ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ

Εργαστήριο Εμπλουτισμού Μεταλλευμάτων

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Μοντελοποίηση της σχέσης ενέργειας-διαστασιακών ιδιοτήτων των προϊόντων κατάτμησης σε σφαιρόμυλο

Ευάγγελος Α. Πετράκης

MSc Μηχανικός Ορυκτών Πόρων

Χανιά, 2017

Τριμελής συμβουλευτική επιτροπή

1. **Ηλίας Σταμπολιάδης,** τ. Καθηγητής Πολυτεχνείου Κρήτης, Σχολή Μηχανικών Ορυκτών Πόρων (επιβλέπων)
2. **Κωνσταντίνος Κομνίτσας,** Καθηγητής Πολυτεχνείου Κρήτης, Σχολή Μηχανικών Ορυκτών Πόρων
3. **Μιχαήλ Γαλετάκης,** Καθηγητής Πολυτεχνείου Κρήτης, Σχολή Μηχανικών Ορυκτών Πόρων

Επταμελής εξεταστική επιτροπή

1. **Ηλίας Σταμπολιάδης,** τ. Καθηγητής Πολυτεχνείου Κρήτης, Σχολή Μηχανικών Ορυκτών Πόρων (επιβλέπων)
2. **Κωνσταντίνος Κομνίτσας,** Καθηγητής Πολυτεχνείου Κρήτης, Σχολή Μηχανικών Ορυκτών Πόρων
3. **Μιχαήλ Γαλετάκης,** Καθηγητής Πολυτεχνείου Κρήτης, Σχολή Μηχανικών Ορυκτών Πόρων
4. **Κωνσταντίνος Τσακαλάκης,** Καθηγητής Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, Σχολή Μηχ. Μεταλλείων-Μεταλλουργών
5. **Γεώργιος Αναστασάκης,** Καθηγητής Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, Σχολή Μηχ. Μεταλλείων-Μεταλλουργών
6. **Αναστάσιος Ζουμπούλης,** Καθηγητής Αριστοτέλειου Πανεπιστήμιου Θεσσαλονίκης, Σχολή Θετικών Επιστημών/Τμήμα Χημείας
7. **Γεώργιος Αλεβίζος,** Αναπληρωτής Καθηγητής Πολυτεχνείου Κρήτης, Σχολή Μηχανικών Ορυκτών Πόρων

Φεβρουάριος 2017

Πρόλογος

Η παρούσα διδακτορική διατριβή εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Εμπλουτισμού Μεταλλευμάτων, της Σχολής Μηχανικών Ορυκτών Πόρων του Πολυτεχνείου Κρήτης. Μέρος των πειραμάτων πραγματοποιήθηκαν στα Εργαστήρια Μηχανικής Πετρωμάτων, Γενικής και Τεχνικής Ορυκτολογίας και Έλεγχος Ποιότητας - Υγιεινή & Ασφάλεια στη Μεταλλευτική, της Σχολής Μηχανικών Ορυκτών Πόρων του Πολυτεχνείου Κρήτης, όπως επίσης και στο Εργαστήριο Εφαρμοσμένης Μηχανικής του πρώην Γενικού Τμήματος του Πολυτεχνείου Κρήτης.

Από τη θέση αυτή θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους εκείνους που βοήθησαν για την επιτυχή ολοκλήρωση της διατριβής. Η πρώτη θέση ανήκει στον τ. Καθηγητή Ηλία Σταμπολιάδη, για την πολύτιμη επιστημονική καθοδήγησή του όλα αυτά τα χρόνια και για τη μετάδοση των εμπειριών που απέκτησε από τη μεταλλευτική βιομηχανία. Ένα ιδιαίτερο ευχαριστώ στον Καθηγητή Κωνσταντίνο Κομνίτσα η συμβολή του οποίου ήταν καθοριστική για την ολοκλήρωση της παρούσας διατριβής. Στις δύσκολες περιόδους και στα προβλήματα που αντιμετώπισα κατά τη διάρκεια εκπόνησής της ήταν πάντα πρόθυμος να με βοηθήσει. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή Μιχάλη Γαλετάκη για την απλόχερη βοήθειά του σε οποιοδήποτε θέμα που άπτεται της ειδικότητάς του.

Ευχαριστώ θερμά τον Καθηγητή Κ. Τσακαλάκη, τον Καθηγητή Γ. Αναστασάκη, τον Καθηγητή Α. Ζουμπούλη και τον Αν. Καθηγητή Γ. Αλεβίζο για την τιμή που μου έκαναν να είναι μέλη της εξεταστικής επιτροπής, το χρόνο που διέθεσαν διορθώνοντας τη διατριβή και για τις παρατηρήσεις τους.

Επίσης, ευχαριστώ για την εξαιρετική συνεργασία και συμπαράσταση το Δρ. Αντώνη Στρατάκη, το Δρ. Αναστάσιο Σηφαλάκη, τη Δρ. Άννα Κρητικάκη, το Δρ. Ευάγγελο Λιαράκο, το Μηχανικό Μεταλλείων – Μεταλλουργό Στυλιανό Μαυριγιαννάκη και τη Μηχανικό Ορυκτών Πόρων Παυλίνα Ροτόντο. Για τη βοήθεια στις δοκιμές λειοτρίβησης, ευχαριστώ τις τότε φοιτήτριες και νυν συναδέλφους Βασιλική Καρμάλη και Αμαλία Τσούκαλου. Ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλω στη Μηχανικό Ορυκτών Πόρων Όλγα Παντελάκη για τη συνεχή της στήριξη και την εξαιρετική συνεργασία που υπάρχει όλα αυτά τα χρόνια που εργαζόμαστε στο Εργαστήριο Εμπλουτισμού Μεταλλευμάτων.

Η παρούσα διατριβή αφιερώνεται στη γυναίκα μου και στα παιδιά μου για την υπομονή, την κατανόηση και για το χρόνο που στερηθήκαμε μαζί.

Επιστημονικές δημοσιεύσεις που προέκυψαν από την παρούσα διατριβή

Σε διεθνή επιστημονικά περιοδικά με κριτές:

1. Petrakis, E., E. Stamboliadis, and K. Komnitsas. 2016. Evaluation of the relationship between energy input and particle size distribution in comminution with the use of piecewise regression analysis. Particulate Science and Technology. DOI:10.1080/02726351.2016.1168894.
2. Petrakis, E., E. Stamboliadis, and K. Komnitsas. 2017. Identification of Optimal Mill Operating Parameters during Grinding of Quartz with the Use of Population Balance Modeling. KONA Powder and Particle Journal 34:213-223. DOI: 10.14356/kona.2017007.

Πίνακας περιεχομένων

Κατάλογος Σχημάτων

Κατάλογος Πινάκων

Περίληψη

Η ελάττωση του μεγέθους των υλικών αποτελεί μια από τις σημαντικότερες διεργασίες της μεταλλευτικής βιομηχανίας και γενικότερα της βιομηχανίας επεξεργασίας υλικών. Ωστόσο, αποτελεί μια εξαιρετικά ενεργοβόρα διεργασία, ιδιαίτερα κατά το στάδιο της λειοτρίβησης, καταναλώνοντας 3-4% της ηλεκτρικής ενέργειας που παράγεται παγκοσμίως. Επίσης, η καθαρή ενέργεια που απαιτείται για τη μείωση του μεγέθους ενός υλικού αποτελεί ένα μικρό ποσοστό (περίπου 4%) της συνολικής ενέργειας που καταναλώνεται σε μια μονάδα λειοτρίβησης. Λαμβάνοντας υπόψη αυτούς τους παράγοντες, μια μικρή αύξηση της απόδοσης της διεργασίας μπορεί να έχει μεγάλο αντίκτυπο στο λειτουργικό κόστος της μονάδας, στις περιβαλλοντικές επιπτώσεις και στην εξοικονόμηση πόρων.

Για πολλές δεκαετίες η λειοτρίβηση αποτελεί αντικείμενο εντατικής έρευνας, λόγω του ότι χρησιμοποιείται σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών όπως, τον εμπλουτισμό των μεταλλευμάτων, τη βιομηχανία εξόρυξης, τη μεταλλουργία, την παραγωγή τσιμέντου, τη χημική βιομηχανία και τα κεραμικά, ενώ τα τελευταία χρόνια ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει δοθεί στην παραγωγή υπέρλεπτων υλικών. Οι ερευνητές έχουν να αντιμετωπίσουν σοβαρές προκλήσεις, τόσο ως προς τον πολύπλοκο μηχανισμό της λειοτρίβησης σε μύλους, όσο και ως προς τις παραμέτρους που την επηρεάζουν. Η βιβλιογραφία αναφέρει ότι ένα ευρύ φάσμα λειτουργικών παραμέτρων επηρεάζουν τη λειοτρίβηση και επομένως είναι πολύ σημαντικό αυτές να διερευνηθούν βαθύτερα και πληρέστερα.

Η επιστημονική έρευνα, η οποία βοήθησε στη βελτίωση της απόδοσης της λειοτρίβησης, αρχικά στηρίχτηκε στις εμπειρικές σχέσεις των Rittinger, Kick και Bond οι οποίες περιγράφουν τη σχέση ενέργειας και μεγέθους τεμαχίου. Στη συνέχεια, αναπτύχθηκαν οι θεωρίες των Charles και Stamboliadis ενώ, μεγάλη αποδοχή τα τελευταία χρόνια έχει η μηχανιστική προσέγγιση η οποία αναπτύχθηκε και βασίζεται στην αναγνώριση φυσικών συμβάντων κατά τη διάρκεια της λειοτρίβησης σε μηχανές. Η μηχανιστική προσέγγιση περιλαμβάνει το μοντέλο πίνακα, όπου η λειοτρίβηση θεωρείται ότι αποτελείται από διαδοχικά συμβάντα θραύσης και το κινητικό μοντέλο, το οποίο θεωρεί τη λειοτρίβηση ως μια συνεχή διεργασία.

Στην παρούσα διατριβή μελετήθηκε η μοντελοποίηση της διεργασίας της λειοτρίβησης σε σφαιρόμυλο με έμφαση στις διαστασιακές ιδιότητες των προϊόντων λειοτρίβησης και την ενέργεια που καταναλώνεται για τη μείωση του μεγέθους των

υλικών. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν υλικά διαφορετικών φυσικομηχανικών χαρακτηριστικών, όπως μάρμαρο, χαλαζίας, χαλαζίτης και μεταψαμμίτης, τα οποία λειοτριβήθηκαν σε διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας του σφαιρόμυλου.

Για την περιγραφή των κατανομών μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης χρησιμοποιήθηκαν οι συναρτήσεις Gates-Gaudin-Schuhmann (GGS) και Rosin-Rammler (RR). Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι ο τύπος του υλικού, ο συντελεστής πλήρωσης των κενών των σφαιρών με υλικό, η ενέργεια που απαιτείται ανά μονάδα μάζας του υλικού, όπως επίσης και το μέγεθος της τροφοδοσίας του μύλου, επηρεάζουν την κατανομή μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης. Ωστόσο, προέκυψε ότι οι συναρτήσεις αυτές δεν είναι σε θέση να περιγράψουν πλήρως όλο το φάσμα των παραγόμενων μεγεθών των τεμαχίων και τα πειραματικά δεδομένα να αποκλίνουν από την ευθεία. Για το λόγο αυτό, εφαρμόστηκε η μέθοδος της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα στα πειραματικά δεδομένα, η οποία έδειξε την παρουσία δύο διακριτών περιοχών μεγέθους τεμαχίων. Εξετάστηκε η εξέλιξη των διακριτών περιοχών με την αύξηση της ενέργειας που καταναλώθηκε και προτάθηκαν βελτιωμένες εκφράσεις της σχέσης ενέργειας και μεγέθους τεμαχίων.

Στη συνέχεια μελετήθηκε η επίδραση της διαμέτρου των σφαιρών στα προϊόντα λειοτρίβησης. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι στα μεγάλα μεγέθη τροφοδοσίας οι κατανομές μεγέθους μετατοπίζονται στα λεπτότερα κλάσματα όταν χρησιμοποιούνται μεγάλης διαμέτρου σφαίρες (40 mm ή 25.4 mm), ενώ τα μικρά μεγέθη τροφοδοσίας λειοτριβούνται πιο αποδοτικά με χρήση μικρότερης διαμέτρου σφαιρών (12.7 mm).

Με την εφαρμογή του κινητικού μοντέλου στα πειραματικά δεδομένα, υπολογίστηκαν οι κινητικές παράμετροι που επηρεάζουν τη διεργασία, όπως το μεγέθος της τροφοδοσίας, ο συντελεστής πλήρωσης των κενών των σφαιρών με υλικό και η μεταβολή της διαμέτρου των σφαιρών. Επίσης, εφαρμόστηκε η μέθοδος του αναδρομικού υπολογισμού για την ακριβέστερη εκτίμηση των κινητικών παραμέτρων και προτάθηκε μια νέα μέθοδος υπολογισμού των βέλτιστων συνθηκών λειτουργίας του μύλου, συνδυάζοντας δύο λογισμικά (Moly-Cop Tools™ και MODSIM™). Επίσης, εξετάστηκαν και αξιολογήθηκαν τα προτεινόμενα μοντέλα των Herbst – Fuerstenau και Stamboliadis τα οποία χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό των κατανομών μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η ενσωμάτωση της επίδρασης του μεγέθους τροφοδοσίας και των διαφορετικών συνθηκών λειοτρίβησης στα προτεινόμενα μοντέλα μπορεί να προβλέψει με μεγάλη ακρίβεια τις κατανομές μεγέθους των προϊόντων.

Στη συνέχεια μελετήθηκε η προσομοίωση συνεχούς λειτουργίας βιομηχανικών συστημάτων λειοτρίβησης. Για το σκοπό αυτό διενεργήθηκαν δοκιμές ημισυνεχούς λειοτρίβησης σε συνθήκες παρόμοιες με αυτές που ορίζει η μέθοδος Bond. Με βάση τη μέθοδο αυτή υπολογίστηκαν οι δείκτες έργου των υλικών που εξετάστηκαν και αναλύθηκε η επίδραση των λεπτομερών τεμαχίων στην κινητική της λειοτρίβησης.

Επίσης, μελετήθηκε η εφαρμογή του μοντέλου πίνακα στις κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης. Για την εφαρμογή της μεθόδου γράφτηκε κώδικας σε γλώσσα προγραμματισμού MATLAB και έγινε σύγκριση των πειραματικών κατανομών μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης με τις αντίστοιχες του μοντέλου. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι υπάρχει πολύ καλή προσαρμογή μεταξύ των πειραματικών κατανομών και του μοντέλου. Η καινοτομία που επιτεύχθηκε στη διατριβή ήταν ο συνδυασμός του μοντέλου πίνακα με τη συνάρτηση επιλογής του κινητικού μοντέλου, ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ακριβή μοντελοποίηση της διεργασίας της λειοτρίβησης.

Από τις κατανομές μεγέθους των προιόντων λειοτρίβησης προσδιορίστηκαν οι υπόλοιπες διαστασιακές ιδιότητες, δηλ. οι κατανομές της επιφάνειας, του μήκους και του αριθμού των τεμαχίων. Από τις κατανομές μεγέθους των διαστασιακών ιδιοτήτων εξετάστηκε κατά πόσο τα προϊόντα λειοτρίβησης έχουν μορφοκλασματικό χαρακτήρα, όπως προτείνουν πολλοί ερευνητές. Αναλύθηκε η επίδραση του υλικού και των διαφορετικών συνθηκών λειοτρίβησης, στη σχέση των διαστασιακών ιδιοτήτων με την ειδική ενέργεια που καταναλώνεται. Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στη μελέτη της ειδικής επιφάνειας και του ρυθμού παραγωγής της, τόσο στο αρχικό στάδιο λειοτρίβησης όσο και σε μεγαλύτερα επίπεδα κατανάλωσης ενέργειας. Από τη μελέτη του ρυθμού παραγωγής της ειδικής επιφάνειας, έγινε προσπάθεια υπολογισμού του ορίου λειοτρίβησης του μύλου, πέρα από το οποίο θεωρητικά δεν παράγεται νέα ειδική επιφάνεια.

Για την πληρέστερη διερεύνηση της συμπεριφοράς των υλικών κατά τη λειοτρίβηση προσδιορίστηκαν τα φυσικομηχανικά τους χαρακτηριστικά τα οποία συσχετίστηκαν με τις παραμέτρους της λειοτρίβησης. Από τα αποτελέσματα προέκυψαν ισχυρές συσχετίσεις μεταξύ των χαρακτηριστικών των υλικών με ορισμένες παραμέτρους, όπως ο ρυθμός θραύσης. Ωστόσο, διαπιστώθηκε ότι από μόνος του ο προσδιορισμός ενός συγκεκριμένου χαρακτηριστικού του υλικού δεν μπορεί να αποτελέσει ένδειξη της συμπεριφοράς του κατά τη λειοτρίβηση.

Abstract

It is well known that size reduction of materials is one of the most important processes of the mining industry and, more generally, of the materials processing industry. However, it is a high energy intensive process, especially at the stage of grinding, consuming 3 - 4% of the electricity generated worldwide. In addition, the net energy required for reducing the size of a material is a small percentage (about 4%) of the total energy consumed in a grinding unit. Considering these factors, a slight increase in process efficiency can have a large impact on the operating cost of the plant, the environment and the conservation of resources.

For many decades, grinding is subject of intensive research. Researchers face serious challenges, both in understanding the complex mechanisms involved in grinding in mills, as well as in determining the parameters affecting it. The literature reports that a wide range of operating parameters affect grinding, thus it is very important to study them in depth and elucidate their effect.

Scientific research, which helped to improve the grinding efficiency, started from the empirical relationships of Rittinger, Kick and Bond, which described the energy-particle size relationship. Then, the theories of Charles and Stamboliadis were developed, while in recent years research was focused on the mechanistic approach that was based on the recognition of physical events taking place during grinding in machines. The mechanistic approach includes the matrix model, which considers grinding as a series of breaking events and the kinetic model, which considers grinding as a continuous process.

This thesis aims to model the grinding process in a ball mill and focuses on the dimensional properties of the grinding products and the energy requirements for size reduction of materials. In order to accomplish this, materials with different physico-mechanical properties such as marble, quartz, quartzite and metasandstone, were grounded using different operating conditions.

For the determination of particle size distributions of the grinding products, both *GGS* and *RR* functions were used. The results showed that the type of material, the fraction of space between the balls at rest that is filled with powder, the energy required per unit mass of the material, as well as the feed size of the mill affect the particle size distributions of the grinding products. However, these functions were not able to describe the full range of produced particle sizes since the data points deviated from

linearity. When the piecewise regression analysis was applied to experimental data, the presence of two distinct size ranges of products was shown. So, the evolution of the two domains of particle sizes in relation with the energy input was examined and improved energy-particle size relationships were proposed.

Then, the effect of the balls diameter on the size distribution of the grinding products was studied. The results showed that the size distributions of the coarse feed sizes were shifted to finer fractions when large balls (diameter 40mm or 25.4 mm) were used, while finer feed sizes are milled more efficiently by using smaller balls (diameter 12.7 mm).

By applying the kinetic model to experimental data, the kinetic parameters that affect the process, namely the feed size, the fraction of space between the balls at rest that is filled with powder and the diameter of the balls were determined. Also, the method of back calculation was used for the better estimation of the kinetic parameters and a new method of calculating the optimal mill operating conditions was proposed, by combining two softwares (Moly-Cop Tools™ and MODSIM™). In addition, the models proposed by both Herbst - Fuerstenau and Stamboliadis to define the size of grinding products were also tested. The results obtained in this thesis showed that proposed new relationships involving the incorporation of the feed size and different milling conditions can accurately predict the produced particle size distributions.

Then, the simulation of continuous industrial grinding systems was studied. For this purpose, grinding tests in conditions similar to those set by the Bond method were performed. Based on this method, the work indices of the tested materials were calculated and the effect of fines on grinding kinetics was examined.

The application of the matrix model to predict the size distribution of the grinding products was also examined. For the application of the model a code in MATLAB was written and the experimental size distributions of grinding products were compared to those predicted by the model. The results showed very good fit between the experimental and model size distributions. A novelty of the present thesis was the identification of a relationship between the matrix model and the selection function of the kinetic model which can be used for the accurate modeling of the grinding process.

From the determination of particle size distributions, other dimensional properties were also determined, ie. the surface area, the length and the number distributions. From the distribution of dimensional properties it was investigated whether the grinding products are fractal in nature, as suggested by many researchers. The effect of material and milling conditions on the relationship between the dimensional properties and the specific energy input was also examined. Particular emphasis was given on the study of specific surface area and the surface production rate, both in the initial grinding stage and at higher energy levels. From the study of the surface production rate an attempt was made to determine the grinding limit of the mill, beyond which theoretically no new specific surface area is produced.

For a more in depth investigation of the grinding behavior of the materials, their physico-mechanical properties were determined and correlated with the grinding parameters. From the results obtained it was observed that there is strong correlation between the material properties with some parameters, such as the breakage rate. However, it was revealed that the determination of only one property of the material may not constitute an indication of its behavior during grinding.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

1. Εισαγωγή

Η ανάπτυξη της τεχνολογίας απαιτεί τη χρήση υψηλής ποιότητας πρώτων υλών για τις βιομηχανίες κατασκευής προηγμένων προϊόντων. Η μεταλλευτική βιομηχανία, η οποία αποτελεί τον προμηθευτή των πρώτων υλών για τους διάφορους βιομηχανικούς κλάδους, θα πρέπει να ανανεώνεται και να εκσυχρονίζεται για να μπορέσει να καλύψει τις συγκεκριμένες απαιτήσεις. Στα πλαίσια των απαιτήσεων των πρώτων υλών, το μέγεθος των τεμαχίων των υλικών αποτελεί σημαντικό παράγοντα, δεδομένου ότι μπορεί να καθορίσει την ποιότητα του προϊόντος. Στον εμπλουτισμό των μεταλλευμάτων, η μείωση του μεγέθους των τεμαχίων γίνεται, κυρίως, για την αποδέσμευση των ορυκτολογικών φάσεων των μεταλλευμάτων και το διαχωρισμό τους με χρήση κατάλληλων μεθόδων εμπλουτισμού. Επίσης, στη βιομηχανία τσιμέντου, το μεγέθους του προϊόντος για την παραγωγή συγκεκριμένης ειδικής επιφάνειας αποτελεί δείκτη της ποιότητας του τσιμέντου.

Για πολλές δεκαετίες η λειοτρίβηση έχει αποτελέσει αντικείμενο εντατικής έρευνας. Η πολυπλοκότητα την οποία παρουσιάζει αλλά και το γεγονός ότι αποτελεί μια εξαιρετικά ενεργοβόρα διεργασία έχει ως αποτέλεσμα την εστίαση στις παραμέτρους που την επηρεάζουν. Εκτιμήσεις σχετικά με την κατανάλωση ενέργειας σε δραστηριότητες εξόρυξης στις Η.Π.Α. δείχνουν ότι το 39% της ενέργειας χρησιμοποιείται για την επεξεργασία των υλικών, με εμπλουτισμό, από το οποίο το 75% καταναλώνεται για την ελάττωση του μεγέθους. Επίσης, είναι γενικά αποδεκτό ότι η καθαρή ενέργεια που απαιτείται για τη μείωση του μεγέθους των τεμαχίων ενός υλικού αποτελεί ένα μικρό ποσοστό (περίπου 4%) της συνολικής ενέργειας που καταναλώνεται από τον εξοπλισμό της λειοτρίβησης. Αυτό υποδηλώνει ότι οι υπάρχοντες μύλοι λειοτρίβησης είναι μη αποδοτικοί και για πολλά χρόνια οι μηχανικοί έχουν εστιάσει το ενδιαφέρον τους όχι μόνο για το σχεδιασμό καινούριων μηχανών αλλά επίσης και για την εύρεση νέων τρόπων επεξεργασίας και χειρισμού των δεδομένων.

Η επιστημονική έρευνα της διαδικασίας της λειοτρίβησης έχει βοηθήσει στη βελτίωση της απόδοσής της, με τη διατύπωση μαθηματικών σχέσεων, οι οποίες υπολογίζουν τις βασικές παραμέτρους της λειτουργίας της. Η σχετική βιβλιογραφία ξεκινάει από τις εμπειρικές σχέσεις των Rittinger, Kick και Bond οι οποίες περιγράφουν τη σχέση ενέργειας και μεγέθους τεμαχίου. Στη συνέχεια, αναπτύχθηκαν οι θεωρίες των Charles και Stamboliadis ενώ, μεγάλη αποδοχή τα τελευταία χρόνια έχει η μηχανιστική προσέγγιση η οποία αναπτύχθηκε και βασίζεται στην αναγνώριση φυσικών συμβάντων κατά τη διάρκεια της λειοτρίβησης σε μηχανές. Η μηχανιστική προσέγγιση περιλαμβάνει το μοντέλο πίνακα και το κινητικό μοντέλο. Στο μοντέλο πίνακα, η μείωση του μεγέθους σε μηχανές λειοτρίβησης, θεωρείται ότι αποτελείται από διαδοχικά συμβάντα θραύσης, όπου το προϊόν κάθε συμβάντος αποτελεί την τροφοδοσία του επομένου, ενώ στο κινητικό μοντέλο, η λειοτρίβηση θεωρείται ως μια συνεχής διεργασία. Το κινητικό μοντέλο περιγράφει περισσότερο ικανοποιητικά και ευέλικτα τη διαδικασία της λειοτρίβησης. Ωστόσο, δεν έχει ακόμα διασαφηνιστεί η σχέση του με τα χαρακτηριστικά των διαφόρων υλικών και ακόμα δε περισσότερο με τις συνθήκες λειοτρίβησης.

Η παρούσα διατριβή έχει ως σκοπό να συμβάλλει στην πληρέστερη γνώση της διαδικασίας της λειοτρίβησης σε εργαστηριακό σφαιρόμυλο, λαμβάνοντας υπόψη τον τύπο των υλικών και τις διαφορετικές συνθήκες λειοτρίβησης.

1.1 Αντικείμενο και σκοπός της παρούσας διατριβής

Αντικείμενο της παρούσας διατριβής είναι η μοντελοποίηση της διεργασίας της λειοτρίβησης σε σφαιρόμυλο με έμφαση στις διαστασιακές ιδιότητες των προϊόντων λειοτρίβησης και την ενέργεια που καταναλώνεται για τη μείωση του μεγέθους των υλικών. Τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν είναι το μάρμαρο, ο χαλαζίας, ο χαλαζίτης και ο μεταψαμμίτης, τα οποία λειοτριβήθηκαν σε διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας του σφαιρόμυλου.

1.2 Δομή και περιεχόμενο διατριβής

Η παρούσα διατριβή περιλαμβάνει συνολικά 10 κεφάλαια.

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στην αναγκαιότητα μείωσης του μεγέθους των υλικών και τις υψηλές απαιτήσεις που πρέπει να καλύπτονται από τη μεταλλευτική βιομηχανία. Επίσης, περιγράφεται η αναγκαιότητα για περαιτέρω έρευνα, λόγω του ότι η λειοτρίβηση αποτελεί μια εξαιρετικά ενεργοβόρα διαδικασία. Στο ίδιο κεφάλαιο αναφέρεται, το αντικείμενο, ο σκοπός και η δομή της διατριβής.

Στο δεύτερο κεφάλαιο περιγράφονται οι βασικές αρχές της κατάτμησης στερεών υλικών, αλλά και οι δυνάμεις που ενεργούν στα τεμάχια των υλικών που λειοτριβούνται σε μύλους. Παρουσιάζονται οι διαστασιακές ιδιότητες των κοκκωδών υλικών, με ιδιαίτερη έμφαση στην κατανομή μάζας και τις συναρτήσεις που περιγράφουν την κατανομή μάζας των προϊόντων λειοτρίβησης. Στο ίδιο κεφάλαιο αναλύονται οι προτεινόμενες σχέσεις ενέργειας-μεγέθους τεμαχίων, από την επιστημονική βιβλιογραφία, αλλά και οι νεότερες προσεγγίσεις που προσομοιάζουν τη διαδικασία της λειοτρίβησης. Γίνεται λεπτομερής αναφορά στο μοντέλο πίνακα και το κινητικό μοντέλο και πώς επηρεάζονται οι παράμετροι των μοντέλων αυτών με την αλλαγή των συνθηκών λειοτρίβησης στους μύλους.

<u>Στο τρίτο κεφάλαιο</u> γίνεται εκτενής παρουσίαση της μεθοδολογίας που ακολουθήθηκε και των υλικών που χρησιμοποιήθηκαν. Η μεθοδολογία αφορά τον προσδιορισμό των φυσικομηχανικών χαρακτηριστικών των υλικών που χρησιμοποιήθηκαν, τις δοκιμές λειοτρίβησης και τις συνθήκες που επικράτησαν, αλλά και τη μεθοδολογία σχετικά με την επεξεργασία των αποτελεσμάτων. Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στη γραμμική παλινδρόμηση κατά τμήματα των κατανομών μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης και στη μεθοδολογία προσομοίωσης της διαδικασίας λειοτρίβησης με χρήση των λογισμικών Moly-Cop Tools™ και MODSIM™.

<u>Στο τέταρτο κεφάλαιο</u> παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των φυσικομηχανικών χαρακτηριστικών των υλικών που χρησιμοποιήθηκαν.

<u>Στο πέμπτο κεφάλαιο</u> αναλύονται τα αποτελέσματα των τριών σειρών πειραμάτων λειοτρίβησης. (i) Στην πρώτη σειρά πειραμάτων, εξετάστηκε η επίδραση του συντελεστή πλήρωσης των κενών των σφαιρών με υλικό στη σχέση ενέργειας και μεγέθους προϊόντος. Υπολογίστηκαν οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης, οι οποίες περιγράφηκαν με εφαρμογή της μεθόδου γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα. Μελετήθηκε η εξέλιξη των κατανομών μεγέθους σε διαφορετικές τιμές κατανάλωσης ειδικής ενέργειας και διατυπώθηκαν διαφορετικές εκφράσεις της σχέσης ενέργειας και μεγέθους τεμαχίων, οι οποίες λαμβάνουν υπόψη την επίδραση του υλικού και του μεγέθους της τροφοδοσίας, (ii) στη δεύτερη σειρά πειραμάτων, εξετάστηκε η επίδραση της διαμέτρου των σφαιρών λειοτρίβησης στη σχέση ενέργειας και μεγέθους προϊόντος και (iii) στην τρίτη σειρά πειραμάτων, εφαρμόστηκε η τυπική μέθοδος Bond, όπου προσδιορίστηκε ο δείκτης έργου των εξεταζόμενων υλικών και η σχέση τους με το μέγεθος των προϊόντων λειοτρίβησης.

<u>Στο έκτο κεφάλαιο</u> παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του μοντέλου ισοζυγίου πληθυσμού. Αναλύεται η επίδραση του μεγέθους τροφοδοσίας, του συντελεστή πλήρωσης των κενών των σφαιρών με υλικό και της διαμέτρου των σφαιρών, στις κινητικές παραμέτρους. Επίσης, παρουσιάζεται η σχέση του παραχθέντος προϊόντος με το χρόνο και την ειδική ενέργεια που καταναλώνεται στη λειοτρίβηση. Γίνεται ακριβέστερη εκτίμηση των κινητικών παραμέτρων με την εφαρμογή της μεθόδου του αναδρομικού υπολογισμού, χρησιμοποιώντας το λογισμικό Moly-Cop Tools™. Στο ίδιο

κεφάλαιο, έγινε προσπάθεια υπολογισμού των βέλτιστων συνθηκών λειτουργίας του μύλου, συνδυάζοντας δύο λογισμικά (Moly-Cop Tools™ και MODSIM™). Επίσης, έγινε προσαρμογή του μοντέλου κατά Herbst και Fuerstenau και παρουσιάστηκαν οι σχέσεις των παραμέτρων του μοντέλου με τις διαφορετικές συνθήκες λειοτρίβησης. Στην τρίτη σειρά πειραμάτων, όπου εφαρμόστηκε η τυπική μέθοδος Bond, αναλύεται η επίδραση των λεπτομερών τεμαχίων στην κινητική της λειοτρίβησης.

Στο έβδομο κεφάλαιο παρουσιάζεται η εφαρμογή του μοντέλου πίνακα στα πειραματικά δεδομένα και μελετάται η επίδραση του συντελεστή πλήρωσης των κενών των σφαιρών με υλικό και η μεταβολή της διαμέτρου των σφαιρών. Αναλύεται ο συνδυασμός του μοντέλου πίνακα με τη συνάρτηση επιλογής του κινητικού μοντέλου και συγκρίνονται οι πειραματικές κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης των υλικών με τις αντίστοιχες του μοντέλου. Επίσης, έγινε προσαρμογή του μοντέλου Stamboliadis το οποίο προβλέπει τις κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης.

Στο όγδοο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των διαστασιακών ιδιοτήτων των προϊόντων λειοτρίβησης, των υλικών. Παρουσιάζονται οι κατανομές μάζας, επιφάνειας, μήκους και αριθμού των τεμαχίων συναρτήσει του μεγέθους, για διαφορετικές τιμές κατανάλωσης της ειδικής ενέργειας. Από τις κατανομές των διαστασιακών ιδιοτήτων εξετάζεται ο μορφοκλασματικός χαρακτήρας των προϊόντων λειοτρίβησης. Επίσης, αναλύεται η επίδραση των διαφορετικών συνθηκών λειοτρίβησης στη μεταβολή των διαστασιακών ιδιοτήτων συναρτήσει της ειδικής ενέργειας κατανάλωσης. Από δοκιμές που έγιναν σε υψηλούς χρόνους λειοτρίβησης, έγινε προσπάθεια προσδιορισμού της σχέσης ειδικής επιφάνειας με την ειδική ενέργεια σε μεγαλύτερα επίπεδα κατανάλωσης ενέργειας και υπολογισμού του ορίου λειοτρίβησης του μύλου.

Στο ένατο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της συσχέτισης των παραμέτρων της λειοτρίβησης με τα φυσικομηχανικά χαρακτηριστικά των υλικών.

Στο δέκατο κεφάλαιο συνοψίζονται τα γενικά συμπεράσματα που προέκυψαν από την παρούσα διατριβή και γίνονται προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

2. Κατάτμηση

2.1 Γενικά

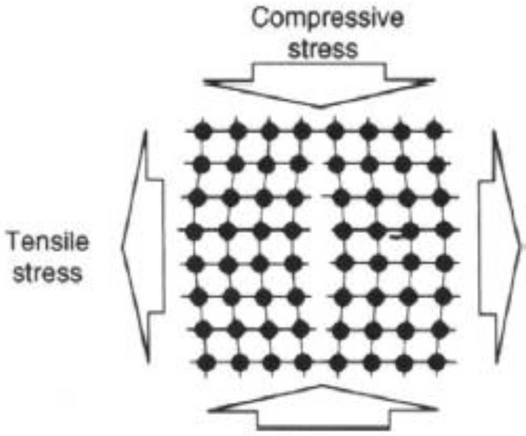
Κατάτμηση γενικά καλείται η διαδικασία ελάττωσης του μεγέθους των τεμαχίων των πετρωμάτων και βιομηχανικών ορυκτών. Ο όρος κατάτμηση περιλαμβάνει όλα τα στάδια της ελάττωσης του μεγέθους των υλικών (θραύση και λειοτρίβηση) ανεξάρτητα από το αρχικό και τελικό μέγεθος των τεμαχίων (Wills and Napier-Munn, 2006) και πραγματοποιείται με την εφαρμογή μηχανικών δυνάμεων στα στερεά τεμάχια με αποτέλεσμα τη διάσπαση της συνοχής τους και την παραγωγή νέων τεμαχίων με μικρότερο μέγεθος.

Οι δυνάμεις οι οποίες ενεργούν κατά την κατάτμηση μπορούν να ταξινομηθούν σε δυνάμεις κρούσης, θλίψης και τριβής. Οι μηχανισμοί ελάττωσης του μεγέθους κατά τη θραύση και λειοτρίβηση είναι διαφορετικοί. Η κύρια διαφορά είναι ότι στις διεργασίες θραύσης οι δυνάμεις που ενεργούν για την ελάττωση του μεγέθους του τεμαχίου είναι κυρίως θλίψης και κρούσης και λιγότερο τριβής, ενώ στη λειοτρίβηση κυριαρχούν οι δυνάμεις τριβής (Gupta and Yan, 2006; Taşdemir, 2009).

Η ελάττωση μεγέθους είναι μια εξαιρετικά ενεργοβόρα διεργασία καταναλώνοντας 3-4% της ηλεκτρικής ενέργειας που παράγεται παγκοσμίως (Fuerstenau et al., 1999; Deniz, 2013). Εκτιμήσεις σχετικά με την κατανάλωση ενέργειας σε δραστηριότητες εξόρυξης στις Η.Π.Α. δείχνουν ότι το 39% της ενέργειας χρησιμοποιείται για την επεξεργασία των υλικών με εμπλουτισμό, από το οποίο το 75% καταναλώνεται για την ελάττωση του μεγέθους (BCS, 2002). Επίσης, είναι γενικά αποδεκτό ότι η καθαρή ενέργεια που απαιτείται για τη μείωση του μεγέθους των τεμαχίων ενός υλικού αποτελεί ένα μικρό ποσοστό (περίπου 4%) της συνολικής ενέργειας που καταναλώνεται από τον εξοπλισμό της λειοτρίβησης (Tavares and King, 1998; Stamboliadis, 2002). Αυτό υποδηλώνει ότι οι υπάρχοντες μύλοι λειοτρίβησης είναι μη αποδοτικοί και για πολλά χρόνια οι μηχανικοί έχουν εστιάσει το ενδιαφέρον τους όχι μόνο για το σχεδιασμό καινούριων μηχανών, αλλά επίσης και για την εύρεση νέων τρόπων επεξεργασίας και χειρισμού των δεδομένων.

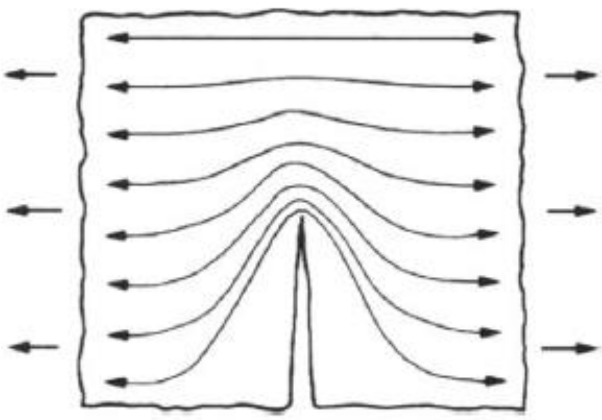
2.2 Βασικές αρχές της κατάτμησης

Η συντριπτική πλειοψηφία των ορυκτών, όπως και των στερεών υλών γενικά, βρίσκεται στην κρυσταλλική κατάσταση και οι δομικές τους μονάδες σχηματίζουν μια τρισδιάστατη περιοδική ομογενή διάταξη. Τα άτομα συνδέονται μεταξύ τους με ισχυρούς φυσικούς ή χημικούς δεσμούς. Ωστόσο, αυτοί οι δεσμοί μπορεί να αστοχήσουν με την εφαρμογή κάποιας τάσης που προκαλείται από εφελκυσμό ή θλίψη (Wills and Napier-Munn, 2006; Wang, 2012), όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1.



Σχήμα 2.1: Παραμόρφωση της κρυσταλλικής δομής ως αποτέλεσμα εφελκυστικών ή θλιπτικών δυνάμεων (Wills and Napier-Munn, 2006).

Ακόμα και όταν ένα στερεό υλικό φορτίζεται ομοιόμορφα, οι εσωτερικές τάσεις δεν είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες λόγω των διαφορετικών μεγεθών των ορυκτών που περιέχει. Η κατανομή των τάσεων εξαρτάται από τις μηχανικές ιδιότητες των μεμονωμένων ορυκτών αλλά κυρίως από την ύπαρξη ατελειών και ρωγμών της δομής του υλικού. Σε αυτή την περίπτωση οι ατέλειες της δομής δρουν ως θέσεις συγκέντρωσης τάσεων (Σχήμα 2.2).



Σχήμα 2.2: Συγκέντρωση τάσεων στο άκρο ρωγμής (Wills and Napier-Munn, 2006).

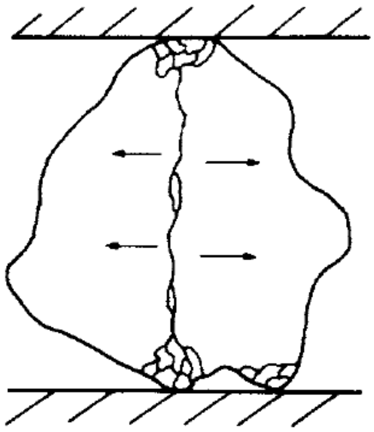
Οι ατέλειες που υπάρχουν στα υλικά έχουν ως αποτέλεσμα οι τιμές της θεωρητικής αντοχής που υπολογίζονται για κάποιο υλικό να είναι πολύ μεγαλύτερες από εκείνες της πραγματικής αντοχής του υλικού (Χρυσουλάκης και Παντελής, 1996).

Ο Inglis (1913) μετά από εξέταση της κατανομής των τάσεων στα σημεία αδυναμίας ενός υλικού λόγω ασυνεχειών, απέδειξε ότι στην περίπτωση της ρωγμής, η αύξηση της τάσης σε μια τέτοια περιοχή είναι ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας του μήκους της ρωγμής, κάθετης στη διεύθυνση της τάσης, σύμφωνα με τη Σχέση (2.1).

$$\sigma = 2 \cdot \left(\frac{c}{r}\right)^{1/2} \qquad \ldots(2.1)$$

Η ρωγμή θεωρείται ελλειπτικού σχήματος με μεγάλο άξονα $2c$ και ακτίνα καμπυλότητας στο άκρο της r. Ως εκ τούτου, υπάρχει μια κρίσιμη τιμή για το μήκος της ρωγμής σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο τάσης, οπότε η αύξηση του επιπέδου της τάσης στο άκρο της θα έχει ως αποτέλεσμα τη ρήξη του ατομικού δεσμού σε εκείνο το σημείο. Μια τέτοια ρήξη του δεσμού θα διευρύνει το μήκος της ρωγμής μέσα στο υλικό με αποτέλεσμα τη θραύση του.

Η κατάτμηση στερεών σωμάτων επιτυγχάνεται κυρίως από δυνάμεις κρούσης, συμπίεσης ή τριβής. Όταν ένα μεμονωμένο τεμάχιο αστοχήσει λόγω συμπίεσης, τότε δημιουργούνται προϊόντα τα οποία ανήκουν σε δύο πληθυσμούς τεμαχίων. Τα μεγαλύτερα τεμάχια τα οποία προκύπτουν λόγω αστοχίας σε εφελκυσμό και τα μικρότερα τεμάχια τα οποία δημιουργούνται από τη συμπίεση κοντά στα σημεία φόρτισης, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.3 (Wills and Napier-Munn, 2006). Όταν στο τεμάχιο ασκηθεί δύναμη κρούσης, τότε λόγω της απότομης πρόσκρουσης αυτό αστοχεί γρήγορα, κυρίως εφελκυστικά και τα προϊόντα τα οποία παράγονται έχουν σχεδόν το ίδιο σχήμα και μέγεθος, ενώ η τριβή έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία πολύ μικρότερων προϊόντων (λεπτομερών) σε σχέση με το μέγεθος του μητρικού τεμαχίου (King, 2001).



Σχήμα 2.3: Αστοχία τεμαχίου από κατάτμηση (Wills and Napier-Munn, 2006).

2.3 Διαστασιακές ιδιότητες

Οι διαστασιακές ιδιότητες ενός κοκκώδους υλικού θεωρείται ότι είναι η μάζα, η επιφάνεια, το μήκος και ο αριθμός των τεμαχίων (Stamboliadis et al., 2011a). Γενικά, όταν ένα υλικό υπόκειται σε κατάτμηση, η συνολική του μάζα παραμένει σταθερή και αυτό το οποίο μεταβάλλεται είναι η κατανομή της μάζας του, η οποία μετατοπίζεται σε λεπτότερα μεγέθη. Αντίθετα, η συνολική επιφάνεια, το συνολικό μήκος και ο συνολικός αριθμός αυξάνονται, όσο η διαδικασία της κατάτμησης εξελίσσεται.

2.3.1 Κατανομή μάζας

Τα πρώτα δεδομένα τα οποία λαμβάνονται από την κοκκομετρική ανάλυση ενός υλικού είναι η κατανομή μάζας. Η κοκκομετρική ανάλυση δίνει το κλάσμα μάζας Δm_i του υλικού το οποίο αντιστοιχεί σε μια προκαθαρισμένη τάξη μεγέθους i, η οποία αντιστοιχεί στη μάζα μεταξύ του ανώτερου μεγέθους x_i και του αμέσως επόμενου μεγέθους x_{i+1}. Συνήθως, η σχέση x_i/x_{i+1} είναι σταθερή και ίση με 2 ή $\sqrt{2}$. Εάν η κοκκομετρική ανάλυση γίνει χρησιμοποιώντας N κόσκινα, τότε η συνολική μάζα του υλικού m θα χωριστεί σε N+1 τάξεις μεγέθους και υπολογίζεται από το άθροισμα των μαζών όλων των τάξεων μεγέθους που χρησιμοποιήθηκαν. Ανάλογα με τον ορισμό, η συνολική μάζα m λαμβάνει την τιμή 1 (Σχέση (2.2)) ή 100 (Σχέση (2.3)).

$$m = \sum_{1}^{N+1} \Delta m_i = 1 \qquad ...(2.2)$$

$$m = \sum_{1}^{N+1} \Delta m_i = 100 \qquad ...(2.3)$$

Κατόπιν τούτου, υπολογίζεται το αθροιστικό κλάσμα μάζας Rm_i το οποίο είναι μεγαλύτερο από το μέγεθος x_i,

$$Rm_i = \sum_{1}^{i} \Delta m_i \qquad ...(2.4)$$

Αντίστοιχα, υπολογίζεται το αθροιστικό κλάσμα μάζας Pm_i το οποίο είναι μικρότερο από το μέγεθος x_i,

$$Pm_i = \sum_{i+1}^{N+1} \Delta m_i \qquad ...(2.5)$$

Επομένως, για κάθε τάξη μεγέθους i, ισχύει η Σχέση (2.6).

$$m = Rm_i + Pm_i \qquad ...(2.6)$$

2.3.1.1 Συναρτήσεις κατανομής μάζας

Τα προϊόντα τα οποία προκύπτουν από την κατάτμηση ενός υλικού, μπορούν να ταξινομηθούν κατά μέγεθος, δηλ. να προσδιοριστεί η κατανομή μάζας τους σε προκαθορισμένες τάξεις μεγέθους. Στη βιβλιογραφία έχει επικρατήσει ο όρος ''κατανομή μεγέθους'' για την απόδοση της κατανομή μάζας σε σχέση με το μέγεθος και γι' αυτό το λόγο ο όρος αυτός χρησιμοποιείται και στην παρούσα διατριβή.

Η γνώση της κατανομής μεγέθους τεμαχίων (Particle Size Distribution-PSD) είναι απαραίτητη στις βιομηχανίες επεξεργασίας υλικών, δεδομένου ότι καθορίζει την ποιότητα του προϊόντος (Zhang et al., 2012; Taşdemir et al., 2011; Ramakrishnan, 2000). Στον Εμπλουτισμό των Μεταλλευμάτων ο προσδιορισμός της κατανομής μεγέθους τεμαχίων μπορεί να αποτελέσει το κλειδί για τη βελτίωση της απόδοσης της διαδικασίας (Xia et al., 2012a; Xia et al., 2012b). Για το λόγο αυτό, έχουν γίνει αρκετές προσπάθειες προκειμένου οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων κατάτμησης να περιγραφούν από μαθηματικές συναρτήσεις (μοντέλα). Οι κυριότερες συναρτήσεις δύο παραμέτρων είναι αυτές των Gates-Gaudin-Schuhmann (*GGS*), Rosin-Rammler (*RR*), λογαριθμοκανονική (*log-normal*) και λογιστική (*logistic*), όπως περιγράφονται από τον Allen (2003). Επίσης, τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί οι μορφοκλασματικές συναρτήσεις κατανομής (fractal size distributions) ως διαφορετικές προσεγγίσεις περιγραφής των κατανομών μεγέθους των υλικών (Ahmed and Drzymala, 2005; Taşdemir, 2009). Είναι γνωστό, ότι οι συναρτήσεις Gates-Gaudin-Schuhmann και Rosin-Rammler είναι κατάλληλες να περιγράψουν τα προϊόντα κατάτμησης μύλων λειοτρίβησης (Wills and Napier-Munn, 2006) και γι' αυτό το λόγο χρησιμοποιούνται στην παρούσα διατριβή.

Η συνάρτηση Gates-Gaudin-Schuhmann περιγράφεται από τη Σχέση (2.7),

$$P = 100 \cdot \left(\frac{x}{x_0}\right)^a \qquad ...(2.7)$$

όπου x είναι το μέγεθος του κοσκίνου, P η αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % από μέγεθος x, x_0 είναι ο συντελεστής μεγέθους (size modulus) που αντιστοιχεί στο μέγιστο μέγεθος τεμαχίου και a είναι ο συντελεστής κατανομής (distribution modulus). Θεωρητικά, μικρές τιμές του α υποδηλώνουν ότι παράγονται περισσότερα λεπτομερή τεμάχια, περισσότερα χονδρομερή και λιγότερα ενδιάμεσου μεγέθους (Lu et al., 2003). Όσο αυξάνεται το α τόσο η κατανομή γίνεται πιο στενή.

Λογαριθμίζοντας τη Σχέση (2.7) προκύπτει η Σχέση (2.8),

$$logP = a \cdot logx + (2 - a \cdot logx_0) \qquad ...(2.8)$$

Η Σχέση (2.8) αποτελεί εξίσωση ευθείας γραμμής σε διάγραμμα με τεταγμένη το log$P$ και τετμημένη το log$x$. Η κλίση της ευθείας είναι ο συντελεστής κατανομής a, ενώ ο συντελεστής μεγέθους x_0 προκύπτει από το σημείο τομής της ευθείας γραμμής όταν P = 100%.

Η συνάρτηση Rosin-Rammler περιγράφεται από τη Σχέση (2.9),

$$P = 100 - 100 \cdot exp\left[-\left(\frac{x}{x'}\right)^{n'}\right] \qquad ...(2.9)$$

όπου x' είναι ο συντελεστής μεγέθους και αντιστοιχεί στο μέγεθος όπου διέρχεται το 63.2% του υλικού και n' είναι ο συντελεστής κατανομής.

Με κατάλληλο μετασχηματισμό της Σχέσης (2.9) και λογαριθμίζοντας δύο φορές προκύπτει η Σχέση (2.10),

$$loglog\frac{100}{100-P} = n' \cdot logx + (logloge - n' \cdot logx') \quad ...(2.10)$$

Η Σχέση (2.10) αποτελεί εξίσωση ευθείας γραμμής σε διάγραμμα με τεταγμένη το loglog(100/(100-P)) και τετμημένη το log$x$. Ο συντελεστής κατανομής n' είναι η κλίση της ευθείας.

2.3.2 Κατανομή αριθμού τεμαχίων

Από την κατανομή μάζας μπορεί να υπολογιστεί η κατανομή του αριθμού τεμαχίων ΔN_i,

(i) θεωρώντας ότι κάθε τεμάχιο τάξης μεγέθους i έχει μέγεθος όσο το γεωμετρικό μέσο μέγεθος d_i αυτής της τάξης μεγέθους,

$$d_i = \sqrt{x_{i-1} \cdot x_i} \quad ...(2.11)$$

(ii) υπολογίζοντας τη μάζα του τεμαχίου m_i που βρίσκεται στην τάξη μεγέθους i,

$$m_i = k \cdot \rho \cdot {d_i}^3 \quad ...(2.12)$$

όπου k ο συντελεστής όγκου σχήματος (k = π/6 για σφαίρα) και ρ η πυκνότητα του υλικού.

Επομένως, ο αριθμός των τεμαχίων ΔN_i σε μια συγκεκριμένη τάξη μεγέθους i υπολογίζεται ως εξής,

$$\Delta N_i = \frac{\Delta m_i}{m_i} \quad ...(2.13)$$

Επίσης, ο συνολικός αριθμός τεμαχίων N υπολογίζεται από τη Σχέση (2.14),

$$N = \sum_{1}^{N+1} \Delta N_i \quad ...(2.14)$$

ενώ, ο αθροιστικός αριθμός RN_i των χονδρότερων τεμαχίων από το μέγεθος x_i δίνεται από τη Σχέση (2.15),

$$R\text{N}_i = \sum_{1}^{i} \Delta\text{N}_i \quad \text{...(2.15)}$$

2.3.3 Κατανομή επιφάνειας

Η εξωτερική επιφάνεια U_i ενός τεμαχίου μεγέθους d_i υπολογίζεται από τη Σχέση (2.16),

$$U_i = f \cdot {d_i}^2 \quad \text{...(2.16)}$$

όπου f είναι ο συντελεστής σχήματος επιφάνειας ($f = \pi$ για σφαίρες).

Οπότε, από την κατανομή αριθμού τεμαχίων ΔN_i της τάξης μεγέθους i μπορεί να υπολογιστεί η συνολική επιφάνεια των τεμαχίων ΔS_i που ανήκουν στην τάξη αυτή,

$$\Delta S_i = \Delta\text{N}_i \cdot U_i \quad \text{...(2.17)}$$

ενώ, η αθροιστική επιφάνεια των τεμαχίων με μέγεθος μεγαλύτερο από το μέγεθος x_i δίνεται από τη Σχέση (2.18),

$$RS_i = \sum_{1}^{i} \Delta S_i \quad \text{...(2.18)}$$

2.3.3.1 Υπολογισμός ειδικής επιφάνειας

Η ειδική επιφάνεια ενός κοκκώδους υλικού αποτελεί δείκτη της λεπτότητας του υλικού και μπορεί να υπολογιστεί είτε από την κοκκομετρική του ανάλυση, με χρήση κοσκίνων (για χονδρομερή τεμάχια) ή με χρήση κοκκομετρικού αναλυτή Laser (για λεπτομερή τεμάχια), είτε με τη μέθοδο προσρόφησης αερίων (B.E.T.). Για μη πορώδη υλικά οι δύο μέθοδοι ουσιαστικά θα πρέπει να δίνουν συγκρίσιμα αποτελέσματα, όμως για υλικά με ανοιχτό πορώδες η μέθοδος B.E.T. δίνει πολύ μεγαλύτερη ειδική επιφάνεια σε σύγκριση με αυτή που προκύπτει από την κοκκομετρική ανάλυση. Ωστόσο, εάν η έρευνα επικεντρώνεται στη σύνδεση της κοκκομετρίας ενός κοκκώδους υλικού με την ειδική του επιφάνεια, τότε πρέπει να επιλέγεται αυτή που προκύπτει από την κοκκομετρική του ανάλυση (Stamboliadis et al., 2009). Στη συνέχεια αναλύεται ο υπολογισμός της ειδικής επιφάνειας ενός υλικού από την κοκκομετρική του ανάλυση με χρήση κοσκίνων.

Ειδική επιφάνεια u_i ενός τεμαχίου ορίζεται ως η σχέση της εξωτερικής του επιφάνειας προς τη μάζα του και είναι αντιστρόφως ανάλογη του μεγέθους του,

$$u_i = \frac{U_i}{m_i} = \frac{f \cdot {d_i}^2}{k \cdot \rho \cdot {d_i}^3} = \frac{f}{k} \cdot \frac{1}{\rho \cdot d_i} \qquad ...(2.19)$$

Αντίστοιχα, η ειδική επιφάνεια Δs ενός υλικού, αποτελούμενο από τεμάχια διαφόρων μεγεθών, υπολογίζεται από το λόγο της συνολικής επιφάνειας προς τη συνολική μάζα του υλικού.

Η ειδική επιφάνεια Δs_i τεμαχίων τα οποία ανήκουν στην τάξη μεγέθους i είναι ίση με την ειδική επιφάνεια του μέσου μεγέθους των τεμαχίων και δίνεται από τη Σχέση (2.20),

$$\Delta s_i = \frac{\Delta S_i}{\Delta m_i} \qquad ...(2.20)$$

2.3.4 Κατανομή μήκους τεμαχίων

Εάν θεωρήσουμε ότι το μήκος ενός τεμαχίου τάξης μεγέθους i είναι ίσο με το μέσο μέγεθος d_i αυτής της τάξης μεγέθους, τότε το συνολικό μήκος ΔL_i των τεμαχίων θα είναι,

$$\Delta L_i = d_i \cdot \Delta \mathrm{N}_i \qquad ...(2.21)$$

ενώ, το αθροιστικό μήκος L_i των τεμαχίων με μέγεθος μεγαλύτερο από το μέγεθος x_i προκύπτει από τη Σχέση (2.22),

$$L_i = \sum_{1}^{i} \Delta L_i \qquad ...(2.22)$$

2.4 Σχέσεις ενέργειας-μεγέθους τεμαχίων

Οι θεμελιώδεις θεωρίες οι οποίες περιγράφουν τη σχέση ενέργειας και μεγέθους τεμαχίων κατά την κατάτμηση είναι των Rittinger (1867), Kick (1885) και Bond (1952). Οι θεωρίες αυτές δεν ανταποκρίνονται σε κάποιο συγκεκριμένο μηχανισμό κατάτμησης και κάθε μια προσεγγίζει συγκεκριμένα μεγέθη και μηχανές κατάτμησης. Σύμφωνα με τον Hukki (1961) η θεωρία του Kick εφαρμόζεται για μεγάλα τεμάχια, του Rittinger για μικρά και του Bond για ενδιάμεσου μεγέθους τεμάχια. Ο Stamboliadis (2005) εξήγησε ότι όταν η κατάτμηση γίνεται σε μεγέθη μεγαλύτερα των κρυστάλλων ισχύει ο νόμος Kick, όταν γίνεται σε μικρά μεγέθη ισχύει ο νόμος του Rittinger, ενώ όταν η κατάτμηση γίνεται στα όρια των κρυστάλλων ισχύει ο νόμος του Bond. Σε μια προσπάθεια περιγραφής του φαινόμενου της κατάτμησης, από μια γενικότερη θεωρία που να περιλαμβάνει τις παραπάνω θεωρίες ως μερικές περιπτώσεις, οι Walker και Shaw (1954) πρότειναν την ακόλουθη διαφορική εξίσωση (Σχέση (2.23)). Σύμφωνα με την εξίσωση αυτή η ενέργεια η οποία απαιτείται για μια απειροελάχιστη μεταβολή του μεγέθους ενός τεμαχίου είναι ανάλογη της μεταβολής του μεγέθους και αντιστρόφως ανάλογη του μεγέθους υψωμένο σε μια δύναμη m.

$$d\varepsilon = -C \cdot \frac{dx}{x^m} \qquad \text{...(2.23)}$$

όπου $d\varepsilon$ η απειροελάχιστη μεταβολή της ειδικής ενέργειας που απαιτείται για να προκληθεί απειροελάχιστη μεταβολή του μεγέθους κατά dx σε ένα τεμάχιο μεγέθους x και C και m σταθερές. Εάν η σταθερά m πάρει τις τιμές 1, 1.5 ή 2 τότε προκύπτουν οι θεωρίες των Kick, Bond and Rittinger, αντίστοιχα.

Όλες οι παραπάνω προσεγγίσεις θεωρούν ότι το προϊόν της κατάτμησης ενός τεμαχίου μεγέθους x είναι ένα μικρότερο τεμάχιο μεγέθους x-dx, χωρίς να γίνεται αναφορά για τον πληθυσμό των τεμαχίων.

Πρώτος ο Charles (1957) πρότεινε τη Σχέση (2.24) θεωρώντας ότι οι κοκκομετρικές κατανομές της τροφοδοσίας και του προϊόντος κατάτμησης μπορούν να περιγραφούν από τη συνάρτηση Gates-Gaudin-Schuhmann (*GGS*).

$$\varepsilon = \frac{C \cdot a}{(m-1) \cdot (1 - m + \alpha)} \cdot {x_0}^{1-m} \qquad \text{...(2.24)}$$

όπου a και x_0 οι συντελεστές κατανομής και μεγέθους, αντίστοιχα, της συνάρτησης *GGS*.

Παρόλο που η Σχέση (2.24) του Charles αποτελεί μια βελτιωμένη προσέγγιση της σχέσης ενέργειας – μεγέθους τεμαχίου, εντούτοις βασίζεται στη Σχέση (2.23), όπου όπως προαναφέρθηκε, δεν ανταποκρίνεται σε κάποιο φυσικό μηχανισμό κατάτμησης.

Ο Σταμπολιάδης (1996 & 2000) σε μια προσπάθεια περιγραφής της διεργασίας κατάτμησης με μαθηματικές εξισώσεις που να ανταποκρίνονται σε έναν πρότυπο φυσικό μηχανισμό, πρότεινε ένα νέο μοντέλο κατάτμησης που βασίζεται στις ακόλουθες παραδοχές: (i) όταν σε ένα τεμάχιο εφαρμοστεί μια δύναμη η οποία υπερνικά τις δυνάμεις συνοχής του, τότε αυτό θραύεται σε μικρότερα τεμάχια τα οποία όλα μαζί διατηρούν την αρχική μάζα, (ii) ο τύπος της κατανομής μεγέθους των παραγομένων τεμαχίων παραμένει σταθερός σε όλα τα στάδια κατάτμησης και (iii) η ενέργεια που απαιτείται για την παραγωγή ενός νέου τεμαχίου εξαρτάται από την επιφάνειά του υψωμένη σε μια δύναμη n. Το προτεινόμενο μοντέλο περιγράφεται από τις Σχέσεις (2.25) και (2.26).

$$\varepsilon = A \cdot \frac{a}{(2 \cdot n - 3 + a)} \cdot {x_0}^{2 \cdot n - 3} \qquad \text{για} \quad 2 \cdot n - 3 + a \neq 0 \qquad \text{...(2.25)}$$

$$\varepsilon = A \cdot \frac{ln{x_0}^a}{{x_0}^a} \qquad \text{για} \quad 2 \cdot n - 3 + a = 0. \qquad \text{...(2.26)}$$

Εάν ο εκθέτης n πάρει την τιμή 1.5, 1.25 ή 1, οι εξισώσεις περιγράφουν τις θεωρίες των Kick, Bond και Rittinger, αντίστοιχα.

Στην επιστημονική βιβλιογραφία έχουν προταθεί πολλές επιπλέον σχέσεις ενέργειας και μεγέθους τεμαχίων για το σχεδιασμό κυκλωμάτων λειοτρίβησης (Turner, 1982; Morrell, 1996), αλλά τα αποτελέσματα δεν ήταν πάντοτε ακριβή. Γενικότερα, οι σχέσεις αυτές δεν καθόριζαν σαφώς την επίδραση του μεγέθους τροφοδοσίας στην κατανάλωση της ενέργειας σε μύλους λειοτρίβησης. Ορισμένοι παράγοντες, όπως το μέγεθος της αρχικής τροφοδοσίας ενός υλικού καθώς και ο τύπος του υλικού, μπορεί να έχουν σημαντική επίδραση στην κατανάλωση της ενέργειας και επομένως στην απόδοση της διαδικασίας. Μια αξιοσημείωτη εξαίρεση αποτελεί η σχέση που προτείνει ο Morrell (2008), όπου συνδέει την καταναλισκόμενη ειδική ενέργεια με το μέγεθος της τροφοδοσίας $x_1(80)$ και προϊόντος $x_2(80)$. Ωστόσο, η παραδοχή ότι η κατανομή μεγέθους τεμαχίων μπορεί να αποδοθεί από ένα σημείο, $x_1(80)$ ή $x_2(80)$, αποτελεί μειονέκτημα, δεδομένου ότι από ένα μόνο σημείο μπορεί να προκύψουν πολλές διαφορετικές κατανομές. Επιπλέον, ο Kapur (1972) έδειξε ότι ο τύπος της κατανομής ενός υλικού ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην ανάπτυξη σχέσεων ενέργειας-μεγέθους τεμαχίου παραμένει παρόμοιος (self-similar) στα διάφορα στάδια λειοτρίβησης. Ωστόσο, έχει βρεθεί ότι η ομοιότητα αυτή δεν ισχύει σε περιπτώσεις όπου η λειοτρίβηση γίνεται υπό μη ομαλές συνθήκες (Bilgili, 2007).

2.5 Μαθηματικά μοντέλα κατάτμησης

Οι σχέσεις ενέργειας – μεγέθους τεμαχίων, που περιγράφηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, μπορούν να θεωρηθούν ότι αποτελούν απλουστευμένες εμπειρικές εξισώσεις που δεν είναι σε θέση να δώσουν επαρκείς πληροφορίες για την προσομοίωση της διαδικασίας κατάτμησης.

Στους μύλους λειοτρίβησης, για παράδειγμα, η διαδικασία ελάττωσης του μεγέθους επιτυγχάνεται μέσω επαναλαμβανόμενων ενεργειών θραύσης. Η μοντελοποίηση ενός τέτοιου μηχανισμού απαιτεί μια σε βάθος κατανόηση της ίδιας της διαδικασίας της λειοτρίβησης. Επομένως, κρίθηκε απαραίτητο από τους επιστήμονες να δημιουργηθεί ένα μαθηματικό μοντέλο το οποίο να προβλέπει την κατανομή μεγέθους του προϊόντος σε συνάρτηση με την αρχική τροφοδοσία, την ενέργεια που καταναλώνεται, όπως επίσης και με τις μεταβλητές λειτουργίας του μύλου (Fuerstenau et al., 2011).

Η μηχανιστική προσέγγιση η οποία αναπτύχθηκε και βασιζόταν στην αναγνώριση φυσικών συμβάντων κατά τη διάρκεια της κατάτμησης σε μηχανές, βρέθηκε να περιγράφει περισσότερο ικανοποιητικά και ευέλικτα τη διαδικασία αυτή (Gardner and Austin, 1962; Rajamani and Guo, 1992; Bilgili and Scarlett, 2005). Η μηχανιστική προσέγγιση περιλαμβάνει (i) το μοντέλο πίνακα και (ii) το κινητικό μοντέλο.

Στο μοντέλο πίνακα, η κατάτμηση θεωρείται ότι αποτελείται από διαδοχικά συμβάντα θραύσης, όπου το προϊόν κάθε συμβάντος αποτελεί την τροφοδοσία του επομένου. Όσο μεγαλύτερη είναι η διάρκεια της κατάτμησης, τόσο μεγαλύτερος είναι και ο αριθμός των συμβάντων θραύσης. Στο κινητικό μοντέλο, η κατάτμηση θεωρείται ως μια συνεχής διεργασία και όσο μεγαλύτερη είναι η περίοδος της κατάτμησης τόσο μεγαλύτερη μείωση του μεγέθους του υλικού επιτυγχάνεται.

2.5.1 Μοντέλο πίνακα

Η κατάτμηση ενός υλικού σε μηχανές, είναι μια πολύπλοκη διεργασία η οποία δεν μπορεί να αναλυθεί από ένα μόνο συμβάν θραύσης. Είναι απαραίτητη η διαίρεση της διεργασίας της κατάτμησης σε επιμέρους ενότητες και ο καθορισμός των λειτουργιών σε κάθε μια από αυτές. Πρώτος ο Epstein (1948) θεώρησε ότι η διεργασία αυτή αποτελείται από διαδοχικά στάδια ή συμβάντα (events) θραύσης και κάθε ένα από αυτά βασίζεται σε δύο βασικές λειτουργίες (i) την πιθανότητα που έχει το υλικό συγκεκριμένου μεγέθους να αστοχήσει και (ii) την κατανομή μεγέθους του προϊόντος σε κάθε συμβάν. Οι Broadbent and Callcott (1956) εφάρμοσαν για πρώτη φορά τη διεργασία της κατάτμησης σε μορφή πινάκων, βασιζόμενοι στην αρχική θεώρηση του Epstein. Στο μοντέλο πίνακα, οι κατανομές μεγέθους της τροφοδοσίας και των προϊόντων μιας τέτοιας διεργασίας μπορούν να προσδιοριστούν χωρίζοντας το υλικό σε προκαθορισμένες τάξεις μεγέθους (Lynch, 1977).

Τα προϊόντα $p_{i,j}$ τα οποία λαμβάνονται από μια αρχική τροφοδοσία f_j μπορούν να γραφούν με τη μορφή,

$$p_{i,j} = X_{i,j} \cdot f_j \qquad ...(2.27)$$

όπου i αναφέρεται στην τάξη μεγέθους που εμφανίζεται το κάθε στοιχείο και j στην τάξη μεγέθους της τροφοδοσίας από την οποία προήλθε. Το $X_{i,j}$ αναφέρεται στο κλάσμα μάζας των τεμαχίων μεγέθους j της αρχικής τροφοδοσίας τα οποία παρέμειναν στην τάξη μεγέθους i στο προϊόν.

Εάν η τροφοδοσία $\dot{f}$ και τα προϊόντα $\dot{p}$ παρασταθούν με πίνακες n x 1 και το $\dot{X}$ με πίνακα n x n, τότε η διαδικασία της κατάτμησης μπορεί να περιγραφεί από την απλή εξίσωση πίνακα,

$$\dot{p} = \dot{X} \cdot \dot{f} \qquad ...(2.28)$$

Τα τεμάχια όλων των τάξεων μεγέθους τα οποία υπόκεινται σε κατάτμηση έχουν κάποια πιθανότητα να θραυστούν και αυτή η πιθανότητα μπορεί να αλλάζει με το μέγεθος του τεμαχίου. Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας κατάτμησης ένα μέρος των τεμαχίων κάθε τάξης μεγέθους επιλέγεται για θραύση, ενώ το υπόλοιπο παραμένει άθραυστο. Εάν S_i είναι το κλάσμα των τεμαχίων της τάξης μεγέθους i το οποίο επιλέγεται για θραύση, τότε το γινόμενο $S_i \cdot f_i$ δίνει τη μάζα των τεμαχίων της τάξης μεγέθους i η οποία επιλέγεται για θραύση. Επομένως, η υπόλοιπη μάζα αυτής της τάξης μεγέθους που δε θραύεται είναι $(1- S_i) \cdot f_i$. Τελικά, η συνολική μάζα των τεμαχίων που επιλέγεται για θραύση ή όχι μπορεί να υπολογιστεί από τους πίνακες $\dot{S} \cdot \dot{f}$ και $(I - \dot{S}) \cdot \dot{f}$, αντίστοιχα.

Η εξίσωση της διεργασίας κατάτμησης μπορεί να προσδιοριστεί μόνο εφόσον γνωρίζουμε πόση από τη συνολική μάζα που επιλέχθηκε για θραύση τελικά θραύεται.

Χρησιμοποιώντας στη θέση του Ẋ τον πίνακα Ḃ, η διεργασία της κατάτμησης περιγράφεται από την ακόλουθη εξίσωση,

$$\dot{p} = \dot{B} \cdot \dot{S} \cdot \dot{f} + (I - \dot{S}) \cdot \dot{f} \qquad \text{...(2.29)}$$

ή

$$\dot{p} = \left(\dot{B} \cdot \dot{S} + I - \dot{S}\right) \cdot \dot{f} \qquad \text{...(2.30)}$$

όπου Ḃ, Ṡ και I είναι ο πίνακας της συνάρτησης θραύσης (breakage function), της συνάρτησης επιλογής (selection function) και I ο μοναδιαίος πίνακας, αντίστοιχα. Οι συμβολισμοί των πινάκων παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.4.

$$\dot{B}=\begin{pmatrix} b_{1,1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ b_{1,2} & b_{2,2} & 0 & \dots & 0 \\ b_{1,3} & b_{2,3} & b_{3,3} & \dots & 0 \\ . & . & . & \dots & 0 \\ . & . & . & \dots & 0 \\ . & . & . & \dots & 0 \\ b_{1,n} & b_{2,n} & b_{3,n} & \dots & b_{n,n} \end{pmatrix} \quad \dot{S}=\begin{pmatrix} S_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & S_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & S_3 & \dots & 0 \\ . & . & . & \dots & 0 \\ . & . & . & \dots & 0 \\ . & . & . & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & S_n \end{pmatrix} \quad I=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ . & . & . & \dots & 0 \\ . & . & . & \dots & 0 \\ . & . & . & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Σχήμα 2.4: Συμβολισμός πίνακα συνάρτησης θραύσης, συνάρτησης επιλογής και μοναδιαίου.

όπου $b_{i,j}$ το κλάσμα μάζας μεγέθους j, το οποίο παρέμεινε στην τάξη μεγέθους i (Lynch, 1977; Austin et al., 1984; Deniz, 2014).

Οι Broadbent and Callcott (1956) κατέληξαν ότι η παρακάτω Σχέση (2.31) μπορεί να περιγράψει τη διαδικασία της κατάτμησης μετά από u συμβάντα θραύσης,

$$\dot{p} = \left(\dot{B} \cdot \dot{S} + I - \dot{S}\right)^{u} \cdot \dot{f} \qquad \text{...(2.31)}$$

Επίσης, οι ίδιοι ερευνητές διατύπωσαν ότι μια τροποποιημένη μορφή της συνάρτησης Rosin-Rammler μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να περιγράψει την κατανομή μεγέθους τεμαχίων, μετά από την κατάτμηση ενός υλικού,

$$B_{i,j} = \left(1 - e^{-i/j}\right)/\left(1 - e^{-1}\right) \qquad \text{...(2.32)}$$

όπου $B_{i,j}$ είναι το κλάσμα μάζας αρχικού μεγέθους j, το οποίο διέρχεται από το μέγεθος i μετά από θραύση.

Η εφαρμογή της Σχέσης (2.31) στην προσομοίωση κυκλωμάτων σε σφαιρόμυλο προϋποθέτει τις ακόλουθες προσεγγίσεις: (i) η Σχέση (2.32) είναι εφαρμόσιμη, (ii) το στοιχείο 1,1 του πίνακα Ṡ λαμβάνει την τιμή 1.0 και (iii) (η παροχή της τροφοδοσίας)·

(τον αριθμό των συμβάντων θραύσης) = (σταθερός αριθμός, MC). Το MC ορίζει τη σταθερά του μύλου (Mill Constant).

Εάν οι κατανομές μεγέθους της τροφοδοσίας και του προϊόντος είναι γνωστές, για μια συγκεκριμένη παροχή τροφοδοσίας, τα στοιχεία του πίνακα Ṡ και η τιμή της σταθεράς MC μπορούν να υπολογιστούν με εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων. Με βάση τα στοιχεία αυτά, μπορεί να υπολογιστεί το προϊόν για οποιαδήποτε αλλαγή στην παροχή της τροφοδοσίας ή στην κατανομή μεγέθους της τροφοδοσίας, με χρήση της Σχέσης (2.31).

2.5.2 Κινητικό μοντέλο – Μοντέλο ισοζυγίου πληθυσμού

Κατά τη διάρκεια των τελευταίων δεκαετιών, σημαντική έρευνα έχει γίνει για τη βελτιστοποίηση της κατανάλωσης ενέργειας σε μύλους λειοτρίβησης, χρησιμοποιώντας ένα κινητικό μοντέλο που βασίζεται σε εκτιμήσεις ισορροπίας του πληθυσμού των τεμαχίων. Το μοντέλο ισοζυγίου πληθυσμού (Population Balance Model – PBM) βασίζεται σε δύο συναρτήσεις, (i) τη συνάρτηση επιλογής (selection function) ή ρυθμό θραύσης (breakage rate) και (ii) τη συνάρτηση θραύσης - breakage function (Herbst and Fuerstenau, 1980; Austin et al., 1984). Αυτές οι συναρτήσεις προσδιορίζουν τη θεμελιώδη εξίσωση ισορροπίας μεγέθους – μάζας, σε πλήρους ανάμιξης λειοτριβήσεις σε παρτίδες (batch grinding). Πολλοί ερευνητές έχουν επισημάνει τα πλεονεκτήματα της εξίσωσης αυτής (Ipek and Göktepe, 2011; Wang et al., 2011; Gupta and Sharma, 2014), ενώ η επέκτασή της από τα εργαστηριακά δεδομένα σε μύλους μεγαλύτερης κλίμακας, έχει επίσης εξεταστεί σε μια σειρά ερευνητικών εργασιών (Fuerstenau et al., 2003; Deniz, 2013).

Θεωρούμε ένα υλικό μάζας M σε ένα μύλο λειοτρίβησης το οποίο το χωρίζουμε σε N+1 τάξεις μεγέθους, ξεκινώντας από την 1 και καταλήγοντας στη N+1. Κάθε τάξη μεγέθους i αποτελείται από ένα ανώτερο μέγεθος x_i και ένα κατώτερο μέγεθος x_{i+1} και χαρακτηρίζεται από το δείκτη του ανώτερου μεγέθους του. Εάν μετά από χρόνο t λειοτρίβησης η τάξη μεγέθους i έχει μάζα m_i(t), τότε η θεμελιώδης εξίσωση ισορροπίας μεγέθους – μάζας εκφράζεται με την ακόλουθη μορφή:

$$\frac{d[m_i(t)M]}{dt} = -S_i m_i(t)M + \sum_{j=1}^{i-1} b_{i,j}\, S_j m_j(t)M \qquad \text{...(2.33)}$$

όπου S_i είναι ο ρυθμός θραύσης των τεμαχίων της τάξης μεγέθους i και $b_{i,j}$ είναι το κλάσμα μάζας των τεμαχίων αρχικού μεγέθους j τα οποία παρέμειναν στην τάξη μεγέθους i, μετά τη θραύση. Έτσι, $b_{2,1}$ είναι το κλάσμα μάζας το οποίο προέρχεται από τη θραύση μεγέθους 1 και το οποίο περέμεινε στο μέγεθος 2 κλπ. Η Σχέση (2.33) ορίζει ότι, ο ρυθμός παραγωγής της τάξης μεγέθους i είναι ίσος με το άθροισμα του ρυθμού εμφάνισης της τάξης μεγέθους i που παράχθηκε από τη θραύση της μεγαλύτερης τάξης μεγέθους j, μείον τον ρυθμό εξαφάνισης της τάξης μεγέθους i σε μικρότερες τάξεις μεγέθους.

Ένα σύνολο $N+1$ διαφορικών εξισώσεων, για όλες τις τάξεις μεγέθους που έχουν επιλεχθεί, περιγράφει τη συνολική διαδικασία της λειοτρίβησης, η αναλυτική επίλυση της οποίας έχει αναπτυχθεί από τον Reid (1965) και αργότερα μέσω της προσέγγισης των Nakajima and Tanaka (1973).

2.6 Ρυθμός θραύσης

Από τη θεμελιώδη εξίσωση ισορροπίας μεγέθους – μάζας, εάν θεωρήσουμε ότι όλο το υλικό μάζας M έχει μέγεθος i, τότε ο ρυθμός θραύσης του μεγέθους αυτού ακολουθεί διαφορική εξίσωση πρώτης τάξεως (Austin and Luckie, 1972; Klimpel and Austin, 1977; Deniz, 2013) και μπορεί να περιγραφεί από τη Σχέση (2.34),

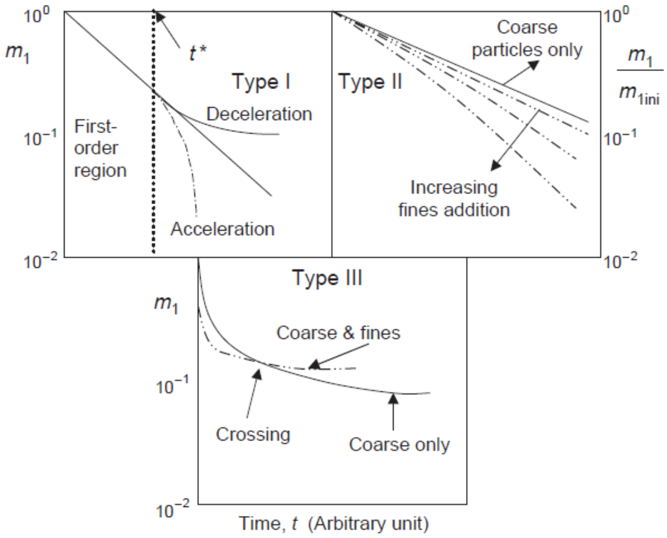
$$\frac{d[m_i(t)]}{dt} = -S_i m_i(t) \qquad \text{...(2.34)}$$

όπου S_i ο ρυθμός θραύσης της τάξης μεγέθους i και $m_i(t)$ το κλάσμα μάζας του υλικού μεγέθους i μετά από χρόνο λειοτρίβησης t.

Έχει επαληθευτεί από πολλούς ερευνητές (Herbst and Fuertenau, 1973; Gupta, 1986) ότι ο ρυθμός θραύσης είναι ανεξάρτητος του χρόνου. Οπότε, η ολοκλήρωση της Σχέσης (2.34) θα δώσει την ακόλουθη Σχέση (2.35),

$$log\left[\frac{m_i(t)}{m_i(0)}\right] = \frac{-S_i \cdot t}{2.3} \qquad \text{...(2.35)}$$

όπου $m_i(0)$ είναι το κλάσμα μάζας της τάξης μεγέθους i σε χρόνο 0. Από τη Σχέση (2.35) είναι φανερό ότι από τη γραφική παράσταση του λόγου $m_i(t)/m_i(0)$ σε συνάρτηση με το χρόνο t, σε ημι-λογαριθμική κλίμακα, προκύπτει ευθεία γραμμή και το S_i (min^{-1}) υπολογίζεται από την κλίση της ευθείας.



Σχήμα 2.5: Οι τρεις τύποι απόκλισης (I, II και III) του ρυθμού θραύσης από την εξίσωση πρώτης τάξεως, σύμφωνα με τους Bilgili and Scarlett (2005).

Ωστόσο, η απόκλιση του ρυθμού θραύσης από την εξίσωση πρώτης τάξεως έχει απασχολήσει αρκετούς ερευνητές (Austin and Bagga, 1981; Austin et al., 1981). Οι ίδιοι ερευνητές διαπίστωσαν ότι ο ρυθμός θραύσης μειώνεται όσο προχωρά η λειοτρίβηση, λόγω της συσσώρευσης των λεπτομερών τεμαχίων. Αντίθετα, οι Gupta and Kapur (1974) και οι Herbst and Fuerstenau (1973 & 1980) έδειξαν ότι όταν οι συνθήκες λειτουργίας της ξηρής λειοτρίβησης σε σφαιρόμυλο είναι σταθερές, ο ρυθμός θραύσης παραμένει σταθερός και ανεξάρτητος από το χρόνο λειοτρίβησης ή το μέγεθος του υλικού. Οι Rajamani and Guo (1992) έκαναν δοκιμές υγρής λειοτρίβησης ασβεστολίθου και εξέτασαν την απόκλιση του ρυθμού θραύσης από την εξίσωση πρώτης τάξεως σε όλες τις τάξεις μεγέθους που χρησιμοποίησαν. Χρησιμοποιώντας την G – H μέθοδο που έχει προτείνει ο Kapur (1970) παρατήρησαν ότι ο ρυθμός θραύσης αυξανόταν ή μειωνόταν με το χρόνο για όλες τις τάξεις μεγέθους και αυτή η διαφοροποίηση εξαρτιόταν από την κατανομή μεγέθους της αρχικής τροφοδοσίας. Οι Fuerstenau et al. (1990) εξέτασαν το ρυθμό θραύσης χονδρομερούς κλάσματος 10x14 mesh (-1.7+1.18 mm) ασβεστόλιθου μαζί με λεπτομερές υλικό -100 mesh (-150 μm) μετά από δοκιμές ξηρής λειοτρίβησης σε σφαιρόμυλο. Κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι όσο η περιεκτικότητα του λεπτομερούς υλικού αυξάνεται στο μύλο τόσο και ο ρυθμός θραύσης του χονδρομερούς κλάσματος αυξάνεται. Ανάλογα συμπεράσματα έβγαλαν και οι Fuerstenau and Abouzeid (1991) σε δοκιμές ξηρής λειοτρίβησης δολομίτη και χαλαζία. Οι Bilgili and Scarlett (2005) περιέγραψαν με μεγαλύτερη λεπτομέρεια τις διαφορετικές προσεγγίσεις και κατηγοριοποίησαν τα πειραματικά αποτελέσματα σε τρεις τύπους (τύπος I, II και III). Σύμφωνα με αυτούς, η απόκλιση του ρυθμού θραύσης από την ευθεία γραμμή επέρχεται μετά από χρόνο t>t*, όπου ο χρόνος t* εξαρτάται από τον τύπο του μύλου, τις συνθήκες (υγρή ή ξηρή λειοτρίβηση) καθώς και τις ιδιότητες του υλικού που λειοτριβείται. Στην πράξη όταν ο χρόνος t* είναι μεγάλος τότε η εξίσωση πρώτης τάξεως μπορεί να χρησιμοποιηθεί επιτυχώς στην εξήγηση της διαδικασίας της λειοτρίβησης. Οι τρεις τύποι απόκλισης παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.5.

Οι Herbst and Fuerstenau (1973 & 1980) μετά από σειρές δοκιμών που έκαναν σε διάφορες συνθήκες λειτουργίας διαφορετικών διαμέτρων μύλων, κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι ο ρυθμός θραύσης S_i είναι ανάλογος της ειδικής ισχύος (ισχύς ανά μονάδα μάζας του υλικού) των μύλων (P_m/m), σύμφωνα με τη Σχέση (2.36),

$$S_i = S_i^E \cdot \frac{P_m}{m} \qquad \text{...(2.36)}$$

όπου P_m και m είναι η ισχύς του μύλου και η μάζα του υλικού στο μύλο, αντίστοιχα, S_i^E είναι μια σταθερά (t/kWh), ανεξάρτητη του μύλου και των συνθηκών λειοτρίβησης. Για ασυνεχούς λειτουργίας μύλους, η ισχύς παραμένει σταθερή και η ειδική ενέργεια ε που καταναλώνεται μετά από χρόνο t λειοτρίβησης, δίνεται από τη Σχέση (2.37),

$$\varepsilon = \frac{P_m \cdot t}{m} \qquad \text{...(2.37)}$$

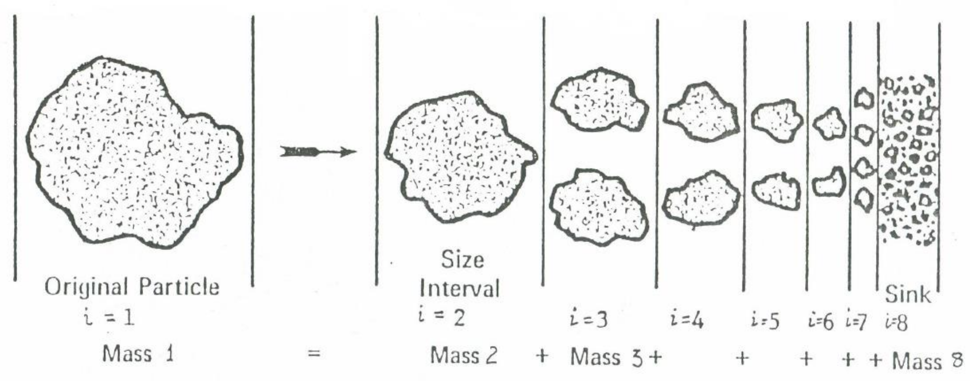
Εάν αντικαταστήσουμε τις Σχέσεις (2.36) και (2.37) στη Σχέση (2.35), τότε προκύπτει η εναλλακτική της μορφή (Σχέση (2.38)),

$$log\left[\frac{m_i(t)}{m_i(0)}\right] = \frac{-S_i^E \cdot \varepsilon}{2.3} \qquad \text{...(2.38)}$$

Η Σχέση (2.38) δείχνει ότι η κινητική της μείωσης του μεγέθους ενός υλικού μπορεί να αναλυθεί σε σχέση με την ειδική ενέργεια ε, αντί του χρόνου t, κάτι το οποίο είναι πολύ χρήσιμο στην επέκταση σε μεγαλύτερης κλίμακας μύλους και στη σύγκριση με άλλα συστήματα κατάτμησης.

2.7 Συνάρτηση θραύσης

Η συνάρτηση θραύσης χρησιμοποιείται για να περιγράψει την κατανομή μεγέθους των προϊόντων που παράγονται κατά την κατάτμηση ενός υλικού. Εάν θεωρήσουμε ότι ένα μητρικό τεμάχιο, το οποίο βρίσκεται σε ένα μύλο, αστοχήσει λόγω δυνάμεων που ασκήθηκαν σε αυτό, τότε το προϊόν που παράγεται θα συνίσταται από μικρότερα τεμάχια διαφορετικών μεγεθών. Εάν χωρίσουμε το υλικό σε προκαθορισμένες τάξεις μεγέθους, τότε η κατανομή μάζας του υλικού για κάθε τάξη μεγέθους δίνει μια πλήρη περιγραφή του προϊόντος (Σχήμα 2.6).



Σχήμα 2.6: Κατανομή μάζας για κάθε τάξη μεγέθους, μετά από λειοτρίβηση (Austin et al., 1984).

Η συνάρτηση θραύσης συνήθως παρουσιάζεται με την αθροιστική της μορφή $B_{i,j}$ (αθροιστική συνάρτηση θραύσης),

$$B_{i,j} = \sum_{k=n}^{i} b_{k,j} \qquad ...(2.39)$$

όπου $b_{i,j}=B_{i,j}-B_{i+1,j}$

Οι Austin and Bagga (1981) έδειξαν ότι για μικρούς χρόνους λειοτρίβησης οι τιμές των $B_{i,j}$ μπορούν να υπολογιστούν από την ανάλυση των προϊόντων, χρησιμοποιώντας ως αρχική τροφοδοσία ένα στενό κοκκομετρικό κλάσμα μεγέθους *j*. Η προτεινόμενη μέθοδος είναι γνωστή και ως BII μέθοδος (the one size fraction BII method),

$$B_{i,j} = \frac{log[(1-P_i(0))/(1-P_i(t))]}{log\left[\left(1-P_{j+1}(0)\right)/(1-P_{j+1}\,(t))\right]} \qquad ...(2.40)$$

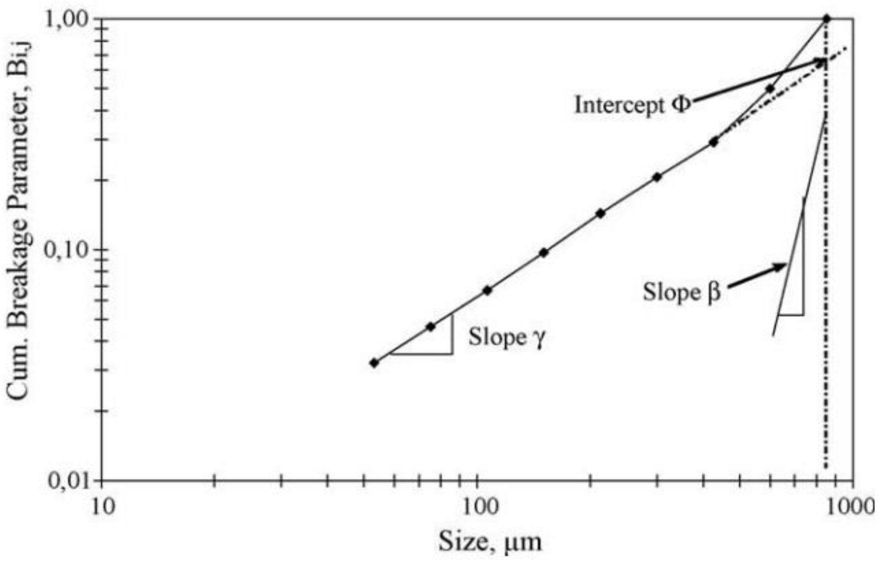
όπου P_i(t) το κλάσμα μάζας μεγέθους μικρότερου από x_i, μετά από χρόνο *t*.

Η Σχέση (2.40) προϋποθέτει ότι μόνο ένα μικρό ποσοστό των τεμαχίων ξαναεπιλέγεται για περαιτέρω λειοτρίβηση θραύση και για το λόγο αυτό η BII μέθοδος εφαρμόζεται για μικρούς χρόνους λειοτρίβησης. Η εμπειρία έχει δείξει ότι καλά αποτελέσματα λαμβάνονται σε τέτοιο χρόνο λειοτρίβησης όπου το 20%-30% του υλικού διέρχεται από το αρχικό μέγεθος *j* (Austin et al., 1984).

Η αθροιστική συνάρτηση θραύσης $B_{i,j}$ μπορεί επίσης να περιγραφεί από την παρακάτω εμπειρική φόρμουλα (Σχέση (2.41)) η οποία αποτελεί το άθροισμα δύο ευθειών γραμμών σε λογαριθμική κλίμακα (Austin and Luckie, 1972),

$$B_{i,j} = \Phi_j \cdot \left(\frac{x_{i-1}}{x_j}\right)^{\gamma} + (1 - \Phi_j) \cdot \left(\frac{x_{i-1}}{x_j}\right)^{\beta} \quad \text{...(2.41)}$$

όπου x_j είναι το μέγιστο μέγεθος τεμαχίων, γ είναι η κλίση της κατώτερης ευθείας που δημιουργεί η καμπύλη, β είναι η κλίση του ανώτερου μέρους της καμπύλης και Φ_j είναι το σημείο τομής της κατώτερης ευθείας στο μέγιστο μέγεθος, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.7.



Σχήμα 2.7: Αθροιστική συνάρτηση θραύσης σε συνάρτηση με το μέγεθος (Ipek et al., 2005).

Οι τιμές της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης είναι κανονικοποιημένες εάν είναι ανεξάρτητες του αρχικού μεγέθους τροφοδοσίας (dimensionally normalizable). Αυτό σημαίνει ότι οι αντίστοιχες καμπύλες του Σχήματος 2.7, οι οποίες προκύπτουν για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας, θα πρέπει να ταυτίζονται. Εάν αντίθετα, οι τιμές εξαρτώνται από το μέγεθος της τροφοδοσίας τότε η ακόλουθη Σχέση (2.42) λαμβάνει χώρα,

$$\Phi_j = \Phi_1 \cdot \left[x_j / x_1\right]^{-\delta} \quad \text{...(2.42)}$$

όπου x_1 είναι ένα χαρακτηριστικό μέγεθος και δ μια παράμετρος που καθορίζει το βαθμό της μη κανονικοποίησης. Εάν $\delta = 0$ τότε οι τιμές της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης είναι ανεξάρτητες του μεγέθους τροφοδοσίας.

Οι παράμετροι Φ_j, γ και β εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά του υλικού και είναι ανεξάρτητες των συνθηκών λειοτρίβησης. Για το λόγο αυτό μπορούν να προσδιοριστούν εργαστηριακά και να χρησιμοποιηθούν άμεσα για μεγαλύτερης κλίμακας μύλους. Ποιοτικά η παράμετρος γ δείχνει την παραγωγή των λεπτομερών τεμαχίων που προκύπτουν από τη λειοτρίβηση ενός υλικού και κατ' επέκταση συνδέεται με την απόδοση της διεργασίας (Deniz et al., 2011). Μεγάλη τιμή του γ υποδηλώνει ότι τα παραγόμενα τεμάχια έχουν μέγεθος παραπλήσιο της αρχικής τροφοδοσίας, οπότε και ο ρυθμός λειοτρίβησης είναι μικρός. Αντίθετα, μικρή τιμή του γ μπορεί να υποδηλώνει ότι η λειοτρίβηση είναι πιο αποδοτική. Γενικότερα, τα μαλακά υλικά μπορούν να δώσουν μικρότερες τιμές του γ σε σύγκριση με τα πιο σκληρά (Shah and Austin, 1983).

Οι Herbst and Fuerstenau (1980) έδειξαν ότι η αθροιστική συνάρτηση θραύσης $B_{i,j}$ μπορεί να υπολογιστεί από τη γραφική παράσταση της αθροιστικώς διερχόμενης μάζας από μέγεθος x_i σε σχέση με το χρόνο (Σχήμα 2.8). Από την κλίση των ευθειών F_i, σε μικρούς χρόνους λειοτρίβησης, η αθροιστική συνάρτηση θραύσης υπολογίζεται ως εξής,

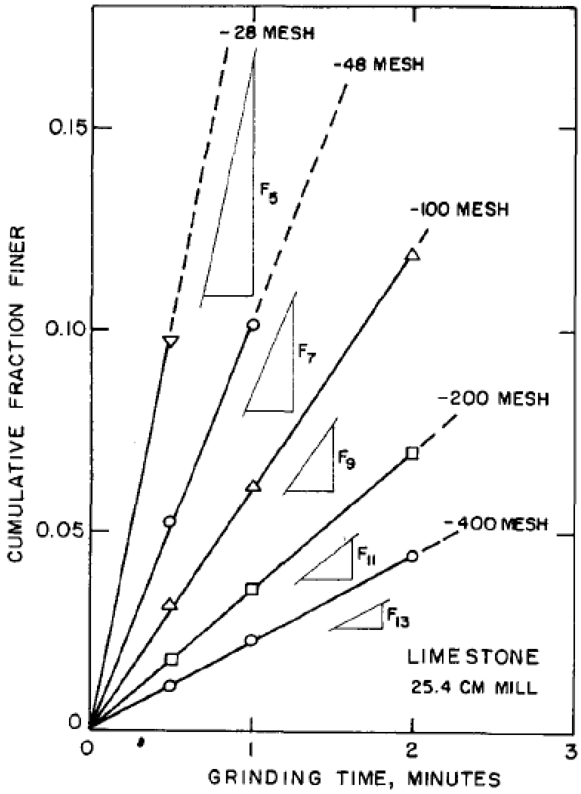
$$B_{i,j} = \frac{F_i}{S_i} \qquad \ldots(2.43)$$

Η Σχέση (2.43) δείχνει ότι ο ρυθμός παραγωγής των λεπτομερών τεμαχίων (μικρότερων από ένα καθορισμένο μέγεθος) είναι σταθερός στο αρχικό στάδιο της λειοτρίβησης και είναι γνωστή ως 'κανόνας μηδενικής τάξης' (zero order rule).

Ο Stamboliadis (2006) χρησιμοποιώντας πειραματικά αποτελέσματα διαφόρων υλικών από δοκιμές λειοτρίβησης σε εργαστηριακό μύλο, κατέληξε ότι η συνάρτηση θραύσης μπορεί να περιγραφεί από τη Σχέση (2.44),

$$B_{j,i} = R_{0,i} \cdot \left[1 - exp\left(-k_i \cdot \varepsilon_j\right)\right] \qquad \ldots(2.44)$$

όπου $B_{j,i}$ είναι το κλάσμα μάζας του υλικού μεγαλύτερο από μέγεθος x_i της αρχικής τροφοδοσίας, το οποίο μετά από τη λειοτρίβηση διέρχεται από το μέγεθος αυτό, στο j στάδιο. Το j στάδιο αναφέρεται στο ενεργειακό επίπεδο της δοκιμής και αντιστοιχεί σε κατανάλωση ειδικής ενέργειας ε_j. $R_{0,i}$ είναι το κλάσμα μάζας της αρχικής τροφοδοσίας, το οποίο είναι μεγαλύτερο από μέγεθος x_i και k_i είναι ο ρυθμός θραύσης (kg/kJ ή t/kWh) του υλικού που αντιστοιχεί σε μέγεθος x_i. Η παραπάνω Σχέση (2.44) αποδείχθηκε από τον ίδιο ερευνητή ότι μπορεί να προέλθει από το ισοζύγιο μάζας της διαδικασίας της λειοτρίβησης, σε κάθε ενεργειακό επίπεδο.



Σχήμα 2.8: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα σε σχέση με το χρόνο λειοτρίβησης (Herbst and Fuerstenau, 1980).

2.8 Παράμετροι που επηρεάζουν τη λειοτρίβηση

Η λειοτρίβηση υλικών σε μύλους έχει αποτελέσει αντικείμενο έρευνας πολλών δεκαετιών. Η πολυπλοκότητα την οποία παρουσιάζει αλλά και το γεγονός ότι αποτελεί μια εξαιρετικά ενεργοβόρα διεργασία έχει οδηγήσει στη σε βάθος μελέτη των παραμέτρων που την επηρεάζουν. Στην επιστημονική βιβλιογραφία αναφέρονται έρευνες σχετικά με την επίδραση του μεγέθους των σφαιρών (Katubilwa, 2008; Katubilwa, 2009; Deniz, 2012; Olejnik, 2013), της ταχύτητας περιστροφής του μύλου (Gupta and Sharma, 2014; Carvalho and Tavares, 2013), του ποσοστού πλήρωσης του υλικού στο μύλο (Shin et al., 2013), του σχήματος των μέσων λειοτρίβησης (Umucu et al., 2014; Qian et al., 2013) και ένα πλήθος ακόμα άλλων παραγόντων. Στη συνέχεια θα αναπτυχθούν οι παράμετροι εκείνοι που μελετήθηκαν στην παρούσα διατριβή.

2.8.1 Επίδραση του μεγέθους τροφοδοσίας του υλικού

Μια διαδικασία μείωσης του μεγέθους ενός υλικού, όπως για παράδειγμα η λειοτρίβηση, έχει ως στόχο τον προσδιορισμό της κατανομής μεγέθους του προϊόντος σε σχέση με την αρχική τροφοδοσία του υλικού. Η σχέση που συνδέει το αρχικό με το τελικό μέγεθος σε συνάρτηση με τα χαρακτηριστικά του υλικού αποτελούν βασικά στοιχεία για τη βελτιστοποίηση της διαδικασίας και το σωστό σχεδιασμό των κυκλωμάτων κατάτμησης.

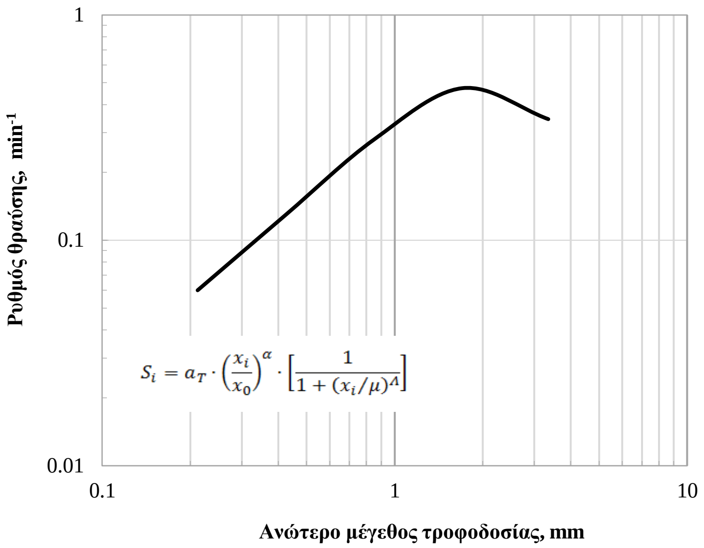
Οι Austin et al. (1984) μελέτησαν το ρυθμό θραύσης σε συνάρτηση με το μέγεθος της τροφοδοσίας του μύλου και χρησιμοποίησαν την παρακάτω σχέση για τη σύνδεσή τους,

$$S_i = \alpha_T \cdot \left(\frac{x_i}{x_\kappa}\right)^{\alpha} \cdot Q_i \qquad \ldots(2.45)$$

όπου x_i (mm) είναι το ανώτερο μέγεθος της τάξης μεγέθους i, x_κ το 1 mm, α_T είναι παράμετρος που εξαρτάται από τις συνθήκες λειοτρίβησης και α χαρακτηριστική παράμετρος που εξαρτάται από το υλικό. Ειδικότερα, το α_T, είναι ο ρυθμός θραύσης στο μέγεθος x_i =1 mm, οπότε έχει τις ίδιες μονάδες με το S_i (min^{-1}). Το Q_i είναι ένας συντελεστής διόρθωσης που εξαρτάται από το μέγεθος του υλικού τροφοδοσίας του μύλου. Εάν το μέγεθος τροφοδοσίας είναι πολύ μικρότερο από το μέγεθος των σφαιρών τότε Q_i = 1 (ομαλή περιοχή λειοτρίβησης) ενώ, όταν το μέγεθος τροφοδοσίας είναι αρκετά μεγάλο για να υποστεί λειοτρίβηση από τα συγκεκριμένα μέσα λειοτρίβησης (μη ομαλή περιοχή λειοτρίβησης) τότε Q_i <1. Στη μη ομαλή περιοχή λειοτρίβησης κάθε υλικό συμπεριφέρεται ως να αποτελείται από ένα κλάσμα μαλακού και ένα σκληρού υλικού (Ipek and Göktepe, 2011). Το Q_i υπολογίζεται από τη Σχέση (2.46),

$$Q_i = \frac{1}{1 + (x_i/\mu)^{\Lambda}} \qquad \ldots(2.46)$$

όπου μ είναι το μέγεθος τεμαχίων όταν ο συντελεστής διόρθωσης είναι 0.5 και Λ ένας θετικός αριθμός που εξαρτάται από το υλικό και δείχνει πόσο απότομα πέφτει ο ρυθμός θραύσης όσο το μέγεθος των τεμαχίων αυξάνεται ($\Lambda \geq 1$). Η διακύμανση του ρυθμού θραύσης σε συνάρτηση με το μέγεθος παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.9.



Σχήμα 2.9: Διακύμανση του ρυθμού θραύσης σε συνάρτηση με το μέγεθος της τροφοδοσίας.

2.8.2 Επίδραση του μεγέθους των σφαιρών

Προηγούμενες έρευνες έχουν δείξει ότι για τη λειοτρίβηση υλικών μικρών τεμαχίων απαιτούνται μικρού μεγέθους σφαίρες, ενώ οι μεγάλου μεγέθους σφαίρες λειοτριβούν πιο αποτελεσματικά τα υλικά με μεγάλα τεμάχια. Επιπλέον, σκληρά και χονδρομερή υλικά απαιτούν μεγάλη ενέργεια κρούσης και μεγάλου μεγέθους σφαίρες, ενώ πολύ λεπτομερή υλικά απαιτούν μικρού μεγέθους, με μεγάλη ειδική επιφάνεια σφαίρες (Napier-Munn et al., 1996).

Οι Austin et al. (1984) έδειξαν ότι οι παράμετροι του ρυθμού θραύσης, για το ίδιο υλικό, μεταβάλλονται με το μέγεθος των σφαιρών λειοτρίβησης, σύμφωνα με τις παρακάτω Σχέσεις (2.47) και (2.48),

$$\alpha_T = \alpha_0 \cdot \left(\frac{d_0}{d}\right)^{\xi} \quad ...(2.47)$$

$$\mu = \mu_0 \cdot \left(\frac{d}{d_0}\right)^{A} \quad ...(2.48)$$

όπου α_T και μ είναι οι παράμετροι του ρυθμού θραύσης για διάμετρο σφαίρας d, α_0 και μ_0 είναι οι αντίστοιχες παράμετροι που υπολογίστηκαν εργαστηριακά για διάμετρο σφαίρας d_0 και ξ και A σταθεροί εκθέτες που συνδέουν τη διάμετρο d με τις παραμέτρους α_T και μ.

Επίσης, οι Austin et al. (1984) έδειξαν ότι, για την ίδια διάμετρο σφαίρας, το μέγεθος της τροφοδοσίας x_m για το οποίο ο ρυθμός θραύσης λαμβάνει τη μέγιστη τιμή, δίνεται από τη Σχέση (2.49),

$$x_m = \mu \cdot \left(\frac{\alpha}{\Lambda - \alpha}\right)^{1/\Lambda} \qquad ...(2.49)$$

Επειδή οι παράμετροι Λ και α εξαρτώνται από το υλικό, τότε από τη Σχέση (2.49) φαίνεται ότι τα x_m και μ είναι ανάλογα μεταξύ τους και δεν έχει σημασία ποια από τις δύο θα χρησιμοποιήσουμε στην ανάλυση και επομένως μπορεί να προκύψει η Σχέση (2.50$^{\alpha}$),

$$x_m = K \cdot d^A \qquad ...(2.50^{\alpha})$$

Επίσης, η μέγιστη τιμή του ρυθμού θραύσης S_m που αντιστοιχεί στο μέγεθος x_m, συνδέεται με το μέγεθος των σφαιρών σύμφωνα με τη Σχέση (2.50$^{\beta}$).

$$S_m = K' \cdot d^{A'} \qquad ...(2.50^{\beta})$$

όπου K, K' *και* A' είναι σταθερές που εξαρτώνται από το υλικό.

2.8.3 Επίδραση του όγκου πλήρωσης του υλικού και των σφαιρών

Δύο σημαντικές παράμετροι οι οποίες πρέπει να λαμβάνονται υπόψη στη διαδικασία της λειοτρίβησης σε μύλους είναι οι συντελεστές πλήρωσης του μύλου J και f_c. Ο συντελεστής πλήρωσης J ορίζεται ως ο λόγος του όγκου πλήρωσης των σφαιρών προς τον διαθέσιμο όγκο του μύλου (Σχέση (2.51)) και ο συντελεστής f_c ως ο λόγος του όγκου πλήρωσης του υλικού προς τον διαθέσιμο όγκο του μύλου (Σχέση (2.52)).

$$J = \left(\frac{\text{Όγκος σφαιρών}}{\text{Όγκος μύλου}}\right) \cdot \frac{1}{1-\varphi} \qquad ...(2.51)$$

$$f_c = \left(\frac{\text{Όγκος υλικού}}{\text{Όγκος μύλου}}\right) \cdot \frac{1}{1-\varphi} \qquad ...(2.52)$$

όπου φ είναι το πορώδες (διάκενα) του υλικού και των σφαιρών το οποίο θεωρείται ίσο με 0.4 ή 40% (Austin et al., 1984).

Από τις παραπάνω Σχέσεις (2.51) και (2.52) προκύπτει ο συντελεστής πλήρωσης των κενών των σφαιρών U με υλικό,

$$U = \frac{f_c}{\varphi \cdot J} \qquad \text{...(2.53)}$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι υπάρχει μια αναλογική σχέση μεταξύ του ρυθμού θραύσης και της ειδικής ισχύος του μύλου (Herbst and Fuerstenau, 1973; Nomura et al., 1994), οι ακόλουθες Σχέσεις ((2.54)-(2.58)) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον προσδιορισμό του ρυθμού θραύσης S_i (min^{-1}), κάθε τάξης μεγέθους i, σε συνάρτηση με το συντελεστή πλήρωσης των σφαιρών J.

Ο Bond πρότεινε την ακόλουθη Σχέση (2.54) για υγρή λειοτρίβηση σε σφαιρόμυλους υπερχείλισης και την επέκταση των εργαστηριακών δεδομένων σε μύλους μεγαλύτερης κλίμακας,

$$S_i \propto (1 - 0.937 \cdot J), D \geq 2.5\, m \qquad \text{...(2.54)}$$

ενώ ο Beeck (1970) βασιζόμενος σε Γερμανικά και Αμερικάνικα δεδομένα βιομηχανιών, πρότεινε ότι για ξηρή λειοτρίβηση τσιμέντου οι ακόλουθες σχέσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν,

$$S_i \propto (0.294 - 0.26 \cdot J) \qquad \text{...(2.55)}$$

$$S_i \propto (0.374 - 0.47 \cdot J) \qquad \text{...(2.56)}$$

Οι Shoji et al. (1982) μελέτησαν τη σχέση του S_i σε συνάρτηση με το J κατά τη λειοτρίβηση χαλαζία, χρησιμοποιώντας δύο διαφορετικής διαμέτρου μύλους. Οι ερευνητές πρότειναν την ακόλουθη σχέση για μύλους διαμέτρου D=0.6 m,

$$S_i \propto \left(\frac{1}{1 + 6.6 \cdot J^{2.3}}\right) \cdot e^{-1.20 \cdot U} \qquad \text{...(2.57)}$$

Οι Austin et al. (1984) βλέποντας τις διαφορές που υπάρχουν μεταξύ των προτεινόμενων σχέσεων, κατέληξαν στην ακόλουθη Σχέση (2.58), για ασυνεχούς λειτουργίας ξηρές λειοτριβήσεις,

$$J = (1 - 0.937 \cdot J)/(1 + 5.95 \cdot J^5) \qquad ...(2.58)$$

Στη συνέχεια, πολλές άλλες ερευνητικές προσπάθειες έγιναν για τον προσδιορισμό της σχέσης μεταξύ του S_i και J, κάτω από διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας και για διαφορετικά υλικά (Deniz and Onur, 2002; Fortsch, 2006; Metzger et al., 2009). Αυτές οι έρευνες επικεντρώθηκαν κυρίως στον προσδιορισμό του S_i από πειραματικά δεδομένα, με χρήση κινητικών μοντέλων.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

3. Μεθοδολογία και Υλικά

Τα υλικά τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στη διατριβή ήταν χαλαζίας από την Άσσηρο του Ν. Θεσσαλονίκης, μάρμαρο από το Χορδάκι του Ν. Χανίων, χαλαζίτης και μεταψαμμίτης από την Κίσσαμο Δ. Κρήτης. Τα υλικά τα οποία επιλέχθηκαν θεωρήθηκαν ως μονόμεικτα δηλ. αποτελούμενα κυρίως από μια ορυκτολογική φάση. Ωστόσο, διαφέρουν ως προς φυσικομηχανικές τους ιδιότητες και για το λόγο αυτό αναμένεται διαφορετική συμπεριφορά κατά τη λειοτρίβησή τους σε σφαιρόμυλο.

Για την επίτευξη των στόχων της παρούσας διατριβής πραγματοποιήθηκαν, καταρχήν, χημικές και ορυκτολογικές αναλύσεις για την αξιολόγηση των πρώτων υλών και στη συνέχεια εξετάστηκαν οι φυσικομηχανικές ιδιότητές τους με χρησιμοποίηση μη καταστροφικών και καταστροφικών μεθόδων. Στις μη καταστροφικές μεθόδους που χρησιμοποιήθηκαν εντάσσονται ο προσδιορισμός των φυσικών ιδιοτήτων, δηλ. η φαινόμενη πυκνότητα και το πορώδες, όπως επίσης και (i) η μέτρηση της σκληρότητας των υλικών με κρουσίμετρο Schmidt, (ii) ο προσδιορισμός των ελαστικών παραμέτρων των υλικών με τη μέθοδο της κρούσης - ηχούς (Impact Echo) και (iii) ο προσδιορισμός της ταχύτητας των κυμάτων με τη μέθοδο των υπερήχων. Στο τελευταίο στάδιο προσδιορισμού των φυσικομηχανικών ιδιοτήτων των υλικών πραγματοποιήθηκαν δοκιμές μονοαξονικής θλίψης για τον προσδιορισμό της μέγιστης αντοχής σε θλίψη, του μέτρου ελαστικότητας και του λόγου Poisson. Σημειώνεται ότι η εφαρμογή των παραπάνω μεθόδων έγινε σύμφωνα με τα πρότυπα που ορίζει η κάθε μια και ανάλογα με τη μέθοδο πραγματοποιήθηκαν δοκιμές, είτε σε κυλινδρικά δοκίμια, είτε σε ακανόνιστου μεγέθους όγκους, είτε σε συνδυασμό και των δύο.

Το κύριο μέρος της διατριβής αφορά τις δοκιμές ελάττωσης του μεγέθους των υλικών με χρήση εργαστηριακού σφαιρόμυλου, χρησιμοποιώντας ως τροφοδοσίες στενά κοκκομετρικά κλάσματα με λόγο $\sqrt{2}$. Οι δοκιμές πραγματοποιήθηκαν για διάφορους χρόνους λειοτρίβησης, που αντιστοιχούν σε διαφορετικές τιμές κατανάλωσης ενέργειας, όπου μελετήθηκε η επίδραση, (i) του συντελεστή πλήρωσης των κενών των σφαιρών με υλικό και (ii) του μεγέθους των σφαιρών. Στη συνέχεια μελετήθηκαν οι διαστασιακές ιδιότητες (κατανομή μάζας, επιφάνειας, αριθμού και μήκους τεμαχίων) των προϊόντων λειοτρίβησης όλων των εξεταζόμενων υλικών και πως αυτές μεταβάλλονται με το συντελεστή πλήρωσης των κενών και το μέγεθος των σφαιρών.

Επίσης, οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης περιγράφηκαν με γραμμική παλινδρόμηση κατά τμήματα (piecewise regression analysis) και μελετήθηκε η εξέλιξη των παραμέτρων των κατανομών μέσα στο χρόνο. Μελετήθηκαν οι προτεινόμενες σχέσεις της βιβλιογραφίας που συνδέουν την ενέργεια με το μέγεθος του τεμαχίου, οι οποίες βελτιώθηκαν λαμβάνοντας υπόψη την επίδραση του μεγέθους τροφοδοσίας και τον τύπο του υλικού. Αναπτύχθηκαν νέα μοντέλα με βάση τη μηχανιστική προσέγγιση της διαδικασίας λειοτρίβησης, τα οποία συγκρίθηκαν με τα ήδη υπάρχοντα μοντέλα (κινητικό μοντέλο, μοντέλο πίνακα). Τα μοντέλα αυτά περιλαμβάνουν τον προσδιορισμό των κινητικών παραμέτρων των συναρτήσεων επιλογής και θραύσης και σύνδεσή τους με τα φυσικομηχανικά χαρακτηριστικά των υλικών και τις συνθήκες λειοτρίβησης. Για την ασφαλέστερη εκτίμηση των κινητικών παραμέτρων χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα Moly-Cop Tools™ το οποίο αποτελεί ένα πλήρες σύνολο προσομοιωτών των κυκλωμάτων κατάτμησης και έχει ως στόχο την εκτίμηση και βελτιστοποίηση της αποδοτικότητας των διεργασιών. Επίσης, για τη μοντελοποίηση της διαδικασία λειοτρίβησης, χρησιμοποιήθηκε ο προσομοιωτής MODSIM™ ο οποίος περιλαμβάνει τυποποιημένα μοντέλα των διαδικασιών εμπλουτισμού, όπως της θραύσης και λειοτρίβησης, με τη βοήθεια του οποίου έγινε ο προσδιορισμός των βέλτιστων συνθηκών λειτουργίας του μύλου.

3.1 Αξιολόγηση πρώτων υλών

3.1.1 Ορυκτολογικές και Χημικές αναλύσεις

Η ορυκτολογική εξέταση των πρώτων υλών έγινε στο Εργαστήριο Γενικής και Τεχνικής Ορυκτολογίας του Πολυτεχνείου Κρήτης με τη χρήση περιθλασίμετρου ακτίνων – Χ (XRD) τύπου D8 – Advance της Bruker AXS. Αρχικά, τα δείγματα τα οποία εξετάστηκαν με τη μέθοδο αυτή λειοτριβήθηκαν με τη χρήση εργαστηριακού πλανητικού μύλου σε μέγεθος τεμαχίων -45μm και στη συνέχεια τοποθετήθηκαν σε κατάλληλο δειγματοφορέα. Η πάκτωση και η ομογενοποίηση της επιφάνειας των δειγμάτων επιτεύχθηκε με τη βοήθεια γυάλινου πλακιδίου. Με χρήση του προγράμματος EVA του εργαστηρίου Γενικής και Τεχνικής Ορυκτολογίας πραγματοποιήθηκαν ημιποσοτικές ορυκτολογικές αναλύσεις των υλικών.

Η χημική ανάλυση των πρώτων υλών έγινε με τη μέθοδο φασματοσκοπίας ακτίνων - Χ φθορισμού (XRF), χρησιμοποιώντας το φασματοσκόπιο S2 Ranger του Εργαστηρίου Ανόργανης Γεωχημείας, Οργανικής Γεωχημείας και Οργανικής

Πετρογραφίας του Πολυτεχνείου Κρήτης. Τα δείγματα μετά από τη λειοτρίβηση με τη βοήθεια του εργαστηριακού πλανητικού μύλου οδηγήθηκαν σε φούρνο υψηλών θερμοκρασιών για τον υπολογισμό της απώλειας πύρωσης % (LOI). Οι συνθήκες που επικράτησαν ήταν θέρμανση στους 1050^{o} C και παραμονή για 3 h. Στη συνέχεια τα δείγματα τοποθετήθηκαν σε ξηραντήρα ώστε να έρθουν σε θερμοκρασία δωματίου και προετοιμάστηκαν σε μορφή ταμπλέτας για τον προσδιορισμό της χημικής τους ανάλυσης. 5 g από κάθε δείγμα και 0.5 g Wax ομογενοποιήθηκαν, τοποθετήθηκαν σε ειδική μήτρα και στη συνέχεια συμπιέστηκαν σε υδραυλική πρέσα με πίεση 150 atm.

3.1.2 Οπτική μικροσκοπία

Η οπτική μικροσκοπία αποτελεί μια μέθοδο παρατήρησης και ερμηνείας της μικροδομής των υλικών. Η παρατήρηση μπορεί να γίνεται είτε μέσω του ανακλώμενου είτε μέσω του διερχόμενου, από τα προς παρατήρηση υλικά, φωτός. Υπάρχουν δύο τύποι μικροσκοπίων, (i) το μεταλλογραφικό, το οποίο είναι μικροσκόπιο ανακλώμενου φωτός και (ii) το πολωτικό, που χρησιμοποιείται στο διερχόμενο φως.

Για τις ανάγκες της παρούσας διατριβής κατασκευάστηκαν στιλπνές τομές για τη μικροσκοπική παρατήρηση των πρώτων υλών στο ανακλώμενο φως και λεπτές τομές οι οποίες μελετήθηκαν στο διερχόμενο φως. Εξετάστηκαν η υφή και ο ιστός των ορυκτολογικών συστατικών των υλικών, τα οποία φάνηκαν χρήσιμα για τη εξαγωγή συμπερασμάτων ως προς τη συμπεριφορά τους στη λειοτρίβηση.

3.2 Προσδιορισμός των φυσικομηχανικών χαρακτηριστικών των υλικών

3.2.1 Προετοιμασία των δοκιμίων

Μετά τη δειγματοληψία των αρχικών υλικών, το επόμενο στάδιο ήταν ο προσδιορισμός των φυσικομηχανικών χαρακτηριστικών τους. Κάποιες από τις μεθόδους που χρησιμοποιήθηκαν απαιτούσαν τη διαμόρφωση των υλικών σε κανονικά γεωμετρικά σχήματα και για το λόγο αυτό δημιουργήθηκαν κυλινδρικά δοκίμια διαμέτρου NX (54 mm) με λόγο ύψους προς διάμετρο ίσο με 2.

Οι εργασίες διαμόρφωσης των δοκιμίων έγιναν έτσι ώστε να πληρούν όλες τις απαραίτητες προϋποθέσεις για την εκτέλεση των δοκιμών, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν στο Εργαστήριο Μηχανικής Πετρωμάτων του Πολυτεχνείου Κρήτης χρησιμοποιώντας τον εξής εργαστηριακό εξοπλισμό: (i) εργαστηριακό πυρηνολήπτη (Σχήμα 3.1), (ii) δισκοπρίονο κοπής δοκιμίων (Σχήμα 3.2) και (iii) λειαντή δοκιμίων (Σχήμα 3.3), για τη λείανση των βάσεων των κυλίνδρων. Η μέτρηση των διαστάσεων των τελικών δοκιμίων έγινε με παχύμετρο (βερνιέρο) με ακρίβεια 0.01 mm.

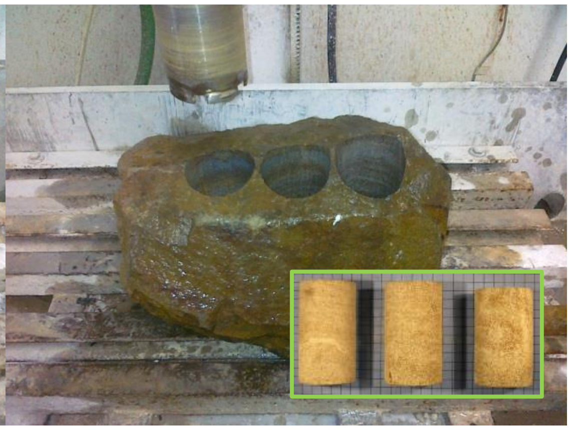
Σχήμα 3.1: Εργαστηριακός πυρηνολήπτης.

Σχήμα 3.2: Δισκοπρίονο κοπής.

Σχήμα 3.3: Λειαντής δοκιμίων.

Από κάθε υλικό (μάρμαρο, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη) δημιουργήθηκαν 6-8 δοκίμια από διαφορετικούς αρχικούς όγκους (Σχήματα 3.4 και 3.5), με στόχο την αντιπροσωπευτική επιλογή του υλικού. Δοκίμια τα οποία παρουσίαζαν κατακλάσεις/ρωγματώσεις που οφείλονταν στην πυρηνοληψία ή στην κοπή εξαιρέθηκαν και δημιουργήθηκαν εκ νέου άλλα δοκίμια.

Σχήμα 3.4: Πυρηνοληψία δοκιμίων χαλαζίτη.



Σχήμα 3.5: Πυρηνοληψία δοκιμίων μεταψαμμίτη.

3.2.2 Πορώδες – Πυκνότητα

Για τον προσδιορισμό του πορώδους n_e και της πυκνότητας ρ των υλικών χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος του Αρχιμήδη (BS EN 1936:2006). Για το σκοπό αυτό δημιουργήθηκαν κυλινδρικά δοκίμια (με λόγο ύψους προς διάμετρο περίπου ίσο με 1) και από τα τέσσερα υλικά που μελετήθηκαν στην παρούσα διατριβή. Για την εφαρμογή της μεθόδου χρησιμοποιήθηκαν: (i) ζυγός ακριβείας 0.01 g, (ii) αντλία κενού και (iii) γυάλινος ξηραντήρας.

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή το κάθε δοκίμιο ζυγίζεται εν ξηρώ για τον προσδιορισμό της μάζας του M_s και στη συνέχεια τοποθετείται εντός του ξηραντηρίου όπου εφαρμόζεται κενό για περίπου 30 min για την απομάκρυνση του εγκλωβισμένου αέρα. Μετά την πάροδο των 30 min ο ξηραντήρας πληρούται με νερό, μέχρι να καλύψει το ύψος των δοκιμίων και αφήνονται έως ότου το νερό εισχωρήσει σε όλους τους πόρους (περίπου 24 h). Στη συνέχεια τα δοκίμια απομακρύνονται από το ξηραντήριο και προσδιορίζεται η κορεσμένη μάζα τους M_{sub} με ζύγιση εντός δοχείου με νερό, ενώ παράλληλα μετριέται και η θερμοκρασία του νερού. Στη συνέχεια, τα δοκίμια απομακρύνονται από το νερό, σκουπίζονται με υγρό μαλακό ύφασμα ώστε να απομακρυνθούν τυχόν σταγόνες από την επιφάνεια και ζυγίζονται στο ζυγό (M_{sat}), ο δίσκος του οποίου βρίσκεται εκτός νερού.

Το φαινόμενο πορώδες n_e (%) υπολογίζεται από τη Σχέση (3.1):

$$n_e(\%) = 100 \cdot \frac{M_{sat} - M_s}{M_{sat} - M_{sub}} \qquad \text{...(3.1)}$$

Η πυκνότητα ρ (g/cm^3) υπολογίζεται από τη Σχέση (3.2):

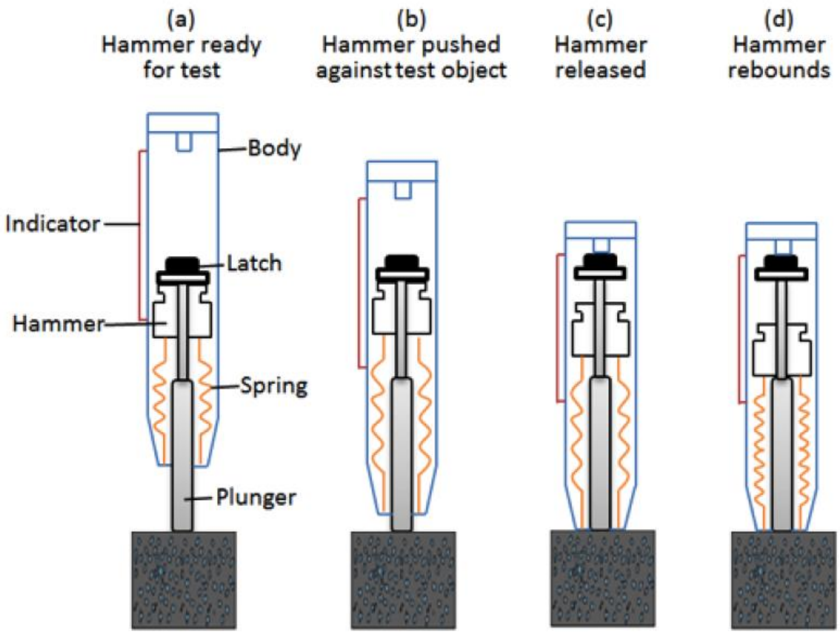
$$\rho = \frac{M_s}{M_{sat} - M_{sub}} \cdot \rho_{liq} \qquad ...(3.2)$$

όπου ρ_{liq} η πυκνότητα του υγρού (νερό) σε συγκεκριμένη θερμοκρασία, η οποία υπολογίζεται από πίνακες (ρ_{liq} = 998 kg/m^3 στους 20^o C).

Από κάθε υλικό χρησιμοποιήθηκαν 3-4 δοκίμια για τη μείωση των εργαστηριακών σφαλμάτων και οι τιμές οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν αφορούν τις μέσες τιμές αυτών.

3.2.3 Μέτρηση σκληρότητας με κρουσίμετρο Schmidt

Ο προσδιορισμός της σκληρότητας με κρουσίμετρο Schmidt αποτελεί μια μη καταστροφική μέθοδο η οποία μπορεί να εφαρμοστεί είτε στο εργαστήριο είτε στο πεδίο. Η αρχή λειτουργίας του βασίζεται στην τιμή της αναπήδησης R που αναγράφεται στο κρουσίμετρο όταν το έμβολό του προσκρούσει σε μια επιφάνεια (Σχήμα 3.6). Η τιμή της αναπήδησης είναι συνάρτηση της σκληρότητας της επιφάνειας αυτής και επομένως όσο μεγαλύτερη είναι η σκληρότητα τόσο μεγαλύτερη και η αναπήδηση που προκύπτει (Goktan and Gunes, 2005). Είναι μια μέθοδος, εύχρηστη και πρακτική, οικονομικώς αποδοτική, ενώ οι δοκιμές εκτελούνται σε σύντομο χρονικό διάστημα. Χρησιμοποιούνται διάφοροι τύποι κρουσιμέτρων από τους κατασκευαστές, διαφορετικών επιπέδων ενέργειας κρούσης. Μέσα σε αυτά περιλαμβάνονται οι τύποι L και M με 0.735 Nm και 2.207 Nm ενέργεια κρούσης, αντίστοιχα (Tumac, 2015). Υπάρχουν διάφοροι οργανισμοί, όπως ο Διεθνής Οργανισμός Βραχομηχανικής (ISRM, 1978 & 2007) και ο Αμερικανικός Οργανισμός Δοκιμών και Υλικών (ASTM, 2001) οι οποίοι έχουν δημοσιεύσει προτεινόμενες μεθόδους και πρότυπα δοκιμών, αντίστοιχα, για την κατάλληλη εφαρμογή του οργάνου (Buyuksagis and Goktan, 2007). Λαμβάνοντας υπόψη τις πολλές παραλλαγές που έχουν δημοσιευθεί σχετικά με τις προτεινόμενες μεθόδους, αξίζει να σημειωθεί ότι οι αντίστοιχες των Hucka (1965), Poole and Farmer (1980) και Goktan and Ayday (1993) έχουν ξεχωρίσει και μελετηθεί περισσότερο στην επιστημονική βιβλιογραφία.



Σχήμα 3.6: Διαδικασία μέτρησης με κρουσίμετρο Schmidt (Yi-Fan Shih et al., 2015).

Το κρουσίμετρου Schmidt βρίσκει εφαρμογές σε πολλούς τομείς της γεω-μηχανικής. Σε αυτές περιλαμβάνεται η εκτίμηση της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη (UCS) και του μέτρου ελαστικότητας (Young's modulus) των πετρωμάτων (Cargill and Shakoor, 1990; Katz et al., 2000; Yilmaz and Sendir, 2002; Yasar and Erdogan, 2004a), ο προσδιορισμός του βαθμού αποσάθρωσης των πετρωμάτων (Gokceoglu and Aksoy, 2000; Aydin and Basu, 2005), η απόσταση ασυνεχειών (Greco and Sorisso-Valvo, 2005), και η απόδοση μηχανημάτων διάνοιξης σηράγγων (Howarth et al., 1986; Bilgin et al., 1990).

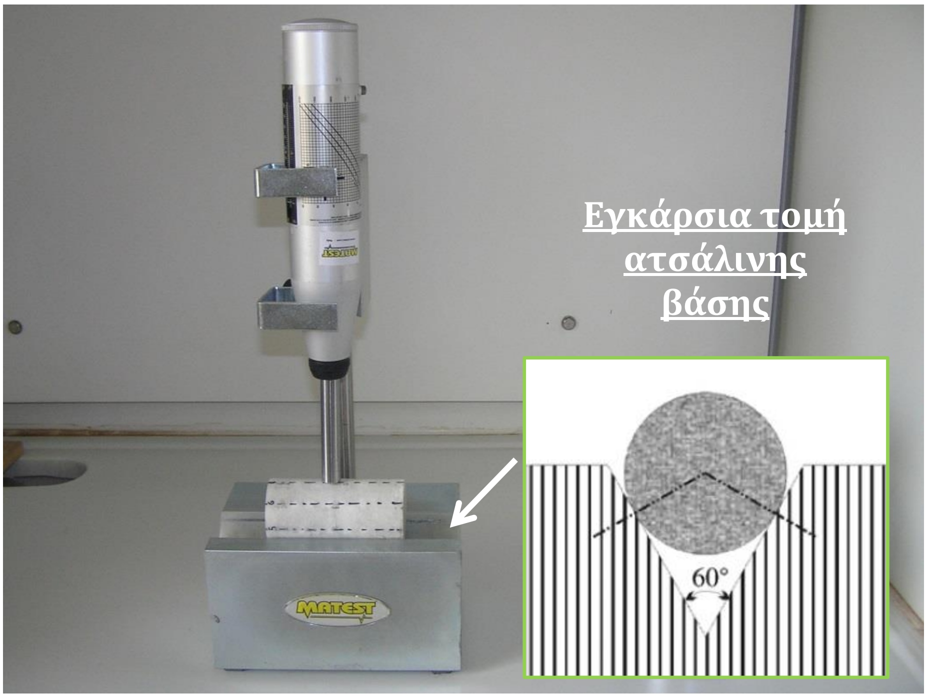
Οι μετρήσεις της σκληρότητας των υλικών έγιναν χρησιμοποιώντας κρουσίμετρο Schmidt τύπου *L* και πραγματοποιήθηκαν τόσο σε κυλινδρικά δοκίμια διαμέτρου NX (54 mm) όσο και σε αντιπροσωπευτικούς όγκους των υλικών. Σύμφωνα με τη διαδικασία, οι μετρήσεις γινόταν επάνω σε επιφάνεια ομαλή και επίπεδη, χωρίς την ύπαρξη σκόνης ή σαθρών υπολειμμάτων. Όπου χρειαζόταν (συνήθως στις μετρήσεις των όγκων), η επιφάνεια λειαινόταν σχολαστικά με την ειδική πέτρα λείανσης που συνόδευε το όργανο. Για την αποφυγή της επίδρασης της βαρύτητας, όλες οι κρουσιμετρήσεις γινόταν σε κατακόρυφη διεύθυνση (με τη βοήθεια του οδηγού) και κάθετα προς τη μετρούμενη επιφάνεια. Επίσης, πριν από τις δοκιμές γινόταν έλεγχος εγκυρότητας των μετρήσεων του οργάνου με τη βοήθεια του πρότυπου άκμονα βαθμονόμησης. Οι τιμές τις αναπήδησης *R* οι οποίες θα έπρεπε να δώσει το όργανο, όταν αυτό προσαρμοζόταν στον άκμονα, κυμαίνονταν μεταξύ 78 και 82. Εάν οι τιμές απέκλιναν από αυτό το εύρος, τότε διορθώνονταν με τη βοήθεια του συντελεστή διόρθωσης CF (Σχέση (3.3)),

$$CF = \frac{πρότυπη\ τιμή\ του\ άκμονα}{μέσος\ όρος\ 10\ μετρήσεων\ στον\ άκμονα} \quad \ldots(3.3)$$

Σχήμα 3.7: Πειραματική διάταξη μέτρησης σκληρότητας με κρουσίμετρο Schmidt.

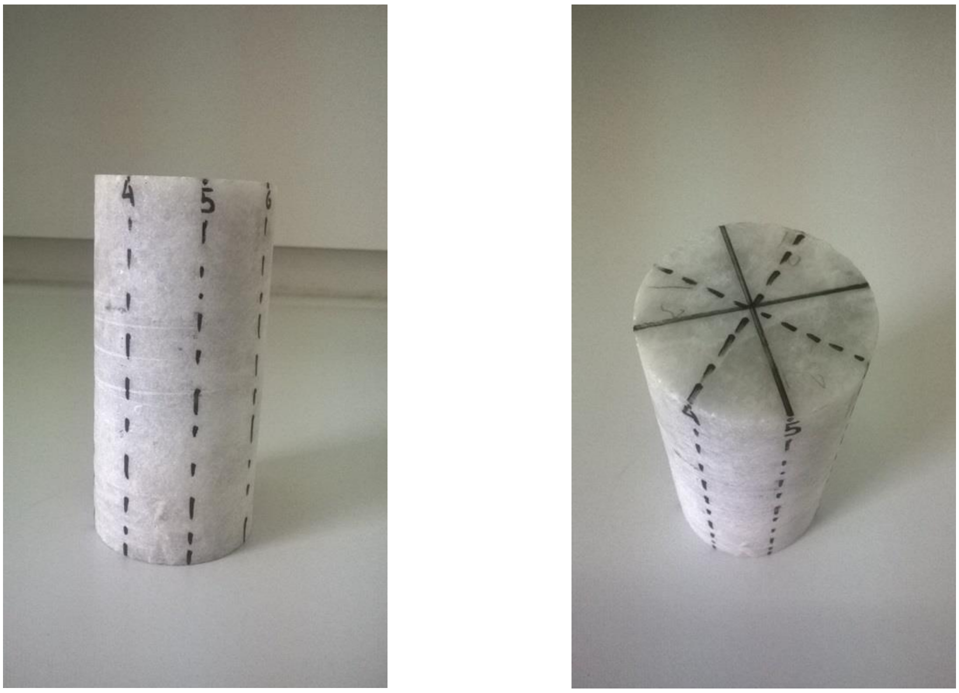
Για τις μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν σε κυλινδρικά δοκίμια διαμέτρου NX χρησιμοποιήθηκε η διάταξη του Σχήματος 3.7. Το δοκίμιο τοποθετούνταν σε μια ατσάλινη βάση σχήματος V με τον κύριο άξονά του σε οριζόντια θέση (Σχήμα 3.8). Το όργανο προσαρμοζόταν σε κατάλληλο οδηγό που το κρατούσε σταθερό και το κατεύθυνε κατακόρυφα προς την επιφάνεια του δοκιμίου, όπου και γινόταν η κρουσιμέτρηση. Πριν από τη διαδικασία της μέτρησης οι κυκλικές βάσεις των δοκιμίων χωρίστηκαν σε 8 ίσα τόξα, από τα άκρα των οποίων σχεδιάστηκαν ευθείες γραμμές, παράλληλες στον κύριο άξονα των δοκιμίων (Σχήμα 3.9). Οι γραμμές αριθμήθηκαν από το 1 έως το 8. Οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν με την τοποθέτηση του δοκιμίου στην ατσάλινη βάση έτσι ώστε το όργανο να προσκρούσει κάθετα στην πρώτη (N_o 1) από τις ευθείες γραμμές. Με τον τρόπο αυτό, πραγματοποιήθηκαν πέντε μετρήσεις πάνω στην ευθεία γραμμή, σε ίσες αποστάσεις. Στη συνέχεια περιστρέφοντας το δοκίμιο κατά 45^o

επαναλαμβανόταν η ίδια διαδικασία. Συνολικά ελήφθησαν 40 μετρήσεις αναπήδησης R από κάθε δοκίμιο. Από κάθε υλικό χρησιμοποιήθηκαν 6-7 δοκίμια, οπότε ο αριθμός των μετρήσεων ανέρχονταν σε 240 ή 280 ανά υλικό.



Σχήμα 3.8: Μέτρηση σκληρότητας σε κυλινδρικό δοκίμιο το οποίο είναι τοποθετημένο σε ατσάλινη βάση σχήματος V.

Για τις μετρήσεις στους όγκους των υλικών, αρχικά επιλέχθηκαν αντιπροσωπευτικοί όγκοι οι οποίοι είχαν όσο το δυνατόν επίπεδη επιφάνεια και βάση στήριξης. Όπου χρειάστηκε οι επιφάνειες λειάνθηκαν με τη βοήθεια γυαλόχαρτου ή/και ειδικού γωνιακού τροχού. Για την επαρκή διασφάλιση της πλήρους σταθερότητας των όγκων και την αποφυγή κραδασμών ή μετακινήσεων κατά την κρουσιμέτρηση, αποφασίστηκε οι μετρήσεις να διεξαχθούν στο πεδίο όπου ο όγκοι πακτώθηκαν επάνω σε έδαφος με χαλίκια και άμμο (Σχήμα 3.10). Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η μέθοδος αυτή εξασφαλίζει την πλήρη σταθερότητα του όγκου και συνεπώς και την εγκυρότητα των μετρήσεων. Ο αριθμός των μετρήσεων που πραγματοποιήθηκαν ήταν 30 ανά υλικό.



Σχήμα 3.9 Δοκίμια πριν τη μέτρηση, όπου έχουν σχεδιαστεί οι ευθείες γραμμές παράλληλες στον κύριο άξονα (περίπτωση μαρμάρου).

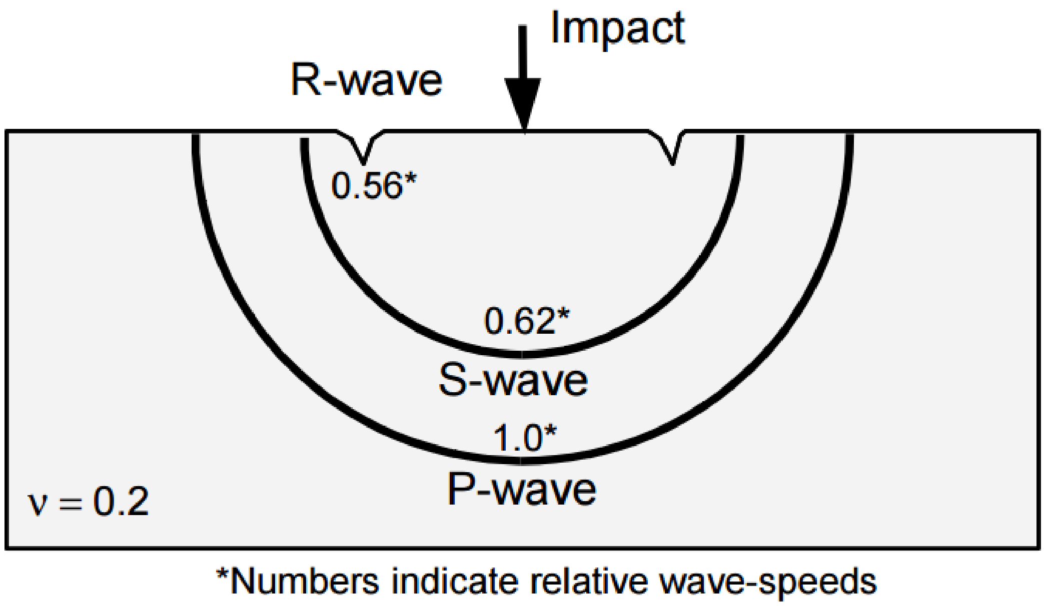
Σχήμα 3.10: Μέτρηση σκληρότητας επιλεγμένων όγκων (Α. μάρμαρο, Β. χαλαζίτης και Γ. μεταψαμμίτης) οι οποίοι είναι πακτωμένοι σε έδαφος με χαλίκια και άμμο.

3.2.4 Μέθοδος κρούσης – ηχούς (Impact Echo)

Η μέθοδος κρούσης - ηχούς (Impact Echo) αποτελεί μια μη καταστροφική μέθοδο (ΜΚΜ) προσδιορισμού των ελαστικών παραμέτρων ενός υλικού, δηλ. του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας E_d και του λόγου Poisson v_d και βασίζεται στο γεγονός ότι η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων διαμέσου ενός υλικού εξαρτάται από την πυκνότητα ρ και τις ελαστικές ιδιότητες του υλικού (Qixian and Bungey, 1996).

Σύμφωνα με τη μέθοδο, όταν εφαρμοστεί μια κρούση στην επιφάνεια του υλικού με ένα σφυρί, τότε δημιουργούνται κύματα τα οποία διαδίδονται διαμέσου του υλικού και προσμετράται ο χρόνος που χρειάζεται για να φτάσουν σε ένα αισθητήρα. Γνωρίζοντας την απόσταση του σημείου κρούσης με τον αισθητήρα υπολογίζεται η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων και κατ' επέκταση και οι ελαστικές παράμετροι του υλικού.

Γενικά, τρεις κύριοι τύποι ελαστικών κυμάτων μπορούν να παρατηρηθούν ως αποτέλεσμα της μηχανικής κρούσης σε ένα υλικό: (i) τα διαμήκη κύματα P, των οποίων η διεύθυνση διάδοσής τους είναι παράλληλη στη διεύθυνση της ταλάντωσης των σωματιδίων που αποτελούν το μέσο διάδοσης, (ii) τα εγκάρσια κύματα S, των οποίων η διεύθυνση διάδοσής τους είναι κάθετη στη διεύθυνση της ταλάντωσης των σωματιδίων που αποτελούν το μέσο διάδοσης και (iii) τα επιφανειακά κύματα, Rayleigh R (Jording, 2012). Από τα κύματα αυτά τα δύο πρώτα, τα οποία ονομάζονται και κύματα χώρου, διαδίδονται μέσα στο υλικό σε ακτινική κατεύθυνση, ενώ το τρίτο διαδίδεται κατά μήκος της επιφάνειας του υλικού (Σχήμα 3.11). Όσο αφορά την ταχύτητα διάδοσής τους, τα διαμήκη κύματα έχουν τη μεγαλύτερη ταχύτητα, που σημαίνει ότι καταγράφονται πρώτα από τον αισθητήρα, ακολουθούν τα εγκάρσια και τελευταία τα επιφανειακά.

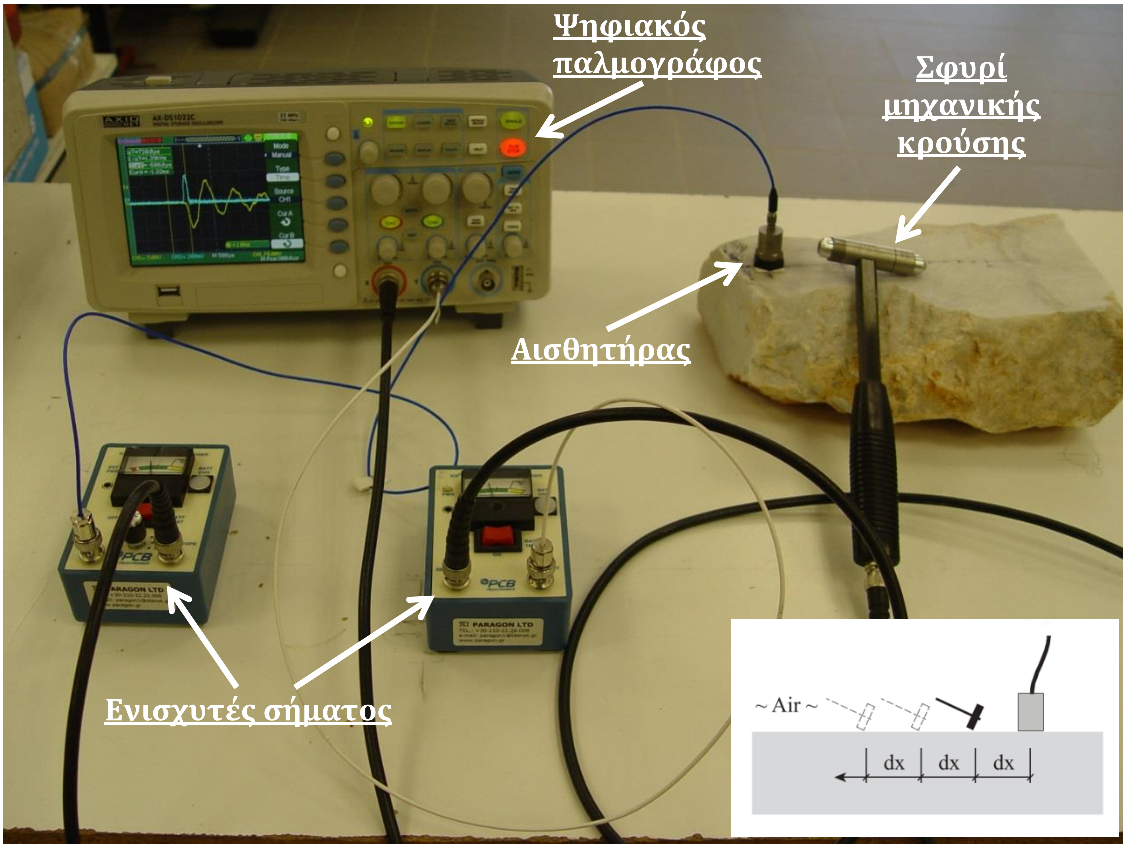


Σχήμα 3.11. Διάδοση των κυμάτων μέσα σε υλικό με λόγο Poisson v=0.2 (Carino, 2001).

Για τον προσδιορισμό των ελαστικών παραμέτρων των όγκων των υλικών χρησιμοποιήθηκε η διάταξη του Σχήματος 3.12. Τα όργανα τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στις δοκιμές κρούσης – ηχούς ήταν τα εξής:

- Ψηφιακός παλμογράφος ή Digital Storage Oscilloscope, AX- DS1022C (25MHz, 500MSa/s)
- Σφυρί μηχανικής κρούσης PCB, DEPEW, NY (716) 684-0001
- Ενισχυτές σήματος PCB piezotronics
- Αισθητήρας καταγραφής σήματος (accelerometer)

Στην επιφάνεια του όγκου σχεδιάστηκε ευθεία γραμμή κατά μήκος της οποίας έγιναν οι δοκιμές. Ο αισθητήρας τοποθετήθηκε σε συγκεκριμένη θέση, όπου παρέμεινε σταθερός σε όλες τις δοκιμές, και κατόπιν μετρήθηκαν αποστάσεις 50 mm, 70 mm και 90 mm από αυτόν. Ο αισθητήρας καθώς και το μέσο κρούσης (σφυρί) συνδέθηκαν με έναν ψηφιακό παλμογράφο ο οποίος κατέγραφε τις κυματομορφές. Για την ενίσχυση των κυματομορφών χρησιμοποιήθηκαν και ειδικοί ενισχυτές σήματος.



Σχήμα 3.12: Πειραματική διάταξη της μεθόδου κρούσης ηχούς.

Σύμφωνα με τη διαδικασία, όταν χτυπηθεί η επιφάνεια του όγκου, σε συγκεκριμένη απόσταση από τον αισθητήρα τότε δημιουργούνται ελαστικά κύματα. Αυτά τα κύματα καταγράφονται στον παλμογράφο και προσμετράται ο χρόνος που χρειάζονται για να φθάσουν από το σημείο της κρούσης στον αισθητήρα. Τα διαμήκη κύματα *P* εμφανίζονταν στην αρχή της κυματομορφής επειδή έχουν τη μεγαλύτερη ταχύτητα αλλά και μικρό πλάτος. Η ξαφνική αύξηση του πλάτους της κυματομορφής οφειλόταν στην άφιξη των επιφανειακών κυμάτων *R*, διότι παρόλο που η ταχύτητά τους είναι μικρότερη από αυτή των επιφανειακών, είναι ποιο ισχυρά. Με κατάλληλη τοποθέτηση του κέρσορα A και B του ψηφιακού παλμογράφου, στην περίπτωση των διαμήκων και επιφανειακών κυμάτων, μετρήθηκε η χρονική διαφορά μεταξύ του μέσου κρούσης (σφυρί) και του αισθητήρα. Εκεί όπου εμφανιζόταν και το πρώτο μέγιστο πλάτος (πρώτο peak) της κυματομορφής θεωρήθηκε ότι αντιστοιχούσε στο επιφανειακό κύμα. Ελήφθησαν μετρήσεις σε διάφορες αποστάσεις από τον αισθητήρα και κάθε φορά καταγραφόταν η απόσταση αυτή σε mm και ο χρόνος των διαμήκων και επιφανειακών κυμάτων σε μsec. Από την κλίση της βέλτιστης ευθείας γραμμής που διέρχεται από τα σημεία προσδιορίστηκε η μέση ταχύτητα των κυμάτων κατά μήκος της επιλεγμένης γραμμής.

Ο προσδιορισμός των ελαστικών παραμέτρων των υλικών, δηλ. του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας E_d και του δυναμικού λόγου Poisson ν_d, έγινε με χρήση των Σχέσεων (3.4) και (3.5) (Qixian and Bungey, 1996),

$$V_p = \sqrt{\frac{E_d(1-\nu_d)}{\rho(1+\nu_d)(1-2\nu_d)}} \quad \text{...(3.4)}$$

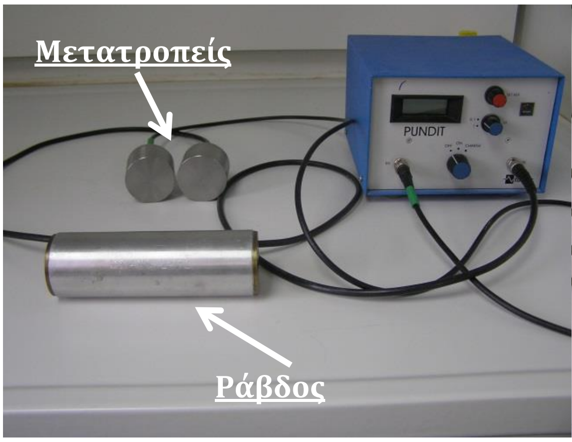
$$V_r = \frac{0.87+1.12\nu_d}{1+\nu} \cdot \sqrt{\frac{E_d}{\rho}\frac{1}{2(1+\nu)}} \quad \text{...(3.5)}$$

όπου V_p και V_r είναι οι ταχύτητες των διαμήκων και επιφανειακών κυμάτων, αντίστοιχα και ρ η πυκνότητα του υλικού. Με συνδυασμό των Σχέσεων (3.4) και (3.5) προσδιορίστηκαν οι δυναμικές ελαστικές παράμετροι.

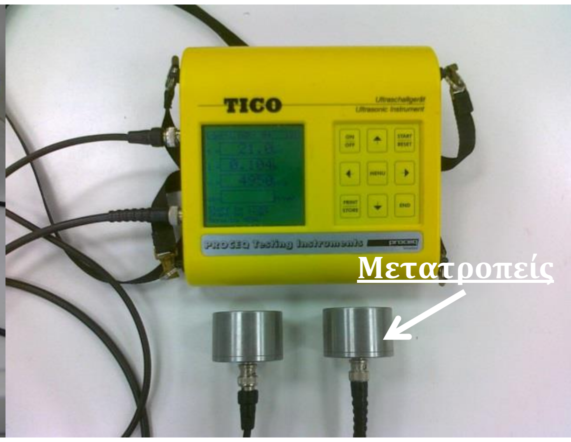
3.2.5 Μέθοδος των υπερήχων

Οι υπέρηχοι αποτελούν μηχανικά κύματα με συχνότητες μεγαλύτερες από εκείνες στις οποίες είναι ευαίσθητο το ανθρώπινο αυτί (μεγαλύτερες των 20 kHz), η διάδοση των οποίων απαιτεί την παρουσία κάποιου υλικού μέσου (στερεού, υγρού ή αέριου). Η ταχύτητα διάδοσης των υπερήχων, και του ήχου γενικότερα, εξαρτάται από την πυκνότητα και από τις ελαστικές ιδιότητες του μέσου στο οποίο διαδίδονται (Khandelwal and Ranjith, 2010). Επειδή η ποιότητα μερικών υλικών σχετίζεται με την ακαμψία τους, η μέτρηση της ταχύτητας διάδοσης των υπερήχων μπορεί να χρησιμοποιηθεί στον προσδιορισμό της ποιότητάς τους, όπως επίσης και για την εκτίμηση των ελαστικών ιδιοτήτων τους.

Αποτελεί μια μη καταστρεπτική μέθοδο, εύκολη στην εφαρμογή, και για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται ολοένα και περισσότερο σε γεωτεχνικές εφαρμογές (Gladwin, 1982; Karpuz and Pasamehmetoglu, 1997; Kahraman et al., 2008; Fener, 2011). Πολλοί ερευνητές μελέτησαν τη σχέση μεταξύ της ταχύτητας των υπερήχων με τις ιδιότητες των υλικών, οι οποίοι βρήκαν ότι συσχετίζονται στενά (Lama and Vutukuri, 1978; Sisman et al., 1990; Yasar and Erdogan, 2004b; Kahraman and Yeken, 2008; Kahraman et al., 2009).



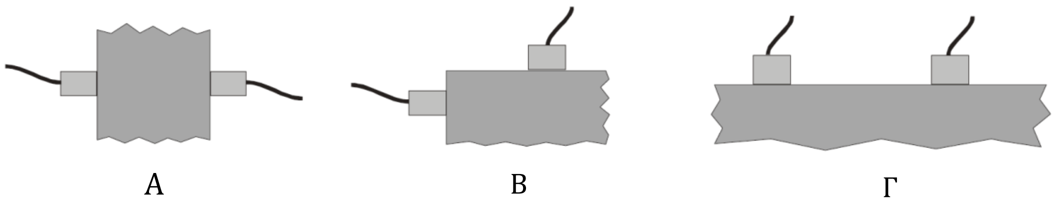
Σχήμα 3.13: Συσκευή PUNDIT 6.



Σχήμα 3.14: Συσκευή TICO της Proceq.

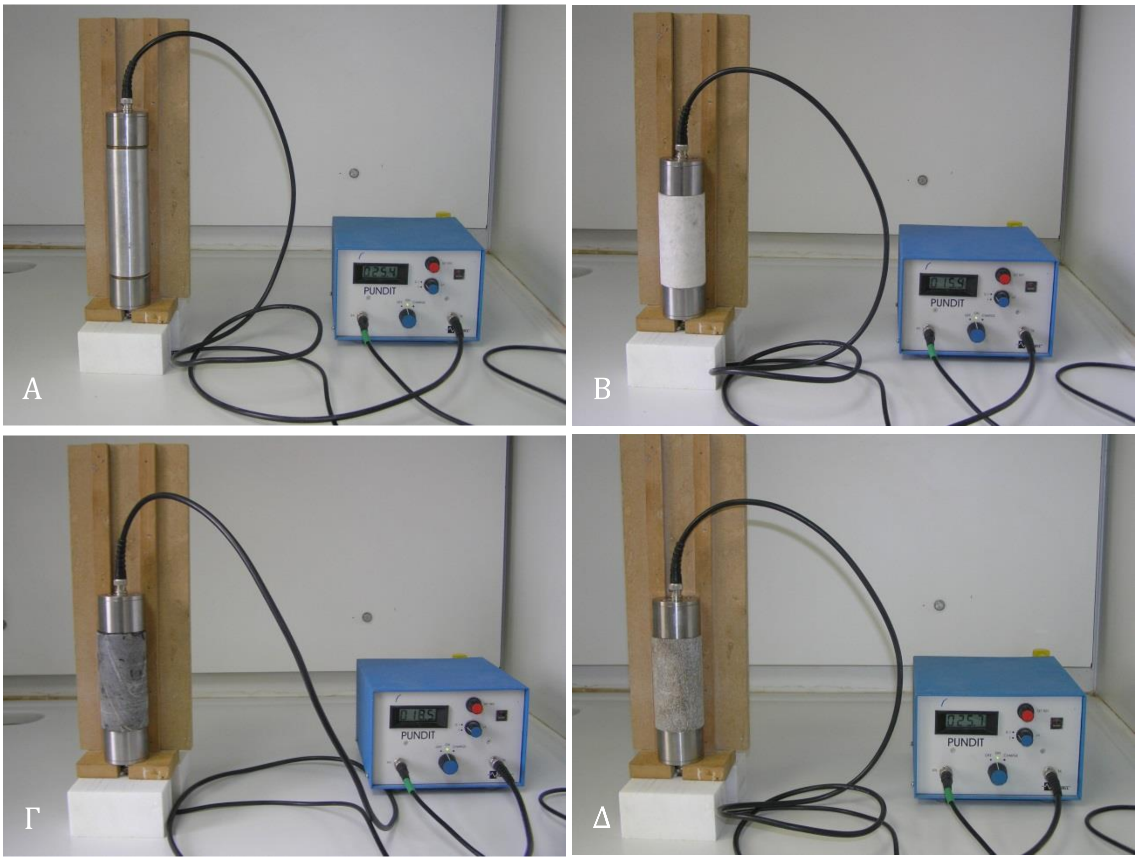
Για την εφαρμογή της μεθόδου των υπερήχων χρησιμοποιήθηκαν δύο συσκευές: (i) η συσκευή PUNDIT 6 (Portable Ultrasonic Non-destructive Digital Indicating Tester) του Εργαστηρίου Μηχανικής Πετρωμάτων του Πολυτεχνείου Κρήτης και (ii) η συσκευή TICO της εταιρείας Proceq του Εργαστηρίου Εφαρμοσμένης Μηχανικής του Πολυτεχνείου Κρήτης (Σχήματα 3.13 και 3.14). Οι συσκευές αποτελούνται από ένα ζεύγος μετατροπέων ενέργειας (transducers), πομπό και δέκτη, οι οποίοι τοποθετούνται στην επιφάνεια των υπό εξέταση δοκιμίων ή όγκων και μετριέται ο χρόνος διαδρομής (μs) του σεισμικού κύματος μεταξύ πομπού και δέκτη. Γνωρίζοντας το μήκος της διαδρομής που θα διανύσει το κύμα μπορεί να υπολογιστεί η υπερηχητική ταχύτητα του παλμού (Domone and Casson, 1997). Πιο συγκεκριμένα, ο παλμός διαμήκων ταλαντώσεων, συχνότητας 54 kHz, ο οποίος παράγεται από έναν ηλεκτροακουστικό μετατροπέα (πομπό) διαδίδεται στο υλικό μέσο και παραλαμβάνεται από το δεύτερο μετατροπέα (δέκτη) που τον μετατρέπει σε ηλεκτρικό σήμα (Shih et al., 2015). Ανάλογα με τη σχετική θέση μεταξύ πομπού και δέκτη, υπάρχουν 3 διαφορετικοί τρόποι μέτρησης: (i) η άμεση μέθοδος, (i) η ημι-άμεση μέθοδος και (iii) η έμμεση μέθοδος (Σχήμα 3.15). Στην παρούσα διατριβή χρησιμοποιήθηκε η άμεση μέθοδος για μετρήσεις σε κυλινδρικά δοκίμια και η έμμεση μέθοδος για μετρήσεις σε αντιπροσωπευτικούς όγκους των υλικών.

Για τις μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν σε κυλινδρικά δοκίμια διαμέτρου NX χρησιμοποιήθηκε η διάταξη που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.16, τόσο για τις μετρήσεις με τη συσκευή PUNDIT όσο και για εκείνες με τη συσκευή TICO. Η άμεση μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε αφορούσε μετρήσεις κατά μήκος του κύριου άξονα των δοκιμίων, οπότε οι μετατροπείς τοποθετήθηκαν στις βάσεις αυτών. Αρχικά έγινε βαθμονόμηση της συσκευής με χρήση ράβδου βαθμονόμησης (Σχήμα 3.16Α), όπου η τιμή του χρόνου διέλευσης του κύματος από τον πομπό στο δέκτη ήταν γνωστή (25.4 μs). Αυτό ήταν αναγκαίο για την αποφυγή σφαλμάτων των μετρήσεων. Επίσης, για την όσο δυνατόν καλύτερη και πλέον αξιόπιστη μέθοδο μέτρησης της ταχύτητας διάδοσης των υπερήχων, εξετάστηκε η σύζευξη πομπού-δέκτη με την επιφάνεια των δοκιμίων. Πραγματοποιήθηκαν δοκιμές (i) ως προς τη θέση των δοκιμίων (οριζόντια ή κατακόρυφη), (ii) ως προς την εφαρμογή πίεσης ή όχι των μετατροπέων επάνω στην επιφάνεια των δοκιμίων και (iii) ως προς την εφαρμογή ή όχι λιπαντικού μέσου μεταξύ των μετατροπέων και της επιφάνειας δοκιμίου. Τελικά με βάση την επαναληψιμότητα και την αξιοπιστία των μετρήσεων αποφασίστηκε οι μετρήσεις να γίνουν έχοντας τα δοκίμια σε κατακόρυφη θέση, χωρίς την επιβολή κάποιας πίεσης και με την εφαρμογή λιπαντικού μέσου. Με βάση τις συνθήκες αυτές, πραγματοποιήθηκαν 6 μετρήσεις ανά δοκίμιο. Από κάθε υλικό υπήρχαν διαθέσιμα 6-7 δοκίμια, οπότε συνολικά πραγματοποιήθηκαν 36 ή 42 μετρήσεις ανά υλικό.



Σχήμα 3.15 Σχετική θέση μεταξύ πομπού και δέκτη: Α. άμεση μέθοδος, Β. ημι-άμεση μέθοδος και Γ. έμμεση μέθοδος.

Για τις μετρήσεις στους όγκους των υλικών, οι αντιπροσωπευτικοί όγκοι λειάνθηκαν με τη βοήθεια γυαλόχαρτου ή/και ειδικού γωνιακού τροχού, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις που εξετάστηκαν άλλοι μέθοδοι. Λόγω του ότι υπήρχε μια διαθέσιμη επιφάνεια κατάλληλη για την εφαρμογή των μετατροπέων, επιλέχθηκε η έμμεση μέθοδος μέτρησης. Σε αυτή τη μέθοδο υπάρχει κάποια αβεβαιότητα σχετικά με το ακριβές μήκος της διαδρομής μετάδοσης του παλμού, λόγω της μεγάλης επιφάνειας επαφής των μετατροπέων στην επιφάνεια του υλικού. Συνεπώς, είναι προτιμότερο να γίνεται μια σειρά μετρήσεων, με τους μετατροπείς να βρίσκονται σε διαφορετικές αποστάσεις μεταξύ τους. Για το σκοπό αυτό, ο πομπός τοποθετήθηκε σε ένα σταθερό σημείο και ο δέκτης μετακινούταν κατά σταθερό διάστημα 5 cm, κατά μήκος επιλεγμένης γραμμής στην επιφάνεια του όγκου (Σχήμα 3.17). Για τις αποστάσεις 10 cm, 15 cm και 20 cm που επιλέχθηκαν, καταγράφηκαν οι αντίστοιχοι χρόνοι και δημιουργήθηκε γράφημα απόστασης - χρόνου. Η κλίση της βέλτιστης ευθείας γραμμής που διέρχεται από τα σημεία αποτελεί τη μέση ταχύτητα του υπερηχητικού παλμού κατά μήκος της επιλεγμένης γραμμής.



Σχήμα 3.16: Πειραματική διάταξη μέτρησης με υπέρηχους. Εφαρμογή της άμεσης μεθόδου μέτρησης. Α. βαθμονόμηση της συσκευής με χρήση ράβδου βαθμονόμησης, Β. μέτρηση σε δοκίμιο μαρμάρου, Γ. μέτρηση σε δοκίμιο χαλαζίτη και Δ. μέτρηση σε δοκίμιο μεταψαμμίτη.

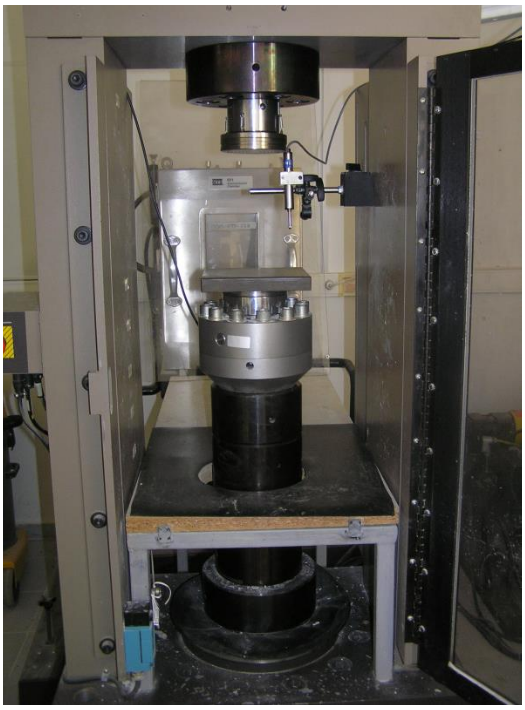
Σχήμα 3.17: Πειραματική διάταξη μέτρησης της ταχύτητας των υπερήχων σε όγκους των υλικών.

3.2.6 Δοκιμές μονοαξονικής θλίψης

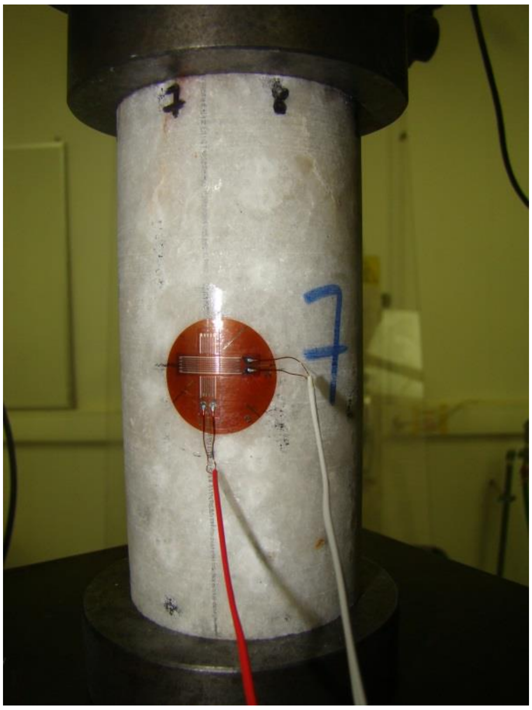
Μετά την ολοκλήρωση των μη καταστροφικών μεθόδων, τα κυλινδρικά δοκίμια διαμέτρου NX των υλικών υποβλήθηκαν σε δοκιμές μονοαξονικής θλίψης. Η μέθοδος της μονοαξονικής θλίψης συνίσταται στην εφαρμογή ενός αξονικού φορτίου σε δοκίμιο συγκεκριμένων διαστάσεων, που έχει ως αποτέλεσμα τη βαθμιαία βράχυνσή του. Σκοπός της μεθόδου ήταν ο προσδιορισμός της μέγιστης αντοχής σε θλίψη, του στατικού μέτρου ελαστικότητας και του στατικού λόγου Poisson. Η διαδικασία προετοιμασίας των δοκιμίων για την εκτέλεση των δοκιμών μονοαξονικής θλίψης όσο και οι προδιαγραφές εκτέλεσης των δοκιμών περιγράφονται σαφώς και επακριβώς από οδηγίες και κανονισμούς της ISRM (1981), της ASTM (D2938-86; D3148-95; D4543-08) καθώς και από τις αντίστοιχες Ελληνικές προδιαγραφές του ΥΠΕΧΩΔΕ (Ε103-84).

Οι δοκιμές πραγματοποιήθηκαν σε άκαμπτη μηχανή φόρτισης MTS-815 1600 KN (Σχήμα 3.18) του Εργαστηρίου Μηχανικής Πετρωμάτων του Πολυτεχνείου Κρήτης. Τα δοκίμια τοποθετήθηκαν σε κατακόρυφη θέση μεταξύ δύο άκαμπτων πλακών, μέσω των οποίων εφαρμόστηκε αξονικό φορτίο. Το φορτίο εφαρμόστηκε με σταθερό ρυθμό

0.01 mm/s σε συνθήκη ελέγχου μετατόπισης και η αστοχία των δοκιμίων επήλθε σε λιγότερο από 5 min. Επίσης, σε επιλεγμένα δοκίμια από κάθε υλικό τοποθετήθηκαν ηλεκτρικά μηκυνσιόμετρα (Σχήμα 3.19) (strain gauges) που επικολλήθηκαν στην περιφέρεια αυτών με ειδική κόλλα. Τα δεδομένα των τιμών των φορτίων και των παραμορφώσεων (αξονικών και διαμετρικών) καταγράφηκαν σε Η/Υ ο οποίος ήταν συνδεδεμένος με τη μηχανή φόρτισης.



Σχήμα 3.18: Μηχανή φόρτισης MTS-815 1600 KN.



Σχήμα 3.19: Δοκίμιο σε φόρτιση, όπου διακρίνεται το ηλεκτρικό μηκυνσιόμετρο .

Από τα διαγράμματα τάσης-αξονικής παραμόρφωσης υπολογίστηκαν η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη C_0 (μέγιστη αντοχή) και το εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας E_s. Το εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας υπολογίστηκε από την κλίση της εφαπτομένης της καμπύλης τάσεων-αξονικών παραμορφώσεων, που αντιστοιχεί στο 50% της αντοχής του πετρώματος σε μοναξονική θλίψη. Κατόπιν, υπολογίστηκε η C_2 η οποία είναι η ανηγμένη τιμή της αντοχής σε θλίψη, για λόγο ύψους προς διάμετρο δοκιμίου ίσο με 2. Από τα ίδια διαγράμματα υπολογίστηκε η ελαστική ειδική ενέργεια θραύσης (ενέργεια ανά μονάδα μάζας, kJ/kg ή ενέργεια ανά μονάδα όγκου, kJ/m^3). Ο υπολογισμός έγινε με δύο τρόπους, (i) με αριθμητική ολοκλήρωση των πειραματικών καμπυλών με τη μέθοδο των τραπεζίων και (ii) με τη μέθοδο του τριγώνου, θεωρώντας ότι τα υλικά συμπεριφέρονται ελαστικά μέχρι τη μέγιστη αντοχή. Επίσης, από τα διαγράμματα τάσης-διαμετρικής παραμόρφωσης υπολογίστηκε ο λόγος Poisson ν_s.

Σημειώνεται ότι οι συμβολισμοί E_s και v_s αναφέρονται στις αντίστοιχες στατικές ελαστικές παραμέτρους των υλικών σε αντιδιαστολή με τους συμβολισμούς E_d και v_d που αναφέρονται στις δυναμικές παραμέτρους που προέρχονται από μη καταστροφικές μεθόδους.

3.3 Πειραματική διαδικασία δοκιμών λειοτρίβησης

3.3.1 Περιγραφή εξοπλισμού

Κατά την πειραματική διαδικασία χρησιμοποιήθηκε εργαστηριακός σφαιρόμυλος ασυνεχούς λειτουργίας διαστάσεων (DxL) = 0.204 x 0.166 m (Σχήμα 3.20). Το φορτίο του μύλου αποτελούταν από χαλύβδινες σφαίρες πυκνότητας ρ_b=7.85 g/cm^3. Ο μύλος περιστρεφόταν πάνω σε «ράουλα» με συχνότητα περιστροφής N_r=66 rpm (1.1 Hz) που αντιστοιχεί στο 70% της κρίσιμης. Η ισχύς του μύλου P_m (W) υπολογίστηκε από τον τύπο του Σταμπολτζή (1990),

$$P_m = 9.9 \cdot M \cdot N_r \cdot D \qquad ...(3.6)$$

όπου M είναι η συνολική μάζα σε kg της τροφοδοσίας και των σφαιρών, N_r η συχνότητα περιστροφής σε Hz και D η διάμετρος του μύλου σε m.

Σχήμα 3.20: Εργαστηριακός σφαιρόμυλος, όπου περιστρέφεται πάνω σε «ράουλα».

Η ενέργεια E (J) που καταναλώνεται από το μύλο είναι ανάλογη του χρόνου λειοτρίβησης t (s)και δίνεται από τη Σχέση (3.7),

$$E = P_m \cdot t \qquad ...(3.7)$$

Εάν m (kg) είναι η μάζα του υλικού στο μύλο, τότε η ειδική ενέργεια ε (J/kg) που καταναλώνεται δίνεται από τη Σχέση (3.8),

$$\varepsilon = \frac{E}{m} = \frac{P_m \cdot t}{m} \quad \text{...(3.8)}$$

Η ειδική ενέργεια ε σε kWh/t υπολογίζεται διαιρώντας τη Σχέση (3.8) με το 3,600.

3.3.2 Μεθοδολογία πειραμάτων λειοτρίβησης

Για τις ανάγκες της παρούσας διατριβής, πραγματοποιήθηκαν 3 σειρές πειραμάτων λειοτρίβησης. Στην πρώτη και δεύτερη σειρά πειραμάτων χρησιμοποιήθηκαν ως αρχικές τροφοδοσίες στενά κοκκομετρικά κλάσματα, ενώ στην τρίτη σειρά πειραμάτων πραγματοποιήθηκαν δοκιμές ημισυνεχούς λειοτρίβησης σε συνθήκες παρόμοιες με αυτές που ορίζει η μέθοδος Bond.

3.3.2.1 Πρώτη και δεύτερη σειρά πειραμάτων

Στην πρώτη σειρά πειραμάτων τα υλικά τα οποία χρησιμοποιήθηκαν ήταν χαλαζίας και μάρμαρο. Πραγματοποιήθηκαν τρεις σειρές δοκιμών και αυτό το οποίο μεταβαλλόταν ήταν ο συντελεστής πλήρωσης των κενών U (Σχέση 2.53) με υλικό, διατηρώντας σταθερό το συντελεστή πλήρωσης του μύλου με υλικό f_c (Σχέση 2.52) και θεωρώντας το πορώδες φ ίσο με 40%. Ο συντελεστής U είναι αντιστρόφως ανάλογος του J και επομένως για κάθε μεταβολή του U μπορεί να θεωρηθεί και μια αντίστοιχη μεταβολή στο J. Εξετάστηκαν τρία διαφορετικά U (50%, 100% και 150%) που αντιστοιχούν σε τρία διαφορετικά J (20%, 10% και 6.7%).

Στη δεύτερη σειρά πειραμάτων τα υλικά τα οποία χρησιμοποιήθηκαν ήταν μάρμαρο, χαλαζίτης και μεταψαμμίτης. Μελετήθηκε η μεταβολή του μεγέθους των μέσων λειοτρίβησης (σφαίρες) και για το σκοπό αυτό πραγματοποιήθηκαν κυρίως τέσσερεις ή κατά περίπτωση τρεις σειρές δοκιμών. Οι τρεις πρώτες σειρές δοκιμών περιελάμβαναν σφαίρες συγκεκριμένης διαμέτρου (40 mm, 25.4 mm ή 12.7 mm), ενώ η τέταρτη σειρά δοκιμών πραγματοποιήθηκε με ανάμιξη (mix) των παραπάνω διαμέτρων. Για όλες τις σειρές δοκιμών η μάζα των σφαιρών παρέμενε σταθερή και περίπου ίση με 5.2 kg. Επίσης, στην τέταρτη σειρά δοκιμών η κατανομή μάζας των διαφορετικών σφαιρών ήταν ίδια και περίπου ίση με 1.8 kg, όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα 3.1. Οι υπόλοιπες παράμετροι παρέμειναν σταθερές, όπως για παράδειγμα, f_c=4%, U=50% και N_r=66 rpm.

Πίνακας 3.1: Κατανομή μάζας τέταρτης σειράς δοκιμών

Διάμετρος σφαίρας	Αριθμός	Μάζα
mm		g
40	7	1,840
25.4	26	1,739
12.7	204	1,716
Σύνολο	237	5,295

Σύμφωνα με τη διαδικασία, το αρχικό δείγμα από κάθε υλικό, ομογενοποιήθηκε και τεταρτοδιαιρέθηκε μέχρι μάζας περίπου 6 kg το οποίο χρησιμοποιήθηκε για τις ανάγκες των δοκιμών. Στη συνέχεια, θραύστηκε σε μέγεθος -4 mm με χρήση του σιαγωνοτού θραυστήρα. Το προϊόν του θραυστήρα κοσκινίστηκε εν υγρώ σε μέγεθος 150 μm, όπου το κλάσμα +150 μm οδηγήθηκε σε εργαστηριακό φούρνο για ξήρανση, ενώ το κλάσμα -150 μm δε χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διατριβή, αλλά φυλάχθηκε. Το ξηρό κλάσμα +150 μm κοσκινίστηκε σε μια σειρά κοσκίνων με λόγο $\sqrt{2}$. Ως αποτέλεσμα, δημιουργήθηκαν 5 στενά κοκκομετρικά κλάσματα από κάθε υλικό (-3.35+2.36 mm, -1.7+1.18 mm, -0.850+0.600 mm, -0.425+0.300 mm και -0.212+0.150 mm), τα οποία χρησιμοποιήθηκαν ως τροφοδοσίες για τις δοκιμές λειοτρίβησης στον εργαστηριακό σφαιρόμυλο. Οι χρόνοι λειοτρίβησης που επιλέχθηκαν ήταν (0.5, 1, 2 και 4 ή 8 min), ενώ σε ορισμένες περιπτώσεις χρησιμοποιήθηκαν και μεγαλύτεροι χρόνοι, για την καλύτερη κατανόηση του φαινομένου της λειοτρίβησης. Τα προϊόντα τα οποία προέκυπταν κοσκινίζονταν σε μια σειρά κοσκίνων με λόγο $\sqrt{2}$, για τον προσδιορισμό της κατανομής μεγέθους των τεμαχίων. Η διαδικασία της κοσκίνισης των προϊόντων περιελάμβανε κοσκίνιση εν υγρώ σε μέγεθος 38 μm, με αποτέλεσμα τη δημιουργία δύο κλασμάτων, δηλ. το κλάσμα +38 μm και το κλάσμα -38 μm. Το +38 μm οδηγούνταν σε φούρνο για ξήρανση, ενώ στο κλάσμα -38 μm απομακρυνόταν το μεγαλύτερο μέρος του νερού με διήθηση υπό κενό και στη συνέχεια οδηγούνταν στο φούρνο, για ξήρανση. Το ξηρό κλάσμα +38 μm κοσκινιζόταν σε μια σειρά κοσκίνων, όπου ζυγιζόταν η μάζα του υλικού που παρέμενε σε κάθε κόσκινο. Για τον υπολογισμό της τελικής μάζας του κλάσματος -38 μm της κάθε δοκιμής, συνυπολογιζόταν η μάζα του -38 μm της ξηρής κοσκίνισης και η αντίστοιχη μάζα της υγρής κοσκίνισης. Η κατανομή μεγέθους τεμαχίων του ενοποιημένου κλάσματος -38 μm προσδιορίστηκε με τη βοήθεια κοκκομετρικού αναλυτή Laser, Mastersizer τύπου S της εταιρείας Malvern. Λόγω των διαφορετικών μεθόδων μέτρησης των κατανομών μεγέθους τεμαχίων (κοσκίνιση και κοκκομετρικός αναλυτής Mastersizer) προσδιορίστηκε ο φαινόμενος συντελεστής σχήματος (apparent shape factor) για κάθε ένα από τα υλικά που δοκιμάστηκαν. Αναλυτικά η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε περιγράφεται στο Παράρτημα Α.

Επίσης, κατά τη διεξαγωγή των δοκιμών εφαρμόστηκαν οι παρακάτω συνθήκες:

i. Σε κάθε δοκιμή χρησιμοποιήθηκε νέα τροφοδοσία.
ii. Ακολουθώντας τις οδηγίες των Gupta and Sharma (2014), το προϊόν θραύσης κάθε υλικού οδηγήθηκε αρχικά στο σφαιρόμυλο όπου λειοτριβήθηκε για 2 min, ώστε να αποφευχθεί μη ομαλή συμπεριφορά θραύσης.
iii. Η κοκκομετρική κατανομή της τροφοδοσίας κάθε δοκιμής προσδιορίστηκε με την ίδια διαδικασία όπως και στα προϊόντα της λειοτρίβησης.
iv. Η πλήρωση του μύλου γινόταν με εναλλαγές στρώσεων σφαιρών και υλικού, ακολουθώντας τη συνήθη πρακτική (Gupta et al., 1985).

3.3.2.2 Τρίτη σειρά πειραμάτων

Η τρίτη σειρά πειραμάτων περιελάμβανε δοκιμές ημισυνεχούς λειοτρίβησης μαρμάρου και χαλαζίτη, με συνθήκες παρόμοιες με αυτές που ορίζει η μέθοδος Bond. Η μέθοδος Bond είναι μια τυπική μέθοδος προσδιορισμού του δείκτη έργου (work index) ενός υλικού (Deniz, 2003; Wills and Napier-Munn, 2006). Ο δείκτης έργου εκφράζει την αντίσταση ενός υλικού στην κατάτμηση και χρησιμοποιείται ευρέως στη βιομηχανία για τη σύγκριση διαφορετικών υλικών. Η τυπική μέθοδος Bond εφαρμόζεται στο εργαστήριο και απαιτεί τη συνεχή απομάκρυνση του διερχόμενου υλικού από ένα συγκεκριμένο μέγεθος κοσκίνου, σε ένα κλειστό κύκλωμα.

Στα κυκλώματα λειοτρίβησης των βιομηχανιών, το υλικό το οποίο προέρχεται από το στάδιο της θραύσης τροφοδοτείται συνήθως στο μύλο. Ο σφαιρόμυλος βρίσκεται σε κλειστό κύκλωμα με έναν ταξινομητή, όπου διαχωρίζεται το υλικό κατά μέγεθος (στο χονδρομερές και λεπτομερές κλάσμα). Το χονδρομερές κλάσμα (κυκλοφορούν φορτίο) επιστρέφει στο μύλο, ενώ το λεπτομερές αποτελεί το τελικό προϊόν. Έπειτα, το χονδρομερές μαζί με τη νέα τροφοδοσία ενώνονται για περαιτέρω λειοτρίβηση. Μετά από ορισμένο χρόνο επέρχεται ισορροπία στο κύκλωμα, όπου η ποσότητα της τροφοδοσίας του κυκλώματος θα είναι ίση με την ποσότητα του προϊόντος. Στη μέθοδο Bond το ρόλο του ταξινομητή τον παίζει το κόσκινο το οποίο επιλέγεται (κόσκινο αναφοράς), επομένως, η μέθοδος αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση συνεχούς λειτουργίας βιομηχανικών συστημάτων λειοτρίβησης. Παρόλο που βρίσκει πολλές εφαρμογές, όπως στο σχεδιασμό κυκλωμάτων κατάτμησης, στην επιλογή του κατάλληλου εξοπλισμού, στον προσδιορισμό της απαιτούμενης ισχύος και στην αξιολόγηση της απόδοσης των κυκλωμάτων κατάτμησης (Aras et al., 2012), εντούτοις κάποιοι ερευνητές έχουν αποδείξει τα μειονεκτήματά της, όπως η πολυπλοκότητά της, η μεγάλη χρονική διάρκεια εκτέλεσης των πειραμάτων και το ότι είναι επιρρεπής σε πειραματικά σφάλματα (Kapur, 1970; Horst and Bassarear, 1976; Magdalinovic, 1989; Ahmadi and Shahsavari, 2009).

Οι δοκιμές ημισυνεχούς λειοτρίβησης είχαν ως στόχο την επίτευξη κυκλοφορούντος φορτίου 250%, χρησιμοποιώντας συγκεκριμένο κόσκινο αναφοράς. Η τυπική μέθοδος Bond απαιτεί οι τροφοδοσίες του μύλου να είναι κοκκώδη υλικά διαφόρων κοκκομετρικών μεγεθών, με μέγιστο μέγεθος τεμαχίων 3.35 mm. Για το λόγο αυτό, τα αρχικά υλικά της τάξης μεγέθους -3.35+2.36 mm λειοτριβήθηκαν στον εργαστηριακό σφαιρόμυλο, για συγκεκριμένο χρόνο, προκειμένου να δημιουργηθούν προϊόντα μεγέθους -3.35 mm. Ο στόχος ήταν τα προκύπτοντα προϊόντα των δύο υλικών που επιλέχθηκαν (μάρμαρο και χαλαζίτης) να έχουν σχεδόν το ίδιο μέγεθος $x_1(80)$. Με αυτόν τον τρόπο δημιουργήθηκαν τα προς εξέταση υλικά των δοκιμών ημισυνεχούς λειοτρίβησης, που είχαν τα εξής χαρακτηριστικά, (i) το μέγεθος της αρχικής τροφοδοσίας $x_1(80)$ των δύο υλικών ήταν περίπου ίδιο και (ii) οι αρχικές τροφοδοσίες προέρχονταν από συγκεκριμένο κλάσμα -3.35+2.36 mm, οπότε και θα μπορούσε να γίνει σύγκριση με τις προηγούμενες σειρές πειραμάτων που απαιτούσαν στενά κοκκομετρικά κλάσματα. Οι χρόνοι λειοτρίβησης που επιλέχθηκαν ήταν, 1 min για το μάρμαρο και 2 min για το χαλαζίτη, ενώ οι υπόλοιπες παράμετροι ήταν: f_c=4%, U=50% και d=25.4 mm.

Η μάζα των υλικών τροφοδοσίας του σφαιρόμυλου ήταν 351.5g για το μάρμαρο και 342.5g για το χαλαζίτη, που αντιστοιχούν σε περίπου 215 mL όγκο πλήρωσης των υλικών στο μύλο. Οι υπολογισμοί έγιναν με βάση τη φαινόμενη πυκνότητα των υλικών, θεωρώντας πορώδες 40%. Επιλέχθηκαν 77 σφαίρες διαμέτρου d=25.4 mm, που αντιστοιχούσαν σε συντελεστή πλήρωσης J=20% (ή U=50%), ενώ η ταχύτητα περιστροφής του μύλου παρέμεινε σταθερή, N_r= 66 rpm (ή 1.10 Hz). Σύμφωνα με τη διαδικασία, το αρχικό υλικό τροφοδοτείται στο μύλο για έναν αυθαίρετα επιλεγόμενο αριθμό περιστροφών μύλου (π.χ. 50 ή 100 revolutions) και το προϊόν που λαμβάνεται κοσκινίζεται στο επιλεγμένο κόσκινο αναφοράς. Το υλικό το οποίο παραμένει στο κόσκινο επιστρέφει στο μύλο, προσθέτοντας τόση ποσότητα από την αρχική τροφοδοσία (-3.35 mm) όση είναι η μάζα του διερχόμενου υλικού από το κόσκινο αναφοράς, διατηρώντας έτσι σταθερή την ποσότητα τροφοδοσίας του μύλου. Έπειτα, υπολογίζεται η ποσότητα που παράγεται ανά περιστροφή G_1 για την πρώτη περίοδο,

$$G_1 = \frac{MP_1 - (WF_1 \cdot U_f)}{R_1} \quad ...(3.9)$$

όπου,

MP_i η ποσότητα του προϊόντος που διέρχεται από το κόσκινο αναφοράς για την i περίοδο, g.

WF_i η ποσότητα της φρέσκιας τροφοδοσίας για την i περίοδο, g.

U_f το ποσοστό της φρέσκιας τροφοδοσίας που διέρχεται από το κόσκινο αναφοράς, g.

R_i ο αριθμός των περιστροφών για την i περίοδο.

Για τη δεύτερη περίοδο, ο στόχος είναι η επίτευξη κυκλοφορούντος φορτίου 250%. Επομένως, ο απαιτούμενος αριθμός περιστροφών του μύλου R_2 μπορεί να υπολογιστεί από τη Σχέση (3.10):

$$R_2 = \frac{\frac{WF_1}{3.5} - (MP_1 \cdot U_f)}{G_1} \quad ...(3.10)$$

Στη συνέχεια, η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι η ποσότητα που παράγεται ανά περιστροφή μεταξύ δύο συνεχόμενων περιόδων να έχει απόκλιση μικρότερη από 3%. Στο τελικό προϊόν προσδιορίστηκε το μέγεθος $x_2(80)$ με τη βοήθεια του κοκκομετρικού αναλυτή Laser, Mastersizer τύπου S της εταιρείας Malvern.

Ο δείκτης έργου W_i κατά Bond υπολογίζεται από τη Σχέση (3.11),

$$W_i = \frac{\varepsilon}{10 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x_2(80)}} - \frac{1}{\sqrt{x_1(80)}}\right)} \quad ...(3.11)$$

όπου ε η ειδική ενέργεια σε kWh/t και $x_1(80)$ και $x_2(80)$ το μέγεθος της τροφοδοσίας και προϊόντος, αντίστοιχα, όπου διέρχεται το 80% του υλικού, σε μm.

Γενικότερα, ο δείκτης έργου ενός υλικού μπορεί να υπολογιστεί από τη Σχέση (3.12),

$$W_i = \frac{\varepsilon}{100^n \cdot \left(\frac{1}{x_2(80)^n} - \frac{1}{x_1(80)^n}\right)} \quad ...(3.12)$$

όπου το n είναι ένας εκθέτης ο οποίος, σύμφωνα με τον Rittinger n=1, σύμφωνα με τον Bond n=0.5, ενώ σύμφωνα με τους Charles (1957) και Stamboliadis (2003) το n μπορεί να πάρει οποιαδήποτε κοντινή τιμή.

Οι Stamboliadis et al. (2011b) έδωσαν μια νέα προσέγγιση στον προσδιορισμό του δείκτη έργου ενός υλικού. Από δοκιμές που έκαναν σε διάφορες συνθήκες λειοτρίβησης, διεπίστωσαν ότι ο δείκτης έργου δεν παρέμενε σταθερός και ανεξάρτητος του μεγέθους του προϊόντος του υλικού και απέδωσαν αυτή την απόκλιση στην τιμή του εκθέτη n. Με βάση το βέλτιστο εκθέτη n_{opt} όπου οι τιμές των δεικτών έργου είχαν την χαμηλότερη τυπική απόκλιση, υπολόγισαν τελικά το δείκτη έργου των υλικών. Επομένως, ο δείκτης έργου αποτελεί ένα γενικότερο χαρακτηριστικό του υλικού και για τον υπολογισμό του δε σημαίνει απαραίτητα ότι θα πρέπει να ισχύει η θεωρία του Bond.

Για την προσομοίωση του βιομηχανικού κυκλώματος με τη μέθοδο Bond, χρησιμοποιήθηκαν συγκεκριμένα κόσκινα αναφοράς (300 μm, 150 μm και 75 μm) και προσδιορίστηκαν οι κατανομές μεγέθους των τελικών προϊόντων σε συνθήκες ισορροπίας. Οι προκύπτουσες κατανομές μεγέθους αξιολογήθηκαν και συγκρίθηκαν σε σχέση με τον τύπο του υλικού και το κόσκινο αναφοράς που χρησιμοποιήθηκε. Τα υλικά τα οποία προέκυψαν μετά την απομάκρυνση των τελικών προϊόντων, τα οποία αποτελούν την ανακύκλωση, ενώθηκαν με τις αντίστοιχες φρέσκιες τροφοδοσίες και οι νέες τροφοδοσίες που προέκυψαν χρησιμοποιήθηκαν για τη μελέτη της κινητικής της λειοτρίβησης με βάση τις εκτιμήσεις του ισοζυγίου πληθυσμού. Για το σκοπό αυτό πραγματοποιήθηκαν δοκιμές λειοτρίβησης, χρησιμοποιώντας ως αρχικές τροφοδοσίες τις νέες τροφοδοσίες, σε διάφορους χρόνους λειοτρίβησης, και μελετήθηκαν οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων που προέκυψαν.

3.4 Γραμμική παλινδρόμηση κατά τμήματα

Οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης περιγράφηκαν, όπως αναφέρθηκε στο θεωρητικό μέρος, από τις μαθηματικές συναρτήσεις Gates-Gaudin-Schuhmann και Rosin-Rammler. Οι συναρτήσεις αυτές με κατάλληλους μετασχηματισμούς καταλήγουν σε εξισώσεις ευθείας γραμμής (Σχέσεις (2.8) και (2.10)), όπου μπορούν να υπολογιστούν οι συντελεστές μεγέθους και κατανομής, για κάθε χρόνο λειοτρίβησης. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι προκύπτουσες ευθείες γραμμές δεν ήταν ικανές να περιγράψουν πλήρως τις κατανομές μεγέθους των προϊόντων και για το λόγο αυτό χρησιμοποιήθηκε η γραμμική παλινδρόμηση κατά τμήματα (piecewise regression analysis). Η γραμμική παλινδρόμηση κατά τμήματα είναι ένας τύπος παλινδρόμησης που επιτρέπει πολλαπλά γραμμικά μοντέλα να περιγράψουν τα δεδομένα, τα οποία τέμνονται σε σημεία (σημεία αλλαγής κλίσης) που ονομάζονται σημεία διακοπής (breakpoints). Έτσι, η εκθετική συνάρτηση της Σχέσης (2.7) μπορεί να διαιρεθεί στις ακόλουθες δύο συναρτήσεις,

$$P = 100 \cdot \left(\frac{x}{x_f}\right)^{a_f}, \mathrm{x} \leq \mathrm{x_b} \qquad \ldots(3.13)$$

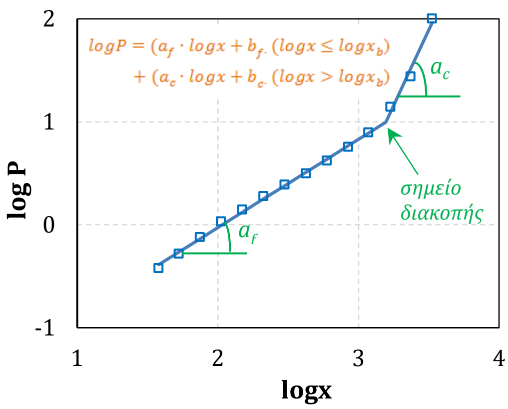
$$P = 100 \cdot \left(\frac{x}{x_c}\right)^{a_c}, \mathrm{x} > \mathrm{x_b} \qquad \ldots(3.14)$$

όπου x_f *ή* x_c είναι το μέγιστο μέγεθος του τεμαχίου (συντελεστής μεγέθους), a είναι ο συντελεστής κατανομής και f και c είναι δείκτες που αντιστοιχούν στην περιοχή των λεπτομερών και των χονδρομερών τεμαχίων, αντίστοιχα. x_b είναι το σημείο διακοπής και ορίζεται ως το σημείο μετάβασης μεταξύ των δύο περιοχών.

Κατά συνέπεια, με χρήση της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα, η Σχέση (2.7) μπορεί να γραφτεί ως εξής,

$$logP = a_f \cdot logx + b_f \cdot (logx \leq logx_b) + a_c \cdot logx + b_c \cdot (logx > logx_b) \qquad \ldots(3.15)$$

όπου a_f και a_c είναι οι κλίσεις των γραμμών και b_f και b_c τα σημεία τομής των ευθειών με τον άξονα y. Κάθε όρος μέσα στην παρένθεση αντιπροσωπεύει μια λογική λειτουργία, δηλ. εάν ο όρος είναι αληθής λαμβάνει την τιμή 1, ενώ εάν είναι ψευδής λαμβάνει την τιμή 0. Επομένως, η Σχέση (3.15) αντιπροσωπεύει στην πραγματικότητα δύο γραμμικά μοντέλα. Η τιμή του $logx_b$ μπορεί να θεωρηθεί ως το ανώτερο όριο της πρώτης περιοχής (περιοχή λεπτομερών) και το κατώτερο όριο της δεύτερης περιοχής (περιοχή χονδρομερών). Η εφαρμογή της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.21.



Σχήμα 3.21: Εφαρμογή της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα.

3.5 Μέθοδοι υπολογισμού με τα λογισμικά Moly-Cop Tools™ και MODSIM™

Για τον προσδιορισμό των παραμέτρων του κινητικού μοντέλου (ρυθμός θραύσης και συνάρτηση θραύσης) αλλά και για την προσομοίωση της διαδικασίας λειοτρίβησης, χρησιμοποιήθηκαν δύο διαφορετικά λογισμικά. Το Moly-Cop Tools™ έκδοσης 1.0 και το MODSIM™ ακαδημαϊκής έκδοσης 3.6.25 (King, 2001).

Το λογισμικό Moly-Cop Tools™ περιλαμβάνει ένα σύνολο εύχρηστων υπολογιστικών φύλλων Excel που μπορεί να χρησιμοποιηθούν στο χαρακτηρισμό και την αξιολόγηση της αποδοτικότητας των κυκλωμάτων λειοτρίβησης, ακολουθώντας τυποποιημένες μεθοδολογίες και ευρέως αποδεκτά κριτήρια αξιολόγησης. Το υπολογιστικό φύλλο BALLPARAM_BACH, που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διατριβή, χρησιμοποιεί τις διαφορικές εξισώσεις του μοντέλου ισοζυγίου πληθυσμού, για τον υπολογισμό των παραμέτρων του ρυθμού θραύσης S_i και της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης $B_{i,j}$. Το λογισμικό προσδιορίζει το βέλτιστο συνδυασμό των παραμέτρων (α_T, α, μ, Λ, Φ_j, γ και β) που ελαχιστοποιεί το σφάλμα μεταξύ πειραματικών και αναπαραγόμενων κατανομών μεγέθους, ενώ η αντικειμενική συνάρτηση (objective function) *SSE* εκφράζεται με τη Σχέση (3.16),

$$SSE = \sum_{t=1}^{4} \sum_{i=1}^{N+1} \frac{w_i}{W} \left(\frac{R_{i(\text{exp.})} - R_{i(mod.)}}{R_{i(mod.)}} \right)^2 \cdot 100\% \qquad ...(3.16)$$

όπου $R_{i(\text{exp.})}$ αντιπροσωπεύει την κατανομή μεγέθους του προϊόντος του μύλου (ως ποσοστό % που παραμένει σε κόσκινο x_i), $R_{i(\text{mod.})}$ αντιπροσωπεύει την απόκριση του αντίστοιχου $R_{i(exp.)}$ για μια δεδομένη σειρά παραμέτρων, w_i είναι ο συντελεστής βάρους που ποσοτικοποιεί την αξιοπιστία των δεδομένων του κοσκίνου σε σχέση με τα δεδομένα των άλλων κοσκίνων (υψηλές τιμές υποδηλώνουν πιο αξιόπιστες μετρήσεις) και W είναι το συνολικό άθροισμα των συντελεστών βάρους. Το λογισμικό απαιτεί την εισαγωγή τουλάχιστον τεσσάρων κατανομών μεγέθους που αντιστοιχούν σε χρόνους λειοτρίβησης t_1, t_2, t_3 και t_4.

Η μέθοδος αυτή είναι γνωστή ως μέθοδος αναδρομικού υπολογισμού (back-calculation method) και μπορεί να εφαρμοστεί σε περιπτώσεις όπου τα διαθέσιμα δεδομένα είναι περιορισμένα και έτσι η ανάγκη εκτέλεσης πολλών πειραμάτων ελαχιστοποιείται. Οι Austin et al. (2007) ανέφεραν, ότι είναι αναγκαίο οι παράμετροι οι οποίοι υπολογίζονται από τα πειράματα να επιβεβαιώνονται και ο μόνος τρόπος είναι η χρησιμοποίηση της μεθόδου αναδρομικού υπολογισμού.

Για τον αναδρομικό υπολογισμό των παραμέτρων, οι πειραματικά υπολογιζόμενες παράμετροι (α_T, α, μ, Λ, Φ_j, γ και β) εισάγονται στο λογισμικό Moly-Cop Tools™ και προσδιορίζεται το σφάλμα μεταξύ των πειραματικών και αναπαραγόμενων κατανομών μεγέθους. Σύμφωνα με το γενικό κανόνα, οι παράμετροι οι οποίοι εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά του υλικού θα πρέπει να διατηρούνται σταθερές, ενώ εκείνες που συνδέονται με τις συνθήκες λειοτρίβησης θα πρέπει εξετάζονται. Για το λόγο αυτό, αρχικά υπολογίζεται η βέλτιστη τιμή του α_T, διατηρώντας τις υπόλοιπες σταθερές, για να δώσει το μικρότερο σφάλμα (καλύτερη προσαρμογή) μεταξύ των κατανομών. Μετά από αυτό, η προσαρμογή βελτιώνεται ρυθμίζοντας τις παραμέτρους μ, Λ, Φ_j, και γ, ενώ εκείνες που εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά του υλικού, δηλ. α and β διατηρούνται σταθερές.

Το MODSIM™ είναι ένας προσομοιωτής που υπολογίζει με λεπτομέρεια το ισοζύγιο μάζας εργοστασίων εμπλουτισμού. Οι κύριες διαδικασίες εμπλουτισμού περιλαμβάνουν μείωση του μεγέθους (θραύση και λειοτρίβηση), ταξινόμηση των τεμαχίων με βάση το μέγεθός τους, διαχωρισμό τεμαχίων σύμφωνα με την ορυκτολογική τους σύσταση και διαχωρισμό υγρού-στερεού (Umucu et al., 2012). Για το σκοπό αυτό, χρησιμοποιεί τυποποιημένα μοντέλα προσομοίωσης, όπως το μοντέλο ισοζυγίου πληθυσμού (King, 2001). Επιπλέον, το MODSIM™ το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επέκταση των εργαστηριακών δεδομένων σε μεγαλύτερης κλίμακας μύλους, παρέχει τυποποιημένες μονάδες μύλων λειοτρίβησης, που βασίζονται στο μοντέλο ισοζυγίου πληθυσμού. Στην παρούσα διατριβή, οι μονάδες MILL και GMSU (Model for the ball mill with scale-up) χρησιμοποιήθηκαν για την προσομοίωση της διαδικασίας της λειοτρίβησης, με χρήση των υπολογιζόμενων παραμέτρων του μοντέλου ισοζυγίου πληθυσμού (α_T, α, μ, Λ, Φ_j, γ and β).

Αρχικά, οι υπολογιζόμενες παράμετροι που προήλθαν από τον αναδρομικό υπολογισμό, με χρήση του λογισμικού Moly-Cop Tools™, εισήχθησαν στη μονάδα MILL και συγκρίθηκαν οι κατανομές των προϊόντων λειοτρίβησης. Όπως ήταν αναμενόμενο, προέκυψε πλήρης ταύτιση των κατανομών μεγέθους των προϊόντων, διότι τόσο το Moly-Cop Tools™ όσο και το MODSIM™ χρησιμοποιούν ως εργαλείο το μοντέλο ισοζυγίου πληθυσμού. Επομένως, ο προσομοιωτής μπορεί να περιγράψει επακριβώς τη διαδικασία της λειοτρίβησης και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη των κατανομών μεγέθους των προϊόντων σε διαφορετικές συνθήκες λειοτρίβησης.

Στην παρούσα διατριβή, ο προσομοιωτής MODSIM™ χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό του βέλτιστου όγκου πλήρωσης J του μύλου με τα μέσα λειοτρίβησης (σφαίρες). Για το σκοπό αυτό, χρησιμοποιήθηκε η μονάδα GMSU του προσομοιωτή. Η μονάδα αυτή, σε αντίθεση με τη μονάδα MILL, λαμβάνει υπόψη της τις συνθήκες λειτουργίας, όπως για παράδειγμα, τη διάμετρο του μύλου, τον όγκο πλήρωσης των σφαιρών και την ταχύτητα περιστροφής του μύλου, η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για επέκταση σε μεγαλύτερης κλίμακας μύλους. Με την εισαγωγή των παραμέτρων του μοντέλου ισοζυγίου πληθυσμού αλλά και άλλων παραμέτρων, όπως για παράδειγμα το μήκος του μύλου, την ταχύτητα περιστροφής του μύλου, τη διάμετρο των σφαιρών κλπ., προβλέπονται οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης που αντιστοιχούν στις συγκεκριμένες συνθήκες. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβανόταν για διαφορετικά J όπου προέκυπταν αντίστοιχες κατανομές μεγέθους προϊόντων. Συνολικά έξι διαφορετικά J εξετάστηκαν και κάθε μια από τις κατανομές μεγέθους εισήχθησαν στο λογισμικό Moly-Cop Tools™. Στη συνέχεια, προσδιοριζόταν η βέλτιστη τιμή του α_T (min^{-1}) όπου ελαχιστοποιούσε την αντικειμενική συνάρτηση SSE, διατηρώντας όλες τις άλλες παραμέτρους σταθερές. Από το διάγραμμα των J σε συνάρτηση με το α_T προέκυψε το βέλτιστο J στο οποίο το α_T λαμβάνει τη μέγιστη τιμή.

Η προτεινόμενη μέθοδος, η οποία συνδυάζει δύο πακέτα λογισμικών, παρέχει ακριβείς πληροφορίες για την αξιόπιστη περιγραφή της διαδικασίας της λειοτρίβησης και επιτρέπει την επέκταση των εργαστηριακών δεδομένων σε μεγαλύτερης κλίμακας μύλους. Επίσης, μπορεί να χρησιμοποιηθεί γενικότερα στην αξιολόγηση και διερεύνηση και άλλων σημαντικών παραμέτρων λειτουργίας των μύλων.

4. Αποτελέσματα των φυσικομηχανικών χαρακτηριστικών των υλικών

4.1 Ορυκτολογικές και Χημικές αναλύσεις

Τα αποτελέσματα των ορυκτολογικών αναλύσεων έδειξαν ότι το μάρμαρο αποτελείται κατά κύριο λόγο από ασβεστίτη, ενώ ο χαλαζίτης και ο μεταψαμμίτης συνίσταται κυρίως από χαλαζία και πολύ λιγότερο από μαρμαρυγίες. Αντίστοιχα, οι χημικές αναλύσεις έδειξαν ότι το μάρμαρο αποτελείται κυρίως από CaO που απαντάται στον ασβεστίτη και δολομίτη, ενώ ο χαλαζίτης και μεταψαμμίτης αποτελούνται κυρίως από SiO_2 που βρίσκεται ως επί το πλείστον στο χαλαζία. Ο χαλαζίας που χρησιμοποιήθηκε ήταν γαλακτώδης χαλαζίας υψηλής καθαρότητας. Στους Πίνακες 4.1 και 4.2 παρουσιάζονται οι ημιποσοτικές ορυκτολογικές αναλύσεις και οι χημικές αναλύσεις των υλικών που χρησιμοποιήθηκαν, αντίστοιχα.

Πίνακας 4.1: Ορυκτολογικές αναλύσεις των υλικών

Ορυκτό	Μάρμαρο	Χαλαζίτης	Μεταψαμμίτης
	%	%	%
Χαλαζίας	1	90	90
Μοσχοβίτης	-	5	3
Ασβεστίτης	95	2	2
Δολομίτης	4	-	-
Άστριος	-	3	5

Πίνακας 4.2: Χημικές αναλύσεις των υλικών

Υλικό	Fe_2O_3	MnO	CaO	K_2O	SiO_2	Al_2O_3	MgO	Na_2O	TiO_2	LOI	ΣΥΝΟΛΟ
	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	
Μάρμαρο	0.0	0.0	53.6	0.0	1.2	1.4	0.0	0.3	0.0	43.5	100.0
Χαλαζίτης	0.4	0.0	0.2	0.0	95.7	2.1	0.0	0.7	0.2	0.7	100.0
Μεταψαμμίτης	2.5	0.1	0.1	0.1	93.5	2.0	0.0	0.9	0.1	0.8	100.1

4.2 Μικροσκοπική εξέταση

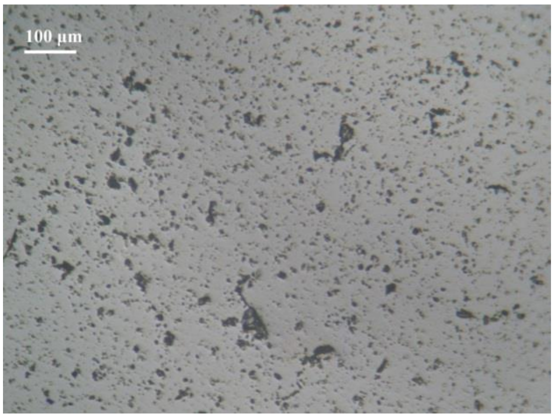
Από τη μικροσκοπική εξέταση των υλικών που χρησιμοποιήθηκαν μπορούν να βγουν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

Χαλαζίας: συμπαγής μάζα χαλαζία με μικρό αριθμό διάκενων (Σχήμα 4.1).

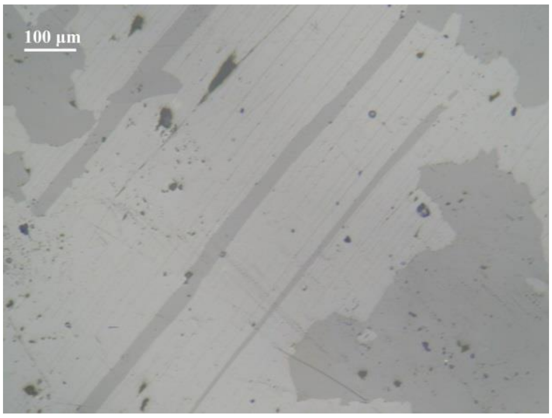
Μάρμαρο: αποτελείται κυρίως από ασβεστίτη, με υπιδιόμορφους ως αλλοτριόμορφους κρυστάλλους οι οποίοι παρουσιάζουν υψηλά χρώματα πόλωσης και συμμετρική κατάσβεση ως προς το σχισμό. Η συμπαγής μάζα ασβεστίτη εμφανίζει περιορισμένο αριθμό διάκενων. Χαρακτηρίζεται από γρανοβλαστικό ιστό και συμπαγή υφή (Σχήματα 4.2 και 4.3).

Χαλαζίτης: αποτελείται από μια θεμελιώδη μάζα (matrix) από λεπτοκρυσταλλικούς, επιμήκεις, κόκκους χαλαζία, λόγω δυναμικής ανακρυστάλλωσης, οι οποίοι σχηματίζουν έναν καλά αναπτυγμένο προσανατολισμό. Μέσα στη μάζα αυτή υπάρχουν μεμονωμένοι κλαστικοί κόκκοι χαλαζία οι οποίοι παρουσιάζουν κυματοειδή κατάσβεση, ως αποτέλεσμα της μηχανικής καταπόνησης που υπέστησαν. Ο χαλαζίτης χαρακτηρίζεται από γρανοβλαστικό ιστό και επίπεδη υφή (Σχήματα 4.4 και 4.5).

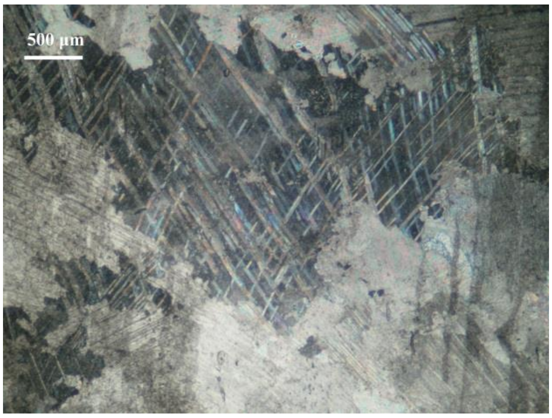
Μεταψαμμίτης: αποτελείται από μια θεμελιώδη μάζα (matrix) λεπτοκρυσταλλικού υλικού μέσα στην οποία αναπτύσσονται μεμονωμένοι κλαστικοί κόκκοι χαλαζία, οι οποίοι παρουσιάζουν κυματοειδή κατάσβεση. Παρατηρείται έλλειψη προσανατολισμού των λεπτοκρυσταλλικών κρυστάλλων χαλαζία, λόγω μικρότερου βαθμού μεταμόρφωσης σε σχέση με εκείνη των χαλαζιτών. Επίσης, παρατηρούνται μεγάλα διάκενα μεταξύ των κόκκων, τα οποία στις περισσότερες περιπτώσεις είναι πληρωμένα από ρητίνη. Χαρακτηρίζεται από γρανοβλαστικό ιστό και πορώδη υφή (Σχήματα 4.6 και 4.7).



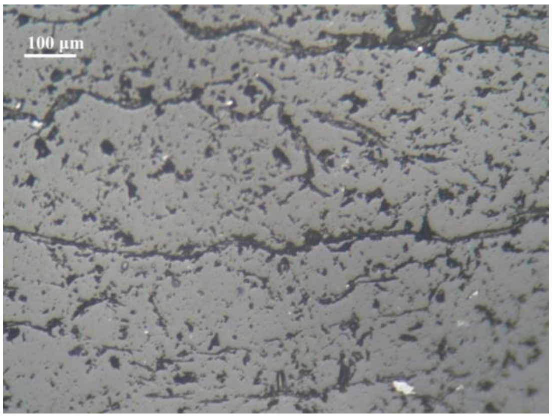
Σχήμα 4.1: Συμπαγής μάζα χαλαζία με πολύ μικρά διάκενα. Δείγμα χαλαζίας (VP30), ανακλώμενο φώς, // Nicols.



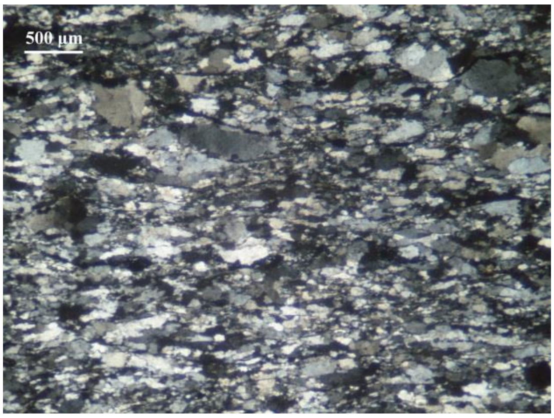
Σχήμα 4.2: Συμπαγής μάζα ασβεστίτη. Διακρίνονται τα όρια των κόκκων.
Δείγμα μάρμαρο (VP15), ανακλώμενο φώς, // Nicols.



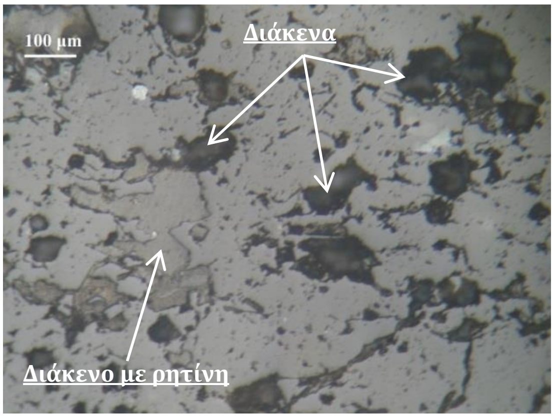
Σχήμα 4.3: Μεγάλοι κόκκοι ασβεστίτη με πολυσυνθετικές διδυμίες.
Δείγμα μάρμαρο (VP15), διερχόμενο φως, X Nicols.



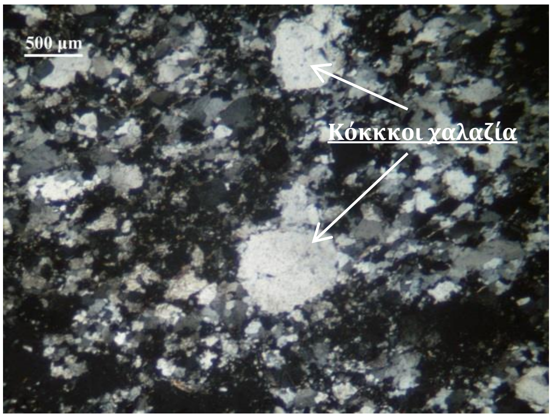
Σχήμα 4.4: Συμπαγής μάζα χαλαζία με μεγάλο αριθμό διάκενων μεταξύ των κόκκων και ίχνη αιματίτη.
Δείγμα χαλαζίτης (VP16),ανακλώμενο φώς, // Nicols.



Σχήμα 4.5: Λεπτοκρυσταλλικό χαλαζιακό υλικό με παράλληλο προσανατολισμό καθώς και μεμονωμένοι κόκκοι χαλαζία μεγάλου μεγέθους.
Δείγμα χαλαζίτης (VP16), διερχόμενο φως, X Nicols.



Σχήμα 4.6: Μάζα χαλαζία με μεγάλα διάκενα μεταξύ των κόκκων, τα οποία μερικώς είναι πληρωμένα με ρητίνη.
Δείγμα μεταψαμμίτης (VP17),ανακλώμενο φώς, // Nicols.



Σχήμα 4.7: Λεπτοκρυσταλλικό χαλαζιακό υλικό καθώς και μεμονωμένοι κόκκοι χαλαζία μεγάλου μεγέθους. Διακρίνονται μεγάλα διάκενα μεταξύ των κόκκων.
Δείγμα μεταψαμμίτης (VP17), διερχόμενο φως, X Nicols.

4.3 Πορώδες - Πυκνότητα

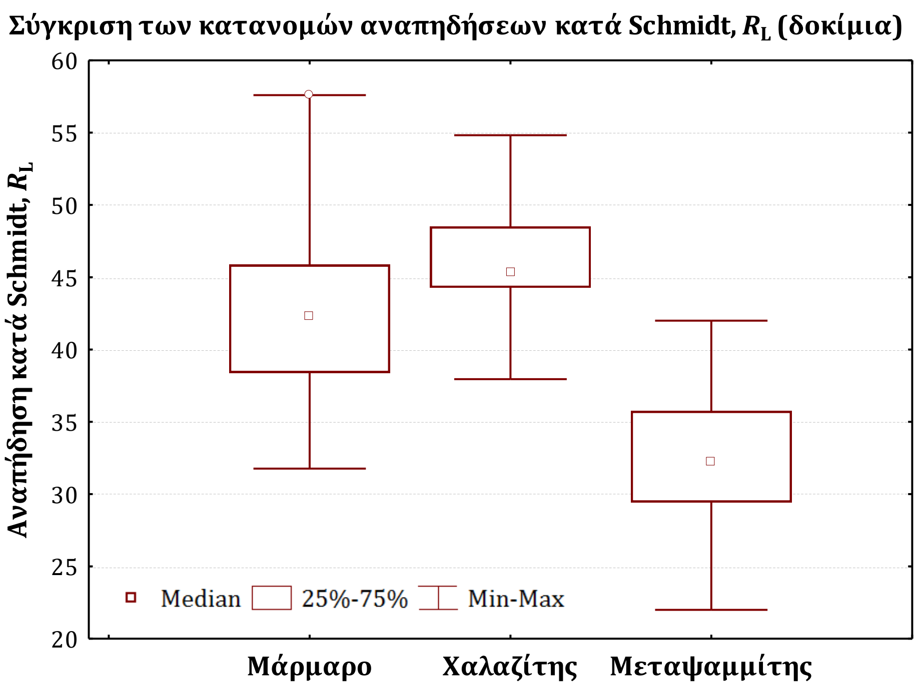
Οι μετρήσεις του πορώδους των υλικών έδειξαν ότι ο χαλαζίας έχει σχεδόν μηδενικό πορώδες, το μάρμαρο και ο χαλαζίτης <1%, ενώ ο μεταψαμμίτης αρκετά μεγαλύτερες. Επίσης, οι μετρήσεις της πυκνότητας έδειξαν ότι ο μεταψαμμίτης έχει αρκετά μικρότερη πυκνότητα σε σχέση με τα υπόλοιπα υλικά. Αναλυτικά τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.3.

Πίνακας 4.3: Το Πορώδες και η Πυκνότητα των υλικών

Υλικό	Πορώδες	Πυκνότητα
	%	g/cm³
Χαλαζίας	0.02	2.65
Μάρμαρο	0.3	2.7
Χαλαζίτης	0.9	2.6
Μεταψαμμίτης	8.0	2.1

4.4 Σκληρότητα κατά Schmidt

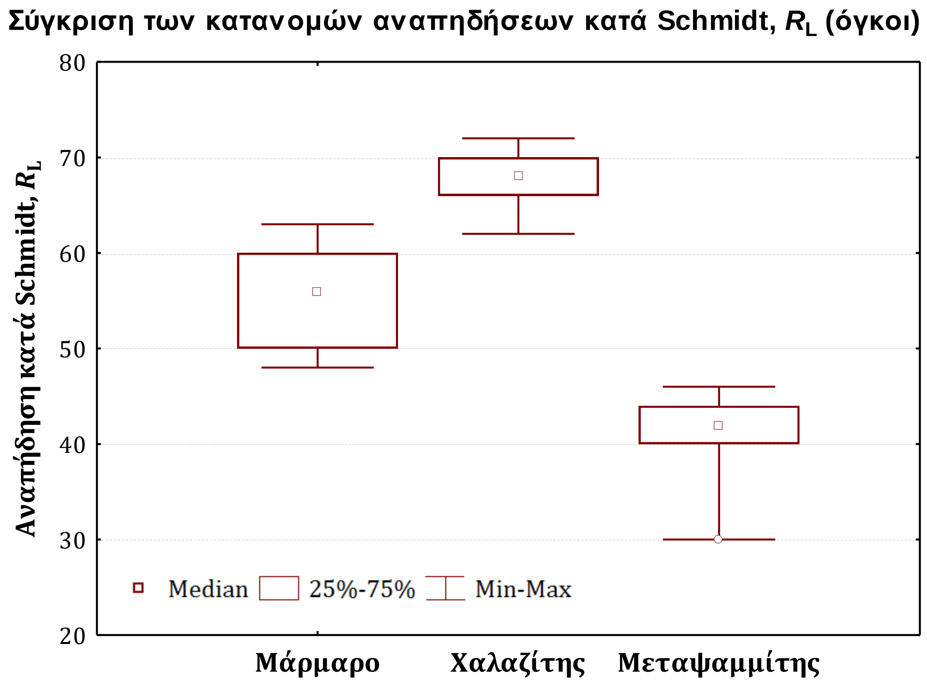
Οι κατανομές των αναπηδήσεων R_L με κρουσίμετρο Schmidt, παρουσιάζονται ως θηκογράμματα (Box and Whisker plots) στα Σχήματα 4.8 και 4.9, για μετρήσεις των υλικών σε δοκίμια και όγκους, αντίστοιχα. Τα θηκογράμματα περιλαμβάνουν ένα ορθογώνιο με βάσεις το πρώτο και τρίτο τεταρτημόριο, όπου ενδιάμεσα τοποθετείται η διάμεσος (δεύτερο τεταρτημόριο), δηλαδή εκεί που βρίσκεται το 50% των τιμών. Οι απολήξεις υποδεικνύουν τα όρια των ακραίων τιμών (μέγιστη και ελάχιστη τιμή). Οι τιμές πέραν των ορίων των απολήξεων θεωρούνται ακραίες (extreme) και υποδεικνύονται στο γράφημα με ξεχωριστά σημεία.



Σχήμα 4.8: Θηκογράμματα των τιμών αναπήδησης R_L με κρουσίμετρο Schmidt, για τα τρία υλικά που χρησιμοποιήθηκαν (περίπτωση δοκιμίων).

Από τα σχήματα αυτά φαίνεται ότι δεν υπάρχει κάποια ακραία τιμή με εξαίρεση το μάρμαρο (Σχήμα 4.8). Με βάση τη διάμεσο των τιμών των αναπηδήσεων R_L, παρατηρείται ότι ο χαλαζίτης λαμβάνει την υψηλότερη τιμή, στη συνέχεια το μάρμαρο, ενώ ο μεταψαμμίτης λαμβάνει τη μικρότερη τιμή. Το συμπέρασμα είναι το ίδιο τόσο στην περίπτωση που τα υλικά είναι υπό τη μορφή δοκιμίων, όσο και υπό τη μορφή όγκων. Από την άλλη, οι αντίστοιχες τιμές στην περίπτωση των όγκων είναι μεγαλύτερες έναντι εκείνων των δοκιμίων. Επομένως, η μορφή ή το σχήμα των υλικών που γίνονται οι μετρήσεις αποτελεί παράγοντα επίδρασης στα τελικά αποτελέσματα. Αντίστοιχα, οι Kahraman et. al. (2002) έδειξαν ότι μεταξύ των τιμών αναπήδησης του πεδίου και του εργαστηρίου σε κυλινδρικά δοκίμια υπάρχει ισχυρή συσχέτιση.

Τα στατιστικά αποτελέσματα των μετρήσεων R_L συνοψίζονται στους Πίνακες 4.4 και 4.5, για τις μετρήσεις σε δοκίμια και όγκους, αντίστοιχα.



Σχήμα 4.9: Θηκογράμματα των τιμών αναπήδησης R_L με κρουσίμετρο Schmidt, για τα τρία υλικά που χρησιμοποιήθηκαν (περίπτωση όγκων).

Πίνακας 4.4: Στατιστικά αποτελέσματα των μετρήσεων αναπήδησης R_L κατά Schmidt (δοκίμια)

Υλικό	Πλήθος	Μέση τιμή	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή	Διάμεσος	Επικρατούσα τιμή	Τυπική απόκλιση
Μάρμαρο	280	42.3	31.8	57.6	42.4	38.4	4.78
Χαλαζίτης	280	45.7	38.0	54.8	45.3	44.3	3.32
Μεταψαμμίτης	240	32.3	22.0	42.0	32.3	34.0	3.96

Πίνακας 4.5: Στατιστικά αποτελέσματα των μετρήσεων αναπήδησης R_L κατά Schmidt (όγκοι)

Υλικό	Πλήθος	Μέση τιμή	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή	Διάμεσος	Επικρατούσα τιμή	Τυπική απόκλιση
Μάρμαρο	30	56.0	48.0	63.0	56.0	56.0	4.99
Χαλαζίτης	30	67.6	62.0	72.0	68.0	70.0	2.92
Μεταψαμμίτης	30	41.0	30.0	46.0	42.0	42.0	3.80

Συγκρίνοντας τις μέσες τιμές των αναπηδήσεων R_L προκύπτει ανάλογο συμπέρασμα, όπως και στις ενδιάμεσες τιμές, δηλ. ο χαλαζίτης λαμβάνει τη μέγιστη μέση τιμή και ο μεταψαμμίτης τη μικρότερη. Η ίδια σειρά ακολουθείται και ως προς τη σκληρότητα των υλικών, μιας και η τιμή της αναπήδησης είναι συνάρτηση της σκληρότητας της επιφάνειας των υλικών. Γενικά, προέκυψαν μικρές τυπικές αποκλίσεις στις τιμές αναπήδησης, οπότε η διασπορά των τιμών γύρω από τη μέση τιμή είναι μικρή.

4.5 Προσδιορισμός των ελαστικών παραμέτρων των υλικών με τη μέθοδο κρούσης – ηχούς (Impact Echo)

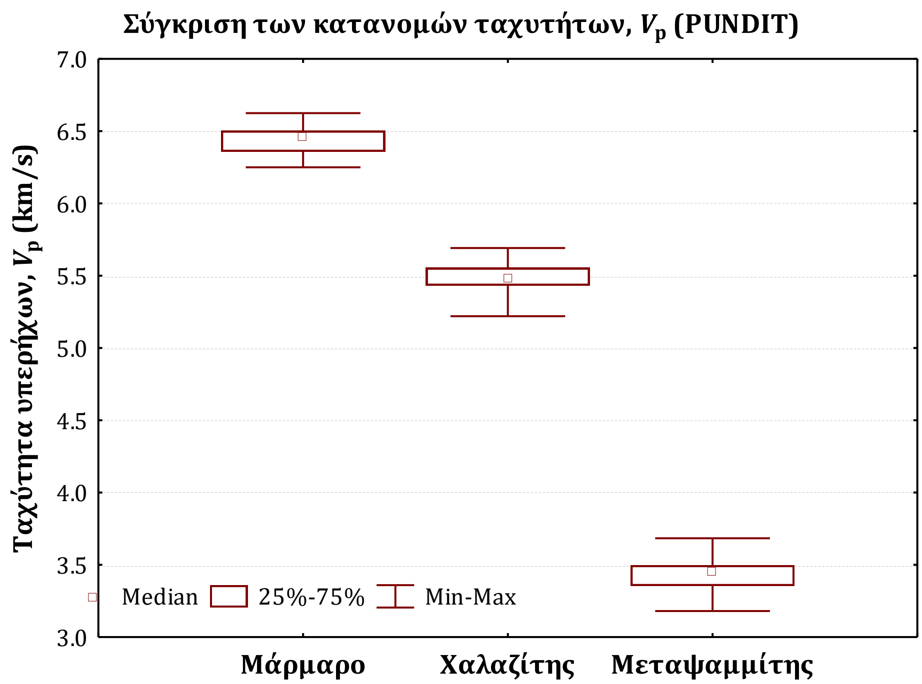
Ο υπολογισμός των ταχυτήτων των διαμήκων V_p και επιφανειακών V_r κυμάτων έγινε από τις κλίσεις των διαγραμμάτων που παρουσιάζονται στα Σχήματα Β.1 έως Β.6 (Παράρτημα Β). Στη συνέχεια, με συνδυασμό των Σχέσεων (3.5) και (3.6) υπολογίστηκε το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας E_d και ο δυναμικός λόγος Poisson v_d. Τα αποτελέσματα, τα οποία παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.6, δείχνουν ότι μεγαλύτερη τιμή E_d εμφανίζει το μάρμαρο και μικρότερη ο μεταψαμμίτης, ενώ ο χαλαζίτης εμφανίζει μια ενδιάμεση τιμή. Όσον αφορά το δυναμικό λόγο Poisson v_d, ο χαλαζίτης εμφανίζει τη μεγαλύτερη τιμή και ο μεταψαμμίτης τη μικρότερη.

Πίνακας 4.6: Αποτελέσματα της μεθόδου κρούσης - ηχούς

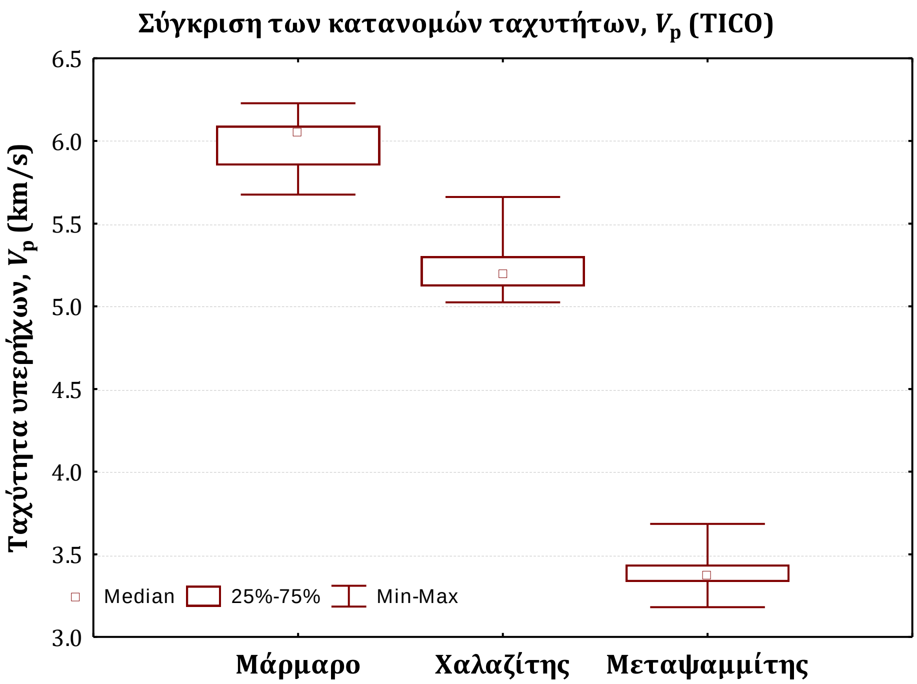
Υλικό	V_p	V_r	E_d	ν_d
	km/s	km/s	GPa	-
Μάρμαρο	5.4	3.4	61.5	0.28
Χαλαζίτης	5.2	2.9	42.2	0.36
Μεταψαμμίτης	3.7	2.4	30.9	0.24

4.6 Προσδιορισμός της ταχύτητας των κυμάτων με τη μέθοδο των υπερήχων

Οι κατανομές ταχυτήτων V_p των δοκιμίων των υλικών, με τη μέθοδο των υπερήχων, παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.10 και 4.11, με χρήση των συσκευών PUNDIT και TICO, αντίστοιχα. Μεγαλύτερες τιμές ταχυτήτων παρουσιάζει το μάρμαρο και μικρότερες ο μεταψαμμίτης, ενώ ο χαλαζίτης παρουσιάζει ενδιάμεσες τιμές. Σε όλες τις περιπτώσεις δεν παρατηρούνται ακραίες τιμές πέραν των απολήξεων και επομένως δεν υπάρχει ζήτημα εξαίρεσης κάποιων από αυτές.



Σχήμα 4.10: Αποτελέσματα των κατανομών ταχυτήτων με τη μέθοδο των υπερήχων και με χρήση της συσκευής PUNDIT ανά υλικό.



Σχήμα 4.11: Αποτελέσματα των κατανομών ταχυτήτων με τη μέθοδο των υπερήχων και με χρήση της συσκευής TICO ανά υλικό.

Τα στατιστικά αποτελέσματα φαίνονται στους Πίνακες 4.7 και 4.8. Με βάση τις μέσες τιμές των ταχυτήτων, το μάρμαρο παρουσιάζει τη μεγαλύτερη τιμή, ακολουθεί ο χαλαζίτης, ενώ ο μεταψαμμίτης λαμβάνει τη μικρότερη τιμή. Η σειρά αυτή είναι ίδια και για τις δύο συσκευές που χρησιμοποιήθηκαν, παρόλο που οι τιμές δεν ταυτίζονται. Στο Παράρτημα Β (Σχήματα Β.7 έως Β.9) παρουσιάζονται οι μέσες τιμές των ταχυτήτων των υπερήχων ανά δοκίμιο όπου φαίνεται ότι οι τιμές της συσκευής PUNDIT είναι πάντοτε μεγαλύτερες από εκείνες της TICO, αλλά με την ίδια όμως τάση αυξομείωσης.

Πίνακας 4.7: Στατιστικά αποτελέσματα μετρήσεων V_p (km/s) με τη συσκευή PUNDIT (δοκίμια)

Υλικό	Πλήθος	Μέση τιμή	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή	Διάμεσος	Επικρατούσα τιμή	Τυπική απόκλιση
Μάρμαρο	42	6.44	6.25	6.63	6.46	6.32	0.10
Χαλαζίτης	42	5.48	5.22	5.69	5.49	5.49	0.12
Μεταψαμμίτης	36	3.43	3.18	3.68	3.46	3.47	0.14

Πίνακας 4.8: Στατιστικά αποτελέσματα μετρήσεων V_p (km/s) με τη συσκευή TICO (δοκίμια)

Υλικό	Πλήθος	Μέση τιμή	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή	Διάμεσος	Επικρατούσα τιμή	Τυπική απόκλιση
Μάρμαρο	42	6.00	5.68	6.23	6.06	6.09	0.15
Χαλαζίτης	42	5.18	5.02	5.35	5.17	5.07	0.09
Μεταψαμμίτης	36	3.39	3.18	3.68	3.38	Multiple	0.13

Οι ταχύτητες των υπερήχων V_p που υπολογίστηκαν στους όγκους των υλικών, σύμφωνα με την έμμεση μέθοδο, παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.9. Οι τιμές των ταχυτήτων προέκυψαν από τη σχέση της απόστασης των μετατροπέων με το χρόνο διαδρομής του κύματος, όπως παρουσιάζεται στα Σχήματα Β.10 έως Β.12 του Παραρτήματος Β.

Πίνακας 4.9: Οι ταχύτητες των υπερήχων που υπολογίστηκαν στους όγκους των υλικών

Υλικό	Ταχύτητα υπερήχων, km/s
Μάρμαρο	5.23
Χαλαζίτης	4.76
Μεταψαμμίτης	3.30

4.7 Αντοχή σε μονοαξονική θλίψη

Με βάση τα πειραματικά αποτελέσματα των δοκιμών μονοαξονικής θλίψης, σε κυλινδρικά δοκίμια, διακρίθηκαν κυρίως δύο τύποι θραύσης:

- Αξονική θραύση που χαρακτηρίζεται από αποκόλληση κατακόρυφων πολλαπλών επιπέδων, παράλληλων στον άξονα φόρτισης. Στον τύπο αυτό η αποκόλληση των παράλληλων επιπέδων γινόταν στιγμιαία με αποτέλεσμα τη βίαιη εκτίναξή τους, που συνοδευόταν από έντονο θόρυβο. Το αντιπροσωπευτικό υλικό του τύπου αυτού ήταν ο χαλαζίτης.
- Θραύση με διάτμηση κατά την οποία δημιουργείται κεκλιμένο επίπεδο ως προς τον άξονα φόρτισης και σχετική μετακίνηση πάνω σε αυτό. Θραύση με διάτμηση παρατηρήθηκε στα δοκίμια του μαρμάρου και του μεταψαμμίτη.

Ειδικότερα για το μάρμαρο ο τύπος αυτός εκδηλώθηκε και με τη μορφή συζυγών επιπέδων διάτμησης.

Από τα διαγράμματα τάσης-αξονικής παραμόρφωσης υπολογίστηκαν η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη C_o (μέγιστη αντοχή) και το εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας E_s, τα στατιστικά αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στους Πίνακες 4.10 και 4.11, αντίστοιχα. Η μέγιστη αντοχή παρουσιάζεται με την ανηγμένη της μορφή C_2. Ο χαλαζίτης παρουσιάζει τη μεγαλύτερη μέση τιμή C_2 (MPa), σε σχέση με τα υπόλοιπα υλικά, ο μεταψαμμίτης τη μικρότερη, ενώ το μάρμαρο παρουσιάζει μια ενδιάμεση μέση τιμή. Εμφανίζονται υψηλές τυπικές αποκλίσεις, που είναι δείκτης της μεγάλης διασποράς των τιμών γύρω από τη μέση τιμή. Με βάση το εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας E_s (GPa), φαίνεται ότι το μάρμαρο είναι το πιο δύσκαμπτο υλικό (ανθίσταται στην παραμόρφωση), αφού λαμβάνει την υψηλότερη μέση τιμή, σε σχέση με τα υπόλοιπα υλικά. Λίγο μικρότερη μέση τιμή E_s παρουσιάζει ο χαλαζίτης, ενώ ο μεταψαμμίτης παρουσιάζει αρκετά μικρότερη μέση τιμή, έναντι των υπολοίπων υλικών. Οι τυπικές αποκλίσεις των μέσων τιμών E_s είναι της ίδιας τάξης μεγέθους σε σύγκριση με εκείνες των μέγιστων αντοχών.

Πίνακας 4.10: Στατιστικά αποτελέσματα της ανηγμένης αντοχής σε μονοαξονική θλίψη C_2 (MPa)

Υλικό	Πλήθος	Μέση τιμή	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή	Διάμεσος	Τυπική απόκλιση
Μάρμαρο	8	68.0	58.6	100.4	63.5	13.7
Χαλαζίτης	7	80.9	68.0	110.0	76.7	15.4
Μεταψαμμίτης	7	57.6	42.6	74.6	64.0	14.0

Πίνακας 4.11: Στατιστικά αποτελέσματα του εφαπτομενικού μέτρου ελαστικότητας E_s (GPa)

Υλικό	Πλήθος	Μέση τιμή	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή	Διάμεσος	Τυπική απόκλιση
Μάρμαρο	8	48.2	21.5	64.9	53.0	15.8
Χαλαζίτης	7	41.7	26.7	56.2	44.8	11.0
Μεταψαμμίτης	7	27.1	10.7	39.0	31.0	10.9

Από τις πειραματικές καμπύλες τάσης-αξονικής παραμόρφωσης υπολογίστηκε, επίσης, η ελαστική ενέργεια θραύσης, δηλ. η ενέργεια η οποία απαιτήθηκε για τη θραύση των δοκιμίων των υλικών. Το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη παριστάνει την απαιτούμενη ενέργεια θραύσης ανά μονάδα μάζας ή όγκου (ειδική ενέργεια) του εξεταζόμενου δοκιμίου. Αποτελεί και μέτρο της ανθεκτικότητας ή της σκληρότητας του υλικού, μέχρι τη θραύση του. Το εμβαδόν υπολογίστηκε, είτε με αριθμητική ολοκλήρωση των καμπυλών με τη μέθοδο των τραπεζίων, είτε με τη μέθοδο του τριγώνου θεωρώντας ότι τα υλικά συμπεριφέρονται ελαστικά μέχρι τη μέγιστη θραύση. Οι συμβολισμοί που χρησιμοποιήθηκαν για την έκφραση της ειδικής ενέργειας θραύσης είναι ε_{trap} και ε_{tri}, για τη μέθοδο των τραπεζίων και του τριγώνου, αντίστοιχα. Αρχικά οι υπολογισμοί έγιναν χρησιμοποιώντας όλες τις διαθέσιμες τιμές των ε_{trap} και ε_{tri}, όπου και έγινε η στατιστική τους ανάλυση. Παρουσιάστηκαν μερικές ακραίες τιμές στην περίπτωση του μαρμάρου και του χαλαζίτη και για το λόγο αυτό εξαιρέθηκαν από τους τελικούς υπολογισμούς. Τα στατιστικά αποτελέσματα των δύο μεθόδων παρουσιάζονται στους Πίνακες 4.12 και 4.13.

Πίνακας 4.12: Στατιστικά αποτελέσματα της ειδικής ενέργειας θραύσης ε_{trap} (kJ/m^3)

Υλικό	Πλήθος	Μέση τιμή	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή	Διάμεσος	Τυπική απόκλιση
Μάρμαρο	7	59.1	29.1	129.5	52.7	33.3
Χαλαζίτης	6	86.4	50.5	146.5	77.9	34.5
Μεταψαμμίτης	7	89.2	53.1	149.5	79.9	31.5

Πίνακας 4.13: Στατιστικά αποτελέσματα της ειδικής ενέργειας θραύσης ε_{tri} (kJ/m^3)

Υλικό	Πλήθος	Μέση τιμή	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή	Διάμεσος	Τυπική απόκλιση
Μάρμαρο	7	56.9	29.1	125.8	50.8	32.6
Χαλαζίτης	6	86.3	47.3	165.7	73.5	42.7
Μεταψαμμίτης	7	88.6	54.5	165.6	77.1	37.2

Τα αποτελέσματα των υπολογισμών της ειδικής ενέργειας θραύσης (kJ/m^3) έδειξαν ότι οι δύο μέθοδοι έδωσαν σχεδόν ταυτόσημες τιμές, με μεγάλες όμως τυπικές αποκλίσεις που φανερώνουν την ανομοιογένεια των υλικών. Ο χαλαζίτης και ο μεταψαμμίτης φάνηκαν να έχουν τις υψηλότερες μέσες τιμές, με μικρή απόκλιση μεταξύ τους, ενώ το μάρμαρο παρουσιάζει τη χαμηλότερη μέση τιμή ειδικής ενέργειας θραύσης. Για τη εξαγωγή συμπερασμάτων εξετάστηκε και η μέση ανηγμένη παραμόρφωση $\Delta L/L$ στο μέγιστο φορτίο, όπου L είναι το μήκος του δοκιμίου. Οι μέσες τιμές $\Delta L/L$ που βρέθηκαν ήταν 0.0022, 0.0032 και 0.0042 για το μάρμαρο, το χαλαζίτη και το μεταψαμμίτη, αντίστοιχα. Επομένως, παρόλο που η ειδική ενέργεια που απαιτήθηκε για τη θραύση ήταν περίπου ίδια στο χαλαζίτη και στο μεταψαμμίτη, εντούτοις επιτεύχθηκε μικρότερη παραμόρφωση στην περίπτωση του χαλαζίτη. Ανάλογα συμπεράσματα μπορούν εξαχθούν για το μάρμαρο, όπου φάνηκε να παραμορφώνεται πολύ λιγότερο, σε σχέση με τα άλλα υλικά.

Ο λόγος Poisson υπολογίστηκε, σε επιλεγμένα δοκίμια από κάθε υλικό, από τα διαγράμματα τάσης-διαμετρικής παραμόρφωσης. Ο Πίνακας 4.14 παρουσιάζει τα τελικά αποτελέσματα, μετά από την επεξεργασία των δεδομένων που ελήφθησαν από κάθε δοκιμή. Για την εξάλειψη των σφαλμάτων σε κάθε δοκίμιο χρησιμοποιήθηκαν δύο ηλεκτρικά μηκυνσιόμετρα.

Στο Παράρτημα Β παρουσιάζονται χαρακτηριστικές φωτογραφίες των δοκιμίων, πριν και μετά τη δοκιμή μονοαξονικής θλίψης (Σχήματα Β.13 έως Β.18). Επίσης, στα Σχήματα Β.19 έως Β.21, του Παραρτήματος Β, παρουσιάζονται τυπικά διαγράμματα τάσεων-παραμορφώσεων (αξονικών και διαμετρικών) των υλικών που χρησιμοποιήθηκαν.

Πίνακας 4.14: Ο λόγος του Poisson των υλικών

Υλικό	Λόγος του Poisson
Μάρμαρο	0.23
Χαλαζίτης	0.33
Μεταψαμμίτης	0.19

5. Αποτελέσματα των δοκιμών λειοτρίβησης

5.1 Πρώτη σειρά πειραμάτων – Μεταβολή του συντελεστή πλήρωσης των κενών U με υλικό

Στην πρώτη σειρά πειραμάτων τα υλικά τα οποία χρησιμοποιήθηκαν, όπως έχει ήδη αναφερθεί, ήταν χαλαζίας και μάρμαρο και προσδιορίστηκε η επίδραση του συντελεστή πλήρωσης των κενών U με υλικό, διατηρώντας το συντελεστή πλήρωσης του μύλου με υλικό f_c σταθερό.

Ο Πίνακας 5.1 παρουσιάζει αναλυτικά τα χαρακτηριστικά του μύλου που διεξήχθησαν οι δοκιμές καθώς και τις συνθήκες που επικράτησαν.

Πίνακας 5.1: Χαρακτηριστικά μύλου και συνθήκες λειοτρίβησης, της πρώτης σειράς πειραμάτων

Μύλος	Εσωτερική διάμετρος, D (cm)	20.4		
	Εσωτερικό μήκος, L (cm)	16.6		
	Όγκος, V (cm^3)	5,423		
	Ταχύτητα περιστροφής, N_r (rpm)	66		
	Κρίσιμη ταχύτητα περιστροφής, N_c (rpm)	93.7		
Σφαίρες	Διάμετρος, d (mm)	25.4		
	Αριθμός	77	38	26
	Μάζα (g)	5,149	2,540	1,738
	Πυκνότητα (g/cm^3)	7.85		
	Πορώδες (%)	40		
	Συντελεστής πλήρωσης σφαιρών, J (%)	20	10	6.7
Υλικά	Πυκνότητα (g/cm^3)	Χαλαζίας (2.65) Μάρμαρο (2.7)		
	Συντελεστής πλήρωσης υλικού, f_c (%)	4		
	Συντελεστής πλήρωσης κενών, U (%)	50	100	150

5.1.1 Σχέση χρόνου-κατανάλωσης ενέργειας και μεγέθους προϊόντος

Οι κοκκομετρικές κατανομές των προϊόντων των δοκιμών λειοτρίβησης, που προέκυψαν μετά από λειοτρίβηση σε διαφορετικούς χρόνους, δίνονται στους Πίνακες

5.2 έως 5.9, για κάθε υλικό και μέγεθος τροφοδοσίας που δοκιμάστηκε. Οι πίνακες αυτοί αναφέρονται στην αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % η οποία προέκυψε από τη διαδικασία της κοσκίνισης, όπως περιγράφεται λεπτομερώς στο Κεφ. 3.3.2. Για λόγους σύγκρισης, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας παρουσιάζεται η αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % των τριών διαφορετικών *U* (50%, 100% και 150%) που εξετάστηκαν. Ο χρόνος 0 min αναφέρεται στην κοκκομετρική κατανομή της αρχικής τροφοδοσίας των υλικών. Ο υπολογισμός της έγινε, όπως έχει ήδη αναφερθεί, με τις ίδιες συνθήκες όπως υπολογίστηκαν και οι αντίστοιχες κατανομές των προϊόντων λειοτρίβησης. Παρατηρείται ότι παρόλο που χρησιμοποιήθηκαν στενά κοκκομετρικά κλάσματα ως τροφοδοσίες, στην πραγματικότητα ένα πολύ μικρό μέρος διέρχεται από το κατώτερο μέγεθος της κάθε τάξης μεγέθους. Αυτό μπορεί να οφείλεται είτε λόγω της μη καλής προετοιμασίας (κοσκίνισης) των αρχικών τροφοδοσιών είτε λόγω της απότριψης των τεμαχίων μεταξύ τους με αποτέλεσμα τη δημιουργία μικρότερων τεμαχίων.

Από τα αποτελέσματα των Πινάκων 5.2 έως 5.9 δημιουργήθηκαν διαγράμματα της αθροιστικώς διερχόμενης μάζας % σε συνάρτηση με το μέγεθος του κοσκίνου, για διάφορους χρόνους λειοτρίβησης, και για τα δύο υλικά που δοκιμάστηκαν. Για κάθε χρόνο λειοτρίβησης υπολογίστηκε, με βάση τα διαγράμματα αυτά, το μέγεθος $x_2(80)$ όπου διέρχεται το 80% του υλικού για τους τρεις διαφορετικούς συντελεστές πλήρωσης κενών *U* (50%, 100% και 150%). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στους Πίνακες 5.10 και 5.11, για κάθε υλικό ξεχωριστά. Γραφικά τα αποτελέσματα δίνονται στα Σχήματα 5.1 και 5.2, όπου μελετάται ανά υλικό και μέγεθος τροφοδοσίας η επίδραση του *U* στο μέγεθος $x_2(80)$ του προϊόντος. Παρατηρείται ότι οι καμπύλες ξεκινούν από ένα συγκεκριμένο μέγεθος $x_2(80)$, που αντιστοιχεί στο μέγεθος της αρχικής τροφοδοσίας, ενώ όσο η λειοτρίβηση εξελίσσεται οι καμπύλες διαφοροποιούνται μεταξύ τους. Στο αρχικό στάδιο λειοτρίβησης η διαφοροποίηση για τα τρία διαφορετικά *U* είναι μικρή, ενώ σε μεγαλύτερους χρόνους λειοτρίβησης γίνεται σημαντική. Για τον ίδιο χρόνο λειοτρίβησης το μέγεθος $x_2(80)$ του προϊόντος είναι μικρότερο όσο το *U* μικραίνει. Το ίδιο παρατηρείται για όλα τα υλικά και για όλα τα μεγέθη τροφοδοσίας που χρησιμοποιήθηκαν. Γενικά, προκύπτει το συμπέρασμα ότι η λειοτρίβηση είναι πιο αποδοτική όσο η πλήρωση των κενών μεταξύ των σφαιρών με υλικό μειώνεται.

Πίνακας 5.2: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm (χαλαζίας)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %															
		U=50%					U=100%					U=150%				
	0 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	8 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	8 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	8 min
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	4.1	27.5	46.7	69.5	90.6	99.7	18.7	31.8	49.7	75.9	96.2	13.6	23.9	39.3	61.0	86.1
1.70	0	13.9	27.4	50.5	80.5	99.2	7.6	15.6	28.6	55.9	89.8	5.2	10.3	20.2	38.7	71.3
1.18	0	7.8	17.3	36.3	68.8	98.1	4.0	8.9	17.9	40.3	79.5	2.7	5.6	11.9	25.2	55.1
0.850	0	5.7	13.0	29.2	60.0	95.8	2.8	6.5	13.5	32.0	69.8	1.9	4.0	8.7	19.4	45.3
0.600	0	4.2	9.9	23.1	50.2	90.2	2.1	4.8	10.2	25.1	58.1	1.3	3.0	6.5	14.8	36.0
0.425	0	3.1	7.7	18.3	41.3	80.8	1.5	3.7	7.9	19.9	47.6	1.0	2.2	5.0	11.7	28.9
0.300	0	2.4	6.1	14.8	33.8	69.5	1.2	2.9	6.3	15.9	38.6	0.8	1.8	3.9	9.3	23.2
0.212	0	1.9	4.7	11.4	26.4	56.6	0.9	2.3	4.9	12.2	30.3	0.6	1.4	3.0	7.2	18.3
0.150	0	1.4	3.5	8.8	20.3	44.6	0.7	1.7	3.7	9.4	23.2	0.4	1.0	2.3	5.6	13.9
0.106	0	1.1	2.6	6.7	15.5	34.8	0.5	1.3	2.9	7.2	17.5	0.3	0.8	1.7	4.4	10.6
0.075	0	0.8	2.0	4.9	11.5	26.2	0.4	1.0	2.1	5.3	12.9	0.2	0.6	1.3	3.3	7.9
0.053	0	0.5	1.4	3.5	8.3	19.4	0.3	0.7	1.5	3.8	9.3	0.2	0.4	1.0	2.5	5.9
0.038	0	0.4	1.0	2.5	5.9	13.6	0.2	0.5	1.1	2.8	6.7	0.1	0.3	0.7	1.8	4.3

Πίνακας 5.3: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm (χαλαζίας)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %															
		U=50%					U=100%					U=150%				
	0 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	8 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	8 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	8 min
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1.18	3.3	30.9	51.5	78.0	96.6	100.0	21.7	36.9	58.7	85.4	98.7	16.7	28.4	46.0	73.0	93.6
0.85	0	16.1	31.9	58.0	88.1	99.6	10.2	19.7	36.4	65.8	93.5	7.4	14.3	25.8	49.7	79.6
0.60	0	10.0	21.0	41.4	73.0	97.1	6.1	11.9	23.7	46.9	79.6	4.4	8.5	16.0	32.9	60.5
0.425	0	7.0	14.9	30.7	58.5	89.9	4.2	8.2	17.0	35.0	64.4	2.9	5.8	11.1	23.4	46.3
0.300	0	5.1	10.9	23.1	46.2	78.5	2.9	6.0	12.7	26.8	51.2	2.0	4.2	8.0	16.9	35.4
0.212	0	3.7	8.0	17.7	36.4	65.0	2.1	4.4	9.6	20.5	39.6	1.5	3.1	6.0	12.8	28.0
0.150	0	2.6	5.8	13.0	27.1	51.2	1.5	3.1	7.0	15.1	29.8	1.1	2.2	4.3	9.3	20.8
0.106	0	1.9	4.3	9.5	20.3	40.1	1.1	2.3	5.2	11.2	22.4	0.8	1.6	3.2	6.8	15.4
0.075	0	1.3	3.0	6.9	14.8	30.4	0.7	1.6	3.7	8.0	16.4	0.6	1.1	2.3	4.9	11.2
0.053	0	0.9	2.1	4.8	10.5	22.4	0.5	1.1	2.6	5.7	11.8	0.3	0.7	1.6	3.5	8.0
0.038	0	0.6	1.5	3.3	7.3	15.9	0.3	0.7	1.7	3.8	8.6	0.2	0.5	1.2	2.4	5.6

Πίνακας 5.4: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm (χαλαζίας)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %												
		U=50%				U=100%				*U*=150%			
	0 min	**0.5 min**	**1 min**	**2 min**	**4 min**	**0.5 min**	**1 min**	**2 min**	**4 min**	**0.5 min**	**1 min**	**2 min**	**4 min**
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	2.7	22.3	39.3	64.2	89.1	15.9	26.1	43.9	69.0	11.8	19.2	33.8	53.1
0.425	0	12.0	23.7	43.3	71.7	8.1	14.4	26.4	47.3	5.4	10.0	19.3	33.1
0.300	0	8.0	16.4	31.0	55.7	5.3	9.4	18.1	33.0	3.4	6.5	12.9	23.0
0.212	0	6.1	12.8	24.4	45.7	4.1	7.2	14.4	23.5	2.4	4.8	9.8	17.8
0.150	0	4.2	9.4	18.0	35.1	2.9	5.2	10.7	17.9	1.6	3.4	6.9	13
0.106	0	2.9	6.7	12.9	26.7	2.1	3.7	7.8	13.6	1.1	2.4	4.8	9.4
0.075	0	1.9	4.5	8.6	19.1	1.4	2.5	5.3	9.9	0.8	1.6	3.3	6.5
0.053	0	1.3	2.9	5.9	13.6	0.9	1.7	3.5	6.8	0.6	1.1	2.2	4.3
0.038	0	0.9	1.8	4.0	8.4	0.5	1.1	2.1	4.2	0.4	0.7	1.4	2.8

Πίνακας 5.5: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -0.425+0.600 mm (χαλαζίας)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %												
		U=50%				U=100%				U=150%			
	0 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.300	4.3	23.4	33.7	50.0	71.0	20.4	23.0	34.5	50.0	17.8	21.5	28.1	40.7
0.212	0	11.1	17.3	35.0	48.2	8.1	10.6	18.2	30.2	7.7	9.7	11.6	23.2
0.150	0	6.3	10.6	19.0	33.6	3.7	5.4	10.4	19.1	3.9	5.1	7.0	14.3
0.106	0	4.0	7.1	13.1	24.1	2.2	3.4	6.8	13.3	2.3	3.2	5.4	9.7
0.075	0	2.6	4.7	9.0	17.0	1.4	2.2	4.5	9.3	1.2	2.0	3.5	6.6
0.053	0	1.7	3.2	6.2	12.2	0.9	1.8	3.1	6.7	0.8	1.3	2.4	4.6
0.038	0	1.2	2.2	4.2	8.4	0.7	1.4	2.5	4.8	0.5	0.9	1.6	3.2

Πίνακας 5.6: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm (μάρμαρο)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %															
		U=50%					*U*=100%					*U*=150%				
	0 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	8 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	8 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	8 min
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	3.0	51.4	75.8	94.9	99.9	100.0	36.4	60.6	84.3	98.6	100.0	29.6	45.8	71.8	93.7	99.9
1.70	0	32.2	57.0	87.3	99.7	100.0	19.9	38.6	67.1	95.1	99.9	15.3	26.8	49.6	82.8	99.5
1.18	0	20.7	41.2	75.6	98.6	100.0	11.9	25.0	49.4	86.1	99.8	9.2	16.6	33.2	65.9	97.2
0.85	0	16.1	33.5	66.1	96.1	100.0	9.2	19.7	39.9	76.3	99.1	7.1	13.0	26.2	54.7	91.9
0.600	0	12.6	26.8	55.5	90.0	99.9	7.1	15.4	31.9	64.0	95.0	5.6	10.3	21.0	44.4	81.1
0.425	0	10.5	22.5	47.4	81.3	98.7	5.9	12.8	26.7	54.3	86.9	4.6	8.6	17.6	37.4	70.6
0.300	0	8.8	19.0	40.1	71.3	94.4	5.0	10.7	22.4	45.8	76.7	3.9	7.3	14.9	31.6	60.8
0.212	0	7.4	16.3	34.5	62.6	87.8	4.3	9.2	19.1	39.3	67.7	3.3	6.3	12.8	27.1	53.0
0.150	0	6.0	13.3	28.1	52.6	77.5	3.5	7.6	15.7	32.1	57.0	2.8	5.2	10.6	22.2	43.9
0.106	0	4.9	10.9	22.8	43.6	67.3	2.9	6.2	12.7	26.2	47.6	2.3	4.4	8.8	18.3	36.6
0.075	0	3.8	8.5	17.9	34.8	56.3	2.4	4.9	10.0	20.7	38.6	1.9	3.5	7.0	14.7	29.4
0.053	0	3.0	6.5	13.8	27.7	46.4	1.9	3.8	7.8	16.2	30.7	1.5	2.8	5.6	11.4	23.2
0.038	0	2.3	4.9	10.5	21.0	37.8	1.4	2.9	5.8	12.2	23.8	1.1	2.1	4.4	9.2	18.0

Πίνακας 5.7: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm (μάρμαρο)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %												
		U=50%				*U*=100%				*U*=150%			
	0 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1.18	4.7	49.7	74.7	94.4	99.8	34.1	56.4	81.3	96.9	26.6	45.0	68.5	90.7
0.85	0	34.0	57.4	85.3	98.9	21.5	38.9	64.2	89.8	16.0	29.2	49.7	76.5
0.600	0	23.7	42.7	71.2	94.8	14.5	27.1	48.3	76.2	10.4	20.0	35.6	59.9
0.425	0	18.0	33.3	59.1	86.7	10.9	20.6	38.0	63.5	7.7	15.1	27.6	48.1
0.300	0	14.1	26.3	48.6	76.1	8.5	16.2	30.5	52.4	6.0	11.8	21.9	39.1
0.212	0	11.5	21.6	40.9	67.7	6.9	13.3	25.3	44.7	4.9	9.6	18.1	32.8
0.150	0	8.9	16.8	32.5	56.7	5.4	10.6	20.0	36.0	3.9	7.6	14.3	26.3
0.106	0	7.1	13.4	25.8	47.2	4.3	8.4	16.0	29.0	3.2	6.0	11.3	21.1
0.075	0	5.4	10.2	20.0	38.2	3.4	6.5	12.5	22.7	2.5	4.7	8.7	16.6
0.053	0	4.1	7.8	15.5	30.7	2.6	4.9	9.6	17.7	1.9	3.6	6.6	13.0
0.038	0	3.0	5.8	11.6	23.7	2.0	3.7	7.3	13.4	1.4	2.7	5.0	9.7

Πίνακας 5.8: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm (μάρμαρο)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %												
		U=50%				U=100%				U=150%			
	0 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	3.7	37.4	60.0	84.1	97.2	26.2	42.1	64.8	85.6	22.3	34.6	55.5	77.1
0.425	0	23.4	41.3	67.4	89.7	15.1	26.8	45.8	69.5	12.3	21.9	37.2	58.4
0.300	0	16.4	29.8	53.2	77.9	10.7	19.0	34.2	55.3	8.7	15.2	26.6	45.0
0.212	0	12.6	23.1	43.1	66.9	8.2	14.6	26.8	45.5	6.5	11.5	20.6	35.9
0.150	0	9.4	17.6	33.6	55.2	6.0	10.7	20.3	36.2	4.8	8.5	15.5	27.9
0.106	0	7.2	14.0	26.5	45.8	4.5	8.3	15.8	29.1	3.8	6.7	11.9	22.0
0.075	0	5.4	10.6	20.4	36.7	3.8	6.2	12.0	22.0	2.7	5.2	8.8	17.0
0.053	0	4.4	8.1	15.8	29.1	2.9	4.6	9.1	17.2	2.0	3.7	6.7	13.1
0.038	0	3.3	6.0	11.8	22.5	2.1	3.4	6.7	12.9	1.7	3.1	5.4	9.9

Πίνακας 5.9: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -0.425+0.600 mm (μάρμαρο)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %												
		U=50%				U=100%				U=150%			
	0 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.300	3.5	26.8	44.6	67.2	85.6	18.8	26.0	45.3	66.0	14.1	20.6	36.1	54.7
0.212	0	16.2	31.7	49.4	70.2	10.5	17.8	29.9	48.1	7.5	13.0	22.3	37.3
0.150	0	11.1	21.9	36.3	55.9	6.8	12.1	21.0	35.8	4.9	8.6	15.4	26.9
0.106	0	8.0	16.1	27.7	45.2	4.8	8.8	15.5	27.8	3.6	6.2	11.2	20.4
0.075	0	5.8	12.0	20.7	35.6	3.5	6.4	11.4	21.3	2.4	4.5	8.2	15.2
0.053	0	4.4	8.9	15.7	27.5	2.6	4.8	8.5	16.4	1.8	3.3	6.0	11.4
0.038	0	3.2	6.4	11.5	21.7	1.9	3.4	6.2	12.1	1.4	2.5	4.4	8.5

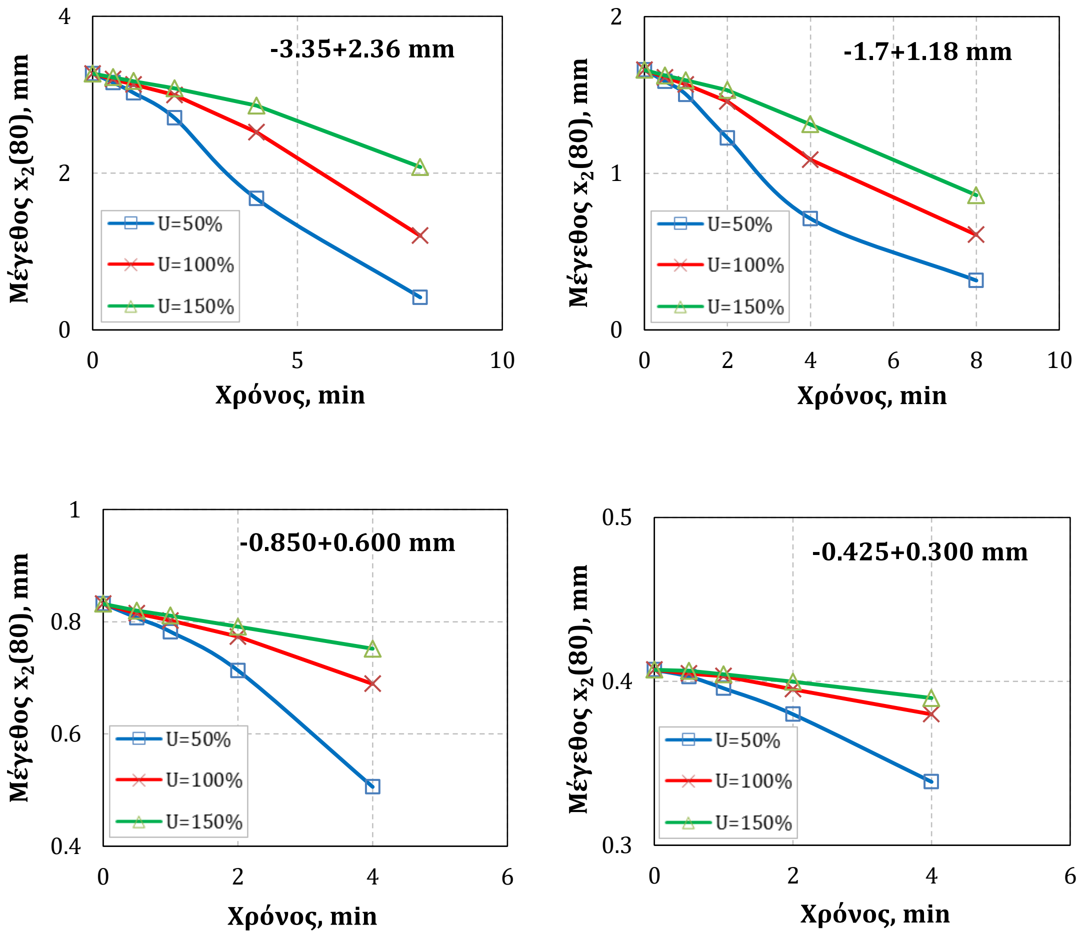
Πίνακας 5.10: Μέγεθος $x_2(80)$ για το χαλαζία

Χρόνος (min)	-3.35+2.36 mm			-1.7+1.18 mm			-0.850+0.600 mm			-0.425+0.300mm		
	U=50%	U=100%	U=150%	U=50%	U=100%	U=150%	U=50%	U=100%	U=150%	U=50%	U=100%	U=150%
0	3.27	3.27	3.27	1.66	1.66	1.66	0.832	0.832	0.832	0.407	0.407	0.407
0.5	3.15	3.20	3.22	1.59	1.61	1.62	0.807	0.815	0.820	0.403	0.405	0.406
1	3.02	3.13	3.17	1.50	1.57	1.59	0.782	0.802	0.811	0.396	0.403	0.404
2	2.7	3.00	3.08	1.23	1.46	1.53	0.713	0.773	0.791	0.380	0.395	0.400
4	1.67	2.52	2.86	0.71	1.09	1.31	0.506	0.689	0.752	0.339	0.380	0.390
8	0.41	1.20	2.08	0.31	0.61	0.86	-	-	-	-	-	-

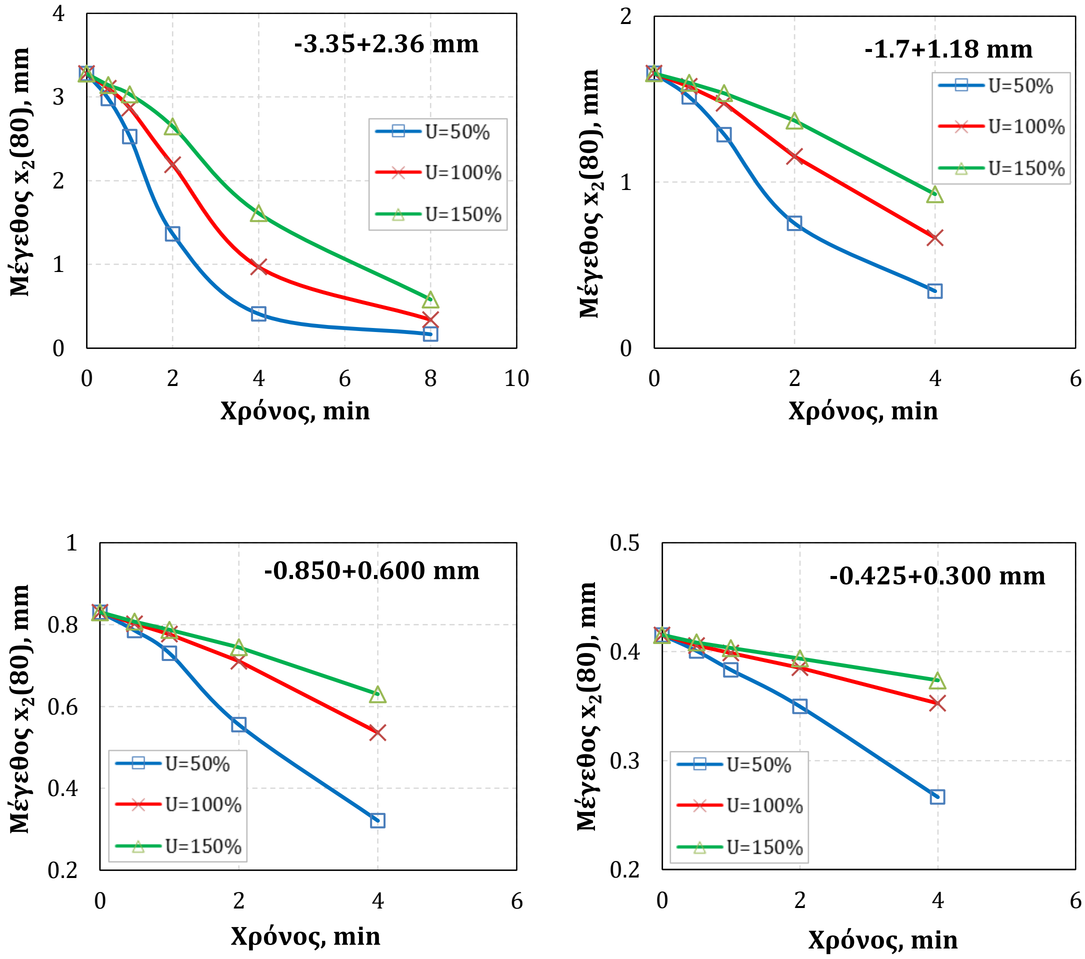
Πίνακας 5.11: Μέγεθος $x_2(80)$ για το μάρμαρο

Χρόνος (min)	-3.35+2.36 mm			-1.7+1.18 mm			-0.850+0.600 mm			-0.425+0.300mm		
	U=50%	U=100%	U=150%	U=50%	U=100%	U=150%	U=50%	U=100%	U=150%	U=50%	U=100%	U=150%
0	3.28	3.28	3.28	1.66	1.66	1.66	0.83	0.830	0.830	0.415	0.415	0.415
0.5	2.98	3.10	3.14	1.51	1.58	1.60	0.785	0.802	0.807	0.401	0.406	0.408
1	2.53	2.87	3.03	1.29	1.47	1.54	0.730	0.777	0.787	0.383	0.399	0.403
2	1.36	2.19	2.65	0.75	1.15	1.37	0.555	0.711	0.745	0.350	0.385	0.394
4	0.41	0.97	1.61	0.34	0.66	0.93	0.321	0.536	0.630	0.266	0.353	0.374
8	0.16	0.34	0.58	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Όσον αφορά την επίδραση του συντελεστή πλήρωσης των σφαιρών J στο μέγεθος του προϊόντος, προκύπτει ότι όσο μεγαλώνει το J τόσο και η απόδοση της λειοτρίβησης αυξάνεται. Υπενθυμίζεται ότι, για σταθερή μάζα τροφοδοσίας (f_c=4%) οι τιμές U=50%, U=100% και U=150% αντιστοιχούν σε J=20%, J=10% και J=6.7%.

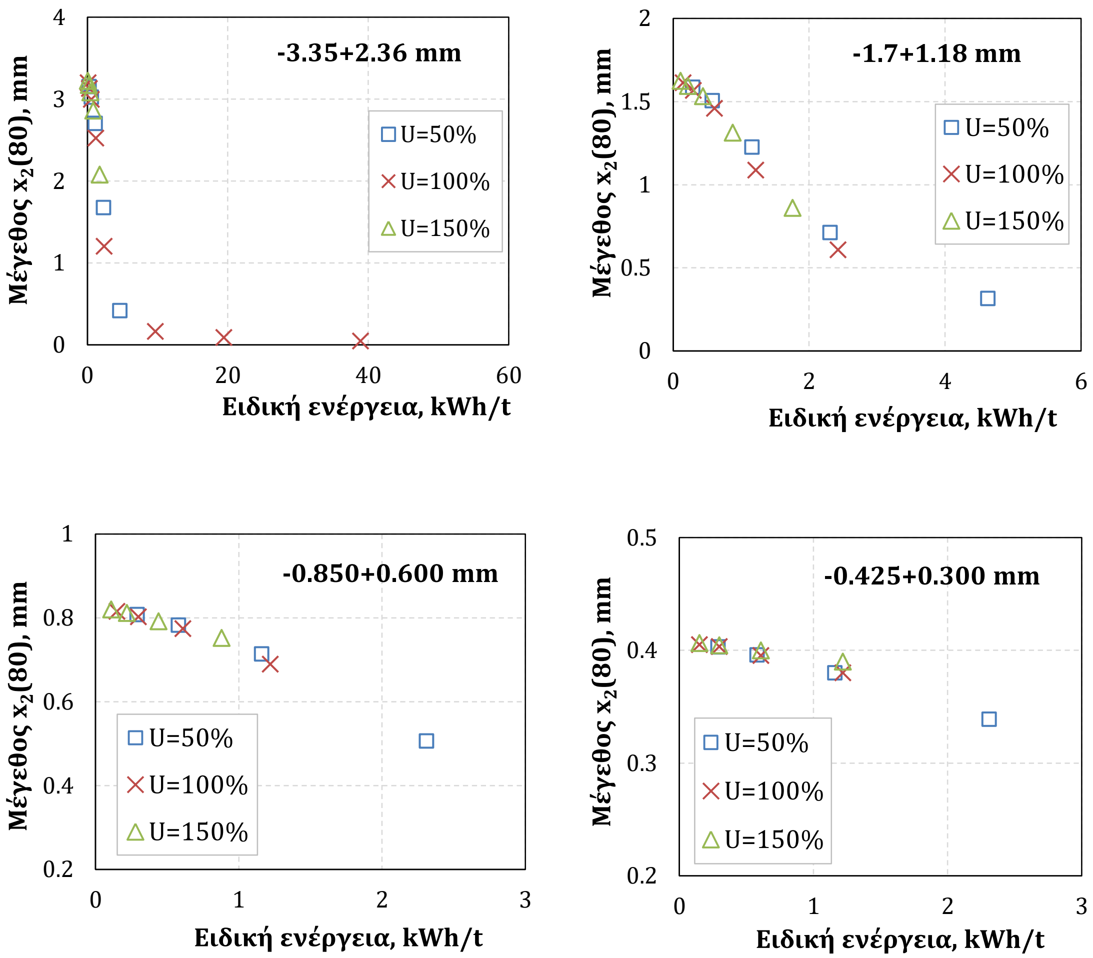


Σχήμα 5.1: Σχέση μεγέθους $x_2(80)$ του χαλαζία με το χρόνο λειοτρίβησης, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας.

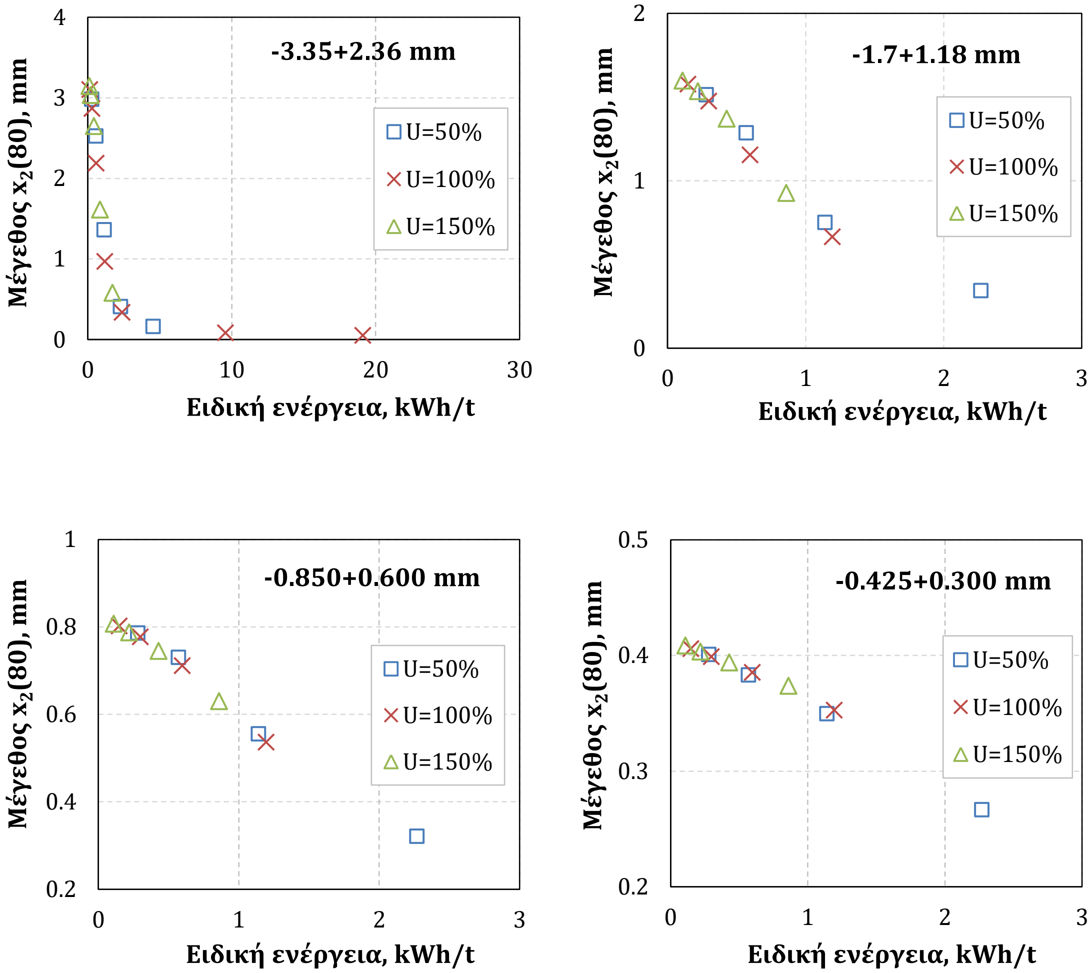


Σχήμα 5.2: Σχέση μεγέθους $x_2(80)$ του μαρμάρου με το χρόνο λειοτρίβησης, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας.

Με χρήση των Σχέσεων (3.6), (3.7) και (3.8) υπολογίζεται η ειδική ενέργεια *ε* (kWh/t) που καταναλώνεται κατά τη λειοτρίβηση των δύο υλικών, για διαφορετικούς συντελεστές πλήρωσης κενών *U* (Πίνακας 5.12). Οι τιμές της ειδικής ενέργειας για τον ίδιο χρόνο λειοτρίβησης, φαίνεται να διαφοροποιούνται ανάλογα με το *U* που χρησιμοποιήθηκε. Σύμφωνα με τη Σχέση (3.6) η αλλαγή της μάζας των σφαιρών επιφέρει μεταβολή στην ισχύ του μύλου και κατ' επέκταση στην υπολογιζόμενη ειδική ενέργεια κατανάλωσης. Επίσης, μπορούν να δημιουργηθούν τα Σχήματα 5.3 και 5.4, τα οποία παρουσιάζουν τη σχέση του μεγέθους $x_2(80)$ του προϊόντος λειοτρίβησης με την ειδική ενέργεια, κατ' αντιστοιχία των Σχημάτων 5.1 και 5.2. Για την καλύτερη μελέτη της σχέσης αυτής, πραγματοποιήθηκαν επιπλέον δοκιμές, σε υψηλότερους χρόνους (ενέργειες) λειοτρίβησης (32 min, 64 min ή 128 min), για τα μεγέθη τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm των δύο υλικών, για *U*=100%. Στα Σχήματα 5.3 και 5.4 έχουν ενσωματωθεί τα αντίστοιχα σημεία. Είναι εμφανές ότι με βάση την ειδική ενέργεια που καταναλώνεται κατά τη λειοτρίβηση των υλικών, το μέγεθος $x_2(80)$ του προϊόντος είναι ανεξάρτητο του *U,* για όλα τα μεγέθη τροφοδοσίας. Επίσης, παρατηρείται διαφοροποίηση ως προς το ρυθμό μείωσης του μεγέθους $x_2(80)$ για υψηλότερες τιμές ειδικής ενέργειας. Στο αρχικό στάδιο λειοτρίβησης επέρχεται μεγάλη μείωση του μεγέθους του υλικού για μικρή κατανάλωση ενέργειας, ενώ στη συνέχεια καταναλώνεται πολλή ενέργεια για μικρή μείωση του μεγέθους του υλικού. Το τελευταίο δείχνει ότι, πέρα από το αρχικό στάδιο λειοτρίβησης, η απόδοση της διεργασίας μειώνεται, πιθανότατα λόγω της αύξησης των λεπτομερών τεμαχίων μέσα στο μύλο.



Σχήμα 5.3: Σχέση μεγέθους $x_2(80)$ του χαλαζία και ειδικής ενέργειας, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας.

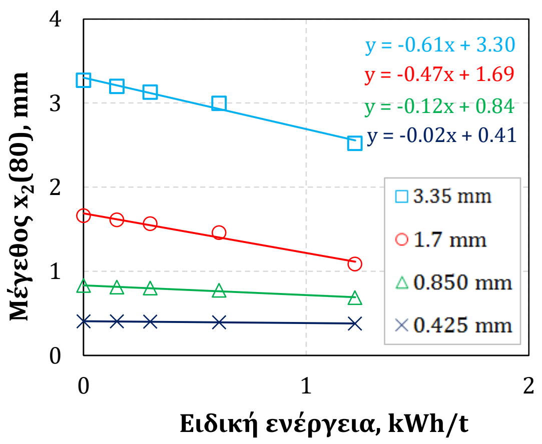


Σχήμα 5.4: Σχέση μεγέθους $x_2(80)$ του μαρμάρου και ειδικής ενέργειας, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας.

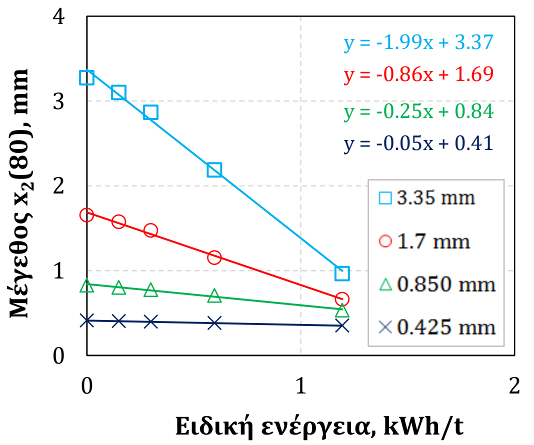
Πίνακας 5.12: Η ειδική ενέργεια *ε* (kWh/t) που καταναλώνεται κατά τη λειοτρίβηση χαλαζία και μαρμάρου, για διαφορετικά *U*

Χρόνος (min)	*Χαλαζίας*			*Μάρμαρο*		
	U=50%	*U=100%*	*U=150%*	*U=50%*	*U=100%*	*U=150%*
0.5	0.29	0.15	0.11	0.28	0.15	0.11
1	0.58	0.30	0.22	0.57	0.30	0.22
2	1.16	0.61	0.44	1.14	0.60	0.43
4	2.31	1.22	0.88	2.27	1.20	0.86
8	4.63	2.43	1.76	4.54	2.39	1.73

Τα Σχήματα 5.5 και 5.6 παρουσιάζουν τη σχέση του μεγέθους $x_2(80)$ των προϊόντων λειοτρίβησης των υλικών με την ειδική ενέργεια, στο αρχικό στάδιο λειοτρίβησης. Στα σχήματα αυτά, εξετάστηκε η επίδραση του μεγέθους της τροφοδοσίας. Είναι εμφανές ότι, η σχέση του μεγέθους $x_2(80)$ με την ειδική ενέργεια κατανάλωσης μπορεί να περιγραφεί από εξίσωση ευθείας γραμμής, η κλίση της οποίας εκφράζει το ρυθμό μείωσης του μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης. Τα σχήματα αυτά δείχνουν ότι όσο μεγαλώνει το μέγεθος της τροφοδοσίας τόσο τα προϊόντα λειοτριβούνται με μεγαλύτερο ρυθμό. Επίσης, για το ίδιο μέγεθος τροφοδοσίας, τα προϊόντα λειοτρίβησης του μαρμάρου λειοτριβούνται με μεγαλύτερο ρυθμό σε σχέση με εκείνα του χαλαζία.



Σχήμα 5.5: Σχέση μεγέθους $x_2(80)$ του χαλαζία και ειδικής ενέργειας, για διαφορετικά μεγέθη τροφοδοσίας.



Σχήμα 5.6: Σχέση μεγέθους $x_2(80)$ του μαρμάρου και ειδικής ενέργειας, για διαφορετικά μεγέθη τροφοδοσίας.

Επειδή ο ρυθμός μείωσης του μεγέθους των υλικών μεταβάλλεται μετά το αρχικό στάδιο λειοτρίβησης, η γενικότερη μαθηματική περιγραφή της σχέσης ενέργειας και μεγέθους τεμαχίων δεν μπορεί να γίνει θεωρώντας ευθεία γραμμή. Επίσης, οι περισσότερες δοκιμές πραγματοποιήθηκαν για μικρούς χρόνους λειοτρίβησης, οπότε θεωρείται ότι σε αυτές δεν ξεπεράστηκε το αρχικό στάδιο. Εξαίρεση αποτελούν οι δοκιμές με μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm και για U=100%. Θεωρώντας ότι ακόμα και σε υψηλά ενεργειακά επίπεδα η σχέση ενέργειας και μεγέθους προϊόντος είναι ανεξάρτητη του U, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να την περιγράψουν οι ακόλουθες εκθετικές συναρτήσεις (Σχέσεις (5.1) και (5.2)),

$\varepsilon = 5.46 \cdot x_2(80)^{-1.07}$, $\quad R^2 = 0.92$ για το χαλαζία ...(5.1)

$\varepsilon = 3.09 \cdot x_2(80)^{-1.03}$, $\quad R^2 = 0.97$ για το μάρμαρο ...(5.2)

Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει ότι για τη δημιουργία προϊόντος μεγέθους $x_2(80)$=1 mm απαιτείται ειδική ενέργεια 5.46 kWh/t και 3.09 kWh/t, για το χαλαζία και το μάρμαρο, αντίστοιχα.

5.1.2 Κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης

Για την περιγραφή των κατανομών μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης σε διαφορετικούς χρόνους, που αντιστοιχούν σε διαφορετικές ενέργειες, χρησιμοποιήθηκαν οι συναρτήσεις κατανομής *GGS* και *RR*. Η καλύτερη ευθεία που προσαρμόζεται στα δεδομένα επιτρέπει τον υπολογισμό των συντελεστών μεγέθους και κατανομής, όπως περιγράφεται στο Κεφ. 2.3.1.1. Οι Πίνακες 5.13 έως 5.24 παρουσιάζουν τις τιμές των υπολογιζόμενων συντελεστών των δύο συναρτήσεων, χρησιμοποιώντας τις Σχέσεις (2.8) και (2.10), για την *GGS* και *RR*, αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι ο τύπος του υλικού, ο συντελεστής πλήρωσης κενών *U*, η ειδική ενέργεια, kWh/t, όπως επίσης και το μέγεθος της τροφοδοσίας του μύλου, επηρεάζουν την κατανομή μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης. Η ακρίβεια των συναρτήσεων *GGS* και *RR* στην περιγραφή των κατανομών εκτιμήθηκε με χρήση του συντελεστή συσχέτισης R^2. Παρατηρείται ότι οι συναρτήσεις δεν μπορούν να περιγράψουν με απόλυτη ακρίβεια όλο το φάσμα των παραγομένων μεγεθών των τεμαχίων. Αυτό φαίνεται καλύτερα από τις γραφικές απεικονίσεις των διαγραμμάτων *GGS* και *RR*. Ως παράδειγμα, στα Σχήματα 5.7 έως 5.10 παρουσιάζεται η εφαρμογή της συνάρτησης *GGS* στις κατανομές μεγέθους των τεμαχίων χαλαζία, μετά από διάφορους χρόνους λειοτρίβησης. Είναι εμφανές ότι, οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης, όταν *U*=50%, δεν ακολουθούν ευθεία γραμμή, αλλά αποκλίνουν από αυτή. Στα πρώτα στάδια της λειοτρίβησης παρατηρείται μεγάλη απόκλιση των πειραματικών δεδομένων από την ευθεία γραμμή. Σε κάποια συγκεκριμένη χρονική στιγμή η ευθεία γραμμή περιγράφει με μεγάλη ακρίβεια τα δεδομένα, ενώ μετά τη στιγμή αυτή η απόκλιση μεγαλώνει όσο η λειοτρίβηση εξελίσσεται. Το τελευταίο φαίνεται στο Σχήμα 5.15, όπου παρουσιάζεται η σχέση του συντελεστή συσχέτισης R^2 με την ειδική ενέργεια. Είναι εμφανές ότι για μια μόνο τιμή της ειδικής ενέργειας κατανάλωσης, όπου το R^2 λαμβάνει μέγιστη τιμή, η συνάρτηση κατανομής *GGS* μπορεί να περιγράψει με ακρίβεια τα πειραματικά δεδομένα. Η απόκλιση αυτή μπορεί να εξηγηθεί από το γεγονός ότι οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης των υλικών δεν ανήκουν σε έναν πληθυσμό τεμαχίων.

Πίνακας 5.13: Συντελεστές μεγέθους και κατανομής της συνάρτησης κατανομής *GGS* για το χαλαζία (*U*=50%)

Χρόνος (min)	ε (kWh/t)	-3.35+2.36 mm			-1.7+1.18 mm			-0.850+0.600 mm			-0.425+0.300 mm		
		a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2
0.5	0.29	1.06	8,888	0.945	1.19	3,147	0.965	1.31	1,583	0.941	1.68	640	0.940
1	0.58	0.92	6,040	0.978	1.04	2,304	0.990	1.15	1,207	0.977	1.48	581	0.963
2	1.16	0.78	3,808	0.996	0.89	1,597	0.998	0.99	905	0.996	1.26	505	0.988
4	2.31	0.63	2,243	0.973	0.71	1,092	0.970	0.78	669	0.978	1.02	427	1.000
8	4.63	0.44	1,373	0.863	0.57	937	0.937	-	-	-	-	-	-

Πίνακας 5.14: Συντελεστές μεγέθους και κατανομής της συνάρτησης κατανομής *GGS* για το μάρμαρο (*U*=50%)

Χρόνος (min)	ε (kWh/t)	-3.35+2.36 mm			-1.7+1.18 mm			-0.850+0.600 mm			-0.425+0.300 mm		
		a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2
0.5	0.28	0.74	7,098	0.960	0.83	2,722	0.978	0.98	1,492	0.948	1.26	700	0.918
1	0.57	0.63	4,139	0.992	0.73	1,811	0.998	0.85	1,079	0.989	1.06	552	0.976
2	1.14	0.50	2,224	0.977	0.58	1,201	0.981	0.69	770	0.997	0.87	458	0.998
4	2.27	0.41	946	0.930	0.46	623	0.964	0.49	587	0.965	0.64	387	0.996
8	4.54	0.36	400	0.930	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Πίνακας 5.15: Συντελεστές μεγέθους και κατανομής της συνάρτησης κατανομής *RR* για το χαλαζία (*U*=50%)

Χρόνος (min)	*ε (kWh/t)*	*-3.35+2.36 mm*			*-1.7+1.18 mm*			*-0.850+0.600 mm*			*-0.425+0.300 mm*		
		n′	*x′ (μm)*	R^2	*n′*	*x′ (μm)*	R^2	*n′*	*x′ (μm)*	R^2	*n′*	*x′ (μm)*	R^2
0.5	0.29	0.96	12,841	0.979	1.11	14,315	0.990	1.15	10,959	0.992	1.44	29,770	0.979
1	0.58	0.91	3,719	0.985	1.06	4,828	0.992	1.12	4,254	0.993	1.36	11,318	0.985
2	1.16	0.86	1,147	0.993	1.04	1,909	0.994	1.11	2,008	0.995	1.30	4,343	0.989
4	2.31	0.85	443	0.998	1.06	926	0.997	1.09	807	0.995	1.23	1,606	0.991
8	4.63	0.91	229	0.994	1.11	497	0.998	-	-	-	-	-	-

Πίνακας 5.16: Συντελεστές μεγέθους και κατανομής της συνάρτησης κατανομής *RR* για το μάρμαρο (*U*=50%)

Χρόνος (min)	*ε (kWh/t)*	*-3.35+2.36 mm*			*-1.7+1.18 mm*			*-0.850+0.600 mm*			*-0.425+0.300 mm*		
		n′	*x′ (μm)*	R^2	*n′*	*x′ (μm)*	R^2	*n′*	*x′ (μm)*	R^2	*n′*	*x′ (μm)*	R^2
0.5	0.28	0.73	839	0.968	0.84	931	0.988	0.90	1,188	0.984	1.05	2,152	0.987
1	0.57	0.72	354	0.979	0.86	519	0.991	0.92	663	0.988	1.06	1,076	0.991
2	1.14	0.75	177	0.994	0.88	275	0.994	0.93	336	0.993	1.04	526	0.993
4	2.27	0.83	114	0.999	0.89	136	0.994	0.92	164	0.993	0.98	211	0.993
8	4.54	0.94	97	0.995	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Πίνακας 5.17: Συντελεστές μεγέθους και κατανομής της συνάρτησης κατανομής *GGS* για το χαλαζία (*U*=100%)

Χρόνος (min)	ε (kWh/t)	-3.35+2.36 mm			-1.7+1.18 mm			-0.850+0.600 mm			-0.425+0.300 mm		
		a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2
0.5	0.15	1.15	11,756	0.913	1.31	3,684	0.946	1.40	1,796	0.917	1.94	640	0.930
1	0.30	1.02	8,504	0.948	1.16	2,909	0.971	1.26	1,513	0.949	1.65	678	0.912
2	0.61	0.91	5,981	0.976	1.00	2,146	0.992	1.11	1,159	0.979	1.46	589	0.955
4	1.22	0.77	3,488	0.997	0.86	1,451	0.995	0.97	888	0.996	1.21	518	0.983
8	2.43	0.62	1,931	0.960	0.78	778	0.991	-	-	-	-	-	-

Πίνακας 5.18: Συντελεστές μεγέθους και κατανομής της συνάρτησης κατανομής *GGS* για το μάρμαρο (*U*=100%)

Χρόνος (min)	ε (kWh/t)	-3.35+2.36 mm			-1.7+1.18 mm			-0.850+0.600 mm			-0.425+0.300 mm		
		a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2
0.5	0.15	0.79	10,726	0.915	0.89	3,821	0.942	1.06	1,842	0.910	1.42	773	0.887
1	0.30	0.71	6,104	0.969	0.80	2,513	0.983	0.98	1,338	0.967	1.25	670	0.931
2	0.60	0.61	3,409	0.996	0.68	1,676	0.999	0.83	994	0.995	1.07	565	0.971
4	1.20	0.48	1,904	0.965	0.54	1,131	0.976	0.66	751	0.995	0.84	476	0.995
8	2.39	0.46	617	0.963	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Πίνακας 5.19: Συντελεστές μεγέθους και κατανομής της συνάρτησης κατανομής *RR* για το χαλαζία (*U*=100%)

Χρόνος (min)	*ε (kWh/t)*	*-3.35+2.36 mm*			*-1.7+1.18 mm*			*-0.850+0.600 mm*			*-0.425+0.300 mm*		
		n′	*x′ (μm)*	R^2	*n′*	*x′ (μm)*	R^2	*n′*	*x′ (μm)*	R^2	*n′*	*x′ (μm)*	R^2
0.5	0.15	1.01	33,249	0.967	1.17	34,418	0.987	1.17	18,021	0.989	1.65	136,390	0.959
1	0.30	0.95	9,700	0.975	1.10	11,266	0.987	1.12	7,687	0.992	1.37	22,018	0.947
2	0.61	0.90	3,356	0.981	1.05	3,826	0.989	1.11	3,426	0.990	1.34	9,949	0.971
4	1.22	0.88	1,196	0.992	1.06	1,777	0.992	1.11	1,840	0.991	1.24	3,125	0.984
8	2.43	0.91	515	0.999	1.10	957	0.994	-	-	-	-	-	-

Πίνακας 5.20: Συντελεστές μεγέθους και κατανομής της συνάρτησης κατανομής *RR* για το μάρμαρο (*U*=100%)

Χρόνος (min)	*ε (kWh/t)*	*-3.35+2.36 mm*			*-1.7+1.18 mm*			*-0.850+0.600 mm*			*-0.425+0.300 mm*		
		n′	*x′ (μm)*	R^2	*n′*	*x′ (μm)*	R^2	*n′*	*x′ (μm)*	R^2	*n′*	*x′ (μm)*	R^2
0.5	0.15	0.72	1,339	0.950	0.82	1,377	0.983	0.90	1,790	0.980	1.10	4,622	0.981
1	0.30	0.73	657	0.963	0.83	751	0.985	0.95	1,300	0.990	1.07	2,192	0.987
2	0.60	0.75	333	0.979	0.84	394	0.987	0.93	608	0.992	1.05	1,059	0.991
4	1.20	0.81	196	0.992	0.88	244	0.990	0.91	285	0.993	0.99	407	0.991
8	2.39	0.89	135	0.995	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Πίνακας 5.21: Συντελεστές μεγέθους και κατανομής της συνάρτησης κατανομής *GGS* για το χαλαζία (*U*=150%)

Χρόνος (min)	ε (kWh/t)	-3.35+2.36 mm			-1.7+1.18 mm			-0.850+0.600 mm			-0.425+0.300 mm		
		a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2
0.5	0.11	1.20	14,251	0.890	1.34	4,311	0.925	1.49	2,055	0.888	2.06	628	0.940
1	0.22	1.09	10,432	0.925	1.24	3,273	0.959	1.36	1,680	0.930	1.87	629	0.939
2	0.44	0.97	7,470	0.958	1.09	2,590	0.980	1.22	1,306	0.970	1.59	604	0.955
4	0.88	0.83	4,984	0.987	0.96	1,774	0.998	1.07	1,037	0.990	1.34	552	0.973
8	1.76	0.70	2,767	0.994	0.82	1,113	0.995	-	-	-	-	-	-

Πίνακας 5.22: Συντελεστές μεγέθους και κατανομής της συνάρτησης κατανομής *GGS* για το μάρμαρο (*U*=150%)

Χρόνος (min)	ε (kWh/t)	-3.35+2.36 mm			-1.7+1.18 mm			-0.850+0.600 mm			-0.425+0.300 mm		
		a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2	a	x_o(μm)	R^2
0.5	0.11	0.81	13,269	0.892	0.93	4,596	0.915	1.13	1,916	0.902	1.52	831	0.862
1	0.22	0.73	8,927	0.935	0.84	3,107	0.965	1	1,515	0.945	1.34	736	0.902
2	0.43	0.65	5,086	0.980	0.78	1,461	0.994	0.89	1,138	0.984	1.17	625	0.949
4	0.86	0.54	2,639	0.995	0.62	1,415	0.995	0.73	860	0.999	0.97	525	0.984
8	1.73	0.46	1,095	0.965	-	-	-	-	-	-	-	-	-

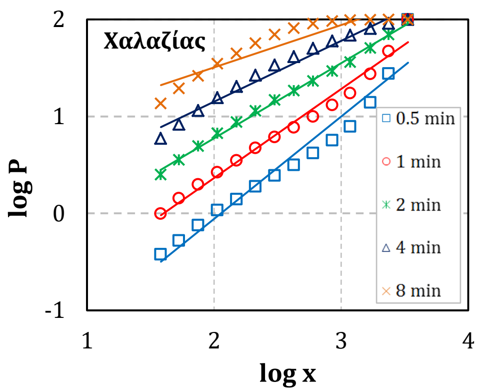
Πίνακας 5.23: Συντελεστές μεγέθους και κατανομής της συνάρτησης κατανομής *RR* για το χαλαζία (*U*=150%)

Χρόνος (min)	ε (kWh/t)	-3.35+2.36 mm			-1.7+1.18 mm			-0.850+0.600 mm			-0.425+0.300 mm		
		n′	x′ (μm)	R^2	n′	x′ (μm)	R^2	n′	x′ (μm)	R^2	n′	x′ (μm)	R^2
0.5	0.11	1.01	52,455	0.962	1.16	45,372	0.982	1.19	32,945	0.984	1.75	272,135	0.973
1	0.22	0.97	18,146	0.967	1.14	20,127	0.987	1.17	14,784	0.992	1.60	90,946	0.970
2	0.44	0.92	6,064	0.974	1.08	6,947	0.985	1.15	6,696	0.994	1.41	19,177	0.986
4	0.88	0.87	1,802	0.982	1.08	3,242	0.988	1.12	2,889	0.994	1.29	5,712	0.986
8	1.76	0.87	727	0.995	1.07	1,267	0.992	-	-	-	-	-	-

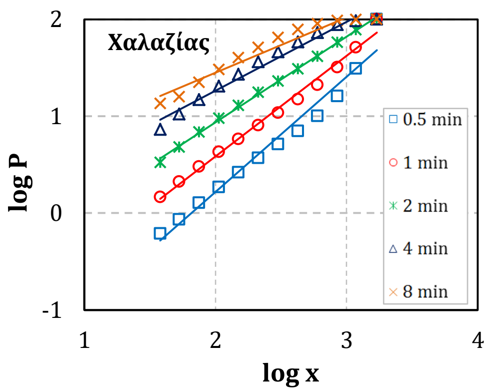
Πίνακας 5.24: Συντελεστές μεγέθους και κατανομής της συνάρτησης κατανομής *RR* για το μάρμαρο (*U*=150%)

Χρόνος (min)	ε (kWh/t)	-3.35+2.36 mm			-1.7+1.18 mm			-0.850+0.600 mm			-0.425+0.300 mm		
		n′	x′ (μm)	R^2	n′	x′ (μm)	R^2	n′	x′ (μm)	R^2	n′	x′ (μm)	R^2
0.5	0.11	0.71	1,614	0.947	0.81	1,883	0.977	0.94	2,817	0.982	1.12	7,060	0.980
1	0.22	0.70	792	0.952	0.82	1,009	0.983	0.92	1,396	0.982	1.08	3,205	0.982
2	0.43	0.71	405	0.961	0.84	570	0.986	0.93	824	0.987	1.07	1,632	0.988
4	0.86	0.75	226	0.980	0.85	3,067	0.986	0.91	384	0.991	1.02	690	0.990
8	1.73	0.86	165	0.991	-	-	-	-	-	-	-	-	-

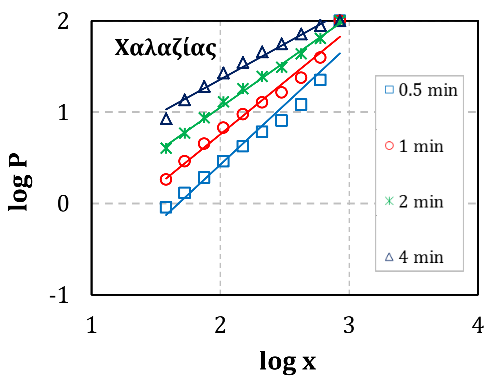
Η αδυναμία της συνάρτησης *GGS* στην περιγραφή των κατανομών μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης απαιτεί την ανάπτυξη νέων μεθόδων οι οποίες θα λαμβάνουν υπόψη τους την ύπαρξη περισσοτέρων του ενός πληθυσμών τεμαχίων. Η ίδια τάση εμφανίζεται στα αντίστοιχα διαγράμματα του χαλαζία όταν *U*=100% και *U*=150%, όπως επίσης και στην περίπτωση του μαρμάρου (Σχήματα 5.11 έως 5.14 και Σχήμα 5.16).



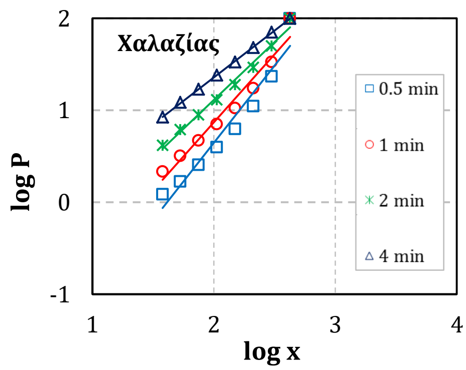
Σχήμα 5.7: *GGS* κατανομές μεγέθους των τεμαχίων χαλαζία, μεγέθους τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm, σε διάφορους χρόνους λειοτρίβησης (*U*=50%).



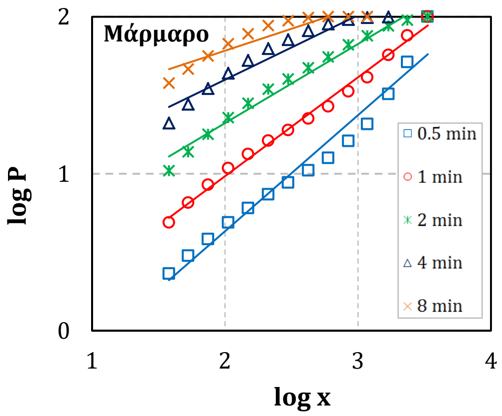
Σχήμα 5.8: *GGS* κατανομές μεγέθους των τεμαχίων χαλαζία, μεγέθους τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm, σε διάφορους χρόνους λειοτρίβησης (*U*=50%).

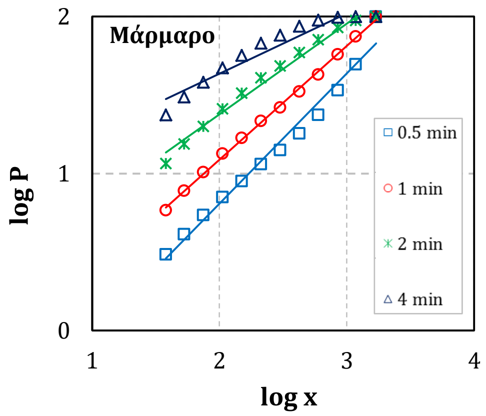


Σχήμα 5.9: *GGS* κατανομές μεγέθους των τεμαχίων χαλαζία, μεγέθους τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm, σε διάφορους χρόνους λειοτρίβησης (*U*=50%).



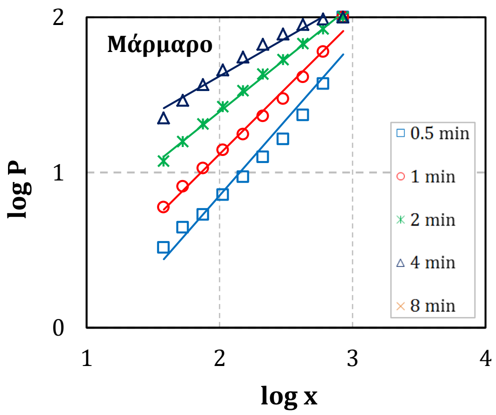
Σχήμα 5.10: *GGS* κατανομές μεγέθους των τεμαχίων χαλαζία, μεγέθους τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm, σε διάφορους χρόνους λειοτρίβησης (*U*=50%).

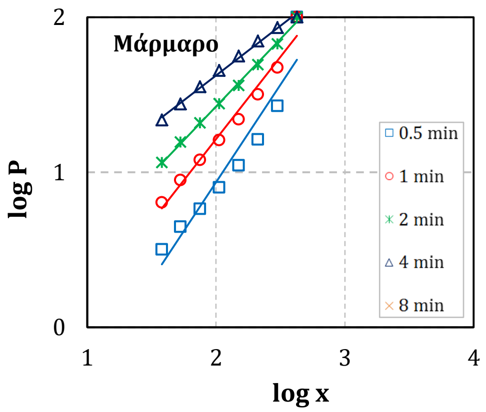




Σχήμα 5.11: *GGS* κατανομές μεγέθους των τεμαχίων μαρμάρου, μεγέθους τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm, σε διάφορους χρόνους λειοτρίβησης (U=50%).

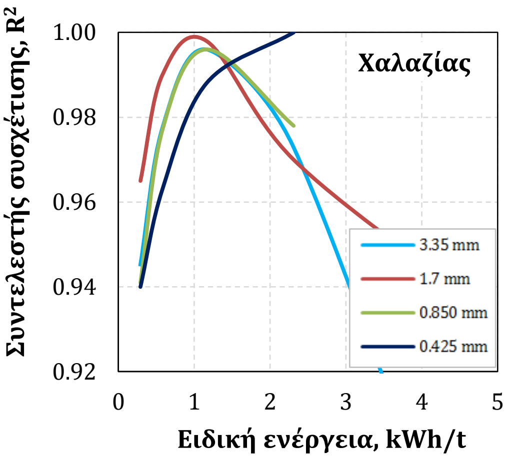
Σχήμα 5.12: *GGS* κατανομές μεγέθους των τεμαχίων μαρμάρου, μεγέθους τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm, σε διάφορους χρόνους λειοτρίβησης (U=50%).



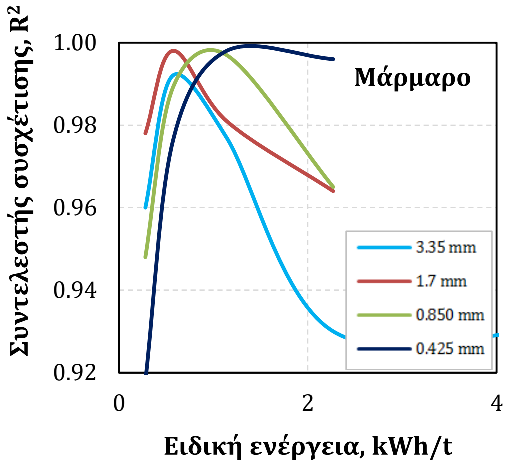


Σχήμα 5.13: *GGS* κατανομές μεγέθους των τεμαχίων μαρμάρου, μεγέθους τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm, σε διάφορους χρόνους λειοτρίβησης (U=50%).

Σχήμα 5.14: *GGS* κατανομές μεγέθους των τεμαχίων μαρμάρου, μεγέθους τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm σε διάφορους χρόνους λειοτρίβησης (U=50%).



Σχήμα 5.15: Σχέση του συντελεστή συσχέτισης R^2 με την ειδική ενέργεια, μετά την εφαρμογή της συνάρτησης *GGS* στα προϊόντα λειοτρίβησης του χαλαζία.

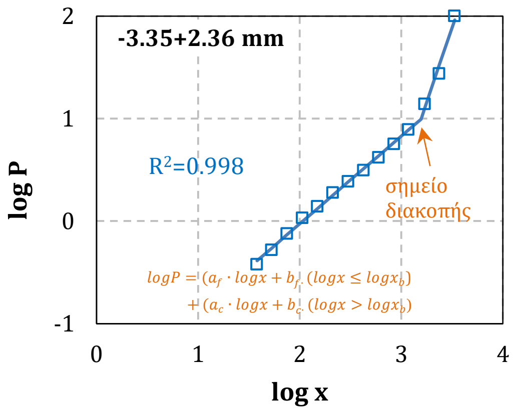


Σχήμα 5.16: Σχέση του συντελεστή συσχέτισης R^2 με την ειδική ενέργεια, μετά την εφαρμογή της συνάρτησης *GGS* στα προϊόντα λειοτρίβησης του μαρμάρου.

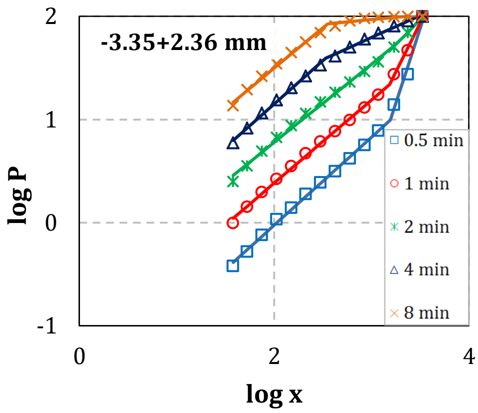
5.1.3 Εφαρμογή της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα

Τα Σχήματα 5.7 έως 5.14 υποδεικνύουν την παρουσία δύο διαφορετικών περιοχών μεγέθους τεμαχίων. Επειδή τα δεδομένα των κατανομών μεγέθους, των σχημάτων αυτών, αποκλίνουν από τις ευθείες γραμμές των συναρτήσεων *GGS*, οι προβλεπόμενες ευθείες δεν είναι σε θέση να περιγράψουν πλήρως την κατανομή μεγέθους των τεμαχίων των προϊόντων λειοτρίβησης. Αυτές οι περιοχές μεγέθους μπορούν να προσδιοριστούν με ακρίβεια, με την εφαρμογή της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα, χρησιμοποιώντας τη Σχέση (3.15).

Οι συντελεστές της συνάρτησης *GGS* για το χαλαζία και το μάρμαρο χρησιμοποιώντας τη γραμμική παλινδρόμηση κατά τμήματα και με χρήση της μη-γραμμικής μεθόδου εκτίμησης Quasi-Newton, παρουσιάζονται στους Πίνακες 5.25 και 5.26. Η μέθοδος παρουσιάζεται για συντελεστή πλήρωσης κενών U=50%. Στους πίνακες αυτούς υπολογίστηκαν, επίσης, τα σημεία διακοπής (breakpoints) με το μεγαλύτερο συντελεστή συσχέτισης R^2. Είναι προφανές ότι σε όλες τις περιπτώσεις οι τιμές των R^2 είναι υψηλότερες σε σύγκριση με εκείνες των Πινάκων 5.13 και 5.14. Η μέθοδος της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα βρέθηκε, επίσης, να βελτιώνει την ακρίβεια της συνάρτησης *GGS*, στην περίπτωση κατάτμησης χρωμίτη σε διαφορετικές μηχανές κατάτμησης (Taşdemir and Taşdemir, 2009).



Σχήμα 5.17: Εφαρμογή της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα στην κατανομή μεγέθους *GGS* του χαλαζία, σε χρόνο λειοτρίβησης 0.5 min.



Σχήμα 5.18: Εφαρμογή της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα στις κατανομές μεγέθους *GGS* του χαλαζία, σε διάφορους χρόνους λειοτρίβησης.

Το Σχήμα 5.17 παρουσιάζει τη συνάρτηση *GGS* του χαλαζία σε χρόνο λειοτρίβησης 0.5 min, με εφαρμογή της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα. Η εξέλιξη της κατανομής των τεμαχίων σε σχέση με το χρόνο λειοτρίβησης, ο οποίος είναι ανάλογος της κατανάλωσης της ενέργειας, παρουσιάζεται επίσης, στο Σχήμα 5.18. Είναι εμφανής η παρουσία δύο γραμμικών περιοχών μεγεθών σε κάθε μια από τις κατανομές αυτές, υποδεικνύοντας τη δράση δύο διακριτών μηχανισμών κατάτμησης. Η πρώτη περιοχή σχετίζεται με το λεπτομερές και η δεύτερη με το χονδρομερές κλάσμα των προϊόντων. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.18 η πρώτη περιοχή (λεπτομερές κλάσμα) μετατοπίζεται σχεδόν παράλληλα με την αύξηση του χρόνου λειοτρίβησης, ενώ στη δεύτερη περιοχή (χονδρομερές κλάσμα) παρατηρείται αλλαγή της κλίσης των ευθειών γραμμών. Είναι γνωστό ότι η κατάτμηση των τεμαχίων σε μύλους λειοτρίβησης επιτυγχάνεται κυρίως λόγω των δυνάμεων κρούσης, συμπίεσης ή τριβής. Όταν ένα μεμονωμένο τεμάχιο αστοχήσει λόγω συμπίεσης, τότε δημιουργούνται προϊόντα τα οποία ανήκουν σε δύο πληθυσμούς τεμαχίων, όπως φαίνεται χαρακτηριστικά στο Σχήμα 2.3. Εξαιτίας της δύναμης κρούσης, λόγω της απότομης πρόσκρουσης, το τεμάχιο αστοχεί γρήγορα, κυρίως εφελκυστικά και τα προϊόντα τα οποία παράγονται έχουν σχεδόν το ίδιο σχήμα και μέγεθος, ενώ λόγω της τριβής το αποτέλεσμα είναι η δημιουργία πολύ μικρότερων προϊόντων (λεπτομερών) σε σχέση με το μέγεθος του μητρικού τεμαχίου. Κατά τη διάρκεια της λειοτρίβησης ενός στενού κοκκομετρικού κλάσματος η κατάτμηση επιτυγχάνεται με συνδυασμό των παραπάνω δυνάμεων,

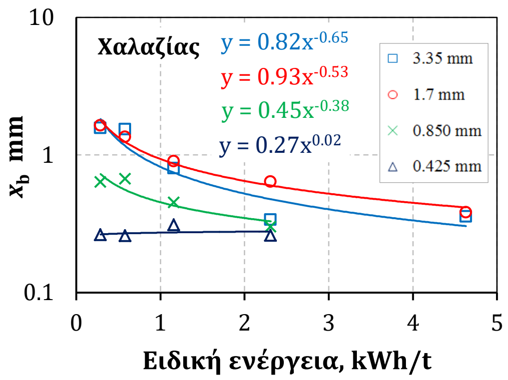
Πίνακας 5.25: Συντελεστές της συνάρτησης κατανομής *GGS* με χρήση της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα, για το χαλαζία (*U*=50%)

	-3.35+2.36 mm						*-1.7+1.18 mm*						*-0.850+0.600 mm*						*-0.425+0.300 mm*					
***ε* (kWh/t)**	a_f	a_c	$log(x_b)$	x_b (mm)	x_f (mm)	R^2	a_f	a_c	$log(x_b)$	x_b (mm)	x_f (mm)	R^2	a_f	a_c	$log(x_b)$	x_b (mm)	x_f (mm)	R^2	a_f	a_c	$log(x_b)$	x_b (mm)	x_f (mm)	R^2
0.29	0.86	2.92	3.194	1.564	23.3	0.998	1.03	3.21	3.213	1.635	5.4	0.999	1.12	4.12	2.802	0.634	2.6	0.998	1.28	4.17	2.418	0.262	1.3	0.999
0.58	0.81	1.91	3.187	1.538	10.0	0.999	0.96	1.82	3.130	1.350	2.9	0.999	1.05	2.68	2.826	0.670	1.5	0.996	1.20	3.12	2.411	0.258	1.0	1.000
1.16	0.78	0.78	2.903	0.800	3.8	0.999	0.89	0.89	2.954	0.900	1.6	0.998	0.99	0.99	2.653	0.450	0.9	0.996	1.17	1.99	2.491	0.310	0.6	0.998
2.31	0.84	0.43	2.529	0.338	1.0	0.999	0.83	0.18	2.805	0.638	0.8	0.996	1.11	0.62	2.477	0.300	0.6	0.995	1.02	1.02	2.415	0.260	0.4	1.000
4.63	0.78	0.09	2.55	0.355	0.4	0.996	0.79	0.17	2.582	0.382	0.5	0.997	-	-	-			-	-	-	-			-

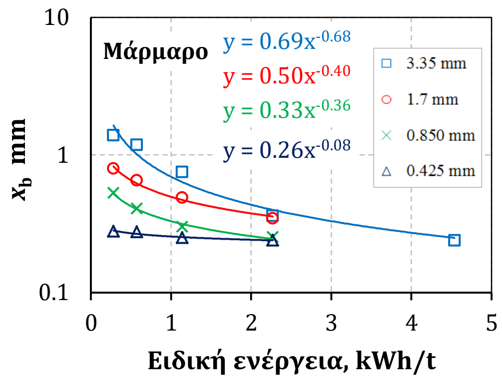
Πίνακας 5.26: Συντελεστές της συνάρτησης κατανομής *GGS* με χρήση της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα, για το μάρμαρο (*U*=50%)

	-3.35+2.36 mm						*-1.7+1.18 mm*						*-0.850+0.600 mm*						*-0.425+0.300 mm*					
***ε* (kWh/t)**	a_f	a_c	$log(x_b)$	x_b (mm)	x_f (mm)	R^2	a_f	a_c	$log(x_b)$	x_b (mm)	x_f (mm)	R^2	a_f	a_c	$log(x_b)$	x_b (mm)	x_f (mm)	R^2	a_f	a_c	$log(x_b)$	x_b (mm)	x_f (mm)	R^2
0.28	0.61	1.67	3.142	1.387	16.3	0.999	0.72	1.56	2.900	0.794	4.4	0.998	0.80	2.83	2.724	0.530	2.8	0.999	0.93	3.78	2.444	0.278	1.6	1.000
0.57	0.59	0.83	3.072	1.180	5.1	0.997	0.73	0.73	2.813	0.650	1.8	0.998	0.77	1.28	2.611	0.408	1.4	0.999	0.91	2.15	2.439	0.275	0.8	1.000
1.14	0.65	0.37	2.875	0.750	1.1	0.997	0.67	0.32	2.689	0.489	0.9	0.997	0.69	0.69	2.477	0.300	0.8	0.997	0.84	0.92	2.398	0.250	0.5	1.000
2.27	0.59	0.09	2.557	0.360	0.5	0.993	0.57	0.10	2.537	0.344	0.4	0.994	0.63	0.24	2.403	0.253	0.4	0.997	0.68	0.45	2.379	0.239	0.3	0.999
4.54	0.49	0.02	2.378	0.239	0.3	0.995	-	-	-			-	-	-	-			-	-	-	-			-

με αποτέλεσμα την παραγωγή δύο περιοχών (πληθυσμών) μεγεθών τεμαχίων. Όσο η λειοτρίβηση προχωρά τόσο και περισσότερα λεπτομερή τεμάχια παράγονται. Το τελευταίο μπορεί να φανεί και από τη γραφική παράσταση του σημείου διακοπής x_b, το οποίο συνδέει τις δύο περιοχές μεγεθών, με την ειδική ενέργεια που απαιτείται για τη μείωση του μεγέθους κάθε κλάσματος (Σχήματα 5.19 και 5.20). Παρατηρείται ότι το σημείο διακοπής x_b μειώνεται με αύξηση της ειδικής ενέργειας και τείνει σε μια οριακή τιμή. Η τιμή του x_b εξαρτάται από τον τύπο του υλικού αφού για μια δεδομένη τιμή της ειδικής ενέργειας, για παράδειγμα 1 kWh/t, οι τιμές x_b του χαλαζία είναι μεγαλύτερες σε σχέση με εκείνες του μαρμάρου, για το ίδιο μέγεθος τροφοδοσίας. Το τελευταίο δείχνει ότι, το μάρμαρο λειοτριβείται πιο εύκολα σε σχέση με το χαλαζία. Επίσης, παρατηρείται μη ομαλή λειοτρίβηση στην περίπτωση του χαλαζία, δεδομένου ότι για το χονδρότερο κλάσμα -3.35+2.36 mm οι τιμές x_b είναι λίγο μικρότερες από τις αντίστοιχες του κλάσματος -1.7+1.18 mm.

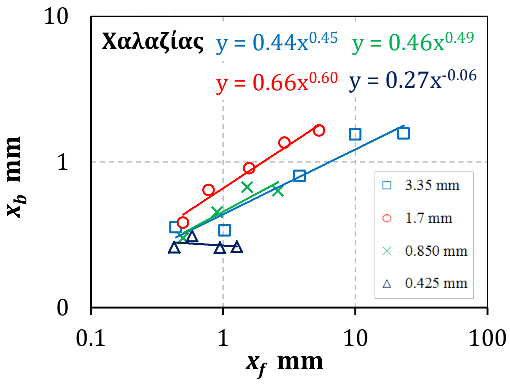


Σχήμα 5.19: Σχέση του σημείου διακοπής x_b με την ειδική ενέργεια, για το χαλαζία.

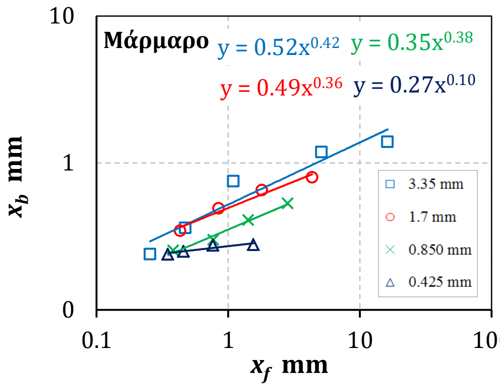


Σχήμα 5.20: Σχέση του σημείου διακοπής x_b με την ειδική ενέργεια, για το μάρμαρο.

Τα Σχήματα 5.21 και 5.22 δείχνουν τις τιμές x_b, που λαμβάνονται για κάθε κλάσμα τροφοδοσίας, σε συνάρτηση με το συντελεστή μεγέθους των λεπτομερών τεμαχίων x_f. Αποκαλύπτεται ότι οι δύο μεταβλητές είναι κατά κύριο λόγο πολύ καλά συσχετιζόμενες και σε ορισμένες περιπτώσεις μετρίως συσχετιζόμενες. Αυτό σημαίνει ότι η περιοχή των λεπτομερών τεμαχίων είναι στενά συνδεδεμένη με την αντίστοιχη περιοχή των χονδρομερών. Τα σχήματα αυτά δείχνουν, επίσης, ότι η λειοτρίβηση του χονδρότερου κλάσματος -3.35+2.36 mm του χαλαζία είναι μη ομαλή, όπως φάνηκε και από τα προηγούμενα σχήματα.



Σχήμα 5.21: Σχέση του σημείου διακοπής x_b με το συντελεστή μεγέθους των λεπτομερών τεμαχίων x_f, για το χαλαζία.



Σχήμα 5.22: Σχέση του σημείου διακοπής x_b με το συντελεστή μεγέθους των λεπτομερών τεμαχίων x_f, για το μάρμαρο.

5.1.4 Σχέση του μεγέθους x_f με την ενέργεια κατανάλωσης

Από τους Πίνακες 5.25 και 5.26 φάνηκε ότι η γραμμική παλινδρόμηση κατά τμήματα είναι κατάλληλη για την περιγραφή της κατανομής μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης για το χαλαζία και το μάρμαρο. Επίσης, φάνηκε ότι για το ίδιο υλικό και μέγεθος τροφοδοσίας, η τιμή της a_f παραμένει σταθερή ή σχεδόν σταθερή με την αύξηση της ειδικής ενέργειας, ενώ η τιμή της a_c μειώνεται με την αύξηση της ειδικής ενέργειας. Από την άλλη, παρατηρείται ότι για δεδομένη τιμή της ειδικής ενέργειας, όσο μειώνεται το μέγεθος της τροφοδοσίας οι τιμές των a_f και a_c αυξάνονται. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, μικρές τιμές του a υποδηλώνουν την παραγωγή περισσότερων λεπτομερών τεμαχίων, περισσότερων χονδρομερών και λιγότερο ενδιάμεσου μεγέθους τεμαχίων.

Με χρήση των Σχέσεων (3.13) και (3.14) μπορούν να υπολογιστούν οι συντελεστές μεγέθους x_f και x_c για τις δύο περιοχές μεγεθών τεμαχίων. Ο συντελεστής μεγέθους δείχνει θεωρητικά το μέγεθος του μεγαλύτερου τεμαχίου που υπάρχει σε ένα κοκκώδες υλικό και αντιστοιχεί σε αθροιστικώς διερχόμενη μάζα $P = 100\%$. Θεωρητικά οι τιμές x_c παραμένουν σταθερές για το ίδιο μέγεθος τροφοδοσίας και ανεξάρτητες από την κατανάλωση της ενέργειας, οπότε μόνο ο υπολογισμός των x_f μπορεί να αποτελέσει αντικείμενο έρευνας. Η διακύμανση των x_f για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας και για διάφορες ειδικές ενέργειες κατανάλωσης παρουσιάζονται στους Πίνακες 5.25 και 5.26, για τα δύο υλικά που δοκιμάστηκαν. Για το ίδιο υλικό και το ίδιο μέγεθος τροφοδοσίας οι τιμές των x_f μειώνονται με αύξηση της ειδικής ενέργειας, υποδηλώνοντας προφανώς ότι το υλικό μειώνεται σε μέγεθος όσο η λειοτρίβηση εξελίσσεται. Παρατηρείται ότι, στα πρώτα στάδια λειοτρίβησης τα x_f λαμβάνουν τιμές (θεωρητικές) μεγαλύτερες από το μέγεθος της αρχικής τροφοδοσίας, ενώ σε μεγαλύτερες τιμές ειδικής ενέργειας τις πλησιάζουν. Υπάρχει μια συγκεκριμένη τιμή της ειδικής ενέργειας για την οποία το μέγεθος x_f ταυτίζεται με το μέγεθος της τροφοδοσίας. Σε αυτό το σημείο εμφανίζεται μια ευθεία γραμμή για όλο το εύρος των τεμαχίων των υλικών και η συνάρτηση GGS μπορεί να περιγράψει με απόλυτη ακρίβεια τα πειραματικά δεδομένα. Το σημείο αυτό, ονομάστηκε σημείο μετάβασης και ορίζεται για πρώτη φορά στη διδακτορική διατριβή. Ποιοτικά το σημείο μετάβασης δείχνει ότι ο αρχικός πληθυσμός των χονδρών τεμαχίων που υπήρχε στο μύλο έχει εκλείψει και ότι μετά από αυτό θα ξεκινήσουν να λειοτριβούνται τα θυγατρικά τους τεμάχια. Ενδεχομένως, το σημείο μετάβασης να προσδιορίζει μια αλλαγή στο μηχανισμό λειοτρίβησης και η απόδοση του μύλου να μειώνεται σε μεγαλύτερα ενεργειακά επίπεδα. Η απαιτούμενη ενέργεια στο σημείο μετάβασης εξαρτάται από το υλικό και το μέγεθος τροφοδοσίας και υπολογίζεται στη συνέχεια.

Τα Σχήματα 5.23 και 5.24 παρουσιάζουν τις τιμές της ειδικής ενέργειας σε συνάρτηση με το συντελεστή μεγέθους x_f, για το χαλαζία και το μάρμαρο, αντίστοιχα. Ποιοτικά, τα σχήματα εκφράζουν την ειδική ενέργεια που απαιτείται για τη μείωση του αρχικού μεγέθους του υλικού και την παραγωγή ενός λεπτότερου υλικού διαφόρων μεγεθών, με συντελεστή μεγέθους x_f, όπου το f αναφέρεται στην περιοχή των λεπτομερών τεμαχίων. Παρατηρείται, από τις γραμμές τάσης που περιγράφουν τα σημεία, ότι η σχέση μεταξύ της ειδικής ενέργειας και του συντελεστή μεγέθους ακολουθεί τη γενική Σχέση (5.3),

$$\varepsilon = C' \cdot {x_f}^{-b} \qquad \ldots(5.3)$$

όπου C' και b συναρτήσεις που εξαρτώνται από το υλικό και το μέγεθος τροφοδοσίας. Εάν τη θέση του x_f πάρει το μέγιστο μέγεθος της τροφοδοσίας, τότε υπολογίζεται η απαιτούμενη ειδική ενέργεια των υλικών, στο σημείο μετάβασης, σύμφωνα με τον Πίνακα 5.27. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι και στα δύο υλικά που εξετάστηκαν η ειδική ενέργεια αυξάνεται με τη μείωση του μεγέθους τροφοδοσίας. Από την τάση αυτή φαίνεται να διαφοροποιείται το μεγαλύτερο μέγεθος τροφοδοσίας (-3.35+2.36 mm), λόγω της μη ομαλής λειοτρίβησης που λαμβάνει χώρα στο μέγεθος αυτό. Επίσης, από τον Πίνακα 5.27 φαίνεται ότι οι τιμές της ειδικής ενέργειας του μαρμάρου είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες του χαλαζία, υποδηλώνοντας ότι το μάρμαρο λειοτριβείται ευκολότερα και φτάνει στο σημείο μετάβασης με μικρότερη κατανάλωση ειδικής ενέργειας.

Πίνακας 5.27: Οι τιμές της ειδικής ενέργειας (kWh/t) στο σημείο μετάβασης

Ανώτερο μέγεθος τροφοδοσίας (mm)	*Χαλαζίας*	*Μάρμαρο*
3.35	1.15	0.71
1.7	1.06	0.63
0.85	1.21	1.00
0.425	2.29	1.48

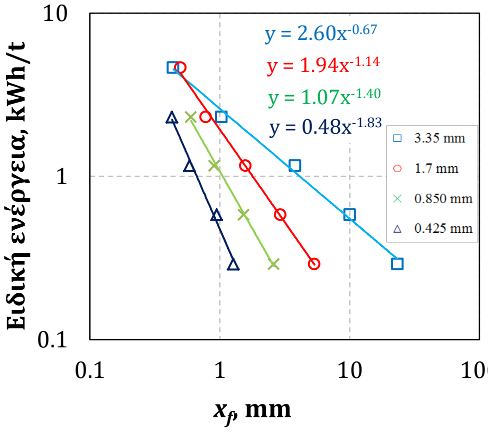
Γενικά, από τα Σχήματα 5.23 και 5.24 προκύπτει ότι, για το ίδιο υλικό, οι τιμές του C' μειώνονται με τη μείωση του μεγέθους τροφοδοσίας, ενώ οι τιμές του b αυξάνονται με τη μείωση του μεγέθους τροφοδοσίας. Οι μονάδες για το C' είναι οι ίδιες με εκείνες της ειδικής ενέργειας (kWh/t), ενώ το (-b) αποτελεί την κλίση της ευθείας γραμμής και είναι ίσο με τους εκθέτες που προτείνονται από τους Charles (Σχέση (2.24)) και Stamboliadis (Σχέσεις (2.25) και (2.26)). Οι τιμές των C' και b σε συνάρτηση με το μέγεθος της τροφοδοσίας βρέθηκε ότι περιγράφονται με μεγάλη ακρίβεια από λογαριθμικές συναρτήσεις (με συντελεστές προσδιορισμού R^2 μεγαλύτερες από 0.97). Ως αποτέλεσμα, η γενική μορφή της Σχέσης (5.3) μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση του μεγέθους τροφοδοσίας x_i,

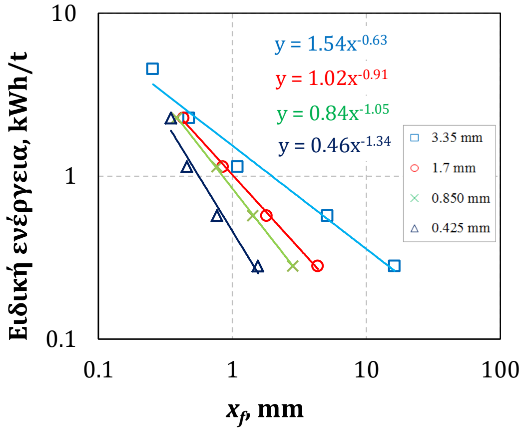
$$\varepsilon = (1.06 \cdot ln x_i + 1.31) \cdot {x_f}^{-(-0.52 \cdot ln x_i + 1.32)} \qquad \text{για το χαλαζία} \qquad ...(5.4)$$

$$\varepsilon = (0.50 \cdot ln x_i + 0.88) \cdot {x_f}^{-(-0.33 \cdot ln x_i + 1.04)} \qquad \text{για το μάρμαρο} \qquad ...(5.5)$$

Επισημαίνεται ότι το μέγεθος της τροφοδοσίας x_i αντιστοιχεί στο ανώτερο μέγεθος ενός στενού κοκκομετρικού κλάσματος *i*.

Οι Σχέσεις (5.4) και (5.5) αποτελούν διαφορετικές εκφράσεις της σχέσης ενέργειας και μεγέθους τεμαχίου, οι οποίες απορρέουν από τη γενική μορφή της Σχέσης (5.3) και λαμβάνουν υπόψην τους την επίδραση του υλικού και του μεγέθους της τροφοδοσίας. Οι σχέσεις αυτές θεωρούν την παρουσία δύο διαφορετικών περιοχών μεγεθών τεμαχίων και εφαρμόζονται σε μεγέθη μικρότερα του σημείου διακοπής x_b. Παρόλη την αδυναμία όμως αυτή, η παρούσα εργασία δείχνει ότι η ισχυρή συσχέτιση που υπάρχει μεταξύ του συντελεστή μεγέθους x_f και του σημείου διακοπής x_b, όπως φαίνεται στα Σχήματα 5.21 και 5.22, επιτρέπει τον πλήρη προσδιορισμό της σχέσης ενέργειας και μεγέθους τεμαχίων των προϊόντων λειοτρίβησης.





Σχήμα 5.23: Σχέση της ειδικής ενέργειας με το συντελεστή μεγέθους x_f, για το χαλαζία.

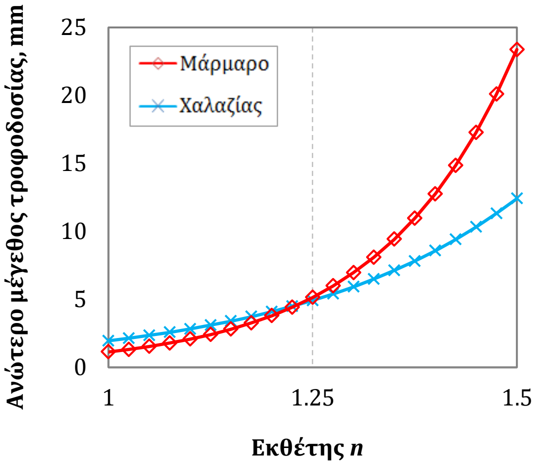
Σχήμα 5.24: Σχέση της ειδικής ενέργειας με το συντελεστή μεγέθους x_f, για το μάρμαρο.

Ο Πίνακας 5.28 δείχνει ότι οι υπάρχουσες θεωρίες εφαρμόζονται μόνο σε ένα συγκεκριμένο μέγεθος τροφοδοσίας. Προκύπτει ότι για μεγάλα μεγέθη τροφοδοσίας (περίπου στα 12 mm και 23 mm για το χαλαζία και μάρμαρο, αντίστοιχα) η ενέργεια που απαιτείται είναι ανάλογη του όγκου (x^3) του υλικού, όπως προτείνει ο Kick. Από την άλλη, για μικρότερα μεγέθη (περίπου στα 5 mm) η ενέργεια είναι ανάλογη του μεγέθους $x^{2.5}$, όπως προτείνει ο Bond, ενώ για ακόμη πιο λεπτομερή υλικά (περίπου 1-2 mm) η ενέργεια είναι ανάλογη της νέας επιφάνειας που δημιουργείται (x^2), όπως προτείνει ο Rittinger.

Πίνακας 5.28: Ανώτερο μέγεθος τροφοδοσίας όπου εφαρμόζονται οι υπάρχουσες θεωρίες

Υπάρχουσες θεωρίες	*Εκθέτης*		*Ανώτερο μέγεθος τροφοδοσίας (mm)*	
	m	*n*	*Χαλαζίας*	*Μάρμαρο*
Rittinger	2	1	1.95	1.13
Bond	1.5	1.25	4.92	5.14
Kick	1	1.5	12.41	23.37

Το Σχήμα 5.25 παρουσιάζει τη σχέση μεταξύ του μεγέθους της τροφοδοσίας x_i και του εκθέτη n, χρησιμοποιώντας τις Σχέσεις (5.4) και (5.5). Προκύπτει ότι, για τα μεγέθη τροφοδοσίας που εξετάστηκαν στην παρούσα διατριβή, η επίδραση του τύπου του υλικού στην κατανάλωση της ενέργειας δεν είναι σημαντική. Αναμένεται ότι η κλίση της καμπύλης του Σχήματος 5.25 θα μεγαλώνει όσο το υλικό είναι περισσότερο μαλακό, για τιμές του *n* μεγαλύτερες του 1.25.



Σχήμα 5.25: Σχέση του εκθέτη *n* με το ανώτερο μέγεθος της τροφοδοσίας.

5.1.5 Σχέση μεταξύ του a_f και (1-*m*) ή (2*n*-3)

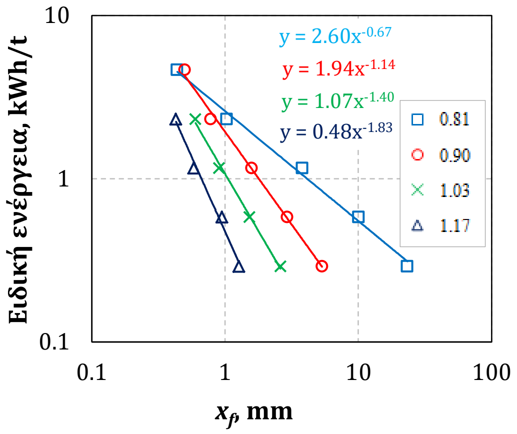
Οι Πίνακες 5.29 και 5.30 παρουσιάζουν τη σχέση μεταξύ του συντελεστή κατανομής a_f και του εκθέτη (2n-3) της Σχέσης (2.25) για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας και για διάφορες τιμές της ειδικής ενέργειας, για τα δύο υλικά που δοκιμάστηκαν. Ο εκθέτης (1-*m*) της Σχέσης (2.24) είναι ίσος με τον εκθέτη (2n-3) της Σχέσης (2.25) και για το λόγο αυτό ο εκθέτης αυτός δεν ενσωματώνεται στους πίνακες. Επίσης, στο προηγούμενο κεφάλαιο οι εκθέτες αυτοί συνδέθηκαν με την κλίση (-*b*) της Σχέσης (5.3), η οποία εξαρτάται από το μέγεθος της τροφοδοσίας. Συνεπώς, το *n* μπορεί να υπολογιστεί για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας και για διάφορες τιμές της ειδικής ενέργειας. Επιπλέον, με χρήση της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα, η κλίση a_f μπορεί να υπολογιστεί, από τη συνάρτηση *GGS*. Ως εκ τούτου, η τιμή του όρου (2*n*-3+a_f) μπορεί να υπολογιστεί για τα υλικά που δοκιμάστηκαν. Τα συμπεράσματα συνοψίζονται ως εξής:

i. Η Σχέση (2.25) ισχύει όταν *a* > -(2n-3) και έτσι ο όρος (2*n*-3+a_f) θα πρέπει να είναι θετικός (Σταμπολιάδης 1996 & 2000). Αυτό δεν επιβεβαιώθηκε στην παρούσα διατριβή, με εξαίρεση στην περίπτωση του χαλαζία και για μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm. Προς το παρόν δεν μπορεί να δοθεί κάποια εξήγηση, αλλά αυτό που μπορεί να αναφερθεί είναι ότι ο όρος αυτός υπολογίζεται έμμεσα από τη διαφορά των μετρούμενων όρων, ($2n$-3) και a_f, και έτσι το πειραματικό σφάλμα σχετίζεται και με τους δύο όρους. Στην παρούσα διατριβή, η χρήση της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα υποδεικνύει ότι ο υπολογισμός της κλίσης a_f είναι ακριβής.

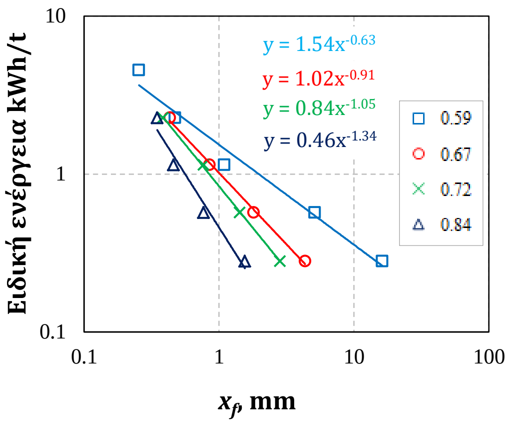
ii. Παρόλο που στην πραγματικότητα, για το ίδιο μέγεθος τροφοδοσίας, η τιμή της a_f αλλάζει όσο η λειοτρίβηση εξελίσσεται, μπορεί να θεωρηθεί σταθερή λόγω της μικρής της διακύμανσης. Επομένως, η μέση τιμή a_f μπορεί να υπολογιστεί, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας. Τα Σχήματα 5.26 και 5.27 παρουσιάζουν την ειδική ενέργεια σε συνάρτηση με το συντελεστή μεγέθους x_f, για το χαλαζία και το μάρμαρο, αντίστοιχα. Στα σχήματα αυτά κάθε ευθεία γραμμή (γραμμή τάσης των σημείων) αντιστοιχεί σε διαφορετική μέση τιμή a_f. Προκύπτει ότι η ενέργεια που απαιτείται για την παραγωγή ενός υλικού διαφορετικών μεγεθών τεμαχίων, που έχουν τον ίδιο συντελεστή μεγέθους x_f, αυξάνεται όσο το a_f μειώνεται και κατά συνέπεια η ενεργειακή απαίτηση για λειοτρίβηση αυξάνεται. Επίσης, από τους Πίνακες 5.29 και 5.30 φαίνεται ότι υπάρχει μια αντιστρόφως ανάλογη σχέση μεταξύ a_f και του όρου ($2n$-3+a_f). Με βάση τα προηγούμενα, συμπεραίνεται ότι η ενεργειακή απαίτηση αυξάνεται όταν ο όρος ($2n$-3+a_f) μειώνεται. Ο Stamboliadis (2002) κατέληξε στο συμπέρασμα ότι ο όρος ($2n$-3+a_f) επηρεάζεται από τον τύπο του υλικού, για παράδειγμα, σε υλικά με ασθενή δομή, όπου απαιτείται μικρότερη ενέργεια για κατάτμηση, αυτός ο όρος λαμβάνει σχετικά υψηλές τιμές. Ωστόσο, στην παρούσα διατριβή, προέκυψε ότι ακόμα και για το ίδιο υλικό η ενεργειακή απαίτηση για λειοτρίβηση επηρεάζει αυτόν τον όρο.

iii. Τα ίδια συμπεράσματα μπορούν να εξαχθούν για όλα τα μεγέθη τροφοδοσίας και ενέργειες που επιλέχθηκαν. Προφανώς, όσο η ειδική ενέργεια μεγαλώνει, ο όρος ($2n$-3+a_f) μειώνεται, υποδεικνύοντας έτσι την αυξανόμενη δυσκολία για λειοτρίβηση, όσο το υλικό γίνεται λεπτότερο.

iv. Ο χαλαζίας είναι πιο σκληρό υλικό σε σχέση με το μάρμαρο και αυτός είναι ο κύριος λόγος της μεγαλύτερης ενεργειακής απαίτησης κατά τη διάρκεια της λειοτρίβησης. Έτσι, θα περίμενε κανείς ότι ο όρος ($2n$-3+a_f) να είναι μικρότερος στην περίπτωση του χαλαζία. Ωστόσο, το γεγονός αυτό ισχύει μόνο στην περίπτωση των δύο λεπτότερων τροφοδοσιών που εξετάστηκαν (-0.850+0.600 mm and -0.425+0.300 mm). Για την ερμηνεία αυτού του γεγονότος έγινε μελέτη της διαδικασίας της λειοτρίβησης, χρησιμοποιώντας ένα κινητικό μοντέλο που βασίζεται σε εκτιμήσεις ισορροπίας του πληθυσμού των τεμαχίων, όπως αναλυτικά παρουσιάζεται στο Κεφ. 6. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι υπάρχει ένα μέγιστο μέγεθος τροφοδοσίας (περίπου 1.7 mm) πέρα από το οποίο η λειοτρίβηση εξελίσσεται μη ομαλά, επειδή τα τεμάχια είναι αρκετά μεγάλα για να μπορέσουν να λειοτριβηθούν αποδοτικά, από τα συγκεκριμένα μέσα λειοτρίβησης (σφαίρες). Για το λόγο αυτό, τα μεγαλύτερα μεγέθη τροφοδοσίας συμπεριφέρονται μη ομαλά κατά τη διάρκεια της λειοτρίβησης.



Σχήμα 5.26: Σχέση της ειδικής ενέργειας με το συντελεστή μεγέθους x_f, για διαφορετικές τιμές a_f του χαλαζία.



Σχήμα 5.27: Σχέση της ειδικής ενέργειας με το συντελεστή μεγέθους x_f, για διαφορετικές τιμές a_f του μαρμάρου.

5.1.6 Επίδραση του συντελεστή πλήρωσης κενών *U* στη σχέση μεγέθους x_f με την ενέργεια κατανάλωσης

Από προηγούμενο κεφάλαιο προέκυψε ότι, η γραφική παράσταση της ειδικής ενέργειας ε σε συνάρτηση με το συντελεστή μεγέθους x_f ακολουθεί εκθετικού τύπου συνάρτηση, η οποία εξαρτάται από τον τύπο του υλικού και το μέγεθος της τροφοδοσίας. Όμως, οι βελτιωμένες Σχέσεις (5.4) και (5.5) οι οποίες προτείνονται για τα συγκεκριμένα υλικά αντιστοιχούν σε συγκεκριμένο συντελεστή πλήρωσης κενών U=50%. Στα πλαίσια μιας γενικότερης έκφρασης της σχέσης ενέργειας και μεγέθους τεμαχίων, εξετάστηκε και η επίδραση του U. Τα Σχήματα 5.28 και 5.29 δείχνουν τη σχέση της ειδικής ενέργειας ε σε συνάρτηση με το συντελεστή μεγέθους x_f για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας, για τα δύο υλικά που δοκιμάστηκαν. Εξετάστηκαν τρία διαφορετικά U (50%, 100% και 150%) και για κάθε ένα από αυτά προσδιορίστηκε η αντίστοιχη εκθετική συνάρτηση. Παρατηρείται ότι η επίδραση του U στις σταθερές C'

και b, της γενικότερης μορφής της Σχέσης (5.3) είναι πολύ μικρή, για το ίδιο μέγεθος τροφοδοσίας. Υπολογίζοντας τις μέσες τιμές των C' και b ανά μέγεθος τροφοδοσίας, οι παρακάτω Σχέσεις (5.5) και (5.6) προκύπτουν, τελικά, ανά υλικό που δοκιμάστηκε,

$$\varepsilon = (1.05 \cdot lnx_i + 1.33) \cdot {x_f}^{-(-0.50 \cdot lnx_i + 1.33)} \quad \text{για το χαλαζία} \quad ...(5.5)$$

$$\varepsilon = (0.46 \cdot lnx_i + 0.85) \cdot {x_f}^{-(-0.36 \cdot lnx_i + 1.03)} \quad \text{για το μάρμαρο} \quad ...(5.6)$$

Επομένως, οι Σχέσεις (5.5) και (5.6), οι οποίες είναι ανεξάρτητες του U, μπορούν να χρησιμοποιηθούν έναντι των αντίστοιχων Σχέσεων (5.4) και (5.5), για τα δύο υλικά που δοκιμάστηκαν. Γενικότερα, επισημαίνεται ότι οι σχέσεις αυτές είναι βελτιωμένες εκφράσεις της σχέσης ενέργειας και μεγέθους τεμαχίων και η κύρια καινοτομία τους έγκειται στη θεώρηση της παρουσίας δύο γραμμικών περιοχών, στις κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης. Επίσης, δεδομένου ότι η μάζα της τροφοδοσίας στις δοκιμές λειοτρίβησης παρέμενε σταθερή (f_c=4%), οι Σχέσεις (5.5) και (5.6) μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι ανεξάρτητες του συντελεστή πλήρωσης των σφαιρών J.

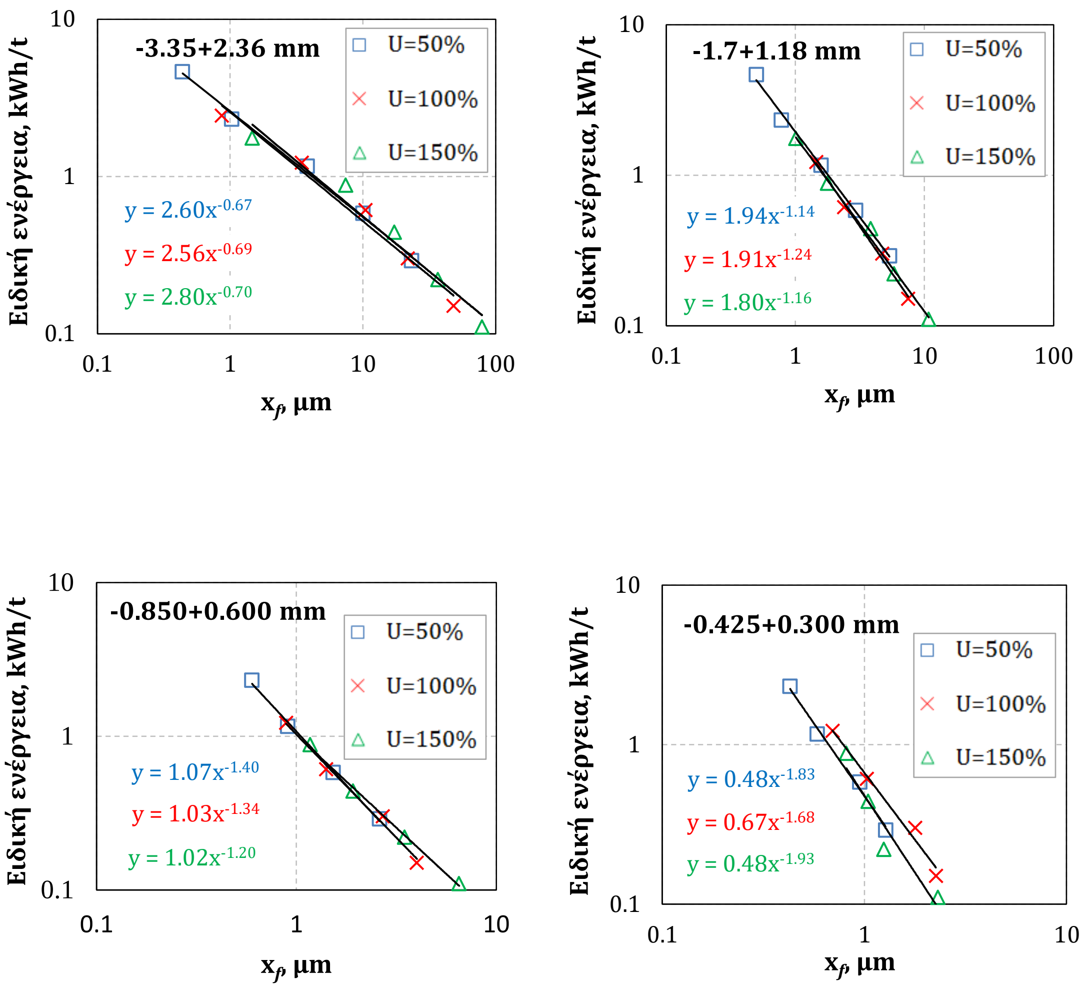
Από τις μέσες τιμές των C′ (kWh/t) των Σχημάτων 5.28 και 5.29, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας, μπορούν να υπολογιστούν οι τιμές 1/C′ (t/kWh) οι οποίες αποτελούν δείκτη της ευθραυστότητας των υλικών. Οι υπολογισθείσες τιμές 1/C′ για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας των δύο υλικών, οι οποίες αντιστοιχούν σε μέγεθος προϊόντος x_f=1 mm, παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.31. Προκύπτει ότι, για όλα τα μεγέθη τροφοδοσίας οι τιμές 1/C′ του μαρμάρου είναι υψηλότερες από εκείνες του χαλαζία, υποδεικνύοντας ότι το μάρμαρο είναι πιο εύθραυστο σε σχέση με το χαλαζία.

Πίνακας 5.29: Σχέση μεταξύ του a_f και (2n-3) για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας και για διαφορετικές ειδικές ενέργειες (χαλαζίας)

	-3.35+2.36 mm				***-1.7+1.18 mm***				***-0.850+0.600 mm***				***-0.425+0.300 mm***			
ε (kWh/t)	***2n-3***	***n***	***a_f***	***2n-3+a_f***	***2n-3***	***n***	***a_f***	***2n-3+a_f***	***2n-3***	***n***	***a_f***	***2n-3+a_f***	***2n-3***	***n***	***a_f***	***2n-3+a_f***
0.29	-0.7	1.17	0.86	0.19	-1.1	0.93	1.03	-0.11	-1.4	0.8	1.12	-0.28	-1.8	0.59	1.28	-0.55
0.58	-0.7	1.17	0.81	0.14	-1.1	0.93	0.96	-0.18	-1.4	0.8	1.05	-0.35	-1.8	0.59	1.2	-0.63
1.16	-0.7	1.17	0.78	0.11	-1.1	0.93	0.89	-0.26	-1.4	0.8	0.99	-0.41	-1.8	0.59	1.17	-0.66
2.31	-0.7	1.17	0.84	0.17	-1.1	0.93	0.83	-0.31	-1.4	0.8	0.97	-0.43	-1.8	0.59	1.02	-0.81
4.63	-0.7	1.17	0.78	0.11	-1.1	0.93	0.79	-0.35	-	-	-	-	-	-	-	-
Μέση τιμή			0.81				0.9				1.03				1.17	

Πίνακας 5.30: Σχέση μεταξύ του a_f και (2n-3) για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας και για διαφορετικές ειδικές ενέργειες (μάρμαρο)

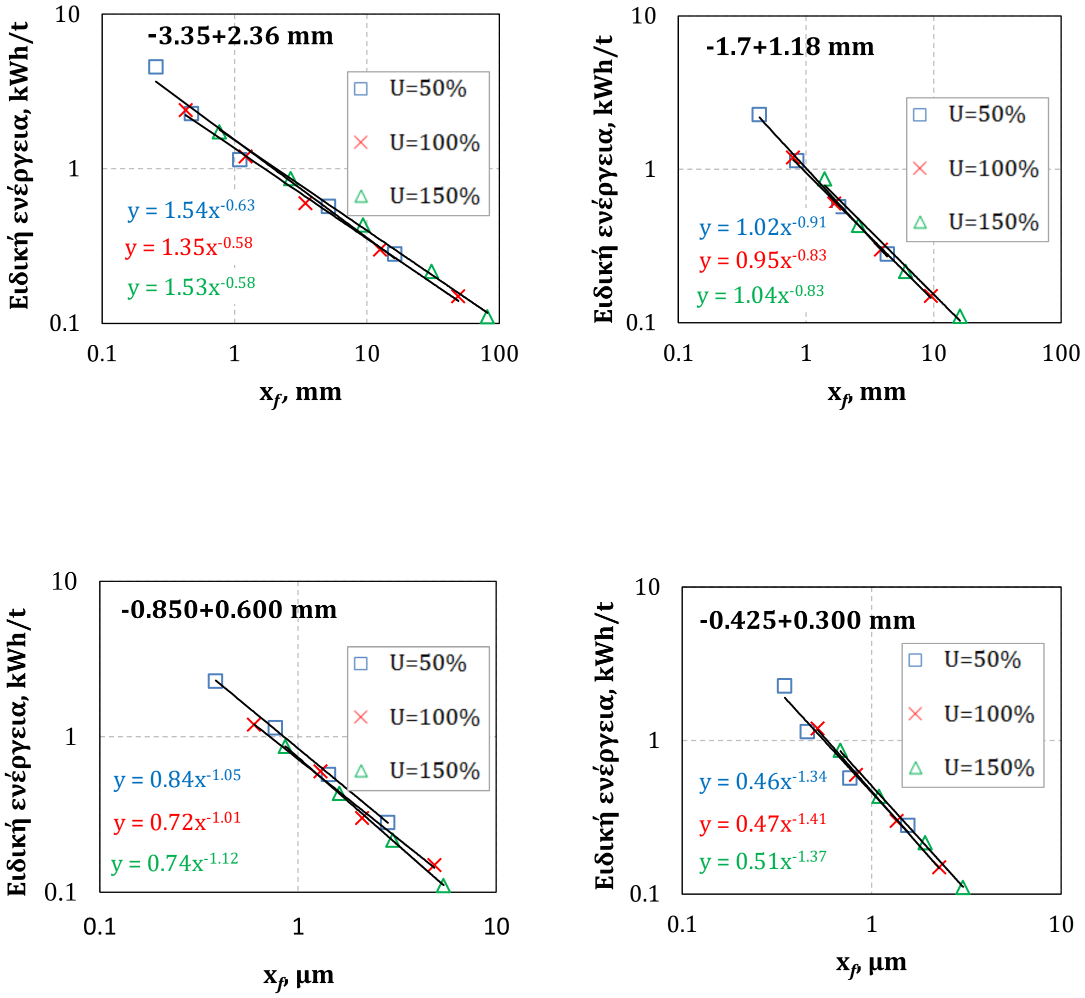
	-3.35+2.36 mm				***-1.7+1.18 mm***				***-0.850+0.600 mm***				***-0.425+0.300 mm***			
ε (kWh/t)	***2n-3***	***n***	***a_f***	***2n-3+a_f***	***2n-3***	***n***	***a_f***	***2n-3+a_f***	***2n-3***	***n***	***a_f***	***2n-3+a_f***	***2n-3***	***n***	***a_f***	***2n-3+a_f***
0.29	-0.7	1.17	0.86	0.19	-1.1	0.93	1.03	-0.11	-1.4	0.8	1.12	-0.28	-1.8	0.59	1.28	-0.55
0.58	-0.7	1.17	0.81	0.14	-1.1	0.93	0.96	-0.18	-1.4	0.8	1.05	-0.35	-1.8	0.59	1.2	-0.63
1.16	-0.7	1.17	0.78	0.11	-1.1	0.93	0.89	-0.26	-1.4	0.8	0.99	-0.41	-1.8	0.59	1.17	-0.66
2.31	-0.7	1.17	0.84	0.17	-1.1	0.93	0.83	-0.31	-1.4	0.8	0.97	-0.43	-1.8	0.59	1.02	-0.81
4.63	-0.7	1.17	0.78	0.11	-1.1	0.93	0.79	-0.35	-	-	-	-	-	-	-	-
Μέση τιμή			0.81				0.9				1.03				1.17	



Σχήμα 5.28: Ειδική ενέργεια σε συνάρτηση με το συντελεστή μεγέθους x_f για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας και για διαφορετικούς συντελεστές πλήρωσης κενών *U*, για το χαλαζία.

Πίνακας 5.31: Οι τιμές 1/C′ για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας

Ανώτερο μέγεθος τροφοδοσίας (mm)	*1/C′ (t/kWh)*	
	Χαλαζίας	*Μάρμαρο*
3.35	0.38	0.68
1.7	0.53	1.00
0.85	0.99	1.30
0.425	1.85	2.08



Σχήμα 5.29: Ειδική ενέργεια σε συνάρτηση με το συντελεστή μεγέθους x_f για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας και για διαφορετικούς συντελεστές πλήρωσης κενών *U*, για το μάρμαρο.

5.2 Δεύτερη σειρά πειραμάτων - Μεταβολή της διαμέτρου των σφαιρών

Στη δεύτερη σειρά πειραμάτων τα υλικά τα οποία χρησιμοποιήθηκαν, όπως έχει ήδη αναφερθεί, ήταν μάρμαρο, χαλαζίτης και μεταψαμμίτης και μελετήθηκε η επίδραση του μεγέθους των σφαιρών στις κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης.

Αναλυτικότερα, οι συνθήκες που επικράτησαν παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.32. Όπως και στην πρώτη σειρά πειραμάτων, δημιουργήθηκαν 5 στενά κοκκομετρικά κλάσματα από κάθε υλικό και εφαρμόστηκε η ίδια διαδικασία στις δοκιμές λειοτρίβησης καθώς και η ίδια διαδικασία για τον προσδιορισμό των κατανομών μεγέθους των προϊόντων.

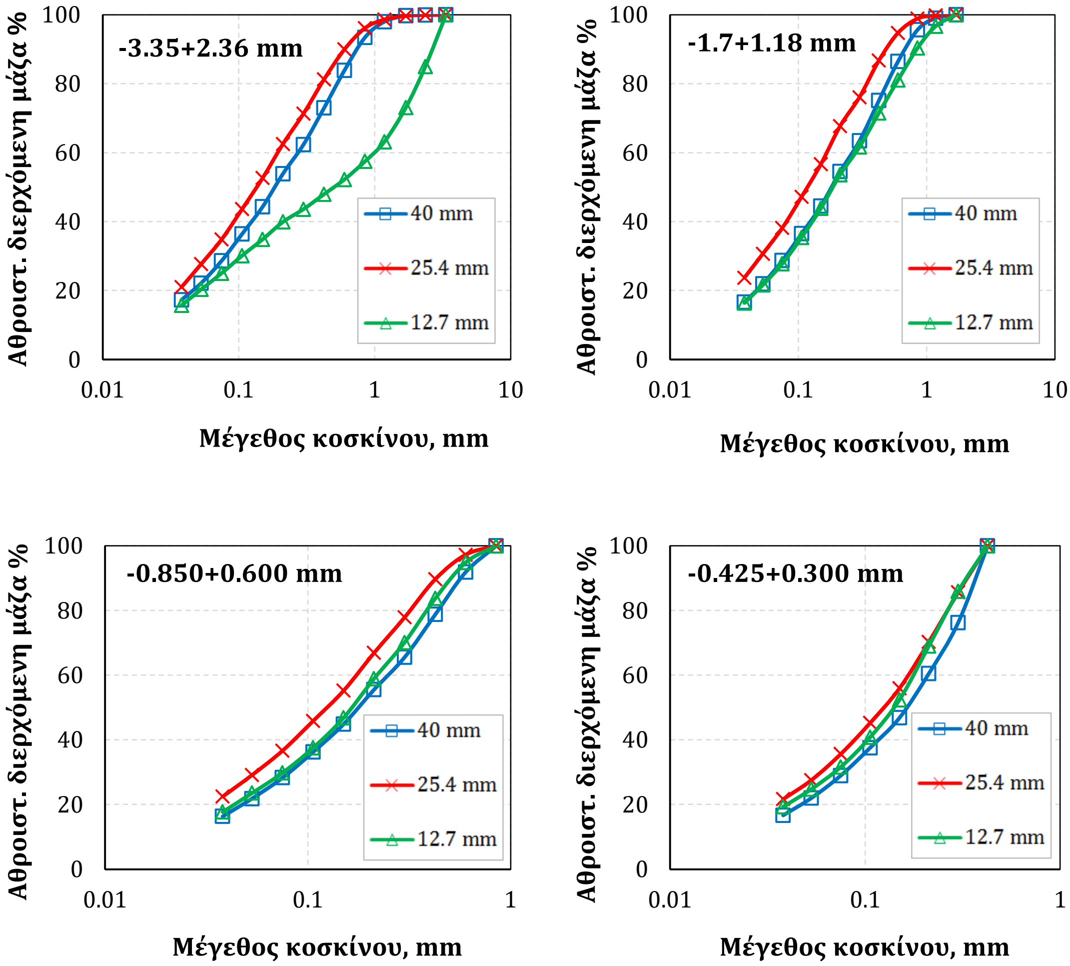
Πίνακας 5.32: Χαρακτηριστικά μύλου και συνθήκες λειοτρίβησης (Δεύτερη σειρά πειραμάτων)

Μύλος	Εσωτερική διάμετρος, D (cm)	20.4			
	Εσωτερικό μήκος, L (cm)	16.6			
	Όγκος, V (cm^3)	5,423			
	Ταχύτητα περιστροφής, N_r (rpm)	66			
	Κρίσιμη ταχύτητα περιστροφής, N_c (rpm)	93.7			
Σφαίρες	Διάμετρος, d (mm)	40	25.4	12.7	mix
	Αριθμός	20	77	613	237
	Μάζα (g)	5,258	5,149	5,155	5,295
	Πυκνότητα (g/cm^3)	7.85			
	Πορώδες (%)	40			
	Συντελεστής πλήρωσης σφαιρών, J (%)	20			
Υλικά	Πυκνότητα (g/cm^3)	Μάρμαρο (2.7) Χαλαζίτης (2.6) Μεταψαμμίτης (2.1)			
	Συντελεστής πλήρωσης υλικού, f_c (%)	4			
	Συντελεστής πλήρωσης κενών, U (%)	50			

5.2.1 Σχέση χρόνου - κατανάλωσης ενέργειας και κατανομών μεγέθους προϊόντων

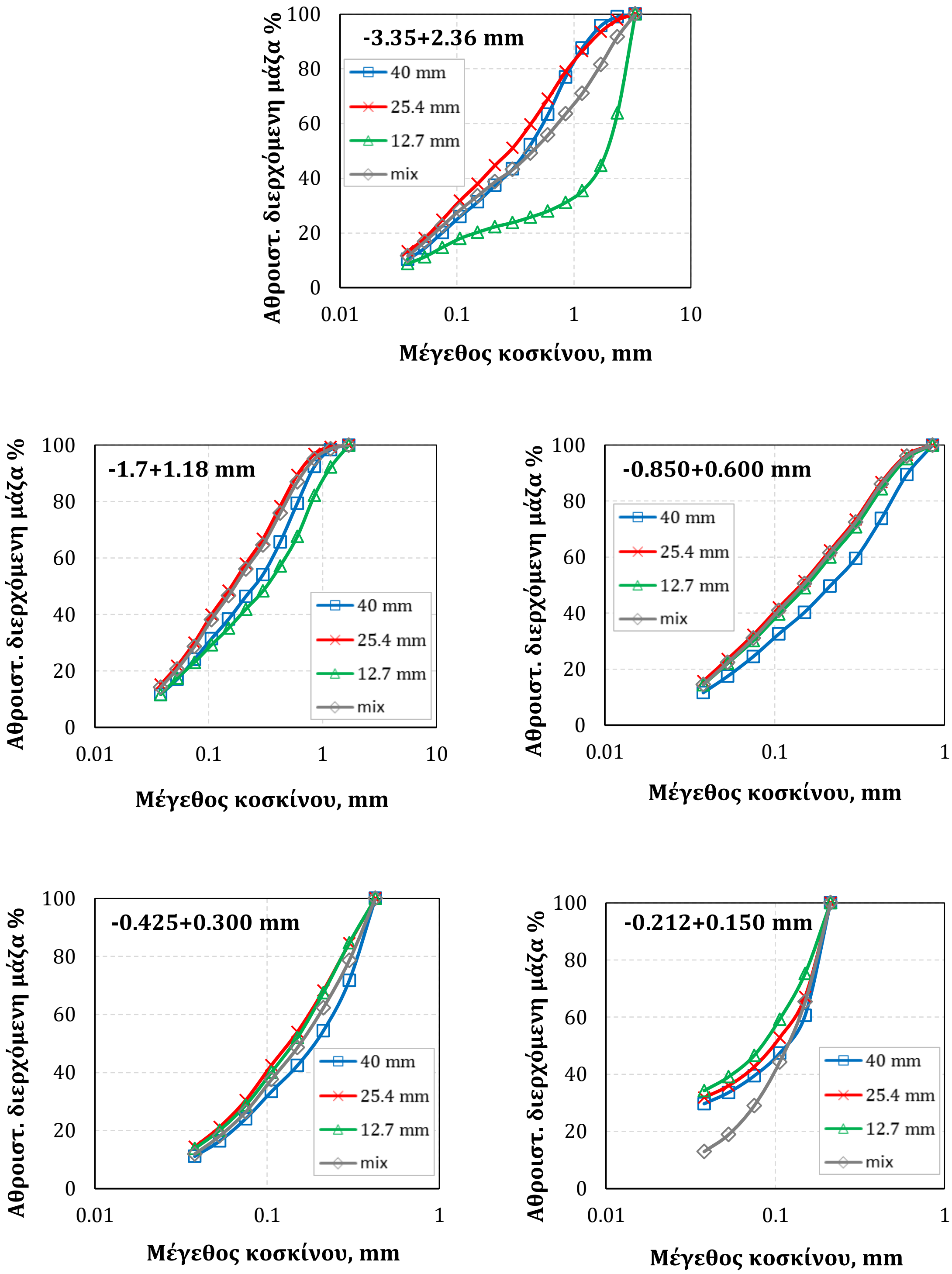
Οι κοκκομετρικές κατανομές των προϊόντων των υλικών, που προέκυψαν μετά από λειοτρίβηση σε διαφορετικούς χρόνους, δίνονται στους Πίνακες Γ.1 έως Γ.14 (Παράρτημα Γ), για κάθε υλικό και μέγεθος τροφοδοσίας που δοκιμάστηκε. Οι πίνακες αυτοί αναφέρονται στην αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % η οποία προέκυψε από τη διαδικασία της κοσκίνισης, όπως περιγράφεται λεπτομερώς στο Κεφ. 3.3.2. Για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας (-3.35+2.36 mm, -1.7+1.18 mm, -0.850+0.600 mm, -0.425+0.300 mm) δίνεται η αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για τρία διαφορετικά μεγέθη σφαιρών (40 mm, 25.4 mm ή 12.7 mm). Ειδικότερα, για το χαλαζίτη και το μεταψαμμίτη, πραγματοποιήθηκαν επιπλέον δοκιμές όπου τα μέσα λειοτρίβησης αποτελούταν από σφαίρες διαφορετικών διαμέτρων (mix). Επίσης, στην περίπτωση του χαλαζίτη εξετάστηκε και ένα μικρότερο μέγεθος τροφοδοσίας (-0.212+0.150 mm) ενώ, στην περίπτωση του μεταψαμμίτη και ένα μεγαλύτερο μέγεθος (-6.7+4.75 mm).

Από τους Πίνακες Γ.1 έως Γ.14 δημιουργήθηκαν διαγράμματα της αθροιστικώς διερχόμενης μάζας % σε συνάρτηση με το μέγεθος του κοσκίνου, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας, για τα τρία υλικά που δοκιμάστηκαν. Τα Σχήματα 5.30 έως 5.31 αντιστοιχούν σε χρόνο λειοτρίβησης 4 min. Ο χρόνος αυτός είναι επαρκής ώστε να προκύψει η επίδραση του μεγέθους των σφαιρών στις κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης.

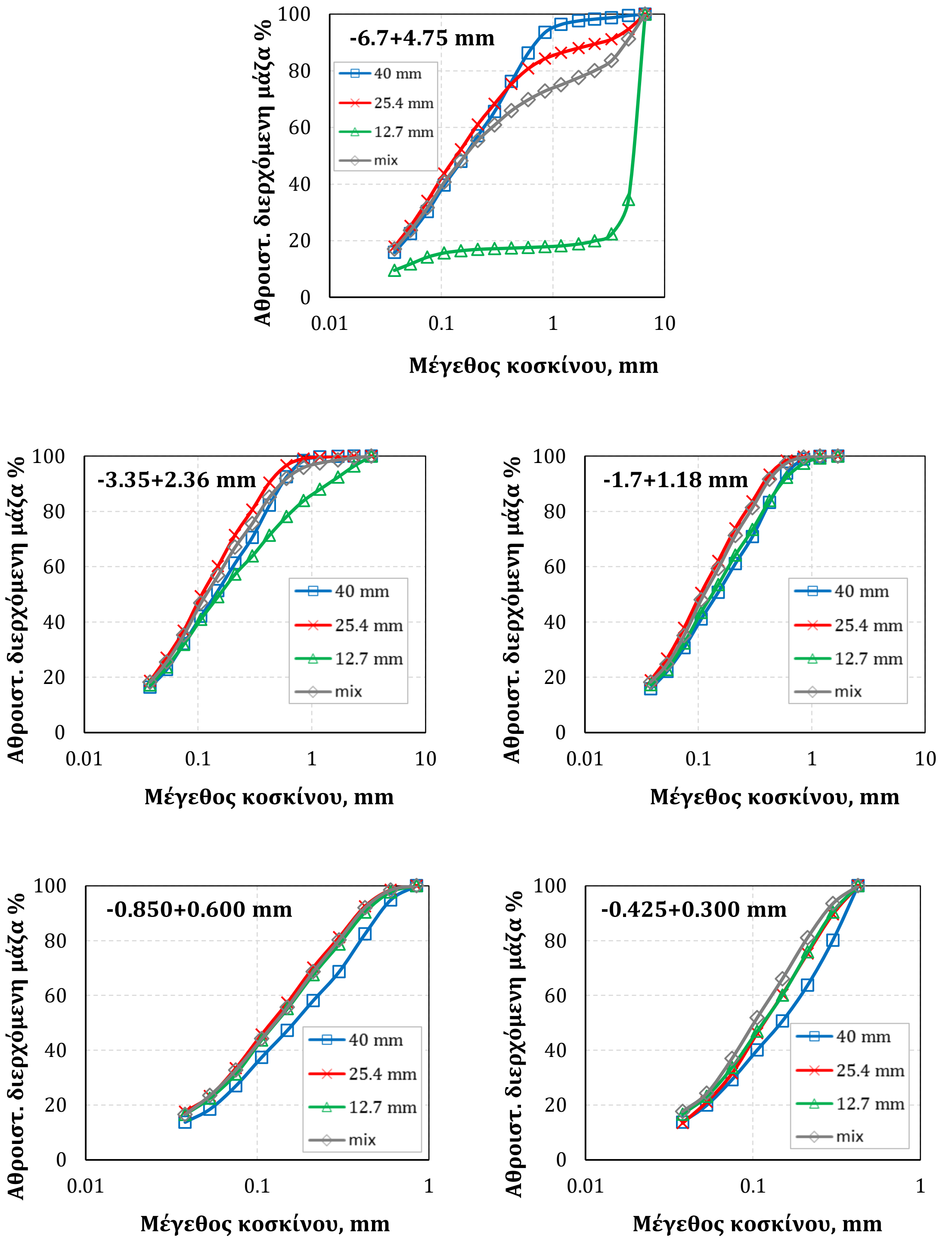


Σχήμα 5.30: Επίδραση του μεγέθους των σφαιρών στην κατανομή μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης του μαρμάρου, για χρόνο λειοτρίβησης 4 min.

Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης επηρεάζονται από τη διάμετρο των σφαιρών. Στα μεγάλα μεγέθη τροφοδοσίας οι κατανομές μεγέθους μετατοπίζονται στα λεπτότερα κλάσματα όταν χρησιμοποιούνται μεγάλης διαμέτρου σφαίρες, ενώ τα μικρά μεγέθη τροφοδοσίας λειοτριβούνται πιο αποδοτικά με χρήση σφαιρών μικρότερης διαμέτρου. Για μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων βρίσκονται στα λεπτότερα κλάσματα με χρήση κυρίως σφαιρών διαμέτρου 25.4 mm. Σε πολλές περιπτώσεις, οι κατανομές αυτής της διαμέτρου ταυτίζονται με εκείνες της διαμέτρου των σφαιρών 40 mm. Για όλα τα υλικά αυτού του μεγέθους τροφοδοσίας, η χρήση διαμέτρου σφαιρών 12.7 mm έδειξε ότι τα προϊόντα της λειοτρίβησης είναι μεγαλύτερου μεγέθους, σε σχέση με εκείνα των μεγαλύτερων σφαιρών. Το φαινόμενο είναι πιο έντονο στην περίπτωση του μεταψαμμίτη και για μέγεθος τροφοδοσίας -6.7+4.75 mm, όπως επίσης, και στην περίπτωση του χαλαζίτη για μέγεθος τροφοδοσίας -0.212+0.150 mm.



Σχήμα 5.31: Επίδραση του μεγέθους των σφαιρών στην κατανομή μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης του χαλαζίτη, για χρόνο λειοτρίβησης 4 min.



Σχήμα 5.32: Επίδραση του μεγέθους των σφαιρών στην κατανομή μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης του μεταψαμμίτη, για χρόνο λειοτρίβησης 4 min.

Επίσης, η χρήση διαφορετικών μεγεθών σφαιρών (mix) δε φάνηκε να συνδέεται άμεσα με το μέγεθος της τροφοδοσίας. Οι κατανομές των προϊόντων που προέκυψαν είναι μετατοπισμένες προς τα λεπτότερα κλάσματα (εκτός της περίπτωσης του χαλαζίτη, για -0.212+0.150 mm μέγεθος τροφοδοσίας) ανεξαρτήτως μεγέθους τροφοδοσίας, αποδεικνύοντας έτσι ότι η χρήση διαφορετικών μεγεθών σφαιρών είναι αποδοτική για όλες σχεδόν τις τροφοδοσίες.

Από τα διαγράμματα της αθροιστικώς διερχόμενης μάζας % σε συνάρτηση με το μέγεθος του κοσκίνου, για διάφορους χρόνους λειοτρίβησης, υπολογίστηκε το μέγεθος $x_2(80)$ όπου διέρχεται το 80% του υλικού για τις τρεις διαμέτρους σφαιρών. Στην περίπτωση του χαλαζίτη και του μεταψαμμίτη υπολογίστηκαν επιπλέον και τα αντίστοιχα μεγέθη όταν χρησιμοποιήθηκαν διαφορετικές διάμετροι σφαιρών (mix). Τα αποτελέσματα για κάθε υλικό παρουσιάζονται στους Πίνακες Γ.15 έως Γ.17 (παράρτημα Γ) .

Η επίδραση της διαμέτρου των σφαιρών λειοτρίβησης μπορεί να μελετηθεί με την εισαγωγή του αδιάστατου μεγέθους $x_1(80)/x_2(80)$ που ονομάζεται λόγος κατάτμησης (reduction ratio). Υπενθυμίζεται ότι $x_1(80)$ και $x_2(80)$ είναι τα μεγέθη που διέρχεται το 80% της μάζας της τροφοδοσίας και του προϊόντος, αντίστοιχα. Ο λόγος κατάτμησης είναι ένα μέτρο της μείωσης του μεγέθους του υλικού και μπορεί να χρησιμοποιηθεί ανεξάρτητα από το μέγεθος της τροφοδοσίας. Επομένως, τα αποτελέσματα των Σχημάτων 5.30 έως 5.32 μπορούν να ποσοτικοποιηθούν με τη χρήση του λόγου κατάτμησης. Οι Πίνακες 5.33^{α} και 5.33^{β} παρουσιάζουν τις τιμές των λόγων κατάτμησης των τριών υλικών που χρησιμοποιήθηκαν, για χρόνο λειοτρίβησης 4 min. Από τους Πίνακες αυτούς προκύπτει ότι, για το ίδιο υλικό και μέγεθος σφαιρών, ο λόγος κατάτμησης μειώνεται με τη μείωση του μεγέθους τροφοδοσίας, υποδηλώνοντας την αυξανόμενη δυσκολία λειοτρίβησης όσο το μέγεθος του υλικού μειώνεται. Επίσης, μπορούν να εξαχθούν συμπεράσματα ως προς τη δυσκολία ή ευκολία μείωσης του μεγέθους των υλικών και να γίνουν συγκρίσεις μεταξύ τους, για δεδομένες συνθήκες λειοτρίβησης. Με βάση το τελευταίο, προκύπτει ότι ο χαλαζίτης παρουσιάζει τη μεγαλύτερη δυσκολία μείωσης του μεγέθους του, ακολουθεί το μάρμαρο, ενώ ο μεταψαμμίτης λειοτριβείται ευκολότερα, σε σχέση με τα υπόλοιπα υλικά. Οι Πίνακες 5.33^{α} και 5.33^{β} αποτελούν, επίσης, ένα χρήσιμο εργαλείο για την επιλογή του κατάλληλου μεγέθους σφαιρών, ανάλογα με το μέγεθος τροφοδοσίας που θα επιλεχθεί.

Με χρήση των Σχέσεων (3.6), (3.7) και (3.8) υπολογίζεται η ειδική ενέργεια ε (kWh/t) που καταναλώνεται κατά τη λειοτρίβηση των τριών υλικών, για διαφορετικές διαμέτρους σφαιρών. Οι τιμές της ειδικής ενέργειας που υπολογίστηκαν παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.34.

Πίνακας 5.33α: Τιμές των λόγων κατάτμησης των τριών υλικών που χρησιμοποιήθηκαν, για χρόνο λειοτρίβησης 4 min

	-6.7+4.75 mm				-3.35+2.36 mm				-1.7+1.18 mm			
Υλικό	***40 mm***	***25.4 mm***	***12.7 mm***	***mix***	***40 mm***	***25.4 mm***	***12.7 mm***	***mix***	***40 mm***	***25.4 mm***	***12.7 mm***	***mix***
Μάρμαρο	-	-	-	-	6.14	8.04	1.58	-	3.34	4.83	2.87	-
Χαλαζίτης	-	-	-	-	3.5	3.69	1.17	2.03	2.73	3.72	2.06	3.43
Μεταψαμμίτης	13.6	11.5	1.06	2.82	8.17	11.1	4.84	9.2	4.22	6.21	4.39	5.73

Πίνακας 5.33β: Τιμές των λόγων κατάτμησης των τριών υλικών που χρησιμοποιήθηκαν, για χρόνο λειοτρίβησης 4 min (συνέχεια)

	-0.850+0.600 mm				-0.425+0.300mm				-0.212+0.150 mm			
Υλικό	***40 mm***	***25.4 mm***	***12.7 mm***	***mix***	***40 mm***	***25.4 mm***	***12.7 mm***	***mix***	***40 mm***	***25.4 mm***	***12.7 mm***	***mix***
Μάρμαρο	1.89	2.59	2.14	-	1.3	1.56	1.55	-	-	-	-	-
Χαλαζίτης	1.68	2.3	2.16	2.26	1.25	1.53	1.49	1.36	1.13	1.18	1.28	1.17
Μεταψαμμίτης	2.05	2.85	2.64	2.76	1.38	1.72	1.75	1.99	-	-	-	-

Πίνακας 5.34: Η ειδική ενέργεια ε (kWh/t) που καταναλώνεται κατά τη λειοτρίβηση μαρμάρου, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη, για διαφορετικές διαμέτρους σφαιρών

Χρόνος (min)	Μάρμαρο			Χαλαζίτης				Μεταψαμμίτης			
	40 mm	25.4 mm	12.7 mm	40 mm	25.4 mm	12.7 mm	mix	40 mm	25.4 mm	12.7 mm	mix
0.5	0.29	0.28	0.28	0.3	0.29	0.29	0.3	0.37	0.36	0.36	0.37
1	0.58	0.57	0.56	0.59	0.58	0.58	0.6	0.74	0.72	0.72	0.74
2	1.16	1.13	1.13	1.19	1.16	1.17	1.2	1.47	1.44	1.44	1.48
4	2.31	2.27	2.26	2.38	2.33	2.33	2.39	2.94	2.88	2.89	2.96

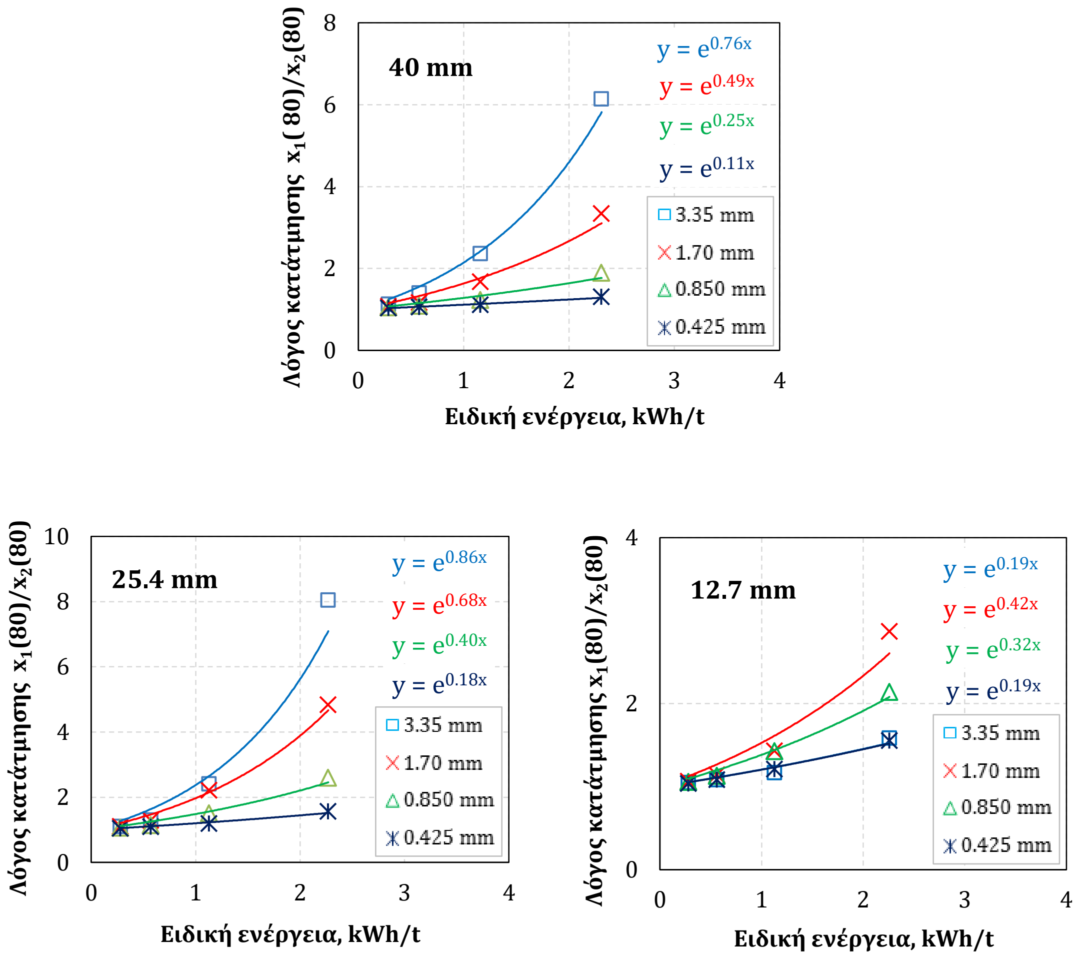
Τα Σχήματα 5.33 έως 5.35 παρουσιάζουν τη σχέση του λόγου κατάτμησης και της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε, για τα τρία υλικά που δοκιμάστηκαν, για κάθε μέγεθος σφαιρών (40 mm, 25.4 mm, 12.7 mm ή mix). Τα διαγράμματα που προέκυψαν ακολουθούν τη γενικευμένη μορφή φυσικής εκθετικής συνάρτησης, σύμφωνα με τη Σχέση (5.7).

$$x_1(80) \big/ x_2(80) = \mathrm{a} \cdot e^{c \cdot \varepsilon} \qquad \text{...(5.7)}$$

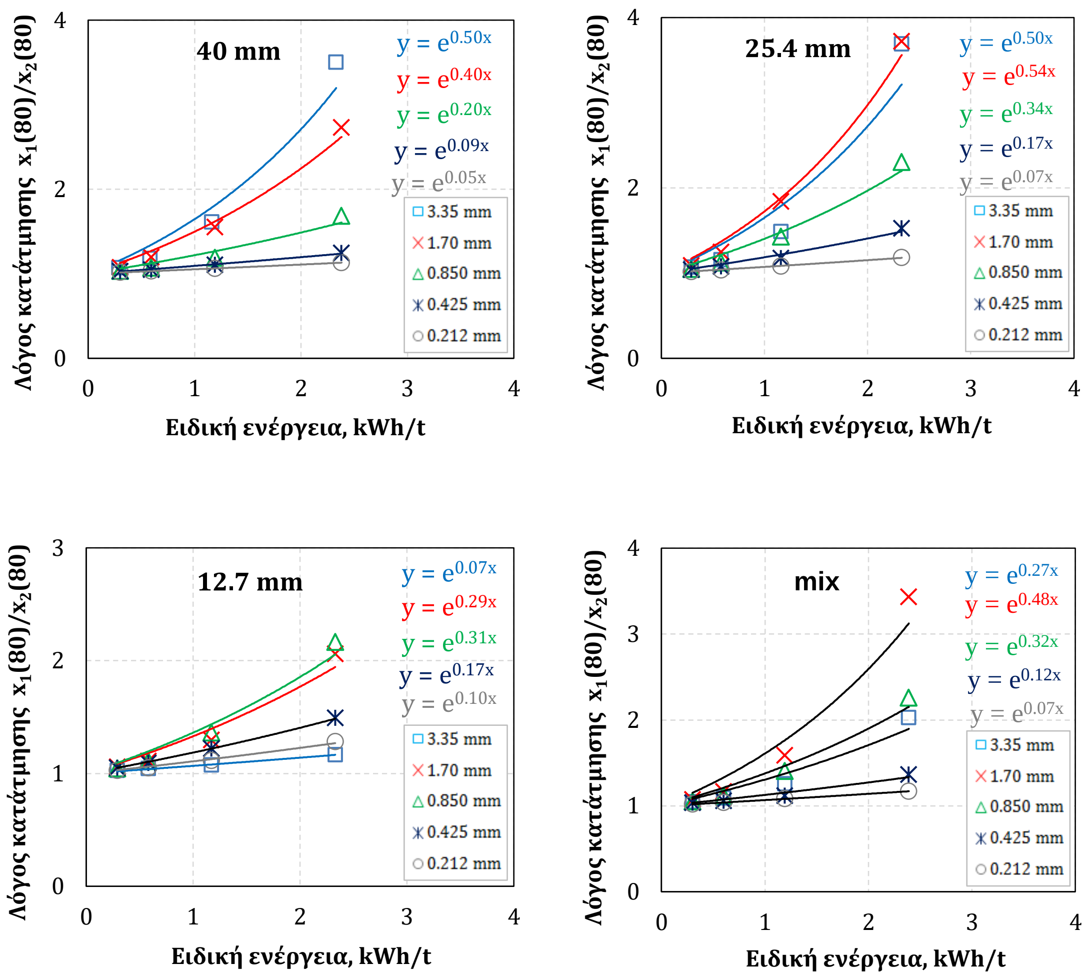
όπου a και c σταθερές. Η σταθερά a δείχνει την τιμή του λόγου κατάτμησης της αρχικής τροφοδοσίας (ε=0) και εξ' ορισμού ισούται με τη μονάδα. Για το λόγο αυτό τα διαγράμματα που προέκυψαν, θεωρητικά θα ξεκινούν από το ίδιο σημείο και θα διαφοροποιούνται ανάλογα με την τιμή της σταθεράς *c*. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της *c* τόσο τα αντίστοιχα διαγράμματα θα συμπιέζονται προς τον άξονα y. Αυτό σημαίνει ότι για την ίδια τιμή της ειδικής ενέργειας ο λόγος κατάτμησης θα μεγαλώνει όσο μεγαλώνει και το *c*.

Οι τιμές της σταθεράς *c* παρουσιάζονται συνοπτικά στους Πίνακες 5.35^{α} και 5.35^{β}, όπου μπορούν να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα ως προς τη μείωση του μεγέθους (i) διαφορετικών υλικών, (ii) διαφορετικών μεγεθών τροφοδοσίας και (ii) διαφορετικών διαμέτρων σφαιρών.

Η μείωση του μεγέθους των υλικών σε μύλους λειοτρίβησης προκαλείται από τη σχετική κίνηση μεταξύ των τεμαχίων των υλικών και των μέσων λειοτρίβησης (σφαίρες). Τα μεγάλα τεμάχια απαιτούν για να θραυστούν μεγάλη ενέργεια κρούσης η οποία προκαλείται από μεγάλα μεγέθη σφαιρών, ενώ τα μικρά τεμάχια απαιτούν μικρότερου μεγέθους σφαίρες. Για την ίδια μάζα σφαιρών όσο μικραίνει το μέγεθός τους τόσο αυξάνεται ο αριθμός τους και κατά συνέπεια αυξάνεται και ο αριθμός των επαφών μεταξύ των σφαιρών. Από τους Πίνακες 5.35α και 5.35β είναι εμφανές ότι μικρότερα μεγέθη τροφοδοσίας απαιτούν μικρότερου μεγέθους σφαίρες για να λειοτριβηθούν αποδοτικά και επομένως τα τεμάχια αυτά επηρεάζονται περισσότερο από τον αριθμό των επαφών μεταξύ των σφαιρών. Από τις δοκιμές που έγιναν με χρήση διαφορετικών μεγεθών σφαιρών (mix) προέκυψε ότι ο συνδυασμός αυτός επηρεάζει θετικά την απόδοση της λειοτρίβησης ανεξαρτήτως μεγέθους αρχικής τροφοδοσίας.

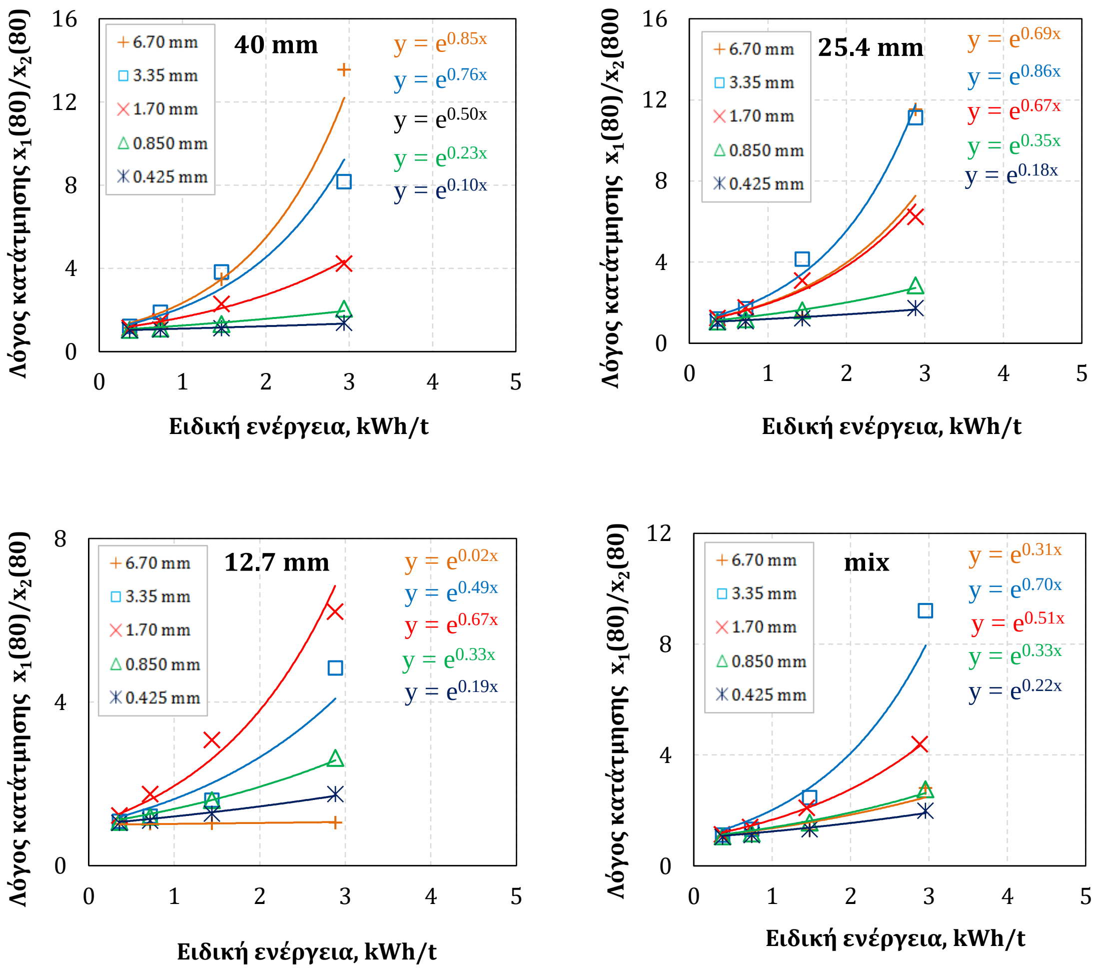


Σχήμα 5.33: Σχέση του λόγου κατάτμησης με την ειδική ενέργεια για το μάρμαρο.

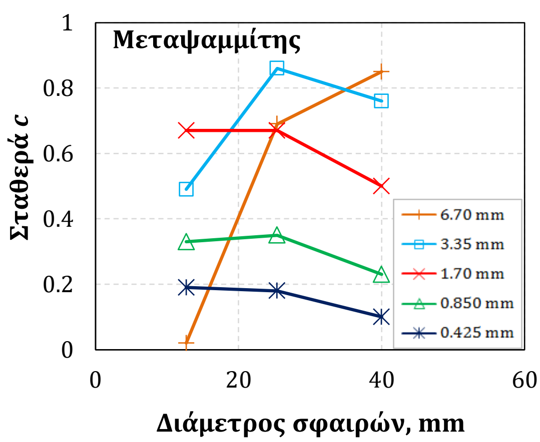


Σχήμα 5.34: Σχέση του λόγου κατάτμησης με την ειδική ενέργεια για το χαλαζίτη.

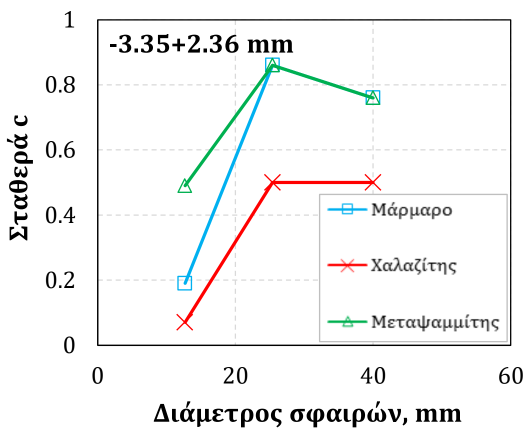
Το Σχήμα 5.36 παρουσιάζει, ως παράδειγμα, τη σχέση της σταθεράς *c* του μεταψαμμίτη σε συνάρτηση με τη διάμετρο των σφαιρών, για διαφορετικά μεγέθη τροφοδοσίας. Παρατηρείται ότι, για το μεγαλύτερο μέγεθος τροφοδοσίας που εξετάστηκε (-6.7+4.75 mm), η σταθερά *c* λαμβάνει μεγαλύτερη τιμή όταν χρησιμοποιηθούν σφαίρες διαμέτρου 40 mm. Για μικρότερο μέγεθος τροφοδοσίας, η σταθερά *c* λαμβάνει μέγιστη τιμή όταν οι σφαίρες έχουν διάμετρο 25.4 mm, ενώ για το μικρότερο μέγεθος (-0.425+0.300 mm) τροφοδοσίας που χρησιμοποιήθηκε, οι σφαίρες διαμέτρου 12.7 mm δίνουν τη μεγαλύτερη τιμή της σταθεράς *c*. Επίσης, το Σχήμα 5.37 παρουσιάζει τη σχέση της σταθεράς *c* με τη διάμετρο των σφαιρών, ανά υλικό που χρησιμοποιήθηκε. Προκύπτει ότι η σταθερά *c* του μαρμάρου και του μεταψαμμίτη λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές από εκείνες του χαλαζίτη. Από το ίδιο σχήμα προκύπτει, επίσης, ότι οι τιμές της σταθεράς *c* ταυτίζονται, με χρήση σφαιρών διαμέτρου 25.4mm και 40 mm, για το μάρμαρο και το μεταψαμμίτη αντίστοιχα. Ωστόσο, η χρήση σφαιρών διαμέτρου 12.7 mm λειοτριβεί ευκολότερα το μεταψαμμίτη έναντι του μαρμάρου.



Σχήμα 5.35: Σχέση του λόγου κατάτμησης με την ειδική ενέργεια για το μεταψαμμίτη.



Σχήμα 5.36: Σχέση της σταθεράς *c* του μεταψαμμίτη με τη διάμετρο των σφαιρών, για διαφορετικά μεγέθη τροφοδοσίας.



Σχήμα 5.37: Σχέση της σταθεράς *c*, των υλικών, με τη διάμετρο των σφαιρών, για μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm.

Πίνακας 5.35α: Χαρακτηριστικές τιμές της σταθεράς c της Σχέσης (5.7) του μαρμάρου, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη, για διάφορα μεγέθη τροφοδοσίας

	-6.7+4.75 mm				*-3.35+2.36 mm*				*-1.7+1.18 mm*			
Υλικό	***40 mm***	***25.4 mm***	***12.7 mm***	***mix***	***40 mm***	***25.4 mm***	***12.7 mm***	***mix***	***40 mm***	***25.4 mm***	***12.7 mm***	***mix***
Μάρμαρο	-	-	-	-	0.76	0.86	0.19	-	0.49	0.68	0.42	-
Χαλαζίτης	-	-	-	-	0.50	0.50	0.07	0.27	0.40	0.54	0.29	0.48
Μεταψαμμίτης	0.85	0.69	0.02	0.31	0.76	0.86	0.49	0.7	0.50	0.67	0.67	0.51

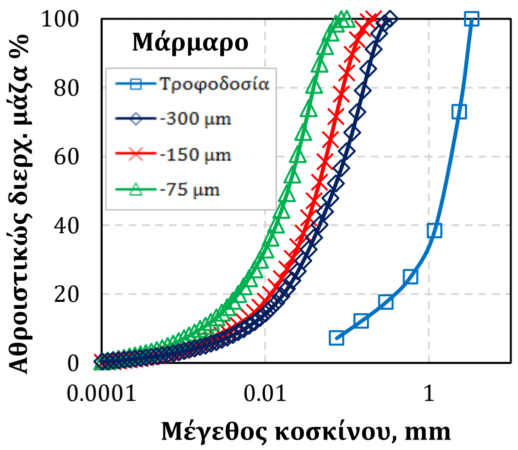
Πίνακας 5.35β: Χαρακτηριστικές τιμές της σταθεράς c της Σχέσης (5.7) του μαρμάρου, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη, για διάφορα μεγέθη τροφοδοσίας (συνέχεια)

	-0.850+0.600 mm				*-0.425+0.300mm*				*-0.212+0.150 mm*			
Υλικό	***40 mm***	***25.4 mm***	***12.7 mm***	***mix***	***40 mm***	***25.4 mm***	***12.7 mm***	***mix***	***40 mm***	***25.4 mm***	***12.7 mm***	***mix***
Μάρμαρο	0.25	0.40	0.32	-	0.11	0.18	0.19	-	-	-	-	-
Χαλαζίτης	0.20	0.34	0.31	0.32	0.09	0.17	0.17	0.12	0.05	0.07	0.1	0.07
Μεταψαμμίτης	0.23	0.35	0.33	0.33	0.10	0.18	0.19	0.22	-	-	-	-

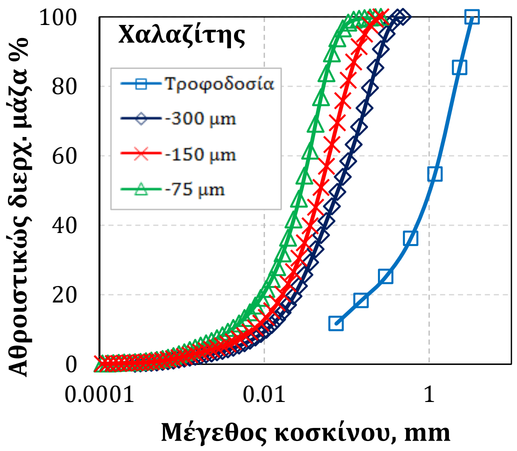
5.3 Τρίτη σειρά πειραμάτων – Δοκιμές ημισυνεχούς λειοτρίβησης

Στην τρίτη σειρά πειραμάτων πραγματοποιήθηκαν δοκιμές ημισυνεχούς λειοτρίβησης μαρμάρου και χαλαζίτη, σε συνθήκες παρόμοιες με εκείνες που επικρατούν στη βιομηχανία. Η εργαστηριακή μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε είναι η τυπική μέθοδος Bond, η οποία τροποποιήθηκε με βάση τις προηγούμενες σειρές πειραμάτων.

Για την προσομοίωση του βιομηχανικού κυκλώματος, η μέθοδος Bond εφαρμόστηκε σε μεγέθη υλικών -3.35 mm, χρησιμοποιώντας κόσκινα αναφοράς 300 μm, 150 μm ή 75 μm και προσδιορίστηκαν οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων, μετά την επίτευξη συνθηκών ισορροπίας. Τα Σχήματα 5.38 και 5.39 παρουσιάζουν την αθροιστική κατανομή μάζας της τροφοδοσίας και των προϊόντων σε συνθήκες ισορροπίας, για το μάρμαρο και το χαλαζίτη, αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων προσδιορίστηκαν με χρήση του κοκκομετρικού αναλυτή Laser, ενώ της τροφοδοσίας έπειτα από κοσκίνιση σε κόσκινα με λόγο $\sqrt{2}$. Για λόγους σύγκρισης, οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων διορθώθηκαν με βάση το φαινόμενο συντελεστή σχήματος (apparent shape factor) που υπολογίστηκε ανά υλικό, όπως περιγράφεται στο Παράρτημα Α.

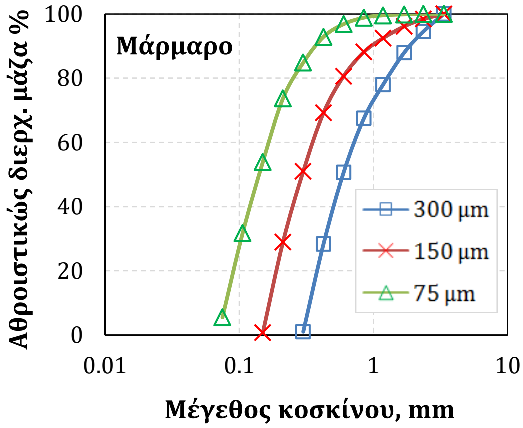


Σχήμα 5.37: Αθροιστική κατανομή μάζας της τροφοδοσίας και των προϊόντων λειοτρίβησης του μαρμάρου, σε συνθήκες ισορροπίας.

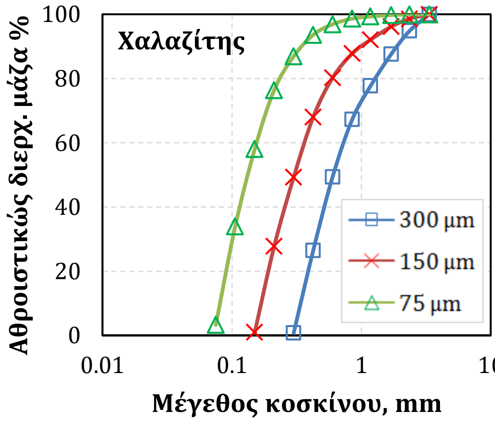


Σχήμα 5.38: Αθροιστική κατανομή μάζας της τροφοδοσίας και των προϊόντων λειοτρίβησης του χαλαζίτη, σε συνθήκες ισορροπίας.

Τα Σχήματα 5.40 και 5.41 παρουσιάζουν την αθροιστική κατανομή μάζας του μαρμάρου και του χαλαζίτη, αντίστοιχα, μετά την κοσκίνιση στα κόσκινα αναφοράς και απομάκρυνση του προϊόντος. Τα σχήματα αυτά αντιστοιχούν στις κατανομές μεγέθους της ανακύκλωσης σε συνθήκες ισορροπίας.



Σχήμα 5.39: Αθροιστική κατανομή μάζας του μαρμάρου, μετά την απομάκρυνση του προϊόντος.



Σχήμα 5.40: Αθροιστική κατανομή μάζας του χαλαζίτη, μετά την απομάκρυνση του προϊόντος.

Οι Πίνακες 5.36 και 5.37 παρουσιάζουν τα τελικά αποτελέσματα τα οποία προέκυψαν με βάση την τροποποιημένη μέθοδο Bond. Τα κόσκινα τα οποία χρησιμοποιήθηκαν παρουσιάζονται στη στήλη (1), ενώ τα μεγέθη της αρχικής τροφοδοσίας (ε=0) και των προϊόντων στη στήλη (2). Τα τελευταία αντιστοιχούν στα μεγέθη $x_2(80)$, όπου διέρχεται το 80% της μάζας των υλικών, όπως προσδιορίστηκαν από τα Σχήματα 5.38 και 5.39. Στη στήλη (3) παρουσιάζονται οι ειδικές ενέργειες που καταναλώθηκαν για τη μείωση του μεγέθους των υλικών από το αρχικό στο τελικό μέγεθος, σε συνθήκες ισορροπίας. Οι αντίστοιχες τιμές δεικτών έργου W_i υπολογίζονται στη στήλη (4) για n=0.5 της Σχέσης (3.12). Οι μέσες τιμές των δεικτών έργου, οι τυπικές αποκλίσεις και οι αντίστοιχοι συντελεστές μεταβλητότητας %, παρουσιάζονται, επίσης, στη στήλη (4). Γενικά, παρατηρείται ότι όσο μειώνεται το μέγεθος του προϊόντος τόσο μεγαλώνει και η τιμή του W_i. Αντίστοιχα αποτελέσματα παρουσιάστηκαν σε φυσικά δείγματα πυριτίας όπου εφαρμόστηκε η τυπική μέθοδος Bond (Deniz et al., 2003). Ωστόσο, δεδομένου ότι ο δείκτης έργου W_i είναι μια παράμετρος χαρακτηριστική του υλικού, θα έπρεπε να είναι ανεξάρτητος του μεγέθους του προϊόντος. Η αντίφαση αυτή πιστεύεται ότι μπορεί να οφείλεται στην επιλογή του εκθέτη n=0.5 που προτείνει ο Bond. Για το λόγο αυτό, προσδιορίστηκε η βέλτιστη τιμή του εκθέτη n έτσι ώστε η τυπική απόκλιση των τιμών W_i, για διαφορετικά μεγέθη προϊόντων, να έχει τη μικρότερη δυνατή τιμή. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στη στήλη (5), όπου φαίνεται ότι οι τυπικές αποκλίσεις των W_i και οι αντίστοιχοι συντελεστές μεταβλητότητας % είναι πολύ μικρότερες για εκθέτη n≠0.5. Τα Σχήματα 5.42 και 5.43 παρουσιάζουν γραφικά τη σχέση του δείκτη έργου με το μέγεθος του προϊόντος για τιμές n=0.5 και τις αντίστοιχες που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο αυτή. Είναι προφανές ότι για n=0.72 και n=0.87 οι τιμές των W_i είναι πιο κοντά στην οριζόντια γραμμή και ανεξάρτητες του μεγέθους του προϊόντος, για το μάρμαρο και το χαλαζίτη, αντίστοιχα. Οι Stamboliadis et al. (2011b) έχοντας πειραματικά αποτελέσματα διαφόρων υλικών και διαφορετικών συνθηκών λειοτρίβησης κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι τα κρυπτοκρυσταλλικά υλικά, όπως ο ασβεστόλιθος και ο μαγνησίτης, καθώς επίσης και τα υλικά με σχισμό, έχουν εκθέτη *n* κοντά στο 0.5, όπως αναφέρει ο Bond. Από την άλλη, εκείνα με μεγάλους κρυστάλλους έχουν εκθέτη *n* μεγαλύτερο από το 0.5.

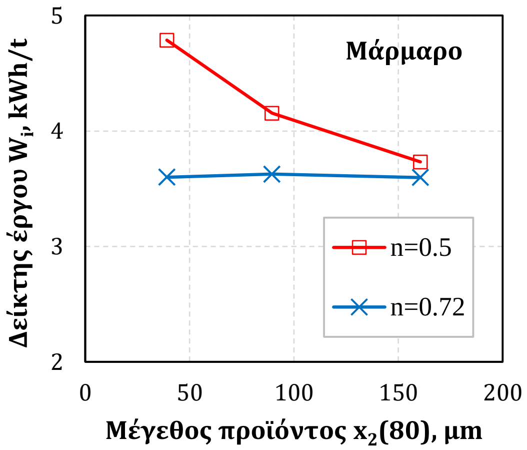
Πίνακας 5.36: Πειραματικά αποτελέσματα της δοκιμής Bond για το μάρμαρο

1	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***
Μέγεθος κοσκίνου μm	***x_2(80) μm***	***ε kWh/t***	***W_i kWh/t***	***W_i kWh/t***	***$ε_{pot}$ kwh/t***
	Εκθέτης n		***0.5***	***0.72***	
3350	2613	0.0			0.35
300	161	2.2	3.73	3.60	2.57
150	89	3.6	4.15	3.63	3.91
75	39	6.7	4.79	3.60	7.08
Μέση τιμή			4.22	3.61	
Τυπική απόκλιση			0.53	0.02	
Συντελεστής μεταβλητότητας %			12.6	0.4	

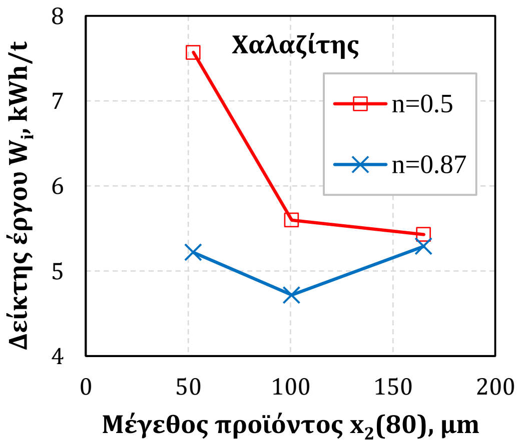
Οι μέσες τιμές των W_i που υπολογίστηκαν είναι 3.61 kWh/t και 5.08 kWh/t για το μάρμαρο και το χαλαζίτη, αντίστοιχα. Το αποτέλεσμα αυτό δείχνει ότι η ενέργεια που καταναλώνεται για τη μείωση του μεγέθους του χαλαζίτη από θεωρητικά άπειρο μέγεθος σε μέγεθος 100 μm είναι μεγαλύτερη σε σχέση με εκείνη του μαρμάρου. Επίσης, η τυπική μέθοδος Bond προϋποθέτει τη χρήση συγκεκριμένου τύπου μύλου και συγκεκριμένων συνθηκών λειοτρίβησης (Sahoo και Roy, 2008; Ranjita και Bhima Rao, 2009), οπότε οι τιμές των W_i που υπολογίστηκαν μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο για τη σύγκριση των υπό εξέταση υλικών.

Πίνακας 5.37: Πειραματικά αποτελέσματα της δοκιμής Bond για το χαλαζίτη

1	2	3	4	5	6
Μέγεθος κοσκίνου μm	***$x_2(80)$ μm***	***ε kWh/t***	***W_i kWh/t***	***W_i kWh/t***	***ε_{pot} kWh/t***
	Εκθέτης n		***0.5***	***0.87***	
3350	2131	0.0			0.35
300	165	3.1	5.43	5.29	3.28
150	101	4.4	5.60	4.72	5.05
75	53	8.8	7.57	5.22	8.91
Μέση τιμή			6.20	5.08	
Τυπική απόκλιση			1.19	0.31	
Συντελεστής μεταβλητότητας %			19.2	6.2	



Σχήμα 5.41: Σχέση του δείκτη έργου με το μέγεθος προϊόντος του μαρμάρου, για διαφορετικά *n*.

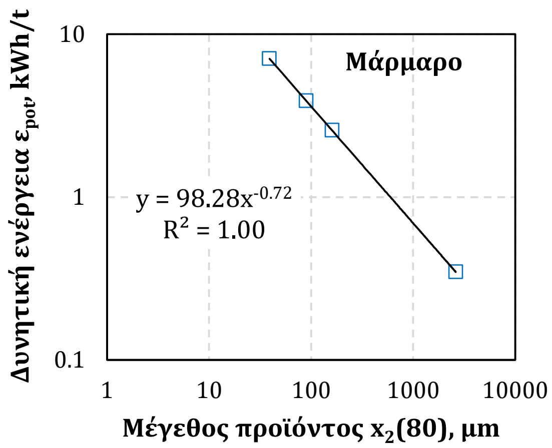


Σχήμα 5.42: Σχέση του δείκτη έργου με το μέγεθος προϊόντος του χαλαζίτη, για διαφορετικά *n*.

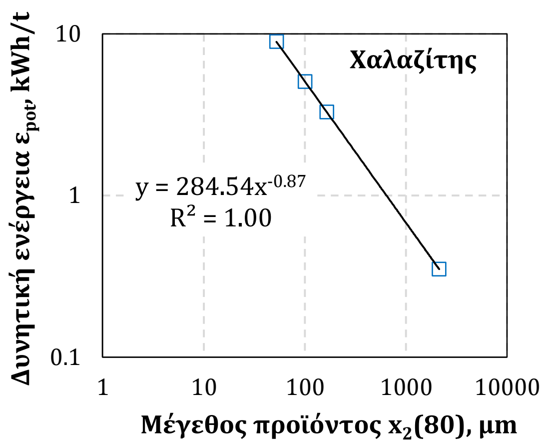
Στη στήλη (6) των Πινάκων 5.36 και 5.37 υπολογίζεται η δυνητική ενέργεια ε_{pot} για n=0.72 και n=0.87 χρησιμοποιώντας τη Σχέση (5.8), για το μάρμαρο και το χαλαζίτη, αντίστοιχα. Ο όρος δυνητική ενέργεια αφορά στην ενέργεια που καταναλώνεται για τη μείωση του μεγέθους του υλικού από θεωρητικά άπειρο μέγεθος σε μέγεθος $x_2(80)$. Με αυτόν τον τρόπο προκύπτει μια άμεση σχέση μεταξύ της ενέργειας και του μεγέθους, που είναι ανεξάρτητη του αρχικού μεγέθους του υλικού. Επομένως, στη Σχέση (3.12), εάν αντικατασταθεί το μέγεθος $x_1(80)$ της τροφοδοσίας με ∞ προκύπτει η παρακάτω Σχέση (5.8),

$$\varepsilon_{pot} = W_i \cdot 100^n \cdot \left(\frac{1}{x_2(80)^n}\right) \qquad ...(5.8)$$

Η σχέση της δυνητικής ενέργειας με το μέγεθος $x_2(80)$ του προϊόντος, σε λογαριθμική κλίμακα, εκφράζεται από ευθεία γραμμή με κλίση το *n*, όπως φαίνεται στα Σχήματα 5.44 και 5.45, για το μάρμαρο και το χαλαζίτη, αντίστοιχα.



Σχήμα 5.43: Σχέση της δυνητικής ενέργειας με το μέγεθος προϊόντος $x_2(80)$, για το μάρμαρο.



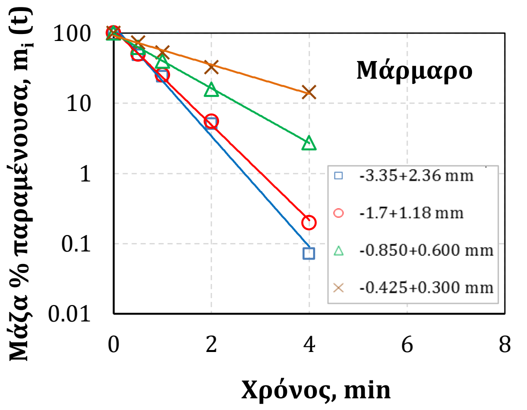
Σχήμα 5.44: Σχέση της δυνητικής ενέργειας με το μέγεθος προϊόντος $x_2(80)$, για το χαλαζίτη.

6. Αποτελέσματα του μοντέλου ισοζυγίου πληθυσμού

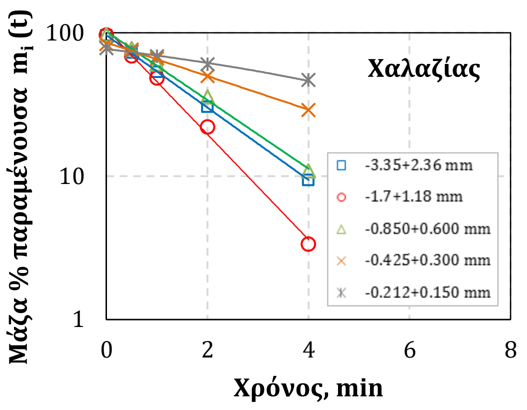
6.1 Επίδραση του μεγέθους τροφοδοσίας και του συντελεστή πλήρωσης των κενών των σφαιρών U με υλικό

Στο παρόν κεφάλαιο, μελετάται η επίδραση του μεγέθους τροφοδοσίας και του συντελεστή πλήρωσης των κενών των σφαιρών U με υλικό, με βάση το μοντέλο ισοζυγίου πληθυσμού. Όπως έχει ήδη αναφερθεί στο θεωρητικό μέρος, το μοντέλο αυτό βασίζεται σε δύο συναρτήσεις (i) τη συνάρτηση επιλογής (selection function) ή ρυθμό θραύσης (breakage rate) και (ii) τη συνάρτηση θραύσης - breakage function. Χρησιμοποιήθηκαν δύο υλικά (χαλαζίας και μάρμαρο), οπότε μελετάται και η επίδραση του τύπου του υλικού στις παράμετρους των δύο συναρτήσεων.

Τα Σχήματα 6.1 και 6.2 δείχνουν τη μάζα % που παραμένει στην τάξη μεγέθους της τροφοδοσίας, ανάλογα με το χρόνο λειοτρίβησης, σε ημι-λογαριθμική κλίμακα, για U=50%. Από την κλίση της προκύπτουσας ευθείας υπολογίζεται ο ρυθμός θραύσης S_i (min^{-1}), σύμφωνα με τη Σχέση (2.35). Το μέγεθος της τροφοδοσίας είναι το ανώτερο μέγεθος της τάξης μεγέθους που εξετάστηκε. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η λειοτρίβηση περιγράφεται με εξίσωση πρώτης τάξεως, δηλ. ο ρυθμός θραύσης S_i είναι ανεξάρτητος του χρόνου και μπορεί να υπολογιστεί από τις κλίσεις των ευθειών. Κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε διαφορετικό μέγεθος τροφοδοσίας. Το Σχήμα 6.2 δείχνει, επίσης, αύξηση των τιμών του S_i του χαλαζία καθώς αυξάνεται το μέγεθος της τροφοδοσίας, με εξαίρεση το μεγαλύτερο μέγεθος που επιλέχθηκε (-3.35+2.36 mm) το οποίο παρουσιάζει μικρότερο ρυθμό θραύσης σε σχέση με την αμέσως μικρότερη τροφοδοσία (-1.7+1.18 mm). Το τελευταίο υποδηλώνει ότι ο ρυθμός θραύσης αυξάνεται μέχρι ένα ορισμένο μέγιστο μέγεθος τροφοδοσίας, ενώ σε μεγαλύτερα μεγέθη τα μέσα λειοτρίβησης δεν μπορούν να λειοτριβήσουν το υλικό αποδοτικά. Το αποτέλεσμα αυτό είναι σύμφωνο με προηγούμενες εργασίες (Deniz, 2003; Austin et al., 2007; Ipek and Sahan, 2013). Ανάλογα συμπεράσματα μπορούν να εξαχθούν για το χαλαζία και για διαφορετικά U (U=100% και U=150%). Το μάρμαρο (Σχήμα 6.1) παρατηρείται ότι συμπεριφέρεται διαφορετικά σε σχέση με το χαλαζία, αφού το μεγαλύτερο μέγεθος τροφοδοσίας (-3.35+2.36 mm) παρουσιάζει ελαφρά μεγαλύτερο ρυθμό θραύσης σε σχέση με το αμέσως μικρότερο (-1.7+1.18 mm). Όπως είναι φυσικό το μέγεθος που παρατηρείται ο μέγιστος ρυθμός θραύσης εξαρτάται από το υλικό και εφόσον το μάρμαρο λειοτριβείται πιο εύκολα σε σχέση με το χαλαζία (είναι πιο εύθραυστο) θα παρουσιάζει μέγιστο ρυθμό θραύσης σε μεγαλύτερο μέγεθος τροφοδοσίας. Οι Austin et al. (1984) και Fuerstenau et al. (2004) συνέδεσαν το μέγεθος στο οποίο ο ρυθμός θραύσης λαμβάνει τη μέγιστη τιμή με τη σκληρότητα του υλικού. Όσο λιγότερο σκληρό είναι το υλικό τόσο το μέγεθος αυτό μεγαλώνει.

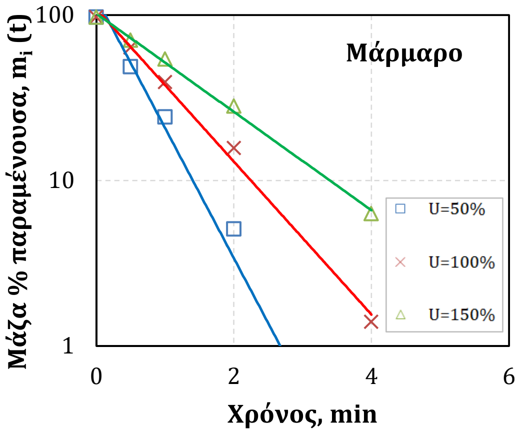


Σχήμα 6.1: Σχέση της μάζας % που παρέμεινε σε κάθε τάξη μεγέθους του μαρμάρου με το χρόνο λειοτρίβησης, για *U*=50%.

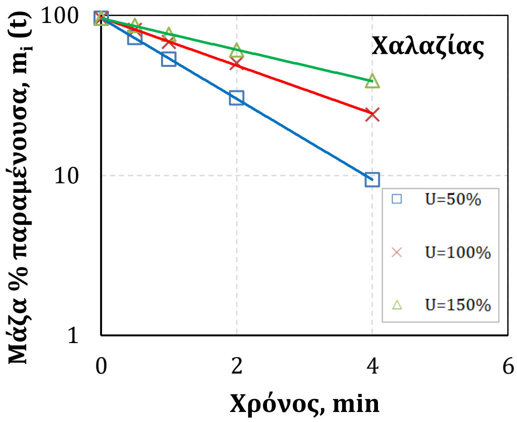


Σχήμα 6.2: Σχέση της μάζας % που παρέμεινε σε κάθε τάξη μεγέθους του χαλαζία με το χρόνο λειοτρίβησης, για *U*=50%.

Όσον αφορά την επίδραση του U στο ρυθμό θραύσης S_i, τα Σχήματα 6.3 και 6.4 δείχνουν ότι οι τιμές των S_i αυξάνονται (μεγαλύτερη κλίση των ευθειών) με τη μείωση του U, γεγονός που υποδηλώνει ότι η λειοτρίβηση είναι πιο αποδοτική σε μικρότερες τιμές U. Τα Σχήματα 6.3 και 6.4 αφορούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν για μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm, ενώ και στα άλλα μεγέθη τροφοδοσίας παρατηρείται η ίδια τάση. Η μείωση του S_i με την αύξηση του U πιθανόν να οφείλεται στο ότι όταν η ποσότητα του υλικού στα κενά μεταξύ των σφαιρών αυξάνεται τότε δημιουργείται ένα προστατευτικό ''μαξιλάρι'' (cushioning effect) από τεμάχια, με αποτέλεσμα οι δυνάμεις κρούσης να μην είναι αποτελεσματικές. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του ρυθμού θραύσης. Παρόλο που η σχέση του ρυθμού θραύσης S_i με το συντελεστή πλήρωσης των κενών U με υλικό και το συντελεστή πλήρωσης των σφαιρών J έχει απασχολήσει πολλούς ερευνητές (Shoji et al., 1982; Gao and Forrsberg, 1989; Deniz and Onur, 2002; Deniz, 2012), πολλά ζητήματα παραμένουν ασαφή και πάντα υπάρχει η ανάγκη για ανάπτυξη νέων προσεγγίσεων.



Σχήμα 6.3: Σχέση της μάζας % του μαρμάρου που παρέμεινε στην τάξη μεγέθους -3.35+2.36 mm με το χρόνο λειοτρίβησης, για διαφορετικά *U*.



Σχήμα 6.4: Σχέση της μάζας % του χαλαζία που παρέμεινε στην τάξη μεγέθους -3.35+2.36 mm με το χρόνο λειοτρίβησης, για διαφορετικά *U*.

Ο Πίνακας 6.1 παρουσιάζει συγκεντρωτικά τις τιμές των S_i (min^{-1}) που προέκυψαν ανά μέγεθος τροφοδοσίας και για τα τρία *U* που δοκιμάστηκαν. Είναι εμφανές ότι ανεξάρτητα συνθηκών και μεγέθους τροφοδοσίας το μάρμαρο παρουσιάζει μεγαλύτερες τιμές S_i σε συνάρτηση με το χαλαζία.

Πίνακας 6.1: Τιμές του ρυθμού θραύσης S_i (min^{-1}) ανά μέγεθος τροφοδοσίας και για διαφορετικά *U*

Ανώτερο μέγεθος τροφοδοσίας (mm)	*Μάρμαρο*			*Χαλαζίας*		
	U=50%	*U=100%*	*U=150%*	*U=50%*	*U=100%*	*U=150%*
3.35	1.81	1.06	0.68	0.58	0.34	0.23
1.7	1.56	0.87	0.59	0.85	0.47	0.32
0.85	0.89	0.48	0.36	0.55	0.28	0.18
0.425	0.48	0.26	0.19	0.27	0.13	0.08
0.212	-	-	-	0.12	0.06	0.04

Γραφικά τα αποτελέσματα του Πίνακα 6.1 παρουσιάζονται στα Σχήματα 6.5 και 6.6, όπου δείχνουν τη σχέση του ρυθμού θραύσης S_i με το συντελεστή πλήρωσης κενών *U*, για διάφορα μεγέθη τροφοδοσίας. Για λόγους απλούστευσης, οι τιμές των συντελεστών πλήρωσης 0.5, 1.0 και 1.5, στα Σχήματα 6.5 και 6.6, αντιστοιχούν σε 50%, 100% και 150% πλήρωση του υλικού. Παρατηρείται ότι η σχέση S_i με το *U* ακολουθεί συνάρτηση εκθετικού τύπου, η οποία εξαρτάται από τον τύπο του υλικού και το μέγεθος της τροφοδοσίας, σύμφωνα με τη Σχέση (6.1),

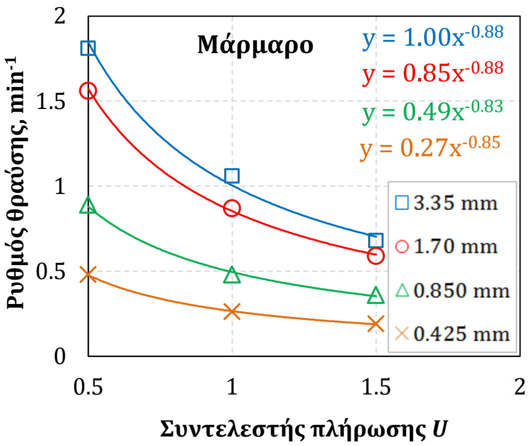
$$S_i = A \cdot U^B \text{ (min}^{-1}\text{)} \qquad ...(6.1)$$

Ο συντελεστής A εξαρτάται από τον τύπο του υλικού και το μέγεθος τροφοδοσίας, ενώ ο συντελεστής B εξαρτάται κυρίως από το υλικό και όχι από το μέγεθος τροφοδοσίας. Επίσης, για το ίδιο υλικό, οι τιμές του A μειώνονται όσο μειώνεται και το μέγεθος της τροφοδοσίας. Εξαίρεση αποτελεί το μεγαλύτερο μέγεθος τροφοδοσίας που επιλέχθηκε (-3.35+2.36 mm) για το χαλαζία, που παρουσιάζει μικρότερη τιμή A σε σχέση με το αμέσως μικρότερο μέγεθος (-1.7+1.18 mm). Όπως έχει ήδη αναφερθεί, όταν το μέγεθος της τροφοδοσίας είναι αρκετά μεγάλο για να λειοτριβηθεί αποδοτικά από τα συγκεκριμένα μέσα λειοτρίβησης, η λειοτρίβηση είναι μη ομαλή. Στην περιοχή της ομαλής λειοτρίβησης, βρέθηκε ότι ο συντελεστής A ακολουθεί πρώτου βαθμού εξίσωση ως προς το μέγεθος τροφοδοσίας. Εάν θεωρήσουμε ότι ο συντελεστής B είναι σταθερός για το ίδιο υλικό και ίσος με το μέσο όρο των τιμών των διαφορετικών μεγεθών τροφοδοσίας, τότε προκύπτουν οι ακόλουθες Σχέσεις (6.2) και (6.3),

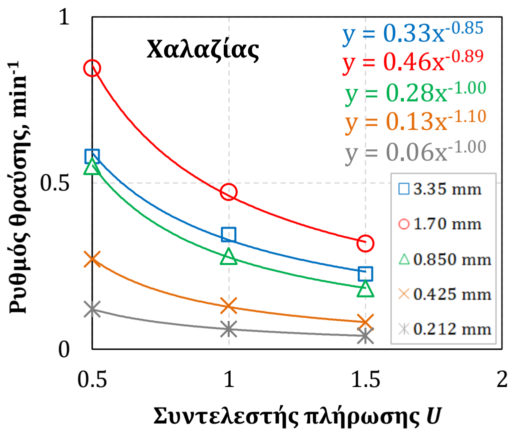
$$S_i = 0.52 \cdot x_i \cdot U^{-0.85} \qquad \text{για το μάρμαρο} \qquad ...(6.2)$$

$$S_i = 0.28 \cdot x_i \cdot U^{-1.00} \qquad \text{για το χαλαζία} \qquad ...(6.3)$$

όπου x_i είναι το ανώτερο μέγεθος τροφοδοσίας σε mm, S_i ο ρυθμός θραύσης (min^{-1}) και U μεταξύ 0.5 και 1.5. Η ακρίβεια των Σχέσεων (6.2) και (6.3) εκτιμήθηκε με χρήση του συντελεστή συσχέτισης R^2, όπου βρέθηκε ότι υπάρχει μια τέλεια συσχέτιση (R^2=1.00) μεταξύ πειραματικών και υπολογιζόμενων τιμών, για όλα τα μεγέθη τροφοδοσίας της ομαλής περιοχής λειοτρίβησης. Επισημαίνεται ότι οι Σχέσεις (6.2) και (6.3) προέκυψαν από τρία μόνο σημεία και ενδεχομένως να υπάρχει υπερεκτίμηση του συντελεστή συσχέτισης R^2.

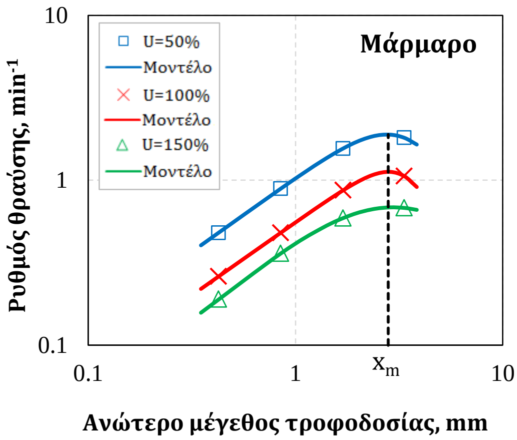


Σχήμα 6.5: Σχέση του ρυθμού θραύσης του μαρμάρου με το συντελεστή πλήρωσης κενών *U*, για διάφορα μεγέθη τροφοδοσίας.

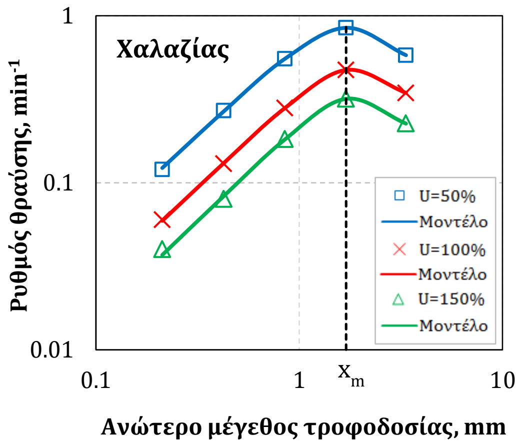


Σχήμα 6.6: Σχέση του ρυθμού θραύσης του χαλαζία με το συντελεστή πλήρωσης κενών *U*, για διάφορα μεγέθη τροφοδοσίας.

Η σχέση του ρυθμού θραύσης με το μέγεθος της τροφοδοσίας παρουσιάζεται στα Σχήματα 6.7 και 6.8, σε λογαριθμική κλίμακα, για το μάρμαρο και το χαλαζία, αντίστοιχα. Όπως προκύπτει, το S_i αυξάνεται με αύξηση του μεγέθους τροφοδοσίας μέχρι ένα μέγιστο μέγεθος x_m, αλλά πέρα από αυτό το μέγεθος μειώνεται απότομα, για όλα τα *U* που δοκιμάστηκαν. Το τελευταίο δείχνει τη μη ομαλή λειοτρίβηση πέρα από κάποιο μέγιστο μέγεθος. Η αύξηση του S_i είναι σχεδόν γραμμική μέχρι το x_m και η κλίση των γραμμών, για το ίδιο υλικό, παραμένει σταθερή και ανεξάρτητη του *U*. Επίσης, το μέγιστο μέγεθος x_m είναι ανεξάρτητο από το συντελεστή πλήρωσης *U*. Από τα Σχήματα 6.7 και 6.8 υπολογίστηκε ότι x_m=2.8 mm και x_m=1.7 mm, για το μάρμαρο και το χαλαζία, αντίστοιχα. Το x_m, το οποίο καθορίζει το ανώτερο μέγεθος τροφοδοσίας του μύλου, αναμένεται να εξαρτάται από τον τύπο του υλικού, το μέγεθος των σφαιρών και τον τύπο του μύλου που θα χρησιμοποιηθεί.



Σχήμα 6.7: Πειραματικές και εκτιμώμενες τιμές του ρυθμού θραύσης του μαρμάρου σε συνάρτηση με το μέγεθος της τροφοδοσίας.



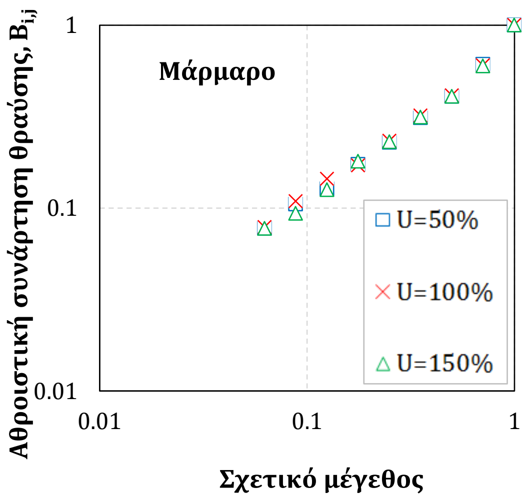
Σχήμα 6.8: Πειραματικές και εκτιμώμενες τιμές του ρυθμού θραύσης του χαλαζία σε συνάρτηση με το μέγεθος της τροφοδοσίας.

Οι τιμές S_i του Πίνακα 6.1, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας, χρησιμοποιήθηκαν στις Σχέσεις 2.45 και 2.46 (μοντέλο Austin et al., 1984) για τον υπολογισμό των παραμέτρων α_T, α, μ και Λ, με εφαρμογή μη γραμμικής παλινδρόμησης. Μέσω του εργαλείου Solver του προγράμματος Excel πραγματοποιήθηκε επίλυση και προσδιορίστηκαν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων α_T, α, μ και Λ που ελαχιστοποιούν το σφάλμα μεταξύ των πειραματικών μετρήσεων και του μοντέλου (εκτιμώμενες τιμές). Τα Σχήματα 6.7 και 6.8 παρουσιάζουν γραφικά τα αποτελέσματα της επίλυσης, ενώ στον Πίνακα 6.2 παρουσιάζονται οι υπολογισθείσες τιμές των παραμέτρων, για τα δύο υλικά που δοκιμάστηκαν. Οι παράμετροι α και Λ, οι οποίες εξαρτώνται από το υλικό, βρέθηκαν ότι παραμένουν σταθερές και σχεδόν ανεξάρτητες του U. Επίσης, οι τιμή του α_T επηρεάζεται για τα διάφορα U, που εξετάστηκαν. Υπενθυμίζεται ότι το α_T (min^{-1}), είναι ο ρυθμός θραύσης στο μέγεθος x_i =1 mm, επομένως ακολουθεί την ίδια τάση με το S_i καθώς αλλάζει το U (μειώνεται με αύξηση του U).

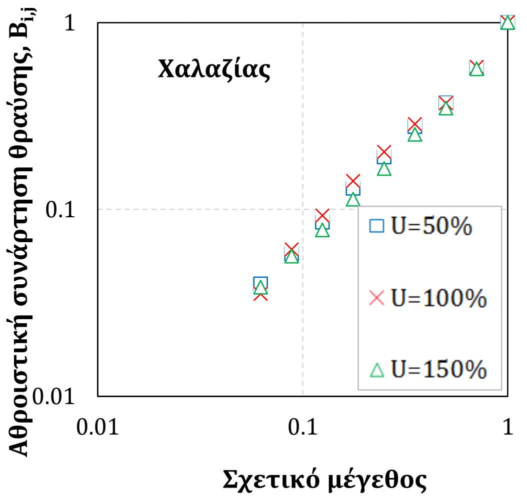
Πίνακας 6.2: Οι παραμέτροι του ρυθμού θραύσης, για διαφορετικά *U*

U (%)	*Μάρμαρο*				*Χαλαζίας*			
	α_T	α	μ	Λ	α_T	α	μ	Λ
	min^{-1}		*mm*		*min^{-1}*		*mm*	
50	1.04	0.90	3.72	3.36	0.70	1.13	2.20	3.00
100	0.57	0.92	3.84	3.35	0.35	1.15	2.34	3.15
150	0.40	0.88	3.69	3.34	0.23	1.17	2.38	3.33

Οι πειραματικές τιμές της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης $B_{i,j}$ των δύο υλικών σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος παρουσιάζεται στα Σχήματα 6.9 και 6.10. Τα σχήματα αυτά αντιστοιχούν σε μέγεθος τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm για τρεις διαφορετικούς συντελεστές πλήρωσης των κενών *U*. Το μέγεθος τροφοδοσίας που παρουσιάζεται είναι μικρότερο από το μέγιστο μέγεθος x_m και για τα δύο υλικά, οπότε η λειοτρίβηση λαμβάνει χώρα υπό ομαλές συνθήκες. Χρησιμοποιήθηκε η BII μέθοδος και οι τιμές των $B_{i,j}$ υπολογίστηκαν από τις κατανομές μεγέθους των προϊόντων για μικρούς χρόνους λειοτρίβησης, με εφαρμογή της Σχέσης (2.40). Από τις τιμές $B_{i,j}$ και με χρήση της Σχέσης (2.41) υπολογίστηκαν οι παράμετροι Φ_j, γ και β οι οποίες παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.3. Επειδή η παράμετρος β αποτελεί σταθερά χαρακτηριστική του υλικού αποφασίστηκε να κρατηθεί σταθερή και ίση με 5.80 για το χαλαζία, όπως προτείνεται από τους Austin et al. (1984), ενώ για μάρμαρο η τιμή 3.30 φάνηκε να είναι κατάλληλη για όλα τα διαθέσιμα δεδομένα. Το τελευταίο κρίθηκε απαραίτητο προκειμένου να μειωθεί ο αριθμός των παραμέτρων που εξετάζονται και κατά συνέπεια να διερευνηθεί η ευαισθησία μόνο δύο παραμέτρων (Φ_j και γ).



Σχήμα 6.9: Η αθροιστική συνάρτηση θραύσης του μαρμάρου σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος, για διαφορετικά *U*.



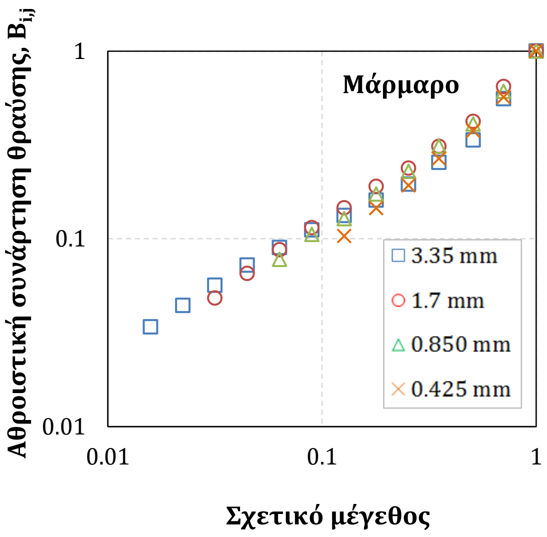
Σχήμα 6.10: Η αθροιστική συνάρτηση θραύσης του χαλαζία σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος, για διαφορετικά *U*.

Τα αποτελέσματα του Πίνακα 6.3 δείχνουν ότι για το ίδιο υλικό η μεταβολή του *U* δεν επιφέρει σημαντική αλλαγή στις παραμέτρους Φ_j και γ. Η παρατήρηση αυτή είναι σύμφωνη με προηγούμενες εργασίες (Fuerstenau et al., 2004; Ozkan et al., 2009; Chimwani et al., 2013), οι οποίες αναφέρουν ότι οι παράμετροι της $B_{i,j}$ είναι ανεξάρτητες από τις συνθήκες λειτουργίας του μύλου. Το ίδιο συμπέρασμα μπορεί να προκύψει και για τα υπόλοιπα μεγέθη τροφοδοσίας, ακόμα και για εκείνα που η λειοτρίβηση λαμβάνει χώρα σε μη ομαλές συνθήκες. Επίσης, μεταξύ των δύο υλικών, προέκυψε ότι η ποσότητα των παραγόμενων λεπτομερών του μαρμάρου είναι μεγαλύτερη από εκείνη του χαλαζία, αφού οι τιμές της παραμέτρου γ του υλικού αυτού είναι μικρότερες σε σχέση με εκείνες του χαλαζία.

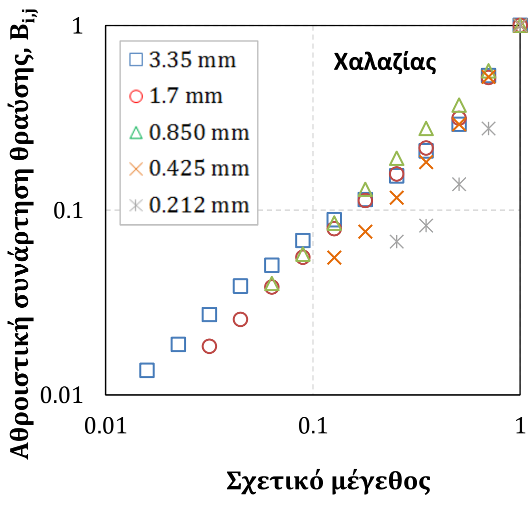
Πίνακας 6.3: Οι παράμετροι της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης, για διαφορετικά *U*

	Μάρμαρο			*Χαλαζίας*		
***U* (%)**	Φ_j	γ	β	Φ_j	γ	β
50	0.65	0.76	3.30	0.76	1.02	5.80
100	0.63	0.73	3.30	0.77	1.00	5.80
150	0.63	0.75	3.30	0.77	1.11	5.80

Η αθροιστική συνάρτηση θραύσης $B_{i,j}$ σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος παρουσιάζεται στα Σχήματα 6.11 και 6.12, για όλα τα μεγέθη τροφοδοσίας που χρησιμοποιήθηκαν. Όπως φαίνεται από τα σχήματα αυτά, οι τιμές της $B_{i,j}$ αλλάζουν με το μέγεθος της τροφοδοσίας και επομένως οι αντίστοιχες παράμετροι εξαρτώνται από την τροφοδοσία που χρησιμοποιήθηκε. Επίσης, παρατηρείται ότι, κυρίως για το χαλαζία, οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων που παράγονται κατά τη λειοτρίβηση μετατοπίζονται στα λεπτότερα κλάσματα όσο το μέγεθος της τροφοδοσίας μεγαλώνει.



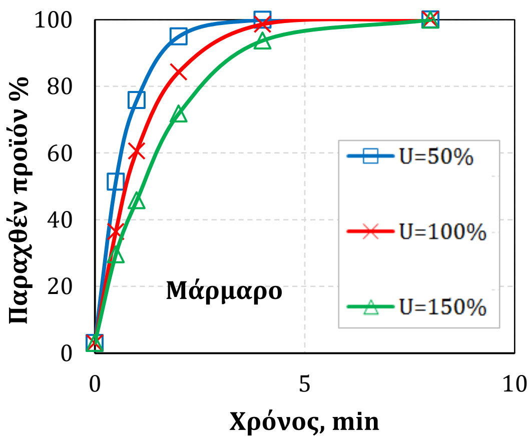
Σχήμα 6.11: Η αθροιστική συνάρτηση θραύσης του μαρμάρου σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος, για διαφορετικά μεγέθη τροφοδοσίας.



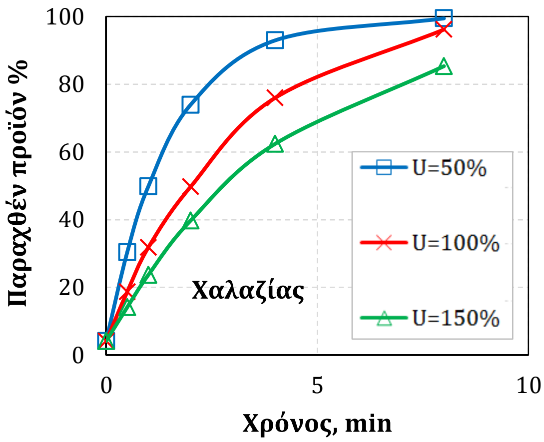
Σχήμα 6.12: Η αθροιστική συνάρτηση θραύσης του χαλαζία σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος, για διαφορετικά μεγέθη τροφοδοσίας.

6.2 Σχέση του παραχθέντος προϊόντος με το χρόνο λειοτρίβησης

Τα Σχήματα 6.13 και 6.14 παρουσιάζουν τη σχέση του παραχθέντος προϊόντος % με το χρόνο λειοτρίβησης. Τα σχήματα αυτά αντιστοιχούν σε μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm, ενώ ο παράγοντας που μεταβάλλεται είναι ο συντελεστής πλήρωσης κενών *U*. Ως παραχθέν προϊόν ορίζεται η μάζα % του υλικού που διέρχεται από τη συγκεκριμένη τάξη μεγέθους της τροφοδοσίας. Ο χρόνος μηδέν αντιστοιχεί στη μάζα % που διέρχεται από το κόσκινο 2.36 mm, που θεωρητικά είναι ίσος με μηδέν. Στην πράξη, η αρχική τροφοδοσία κοσκινίστηκε στο κόσκινο 2.36 mm, με τις ίδιες συνθήκες που κοσκινίζονται και τα προϊόντα λειοτρίβησης και μια μικρή ποσότητα διήλθε από το κόσκινο αυτό. Η υπολογισθείσα διερχόμενη μάζα % της αρχικής τροφοδοσίας ενσωματώθηκε στα σχήματα αυτά. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι όσο η λειοτρίβηση προχωρά τόσο περισσότερο προϊόν παράγεται και οι αντίστοιχες καμπύλες τείνουν ασυμπτωτικά σε οριζόντιες ευθείες. Επίσης, η κλίση σε κάθε σημείο της καμπύλης δείχνει το ρυθμό με τον οποίο παράγεται το προϊόν και επομένως όσο μεγαλώνει η κλίση τόσο και το προϊόν θα παράγεται με μεγαλύτερο ρυθμό. Τα Σχήματα 6.13 και 6.14 δείχνουν ότι, για το ίδιο υλικό, όσο μειώνεται η πλήρωση με υλικό μεταξύ των σφαιρών *U* τόσο και ο ρυθμός παραγωγής του προϊόντος αυξάνεται. Συγκριτικά μεταξύ των δύο υλικών παρατηρείται ότι, για το ίδιο *U*, το μάρμαρο λειοτριβείται με μεγαλύτερο ρυθμό από ότι ο χαλαζίας. Αντίστοιχα αποτελέσματα λαμβάνονται και για τις υπόλοιπες τροφοδοσίες που χρησιμοποιήθηκαν.

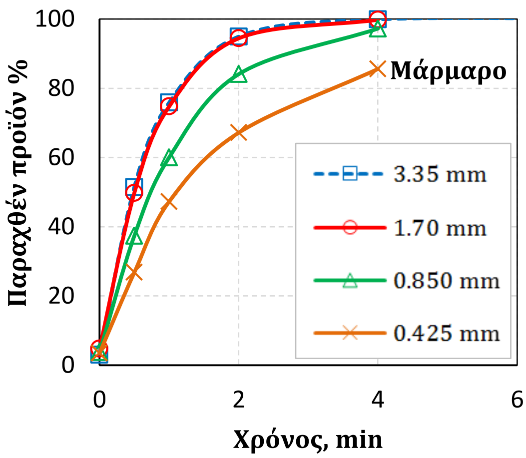


Σχήμα 6.13: Σχέση του παραχθέντος προϊόντος % με το χρόνο λειοτρίβησης, για διαφορετικά *U*.

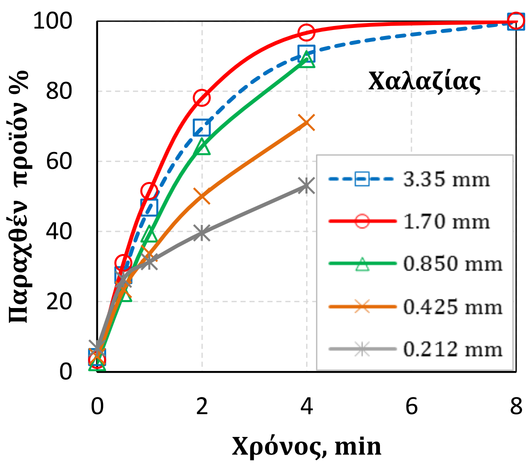


Σχήμα 6.14: Σχέση του παραχθέντος προϊόντος % με το χρόνο λειοτρίβησης, για διαφορετικά *U*.

Η επίδραση του μεγέθους τροφοδοσίας στην ποσότητα του παραχθέντος προϊόντος παρουσιάζεται στα Σχήματα 6.15 και 6.16. Τα σχήματα αυτά αντιστοιχούν σε *U*=50%. Για το μάρμαρο παρατηρείται ότι οι καμπύλες που αντιστοιχούν στα δύο μεγαλύτερα μεγέθη τροφοδοσίας (-3.35+2.36 mm και -1.7+1.18 mm) ταυτίζονται, υποδηλώνοντας ότι ο ρυθμός των παραχθέντων προϊόντων είναι ίδιος στα μεγέθη αυτά. Στα μικρότερα μεγέθη τροφοδοσίας, όσο μειώνεται το μέγεθος τόσο μειώνεται και ο ρυθμός παραγωγής των προϊόντων. Για το χαλαζία παρατηρείται ότι το μεγαλύτερο μέγεθος τροφοδοσίας που χρησιμοποιήθηκε (-3.35+2.36 mm) παρουσιάζει μικρότερο ρυθμό παραγωγής σε σχέση με το αμέσως μικρότερο (-1.7+1.18 mm). Όπως και στο μάρμαρο, σε μικρότερα μεγέθη τροφοδοσίας, όσο μειώνεται το μέγεθος τόσο μειώνεται και ο ρυθμός με τον οποίο παράγονται τα προϊόντα. Το τελευταίο δείχνει τη δυσκολία με την οποία λειοτριβούνται τα υλικά όσο το μέγεθός τους μειώνεται. Επειδή η τάση αυτή θα πρέπει να υπάρχει σε όλα τα μεγέθη που χρησιμοποιήθηκαν ως τροφοδοσίες του μύλου, συμπεραίνεται ότι η λειοτρίβηση των υλικών με μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm είναι μη ομαλή.



Σχήμα 6.15: Σχέση του παραχθέντος προϊόντος % του μαρμάρου με το χρόνο λειοτρίβησης, για διαφορετικά μεγέθη τροφοδοσίας.



Σχήμα 6.16: Σχέση του παραχθέντος προϊόντος % του χαλαζία με το χρόνο λειοτρίβησης, για διαφορετικά μεγέθη τροφοδοσίας.

6.3 Μοντέλο πρόβλεψης του παραχθέντος προϊόντος λειοτρίβησης

Το μοντέλο το οποίο προτείνεται για την πρόβλεψη του παραχθέντος προϊόντος λειοτρίβησης σε μύλο μπορεί να διαμορφωθεί με βάση τις ακόλουθες παραδοχές:

(i) Η ειδική ενέργεια ε (kWh/t) που καταναλώνεται κατά τη λειοτρίβηση των υλικών είναι ανάλογη του χρόνου λειοτρίβησης, σύμφωνα με τη Σχέση (3.8).

(ii) Η σχέση της ειδικής ενέργειας ε (kWh/t) με το μέγεθος του προϊόντος ακολουθεί εκθετικού τύπου συνάρτηση, σύμφωνα με τις Σχέσεις (5.1) και (5.2), για το μάρμαρο και το χαλαζία, αντίστοιχα. Σύμφωνα με αυτές τις σχέσεις, η ειδική ενέργεια είναι αντιστρόφως ανάλογη του μεγέθους του προϊόντος.

(iii) Επειδή ο ρυθμός θραύσης S_i αυξάνεται με τη μείωση του συντελεστή πλήρωσης κενών U, συμπεραίνεται ότι για την ίδια τιμή ειδικής ενέργειας ε το μέγεθος του προϊόντος θα είναι ανάλογο του U.

Οι προσεγγίσεις αυτές συνοψίζονται στην ακόλουθη Σχέση (6.4),

$$\varepsilon = A' \cdot T \cdot U^{-b'} \qquad \text{...(6.4)}$$

όπου ε η ειδική ενέργεια (kWh/t), T ο χρόνος λειοτρίβησης (h), A' και b' σταθερές.

Επειδή ο συντελεστής πλήρωσης κενών U είναι αδιάστατο μέγεθος, συμπεραίνεται ότι η σταθερά A' θα έχει μονάδες (kW/t) και εκφράζει την ειδική ισχύ του μύλου. Οι Herbst and Fuerstenau (1973; 1980) μετά από σειρές δοκιμών που έκαναν σε διάφορες συνθήκες λειτουργίας διαφορετικών διαμέτρων μύλων, κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι ο ρυθμός θραύσης S_i είναι ανάλογος της ειδικής ισχύος.

Για την πρόβλεψη των παραχθέντων προϊόντων λειοτρίβησης με βάση τη Σχέση (6.4) θα πρέπει γίνει μια τουλάχιστον σειρά πειραμάτων για ένα συγκεκριμένο U. Η επικύρωση του μοντέλου θα γίνει με σύγκριση των πειραματικών και υπολογιζόμενων τιμών για διαφορετικά U από το προηγούμενο. Η διαδικασία έχει ως εξής:
(i) Υπολογισμός των σταθερών A' και b'. Η σταθερά A' υπολογίζεται από την ειδική ισχύ του μύλου για συντελεστή πλήρωσης κενών U=100%. Η σταθερά b' υπολογίζεται από την ισχύ του μύλου και για $U \neq 100\%$. Η ισχύς του μύλου εξαρτάται από τη μάζα υλικού και σφαιρών, τη διάμετρο του μύλου και τη συχνότητα περιστροφής, σύμφωνα με τη Σχέση (3.6). Από τη Σχέση (6.4) προκύπτουν οι Σχέσεις (6.5) και (6.6), για το μάρμαρο και το χαλαζία, αντίστοιχα,

$$\varepsilon = 17.93 \cdot T \cdot U^{-0.93} \quad \text{για το μάρμαρο} \qquad \text{...(6.5)}$$

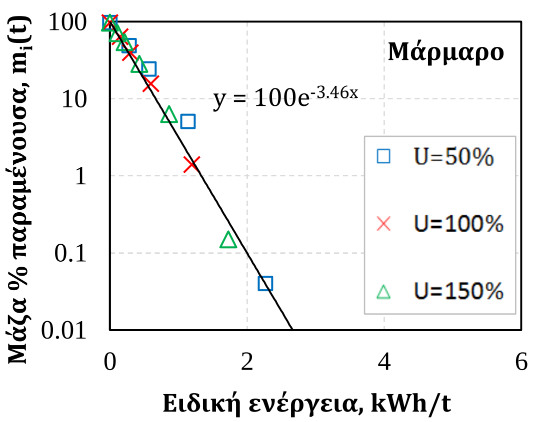
$$\varepsilon = 18.26 \cdot T \cdot U^{-0.93} \quad \text{για το χαλαζία} \qquad \text{...(6.6)}$$

(ii) Πραγματοποίηση μιας σειράς πειραμάτων, για U=100%. Η σειρά πειραμάτων περιλαμβάνει δοκιμές λειοτρίβησης σταθερών συνθηκών, για διάφορους χρόνους λειοτρίβησης και προσδιορισμό της κατανομής μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης.
(iii) Προσδιορισμός της μάζας % που παρέμεινε στην τάξη μεγέθους της τροφοδοσίας συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε (Σχήματα 6.17 και 6.18).

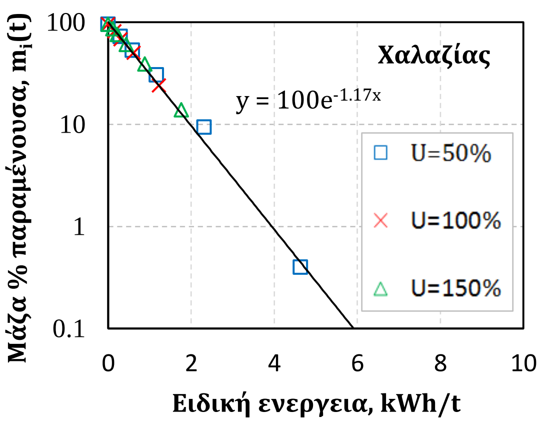
Παρατηρείται ότι η σχέση της παραμένουσας μάζας % με την ειδική ενέργεια ακολουθεί εκθετικού τύπου συνάρτηση και είναι ανεξάρτητη από το *U* που επιλέχθηκε στη λειοτρίβηση. Επομένως, η εκθετική συνάρτηση που προσδιορίζεται για *U*=100% μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για διαφορετικά *U*. Τα σχήματα αυτά αντιστοιχούν σε μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm, ενώ και στις υπόλοιπες τροφοδοσίες ακολουθείται η ίδια τάση.

(iv) Προσδιορισμός του παραχθέντος προϊόντος % από την παραμένουσα μάζα % και γραφική απεικόνιση της σχέσης του παραχθέντος προϊόντος με το χρόνο λειοτρίβησης (Σχήματα 6.19 και 6.20).

Τα Σχήματα 6.19 και 6.20 δείχνουν ότι υπάρχει σχεδόν πλήρης ταύτιση μεταξύ των πειραματικών και εκτιμώμενων τιμών με χρήση της Σχέσης (6.4). Μικρότερη ταύτιση παρατηρείται στην περίπτωση του μαρμάρου και για *U*=50%. Το τελευταίο μπορεί να εξηγηθεί από το Σχήμα (6.17) όπου βλέπουμε ότι τα σημεία της παραμένουσας μάζας % σε σχέση με την ειδική ενέργεια αποκλίνουν ελαφρώς από τη γραμμή τάσης που τα περιγράφει για *U*=50%. Πάντως σε κάθε περίπτωση, η λειοτρίβηση με μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm είναι μη ομαλή, οπότε δικαιολογείται μια τέτοια απόκλιση. Η ακρίβεια μεταξύ πειραματικών και υπολογιζόμενων τιμών που εκτιμήθηκε με χρήση του συντελεστή συσχέτισης R^2 έδειξε ότι, για το μάρμαρο R^2=0.981 και R^2=0.999 για *U*=50% και *U*=150%, αντίστοιχα. Για το χαλαζία οι συντελεστές συσχέτισης που υπολογίστηκαν είναι R^2=0.998 και R^2=0.999, για *U*=50% και *U*=150%, αντίστοιχα.

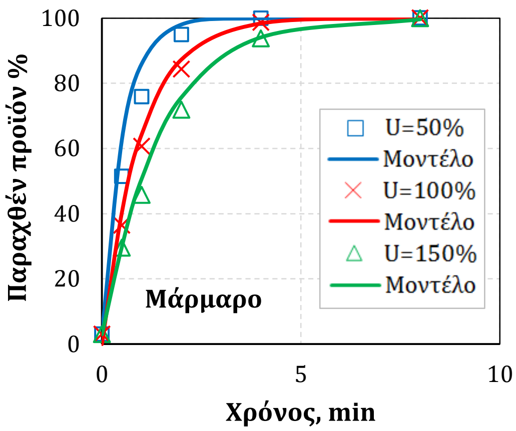


Σχήμα 6.17: Σχέση της μάζας % του μαρμάρου που παρέμεινε στην τάξη μεγέθους -3.35+2.36 mm με την ειδική ενέργεια, για διαφορετικά *U*.

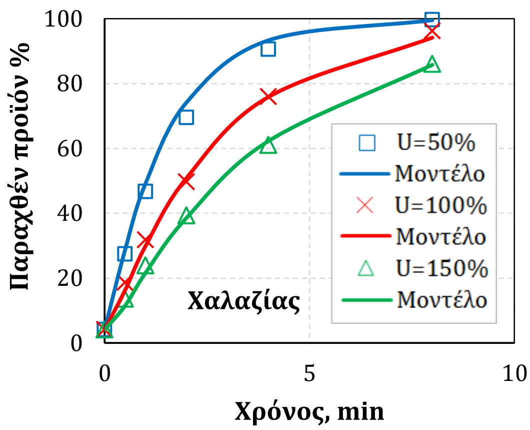


Σχήμα 6.18: Σχέση της μάζας % του χαλαζία που παρέμεινε στην τάξη μεγέθους -3.35+2.36 mm με την ειδική ενέργεια, για διαφορετικά *U*.

Η μέθοδος αυτή παρόλο που ενσωματώνει την πλήρωση του υλικού *U*, εντούτοις εξαρτάται από το μέγεθος της τροφοδοσίας και για το λόγο αυτό προκύπτει η ανάγκη δημιουργίας μαθηματικού μοντέλου που να είναι ανεξάρτητο τόσο του *U* όσο και της τροφοδοσίας των υλικών.



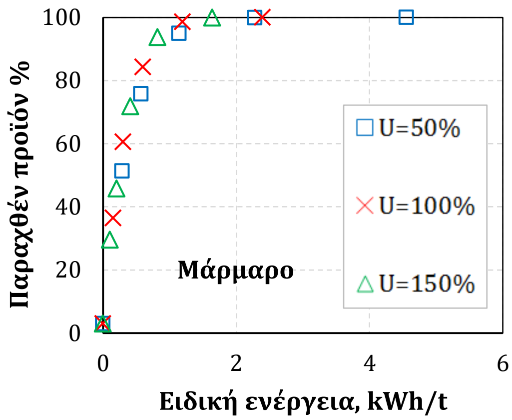
Σχήμα 6.19: Πειραματικές και εκτιμώμενες τιμές του παραχθέντος προϊόντος % του μαρμάρου σε συνάρτηση με το χρόνο λειοτρίβησης.



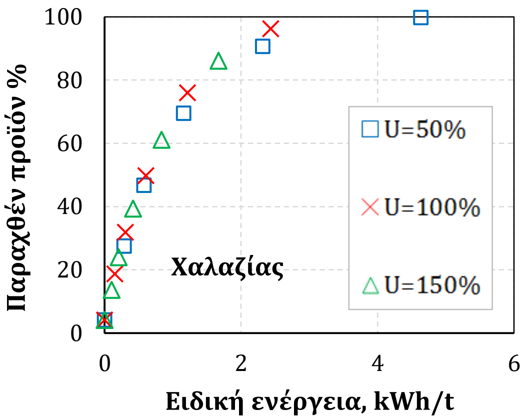
Σχήμα 6.20: Πειραματικές και εκτιμώμενες τιμές του παραχθέντος προϊόντος % του χαλαζία σε συνάρτηση με το χρόνο λειοτρίβησης.

6.4 Σχέση του παραχθέντος προϊόντος με την ειδική ενέργεια

Τα Σχήματα 6.21 και 6.22 δείχνουν τη σχέση του παραχθέντος προϊόντος % με την ειδική ενέργεια που καταναλώθηκε, για μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm. Όπως ήταν αναμενόμενο, όσο αυξάνεται η ειδική ενέργεια τόσο περισσότερο προϊόν παράγεται και αυτό συνεχίζεται έως ότου όλο το υλικό να περάσει από τη συγκεκριμένη τάξη μεγέθους, που αντιστοιχεί στο 100% του παραχθέντος προϊόντος. Επίσης, τα δεδομένα δείχνουν ότι η τάση αυτή είναι ανεξάρτητη του συντελεστή πλήρωσης κενών *U*. Τα παραπάνω καθορίζουν τη μαθηματική εξίσωση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή των δεδομένων των Σχημάτων 6.21 και 6.22. Αντίστοιχα αποτελέσματα λαμβάνονται και για τα υπόλοιπα μεγέθη τροφοδοσίας.



Σχήμα 6.21: Σχέση του παραχθέντος προϊόντος % του μαρμάρου με την ειδική ενέργεια, για διαφορετικά *U.*



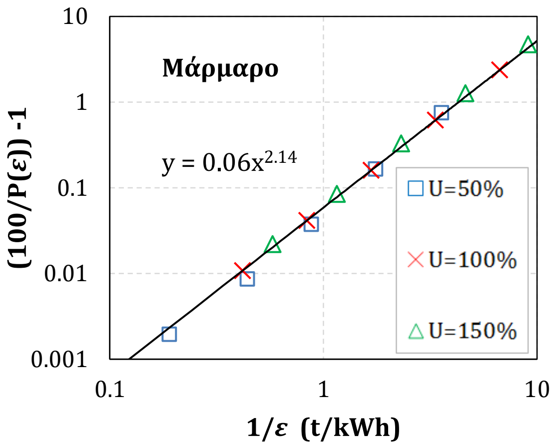
Σχήμα 6.22: Σχέση του παραχθέντος προϊόντος % του χαλαζία με την ειδική ενέργεια, για διαφορετικά *U.*

Η μαθηματική εξίσωση η οποία κρίθηκε ότι μπορεί να περιγράψει καλύτερα τα δεδομένα είναι η λογιστική κατανομή, όπου τη θέση του μεγέθους του τεμαχίου λαμβάνει η ειδική ενέργεια (Σχέση (6.7)),

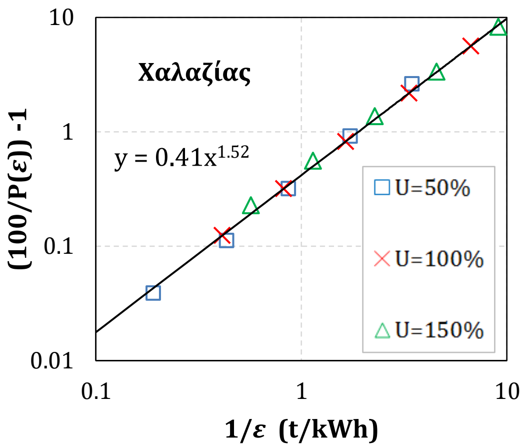
$$P(\varepsilon)\% = \frac{100}{1 + \left(\frac{\varepsilon_{50}}{\varepsilon}\right)^{\lambda}} \qquad ...(6.7)$$

όπου $P(\varepsilon)$ το παραχθέν % προϊόν που αντιστοιχεί σε ειδική ενέργεια ε, ε_{50} η ειδική ενέργεια που απαιτείται για παραγωγή του 50% του υλικού και λ ένας δείκτης που καθορίζει τη διακύμανση της κατανομής. Η γραφική παράσταση του $(100/P(\varepsilon))$-1 με το $1/\varepsilon$ σε λογαριθμική κλίμακα αποτελεί τη γραμμική μορφή της Σχέσης (6.7), με κλίση το λ, όπως φαίνεται στα Σχήματα 6.23 και 6.24, για μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm.

Για τον υπολογισμό των ε_{50} και λ εφαρμόστηκε μη γραμμική παλινδρόμηση. Μέσω του εργαλείου Solver του προγράμματος Excel πραγματοποιήθηκε επίλυση και προσδιορίστηκαν οι βέλτιστες τιμές των ε_{50} και λ που ελαχιστοποιούν το σφάλμα μεταξύ των πειραματικών και υπολογιζόμενων τιμών από τη Σχέση (6.7). Τα αποτελέσματα, για όλα τα μεγέθη τροφοδοσίας που εξετάστηκαν, δίνονται στον Πίνακα 6.4, για τα δύο υλικά που δοκιμάστηκαν.



Σχήμα 6.23: Η γραφική παράσταση του $(100/P(\varepsilon))$-1 με το $1/\varepsilon$, για το μάρμαρο.



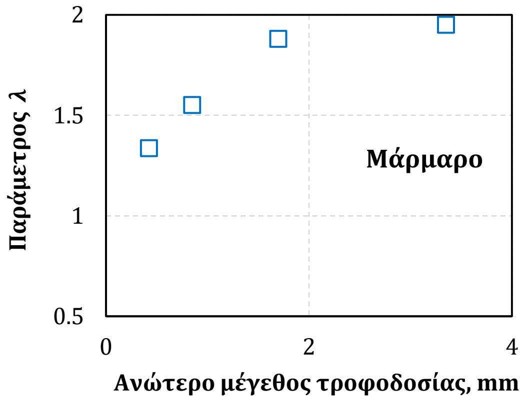
Σχήμα 6.24: Η γραφική παράσταση του $(100/P(\varepsilon))$-1 με το $1/\varepsilon$, για το χαλαζία.

Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι παράμετροι λ και ε_{50} (kWh/t) επηρεάζονται από το μέγεθος της τροφοδοσίας και τον τύπο του υλικού. Για το ίδιο μέγεθος τροφοδοσίας, οι τιμές του λ είναι μικρότερες στην περίπτωση του χαλαζία. Όσο μικρότερη είναι η τιμή του λ τόσο αντίστοιχα οι τιμές των Σχημάτων 6.21 και 6.22 απομακρύνονται από τον άξονα y, με αποτέλεσμα για την ίδια τιμή της ειδικής ενέργειας να παράγεται λιγότερο προϊόν. Επίσης, οι τιμές ε_{50} του χαλαζία είναι μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες του μαρμάρου, γεγονός που δείχνει ότι για την παραγωγή του 50% προϊόντος η ενέργεια η οποία απαιτείται είναι μεγαλύτερη, σε σύγκριση με το μάρμαρο. Αντίστοιχα συμπεράσματα μπορούν να εξαχθούν και από τις τιμές S_{50} (t/kWh) του Πίνακα 6.4, οι οποίες υπολογίστηκαν αντιστρέφοντας τις αντίστοιχες τιμές ε_{50}. Το S_{50} (t/kWh) ορίζεται ως ο ρυθμός θραύσης που έχει το υλικό τη στιγμή που παράγεται το 50% του προϊόντος και είναι μια άλλη έκφραση του ρυθμού θραύσης S_i (min^{-1}) που ορίστηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Προφανώς, το S_{50} λαμβάνει μικρότερες τιμές στην περίπτωση του χαλαζία σε σχέση με εκείνες του μαρμάρου και εξαρτάται από το μέγεθος της τροφοδοσίας των υλικών, όπως αναλυτικά περιγράφεται στη συνέχεια.

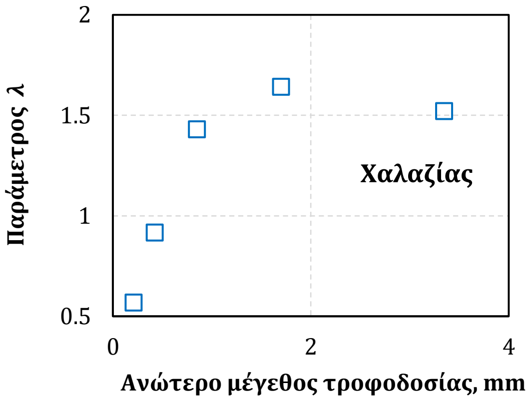
Πίνακας 6.4: Οι τιμές λ, ε_{50} (kWh/t) και S_{50}(t/kWh) του μαρμάρου και χαλαζία, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας που εξετάστηκε

Ανώτερο μέγεθος τροφοδοσίας (mm)	***λ***		*ε_{50} (kWh/t)*		*S_{50} (t/kWh)*	
	Μάρμαρο	*Χαλαζίας*	*Μάρμαρο*	*Χαλαζίας*	*Μάρμαρο*	*Χαλαζίας*
3.35	1.95	1.52	0.25	0.55	4.00	1.83
1.70	1.88	1.64	0.26	0.43	3.85	2.33
0.850	1.55	1.43	0.39	0.67	2.56	1.49
0.425	1.34	0.92	0.69	1.15	1.45	0.87
0.212	-	0.57	-	2.10	-	0.48

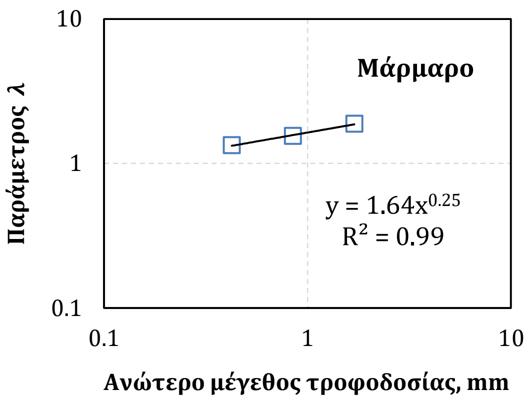
Η επίδραση του μεγέθους τροφοδοσίας στην παράμετρο λ, ανά υλικό, παρουσιάζεται στα Σχήματα 6.25 και 6.26. Παρατηρείται ότι το λ αυξάνεται με αύξηση του μεγέθους τροφοδοσίας μέχρι ένα συγκεκριμένο μέγεθος, πέρα από το οποίο μειώνεται απότομα. Το γεγονός αυτό είναι πιο έντονο στην περίπτωση του χαλαζία. Επομένως, οι τιμές του λ επηρεάζονται από το εάν η λειοτρίβηση γίνεται υπό ομαλές ή όχι συνθήκες. Στην περιοχή της ομαλής λειοτρίβησης βρέθηκε ότι η σχέση του λ με το ανώτερο μέγεθος της τροφοδοσίας ακολουθεί εκθετικού τύπου συνάρτηση και επομένως τα αντίστοιχα σημεία βρίσκονται σε ευθεία γραμμή, σε λογαριθμικό διάγραμμα (Σχήματα 6.27 και 6.28).



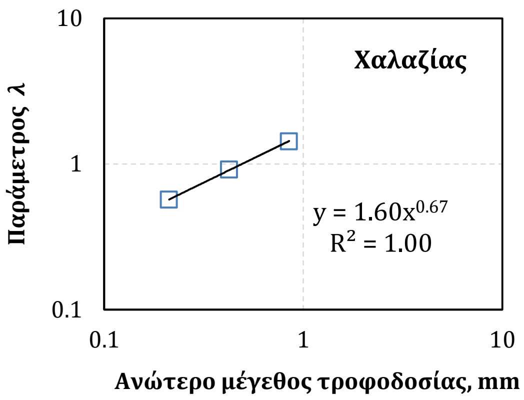
Σχήμα 6.25: Σχέση της παραμέτρου λ του μαρμάρου με το μέγεθος της τροφοδοσίας.



Σχήμα 6.26: Σχέση της παραμέτρου λ του χαλαζία με το μέγεθος της τροφοδοσίας.

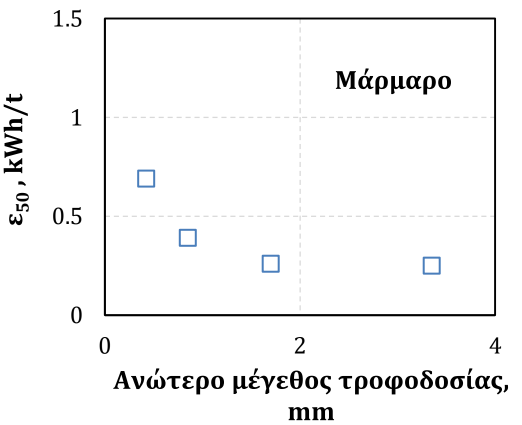


Σχήμα 6.27: Σχέση της παραμέτρου λ του μαρμάρου με το μέγεθος της τροφοδοσίας, στην ομαλή περιοχή λειοτρίβησης.

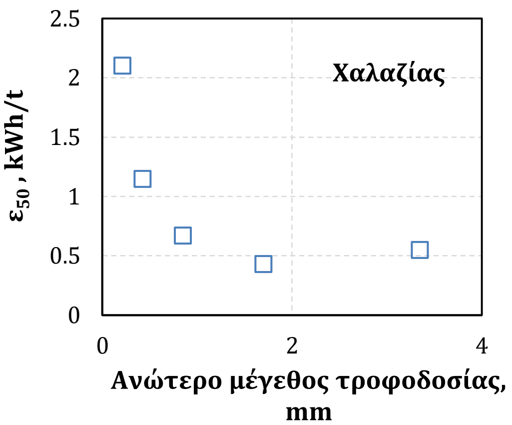


Σχήμα 6.28: Σχέση της παραμέτρου λ του χαλαζία με το μέγεθος της τροφοδοσίας, στην ομαλή περιοχή λειοτρίβησης.

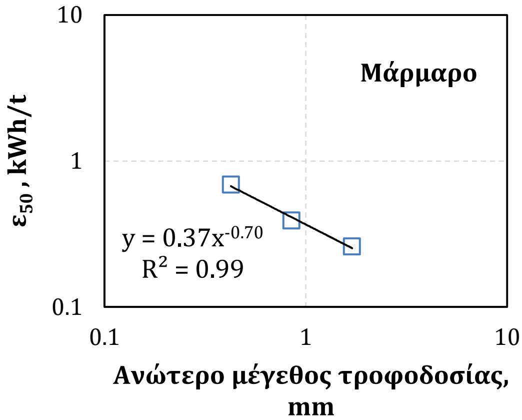
Αντίστοιχα συμπεράσματα προκύπτουν από την επίδραση του μεγέθους τροφοδοσίας στην παράμετρο ε_{50} (Σχήματα 6.29 έως 6.30). Με την αύξηση του μεγέθους τροφοδοσίας μειώνονται οι τιμές του ε_{50}, υποδηλώνοντας μεγαλύτερη παραγωγή προϊόντος. Από ένα μέγεθος και μετά, λόγω μη ομαλής λειοτρίβησης, η τάση αυτή αντιστρέφεται. Στην ομαλή περιοχή λειοτρίβησης, η σχέση του ε_{50} με το μέγεθος τροφοδοσίας ακολουθεί εκθετικού τύπου συνάρτηση, σύμφωνα με τα Σχήματα 6.31 και 6.32.



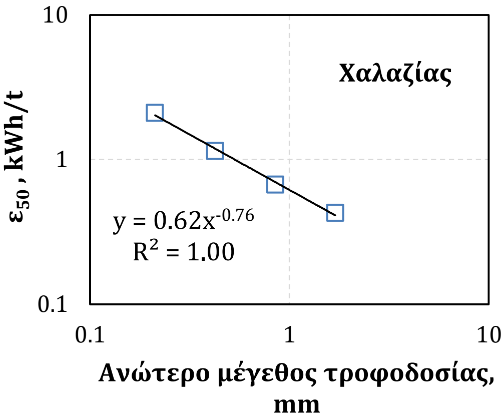
Σχήμα 6.29: Σχέση της παραμέτρου ε_{50} του μαρμάρου με το μέγεθος της τροφοδοσίας.



Σχήμα 6.30: Σχέση της παραμέτρου ε_{50} του χαλαζία με το μέγεθος της τροφοδοσίας.



Σχήμα 6.31: Σχέση της παραμέτρου $ε_{50}$ του μαρμάρου με το μέγεθος της τροφοδοσίας, στην ομαλή περιοχή λειοτρίβησης.



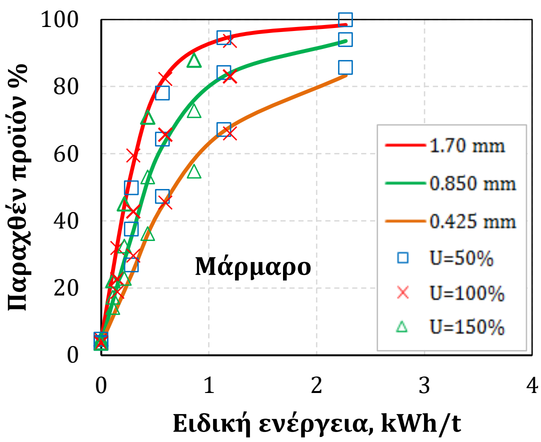
Σχήμα 6.32: Σχέση της παραμέτρου $ε_{50}$ του χαλαζία με το μέγεθος της τροφοδοσίας, στην ομαλή περιοχή λειοτρίβησης.

Με βάση τα προηγούμενα, το παραχθέν προϊόν μπορεί να περιγραφεί σε συνάρτηση με την απαιτούμενη ειδική ενέργεια από τις ακόλουθες Σχέσεις (6.8) και (6.9), στην ομαλή περιοχή λειοτρίβησης. Οι Σχέσεις αυτές ενσωματώνουν το μέγεθος της τροφοδοσίας του υλικού και είναι ανεξάρτητες του συντελεστή πλήρωσης των κενών U με υλικό.

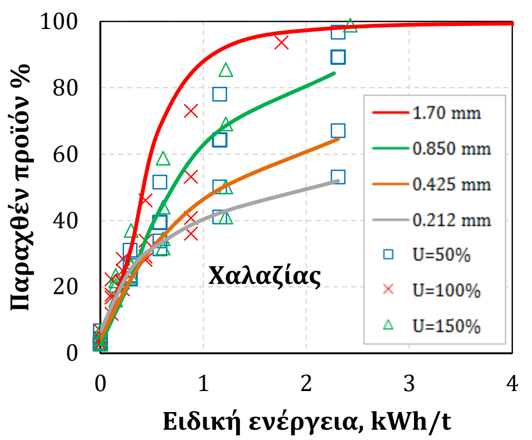
$$P(\varepsilon)\% = \frac{100}{1+\left(\frac{0.37\cdot x_i^{-0.70}}{\varepsilon}\right)^{1.64\cdot x_i^{0.25}}} \qquad \text{για το μάρμαρο} \qquad ...(6.8)$$

$$P(\varepsilon)\% = \frac{100}{1+\left(\frac{0.62\cdot x_i^{-0.76}}{\varepsilon}\right)^{1.60\cdot x_i^{0.67}}} \qquad \text{για το χαλαζία} \qquad ...(6.9)$$

Τα Σχήματα 6.33 και 6.34 δείχνουν το παραχθέν προϊόν σε συνάρτηση με την ειδική ενέργεια, όπου φαίνεται η συσχέτιση μεταξύ υπολογιζόμενων (συνεχείς καμπύλες) και πειραματικών τιμών (σημεία). Στα σχήματα αυτά το μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm έχει παραληφθεί και για τα δύο υλικά λόγω του ότι οι Σχέσεις (6.8) και (6.9) ισχύουν μόνο στην ομαλή περιοχή λειοτρίβησης. Παρατηρείται ότι στην περίπτωση του μαρμάρου υπάρχει σχεδόν πλήρης ταύτιση μεταξύ υπολογιζόμενων και πειραματικών τιμών των τριών μεγεθών τροφοδοσίας, για κάθε U που δοκιμάστηκε. Στην περίπτωση του χαλαζία ισχύει το ίδιο συμπέρασμα, με εξαίρεση το μέγεθος -1.7+1.18 mm. Αυτό ήταν αναμενόμενο μιας και το μέγεθος x_m στο οποίο παρουσιάζει ο χαλαζίας μέγιστο ρυθμό θραύσης είναι 1.7 mm και επομένως οριακά η συγκεκριμένη τροφοδοσία βρίσκεται στην ομαλή περιοχή λειοτρίβησης.

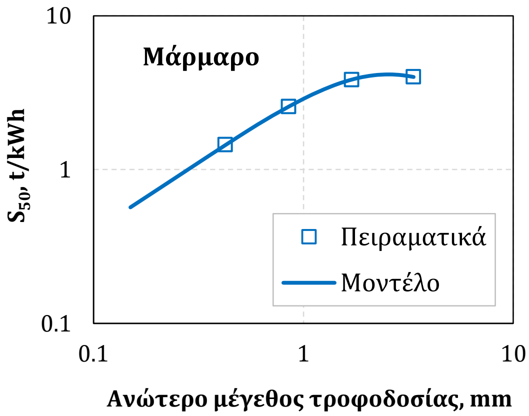


Σχήμα 6.33: Πειραματικές και εκτιμώμενες τιμές του παραχθέντος προϊόντος %, του μαρμάρου, σε κάθε μέγεθος τροφοδοσίας, σε συνάρτηση με την ειδική ενέργεια.

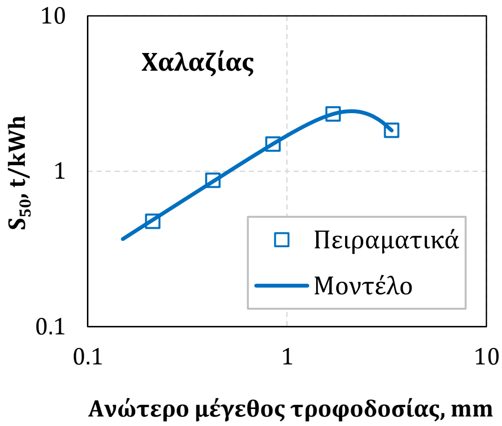


Σχήμα 6.34: Πειραματικές και εκτιμώμενες τιμές του παραχθέντος προϊόντος %, του χαλαζία, σε κάθε μέγεθος τροφοδοσίας, σε συνάρτηση με την ειδική ενέργεια.

Ο ρυθμός θραύσης S_{50} (t/kWh), ο οποίος αντιστοιχεί σε 50% παραχθέντος προϊόντος και είναι ανεξάρτητος του U, σχετίζεται με το μέγεθος της τροφοδοσίας σύμφωνα με τον Πίνακα 6.4, για το μάρμαρο και το χαλαζία. Θεωρώντας ότι το μοντέλο κατά Austin et al., 1984, (Σχέσεις (2.45) και (2.46)) μπορεί να περιγράψει τα πειραματικά δεδομένα, οι νέες παράμετροι α_T (t/kWh), α, μ και Λ υπολογίζονται, με εφαρμογή μη γραμμικής παλινδρόμησης, μέσω του εργαλείου Solver του προγράμματος Excel. Τα Σχήματα 6.35 και 6.36 παρουσιάζουν, εκτός από τα πειραματικά δεδομένα (σημεία), το μοντέλο που περιγράφει τα δεδομένα, μετά την επίλυση του εφαρμόστηκε και τον προσδιορισμό των βέλτιστων τιμών των παραμέτρων. Οι υπολογισθείσες τιμές των παραμέτρων, για τα δύο υλικά που δοκιμάστηκαν, δίνονται στον Πίνακα 6.5.



Σχήμα 6.35: Πειραματικές και εκτιμώμενες τιμές του ρυθμού θραύσης S_{50}, του μαρμάρου, σε συνάρτηση με το μέγεθος της τροφοδοσίας.



Σχήμα 6.36: Πειραματικές και εκτιμώμενες τιμές του ρυθμού θραύσης S_{50}, του χαλαζία, σε συνάρτηση με το μέγεθος της τροφοδοσίας.

Το α_T (t/kWh) είναι ο ρυθμός θραύσης για 50% παραχθέντος προϊόντος σε μέγεθος τροφοδοσίας 1 mm, ενώ τα α, μ και Λ έχουν οριστεί στο Κεφ. 2.8.1. Από τον Πίνακα 6.5 προκύπτει ότι το α_T του μαρμάρου (3.26 t/kWh) είναι κατά πολύ μεγαλύτερο από εκείνο του χαλαζία (1.73 t/kWh). Επίσης, το Λ του μαρμάρου (2.00) είναι αρκετά μικρότερο από εκείνο του χαλαζία (3.45), υποδηλώνοντας ότι πέρα από το μέγεθος που εμφανίζεται μέγιστος ρυθμός θραύσης, ο ρυθμός θραύσης του μαρμάρου μειώνεται λιγότερο απότομα, σε σχέση με του χαλαζία.

Πίνακας 6.5: Οι τιμές των παραμέτρων του ρυθμού θραύσης S_{50}, για το μάρμαρο και το χαλαζία

Υλικό	α_T	α	μ	Λ
	t/kWh		***mm***	
Μάρμαρο	3.26	0.92	2.77	2.00
Χαλαζίας	1.73	0.82	2.95	3.45

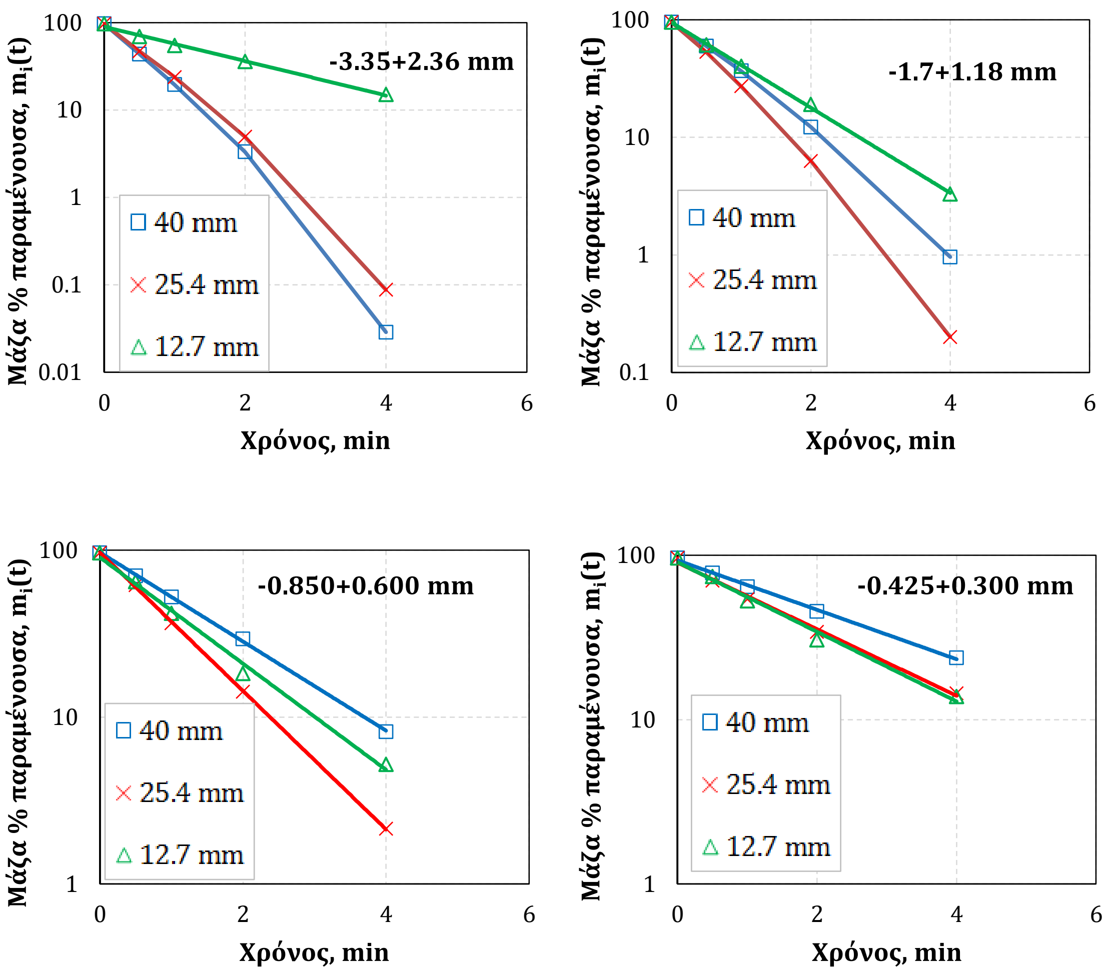
Η εισαγωγή του ρυθμού S_{50} (t/kWh) αποτελεί πλεονέκτημα στην περιγραφή της διαδικασίας της λειοτρίβησης από το μοντέλο ισοζυγίου πληθυσμού, έναντι του ρυθμού S_i (min^{-1}). Τα πλεονεκτήματα συνοψίζονται ως εξής: (i) Ο ρυθμός S_{50} συνδέεται άμεσα με το παραχθέν προϊόν, (ii) για τον υπολογισμό του δεν απαιτείται να ακολουθείται εξίσωση πρώτης τάξεως, δηλ. ο ρυθμός θραύσης να είναι ανεξάρτητος του χρόνου λειοτρίβησης και (iii) ο ρυθμός S_{50} είναι ανεξάρτητος του συντελεστή πλήρωσης των κενών των σφαιρών U με υλικό.

6.5 Επίδραση της διαμέτρου των σφαιρών

Στο παρόν κεφάλαιο μελετάται η επίδραση του μεγέθους των σφαιρών στα προϊόντα λειοτρίβησης, σύμφωνα με το μοντέλο ισοζυγίου πληθυσμού. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν στενά κοκκομετρικά κλάσματα μαρμάρου, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη, όπου εξετάστηκε η επίδραση τριών διαφορετικών μεγεθών σφαιρών (40 mm, 25.4 mm ή 12.7 mm). Ειδικότερα, για το χαλαζίτη και το μεταψαμμίτη, πραγματοποιήθηκαν επιπλέον δοκιμές με μέσα λειοτρίβησης που αποτελούταν από σφαίρες διαφορετικών διαμέτρων (mix). Σε όλες τις δοκιμές, ο συντελεστής πλήρωσης των κενών των σφαιρών με υλικό ήταν U=50%, ενώ λεπτομέρειες των συνθηκών που χρησιμοποιήθηκαν παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.32.

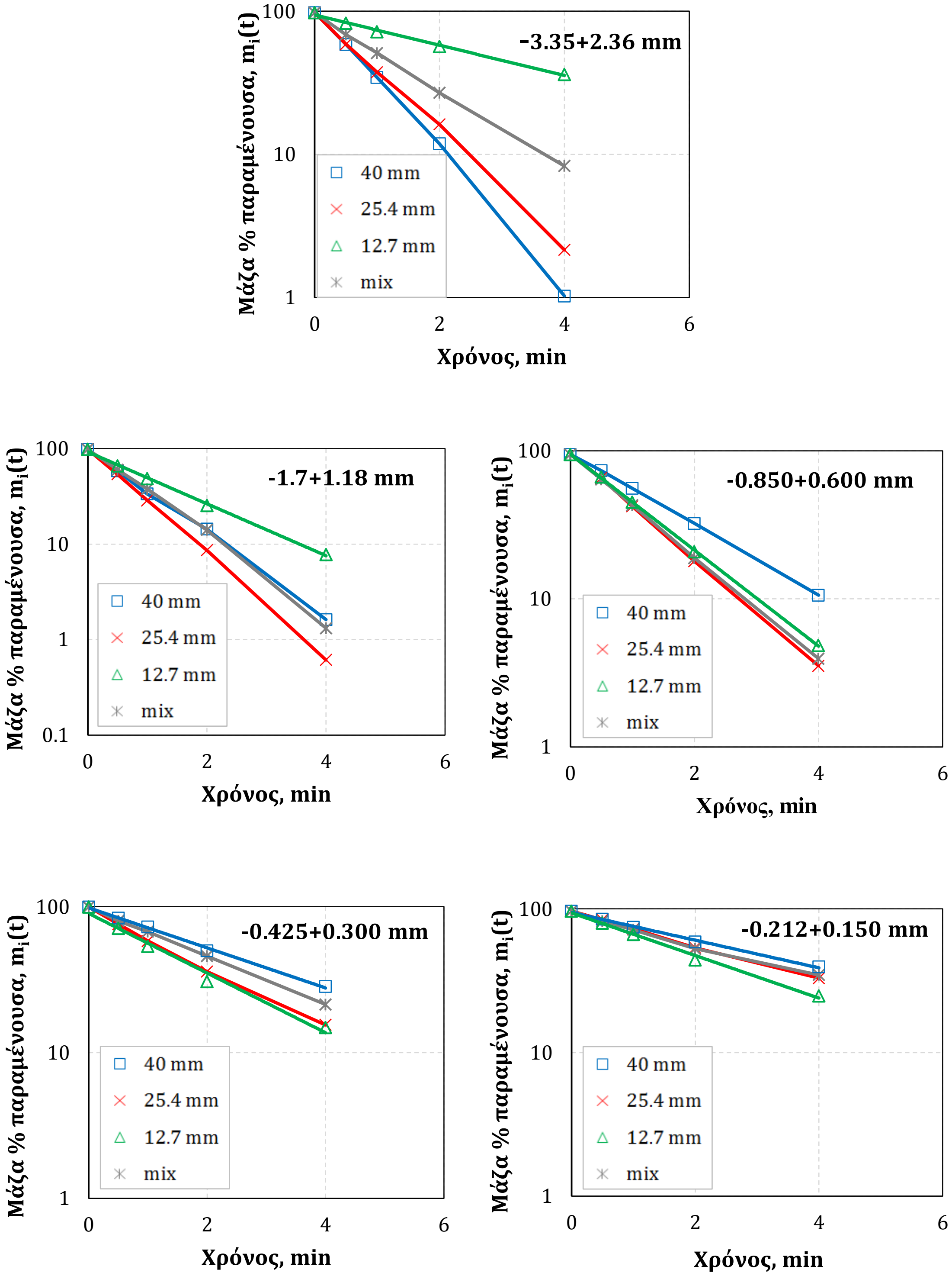
Τα Σχήματα 6.37 έως 6.39 παρουσιάζουν τη μάζα % που παραμένει στην τάξη μεγέθους της τροφοδοσίας με το χρόνο λειοτρίβησης, σε ημι-λογαριθμική κλίμακα. Εξετάστηκε η επίδραση του μεγέθους των σφαιρών, ανά τροφοδοσία των υλικών. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι στα μεγάλα μεγέθη τροφοδοσίας (-6.7+4.75 και -3.35+2.36 mm) μεγαλύτερος ρυθμός θραύσης (κλίση των ευθειών γραμμών) επιτυγχάνεται με τις σφαίρες μεγάλου μεγέθους (40 mm), ενώ όσο μικρότερη διάμετρος σφαιρών χρησιμοποιείται τόσο και μικρότερος είναι ο ρυθμός θραύσης. Στα ενδιάμεσα μεγέθη τροφοδοσίας (-1.7+1.18 mm και -0.850+0.600 mm) τα υλικά θραύονται με μεγαλύτερο ρυθμό με χρήση σφαιρών 25.4 mm, ενώ στα μικρότερα μεγέθη (-0.850+0.600 mm και -0.425+0.300 mm) η χρήση σφαιρών 12.7 mm προκαλεί μεγαλύτερο ρυθμό θραύσης. Το τελευταίο είναι πιο έντονο στην περίπτωση του χαλαζίτη και σε μέγεθος τροφοδοσίας -0.212+0.150 mm. Επομένως, συμπεραίνεται ότι όσο πιο μικρό είναι το μέγεθος τροφοδοσίας τόσο μικρότερου μεγέθους σφαίρες απαιτούνται για την αποδοτικότερη λειοτρίβησή τους.

Τα Σχήματα 6.37 έως 6.39 δείχνουν, επίσης, ότι σε ορισμένες περιπτώσεις οι τιμές αποκλίνουν από την ευθεία γραμμή, γεγονός που έχει ερμηνευθεί ως μη ομαλή λειοτρίβηση. Η απόκλιση αυτή, η οποία δείχνει ότι δεν ακολουθείται η εξίσωση πρώτης τάξεως, εμφανίζεται κυρίως στα μεγάλα μεγέθη τροφοδοσίας και έχει απασχολήσει αρκετούς ερευνητές ως προς τον σωστό προσδιορισμό του ρυθμού θραύσης. Οι Austin et al. (1984) συνιστούν η μέση τιμή του ρυθμού θραύσης να υπολογίζεται από το χρόνο εκείνο που απαιτείται για να θραυστεί το 95% του υλικού, το οποίο και ακολουθήθηκε στην επεξεργασία των αποτελεσμάτων.

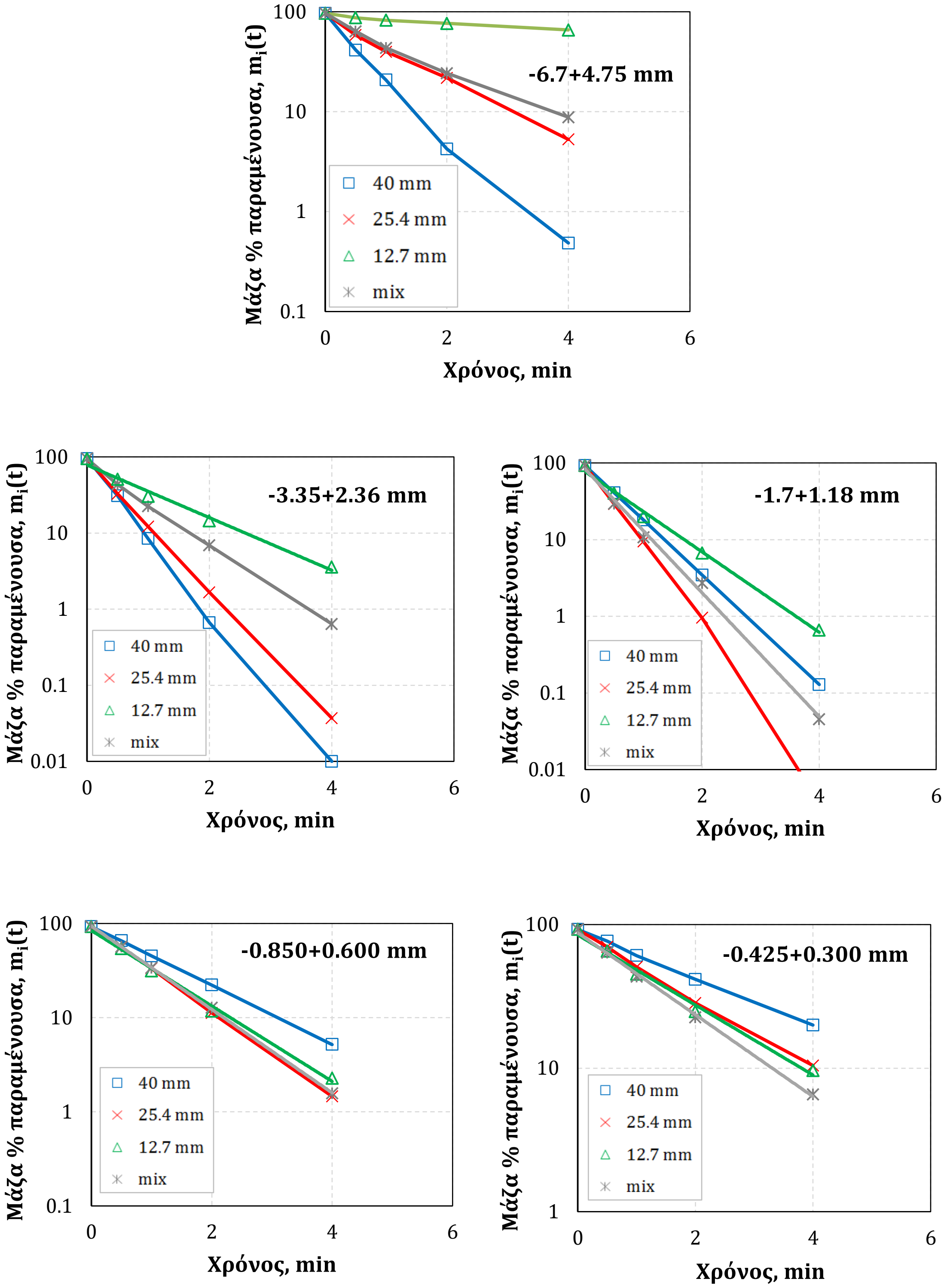


Σχήμα 6.37: Σχέση της μάζας %, του μαρμάρου, που παρέμεινε στην τάξη μεγέθους της τροφοδοσίας, με το χρόνο λειοτρίβησης, για διαφορετικά μεγέθη σφαιρών.

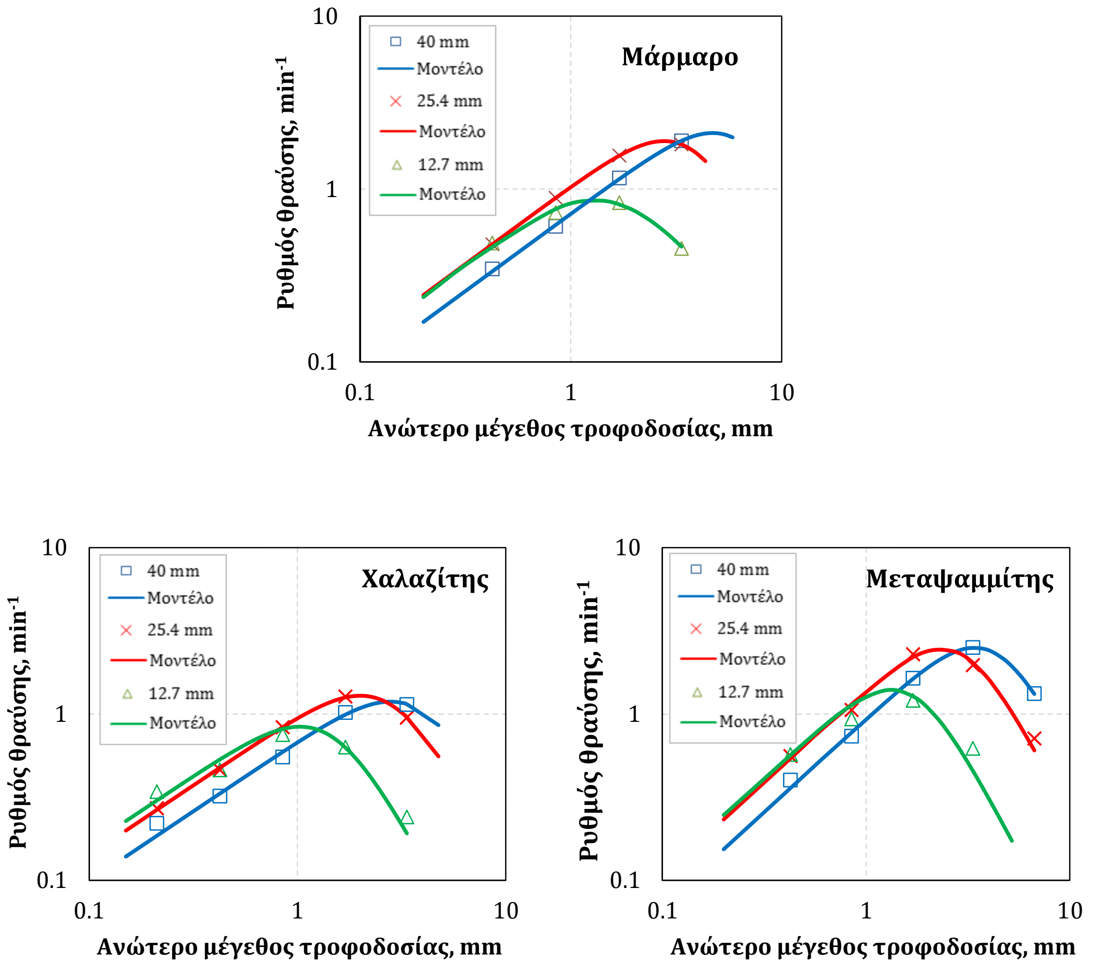
Η σχέση του ρυθμού θραύσης σε συνάρτηση με το μέγεθος τροφοδοσίας δίνεται στο Σχήμα 6.40, όπου μελετήθηκε η επίδραση του μεγέθους των σφαιρών, ξεχωριστά για κάθε υλικό που εξετάστηκε. Από το σχήμα αυτό προκύπτει ότι ο ρυθμός θραύσης αυξάνεται με αύξηση του μεγέθους τροφοδοσίας, μέχρι μια μέγιστη τιμή S_m η οποία αντιστοιχεί σε ένα μέγιστο μέγεθος x_m. Παρατηρείται ότι τα x_m και S_m δεν παραμένουν σταθερά με την αλλαγή του μεγέθους των σφαιρών, αλλά έχουν μία τάση να μειώνονται όσο μειώνεται το μέγεθός τους, κάτι το οποίο φαίνεται και ποσοτικά στον Πίνακα 6.6. Επίσης, οι παραμέτροι α_T, α, μ και Λ του μοντέλου Austin et al., 1984, υπολογίστηκαν με εφαρμογή μη γραμμικής παλινδρόμησης, μέσω του εργαλείου Solver του προγράμματος Excel, οι τιμές των οποίων παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.7. Για την εφαρμογή της μεθόδου οι παράμετροι α και Λ, οι οποίοι εξαρτώνται από το υλικό, κρατήθηκαν σταθερές, και προσδιορίστηκαν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων α_T, και μ που ελαχιστοποιούν το σφάλμα μεταξύ των πειραματικών μετρήσεων και του μοντέλου (Σχέσεις (2.45) και (2.46)).



Σχήμα 6.38: Σχέση της μάζας %, του χαλαζίτη, που παρέμεινε στην τάξη μεγέθους της τροφοδοσίας, με το χρόνο λειοτρίβησης, για διαφορετικά μεγέθη σφαιρών.



Σχήμα 6.39: Σχέση της μάζας %, του μεταψαμμίτη, που παρέμεινε στην τάξη μεγέθους της τροφοδοσίας, με το χρόνο λειτρίβησης, για διαφορετικά μεγέθη σφαιρών.



Σχήμα 6.40: Πειραματικές και εκτιμώμενες τιμές του ρυθμού θραύσης S_i σε συνάρτηση με το μέγεθος της τροφοδοσίας, για διαφορετικά μεγέθη σφαιρών.

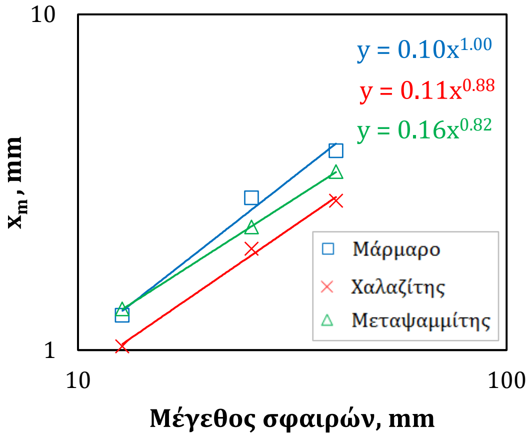
Πίνακας 6.6: Οι τιμές των παραμέτρων x_m και S_m, του μαρμάρου, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη, για διαφορετικά μεγέθη σφαιρών

Διάμετρος σφαιρών (mm)	Μάρμαρο		Χαλαζίτης		Μεταψαμμίτης	
	x_m	S_m	x_m	S_m	x_m	S_m
	mm	*min^{-1}*	*mm*	*min^{-1}*	*mm*	*min^{-1}*
40	5.98	2.31	2.79	1.19	3.40	2.50
25.4	2.98	1.83	2.00	1.29	2.32	2.45
12.7	1.20	0.89	1.69	0.88	1.33	1.39

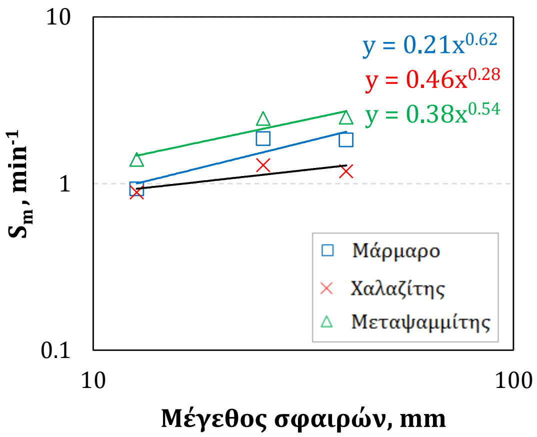
Πίνακας 6.7: Οι παράμετροι του ρυθμού θραύσης S_i, του μαρμάρου, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη, για διαφορετικά μεγέθη σφαιρών

Διάμετρος σφαιρών (mm)	Μάρμαρο				Χαλαζίτης				Μεταψαμμίτης			
	α_T	α	μ	Λ	α_T	α	μ	Λ	α_T	α	μ	Λ
	min^{-1}		mm		min^{-1}		mm		min^{-1}		mm	
40	0.73	0.90	7.43	2.43	0.68	0.84	3.84	3.15	0.94	1.12	4.21	3.46
25.4	1.09	0.90	3.71	2.43	0.98	0.84	2.76	3.15	1.41	1.12	2.88	3.46
12.7	1.20	0.90	1.49	2.43	1.12	0.84	1.41	3.15	1.50	1.12	1.64	3.46

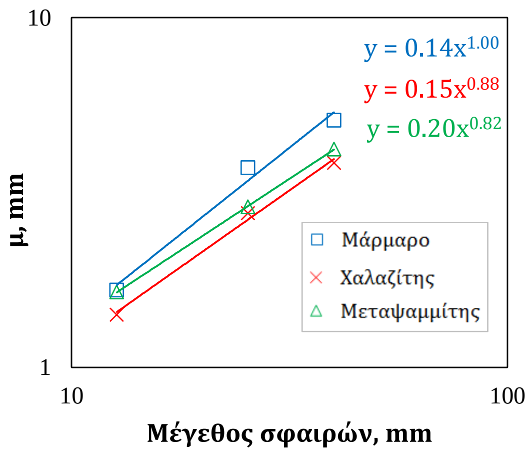
Στα Σχήματα 6.41 έως 6.44 παρουσιάζονται οι συσχετίσεις των παραμέτρων x_m, S_m, μ και α_T με το μέγεθος των σφαιρών, των υλικών. Παρατηρείται ότι για το εύρος του μεγέθους σφαιρών που εξετάστηκε, η σχέση των παραμέτρων με το μέγεθος των σφαιρών περιγράφεται με εκθετικού τύπου συνάρτηση. Η συσχέτιση των x_m, S_m, και μ με το μέγεθος των σφαιρών είναι τέλεια έως ισχυρά θετική, υποδηλώνοντας ότι η επίδραση του μεγέθους των σφαιρών στις παραμέτρους είναι ίδια και για τα τρία υλικά. Όσο αυξάνεται το μέγεθος των σφαιρών τόσο αυξάνεται και η ενέργεια κρούσης που χρησιμοποιείται για τη θραύση των τεμαχίων και επομένως τόσο ο μέγιστος ρυθμός θραύσης S_m όσο και το αντίστοιχο μέγεθος x_m καθορίζονται από αυτόν το μηχανισμό. Το μ είναι ανάλογο του x_m (Σχέση (2.49)) και επομένως παρουσιάζει ανάλογη συσχέτιση με το μέγεθος των σφαιρών. Στην περίπτωση του α_T, υπάρχει ισχυρή αρνητική συσχέτιση μεταξύ της παραμέτρου και του μεγέθους των σφαιρών. Για την ίδια μάζα σφαιρών, όσο μειώνεται το μέγεθός τους τόσο αυξάνεται ο αριθμός των σφαιρών και επομένως και ο αριθμός των επαφών μεταξύ τους, υποδηλώνοντας ότι η παράμετρος α_T αυξάνεται όσο αυξάνεται και ο αριθμός των επαφών μεταξύ των σφαιρών. Επίσης, από τα Σχήματα 6.41 και 6.44 προκύπτει ότι ο ρυθμός μεταβολής (κλίση των ευθειών γραμμών) των τιμών των παραμέτρων με τη μεταβολή του μεγέθους των σφαιρών διαφέρει ανάλογα με το υλικό. Το τελευταίο δείχνει ότι η επίδραση του μεγέθους των σφαιρών στις παραμέτρους δεν είναι ίδια για υλικά τα οποία έχουν διαφορετικά φυσικο-μηχανικά χαρακτηριστικά.



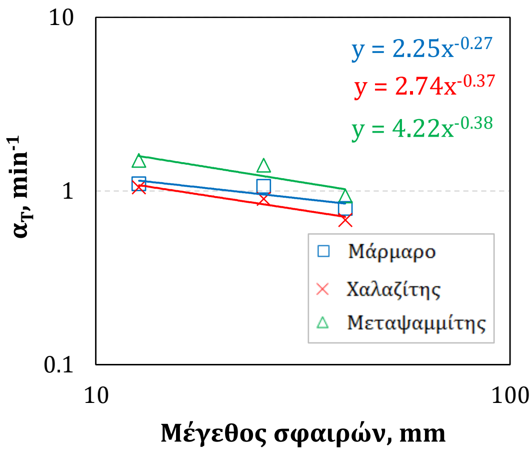
Σχήμα 6.41: Σχέση της παραμέτρου x_m με το μέγεθος των σφαιρών, των υλικών μάρμαρο, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη.



Σχήμα 6.42: Σχέση της παραμέτρου S_m με το μέγεθος των σφαιρών, των υλικών μάρμαρο, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη.



Σχήμα 6.43: Σχέση της παραμέτρου μ με το μέγεθος των σφαιρών, των υλικών μάρμαρο, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη.



Σχήμα 6.44: Σχέση της παραμέτρου α_T με το μέγεθος των σφαιρών, των υλικών μάρμαρο, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη.

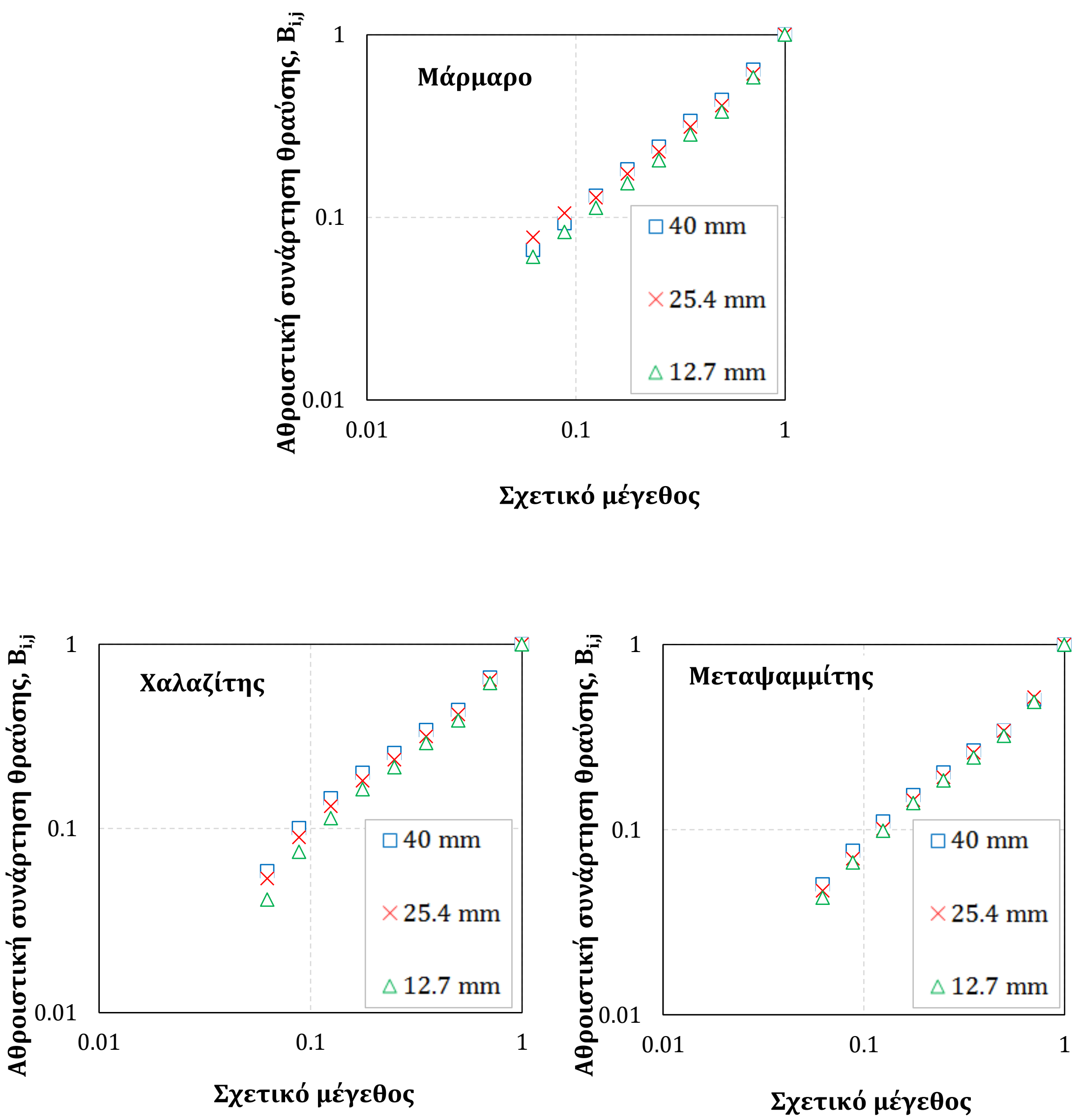
Το μέγιστο μεγέθος x_m καθώς και η παράμετρος μ σε συνάρτηση με το μέγεθος των σφαιρών περιγράφονται από τις γενικές Σχέσεις (2.50^{α}) και (2.48), αντίστοιχα, όπου ο εκθέτης A βρέθηκε να παίρνει τιμές από 0.82 έως 1.00, ανάλογα με το υλικό που χρησιμοποιήθηκε. Στη βιβλιογραφία, οι Kelsall et al. (1967) πρότειναν τιμή A=2 σε πειράματα που έκαναν σε χαλαζία. Οι ίδιοι ερευνητές αναφέρουν ότι η τιμή αυτή του εκθέτη χρησιμοποιήθηκε εμπειρικά για πολλές δεκαετίες προκειμένου να επιλεγεί το κατάλληλο μέγεθος σφαιρών. Σε ανάλογα συμπεράσματα κατέληξαν και οι Austin et al.

(1984) σε πειράματα που έκαναν σε γαιάνθρακα. Από την άλλη, οι Yildirim et al. (1999) πρότειναν A=1 μετά από δοκιμές ξηρής λειοτρίβησης σε χαλαζία, ενώ πιο πρόσφατα οι Austin et al. (2007) υπολόγισαν ότι η τιμή του εκθέτη A λαμβάνει την τιμή 1.2 σε σιδηρομετάλλευμα. Επίσης, οι Kotake et al. (2004) οι οποίοι έκαναν δοκιμές λειοτρίβησης σε διάφορα υλικά υποστήριξαν ότι οι διαφορετικές τιμές του εκθέτη A μπορεί να οφείλονται στις διαφορετικές ιδιότητες των υλικών όπως, η πυκνότητα, η σκληρότητα Mohs, το μέτρο ελαστικότητας και ο λόγος Poisson.

Επίσης, ο εκθέτης A' του μέγιστου ρυθμού θραύσης S_m (Σχέση (2.50^{β})) και ο εκθέτης ξ του ρυθμού θραύσης α_T (Σχέση (2.47)) έχουν μελετηθεί στην επιστημονική βιβλιογραφία, με ένα ευρύ φάσμα προτεινόμενων τιμών και χωρίς ακόμα να έχει γίνει σαφής ο λόγος των αποκλίσεων μεταξύ τους (Austin et al., 1984; Yildirim et al., 1999; Kotake et al., 2004; Austin et al., 2006).

Οι πειραματικές τιμές της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης $B_{i,j}$ των τριών υλικών σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος (λόγος μεγεθών κοκκομετρικών κλασμάτων) παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.45. Το σχήμα αυτό αντιστοιχεί σε μέγεθος τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm, όπου εξετάστηκε η επίδραση του μεγέθους των σφαιρών.

Οι τιμές των $B_{i,j}$ υπολογίστηκαν από τις κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης με εφαρμογή της μεθόδου BII (Σχέση (2.40)), για μικρούς χρόνους λειοτρίβησης. Από τις τιμές $B_{i,j}$ και με χρήση της Σχέσης (2.41) υπολογίστηκαν οι παράμετροι Φ_j, γ και β οι οποίες παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.8. Γενικά, παρατηρήθηκε ότι οι παράμετροι δε διαφέρουν σημαντικά με αλλαγή του μεγέθους των σφαιρών, κάτι το οποίο προβλέπεται από τη θεωρία. Προκειμένου να μειωθεί ο αριθμός των παραμέτρων που εξετάζονται, αποφασίστηκε οι σταθερές Φ_j και β να κρατηθούν σταθερές και επομένως διερευνήθηκε μόνο η ευαισθησία της παραμέτρου γ. Οι τιμές των Φ_j και β, για κάθε υλικό, προσδιορίστηκαν μέσω μη γραμμικής παλινδρόμησης.



Σχήμα 6.45: Η αθροιστική συνάρτηση θραύσης $B_{i,j}$ των τριών υλικών σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος, για διαφορετικά μεγέθη σφαιρών.

Πίνακας 6.8: Οι παράμετροι της συνάρτησης θραύσης $B_{i,j}$, του μαρμάρου, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη, για διαφορετικά μεγέθη σφαιρών

Διάμετρος σφαιρών (mm)	*Μάρμαρο*			*Χαλαζίτης*			*Μεταψαμμίτης*		
	Φ_j	γ	β	Φ_j	γ	β	Φ_j	γ	β
40	0.65	0.72	3.30	0.73	0.82	3.30	0.62	0.83	5.62
25.4	0.65	0.76	3.30	0.73	0.85	3.30	0.62	0.85	5.62
12.7	0.65	0.85	3.30	0.73	0.89	3.30	0.62	0.80	5.62

Η παράμετρος γ αυξάνεται με τη μείωση του μεγέθους των σφαιρών, για το μάρμαρο και το χαλαζίτη, όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα 6.8. Επίσης, στην περίπτωση του μεταψαμμίτη το γ παρουσιάζει μέγιστη τιμή για διάμετρο σφαιρών 25.4 mm και ελάχιστη για σφαίρες 12.7 mm. Επειδή, όσο μειώνεται η τιμή του γ τόσο περισσσότερο λεπτομερές υλικό παράγεται, συμπεραίνεται ότι για το μάρμαρο και το χαλαζίτη, η μεγαλύτερη ενέργεια κρούσης που δέχονται τα τεμάχια λόγω του μεγαλύτερου μεγέθους των σφαιρών έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία περισσότερων λεπτομερών. Αντίθετα, η μείωση του μεγέθους των σφαιρών που έχει ως συνέπεια την αύξηση του αριθμού των επαφών μεταξύ των σφαιρών ευνοεί στην περίπτωση του μεταψαμμίτη τη δημιουργία περισσότερου λεπτομερούς υλικού.

6.6 Αναδρομικός υπολογισμός των κινητικών παραμέτρων

Για την ασφαλέστερη εκτίμηση των κινητικών παραμέτρων (α_T, α, μ, Λ, Φ_j, γ and β) χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος του αναδρομικού υπολογισμού (back-calculation method) η οποία υπολογίζει τις παραμέτρους ελαχιστοποιώντας το σφάλμα μεταξύ των πειραματικών και αναπαραγόμενων κατανομών μεγέθους. Για την εφαρμογή της μεθόδου χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Moly-Cop Tools™, το οποίο χρησιμοποιεί όλα τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα και με αυτό τον τρόπο ελαχιστοποιείται το σφάλμα υπολογισμού των παραμέτρων. Ο αναδρομικός υπολογισμός εφαρμόστηκε στα υλικά μάρμαρο, χαλαζία, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη, όπου μελετήθηκε κατά περίπτωση, η επίδραση στις κινητικές παραμέτρους του συντελεστή πλήρωσης των κενών U με υλικό και του μεγέθους των σφαιρών.

Οι πειραματικές τιμές των παραμέτρων α_T, α, μ, Λ, Φ_j, γ and β χρησιμοποιήθηκαν ως αρχικές τιμές (τιμές εισόδου) στο λογισμικό Moly-Cop Tools™, οπότε προέκυψε το Σχήμα 6.46 που δείχνει τις αναπαραγόμενες κατανομές μεγέθους των υλικών σε σύγκριση με εκείνες των πειραματικών. Το σχήμα αυτό αντιστοιχεί σε μέγεθος τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm, με χρήση μεγέθους σφαιρών 25.4 mm και μετά από χρόνο λειοτρίβησης 0.5 min. Παρατηρείται ότι οι αναπαραγόμενες κατανομές μεγέθους είναι μετατοπισμένες προς τα χονδρομερή κλάσματα σε σχέση με τις αντίστοιχες των πειραματικών, οπότε τίθεται θέμα βελτιστοποίησης των πειραματικών τιμών των παραμέτρων.

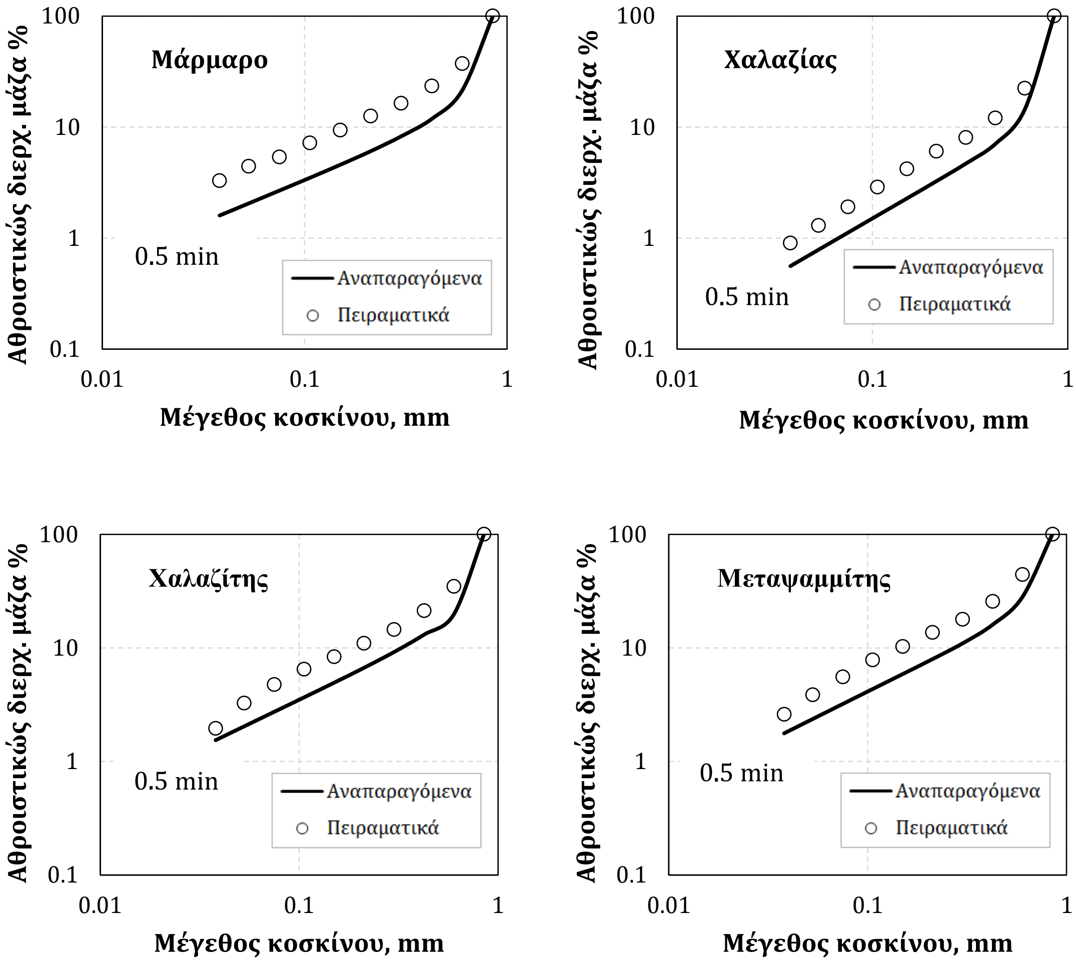
Σύμφωνα με το γενικό κανόνα της μεθόδου αναδρομικού υπολογισμού, οι παράμετροι οι οποίες εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά του υλικού θα πρέπει να διατηρούνται σταθερές, ενώ εκείνες που συνδέονται με τις συνθήκες λειοτρίβησης θα πρέπει να μεταβάλλονται. Για το λόγο αυτό, αρχικά υπολογίζεται η βέλτιστη τιμή του α_T, διατηρώντας τις υπόλοιπες σταθερές, για να δώσει το μικρότερο σφάλμα (καλύτερη προσαρμογή) μεταξύ των κατανομών. Μετά από αυτό, η προσαρμογή βελτιώνεται ρυθμίζοντας τις παραμέτρους μ, Λ, Φ_j, και γ, ενώ εκείνες που εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά του υλικού, δηλ. α και β, διατηρούνται σταθερές.

Τα πειραματικά αποτελέσματα έδειξαν ότι οι παράμετροι μ, Λ και Φ_j δε μεταβάλλονται σημαντικά για διαφορετικές συνθήκες λειοτρίβησης, και για το λόγο αυτό αποφασίστηκε οι παράμετροι αυτές να διατηρηθούν σταθερές κατά την εφαρμογή της μεθόδου αναδρομικού υπολογισμού, με το λογισμικό Moly-Cop Tools™. Αντίθετα, εκτός από την παράμετρο α_T, εξετάστηκε η μεταβλητότητα της γ ως προς το συντελεστή πλήρωσης κενών U και την αλλαγή του μεγέθους των σφαιρών.

Τα αποτελέσματα της μεθόδου έδειξαν ότι, διατηρώντας σταθερές τις πειραματικές τιμές των παραμέτρων α, μ, Λ, Φ_j και β, ο κατάλληλος συνδυασμός των α_T και γ μπορεί να οδηγήσει σε μια πολύ καλή προσαρμογή μεταξύ των πειραματικών και των αντίστοιχων αναπαραγόμενων κατανομών (Σχήμα 6.47). Μόνο στην περίπτωση του χαλαζία, υπήρξε πρόβλημα ως προς την καλή προσαρμογή των κατανομών, το οποίο αποδόθηκε στην τιμή της παραμέτρου α. Οι πειραματικές τιμές της α που κυμαινόταν από 1.13 έως 1.17 (Πίνακας 6.2), ανάλογα με την τιμή U, ήταν πολύ διαφορετικές από την τιμή εκείνη που προτείνεται στη βιβλιογραφία (α=0.80), για το χαλαζία (Austin et al., 1984). Η χρησιμοποίηση της προτεινόμενης τιμής α=0.80 οδηγεί σε πολύ καλή προσαρμογή των κατανομών, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.47. Η ακρίβεια της προσαρμογής, με βάση το συντελεστή συσχέτισης R^2, έδειξε ότι σε όλες τις περιπτώσεις κυμαίνεται μεταξύ 0.997 και 1.00, ενώ οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων α_T και γ παρουσιάζονται στους Πίνακες 6.9 και 6.10, για διαφορετικές διαμέτρους σφαιρών και συντελεστές πλήρωσης κενών U, αντίστοιχα.

Πίνακας 6.9: Οι τιμές των παραμέτρων α_T και γ, του μαρμάρου, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη, μετά την εφαρμογή της μεθόδου αναδρομικού υπολογισμού, για διαφορετικές διαμέτρους σφαιρών

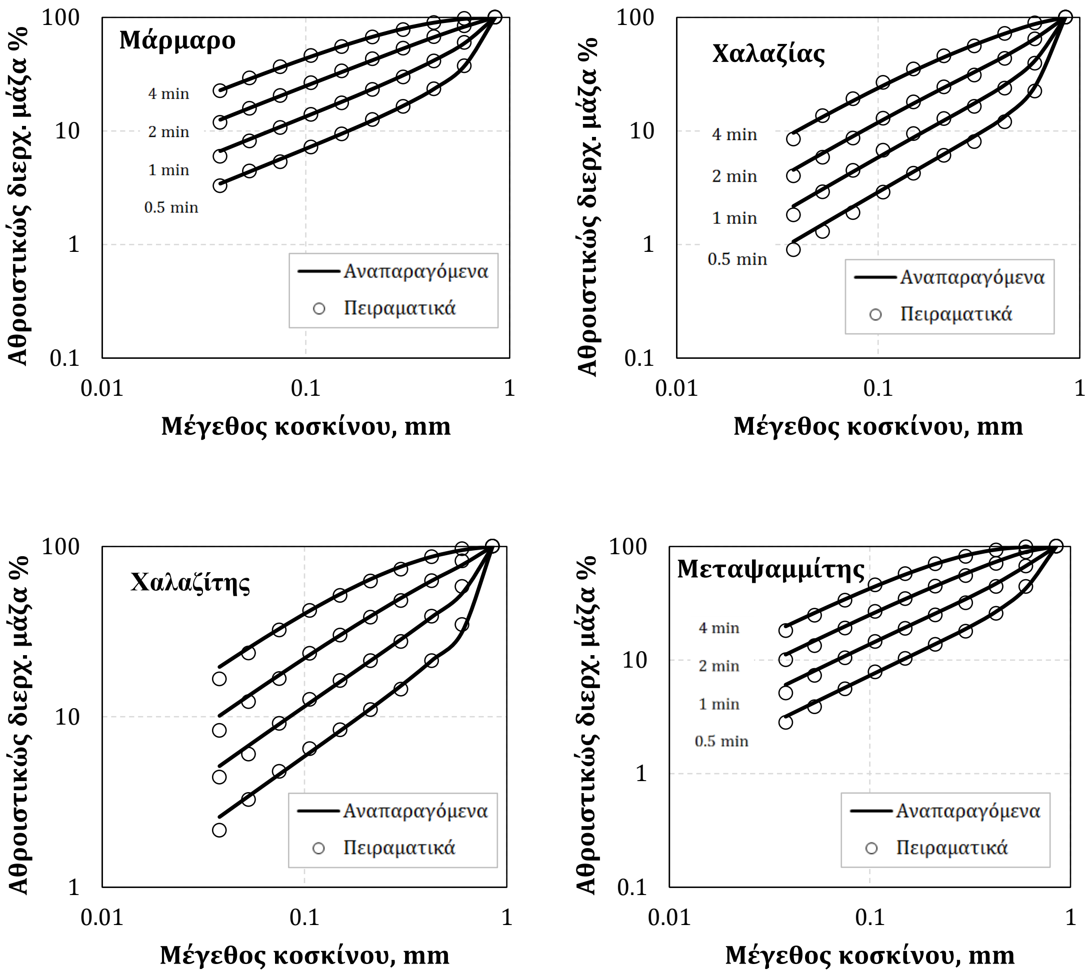
Διάμετρος σφαιρών (mm)	***Μάρμαρο***		***Χαλαζίτης***		***Μεταψαμμίτης***	
	α_T (min^{-1})	***γ***	***α_T (min^{-1})***	***γ***	***α_T (min^{-1})***	***γ***
40	0.76	0.73	0.70	0.80	1.06	0.77
25.4	1.08	0.75	1.01	0.81	1.57	0.82
12.7	1.17	0.83	1.02	0.85	1.71	0.80



Σχήμα 6.46: Πειραματικές και αναπαραγόμενες κατανομές μεγέθους των υλικών, μάρμαρο, χαλαζίας, χαλαζίτης και μεταψαμμίτης, με χρήση των πειραματικών τιμών των κινητικών παραμέτρων στο λογισμικό Moly-Cop Tools™.

Πίνακας 6.10: Οι τιμές των παραμέτρων α_T και γ, του μαρμάρου και χαλαζία, μετά την εφαρμογή της μεθόδου αναδρομικού υπολογισμού, για διαφορετικά U

	Μάρμαρο		*Χαλαζίας*	
U (%)	*α_T (min^{-1})*	*γ*	*α_T (min^{-1})*	*γ*
50	1.09	0.73	0.68	1.05
100	0.66	0.73	0.39	0.98
150	0.49	0.76	0.25	1.05

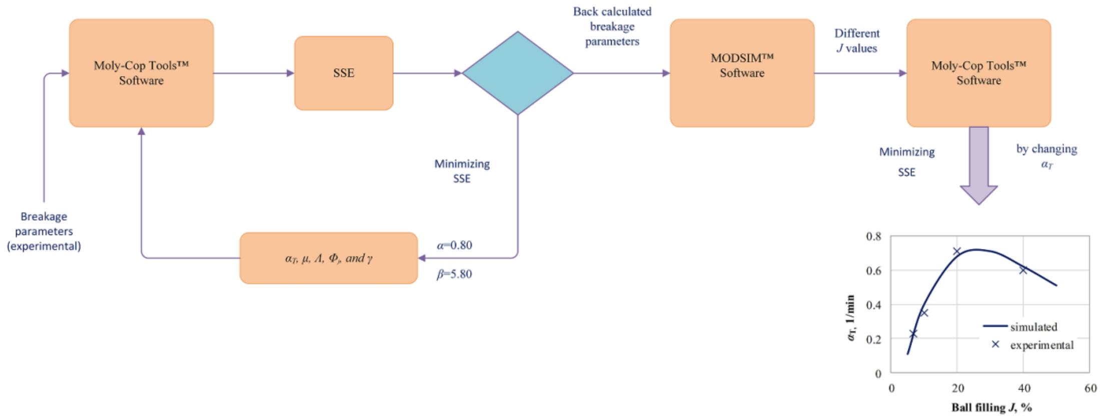


Σχήμα 6.47: Πειραματικές και αναπαραγόμενες κατανομές μεγέθους των υλικών, μάρμαρο, χαλαζίας, χαλαζίτης και μεταψαμμίτης, μετά την εφαρμογή της μεθόδου του αναδρομικού υπολογισμού, για διαφορετικούς χρόνους λειοτρίβησης.

6.7 Προσδιορισμός των βέλτιστων παραμέτρων λειτουργίας του μύλου

Στο παρόν σημείο έγινε προσπάθεια προσομοίωσης της διαδικασίας λειοτρίβησης χαλαζία με σκοπό τον προσδιορισμό των βέλτιστων παραμέτρων λειτουργίας του μύλου. Χρησιμοποιώντας το μοντέλο ισοζυγίου πληθυσμού (Population balance model) υπολογίστηκαν οι παράμετροι του ρυθμού θραύσης και της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης, από τις δοκιμές λειοτρίβησης στενών κοκκομετρικών κλασμάτων, για μικρούς χρόνους λειοτρίβησης. Με εφαρμογή της μεθόδου αναδρομικού υπολογισμού έγινε ασφαλέστερη η εκτίμηση των παραμέτρων, ελαχιστοποιώντας το σφάλμα μεταξύ των πειραματικών και αναπαραγόμενων κατανομών μεγέθους. Συνδυάζοντας δύο λογισμικά πακέτα (Moly-Cop Tools™ και

MODSIM™) οι υπολογιζόμενες παράμετροι χρησιμοποιήθηκαν για την πρόβλεψη του βέλτιστου όγκου πλήρωσης των σφαιρών J για τον οποίο παρατηρείται ο μέγιστος ρυθμός θραύσης. Αναλυτικά η διαδικασία που ακολουθήθηκε περιγράφηκε στο Κεφ. 3.5, ενώ γραφικά παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.48. Η προτεινόμενη μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί γενικότερα για την αξιολόγηση και διερεύνηση και άλλων σημαντικών παραμέτρων λειτουργίας των μύλων.



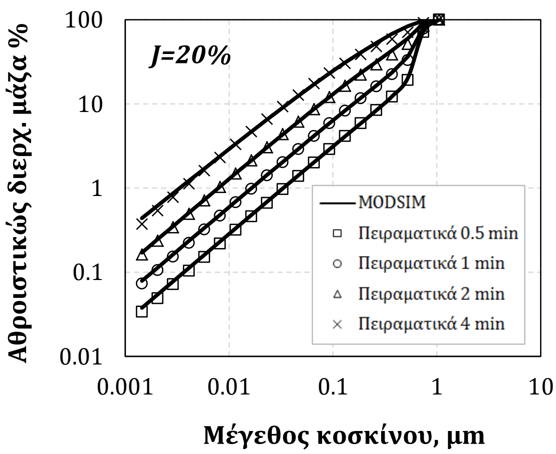
Σχήμα 6.48: Σχηματική απεικόνιση της προσομοίωσης της διαδικασίας λειοτρίβησης, για τον προσδιορισμό των βέλτιστων παραμέτρων λειτουργίας του μύλου.

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενα κεφάλαια, στις δοκιμές λειοτρίβησης που πραγματοποιήθηκαν μεταβαλλόταν ο συντελεστής πλήρωσης των κενών U με υλικό, διατηρώντας σταθερό το συντελεστή πλήρωσης του μύλου με υλικό f_c και θεωρώντας το πορώδες φ σταθερό. Επομένως, σύμφωνα με τη Σχέση (2.53) το U είναι αντιστρόφως ανάλογο του J και επομένως για κάθε μεταβολή του U μπορεί να θεωρηθεί και μια αντίστοιχη μεταβολή στο J. Για τα τρία διαφορετικά U (50%, 100% και 150%) αντιστοιχούν τρία διαφορετικά J (20%, 10% και 6.7%). Επίσης, από τη Σχέση (6.1) προκύπτει ότι ο ρυθμός θραύσης S_i αυξάνεται με μείωση του U. Με βάση τα προηγούμενα συμπεραίνεται ότι το S_i αυξάνεται με αύξηση του J, υποδηλώνοντας ότι η λειοτρίβηση είναι πιο αποδοτική όσο αυξάνεται ο όγκος πλήρωσης των σφαιρών. Το συμπέρασμα όμως αυτό βγήκε μετά από τη διεξαγωγή τριών μόνο σειρών δοκιμών, χωρίς να είναι γνωστό εάν η αύξηση της απόδοσης συνεχίζεται και σε μεγαλύτερους όγκους πλήρωσης των σφαιρών.

Για τον προσδιορισμό της επίδρασης του όγκου πλήρωσης των σφαιρών στην απόδοση της λειοτρίβησης χρησιμοποιήθηκαν τα λογισμικά πακέτα Moly-Cop Tools™ και MODSIM™. Σύμφωνα με τη διαδικασία οι υπολογιζόμενες παράμετροι από τον αναδρομικό υπολογισμό (Πίνακας 6.10) καθώς επίσης και άλλες παράμετροι του

Πίνακα 3.1, για παράδειγμα, D=0.204 m, N_r=66 rpm, d=25.4 mm, χρησιμοποιήθηκαν ως τιμές εισόδου στη μονάδα GMSU του MODSIM™. Το Σχήμα 6.49 δείχνει τις κατανομές μεγέθους που προέκυψαν από τη μονάδα GMSU. Τα αποτελέσματα υποδεικνύουν πολύ καλή προσαρμογή μεταξύ πειραματικών και προβλεπόμενων κατανομών μεγέθους, για όγκο πλήρωσης σφαιρών J=20%, αφού και τα δύο λογισμικά χρησιμοποιούν το κινητικό μοντέλο ισοζυγίου πληθυσμού.

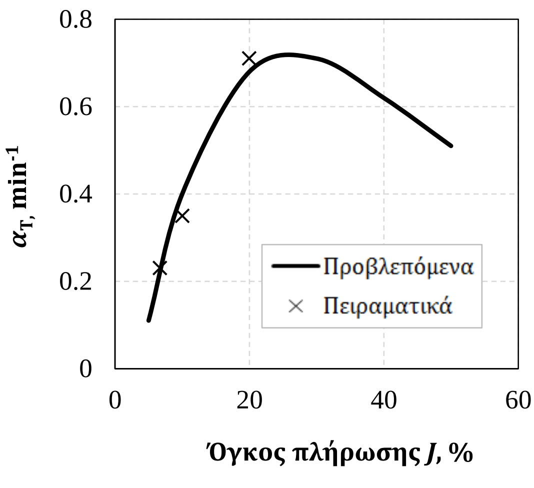
Για την προσομοίωση της διαδικασίας λειοτρίβησης του χαλαζία, χρησιμοποιήθηκαν έξι τιμές J (5%, 10%, 20%, 30%, 40% και 50%) και κάθε μία από τις προβλεπόμενες κατανομές μεγέθους της μονάδας GMSU χρησιμοποιήθηκε ως είσοδος στο λογισμικό Moly-Cop Tools™. Κατόπιν, υπολογίστηκε η βέλτιστη τιμή α_T (min^{-1}) που ελαχιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση SSE (Σχέση (3.16)), διατηρώντας όλες τις άλλες παραμέτρους σταθερές.



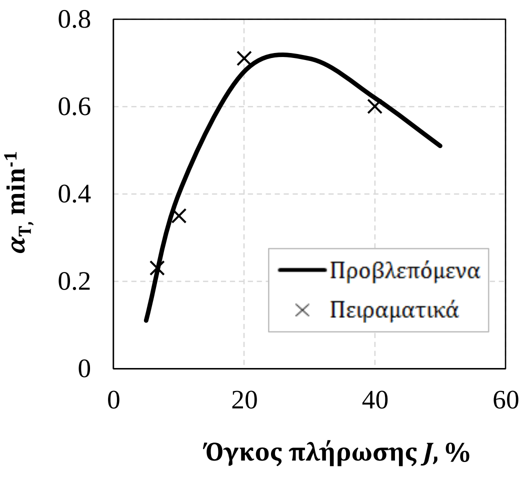
Σχήμα 6.49: Πειραματικές και προβλεπόμενες κατανομές μεγέθους του χαλαζία, με χρήση του λογισμικού MODSIM™, για διαφορετικούς χρόνους λειοτρίβησης.

Το Σχήμα 6.50 δείχνει πολύ καλή συμφωνία μεταξύ πειραματικών και προβλεπόμενων τιμών α_T, σε σχέση με τον όγκο πλήρωσης των σφαιρών J. Τα αποτελέσματα όμως, υποδεικνύουν ότι υπάρχει μία βέλτιστη τιμή του όγκου πλήρωσης των σφαιρών (J=30%) για την οποία ο ρυθμός θραύσης παρουσιάζει μέγιστο. Οι προβλεπόμενες τιμές α_T επιβεβαιώθηκαν με επιπλέον πειράματα για J=40%, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.51. Είναι εμφανές ότι ακόμα και πέρα από το βέλτιστο όγκο πλήρωσης, υπάρχει τέλεια προσαρμογή μεταξύ πειραματικών και προβλεπόμενων τιμών, υποδεικνύοντας ότι η μέθοδος που ακολουθήθηκε είναι ικανή να προβλέψει με ακρίβεια τη σχέση μεταξύ του α_T και του όγκου πλήρωσης J.

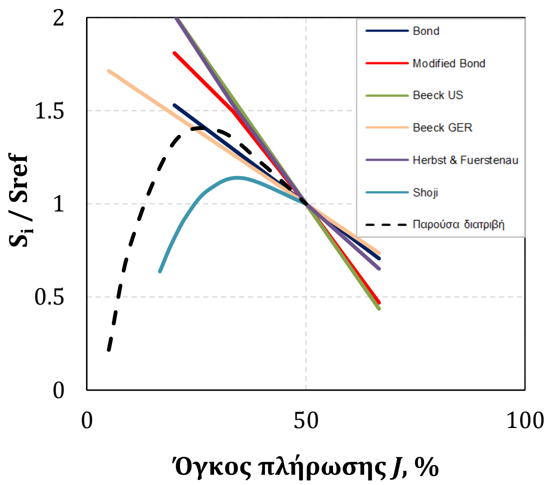
Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης της διαδικασίας λειοτρίβησης χαλαζία συγκρίθηκαν με παλαιότερες μελέτες που χρησιμοποιήθηκαν για τον προσδιορισμό του ρυθμού θραύσης σε συνάρτηση με τον όγκο πλήρωσης των σφαιρών (Σχέσεις (2.54) έως (2.58)). Το Σχήμα 6.52 παρουσιάζει το ρυθμό θραύσης S_i/S_{ref} σε συνάρτηση με το *J*. Για να μπορέσουν να συγκριθούν αποτελεσματικά οι τιμές του ρυθμού θραύσης S_i, που προκύπτουν από διαφορετικά μοντέλα, τα αποτελέσματα εκφράζονται με το σχετικό ρυθμό θραύσης, όπου το S_{ref} αντιστοιχεί στο 50% του όγκου πλήρωσης σφαιρών *J*. Η προσέγγιση της παρούσας διατριβής παρουσιάζεται με διακεκομμένη γραμμή. Είναι σαφές ότι οι προσεγγίσεις των Σχέσεων (2.54), (2.55), (2.56) και (2.58) είναι αντιστρόφως ανάλογες του όγκου πλήρωσης των σφαιρών *J*, κάτι που ισχύει για τιμές *J* μεγαλύτερες από τη βέλτιστη τιμή (*J*=30%). Η προσέγγιση της Σχέσης (2.57) έχει, επίσης, βέλτιστη τιμή στο *J*=40%, παρόλο που γενικά παρουσιάζει χαμηλότερες τιμές σε σχέση με τις προβλεπόμενες της διατριβής. Ωστόσο, μπορεί να ειπωθεί ότι οι προσεγγίσεις των Σχέσεων (2.54), (2.55), (2.56) και (2.58) ισχύουν για υψηλότερες τιμές *J* (στην περιοχή των 30% έως 40%), ενώ τα αποτελέσματα που προέρχονται από τους Shoji et al. (1982) (Σχέση (2.57)) και της παρούσας διατριβής είναι εφαρμόσιμα σε ένα μεγαλύτερο εύρος τιμών *J*. Η μικρή διαφορά μεταξύ των δύο τελευταίων προσεγγίσεων μπορεί να οφείλεται στις διαφορετικές συνθήκες λειοτρίβησης και τον τύπο του υλικού.



Σχήμα 6.50: Πειραματικές και προβλεπόμενες τιμές της παραμέτρου α_T, σε συνάρτηση με τον όγκο πλήρωσης των σφαιρών *J*.



Σχήμα 6.51: Πειραματικές και προβλεπόμενες τιμές της παραμέτρου α_T, σε συνάρτηση με τον όγκο πλήρωσης των σφαιρών *J*. Επικύρωση των αποτελεσμάτων με επιπλέον πείραμα πέρα από τη βέλτιστη τιμή *J*.



Σχήμα 6.52: Σχετικός ρυθμός θραύσης S_i/S_{ref} σε συνάρτηση με τον όγκο πλήρωσης J. Σύγκριση των διαφορετικών μοντέλων που προτείνονται στη βιβλιογραφία με τη προσέγγιση της παρούσας διατριβής.

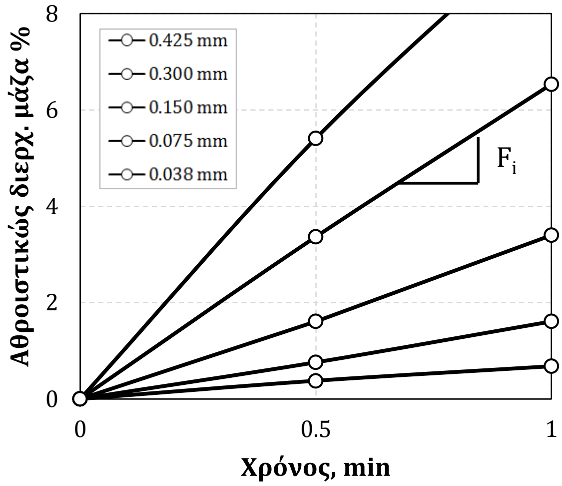
6.8 Προσαρμογή του μοντέλου ισοζυγίου πληθυσμού κατά Herbst και Fuerstenau

Οι Herbst and Fuerstenau (1980) απέδειξαν ότι η αθροιστική συνάρτηση θραύσης $B_{i,j}$, του μοντέλου ισοζυγίου πληθυσμού, μπορεί να υπολογιστεί από τη γραφική παράσταση της αθροιστικώς διερχόμενης μάζας από μέγεθος x σε σχέση με το χρόνο λειοτρίβησης, με χρήση της Σχέσης (2.43). Ο υπολογισμός της $B_{i,j}$ προϋποθέτει τη γνώση του ρυθμού θραύσης S_i, ο οποίος προσδιορίστηκε και αναλύθηκε σε προηγούμενες ενότητες, καθώς και τον προσδιορισμό της αρχικής κλίσης F_i των λεπτομερών τεμαχίων, μικρότερων από ένα συγκεκριμένο μέγεθος (Σχήμα 6.53). Στο κεφάλαιο αυτό, γίνεται αξιολόγηση της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης $B_{i,j}$ και της κλίσης F_i, όπως ορίστηκαν από τους Herbst and Fuerstenau, και μελετάται η επίδρασή τους ως προς το μέγεθος της τροφοδοσίας και των συνθηκών λειοτρίβησης που επικράτησαν.

Οι τιμές των F_i του μαρμάρου σε σχέση με το σχετικό μέγεθος παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.54, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας, όπου εξετάστηκε η επίδραση του συντελεστή πλήρωσης κενών U. Παρατηρείται ότι, οι τιμές των F_i σε σχέση με το σχετικό μέγεθος περιγράφονται με εκθετικού τύπου συναρτήσεις, σύμφωνα με τη Σχέση (6.10), και παριστάνονται με ευθείες γραμμές σε λογαριθμική κλίμακα.

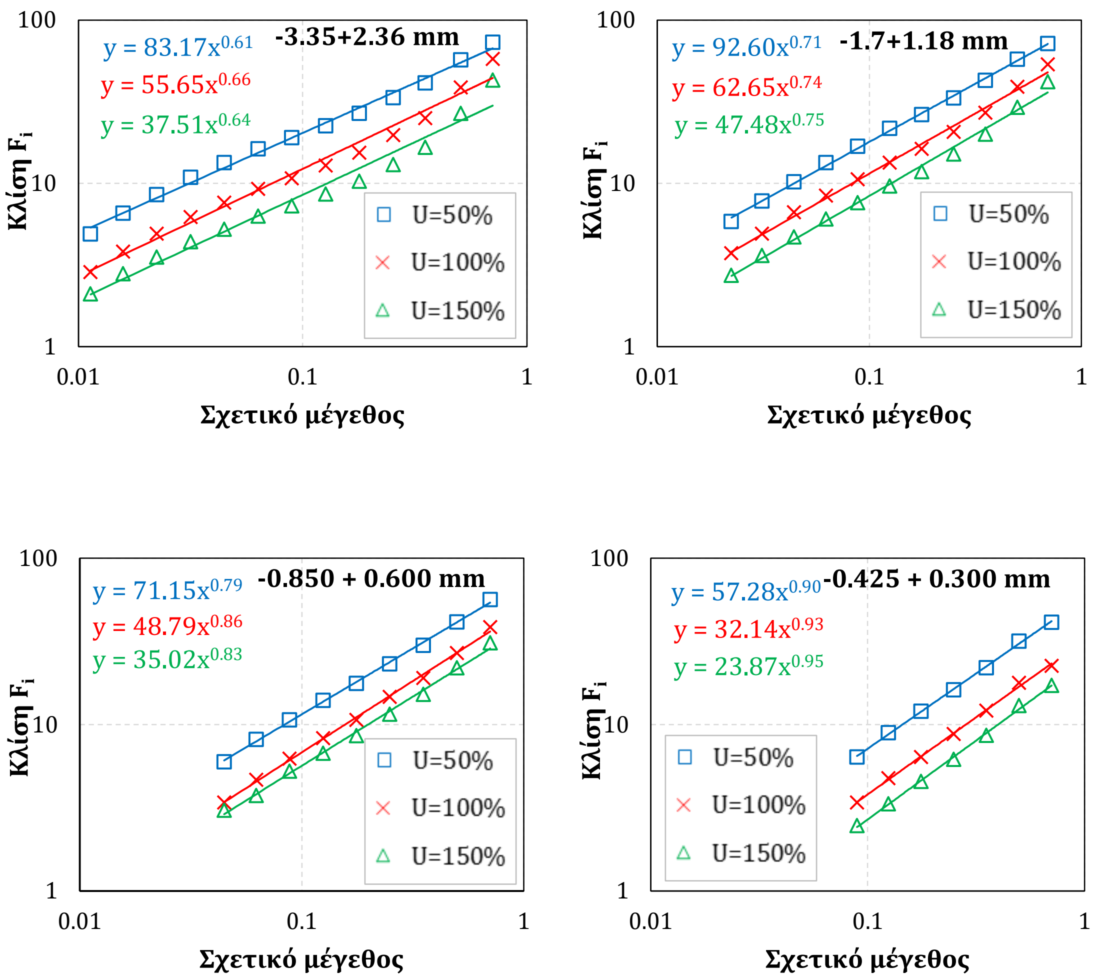
$$F_i = A \cdot X^B \quad \text{...(6.10)}$$

όπου X το σχετικό μέγεθος και A και B σταθερές που εξαρτώνται από το υλικό, το μέγεθος της τροφοδοσίας ή/και τον συντελεστή πλήρωσης U.



Σχήμα 6.53: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % σε συνάρτηση με το χρόνο λειοτρίβησης και προσδιορισμός της κλίσης F_i των λεπτομερών τεμαχίων, μικρότερων από ένα συγκεκριμένο μέγεθος.

Από το Σχήμα 6.54 παρατηρείται ότι οι ευθείες γραμμές που προκύπτουν είναι παράλληλες μεταξύ τους, με αλλαγή του συντελεστή πλήρωσης κενών U, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας που εξετάστηκε. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι η σταθερά B της Σχέσης (6.10) παραμένει σταθερή και ανεξάρτητη του U, όπως φαίνεται και αναλυτικότερα στον Πίνακα 6.11. Αντίθετα, από τον ίδιο πίνακα, προκύπτει ότι η σταθερά A έχει μια τάση μείωσης με την αύξηση του U. Γραφικά η σχέση της σταθεράς A με το U παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.55, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας, όπου φαίνεται να περιγράφεται με εκθετικού τύπου συνάρτηση, σύμφωνα με τη Σχέση (6.11). Υπάρχει μια τάση οι τιμές της σταθεράς A να μειώνονται με μείωση του μεγέθους τροφοδοσίας, εκτός από το μέγεθος 3.35 mm, όπου οι τιμές είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες του μεγέθους 1.7 mm. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι η χονδρομερής τροφοδοσία (3.35 mm) βρίσκεται στη μη ομαλή περιοχή λειοτρίβησης και πάνω από το μέγιστο μέγεθος x_m=2.8 mm, όπως αναλύθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Για το λόγο αυτό η τροφοδοσία 3.35 mm εξαιρέθηκε από τους παρακάτω υπολογισμούς.



Σχήμα 6.54: Η κλίση F_i του μαρμάρου σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας, όπου εξετάστηκε η επίδραση του *U*.

Επίσης, στο Σχήμα 6.56 παρουσιάζεται η σχέση της σταθεράς *B* με το μέγεθος της τροφοδοσίας. Οι τιμές *B* του σχήματος αυτού, αποτελούν τις μέσες τιμές που υπολογίστηκαν για τα τρία διαφορετικά *U*.

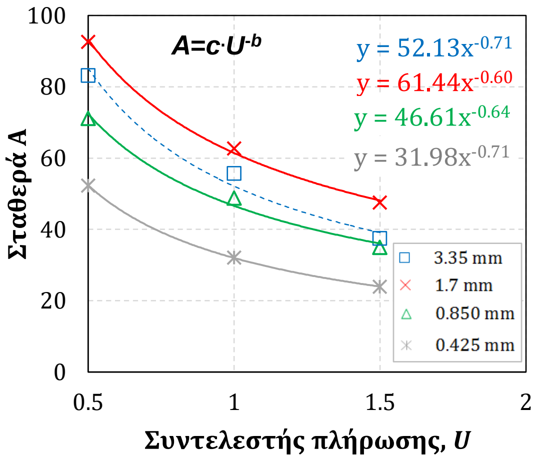
$$A = c \cdot U^{-b} \qquad ...(6.11)$$

όπου *c* και *b* σταθερές που εξαρτώνται από το μέγεθος της τροφοδοσίας.

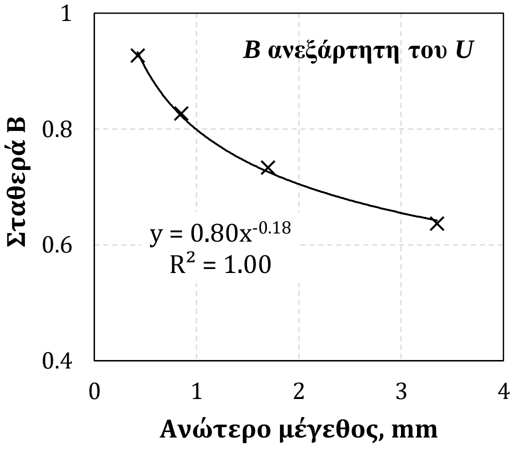
Από τα Σχήματα 6.57 και 6.58 προκύπτει ότι υπάρχει μια ισχυρή θετική συσχέτιση μεταξύ της σταθεράς *c* και του μεγέθους της τροφοδοσίας και μια ισχυρή αρνητική συσχέτιση μεταξύ της σταθεράς *b* και του μεγέθους τροφοδοσίας.

Πίνακας 6.11: Οι τιμές των σταθερών *A* και *B* της Σχέσης (6.10) του μαρμάρου, ανά μέγεθος τροφοδοσίας και για διαφορετικά *U*

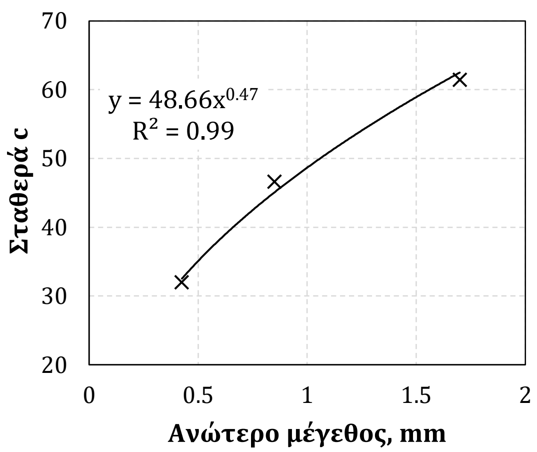
Ανώτερο μέγεθος τροφοδοσίας (mm)	*U=50%*		*U=100%*		*U=150%*	
	A	*B*	*A*	*B*	*A*	*B*
3.35	83.17	0.61	55.65	0.66	37.51	0.64
1.7	92.60	0.71	62.65	0.74	47.48	0.75
0.85	71.15	0.79	48.79	0.86	35.00	0.83
0.425	52.28	0.90	32.14	0.93	23.87	0.95



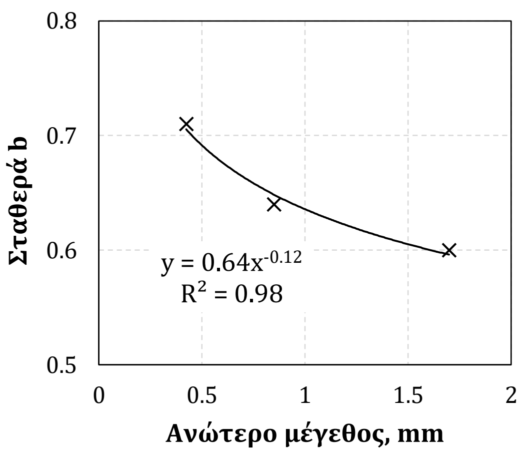
Σχήμα 6.55: Σχέση της σταθεράς *A* με το συντελεστή πλήρωσης κενών *U*, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας.



Σχήμα 6.56: Σχέση της σταθεράς *B* με το μέγεθος της τροφοδοσίας.



Σχήμα 6.57: Σχέση της σταθεράς *c* με το μέγεθος της τροφοδοσίας.



Σχήμα 6.58: Σχέση της σταθεράς *b* με το μέγεθος της τροφοδοσίας.

Από τις Σχέσεις (6.10) και (6.11) προκύπτει η γενικότερη Σχέση (6.12), για την περίπτωση του μαρμάρου και για την ομαλή περιοχή λειοτρίβησης, που συνδέει την κλίση F_i με το σχετικό μέγεθος X, και ενσωματώνει την επίδραση του μεγέθους τροφοδοσίας x_i και του συντελεστή πλήρωσης U.

$$F_i = (48.66 \cdot x_i^{0.47}) \cdot U^{-0.64 \cdot x_i^{-0.12}} \cdot X^{0.80 \cdot x_i^{-0.18}} \quad \text{για το μάρμαρο} \qquad ...(6.12)$$

Οι πειραματικές και εκτιμώμενες τιμές F_i του μαρμάρου, με χρήση της Σχέσης (6.12), παρουσιάζονται στους Πίνακες 6.12 έως 6.14, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας. Η ακρίβεια των εκτιμώμενων τιμών προσδιορίστηκε με χρήση του συντελεστή συσχέτισης R. Παρατηρείται ότι η χρήση της Σχέσης (6.12) μπορεί να εκτιμήσει με μεγάλη ακρίβεια τις τιμές F_i.

Πίνακας 6.12: Πειραματικές και εκτιμώμενες τιμές F_i, του μεγέθους τροφοδοσίας - 1.7+1.18 mm, του μαρμάρου, για διαφορετικά U

Σχετικό μέγεθος	***U=50%***		***U=100%***		***U=150%***	
	Πειραματικά	***Εκτιμώμενα***	***Πειραματικά***	***Εκτιμώμενα***	***Πειραματικά***	***Εκτιμώμενα***
1						
0.7	71.7	72.6	53.4	47.9	42.0	39.7
0.51	57.4	57.2	38.9	37.7	29.2	31.3
0.35	42.7	44.4	27.1	29.3	20.0	24.3
0.25	33.3	34.6	20.6	22.8	15.1	18.9
0.18	26.3	26.9	16.2	17.7	11.8	14.7
0.13	21.7	20.9	13.3	13.8	9.6	11.4
0.09	16.8	16.2	10.6	10.7	7.6	8.9
0.06	13.4	12.6	8.4	8.3	6.1	6.9
0.04	10.2	9.8	6.6	6.5	4.7	5.4
0.03	7.8	7.6	4.9	5.0	3.6	4.2
0.02	5.8	6.0	3.7	4.0	2.7	3.3
Συντελεστής συσχέτισης, R	0.999		0.993		0.989	

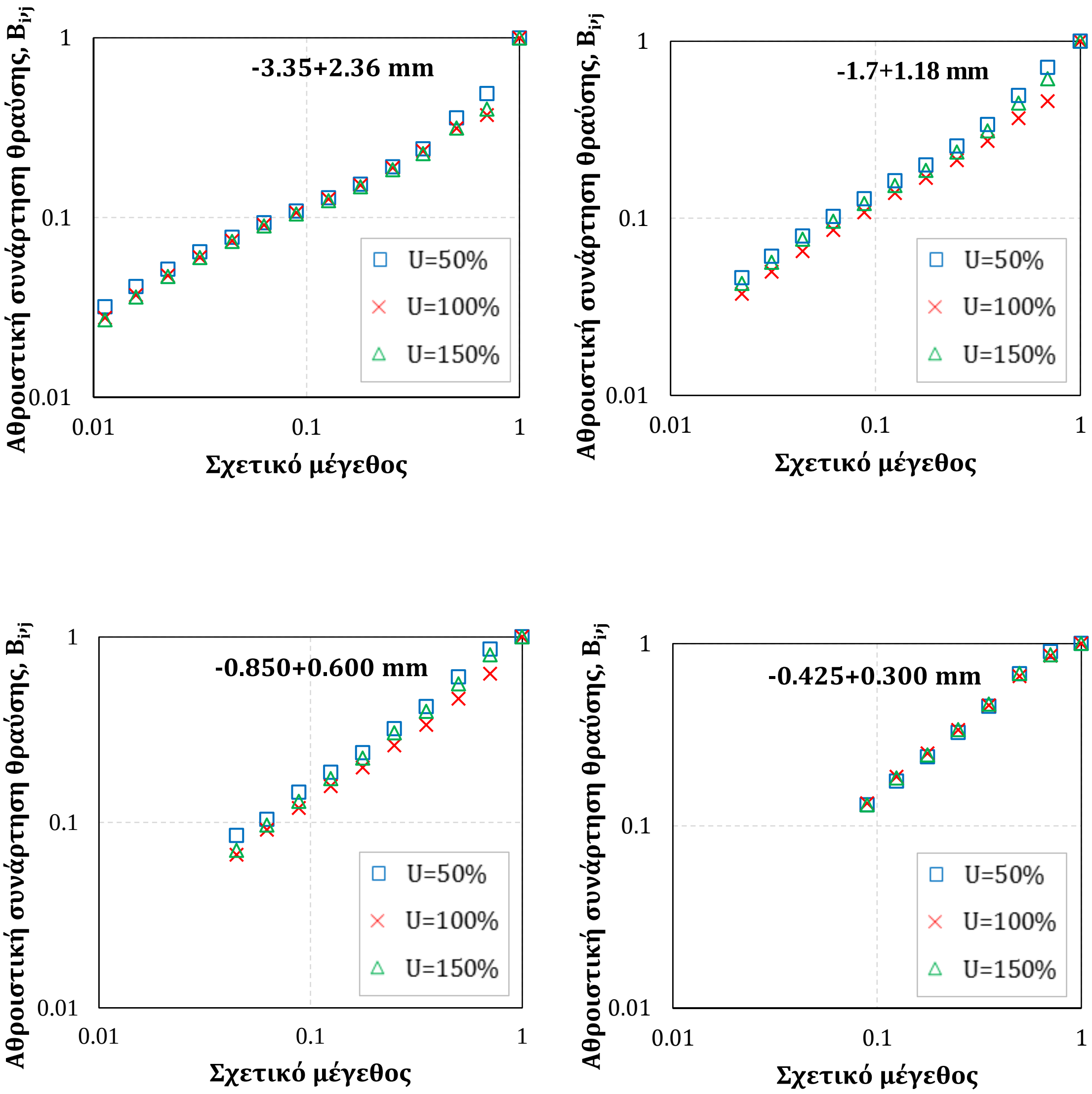
Πίνακας 6.13: Πειραματικές και εκτιμώμενες τιμές F_i, του μεγέθους τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm, του μαρμάρου, για διαφορετικά U

Σχετικό μέγεθος	*U=50%*		*U=100%*		*U=150%*	
	Πειραματικά	*Εκτιμώμενα*	*Πειραματικά*	*Εκτιμώμενα*	*Πειραματικά*	*Εκτιμώμενα*
1						
0.7	56.3	52.7	38.4	33.8	30.9	27.8
0.51	41.3	39.7	26.8	25.5	21.9	20.9
0.35	29.8	29.8	19.0	19.1	15.2	15.7
0.25	23.1	22.4	14.6	14.4	11.5	11.8
0.18	17.6	16.9	10.7	10.8	8.6	8.9
0.13	14.0	12.7	8.3	8.1	6.7	6.7
0.09	10.7	9.5	6.2	6.1	5.2	5.0
0.06	8.1	7.2	4.7	4.6	3.7	3.8
0.04	6.0	5.4	3.4	3.5	3.1	2.9
Συντελεστής συσχέτισης, R	0.999		0.997		0.997	

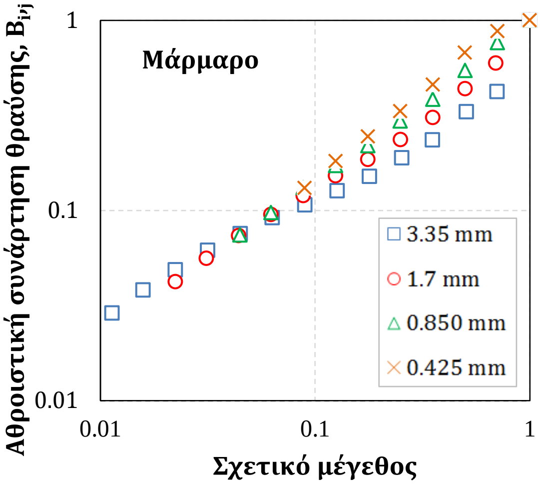
Πίνακας 6.14: Πειραματικές και εκτιμώμενες τιμές F_i, του μεγέθους τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm, του μαρμάρου, για διαφορετικά U

Σχετικό μέγεθος	*U=50%*		*U=100%*		*U=150%*	
	Πειραματικά	*Εκτιμώμενα*	*Πειραματικά*	*Εκτιμώμενα*	*Πειραματικά*	*Εκτιμώμενα*
1						
0.7	41.1	38.5	22.5	23.5	17.1	17.6
0.51	31.7	27.8	17.8	17	13	12.8
0.35	22	20.2	12.1	12.3	8.6	9.2
0.25	16.1	14.6	8.8	8.9	6.2	6.7
0.18	12	10.6	6.4	6.5	4.5	4.8
0.13	8.9	7.6	4.8	4.7	3.3	3.5
0.09	6.4	5.6	3.4	3.4	2.5	2.6
Συντελεστής συσχέτισης, R	0.999		0.998		0.999	

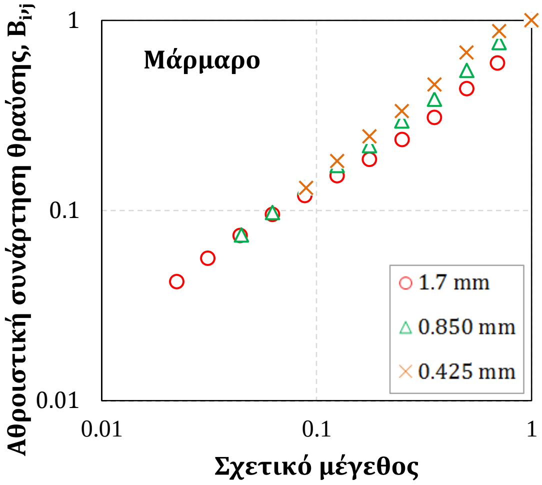
Οι πειραματικές τιμές της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης $B_{i,j}$, για το μάρμαρο, σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.59. Μελετήθηκε η επίδραση του συντελεστή πλήρωσης κενών U για τα μεγέθη τροφοδοσίας που δοκιμάστηκαν. Από το σχήμα αυτό προκύπτει ότι η μεταβολή του U δεν επιφέρει σημαντική αλλαγή στις τιμές της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης $B_{i,j}$, με την εφαρμογή της συγκεκριμένης μεθόδου. Ανάλογα συμπεράσματα είχαν εξαχθεί και με τη μέθοδο BII, όπου είχε προκύψει ότι οι παράμετροι της $B_{i,j}$ είναι ανεξάρτητες της μεταβολής των συνθηκών λειοτρίβησης του μύλου.



Σχήμα 6.59: Η αθροιστική συνάρτηση θραύσης $B_{i,j}$ του μαρμάρου σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας, όπου εξετάστηκε η επίδραση του U.



Σχήμα 6.60: Η αθροιστική συνάρτηση θραύσης $B_{i,j}$ του μαρμάρου, σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας.



Σχήμα 6.61: Η αθροιστική συνάρτηση θραύσης $B_{i,j}$ του μαρμάρου, σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος, για τα μεγέθη τροφοδοσίας της ομαλής περιοχής λειοτρίβησης.

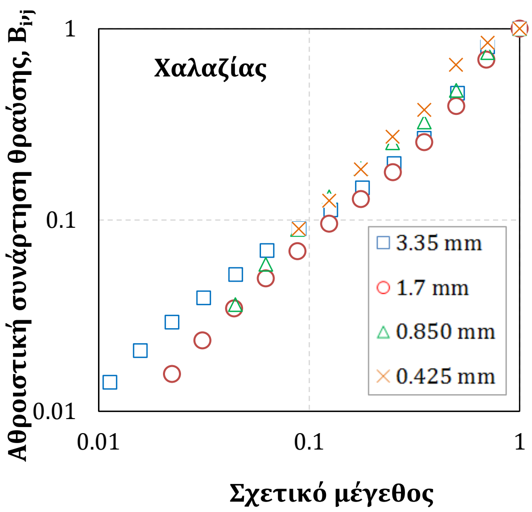
Οι τιμές της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης $B_{i,j}$ σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.60, όπου εξετάστηκε η επίδραση του μεγέθους τροφοδοσίας, για το μάρμαρο και το χαλαζία. Παρατηρείται ότι οι τιμές της $B_{i,j}$ μεταβάλλονται με το μέγεθος της τροφοδοσίας που χρησιμοποιήθηκε, κάτι που είχε φανεί και μέσω της εφαρμογής της μεθόδου BII. Από την άλλη, εάν εξαιρεθεί η χονδρομερής τροφοδοσία 3.35 mm, μπορεί να θεωρηθεί ότι, μέσα στα όρια του πειραματικού σφάλματος, οι τιμές $B_{i,j}$ παραμένουν σχεδόν σταθερές με την αλλαγή του μεγέθους τροφοδοσίας (Σχήμα 6.61).

Ανάλογα συμπεράσματα μπορούν να εξαχθούν για το χαλαζία, όσον αφορά την επίδραση του συντελεστή πλήρωσης κενών U στη σχέση της κλίσης F_i με το σχετικό μέγεθος. Στην περίπτωση του χαλαζία, το μέγιστο μέγεθος x_m=1.7 mm και επομένως, όπως και στο μάρμαρο, η χονδρομερής τροφοδοσία 3.35 mm που λειοτριβείται μη ομαλά εξαιρέθηκε από τους υπολογισμούς. Επίσης, οι τιμές της σταθεράς B βρέθηκαν να είναι ανεξάρτητες της τιμής U, ενώ οι σταθερές c και b προέκυψε να έχουν ισχυρή θετική και αρνητική συσχέτιση, αντίστοιχα, σε σχέση το μεγέθος της τροφοδοσίας.

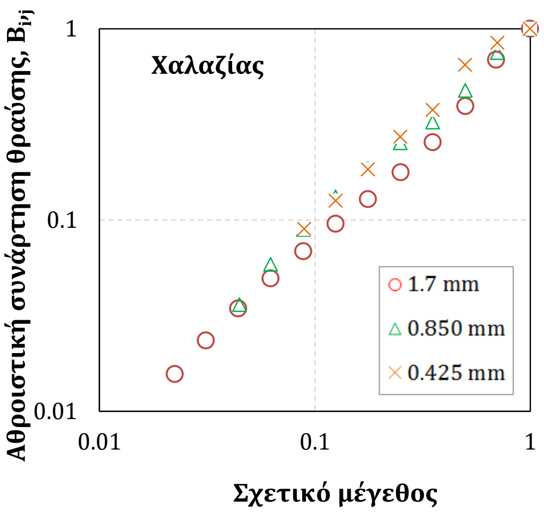
Η κλίση F_i σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος X, βρέθηκε ότι δίνεται από τη Σχέση (6.13), η οποία ενσωματώνει την επίδραση του μεγέθους τροφοδοσίας x_i και του συντελεστή πλήρωσης κενών U,

$$F_i = (32.49 \cdot {x_i}^{0.37}) \cdot U^{-0.74 \cdot x_i^{-0.16}} \cdot X^{1.10 \cdot x_i^{-0.18}} \qquad \text{για το χαλαζία} \qquad ...(6.13)$$

Οι τιμές της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης $B_{i,j}$, για το χαλαζία, σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.62, ανά μέγεθος τροφοδοσίας που χρησιμοποιήθηκε. Παρατηρείται ότι οι τιμές της $B_{i,j}$ μεταβάλλονται με το μέγεθος της τροφοδοσίας, με τη μεγαλύτερη απόκλιση να παρατηρείται στις τιμές $B_{i,j}$ που αντιστοιχούν στην τροφοδοσία 3.35 mm. Στο Σχήμα 6.63 φαίνεται ότι η εξαίρεση της χονδρομερούς τροφοδοσίας μπορεί να καταλήξει σε τιμές $B_{i,j}$ σχεδόν ανεξάρτητες του μεγέθους τροφοδοσίας. Η μικρή απόκλιση των τιμών $B_{i,j}$ της τροφοδοσίας 1.7 mm πιθανολογείται ότι οφείλεται στο ότι το μέγιστο μέγεθος x_m=1.7 mm, στην περίπτωση του χαλαζία, ταυτίζεται με το ανώτερο μέγεθος της τροφοδοσίας και επομένως η τροφοδοσία αυτή βρίσκεται οριακά στην ομαλή περιοχή λειοτρίβησης. Υπενθυμίζεται ότι ο όρος "τροφοδοσία" 1.7 mm εκφράζει το ανώτερο μέγεθος ενός στενού κοκκομετρικού κλάσματος με λόγο $\sqrt{2}$, δηλ. -1.7 mm+1.18 mm.



Σχήμα 6.62: Η αθροιστική συνάρτηση θραύσης $B_{i,j}$ του χαλαζία, σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας.



Σχήμα 6.63: Η αθροιστική συνάρτηση θραύσης $B_{i,j}$ του χαλαζία, σε συνάρτηση με το σχετικό μέγεθος, για τα μεγέθη τροφοδοσίας της ομαλής περιοχής λειοτρίβησης.

Επίσης, μελετήθηκε η επίδραση του μεγέθους των σφαιρών στη σχέση της κλίσης F_i με το σχετικό μέγεθος, με χρήση των υλικών μάρμαρο, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η σχέση αυτή περιγράφεται με εκθετικού τύπου συνάρτηση (Σχέση (6.10)), η οποία παριστάνεται με ευθεία γραμμή σε λογαριθμική κλίμακα. Οι υπολογιζόμενες σταθερές A και B, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας, παρουσιάζονται στους Πίνακες 6.15 έως 6.17, ανά υλικό που χρησιμοποιήθηκε. Παρατηρείται ότι η επίδραση του μεγέθους των σφαιρών δεν επιφέρει σημαντική αλλαγή στις τιμές της σταθεράς B, για το ίδιο μέγεθος τροφοδοσίας. Από τις μέσες τιμές της B, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας του μαρμάρου, προκύπτει το Σχήμα (6.64) που δείχνει ότι η μεταβολή της σταθεράς B με το μέγεθος της τροφοδοσίας περιγράφεται με εκθετικού τύπου συνάρτηση. Εάν συγκριθούν τα Σχήματα 6.56 και 6.64 παρατηρείται ότι, για το μάρμαρο, η ίδια εκθετική συνάρτηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να περιγράψει τη μεταβολή της σταθεράς B με το μέγεθος της τροφοδοσίας, η οποία παραμένει σταθερή και ανεξάρτητη του συντελεστή πλήρωσης κενών U και του μεγέθους των σφαιρών που χρησιμοποιούνται.

Πίνακας 6.15: Οι τιμές των σταθερών A και B της Σχέσης (6.10) του μαρμάρου, ανά μέγεθος τροφοδοσίας και για διαφορετικά μεγέθη σφαιρών

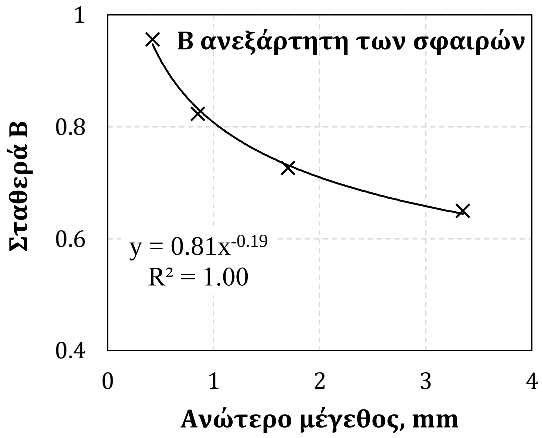
Ανώτερο μέγεθος τροφοδοσίας (mm)	***40 mm***		***25.4 mm***		***12.7 mm***	
	A	***B***	***A***	***B***	***A***	***B***
3.35	89.6	0.67	83.2	0.61	38.2	0.67
1.7	77.2	0.75	92.6	0.71	67.1	0.72
0.85	59.0	0.84	71.2	0.79	59.0	0.84
0.425	45.9	0.97	52.3	0.90	48.0	1.00

Πίνακας 6.16: Οι τιμές των σταθερών A και B της Σχέσης (6.10) του χαλαζίτη, ανά μέγεθος τροφοδοσίας και για διαφορετικά μεγέθη σφαιρών

Ανώτερο μέγεθος τροφοδοσίας (mm)	***40 mm***		***25.4 mm***		***12.7 mm***	
	A	***B***	***A***	***B***	***A***	***B***
3.35	62.0	0.74	58.1	0.69	19.0	0.70
1.7	75.7	0.83	82.9	0.79	54.7	0.77
0.85	54.9	0.89	75.8	0.91	69.3	0.90
0.425	38.0	1.06	59.7	1.08	66.0	1.10

Πίνακας 6.17: Οι τιμές των σταθερών *Α* και *Β* της Σχέσης (6.10) του μεταψαμμίτη, ανά μέγεθος τροφοδοσίας και για διαφορετικά μεγέθη σφαιρών

Ανώτερο μέγεθος τροφοδοσίας (mm)	*40 mm*		*25.4 mm*		*12.7 mm*	
	A	*B*	*A*	*B*	*A*	*B*
6.7	101.3	0.54	66.2	0.47	11.9	0.45
3.35	121.9	0.66	117.3	0.63	79.2	0.55
1.7	104.3	0.76	125.4	0.74	101.7	0.73
0.85	65.1	0.87	82.5	0.88	87.7	0.87
0.425	50.1	1.02	60.5	1.15	76.7	1.09



Σχήμα 6.64: Σχέση της σταθεράς *Β* με το μέγεθος της τροφοδοσίας.

Αντίθετα, από το Σχήμα 6.65 προκύπτει ότι η σταθερά *Α* εξαρτάται από τη διάμετρο των σφαιρών που χρησιμοποιήθηκαν. Παρατηρείται ότι, για το εύρος των διαμέτρων σφαιρών που εξετάστηκαν, στα μεγάλα μεγέθη τροφοδοσίας η σταθερά *Α* λαμβάνει μέγιστη τιμή όταν χρησιμοποιούνται μεγάλης διαμέτρου σφαίρες, ενώ όσο μειώνεται το μέγεθος της τροφοδοσίας τόσο η μέγιστη τιμή της *Α* μετατοπίζεται στις μικρότερες διαμέτρους. Η μεταβολή της σταθεράς *Α* με τη διάμετρο των σφαιρών εξετάστηκε και βρέθηκε ότι μπορεί να περιγραφεί από τη Σχέση (6.14).

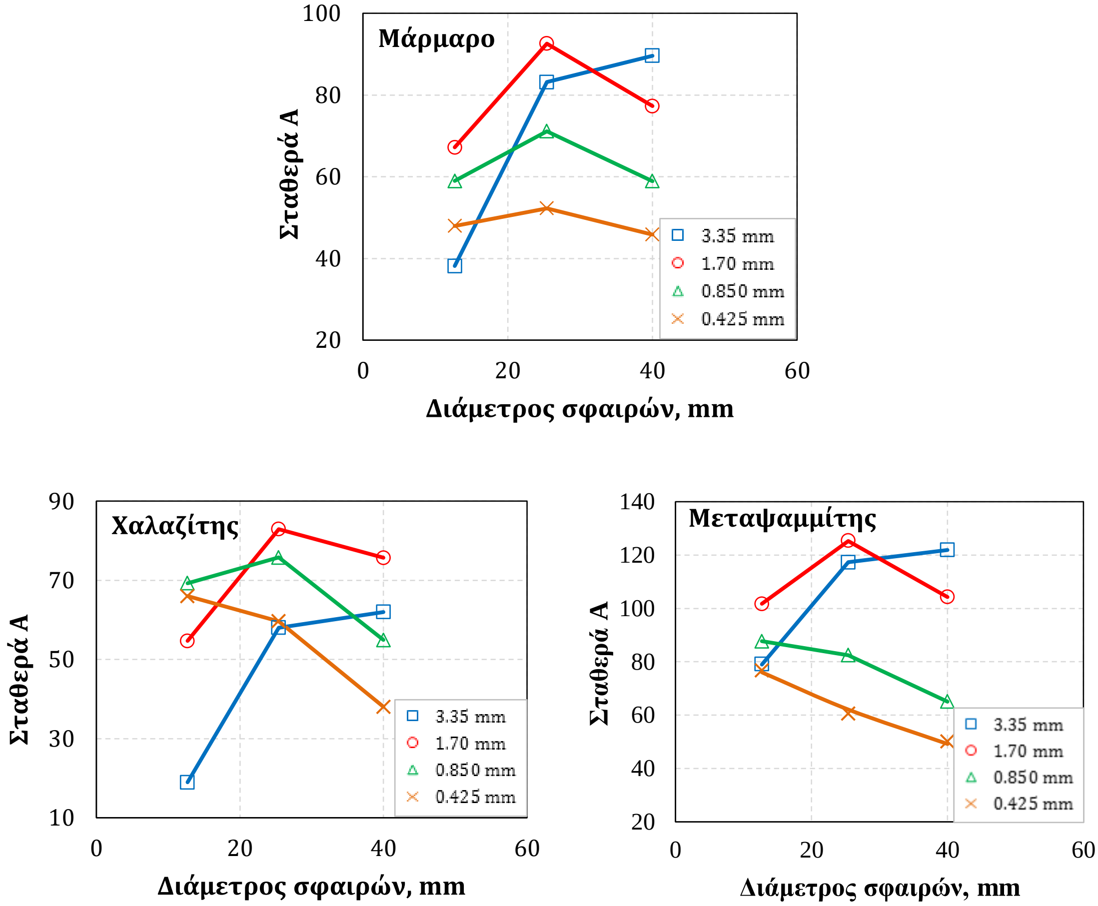
$$A = c' \cdot d^{b'} \cdot e^{-k \cdot d} \qquad \text{...(6.14)}$$

όπου *c'* και *b'* σταθερές που εξαρτώνται από το υλικό και το μέγεθος της τροφοδοσίας και *d* το μέγεθος (διάμετρος) των σφαιρών.

Οι σταθερές *c'*, *b'* και *k* υπολογίστηκαν με εφαρμογή μη γραμμικής παλινδρόμησης, μέσω του εργαλείου Solver του προγράμματος Excel και παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.18, για όλα τα υλικά που εξετάστηκαν.

Πίνακας 6.18: Οι τιμές των σταθερών *c'*, *b'* και *k* της Σχέσης (6.14) του μαρμάρου, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη, ανά μέγεθος τροφοδοσίας

Ανώτερο μέγεθος τροφοδοσίας (mm)	*Μάρμαρο*			*Χαλαζίτης*			*Μεταψαμμίτης*		
	c'	***b'***	***k***	***c'***	***b'***	***k***	***c'***	***b'***	***k***
3.35	0.20	0.40	0.07	0.01	3.55	0.11	5.70	1.21	0.04
1.70	2.53	1.60	0.06	1.67	1.66	0.06	8.47	1.23	0.05
0.85	5.54	1.18	0.05	6.43	1.24	0.06	37.94	0.49	0.03
0.425	12.79	0.67	0.03	12.06	0.97	0.06	93.09	0.00	0.02

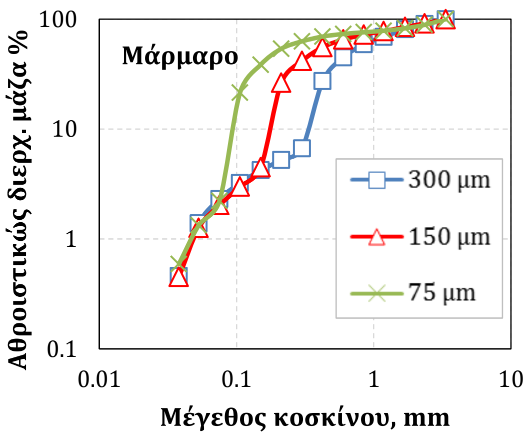


Σχήμα 6.65: Σχέση της σταθεράς Α με τη διάμετρο των σφαιρών.

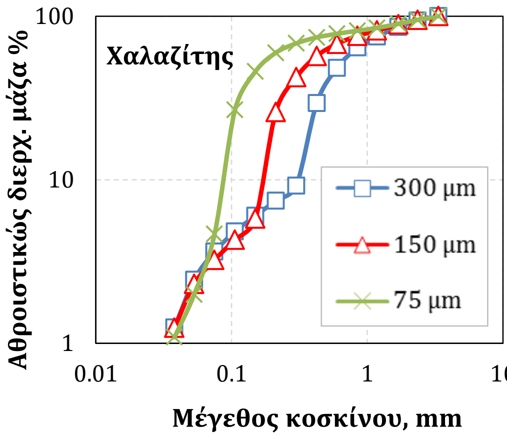
6.9 Επίδραση της περιεκτικότητας των λεπτομερών τεμαχίων στην κινητική της λειοτρίβησης

Η ανάλυση της μείωσης του μεγέθους των υλικών σε μύλους λειοτρίβησης με χρήση δύο συναρτήσεων, το ρυθμό θραύσης και τη συνάρτηση θραύσης, έχει τύχει αξιοσημείωτης προσοχής τα τελευταία χρόνια (Austin et al., 1984; Deniz, 2003; Samanli et al., 2011, Petrakis et al., 2016). Πολλοί ερευνητές έχουν υπογραμμίσει τα πλεονεκτήματα αυτών των συναρτήσεων (Ipek και Göktepe, 2011; Wang et al., 2011; Gupta και Sharma, 2014), ενώ η επέκταση των εργαστηριακών δεδομένων σε μεγάλης κλίμακας μύλους έχει συζητηθεί, επίσης, σε άλλες εργασίες (Fuerstenau et al., 2003; Deniz, 2013). Ωστόσο, κάποια ζητήματα παραμένουν ακόμα αδιευκρίνιστα, όπως για παράδειγμα η απόκλιση του ρυθμού θραύσης από την εξίσωση πρώτης τάξεως και η σύνδεσή του με την αυξανόμενη παραγωγή λεπτομερών, όσο η λειοτρίβηση προχωράει. Αναλυτικά οι διαφορετικές προσεγγίσεις έχουν αναπτυχθεί στο Κεφ. 2.6. Σε βιομηχανική κλίμακα είναι πολύ χρήσιμη η γνώση αυτή, όπως για παράδειγμα στα κλειστά κυκλώματα λειοτρίβησης. Συνήθως στα κυκλώματα αυτά, ο σφαιρόμυλος βρίσκεται σε κλειστό κύκλωμα με έναν ταξινομητή και η πρακτική που ακολουθείται είναι η αύξηση της απόδοσης του ταξινομητή που ισοδυναμεί με μείωση των λεπτομερών που επιστρέφουν στον μύλο, με στόχο την αύξηση της δυναμικότητας του κυκλώματος. Ωστόσο, η μείωση των λεπτομερών στο μύλο μπορεί να οδηγήσει σε μείωση του ρυθμού θραύσης (Fuerstenau et al., 1990; Fuerstenau and Abouzeid, 1991; Rajamani and Guo, 1992), δηλ. σε αύξηση της παροχής της ανακύκλωσης, με αποτέλεσμα τελικά, η δυναμικότητα του κυκλώματος να μειώνεται.

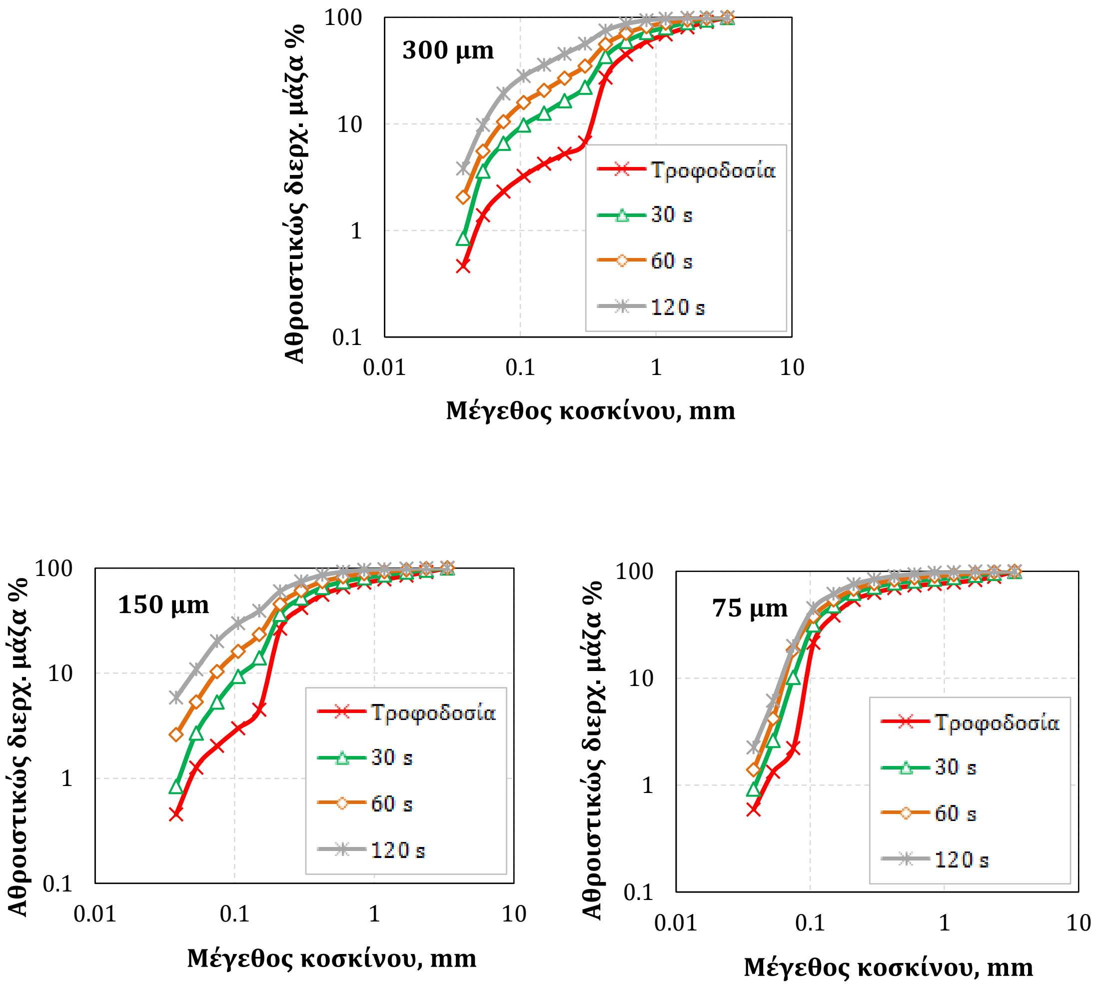
Για τη μελέτη της επίδρασης των λεπτομερών στην κινητική της λειοτρίβησης, χρησιμοποιήθηκε η τροποποιημένη μέθοδος Bond, η οποία προσομοιάζει τα βιομηχανικά κυκλώματα λειοτρίβησης, όπως περιγράφηκε στο Κεφ. 3.3.2. Μετά την επίτευξη συνθηκών ισορροπίας, τα προϊόντα του μαρμάρου και χαλαζίτη κοσκινίστηκαν στα κόσκινα αναφοράς (300 μm, 150 μm ή 75 μm), για την απομάκρυνση του τελικού προϊόντος, οπότε προέκυψαν οι κατανομές μεγέθους των Σχημάτων 5.40 και 5.41. Τα σχήματα αυτά αντιστοιχούν στις κατανομές της ανακύκλωσης, σε συνθήκες ισορροπίας. Τα υλικά της ανακύκλωσης ενώθηκαν με τις αντίστοιχες φρέσκιες τροφοδοσίες και οι νέες τροφοδοσίες που προέκυψαν (Σχήματα 6.66 και 6.67) υποβλήθηκαν σε δοκιμές μικρών χρόνων λειοτρίβησης, για τη μελέτη της κινητικής της λειοτρίβησης. Τα Σχήματα 6.68 και 6.69 παρουσιάζουν τις κατανομές μεγέθους των νέων τροφοδοσιών, μετά από μικρούς χρόνους (s) λειοτρίβησης. Η γενική εικόνα των σχημάτων είναι ότι για αρχικούς χρόνους το μεγαλύτερο ποσοστό των προϊόντων είναι πιο χονδρομερές από το κόσκινο αναφοράς, ενώ όσο περνάει ο χρόνος τόσο τα προϊόντα της λειοτρίβησης έχουν περισσότερο ομοιόμορφη κατανομή.



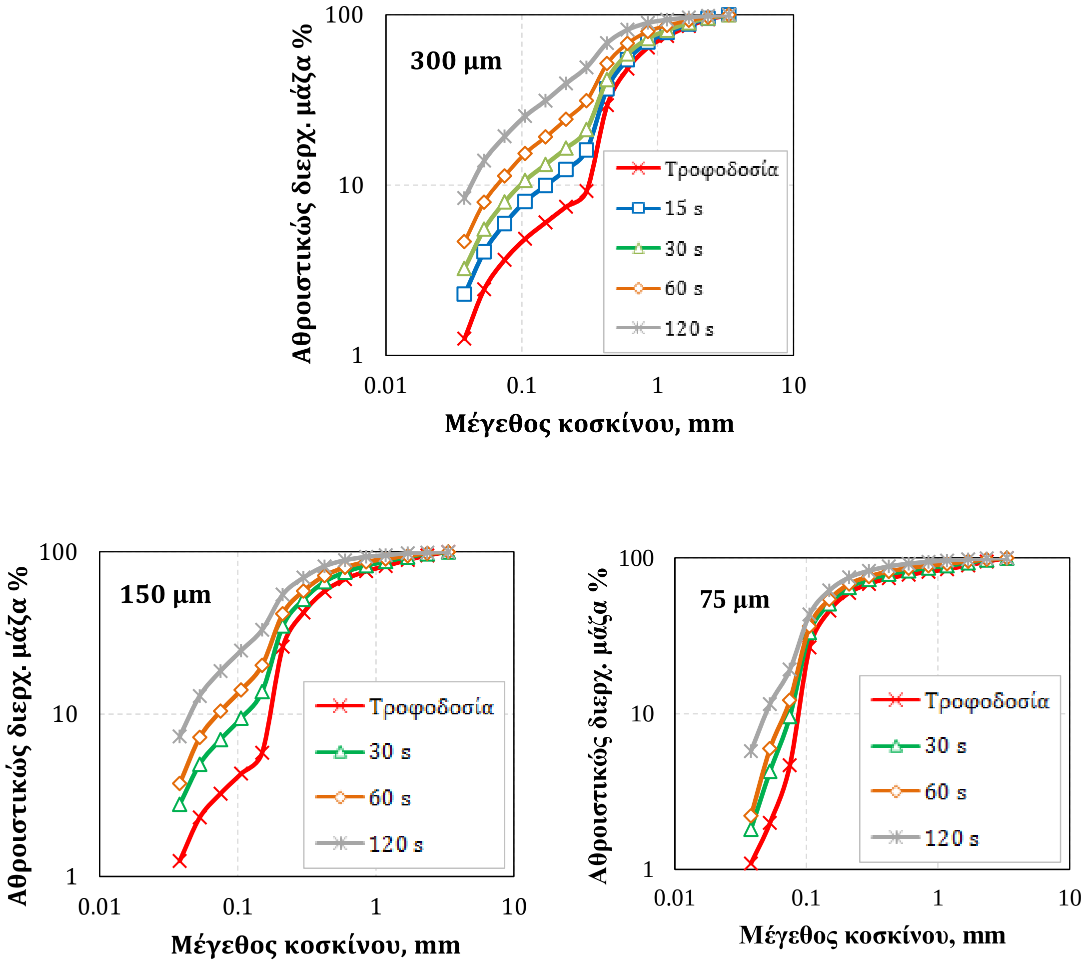
Σχήμα 6.66: Αθροιστικές κατανομές μάζας των νέων τροφοδοσιών του μαρμάρου, για διαφορετικά κόσκινα αναφοράς.



Σχήμα 6.67: Αθροιστικές κατανομές μάζας των νέων τροφοδοσιών του χαλαζίτη, για διαφορετικά κόσκινα αναφοράς.

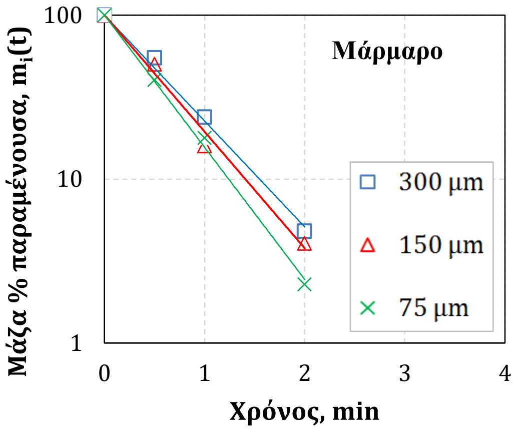


Σχήμα 6.68: Μεταβολή των αθροιστικών κατανομών μάζας των νέων τροφοδοσιών του μαρμάρου, μετά από λειοτρίβηση σε μικρούς χρόνους λειοτρίβησης.

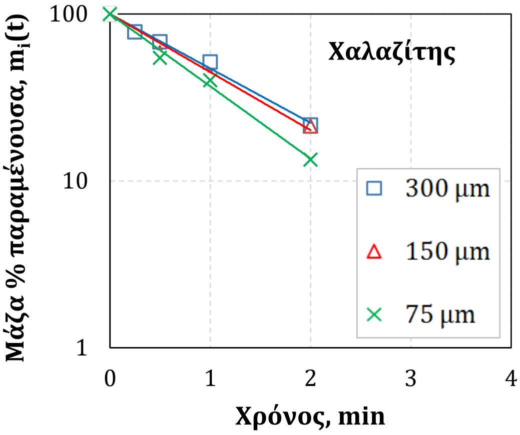


Σχήμα 6.69: Μεταβολή των αθροιστικών κατανομών μάζας των νέων τροφοδοσιών του χαλαζίτη, μετά από λειοτρίβηση σε μικρούς χρόνους λειοτρίβησης.

Τα Σχήματα 6.70 και 6.71 παρουσιάζουν τη μάζα % που παρέμεινε στην τάξη μεγέθους -3.35+2.36 mm σε συνάρτηση με το χρόνο λειοτρίβησης, σε ημι-λογαριθμική κλίμακα, σύμφωνα με τη Σχέση (2.35). Η τάξη μεγέθους αυτή αποτελεί το χονδρότερο κλάσμα των νέων τροφοδοσιών, όπου μελετήθηκε η επίδραση του κόσκινου αναφοράς (300 μm, 150 μm ή 75 μm) στο ρυθμό θραύσης S_i (min^{-1}), που προκύπτει από τις κλίσεις των ευθειών. Είναι φανερό ότι ο ρυθμός θραύσης του χονδρότερου κλάσματος των υλικών αυξάνεται καθώς μειώνεται το κόσκινο αναφοράς που επιλέχθηκε και κατά συνέπεια αυξάνεται η περιεκτικότητα των λεπτομερών στο μύλο. Τα αποτελέσματα έρχονται σε πλήρη συμφωνία με προηγούμενες έρευνες (Fuerstenau et al., 1990; Fuerstenau and Abouzeid, 1991) που έδειξαν ότι η παρουσία λεπτομερών στο μύλο αυξάνει το ρυθμό θραύσης του χονδρομερούς κλάσματος και κατά συνέπεια το κλάσμα αυτό λειοτριβείται πιο αποδοτικά. Ωστόσο, τα πειράματα των ερευνητών αυτών βασίζονταν σε τεχνητές αναλογίες του χονδρομερούς κλάσματος με το λεπτομερές και όχι σε υλικό το οποίο προήλθε από κατάσταση ισορροπίας του συστήματος, με εφαρμογή της μεθόδου Bond.

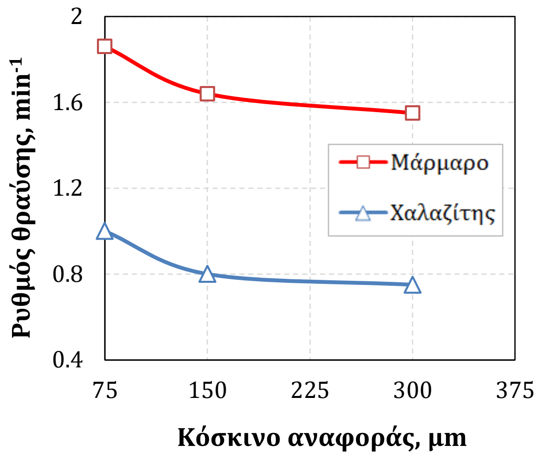


Σχήμα 6.70: Σχέση της μάζας % του μαρμάρου που παρέμεινε στην τάξη μεγέθους -3.35+2.36 mm, σε συνάρτηση με το χρόνο λειοτρίβησης, για διαφορετικά κόσκινα αναφοράς.



Σχήμα 6.71: Σχέση της μάζας % του χαλαζίτη που παρέμεινε στην τάξη μεγέθους -3.35+2.36 mm, σε συνάρτηση με το χρόνο λειοτρίβησης, για διαφορετικά κόσκινα αναφοράς.

Το Σχήμα 6.72 δείχνει τη σχέση του ρυθμού θραύσης με το κόσκινο αναφοράς, για τα δύο υλικά που εξετάστηκαν. Γενικά παρατηρείται ότι οι τιμές του ρυθμού θραύσης του μαρμάρου είναι υψηλότερες από εκείνες του χαλαζίτη, κάτι το οποίο ήταν αναμενόμενο. Ο ρυθμός θραύσης του μαρμάρου ήταν 1.55 min^{-1} με χρήση του κόσκινου αναφοράς 300 μm και έφτασε 1.86 min^{-1} στο κόσκινο 75 μm, που σημαίνει αύξηση 20%. Για το χαλαζίτη, ο ρυθμός θραύσης ήταν 0.75 min^{-1} και έφτασε 1.0 min^{-1}, από το κόσκινο 300 μm στο κόσκινο 75 μm. Η αντίστοιχη αύξηση του ρυθμού θραύσης έφτασε το 33.3%. Η μικρότερη αύξηση του ρυθμού θραύσης του μαρμάρου μπορεί να οφείλεται στο ότι το λεπτομερές του μαρμάρου έχει την τάση να συσσωματώνεται με αποτέλεσμα τα χονδρομερή τεμάχια να επικαλύπτονται από αυτά και επομένως οι δυνάμεις κρούσης να μην είναι τόσο αποτελεσματικές, όσο αυξάνεται το ποσοστό των λεπτομερών.

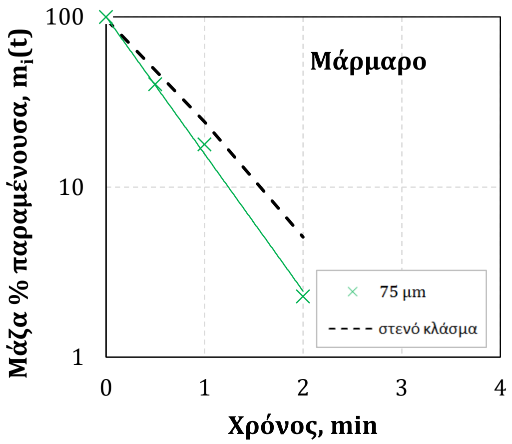


Σχήμα 6.72: Σχέση του ρυθμού θραύσης με το κόσκινο αναφοράς, για μάρμαρο και χαλαζίτη.

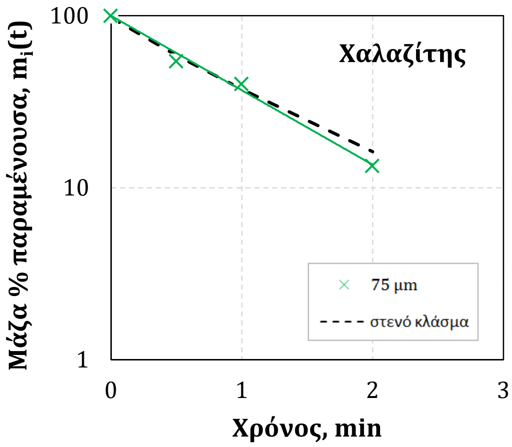
Τα Σχήματα 6.73 και 6.74 παρουσιάζουν τη μάζα % που παρέμεινε στην τάξη μεγέθους -3.35+2.36 mm σε συνάρτηση με το χρόνο λειοτρίβησης, για το μάρμαρο και το χαλαζίτη. Γίνεται σύγκριση του ρυθμού θραύσης του συγκεκριμένου κλάσματος όταν η αρχική τροφοδοσία αποτελούταν μόνο από το κλάσμα αυτό (στενό κλάσμα), με το ρυθμό θραύσης του ίδιου κλάσματος όταν χρησιμοποιήθηκε κόσκινο αναφοράς 75 μm, εφαρμόζοντας τη μέθοδο Bond. Είναι φανερό ότι ο ρυθμός θραύσης του κλάσματος -3.35+2.36 mm ενισχύεται με την παρουσία των λεπτομερών, το οποίο έρχεται σε αντίθεση με τα αποτελέσματα ορισμένων ερευνητών (Austin and Bagga, 1981; Austin et al., 1981).

Γενικά, η μελέτη της κινητικής της λειοτρίβησης σε υλικά τα οποία προήλθαν από κατάσταση ισορροπίας του συστήματος, με εφαρμογή της μεθόδου Bond, έδειξε ότι η παρουσία λεπτομερών στο μύλο αυξάνει το ρυθμό θραύσης των χονδρομερών κλασμάτων και μάλιστα ο ρυθμός θραύσης αυξάνεται όσο το μέγεθος των λεπτομερών μειώνεται. Το γεγονός αυτό θα πρέπει να προβληματίσει όσον αφορά στην απόδοση του ταξινομητή σε βιομηχανικό επίπεδο, και την πάγια τακτική μείωσης των λεπτομερών της ανακύκλωσης.

Επίσης, τα αποτελέσματα έδειξαν ότι ο ρυθμός θραύσης χονδρομερούς κλάσματος (π.χ. -3.35+2.36 mm) είναι μεγαλύτερος στην περίπτωση που υπάρχει η παρουσία λεπτομερών στο μύλο, σε σχέση με το ρυθμό θραύσης του ίδιου του κλάσματος χωρίς την παρουσία λεπτομερών. Σε αυτή την περίπτωση η λειοτρίβηση του στενού χονδρομερούς κλάσματος θεωρήθηκε ότι είναι ανεξάρτητη της αλληλεπίδρασής του με το λεπτομερές, αφού στην πραγματικότητα από το χονδρομερές κλάσμα παράγονται όλο και περισσότερα λεπτομερή, όσο συνεχίζεται η λειοτρίβηση.



Σχήμα 6.73: Η μάζα % που παρέμεινε στην τάξη μεγέθους -3.35+2.36 mm του μαρμάρου, ενός στενού κλάσματος τροφοδοσίας και τροφοδοσίας που προέκυψε με το κόσκινο αναφοράς 75 μm, σε συνθήκες ισορροπίας της μεθόδου Bond.



Σχήμα 6.74: Η μάζα % που παρέμεινε στην τάξη μεγέθους -3.35+2.36 mm του χαλαζίτη, ενός στενού κλάσματος τροφοδοσίας και τροφοδοσίας που προέκυψε με το κόσκινο αναφοράς 75 μm, σε συνθήκες ισορροπίας της μεθόδου Bond.

7. Άλλες μέθοδοι προσδιορισμού της κατανομής μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης

7.1 Εφαρμογή του μοντέλου πίνακα στη διεργασία της λειοτρίβησης - σύνδεση με το κινητικό μοντέλο.

Σε αυτό το υποκεφάλαιο εφαρμόστηκε το μοντέλο πίνακα των Broadbent and Callcott στη διεργασία της λειοτρίβησης και οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων που προέκυψαν συγκρίθηκαν με τις αντίστοιχες πειραματικές. Το καινοτόμο το οποίο επιτεύχθηκε ήταν η σύνδεση του μοντέλου πίνακα με τη συνάρτηση επιλογής (selection function), όπως ορίζεται από το κινητικό μοντέλο. Η συνάρτηση επιλογής του κινητικού μοντέλου, όπως έχει αναφερθεί, λαμβάνει υπόψη της τη μη ομαλή λειοτρίβηση στα μεγαλύτερα μεγέθη τροφοδοσίας σε αντίθεση με το μοντέλο πίνακα που θεωρεί ότι όσο μεγαλώνει το μέγεθος της τροφοδοσίας τόσο μεγαλώνει και η πιθανότητα να θραυστεί. Επομένως, η ενσωμάτωση της συνάρτησης επιλογής του κινητικού μοντέλου στο μοντέλο των Broadbent and Callcott συμβάλει στην πιο ρεαλιστική προσομοίωση της διαδικασίας της λειοτρίβησης.

Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν τα πειραματικά αποτελέσματα των υλικών μάρμαρο, χαλαζίας, χαλαζίτης και μεταψαμμίτης, τα οποία προέκυψαν από την πρώτη και δεύτερη σειρά πειραμάτων (Κεφ. 3.3.2). Οι κατανομές μεγέθους μετά από χρόνο 0.5 min λειοτρίβησης θεωρήθηκαν ως οι αρχικές τροφοδοσίες (χρόνος μηδέν) για τη συγκεκριμένη μεθόδο, ενώ συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα που προέκυψαν μετά από 3 χρόνους λειοτρίβησης (0.5 min, 1.5 min και 3.5 min). Οι χρόνοι 0.5 min, 1.5 min και 3.5 min αντιστοιχούν στους χρόνους 1 min, 2 min και 4 min της πρώτης και δεύτερης σειράς πειραμάτων. Θεωρώντας ότι η λειοτρίβηση λαμβάνει χώρα σε στοιχειώδη βήματα (steps) χρόνου dt=0.5 min, τα στάδια (συμβάντα) θραύσης που εξετάστηκαν ήταν το στάδιο 1, το στάδιο 3 και το στάδιο 7 (τα οποία αντιστοιχούν σε χρόνο 0.5 min, 1.5 min και 3.5 min). Η σταθερά MC υπολογίστηκε από το πρώτο στάδιο (στάδιο 1) γνωρίζοντας την παροχή της τροφοδοσίας στο στάδιο αυτό (690 g/min), ενώ από τη σταθερά MC και για διαφορετικές παροχές τροφοδοσίας (230 g/min και 98 g/min) υπολογίστηκαν τα στάδια που αντιστοιχούν στις παροχές αυτές. Η σχέση της παροχής της τροφοδοσίας με τα στάδια λειοτρίβησης, για συγκεκριμένους χρόνους λειοτρίβησης, παρουσιάζεται στον Πίνακα 7.1.

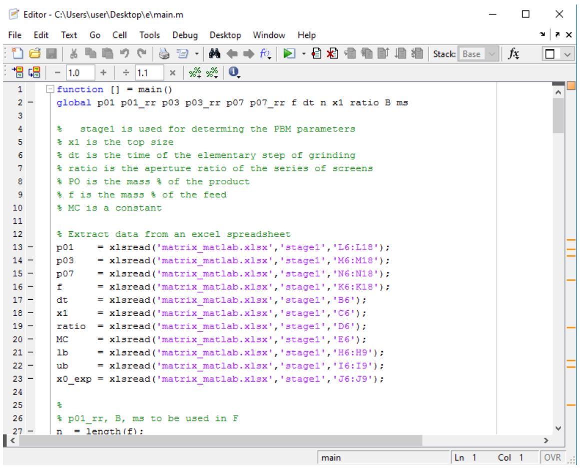
Πίνακας 7.1: Σχέση της παροχής της τροφοδοσίας με τα στάδια λειοτρίβησης, για συγκεκριμένους χρόνους λειοτρίβησης

Χρόνος min	***παροχή g/min***	***στάδιο***	***MC***
0.5	690	1	690
1.5	230	3	690
3.5	98	7	690

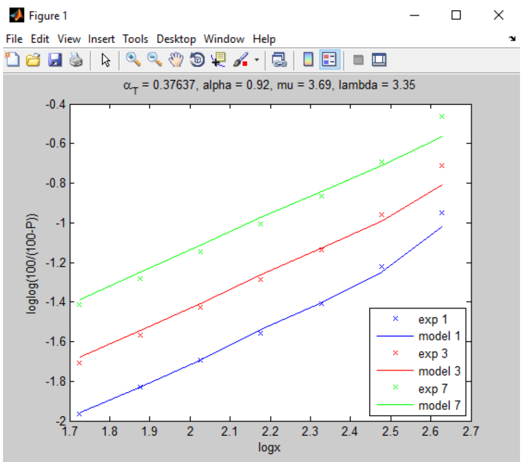
Για την εφαρμογή της μεθόδου γράφτηκε κώδικας στο πρόγραμμα MATLAB (Παράρτημα Δ), ο οποίος περιελάμβανε τα εξής στάδια: (i) υπολογισμός της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης $B_{i,j}$ (breakage function) των Broadbent and Callcott (Σχέση (2.32)), χωρίζοντας το κάθε υλικό σε τάξεις μεγέθους με λόγο $\sqrt{2}$, η οποία επιτρέπει τον υπολογισμό όλων των στοιχείων του πίνακα $\dot{B}$. O $\dot{B}$, όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι ένας πίνακας n x n (κατώτερος τριγωνικός) τα στοιχεία του οποίου δίνουν το κλάσμα μάζας της συγκεκριμένης τάξης μεγέθους το οποίο παραμένει μετά από λειοτρίβηση, (ii) υπολογισμός του πίνακα $\dot{B} \cdot \dot{S} + I - \dot{S}$. O πίνακας $\dot{S}$ είναι ένας διαγώνιος πίνακας τα στοιχεία του οποίου εκφράστηκαν με βάση το κινητικό μοντέλο (Σχέσεις (2.45) και (2.46)), το οποίο συνδέει το ρυθμό θραύσης (min^{-1}) με το μέγεθος της τροφοδοσίας. Επίσης, επειδή η συνάρτηση επιλογής (selection function) του μοντέλου πίνακα είναι καθαρός αριθμός, οι τιμές του ρυθμού θραύσης (min^{-1}) πολλαπλασιάστηκαν με το χρόνο dt του στοιχειώδους βήματος της λειοτρίβησης και οι αδιάστατες πλέον τιμές του ρυθμού θραύσης χρησιμοποιήθηκαν ως στοιχεία του διαγώνιου πίνακα $\dot{S}$, (iii) γνωρίζοντας την αρχική τροφοδοσία $\dot{f}$ και με χρήση της Σχέσης (2.31) υπολογίζεται το προϊόν $\dot{p}$ για κάθε στάδιο u λειοτρίβησης, (iv) οι κατανομές μεγέθους της τροφοδοσίας και των προϊόντων των υλικών περιγράφηκαν από τη μαθηματική συναρτήση Rosin-Rammler (*RR*), όπου συγκρίθηκαν οι κατανομές που προκύπτουν από το μοντέλο σε σχέση με τις αντίστοιχες πειραματικές, (v) μέσω της συνάρτησης ''fimincon'' του προγράμματος MATLAB πραγματοποιήθηκε μη γραμμική βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης *F*, όπου προσδιορίστηκαν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων α_T, α, μ και Λ που ελαχιστοποιούν το σφάλμα μεταξύ των πειραματικών κατανομών *RR* και του μοντέλου, για τρεις διαφορετικούς χρόνους (ή στάδια) λειοτρίβησης. Η αντικειμενική συνάρτηση *F* ορίζεται σύμφωνα με τη Σχέση (7.1),

$$F = \sum_{u=1}^{3} \sum_{i=1}^{N+1} (Q_{ui}^{Mod} - Q_{ui}^{Exp}) \qquad ...(7.1)$$

όπου Q=loglog(100/(100-P)), όπως ορίζεται στη Σχέση (2.10), οι εκθέτες *Exp* και *Mod* αναφέρονται στα πειραματικά δεδομένα και τα εκτιμώμενα αποτελέσματα του μοντέλου αντίστοιχα, και οι δείκτες *u* και *i* αναφέρονται στα στάδια της λειοτρίβησης και τις τάξεις μεγέθους αντίστοιχα. Επίσης, η συνάρτηση ''fimincon'' απαιτεί τον ορισμό κατώτερων *lb* και ανώτερων τιμών *ub* των παραμέτρων, όπου ορίστηκαν διαφορετικά όρια για κάθε παράμετρο, με βάση τη βιβλιογραφία (Chimwani et al., 2013). Για την ταχεία και αξιόπιστη σύγκλιση της μη γραμμικής βελτιστοποίησης, αρχικά χρησιμοποιήθηκαν οι πειραματικές τιμές των παραμέτρων, θέτοντας *lb*=*ub* για κάθε παράμετρο και στη συνέχεια η *F* βελτιστοποιήθηκε με αλλαγή των παραμέτρων, ορίζοντας τα όρια *lb* και *ub*, (vi) έχοντας εκτιμήσει τις βέλτιστες παραμέτρους για μια δεδομένη τροφοδοσία ενός υλικού, το επόμενο στάδιο ήταν εάν οι παράμετροι αυτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για διαφορετικές τροφοδοσίες του ίδιου του υλικού, δίνοντας καλές προσαρμογές μεταξύ των πειραματικών κατανομών και των αντίστοιχων του μοντέλου. Επίσης, ο ίδιος κώδικας MATLAB χρησιμοποιήθηκε για την αξιολόγηση της επίδρασης του υλικού και των διαφορετικών συνθηκών λειοτρίβησης στις εκτιμώμενες παραμέτρους. Η προβολή του κώδικα και του αποτελέσματος (πειραματικές και εκτιμώμενες *RR* κατανομές μεγέθους), του προγράμματος MATLAB, παρουσιάζονται στα Σχήματα 7.1 και 7.2.



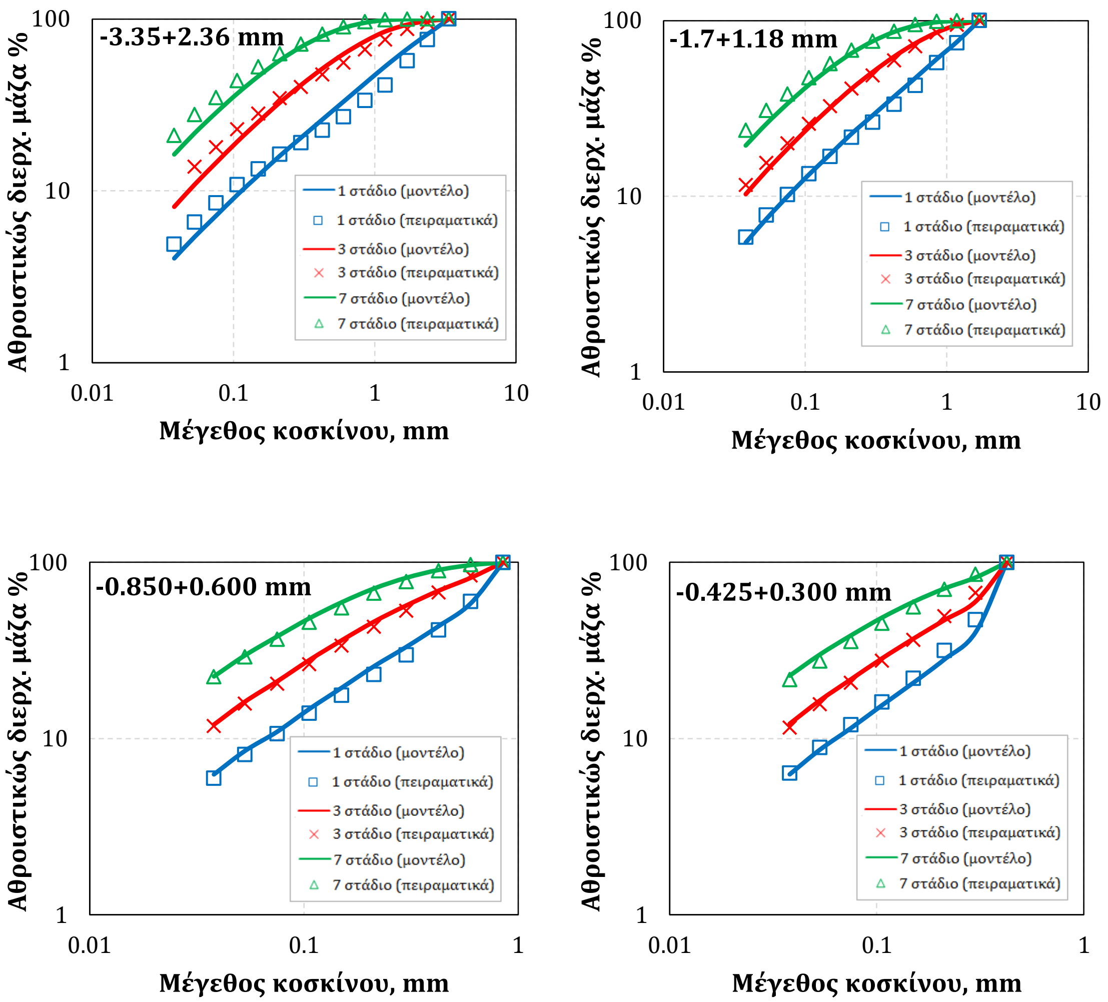
Σχήμα 7.1: Προβολή κώδικα του προγράμματος MATLAB.



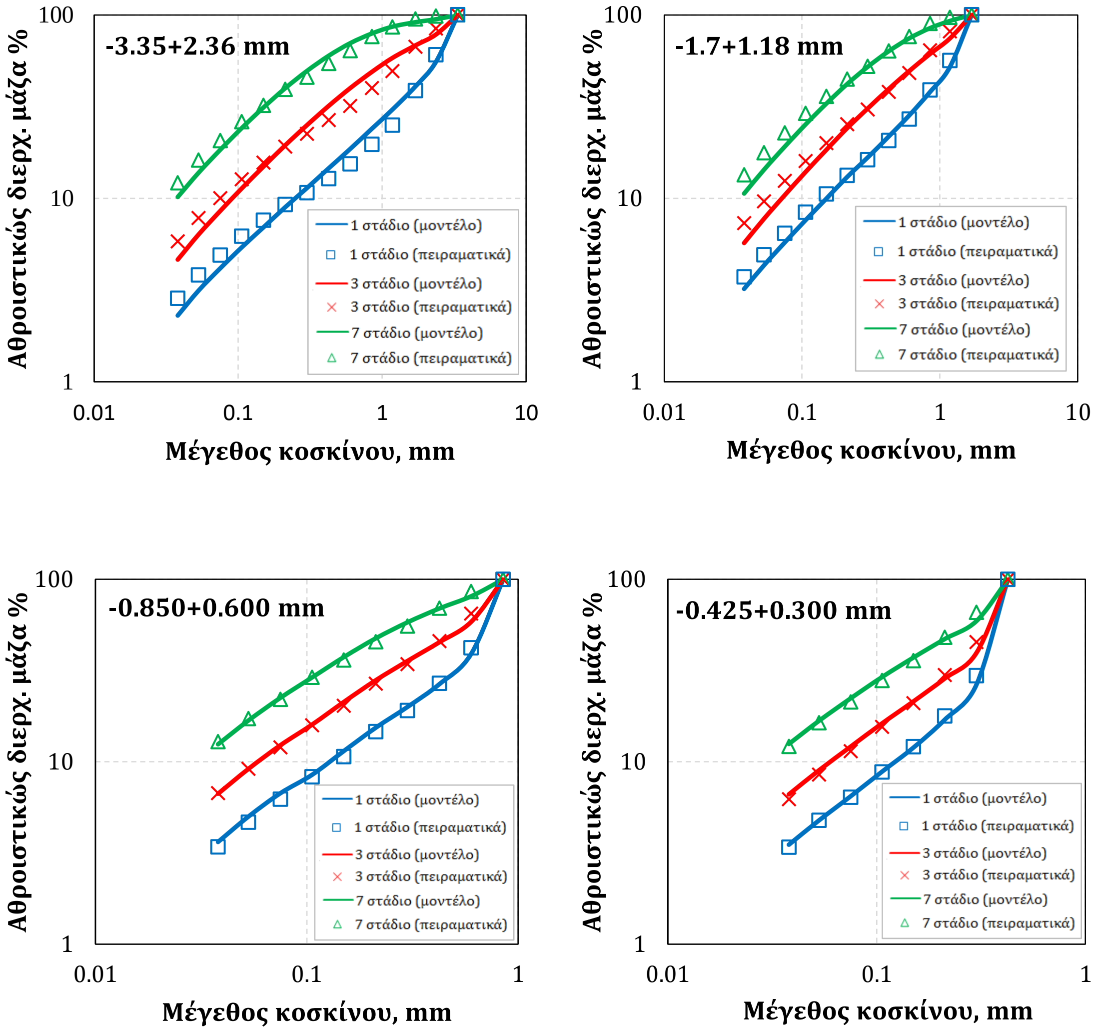
Σχήμα 7.2: Πειραματικές και εκτιμώμενες *RR* κατανομές μεγέθους, του προγράμματος MATLAB.

Σύμφωνα με τη διαδικασία, πραγματοποιήθηκε βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης *F*, χρησιμοποιώντας ως αρχική τροφοδοσία εκείνη που προερχόταν από το κλάσμα -0.850+0.425 mm, όπου προσδιορίστηκαν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων α_T, α, μ και Λ . Επιλέχθηκε η συγκεκριμένη τροφοδοσία για τη βελτιστοποίηση, γιατί στο μέγεθος αυτό λαμβάνει χώρα ομαλή λειοτρίβηση, για όλα τα υλικά που εξετάστηκαν. Στη συνέχεια, οι ίδιες παράμετροι χρησιμοποιήθηκαν για την εκτίμηση των κατανομών μεγέθους των υπολοίπων μεγεθών τροφοδοσίας.

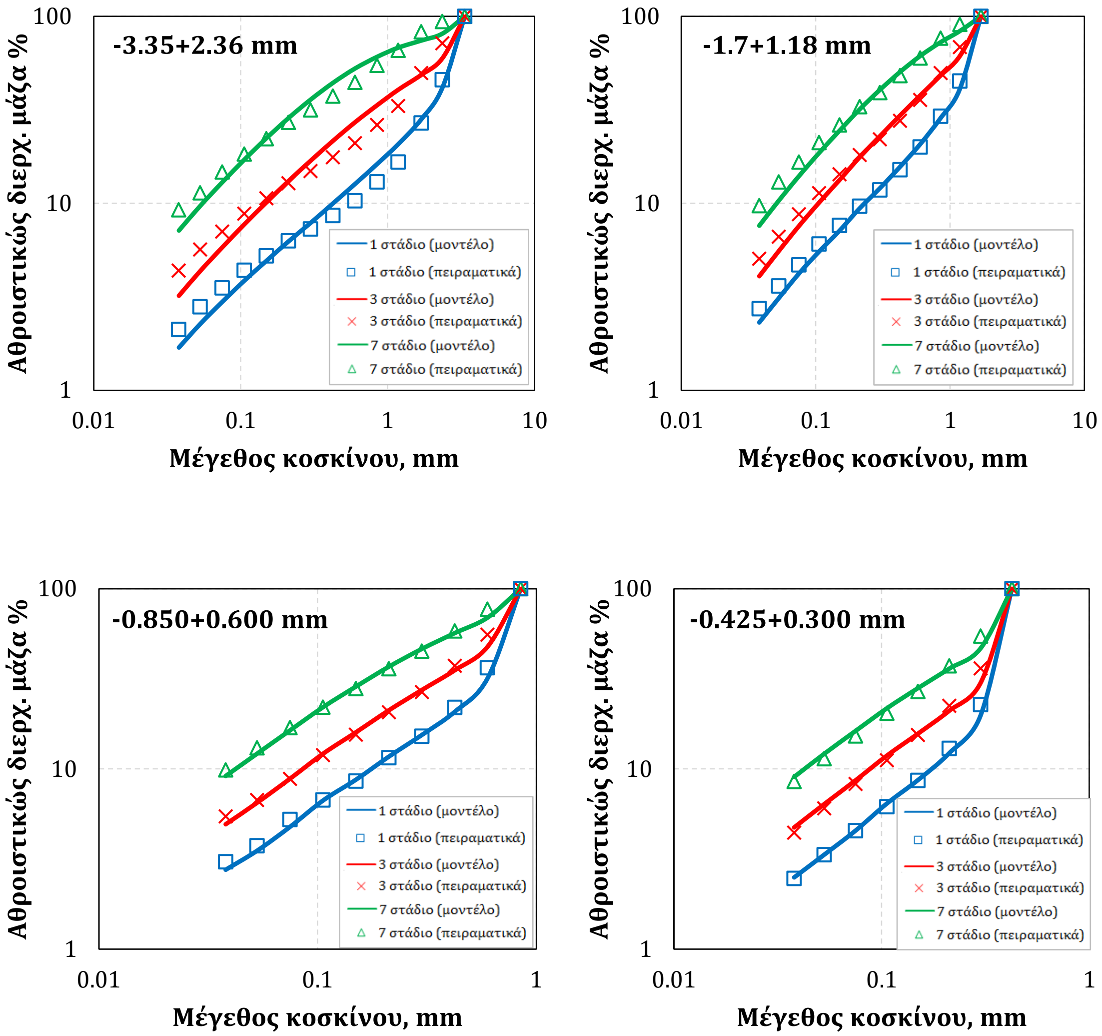
Οι πειραματικές κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης του μαρμάρου σε σύγκριση με τις αντίστοιχες του μοντέλου, για τους τρεις διαφορετικούς συντελεστές πλήρωσης των κενών των σφαιρών με υλικό (*U*=50%, *U*=100% και *U*=150%) παρουσιάζονται στα Σχήματα 7.3 έως 7.5. Παρατηρείται ότι υπάρχει πολύ καλή προσαρμογή μεταξύ των πειραματικών κατανομών και του μοντέλου, ακόμα και για τα μεγάλα μεγέθη τροφοδοσίας, όπου λαμβάνει χώρα μη ομαλή λειοτρίβηση. Ωστόσο, οι εκτιμώμενες κατανομές μεγέθους φαίνεται να ταιριάζουν καλύτερα για μεγέθη τροφοδοσίας της ομαλής λειοτρίβησης, υποδηλώνοντας ότι οι βέλτιστες παράμετροι που προσδιορίστηκαν στο μέγεθος τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm της ομαλής περιοχής λειοτρίβησης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν με μεγάλη ακρίβεια για όλα τα μεγέθη της περιοχής αυτής. Οι Πίνακες 7.2 έως 7.13 παρουσιάζουν τις πειραματικές κατανομές μεγέθους και του μοντέλου, των προϊόντων λειοτρίβησης του μαρμάρου, μαζί με τις τροφοδοσίες από όπου προήλθαν τα προϊόντα αυτά. Η ακρίβεια των εκτιμώμενων κατανομών προσδιορίστηκε με χρήση του συντελεστή συσχέτισης R. Στα αποτελέσματα ελέγχθηκε, επίσης, κατά πόσο η βέλτιστη ευθεία μεταξύ πειραματικών τιμών x και εκτιμώμενων y συμπίπτει με την ιδανική y=x. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα των υλικών χαλαζία, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη, για διαφορετικές συνθήκες λειοτρίβησης, παρουσιάζονται στους Πίνακες Δ.1 έως Δ.36 του Παραρτήματος Δ.



Σχήμα 7.3: Πειραματικές και εκτιμώμενες κατανομές μεγέθους του μαρμάρου, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας (U=50%).



Σχήμα 7.4: Πειραματικές και εκτιμώμενες κατανομές μεγέθους του μαρμάρου, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας (*U*=100%).



Σχήμα 7.5: Πειραματικές και εκτιμώμενες κατανομές μεγέθους του μαρμάρου, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας (U=150%).

Πίνακας 7.2: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μαρμάρου, αρχικής τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm και *U*=50%

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Τροφοδοσία*	*Στάδιο 1*		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
		Πειραματικά	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	51.4	81.7	75.8	97.4	94.9	99.9	99.9
1.70	32.2	67.1	57.0	92.7	87.3	99.7	99.7
1.18	20.7	52.9	41.2	84.5	75.6	98.5	98.6
0.850	16.1	42.2	33.5	74.1	66.1	95.1	96.1
0.600	12.6	33.0	26.8	62.6	55.5	88.7	90.0
0.425	10.5	26.0	22.5	51.4	47.4	79.6	81.3
0.300	8.8	20.4	19.0	41.3	40.1	68.7	71.3
0.212	7.4	16.0	16.3	32.6	34.5	57.4	62.6
0.150	6.0	12.3	13.3	25.2	28.1	46.5	52.6
0.106	4.9	9.5	10.9	19.3	22.8	36.8	43.6
0.075	3.8	7.1	8.5	14.5	17.9	28.4	34.8
0.053	3.0	5.4	6.5	10.9	13.8	21.7	27.7
0.038	2.3	4.0	4.9	8.1	10.5	16.3	21.0
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.990		0.995		0.999	

Πίνακας 7.3: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μαρμάρου, αρχικής τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm και *U*=50%

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Τροφοδοσία*	*Στάδιο 1*		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
		Πειραματικά	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1.18	49.7	75.6	74.7	94.2	94.4	99.7	99.8
0.850	34.0	60.4	57.4	85.6	85.3	98.0	98.9
0.600	23.7	47.1	42.7	74.2	71.2	93.7	94.8
0.425	18.0	37.0	33.3	62.4	59.1	86.2	86.7
0.300	14.1	28.9	26.3	51	48.6	76.3	76.1
0.212	11.5	22.6	21.6	40.9	40.9	65.1	67.7
0.15	8.9	17.3	16.8	31.9	32.5	53.6	56.7
0.106	7.1	13.3	13.4	24.6	25.8	43.0	47.2
0.075	5.4	10.0	10.2	18.6	20.0	33.7	38.2
0.053	4.1	7.4	7.8	13.9	15.5	25.8	30.7
0.038	3.0	5.5	5.8	10.3	11.6	19.5	23.7
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.998		0.999		1.00	

Πίνακας 7.4: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μαρμάρου, αρχικής τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm και *U*=50%

		Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Τροφοδοσία	Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	37.4	58.5	60.0	81.7	84.1	96.5	97.2
0.425	23.4	43.5	41.3	69.0	67.4	90.5	89.7
0.300	16.4	33.1	29.8	56.9	53.2	81.7	77.9
0.212	12.6	25.7	23.1	46.0	43.1	71.0	66.9
0.150	9.4	19.4	17.6	36.1	33.6	59.3	55.2
0.106	7.2	14.7	14.0	27.9	26.5	48.2	45.8
0.075	5.4	10.9	10.6	21.1	20.4	38.0	36.7
0.053	4.4	8.5	8.1	16.2	15.8	29.6	29.1
0.038	3.3	6.3	6.0	12.0	11.8	22.5	22.5
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.998		0.998	

Πίνακας 7.5: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μαρμάρου, αρχικής τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm και *U*=50%

		Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Τροφοδοσία	Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.300	26.8	40.1	47.2	59.9	67.2	82.0	85.6
0.212	16.2	28.1	31.7	47.0	49.4	71.0	70.2
0.150	11.1	20.7	21.9	36.8	36.3	59.6	55.9
0.106	8.0	15.5	16.1	28.5	27.7	48.6	45.2
0.075	5.8	11.5	12.0	21.7	20.7	38.5	35.6
0.053	4.4	8.6	8.9	16.4	15.7	29.9	27.5
0.038	3.2	6.3	6.4	12.1	11.5	22.7	21.7
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.997		0.996		0.998	

Πίνακας 7.6: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μαρμάρου, αρχικής τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm και *U*=100%

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Τροφοδοσία	Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
		Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	36.4	60.6	55.5	84.3	78.3	98.6	94.8
1.70	19.9	38.6	40.8	67.1	68.3	95.1	91.4
1.18	11.9	25.0	30.6	49.4	58.4	86.1	86.4
0.850	9.2	19.7	24.1	39.9	49.0	76.3	79.4
0.600	7.1	15.4	18.6	31.9	40.0	64.0	70.2
0.425	5.9	12.8	14.6	26.7	32.0	54.3	60.0
0.300	5.0	10.7	11.4	22.4	25.1	45.8	49.6
0.212	4.3	9.2	9.0	19.1	19.5	39.3	39.9
0.150	3.5	7.6	7.0	15.7	14.9	32.1	31.4
0.106	2.9	6.2	5.4	12.7	11.4	26.2	24.2
0.075	2.4	4.9	4.2	10.0	8.5	20.7	18.4
0.053	1.9	3.8	3.1	7.8	6.4	16.2	13.8
0.038	1.4	2.9	2.3	5.8	4.6	12.2	10.2
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.995		0.988		0.995	

Πίνακας 7.7: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μαρμάρου, αρχικής τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm και *U*=100%

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Τροφοδοσία	Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
		Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1.18	34.1	51.9	56.4	74.4	81.3	92.8	96.9
0.850	21.5	38.1	38.9	61.4	64.2	84.8	89.8
0.600	14.5	28.4	27.1	49.5	48.3	74.6	76.2
0.425	10.9	21.7	20.6	39.5	38.0	63.4	63.5
0.300	8.5	16.7	16.2	31.0	30.5	52.2	52.4
0.212	6.9	13.1	13.3	24.1	25.3	42.0	44.7
0.150	5.4	10.0	10.6	18.4	20.0	32.9	36.0
0.106	4.3	7.6	8.4	13.9	16.0	25.3	29.0
0.075	3.4	5.8	6.5	10.4	12.5	19.2	22.7
0.053	2.6	4.3	4.9	7.8	9.6	14.3	17.7
0.038	2.0	3.2	3.7	5.7	7.3	10.6	13.4
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.997		0.999	

Πίνακας 7.8: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μαρμάρου, αρχικής τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm και *U*=100%

		Στάδιο 1		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	26.2	39.1	42.1	58.6	64.8	80.9	85.6
0.425	15.1	26.7	26.8	45.3	45.8	69.4	69.5
0.300	10.7	20.0	19.0	35.7	34.2	58.2	55.3
0.212	8.2	15.4	14.6	28.0	26.8	47.5	45.5
0.150	6.0	11.5	10.7	21.3	20.3	37.6	36.2
0.106	4.5	8.5	8.3	16.0	15.8	29.0	29.1
0.075	3.8	6.7	6.2	12.3	12.0	22.4	22.0
0.053	2.9	5.0	4.6	9.1	9.1	16.9	17.2
0.038	2.1	3.6	3.4	6.7	6.7	12.5	12.9
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.998		0.998	

Πίνακας 7.9: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μαρμάρου, αρχικής τροφοδοσίας -0.420+0.300 mm και *U*=100%

		Στάδιο 1		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.300	18.8	26.3	29.6	39.4	45.3	59.0	66.0
0.212	10.5	17.0	17.8	28.6	29.9	47.1	48.1
0.150	6.8	12.0	12.1	21.4	21.0	37.3	35.8
0.106	4.8	8.8	8.8	16.2	15.5	29.1	27.8
0.075	3.5	6.5	6.4	12.1	11.4	22.2	21.3
0.053	2.6	4.8	4.8	9.0	8.5	16.8	16.4
0.038	1.9	3.5	3.4	6.6	6.2	12.5	12.1
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.997		0.996	

Πίνακας 7.10: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μαρμάρου, αρχικής τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm και *U*=150%

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Τροφοδοσία	Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
		Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	29.6	45.8	41.5	71.8	59.7	93.7	80.8
1.70	15.3	26.8	28.2	49.6	48.7	82.8	74.3
1.18	9.2	16.6	20.7	33.2	40.5	65.9	68.0
0.850	7.1	13.0	16.2	26.2	33.5	54.7	60.8
0.600	5.6	10.3	12.7	21.0	27.1	44.4	52.6
0.425	4.6	8.6	10.0	17.6	21.6	37.4	44.1
0.300	3.9	7.3	7.9	14.9	16.9	31.6	35.9
0.212	3.3	6.3	6.3	12.8	13.2	27.1	28.6
0.150	2.8	5.2	4.9	10.6	10.1	22.2	22.3
0.106	2.3	4.4	3.9	8.8	7.7	18.3	17.1
0.075	1.9	3.5	3.0	7.0	5.8	14.7	13.0
0.053	1.5	2.8	2.3	5.6	4.3	11.4	9.7
0.038	1.1	2.1	1.7	4.4	3.2	9.2	7.1
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.997		0.985		0.983	

Πίνακας 7.11: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μαρμάρου, αρχικής τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm και *U*=150%

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Τροφοδοσία	Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
		Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100	100.0	100.0
1.18	26.6	40.6	45.0	61.2	68.5	83.4	90.7
0.850	16.0	28.5	29.2	48.2	49.7	72.7	76.5
0.600	10.4	20.7	20.0	37.8	35.6	61.4	59.9
0.425	7.7	15.7	15.1	29.5	27.6	50.5	48.1
0.300	6.0	12.0	11.8	22.8	21.9	40.4	39.1
0.212	4.9	9.4	9.6	17.6	18.1	31.8	32.8
0.150	3.9	7.1	7.6	13.3	14.3	24.4	26.3
0.106	3.2	5.5	6.0	10.1	11.3	18.6	21.1
0.075	2.5	4.2	4.7	7.6	8.7	14.0	16.6
0.053	1.9	3.1	3.6	5.5	6.6	10.3	13.0
0.038	1.4	2.3	2.7	4.1	5.0	7.6	9.7
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.997		0.996	

Πίνακας 7.12: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μαρμάρου, αρχικής τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm και *U*=150%

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Τροφοδοσία*	*Στάδιο 1*		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
		Πειραματικά	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	22.3	31.9	36.4	47.7	55.5	69.2	77.1
0.425	12.3	20.8	21.9	35.3	37.2	56.8	58.4
0.300	8.7	15.4	15.2	27.4	26.6	46.3	45.0
0.212	6.5	11.7	11.5	21.1	20.6	36.9	35.9
0.150	4.8	8.7	8.5	16.0	15.5	28.6	27.9
0.106	3.8	6.7	6.7	12.1	11.9	22.0	22.0
0.075	2.7	4.8	5.2	8.8	8.8	16.4	17.0
0.053	2.0	3.5	3.7	6.5	6.7	12.2	13.1
0.038	1.7	2.8	3.1	4.9	5.4	9.1	9.9
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.996		0.996	

Πίνακας 7.13: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μαρμάρου, αρχικής τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm και *U*=150%

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Τροφοδοσία*	*Στάδιο 1*		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
		Πειραματικά	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.30	14.1	19.8	22.7	29.9	36.1	46.6	54.7
0.212	7.5	12.2	13.0	21.0	22.3	36.0	37.3
0.150	4.9	8.7	8.6	15.7	15.4	28.1	26.9
0.106	3.6	6.4	6.2	11.8	11.2	21.6	20.4
0.075	2.4	4.5	4.5	8.6	8.2	16.2	15.2
0.053	1.8	3.3	3.3	6.4	6.0	12.1	11.4
0.038	1.4	2.5	2.5	4.7	4.4	9.0	8.5
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.997		0.995	

Οι τιμές των βέλτιστων παραμέτρων α_T, α, μ και Λ, που υπολογίστηκαν με βάση την προτεινόμενη μέθοδο, παρουσιάζονται στους Πίνακες 7.14 και 7.15, για όλα τα υλικά και για τις διάφορες συνθήκες λειοτρίβησης. Η προτεινόμενη μέθοδος, η οποία συνδέει το μοντέλο πίνακα των Broadbent and Callcott με τις κινητικές παραμέτρους της συνάρτησης επιλογής, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μοντελοποίηση της διαδικασίας της λειοτρίβησης, μετά από μια σειρά δοκιμών που πρέπει να γίνουν στο εργαστήριο, χρησιμοποιώντας ως αρχική τροφοδοσία του μύλου υλικό γνωστής κατανομής μεγέθους. Οι προκύπτουσες παράμετροι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη των κατανομών μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης οποιασδήποτε άλλης τροφοδοσίας, του ίδιου υλικού και για τις ίδιες συνθήκες λειοτρίβησης. Επίσης, η μέθοδος αυτή έχει το πλεονέκτημα ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως αρχική τροφοδοσία κοκκώδες υλικό διαφόρων κοκκομετρικών μεγεθών και δεν υπάρχει ο περιορισμός της χρησιμοποίησης στενού κλάσματος, όπως ορίζει το κινητικό μοντέλο (Austin et al., 1984). Για την εκτίμηση, επίσης, των παραμέτρων της συνάρτησης επιλογής δεν απαιτείται η λειοτρίβηση να ακολουθεί εξίσωση πρώτης τάξεως, αντικείμενο το οποίο που έχει απασχολήσει πολλούς ερευνητές (Austin and Bagga, 1981; Austin et al., 1981).

Πίνακας 7.14: Οι τιμές των βέλτιστων παραμέτρων α_T, α, μ και Λ, που υπολογίστηκαν με βάση την προτεινόμενη μέθοδο, για διαφορετικά U

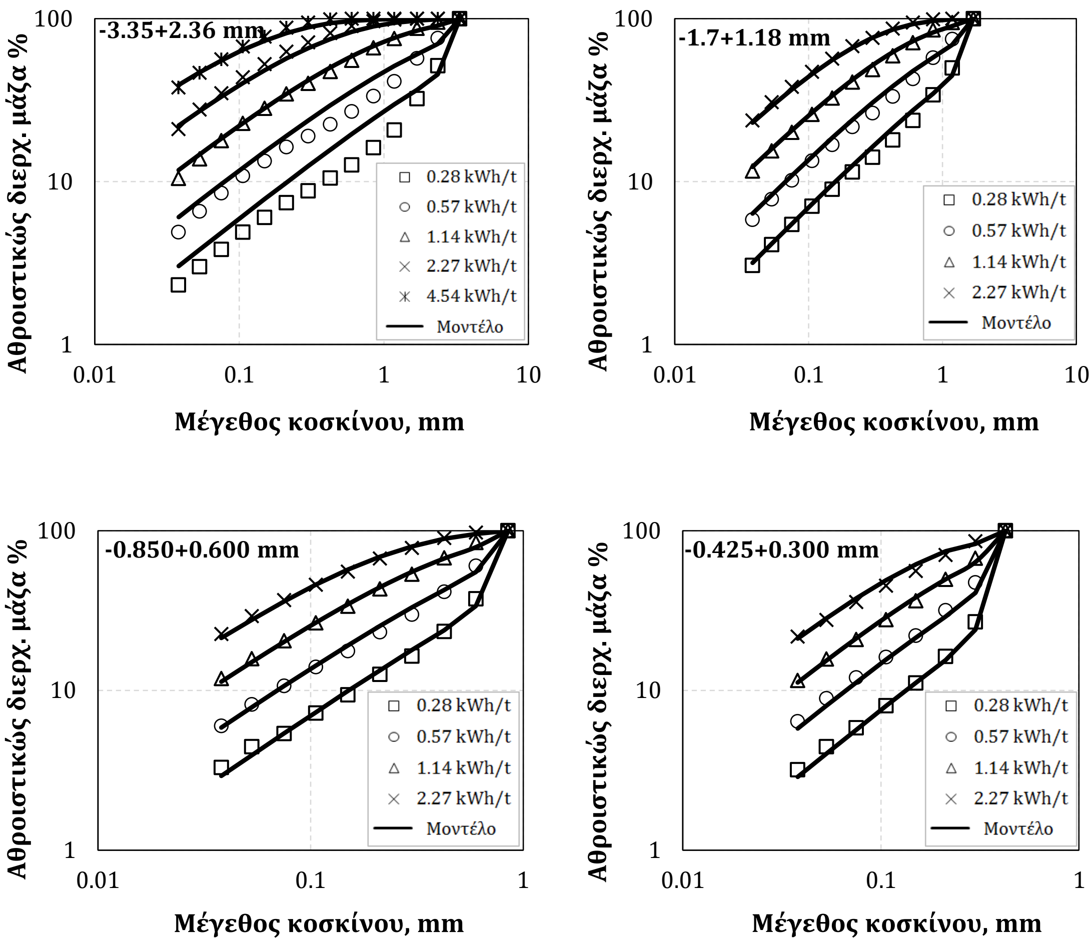
U (%)	*Μάρμαρο*				*Χαλαζίας*			
	α_T	α	μ	Λ	α_T	α	μ	Λ
	min^{-1}		mm		min^{-1}		mm	
50	0.87	0.90	3.72	3.36	0.46	1.13	2.11	3.15
100	0.46	0.92	3.69	3.35	0.23	1.15	2.11	3.15
150	0.32	0.92	3.69	3.35	0.15	1.15	2.11	3.15

Πίνακας 7.15: Οι τιμές των βέλτιστων παραμέτρων α_T, α, μ και Λ, που υπολογίστηκαν με βάση την προτεινόμενη μέθοδο, για διαφορετικά μεγέθη σφαιρών

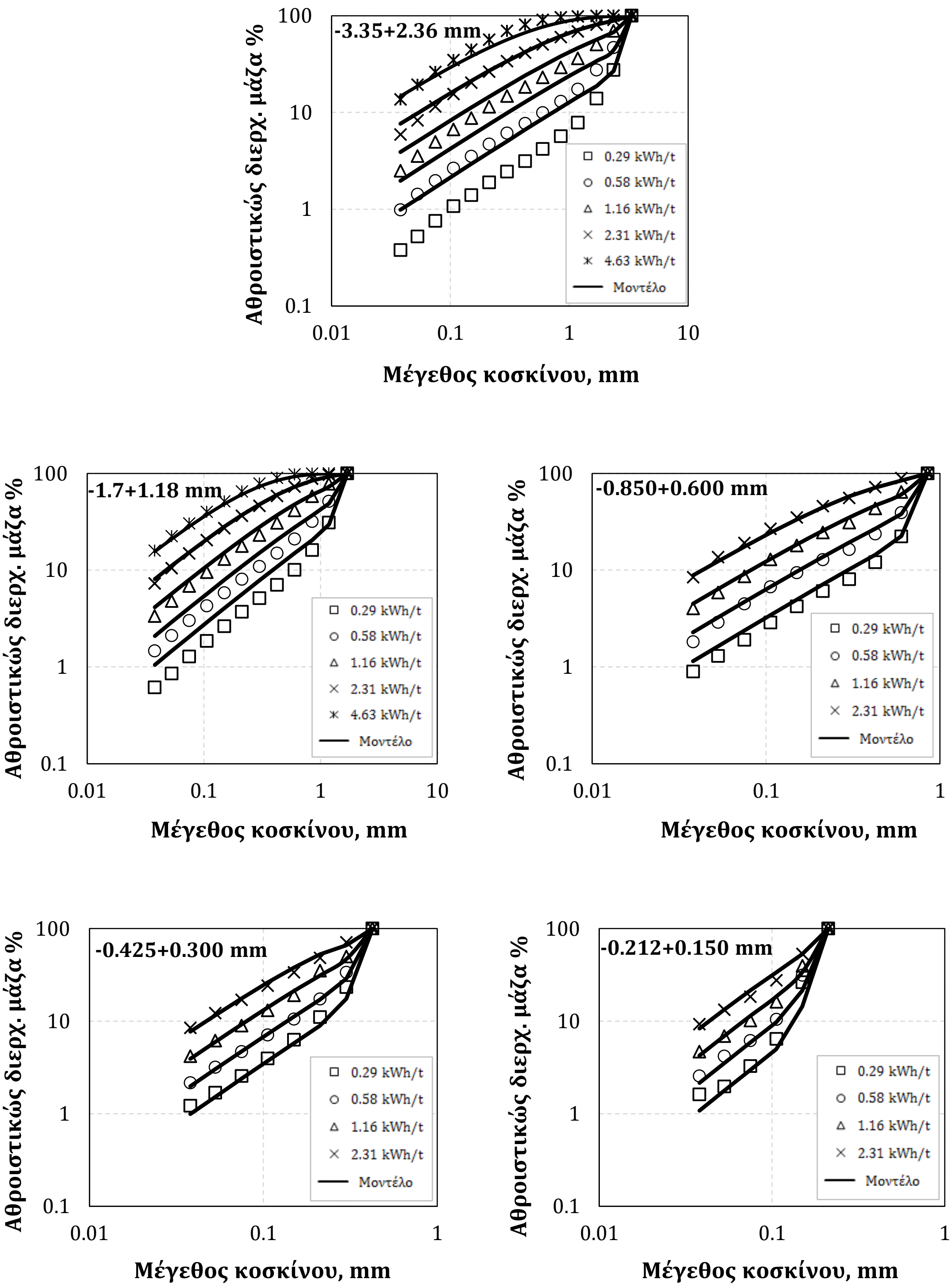
Διάμετρος σφαιρών (mm)	*Χαλαζίτης*				*Μεταψαμμίτης*			
	α_T	α	μ	Λ	α_T	α	μ	Λ
	min^{-1}		mm		min^{-1}		mm	
40	0.50	0.84	3.84	3.15	0.82	1.12	4.21	3.46
25.4	0.67	0.84	2.76	3.15	0.91	1.12	2.88	3.46
12.7	0.73	0.84	1.41	3.15	1.04	1.12	1.64	3.46

7.2 Προσαρμογή του μοντέλου Stamboliadis

Ο Stamboliadis (2006) βασιζόμενος σε πειραματικά δεδομένα, διαφορετικών υλικών, κατέληξε σε ένα απλό μαθηματικό μοντέλο (Σχέση (2.44)) που περιγράφει τη διαδικασία μείωσης του μεγέθους σε μύλους. Το μοντέλο αυτό αποδείχθηκε από τον ίδιο ερευνητή ότι μπορεί να προέλθει από το ισοζύγιο μάζας της διαδικασίας της λειοτρίβησης, σε κάθε ενεργειακό επίπεδο. Στο παρόν υποκεφάλαιο, γίνεται μελέτη του μοντέλου ως προς την εφαρμογή του στα πειραματικά δεδομένα των υλικών μάρμαρο και χαλαζία.



Σχήμα 7.6: Πειραματικές και εκτιμώμενες κατανομές μεγέθους του μαρμάρου, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας, με βάση το μοντέλο Stamboliadis (U=50%).



Σχήμα 7.7: Πειραματικές και εκτιμώμενες κατανομές μεγέθους του χαλαζία, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας, με βάση το μοντέλο Stamboliadis (U=50%).

Σύμφωνα με τη διαδικασία, από τις κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης των υλικών (Πίνακες 5.2 έως 5.9) υπολογίστηκε το κλάσμα μάζας της αρχικής τροφοδοσίας που είναι μεγαλύτερο από μέγεθος x, το οποίο διέρχεται από το μέγεθος αυτό, στο j στάδιο λειοτρίβησης, σύμφωνα με τη Σχέση (7.2). Όπως έχει ήδη αναφερθεί, το j στάδιο αντιστοιχεί σε κατανάλωση ενέργειας ε_j.

$$B_{j,i}{}^{Exp} = R_{0,i} - R_{j,i} \qquad ...(7.2)$$

όπου $R_{j,i}$ το κλάσμα μάζας που παρέμεινε στο κόσκινο μεγέθους x, στο j στάδιο λειοτρίβησης και ο εκθέτης *Exp* αναφέρεται στα πειραματικά δεδομένα. Για τον υπολογισμό του ρυθμού θραύσης k_i εφαρμόστηκε μη γραμμική παλινδρόμηση. Μέσω του εργαλείου Solver του προγράμματος Excel πραγματοποιήθηκε επίλυση και προσδιορίστηκε η βέλτιστη τιμή k_i που ελαχιστοποιεί το σφάλμα μεταξύ των πειραματικών (Σχέση (7.2)) και υπολογιζόμενων (Σχέση (2.44)) $B_{j,i}$ μετρήσεων. Τα αποτελέσματα, για όλα τα μεγέθη τροφοδοσίας που εξετάστηκαν, δίνονται στον Πίνακα 7.16. Τα αποτελέσματα του Πίνακα 7.16, τα οποία αντιστοιχούν σε συντελεστή πλήρωσης U=50%, δείχνουν ότι το k_i εξαρτάται από το μέγεθος των τεμαχίων x των υλικών. Τα μεγαλύτερα τεμάχια λειοτριβούνται με μεγαλύτερο ρυθμό έναντι των μικρότερων. Συγκρίνοντας τα δύο υλικά, είναι εμφανές ότι, για το ίδιο μέγεθος τροφοδοσίας, τα τεμάχια του μαρμάρου λειοτριβούνται με μεγαλύτερο ρυθμό σε σχέση με εκείνα του χαλαζία.

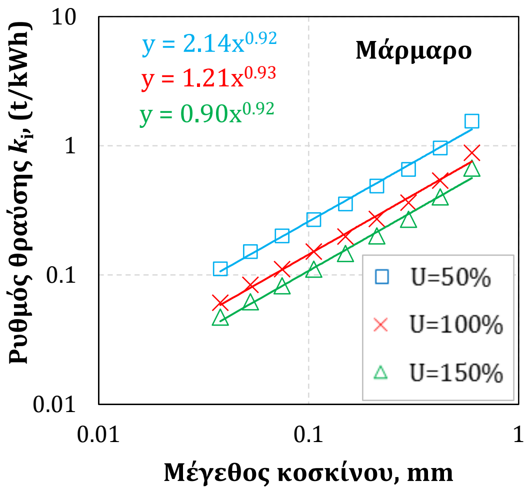
Οι τιμές των k_i σε σχέση με το μέγεθος x βρέθηκε ότι ακολουθούν εκθετικού τύπου συναρτήσεις, σύμφωνα με τη γενική Σχέση (7.3), και παριστάνονται με ευθείες γραμμές σε λογαριθμική κλίμακα,

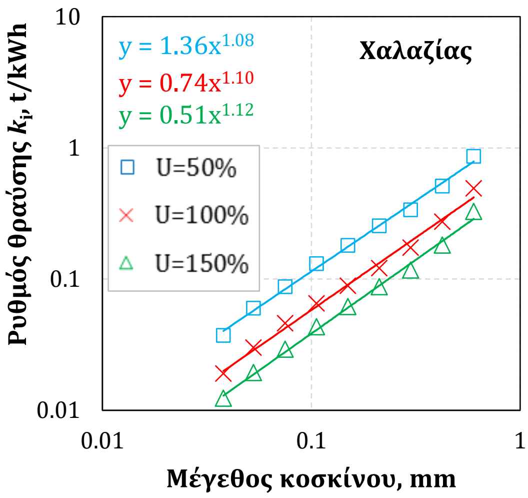
$$k_i = A' \cdot x^{B'} \qquad ...(7.3)$$

όπου A' και B' σταθερές.

Πίνακας 7.16: Ρυθμός θραύσης k_i (t/kWh) του μαρμάρου και του χαλαζία, για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας (U=50%)

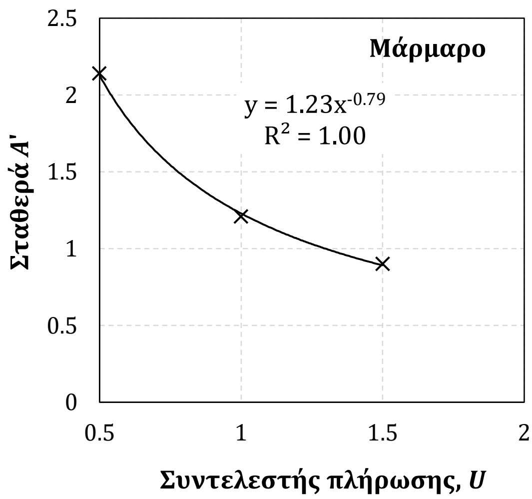
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***-3.35+2.36 mm***		***-1.7+1.18 mm***		***-0.850+0.600 mm***		***-0.425+0.300 mm***		***-0.212+0.150 mm***
	Μάρμαρο	***Χαλαζίας***	***Μάρμαρο***	***Χαλαζίας***	***Μάρμαρο***	***Χαλαζίας***	***Μάρμαρο***	***Χαλαζίας***	***Χαλαζίας***
2.36	2.46	1.00	-	-	-	-	-	-	-
1.70	1.55	0.64	-	-	-	-	-	-	-
1.18	1.10	0.46	2.34	1.24	-	-	-	-	-
0.850	0.89	0.39	1.54	0.76	-	-	-	-	-
0.600	0.74	0.32	1.06	0.51	1.55	0.49	-	-	-
0.425	0.60	0.26	0.78	0.38	0.96	0.27	-	-	-
0.300	0.49	0.20	0.59	0.28	0.65	0.17	0.96	0.57	-
0.212	0.41	0.15	0.47	0.20	0.49	0.12	0.58	0.29	-
0.150	0.31	0.11	0.35	0.14	0.36	0.09	0.38	0.18	0.36
0.106	0.24	0.08	0.27	0.10	0.27	0.07	0.28	0.12	0.15
0.075	0.18	0.06	0.21	0.07	0.20	0.05	0.20	0.08	0.09
0.053	0.14	0.04	0.16	0.05	0.15	0.03	0.15	0.06	0.06
0.038	0.10	0.03	0.12	0.04	0.11	0.02	0.11	0.04	0.04

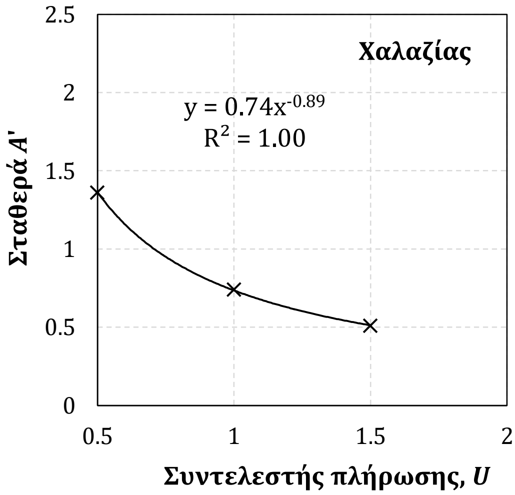




Σχήμα 7.8: Σχέση του ρυθμού θραύσης του μαρμάρου με το μέγεθος του κοσκίνου, για διαφορετικά *U*.

Σχήμα 7.9: Σχέση του ρυθμού θραύσης του χαλαζία με το μέγεθος του κοσκίνου, για διαφορετικά *U*.





Σχήμα 7.10: Σχέση της σταθεράς *A'* του μαρμάρου με το συντελεστή πλήρωσης *U*.

Σχήμα 7.11: Σχέση της σταθεράς *A'* του χαλαζία με το συντελεστή πλήρωσης *U*.

Με χρήση της Σχέσης (7.3) προσδιορίστηκαν οι κατανομές μεγέθους των υλικών, οι οποίες συγκρίθηκαν με τις αντίστοιχες πειραματικές. Από το Σχήμα 7.6 προκύπτει ότι υπάρχει αρκετά καλή ταύτιση μεταξύ των πειραματικών και εκτιμώμενων κατανομών μεγέθους, στην περίπτωση του μαρμάρου. Εξαίρεση αποτελεί το μεγαλύτερο μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm, όπου παρατηρείται διαφοροποίηση των καμπυλών, ιδιαίτερα στα αρχικά στάδια λειοτρίβησης. Στην περίπτωση του χαλαζία (Σχήμα 7.7), παρατηρείται, επίσης, απόκλιση μεταξύ των πειραματικών και εκτιμώμενων καμπυλών στις τροφοδοσίες -3.35+2.36 mm και -1.7+1.18 mm, ενώ στις μικρότερες τροφοδοσίες εμφανίζεται αρκετά καλή ταύτιση. Η απόκλιση των εκτιμώμενων κατανομών μεγέθους από τις πειραματικές φαίνεται να συνδέεται με το μέγιστο μέγεθος τροφοδοσίας x_m του μύλου. Στην περίπτωση του μαρμάρου, το μέγεθος x_m=2.8 mm, επομένως η τροφοδοσία -3.35+2.36 mm βρίσκεται στη μη ομαλή περιοχή λειοτρίβησης. Επίσης, η απόκλιση των κατανομών μεγέθους στις τροφοδοσίες -3.35+2.36 mm και -1.7+1.18 mm δικαιολογείται, στην περίπτωση του χαλαζία, αφού το μέγιστο μέγεθος x_m=1.7 mm. Για την καλύτερη αξιολόγηση των αποτελεσμάτων, πραγματοποιήθηκαν επιπλέον δοκιμές λειοτρίβησης σε μικρότερο μέγεθος τροφοδοσίας (-0.212+0.150 mm). Από το Σχήμα 7.7 προκύπτει ότι ακόμα και σε μικρότερη τροφοδοσία υπάρχει σχεδόν πλήρης ταύτιση μεταξύ των πειραματικών και των εκτιμώμενων κατανομών μεγέθους.

Λόγω της απόκλισης των κατανομών μεγέθους στα μεγαλύτερα μεγέθη τροφοδοσίας, στη συνέχεια μελετήθηκε η σχέση του ρυθμού θραύσης k_i με το μέγεθος x (Σχέση (7.3)), σε μέγεθος τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm, το οποίο βρίσκεται στην ομαλή περιοχή λειοτρίβησης και για τα δύο υλικά. Τα Σχήματα 7.8 και 7.9 παρουσιάζουν τη σχέση του k_i με το x, για διαφορετικούς συντελεστές πλήρωσης U. Παρατηρείται ότι ακολουθείται εκθετικού τύπου συνάρτηση και οι ευθείες γραμμές που δημιουργούνται (σε λογαριθμική κλίμακα) είναι παράλληλες μεταξύ τους, με αλλαγή του συντελεστή πλήρωσης U. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι η σταθερά B' της Σχέσης (7.3) παραμένει σταθερή και ανεξάρτητη του U. Αντίθετα, η σταθερά A' ακολουθεί εκθετικού τύπου συνάρτηση με το U, όπως παρουσιάζεται στα Σχήματα 7.10 και 7.11.

Επομένως, οι Σχέσεις (7.4) και (7.5) μπορούν να χρησιμοποιηθούν, για το μάρμαρο και το χαλαζία, έναντι της Σχέσης (7.3), οι οποίες ενσωματώνουν την επίδραση του συντελεστή πλήρωσης κενών U.

$k_i = 1.23 \cdot U^{-0.79} \cdot x^{0.92}$ για το μάρμαρο ...(7.4)

$k_i = 0.75 \cdot U^{-0.89} \cdot x^{1.10}$ για το χαλαζία ...(7.5)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8ο

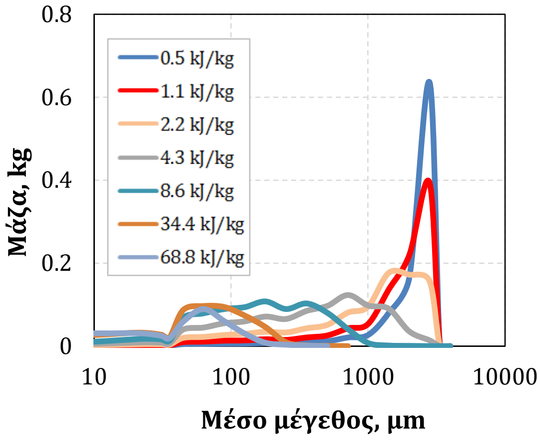
8. Αποτελέσματα διαστασιακών ιδιοτήτων

Για τη μελέτη των διαστασιακών ιδιοτήτων, χρησιμοποιήθηκαν τα πειραματικά αποτελέσματα των υλικών μάρμαρο, χαλαζίας, χαλαζίτης και μεταψαμμίτης, τα οποία προέκυψαν από την πρώτη και δεύτερη σειρά πειραμάτων (Κεφ. 3.3.2). Από τις κατανομές μάζας συναρτήσει του μεγέθους (κατανομές μεγέθους) υπολογίστηκαν, οι κατανομές της επιφάνειας, του μήκους και του αριθμού των τεμαχίων, για διαφορετικές τιμές κατανάλωσης της ειδικής ενέργειας, σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφεται στο Κεφ. 2.3. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι, ενώ η συνολική μάζα των υλικών παραμένει σταθερή με τη μεταβολή της ειδικής ενέργειας, οι υπόλοιπες ιδιότητες αυξάνουν όσο η λειοτρίβηση εξελίσσεται. Επίσης, ο τύπος του υλικού, η μεταβολή του μεγέθους της τροφοδοσίας, η πλήρωση των κενών των σφαιρών U με υλικό, καθώς επίσης και η μεταβολή του μεγέθους των μέσων λειοτρίβησης (σφαιρών), επηρεάζουν, σε μεγάλο ή μικρό βαθμό, τις τιμές των διαστασιακών ιδιοτήτων των υλικών.

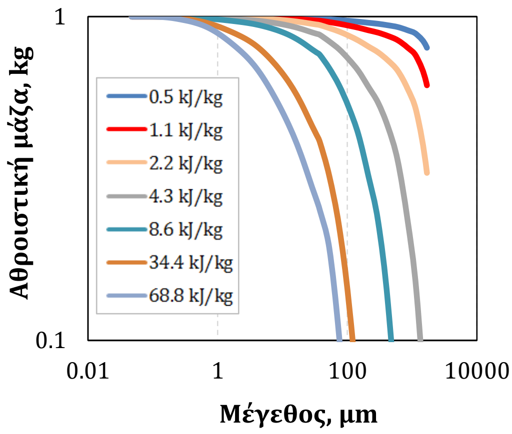
8.1 Κατανομές διαστασιακών ιδιοτήτων

Το Σχήμα 8.1 παρουσιάζει, ως παράδειγμα, την κατανομή μάζας του μαρμάρου, τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm, συναρτήσει του μέσου μεγέθους, για διαφορετικές καταναλώσεις ειδικής ενέργειας. Παρατηρείται ότι όσο η διαδικασία της λειοτρίβησης εξελίσσεται η επικρατούσα τιμή της κατανομής μάζας μετατοπίζεται στα λεπτότερα κλάσματα. Επίσης, στα αρχικά στάδια λειοτρίβησης οι κατανομές παρουσιάζουν μικρό πλάτος, λόγω της στενής τροφοδοσίας που χρησιμοποιήθηκε, ενώ σε μεγαλύτερες καταναλώσεις ειδικής ενέργειας το πλάτος των κατανομών μεγαλώνει, δεδομένου ότι η μάζα κατανέμεται σε περισσότερες τάξεις μεγέθους. Σε κάθε περίπτωση το εμβαδόν που περικλείει η κατανομή είναι σταθερό και ίσο με τη συνολική μάζα.

Το Σχήμα 8.2 παρουσιάζει την αθροιστική κατανομή μάζας του μαρμάρου, που παραμένει σε κάθε μέγεθος, σε λογαριθμική κλίμακα. Οι καμπύλες αντιστοιχούν σε διαφορετικές καταναλώσεις ειδικής ενέργειας και έχουν παρόμοια μορφή. Στα μεγαλύτερα μεγέθη οι καμπύλες τείνουν κατακόρυφα σε ένα συγκεκριμένο μέγεθος, το οποίο μικραίνει όσο η λειοτρίβηση εξελίσσεται, ενώ στα μικρότερα μεγέθη οι καμπύλες τείνουν οριζόντια προς τη μέγιστη μάζα που υπάρχει στο μύλο.



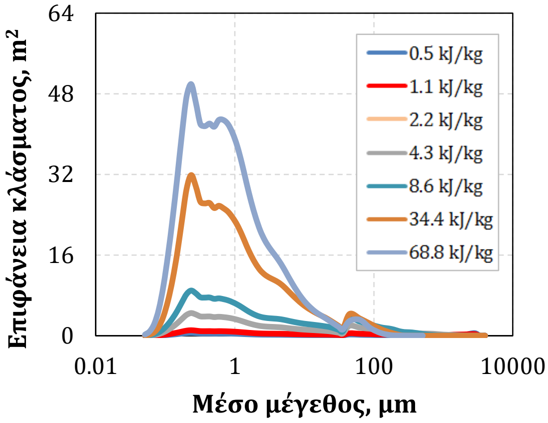
Σχήμα 8.1: Κατανομή μάζας του μαρμάρου συναρτήσει του μέσου μεγέθους, για διαφορετικές τιμές κατανάλωσης ειδικής ενέργειας.



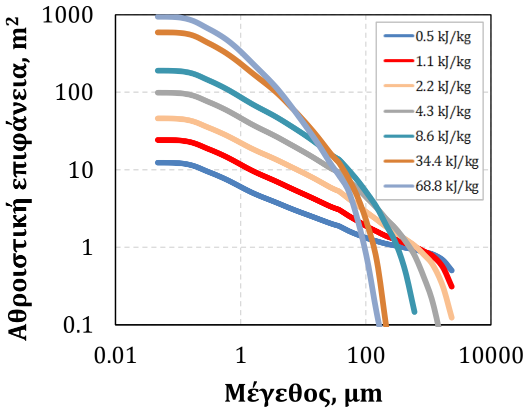
Σχήμα 8.2: Αθροιστική κατανομή μάζας χονδρότερων τεμαχίων του μαρμάρου, για διαφορετικές τιμές κατανάλωσης ειδικής ενέργειας.

Η κατανομή επιφάνειας του μαρμάρου, τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm, συναρτήσει του μέσου μεγέθους, παρουσιάζεται στο Σχήμα 8.3. Παρατηρείται ότι η επικρατούσα τιμή των κατανομών εμφανίζεται στο ίδιο μέγεθος, ενώ το εμβαδόν που περικλείει η κάθε κατανομή αυξάνεται με την αύξηση της κατανάλωσης της ειδικής ενέργειας. Επίσης, ενώ το μέγιστο μέγεθος τεμαχίου μετατοπίζεται στα λεπτότερα μεγέθη, το ελάχιστο μέγεθος, το οποίο βρίσκεται πολύ κοντά στο όριο ανίχνευσης του αναλυτή Laser (≈0.05 μm), παραμένει σταθερό. Ο προσδιορισμός του ελάχιστου μεγέθους τεμαχίου έχει απασχολήσει ερευνητές (Stamboliadis et al., 2009; Stamboliadis et al., 2011a), οι οποίοι έδειξαν ότι υπάρχει ένα ελάχιστο μέγεθος κάτω από το οποίο δεν εμφανίζονται τεμάχια. Το μέγεθος αυτό παρόλο που είναι κοντά στο όριο ανίχνευσης του αναλυτή Laser, εντούτοις είναι αρκετές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερο από το στοιχειώδες μέγεθος που φέρει όλη τη γεωμετρική συμμετρία που χαρακτηρίζει την κρυσταλλική δομή του υλικού.

Στο Σχήμα 8.4 παρουσιάζεται η αθροιστική κατανομή επιφάνειας των χονδρότερων τεμαχίων του μαρμάρου. Οι καμπύλες, οι οποίες αντιστοιχούν σε διαφορετικές καταναλώσεις ενέργειας διασταυρώνονται μεταξύ τους, διότι εκείνες με το μικρότερο μέγιστο μέγεθος παρουσιάζουν υψηλότερη τιμή ολικής επιφάνειας. Σε κάθε περίπτωση, ένα μέρος των καμπυλών μπορεί να θεωρηθεί ευθύγραμμο, στα μικρότερα μεγέθη οι καμπύλες τείνουν οριζόντια προς τη μέγιστη επιφάνεια, ενώ στα μεγαλύτερα μεγέθη τείνουν κατακόρυφα σε ένα συγκεκριμένο μέγεθος.



Σχήμα 8.3: Κατανομή επιφάνειας του μαρμάρου συναρτήσει του μέσου μεγέθους, για διαφορετικές τιμές κατανάλωσης ειδικής ενέργειας.

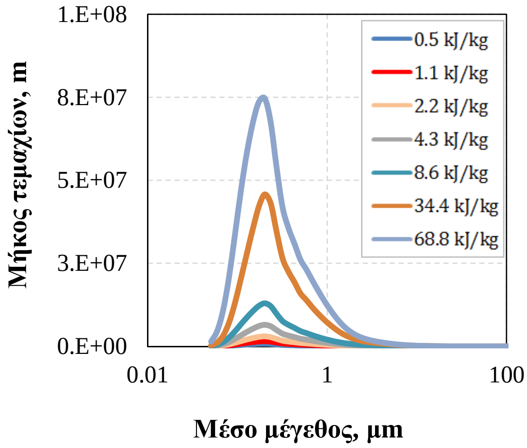


Σχήμα 8.4: Αθροιστική κατανομή επιφάνειας χονδρότερων τεμαχίων του μαρμάρου, για διαφορετικές τιμές κατανάλωσης ειδικής ενέργειας.

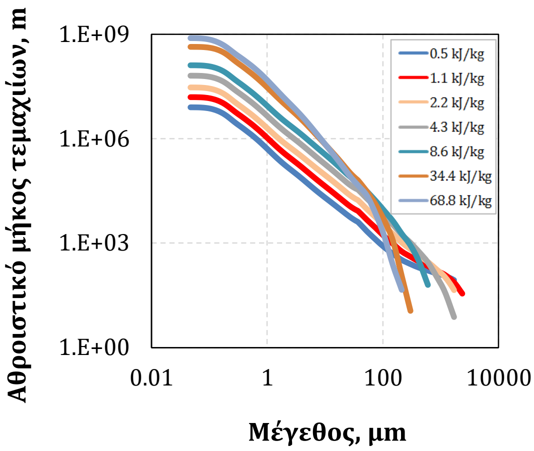
Η κατανομή μήκους τεμαχίων του μαρμάρου συναρτήσει του μέσου μεγέθους, παρουσιάζεται στο Σχήμα 8.5. Όσο η τιμή της ειδικής ενέργειας μεγαλώνει τόσο αυξάνεται και το εμβαδόν που περικλείει η κάθε κατανομή, παραμένοντας όμως σχεδόν σταθερό το μέγεθος που εμφανίζεται η επικρατούσα τιμή.

Στο Σχήμα 8.6 παρουσιάζεται η αθροιστική κατανομή μήκους χονδρότερων τεμαχίων του μαρμάρου, για διαφορετικές τιμές κατανάλωσης ειδικής ενέργειας. Όπως και στην περίπτωση της κατανομής επιφάνειας, όσο η λειοτρίβηση εξελίσσεται το μέγιστο μέγεθος μικραίνει και η καμπύλη καταλήγει σε μεγαλύτερο μήκος τεμαχίων. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη διασταύρωση των καμπυλών, σε διαφορετικές τιμές κατανάλωσης ειδικής ενέργειας.

Στα Σχήματα 8.7 και 8.8 παρουσιάζονται η κατανομή αριθμού και η αθροιστική κατανομή αριθμού χονδρότερων τεμαχίων του μαρμάρου, αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα τα οποία λαμβάνονται είναι τα ίδια, όπως στις κατανομές επιφάνειας και μήκους τεμαχίων. Το εμβαδόν που περικλείει η κάθε κατανομή αριθμού τεμαχίων αυξάνεται όσο η λειοτρίβηση εξελίσσεται, με σταθερό το μέγεθος που εμφανίζεται η επικρατούσα τιμή. Όσον αφορά τις καμπύλες της αθροιστικής κατανομής αριθμού τεμαχίων, παρατηρείται ότι διασταυρώνονται μεταξύ τους, αφού όσο αυξάνεται η κατανάλωση της ειδικής ενέργειας το μέγιστο μέγεθος μικραίνει και η καμπύλη καταλήγει σε μεγαλύτερη τιμή αριθμού τεμαχίων.



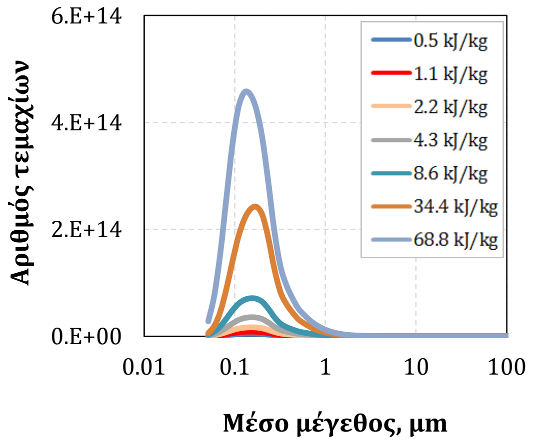
Σχήμα 8.5: Κατανομή μήκους τεμαχίων του μαρμάρου συναρτήσει του μέσου μεγέθους, για διαφορετικές τιμές κατανάλωσης ειδικής ενέργειας.



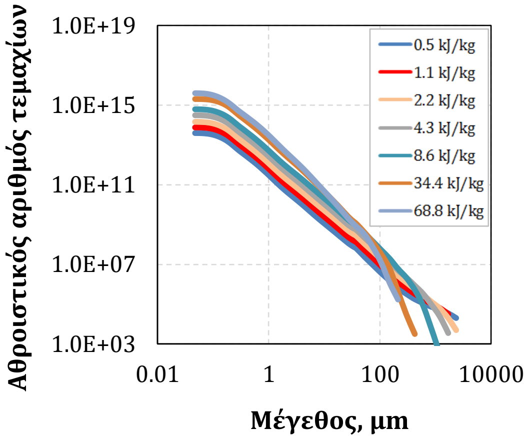
Σχήμα 8.6: Αθροιστική κατανομή μήκους χονδρότερων τεμαχίων του μαρμάρου, για διαφορετικές τιμές κατανάλωσης ειδικής ενέργειας.

Επίσης, δεδομένου ότι μόνο ένα μέρος των καμπυλών μπορεί να θεωρηθεί ως ευθύγραμμο τμήμα, η αθροιστική κατανομή αριθμού χονδρότερων τεμαχίων δεν μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει μορφοκλασματική μορφή (fractal), όπως έχουν προτείνει κάποιοι ερευνητές (Turcotte 1992; Zeng et al. 2002; Carpinteri and Pugno 2003). Μορφοκλασματικά θεωρούνται τα υλικά όπου ο αθροιστικός αριθμός χονδρότερων τεμαχίων μπορεί να εκφραστεί ως εκθετική συνάρτηση του μεγέθους (Taşdemir 2009). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, ο αριθμός των τεμαχίων ενός υλικού να τείνει στο άπειρο, όταν το μέγεθος τείνει στο μηδέν.

Αντίστοιχα αποτελέσματα λαμβάνονται για τις κατανομές των διαστασιακών ιδιοτήτων των υπόλοιπων υλικών (χαλαζίας, χαλαζίτης και μεταψαμμίτης) και για τις διαφορετικές συνθήκες λειοτρίβησης που μελετήθηκαν.



Σχήμα 8.7: Κατανομή αριθμού τεμαχίων του μαρμάρου συναρτήσει του μέσου μεγέθους, για διαφορετικές τιμές κατανάλωσης ειδικής ενέργειας.



Σχήμα 8.8: Αθροιστική κατανομή αριθμού χονδρότερων τεμαχίων του μαρμάρου, για διαφορετικές τιμές κατανάλωσης ειδικής ενέργειας.

8.2 Εξέταση του μορφοκλασματικού χαρακτήρα των προϊόντων λειοτρίβησης

Ο Mandelbrot (1982) εισήγαγε τη μορφοκλασματική γεωμετρία για να μπορέσει να περιγράψει τις διαστασιακές ιδιότητες μη κανονικών σχημάτων, τα οποία παράγονται με τέτοιο τρόπο που δεν μπορούν να περιγραφούν από την Ευκλείδεια γεωμετρία. Σύμφωνα με τον ίδιο ερευνητή, πολύπλοκα φυσικά φαινόμενα μπορούν να περιγραφούν από μια απλή εκθετική συνάρτηση, ακολουθώντας τη Σχέση (8.1),

$$Y = \alpha' \cdot x^{-D_f} \qquad ...(8.1)$$

όπου x και Y είναι η ανεξάρτητη και εξαρτημένη μεταβλητή, αντίστοιχα, α' είναι μια σταθερά, ενώ ο εκθέτης D_f αποτελεί τη μορφοκλασματική διάσταση. Ο εκθέτης D_f δεν είναι απαραίτητο να είναι ακέραιος αριθμός, όπως στην Ευκλείδεια γεωμετρία, και θεωρητικά λαμβάνει τιμές μεταξύ 0 έως 3 (Bittelli et al., 1999).

Επειδή τα προϊόντα κατάτμησης ορυκτών και πετρωμάτων μπορούν να περιγραφούν εν μέρει από εξισώσεις της μορφής της Σχέσης (8.1), πολλοί ερευνητές θεωρούν ότι έχουν μορφοκλασματικό χαρακτήρα (Turcotte, 1986; Carpinteri and Pugno 2003; Cui et al., 2006). Το συμπέρασμα προκύπτει από το γεγονός ότι η αθροιστική κατανομή αριθμού ή μάζας χονδρότερων τεμαχίων Y σε συνάρτηση με το μέγεθος x μπορεί να περιγραφεί από τη Σχέση (8.1). Η τιμή του εκθέτη D_f προκύπτει από την κλίση της ευθείας γραμμής, σε λογαριθμική κλίμακα.

Τα αποτελέσματα τα οποία προέκυψαν από το Κεφ. 8.1 δείχνουν ότι τα προϊόντα λειοτρίβησης των υλικών δεν έχουν μορφοκλασματικό χαρακτήρα, και συνοψίζονται ως εξής:

(i) Οι αθροιστικές κατανομές των διαστασιακών ιδιοτήτων των χονδρότερων τεμαχίων (Σχήματα 8.2, 8.4, 8.6 και 8.8) δείχνουν ότι μόνο ένα μέρος των καμπυλών μπορεί να θεωρηθεί ευθεία γραμμή. Στα μικρότερα μεγέθη οι καμπύλες τείνουν οριζόντια προς τη μέγιστη ιδιότητα, ενώ στα μεγαλύτερα μεγέθη τείνουν κατακόρυφα σε ένα συγκεκριμένο μέγεθος.

(ii) Για την ίδια διαστασιακή ιδιότητα, οι καμπύλες, οι οποίες αντιστοιχούν σε διαφορετικές καταναλώσεις ενέργειας, διαταυρώνονται μεταξύ τους, διότι εκείνες με το μικρότερο μέγιστο μέγεθος καταλήγουν σε υψηλότερη τιμή της διαστασιακής ιδιότητας. Το γεγονός αυτό δείχνει ότι η κλίση $-D_f$, του ευθύγραμμου τμήματος της καμπύλης, δεν παραμένει σταθερή αλλά εξαρτάται από την κατανάλωση της ειδικής ενέργειας. Το τελευταίο φαίνεται στους Πίνακες 8.1 και 8.2, όπου παρουσιάζονται οι κλίσεις $-D_f$ των διαστασιακών ιδιοτήτων του μαρμάρου και του χαλαζία, για διαφορετικές τιμές κατανάλωσης ειδικής ενέργειας. Γραφικά η κλίση $-D_f$ σε συνάρτηση με την ειδική ενέργεια παρουσιάζεται στα Σχήματα 8.9 και 8.10. Παρατηρείται ότι η μορφοκλασματική διάσταση (κλίση $-D_f$), αυξάνεται κατ' απόλυτη τιμή με την αύξηση της ειδικής ενέργειας κατανάλωσης και για τα δύο υλικά.

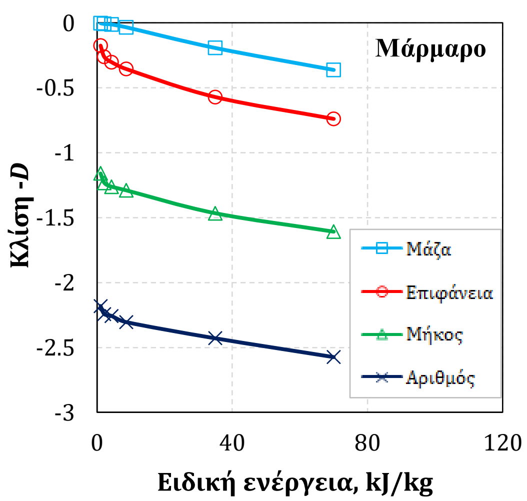
Πίνακας 8.1: Η κλίση $-D_f$ των διαστασιακών ιδιοτήτων του μαρμάρου, για διαφορετικές τιμές κατανάλωσης ειδικής ενέργειας

	Κλίση -D_f						
Ιδιότητα	***0.54 kJ/kg***	***1.08 kJ/kg***	***2.15 kJ/kg***	***4.30 kJ/kg***	***8.61 kJ/kg***	***34.4 kJ/kg***	***68.8 kJ/kg***
Μάζα	-0.022	-0.043	-0.102	-0.211	-0.272	-0.349	-0.463
Επιφάνεια	-0.337	-0.386	-0.402	-0.437	-0.494	-0.842	-0.980
Μήκος	-1.378	-1.382	-1.382	-1.407	-1.425	-1.674	-1.906
Αριθμός	-2.383	-2.384	-2.385	-2.409	-2.429	-2.640	-2.830

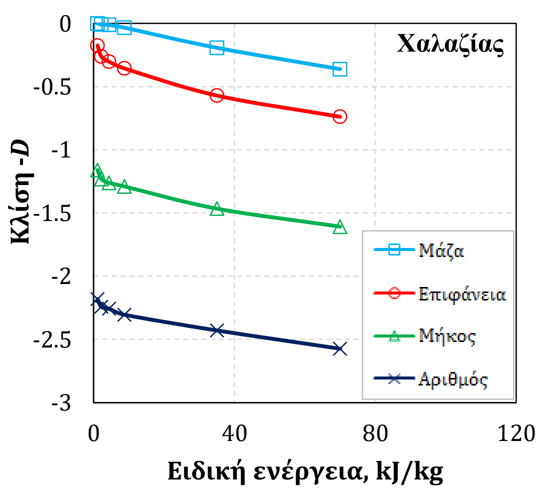
Πίνακας 8.2: Η κλίση $-D_f$ των διαστασιακών ιδιοτήτων του χαλαζία, για διαφορετικές τιμές κατανάλωσης ειδικής ενέργειας

	Κλίση $-D_f$					
Ιδιότητα	***1.09 kJ/kg***	***2.19 kJ/kg***	***4.38 kJ/kg***	***8.75 kJ/kg***	***35.0 kJ/kg***	***70.0 kJ/kg***
Μάζα	-0.002	-0.008	-0.012	-0.034	-0.193	-0.362
Επιφάνεια	-0.175	-0.262	-0.303	-0.356	-0.571	-0.739
Μήκος	-1.160	-1.232	-1.262	-1.290	-1.466	-1.608
Αριθμός	-2.181	-2.243	-2.258	-2.305	-2.430	-2.574

(iii) Από τις αθροιστικές κατανομές των διαστασιακών ιδιοτήτων χονδρότερων τεμαχίων (Σχήματα 8.2, 8.4, 8.6 και 8.8) είναι εμφανές ότι στα μικρότερα μεγέθη οι καμπύλες αποκλίνουν από την ευθεία γραμμή και οριζοντιώνονται σε μια συγκεκριμένη τιμή της διαστασιακής ιδιότητας. Η ύπαρξη ενός ελάχιστου μεγέθους κάτω από το οποίο δεν υπάρχει υλικό αποτελεί κρίσιμο στοιχείο για τον χαρακτηρισμό των προϊόντων λειοτρίβησης ως μορφοκλασματικά, δεδομένου ότι η κλίση $-D_f$ μηδενίζεται. Με βάση τη Σχέση (8.1), όταν η μορφοκλασματική ιδιότητα τείνει στο μηδέν τότε το μέγεθος x τείνει στο άπειρο και επομένως η σχέση αυτή δεν μπορεί να περιγράψει τα πειραματικά δεδομένα.



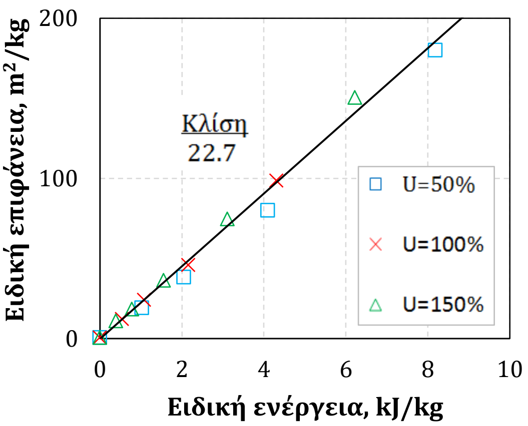
Σχήμα 8.9: Η κλίση $-D_f$ σε συνάρτηση με την ειδική ενέργεια, για το μάρμαρο.



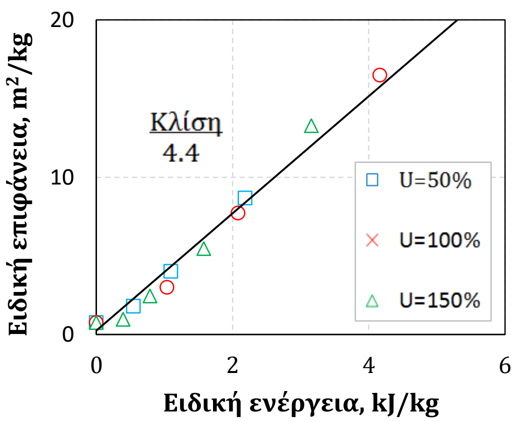
Σχήμα 8.10: Η κλίση $-D_f$ σε συνάρτηση με την ειδική ενέργεια, για το χαλαζία.

8.3 Επίδραση του υλικού και των συνθηκών λειοτρίβησης

Τα Σχήματα 8.11 και 8.12 παρουσιάζουν τη μεταβολή της ειδικής επιφάνειας συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε, για το μάρμαρο και το χαλαζία, αντίστοιχα. Τα σχήματα αντιστοιχούν σε μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm και για διάμετρο σφαιρών 25.4 mm. Μελετήθηκε η επίδραση της πλήρωσης των κενών των σφαιρών *U* με υλικό, για μικρές ενέργειες (ή χρόνους) κατανάλωσης στη λειοτρίβηση. Γενικά, παρατηρείται ότι η ειδική επιφάνεια των υλικών αυξάνεται όσο αυξάνεται η ειδική ενέργεια και αυτό γίνεται σχεδόν γραμμικά, υποδεικνύοντας ότι ο ρυθμός παραγωγής της ειδικής επιφάνειας (κλίση των ευθειών γραμμών) είναι σταθερός. Στην πραγματικότητα μόνο στο αρχικό στάδιο λειοτρίβησης ο ρυθμός παραμένει σταθερός, ενώ στα επόμενα στάδια (σε μεγαλύτερα ενεργειακά επίπεδα) ο ρυθμός μειώνεται συνεχώς, υποδηλώνοντας ότι όσο η λειοτρίβηση εξελίσσεται χρειάζεται περισσότερη ενέργεια για παραγωγή της ίδιας επιφάνειας. Όσον αφορά την επίδραση του *U*, φαίνεται ότι η μεταβολή του δεν επιφέρει σημαντική αλλαγή στη σχέση της ειδικής επιφάνειας με την ειδική ενέργεια κατανάλωσης, τουλάχιστον στο αρχικό στάδιο λειοτρίβησης.

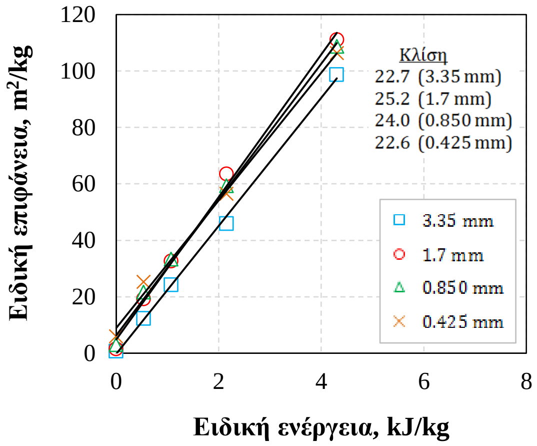


Σχήμα 8.11: Ειδική επιφάνεια του μαρμάρου, τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm, συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε.

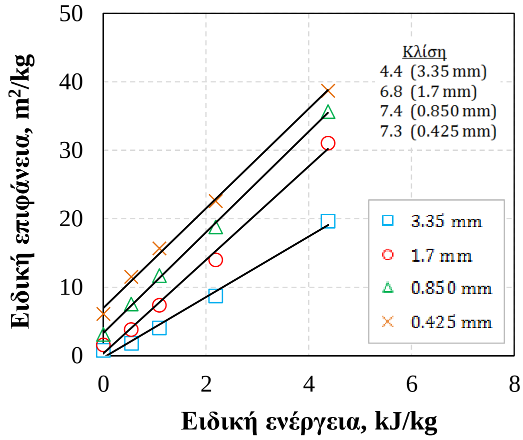


Σχήμα 8.12: Ειδική επιφάνεια του χαλαζία, τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm, συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε.

Επίσης, από τα Σχήματα 8.11 και 8.12 φαίνεται ότι ο ρυθμός παραγωγής της ειδικής επιφάνειας (κλίση των ευθειών γραμμών, m^2/kJ) του μαρμάρου είναι αρκετά μεγαλύτερος από εκείνον του χαλαζία. Για την ίδια κατανάλωση ειδικής ενέργειας παράγεται περισσότερη ειδική επιφάνεια στην περίπτωση του μαρμάρου.



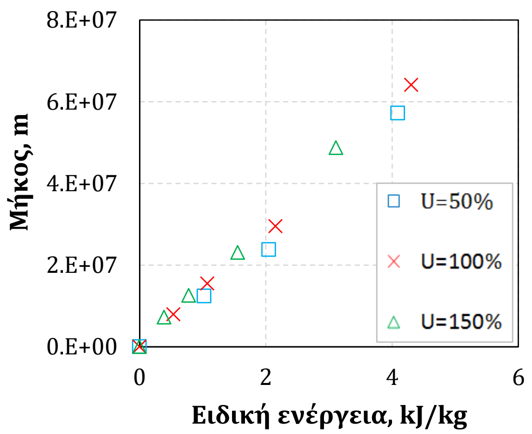
Σχήμα 8.13: Ειδική επιφάνεια του μαρμάρου συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε, για διαφορετικά μεγέθη τροφοδοσίας.



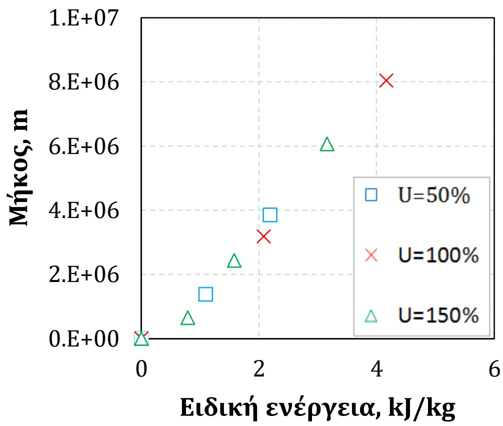
Σχήμα 8.14: Ειδική επιφάνεια του χαλαζία συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε, για διαφορετικά μεγέθη τροφοδοσίας.

Συγκεντρωτικά, η μεταβολή της ειδικής επιφάνειας συναρτήσει της ειδικής ενέργειας, για όλα τα μεγέθη τροφοδοσίας που επιλέχθηκαν, φαίνεται στα Σχήματα 8.13 και 8.14. Γενικά, παρατηρείται ότι ο ρυθμός παραγωγής της ειδικής επιφάνειας του μαρμάρου είναι σχεδόν σταθερός, για όλα τα μεγέθη τροφοδοσίας. Επίσης, για την ίδια κατανάλωση ειδικής ενέργειας η παραγωγή της επιφάνειας είναι σχεδόν ίδια για όλα τα μεγέθη τροφοδοσίας, με εξαίρεση το μεγαλύτερο μέγεθος -3.35+2.36 mm, που εμφανίζει μικρότερες τιμές ειδικής επιφάνειας. Από την άλλη, ο ρυθμός παραγωγής της ειδικής επιφάνειας του χαλαζία είναι μικρότερος όταν χρησιμοποιείται η τροφοδοσία -3.35+2.36 mm, σε σχέση με εκείνη των υπόλοιπων μεγεθών τροφοδοσίας. Παρόλο που ο ρυθμός των μικρότερων μεγεθών τροφοδοσίας είναι σχεδόν ίδιος, εντούτοις για την ίδια κατανάλωση ενέργειας η τιμή της ειδικής επιφάνειας μειώνεται με τη μείωση της τροφοδοσίας. Το τελευταίο ήταν αναμενόμενο, αφού η ειδική επιφάνεια είναι αντιστρόφως ανάλογη του μεγέθους του τεμαχίου και αποτελεί δείκτη της λεπτότητας του υλικού ως σύνολο.

Σε μια προσπάθεια εξήγησης των διαφορετικών αποτελεσμάτων, που προκύπτουν από τα δύο υλικά, μελετήθηκε η μεταβολή της ειδικής επιφάνειας του μαρμάρου σε μια συγκεκριμένη τιμή ειδικής ενέργειας (4.30 kJ/kg). Παρόλο που δεν είναι τόσο εμφανές στο Σχήμα 8.13, η τιμή της ειδικής επιφάνειας του μαρμάρου αυξάνεται όσο αυξάνεται και το μέγεθος της τροφοδοσίας, με εξαίρεση το μεγαλύτερο μέγεθος -3.35+2.36 mm. Το τελευταίο μπορεί να οφείλεται στον αυξανόμενο ρυθμό θραύσης (min^{-1}) με την αύξηση του μεγέθους τροφοδοσίας, στην ομαλή περιοχή λειοτρίβησης, όπως παρουσιάστηκε στο Σχήμα 6.7. Στην περίπτωση του μαρμάρου, ο μεγαλύτερος ρυθμός θραύσης των μεγαλύτερων μεγεθών τροφοδοσίας επιδρά κατά κύριο λόγο στην αύξηση της ειδικής επιφάνειάς του, σε αντίθεση με το χαλαζία που εμφανίζει μεγαλύτερη δυσκολία ως προς την κατάτμησή του. Επίσης, σύμφωνα με τα παραπάνω, φαίνεται ότι ο υπολογισμός του ρυθμού θραύσης δεν αποτελεί πάντα αξιόπιστο τρόπο εύρεσης του βαθμού απόδοσης της διεργασίας της λειοτρίβησης. Για παράδειγμα, στη βιομηχανία τσιμέντου, που ενδιαφέρει η ειδική επιφάνεια των προϊόντων λειοτρίβησης, οι βέλτιστες συνθήκες λειοτρίβησης οι οποίες καθορίζονται από το κινητικό μοντέλο μπορεί να διαφέρουν σε σχέση με εκείνες που καθορίζονται με βάση την ειδική επιφάνεια.

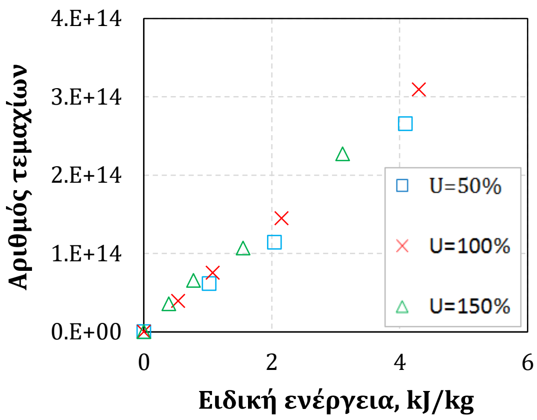


Σχήμα 8.15: Μήκος τεμαχίων του μαρμάρου, τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm, συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε.

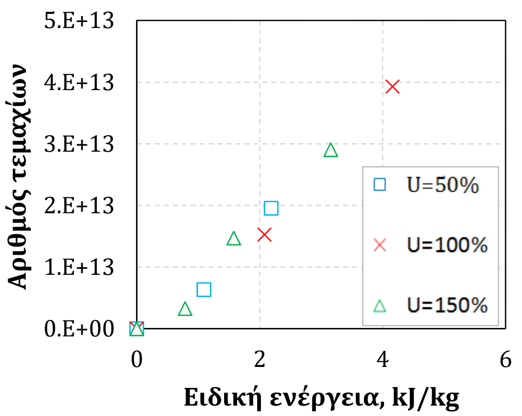


Σχήμα 8.16: Μήκος τεμαχίων του χαλαζία, τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm, συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε.

Η μεταβολή του μήκους των τεμαχίων συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε, παρουσιάζεται στα Σχήματα 8.15 και 8.16, για το μάρμαρο και το χαλαζία. Τα σχήματα αντιστοιχούν σε μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm και για διάμετρο σφαιρών 25.4 mm. Από τα σχήματα αυτά προκύπτει ότι το μήκος των τεμαχίων αυξάνεται με την αύξηση της ειδικής ενέργειας και ο ρυθμός αύξησης παραμένει σχεδόν σταθερός, τουλάχιστον για το αρχικό στάδιο λειοτρίβησης. Επίσης, τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η μεταβολή του μήκους των τεμαχίων είναι ανεξάρτητη του συντελεστή πλήρωσης κενών *U*. Όπως ήταν αναμενόμενο, το μήκος των τεμαχίων του μαρμάρου είναι μεγαλύτερο (τουλάχιστον μια τάξη μεγέθους) σε σχέση με τον αντίστοιχο του χαλαζία, για την ίδια τιμή κατανάλωσης ειδικής ενέργειας.



Σχήμα 8.17: Αριθμός τεμαχίων του μαρμάρου, τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm, συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε.

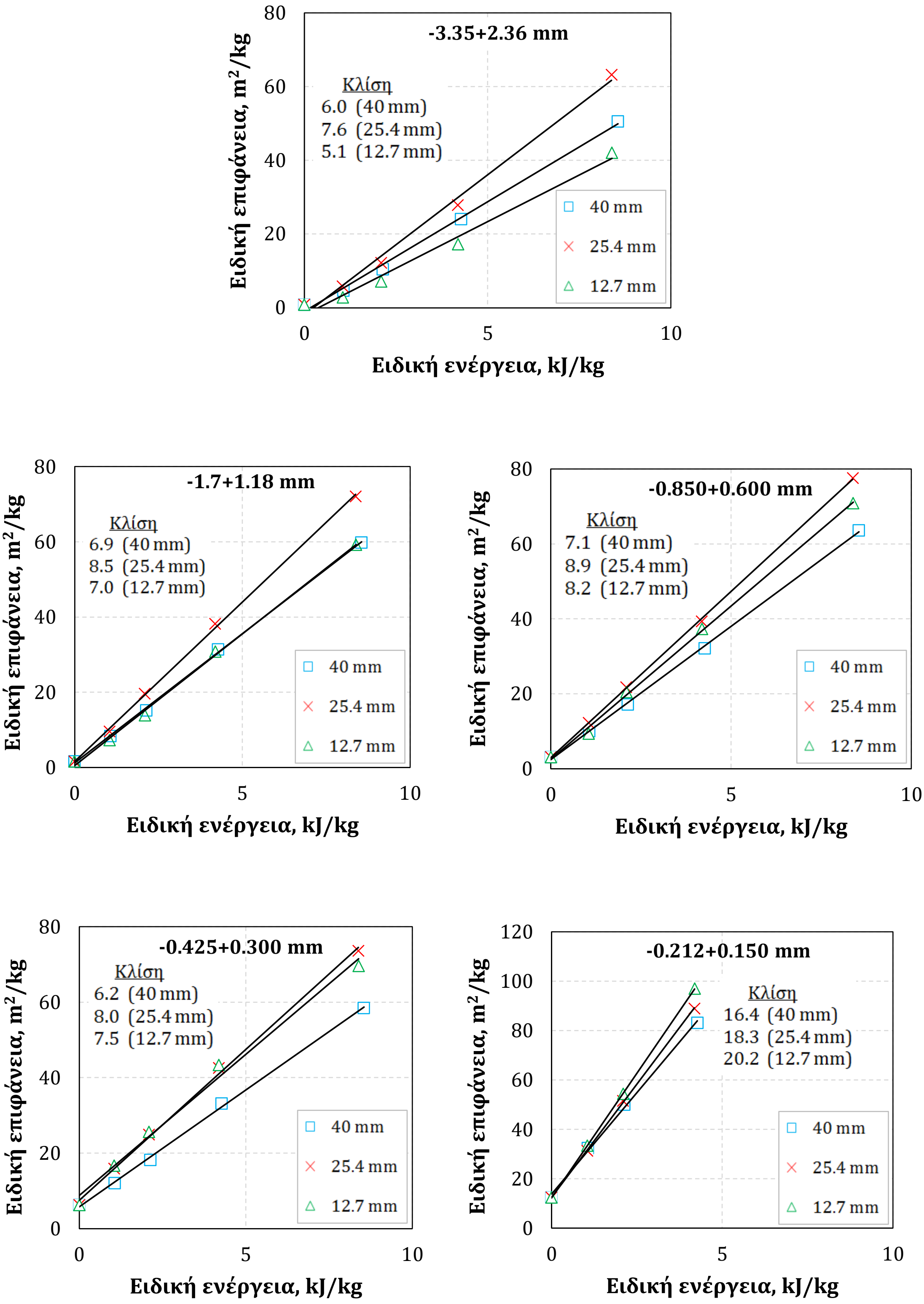


Σχήμα 8.18: Αριθμός τεμαχίων του χαλαζία, τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm, συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε.

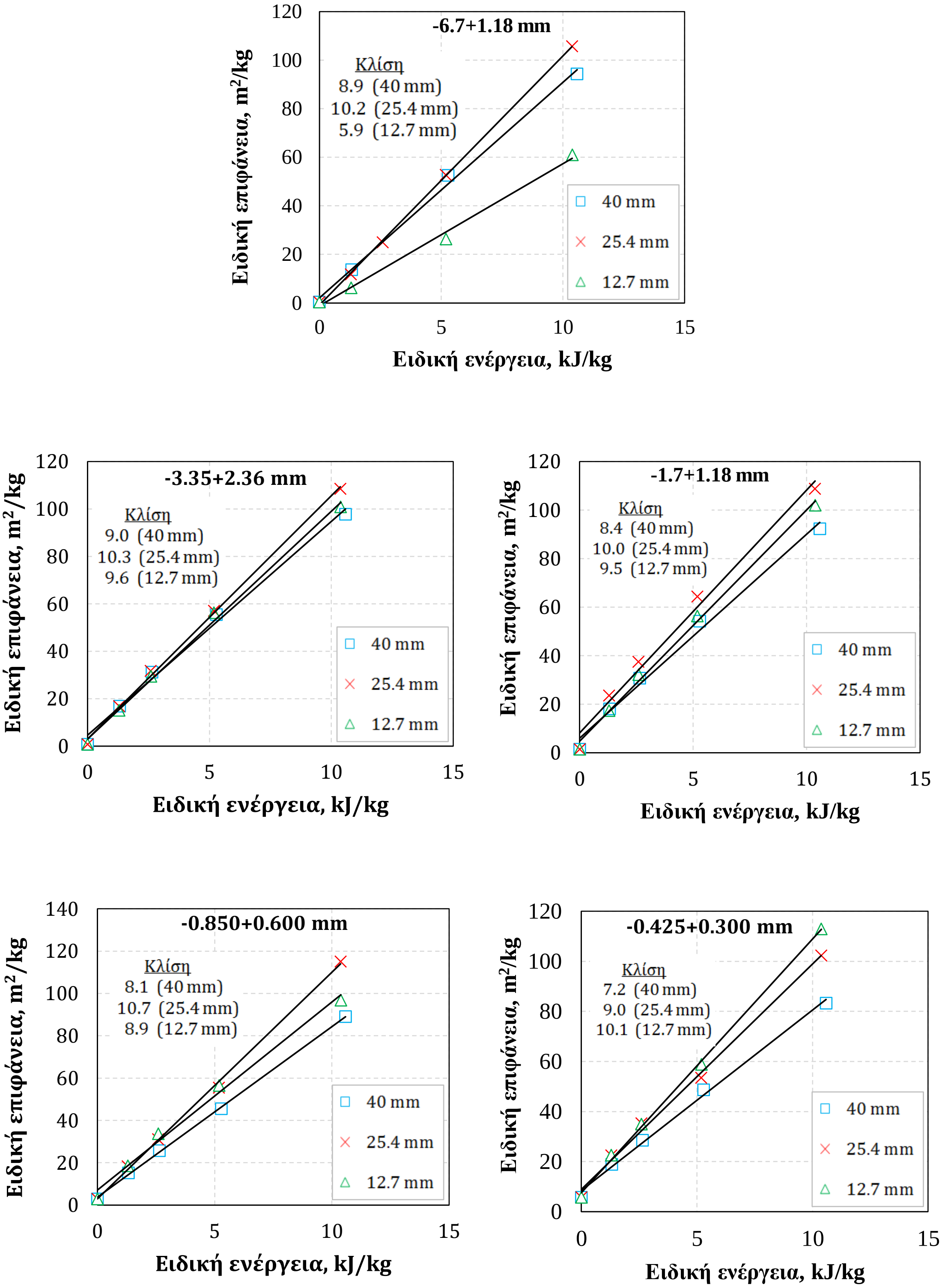
Αντίστοιχα αποτελέσματα λαμβάνονται για τον αριθμό των τεμαχίων των δύο υλικών συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε, σύμφωνα με τα Σχήματα 8.17 και 8.18. Ο αριθμός των τεμαχίων αυξάνεται με σταθερό ρυθμό και η μεταβολή είναι ανεξάρτητη του *U*, στο αρχικό στάδιο λειοτρίβησης. Για την ίδια τιμή κατανάλωσης ειδικής ενέργειας ο αριθμός των τεμαχίων των προϊόντων λειοτρίβησης του μαρμάρου είναι τουλάχιστον μία τάξη μεγέθους μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο του χαλαζία.

Η επίδραση της μεταβολής της διαμέτρου των σφαιρών στις διαστασιακές ιδιότητες εξετάστηκε στα υλικά χαλαζίτη και μεταψαμμίτη. Το Σχήμα 8.19 παρουσιάζει τη μεταβολή της ειδικής επιφάνειας του χαλαζίτη συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε, για διαφορετικά μεγέθη τροφοδοσίας. Για κάθε μέγεθος τροφοδοσίας μελετήθηκε ο ρυθμός παραγωγής της ειδικής επιφάνειας για τρεις διαφορετικές διαμέτρους σφαιρών (40 mm, 25.4 mm και 12.7 mm). Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι ο ρυθμός παραγωγής της ειδικής επιφάνειας, του μεγέθους τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm, είναι μεγαλύτερος στην περίπτωση που χρησιμοποιηθούν σφαίρες διαμέτρου 25.4 mm. Η χρήση σφαιρών 40 mm οδηγεί σε μικρότερο ρυθμό παραγωγής, ενώ οι σφαίρες διαμέτρου 12.7 mm παρουσιάζουν τον μικρότερο ρυθμό παραγωγής, σε σχέση με όλες τις διαφορετικές διαμέτρους που χρησιμοποιήθηκαν. Στο μέγεθος τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm φαίνεται ότι οι μικρότερες σφαίρες (12.7 mm) και οι μεγαλύτερες σφαίρες (40 mm) που χρησιμοποιήθηκαν δίνουν τον ίδιο ρυθμό παραγωγής ειδικής επιφάνειας, ενώ η χρήση σφαιρών διαμέτρου 25.4 mm φαίνεται να οδηγεί σε μεγαλύτερο ρυθμό παραγωγής, για τις διαφορετικές διαμέτρους σφαιρών που χρησιμοποιήθηκαν. Σε μικρότερο μέγεθος τροφοδοσίας (-0.850+0.600 mm) η χρήση των σφαιρών διαμέτρου 40 mm δίνει το μικρότερο ρυθμό παραγωγής, ενώ σε ακόμα μικρότερομέγεθος (-0.425+0.300 mm) παρατηρείται ότι ο ρυθμός παραγωγής των σφαιρών 12.7 mm είναι αρκετά κοντά με εκείνον των σφαιρών 40 mm. Στο μικρότερο μέγεθος τροφοδοσίας -0.212+0.150 mm που εξετάστηκε, φάνηκε ότι η χρήση σφαιρών διαμέτρου 12.7 mm οδηγεί σε μεγαλύτερο ρυθμό παραγωγής ειδικής επιφάνειας, έναντι των υπολοίπων διαμέτρων σφαιρών. Γενικά, το Σχήμα 8.19 δείχνει ότι, με βάση την ειδική επιφάνεια, όσο μικραίνει το μέγεθος της τροφοδοσίας του χαλαζίτη τόσο μικρότερες σφαίρες απαιτούνται για την αύξηση της απόδοσης της διεργασίας της λειοτρίβησης. Ανάλογο συμπέρασμα είχε εξαχθεί με βάση τις κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης, για το ίδιο υλικό (Σχήμα 5.31).

Το Σχήμα 8.20 παρουσιάζει τη μεταβολή της ειδικής επιφάνειας του μεταψαμμίτη συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε, για διαφορετικά μεγέθη τροφοδοσίας, όπου μελετήθηκε ο ρυθμός παραγωγής της ειδικής επιφάνειας για τις διαμέτρους σφαιρών 40 mm, 25.4 mm και 12.7 mm. Παρατηρείται ότι, όπως και στο χαλαζίτη, όσο μειώνεται το μέγεθος της τροφοδοσίας τόσο μικρότερες διάμετροι σφαιρών απαιτούνται για μεγαλύτερο ρυθμό παραγωγής ειδικής επιφάνειας. Συγκριτικά, μπορούν να εξαχθούν τα εξής συμπεράσματα: (i) οι τιμές του ρυθμού παραγωγής ειδικής επιφάνειας του μεταψαμμίτη είναι μεγαλύτερες από εκείνες του χαλαζίτη, για το ίδιο μέγεθος τροφοδοσίας και για την ίδια διάμετρο σφαιρών, (ii) στα μεγάλα μεγέθη τροφοδοσίας (-3.35+2.36 mm και -1.7+1.18 mm) του μεταψαμμίτη, οι μικρές σφαίρες 12.7 mm οδηγούν σε μεγαλύτερο ρυθμό παραγωγής ειδικής επιφάνειας, έναντι των σφαιρών 40 mm. Στα ίδια μεγέθη τροφοδοσίας, η χρήση των σφαιρών 12.7 mm οδηγεί σε μικρότερο ρυθμό παραγωγής, σε σχέση με εκείνον των σφαιρών 40 mm, στην περίπτωση του χαλαζίτη. Αυτό δείχνει τη δυσκολία στη λειοτρίβηση των μεγάλων τεμαχίων του χαλαζίτη με τη χρήση σφαιρών μικρών διαμέτρων. Επίσης, στο μικρότερο μέγεθος τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm του μεταψαμμίτη, ο μεγαλύτερος ρυθμός παραγωγής επιτυγχάνεται με χρήση σφαιρών 12.7 mm, έναντι των 25.4 mm στην περίπτωση του χαλαζίτη.

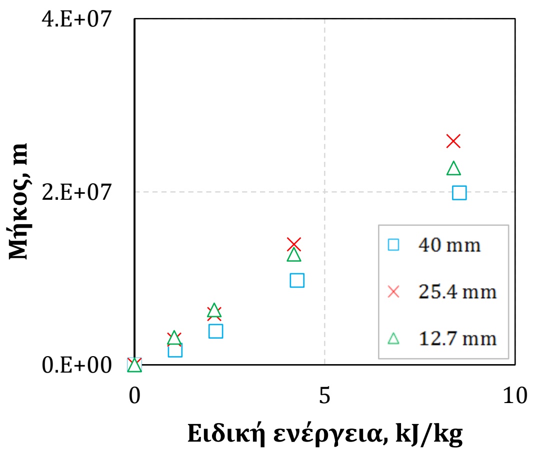


Σχήμα 8.19: Ειδική επιφάνεια του χαλαζίτη συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε, για διαφορετικά μεγέθη τροφοδοσίας.

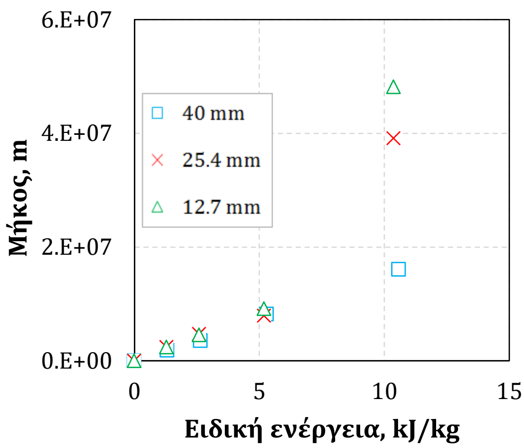


Σχήμα 8.20: Ειδική επιφάνεια του μεταψαμμίτη συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε, για διαφορετικά μεγέθη τροφοδοσίας.

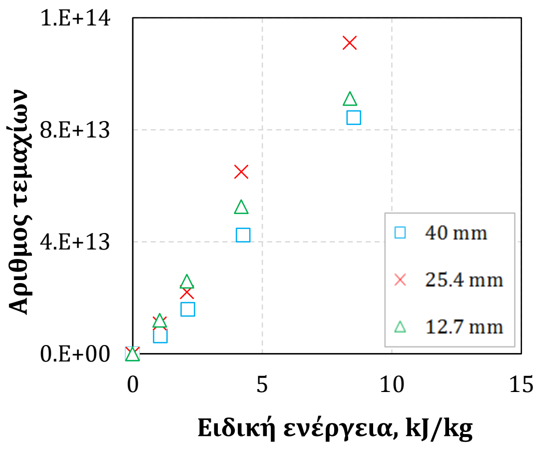
Ανάλογα συμπεράσματα εξάγονται από τη μελέτη της μεταβολής του μήκους και του αριθμού των τεμαχίων συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώνεται, όπως φαίνεται στα Σχήματα 8.21 έως 8.24. Τα σχήματα αντιστοιχούν σε μέγεθος τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm και για διαφορετικές διαμέτρους σφαιρών. Η χρήση σφαιρών διαμέτρου 12.7 mm οδηγεί σε μεγαλύτερο μήκος και αριθμό τεμαχίων, στην περίπτωση του μεταψαμμίτη. Από την άλλη, απαιτούνται μεγαλύτερες σφαίρες (25.4 mm) για την αύξηση των συγκεκριμένων διαστασιακών ιδιοτήτων στο χαλαζίτη.



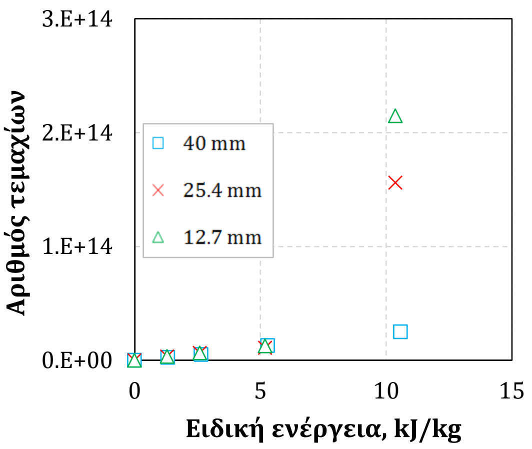
Σχήμα 8.21: Μήκος τεμαχίων του χαλαζίτη, τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm, συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε.



Σχήμα 8.22: Μήκος τεμαχίων του μεταψαμμίτη, τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm, συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε.



Σχήμα 8.23: Αριθμός τεμαχίων του χαλαζίτη, τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm, συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε.



Σχήμα 8.24: Αριθμός τεμαχίων του μεταψαμμίτη, τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm, συναρτήσει της ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε.

8.4 Προσδιορισμός του ορίου λειοτρίβησης

Οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης μετατοπίζονται στα λεπτότερα κλάσματα, με την αύξηση της ενέργειας (χρόνου) που καταναλώνεται στο μύλο. Αυτό σημαίνει ότι τα τεμάχια τα οποία συνιστούν τα υλικά συνεχώς μειώνονται σε μέγεθος, όσο η λειοτρίβηση εξελίσσεται. Το πόσο θα μειωθούν τα τεμάχια αυτά εξαρτάται από τον τύπο του μύλου, τις συνθήκες λειοτρίβησης που επικρατούν και από το ίδιο το υλικό. Ωστόσο, ο ρυθμός μείωσης του μεγέθους των τεμαχίων συνεχώς μειώνεται, με αποτέλεσμα, όσο η λειοτρίβηση εξελίσσεται να χρειάζεται περισσότερη ενέργεια για την ίδια μείωση του μεγέθους. Επομένως, για κάθε υλικό υπάρχει, θεωρητικά, ένα μέγεθος πέρα από το οποίο ο συγκεκριμένος μύλος δεν μπορεί να μειώσει περαιτέρω. Πέρα από αυτό το σημείο (όριο λειοτρίβησης), όλο το επιπέδο της ενέργειας που προσφέρεται θεωρείται ως απώλεια.

Στην παρούσα διατριβή έγινε προσπάθεια προσδιορισμού του ορίου λειοτρίβησης των υλικών μάρμαρο, χαλαζία, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη, από τη σχέση της ειδικής επιφάνειας με την ειδική ενέργεια που καταναλώνεται. Όπως παρατηρήθηκε στο Κεφ. 8.3, η ειδική επιφάνεια των υλικών αυξάνει με σταθερό ρυθμό όσο αυξάνεται η ειδική ενέργεια, στο αρχικό στάδιο λειοτρίβησης, ενώ σε μεγαλύτερα ενεργειακά επίπεδα δεν εξετάστηκε η σχέση αυτή. Στο πλαίσιο της γενικότερης μελέτης της μεταβολής της ειδικής επιφάνειας με την ειδική ενέργεια, πραγματοποιήθηκαν δοκιμές σε μεγαλύτερους χρόνους λειοτρίβησης, της τάξης της μισής και μιας ώρας. Ως αρχική τροφοδοσία χρησιμοποιήθηκε το μέγεθος -3.35+2.36 mm, με χρήση σφαιρών διαμέτρου 25.4 mm, για όλα τα υλικά που εξετάστηκαν, οπότε μελετήθηκε η επίδραση του υλικού στις συγκεκριμένες συνθήκες λειοτρίβησης.

Τα πειραματικά δεδομένα της σχέσης ειδικής επιφάνειας με την ειδική ενέργεια, μπορούν να περιγραφούν από τη Σχέση (8.2), που προτείνει ο Tanaka (Tanaka, 1954; Kotake et al., 2011),

$$UU_w = UU_{max} \cdot (1 - e^{-K \cdot \varepsilon}) \qquad ...(8.2)$$

όπου UU_w είναι η συνολική ειδική επιφάνεια του υλικού που αντιστοιχεί σε κατανάλωση ε ειδικής ενέργειας, UU_{max} είναι η μέγιστη ειδική επιφάνεια και K είναι ο συντελεστής λειοτρίβησης.

Πίνακας 8.3: Υπολογισμός της ειδικής επιφάνειας, ρυθμού παραγωγής και επιφανειακής τάσης του μαρμάρου, για διαφορετικές τιμές ειδικής ενέργειας

Ειδική ενέργεια	Χρόνος	Ειδική επιφάνεια		Ρυθμός παραγωγής ειδικής επιφάνειας	Επιφανειακή τάση
		Πειραματικά	Εκτιμώμενα		
kJ/kg	min	m^2/kg	m^2/kg	m^2/kJ	J/m^2
0.5	0.5	12.4	12.1	22.4	44.6
1.1	1	24.2	24.1	22.2	45.0
2.2	2	46.0	47.8	21.8	45.8
4.3	4	98.6	93.9	21.1	47.4
8.6	8	190	182	19.7	50.8
34.4	32	591	597	13.0	77.1
68.8	64	941	939	7.44	134
138	128	-	1248	2.45	408
250	232	-	1375	0.40	2503
336	312	-	1394	0.10	9999

Πίνακας 8.4: Υπολογισμός της ειδικής επιφάνειας, ρυθμού παραγωγής και επιφανειακής τάσης του χαλαζία, για διαφορετικές τιμές ειδικής ενέργειας

Ειδική ενέργεια	Χρόνος	Ειδική επιφάνεια		Ρυθμός παραγωγής ειδικής επιφάνειας	Επιφανειακή τάση
		Πειραματικά	Εκτιμώμενα		
kJ/kg	min	m^2/kg	m^2/kg	m^2/kJ	J/m^2
0.5	0.5	2.1	4.1	7.57	132
1.1	1	4.0	8.3	7.54	133
2.2	2	8.7	16.5	7.50	133
4.4	4	19.6	32.8	7.42	135
8.8	8	48.8	64.9	7.25	138
35.0	32	245	243	6.31	158
70.0	64	451	445	5.26	190
140	128	750	753	3.64	275
280	256	-	1114	1.75	572
560	512	-	1370	0.40	2485
826	755	-	1428	0.10	9998

Πίνακας 8.5: Υπολογισμός της ειδικής επιφάνειας, ρυθμού παραγωγής και επιφανειακής τάσης του χαλαζίτη, για διαφορετικές τιμές ειδικής ενέργειας

Ειδική ενέργεια	Χρόνος	Ειδική επιφάνεια		Ρυθμός παραγωγής ειδικής επιφάνειας	Επιφανειακή τάση
		Πειραματικά	Εκτιμώμενα		
kJ/kg	min	m^2/kg	m^2/kg	m^2/kJ	J/m^2
1.0	0.5	5.8	9.4	8.94	112
2.1	1	12.2	18.7	8.85	113
4.2	2	27.8	37.1	8.67	115
8.4	4	63.2	72.7	8.31	120
16.8	8	127	139	7.65	131
62.9	30	436	422	4.83	207
126	60	643	647	2.58	388
138	66	-	677	2.29	437
250	119	-	831	0.75	1340
452	216	-	896	0.10	9999

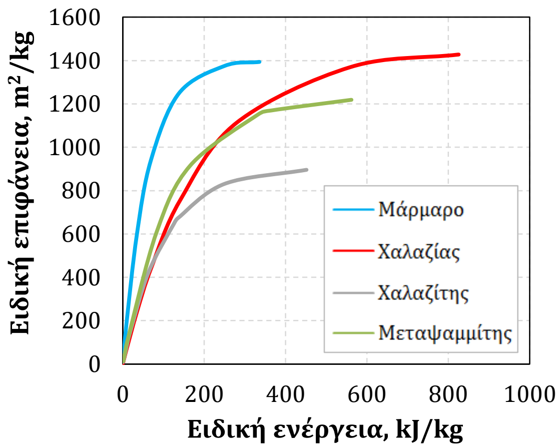
Πίνακας 8.6: Υπολογισμός της ειδικής επιφάνειας, ρυθμού παραγωγής και επιφανειακής τάσης του μεταψαμμίτη, για διαφορετικές τιμές ειδικής ενέργειας

Ειδική ενέργεια	Χρόνος	Ειδική επιφάνεια		Ρυθμός παραγωγής ειδικής επιφάνειας	Επιφανειακή τάση
		Πειραματικά	Εκτιμώμενα		
kJ/kg	min	m^2/kg	m^2/kg	m^2/kJ	J/m^2
1.3	0.5	16.8	13.0	10.0	100
2.6	1	31.7	25.9	9.90	101
5.2	2	57.0	51.3	9.69	103
10.4	4	108	101	9.29	108
83.0	32	604	608	5.12	195
166	64	918	916	2.59	386
332	128	-	1151	0.66	1510
365	141	-	1170	0.50	1984
562	217	-	1219	0.10	9997

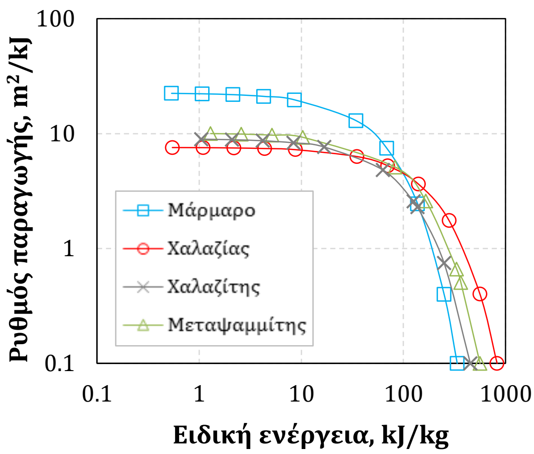
Μέσω του εργαλείου Solver του προγράμματος Excel πραγματοποιήθηκε επίλυση και προσδιορίστηκαν οι βέλτιστες τιμές των UU_{max} και K που ελαχιστοποιούν το σφάλμα μεταξύ των πειραματικών και εκτιμώμενων τιμών. Επίσης, υπολογίστηκε ο ρυθμός παραγωγής της ειδικής επιφάνειας, από την παράγωγο της Σχέσης (8.2), σύμφωνα με τη Σχέση (8.3),

$$UU_w{}' = K \cdot UU_{max} \cdot e^{-K \cdot \varepsilon} \qquad \text{...(8.3)}$$

Τα αποτελέσματα των πειραματικών και εκτιμώμενων τιμών της ειδικής επιφάνειας που παράχθηκε ανά μονάδα ειδικής ενέργειας που καταναλώθηκε, παρουσιάζονται στους Πίνακες 8.3 έως 8.6, για κάθε υλικό ξεχωριστά. Στους ίδιους πίνακες παρουσιάζεται, επίσης, ο ρυθμός παραγωγής της ειδικής επιφάνειας, καθώς επίσης και η επιφανειακή τάση. Η επιφανειακή τάση υπολογίστηκε από το ρυθμό παραγωγής της ειδικής επιφάνειας και δείχνει την ενέργεια που καταναλώνεται για τη δημιουργία μιας μονάδας επιφάνειας. Επομένως, όσο μεγαλύτερη τιμή επιφανειακής τάσης παρουσιάζει ένα υλικό, τόσο δυσκολότερα λειοτριβείται. Επίσης, το όριο της λειοτρίβησης προσδιορίστηκε, πρακτικά, θεωρώντας ότι ο ρυθμός παραγωγής της ειδικής επιφάνειας λαμβάνει την τιμή 0.10 m^2/kJ, όπως φαίνεται στους Πίνακες 8.3 έως 8.6. Γραφικά οι καμπύλες των εκτιμώμενων τιμών της ειδικής επιφάνειας με την κατανάλωση της ειδικής ενέργειας παρουσιάζονται στο Σχήμα 8.25, για τα υλικά που εξετάστηκαν. Παρατηρείται ότι η ειδική επιφάνεια αυξάνεται στην αρχή γραμμικά όσο αυξάνεται η ειδική ενέργεια, ενώ σε μεγαλύτερα ενεργειακά επίπεδα αρχίζει να καμπυλώνει προς μία συγκεκριμένη τιμή. Ο ρυθμός παραγωγής της ειδικής επιφάνειας (κλίση σε κάθε σημείο των καμπυλών), η μέγιστη ειδική επιφάνεια που παράγεται, καθώς επίσης και η ενέργεια που καταναλώθηκε για την παραγωγή της συγκεκριμένης μέγιστης ειδικής επιφάνειας, εξαρτώνται από τον τύπο του υλικού, όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.25.



Σχήμα 8.25: Ειδική επιφάνεια συναρτήσει της ειδικής ενέργειας, για διαφορετικά υλικά.



Σχήμα 8.26: Ρυθμός παραγωγής ειδικής επιφάνειας συναρτήσει της ειδικής ενέργειας, για διαφορετικά υλικά.

Ο ρυθμός παραγωγής ειδικής επιφάνειας συναρτήσει της ειδικής ενέργειας παρουσιάζεται στο Σχήμα 8.26. Από το Σχήμα (8.26) προκύπτει ότι, για όλα τα υλικά, υπάρχει η γραμμική περιοχή σταθερού ρυθμού παραγωγής ειδικής επιφάνειας, στο αρχικό στάδιο λειοτρίβησης, ενώ μετά από μία συγκεκριμένη τιμή ειδικής ενέργειας ο ρυθμός μειώνεται απότομα μέχρι την τιμή 0.10 m^2/kJ, που πρακτικά θεωρήθηκε ότι έφτασε το όριο λειοτρίβησης. Επίσης, από το ίδιο σχήμα φαίνεται ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο ρυθμός παραγωγής ειδικής επιφάνειας ενός υλικού, στο αρχικό στάδιο λειοτρίβησης, τόσο μικρότερη είναι η απαίτηση σε ειδική ενέργεια στο όριο λειοτρίβησης. Το τελευταίο έχει ως συνέπεια, οι καμπύλες των διαφορετικών υλικών να διασταυρώνονται μεταξύ τους.

Συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη σχέση της ειδικής επιφάνειας με την ειδική ενέργεια, παρουσιάζονται στον Πίνακα 8.7. Από τις τιμές του ρυθμού παραγωγής ειδικής επιφάνειας, στο αρχικό στάδιο λειοτρίβησης, φαίνεται ότι ο χαλαζίας παρουσιάζει τη χαμηλότερη τιμή, από όλα τα υλικά που εξετάστηκαν. Όπως είναι προφανές, το ίδιο υλικό παρουσιάζει την υψηλότερη τιμή επιφανειακής τάσης, αποδεικνύοντας ότι ο χαλαζίας είναι εκείνο το υλικό που λειοτριβείται δυσκολότερα, σε σχέση με αυτά που εξετάστηκαν. Επίσης, ο χαλαζίας φτάνει στο όριο λειοτρίβησης έχοντας καταναλώσει το μεγαλύτερο ποσό ειδικής ενέργειας, έναντι των άλλων υλικών. Παρόλη όμως την υψηλή ενεργειακή απαίτηση, τελικά καταφέρνει να παράξει περισσότερη ειδική επιφάνεια, σε σχέση με τα υπόλοιπα υλικά. Η δυσκολία στη λειοτρίβηση του χαλαζία φαίνεται, επίσης, από την τιμή του συντελεστή λειοτρίβησης K (kg/kJ) όπου εμφανίζει τη χαμηλότερη τιμή. Η τιμή του ελάχιστου μεγέθους $x_2(80)$ υπολογίστηκε από τη σχέση του μεγέθους προϊόντος $x_2(80)$ με την ειδική ενέργεια, βάζοντας στη θέση της ειδικής ενέργειας την τιμή της μέγιστης ειδικής ενέργειας του Πίνακα 8.7. Γενικά, από τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα του Πίνακα 8.7, προκύπτει ότι, στο αρχικό στάδιο λειοτρίβησης, η σειρά των υλικών με μειούμενη δυσκολία στη λειοτρίβηση είναι χαλαζίας, χαλαζίτης, μεταψαμμίτης και μάρμαρο. Με βάση τη μέγιστη ειδική ενέργεια κατανάλωσης, η αντίστοιχη σειρά είναι χαλαζίας, μεταψαμμίτης, χαλαζίτης και μάρμαρο.

Πίνακας 8.7: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα που προκύπτουν από τη σχέση της ειδικής επιφάνειας με την ειδική ενέργεια, για διαφορετικά υλικά

Υλικό	Ρυθμός παραγωγής ειδικής επιφάνειας (Αρχικό στάδιο)*	Επιφανειακή τάση (Αρχικό στάδιο)*	Μέγιστη ειδική ενέργεια**	Μέγιστος χρόνος**	Μέγιστη ειδική επιφάνεια**	Συντελεστής λειοτρίβησης, K	Ελάχιστο μέγεθος, $x_2(80)$**
	m^2/kJ	J/m^2	kJ/kg	min	m^2/kg	kg/kJ	μm
Μάρμαρο	22.4	45	336	312	1400	0.016	11.9
Χαλαζίας	7.6	132	826	754	1447	0.005	12.9
Χαλαζίτης	8.9	112	452	215	906	0.010	8.7
Μεταψαμμίτης	10.0	100	562	217	1231	0.008	8.5

* Οι τιμές αντιστοιχούν σε χρόνο λειοτρίβησης 0.5 min

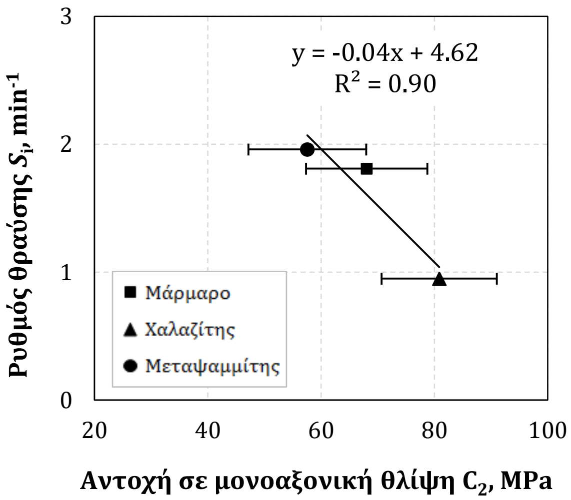
** Οι τιμές αντιστοιχούν σε ρυθμό παραγωγής ειδικής επιφάνειας 0.10 m^2/kJ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9ο

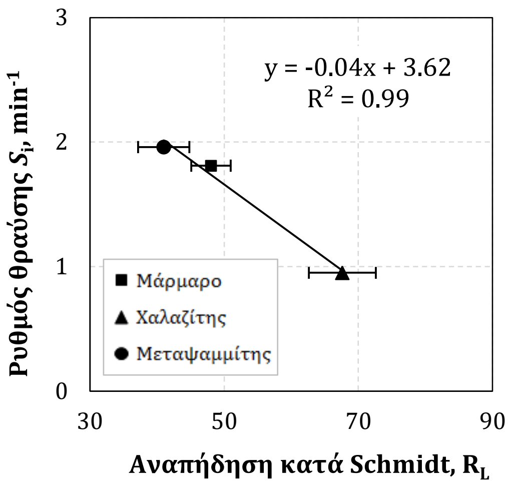
9. Συσχέτιση των παραμέτρων της λειοτρίβησης με τα φυσικομηχανικά χαρακτηριστικά των υλικών

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται α) οι συσχετίσεις που προέκυψαν μεταξύ των παραμέτρων τις λειοτρίβησης με τα φυσικομηχανικά χαρακτηριστικά των υλικών και β) οι συσχετίσεις μεταξύ των φυσικομηχανικών χαρακτηριστικών των υλικών. Σημειώνεται ότι οι πολύπλοκες αλληλεξαρτήσεις των παραμέτρων, που χαρακτηρίζουν τη συμπεριφορά των υλικών, δεν μπορούν να οδηγήσουν σε ξεκάθαρους μαθηματικούς κανόνες που να συνδέουν τις παραμέτρους αυτές. Η λειοτρίβηση των υλικών σε μύλους, αποτελεί από μόνη της μια πολύπλοκη διεργασία, όπου η κατάτμηση των τεμαχίων των υλικών επιτυγχάνεται από το συνδυασμό δυνάμεων κρούσης, συμπίεσης ή/και τριβής. Επίσης, ο χαρακτηρισμός των υλικών με βάση τα φυσικομηχανικά χαρακτηριστικά τους εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, όπως οι συνθήκες που διενεργήθηκε το πείραμα, η αντιπροσωπευτικότητα του υπό εξέταση δείγματος κλπ. Κατά συνέπεια οι σχέσεις που μπορεί να προκύψουν και που συνδέουν τη μία παράμετρο με την άλλη μόνο προσεγγιστικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν και σε καμμιά περίπτωση δεν υποκαθιστούν την εκτέλεση των αντίστοιχων δοκιμών στο εργαστήριο. Στα διαγράμματα που δημιουργήθηκαν, προσδιορίστηκε η συσχέτιση των μέσων τιμών των παραμέτρων, ενώ τα όρια του διαστήματος γύρω από τη μέση τιμή προσδιορίστηκαν για διάστημα εμπιστοσύνης 95%. Επίσης, οι παράμετροι των δοκιμών λειοτρίβησης που εξετάστηκαν, αφορούν υλικά τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm τα οποία λειοτριβήθηκαν στο σφαιρόμυλο, με χρήση σφαιρών διαμέτρου 25.4 mm και πλήρωση U=50%.

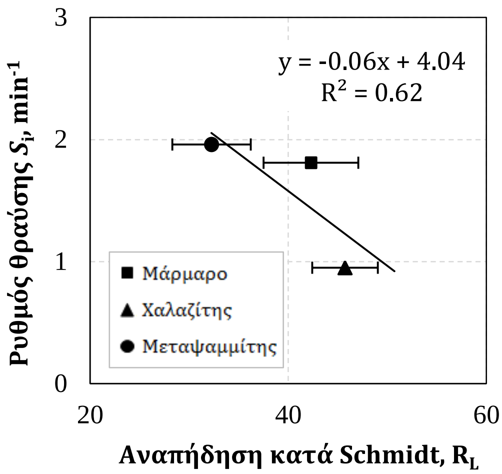
Η σχέση του ρυθμού θραύσης S_i (min^{-1}) με τη μέγιστη αντοχή σε μονοαξονική θλίψη (MPa), παρουσιάζεται στο Σχήμα 9.1. Παρατηρείται ότι υπάρχει μια ισχυρή αρνητική συσχέτιση μεταξύ των δύο παραμέτρων. Κατά συνέπεια, ο ρυθμός με τον οποίο λειοτριβούνται τα υλικά μειώνεται όσο αυξάνεται η αντοχής τους, λόγω των αυξανόμενων δυνάμεων συνοχής που αντιστέκονται στην επιβολή εξωτερικών δυνάμεων. Από τα Σχήματα 9.2 και 9.3 προκύπτει ότι ο ρυθμός θραύσης S_i συσχετίζεται αρνητικά με την αναπήδηση κατά Schmidt, στις δοκιμές που διεξήχθησαν σε όγκους και σε δοκίμια των υλικών. Η αύξηση της αναπήδησης κατά Schmidt, η οποία αποτελεί δείκτη της σκληρότητας της εξωτερικής επιφάνειας των υλικών, έχει ως συνέπεια τα υλικά να λειοτριβούνται πιο δύσκολα στο μύλο. Οι συσχετίσεις αυτές έχουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον λόγω του ότι η διαδικασία μέτρησης των αναπηδήσεων είναι εξαιρετικά απλή και μπορεί να πραγματοποιηθεί ακόμα και στην ύπαιθρο. Επίσης, η ισχυρή συσχέτιση μεταξύ των δύο παραμέτρων, σε ακανόνιστους όγκους των υλικών, την κάνει ακόμα πιο ενδιαφέρουσα. Τα Σχήματα 9.4 και 9.5 δείχνουν ότι ο ρυθμός θραύσης και ο λόγος Poisson (εφαπτομενικός στατικός και δυναμικός) συσχετίζονται ισχυρά αρνητικά. Η αύξηση της πλευρικής παραμόρφωσης των υλικών όταν σε αυτά επιβάλλεται φορτίο επιφέρει μείωση του ρυθμού θραύσης τους μέσα στο μύλο.



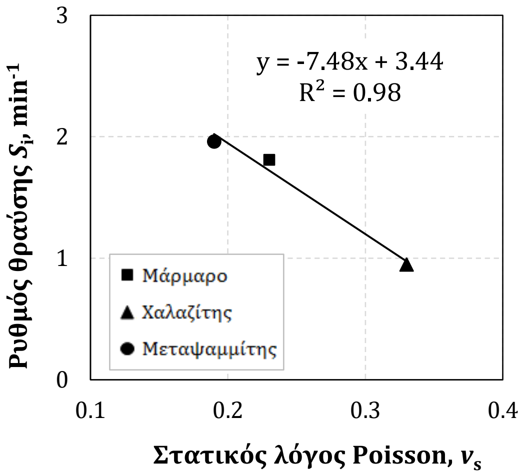
Σχήμα 9.1: Ο ρυθμός θραύσης σε συνάρτηση με την αντοχή σε μονοαξονική θλίψη C_2.



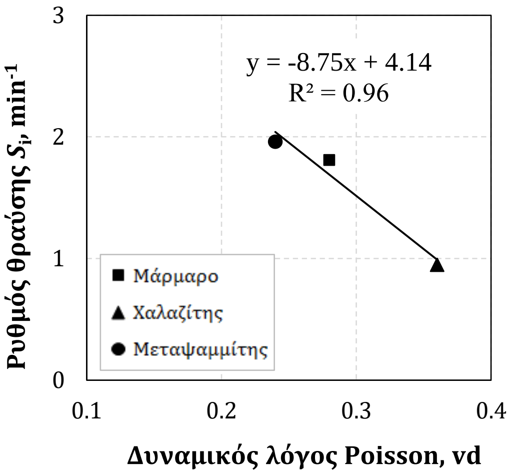
Σχήμα 9.2: Ο ρυθμός θραύσης σε συνάρτηση με την αναπήδηση R_L κατά Schmidt (όγκοι).



Σχήμα 9.3: Ο ρυθμός θραύσης σε συνάρτηση με την αναπήδηση R_L κατά Schmidt (δοκίμια).

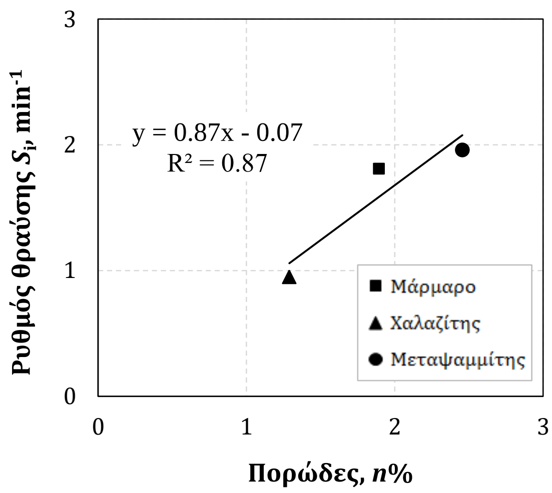


Σχήμα 9.4: Ο ρυθμός θραύσης σε συνάρτηση με το στατικό λόγο Poisson v_s.



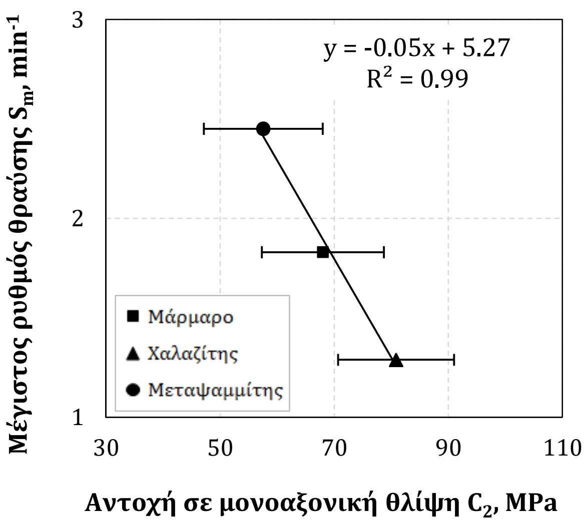
Σχήμα 9.5: Ο ρυθμός θραύσης σε συνάρτηση με το δυναμικό λόγο Poisson v_s.

Ο ρυθμός θραύσης συσχετίζεται θετικά με την αύξηση του πορώδους των υλικών, σύμφωνα με το Σχήμα 9.6. Η ύπαρξη πόρων, μικρορωγμών κλπ. στα υλικά έχει ως συνέπεια τη μείωση της αντοχής τους, με αποτέλεσμα να λειοτριβούνται με μεγαλύτερο ρυθμό μέσα στο μύλο. Εντούτοις, επειδή η περιοχή μελέτης του πορώδους είναι μικρή, όπως και ο αριθμός των υλικών που εξετάστηκαν, τα αποτελέσμα της συσχέτισης δεν έχουν επαρκή στατιστική ισχύ.

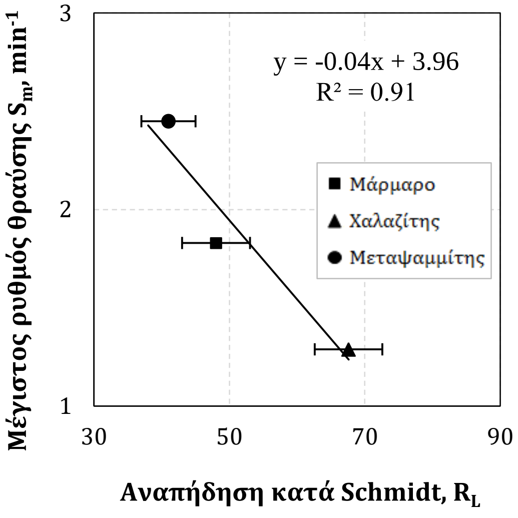


Σχήμα 9.6: Ο ρυθμός θραύσης σε συνάρτηση με το πορώδες των υλικών.

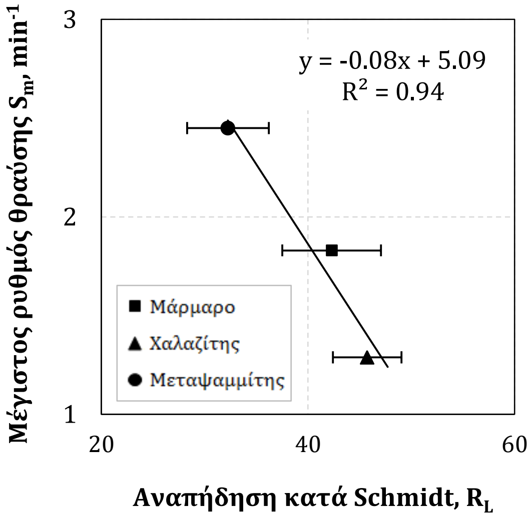
Ο μέγιστος ρυθμός θραύσης S_m (min^{-1}) ακολουθεί ανάλογες συσχετίσεις με το ρυθμό θραύσης S_i (min^{-1}), ως προς την αντοχή σε μονοαξονική θλίψη C_2 (MPa) και την αναπήδηση κατά Schmidt, σε όγκους και δοκίμια των υλικών. Το S_m αποτελεί πολύ χρήσιμη παράμετρο στη λειοτρίβηση, η οποία προσδιορίζει σε πιο μέγεθος υλικού τροφοδοσίας επιτυγχάνεται ο μέγιστος ρυθμός θραύσης.



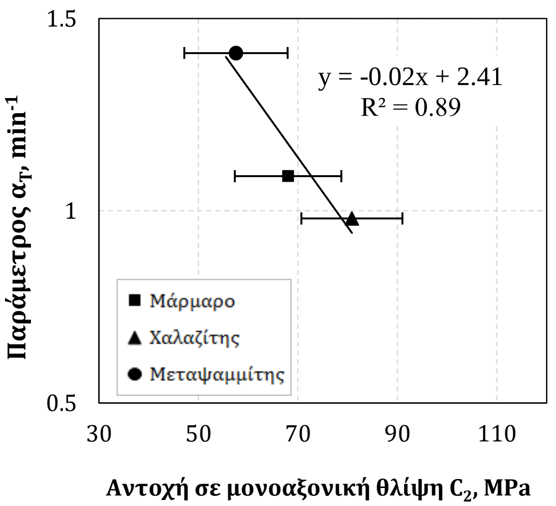
Σχήμα 9.7: Ο μέγιστος ρυθμός θραύσης σε συνάρτηση με την αντοχή σε μονοαξονική θλίψη C_2.



Σχήμα 9.8: Ο μέγιστος ρυθμός θραύσης σε συνάρτηση με την αναπήδηση R_L κατά Schmidt (όγκοι).

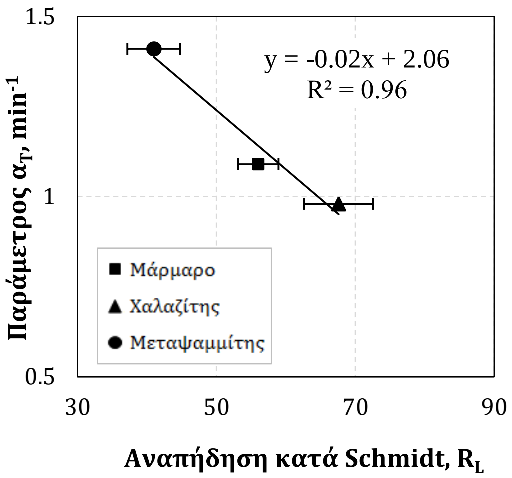


Σχήμα 9.9: Ο μέγιστος ρυθμός θραύσης σε συνάρτηση με την αναπήδηση R_L κατά Schmidt (δοκίμια).

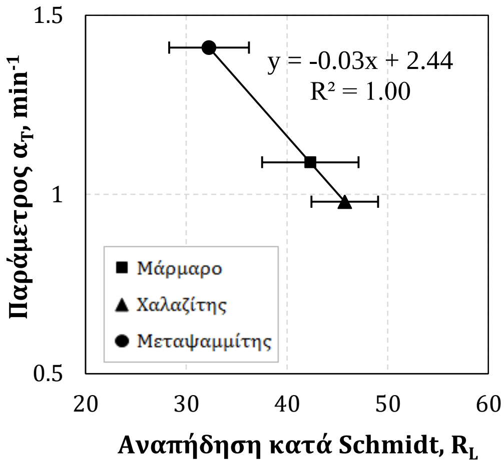


Σχήμα 9.10: Η παράμετρος α_T σε συνάρτηση με την αντοχή σε μονοαξονική θλίψη C_2.

Επίσης, η παράμετρος α_T, έδειξε ότι συσχετίζεται αρνητικά με την αναπήδηση κατά Schmidt, υποδεικνύοντας ότι η αύξηση της σκληρότητας των υλικών προκαλεί μείωση του ρυθμού θραύσης για μέγεθος τροφοδοσίας 1 mm.



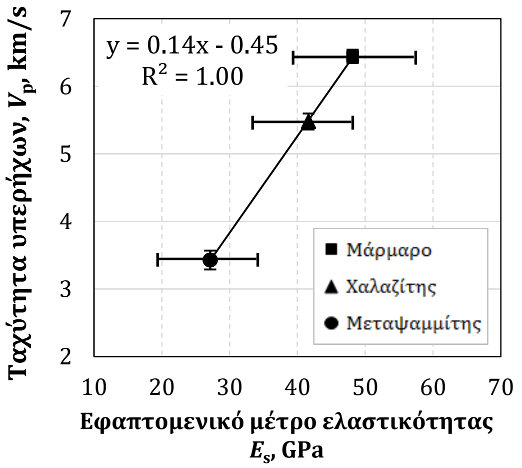
Σχήμα 9.11: Η παράμετρος $α_T$ σε συνάρτηση με την αναπήδηση R_L κατά Schmidt (όγκοι).



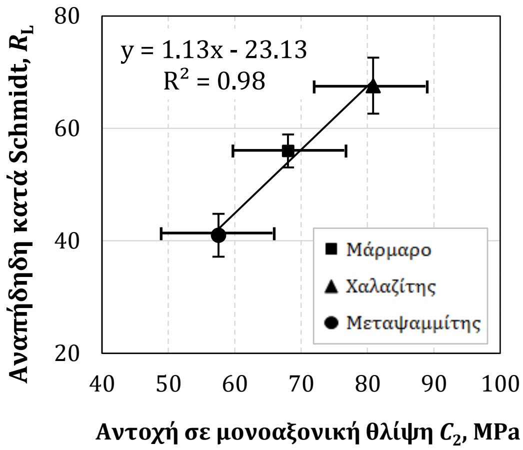
Σχήμα 9.12: Η παράμετρος $α_T$ σε συνάρτηση με την αναπήδηση R_L κατά Schmidt (δοκίμια).

Οι συσχετίσεις μεταξύ των φυσικομηχανικών χαρακτηριστικών, των υλικών που εξετάστηκαν, παρουσιάζονται στα Σχήματα 9.13 έως 9.16. Η ταχύτητα των υπερήχων συσχετίζεται θετικά με το εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 9.13. Το μάρμαρο ως πιο δύσκαμπτο υλικό, σε σχέση με το χαλαζίτη και το μεταψαμμίτη, έδωσε τη μεγαλύτερη μέση τιμή ταχύτητας των διαμήκων κυμάτων. Ωστόσο, το μάρμαρο φάνηκε από τα προηγούμενα Σχήματα (9.1 έως 9.5) ότι λειοτριβείται με μεγαλύτερο ρυθμό έναντι του χαλαζίτη και με μικρότερο ρυθμό έναντι του μεταψαμμίτη. Αυτό δείχνει ότι, από μόνη της η εύρεση μιας μηχανικής παραμέτρου που χαρακτηρίζει ένα υλικό δεν μπορεί να αποτελέσει ένδειξη της συμπεριφοράς του υλικού κατά τη λειοτρίβηση. Επίσης, οι διαφορετικές μηχανικές παράμετροι που χαρακτηρίζουν το υλικό αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, ενισχύοντας ή όχι τη σχέση μιας μεμονωμένης παραμέτρου με το ρυθμό θραύσης.

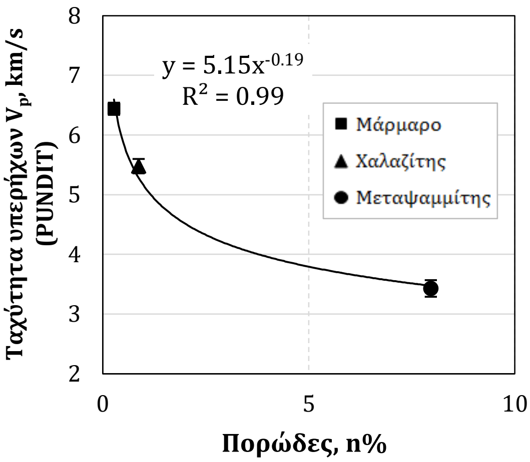
Από το Σχήμα 9.14 φαίνεται να υπάρχει ισχυρή θετική συσχέτιση της αναπήδησης κατά Scmidt με την αντοχή σε μονοαξονική θλίψη. Η αύξηση της σκληρότητας των υλικών έχει ως συνέπεια την αύξηση της αντοχή τους σε εξωτερικές δυνάμεις που τείνουν να τα παραμορφώσουν. Επίσης, η ταχύτητα των υπερήχων σε σχέση με τις φυσικές ιδιότητες πορώδες και πυκνότητα εξετάστηκε στα Σχήματα 9.15 και 9.16. Η μείωση των πόρων, μικρορωγμών κλπ. έχει ως συνέπεια την αύξηση της ταχύτητας των διαμήκων κυμάτων μέσα από τη μάζα των υλικών. Αντίθετα, η αύξηση της πυκνότητας των υλικών έχει ως συνέπεια την αύξηση της ταχύτητας των υπερήχων.



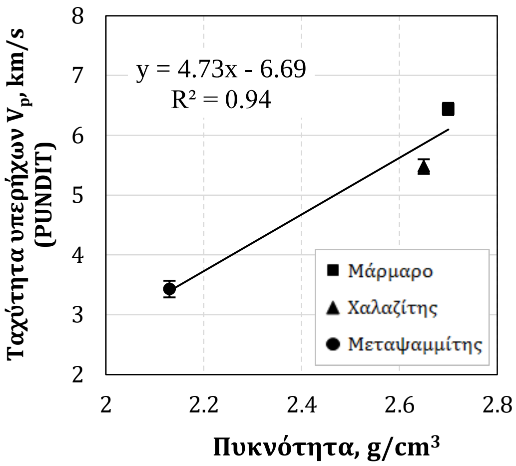
Σχήμα 9.13: Η ταχύτητα των υπερήχων σε συνάρτηση με το εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας (δοκίμια-PUNDIT).



Σχήμα 9.14: Η αναπήδηση R_L κατά Schmidt σε συνάρτηση με την αντοχή σε μονοαξονική θλίψη C_2 (όγκοι).

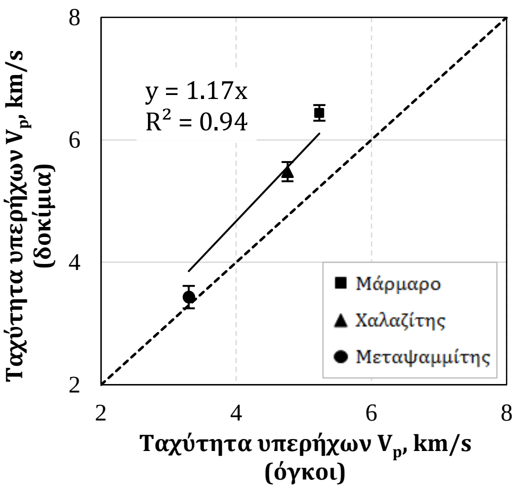


Σχήμα 9.15: Η ταχύτητα των υπερήχων των δοκιμίων σε συνάρτηση με το πορώδες των υλικών.

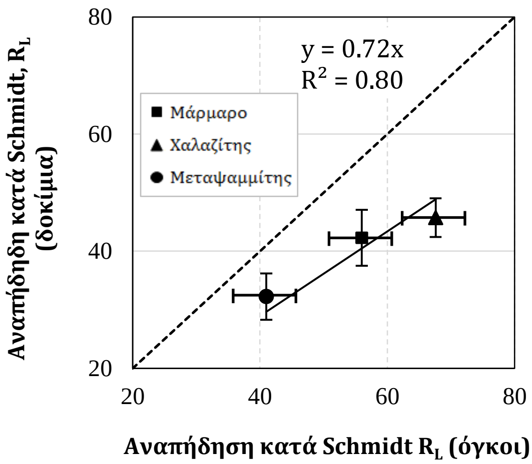


Σχήμα 9.16: Η ταχύτητα των υπερήχων των δοκιμίων σε συνάρτηση με την πυκνότητα των υλικών.

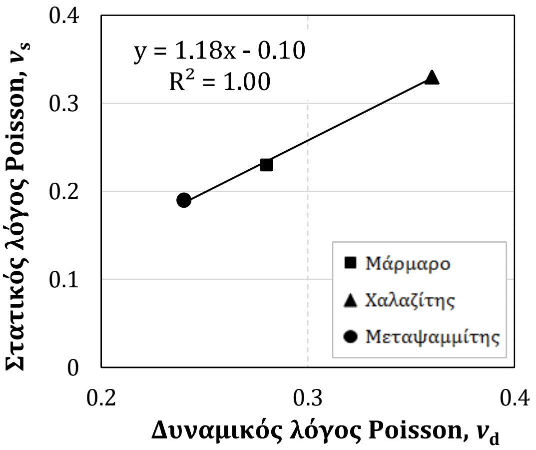
Στα Σχήματα 9.17 και 9.18 συγκρίνονται τα αποτελέσματα της ταχύτητας των υπερήχων και της αναπήδης κατά Schmidt, στα δοκίμια και τους ακανόνιστους όγκους των υλικών. Είναι εμφανής η επίδραση του γεωμετρικού σχήματος του υλικού στις τιμές της ταχύτητας των υπερήχων και της αναπήδησης κατά Schmidt. Ωστόσο, η επίδραση αυτή δείχνει να μην είναι τυχαία, αλλά να υπάρχει μια θετική συσχέτιση μεταξύ των τιμών των δοκιμίων με εκείνες των όγκων. Σύμφωνα με το Σχήμα 9.17 οι τιμές της ταχύτητας των υπερήχων είναι μεγαλύτερες όταν τα υλικά είναι υπό τη μορφή δοκιμίων σε σχέση με εκείνες των όγκων. Από την άλλη, οι τιμές των αναπηδήσεων κατά Schmidt στην περίπτωση των δοκιμίων φαίνεται να είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες των όγκων (Σχήμα 9.18). Στην πράξη οι μηχανικοί ενδιαφέρονται για τη μελέτη των μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών στην ύπαιθρο και πως τα υλικά αυτά συμπεριφέροντα σε σχέση με το ευρύτερο γεωλογικό περιβάλλον. Η πρόβλεψη της ταχύτητας των διαμήκων κυμάτων και των αναπηδήσεων κατά Schmidt στην ύπαιθρο, από έναν ικανό αριθμό αντίστοιχων δοκιμών στο εργαστήριο, μπορεί να αποτελέσει πολύ χρήσιμη πληροφορία για την εκτίμηση της καταλληλότητας ενός υλικού ως προς τη χρήση του. Ωστόσο, οι παραπάνω μέθοδοι χαρακτηρίζονται από ευαισθησία και χρησιμοποιούνται για την κατηγοριοποίηση των υλικών και όχι για την κατευθείαν εκτίμηση των μηχανικών παραμέτρων τους.



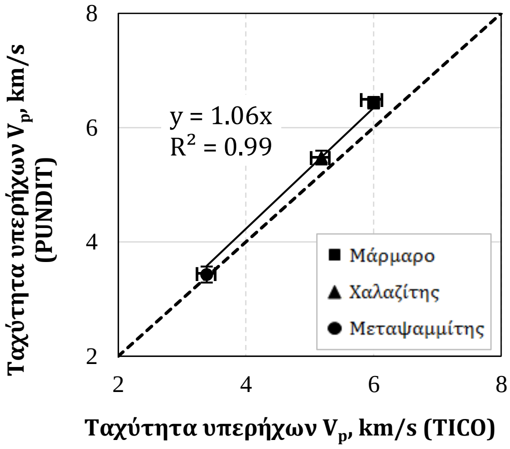
Σχήμα 9.17: Η ταχύτητα των υπερήχων των δοκιμίων σε συνάρτηση ταχύτητα των υπερήχων στους όγκους των υλικών.



Σχήμα 9.18: Η αναπήδηση R_L κατά Schmidt των δοκιμίων σε συνάρτηση με την αναπήδηση R_L κατά Schmidt των όγκων των υλικών.



Σχήμα 9.19: Ο στατικός λόγος Poisson σε συνάρτηση με το δυναμικό λόγο Poisson.



Σχήμα 9.20: Η ταχύτητα των υπερήχων της συσκευής PUNDIT σε συνάρτηση με την ταχύτητα των υπερήχων της συσκευής TICO.

Ο εφαπτομενικός στατικός λόγος Poisson σε σχέση με το δυναμικό λόγο Poisson παρουσιάζεται στο Σχήμα 9.19. Παρατηρείται ότι υπάρχει τέλεια θετική συσχέτιση μεταξύ του λόγου Poisson που προέρχεται από τις δοκιμές μονοαξονικής θλίψης και από εκείνον που υπολογίζεται από μη καταστροφικές μεθόδους. Η σχέση που συνδέει τους λόγους Poisson μπορεί να είναι πολύ χρήσιμη δεδομένου ότι μπορεί να αποφευχθεί η δοκιμή μονοαξονικής θλίψης, η οποία είναι μία καταστροφική μέθοδος.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, στις δοκιμές μέτρησης της ταχύτητας των υπερήχων στα δοκίμια των υλικών, χρησιμοποιήθηκαν οι συσκευές PUNDIT και TICO. Το Σχήμα 9.20 δείχνει ότι παρόλο που οι δύο συσκευές δεν καταλήγουν στις ίδιες τιμές ταχύτητας των υπερήχων, εντούτοις παρουσιάζουν μια τέλεια θετική συσχέτιση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10ο

10.Συμπεράσματα - Προτάσεις

10.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα διατριβή μελετήθηκε η μοντελοποίηση της διεργασίας της λειοτρίβησης σε σφαιρόμυλο με έμφαση στις διαστασιακές ιδιότητες των προϊόντων λειοτρίβησης και την ενέργεια που απαιτείται για τη μείωση του μεγέθους των υλικών. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν υλικά διαφορετικών φυσικομηχανικών χαρακτηριστικών, όπως μάρμαρο, χαλαζίας, χαλαζίτης και μεταψαμμίτης, τα οποία λειοτριβήθηκαν σε διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας του σφαιρόμυλου.

Από τη μελέτη της επίδρασης του συντελεστή πλήρωσης των κενών των σφαιρών U με υλικό, προέκυψε ότι το μέγεθος $x_2(80)$ των προϊόντων λειοτρίβησης συναρτήσει της ειδικής ενέργειας κατανάλωσης είναι ανεξάρτητο του U, για όλα τα μεγέθη τροφοδοσίας. Επίσης, παρατηρήθηκε διαφοροποίηση του ρυθμού μείωσης του μεγέθους $x_2(80)$ σε υψηλότερες τιμές ειδικής ενέργειας. Πέρα από το αρχικό στάδιο λειοτρίβησης επέρχεται μικρή μείωση του μεγέθους για την ίδια κατανάλωση ενέργειας και επομένως, η απόδοση της λειοτρίβησης μειώνεται.

Από τη μελέτη των κατανομών μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης προέκυψε ότι οι συναρτήσεις *GGS* και *RR* δεν είναι σε θέση να περιγράψουν πλήρως όλο το φάσμα των παραγόμενων μεγεθών των τεμαχίων. Επιπλέον, η εφαρμογή της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα στα πειραματικά δεδομένα, έδειξε την παρουσία δύο διακριτών περιοχών μεγέθους τεμαχίων (περιοχή λεπτομερών και χονδρομερών τεμαχίων). Από την μελέτη της εξέλιξης των κατανομών μεγέθους με την αύξηση της ειδικής ενέργειας κατανάλωσης βρέθηκε ότι, οι δύο πληθυσμοί σχετίζονται μεταξύ τους και προτάθηκαν για πρώτη φορά βελτιωμένες εκφράσεις της σχέσης ενέργειας και μεγέθους τεμαχίων. Επίσης, από την εξέταση των κατανομών των δύο διακριτών περιοχών μεγέθους, προέκυψε ότι υπάρχει μια συγκεκριμένη τιμή της ειδικής ενέργειας για την οποία όλο το εύρος των πειραματικών τιμών βρίσκεται σε μια ευθεία γραμμή και επομένως, η συνάρτηση *GGS* μπορεί να περιγράψει με ακρίβεια τα πειραματικά δεδομένα. Το σημείο αυτό, ονομάστηκε σημείο μετάβασης και ορίστηκε για πρώτη φορά στη διατριβή. Ποιοτικά το σημείο μετάβασης δείχνει ότι ο αρχικός πληθυσμός των χονδρών τεμαχίων που υπήρχε στο μύλο έχει εκλείψει και ότι μετά από αυτό θα ξεκινήσουν να λειοτριβούνται τα θυγατρικά τους τεμάχια. Πιθανόν το σημείο μετάβασης να προσδιορίζει μια αλλαγή στο μηχανισμό λειοτρίβησης και η απόδοση του μύλου μειώνεται σε μεγαλύτερα ενεργειακά επίπεδα. Η απαιτούμενη ενέργεια στο σημείο μετάβασης εξαρτάται από το υλικό και το μέγεθος τροφοδοσίας.

Από τη μελέτη της επίδρασης της διαμέτρου των σφαιρών προέκυψε ότι για τα μεγάλα μεγέθη τροφοδοσίας οι κατανομές μετατοπίζονται στα λεπτότερα κλάσματα όταν χρησιμοποιούνται σφαίρες μεγάλης διαμέτρου (40 mm ή 25.4 mm), ενώ τα μικρά μεγέθη τροφοδοσίας λειοτριβούνται πιο αποδοτικά με χρήση σφαιρών μικρότερης διαμέτρου (12.7 mm). Από τα αποτελέσματα προέκυψε ότι ο χαλαζίτης παρουσιάζει τη μεγαλύτερη δυσκολία μείωσης του μεγέθους του, ακολουθεί το μάρμαρο, ενώ ο μεταψαμμίτης λειοτριβείται ευκολότερα, σε σχέση με τα υπόλοιπα υλικά.

Από τις δοκιμές ημισυνεχούς λειοτρίβησης μαρμάρου και χαλαζίτη, σύμφωνα με τη μέθοδο Bond, προέκυψε ότι η τιμή του εκθέτη n επηρεάζει τις τιμές των δεικτών έργου W_i των υλικών. Οι βέλτιστες τιμές που υπολογίστηκαν είναι n=0.72 και n=0.87, οι οποίες αντιστοιχούν σε δείκτη έργου 3.61 kWh/t και 5.08 kWh/t για το μάρμαρο και το χαλαζίτη, αντίστοιχα. Επίσης, από τη μελέτη της κινητικής της λειοτρίβησης σε υλικά τα οποία προήλθαν από την κατάσταση ισορροπίας του συστήματος, προέκυψε ότι η παρουσία λεπτομερών αυξάνει το ρυθμό θραύσης των χονδρομερών κλασμάτων και μάλιστα ο ρυθμός θραύσης αυξάνεται όσο το μέγεθος των λεπτομερών μειώνεται. Το γεγονός αυτό θα πρέπει να προβληματίσει όσον αφορά στην απόδοση του ταξινομητή σε βιομηχανικό επίπεδο, και την πάγια τακτική μείωσης των λεπτομερών της ανακύκλωσης.

Από τη μελέτη του μοντέλου ισοζυγίου πληθυσμού παρατηρήθηκε ότι ο ρυθμός θραύσης S_i είναι ανεξάρτητος του χρόνου λειοτρίβησης και αυξάνεται με την αύξηση του μεγέθους τροφοδοσίας, με εξαίρεση στα μεγαλύτερα μεγέθη. Υπάρχει ένα μέγιστο μέγεθος x_m για το οποίο ο ρυθμός θραύσης λαμβάνει μέγιστη τιμή S_m. Το x_m είναι ανεξάρτητο του U, αλλά εξαρτάται από τον τύπο του υλικού. Όσον αφορά στην επίδραση του U στο ρυθμό θραύσης S_i, προέκυψε ότι το S_i αυξάνεται με τη μείωση του U, γεγονός που δείχνει ότι η λειοτρίβηση είναι πιο αποδοτική σε μικρότερες τιμές U. Από τον υπολογισμό των βέλτιστων τιμών των παραμέτρων α_T, α, μ και Λ προέκυψε ότι οι παράμετροι α και Λ, οι οποίες εξαρτώνται από το υλικό, παραμένουν σταθερές και σχεδόν ανεξάρτητες του U, ενώ οι παράμετροι μ και α_T επηρεάζονται με τη μεταβολή του U. Επίσης, τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι παράμετροι Φ_j, γ και β της αθροιστικής συνάρτηση θραύσης $B_{i,j}$ παραμένουν σταθερές και ανεξάρτητες της μεταβολής του U για το ίδιο μέγεθος τροφοδοσίας. Αντίθετα, οι παράμετροι αυτές εξαρτώνται από το μέγεθος της τροφοδοσίας που χρησιμοποιήθηκε. Επίσης, μεταξύ των υλικών μάρμαρο και χαλαζία, προέκυψε ότι η ποσότητα των παραγόμενων λεπτομερών του μαρμάρου είναι μεγαλύτερη από εκείνη του χαλαζία, αφού οι τιμές της παραμέτρου γ του υλικού αυτού είναι μικρότερες σε σχέση με εκείνες του χαλαζία. Από τη σχέση του παραχθέντος προϊόντος με την ειδική ενέργεια προέκυψε ότι οι βέλτιστες παράμετροι ε_{50} και λ επηρεάζονται από το μέγεθος της τροφοδοσίας και τον τύπο του υλικού. Για το ίδιο μέγεθος τροφοδοσίας, οι τιμές λ του μαρμάρου είναι μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες του χαλαζία. Αντίθετα, οι τιμές ε_{50} του μαρμάρου είναι μικρότερες σε σχέση με εκείνες του χαλαζία, γεγονός που δείχνει ότι για την παραγωγή 50% προϊόντος χαλαζία η ενέργεια η οποία απαιτείται είναι μεγαλύτερη. Επίσης, προέκυψε ότι η χρήση του ρυθμού S_{50} (t/kWh) έναντι του ρυθμού S_i (min^{-1}) αποτελεί πλεονέκτημα στην περιγραφή της διαδικασίας της λειοτρίβησης με το μοντέλο ισοζυγίου πληθυσμού.

Από τη μελέτη του ρυθμού θραύσης συναρτήσει του μεγέθους της τροφοδοσίας των υλικών, για διαφορετικές διαμέτρους σφαιρών, προέκυψε ότι οι παράμετροι x_m και S_m και οι υπολογισθείσες παράμετροι α_T, και μ του μοντέλου Austin δεν παραμένουν σταθερές με την αλλαγή της διαμέτρου των σφαιρών. Η συσχέτιση των x_m, S_m, και μ με τη διάμετρο των σφαιρών είναι τέλεια έως ισχυρά θετική, ενώ του α_T αρνητική.

Επίσης, από το συνδυασμό των λογισμικών Moly-Cop Tools™ και MODSIM™ προέκυψε ότι η λειοτρίβηση του χαλαζία προσομοιώνεται με μεγάλη ακρίβεια και οι προβλεπόμενες τιμές της παραμέτρου α_T ταυτίζονται με τις αντίστοιχες πειραματικές. Η προσομοίωση έδειξε ότι ο ρυθμός θραύσης αυξάνεται με την αύξηση του όγκου πλήρωσης των σφαιρών μέχρι μια βέλτιστη τιμή (J=30%), ενώ πέρα από αυτή μειώνεται απότομα.

Από τη μελέτη των μοντέλων κατά Herbst και Fuerstenau και Stamboliadis προέκυψε ότι οι προτεινόμενες σχέσεις που ενσωματώνουν την επίδραση του μεγέθους τροφοδοσίας και τις διαφορετικές συνθήκες λειοτρίβησης μπορούν να προβλέψουν με ακρίβεια τις κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης.

Επίσης, η ενσωμάτωση της συνάρτησης επιλογής του κινητικού μοντέλου στο μοντέλο πίνακα των Broadbent and Callcott συμβάλει στην πιο ρεαλιστική προσομοίωση της διαδικασίας της λειοτρίβησης. Η προτεινόμενη μέθοδος έχει το πλεονέκτημα ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί όταν η αρχική τροφοδοσία είναι κοκκώδες υλικό διαφόρων κοκκομετρικών μεγεθών και δεν υπάρχει ο περιορισμός της χρησιμοποίησης στενού κλάσματος όπως ορίζει το κινητικό μοντέλο Austin.

Από τη μελέτη των διαστασιακών ιδιοτήτων των προϊόντων λειοτρίβησης προέκυψε ότι οι αθροιστικές κατανομές των διαστασιακών ιδιοτήτων των χονδρότερων τεμαχίων τείνουν οριζόντια προς τη μέγιστη τιμή της αντίστοιχης ιδιότητας για τα μικρότερα μεγέθη, ενώ για τα μεγαλύτερα μεγέθη τείνουν κατακόρυφα σε μια συγκεκριμένη τιμή. Για την ίδια διαστασιακή ιδιότητα, π.χ επιφάνεια, οι καμπύλες οι οποίες αντιστοιχούν σε διαφορετικές καταναλώσεις ενέργειας διασταυρώνονται μεταξύ τους. Επομένως, τα προϊόντα λειοτρίβησης των υλικών δεν μπορούν να θεωρηθούν ότι έχουν μορφοκλασματικό χαρακτήρα. Επίσης, προέκυψε ότι οι τιμές των διαστασιακών ιδιοτήτων αυξάνονται με την αύξηση της ειδικής ενέργειας κατανάλωσης και ότι η μεταβολή του U δεν επιφέρει σημαντική αλλαγή στη σχέση των διαστασιακών ιδιοτήτων με την ειδική ενέργεια. Επίσης, από τη μελέτη της επίδρασης της διαμέτρου των σφαιρών στο ρυθμό παραγωγής της ειδικής επιφάνειας του χαλαζίτη και του μεταψαμμίτη, προέκυψε ότι όσο μεγαλώνει το μέγεθος της τροφοδοσίας των υλικών τόσο μεγαλύτερες διάμετροι σφαιρών απαιτούνται για την αύξηση του ρυθμού παραγωγής της ειδικής επιφάνειας. Συγκριτικά, ο ρυθμός παραγωγής της ειδικής επιφάνειας του μεταψαμμίτη είναι μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο του χαλαζίτη, για το ίδιο μέγεθος τροφοδοσίας και για την ίδια διάμετρο σφαιρών. Από τη μελέτη της ειδικής επιφάνειας των υλικών μάρμαρο, χαλαζία, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη σε μεγαλύτερα ενεργειακά επίπεδα, προσδιορίστηκε το όριο της λειοτρίβησης πέρα από το οποίο θεωρητικά δεν παράγεται νέα ειδική επιφάνεια. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η ειδική επιφάνεια αυξάνεται στην αρχή γραμμικά όσο αυξάνεται η ειδική ενέργεια, ενώ σε μεγαλύτερα ενεργειακά επίπεδα αρχίζει να καμπυλώνει προς μια συγκεκριμένη τιμή ειδικής επιφάνειας. Ο ρυθμός παραγωγής της ειδικής επιφάνειας, η μέγιστη ειδική επιφάνεια που παράγεται, καθώς επίσης και η ενέργεια που καταναλώθηκε για την παραγωγή της, εξαρτώνται από τον τύπο του υλικού.

Από τη συσχέτιση των παραμέτρων της λειοτρίβησης με τα φυσικομηχανικά χαρακτηριστικά των υλικών προέκυψε ότι οι παράμετροι της λειοτρίβησης, όπως για παράδειγμα ο ρυθμός θραύσης, συσχετίζονται ισχυρά με ορισμένα φυσικομηχανικά χαρακτηριστικά των υλικών (πορώδες, σκληρότητα, αντοχή σε μονοαξονική θλίψη κλπ.). Ωστόσο, από μόνη της η εύρεση μιας μηχανικής παραμέτρου που χαρακτηρίζει ένα υλικό δεν μπορεί να αποτελέσει ένδειξη της συμπεριφοράς του κατά τη λειοτρίβηση. Οι διαφορετικές μηχανικές παράμετροι που χαρακτηρίζουν το υλικό αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, ενισχύοντας ή όχι τη σχέση μιας μεμονωμένης παραμέτρου με το ρυθμό θραύσης.

10.2 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Από την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της παρούσας διατριβής προέκυψε ότι η λειοτρίβηση των υλικών αποτελεί μια πολύπλοκη διεργασία που εξαρτάται από πλήθος παραγόντων. Η επεξεργασία των αποτελεσμάτων βασίστηκε στη μελέτη των βασικών επιδρώντων παραγόντων της λειοτρίβησης και κινήθηκε μέσα σε συγκεκριμένα όρια. Επομένως, υπάρχει ανοιχτό πεδίο έρευνας βασιζόμενο στα αποτελέσματα της διατριβής. Τα κύρια θέματα τα οποία προτείνονται για μελλοντική έρευνα είναι τα ακόλουθα:

- Εφαρμογή της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα σε συναρτήσεις *RR* και προσδιορισμός των διακριτών περιοχών μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης. Σύγκριση των αποτελεσμάτων με τα αντίστοιχα των συναρτήσεων *GGS* που μελετήθηκαν στην παρούσα διατριβή και εύρεση των καταλληλότερων συναρτήσεων που μπορούν να περιγράψουν πλήρως όλο το φάσμα των παραγόμενων μεγεθών των προϊόντων.
- Εκτενέστερη μελέτη της γραμμικής παλινδρόμησης κατά τμήματα σε συναρτήσεις *GGS*, για διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας του μύλου. Σύνδεση της ειδικής ενέργειας κατανάλωσης με το μέγεθος προϊόντος και μελέτη της επίδρασης των διαφορετικών συνθηκών.
- Εκτενέστερη μελέτη των νέων σχέσεων ειδικής ενέργειας-μεγέθους προϊόντων που προτείνονται στη διατριβή και συσχέτισή τους με άλλες παραμέτρους που επηρεάζουν τη λειοτρίβηση.
- Προσδιορισμό της σχέσης του ρυθμού θραύσης με το συντελεστή πλήρωσης *U* πέραν τον ορίων πλήρωσης που εξετάστηκαν στη διατριβή αυτή.
- Μελέτη του μοντέλου ισοζυγίου πληθυσμού για μεγαλύτερους χρόνους λειοτρίβησης και εξέταση εάν ο ρυθμός θραύσης είναι ανεξάρτητος του χρόνου.
- Εκτενέστερη μελέτη της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης συναρτήσει του μεγέθους των προϊόντων και συσχέτιση των κινητικών παραμέτρων με το μέγεθος της τροφοδοσίας.
- Εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου προσδιορισμού του βέλτιστου όγκου πλήρωσης *J* για διάφορα υλικά και διερεύνηση περισσοτέρων βέλτιστων παραμέτρων λειτουργίας του μύλου.
- Προσδιορισμό της σχέσης της παραμέτρου F_i συναρτήσει του σχετικού μεγέθους του μοντέλου Herbst και Fuerstenau που προτείνεται στη διατριβή και επιβεβαίωση της επίδρασης του μεγέθους τροφοδοσίας και του συντελεστή πλήρωσης *U*.

- Εκτενέστερη μελέτη της σχέσης των παραμέτρων λειοτρίβησης με τα φυσικομηχανικά χαρακτηριστικά των υλικών και διερεύνηση των συσχετίσεων που προτείνονται.

Κατάλογος κυριότερων συμβόλων

a	συντελεστής κατανομής της συνάρτησης GGS
a_f	συντελεστής κατανομής των λεπτομερών τεμαχίων της συνάρτησης GGS
a_c	συντελεστής κατανομής των χονδρομερών τεμαχίων της συνάρτησης GGS
$B_{i,j}$	αθροιστική συνάρτηση θραύσης
$B_{j,i}$	αθροιστική συνάρτηση θραύσης της Σχέσης (2.44)
$b_{i,j}$	συνάρτηση θραύσης
C_0	μέγιστη αντοχή σε μονοαξονική θλίψη (MPa)
C_2	ανηγμένη μέγιστη αντοχή σε μονοαξονική θλίψη (MPa)
D	εσωτερική διάμετρος μύλου (m), (cm)
D_f	μορφοκλασματική διάσταση
d	διάμετρος σφαίρας (mm)
d_i	γεωμετρικό μέσο μέγεθος της τάξης μεγέθους i
E	καταναλισκόμενη ενέργεια λειοτρίβησης (J)
E_d	δυναμικό μέτρο ελαστικότητας (GPa)
E_s	εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας (GPa)
ε	καταναλισκόμενη ειδική ενέργεια λειοτρίβησης (J/kg), (kWh/t)
ε_{50}	καταναλισκόμενη ειδική ενέργεια για παραγωγή 50% προϊόντος (kWh/t)
ε_{pot}	δυνητική ενέργεια (kWh/t)
F_i	κλίση της αθροιστικώς διερχόμενης μάζας συναρτήσει του μεγέθους
f_c	συντελεστής πλήρωσης υλικού (%)
i	δείκτης τάξης μεγέθους
J	συντελεστής πλήρωσης σφαιρών (%)
K	συντελεστής λειοτρίβησης (kg/kJ)
k_i	ρυθμός θραύσης της Σχέσης (2.44) (t/kWh)
M	συνολική μάζα τροφοδοσίας και σφαιρών (kg)
m	μάζα του υλικού στο μύλο (kg)
m_i	μάζα τεμαχίου της τάξης μεγέθους i
$\mathcal{m}$	εκθέτης της Σχέσης (2.23)
$m_i(0)$	κλάσμα μάζας της τάξης μεγέθους i σε χρόνο 0
$m_i(t)$	κλάσμα μάζας της τάξης μεγέθους i σε χρόνο t λειοτρίβησης
N	αριθμός κοσκίνων
$N+1$	τάξεις μεγέθους

N_r	ταχύτητα περιστροφής μύλου (rpm), (Hz)
N	συνολικός αριθμός τεμαχίων του υλικού
n	εκθέτης της Σχέσης (2.25)
n'	συντελεστής κατανομής της συνάρτησης RR
P	αθροιστικώς διερχόμενη μάζα από μέγεθος κοσκίνου x
P_{m}	ισχύς μύλου (W)
Q_{i}	συντελεστής διόρθωσης
$R_{\mathrm{i(exp.)}}$	μάζα που παραμένει σε κόσκινο μεγέθους x_{i} (%)
$R_{\mathrm{i(mod.)}}$	εκτιμώμενη μάζα που παραμένει σε κόσκινο μεγέθους x_{i} (%)
$R_{\mathrm{j,i}}$	κλάσμα μάζας του υλικού που παρέμεινε σε κόσκινο μεγέθους x
S_{ref}	ρυθμός θραύσης για J=50% (min^{-1})
S_{i}	ρυθμός θραύσης της τάξης μεγέθους i (min^{-1})
S_{m}	μέγιστος ρυθμός θραύσης (min^{-1})
S_{50}	ρυθμός θραύσης για παραγωγή 50% προϊόντος (t/kWh)
t	χρόνος λειοτρίβησης (min), (s)
U	συντελεστής πλήρωσης κενών (%)
U_{i}	εξωτερική επιφάνεια τεμαχίου της τάξης μεγέθους i
u	συμβάντα (στάδια) θραύσης του μοντέλου πίνακα
u_{i}	ειδική επιφάνεια τεμαχίου της τάξης μεγέθους i
UU_{max}	μέγιστη ειδική επιφάνεια του υλικού (m^2/kg)
UU_{w}	συνολική ειδική επιφάνεια του υλικού (m^2/kg)
v_{d}	δυναμικός λόγος Poisson
V_{p}	ταχύτητα διαμήκων κυμάτων (km/s)
V_{r}	ταχύτητα επιφανειακών κυμάτων (km/s)
W_{i}	δείκτης έργου Bond (kWh/t)
X	σχετικό μέγεθος
x'	συντελεστής μεγέθους της συνάρτησης RR (μm)
$x_1(80)$	μέγεθος τροφοδοσίας όπου διέρχεται το 80% του υλικού (μm)
$x_2(80)$	μέγεθος προϊόντος όπου διέρχεται το 80% του υλικού (μm)
x_{o}	συντελεστής μεγέθους της συνάρτησης GGS (μm)
x_b	σημείο διακοπής (mm)
x_c	συντελεστής μεγέθους των χονδρομερών τεμαχίων (mm)
x_f	συντελεστής μεγέθους των λεπτομερών τεμαχίων (mm)
x_i	ανώτερο μέγεθος της τάξης μεγέθους i (mm)
x_{k}	μέγεθος 1 mm της Σχέσης (2.45)
x_{m}	ανώτερο μέγεθος τροφοδοσίας του μύλου (mm)

α	παράμετρος της Σχέσης (2.45)
α_{T}	παράμετρος της Σχέσης (2.45) (min^{-1}), (t/kWh)
β	παράμετρος της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης
γ	παράμετρος της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης
ΔL_{i}	συνολικό μήκος τεμαχίων της τάξης μεγέθους i
Δm_{i}	κλάσμα μάζας υλικού της τάξης μεγέθους i
ΔS_{i}	συνολική επιφάνεια τεμαχίων της τάξης μεγέθους i
Δs_i	συνολική ειδική επιφάνεια τεμαχίων της τάξης μεγέθους i
Λ	παράμετρος της Σχέσης (2.46)
μ	παράμετρος της Σχέσης (2.46) (mm)
Φ_j	παράμετρος της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης

Βιβλιογραφία

Διεθνής

Ahmadi, R., and Sh. Shahsavari. 2009. Procedure for determination of ball Bond work index in the commercial operations. Minerals Engineering 22:104–106.

Ahmed, H.A.M., and J. Drzymala. 2005. Two-dimensional fractal linearization of distribution curves. Physicochemical Problems of Mineral Processing. 39: 129-139.

Allen, T. 2003. Powder Sampling and Particle Size Determination. Amsterdam: Elsevier.

Aras A., A. Özkan, and S. Aydoğan. 2012. Correlations of Bond and Breakage Parameters of Some Ores with the Corresponding Point Load Index. Particle & Particle Systems Characterization 29:204-210.

ASTM. 1986. Standard Test Method for Unconfined Compressive Strength of Intact Rock Core Specimens. ASTM D2938-86. West Conshohocken, PA: American Society for Testing and Materials.

ASTM. 1995. Standard Test Methodfor Elastic Moduli of Intact Rock Core Specimens in Uniaxial Compression. ASTM D3148-95. West Conshohocken, PA: American Society for Testing and Materials

ASTM. 2001. Standard test method for determination of rock hardness by rebound hammer method. 04.09 (D 5873-00).

ASTM, D4543-08. 2008. Standard Practices for Preparing Rock Core as Cylindrical Test Specimens and Verifying Conformance to Dimensional and Shape Tolerances, American Society for Testing and Materials, 100 Barr Harbor Dr., West Conshohocken, PA 19248.

Austin, L.G., and P.T. Luckie. 1972. Methods for determination of breakage distribution parameters, Powder Technology 5:215-222.

Austin, L.G., and P. Bagga. 1981. An analysis of fine dry grinding in ball mills, Powder Technology 28:83-90.

Austin, L.G., R. Bagga, and M. Çelik. 1981. Breakage properties of some materials in a laboratory ball mill. Powder Technology 28:235-241.

Austin, L.G., R.R. Klimpel, and P.T. Luckie. 1984. Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling. New York: AIME. SME.

Austin, L.G., K. Julianelli, A. Sampaio de Louza, and C.L. Schneider. 2007. Simulation of wet ball milling of iron ore at Carajas, Brazil, International Journal of Mineral Processing 84:157-171.

Aydin, A., and A. Basu. 2005. The Schmidt hammer in rock material characterization. Engineering Geology 81:1–14.

BCS. 2002. Energy and environmental profile of the U.S. mining industry. Mining industry of the future. Tech. rep., BCS inc. for the U.S. Department of Energy, Office of Energy Efficiency and Renewable Energy. December 2002. Available at http://www1.eere.energy.gov/manufacturing/resources/mining/pdfs/overview.pdf

Beeck, R. 1970. Bestimmung der Antriebsleistung von Rohrmühlen auf Grund von Betriebswerten. Zement-Kalk-Gips 23:413-416.

Bilgili, E., and B. Scarlett. 2005. Population balance modeling of non-linear effects in milling processes. Powder Technology 153:59–71.

Bilgili, E. 2007. On the consequences of non-first-order breakage kinetics in comminution processes: absence of self-similar size spectra. Particle & Particle Systems Characterization 24:12–17.

Bilgin, N., T. Seyrek, and K. Shahriar. 1990. Roadheaders glean valuable tips for Istanbul metro tunnels. Tunnels and Tunnelling. October:29–32.

Bittelli, M., G.S. Camphell, and M. Flury. 1999. Characterization of particle-size distribution in soils with a fragmentation model. Soil Science Society of America Journal 63:782-788.

Bond, F.C. 1952. The third theory of comminution. Trans. AIME 193: 484-494.

Broadbent, S.R. and T.G. Callcott. 1956. A Matrix Analysis of Processes Involving Particle Assemblies. Philosophical Transactions of the Royal Society of London (Series A) 249: 99–123.

BS EN 1936:2006. Natural stone test methods. Determination of real density and apparent density, and of total and open porosity.

Buyuksagis, I.S., and R.M. Goktan. 2007. The effect of Schmidt hammer type on uniaxial compressive strength prediction of rock. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 44:299–307.

Cargill, J.S., and A. Shakoor. 1990. Evaluation of empirical methods for measuring the uniaxial compressive strength. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 27:495–503.

Carino, N. J. 2001. The Impact-Echo method: An overview. In Proceedings of the 2001 Structures Congress & Exposition. May 21-23, 2001. Washington, D.C., American Society of Civil Engineers, Reston, Virginia. Peter C. Chang, Editor. pp. 1–18.

Carpinteri, A., and N. Pugno. 2003. A multifractal comminution approach for drilling scaling laws. Powder Technology 131:93-98.

Carvalho, R.M., and M. Tavares. 2013. Predicting the effect of operating and design variables on breakage rates using the mechanistic ball mill model. Minerals Engineering 43–44:91–101.

Charles, R.J. 1957. Energy–size reduction relationships in comminution. Trans. AIME 208: 80–88.

Chimwani, N., D. Glasser, D. Hildebrandt, M.J. Metzger, and F.K. Mulenga. 2013. Determination of the milling parameters of a platinum group minerals ore to optimize product size distribution for flotation purposes. Minerals Engineering 43–44:67–78.

Cui, L., L. An, and W. Gong. 2006. Effects of process parameters on the comminution capability of high pressure water jet mill. International Journal of Mineral Processing 81:113-121.

Deniz, V., and T. Onur. 2002. Investigation of the breakage kinetics of pumice samples as dependent on powder filling in a ball mill, International Journal of Mineral Processing 67:71-78.

Deniz, V. 2003. A study on the specific rate of breakage of cement materials in a laboratory ball mill. Cement and Concrete Research 33:439–445.

Deniz, V., N. Sütcü, and Y. Umucu. 2003. The effect of circulating load and test size on the Bond work index based on natural amorphous silica. In Proceedings of the 18th International Mining Congress and Exhibition of Turkey. Joune 10-13, 2003. Antalya, Turkey. pp. 517-522.

Deniz, V., S. Cayirli, and Y. Umucu. 2011. Investigation of breakage behaviour of different mineralogical and morphological characteristic pumices. Granular Matter 13:623-629.

Deniz, V. 2012. The effects of ball filling and ball diameter on kinetic breakage parameters of barite powder. Advanced Powder Technology 23:640-646.

Deniz, V. 2013. Comparisons of dry grinding kinetics of lignite, bituminous coal and petroleum coke. Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects 35:913-920.

Deniz, V. 2014. The effects of moisture content and coal mixtures on the grinding behaviour of two different coals. Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects 36:292-300.

Domone, P.L., and R.B.J. Casson. 1997. Ultrasonic testing of concrete. Independent Nondestructive Testing and Evaluation International 4: 265.

Epstein, B. 1948. Logaritmico-normal distributions in breakage of solids. Industrial and Engineering Chemistry 40:2289– 2291.

Fener, M. 2011. The Effect of Rock Sample Dimension on the P-Wave Velocity. Journal of Nondestructive Evaluation 30:99-105.

Fortsch, D.S. 2006. Ball charge loading – Impact of specific power consumption and capacity. In Cement Industry Technical Conference, Phoenix, Arizona, USA, Conference Record. IEEE, April 9-14. pp. 62-72.

Fuerstenau, D.W., A.M. Abouzeid, and P.B. Phatak. 1990. Effect of fine particles on the kinetics and energetics of grinding coarse particles. Presented at the 119th AIME Annual Meeting. February 1990. Salt Lake City, UT.

Fuerstenau, D. W., and A.-Z. M. Abouzeid. 1991. Effect of fine particles on the kinetics and energetics of grinding coarse particles. International Journal of Mineral Processing 31:151-162.

Fuerstenau, D.W., J.J. Lutch, and A. De. 1999. The Effect of ball size on the energy efficiency of hybrid-pressure toll mill/ball mill grinding. Powder Technology 105: 199- 204.

Fuerstenau, D.W., P.C. Kapur, and A. De. 2003. Modelling Breakage Kinetics in Various Dry Comminution Systems. KONA Powder and Particle Journal 21:121-132.

Fuerstenau, D.W., A. De, and P.C. Kapur. 2004. Linear and nonlinear particle breakage processes in comminution systems. International Journal of Mineral Processing 74: 317–327.

Fuerstenau, D.W., P.B. Phatak, P.C. Kapur, and A.-Z.M. Abouzeid. 2011. Simulation of the grinding of coarse/fine (heterogeneous) systems in a ball mill. International Journal of Mineral Processing 99 (1-4):32-38.

Gao, M-W. and E. Forssberg. 1989. Effect of powder filling on selection and breakage functions in batch grinding. Powder Technology 59 (4):275-283.

Gardner, R.P., and L.G. Austin. 1962. A chemical engineering treatment of batch grinding. In: 1st Proceedings of European symposium on size reduction. April 10-13, 1962. Verlag Chemie, Düsseldorf. pp. 217–248.

Gladwin, M.T. 1982. Ultrasonic stress monitoring in underground mining. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 19:221–228.

Gokceoglu, C., and H. Aksoy. 2000. New approaches to the characterization of clay-bearing, densely jointed and weak rock masses. Engineering Geology 58:1–23.

Goktan, R.M., and C.A. Ayday. 1993. Suggested improvement to the Schmidt rebound hardness ISRM suggested method with particular reference to rock machineability. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 30:321–322.

Goktan, R.M., and N. Gunes. 2005. A comparative study of Schmidt hammer testing procedures with reference to rock cutting machine performance prediction, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 42:466‑472.

Greco, R., and M. Sorriso-Valvo. 2005. Relationships between joint apparent separation, Schmidt hammer rebound value, and distance to faults, in rocky outcrops, Calabria, Southern Italy. Engineering Geology 78:309–320.

Gupta, V. K., and P. C. Kapur. 1974. Empirical correlations for the effects of particulate mass and ball size on the selection parameters in the discretized batch grinding equation. Powder Technology 10 (4-5):217-223.

Gupta, V.K. 1986. An appraisal of the linear first order kinetic model based ball mill design corrections. First World Particle Technology, Part II, Comminution, 6th European Symposium. April 16-18. Nuremberg. pp. 605–621.

Gupta, A., and D.S. Yan. 2006. Mineral Processing Design and Operation: An Introduction. Elsevier. p. 693.

Gupta, V.K., and S. Sharma. 2014. Analysis of ball mill grinding operation using mill power specific kinetic parameters. Advanced Powder Technology 25:625–634.

Herbst, J.A., and D.W. Fuerstenau. 1973. Mathematical simulation of dry ball milling using specific power information. Transactions AIME 254:343-348.

Herbst, J.A., and D.W. Fuerstenau. 1980. Scale-up procedure for continuous grinding mill design using population balance models. International Journal of Mineral Processing 7:1-31.

Horst, W. E., and J. H. Bassarear. 1976. Use of Simplified Ore Grindability Technique to Evaluate Plant Performance. Transactions SME-AIME 260:348 – 351.

Howarth, D.F., W.R. Adamson, and J.R. Berndt. 1986. Correlation of model tunnel boring and drilling machine performances with rock properties. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 23:171–175.

Hucka, V. 1965. A rapid method for determining the strength of rocks in situ. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 2:127–134.

Hukki, R.T., 1961. Proposal for a solomonic settlement between the theories of von Rittinger, Kick and Bond. Transactions AIME 220, 403–408.

Inglis, C.E. 1913. Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners, Transactions of the Royal Institute of Naval Architectes 60:219-241.

Ipek, H., Y. Ucbaş, M. Yekeler, and Ç. Hoşten. 2005. Dry grinding kinetics of binary mixtures of ceramic raw materials by Bond milling, Ceramics International 31:1065–1071.

Ipek, H. and F. Göktepe. 2011. Determination of grindability characteristics of zeolite. Physicochemical Problems of Mineral Processing 47:183-192.

Ipek, H., and H. Sahan. 2013. Effect of heat treatment on breakage rate function of ulexite. Physicochemical Problems of Mineral Processing 49(2):651−658.

ISRM. 1978. Suggested methods for determining hardness and abrasiveness of rocks, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts 15:89‑97.

ISRM. 1981. Suggested Methods. In: Brown, E.T. (Ed.), Rock Characterization Testing and Monitoring. Oxford: Pergamon Press.

ISRM. 2007. The complete ISRM suggested methods for rock characterization, testing and monitoring: 1974–2006. In: Ulusay, Hudson (Eds.), Suggested methods prepared by the commission on testing methods, International Society for Rock Mechanics. ISRM Turkish National Group, Ankara.

Jording, A.C. 2012. Damage Detection in Metamorphic Stone Blocks Utilizing Impact-echo Testing and Modal Analysis. Doctoral dissertation, University of Nebraska, Lincoln.

Kahraman, S., M. Fener, and O. Gunaydin. 2002. Predicting the Schmidt hammer values of in-situ intact rock from core sample values. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 39:395-399.

Kahraman, S., and T. Yeken. 2008. Determination of physical properties of carbonate rocks from P-wave velocity. Bulletin of Engineering Geology and the Environment 67:277–281.

Kahraman, S., M. Soylemez, and M. Fener. 2008. Determination of fracture depth of rock blocks from p-wave velocity. Bulletin of Engineering Geology and the Environment 67:11–16.

Kahraman, S., O. Gunaydin, and M. Fener. 2009. Predicting the uniaxial compressive strength of pyroclastic rocks from the P-wave velocity. In: Sixth International Symposium on Geophysics, Tanta, Egypt, 11–12 November. p. 27.

Kapur, P. C. 1970. Analysis of the Bond Grindability Test. Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy 79:103 – 107.

Kapur, P.C. 1972. Self-preserving size spectra of comminuted particles. Chemical Engineering Science 27:425-431.

Karpuz, C., and A.G. Pasamehmetoglu. 1997. Field characterization of weathered Ankara andesites. Engineering Geology 46:1–17.

Katubilwa, F.M. 2008. Effect of ball size distribution on milling parameters, Master of Science Dissertation, University of the Witwatersrand, Johannesburg.

Katubilwa, F.M., and M.H. Moys. 2009. Effect of ball size distribution on milling rate. Minerals Engineering 22:1283–1288.

Katz, O., Z. Reches, and J.-C. Roegiers. 2000. Evaluation of mechanical rock properties using a Schmidt Hammer. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 37:723–728.

Kelsall, D.F., K.J. Reid, and C.J. Restarick. 1967. Continuous grinding in a small wet ball mill: Part I. A study of the influence of ball diameter. Powder Technology 1:291– 300.

Khandelwal, M., and. P.G. Ranjith. 2010. Correlating Index Properties of Rocks with P-wave Measurements. Journal of Applied Geophysics 71 (1):1-5.

Kick, F. 1885. Das Gesetz der proportionalen Widerstände und seine Anwendungen, Felix, Leipzig.

King, R.P. 2001. Modeling and Simulation of Mineral Processing Systems. Oxford: Butterworth-Heinemann.

Klimpel, R.R., and L.G. Austin. 1977. The back-calculation of specific rates of breakage and non-normalized breakage distribution parameters from batch grinding data. International Journal of Mineral Processing 4:7-32.

Kotake, N., K. Daibo, T. Yamamoto, and Y. Kanda. 2004. Experimental investigation on a grinding rate constant of solid materials by a ball mill—effect of ball diameter and feed size. Powder Technology 143– 144:196– 203.

Kotake, N., M. Kuboki, S. Kiya, and Y. Kanda. 2011. Influence of dry and wet grinding conditions on fineness and shape of particle size distribution of product in a ball mill. Advanced Powder Technology 22:86–92.

Lama, R.D., and V.S. Vutukuri. 1978. Handbook on mechanical properties of rocks. Trans Tech Publications 2. p. 481.

Lu, P., I.F. Jefferson, M.S. Rosenbaum, and I.J. Smalley. 2003. Fractal characteristics of loess formation. Evidence from Laboratory Experiments. Engineering Geology 69: 287-293.

Lynch, A.J. 1977. Mineral Crushing and Grinding Circuit – Their Simulation, Optimisation, Design and Control. Amsterdam, Elsevier.

Magdalinovic, N. 1989. A Procedure for Rapid Determination of the Bond Work Index. International Journal of Mineral Processing 27:125 – 132.

Mandelbrot, B.B. 1982. The Fractal Geometry of Nature. Freeman, New York.

Metzger, M.J., D. Glasser, B. Hausberger, D. Hildebrandt, and B.J. Glasser. 2009. Use of the attainable region analysis to optimize particle breakage in a ball mill. Chemical Engineering Science 64:3766–3777.

Morrell, S. 1996. Power draw of wet tumbling mills and its relationship to charge dynamics – Part 2: an empirical approach to modelling of mill power draw. Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy (Sect C) 105:C54–C62.

Morrell, S. 2008. A method for predicting the specific energy requirement of comminution circuits and assessing their energy utilisation efficiency. Minerals Engineering 21 (3):224-233.

Nakajima, Y., and T. Tanaka. 1973. Solution of Batch Grinding Equation, Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development 12 (1):23–25.

Napier-Munn, T.J., S. Morell, R.D. Morrison, and T. Kojovic. 1996. Mineral Comminution Circuits: Their Operation and Optimization. Julius Kruttscnitt Mineral Research Centre (JKMRC), University of Queensland, Brisbane, Queensland, Australia.

Nomura, S., T. Tanaka, and T.G. Callcott. 1994. The effect of mill power on the selection function for tumbling and vibration ball mills. Powder Technology 81:101-109.

Olejnik, T. P. 2013. Selected mineral materials grinding rate and its effect on product granulometric composition. Physicochemical Problems of Mineral Processing 49: 407−418.

Ozkan, A., M. Yekeler, and M. Calkaya. 2009. Kinetics of fine wet grinding of zeolite in a steel ball mill in comparison to dry grinding, International Journal of Mineral Processing 90:67–73.

Petrakis E., E. Stamboliadis, and K. Komnitsas. 2016. Identification of Optimal Mill Operating Parameters during Grinding of Quartz with the Use of Population Balance Modeling. KONA Powder and Particle Journal. DOI: 10.14356/kona.2017007.

Poole, R.W., and I.W. Farmer. 1980. Consistency and repeatability of Schmidt hammer rebound data during field testing, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts 17:167–171.

Qian, H. Y., Q. G. Kong, and B. L. Zhang. 2013. The effects of grinding media shapes on the grinding kinetics of cement clinker in ball mill. Powder Technology 235:422–425.

Qixian, L., and J. H. Bungey. 1996. Using compression wave ultrasonic transducers to measure the velocity of surface waves and hence determine dynamic modulus of elasticity for concrete. Construction and Building Materials 10 (4):237–242.

Rajamani, R.K., and D. Guo. 1992. Acceleration and deceleration of breakage rates in wet ball mills. International Journal of Mineral Processing 34:103-118.

Ramakrishnan, K.N. 2000. Fractal nature of particle size distribution. Journal of Materials Science Letters 19: 1077-1080.

Reid, K. I. 1965. Solution to the batch grinding equation. Chemical Engineering Science 20:953-963.

Rittinger, P.R. 1867. Lehrbuch der Aufbereitungskunde, Ernst and Korn, Berlin.

Sahoo, A., and G.K. Roy. 2008. Correlations for the grindability of the ball mill as a measure of its performance. Asia Pacific Journal of Chemical Engineering 3 (2):230-235.

Shah, I., and L.G. Austin. 1983. Breakage Rates and Size Distributions in Dry Ball Milling for Fine Sizes, in Ultrafine Grinding and Separation of Industrial Minerals (Ed.: S. G. Malghan), AIME, New York, 1983. pp. 9 - 19.

Shih, Y-F., Y-R. Wang, K-L. Lin, and C-W. Chen. 2015. Improving Non-Destructive Concrete Strength Tests Using Support Vector Machines. Materials 8:7169–7178.

Shin, H., S. Lee, H.S. Jung, and J-B. Kim. 2013. Effect of ball size and powder loading on the milling efficiency of a laboratory-scale wet ball mill. Ceramics International 39: 8963–8968.

Shoji, K., L.G. Austin, F. Smalia, K. Brame, and P.T. Luckie. 1982. Further studies of ball and powder filling effects in ball mills. Powder Technology 31:121-126.

Sisman, H., M. Altıntas, and İ. Ozturk. 1990. Relationships between seismic wave velocities and rock parameters in rock mechanics. In: 2th National Rock Mechanics Symposium, Ankara, 5–7 November. pp. 221–237.

Stamboliadis, E. 2002. A contribution to the relationship of energy and particle size in the comminution of brittle particulate materials. Minerals Engineering 15:707–713.

Stamboliadis, E. 2003. Impact Crushing Approach to the Relationship of Energy and Particle Size in Comminution. European Journal of Mineral Processing and Environmental Protection 3:160-166.

Stamboliadis, E. 2005. The fracture of brittle materials as an equilibrium of surface and cohesion energy. The size effect. Journal of the Mechanical Behavior of Materials 16: 363-377.

Stamboliadis, E. 2006. A breakage function for batch grinding. Canadian Metallurgical Quarterly 45(3):359-364.

Stamboliadis, E., O. Pantelaki, and E. Petrakis. 2009. Surface area production during grinding. Minerals Engineering 22:587–592.

Stamboliadis, E., E. Petrakis, and O. Pantelaki. 2011a. Variation of dimensional properties of particulate materials during grinding and their non-fractal nature. Canadian Metallurgical Quarterly 50 (2):119-126.

Stamboliadis E., S. Emmanouilidis, and E. Petrakis. 2011b. A New Approach to the Calculation of Work Index and the Potential Energy of a Particulate Material. Geomaterials 1:28-32.

Swain, R., and Bhima Rao R. 2009. Alternative Approaches for Determination of Bond Work Index on Soft and Friable Partially Laterised Khondalite Rocks of Bauxite Mine Waste Materials, Journal of Minerals & Materials Characterization & Engineering 8 (9):729-743.

Tanaka, T. 1954. A new concept applying a final fineness value to grinding mechanism-grinding tests with frictional and impulsive force. Kagaku Kogaku 18:160–171.

Taşdemir, A. 2009. Fractal evaluation of particle size distributions of chromites in different comminution environments, Minerals Engineering 22:156-167.

Taşdemir, A., and T. Taşdemir. 2009. A Comparative Study on PSD Models for Chromite Ores Comminuted by Different Devices, Particle & Particle Systems Characterization 26:69-79.

Taşdemir, A., H. Ozdag, and G. Onal. 2011. Image analysis of narrow size fractions obtained by sieve analysis. An evaluation by log-normal distribution and shape factors. Physicochemical Problems of Mineral Processing 46:95–106.

Tavares, L.M. and R.P. King. 1998. Single-particle fracture under impact loading. International Journal of Mineral Processing 54:1–28.

Tumac, D. 2015. Predicting the performance of large diameter circular saws based on schmidt hammer and other properties for some Turkish carbonate rocks. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 75:159–168.

Turcotte, D.L. 1986. Fractals and fragmentation. Journal of Geophysical Research 91: 1921‑1926.

Turcotte, D.L. 1992. Fractals and chaos in geology and geophysics. Cambridge University Press, Cambridge.

Turner, R.R. 1982. Selection and sizing of primary autogenous and semi-autogenous grinding mills. In: Mular, A., Jergensen, G. (Eds.), Design and Installation of Comminution Circuits. AIME. pp. 474–490.

Umucu, Y., V. Deniz, and V. Bozkurt. 2012. "The evaluation of grinding process using MODSIM©. AGH Journal of Mining and Geoengineering. AGH University of Science & Technology Press 36(4):187-200.

Umucu, Y., M.Y. Altıniğne, and V. Deniz. 2014. The effects of ball types on breakage parameters of barite. Journal of the Polish Mineral Engineering Society(Inzynieria Mineralna) 15:113-117.

Walker, D.R., and M.C. Shaw. 1954. A physical explanation of the empirical laws of comminution. Transactions AIME 199:313–320.

Wang, X., W. Gui, C. Yang, and Y. Wang. 2011. Wet grindability of an industrial ore and its breakage parameters estimation using population balances. International Journal of Mineral Processing 98:113–117.

Wang, M. 2012. Modelling of particle breakage in tumbling ball mills. Degree of Master of Science, University of New South Wales, Sydney-Australia.

Wills, B.A., and T. Napier-Munn. 2006. Will's mineral processing technology. An introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery. 7th ed. London: Elsevier Science & Technology Books.

Xia, W., J. Yang, Y. Zhao, B. Zhu, and Y. Wang. 2012a. Improving floatability of taixi anthracite coal of mild oxidation by grinding. Physicochemical Problems of Mineral Processing 48:393–401.

Xia, W., J. Yang, and B. Zhau. 2012b. Flotation of oxidized coal dry-ground with collector, Powder Technology 228:324–326.

Yasar, E. and Y. Erdogan. 2004a. Estimation of rock physiomechanical properties using hardness methods. Engineering Geology 71:281–288.

Yasar, E., and Y. Erdogan. 2004b. Correlation sound velocity with density, compressive strength and Young's modulus of carbonate rocks. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 41:871–875 (2004).

Yildirim, K., H. Cho, and L.G. Austin. 1999. The modeling of dry grinding of quartz in tumbling media mills. Powder Technology 105 (1–3):210–221.

Yilmaz, I., and H. Sendir. 2002. Correlation of Schmidt hardness with unconfined compressive strength and Young's modulus in gypsum from Sivas (Turkey), Engineering Geology 66:211–219.

Zeng, F., S. Zhu, and Z. Wang. 2002. The fractal characteristics of particle size distribution in coal grinding process. Mining Science and Technology. A.A. Balkema Publishers. pp. 493-496.

Zhang, Z.L., J.G. Yang, L.H. Ding, and M. Zhaoy. 2012. An improved estimation of coal particle mass using image analysis, Powder Technology 229:178–184.

Ελληνική

Σταμπολτζής, Γ. 1990. Υπολογισμός καθαρής ισχύος εργαστηριακών ραβδόμυλων. Μεταλλειολογικά και Μεταλλουργικά Χρονικά 76:47-55.

Χρυσουλάκης, Γ.Δ., και Δ.Ι. Παντελής. 1996. Επιστήμη και Τεχνολογία των Μεταλλικών Υλικών, Παπασωτηρίου, Αθήνα.

Σταμπολιάδης, Η. 1996. Σχέση ενέργειας και μεγέθους κόκκου κατά την κατάτμηση. Μεταλλειολογικά και Μεταλλουργικά Χρονικά 6 (2):21-33.

Σταμπολιάδης, Η. 2000. Σχέση ενέργειας και μεγέθους τεμαχίων κατά την κατάτμηση. 3ο Συνέδριο Ορυκτού Πλούτου, Τεχνικό Επιμελητήριο Ελλάδας, Αθήνα 22-23 & 24 Νοεμβρίου. σελ. 251-261.

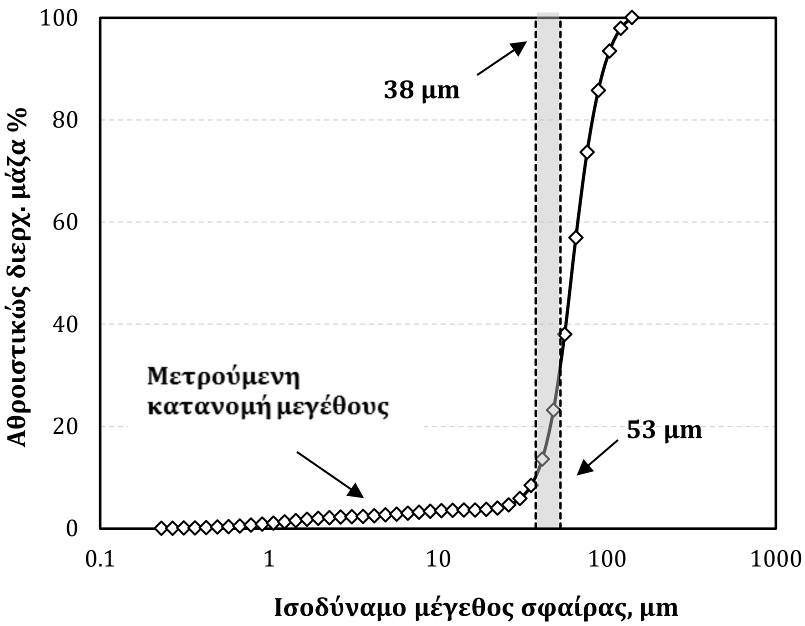
ΥΠΕΧΩΔΕ/ΚΕΔΕ. Προδιαγραφές επί τόπου δοκιμών Βραχομηχανικής (Ε102-84) & εργαστηριακών δοκιμών Βραχομηχανικής (Ε103-84) (ΦΕΚ 70/8.2.1985).

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Προσδιορισμός του φαινόμενου συντελεστή σχήματος (apparent shape factor) των υλικών

Ο προσδιορισμός της κατανομής μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης των υλικών, γίνεται συνήθως με τη μέθοδο της κοσκίνισης, καλύπτοντας ένα ευρύ φάσμα μεγέθους τεμαχίων, όπου μπορεί να εφαρμοστεί. Ωστόσο, η μέθοδος αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για μεγέθη τεμαχίων μεγαλύτερα των 38 μm, ενώ πολλές φορές υπάρχει η ανάγκη προσδιορισμού της κατανομής μεγέθους υλικών που είναι μικρότερα των 38 μm. Για υλικά ευρείας κατανομής μεγέθους τεμαχίων, συνήθως, πραγματοποιείται κοσκίνιση μέχρι το μέγεθος των 38 μm και στο -38 μm κλάσμα εφαρμόζεται διαφορετική μέθοδος, για τον προσδιορισμό της κατανομής του. Οι κατανομές μεγέθους οι οποίες προκύπτουν από τις διαφορετικές μεθόδους, συνήθως, αποκλίνουν μεταξύ τους και δεν αποτελεί η μία συνέχεια της άλλης, λόγω του ότι η κάθε μέθοδος προσδιορίζει το μέγεθος των τεμαχίων με βάση τις δικές της παραδοχές. Για το λόγο αυτό, είναι απαραίτητο ο προσδιορισμός του φαινόμενου συντελεστή σχήματος, που είναι ο λόγος του αντιπροσωπευτικού μεγέθους μιας μεθόδου, προς το μέγεθος της άλλης μεθόδου. Στην παρούσα διατριβή στα προερχόμενα από την κοσκίνιση -38 μm κλάσματα, προσδιορίστηκε η κατανομή τους με χρήση του κοκκομετρικού αναλυτή Laser, ο οποίος μετράει το ισοδύναμο μέγεθος (ή διάμετρο) σφαίρας, ίσου όγκου με αυτόν του τεμαχίου.

Για τις ανάγκες σύγκρισης των δύο μεθόδων, δημιουργήθηκαν στενά κοκκομετρικά κλάσματα με λόγο $\sqrt{2}$ (-212+150 μm, -150+106 μm, -106+75 μm, -75+53 μm και -53+38 μm), μετά από υγρή κοσκίνιση στα αντίστοιχα κόσκινα. Τα κλάσματα που προέκυψαν οδηγήθηκαν στον αναλυτή Laser, για τον προσδιορισμό της αθροιστικής κατανομής μάζας %, όπως φαίνεται στο Σχήμα Α.1, στην περίπτωση του χαλαζία και για μέγεθος -53+38μm. Στο ίδιο σχήμα φαίνεται, επίσης, με γκρι χρώμα η περιοχή μεγέθους των τεμαχίων όπου περιορίζεται η κοσκίνιση, για το συγκεκριμένο κλάσμα. Είναι φανερό ότι μόνο ένα μικρό μέρος της ισοδύναμου μεγέθους σφαίρας κατανομής βρίσκεται μέσα σε αυτή την περιοχή, ενώ το 40% των τεμαχίων φαίνεται να έχει μέγεθος μεγαλύτερο από 53 μm. Σχεδόν 10% των τεμαχίων φαίνεται να έχει μέγεθος μικρότερο των 38 μm, που σημαίνει ότι, συνολικά μόνο το 50% των τεμαχίων έχουν ισοδύναμο μέγεθος σφαίρας μέσα στην περιοχή της κοσκίνισης.



Σχήμα Α.1: Η μετρούμενη ισοδύναμου μεγέθους σφαίρας κατανομή, για το κλάσμα -53+38 μm του χαλαζία.

Για τον προσδιορισμό του φαινόμενου συντελεστή σχήματος, υπολογίζεται για κάθε κλάσμα το μέσο γεωμετρικό του μέγεθος d_{p}, ενώ από την ισοδύναμου μεγέθους σφαίρας κατανομή του ίδιου κλάσματος, υπολογίζεται το μέγεθος d_{50}. Ο λόγος d_{50}/d_{p} αποτελεί το φαινόμενο συντελεστή σχήματος, ο οποίος υπολογίζεται σύμφωνα με τους Πίνακες Α.1 έως Α.4, για κάθε υλικό. Απορρίπτοντας τις ακραίες τιμές των d_{50}/d_{p}, που εμφανίζονται σε κάθε υλικό, η μέση τιμή των υπολοίπων μπορεί να θεωρηθεί ως η αντιπροσωπευτική τιμή για το φαινόμενο συντελεστή σχήματος του υλικού. Οι τιμές που υπολογίστηκαν είναι: 1.23, 1.39, 1.15 και 1.11, για το μάρμαρο, χαλαζία, χαλαζίτη και μεταψαμμίτη, αντίστοιχα.

Πίνακας Α.1: Υπολογισμός του λόγου του μεγέθους κοσκίνου με το μέγεθος του αναλυτή Laser, d_{50}/d_p, για το μάρμαρο

Ανώτερο μέγεθος κλάσματος	Κατώτερο μέγεθος κλάσματος	Μέσο μέγεθος d_p	μέγεθος d_{50}	λόγος d_{50}/d_p
μm	μm	μm	μm	
212	150	178.3	208.9	1.17
150	106	126.1	152.7	1.21
106	75	89.2	110.4	1.24
75	53	63.0	79.4	1.26
53	38	44.9	57.7	1.29

Πίνακας Α.2: Υπολογισμός του λόγου του μεγέθους κοσκίνου με το μέγεθος του αναλυτή Laser, d_{50}/d_p, για το χαλαζία

Ανώτερο μέγεθος κλάσματος	Κατώτερο μέγεθος κλάσματος	Μέσο μέγεθος d_p	μέγεθος d_{50}	λόγος d_{50}/d_p
μm	μm	μm	μm	
212	150	178.3	220.0	1.23
150	106	126.1	173.9	1.38
106	75	89.2	126.0	1.41
75	53	63.0	86.2	1.37
53	38	44.9	62.5	1.39

Πίνακας Α.3: Υπολογισμός του λόγου του μεγέθους κοσκίνου με το μέγεθος του αναλυτή Laser, d_{50}/d_p, για το χαλαζίτη

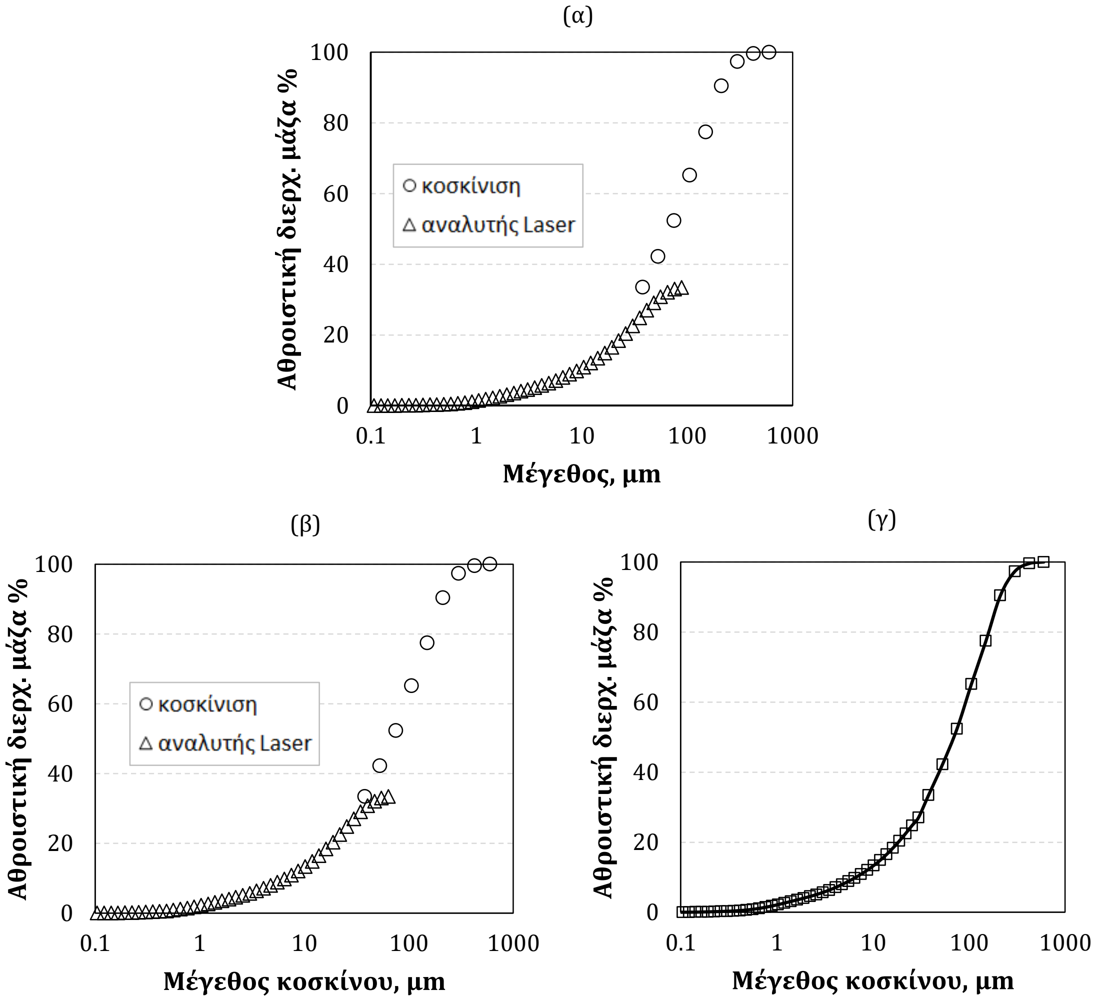
Ανώτερο μέγεθος κλάσματος	Κατώτερο μέγεθος κλάσματος	Μέσο μέγεθος d_p	μέγεθος d_{50}	λόγος d_{50}/d_p
μm	μm	μm	μm	
212	150	178.3	216.0	1.21
150	106	126.1	142.0	1.13
106	75	89.2	104.6	1.17
75	53	63.0	75.3	1.19
53	38	44.9	54.9	1.22

Πίνακας Α.4: Υπολογισμός του λόγου του μεγέθους κοσκίνου με το μέγεθος του αναλυτή Laser, d_{50}/d_p, για το μεταψαμμίτη

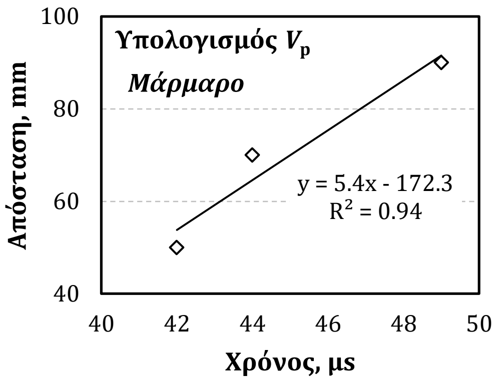
Ανώτερο μέγεθος κλάσματος	Κατώτερο μέγεθος κλάσματος	Μέσο μέγεθος d_p	μέγεθος d_{50}	λόγος d_{50}/d_p
μm	μm	μm	μm	
212	150	178.3	196.5	1.10
150	106	126.1	141.5	1.12
106	75	89.2	99.5	1.12
75	53	63.0	71.5	1.13
53	38	44.9	53.1	1.18

Στην παρούσα διατριβή οι τιμές των φαινόμενων συντελεστών σχήματος, των υλικών, χρησιμοποιήθηκαν για τη σύνδεση των κατανομών μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης που προέκυψαν από τα κλάσματα +38 μm (κοσκίνιση) και -38 μm (αναλυτής Laser). Το Σχήμα Α.2^{α} παρουσιάζει, ως παράδειγμα, τις κατανομές μεγέθους που προσδιορίστηκαν με τις δύο μεθόδους, σε προϊόν λειοτρίβησης του χαλαζία, μετά την αναγωγή βάρους. Παρατηρείται ότι η ισοδύναμου μεγέθους σφαίρας κατανομή δεν αποτελεί συνέχεια της κατανομής από την κοσκίνιση, αλλά είναι μετατοπισμένη σε χονδρότερα κλάσματα. Εάν διαιρέσουσε τις τιμές των ισοδύναμων μεγεθών σφαίρας με το φαινόμενο συντελεστή σχήματος, τότε προκύπτει το Σχήμα Α.2^{β}, όπου φαίνεται η μετατόπιση της ισοδύναμου μεγέθους κατανομής προς τα λεπτότερα κλάσματα και κάτω από την κατανομή της κοσκίνισης. Ο οριζόντιος άξονας του ίδιου σχήματος αντιστοιχεί και για τις δύο κατανομές στο μέγεθος του κοσκίνου. Το Σχήμα Α.2^{γ} μπορεί να θεωρηθεί ως η συνολική κατανομή μεγέθους, που προέκυψε για το συγκεκριμένο προϊόν λειοτρίβησης.

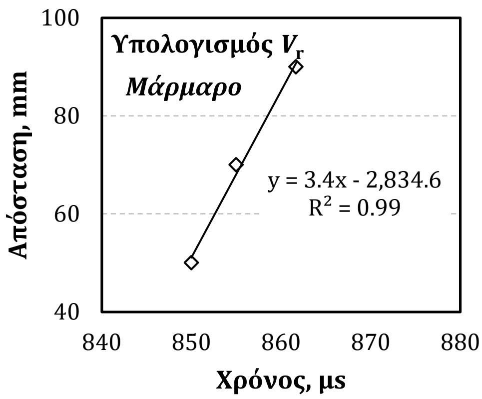
Με βάση την παραπάνω διαδικασία προσδιορίστηκαν οι κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης, όλων των υλικών που εξετάστηκαν, στα πλαίσια της διατριβής.



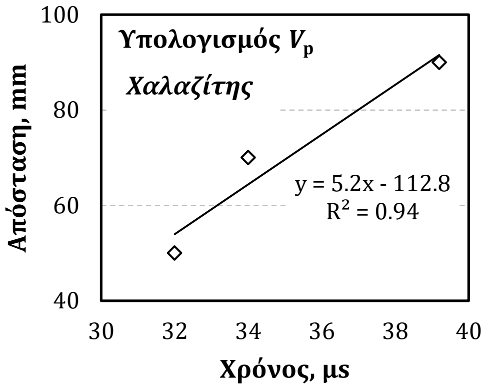
Σχήμα A.2: (α) κατανομές μεγέθους των προϊόντων λειοτρίβησης χαλαζία που προέκυψαν από δύο διαφορετικές μεθόδους, (β) μετατροπή της ισοδύναμης μεγέθους σφαίρας κατανομής σε κατανομή μεγέθους κοσκίνου και (γ) συνολική κατανομή μεγέθους, μετά τη σύνδεση των δύο μεθόδων.



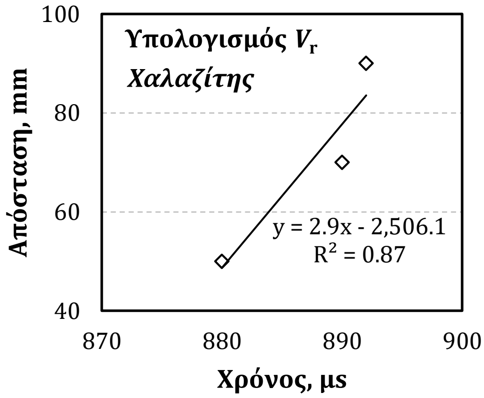
Σχήμα Β.1: Η απόσταση μεταξύ του αισθητήρα και του μέσου κρούσης, σε συνάρτηση με το χρόνο των διαμήκων V_p κυμάτων (μάρμαρο).



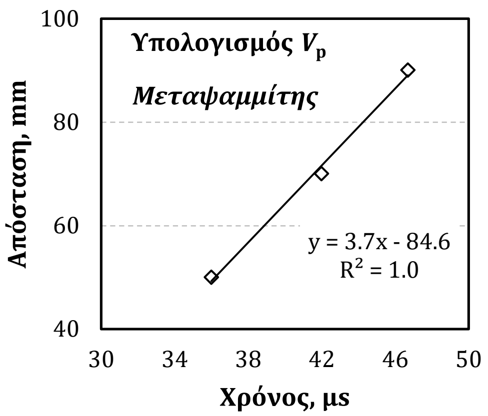
Σχήμα Β.2: Η απόσταση μεταξύ του αισθητήρα και του μέσου κρούσης, σε συνάρτηση με το χρόνο των επιφανειακών V_r κυμάτων (μάρμαρο).



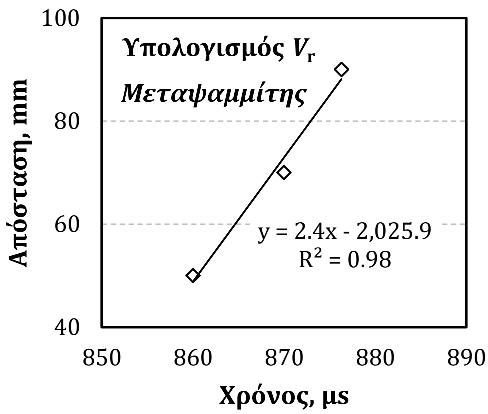
Σχήμα Β.3: Η απόσταση μεταξύ του αισθητήρα και του μέσου κρούσης, σε συνάρτηση με το χρόνο των διαμήκων V_p κυμάτων (χαλαζίτης).



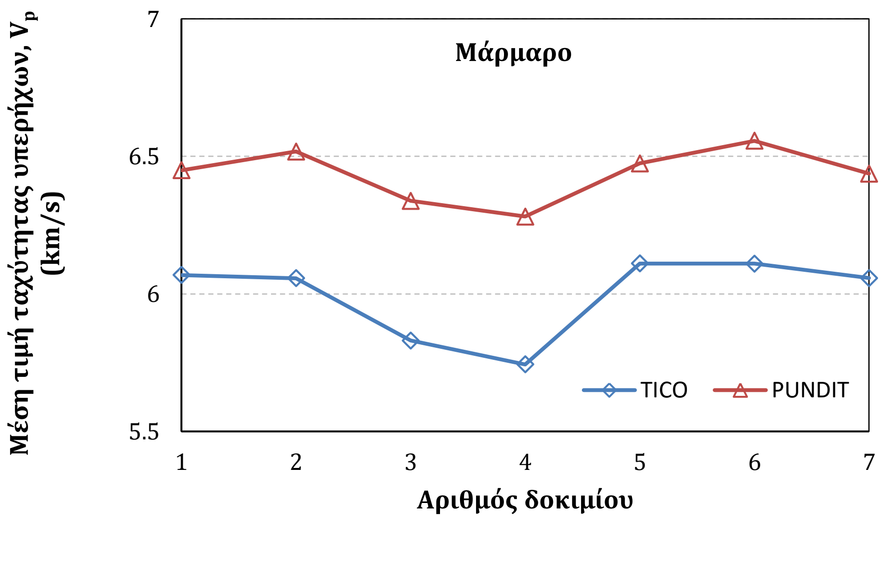
Σχήμα Β.4: Η απόσταση μεταξύ του αισθητήρα και του μέσου κρούσης, σε συνάρτηση με το χρόνο των επιφανειακών V_r κυμάτων (χαλαζίτης).



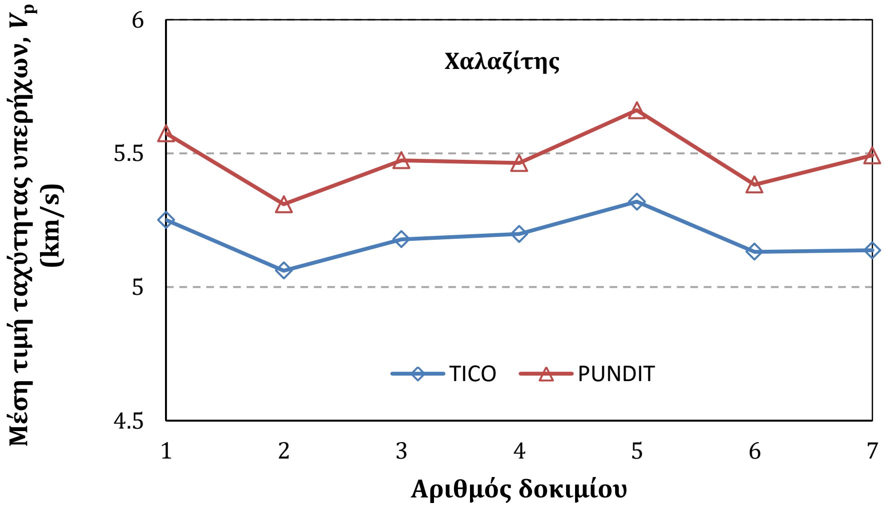
Σχήμα Β.5: Η απόσταση μεταξύ του αισθητήρα και του μέσου κρούσης, σε συνάρτηση με το χρόνο των διαμήκων Vp κυμάτων (μεταψαμμίτης).



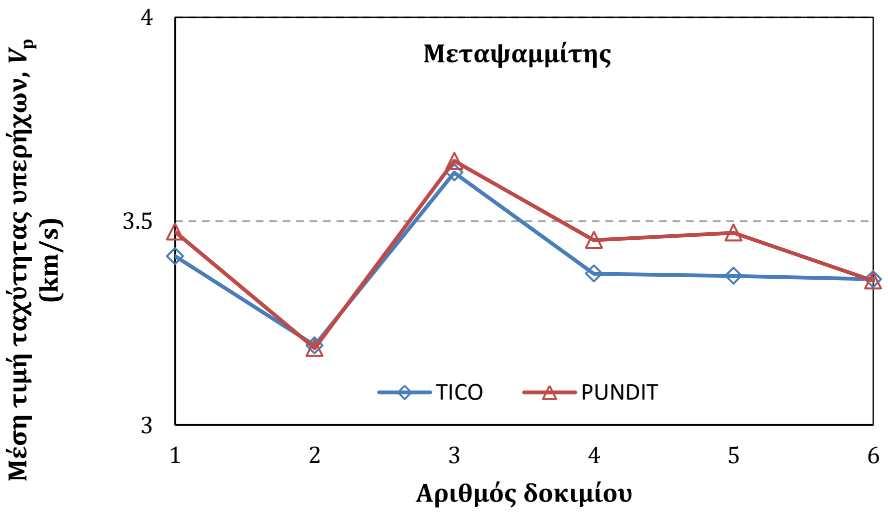
Σχήμα Β.6: Η απόσταση μεταξύ του αισθητήρα και του μέσου κρούσης, σε συνάρτηση με το χρόνο των επιφανειακών Vr κυμάτων (μεταψαμμίτης).



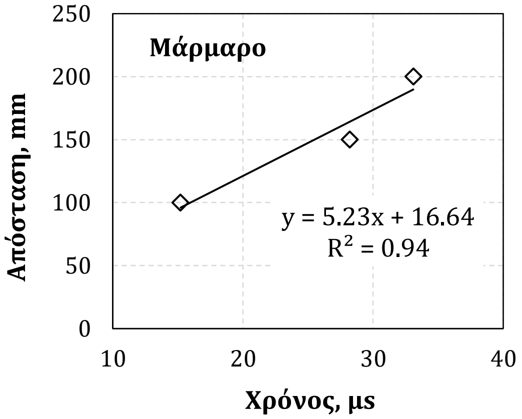
Σχήμα Β.7: Μέσες τιμές ταχυτήτων των υπερήχων ανά δοκίμιο, με χρήση των συσκευών PUNDIT και TICO, για το μάρμαρο.



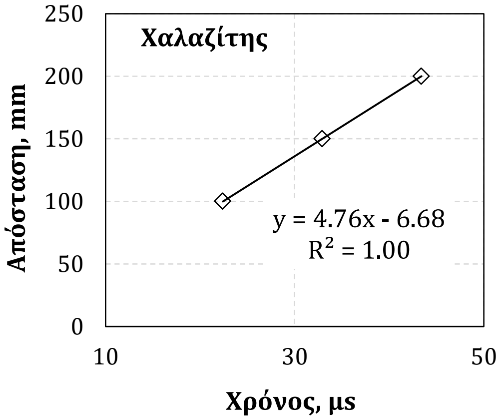
Σχήμα Β.8: Μέσες τιμές ταχυτήτων των υπερήχων ανά δοκίμιο, με χρήση των συσκευών PUNDIT και TICO, για το χαλαζίτη.



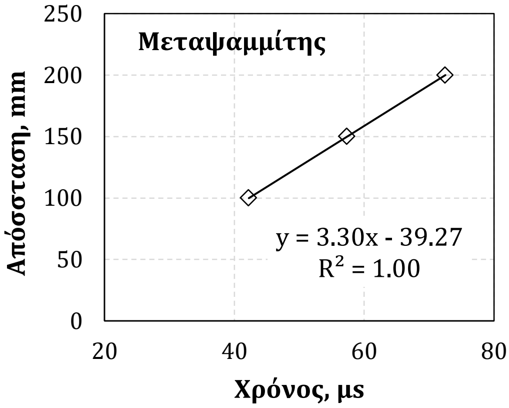
Σχήμα Β.9: Μέσες τιμές ταχυτήτων των υπερήχων ανά δοκίμιο, με χρήση των συσκευών PUNDIT και TICO, για το μεταψαμμίτη.



Σχήμα Β.10: Η απόσταση μεταξύ των μετατροπέων σε συνάρτηση με το χρόνο διαδρομής των κυμάτων, για το μάρμαρο.



Σχήμα Β.11: Η απόσταση μεταξύ των μετατροπέων σε συνάρτηση με το χρόνο διαδρομής των κυμάτων, για το χαλαζίτη



Σχήμα Β.12: Η απόσταση μεταξύ των μετατροπέων σε συνάρτηση με το χρόνο διαδρομής των κυμάτων, για το μεταψαμμίτη

Σχήμα B.13: Δοκίμιο μαρμάρου υποβαλλόμενο σε μονοαξονική θλίψη.

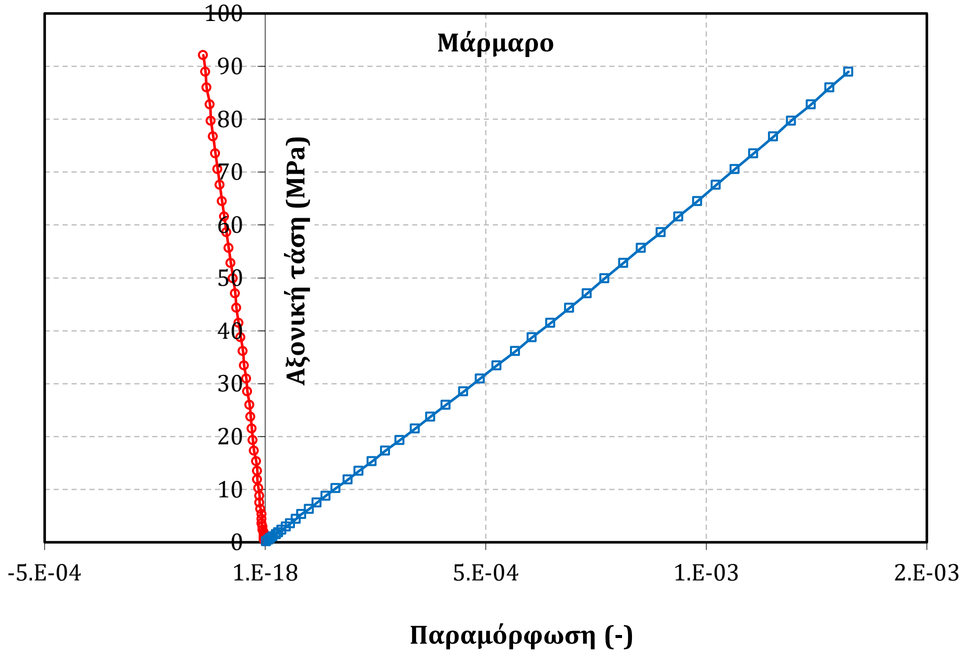
Σχήμα B.14: Δοκίμιο μαρμάρου μετά την αστοχία.

Σχήμα B.15: Δοκίμιο χαλαζίτη υποβαλλόμενο σε μονοαξονική θλίψη.

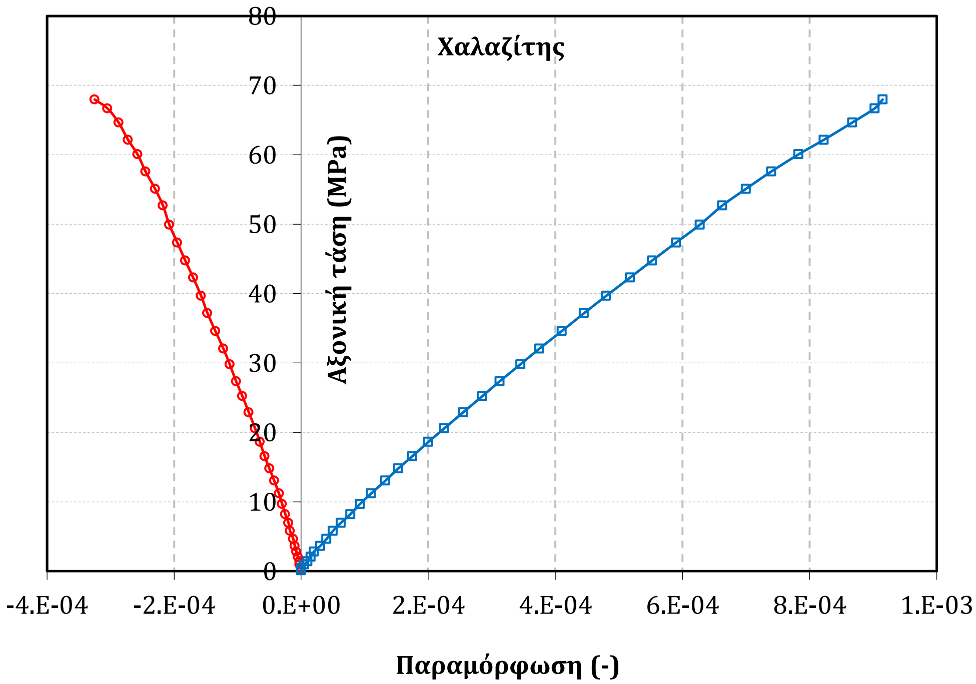
Σχήμα B.16: Δοκίμιο χαλαζίτη μετά την αστοχία.

Σχήμα Β.17: Δοκίμιο μεταψαμμίτη υποβαλλόμενο σε μονοαξονική θλίψη.

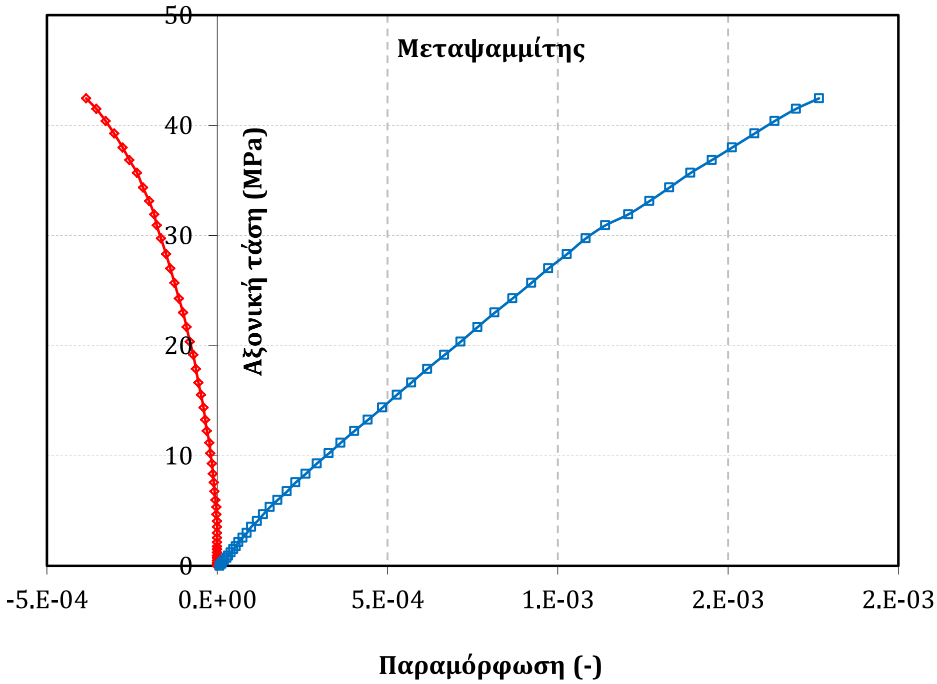
Σχήμα Β.18: Δοκίμιο μεταψαμμίτη μετά την αστοχία.



Σχήμα Β.19: Τυπικά διαγράμματα τάσεων-παραμορφώσεων (αξονικών και διαμετρικών) του μαρμάρου.



Σχήμα Β.20: Τυπικά διαγράμματα τάσεων-παραμορφώσεων (αξονικών και διαμετρικών) του χαλαζίτη.



Σχήμα Β.21: Τυπικά διαγράμματα τάσεων-παραμορφώσεων (αξονικών και διαμετρικών) του μεταψαμμίτη.

Πίνακας Γ.1: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm για διάφορα μεγέθη σφαιρών (μάρμαρο)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %*												
		40 mm				*25.4 mm*				*12.7 mm*			
	0 min	*0.5 min*	*1 min*	*2 min*	*4 min*	*0.5 min*	*1 min*	*2 min*	*4 min*	*0.5 min*	*1 min*	*2 min*	*4 min*
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	3.0	56.4	80.5	96.7	100.0	51.4	75.8	94.9	99.9	30.9	45.5	64.1	85.0
1.70	0	34.8	60.2	88.6	99.7	32.2	57.0	87.3	99.7	14.7	25.9	44.1	73.1
1.18	0	22.0	42.0	73.6	98.0	20.7	41.2	75.6	98.6	9.1	19.6	34.0	63.2
0.850	0	16.8	32.9	61.4	93.4	16.1	33.5	66.1	96.1	8.7	16.3	29.4	57.5
0.600	0	13.1	26.0	49.6	83.9	12.6	26.8	55.5	90.0	7.2	14.0	25.9	52.2
0.425	0	10.9	21.5	41.2	73.0	10.5	22.5	47.4	81.3	6.2	12.4	23.3	47.9
0.300	0	9.0	17.8	34.4	62.4	8.8	19.0	40.1	71.3	5.4	10.9	20.8	43.6
0.212	0	7.6	15.1	29.3	53.9	7.4	16.3	34.5	62.6	4.8	9.7	18.7	39.9
0.150	0	6.2	12.2	23.9	44.3	6.0	13.3	28.1	52.6	4.1	8.4	16.1	34.8
0.106	0	5.0	9.8	19.3	36.4	4.9	10.9	22.8	43.6	3.5	7.1	13.8	30.1
0.075	0	3.9	7.4	14.9	28.6	3.8	8.5	17.9	34.8	2.9	5.7	11.2	25.0
0.053	0	2.9	5.5	11.5	22.1	3.0	6.5	13.8	27.7	2.2	4.5	8.8	20.3
0.038	0	2.1	4.1	8.6	17.3	2.3	4.9	10.5	21.0	1.7	3.4	7.0	15.7

Πίνακας Γ.2: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm για διάφορα μεγέθη σφαιρών (μάρμαρο)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %*												
		40 mm				*25.4 mm*				*12.7 mm*			
	0 min	*0.5 min*	*1 min*	*2 min*	*4 min*	*0.5 min*	*1 min*	*2 min*	*4 min*	*0.5 min*	*1 min*	*2 min*	*4 min*
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1.18	4.7	40.1	63.2	87.8	99.0	49.7	74.7	94.4	99.8	38.9	59.7	80.9	96.7
0.850	0	27.0	46.3	73.7	95.6	34.0	57.4	85.3	98.9	23.6	41.1	65.2	90.3
0.600	0	16.6	33.8	58.2	86.5	23.7	42.7	71.2	94.8	16.1	29.7	51.6	81.1
0.425	0	12.2	26.3	47.0	75.1	18.0	33.3	59.1	86.7	12.3	23.2	42.3	71.5
0.300	0	10.9	20.7	37.9	63.4	14.1	26.3	48.6	76.1	9.7	18.5	34.7	61.7
0.212	0	8.8	16.9	31.4	54.5	11.5	21.6	40.9	67.7	7.9	15.4	29.3	53.6
0.150	0	6.9	13.2	24.8	44.5	8.9	16.8	32.5	56.7	6.2	12.2	23.6	43.9
0.106	0	5.4	10.3	19.7	36.5	7.1	13.4	25.8	47.2	5.0	9.6	18.9	35.4
0.075	0	4.1	7.7	15.2	28.7	5.4	10.2	20.0	38.2	3.8	7.3	14.8	27.8
0.053	0	3.1	5.7	11.4	21.9	4.1	7.8	15.5	30.7	2.9	5.6	11.4	21.6
0.038	0	2.2	4.1	8.1	16.6	3.0	5.8	11.6	23.7	2.1	4.2	8.6	16.4

Πίνακας Γ.3: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm για διάφορα μεγέθη σφαιρών (μάρμαρο)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %***												
		40 mm				***25.4 mm***				***12.7 mm***			
	0 min	***0.5 min***	***1 min***	***2 min***	***4 min***	***0.5 min***	***1 min***	***2 min***	***4 min***	***0.5 min***	***1 min***	***2 min***	***4 min***
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	3.7	29.9	47.7	70.7	91.8	37.4	60.0	84.1	97.2	35.4	58.2	81.8	94.8
0.425	0	18.8	32.5	53.1	78.8	23.4	41.3	67.4	89.7	21.1	40.2	63.5	83.7
0.300	0	13.3	23.9	41.0	65.5	16.4	29.8	53.2	77.9	14.3	28.8	48.8	70.1
0.212	0	10.2	18.7	33.1	55.5	12.6	23.1	43.1	66.9	10.7	22.0	38.9	58.9
0.150	0	7.5	14.0	25.5	44.8	9.4	17.6	33.6	55.2	7.9	16.2	29.6	46.8
0.106	0	5.7	10.8	19.8	36.2	7.2	14.0	26.5	45.8	5.9	12.4	23.0	37.5
0.075	0	4.1	8.0	15.2	28.3	5.4	10.6	20.4	36.7	4.4	9.1	17.6	29.8
0.053	0	2.9	5.9	11.4	21.8	4.4	8.1	15.8	29.1	3.3	6.7	13.2	23.5
0.038	0	2.1	4.0	8.2	16.3	3.3	6.0	11.8	22.5	2.4	5.1	10.1	17.7

Πίνακας Γ.4: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -0.425+0.600 mm για διάφορα μεγέθη σφαιρών (μάρμαρο)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %*												
		40 mm				*25.4 mm*				*12.7 mm*			
	0 min	*0.5 min*	*1 min*	*2 min*	*4 min*	*0.5 min*	*1 min*	*2 min*	*4 min*	*0.5 min*	*1 min*	*2 min*	*4 min*
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.300	3.5	22.1	35.8	54.4	76.2	26.8	44.6	67.2	85.6	25.8	47.3	69.4	86.0
0.212	0	13.8	24.1	38.9	60.5	16.2	31.7	49.4	70.2	17.1	30.0	49.7	69.0
0.150	0	9.0	16.6	28.0	46.8	11.1	21.9	36.3	55.9	10.9	20.2	35.2	52.4
0.106	0	6.3	12.1	21.1	37.5	8.0	16.1	27.7	45.2	7.8	14.5	26.2	40.8
0.075	0	4.5	8.7	15.4	29.0	5.8	12.0	20.7	35.6	5.7	10.6	19.5	31.6
0.053	0	3.2	6.2	11.2	22.0	4.4	8.9	15.7	27.5	4.1	7.6	14.7	24.8
0.038	0	2.2	4.3	8.2	16.7	3.2	6.4	11.5	21.7	2.7	5.4	11.1	19.3

Πίνακας Γ.5: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm για διάφορα μεγέθη σφαιρών (χαλαζίτης)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %																
		40 mm				25.4 mm				12.7 mm				mix			
	0 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	2.2	41.4	65.6	88.1	99.0	41.2	62.6	83.8	100.0	17.5	28.2	43.2	63.8	31.3	73.1	73.1	91.7
1.70	0	22.2	42.4	71.0	95.7	21.6	39.8	66.7	99.9	7.9	13.7	24.9	44.6	15.7	52.2	52.2	81.5
1.18	0	12.7	26.7	52.3	87.6	12.5	25.9	51.3	99.8	4.6	8.7	17.6	35.4	9.2	38.7	38.7	71.0
0.850	0	9.1	19.5	40.3	77.0	9.0	19.5	41.8	99.6	3.4	6.8	14.8	31.2	6.8	31.8	31.8	63.5
0.600	0	6.6	14.4	30.8	63.3	6.7	15.0	33.5	98.5	2.6	5.6	12.7	28.0	5.2	26.2	26.2	55.8
0.425	0	5.2	11.4	24.8	52.2	5.4	12.1	27.8	95.1	2.1	4.8	11.4	25.8	4.2	22.3	22.3	49.1
0.300	0	4.2	9.3	20.4	43.4	4.5	10.1	23.4	88.1	1.8	4.3	10.4	23.8	3.6	19.3	19.3	43.2
0.212	0	3.6	8.0	17.4	37.4	3.9	8.7	20.4	80.1	1.6	3.9	9.6	22.3	3.1	17.1	17.1	38.7
0.150	0	3.0	6.7	14.6	31.3	3.2	7.4	17.2	69.9	1.4	3.5	8.7	20.3	2.6	14.7	14.7	33.5
0.106	0	2.5	5.6	12.1	26.0	2.7	6.2	14.4	59.7	1.2	3.0	7.7	18.0	2.2	12.4	12.4	28.4
0.075	0	1.9	4.3	9.4	20.2	2.2	4.8	11.3	47.5	1.0	2.5	6.3	14.7	1.7	9.5	9.5	22.6
0.053	0	1.4	3.2	6.9	14.5	1.6	3.6	8.3	35.4	0.7	1.9	4.6	11.3	1.3	6.9	6.9	16.8
0.038	0	0.9	2.1	5.0	10.3	1.1	2.4	5.7	25.3	0.5	1.4	3.4	8.8	0.8	4.9	4.9	11.6

Πίνακας Γ.6: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm για διάφορα μεγέθη σφαιρών (χαλαζίτης)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %*																
		40 mm				*25.4 mm*				*12.7 mm*				*mix*			
	0 min	*0.5 min*	*1 min*	*2 min*	*4 min*	*0.5 min*	*1 min*	*2 min*	*4 min*	*0.5 min*	*1 min*	*2 min*	*4 min*	*0.5 min*	*1 min*	*2 min*	*4 min*
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1.18	1.6	41.4	66.5	85.6	98.4	46.0	71.4	91.4	99.4	34.2	51.3	74.6	92.2	39.8	62.3	85.9	98.7
0.850	0	23.8	43.1	67.7	92.5	27.9	49.4	77.5	96.9	19.3	33.1	56.7	82.2	24.1	42.5	70.3	95.1
0.600	0	15.1	28.8	49.8	79.4	17.6	33.7	60.4	89.5	12.0	22.1	42.3	67.7	15.2	28.9	54.0	87.0
0.425	0	10.8	21.0	38.1	65.7	12.6	25.0	47.5	78.4	8.5	16.3	33.4	57.2	10.9	21.6	42.5	75.9
0.300	0	8.1	16.1	29.9	54.1	9.5	19.4	38.1	66.8	6.5	12.8	27.2	48.3	8.4	16.9	34.2	64.6
0.212	0	6.6	13.1	24.8	46.4	7.8	16.0	31.9	57.9	5.3	10.7	23.2	41.9	6.9	14.1	28.9	56.1
0.150	0	5.3	10.5	20.0	38.4	6.2	12.9	26.0	48.5	4.3	8.7	19.1	35.2	5.7	11.5	23.5	46.7
0.106	0	4.2	8.4	16.3	31.4	5.0	10.4	21.1	40.0	3.5	7.1	15.8	29.2	4.6	9.2	19.4	38.2
0.075	0	3.2	6.3	12.4	24.1	3.8	7.9	16.3	30.1	2.7	5.5	12.3	23.1	3.5	6.9	14.9	28.7
0.053	0	2.3	4.4	9.0	17.1	2.7	5.6	11.8	21.9	2.0	4.0	9.1	17.5	2.5	4.9	10.2	20.7
0.038	0	1.4	2.7	5.9	11.7	1.7	3.7	7.7	15.2	1.2	2.7	6.2	11.7	1.5	3.3	7.2	14.3

Πίνακας Γ.7: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm για διάφορα μεγέθη σφαιρών (χαλαζίτης)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %																
		40 mm				25.4 mm				12.7 mm				mix			
	0 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	5.6	26.7	44.3	67.7	89.4	34.7	57.9	82.1	96.5	33.6	55.1	79.3	95.2	36.0	57.1	81.2	96.1
0.425	0	15.6	28.4	48.2	73.8	21.3	38.8	62.8	86.7	19.7	35.6	59.4	84.3	21.4	37.7	62.2	86.1
0.300	0	10.8	20.1	36.1	59.5	14.5	27.6	47.9	73.4	13.0	24.9	45.0	70.8	14.5	26.7	47.4	72.5
0.212	0	8.3	15.5	28.9	49.7	11.0	21.3	38.3	62.4	9.7	19.2	36.0	60.0	10.9	20.6	38.0	61.6
0.150	0	6.3	11.9	22.7	40.3	8.3	16.3	30.0	51.5	7.3	14.7	28.3	49.0	8.3	15.7	29.9	50.6
0.106	0	4.9	9.4	18.0	32.6	6.5	12.6	23.5	42.0	5.6	11.5	22.4	39.6	6.5	12.3	23.4	41.0
0.075	0	3.6	6.9	13.3	24.5	4.8	9.1	16.7	32.3	3.9	8.5	16.2	30.2	4.8	8.9	16.3	31.1
0.053	0	2.5	4.8	9.2	17.5	3.3	6.0	11.7	23.6	2.6	5.9	11.3	22.1	3.4	6.2	10.7	22.4
0.038	0	1.5	3.0	6.1	11.6	2.0	4.0	7.6	15.7	1.4	3.7	7.2	14.4	2.1	4.1	7.3	14.5

Πίνακας Γ.8: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm για διάφορα μεγέθη σφαιρών (χαλαζίτης)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %																
		40 mm				25.4 mm				12.7 mm				mix			
	0 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.300	0.4	16.3	27.3	50.2	71.7	24.0	41.8	64.1	84.5	29.0	46.5	69.3	84.7	20.1	32.7	54.1	78.6
0.212	0	9.3	17.4	34.6	54.4	14.8	27.4	46.1	68.2	17.5	30.1	49.9	67.5	11.9	21.3	38.7	62.3
0.150	0	6.4	12.5	25.4	42.4	10.3	19.3	34.2	54.0	11.5	20.6	36.4	52.0	8.1	14.9	28.2	48.6
0.106	0	4.6	9.4	19.2	33.4	7.5	14.2	25.8	42.5	8.3	14.9	27.3	40.1	5.9	11.0	21.3	37.5
0.075	0	3.2	6.6	13.7	24.0	5.3	9.8	17.8	30.4	5.7	10.3	19.0	28.7	4.2	7.7	14.5	26.4
0.053	0	2.1	4.3	9.0	16.4	3.5	6.4	11.7	21.2	3.8	6.7	12.6	20.1	2.8	5.2	9.7	18.1
0.038	0	1.2	2.5	5.7	11.1	2.2	4.0	7.8	14.3	2.3	4.4	8.3	13.8	1.8	3.2	6.0	11.9

Πίνακας Γ.9: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -0.212+0.150 mm για διάφορα μεγέθη σφαιρών (χαλαζίτης)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %***																
		40 mm				***25.4 mm***				***12.7 mm***				***mix***			
	0 min	***0.5 min***	***1 min***	***2 min***	***4 min***	***0.5 min***	***1 min***	***2 min***	***4 min***	***0.5 min***	***1 min***	***2 min***	***4 min***	***0.5 min***	***1 min***	***2 min***	***4 min***
212	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
150	3.6	15.5	25.7	41.1	60.5	16.2	27.5	46.4	67.1	20.4	33.5	55.9	75.3	17.9	28.5	47.3	65.4
106	0	9.6	17.2	30.1	47.3	9.6	18.6	34.2	52.7	11.8	22.5	40.5	59.2	8.7	15.5	28.7	44.2
75	0	7.5	14.0	24.7	39.4	7.7	14.8	27.7	42.6	9.0	17.2	32.0	46.6	5.4	9.8	18.0	29.0
53	0	6.3	11.9	20.9	33.6	6.3	12.5	22.7	36.0	7.2	14.1	26.4	39.1	3.4	6.3	11.1	18.9
38	0	5.6	10.3	18.2	29.7	5.3	10.6	19.9	31.8	5.9	11.8	23.0	34.2	2.0	3.8	7.1	12.9

Πίνακας Γ.10: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -6.7+4.75 mm για διάφορα μεγέθη σφαιρών (μεταψαμμίτης)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %***																
		40 mm				***25.4 mm***				***12.7 mm***				***mix***			
	0 min	***0.5 min***	***1 min***	***2 min***	***4 min***	***0.5 min***	***1 min***	***2 min***	***4 min***	***0.5 min***	***1 min***	***2 min***	***4 min***	***0.5 min***	***1 min***	***2 min***	***4 min***
6.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
4.75	3.4	58.8	79.2	95.8	99.5	41.7	60.2	78.3	94.7	13.1	18.0	23.7	34.5	36.4	56.7	75.7	91.2
3.35	0	39.9	65.1	89.4	98.8	24.9	43.0	66.9	91.2	5.3	9.4	12.0	22.3	20.0	37.3	60.3	83.6
2.36	0	30.3	55.8	83.7	98.2	19.4	36.2	62.1	89.5	4.5	7.9	10.4	19.9	15.0	30.7	53.6	80.1
1.70	0	24.4	48.0	78.1	97.6	16.2	32.1	58.3	88.1	4.1	7.2	9.7	18.8	12.5	26.8	49.7	77.6
1.18	0	19.4	40.0	70.1	96.3	13.7	28.1	54.4	86.3	3.8	6.8	9.3	18.2	10.6	23.8	45.9	75.0
0.850	0	16.3	34.0	62.0	93.6	12.1	25.4	51.1	84.3	3.6	6.5	9.0	17.9	9.5	21.7	43.2	72.9
0.600	0	13.4	28.1	52.4	86.3	10.5	22.3	46.6	80.8	3.4	6.3	8.9	17.6	8.4	19.7	39.9	69.8
0.425	0	11.4	23.7	44.1	76.2	9.2	19.7	41.9	75.4	3.2	6.1	8.7	17.4	7.5	17.9	36.7	65.9
0.300	0	9.7	20.0	37.1	65.6	8.1	17.2	36.9	68.4	3.2	6.0	8.6	17.2	6.8	16.1	33.2	60.8
0.212	0	8.4	17.3	31.8	57.0	7.2	15.2	32.7	61.0	3.0	5.8	8.5	16.9	6.1	14.5	30.0	55.4
0.150	0	7.2	14.5	26.6	47.9	6.2	13.0	27.7	52.3	2.8	5.5	8.2	16.5	5.3	12.6	26.1	48.2
0.106	0	5.9	11.9	21.9	39.6	5.2	10.8	22.8	43.7	2.5	5.1	7.8	15.7	4.5	10.6	21.9	40.6
0.075	0	4.6	9.2	16.9	30.3	4.1	8.2	17.6	34.1	2.0	4.3	7.0	14.2	3.5	8.1	16.9	31.6
0.053	0	3.3	6.7	12.1	22.4	3.0	5.8	12.7	25.2	1.6	3.4	5.8	11.8	2.6	5.7	12.3	23.6
0.038	0	2.3	4.7	8.7	15.9	2.0	4.2	9.0	17.9	1.1	2.4	4.5	9.5	1.8	4.2	8.8	17.0

Πίνακας Γ.11: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm για διάφορα μεγέθη σφαιρών (μεταψαμμίτης)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	**Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %**																
		40 mm				**25.4 mm**				**12.7 mm**				**mix**			
	0 min	**0.5 min**	**1 min**	**2 min**	**4 min**	**0.5 min**	**1 min**	**2 min**	**4 min**	**0.5 min**	**1 min**	**2 min**	**4 min**	**0.5 min**	**1 min**	**2 min**	**4 min**
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	5.4	69.1	91.5	99.3	100.0	67.3	87.9	98.3	100.0	49.4	69.6	85.5	96.4	56.5	77.6	93.1	99.4
1.70	0	50.4	79.3	97.0	99.9	46.9	75.7	95.6	99.9	31.9	52.1	73.9	92.4	36.2	60.7	85.7	98.6
1.18	0	35.0	62.8	90.1	99.7	32.8	61.2	90.2	99.6	23.4	41.3	64.2	88.0	25.2	47.7	77.4	97.5
0.850	0	26.7	50.2	79.9	98.4	25.4	50.4	82.8	99.1	19.1	35.2	57.6	83.9	19.7	39.5	69.6	95.9
0.600	0	20.3	38.7	65.8	92.5	19.5	39.9	71.0	96.7	15.6	29.7	50.5	78.1	15.3	32.0	60.0	92.0
0.425	0	16.2	30.9	53.9	82.2	15.7	32.4	59.7	90.5	13.2	25.5	44.4	71.4	12.6	26.5	51.2	85.1
0.300	0	13.2	25.1	44.4	70.5	13.0	26.6	49.6	80.6	11.3	22.1	38.8	63.8	10.5	22.1	43.3	75.6
0.212	0	11.2	21.2	37.8	61.3	11.2	22.6	42.2	71.5	10.0	19.5	34.5	57.3	9.0	19.0	37.5	67.0
0.150	0	9.2	17.5	31.0	51.3	9.2	18.6	34.5	60.2	8.5	16.5	29.3	49.1	7.5	15.8	31.2	56.8
0.106	0	7.5	14.1	25.1	42.0	7.6	15.1	27.9	49.3	7.0	13.5	24.2	41.0	6.2	12.9	25.3	46.8
0.075	0	5.7	10.6	18.8	32.1	5.7	11.3	20.8	36.8	5.4	10.2	18.5	31.9	4.7	9.7	18.7	35.2
0.053	0	4.0	7.6	13.6	22.7	4.1	8.1	15.2	27.0	3.9	7.3	13.4	23.6	3.4	6.9	13.4	25.5
0.038	0	2.9	5.3	9.5	16.4	2.8	5.6	10.3	18.7	2.6	5.2	9.7	17.1	2.4	4.9	9.7	18.2

Πίνακας Γ.12: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm για διάφορα μεγέθη σφαιρών (μεταψαμμίτης)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %																
		40 mm				25.4 mm				12.7 mm				mix			
	0 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1.18	7.8	59.2	82.0	96.6	99.9	70.9	90.6	99.0	100.0	59.8	80.1	93.3	99.3	70.8	89.3	97.3	100.0
0.850	0	40.5	63.7	87.7	98.9	50.6	75.6	95.2	99.8	39.2	61.6	83.1	97.4	49.8	74.2	90.1	99.6
0.600	0	27.9	46.6	72.1	93.8	35.3	57.7	84.7	98.5	26.7	46.0	69.8	92.3	34.6	57.2	77.1	97.5
0.425	0	20.7	35.5	57.9	83.2	26.4	44.7	71.2	93.4	19.9	35.8	57.7	84.0	25.9	44.5	63.4	91.6
0.300	0	16.1	27.8	46.8	70.8	20.6	35.4	58.6	83.6	15.6	28.5	47.7	73.4	20.1	35.5	51.7	81.3
0.212	0	13.2	22.9	39.3	61.1	16.9	29.4	49.5	73.9	12.9	23.9	40.7	64.2	16.6	29.5	43.4	71.3
0.150	0	10.6	18.3	31.8	50.7	13.5	23.5	39.9	62.1	10.4	19.3	33.2	53.5	13.3	23.5	35.1	59.3
0.106	0	8.3	14.4	25.0	41.0	10.6	18.4	31.7	50.5	8.2	15.2	26.6	43.5	10.4	18.4	27.7	48.0
0.075	0	6.1	10.2	18.6	30.7	7.7	13.3	22.6	37.8	5.8	10.9	19.7	32.3	7.4	13.0	20.4	35.0
0.053	0	4.3	7.2	13.0	22.1	5.2	8.9	16.3	26.8	4.0	7.4	13.8	22.8	5.0	8.6	14.4	24.7
0.038	0	2.9	5.1	9.2	15.7	3.6	6.2	11.1	18.9	2.8	5.5	9.9	17.2	3.5	6.2	10.2	18.2

Πίνακας Γ.13: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm για διάφορα μεγέθη σφαιρών (μεταψαμμίτης)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %																
		40 mm				25.4 mm				12.7 mm				mix			
	0 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	7.8	34.4	54.9	77.8	94.8	44.2	66.8	88.8	98.5	46.0	68.6	88.3	97.7	43.6	66.2	87.3	98.4
0.425	0	18.6	34.5	57.1	82.4	25.6	44.1	70.5	92.5	25.6	46.6	71.0	90.4	24.4	43.0	68.6	92.0
0.300	0	13.1	25.2	43.7	68.6	17.8	31.8	55.0	81.2	17.7	34.3	56.3	78.7	16.6	30.7	53.0	80.2
0.212	0	10.2	19.8	35.4	58.1	13.6	24.8	44.4	70.2	13.6	27.3	45.9	67.6	12.6	23.9	42.5	68.6
0.150	0	7.8	15.3	27.7	47.2	10.3	18.9	34.5	57.4	10.4	21.0	36.2	55.1	9.6	18.1	33.0	55.7
0.106	0	6.0	11.8	21.5	37.4	7.8	14.5	26.7	45.7	8.0	16.1	28.0	43.7	7.3	13.9	25.3	44.1
0.075	0	4.3	8.5	15.2	26.9	5.5	10.4	19.0	33.5	5.7	11.4	19.8	31.3	5.2	9.8	17.9	32.7
0.053	0	3.0	5.8	10.3	18.5	3.9	7.1	13.3	23.2	3.9	7.7	13.8	22.5	3.6	6.8	12.3	23.5
0.038	0	2.0	3.9	7.5	13.7	2.6	4.9	9.3	17.5	2.5	5.2	9.4	16.5	2.4	4.8	8.6	16.5

Πίνακας Γ.14: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % για μέγεθος τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm για διάφορα μεγέθη σφαιρών (μεταψαμμίτης)

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα %																
		40 mm				25.4 mm				12.7 mm				mix			
	0 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min	0.5 min	1 min	2 min	4 min
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.300	7.8	23.4	39.3	58.5	80.1	30.2	49.5	71.6	89.6	34.8	55.1	75.3	90.4	36.5	56.8	77.5	93.4
0.212	0	13.5	25.0	41.6	63.7	19.3	33.4	53.4	75.3	20.6	36.3	56.1	75.8	22.3	38.4	59.0	81.0
0.150	0	9.5	18.0	31.2	50.6	13.4	23.8	40.0	60.3	13.9	25.3	41.4	60.0	15.5	27.8	44.4	66.0
0.106	0	6.9	13.2	23.6	40.0	9.6	17.3	29.7	46.1	9.8	18.3	30.9	46.9	11.1	20.4	33.1	51.8
0.075	0	4.8	9.3	16.7	29.2	6.6	11.9	20.2	31.5	6.6	12.5	21.6	33.7	7.6	13.6	22.9	36.9
0.053	0	3.3	6.2	11.0	19.9	4.4	7.7	13.3	21.1	4.4	8.0	14.2	23.1	5.1	8.7	15.3	24.2
0.038	0	2.0	3.7	7.4	13.7	2.8	5.2	7.7	13.3	2.6	4.8	9.4	16.6	3.0	5.8	9.8	17.6

Πίνακας Γ.15: Μέγεθος $x_2(80)$ του μαρμάρου, για διαφορετικές διαμέτρους σφαιρών

Χρόνος (min)	-3.35+2.36 mm			-1.7+1.18 mm			-0.850+0.600 mm			-0.425+0.300mm		
	40 mm	25.4 mm	12.7 mm	40 mm	25.4 mm	12.7 mm	40 mm	25.4 mm	12.7 mm	40 mm	25.4 mm	12.7 mm
0	3.28	3.28	3.28	1.66	1.66	1.66	0.83	0.83	0.83	0.415	0.415	0.415
0.5	2.92	2.98	3.13	1.55	1.51	1.56	0.797	0.785	0.789	0.404	0.401	0.401
1	2.34	2.53	3.03	1.42	1.29	1.45	0.765	0.73	0.736	0.394	0.383	0.384
2	1.39	1.36	2.81	0.99	0.75	1.16	0.679	0.555	0.582	0.374	0.35	0.343
4	0.53	0.41	2.07	0.5	0.34	0.58	0.44	0.321	0.389	0.319	0.266	0.268

Πίνακας Γ.16: Μέγεθος $x_2(80)$ του χαλαζίτη, για διαφορετικές διαμέτρους σφαιρών

Χρόνος (min)	-3.35+2.36 mm				-1.7+1.18 mm				-0.850+0.600 mm			
	40 mm	25.4 mm	12.7 mm	mix	40 mm	25.4 mm	12.7 mm	mix	40 mm	25.4 mm	12.7 mm	mix
0	3.28	3.28	3.28	3.28	1.67	1.67	1.67	1.67	0.827	0.827	0.827	0.827
0.5	3.07	3.07	3.20	3.13	1.55	1.53	1.58	1.56	0.801	0.790	0.792	0.788
1	2.78	2.84	3.15	3.00	1.39	1.34	1.50	1.43	0.773	0.737	0.746	0.740
2	2.04	2.21	3.05	2.61	1.07	0.91	1.29	1.05	0.696	0.580	0.608	0.589
4	0.94	0.21	2.81	1.62	0.61	0.45	0.81	0.49	0.491	0.359	0.382	0.366

Πίνακας Γ.16 (συνέχεια):Μέγεθος $x_2(80)$ του χαλαζίτη, για διαφορετικές διαμέτρους σφαιρών

Χρόνος (min)	-0.425+0.300mm				-0.212+0.150 mm			
	40 mm	25.4 mm	12.7 mm	mix	40 mm	25.4 mm	12.7 mm	mix
0	0.419	0.419	0.419	0.419	0.207	0.207	0.207	0.207
0.5	0.407	0.402	0.399	0.405	0.204	0.203	0.202	0.203
1	0.400	0.389	0.384	0.396	0.201	0.200	0.198	0.199
2	0.380	0.357	0.344	0.374	0.195	0.192	0.186	0.191
4	0.336	0.275	0.281	0.308	0.183	0.175	0.162	0.177

Πίνακας Γ.17: Μέγεθος $x_2(80)$ του μεταψαμμίτη, για διαφορετικές διαμέτρους σφαιρών

Χρόνος (min)	-6.7+4.75 mm				-3.35+2.36 mm				-1.7+1.18 mm			
	40 mm	25.4 mm	12.7 mm	mix	40 mm	25.4 mm	12.7 mm	mix	40 mm	25.4 mm	12.7 mm	mix
0	6.60	6.60	6.60	6.60	3.26	3.26	3.26	3.26	1.65	1.65	1.65	1.65
0.5	5.80	6.14	6.45	6.21	2.71	2.75	3.00	2.92	1.45	1.34	1.45	1.34
1	4.82	5.76	6.41	5.85	1.73	1.92	2.70	2.46	1.14	0.94	1.18	0.97
2	1.90	4.90	6.35	5.08	0.85	0.79	2.03	1.33	0.72	0.54	0.79	0.65
4	0.49	0.57	6.23	2.34	0.40	0.29	0.67	0.35	0.39	0.26	0.37	0.29

Πίνακας Γ.17 (συνέχεια): Μέγεθος x_2(80) του μεταψαμμίτη, για διαφορετικές διαμέτρους σφαιρών

Χρόνος (min)	*-0.850+0.600 mm*				*-0.425+0.300mm*			
	40 mm	***25.4 mm***	***12.7 mm***	***mix***	***40 mm***	***25.4 mm***	***12.7 mm***	***mix***
0	0.824	0.824	0.824	0.824	0.412	0.412	0.412	0.412
0.5	0.790	0.773	0.769	0.774	0.403	0.398	0.395	0.393
1	0.747	0.701	0.691	0.704	0.391	0.381	0.373	0.370
2	0.624	0.513	0.513	0.529	0.368	0.337	0.323	0.313
4	0.402	0.290	0.313	0.298	0.300	0.239	0.236	0.207

Κώδικας MATLAB

```
function [] = main()
global p01 p01_rr p03 p03_rr p07 p07_rr f dt n x1 ratio B ms

%   stage1 is used for determing the PBM parameters
% x1 is the top size
% dt is the time of the elementary step of grinding
% ratio is the aperture ratio of the series of screens
% PO is the mass % of the product
% f is the mass % of the feed
% MC is a constant

% Extract data from an excel spreadsheet
p01    = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage1','L6:L18');
p03    = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage1','M6:M18');
p07    = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage1','N6:N18');
f      = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage1','K6:K18');
dt     = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage1','B6');
x1     = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage1','C6');
ratio  = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage1','D6');
MC     = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage1','E6');
lb     = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage1','H6:H9');
ub     = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage1','I6:I9');
x0_exp = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage1','J6:J9');

%
% p01_rr, B, ms to be used in F
n   = length(f);
p01_rr = rr_trans(p01);
p03_rr = rr_trans(p03);
p07_rr = rr_trans(p07);
B = find_B(ratio, n);
ms = find_ms(x1, ratio, n);
```

```
% lb is the lower limit of the parameters
% ub the upper limit of the parameters
% x0 are the initial guesses of the parameters
x0 = x0_exp;
x = fmincon(@F,x0,[],[],[],[],lb,ub);

A      = x(1);
alpha  = x(2);
mu     = x(3);
lambda = x(4);
%
fprintf('Found parameters: \nA      = %g\nalpha  = %g \nmu      = %g
\nlambda = %g \n',A, alpha, mu, lambda)
fprintf('F(x) = %g \n', F(x));

P0 = [p01 zeros(n,1) p03 zeros(n,1) zeros(n,1) zeros(n,1) p07];
stage = 1;
results(stage, x1, dt, ratio, P0, f, MC, A, alpha, mu, lambda)

%   stage2
[x1, dt, ratio, P0, f, MC] = stage2();
stage = 2;
% the determined PBM parameters from stage1 are used as input
parameters in stage2
results(stage, x1, dt, ratio, P0, f, MC, A, alpha, mu, lambda)

%    stage2
% Extract data from an excel spreadsheet
function [x1, dt, ratio, P0, f, MC] = stage2()

x1     = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage2','B4');
dt     = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage2','C4');
ratio  = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage2','D4');
p01    = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage2','G4:G14');
p03    = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage2','H4:H14');
p07    = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage2','I4:I14');
f      = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage2','F4:F14');
MC     = xlsread('matrix_matlab.xlsx','stage2','E4');

n = length(f);
```

```
P0 = [p01 zeros(n,1) p03 zeros(n,1) zeros(n,1) zeros(n,1) p07];

 function [PC] = predict(x1, dt, ratio, P0, f, A, alpha, mu, lambda)
%
% Calctulate the product size distributions
%
[n, k ] = size(P0);
I = eye(n);
B = find_B(ratio, n);
ms = find_ms(x1, ratio, n);
S = find_S(ms, A, alpha, mu, lambda, dt, n);
PC = zeros(n,k);

for i=1:k
    pc = (B*S+I-S)^i*f;
    PC(:,i) = pc;
end

function [q] = rr_trans(p)
%
% The product particle size distributions are described by the
% Rosin-Rammler (RR) mathematical model
%
n = length(p);
for i=1:n
    z = 100 - sum(p(1:i));
    q(i) = log10(log10( 100/(100 - z) ));
end
function [B] = find_B(ratio, n)
%
% Breakage function matrix B
%
for i=1:n
    B(i) = (1-exp(-sqrt(ratio^(1-2*i))))/(1-exp(-1));
end

b(1) = 1 - B(1);
for i=2:n
    b(i) = B(i-1) - B(i);
```

```
end

b = b';

B = zeros(n,n);
B(:,1) = b;
for i=2:n
    B(i:n,i) =  b(1:n-i+1);
end

function [ms] = find_ms(x1, ratio, n)
%
% The mean size vector ms
%
for i=1:n
    ms(i) = sqrt(ratio^(1-2*i)) * x1;
end

ms = ms';

function [y] = F(x)
%
% The objective function F
%
global p01_rr p03_rr p07_rr f dt n  B  ms

A = x(1);
alpha = x(2);
mu = x(3);
lambda = x(4);

S  = find_S(ms, A, alpha, mu, lambda, dt, n);
I = eye(n);

pc1 = (B*S+I-S)*f;
pc3 = (B*S+I-S)^3*f;
pc7 = (B*S+I-S)^7*f;

pc1_rr = rr_trans(pc1);
```

```
pc3_rr = rr_trans(pc3);
pc7_rr = rr_trans(pc7);

% sum of squared error
y = sum((p01_rr-pc1_rr).^2) +  sum((p03_rr-pc3_rr).^2) + sum((p07_rr-
pc7_rr).^2);

function [S] = find_S(ms, A, alpha, mu, lambda, Dt, n)
%
% The selection function matrix S
%
for i=1:n
    s(i) =  A*ms(i)^alpha/(1+(ms(i)/mu)^lambda)*Dt;
end
S = diag(s);

function [] = results(stage, x1, dt, ratio, P0, f, MC, A, alpha, mu,
lambda)
%
% Predict and plot the RR product size distributions
%
PC = predict(x1, dt, ratio, P0, f, A, alpha, mu, lambda);

if stage==1
   figure(1)
elseif stage == 2
    figure(2)
end
cla reset
hold off
hold on

n  = length(f);
xmax = find_xmax(x1, ratio, n);
[~,k] = size(P0);
for i=1:k
    P0_rr(:,i)  = rr_trans(P0(:,i));
end
```

```
for i=1:k
    PC_rr(:,i)  = rr_trans(PC(:,i));
end
% plot the predicted (pc) and experimental (p0) product size
distributions
plot(log10(xmax),P0_rr(:,1),'bx')
plot(log10(xmax),PC_rr(:,1),'b-')
plot(log10(xmax),P0_rr(:,3),'rx')
plot(log10(xmax),PC_rr(:,3),'r-')
plot(log10(xmax),P0_rr(:,7),'gx')
plot(log10(xmax),PC_rr(:,7),'g-')

title(['\alpha_T = ' num2str(A) ', alpha = ' num2str(alpha) ', mu = '
num2str(mu) ', lambda = ' num2str(lambda)])
xlabel('logx')
ylabel('loglog(100/(100-P))')
box on
legend('exp 1','model 1','exp 3','model 3','exp 7','model
7','Location','SouthEast');

% calculate feed rates
fstage1 = calculate_feed_rate(MC, 1);
fstage3 = calculate_feed_rate(MC, 3);
fstage7 = calculate_feed_rate(MC, 7);
fprintf('Feed rates at stage %d : \nfstage1 = %g \nfstage3 = %g
\nfstage7 = %g \n',stage, fstage1, fstage3, fstage7)

function [xmax] = find_xmax(x1, ratio, n)
%
%Calculate the size classes from the top size x1
%
xmax(1) = x1;
for i=2:n
    xmax(i) = xmax(i-1)/ratio;
end
xmax = 1000*xmax';

function [fstage] = calculate_feed_rate(f0rate, stage)
%
%Calculate feed rate
%
fstage = f0rate/stage;
```

Πίνακας Δ.1: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζία, αρχικής τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm και για *U*=50%

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Στάδιο 1***		***Στάδιο 3***		***Στάδιο 7***	
		Πειραματικά	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	27.5	41.3	46.7	61.5	69.5	83.4	90.6
1.70	13.9	28.1	27.4	50.3	50.5	76.9	80.5
1.18	7.8	20.2	17.3	41.4	36.3	69.9	68.8
0.85	5.7	15.5	13.0	33.7	29.2	61.7	60.0
0.600	4.2	11.7	9.9	26.7	23.1	52.5	50.2
0.425	3.1	8.8	7.7	20.7	18.3	42.9	41.3
0.300	2.4	6.6	6.1	15.7	14.8	34.1	33.8
0.212	1.9	4.9	4.7	11.8	11.4	26.3	26.4
0.150	1.4	3.6	3.5	8.7	8.8	19.9	20.3
0.106	1.1	2.7	2.6	6.4	6.7	14.8	15.5
0.075	0.8	1.9	2.0	4.6	4.9	10.9	11.5
0.053	0.5	1.3	1.4	3.3	3.5	7.9	8.3
0.038	0.4	1.0	1.0	2.4	2.5	5.7	5.9
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.998		0.994		0.997	

Πίνακας Δ.2: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζία, αρχικής τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm και για *U*=50%

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Στάδιο 1***		***Στάδιο 3***		***Στάδιο 7***	
		Πειραματικά	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1.18	30.9	47.2	51.5	69.2	78.0	89.5	96.6
0.85	16.1	31.7	31.9	54.7	58.0	80.1	88.1
0.600	10.0	22.9	21.0	43.4	41.4	69.3	73.0
0.425	7.0	17.0	14.9	33.8	30.7	57.7	58.5
0.300	5.1	12.7	10.9	25.9	23.1	46.4	46.2
0.212	3.7	9.3	8.0	19.5	17.7	36.1	36.4
0.150	2.6	6.7	5.8	14.3	13.0	27.4	27.1
0.106	1.9	4.8	4.3	10.5	9.5	20.5	20.3
0.075	1.3	3.4	3.0	7.5	6.9	15.1	14.8
0.053	0.9	2.4	2.1	5.4	4.8	10.9	10.5
0.038	0.6	1.7	1.5	3.9	3.3	7.9	7.3
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.996		0.998	

Πίνακας Δ.3: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζία, αρχικής τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm και για *U*=50%

		Στάδιο 1		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	22.3	34.9	39.3	54.3	64.2	77.4	89.1
0.425	12.0	23.1	23.7	41.1	43.3	65.3	71.7
0.300	8.0	16.8	16.4	31.8	31.0	53.7	55.7
0.212	6.1	12.8	12.8	24.6	24.4	43.0	45.7
0.150	4.2	9.3	9.4	18.3	18.0	33.2	35.1
0.106	2.9	6.6	6.7	13.4	12.9	25.1	26.7
0.075	1.9	4.6	4.5	9.7	8.6	18.5	19.1
0.053	1.3	3.3	2.9	7.0	5.9	13.6	13.6
0.038	0.9	2.3	1.8	5.0	4.0	9.9	8.4
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.995		0.995	

Πίνακας Δ.4: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζία, αρχικής τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm και για *U*=50%

		Στάδιο 1		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.300	23.4	29.3	33.7	39.9	50.0	56.5	71.0
0.212	11.1	16.4	17.3	26.1	29.4	42.1	48.2
0.150	6.3	10.6	10.6	18.5	19.0	32.0	33.6
0.106	4.0	7.2	7.1	13.4	13.1	24.2	24.1
0.075	2.6	5.0	4.7	9.6	9.0	18.0	17.0
0.053	1.7	3.5	3.2	6.9	6.2	13.3	12.2
0.038	1.2	2.5	2.2	5.1	4.2	9.8	8.4
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.993		0.987	

Πίνακας Δ.5: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζία, αρχικής τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm και για *U*=100%

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Στάδιο 1***		***Στάδιο 3***		***Στάδιο 7***	
		Πειραματικά	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	18.7	26.6	31.8	40.3	49.7	60.4	75.9
1.70	7.6	15.2	15.6	28.9	28.6	50.3	55.9
1.18	4.0	10.4	8.9	22.2	17.9	42.3	40.3
0.850	2.8	7.7	6.5	17.3	13.5	34.9	32.0
0.600	2.1	5.8	4.8	13.3	10.2	28.0	25.1
0.425	1.5	4.3	3.7	10.0	7.9	21.8	19.9
0.300	1.2	3.2	2.9	7.5	6.3	16.6	15.9
0.212	0.9	2.4	2.3	5.5	4.9	12.5	12.2
0.150	0.7	1.7	1.7	4.0	3.7	9.2	9.4
0.106	0.5	1.3	1.3	2.9	2.9	6.7	7.2
0.075	0.4	0.9	1.0	2.1	2.1	4.9	5.3
0.053	0.3	0.7	0.7	1.5	1.5	3.5	3.8
0.038	0.2	0.5	0.5	1.1	1.1	2.5	2.8
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.998		0.993		0.989	

Πίνακας Δ.6: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζία, αρχικής τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm και για *U*=100%

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Στάδιο 1***		***Στάδιο 3***		***Στάδιο 7***	
		Πειραματικά	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1.18	21.7	31.0	36.9	46.5	58.7	67.8	85.4
0.850	10.2	18.6	19.7	33.2	36.4	55.0	65.8
0.600	6.1	12.9	11.9	25.1	23.7	44.5	46.9
0.425	4.2	9.4	8.2	19.0	17.0	35.1	35.0
0.300	2.9	6.8	6.0	14.1	12.7	27.0	26.8
0.212	2.1	5.0	4.4	10.5	9.6	20.4	20.5
0.150	1.5	3.6	3.1	7.6	7.0	15.1	15.1
0.106	1.1	2.6	2.3	5.5	5.2	11.0	11.2
0.075	0.7	1.8	1.6	3.9	3.7	8.0	8.0
0.053	0.5	1.3	1.1	2.8	2.6	5.7	5.7
0.038	0.3	0.8	0.7	1.9	1.7	4.1	3.8
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.998		0.992		0.988	

Πίνακας Δ.7: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζία, αρχικής τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm και για *U*=100%

		Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	15.9	22.8	26.1	34.8	43.9	53.6	69.0
0.425	8.1	14.0	14.4	24.5	26.4	41.8	47.3
0.300	5.3	9.9	9.4	18.3	18.1	32.7	33.0
0.212	4.1	7.6	7.2	14.1	14.4	25.5	23.5
0.150	2.9	5.5	5.2	10.4	10.7	19.2	17.9
0.106	2.1	4.0	3.7	7.6	7.8	14.3	13.6
0.075	1.4	2.7	2.5	5.4	5.3	10.3	9.9
0.053	0.9	1.9	1.7	3.8	3.5	7.4	6.8
0.038	0.5	1.2	1.1	2.6	2.1	5.3	4.2
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.995		0.987	

Πίνακας Δ.8: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζία, αρχικής τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm και για *U*=100%

		Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.300	20.4	23.4	23.0	29.2	34.5	39.5	50.0
0.212	8.1	10.8	10.6	16.0	18.2	25.6	30.2
0.150	3.7	5.9	5.4	10.1	10.4	17.9	19.1
0.106	2.2	3.8	3.4	7.0	6.8	13.1	13.3
0.075	1.4	2.6	2.2	5.0	4.5	9.6	9.3
0.053	0.9	1.8	1.8	3.6	3.1	7.0	6.7
0.038	0.7	1.3	1.4	2.6	2.5	5.1	4.8
Συντελεστής συσχέτισης, R		1.000		0.998		0.993	

Πίνακας Δ.9: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζία, αρχικής τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm και για *U*=150%

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Τροφοδοσία	Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
		Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	13.6	19.2	23.9	29.4	39.3	46.0	61.0
1.70	5.2	10.3	10.3	19.8	20.2	36.2	38.7
1.18	2.7	6.9	5.6	14.8	11.9	29.3	25.2
0.850	1.9	5.1	4.0	11.4	8.7	23.5	19.4
0.600	1.3	3.7	3.0	8.6	6.5	18.4	14.8
0.425	1.0	2.8	2.2	6.5	5.0	14.1	11.7
0.300	0.8	2.1	1.8	4.8	3.9	10.5	9.3
0.212	0.6	1.5	1.4	3.5	3.0	7.8	7.2
0.150	0.4	1.1	1.0	2.5	2.3	5.7	5.6
0.106	0.3	0.8	0.8	1.8	1.7	4.1	4.4
0.075	0.2	0.6	0.6	1.3	1.3	3.0	3.3
0.053	0.2	0.4	0.4	1.0	1.0	2.2	2.5
0.038	0.1	0.3	0.3	0.7	0.7	1.5	1.8
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.994		0.987	

Πίνακας Δ.10: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζία, αρχικής τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm και για *U*=150%

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Τροφοδοσία	Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
		Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1.18	16.7	23.3	28.4	35.0	46.0	53.3	73.0
0.850	7.4	13.2	14.3	23.7	25.8	41.1	49.7
0.600	4.4	9.0	8.5	17.5	16.0	32.3	32.9
0.425	2.9	6.4	5.8	13.1	11.1	24.9	23.4
0.300	2.0	4.6	4.2	9.6	8.0	18.8	16.9
0.212	1.5	3.4	3.1	7.1	6.0	14.1	12.8
0.150	1.1	2.5	2.2	5.2	4.3	10.4	9.3
0.106	0.8	1.8	1.6	3.8	3.2	7.6	6.8
0.075	0.6	1.3	1.1	2.7	2.3	5.5	4.9
0.053	0.3	0.9	0.7	1.9	1.6	3.9	3.5
0.038	0.2	0.6	0.5	1.3	1.2	2.8	2.4
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.993		0.983	

Πίνακας Δ.11: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζία, αρχικής τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm και για *U*=150%

		Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	11.8	16.5	19.2	25.3	33.8	40.2	53.1
0.425	5.4	9.4	10.0	16.9	19.3	30.0	33.1
0.300	3.4	6.5	6.5	12.4	12.9	23.0	23.0
0.212	2.4	4.8	4.8	9.3	9.8	17.6	17.8
0.150	1.6	3.4	3.4	6.7	6.9	13.0	13.0
0.106	1.1	2.4	2.4	4.9	4.8	9.6	9.4
0.075	0.8	1.7	1.6	3.5	3.3	6.9	6.5
0.053	0.6	1.2	1.1	2.5	2.2	5.0	4.3
0.038	0.4	0.9	0.7	1.8	1.4	3.6	2.8
Συντελεστής συσχέτισης, R		1.000		0.996		0.991	

Πίνακας Δ.12: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζία, αρχικής τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm και για *U*=150%

		Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.300	17.8	19.9	21.5	23.9	28.1	31.4	40.7
0.212	7.7	9.5	9.7	13.1	14.4	19.8	23.2
0.150	3.9	5.3	5.1	8.2	8.2	13.5	14.3
0.106	2.3	3.4	3.2	5.5	5.4	9.7	9.7
0.075	1.2	2.0	2.0	3.6	3.5	6.8	6.6
0.053	0.8	1.4	1.3	2.5	2.4	4.8	4.6
0.038	0.5	1.0	0.9	1.8	1.6	3.5	3.2
Συντελεστής συσχέτισης, R		1.000		0.999		0.995	

Πίνακας Δ.13: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζίτη, αρχικής τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm και για διάμετρο σφαιρών 40 mm

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Τροφοδοσία*	*Στάδιο 1*		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
		Πειραματικά	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	41.4	64.1	65.6	86.5	88.1	98.1	99.0
1.70	22.2	47.0	42.4	75.8	71.0	95.2	95.7
1.18	12.7	34.6	26.7	64.2	52.3	89.8	87.6
0.850	9.1	26.5	19.5	53.1	40.3	82.0	77.0
0.600	6.6	20.1	14.4	42.8	30.8	72.1	63.3
0.425	5.2	15.3	11.4	33.9	24.8	61.2	52.2
0.300	4.2	11.7	9.3	26.3	20.4	50.4	43.4
0.212	3.6	9.1	8.0	20.3	17.4	40.5	37.4
0.150	3.0	7.0	6.7	15.5	14.6	31.8	31.3
0.106	2.5	5.3	5.6	11.7	12.1	24.6	26.0
0.075	1.9	4.0	4.3	8.7	9.4	18.7	20.2
0.053	1.4	2.9	3.2	6.4	6.9	13.9	14.5
0.038	0.9	2.0	2.1	4.5	5.0	10.2	10.3
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.994		0.986		0.994	

Πίνακας Δ.14: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζίτη, αρχικής τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm και για διάμετρο σφαιρών 40 mm

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Τροφοδοσία*	*Στάδιο 1*		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
		Πειραματικά	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1.18	41.4	58.1	66.5	78.6	85.6	94.4	98.4
0.850	23.8	40.9	43.1	64.3	67.7	87.0	92.5
0.600	15.1	29.8	28.8	51.9	49.8	77.3	79.4
0.425	10.8	22.4	21.0	41.3	38.1	66.4	65.7
0.300	8.1	17.1	16.1	32.4	29.9	55.2	54.1
0.212	6.6	13.3	13.1	25.3	24.8	44.9	46.4
0.150	5.3	10.2	10.5	19.5	20.0	35.6	38.4
0.106	4.2	7.8	8.4	14.8	16.3	27.7	31.4
0.075	3.2	5.8	6.3	11.0	12.4	21.1	24.1
0.053	2.3	4.2	4.4	8.0	9.0	15.7	17.1
0.038	1.4	2.8	2.7	5.6	5.9	11.4	11.7
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.997		0.996		0.998	

Πίνακας Δ.15: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζίτη, αρχικής τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm και για διάμετρο σφαιρών 40 mm

		Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Τροφοδοσία*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	26.7	40.9	44.3	61.5	67.7	83.7	89.4
0.425	15.6	28.4	28.4	48.4	48.2	73.1	73.8
0.300	10.8	21.2	20.1	38.3	36.1	62.1	59.5
0.212	8.3	16.3	15.5	30.2	28.9	51.3	49.7
0.150	6.3	12.3	11.9	23.3	22.7	41.2	40.3
0.106	4.9	9.4	9.4	17.8	18.0	32.4	32.6
0.075	3.6	6.9	6.9	13.3	13.3	24.9	24.5
0.053	2.5	4.9	4.8	9.7	9.2	18.6	17.5
0.038	1.5	3.2	3.0	6.7	6.1	13.6	11.6
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.997		0.998	

Πίνακας Δ.16: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζίτη, αρχικής τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm και για διάμετρο σφαιρών 40 mm

		Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Τροφοδοσία*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.300	16.3	25.4	27.3	40.8	50.2	62.6	71.7
0.212	9.3	17.1	17.4	30.6	34.6	51.3	54.4
0.150	6.4	12.5	12.5	23.5	25.4	41.5	42.4
0.106	4.6	9.3	9.4	17.9	19.2	32.8	33.4
0.075	3.2	6.7	6.6	13.3	13.7	25.2	24.0
0.053	2.1	4.7	4.3	9.7	9.0	19.0	16.4
0.038	1.2	3.1	2.5	6.9	5.7	13.9	11.1
Συντελεστής συσχέτισης, R		1.000		0.994		0.994	

Πίνακας Δ.17: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζίτη, αρχικής τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm και για διάμετρο σφαιρών 25.4 mm

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Τροφοδοσία*	*Στάδιο 1*		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
		Πειραματικά	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	41.2	61.8	62.6	83.9	83.8	97.1	97.8
1.70	21.6	45.7	39.8	74.6	66.7	94.7	93.5
1.18	12.5	34.5	25.9	64.9	51.3	91.1	86.5
0.850	9.0	26.7	19.5	55.1	41.8	85.2	79.0
0.600	6.7	20.5	15.0	45.3	33.5	77.1	69.0
0.425	5.4	15.9	12.1	36.5	27.8	67.3	59.7
0.300	4.5	12.2	10.1	28.8	23.4	56.8	51.1
0.212	3.9	9.5	8.7	22.5	20.4	46.6	44.8
0.150	3.2	7.4	7.4	17.3	17.2	37.3	38.0
0.106	2.7	5.7	6.2	13.2	14.4	29.2	31.8
0.075	2.2	4.3	4.8	9.9	11.3	22.4	24.8
0.053	1.6	3.2	3.6	7.3	8.3	16.9	18.1
0.038	1.1	2.2	2.4	5.2	5.7	12.5	13.3
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.993		0.983		0.994	

Πίνακας Δ.18: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζίτη, αρχικής τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm και για διάμετρο σφαιρών 25.4 mm

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Τροφοδοσία*	*Στάδιο 1*		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
		Πειραματικά	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1.18	46.0	65.4	71.4	85.8	91.4	97.6	99.4
0.850	27.9	48.4	49.4	73.7	77.5	93.2	96.9
0.600	17.6	35.8	33.7	61.2	60.4	85.9	89.5
0.425	12.6	27.3	25.0	49.8	47.5	76.4	78.4
0.300	9.5	20.9	19.4	39.8	38.1	65.5	66.8
0.212	7.8	16.3	16.0	31.5	31.9	54.6	57.9
0.150	6.2	12.6	12.9	24.4	26.0	44.2	48.5
0.106	5.0	9.7	10.4	18.8	21.1	35.0	40.0
0.075	3.8	7.2	7.9	14.0	16.3	27.0	30.1
0.053	2.7	5.2	5.6	10.3	11.8	20.4	21.9
0.038	1.7	3.5	3.7	7.3	7.7	15.1	15.2
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.998		0.997		0.999	

Πίνακας Δ.19: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζίτη, αρχικής τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm και για διάμετρο σφαιρών 25.4 mm

		Στάδιο 1		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	34.7	51.6	57.9	73.3	82.1	91.9	96.5
0.425	21.3	37.2	38.8	59.9	62.8	83.6	86.7
0.300	14.5	27.7	27.6	48.3	47.9	73.3	73.4
0.212	11.0	21.4	21.3	38.5	38.3	62.4	62.4
0.150	8.3	16.3	16.3	30.1	30.0	51.3	51.5
0.106	6.5	12.4	12.6	23.2	23.5	41.2	42.0
0.075	4.8	9.2	9.1	17.5	16.7	32.1	32.3
0.053	3.3	6.5	6.0	12.8	11.7	24.4	23.6
0.038	2.0	4.3	4.0	9.0	7.6	18.1	15.7
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.998		0.997		0.999	

Πίνακας Δ.20: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζίτη, αρχικής τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm και για διάμετρο σφαιρών 25.4 mm

		Στάδιο 1		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.300	24.0	35.2	41.8	52.9	64.1	75.1	84.5
0.212	14.8	24.6	27.4	40.9	46.1	63.7	68.2
0.150	10.3	18.2	19.3	32.0	34.2	52.8	54.0
0.106	7.5	13.7	14.2	24.7	25.8	42.6	42.5
0.075	5.3	9.9	9.8	18.5	17.8	33.3	30.4
0.053	3.5	7.0	6.4	13.5	11.7	25.4	21.2
0.038	2.2	4.7	4.0	9.7	7.8	18.9	14.3
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.997		0.991		0.993	

Πίνακας Δ.21: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζίτη, αρχικής τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm και για διάμετρο σφαιρών 12.7 mm

		Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	17.5	24.2	28.2	35.9	43.2	54.3	63.8
1.70	7.9	14.6	13.7	26.7	24.9	46.4	44.6
1.18	4.6	10.5	8.7	21.8	17.6	41.5	35.4
0.850	3.4	8.1	6.8	18.1	14.8	37.1	31.2
0.600	2.6	6.3	5.6	14.8	12.7	32.7	28.0
0.425	2.1	5.0	4.8	11.9	11.4	28.0	25.8
0.300	1.8	4.0	4.3	9.5	10.4	23.4	23.8
0.212	1.6	3.2	3.9	7.5	9.6	19.0	22.3
0.150	1.4	2.6	3.5	5.8	8.7	15.1	20.3
0.106	1.2	2.1	3.0	4.5	7.7	11.9	18.0
0.075	1.0	1.6	2.5	3.4	6.3	9.1	14.7
0.053	0.7	1.2	1.9	2.5	4.6	6.8	11.3
0.038	0.5	0.8	1.4	1.8	3.4	5.0	8.8
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.993		0.981	

Πίνακας Δ.22: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζίτη, αρχικής τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm και για διάμετρο σφαιρών 12.7 mm

		Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1.18	34.2	48.6	51.3	68.7	74.6	88.3	92.2
0.850	19.3	34.3	33.1	56.9	56.7	81.9	82.2
0.600	12.0	25.2	22.1	46.9	42.3	74.5	67.7
0.425	8.5	19.2	16.3	38.2	33.4	65.8	57.2
0.300	6.5	14.7	12.8	30.5	27.2	56.2	48.3
0.212	5.3	11.5	10.7	24.0	23.2	46.7	41.9
0.150	4.3	8.9	8.7	18.7	19.1	37.7	35.2
0.106	3.5	6.9	7.1	14.3	15.8	29.8	29.2
0.075	2.7	5.2	5.5	10.8	12.3	23.0	23.1
0.053	2.0	3.8	4.0	7.9	9.1	17.4	17.5
0.038	1.2	2.5	2.7	5.6	6.2	12.9	11.7
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.998		0.995		0.992	

Πίνακας Δ.23: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζίτη, αρχικής τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm και για διάμετρο σφαιρών 12.7 mm

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Τροφοδοσία	Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
		Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	33.4	49.3	55.1	70.7	79.3	90.2	95.2
0.425	19.5	34.8	35.6	57.4	59.4	82.0	84.3
0.300	12.7	25.6	24.9	46.1	45.0	72.1	70.8
0.212	9.4	19.6	19.2	36.8	36.0	61.5	60.0
0.150	7.0	14.7	14.7	28.7	28.3	50.7	49.0
0.106	5.3	11.1	11.5	22.0	22.4	40.7	39.6
0.075	3.6	7.9	8.5	16.3	16.2	31.7	30.2
0.053	2.3	5.5	5.9	11.8	11.3	24.0	22.1
0.038	1.1	3.5	3.7	8.2	7.2	17.7	14.4
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.998		0.996		0.999	

Πίνακας Δ.24: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του χαλαζίτη, αρχικής τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm και για διάμετρο σφαιρών 12.7 mm

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Τροφοδοσία	Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
		Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.300	29.0	40.1	46.5	57.5	69.3	78.5	84.7
0.212	17.5	27.7	30.1	44.3	49.9	67.0	67.5
0.150	11.5	19.8	20.6	34.2	36.4	55.6	52.0
0.106	8.3	14.8	14.9	26.4	27.3	45.1	40.1
0.075	5.7	10.7	10.3	19.8	19.0	35.4	28.7
0.053	3.8	7.5	6.7	14.5	12.6	27.1	20.1
0.038	2.3	5.1	4.4	10.4	8.3	20.3	13.8
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.997		0.990		0.996	

Πίνακας Δ.25: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μεταψαμμίτη, αρχικής τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm και για διάμετρο σφαιρών 40 mm

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Τροφοδοσία	Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
		Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	69.1	98.1	91.5	100.0	99.3	100.0	100.0
1.70	50.4	87.3	79.3	99.2	97.0	100.0	99.9
1.18	35.0	71.8	62.8	94.3	90.1	99.7	99.7
0.850	26.7	57.8	50.2	85.0	79.9	97.8	98.4
0.600	20.3	45.4	38.7	72.9	65.8	92.4	92.5
0.425	16.2	35.6	30.9	60.3	53.9	83.3	82.2
0.300	13.2	27.8	25.1	48.5	44.4	71.9	70.5
0.212	11.2	22.0	21.2	38.6	37.8	59.9	61.3
0.150	9.2	17.2	17.5	30.1	31.0	48.2	51.3
0.106	7.5	13.3	14.1	23.1	25.1	37.9	42.0
0.075	5.7	9.9	10.6	17.2	18.8	28.9	32.1
0.053	4.0	7.1	7.6	12.5	13.6	21.5	22.7
0.038	2.9	5.0	5.3	9.0	9.5	15.8	16.4
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.996		0.997		0.999	

Πίνακας Δ.26: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μεταψαμμίτη, αρχικής τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm και για διάμετρο σφαιρών 40 mm

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	Τροφοδοσία	Στάδιο 1		Στάδιο 3		Στάδιο 7	
		Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο	Πειραματικά	Μοντέλο
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1.18	59.2	80.8	82.0	95.7	96.6	99.8	99.9
0.850	40.5	64.3	63.7	86.7	87.7	98.0	98.9
0.600	27.9	49.5	46.6	74.2	72.1	92.6	93.8
0.425	20.7	38.4	35.5	61.4	57.9	83.6	83.2
0.300	16.1	29.8	27.8	49.5	46.8	72.2	70.8
0.212	13.2	23.6	22.9	39.5	39.3	60.2	61.1
0.150	10.6	18.3	18.3	30.7	31.8	48.5	50.7
0.106	8.3	14.0	14.4	23.5	25.0	38.0	41.0
0.075	6.1	10.2	10.2	17.4	18.6	28.8	30.7
0.053	4.3	7.3	7.2	12.6	13.0	21.4	22.1
0.038	2.9	5.1	5.1	8.9	9.2	15.6	15.7
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.999		0.999	

Πίνακας Δ.27: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μεταψαμμίτη, αρχικής τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm και για διάμετρο σφαιρών 40 mm

		Στάδιο 1		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Τροφοδοσία*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	34.4	54.5	54.9	78.1	77.8	94.9	94.8
0.425	18.6	37.7	34.5	63.1	57.1	86.7	82.4
0.300	13.1	28.6	25.2	51.1	43.7	76.1	68.6
0.212	10.2	22.1	19.8	40.6	35.4	64.1	58.1
0.150	7.8	16.8	15.3	31.5	27.7	52.0	47.2
0.106	6.0	12.7	11.8	23.9	21.5	40.9	37.4
0.075	4.3	9.2	8.5	17.7	15.2	31.2	26.9
0.053	3.0	6.6	5.8	12.9	10.3	23.4	18.5
0.038	2.0	4.6	3.9	9.2	7.5	17.1	13.7
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.997		0.998	

Πίνακας Δ.28: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μεταψαμμίτη, αρχικής τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm και για διάμετρο σφαιρών 40 mm

		Στάδιο 1		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Τροφοδοσία*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.300	23.4	34.3	39.3	51.5	58.5	73.6	80.1
0.212	13.5	22.9	25.0	38.8	41.6	61.1	63.7
0.150	9.5	17.0	18.0	30.0	31.2	49.8	50.6
0.106	6.9	12.7	13.2	23.0	23.6	39.5	40.0
0.075	4.8	9.1	9.3	17.0	16.7	30.2	29.2
0.053	3.3	6.5	6.2	12.4	11.0	22.7	19.9
0.038	2.0	4.3	3.7	8.7	7.4	16.5	13.7
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.998		0.996		0.997	

Πίνακας Δ.29: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μεταψαμμίτη, αρχικής τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm και για διάμετρο σφαιρών 25.4 mm

		Στάδιο 1		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Τροφοδοσία*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	67.3	89.5	87.9	98.9	98.3	100.0	100.0
1.70	46.9	78.6	75.7	97.0	95.6	100.0	99.9
1.18	32.8	65.4	61.2	92.0	90.2	99.7	99.6
0.850	25.4	53.3	50.4	83.2	82.8	98.0	99.1
0.600	19.5	42.2	39.9	71.8	71.0	93.1	96.7
0.425	15.7	33.4	32.4	59.7	59.7	84.7	90.5
0.300	13.0	26.4	26.6	48.3	49.6	73.6	80.6
0.212	11.2	21.1	22.6	38.6	42.2	61.7	71.5
0.150	9.2	16.5	18.6	30.1	34.5	49.9	60.2
0.106	7.6	12.9	15.1	23.2	27.9	39.4	49.3
0.075	5.7	9.6	11.3	17.3	20.8	30.1	36.8
0.053	4.1	6.9	8.1	12.7	15.2	22.5	27.0
0.038	2.8	4.9	5.6	9.1	10.3	16.5	18.7
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.999		0.994	

Πίνακας Δ.30: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μεταψαμμίτη, αρχικής τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm και για διάμετρο σφαιρών 25.4 mm

		Στάδιο 1		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Τροφοδοσία*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1.18	70.9	87.1	90.6	97.4	99.0	99.9	100.0
0.850	50.6	71.4	75.6	90.2	95.2	98.8	99.8
0.600	35.3	55.7	57.7	78.6	84.7	94.6	98.5
0.425	26.4	43.7	44.7	66.0	71.2	86.8	93.4
0.300	20.6	34.3	35.4	54.0	58.6	76.1	83.6
0.212	16.9	27.5	29.4	43.6	49.5	64.4	73.9
0.150	13.5	21.4	23.5	34.3	39.9	52.5	62.1
0.106	10.6	16.4	18.4	26.4	31.7	41.5	50.5
0.075	7.7	12.0	13.3	19.6	22.6	31.7	37.8
0.053	5.2	8.4	8.9	14.0	16.3	23.5	26.8
0.038	3.6	5.9	6.2	10.0	11.1	17.2	18.9
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.998		0.994	

Πίνακας Δ.31: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μεταψαμμίτη, αρχικής τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm και για διάμετρο σφαιρών 25.4 mm

		Στάδιο 1		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	44.2	63.0	66.8	83.8	88.8	96.9	98.5
0.425	25.6	44.8	44.1	69.2	70.5	90.0	92.5
0.300	17.8	33.8	31.8	56.3	55.0	80.1	81.2
0.212	13.6	26.1	24.8	45.1	44.4	68.4	70.2
0.150	10.3	19.8	18.9	35.1	34.5	56.0	57.4
0.106	7.8	14.9	14.5	26.8	26.7	44.5	45.7
0.075	5.5	10.8	10.4	19.9	19.0	34.1	33.5
0.053	3.9	7.7	7.1	14.5	13.3	25.6	23.2
0.038	2.6	5.4	4.9	10.4	9.3	18.9	17.5
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.999		0.999	

Πίνακας Δ.32: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μεταψαμμίτη, αρχικής τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm και για διάμετρο σφαιρών 25.4 mm

		Στάδιο 1		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.300	30.2	41.2	49.5	58.2	71.6	78.9	89.6
0.212	19.3	29.1	33.4	45.2	53.4	67.0	75.3
0.150	13.4	21.4	23.8	35.0	40.0	55.0	60.3
0.106	9.6	15.8	17.3	26.7	29.7	43.7	46.1
0.075	6.6	11.3	11.9	19.7	20.2	33.6	31.5
0.053	4.4	7.9	7.7	14.3	13.3	25.2	21.1
0.038	2.8	5.4	5.2	10.2	7.7	18.5	13.3
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.996		0.987		0.990	

Πίνακας Δ.33: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μεταψαμμίτη, αρχικής τροφοδοσίας -3.35+2.36 mm και για διάμετρο σφαιρών 12.7 mm

		Στάδιο 1		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
3.35	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2.36	49.4	59.5	69.6	74.1	85.5	89.4	96.4
1.70	31.9	45.9	52.1	65.8	73.9	86.2	92.4
1.18	23.4	38.0	41.3	59.8	64.2	83.5	88.0
0.850	19.1	32.0	35.2	53.7	57.6	80.1	83.9
0.600	15.6	26.4	29.7	46.6	50.5	74.9	78.1
0.425	13.2	21.8	25.5	39.4	44.4	67.5	71.4
0.300	11.3	18.0	22.1	32.5	38.8	58.5	63.8
0.212	10.0	15.0	19.5	26.5	34.5	49.1	57.3
0.150	8.5	12.3	16.5	21.2	29.3	40.0	49.1
0.106	7.0	9.8	13.5	16.6	24.2	31.7	41.0
0.075	5.4	7.4	10.2	12.6	18.5	24.3	31.9
0.053	3.9	5.4	7.3	9.2	13.4	18.2	23.6
0.038	2.6	3.7	5.2	6.5	9.7	13.3	17.1
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.996		0.995		0.997	

Πίνακας Δ.34: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μεταψαμμίτη, αρχικής τροφοδοσίας -1.7+1.18 mm και για διάμετρο σφαιρών 12.7 mm

		Στάδιο 1		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
Μέγεθος κοσκίνου (mm)	***Τροφοδοσία***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***	***Πειραματικά***	***Μοντέλο***
1.70	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1.18	59.8	77.1	80.1	92.6	93.3	99.2	99.3
0.850	39.2	61.0	61.6	84.2	83.1	97.6	97.4
0.600	26.7	47.4	46.0	73.4	69.8	93.5	92.3
0.425	19.9	37.1	35.8	61.8	57.7	86.1	84.0
0.300	15.6	29.1	28.5	50.5	47.7	75.8	73.4
0.212	12.9	23.2	23.9	40.7	40.7	64.3	64.2
0.150	10.4	18.1	19.3	31.9	33.2	52.5	53.5
0.106	8.2	13.9	15.2	24.5	26.6	41.6	43.5
0.075	5.8	10.0	10.9	18.0	19.7	31.7	32.3
0.053	4.0	7.0	7.4	13.0	13.8	23.6	22.8
0.038	2.8	5.0	5.5	9.4	9.9	17.4	17.2
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.998		0.999	

Πίνακας Δ.35: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μεταψαμμίτη, αρχικής τροφοδοσίας -0.850+0.600 mm και για διάμετρο σφαιρών 12.7 mm

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Τροφοδοσία*	*Στάδιο 1*		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
		Πειραματικά	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*
0.850	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.600	46.0	65.2	68.6	85.5	88.3	97.5	97.7
0.425	25.6	45.9	46.6	71.2	71.0	91.7	90.4
0.300	17.7	34.8	34.3	58.6	56.3	82.7	78.7
0.212	13.6	27.1	27.3	47.3	45.9	71.5	67.6
0.150	10.4	20.7	21.0	37.1	36.2	59.3	55.1
0.106	8.0	15.6	16.1	28.5	28.0	47.5	43.7
0.075	5.7	11.4	11.4	21.3	19.8	36.7	31.3
0.053	3.9	8.0	7.7	15.5	13.8	27.6	22.5
0.038	2.5	5.6	5.2	11.0	9.4	20.4	16.5
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.999		0.999		0.999	

Πίνακας Δ.36: Αθροιστικώς διερχόμενη μάζα % του μεταψαμμίτη, αρχικής τροφοδοσίας -0.425+0.300 mm και για διάμετρο σφαιρών 12.7 mm

Μέγεθος κοσκίνου (mm)	*Τροφοδοσία*	*Στάδιο 1*		*Στάδιο 3*		*Στάδιο 7*	
		Πειραματικά	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*	*Πειραματικά*	*Μοντέλο*
0.425	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.300	34.8	46.5	55.1	63.9	75.3	83.5	90.4
0.212	20.6	31.4	36.3	48.8	56.1	71.2	75.8
0.150	13.9	22.9	25.3	37.8	41.4	59.0	60.0
0.106	9.8	16.8	18.3	28.8	30.9	47.2	46.9
0.075	6.6	11.8	12.5	21.3	21.6	36.4	33.7
0.053	4.4	8.3	8.0	15.5	14.2	27.5	23.1
0.038	2.6	5.5	4.8	10.9	9.4	20.2	16.6
Συντελεστής συσχέτισης, R		0.995		0.991		0.996	

Πρώτες σελίδες δημοσιευμένων εργασιών σε διεθνή επιστημονικά περιοδικά

PARTICULATE SCIENCE AND TECHNOLOGY
http://dx.doi.org/10.1080/02726351.2016.1168894

Taylor & Francis
Taylor & Francis Group

Evaluation of the relationship between energy input and particle size distribution in comminution with the use of piecewise regression analysis

E. Petrakis, E. Stamboliadis, and K. Komnitsas

Technical University of Crete, School of Mineral Resources Engineering, Chania, Greece

ABSTRACT
It is known that the single linear Gates–Gaudin–Schuhmann (GGS) model is in some cases unable to fully describe the particle size distribution of comminution products. In order to overcome this shortcoming, piecewise regression analysis was used to predict the size distributions derived, after grinding for various periods four mono-sized fractions of quartz and marble in a laboratory ball mill. The single line was divided into two straight lines, which indicate the presence of two domains of particle sizes and therefore the involvement of two distinct breakage mechanisms. The obtained GGS model parameters were used to determine the evolution of particle size distribution as a function of the energy input.
In addition, the existing relationships between energy input and particle size distribution were improved, by taking into account the effects of the feed size and material type. The new relationships obtained can be used for a more accurate estimation of the required energy for breakage.

KEYWORDS
Comminution; Gates–Gaudin–Schuhmann; piecewise regression analysis; specific energy

Introduction

Size reduction is one of the most fundamental and energy-intensive operations in the mineral processing industry, consuming 3–4% of the electrical energy generated worldwide (Deniz 2013a). Estimations on energy consumption in mining operations in the USA indicate that 39% is used for beneficiation and processing operations, 75% of which is consumed in comminution (BCS 2002). In addition, a large share of this energy is absorbed by the device and only a small share, given that the efficiency of Semi-Autogenous Grinding (SAG) mill is about 15%, is used for size reduction (Djordjevic 2010). Therefore, continuous research efforts are required to reduce energy consumption and obtain products with the desired size distribution.

The main and well-known theories, that first described the relationship between specific energy requirements and size reduction in comminution, are those of Rittinger (1867), Kick (1885) and Bond (1952). Walker and Shaw (1954) proposed the differential Equation (1), which considers the theories of Rittinger, Kick, and Bond as partial cases and states that the energy required to make a small change in the size of an object is proportional to the size change and inversely proportional to the object size raised to the power m.

$$d\varepsilon = -C \cdot \frac{dx}{x^m} \tag{1}$$

where $d\varepsilon$ is the infinitesimal specific energy required to reduce by dx the size of a particle with size x, while C is a constant related to material type and m is a constant indicating the order of the process. If m in Equation (1) equals to 1, 1.5, or 2, then the theories of Kick, Bond, and Rittinger apply, respectively.

Since these theories do not incorporate the concept of particle size distribution (PSD), new approaches were developed over the years. Charles (1957) first proposed Equation (2) assuming that both the initial feed and the final product size distribution were described by the Gates–Gaudin–Schuhmann (GGS) model.

$$\varepsilon = \frac{C \cdot \alpha}{(m-1) \cdot (1-m+\alpha)} \cdot x_0^{1-m} \tag{2}$$

where α and x_0 are the distribution and size modulus, respectively, as derived by the GGS model.

However, for the derivation of Equation (2) Charles used Equation (1) that has no physical equivalent since it assumes that the particle size diminishes continuously, without breakage into smaller daughter particles.

Stamboliadis (1996, 2000) stated that comminution is based on the following assumptions: (i) when sufficient force is applied upon a particle, this breaks into smaller ones that all together have the same initial mass, (ii) the shape of size distribution, which follows the GGS model, for the produced particles is similar for all energy levels, and (iii) the energy required to produce a single particle depends on the surface area of the new particle to the power n. His approach can be expressed by

$$\varepsilon = A \cdot \frac{\alpha}{(2 \cdot n - 3 + \alpha)} \cdot x_0^{2 \cdot n - 3}, \quad \text{for } 2 \cdot n - 3 + \alpha \neq 0. \tag{3}$$

$$\varepsilon = A \cdot \frac{\ln x_0^{\alpha}}{x_0^{\alpha}}, \quad \text{for } 2 \cdot n - 3 + \alpha = 0. \tag{4}$$

If the exponent n takes the value 1.5, 1.25, or 1, these equations describe the theories of Kick, Bond, and Rittinger, respectively.

CONTACT E. Petrakis vpetrakis@mred.tuc.gr Technical University of Crete, School of Mineral Resources Engineering, University Campus, Kounoupidiana, 73100 Chania, Greece.
Color versions of one or more of the figures in the article can be found online at www.tandfonline.com/upst.

Advance Publication by J-STAGE
Published online 30 April 2016
KONA Powder and Particle Journal /Doi:10.14356/kona.2017007 Original Research Paper

Identification of Optimal Mill Operating Parameters during Grinding of Quartz with the Use of Population Balance Modeling[†]

Evangelos Petrakis*, Elias Stamboliadis and Konstantinos Komnitsas

[1] *Technical University of Crete, School of Mineral Resources Engineering, Greece*

Abstract

It is known that ball milling is an energy intensive process and great efforts have been made over the years to improve energy efficiency. The use of population balance models (PBMs) can assist in the design of mineral processing circuits and the scale-up of laboratory mill results to full-scale. However, since each model has its own capabilities and limitations, it is believed that a combined use will provide more accurate information for the reliable description of the process.

In this study, the simulation of grinding of quartz is investigated in order to identify the optimal mill operating parameters. With the use of population balance modeling the specific rate of breakage and the cumulative breakage parameters can be determined from mono-size, short grinding time batch tests. The determined breakage parameters were back calculated by minimizing the residual error between experimental and reproduced size distributions. By combining two software packages the back calculated breakage parameters were used for the prediction of the optimum ball filling volume. The proposed procedure can be also applied for the identification of optimal mill operating parameters for other minerals.

Keywords: comminution, breakage rate, ball filling, kinetic models, simulation

1. Introduction

Size reduction is one of the most fundamental operations in the mineral processing industry. The primary purpose of size reduction is to obtain an appropriate product size with the least possible energy consumption. However, it is known that a large share of the energy used in comminution is absorbed by the machine and only a small part is consumed for size reduction. This implies that the existing grinding machines are inefficient and engineers have focused their efforts not only on the design of new and more efficient machines, but also on the development of new approaches for data processing (Yahyaei M. et al., 2015; Umucu Y. et al., 2016).

The main theories that initially described, evaluated and improved the relationship between specific energy and size reduction in comminution are those of Rittinger P.R. (1867), Kick F. (1885) and Bond F.C. (1952). These theories are based on a specific size modulus of the material but they do not take into consideration the distribution modulus. Later, Charles R.J. (1957) and Stamboliadis E. (2002) used different breakage models by assuming that both the initial feed and the final product size distributions are expressed by the Gates-Gaudin-Schuhmann (GGS) equation.

During the last decades, considerable work has been done on the optimization of energy consumption in grinding mills using phenomenological grinding kinetics models based on population balance considerations. Population balance modeling is based on first order kinetics and uses two functions, namely the specific rate of breakage S_i and the breakage function $b_{i,j}$ (Herbst J.A. and Fuerstenau D.W., 1980; Austin L.G. et al., 1984). These functions provide the fundamental size-mass balance equation for fully mixed batch grinding operations. Many researchers have underlined the advantages of these functions (Ipek H. and Göktepe F., 2011; Wang X. et al., 2011; Gupta V.K. and Sharma S., 2014), while the scale-up from laboratory data to full-scale mills has also been discussed in a number of recent studies (Fuerstenau D.W. et al., 2003; Deniz V., 2013).

Population balance modeling is the most widely used approach and assumes that the specific rate of breakage is constant and is not affected by the grinding time (Austin

† Received 9 January 2016; Accepted 9 March 2016
J-STAGE Advance Publication online 30 April 2016
[1] 73100 Chania, Greece
* Corresponding author: Evangelos Petrakis;
E-mail: vpetraki@mred.tuc.gr
TEL: +30-28210-37608 FAX: +30-28210-06901