



## **ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**

*ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ*

# **ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

*του* **Κασιμάτη Βασίλη**

Τίτλος :

**“Μέθοδοι αυτοοργάνωσης για ισοζυγισμένα  
P-Grid δίκτυα “**

*Επιβλέπων :*

**Σαμολαδάς Βασίλειος επικ. καθ. Η.Μ.Μ.Υ.**

*Επιτροπή :*

**Σαμολαδάς Βασίλειος επικ. καθ. Η.Μ.Μ.Υ.**

**Γαροφαλάκης Μίνως καθ. Η.Μ.Μ.Υ.**

**Πετράκης Ευριπίδης αναπλ. καθ. Η.Μ.Μ.Υ.**

ΧΑΝΙΑ 2011



## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα P-Grid δίκτυα είναι P2P συστήματα που ξεχωρίζουν για την αποδοτικότητα και την απλότητα του αλγορίθμου τους. Χρησιμοποιούν έναν Κατανεμημένο Πίνακα Κατακερματισμού (DHT) για την οργάνωση των Peers σε έναν δυαδικό Trie και το χαρακτηριστικό που τα διακρίνει είναι ότι τα Routing Tables τους κατασκευάζονται με απόλυτα τυχαίο και δυναμικό τρόπο κατά την διαδικασία τοπικών μόνο συνδιαλλαγών.

Η βέλτιστη λειτουργία ωστόσο του P-Grid βασίζεται στη δυνατότητα των Peers να κατασκευάζουν τα Routing Table τους μέσω μιας δίκαιης επιλογής μεταξύ των υποψηφίων κόμβων. Το πρωτόκολλο το οποίο προτάθηκε αρχικά, αποδεικνύεται στην εργασία αυτή ότι δεν εξασφαλίζει το παραπάνω χαρακτηριστικό όταν η τοπολογία του δικτύου είναι Unbalanced.

Για τον λόγο αυτό εισάγουμε έναν επιπλέον μηχανισμό αυτοοργάνωσης στο δίκτυο, ο οποίος επιτρέπει σε κάθε κόμβο να γνωρίζει κάποια χαρακτηριστικά της τοπολογίας ολόκληρου του Trie, και πιο συγκεκριμένα τα μεγέθη των συμπληρωματικών του υποδέντρων. Η πληροφορία αυτή διαχέεται μέσω ενός επιδημικού αλγορίθμου τη λειτουργία του οποίου μελετήσαμε και επιβεβαιώσαμε μέσα από εκτεταμένες δοκιμές.



# Περιεχόμενα

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1.1 Κατασκευή και λειτουργία του P-Grid .....	3
2. ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ.....	5
2.1 Το P-Grid.....	5
2.2 Πινάκες Δρομολόγησης (Routing Tables).....	7
2.2.1 Δομή των Routing Tables.....	7
2.2.2 Λειτουργία των Routing Tables.....	9
2.2.3 Ενημέρωση των Routing Tables.....	9
2.3 Αλγόριθμος Exchange.....	10
2.3.1 Παράδειγμα Λειτουργίας του Αλγορίθμου P-Grid .....	13
3. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ.....	17
3.1 περιγραφή .....	17
3.2 Αποτελέσματα.....	18
3.2.1 Περίπτωση Balanced Trie.....	18
3.2.2 Περίπτωση Random Trie.....	19
3.2.3 Περίπτωση Unbalanced Trie.....	20
3.3 Μια Πρώτη Ερμηνεία των Αποτελεσμάτων.....	22
3.4 Απόδειξη μη-ομοιόμορφης επιλογής για μεμονωμένες περιπτώσεις.....	24
3.4.1 Απόδειξη για RefMax=1.....	24
3.4.2 Απόδειξη για RefMax=2.....	27
3.6 Συμπεράσματα.....	30
4. ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΥΤΟΟΡΓΑΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΒΑΡΩΝ.....	31
4.1 Εύρεση τύπου για κατανομή βαρών.....	33
4.1.1 Παράδειγμα 1.....	35
4.1.2 Παράδειγμα 2.....	39
4.2 Απόδειξη Λειτουργίας για Μεμονωμένες Περιπτώσεις .....	40
4.3 Διαδικασία Εύρεσης του Μεγέθους των Υποδέντρων .....	42
4.5 Αποτελέσματα Προσομοίωσης.....	47
4.5.1 Περίπτωση Unbalanced Trie.....	47
4.5.2 Περίπτωση Random Trie.....	48
4.5.3 Περίπτωση Balanced Trie.....	49
4.6 Συμπεράσματα.....	50
4.7 Ταχύτητα Σύγκλισης.....	51
5. ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ-ΤΕΛΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	52
5.2 Μελλοντική δουλειά.....	52
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	53



# 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα P2P δίκτυα αποτελούν σταθμό στην εξέλιξη των κατακεντρωμένων συστημάτων, καθώς επιτρέπουν την αποκεντρωμένη και κλιμακωτή διαχείριση μεγάλων ποσοτήτων πληροφορίας με αποδοτικό τρόπο.

Σε ένα P2P δίκτυο η πληροφορία είναι διασπαρμένη σε πολυάριθμους κόμβους (**Peers**) οι οποίοι είναι όμοιοι σε λειτουργικότητα και οργανωμένοι με τέτοιο τρόπο ώστε να μην υπάρχει κεντρικός έλεγχος ή ιεραρχική οργάνωση αλλά η συνολική λειτουργία του συστήματος να προκύπτει μέσα από την αλληλεπίδραση των Peers σε τοπικό μόνο επίπεδο

Τα P2P δίκτυα συνήθως καλούνται να αντιμετωπίσουν τα εξής θέματα

1. **Ομοιόμορφη Κατανομή Φορτίου (Load Balancing)**

Είναι επιθυμητό το κόστος λειτουργίας και διαχείρισης του συνολικού δικτύου να το επωμίζονται όλοι οι **Peers** του συστήματος ισότιμα .

2. **Αποκέντρωση (Decentralization)**

Η πληροφορία που αφορά τα δεδομένα και τους καταλόγους του συστήματος θα πρέπει να είναι αποκεντρωμένη και ομοιόμορφα κατακεντρωμένη ανάμεσα σε όλους τους Peers του συστήματος.

3. **Κλιμάκωση (Scalability)**

Σε ένα P2P δίκτυο είναι επιθυμητό το φορτίο που επωμίζεται κάθε κόμβος όπως επίσης και το κόστος ανάκτησης των δεδομένων, να εξαρτάται όσο το δυνατό λιγότερο από το συνολικό μέγεθος του δικτύου (συνολικός αριθμός των Peers) .

Γενικά τα P2P συστήματα λύνουν πολλά προβλήματα του παλιού μοντέλου Client-Server αλλά οδηγούν σε πολύπλοκους Μηχανισμούς οργάνωσης, και αναζήτησης πληροφορίας.

Ανοιχτά πεδία έρευνας σε P2P δίκτυα είναι οι δυνατότητα αναζήτησης δεδομένων που ανήκουν σε ένα εύρος τιμών (**range search**) καθώς και η αναζήτηση κατάλληλων δομών για την αποθήκευση των δεδομένων και των καταλόγων αρχειοθέτησης. Στην τελευταία αυτή περίπτωση, έντονο είναι το ενδιαφέρον για την αξιοποίηση ιεραρχικών δομών, όπως είναι τα δέντρα αναζήτησης σε P2P δίκτυα.

Τα P2P συστήματα διακρίνονται στις εξής κύριες κατηγορίες:

- **Unstructured P2P συστήματα**

είναι P2P συστήματα χωρίς αρχειοθέτηση (indexing) των δεδομένων που αποθηκεύονται στο σύστημα. Η πληροφορία κατανέμεται τυχαία ανάμεσα στους Peers, οι οποίοι και χρησιμοποιούν μηχανισμούς broadcasting για την ανάκτησή της. Μερικά γνωστά παραδείγματα είναι το Gnutella [13], το FreeNet [14], FastTrack [11], κ.α.

Το πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι η πληροφορία είναι τελείως αποκεντρωμένη και οι κόμβοι ανεξάρτητοι μεταξύ τους, με αποτέλεσμα το σύστημα να παρουσιάζει άμεση προσαρμοστικότητα σε αποχωρήσεις ή συνδέσεις νέων κόμβων στο δίκτυο.

Το κύριο μειονέκτημα της ωστόσο είναι ότι κάνει μεγάλη σπατάλη πόρων δικτύου (bandwidth) κατά την διάρκεια της ανάκτησης της πληροφορίας. Επίσης τα συστήματα αυτά δεν είναι κλιμακωτά, καθώς οι κόμβοι σύντομα υπερφορτώνονται με την μαζική αύξηση του ρυθμού των αιτήσεων ή την ξαφνική αύξηση του μεγέθους του δικτύου.

- **Structured P2P συστήματα**

Τα συστήματα αυτά διαθέτουν κατανεμημένα αρχεία καταλόγων κάνουν δηλαδή αρχειοθέτηση της πληροφορίας, για γρηγορότερη αναζήτηση και δρομολόγηση των queries. Στην περίπτωση αυτή τα δεδομένα αντιστοιχίζονται σε κλειδιά τα οποία αποθηκεύονται στους Peers μαζί με τα δεδομένα. Έτσι υπάρχει διαχωρισμός ανάμεσα στην πληροφορία που αφορά τα πραγματικά δεδομένα, από τις διευθύνσεις των Peers στους οποίους είναι αποθηκευμένα. Κάθε αίτηση για αναζήτηση ή ενημέρωση, φέρει το κλειδί (ή τα κλειδιά) των δεδομένων στα οποία απευθύνεται ώστε να γίνεται γρήγορη εύρεση της πληροφορίας από όποιο σημείο του δικτύου και αν απευθύνεται αρχικά η αίτηση.

Λόγω της λειτουργίας δεικτοδότησης τα structured συστήματα είναι πιο αποδοτικά (σε πόρους δικτύου) κατά την διάρκεια αποθήκευσης και ανάκτησης της πληροφορίας, ωστόσο ενδεχομένως σε κάποια από αυτά να είναι απαραίτητο να υπάρχει κάποιου είδους κεντρικού συντονισμού (ανάλογα και με την δομή του εκάστοτε συστήματος αρχειοθέτησης) καθώς και χρήση πολύπλοκων αλγορίθμων δρομολόγησης.

Παραδείγματα Structured συστημάτων είναι το Chord [5], Tapestry [17], Pastry [18].

Τα Structured P2P δίκτυα χωρίζονται επιπλέον στις εξής υποκατηγορίες:

**α)** Σε συστήματα που χρησιμοποιούν ιεραρχικές δομές δεδομένων, όπως είναι τα δέντρα αναζήτησης (search trees) για την αποθήκευση και αρχειοθέτηση των δεδομένων. Στην περίπτωση αυτή δίνεται ιδιαίτερη μέριμνα ώστε οι κόμβοι που βρίσκονται στα πρώτα επίπεδα της δομής να μην υπερφορτώνονται σε σχέση με τους κόμβους στα χαμηλότερα επίπεδα. Αυτό αντιμετωπίζεται συνήθως είτε με αντιγραφή (replication) των πρώτων επιπέδων της δομής είτε με τεχνικές "πλευρικής αναζήτησης" (sideways searches), όπως για παράδειγμα στα VBI-Trees [16].

**β)** Σε συστήματα που χρησιμοποιούν Κατανεμημένο Πίνακα Κατακερματισμού (DHT) για την κατασκευή ευρετηρίου.

Στην κατηγορία αυτή έχουμε τεχνικές κατάτμησης χώρου (space partitioning) οι οποίες συνήθως συνδυάζουν ένα κατανεμημένο αρχείο κατακερματισμού (DHT) με μια κατάλληλη μέθοδο αντιστοίχισης του διαστήματος αναζήτησης (search space), στο διάστημα των κλειδιών κατακερματισμού (hash keys). Αν ο χώρος που έχει υιοθετηθεί είναι πολυδιάστατος, τότε συνήθως εφαρμόζεται η μέθοδος **space filling curves** για την αντιστοίχιση. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται ώστε το αρχείο ευρετηρίου και τα δεδομένα να κατανέμονται ομοιόμορφα ανάμεσα στους Peers.

Εξαιρέση στις παραπάνω κατηγορίες P2P συστημάτων είναι το σύστημα **P-Grid**, το οποίο χρησιμοποιεί έναν κατανεμημένο πίνακα Κατακερματισμού (DHT) του οποίου η δομή είναι αυτή ενός Binary Trie. Πρόκειται δηλαδή ουσιαστικά για ένα εικονικά κατανεμημένο δέντρο αναζήτησης στο οποίο κάθε ένας Peer συμμετέχει αποθηκεύοντας ένα μόνο μέρος του δέντρου και χρησιμοποιώντας binary strings ως ταυτότητες (IDs) για τον προσδιορισμό των δεδομένων για τα οποία είναι υπεύθυνος. Η Trie δομή του P-Grid προσφέρει το πλεονέκτημα του συνδυασμού ενός DHT με ιεραρχικές δομές κατάτμησης χώρου (space partitioning schemes).

Η απλότητα του σχήματος αυτού, καθώς και η ικανότητα του να διαχέει την πληροφορία με τυχαίο και ομοιόμορφο τρόπο κάνουν το P-Grid να υπερέχει από πολλά άλλα συστήματα.

Πιο αναλυτικά τα κύρια χαρακτηριστικά του P-Grid είναι τα εξής:



1. Πρόκειται για ένα πλήρως κατανεμημένο σύστημα χωρίς καθόλου κεντρική οργάνωση, ενώ οι συνδιαλλαγές (interactions) ανάμεσα στους Peers γίνονται σε τοπικό μόνο επίπεδο.
2. Χρησιμοποιεί αλγορίθμους που διαχέουν ομοιόμορφα και με τυχαίο τρόπο την πληροφορία και το αρχείο ευρετηρίου.
3. Κλιμακώνεται ομαλά με την αύξηση του αριθμού των κόμβων του δικτύου και την ποσότητα της αποθηκευμένης πληροφορίας.

### **1.1 Κατασκευή και λειτουργία του P-Grid**

Συνοπτικά, όταν δύο Peers συναντηθούν (είτε τυχαία σε κάποιο query, είτε εσκεμμένα για την κατασκευή του συστήματος) κάνουν κατάτμηση του χώρου αναζήτησης (search space) και κρατούν ο ένας την διεύθυνση του άλλου, ώστε να είναι σε θέση να δρομολογούν επιτυχώς τις αιτήσεις αναζήτησης που δεν μπορούν να εξυπηρετήσουν οι ίδιοι. Παράλληλα ανταλλάσσουν διευθύνσεις κόμβων που αφορούν τα υπόλοιπα υποδέντρα του συνολικού Trie. Με τον τρόπο αυτό μπορούν οι Peers να ενημερώνονται για πιθανές αλλαγές στο σύστημα (όπως αποχωρήσεις ή προσθήκες νέων μελών-κόμβων). Οι παραπάνω διευθύνσεις αποθηκεύονται τοπικά σε πίνακες δρομολόγησης (Routing Tables).

Έχει αποδειχθεί ([2]) ότι το κόστος αναζήτησης στο σύστημα P-Grid είναι  $O(\log N)$  όπου  $N$ : Ο συνολικός αριθμός των Peers του συστήματος.

Αν και οι ιδιότητες ενός Binary Trie σε κατανεμημένα δίκτυα δεν έχουν αναλυθεί εκτενώς, ωστόσο ακολουθούν μερικές σημαντικές μελέτες και αποτελέσματα πάνω στο θέμα.

1. Ο Aberer στο [1] αποδεικνύει ότι η αναμενόμενη (μέση) τιμή του πλήθους των ενδιάμεσων κόμβων σε μια λειτουργία αναζήτησης, από κάποιον τυχαίο Peer αφετηρία, προς κάποιον Peer προορισμό (και επομένως το αναμενόμενο κόστος αναζήτησης) είναι λογαριθμικό στο μέγεθος του δικτύου. ( $O(\log n)$ )

Το αποτέλεσμα αυτό ισχύει για κάθε trie οποιοδήποτε σχήματος (Balanced ή Unbalanced) ακόμα δηλαδή και για τις εκφυλισμένες περιπτώσεις δέντρων.

Το παραπάνω αποτέλεσμα, αν και σημαντικό καθώς μας δίνει μια πρώτη εκτίμηση της απόδοσης του P-Grid, η ισχύς του ωστόσο περιορίζεται μόνο σε περιπτώσεις που έχουμε λειτουργίες αναζήτησης σε μία μόνο διάσταση (Point searches). Δεν μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για την απόδοση του P-Grid σε αναζητήσεις πολλαπλών διαστάσεων (Range Search) καθώς μια τέτοια αναζήτηση ενδεχομένως να διακλαδίζεται σε πολλαπλά μονοπάτια και κόμβους -προορισμούς, οπότε και το κόστος αναζήτησης στην περίπτωση αυτή θα είναι η πιο μακρινή από όλες τις διακλαδιζόμενες διαδρομές.

Προς την κατεύθυνση λύσης στο παραπάνω πρόβλημα δίνεται στην παρακάτω εργασία:

2. Οι Σαμολαδάς και Αργυρίου, στο [2] απέδειξαν ότι η διάμετρος ενός Binary Trie δικτύου κόμβων, δηλαδή το μήκος της μεγαλύτερης διαδρομής σε κόμβους στο δίκτυο, είναι  $O(\log N)$  με μεγάλη πιθανότητα (w.h.p.) και ανεξάρτητα από το σχήμα του αντίστοιχου trie.  
(Με τον όρο Routing Diameter ονομάζουμε την μέγιστη απόσταση σε κόμβους που πρέπει να διανύσει ένα μήνυμα από κάποιον κόμβο αφετηρία προς οποιονδήποτε κόμβο προορισμό του συστήματος),  
Επίσης στην ίδια εργασία αποδεικνύεται ότι ο μέσος αριθμός μηνυμάτων που περνούν διαμέσου ενός κόμβου, όταν όλοι οι άλλοι κόμβοι δρομολογούν τυχαία queries, έχει ένα όριο  $O(\log N)$  ανεξάρτητα από την θέση του συγκεκριμένου Peer στο δίκτυο. (Το παραπάνω

μέγεθος αντιστοιχεί στο congestion factor του συστήματος και μας δείχνει κατά πόσο το συγκεκριμένο δίκτυο υποφέρει από ενδογενή συνωστισμό).

Τα συγκεκριμένα αποτελέσματα είναι σημαντικά από μόνα τους καθώς αφενός μας δίνουν μια καλύτερη εκτίμηση της απόδοσης του P-Grid ως σύστημα με DHT ακόμα και για τις περιπτώσεις που έχουμε Range Queries, αφετέρου μας βοηθούν στην κατασκευή πρωτοκόλλων για πολύπλοκες τεχνικές αναζήτησης σε συστήματα των οποίων η δομή είναι αυτή ενός Trie δέντρου, καθώς τα αποδεσμεύουν από θέματα που έχουν να κάνουν με το σχήμα του αντίστοιχου δέντρου.

Παρ όλη την σπουδαιότητα τους, τα παραπάνω αποτελέσματα απαιτούν να πληρούνται κάποιες παραδοχές για την εγκυρότητά τους. Μια από αυτές είναι ότι οι Πίνακες Δρομολόγησης των Peers (πίνακες που αποθηκεύουν διευθύνσεις άλλων Peers ώστε να είναι δυνατή η δρομολόγηση των queries στο Trie) κατασκευάζονται με απόλυτα τυχαίο τρόπο.

Αυτό σημαίνει ότι όταν κάποιος Peer επιλέγει τις διευθύνσεις των κόμβων στους οποίους θα προωθεί τις αιτήσεις, όταν δεν μπορεί να τις εξυπηρετήσει ο ίδιος, στην επιλογή αυτή πρέπει να συμμετέχουν οι υποψήφιοι κόμβοι με ισότιμο τρόπο, δηλαδή η τελική πιθανότητα εμφάνισης του καθενός να είναι η ίδια.

Πειράματα έδειξαν ότι αυτό γενικά δεν ισχύει στον κλασικό αλγόριθμο του P-Grid αν κάποιο η κάποια από τα υποδέντρα του συστήματος δεν είναι επαρκώς ζυγισμένο (Balanced). Στην χειρότερη περίπτωση που το δέντρο είναι εκφυλισμένο (δηλαδή κάθε εσωτερικός του κόμβος έχει ακριβώς ένα φύλο-παιδί) η επιλογή των διευθύνσεων στα Routing Tables, με τον κλασικό αλγόριθμο του P-Grid, γίνεται skewed, (δηλαδή κάποιες διευθύνσεις κόμβων δεν επιλέγονται πρακτικά ποτέ). Η λειτουργία του P-Grid δικτύου στην περίπτωση αυτή γίνεται προβληματική, καθώς οι κόμβοι οι οποίοι βρίσκονται στα υψηλότερα επίπεδα του Trie, υπερφορτώνονται δυσανάλογα σε σχέση με τους Peers στα χαμηλότερα.

Η παρούσα εργασία στόχο έχει αφενός να καταδείξει το πρόβλημα μέσα από την παρουσίαση αποτελεσμάτων εκτεταμένων δοκιμών και προσομοιώσεων, και αφετέρου να προτείνει μια μέθοδο για την αντιμετώπιση του προβλήματος και την βελτιστοποίηση του συστήματος, χωρίς ωστόσο να αλλοιώνει σημαντικά τον χαρακτήρα και την απλότητα του αρχικού αλγορίθμου.

Στο τέλος της εργασίας παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από τις προσομοιώσεις που εκτελέστηκαν πριν, καθώς και μετά την εφαρμογή της μεθόδου βελτιστοποίησης, ώστε να φανούν ξεκάθαρα τα πλεονεκτήματά της.

## 2. ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ

### 2.1 Το P-Grid

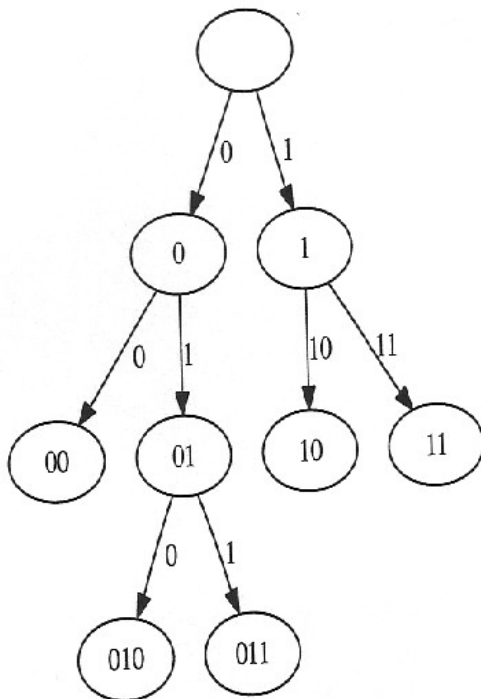
#### 2.1.1 Τοπολογία

Η τοπολογία ενός δικτύου αναφέρεται συνήθως στην υπερκείμενη οργάνωση των peers. Στο P-Grid οι peers είναι οργανωμένοι πάνω σε ένα δυαδικό trie χωρίς απαραίτητα να είναι ζυγισμένο.

Ο όρος binary trie αναφέρεται σε ένα πλήρες δυαδικό δέντρο (full binary tree) δηλαδή ένα δυαδικό δέντρο στο οποίο κάθε κόμβος που δεν είναι φύλλο (εσωτερικός) έχει ακριβώς δύο παιδιά. Κάθε κόμβος  $n$  του trie (εσωτερικός ή εξωτερικός) αντιστοιχίζεται σε ένα binary string  $I(n)$  με τον εξής τρόπο: Στην ρίζα του δέντρου αντιστοιχίζεται η κενή συμβολοσειρά, και για κάθε άλλο κόμβο έστω  $u$ , με πατέρα τον κόμβο  $v$ , εάν είναι αριστερό παιδί του τότε  $I(u) = I(v) \cdot 0$ , αλλιώς

$I(u) = I(v) \cdot 1$  (το σύμβολο  $( \cdot )$  συμβολίζει την συνένωση δύο συμβολοσειρών). Ένα binary trie μπορεί να περιγραφεί πλήρως από το σετ με τα IDs των φύλλων τα οποία συνιστούν ένα κώδικα ελεύθερου προθέματος (prefix free code)

Στο σχήμα 1 παρουσιάζεται ένα απλό παράδειγμα ενός trie δικτύου



*Σχήμα 2.1: Παράδειγμα Τοπολογίας ενός Trie Δικτύου*

Στην περίπτωση του P-Grid κάθε trie με  $n$  φύλλα αντιστοιχεί σε ένα δίκτυο με  $n$  peers, όπου κάθε peer συσχετίζεται με ένα μοναδικό φύλλο. Επομένως οι peers βρίσκονται πάντα στα φύλλα του δέντρου και έτσι δεν υπάρχει συνωστισμός κοντά στην ρίζα του δέντρου. Οι εσωτερικοί κόμβοι του trie είναι εικονικοί από την άποψη ότι δεν περιέχουν κλειδιά, ούτε χρησιμοποιούνται από τους peers. Επίσης κάθε εσωτερικός κόμβος έχει ακριβώς 2 κόμβους-παιδιά σε αντίθεση με τους εξωτερικούς (φύλλα) που δεν έχουν παιδιά. Κάθε peer αντιπροσωπεύει μόνο ένα μέρος του

συνολικού δέντρου, και χαρακτηρίζεται με ένα μοναδικό bitstring, (μια συμβολοσειρά δηλαδή που περιέχει μόνο 0 και 1) το οποίο ονομάζεται PeerID (ή PathID). Το PeerID προσδιορίζει με μοναδικό τρόπο την θέση ενός peer στο δέντρο και αναπαριστά το κομμάτι εκείνο του trie (καθώς και τα δεδομένα του) για το οποίο είναι υπεύθυνος ο συγκεκριμένος Peer. Στην ρίζα του δέντρου αντιστοιχίζεται η κενή συμβολοσειρά  $\epsilon$  στην οποία αντιστοιχεί ολόκληρος ο χώρος δεδομένων. Αν ένας κόμβος έχει PeerID= $pid$  και έχει παιδιά, τότε τα παιδιά του θα έχουν PeerIDs

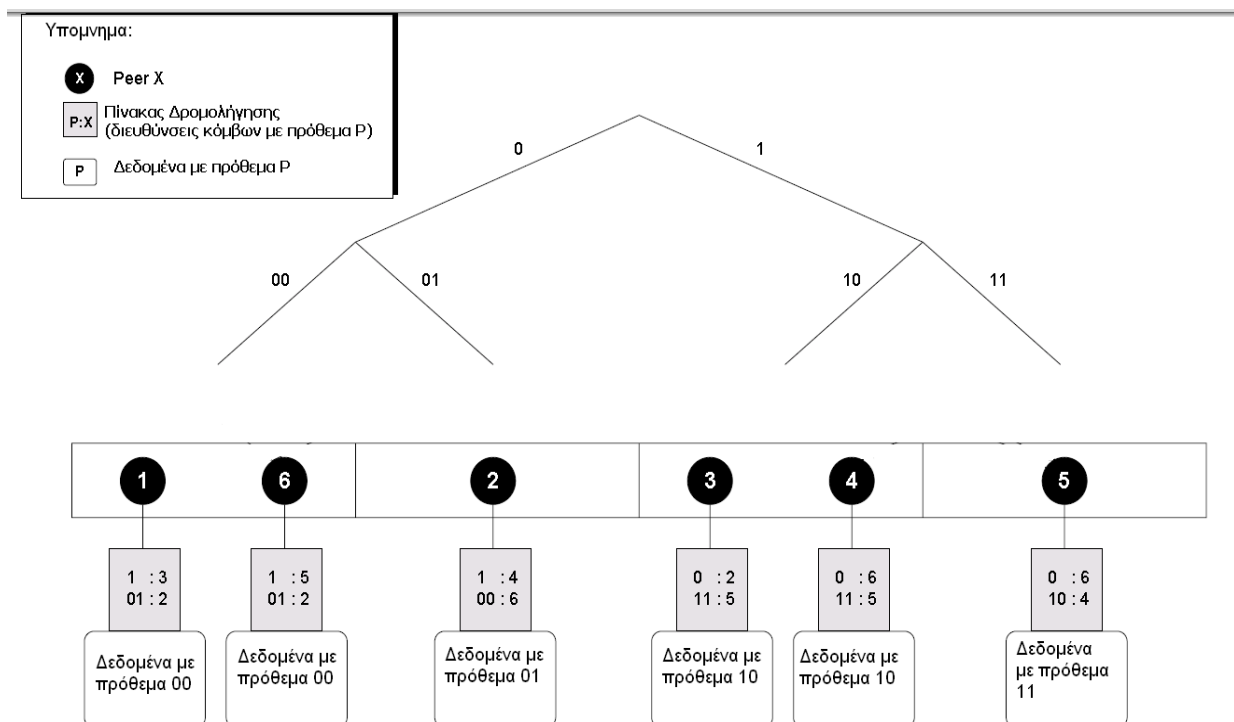
$pid \cdot 0, pid \cdot 1$ . Πρέπει να τονίσουμε ότι το P-Grid δεν συσχετίζει άμεσα το PeerID ενός peer με τα δεδομένα που αποθηκεύει.

### 2.1.2 Κατασκευή

Η κατασκευή του P-Grid στηρίζεται σε τοπικές μόνο συνδιαλλαγές (interactions) μεταξύ των Peers και εγγυάται ότι οι Πίνακες Δρομολόγησης που υπάρχουν στον καθέναν, παρέχουν πάντα μία τουλάχιστον διαδρομή από τον peer που λαμβάνει μια αίτηση αναζήτησης, προς κάποιον από τους peers που έχουν την ζητούμενη πληροφορία, οπότε κάθε query μπορεί να εξυπηρετηθεί ανεξάρτητα από το σε ποιόν κόμβο προωθείται αρχικά.

Τα Routing Tables επίσης κρατούν πολλαπλές αναφορές για κάθε επίπεδο -υποδέντρο και ο αλγόριθμος δρομολόγησης επιλέγει κάποια από αυτές τυχαία. Η ανταλλαγή πληροφορίας και η διαδικασία κατασκευής των Routing Tables γίνεται με την βοήθεια του αλγορίθμου *exchange*.

Πιο αναλυτικά όταν δύο peers συναντηθούν είτε τυχαία είτε εσκεμμένα (για παράδειγμα στο πλαίσιο μιας αναζήτησης είτε μιας ενημέρωσης κάποιων δεδομένων), διαιρούν το διάστημα αναζήτησης (search space) στα δύο, και καθένας παίρνει υπ ευθύνη του το ένα μισό ενώ αποθηκεύει την διεύθυνση του άλλου peer για να καλύψει το άλλο μισό κομμάτι του διαστήματος. Επομένως ο peer μπορεί να εγγυηθεί την δρομολόγηση ενός μηνύματος σε οποιονδήποτε peer του δέντρου.



Σχήμα 2.2: Παράδειγμα P-Grid δικτύου με  $N=5$  peers

## 2.2 Πινάκες Δρομολόγησης (Routing Tables)

Για να καταλάβουμε καλά την λειτουργία ενός P-Grid δικτύου, θα πρέπει πρώτα να εξετάσουμε την δομή και λειτουργία των Πινάκων Δρομολόγησης (Routing Tables) των Peers μιας και σημαντικό κομμάτι στην λειτουργία του συστήματος έχει να κάνει με εισαγωγή και εξαγωγή πληροφορίας από και προς το Routing Table κάποιων κόμβων.

Οι πίνακες δρομολόγησης είναι κατάλογοι στους οποίους κάθε peer αποθηκεύει τοπικά τις διευθύνσεις άλλων κόμβων, ώστε να μπορεί να δρομολογεί αιτήσεις, με ακρίβεια, προς το υπόλοιπο δέντρο, όταν δεν μπορεί να τις εξυπηρετήσει ο ίδιος. Η δρομολόγηση με την χρήση των Routing Tables εγγυάται ένα κόστος  $O(\log N)$ , ( $N$ : μέγεθος συστήματος) από ενδιάμεσους κόμβους -σταθμούς, μέχρι την εύρεση του τελικού προορισμού.

### 2.2.1 Δομή των Routing Tables

Η δομή του Routing Table ενός τυχαίου κόμβου, έστω A, είναι ένας πίνακας διευθύνσεων, με πλήθος γραμμών όσο και το μέγεθος σε bits της συμβολοσειράς που αντιστοιχεί στην διεύθυνση του αντίστοιχου Peer ( $\text{pathID}_A$ ). Τις γραμμές αυτές τις ονομάζουμε επίπεδα του Routing Table, Αν επομένως κάποιος Peer έχει pathID με μήκος ίσο με  $m$  bits, τότε το Routing Table έχει ακριβώς  $m$  επίπεδα, ένα για καθένα από τα bits της διεύθυνσης του.

Ορίζουμε ως **Υποδέντρο** κάποιου κόμβου (έστω A) στο  $m$ -οστό επίπεδο, το σύνολο εκείνο όλων των κόμβων (εσωτερικών ή φύλλων) του δικτύου, των οποίων η διεύθυνση ( $\text{pathID}$ ) έχει κοινά τα πρώτα  $m-1$  bits, με αυτά του κόμβου A, και διαφορετικό το  $m$ -οστό bit. Το σύνολο αυτό των κόμβων συνιστά όντως ένα υποδέντρο του συνολικού Trie, η ρίζα του οποίου έχει PathID τα  $m-1$  πρώτα bits της συμβολοσειράς της διεύθυνσης του Peer A, και το συμπληρωματικό του  $m$ -οστού bit του PathID<sub>A</sub>.

Για παράδειγμα στο  τρίτο επίπεδο του κόμβου με pathID : "11010" αντιστοιχεί το υποδέντρο με ρίζα το ID "111", και κόμβους με IDs της μορφής 111\* (π.χ. 1110, 11110, 11111 κτλ.).

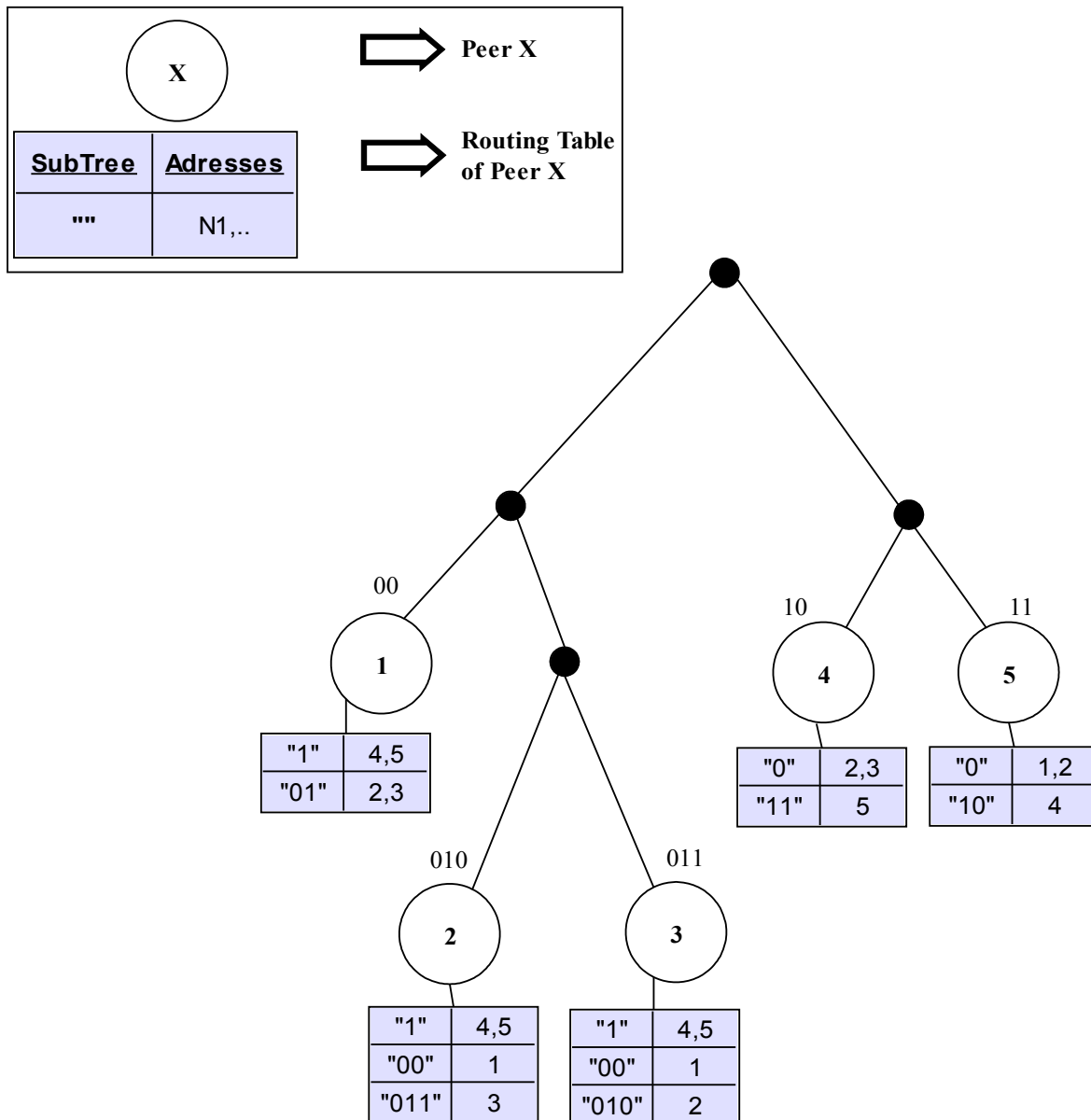
Αν λοιπόν κάποιος Peer έχει  $m$  ακριβώς bits στο PathID του, τότε θα έχει και  $m$  ακριβώς υποδέντρα, όσα δηλαδή και τα επίπεδα του Routing Table του

Σε κάθε επίπεδο του Routing Table ενός κόμβου, υπάρχει αποθηκευμένη η διεύθυνση τουλάχιστον ενός Peer από το αντίστοιχο υποδέντρο στο οποίο αναφέρεται το επίπεδο αυτό.

#### Παράδειγμα

Στο σχήμα 2.3 έχουμε ένα P-Grid δίκτυο που αποτελείται από 5 Peers, και στο οποίο εικονίζονται οι Πίνακες Δρομολόγησης για καθέναν απ' αυτούς. Παρατηρούμε ότι για παράδειγμα ο **Peer 3** ("011") έχει PathID με μήκος ίσο με τρία (3) bits, επομένως τόσα θα είναι και τα επίπεδα στο Routing Table του. Συγκεκριμένα σε κάθε επίπεδο αντιστοιχούν τα εξής υποδέντρα (με την παρακάτω σειρά)

- Επίπεδο 1ο : (Υποδέντρο "1"), Επιλεγμένοι Peers {4,5}
- Επίπεδο 2ο : (Υποδέντρο "00"), Επιλεγμένοι Peers {1}
- Επίπεδο 3ο : (Υποδέντρο "011"), Επιλεγμένοι Peers {2}



Σχήμα 2.3: P-Grid Δίκτυο και τα Routing Tables για κάθε Peer .

Ο μέγιστος αριθμός των διευθύνσεων από Peers που αποθηκεύονται σε κάθε επίπεδο του Routing Table (RefMax ) είναι σταθερός, ίδιος για κάθε υποδέντρο, και μεγαλύτερος του ένα. Με τον τρόπο αυτό αυξάνεται η αξιοπιστία του συστήματος, αφού εξασφαλίζονται με τον τρόπο αυτό εναλλακτικές διαδρομές, σε περίπτωση που κάποιοι από τους Peers βγούν εκτός συστήματος, είτε ηθελημένα, είτε λόγω κάποιας βλάβης.

Ωστόσο, η παραπάνω μέγιστη τιμή (RefMax ), δεν μπορεί να είναι αυθαίρετα μεγάλη, καθώς αυξάνεται ανάλογα και το κόστος (overhead ) της διατήρησης, και ενημέρωσης των λιστών-διευθύνσεων για κάθε Peer.

## 2.2.2 Λειτουργία των Routing Tables

Κάθε αίτηση για αναζήτηση (ανάκτηση ή ενημέρωση) δεδομένων, φέρει μαζί της το "κλειδί" σύμφωνα με το οποίο γίνεται ο εντοπισμός των δεδομένων στα οποία απευθύνεται η αίτηση. Με το συγκεκριμένο κλειδί, μπορεί κάθε Peer με την χρήση μιας προκαθορισμένης hash-function να κάνει αντιστοίχιση ανάμεσα στο χώρο διευθύνσεων των δεδομένων και το χώρο διευθύνσεων των κόμβων του συστήματος, μπορεί δηλαδή να εντοπίσει, αν ο ίδιος δεν είναι υπεύθυνος για τα δεδομένα που αναζητούνται, ποιο είναι το pathID του Peer ο οποίος είναι υπεύθυνος για την συγκεκριμένη πληροφορία (δηλαδή του Peer -προορισμού).

Ενώ λοιπόν αρχικά τα queries απευθύνονται προς το σύστημα συνολικά και φτάνουν σε Peers που συνήθως δεν έχουν σχέση με την περιοχή (και τα δεδομένα) αναζήτησης στα οποία απευθύνεται η αίτηση, δεν υπάρχει κίνδυνος σύγχυσης ή απόρριψης της αίτησης αφού οι κόμβοι μπορούν να επαναδρομολογήσουν την αίτηση προς κάποιον κόμβο πλησιέστερο στον Peer -προορισμό, ή και στον ίδιο ακόμα, αν υπάρχει η διεύθυνσή του στο Routing Table.

Η επαναδρομολόγηση ενός query γίνεται ως εξής:

1. Αρχικά από το κλειδί της αίτησης, εξάγεται το PathID του κόμβου -προορισμού, και συγκρίνεται bit προς bit με το PathID του κόμβου που δέχθηκε την αίτηση.
2. Αν το αποτέλεσμα της σύγκρισης είναι θετικό (δηλαδή τα pathIDs είναι τα ίδια), αυτό σημαίνει ότι ο Peer στον οποίο έφτασε η αίτηση είναι ο Peer -προορισμός, δηλαδή είναι ο ίδιος υπεύθυνος για τα δεδομένα στα οποία απευθύνεται η αίτηση, και επομένως μπορεί να εξυπηρετήσει την αίτηση χωρίς να χρειαστεί επαναδρομολόγηση.
3. Διαφορετικά, αν τα δύο pathIDs διαφέρουν έστω στο m-οστό bit από το πρώτο, τότε επιλέγεται από τον Πίνακα Δρομολόγησης με τυχαίο τρόπο μία από τις διευθύνσεις που είναι καταχωρημένες για το m-οστό επίπεδο (υποδέντρο) και χρησιμοποιείται η διεύθυνση αυτή για την προώθηση της αίτησης προς τον επόμενο Peer- σταθμό.  
Αν ωστόσο η αίτηση δεν μπορεί να σταλεί στον Peer που επιλέχθηκε, (π.χ. λόγω βλάβης του) τότε επιλέγεται και πάλι τυχαία, κάποια από τους εναπομείναντες διευθύνσεις που υπάρχουν στο Routing Table, (στο ίδιο πάντοτε επίπεδο) και επιχειρείτε εκ νέου να δρομολογηθεί η αίτηση.  
Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να βρεθεί ο πρώτος λειτουργικός Peer προς τον οποίο μπορεί να προωθηθεί η αίτηση.

Με τον αλγόριθμο που περιγράφηκε παραπάνω, ο Peer ο οποίος λαμβάνει μια αίτηση από κάποιον μη σχετικό με αυτήν θα βρίσκεται πλησιέστερα στον κόμβο αναζήτησης τουλάχιστον κατά 1 bit (στο pathID) σε σχέση με τον προηγούμενο. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται λογαριθμικός χρόνος μέχρι να φτάσει η αίτηση στον τελικό αποδέκτη της.

## 2.2.3 Ενημέρωση των Routing Tables

Η ενημέρωση του Routing Table ενός Peer, γίνεται όταν επικοινωνήσει ο ίδιος με κάποιον άλλο Peer του συστήματος, είτε τυχαία στα πλαίσια προώθησης μιας αίτησης, είτε εσκεμμένα στο πλαίσιο κατασκευής του συστήματος. Στο στάδιο αυτό ενεργοποιείται η διαδικασία με το όνομα Exchange η οποία είναι υπεύθυνη αφενός για την κατασκευή του Binary Trie (μέσω splitting των ήδη υπάρχοντων κόμβων) αφετέρου, για την ανταλλαγή πληροφορίας ανάμεσα στα Routing Tables των κόμβων που παίρνουν μέρος στην ανταλλαγή.

Ας δούμε όμως πιο αναλυτικά πως δουλεύει ο αλγόριθμος Exchange.

## 2.3 Αλγόριθμος Exchange

Ο αλγόριθμος Exchange βρίσκεται στον "πυρήνα" λειτουργίας του συστήματος P-Grid. Στον αλγόριθμο αυτό στηρίζει την οργάνωση των peers σε ένα κανονικό (prefix free) Trie καθώς και την κατασκευή των πινάκων δρομολόγησης.

Παρακάτω παρουσιάζεται ο αρχικός κώδικας, για τον αλγόριθμο, όπως παρουσιάζεται στο [4]

```
exchange(a1, a2, r)
{
    commonpath = common_prefix_of(path(a1), path(a2));
    lc = length(commonpath);
    IF lc > 0
        (* exchange references at the level where the paths agree *)
        commonrefs = union(refs(lc, a1), refs(lc, a2));
        refs(lc, a1) = random_select(refmax, commonrefs);
        refs(lc, a2) = random_select(refmax, commonrefs);
        l1 = length(sub_path(path(a1), lc + 1, length(path(a1))));
        l2 = length(sub_path(path(a2), lc + 1, length(path(a2))));
        (* Case 1: if both remaining paths are empty introduce a new level *)
        CASE l1 = 0 AND l2 = 0 AND length(commonpath) < maxlength
            path(a1) = append(path(a1), 0);
            path(a2) = append(path(a2), 1);
            refs(lc + 1, a1) = {a2};
            refs(lc + 1, a2) = {a1};
        (* Case 2: if one remaining path is empty split the shorter path *)
        CASE l1 = 0 AND l2 > 0 AND length(commonpath) < maxlength
            path(a1) = append(path(a1), value(lc+1, path(a2)))^-;
            refs(lc + 1, a1) = {a2};
            refs(lc + 1, a2) = random_select(refmax, union({a1}, refs(lc+1, a2)));
        (* Case 3: analogous to case 2 *)
        CASE l1 > 0 AND l2 = 0 AND length(commonpath) < maxlength

            path(a2) = append(path(a2), value(lc+1, path(a1)))^-;
            refs(lc + 1, a2) = {a1};
            refs(lc + 1, a1) = random_select(refmax, union({a2}, refs(lc+1, a1)));
        (* Case 4: recursively perform exchange with referenced peers *)
        CASE l1 > 0 AND l2 > 0 AND r < recmax,
            refs1 = refs(lc+1, a1) \ {a2};
            refs2 = refs(lc+1, a2) \ {a1};
            FOR r1 IN refs1 DO
                IF online(peer(r1)) THEN exchange(a2, peer(r1), r+1);
            FOR r2 IN refs2 DO
                IF online(peer(r2)) THEN exchange(a1, peer(r2), r+1);

    /* Comment: random_select(k, refs) returns a set with k random elements from refs
        append(p1...pn, p) = p1...pn p
        value(k, p1...pn) = pk
        p^- = 1+p MOD 2 */
}
```

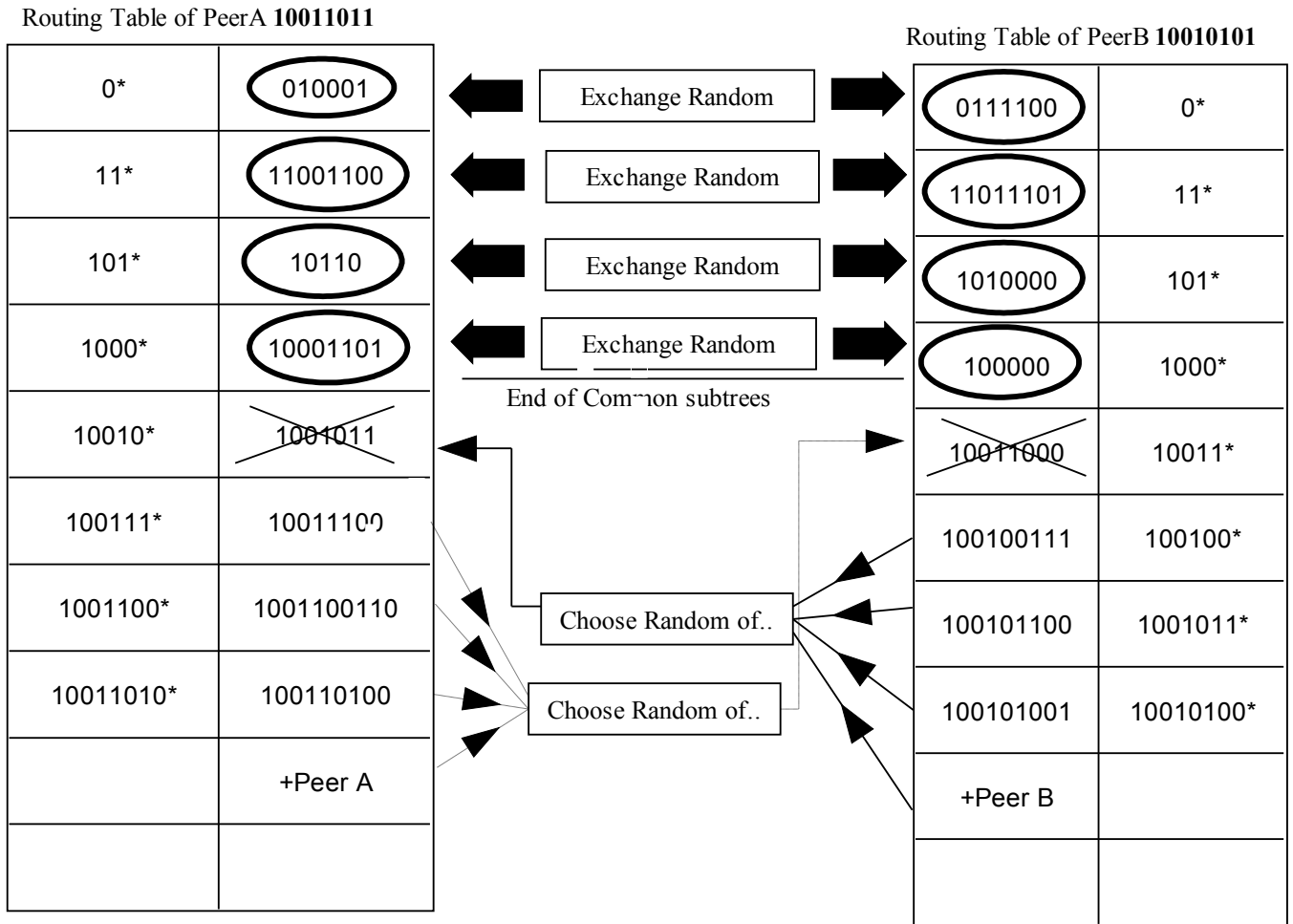
Η συνάρτηση Exchange καλείται κάθε φορά που συναντιούνται δύο Peers. Στο σημείο αυτό δεν μας ενδιαφέρει για ποιο λόγο μπορεί να συναντηθούν. Η συνάρτηση Exchange αναγκάζει τα δύο φύλλα να ανταλλάξουν τις εξερχόμενες διευθύνσεις με τυχαίο τρόπο και να ανανεώσουν αντίστοιχα τους πίνακες δρομολόγησης τους. Με αυτό το τρόπο οι δύο Peers για τους οποίους καλείται η συνάρτηση Exchange, μαθαίνουν και ενημερώνονται για νέους Peers που ενδεχομένως έχουν εισέλθει στο σύστημα σε υποδέντρα προς τα οποία διατηρούν ήδη πληροφορία στο Routing Table τους. Πιο αναλυτικά, εξετάζουμε την λειτουργία του αλγορίθμου με ένα παράδειγμα.



## Παράδειγμα

Έστω ότι οι δύο Peers για τους οποίους καλείται η συνάρτηση Exchange, είναι οι PeerA: 10011011 και PeerB: 10010101.

- Αρχικά ο αλγόριθμος ελέγχει αν οι δύο κόμβοι έχουν κοινό πρόθεμα στο ID τους. Στο παράδειγμά μας το κοινό πρόθεμα είναι το **1001**. (Θα χρησιμοποιήσουμε την τελεία (.) για να διαχωρίσουμε το κοινό τους πρόθεμα από το υπόλοιπο μέρος του pathID τους. )
- Για κάθε ένα από τα υποδέντρα του κοινού προθέματος για τα οποία πρέπει να κρατούν εξερχόμενες διευθύνσεις, (δηλαδή για τα 1000\*, 101\*, 11\*, 0\*) ανταλλάσσονται διευθύνσεις γι' αυτά ακριβώς τα υποδέντρα. Η επιλογή γίνεται με τυχαίο τρόπο, ως εξής :από το σύνολο των διευθύνσεων για ένα υποδέντρο που είναι γνωστοί σε έναν ή και στους δύο Peers, διαλέγονται ακριβώς RefMax αναφορές ξεχωριστά από την μεριά του καθενός από τους δύο Peers, ώστε να "αντιπροσωπεύσουν" το συγκεκριμένο υποδέντρο. Αν η ένωση των δύο συνόλων έχει μικρότερο από refMax αριθμό διευθύνσεων τότε επιλέγονται όλες. Ενδεχομένως κάποιοι από τους κόμβους οι οποίοι τελικά επιλέγονται για ένα υποδέντρο, να είναι οι ίδιοι που υπήρχαν στα Routing Tables και πριν την διαδικασία της ανταλλαγής. Γενικά είναι επιθυμητό η διαδικασία επιλογής των διευθύνσεων των κόμβων για κάποιο υποδέντρο να καταλήγει στην ομοιόμορφη κατανομή τους στα Routing Tables. Δηλαδή η πιθανότητα εμφάνισης καθενός από τους "υποψηφίους" κόμβους για κάποια θέση του Routing Table ενός Peer, να είναι ίδια, και να μην εξαρτάται από την δομή του trie. Κάτι τέτοιο δεν ισχύει με τον "κλασσικό" αλγόριθμο του P-Grid και είναι ακριβώς αυτό το σημείο στο οποίο εστιάζεται η παρούσα εργασία.
- Στην συνέχεια για τα επόμενα υποδέντρα του διαφορετικού pathid των δύο Peers, δηλαδή για τον πρώτο, το υποδέντρο 1001.0\* και για τον δεύτερο το υποδέντρο 1001.1\*, επιλέγουμε τυχαία RefMax από τα references που βρίσκονται στο Routing Table του άλλου Peer, και που ανήκουν στο συγκεκριμένο υποδέντρο. Δηλαδή για το υποδέντρο 1001.0\* του κόμβου 10011011 θα επιλεγούν τυχαία RefMax referneces από αυτά που γνωρίζει ο PeerB για τα υποδέντρα 1001.00\*, 1001.011\*, 1001.0100\*, 1001.0101. Το τελευταίο υποψήφιο δέντρο περιέχει μόνο τον κόμβο με τον οποίο γίνεται το exchange. Ομοίως για τον κόμβο 10010101 και για το επίπεδο (υποδέντρο) 1001.1\* θα επιλεγούν RefMax από τα references που κρατά ο PeerA για τα υποδέντρα 1001.11\*, 1001.100\*, 1001.1010\*, 1001.1011. Στο σχήμα 2.4 βλέπουμε σχηματικά την διαδικασία ενημέρωσής των Routing Tables των κόμβων PeerA:10011011 και PeerB:10010101

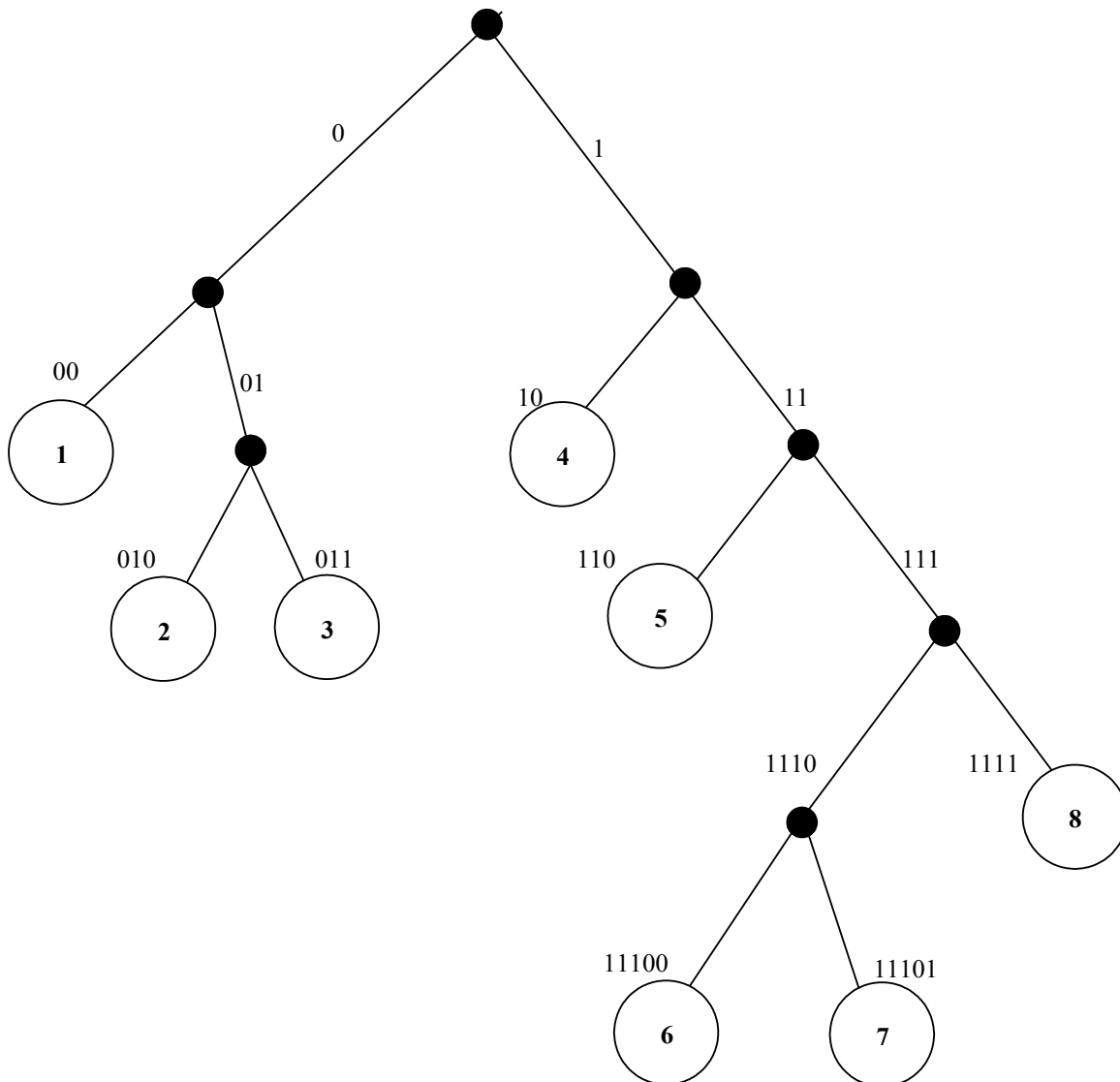


*Σχήμα 2.4: Συνάρτηση Exchange για τους Peers A:10011011 και B:10010101*

### 2.3.1 Παράδειγμα Λειτουργίας του Αλγορίθμου P-Grid

Στο σχήμα 2.5 εικονίζεται το Tree ενός P-Grid δικτύου με 8 κόμβους (N=8)

Θα παρουσιάσουμε αναλυτικά την πορεία κατασκευής των Routing Tables του βήμα προς βήμα.



**Σχήμα 2.5 :** Παράδειγμα P-Grid δικτύου με  $N=8$  peers

Στο σύστημα έχουμε επιλέξει  $RefMax=2$ , δηλαδή επιτρέπονται το πολύ δύο εγγραφές για κάθε επίπεδο του Routing Table σε κάθε Peer.

Στους πίνακες που ακολουθούν καταγράφονται όλα τα references που υπάρχουν σε όλα τα Routing Tables όλων των κόμβων, ως εξής:

- Οι οριζόντιες γραμμές αντιστοιχούν στους κόμβους που υπάρχουν στο Routing Tables του εξεταζόμενου κόμβου.
- Οι στήλες αντιστοιχούν στους κόμβους οι οποίοι έχουν αποθηκευμένο κάποιο δείκτη, στον εξεταζόμενο κόμβο.

Στην συνέχεια θα περιγράψουμε τα 8 πρώτα βήματα εκτέλεσης του αλγορίθμου και οι αντίστοιχες αλλαγές στα Routing Tables όλων των Peers .

INITIAL STATE								
Nodes/ Nodes	1	2	3	4	5	6	7	8
1		1	1	1	1			
2	1		1			1	1	
3	1	1			1	1		
4	1		1		1	1		
5	1	1		1		1	1	
6	1		1	1	1		1	1
7	1	1		1	1	1		1
8	1	1		1	1	1	1	
SUM	7	5	4	5	6	6	4	2

EXCHANGE NODES 2,3								
Nodes/ Nodes	1	2	3	4	5	6	7	8
1		1	1	1	1			
2	1		1		①	1	○	
3	1	1			1	○	①	
4	1		1		1	1		
5	1	1		1		1	1	
6	1		1	1	1		1	1
7	1	1		1	1	1		1
8	1	1		1	1	1	1	
SUM	7	5	4	5	7	5	4	2

**Σχήμα 2.6:** Δομή των Routing Tables για κάθε Peer, πριν και μετά το Exchange ανάμεσα στους Peers 2 και 3.

Αρχικά έχουμε Exchange ανάμεσα στους Peers 2 ("010") και 3 ("011").

Το κοινό τους πρόθεμα είναι το "01" το οποίο αντιστοιχεί στα δύο πρώτα επίπεδα των Πινάκων Δρομολόγησης .

Η διαδικασία ανταλλαγής references, απαιτεί για καθένα από τα δύο πρώτα αυτά επίπεδα οι δύο Peers να σχηματίσουν την ένωση των αναφορών που έχουν καταχωρημένες και οι δύο, και στην συνέχεια, να επιλέξει ο καθένας ανεξάρτητα από τον άλλο, RefMax αναφορές για κάθε υποδέντρο.

Στο παράδειγμά μας λοιπόν θα έχουμε:

1. Για το υποδέντρο του πρώτου επιπέδου, ( πρόθεμα "1"), οι Peers 2 και 3 θα επιλέξουν δύο αναφορές (RefMax) από τις συνολικά τρεις αποθηκευμένες στο Routing Table και των δύο. Συγκεκριμένα έχουν να επιλέξουν ανάμεσα στις διευθύνσεις των Peers {5,6,7}. Όπως βλέπουμε στον 2ο πίνακα, ο Peer 2, επέλεξε τους {5,6} ενώ ο Peer 3 τους {5,7} Θα πρέπει να τονιστεί ότι οι επιλογές γίνονται ανεξάρτητα από τις αναφορές που είναι ήδη καταχωρημένες. Βλέπουμε για παράδειγμα ότι ενώ αρχικά ο Peer 2 είχε αποθηκευμένη την διεύθυνση του Peer 7 ("11101") μετά το Exchange με τον Peer 1, η καταχώρηση αυτή σβήνεται και στην θέση της έχουμε μια καινούρια καταχώρηση, αυτή του Peer 5 ("110"). Ομοίως και με τον Peer 3, ενώ αρχικά είχε την διεύθυνση του Peer 6 ("11100"), μετά το Exchange με τον Peer 2, σβήνεται, και στην θέση της αποθηκεύεται η διεύθυνση του Peer 7 ("11101"), όπως φαίνεται και στον δεύτερο πίνακα.
2. Για το δεύτερο επίπεδο (υποδέντρο "00") παρατηρούμε ότι το μέγεθος του υποδέντρου είναι 1, μικρότερο από RefMax. αφού μόνο ο Peer 1 βρίσκεται σ' αυτό. Επομένως θα πρέπει υποχρεωτικά να επιλεγεί ξανά η διεύθυνση του Peer 1 για να αντιπροσωπεύσει το συγκεκριμένο υποδέντρο και για τους δύο Peers.
3. Το 3ο επίπεδο (υποδέντρο "011" για τον Peer2 και "010" για τον Peer 3), αντιστοιχεί στο bit στο οποίο διαφέρουν τα path IDs των δύο Peers .Εφόσον δεν υπάρχουν υποδέντρα πέραν του Common Prefix +1 και για τους δύο Peers, θα εξακολουθήσουν και οι δύο να κρατούν καταχωρημένη ο ένας την διεύθυνση του άλλου για το συγκεκριμένο επίπεδο.

Γενικά η πιθανότητα επιλογής ενός συγκεκριμένου κόμβου για κάποιο επίπεδο  $i$ , κατά το στάδιο

ανταλλαγής των references στον αλγόριθμο Exchange, είναι : 
$$P = \frac{\binom{S-1}{RefMax-1}}{\binom{S}{RefMax}} = \frac{RefMax}{S}$$
,

όπου με  $S$  συμβολίζουμε το πλήθος των διευθύνσεων απ' τις οποίες γίνεται η επιλογή για ένα συγκεκριμένο υποδέντρο. ( $S = \sum_{\cup refs_i}$ ). Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, η πιθανότητα επιλογής για

το πρώτο επίπεδο ενός από τους υποψήφιους συνδέσμους, είναι  $P_1 = \frac{2}{3}$  ενώ για το δεύτερο και

τρίτο επίπεδο είναι  $P_2 = P_3 = 1$ .

Στα σχήματα 2.7 έως 2.12 εικονίζονται οι Πίνακες Δρομολόγησης μετά από έξι ακόμα Exchanges ανάμεσα σε τυχαία επιλεγμένους Peers

(Όλες οι αλλαγές που γίνονται στα Routing Tables σε κάθε Exchange έχουν κυκλωθεί ώστε να διευκολυνθεί ο εντοπισμός τους.)

EXCHANGE NODES 1,4								
Nodes/ Nodes	1	2	3	4	5	6	7	8
1		1	1	○	1	①		
2	1		1		1	1		
3	1	1			1		1	
4	1		1		1	1		
5	1	1		1		1	1	
6	1		1	1	1		1	1
7	1	1		1	1	1		1
8	1	1		1	1	1	1	
SUM	7	5	4	4	7	6	4	2

Σχήμα 2.7: Routing Tables after Exchanging 1 , 4

EXCHANGE NODES 4,3								
Nodes/ Nodes	1	2	3	4	5	6	7	8
1		1	1		1	1		
2	1		1		1	1		
3	1	1			1	①	○	
4	1		1		1	1		
5	1	1		1		1	1	
6	1		1	1	1		1	1
7	1	1		1	1	1		1
8	1	1		1	1	1	1	
SUM	7	5	4	4	7	7	3	2

Σχήμα 2.8: Routing Tables after Exchanging 4 , 3

EXCHANGE NODES 8,4								
Nodes/ Nodes	1	2	3	4	5	6	7	8
1		1	1		1	1		
2	1		1		1	1		
3	1	1			1	1		
4	1		1		1	1		
5	1	1		1		1	1	
6	1		1	1	1		1	1
7	1	1		1	1	1		1
8	○	1	①	1	1	1	1	
SUM	6	5	5	4	7	7	3	2

Σχήμα 2.9: Routing Tables after Exchanging 8 , 4

EXCHANGE NODES 1,2								
Nodes/ Nodes	1	2	3	4	5	6	7	8
1		1	1		1	1		
2	1		1		1	1		
3	1	1			1	1		
4	1		1		1	1		
5	1	1		1		1	1	
6	1		1	1	1		1	1
7	1	1		1	1	1		1
8		1	1	1	1	1	1	
SUM	6	5	5	4	7	7	3	2

Σχήμα 2.10: Routing Tables after Exchanging 1 , 2

EXCHANGE NODES 1,7								
Nodes/ Nodes	1	2	3	4	5	6	7	8
1		1	1		○	1		①
2	1		1		1	1		
3	1	1			1	1		
4	1		1		1	1		
5	1	1		1		1	1	
6	1		1	1	1		1	1
7	1	1		1	1	1		1
8		1	1	1	1	1	1	
SUM	6	5	5	4	6	7	3	3

Σχήμα 2.11: Routing Tables after Exchanging 1 , 7

EXCHANGE NODES 1,8								
Nodes/ Nodes	1	2	3	4	5	6	7	8
1		1	1	①	①	○		○
2	1		1		1	1		
3	1	1			1	1		
4	1		1		1	1		
5	1	1		1		1	1	
6	1		1	1	1		1	1
7	1	1		1	1	1		1
8		1	1	1	1	1	1	
SUM	6	5	5	5	7	6	3	2

Σχήμα 2.12: Routing Tables after Exchanging 1 , 8

### 3. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ

#### 3.1 περιγραφή

Το αντικείμενό μας σε πρώτη φάση ήταν να προσομοιάσουμε την κατασκευή και λειτουργία ενός δικτύου P-Grid, εστιάζοντας περισσότερο στην κατασκευή και ενημέρωση των πινάκων δρομολόγησης των Peers, όταν αυτοί συμμετέχουν σε κάποιο exchange. Υπενθυμίζουμε ότι οι Πίνακες Δρομολόγησης (Routing Tables) είναι τοπικοί πίνακες -κατάλογοι στους οποίους κάθε Peer αποθηκεύει τις διευθύνσεις κάποιων από τους Peers υπεύθυνων για τα συμπληρωματικά του υποδέντρα. Με την βοήθεια της πληροφορίας που βρίσκεται στα Routing Tables, κάθε Peer είναι σε θέση να προωθεί αιτήσεις αναζήτησης δεδομένων προς τους σωστούς κόμβους, όταν δεν μπορεί να τις εξυπηρετήσει ο ίδιος,

Οι προσομοιώσεις έγιναν για διάφορες τιμές των παραμέτρων που αφορούν το συνολικό πλήθος των κόμβων του συστήματος ( $N$ ), το μέγιστο αριθμό από references σε κάθε επίπεδο του Routing Table ( $RefMax$ ) καθώς και την δομή του αντίστοιχου trie (Balancing).

Η κύρια μεταβλητή ενδιαφέροντος ήταν η κατανομή των διευθύνσεων των Peers στους πίνακες δρομολόγησης, και ιδιαίτερα όταν οι διευθύνσεις αυτές αναφέρονται σε Peers που ανήκουν σε μη ζυγισμένα υποδέντρα του trie. Για να εξάγουμε την πληροφορία αυτή στο στάδιο της προσομοίωσης, ελέγχαμε και καταγράφαμε για όλα τα επίπεδα του Πίνακα Δρομολόγησης ενός Peer, και για όλες τις πιθανές διευθύνσεις για το συγκεκριμένο επίπεδο, το ποσοστό των exchanges στα οποία εμφανιζόταν η συγκεκριμένη διεύθυνση στο Routing Table. Με βάση τις τιμές αυτές μπορέσαμε να βγάλουμε στατιστικά συμπεράσματα για την κατανομή των διευθύνσεων, και πιο συγκεκριμένα να βρούμε την μέση τιμή και διασπορά του αριθμού εμφάνισης κάθεμιάς από τις υπονήγιες διευθύνσεις ως προς τον συνολικό αριθμό από exchanges στα οποία συμμετείχε ο Peer. Με βάση την πληροφορία αυτή μπορέσαμε να εξάγουμε τις τιμές του **fairness** για κάθε Peer.

Το **fairness** (Jain's Fairness Index [19]) είναι ένα στατιστικό μέγεθος στο εύρος  $[0, 1]$  το οποίο μας δείχνει πόσο balanced είναι τα υπό εξέταση δεδομένα. Ο ορισμός του είναι :  $f = \frac{\mu^2}{(\mu^2 + \sigma^2)}$ , όπου

$\mu$ : μέση τιμή του δείγματος, και  $\sigma$ : η τυπική του απόκλιση. Όσο περισσότερο πλησιάζει η τιμή του fairness την μονάδα ( $f \rightarrow 1$ ) τόσο πιο ομοιόμορφη είναι η κατανομή του προς εξέταση δείγματος αφού στην οριακή αυτή περίπτωση, η τυπική απόκλιση είναι ίση με το μηδέν. Αντιθέτως καθώς  $f \rightarrow 0$  σημαίνει ότι αντίστοιχα η τιμή της τυπική απόκλισης είναι μεγάλη και άρα η κατανομή παύει να είναι ομοιόμορφη.

Αν για παράδειγμα σε κάποιο επίπεδο του Routing Table ενός Peer A, υπάρχουν  $K$  δυνατές καταχωρίσεις διευθύνσεων, και η καθεμία εμφανίζεται συνολικά  $n_i$  φορές, στον συνολικό αριθμό των exchanges που έχει πραγματοποιήσει ο A, (συμπεριλαμβανομένων και των περιπτώσεων εκείνων όπου οι διευθύνσεις υπήρχαν ήδη στο Routing Table), τότε

$$f_A = \frac{\mu^2}{(\mu^2 + \sigma^2)} = \frac{E[n_i]^2}{E[n_i]^2 + E[n_i^2] - E[n_i]^2} = \frac{E[n_i]^2}{E[n_i^2]} = \frac{\left(\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K n_i\right)^2}{\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K n_i^2}$$

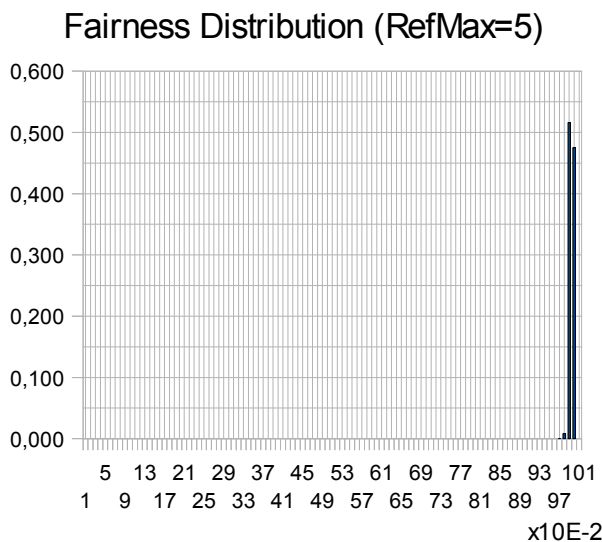
## 3.2 Αποτελέσματα

Στα παρακάτω διαγράμματα φαίνονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, όσον αφορά την κατανομή του fairness. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, ενώ για την περίπτωση των Balanced δέντρων, η τιμές του fairness προσεγγίζουν την μονάδα, και επομένως η κατανομή των διευθύνσεων στα Routing Tables είναι ομοιόμορφη (και άρα ο αλγόριθμος Exchange δουλεύει καλά) όταν περνάμε στην περίπτωση τυχαίων δέντρων εμφανίζονται αποκλίσεις από την τιμή της μονάδας για την τιμή του fairness και μάλιστα οι αποκλίσεις αυτές γίνονται πολύ έντονες, όταν το αντίστοιχο trie εκφυλίζεται σε λίστα.

### 3.2.1 Περίπτωση *Balanced Trie*

Στα σχήματα 3.1 έως 3.3 φαίνονται μερικές ενδεικτικές τιμές, καθώς και τα ιστογράμματα της κατανομής του Fairness, για τρεις τιμές του RefMax. Το Simulation έγινε για Balanced Tries 100 κόμβων και για  $10 * N^2 = 100000$  αριθμό βημάτων (Exchanges). Η κατασκευή των ιστογραμμάτων έγινε ως εξής: Στον άξονα -X έχουμε χωρίσει το διάστημα [0 1] σε υποδιαστήματα εύρους  $\Delta x = 0.01$ . Για καθένα από αυτά τα υποδιαστήματα μετρήσαμε το πλήθος των τιμών fairness που ανήκουν σ' αυτό, και η τιμή που βρέθηκε κανονικοποιήθηκε στον συνολικό αριθμό των τιμών του fairness.

Είναι εμφανές ότι στην περίπτωση που έχουμε Balanced Trie, ο αλγόριθμος του P-Grid δουλεύει ικανοποιητικά μιάς και όλες οι τιμές του Fairness είναι συγκεντρωμένες στο διάστημα 0.98 έως 1.0.

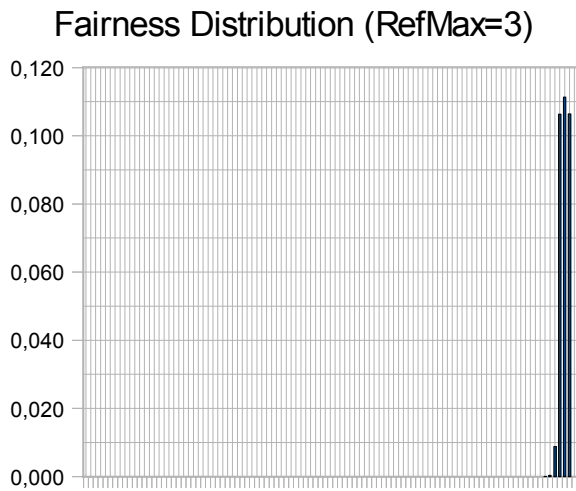


Σχήμα 3.1 : Ιστόγραμμα κατανομής του Fairness για *Balanced Trie* και *RefMax=5*.

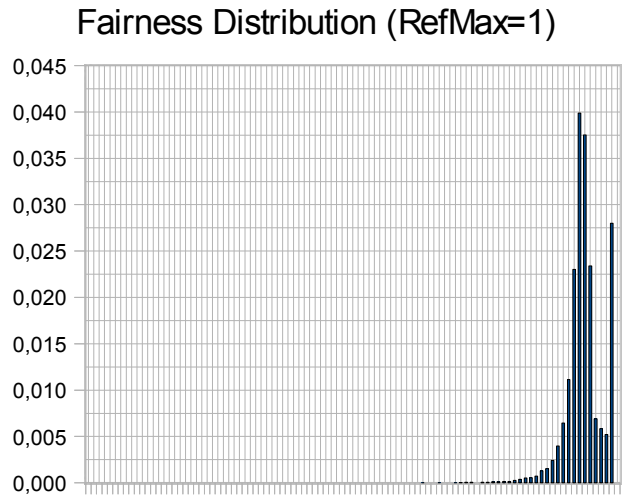
Πίνακας 3.1: Ενδεικτικές Τιμές του Fairness (*Balanced Trie*)

```
NodeID:1 0.9887802019473494 0.9859547321944429
0.9843478918025136 0.9847751726392228 0.9847061045385451
0.9879963196855078 0.992959236120195 0.9999668335794578
0.9999999624494399 1.0
NodeID:2 0.9890358937114584 0.9837453600332309
0.9839434182680012 0.9869461951224369 0.9861918363229422
0.9944411559969842 0.9948430603032126 0.9999917466086504
0.999999710326708 1.0
NodeID:3 0.9894464655222859 0.9871255267825033
0.9872109721987568 0.9828224219105625 0.9804090808021467
0.993527680180274 0.9963773967626064 0.9999996066523809
0.9999994646046888 1.0
NodeID:4 0.9889955086053774 0.9846417995447084
0.9853648416982567 0.9873433409813648 0.9902924419564364
0.9899760943528526 0.9975512402221903 0.9999965574597007
0.999992433908526 1.0
NodeID:5 0.9884891444124481 0.9837341803393758
0.9882099909109097 0.9917980774679386 0.9901901007721146
0.9894251415864065 0.9957494079267586 0.9999961178841125
0.999999946692126 1.0
```





Σχήμα 3.2 : Ιστόγραμμα κατανομής του Fairness για Balanced Trie και RefMax=3.

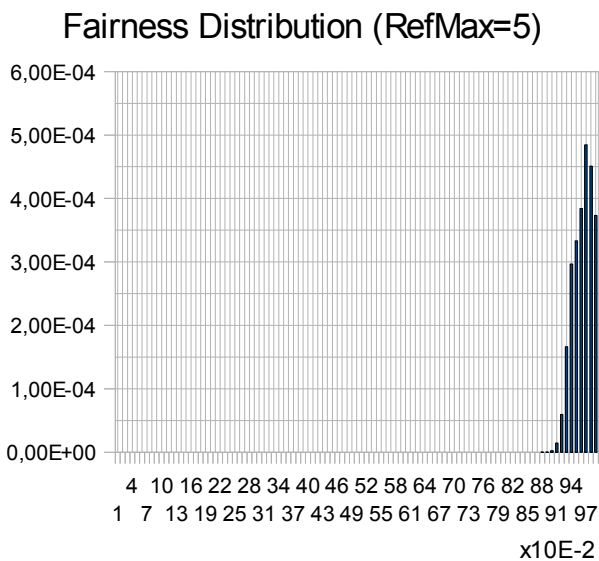


Σχήμα 3.3 : Ιστόγραμμα κατανομής του Fairness για Balanced Trie και RefMax=1.

### 3.2.2 Περίπτωση Random Trie

Παρακάτω φαίνονται οι τιμές του Fairness, για τυχαίο Trie, 100 κόμβων, για refmax = 5,3,1. Χρησιμοποιήθηκαν 1000 Τυχαία Tries μεγέθους 100 κόμβων, και στο καθένα από αυτό δοκιμάστηκε ο αλγόριθμος για  $10 * N^2 = 100000$  αριθμό βημάτων. Στην συνέχεια πήραμε την μέση τιμή από τα 1000 αυτά αποτελέσματα για να εξάγουμε το ιστόγραμμα των τιμών του Fairness.

Παρατηρούμε ότι οι τιμές του Fairness είναι συγκεντρωμένες στο διάστημα **0.90** έως **1.0** και υπάρχει μια διακύμανση των τιμών αυτών, η οποία δεν υπήρχε στην περίπτωση του Balanced Trie.

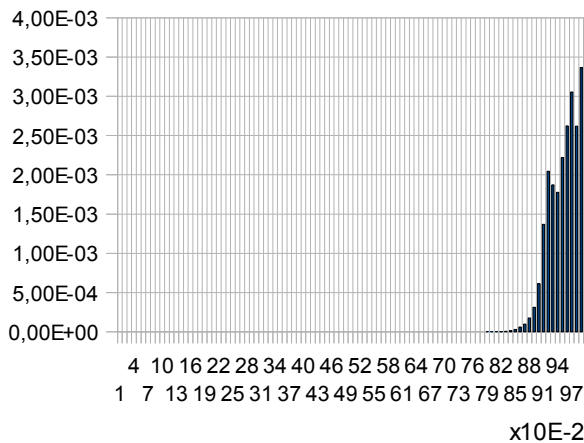


Σχήμα 3.4 : Ιστόγραμμα κατανομής του Fairness για Random Trie και RefMax=5.

Πίνακας 3.2: Ενδεικτικές Τιμές του Fairness (Random Trie)

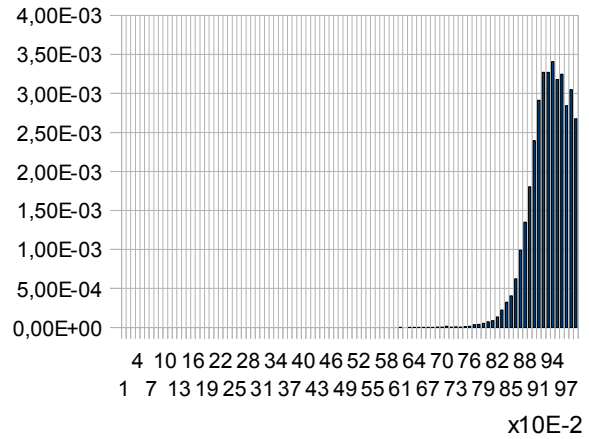
NodeID:1	0.9370005970761781	1.0	1.0	1.0
NodeID:2	0.930558477440774	1.0	1.0	1.0
NodeID:3	0.9419608041369536	1.0	1.0	
NodeID:4	0.9371726493674208	1.0	1.0	
NodeID:5	0.9461179110728125	1.0	1.0	1.0
NodeID:6	0.9429954104151076	1.0	1.0	1.0
NodeID:7	0.9998355810943553	0.9416597690925341	1.0	
	0.9688513589083995	1.0		
NodeID:8	0.9998614924157171	0.9333924161637513	1.0	
	0.9659221248473031	1.0		
NodeID:9	0.9999461352200755	0.9445927260034741	1.0	1.0
	1.0	1.0	1.0	1.0
NodeID:10	0.9997825282483996	0.9382950014209867	1.0	1.0
	1.0	1.0	1.0	1.0

**Fairness Distribution (RefMax=3)**



*Σχήμα 3.5 : Ιστόγραμμα κατανομής του Fairness για Random Trie και RefMax=3.*

**Fairness Distribution (RefMax=1)**



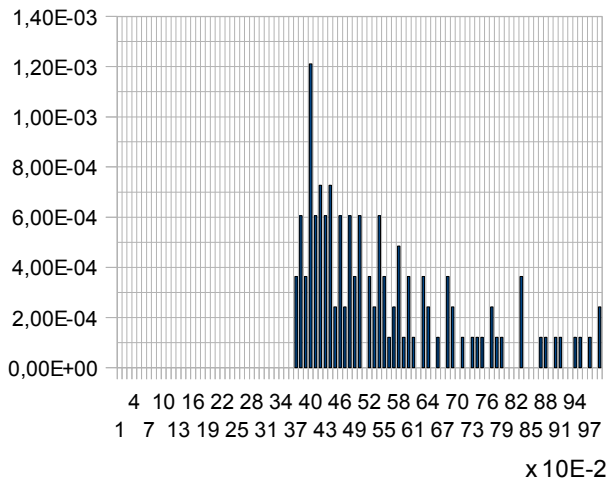
*Σχήμα 3.4 : Ιστόγραμμα κατανομής του Fairness για Random Trie και RefMax=1.*

### 3.2.3 Περίπτωση Unbalanced Trie

Στα σχήματα 3.7 έως 3.9 απεικονίζονται τα ιστογράμματα καθώς και ενδεικτικές τιμές του Fairness, για Unbalanced Trie, 128 κόμβων, για τιμές του Refmax 5,3,1, και αριθμό βημάτων  $10 * N^2 = 163840$ .

Παρατηρούμε ότι υπάρχει έντονη διακύμανση των τιμών του fairness, και οι μεγαλύτερες τιμές του βρίσκονται στην περιοχή **0.4** έως **0.6**. Στην περίπτωση αυτή λοιπόν ο αλγόριθμος Exchange έχει την χειρότερη επίδοση όσον αφορά την κατανομή των διευθύνσεων στα Routing Tables.

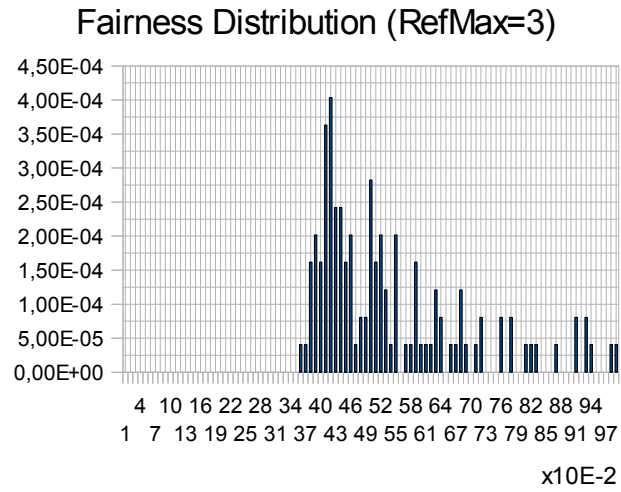
**Fairness Distribution (RefMax=5)**



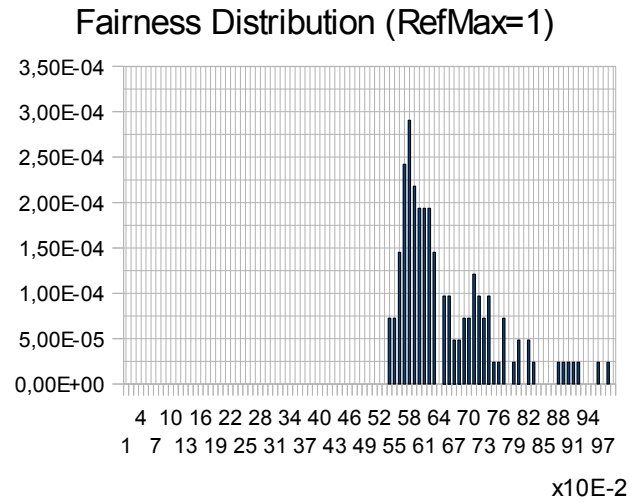
*Σχήμα 3.7 : Ιστόγραμμα κατανομής του Fairness για Unbalanced Trie και RefMax=5.*

**Πίνακας 3.3: Ενδεικτικές Τιμές του Fairness (Unbalanced Trie)**

<b>NodeID:1</b>	0,3708592819041134
<b>NodeID:2</b>	1,0 0,3715894419210948
<b>NodeID:3</b>	1,0 1,0 0,37023899714669556
<b>NodeID:4</b>	1,0 1,0 1,0 0,3736384810927874
<b>NodeID:5</b>	1,0 1,0 1,0 1,0 0,39433355612190063
<b>NodeID:6</b>	1,0 1,0 1,0 1,0 1,0 0,3742968705638663
<b>NodeID:7</b>	1,0 1,0 1,0 1,0 1,0 1,0 0,3691553998769337
<b>NodeID:8</b>	1,0 1,0 1,0 1,0 1,0 1,0 1,0 0,3841383173461398
<b>NodeID:9</b>	1,0 1,0 1,0 1,0 1,0 1,0 1,0 1,0 0,36968975791478786
<b>NodeID:10</b>	1,0 1,0 1,0 1,0 1,0 1,0 1,0 1,0 1,0 0,369722119976092



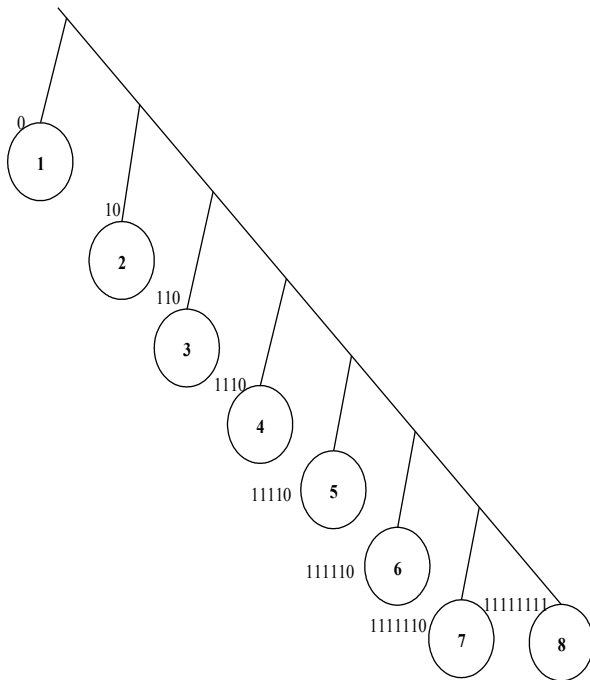
**Σχήμα 3.8 :** Ιστόγραμμα κατανομής του *Fairness* για *Unbalanced Trie* και *RefMax=3*.



**Σχήμα 3.9 :** Ιστόγραμμα κατανομής του *Fairness* για *Unbalanced Trie* και *RefMax=1*.

### 3.3 Μια Πρώτη Ερμηνεία των Αποτελεσμάτων

Στην περίπτωση όπου το δέντρο ενός P-Grid συστήματος δεν είναι ζυγισμένο (Unbalanced Trie) παρατηρούμε ότι έχουμε μεγάλες αποκλίσεις από την μονάδα, των τιμών του Fairness. Για να εξηγήσουμε γιατί συμβαίνει αυτό παίρνουμε ως παράδειγμα ένα εκφυλισμένο Trie οκτώ κόμβων (σχήμα 3.10).



Σχήμα 3.10: Παράδειγμα εκφυλισμένου Trie 8 κόμβων

ROUTING TABLE REFERENCES								
Nodes/ Nodes	1	2	3	4	5	6	7	8
1	■				1			
2	1	■					1	
3	1	1	■		1			
4	1	1	1	■		1		
5	1	1	1	1	■		1	
6	1	1	1	1	1	■		1
7	1	1	1	1	1	1	■	1
8	1	1	1	1	1	1	1	■
SUM:	7	6	5	4	5	3	3	2

Σχήμα 3.11: Παράδειγμα δομής των Routing Tables για εκφυλισμένο Trie 8 κόμβων

Στο σχήμα 3.11 επίσης έχουμε τις αναφορές που υπάρχουν στα Routing Tables καθενός Peer, οπότε μπορούμε εύκολα να βρούμε το In-Degree για καθέναν. Πιο συγκεκριμένα οι οριζόντιες γραμμές δείχνουν τις διευθύνσεις των κόμβων που κρατά ο αναφερόμενος κόμβος στο Πίνακα δρομολόγησης του, ενώ σε κάθε στήλη έχουμε τους κόμβους που κρατούν στο Routing Table τους τον αναφερόμενο κόμβο.

Έτσι βλέπουμε για παράδειγμα ότι ο αριθμός των κόμβων που έχουν αποθηκεύσει την διεύθυνση του κόμβου 1 είναι 7, (πρώτη στήλη), του κόμβου 2 είναι 6, (δεύτερη στήλη) κτλ.

Παρατηρούμε ότι οι κόμβοι στα ανώτερα επίπεδα του δέντρου, βρίσκονται υποχρεωτικά στα Routing Tables όλων των υπερκείμενων (δηλαδή των “πιο πάνω”) κόμβων τους.

Για παράδειγμα ο κόμβος 1 (ID: '0') βρίσκεται υποχρεωτικά σε όλους τους υπόλοιπους κόμβους, αφού είναι ο μοναδικός κόμβος στο υποδέντρο με πρόθεμα "0", και επομένως πρέπει να συμπεριληφθεί σε όλα τα Routing Tables ώστε να μπορούν όλοι οι κόμβοι κάτω από αυτόν, να δεικτοδοτήσουν το συγκεκριμένο κομμάτι του δικτύου.

Ομοίως παρατηρούμε ότι ο κόμβος 2 βρίσκεται υποχρεωτικά στα Routing Tables των κόμβων 3,4,5,6,7,8.

Απ' την άλλη μεριά ο κόμβος 7 θα πρέπει να βρίσκεται υποχρεωτικά μόνο στο Routing Table του κόμβου 8, αφού δεν υπάρχουν άλλοι κόμβοι “κάτω” από αυτόν.

Η παραπάνω ανισομέρεια πρακτικά έχει ως αποτέλεσμα η συχνότητα εμφάνισης για παράδειγμα του peer 2 στα exchanges να είναι αναγκαστικά μεγαλύτερη απ' ότι του 7, επομένως αυξάνει και η πιθανότητα για τον κόμβο 2 να επιλεγεί και να βρίσκεται σε κάποιο Routing Table των κόμβων “πάνω” απ' αυτόν. (π.χ. στο R.T. του 1).

Επομένως υπάρχει μεγάλη ανομοιομορφία όσον αφορά τις πιθανότητες εμφάνισης των Peers στα Routing Tables (άρα και χαμηλή τιμή του Fairness) και μάλιστα η ανομοιομορφία αυτή γίνεται μεγαλύτερη όσο ανεβαίνουμε επίπεδο στο δέντρο αφού αντίστοιχα θα αυξάνει και **η διαφορά** ανάμεσα στις πιθανότητες προτίμησης των κόμβων στα υψηλότερα επίπεδα έναντι των κόμβων που βρίσκονται στα χαμηλότερα .

Στην συνέχεια παρουσιάζουμε την απόδειξη όλων των παραπάνω (δηλαδή την μη-ομοιόμορφη επιλογή των References στα Routing Tables όταν το Trie είναι Unbalanced) με την αναλυτική εύρεση των πιθανοτήτων επιλογής των διευθύνσεων, στα Routing Tables, για μεμονωμένες περιπτώσεις μικρών δικτύων, ώστε να φανεί καλύτερα το πρόβλημα λειτουργίας του αλγορίθμου Exchange.

### 3.4 Απόδειξη μη-ομοιόμορφης επιλογής για μεμονωμένες περιπτώσεις

#### 3.4.1 Απόδειξη για RefMax=1

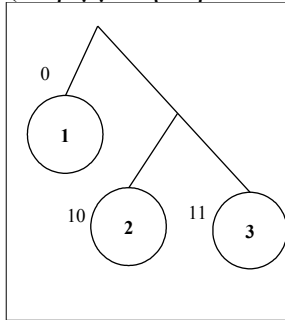
Παρακάτω παρουσιάζεται η απόδειξη για την μη ομοιόμορφη επιλογή των References στα Routing Tables, κατά την λειτουργία του "κλασσικού" αλγόριθμου P-Grid, για μεμονωμένες περιπτώσεις δικτύων

Συγκεκριμένα εξετάζονται οι απλές περιπτώσεις με RefMax=1 και μέγεθος Trie N=3,4  
Όλες οι περιπτώσεις αφορούν Unbalanced δέντρα.

#### Συμβολισμοί :

Συμβολίζουμε με  $P'_k(n)$  την πιθανότητα στο επόμενο βήμα (exchange) που θα κάνει ο **Peer -k**, να καταχωρίσει στο Routing Table του την διεύθυνση του **Peer -n**. Δηλαδή ο (n) είναι ένας από τους "υπονήφιους" κόμβους για κάποιο υποδέντρο του (k) και στόχος μας είναι να εξάγουμε την πιθανότητα επιλογής του, έναντι των υπολοίπων "υπονήφιων" για το ίδιο υποδέντρο.

#### α) Περίπτωση N=3, RefMax=1, Unbalanced Trie (τετριμμένη περίπτωση)

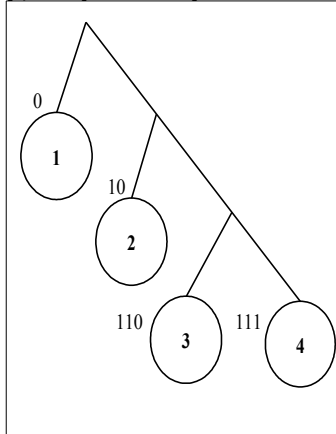


Στην απλή περίπτωση που έχουμε μόνο τρεις κόμβους, και RefMax=1, προφανώς θα ισχύει :

$P'_1(2) = P'_1(3) = \frac{1}{2}$  αφού σε κάθε exchange που κάνει ο Peer 1, με τους 2, 3 έχει να επιλέξει από το σύνολο {1,2}.

Άλλωστε οι Peers 2 και 3 είναι συμμετρικοί και ότι ισχύει για τον έναν ισχύει και για τον άλλο, οπότε  $P'_1(2) = P'_1(3)$

#### β) Περίπτωση N=4, RefMax=1, Unbalanced Trie



- Για τον **Peer 2**, θα ισχύει το αποτέλεσμα που βρήκαμε στην προηγούμενη περίπτωση με N=3, δηλαδή  $P'_2(3) = P'_2(4) = \frac{1}{2}$ , αφού θεωρούμε ότι δεν "μαθαίνει" τίποτα παραπάνω για το υποδέντρο του "11\*" από τον Peer-1.
- Για τον **Peer 1**, πρέπει να βρούμε τα \$1. \$2πειδή όμως  $P'_1(3) = P'_1(4)$  (λόγω συμμετρίας) αρκεί να βρούμε το  $P'_1(4)$  οπότε θα ισχύει  $P'_1(2) = 1 - 2 \cdot P'_1(4)$

## 1. Εύρεση $P_1'(4)$

Για τον Peer 1 υπάρχουν τρεις επιλογές για exchanges:

i) **exchange (1,3)**, σύνολο επιλογής  $\{3,4,2\}$

$$P_1'(4) = P_1'(3) = \frac{1}{3}$$

ii) **exchange (1,4)**, σύνολο επιλογής  $\{3,4,2\}$

$$P_1'(4) = P_1'(3) = \frac{1}{3}$$

ii) **exchange (1,2)**

παίρνουμε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς..

$P_1'(4) = P_1(2) \cdot P_2(4) \cdot \frac{1}{2} + P_1(4) \cdot P_2(3) \cdot \frac{1}{3} + P_1(4) \cdot P_2(4) \cdot \frac{1}{2} + P_1(3) \cdot P_2(4) \cdot \frac{1}{3}$  αφού τα αντίστοιχα σύνολα επιλογής για κάθε όρο είναι τα  $\{4,2\}$ ,  $\{4,3,2\}$ ,  $\{4,2\}$ ,  $\{3,4,2\}$

Αν στην παραπάνω εξίσωση αντικαταστήσουμε :

$$P_1(3) = P_1(4) \text{ (λόγω συμμετρίας),}$$

$$P_1(2) = 1 - 2 \cdot P_1(4)$$

$$P_2(3) = P_2(4) = \frac{1}{2}$$

θα έχουμε τελικά ότι  $P_1'(4) = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} P_1(4)$  .

Επειδή όλα τα Exchanges θεωρούμε ότι είναι τυχαία και γίνονται με την ίδια πιθανότητα,  $1/3$ , θα έχουμε τελικά..

$$P_1'(4) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \cdot P_1(4) \right) \Leftrightarrow \mathbf{P_1'(4) = \frac{11}{36} + \frac{P_1(4)}{36}} \text{ (αναδρομική εξίσωση)}$$

Για να λύσουμε την αναδρομή, θεωρώ ότι για  $t=0$  όλες οι επιλογές είναι ισοπίθανες, δηλαδή

$$P_1(4)_{t=0} = P_1(3)_{t=0} = P_1(2)_{t=0} = \frac{1}{3}$$

### Επίλυση Αναδρομής

έστω  $f_{n+1} = \frac{11}{36} + \frac{1}{36} \cdot f_n$ ,  $f_0 = \frac{1}{3}$  ,

$$f_{n+1} = \frac{11}{36} + \frac{1}{36} \cdot \left( \frac{11}{36} + \frac{1}{36} \cdot f_{n-1} \right) = \frac{11}{36} + \frac{11}{36^2} + \frac{1}{36^2} \left( \frac{11}{36} + \frac{1}{36} \cdot f_{n-2} \right) = \dots = \frac{11}{36} \cdot \sum_{i=0}^k \frac{1}{36^i} + \frac{1}{36^{k+1}} \cdot f_{n-k}$$

η αναδρομή τερματίζει όταν  $n - k = 0 \Rightarrow n = k$  , οπότε

$$f_{n+1} = \frac{11}{36} \cdot \sum_{i=0}^n \frac{1}{36^i} + \frac{1}{36^{n+1}} \cdot f_0 \text{ , και επειδή } \sum_{i=0}^n \frac{1}{36^i} = \frac{36^{n+1} - 1}{35 \cdot 36^{n+1}} \text{ , } f_0 = \frac{1}{3} \text{ , θα έχουμε τελικά..}$$

$$f_{n+1} = \frac{11}{35} + \frac{2}{105} \cdot \frac{1}{36^{n+1}} \text{ .}$$

Άρα λοιπόν βρήκαμε ότι  $P'_1(4)=P'_1(3)=\frac{11}{35}+\frac{2}{105}\cdot\frac{1}{36^{n+1}}$ , επομένως μετά από μεγάλο αριθμό βημάτων,  $n\rightarrow\infty$ , θα έχουμε :

$$P_1(4)=P_1(3)=\frac{11}{35} \text{ και } P_1(2)=1-2\cdot P_1(4)=\frac{13}{35} \text{ (οριακές πιθανότητες)}$$

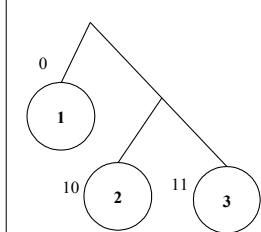
Παρατηρούμε ότι  $P_1(4)+P_1(3)+P_1(2)=1$  όπως άλλωστε αναμενόταν ως άθροισμα όλων των πιθανοτήτων για την επιλογή στο Routing Table του Peer 1.



### 3.4.2 Απόδειξη για RefMax=2.

Στην συνέχεια παρουσιάζονται περιπτώσεις Unbalanced δικτύων P-Grid, όπου RefMax=2. Θα αποδείξουμε ότι για τις μεμονωμένες αυτές περιπτώσεις ο αλγόριθμος Exchange δεν επιλέγει με ομοιόμορφο τρόπο τις καταχωρήσεις στα Routing Tables  
Συγκεκριμένα εξετάζονται οι απλές περιπτώσεις με μέγεθος Trie N=3,4,5

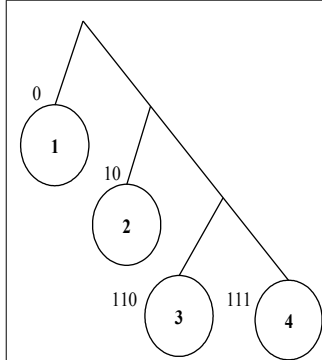
#### α) Περίπτωση N=3, RefMax=2, Unbalanced Trie (τετριμμένη περίπτωση)



Στην απλή περίπτωση που έχουμε μόνο τρεις κόμβους, και RefMax=2, προφανώς θα ισχύει :

$P'_1(2)=P'_1(3)=1$  αφού σε κάθε exchange που κάνει ο Peer 1, με τους 2, 3 πρέπει να επιλέξει και τις δύο αναφορές από το σύνολο  $\{1,2\}$ .

#### β) Περίπτωση N=4, RefMax=2, Unbalanced Trie



- Για τον Peer 2, θα ισχύει το αποτέλεσμα που βρήκαμε στην προηγούμενη περίπτωση με N=3, δηλαδή  $P'_2(3)=P'_2(4)=1$
- Για τον Peer 1, αρχικά θα βρούμε τα:  
 $P_1(2,3), P_1(3,4), P_1(2,4)$

Μπορούμε στην συνέχεια να βρούμε τις μεμονωμένες πιθανότητες ως εξής:  $P_1(4)=P_1(3,4)+P_1(2,4)$

Παρατηρούμε ότι για όλα τα Exchanges που κάνει ο Peer 1, το σύνολο των διευθύνσεων που σχηματίζεται είναι το  $\{2,3,4\}$ , επομένως σε κάθε μεμονωμένο Exchange θα ισχύει:

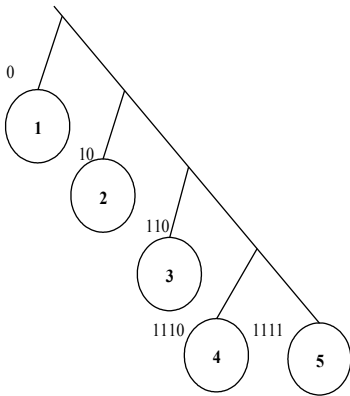
$$P'_1(2,3)=P'_1(2,4)=P'_1(3,4)=\frac{1}{3} .$$

Επειδή όμως όλα τα Exchanges πραγματοποιούνται με την ίδια πιθανότητα,  $1/3$ , θα έχουμε τελικά ότι  $P_1(2,3)=P_1(2,4)=P_1(3,4)=\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 = \frac{1}{3}$ . Επομένως για τις πιθανότητες μεμονωμένων κόμβων θα έχουμε :

$$P_1(4)=P_1(3,4)+P_1(2,4)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3} , \quad P_1(3)=P_1(3,4)+P_1(2,3)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3} \quad \text{και τέλος}$$

$$P_1(2)=P_1(3,2)+P_1(2,4)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3} .$$

γ) Περίπτωση N=5, RefMax=2, Unbalanced Trie



- Για τον **Peer 2**, θα ισχύει το αποτέλεσμα που βρήκαμε στην προηγούμενη περίπτωση με N=4, δηλαδή  $P_2(3,4)=P_2(3,5)=P_2(4,5)=\frac{1}{3}$
- Για τον **Peer 3**, θα ισχύει το αποτέλεσμα που βρήκαμε στην περίπτωση με N=3, δηλαδή  $P_3(4)=P_3(5)=1$
- Πρέπει στην συνέχεια να βρούμε τις πιθανότητες  $P'_1(2,3), P'_1(2,4), P'_1(2,5), P'_1(3,5), P'_1(3,4), P'_1(4,5)$ . Για να συμπεριλάβουμε όλες τις περιπτώσεις, φτιάχνουμε πίνακα με όλους τους δυνατούς συνδυασμούς ζευγαριών Peers που μπορούν να συμμετέχουν στα Exchanges.

Για τον **Peer 1** υπάρχουν τέσσερις επιλογές για exchanges:

i) **exchange (1,3)**, σύνολο επιλογής {2,3,4,5}. Επομένως για αυτήν την περίπτωση Exchange, θα έχουμε:

$$P'_1(2,3)=P'_1(2,4)=P'_1(2,5)=P'_1(3,4)=P'_1(3,5)=P'_1(4,5)=\frac{1}{6}$$

ii) **exchange (1,4)**, σύνολο επιλογής {2,3,4,5}. Ομοίως με την περίπτωση i), θα έχουμε

$$P'_1(2,3)=P'_1(2,4)=P'_1(2,5)=P'_1(3,4)=P'_1(3,5)=P'_1(4,5)=\frac{1}{6}$$

iii) **exchange (1,5)**, σύνολο επιλογής {2,3,4,5}. Ομοίως με τις περιπτώσεις i) και ii), θα έχουμε

$$P'_1(2,3)=P'_1(2,4)=P'_1(2,5)=P'_1(3,4)=P'_1(3,5)=P'_1(4,5)=\frac{1}{6}$$

iv) **exchange (1,2)**

Στον πίνακα 3.4 φαίνονται όλα τα δυνατά σύνολα επιλογής

Peer 2 / Peer 1	{3,4}	{3,5}	{4,5}
{2,3}	{2,3,4}	{2,3,5}	{2,3,4,5}
{2,4}	{2,3,4}	{2,3,4,5}	{2,4,5}
{2,5}	{2,3,4,5}	{2,3,5}	{2,4,5}
{3,4}	{3,4}+{2}	{3,4,5}+{2}	{3,4,5}+{2}
{3,5}	{3,4,5}+{2}	{3,5}+{2}	{3,4,5}+{2}
{4,5}	{3,4,5}+{2}	{3,4,5}+{2}	{4,5}+{2}

**Πίνακας 3.4:** Η πρώτη στήλη του πίνακα αντιπροσωπεύει όλα τα δυνατά σύνολα κόμβων στο Routing Table του 1, ενώ η πρώτη γραμμή όλες τις δυνατές δυάδες-αναφορές στο R.T. του peer 2.

γνωρίζοντας ότι  $P_2(3,4)=P_2(3,5)=P_2(4,5)=\frac{1}{3}$ , θα έχουμε:

$$P_1'(2,3)=\frac{5}{18}\cdot P_1(2,3)+\frac{1}{6}\cdot P_1(2,4)+\frac{1}{6}\cdot P_1(2,5)+\frac{2}{9}\cdot P_1(3,4)+\frac{2}{9}\cdot P_1(3,5)+\frac{1}{9}\cdot P_1(4,5)$$

$$P_1'(2,4)=\frac{1}{6}\cdot P_1(2,3)+\frac{5}{18}\cdot P_1(2,4)+\frac{1}{6}\cdot P_1(2,5)+\frac{2}{9}\cdot P_1(3,4)+\frac{1}{9}\cdot P_1(3,5)+\frac{2}{9}\cdot P_1(4,5)$$

$$P_1'(2,5)=P_1'(2,4) \quad (\text{λόγω συμμετρίας})$$

$$P_1'(3,4)=\frac{1}{6}\cdot P_1(2,3)+\frac{1}{6}\cdot P_1(2,4)+\frac{1}{18}\cdot P_1(2,5)+\frac{2}{9}\cdot P_1(3,4)+\frac{1}{9}\cdot P_1(3,5)+\frac{1}{9}\cdot P_1(4,5)$$

$$P_1'(3,5)=P_1'(3,4) \quad (\text{λόγω συμμετρίας})$$

$$P_1'(4,5)=\frac{1}{18}\cdot P_1(2,3)+\frac{1}{6}\cdot P_1(2,4)+\frac{1}{6}\cdot P_1(2,5)+\frac{1}{9}\cdot P_1(3,4)+\frac{1}{9}\cdot P_1(3,5)+\frac{2}{9}\cdot P_1(4,5)$$

Επειδή όλα τα Exchanges θεωρούμε ότι είναι ισοδύναμα με πιθανότητα 1/4, θα έχουμε τελικά

$$P_1'(2,3)=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{6}\cdot 3+\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{5}{18}\cdot P_1(2,3)+\frac{1}{6}\cdot P_1(2,4)+\frac{1}{6}\cdot P_1(2,5)+\frac{2}{9}\cdot P_1(3,4)+\frac{2}{9}\cdot P_1(3,5)+\frac{1}{9}\cdot P_1(4,5)\right)$$

$$P_1'(2,4)=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{6}\cdot 3+\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{6}\cdot P_1(2,3)+\frac{5}{18}\cdot P_1(2,4)+\frac{1}{6}\cdot P_1(2,5)+\frac{2}{9}\cdot P_1(3,4)+\frac{1}{9}\cdot P_1(3,5)+\frac{2}{9}\cdot P_1(4,5)\right)$$

$$P_1'(3,4)=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{6}\cdot 3+\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{6}\cdot P_1(2,3)+\frac{1}{6}\cdot P_1(2,4)+\frac{1}{18}\cdot P_1(2,5)+\frac{2}{9}\cdot P_1(3,4)+\frac{1}{9}\cdot P_1(3,5)+\frac{1}{9}\cdot P_1(4,5)\right)$$

$$P_1'(4,5)=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{6}\cdot 3+\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{18}\cdot P_1(2,3)+\frac{1}{6}\cdot P_1(2,4)+\frac{1}{6}\cdot P_1(2,5)+\frac{1}{9}\cdot P_1(3,4)+\frac{1}{9}\cdot P_1(3,5)+\frac{2}{9}\cdot P_1(4,5)\right)$$

$$P_1'(3,5)=P_1'(3,4) \quad (\text{λόγω συμμετρίας})$$

$$P_1'(2,5)=P_1'(2,4) \quad (\text{λόγω συμμετρίας})$$

Στην συνέχεια για να μετασχηματίσουμε το σύστημα των αναδρομικών εξισώσεων, σε αλγεβρικό σύστημα, χρησιμοποιούμε την μέθοδο του **Μετασχηματισμού Z**.

Ισχύει ότι  $F(z)=\sum_{n=0}^{\infty} f_n \cdot z^n$ , όπου το z είναι μιγαδική μεταβλητή στο διάστημα  $|z|\leq 1$ .

Ισχύουν οι ακόλουθες ιδιότητες του Μετασχηματισμού :

αν  $f(n)\rightarrow F(z)$  τότε :  $f(n+1)\rightarrow \frac{F(z)-f(0)}{z}$ , και  $1\rightarrow \frac{1}{1-z}$ .

Επίσης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το Θεώρημα Τελικής Τιμής:  $\lim_{z\rightarrow 1} (1-z)\cdot F(z)=f_{\infty}$ , ώστε να αποφύγουμε την εύρεση του αντίστροφου μετασχηματισμού.

Με βάση τα παραπάνω, παίρνουμε τελικά:

$$P_1(2,3)=P_1(2,4)=P_1(2,5)=\frac{37}{213}, \text{ και } P_1(3,4)=P_1(3,5)=P_1(4,5)=\frac{34}{213}$$

Οι πιθανότητες για μεμονωμένους κόμβους βρίσκονται εύκολα ως εξής:

$$P_1(5)=P_1(2,5)+P_1(4,5)+P_1(3,5)=\frac{35}{71}, \quad P_1(4)=P_1(5)=\frac{35}{71}, \quad (\text{λόγω συμμετρίας})$$

$$\text{ενώ } P_1(2)=P_1(2,5)+P_1(2,4)+P_1(2,3)=\frac{37}{71}, \quad P_1(3)=P_1(2,3)+P_1(3,4)+P_1(3,5)=\frac{35}{71}$$

### 3.6 Συμπεράσματα

Αποδείξαμε λοιπόν ότι στις παραπάνω μεμονωμένες περιπτώσεις που έχουμε εκφυλισμένο Trie, με RefMax =1 και 2, ο αλγόριθμος του P-Grid δεν επιλέγει "ισοδίκαια" τα References (εκτός από τις τετριμμένες περιπτώσεις).

Στην περίπτωση για παράδειγμα που είχαμε N=4 και RefMax=1, βρήκαμε ότι η πιθανότητα επιλογής των δύο τελευταίων κόμβων (3,4) από τον πρώτο (Peer 1), είναι ίση με **11/35** σε αντίθεση με την επιλογή του κόμβου 2, η οποία γίνεται με πιθανότητα **13/35**.

Ομοίως όταν έχουμε RefMax=2 και N=5, οι Peers {3,4,5} έχουν πιθανότητα επιλογής **35/71** από τον Peer 1, ενώ ο Peer {2} έχει πιθανότητα επιλογής ίση με **37/71**.

Φυσικά με εντελώς ανάλογη διαδικασία μπορούμε να αποδείξουμε ότι ο αλγόριθμος Exchange παρουσιάζει το πρόβλημα της μη-δίκαιης επιλογής των διευθύνσεων στα Routing Tables όταν το Trie είναι Unbalanced, για οποιαδήποτε τιμή μεγέθους δικτύου καθώς και RefMax.

## 4. ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΥΤΟΟΡΓΑΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΒΑΡΩΝ

Η μέθοδος που αναπτύξαμε και δοκιμάσαμε, για την αντιμετώπιση του προβλήματος της δίκαιης κατανομής των Διευθύνσεων στους Πίνακες Δρομολόγησης, στηρίζεται στην απόδοση βαρών σε καθέναν από τους υπονήφιους Peers για την κάλυψη κάποιας θέσης του Routing Table

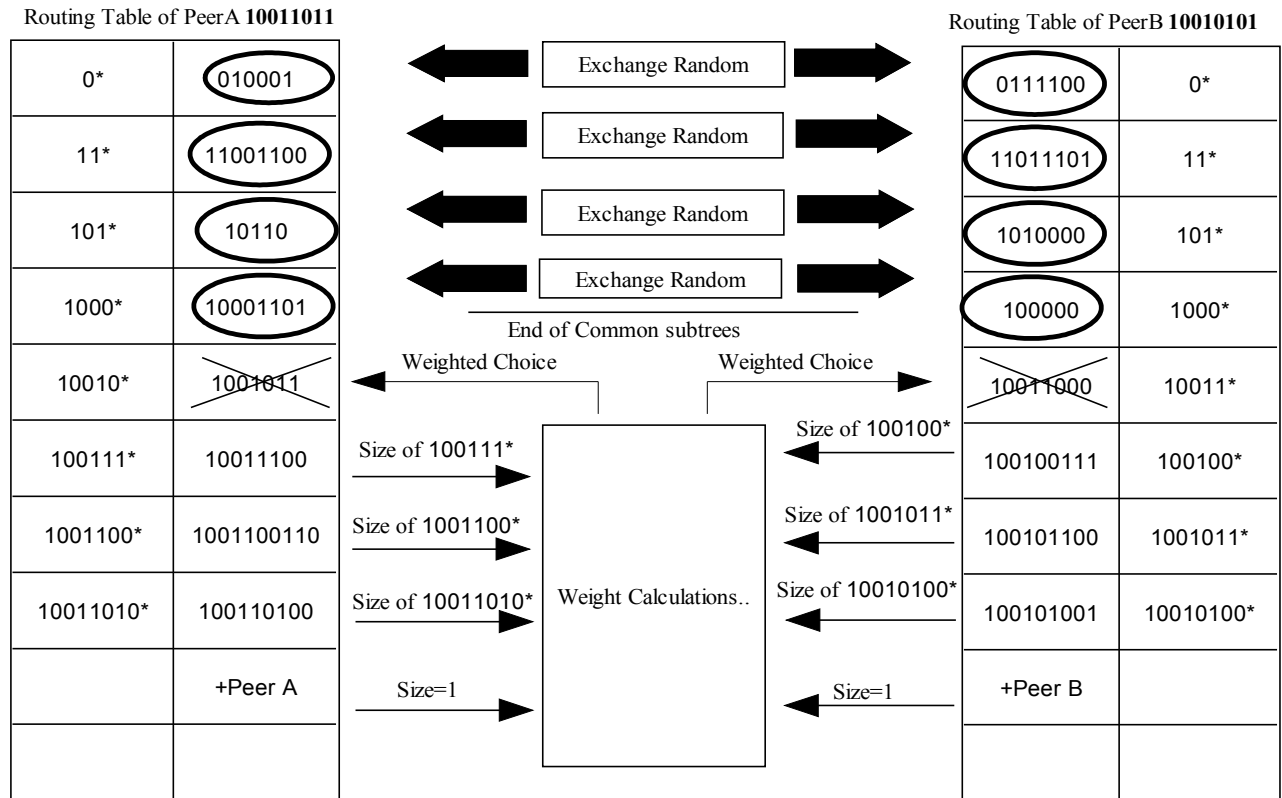
Ο αλγόριθμος αυτός επαναλαμβάνεται κάθε φορά που εκτελείτε κάποιο Exchange ανάμεσα σε δύο τυχαίους Peers. Συγκεκριμένα η διαδικασία που ακολουθείται για την ανταλλαγή των διευθύνσεων ανάμεσα σε δύο τυχαίους Peers, έστω A και B, είναι ή παρακάτω:

1. Αρχικά οι δύο Peers βρίσκουν το κοινό πρόθεμα στο PathID τους. (Το αναφέρουμε ως Common Prefix)
2. Για όλα τα υποδέντρα που αντιστοιχούν στο κοινό τους πρόθεμα ακολουθείται η διαδικασία που εφαρμόζεται και στον "κλασικό" αλγόριθμο ανταλλαγής του P-Grid, δηλαδή για καθένα από αυτά σχηματίζεται η ένωση των διευθύνσεων των Peers που είναι γνωστοί στον A και στον B για το συγκεκριμένο (κοινό) υποδέντρο τους. Από το σύνολο αυτό επιλέγονται στη συνέχεια τυχαία και ξεχωριστά ακριβώς RefMax διευθύνσεις για να αποθηκευτούν στις αντίστοιχες θέσεις του Routing Table καθενός από τους δύο Peers A και B.
3. Για το υποδέντρο εκείνο που αντιστοιχεί στο επίπεδο **Common Prefix +1** του A, λαμβάνεται από τον Peer B όλη η πληροφορία εκείνη που αφορά το συγκεκριμένο υποδέντρο του A, και αντιστοιχεί στα επίπεδα του B από το **Common Prefix +2** έως και το τελευταίο του υποδέντρο. Η πληροφορία που λαμβάνεται από τον B, εκτός από τις μεμονωμένες διευθύνσεις (PathIDs) των Peers, περιλαμβάνει και το μέγεθος των υποδέντρων στα οποία αναφέρονται η καθεμία από τις διευθύνσεις.  
Όλη η πληροφορία που λαμβάνεται από τον B για το συγκεκριμένο υποδέντρο του A, συνδυάζεται με ήδη υπάρχουσα στον A. Δηλαδή στο σύνολο των διευθύνσεων που θα σχηματιστεί για το υποδέντρο του A, θα συμπεριληφθούν και οι διευθύνσεις τις οποίες είχε ήδη αποθηκευμένες ο A για αυτό το υποδέντρο.  
Η επιλογή στην συνέχεια των RefMax κόμβων, γίνεται αντιστοιχίζοντας πιθανότητες-βάρη για καθέναν από τους Peers του συνόλου. Από το μέγεθος του καθενός υποδέντρου στο οποίο ανήκει κάθε διεύθυνση, όπως επίσης και από τον συνολικό αριθμό των γνωστών διευθύνσεων για το συγκεκριμένο υποδέντρο μπορεί να εξαχθεί η κατάλληλη πιθανότητα-βάρος για την επιλογή καθεμίας από τις διευθύνσεις, όπως θα δούμε και παρακάτω.  
Φυσικά η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται με αντίστοιχο τρόπο και από την μεριά του Peer B.

Πρέπει να σημειωθεί ότι μετά από κάθε μία από τις συνολικά RefMax επιλογές, ο υπολογισμός των βαρών για τις εναπομείναντες διευθύνσεις, επαναλαμβάνεται εκ νέου.

Επίσης, όπως προαναφέρθηκε ο παραπάνω αλγόριθμος απαιτεί την εύρεση του μεγέθους καθενός υποδέντρου ενός Peer για την εύρεση των πιθανοτήτων -βαρών.

Στο σχήμα 4.1 φαίνεται παραστατικά η μέθοδος αντιστοίχισης βαρών για δύο Peers (Peer A: 10011011, Peer B:10010101)



**Σχήμα 4.1:** Αλγόριθμος Exchange ανάμεσα στους Peers A (10011011) και B(10010101) με την μέθοδο κατανομής βαρών

## 4.1 Εύρεση τύπου για κατανομή βαρών

Συνομειύσεις

**RM:** RefMax

**S:** Αθροισμα των Μεγεθών όλων των υποδέντρων

**L<sub>i</sub>:** Μέγεθος υποδέντρου i

**M<sub>i</sub>:** Πλήθος κόμβων στο Routing Table, στην θέση i

Ιδανικά θα θέλαμε η επιλογή καθενός από τους κόμβους να είναι τυχαία, και όπως θα γινόταν αν είχαμε ένα σύνολο απο κόμβους και επιλέγαμε τυχαία .

Η επιλογή των κόμβων για τις θέσεις στα Routing Tables γίνεται διαδοχικά, έτσι ώστε:

- Για να επιλέξουμε τον 1ο (από τους RefMax κόμβους) θέλουμε η επιλογή ενός

συγκεκριμένου κόμβου, έστω A, να γίνει με πιθανότητα ίση με  $\frac{\binom{S-1}{RM-1} \cdot (RM-1)!}{\binom{S}{RM} \cdot RM!} = \frac{1}{S}$

επομένως η πιθανότητα επιλογής του A, σε μια οποιαδήποτε θέση (από τις RefMax που απομένουν ) πρέπει να είναι ίση με  $\frac{1}{S}$  .

- Αν αν η πρώτη θέση έχει ήδη καταληφθεί από κάποιον κόμβο έστω A, και πρέπει να επιλέξουμε τον κόμβο (έστω B) για την επόμενη θέση, η επιλογή αυτή πρέπει να είναι ισοδύναμη με την επιλογή ενός κόμβου τυχαία από ένα σύνολο από  $S' = S - \frac{L_A}{M_A}$  κόμβους και για οποιαδήποτε από τις RM-1 εναπομείναντες θέσεις, αφού κάθε κόμβος που επιλέγεται μειώνει το εικονικό σύνολο κατά ένα παράγοντα ίσο με  $\frac{L_A}{M_A}$  . Επομένως η πιθανότητα επιλογής θα πρέπει να είναι ίση με

$$\frac{\binom{S'-1}{RM-2} \cdot (RM-2)! \cdot (RM-1)}{\binom{S'}{RM-1} \cdot (RM-1)!} = \frac{RM-1}{S'} = \frac{RM-1}{S - \frac{L_A}{M_A}}$$

- Προχωρώντας αναδρομικά, αν έχουν ήδη επιλεγεί οι κόμβοι για τις  $k-1$  θέσεις, και αναζητούμε τον κόμβο για την θέση  $k$ , η επιλογή θα πρέπει να γίνει με τέτοιο τρόπο, ώστε η επιλογή του καθενός από τους κόμβους που απομένουν, για τις θέσεις που απομένουν, να

είναι ισοδύναμη και με πιθανότητα ίση με  $P_k = \frac{RM - (k-1)}{S - \frac{L_{k-1}}{M_{k-1}}}$ , όπου οι μεταβλητές

$L_{k-1}, M_{k-1}$  συμβολίζουν το μέγεθος του υποδέντρου, και τον αντίστοιχο αριθμό από "εκπροσώπους" του, και στα δύο Routing Tables, για τον κόμβο που επιλέχτηκε στο προηγούμενο βήμα.

Αφού έχουμε βρει ποιες πρέπει να είναι οι πιθανότητες επιλογής, αναζητούμε πιθανότητες -βάρη  $W_i^j$  ( $i$ :δείκτης για τον κόμβο,  $j$ : δείκτης για την θέση) τέτοιες ώστε αν οι θέσεις **1** έως **k-1** είναι

ήδη κατειλημμένες τότε  $\sum_{j=k}^{RM} W_i^j \frac{M_i}{L_i} = \frac{RM - (k-1)}{S - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{L_i}{M_i}}$ , θέτοντας  $S_k = S - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{L_i}{M_i}$ , έχουμε

$$\sum_{j=k}^{RM} W_i^j \frac{M_i}{L_i} = \frac{RM - (k-1)}{S_k} \Leftrightarrow \sum_{j=k}^{RM} W_i^j = \frac{L_i}{M_i} \cdot \frac{RM - (k-1)}{S_k} .$$

Μια προφανής τιμή για τις πιθανότητες βάρη  $W_i^j$  ώστε να ισχύει η τελευταία ισότητα, είναι να επιλέξουμε  $W_i^j = \frac{L_i}{M_i \cdot S_k}$  (ανεξάρτητο του j), οπότε έχουμε και το ζητούμενο.

Άρα τελικά οι πιθανότητες με τις οποίες πρέπει να επιλεγούν οι κόμβοι, ώστε να έχουν όλοι δίκαιη αντιμετώπιση κατά την λειτουργία του αλγορίθμου Exchange, είναι ίση με :

$$W_i^k = \frac{L_i}{M_i \cdot S_k} = \frac{L_i}{M_i \cdot \left( S - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{L_i}{M_i} \right)} ,$$

$W_i^k$  : Η ζητούμενη πιθανότητα-βάρος για τον κόμβο i, όταν η επιλογή γίνεται για την **k-οστή** θέση (οι προηγούμενες k-1 θέσεις από τις RefMax συνολικά, έχουν ήδη καταληφθεί).

$L_i$  : Μέγεθος υποδέντρου στο οποίο ανήκει ο κόμβος i

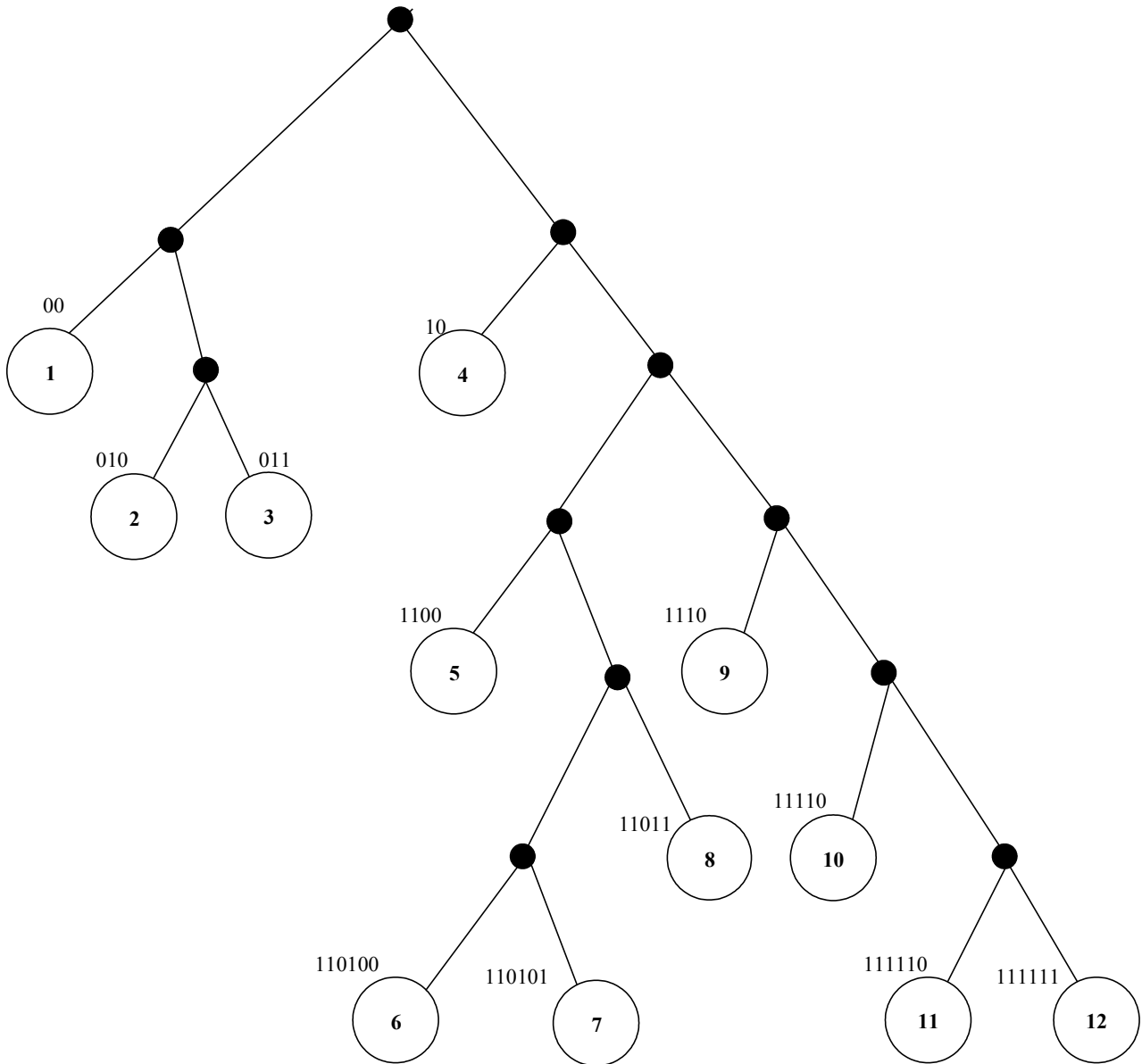
$M_i$  : Πλήθος κόμβων που εμφανίζονται στα Routing Tables και των δύο κόμβων που συμμετέχουν στο exchange, και που ανήκουν στο ίδιο υποδέντρο στο οποίο ανήκει και ο κόμβος i.

$S$  : Συνολικό μέγεθος όλων των υποδέντρων δηλαδή  $S = \sum_i L_i$  .



#### 4.1.1 Παράδειγμα 1

Στο σχήμα 4.2 έχουμε ένα P-Grid δίκτυο με 12 Peers. Θα παρουσιάσουμε βήμα προς βήμα την λειτουργία κατανομής βαρών καθώς εκτελούνται τυχαία Exchanges στο σύστημα.



Σχήμα 4.2: Το P-Grid δίκτυο του παραδείγματος 4.1.1 με 12 peers.

- Έστω ότι γίνεται αρχικά κάποιο Exchange ανάμεσα στους κόμβους **9** (με path ID:"1110") και **1** (path ID:"00"), και ότι **RefMax=2**. Έστω επίσης ότι τα σύνολα των γνωστών διευθύνσεων για όλα τα υποδέντρα που "ενδιαφέρουν" τους κόμβους 1 και 9 είναι αυτά που φαίνονται στους πίνακες 4.1 και 4.2 αντίστοιχα.

Nodes	Sub Tree ID	Sub Tree Size (L <sub>n</sub> )	Sub Tree Nodes Present (M <sub>n</sub> )
9	"1110"	1	1
4	"10"	1	1
5,8	"110"	4	2
11	"1111"	3	1

**Πίνακας 4.1:** Κόμβοι και συμπληρωματικά υποδέντρα από τον Peer 9, που αφορούν τον Peer 1. Στην πρώτη και την δεύτερη στήλη καταγράφονται οι κόμβοι και τα υποδέντρα από τα οποία προέρχονται αντίστοιχα, η τρίτη στήλη το μέγεθος του υποδέντρου, ενώ η τέταρτη τον συνολικό αριθμό των peers οι οποίοι ανήκουν στο συγκεκριμένο υποδέντρο.

Nodes	Sub Tree ID	Sub Tree Size (L <sub>n</sub> )	Sub Tree Nodes Present (M <sub>n</sub> )
1	"00"	1	1
2,3	"01"	2	2

**Πίνακας 4.2:** Κόμβοι και συμπληρωματικά υποδέντρα από τον Peer 1, που αφορούν τον Peer 9 (για το υποδέντρο "0").

## α) Διαδικασία Επιλογής Διευθύνσεων για τον Peer 1

### 1η επιλογή

Ο κόμβος 1 πρέπει να επιλέξει ανάμεσα στους κόμβους 9,4,5,8,11 για την 1η θέση του Routing Table του. Το συνολικό μέγεθος όλων των υποδέντρων είναι  $S = \sum_n L_n = 9$ , και επομένως η κατανομή των βαρών στους κόμβους θα είναι η ακόλουθη:

- Για τον κόμβο 4:  $W_4^1 = \frac{L_4}{M_4} \cdot \frac{1}{S} \Leftrightarrow W_4^1 = \frac{1}{(1 \cdot 9)} = \frac{1}{9}$ .
- Για τον κόμβο 5:  $W_5^1 = \frac{L_5}{M_5} \cdot \frac{1}{S} \Leftrightarrow W_5^1 = \frac{4}{2 \cdot 9} = \frac{2}{9}$ .
- Για τον κόμβο 8:  $W_8^1 = \frac{L_8}{M_8} \cdot \frac{1}{S} \Leftrightarrow W_8^1 = \frac{4}{2 \cdot 9} = \frac{2}{9}$ .
- Για τον κόμβο 11:  $W_{11}^1 = \frac{L_{11}}{M_{11}} \cdot \frac{1}{S} \Leftrightarrow W_{11}^1 = \frac{3}{1 \cdot 9} = \frac{1}{3}$ .
- Για τον κόμβο 9:  $W_9^1 = \frac{L_9}{M_9} \cdot \frac{1}{S} \Leftrightarrow W_9^1 = \frac{1}{1 \cdot 9} = \frac{1}{9}$ .

Παρατηρούμε ότι  $\sum_{n=9,4,5,8,11} W_n^1 = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = 1$ , όπως άλλωστε αναμενόταν, ως άθροισμα όλων των πιθανοτήτων για την συγκεκριμένη θέση.

## 2η επιλογή

Ας υποθέσουμε ότι για την πρώτη θέση επιλέχτηκε τελικά ο κόμβος 4. Θα πρέπει για την επόμενη επιλογή να επαναλάβουμε την παραπάνω διαδικασία, κάνοντας όμως τις απαραίτητες αλλαγές, όπως φαίνονται στον πίνακα 4.3.

Nodes	Sub Tree ID	Sub Tree Size (L <sub>n</sub> )	Sub Tree Nodes Present (M <sub>n</sub> )
9	"1110"	1	1
11	"1111"	3	1
5,8	"110"	4	2

**Πίνακας 4.3:** Υποψήφιοι κόμβοι και συμπληρωματικά υποδέντρα του Peer 9, μετά την επιλογή του peer 4, στο Routing Table του 1.

Το συνολικό μέγεθος S' για όλα τα υποδέντρα που πρέπει να πάρουμε αυτήν τη φορά είναι

$$S' = S - \frac{L_4}{M_4} \Leftrightarrow S' = 9 - \frac{1}{1} \Leftrightarrow S' = 8.$$

Επομένως τα “βάρη” που θα δοθούν στους εναπομείναντες κόμβους είναι τα ακόλουθα :

$$W_5^2 = \frac{4}{2 \cdot 8} = \frac{2}{16}, \quad W_8^2 = \frac{4}{2 \cdot 8} = \frac{2}{16}, \quad W_{11}^2 = \frac{3}{1 \cdot 8} = \frac{3}{8}, \quad W_9^2 = \frac{1}{1 \cdot 8} = \frac{1}{8}.$$

Παρατηρούμε ότι και πάλι  $\sum_{n=9,5,8,11} W_n^2 = \frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = 1$

## β) Διαδικασία Επιλογής Διευθύνσεων για τον Peer 9

### 1η επιλογή

Ο Peer 9 πρέπει να επιλέξει ανάμεσα στους κόμβους 1,2,3 για την 1η θέση του Routing Table του.

(Υποδέντρο "0\*"). Το συνολικό μέγεθος όλων των υποδέντρων είναι  $S = \sum_n L_n = 3$ , και επομένως η κατανομή των βαρών στους κόμβους θα είναι η ακόλουθη:

- Για τον κόμβο 1:  $W_1^1 = \frac{L_1}{M_1} \cdot \frac{1}{S} \Leftrightarrow W_1^1 = \frac{1}{(1 \cdot 3)} = \frac{1}{3}$ .
- Για τον κόμβο 2:  $W_2^1 = \frac{L_2}{M_2} \cdot \frac{1}{S} \Leftrightarrow W_2^1 = \frac{2}{2 \cdot 3} = \frac{1}{3}$ .
- Για τον κόμβο 3:  $W_3^1 = \frac{L_3}{M_3} \cdot \frac{1}{S} \Leftrightarrow W_3^1 = \frac{2}{2 \cdot 3} = \frac{1}{3}$ .

Παρατηρούμε ότι  $\sum_{n=1,2,3} W_n^1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$ , όπως άλλωστε αναμενόταν, ως άθροισμα όλων των πιθανοτήτων για την συγκεκριμένη θέση.

### 2η επιλογή

Ας υποθέσουμε ότι για την πρώτη θέση επιλέχτηκε τελικά ο κόμβος 2. Θα πρέπει για την επόμενη επιλογή να επαναλάβουμε την παραπάνω διαδικασία, κάνοντας όμως τις απαραίτητες αλλαγές που φαίνονται στον πίνακα 4.4

Nodes	Sub Tree ID	Sub Tree Size (L <sub>n</sub> )	Sub Tree Nodes Present (M <sub>n</sub> )
1	"00"	1	1
3	"01"	2	2

**Πίνακας 4.4:** Υποψήφιοι κόμβοι και συμπληρωματικά υποδέντρα του Peer 1, μετά την επιλογή του Peer 2, στο Routing Table του 9.

Το συνολικό μέγεθος S' για όλα τα υποδέντρα που πρέπει να πάρουμε αυτήν τη φορά είναι

$$S' = S - \frac{L_2}{M_2} \Leftrightarrow S' = 3 - \frac{2}{2} \Leftrightarrow S' = 2. \text{ Επομένως οι πιθανότητες-βάρη θα είναι τώρα:}$$

$$W_1^2 = \frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{2}, \quad W_3^2 = \frac{2}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

Παρατηρούμε ότι και πάλι  $\sum_{n=1,3} W_n^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ , όπως αναμενόταν.

#### 4.1.2 Παράδειγμα 2

Θα εξετάσουμε αυτή τη φορά την διαδικασία επιλογής των διευθύνσεων από όλα τα υποδέντρα που υπάρχουν στο Routing Table, του Peer 4, από κάποιον άλλο τυχαίο (εικονικό) Peer. Η αρχική κατάσταση του Routing Table του Peer 4 παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα.

Nodes	Sub Tree ID	Sub Tree Size (L <sub>n</sub> )	Sub Tree Nodes Present (M <sub>n</sub> )
2,3	"0"	3	2
10,7	"11"	8	2
4	"10"	1	1

**Πίνακας 4.5:** Υποψήφιοι κόμβοι και τα αντίστοιχα υποδέντρα του Peer 4.

##### Επιλογή 1η

Για την 1η επιλογή είναι  $S = \sum_n L_n = 12$ , επομένως

$$W_2^1 = \frac{3}{2 \cdot 12} = \frac{1}{8}, \quad W_3^1 = W_2^1 = \frac{1}{8}, \quad W_7^1 = \frac{8}{2 \cdot 12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}, \quad W_{10}^1 = W_7^1 = \frac{1}{3}, \quad W_4^1 = \frac{1}{1 \cdot 12} = \frac{1}{12},$$

$$\sum_{n=7,10,4,2,3} W_n^1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} = 1$$

##### Επιλογή 2η

Έστω ότι για την 1η θέση επιλέχτηκε ο κόμβος **2**, τότε θα έχουμε

$$S' = S - \frac{L_2}{M_2} \Leftrightarrow S' = 12 - \frac{3}{2} \Leftrightarrow S' = \frac{21}{2}, \text{ οπότε } W_3^2 = \frac{3}{2 \cdot \frac{21}{2}} = \frac{3}{21}, \quad W_{10}^2 = \frac{8}{2 \cdot \frac{21}{2}} = \frac{8}{21},$$

$$W_4^2 = \frac{1}{1 \cdot \frac{21}{2}} = \frac{2}{21}, \quad W_7^2 = \frac{8}{2 \cdot \frac{21}{2}} = \frac{8}{21}. \text{ Για επαλήθευση ελέγχουμε και πάλι:}$$

$$\sum_{n=7,10,4,3} W_n^2 = \frac{3}{21} + \frac{8}{21} + \frac{2}{21} + \frac{8}{21} = 1$$

##### Επιλογή 3η

Έστω ότι για την 2η θέση επιλέχτηκε ο κόμβος **3**, για την τελευταία επιλογή, θα έχουμε :

$$S'' = S' - \frac{L_3}{M_3} \Leftrightarrow S'' = \frac{21}{2} - \frac{3}{2} \Leftrightarrow S'' = 9, \text{ οπότε } W_{10}^3 = \frac{8}{2 \cdot 9} = \frac{4}{9}, \quad W_4^3 = \frac{1}{9}, \quad W_7^3 = \frac{8}{2 \cdot 9} = \frac{4}{9}$$

Επαλήθευση:  $\sum_{n=7,10,4} W_n^3 = \frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9} = 1$

## 4.2 Απόδειξη Λειτουργίας για Μεμονωμένες Περιπτώσεις

Για μεγαλύτερη Επαλήθευση των Αποτελεσμάτων, προχωράμε στην εύρεση των πιθανοτήτων επιλογής διευθύνσεων στα Routing Tables, για μεμονωμένες περιπτώσεις δικτύων (RefMax=1 και N=3,4,5) και τα αντιπαραβάλλουμε με τα αποτελέσματα που είχαμε βρεί με τον "κλασικό" αλγόριθμο του P-Grid.

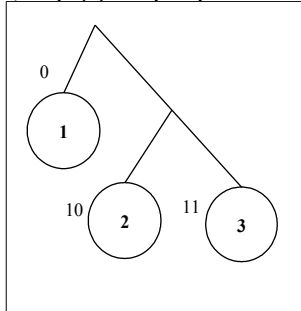
### Συμβολισμοί :

Συμβολίζουμε όπως και προηγούμενα με  $P'_k(n)$  την πιθανότητα στο επόμενο βήμα (exchange) που θα κάνει ο **Peer -k**, να καταχωρίσει στο Routing Table του την διεύθυνση του **Peer -n**. Δηλαδή ο (n) είναι ένας από τους "υποψήφιους" κόμβους για κάποιο υποδέντρο του (k) και στόχος μας είναι να εξάγουμε την πιθανότητα επιλογής του, έναντι των υπολοίπων "υποψήφιων" για το ίδιο υποδέντρο.

Επίσης συμβολίζουμε με  $L_i$  το μέγεθος του υποδέντρου από το οποίο προέρχεται ο κόμβος i, με  $M_i$  το σύνολο των Links που είναι γνωστά για το υποδέντρο από το οποίο προέρχεται και ο κόμβος i, και τέλος με  $S$  το συνολικό μέγεθος όλων των υποδέντρων :  $S = \sum_i L_i$

### α) Περίπτωση N=3, RefMax=1, Unbalanced Trie

(τετριμμένη περίπτωση)



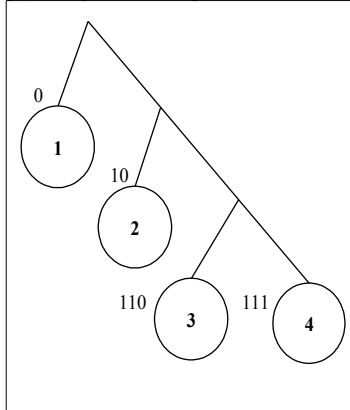
Στην απλή περίπτωση που έχουμε μόνο τρεις κόμβους, και RefMax=1, προφανώς θα ισχύει :

$$P'_1(2) = P'_1(3) = \frac{1}{2} \quad \text{αφού σε κάθε exchange που κάνει ο Peer 1, με τους}$$

2, 3.

Στο ίδιο αποτέλεσμα προκύπτει φυσικά και χωρίς την εφαρμογή της μεθόδου Κατανομής Βαρών.

### β) Περίπτωση N=4, RefMax=1, Unbalanced Trie



- Για τον **Peer 2**, θα ισχύει το αποτέλεσμα που βρήκαμε στην προηγούμενη περίπτωση με N=3, δηλαδή  $P'_2(3) = P'_2(4) = \frac{1}{2}$ , αφού θεωρούμε ότι δεν "μαθαίνει" τίποτα παραπάνω για το υποδέντρο του "11\*" από τον Peer-1.
- Για τον **Peer 1**, πρέπει να βρούμε τα  $P'_1(2), P'_1(3), P'_1(4)$ . Επειδή όμως  $P'_1(3) = P'_1(4)$  (λόγω συμμετρίας) αρκεί να βρούμε το  $P'_1(4)$  οπότε θα ισχύει  $P'_1(2) = 1 - 2 \cdot P'_1(4)$

## 1. Εύρεση $P_1'(4)$

Για τον **Peer 1** υπάρχουν τρεις επιλογές για exchanges:

i) **exchange (1,3)**, σύνολο επιλογής  $\{3,4,2\}$ ,  $L_4=1$ ,  $M_4=1$ ,  $S=3$ , επομένως

$$P_1'(3)=P_1'(4)=\frac{L_4}{M_4 \cdot S}=\frac{1}{3}$$

ii) **exchange (1,4)**, σύνολο επιλογής  $\{3,4,2\}$   $L_4=1$ ,  $M_4=1$ ,  $S=3$ , επομένως

$$P_1'(3)=P_1'(4)=\frac{L_4}{M_4 \cdot S}=\frac{1}{3}$$

iii) **exchange (1,2)**  $L_4=2$ ,  $M_4$  =(μεταβλητό),  $L_2=1$ ,  $M_2=1$ ,  $S=3$

όπως και πριν παίρνουμε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς..

$$P_1'(4)=P_1(2) \cdot P_2(4) \cdot \frac{2}{3} + P_1(4) \cdot P_2(3) \cdot \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 3} + P_1(4) \cdot P_2(4) \cdot \frac{2}{3} + P_1(3) \cdot P_2(4) \cdot \frac{1}{3} \text{ αφού τα}$$

αντίστοιχα σύνολα επιλογής για κάθε όρο είναι τα  $\{4,2\}$ ,  $\{4,3,2\}$ ,  $\{4,2\}$ ,  $\{3,4,2\}$

Αν στην παραπάνω εξίσωση αντικαταστήσουμε ότι :

$$P_1(3)=P_1(4) \text{ (λόγω συμμετρίας),}$$

$$P_1(2)=1-2 \cdot P_1(4) \text{ και ότι}$$

$$P_2(3)=P_2(4)=\frac{1}{2} \text{ ,(όπως είχαμε βρει στην περίπτωση με N=3 κόμβους)}$$

$$\text{θα έχουμε τελικά ότι } P_1'(4)=\frac{2}{3} \cdot P_1(4) + \frac{1}{3} \cdot P_1(2) = \frac{2}{3} \cdot P_1(4) + \frac{1}{3} \cdot [1-2 \cdot P_1(4)] = \frac{1}{3}$$

Επειδή όλα τα Exchanges είναι ισοπίθανα με πιθανότητα  $1/3$ , θα έχουμε:

$$P_1(4)=P_1(3)=3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \text{ . Άρα και } P_1(2)=1-2 \cdot P_1(4)=\frac{1}{3}$$

**Επομένως** προκύπτει τελικά ότι  $P_1(4)=P_1(3)=P_1(2)=\frac{1}{3}$  , δηλαδή με τον αλγόριθμο

Κατανομής Βαρών έχουμε απολύτως ομοιόμορφη επιλογή των διευθύνσεων για  $N=4$  και  $\text{RefMax}=1$ , σε αντίθεση με τον "κλασικό" αλγόριθμο για τον οποίο είχαμε βρει ότι :

$$P_1(3)=P_1(4)=\frac{11}{35} \text{ και } P_1(2)=\frac{13}{35} \text{ (μη ομοιόμορφη επιλογή).}$$

### 4.3 Διαδικασία Εύρεσης του Μεγέθους των Υποδέντρων

Για να λειτουργεί ο αλγόριθμος κατανομής βαρών που παρουσιάσαμε πιο πάνω απαραίτητη προϋπόθεση είναι η γνώση των μεγεθών των υποδέντρων. Ο αλγόριθμος που αναπτύξαμε για τον σκοπό αυτό βρίσκει ντετερμινιστικά τα μεγέθη όλων των υποδέντρων κάθε κόμβου, σταδιακά, μέσα από την ανταλλαγή πληροφορίας στην φάση του Exchange για όλους τους Peers. Η λειτουργία για την εύρεση των μεγεθών των υποδέντρων είναι η εξής:

Σε κάθε Peer κρατάμε μια λίστα με μέγεθος ίσο με το πλήθος των υποδέντρων του συγκεκριμένου Peer, την οποία την ονομάσαμε SubTreeList. Οι δυνατές τιμές για κάθε καταχώριση της λίστας είναι δύο: αν ο Peer γνωρίζει το μέγεθος του αντίστοιχου υποδέντρου, τότε η τιμή στην λίστα είναι ακριβώς ίση με το μέγεθος του υποδέντρου. Διαφορετικά η τιμή για την συγκεκριμένη θέση είναι μηδέν.

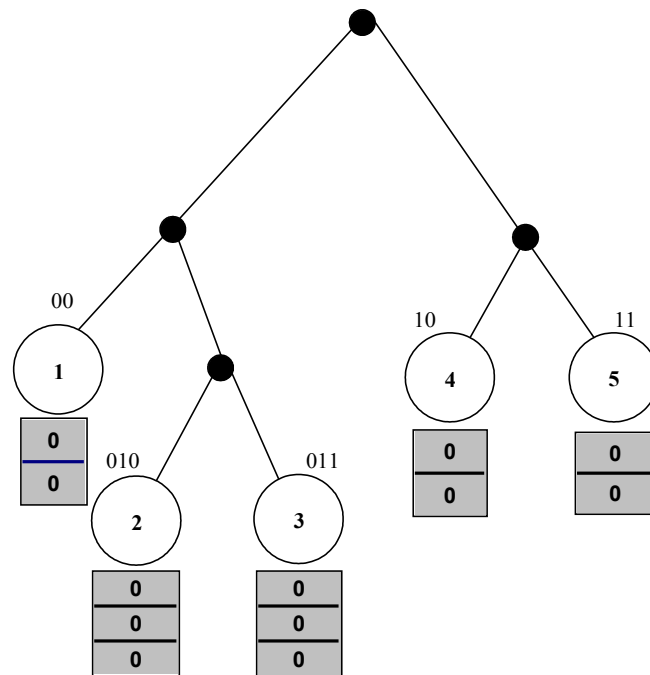
Η ενημέρωση της λίστας γίνεται κατά την διάρκεια της διαδικασίας Exchange και για τους δύο Peers που συμμετέχουν σε αυτή. Συγκεκριμένα οι Peers που συμμετέχουν στο Exchange εκτός από την καθιερωμένη ενημέρωση των Routing Tables τους, εκτελούν και τις ακόλουθες ενέργειες:

1. Για όλα τα επίπεδα του κοινού τους προθέματος (Common Prefix), αν είναι γνωστό το μέγεθος του αντίστοιχου υποδέντρου σε κάποιον από τους δύο Peers, γνωστοποιεί την τιμή αυτή και στον έτερο Peer αν τυχόν δεν την γνωρίζει. Αν κανείς από τους δύο δεν γνωρίζει το μέγεθος κάποιου από τα κοινά υποδέντρα τους, τότε η αντίστοιχη καταχώριση στην SubTreeList παραμένει μηδενική.
2. Για την θέση *Common Prefix + 1* καθενός από τους δύο Peers, αν δεν υπάρχει τιμή στην αντίστοιχη θέση του SubTreeLists, τότε αθροίζονται όλα τα μεγέθη των υποδέντρων του άλλου κόμβου για τα επίπεδα *Common Prefix + 2*, μέχρι και το τελευταίο επίπεδο. Αν κάποια από τις τιμές που αθροίζονται είναι μηδενική, (δηλ. δεν είναι γνωστή η τιμή του αντίστοιχου υποδέντρου) τότε η διαδικασία σταματάει και η τιμή που επιστρέφεται στον αρχικό κόμβο είναι μηδενική. Διαφορετικά επιστρέφεται και καταχωρείται στον αρχικό κόμβο η τιμή του αθροίσματος + 1 (για να προσμετρηθεί και το υποδέντρο του ίδιου του Peer που έκανε την καταμέτρηση). Αν συμβαίνει ο δεύτερος κόμβος να μην έχει υποδέντρα να μετρήσει, (δηλ. η τιμή *Common Prefix + 2* ξεπερνά τον αριθμό των υποδέντρων του ) τότε επιστρέφεται και καταχωρείται απλώς η τιμή 1.

Η λειτουργία του παραπάνω αλγορίθμου θα φανεί όμως καλύτερα με ένα παράδειγμα:



**Παράδειγμα Διαδικασίας Εύρεσης του Μεγέθους των (Συμπληρωματικών) υποδέντρων**  
 Στο Trie του σχήματος 4.3 έχουν προστεθεί οι πίνακες SubTreeLists για κάθε κόμβο. Όπως είναι φυσικό αρχικά όλες οι καταχωρήσεις είναι ίσες με το μηδέν. Παρακάτω θα δούμε πως μεταβάλλονται οι καταχωρήσεις τους με τυχαία Exchanges.



*Σχήμα 4.3: P-Grid δίκτυο στο οποίο έχουν προσαρτηθεί οι πίνακες με τα μεγέθη των συμπληρωματικών υποδέντρων ("SubTreeLists").*

### I. Exchanging Peer 1, Peer 3

#### SubTreeList for Peer 1 ("00")

Index	Sub-Tree Path	Sub-Tree Size
1	"1"	0
2	"01"	0

#### SubTreeList for Peer 3("011")

Index	Sub-Tree Path	Sub-Tree Size
1	"1"	0
2	"00"	0
3	"010"	0

*Πίνακας 4.6: Οι λίστες με τα μεγέθη των υποδέντρων (SubTreeLists) των peers 1,3 πριν το Exchange μεταξύ τους. (Όλες οι καταχωρήσεις είναι μηδενικές)*

Το κοινό πρόθεμα (Common prefix) των peers **1** και **3** είναι η συμβολοσειρά "0" η οποία έχει μέγεθος 1, επομένως η πρώτη θέση και των δύο SubTreeList θα παραμείνει μηδενική και θα αναζητηθούν οι τιμές των μεγεθών των υποδέντρων για το δεύτερο επίπεδο και για τους δύο κόμβους.

Συγκεκριμένα για την δεύτερη θέση του Peer 1, ο Peer 3 έχει να αθροίσει μόνο την 3η καταχώρηση η οποία είναι μηδενική, επομένως δεν θα γίνει καμιά αλλαγή στο SubTreeList του Peer 1.

Για την δεύτερη θέση όμως του Peer 3, εφόσον ο Peer 1 δεν έχει υποδέντρα να μετρήσει (οι θέσεις στην λίστα είναι μόνο δύο, και το Common Prefix length+2 είναι 3) θα καταχωρηθεί απλώς η τιμή 1 στην 2η θέση του Peer 3 όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.4.

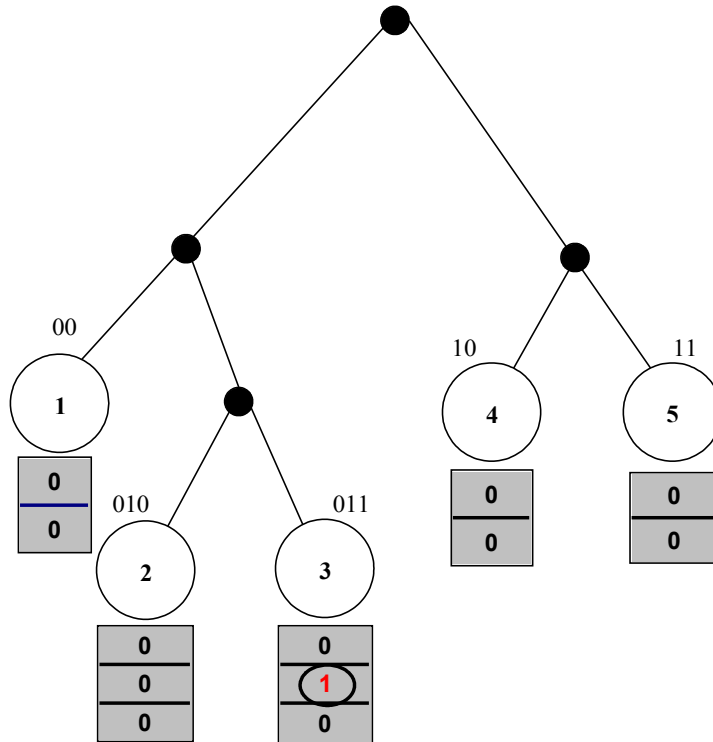
SubTreeList for **Peer 1** ("00")

Index	Sub-Tree Path	Sub-Tree Size
1	"1"	0
2	"01"	0

SubTreeList for **Peer 3** ("011")

Index	Sub-Tree Path	Sub-Tree Size
1	"1"	0
2	"00"	<b>1</b>
3	"010"	0

**Πίνακας 4.7:** Οι λίστες με τα μεγέθη των υποδέντρων των peers 1,3 μετά το Exchange μεταξύ τους.



**Σχήμα 4.4:** Το Trie μετά το Exchange των peers 1 και 3. Οι αλλαγές στους πίνακες με τα μεγέθη των υποδέντρων είναι κυκλωμένες.

## II. Exchanging Peer 5, Peer 4

SubTreeList for Peer 5 ("11")

Index	Sub-Tree Path	Sub-Tree Size
1	"0"	0
2	"10"	0

SubTreeList for Peer 4("10")

Index	Sub-Tree Path	Sub-Tree Size
1	"0"	0
2	"11"	0

Πίνακας 4.8: Οι αρχικές λίστες με τα μεγέθη των υποδέντρων πριν το Exchange των peers 4 και 5

Το κοινό πρόθεμα των peers 5 και 4 είναι η συμβολοσειρά "1" με μέγεθος 1.

Οι πρώτη θέση και στις δύο λίστες είναι μηδέν, επομένως θα γίνει μόνο καταμέτρηση των υποδέντρων για την εύρεση της 2ης τιμής του SubTreeList.

Εφόσον ο Peer 4 δεν έχει υποδέντρα να μετρήσει, θα επιστρέψει μόνο την τιμή για το δικό του υποδέντρο δηλαδή την τιμή 1. Η τιμή αυτή θα καταχωρηθεί στην 2η θέση του Peer 5. Το ίδιο ακριβώς θα γίνει και για την 2η θέση του Peer 4.

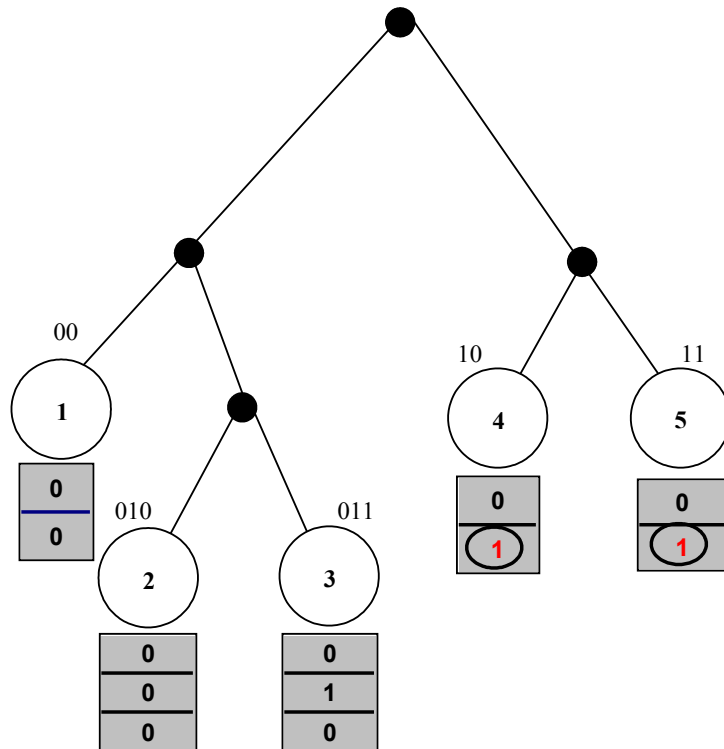
SubTreeList for Peer 5 ("11")

Index	Sub-Tree Path	Sub-Tree Size
1	"0"	0
2	"10"	1

SubTreeList for Peer 4("10")

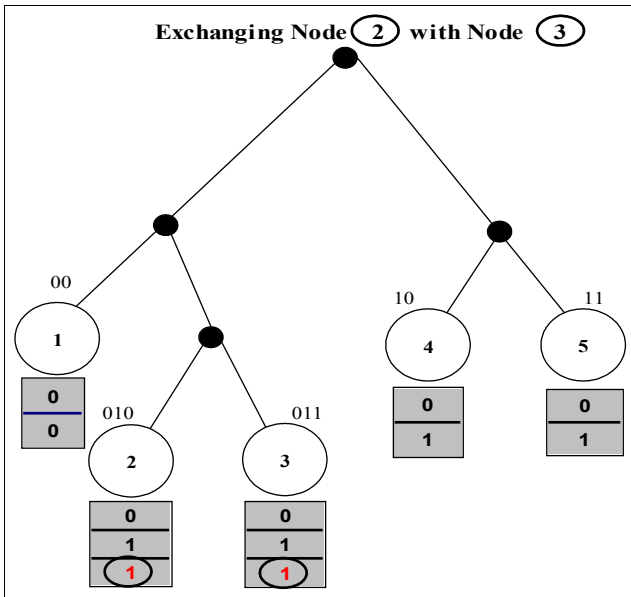
Index	Sub-Tree Path	Sub-Tree Size
1	"0"	0
2	"11"	1

Πίνακας 4.9: Οι λίστες με τα μεγέθη των υποδέντρων των peers 4,5 μετά το Exchange μεταξύ τους.

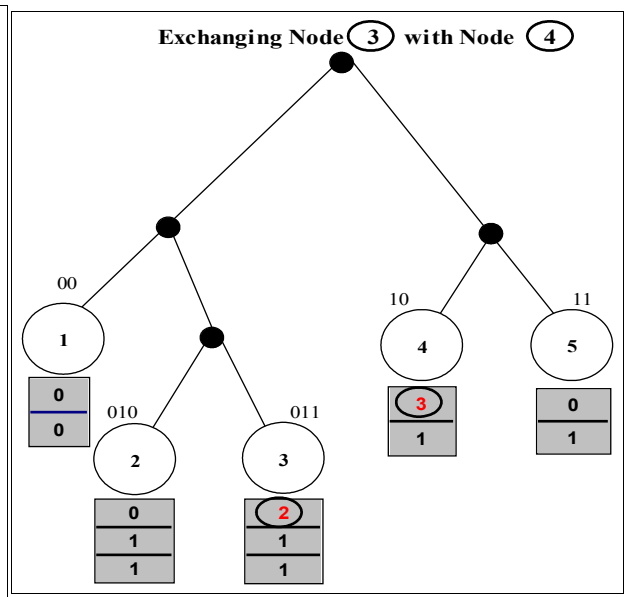


Σχήμα 4.5: Το Trie και οι αλλαγές στους πίνακες με τα μεγέθη των υποδέντρων μετά το Exchange των peers 5 και 4.

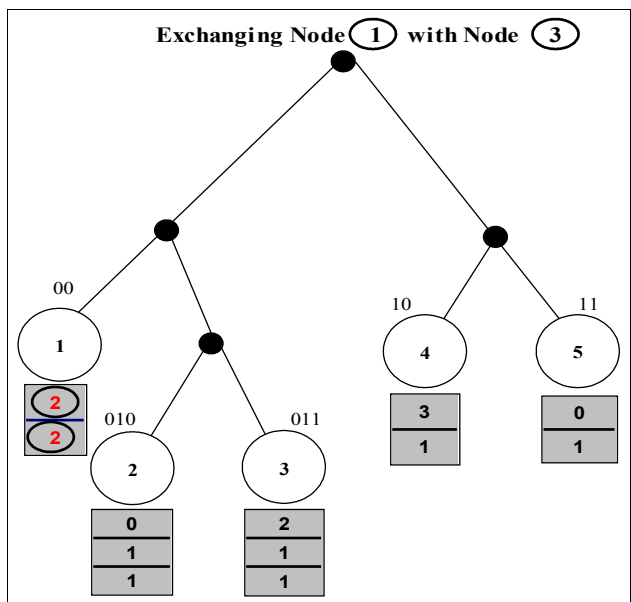
Στα σχήματα 4.6 έως 4.9 απεικονίζονται οι αλλαγές στις λίστες με τα μεγέθη των υποδέντρων σε ισάριθμα τυχαία Exchanges μεταξύ τους.



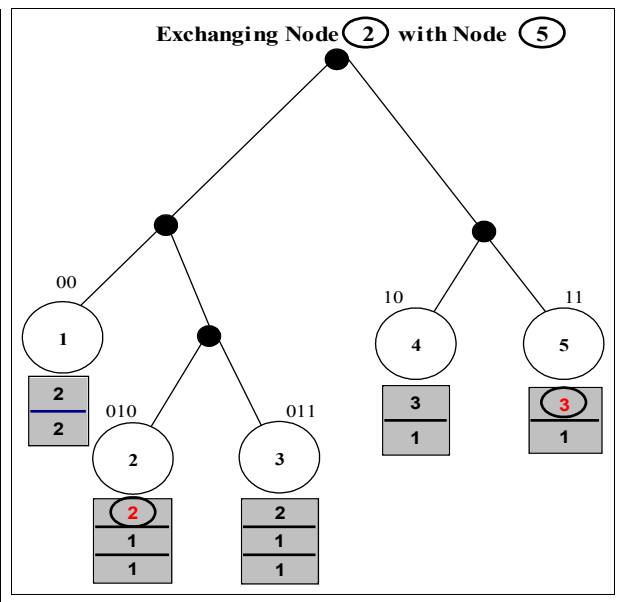
Σχήμα 4.6



Σχήμα 4.7



Σχήμα 4.8



Σχήμα 4.9

## 4.5 Αποτελέσματα Προσομοίωσης

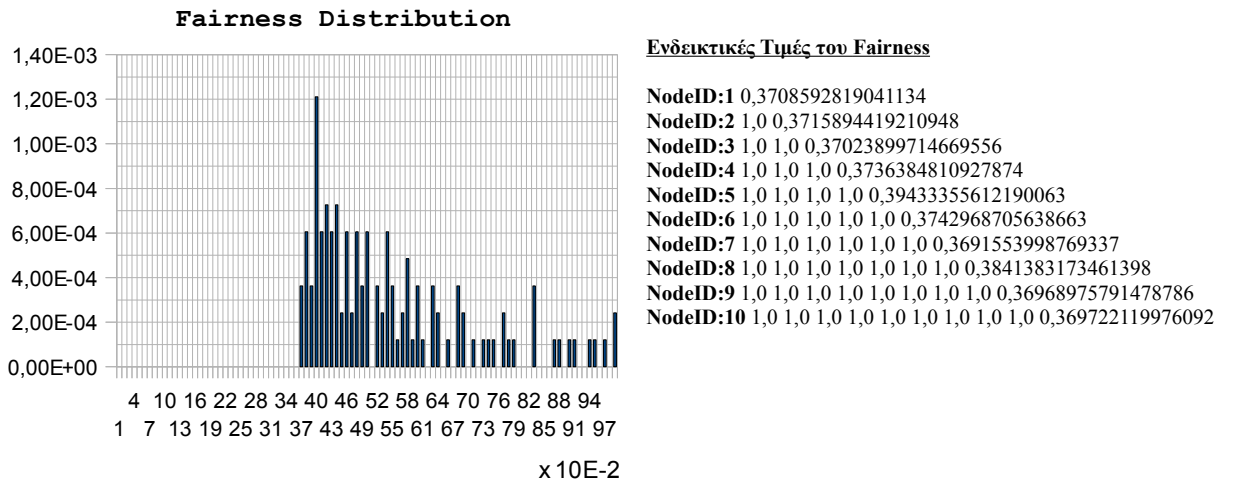
Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την εφαρμογή της μεθόδου κατανομής βαρών (Για σύγκριση παρουσιάζονται μαζί και τα αποτελέσματα που προκύπτουν δίχως την εφαρμογή της μεθόδου)

Όλα τα Simulations έγιναν για 100 Peers και για RefMax=5. Η διάρκεια εκτέλεσης ήταν  $10 \cdot N^2 = 100000$  βήματα (Exchanges).

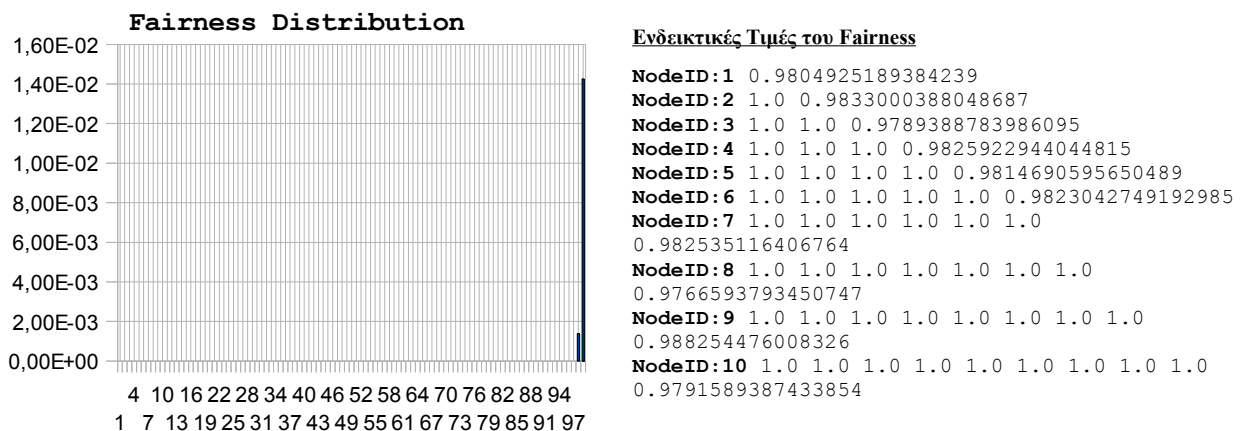
### 4.5.1 Περίπτωση *Unbalanced Trie*

Στα σχήματα 4.10 και 4.11 φαίνονται το ιστόγραμμα καθώς και ενδεικτικές τιμές του Fairness πριν και μετά την εφαρμογή της μεθόδου. Παρατηρούμε ότι η απόδοση του συστήματος βελτιώνεται σημαντικά. Αρχικά οι τιμές του Fairness είχαν μεγάλη διακύμανση, και κάλυπταν ένα εύρος από 0.35 έως 1.

Μετά την εφαρμογή της μεθόδου όλες οι τιμές συγκεντρώνονται στην περιοχή 0.98 έως 1.



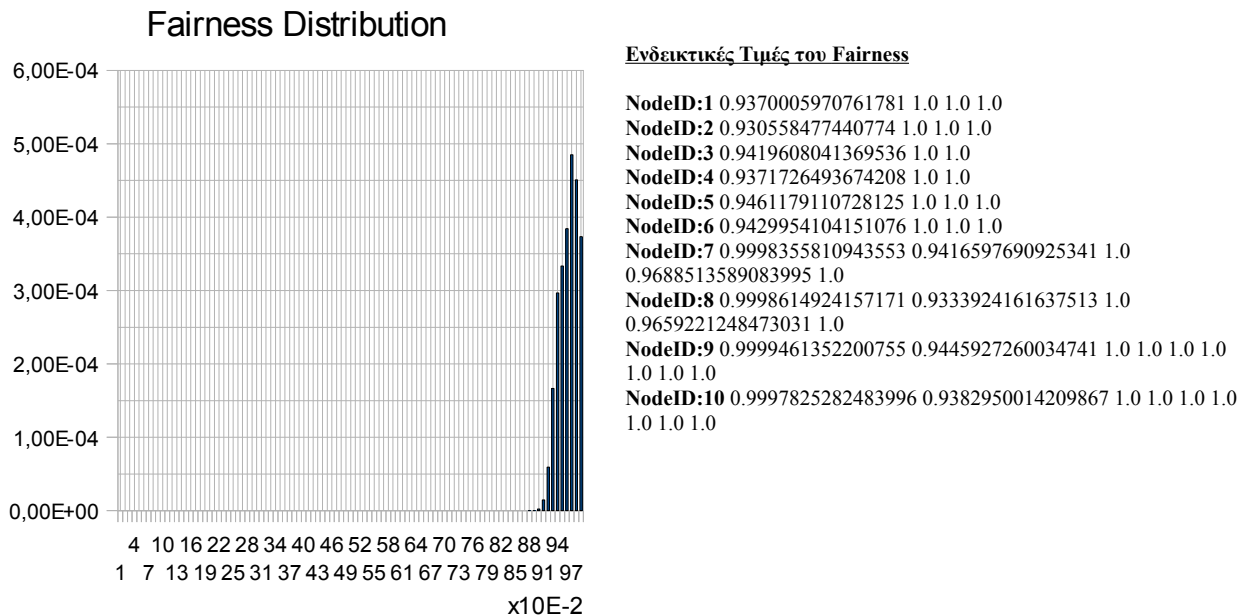
**Σχήμα 4.10 :** Ιστόγραμμα κατανομής και ενδεικτικές τιμές του Fairness με τον “κλασσικό” αλγόριθμο του P-Grid (για *Unbalanced Trie* και RefMax=5). Οι τιμές του Fairness έχουν μεγάλη διακύμανση και καλύπτουν ένα εύρος από 0.34 έως 1 περίπου.



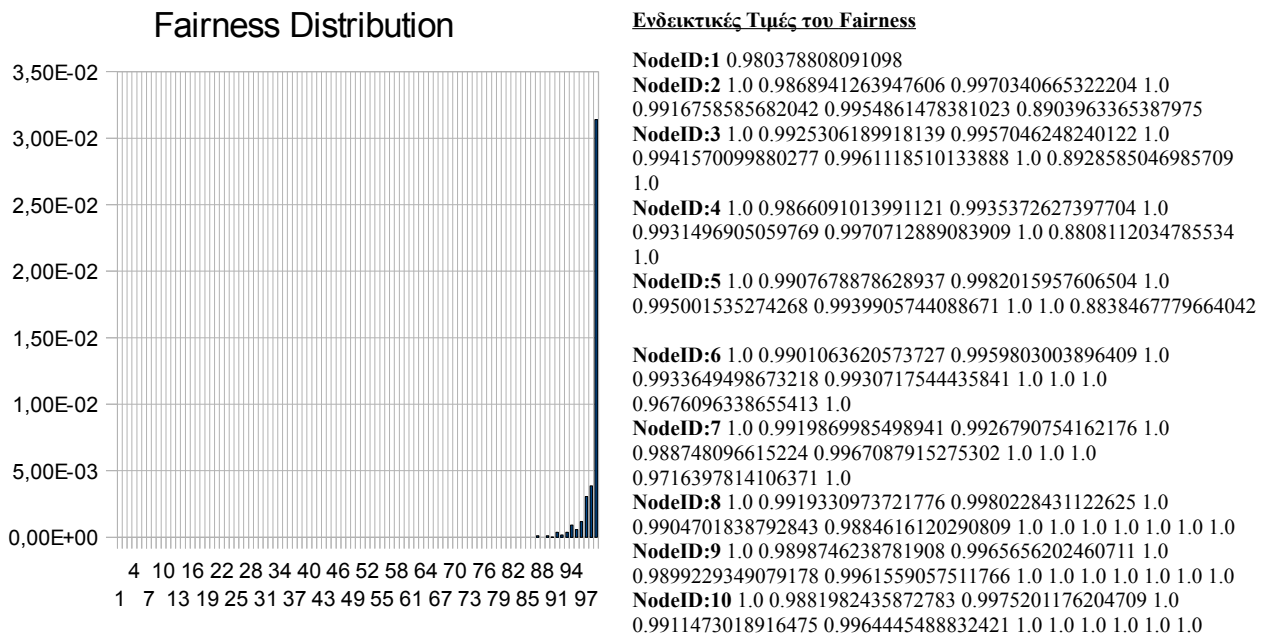
**Σχήμα 4.11 :** Ιστόγραμμα κατανομής και ενδεικτικές τιμές του Fairness με την μέθοδο αυτοοργάνωσης και κατανομής βαρών (*Unbalanced Trie*). Όλες οι τιμές του Fairness συγκεντρώνονται πλέον πολύ κοντά στην τιμή 1.

#### 4.5.2 Περίπτωση Random Trie

Και σ' αυτή την περίπτωση παρατηρούμε αισθητή βελτίωση, αν και λιγότερη σε σύγκριση με την περίπτωση όπου είχαμε Unbalanced Trie. Συγκεκριμένα, πριν την εφαρμογή της μεθόδου κατανομής Βαρών, οι τιμές του Fairness είχαν σημαντική διακύμανση στο διάστημα 0.9 έως 1, ενώ μετά την εφαρμογή της μεθόδου, παρατηρούμε ότι σχηματίζεται ένας μόνο παλμός πολύ κοντά στην τιμή 1 (Σχήματα 4.12 και 4.13).



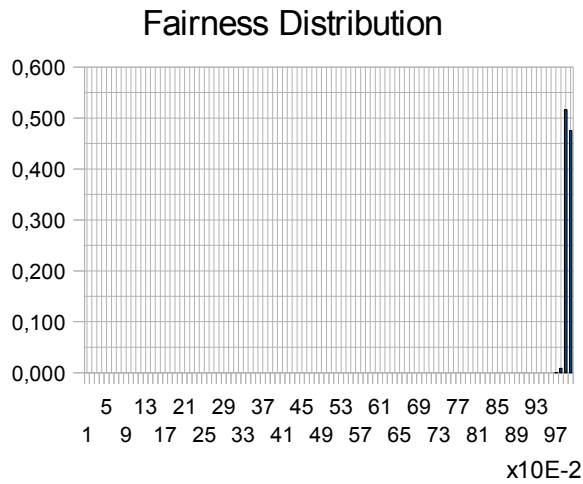
**Σχήμα 4.12 :** Ιστόγραμμα κατανομής και ενδεικτικές τιμές του Fairness με τον “κλασσικό” αλγόριθμο του P-Grid (Random Trie). Σημαντική διακύμανση των τιμών στο εύρος 0.9 έως 1.



**Σχήμα 4.13 :** Ιστόγραμμα κατανομής και ενδεικτικές τιμές του Fairness με την μέθοδο αυτοοργάνωσης και κατανομής βαρών (Random Trie). Όλες οι τιμές τείνουν να αντικατασταθούν από ένα και μόνο παλμό στην τιμή 1.

### 4.5.3 Περίπτωση *Balanced Trie*

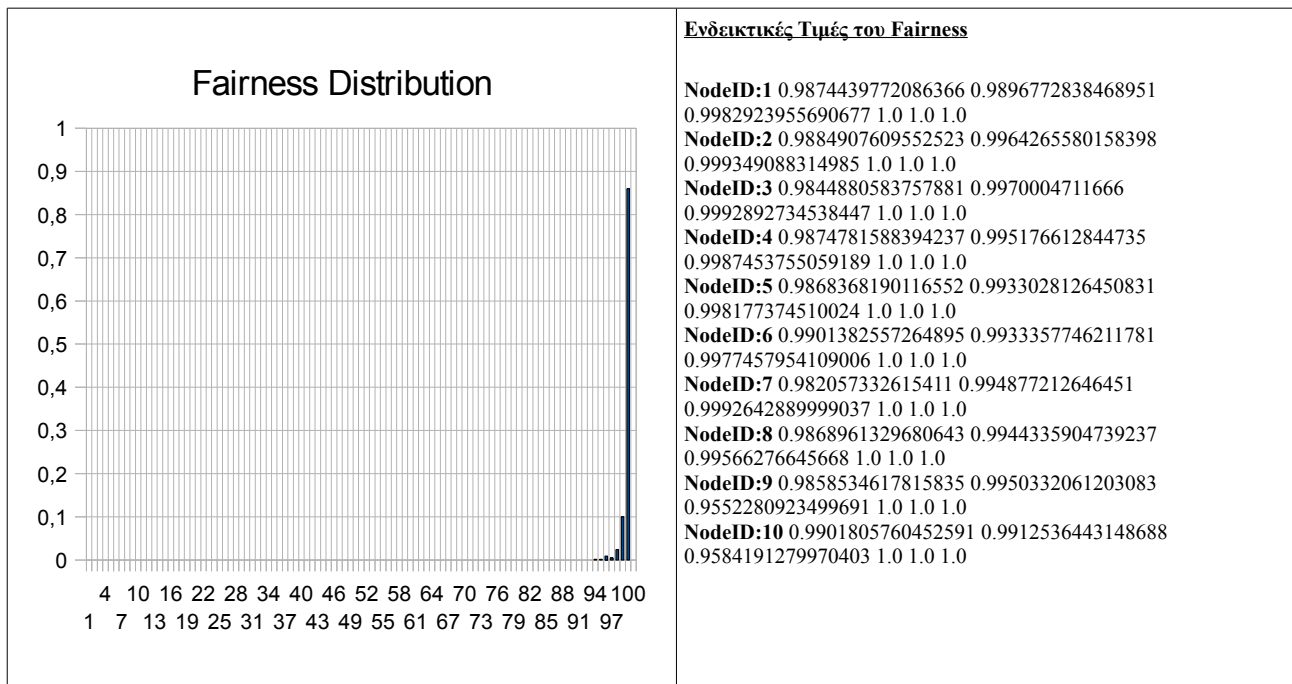
Στην περίπτωση αυτή έχουμε την μικρότερη βελτίωση σε σύγκριση με τις δύο προηγούμενες (*Balanced* και *Random*) καθώς και οι δύο αλγόριθμοι πετυχαίνουν πολύ καλά αποτελέσματα, όσον αφορά την ομοιόμορφη κατανομή των διευθύνσεων. Παρόλα αυτά, και σε αυτήν την περίπτωση παρατηρούμε και πάλι μια μικρή βελτίωση της απόδοσης, καθώς οι τιμές του *Fairness* προσεγγίζουν περισσότερο την μονάδα μετά την εφαρμογή της μεθόδου κατανομής βαρών (Σχήματα 4.14 και 4.15)



#### Ενδεικτικές Τιμές του *Fairness*

**NodeID:1** 0.9887802019473494 0.9859547321944429  
 0.9843478918025136 0.984775172639228 0.9847061045385451  
 0.9879963196855078 0.992959236120195 0.9999668335794578  
 0.9999999624494399 1.0  
**NodeID:2** 0.9890358937114584 0.9837453600332309  
 0.9839434182680012 0.9869461951224369 0.9861918363229422  
 0.9944411559969842 0.9948430603032126 0.9999917466086504  
 0.999999710326708 1.0  
**NodeID:3** 0.9894464655222859 0.9871255267825033  
 0.9872109721987568 0.9828224219105625 0.9804090808021467  
 0.993527680180274 0.9963773967626064 0.9999996066523809  
 0.9999994646046888 1.0  
**NodeID:4** 0.9889955086053774 0.9846417995447084  
 0.9853648416982567 0.9873433409813648 0.9902924419564364  
 0.9899760943528526 0.9975512402221903 0.9999965574597007  
 0.999992433908526 1.0  
**NodeID:5** 0.9884891444124481 0.9837341803393758  
 0.9882099909109097 0.9917980774679386 0.9901901007721146  
 0.9894251415864065 0.9957494079267586 0.9999961178841125  
 0.9999999946692126 1.0

**Σχήμα 4.14** : Ιστόγραμμα κατανομής και ενδεικτικές τιμές του *Fairness* με τον “κλασικό” αλγόριθμο του *P-Grid* (*Balanced Trie*). Όλες οι τιμές του *Fairness* είναι πολύ κοντά στην μονάδα που σημαίνει ότι έχουμε σχεδόν ομοιόμορφη κατανομή των *references*.



#### Ενδεικτικές Τιμές του *Fairness*

**NodeID:1** 0.9874439772086366 0.9896772838468951  
 0.9982923955690677 1.0 1.0 1.0  
**NodeID:2** 0.9884907609552523 0.9964265580158398  
 0.999349088314985 1.0 1.0 1.0  
**NodeID:3** 0.9844880583757881 0.9970004711666  
 0.9992892734538447 1.0 1.0 1.0  
**NodeID:4** 0.9874781588394237 0.995176612844735  
 0.9987453755059189 1.0 1.0 1.0  
**NodeID:5** 0.9868368190116552 0.9933028126450831  
 0.998177374510024 1.0 1.0 1.0  
**NodeID:6** 0.9901382557264895 0.9933357746211781  
 0.9977457954109006 1.0 1.0 1.0  
**NodeID:7** 0.982057332615411 0.994877212646451  
 0.9992642889999037 1.0 1.0 1.0  
**NodeID:8** 0.9868961329680643 0.9944335904739237  
 0.99566276645668 1.0 1.0 1.0  
**NodeID:9** 0.9858534617815835 0.9950332061203083  
 0.9552280923499691 1.0 1.0 1.0  
**NodeID:10** 0.9901805760452591 0.9912536443148688  
 0.9584191279970403 1.0 1.0 1.0

**Σχήμα 4.15** : Ιστόγραμμα κατανομής και ενδεικτικές τιμές του *Fairness* με την μέθοδο αυτοοργάνωσης και κατανομής βαρών (*Balanced Trie*). Όλες οι τιμές τείνουν να αντικατασταθούν από ένα και μόνο παλμό στην τιμή 1.

## 4.6 Συμπεράσματα

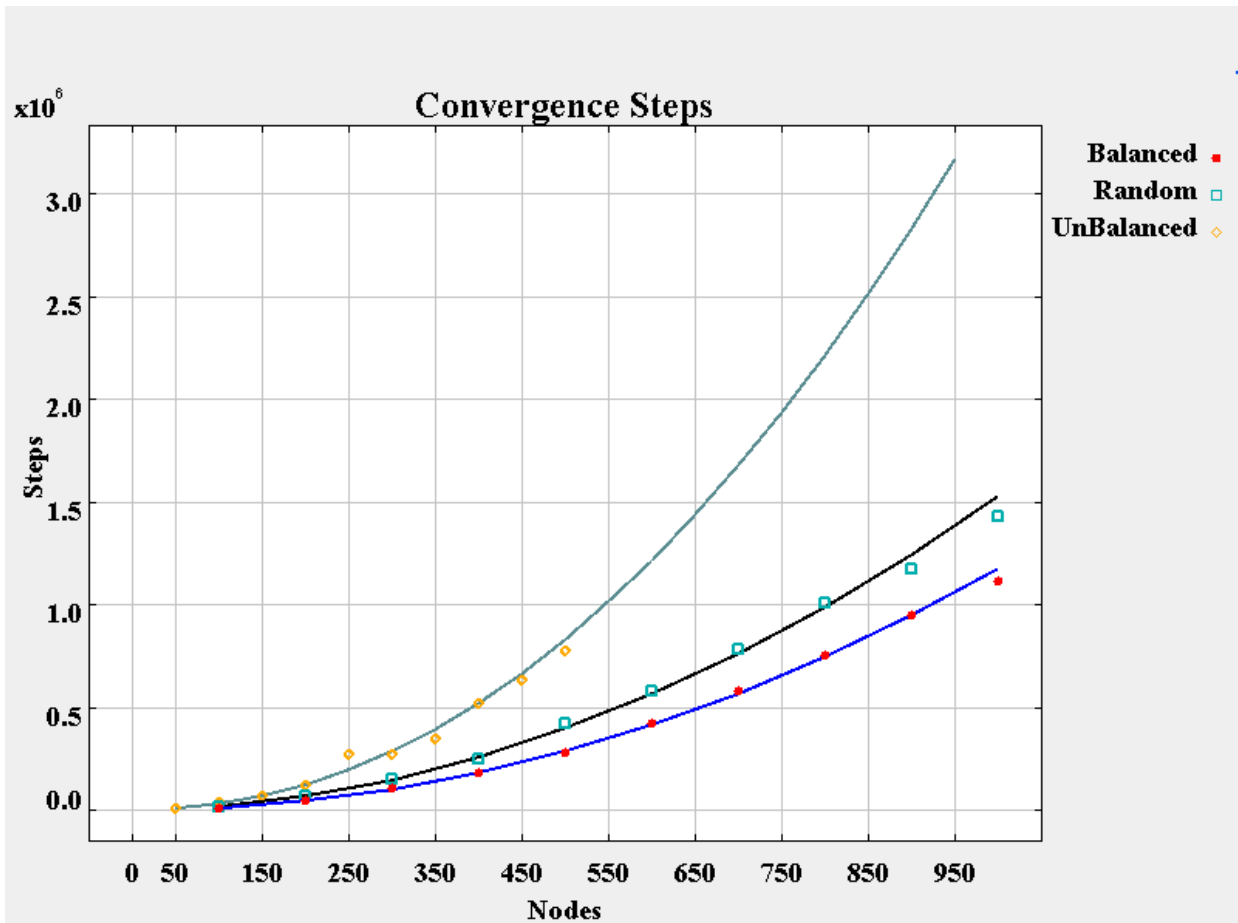
Συνολικά, με βάση τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Αν το Trie είναι μη-ζυγισμένο (**Unbalanced**), τότε η βελτίωση που πετυχαίνεται με την μέθοδο “Αυτοοργάνωσης και Κατανομής Βαρών”, είναι θεαματική. Χωρίς την εφαρμογή της μεθόδου, η διασπορά των τιμών του Fairness είναι μεγάλη, καλύπτοντας ένα φάσμα από 0.3 έως 1, με τις μεγαλύτερες τιμές (παλμοί) να εμφανίζονται κοντά στο 0.4. Αντιθέτως, μετά την εφαρμογή της μεθόδου όλες οι τιμές του Fairness περιορίζονται στο διάστημα από 0.9 έως 1, με τις περισσότερες να είναι πολύ κοντά στην μονάδα. Πρέπει να σημειώσουμε εδώ, ότι από τις τιμές του Fairness που παρουσιάζονται στα διαγράμματα έχουν παραλειφθεί οι τετριμμένες τιμές που προκύπτουν για υποδέντρα μεγέθους ένα (1), ώστε να μην "κρύβουν" τα υπόλοιπα αποτελέσματα.
- Στην περίπτωση που το Trie έχει τυχαίο σχήμα (**Random**), παρατηρούμε επίσης σημαντική βελτίωση. Αρχικά, χωρίς την εφαρμογή της μεθόδου κατανομής Βαρών, οι τιμές του Fairness εμφανίζουν έντονη διακύμανση στην περιοχή τιμών από 0.8 έως 1, ενώ με την εφαρμογή της μεθόδου, προκύπτει στην ουσία ένας παλμός πολύ κοντά στην μονάδα.
- Τέλος στην περίπτωση που η δομή του Trie είναι ζυγισμένη (**balanced**) παρατηρούμε ότι η διαφορά στην απόδοση είναι λιγότερο αισθητή απ'ότι στις δύο προηγούμενες περιπτώσεις (Random, Unbalanced) αφού τόσο ο κλασικός αλγόριθμος, όσο και η μέθοδος κατανομής βαρών δίνουν τιμές του Fairness πολύ κοντά στην μονάδα και επομένως πετυχαίνουν και οι δύο ικανοποιητική απόδοση .



## 4.7 Ταχύτητα Σύγκλισης

Στο Σχήμα 4.16 απεικονίζεται το διάγραμμα του χρόνου σύγκλισης του αλγορίθμου κατανομής Βαρών, ως προς τον συνολικό αριθμό των κόμβων στο σύστημα. Συγκεκριμένα για κάθε τιμή του  $N$  (μέγεθος δικτύου), μετρήθηκε ο αριθμός βημάτων (Exchanges) που απαιτούνται, ώστε η πιθανότητα η τιμή του Fairness να είναι μικρότερη από ένα "κατώφλι" (threshold) να είναι πολύ μικρή.



**Σχήμα 4.16 :** Χρόνος Σύγκλισης. Ο κατακόρυφος άξονας αντιστοιχεί στον αριθμό βημάτων (Exchanges) ώστε να έχουμε σύγκλιση, ενώ ο οριζόντιος άξονας αντιστοιχεί στο μέγεθος του δικτύου (σε peers)

Όπως βλέπουμε ο χρόνος σύγκλισης είναι ικανοποιητικός, τουλάχιστον για μέγεθος δικτύου που δεν ξεπερνά τους 1000 κόμβους. Παρατηρούμε επίσης ότι όσο το δέντρο τείνει να γίνει εκφυλισμένο αυξάνεται ο απαιτούμενος αριθμός βημάτων για να έχουμε σύγκλιση.

## 5. ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ-ΤΕΛΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Αντικείμενο της εργασίας μας ήταν να θέσουμε σε πειραματική μελέτη ένα από τα πλέον αποδοτικά P2P συστήματα, όπως είναι το P-Grid. Η έμφαση δόθηκε στην κατασκευή και ενημέρωση των πινάκων δρομολόγησης των Peers, κατά την διαδικασία Exchange, για διαφορετικές τιμές κάθε φορά του Μεγέθους του συστήματος, της δομής του Trie, κ.α.

Η επιλογή αυτή δεν ήταν τυχαία, καθώς από την συμπεριφορά του αλγορίθμου στις περιπτώσεις αυτές, κρίνεται η ισχύς και η αξιοπιστία μιας σειράς θεωρητικών αποτελεσμάτων που έχουν να κάνουν με την απόδοση του συστήματος συνολικά (Congestion Factor και διάμετρος δικτύου).

Στο στάδιο της προσομοίωσης λοιπόν αποδείχθηκε ότι στην περίπτωση που το Trie από το οποίο απαρτίζεται το P-Grid, δεν είναι επαρκώς ζυγισμένο, τότε η κατανομή των διευθύνσεων των Peers στα Routing Tables, με τον προτεινόμενο έως τώρα αλγόριθμο Exchange, παύει να είναι ομοιόμορφη. Αυτό με την σειρά του οδηγεί στην μη-δίκαιη κατανομή του φορτίου του συστήματος ανάμεσα σε όλους τους κόμβους του, δηλαδή κάποιοι κόμβοι υπερφορτώνονται δυσανάλογα, σε σύγκριση με τους υπόλοιπους.

Το επόμενο στάδιο της εργασίας μας, αφορούσε την εύρεση ενός πιο αποδοτικού και αμερόληπτου τρόπου επιλογής των References στα Routing Tables κατά το στάδιο της ανταλλαγής (Exchange). Αυτό επιτεύχθηκε με τον Αλγόριθμο Αυτοοργάνωσης και Κατανομής Βαρών που κατασκευάσαμε και δοκιμάσαμε και η φιλοσοφία του οποίου στηρίζεται στην απόδοση βαρών σε κάθε μία από τις υποψήφιες διευθύνσεις για κάποια θέση ενός πίνακα Δρομολόγησης κατά το στάδιο της ανταλλαγής πληροφορίας ανάμεσα σε δύο peers. Τα βάρη αυτά υπολογίζονται λαμβάνοντας υπόψιν το μέγεθος του υποδέντρου από το οποίο προέρχεται η καθεμία διεύθυνση, καθώς και το συνολικό πλήθος των Links που είναι γνωστά για το συγκεκριμένο υποδέντρο.

Η πειραματική διαδικασία στη συνέχεια επιβεβαίωσε την αποτελεσματικότητα της μεθόδου, ειδικά σε περιπτώσεις όπου η δομή του Trie ήταν Unbalanced .

Με βάση τις πιο πάνω τροποποιήσεις και βελτιώσεις, είμαστε πλέον σε θέση να εγγυηθούμε για την περίπτωση του P-Grid, την ισχύ των θεωρημάτων που αφορούν το Congestion Factor, και την διάμετρο ενός δικτύου Trie, ακόμα και όταν αυτό έχει την χειρότερη Balance δομή, καθώς πληρούνται οι προϋποθέσεις της δίκαιης κατανομής των διευθύνσεων στα Routing Tables. Συγκεκριμένα αποδεικνύεται στο [2] ότι τόσο το Congestion Factor όσο και η διάμετρος ενός Binary Trie δικτύου, (όταν πληρούνται οι παραπάνω προϋποθέσεις) είναι  $O(\log N)$  με μεγάλη πιθανότητα (w.h.p.), και ανεξάρτητα από την δομή του δικτύου.

### 5.2 Μελλοντική δουλειά

Μελλοντική συνέχεια πάνω στο ίδιο θέμα, θα μπορούσε να περιλαμβάνει τα εξής:

- Μελέτη του αλγορίθμου Κατανομής Βαρών πάνω σε δυναμικά δίκτυα P-Grid, σε δίκτυα δηλαδή στα οποία συνεχώς καινούριοι Peers εισέρχονται στο σύστημα, ενώ κάποιοι άλλοι αποχωρούν από αυτό (π.χ. λόγω κάποιας βλάβης ή ηθελημένα), όπως άλλωστε συμβαίνει στα περισσότερα πραγματικά κατανεμημένα συστήματα. Θα ήταν ενδιαφέρον σε μια τέτοια περίπτωση να εξεταστεί η επίδοση του αλγορίθμου, τόσο στην κατανομή των διευθύνσεων στα Routing Tables, όπως επίσης και η ταχύτητα σύγκλισης, δηλαδή ο αριθμός των βημάτων που απαιτούνται ώστε να σταθεροποιηθεί η συμπεριφορά του συστήματος, δοθέντος για παράδειγμα του ρυθμού αφίξεων νέων Peers, ή του ρυθμού βλαβών.
- Καλύτερη θεωρητική τεκμηρίωση όσων έχουν πειραματικά μόνο αποδειχθεί, δηλαδή της ανεπάρκειας του αρχικού αλγορίθμου Exchange στην δίκαιη κατανομή των References στα Routing Tables, καθώς και η ανωτερότητα του αλγορίθμου Κατανομής Βαρών πάνω στο ίδιο θέμα.

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] K. Aberer. **Scalable data access in peer-to-peer systems using unbalanced search trees.**
- [2] M.Argyriou, V.Samoladas, S.Blanas **GRaSP: Generalized Range Search in Peer-to-peer Networks.**
- [3] S. Blanas, V. Samoladas **Contention-Based Performance Evaluation of Multidimensional Range Search in Peer-to-peer Networks.**
- [4] K. Aberer **P-Grid: A self-organizing access structure for P2P information systems.**
- [5] I. Stoica, R. Morris, D. Karger, M. F. Kaashoek, H. Balakrishnan **Chord: A Scalable Peer to peer Lookup Service for Internet Applications.**
- [6] S. Ratnasamy, P. Francis, M. Handley, R. Karp, S. Shenker **A Scalable Content-Addressable Network.**
- [7] E. K. Lua, J. Crowcroft, M. Pias, R. Sharma, S. Lim **A Survey and Comparison of Peer-to-Peer Overlay Network Schemes.**
- [8] K. Aberer, A. Datta, M. Hauswirth, R. Schmidt **Indexing data-oriented overlay networks.**
- [9] K. Aberer, A. Datta, M. Hauswirth **Efficient, Self-Contained Handling of Identity in Peer-to-Peer Systems.**
- [10] L. Arge, V. Samoladas, J. Vitter **Two-dimensional indexability and optimal range search indexing.**
- [11] Fasttrack Peer-to-Peer Technology Company, available at <http://www.fasttrack.nu/>, 2001.
- [12] Kazaa Media Desktop, available at <http://www.kazaa.com/>, 2001.
- [13] Gnutella development forum, the Gnutella v0.6 protocol, available at [http://groups.yahoo.com/group/the\\_gdf/files/](http://groups.yahoo.com/group/the_gdf/files/)
- [14] I. Clarke *et al.*, **Freenet: A Distributed Anonymous Information Storage and Retrieval System**, available at <http://freenetproject.org/freenet.pdf>, 1999.
- [15] S. Ratnasamy *et al.* **A Scalable Content Addressable Network.**
- [16] Jagadish, H. V., Ooi, B. C., Vu, Q. H., Zhang R., and Zhou, A. **VBI-tree: A peer-to-peer framework for supporting multi-dimensional indexing schemes.**
- [17] B. Y. Zhao *et al.*, **Tapestry: A Resilient Global-Scale Overlay for Service Deployment.**
- [18] A. Rowstron, P. Druschel, **Pastry: Scalable, Distributed Object Location and Routing for Large-scale Peer-to-peer Systems.**
- [19] Jain, R., Chiu, D.M., and Hawe, W. (1984) **A Quantitative Measure of Fairness and Discrimination for Resource Allocation in Shared Systems.** DEC Research Report TR-301.