ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Πολυτεχνειούπολη, Κουνουπιδιανά, 73100 Χανιά

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

«Μελέτη Οικονομικά Βέλτιστου Επανορθωτικού Δειγματοληπτικού Σχεδίου με Μηδενική Σταθερά Αποδοχής»

Κωνσταντίνος Γιαννίκος

Επιβλέπων Καθηγητής: Ε. Γρηγορούδης

Χανιά 2019

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την εργασία αυτή κλείνει ο κύκλος των προπτυχιακών μου σπουδών στο Πολυτεχνείο Κρήτης. Μέσα από το κείμενο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους εκείνους που συνέβαλαν στην ολοκλήρωση του στόχου αυτού.

Θα ήθελα καταρχήν να εκφράσω τις ιδιαίτερες ευχαριστίες μου στον Επιβλέποντα Καθηγητή μου κ. Ευάγγελο Γρηγορούδη για την καθοδήγηση και τη βοήθεια που μου προσέφερε αλλά και για το συνεχές ενδιαφέρον του στην πραγματοποίηση της εργασίας αυτης.

Ένα μεγάλο ευχαριστώ θα ήθελα επίσης να εκφράσω, σε όλους τους φίλους που μου συμπαραστάθηκαν όλο αυτό τον καιρό, ο καθένας με τον δικό του τρόπο και για τη βοήθεια που μου προσέφεραν κατά την συγγραφή της εργασίας μου.

Τέλος, θα ήθελα να αφιερώσω την εργασία αυτή στην οικογένειά μου και να τους εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου για τα εφόδια και την αγάπη που μου έδωσαν στη ζωή, για την συμπαράσταση και την υποστήριξη τους.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στη σύγχρονη εποχή είναι πλέον αδιαμφισβήτητο γεγονός για τον επιχειρηματικό κόσμο η αναγκαιότητα ύπαρξης ενός αποτελεσματικού συστήματος διασφάλισης ποιότητας στη σχεδίαση και παραγωγή ενός προϊόντος. Στα πλαίσια λοιπόν του ελέγχου ποιότητας προϊόντων, ιδιαίτερα όταν τα κατασκευαστικά κόστη είναι υψηλά, οι βιομηχανίες συχνά εφαρμόζουν ένα σχέδιο δειγματοληψίας που ως στόχο έχει να οδηγήσει σε μηδενικά ελατωμματικά προϊόντα μετά το πέρας του ελέγχου. Πρόκειται για ένα επανορθωτικό δειγματοληπτικό σχέδιο με μηδενική σταθερά αποδοχής.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκε ο σχεδιασμός ενός οικονομικά βέλτιστου επανορθωτικού δειγματοληπτικού σχεδίου με μηδενική σταθερά αποδοχής παρουσία διαγνωστικών σφαλμάτων. Ο σχεδιασμός βασίστηκε σε ήδη υπαρκτό αλγόριθμο ο οποίος υλοποιήθηκε στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab. Στην εργασία περιγράφεται το πρόβλημα του καθορισμού του βέλτιστου αριθμού δείγματος και οι παράμετροί του. Το πρόγραμμα εκτελείται πειραματικά ώστε να βρεθεί ο βέλτιστος αριθμός δείγματος για μια παρτίδα δεδομένου μεγέθους.

Στη συνέχεια, γίνεται μια μελέτη αναφορικά με την σημασία και την επίδραση των παραμέτρων του προβλήματος. Μελετάται και καταδεικνύεται εντέλει η επιρροή των διαγνωστικών σφαλμάτων στον καθορισμό του βέλτιστου αριθμού δείγματος αλλά και στο τελικό κόστος. Ερευνάται επίσης η συμπεριφορά του δειγματοληπτικού σχεδίου καθώς μεταβάλλονται τα πάσης φύσεως κόστη που προκύπτουν ως απότοκο ενός δειγματοληπτικού ελέγχου. Τέλος, εξετάζεται η αλληλεπίδραση μεταξύ των παραμέτρων του προβλήματος και παρατίθεται το σύνολο των συμπερασμάτων που εξήχθησαν κατά την εκπόνηση της εργασίας.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

- **Κατάλογος Σχημάτων**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 ΓΕΝΙΚΑ

Στη σύγχρονη εποχή ο παράγοντας «ποιότητα» έχει καταστεί καθοριστικός για την επιτυχία προϊόντων αλλά και υπηρεσιών στην αγορά. Η ποιότητα, σύμφωνα με το διεθνές πρότυπο ISO 8402 (Ταγαράς, 2001) ορίζεται ως εξής: «Ποιότητα είναι το σύνολο των ιδιοτήτων και χαρακτηριστικών ενός προιόντος, διαδικασίας ή υπηρεσίας που καθορίζουν την ικανότητα ανταπόκρισης σε δηλωμένες ή εννοούμενες ανάγκες.» Η ποιότητα διαχωρίζεται σε δύο βασικά σκέλη: ποιότητα σχεδιασμού και ποιότητα κατασκευής. Η ποιότητα σχεδιασμού σχετίζεται με τα κύρια χαρακτηριστικά του προϊόντος ενώ ως ποιότητα κατασκευής ορίζεται ο βαθμός συμμόρφωσης προς τις προδιαγραφές που προβλέπει ο σχεδιασμός του προϊόντος. Η ποιότητα κατασκευής αποτελεί το αντικέιμενο του ελέγχου ποιότητας (quality control) και της διασφάλισης ποιότητας (quality assurance). Σύμφωνα με το πρότυπο ISO 9000 (Ταγαράς, 2001) οι έννοιες αυτές ορίζονται ως εξής: «Έλεγχος ποιότητας είναι οι επιχειρησιακές τεχνικές και δραστηριότητες που χρησιμοποιούνται για να ικανοποιηθούν οι απαιτήσεις για ποιότητα» και «Διασφάλιση ποιότητας είναι όλες εκείνες οι προγραμματισμένες και συστηματικές ενέργειες, που είναι απαραίτητες για να εξασφαλίζουν επαρκώς ότι ένα προϊόν ή υπηρεσία θα ανταποκρίνεται σε δεδομένες απαιτήσεις για ποιότητα»

Η βαρύτητα που δόθηκε τα τελευταία χρόνια στην ποιότητα από τον επιχειρηματικό κόσμο σχετίζεται με την έρευνα όσον αφορά την επιδραστικότητά της στο κέρδος κάθε επιχείρησης. Υπολογίζεται ότι το κόστος ποιότητας κυμαίνεται μεταξύ 4% και 40% των πωλήσεων (Ταγαράς, 2001) Η ικανοποίηση των απαιτήσεων για ποιότητα όμως, αποτελεί συνθήκη αναγκαία αλλά όχι ικανή για την υψηλή ανταγωνιστικότητα ενός προϊόντος. Αυτό που θα πρέπει να γίνει απολύτως κατανοητό είναι ότι η ανταγωνιστικότητα του προϊόντος δεν θα κριθεί με βάση την αρτιότητα του συνόλου των τελικών χαρακτηριστικών του αλλά με βάση μια αποδεκτή σχέση ποιότητας - κόστους από την αγορά. Αν το κόστος για την επίτευξη μιας αποδεκτής τελικής ποιότητας είναι μεγάλο σε σχέση με τον ανταγωνισμό επειδή η διασφάλιση της ποιότητας γίνεται με οικονομικά αναποτελεσματικές διαδικασίες τότε το προϊόν θα κριθεί μη ανταγωνιστικό από το καταναλωτικό κοινό και δεν θα έχει επιτυχία στην αγορά. Βαρύνουσα σημασία λοιπόν αποκτά η διαδικασία και το κόστος του ποιοτικού ελέγχου του προϊόντος.

Στα πλαίσια λοιπόν του στατιστικού ελέγχου ποιότητας (Statistical Quality Control, SQC) αναπτύχθηκαν τρείς τομείς: ο έλεγχος ποιότητας αποδοχής (acceptance sampling), ο έλεγχος της παραγωγικής διαδικασίας (process control) και η βελτίωση της ποιότητας με στατιστικά πειράματα (designed experiments). Τα στατιστικά πειράματα επικεντρωμένα στα αρχικά στάδια ανάπτυξης και παραγωγής του προϊόντος έχουν ως σκοπό την επιβεβαίωση υποθέσεων ή την διερεύνηση σχέσεων μεταξύ διαφόρων παραμέτρων του εξεταζόμενου συστήματος και απαντώνται συχνά σε περιπτώσεις όπου ανακύπτουν νέες κατεργασίες των οποίων οι επιδράσεις είναι σε ένα βαθμό άγνωστες.

Ο έλεγχος παραγωγικής διαδικασίας χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της ομαλής λειτουργίας των παραγωγικών διαδικασιών στοχεύοντας να διακρίνει ποίες αιτίες από αυτές που προκαλούν διασπορά ενός χαρακτηριστικού ποιότητας είναι τυχαίες και ποιες οφείλονται σε συγκεκριμένα αίτια και προκαλούν συστηματικές μεταβολές.

Ο έλεγχος ποιότητας αποδοχής εκκίνησε από την διαπίστωση ότι ο 100% έλεγχος αποτελεί μη αποτελεσματική μέθοδο για τον εντοπισμό των ελαττωματικών προϊόντων, στοιχείο που στάθηκε η αφορμή για την ανάπτυξη δειγματοληπτικών σχεδίων ελέγχου παρτίδων παραγωγής κατά τα οποία η απόφαση για αποδοχή η απόρριψη μιας παρτίδας λαμβάνεται σύμφωνα με την ποιότητα περιορισμένου αριθμού μονάδων που ανήκουν σε τυχαίο δείγμα της παρτίδας.

Ο έλεγχος ποιότητας αποδοχής έχει ως στόχο τον διαχωρισμό των παρτίδων σε αποδεκτές και απορριπτέες αναλόγως τα αποτέλεσμα των δειγματοληψιών. Αποτελεί ουσιαστικά εφαρμογή του στατιστικού ελέγχου υποθέσεων κατά την οποία η μηδενική υπόθεση είναι ότι η ποιότητα της παρτίδας είναι αποδεκτή.

Η δειγματοληψία λοιπόν που πραγματοποιείται στις παρτίδες είναι κεντρική έννοια για τον έλεγχο ποιότητας αποδοχής. Ο αριθμός των μονάδων που περιέχει μια παρτίδα ονομάζεται μέγεθος παρίδας. Οι παρτίδες που δειγματοληπτούνται θα πρέπει να είναι ομοιογενείς που σημαίνει οι μονάδες που τις απαρτίζουν να είναι ίδιου τύπου, κατηγορίας και μεγέθους και να έχουν παραχθεί με τις ίδιες συνθήκες κατά την ίδια χρονική περίοδο. Σε διαφορετική περίπτωση η αποτελεσματικότητα του δειγματοληπτικού σχεδίου μειώνεται κατακόρυφα. Η δειγματοληψία οφείλει να είναι τυχαία και αντιπροσωπευτική. Ο αριθμός των μονάδων που περιέχει ένα δείγμα ονομάζεται μέγεθος δείγματος.

Τέλος, τα δειγματοληπτικά σχήματα ελέγχου αποδοχής, είναι περισσότερο αποτελεσματικά και οικονομικά συμφέροντα όταν ισχύουν οι εξής προϋποθέσεις:

- Απαιτείται ολική καταστροφή του αντικειμένου κατά τον έλεγχο (inspection).
- 100% έλεγχος κρίνεται είτε οικονομικά ασύμφορος είτε στη πραγματικότητα ανέφικτος.
- Η ποιότητα των παρτίδων είναι γενικά καλή αλλά το κόστος από την αποδοχή παρτίδας με σχετικά μεγαλύτερα ποσοστά ελαττωματικών είναι πολύ υψηλό.

Τα δειγματοληπτικά σχήματα ελέγχου αποδοχής διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες ανάλογα με τον τύπο του ελεγχόμενου χαρακτηριστικού ποιότητας:

Α) Έλεγχος ποιότητας αποδοχής με διαλογή. Σε αυτήν την περίπτωση κάθε μονάδα κατατάσσεται απλά σε καλή ή ελαττωματική είτε λιγότερα συχνά καταμετρείται ο αριθμός των ελαττωμάτων σύμφωνα με ορισμένη απαίτηση.
Β) Έλεγχος ποιότητας αποδοχής με μέτρηση. Ορισμένο χαρακτηριστικό ποιότητας κάθε μονάδας μετρείται με συγκεκριμένη κλίμακα σε συνεχή βάση και η στατιστική του κατανομή ακολουθεί γνωστό τύπο.

Στον έλεγχο ποιότητας αποδοχής με διαλογή κάθε μονάδα κατατάσσεται σε καλή ή ελαττωματική βάσει κάποιων χαρακτηριστικών ποιότητας τα οποία καλούνται χαρακτηριστικά διαλογής. Τα χαρακτηριστικά διαλογής έχουν μόνο δύο δυνατές τιμές, ικανοποιητική και μη ικανοποιητική. Ανάλογα με αυτήν την τιμή η μονάδα χαρακτηρίζεται καλή (αποδεκτής ποιότητας) ή ελαττωματική (μη αποδεκτής ποιότητας). Τα χαρακτηριστικά διαλογής είτε είναι εκ φύσεως ποιοτικά είτε προκύπτουν από τη σύγκριση ενός μετρήσιμου μεγέθους με δεδομένες ποσοτικές προδιαγραφές.

Τέλος, αξίζει να αναφερθεί ότι στην βιβλιογραφία οι όροι “defective” - ελαττωματικό και “defect” – ελάττωμα τείνουν να αντικατασταθούν από τους όρους “nonconforming” και “nonconformance” αντίστοιχα, που αποδίδουν πιο πιστά τον ορισμό του ελαττώματος ως μη συμμόρφωση προς συγκεκριμένες προδιαγραφές. Μια μονάδα προϊόντος λοιπόν κρίνεται μη συμμορφούμενη - “nonconforming” με σημείο αναφοράς τις προδιαγραφές του προϊόντος όταν η τιμή του χαρακτηριστικού ποιότητας δεν συμμορφώνεται προς αυτές. Αν αυτές οι προδιαγραφές για κάποιους λόγους μεταβληθούν τότε το ίδιο προϊόν μπορεί να μεταπηδήσει από την κατηγορία των μη συμμορφούμενων στη κατηγορία των καλών και αντιστρόφως.

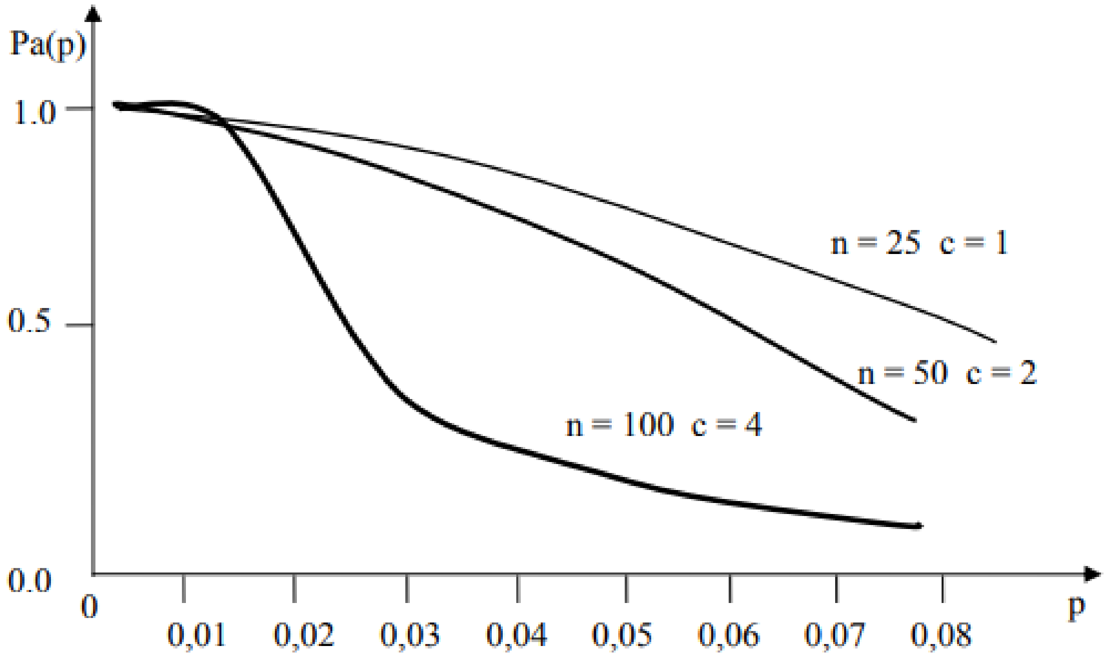
1.2 ΕΠΑΝΟΡΘΩΤΙΚΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΑ ΣΧΕΔΙΑ

Η τυπική διαδικασία του ελέγχου ποιότητας αποδοχής με διαλογή έχει ως εξής: Τυχαίο δείγμα λαμβάνεται από την προς εξέταση παρτίδα, οι μονάδες των δειγμάτων επιθεωρούνται και καταγράφεται ο αριθμός των ελαττωματικών προϊόντων ή ελαττωματων, ο οποίος συγκρίνεται με τις σταθερές αποδοχής και απόρριψης του σχήματος ελέγχου. Ανάλογα με το αποτέλεσμα αυτών των συγκρίσεων θα παρθεί η απόφαση για αποδοχή ή απόρριψη της παρτίδας.

Πριν την παρουσίαση των επανορθωτικών δειγματοληπτικών σχημάτων, και για την καλύτερη κατανόηση τόσο της χρηστικότητας όσο και της λειτουργίας τους, κρίθηκε σκόπιμο να προηγηθεί μια αναφορά στην απλή περίπτωση των δειγματοληπτικών σχεδίων. Το απλό δειγματοληπτικό σχήμα (single-sampling plan) χαρακτηρίζεται από δύο παραμέτρους: το μέγεθος δείγματος n και τον αριθμό αποδοχής c ή Ac. Το σχήμα μπορεί να προσδιοριστεί με τη μορφή διατεταγμένου ζεύγους (n,c). Από την ελεγχόμενη παρτίδα μεγέθους N λαμβάνεται τυχαίο δείγμα μεγέθους n. Ο αριθμός των ελαττωματικών μονάδων στο δείγμα συμβολίζεται με d. Αν ο αριθμός των ελαττωματικών στο δείγμα δεν υπερβαίνει τον αριθμό αποδοχής ($d \leq c$), τότε η παρτίδα γίνεται αποδεκτή ενώ αν ο αριθμός των ελαττωματικών είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό αποδοχής ($d > c$) τότε η παρτίδα απορρίπτεται. Αυτό το σχήμα ονομάζεται απλής δειγματοληψίας επειδή η απόφαση για αποδοχή ή απόρριψη της παρτίδας λαμβάνεται με βάση τα αποτελέσματα μίας μόνο δειγματοληψίας.

Βαρύνων ρόλο στην αξιολόγηση ενός δειγματολειπτικού σχήματος διαδραματίζει η χαρακτηριστική καμπύλη (OC – operating characteristic curve). Αποτελεί μια μέτρηση της αποτελεσματικότητας ενός δειγματολειπτικού σχεδίου και απεικονίζει την πιθανότητα αποδοχής Pa ως συνάρτηση του ποσοστού των ελαττωματικών της παραγωγικής διαδικασίας p. Ο τρόπος υπολογισμού της πιθανότητας Pa, δηλαδή της πιθανότητας μια παρτίδα να γίνει απόδεκτή από το δειγματοληπτικό πλάνο εξαρτάται από τις συνθήκες: Αν το μέγεθος παρτίδας N είναι μεγάλο (θεωρητικά άπειρο) και p είναι το ποσοστό ελαττωματικών στην παρτίδα ή αν η παρτίδα αποτελείται από μονάδες που παράγονται από μια διαδικασία έτσι ώστε η πιθανότητα μια τυχαία μονάδα να είναι ελαττωματική είναι p, τότε η πιθανότητα αποδοχής Pa υπολογίζεται από την δυωνυμική κατανομή. Αντίθετα, εάν το μέγεθος της παρτίδας είναι μικρό σε σχέση με το δείγμα και το p της παραγωγικής διαδικασίας δεν είναι σταθερό η υπεργεωμετρική κατανομή επιτυγχάνει ακριβέστερα αποτελέσματα κατά τον υπολογισμό της πιθανότητας αποδοχής παρτίδας με ορισμένο αριθμό ελαττωματικών.

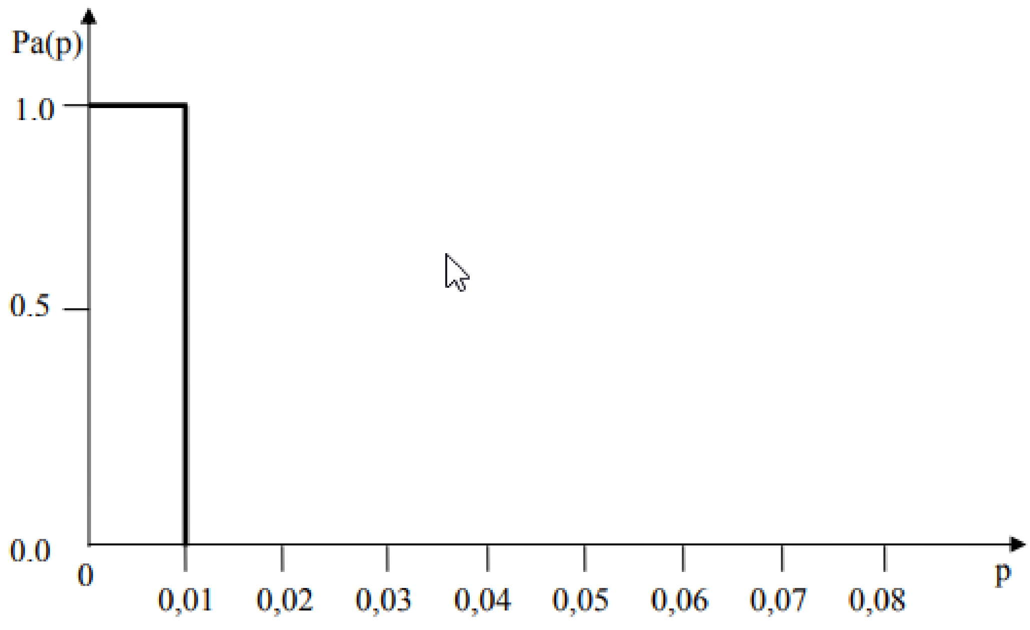
Χρησιμοποιώντας τη διωνυμική κατανομή και υπολογίζοντας την πιθανότητα αποδοχής Pa για διαφορετικές τιμές του p κατασκευάστηκαν οι χαρακτηριστικές καμπύλες του παρακάτω σχήματος για τρία διαφορετικά μεγέθη δείγματος διατηρώντας όμως τον λόγο c/n σταθερό.



Σχήμα 1.1: *Επίδραση του μεγέθους δείγματος στη χαρακτηριστική καμπύλη*

Παρατηρούμε ότι ενώ ο λόγος c/n παραμένει σταθερός οπότε η αυστηρότητα του σχεδίου είναι θεωρητικά η ίδια, η κλίση της καμπύλης αυξάνεται καθώς μεγαλώνει το μέγεθος του δείγματος n. Η διαχωριστική ικανότητα ενός πλάνου λοιπόν αυξάνεται με την αύξηση του n. Η δυνατότητα δηλαδή του σχήματος να αποδέχεται το μεγαλύτερο ποσοστό των παρτίδων καλής ποιότητας και να απορρίπτει το μεγαλύτερο ποσοστό παρτίδων κακής ποιότητας.

Για να επιτευχθεί η ιδανική χαρακτηριστική καμπύλη που θα διαχωρίζει τέλεια τις αποδεκτές από τις μη αποδεκτές παρτίδες θα πρέπει να εφαρμοστεί 100% επιθεώρηση, κάτι που όμως είναι ασύμφορο οικονομικά. Μάλιστα η διαδικασία θα πρέπει να είναι απαλλαγμένη από κάθε είδους σφάλματα επιθεώρησης. Η μορφής μιας τέτοιας καμπύλης απεικονίζεται στο σχήμα 1.2.2:



Σχήμα 1.2: *Ιδανική χαρακτηριστική καμπύλη σχήματος ελέγχου αποδοχής*

Αξίζει να σημειωθεί ότι οι χαρακτηριστικές καμπύλες που κατασκευάστηκαν παραπάνω με χρήση της δυωνυμικής κατανομής για τον υπολογισμό των πιθανοτήταν αποδοχής Pa ονομάζονται καμπύλες τύπου Β. Εάν δεν ικανοποιούνται οι συνθήκες προσέγγισης της δυωνυμικής κατανομής τότε για τον ακριβέστερο υπολογισμό των πιθανοτήτων καταλληλότερη είναι η χρήση της υπεργεωμετρικής κατανομής που οδηγεί στην κατασκευή χαρακτηριστικών καμπυλών τύπου Α. Οι διαφορές πάντως είναι σημαντικές μόνο όταν το μέγεθος της παρτίδας είναι μικρό σε σχέση με το μέγεθος του δείγματος. Αν ο λόγος n/N είναι μικρότερος από 0,10 τότε οι διαφορές ανάμεσα στις καμπύλες είναι πρακτικά αμελητέες.

Τα δειγματοληπτικά σχήματα ελέγχου αποδοχής συχνά συνεπικουρούνται από επανορθωτικό έλεγχο. Ονομάζονται τότε επανορθωτικά δειγματοληπτικά σχέδια. Κατά τον επανορθωτικό έλεγχο η διαδικασία έχει ως εξής:
Σε περίπτωση που η παρτίδα απορριφθεί πραγματοποιείται 100% επιθεώρηση και διόρθωση ή αντικατάσταση όλων των ελαττωματικών μονάδων με κανονικές και στη συνέχεια η παρτίδα γίνεται αποδεκτή. Σε περίπτωση που η παρτίδα γίνει αποδεκτή επιδιορθώνονται ή αντικαθίστανται όλες οι ελαττωματικές μονάδες του δείγματος.

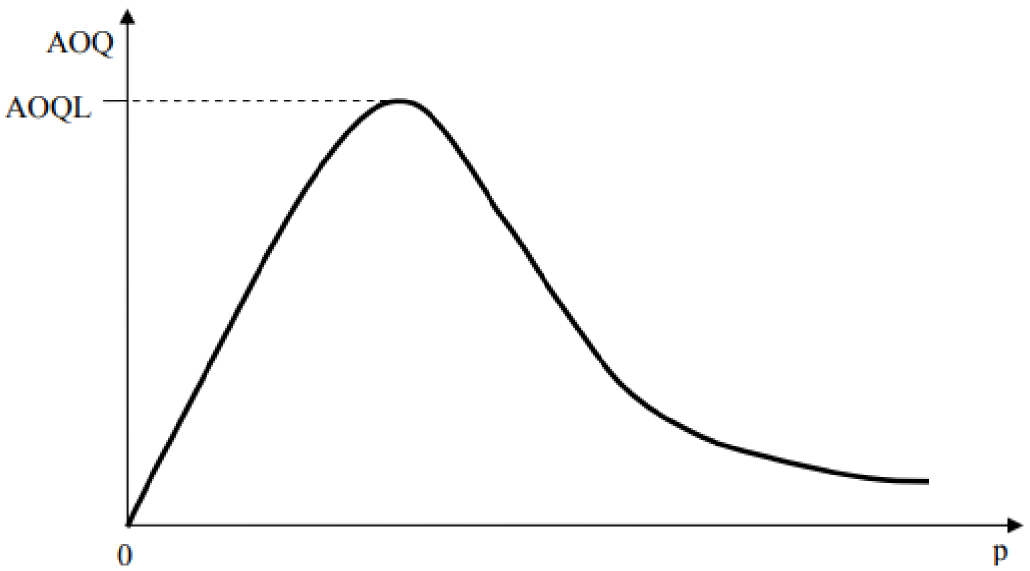
Η επανόρθωση είναι πλέον μια ευρέως διαδεδομένη διαδικασία κατά τον έλεγχο ποιότητας αποδοχής με διαλογή. Ο επανορθωτικός έλεγχος καθίστανται ιδιαίτερα χρήσιμος όταν το κόστος παραγωγής ανά μονάδα είναι ιδιαίτερα υψηλό. Σε αυτήν την περίπτωση η απόρρριψη μιας παρτίδας και η απομάκρυνση όλων των μονάδων της είναι ζημιογόνος. Επίσης, δειγματοληπτικά πλάνα που εφαρμόζουν επανορθωτικό έλεγχο επιλέγονται όταν το κόστος επιθεώρησης είναι σχετικά χαμηλό, καθότι θα επιθεωρηθούν πολύ περισσότερες μονάδες.

Η μέση τιμή του ποσοστού των ελαττωματικών στις εξερχόμενες παρτίδες που υπόκεινται στη διαδικασία επανορθωτικού ελέγχου είναι ο σημαντικότερος δείκτης που χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση τέτοιων δειγματολειπτικών σχεδίων. Καλείται μέση εξερχόμενη ποιότητα (AOQ = Average Outgoing Quality). Όταν μια παρτίδα γίνει αποδεκτή από τον έλεγχο τότε το εξερχόμενο ποσοστό των ελαττωματικών θα είναι p σε όλη την παρτίδα πλην του δείγματος και 0 στο δείγμα όπου όλες οι ελαττωματικές μονάδες θα επιδιορθωθούν ή θα αντικατασταθούν. Όταν η παρτίδα απορριφθεί από τον έλεγχο το εξερχόμενο ποσοστό των ελαττωματικών θα είναι 0 αφού θα επιθεωρηθεί ολόκληρη η παρτίδα. Συνεπώς:

$$\mathrm{AOQ} = \mathrm{AOQ} = \mathrm{p}\frac{N-n}{N}P_{\alpha}(\mathrm{p})+0[1-P_{\alpha}(\mathrm{p})]= pP_{\alpha}(\mathrm{p})\frac{N-n}{N}$$

Στα απλά δειγματολειπτικά σχέδια με επανόρθωση παρατηρούνται οι εξής ιδιότητες: Όταν η εισερχόμενη ποιότητα είναι καλή, δηλαδή το p της παραγωγικής διαδικασίας είναι μικρό, η μέση εξερχόμενη ποιότητα είναι επίσης πολύ καλή. Όταν η εισερχόμενη ποιότητα είναι πολύ κακή, τότε και πάλι η μέση εξερχόμενη ποιότητα είναι πολύ καλή αφού οι πολλές απορριπτέες παρτίδες υφίστανται 100% επανορθωτικό έλεγχο. Σε ενδιάμεσες τιμές του p η καμπύλη της μέσης εξερχόμενης ποιότητας φτάνει κάποια στιγμή σε μια μέγιστη τιμή. Αυτή καλείται μέση οριακή εξερχόμενη ποιότητα (AOQL = Average Outgoing Quality) και αντιπροσωπεύει την χειρότερη μέση εξερχόμενη ποιότητα που μπορεί να προκύψει από την εφαρμογή ενός συγκεκριμένου σχήματος (n,c) ανεξαρτήτως της εισερχόμενης ποιότητας.
Τονίζεται όμως ότι είναι απολύτως εφικτή η ύπαρξη μιας μεμονωμένης παρτίδας με μεγαλύτερο ποσοστό ελαττωματικών της AOQL. Υπογραμμίζεται ότι η AOQL είναι μέση στάθμη ποιότητας σε μεγάλο αριθμό παρτίδων.

Στο σχήμα 1.3 απεικονίζεται ποιοτικά η μέση εξερχόμενη ποιότητα σαν συνάρτηση της εισερχόμενης ποιότητας p.



Σχήμα 1.3: *Καμπύλη μέσης εξερχόμενης ποιότητας AOQ*

1.3 ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ

Στον έλεγχο ποιότητας αποδοχής με διαλογή υπάρχουν δύο παράγοντες ιδιαίτερα κρίσιμοι όσον αφορά την τελική διαχωριστική ικανότητα του σχεδίου και την εν γένει αποτελεσματικότητά του.

Πρώτον, η αυστηρότητα του δειγματοληπτικού πλάνου. Όσο μικρότερη η σταθερά απόρριψης c ενός δειγματοληπτικού πλάνου τόσο πιο αυστηρό γίνεται αυτό για δεδομένο μέγεθος δείγματος n. Βεβαίως η έννοια της αυστηρότητας στον έλεγχο ποιότητας απαντάται και σε άλλα σημεία της διαδικασίας όπως για παράδειγμα συμβαίνει στο πρότυπο ΕΛΟΤ 398.0 όπου οι σταθερές αποδοχής και απόρριψης μιας παρτίδας επηρρεάζονται από τα αποτελέσματα της δειγματοληψίας σε προηγούμενες παρτίδες (Ταγαράς, 2001) .

Ο δεύτερος παράγοντας αφορά στα διαγνωστικά σφάλματα (diagnosis errors) κατά την επιθεώρηση. Ακόμα και ένα τέλειο δειγματοληπτικό σχέδιο είναι δυνατόν να μην αποδώσει τα αναμενόμενα αποτελέσματα σε όρους ποιότητας αν δεν ληφθούν υπόψη τα λάθη που γίνονται, οφειλόμενα κυρίως στον ανθρώπινο παράγοντα, κατά την διαδικασία της επιθεώρησης. Στη συνέχεια θα γίνει αντιληπτό πως αυτοί οι δύο συντελεστές, η αυστηρότητα του ελέγχου και τα διαγνωστικά σφάλματα, αναπτύσσουν μια σχέση εξάρτησης.

Οι επιχειρήσεις ανέκαθεν αναζητούσαν μεθόδους βελτίωσης της ποιότητας. Σε αυτό το πλαίσιο, οργανωτικές μέθοδοι που δίνουν έμφαση στην κινητοποίηση και συμμετοχή του ανθρώπινου παράγοντα με την παροχή κατάλληλης οργανωτικής δομής και κινήτρων εφαρμόστηκαν κατά κόρον. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν και τα προγράμματα μηδενικών ελαττωμάτων γνωστά ως zero defects, όπου σε θεωρητική βάση η αυστηρότητα είναι η μέγιστη δυνατή.

Η φιλοσοφία του zero-defect ιστορικά ανάγεται στην δουλειά του Philip Crosby, ενός μάνατζερ υπεύθυνου για τον ποιοτικό έλεχο στην εταιρεία Martin. Η θεωρία του Crosby βασίζεται σε τέσσερις θεμελιώδεις πυλώνες:

- Η έννοια της ποιότητας ορίζεται ως η συμμόρφωση του προϊόντος σε συγκεκριμένες απαιτήσεις. Οι απαιτήσεις των πελατών και οι προσδοκίες θα πρέπει να εκφυλιστούν σε μετρήσιμα μεγέθη. Όταν η διοίκηση δεν συγκεκριμενοποιεί τις προδιαγραφές, το εργατικό δυναμικό τις ερμηνεύει κατά το δοκούν και τελικά δεν επιτυγχάνεται το επιθυμητό επίπεδο ποιότητας.
- Η ποιότητα επιτυγχάνεται με την πρόληψη και όχι με την επιθεώρηση μετά την παραγωγή. Μόνο η ατομική δέσμευση του δυναμικού ότι μπορεί να επιτύχει το επιθυμητό αποτέλεσμα εξαρχής θα εγγυηθεί για ένα επιτυχημένο πρόγραμμα μηδενικών ελαττωμάτων.
- Ο σκοπός και το πρότυπο στην επίτευξη ποιότητας θα πρέπει να είναι ο μηδενισμός των ελαττωματικών (zero-defect) και όχι κάποιο επίπεδο αποδεκτής ποιότητας.
- Η μέτρηση και η αξιολόγηση της ποιότητας πρέπει να πραγματοποιούνται με βάση το κόστος της μη συμμόρφωσης του προϊόντος στις προδιαγραφές (Foote, 1978).

Βασικός στόχος του προγράμματος μηδενικών ελαττωμάτων λοιπόν είναι να πείσει με διάφορους τρόπους τους εργαζομένους ότι η ποιότητα αποτελεί προτεραιότητα και ότι η παραγωγή τέλειων προϊόντων είναι εφικτή εφόσον υπάρχει συστηματική προσπάθεια εξάλειψης όλων των πιθανών αιτίων εμφάνισης ελαττωμάτων. Οι κύκλοι ποιότητας είναι μικρές ομάδες εργαζομένων που συναντώνται σε τακτά χρονικά διαστήματα για να επιλύσουν προβλήματα που ανακύπτουν και να προτείνουν αποτελεσματικότερους τρόπους εκτέλεσης των καθηκόντων τους με σκοπό τη βελτίωση της ποιότητας και αύξηση της παραγωγικότητας μέσα σε καλύτερες και ασφαλέστερες συνθήκες εργασίας (Ταγαράς, 2001).

Παρότι η μοντέρνα θεώρηση της διασφάλισης ποιότητας δίνει έμφαση στην πρόληψη των αιτιών εκείνων που προκαλούν ελαττώματα όπως αναφέρεται και στην θεωρία του Crosby, υπάρχουν περιπτώσεις όπου ο δειγματοληπτικός έλεγχος αποδοχής είναι επιθυμητός. Γενικά για μια διαδικασία υπό στατιστικό έλεγχο η βελτιστοποίηση σε όρους κόστους ποιότητας επιτυγχάνεται είτε με καθόλου επιθεώρηση είτε με 100% επιθεώρηση της παρτίδας. Όταν όμως η επιθεώρηση μπορεί να επιφέρει καταστροφή ή αλλοίωση του προϊόντος τότε μια πρακτική λύση είναι η λήψη δείγματος. Ένας άλλος λόγος που η δειγματοληψία καθίσταται αποδοτική είναι ότι στη πραγματικότητα πάντα υπάρχουν διαδικασίες που ξεφεύγουν από τον στατιστικό έλεγχο. Σε αυτές τις περιπτώσεις ένα δειγματοληπτικό σχέδιο μηδενικών σφαλμάτων (zero-defect) είναι συχνά το καταλληλότερο (Hahn, 1986).

Στον έλεγχο ποιότητας αποδοχής παρτίδων με διαλογή, το μοντέλο zero-defect λειτουργεί ως εξής: Τίθεται σταθερά αποδοχής c=0. Αν στο δείγμα μεγέθους n της παρτίδας δεν βρεθεί κανένα ελαττωματικό τότε η παρτίδα γίνεται αποδεκτή. Σε διαφορετική περίπτωση, αν δηλαδή στη παρτίδα βρεθεί έστω ένα ελαττωματικό αντικείμενο, γίνεται επανόρθωση της παρτίδας. Πραγματοποιείται 100% έλεγχος της παρτίδας και τα ελαττωματικά αντικείμενα αντικαθίστανται. Η παρτίδα γίνεται τότε αποδεκτή (Greenberg & Stokes , 1992).

Η ευρεία εφαρμογή του προγράμματος μηδενικών σφαλμάτων στην δειγματοληψία έχει να κάνει όπως αναφέρθηκε και στην κινητοποίηση του ανθρώπινου παράγοντα. Ο στόχος της εξάλειψης των διαγνωστικών σφαλμάτων υπήρξε ένα κρίσιμο εφαλτήριο για την ανάπτυξη της θεωρίας του zero-defect. Καταδεικνύεται έτσι με σαφή τρόπο η συσχέτιση μεταξύ της έννοιας της αυστηρότητας και των διαγνωστικών σφαλμάτων στον δειγματοληπτικό έλεγχο.

Δύο είδη διαγνωστικών σφαλμάτων μπορούν να προκύψουν κατά τη διαδικασία της επιθεώρησης: Το σφάλμα πρώτου τύπου αφορά την περίπτωση όπου ο επιθεωρών κατατάσσει ένα αντικείμενο συμμορφούμενο στις προδιαγραφές ως μη συμμορφούμενο.
Το σφάλμα δεύτερου τύπου αφορά την περίπτωση όπου ο επιθεωρών κατατάσσει ένα αντικείμενο μη συμμορφούμενο στις προδιαγραφές ως συμμορφούμενο.

Οι κυριότεροι λόγοι που ο εκτελών την επιθεώρηση υποπίπτει σε σφάλματα είναι οι εξής:

- Η παρερμηνεία από την πλευρά του επιθεωρητή όσον αφορά τις προδιαγραφές και απαιτήσεις για το προϊόν.
- Η απουσία για οποιονδήποτε λόγο του κατάλληλου για την αποπεράτωση της επιθεώρησης εξοπλισμού.
- Η επιρροή από το προσωπικό και γενικότερα οποιονδήποτε μη εξουσιοδοτημένο άνθρωπο στον επιθεωρητή ώστε να μην καταγράψει κάποιο ελάττωμα.
- Απώλεια ή λανθασμένη καταχώρηση φωτογραφικού υλικού στον φάκελο αναφοράς της επιθεώρησης .

Η ύπαρξη και επίδραση των διαγνωστικών σφαλμάτων στην αποδοτικότητα των δειγματοληπτικών σχεδίων ασφαλώς απασχόλησε τους ερευνητές. Ο Hahn (1986) διαπιστώνει την ύπαρξη μη συμμορφούμενων αντικειμένων σε αποδεκτές παρτίδες που έχουν προκύψει από επανορθωτικό δειγματοληπτικό σχέδιο με μηδενική σταθερά αποδοχής, σύμφωνα με το πρόγραμμα μηδενικών σφαλμάτων, και προτείνει μια εκτίμηση για το ποσοστό τους. Οι Greenberg and Stokes (1995) ασχολήθηκαν με την λανθασμένη απόρριψη συμμορφούμενων συσκευών και ανέπτυξαν έναν αλγόριθμο εντοπισμού του βέλτιστου αριθμού των επαναληπτικών τεστ-επιθεωρήσεων που θα ελαχιστοποιεί το κόστος απόρριψης συμμορφούμενων συσκευών προσδιορίζοντας με αυτόν τον τρόπο και την πιθανότητα διαγνωστικού σφάλματος πρώτου τύπου.

1.4 ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΙ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε ο σχεδιασμός και η μελέτη ενός οικονομικά βέλτιστου επανορθωτικού δειγματοληπτικού σχεδίου με μηδενική σταθερά αποδοχής παρουσία διαγνωστικών σφαλμάτων. Ο σχεδιασμός βασίστηκε σε ήδη υπαρκτό αλγόριθμο ο οποίος υλοποιήθηκε στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab. Στόχοι της εργασίας ήταν ο καθορισμός και η μοντελοποίηση του προβλήματος, η εύρεση του βέλτιστου μεγέθους δείγματος για το παραπάνω δειγματοληπτικό σχέδιο μέσα από το κατάλληλο πρόγραμμα, η μελέτη της λειτουργίας των παραμέτρων του μοντέλου και η εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων από την έρευνα.

Στο παρόν κεφάλαιο πραγματοποιείται η παράθεση κάποιων βασικών εννοιών για τον Έλεγχο ποιότητας. Επίσης δίνονται πληροφορίες για τα απλά και επανορθωτικά δειγματοληπτικά σχέδια καθώς και για τα δύο κυριότερα στοιχεία του μοντέλου: την αυστηρότητα και τα διαγνωστικά σφάλματα στον έλεγχο ποιότητας.

Στο κεφάλαιο δύο γίνεται μια οριοθέτηση της προβληματικής της διπλωματικής. Παρουσιάζεται το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος, ορίζονται οι μεταβλητές του και κατασκευάζεται η συνάρτηση κόστους.

Στο κεφάλαιο τρία παρατίθεται η μαθηματική μέθοδος επίλυσης του προβλήματος και παρουσιάζεται ο αλγόριθμος εύρεσης του βέλτιστου μεγέθους δείγματος που υλοποιήθηκε στην Matlab για την εύρεση των αποτελεσμάτων.

Στο κεφάλαιο τέσσερα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της πειραματικής εκτέλεσης του προγράμματος. Αναφέρεται ποιό είναι το βέλτιστο μέγεθος δείγματος για ορισμένες περιπτώσεις και γίνεται μια μελέτη της επίδρασης των διαφόρων παραμέτρων του προβλήματος στην βέλτιστη λύση.

Στο κεφάλαιο πέντε παρατίθεται τα συμπεράσματα που εξήχθησαν κατά την εκπόνηση της εργασίας, γίνεται μια σύγκριση των αποτελεσμάτων τις με άλλες έρευνες και πραγματοποιούνται προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση.

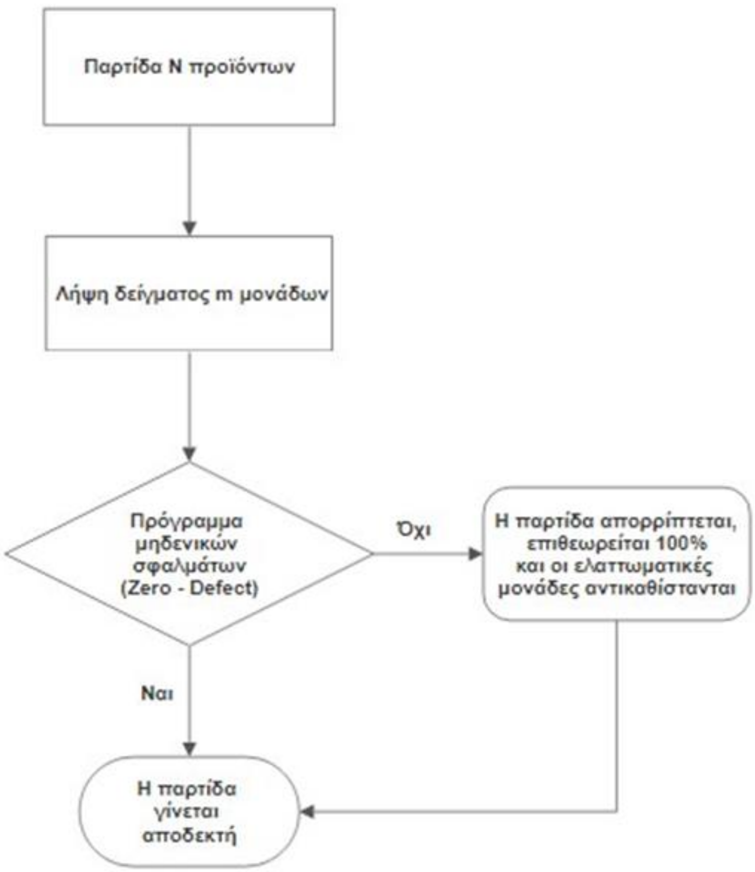
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

2.1 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Στη βιομηχανία, όταν το μοναδιαίο κατασκευαστικό κόστος είναι σχετικά μεγάλο, το τμήμα ελέγχου ποιότητας συχνά επιλέγει να εφαρμόσει ένα επανορθωτικό δειγματοληπτικό πλάνο με μηδενική σταθερά αποδοχής (zero-defect acceptance sampling scheme with rectification). Έστω ότι υπάρχουν T παρτίδες, από τις οποίες η κάθε μία περιέχει N προϊόντα, θα πρέπει τότε να επιλεχθεί ένας κατάλληλος αριθμός m για την κάθε μία. Ο αριθμός αυτός ονομάζεται μέγεθος δείγματος ή μέγεθος δειγματοληψίας και αντιπροσωπεύει τον αριθμό των προϊόντων που θα διαμορφώνουν το δείγμα του σχήματος.

Αν σε μια μη καταστρεπτική επιθεώρηση του δείγματος όλα τα αντικείμενα που περιέχονται σε αυτό ταξινομηθούν ως μη ελαττωματικά τότε η παρτίδα γίνεται αποδεκτή από τον έλεγχο. Σε διαφορετική περίπτωση, αν δηλαδή βρεθεί έστω και ένα ελαττωματικό αντικείμενο στο δείγμα, τα αντικείμενα ολόκληρης της παρτίδας επιθεωρούνται και τα ελαττωματικά που βρίσκονται επιδιορθώνονται ή αντικαθιστώνται. Το συγκεκριμένο δειγματοληπτικό πλάνο παρουσιαζεται στο σχήμα 2.1.



Σχήμα 2.1: *Επανορθωτικό δειγματοληπτικό σχέδιο με μηδενική σταθερά αποδοχής*

Στόχος του τμήματος ελέγχου ποιότητας είναι η βελτιστοποίηση του συνολικού κόστους ποιότητας. Το συνολικό κόστος ποιότητας συντίθεται τόσο από το κόστος «καλής ποιότητας» (πρόληψη-αξιολόγηση) όσο και από το κόστος «κακής ποιότητας» δηλαδή το κόστος που οφείλεται στη δημιουργία και εμφάνιση ελαττωμάτων είτε στο εσωτερικό της επιχείρησης (κόστος εσωτερικών αστοχιών) είτε όταν το προϊόν φτάσει στον καταναλωτή (κόστος εξωτερικών αστοχιών).

Συνεπώς σκοπός του μοντέλου είναι ο καθορισμός του βέλτιστου αριθμού m, δηλαδή του βέλτιστου μεγέθους δείγματος. Στο μοντέλο αυτό λαμβάνεται υπόψην και η παρουσία διαγνωστικών σφαλμάτων κατά την επιθεώρηση. Κατασκευάζεται λοιπόν μια συνάρτηση κόστους για το συγκεκριμένο δειγματοληπτικό σχέδιο και αναζητάται το βέλτιστο μέγεθος δείγματος που την ελαχιστοποιεί.

2.2 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

Έστω μια παρτίδα αποτελούμενη από N μονάδες. Επιλέγεται από αυτήν δείγμα δίχως επανατοποθέτηση αποτελούμενο από m μονάδες. D ορίζεται ως ο αριθμός των ελαττωματικών μονάδων στην παρτίδα και είναι μια τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την δυωνυμική κατανομή με πιθανότητα π ή είναι ίση με μηδέν με πιθανότητα (1-π). Η πιθανότητα να υπάρχει ένα τουλάχιστον ελαττωματικό αντικείμενο στην παρτίδα ορίζεται π. Συνεπώς η πιθανότητα κανένα αντικείμενο στην παρτίδα να μην είναι ελαττωματικό (D=0) προσδιορίζεται ως $\pi(1-p)^N + (1-\pi)$, όπου p είναι το εισερχόμενο ποσοστό των ελαττωματικών που προκύπτει από την παραγωγική διαδικασία.

Οι μεταβλητές που μοντελοποιούν το πρόβλημα έχουν ως εξής:

Πινακας 2.1: *Παρουσίαση των μεταβλητών του προβλήματος.*

e_1	*Πιθανότητα μια μη-ελαττωματική μονάδα να κατηγοριοποιηθεί ως ελαττωματική*
e_2	*Πιθανότητα μια ελαττωματική μονάδα να κατηγοριοποιηθεί ως μη-ελαττωματική*
c_0	*Κόστος επιθεώρησης μιας μονάδας*
c_1	*Κόστος μιας ελαττωματικής μονάδας σε αποδεκτή παρτίδα*
c_2	*Κόστος λάνθασμένης κατηγοριοποίησης μιας μονάδας ως ελαττωματικής ενώ στην πραγματικότητα είναι μη ελαττωματική*
D_1	*Πραγματικός αριθμός ελαττωματικών μονάδων στον αριθμό δείγματος m*
D_2	*Πραγματικός αριθμός ελαττωματικών μονάδων στην παρτίδα εκτός δείγματος (N-m)*
D	$D= D_1+ D_2$: *Συνολικός αριθμός ελαττωματικών μονάδων στην παρτίδα*
Y_1	*Αριθμός μονάδων που κατηγοριοποιούνται ως ελαττωματικές στο αρχικό δείγμα της παρτίδας μεγέθους m μετά την επιθεώρηση*
Y_2	*Αριθμός μονάδων που κατηγοριοποιούνται ως ελαττωματικές στην υπόλοιπη παρτίδα (N-m) αν αυτή υποστεί επανόρθωση*

Y	*Y= $Y_1 + Y_2$: Αριθμός μονάδων που θα κατηγοριοποιούνται ως ελαττωματικές στο σύνολο της παρτίδας εάν αυτή υποστεί επανόρθωση*

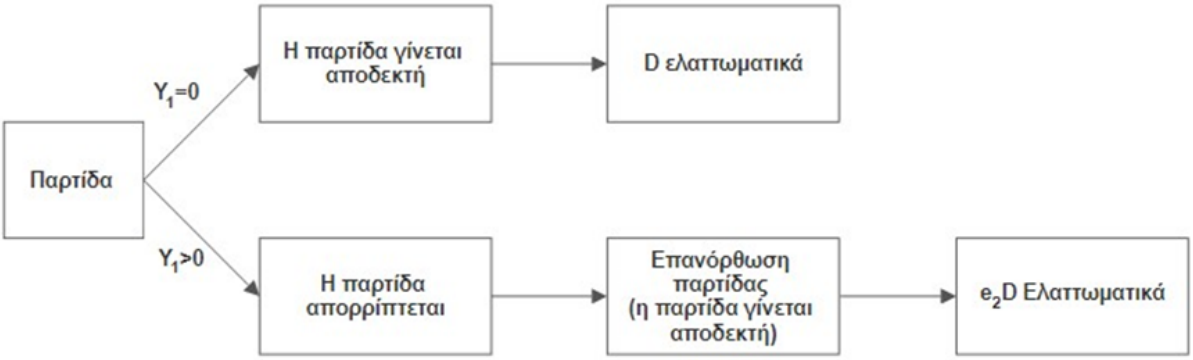
2.3 ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΚΟΣΤΟΥΣ

Αφού καθορίστηκε το πρόβλημα και οι μεταβλητές του, στη συνέχεια κατασκευάζεται η συνάρτηση κόστους του προβλήματος. Στόχος του μοντέλου είναι ο προσδιορισμός του βέλτιστου αριθμού δείγματος m κάτι που θα επιτευχθεί από την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης κόστους. Για την κατασκευή της συνάρτησης, επί της ουσίας προστέθηκαν τρία διαφορετικά μέλη, τρείς δηλαδή ξεχωριστές συναρτήσεις. Η πρώτη Το πρώτο μέλος E^1_m σχετίζεται με το κόστος επιθεώρησης. Σε κάθε παρτίδα θα επιθεωρηθούν υποχρεωτικά οι m μονάδες του δείγματος και πιθανόν να επιθεωρηθούν N-m μονάδες ακόμη. Το τελευταίο μπορεί να συμβεί μόνο στην περίπτωση όπου $Y_1 > 0$, δηλαδή μόνο στην περίπτωση που κατά την επιθεώρηση κατηγοριοποιείται τουλάχιστον ένα αντικείμενο ως ελαττωματικό στο αρχικό μέγεθος δείγματος.

Οπότε ισχύει ότι:

$$E^1_m = c_0\, m + c_0\, (N - m)P(Y_1 > 0)$$

Το δεύτερο μέλος E^2_m προκύπτει λόγω της πιθανότητας λανθασμένης κατηγοριοποίησης ενός αντικειμένου ως μη-ελαττωματικό ενώ στη πραγματικότητα είναι ελαττωματικό. Αυτό μπορεί να παραγάγει διαφορετικά κόστη ανάλογα με το εαν η παρτίδα γίνει εν τέλει αποδεκτή ή όχι. Η διαδικασία αποτυπώνεται στο σχήμα 2.3.1.



Σχήμα 2.2 : *Ο αριθμός των ελαττωματικών όταν η παρτίδα γίνεται αποδεκτή/απορρίπτεται.*

Συνεπώς προκύπτει

$$E^2_m = c_1\, E[\, I_{[Y1=0]}D + e_2\, I_{[Y1>0]}D \,]$$

όπου $I_{[\cdot]}$ είναι μια συνάρτηση δείκτη και E[ ] η αναμενόμενη τιμή μιας τυχαίας μεταβλητής.

Το τρίτο μέλος της συνάρτησης E^3_m προκύπτει λόγω της πιθανότητας λανθασμένης κατηγοριοποίησης ενός αντικειμένου ως ελαττωματικό ενώ στη πραγματικότητα είναι μη ελαττωματικό. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την απόρριψη της παρτίδας, την επιθεώρηση όλων των μονάδων της και σε κάποιες περιπτώσεις την μη αναγκαία επανόρθωσή της.

Συνεπώς:

$$E^3_m = c_2\, e_1\, E[(N\text{-}D)\, I_{[Y1>0]}]$$

Τελικά, η συνάρτηση κόστους του μοντέλου E_m θα προκύψει από το άθροισμα των τριών μελών E^1_m, E^2_m και E^3_m και δίνεται από την σχέση (2.1)

$$\begin{aligned} E_m &= c_0\, m + c_0\, (N - m)P(Y_1 > 0) + c_1\, E[\, I_{[Y1=0]}D + e_2\, I_{[Y1>0]}D\,] + c_2\, e_1\, E[(N\text{-}D)\, I_{[Y1>0]}] \\ &= c_0\, m + [c_0\, (N - m) + c_2\, e_1 N]P(Y_1 > 0) + c_1\, E[D] - [c_1(1\text{-}\, e_2) + c_2\, e_1]E[I_{[Y1>0]}(D1+D2)] \end{aligned} \tag{2.1}$$

Όπου

- $P\,(Y_1 > 0) = 1 - P\,(Y_1 = 0) = 1 - \{\pi\, E\,[\, E\,[\, P(Y_1 = 0 \mid D_1) \mid D]] + (1 - e_1)^m\, (1 - \pi\,)\}$;

και $E[E[P(Y_1{=}0|D_1|D]]=$

$$\sum_{D=0}^{N}\ \sum_{D_1=0}^{\min(m,D)} \frac{\binom{D}{D_1}\binom{N-D}{m-D_1}}{\binom{N}{m}} \binom{N}{D} p^D(1-p)^{N-D}(1-e_1)^{m-D_1}{e_2}^{D_1}$$

- $E[D]=\pi Np$
- $E\left[I_{[Y_1>0]}D_1\right]=\pi E[E[D_1P(Y_1 > 0|D_1)|D]] = \pi\{1 - E[E[D_1P(Y_1 = 0)|D_1|D]]\}$;
- $E\left[I_{[Y_1>0]}D_2\right]= \pi E[E[D_2]E[E[P(Y_1 > 0|D_1)|D]]$ με D_2 και $P(Y_1 > 0)$ ανεξάρτητες της D_1

με $E[D_2]=\pi(N\text{-}m)p$;

και $E[E[P(Y_1{=}0|D_1|D]]=$

$$\sum_{D=0}^{N}\ \sum_{D_1=0}^{\min(m,D)} \frac{\binom{D}{D_1}\binom{N-D}{m-D_1}}{\binom{N}{m}} \binom{N}{D} p^D(1-p)^{N-D}[1-(1-e_1)^{m-D_1}{e_2}^{D_1}]D_1$$

με $E(\bullet \mid \bullet) \rightarrow$ συμβολίζεται η αναμενόμενη τιμή της δεσμευμένης πιθανότητας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

3.1 ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Για την επίλυση του προβλήματος, αρκεί η εύρεση του βέλτιστου αριθμού δείγματος m που ελαχιστοποιεί την συνάρτηση κόστους (2.1). Ο βέλτιστος αριθμός δείγματος συμβολίζεται m^o. Το m^o μπορεί να υπολογιστεί με απευθείας αντικατάσταση τιμών από m=0 έως m=N δηλαδή m=0,…,N στην συνάρτηση (2.1). Επειδή όμως το N είναι συνήθως ένας μεγάλος αριθμός μια τέτοια μεθοδολογία θα απαιτούσε τεράστιο υπολογιστικό χρόνο και πιθανότατα δεν θα ήταν μια πρακτική λύση. Αναγκαία λοιπόν κρίνεται η ύπαρξη ενός ορίου που θα περιορίσει την έρευνα σε ένα μικρότερο εύρος αριθμών από το μέγεθος της παρτίδας και θα καταστήσει – σε όρους υπολογιστικού χρόνου – την λύση εφικτή.

Σε κάθε περίπτωση, είτε μια παρτίδα γίνει αποδεκτή μετά την επιθεώρηση αφού δε βρέθηκε κανένα ελαττωματικό αντικείμενο στο δείγμα, είτε απορριφθεί εάν βρέθηκε έστω και ένα, το ελάχιστο κόστος επιθεώρησης m αντικειμένων (του δείγματος δηλαδή) θα είναι c_0m. Για τον βέλτιστο αριθμό δείγματος m^o το κόστος θα διαμορφωθεί m^oc_0. Αν όμως δεν πραγματοποιηθεί καθόλου επιθεώρηση, κάτι το οποίο θα συμβεί για m=0 τότε το αναμενόμενο ολικό κόστος θα είναι $E_{m=0} = Np\pi c_1$. Το κόστος επιθεώρησης του βέλτιστου αριθμού δείγματος όμως θα είναι μικρότερο από το βέλτιστο ολικό κόστος καθότι αποτελεί τμήμα του. Με την σειρά του το βέλτιστο ολικό κόστος θα πρέπει να είναι μικρότερο ή ίσο από το ολικό κόστος για m=0. Συνεπώς δημιουργείται η ανισότητα $m^oc_0 < E_m^o \leq E_m=0$ η οποία συνεπάγεται ότι $m^o \leq Np\pi c_1/c_0$ Η αναζήτηση λοιπόν του βέλτιστου αριθμού δείγματος θα πρέπει να διεξαχθεί με δοκιμή όλων των ακεραίων m μέχρι το ανώτατο όριο L_1:

$$m \leq L_1 = \min\{N; Np\pi c_1/c_0\}$$

Σε περιπτώσεις όπου $m \leq 0.1N$, δηλαδή το μέγεθος δείγματος είναι πολύ μικρότερο από το μέγεθος παρτίδας, η υπεργεωμετρική κατανομή μπορεί να προσεγγιστεί με τη διωνυμική κατανομή απλοποιώντας έτσι την μαθηματική μοντελοποίηση. Ως συνέπεια, όταν πραγματοποιείται αυτή η προσέγγιση για την τυχαία μεταβλητή D_1 δημιουργείται μία νέα έκφραση για την συνάρτηση κόστους E_m η οποία συμβολίζεται ως E_m^Δ . Με αυτόν τον τρόπο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα νέο όριο αναζήτησης για να βρεθεί το βέλτιστο μέγεθος δείγματος. Το νέο όριο αυτό για την E_m^Δ δεν είναι εύκολο να υπολογιστεί.

Θα προταθεί λοιπόν ένα όριο εξαρτημένο από την συνθήκη $p_h=\frac{D}{N}$ και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας αυτό το όριο θα προταθεί ένα νέο όριο για την E_m^Δ.

Συμβολίζεται ως E_m^* η συνάρτηση κόστους όταν για την E_m^Δ χρησιμοποιείται η συνθήκη $p_h= \frac{D}{N}$

Συμβολίζεται ως $m^\bullet$ το βέλτιστο μέγεθος δείγματος της E_m^*.

Εξετάζοντας την αρχική σχέση $\Delta E^*_{m^\bullet}= E^*_{m^\bullet} - E^*_{m^\bullet-1} \leq 0$ που υποδεικνύει την ύπαρξη ενός ελαχίστου και μετά από κάποιους αλγεβρικούς χειρισμούς προκύπτει η εξής ανισότητα:

$$a - \pi b^{m^{\bullet}-1} l - (N - m^{\bullet}) b^{m^{\bullet}-1} k \leq 0 \quad (3.1)$$

όπου:

- $\alpha = (c_0 + Nc_2e_1^2)(1 - \pi)$
- $b = p_h e_1/(1 - e_1) + (1 - p_h)$
- $l = [p_h c_1(1 - e_2) + p_h c_2 e_1][(ne_2 - 1)(e_1 + p_h(1 - e_1 - e_2) + 1 - e_2] / [1 - e_1 - p_h(1 - e_1 - e_2)] - [c_0 + Nc_2 e_1(e_1 + p_h(1 - e_1 - e_2))]$
- $k = [\pi p_h c_1(1 - e_2) + \pi p_h c_2 e_1][(1 - p_h)(1 - e_1 - e_2)(e_1 + p_h(1 - e_1 - e_2))] / [1 - e_1 - p_h(1 - e_1 - e_2)] - [\pi c_0(e_1 + p_h(1 - e_1 - e_2))]$

Από την ανίσωση (3.1) προκύπτει το εξής σετ ανισώσεων (3.2) ως συνάρτηση των παραμέτρων k και l:

$$\begin{aligned}
&a - \pi b^{m^{\bullet}-1} l - (N - m^{\bullet}) b^{m^{\bullet}-1} k \geq 0, \text{ αν } l \leq 0 \text{ και } k \leq 0 \\
&a - N b^{m^{\bullet}-1} k \leq 0, \text{ αν } l < 0 \text{ και } k > 0 \\
&a - \pi b^{m^{\bullet}-1} l \leq 0, \text{ αν } l > 0 \text{ και } k < 0 \\
&a - \pi b^{m^{\bullet}-1} l - N b^{m^{\bullet}-1} k \leq 0, \text{ αν } l > 0 \text{ και } k > 0
\end{aligned} \quad (3.2)$$

Από αυτό το σετ ανισώσεων, προκύπτει ένα όριο L_2 για το βέλτιστο μέγεθος δείγματος $m^{\bullet}$ το οποίο παρουσιάζεται στο σετ σχέσεων (3.3).

$$L_2 \rightarrow \begin{cases}
m^{\bullet} = 0, \text{ if } l \leq 0 \text{ and } k \leq 0 \\
m^{\bullet} \leq 1 + \frac{\log \frac{a}{Nk}}{\log b}, \text{ if } l \leq 0 \text{ and } k > 0 \\
m^{\bullet} \leq 1 + \frac{\log \frac{a}{\pi l}}{\log b}, \text{ if } l > 0 \text{ and } k \leq 0 \\
m^{\bullet} \leq 1 + \frac{\log \frac{a}{\pi l + Nk}}{\log b}, \text{ if } l > 0 \text{ and} k > 0
\end{cases} \quad (3.3)$$

Τυχόν αρνητικές τιμές στο δεξιό μέλος των ανισώσεων (3.3) υποδηλώνουν ότι $m^{\bullet} = 0$. Από την μορφή των ανισώσεων (3.3) συνάγεται το συμπέρασμα ότι κάτω από το όριο L_2 θα υπάρχει μοναδική ελάχιστη τιμή για την συνάρτηση κόστους E_m^* η οποία θα αποτελεί και ολικό ελάχιστο. Το όριο L_2 όμως είναι εξαρτημένο από την συνθήκη $p_h = \frac{D}{N}$.

Για να δημιουργηθεί λοιπόν ένα όριο που θα έχει εφαρμογή στην συνάρτηση κόστους E_m^{Δ} θα πρέπει να εξεταστούν όλες οι πιθανές τιμές της p_h.

Εξετάζοντας λοιπόν τις τιμές της $p_h = \frac{D}{N}$ για D = 1,…, N προκύπτει ένα νέο όριο L_3 για το βέλτιστο μέγεθος δείγματος της E_m^{Δ}:

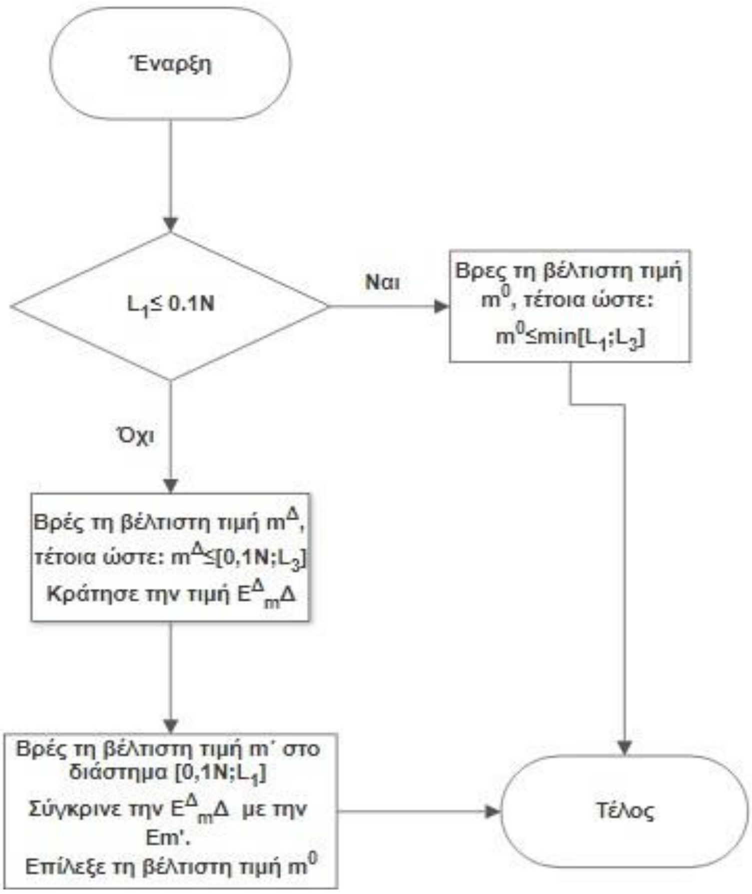
$$m^{\Delta} \leq L_3 = \max\{L_2(p_h)\}$$

Για ακεραίους μικρότερους του ορίου θα ισχύει $\Delta E^{\Delta}_{m^{\Delta}} = E^{\Delta}_{m^{\Delta}} - E^{\Delta}_{m^{\Delta}-1} \leq 0$, κάτι που σημαίνει ότι υπάρχει μοναδική ελάχιστη τιμή για την συνάρτηση E^{Δ}_{m} κάτω από αυτό το όριο η οποία αποτελεί και ολικό ελάχιστο. Η εγκυρότητα όμως της προσέγγισης της υπεργεωμετρικής κατανομής από την διωνυμική εξασφαλίζεται μόνο όταν το δείγμα είναι πολύ μικρότερο από την παρτίδα και συγκεκριμένα χρησιμοποιείται η συνθήκη $m \leq 0.1N$.

Αφού λοιπόν αυτή η προσέγγιση χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή του ορίου L_3, θα πρέπει να ελεγχθεί η συνθήκη $L_3 \leq 0.1N$ έτσι ώστε να χρησιμοποιηθεί αυτό το όριο που θα ελαττώσει το εύρος της αναζήτησης του βέλτιστου μεγέθους δείγματος m^{Δ}.

3.2 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΥΡΕΣΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΥ ΜΕΓΕΘΟΥΣ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

Αφού δημιουργήθηκε το μαθηματικό μοντέλο και το πρόβλημα επιλύθηκε, καταστρώνεται ένας αλγόριθμος που θα πραγματοποιήσει μια υπολογιστική αναζήτηση για την εύρεση του βέλτιστου μεγέθους δείγματος m^o της συνάρτησης (3.1).



Σχήμα 3.1: *Αλγόριθμος εύρεσης βέλτιστου μεγέθους δείγματος*

Αρχικά ελέγχεται η συνθήκη $L_1 \leq 0.1N$. Εάν είναι αληθής τότε θα πραγματοποιηθεί αναζήτηση για το βέλτιστο μέγεθος δείγματος για όλους τους ακεραίους μικρότερους του $\min\{L_1 ; L_3\}$.

Εάν η συνθήκη $L_1 \leq 0.1N$ είναι ψευδής τότε αρχικά θα αναζητηθεί το βέλτιστο μέγεθος δείγματος για όλους τους ακεραίους μικρότερους του $\min\{0.1N\ ;\ L_3\}$. Θα βρεθεί το βέλτιστο μέγεθος δείγματος m^{Δ} σε αυτό το διάστημα.

Στη συνέχεια θα πραγματοποιηθεί μια δεύτερη αναζήτηση στο διάστημα $[0.1N\ ;\ L_1]$ και θα βρεθεί το βέλτιστο μέγεθος δείγματος σε αυτό το διάστημα.

Θα συγκριθούν οι τιμές των συναρτήσεων κόστους για τα δύο αυτά μεγέθη δείγματος. Το μέγεθος δείγματος που θα παράγει την μικρότερη τιμή για την συνάρτηση, θα είναι το ολικό βέλτιστο. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η αναζήτηση γίνεται μόνο για ακέραιες τιμές ξεκινώντας πάντα από την μικρότερη.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

4.1 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΟΥ

Για την επίλυση του προβλήματος αναπτύχθηκε πρόγραμμα στο περιβάλλον αριθμητικής του λογισμικού MATLAB (ο κώδικας παρατίθεται στο παράρτημα).Το παράδειγμα που χρησιμοποιήθηκε βασίζεται στους Hahn (1986), Greenberg and Stokes (1992), Greenberg (1995) και Anderson (2001)

Για την προσομείωση λοιπόν χρησιμοποιήθηκε αριθμητικό παράδειγμα με τα εξής δεδομένα:
N=1200
π=0.1
p=0.05
c_0=3$
c_1=100$
c_2=500$
e_1=0.001
e_2=0.001

Όπου

- N το μέγεθος της παρτίδας.
- e1 η πιθανότητα μια μη-ελαττωματική μονάδα να κατηγοριοποιηθεί ως ελαττωματική.
- e2 η πιθανότητα μια ελαττωματική μονάδα να κατηγοριοποιηθεί ως μη-ελαττωματική.
- c0 το κόστος επιθεώρησης μιας μονάδας.
- c1 το κόστος μιας ελαττωματικής μονάδας σε αποδεκτή παρτίδα.
- c2 το κόστος λάνθασμένης κατηγοριοποίησης μιας μονάδας ως ελαττωματικής ενώ στην πραγματικότητα είναι μη ελαττωματική.
- D1 ο πραγματικός αριθμός ελαττωματικών μονάδων στον αριθμό δείγματος m.
- D2 ο πραγματικός αριθμός ελαττωματικών μονάδων στην παρτίδα εκτός δείγματος (N-m).
- D= D1+ D2: Συνολικός αριθμός ελαττωματικών μονάδων στην παρτίδα.
- p το ποσοστό των ελαττωματικών που παράγει η μηχανή.
- π είναι η πιθανότητα να υπάρχει τουλάχιστον ένα ελαττωματικό στην παρτίδα.

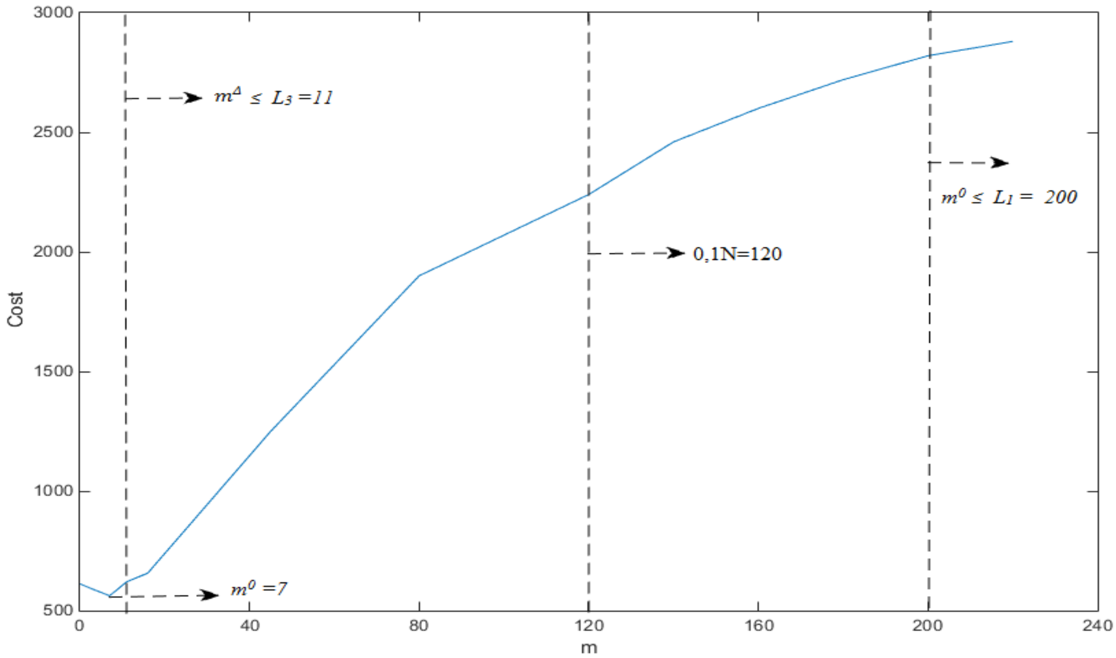
Στόχος του προγράμματος ήταν η επίλυση του προβλήματος κάτι που συμβαίνει με την εύρεση του βέλτιστου μεγέθους δείγματος m^o που ελαχιστοποιεί την συνάρτηση (3.1).

Βάσει του διαγράμματος ροής ,σχήμα3.1, πραγματοποιήθηκε αναζήτηση για τους ακεραίους m στα διαστήματα $0 \le m \le 11$ και $120 \le m \le 200$.

Στο πρώτο διάστημα, $0 \le m \le 11$, βρέθηκε βέλτιστη τιμή $m^{\Delta} = 7$. Στο διάστημα $120 \le m \le 200$ βρέθηκε βέλτιστη τιμή m=120.

Η ολική βέλτιστη τιμή που έδωσε το πρόγραμμα ήταν η $m^{o} = 7$. Στο βέλτιστο μέγεθος δείγματος $m^{o} = 7$ αντιστοιχεί ένα αναμενόμενο κόστος E_m^{o} =562.38$.

Το σχήμα 4.1 απεικονίζει την συμπεριφορά της συνάρτησης κόστους E_m συναρτήσει του μεγέθους του δείγματος m. Πάνω στο σχήμα απεικονίζονται ακόμη τα όρια της αναζήτησης που χρησιμοποιήθηκαν για την εύρεση της βέλτιστης λύσης και γίνεται φανερό πόσο μειώθηκε το υπολογιστικό εύρος με την χρήση τους.



Σχήμα 4.1.: *Σχήμα απεικόνισης της συμπεριφοράς της συνάρτησης κόστους E_m συναρτήσει του μεγέθους του δείγματος m.*

4.2 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΕΝΟΣ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑ ΣΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΛΥΣΗ

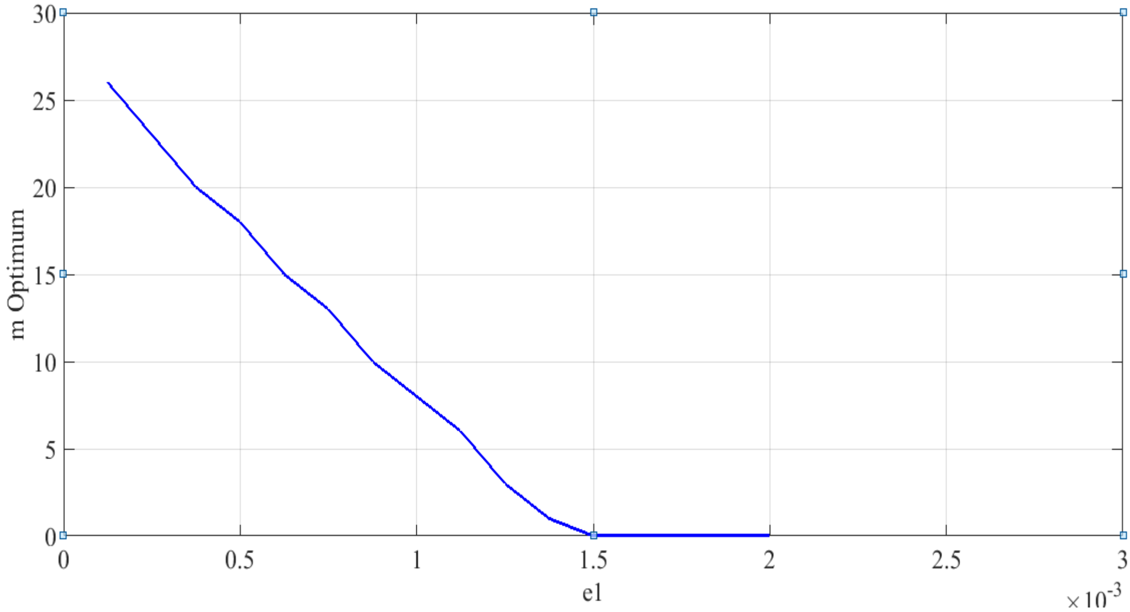
4.2.1 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΩΝ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

Καταγράφηκε παραπάνω ότι το βέλτιστο κόστος για την εφαρμογή του επανορθωτικού δειγματοληπτικού σχεδίου με μηδενική σταθερά αποδοχής παρουσία διαγνωστικών σφαλμάτων στο πρόβλημα που περιγράφεται στο υποκεφάλαιο (4.1) είναι 562.38$.

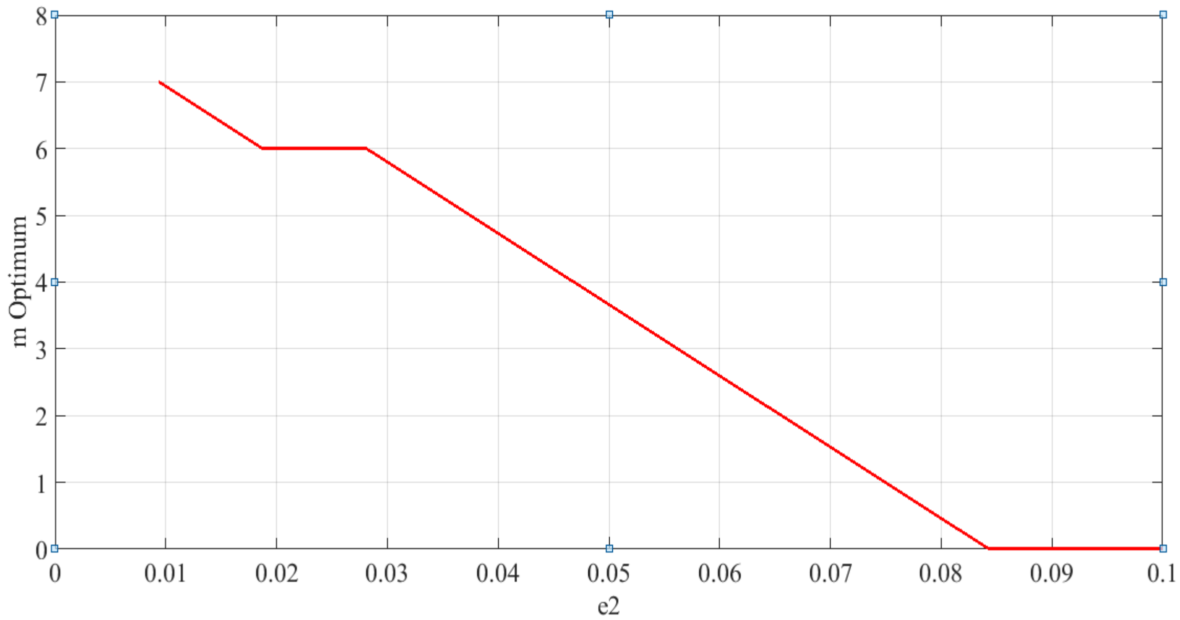
Σε περίπτωση που δεν υπήρχαν διαγνωστικά σφάλματα, εάν δηλαδή το αποτέλεσμα της επιθεώρησης κάθε κομματιού ήταν πάντοτε άρτιο, οι μεταβλητές του προβλήματος που αντιπροσωπεύουν τα σφάλματα πρώτου και δεύτερου τύπου πρακτικά μηδενίζονται. Συνεπώς θα ισχύει $e_1=e_2=0$. Σε αυτήν την περίπτωση το κόστος c_2 που προκύπτει λόγω της πιθανότητας διαγνωστικού σφάλματος πρώτου τύπου δεν έχει καμία επίδραση στην αναζήτηση του βέλτιστου μεγέθους δείγματος. Το πρόγραμμα έδωσε ως βέλτιστο μέγεθος δείγματος m^o=26 , το οποίο αντιστοιχεί σε ένα κόστος 427.19$. Με την απουσία λοιπόν των διαγνωστικών σφαλμάτων εξασφαλίζεται μια μείωση του κόστους κατά 24%.

Στην περίπτωση όπου τα διαγνωστικά σφάλματα ενυπάρχουν κανονικά στην διαδικασία όμως λανθασμένα δεν ληφθούν υπόψη τότε και πάλι θα επιλεχθεί ως μέγεθος δείγματος m=26. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα ένα κόστος 767.54$ το οποίο αντιστοιχεί σε μια αύξηση 36% σε σχέση με το κόστος που θα προέκυπτε αν λαμβάνονταν ορθώς υπόψην τα διαγνωστικά σφάλματα και επιλέγονταν το πραγματικό βέλτιστο μέγεθος δείγματος m^o = 7.

Στα σχήμα 4.2 και σχήμα 4.3. απεικονίζεται γραφικά η μεταβολή του βέλτιστου μεγέθους δείγματος m^o συναρτήσει των διαγνωστικών σφαλμάτων πρώτου και δεύτερου τύπου αντίστοιχα.



Σχήμα 4.2.: *Στο σχήμα απεικονίζεται γραφικά η μεταβολή του βέλτιστου μεγέθους δείγματος m^o συναρτήσει των διαγνωστικών σφαλμάτων πρώτου τύπου*



Σχήμα 4.3: *Στο σχήμα απεικονίζεται γραφικά η μεταβολή του βέλτιστου μεγέθους δείγματος* m^o *συναρτήσει των διαγνωστικών σφαλμάτων δεύτερου τύπου*

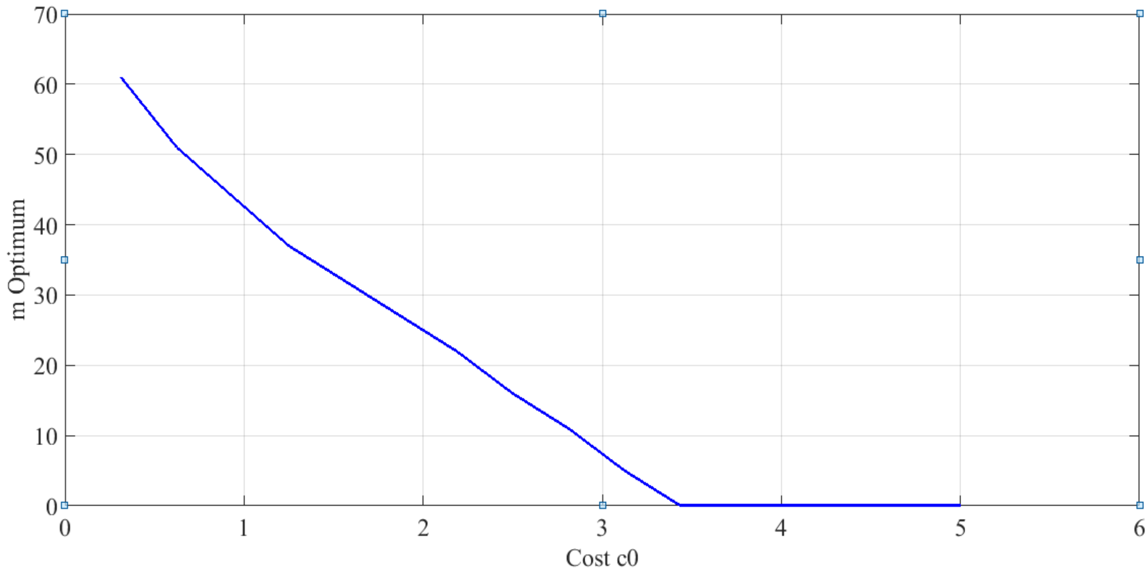
Αυτό που καταγράφεται είναι πώς για τα διαγνωστικά σφάλματα υπάρχει ένα κατώφλι πέρα από το οποίο δεν υπάρχει νόημα να πραγματοποιείται δειγματοληψία. Αυτό συμβαίνει καθώς με την αύξηση της πιθανότητας να συμβεί ένα διαγνωστικό σφάλμα ο αυξανόμενος αριθμός των κομματιών που καθορίζεται λανθασμένα στην επιθεώρηση εξαλείπτει το πλεονέκτημα της προτεινόμενης διαδικασίας να παρέχει αποδεκτές παρτίδες με χαμηλότερη στάθμη ελαττωματικών κομματιών.

Για τα διαγνωστικά σφάλματα πρώτου τύπου όπου γίνεται λανθασμένος καθορισμός αντικειμένου συμμορφούμενου στις προδιαγραφές ως μη συμμορφούμενο, παρατηρείται ότι για $e_1 \geq 0.0015$ η δειγματοληψία είναι ασύμφορη. Αντίθετα όσο η πιθανότητα μειώνεται και τείνει στο 0 , η αύξηση του μεγέθους του δείγματος γίνεται πιο αποδοτική. Αυτό όμως θα συμβεί μέχρι ένα άνω όριο. Σε καμία περίπτωση όμως, ακόμα και αν εξαλειφθούν τα διαγνωστικά σφάλματα πρώτου τύπου (ή αν αυτό συμβεί σε συνδιασμό με την εξάλειψη των διαγνωστικών σφαλμάτων δεύτερου τύπου) δεν θα αποτελέσει βέλτιστη λύση η λήψη μεγάλου μεγέθους δείγματος που θα πλησιάζει το πλήθος των κομματιών της παρτίδας N.

Για τα διαγνωστικά σφάλματα δεύτερου τύπου όπου γίνεται λανθασμένος καθορισμός αντικειμένου μη συμμορφούμενου στις προδιαγραφές ως συμμορφούμενο, παρατηρείται ότι το κατώφλι πάνω από το οποίο η δειγματοληψία παύει να είναι αποδοτική είναι το $e_2 = 0.08$. Σε σχέση με τα σφάλματα πρώτου τύπου καταγράφεται ότι εδώ η μεταβολή της πιθανότητας e_2 συναρτήσει του m^o είναι περισσότερο γραμμικής μορφής κάτι που δικαιολογείται και θεωρητικά από τις εξισώσεις του μαθηματικού μοντέλου.

4.2.2 ΚΟΣΤΟΣ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗΣ

Παρακάτω, στο σχήμα 4.4, απεικονίζεται η συμπεριφορά του βέλτιστου μεγέθους δείγματος m^o συναρτήσει του κόστους επιθεώρησης c_0.



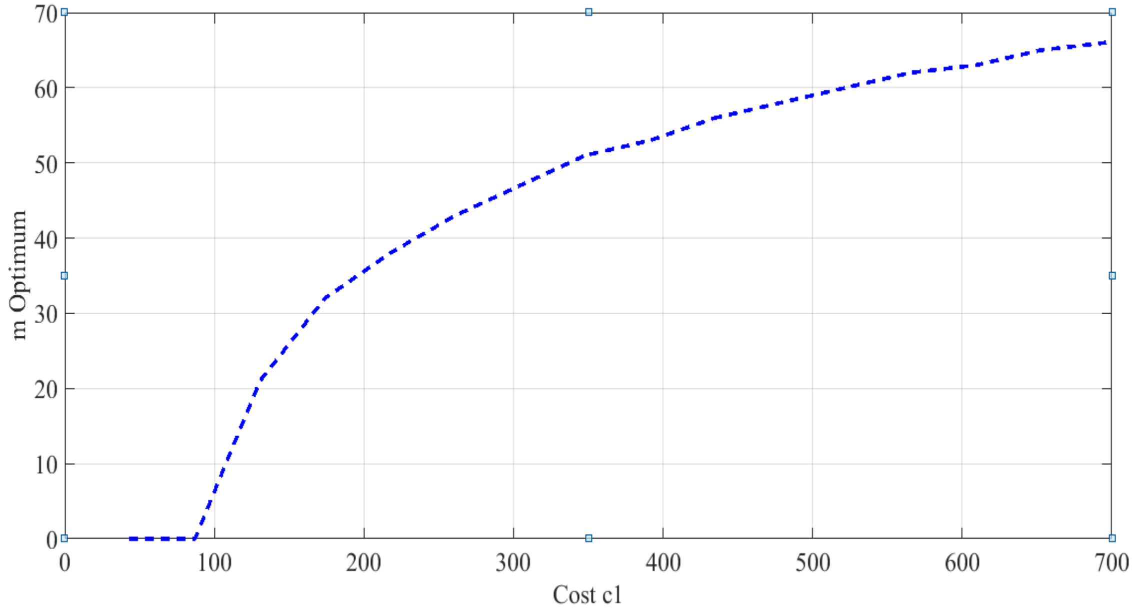
Σχήμα 4.4: *Στο σχήμα απεικονίζεται η συμπεριφορά του βέλτιστου μεγέθους δείγματος* m^o *συναρτήσει του κόστους επιθεώρησης* c_0

Παρατηρείται πως όσο το μοναδιαίο κόστος επιθεώρησης αυξάνεται, παρά το γεγονός ότι είναι μικρό σε σχέση με τα άλλα δύο κόστη που υπάρχουν στο πρόβλημα και σχετίζονται με την εξερχόμενη ποιότητα και τα διαγνωστικά σφάλματα, συμβάλλει καθοριστικά στην μείωση του βέλτιστου μεγέθους δείγματος. Μάλιστα το γράφημα υποδεικνύει πως μετά από ένα σημείο και συγκεκριμένα όταν $c_0 \geq 3.5\$$ η καλύτερη επιλογή είναι μια διαδικασία που δεν περιλαμβάνει την λήψη δείγματος. Αντίθετα όσο το κόστος επιθεώρησης βαίνει μειούμενο, η ανάλογη αύξηση του δείγματος μεγαλώνει την αποδοτικότητα του δειγματοληπτικού σχεδίου. Για $c_0 \leq 1\$$ μάλιστα η αύξηση του βέλτιστου μεγέθους δείγματος συντελείται με ρυθμό που προσιδιάζει σε εκθετική συνάρτηση. Εάν το κόστος επιθεώρησης είναι ιδιαίτερα χαμηλό σε σχέση με τις άλλες μεταβλητές του προβλήματος τότε είναι πιθανόν να πρέπει να επιθεωρηθεί μεγάλο μέρος ή και ολόκληρη η παρτίδα.

4.2.3 ΚΟΣΤΟΣ ΕΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΟΥ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ ΣΕ ΑΠΟΔΕΚΤΗ ΠΑΡΤΙΔΑ

Το κόστος c_1 που επιφέρει μια ελαττωματική μονάδα σε μια αποδεκτή παρτίδα έγκειται στην πιθανή επιστροφή του προϊόντος από τον καταναλωτή ή στην πρότερη ανάκλησή του, στα δικαστικά έξοδα και δυνητικά στην απώλεια της καλής φήμης. Το κόστος c_1 επηρεάζεται έντονα από την πιθανότητα e_2 λανθασμένης κατηγοριοποίησης ενός αντικειμένου ως μη-ελαττωματικού ενώ στη πραγματικότητα είναι ελαττωματικό. Αυτό μπορεί να παραγάγει διαφορετικά κόστη ανάλογα με το εάν η παρτίδα γίνει εν τέλει αποδεκτή ή όχι.

Παρακάτω παρατίθεται το σχήμα 4.5 της μεταβολής του βέλτιστου μεγέθους δείγματος συναρτήσει του κόστους c_1.



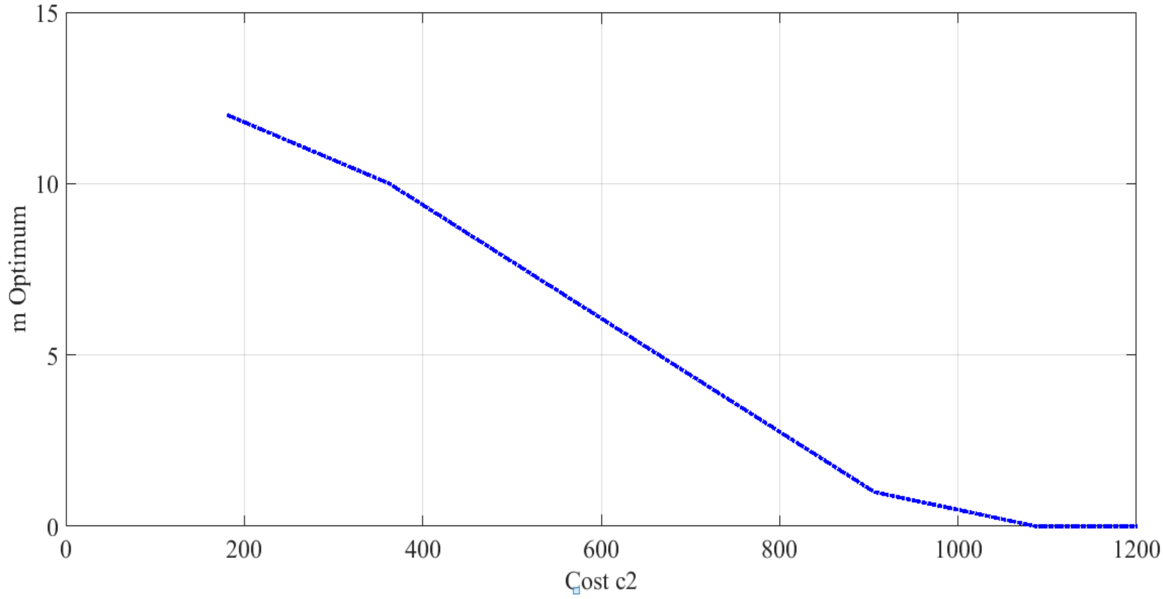
Σχήμα 4.5: *Σχήμα της μεταβολής του βέλτιστου μεγέθους δείγματος συναρτήσει του κόστους c_1.*

Καταδεικνύεται γραφικά πως όσο το c_1 αυξάνεται πέρα από ένα κατώφλι το βέλτιστο μέγεθος δείγματος αυξάνεται ραγδαία. Αυτό συμβαίνει καθώς όσο μεγαλύτερο το δείγμα που θα επιθεωρηθεί τόσο μειώνονται καθοριστικά τα ελαττωματικά κομμάτια στην εξερχόμενη ποιότητα. Η αιτιολογία είναι πώς η πιθανότητα ένα ελαττωματικό κομμάτι να ταξινομηθεί σωστά κατά την επιθεώρηση είναι $(1- e_2)$ και σε πρακτικές περιπτώσεις φυσικά $e_2 < 0.5$. Μεγαλύτερο δείγμα άλλωστε αυξάνει και τις φορές που θα γίνει επανόρθωση ολόκληρης της παρτίδας. Στα δεδομένα του προβλήματος που αντιμετωπίζει αυτή η εργασία, το κατώφλι αυτό θα είναι για c_1=100$. Κάτω από αυτό το κατώφλι δεν έχει νόημα η εφαρμογή αυτού του δειγματοληπτικού σχεδίου.

4.2.4 ΚΟΣΤΟΣ ΛΑΝΘΑΣΜΕΝΟΥ ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΥ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ ΩΣ ΕΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΟ

Το κόστος c_2 έγκειται στη λανθασμένη κατηγοριοποίηση μιας μονάδας ως ελαττωματικής ενώ στην πραγματικότητα είναι μη ελαττωματική. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την απόρριψη και επανόρθωση της παρτίδας. Είναι πιθανό η παρτίδα να υποστεί επανόρθωση χωρίς αυτό να είναι απαραίτητο. Το κόστος c_2 συσχετίζεται με την πιθανότητα e_1 λανθασμένης κατηγοριοποίησης ενός αντικειμένου ως ελαττωματικό.

Στο σχήμα 4.6 απεικονίζεται η συμπεριφορά του βέλτιστου μεγέθους δείγματος συναρτήσει του κόστους c_2.



Σχήμα 4.6: *Στο σχήμα απεικονίζεται η συμπεριφορά του βέλτιστου μεγέθους δείγματος συναρτήσει του κόστους c_2.*

Παρατηρείται πως όσο το κόστος c_2 αυξάνεται η τιμή του m^o τείνει στο μηδέν. Αυτό αιτιολογείται από το γεγονός ότι τυχόν μηδενισμός του δείγματος m^o=0 έχει ως αποτέλεσμα την εξάλειψη του κόστους c_2 από το μαθηματικό μοντέλο. Επίσης, καθώς το κόστος c_2 μεγαλώνει, η δειγματοληψία δεν έχει νόημα καθώς μόνο να λειτουργήσει αυξητικά μπορεί στον αριθμό των συμμορφούμενων κομματιών που ταξινομούνται ως ελαττωματικά. Στα δεδομένα του προβλήματος που αντιμετωπίζει η εργασία, πάνω από το κατώφλι c_2=1100$ η λήψη δείγματος κρίνεται ασύμφορη. Αντίθετα όσο το κόστος c_2 μειώνεται η δειγματοληψία καθίσταται πιο αποδοτική.

4.3 ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΔΥΟ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ ΣΤΟΝ ΚΑΘΟΡΙΣΜΟ ΒΕΛΤΙΣΤΟΥ ΜΕΓΕΘΟΥΣ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

4.3.1 ΜΕΘΟΔΟΣ

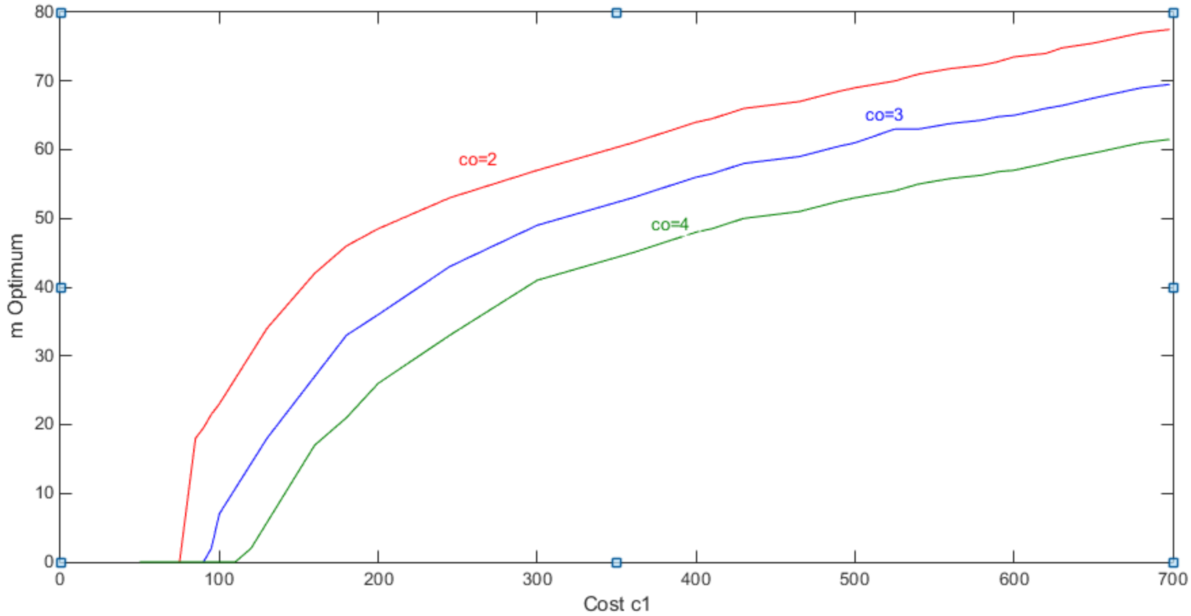
Στο υποκεφάλαιο 4.2 πραγματοποιήθηκε επί της ουσίας μια ανάλυση ευαισθησίας για να αξιολογηθεί η συμπεριφορά της μεταβλητής του προβλήματος m^o ως συνάρτηση των παραμέτρων του προβλήματος. Σε κάθε ξεχωριστή περίπτωση εξετάστηκε η μεταβολή του βέλτιστου μεγέθους δείγματος συναρτήσει μιας παραμέτρου κάθε φορά, δίνοντας στις υπόλοιπες παραμέτρους του προβλήματος που δεν εξετάζονταν τις αρχικές τους τιμές όπως αυτές έχουν οριστεί για το αριθμητικό παράδειγμα που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία.

Στο υποκεφάλαιο 4.3 γίνεται μια προσπάθεια να ερευνηθεί η επίπτωση στην βέλτιστη λύση του προβλήματος που θα έχει η μεταβολή δύο παραμέτρων ταυτοχρόνως ώστε να εξαχθούν ορισμένα χρήσιμα συμπεράσματα για το πρόβλημα της επιλογής κατάλληλου δειγματοληπτικού πλάνου.

Η μέθοδος έχει ως εξής: Αρχικά επιλέχθηκαν ορισμένα ζεύγη παραμέτρων του προβλήματος. Στη συνέχεια δόθηκαν ορισμένες διακριτές τιμές στην κάθε παράμετρο σύμφωνα με την βιβλιογραφία και δημιουργήθηκε μια γραφική απεικόνιση για κάθε ζεύγος παραμέτρων ώστε να οπτικοποιηθεί η μεταξύ τους αλληλεπίδραση.

4.3.2 ΚΟΣΤΟΣ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗΣ – ΚΟΣΤΟΣ ΕΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΟΥ ΣΕ ΑΠΟΔΕΚΤΗ ΠΑΡΤΙΔΑ

Στο σχήμα 4.7 απεικονίζεται γραφικά η μεταβολή του κόστους μιας ελαττωματικής μονάδας σε αποδεκτή παρτίδα c_1 σε συνάρτηση με το βέλτιστο μέγεθος δείγματος m^o για τις διακριτές τιμές του κόστους επιθεώρησης c_0 = [2, 3, 4].



Σχήμα 4.7: *Σχήμα μεταβολής κόστους μιας ελαττωματικής μονάδας σε αποδεκτή παρτίδα c_1 σε συνάρτηση με το βέλτιστο μέγεθος δείγματος m^o* για δεδομένες τιμές c_0

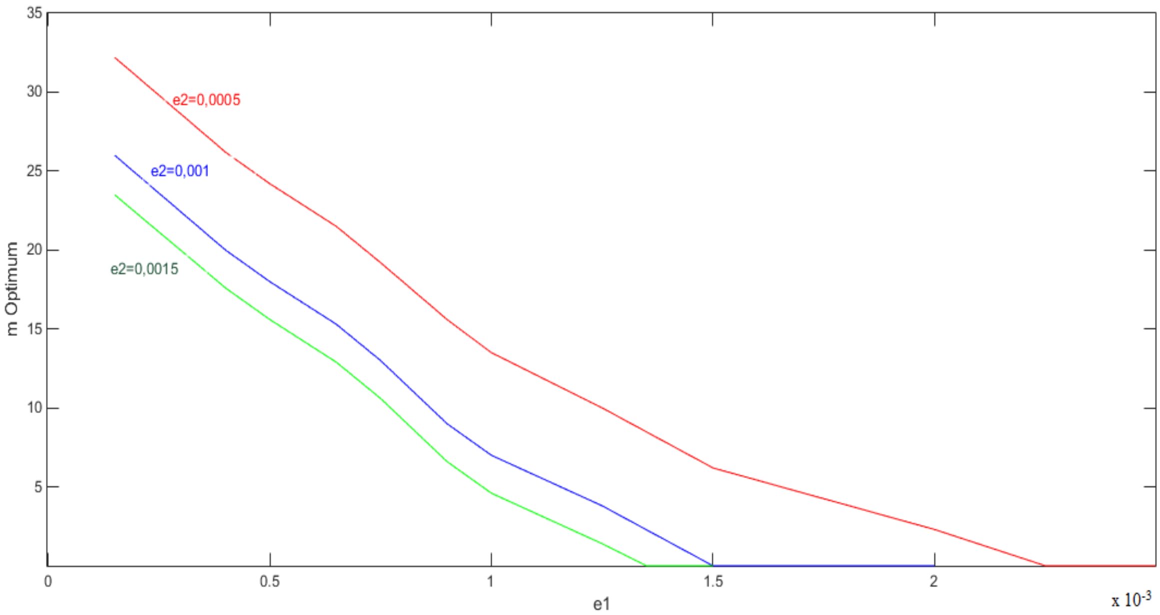
Καταδεικνύεται γραφικά πως με την αύξηση του κόστους επιθεώρησης c_0 για δεδομένο κόστος c_1 το βέλτιστο μέγεθος δείγματος μειώνεται, συμπέρασμα που ήδη έχει εξαχθεί. Παρατηρείται πως η επίδραση των δύο παραμέτρων στο βέλτιστο δείγμα είναι τρόπον τινά ισοδύναμη: μια αύξηση κατά 100% στην τιμή και των δύο παραμέτρων από $c_0 = 2$ και c_1 =100 σε $c_0{}' = 4$ και $c_1{}' = 200$ επιφέρει μηδενική μεταβολή στην βέλτιστη λύση αφού τα δύο αυτά κόστη λειτουργούν αντιστρόφως ανάλογα μεταξύ τους όσον αφορά το m^o. Όσο αυξάνεται η μεταβλητή c_1, μια αύξηση του μεγέθους δείγματος μειώνει δραστικά το κόστος μια και επιφέρει μείωση στα ελαττωματικά αντικείμενα της εξερχόμενης ποιότητας την στιγμή που αυξάνεται όμως ο αριθμός των επιθεωρούμενων μονάδων. Εντέλει συμπαιραίνεται μια ομαλότητα στην αλληλεπίδραση των παραμέτρων c_0 και c_1.

Παράταυτα αξίζει να γίνει μια αναφορά στην ευαισθησία αυτών των δειγματοληπτικών σχεδίων. Εξετάζεται τι θα συμβεί όσον αφορά την βέλτιστη λύση και το κόστος που αυτή θα έχει σε περίπτωση που οι εξεταζόμενες παράμετροι μεταβληθούν με τρόπο αντίστροφο. Έστω λοιπόν c_0 =2\$ και c_1 =200\$. Σε αυτήν την περίπτωση η βέλτιστη τιμή είναι για μέγεθος δείγματος $m^o=48$ όπου αντιστοιχεί ένα αναμενόμενο κόστος E_{m^o} =683.81\$. Συντελείται μια μεταβολή στα εξεταζόμενα κόστη και προκύπτουν $c_0{}' = 3\$$ και $c_1{}' = 100$ (σύμφωνα με τις αρχικές τιμές του παραδείγματος).

Μια τέτοια μεταβολή είναι ρεαλιστική: Οι τιμές τόσο του μοναδιαίου κόστους επιθεώρησης και πολύ περισσότερο του μοναδιαίου κόστους ελαττωματικού κομματιού στην εξερχόμενη ποιότητα καθορίζονται πολυπαραγοντικά και εν μέρει από αστάθμητους παράγοντες. Σε αυτήν την περίπτωση το βέλτιστο μέγεθος δείγματος επαναπροσδιορίζεται $m^o=7$ με αναμενόμενο κόστος $E_m{}^o$ =562.38$. Το δείγμα μειώνεται δηλαδή σχεδόν επτά φορές ενώ το βέλτιστο κόστος μειώνεται κατά 18%. Εάν όμως η βιομηχανία που εφαρμόζει το δειγματοληπτικό σχέδιο δεν λάβει εγκαίρως υπόψην της τις μεταβολές και διατηρήσει την προηγούμενη λύση η απόκλιση από το βέλτιστο αποτέλεσμα γίνεται πολύ σημαντική. Για $c_0{}' = 3$ και $c_1{}' = 100$ και επιλογή δείγματος m=48 το αναμενόμενο κόστος θα διαμορφωθεί $E_{m=48}$ =1306.90$. Παρατηρείται λοιπόν πως από μια μη έγκαιρη αποκωδικοποίηση των νέων δεδομένων θα προκληθεί επιβάρυνση στο κόστος κατά 133%.

4.3.3 ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟ ΣΦΑΛΜΑ ΠΡΩΤΟΥ ΤΥΠΟΥ-ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟ ΣΦΑΛΜΑ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΤΥΠΟΥ

Στο σχήμα 4.8 απεικονίζεται η μεταβολή του βέλτιστου μεγέθους δείγματος m^o συναρτήσει της πιθανότητας e_1 να συμβεί διαγνωστικό σφάλμα πρώτου τύπου για τις διακριτές τιμές της πιθανότητας σφάλματος δεύτερου τύπου e_2 = [0.005 ,0.001 , 0.0015].



Σχήμα 4.8: *Σχήμα μεταβολής της πιθανότητας c_1 σε συνάρτηση με το βέλτιστο μέγεθος δείγματος m^o για δεδομένες τιμές c_2*

Όπως ήδη αναφέρθηκε, για δεδομένη πιθανότητα e_2, με την αύξηση της πιθανότητας e_1 το βέλτιστο μέγεθος δείγματος μειώνεται. Παρατηρείται ότι οι 2 πιθανότητες e_1 και e_2 έχουν μια ανάλογη λειτουργία όσον αφορά την επίδρασή τους στον καθορισμό του m^o. Όσο αυξάνεται η πιθανότητα λανθασμένης ταξινόμησης ενός κομματιού είτε από τη μία είτε από την άλλη πλευρά, η δειγματοληψία καθίσταται επίφοβη και με αμφίβολα αποτελέσματα, συνεπώς με την αύξηση των πιθανοτήτων e_1 και e_2 και μετά από ένα σημείο δεν έχει νόημα η λήψη δείγματος από την παρτίδα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

5.1 ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στη σύγχρονη εποχή ο ποιοτικός έλεγχος έχει καταστεί βαρύνων παράγοντας στην επιτυχία των βιομηχανιών και γενικώς των επιχειρήσεων. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη των μεθόδων που πετυχαίνουν αποδοτικά αποτελέσματα όσον αφορά τον έλεγχο ποιότητας. Παραδοσιακά υπάρχει μια διχογνωμία για το αν η δειγματοληψία αποδοχής είναι η ενδεδειγμένη λύση στο πρόβλημα της επίτευξης ποιότητας ή ο στατιστικός έλεγχος είναι προτιμότερος. Αναγνωρίζεται η χρησιμότητα της δειγματοληψίας αποδοχής σε μη σταθερές διεργασίες. Ακόμα επισημαίνονται περιπτώσεις για τις οποίες η δειγματοληψία αποδοχής είανι σαφώς προτιμότερη του 100% ελέγχου και αφορούν περιορισμούς κόστους, τεχνολογίας και ικανότητας του προμηθευτή. Γίνεται αποδεκτό ότι η δειγματοληψία αποδοχής είναι χρήσιμη σε περιπτώσεις ανθρώπινων σφαλμάτων τα οποία μεταβάλλουν ουσιαστικά το ποσοστό των ελαττωματικών μιας παρτίδας.

Μια σημαντική παράμετρος στην ανάπτυξη δειγματοληπτικών σχεδίων είναι η δυνατότητα να έχουν αυτά το μικρότερο δυνατό μέγεθος δείγματος (Ταγαράς, 2001). Σε αυτήν την εργασία όμως πραγματοποιήθηκε ο σχεδιασμός ενός δειγματοληπτικού σχεδίου που στοχεύει στην εύρεση του βέλτιστου μεγέθους δείγματος από οικονομική σκοπιά. Μάλιστα είναι ένα σχέδιο που εμπίπτει στο πρόγραμμα μηδενικών σφαλμάτων (zero-defect). Παράλληλα με την εύρεση της βέλτιστης λύσης επιχειρήθηκε μια διερεύνηση της επίδρασης και της βαρύτητας των παραμέτρων του προβλήματος στην λειτουργία του μοντέλου. Ο αλγόριθμος του μοντέλου υλοποιήθηκε στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab.

Αρχικά, γίνεται κατανοήτη η σημασία της μεθόδου που θα χρησιμοποιηθεί για την εξεύρεση της βέλτιστης λύσης. Ο αλγόριθμος εξεύρεσης της βέλτιστης λύσης χρησιμοποιεί δύο όρια L1 και L3 που περιορίζουν καθοριστικά το εύρος της αναζήτησης. Ο καθορισμός αυτών των ορίων προυποθέτει περίπλοκους μαθηματικούς χειρισμούς που είναι όμως απαραίτητοι. Η αρχική συνάρτηση κόστους υπέστη διαδοχικές προσεγγίσεις για να δημιουργηθούν απλοποιημένες μορφές της και ύστερα με επεξεργασία ανισωτικών σχέσεων προέκυψαν άνω όρια για την αναζήτηση. Φυσικά αυτά τα όρια έχουν εφαρμογή μόνο στο πεδίο όπου επιτρέπονται αυτές οι προσεγγίσεις. Δημιουργήθηκαν λοιπόν επιπλέον συνθήκες.

Παρά ταύτα ο υπολογιστικός χρόνος ήταν και πάλι υψηλός: πάνω από δέκα ώρες χρειάστηκαν για να τερματίσει ο αλγόριθμος και να δώσει το βέλτιστο μέγεθος δείγματος και τις υπόλοιπες πληροφορίες για μια παρτίδα 1200 κομματιών. Μπορεί λοιπόν να γίνει με σχετική ασφάλεια η υπόθεση ότι ένας αλγόριθμος αυτής της δομής, πρακτικά δεν μπορεί να έχει εφαρμογή στο συγκεκριμένο προγραμματιστικό περιβάλλον χωρίς να τεθούν όρια που να μειώνουν σημαντικά το εύρος της αναζήτησης. Ειδικά στον σημερινό άκρως ανταγωνιστικό επιχειρηματικό κόσμο, όπου ο αποδοτικός ποιοτικός έλεγχος αποτελεί θεμέλιο λίθο της επιτυχίας, μια λύση δεν αρκεί να είναι απλά βέλτιστη σε θεωρητικό πλαίσιο αλλά πρέπει να είναι και πρακτικά αποδοτική.

Κατά την εφαρμογή του προγράμματος σε παρτίδα με N=1200 κομμάτια και για τα δεδομένα των παραμέτρων του αριθμητικού παραδείγματος που χρησιμοποιήθηκε βρέθηκε βέλτιστο μέγεθος δείγματος m^o=7 κομμάτια. Είναι ένα μικρό δείγμα σε σχέση με την παρτίδα γεγονός που βάζει το μοντέλο σε ευθυγράμμιση με την κυριάρχη τάση στην δειγματοληψία αποδοχής.

Κατά την μελέτη, έγινε σαφές ότι τα διαγνωστικά σφάλματα έχουν μεγάλη σημασία στον καθορισμό του βέλτιστου μεγέθους του δειγματοληπτικού σχεδίου. Ακόμα και μικρές πιθανότητες διαγνωστικών σφαλμάτων πρώτου και δεύτερου τύπου όπως e_1 =0.001 και e_1 =0.001 αλλάζουν εντελώς το βέλτιστο δείγμα. Στη πειραματική εφαρμογή που διεξήχθη βρέθηκε ότι απουσία των διαγνωστικών σφαλμάτων το βέλτιστο δείγμα είναι m^o =26 και το αναμενόμενο κόστος εμφανίζεται μειωμένο κατα 24%. Συνεπώς είναι δεδομένο πως τα διαγνωστικά σφάλματα θα πρέπει απαραιτήτως να λαμβάνονται υπόψην όταν καταστρώνεται η δειγματοληπτική εφαρμογή. Σε περίπτωση που δε συμπεριληφθούν στο μοντέλο αναπόδραστα θα προκληθεί σημαντική αύξηση στο αναμενόμενο κόστος. Η εφαρμογή υπέδειξε αύξηση του κόστους κατά 36%. Εξήχθη επίσης το συμπέρασμα πως πάνω από ένα ορισμένο κατώφλι για την πιθανότητα διαγνωστικού σφάλματος η λήψη δείγματος καθίσταται οικονομικά ασύμφορη. Αυτό ήταν για το σφάλμα πρώτου τύπου το e_1=0.0015 και για το σφάλμα δεύτερου τύπου το e_2=0.08.

Η ανάλυση ευαισθησίας για τις παραμέτρους του προβλήματος κατέδειξε το πως επιδρά κάθε μεταβλητή στην βέλτιστη λύση. Το κόστος επιθεώρησης αυξάνεται και μεταβάλλει το βέλτιστο μέγεθος δείγματος προς το 0. Αντίθετα όσο μειώνεται, η αύξηση του δείγματος καθίσταται αποδοτική. Το ίδιο ισχύει και για το κόστος λανθασμένης κατηγοριοποίησης μιας μονάδας ως ελαττωματικής ενώ στην πραγματικότητα είναι μη ελαττωματική. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την απόρριψη και επανόρθωση της παρτίδας, πολλές φορές χωρίς να πρέπει αυτό να συμβεί.

Για το κόστος που επιφέρει μια μονάδα σε αποδεκτή παρτίδα ίσχυει το αντίστροφο. Όσο αυτό αυξάνεται πέρα από ένα κατώφλι το βέλτιστο μέγεθος δείγματος αυξάνεται ραγδαία. Ένα μεγάλο δείγμα άλλωστε αυξάνει τον μέσο αριθμό των επανορθώσεων οι οποίες μειώνουν καθοριστικά το πλήθος των ελαττωματικών μονάδων στην εξερχόμενη ποιότητα.

Τέλος, έγινε αντιληπτό ότι παρά την ταυτόχρονη μεταβολή δύο παραμέτρων του προβλήματος το βέλτιστο μέγεθος δείγματος δύναται να παραμείνει αμετάβλητο. Ταυτόχρονη αύξηση του κόστους επιθεώρησης και του κόστους ελαττωματικής μονάδας στην εξερχόμενη ποιότητα κατά 100% κράτησε το βέλτιστο μέγεθος δείγματος στα πρότερα επίπεδα.

5.2 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Όπως ήδη αναφέρθηκε, παρότι γενικά δίνεται μεγάλη σημασία στον ποιοτικό έλεγχο από τις επιχειρήσεις και τις βιομηχανίες η δειγματοληψία αποδοχής δεν έχει μεγάλη εφαρμογή. Πραγματοποιείται κυρίως όταν στη παραγωγική διαδικασία υπάρχουν διεργασίες που ξεφεύγουν από τον στατιστικό έλεγχο ή όταν τα βιομηχανικά κόστη είναι ιδιαίτερα υψηλά. Παρότι βεβαίως έχουν γίνει μελέτες για την δειγματοληψία με αποδοχή και για τον καθορισμό του κατάλληλου δειγματοληπτικού σχεδίου ή ακόμα και για την εκτίμηση του πλήθους των ελαττωματιών κομματιών στην εξερχόμενη ποιότητα μετά τον δειγματοληπτικό έλεγχο, η βιβλιογραφία είναι περιορισμένη όσον αφορά προσομειώσεις μαθηματικών μοντέλων και ειδικότερα για επανορθωτικά σχέδια με μηδενική σταθερά αποδοχής παρουσία διαγνωστικών σφαλμάτων.

Τόσο οι Greenberg and Stokes (1995) οσο και ο Anderson (2001) αναγνωρίζουν την μεγάλη ευαισθησία των δειγματοληπτικών σχεδίων στα διαγνωστικά σφάλματα είτε αυτά είναι απλά είτε επανορθωτικά. Η σύγκριση όμως των αποτελεσμάτων θα γίνει σε σχεση με τη μελέτη των Quinino et al. (2005) πάνω στου οποίου τον αλγόριθμο βασίστηκε και το πρόγραμμα που υλοποιήθηκε στην παρούσα εργασία.

Στην εν λόγω έρευνα αντιμετωπίστηκε παρόμοιο αριθμητικό παράδειγμα με μέγεθος παρτίδας N=5000. Καταρχάς, υπάρχει ταύτιση όσον αφορά την περιοχή αναζήτησης της βέλτιστης λύσης που περιορίστηκε τελικά στο 7.5% της παρτίδας και στις δύο έρευνες. Η συμπεριφορά των παραμέτρων συναρτήσει του βέλτιστους μεγέθους δείγματος παρουσιάζει επίσης μια σύγκλιση σε μεγάλο βαθμό αν γίνει μια αντιπαραβολή των γραφημάτων. Μια μικρή διαφοροποίηση προκύπτει στη μεταβολή του κόστους λανθασμένης κατηγοριοποίηση μιας μονάδας ως ελαττωματικής καθώς στην έρευνα του κουινινιο υπάρχει μια ενιαία σχεδόν γραμμική μεταβολή μέχρι το κόστος να φτάσει σε ένα κατώφλι πέρα από το οποίο το βέλτιστο δείγμα μηδενίζεται ενώ στην παρούσα έρευνα όσο αυξάνεται το κόστος και πριν από αυτό το κατώφλι φαίνεται να υπάρχουν δύο διαφορετικές κύριες μεταβολές. Γενικότερα από μια πανοραμική σκοπιά τα αποτελέσματα των δύο ερευνών παρουσιάζουν σύγκλιση σε πολύ μεγάλο βαθμό.

5.3 ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Όπως έχει ήδη αναφερθεί μια λύση στο πρόβλημα του ποιοτικού ελέγχου δεν αρκεί να είναι απλά βέλτιστη σε θεωρητικό πλαίσιο αλλά πρέπει να είναι και πρακτικά αποδοτική και λειτουργική. Συνεπώς ως πρόταση για μελλοντική μελέτη προτείνεται η βελτίωση του συγκεκριμένου μοντέλου ώστε αυτό να είναι πιο ευέλικτο στον χειρισμό του στα προγραμματιστικά περιβάλλοντα και κυρίως ώστε να μειωθεί ο υπολογιστικός χρόνος. Αυτό μπορεί να συμβεί με δύο τρόπους: Είτε με ένα εναλλακτικό μαθηματικό μοντέλο που θα είναι πιο αποδοτικό είτε με μια πιο αποτελεσματική υλοποίηση του αλγορίθμου μέσα από ένα νέο πρόγραμμα που θα δημιουργηθεί.

Επιπροσθέτως, προεκτάσεις αυτής της έρευνας μπορούν να γίνουν σε δύο κατευθύνσεις. Η πρώτη αφορά την αλλαγή της σταθεράς αποδοχής του δειγματοληπτικού σχεδίου απο c=0 σε μια τιμή $c \geq 0$ που δεν θα είναι προκαθορισμένη. Η άλλη εναλλακτική αφορά στην διενέργεια επαναληπτικών δοκιμών (test) που θα ελαχιστοποιούν την επίδραση των διαγνωστικών σφαλμάτων. Ένα αντικείμενο θα ταξινομείται τελεσίδικα ως συμμορφούμενο αν ταξινομείται ως τέτοιο σε έναν αριθμό ανεξάρτητων επιθεωρήσεων μεγαλύτερο μιας προκαθορισμένης τιμής a. Σε αυτή τη περίπτωση, στόχος θα είναι ο καθορισμός του βέλτιστου μεγέθους δείγματος, του αριθμού των ανεξάρτητων επιθεωρήσεων και της σταθεράς αποδοχής του σχεδίου ώστε να ελαχιστοποιείται το αναμενόμενο ολικό κόστος.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΊΑ

Anderson, M., Greenberg, B. & Stokes, S., 2001. Acceptance sampling with rectification when inspection errors are present. *Journal of Quality Technology,* Volume 33, pp. 493-505.

Foote, A. L. a. B. L., 1978. Inspection errors and statistical quality control. *Journal A I I E Transactions Vol 10,* pp. 184-192.

Greenberg, B. & Stokes , S., 1992. Estimating nonconformance rates after zero defect sampling with rectification. *Technometrics,* Volume 34, pp. 203-213.

Greenberg, B. & Stokes, S., 1995. Repetitive testing in the presence of inspection errors. *Technometrics,* Volume 37, pp. 102-111.

Hahn, G., 1986. Estimating the percent nonconforming in the accepted product after zero defect sampling. *Journal of Quality Technology, ,* Volume 18, pp. 182-188.

Hald, A., 1981. Statistical Theory of Sampling Inspection by Attributes.

Quinino, R., Ho, L. & Suyama, E., 2005. Design of economically optimal zero-defect acceptance sampling with rectification when diagnosis errors are present. *Pesquisa Operacional*, *v.25, n.1,* pp. 29-44.

Ταγαράς, Ν., 2001. *ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ.* s.l.:εκδόσεις ΖΗΤΗ.

• ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Use a Matlab Editor to write the files *.m. Run Main_File.m the software Matlab.

<u>Main File</u>

```
clear all, close all, clc,

 %optimum.m is in the optimumFunction
file
 % to run, just run  Main_File.m

 tic;
 c0 = 3;
 c1 = 100;
 c2 = 500;
 pi = 0.1;
 p = 0.05;
 N = 400;
 e1 = 0.00006;
 e2 = 0.001;

 %% Figure cost_0
  clear Optimum ChangeParameter
  for i=1:16
 ChangeParameter(i)=i*0.3125;

Optimum(i)=optimumFunc(ChangeParam
eter(i),c1,c2,e1,e2,p,pi,N);
   end

figureFunction(ChangeParameter,Optimu
m,'m optimum','Cost c0')
 %% Figure cost_1
clear Optimum ChangeParameter
   for i=1:16
          ChangeParameter(i)=i*43.5;

Optimum(i)=optimumFunc(c0,ChangePara
meter(i),c2,e1,e2,p,pi,N);

  end

figureFunction(ChangeParameter,Optimu
m,'m optimum','cost c1')
 %% Figure cost_2
clear Optimum ChangeParameter
  for i=1:16
 ChangeParameter(i)=i*181.25;

Optimum(i)=optimumFunc(c0,c1,ChangeP
arameter(i),e1,e2,p,pi,N);
   end

figureFunction(ChangeParameter,Optimu
m,'m optimum','Cost c2')

%% Figure e_1
  clear Optimum ChangeParameter
  for i=1:16
 ChangeParameter(i)=i*0.000125;

Optimum(i)=optimumFunc(c0,c1,c2,Chan
geParameter(i),e2,p,pi,N);
   end

figureFunction(ChangeParameter,Optimu
m,'m optimum','e1')
%% Figure e_2
clear Optimum ChangeParameter
  for i=1:16
 ChangeParameter(i)=i*0.00937;

Optimum(i)=optimumFunc(c0,c1,c2,e1,Ch
angeParameter(i),p,pi,N);
   end
figureFunction(ChangeParameter,Optimu
m,'m optimum','e2')
%% Figure p
 clear Optimum ChangeParameter
  for i=1:16
 ChangeParameter(i)=i*0.0625;

Optimum(i)=optimumFunc(c0,c1,c2,e1,e2,
ChangeParameter(i),pi,N);
   end

figureFunction(ChangeParameter,Optimu
m,'m optimum','p')
```

<u>Optimum Function</u>

```
% optimumFunc.m
```

```
function
Optimum=optimumFunc(c0,c1,c2,e1,e2,p,
pi,N);
 L1=ceil(min(N,N*p*pi*c1/c0));
 L2=ceil(0.1*N);
 L3=ceil(limit_L3(N,c0, c1, c2, pi, N, e1,
e2));
 if L2 > L1
    DecidingParameter=1;
    Boundary1=[1:1:min(L1,L3)];
    Boundary2=[];
 elseif L2 < L3 DecidingParameter=0;
    Boundary1=[1:1:L2];
    Boundary2=[L2:1:L1];
 else DecidingParameter=0;
    Boundary1=[1:1:L3];
    Boundary2=[L2:1:L1];
 end
 s5=inf;
 s4=1e30;
 i=0 ;
 while i<length(Boundary1) & s4<s5
    i=i+1;
    s5=s4;
    m=Boundary1(i);

progressFunction(m,Boundary1,Boundary
2);
            %this function only writes data to
text file for command window
    s1=0;
    s2=0;
    s3=0;

tbinom=binopdf(0:1:N,linspace(N,N,N+1),
linspace(p,p,N+1));
    for D=0:N
        minValue=min(m,D);
        D1=0:1:minValue;

thiper=tbinom(D+1)*hygepdf(D1,linspace
(N,N,minValue+1),
linspace(D,D,minValue+1),linspace(m,m,
minValue+1));
        s1=s1+sum(thiper.*(1-(1-e1).^(m-
D1).*e2.^D1).*D1);
        s2=s2+sum(thiper.*(1-(1-e1).^(m-
D1).*e2.^D1));
        s3=s3+sum(thiper.*(1-e1).^(m-
D1).*e2.^D1);
    end
    FirstPar = 1-(pi*s3+(1-e1)^m*(1-pi));
    CostPar(i) = c0*m + c0*(N-m)*FirstPar
+ c1*pi*N*p - c1*(1-e2)*pi*s1 - c1*(1-
e2)*pi*(N-m)*p*s2 + c2*N*e1*FirstPar -
c2*e1*pi*s1 - c2*e1 *pi*(N-m)*p*s2;
    SamplePar(i)=m; s4=CostPar(i);
 end

 if DecidingParameter==0
    for j=1:length(Boundary2)
        m=Boundary2(j);

progressFunction(m,Boundary1,Boundary
2);
        %this function only writes data to
text file for command window
        s1=0;
        s2=0;
        s3=0;

tbinom=binopdf(0:1:N,linspace(N,N,N+1),
linspace(p,p,N+1));
        for D=0:N minValue=min(m,D);
            D1=0:1:minValue;

thiper=tbinom(D+1)*hygepdf(D1,linspace
(N,N,minValue+1),
linspace(D,D,minValue+1),linspace(m,m,
minValue+1));
            s1=s1+sum(thiper.*(1-(1-e1).^(m-
D1).*e2.^D1).*D1);
            s2=s2+sum(thiper.*(1-(1-e1).^(m-
D1).*e2.^D1));
            s3=s3+sum(thiper.*(1-e1).^(m-
D1).*e2.^D1);

        end
        FirstPar = 1-(pi*s3+(1-e1)^m*(1-
pi));
        CostPar(i+j) = c0*m + c0*(N-
m)*FirstPar + c1*pi*N*p - c1*(1-
e2)*pi*s1 - c1*(1-e2)*pi*(N-m)*p*s2 +
c2*N*e1*FirstPar - c2*e1*pi*s1 -
c2*e1*pi*(N-m)*p*s2;
        SamplePar(i+j)=m;
   end
end
 SamplePar=[0 SamplePar]
```

```
 CostPar=[N*p*pi*c1 CostPar] ;
 [minValue, pos]=min(CostPar);
 Optimum=SamplePar(pos);
 clc;
```

Limit L3

```
% limit_L3.m
function y=limit_L3(intervalPar,c0, c1, c2, pi, N, e1, e2)

for z=0:intervalPar
w=z/intervalPar;
p = w;
a=(c0+N*c2*e1*e1)*(1-pi);
b=(p*e2/(1-e1)+(1-p));
c=(c1*(1-e2)+c2*e1)*p;
d=(N*e2-1)*(e1+p*(1-e1-e2))+1-e2;
e=1-e1-p*(1-e1-e2);
f=(c0+N*c2*e1*(e1+p*(1-e1-e2)));
g=c0*(1-pi)*e1;
h=(1-e1-e2)*(1-p);
i=(e1+p*(1-e1-e2));
k=pi*c*h*i/e-c0*pi*i;
l=c*d/e-f;
m1=0;
m2=a/(N*k);
m3=a/(pi*l);
m4=a/(pi*l+N*k);
if l<=0 & k<=0
 L1=m1;
 mm(z+1)=L1;
elseif l<=0 & k>0
 L2=1+(log(m2)/log(b));
 mm(z+1)=L2;
elseif l>0 & k<=0
 L3=1+(log(m3)/log(b));
 mm(z+1)=L3;
elseif l>0 & k>0
 L4=1+(log(m4)/log(b));
 mm(z+1)=L4;
end
pp(z+1)=p;
end
L=max(mm);
L=floor(L);
y=L;
```

Progress Function

```
%progressFunction.m
function
y=progressFunction(m,Boundary1,Boundary2)
clc;
min1=min(Boundary1);
max1=max(Boundary1);
min2=min(Boundary2);
max2=max(Boundary2);
```

Figure Function

```
% figureFunction.m
function
figureFunction(x,y,ylabela,xlabela)

  figure;
set(gcf, 'Position', [100 100 600 350]);
    plot(x,y)
ylabel(ylabela)
xlabel(xlabela)
print(['./' xlabela],'-depsc')
```