

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ



ΕΠΙΛΟΓΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΣΕ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ
ΙΚΑΝΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΩΝ ΠΕΛΑΤΩΝ:
ΜΙΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΓΙΑ ΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ
ΜΟΝΟΤΟΝΗΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ

Διατριβή που υπεβλήθη για τη μερική ικανοποίηση των απαιτήσεων για την
απόκτηση Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

υπό
ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΥ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΑ

ΧΑΝΙΑ, 2009

Η διατριβή της Παπαδοπούλου Κωνσταντίνας εγκρίνεται:

Γρηγορούδης Ευάγγελος

Δούμπος Μιχάλης

Ματσατσίνης Νικόλαος

Περίληψη

Η εργασία θα πραγματευθεί το πρόβλημα μέτρησης ικανοποίησης πελατών με χρήση της πολυκριτήριας μεθόδου MUSA. Η μέθοδος MUSA ακολουθεί τις αρχές της ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης υπό περιορισμούς, με χρήση τεχνικών γραμμικού προγραμματισμού. Σε γενικές γραμμές, κύριος στόχος της μεθόδου MUSA είναι η σύνθεση των προτιμήσεων ενός συνόλου πελατών σε μια μαθηματική συνάρτηση αξιών, καθώς η εκτίμηση της ικανοποίησης πελατών εμπίπτει στον τομέα της Πολυκριτήρια Ανάλυσης.

Βασικός στόχος της εργασίας είναι η διερεύνηση της επίδρασης των παραμέτρων του μοντέλου MUSA, τόσο κατά την επιλογή κατάλληλων τιμών των παραμέτρων ε (βαθμός παραχώρησης), γ και γ_i (κατώφλια προτίμησης) του γενικευμένου μοντέλου MUSA, όσο και κατά τη μεταβολή των τιμών των παραμέτρων και τον αντίκτυπο αυτής της μεταβολής στην ευστάθεια και την προσαρμογή των αποτελεσμάτων. Ο βαθμός παραχώρησης ε είναι μια μικρή προκαθορισμένη ποσότητα η οποία χρησιμοποιείται κατά τη φάση της μεταβελτιστοποίησης, μεταβάλλοντας την βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης F^* σε $F^*+\varepsilon$, για να αναζητηθούν νέες βέλτιστες λύσεις. Τα κατώφλια προτίμησης είναι παράμετροι που εισάγονται για τη διασφάλιση γνησίως αυξουσών συναρτήσεων ικανοποίησης, έτσι ώστε να επιτυγχάνονται «αυστηρές» σχέσεις προτίμησης, δηλαδή, για τη ολική συνάρτηση ικανοποίησης Y^* , το κατώφλι προτίμησης γ αποτελεί το ελάχιστο βήμα αύξησης. Η καινοτομία εντοπίζεται στο γεγονός ότι έως σήμερα η επιλογή και μεταβολή των παραμέτρων γίνεται εμπειρικά και όχι με συγκεκριμένο σύνολο κανόνων.

Τα στάδια της πειραματικής διαδικασίας (σχεδιασμός πειράματος) έχουν ως εξής:

Στο πρώτο στάδιο προσδιορίζεται το σύνολο των βασικών παραμέτρων του προβλήματος (μέγεθος συνόλου δεδομένων, επίπεδο απόκλισης, αριθμός κριτηρίων, αριθμός επιπέδων ικανοποίησης κ.ά.), καθώς και η συνάρτηση χρησιμότητας-αξίας και οι περιορισμοί για τη μοντελοποίηση ενός γραμμικού προβλήματος. Επόμενο στάδιο είναι η δημιουργία των συνόλων δεδομένων. Η εφαρμογή της μεθόδου πραγματοποιείται σε ευρύ φάσμα πειραματικών δεδομένων, με διαφορετικές χαρακτηριστικές ιδιότητες έτσι ώστε να καλύπτονται πολλά πιθανά σενάρια δεδομένων ικανοποίησης. Τα σύνολα δεδομένων στα οποία εφαρμόζεται ο

αλγόριθμος MUSA παράγονται με τη βοήθεια λογισμικού (γεννήτρια δεδομένων ικανοποίησης). Στο στάδιο αυτό της πειραματικής διαδικασίας, οι επιλεγθείσες παράμετροι για τη δημιουργία των τυχαίων δεδομένων, ικανοποιούν τους περιορισμούς του μοντέλου. Στο τελικό στάδιο, ο αλγόριθμος της μεθοδολογίας MUSA ολοκληρώνεται με τη φάση της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης, δηλαδή την ανάλυση ευστάθειας των αποτελεσμάτων. Η προσαρμογή και ευστάθεια των τελικών αποτελεσμάτων αποτελούν τις συνιστώσες της συνολικής εκτίμησης των αποτελεσμάτων, με χρήση δεικτών.

Πιο συγκεκριμένα, αφού δημιουργηθούν τα σετ δεδομένων και προκαθοριστούν τα πεδία τιμών της κάθε παραμέτρου, ξεκινά η διαδικασία κατά την οποία παρατηρούνται και καταγράφονται οι μεταβολές στα αποτελέσματα κατά τη μεταβολή της τιμής κάποιας παραμέτρου. Η εκτίμηση των αποτελεσμάτων που αφορά στο συνδυασμό συγκεκριμένων τιμών των παραμέτρων, γίνεται με βάση τη μέση τιμή των αποτελεσμάτων μετά από αριθμό επαναλήψεων ικανό να εξασφαλίσει αξιοπιστία στα αποτελέσματα. Με τον τρόπο αυτό διερευνάται διεξοδικά η συσχέτιση όλων των παραμέτρων, και η επιρροή των παραμέτρων του πειράματος στην προσαρμογή και ευστάθεια των αποτελεσμάτων. Η στατιστική ανάλυση (ανάλυση διακύμανσης) των αποτελεσμάτων ολοκληρώνει τη διαδικασία και καθορίζει τη μορφή των συμπερασμάτων.

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της εργασίας μου, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Ευάγγελο Γρηγορούδη για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή του, για την υπομονή και κατανόηση καθ' όλη την περίοδο εκπόνησης της εργασίας.

Θα ήθελα, επίσης, να ευχαριστήσω τους φίλους μου και ιδιαιτέρως το φίλο μου Ζαφείρη Μαλαφούρη για τις γνώσεις, τη βοήθεια και το χρόνο που μου προσέφερε.

Τέλος, ευχαριστώ την οικογένειά μου, αυτή που είναι κοντά και αυτή που είναι μακριά, για την υποστήριξη όλα αυτά τα χρόνια

Πίνακας Περιεχομένων

1. Εισαγωγή.....	1
1.1. Γενικά.....	1
1.2. Μέτρηση ικανοποίησης του πελάτη.....	4
1.3. Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων.....	7
1.3.1. Αναλυτική-συνθετική προσέγγιση.....	8
1.3.2. Θεωρία πολυκριτήριας χρησιμότητας-αξίας.....	10
1.4. Δομή και στόχοι εργασίας.....	11
 2. Η Μέθοδος MUSA	12
2.1 Βασικές αρχές.....	12
2.2. Μαθηματική ανάπτυξη μοντέλου.....	14
2.3. Ανάλυση Ευστάθειας	18
2.4. Παρουσίαση αποτελεσμάτων.....	20
2.4.1. Συναρτήσεις και βάρη ικανοποίησης.....	20
2.4.2 Μέσοι δείκτες ικανοποίησης.....	22
2.4.3. Μέσοι δείκτες απαιτητικότητας.....	23
2.4.4. Διαγράμματα δράσης.....	24
2.4.5. Διαγράμματα βελτίωσης.....	28
2.5. Επεκτάσεις του μοντέλου MUSA.....	30
2.5.1. Γνήσια αύξουσες συναρτήσεις ικανοποίησης.....	30
2.5.2. Εναλλακτικές αντικειμενικές συναρτήσεις.....	32
2.6. Εκτίμηση αποτελεσμάτων και δείκτες σφάλματος.....	34
2.6.1. Μέσοι δείκτες προσαρμογής.....	34
2.6.2. Άλλοι δείκτες προσαρμογής.....	37
2.6.3. Μέσος δείκτης ευστάθειας.....	40
 3. Σχεδιασμός Πειράματος.....	42
3.1. Καθορισμός παραμέτρων.....	42
3.2. Γεννήτρια δεδομένων.....	44
3.2.1. Καθορισμός ιδιοτήτων συνόλου δεδομένων ικανοποίησης.....	44
3.2.2. Δημιουργία συνόλου δεδομένων.....	45

3.3. Ανάπτυξη κώδικα.....	47
4. Αποτελέσματα.....	51
4.1. Μελέτη δεικτών προσαρμογής.....	51
4.2. Μελέτη δείκτη ευστάθειας.....	56
4.3. Ανάλυση διασποράς.....	60
4.3.1 Μαθηματικό υπόβαθρο ανάλυσης διασποράς.....	61
4.3.2. Ανάλυση διασποράς κατά ένα παράγοντα.....	71
4.3.2.1. Δείκτες προσαρμογής.....	71
4.3.2.2. Δείκτης ευστάθειας.....	80
4.3.3. Ανάλυση διακύμανσης κατά δύο παράγοντες.....	86
4.3.3.1 Αριθμός κριτηρίων (n).....	86
4.3.3.2. Απαιτητικότητα πελάτη.....	92
4.3.3.3. Κατώφλι προτίμησης (γ).....	100
5. Συμπεράσματα	106
5.1 Ανακεφαλαίωση	106
5.2. Συμπεράσματα	107
5.2.1. Κατώφλια προτίμησης	107
5.2.2. Βαθμός παραχώρησης	110
5.3. Μελλοντικές επεκτάσεις	111
Παράρτημα I: Κώδικας matlab	112
Παράρτημα II: Πίνακας αποτελεσμάτων	129
Βιβλιογραφία	130

Κεφάλαιο 1^ο

1. Εισαγωγή

1.1. Γενικά

Η εργασία πραγματεύεται το πρόβλημα μέτρησης ικανοποίησης πελατών με χρήση της πολυκριτήριας μεθόδου MUSA (MUlticriteria Satisfaction Analysis). Η μέτρηση της ικανοποίησης του πελάτη, παρά το γεγονός ότι αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα θέματα ενδιαφέροντος των επιχειρήσεων και των οργανισμών, δεν έχει προσεγγιστεί επαρκώς από προηγμένες επιστημονικές μεθόδους και μοντέλα μέτρησης της ικανοποίησης. Στόχος της ανάπτυξης της πολυκριτήριας μεθόδου MUSA είναι η ανάλυση σε βάθος της συμπεριφοράς των πελατών και ο επαναπροσδιορισμός της στρατηγικής μιας επιχείρησης ώστε να καταστεί δυνατή η παροχή αποτελεσματικής υποστήριξης για το πρόβλημα της μέτρησης ικανοποίησης.

Η μέθοδος MUSA ακολουθεί τις αρχές της ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης υπό περιορισμούς, με χρήση τεχνικών γραμμικού προγραμματισμού. Κύριος στόχος της μεθόδου MUSA είναι η σύνθεση των προτιμήσεων ενός συνόλου πελατών σε μια μαθηματική συνάρτηση αξιών, καθώς η εκτίμηση της ικανοποίησης πελατών εμπίπτει στον τομέα της Πολυκριτήριας Ανάλυσης.

Η μέθοδος MUSA αποτελεί την πολυκριτήρια ή πολυκριτηριακή αναλυτική-συνθετική προσέγγιση για το πρόβλημα της μέτρησης και της ανάλυσης της ικανοποίησης (Γρηγορούδης, 2000). Η πρωτότυπη αυτή μεθοδολογία βασίζεται στην πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων, υιοθετώντας τις βασικές αρχές της αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης και της θεωρίας των συστημάτων αξιών ή χρησιμότητας. Στην παράγραφο 1.3 του κεφαλαίου, παρουσιάζονται συνοπτικά η αναλυτική-συνθετική προσέγγιση και η θεωρία χρησιμότητας.

Οι κύριες παραδοχές που αφορούν την ανάπτυξη της μεθόδου MUSA εστιάζονται στα εξής σημεία:

1. Ορθολογικός καταναλωτής: Η συγκεκριμένη υπόθεση σχετίζεται με την ύπαρξη ορθολογικών (rational) πελατών και συναντάται στο σύνολο του χώρου της επιστήμης των Αποφάσεων.
2. Κριτήρια ικανοποίησης: Η μέθοδος MUSA υποθέτει την ύπαρξη ενός συνόλου χαρακτηριστικών του εξεταζόμενου προϊόντος ή υπηρεσίας,

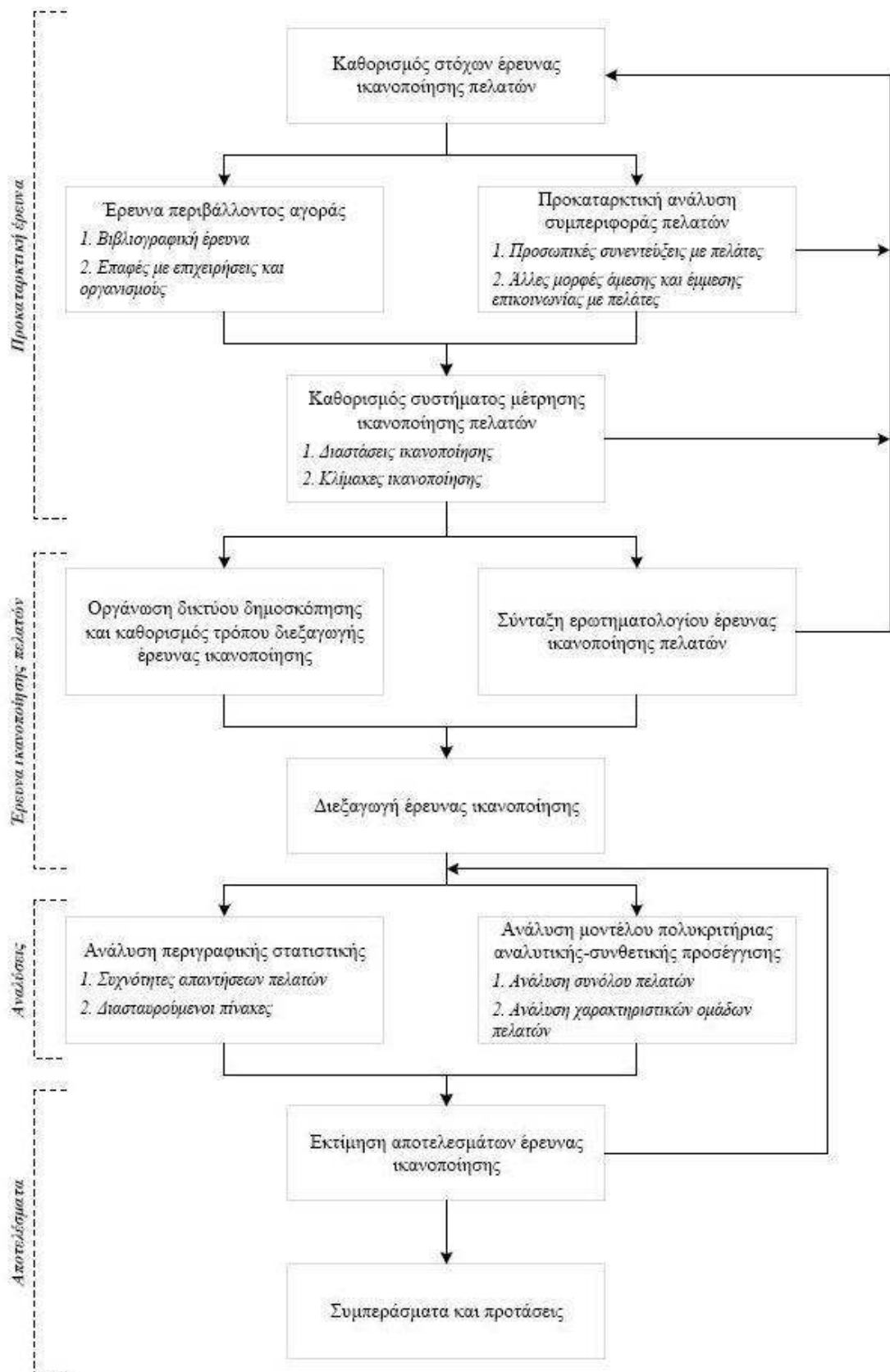
σύμφωνα με τα οποία οι πελάτες αντιλαμβάνονται την ικανοποίησή τους. Το σύνολο αυτό των χαρακτηριστικών αποτελεί τα κριτήρια ικανοποίησης των πελατών και οφείλει να πληρεί συγκεκριμένες ιδιότητες.

3. Προσθετικό μοντέλο σύνθεσης: Τέλος, γίνεται η παραδοχή ύπαρξης ενός προσθετικού μοντέλου σύνθεσης του συνόλου των κριτηρίων ικανοποίησης και ειδικότερα μια προσθετική συνάρτηση αξιών (additive value function). Στα πλαίσια της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων, οι συναρτήσεις αυτές πληρούν την ιδιότητα της μονοτονίας.

Θα πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι η συγκεκριμένη μέθοδος βασίζεται σε πρωτογενή δεδομένα που προέρχονται άμεσα από το σύνολο των πελατών μιας εταιρείας και για αυτό το λόγο κρίνεται απαραίτητη η ενσωμάτωσή της σε μια γενικότερη μεθοδολογία εφαρμογής προγραμμάτων μέτρησης ικανοποίησης. Τα βασικά στάδια της μεθοδολογίας υλοποίησης ερευνών ικανοποίησης, στα πλαίσια της οποίας εφαρμόζεται και το μοντέλο MUSA, παρουσιάζονται στο Σχήμα 1.1 και περιλαμβάνουν:

1. Προκαταρκτική έρευνα: Το αρχικό αυτό στάδιο αφορά στο σαφή καθορισμό των στόχων της έρευνας, οι οποίοι αποτελούν τη βασική προϋπόθεση για το σχεδιασμό και την ανάπτυξη ενός προγράμματος μέτρησης ικανοποίησης. Ταυτόχρονα, το στάδιο αυτό περιλαμβάνει τόσο την προκαταρκτική ανάλυση της συμπεριφοράς των πελατών, όσο και την έρευνα του περιβάλλοντος αγοράς, με στόχο τη συλλογή της απαιτούμενης πληροφορίας για την ανάπτυξη ενός συστήματος μέτρησης της ικανοποίησης πελατών (καθορισμός διαστάσεων και κλιμάκων ικανοποίησης).
2. Διεξαγωγή έρευνας ικανοποίησης: Η φάση αυτή περιλαμβάνει τη σύνταξη του ερωτηματολογίου, την ταυτόχρονη οργάνωση του δικτύου δημοσκοπήσης (κατανομή δείγματος, τρόπος διάδοσης ερωτηματολογίων) και την πραγματοποίηση της έρευνας σε ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα πελατών της εταιρείας.
3. Αναλύσεις: Το σύνολο των αναλύσεων και της επεξεργασίας των δεδομένων της έρευνας συμπεριλαμβάνονται στο στάδιο αυτό. Οι αναλύσεις αφορούν στην εφαρμογή τόσο μεθόδων περιγραφικής στατιστικής, όσο και της πολυκριτήριας μεθόδου μέτρησης της ικανοποίησης MUSA.
4. Αποτελέσματα: Στο τελικό αυτό στάδιο εκτιμάται η εγκυρότητα των αποτελεσμάτων της έρευνας και μορφοποιούνται οι τελικές προτάσεις για τη

βελτίωση ή/και διατήρηση του επιπέδου ικανοποίησης των πελατών, συνοψίζοντας τα σημαντικότερα συμπεράσματα των προηγούμενων αναλύσεων.



Σχήμα 1.1: Βασικά στάδια μεθοδολογίας Musa

Βασικός στόχος της εργασίας είναι η διερεύνηση της επίδρασης των παραμέτρων του μοντέλου MUSA, τόσο κατά την επιλογή κατάλληλων τιμών των παραμέτρων ε (βαθμός παραχώρησης), γ και γ_i (κατώφλια προτίμησης) του γενικευμένου μοντέλου MUSA, όσο και κατά τη μεταβολή των τιμών των παραμέτρων και τον αντίκτυπο αυτής της μεταβολής στην ευστάθεια και την προσαρμογή των αποτελεσμάτων.

Η πειραματική διαδικασία για την δημιουργία δεδομένων ικανοποίησης, έχει συγκεκριμένο σχεδιασμό και βασίζεται στην υπόθεση ότι οι προτιμήσεις και η συμπεριφορά των καταναλωτών μπορούν να εξηγηθούν βάσει ενός καθορισμένου συνόλου συναρτήσεων αξιών πάνω σε ένα σύνολο κριτηρίων ικανοποίησης. Τα σύνολα δεδομένων ικανοποίησης που μελετώνται στην παρούσα εργασία ως προς την προσαρμογή και ευστάθεια των αποτελεσμάτων τους, με χρήση της μεθοδολογίας MUSA, έχουν δημιουργηθεί μέσω μιας μεθόδου προσομοίωσης ή δειγματοληψίας Monte Carlo.

Οι μέθοδοι Monte Carlo είναι μια κατηγορία υπολογιστικών αλγορίθμων που βασίζονται στην επαναληπτική τυχαία δειγματοληψία για τον υπολογισμό των αποτελεσμάτων τους. Οι μέθοδοι Monte Carlo χρησιμοποιούνται συχνά κατά την προσομοίωση μαθηματικών συστημάτων. Εξαιτίας του γεγονότος ότι βασίζονται στον επαναληπτικό υπολογισμό και στους τυχαίους ή ψευδοτυχαίους αριθμούς, οι μέθοδοι αυτές χρησιμοποιούνται συνηθέστερα σε υπολογισμούς μέσω H/Y. Συχνή είναι η εφαρμογή των συγκεκριμένων αλγορίθμων σε προβλήματα λήψης αποφάσεων. Η χρήση της μεθόδου προσομοίωσης στην παρούσα εργασία είναι επιβεβλημένη καθώς μια μαθηματική μέθοδος (αναλυτική λύση) είναι ανέφικτη λόγω πολυπλοκότητας του μοντέλου.

1.2. Μέτρηση ικανοποίησης του πελάτη.

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται συνοπτικά εναλλακτικές μεθοδολογικές προσεγγίσεις στο πρόβλημα μέτρησης και ανάλυσης της ικανοποίησης πελατών, με σημείο αναφοράς τις ποσοτικές μεθόδους ανάλυσης δεδομένων. Οι βασικές ποσοτικές μέθοδοι ανάλυσης δεδομένων είναι οι εξής:

- **Περιγραφική στατιστική:** Η πλέον απλή τεχνική ανάλυσης δεδομένων μιας έρευνας ικανοποίησης είναι ο υπολογισμός των συχνοτήτων των απαντήσεων των πελατών σε συγκεκριμένες ερωτήσεις που θεωρούνται «κρίσιμες» (ανάλογα με την κλίμακα που χρησιμοποιείται, υπολογίζονται τα ποσοστά των ικανοποιημένων και των δυσαρεστημένων πελατών, τα οποία αποτελούν ένα δείκτη απόδοσης της επιχείρησης). Σε αρκετές περιπτώσεις, ο χαρακτηρισμός και η επιλογή των βαθμίδων ικανοποίησης που αντιπροσωπεύουν ικανοποιημένους ή δυσαρεστημένους πελάτες εξαρτάται από την πολιτική της εταιρείας και τον ανταγωνισμό της αγοράς. Όταν είναι διαθέσιμα δεδομένα διαφορετικών χρονικών περιόδων τα αποτελέσματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν στις ακόλουθες αναλύσεις τάσεων: απεικόνιση των ποσοστών σε μια χρονολογική σειρά, με στόχο των προσδιορισμό των διαστάσεων ικανοποίησης στα οποία έχει επιτευχθεί βελτίωση και σε αυτά που πρέπει να δοθεί πρόσθετη προσοχή, εφαρμογή στατιστικού ελέγχου υποθέσεων για να εξεταστούν πιθανές αλλαγές στη στάση των πελατών σε σχέση με προηγούμενες χρονικές περιόδους και απεικόνιση των δεδομένων σε γραφήματα στατιστικού ελέγχου ποιότητας με προκαθορισμένα όρια διακύμανσης
- **Βασικές στατιστικές μέθοδοι:** Μια από τις πρώτες προσπάθειες εφαρμογής στατιστικών μεθόδων είναι η πολλαπλή ανάλυση παλινδρόμησης (multiple regression analysis). Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της σχέσης ανάμεσα στο σύνολο της απόδοσης χαρακτηριστικών (ανεξάρτητες μεταβλητές) και στη συνολική αποτίμηση αξίας της ικανοποίησης των πελατών (εξαρτημένη μεταβλητή). Μια άλλη στατιστική μέθοδο που χρησιμοποιείται ευρέως είναι η παραγοντική ανάλυση (factor analysis). Βασικός σκοπός της μεθόδου είναι η μελέτη του τρόπου συσχέτισης ενός συνόλου χαρακτηριστικών του προσφερόμενου προϊόντος ή υπηρεσίας.
- **Probit και Logit ανάλυση (Εξειδικευμένα στατιστικά μοντέλα κατηγορικών μεταβλητών):** Λογιστικό μοντέλο πιθανότητας (Logit analysis) και κανονικό μοντέλο πιθανότητας (Probit analysis). Τα μοντέλα αυτά με βάση την αξιολόγηση του πελάτη για ένα σύνολο χαρακτηριστικών του προϊόντος, εκτιμούν μια συνάρτηση κατανομής, η οποία εκράζει την πιθανότητα ο πελάτης αυτός να ανήκει σε κάποια συγκεκριμένη ομάδα ικανοποίησης: Gnanadesikan (1977), Hanushek and Jackson (1977), Fienberg (1977), Andersen (1990), Agresti (1996)

- **Άλλες ποσοτικές προσεγγίσεις:** Μια σειρά από άλλες ποσοτικές ποσοτικές μέθοδοι ανάλυσης είναι οι ακόλουθες:
 - Η διακριτική ανάλυση (discriminant analysis): Μια από τις πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες πολυμεταβλητές μεθόδους, η οποία, δοθείσης της ικανοποίησης ή της άποψης του πελάτη γαι το σύνολο των χαρακτηριστικών του προϊόντος, εκτιμά αν ο συγκεκριμένος πελάτης ανήκει σε κάποια καθορισμένη ομάδα ικανοποίησης.
 - Ανάλυση συζυγιών (conjoint analysis): χρησιμοποιείται για να εκτιμήσει την επίδραση των παραχωρήσεων (trade-offs) του πελάτη, όταν αγοράζει ή αξιολογεί την ικανοποίηση του από προσφερόμενα προϊόντα ή υπηρεσίες. Η συγκεκριμένη ανάλυση αποτελεί τη λογική επέκταση των ερευνών ικανοποίησης, δεδομένου ότι οι σημαντικότερες αποφάσεις παραχώρησης του πελάτη περικλείουν τις κρίσιμες διαστάσεις απόδοσης του προϊόντος που έχουν προσδιοριστεί από την έρευνα ικανοποίησης: Ducta (1995), Louveniere (1988), Green and Rao (1971), Green and Wind (1973), Johnson (1974), Green and Sprinivasan (1978), Green et al. (1982), Green (1984), Gattin and Wittink (1982), Josephet al. (1989), Anderson and Bettencourt (1993).
 - Ανάλυση αντιστοιχιών (correspondence analysis): Ένα από τα σημαντικότερα μαθηματικά εργαλεία για την κατασκευή αντιληπτικών χαρτών (perceptual maps) σε εφαρμογές marketing.

Τέλος, άλλα στατιστικά μοντέλα και ποσοτικές μέθοδοι ανάλυσης ικανοποίησης πελατών, με μικρότερο αριθμό πρακτικών εφαρμογών είναι:

1. Περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων (DEA – Data Envelopment Analysis)
2. Πολυδιάστατη ανάλυση αναλογιών (multidimensional scaling)
3. Ανάλυση ομαδοποίησης (cluster analysis)
4. Δομικά μοντέλα εξισώσεων (structural equation models)
5. Γραφικά μοντέλα πιθανότητας (probability plotting methods)

Η μεθοδολογία MUSA, η οποία χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία, στοχεύει στην χρήση προχωρημένων τεχνικών για την διαχείριση ποιοτικών δεδομένων, καθώς έχει τη δυνατότητα να εκτιμήσει ένα σύστημα αξιών για οποιοδήποτε σύνολο

δεδομένων ικανοποίησης, το οποίο «σέβεται» την ποιοτική μορφή της συγκεκριμένης πληροφορίας.

1.3. Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Όπως αναφέρεται στην §1.1, η μέθοδος MUSA είναι μια πολυκριτήρια μεθοδολογία η οποία βασίζεται στην πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων, υιοθετώντας τις βασικές αρχές της αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης και της θεωρίας των συστημάτων αξιών ή χρησιμότητας.

Η πολυκριτήρια ή πολυκριτηριακή ανάλυση (multicriteria analysis) περιλαμβάνει ένα σύνολο μεθόδων, μοντέλων και προσεγγίσεων που έχουν ως στόχο να βοηθήσουν έναν ή περισσότερους αποφασίζοντες να χειριστούν ημιδομημένα προβλήματα απόφασης με πολλαπλά κριτήρια (Siskos and Spyridakos, 1999).

Τα κυριότερα θεωρητικά ρεύματα της πολυκριτήριας ανάλυσης είναι τέσσερα:

1. Η πολυκριτήρια θεωρία συστημάτων αξιών ή χρησιμότητας.
2. Η θεωρία των σχέσεων υπεροχής.
3. Η αναλυτική-συνθετική προσέγγιση.
4. Η βελτιστοποίηση πολυκριτηρίου προγραμματισμού.

Το γενικό πλαίσιο μοντελοποίησης προβλημάτων στο πεδίο της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων, οριοθετείται από τέσσερα διαδοχικά και αλληλεπιδρώντα στάδια, (Roy, 1985):

- *Στάδιο I:* Καθορισμός του αντικειμένου της απόφασης
- *Στάδιο II:* Ορισμός συνεπούς οικογένειας κριτηρίων
- *Στάδιο III:* Κατασκευή μοντέλου ολικής προτίμησης
- *Στάδιο IV:* Υποστήριξη της απόφασης

Ο ορισμός της συνεπούς οικογένειας κριτηρίων $\{g_1, g_2, \dots, g_n\}$, αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα στάδια της μεθοδολογίας μοντελοποίησης πολυκριτηρίων προβλημάτων. Γενικά, ως κριτήριο ορίζεται κάθε μονότονη μεταβλητή που δηλώνει τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα. Ένα κριτήριο αντιπροσωπεύεται από μια αύξουσα πραγματική συνάρτηση, ορισμένη στο σύνολο των δράσεων A (ενέργειες απόφασης, εναλλακτικές, αντικείμενα απόφασης):

$$g_i : A \rightarrow [g_i^*, g_i^*] \subset \mathbb{R} / a \rightarrow g_i(a) \in \mathbb{R}$$

όπου $[g_i^*, g_i^*]$ είναι η κλίμακα αξιολόγησης του κριτηρίου, g_i^* και g_i^* είναι το χειρότερο και το καλύτερο επίπεδο του κριτηρίου i αντίστοιχα, $g_i(a)$ είναι η αξιολόγηση ή απόδοση της εναλλακτικής a στο κριτήριο i και $g(a)$ είναι το διάνυσμα των αποδόσεων της εναλλακτικής a στα n κριτήρια. Η συνάρτηση αυτή οφείλει να πληρεί την ιδιότητα της μονοτονίας, δηλαδή:

$$\begin{cases} g(a) > g(b) \Leftrightarrow a \text{ προτιμάται της } b \\ g(a) = g(b) \Leftrightarrow a \text{ προτιμάται της } b \end{cases} \quad \forall a, b \in A$$

Γενικά, τα κριτήρια είναι μοντέλα σύγκρισης των δράσεων του προβλήματος και οφείλουν να πληρούν απαραίτητα τρεις θεμελιώδεις ιδιότητες:

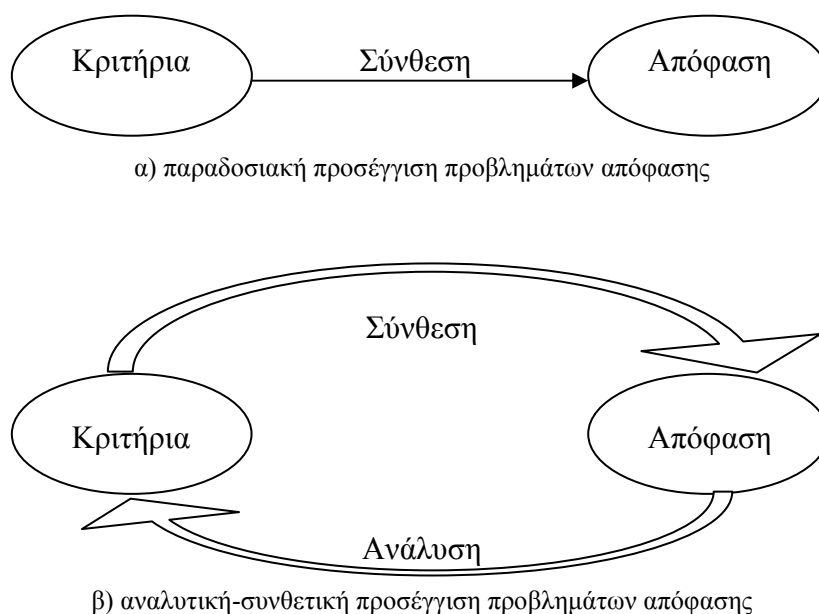
1. **Μονοτονία (monotonicity):** αν για ένα ζεύγος δράσεων ισχύει $g_i(a) = g_i(b) \quad \forall i \neq j$ και $g_i(a) > g_i(b)$, τότε η δράση a προτιμάται της b .
2. **Πληρότητα (exhaustiveness):** αν για ένα ζεύγος δράσεων ισχύει $g_i(a) = g_i(b) \quad \forall i$ τότε η δράση a είναι ισοδύναμη της b , δηλαδή δεν απουσιάζει κανένα κριτήριο απόφασης.
3. **Μη πλεονασμός (non redundancy):** η διαγραφή ενός κριτηρίου g από το σύνολο των κριτηρίων είναι ικανή να αναιρέσει μια από τις προηγούμενες δύο συνθήκες για κάποιο ζεύγος δράσεων.

Ένα σύστημα τέτοιων μεταβλητών ονομάζεται συνεπής οικογένεια κριτηρίων (consistent family of criteria) και απεικονίζει το σύνολο των δραστηριοτήτων A μέσα στον n -διάστατο πραγματικό χώρο $\mathbb{R}^n$.

1.3.1. Αναλυτική-συνθετική προσέγγιση

Τα μοντέλα πολυκριτήριας ανάλυσης, στη μεγαλύτερή τους πλειοψηφία, στηρίζονται σε μια παραδοσιακή αντίληψη του ορθολογισμού που βασίζεται στις αρχές της γραμμικότητας και της αιτιότητας, δηλαδή στη λογική ότι η απόφαση καθορίζεται από τα κριτήρια. Η αναλυτική-συνθετική προσέγγιση, από την άλλη πλευρά, δέχεται

ότι η απόφαση και τα κριτήρια επιδέχονται προοδευτική επεξεργασία αλληλοδομούμενα μέσα στο χρόνο, όπως φαίνεται παραστατικά στο Σχήμα 1.2 (Jacquet-Lagrece and Siskos, 1982).



Σχήμα 1.2: Παραδοσιακή και αναλυτική-συνθετική προσέγγιση προβλημάτων απόφασης
(Σίσκος, 1981)

Η αναλυτική-συνθετική προσέγγιση εστιάζεται στη συσχέτιση των πραγματικών δεδομένων και του μοντέλου απόφασης, έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η μεγαλύτερη δυνατή συμβατότητα μοντέλου-πραγματικότητας. Ουσιαστικά, στις διαδικασίες των μεθόδων της συγκεκριμένης προσέγγισης, γνωστού όντως του μοντέλου απόφασης, εκτιμώνται οι παράμετροι του μοντέλου με τις οποίες θα επιτευχθεί μια βέλτιστη ανασύσταση των δεδομένων της απόφασης.

Τα μοντέλα της συγκεκριμένης κατηγορίας βασίζονται στην αρχή ότι το αποτέλεσμα μιας απόφασης μπορεί είτε να παρατηρηθεί (σε περιπτώσεις αποφάσεων με επαναληπτικό χαρακτήρα), είτε να συλλεχθεί από τον αποφασίζοντα (μέσα από διαλογικές διαδικασίες). Ο απώτερος σκοπός είναι η επέκταση γνωστών καταστάσεων συμπεριφοράς στο υπό μελέτη σύνολο των ενεργειών απόφασης.

1.3.2. Θεωρία πολυκριτήριας χρησιμότητας-αξίας

Οι πρώτες εργασίες στο χώρο της αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης βασίζονταν στη χρήση της συνάρτησης του απλού σταθμισμένου μέσου:

$$\bar{Y} = \sum_{i=1}^n p_i g_i \quad (1.1)$$

Η χρήση, όμως, μιας τέτοιας μορφής αναπαράστασης του συστήματος αξιών και προτιμήσεων του αποφασίζοντα καθιστά δύσκολη την χρήση ποιοτικών κριτηρίων. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού, οι Jacquet-Lagrange και Siskos (1978, 1982) ήταν οι πρώτοι που χρησιμοποίησαν τα μέσα που παρέχει η πολυκριτήρια θεωρία χρησιμότητας. Πρότειναν τη χρησιμοποίηση στη μέθοδο UTA μιας προσθετικής συνάρτησης χρησιμότητας, η εκτίμηση της μορφής της οποίας πραγματοποιείται μέσω τεχνικών μονότονης παλινδρόμησης βάσει τεχνικών προγραμματισμού στόχων. Το μοντέλο σύνθεσης των κριτηρίων στη μέθοδο UTA θεωρείται ότι είναι μια προσθετική συνάρτηση αξιών της μορφής:

$$u(g) = \sum_{i=1}^n u_i(g_i) \quad (1.2)$$

υπό τους περιορισμούς κανονικοποίησης:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n u_i(g_i^*) = 1 \\ u_i(g_{i*}) = 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

όπου u_i , $i=1,2,\dots,n$, είναι αύξουσες συναρτήσεις αξιών που καλούνται περιθώριες ή μερικές συναρτήσεις αξιών ή χρησιμότητας.

Οι μέθοδοι UTA ανήκουν στην κατηγορία των μοντέλων ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης που έχουν ως στόχο να εκτιμήσουν ένα σύστημα αξιών ως ένα μοντέλο των προτιμήσεων του αποφασίζοντα. Η εκτίμηση αυτή πραγματοποιείται με μια αναλυτική-συνθετική διαδικασία, μέσω της οποίας ο αναλυτής είναι σε θέση να εξάγει ένα αναλυτικό μοντέλο προτιμήσεων, το οποίο είναι όσο το δυνατό πιο συνεπές με τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα.

1.4. Δομή και στόχοι εργασίας

Επιδίωξη του πειράματος είναι να αποδειχθεί ή να απορριφθεί ο ισχυρισμός ότι τόσο η επιλογή κατάλληλων τιμών των παραμέτρων του γενικευμένου μοντέλου MUSA, όσο και η μεταβολή των τιμών των παραμέτρων έχουν αντίκτυπο στην ευστάθεια και την προσαρμογή των αποτελεσμάτων ικανοποίησης. Με τη χρήση ενός συνόλου ποσοτικών δεικτών και αντιληπτικών διαγραμμάτων καθίσταται δυνατή η παροχή μιας αποτελεσματικής υποστήριξης για το πρόβλημα της μέτρησης ικανοποίησης. Η ανάλυση της συμπεριφοράς των δεικτών ευστάθειας και προσαρμογής των αποτελεσμάτων ικανοποίησης, οδηγεί σε συμπεράσματα, τα οποία συνοψίζονται στο τελευταίο κεφάλαιο της εργασίας. Η προσπάθεια αυτή αποσκοπεί στη δημιουργία ενός κανόνα επιλογής τιμών των παραμέτρων του μοντέλου MUSA, που ενδείκνυνται ή αντενδείκνυνται ανάλογα με τις απαιτήσεις του διεξάγοντα μιας έρευνας ικανοποίησης.

Όσον αφορά στη δομή της εργασίας, τα περιεχόμενα των υπολοίπων 4 κεφαλαίων παρουσιάζονται παρακάτω:

Βασικός στόχος του δεύτερου κεφαλαίου είναι η παρουσίαση της πολυκριτήριας μεθόδου MUSA (MUlticriteria Satisfaction Analysis) για τη μέτρηση της ικανοποίησης και η εκτίμηση των αποτελεσμάτων ικανοποίησης μέσω των δεικτών προσαρμογής και ευστάθειας. Το 3^ο κεφάλαιο περιγράφει αναλυτικά τα στάδια σχεδιασμού του πειράματος, ενώ στο 4^ο κεφάλαιο αναλύονται τα αποτελέσματα ικανοποίησης του μοντέλου MUSA με χρήση της ανάλυσης διασποράς των τιμών των δεικτών προσαρμογής και ευστάθειας. Στο τελευταίο κεφάλαιο, γίνεται η ανακεφαλαίωση των βασικών αρχών, στόχων και συμπερασμάτων του πειράματος, ενώ η εργασία ολοκληρώνεται με μια προτεινόμενη διαδικασία επιλογής τιμών για τις παραμέτρους που μοντελοποιούν το πρόβλημα ικανοποίησης, όπως αυτό προσεγγίζεται από τη μέθοδο MUSA.

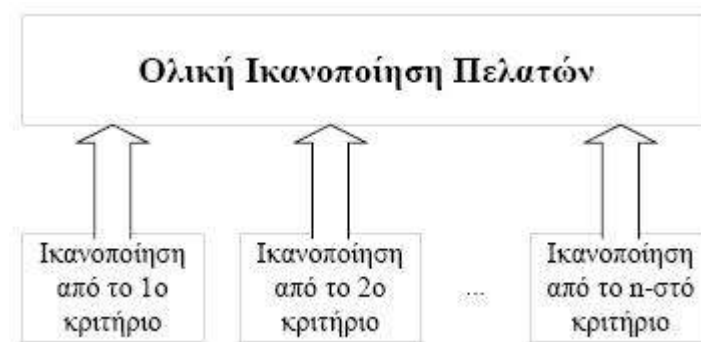
Κεφάλαιο 2^ο

2. Η Μέθοδος MUSA

2.1 Βασικές αρχές

Η μεθοδολογία MUSA εκτιμά την ικανοποίηση ενός συνόλου ατόμων (πελατών, εργαζομένων κλπ) με βάση το σύστημα αξιών και προτιμήσεων του συνόλου αυτού. Χρησιμοποιώντας δεδομένα από συγκεκριμένου τύπου έρευνες ικανοποίησης, συνθέτει τις διαφορετικές προτιμήσεις σε μοναδικές συναρτήσεις ικανοποίησης. Με αυτόν τον τρόπο αναλύεται σε βάθος η συμπεριφορά των πελατών και καθορίζεται ή επαναπροσδιορίζεται η στρατηγική μιας επιχείρησης.

Ο βασικός σκοπός της πολυκριτήριας μεθόδου MUSA είναι η σύνθεση των προτιμήσεων ενός συνόλου πελατών σε μια ποσοτική μαθηματική συνάρτηση αξιών. Πιο συγκεκριμένα, η μέθοδος υποθέτει ότι η συνολική ικανοποίηση ενός μεμονωμένου πελάτη εξαρτάται από ένα σύνολο μεταβλητών, τα οποία αντιπροσωπεύουν τα χαρακτηριστικά του προσφερόμενου προϊόντος ή υπηρεσίας (Σχήμα 2.1).



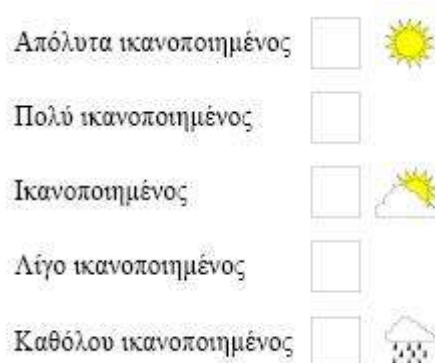
Σχήμα 2.1: Σύνθεση προτιμήσεων των πελατών

Η εκτίμηση της ικανοποίησης ενός συνόλου πελατών μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα πρόβλημα στο επιστημονικό πεδίο της Πολυκριτήριας Ανάλυσης, υποθέτοντας ότι η συνολική ικανοποίηση ενός πελάτη εξαρτάται από ένα σύνολο κριτηρίων:

$$\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Τα κριτήρια αυτά ονομάζονται διαστάσεις ικανοποίησης και αιτιολογούν την έννοια της αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης της μεθοδολογίας. Τα απαιτούμενα δεδομένα της μεθόδου συλλέγονται από ένα απλό, αλλά εξειδικευμένο ερωτηματολόγιο, σύμφωνα με το οποίο ζητείται από κάθε πελάτη να αξιολογήσει τις

υπηρεσίες που του προσφέρονται, δηλαδή να εκφράσει τόσο τη συνολική όσο και την επιμέρους ικανοποίηση για κάθε ένα από τα κριτήρια-χαρακτηριστικά του προϊόντος ή της υπηρεσίας αυτής. Οι προτιμήσεις αυτές των πελατών εκφράζονται σύμφωνα με μια μονότονη προκαθορισμένη ποιοτική κλίμακα (Σχήμα 2.2).



Σχήμα 2.2: Ενδεικτική ποιοτική κλίμακα ικανοποίησης

Το μοντέλο MUSA προσπαθεί να εκτιμήσει τη συνολική και τις επιμέρους συναρτήσεις ικανοποίησης Y^* και X_i^* αντίστοιχα, δεδομένων των προτιμήσεων Y και X_i που έχει εκφράσει το σύνολο των πελατών. Ο ορισμός των μεταβλητών παρουσιάζεται αναλυτικά στον Πίνακα 2.1.

Πίνακας 2.1: Μεταβλητές της μεθόδου MUSA

Y	: συνολική ικανοποίηση του πελάτη
α	: αριθμός επιπέδων της κλίμακας συνολικής ικανοποίησης
y^m	: το m επίπεδο συνολικής ικανοποίησης ($m=1, 2, \dots, \alpha$)
n	: αριθμός κριτηρίων
X_i	: ικανοποίηση του πελάτη σύμφωνα με το i κριτήριο ($i=1, 2, \dots, n$)
α_i	: αριθμός επιπέδων της κλίμακας ικανοποίησης του κριτηρίου i
x_i^k	: το k επίπεδο ικανοποίησης του κριτηρίου i ($k=1, 2, \dots, \alpha_i$)
Y^*	: συνάρτηση αξιών του Y (συνάρτηση ολικής ικανοποίησης)
y^{*m}	: αξία του y^m επιπέδου ικανοποίησης
X_i^*	: συνάρτηση αξιών του X_i (συνάρτηση μερικής ικανοποίησης)
x_i^{*k}	: αξία του x_i^k επιπέδου ικανοποίησης

Η μέθοδος MUSA ακολουθεί τις γενικές αρχές της ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης υπό περιορισμούς, χρησιμοποιώντας τεχνικές γραμμικού προγραμματισμού για την επίλυσή της (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982, Siskos and

Yannacopoulos, 1985, Siskos, 1985). Η βασική εξίσωση της γραμμικής ανάλυσης παλινδρόμησης έχει ως εξής:

$$Y^* = \sum_{i=1}^n b_i X_i^* \quad (2.1)$$

$$\sum_{i=1}^n b_i = 1$$

όπου οι συναρτήσεις Y^* και X_i^* είναι κανονικοποιημένες στο διάστημα $[0, 100]$ ενώ b_i είναι ο συντελεστής βάρους του κριτηρίου i .

Οι περιορισμοί κανονικοποίησης μπορούν να γραφούν ως εξής:

$$y^{*1} = 0, y^{*\alpha} = 100 \quad (2.2)$$

$$x_i^{*1} = 0, x_i^{*\alpha_i} = 100 \text{ για } i = 1, 2, \dots, n$$

Οι σχέσεις «προτίμησης» μοντελοποιούν τους περιορισμούς μονοτονίας των συναρτήσεων Y^* και X_i^* και έχουν ως εξής:

$$y^{*m} \leq y^{*m+1} \Leftrightarrow y^m \preceq y^{m+1} \text{ για } m = 1, 2, \dots, \alpha - 1 \quad (2.3)$$

$$x_i^{*k} \leq x_i^{*k+1} \Leftrightarrow x_i^k \preceq x_i^{k+1} \text{ για } k = 1, 2, \dots, \alpha_i - 1$$

όπου $\succeq$: προτίμηση ή ισοδυναμία

$\preceq$: μη προτίμηση.

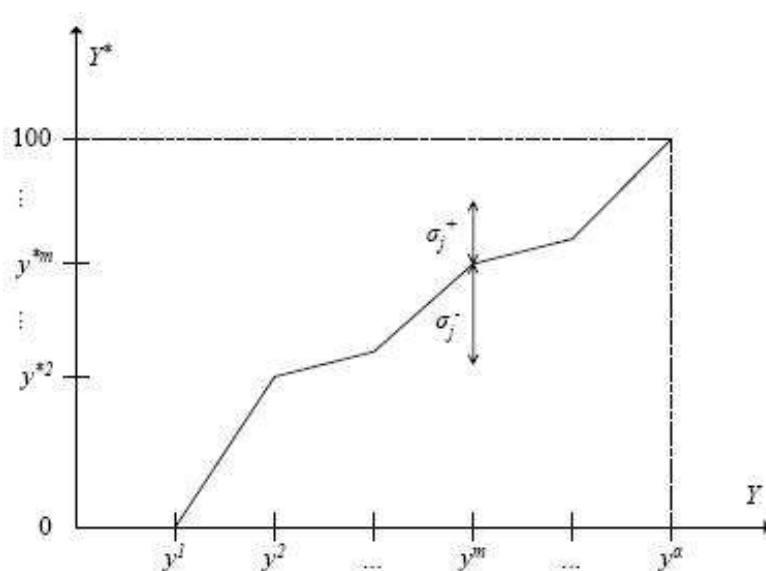
Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι Y^* και X_i^* είναι μονότονες και αύξουσες διακριτές συναρτήσεις (λεπτομερής ανάλυση της έννοιας και των ιδιοτήτων που διέπουν τις συναρτήσεις ικανοποίησης παρουσιάζεται στην §2.4.1).

2.2. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Η μέθοδος MUSA προσπαθεί να εκτιμήσει μια συλλογική συνάρτηση αξιών (collective value function) Y^* και ένα σύνολο μερικών συναρτήσεων ικανοποίησης X_i^* με βάση τις γνώμες των πελατών, έχοντας σαν αντικειμενικό σκοπό την επίτευξη

της μεγαλύτερης δυνατής συμφωνίας ανάμεσα στη συνάρτηση Y^* και στις απόψεις των πελατών Y . Πιο αναλυτικά, θα πρέπει να σημειωθεί ότι:

- οι συναρτήσεις Y^* και X_i^* εκφράζουν τις προτιμήσεις ενός συνόλου καταναλωτών,
- η μέθοδος MUSA «συνθέτει» ένα σύνολο διαφορετικών απόψεων ικανοποίησης σε μοναδικές συναρτήσεις Y^* και X_i^* ,
- η σύνθεση αυτή γίνεται με τις μικρότερες δυνατές αποκλίσεις.



Σχήμα 2.3: Μεταβλητές σφάλματος για τον j πελάτη

Με βάση την προηγούμενη διαμόρφωση του προβλήματος και εισάγοντας μια διπλή μεταβλητή σφάλματος, η βασική εξίσωση της ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης (2.1) παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\tilde{Y}^* = \sum_{i=1}^n b_i X_i^* - \sigma^+ + \sigma^- \quad (2.4)$$

όπου $\tilde{Y}^*$ είναι η εκτίμηση της συλλογικής συνάρτησης αξιών Y^* , σ^+ και σ^- είναι αντίστοιχα το σφάλμα υπερεκτίμησης και υποεκτίμησης.

Η εξίσωση (2.4) ισχύει για κάθε ένα πελάτη που έχει εκφράσει μια συγκεκριμένη άποψη ικανοποίησης και για το λόγο αυτό οι μεταβλητές σφάλματος θα πρέπει να ορισθούν για κάθε πελάτη χωριστά, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.3.

Εξετάζοντας προσεκτικά την εξίσωση (2.4) είναι εύκολο να παρατηρηθεί η ομοιότητα της μεθόδου MUSA είτε με τις βασικές αρχές του γραμμικού προγραμματισμού στόχων (goal programming), είτε με την μεθοδολογία της γραμμικής ανάλυσης παλινδρόμησης υπό περιορισμούς (ordinal regression analysis) και ειδικότερα με την

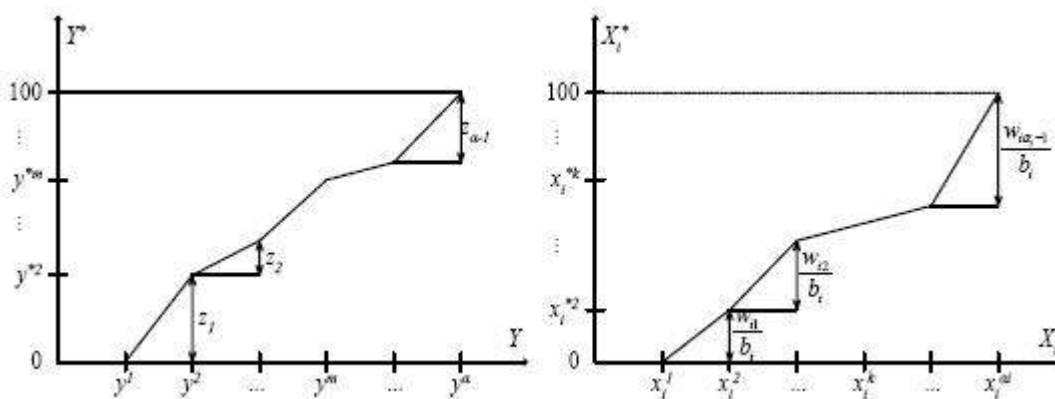
οικογένεια των μοντέλων προσθετικής χρησιμότητας UTA (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982; Siskos and Yannacopoulos, 1985, Despotis et al., 1990).

Σύμφωνα με τις υποθέσεις και τους ορισμούς που έχουν αναφερθεί, το πρόβλημα της εκτίμησης της ικανοποίησης πελατών μπορεί πλέον να μορφοποιηθεί σαν ένα πρόβλημα μαθηματικού προγραμματισμού με στόχο την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των μεταβλητών σφάλματος υπό τους περιορισμούς:

- βασική εξίσωση ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης (2.4) για κάθε πελάτη,
- περιορισμοί κανονικοποίησης των Y^* και X_i^* στο διάστημα $[0, 100]$,
- περιορισμοί μονοτονίας των Y^* και X_i^* .

Το μέγεθος του προηγούμενου μαθηματικού προγράμματος μπορεί να ελαττωθεί, με στόχο τη μείωση της υπολογιστικής δυσκολίας εύρεσης της βέλτιστης λύσης, εξαιρίζοντας το σύνολο των περιορισμών μονοτονίας. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με τη χρήση νέων μεταβλητών, οι οποίες εκφράζουν τα διαδοχικά βήματα αύξησης των συναρτήσεων Y^* και X_i^* (Siskos and Yannacopoulos, 1985, Siskos, 1985) και ορίζονται ως εξής (Σχήμα 2.4):

$$\begin{aligned} z_m &= y^{*m+1} - y^{*m} \text{ για } m=1,2,\dots,\alpha-1 \\ w_{ik} &= b_i x_i^{*k} \text{ για } k=1,2,\dots,\alpha_i-1 \text{ και } i=1,2,\dots,n \end{aligned} \quad (2.5)$$



Σχήμα 2.4: Οι μεταβλητές μετασχηματισμού z_m και w_{ik}

Είναι σημαντικό να τονισθεί ότι η εισαγωγή των νέων αυτών μεταβλητών επιτυγχάνει τη γραμμικότητα του μοντέλου, δεδομένου ότι η εξίσωση (2.4) δεν είναι γραμμική (τόσο οι μεταβλητές Y^* και X_i^* , όσο και οι συντελεστές b_i πρέπει να εκτιμηθούν). Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (2.5) οι αρχικές μεταβλητές απόφασης του γραμμικού προγράμματος γράφονται:

$$y^{*m} = \sum_{i=1}^{m-1} z_i \text{ για } m=2,3,\dots,\alpha$$

$$b_i x_i^{*k} = \sum_{i=1}^{k-1} w_{ik} \text{ για } k=2,3,\dots,\alpha_i \text{ και } i=1,2,\dots,n$$
(2.6)

οπότε εισάγοντας τις νέες μεταβλητές z_m και w_{ik} και χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (2.5) και (2.6), η εξίσωση παλινδρόμησης (2.4) γίνεται:

$$\sum_m z_m = \sum_i \sum_k w_{ik} - \sigma^+ + \sigma^-$$
(2.7)

Πιο συγκεκριμένα, έστω ότι ο πελάτης j έχει εκφράσει την ικανοποίησή του με βάση τις καθορισμένες ποιοτικές κλίμακες Y και X_i , δηλαδή:

$$\text{ολική ικανοποίηση } y^j = y^{t_j} \text{ και } y^j \in Y = \{y^1, y^2, \dots, y^{t_j}, \dots, y^\alpha\}$$
(2.8)

$$\text{μερική ικανοποίηση } x_i^j = x_i^{t_{ji}} \text{ και } x_i^j \in X_i = \{x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^{t_{ji}}, \dots, x_i^{\alpha_i}\} \text{ για } i=1,2,\dots,n$$

Τότε για την εξίσωση (2.7) θα ισχύει:

$$\sum_{m=1}^{t_j-1} z_m = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{t_{ji}-1} w_{ik} - \sigma^+ + \sigma^- \quad \forall j$$
(2.9)

Άρα η τελική μορφή του γραμμικού προγράμματος θα έχει ως εξής:

$$[\min] F = \sum_{j=1}^M \sigma_j^+ + \sigma_j^-$$

υπό τους περιορισμούς

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{t_{ji}-1} w_{ik} - \sum_{m=1}^{t_j-1} z_m - \sigma_j^+ + \sigma_j^- = 0 \text{ για } j=1,2,\dots,M$$

$$\sum_{m=1}^{\alpha-1} z_m = 100$$
(2.10)

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{\alpha_i-1} w_{ik} = 100$$

$$z_m \geq 0, w_{ik} \geq 0 \quad \forall m, i, k$$

$$\sigma_j^+ \geq 0, \sigma_j^- \geq 0 \text{ για } j=1,2,\dots,M$$

όπου M ο συνολικός αριθμός των πελατών.

Οι αρχικές μεταβλητές του προβλήματος υπολογίζονται με βάση τη βέλτιστη λύση του προηγούμενου γραμμικού προγράμματος, αφού εύκολα αποδεικνύεται ότι:

$$\begin{aligned}
y^{*m} &= \sum_{t=1}^{m-1} z_t \text{ για } m=2,3,\dots,\alpha \\
b_i &= \frac{\sum_{t=1}^{\alpha_i-1} w_{it}}{100} \text{ για } i=1,2,\dots,n \\
x_i^{*k} &= 100 \frac{\sum_{t=1}^{k-1} w_{it}}{\sum_{t=1}^{\alpha_i-1} w_{it}} \text{ για } i=1,2,\dots,n \text{ και } k=2,3,\dots,\alpha_i
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Τα οριακά σημεία των συναρτήσεων ικανοποίησης y^{*1}, x_i^{*1} υπολογίζονται με βάση τους περιορισμούς κανονικοποίησης (2.2).

Το γραμμικό πρόγραμμα (2.10) αποτελεί τη βασική μορφή της μεθόδου MUSA, με βάση το οποίο εξετάζονται κάποια ειδικά θέματα, όπως η ανάλυση ευστάθειας (§2.3) και οι δείκτες σφάλματος (§2.6) και προτείνονται διάφορες επεκτάσεις (§2.5.1-2.5.2).

2.3. ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ

Η ανάλυση ευστάθειας της συγκεκριμένης μεθόδου, δεδομένου ότι βασίζεται στις γενικές αρχές του γραμμικού προγραμματισμού, αντιμετωπίζεται σαν ένα πρόβλημα ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης (post optimality analysis).

Πιο συγκεκριμένα, πρέπει να αναφερθεί ότι δεν είναι σπάνιο το πρόβλημα της ύπαρξης πολλαπλών βέλτιστων (multiple optimal solutions) ή ημιβέλτιστων (near optimal solutions) λύσεων στις εφαρμογές του γραμμικού προγραμματισμού, ιδίως σε προβλήματα μεγάλου μεγέθους. Η λύση στο συγκεκριμένο πρόβλημα επιτυγχάνεται με μια ευρετική μέθοδο αναζήτησης ημιβέλτιστων λύσεων, οι οποίες όμως παρουσιάζουν κάποιες επιθυμητές ιδιότητες (Siskos, 1984, Σίσκος, 1998). Η ευρετική αυτή τεχνική βασίζεται στα εξής σημεία:

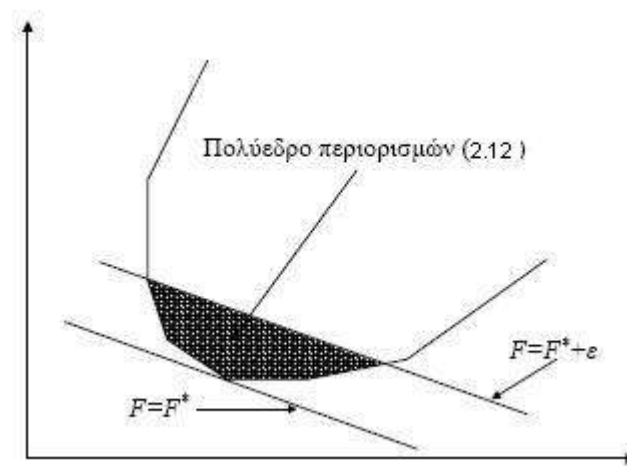
- Σε αρκετές περιπτώσεις, η βέλτιστη ή οι βέλτιστες λύσεις δεν είναι οι μόνες που ενδιαφέρουν, δεδομένης της ασάφειας που ισχύει για τις παραμέτρους του γραμμικού προγράμματος και τις προτιμήσεις του αποφασίζοντος (Van de Panne, 1975).
- Ο αριθμός των βέλτιστων ή ημιβέλτιστων λύσεων είναι συχνά τεράστιος, οπότε οι μέθοδοι εξαντλητικής αναζήτησής τους (μέθοδος αντίστροφης simplex, αλγόριθμος Manas-Nedoma) απαιτούν πολύ χρόνο.

Το Σχήμα 2.5 παρουσιάζει το σύνολο των ημιβέλτιστων λύσεων του γραμμικού προγράμματος (2.10), όπου αναζητούνται νέες βέλτιστες λύσεις για τις οποίες η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης διαφέρει της βέλτιστης τιμής F^* κατά μια μικρή (πρακτικά αμελητέα) προκαθορισμένη ποσότητα ε . Ο χώρος των ημιβέλτιστων λύσεων οριοθετείται από το σύνολο-υπερπολύεδρο:

$$F \leq F^* + \varepsilon$$

όλοι οι περιορισμοί του γ.π. (2.10)

(2.12)



Σχήμα 2.5: Ανάλυση μεταβελτιστοποίησης και ημιβέλτιστες λύσεις (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982)

Η φάση της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης ολοκληρώνει τον αλγόριθμο της μεθοδολογίας MUSA και περιλαμβάνει την μορφοποίηση και επίλυση n γραμμικών προβλημάτων, όσος και ο αριθμός των κριτηρίων ικανοποίησης. Τα γραμμικά αυτά προγράμματα μεγιστοποιούν το βάρος b_i κάθε κριτηρίου και έχουν την ακόλουθη μορφή:

$$[\max] F' = \sum_{k=1}^{a_i-1} w_{ik} \text{ για } i=1,2,\dots,n$$

υπό τους περιορισμούς

(2.13)

$$F \leq F^* + \varepsilon$$

όλοι οι περιορισμοί του γ.π. (2.10)

όπου ε είναι ένας μικρός θετικός αριθμός και F^* είναι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του γραμμικού προγράμματος (2.10).

Μια αντιπροσωπευτική τελική λύση για τις μεταβλητές της μεθόδου MUSA υπολογίζεται από την μέση τιμή των βέλτιστων λύσεων που δίνουν τα γραμμικά προγράμματα (2.13).

Η συγκεκριμένη ανάλυση μεταβελτιστοποίησης επιτρέπει την ανάλυση ευστάθειας της βέλτιστης λύσης (Σίσκος, 1998), δεδομένου ότι όταν το εύρος των τιμών που παίρνουν οι μεταβλητές στις διάφορες ημιβέλτιστες λύσεις είναι μικρό, τότε η βέλτιστη λύση είναι ευσταθής, ενώ σε αντίθετη περίπτωση η λύση είναι ασταθής. Μια περαιτέρω ανάλυση της ευστάθειας του μοντέλου, των δεικτών σφάλματος, καθώς και ανάπτυξη επεκτάσεων της μεθόδου, παρουσιάζονται αναλυτικότερα στην παράγραφο 2.5.

2.4. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

2.4.1. Συναρτήσεις και βάρη ικανοποίησης

Οι εκτιμώμενες συναρτήσεις ικανοποίησης αποτελούν τα σημαντικότερα αποτελέσματα της μεθόδου MUSA, δεδομένου ότι εκφράζουν την πραγματική αξία που προσδίδει το σύνολο των πελατών σε ένα καθορισμένο ποιοτικό επίπεδο ικανοποίησης. Η μορφή των συναρτήσεων αυτών είναι σε θέση να προσδιορίσει το βαθμό απαιτητικότητας των πελατών. Το Σχήμα 2.6 παρουσιάζει 3 βασικές ομάδες πελατών με διαφορετικό βαθμό απαιτητικότητας (τα αποτελέσματα ισχύουν τόσο για την ολική, όσο και για τις μερικές συναρτήσεις ικανοποίησης):

«Κανονικοί» πελάτες: η συνάρτηση ικανοποίησης έχει γραμμική μορφή, γεγονός που σημαίνει ότι οι συγκεκριμένοι πελάτες όσο περισσότερο ικανοποιημένοι δηλώνουν ότι είναι, τόσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό των προσδοκιών τους που εκπληρώνεται.

«Απαιτητικοί» πελάτες: η συνάρτηση ικανοποίησης έχει κυρτή μορφή, δεδομένου ότι η ομάδα αυτή των πελατών δεν είναι ικανοποιημένη παρά μόνο αν τους προσφέρεται το βέλτιστο επίπεδο υπηρεσιών.

«Μη-απαιτητικοί» πελάτες: η συνάρτηση ικανοποίησης έχει κοίλη μορφή, γεγονός που υποδηλώνει ότι οι συγκεκριμένοι πελάτες δηλώνουν ότι είναι ικανοποιημένοι παρόλο που ένα μικρό ποσοστό των προσδοκιών τους εκπληρώνεται.

Γενικεύοντας, μπορεί να παρατηρηθεί ότι η συνάρτηση Y^* είναι η προσθετική συνάρτηση αξιών-χρησιμότητας (additive value/utility function) των πελατών ενώ οι συναρτήσεις X_i^* είναι οι μερικές ή περιθώριες συναρτήσεις αξιών-χρησιμότητάς (marginal value/utility functions), όπως αναφέρονται στο πλαίσιο της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων. Ειδικά για τη συλλογική συνάρτηση αξιών Y^* , θα πρέπει να σημειωθεί ότι αντιπροσωπεύει τη δομή των προτιμήσεων του πελάτη και υποδεικνύει τις επιπτώσεις των κριτηρίων ικανοποίησης.

Η βασική μορφή της μεθόδου MUSA, η οποία παρουσιάστηκε στην προηγούμενη παράγραφο, υποθέτει ότι οι συναρτήσεις ικανοποίησης-αξιών Y^* και X_i^* είναι διακριτές μονότονες συναρτήσεις.



Σχήμα 2.6: Ομάδες πελατών με διαφορετικό βαθμό απαιτητικότητας

Τα βάρη των κριτηρίων ικανοποίησης υποδηλώνουν το σχετικό βαθμό σπουδαιότητας που δίνει το σύνολο των πελατών στις αξίες των διαστάσεων ικανοποίησης που έχουν καθοριστεί. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι η απόφαση για

να θεωρηθεί κάποιο κριτήριο ως «σημαντικό», σε ένα βαθμό, εξαρτάται και από το πλήθος των κριτηρίων που χρησιμοποιούνται (περαιτέρω ανάλυση στην §2.4.3). Δεν θα πρέπει να λησμονείται η φυσική ερμηνεία των συντελεστών βαρύτητας, ότι τα βάρη είναι βαθμοί παραχώρησης (trade-offs) μεταξύ των αξιών στα κριτήρια.

2.4.2 Μέσοι δείκτες ικανοποίησης

Με βάση τα αποτελέσματα της μεθόδου που έχουν ήδη παρουσιαστεί, είναι δυνατός ο ορισμός ενός συνόλου μέσων δεικτών ικανοποίησης, τόσο ολικά, όσο και για κάθε ένα από τα κριτήρια ικανοποίησης. Ο ορισμός των μέσων δεικτών ικανοποίησης συμπληρώνει τα δυνατά αποτελέσματα της μεθοδολογίας MUSA και κρίνεται αναγκαίος διότι:

- παρουσιάζει με απλό και κατανοητό τρόπο την κατάσταση της ικανοποίησης ενός συνόλου πελατών,
- συνδυάζει τα αποτελέσματα της μεθόδου MUSA με την περιγραφική στατιστική ανάλυση της έρευνας ικανοποίησης,
- δίνει τη δυνατότητα υλοποίησης ενός συστήματος αξιολόγησης και επιδόσεων της επιχείρησης (benchmarking).

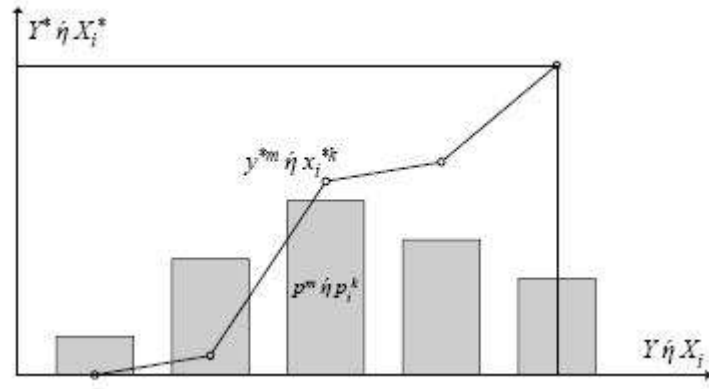
Οι μέσοι δείκτες ολικής ικανοποίησης S και μερικής ικανοποίησης S_i ορίζονται με βάση τις σχέσεις (Σχήμα 2.7):

$$S = \frac{1}{100} \sum_{m=1}^a p^m y^{*m} \quad (2.14)$$

$$S_i = \frac{1}{100} \sum_{k=1}^{a_i} p_i^k x_i^{*k} \text{ για } i=1,2,\dots,n$$

όπου p^m and p_i^k είναι αντίστοιχα το ποσοστό των πελατών που ανήκουν στο y^m και x_i^k επίπεδο ικανοποίησης.

Είναι εύκολο να παρατηρηθεί ότι οι μέσοι δείκτες ικανοποίησης είναι μεγέθη κανονικοποιημένα (0-100%), ενώ όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.7, ο προηγούμενος ορισμός υποδεικνύει ότι ένας δείκτης ικανοποίησης είναι η μέση τιμή της αντίστοιχης συνάρτησης ικανοποίησης-αξιών.



Σχήμα 2.7: Συναρτήσεις ικανοποίησης και συχνότητες απαντήσεων πελατών

2.4.3. Μέσοι δείκτες απαιτητικότητας

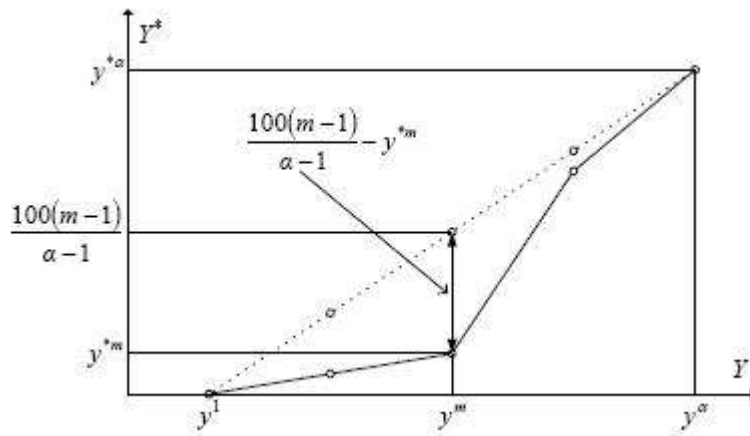
Το θέμα της απαιτητικότητας των πελατών έχει παρουσιαστεί αρκετά αναλυτικά στην §2.4.1, όπου προκύπτει η ανάγκη για τον ορισμό ενός συνόλου μέσων δεικτών απαιτητικότητας, δεδομένου ότι με τον τρόπο αυτό:

- ορίζεται μια ποσοτική μεταβλητή για την έννοια της απαιτητικότητας,
- εκμεταλλεύεται πλήρως το σύνολο των πληροφοριών που δίνουν οι συναρτήσεις ικανοποίησης. Οι μέσοι δείκτες απαιτητικότητας ορίζονται με βάση τις σχέσεις (Σχήμα 2.8):

$$D = \frac{\sum_{m=1}^{a-1} \left(\frac{100(m-1)}{a-1} - y^{*m} \right)}{100 \sum_{m=1}^{a-1} \frac{m-1}{a-1}} \text{ για } \alpha > 2$$

$$D_i = \frac{\sum_{k=1}^{a_i-1} \left(\frac{100(k-1)}{a_i-1} - x_i^{*k} \right)}{100 \sum_{k=1}^{a_i-1} \frac{k-1}{a_i-1}} \text{ για } \alpha_i > 2 \text{ και } i=1,2,\dots,n$$
(2.15)

όπου D και D_i είναι αντίστοιχα οι μέσοι δείκτες ολικής και μερικής (σύμφωνα με το i κριτήριο) απαιτητικότητας.



Σύμφωνα με τις σχέσεις (2.15) και το Σχήμα 2.8 μπορεί να παρατηρηθεί εύκολα ότι οι μέσοι δείκτες απαιτητικότητας είναι κανονικοποιημένοι στο διάστημα $[-1, 1]$ και ισχύει:

- $D = 1$ ή $D_i = 1$: οι πελάτες παρουσιάζουν τον μέγιστο βαθμό απαιτητικότητας.
- $D = 0$ ή $D_i = 0$: η περίπτωση αυτή αφορά «κανονικούς» πελάτες.
- $D = -1$ ή $D_i = -1$: οι πελάτες παρουσιάζουν τον ελάχιστο βαθμό απαιτητικότητας.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι συγκεκριμένοι δείκτες εκφράζουν την μέση απόκλιση των συναρτήσεων ικανοποίησης από μια «κανονική» (γραμμική) συνάρτηση αξιών, γεγονός που σημαίνει ότι οι δείκτες απαιτητικότητας μπορεί να έχουν διαφορετικές τιμές σε διαφορετικά επίπεδα της ποιοτικής κλίμακας ικανοποίησης (π.χ. είναι δυνατόν μια σιγμοειδής συνάρτηση ικανοποίησης να δώσει μηδενικό μέσο δείκτη απαιτητικότητας). Σε μια τέτοια περίπτωση και εφόσον απαιτείται σε βάθος ανάλυση του συγκεκριμένου θέματος, πρέπει να οριστεί ένα σύνολο διακριτών συναρτήσεων απαιτητικότητας:

$$\begin{aligned} D(y^m) &= y^{*m+1} - y^{*m} \quad \gamma \alpha \quad m=1,2,\dots,\alpha-1 \\ D(x_i^k) &= x_i^{*k+1} - x_i^{*k} \quad \gamma \alpha \quad k=1,2,\dots,\alpha_i-1 \quad \kappa \alpha i=1,2,\dots,n \end{aligned} \quad (2.16)$$

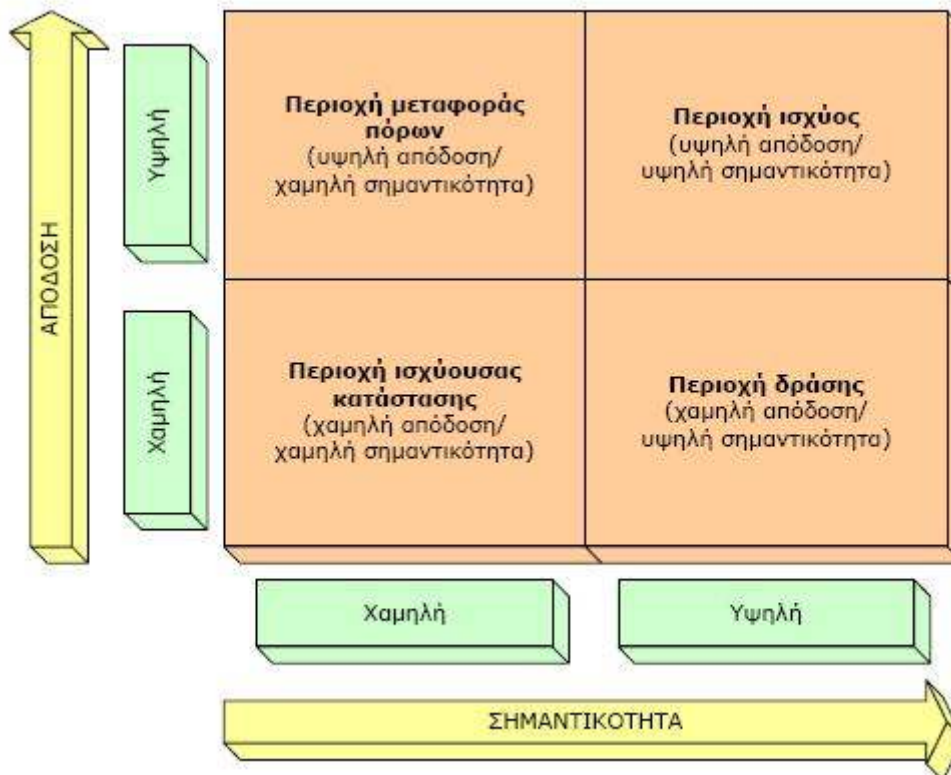
Επίσης, οι δείκτες απαιτητικότητας, εκτός από τον καθορισμό των προτιμήσεων και του τρόπου συμπεριφοράς των πελατών (§2.4.1), μπορούν να υποδείξουν και το μέγεθος της προσπάθειας που πρέπει να καταβληθεί από την πλευρά της επιχείρησης για τη βελτίωση της συγκεκριμένης διάστασης ικανοποίησης.

2.4.4. Διαγράμματα δράσης

Συνδυάζοντας τα βάρη των κριτηρίων ικανοποίησης με τους μέσους δείκτες ικανοποίησης, είναι δυνατός ο υπολογισμός μιας σειράς διαγραμμάτων δράσης (action diagrams) τα οποία μπορούν να προσδιορίσουν ποια είναι τα δυνατά και τα αδύνατα σημεία της ικανοποίησης των πελατών, καθώς και το που πρέπει να στραφούν οι προσπάθειες βελτίωσης. Τα διαγράμματα αυτά είναι ουσιαστικά χάρτες απόδοσης-σημαντικότητας (performance-importance maps), ενώ αναφέρονται συχνά και ως στρατηγικοί χάρτες (strategic maps), χάρτες απόφασης (decision maps) ή αντιληπτικοί χάρτες (perceptual maps) στη διεθνή βιβλιογραφία (Customers Satisfaction Council, 1995, Dutka, 1994, Naumann and Giel, 1995).

Κάθε διάγραμμα δράσης χωρίζεται σε τεταρτημόρια ανάλογα με την απόδοση (μέσοι δείκτες ικανοποίησης) και τη σημαντικότητα (βάρη) των κριτηρίων. Με τον τρόπο αυτό είναι δυνατός ο προσδιορισμός των απαιτούμενων ενεργειών για τη βελτίωση ή τη διατήρηση του επιπέδου ικανοποίησης των πελατών:

- Περιοχή ισχύουσας κατάστασης-status quo (χαμηλή απόδοση και χαμηλή σημαντικότητα): συνήθως δεν απαιτείται καμία πρόσθετη ενέργεια από την πλευρά της εταιρείας, δεδομένου ότι οι συγκεκριμένες διαστάσεις ικανοποίησης δε θεωρούνται σημαντικές από τους πελάτες.
- Περιοχή ισχύος (υψηλή απόδοση και υψηλή σημαντικότητα): τα χαρακτηριστικά που ανήκουν σε αυτό το τεταρτημόριο μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως το συγκριτικό πλεονέκτημα της εταιρείας απέναντι στον ανταγωνισμό. Στις περισσότερες περιπτώσεις οι συγκεκριμένες διαστάσεις ικανοποίησης αποτελούν και τη βασική αιτία και ειδοποιό διαφορά που έχει επιλεγεί η χρήση (αγορά) του εξεταζόμενου προϊόντος ή υπηρεσίας.
- Περιοχή δράσης (χαμηλή απόδοση και υψηλή σημαντικότητα): στο τεταρτημόριο αυτό ανήκουν τα πλέον κρίσιμα χαρακτηριστικά που πρέπει να βελτιωθούν οπωσδήποτε ώστε να αυξηθεί το επίπεδο ικανοποίησης των πελατών.
- Περιοχή μεταφοράς πόρων (υψηλή απόδοση και χαμηλή σημαντικότητα): οι πόροι και γενικότερα η προσπάθεια της επιχείρησης που αφορούν στα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά του προϊόντος ή της υπηρεσίας μπορούν να χρησιμοποιηθούν με διαφορετικό τρόπο (π.χ. βελτίωση των διαστάσεων ικανοποίησης που ανήκουν στην περιοχή δράσης).



Σχήμα 2.9: Διάγραμμα δράσης (Customers Satisfaction Council, 1995)

Το διάγραμμα του Σχήματος 2.9 μπορεί επιπρόσθετα να καθορίσει την ιεράρχηση της σπουδαιότητας των ενεργειών βελτίωσης για τις κρίσιμες διαστάσεις ικανοποίησης:

- Η περιοχή δράσης είναι προφανώς η πρώτη προτεραιότητα της επιχείρησης, δεδομένου ότι στο συγκεκριμένο τεταρτημόριο ανήκουν σημαντικά κριτήρια για τα οποία οι πελάτες δεν είναι ικανοποιημένοι.
- Η δεύτερη προτεραιότητα θα πρέπει επικεντρωθεί στις διαστάσεις ικανοποίησης που ανήκουν στην περιοχή ισχύος, ειδικά όταν υπάρχουν περιθώρια βελτίωσης (ο δείκτης ικανοποίησης είναι κοντά στον κάθετο άξονα).
- Η περιοχή της ισχύουσας κατάστασης είναι η τρίτη κατά σειρά προτεραιότητα της επιχείρησης. Παρόλο που οι συγκεκριμένες διαστάσεις ικανοποίησης δεν είναι ιδιαίτερα κρίσιμες την περίοδο της ανάλυσης, ενδέχεται να γίνουν σημαντικές στο μέλλον, ενώ δεν πρέπει να λησμονείται το γεγονός ότι η ικανοποίηση των πελατών είναι χαμηλή για τα συγκεκριμένα κριτήρια.
- Η τελευταία προτεραιότητα της επιχείρησης θα πρέπει να είναι η περιοχή μεταφοράς πόρων, διότι περιλαμβάνει χαρακτηριστικά τα οποία αφενός δεν είναι σημαντικά για τους πελάτες και αφετέρου η απόδοση της εταιρείας είναι υψηλή.

Χρησιμοποιώντας αυτούσιες τις μεταβλητές b_i και S_i κατασκευάζονται τα απόλυτα διαγράμματα δράσης, σύμφωνα με τα δεδομένα του Πίνακα 2.2, όπου αξίζει να σημειωθεί ότι:

- Ο άξονας σημαντικότητας αντιστοιχεί στα βάρη των κριτηρίων b_i τα οποία παίρνουν τιμές στο διάστημα $[0, 1]$. Επειδή, όπως έχει ήδη αναφερθεί, το βάρος εξαρτάται και από το πλήθος των κριτηρίων που χρησιμοποιούνται, θεωρείται ότι ένα κριτήριο είναι σημαντικό αν $b_i > 1/n$ (αν τα n κριτήρια έχουν τον ίδιο βαθμό σημαντικότητας, τότε το βάρος για κάθε ένα από αυτά θα είναι ίσο με $1/n$).
- Ο άξονας απόδοσης ορίζεται στο διάστημα $[0, 1]$ και αντιστοιχεί στους μέσους δείκτες ικανοποίησης S_i . Το σημείο αποκοπής σύμφωνα με το οποίο καθορίζεται αν ένα κριτήριο έχει υψηλή ή χαμηλή απόδοση έχει οριστεί ίσο με 0,5 (50%). Η συγκεκριμένη υπόθεση είναι αρκετά υποκειμενική και ενδέχεται να μεταβάλλεται ανάλογα με την περίπτωση.

Πίνακας 2.2: Πληροφορίες κατασκευής διαγραμμάτων δράσης

Διάγραμμα δράσης	Άξονας	Μεταβλητή	Διάστημα τιμών	Σημείο τομής με οριζόντιο/κάθετο άξονα
Απόλυτο	Σημαντικότητα	b_i	$[0, 1]$	$1/n$
	Απόδοση	S_i	$[0, 1]$	0,5
Σχετικό	Σημαντικότητα	$b'_i = \frac{b_i - \bar{b}}{\sqrt{\sum_i (b_i - \bar{b})^2}}$	$[-1, 1]$	0
	Απόδοση	$S'_i = \frac{S_i - \bar{S}}{\sqrt{\sum_i (S_i - \bar{S})^2}}$	$[-1, 1]$	0

Το πρόβλημα του προσδιορισμού του σημείου τομής με τον οριζόντιο/κάθετο άξονα επιλύεται με τη δημιουργία των σχετικών διαγραμμάτων δράσης, όπου χρησιμοποιούνται οι κανονικοποιημένες μεταβλητές b'_i και S'_i . Επιπρόσθετα, η κανονικοποίηση που χρησιμοποιείται λύνει και το πρόβλημα της μικρής διακύμανσης

των μέσων δεικτών ικανοποίησης που ενδέχεται να παρουσιαστεί σε μια ιδιαίτερα ανταγωνιστική αγορά.

2.4.5. Διαγράμματα βελτίωσης

Τα διαγράμματα δράσης μπορούν να υποδείξουν ποιες διαστάσεις ικανοποίησης πρέπει να βελτιωθούν, αλλά δεν είναι σε θέση να προσδιορίσουν ποιο θα είναι το αποτέλεσμα των ενεργειών βελτίωσης, ούτε το μέγεθος της προσπάθειας που χρειάζεται για να επιτευχθεί η προσδοκώμενη βελτίωση.

Το πρόβλημα αυτό λύνεται με την κατασκευή των διαγραμμάτων βελτίωσης, όπου:

- Οι μέσοι δείκτες απαιτητικότητας (§2.4.3) δείχνουν το μέγεθος της προσπάθειας που καταβάλλεται για τη βελτίωση ενός χαρακτηριστικού, δεδομένου ότι όσο πιο απαιτητικοί είναι οι πελάτες, τόσο περισσότερο πρέπει να βελτιωθεί το επίπεδο ικανοποίησης για να εκπληρωθούν οι προσδοκίες τους.

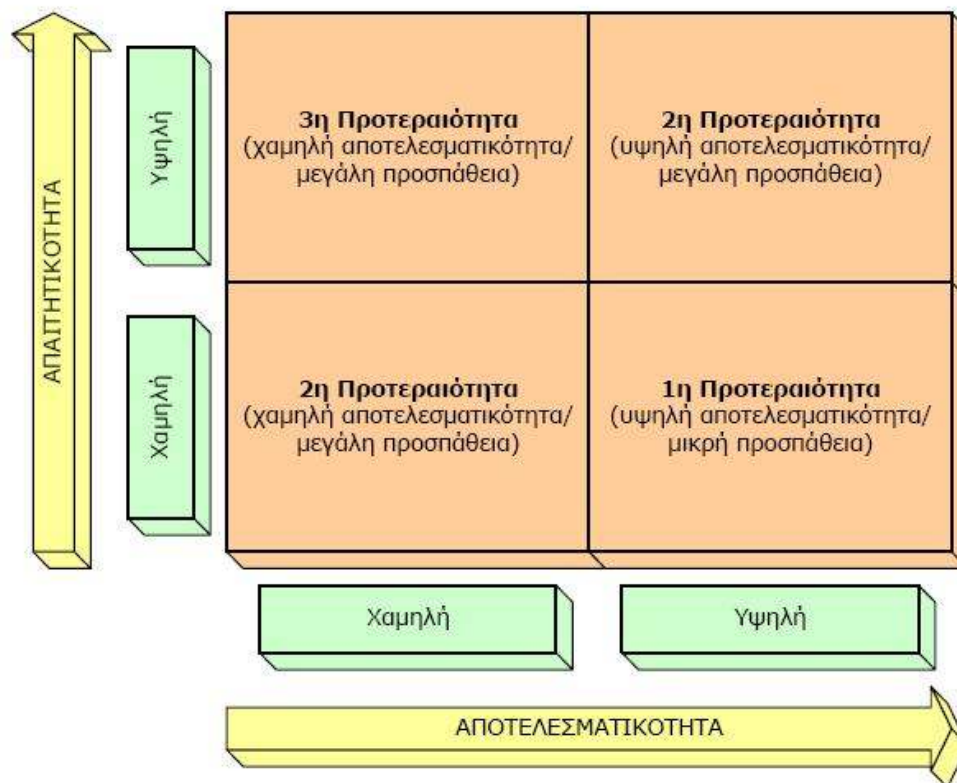
- Το αποτέλεσμα των ενεργειών βελτίωσης εξαρτάται τόσο από τη σημαντικότητα του κριτηρίου, όσο και από τη συνεισφορά του στη μη-ικανοποίηση των πελατών. Για το λόγο αυτό, ορίζεται ένα σύνολο μέσων δεικτών αποτελεσματικότητας I_i σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$I_i = b_i(1 - S_i) \text{ για } i=1,2,\dots,n \quad (2.17)$$

Οι συγκεκριμένοι δείκτες ορίζονται στο διάστημα $[0, 1]$ ενώ μπορεί εύκολα να αποδειχθεί ότι:

$$\begin{aligned} I_i = 1 &\Leftrightarrow b_i = 1 \wedge S_i = 0 \\ I_i = 0 &\Leftrightarrow b_i = 0 \vee S_i = 1 \text{ για } i=1,2,\dots,n \end{aligned} \quad (2.18)$$

Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.10, κάθε διάγραμμα βελτίωσης χωρίζεται σε τεταρτημόρια ανάλογα με την απαιτητικότητα και την αποτελεσματικότητα των διαστάσεων ικανοποίησης, με αποτέλεσμα τον προσδιορισμό των προτεραιοτήτων βελτίωσης:



Σχήμα 2.10: Διάγραμμα βελτίωσης

- Η επιχείρηση θα πρέπει να επικεντρώσει τις προσπάθειες βελτίωσης στις διαστάσεις ικανοποίησης που έχουν μεγάλη αποτελεσματικότητα ενώ οι πελάτες δεν εμφανίζονται ιδιαίτερα απαιτητικοί.
- Η δεύτερη προτεραιότητα των ενεργειών βελτίωσης αποτελούν τα κριτήρια που είτε παρουσιάζουν μεγάλη αποτελεσματικότητα και μεγάλο βαθμό απαιτητικότητας, είτε εμφανίζουν μικρή αποτελεσματικότητα, ενώ οι πελάτες δε φαίνονται ιδιαίτερα απαιτητικοί.
- Τέλος, τα χαρακτηριστικά που παρουσιάζουν μικρή αποτελεσματικότητα και μεγάλη απαιτητικότητα αποτελούν την τελευταία προτεραιότητα βελτίωσης.

Με όμοιο τρόπο όπως και στην προηγούμενη παράγραφο, είναι δυνατή η κατασκευή απόλυτων και σχετικών διαγραμμάτων βελτίωσης, σύμφωνα με τα δεδομένα του Πίνακας 2.3.

Πίνακας 2.3: Πληροφορίες κατασκευής διαγραμμάτων βελτίωσης

Διάγραμμα δράσης	Άξονας	Μεταβλητή	Διάστημα τιμών	Σημείο τομής με οριζόντιο/κάθετο άξονα
Απόλυτο	Αποτελεσματικότητα	I_i	[0, 1]	0,5
	Απαιτητικότητα	D_i	[-1, 1]	0
Σχετικό	Αποτελεσματικότητα	$I'_i = \frac{I_i - \bar{I}}{\sqrt{\sum_i (I_i - \bar{I})^2}}$	[-1, 1]	0
	Απαιτητικότητα	$D'_i = \frac{D_i - \bar{D}}{\sqrt{\sum_i (D_i - \bar{D})^2}}$	[-1, 1]	0

Οι τελικές στρατηγικές απόφασης πρέπει να λαμβάνουν υπόψη το σύνολο της διαθέσιμης πληροφορίας της μεθόδου MUSA, ώστε να επιτυγχάνεται η πλέον αποτελεσματική υποστήριξη της απόφασης.

2.5. ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ MUSA

2.5.1. Γνήσια αύξουσες συναρτήσεις ικανοποίησης

Το βασικό μοντέλο MUSA που παρουσιάστηκε στην §2.2 υποθέτει ότι τόσο η ολική όσο και οι μερικές συναρτήσεις ικανοποίησης είναι προτιμησιακά αύξουσες, όπως υποδεικνύουν και οι περιορισμοί μονοτονίας (2.3). Σε αρκετές όμως περιπτώσεις απαιτούνται «αυστηρές» σχέσεις προτίμησης, έτσι ώστε να αποφεύγονται φαινόμενα του τύπου: $y^{*m} = y^{*m+1}$ ή $x_i^{*k} = x_i^{*k+1}$ (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982). Οι «αυστηρές» σχέσεις προτίμησης έχουν την ακόλουθη μορφή:

$$\left\{ \begin{array}{l} y^{*m} < y^{*m+1} \Leftrightarrow y^m < y^{m+1} \text{ για } m=1,2,\dots,\alpha-1 \\ x_i^{*k} < x_i^{*k+1} \Leftrightarrow x_i^k < x_i^{k+1} \text{ για } k=1,2,\dots,\alpha_i-1 \text{ και } i=1,2,\dots,n \end{array} \right\} \quad (2.19)$$

όπου το σύμβολο $<$ σημαίνει αυστηρή προτίμηση του δεξιού μέλους.

Με βάση τις σχέσεις (2.19) οι ακόλουθες ανισότητες πρέπει να ικανοποιούνται:

$$\begin{aligned}
y^{*m+1} - y^{*m} &\geq \gamma \text{ για } m=1,2,\dots,\alpha-1 \\
(x_i^{*k+1} - x_i^{*k}) &\geq \gamma_i \text{ για } k=1,2,\dots,\alpha_i-1 \text{ και } i=1,2,\dots,n \\
\gamma, \gamma_i &> 0
\end{aligned} \tag{2.20}$$

όπου γ και γ_i είναι τα κατώφλια προτίμησης για τις συναρτήσεις Y^* και X_i^* αντίστοιχα.

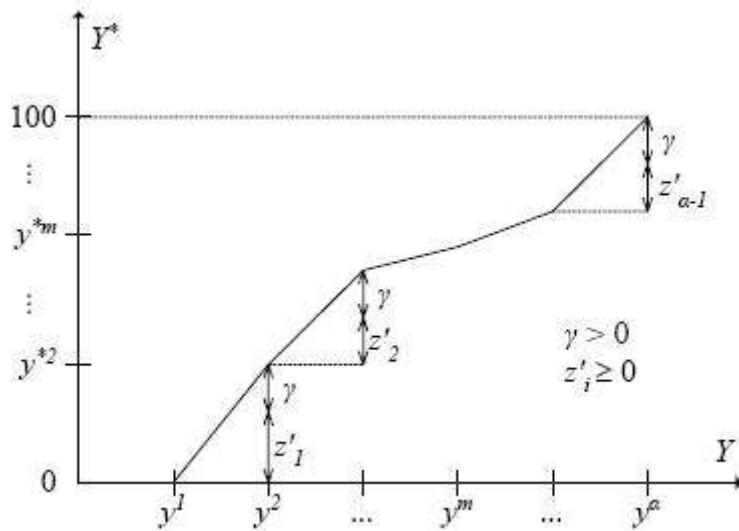
Εισάγοντας τα κατώφλια προτίμησης στις βασικές μεταβλητές της μεθόδου MUSA, προκύπτουν οι εξής νέοι μετασχηματισμοί:

$$\begin{cases} z_m \geq \gamma \\ w_{ik} \geq \gamma_i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_m - \gamma \geq 0 \\ w_{ik} - \gamma_i \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z'_m \geq 0 \text{ για } m=1,2,\dots,\alpha-1 \\ w'_{ik} \geq 0 \text{ για } k=1,2,\dots,\alpha_i-1 \text{ και } i=1,2,\dots,n \end{cases} \tag{2.21}$$

Όπου οι νέες μεταβλητές έχουν οριστεί ως εξής:

$$\begin{cases} z_m = z'_m + \gamma \text{ για } m=1,2,\dots,\alpha-1 \\ w_{ik} = w'_{ik} + \gamma_i \text{ για } k=1,2,\dots,\alpha_i-1 \text{ και } i=1,2,\dots,n \end{cases} \tag{2.22}$$

Το Σχήμα 2.11 παρουσιάζει παραστατικά τη φυσική ερμηνεία για το κατώφλι προτίμησης της ολικής συνάρτησης ικανοποίησης, όπου αξίζει να παρατηρηθεί ότι:



Σχήμα 2.11: Κατώφλια προτίμησης για τη συνάρτηση Y^*

- Το κατώφλι προτίμησης γ εκφράζει το ελάχιστο «βήμα» αύξησης της συνάρτησης Y^* .
- Η «αυστηρή» σχέση υπεροχής υποδηλώνει ότι η ολική αξία ενός πελάτη που δηλώνει ότι ανήκει στο y^m επίπεδο ικανοποίησης είναι αυστηρά μικρότερη από την αντίστοιχη αξία ενός άλλου πελάτη του y^{m+1} επιπέδου ικανοποίησης.
- Οι συγκεκριμένες παρατηρήσεις ισχύουν αντίστοιχα και για τις μερικές συναρτήσεις

ικανοποίησης X_i^* .

- Αποδεικνύεται εύκολα ότι με την εισαγωγή των νέων μεταβλητών στο μοντέλο, το ελάχιστο βάρος ενός κριτηρίου X_i είναι $\gamma_i(\alpha_i - 1)/100$.

- Η προτεινόμενη επέκταση αποτελεί τη γενικευμένη μορφή της μεθόδου MUSA, δεδομένου ότι η βασική μορφή της είναι μια ειδική περίπτωση για $\gamma = \gamma_i = 0, \forall i$.

Χρησιμοποιώντας τις προηγούμενες σχέσεις, το γενικευμένο μοντέλο MUSA παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\left\{ \begin{array}{l} [\min] F = \sum_{j=1}^M \sigma_j^+ + \sigma_j^- \\ \text{υπό τους περιορισμούς} \\ \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{t_{ij}-1} w'_{ik} - \sum_{m=1}^{t_j-1} z'_m - \sigma_j^+ + \sigma_j^- = \gamma(t_j - 1) - \gamma_i \sum_{i=1}^n (t_{ij} - 1) \text{ για } j=1,2,\dots,M \\ \sum_{m=1}^{a_i-1} z'_m = 100 - \gamma(\alpha_i - 1) \\ \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{a_i-1} w'_{ik} = 100 - \sum_{i=1}^n \gamma_i(\alpha_i - 1) \\ z'_m \geq 0, \gamma_i > 0 \quad \forall i \\ \sigma_j^+ \geq 0, \sigma_j^- \geq 0 \text{ για } j=1,2,\dots,M \end{array} \right.$$

όπου t_j και t_{ji} είναι οι κρίσεις του πελάτη j για την ολική και την μερική ικανοποίησή του με

(2.23)

$$y^{t_j} \in Y = \{y^1, y^2, \dots, y^{t_j}, \dots, y^a\}$$

$$\text{και } x_i^{t_{ji}} \in X_i = \{x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^{t_{ji}}, \dots, x_i^{a_i}\} \text{ για } i=1,2,\dots,n$$

2.5.2. Εναλλακτικές αντικειμενικές συναρτήσεις

Κατά τη φάση της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης της μεθόδου MUSA, υπάρχει η δυνατότητα επιλογής εναλλακτικών αντικειμενικών συναρτήσεων. Η βασική μορφή του μοντέλου (§2.3) προτείνει την επίλυση n γραμμικών προγραμμάτων τα οποία μεγιστοποιούν το βάρος b_i κάθε κριτηρίου. Εναλλακτικά, θα μπορούσε να εξεταστεί ταυτόχρονα και η επίλυση n γραμμικών προγραμμάτων τα οποία ελαχιστοποιούν το βάρος b_i κάθε κριτηρίου. Στην περίπτωση αυτή, πρέπει να μορφοποιηθούν και να επιλυθούν $2n$ γραμμικά προγράμματα:

$$\left\{ \begin{array}{l} [\max]F' = \sum_{k=1}^{a_i-1} w_{ik} \text{ για } i=1,2,\dots,n \\ \text{υπό τους περιορισμούς} \\ F \leq F^* + \varepsilon \\ \text{όλοι οι περιορισμοί του γ.π. (2.10)} \end{array} \right. \text{ και } \left\{ \begin{array}{l} [\min]F' = \sum_{k=1}^{a_j-1} w_{jk} \text{ για } j=1,2,\dots,n \\ \text{υπό τους περιορισμούς} \\ F \leq F^* + \varepsilon \\ \text{όλοι οι περιορισμοί του γ.π. (2.10)} \end{array} \right. \quad (2.24)$$

όπου ε είναι ένας μικρός θετικός αριθμός και F^* είναι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του γραμμικού προγράμματος (2.10).

Μια δεύτερη εναλλακτική προσέγγιση αφορά στην αναζήτηση ημιβέλτιστων λύσεων, οι οποίες μεγιστοποιούν τα κατώφλια προτίμησης γ και γ_i όπως αυτά έχουν οριστεί στην προηγούμενη παράγραφο.

Όμοια με την προηγούμενη εναλλακτική αντικειμενική συνάρτηση θα μπορούσε, κατά τη φάση μεταβελτιστοποίησης, να εξεταστεί η μεγιστοποίηση των διαδοχικών βημάτων αύξησης των συναρτήσεων Y^* και X_i^* δηλαδή των βασικών μεταβλητών της μεθόδου MUSA w_{ik} και z_m (Beuthe and Scannella, 1996):

$$\left\{ \begin{array}{l} [\max]F' = z_m \quad m=1,2,\dots,\alpha-1 \\ \text{υπό τους περιορισμούς} \\ F \leq F^* + \varepsilon \\ \text{όλοι οι περιορισμοί του γ.π. (2.10)} \end{array} \right. \text{ και } \left\{ \begin{array}{l} [\max]F' = w_{ik} \quad i=1,2,\dots,n \text{ και } k=1,2,\dots,\alpha_i-1 \\ \text{υπό τους περιορισμούς} \\ F \leq F^* + \varepsilon \\ \text{όλοι οι περιορισμοί του γ.π. (2.10)} \end{array} \right. \quad (2.25)$$

όπου ε είναι ένας μικρός θετικός αριθμός και F^* είναι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του γραμμικού προγράμματος (2.10). Η προτεινόμενη ανάλυση ευστάθειας περιλαμβάνει την επίλυση $(\alpha-1) + \sum_{i=1}^n (\alpha_i-1)$ γραμμικών προγραμμάτων.

Μια τελευταία εναλλακτική προσέγγιση από το χώρο της ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης, αφορά στην ελαχιστοποίηση της διαφοράς ανάμεσα στη μεγαλύτερη και στη μικρότερη τιμή των μεταβλητών σφάλματος σ_i^+ και σ_i^- στην περίπτωση που $F^* > 0$ (Despotis et al., 1990). Δεδομένης της μη-αρνητικότητας των μεταβλητών σφάλματος, η συγκεκριμένη προσέγγιση ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση της μεγαλύτερης τιμής των σφαλμάτων (L^∞ νόρμας).

2.6. ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΔΕΙΚΤΕΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

Η εκτίμηση των αποτελεσμάτων της μεθόδου MUSA, όπως φαίνεται και από τη μεθοδολογία εφαρμογής του, σχετίζεται με τις εξής προβληματικές:

- α) βαθμός προσαρμογής του μοντέλου στα δεδομένα του προβλήματος αξιολόγησης της ικανοποίησης πελατών,
- β) ευστάθεια των αποτελεσμάτων της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης.

Στις επόμενες παραγράφους (2.6.1-2.6.3) παρουσιάζονται συγκεκριμένα ποσοτικά μέτρα εκτίμησης των αποτελεσμάτων της μεθόδου, σύμφωνα με τις προαναφερθείσες προβληματικές.

2.6.1. Μέσοι δείκτες προσαρμογής

Η προσαρμογή του μοντέλου αφορά στην εύρεση ενός συστήματος αξιών (συναρτήσεις ικανοποίησης, βάρη κριτηρίων) για το σύνολο των πελατών, με τα ελάχιστα δυνατά σφάλματα. Για το λόγο αυτό, οι βέλτιστες τιμές των μεταβλητών σφάλματος υποδηλώνουν την αξιοπιστία του συστήματος αξιών που εκτιμάται.

Μέσος δείκτης Προσαρμογής AFI_I

Ο ορισμός ενός κανονικοποιημένου δείκτη προσαρμογής κρίνεται απαραίτητος, δεδομένου ότι η συνολική ποσότητα των σφαλμάτων εκτίμησης εξαρτάται από τον αριθμό των πελατών. Έτσι, ο πρώτος μέσος δείκτης προσαρμογής (Average Fitting Index) που ορίστηκε για τη μέθοδο MUSA είναι ο εξής:

$$AFI_I = 1 - \frac{F^*}{100M} \quad (2.26)$$

όπου F^* είναι η βέλτιστη τιμή σφάλματος του αρχικού γραμμικού προγράμματος του μοντέλου MUSA και M είναι ο αριθμός των πελατών.

Ο μέσος δείκτης προσαρμογής AFI_I παίρνει την τιμή 1 μόνο όταν $F^* = 0$ δηλαδή όταν το μοντέλο είναι σε θέση να εκτιμήσει ένα σύνολο αξιών για τους πελάτες με μηδενικά σφάλματα. Όμοια, ο μέσος δείκτης προσαρμογής παίρνει την τιμή 0 μόνο

όταν $F^* = 100M$ δηλαδή όταν τα ζεύγη των μεταβλητών σφάλματος σ_i^+ και σ_i^- παίρνουν την μέγιστη δυνατή τιμή τους. Είναι εύκολο να αποδειχθεί ότι $\sigma_j^+ \sigma_j^- = 0 \quad \forall j$ δηλαδή η βέλτιστη λύση περιλαμβάνει μια τουλάχιστον μηδενική μεταβλητή σφάλματος για κάθε πελάτη, δεδομένου ότι η συγκεκριμένη μοντελοποίηση είναι όμοια με αυτή του προγραμματισμού στόχων (Charnes and Cooper, 1977).

Παρατηρώντας τις παραπάνω περιπτώσεις στις οποίες ο μέσος δείκτης προσαρμογής AFI_1 παίρνει τις ακραίες τιμές 0 και 1 συμπεραίνεται ότι αποτελεί έναν υπερτιμημένο δείκτη. Για το λόγω αυτό στα πλαίσια της παρούσας διατριβής προτείνονται 2 νέοι εναλλακτικοί δείκτες προσαρμογής οι οποίοι δίνουν αφενός τις απόλυτες διαστάσεις των μηδενικών σφαλμάτων ως ποσοστό του συνόλου των πελατών και αφετέρου συνυπολογίζουν το μέγιστο σφάλμα σε κάθε επίπεδο ικανοποίησης σε συνδυασμό με το βάρος του επιπέδου αυτού. Οι δύο νέοι δείκτες προσαρμογής ορίζονται παρακάτω.

Μέσος δείκτης Προσαρμογής AFI_2

$$AFI_2 = \% \text{ πελατών με } \sigma^+ = \sigma^- = 0 \quad (2.27)$$

Ο δείκτης αυτός υπολογίζει το ποσοστό των πελατών με μηδενικό σφάλμα. Έτσι όσο μεγαλύτερος είναι ο δείκτης αυτός τόσο το καλύτερο για το μοντέλο το οποίο δείχνει να προσαρμόζεται καλύτερα αφού δίνει λιγότερα σφάλματα. Οι τιμές που μπορεί να πάρει ο δείκτης AFI_2 είναι στο διάστημα $[0, \dots, 1]$. Ο δείκτης αυτός όμως δεν παύει να είναι ένας αυστηρός δείκτης δεδομένου ότι ελέγχει μόνο το αν υπάρχει η δεν υπάρχει σφάλμα σε κάθε πελάτη και όχι αν το σφάλμα που υπάρχει είναι μικρό ή μεγάλο. Έτσι για παράδειγμα αν έχουμε 2 τιμές για το δείκτη AFI_2 π.χ 0,2 και 0,1 δεν σημαίνει απαραίτητα ότι η περίπτωση με δείκτη 0,2 είναι καλύτερη από αυτήν με δείκτη 0,1 γιατί μπορεί μη μηδενικά σφάλματα στην περίπτωση όπου $AFI_2=0.2$ να είναι μεγαλύτερα κατά απόλυτα μεγέθη από τα σφάλματα στην περίπτωση όπου $AFI_2=0.1$ (το άθροισμα δηλ των σφαλμάτων στην πρώτη περίπτωση να είναι μεγαλύτερο από ότι στη δεύτερη παρά το γεγονός ότι η 1η περίπτωση έχει καλύτερο δείκτη AFI_2)

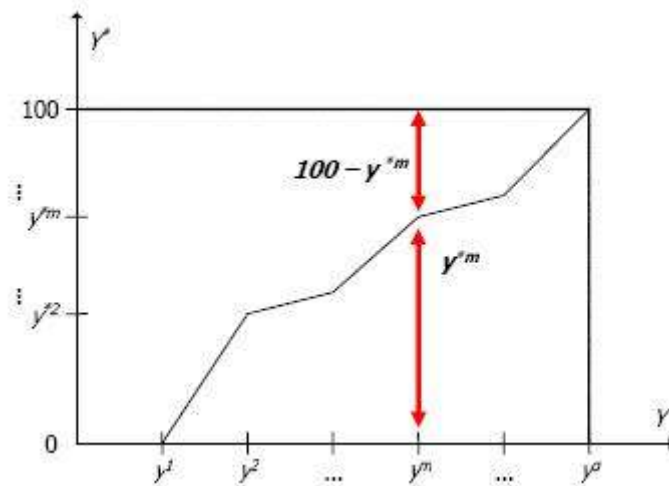
Μέσος δείκτης Προσαρμογής AFI_3

$$AFI_3 = 1 - \frac{F^*}{M \sum_{m=1}^a P^m \max \{y^{*m}, 100 - y^{*m}\}} \quad (2.28)$$

Ο νέος δείκτης Προσαρμογής AFI_3 αντιμετωπίζει κάθε επίπεδο ικανοποίησης της συνολικής ικανοποίησης ξεχωριστά και υπολογίζει ποιο είναι το μέγιστο σφάλμα εκτίμησης που μπορεί να έχουμε για το επίπεδο αυτό. Η τιμή που μπορεί να πάρει η εκτίμηση Y^* κάθε επιπέδου m ικανοποίησης της ολικής ικανοποίησης κυμαίνεται από 0 έως 100. Έτσι αν ο πελάτης έχει δώσει μια τιμή y^{*m} τότε το μέγιστο σφάλμα υπερεκτίμησης (σ^+) θα είναι $100 - y^{*m}$ ενώ το μέγιστο σφάλμα υποεκτίμησης (σ^-) θα είναι y^{*m} . Άρα το μέγιστο σφάλμα θα είναι η μέγιστη των 2 αυτών τιμών, δηλαδή $\max \{100 - y^{*m}, y^{*m}\}$. Με βάση τη λογική αυτή, για να υπολογιστεί το μέγιστο σφάλμα που μπορεί να υπάρχει στο m επίπεδο ικανοποίησης του συνολικού επιπέδου ικανοποίησης θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ο αριθμός των πελατών που επέλεξαν το επίπεδο αυτό (σύνολο πελατών επί πιθανότητα επιλογής m επιπέδου: $M * P^m$) Άρα:

$$(M * P^m) * \max \{100 - y^{*m}, y^{*m}\}.$$

Άρα αν προστεθούν τα μέγιστα σφάλματα για κάθε επίπεδο ικανοποίησης m θα προκύψει το συνολικό μέγιστο σφάλμα, οπότε αν αντικατασταθεί στον παρονομαστή του AFI_1 το υπερεκτιμημένο συνολικό μέγιστο σφάλμα ($100 * M$) με το νέο συνολικό μέγιστο σφάλμα θα προκύψει ο νέος τύπος του δείκτη AFI_3 . Δεδομένου λοιπόν ότι ο νέος δείκτης προσαρμογής AFI_3 αποτελεί μια βελτιωμένη έκδοση του υπερτιμημένου δείκτη AFI_1 , θα έχει πάντα τιμή μικρότερη ή ίση του AFI_1 . Συγκεκριμένα, ενώ ο AFI_1 υποθέτει ότι το μέγιστο σφάλμα ανά πελάτη είναι 100, ο AFI_3 χρησιμοποιεί την εκτιμώμενη καμπύλη Y^* για να υπολογίσει το μέγιστο σφάλμα ανά πελάτη.



Σχήμα 2.12: μέγιστες τιμές σφάλματος υποεκτίμησης, υπερεκτίμησης επιπέδου m συνολικής ικανοποίησης.

2.6.2. Άλλοι δείκτες προσαρμογής

Άλλα χρήσιμα εργαλεία που αφορούν στην προσαρμογή των αποτελεσμάτων της μεθόδου και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ανάλυση και την κατανομή των σφαλμάτων είναι:

- διάγραμμα διακύμανσης της ολικής συνάρτησης ικανοποίησης και
- πίνακας πρόβλεψης ή εκτίμησης της ολικής ικανοποίησης.

Η κατασκευή του διαγράμματος διακύμανσης της ολικής ικανοποίησης βασίζεται τόσο στην εκτιμώμενη αξία ικανοποίησης, όσο και στις τιμές των μεταβλητών σφάλματος και περιλαμβάνει τα εξής βήματα:

1. Για κάθε πελάτη j υπολογίζεται η εκτίμηση της αξίας ικανοποίησης $\tilde{y}_j^{*m}$ με βάση τη σχέση:

$$\tilde{y}_j^{*m} = y^{*m} + \sigma_j^+ - \sigma_j^-$$

όπου y^{*m} είναι η αξία ικανοποίησης του επιπέδου m

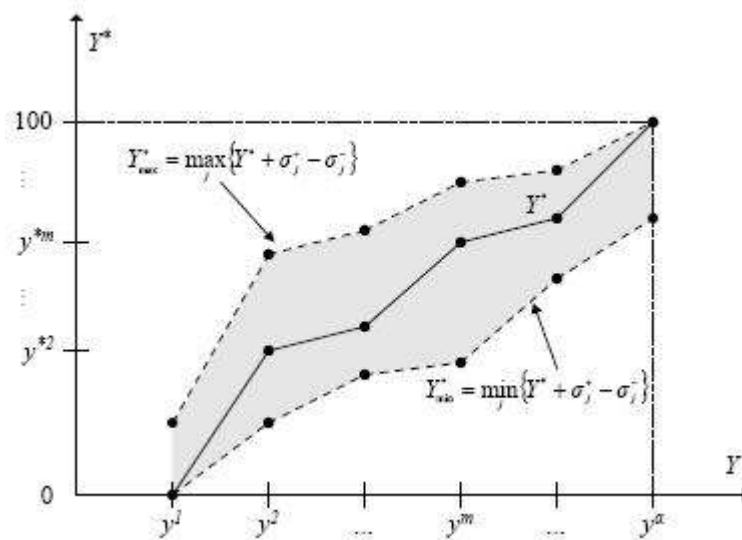
και σ_j^+ , σ_j^- είναι οι αντίστοιχες τιμές των σφαλμάτων για τον πελάτη j .

(2.29)

2. Η μέγιστη και η ελάχιστη αξία ικανοποίησης $y_{\max}^{*m}$ και $y_{\min}^{*m}$ αντίστοιχα, για κάθε επίπεδο ικανοποίησης m υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$\begin{cases} y_{\max}^{*m} = \max_j \{ \tilde{y}_j^{*m} \} \\ y_{\min}^{*m} = \min_j \{ \tilde{y}_j^{*m} \} \end{cases} \quad \text{για } m=1,2,\dots,\alpha \quad (2.30)$$

Το ενδεικτικό διάγραμμα διακύμανσης της ολικής ικανοποίησης (Σχήμα 2.13) δείχνει το εύρος των τιμών της αξίας ικανοποίησης που δίνει το σύνολο των πελατών για κάθε επίπεδο της ποιοτικής κλίμακας ικανοποίησης. Με αυτόν τον τρόπο είναι εύκολο να φανεί αν υπάρχει κάποιο συγκεκριμένο επίπεδο ικανοποίησης με μεγάλη διακύμανση της εκτιμώμενης ολικής συνάρτησης ικανοποίησης.



Σχήμα 2.13: Διάγραμμα διακύμανσης ολικής συνάρτησης ικανοποίησης

Με παρόμοιο τρόπο κατασκευάζεται και ο πίνακας πρόβλεψης ή εκτίμησης της ολικής ικανοποίησης, σύμφωνα με τα ακόλουθα βήματα:

1. Για κάθε πελάτη j υπολογίζεται η εκτίμηση της αξίας ικανοποίησης $\tilde{y}_j^{*m}$ με βάση τη σχέση (2.29).
2. Με βάση την προηγούμενη τιμή, για κάθε πελάτη j υπολογίζεται η εκτίμηση του επιπέδου ικανοποίησης $\tilde{y}_j^{*m}$ σύμφωνα με τη σχέση:

$$\tilde{y}_j^m = \begin{cases} y_j^1 & \text{αν } \tilde{y}_j^{*m} \leq \frac{y^{*2}}{2} \\ y_j^2 & \text{αν } \frac{y^{*2}}{2} < \tilde{y}_j^{*m} \leq \frac{y^{*3} + y^{*2}}{2} \\ \cdot & \\ \cdot & \\ y_j^a & \text{αν } \tilde{y}_j^{*m} > \frac{100 + y^{*a-1}}{2} \end{cases} \quad (2.31)$$

3. Έτσι για κάθε πελάτη j είναι διαθέσιμο το πραγματικό επίπεδο ολικής ικανοποίησης y_j^m όπως έχει εκφραστεί από τους ίδιους του πελάτες, καθώς και το εκτιμώμενο επίπεδο ολικής ικανοποίησης $\tilde{y}_j^{*m}$ όπως έχει υπολογισθεί από τη σχέση (2.31).

4. Με βάση αυτές τις τιμές είναι δυνατό να υπολογιστεί ο αριθμός των πελατών που ανήκουν σε κάθε εκτιμώμενο και πραγματικό επίπεδο ικανοποίησης και να κατασκευαστεί ο πίνακας πρόβλεψης της ολικής ικανοποίησης.

5. Η γενική μορφή ενός πίνακα πρόβλεψης παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.14 και περιλαμβάνει τα εξής αποτελέσματα, για κάθε πραγματικό και εκτιμώμενο επίπεδο ικανοποίησης:

- N_{ij} : αριθμός πελατών που έχουν δηλώσει ότι ανήκουν στο i επίπεδο ολικής ικανοποίησης και το μοντέλο τους κατατάσσει στο j επίπεδο ολικής ικανοποίησης
- R_{ij} : ποσοστό των πελατών του i πραγματικού επιπέδου ολικής ικανοποίησης που το μοντέλο κατατάσσει στο j επίπεδο ολικής ικανοποίησης
- C_{ij} : ποσοστό των πελατών του j εκτιμώμενου επιπέδου ολικής ικανοποίησης που έχουν δηλώσει ότι ανήκουν στο i επίπεδο ολικής ικανοποίησης

Τα R_{ij} και C_{ij} υπολογίζονται εύκολα με βάση τη σχέση:

$$R_{ij} = \frac{N_{ij}}{\sum_{i=1}^a N_{ij}}, \quad C_{ij} = \frac{N_{ij}}{\sum_{j=1}^a N_{ij}} \quad \forall i, j \quad (2.32)$$

ενώ το επίπεδο της ολικής πρόβλεψης (Overall Prediction Level) εκτιμάται με βάση τα στοιχεία της κύριας διαγωνίου του πίνακα ολικής πρόβλεψης:

$$OPL = \frac{\sum_{i=1}^a N_{ii}}{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^a N_{ij}} \quad (2.33)$$

Γενικά, θα μπορούσε να αναφερθεί ότι η προσαρμογή της μεθόδου MUSA δεν είναι ικανοποιητική όταν υπάρχουν υψηλά ποσοστά πελατών «μακριά» από την κύρια διαγώνιο του πίνακα πρόβλεψης της ολικής ικανοποίησης (δηλαδή σημαντικός αριθμός πελατών που ενώ έχουν δηλώσει ότι είναι πολύ ικανοποιημένοι, το μοντέλο προβλέπει ότι έχουν χαμηλό επίπεδο ικανοποίησης, ή το ακριβώς αντίθετο).

		Προβλεπόμενο επίπεδο ολικής ικανοποίησης					
		$\bar{y}^1$	$\bar{y}^2$		$\bar{y}^j$		$\bar{y}^a$
Πραγματικό επίπεδο ολικής ικανοποίησης	y^1	$N_{11} \quad R_{11}$ C_{11}	$N_{12} \quad R_{12}$ C_{12}	...	$N_{1j} \quad R_{1j}$ C_{1j}	...	$N_{1a} \quad R_{1a}$ C_{1a}
	y^2	$N_{21} \quad R_{21}$ C_{21}	$N_{22} \quad R_{22}$ C_{22}	...	$N_{2j} \quad R_{2j}$ C_{2j}	...	$N_{2a} \quad R_{2a}$ C_{2a}
		...					...
	y^j	$N_{j1} \quad R_{j1}$ C_{j1}	$N_{j2} \quad R_{j2}$ C_{j2}	...	$N_{jj} \quad R_{jj}$ C_{jj}	...	$N_{ja} \quad R_{ja}$ C_{ja}
		...					...
	y^a	$N_{a1} \quad R_{a1}$ C_{a1}	$N_{a2} \quad R_{a2}$ C_{a2}	...	$N_{aj} \quad R_{aj}$ C_{aj}	...	$N_{aa} \quad R_{aa}$ C_{aa}

Σχήμα 2.14: Πίνακας πρόβλεψης ολικής ικανοποίησης

2.6.3. Μέσος δείκτης ευστάθειας

Η ευστάθεια των αποτελεσμάτων της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης αποτελεί ένα πρόβλημα ανεξάρτητο από το βαθμό προσαρμογής της μεθόδου MUSA. Η προτεινόμενη ανάλυση μεταβελτιστοποίησης είναι μια διαδικασία αναζήτησης

ημιβέλτιστων λύσεων με συγκεκριμένες επιθυμητές ιδιότητες (βλ. §2.3) η οποία ταυτόχρονα είναι σε θέση να δείξει την ευστάθεια των αποτελεσμάτων του μοντέλου. Πιο συγκεκριμένα, κατά τη διάρκεια της φάσης μεταβελτιστοποίησης επιλύονται n γραμμικά προγράμματα, τα οποία μεγιστοποιούν διαδοχικά το βάρος κάθε κριτηρίου i . Ως τελική λύση για τα βάρη των κριτηρίων υπολογίζεται η μέση τιμή των βαρών των γραμμικών αυτών προγραμμάτων. Η διακύμανση που παρατηρείται στον πίνακα μεταβελτιστοποίησης υποδηλώνει το βαθμό αστάθειας των αποτελεσμάτων, όπως χαρακτηριστικά υποδεικνύεται και στην §2.5.

Για την ανάλυση της ευστάθειας των αποτελεσμάτων της μεθόδου είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί η διακύμανση των βαρών των κριτηρίων του πίνακα μεταβελτιστοποίησης. Έτσι, ο μέσος δείκτης ευστάθειας (Average Stability Index) θα μπορούσε να οριστεί ως η μέση τιμή της κανονικοποιημένης τυπικής απόκλισης των εκτιμώμενων βαρών b_i των κριτηρίων του προβλήματος:

$$ASI = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\sqrt{\lambda \sum_{j=1}^{\lambda} (b_i^j)^2 - \left(\sum_{j=1}^{\lambda} b_i^j \right)^2}}{\sqrt{\lambda - 1}} \quad (2.34)$$

όπου b_{ji} το εκτιμώμενο βάρος του κριτηρίου i κατά την επίλυση του j γραμμικού προγράμματος της φάσης μεταβελτιστοποίησης, και λ ο αριθμός των γραμμικών προβλημάτων που επιλύονται.

Ο μέσος δείκτης ευστάθειας παίρνει τιμές στο διάστημα $[0, 1]$ και πιο συγκεκριμένα:

1. Αποδεικνύεται ότι στην περίπτωση που ο δείκτης αυτός γίνεται μέγιστος έχουμε (Παπαδημητρίου, 1986):

$$ASI = 1 \Leftrightarrow b_i^j = b_i \quad \forall i, j \quad (2.35)$$

όπου b_i είναι η τελική λύση της μεθόδου για τα βάρη των κριτηρίων του προβλήματος.

2. Στην περίπτωση που ο δείκτης γίνεται ελάχιστος ισχύει:

$$ASI = 0 \Leftrightarrow b_i^j = \begin{cases} 100 & \text{αν } i=j \\ 0 & \text{αν } i \neq j \end{cases} \quad \forall i, j \quad (2.36)$$

Κεφάλαιο 3^ο

3. Σχεδιασμός Πειράματος

3.1. Καθορισμός παραμέτρων

Στο πρώτο στάδιο προσδιορίζεται το σύνολο των βασικών παραμέτρων εισόδου του προβλήματος, δηλαδή:

- Το επιθυμητό μέγεθος M του συνόλου δεδομένων. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε στο πείραμα παράγει σύνολα δεδομένων για $M=100, 500, 1000$.
- Το επίπεδο απόκλισης D_e (με D_e ανήκει $[0,1]$). Επίπεδο απόκλισης είναι η μέγιστη επιτρεπτή διαφοροποίηση μεταξύ μερικής και ολικής ικανοποίησης. Το επίπεδο απόκλισης παίζει σημαντικό ρόλο στη δημιουργία ενός συνεπούς συνόλου δεδομένων, όπως φαίνεται στην επόμενη παράγραφο. Χρησιμοποιήθηκαν τέσσερις διακριτές τιμές της παραμέτρου, $D_e=0.05, 0.15, 0.25, 0.4$.
- Ο αριθμός των κριτηρίων ικανοποίησης n . Εξετάστηκαν σύνολα δεδομένων για $n=3, 5, 10$.
- Ο αριθμός επιπέδων της κλίμακας ολικής ικανοποίησης a , καθώς και ο αριθμός των επιπέδων των κλιμάκων που χρησιμοποιούνται για κάθε ένα από τα κριτήρια ικανοποίησης a_j (στην παρούσα εργασία, η ποιοτική κλίμακα ικανοποίησης είναι ταυτόσημη τόσο για την μερική όσο και για την ολική ικανοποίηση, δηλαδή $a=a_j$). Τα δεδομένα ικανοποίησης που παράχθηκαν είχαν 3 ή 5 επίπεδα ικανοποίησης. Η χρήση μιας κλίμακας με περισσότερα από 5 επίπεδα, δεν θεωρήθηκε σκόπιμη, καθώς δεν θα προσέγγιζε καλύτερα την κρίση ενός πελάτη αναφορικά με τον βαθμό ικανοποίησής του από ένα προϊόν ή μια υπηρεσία.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι παράμετροι του μοντέλου MUSA:

- Κατώφλι προτίμησης γ ($\gamma=\gamma_i=0$): Το κατώφλι προτίμησης εκφράζει το ελάχιστο «βήμα» αύξησης της συνάρτησης Y^* , $\forall i$. Η τιμή του γ εξαρτάται από τις παραμέτρους εισόδου a , n του προβλήματος. Οι τιμές του γ που χρησιμοποιήθηκαν βρίσκονται στο διάστημα από 0 έως $\frac{100}{n(a-1)}$. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι τέσσερις διακριτές τιμές του γ για όλους τους συνδυασμούς

των παραμέτρων α , n (η μέγιστη τιμή του γ είναι, σε κάθε περίπτωση, μικρότερη του ορίου $\frac{100}{n(a-1)}$ κατά μια μικρή ποσότητα):

Πίνακας 3.1: Τιμές κατωφλίου προτίμησης ανά συνδυασμό n, α_j					
n	α_j	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4
3	3	0	5	10	15
3	5	0	2,5	5	7,5
5	3	0	3	6	9
5	5	0	1	2	3
10	3	0	1	2	3
10	5	0	0,5	1	1,5

- Βαθμός παραχώρησης ε : Ο βαθμός παραχώρησης είναι μια μικρή προκαθορισμένη ποσότητα (θετικός αριθμός) κατά την οποία αυξάνεται η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης F^* στη φάση της μεταβελτιστοποίησης, για να αναζητηθούν νέες βέλτιστες λύσεις. Η τιμή του ε ορίζεται ως ποσοστό της βέλτιστης τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης F^* που προκύπτει από την φάση της βελτιστοποίησης. Οι διακριτές τιμές (% της F^*) είναι 0, 7, 14 και 21%.

Οι παράμετροι εξόδου του προβλήματος είναι:

- Ο δείκτης ευστάθειας ASI (μέση τιμή επαναλήψεων)
- Οι δείκτες προσαρμογής AFI_1 , AFI_2 , AFI_3 (μέση τιμή επαναλήψεων)
- Η διακύμανση τιμών των δεικτών

Η τιμή κάθε δείκτη είναι η μέση τιμή 100 επαναλήψεων για τον ίδιο συνδυασμό παραμέτρων εισόδου και παραμέτρων του μοντέλου MUSA. Το ίδιο ισχύει και για τις διακυμάνσεις των τιμών των δεικτών, δηλαδή, η διακύμανση για κάθε δείκτη είναι η διακύμανση των 100 τιμών.

Επίσης, κατά το πρώτο στάδιο, επιλέγονται οι συνάρτησεις αξιών για την ολική Y^* και την μερική ικανοποίηση $b_i X_i^*$ ($i=1,2,...,n$), υπό τους περιορισμούς μονοτονίας και κανονικοποίησης:

$$\begin{cases} y^{*1} = 0 \\ y^{*a} = 100 \\ y^{*m} \leq y^{*m+1} \text{ όπου } m = 1, 2, \dots, \alpha - 1 \end{cases} \quad (3.1)$$

Οι συναρτήσεις ικανοποίησης αποτελούν δεδομένα εισόδου από τον χρήστη στον κώδικα matlab (βλ. Παράρτημα Ι). Έχουν τη μορφή διανυσμάτων και χαρακτηρίζονται από

- ο τον αριθμό των επιπέδων ικανοποίησης (μήκος διανύσματος),
- ο το πλήθος των διαστάσεων ικανοποίησης (πλήθος διανυσμάτων) αλλά και
- ο τις δυνατές τιμές κάθε στοιχείου του διανύσματος, οι οποίες εξαρτώνται από τον τύπο του καταναλωτή, όπως έχει περιγραφεί στην παρουσίαση αποτελεσμάτων του 2^{ου} κεφαλαίου.

3.2. Γεννήτρια δεδομένων

3.2.1. Καθορισμός ιδιοτήτων συνόλου δεδομένων ικανοποίησης

Οι καθορισμένες ιδιότητες που οφείλει να έχει το σύνολο δεδομένων προσδιορίζονται σε ένα μεγάλο βαθμό από τις συναρτήσεις ικανοποίησης που έχουν καθοριστεί από το προηγούμενο στάδιο. Η δημιουργία τυχαίων δεδομένων σύμφωνα με τις συναρτήσεις δεν εξασφαλίζει την ύπαρξη ενός συνεπούς συνόλου δεδομένων. Χαρακτηριστικό παράδειγμα ασυνέπειας είναι όταν τα δεδομένα περιλαμβάνουν υποτιθέμενους πελάτες που εμφανίζονται «πολύ ικανοποιημένοι» συνολικά από ένα προϊόν ή μια υπηρεσία και «καθόλου ικανοποιημένοι» σε όλα τα επιμέρους κριτήρια. Για το λόγο αυτό, ακολουθεί η δημιουργία ενός πίνακα απαγορευτικών τιμών για κάθε δυνατό συνδυασμό δεδομένων. Ο πίνακας απαγορευτικών τιμών ορίζεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$E(i_1, i_2, \dots, i_n) = \begin{cases} 0 & \text{αν } \exists k : \left| \sum_{j=1}^n b_j x_j - y^{*k} \right| \leq 100D_e \\ 1 & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad \forall i_j (i_j = 1, 2, \dots, a_j) \quad (3.2)$$

Με την χρήση του πίνακα E , θα προσδιοριστούν οι επιτρεπτοί συνδυασμοί δεδομένων, δηλαδή αυτοί οι συνδυασμοί που είναι απόλυτα συνεπείς, οπότε $E=0$, καθώς και οι απόλυτα ασυνεπείς συνδυασμοί οπότε $E=1$.

3.2.2. Δημιουργία συνόλου δεδομένων

Τα τυχαία σύνολα που θα δημιουργηθούν από τον κώδικα matlab, θα υπακούουν στις ιδιότητες και τους περιορισμούς που περιγράφονται στις προηγούμενες φάσεις του πειράματος. Η παραγωγή συνόλων τυχαίων δεδομένων ικανοποίησης από τον αλγόριθμο μπορεί να χαρακτηριστεί ως μια προσομοίωση ή δειγματοληψία Monte Carlo. Η διαδικασία αυτή ακολουθεί τα παρακάτω βήματα:

- Δημιουργία ενός διανύσματος τυχαίων αριθμών, το οποίο αντιστοιχεί στις απαντήσεις ενός υποτιθέμενου πελάτη για κάθε ένα από τα κριτήρια ικανοποίησης. Δηλαδή, κάθε στοιχείο του διανύσματος είναι η απάντηση του πελάτη, βάσει της προκαθορισμένης κλίμακας, για το πόσο ικανοποιημένος είναι από το συγκεκριμένο κριτήριο. Οι τιμές του διανύσματος επιλέγονται τυχαία με βάση την ομοιόμορφη κατανομή, $U(I, \alpha_j)$, ώστε να υπάρχει συμφωνία με τις κλίμακες που ισχύουν για κάθε προσομοίωση.
- Συμπλήρωση του πίνακα αρχικών συνδυασμών. Ο πίνακας αυτός περιέχει ένα μεγάλο αριθμό διανυσμάτων τα οποία έχουν παραχθεί σύμφωνα με το προηγούμενο βήμα.
- Μετατροπή του πίνακα αρχικών συνδυασμών σε πίνακα μερικών αξιών. Πρόκειται απλά για την μετάφραση των απαντήσεων $1, 2, \dots, \alpha_j$ σε τιμές που απεικονίζουν επίπεδο μερικής χρησιμότητας, σύμφωνα με τις συναρτήσεις που έχουν καθοριστεί νωρίτερα για καθένα από τα κριτήρια.
- Έλεγχος συνέπειας διανυσμάτων πελατών. Σε αυτή το σημείο του αλγόριθμου γίνεται ο έλεγχος των επιτρεπτών συνδυασμών απαντήσεων, βάση του κανόνα που περιγράφηκε στο τέλος της προηγούμενης παραγράφου (πίνακας απαγορευτικών

τιμών $E(i_1, i_2, \dots, i_n)$). Αφού ολοκληρωθεί ο έλεγχος για όλες τις γραμμές του πίνακα μερικών αξιών, προκύπτει ένας νέος πίνακας, όπου αποθηκεύονται οι επιτρεπτοί συνδυασμοί απαντήσεων. Μέχρι αυτό το σημείο, οι απαντήσεις αφορούν μερική ικανοποίηση από κάθε κριτήριο.

- Υπολογισμός βέλτιστου επιπέδου ολικής ικανοποίησης y^{*m} . Το βέλτιστο y^{*m} πρέπει να είναι όσο το δυνατόν πιο συνεπές με τον συνδυασμό δεδομένων στον οποίο αντιστοιχεί. Για το σκοπό αυτό, ο υπολογισμός γίνεται βάσει του παρακάτω κανόνα:

$$|\sum_{j=1}^n b_j x_j^{*v_j} - y^{*m}| = \min_k |\sum_{j=1}^n b_j x_j^{*v_j} - y^{*k}| \quad (3.3)$$

Με τον υπολογισμό του βέλτιστου επιπέδου ολικής ικανοποίησης, προκύπτει ο πίνακας ο οποίος περιέχει το σύνολο των απαντήσεων για την ολική και την μερική ικανοποίηση, όπου κάθε γραμμή είναι οι απαντήσεις ενός πελάτη.

- Περάτωση προσομοίωσης για την παραγωγή τυχαίων δεδομένων. Ανάλογα με το επιθυμητό μέγεθος δεδομένων, επιλέγεται ένα πλήθος γραμμών από τον πίνακα επιτρεπτών συνδυασμών. Με αυτό τον τρόπο προκύπτει ο τελικός πίνακας δεδομένων ικανοποίησης, με μέγεθος που επιλέγει ο χρήστης. Ο τελικός αυτός πίνακας είναι τα δεδομένα ικανοποίησης που θα επιλυθούν με την μέθοδο Musa.

Η γενική υπόθεση της ομοιόμορφης κατανομής δεν μειώνει την αξιοπιστία του αλγορίθμου, δεδομένου ότι τα δεδομένα των ερευνών ικανοποίησης δεν ακολουθούν κάποια συγκεκριμένη κατανομή. Επιπρόσθετα, το τελικό σύνολο δεδομένων, μετά τον έλεγχο συνέπειας, δεν ακολουθεί τελικά την ομοιόμορφη κατανομή.

Ο αλγόριθμος φαίνεται αναλυτικά στο Παράρτημα I. Τα διαφορετικά σύνολα δεδομένων χαρακτηρίζονται από:

- ο Το σύνολο των συναρτήσεων αξιών που χρησιμοποιείται
- ο Το επίπεδο απόκλισης D_e και
- ο Το μέγεθος του συνόλου δεδομένων M .

Όσον αφορά στο μέγεθος των δειγμάτων, ένα δείγμα 500 έως 1000 απαντήσεων κρίνεται ικανοποιητικά μεγάλο, δεδομένου ότι αντιστοιχεί σε αριθμό πελατών που συμμετέχει σε πραγματικές έρευνες ικανοποίησης.

3.3. Ανάπτυξη κώδικα

Μετά την δημιουργία των συνόλων δεδομένων ικανοποίησης, ακολουθεί η μοντελοποίηση του προβλήματος. Οι επόμενες γραμμές του κώδικα, μοντελοποιούν τα δεδομένα σε μορφή γραμμικού προγράμματος. Η επίλυση γίνεται με εργαλεία γραμμικού προγραμματισμού. Η βασική συνάρτηση που χρησιμοποιείται είναι η “linprog”. Για την καλύτερη κατανόηση των γραμμικών προγραμμάτων που πρόκειται να επιλυθούν, θα περιγράψουμε εν συντομία την συνάρτηση, τα ορίσματά της και τους αλγόριθμους που χρησιμοποιεί.

Η συνάρτηση “linprog” υπολογίζει το ελάχιστο του προβλήματος

$$\begin{cases} \min f^T x \\ \text{υπό τους περιορισμούς} \\ A \cdot x \leq b \\ Aeq \cdot x = beq \\ lb \leq x \leq ub \end{cases} \quad (3.4)$$

όπου

- f : είναι η αντικειμενική συνάρτηση που θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε. Στην περίπτωσή μας, το άθροισμα των σφαλμάτων υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης, όπως αναφέρεται και στην παράγραφο “Επεκτάσεις του μοντέλου Musa”,

$$[\min]F = \sum_{j=1}^M \sigma_j^+ + \sigma_j^- . \text{ Οι μεταβλητές } z, w \text{ συμμετέχουν στην αντικειμενική}$$

συνάρτηση με μηδενικούς συντελεστές.

- x : διάνυσμα τιμών των βαρών που υπολογίζει η συνάρτηση.
- A : ο πίνακας πρώτου μέλους περιορισμών ανισότητας
- b : διάνυσμα δεύτερου μέλους περιορισμών ανισότητας
- Aeq : πίνακας πρώτου μέλους περιορισμών ισότητας. Στον πίνακα είναι προσαρτημένοι και οι περιορισμοί κανονικοποίησης.
- beq : διάνυσμα δεύτερου μέλους περιορισμών ισότητας

- *lb*: κάτω όριο τιμών για το διάνυσμα x . Επειδή η βελτιστοποίηση αφορά βάρη, ως κατώτερη τιμή δεχόμαστε το μηδέν.
- *ub*: άνω όριο τιμών για το διάνυσμα x

Η συνάρτηση συντάσσεται ως εξής:

$[x, fval, exitflag] = \text{linprog}(f, A, b, Aeq, beq, lb, ub, options)$

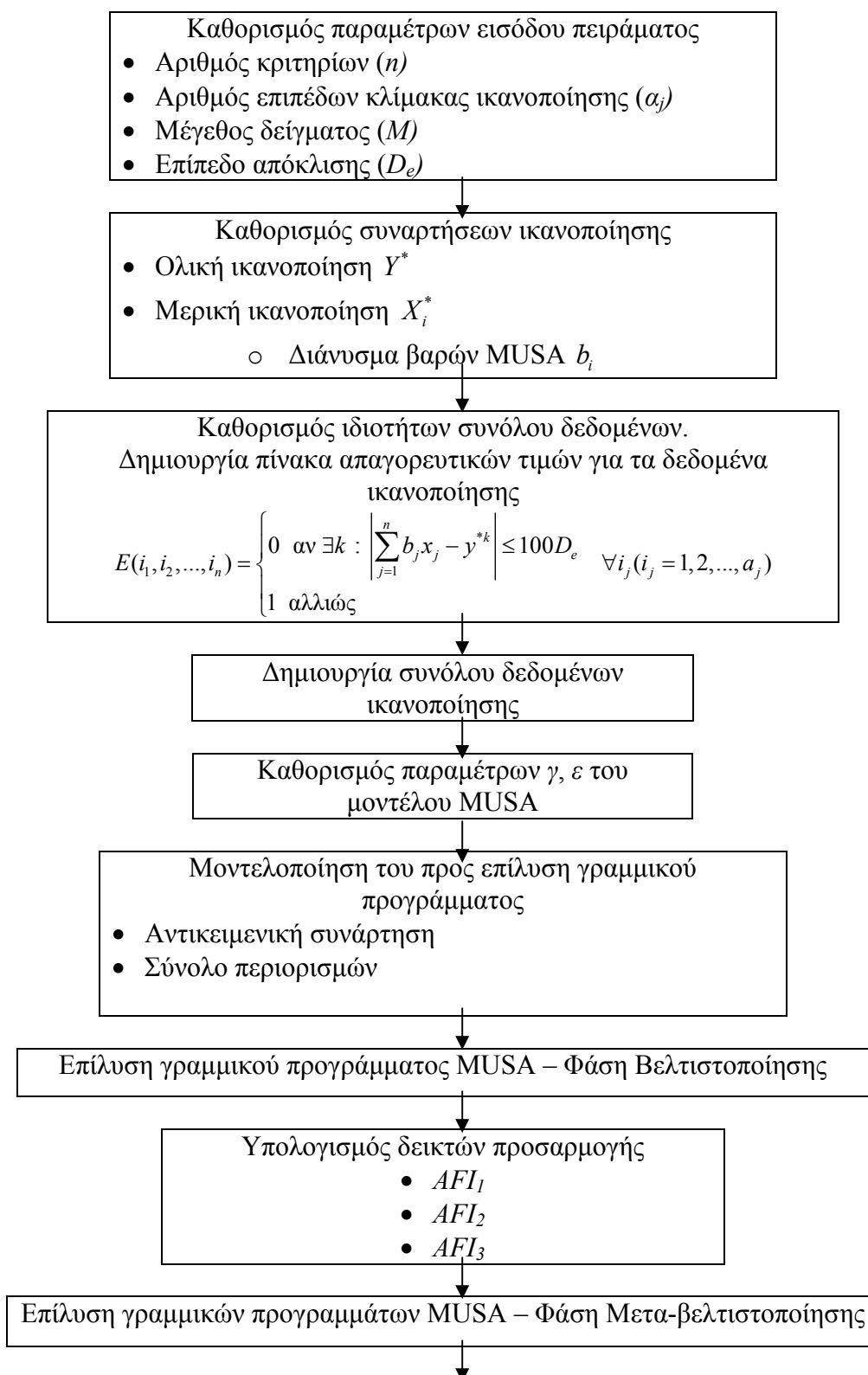
- *fval*: είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης μετά την επίλυση του γραμμικού προγράμματος.
- *exitflag*: είναι μια ακέραια μεταβλητή, ενδεικτική του λόγου τερματισμού του αλγορίθμου. Επιθυμητή τιμή είναι η μονάδα, που σημαίνει ότι ο αλγόριθμος τερματίστηκε σωστά και συνέκλινε σε λύση.

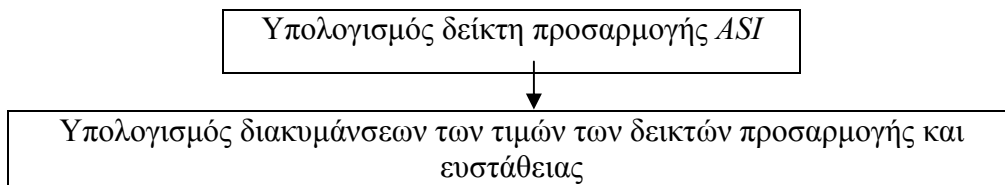
Η συνάρτηση “linprog” επιλύει γραμμικά προβλήματα που ανάλογα με το μέγεθός τους χωρίζονται σε μεσαίας και μεγάλης κλίμακας, και χρησιμοποιεί τους αντίστοιχους αλγορίθμους (Medium-Scale and Large-Scale Algorithms). Το πρόβλημα που πραγματεύεται η εργασία είναι ένα Large-Scale πρόβλημα. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος εσωτερικού σημείου (interior point algorithm). Η επιλογή αυτή εντάσσεται στην επίλυση μέσω της παραμέτρου “options”. Ωστόσο, κατά την επίλυση, έχει χρησιμοποιηθεί και ο αλγόριθμος Simplex (Medium-Scale algorithm), ο οποίος, παρ’ ότι είναι χρονοβόρος και δεν χρησιμοποιείται σε large scale προβλήματα, εντοπίζει καλύτερα περιπτώσεις μη-εφικτού προβλήματος απ’ ότι η μέθοδος εσωτερικού σημείου (αλγόριθμος large scale).

Μετά τις φάσεις της βελτιστοποίησης και της μεταβελτιστοποίησης, ακολουθεί ο υπολογισμός των δεικτών προσαρμογής AFI_1 , AFI_2 και AFI_3 και ευστάθειας ASI , μέσω των οποίων μελετήθηκε η συμπεριφορά των αποτελεσμάτων σε συνάρτηση με τους συνδυασμών των παραμέτρων του προβλήματος. Οι δείκτες αυτοί, ως ποσοτικά μέτρα εκτίμησης αποτελεσμάτων ικανοποίησης, έχουν παρουσιαστεί σε προηγούμενες παραγράφους. Κάθε τιμή ενός δείκτη είναι αποτέλεσμα 100 ανακυκλώσεων για τον ίδιο συνδυασμό παραμέτρων, δηλαδή, η μέση τιμή 100 τιμών

από ισάριθμα σύνολα δεδομένων με ίδια χαρακτηριστικά. Επίσης, υπολογίζεται και η διακύμανση των τιμών του κάθε δείκτη.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί, φαίνονται τα στάδια του πειράματος, τα οποία περιγράφηκαν στις προηγούμενες παραγράφους.





Σχήμα 3.1: Στάδια πειράματος

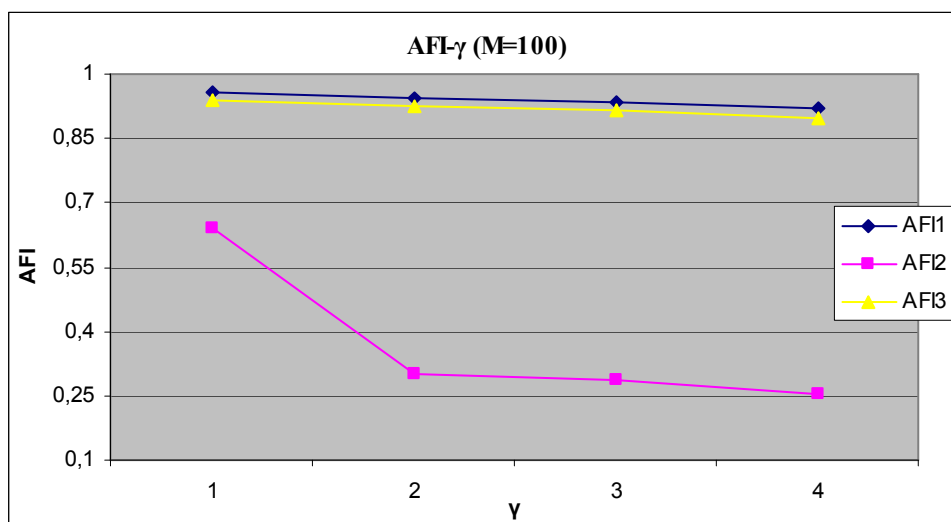
Ο πίνακας αποτελεσμάτων αποτελείται από τις παραμέτρους εισόδου για τη δημιουργία δεδομένων, τις παραμέτρους του μοντέλου MUSA και τις παραμέτρους εξόδου, δηλαδή τους δείκτες και τις διακυμάνσεις των τιμών τους. Ενδεικτικά, ένα κομμάτι του πίνακα αποτελεσμάτων φαίνεται στο Παράρτημα II.

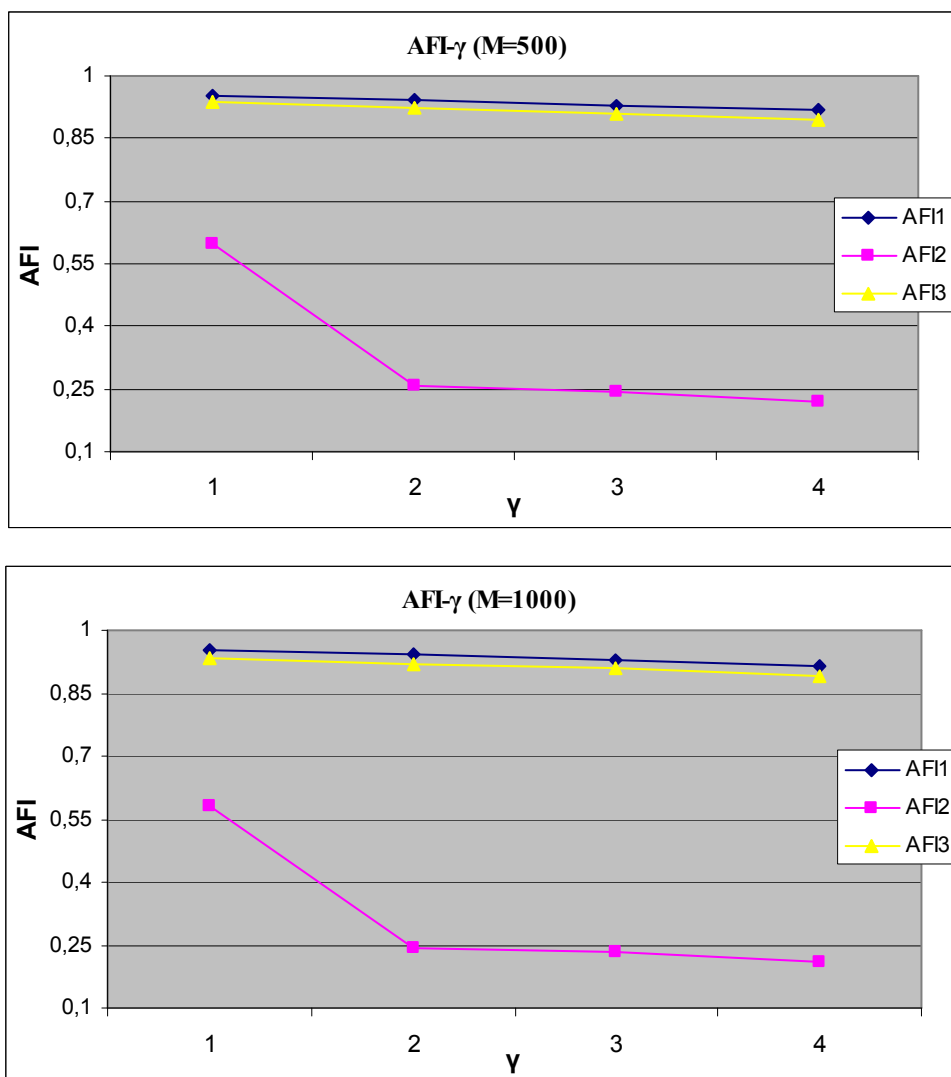
Κεφάλαιο 4^ο

4. Αποτελέσματα

4.1. Μελέτη δεικτών προσαρμογής

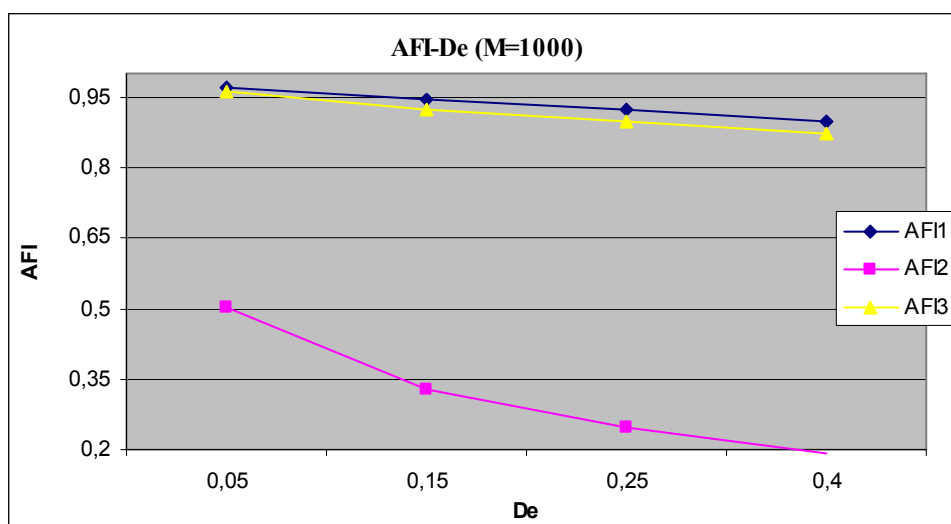
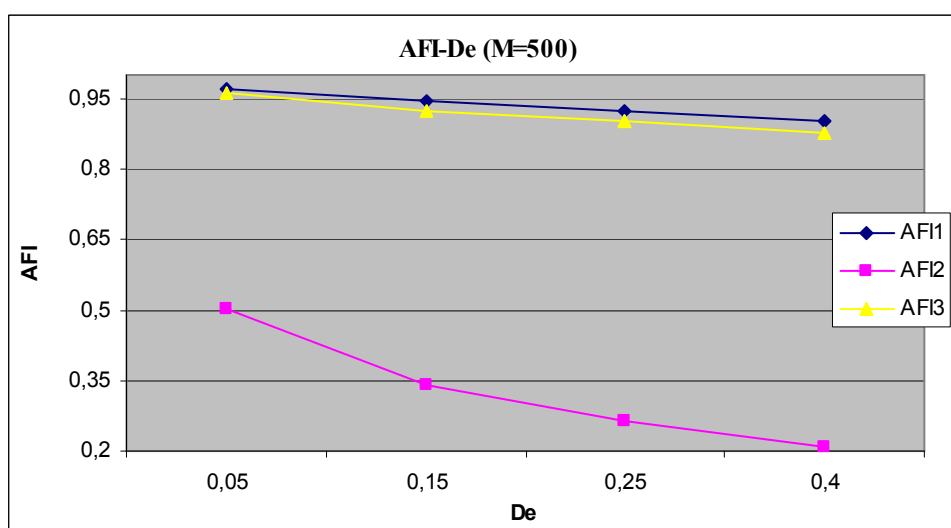
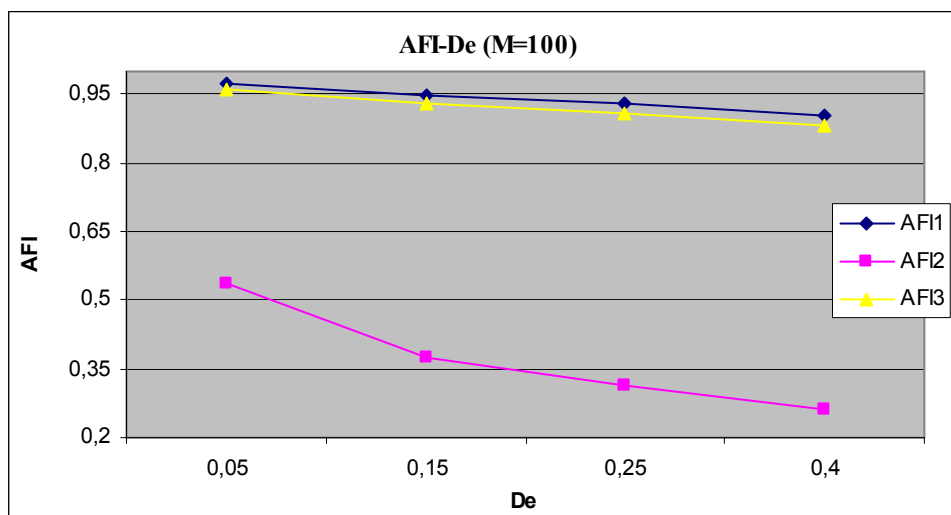
Οι δείκτες AFI_1 , AFI_2 και AFI_3 μειώνονται με την αύξηση του γ . Η μείωση είναι αρκετά σημαντική, ειδικά στην περίπτωση του AFI_2 όπου το διάστημα τιμών του είναι ευρύτερο από τα αντίστοιχα των άλλων δυο δεικτών. Όπως έχει αναφερθεί στην §2.6, ο AFI_2 είναι ένας αυστηρός δείκτης, δεδομένου ότι ελέγχει μόνο το αν υπάρχει ή δεν υπάρχει σφάλμα και όχι το μέγεθος του σφάλματος. Ενδεχομένως, λοιπόν, με την αύξηση του γ να επιδεινώνεται η προσαρμογή ιδιαίτερος όσον αφορά στο πλήθος των σφαλμάτων που εντοπίζονται. Όπως φαίνεται από τα παρακάτω τρία διαγράμματα, η συμπεριφορά των δεικτών συναρτήσει του κατωφλίου προτίμησης γ είναι όμοια για όλα τα μεγέθη δείγματος, ενώ και οι τιμές των δεικτών δεν διαφέρουν ιδιαίτερα. Οι διακυμάνση των τιμών του AFI_2 για κάθε τιμή του γ , είναι της τάξης του 10^{-2} και είναι μεγαλύτερη από τις διακυμάνσεις των αντίστοιχων τιμών των AFI_1 και AFI_3 , οι οποίες είναι της τάξης του 10^{-3} . Σε αυτό το γεγονός μπορεί να οφείλεται το μεγαλύτερο εύρος πτώσης του AFI_2 . Η ίδια παρατήρηση, όσον αφορά τη διασπορά των τιμών του AFI_2 , ισχύει και για τις υπόλοιπες παραμέτρους D_e , n , α_j .





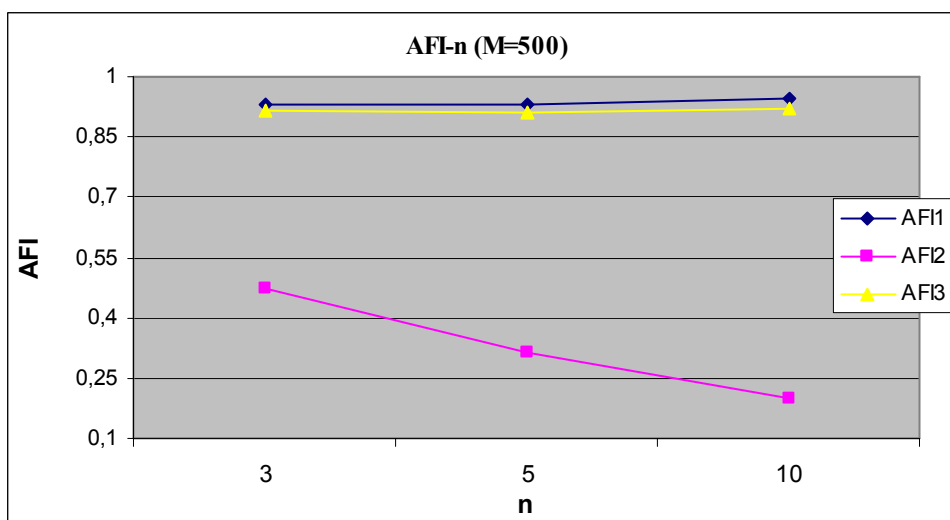
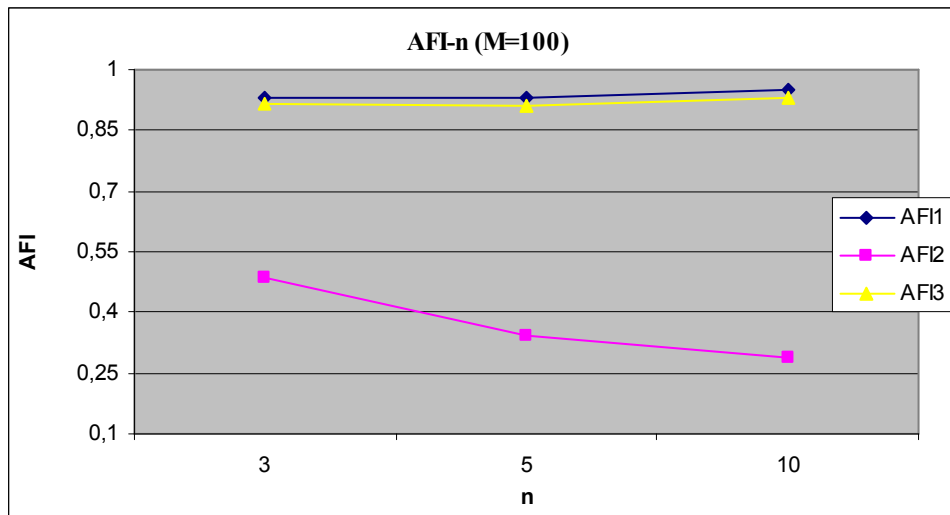
Σχήμα 4.1: Σχέση δεικτών προσαρμογής-κατωφλίου προτίμησης ανά κατηγορία μεγέθους δείγματος.

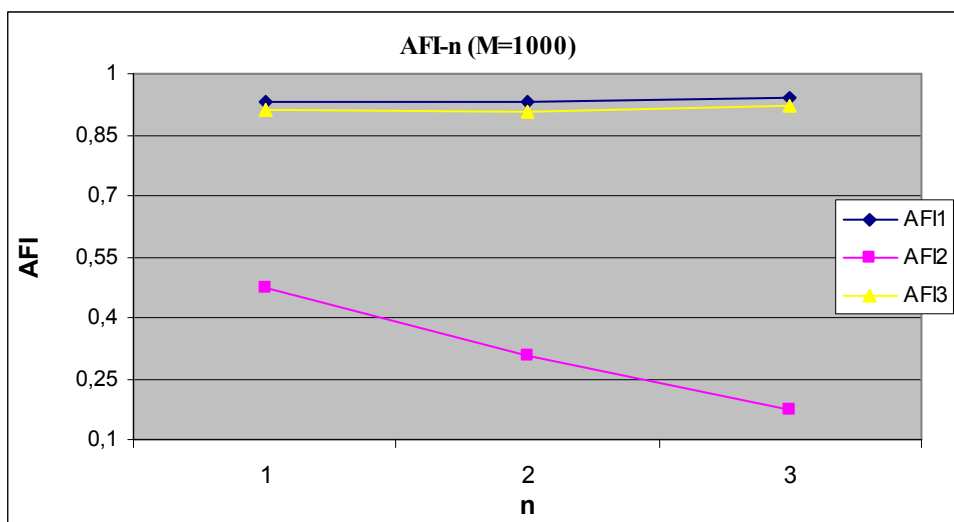
Σύμφωνα με τα διαγράμματα, η προσαρμογή των αποτελεσμάτων επιδεινώνεται με την αύξηση του επιπέδου απόκλισης D_e . Ο δείκτης με την μεγαλύτερη πτώση είναι ο AFI_2 . Ομοίως με την περίπτωση της επίδρασης του κατωφλίου προτίμησης γ , το γεγονός αυτό μπορεί να ερμηνεύεται από τον ορισμό του δείκτη AFI_2 , ο οποίος μετρά πλήθος και όχι μέγεθος σφαλμάτων. Η συμπεριφορά των δεικτών προσαρμογής συναρτήσει του D_e είναι όμοια για όλες τις περιπτώσεις μεγέθους δείγματος.



Σχήμα 4.2: Σχέση δεικτών προσαρμογής-επιπέδου απόκλισης ανά κατηγορία μεγέθους δείγματος.

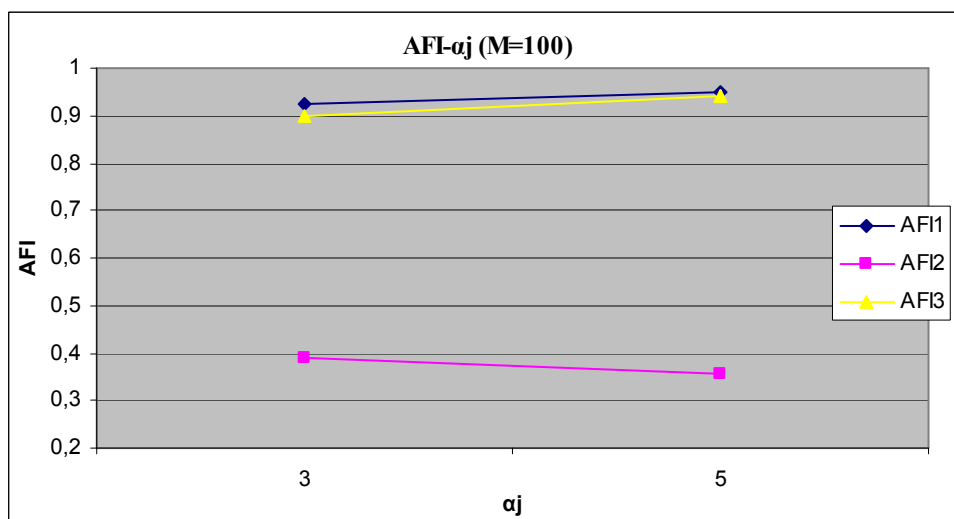
Η συμπεριφορά των δεικτών προσαρμογής σε σχέση με την αύξηση του αριθμού κριτηρίων n δεν παρουσιάζει μονοτονία. Σύμφωνα με τα διαγράμματα, το μέγιστο πλήθος κριτηρίων που χρησιμοποιήθηκαν στην εργασία οδηγούν τους δείκτες AFI_1 και AFI_3 σε καλύτερη επίδοση, ενώ τον δείκτη AFI_2 σε πτώση.

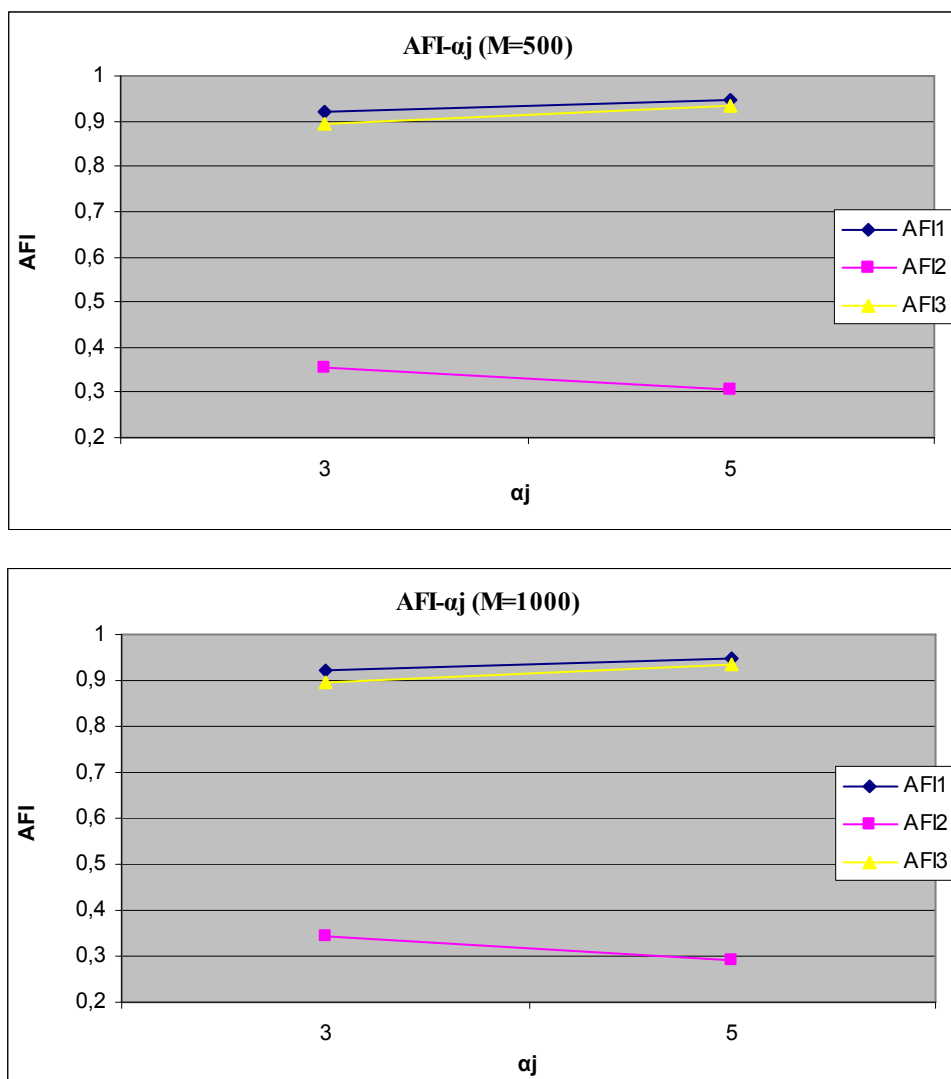




Σχήμα 4.3: Σχέση δεικτών προσαρμογής-αριθμού κριτηρίων ικανοποίησης ανά κατηγορία μεγέθους δείγματος.

Η συμπεριφορά των δεικτών προσαρμογής των αποτελεσμάτων σε σχέση με την αύξηση του πλήθους επιπέδων της κλίμακας ικανοποίησης παρουσιάζει πολλές ομοιότητες με την αντίστοιχη συμπεριφορά των δεικτών κατά την αύξηση του πλήθους κριτηρίων. Η χρήση μεγαλύτερου αριθμού επιπέδων επηρεάζει θετικά τους δείκτες AFI_1 και AFI_3 και αρνητικά τον AFI_2 .





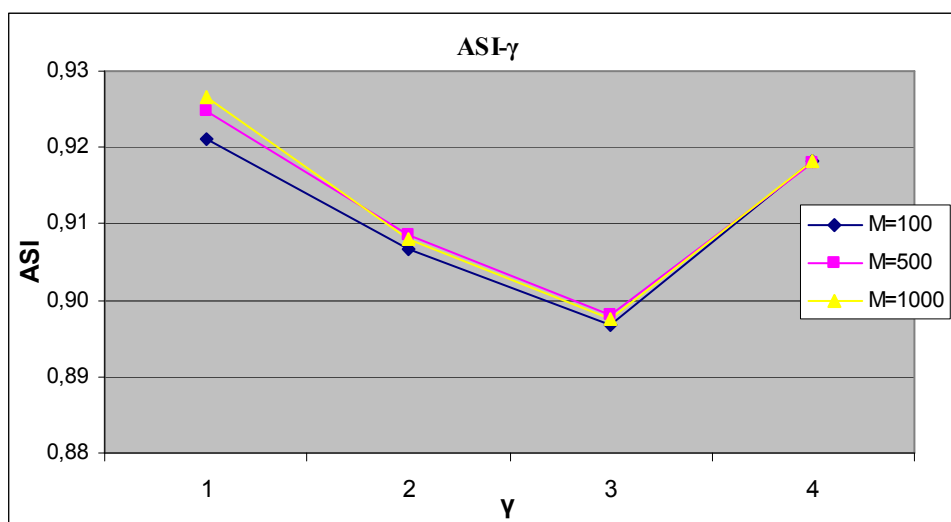
Σχήμα 4.4: Σχέση δεικτών προσαρμογής-αριθμού επιπέδων κλίμακας ικανοποίησης ανά κατηγορία μεγέθους δείγματος.

Τα αποτελέσματα της μελέτης των δεικτών προσαρμογής επιβεβαιώνουν το γεγονός ότι οι δείκτες AFI_2 και AFI_3 έχουν πάντα μικρότερη τιμή από τον υπερτιμημένο AFI_1 , όπως έχει αναφερθεί στην παράγραφο 2.6.1.

4.2. Μελέτη δείκτη ευστάθειας

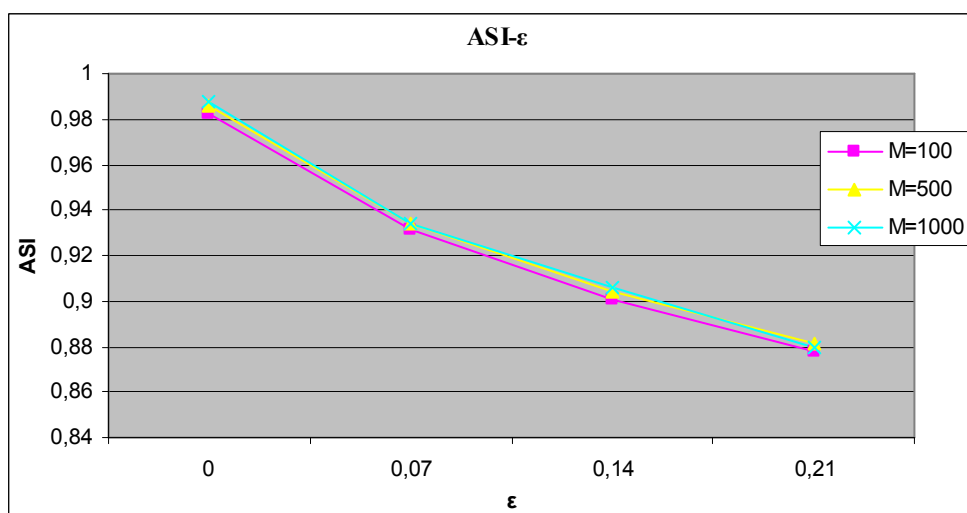
Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, ο δείκτης ASI δεν παρουσιάζει συγκεκριμένη συμπεριφορά κατά την αύξηση του γ , αφού άλλοτε παρατηρείται μείωση και άλλοτε αύξηση της τιμής του δείκτη. Αυτό συμβαίνει ανεξάρτητα από το μέγεθος δείγματος,

ενώ η διαφορά στις τιμές του δείκτη είναι σχετικά μικρή, όπως φαίνεται και από την κλίμακα του άξονα τιμών του *ASI*. Η διασπορά των τιμών του *ASI* κυμαίνεται μεταξύ των τιμών $0,7 \cdot 10^{-2}$ για $\gamma=4$ και $1,8 \cdot 10^{-2}$ για $\gamma=1$, τιμές σχετικά μεγάλες. Σε συνδυασμό με το μικρό εύρος τιμών στο οποίο ο δείκτης κινείται με την μεταβολή του κατωφλίου γ , δεν μπορεί να εξαχθεί συγκεκριμένο συμπέρασμα που να απεικονίζει τη συμπεριφορά του *ASI* συναρτήσει του γ .



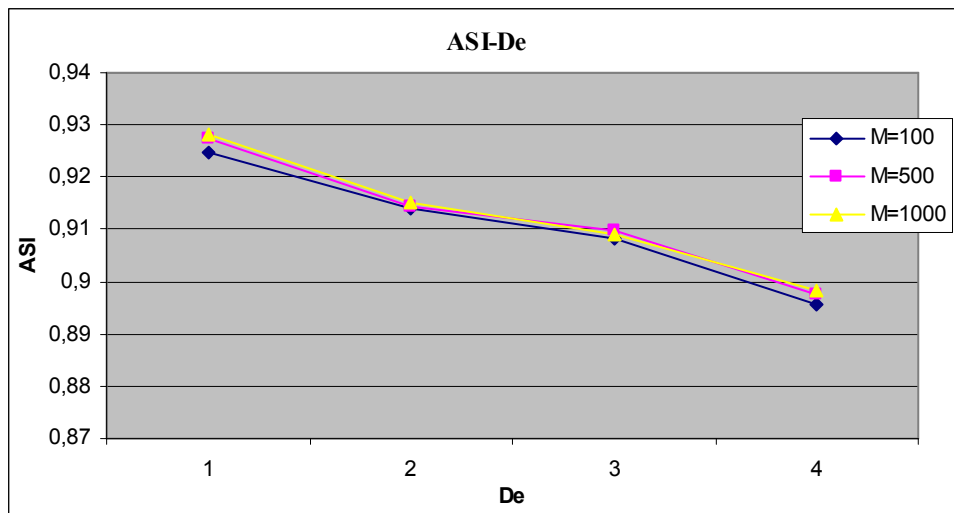
Σχήμα 4.5: Σχέση δείκτη ευστάθειας-κατωφλίου προτίμησης.

Η μεταβολή του βαθμού παραχώρησης οδηγεί σε μονότονη συμπεριφορά του δείκτη ευστάθειας των αποτελεσμάτων ικανοποίησης. Ο δείκτης *ASI* μειώνεται σημαντικά με την αύξηση του βαθμού παραχώρησης ε . Η διασπορά των τιμών του δείκτη για κάθε γ είναι κατά μέσο όρο $1,3 \cdot 10^{-2}$, παρ'ότι είναι ένα σχετικά μεγάλο νούμερο, δεν επηρεάζει τη συμπεριφορά του δείκτη, αφού η διαφοροποίηση (πτώση) του δείκτη κατά την αύξηση του ε είναι μεγάλη.



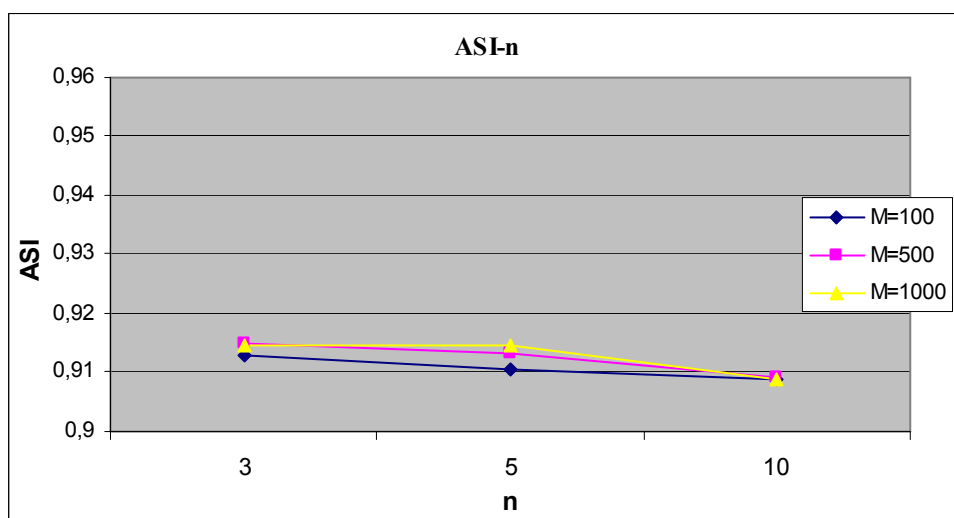
Σχήμα 4.6: Σχέση δείκτη ευστάθειας-βαθμού παραχώρησης.

Ο δείκτης ASI φθίνει με την αύξηση του επιπέδου απόκλισης D_e , ανεξάρτητα από το μέγεθος δείγματος. Δεν είναι βέβαιο ότι η μείωση αυτή των τιμών του δείκτη συναρτήσει του D_e είναι αξιοσημείωτη, καθώς, όπως φαίνεται και από την κλίμακα τιμών του δείκτη, η μείωση λαμβάνει χώρα σε ένα αρκετά μικρό εύρος τιμών.



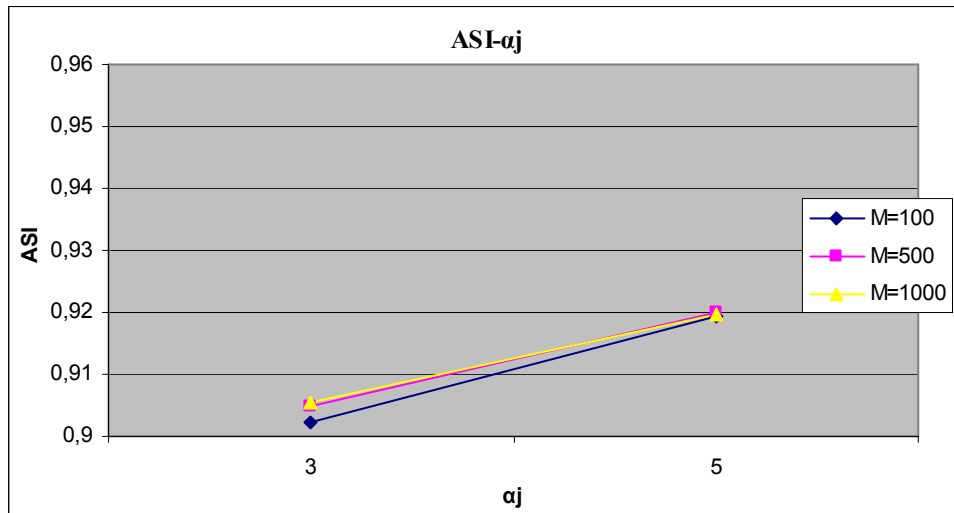
Σχήμα 4.7: Σχέση δείκτη ευστάθειας-επιπέδου απόκλισης.

Όσον αφορά στην επίδραση του αριθμού κριτηρίων n στη συμπεριφορά του δείκτη ευστάθειας, φαίνεται να μην είναι συγκεκριμένη, αφού ο δείκτης δεν διαφοροποιείται σημαντικά. Αυτό ενισχύεται και από την σχετικά μεγάλη διασπορά των τιμών του δείκτη για κάθε τιμή του n . Οι καμπύλες τιμών του δείκτη για τα τρία μεγέθη δείγματος είναι πρακτικά στα ίδια επίπεδα.



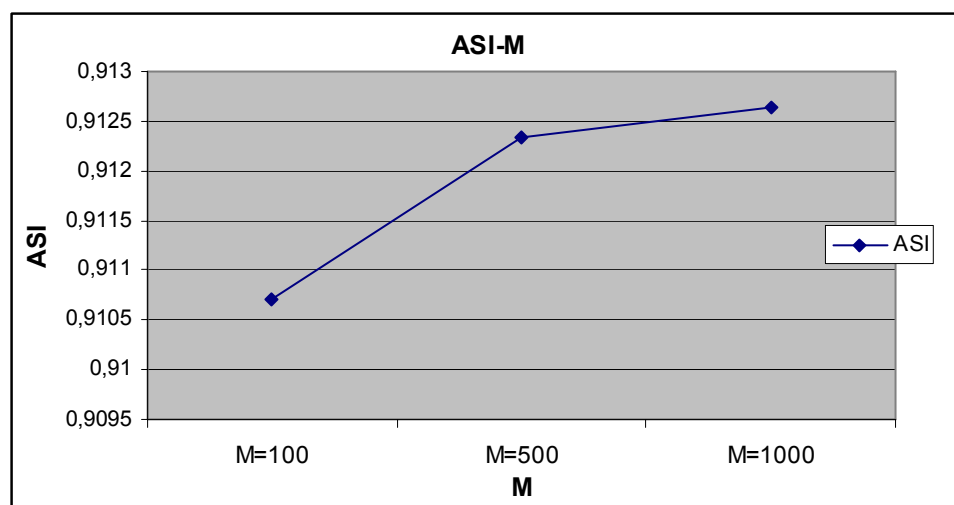
Σχήμα 4.8: Σχέση δείκτη ευστάθειας-αριθμού κριτηρίων ικανοποίησης.

Η αύξηση του αριθμού των επιπέδων της κλίμακας ικανοποίησης οδηγεί σε αύξηση της τιμής του δείκτη ευστάθειας, ανεξάρτητα από το μέγεθος δείγματος. Η αύξηση είναι δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλη, όπως φαίνεται και από τον άξονα τιμών για τον δείκτη *ASI*.



Σχήμα 4.9: Σχέση δείκτη ευστάθειας-αριθμού επιπέδων κλίμακας ικανοποίησης.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται η συμπεριφορά του δείκτη ευστάθειας σε σχέση με την αύξηση του μεγέθους του δείγματος. Αν και η καμπύλη τιμών του δείκτη υποδεικνύει μονότονη (αύξουσα) συμπεριφορά με την αύξηση του μεγέθους, η αύξηση αυτή είναι εξαιρετικά μικρή, όπως φαίνεται και από την κλίμακα του άξονα τιμών του *ASI*. Ενδεχομένως, λοιπόν, να μην υπάρχει αξιόλογη διαφοροποίηση στην ευστάθεια των αποτελεσμάτων όσο μεγαλώνει το μέγεθος του δείγματος.



Σχήμα 4.10: Σχέση δείκτη ευστάθειας-μεγέθους δείγματος.

4.3. Ανάλυση διασποράς

Η ανάλυση της διασποράς (ANalysis Of VAriance – ANOVA) είναι μία στατιστική μέθοδος με την οποία η μεταβλητότητα που υπάρχει σ' ένα σύνολο δεδομένων διασπάται στις επιμέρους συνιστώσες της με στόχο την κατανόηση της σημαντικότητας των διαφορετικών πηγών προέλευσής της. Η ανάπτυξη της μεθοδολογίας οφείλεται στον θεμελιωτή της σύγχρονης στατιστικής επιστήμης, άγγλο στατιστικό Sir Ronald Aylmer Fisher (1890-1962). Στην πραγματικότητα η ANOVA περιλαμβάνει μία ομάδα στατιστικών μεθόδων καταλλήλων για την ανάλυση δεδομένων που προκύπτουν από πειραματικούς σχεδιασμούς.

Η ανάλυση διακύμανσης είναι μία άκρως δυναμική και ευρέως εφαρμοσμένη διαδικασία η οποία επιτρέπει τον καθορισμό διαφορών μεταξύ των μέσων τιμών των δεικτών, οι οποίοι υπολογίστηκαν από τις προσομοιώσεις του πειράματος, για διαφορετικές παραμέτρους, και συνεπώς ποιες από αυτές τις παραμέτρους παίζουν σημαντικό ρόλο στην ευστάθεια και την προσαρμογή δεδομένων ικανοποίησης πελατών.

Τα δεδομένα ενός δείγματος ανάλογα με την προέλευσή τους διακρίνονται σε παρατηρήσεις (observational sampling) η σε πειραματικά (designed sampling). Στην πρώτη κατηγορία ο στατιστικός ερευνητής απλά παρατηρεί τις τιμές που εμφανίζονται χωρίς να έχει δυνατότητα επέμβασης στις αντίστοιχες μεταβλητές. Αντίθετα στη δεύτερη κατηγορία ο στατιστικός ερευνητής προσπαθεί να ελέγξει τα επίπεδα μιας η περισσότερων ανεξάρτητων (independent) μεταβλητών προκειμένου να προσδιορίσει την επίδραση που έχουν πάνω στην υπό μελέτη μεταβλητή που καλείται εξαρτημένη (dependent) η απόκριση (response). Για παράδειγμα, απόκριση μπορεί να είναι η βαθμολογία στην εξέταση του μαθήματος της στατιστικής, ο όγκος των πωλήσεων μιας επιχείρησης η το συνολικό εισόδημα μιας οικογένειας κατά τη διάρκεια του έτους.

Στόχος κάθε στατιστικού πειράματος είναι ο προσδιορισμός της επίδρασης μιας η περισσότερων ανεξάρτητων μεταβλητών πάνω στην απόκριση. Οι μεταβλητές αυτές αναφέρονται συνήθως σαν παράγοντες (factors) και μπορεί να είναι είτε ποσοτικές είτε ποιοτικές.

Οι τιμές του παράγοντα που προσδιορίζονται στο πείραμα λέγονται επίπεδα (levels). Σε ένα πείραμα με ένα παράγοντα οι μεταχειρίσεις (treatments) του πειράματος είναι

τα επίπεδα του παράγοντα. Σε ένα πείραμα με δύο ή περισσότερους παράγοντες οι μεταχειρίσεις είναι οι συνδυασμοί παραγόντων-επιπέδων.

4.3.1 Μαθηματικό υπόβαθρο ανάλυσης διασποράς

Στην απλούστερη μορφή της η ANOVA δίνει τη δυνατότητα να γίνει η υπόθεση ότι οι μέσες τιμές διαφόρων πληθυσμών είναι ίσες. Από τους υπάρχοντες πειραματικούς σχεδιασμούς ο απλούστερος είναι εκείνος που χαρακτηρίζεται από την ανάλυση της διακύμανσης κατά ένα παράγοντα (one factor ANOVA) και καλείται πλήρως τυχαιοποιημένος σχεδιασμός (completely randomized design).

(α) Προσδιορισμός του μοντέλου

Στη γενική περίπτωση γίνεται η υπόθεση ότι υπάρχουν k ομάδες με n_j παρατηρήσεις ανά ομάδα για $j=1,...,k$. Τα δεδομένα του δείγματος μπορούν να ταξινομηθούν σε ένα πίνακα της μορφής:

Πίνακας 4.1: Ομάδες						
	1	2	3		k	
	X_{11}	X_{12}	X_{13}	$\dots$	X_{1k}	
	X_{21}	X_{22}	X_{23}	$\dots$	X_{2k}	
	X_{31}	X_{32}	X_{33}	$\dots$	X_{3k}	
	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\dots$	$\cdot$	
	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\dots$	$\cdot$	
	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\dots$	$\cdot$	
	$X_{n_1 1}$	$X_{n_2 2}$	$X_{n_3 3}$	$\dots$	$X_{n_k k}$	
Σύνολα	$T_{\cdot 1}$	$T_{\cdot 2}$	$T_{\cdot 3}$	$\dots$	$T_{\cdot k}$	$T_{\cdot \cdot}$
Μέσοι όροι	$\bar{X}_{\cdot 1}$	$\bar{X}_{\cdot 2}$	$\bar{X}_{\cdot 3}$		$\bar{X}_{\cdot k}$	$\bar{X}_{\cdot \cdot}$

όπου X_{ij} είναι η i παρατήρηση της j ομάδας

$T_{.j} = \sum_{i=1}^{n_j} X_{ij}$ = άθροισμα των παρατηρήσεων της j στήλης

$\bar{X}_{.j} = \frac{T_{.j}}{n_j}$ = αριθμητικός μέσος της j στήλης

$T_{..} = \sum_{j=1}^k T_{.j} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} X_{ij}$ = άθροισμα όλων των παρατηρήσεων

$\bar{X}_{..} = \frac{T_{..}}{N}$ = αριθμητικός μέσος όλων των παρατηρήσεων και $N = \sum_{j=1}^k n_j$.

Γίνεται η υπόθεση ότι για την j ομάδα οι παρατηρήσεις X_{ij} έχουν την μορφή:

$$X_{ij} = \mu_j + e_{ij} \quad (4.1)$$

όπου μ_j είναι ο μέσος όρος του πληθυσμού της j ομάδας και e_{ij} είναι το σφάλμα (error), για $i=1, \dots, n_j$ και $j=1, \dots, k$. Με τον όρο σφάλμα δεν εννοείται κάποια λανθασμένη μέτρηση η εκτίμηση αλλά τη μη ελεγχόμενη διακύμανση που υπάρχει στον πληθυσμό. Λύνοντας την (4.1) ως προς e_{ij} προκύπτει:

$$e_{ij} = X_{ij} - \mu_j \quad (4.2)$$

Ο καθολικός μέσος όρος (grand mean) μ όλων των παρατηρήσεων είναι

$$\mu = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \mu_j \quad (4.3)$$

Με την ίδια λογική που το X_{ij} διαφέρει από το μ_j μπορεί να υποτεθεί ότι το μ_j διαφέρει από το μ κατά ένα ποσό

$$\tau_j = \mu_j - \mu \quad (4.4)$$

που εκφράζει την επίδραση (effect) του γεγονότος ότι το μ_j υπολογίστηκε από τις παρατηρήσεις της j ομάδας. Από τη σχέση (4.4) προκύπτει ότι

$$\mu_j = \mu + \tau_j \quad (4.5)$$

Συνδυάζοντας την (4.1) με την (4.5) προκύπτει η τελική έκφραση:

$$X_{ij} = \mu + \tau_j + e_{ij} \quad (4.6)$$

για $i = 1, \dots, n_j$ και $j = 1, \dots, k$. Συνοψίζοντας από την (4.6) προκύπτει ότι η παρατήρηση X_{ij} είναι άθροισμα τριών ποσοτήτων, του καθολικού μέσου, της επίδρασης της ομάδας (μεταχείρισης) και του σφάλματος. Για το λόγο αυτό το μοντέλο (6) λέγεται προσθετικό (additive).

(β) Υποθέσεις του μοντέλου

Οι υποθέσεις που διέπουν το μοντέλο (4.6) είναι:

1. Οι παρατηρήσεις X_{ij} κάθε ομάδας αποτελούν k ανεξάρτητα δείγματα από αντίστοιχους πληθυσμούς.
2. Καθένας από τους k πληθυσμούς ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή μ_j και κοινή διακύμανση σ^2 , για $j = 1, \dots, k$.
3. Οι επιδράσεις των ομάδων (μεταχειρίσεων) τ_j είναι σταθεροί αριθμοί που ικανοποιούν τη σχέση

$$\sum_{j=1}^k \tau_j = 0.$$

Από τη σχέση (4.2) και τις υποθέσεις 1-3 προκύπτει ότι τα σφάλματα e_{ij} είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές από την κανονική κατανομή με μέση τιμή 0 και διακύμανση σ^2 .

(γ) Δοκιμασία υποθέσεων

Μπορεί τώρα να γίνει η μηδενική υπόθεση ότι όλες οι ομάδες (μεταχειρίσεις) έχουν ίσες μέσες τιμές:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

με εναλλακτική

$$H_1 : \text{όλα τα } \mu_j \text{ δεν είναι ίσα}$$

Όταν οι μέσες τιμές των πληθυσμών είναι ίσες, τότε οι επιδράσεις τ_j των μεταχειρίσεων είναι μηδέν. Κατά συνέπεια οι ισοδύναμες υποθέσεις που μπορούν να γίνουν είναι:

$$H_0 : \tau_j = 0, j = 1, \dots, k$$

με εναλλακτική

$$H_1 : \text{όλα τα } \tau_j \text{ δεν είναι μηδέν}$$

(δ) Υπολογισμός των αθροισμάτων των τετραγώνων

Στην αρχή του κεφαλαίου ορίστηκε η ANOVA σαν μία διαδικασία κατά την οποία η ολική μεταβλητότητα που υπάρχει στα δεδομένα διασπάται σε επιμέρους συνιστώσες που οφείλονται σε διαφορετικές πηγές προέλευσης. Ο όρος μεταβλητότητα αναφέρεται στο άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων των παρατηρήσεων από την μέση τιμή τους που για συντομία καλείται άθροισμα τετραγώνων (Sum of Squares – SS).

Το ολικό άθροισμα των τετραγώνων: Αρχικά υπολογίζεται το ολικό άθροισμα τετραγώνων (total sum of squares - SS_{total}) των αποκλίσεων των παρατηρήσεων από τον καθολικό μέσο

$$SS_{\text{total}} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{..})^2 \quad (4.7)$$

όπου $\sum_{i=1}^{n_j}$ το άθροισμα τετραγωνισμένων αποκλίσεων μέσα σε κάθε ομάδα, ενώ με το $\sum_{j=1}^k$ το άθροισμα των αποτελεσμάτων των k ομάδων. Στην πραγματικότητα το SS_{total} αντιστοιχεί στον αριθμητή που υπάρχει στον τύπο υπολογισμού της δειγματικής διακύμανσης ενός τυχαίου δείγματος με N παρατηρήσεις:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{N-1}$$

Στη συνέχεια διασπάται το SS_{total} στις επιμέρους συνιστώσες του, χρησιμοποιώντας την ισοδύναμη έκφραση:

$$\begin{aligned} SS_{\text{total}} &= \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} [(X_{ij} - \bar{X}_{\cdot j}) + (\bar{X}_{\cdot j} - \bar{X}_{..})]^2 \\ &= \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{\cdot j})^2 + 2 \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{\cdot j})(\bar{X}_{\cdot j} - \bar{X}_{..}) + \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (\bar{X}_{\cdot j} - \bar{X}_{..})^2 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Ο μεσαίος όρος της (4.8) γράφεται:

$$2 \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{\cdot j}) \sum_{j=1}^k (\bar{X}_{\cdot j} - \bar{X}_{..})$$

απ' όπου προκύπτει ότι είναι ίσος με μηδέν διότι

$$\sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{\cdot j}) = 0$$

Τελικά η (4.8) γίνεται:

$$SS_{\text{total}} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{\cdot j})^2 + \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (\bar{X}_{\cdot j} - \bar{X}_{..})^2$$

η ισοδύναμη

$$SS_{\text{total}} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{\cdot j})^2 + \sum_{j=1}^k n_j (\bar{X}_{\cdot j} - \bar{X}_{..})^2 \quad (4.9)$$

Στην περίπτωση που το πλήθος των παρατηρήσεων είναι το ίδιο με n για όλες τις ομάδες η (4.9) γίνεται:

$$SS_{\text{total}} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{\cdot j})^2 + n \sum_{j=1}^k (\bar{X}_{\cdot j} - \bar{X}_{..})^2$$

Το άθροισμα των τετραγώνων μέσα στις ομάδες: Το πρώτο άθροισμα στο δεξιό πλευρό της (4.9) υπολογίζει αρχικά το άθροισμα των τετραγωνισμένων αποκλίσεων των παρατηρήσεων από τον μέσο κάθε ομάδας και κατόπιν αθροίζει τα επιμέρους αποτελέσματα για όλες τις ομάδες. Το τελικό αποτέλεσμα λέγεται άθροισμα τετραγώνων μέσα στις ομάδες (within groups sum of squares - SS_{within})

$$SS_{\text{within}} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{.j})^2 \quad (4.10)$$

Το άθροισμα των τετραγώνων μεταξύ των ομάδων: Το δεύτερο άθροισμα στο δεξιό πλευρό της (4.9) υπολογίζει αρχικά για κάθε ομάδα την τετραγωνισμένη απόκλιση του μέσου της ομάδας από τον καθολικό μέσο και κατόπιν πολλαπλασιάζει το αποτέλεσμα με το πλήθος των παρατηρήσεων της ομάδας. Τα επιμέρους αποτελέσματα αθροίζονται για όλες τις ομάδες και το τελικό αποτέλεσμα λέγονται άθροισμα τετραγώνων μεταξύ ομάδων (between groups sum of squares - SS_{between})

$$SS_{\text{between}} = \sum_{j=1}^k n_j (\bar{X}_{.j} - \bar{X}_{..})^2$$

και στην περίπτωση που όλες οι ομάδες έχουν n παρατηρήσεις προκύπτει

$$SS_{\text{between}} = n \sum_{j=1}^k (\bar{X}_{.j} - \bar{X}_{..})^2 \quad (4.11)$$

Συνοψίζοντας τα αριθμητικά αποτελέσματα παίρνουμε ότι

$$SS_{\text{total}} = SS_{\text{within}} + SS_{\text{between}}$$

(ε) Ο πίνακας ανάλυσης της διακύμανσης

Από τα αθροίσματα των τετραγώνων που υπολογίστηκαν μπορού να εξαχθούν δύο εκτιμητές της πληθυσμιακής διακύμανσης σ^2 . Αποδεικνύεται ότι όταν οι

πληθυσμιακές μέσες τιμές των ομάδων είναι ίσες, τότε τα SS_{within} και SS_{between} όταν διαιρεθούν με τους αντίστοιχους βαθμούς ελευθερίας δίνουν αμερόληπτους εκτιμητές για το σ^2 .

- Ο πρώτος εκτιμητής του σ^2

Μέσα σε κάθε ομάδα το μέσο τετράγωνο (mean square) $MS_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{\cdot j})^2}{n_j - 1}$

δίνει ένα αμερόληπτο εκτιμητή για την διακύμανση της ομάδας. Κάτω από την υπόθεση ότι οι διακυμάνσεις είναι ίσες μπορούν να συγχωνευθούν οι k εκτιμητές και να δώσουν ένα εκτιμητή για την διακύμανση μέσα στις ομάδες (within groups variance) σύμφωνα με τον τύπο του μέσου τετραγώνου:

$$MS_{\text{within}} = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{\cdot j})^2}{\sum_{j=1}^k (n_j - 1)} \quad (4.12)$$

- Ο δεύτερος εκτιμητής του σ^2

Ο δεύτερος εκτιμητής του σ^2 προκύπτει από τον γνωστό τύπο για την διακύμανση του δειγματικού μέσου ενός δείγματος με n παρατηρήσεις

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

απ' όπου προκύπτει

$$\sigma^2 = n\sigma_{\bar{X}}^2.$$

Ένας αμερόληπτος εκτιμητής του $\sigma_{\bar{X}}^2$ που είναι η διακύμανση μεταξύ των ομάδων (between groups variance) προκύπτει από το μέσο τετράγωνο

$$MS_{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^k (\bar{X}_{.j} - \bar{X}_{..})^2}{k-1}$$

συνεπώς στην ειδική περίπτωση που όλες οι ομάδες (μεταχειρίσεις) έχουν n παρατηρήσεις ένας αμερόληπτος εκτιμητής για το σ^2 είναι

$$MS_{\text{between}} = \frac{n \sum_{j=1}^k (\bar{X}_{.j} - \bar{X}_{..})^2}{k-1} \quad (13)$$

Στη γενική περίπτωση που το πλήθος των παρατηρήσεων των ομάδων δεν είναι ίδιο ο αμερόληπτος εκτιμητής για το σ^2 έχει τη μορφή

$$MS_{\text{between}} = \frac{\sum_{j=1}^k n_j (\bar{X}_{.j} - \bar{X}_{..})^2}{k-1}$$

Ο λόγος των διακυμάνσεων: Όταν η μηδενική υπόθεση $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$ είναι αληθινή, τότε αναμένεται οι δύο εκτιμητές του σ^2 να είναι περίπου ίσοι. Όταν η μηδενική υπόθεση δεν ισχύει, έτσι ώστε οι μέσες τιμές των πληθυσμών να διαφέρουν, τότε αναμένεται το MS_{between} να είναι μεγαλύτερο από το MS_{within} . Για το λόγο αυτό και προκειμένου να συγκριθούν οι δύο εκτιμητές του σ^2 υπολογίζεται ο λόγος των διακυμάνσεων (Variance Ratio - VR)

$$VR = \frac{MS_{\text{between}}}{MS_{\text{within}}}$$

Όταν οι δύο εκτιμητές είναι περίπου ίσοι το VR είναι κοντά στο 1 και το γεγονός αυτό αποτελεί κριτήριο αποδοχής της H_0 . Στην περίπτωση που το MS_{between} είναι μεγαλύτερο από το MS_{within} τότε το VR είναι μεγαλύτερο από το 1 και το γεγονός αυτό είναι το κριτήριο απόρριψης της H_0 .

H δοκιμασία F: Είναι γνωστό ότι η ύπαρξη του τυχαίου σφάλματος που οφείλεται στη δειγματοληψία δεν επιτρέπει στα MS_{between} και MS_{within} να είναι ίσα ακόμη και στην περίπτωση που η μηδενική υπόθεση $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$ είναι αληθινή. Για το λόγο αυτό θα πρέπει να υπάρχει ένα μέτρο ανοχής για το πόσο μεγάλη θα πρέπει να είναι η παρατηρούμενη διαφορά προκειμένου να συμπεραίνεται ότι δεν οφείλεται μόνο σε τυχαίο σφάλμα. Απάντηση στο ερώτημα αυτό, δίνει η κατανομή δειγματοληψίας του λόγου των διακυμάνσεων

$$VR = \frac{MS_{\text{between}}}{MS_{\text{within}}}$$

Επειδή το VR είναι λόγος δύο χ^2 τυχαίων μεταβλητών, προκύπτει ότι ακολουθεί την κατανομή F με βαθμούς ελευθερίας αριθμητή $(k-1)$ και βαθμούς ελευθερίας παρονομαστή

$$\sum_{j=1}^k (n_j - 1) = \sum_{j=1}^k n_j - k = N - k .$$

Από τη στιγμή που θα προσδιοριστεί και το επίπεδο σημαντικότητας α τότε η κρίσιμη τιμή του F προσδιορίζει τις περιοχές αποδοχής και απόρριψης της δοκιμασίας. Οι απαιτούμενοι υπολογισμοί συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα ANOVA.

Πίνακας 4.2: Πίνακας ANOVA για τον πλήρως τυχαίο σχεδιασμό (κατά ένα παράγοντα)

Πηγή προέλευσης	Άθροισμα τετραγώνων	Βαθμοί ελευθερίας	Μέσο τετράγωνο	Λόγος διακυμάνσεων
Μεταξύ ομάδων	$SS_{\text{between}} = \sum_{j=1}^k n_j (\bar{X}_{\cdot j} - \bar{X}_{\cdot})^2$	$k - 1$	$MS_{\text{between}} = \frac{\sum_{j=1}^k n_j (\bar{X}_{\cdot j} - \bar{X}_{\cdot})^2}{k - 1}$	$VR = \frac{MS_{\text{between}}}{MS_{\text{within}}}$

Μέσα στις ομάδες	$SS_{\text{within}} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{\cdot j})^2$	$N - k$	$MS_{\text{within}} = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{\cdot j})^2}{\sum_{j=1}^k (n_j - 1)}$	
Σύνολο	$SS_{\text{total}} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{..})^2$	$N - 1$		

H απόφαση: Κάτω από τη μηδενική υπόθεση $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$ το VR ακολουθεί την κατανομή F με βαθμούς ελευθερίας αριθμητή $(k-1)$ και βαθμούς ελευθερίας παρονομαστή $(N-k)$. Για συγκεκριμένο επίπεδο σημαντικότητας α και προκειμένου να ληφθεί μία απόφαση, συγκρίνεται η υπολογισμένη τιμή VR με την κρίσιμη τιμή της κατανομής $F_{(k-1),(N-k),\alpha}$. Όταν

$$VR > F_{(k-1),(N-k),\alpha}$$

δεν μπορεί να γίνει αποδεκτή η H_0 με βάση τα δεδομένα του δείγματος, όπου $F_{(k-1),(N-k),\alpha}$ είναι το $(1-\alpha)100$ εκατοστιαίο σημείο της κατανομής $F_{(k-1),(N-k)}$ για το οποίο ισχύει

$$P(F_{(k-1),(N-k)} > F_{(k-1),(N-k),\alpha}) = \alpha.$$

Η ικανότητα προσδιορισμού κατά πόσο ένας παράγοντας (στήλες) είναι σημαντικός μπορεί να ενισχυθεί με την εισαγωγή και ενός δευτέρου παράγοντα (γραμμές) προκειμένου να ερμηνευθεί η εναπομένουσα διακύμανση. Έτσι έχουμε την ανάλυση διακύμανσης κατά δύο παράγοντες (two way ANOVA). Ο αντίστοιχος πειραματικός σχεδιασμός που προκύπτει λέγεται τυχαιοποιημένος κατά ομάδες (randomized block design).

Η παρούσα εργασία πραγματεύεται πειραματικά δεδομένα, τα οποία απεικονίζουν προτιμήσεις καταναλωτών, οι οποίοι δηλώνουν τον βαθμό ικανοποίησής τους από κάποιο προϊόν ή υπηρεσία. Οι εξαρτημένες μεταβλητές είναι οι μέσοι δείκτες προσαρμογής (AFI_1 , AFI_2 , AFI_3) και ο μέσος δείκτης ευστάθειας (ASI) της μεθόδου Musa. Οι ανεξάρτητες ποσοτικές μεταβλητές, των οποίων τα επίπεδα εξετάζονται

σχετικά με την επίδρασή τους στην ευστάθεια και την προσαρμογή αποτελεσμάτων ικανοποίησης, είναι (με τη σειρά που εξετάζονται):

1. Τύπος πελάτη
2. Μέγεθος δείγματος πειραματικών δεδομένων M
3. Βαθμός παραχώρησης ε
4. Κατώφλια προτίμησης γ και γ_i
5. Επίπεδο απόκλισης De
6. Αριθμός κριτηρίων ικανοποίησης n
7. Αριθμός επιπέδων ικανοποίησης a_j

4.3.2. Ανάλυση διασποράς κατά ένα παράγοντα

4.3.2.1. Δείκτες προσαρμογής

Οι δείκτες προσαρμογής σχετίζονται με τις βέλτιστες τιμές των μεταβλητών σφάλματος, στη φάση της βελτιστοποίησης. Τα διαγράμματα που ακολουθούν δείχνουν τη συμπεριφορά των δεικτών συναρτήσει της μεταβολής των επιπέδων των ανεξάρτητων μεταβλητών, κατά την ανάλυση διασποράς, αλλά και τη σχέση των δεικτών προσαρμογής μεταξύ τους.

Τα διαγράμματα αφορούν την μέση τιμή του δείκτη όπως αυτή προκύπτει από την ANOVA, ανα κατηγορία του υπό εξέταση παράγοντα. Για παράδειγμα, ο παράγοντας *τύπος πελάτη* έχει 3 κατηγορίες. Ο μέσος *AFI* για τον «απαιτητικό πελάτη» είναι η μέση τιμή 1152 παρατηρήσεων (από το σύνολο 3456) με κοινό χαρακτηριστικό τον *τύπο πελάτη* και όλους τους συνδυασμούς των υπολοίπων παραμέτρων.

➤ Τύπος πελάτη

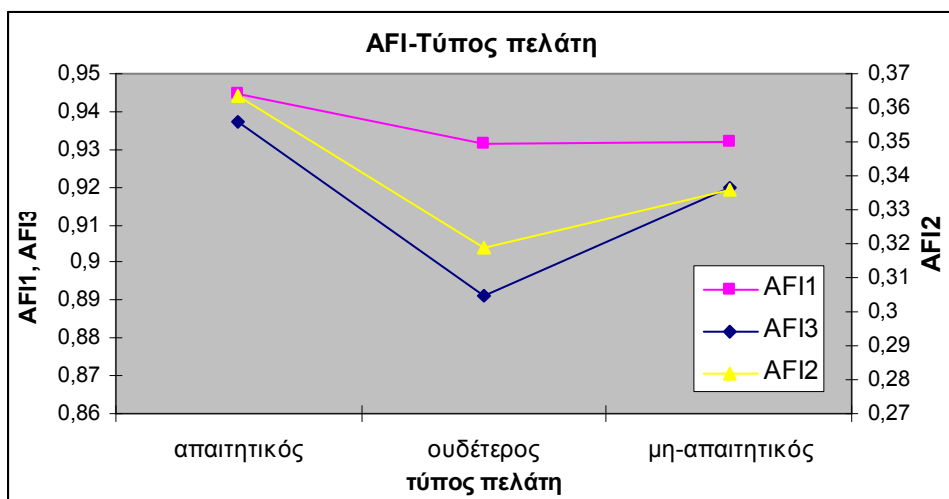
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ					
	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
AFI ₁	απαιτητικός	1152	1088,26	0,94467	0,00141
	ουδέτερος	1152	1073,034	0,931453	0,001358
	μη-απαιτητικός	1152	1073,542	0,931894	0,001547
AFI ₂	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση

	απαιτητικός	1152	418,5938	0,363363	0,088968
	ουδέτερος	1152	367,544	0,319049	0,049067
	μη-απαιτητικός	1152	386,6318	0,335618	0,073078
AFI ₃			Μέσος		
	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	όρος	Διακύμανση
	απαιτητικός	1152	1079,695	0,937235	0,001776
	ουδέτερος	1152	1026,83	0,891346	0,003122
	μη-απαιτητικός	1152	1059,78	0,919948	0,002227

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

AFI ₁	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
	Μεταξύ ομάδων	0,129841	2	0,064921	45,13523	4,47E-20	2,998333
	Μέσα στις ομάδες	4,966641	3453	0,001438			
	Σύνολο	5,096482	3455				
AFI ₂	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
	Μεταξύ ομάδων	1,155088	2	0,577544	8,207142	0,000278	2,998333
	Μέσα στις ομάδες	242,9907	3453	0,070371			
	Σύνολο	244,1458	3455				
AFI ₃	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
	Μεταξύ ομάδων	1,23754	2	0,61877	260,5211	4,2E-106	2,998333
	Μέσα στις ομάδες	8,2013	3453	0,002375			
	Σύνολο	9,43884	3455				

Σύμφωνα με την ανάλυση διακύμανσης, ο μέσος όρος της κατηγορίας “απαιτητικός” του παράγοντα *τύπος πελάτη* για όλους τους AFI, προκύπτει μεγαλύτερος από τους μέσους όρους των υπολοίπων κατηγοριών πελατών, και η διαφορά αυτή χαρακτηρίζεται στατιστικά σημαντική σύμφωνα με τη θεωρία. Για να είναι εμφανής η υπεροχή της κατηγορίας “απαιτητικός”, οι τιμές των δεικτών απεικονίζονται σε δύο άξονες.



➤ **Μέγεθος δεδομένων (M)**

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

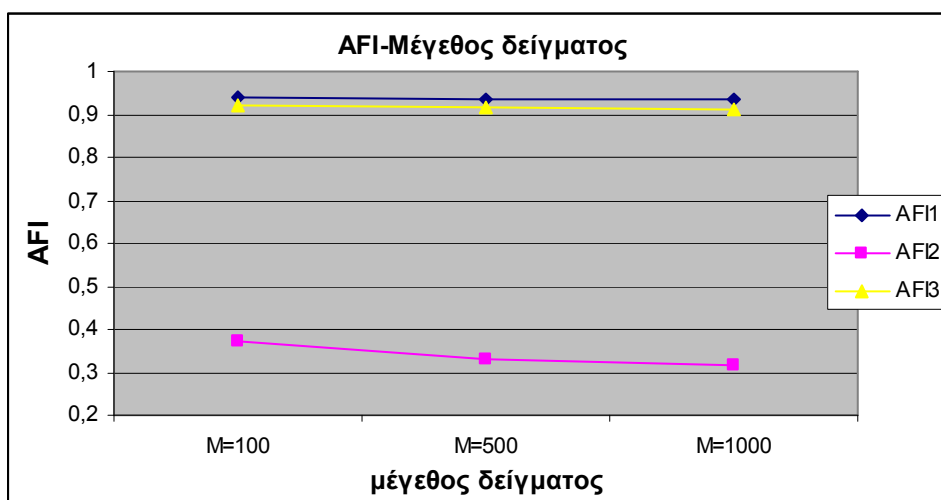
	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
AFI ₁	M=100	1152	1081,008	0,938375	0,001453
	M=500	1152	1077,5	0,93533	0,00147
	M=1000	1152	1076,328	0,934313	0,001495
	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
AFI ₂	M=100	1152	428,2115	0,371711	0,061205
	M=500	1152	379,137	0,329112	0,072269
	M=1000	1152	365,4211	0,317206	0,076998
	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
AFI ₃	M=100	1152	1059,222	0,919463	0,002633
	M=500	1152	1054,337	0,915223	0,002744
	M=1000	1152	1052,747	0,913843	0,002806

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
AFI ₁	Μεταξύ ομάδων	0,010294	2	0,005147	3,494147	0,030482	2,998333
	Μέσα στις ομάδες	5,086188	3453	0,001473			
	Σύνολο	5,096482	3455				
	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
AFI ₂	Μεταξύ ομάδων	1,892095	2	0,946047	13,48463	1,47E-06	2,998333
	Μέσα στις ομάδες	242,2537	3453	0,070157			
	Σύνολο	244,1458	3455				
	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
AFI ₃							

Μεταξύ ομάδων	0,019765	2	0,009883	3,622923	0,026806	2,998333
Μέσα στις ομάδες	9,419075	3453	0,002728			
Σύνολο	9,43884	3455				

Η ανάλυση διασποράς για τον παράγοντα "Μέγεθος δείγματος" δείχνει τα εξής: $F > F_{crit}$ ($p\text{-value} < \alpha$) άρα η μηδενική υπόθεση H_0 απορρίπτεται. Αυτό σημαίνει ότι ο παράγοντας είναι στατιστικά σημαντικός, και οι μέσοι όροι των κατηγοριών (δείγματα διαφορετικού μεγέθους) διαφέρουν. Παρ' όλ' αυτά, η διαφορά δεν είναι ιδιαίτερα σημαντική για τους AFI_1 , AFI_3 , ενώ για τον AFI_2 τα δείγματα μεγέθους $M=100$ εμφανίζουν συγκριτικά καλύτερη προσαρμογή.



➤ Κατώφλι προτίμησης (γ)

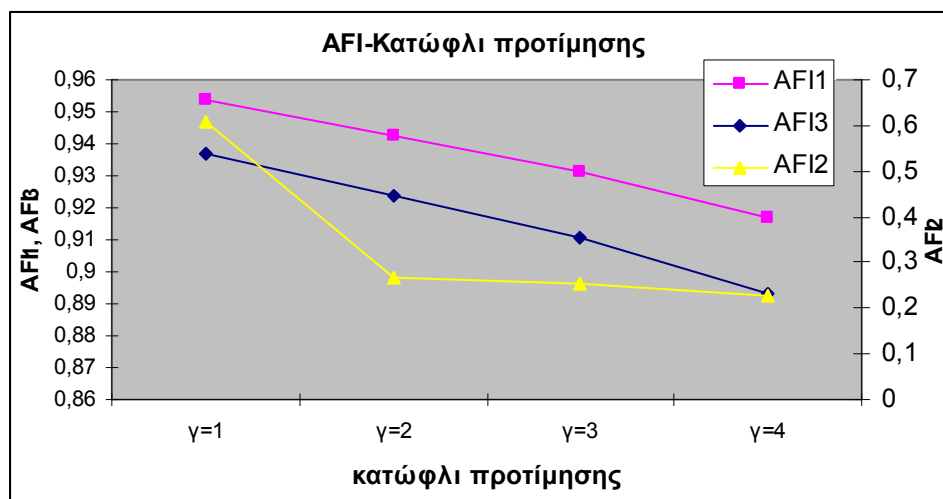
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ					
AFI_1	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
	$\gamma=1$	864	823,7972	0,953469	0,001358
	$\gamma=2$	864	814,4072	0,942601	0,00108
	$\gamma=3$	864	804,5261	0,931164	0,00116
	$\gamma=4$	864	792,1059	0,916789	0,001566
AFI_2	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
	$\gamma=1$	864	524,896	0,607519	0,107089
	$\gamma=2$	864	231,3573	0,267775	0,029908
	$\gamma=3$	864	220,2623	0,254933	0,030037
	$\gamma=4$	864	196,254	0,227146	0,019005
AFI_3	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
	$\gamma=1$	864	809,3118	0,936703	0,002818

$\gamma=2$	864	798,2601	0,923912	0,002294
$\gamma=3$	864	786,8545	0,910711	0,002229
$\gamma=4$	864	771,8791	0,893379	0,002564

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
AFI ₁	Μεταξύ ομάδων	0,640375	3	0,213458	165,3592	3,7E-100	2,607482
	Μέσα στις ομάδες	4,456107	3452	0,001291			
	Σύνολο	5,096482	3455				
	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
AFI ₂	Μεταξύ ομάδων	83,59492	3	27,86497	599,1241	0	2,607482
	Μέσα στις ομάδες	160,5509	3452	0,04651			
	Σύνολο	244,1458	3455				
	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
AFI ₃	Μεταξύ ομάδων	0,890623	3	0,296874	119,8859	7,37E-74	2,607482
	Μέσα στις ομάδες	8,548217	3452	0,002476			
	Σύνολο	9,43884	3455				

Η ανάλυση διασποράς για τον παράγοντα γ δείχνει τα εξής: $F > F_{crit}$ ($p\text{-value} < \alpha$) άρα η μηδενική υπόθεση H_0 απορρίπτεται. Η διαφορά των μέσων όρων είναι εξαιρετικά μεγάλη, και παρατηρείται μείωση του δείκτη καθώς ο παράγοντας γ αυξάνεται. Η ανάλυση εντοπίζει τη σημαντικότερη στατιστική διαφορά μέσων όρων για τον AFI_2 ($F=599,124$ με $F_{crit}=2,6$). Ωστόσο, στατιστική διαφορά υπάρχει και για τους $AFI_{1,3}$. Το διάστημα τιμών για τους $AFI_{1,3}$ είναι πιο περιορισμένο (κυμαίνονται από 0,95 έως 0,91 και 0,93 έως 0,89 αντίστοιχα), ενώ ο AFI_2 φθίνει σε ένα διάστημα τιμών από 0,6 έως 0,22. Για το λόγο αυτό, χρησιμοποιούνται δύο άξονες για τις τιμές των δεικτών. Το βασικό συμπέρασμα είναι ότι η μεταβολή του γ επηρεάζει σημαντικά και ομοιοτρόπως τους τρεις δείκτες προσαρμογής.



➤ **Επίπεδο απόκλισης (D_e)**

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

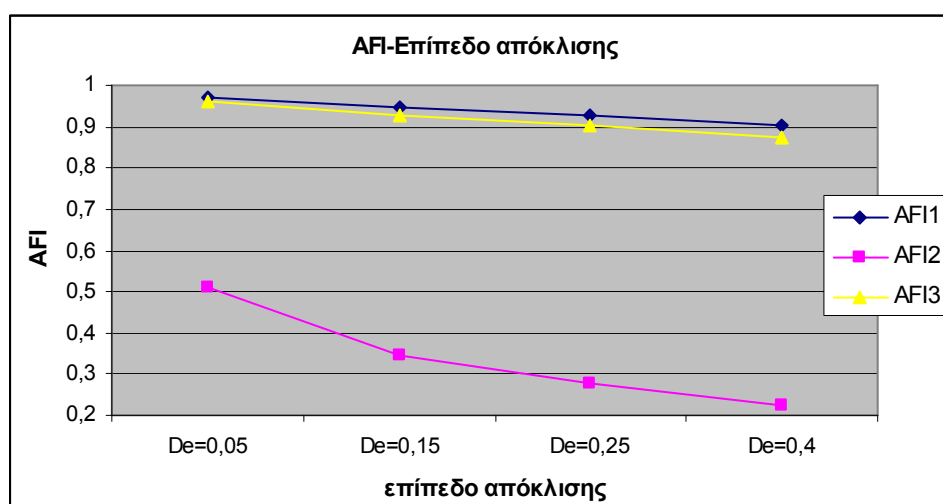
	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
AFI ₁	De=0,05	864	839,1022	0,971183	0,000596
	De=0,15	864	816,2014	0,944678	0,000921
	De=0,25	864	800,2167	0,926177	0,001019
	De=0,4	864	779,316	0,901986	0,000799
	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
AFI ₂	De=0,05	864	442,9189	0,512638	0,082755
	De=0,15	864	300,062	0,347294	0,061564
	De=0,25	864	238,0838	0,27556	0,053771
	De=0,4	864	191,7049	0,221881	0,036798
	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
AFI ₃	De=0,05	864	830,4548	0,961175	0,000883
	De=0,15	864	799,1025	0,924887	0,00178
	De=0,25	864	779,7298	0,902465	0,002433
	De=0,4	864	757,0185	0,876179	0,001949

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
AFI ₁	Μεταξύ ομάδων	2,217535	3	0,739178	886,3114	0	2,607482
	Μέσα στις ομάδες	2,878947	3452	0,000834			
	Σύνολο	5,096482	3455				
	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
AFI ₂	Μεταξύ ομάδων	41,43735	3	13,81245	235,2175	7,3E-139	2,607482
	Μέσα στις ομάδες	202,7084	3452	0,058722			
	Σύνολο	244,14575	3455				

AFI ₃	Σύνολο	244,1458	3455				
	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
	Μεταξύ ομάδων	3,359681	3	1,119894	635,9225	0	2,607482
	Μέσα στις ομάδες	6,079158	3452	0,001761			
	Σύνολο	9,43884	3455				

Η ανάλυση διασποράς για τον παράγοντα "Επίπεδο απόκλισης De" δείχνει τα εξής: $F > F_{crit}$ ($p\text{-value} < \alpha$) άρα η μηδενική υπόθεση H_0 απορρίπτεται. Η τιμή του δείκτη μειώνεται σημαντικά καθώς μεγαλώνει το επίπεδο απόκλισης.

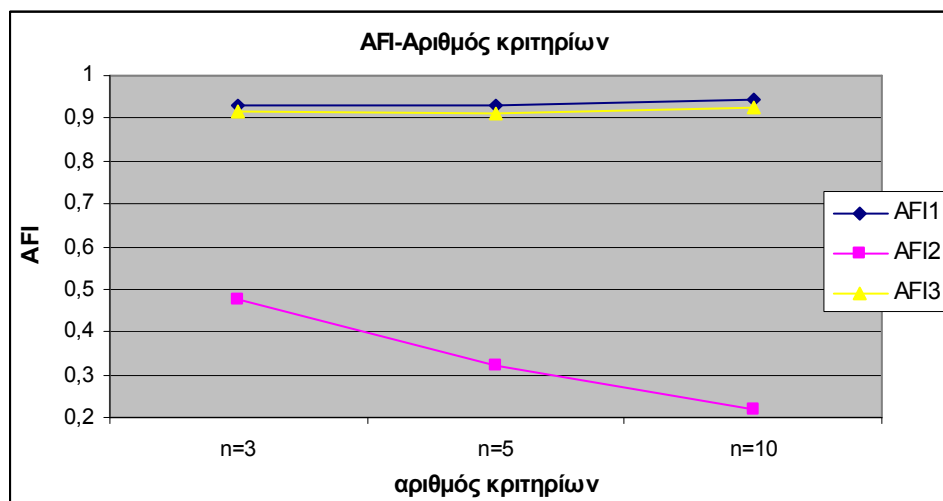


➤ Αριθμός κριτηρίων (n)

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ					
AFI ₁	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
	n=3	1152	1073,656	0,931993	0,00208
	n=5	1152	1072,491	0,930982	0,001564
	n=10	1152	1088,69	0,945043	0,00066
AFI ₂	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
	n=3	1152	549,5145	0,477009	0,083355
	n=5	1152	368,9047	0,32023	0,064079
	n=10	1152	254,3504	0,22079	0,031281
AFI ₃	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
	n=3	1152	1053,403	0,914412	0,003213
	n=5	1152	1048,997	0,910588	0,003048
	n=10	1152	1063,905	0,923529	0,001851

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ						
	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P κριτήριο F
AFI ₁	Μεταξύ ομάδων	0,141721	2	0,07086	49,38305	7,15E-22
	Μέσα στις ομάδες	4,954761	3453	0,001435		
	Σύνολο	5,096482	3455			
	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P κριτήριο F
AFI ₂	Μεταξύ ομάδων	38,44458	2	19,22229	322,6747	3,4E-129
	Μέσα στις ομάδες	205,7012	3453	0,059572		
	Σύνολο	244,1458	3455			
	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P κριτήριο F
AFI ₃	Μεταξύ ομάδων	0,101839	2	0,050919	18,83094	7,35E-09
	Μέσα στις ομάδες	9,337001	3453	0,002704		
	Σύνολο	9,43884	3455			

Η ανάλυση διασποράς για τον παράγοντα "Αριθμός κριτηρίων" δείχνει τα εξής: $F > F_{crit}$ ($p\text{-value} < \alpha$) άρα η μηδενική υπόθεση H_0 απορρίπτεται. Η αύξηση του αριθμού των κριτηρίων φαίνεται να αφήνει σχεδόν ανεπηρέαστους ή να επηρεάζει θετικά τους AFI₁ και AFI₃ και ιδιαιτέρως αρνητικά τον AFI₂. Μια πιθανή εξήγηση είναι η εξής: Ο δείκτης AFI₂ μετρά πλήθος σφαλμάτων και όχι το πόσο μικρά ή μεγάλα είναι αυτά. Προφανώς, όταν μεγαλώνει ο όγκος του προβλήματος, δηλαδή το μέγεθος δείγματος ή ο αριθμός των κριτηρίων ή ο αριθμός των επιπέδων ικανοποίησης, αυτό φαίνεται να επιδεινώνει τον AFI₂, ανεξάρτητα απ'το αν τα αποτελέσματα εμφανίζουν καλύτερη προσαρμογή (μικρότερα σφάλματα κατ' απόλυτα μεγέθη).



➤ **Αριθμός επιπέδων κλίμακας ικανοποίησης (α_j)**

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

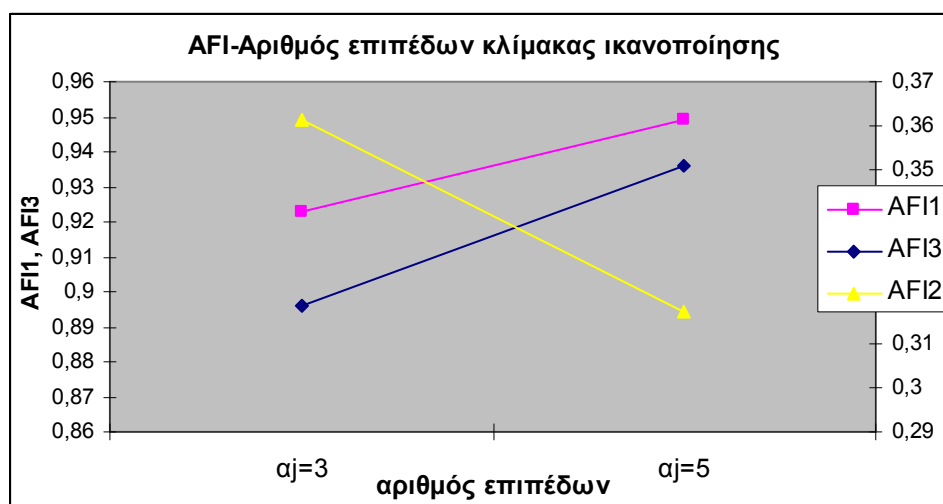
	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
AFI₁	$\alpha_j=3$	1728	1595,006	0,923036	0,001738
	$\alpha_j=5$	1728	1639,831	0,948976	0,000876
	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
AFI₂	$\alpha_j=3$	1728	624,6303	0,361476	0,075997
	$\alpha_j=5$	1728	548,1393	0,31721	0,064393
	Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
AFI₃	$\alpha_j=3$	1728	1548,763	0,896275	0,003419
	$\alpha_j=5$	1728	1617,542	0,936078	0,001254

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
AFI₁	Μεταξύ ομάδων	0,581398	1	0,581398	444,7646	5,69E-93	3,844152
	Μέσα στις ομάδες	4,515084	3454	0,001307			
	Σύνολο	5,096482	3455				
	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
AFI₂	Μεταξύ ομάδων	1,692961	1	1,692961	24,11805	9,48E-07	3,844152
	Μέσα στις ομάδες	242,4528	3454	0,070195			
	Σύνολο	244,1458	3455				
	Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
AFI₃	Μεταξύ ομάδων	1,368803	1	1,368803	585,852	1,1E-119	3,844152

Μέσα στις ομάδες	8,070036	3454	0,002336
Σύνολο	9,43884	3455	

Η ανάλυση διασποράς για τον παράγοντα "Αριθμός επιπέδων ικανοποίησης" δείχνει τα εξής: $F > F_{crit}$ ($p\text{-value} < \alpha$) άρα η μηδενική υπόθεση H_0 απορρίπτεται. Με την αύξηση των επιπέδων στην κλίμακα ικανοποίησης παρατηρείται αύξηση των AFI_1 και AFI_3 , ενώ αντιθέτως μείωση του AFI_2 . Οι τιμές των δεικτών απεικονίζονται σε δύο άξονες. Όσον αφορά στον AFI_2 , παρατηρείται ότι η κλίμακα τιμών του δείκτη είναι πολύ περιορισμένη, συνεπώς η διαφοροποίηση στις τιμές του δείκτη με την αύξηση των επιπέδων ικανοποίησης μπορεί απλά βρίσκεται εντός του στατιστικού σφάλματος.



4.3.2.2. Δείκτης ευστάθειας

Ομοίως με τους δείκτες προσαρμογής, τα διαγράμματα που ακολουθούν αφορούν την μέση τιμή του δείκτη ευστάθειας, όπως αυτή προκύπτει από την ANOVA, ανά κατηγορία του υπό εξέταση παράγοντα.

➤ Τύπος πελάτη

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

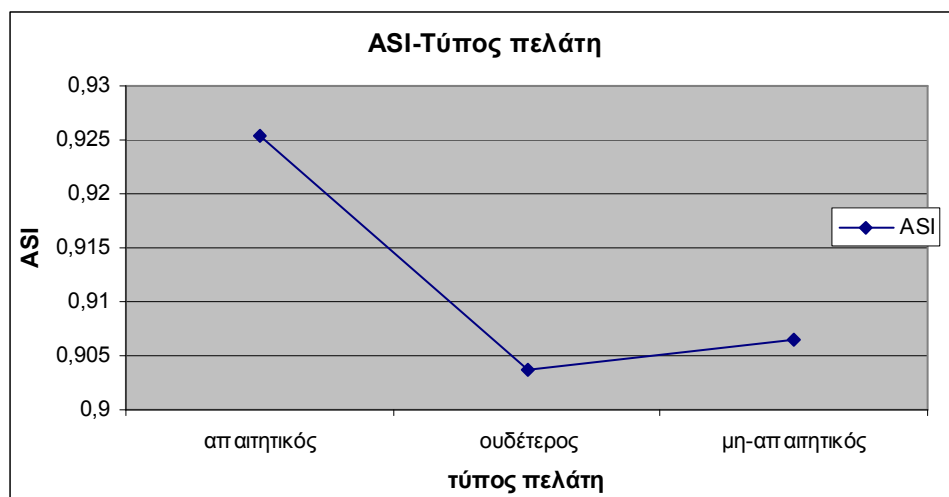
Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
απαιτητικός	1152	1066,112	0,925444	0,003876
ουδέτερος	1152	1041,029	0,903671	0,004338

μη-απαιτητικός	1152	1044,353	0,906557	0,004576
----------------	------	----------	----------	----------

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
Μεταξύ ομάδων	0,322229	2	0,161114	37,79217	5,80932E-17	2,998333
Μέσα στις ομάδες	14,72073	3453	0,004263			
Σύνολο	15,04295	3455				

Η ανάλυση διασποράς για τον παράγοντα "Τύπος πελάτη" δείχνει τα εξής: $F > F_{crit}$ (p -value $< \alpha$) άρα η μηδενική υπόθεση H_0 απορρίπτεται. Αυτό σημαίνει ότι ο παράγοντας είναι στατιστικά σημαντικός, και οι μέσοι όροι των κατηγοριών διαφέρουν. Η μεγαλύτερη τιμή του δείκτη εμφανίζεται για την κατηγορία "Απαιτητικοί πελάτες", και η διαφορά αυτής της κατηγορίας από τις άλλες δυο είναι στατιστικά σημαντική.



➤ Μέγεθος δεδομένων (M)

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
M=100	1152	1049,127	0,9107	0,004357
M=500	1152	1051,009	0,912335	0,004317
M=1000	1152	1051,358	0,912637	0,004393

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
Μεταξύ ομάδων	0,002501	2	0,001251	0,287138	0,750426	2,998333
Μέσα στις ομάδες	15,04045	3453	0,004356			
Σύνολο	15,04295	3455				

Η γραφική απεικόνιση του δείκτη ASI συναρτήσει του M δεν παρουσιάζει ενδιαφέρον, καθώς η ανάλυση διασποράς για τον παράγοντα "Μέγεθος δείγματος" δείχνει τα εξής: $F < F_{crit}$ ($p\text{-value} > \alpha$) άρα η μηδενική υπόθεση H_0 είναι αποδεκτή. Αυτό σημαίνει ότι ο παράγοντας δεν είναι στατιστικά σημαντικός, και οι μέσοι όροι των κατηγοριών του μεγέθους δείγματος δεν διαφέρουν.

➤ **Βαθμός παραχώρησης (ε)**

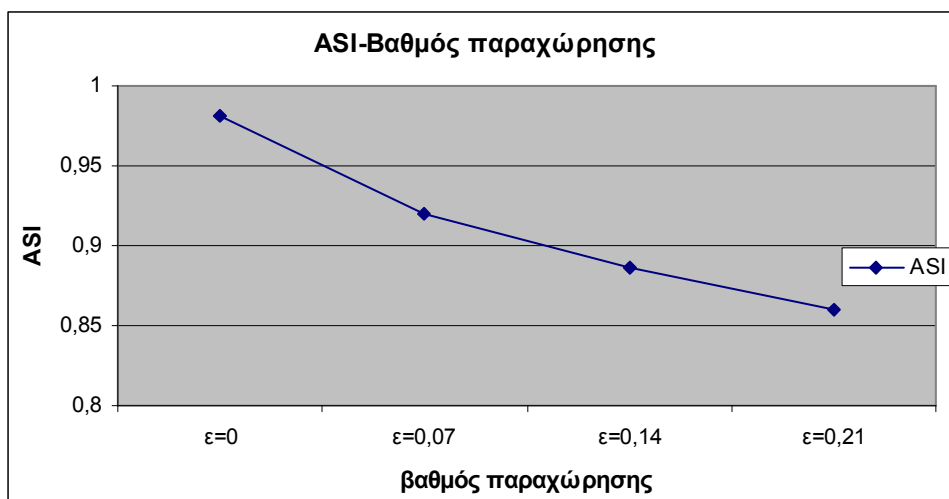
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
$\varepsilon=0$	864	848,317	0,981848	0,000371
$\varepsilon=0,07$	864	794,5912	0,919666	0,001531
$\varepsilon=0,14$	864	765,9808	0,886552	0,002839
$\varepsilon=0,21$	864	742,605	0,859496	0,004339

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
Μεταξύ ομάδων	7,207268	3	2,402423	1058,384	0	2,607482
Μέσα στις ομάδες	7,835686	3452	0,00227			
Σύνολο	15,04295	3455				

Ο βαθμός παραχώρησης συναντάται στη φάση της μεταβελτιστοποίησης. Η ανάλυση διασποράς για τον παράγοντα ε δείχνει τα εξής: $F > F_{crit}$ ($p\text{-value} < \alpha$). Η διαφορά των μέσων όρων είναι εξαιρετικά μεγάλη, και παρατηρείται σημαντική μείωση του δείκτη καθώς ο παράγοντας ε αυξάνεται. Η μείωση της ευστάθειας των αποτελεσμάτων από την αύξηση του βαθμού παραχώρησης δικαιολογείται από την λογική της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης, καθώς η αύξηση της τιμής της παραμέτρου ε σημαίνει αύξηση του χώρου των ημιβέλτιστων λύσεων. (βλ. §2.3).



➤ **Κατώφλι προτίμησης (γ)**

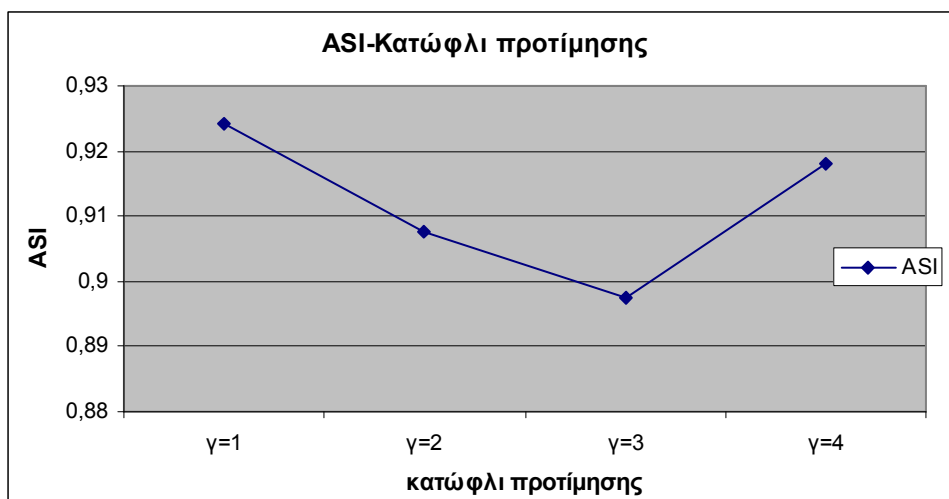
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
$\gamma=1$	864	798,4651	0,924149	0,005283
$\gamma=2$	864	784,2879	0,907741	0,004275
$\gamma=3$	864	775,4332	0,897492	0,004359
$\gamma=4$	864	793,3077	0,91818	0,003099

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
Μεταξύ ομάδων	0,358021	3	0,11934	28,05342	6,43E-18	2,607482
Μέσα στις ομάδες	14,68493	3452	0,004254			
Σύνολο	15,04295	3455				

Η ανάλυση διασποράς για τον παράγοντα γ δείχνει τα εξής: $F > F_{crit}$ ($p\text{-value} < \alpha$). Καθώς αυξάνεται ο παράγοντας, παρατηρείται αυξομείωση του δείκτη. Ο δείκτης φθίνει για τα τρία πρώτα επίπεδα του γ , ενώ κατά τη μετάβαση στο τελευταίο επίπεδο αυξάνεται.



➤ **Επίπεδο απόκλισης (D_e)**

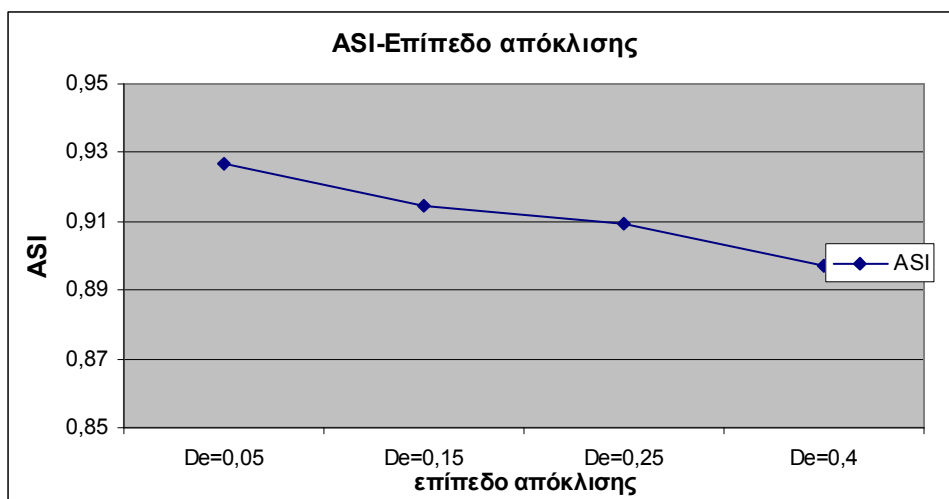
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
De=0,05	864	800,751	0,926795	0,0035
De=0,15	864	790,0727	0,914436	0,003462
De=0,25	864	785,4987	0,909142	0,004715
De=0,4	864	775,1717	0,897189	0,005301

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
Μεταξύ ομάδων	0,390789	3	0,130263	30,68956	1,42E-19	2,607482
Μέσα στις ομάδες	14,65216	3452	0,004245			
Σύνολο	15,04295	3455				

Η επιτρεπτή απόκλιση στις απαντήσεις ικανοποίησης χαρακτηρίζει, εν γένει, την συνέπεια των δεδομένων. Η ανάλυση διασποράς για τον παράγοντα D_e δείχνει τα εξής: $F > F_{crit}$ ($p\text{-value} < \alpha$). Η τιμή του δείκτη παρουσιάζει μείωση καθώς μεγαλώνει το επίπεδο απόκλισης. Το συμπέρασμα αυτό είναι επιθυμητό και λογικό για ένα εύρος τιμών του D_e , όπως αυτό που επιλέχθηκε στο πείραμα.



➤ **Αριθμός κριτηρίων (n)**

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
n=3	1152	1052,981	0,914046	0,005148
n=5	1152	1051,462	0,912728	0,004452
n=10	1152	1047,051	0,908898	0,003456

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
Μεταξύ ομάδων	0,016474	2	0,008237	1,89277	0,15081	2,998333
Μέσα στις ομάδες	15,02648	3453	0,004352			
Σύνολο	15,04295	3455				

Εξετάζοντας μεμονωμένα το πλήθος των κριτηρίων, η ανάλυση διασποράς για τον παράγοντα αυτό δείχνει τα εξής: $F < F_{crit}$ ($p\text{-value} > \alpha$) άρα η μηδενική υπόθεση H_0 είναι αποδεκτή. Αυτό σημαίνει ότι ο παράγοντας δεν είναι στατιστικά σημαντικός, και οι μέσοι όροι των κατηγοριών δεν διαφέρουν.

➤ **Αριθμός επιπέδων κλίμακας ικανοποίησης (α_j)**

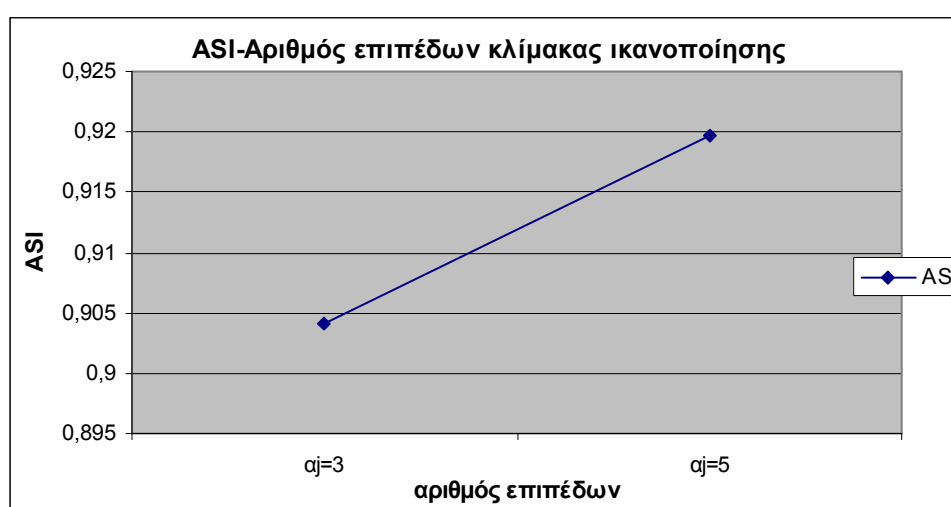
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Ομάδες	Πλήθος	Άθροισμα	Μέσος όρος	Διακύμανση
$\alpha_j=3$	1728	1562,337	0,90413	0,005222
$\alpha_j=5$	1728	1589,157	0,919651	0,003368

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

Προέλευση διακύμανσης	SS	βαθμοί ελευθερίας	MS	F	τιμή-P	κριτήριο F
Μεταξύ ομάδων	0,208132	1	0,208132	48,45942	4,02E-12	3,844152
Μέσα στις ομάδες	14,83482	3454	0,004295			
Σύνολο	15,04295	3455				

Η ανάλυση διασποράς για τον παράγοντα "Αριθμός επιπέδων ικανοποίησης" δείχνει τα εξής: $F > F_{crit}$ ($p\text{-value} < \alpha$) άρα η μηδενική υπόθεση H_0 απορρίπτεται. Φαίνεται ότι η ευστάθεια των αποτελεσμάτων είναι καλύτερη όταν χρησιμοποιούνται περισσότερα επίπεδα στην κλίμακα ικανοποίησης.



4.3.3. Ανάλυση διακύμανσης κατά δύο παράγοντες

Η σκοπιμότητα στη χρήση της ανάλυσης διασποράς κατά δυο παράγοντες, είναι η μελέτη της επιρροής των συνδυασμών όπου τουλάχιστον μια εκ δυο παραμέτρων δεν επηρεάζει τον *ASI*, ενώ ο συνδυασμός τους, δηλαδή η αλληλεπίδρασή τους, επηρεάζει την ευστάθεια των αποτελεσμάτων. Παρ' όλ' αυτά, θα εξεταστούν όλες οι περιπτώσεις αλληλεπίδρασης παραμέτρων ικανοποίησης, αναζητώντας χρήσιμα συμπεράσματα για τις συνθήκες που επιδρούν στην ευστάθεια των αποτελεσμάτων.

4.3.3.1 Αριθμός κριτηρίων (n)

Το n από μόνο του δεν φαίνεται να επηρεάζει τον ASI . Σε συνδυασμό όμως με το γ , τον *τύπο πελάτη*, το α_j και το D_e δεν ισχύει το ίδιο. Υπάρχει αλληλεπίδραση του n με καθένα από αυτούς τους παράγοντες, δηλαδή, η επίδραση του “ n ” στον ASI διαφέρει ανάλογα με την τιμή του άλλου παράγοντα. Παρακάτω φαίνονται τα διαγράμματα που προκύπτουν από την ανάλυση διασποράς για τους συνδυασμούς παραμέτρων.

➤ **Αριθμός κριτηρίων –κατώφλι προτίμησης**

SUMMARY	n=3	n=5	n=10	Total
$\gamma=1$				
Count	288	288	288	864
Sum	267,7024	269,4731	261,2897	798,4651
Average	0,929522	0,93567	0,907256	0,924149
Variance	0,006983	0,004503	0,003951	0,005283

$\gamma=2$				
Count	288	288	288	864
Sum	260,587	262,3085	261,3925	784,2879
Average	0,904816	0,910793	0,907613	0,907741
Variance	0,005542	0,003748	0,003547	0,004275

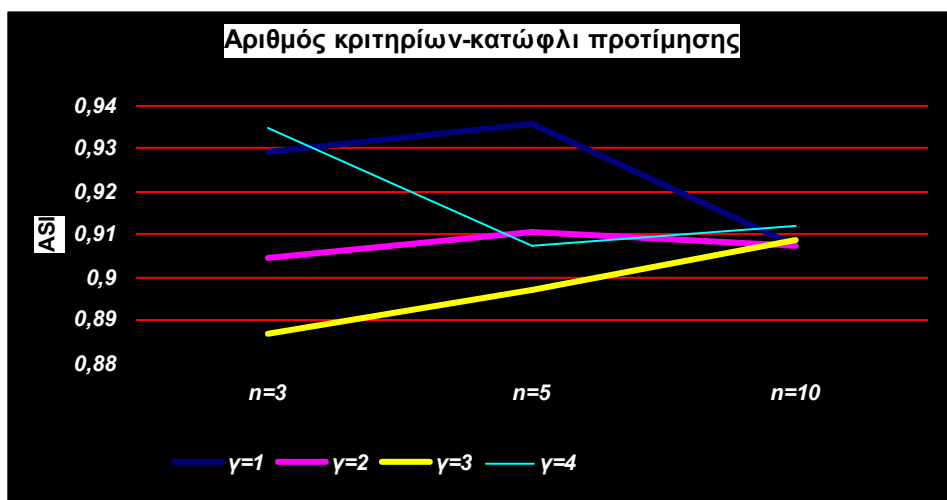
$\gamma=3$				
Count	288	288	288	864
Sum	255,4161	258,3332	261,6839	775,4332
Average	0,886861	0,89699	0,908625	0,897492
Variance	0,005437	0,004129	0,003303	0,004359

$\gamma=4$				
Count	288	288	288	864
Sum	269,2753	261,3477	262,6847	793,3077
Average	0,934984	0,907457	0,9121	0,91818
Variance	0,001177	0,004663	0,003043	0,003099

<i>Total</i>				
Count	1152	1152	1152	
Sum	1052,981	1051,462	1047,051	
Average	0,914046	0,912728	0,908898	
Variance	0,005148	0,004452	0,003456	

ANOVA						
Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit
Sample	0,358021	3	0,11934	28,6264	2,81E-18	2,607488
Columns	0,016474	2	0,008237	1,975778	0,13881	2,99834
Interaction	0,310809	6	0,051801	12,42573	6,77E-14	2,101217
Within	14,35765	3444	0,004169			

Μονότονη σχέση n - ASI εμφανίζεται στα σύνολα δεδομένων που δημιουργήθηκαν με $\gamma=3$. Όταν τα δεδομένα έχουν δημιουργηθεί με κατώφλι προτίμησης $\gamma=3$, η αύξηση του αριθμού των κριτηρίων οδηγεί σε καλύτερη ευστάθεια των αποτελεσμάτων ικανοποίησης. Για δεδομένα με $\gamma=1$ και $\gamma=2$, η αύξηση των κριτηρίων από 3 σε 5 οδηγεί σε βελτίωση της ευστάθειας, ενώ η περαιτέρω αύξηση του αριθμού των κριτηρίων την επιδεινώνει. Στην περίπτωση επιλογής ενός αρκετά μεγάλου κατωφλίου όπως $\gamma=4$, παρατηρείται αντίθετη συμπεριφορά του ASI , δηλαδή ο δείκτης μειώνεται σημαντικά από $n=3$ σε $n=5$ και αυξάνεται ελάχιστα από $n=5$ σε $n=10$.



➤ Αριθμός κριτηρίων –Τύπος πελάτη

SUMMARY	n=3	n=5	n=10	Total
<i>απαιτητικός</i>				
Count	384	384	384	1152
Sum	361,2992	356,9144	347,8981	1066,112
Average	0,940883	0,929465	0,905985	0,925444
Variance	0,003381	0,004119	0,003513	0,003876
<i>ουδέτερος</i>				
Count	384	384	384	1152
Sum	341,9414	347,6123	351,4753	1041,029
Average	0,890472	0,90524	0,9153	0,903671
Variance	0,005756	0,003329	0,003638	0,004338
<i>μη-απαιτητικός</i>				
Count	384	384	384	1152

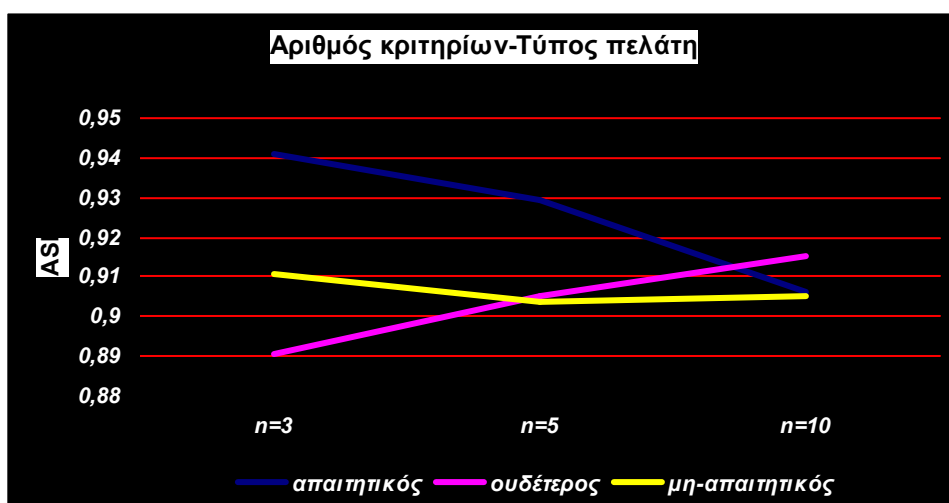
Sum	349,7401	346,9357	347,6775	1044,353
Average	0,910782	0,903478	0,90541	0,906557
Variance	0,005044	0,005507	0,003172	0,004576

Total				
Count	1152	1152	1152	
Sum	1052,981	1051,462	1047,051	
Average	0,914046	0,912728	0,908898	
Variance	0,005148	0,004452	0,003456	

ANOVA

Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit
Sample	0,322229	2	0,161114	38,70977	2,37E-17	2,998337
Columns	0,016474	2	0,008237	1,978994	0,138365	2,998337
Interaction	0,357448	4	0,089362	21,47033	1,63E-17	2,37451
Within	14,3468	3447	0,004162			
Total	15,04295	3455				

Κατά την μελέτη της αλληλεπίδρασης του πλήθους κριτηρίων με την απαιτητικότητα, μονότονη σχέση n - ASI εμφανίζεται για τον ουδέτερο πελάτη (αύξουσα) και τον απαιτητικό πελάτη (φθίνουσα). Δηλαδή, όταν είναι γνωστό εκ των προτέρων ότι τα δεδομένα περιέχουν απαντήσεις ουδέτερων πελατών, η αύξηση των κριτηρίων ικανοποίησης οδηγεί σε αύξηση του ASI . Αντιθέτως, η αύξηση των κριτηρίων, όταν μελετώνται απαντήσεις απαιτητικών πελατών, οδηγεί σε μείωση του ASI . Άλλωστε, αυτό σημαίνει και η αλληλεπίδραση της ανάλυσης διακύμανσης, ότι, δηλαδή, η επίδραση του n στην ευστάθεια των δεδομένων διαφέρει ανά κατηγορία δεδομένων (στη συγκεκριμένη περίπτωση κατηγορίες πελατών).



➤ **Αριθμός κριτηρίων –αριθμός επιπέδων κλίμακας ικανοποίησης**

SUMMARY	$\alpha_j=3$	$\alpha_j=5$	Total
<i>n=3</i>			
Count	576	576	1152
Sum	521,5777	531,4031	1052,981
Average	0,905517	0,922575	0,914046
Variance	0,007243	0,002916	0,005148

<i>n=5</i>			
Count	576	576	1152
Sum	526,123	525,3395	1051,462
Average	0,913408	0,912048	0,912728
Variance	0,004352	0,004558	0,004452

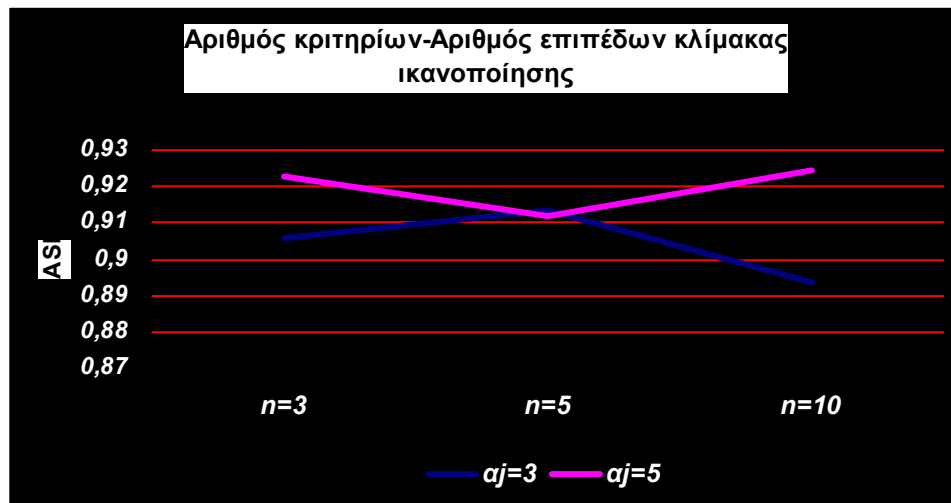
<i>n=10</i>			
Count	576	576	1152
Sum	514,6364	532,4143	1047,051
Average	0,893466	0,92433	0,908898
Variance	0,003886	0,002554	0,003456

<i>Total</i>			
Count	1728	1728	
Sum	1562,337	1589,157	
Average	0,90413	0,919651	
Variance	0,005222	0,003368	

ANOVA						
<i>Source of Variation</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>P-value</i>	<i>F crit</i>
Sample	0,016474	2	0,008237	1,937371	0,144239	2,998335
Columns	0,208132	1	0,208132	48,95449	3,13E-12	3,844155
Interaction	0,150555	2	0,075277	17,70595	2,24E-08	2,998335
Within	14,66779	3450	0,004252			
Total	15,04295	3455				

Δεν υπάρχει μονότονη σχέση n - ASI , σε σύνολα δεδομένων που κατηγοριοποιούνται με βάση τον αριθμό επιπέδων ικανοποίησης α_j . Η διαφορά που εξηγεί την αλληλεπίδραση μεταξύ των n και α_j είναι στη μορφή των καμπυλών. Η συμπεριφορά του δείκτη συναρτήσει του n για διαφορετικά α_j , είναι εντελώς διαφορετική. Όταν $\alpha_j=3$, στη βαθμίδα $n=5$ είναι η μέγιστη τιμή του δείκτη ενώ όταν $\alpha_j=5$ η ελάχιστη. Κάτι αντίστοιχο συμβαίνει και στην βαθμίδα $n=10$, όπως φαίνεται στο διάγραμμα.

Συνεπώς, η επιλογή πλήθους κριτηρίων σε μια έρευνα ικανοποίησης, επηρεάζεται σημαντικά από το πλήθος των επιπέδων της κλίμακας ικανοποίησης.



➤ Αριθμός κριτηρίων –επίπεδο απόκλισης

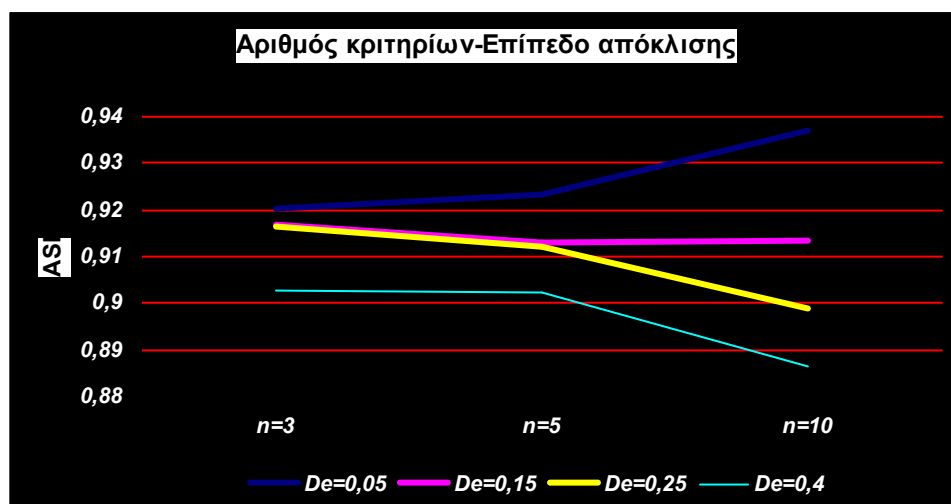
SUMMARY	De=0,05	De=0,15	De=0,25	De=0,4	Total
<i>n=3</i>					
Count	288	288	288	288	1152
Sum	265,0162	264,0784	263,9165	259,9697	1052,981
Average	0,920195	0,916939	0,916377	0,902673	0,914046
Variance	0,003465	0,004311	0,006377	0,006312	0,005148
<i>n=5</i>					
Count	288	288	288	288	1152
Sum	265,9094	262,9845	262,6671	259,9015	1051,462
Average	0,923297	0,91314	0,912038	0,902436	0,912728
Variance	0,004883	0,003734	0,004025	0,004991	0,004452
<i>n=10</i>					
Count	288	288	288	288	1152
Sum	269,8254	263,0098	258,9152	255,3004	1047,051
Average	0,936894	0,913229	0,899011	0,88646	0,908898
Variance	0,002018	0,002356	0,003611	0,004464	0,003456
<i>Total</i>					
Count	864	864	864	864	
Sum	800,751	790,0727	785,4987	775,1717	
Average	0,926795	0,914436	0,909142	0,897189	
Variance	0,0035	0,003462	0,004715	0,005301	

ANOVA

Source of	SS	df	MS	F	P-value	F crit
-----------	----	----	----	---	---------	--------

Variation						
Sample	0,016474	2	0,008237	1,955407	0,141664	2,99834
Columns	0,390789	3	0,130263	30,92434	1,01E-19	2,607488
Interaction	0,128466	6	0,021411	5,082933	3,33E-05	2,101217
Within	14,50723	3444	0,004212			
Total	15,04295	3455				

Χωρίζοντας το δείγμα δεδομένων σε υποσύνολα με βάση το επίπεδο απόκλισης D_e , και εξετάζοντας την συμπεριφορά του ASI σε σχέση με την αύξηση του αριθμού των κριτηρίων, παρατηρείται αύξηση του ASI όταν $D_e=0,05$ και μείωση του ASI για όλες τις υπόλοιπες τιμές του D_e . Η διαφορά της επίδρασης (αλληλεπίδραση $n-D_e$) του n στην ευστάθεια εντοπίζεται στην κατηγορία δεδομένων για $D_e=0,05$. Μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι όσο λιγότερο συνεπές είναι το δείγμα απαντήσεων που εξετάζουμε (όσο μεγαλύτερη είναι η απόκλιση D_e), η αύξηση του αριθμού των κριτηρίων επιδεινώνει την ευστάθεια των αποτελεσμάτων.



4.3.3.2. Απαιτητικότητα πελάτη

➤ Απαιτητικότητα-βαθμός παραχώρησης

SUMMARY	ε=0,07	ε=0,07	ε=0,14	ε=0,21	Total
απαιτητικός					
Count	288	288	288	288	1152
Sum	283,8152	268,7866	260,1623	253,3476	1066,112
Average	0,98547	0,933287	0,903341	0,879679	0,925444
Variance	0,000298	0,001612	0,002943	0,004422	0,003876

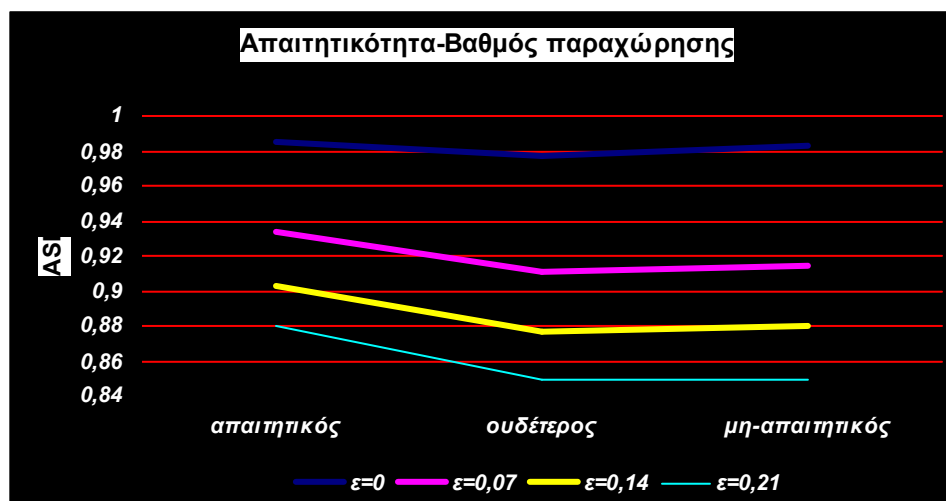
<i>ουδέτερος</i>					
Count	288	288	288	288	1152
Sum	281,5704	262,39	252,4465	244,6219	1041,029
Average	0,977675	0,911076	0,876551	0,849382	0,903671
Variance	0,000364	0,001376	0,002473	0,003936	0,004338

<i>μη-απαιτητικός</i>					
Count	288	288	288	288	1152
Sum	282,9314	263,4146	253,3719	244,6354	1044,353
Average	0,982401	0,914634	0,879764	0,849429	0,906557
Variance	0,000421	0,00133	0,00269	0,004076	0,004576

<i>Total</i>					
Count	864	864	864	864	
Sum	848,317	794,5912	765,9808	742,605	
Average	0,981848	0,919666	0,886552	0,859496	
Variance	0,000371	0,001531	0,002839	0,004339	

ANOVA						
<i>Source of Variation</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>P-value</i>	<i>F crit</i>
Sample	0,322229	2	0,161114	74,52428	2,07E-32	2,99834
Columns	7,207268	3	2,402423	1111,253	0	2,607488
Interaction	0,067855	6	0,011309	5,231134	2,26E-05	2,101217
Within	7,445602	3444	0,002162			
Total	15,04295	3455				

Η αλληλεπίδραση της απαιτητικότητας με τον βαθμό παραχώρησης δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλη. Η διαφορά στην συμπεριφορά του *ASI* όταν τα δεδομένα κατηγοριοποιούνται ανάλογα με το ε , έγκειται στις τιμές που παίρνει ο δείκτης συναρτήσεως του ε (φθίνει με την αύξηση του ε), όπως έγινε φανερό κατά την ανάλυση διασποράς για τον παράγοντα ε . Η συμπεριφορά του δείκτη με την μεταβολή της απαιτητικότητας δεν είναι μονότονη σε καμιά από τις κατηγορίες δεδομένων.



➤ **Απαιτητικότητα-επίπεδο απόκλισης**

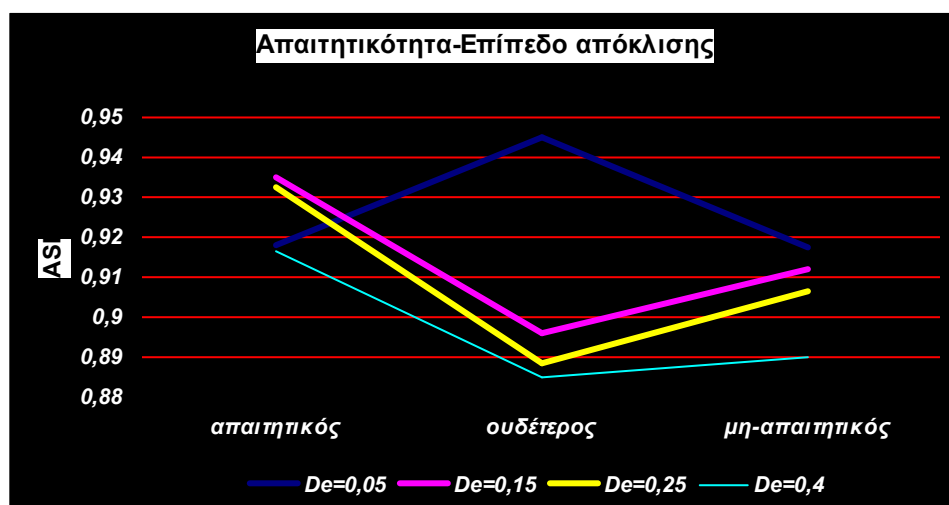
SUMMARY	De=0,05	De=0,15	De=0,25	De=0,4	Total
<i>απαιτητικός</i>					
Count	288	288	288	288	1152
Sum	264,3698	269,2942	268,5135	263,9342	1066,112
Average	0,917951	0,935049	0,932339	0,916438	0,925444
Variance	0,00519	0,002529	0,00346	0,004088	0,003876
<i>ουδέτερος</i>					
Count	288	288	288	288	1152
Sum	272,1736	258,0929	255,8954	254,8671	1041,029
Average	0,945047	0,896156	0,888526	0,884955	0,903671
Variance	0,00145	0,003814	0,004635	0,00514	0,004338
<i>μη-απαιτητικός</i>					
Count	288	288	288	288	1152
Sum	264,2076	262,6855	261,0898	256,3704	1044,353
Average	0,917388	0,912103	0,906562	0,890175	0,906557
Variance	0,003383	0,0033	0,005109	0,006141	0,004576
<i>Total</i>					
Count	864	864	864	864	
Sum	800,751	790,0727	785,4987	775,1717	
Average	0,926795	0,914436	0,909142	0,897189	
Variance	0,0035	0,003462	0,004715	0,005301	

ANOVA

Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit
Sample	0,322229	2	0,161114	40,07862	6,22E-18	2,99834
Columns	0,390789	3	0,130263	32,4041	1,19E-20	2,607488

Interaction	0,485196	6	0,080866	20,11612	3,06E-23	2,101217
Within	13,84474	3444	0,00402			
Total	15,04295	3455				

Σε αυτή την περίπτωση, τα δεδομένα ικανοποίησης κατηγοριοποιούνται με βάση το επίπεδο απόκλισης D_e . Όπως φαίνεται από το διάγραμμα, η βασική διαφορά στην πορεία του ASI κατά τη μεταβολή της απαιτητικότητας, είναι στην κλίση της καμπύλης του δείκτη, για διαφορετικά σύνολα δεδομένων με βάση το επίπεδο απόκλισης. Παρατηρείται ότι για όλα τα δεδομένα πλην εκείνων με επίπεδο απόκλισης $D_e=0,05$, ο δείκτης αρχικά μειώνεται και στη συνέχεια αυξάνεται. Ενώ, δηλαδή, για τις υπόλοιπες κατηγορίες δεδομένων, στην βαθμίδα απαιτητικότητας “ουδέτερος πελάτης” εντοπίζεται η ελάχιστη τιμή του δείκτη, για την περίπτωση δεδομένων με $D_e=0,05$ στην ίδια βαθμίδα απαιτητικότητας υπάρχει η μέγιστη τιμή του δείκτη ευστάθειας. Ακόμη και η ελάχιστη μείωση στη συνέπεια των απαντήσεων ικανοποίησης, οδηγεί σε αλλαγή της συμπεριφοράς του δείκτη.



➤ Απαιτητικότητα-κατώφλι προτίμησης

SUMMARY	$\gamma=1$	$\gamma=2$	$\gamma=3$	$\gamma=4$	Total
<i>απαιτητικός</i>					
Count	288	288	288	288	1152
Sum	275,8057	266,99144	260,30522	263,00934	1066,112
Average	0,9576587	0,9270536	0,9038376	0,9132269	0,925444
Variance	0,0030113	0,0029341	0,0043106	0,0036263	0,003876
<i>ουδέτερος</i>					

Count	288	288	288	288	1152
Sum	255,88137	257,23216	259,64664	268,26879	1041,029
Average	0,888477	0,8931672	0,9015508	0,9314888	0,903671
Variance	0,0054129	0,0047877	0,0038728	0,0021994	0,004338

μη-απαιτητικός

Count	288	288	288	288	1152
Sum	266,77805	260,06435	255,48135	262,02957	1044,353
Average	0,9263127	0,9030012	0,887088	0,9098249	0,906557
Variance	0,0050529	0,0045236	0,0047583	0,0032208	0,004576

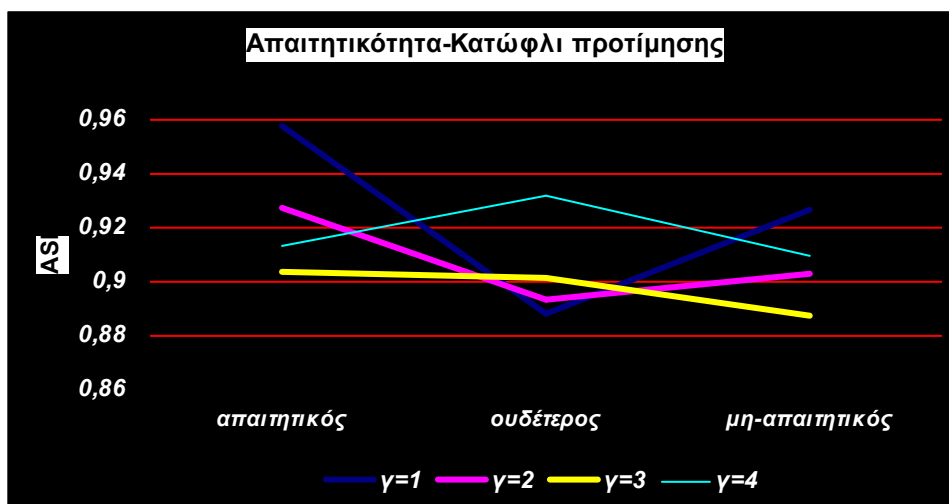
Total

Count	864	864	864	864
Sum	798,46512	784,28795	775,43321	793,3077
Average	0,9241494	0,9077407	0,8974921	0,9181802
Variance	0,0052829	0,0042752	0,004359	0,0030991

ANOVA

<i>Source of Variation</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>P-value</i>	<i>F crit</i>
Sample	0,3222289	2	0,1611144	40,522882	4,03E-18	2,99834
Columns	0,3580208	3	0,1193403	30,016001	3,77E-19	2,607488
Interaction	0,6697467	6	0,1116244	28,075352	6,41E-33	2,101217
Within	13,692958	3444	0,0039759			
Total	15,042954	3455				

Η επίδραση της απαιτητικότητας στην ευστάθεια διαφοροποιείται και ανάλογα με το κατώφλι προτίμησης των δεδομένων. Η πρώτη διαφοροποίηση που φαίνεται στο γράφημα κατά την μεταβολή της απαιτητικότητας από “απαιτητικός” σε “ουδέτερος”, είναι για τα δεδομένα με κατώφλι $\gamma=4$, όπου ο δείκτης ευστάθειας αυξάνεται, ενώ για τα υπόλοιπες κατηγορίες ο δείκτης μειώνεται. Κατά τη μετάβαση από “ουδέτερος” σε “μη-απαιτητικός”, η κλίση της καμπύλης του δείκτη αλλάζει πρόσημο, εκτός από το σύνολο με $\gamma=3$, όπου ο δείκτης εξακολουθεί να φθίνει. Το σύνολο δεδομένων που δημιουργήθηκε με κατώφλι $\gamma=3$ είναι το μοναδικό για το οποίο η σχέση απαιτητικότητας-*ASI* είναι μονότονη.



➤ **Απαιτητικότητα-αριθμός κριτηρίων**

SUMMARY	n=3	n=5	n=10	Total
<i>απαιτητικός</i>				
Count	384	384	384	1152
Sum	361,2992	356,9144	347,8981	1066,112
Average	0,940883	0,929465	0,905985	0,925444
Variance	0,003381	0,004119	0,003513	0,003876

<i>ουδέτερος</i>				
Count	384	384	384	1152
Sum	341,9414	347,6123	351,4753	1041,029
Average	0,890472	0,90524	0,9153	0,903671
Variance	0,005756	0,003329	0,003638	0,004338

<i>μη-απαιτητικός</i>				
Count	384	384	384	1152
Sum	349,7401	346,9357	347,6775	1044,353
Average	0,910782	0,903478	0,90541	0,906557
Variance	0,005044	0,005507	0,003172	0,004576

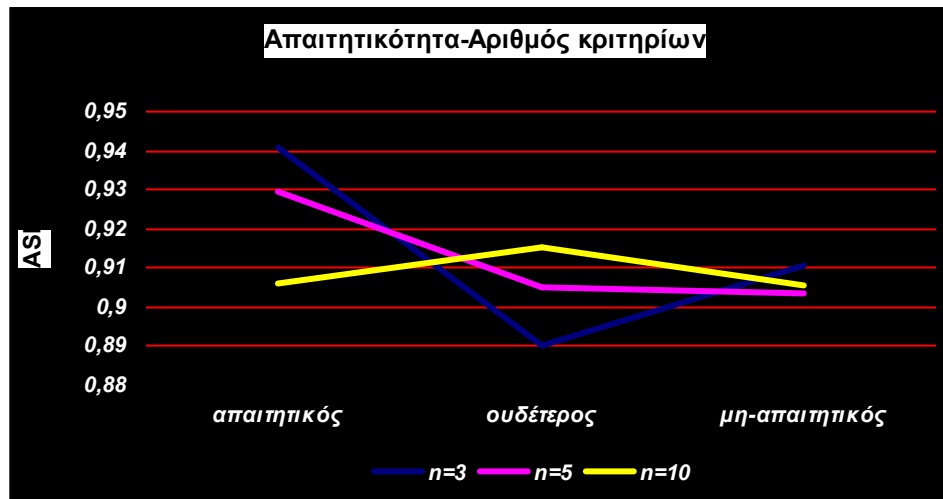
<i>Total</i>				
Count	1152	1152	1152	
Sum	1052,981	1051,462	1047,051	
Average	0,914046	0,912728	0,908898	
Variance	0,005148	0,004452	0,003456	

ANOVA

Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit
Sample	0,322229	2	0,161114	38,70977	2,37E-17	2,998337
Columns	0,016474	2	0,008237	1,978994	0,138365	2,998337

Interaction	0,357448	4	0,089362	21,47033	1,63E-17	2,37451
Within	14,3468	3447	0,004162			
Total	15,04295	3455				

Όταν τα δεδομένα κατηγοριοποιούνται σύμφωνα με τον αριθμό των κριτηρίων ικανοποίησης, η μεταβολή της απαιτητικότητας προκαλεί διαφορετική συμπεριφορά του δείκτη *ASI* μεταξύ των κατηγοριών. Μέσα στη γενικότερη αυξομείωση του δείκτη που παρατηρείται στο γράφημα, ενοπίζεται μια περίπτωση όπου η συμπεριφορά του *ASI* είναι μονότονη, για δεδομένα που έχουν παραχθεί με 5 κριτήρια ικανοποίησης. Σε αυτή την περίπτωση, όσο μειώνεται η απαιτητικότητα, μειώνεται και η ευστάθεια των αποτελεσμάτων.



➤ Απαιτητικότητα-αριθμός επιπέδων κλίμακας ικανοποίησης

SUMMARY	aj=3	aj=5	Total
<i>απαιτητικός</i>			
Count	576	576	1152
Sum	531,2351	534,8766	1066,112
Average	0,922283	0,928605	0,925444
Variance	0,003982	0,003757	0,003876
<i>ουδέτερος</i>			
Count	576	576	1152
Sum	515,5979	525,431	1041,029
Average	0,895135	0,912207	0,903671
Variance	0,00551	0,003027	0,004338
<i>μη-απαιτητικός</i>			

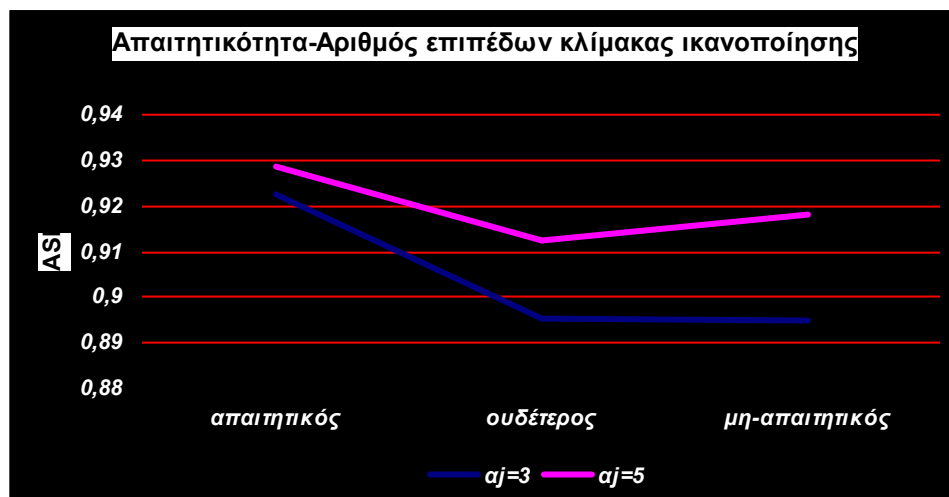
Count	576	576	1152
Sum	515,504	528,8493	1044,353
Average	0,894972	0,918141	0,906557
Variance	0,005696	0,003194	0,004576

<i>Total</i>			
Count	1728	1728	
Sum	1562,337	1589,157	
Average	0,90413	0,919651	
Variance	0,005222	0,003368	

ANOVA

<i>Source of Variation</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>P-value</i>	<i>F crit</i>
Sample	0,322229	2	0,161114	38,41178	3,17E-17	2,998335
Columns	0,208132	1	0,208132	49,62131	2,24E-12	3,844155
Interaction	0,041909	2	0,020954	4,995788	0,006815	2,998335
Within	14,47068	3450	0,004194			
Total	15,04295	3455				

Η σχέση Απαιτητικότητας-*ASI* διαφέρει ανάλογα με την κατηγορία δεδομένων. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, οι διαφορετικότητα των κατηγοριών έγκειται στον αριθμό των επιπέδων της κλίμακας ικανοποίησης α_j . Παρατηρείται ότι όταν τα επίπεδα είναι $\alpha_j=3$, τότε η σχέση Απαιτητικότητας-*ASI* είναι φθίνουσα, ενώ όταν $\alpha_j=5$ δεν υπάρχει μονότονη συμπεριφορά του δείκτη με την μεταβολή της απαιτητικότητας.



4.3.3.3. Κατώφλι προτίμησης (γ)

➤ Κατώφλι προτίμησης-Αριθμός κριτηρίων

SUMMARY	n=3	n=5	n=10	Total
$\gamma=1$				
Count	288	288	288	864
Sum	267,7024	269,4731	261,2897	798,4651
Average	0,929522	0,93567	0,907256	0,924149
Variance	0,006983	0,004503	0,003951	0,005283

$\gamma=2$				
Count	288	288	288	864
Sum	260,587	262,3085	261,3925	784,2879
Average	0,904816	0,910793	0,907613	0,907741
Variance	0,005542	0,003748	0,003547	0,004275

$\gamma=3$				
Count	288	288	288	864
Sum	255,4161	258,3332	261,6839	775,4332
Average	0,886861	0,89699	0,908625	0,897492
Variance	0,005437	0,004129	0,003303	0,004359

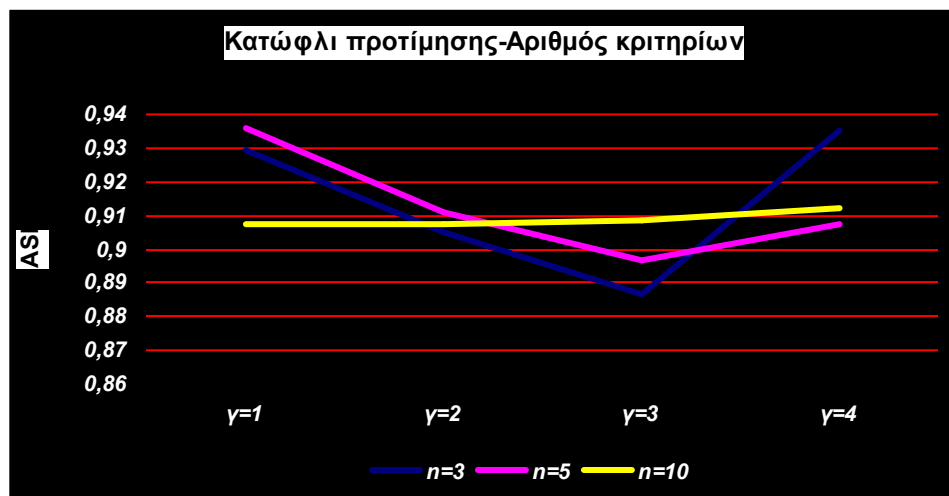
$\gamma=4$				
Count	288	288	288	864
Sum	269,2753	261,3477	262,6847	793,3077
Average	0,934984	0,907457	0,9121	0,91818
Variance	0,001177	0,004663	0,003043	0,003099

<i>Total</i>				
Count	1152	1152	1152	
Sum	1052,981	1051,462	1047,051	
Average	0,914046	0,912728	0,908898	
Variance	0,005148	0,004452	0,003456	

ANOVA						
<i>Source of Variation</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>P-value</i>	<i>F crit</i>
Sample	0,358021	3	0,11934	28,6264	2,81E-18	2,607488
Columns	0,016474	2	0,008237	1,975778	0,13881	2,99834
Interaction	0,310809	6	0,051801	12,42573	6,77E-14	2,101217
Within	14,35765	3444	0,004169			
Total	15,04295	3455				

Όταν τα δεδομένα κατηγοριοποιούνται σύμφωνα με τον αριθμό κριτηρίων, υπάρχει έντονη διαφοροποίηση στη συμπεριφορά του δείκτη ευστάθειας συναρτήσει την

αύξησης του γ . Στο σύνολο δεδομένων με 10 κριτήρια ικανοποίησης, η καμπύλη του δείκτη είναι αύξουσα, γεγονός που υποδεικνύει ασταθή αποτελέσματα.



➤ **Κατώφλι προτίμησης-Αριθμός επιπέδων κλίμακας ικανοποίησης**

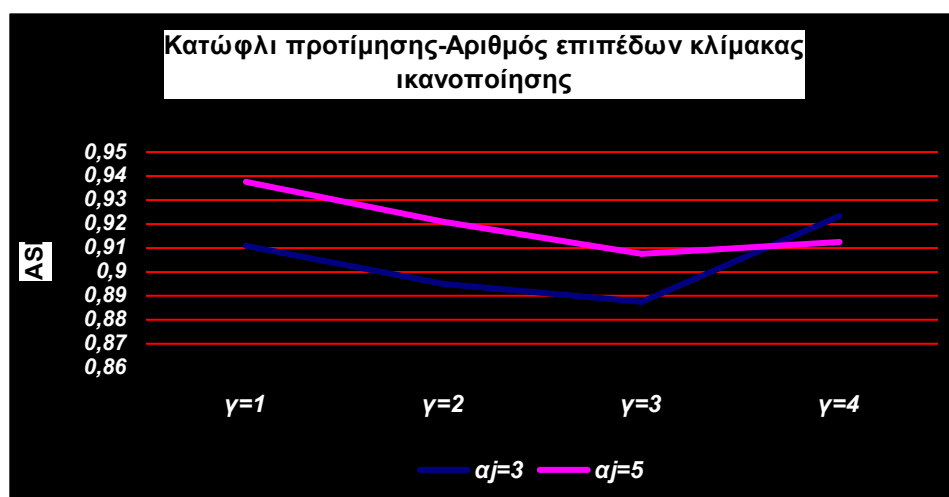
SUMMARY	$\alpha_j=3$	$\alpha_j=5$	Total
$\gamma=1$			
Count	432	432	864
Sum	393,3373	405,1278	798,4651
Average	0,910503	0,937796	0,924149
Variance	0,006781	0,003424	0,005283
$\gamma=2$			
Count	432	432	864
Sum	386,4964	397,7916	784,2879
Average	0,894668	0,920814	0,907741
Variance	0,005676	0,002541	0,004275
$\gamma=3$			
Count	432	432	864
Sum	383,4984	391,9348	775,4332
Average	0,887728	0,907256	0,897492
Variance	0,005336	0,003201	0,004359
$\gamma=4$			
Count	432	432	864
Sum	399,005	394,3027	793,3077
Average	0,923623	0,912738	0,91818
Variance	0,002349	0,003797	0,003099
Total			
Count	1728	1728	

Sum	1562,337	1589,157
Average	0,90413	0,919651
Variance	0,005222	0,003368

ANOVA

Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit
Sample	0,358021	3	0,11934	28,83891	2,07E-18	2,607485
Columns	0,208132	1	0,208132	50,29561	1,6E-12	3,844157
Interaction	0,208397	3	0,069466	16,7866	7,98E-11	2,607485
Within	14,2684	3448	0,004138			
Total	15,04295	3455				

Η σχέση γ - ASI , σύμφωνα με τα αποτελέσματα της ανάλυσης διασποράς κατά δύο παράγοντες, διαφέρει ανάλογα με την κατηγορία δεδομένων, όταν οι κατηγορίες χαρακτηρίζονται από τον αριθμό επιπέδων κλίμακας ικανοποίησης. Η μορφή των δύο καμπυλών του σχήματος δεν διαφέρει όσον αφορά στην πορεία του δείκτη, ο οποίος μειώνεται μέχρι το κατώφλι $\gamma=3$ και αυξάνεται κατά τη μετάβαση στο τελευταίο κατώφλι $\gamma=4$. Ωστόσο, σύμφωνα με τα δεδομένα του διαγράμματος, η διαφορά υπάρχει στην τιμή του δείκτη για τις δυο ακραίες τιμές του κατωφλίου. Δηλαδή, για το σύνολο δεδομένων με $\alpha_j=3$, υπάρχει μια ραγδαία αύξηση της τιμής του δείκτη κατά τη μετάβαση στη τελευταία βαθμίδα του γ , η οποία ξεπερνά την τιμή που αντιστοιχεί στο ελάχιστο γ . Για τα δεδομένα με $\alpha_j=5$, η τιμή του δείκτη για το μέγιστο γ είναι σαφώς μικρότερη από την τιμή για το ελάχιστο γ .



➤ Κατώφλι προτίμησης-Βαθμός παραχώρησης

SUMMARY	$\varepsilon=0$	$\varepsilon=0,07$	$\varepsilon=0,14$	$\varepsilon=0,21$	Total
---------	-----------------	--------------------	--------------------	--------------------	-------

$\gamma=1$					
Count	216	216	216	216	864
Sum	212,1175	201,5652	195,2091	189,5733	798,4651
Average	0,982025	0,933172	0,903746	0,877654	0,924149
Variance	0,000544	0,00254	0,004787	0,007298	0,005283

$\gamma=2$					
Count	216	216	216	216	864
Sum	211,9228	197,9187	190,5318	183,9146	784,2879
Average	0,981124	0,91629	0,882092	0,851457	0,907741
Variance	0,00038	0,001389	0,002405	0,003659	0,004275

$\gamma=3$					
Count	216	216	216	216	864
Sum	211,9753	195,8285	187,2005	180,4289	775,4332
Average	0,981367	0,906613	0,866669	0,835319	0,897492
Variance	0,000278	0,001022	0,001842	0,002364	0,004359

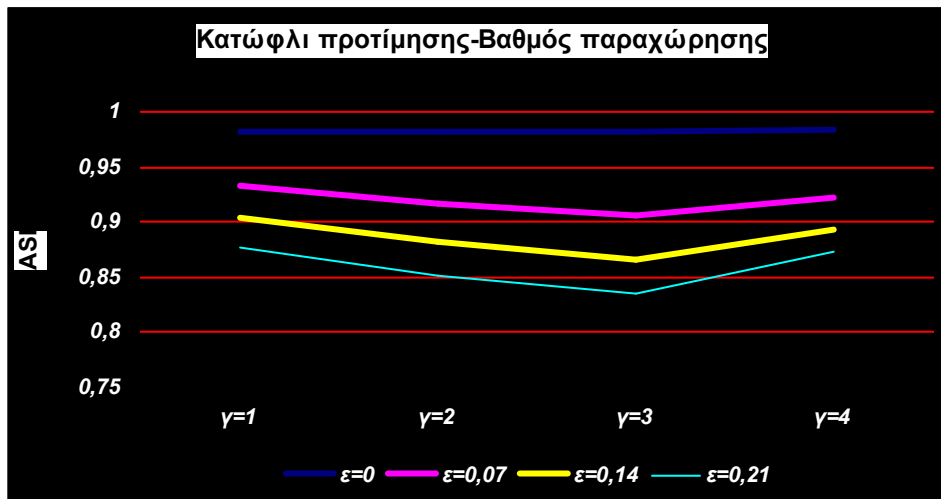
$\gamma=4$					
Count	216	216	216	216	864
Sum	212,3015	199,2788	193,0393	188,6881	793,3077
Average	0,982877	0,922587	0,893701	0,873556	0,91818
Variance	0,000285	0,000819	0,001594	0,002914	0,003099

<i>Total</i>					
Count	864	864	864	864	
Sum	848,317	794,5912	765,9808	742,605	
Average	0,981848	0,919666	0,886552	0,859496	
Variance	0,000371	0,001531	0,002839	0,004339	

ANOVA						
<i>Source of Variation</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>P-value</i>	<i>F crit</i>
Sample	0,358021	3	0,11934	55,96063	2,59E-35	2,607491
Columns	7,207268	3	2,402423	1126,536	0	2,607491
Interaction	0,141606	9	0,015734	7,377929	9,92E-11	1,882598
Within	7,336059	3440	0,002133			
Total	15,04295	3455				

Η σχέση του κατωφλίου προτίμησης με τον *ASI* διαφέρει ανάλογα με την κατηγορία δεδομένων, όταν αυτά κατηγοριοποιούνται με βάση τον βαθμό παραχώρησης. Η αλληλεπίδραση των δύο παραμέτρων δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλη σε σύγκριση με την επίδραση καθεμιάς εκ των παραμέτρων ξεχωριστά, παρ' όλ' αυτά, παρατηρώντας το διάγραμμα είναι εμφανές ότι: η καμπύλη του δείκτη ευστάθειας, που χαρακτηρίζεται από τον βαθμό παραχώρησης, μετατοπίζεται προς μικρότερες τιμές του δείκτη όσο

το ε αυξάνεται. Επίσης, η καμπύλη που απεικονίζει την ευστάθεια των αποτελεσμάτων δεδομένων με το ελάχιστο ε ($\varepsilon=0$) είναι σχεδόν ευθεία, ενώ οι καμπύλες που αντιστοιχούν σε δεδομένα με μεγαλύτερο ε παρουσιάζουν μια συγκριτικά αξιοσημείωτη αυξομείωση.



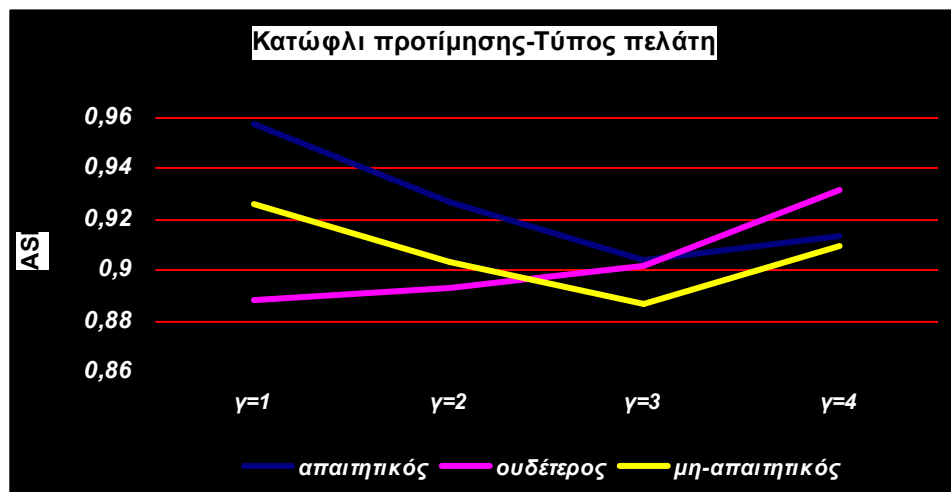
➤ Κατώφλι προτίμησης-Τύπος πελάτη

SUMMARY	απαιτητικός	ουδέτερος	μη-απαιτητικός	Total
$\gamma=1$				
Count	288	288	288	864
Sum	275,8057035	255,8813734	266,77805	798,4651
Average	0,957658693	0,888476991	0,9263127	0,924149
Variance	0,003011305	0,005412856	0,0050529	0,005283
$\gamma=2$				
Count	288	288	288	864
Sum	266,9914373	257,2321617	260,06435	784,2879
Average	0,927053602	0,893167228	0,9030012	0,907741
Variance	0,002934105	0,004787712	0,0045236	0,004275
$\gamma=3$				
Count	288	288	288	864
Sum	260,3052241	259,6466371	255,48135	775,4332
Average	0,903837584	0,901550823	0,887088	0,897492
Variance	0,004310558	0,003872797	0,0047583	0,004359
$\gamma=4$				
Count	288	288	288	864
Sum	263,0093404	268,2687857	262,02957	793,3077
Average	0,913226876	0,931488839	0,9098249	0,91818

Variance	0,003626257	0,002199428	0,0032208	0,003099
----------	-------------	-------------	-----------	----------

<i>Total</i>						
Count	1152	1152	1152			
Sum	1066,111705	1041,028958	1044,3533			
Average	0,925444189	0,90367097	0,9065567			
Variance	0,003875989	0,004337717	0,0045758			
ANOVA						
<i>Source of Variation</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>P-value</i>	<i>F crit</i>
Sample	0,358020756	3	0,1193403	30,016	3,77E-19	2,607488
Columns	0,322228868	2	0,1611144	40,52288	4,03E-18	2,99834
Interaction	0,669746696	6	0,1116244	28,07535	6,41E-33	2,101217
Within	13,69295763	3444	0,0039759			
Total	15,04295395	3455				

Τα δεδομένα σε αυτή την περίπτωση κατηγοριοποιούνται με βάσει την απαιτητικότητα του πελάτη. Η επίδραση του κατωφλίου προτίμησης στην ευστάθεια εξαρτάται από τον τύπο του πελάτη. Στο διάγραμμα φαίνεται καθαρά, ότι μόνο στα δεδομένα που προκύπτουν από απαντήσεις ουδέτερων πελατών υπάρχει μονότονη σχέση μεταξύ γ και δείκτη ευστάθειας. Συγκεκριμένα, η τιμή του δείκτη βελτιώνεται με την αύξηση του γ .



5. Συμπεράσματα

5.1 Ανακεφαλαίωση

Στα πλαίσια της εργασίας, επιχειρήθηκε η προσέγγιση του προβλήματος της μέτρησης ικανοποίησης πελατών με χρήση της πολυκριτήριας μεθόδου MUSA. Το ερώτημα που τέθηκε στα πλαίσια της εργασίας ήταν αν υπάρχει τρόπος επιλογής κατάλληλων τιμών των παραμέτρων του γενικευμένου μοντέλου MUSA. Η διερεύνηση βασίστηκε στην μελέτη της ευστάθειας και της προσαρμογή των αποτελεσμάτων ικανοποίησης κατά τη μεταβολή των τιμών των παραμέτρων. Τα σύνολα δεδομένων ικανοποίησης καλύπτουν όλο το φάσμα των τιμών των παραμέτρων σε όλους τους πιθανούς συνδυασμούς.

Η επιλογή των παραμέτρων του γενικευμένου μοντέλου MUSA, εστιάζεται κυρίως:

- α) στον καθορισμό των κατωφλίων προτίμησης γ , γ_i και
- β) στην επιλογή του βαθμού παραχώρησης ε κατά τη φάση μεταβελτιστοποίησης.

Η εργασία στοχεύει στο να συμπεριλάβει στη μελέτη και τις υπόλοιπες παραμέτρους του μοντέλου. Όσον αφορά στην επιλογή κατάλληλων τιμών των παραμέτρων εισόδου, όταν αυτή είναι εφικτή, η ανάλυση καταλήγει στα εξής βασικότερα συμπεράσματα:

Προσαρμογή αποτελεσμάτων: Απο την ανάλυση προκύπτει ότι η επίπτωση της μεταβολής των n και α_j , παραμέτρων που σχετίζονται με το μέγεθος του προβλήματος, στον AFI_2 είναι μεγαλύτερη απ' ότι στους άλλους δείκτες προσαρμογής. Επίσης η αύξηση των τιμών των μεταβλητών αυτών οδηγεί σε ανταγωνιστική σχέση των δεικτών προσαρμογής. Οι $AFI_{1,3}$ αυξάνουν σε αντίθεση με τον AFI_2 ο οποίος φθίνει σημαντικά. Η επιλογή τιμών για τις παραμέτρους έγκειται στην επιλογή του δείκτη προσαρμογής που θα χρησιμοποιηθεί.

Ο AFI_2 παρουσιάζει ιδιαίτερη ευαισθησία στην αύξηση του επιπέδου απόκλισης D_e , με πτώση στην απόδοσή του, ενώ λιγότερο σημαντική πτώση εμφανίζουν και οι $AFI_{1,3}$. Η αύξηση του μεγέθους δείγματος οδηγεί σε πτώση τον AFI_2 , και αφήνει σχεδόν ανεπηρέαστους τους $AFI_{1,3}$.

Ο μεταβολή της απαιτητικότητας δεν οδηγεί σε μονότονη συμπεριφορά των δεικτών προσαρμογής, ενώ μπορεί να σημειωθεί ότι απαντήσεις ικανοποίησης που

αντιστοιχούν σε απαιτητικούς πελάτες, δίνουν αποτελέσματα με συγκριτικά καλύτερη προσαρμογή.

Ευστάθεια αποτελεσμάτων: Ο δείκτης ευστάθειας παρουσιάζει ευαισθησία στη μεταβολή της παραμέτρου D_e . Η αύξηση του D_e έχει σχετικά σημαντική επίδραση στην απόδοση του ASI , η οποία επιδεινώνεται. Επίσης, η επιλογή περισσότερων επιπέδων στην κλίμακα ικανοποίησης φαίνεται να επιδρά θετικά στην ευστάθεια των αποτελεσμάτων.

Το μέγεθος δείγματος και ο αριθμός κριτηρίων είναι παράμετροι χωρίς στατιστική σημαντικότητα, γεγονός που σημαίνει ότι δεν επηρεάζουν σημαντικά την ευστάθεια των αποτελεσμάτων ικανοποίησης. Συγκεκριμένα, ο αριθμός κριτηρίων εμφανίζει επιρροή στην ευστάθεια σε συνδυασμό με άλλες παραμέτρους όπως περιγράφεται διεξοδικά στην §4.3.3.

Ο τύπος πελάτη, σύμφωνα με την ανάλυση, επηρεάζει την ευστάθεια όπως ακριβώς την προσαρμογή των αποτελεσμάτων, δηλαδή, απαντήσεις ικανοποίησης που αντιστοιχούν σε απαιτητικούς πελάτες, δίνουν αποτελέσματα με συγκριτικά καλύτερη ευστάθεια.

5.2. Συμπεράσματα

Οι παράμετροι με περιθώριο επιλογής, ανάλογα με τα δεδομένα και τις απαιτήσεις ενός διεξάγοντα μιας έρευνας ικανοποίησης, είναι το κατώφλι προτίμησης και ο βαθμός παραχώρησης. Το πρόβλημα της επιλογής κατάλληλων τιμών για τις παραμέτρους γ , γ_i και ε , αποτελεί σημαντικό αντικείμενο περαιτέρω έρευνας. Στην παράγραφο αυτή εξετάζεται η επιρροή των διαφορετικών τιμών των παραμέτρων γ και ε στην προσαρμογή και την ευστάθεια των αποτελεσμάτων της μεθόδου.

5.2.1. Κατώφλια προτίμησης

Η επιλογή των κατωφλίων προτίμησης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την ευστάθεια των αποτελεσμάτων ενός συγκεκριμένου προβλήματος αξιολόγησης της ικανοποίησης. Σε περίπτωση ευστάθειας των αποτελεσμάτων τόσο ο μέσος δείκτης προσαρμογής AFI όσο και ο μέσος δείκτης ευστάθειας ASI έχουν τιμές αρκετά κοντά

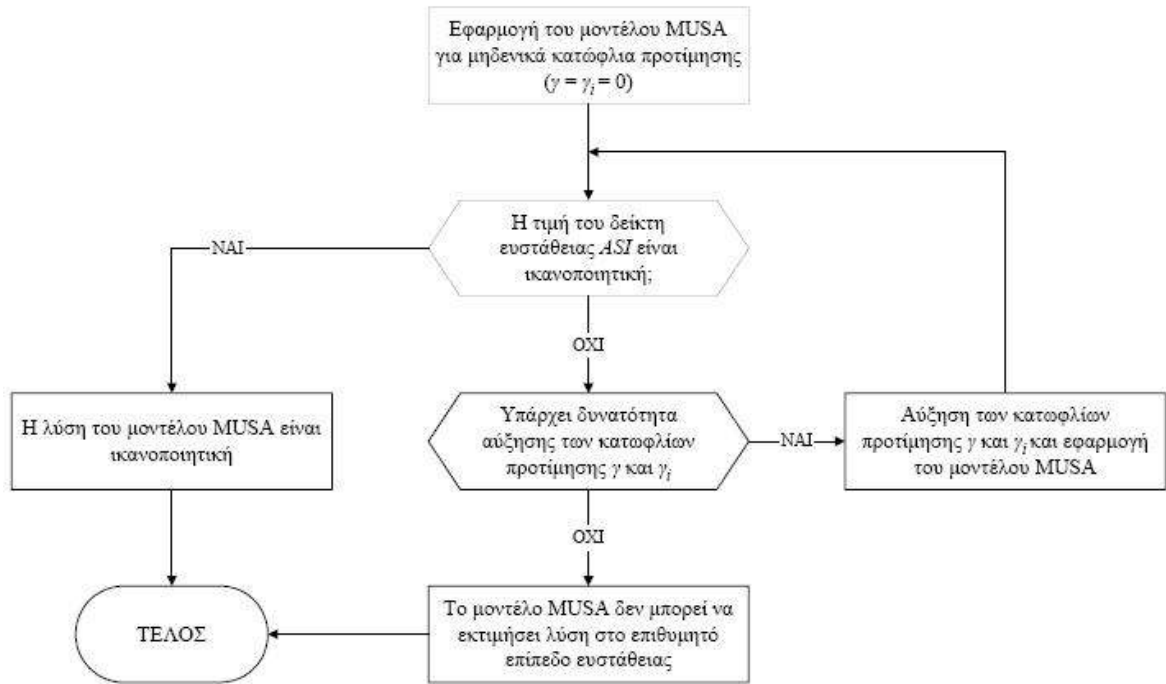
στο 100% για $\gamma = \gamma_i = 0$. Η αύξηση των τιμών για τα κατώφλια προτίμησης γ και γ_i επιφέρει επιδείνωση τόσο της προσαρμογής, όσο και της ευστάθειας των αποτελεσμάτων της μεθόδου. Το αποτέλεσμα αυτό φαίνεται αρκετά λογικό, δεδομένου ότι τα κατώφλια προτίμησης αποτελούν ουσιαστικά ένα κάτω φράγμα των μεταβλητών w_{ik} και z_m της μεθόδου MUSA. Αυξάνοντας τα τιμές των κατωφλίων προτίμησης, το μοντέλο «αναγκάζεται» να δώσει υποχρεωτικά σε κάθε κριτήριο ένα ελάχιστο βάρος ίσο με $\frac{\gamma_i(a_i - 1)}{100}$. Με αυτόν τον τρόπο αναιρείται η αρχική ευστάθεια

και προσαρμογή των αποτελεσμάτων της μεθόδου. Με βάση τα προηγούμενα συμπεράσματα και παρατηρήσεις, σε περίπτωση ευστάθειας των αποτελεσμάτων της μεθόδου θα πρέπει να προτιμούνται μηδενικά κατώφλια προτίμησης ($\gamma = \gamma_i = 0$).

Στην περίπτωση ασταθών αποτελεσμάτων φαίνεται μια «ανταγωνιστική» σχέση ανάμεσα στους δείκτες *AFI* και *ASI*: η αύξηση των τιμών για τα κατώφλια προτίμησης γ και γ_i οδηγεί σε αύξηση του μέσου δείκτη ευστάθειας *ASI* αλλά και σε ταυτόχρονη μείωση του μέσου δείκτη προσαρμογής *AFI*. Το αποτέλεσμα αυτό δικαιολογείται από το γεγονός ότι οι τιμές των κατωφλίων προτίμησης καθορίζουν το ελάχιστο βάρος κάθε κριτηρίου, όπως έχει αναφερθεί και προηγουμένως. Έτσι, σε περίπτωση αστάθειας των αποτελεσμάτων, αυξάνοντας τις τιμές των κατωφλίων προτίμησης μειώνεται η διακύμανση που παρατηρείται στον πίνακα μεταβελτιστοποίησης και άρα βελτιώνεται ο μέσος δείκτης ευστάθειας *ASI*. Γενικά, για την επιλογή κατάλληλων τιμών των κατωφλίων προτίμησης γ και γ_i θα πρέπει να ακολουθείται η διαδικασία που παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.1.

Τέλος, θα πρέπει να τονισθεί ιδιαίτερα ότι η μεταβολή των τιμών για τα κατώφλια προτίμησης απαιτεί μεγάλη προσοχή για τους εξής λόγους:

1. Αυθαίρετα μεγάλη αύξηση των γ και γ_i μπορεί να διαστρεβλώσει την πληροφορία των δεδομένων: μεγάλες τιμές των συγκεκριμένων παραμέτρων απαιτούν ισχυρότερες παραδοχές για τις σχέσεις προτίμησης (2.19). Η βασική λογική αυτής της διαδικασίας προτείνεται από τους Jacquet-Lagrèze και Siskos (1982).



Σχήμα 5.1: Διαδικασία επιλογής τιμών για τα κατώφλια προτίμησης γ και γ_i

2. Με βάση τις τιμές γ_i , το ελάχιστο βάρος κάθε κριτηρίου i είναι $\frac{\gamma_i(a_i - 1)}{100}$. Η

παραδοχή αυτή πρέπει να επιβεβαιώνεται από το αποφασίζοντα.

3. Από το γενικευμένο μοντέλο MUSA έχουμε:

$$\begin{cases} \sum_{m=1}^{a-1} z'_m = 100 - \gamma(a-1) \\ \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{a_i-1} w'_{ik} = 100 - \sum_{i=1}^n \gamma_i(a_i - 1) \\ z'_m \geq 0, w'_{ik} \geq 0 \quad \forall m, i, k \end{cases} \quad (5.1)$$

Άρα, τα κατώφλια προτίμησης πρέπει να ικανοποιούν τις ακόλουθες σχέσεις, ώστε να αποφεύγονται αρνητικές τιμές του β' μέλους των εξισώσεων του γ.π. (2.23):

$$\begin{cases} \gamma(a-1) \leq 100 \\ \sum_{i=1}^n \gamma(a_i - 1) \leq 100 \end{cases} \quad (5.2)$$

Σε περίπτωση επιλογής $\gamma = \gamma_i \quad \forall i$ η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$$\gamma \leq \min \left\{ \frac{100}{(a-1)}, \frac{100}{\sum_{i=1}^n (a_i - 1)} \right\} \quad (5.3)$$

5.2.2. Βαθμός παραχώρησης

Ο βαθμός παραχώρησης ε δεν επηρεάζει την προσαρμογή της μεθόδου MUSA, δεδομένου ότι ο μέσος δείκτης προσαρμογής AFI δεν εξαρτάται από τα αποτελέσματα της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης. Επίσης, είναι αρκετά σημαντικό να τονισθεί ότι στο σύνολο σχεδόν των πραγματικών εφαρμογών ισχύει: $F^* > 0$. Έτσι, η παράμετρος ε μπορεί να ορισθεί ως ένα ποσοστό της βέλτιστης τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης F^* . Τόσο στην περίπτωση ευσταθών αποτελεσμάτων όσο και στην περίπτωση αστάθειας των αποτελεσμάτων της μεθόδου φαίνεται ότι η αύξηση του βαθμού παραχώρησης ε οδηγεί σε μείωση του μέσου δείκτη ευστάθειας ASI . Η μείωση αυτή της ευστάθειας των αποτελεσμάτων από την αύξηση του βαθμού παραχώρησης δικαιολογείται από τη λογική της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης: αύξηση της τιμής της παραμέτρου ε σημαίνει αύξηση του χώρου των ημιβέλτιστων λύσεων (βλ. §2.3). Σε περίπτωση αστάθειας των αποτελεσμάτων, η μείωση του δείκτη ASI είναι συγκριτικά μεγαλύτερη απ' ό,τι στην περίπτωση ευστάθειας, καθώς αυξάνεται ο βαθμός παραχώρησης ε . Το γεγονός αυτό δεν οφείλεται στην τιμή της παραμέτρου ε αλλά στη συνολική τιμή της παραχώρησης $(1 + \varepsilon) F^*$ κατά τη φάση μεταβελτιστοποίησης. Γενικά, όπως έχει ήδη αναφερθεί, ο βαθμός παραχώρησης ε επιλέγεται πάντοτε ως ένα μικρό ποσοστό της F^* ενώ κατά τη διαδικασία επιλογής τιμών για την παράμετρο αυτή θα πρέπει να δοθεί προσοχή στα εξής σημεία:

- Η τιμή της παραμέτρου ε δεν πρέπει να είναι ιδιαίτερα υψηλή, ώστε αφενός να μη διαστρεβλώνεται η πληροφορία που δίνει η ανάλυση μεταβελτιστοποίησης και αφετέρου να μη μειώνεται το επίπεδο ευστάθειας των αποτελεσμάτων.
- Η τιμή της παραμέτρου ε δεν πρέπει να είναι πολύ χαμηλή, διότι σε αυτή την περίπτωση δε δίνεται η δυνατότητα διερεύνησης του χώρου των ημιβέλτιστων λύσεων από τη φάση της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης της μεθόδου.

5.3. Μελλοντικές επεκτάσεις

- Μελέτη μεγαλύτερου διαστήματος τιμών για τις παραμέτρους, π.χ. μελέτη προσαρμογής και ευστάθειας δείγματος μεγέθους 1500 ή 2000 απαντήσεων ικανοποίησης.
- Μελέτη της ομοιογένειας των δεδομένων (ποιότητας δεδομένων). Η ποιότητα των δεδομένων δεν καθορίζεται αποκλειστικά από τη συνέπεια των απαντήσεων με όρους απόκλισης (επίπεδο απόκλισης D_e), αλλά και από τη διαφορετικότητα των απαντήσεων έτσι ώστε το δείγμα να αποτελείται από ανεξάρτητες μη-επαναλαμβανόμενες απαντήσεις που καλύπτουν όλο το φάσμα της ικανοποίησης.
- Εξέταση διαφορετικών μοντέλων MUSA, εκτός από τη γενικευμένη μορφή του μοντέλου (§2.5.1). Το πείραμα για τη μελέτη της επίδρασης των παραμέτρων στην ευστάθεια και την προσαρμογή των αποτελεσμάτων ικανοποίησης μπορεί να διεξαχθεί με βάση τις εναλλακτικές αντικειμενικές συναρτήσεις της § 2.5.2.

Παράρτημα Ι: Κώδικας matlab

```
%--- Ορίζω τους πίνακες που θα δεχτούν τις τιμές των δεικτών ---%

deiktis=[]; %--- πίνακας για τις τιμές του δείκτη ASI ---%
AFI=[];
AFI_2=[];
AFI_3=[];

options=optimset('linprog'); %---Καθορίζω την δομή επιλογών βελτιστοποίησης "newopts"
newopts=optimset(options,'MaxIter',5000); %---χρησιμοποιώντας τις default επιλογές "options" της "linprog"
                                         %---και αυξάνοντας την παράμετρο "MaxIter" δηλαδή τον μέγιστο
                                         %---αριθμό ανακυκλώσεων για την εύρεση βέλτιστης λύσης.

ή
newopts=optimset(options,'MaxIter',5000,'LargeScale','off','Simplex','on'); %--- είναι η περίπτωση όπου
                                         %---προτιμάται ο αλγόριθμος Simplex
                                         %---αντί του Interior point.

for number=100:450:1000 %---"number" είναι το μέγεθος δείγματος.Παίρνει διαδοχικά
                        %---τιμές M=100, M=550 και M=1000.

for g=... %---Η τιμή της παραμέτρου "γ" εξαρτάται από τις παραμέτρους
          %---"αj" και "n", και δίνεται από τη σχέση  $\gamma_{\max}=100/n(\alpha_j-1)$ .Για το
          %---"γ" παίρνουμε τέσσερις τιμές από 0 μέχρι κάτι λιγότερο από  $\gamma_{\max}$ .

for epsilon=0.01:0.07:0.21 %---Οι τιμές του "ε" κλιμακώνονται από το 0% έως το 21% με βήμα αύξηση 7%.

for t=1:100 %--- Το "t" είναι ο δείκτης της τρέχουσας ανακύκλωσης. Σημαίνει ότι
            %---ο κώδικας θα κάνει 100 ανακυκλώσεις με τις ίδιες τιμές παραμέτρων
            %---των βρόγχων που προηγούνται.

Data=[]; %--- Ορίζεται ο πίνακας "Data" με τα τελικά δεδομένα ικανοποίησης.
```

```

comb; %--- Θετικός ακέραιος που χρησιμοποιείται παρακάτω στη συνάρτηση "randsample"
      για να καθορίσει το μήκος του διανύσματος που παράγεται από αυτή.

n; %--- Πλήθος κριτηρίων ικανοποίησης.
aj; %--- Πλήθος επιπέδων κλίμακας ικανοποίησης.

Pin=[]; %--- Πίνακας που θα δέχεται τους επιτρεπόμενους συνδυασμούς δεδομένων ικανοποίησης.
En=[]; %--- Αρχικός πίνακας τυχαίων συνδυασμών δεδομένων ικανοποίησης.

replace=true; %--- Όρισμα συνάρτησης "randsample".

for i=1:comb %--- Η συνάρτηση παράγει διανύσματα τυχαίων αριθμών από την ομοιόμορφη
rd=randsample(aj,n,replace); %--- κατανομή. Τα διανύσματα είναι μεγέθους n, και τα στοιχεία τους παίρνουν
    τιμές από 1 έως aj.
    En=[En rd];
end
En=En';

b=[]; %- Διάνυσμα βαρών κριτηρίων του μοντέλου. Το μήκος εξαρτάται από το "n".

e1=[];
e2=[];
e3=[];
.
.
.
en=[];

%%%---Ορίζω τις συναρτήσεις μερικής ικανοποίησης X*---%%%

x1=[]; %---Το μήκος των διανυσμάτων "x" εξαρτάται από το n και οι τιμές των στοιχείων από τον βαθμό
      απαιτητικότητας.
x2=[];
x3=[];
.

```

```

.
.
x_n=[];      %---Το πλήθος των διανυσμάτων "x" εξαρτάται από το n.

%%%%---Μετατρέπω τα επίπεδα ικανοποίησης 1,2,...,α_j σε μερικές αξίες.---%%%

A=En(:,1);
for i=1:comb
    if A(i:i)==1
        e1(i:i)=x1(1:1);
    elseif A(i:i)==2
        e1(i:i)=x1(2:2);
    elseif A(i:i)==3
        e1(i:i)=x1(3:3);
    end
end

B=En(:,2);
for i=1:comb
    if B(i:i)==1
        e2(i:i)=x2(1:1);
    elseif B(i:i)==2
        e2(i:i)=x2(2:2);
    elseif B(i:i)==3
        e2(i:i)=x2(3:3);
    end
end

.
.
.
F=En(:,n);
for i=1:comb
    if F(i:i)==1
        en(i:i)=x_n(1:1);
    elseif F(i:i)==2

```

```

        en(i:i)=xn(2:2);
elseif F(i:i)==3
    en(i:i)=xn(3:3);
end
end

E1=e1';
E2=e2';
E3=e3';
.
.
.
En=en';

e=[E1 E2 E3 . . . En];          %--- Πίνακας με διανύσματα μερικών αξιών.
S=e*(b');                        %--- Πίνακας μερικών αξιών x βάρη κριτηρίων.

%%%--- Ορίζω τη συνάρτηση ολικής ικανοποίησης Y* ---%%%

Y=[];          %---Το μήκος του "Y" εξαρτάται από το n και οι τιμές των στοιχείων από τον βαθμό
               απαιτητικότητας.

%%%--- Έλεγχος δεδομένων ικανοποίησης για τον περιορισμό  $\left| \sum_{j=1}^n b_j x_j - y^{*k} \right| \leq 100 D_e$  ---%%%

D;          %--- Ορίζω την τιμή του επίπεδου απόκλισης. Οι τιμές που χρησιμοποιούνται
            είναι 5,15,25 και 40%.

C=[];
Y;
for j=1:comb
    for i=1:aj
        if abs(S(j:j)-Y(i:i))<=D
            C=[C;0];

```

```

        %break
    else
        C=[C;1];
    end
end
end
C;

r=[];
for j=1:aj:comb*aj
    if C(j:j)&C(j+1:j+1)&C(j+2:j+2)==1
        r=[r;1];
    else
        r=[r;0];
    end
end
r;

least=[];
Pin=[];
for i=1:comb
    if r(i:i)==0
        Pin=[Pin;En(i,:)];
        least=[least;S(i)];
    else
        Pin=[Pin];
    end
end
Pin;
least;

o=size(least);
h=[];
l=[];

for j=1:o

```

```

    for i=1:aj
        h=[h;abs(least(j:j)-Y(i:i))];
    end
end
h;

for i=1:aj:size(h)
    l=[l;h(i:i) h(i+1:i+1) h(i+2:i+2)];
end

L=l';
[min_L,I]=min(L);

%--- Ο πίνακας "I" δίνει τη γραμμή όπου βρίσκεται το min στοιχείο
κάθε στήλης, δηλαδή το βέλτιστο επίπεδο της συνάρτησης ολικής
ικανοποίησης σύμφωνα με  $|\sum_{j=1}^n b_j x_j^{*v_j} - y^{*m}| = \min_k |\sum_{j=1}^n b_j x_j^{*v_j} - y^{*k}|$ .

Syndiasmoi=[I' Pin];

in_Data=[];

in_Data=[in_Data;Syndiasmoi];

size_Data=size(Data);
for i=1:number
    Data=[Data;in_Data(i,:)];
end
Data;

%--- Ο "Data" είναι ο τελικός πίνακας με τους επιτρεπτούς
συνδυασμούς δεδομένων ικανοποίησης,ανάλογα με το μέγεθος δείγματος.

%%%--- Ορίζω τις παραμέτρους της συνάρτησης "linprog",για την επίλυση του γραμμικού προγράμματος---%%%

AEQ=[];
%--- πίνακας 1ου μέλους περιορισμών ισότητας.
Οι παρακάτω γραμμές αφορούν την κατασκευή του Aeq.

```

```

zi=[Data(:,1)];
zi=zi';
[rows cols]=size(zi);
zi_dim=rows*cols;
z1=[]; %---Το πλήθος των διανυσμάτων "z" εξαρτάται από τον αριθμό των επιπέδων
z2=[]; της κλίμακας ικανοποίησης αῖ.
AEQ_z=[];
eq=[];

for i=1:zi_dim %---Οι συνθήκες "if" είναι ισάριθμες με τα επίπεδα της κλίμακας ικανοποίησης αῖ.
    if zi(i:i)==1
        z1(i:i)=0;
        z2(i:i)=0;
    elseif zi(i:i)==2
        z1(i:i)=-1;
        z2(i:i)=0;
    elseif zi(i:i)==3
        z1(i:i)=-1;
        z2(i:i)=-1;
    end
end

Z1=z1';
Z2=z2';
eq=[Z1 Z2 . . . Zn];

AEQ_z=eq;

tp=[Data(:,2) Data(:,3) Data(:,4) . . . Data(:,n)];
tp=tp';
[row col]=size(tp);
dim=row*col;
w1=[]; %---Το πλήθος των διανυσμάτων "w" εξαρτάται από το αῖ.
w2=[];
aaeq=[];

```

```

AEQ_w=[];
for i=1:dim
    if tp(i:i)==1
        w1(i:i)=0;
        w2(i:i)=0;
    elseif tp(i:i)==2
        w1(i:i)=1;
        w2(i:i)=0;
    elseif tp(i:i)==3
        w1(i:i)=1;
        w2(i:i)=1;
    end
end
W1=w1';
W2=w2';
aaeq=[W1 W2];

for i=1:n:dim
    AEQ_w=[AEQ_w;aaeq(i,:) aaeq(i+1,:) aaeq(i+2,:)];
end
AEQ_w;

AEQ=[AEQ_w AEQ_z];

s_plus=eye(col);
s_minus=-eye(col);
s=[];

for i=1:col
    s=[s s_minus(:,i) s_plus(:,i)];
end
s;

AEQ_F=[AEQ s];

```

```

%%%--- Προσθέτω τους περιορισμούς κανονικοποίησης ---%%%

[r1 c1]=size(AEQ_w);
[r2 c2]=size(AEQ_z);
[r3 c3]=size(AEQ_F);
[r4 c4]=size(s);

per1=[ones(1,c1) zeros(1,c3-c1)];
per2=[zeros(1,c1) ones(1,c2) zeros(1,c3-c2-c1)];

AEQ_Final=[AEQ_F;per1;per2];

[AEQ_Final_rows AEQ_Final_cols]=size(AEQ_Final);

[Data_rows Data_cols]=size(Data);

beq=[]; %--- πίνακας 2ου μέλους περιορισμών ισότητας.
        Οι παρακάτω γραμμές αφορούν την κατασκευή του beq.
x=[];
y=[];
beq_Final=[];

temp=(Data-1)*g;

y=temp(:,1);
for i=2:Data_cols
    x=[x temp(:,i)];
end
x;
beq=y-sum(x')';

[beq_rows beq_cols]=size(beq);

```

```
beq_Final=[beq;100-n*g*(aj-1);100-g*(aj-1)];
```

```
%%%--- Επίλυση γραμμικού προγράμματος ---%%%
```

```
func=[zeros(1,c1) zeros(1,c2) ones(1,c4)];
```

%---Αντικειμενική συνάρτηση $[\min]F = \sum_{j=1}^M \sigma_j^+ + \sigma_j^-$.

```
f1=[-ones(1,2) zeros(1,AEQ_Final_cols-2)];
```

```
f2=[zeros(1,2) -ones(1,2) zeros(1,AEQ_Final_cols-4)];
```

%---Αντικειμενικές συναρτήσεις

```
f3=[zeros(1,4) -ones(1,2) zeros(1,AEQ_Final_cols-6)];
```

μεταβελτιστοποίησης $[\max]F' = \sum_{k=1}^{a_i-1} w_{ik}$ για $i=1,2,...,n$

```
lb=[zeros(AEQ_Final_cols,1)];
```

%--- "lb" είναι το κάτω όριο τιμών για το διάνυσμα x

```
%%%%%%%%%----- Φάση Βελτιστοποίησης -----%%%%%%%%%
```

```
[X,fvalue,exitflag_func,output,lambda]=linprog(func,[],[],AEQ_Final,beq_Final,lb,[],[],newopts);
```

```
X=quant(X,0.00001);
```

%---Επιλέγω την ακρίβεια δεκαδικών ψηφίων που επιθυμώ.

```
%%%%%%%%%----- Υπολογισμός δεικτών προσαρμογής AFI1, AFI2, AFI3 -----%%%%%%%%%
```

```
%%%--- Δείκτης AFI1 ---%%%
```

```
AFI=[AFI;(1-(fvalue/(100*number)))];
```

```
%%%--- Δείκτης AFI2 ---%%%
```

```
[rows_X cols_X]=size(X);
```

```

sigma=X((rows_X-2*number)+1:rows_X);
[rows_sigma cols_sigma]=size(sigma);

sfalma=[];
for i=1:2:rows_sigma
    if sigma(i)|sigma(i+1)>0
        sfalma=[sfalma;1];
    else
        sfalma=[sfalma;0];
    end
end

non_zero_pairs=sum(sfalma==1);
zero_pairs=sum(sfalma==0);

AFI_2=[AFI_2;(number-non_zero_pairs)/number];

%%%--- Δείκτης AFI3 ---%%%

oliki=Data(:,1);
pososta=[sum(oliki==1);sum(oliki==2);sum(oliki==3)]/number;
y=Y';
K=[];

for i=1:size(y)
    ki=[y(i);1-y(i)];
    K=[K ki];
end

max_K=max(K);
S=max_K*pososta;
AFI_3=[AFI_3;(1-(fvalue/(number*S*100)))];

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%----- Φάση Μετα-βελτιστοποίησης -----%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

c=(1+epsilon)*fvalue; %--- "fvalue": Βέλτιστη λύση γ.π.
Amusa=[zeros(1,c1) zeros(1,c2) ones(1,c4)]; %--- "c": 2° μέλος περιορισμών ανισότητας
%--- "Amusa": 1° μέλος περιορισμών ανισότητας

[max_b1,val_b1,exitflag_b1]=linprog(f1,Amusa,c,AEQ_Final,beq_Final,lb,[],[],newopts);
[max_b2,val_b2,exitflag_b2]=linprog(f2,Amusa,c,AEQ_Final,beq_Final,lb,[],[],newopts);
[max_b3,val_b3,exitflag_b3]=linprog(f3,Amusa,c,AEQ_Final,beq_Final,lb,[],[],newopts);

max_b1=quant(max_b1,0.00001);
max_b2=quant(max_b2,0.00001);
max_b3=quant(max_b3,0.00001);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%----- Υπολογισμός δείκτη ευστάθειας ASI -----%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

vari1=[]; %--- βάρη που υπολογίστηκαν κατά την επίλυση MUSA.
vari2=[];
vari3=[];

for i=1:2:6
    vari1=[vari1;max_b1(i:i)+max_b1(i+1:i+1)];
    vari2=[vari2;max_b2(i:i)+max_b2(i+1:i+1)];
    vari3=[vari3;max_b3(i:i)+max_b3(i+1:i+1)];

end
vari=[vari1';vari2';vari3'];

sum_vari=[];

for i=1:n
    sum_vari=[sum_vari sum(vari(:,i))];
end
sum_vari;

```

```

sqr_sum=sum_vari.^2;

sqr_vari=vari.^2;

sum_sqr_vari=[];
for i=1:n
    sum_sqr_vari=[sum_sqr_vari sum(sqr_vari(:,i))];
end
sum_sqr_vari;

ssv=sum_sqr_vari*n;

as=sqrt((ssv-sqr_sum)/(n-1));

ena=sum(as)/(100*n);
dyo=quant(ena,0.0001);

Asi=1-dyo;

deiktis=[deiktis;Asi];
end
end
end
end

%%%%%%%%----- Ακολουθούν οι τελικοί υπολογισμοί για τους δείκτες -----%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%----- ASI -----%%%%%%%%%%%%%%

file=[];

for j=1:t:size(deiktis)
    file=[file deiktis(j:j+(t-1))];
end

```

```

mean_ASI=[];
std_ASI=[];
[row_file col_file]=size(file);

for i=1:col_file
mean_ASI=[mean_ASI;mean(file(:,i))];
std_ASI=[std_ASI;std(file(:,i))];
end
mean_ASI;                                %--- Ο μέσος όρος τ τιμών του ASI για κάθε συνδυασμό γ,ε.
std_ASI;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% AFI1 %%%%%%%%%%

fit=[];
for f=1:t:size(AFI)
    fit=[fit AFI(f:f+(t-1))];
end

mean_AFI=[];
std_AFI=[];
[row_fit col_fit]=size(fit);

for u=1:col_fit
    mean_AFI=[mean_AFI;mean(fit(:,u))];
    std_AFI=[std_AFI;std(fit(:,u))];
end
mean_AFI;
std_AFI;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% AFI2 %%%%%%%%%%

fit2=[];

```

```

for f=1:t:size(AFI_2)
    fit2=[fit2 AFI_2(f:f+(t-1))];
end

mean_AFI_2=[];
std_AFI_2=[];
[row_fit2 col_fit2]=size(fit2);

for u=1:col_fit2
    mean_AFI_2=[mean_AFI_2;mean(fit2(:,u))];
    std_AFI_2=[std_AFI_2;std(fit2(:,u))];
end

%%%%%%%%%%%%----- AFI3 -----%%%%%%%%%%%%

fit3=[];

for f=1:t:size(AFI_3)
    fit3=[fit3 AFI_3(f:f+(t-1))];
end

mean_AFI_3=[];
std_AFI_3=[];
[row_fit3 col_fit3]=size(fit3);

for u=1:col_fit3
    mean_AFI_3=[mean_AFI_3;mean(fit3(:,u))];
    std_AFI_3=[std_AFI_3;std(fit3(:,u))];
end

ASI_devi=[];
sample_M=[];
for m=1:16:size(mean_ASI)
    sample_M=[sample_M mean_ASI(m:m+15)];
    ASI_devi=[ASI_devi std_ASI(m:m+15)];
end

```

```
end
```

```
AFI_devi=[];  
sample_M_afi=[];  
for m=1:16:size(mean_AFI)  
    sample_M_afi=[sample_M_afi mean_AFI(m:m+15)];  
    AFI_devi=[AFI_devi std_AFI(m:m+15)];  
end
```

```
AFI_2_devi=[];  
sample_M_afi2=[];  
for m=1:16:size(mean_AFI_2)  
    sample_M_afi2=[sample_M_afi2 mean_AFI_2(m:m+15)];  
    AFI_2_devi=[AFI_2_devi std_AFI_2(m:m+15)];  
end
```

```
AFI_3_devi=[];  
sample_M_afi3=[];  
for m=1:16:size(mean_AFI_3)  
    sample_M_afi3=[sample_M_afi3 mean_AFI_3(m:m+15)];  
    AFI_3_devi=[AFI_3_devi std_AFI_3(m:m+15)];  
end
```

```
%%%%%%%%----- Τελικοί πίνακες δεικτών για M=100,550,1000 -----%%%%%%%%
```

```
AFI_fin=real(sample_M_afi);  
AFI_2_fin=real(sample_M_afi2);  
AFI_3_fin=real(sample_M_afi3);  
ASI_fin=real(sample_M);
```

```
%%%%%%%%----- Τελικοί πίνακες διακυμάνσεων των τιμών των δεικτών για M=100,550,1000 -----%%%%%%%%
```

```
ASI_deviation=quant(ASI_devi,0.00001);
```

```
AFI_deviation=quant(AFI_devi,0.00001);  
AFI_2_deviation=quant(AFI_2_devi,0.00001);  
AFI_3_deviation=quant(AFI_3_devi,0.00001);
```

```
all=[ASI_fin AFI_fin AFI_2_fin AFI_3_fin ASI_deviation AFI_deviation AFI_2_deviation AFI_3_deviation];
```

Παράρτημα II: Πίνακας αποτελεσμάτων

	Παράμετροι εισόδου					Παράμετροι MUSA		Παράμετροι εξόδου							
	n	α_j	M	Τύπος πελάτη	D_e	γ	ε	ASI	AFI_1	AFI_2	AFI_3	Διακύμανση ASI	Διακύμανση AFI_1	Διακύμανση AFI_2	Διακύμανση AFI_3
Συνδυασμός															
1 ^{ος}	3	3	100	απαιτητικός	0,05	0	0	1,00	1,00	1,00	1,00	0	0	0	0
2 ^{ος}	3	3	100	απαιτητικός	0,05	0	0,07	1,00	1,00	1,00	1,00	0	0	0	0
3 ^{ος}	3	3	100	απαιτητικός	0,05	0	0,14	1,00	1,00	1,00	1,00	0	0	0	0
4 ^{ος}	3	3	100	απαιτητικός	0,05	0	0,21	1,00	1,00	1,00	1,00	0	0	0	0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1503 ^{ος}	5	3	500	απαιτητικός	0,25	9	0,14	0,91236	0,8905	0,2126	0,8811	0,00254	0,00858	0,01729	0,00800
1504 ^{ος}	5	3	500	απαιτητικός	0,25	9	0,21	0,90000	0,8946	0,2060	0,8908	0	0,01169	0,03425	0,01175
1505 ^{ος}	5	3	500	ουδέτερος	0,25	0	0	0,96777	0,8852	0,3090	0,8123	0,02463	0,00258	0,15372	0,00393
1506 ^{ος}	5	3	500	ουδέτερος	0,25	0	0,7	0,87018	0,8837	0,3182	0,8121	0,03129	0,00228	0,17160	0,00396
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
3453 ^{ος}	10	5	1000	μη-απαιτητικός	0,4	1,5	0	0,9850	0,9359	0,0523	0,9259	0,00575	0,00465	0,01081	0,00539
3454 ^{ος}	10	5	1000	μη-απαιτητικός	0,4	1,5	0,07	0,9153	0,9339	0,0517	0,9237	0,01170	0,00678	0,01345	0,00746
3455 ^{ος}	10	5	1000	μη-απαιτητικός	0,4	1,5	0,14	0,9021	0,9338	0,0490	0,9235	0,01077	0,00560	0,01110	0,00616
3456 ^{ος}	10	5	1000	μη-απαιτητικός	0,4	1,5	0,21	0,8732	0,9322	0,0487	0,9218	0,01431	0,00635	0,01166	0,00727

Βιβλιογραφία

Α. Ελληνική βιβλιογραφία

- Γρηγορούδης Ε., και Ι. Σίσκος (2000). Ποιότητα Υπηρεσιών και Μέτρηση Ικανοποίησης του Πελάτη.
- Παπαδημητρίου Ι. (1986). Στατιστική – Τεύχος 1: Περιγραφική στατιστική, Παρατηρητής, Θεσσαλονίκη.
- Σίσκος Ι. (1981). Μεθοδολογία ποιοτικού marketing: Η ανάλυση αγοράς, *ΣΠΟΥΔΑΙ*, τόμος ΛΔ', Α.Β.Σ.Π., Πειραιάς, 361-385.
- Σίσκος Ι. (1998). Γραμμικός Προγραμματισμός, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα.

Β. Ξένη βιβλιογραφία

- Agresti A. (1996). An introduction to categorical data analysis, John Wiley and Sons, New York
- Andersen E. B. (1990). The statistical analysis of categorical data, Springer-Verlag, Berlin.
- Anderson J. L. and S. U. Bettencourt (1993). A conjoint approach to model product preferences: The New England market for fresh and frozen salmon, *Marine Resource Economics*, 8, 31-49).
- Beuthe M. and G. Scanella (1996). Applications comparées des méthodes d'analyse multicritère UTA, *RAIRO Recherche Opérationnelle*, 30, (3), 293-315.
- Charnes A. and W. W. Cooper (1961). Management models and industrial applications of linear programming, Vol I, Wiley, New York.
- Customers Satisfaction Council (1995). Customer Satisfaction Assessment Guide, Motorola University Press.
- Despotis D. K., D. Yannacopoulos and C. Zopounidis (1990). A review of the UTA multicriteria method and some improvements, *Foundation of Computing and Decision Science*, (15), 2, 63-76.
- Dutka A. (1995). AMA Handbbok of customer satisfaction: A guide to research, planning, and implementation, NTC Publishing Group, Illinois.
- Fienberg S. E. (1980). The analysis of cross classified categorical data, MIT Press, Cambridge, MA.

- Gattin P. and D. R. Wittink (1982). Commercial use of conjoint analysis: A survey, *Journal of Marketing*, 46, (3), 44-53.
- Gnanadesikan R. (1977). *Methods for statistical data analysis of multivariate observations*, Wiley, New York.
- Green P. E. (1984). Hybrid conjoint analysis: An expository review, *Journal of Marketing Research*, 21, (2), 155-159.
- Green P. E. and J. Wind (1973). *Multi-attribute decisions in marketing: A measurement approach*, The Dryden Press, Hinsdale, Illinois.
- Green P. E. and V. R. Rao (1971). Conjoint measurement for quantifying judgmental data, *Journal of Marketing Research*, 8, (3), 355-363.
- Green P. E. and V. Sprinivasan (1978). Conjoint analysis in consumer research: Issues and outlook, *Journal of Consumer Research*, 5, (2), 101-123.
- Green P. E., S. M. Goldberg and J. B. Wiley (1982). A cross-validation test of hybrid conjoint models, *Proceedings of the 1982 Annual Meeting of the Association for Consumer Research*, San Francisco.
- Hanushek E. A. and J. E. Jackson (1977). *Statistical methods for social scientists*, Academic Press.
- Jacquet-Lagrèze E. and J. Siskos (1982). Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision-making: The UTA method, *European Journal of Operational Research*, (10), 2, 151-164.
- Johnson R. M. (1974). Trade-off analysis of consumer values, *Journal of Marketing Research*, 11, (2), 121-127.
- Naumann E. and K. Giel (1995). *Customer satisfaction measurement and management*, Thomson Executive Press, Cincinnati.
- Siskos Y. (1984). Le traitement des solutions quasi-optimales en programmation linéaire continue: Une synthèse, *RAIRO Recherche Opérationnelle*, 18, 382-401.
- Siskos Y. (1985). Analyses de régression et programmation linéaire, *Révue de Statistique Appliquée XXXII*, 41-55.
- Siskos Y. and D. Yannacopoulos (1985). UTASTAR: An ordinal regression method for building additive value functions, *Investigação Operacional*, (5), 1, 39-53.
- Siskos Y. and A. Spyridakos (1999). Intelligent multicriteria decision support: Overview and perspectives, *European Journal of Operational Research*, (113), 2, 236-246.

Van de Panne C. (1975). Methods for linear and quadratic programming, North-Holland Publishing Company, Amsterdam.