών δικτύων δευτέρου βαθμού, βλέπε [49]. Πιο συγκεκριμένα οι συναρτήσεις των α, β μπορούν να επιλεγούν από:

$$a_i(Y) = Y_1^{d_{i,1}^a} \ldots Y_l^{d_{i,l}^a}, \qquad \beta_i(Y) = Y_1^{d_{i,1}^\beta} \ldots Y_l^{\delta_{i,l}^\beta}$$

Όπου $\alpha_i(Y)$, $\beta_i(Y)$ εκφράζουν τις i-οστές καταχωρήσεις των α(Y), β(Y) αντίστοιχα. Το l είναι η διάσταση του Y_k και τα $d_{i,j}^a$, $d_{i,j}^\beta \in \{0,1,2\}$ είναι θετικοί ακέραιοι που ικανοποιούν την $\sum_j d_{i,j}^a$, $\sum_j d_{i,j}^\beta \in \{0,1,2\}$, $\forall i$. Για τα πειραματικά αποτελέσματα που παραθέτονται στην επόμενη ενότητα, τα $\alpha_i(Y)$, $\beta_i(Y)$ επιλέγηκαν τυχαία από την παραπάνω περιγραφείσα λίστα. Όσο αφορά το διάνυσμα γ(Y) βρέθηκε ότι η παρακάτω απλή επιλογή προσφέρει ικανοποιητικά αποτελέσματα:

$$\gamma(Y)= [1,Y_1,1/Y_1]$$

όπου $Y_1= y_{k-5/T}$ εκφράζει το πρώτο στοιχείο του διανύσματος Y_k. Μια πιο πολύπλοκη επιλογή του διανυσματικού όρου γ(Y) θα προκαλούσε πρόβλημα στην εκτίμηση της χρονικής υστέρησης τ(·) εξαιτίας της υπέρ-παραμετροποίησης. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι παραπάνω προτεινόμενες επιλογές για τα διανύσματα α, β, γ δουλεύουν ικανοποιητικά για οποιοδήποτε κανάλι ροής υδάτων, ενώ η επιλογή του l γίνεται με βάση το μήκος του καναλιού.

Αρχικοποίηση των παραμέτρων εκτίμησης: Η αρχική τιμή της παραμέτρου $\hat{\theta}_3$ που ανταποκρίνεται στην εκτίμηση της χρονικής υστέρησης, θα πρέπει να επιλεγεί ως ένα διάνυσμα με μεγάλες θετικές τιμές. Αν δεν γίνει αυτό, υπάρχει κίνδυνος ο αλγόριθμος εκτίμησης να μας δώσει αρνητικές τιμές της υστέρησης καταλήγοντας σε εξωπραγματικά αποτελέσματα. Τα $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ μπορούν να επιλεγούν αυθαίρετα.

Επιλογή του προσαρμοστικού κέρδους n**:** προκειμένου να συμψηφίσουμε τις παρενέργειες που προκαλεί η διακριτοποίηση του χρόνου των όρων $\theta_3^\tau \beta_k$, $\bar{\varepsilon}_k$, θα πρέπει να επιλέξουμε το n πολύ μικρό (π.χ $n<10^{-8}$) . Αυτή η επιλογή οδηγεί σε πολύ αργή σύγκλιση του αλγόριθμου εκτίμησης των παραμέτρων. Για την αποφυγή αυτού του προβλήματος, ο αλγόριθμος εκτίμησης θα πρέπει να κάνει αρκετές επαναλήψεις με τη χρήση των ίδιων κάθε φορά δεδομένων. Αυτό έγινε και στην περίπτωση των πειραματικών αποτελεσμάτων που παρατίθενται παρακάτω.

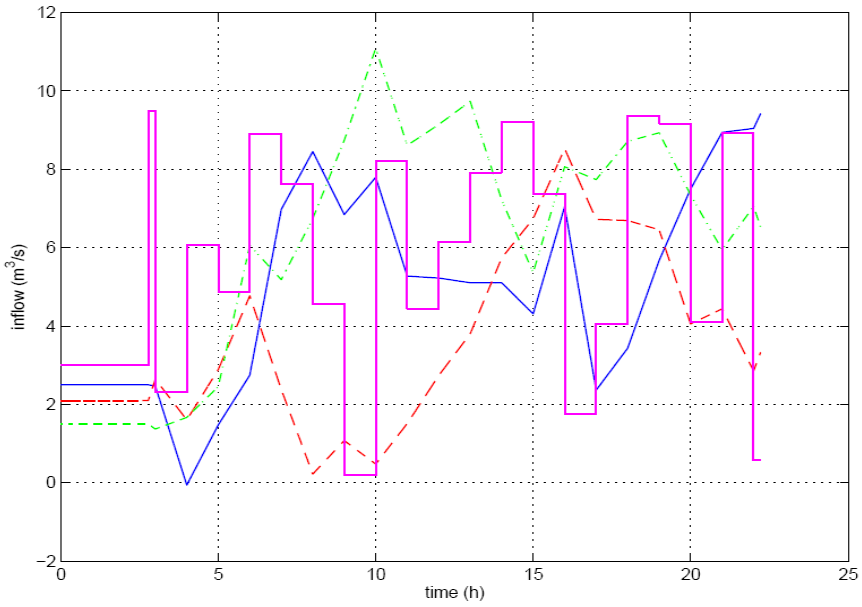
Επιλογή των σταθερών του προσαρμοστικού αλγόριθμου σ_0, M: Η επιλογή σ_0=η και $M=10^{10}$ (το M πρέπει να επιλεγεί ίσο με έναν μεγάλο αριθμό) βοηθούν στην αποτελεσματικότητα του προτεινόμενου αλγορίθμου.

Επιλογή της εισροής u_k: Το βασικό μειονέκτημα του προτεινόμενου αλγόριθμου, είναι η αδυναμία του να χρησιμοποιηθεί σε περιπτώσεις όπου η εισροή u_k παραμένει σταθερή για μεγάλα χρονικά διαστήματα (Κατά Τόπους Σταθερή - ΚΤΣ), π.χ. για χρονικές περιόδους μεγαλύτερες από την ελάχιστη χρονική υστέρηση. Σε αυτήν την περίπτωση ο όρος c_k στην (5.6) μηδενίζεται πράγμα που οδηγεί σε αναποτελεσματικότητα το μοντέλο (5.5) (δεν ικανοποιούνται οι PE συνθήκες). Όπως θα φανεί και στο κεφάλαιο των προσομοιώσεων ο αλγόριθμος δεν καταφέρνει να

δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα όταν το u_k παραμένει σταθερό για μεγάλα χρονικά διαστήματα. Όταν αυτό δεν συμβαίνει, τότε αποδεικνύεται πειραματικά ότι ισχύουν πάντα οι PE συνθήκες. Γι αυτό το λόγο τα δεδομένα που θα χρησιμοποιηθούν από τον αλγόριθμο θα πρέπει να είναι έτσι επιλεγμένα ώστε να αποφεύγεται η κατάσταση ΚΤΣ του u_k.

5.5 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ (Α)

Για να μπορέσουμε να αξιολογήσουμε τον προτεινόμενο αλγόριθμο, τον εφαρμόσαμε για την μοντελοποίηση ενός καναλιού μήκους 10 χιλιομέτρων. Οι παράμετροι του καναλιού είναι οι ίδιες με αυτές που χρησιμοποιούνται στο [59], δηλαδή l=8m, n=0.05, I=0.0004. Οι μερικές διαφορικές εξισώσεις του Diffusive Wave (DW) χρησιμοποιήθηκαν για τη μοντελοποίηση των δυναμικών ροής. Για την αριθμητική λύση του μοντέλου DW χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος Muskingum-Cunge [27].



Γράφημα 5.2: ιστορικά δεδομένα εισροής που χρησιμοποιήθηκαν στις προσομοιώσεις. Οι μη διακεκομμένες καμπύλες αντιστοιχούν σε αυτές που χρησιμοποιήθηκαν για εκπαίδευση του αλγορίθμου.

Στα πειράματα που κάναμε η αρχική ροή θεωρήθηκε σταθερή και ίση με 2 m^3/s. Η εισροή που χρησιμοποιήθηκε στις προσομοιώσεις ήταν μια από τις 4 καμπύλες που παρουσιάζονται στο γράφημα 5.2. Μια από αυτές τις καμπύλες εμπεριέχει το πρόβλημα που αναφέραμε παραπάνω (σταθερότητα για μεγάλα χρονικά διαστήματα). Σε όλα τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται, ο προτεινόμενος αλγόριθμος εκτίμησης παραμέτρων (5.8) εφαρμόστηκε για τα δεδομένα εισροών/εκροών (training data) της ροής της μιας από τις 2 μη διακεκομμένες καμπύλες του γραφήματος 5.2.

Το προκύπτον μοντέλο με τις παραμέτρους $\widehat{\theta}_i$ που προέκυψαν αξιολογήθηκε με τη χρήση των υπόλοιπων καμπυλών (evaluation data).

Προκαταρκτικά αποτελέσματα με τη χρήση του μοντέλου μερικών διαφορικών εξισώσεων των Litrico και Pomet

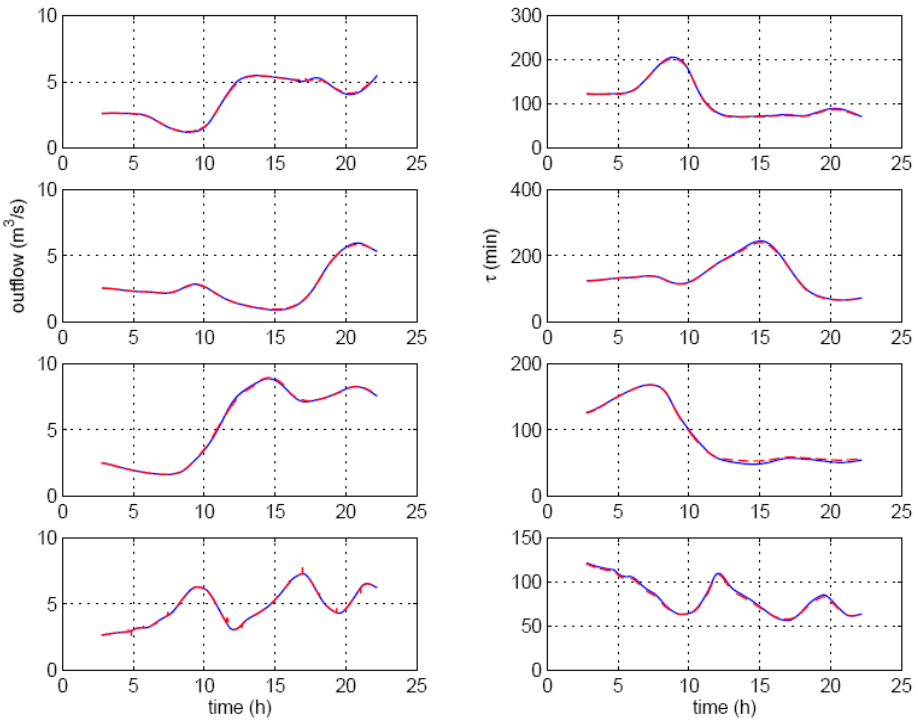
Οι μερικές διαφορικές εξισώσεις του DW δεν ενσωματώνουν ένα μοντέλο διαχείρισης για τις μη γραμμικές αυξομειώσεις της χρονικής υστέρησης. Γι αυτό το λόγο είναι πολύ δύσκολο να εκτιμήσουμε την αποτελεσματικότητα του προτεινόμενου αλγορίθμου όσο αφορά την εκτίμηση των χαρακτηριστικών της χρονικής υστέρησης. Για την αποφυγή αυτού του προβλήματος αρχικά εφαρμόζουμε τον αλγόριθμό μας στο μοντέλο των **Litrico και Pomet** (LP) που εμπεριέχει ένα μοντέλο για την χρονική υστέρηση, το οποίο αναπαριστάται στην παρακάτω σχέση:

$$(LP): \ddot{y}(t) = -\frac{S(y(t))}{P(y(t))}\dot{y}(t) - \frac{1}{P(y(t))}y(t) + \frac{1}{P(y(t))}u(t-\tau_{nom}(y(t)))$$

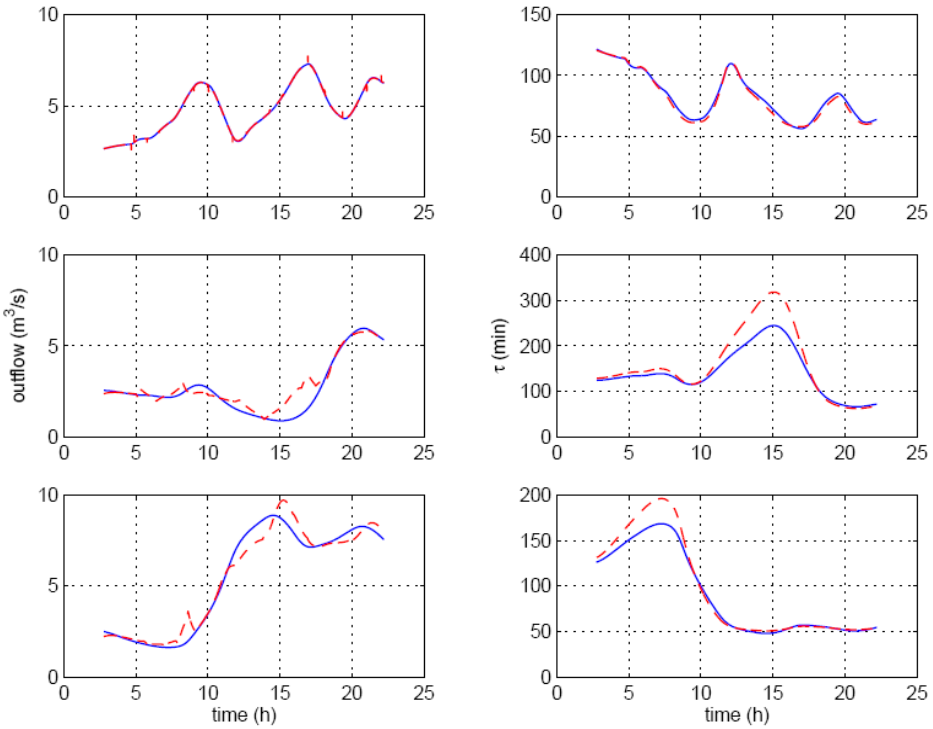
Όπου οι μη γραμμικοί όροι P(y), S(y), $\tau_{nom}(y)$ δίνονται από τις σχέσεις (5.12), (5.13). Πρέπει να σημειωθεί ότι το παραπάνω μοντέλο προσεγγίζει τις δυναμικές της ροής με μεγάλη δυσκολία. Επίσης κατά την εφαρμογή του προτεινόμενου αλγορίθμου στο μοντέλο (LP) το διάνυσμα Y_k που χρησιμοποιήθηκε επιλέχθηκε σύμφωνα με την $Y_k=[y_k,y_{k-1}]$.

Στα γραφήματα 5.3 και 5.4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του προτεινόμενου αλγορίθμου όπως εφαρμόστηκε στο μοντέλο (LP). Στο γράφημα 5.3, τα δεδομένα εκπαίδευσης (training data) που χρησιμοποιήθηκαν, ήταν αυτά της μη διακεκομμένης και με μη μεγάλες χρονικές περιόδους σταθερότητας, του γραφήματος 5.2, ενώ στο γράφημα 5.4 τα δεδομένα εκπαίδευσης που χρησιμοποιήθηκαν, ήταν αυτά της καμπύλης με τις συνθήκες ΚΤΣ. Στην περίπτωση του γραφήματος 5.3 τα εκτιμώμενα δεδομένα (εκροή και χρονική υστέρηση) προσεγγίζουν σχεδόν άψογα τα πραγματικά δεδομένα. Στην περίπτωση του γραφήματος 5.4 το μοντέλο μας δεν παρουσιάζει ακρίβεια λόγω της έλλειψης των PE συνθηκών, όπως εξηγήθηκε προηγούμενα.

Τα χαμηλότερα διαγράμματα του γραφήματος 5.3 αντιστοιχούν στις δυναμικές της ροής από την ΚΤΣ καμπύλη εισροών του γραφήματος 5.2. Όπως φαίνεται από το γράφημα 5.3 όταν τα δεδομένα εκπαίδευσης δεν είναι ΚΤΣ εισροές, ο αλγόριθμος μπορεί να εκτιμήσει αποτελεσματικά τις δυναμικές της ροής.



Γράφημα 5.3: Αποτελέσματα προσομοίωσης με τη χρήση του (LP) μοντέλου και μια μη ΚΤΣ ροή. Η κόκκινη διακεκομμένη καμπύλη είναι η εκτίμηση, ενώ η μπλε τα πραγματικά δεδομένα. Τα πάνω γραφήματα αντιστοιχούν στα δεδομένα εκπαίδευσης, ενώ τα υπόλοιπα (3 γραμμές) αντιστοιχούν στα δεδομένα αξιολόγησης.

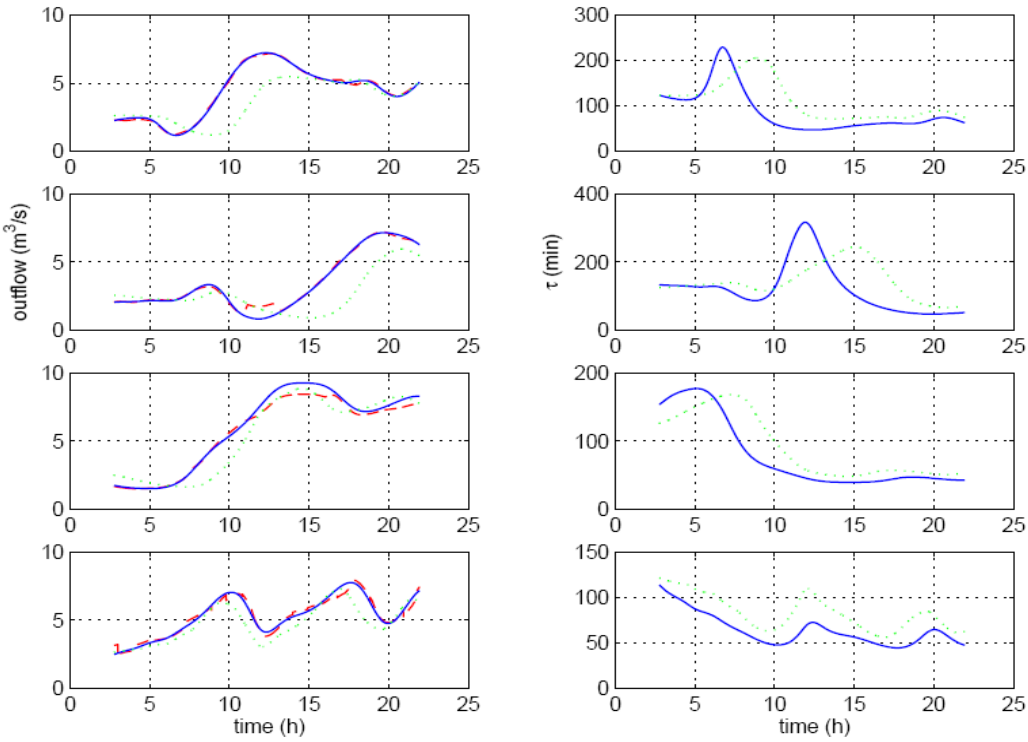


Γράφημα 5.4: Αποτελέσματα προσομοίωσης με τη χρήση του (LP) μοντέλου και μια ΚΤΣ ροή. Η κόκκινη διακεκομμένη καμπύλη είναι η εκτίμηση, ενώ η μπλε τα πραγματικά δεδομένα. Τα πάνω γραφήματα αντιστοιχούν στα δεδομένα εκπαίδευσης, ενώ τα υπόλοιπα (2 γραμμές) αντιστοιχούν στα δεδομένα αξιολόγησης.

Αποτελέσματα με τη χρήση του μοντέλου DW

Αφού οι ΚΤΣ εισροές δεν είναι και τόσο κατάλληλες για την εφαρμογή του προτεινόμενου αλγόριθμου για το απλό μοντέλο (LP), είναι αναμενόμενο να είναι ακόμα χειρότερα τα πράγματα για το πιο πολύπλοκο DW μοντέλο. Ως λοιπόν δεδομένα εκπαίδευσης θα χρησιμοποιηθούν τα δεδομένα της μη διακεκομμένης και μη ΚΤΣ καμπύλης του γραφήματος 5.2. Οι παράμετροι του μοντέλου μας χρησιμοποιήθηκαν όπως περιγράφηκαν στην ενότητα 5.4.

Στο γράφημα 5.5 φαίνονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής του προτεινόμενου αλγορίθμου στο μοντέλο DW. Για να μπορέσουμε να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα μεταξύ του DW με χρήση του προτεινόμενου αλγόριθμου, και του προσεγγιστικού μοντέλου (LP), τα αποτελέσματα που προέκυψαν από το μοντέλο (LP) βρίσκονται και αυτά στο γράφημα 5.5 (διακεκομμένη καμπύλη). Όπως φαίνεται από το γράφημα 5.5, ο προτεινόμενος αλγόριθμος εκτιμά με καλύτερη ακρίβεια τις δυναμικές του πραγματικού συστήματος σε σχέση με το (LP) μοντέλο. Επισημαίνουμε επίσης την μεγάλη απόκλιση που υπάρχει μεταξύ των χρονικών υστερήσεων που εκτιμήθηκαν με τον έναν ή τον άλλο αλγόριθμο. Παίρνοντας υπόψη την σχεδόν τέλεια εκτίμηση των πραγματικών παραμέτρων του συστήματος συμπεραίνουμε ότι και στην εκτίμηση της χρονικής υστέρησης ο προτεινόμενος αλγόριθμος πρέπει να προσεγγίζει καλύτερα την πραγματική της τροχιά.



Γράφημα 5.5: Αποτελέσματα προσομοίωσης με τη χρήση του DW NPDE μοντέλου και μια μη ΚΤΣ ροή. Η κόκκινη διακεκομμένη καμπύλη είναι η εκτίμηση, ενώ η μπλε τα πραγματικά δεδομένα. Τα πάνω γραφήματα αντιστοιχούν στα δεδομένα εκπαίδευσης, ενώ τα υπόλοιπα (3 γραμμές) αντιστοιχούν στα δεδομένα αξιολόγησης. Η πράσινη καμπύλη αντιστοιχεί στα δεδομένα που δημιουργήθηκαν με τη χρήση του LP μοντέλου.

Πριν κλείσουμε με τα αποτελέσματά μας θα πρέπει να πούμε και δύο λόγια για την ευρωστία του προτεινόμενου αλγόριθμου όσον αφορά τα πάνω και κάτω όρια της υστέρησης τ(·) όπως αυτά υπολογίζονται στην (5.11). Όπως φαίνεται και από το γράφημα η εκτίμηση της υστέρησης ξεπερνά τα όρια που θέσαμε στη χρονική περίοδο μεταξύ των χρονικών τιμών 8 και 10 (γράφημα 5.3α). Παρόλα αυτά, δηλαδή το γεγονός ότι δεν ισχύει ο περιορισμός (5.6) για ένα μικρό διάστημα, ο αλγόριθμος καταφέρνει να εκτιμήσει τις πραγματικές δυναμικές του συστήματος με μεγάλη ακρίβεια. Αυτό το γεγονός από μόνο του δείχνει την ευρωστία του αλγόριθμού μας.

5.6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ (Α)

Μέχρι στιγμής προτείναμε και αναλύσαμε έναν νέο αλγόριθμο εκτίμησης των δυναμικών που αναπτύσσονται σε ένα σύστημα ροής με τη χρήση ενός μοντέλου μερικών διαφορικών εξισώσεων, με αυστηρά θεωρητικά εργαλεία αλλά και πειραματικές προσομοιώσεις. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος, σε αντίθεση με τους υπόλοιπους της βιβλιογραφίας, εγγυάται σύγκλιση εφόσον οι συνθήκες Persistence of excitation ικανοποιούνται. Επίσης δόθηκαν οδηγίες για το σχεδιασμό πειραματικού μοντέλου, έτσι ώστε οι PE συνθήκες να ικανοποιούνται πάντα.

5.7 ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΕΛΕΓΚΤΗ

Αφού κατασκευάσαμε και αποδείξαμε την ικανοποιητική λειτουργία του προτεινόμενου προσαρμοστικού αλγορίθμου εκτίμησης παραμέτρων, θα τον χρησιμοποιήσουμε τώρα και για την κατασκευή ελεγκτή της ροής.

Σε ένα τυπικό σύστημα ελέγχου ροής, ο ελεγκτής καλείται να ρυθμίσει την εκροή ή το επίπεδο (ύψος στάθμης) των υδάτων στο κανάλι ροής σε ένα επιθυμητό επίπεδο y_k^r, παίρνοντας αποφάσεις για την εισροή u_k. Συνήθως το επιθυμητό επίπεδο (setpoint) δίνεται από ένα εποπτικό σύστημα διαχείρισης που βασίζεται στη ζήτηση και τη χωρητικότητα του δικτύου, βλέπε [17], [66]. Συνήθως, το επιθυμητό επίπεδο y_k^r παραμένει σταθερό για μεγάλα χρονικά διαστήματα.

Παρατήρηση 3: Τα προβλήματα της ροής και της ρύθμισης του επιπέδου των υδάτων είναι αρκετά παρόμοια, βλέπε [82]. Εμείς θα επικεντρωθούμε στο πρόβλημα ελέγχου της ροής, αλλά ότι θα επακολουθήσει μπορεί εύκολα να επεκταθεί και στην περίπτωση του ελέγχου της στάθμης των υδάτων.

Για την επίλυση του προβλήματος διατήρησης επιθυμητού επιπέδου που περιγράφηκε πριν, θεωρούμε ότι ο ελεγκτής θα έχει τη μορφή:

$$u_k = x_k^\tau Z_k \qquad 5.14$$

όπου το $\mathbf{x}_k$ εκφράζει το διάνυσμα των παραμέτρων ελέγχου και Z_k ένα διάνυσμα που εμπεριέχει τις μετρήσεις που έχουν γίνει τη χρονική στιγμή k (π.χ. μετρήσεις εκροής, μετρήσεις εισροής, επιθυμητή εκροή) καθώς και τις διάφορες σταθερές π.χ.

$$Z_k = [y_k^r, ... y_{k-p_y}^r, u_{k=1}, ... u_{k-p_u}, 1, r_1^k, ... r_{p_r}^k]^T$$

Όπου τα p_y, p_u, p_r είναι μη αρνητικοί ακέραιοι και $r_1^k, ... r_{p_r}^k$ περιοδικές συναρτήσεις (π.χ. ημιτονοειδής). Η ενσωμάτωση του σταθερού όρου 1 στο διάνυσμα γίνεται έτσι ώστε ο ελεγκτής (5.14) να μπορέσει να αντισταθμίσει τις επιδράσεις των σταθερών ή αργά εναλλασσόμενων διαταραχών. Οι όροι $r_1^k, ... r_{p_r}^k$ χρησιμοποιούνται για την αντιστάθμιση των περιοδικών διαταραχών. Πρέπει να τονιστεί ότι οι διαταραχές είτε είναι σχεδόν σταθερές (διαχείριση βρόχινου νερού ή λιώσιμο πάγου κλπ) είτε περιοδικές (λύματα για τα αποχετευτικά δίκτυα, απόσυρση νερού από τα αρδευτικά δίκτυα κλπ), είτε συνδυασμός και των δύο.

Παρατήρηση 4: Ο προτεινόμενος προσαρμοστικός αλγόριθμος δεν εφαρμόζεται μόνο για γραμμικούς ελεγκτές της μορφής (5.14), αλλά και για μη γραμμικής μορφής. Σε αυτήν την περίπτωση το διάνυσμα Z_k θα είναι ένα μη γραμμικό διάνυσμα των μετρήσεων και των όρων $1, r_1^k, ... r_{p_r}^k$. Εμείς θα επικεντρωθούμε στην υπόθεση του γραμμικού ελεγκτή καθώς από την εμπειρία μας, αλλά και από τα αποτελέσματα που δίνονται σε παρακάτω ενότητα, είναι προφανές ότι με την κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων ελέγχου, ένας γραμμικός ελεγκτής, με παραμέτρους που έχουν εκτιμηθεί με τη βοήθεια του προτεινόμενου προσαρμοστικού αλγορίθμου που αναλύσαμε σε προηγούμενη ενότητα, μπορεί να οδηγήσει σε πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα ελέγχου κλειστού βρόχου.

Προσαρμοστικός αλγόριθμος ελέγχου

Ο προτεινόμενος ελεγκτής χρησιμοποιεί την υπόθεση ότι ο προτεινόμενος προσαρμοστικός αλγόριθμος της ενότητας 5.3 έχει ήδη χρησιμοποιηθεί στο μοντέλο ροής (5.1) και έχουμε ήδη στη διάθεσή μας την εκτίμηση $\hat{\tau}(Y_k) = \hat{\theta}_3 \gamma(Y_k)$. Πρέπει να δοθεί έμφαση στο γεγονός ότι η χρονική υστέρηση του καταστατικού μοντέλου (5.1), όπως αυτή εκφράζεται από τη συνάρτηση $\tau(Y_k)$, είναι πολύ ευαίσθητη στις εξωτερικές διαταραχές και στις αλλαγές απόφασης ελέγχου. Γι αυτό το λόγο η ακρίβεια της εκτίμησής μας $|\hat{\tau}(Y_k) - \tau(Y_k)|$ δεν περιμένουμε να βελτιωθεί αρκετά κατά τη διάρκεια της εφαρμογής του προτεινόμενου ελέγχου. Για να το αποφύγουμε αυτό μπορούμε ταυτόχρονα με την εφαρμογή του ελέγχου να θέσουμε σε λειτουργία και τον προσαρμοστικό αλγόριθμο εκτίμησης της χρονικής υστέρησης. Σε αυτήν την περίπτωση το προσαρμοστικό κέρδος n του αλγορίθμου εκτίμησης πρέπει να είναι μικρότερο από αυτό του αλγορίθμου ελέγχου.

Έστω e_k^r το σφάλμα της ρύθμισης στο επιθυμητό επίπεδο (setpoint). Χρησιμοποιώντας τις (5.1) και (5.14) βρίσκουμε ότι η εξίσωση που περιγράφει τη δυναμική του σφάλματος είναι η παρακάτω:

$$e_{k+1}^r = y_{k+1} - y_{k+1}^r = F_k + G_k x_k^\tau Z_{k-\tau(Y_k)} + w_k - y_{k+1}^r \qquad 5.15$$

Έστω $V \equiv V\left(e_k^r, e_{k-1}^r, ..., e_{k-m}^r\right)$ όπου m θετικός ακέραιος. Η συνάρτηση V μπορεί να επιλεγεί από τον χρήστη έτσι ώστε $V\left(e_k^r, e_{k-1}^r, ..., e_{k-m}^r\right) \geq 0$ και επιπλέον $V\left(e_k^r, e_{k-1}^r, ..., e_{k-m}^r\right) = 0 \Leftrightarrow e_k^r = e_{k-1}^r = ... = e_{k-m}^r = 0$. Για απλότητα η V μπορεί να επιλεγεί ως $V(e_k^r) = \frac{1}{2}(e_k^r)^2$.

Το παρακάτω θεώρημα θα φανεί πολύ χρήσιμο στην ανάπτυξη του προτεινόμενου προσαρμοστικού αλγορίθμου ελέγχου.

Θεώρημα 5.2: δεδομένων αρχικών τιμών $y_\ell : |y_\ell| < \overline{Y} < \infty, \ \ell \in \{0, ..., \overline{\tau}\}$ και μιας ακολουθίας διαταραχών $|w_k| < W < \infty, \ \forall k$ το ακόλουθο περιορισμένο πρόβλημα ελαχιστοποίησης έχει λύση:

$$x^* = \text{arg-min}_x \, (\rho_1 + \rho_2) \qquad 5.16$$

όπου ρ_1, ρ_2 ικανοποιούν τους παρακάτω περιορισμούς

$$0 \leq \rho_1 < 1, \ \ 0 \leq \rho_2 < \infty \qquad 5.17$$

$$V(F_k + G_k x^\tau Z_{k-\tau(Y_k)} + w_k - y_{k+1}^r, e_k^r, ..., e_{k-m+1}^r) < \rho_1 V(e_k^r, e_{k-1}^r, ..., e_{k-m}^r) + \rho_2 \qquad 5.18$$

Έχοντας το θεώρημα 2 κατά νου προτείνουμε τον παρακάτω κανόνα ελέγχου για τη ρύθμιση του x_k:

$$x_{k+1} = x_k - \kappa Z_{k-\hat{\tau}(Yk)} \varepsilon_{k+1} + \pi_k \qquad 5.19$$

όπου $\varepsilon_{k+1} = \frac{\partial V}{\partial e_{k+1}^r}\left(e_{k+1}^r, e_k^r, ..., e_{k-m+1}^r\right)$, το κ εκφράζει το προσαρμοστικό κέρδος και δίνεται από το χρήστη και το π_k, βλέπε [43] υπολογίζεται από:

$$\pi_k = \begin{cases} 0 & \varepsilon\acute{\alpha}\nu \ \ |x_k| < M \ \ \acute{\eta} \ \ |x_k| \geq 0 \ \ \kappa\alpha\iota \ \ x_k^\tau Z_{k-\hat{\tau}(Y_k)} \varepsilon_{k+1} \geq 0 \\ \kappa Z_{k-\hat{\tau}(Y_k)} \varepsilon_{k+1} & \alpha\lambda\lambda\iota\acute{\omega}\varsigma \end{cases}$$

όπου M ένας πολύ μεγάλος θετικός αριθμός.
Το παρακάτω θεώρημα αποδεικνύει τις ιδιότητες σύγκλισης του προτεινόμενου προσαρμοστικού αλγόριθμου ελέγχου.

Θεώρημα 5.3: θεωρούμε το μοντέλο (5.14) (5.19) και υποθέτουμε ότι το M είναι αρκετά μεγάλος αριθμός ώστε $|x^*| < M$. Τότε οι δυναμικές του συστήματος κλειστού βρόχου ικανοποιούν:

$$\lim_{k\to\infty} V_k \le \bar{\rho}_2^* + \mathcal{O}(\tau - \hat{\tau}) + \mathcal{O}\left(\frac{\varepsilon_G}{\kappa}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{M^2}{\kappa}\right) + \mathcal{O}(\kappa)$$

και

$$\sup_k V_k \le \bar{\rho}_2^* + \mathcal{O}(\tau - \hat{\tau}) + \mathcal{O}\left(\frac{\varepsilon_G}{\kappa}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{M^2}{\kappa}\right) + \mathcal{O}(\kappa) + \mathcal{O}\left(\left|x_0 - x^*\right|^2\right)$$

Παρατήρηση 5: βασισμένοι στις προσομοιώσεις που έγιναν, η επιλογή $V(e_k^r) = \frac{1}{2}(e_k^r)^2$, βοηθά τον ελεγκτή μας να δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Παρόλα αυτά, μια πιο πολύπλοκη μορφή της συνάρτησης V θα μπορούσε να βοηθήσει στην ακρίβεια του ελέγχου.

Παρατήρηση 6: Όπως είδαμε στο θεώρημα 5.3, ο προσαρμοστικός αλγόριθμος ελέγχου απαιτεί μια προσεκτική επιλογή του προσαρμοστικού κέρδους κ**:** Αν το κ επιλεγεί πολύ μικρό, οι όροι $\mathcal{O}\left(\frac{\varepsilon_G}{\kappa}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{M^2}{\kappa}\right)$ μπορούν να γίνουν υπερβολικά μεγάλοι, ενώ η επιλογή ενός μεγάλου κ μπορεί να κάνει τον όρο $\mathcal{O}(\kappa)$ πολύ μεγάλο.

Παρατήρηση 7: σημειώστε ότι το βέλτιστο διάνυσμα x^* όπως ορίστηκε από το θεώρημα 5.2, είναι μια συνάρτηση της αρχικής κατάστασης, αλλά και των εξωτερικών διαταραχών w_k.

5.8 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ (Β)

Προκειμένου να αξιολογήσουμε την απόδοση του προτεινόμενου αλγόριθμου τον εφαρμόσαμε σε ένα κανάλι ροής μήκους 10 χιλιομέτρων. Οι παράμετροι του καναλιού είναι οι ίδιες με προηγουμένως. Για την μοντελοποίηση των δυναμικών του συστήματος χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο DW του [59]. Για την αριθμητική επίλυση των μερικών διαφορικών εξισώσεων του DW χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο Muskingun-Cunge, βλέπε [27].

Χρησιμοποιήθηκαν 4 σενάρια για τις προσομοιώσεις:

S1: Αρχικά η ροή είναι ίση με Q_0=5m^3/s σε όλο το κανάλι ροής. Ο κανόνας για αλλαγή του επιθυμητού σημείου (setpoint) είναι $y_k^r = Q_0 + 1$ m^3/s ή $y_k^r = Q_0 - 1$ m^3/s. Κατά τη διάρκεια της εφαρμογής του ελέγχου εμφανίζεται μια διαταραχή της μορφής w_k=w_1+$w_{2,k}$ όπου w_1 είναι ένας σταθερός τυχαίος όρος και $w_{2,k}$ είναι επίσης τυχαίος Gauss-ιανής μορφής και μικρότερος σε σχέση με το w_1.

S2: Ίδιο σενάριο με το S1 με τη διαφορά ότι εδώ Q_0=2m^3/s

S3: Αρχικά η ροή είναι ίση με Q_0=5m^3/s σε όλο το κανάλι ροής. Ο κανόνας για αλλαγή του επιθυμητού σημείου (setpoint) είναι $y_k^r = Q_0 + 1$ m^3/s ή $y_k^r = Q_0 - 1$ m^3/s. Κατά τη διάρκεια της εφαρμογής του ελέγχου εμφανίζεται μια διαταραχή της μορφής $w_k=w_1+w_{2,k}+w_{3,k}$ όπου w_1,w_2 είναι ίδια με αυτά των σεναρίων S1, S2 και $w_{3,k}$ είναι ένα περιοδικό σήμα (ημιτονοειδές) με μέγεθος ίδια τάξης με του w_1 και περίοδο 16 ώρες

S4: Ίδιο σενάριο με το S3 με τη διαφορά ότι εδώ Q_0=2m^3/s

Για να συγκρίνουμε την απόδοση του προτεινόμενου προσαρμοστικού αλγορίθμου ελέγχου με την απόδοση ενός γραμμικού ελεγκτή, δημιουργούμε έναν απλό PI ελεγκτή της μορφής:

$$u_k = u_{k-1} + y_k^r + K_1 e_k^r + K_2 (y_k - y_{k-1}) \qquad 5.20$$

Όπου K_1,K_2 εκφράζουν τα κέρδη του PI ελεγκτή. Με πειράματα, και αφού δοκιμάσαμε διάφορες τιμές, επιλέξαμε τα βέλτιστα K_1,K_2 για τον ελεγκτή (5.20) .

Ο προσαρμοστικός αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε για τις προσομοιώσεις δίνεται:

$$u_k = u_{k-1} + y_k^r + x_{1,k} e_k^r + x_{2,k}(y_k - y_{k-1}) + x_{3,k} + x_{4,k} r_1(k) + x_{5,k} r_2(k) + x_{6,k} r_3(k) \qquad 5.21$$

Όπου $x_{i,k}$ είναι οι προς ρύθμιση παράμετροι του ελεγκτή και $r_i(k)$ είναι περιοδικά σήματα με περιόδους 2, 8 και 15 ώρες αντίστοιχα. Ας σημειωθεί ότι ο προσαρμοστικός αλγόριθμος (5.21) δε γνωρίζει την περίοδο της περιοδικής διαταραχής $w_{3,k}$ των σεναρίων S3 και S4. Οι παράμετροι ελέγχου επιλέχθηκαν ως εξής:

- $V(e_k^r) = \frac{1}{2}(e_k^r)^2$
- Το προσαρμοστικό κέρδος κ=10^{-3} και M=∞
- Σε όλα τα πειράματα οι αρχικές τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή ήταν μηδενικές. ($x_{i,0} = 0 \quad \forall i$).

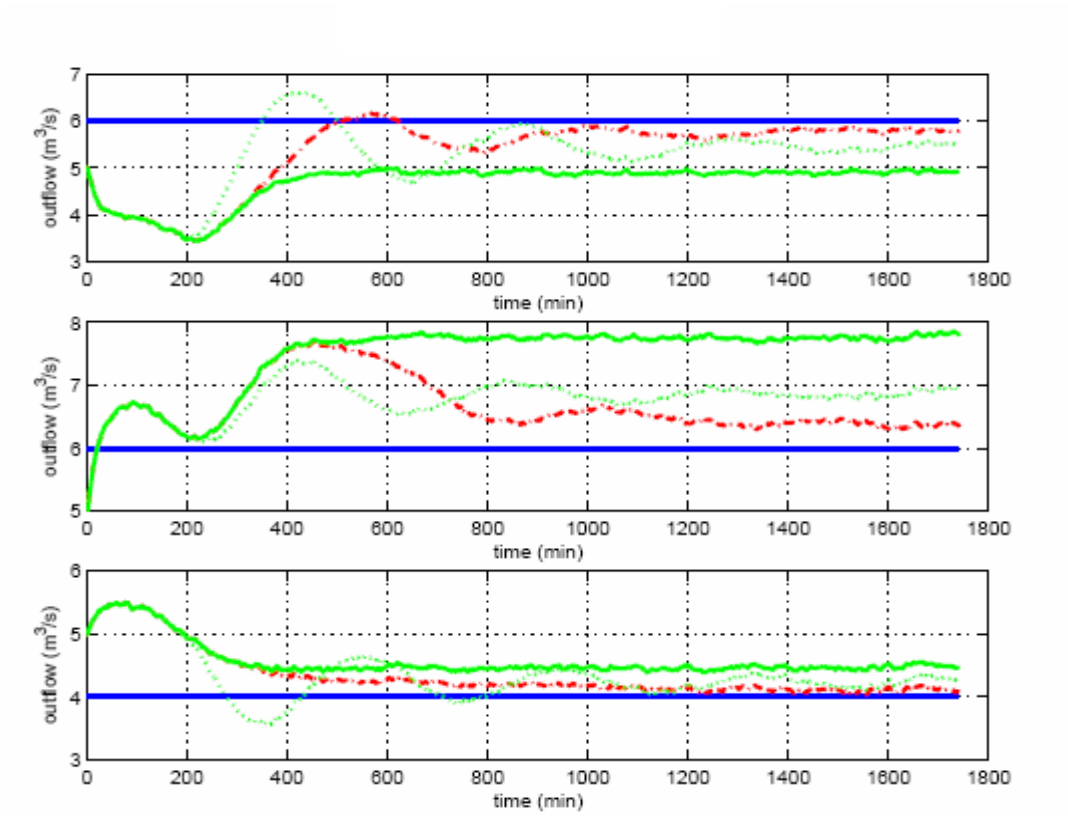
Πρέπει να δοθεί έμφαση στο ότι οι αποφάσεις ελέγχου και των 2 ελεγκτών (5.20), (5.21) περιορίστηκαν στο διάστημα [2,10]m^3 λόγω φυσικών περιορισμών. Τα γραφήματα 5.6-5.9 δείχνουν την απόδοση του PI ελεγκτή (τελείες) και του προσαρμοστικού ελεγκτή (παύλες) συγκρινόμενους με την απόφαση ελέγχου για όλα τα σενάρια. Για όλα τα σενάρια έγιναν 3 προσομοιώσεις και κάθε γράφημα έχει 3 γραφικές παραστάσεις.

Όπως είναι εμφανές από τα γραφήματα, σε όλες τις περιπτώσεις με εξαίρεση την μεσαία γραφική παράσταση του γραφήματος 5.8, ο προτεινόμενος προσαρμοστικός αλγόριθμος ελέγχου υπερέχει του PI ελεγκτή και όσο αφορά την ικανότητά του να

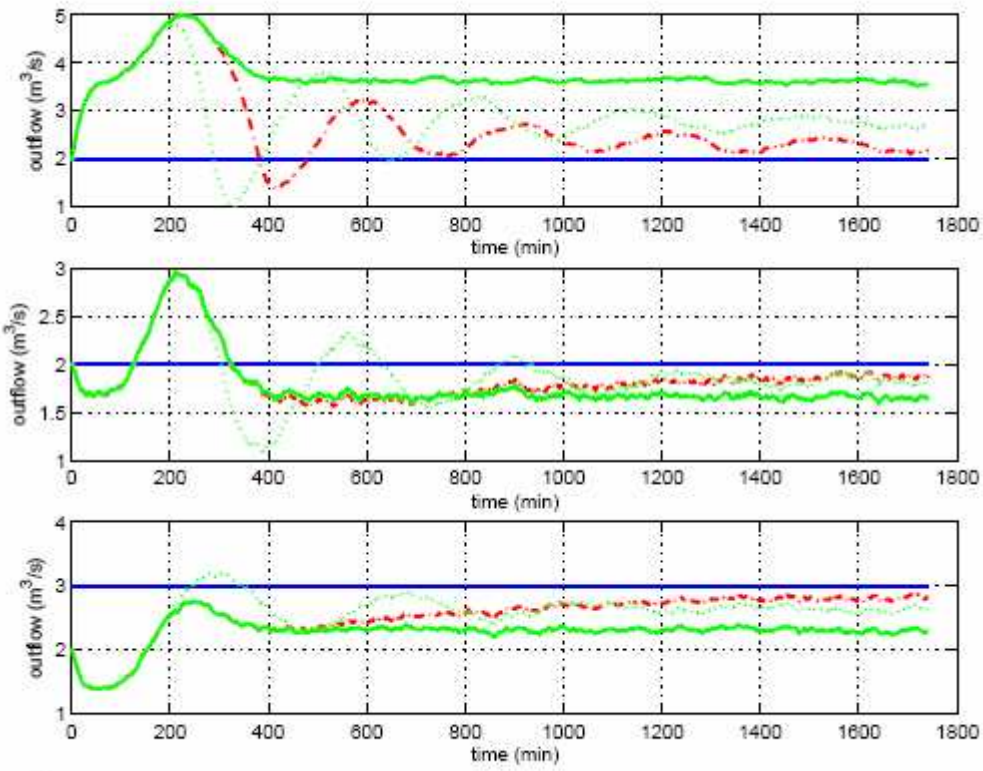
προσεγγίζει καλύτερα την επιθυμητή κατάσταση, αλλά και παρουσιάζει λιγότερες αστοχίες. Λέγοντας αστοχία εννοούμε την υπέρβαση της μπλε γραμμής στα γραφήματα η οποία δείχνει την εντολή ελέγχου $u_k = y_k^r$.

5.9 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ (Β)

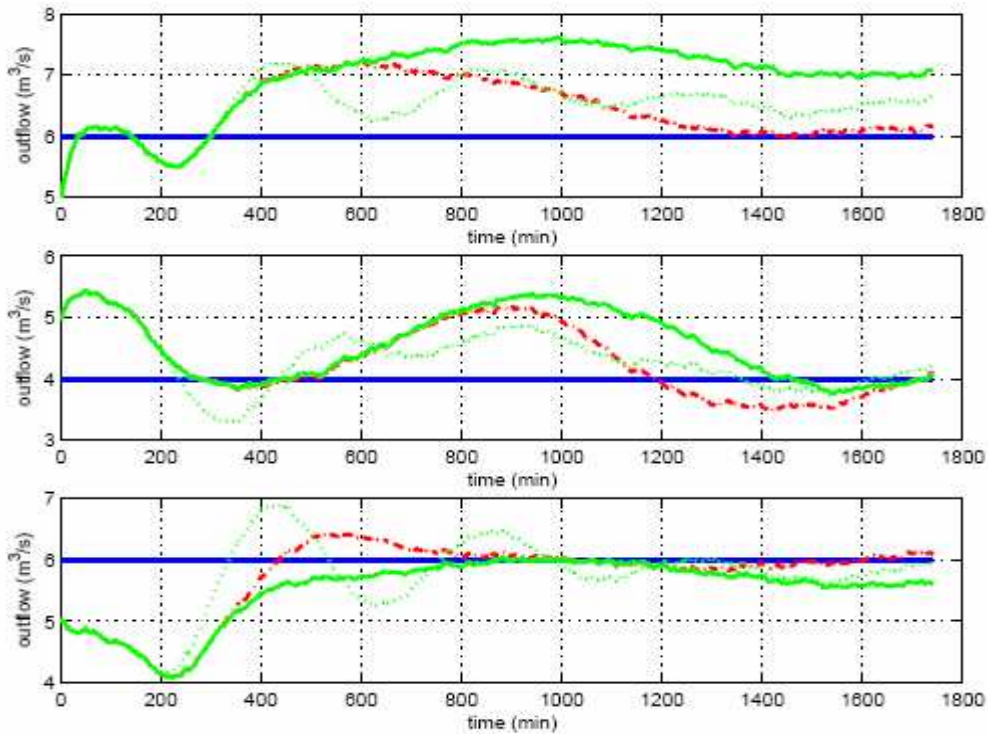
Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι ο προσαρμοστικός αλγόριθμος της ενότητας 5.3 μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τη δημιουργία προσαρμοστικού ελεγκτή, ο οποίος λειτουργεί καλύτερα από τους διαδεδομένους γραμμικούς ελεγκτές μιας και μπορεί να πάρει υπόψη του πιο ρεαλιστικές απεικονίσεις των δυναμικών που παρουσιάζει το σύστημα. Ο συνδυασμός των 2 αλγορίθμων, από τη μια δηλαδή η προσαρμοστική εκτίμηση των χαρακτηριστικών των δυναμικών του συστήματος, και από την άλλη ο προσαρμοστικός ελεγκτής που παίρνει σε πραγματικό χρόνο μετρήσεις και εκτιμήσεις της καταστατικής του συστήματος, μπορεί να γίνει ένα πολύ δυνατό εργαλείο στα προβλήματα ροής, είτε αυτά είναι προβλήματα αποχετευτικών, είτε αρδευτικών δικτύων.



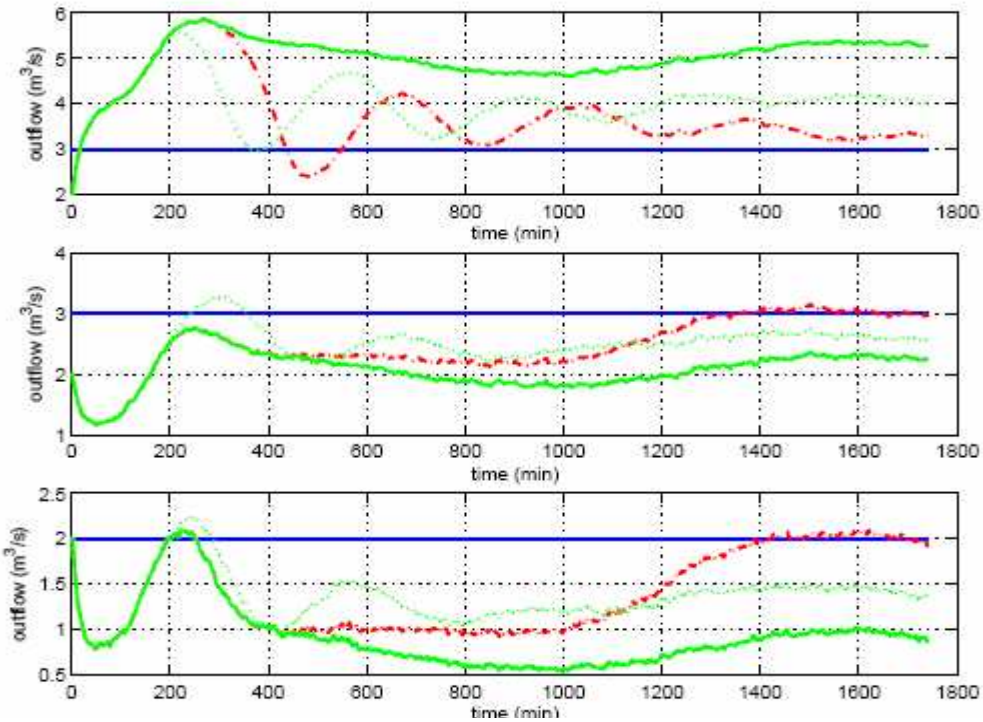
Γράφημα 5.6: Σενάριο 1: ζητούμενο σήμα (μπλε γραμμή), απόκριση ανοιχτού βρόχου κάτω από την επίδραση ελέγχου $u_k=y_k^r$ (πράσινη καμπύλη), απόκριση του PI ελεγκτή (πράσινη διακεκομμένη καμπύλη) και ο προσαρμοστικός ελεγκτής (κόκκινη καμπύλη).



Γράφημα 5.7: Σενάριο 2: ζητούμενο σήμα (μπλε γραμμή), απόκριση ανοιχτού βρόχου κάτω από την επίδραση ελέγχου $u_k=y_k^{\gamma}$ (πράσινη καμπύλη), απόκριση του PI ελεγκτή (πράσινη διακεκομμένη καμπύλη) και ο προσαρμοστικός ελεγκτής (κόκκινη καμπύλη).



Γράφημα 5.8: Σενάριο 3: ζητούμενο σήμα (μπλε γραμμή), απόκριση ανοιχτού βρόχου κάτω από την επίδραση ελέγχου $u_k=y_k^{\gamma}$ (πράσινη καμπύλη), απόκριση του PI ελεγκτή (πράσινη διακεκομμένη καμπύλη) και ο προσαρμοστικός ελεγκτής (κόκκινη καμπύλη).



Γράφημα 5.9: Σενάριο 4: ζητούμενο σήμα (μπλε γραμμή), απόκριση ανοιχτού βρόχου κάτω από την επίδραση ελέγχου $u_k=y_k^{\gamma}$ (πράσινη καμπύλη), απόκριση του PI ελεγκτή (πράσινη διακεκομμένη καμπύλη) και ο προσαρμοστικός ελεγκτής (κόκκινη καμπύλη).

6 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΥΡΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΓΙΑ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

6.1 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ-ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

Το I_n υποδηλώνει τον n-διάστατο μοναδιαίο πίνακα. Το dim(x) την διάσταση του διανύσματος x. Για ένα διάνυσμα $x \in \Re^n$, |x| είναι η ευκλείδεια νόρμα του x ($|x| = \sqrt{x^\tau x}$), ενώ για έναν πίνακα $A \in \Re^n$, |A|, $\lambda_{min}(A)$, $\lambda_{max}(A)$ υποδηλώνουν την νόρμα του πίνακα A, την κατώτατη και την ανώτερη τιμή του πίνακα αντίστοιχα. Η σημείωση vec(A,B,C,…,) όπου A,B,C,…, είναι βαθμωτοί, διανύσματα ή πίνακες, υποδηλώνει ένα διάνυσμα του οποίου τα στοιχεία είναι οι είσοδοι των A,B,C,… Για έναν συμμετρικό πίνακα A, το A>0 (A≥0) υποδηλώνει ότι ο πίνακας A είναι θετικά ορισμένος (ημιορισμένος) πίνακας. Για ένα υποσύνολο $\mathfrak{X} \subset \Re^n$ και μια συνάρτηση $f : \Re^n \to \Re^m$, ορίζουμε

$$\| f \|_{\mathfrak{X}} = \sup_{x \in \mathfrak{X}} | f(x) |$$

$D^\alpha f(x)$ εκφράζει την παράγωγο α τάξης και με |α| συμβολίζουμε το άθροισμα των στοιχείων του διανύσματος α ($|\alpha| = \sum_{i=1}^{n} a_i$). Για μια συνάρτηση $f : \Re_+ \to \Re_+$, θα λέμε ότι $f(a) = \mathcal{O}(\alpha)$ εάν

$$f(a) \le ca, \forall a \in \Re_+$$

για κάποιες θετικές σταθερές c ανεξάρτητες του α. Επίσης, για δύο θετικούς ακέραιους L, n, θα χρησιμοποιούμε τον παρακάτω συμβολισμό:

$$\ell(L) = \frac{(L+n)!}{L!n!} + n - 1$$

Ο παρακάτω ορισμός θα μας φανεί επίσης χρήσιμος παρακάτω.

Ορισμός 6.1 κατασκευή του θετικού ακέραιου L. Ο συμβολισμός $z(x) = M_n^L(x)$ θα χρησιμοποιείται για να υποδηλώνει ότι η διανυσματική συνάρτηση $z : \Re^n \to \Re^{\ell_n(L)}$ ορίζεται ως εξής:

$$z(x) = [\sqrt{|x_1|}, ..., \sqrt{|x_n|}, x_1, ...x_n, x_1^{a_1} x_2^{a_2} \cdots x_n^{a_n}, ..., x_n^L]^\tau$$

Όπου α_i είναι μη αρνητικοί ακέραιοι που ικανοποιούν το $\sum_{i=1}^{n} a_i \in \{1, ..., L\}$.

Σύμφωνα με τον παραπάνω ορισμό, η διανυσματική συνάρτηση z(x) περιέχει μια τροποποιημένη εκδοχή του μονωνύμου L τάξεως. Προέκυψε από την αντικατάσταση του σταθερού όρου, από τον όρο $[\sqrt{|x_1|}, ..., \sqrt{|x_n|}]^\tau$. Ή παράλειψη αυτού του όρου

δεν αλλάζει τη γενικότητα του αλγορίθμου, απλά παρατηρήθηκε ότι η χρήση του βελτιώνει τα τελικά μας αποτελέσματα και για αυτό χρησιμοποιείται.

6.2 Ο ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

Θεωρούμε ένα κανάλι ροής με ελεγχόμενη εισροή u. Σε κάποια σημεία του υπάρχουν όργανα μέτρησης που μας παρέχουν μετρήσεις y. Γνωρίζουμε από ιστορικά στοιχεία αλλά και τα δεδομένα του καναλιού (ύψος, πλάτος, άνοιγμα πύλης κλπ) τις επιθυμητές τιμές y_r που θα θέλαμε να έχουμε στα σημεία μέτρησης. Οι επιθυμητές τιμές y_r για μεγάλα χρονικά διαστήματα παραμένουν σταθερές.

Η δυναμική του συστήματος μας εκφράζεται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u + g_{\omega}(x)\omega \\ y &= h(x) \end{aligned} \qquad 6.1$$

Όπου το $x \in \Re^n$ εκφράζει το διάνυσμα κατάστασης, το $u \in \Re^m$ εκφράζει το διάνυσμα ελέγχου, το $y \in \Re^k$ είναι το διάνυσμα όλων των διαθέσιμων μετρήσεων, τα f, g, h, g_{ω} είναι ομαλές μη γραμμικές συναρτήσεις κατάλληλων διαστάσεων και ω είναι διανύσματα μηδενικής μέσης τιμής που εκφράζουν τον θόρυβο στις μετρήσεις του διανύσματος κλίσης του διανύσματος κατάστασης. Θεωρούμε ότι οι μετρήσεις y που κάνουμε σε τυχαία σημεία του καναλιού ροής, είναι ακριβείς.

Πρέπει αρχικά παίρνοντας υπόψη τις ιστορικές τιμές των διαθέσιμων σημάτων $y(s), u(s), s \in [0, \infty)$, να κατασκευαστεί ένας συνδυασμός εκτιμητή και γεννήτριας τροχιών $\left[\hat{x}(t), u(t)\right] = est\left(y(s), u(s)\right)$ έτσι ώστε το σφάλμα εκτίμησης $\varepsilon(t) = E\left[\left\|x(t) - \hat{x}(t)\right\|^2\right]$ να παίρνει την μικρότερη δυνατή τιμή. Ο εκτιμητής του συστήματος θα έχει την μορφή:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= f(\hat{x}) + g(\hat{x})u + u_0 \\ \hat{y} &= h(\hat{x}) \end{aligned} \qquad 6.2$$

με u_0 ένα βοηθητικό διάνυσμα που (όπως και το u) πρέπει να σχεδιαστεί. Για να δουλέψει σωστά ο εκτιμητής $\hat{x}$ και να οδηγηθούμε στη σύγκλιση του διανύσματος y στο y_r (set-point regulation), αρχικά θέτουμε $\bar{x} = vec(x, y)$ και $\hat{\bar{x}} = vec(\hat{x}, y_r)$ τους αγνώστους μας. Υποθέτοντας ότι εφαρμόζεται ο εκτιμητής (6.2), ο βέλτιστος σχεδιασμός σε σχέση με την (6.1) μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα στοχαστικό πρόβλημα βελτιστοποίησης που περιγράφεται από την

$$\min_{(u(s), u_0(s), s \in [0, \infty))} J(\bar{x}(0), \hat{\bar{x}}(0)) \qquad 6.3$$

Όπου

$$J(\bar{x}(0),\hat{\bar{x}}(0)) = E\left[\int_0^\infty \left(|u(s)|_R^2 + |u_0(s)|_{R_0}^2 + |\bar{x}(s) - \hat{\bar{x}}(s)|_Q^2 \right) ds \right]$$

με $R, R_0, Q \succ 0$ πίνακες που ορίζονται από το χρήστη. Εδώ χρειάζεται να σημειωθεί ότι το παραπάνω κριτήριο κόστους προς ελαχιστοποίηση, είναι παρόμοιο με αυτό που χρησιμοποιείται στη «Γραμμική Gaussian Τετραγωνική Εκτίμηση και Έλεγχο». Όπως εκεί, έτσι και εδώ οι πίνακες R, R_0, Q μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εξισορρόπηση μεταξύ της σταθερότητας (ομαλότητας) από τη μια και της αποτελεσματικής επίδοσης από την άλλη. Στην προκείμενη μέθοδο, δεν χρειάζεται και δεν απαιτείται η επιλογή τιμών για τους πίνακες R, R_0, Q.

Για να προχωρήσουμε θα πρέπει να κάνουμε μια υπόθεση σχετική με τις βέλτιστες επιλογές των u και u_0.

Υπόθεση 1: Τα βέλτιστα u^*, u_0^* που ελαχιστοποιούν το κριτήριό μας ικανοποιούν τις παρακάτω σχέσεις:

$$\begin{aligned} u^*(t) &= k_c(Y)(y - y_r) \\ u_0^*(t) &= k_0(Y)(y - h(\hat{x})) \end{aligned} \qquad 6.4$$

για κάποιες ομαλές συναρτήσεις k_c, k_0 και το Y υπολογίζεται σύμφωνα με:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_1 &= -aY_1 + y, \quad Y_1(0) = 0 \\ &\vdots \\ \dot{Y}_p &= -aY_p + Y_{p-1}, \quad Y_p(0) = 0 \\ Y &= vec(\hat{x}, Y_1, \ldots, Y_p) \end{aligned}$$

όπου α είναι μια θετική σταθερά που ορίζεται από το χρήστη και p θετικός ακέραιος που ικανοποιεί $p \geq n/k + 1$.

Επιστρέφοντας τώρα στο στοχαστικό πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου της (6.3), αφήνουμε την συνάρτηση $\tilde{V}$ να εκφράζει το βέλτιστο κόστος μεταφοράς («cost to go» συνάρτηση ή υπολειπόμενο κόστος) (βλέπε [110]) σύμφωνα με:

$$\tilde{V}\left(\bar{x}(t), \hat{\bar{x}}(t)\right) = \min J(\bar{x}(t), \hat{\bar{x}}(t)) \qquad 6.5$$

όπου

$$J(\bar{x}(t),\hat{\bar{x}}(t)) = E\left[\int_t^\infty \left(|u(s)|_R^2 + |u_0(s)|_{R_0}^2 + |\bar{x}(s) - \hat{\bar{x}}(s)|_Q^2 \right) ds \right] \qquad 6.6$$

Είναι ευρέως γνωστό ότι η συνάρτηση $\tilde{V}$ μπορεί να προκύψει σαν μια λύση μιας μερικής διαφορικής συνάρτησης [της Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) εξίσωσης σε συνδυασμό με τις (6.1), (6.2) και (6.5) βλέπε πχ στο [110]]. Η συνάρτηση HJB δεν είναι δυνατό να λυθεί σε πραγματικό χρόνο. Η λύση $\tilde{V}$, εάν υπάρχει, είναι μη λεία

αλλά μπορεί να προσεγγιστεί με όση ακρίβεια επιλέξουμε από κλασικούς προσεγγιστές (π.χ. πολυωνυμικούς ή κατά τόπους γραμμικούς προσεγγιστές).

Εδώ θα εισαγάγουμε τις παρακάτω υποθέσεις σχετικά με την βέλτιστη «cost to go» συνάρτηση και τα αντίστοιχα βέλτιστα σήματα u^* και u_0^* που ορίζονται στην υπόθεση 1.

Υπόθεση 2: Για όλες τις εφικτές αρχικές συνθήκες, το πρόβλημα βελτιστοποίησης (6.5) ή η σχετική HJB εξίσωση, μας δίνει μια μοναδική λύση $\tilde{V}$ που ικανοποιεί $\tilde{V}(\bar{x},\bar{x}) = 0,\ \ \tilde{V}(\bar{x},\hat{\bar{x}}) > 0 \ \ \varepsilon\acute{\alpha}\nu \ \ \bar{x} \neq \hat{\bar{x}}.$

Υπόθεση 3: Ας υποθέσουμε ότι οι εφικτές αρχικές συνθήκες ικανοποιούν $\left(x(0),\hat{x}(0)\right) \in \mathfrak{X}$. Τότε με την εφαρμογή των βέλτιστων u^* και u_0^* τα υποσύνολα $\left(x(t),\hat{x}(t)\right) \in \hat{\mathfrak{X}}$ και $Y(t) \in \overline{\Psi}$ για κάθε $t \in [0,\infty]$, όπου $\hat{\mathfrak{X}} \subset \Re^{2n}, \overline{\Psi} \subset \Re^{\dim(Y)}$ είναι συμπαγή υποσύνολα.

Η υπόθεση 2 απαιτεί το πρόβλημά μας να έχει νόημα. Με λίγα λόγια ότι για όλες τις επιτρεπτές αρχικές τιμές, η στρατηγική ελέγχου $u^*(t) = k_c(Y)(y - y_r)$ θα καθιστά το σύστημα (6.1) παρατηρήσιμο στοχαστικά. Η απόδειξη του παραπάνω βασίζεται σε αντίστροφα θεωρήματα Lyapunov όπως αυτά των [18] και [44]. Η υπόθεση 3 δηλώνει ότι αν οι αρχικές συνθήκες ανήκουν σε ένα φραγμένο υποσύνολο, τότε τα $x(t), \hat{x}(t), Y(t)$ θα παραμείνουν φραγμένα.

Χρησιμοποιώντας τις 3 αυτές υποθέσεις μπορούμε να αποδείξουμε ότι ισχύει η παρακάτω πρόταση.

Πρόταση 1: Κατασκευάζουμε τους θετικά ορισμένους πίνακες R, R_0, Q και ορίζουμε την V ως την ομαλή προσέγγιση της $\tilde{V}$ έτσι ώστε να ικανοποιεί

$$V(\bar{x},\bar{x}) = 0,\ \left\|\tilde{V}(\bar{x},\hat{\bar{x}}) - V(\bar{x},\hat{\bar{x}})\right\|_{\mathfrak{X}}^{\{0,1,2\}} = \varepsilon \qquad 6.7$$

για κάποια θετική σταθερά ε που μπορεί να γίνει όσο μικρή θέλουμε. Τότε υπάρχουν θετικές σταθερές λ_i έτσι ώστε για όλα τα $(x,\hat{x}) \in \hat{\mathfrak{X}}$, $Y \in \overline{\Psi}$ τα παρακάτω ισχύουν:

$$\lambda_1\left|\bar{x} - \hat{\bar{x}}\right|^2 \leq V(\bar{x},\hat{\bar{x}}) \leq \lambda_2\left|\bar{x} - \hat{\bar{x}}\right|^2 \qquad 6.8$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{L}V(\bar{x},\hat{\bar{x}}) &= V_x^\tau f(x) + V_{\hat{x}}^\tau f(\hat{x}) + V_y^\tau h_x(x) f(x) \\
&+ \frac{1}{2} tr\left\{g_\omega^\tau(x) V_{xx} g_\omega(x)\right\} \\
&+ (V_x^\tau g(x) + V_{\hat{x}}^\tau g(\hat{x})) k_c(Y)(y - y_r) \\
&+ V_{\hat{x}}^\tau k_0(Y)(y - h(\hat{x})) \\
&+ \frac{1}{2} tr\left\{[h_x(x) g_\omega(x)]^\tau V_{yy} h_x(x) g_\omega(x)\right\} \\
&\leq -\lambda_3\left|\bar{x} - \hat{\bar{x}}\right|^2 + \mathcal{O}(\varepsilon)
\end{aligned} \qquad 6.9$$

Απόδειξη: Χρησιμοποιώντας την υπόθεση 2, τη σχέση (6.7) και τα γεγονότα ότι η V είναι ομαλή και ότι $\lim_{\left|\bar{x}-\hat{\bar{x}}\right|\to\infty} \tilde{V}(\bar{x},\hat{\bar{x}})=\infty$ (βλέπε την (6.5)), μπορούμε να αποδείξουμε ευθέως την (6.8). Σχετικά με την απόδειξη της (6.9) αρχικά παρατηρούμε ότι με την άμεση εφαρμογή των HJB εξισώσεων στο στοχαστικό πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου της (6.3), έχουμε ότι η βέλτιστη «cost to go» συνάρτηση $\tilde{V}$ ικανοποιεί

$$\begin{aligned}\mathfrak{L}\tilde{V}\left(\bar{x},\hat{\bar{x}}\right) &= -\left|\bar{x}-\hat{\bar{x}}\right|_Q^2 - \left|k_c(Y)(y-y_r)\right|_R^2 \\ &\quad - \left|k_0(Y)(y-h(\hat{x}))\right|_{R_0}^2\end{aligned}$$

Όπου $\mathfrak{L}\tilde{V}\left(\bar{x},\hat{\bar{x}}\right)$ ορίζεται παρόμοια με το $\mathfrak{L}V\left(\bar{x},\hat{\bar{x}}\right)$ στην (6.9). Αντικαθιστώντας την $\tilde{V}$ με την V στην παραπάνω εξίσωση και κάνοντας χρήση της (6.7) και της υπόθεσης 3 θα έχουμε ότι

$$\begin{aligned}\mathfrak{L}V\left(\bar{x},\hat{\bar{x}}\right) &= -\left|\bar{x}-\hat{\bar{x}}\right|_Q^2 - \left|k_c(Y)(y-y_r)\right|_R^2 \\ &\quad - \left|k_0(Y)(y-h(\hat{x}))\right|_{R_0}^2 + \mathcal{O}(\varepsilon) \qquad 6.10\end{aligned}$$

Αφού τα $x,\hat{x},Y$ είναι φραγμένα (υπόθεση 3) και όλες οι συναρτήσεις της παραπάνω ισότητας είναι ομαλές θα έχουμε:

$$\mathfrak{L}V\left(\bar{x},\hat{\bar{x}}\right) \le -\lambda_3\left|\bar{x}-\hat{\bar{x}}\right|^2 + \mathcal{O}(\varepsilon)$$

για κάποια πεπερασμένη θετική σταθερά λ_3, πράγμα που αποδεικνύει την πρόταση.

Για να κατανοήσουμε το νόημα της παραπάνω πρότασης και τη σχέση της με το πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου της (6.3) αρκεί να αναφέρουμε ότι οι (6.8) και (6.9) υποδηλώνουν ότι

$$\varepsilon^*(t) \le \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{-\frac{\lambda_3}{\lambda_2}t}\left[\left|\bar{x}(0)-\hat{\bar{x}}(0)\right|^2\right] + \frac{\lambda_2}{\lambda_3\lambda_1}\mathcal{O}(\varepsilon) \qquad 6.11$$

Όπου $\varepsilon^*(t)$ εκφράζει το σφάλμα $\left(\bar{x}(t)-\hat{\bar{x}}(t)\right)$ υπό την εφαρμογή των βέλτιστων $u^*(t)$ και $u_0^*(t)$. Με λίγα λόγια κάθε βέλτιστος εκτιμητής, παραμετροποιημένος ως προς R, R_0, Q, ικανοποιεί την (6.11) για κάποιες θετικές σταθερές λ_i που εξαρτώνται από την επιλογή των R, R_0, Q. Οπότε διαφορετικές επιλογές των πινάκων R, R_0, Q οδηγούν σε διαφορετικές τιμές των σταθερών λ_i και άρα διαφορετικές τροχιές και καταστάσεις για τον βέλτιστο εκτιμητή.

Ας παρουσιάσουμε τώρα την προτεινόμενη μέθοδο. Έστω ε_i με i=1,2,3 τρεις θετικές σταθερές που δίνονται από το χρήστη και έστω, $\tilde{\mathfrak{X}}$, $\tilde{\Psi}$ δύο υπερσύνολα των $\hat{\mathfrak{X}}$ και $\bar{\Psi}$ που θεωρούνται αρκετά μεγάλα ώστε να περιέχουν όλες τις πιθανές λύσεις $(x(t), \hat{x}(t))$ και $\Psi(t)$ που δίνονται από τον προτεινόμενο εκτιμητή. Κατασκευάζουμε έναν θετικό ακέραιο L και μια αυστηρά αυξανόμενη συνάρτηση $R : Z_+ \mapsto Z_+$ (π.χ η R μπορεί να επιλεγεί έτσι ώστε $R(L) = \ell(L)$ όπως ορίζεται στην ενότητα 6.1) και θεωρούμε μια διχοτόμηση της R(L) σε υποσύνολα Ψ_j, $j \in \{1,...,L\}$ που ικανοποιούν $U_{j=1}^{R(L)} \Psi_j = \Psi$ και είναι σχεδιασμένα έτσι ώστε να ελαχιστοποιούν την $\int_\Psi \left| \Psi - \sum_{j=1}^{R(L)} \overline{\Psi}_j \phi_j(\Psi) \right|^2 d\Psi$ όπου

$$\phi_j(Y) = \begin{cases} 1 & \varepsilon\acute{\alpha}\nu \quad (Y) \in \Psi_j \\ 0 & \alpha\lambda\lambda\iota\acute{\omega}\varsigma \end{cases}$$

και $\quad \overline{\Psi}_j = \int_\Psi x\phi_j(\Psi) d\Psi / \int_\Psi \phi_j(\Psi) d\Psi$.

Τότε η προτεινόμενη σχέση υπολογισμού των u,u_0 γίνεται

$$\begin{aligned} u(t) &= \sum_{j=1}^{R(L)} \theta_c^{(j)} \phi_j(Y)(y - y_r) \\ u_0(t) &= \sum_{j=1}^{R(L)} \theta_0^{(j)} \phi_j(Y)(y - h(\hat{x}(t)) \end{aligned} \qquad 6.12$$

όπου οι πίνακες $\theta_0^{(j)}$ και $\theta_c^{(j)}$ υπολογίζονται ως οι λύσεις στο κυρτό πρόβλημα βελτιστοποίησης (6.13) που περιγράφεται στον πίνακα 6.1.

Το παρακάτω θεώρημα συνοψίζει τις ιδιότητες σύγκλισης του προτεινόμενου αλγορίθμου.

Θεώρημα 6.1: έστω ισχύουν οι υποθέσεις 1,2 και 3. Τότε υπάρχει ένας θετικός ακέραιος $\overline{L}$, έτσι ώστε για όλα τα L $\geq \overline{L}$ να ισχύουν τα παρακάτω:

Ας υποθέσουμε ότι οι παράμετροι ε_i ικανοποιούν

$$\varepsilon_1 = \lambda_1 - \nu_1, \quad \varepsilon_2 = \lambda_2 - \nu_2, \quad \varepsilon_3 = \lambda_3$$

για κάποιες θετικές σταθερές λ_i που σχετίζονται με το πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου της (6.3) όπως περιγράφεται στην πρόταση 1 αλλά και για κάποιες θετικές σταθερές $\nu_i = \mathcal{O}(1/L)$ i=1,2. Τότε ο εκτιμητής (6.2), (6.12) ικανοποιεί με πιθανότητα 1 την

$$\varepsilon(t) \leq \frac{\lambda_2 + \mathcal{O}(1/L)}{\lambda_1 - \mathcal{O}(1/L)} e^{-\frac{\lambda_3}{(\lambda_2 + \mathcal{O}(1/L))} t} [\left| \overline{x}(0) - \hat{\overline{x}}(0) \right|^2]$$

$$+\frac{\lambda_2+\mathcal{O}(1/L)}{\lambda_3(\lambda_1-\mathcal{O}(1/L))}\left\{\mathcal{O}(\varepsilon)+\mathcal{O}(1/L)\right\} \qquad 6.14$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.1 σχεδιασμός εκτιμητή

$$\min_{\theta_c,\theta_0,P,\mu_i} \quad \sum_{i=1}^{\aleph}\mu_i \qquad (6.13)$$

$$\begin{aligned}
\mu_i \quad &\geq \quad V_x^{[i]\tau} f\left(x^{[i]}\right)+V_{\hat{x}}^{[i]\tau} f\left(\hat{x}^{[i]}\right)+V_y^{[i]\tau} h_x(x^{[i]})\, f(x^{[i]}) \\
&\quad +\frac{1}{2}tr\left\{g_\omega(x^{[i]})V_{xx}^{[i]}g_\omega(x^{[i]})\right\}+\frac{1}{2}tr\left\{[h_x(x^{[i]})g_\omega(x^{[i]})]^\tau V_{yy}^{[i]}h_x(x^{[i]})g_\omega(x^{[i]})\right\} \\
&\quad +\left[V_x^{[i]}g(x^{[i]})+V_{\hat{x}}^{[i]}g(\hat{x}^{[i]})\right]k_c^{[i]}(y^{[i]}-y_r)+V_{\hat{x}}^{[i]}k_o^{[i]}[y^{[i]}-h(\hat{x}^{[i]})] \\
\mu_i \quad &\geq \quad 0 \\
V^{[i]} \quad &\geq \quad -\varepsilon_1\left|\bar{x}^{[i]}-\hat{\bar{x}}^{[i]}\right|^2, \quad V^{[i]}\leq -\varepsilon_2\left|\bar{x}^{[i]}-\hat{\bar{x}}^{[i]}\right|^2 \\
P \quad &\geq \quad 0
\end{aligned}$$

Όπου

- $\aleph$ ένας θετικός ακέραιος που ικανοποιεί $\aleph$>>N όπου N=$\frac{1}{2}\ell_n(L)\times(\ell_n(L)+1)+R(L)\times(k+n)$.
- $z(\bar{x},\hat{\bar{x}})=M_{3n}^{L}(vec(\bar{x}-\hat{\bar{x}},\bar{x},\hat{\bar{x}}))$
- $V\left(P;\bar{x},\hat{\bar{x}}\right)=z^\tau(\bar{x},\hat{\bar{x}})Pz(\bar{x},\hat{\bar{x}}),\ \ V^{[i]}=V(P;\bar{x}^{[i]},\hat{\bar{x}}^{[i]}),\ \ V_{\bar{x}}^{[i]}=V_{\bar{x}}(P;\bar{x},\hat{\bar{x}}),\kappa\lambda\pi$
- $k_0(\theta_0;Y)=\sum_{j=1}^{R(L)}\theta_0^{(j)}\phi_j(Y),\ \ k_c(\theta_c;Y)=\sum_{j=1}^{R(L)}\theta_c^{(j)}\phi_j(Y),\ \ k_0^{[i]}=\sum_{j=1}^{R(L)}\theta_0^{(j)}\phi_j(Y^{[i]}),$
  $k_c^{[i]}=\sum_{j=1}^{R(L)}\theta_c^{(j)}\phi_j(Y^{[i]})$
- $\left(\bar{x}^{[i]},\hat{\bar{x}}^{[i]}\right)$ είναι ένα σύνολο $\aleph$ τυχαίων ζευγών που δημιουργήθηκαν από μια τυχαία ομοιόμορφη κατανομή στο $\mathfrak{X}$. Παρόμοια, $Y^{[i]}$ είναι ένα σύνολο $\aleph$ τυχαίων ζευγών που δημιουργήθηκαν από μια τυχαία ομοιόμορφη κατανομή στο $\mathbf{\Psi}$.
- $\theta_0=vec\left(\theta_0^{(1)},...,\theta_0^{(R(L))}\right),\ \ \theta_c=vec\left(\theta_c^{(1)},...,\theta_c^{(R(L))}\right)$.

Με απλά λόγια το θεώρημα 6.1 μας λέει ότι αν οι σταθερές ε_i επιλεγούν κατάλληλα και το L επιλεγεί αρκετά μεγάλο, τότε ο προτεινόμενος εκτιμητής μπορεί να προσεγγίσει με αυθαίρετα επιλεγμένη ακρίβεια την επίδοση του βέλτιστου εκτιμητή στην ελαχιστοποίηση (6.3) για κάποιους πίνακες R,R_0,Q. Αξίζει επίσης να σημειωθεί ότι το L εκτός από το μέγεθος του μονόνυμου z που χρησιμοποιείται στην (6.13), σχετίζεται και με το μέγεθος του R(L). Ακολουθούν κάποια χρήσιμα σχόλια:

1. Ο αριθμός R(L) του εκτιμητή έχει αμελητέα επίδραση στις υπολογιστικές απαιτήσεις του προτεινόμενου αλγορίθμου. Η διάσταση του μονωνύμου z αυξάνεται εκθετικά με την αύξηση του L, αλλά επίσης δεν επιδρά στις υπολογιστικές απαιτήσεις, μιας και χρησιμοποιείται μόνο στους off-line υπολογισμούς που γίνονται για την επίλυση του κυρτού προβλήματος (6.13).

2. Όπως προαναφέρθηκε, η λύση του κυρτού προβλήματος (6.13) δε γίνεται σε πραγματικό χρόνο. Το ίδιο συμβαίνει και με τις προσεγγίσεις που βασίζονται σε προσομοιώσεις, όπως π.χ. η ενισχυμένη μάθηση (reinforcement learning) και ο νευρο-δυναμικός προγραμματισμός (neuro-dynamic programming). Εντούτοις, υπάρχουν δύο θεμελιώδεις διαφορές μεταξύ των βασισμένων σε προσομοιώσεις προσεγγίσεων και της προτεινόμενης:

   (α) Στις πρώτες απαιτούνται εκτενείς, προσεκτικά-σχεδιασμένες και, μερικές φορές αρκετά εξεζητημένες προσομοιώσεις του πραγματικού συστήματος και του εξωγενούς περιβάλλοντος, ενώ για την περίπτωση της προτεινόμενης προσέγγισης, αρκεί η προσομοίωση του μοντέλου των μετρήσιμων μεγεθών.

   (β) Εξαιτίας του γεγονότος ότι η προτεινόμενη μέθοδος είναι βασισμένη στην ευστάθεια κατά Lyapunov και τις κλασικές αρχές της θεωρίας ελέγχου, η ευρωστία της προτεινόμενης προσέγγισης (εξαιτίας της τυχαιότητας των συναρτήσεων f, g, g_{ω}, h) μπορεί εύκολα να εγγυηθεί και να αναλυθεί, κάτι που είναι αδύνατο για τις υπάρχουσες προσεγγίσεις. Στην πραγματικότητα, η ανισότητα (6.14) μπορεί να χρησιμοποιηθεί με παρόμοιο τρόπο, όπως σε ένα απλό γραμμικό σύστημα κλειστού βρόχου πρώτης τάξεως, προκειμένου να επιλεχτούν οι σταθερές ε_i, έτσι ώστε η ευρωστία να είναι εγγυημένη.

3. Το θεώρημα 6.1 δεν μας δίνει μια μέθοδο κατασκευής ή επιλογής των σταθερών ε_i. Αυτό μας οδηγεί στην επιλογή διάφορων τιμών και στην ανάλυση του εκτιμητή που θα προκύψει με τη χρήση της (6.14). Ο όρος $\Theta(\varepsilon)+\Theta(1/L)$ της (6.14) μπορεί να εκτιμηθεί από τη λύση του προβλήματος (6.13). Αν λοιπόν αντικαταστήσουμε $\Theta(\varepsilon)+\Theta(1/L) \approx \max_{i=1}^{N} \mu_i$ στην (6.14) μπορούμε να εκτιμήσουμε την επίδραση της επιλογής των ε_i στην αποτελεσματικότητα του εκτιμητή.

4. Το θεώρημα 6.1, αλλά και τα αποτελέσματα που θα δούμε παρακάτω, ισχύουν ακόμα και αν αντικαταστήσουμε τις τμηματικές σταθερές συναρτήσεις $\theta_c^{(j)}\phi_j(Y)$, $\theta_0^{(j)}\phi_j(Y)$ στην (6.12) με άλλες συναρτήσεις με καλύτερες ιδιότητες προσέγγισης (π.χ. τμηματικές γραμμικές ή πολυωνυμικές συναρτήσεις). Σε μια τέτοια περίπτωση το R(L) μειώνεται, αυξάνοντας όμως τις υπολογιστικές απαιτήσεις του εκτιμητή.

<u>Απόδειξη του θεωρήματος 6.1:</u>

Αρχικά θα χρειαστούμε το παρακάτω λήμμα.

Λήμμα 6.1: Υπάρχουν σταθεροί πίνακες $\overline{\theta}_0^{(j)}, \overline{\theta}_c^{(j)}$ και $\overline{P} \geq 0$ τέτοιοι ώστε να ισχύουν

$$\left\| k_0(Y) - \sum_{j=1}^{R(L)} \overline{\theta}_o^{(J)} \phi_j(Y) \right\|_{\Psi}^{\{0\}} = \mathcal{O}(1/R(L))$$

$$\left\| k_c(Y) - \sum_{j=1}^{R(L)} \overline{\theta}_c^{(J)} \phi_j(Y) \right\|_{\Psi}^{\{0\}} = \mathcal{O}(1/R(L)) \qquad \text{και}$$

$$\left\| V(\overline{x},\hat{\overline{x}}) - z^{\tau}(\overline{x},\hat{\overline{x}})\overline{P}z(\overline{x},\hat{\overline{x}}) \right\|_{\mathfrak{X}}^{\{0,1,2\}} = \mathcal{O}(\frac{c_1^L}{L!})$$

$$(\lambda_1 - \mathcal{O}\left(\frac{c_1^L}{L!}\right)) \left|\overline{x} - \hat{\overline{x}}\right|^2 \le z^{\tau}(\overline{x},\hat{\overline{x}})\overline{P}z(\overline{x},\hat{\overline{x}})$$

$$\le (\lambda_2 + \mathcal{O}\left(\frac{c_1^L}{L!}\right)) \left|\overline{x} - \hat{\overline{x}}\right|^2 \qquad 6.14$$

για κάποια θετική σταθερά c_1 που είναι ανεξάρτητη του L.

<u>Απόδειξη λήμματος 6.1</u>: « Η απόδειξη των τριών πρώτων ισοτήτων βασίζεται σε βασικούς και απλούς κανόνες προσέγγισης συναρτήσεων (βλέπε κεφάλαιο 3 στο [31]). Η απόδειξη των ανισοτήτων προκύπτει με τον ίδιο τρόπο όπως αυτή του λήμματος 1.b στο [48]: Έστω $\theta^{\tau} z(\overline{x},\hat{\overline{x}})$ μια προσέγγιση του $\sqrt{V(\overline{x},\hat{\overline{x}})}$ που ικανοποιεί $\theta^{\tau} z(\overline{x},\overline{x}) = 0$. Μπορεί να αποδειχθεί με τη χρήση των ίδιων ισχυρισμών όπως στο λήμμα 1.b του [48], ότι μια τέτοια προσέγγιση είναι εφικτή και ότι ισχύει

$$\left\| \sqrt{V(\overline{x},\hat{\overline{x}})} - \theta^{\tau} z(\overline{x},\hat{\overline{x}}) \right\|_{\mathfrak{X}}^{\{0,1,2\}} = \mathcal{O}\left(\frac{c_1^L}{L!}\right)$$

Έτσι, απλά θέτοντας $z^{\tau}(\overline{x},\hat{\overline{x}})\overline{P}z(\overline{x},\hat{\overline{x}}) = (\theta^{\tau} z(\overline{x},\hat{\overline{x}}))^2$ και ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με το λήμμα 1.b του [48] οι ανισότητες αποδεικνύονται ».

Τώρα ας επιστρέψουμε στην ανισότητα (6.9). Αντικαθιστούμε τους όρους k_0,k_c,V με τις προσεγγίσεις τους όπως αυτές δίνονται στο λήμμα 6.1 δηλαδή:

$$\overline{k}_0(Y) = \sum_{j=1}^{R(L)} \overline{\theta}_0^{(j)} \phi_j(Y)$$

$$\overline{k}_c(Y) = \sum_{j=1}^{R(L)} \overline{\theta}_0^{(J)} \phi_j(Y)$$

$$\overline{V} = z^{\tau}(\overline{x},\hat{\overline{x}})\overline{P}z(\overline{x},\hat{\overline{x}})$$

Θέτουμε επίσης τα εξής μεγέθη: $X = vec(\overline{x},\hat{\overline{x}},Y)$, $X^{[i]} = vec(\overline{x}^{[i]},\hat{\overline{x}}^{[i]},Y^{[i]})$ και $\overline{\Theta} = vec(UD(\overline{P}),\overline{\theta}_c^{(1)},...,\overline{\theta}_c^{(R(n))},\overline{\theta}_0^{(1)},...,\overline{\theta}_0^{(R(n))})$. Όπου $UD(\overline{P})$ είναι το διάνυσμα που

εμπεριέχει όλα τα άνω διαγώνια στοιχεία του $\overline{P}$. Ο $\overline{P}$ είναι συμμετρικός και το $\Theta = vec(UD(P), \theta_c^{(1)},...,\theta_c^{(R(n))}, \theta_0^{(1)},...,\theta_0^{(R(n))})$ περιέχει όλα τα προς βελτιστοποίηση στοιχεία του προβλήματος (6.13). Χρησιμοποιώντας το λήμμα 6.1 και την ανισότητα (6.9) καταλήγουμε στο:

$$\begin{aligned}
&\overline{V}_x^{\tau} f(x) + \overline{V}_{\hat{x}}^{\tau} f(\hat{x}) + \overline{V}_y^{\tau} h_x(x) f(x) \\
&+\frac{1}{2} tr\left\{ g_{\omega}^{\tau}(x) \overline{V}_{xx} g_{\omega}(x) \right\} \\
&+(\overline{V}_x^{\tau} g(x) + \overline{V}_{\hat{x}}^{\tau} g(\hat{x})) \overline{k}_c(Y)(y - y_r) \\
&+\overline{V}_{\hat{x}}^{\tau} \overline{k}_0(Y)(y - h(\hat{x})) \\
&+\frac{1}{2} tr\left\{ [h_x(x) g_{\omega}(x)]^{\tau} \overline{V}_{yy} h_x(x) g_{\omega}(x) \right\} \\
&\leq \eta(\overline{\Theta}, X) - \lambda_3 \left| \overline{x} - \hat{\overline{x}} \right|^2 + \mathcal{O}(\varepsilon)
\end{aligned} \qquad 6.15$$

όπου $\eta(\overline{\Theta}, X) = \Omega(L)$ 6.16

$$\Omega(L) = \mathcal{O}\left(\frac{1}{R(L)^2} \right) + \mathcal{O}\left(\frac{c_1^L}{R(L)L!} \right) + \mathcal{O}\left(\frac{c_1^{2L}}{(L)^2!} \right)$$

Θέτουμε Θ να εκφράζει την ολική βέλτιστη λύση του προβλήματος του πίνακα 6.1. Υπενθυμίζουμε ότι $\overline{\Theta}$ είναι απλά μια αποδεκτή λύση του ίδιου προβλήματος που μας εξασφαλίζει ότι οι όροι $\lambda_1 - \mathcal{O}\left(\frac{c_1^L}{L!} \right), \lambda_2 + \mathcal{O}\left(\frac{c_1^L}{L!} \right)$ στην (6.14) ικανοποιούν:

$$\lambda_1 - \mathcal{O}\left(\frac{c_1^L}{L!} \right) \equiv \lambda_1 - v_1 \geq \varepsilon_1$$

$$\lambda_2 + \mathcal{O}\left(\frac{c_1^L}{L!} \right) \equiv \lambda_2 + v_2 \leq \varepsilon_2 \qquad 6.17$$

Ας σημειώσουμε επίσης ότι αφού $\aleph >> N$, όπου N είναι μια συνάρτηση του L και ορίζεται στο πρόβλημα του πίνακα 6.1, θα υπάρχει ένα υποσύνολο $I \subset \{1,...,\aleph\} : \mu_i > 0 \quad \forall i \in I$ τέτοιο ώστε το I να έχει αριθμό στοιχείων μεγαλύτερο ή ίσο με το N. Συνδυάζοντας όλα τα παραπάνω [ισχύει η (6.17) για το $\overline{\Theta}$ που είναι μια αποδεκτή λύση για το πρόβλημά] καταλήγουμε στο

$$\sum_{i\in I}\mu_i = \sum_{i\in I} v(\Theta, X^{[i]})$$
$$\leq \sum_{i\in I} v(\overline{\Theta}, X^{[i]}) = card(I)\Omega(L)$$

όπου $card(I)$ εκφράζει τον αριθμό των στοιχείων του I . Αφού το $\aleph$ θεωρείται αρκετά μεγάλο, τότε και το $card(I)$ είναι αρκετά μεγάλο και άρα υπάρχει ένα υποσύνολο $I_s \subset I$ με $card(I)$=N έτσι ώστε:

$$\sum_{i\in I_s}\mu_i = \sum_{i\in I_s} v(\Theta, X^{[i]})$$
$$\leq \sum_{i\in I_s} v(\overline{\Theta}, X^{[i]}) = card(I_s)\Omega(L) \equiv N\Omega(L)$$

Παρόμοια με την απόδειξη του λήμματος 5 του [48] και κάνοντας χρήση των ορίων του L! που δίνονται στο [87], μπορούμε να δείξουμε ότι υπάρχει μια θετική σταθερά $\overline{L}$ τέτοια ώστε

$N\Omega(L) =$ $\mathcal{O}$(1/L), ν_i= $\mathcal{O}$(1/L), i=1,2 για όλα τα L$\geq \overline{L}$

και έτσι καταλήγουμε στην παρακάτω ισότητα

$$\sum_{i\in I_s}\mu_i = \mathcal{O}(1/L), \forall L \geq \overline{L} \qquad 6.18$$

Από τον ορισμό του μ_i στον πίνακα 1, προκύπτει ότι οι όροι μ_i είναι τετραγωνικές συναρτήσεις του Θ. Έτσι μπορούμε να γράψουμε

$$\sum_{i\in I_s}\mu_i = \Phi_1 + \Theta^{\tau}\Phi_2 + \Theta^{\tau}\Phi_3\Theta \qquad 6.19$$

για κάποιους όρους Φ_i που εξαρτώνται από το $X^{[i]}$. Χρησιμοποιώντας παρόμοιους ισχυρισμούς όπως στο λήμμα 3 του [46] (βλέπε επίσης το [47]) μπορεί να αποδειχθεί, ότι εξαιτίας της παραγωγής των σημείων $X^{[i]}$ σύμφωνα με μια ομοιόμορφη τυχαία κατανομή στο $\mathfrak{X}\times\mathbf{\Psi}$, ο πίνακας Φ_3 είναι σίγουρα θετικά ορισμένος.

Χρησιμοποιώντας τις (6.18), (6.19) καθώς και την αντιστρεψιμότητα του Φ_3, κινούμενοι όπως στο λήμμα 5 του [48] δείχνουμε ότι αν $L \geq \overline{L}$, τότε

$$\left|\Theta - \overline{\Theta}\right| = \mathcal{O}(1/L) \qquad 6.20$$

Χρησιμοποιώντας αυτήν την ισότητα και τις (6.15), (6.16), μετά από χειρισμούς καταλήγουμε στην παρακάτω ισότητα.

$$\eta(\Theta, X) = \mathcal{O}(1/L)$$

για όλα τα $L \geq \bar{L}$. Ανάλογα, κάνοντας χρήση των (6.14), (6.15) και του γεγονότος ότι $\nu_i = \mathcal{O}(1/L)$ για $L \geq \bar{L}$ καταλήγουμε ότι για κάθε $L \geq \bar{L}$,

$$(\lambda_1 - \mathcal{O}(1/L)) \left|\bar{x} - \hat{\bar{x}}\right|^2 \leq V(\bar{x}, \hat{\bar{x}}) \qquad 6.21$$

$$(\lambda_2 + \mathcal{O}(1/L)) \left|\bar{x} - \hat{\bar{x}}\right|^2 \geq V(\bar{x}, \hat{\bar{x}}) \qquad 6.22$$

$$\mathcal{L}V(\bar{x}, \hat{\bar{x}}) \leq -\lambda_3 \left|\bar{x} - \hat{\bar{x}}\right|^2 + \mathcal{O}(\varepsilon) + \mathcal{O}(1/L) \qquad 6.23$$

Συνδυάζοντας τώρα τις (6.22) και (6.23) από τη δεύτερη θα έχουμε

$$\mathcal{L}V(\bar{x}, \hat{\bar{x}}) \leq -\frac{\lambda_3}{\lambda_2 + \mathcal{O}(1/L)} V(\bar{x}, \hat{\bar{x}}) + \mathcal{O}(\varepsilon) + \mathcal{O}(1/L)$$

Δουλεύοντας παρόμοια με την απόδειξη του θεωρήματος 4.1 του [30] βλέπουμε ότι η τελευταία ανισότητα μας οδηγεί στο

$$E[V(\bar{x}, \hat{\bar{x}})] \leq e^{-\frac{\lambda_3}{\lambda_2 + \mathcal{O}(1/L)} t} V(\bar{x}(0), \hat{\bar{x}}(0)) + \frac{\lambda_2 + \mathcal{O}(1/L)}{\lambda_3} \left\{ \mathcal{O}(\varepsilon) + \mathcal{O}(1/L) \right\}$$

Χρησιμοποιώντας τώρα τις (6.21) και (6.22) θα καταλήξουμε στην παρακάτω σχέση

$$(\lambda_1 - \mathcal{O}(1/L)) E\left[\left|\bar{x}(t) - \hat{\bar{x}}(t)\right|^2\right] \leq e^{-\frac{\lambda_3}{\lambda_2 + \mathcal{O}(1/L)} t} (\lambda_2 + \mathcal{O}(1/L)) \left[\left|\bar{x}(0) - \hat{\bar{x}}(0)\right|^2\right] + \frac{\lambda_2 + \mathcal{O}(1/L)}{\lambda_3} \left\{ \mathcal{O}(\varepsilon) + \mathcal{O}(1/L) \right\}$$

που είναι ισοδύναμη της (6.14) οπότε και έχουμε την απόδειξή μας.

7. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ-ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

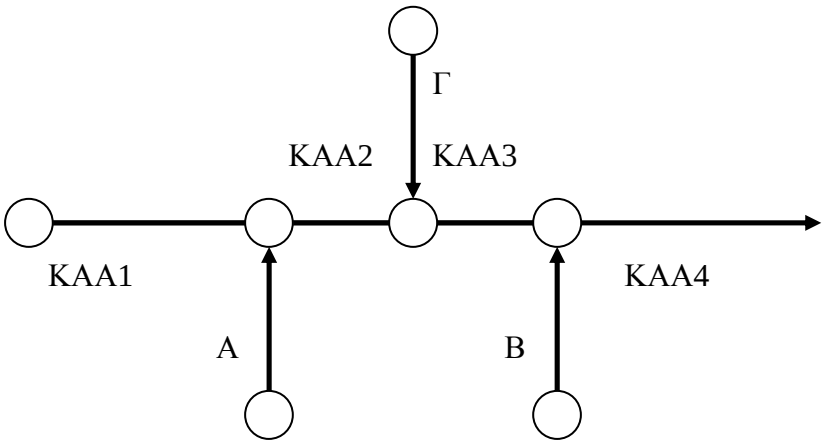
7.1 ΔΙΚΤΥΟ ΔΟΚΙΜΗΣ

Βάσει της επισκόπησης των αποχετευτικών δικτύων της χώρας, στα πλαίσια του έργου αναπτύχθηκε ένα μοντέλο (δίκτυο δοκιμής) αποχετευτικού δικτύου. Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, το μοντέλο αυτό θα πρέπει:

1. Να μοντελοποιεί χωριστικά αποχετευτικά δίκτυα ακαθάρτων.
2. Να περιλαμβάνει μόνο τους κεντρικού αγωγούς του δικτύου, δεδομένου ότι μέτρα ελέγχου μπορούν να εφαρμοστούν μόνο σε αυτούς.
3. Να μοντελοποιεί, κατά το βέλτιστο δυνατό, την σημαντική επίδραση των παρασιτικών εισροών.
4. Να είναι παρόμοιο σε γεωμετρικά χαρακτηριστικά με τα χωριστικά δίκτυα ακαθάρτων της χώρας.

Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι, δεδομένου ότι ο σκοπός της ανάπτυξης του δικτύου δοκιμής είναι η εφαρμογή και αξιολόγηση μέτρων ελέγχου και όχι η λεπτομερής αναπαράσταση και μοντελοποίηση των διεργασιών ενός αποχετευτικού δικτύου, αρκετές απλοποιήσεις σε σχέση με ένα πραγματικό δίκτυο έλαβαν χώρα κατά το σχεδιασμό του δικτύου δοκιμής. Πιο συγκεκριμένα, σε όλες τις περιπτώσεις θεωρήθηκαν ευθύγραμμοι κεντρικοί αγωγοί τετράγωνης διατομής.

Το σχηματικό διάγραμμα του δικτύου δοκιμής που αναπτύχθηκε φαίνεται στο σχήμα 7.1. Πρόκειται για ένα δίκτυο παρόμοιο με αυτό της Αθήνας (περί τον Κεντρικό Αποχετευτικό Αγωγό). Όπως και στο δίκτυο της Αθήνας, το δίκτυο δοκιμής αποτελείται από έναν ΚΑΑ στον οποίο εκβάλλουν τρεις άλλοι κεντρικοί αγωγοί (Α, Β, Γ). Οι κόμβοι του δικτύου αντιστοιχούν είτε στα σημεία έναρξης, είτε στα σημεία εκβολής των αγωγών Α, Β και Γ στον ΚΑΑ. Τα τμήματα του ΚΑΑ ανάμεσα σε δύο κόμβους συμβολίζονται με ΚΑΑ1, ΚΑΑ2, ΚΑΑ3 και ΚΑΑ4.



Σχήμα 7.1: Το Δίκτυο Δοκιμής

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των τμημάτων του δικτύου δοκιμής φαίνονται στον πίνακα 7.1

Πίνακας 7.1: Τα χαρακτηριστικά του Δικτύου Δοκιμής

Αγωγός	Μήκος	Διατομή	Αρχικό Βάθος	Τελικό Βάθος
ΚΑΑ1	20χλμ	2,5μ	4μ	6μ
ΚΑΑ2	10χλμ	3,0μ	6μ	8μ
ΚΑΑ3	15χλμ	3,0μ	8μ	10μ
ΚΑΑ4	30χλμ	4,0μ	10μ	14μ
Α	10χλμ	0,8μ	2μ	6μ
Β	10χλμ	2,5μ	4μ	10μ
Γ	10χλμ	2,5μ	4μ	8μ

Θα πρέπει εδώ να αναφερθεί ότι με εξαίρεση τον αγωγό Α, η διατομή όλων των υπόλοιπων αγωγών είναι παρόμοια με αυτά των αγωγών της Αθήνας. Επίσης, όπως στην περίπτωση του ΚΑΑ της Αθήνας, η διατομή του ΚΑΑ του δικτύου δοκιμής αλλάζει σε κάθε κόμβο (σημεία εκβολής αγωγών Α, Β, Γ) κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μεγαλώνει η χωρητικότητά του. Ο λόγος που ο αγωγός Α επιλέχθηκε να είναι μικρής διατομής είναι για να προσομοιώνει τα χαρακτηριστικά ενός κεντρικού αγωγού επαρχιακού δικτύου. Κατά αυτό τον τρόπο, θα καταστεί δυνατή η αξιολόγηση μεθόδων ελέγχου τόσο σε μεγάλα δίκτυα όπως της Αθήνας ή της Θεσσαλονίκης, όσο και σε επαρχιακά δίκτυα. Τα μήκη καθώς και τα βάθη των αγωγών επιλέχθηκαν έτσι ώστε να αντιστοιχούν σε αυτά των κεντρικών αγωγών της χώρας μας.

Η εισερχόμενη ροή σε κάθε ένα από αυτά τα τμήματα είναι το άθροισμα της εξερχόμενης ροής του ανάντη τμήματος.

Τέλος οι ελεγκτές του δικτύου βρίσκονται στα σημεία εκβολής των αγωγών Α, Β, Γ στον ΚΑΑ επιτρέποντας ελεγχόμενη εισροή στον ΚΑΑ.

7.2 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ

Για τη μοντελοποίηση του συστήματος χρησιμοποιήθηκε μια απλοποιημένη μορφή των εξισώσεων Saint Venant η οποία περιγράφεται πιο αναλυτικά παρακάτω. Σημειώνεται ότι οι εξισώσεις αυτές είναι οι ίδιες με αυτές που χρησιμοποιούνται από το πρόγραμμα προσομοίωσης KANSIM.

7.2.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Οι βασικές εξισώσεις που χρησιμοποιούνται για την ακριβή απεικόνιση της δυναμικής της ροής των υδάτων είναι οι μερικές διαφορικές εξισώσεις Saint-Venant. Αναφέραμε ήδη μία κοινά αποδεκτή και ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδο προσέγγισης των Saint Venant εξισώσεων, την μέθοδο Diffusive Wave. (DW).

Οι εξισώσεις Saint Venant είναι οι παρακάτω:

$$\frac{\partial F(h)}{\partial h}\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial q}{\partial x}=0$$

$$\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{u}{g}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial h}{\partial x}=I_s-I_R$$

Όπου

- q(x,t) είναι η ροή (σε m^3/sec) στο σημείο x (σε m) κατά μήκος του καναλιού στη χρονική στιγμή t (σε sec).
- h(x,t) είναι το βάθος της ροής του καναλιού στο σημείο x κατά μήκος του καναλιού στη χρονική στιγμή t.
- F(h) είναι το εμβαδόν της κάθετης διατομής της ροής.
- I_s είναι η κλίση του καναλιού.
- I_R εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του καναλιού.
- g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας (9.81 m/sec^2).

Επειδή στη δεύτερη εξίσωση οι 2 πρώτοι όροι θεωρούνται αμελητέοι σε σχέση με τον τρίτο, αντικαθιστώντας όπου $I_R = cq^2R(h)^{-4/3}F(h)^{-2}$ με F(h)=R(h)P(h) και P(h) την περίμετρο του γεμάτου υδάτων αγωγού, καταλήγουμε στις παρακάτω απλοποιημένες μερικές διαφορικές εξισώσεις:

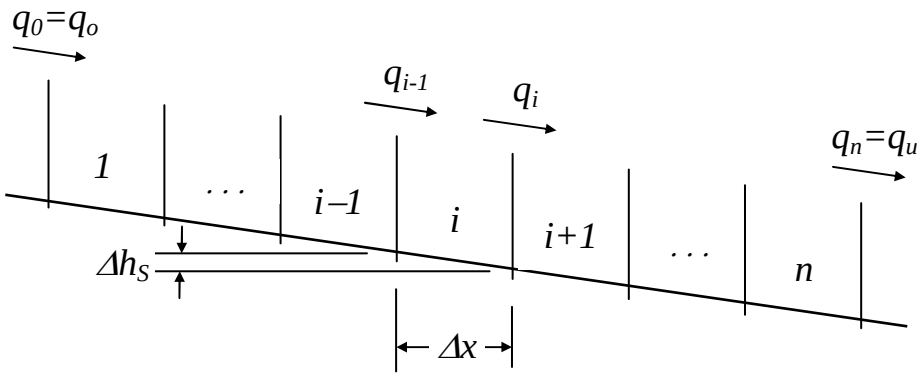
$$\frac{\partial F(h)}{\partial h}\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial q}{\partial x}=0 \qquad 7.1$$

$$q=\frac{1}{\sqrt{c}}R(h)^{2/3}F(h)\sqrt{I_s-\frac{\partial h}{\partial x}} \qquad 7.2$$

7.2.2 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ

Για την προσεγγιστική επίλυση των παραπάνω εξισώσεων γίνεται καταρχάς μια χωρική διακριτοποίηση του δικτύου. Πιο συγκεκριμένα, ένα γεωμετρικά ομοιόμορφο κομμάτι από το δίκτυο μοντελοποιείται σαν ένας σύνδεσμος χωρισμένος σε n κομμάτια μήκους Δx. (σχήμα 7.1) Για πιο ακριβή μοντελοποίηση, το μήκος των

τμημάτων πρέπει να είναι αρκετά μικρό. Η χωρική παράγωγος $\frac{\partial q}{\partial x}$ αντικαθίσταται από την προσέγγιση $\frac{\Delta q}{\Delta x} = \frac{q_i - q_{i-1}}{\Delta x}$.



<u>Σχήμα 7.1:</u> Χωρική διακριτοποίηση του καναλιού.

Αντικαθιστώντας στην (7.1) και μετά από υπολογισμούς, καταλήγουμε στην παρακάτω διαφορική εξίσωση για κάθε τμήμα i.

$$\frac{dV_i}{dt} = \dot{V} = q_{i-1} - q_i \qquad 7.3$$

Όπου V_i=F(h_i)Δx εκφράζει τον όγκο υδάτωνού που βρίσκεται αποθηκευμένος στο τμήμα i. Η (7.3) επιλύεται με αριθμητικές μεθόδους π.χ. τον κανόνα τραπεζίου όπου

$$V(k+1) = V(k) + 0.5(\Delta q(k) + \Delta q(k+1))$$

Προσεγγίζοντας $\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h_{i+1} - h_i}{\Delta x}$ και τον όρο I_s με $\frac{\Delta h_s}{\Delta x}$ και αντικαθιστώντας στην (7.2) παίρνουμε την παρακάτω εξίσωση:

$$q_i = \frac{\frac{1}{\sqrt{c}} R(h_i)^{2/3} F(h_i)}{\sqrt{\Delta x}} \sqrt{\Delta h_s + h_i - h_{i+1}} \qquad 7.4$$

Η μεταβλητή h_i είναι άμεση συνάρτηση του όγκου

$$h_i = \mathrm{H}(V_i) \qquad 7.5$$

Όπου H(V) είναι η αντίστροφη συνάρτηση του F(h)Δx. Από τη στιγμή που έχουμε τιμές μόνο για την αρχή και το τέλος του κάθε τμήματος, θα χρειαστούμε μια μεταβλητή α για να λάβουμε υπόψη την ανάντη και κατάντη στάθμη. Επίσης χρησιμοποιείται μία ακόμη μεταβλητή w_i για τον υπολογισμό της αντίστασης της κίνησης των υδάτων από το τμήμα i στο τμήμα i+1.

$$w_i = \sqrt{W(h_i)^2 \alpha + W(h_{i+1})^2 (1-\alpha)} \sqrt{\Delta x}$$

όπου

$$W(h_i) = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{c}} R(h_i)^{2/3} F(h_i)} \qquad \text{και } 0 < \alpha < 1$$

Με αυτόν τον τρόπο η ροή μεταξύ των τμημάτων μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση

$$q_i = \sqrt{\Delta h_s + h_i - h_{i+1}} \,/\, w_i \qquad 7.6$$

7.2.3 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΗΣ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ

Για τη γραμμικοποίηση των εξισώσεων Saint Venant, η χωρική διακριτοποίηση γίνεται με τον χωρισμό του κάθε αγωγού του δικτύου σε τρία ίσα μέρη. Κάθε αγωγός μοντελοποιείται σαν τετραγωνικός αγωγός, χωρίς να αλλάζει η διατομή του σύμφωνα με τον πίνακα 7.1.

7.3 ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Το αρχικό ύψος των υδάτων θεωρήθηκε ότι ήταν ίσο με τα μισό της διατομής του κάθε αγωγού. Το επιθυμητό ύψος είναι μηδενικό αφού στόχος μας σε ένα αποχετευτικό δίκτυο είναι το άδειασμα του δικτύου.

Το κριτήριο βελτιστοποίησης εξαρτάται από τους πίνακες Q,R και R_0. Επειδή στα αποχετευτικά δίκτυα αυτό που μας ενδιαφέρει είναι όχι απλά να αδειάσει το δίκτυο, αλλά και η διαδικασία αδειάσματος να είναι ταχύτατη, θα πρέπει ο πίνακας Q να είναι αρκετά μεγαλύτερος από τους άλλους. Αυτό στην πράξη σημαίνει ότι δίνουμε μεγάλη βαρύτητα στην επίτευξη της σωστής εκτίμησης της κατάστασης και στην επίτευξη του στόχου μας. Υπενθυμίζουμε ότι το βέλτιστο κόστος μεταφοράς προκύπτει από την ελαχιστοποίηση της

$$J(\overline{x}(t), \hat{\overline{x}}(t)) = E\left[\int_t^{\infty} \left(\left|u(s)\right|_R^2 + \left|u_0(s)\right|_{R_0}^2 + \left|\overline{x}(s) - \hat{\overline{x}}(s)\right|_Q^2 \right) ds \right]$$

όπου $\overline{x} = vec(x, y)$ και $\hat{\overline{x}} = vec(\hat{x}, y_r)$

Άρα με μεγάλο Q δίνουμε βάρος στο $x - \hat{x}$ (σωστή εκτίμηση της κατάστασης) και $y - y_r$ (όπου y οι μετρήσεις μας στην αρχή και το τέλος του αγωγού και y_r οι επιθυμητές τιμές δηλαδή το μηδέν). Από σύντομη διερεύνηση προέκυψε ότι η

επιλογή Q=100, $R=R_0=0.1$ λειτουργεί ικανοποιητικά, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι είναι και η καλύτερη δυνατή για το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε.

Οι αρχικές τιμές του εκτιμητή της κατάστασης επιλέχτηκε ως εξής: $\hat{x}(0) = x(0)$. Με άλλα λόγια θεωρούμε ότι αρχικά το ύψος των υδάτων είναι γνωστό. Απλά μετά πρέπει να εκτιμήσουμε την κατάσταση που θα προκύψει από την επίδραση των διαταραχών και του ελέγχου.

7.4 ΣΕΝΑΡΙΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

Η προσομοίωση διαρκεί 24 ώρες. Τις πρώτες 12 έχουμε συνεχώς είσοδο λυμάτων στους αγωγούς αλλά και παρασιτικές εισροές. Τις επόμενες 12 ώρες θεωρούμε ότι οι είσοδοι είναι μηδενικές. Αυτό φυσικά είναι μια επιλογή που δεν αντιστοιχεί πλήρως στην πραγματικότητα, αλλά προσομοιάζει αρκετά ρεαλιστικά αυτό που γίνεται στην πράξη, όπου αργά πριν και μετά τα μεσάνυχτα η εισροή των λυμάτων μειώνεται αρκετά.

Χρησιμοποιούνται 4 διαφορετικά σενάρια προσομοίωσης όσο αφορά την ροή εισόδου. Σε καθένα από αυτά η μέση ροή εισόδου σε μια από τις εισόδους του δικτύου είναι $2m^3/s$ ενώ στις υπόλοιπες είναι $0,5m^3/s$.

Ο υπολογισμός της ροής εισόδου σε κάθε μια από τις εισόδους γίνεται με τον ίδιο τρόπο όπως στο σενάριο 4 των προσομοιώσεων της πρώτης μεθόδου. Δηλαδή κατά τη διάρκεια της εφαρμογής του ελέγχου εμφανίζεται μια διαταραχή ως ένα περιοδικό σήμα (ημιτονοειδές) με περίοδο 6 ώρες.

7.5 ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ L

Επιλέγουμε τη σταθερά L ίση με 1 και 2. Επίσης επιλέγουμε τη αύξουσα συνάρτηση R(L)=L που είναι μια πολύ απλή επιλογή.

- Για L=1 έχουμε γραμμικό ελεγκτή. Η προσέγγιση του βέλτιστου κόστους μεταφοράς είναι μια τετραγωνική προσέγγιση.
- Για L=2 έχουμε τμηματοποίηση του ελεγκτή σε 2 τμήματα και η προσέγγιση του βέλτιστου κόστους μεταφοράς είναι $4^{ου}$ βαθμού.

Στην περίπτωση L=2 η τμηματοποίηση του χώρου των Y γίνεται ως εξής: Παίρνουμε τις μετρήσεις κάθε αγωγού και αν το ύψος της στάθμης ξεπερνά – κατά μέσο όρο – το 50% της διατομής ενεργοποιείται ο πρώτος ελεγκτής, αλλιώς ο δεύτερος. Έτσι επιλέγουμε με λίγα λόγια να έχουμε «ισχυρό» έλεγχο στην περίπτωση υπερφόρτωσης του αγωγού και πιο ήπιο σε άλλη περίπτωση.

7.6 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Τα βασικά αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 7.2. Βλέπουμε τη διαφορά που υπάρχει ανάμεσα σε κάθε επιλογή L. Για L=2 έχουμε καλύτερα αποτελέσματα από τον απλό γραμμικό ελεγκτή πράγμα που συμβαίνει εξαιτίας της καλύτερης προσέγγισης που κάνουμε τόσο στην κατά τόπους γραμμική προσέγγιση του βέλτιστου ελεγκτή όσο και στη προσέγγιση του βέλτιστου κόστους μεταφορά από το πολυώνυμο $z^{\tau}Pz$ όπου z είναι μονώνυμο $2^{ου}$ βαθμού (L=2).

Σενάριο	αγωγός	Ποσοστό Βελτίωσης Αντικειμενικής Συνάρτησης J (L=2 σε σχέση με L=1)
1	ΚΑΑ1	42,1%
2	Α	67,3%
3	Β	12,5%
4	Γ	37%

Πίνακας 7.2: τα βασικά αποτελέσματα σύγκρισης ανάλογα με το σενάριο και την επιλογή του L

Παρατηρούμε ότι η βελτίωση μεγαλώνει όσο ο αγωγός με την αυξημένη είσοδο λυμάτων είναι μακρύτερα από την έξοδο του δικτύου. Πχ για τον αγωγό Β που βρίσκεται πιο κοντά στην έξοδο υπάρχει το μικρότερο ποσοστό βελτίωσης μιας και η εκροή του αγωγού δεν επηρεάζει άμεσα τις εκροές των υπόλοιπων. Για το σενάριο 2 έχουμε τη μεγαλύτερη βελτίωση μιας και ο αγωγός Α είναι αυτός με την μικρότερη διατομή. Λόγω της μικρής χωρητικότητάς του, αλλά και της αυξημένης εισροής λυμάτων, ενεργοποιείται ο πρώτος ελεγκτής για μεγαλύτερη διάρκεια με αποτέλεσμα την ταχύτερη αποσυμφόρηση του δικτύου.

7.7 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Καταφέραμε να σχεδιάσουμε κεντρικό έλεγχο που μπορεί να προσεγγίσει τον βέλτιστο ελεγκτή όσο καλά θέλουμε. Παρατηρήσαμε ότι αυξάνοντας την μεταβλητή L καταφέρνουμε να μειώσουμε τα σφάλματα των προσεγγίσεων μας και άρα να αυξήσουμε την αποτελεσματικότητα του ελεγκτή μας. Δυστυχώς δεν καταφέραμε να κάνουμε μεγαλύτερη διερεύνηση όσο αφορά την επιλογή των πινάκων Q,R και R_0 και ούτε προσπαθήσαμε να επιτύχουμε την καλύτερη δυνατή προσέγγιση του βέλτιστου ελεγκτή. Αυτό θα μπορούσε να γίνει αρχικά με την επιλογή μεγαλύτερου L (L=3 πιστεύουμε θα ήταν υπεραρκετό) έτσι ώστε η προσέγγιση της συνάρτησης Lyapunov να ήταν πιο ακριβής. Επίσης θα μπορούσαμε να επιλέξουμε την συνάρτηση R(L) όπως αναφέρθηκε στο θεωρητικό κομμάτι ή ακόμα και ως $R(L)=L^2$ έτσι ώστε να έχουμε καλύτερη προσέγγιση στους κατά τόπους γραμμικούς ελεγκτές που προκύπτουν από την τμηματοποίηση του χώρου των Y. Ο αλγόριθμος μας μπορεί να εφαρμοστεί σε πραγματικό χρόνο. Οι χρονοβόροι υπολογισμοί έγιναν offline αλλά ήταν απαγορευτικοί για την πλήρη διερεύνηση των αποτελεσμάτων λόγω του χρονικού περιορισμού για την περαίωση της διδακτορικής διατριβής.

ΣΥΝΟΨΗ

Η βέλτιστη διαχείριση της ροής σε αποχετευτικά και αρδευτικά δίκτυα είναι ένα σύγχρονο θέμα που πρέπει να μας απασχολεί ιδιαίτερα. Τα λιγοστά αποθέματα πόσιμου νερού σε ορισμένες περιοχές του πλανήτη, η συνεχής μόλυνση του υδροφόρου ορίζοντα σε κάποια άλλα και οι αυξημένες ανάγκες σε άρδευση κάνουν επιτακτική την ανάγκη εύρεσης μεθόδων αποτελεσματικού ελέγχου.

Έχουν προταθεί αρκετές μέθοδοι κεντρικού και αποκεντρωμένου ελέγχου που στηρίζονται στον γραμμικό προγραμματισμό, στον γραμμικό τετραγωνικό προγραμματισμό, στο δυναμικό προγραμματισμό, σε διάφορες ευρετικές μεθόδους κλπ.

Κάποιες μέθοδοι απλοποιούν αρκετά τις Saint Venant εξισώσεις αστοχώντας να επιτύχουν την πλήρη εικόνα των δυναμικών του συστήματος. Κάποιες προσπαθούν να προσεγγίσουν τις δυναμικές μέσω ενός μοντέλου χρονικής υστέρησης θεωρώντας όμως τη χρονική υστέρηση σταθερή. Κάτι τέτοιο δεν μπορεί να ισχύει μιας και αλλαγές της ροής των υδάτων προκαλούν μεγάλες αλλαγές στην χρονική υστέρηση. Έτσι σε ένα παντορροικό αποχετευτικό δίκτυο μια ξαφνική διαταραχή, π.χ. μια βροχή, καθιστά ένα τέτοιο μοντέλο αναποτελεσματικό.

Σε αυτή τη διατριβή απαντήσαμε σε αυτό το πρόβλημα σχεδιάζοντας έναν προσαρμοστικό αλγόριθμο εκτίμησης της χρονικής υστέρησης. Με τη γνώση της χρονικής υστέρησης σε πραγματικό χρόνο, μπορούμε να κατασκευάσουμε ελεγκτές που θα παίρνουν υπόψη ακόμα και τις διαταραχές. Αποδείξαμε και με αποτελέσματα ότι ακόμα και ένας απλός προσαρμοστικός ελεγκτής που συμπεριλαμβάνει όμως μοντέλο εκτίμησης της χρονικής υστέρησης μπορεί να εκτιμήσει πλήρως τη δυναμική του συστήματος και να επιτύχει καλύτερα αποτελέσματα από τους διαδεδομένους PI ελεγκτές.

Δυστυχώς δεν καταφέραμε την παραπάνω μέθοδο να την χρησιμοποιήσουμε για κεντρικό έλεγχο, παρά μόνο σε κανάλια ή αγωγούς μιας εισόδου μιας εξόδου. Οπότε προχωρήσαμε σε μια δεύτερη μέθοδο κεντρικού ελέγχου αυτή τη φορά. Χρησιμοποιήσαμε την κλασική θεωρία του δυναμικού προγραμματισμού και της θεωρίας ευστάθειας κατά Lyapunov. Συνήθως τέτοια προβλήματα οδηγούν σε NP-Complete προβλήματα που δεν μπορούν να εφαρμοστούν σε πραγματικό χρόνο λόγω του μεγάλου υπολογιστικού φόρτου. Διακριτοποιούμε το χώρο των καταστάσεων και δημιουργούμε ένα κυρτό πρόβλημα βελτιστοποίησης μεγάλης διάστασης που λύνεται σε μη πραγματικό χρόνο. Στην πράξη (βλέπε πίνακα 6.1) δημιουργούμε ένα πρόβλημα $\aleph$ ανισοτήτων. Ψάχνουμε να βρούμε τα $\theta_c, \theta_{0,} P, \mu$ που θα ικανοποιούν αυτές τις ανισότητες (δηλαδή τα σταθερά διανύσματα του ελέγχου, τον πίνακα προσέγγισης της συνάρτησης Lyapunov και ένα μ τόσο μικρό που να εγγυάται αρνητική μέση τιμή της παραγώγου της Lyapunov - ή ελάχιστα θετική). Οι ελεγκτές που προκύπτουν αποδεικνύεται ότι μπορούν να προσεγγίσουν τον βέλτιστο ελεγκτή με οποιαδήποτε ακρίβεια θέλουμε, αυξάνοντας απλά τον υπολογιστικό φόρτο των off-line υπολογισμών. Σε πραγματικό χρόνο ο ελεγκτής μας λειτουργεί όπως και ένας γραμμικός ελεγκτής πράγμα που τον κάνει εφαρμόσιμο ακόμα και σε πολύπλοκα δίκτυα που οδηγούν σε προβλήματα μεγάλων διαστάσεων.

Μελλοντικά θα έπρεπε να γίνει μια μεγαλύτερη διερεύνηση όσο αφορά την επιλογή των πινάκων R,R_0 και Q που πιθανότατα θα μας οδηγούσε σε καλύτερα αποτελέσματα και διερεύνηση του πόσο καλές προσεγγίσεις (επιλογή του L) συμφέρει να κάνουμε. Με λίγα λόγια ένα trade-off ανάμεσα στην βελτίωση της αποτελεσματικότητας του ελέγχου και την αύξηση των υπολογιστικών αναγκών των off-line υπολογισμών.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Aderson B.D.O., “Exponential stability in linear equations arising in adaptive identification”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 22, pp 83-88, 1997.

[2] Alamir, M. & Boyer, F., “Fast generation of attractive trajectories for an under-actuated satellite application to feedback control design”, Optimization and Engineering, 4, 215-230, 2003.

[3] Alsthom GEC. “Notice de montage, reglade et entrettien des vanes AMIL, AVIS, AVIO”. 100p, 1975-1979.

[4] Alsthom GEC. “Gestion de canaux et irrigation. Les materiels NEYRTEC d’equipement pour reseaux regules” 40p, 1981.

[5] Anastassiou, G. A. & Dragomir, S. S., “On some estimates of the remainder in Taylors formula”, Journal of Mathematical Analysis and applications, 263, 246-263, 2001

[6] Baker C.T., Paul C.A.H., “Pitfalls in parameter estimation for delay differential equations”, SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 18, no. 1, pp 305-314, January 1997.

[7] Balogun O.S, Hubbard M. & DeVries J.J. “Automatic control of canal flow using linear quadratic regulator theory”, Journal of Hydraulic Engineering, vol. 114, n^0 1, pp 75-102, 1988.

[8] Balogun O.S., “Design of real-time feedback control for canal systems using linear quadratic regulator theory.” PhD thesis, Department of Mechanical Enginnering, University of California at Davis, 230p, 1985.

[9] Baume J., Sally H., Malaterre P.O. & Rey J., “Development and field-installation of a mathematical simulation model in support of irrigation canal management.”, IIMI and CEMAGREF Research paper, 89p, 1993

[10] Bell W. Johnson J. & Winn C.B. “Simulation and Control of Flow in Combined Sewers” 6th Annual Simulation Symposioum, Tampa, pp 26-47, 1973.

[11] Bellen A., Zennaro M., “Numerical Methods for Delay Differential Equations”, Oxford University Press, Oxford, 2003.

[12] Borne P., Dauphin-Tanguy G., Richard J., Rotella F. & Zambettakis I., “Commande et optimization des processus.”, Editions Technip, 15eme Paris, 303p, 1990.

[13] Brandford B. “Optimal Storage Control in a Combined Sewer System”, Journal of a Water Resources Planning and Management Division, Proceedings of the ASCE, 103, 1-15, 1977.

[14] Burt C.M., “Regulation of sloping canals by automatic downstream control.” PhD, Utah State University, 1983.

[15] Buyalski C.P. & Serfozo E.A., “Elecyronic filter level offset (EL-FLO) plus reset equipment for automatic downstream control of canals.”, Technical Report REC-ERC-79-3, US. Department of Interior, Bureau of Reclamation, Denver Office, 145p., 1979.

[16] Buyalski C.P., “Canal systems automation manual”, Volume 1. A Water Resoueces Technical Publication, U.S. Department of Interior, Bureau of Reclamation, Denver Office, 113p., 1991.

[17] Cantoni M., Weyer E., Li Y.P. Ooi S.K., Mareels I. & Ryan M., “Control of large-scale irrigation networks”, Proceedings of the IEEE, Vol. 95, no. 1, pp 75-91, Jan 2007.
[18] Cesaroni A., “A converse Lyapunov theorem for almost sure stabilizability,” Systems and Control Letters, vol. 55, no. 12, pp. 992-998, 2006
[19] Checereau G. “Contribution a l’etude de la regulation dans les systems hydrauliques a surface libre”, These de Doctorat de l’Institut National Polytechnique de Genoble, 122p, 1991.
[20] Chow V.T., “”Open-channels hydraulics”, McGraw. Hill Book Company, 1998.
[21] Chu W.S., Yeh W. W-G. “A Nonlinear Programming Algorithm for Real-Time Hourly Reservoir Operations”, Water Resources Bulletin, American Water Resources Association, 14(5), 1048-1063, 1978.
[22] Coeuret C. “Stabilite et precision de la regulation dynamique”, La Houille Blanche n^0 2/3, pp 272-277, 1977.
[23] Corriga G., Sanna S. & Usal G., “A constant-volume control method for open channel operation”, International Journal of Modelling & Simulation, Vol 2, n^0 2, pp 108-112, 1982a.
[24] Corriga G., Sanna S. & Usal G., “Frequency response and dynamic behaviour of canal networks with self-leveling gates”, Appl. Math. Modelling, Vol 4, pp 125-129, 1980.
[25] Corriga G., Sanna S. & Usal G., “Sub-optimal level control of open channels”, Proceedings International AMSE conference Modelling & Simulation, Vol 2, pp 67-72, 1982b.
[26] Corriga G., Sanna S. & Usal G., “Suboptimal constant-volume control for open channel networks”, Appl. Math. Modelling, Vol 7, pp 262-267, 1983.
[27] Cunge J., “On the subject of flood propagation computation method (Muskingum method)”, Journal of Hydraulic Research, Vol. 7, pp 205-230, 1969.
[28] Dahlin E.B., Shen D.W.C. “Optimal Solution ti the Hydro-Steam Dispatch Problem for Certain Practical Systems”, IEEE Transportation on Power Apparatus and Systems, 85(5), 437-454, 1966.
[29] Deltour J.-L., “Application de l’ automatique numerique a la regulation des canaux: Proposition d’une methodologie d’etude” These de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 153p, 1992.
[30] Deng H., Krstic M., and Williams R., “Stabilization of stochastic nonlinear systems driven by noise of unknown covariance”, IEEE Transactions on automatic Control, vol. 46, pp. 1237-1253, 2001.
[31] DeVore R.A., “Nonlinear approximation”, Acta Numerica, pp. 51-150, 2008.
[32] Economou C.G., Morari M. & Palsson B.O., “ Internal model control: 5. Extension to nonlinear systems”, Ind. Eng. Chem. Proc. Des. And Dev., Vol. 25, pp 403-409, 1986.
[33] Falvey H.T. “Philosophy and implementation of Gate Strocking” Proccedings ASCE Portland, Zimbelman D.D. (ed.), pp 176-179, 1987.
[34] Foufoula-Georgiou E., Kitanidis P.K. “Gradient Dynamic Programming for stochastic Optimal Control of Multidimensional Water Resources Systems” Water Resources Research, 24(8), 1345-1359, 1988.
[35] Froise S., Burges S.J. “Least-Cost Desigh of Urban-Drainage Networks” Journal of the Water Resources Planning and Management Division, Proceedings of the ASCE, 104, 75-92, 1978.

[36] Garcia A., Hubbard M. & De Vries J.J. “Open Channel Transient Flow Control by Discrete Time LQR Methods”, Automatica, 28(2), 255-264, 1992.
[37] Goussard J., “L’automatisation des resaux d’irrigation en canaux” Commission Internationale des Irrigations et du Drainage, Groupe de travail sur la Construction, la Rehabilitation et la Modernisation des Projects d’Irrigation, ICID, 103 p., 1993.
[38] Grygier J.C. & Stedinger J.R. “Algorithms for Optimizing Hydropower System Operations” Water Resources Research 21(1), 1-10, 1985.
[39] Gutman P-O. “A Linear Programming Regulator Applied to Hydroelectric Reservoir Level Control” Automatica, 22(5), pp 533-541, 1986.
[40] Hano I., Tamura Y. & Narita S. “An application of the Maximum Principle to the Most Economical Operation of Power Systems” IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 85(5), pp 486-494, 1966.
[41] Huang G.-B., Chen L. & Sew C.K., “Universal approximation using incremental constructive feedforward networks with random hidden nodes” IEEE Transaction on Neural Networks, 17, pp 879-892, 2006.
[42] Hurand P. & Kosuth P., “Regulations en riviere” La Houille Blanche, n^0 2/3, pp 143-149, 1993.
[43] Ioannou Petros A., Sun J., Prentice Hall, Englewood, Cliffs, NJ, ISBN: 0-13-439100-4 “Robust adaptive control”, 1995.
[44] Karafyllis I. and Kravaris C., “Robust output feedback stabilization and non linear observer design,” Systems and Control Letters, vol. 54, no. 10, pp. 925-938, 2005
[45] Khalil, H.K. (1992). Nonlinear systems, New York: Macmillan.
[46] Kosmatopoulos E. B., “Adaptive Control Design based on Adaptive Optimization Principles”, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 53 No 11, pp. 2680-2685, 2008.
[47] Kosmatopoulos E. B., “An adaptive optimization scheme with satisfactory transient performance”, Automatica, vol. 45, No. 3, pp. 716-723, 2009
[48] Kosmatopoulos E.B., “Convex Control Design for Nonlinear Systems”, Automatica, under review; see also Proceedings of the European Control Conference, 2009 for an earlier version.
[49] Kosmatopoulos E.B., Polycarpou M.M., Christodoulou M.A. & Ioannou P.A., “High-order neural network structures for identification of dynamical systems”, IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 6, pp 422-431, 1995.
[50] Kosmatopoulos E.B. and Ioannou P.A., “Robust switching adaptive control of multi-input nonlinear systems”, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 47, pp. 610-624, 2002.
[51] Kravaris C., Wright R.A., “Deadtime compensation for nonlinear processes”, AICHE Journal, Vol. 35, no. 9, pp 1535-1542, Sep. 1989.
[52] Krislock N., Lang J., Varah J., Pai D.K., Seidel H.-P. (2004). Local compliance estimation via positive semidefinite constrained least squares. IEEE Transactions on Robotics, 6, 1007-1011
[53] Kuanyi Z. “Contribution a l’ automatisation de processus a temps mort”, Thse de doctorat de l’Unicersite Catholique de Louvain, 168 p, 1989.
[54] Labadie J.W., Morrow D.M. & Chen Y.H., “Optimal Control of Unsteady Combined Sewer Flow”, Journal of the Water Resources Planning and Management Division, Proceedings of the ASCE, 106, pp 205-223, 1980.

[55] Lee Y.M., Ellis J.H., “Comparison of Algorithms for Nonlinear Integer Optimization: Application to Monitoring Network Design”, Journal of Environmental Engineering, 122(6), pp 524-531, 1996.

[56] Lin Z. & Manz D.H. “Optimal operation of irrigation canal systems using nonlinear programming – dynamic simulation model”, CEMAGREF-IIMI International Workshop, Montpellier, pp 297-306, October 1992.

[57] Litrico X., “Nonlinear diffusive wave modelling and identification for open channels”, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 127, no. 4, pp 313-320, 2001.

[58] Litrico X., Georges D., “Robust continuous-time and discrete-time flow control of a dam-river system: (I) Modelling and (II) Controller design”, Applied Mathematical Modelling, vol 23, No 11, pp 809-846, 1999.

[59] Litrico X., Pomet J-B, “Nonlinear modelling and control of a long river stretch” European control conference, Cambridge, UK, 2003.

[60] Liu F., Feyen J. & Berlamont J., ”Downstream control algorithm for irrigation canals”, Journal of irrigation and drainage engineering, Vol. 120, n^{o}, pp 468-483, 1994.

[61] Liu Y., Wu W., “The Modelling and Control of Large Scale Water Distribution Systems” 12th World Congress International Federation on Automatic Control, Preprints of Papers, Vol. 9, Sydney, Australia, pp 527-530, 1993.

[62] Malaterre P.O., “Modelisation, analyse et commande optimale LQR d’un canal d’irrigation”, These de doctorat, ENGREF-CEMAGREF-LAAS CNRS, 200 p, 1994.

[63] Malaterre Pierre O., “Regulation of irrigation canals: characterization and classification”, International Journal of Irrigation and Drainage Systems, Vol 9, n°4, November 1995, p 297-327, 1995.

[64] Marinaki M., “Central Flow Control in Sewer Networks” M. Sc. Thesis. Technical University of Crete, Greece, 1995.

[65] Marinaki M., Papageorgiou M. “Rolling Horizon Optimal Control of Sewer Networks” Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications, Mexico City, Mexico, September 5-7, pp 594-599, 2001.

[66] Marinaki, M., Papageorgiou, M. “Optimal Real-time Control of Sewer Networks” Springer-Verlag, London, 161 p, 2005.

[67] Marzouki T.Z., “Le systeme hydraulique de la riviere larcis (barrages, riviere, perimeters irrigues)”, Modelisation hydraulique, analyse et amelioration de la gestion. CEMAGREF, ENGREF, CARA, 63 p, 1989.

[68] McLaughin D., Valasco H.L., “Real-Time Control of a System of Large Hydropower Resercoirs”, Water Resources Research, 26(4) pp 623-635, 1990.

[69] Messmer A., Papageorgiou M., “Multireservoir Sewer-Network Control via Multivariable Feedback”, Journal of Water Resources Planning and Management, 118(6), pp 585-602, 1992.

[70] Mizyed N.R., Loftis J.C. & Fontane D.G., “ Operation on Large Multireservoir Systems Using Optimal Control Theory”, Journal of Water Resources Planning and Management, 118(4), pp 371-387, 1992.

[71] Murray D.M., Yakowitz S.J., “Constrained Differential Dynamic Programming and its Application to Multireservoir Control”, Water Resources Research, 15(5), pp 1017-1027, 1979.

[72] Nelen F. “A Model to Assess the Performance of Controlled Urban Drainage Systems”, Water science Technology, 29(1-2), pp 437-444, 1994.

[73] Nielsen C.S., Ravn H., “Investigation of a New Numerical Method for Control of a Water-Supply Network”, IFAC Conference on systems Analysis Applied to Water and Related Land Resources, Lissbon, Portugal, IV-23-IV-28, 1985.

[74] Papageorgiou M. “Automatic Control Strategies for Combined Sewer Systems” Journal of Environmental Engineering, 109(6), pp 1385-1402, 1983.

[75] Papageorgiou M., “Optimal Multireservoir Network Control by the Discrete Maximum Principle” Water Resources Research, 21(12), pp 1824-1830, 1985.

[76] Papageorgiou M., Marinaki M. “Central Flow Control in Sewer Networks”, ASCE Journal of Water Resources Planning and Management, 123(5), pp 274-283, 1997a.

[77] Papageorgiou M., Marinaki M. “Central Flow Control in Sewer Networks”, Proceedings of the 7th Panhellenic Conference of the Greek Hydrotechnical Association, Patra, Greece, October 14-18, pp 493-502 (in Greek), 1997b.

[78] Papageorgiou M., Marinaki M., “Nonlinear Optimal Flow Control for Sewer Networks”, 1998 American Control Conference, Philadelphia, Pennsylvania, June 24-26, pp 1289-1293, 1998.

[79] Papageorgiou M., Marinaki M., “A Nonlinear Optimal Control Approach to Central Sewer Network Flow Control”, International Journal of Control, 72(5), pp 418-429, 1999.

[80] Papageorgiou M., Mayr R., “Optimal Real-Time Control of Combined Sewer Networks”, IFAC Conference on Systems Analysis Applied to Water and Related Land Resources, Lisbon, Portugal, VIII-17-VIII-22, 1985.

[81] Papageorgiou M., Mayr R., “Comparison of Direct Optimization Algorithms for Dynamic Network Flow Control”, Optimal Control Applications & Methods, 9, pp 175-185, 1988.

[82] Papageorgiou M., Messmer A., “Continuous-Time and Discrete-Time Design of Water Flow and Water Level Regulators”, Automatica 21(6), pp 649-661, 1985.

[83] Perrin G. “Automatisation d’un systeme d’irrigation a gestion centralisee” Consercatoire National des Arts et Metiers, Centre Regional Associe de Metz, 154 p, 1989.

[84] Piquereau A., Tardieu H., Verdier J & Villocel A., “Reduction des pertes en eau par l’automatisation de la gestion d’un barrage realimentant une riviere en vue de l’irrigation”, Communication au XIIeme congres de la CIID, 16 p, 1984.

[85] Piquereau A. & Villocel A. “Gestion automatique des eaux d’etiage: Cas de la riviere Arrats”, ONERA, CERT/DERA Toulouse, CACG, 125 p, 1982.

[86] Prajna, S. , Papachristodoulou, A. , & Wu, F., “Nonlinear control synthesis by sum of squares optimization: A Lyapunov-based approach”, Proceedings of the Asian Control Conference, 157-165, 2004..

[87] Robbins, H., “A remark on Stirling formula”, Amer. Math. Monthly, 62, 26-29, 1995.

[88] Robinson D.K., Labadie J.W., “Optimal Design of Urban Storm Water Drainage Systems”, 1981 International Symposium on Urban Hydrology, Hydraulics and Sediment Control, Lexington, Kentucky, pp 145-156, 1981.

[89] Rodellar J., Gomez M. & Bonet L. “Control method for on-demand operation of open channel flow”, Journal of irrigation and Drainage Engineering, Vol. 119, n° 2 pp 225-241, 1993.

[90] Roux A., “Gestion des etiages de riviere par les methods de l’automatique. Application a la riviere Dropt” CEMAGREF, ENITRTS, 117 p, 1992.

[91] Sabet M.H., Coe J.Q., Ramirez H.M. & Ford D.T., "Optimal operation of California Aquaduct of water Resources Planning and management", Vol. 111, n° 2, pp 222-237, 1985.
[92] Sakr A.F., Dorrah H.T., "Optimal Control Algorithm for Hydropower Plants Chain Short-Term Operation", Preprints of 7th Conference on Digital Computer applications to Process Control,IFAC, Vienna, Austria, pp 171-177, 1985.
[93] Sawadogo S., "Modelisation, commande predictive et supervision d'un systeme d'irrigation" These de doctorat, LAAS-CNRS Toulouse, 152p, 1992a.
[94] Sawadogo S., Achaibou A.K. & Aguilar-Martin J. "An application of adaptive predicture control to water distribution systems", IFAC, ITAC 91, Singapour, 6 p, 1991a.
[95] Sawadogo S., Achaibou A.K. & Aguilar-Martin J. "Long-range predictive control of an hydraulic system" CEMAGREF-IIMI workshop, 9 p, 1992b.
[96] Sawadogo S., Achaibou A.K. & Aguilar-Martin J. & Mora-Camino F. "Output tracking by inverse adaptive control: application to water distribution systems" IMACS IFAC, Lille, Proceedings, Vol. 1 pp 88-93, 1991b.
[97] Sawadogo S., Achaibou A.K. & Aguilar-Martin J. & Mora-Camino F. "Intelligent control of large water distribution systems: a two level approach", SICICI 92, Singapour, Proceedings, pp 1085-1089, 1992c.
[98] Schaalje M. & manz D.H. "ANN controller" 1993
[99] Schuurmans J. "Controller Design for a Regional Downstream Controlled Canal" Delf University of Technology, Laboratory for Measurement and Control, 100 p, 1992.
[100] Shand M.J. "Automatic downstream control systems for irrigation canals" PhD, University of California, Berkley, 159 p, 1971.
[101] Shinskey F.G. "Process control systems, Application, Design and Tuning" McGraw-Hill Publishing Company, New York, 526 p, 1988.
[102] Sontag, E. D., "A universal construction of Arstein's theorem on nonlinear stabilization", Systems & Control Letters, 13, 117-123, 1989.
[103] Tomicic B. "A general optimization module for real-time control of surface water resources" Master of sciences, The International Institute for Hydraulic and Environmental Engineering. Delf University, 174 p, 1989.
[104] Tsinias, J., "Sufficient Lyapunov-like conditions for stabilization", Math. Contr., Sign., 2, 343-357, 1989.
[105] Walters G.A., "The Design of the Optimal Layout for a Sewer Network", Engineering Optimization, 9, pp 37-50, 1985.
[106] Wardlaw R., Sharif M., "Evaluation of Genetic Algorithms for Optimal Reservoir System Operation", Journal o f Water Resources Planning and Management, 125(1), pp 25-33. 1999.
[107] Wayer E., Mareels I., "Modelling and control of irrigation channels", http://www.ee.unimelb.edu.au/research/cssip/res_projects/hybrid_sys/index.html 2007.
[108] Winn C.B., Moore J.B., "The Application of Optimal Linear Regulator Theory to a Problem in Water Pollution", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 3(5), pp 450-455, 1973.
[109] Yeh W.W-G., Becker L., "Multiobjective Analysis of Multireservoir Operations", Water Resources Research, 18(5), pp 1326-1336, 1982.

[110] Yong J. and Zhou X.Y.. Stochastic Controls Hamiltonian Systems and HJB Equations, Series: Stochastic Modelling and Applied Probability, Vol. 43, Springer, 1999
[111] Yosida K., “Functional Analysis”, Springer-Verlag, 1980.
[112] Zessler U., Shamir U., “Optimal Operation of Water Distribution Systems”, Journal of Water Resources Planning and Management, 115(6), pp 735-752, 1989.
[113] Zimbelman D.D. “Planning, operation, rehabilitation and automation of irrigation water delivery systems” Proceedings of a symposium ASCE, Portland, Oregon, USA, 28-30 377 p, July 1987.

[114] Ε.Δ.Ε.Υ.Α ΤΕΧΝΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ, «Λειτουργία Δικτύων Ακαθάρτων- Παρασιτικές εισροές»
[115] Ζαλαχώρη Ι., «Παρασιτικές εισροές σε δίκτυα ακαθάρτων» 103 σελίδες, Τομέας Υδάτινων Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων- Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιούλιος 2005.
[116] Δημήτρης Κουτσογιάννης «Σχεδιασμός Αστικών Δικτύων Αποχέτευσης», Έκδοση 3η, Αθήνα 1998, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Τομέας Υδατικών Πόρων.
[117] Δ. Κουτσογιάννης, Ι. Ζαλαχώρη, Α. Ανδρεαδάκης «Παρασιτικές εισροές σε δίκτυα ακαθάρτων». Τεχνικά Χρονικά 2006.

[118] http://deya.gr/Enigma/index.php?op=articles;id=23
[119] http://eyrlex.-europa.eu/LexUriServ/LexUriserv.do?uri=CELEX:31994D0589:EL:HTML
[120] http://www.edeya.gr/material.php
[121] http://www.eydap.gr
[122] http://stock.eyath.gr/pdf/A_annual2003.pdf