ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Πειραματική μελέτη παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων για την απόσβεση μηχανικών ταλαντώσεων



Λαντζουράκης Εμμανουήλ

Επιβλέπων: Γεώργιος Σταυρακάκης Μέλη επιτροπής: Γεώργιος Σταυρουλάκης, Φώτιος Κανέλλος

Χανιά, Σεπτέμβριος 2023

Ευχαριστίες

Αρχικά για την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω τους κύριους Σταυρακάκη Κανέλλο και Σταυρουλάκη.

Επιπλέον πρέπει να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον κύριο Μαρακάκη για την βοήθεια και καθοδήγησή του τόσο στις πειραματικές μετρήσεις όσο και στην συγγραφή της διπλωματικής.

Τέλος θέλω να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για την υποστήριξή τους στην διάρκεια των σπουδών μου

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική μελετάται πειραματικά η χρήση παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων για την απόσβεση μηχανικών ταλαντώσεων. Οι μηχανικές ταλαντώσεις είναι ένα σύνηθες φαινόμενο σε διάφορα μηχανολογικά συστήματα και μπορούν να οδηγήσουν σε κραδασμούς, θορύβους και μειωμένη απόδοση.

Για την αντιμετώπιση αυτών των ζητημάτων, τα πιεζοηλεκτρικά συστήματα και οι εφαρμογές τους έχουν κεντρίσει το ενδιαφέρων πολλών ερευνών καθώς αποτελούν μια πολλά υποσχόμενη μέθοδο για την απόσβεση των μηχανικών ταλαντώσεων. Ο στόχος αυτής της πειραματικής μελέτης είναι να διερευνηθεί η αποτελεσματικότητα των πιεζοηλεκτρικών παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων στην απόσβεση αυτών των ταλαντώσεων.

Στη διπλωματική περιλαμβάνεται βασική θεωρία των πιεζοηλεκτρικών, των παραδιακλαδωμένων και του τρόπου που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την απόσβεση ταλαντώσεων καθώς και η διεξαγωγή και τα αποτελέσματα του πειράματος.

Τα πειραματικά αποτελέσματα αποδεικνύουν την αποτελεσματικότητα των πιεζοηλεκτρικών παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων στη απόσβεση των μηχανικών ταλαντώσεων.

Experimental investigation of shunted piezoelectric circuits for the damping of mechanical oscillations

Lantzourakis Emmanouil

Abstract

In this thesis, the use of shunted piezoelectric circuits for the damping of mechanical oscillations is studied experimentally. Mechanical oscillations are a common phenomenon in various mechanical systems and can lead to vibration, noise and reduced performance.

To address these issues, piezoelectric systems and their applications have attracted the interest of many researches as they are a promising method for damping mechanical oscillations. The objective of this experimental study is to investigate the effectiveness of piezoelectric shunt circuits in damping these oscillations.

This thesis includes the basic theory of piezoelectrics, shunts and how they can be used to damp oscillations as well as the conduct and the results of the experiment.

The experimental results demonstrate the effectiveness of shunt piezoelectric circuits in the damping of mechanical oscillations.

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες	3		
Περίληψη	v		
Abstract	v		
Περιεχόμενα	vi		
1 Θεωρία Πιεζοηλεκτρικών	1		
1.1 Εισαγωγή	1		
1.2 Συνοπτική ιστορία του πιεζοηλεκτρισμού	1		
1.3 Το ευθύ και το αντίστροφο φαινόμενο	2		
1.4 Πιεζοηλεκτρικά υλικά	2		
1.5 Λειτουργίες πιεζοηλεκτρικών	3		
1.6 Εφαρμογές πιεζοηλεκτρικών	4		
1.7 Πιεζοηλεκτρισμός ως μέγεθος	5		
2 Απόσβεση με χρήση πιεζοηλεκτρικών	6		
2.1 Εισαγωγή	6		
2.2 Μοντέλο πιεζοηλεκτρικής απόσβεσης	6		
2.3 Μοντέλο μηχανικής αντίστασης πιεζοηλεκτρικής απόσβεσης	7		
2.4 Μοντέλο ηλεκτρικού κυκλώματος πιεζοηλεκτρικών υλικών	7		
2.5 Συντονισμός παραμέτρων για βέλτιστη απόσβεση1	2		
2.5.1 ΜVAM Μέθοδος μηχανικής απορρόφησης κραδασμών1	2		
2.5.2 DEM μέθοδος μέγιστης ενέργειας διάχυσης1	3		
2.6 Θεωρητική σύγκριση των δύο μεθόδων με μάζες καθησύχασης1	4		
3 Πειραματικές Μετρήσεις1	7		
3.1 Εισαγωγή1	7		
3.2 Πειραματική διάταξη1	7		
3.3 Πειραματικά αποτελέσματα εύρεσης ιδιοσυχνότητας2	4		
3.4 Πειραματικές μετρήσεις μετά την χρήση του παραδιακλαδωμένου	3		
4 Προσομοίωση με κώδικα Python	5		
5 Συμπεράσματα ή/και προτάσεις βελτίωσης	7		
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ			
Παράρτημα κώδικα	-1		

1 Θεωρία Πιεζοηλεκτρικών

1.1 Εισαγωγή

Η ιδιότητα κάποιων υλικών να παράγουν ηλεκτρική τάση κάτω από κάποια μηχανική πίεση ή ταλάντωση ονομάζεται πιεζοηλεκτρισμός. [13]

Επιπλέον τα ίδια υλικά όταν βρεθούν κάτω από μία ηλεκτρική τάση παραμορφώνονται.

Αυτό το φαινόμενο μπορεί να εξηγηθεί με την μεταφορά ελεύθερων ηλεκτρονίων στα άκρα του κρυσταλλικού πλέγματος.

1.2 Συνοπτική ιστορία του πιεζοηλεκτρισμού

Ο πιεζοηλεκτρισμός μελετήθηκε πρώτα από τον Carl Linnaeus και τον Franz Aepinus στα μέσα του 18^{ου} αιώνα. [14]

Η πρώτη επίδειξη του ευθύ πιεζοηλεκτρικού φαινομένου έγινε το 1880 από του Pierre και Jacques Curie που χρησιμοποίησαν κρυστάλλους από τουρμαλίνη, χαλαζία, τοπάζι, ζαχαροκάλαμο και αλάτι Rochelle.

Το αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο (όπου ένα υλικό παραμορφώνεται σε απόκριση μιας ηλεκτρικής τάσης) είχε προβλεφθεί από τον Gabriel Lippmann το 1881 και επιβεβαιώθηκε από τους αδερφούς Curie.

Η ανάπτυξη πιεζοηλεκτρικών συσκευών παρακινήθηκε από τη χρήση σόναρ κατά τον Α' Παγκόσμιο Πόλεμο και η επιτυχία αυτής της εφαρμογής οδήγησε σε περαιτέρω έρευνα και σε νέα υλικά και εφαρμογές.

Κατά τη διάρκεια του Β' Παγκοσμίου Πολέμου, ανακαλύφθηκαν τα σιδηροηλεκτρικά, τα οποία εμφάνιζαν υψηλότερες πιεζοηλεκτρικές σταθερές από τα φυσικά υλικά, που οδήγησαν στην ανάπτυξη νέων υλικών.

Λίγο μετά τον πόλεμο η Ιαπωνία εξέλιξε σημαντικά τα πιεζοηλεκτρικά συστήματα μιας και είχαν μια πιο ανοιχτή βιομηχανία σε σχέση με αυτή των ΗΠΑ όπου οι εταιρείες, με σκοπό να εξασφαλίσουν κερδοφόρες ευρεσιτεχνίες, κρατούσαν την γνώση μέσα στην εταιρεία. Κάποιες από τις εξελίξεις που έκαναν οι Ιάπωνες είναι νέα σχέδια πιεζοκεραμικών φίλτρων για ραδιόφωνα και τηλεοράσεις, πιεζοηλεκτρικοί βομβητές και μετατροπείς ήχου που μπορούν να συνδεθούν απευθείας σε ηλεκτρονικά κυκλώματα και η πιεζοηλεκτρική ανάφλεξη (που παράγει σπινθήρες για μικρά συστήματα ανάφλεξης κινητήρα και αναπτήρες ψησίματος αερίου, συμπιέζοντας έναν κεραμικό δίσκο).

1.3 Το ευθύ και το αντίστροφο φαινόμενο

Το ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο αναφέρεται στην ιδιότητα ορισμένων υλικών να δημιουργούν ηλεκτρική τάση όταν αυτά δέχονται μηχανική ταλάντωση ή πίεση. Ποιοτικά, το φαινόμενο μπορεί να εξηγηθεί με την μεταφορά των ελεύθερων φορτίων στο κρυσταλλικό πλέγμα. Ως αντίστροφο φαινόμενο ονομάζουμε αυτό κατά το οποίο το υλικό παραμορφώνεται όταν βρεθεί κάτω από ηλεκτρική τάση.

Έτσι, τα πιεζοηλεκτρικά υλικά χρησιμοποιούνται σαν αισθητήρες και σαν διεγέρτες. Στο ευθύ φαινόμενο όταν εντοπίζουν μια μηχανική ταλάντωση παράγουν ηλεκτρική ενέργεια και στο αντίστροφο μέσω ηλεκτρικής ενέργειας διεγείρονται και παράγουν μηχανική ταλάντωση.



Εικόνα 1. Ευθύ και αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο [19]

1.4 Πιεζοηλεκτρικά υλικά

Οι δύο αυτές βασικές λειτουργίες των πιεζοηλεκτρικών υλικών εκφράζονται μέσω του ευθέως και του αντιστρόφου πιεζοηλεκτρικού φαινομένου και χαρακτηρίζουν την ικανότητα τους να μετατρέπουν τη μηχανική τάση σε ηλεκτρικό φορτίο και αντίστροφα.

Ουσιαστικά, πρόκειται για πυκνωτές που είτε υπάρχουν φυσικά (όπως τον χαλαζία) είτε κατασκευάζονται με πόλωση, εφαρμόζοντας ένα ηλεκτρικό πεδίο στο υλικό σε αυτή την περίπτωση, το υλικό έχει αυξημένη διηλεκτρική σταθερά. Ανάλογα με τη διεύθυνση της πόλωσης, το πιεζοηλεκτρικό υλικό αντιδρά διαφορετικά σε μηχανική ή ηλεκτρική φόρτιση. Επιπλέον, πολλά από αυτά τα υλικά είναι πολωμένα κατά μήκος του πάχους τους.

Για την ακρίβεια, απαιτείται οι κρύσταλλοι να μην έχουν κανένα κέντρο συμμετρίας. Κάθε μόριο έχει μια πολικότητα, καθώς το ένα άκρο του περιέχει περισσότερα συγκεντρωμένα ηλεκτρόνια και, συνεπώς, είναι περισσότερο αρνητικά φορτισμένο. Αυτό δημιουργεί ένα δίπολο, καθώς το άλλο άκρο είναι θετικά φορτισμένο. Επειδή υπάρχουν διάφορες περιοχές πολικότητας (γνωστές ως περιοχές Weiss), η συνολική κατανομή της πολικότητας είναι ασύμμετρη.



Εικόνα 2. Διάταξη κρυσταλλικού πλέγματος

Για να παρουσιαστεί το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, το πολυκρυσταλλικό υλικό υποβάλλεται σε θέρμανση με τη σύνδεσή του σε ένα ηλεκτρικό πεδίο. Ως αποτέλεσμα, η κίνηση των μορίων εντείνεται, με αποτέλεσμα σταδιακά να προκύπτει μια ενιαία διεύθυνση για όλα τα δίπολα.



Εικόνα 3. Η θέρμανση του υλικού λόγω του ηλεκτρικού πεδίου οδηγεί στην αναδιάταξη των μορίων.

1.5 Λειτουργίες πιεζοηλεκτρικών

Στην παρακάτω εικόνα μπορούμε να διακρίνουμε 6 πιθανές αντιδράσεις που μπορεί να έχει ένας πιεζοηλεκτρικός κρύσταλλος ανάλογα με την εξωτερική δράση που του επιβάλλεται.

Στην περίπτωση α παρατηρούμε το υλικό χωρίς να του ασκείται κάποια εξωτερική δράση.

Στην περίπτωση β παρατηρούμε να του ασκείται θλίψη και αυτό έχει ως αποτέλεσμα να παράγεται μια τάση ίδια πολικότητας με την τάση πόλωσης μεταξύ των ηλεκτροδίων.

Στην περίπτωση εκφυλισμού (γ) εμφανίζεται τάση ανάστροφη προς την πόλωση των ηλεκτροδίων

Αν η εξωτερική δράση είναι μία τάση ανάστροφης πόλωσης (δ) τότε το αποτέλεσμα είναι η διαστολή του υλικού.

Αντιθέτως στην περίπτωση τάσης ίδιας πολικότητας (ε) παρατηρούμε συμπίεση του υλικού.

Τέλος, αν στο υλικό εφαρμοστεί ένα εναλλασσόμενο σήμα (στ) τότε το υλικό αυτό θα δονείται σύμφωνα με την συχνότητα του σήματος. Δηλαδή θα παρατηρούμε συστολή ή διαστολή του υλικού κάθε στιγμή ανάλογη της πολικότητας του σήματος εκείνη την στιγμή.



Εικόνα 4. Πιθανές καταστάσεις των πιεζοηλεκτρικών υλικών

Οι πιεζοηλεκτρικοί κρύσταλλοι ανταποκρίνονται με διαφορετικούς τρόπους σε διαφορετικές συχνότητες. Για να επιτευχθούν διαφορετικοί τρόποι δόνησης του υλικού, παράγονται διαφόρων σχημάτων πιεζοκρύσταλλοι. Για την κατασκευή τέτοιων οικονομικών και αποδοτικών προϊόντων έχουν αναπτυχθεί συγκεκριμένοι τύποι δονήσεων που προκύπτουν για συγκεκριμένες περιοχές συχνοτήτων. Αυτό μας δίνει την δυνατότητα να παράξουμε πιεζοηλεκτρικά υλικά που αποκρίνονται σε ένα μεγάλο εύρος συχνοτήτων (kHz-MHz).

1.6 Εφαρμογές πιεζοηλεκτρικών

Ο πιεζοηλεκτρισμός έχει πολλές χρήσεις οι οποίες όλο και πληθαίνουν λόγο της ταχείας ανάπτυξης της τεχνολογίας τους. Μερικές από τις εφαρμογές του πιεζοηλεκτρισμού σήμερα είναι.

- Ταλαντωτές ηλεκτρονικών κυκλωμάτων
- Αισθητήρες επιτάχυνσης και γυροσκόπια
- Διεγέρτες

- Μετατροπείς ήχου
- Ελεγκτές συχνοτήτων
- Micro robotics
- Έλεγχος και συλλογή ενέργειας
- Έλεγχος, αίσθηση και μείωση δονήσεων σε δομές

1.7 Πιεζοηλεκτρισμός ως μέγεθος

Θεωρούμε μια πιεζοηλεκτρική κατασκευή που καταλαμβάνει ένα πεδίο Ωρ σε κατάσταση ισορροπίας. Η κατασκευή υπόκειται σε μια προκαθορισμένη μετατόπιση Ud, σε ένα κομμάτι Γu και σε μια προκαθορισμένη δύναμη επιφάνειας πυκνότητας tid στο συμπληρωματικό μέρος tid του εξωτερικού ορίου. Οι ηλεκτρικές οριακές συνθήκες καθορίζονται από ένα προκαθορισμένο ηλεκτρικό δυναμικό Ψd στο $\Gamma \psi$ και μια πυκνότητα επιφάνειας χωρίς ηλεκτρικές φορτίσεις qd στο υπόλοιπο μέρος Γq . Επομένως το συνολικό όριο κατασκευής που ορίζουμε ως Ωp ισούται με $d\Omega p = \Gamma u \cup \Gamma t =$ $\Gamma \psi \cup \Gamma q$ με $\Gamma u \cup \Gamma t = \Gamma \psi \cap \Gamma q = \emptyset$. Επιπροσθέτως, το πεδίο Ωρ υποστέλλεται σε προκαθορισμένες δυνάμεις και φυσικά οι τιμές της τάσης και της παραμόρφωσης θα παρουσιαστούν στο πλαίσιο της κατασκευής μας. Επιπλέον, λόγω της ύπαρξης ηλεκτρικού δυναμικού, θα παρουσιαστεί το ηλεκτρικό πεδίο Εκ

2 Απόσβεση με χρήση πιεζοηλεκτρικών

2.1 Εισαγωγή

Μία από τις χρησιμότερες μεθόδους για την καταστολή κραδασμών είναι η παθητική απόσβεση. Ο πιο συνηθισμένος τρόπος για παθητική απόσβεση είναι η χρήση ιξωδοελαστικών υλικών. Η απόδοση αυτών εξαρτάται από την ελαστικότητά του την θερμοκρασία την συχνότητα και άλλους παράγοντες. Ιδανικά θα θέλαμε να μπορούσαν τα υλικά αυτά να κάνουν απόσβεση σε μεγάλο εύρος συχνοτήτων. Όμως για να επιτευχθεί αυτό πρέπει να μειωθεί το ποσοστό απόσβεσης και το αντίστροφο. [20]

Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά έχουν μελετηθεί ότι έχουν την δυνατότητα να αντικαταστήσουν τα ιζωδοελαστικά υλικά για να ξεπεραστεί αυτό το πρόβλημα[4]. Τέτοια συστήματα απόσβεσης με χρήση πιεζοηλεκτρικών υλικών έχουν μελετηθεί πειραματικά σε οπτικά συστήματα[5]. Το βασικό πλεονέκτημα της πιεζοηλεκτρικής απόσβεσης είναι το γεγονός ότι η καταστολή κραδασμών μπορεί να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας πιεζοηλεκτρικά υλικά με παθητικό ηλεκτρικό δίκτυο που έχει πηνίο ή αντίσταση ή και τα δύο. Το λεγόμενο, παραδιακλαδωμένο πιεζοηλεκτρικό κύκλωμα. [2]

2.2 Μοντέλο πιεζοηλεκτρικής απόσβεσης

Η πιεζοηλεκτρική απόσβεση είναι ένας μηχανισμός διασποράς ενέργειας. Το ανοικτό πιεζοηλεκτρικό σύστημα αποθηκεύει ένα μέρος της επαγωγικής μηχανικής ενέργειας από την ταλάντωση ως ηλεκτρική ενέργεια (στην πραγματικότητα είναι ελεύθερα φορτία στα ηλεκτρόδια). Όταν μια αντίσταση συνδεθεί στα ηλεκτρόδια τότε μέρος της αποθηκευμένης ενέργειας ξεκινάει να κυλάει ως ρεύμα στο κύκλωμα και διαχέεται στην αντίσταση με μορφή θερμότητας. Όμως, η επαγωγικότητα των πιεζοηλεκτρικών υλικών μειώνει την απόδοση της απόσβεσης. Έτσι, προστίθεται ένα πηνίο για να την ακυρώσει. Ο συντονισμός στο παραδιακλαδωμένο βοηθάει έτσι ώστε περισσότερο φορτίο να διαχυθεί στην αντίσταση. Το ποσό ενέργειας που θα διαχυθεί εξαρτάται από την αντίσταση.



Εικόνα 5. Παραδιακλαδωμένο σε συντονισμό

2.3 Μοντέλο μηχανικής αντίστασης πιεζοηλεκτρικής απόσβεσης

Ο Hagood και ο Flotow [6] βρήκαν την μηχανική αντίσταση των πιεζοηλεκτρικών υλικών καθώς και των παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων και βρήκαν την συνάρτηση μεταφοράς της μετατόπισης εφαρμόζοντας την μηχανική αντίσταση στο μοντέλο 2 βαθμών ελευθερίας μάζαελατήριο-αποσβεστήρας. Στο μοντέλο μηχανικής αντίστασης που κατέληξαν, το σύστημα θεωρείται ενός βαθμού ελευθερίας (μάζα-ελατήριο-αποσβεστήρας) ενώ πηνίο-αντίσταση χρησιμοποιήθηκε ως παραδιακλαδωμένο[16]. Η συνάρτηση μεταφοράς της μετατόπισης για το πιεζοηλεκτρικό με το παραδιακλαδωμένο είναι:

$$\frac{X}{X^{ST}} = \frac{\gamma^2 + \delta^2 r \gamma + \delta^2}{\left[(\gamma^2 + 1)(\gamma^2 + \delta^2 r \gamma + \delta) + K_{ij}^2 \left[(\gamma^2 + \delta^2 r \gamma)\right]\right]}$$

Όπου, γ είναι η μη διαστατική συχνότητα καθορισμένη σε σχέση με την ιδιοσυχνότητα του μηχανικού συστήματος, r είναι ο συντελεστής ηλεκτρικής απόσβεσης, δ η σχέση συχνότητας συντονισμού με την ιδιοσυχνότητα του μηχανικού συστήματος και K_{ij} είναι ο γενικευμένος συντελεστής ηλεκτρομηχανικής σύζευξης. Η εξίσωση θα χρησιμοποιηθεί για σύγκριση με το μοντέλο ηλεκτρικού κυκλώματος.[7]

2.4 Μοντέλο ηλεκτρικού κυκλώματος πιεζοηλεκτρικών υλικών

Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά μπορούν να προσδιοριστούν κατά προσέγγιση ως ισοδύναμα ηλεκτρικά κυκλώματα.



Εικόνα 6. Γενικό μοντέλο ηλεκτρικού κυκλώματος πιεζοηλεκτρικών υλικών

Τα μηχανικά και τα ηλεκτρικά μέρη του πιεζοηλεκτρικού συνδέονται με μία αναλογία Ν:1.

Για να αναλυθούν ευκολότερα τα ισοδύναμα μοντέλα κυκλωμάτων πιεζοηλεκτρικών υλικών μπορούμε να χωρίσουμε τα πιεζοηλεκτρικά υλικά σε 2 ευρύς κατηγορίες μοντέλων, συντονισμού και χωρίς συντονισμό. Το μοντέλο χωρίς συντονισμό ονομάζεται έτσι γιατί χρησιμοποιείται για να λειτουργεί σε πολύ χαμηλές ή πολύ ψηλές συχνότητες, συνήθως αρκετές οκτάβες πάνω από τον συντονισμό. Από την άλλη, το μοντέλο συντονισμού λειτουργεί καλά σε συχνότητες κοντά στον συντονισμό.



Εικόνα 7. Μοντέλο χωρίς συντονισμό

Υπάρχουν 2 κύρια μοντέλα συντονισμού το Van Dyke και το complex [8]. Η κύρια διαφορά τους είναι ότι το Van Dyke βασίζεται στο ότι οι τιμές του ισοδύναμου μοντέλου είναι 4 πραγματικές τιμές ενώ το complex έχει 3 στοιχεία τα οποία και οι 3 τιμές του είναι μιγαδικές (όπως λέει και το όνομά του). [18]

Το Van Dyke μοντέλο βασίζεται στο παρακάτω κύκλωμα



Εικόνα 8: Μοντέλο ηλεκτρικού κυκλώματος Van Dyke

Γενικώς, το μοντέλο κυκλώματος συντονισμού χαρακτηρίζεται από τα ηλεκτρικά χαρακτηριστικά του όπως η διηλεκτρική απώλεια (R0) και η χωρητικότητα (C0), και μηχανικά χαρακτηριστικά όπως μάζα, απόσβεση και συντελεστές ακαμψίας (Lm, Rm, Cm). Αν υποθέσουμε ότι η διηλεκτρική απώλεια είναι πολύ μικρή τότε το μοντέλο Van Dyke μπορεί να χαρακτηριστεί από 4 παράγοντες οι οποίοι παίρνουν πραγματικές τιμές [10].

Ένα εναλλακτικό μοντέλο κυκλώματος, το complex, βασίζεται στο μοντέλο συντονισμού χωρίς απώλειες[9]. Αυτό το μοντέλο περιλαμβάνει μόνο 3 μέρη (C0, C1, L1) και όλα παίρνουν μιγαδικές τιμές. Αυτό το κύκλωμα έχει 6 παραμέτρους και κάποια χαρακτηριστικά που το κάνουν ιδανικό για την αναπαράσταση των ηλεκτρικών χαρακτηριστικών ενός πιεζοηλεκτρικού συντονιστή χωρίς φορτίο.



Εικόνα 9: Μοντέλο ηλεκτρικού κυκλώματος complex

Από το μοντέλο κυκλώματος Van Dyke, εάν η συχνότητα που δουλεύουμε είναι πολύ χαμηλότερη από αυτή του συντονισμού του πιεζοηλεκτρικού υλικού, το Van Dyke μοντέλο κυκλώματος μπορεί να απλοποιηθεί στο κύκλωμα χωρίς συντονισμό. Αυτή η υπόθεση είναι λογική γιατί ο συντονισμός των κατασκευών εμφανίζεται συνήθως στο εύρος χαμηλής συχνότητας. Έτσι, σε πολλές εφαρμογές, τα πιεζοηλεκτρικά υλικά θεωρούνται πυκνωτές.

Για να βρούμε μοντέλο ηλεκτρικής αντίστασης για την πιεζοηλεκτρική κατασκευή, αν η συχνότητα συντονισμού της κατασκευής είναι πολύ μικρή τότε θα χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο χωρίς συντονισμό για να μοντελοποιήσουμε το κομμάτι των πιεζοηλεκτρικών υλικών ενώ το μηχανικό μοντέλο της κατασκευής μπορεί να θεωρηθεί σύστημα ενός βαθμού ελευθερίας. Όταν ληφθεί υπόψη η σειρά πυκνωτής αντίσταση, η αντίσταση ολόκληρου του συστήματος μπορεί να γραφτεί ως:



Εικόνα 10. Μοντέλο ηλεκτρικού κυκλώματος πιεζοηλεκτρικής κατασκευής με κύκλωμα συντονισμού

Το διάγραμμα αυτό χαρακτηρίζεται από την ηλεκτρική και την μηχανική του αντίσταση με F να είναι εξωτερική δύναμη (βλ Εικόνα 4). Εφόσον το διάγραμμα αυτό είναι διάγραμμα αντίστασης η αντίσταση σε κάθε κόμβο θα καθορίζονται ως:

$$Z_1(s) = \frac{\text{keq}}{s} + c_1 = \frac{\text{keq}}{j\omega} + c_1$$
$$Z_2(s) = m_1 s = j\omega m_1$$
$$Z_3(s) = \frac{1}{sC_0} = \frac{1}{j\omega C_0}$$
$$Z_4(s) = \text{Ls} + \text{R} = j\omega \text{L} + \text{R}$$

Όπου k_{eq} ,c1,m1 αναπαριστούν την ακαμψία, την απόσβεση και την μάζα της κατασκευής. Χωρίς βλάβη της γενικότητας εφαρμόζουμε τους νόμους του Kirchhoff (τάσης και ρεύματος) στο κύκλωμα αντίστασης και η συνολική αντίσταση και ρεύμα σε κάθε κόμβο μπορεί να γραφτεί ως:

$$Z = \frac{Z_1 [Z_{2+} \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4}]}{Z_1 + [Z_{2+} \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4}]}$$
$$I_1 = \frac{Z}{Z_1} I \qquad I_2 = \left(1 - \frac{Z}{Z_1}\right) I$$
$$I_3 = \frac{Z_4 (Z_1 - Z)}{Z_1 (Z_3 + Z_4)} I \qquad I_4 = \frac{Z_3 (Z_1 - Z)}{Z_1 (Z_3 + Z_4)} I$$

Ενώ η συνάρτηση μεταφοράς μεταξύ της τάσης εισόδου και το ρεύμα που περνά από το παραδιακλαδωμένο είναι:

$$\frac{I_2}{I} = 1 - \frac{Z}{Z_1}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς είναι ανάλογη της συνάρτησης μεταφοράς της μηχανικής ταλάντωσης που δείχθηκε στο (2.3)

Για να χρησιμοποιηθεί αυτό το μοντέλο ηλεκτρικής αντίστασης πιεζοηλεκτρικών κατασκευών, θα πρέπει να καθοριστούν οι συντελεστές του μοντέλου Van Dyke. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να επιλυθεί με την απευθείας μέτρηση της ηλεκτρικής αντίστασης των πιεζοηλεκτρικών δομών.

Η ηλεκτρική αντίσταση μετράται χρησιμοποιώντας τον αναλυτή σύνθετης αντίστασης και οι συντελεστές του μοντέλου Van Dyke ή μιγαδικού κυκλώματος προσδιορίζονται χρησιμοποιώντας το λογισμικό PRAP (πρόγραμμα ανάλυσης πιεζοηλεκτρικού συντονισμού) για δομικό συντονισμό. Δεδομένου ότι αυτό το μοντέλο βασίζεται σε μετρημένη ηλεκτρική αντίσταση, είναι εφαρμόσιμο σε πιεζοηλεκτρικές κατασκευές αυθαίρετου σχήματος.

Το PRAP λειτουργεί στην αρχή ότι η ηλεκτρομηχανική σύζευξη ενός πιεζοηλεκτρικού συντονιστή επηρεάζει την αντίσταση του συντονιστή ως συνάρτηση της συχνότητας. Με τη μοντελοποίηση της μιγαδικής αντίστασης, μπορούν να προσδιοριστούν οι ελαστικές, πιεζοηλεκτρικές και διηλεκτρικές ιδιότητες του συντονιστή.

Το λογισμικό δίνει την δυνατότητα επίσης να μετρηθεί η αντίσταση σε μεγάλο φάσμα συχνοτήτων. Η ανάλυση σε μεγάλο φάσμα συχνότητας και θερμοκρασίας μπορεί να διελευκάνει στην έρευνα του υλικού σε μεγάλο φάσμα.

Συνδυάζοντας τα αποτελέσματα της ανάλυσης για μια ποικιλία γεωμετρικών δειγμάτων, μπορεί να κατασκευαστεί ο πλήρης πιεζοηλεκτρικός πίνακας ενός υλικού. [11]

2.5 Συντονισμός παραμέτρων για βέλτιστη απόσβεση

Είναι απαραίτητος ο συντονισμός παραμέτρων σε ένα πιεζοηλεκτρικό σύστημα για να μεγιστοποιηθεί η πιεζοηλεκτρική απόσβεση. Θα πρέπει ταυτόχρονα και η αντίσταση να βελτιστοποιηθεί για να βελτιστοποιηθεί ο παράγοντας απώλειας και η τιμή του πηνίου να πάρει τέτοια τιμή ώστε η συχνότητα συντονισμού του κυκλώματος διακλάδωσης να συμπίπτει με αυτή της πιεζοηλεκτρικής δομής. Θα μελετηθούν 2 μέθοδοι συντονισμού παραμέτρων, η MVAM και η DEM

2.5.1 ΜVAM Μέθοδος μηχανικής απορρόφησης κραδασμών

Η μέθοδος MVAM βασίζεται στην συνάρτηση μεταφοράς του μηχανικού αποσβεστήρα η πιεζοηλεκτρική κατασκευή με το παραδιακλαδωμένο κύκλωμα μπορεί να αντιπροσωπευτεί ως ένας μηχανικός αποσβεστήρας όπου η συνάρτηση μεταφοράς είναι όπως το 2.3

 $(\frac{x}{x^{ST}} = \frac{\gamma^2 + \delta^2 r \gamma + \delta^2}{[(\gamma^2 + 1)(\gamma^2 + \delta^2 r \gamma + \delta) + K_{ij}^2 [[\gamma^2 + \delta^2 r \gamma)]}), To πρώτο βήμα σε αυτή τη διαδικασία συντονισμού είναι να γίνουν τα σταθερά σημεία στη συνάρτηση μεταφοράς ίσα σε ύψος, το λεγόμενο «βέλτιστο συντονισμό». Το επόμενο βήμα είναι να γίνει η κλίση της καμπύλης της συνάρτησης μεταφοράς μηδέν και στα δύο σταθερά σημεία, η λεγόμενη «βέλτιστη απόσβεση». Αυτή η διαδικασία μας δίνει τα ιδανικά δ και r ως εξής$

$$\delta^* = \sqrt{1 + K_{ij}^2}$$
$$r^* = \frac{\sqrt{2K_{ij}}}{1 + K_{ij}^2}$$

Και μετά από αυτό μπορούμε να πάρουμε τα R και L με τις εξισώσεις [17]

$$R^* = \frac{r^*}{C_{pi}^{s}\omega_n}$$
$$L^* = \frac{1}{C_{pi}^{s}\omega_e^2}$$

Με τα $ω_n$ να είναι η μηχανική ιδιοσυχνότητα του συστήματος $ω_e$ η ηλεκτρική συχνότητα συντονισμού C_{pi}^S η εσωτερική πιεζοηλεκτρική. [15]

2.5.2 DEM μέθοδος μέγιστης ενέργειας διάχυσης

Η πιεζοηλεκτρική κατασκευή με το παραδιακλαδωμένο κύκλωμα συντονισμού λειτουργεί ως αποσβεστήρας στη δομή μετατρέποντας τη μηχανική ενέργεια δόνησης σε ηλεκτρική ενέργεια και διαχέοντάς την στην αντίσταση φορτίου παράγοντας θερμότητα. Στην DEM αντί να συντονιστεί η συνάρτηση μεταφοράς γεωμετρικά, όπως στην MVAM, μεγιστοποιείται το ποσό της ενέργειας που διαχέεται, βελτιστοποιώντας τις παραμέτρους του παραδιακλαδωμένου. Χρησιμοποιείται το κύκλωμα που αναπαριστάται στην εικόνα 8.

Η ενέργεια στην κατασκευή που σχετίζεται με την εξωτερική διέγερση είναι:

$$P_{IN} = \frac{1}{2}|VI| = \frac{1}{2}|(ZI)I^*| = \frac{1}{2}|Z||I|^2$$

Εφόσον αυτή η ενέργεια παράγεται συνεχώς, μπορεί να ονομαστεί ενέργεια εισόδου του πιεζοηλεκτρικού κυκλώματος. Το ρεύμα που περνάει από το παραδιακλαδωμένο κύκλωμα μπορεί να εκφραστεί ως:

$$I_4 = \frac{Z_3}{(Z_3 + Z_4)} \frac{(Z_1 - Z)}{Z_1} I$$

Η ενέργεια που διαχέεται στο παραδιακλαδωμένο κύκλωμα μπορεί να γραφτεί σχετικά με την τάση και την ηλεκτρική αντίσταση

$$P_D = \frac{1}{2} Re[(z_4 I_4) I_4^*] = \frac{1}{2} Re[\frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4} \frac{(Z_1 - Z)}{Z_1}] |I|^2$$

Η αναλογία ενέργειας που διαχέεται με την ενέργεια εισόδου μπορεί να εκφραστεί ως

$$J = \frac{P_D}{P_{IN}} = \frac{Re[\frac{Z_3Z_4}{Z_3 + Z_4} \frac{(Z_1 - Z)}{Z_1}]}{|Z|}$$

Στην διαδικασία συντονισμού σκοπός τώρα είναι να μεγιστοποιηθεί η τιμή του J.

Χρησιμοποιώντας το PRAP λογισμικό και με μερικές μετρήσεις μπορεί να βρεθεί η ιδανική τιμή των L,C για μεγιστοποίηση του J.

2.6 Θεωρητική σύγκριση των δύο μεθόδων με μάζες καθησύχασης

Στην παράγραφο αυτή θέλουμε να εξετάσουμε την θεωρητική αποτελεσματικότητα των τρόπων απόσβεσης που αναλύθηκαν παραπάνω με χρήση μαζών καθησυχάσεων και σύστημα μάζας ελατηρίου

Για να δούμε την αποτελεσματικότητα των μεθόδων θα χρησιμοποιήσουμε ένα σύστημα μάζας ελατηρίου 2 βαθμών ελευθερίας όπως φαίνεται στην εικόνα 11



Εικόνα 11: Σύστημα μάζας ελατήριο

Το δευτερεύον σύστημα συνδέεται έτσι ώστε να ταλαντώνεται αυτό αντί για το πρωτεύον σύστημα το οποίο προκαλεί διάχυση ενέργειας από το πρωτεύον σύστημα. Η κινητικότητα ενός τέτοιου μηχανικού συστήματος μπορεί να βρεθεί από το διάγραμμα ελεύθερου σώματος του συστήματος και το δίκτυο μηχανικής κινητικότητας να μετατραπεί σε ένα κύκλωμα ηλεκτρικής κινητικότητας και να δημιουργεί την αναλογία ηλεκτρικής-μηχανικής κινητικότητας. Έπειτα, το ηλεκτρικό κύκλωμα κινητικότητας μπορεί να μετατραπεί σε ηλεκτρικό σύστημα αντίστασης κατασκευάζοντας το διπλό κύκλωμα του δεδομένου κυκλώματος ηλεκτρικής κινητικότητας[12]. Το τελικό ηλεκτρικό κύκλωμα αντίστασης του μηχανικού ταλαντωτή απεικονίζεται στην εικόνα 12



Εικόνα 12: Τελικό ηλεκτρικό κύκλωμα αντίστασης

Οι τιμές αντίστασης μεταξύ των κόμβων προσδιορίζονται ως

$$Z_1(s) = \frac{k_1}{s} + c_1 = \frac{k_1}{j\omega} + c_1$$
$$Z_2(s) = m_1 s = j\omega m_1$$
$$Z_3 = \frac{k_2}{s} + c_2 = \frac{k_2}{j\omega} + c_2$$
$$Z_4(s) = m_2 s = j\omega m_2$$

Η συνολική αντίσταση είναι:

$$Z = \frac{Z_1 [Z_{2+} \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4}]}{Z_1 + [Z_{2+} \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4}]}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς της εισόδου που παράγεται από το πρωτεύον σύστημα και του ρεύματος που περνά από το δευτερεύον σύστημα μπορεί να γραφτεί:

$$\frac{I_2}{I} = 1 - \frac{Z}{Z_1}$$

Η οποία είναι ανάλογη στην συνάρτηση μεταφορά μετατόπισης του μηχανικού ταλαντωτή με την εξίσωση:

$$\frac{X}{X^{ST}} = \frac{\gamma^2 + \delta^2 r \gamma + \delta^2}{\left[(\gamma^2 + 1)(\gamma^2 + \delta^2 r \gamma + \delta) + K_{ij}^2 \left[(\gamma^2 + \delta^2 r \gamma)\right]\right]}$$

Στην εικόνα 11 βλέπουμε τις συναρτήσεις μεταφοράς των μεθόδων απόσβεσης MVAM(mech) και DEM(elec).



Εικόνα 13: Συναρτήσεις μεταφοράς MVAM και DEM

Ολες οι μεταβλητές τέθηκαν ίσες με μονάδα και η μάζα του δευτερεύοντος συστήματος απόσβεσης 0.2. Παρατηρούμε διαφορές μεταξύ της καμπύλης της MVAM και της DEM, με την DEM να μην έχει 2 ίσες κορυφές. Αυτό συμβαίνει γιατί η MVAM μέθοδος αναγκάζει την καμπύλη να έχει 2 ίσες τιμές εκεί ενώ η DEM μεγιστοποιεί την διάχυση ενέργειας. Αν και η συχνότητα συντονισμού στην περίπτωση της DEM είναι λιγάκι μεγαλύτερη από την ιδανική τιμή της MVAM η απόκριση συχνότητας είναι περίπου η ίδια. Έτσι θεωρητικά μπορούμε να καταλήξουμε ότι και οι δύο μέθοδοι απόσβεσης είναι δεκτές.

3 Πειραματικές Μετρήσεις

3.1 Εισαγωγή

Με την χρήση των θεωρητικών μοντέλων και της θεωρίας των πιεζοηλεκτρικών που αναλύθηκαν στις ενότητες 1 και 2, διεξήγαμε στο εργαστήριο και πειραματικά την απόσβεση των παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών σε μηχανικές ταλαντώσεις. Η διαδικασία ήταν, ταλαντώναμε μία δοκό αλουμινίου σε διαφορετικές συχνότητες σε ανοιχτοκύκλωμα και βραχυκύκλωμα για να βρούμε την (2^η) ιδιοσυχνότητά της. Στην συνέχεια μέσω του αποτελέσματος αυτού υπολογίζαμε την κατάλληλη τιμή του πηνίου και της αντίστασης και συνδέαμε το παραδιακλαδωμένο στο σύστημά μας για να δούμε πόσο αποτελεσματική ήταν η απόσβεση που προκάλεσε. [3]

3.2 Πειραματική διάταξη

Για το πείραμα αυτό χρησιμοποιήθηκε μία δοκός αλουμινίου διαστάσεων 170 x 20 x 0.2 mm ενώ πάνω στην δοκό τοποθετήθηκαν τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, ενώ στους πόλους των επιθεμάτων τοποθετήθηκαν καλώδια που τα συνέδεαν με το παραδιακλαδωμένο κύκλωμα.

Στην άλλη μεριά της ράβδου τοποθετήθηκε μαγνήτης διαμέτρου 0.8mm x πάχους 0.6mm, βάρους 4,2 g μέσω του οποίου εφαρμοζόταν η δύναμη διέγερσης μέσω ενός πηνίου με ανέπαφο τρόπο στην ράβδο.



Εικόνα 14: Μηχανολογικό σχέδιο του συστήματος

Επιπλέον, για την καταγραφή της ταλάντωσης της δοκού ένας μικρός αισθητήρας MEMS ADXL335 τοποθετήθηκε στην δοκό.

Για να μείνει σταθερή η δοκός χρησιμοποιήθηκε μέγγενη η οποία επιτρέπει να μένει η δοκός σταθερή σε οριζόντιο και κάθετο προσανατολισμό.



Εικόνα 15: Φωτογραφία του συστήματος από το εργαστήριο

Για τα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα επιλέχτηκαν κατάλληλες αντιστάσεις και μετασχηματιστές

Για την αντίσταση επιλέχτηκε μία παθητική μεταβλητή αντίσταση με ροοστάτη με εύρος τιμών 0-10kΩ



Εικόνα 16: Φωτογραφία των αντιστάσεων

Για να επιτευχθεί η επιθυμητή τιμή επαγωγικής αντίστασης προμηθεύτηκαν μετασχηματιστές THAI LIN TL30D-150-060 και TL30D-120-075 οι οποίοι περιέχουν ενσωματωμένα τρία πηνία διαφορετικής επαγωγής το καθένα, ένα πρωτεύον τύλιγμα των 230V και δυο δευτερεύοντα τυλίγματα των 15V. Για την μεγαλύτερη ακρίβεια για να λάβουμε ακριβώς την επαγωγική τιμή που επιθυμούμε χρησιμοποιήθηκε πολύμετρο της εταιρείας UNIT-T με το οποίο γινόταν η μέτρηση των πηνίων όσο δεν βρισκόταν υπό τάση καθώς και η μέτρηση της εσωτερικής χωρητικότητας του πιεζοηλεκτρικού Cp.



Εικόνα 17: Φωτογραφία των πηνίων



Εικόνα 18: Φωτογραφία του πολυμέτρου



Εικόνα 19: Φωτογραφία όλου του παραδιακλαδωμένου κυκλώματος

Για την καταγραφή των σημάτων χρησιμοποιήθηκαν παλμογράφοι και ο αισθητήρας MEMS που αναφέρθηκε παραπάνω



Εικόνα 20: Μοντέλο Αισθητήρα

Το σήμα που δίναμε στο πηνίου που προκαλούσε την διέγερση δινόταν από μια γεννήτρια συχνοτήτων μέσω ενός ενισχυτή



Εικόνα 21: Γεννήτρια συχνοτήτων



Εικόνα 22: Ενισχυτής

Έπειτα το σήμα εισόδου και αυτό που παίρνουμε από τον αισθητήρα τα περνάμε στα κανάλια του παλμογράφου.

Εναλλακτικά αντί για την γεννήτρια συχνοτήτων χρησιμοποιήσαμε επίσης και apps από το Google play που παρείχαν παρόμοια λειτουργία, το Function generator από την keuwlsoft και το Frequency Sound Generator από την LuxDeLux

Επιπλέον, κατά την διάρκεια όλης αυτής της διαδικασίας μετράμε την ένταση του ρεύματος με μία αμπεροτσιμπίδα



Εικόνα 23: Αμπεροτσιμπίδα

Για την καταγραφή των σημάτων χρησιμοποιήσαμε το καταγραφικό Picoscope αρχικά καθώς στην συνέχεια τον παλμογράφο Rigol DS2202A 200MHz.



Εικόνα 24: PicoScope

Το picoscope έχει την δυνατότητα σύνδεσης στον υπολογιστή και την άμεση καταγραφή και επεξεργασία των μετρήσεων μέσω του λογισμικού picoscope 6. Τα screenshot που παραθέτονται στην συνέχεια λήφθηκαν μέσω αυτού του τρόπου.



Εικόνα 25: Rigol DS2202A 200MHz.

Στην συνέχεια αναβαθμίσαμε τον παλμογράφο στο μοντέλο Rigol DS2202A 200MHz που προσφέρει μεγαλύτερη ακρίβεια και επιπλέον λειτουργίες για την διευκόλυνση των μετρήσεων.



Εικόνα 26: Rigol DS2202Α σε λειτουργία



Εικόνα 27: Rigol DS2202Α σε λειτουργία



Εικόνα 28: Μέρος της πειραματικής διάταξης σε λειτουργία

Στην παραπάνω εικόνα παρατηρούμε τον παλμογράφο Rigol DS2202A αριστερά την αμπεροτσιμπίδα, το πηνίο την ταλαντώμενη δοκό το παραδιακλαδωμένο σύστημα που συνδέεται με το πιεζοηλεκτρικό.

3.3 Πειραματικά αποτελέσματα εύρεσης ιδιοσυχνότητας

Στο πείραμα έγιναν συνολικά 3 διαφορετικές μετρήσεις, εύρεση πρώτης ιδιοσυχνότητας σε ανοιχτοκύκλωμα, εύρεση δεύτερης ιδιοσυχνότητας σε ανοιχτοκύκλωμα και εύρεση δεύτερης ιδιοσυχνότητας σε βραχυκύκλωμα. Στην συνέχεια έγινε και μέτρηση της τάσης της ταλάντωσης μετά την χρήση του παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού συστήματος.

Μελετήσαμε και ασχοληθήκαμε κυρίως με την δεύτερη ιδιοσυχνότητα λόγω ευκολίας στην εύρεση των κατάλληλων υλικών που χρειαζόταν για την κατασκευή του παραδιακλαδωμένου που θα έπρεπε να κατασκευάσουμε σε σχέση με την πρώτη. Μελετήσαμε την πρώτη ελάχιστα, κυρίως εγκυκλοπαιδικά.

Στο πείραμα, για να βρούμε την ιδιοσυχνότητα αυξάναμε την συχνότητα του πηνίου (εισόδου) μέχρι να δούμε ότι το πλάτος της ταλάντωσης ξεκινάει και πέφτει. Όπου βρίσκαμε το μέγιστο πλάτος τότε ήταν η ιδιοσυχνότητα που ψάχναμε. Η πρώτη φορά που θα συναντάγαμε αυτό το φαινόμενο θα είχαμε την πρώτη ιδιοσυχνότητα ενώ την δεύτερη θα είχαμε την δεύτερη ιδιοσυχνότητα.

Η γεννήτρια εισόδου είχε βήματα των 0.01 Hz τα οποία ήταν αρκετά ακριβή για να βρούμε την ιδιοσυχνότητα που ψάχναμε με ικανοποιητική ακρίβεια.

Ο αισθητήρας ADXL 335 μας μετατρέπει την τιμή της ταλάντωσης σε τάση για να την μετρήσουμε μέσω του παλμογράφου.

Στο κεφάλαιο θα παρατεθούν πινάκες με τις μετρήσεις που έγιναν κοντά στις ιδιοσυχνότητες που ψάχνουμε καθώς και γραφήματα που δείχνουν το πλάτος της ταλάντωσης σε συνάρτηση με την συχνότητα



Γράφημα 1: Γράφημα τάσης-συχνότητας κοντά στην πρώτη ιδιοσυχνότητα

f(Hz)	A(A)	Vrms(mv)	
42.0	0.15	64.0	
43.0	0.15	93.4	
43.4	0.15	197.0	
43.5	0.15	213.0	
43.55	0.15	214.0	
43.58	0.15	210.0	
43.6	0.15	209.0	
43.65	0.15	208.0	
43.7	0.15	201.0	
43.8	0.15	190.0	
44.0	0.15	160.0	
44.5	0.15	91.5	
45.0	0.155	61.0	

Πίνακας 1: Εύρεση πρώτης ιδιοσυχνότητας

Στο παραπάνω γράφημα βλέπουμε την μορφή της ταλάντωσης κοντά στην πρώτη ιδιοσυχνότητα την οποία την βρήκαμε 43.55Hz



(ανοιχτοκυκλώματος)

f(Hz)	A(A)	Vrms(mV)
295	0.6	33.4
295.5	0.6	34.5
295.8	0.6	34.8
295.9	0.6	35
296	0.6	35.1
296.1	0.6	35.1
296.2	0.6	34.8
296.5	0.6	34.6
297	0.6	33.6
298	0.6	29.7
299	0.6	26

Πίνακας 2: Εύρεση 2ής ιδιοσυχνότητας (ανοιχτοκύκλωμα)



Γράφημα 2: Γράφημα τάσης-συχνότητας κοντά στην δεύτερη ιδιοσυχνότητα (βραχυκυκλώματος)

f(Hz)	A(A)	Vrms(mV)
290	0.6	17.4
293	0.6	26.6
294	0.6	30.1
295	0.6	33.2
295.5	0.6	34.2
295.7	0.6	34.2
295.9	0.6	34.6
296	0.6	34.3
296.2	0.6	34.4
297	0.6	32.7
299	0.6	24.1

Πίνακας 3: Εύρεση 2ής ιδιοσυχνότητας (βραχυκύκλωμα)

Στους πίνακες αυτής και της προηγούμενης σελίδας υπολογίσαμε την 2ή ιδιοσυχνότητα τόσο σε βραχυκύκλωμα όσο και σε ανοιχτοκύκλωμα, τις οποίες τις βρήκαμε 259.9 Ηz και 261.1 Ηz αντίστοιχα.

Στην συνέχεια θα παρατεθούν διάφορα screenshots από την μέρα που κάναμε μετρήσεις χρησιμοποιώντας το PicoScope σε διαφορετικές συχνότητες για να δειχθεί η μεθοδολογία εύρεσης της ιδιοσυχνότητας



Εικόνα 29: Screenshot βραχυκυκλώματος του παλμογράφου από την συχνότητα 295.8Hz

Παρατηρούμε δεξιά την τάση του καναλιού 1 καθώς και η συχνότητα (στρογγυλοποιημένη όμως). Δοκιμάζουμε διαφορετικές τάσεις και όπου δούμε ότι η τάση είναι μέγιστη κρατάμε αυτή την συγκεκριμένη συχνότητα.

Στο συγκεκριμένο στιγμιότυπο σε τάση 295.9 Η
z παρατηρούμε ότι η τάση RMS είναι 35.3 mV



Εικόνα 30: Screenshot βραχυκυκλώματος του παλμογράφου από την συχνότητα 295 Hz



Στο συγκεκριμένο στιγμιότυπο σε τάση 295 Hz παρατηρούμε ότι η τάση RMS είναι 33.4 mV

Εικόνα 31: Screenshot βραχυκυκλώματος του παλμογράφου από την συχνότητα 297 Hz

Στο συγκεκριμένο στιγ
μιότυπο σε τάση 297 Ηz παρατηρούμε ότι η τάση RMS είναι 33 mV



Εικόνα 32: Screenshot βραχυκυκλώματος του παλμογράφου από την συχνότητα 296.1 Hz

Στο συγκεκριμένο στιγ
μιότυπο σε τάση 296.1 Ηz παρατηρούμε ότι η τάση RMS είναι 34.6 mV

Άρα με την χρήση του PicoScope καταλήξαμε ότι η δεύτερη ιδιοσυχνότητα βραχυκυκλώματος είναι στα 295.9 Hz.

Κατά την διάρκεια του πειράματος δοκιμάσαμε και άλλες τιμές για να βρούμε την μέγιστη απλά δείχνουμε ενδεικτικά αυτές τις 4 βραχυκυκλώματος και τις επόμενες 4 ανοιχτοκυκλώματος.



Εικόνα 33: Screenshot ανοιχτοκυκλώματος του παλμογράφου από την συχνότητα 295 Hz



Εικόνα 34: Screenshot ανοιχτοκυκλώματος του παλμογράφου από την συχνότητα 297 Hz



Εικόνα 35: Screenshot ανοιχτοκυκλώματος του παλμογράφου από την συχνότητα 295.9 Hz



Εικόνα 36: Screenshot ανοιχτοκυκλώματος του παλμογράφου από την συχνότητα 296.1 Hz

Έτσι έγιναν οι δειγματοληψίες για την 2^η ιδιοσυχνότητα ανοιχτοκυκλώματος.

Η 2^η ιδιοσυχνότητα ανοιχτοκυκλώματος σε αυτή την περίπτωση βρέθηκε να είναι 296.1 Ηz με τάση 32.9 mV RMS. Επίσης μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι όσο απομακρυνόμαστε από την ιδιοσυχνότητα τόσο περισσότερο μειώνεται η τάση, άρα το πλάτος της ταλάντωσης.

Στο παραπάνω παράδειγμα σε συχνότητα 295.9 Ηz έχουμε τάση 32.8 mV RMS, πολύ μικρή διαφορά δηλαδή ενώ σε συχνότητες 295 Hz και 297 Hz έχουμε αντίστοιχα 33.4 mV και 33 mV.

Η συγκεκριμένη διαδικασία ήταν πολύ σημαντική καθώς χρειάζεται μεγάλη ακρίβεια για να υπολογιστεί όσο πιο κοντά γίνεται στην πραγματική της τιμή η ιδιοσυχνότητα βραχυκυκλώματος και ανοιχτοκυκλώματος για να πάρουμε τις ακριβείς τιμές αντίστασης και πηνίου που χρειαζόμαστε ώστε να γίνει μέγιστη απόσβεση.

Επαναλήφθηκαν και οι μετρήσεις με το Rigol DS2202A και έβγαλαν το ίδιο αποτέλεσμα.

3.4 Πειραματικές μετρήσεις μετά την χρήση του παραδιακλαδωμένου

Για τον έλεγχο της αποτελεσματικότητας των παραδιακλαδωμένων στην απόσβεση των ταλαντώσεων οι παράμετροι που βρήκαμε ήταν ιδιοσυχνότητα ανοιχτοκυκλώματος 296.1 Ηz ενώ βραχυκυκλώματος 295.9 Hz.

Στον έλεγχο αυτό αυξήσαμε το πλάτος της ταλάντωσης για να δούμε σε μεγαλύτερη κλίμακα τα αποτελέσματα της απόσβεσης, κάτι που όμως δεν επηρεάζει καμία λειτουργία του πιεζοηλεκτρικού.

Για να μειώσουμε την ταλάντωση επιλέξαμε την μέθοδο MVAM αντί της DEM γιατί υπήρχε περισσότερο έρευνα πάνω σε αυτήν και επίσης λόγω του ότι το DEM χρειάζεται περισσότερες μετρήσεις με μερικά λογισμικά και εργαλεία που δεν είχαμε υπό την κατοχή μας.

Εφαρμόζοντας τα ευρήματα αυτά στην μέθοδο MVAM που αναλύσαμε στο κεφάλαιο 2.5.1 βρήκαμε τις κατάλληλες παραμέτρους R,L στο παραδιακλαδωμένο.

Τα αποτελέσματά μας ήταν ότι το πλάτος ταλάντωσης πριν το παραδιακλαδωμένο ήταν 242 mV ενώ με το παραδιακλαδωμένο ήταν 206 mV

Άρα, προκαλέσαμε μία 15% μείωση του πλάτους ταλάντωσης

f(Hz)	Vp-p(mV)	
297	206	(with shunt)
297	242	(without shunt)



Εικόνα 37: Γράφημα με διάφορα πλάτη ταλαντώσεων

Στο παραπάνω γράφημα φαίνεται το πλάτος ταλάντωσης πριν την χρήση του παραδιακλαδωμένου (μπλε), μετά την χρήση του παραδιακλαδωμένου (πράσινο) καθώς και την απόσβεση που προκαλείται (μωβ). Οι τιμές είναι σε mV.

Αυτή η απόσβεση είναι επαρκής για να επιβεβαιώσει την υπάρχουσα θεωρία και δείχνει την αποτελεσματικότητα των πιεζοηλεκτρικών στην απόσβεση μηχανικών ταλαντώσεων.

4 Προσομοίωση με κώδικα Python

Στην παρούσα παράγραφο θα αναλυθεί το πείραμα με κώδικα για σύγκριση των πειραματικών αποτελεσμάτων. Για την προσομοίωση των πειραμάτων θα χρησιμοποιήσουμε την συνάρτηση μεταφοράς της μετατόπισης του άκρου της ράβδου σε σχέση με την δύναμη που του ασκείτε που αναλύθηκε από τους Boris Lossouarn, M Aucejo, J.-F Deü, B. Multon [1], για πριν και μετά την εφαρμογή του παραδιακλαδωμένου.

Μέσω της χρήσης της γλώσσας Python, κάναμε προσομοίωση των θεωρητικών αυτών μοντέλων.

Στην προσομοίωση υπάρχουν 3 διαφορετικά γραφήματα, το γράφημα βραχυκυκλώματος, το γράφημα με τις θεωρητικές ιδανικές τιμές των R,L του παραδιακλαδωμένου και ένα κοινό.



Τα γραφήματα που πήραμε ήταν:

Εικόνα 38: Αποτέλεσμα προσομοίωσης (βραχυκύκλωμα)



Εικόνα 39: Αποτέλεσμα προσομοίωσης (με παραδιακλαδωμένο)



Εικόνα 40: Αποτέλεσμα προσομοίωσης (κοινό γράφημα)

Παρατηρούμε μία μεγαλύτερη απόσβεση στην ιδιοσυχνότητα σε σχέση με το πειραματικό αποτέλεσμα, κοντά στο 40% στο peak της ταλάντωσης.

Ενώ τα πειραματικά μας αποτελέσματα απέδωσαν πολύτιμες πληροφορίες, αξίζει να σημειωθεί ότι υπήρχαν κάποιες αποκλίσεις σε σύγκριση με τις θεωρητικές τιμές. Αυτές οι παραλλαγές μπορούν να αποδοθούν σε διάφορους παράγοντες, συμπεριλαμβανομένων των περιορισμών των οργάνων ή της εγγενούς πολυπλοκότητας του υπό μελέτη συστήματος.

5 Συμπεράσματα ή/και προτάσεις βελτίωσης

Η συγκεκριμένη πειραματική μελέτη των παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών συστημάτων για τον σκοπό της απόσβεσης μηχανικών ταλαντώσεων προσέφερε σημαντικές πληροφορίες για την αποτελεσματικότητα και τους περιοριστικούς παράγοντες που έχουν τέτοιες εφαρμογές

Η μελέτη απέδειξε πειραματικά ότι τα παραδιακλαδωμένα πιεζοηλεκτρικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για απόσβεση μηχανικών ταλαντώσεων.

Οι πειραματικές μελέτες έδειξαν ότι η αποτελεσματικότητα της απόσβεσης μεταβάλλεται ανάλογα με την αντίσταση και την επαγωγή που έχουν τα παραδιακλαδωμένα, των οποίων οι ιδανικές τιμές μπορεί να μεταβληθούν βάση εξωτερικών παραγόντων καθώς η τιμή της ιδιοσυχνότητας του συστήματος μεταβάλλεται από εξωτερικούς παράγοντες.

Περαιτέρω έρευνα θα πρέπει να επικεντρωθεί στη βελτιστοποίηση του σχεδιασμού των παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων για την επίτευξη βελτιωμένης απόδοσης απόσβεσης. Αυτό θα μπορούσε να περιλαμβάνει την εξερεύνηση εναλλακτικών μοντέλων κυκλωμάτων και τρόπους απόσβεσης.

Επιπλέον καλή θα ήταν η περαιτέρω διερεύνηση της ενσωμάτωσης συντονίσιμων εξαρτημάτων (αντίσταση πηνία) στα παραδιακλαδωμένα πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα για να αυξηθεί η προσαρμοστικότητά τους σε διάφορες συνθήκες λειτουργίας.

Περαιτέρω έρευνα πάνω σε διαφορετικά υλικά με διαφορετικές ιδιοσυχνότητες θα μπορούσε να παράξει επιπλέον δεδομένα στους περιορισμούς και τις εφαρμογές των παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών στην απόσβεση μηχανικών ταλαντώσεων.

Η διερεύνηση της πιθανής εφαρμογής παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων για συγκεκριμένα βιομηχανικά και μηχανολογικά συστήματα, όπως η δομική απόσβεση σε κτίρια ή ο έλεγχος κραδασμών σε τουρμπίνες, είναι ένα υποσχόμενο πεδίο για μελλοντική έρευνα.

Ακόμα μπορεί να επαναληφθεί το πείραμα αυτό με άλλες μεθόδους απόσβεσης όπως την DEM και ίσως νέες που θα δημιουργηθούν μελλοντικά.

Θα μπορούσε επίσης να διερευνηθεί περεταίρω η αποτελεσματικότητα αυτού του τρόπου απόσβεσης σε μεγαλύτερο εύρος συνθηκών όπως πολύ μεγάλη θερμοκρασία/πίεση, διαφορετικών μεγεθών και διαφορετικών υλικών πλάκες που θα αντικατόπτριζαν περισσότερο συνθήκες που θα μπορούσαμε να βρούμε σε τουρμπίνες/κτίρια.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Boris Lossouarn, M Aucejo, J.-F Deü, B. Multon. Design of inductors with high inductance values for resonant piezoelectric damping. Sensors and Actuators A: Physical , Elsevier, 2017, 259, pp.68-76

[2] Jaehwan Kim et al 2000 Smart Mater. Struct. 9 868

[3] Marakakis, K., Tairidis, G.K., Koutsianitis P. and Stavroulakis G.E. "Shunt piezoelectric systems for noise and vibration control: A review." Front Built Environ (2019)

[4] Forward R L 1965 Detectors for dynamic gravitational fields PhD Thesis University of Maryland, College Park

[5] Forward R L 1979 Electronic damping of vibrations in optical structures J. Appl. Opt. 18 690–7

[6] Hagood N W and von Flotow A 1991 Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks J. Sound Vib. 146 243–68

[7] Den Hartog J P 1956 Mechanical Vibrations (New York: McGraw-Hill)

[8] Mukherjee B K and Sherrit S 1997 Characterization of piezoelectric and electrostrictive materials for acoustic transducers: I. Resonance method Fifth Int. Congress on Sound and Vibration (December 1997) (Int. Inst. of Acoustics and Vibration (IIAV)) pp 385–93

[9] Cady W G 1922 Proc. IRE 10 83-114

[10] Neustadt H, Harding D, Sarkady A and Simmonds K 1984 Computer derivation of equivalentcircuit RLC values for an ultrasonic transducer from measured values of the transducer's driving-point impedance NDT Int. 17 343–8

[11] PRAP (Piezoelectric Resonance Analysis Program) software available from TASI Technical Software, 174 Montreal Street, Kingston, Ontario K7K 3G4, Canada

[12] Beranek L L 1986 Acoustics (New York: Acoustical Society of America)

[13] Μπαλάφα Παναγιώτα, "Ομογενοποίηση σύνθετων πολυλειτουργικών υλικών", Μεταπτυχιακή Διατριβή, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, 2017.

[14] Στρατάκης Κωνσταντίνος, "Κατασκευή ενσωματωμένου για την ανίχνευση, αποθήκευση και επεξεργασία ακουστικών βιοσημάτων", Πανεπιστήμιο Πατρών, 2017.

[15] P. Soltani, G. Kerschen, G. Tondreau, A. Deraemaeker, Piezoelectric vibration damping using resonant shunt circuits: an exact solution, Smart Materials and Structures 23 (2014) 125014.

[16] Atif, Rasheed & Khaliq, Jibran & Combrinck, Madeleine & Hassanin, Ahmed & Shehata, Nader & Elnabawy, Eman & Shyha, Islam. (2020). Solution Blow Spinning of Polyvinylidene Fluoride Based Fibers for Energy Harvesting Applications: A Review. Polymers. 12. 1304. 10.3390/polym12061304.

[17] O. Thomas, J. Ducarne, J.-F. De[•]u, Performance of piezoelectric shunts for vibration reduction, Smart Materials and Structures 21 (2012) 015008.

[18] Sherrit, S. & Wiederick, H.D. & Mukherjee, B.K.. (1997). Accurate equivalent circuits for unloaded piezoelectric resonators. Proceedings of the IEEE Ultrasonics Symposium. 2. 931 - 935 vol.2. 10.1109/ULTSYM.1997.661733.

[19] K. Liu, J. Liu, The damped dynamic vibration absorbers: revisited and new result, Journal of Sound and Vibration 284 (2005) 1181–1189.

[20] Κωνσταντίνος Μαρακάκης, "Προσομοίωση και βελτιστοποίηση ευφυών κατασκευών", Διδακτορική Διατριβή, Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά, Ελλάς, 2022 https://doi.org/10.26233/heallink.tuc.93116

Παράρτημα κώδικα

Οι συναρτήσεις που χρησιμοποιήθηκαν για την προσομοίωση του συστήματος ήταν

```
Συνάρτηση 1:
```

```
import numpy as np
import math
import matplotlib.pyplot as plt
plt.rcParams["figure.figsize"] = [7.50, 3.50]
plt.rcParams["figure.autolayout"] = True
def fl(x):
          wo = 296.1
           ws = 295.9
           kc = math.sqrt((wo**2 - ws**2) / (ws**2))
           we = ws
           je = 20
           result = ((1 - (x^{*2}) / (we^{*2}))^{*2} + 4 * ((x^{*2}) / (we^{*2})) *
 (je**2)) / (((ws**2) / (wo**2) - (1 / (wo**2) + 1 / (we**2)) * (x**2) +
 (x**4) / ((wo**2) * (we**2)))**2 + 4 * ((x**2) / (we**2)) * ((1 -
 ((x**2) / (wo**2)))**2) * (je**2))
           result = np.sqrt(result)
           result = 10 * np.log(result)
           return result
def f2(x):
           wo = 296.1
           ws = 295.9
           kc = math.sqrt((wo**2 - ws**2) / (ws**2))
           we = wo
           je = math.sqrt(3/8) * kc
           result = ((1 - (x^{*2}) / (we^{*2}))^{*2} + 4 * ((x^{*2}) / (we^{*2})) *
(je**2)) / (((ws**2) / (wo**2) - (1 / (wo**2) + 1 / (we**2)) * (x**2) +
 (x^{*}4) / ((w^{*}2) * (w^{*}2)) * 2 + 4 * ((x^{*}2) / (w^{*}2)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1)) * ((1 - 1))
 ((x**2) / (wo**2)))**2) * (je**2))
           result = np.sqrt(result)
           result = 10 * np.log(result)
           return result
x = np.linspace(200, 385, 350)
y1 = f1(x)
y^{2} = f^{2}(x)
plt.plot(x, y1, color='red', label='Without shunt')
plt.plot(x, y2, color='blue', label='With shunt')
plt.xlabel('Frequency')
plt.ylabel('Ampltitude')
plt.legend()
plt.show()
```

```
Συνάρτηση 2:
```

```
import numpy as np
import math
from matplotlib import pyplot as plt
plt.rcParams["figure.figsize"] = [7.50, 3.50]
plt.rcParams["figure.autolayout"] = True
def f(x):
     wo=296.1
     ws=295.9
     kc=math.sqrt((wo**2-ws**2)/(ws**2))
     we=wo
     je=math.sqrt(3/8)*kc
     result=((1-
(x**2)/(we**2))**2+4*((x**2)/(we**2))*(je**2))/(((ws**2)/(wo**2)-
**2))*((1-((x**2)/(wo**2)))**2)*(je**2))
     result=np.sqrt(result)
     result=10*np.log(result)
     return (result)
print(f(296.1))
x = np.linspace(200, 385, 350)
plt.plot(x, f(x), color='blue')
plt.xlabel('Frequency')
plt.ylabel('Ampltitude')
plt.show()
```

Συνάρτηση 3:

```
import numpy as np
import math
 from matplotlib import pyplot as plt
plt.rcParams["figure.figsize"] = [7.50, 3.50]
plt.rcParams["figure.autolayout"] = True
def f(x):
                wo=296.1
                ws=295.9
                kc=math.sqrt((wo**2-ws**2)/(ws**2))
                we=ws
                je=20
                result=((1-
 (x**2)/(we**2))**2+4*((x**2)/(we**2))*(je**2))/(((ws**2)/(wo**2)-
 (1/(wo**2)+1/(we**2))*(x**2)+(x**4)/((wo**2)*(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2))))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2))))**2+4*((x**2)/(we**2)))**2+4*((x**2)/(we**2))))**2+4*((x**2)/(we**2)))**((x**2)/(we**2))))**((x**2)/(we**2)))))**((x**2)/(we**2)))))))
 **2))*((1-((x**2)/(wo**2)))**2)*(je**2))
                result=np.sqrt(result)
                result=10*np.log(result)
                return (result)
print(f(296.1))
x = np.linspace(200, 385, 350)
plt.plot(x, f(x), color='red')
plt.xlabel('Frequency')
plt.ylabel('Ampltitude')
```

plt.show()

•