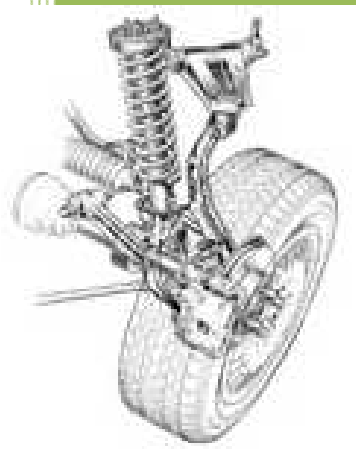


# 2009

## Μελέτη ενεργών αναρτήσεων με συστήματα ελέγχου ασαφούς λογικής



Μαρακάκης Κων/νος

Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης

Πολυτεχνείο Κρήτης

24/10/2008

Επιβλέπων :

Σταυρουλάκης Γιώργος

## Πίνακας περιεχομένων

|   |     |
|---|-----|
| Κεφάλαιο 1 .....  | 4   |
| 1.Εισαγωγή .....  | 4   |
| Κεφάλαιο 2 .....  | 5   |
| 2. Θεωρητική Προσέγγιση.....  | 5   |
| 2.1 Βασικές έννοιες των συστημάτων ελέγχου .....                          | 5   |
| 2.2. Αυτόματος έλεγχος & PID ελεγκτές.....                                | 9   |
| 2.2.1 Ιστορική αναδρομή .....   | 9   |
| 2.2.2 Οι τρεις δράσεις του PID ελεγκτή .....                              | 17  |
| 2.2.3 Τα σχήματα έλεγχου τριών όρων που συναντώνται στη βιβλιογραφία..... | 19  |
| 2.3. Ασαφής έλεγχος.....  | 21  |
| 2.3.1 Ασαφή σύνολα - Βασικοί ορισμοί .....                                | 21  |
| 2.3.2 Πράξεις ασαφών συνόλων.....   | 27  |
| 2.3.3 Σχέσεις μεταξύ ασαφών συνόλων.....                                  | 30  |
| 2.3.4 Ασαφείς αριθμοί .....   | 32  |
| 2.3.5 Προσεγγιστικός συλλογισμός .....                                    | 37  |
| 2.3.6 Ασαφείς ελεγκτές.....   | 39  |
| 2.3.6 Ασαφείς ελεγκτές.....   | 39  |
| Κεφάλαιο 3 .....  | 52  |
| 3 Αναπτυξη αλγορίθμου .....   | 52  |
| 3.1.Φυσική περιγραφή του προβλήματος: .....                               | 52  |
| 3.2 Σχεδιάστηκες απαιτήσεις: .....  | 53  |
| 3.3 Εξισώσεις κίνησης : .....   | 53  |
| 3.4 Συνάρτηση μεταφοράς:.....   | 53  |
| 3.4.1 Εισαγωγή στη Matlab .....   | 55  |
| 3.4.2 Εισαγωγή εξισώσεων στο Matlab.....                                  | 57  |
| 3.4.3 Απόκριση του Ανοικτού συστήματος (χωρίς ελεγκτή) .....              | 58  |
| 3.4.4 Σχεδίαση συστήματος ανάρτησης με ελεγκτή PID. ....                  | 60  |
| 3.5 Εξισώσεις χώρου κατάστασης .....                                      | 65  |
| 3.5.1 Εισαγωγή εξισώσεων στο MATLAB .....                                 | 68  |
| 3.5.2 Απόκριση ανοικτού συστήματος.....                                   | 69  |
| 3.5.3 Προσθέτοντας ένα ελεγκτή στις εξισώσεις του χώρου κατάστασης.....   | 72  |
| 3.5.4 Αναπαράσταση της απόκρισης κλειστού βρόγχου .....                   | 75  |
| 3.6 Εισαγωγή στο Simulink .....   | 76  |
| 3.6.1 Δημιουργία μοντέλου στο Simulink .....                              | 79  |
| 3.6.2 Απόκριση ανοικτού βρόγχου .....                                     | 86  |
| 3.6.3 Εξαγωγή ενός γραμμικού μοντέλου σε MATLAB.....                      | 87  |
| 3.6.4 Υλοποίηση της ανάδρασης πλήρους κατάστασης.....                     | 91  |
| 3.6.5 .Απόκριση κλειστού συστήματος .....                                 | 96  |
| 3.7 Εισαγωγή στο Fuzzy Toolbox του MatLab .....                           | 98  |
| 3.7.1 Τα βασικά μέρη του Fuzzy Toolbox του MatLab.....                    | 98  |
| 3.7.2 Δημιουργία ασαφούς ελεγκτή στο Fuzzy Toolbox του MatLab .....       | 103 |
| 3.8 Ενοποίηση των επιμέρους τμημάτων του αλγορίθμου .....                 | 112 |

|   |     |
|---|-----|
| 4 Αποτελέσματα.....   | 116 |
| 5.1 Τεχνολογική περιγραφή υλοποίησης του υπό μελέτη συστήματος..... | 124 |
| 6 Βιβλιογραφία .....  | 126 |
| 7. Παράρτημα 1.....   | 130 |
| 7.1 Αποτελέσματα Περιπτώσεων .....                                  | 130 |

# Κεφάλαιο 1

## 1.Εισαγωγή

Οι αναρτήσεις αποτελούν ζωτικό κομμάτι στην λειτουργία ενός οχήματος. Η κινηματική και η γεωμετρία των αναρτήσεων είναι από τις πιο πολύπλοκες επιστήμες στο χώρο του αυτοκινήτου.

Η ανάρτηση είναι ο μηχανισμός που διατηρεί την επαφή των τροχών με το δρόμο όταν το αυτοκίνητο στρίβει, επιταχύνει ή φρενάρει. Αποτελείται από τα αμορτισέρ, τα ελατήρια(όσα οι τροχοί) και τις μεταλλικές ράβδους, που μέσω μηχανικών αρθρώσεων ελέγχουν την κίνηση των τροχών. Η ανάρτηση καθορίζει τη γενικότερη οδική συμπεριφορά και το βαθμό άνεσης των αυτοκινήτων.

Υπάρχουν πολλών ειδών αναρτήσεις, όλες όμως έχουν τρεις βασικές λειτουργίες:

α) Τη διατήρηση των τροχών όσο πιο κατακόρυφα γίνεται, ανεξάρτητα από την κίνηση του αυτοκινήτου.

β)Την απορρόφηση των ανωμαλιών του δρόμου.

γ) Την εξασφάλιση του κρατήματος στο δρόμο, δηλαδή τη σταθερότητα και οδική συμπεριφορά του οχήματος.

Το πλέον προηγμένο σύστημα ανάρτησης είναι αυτό των λεγόμενων ενεργών ή ηλεκτρονικών. Οπού μπορεί να μεταβάλλεται ο βαθμός απόσβεσης των αμορτισέρ, αλλάζοντας κατ'επέκταση τα δυναμικά χαρακτηριστικά και την ποιότητα κύλισης του αυτοκινήτου. Αυτό επιτυγχάνεται μεταβάλλοντας την πίεση ή τη ροή του αέρα ή του λαδιού στο αμορτισέρ. Ορισμένες τέτοιες αναρτήσεις έχουν τη δυνατότητα να μεταβάλλουν και το ύψος του αυτοκινήτου.

Όλες αυτές οι δυνατότητες ελέγχονται από έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή όπου συγκεντρώνονται οι πληροφορίες από τους αισθητήρες για την ποιότητα του οδοστρώματος, την ταχύτητα ή τις επιταχύνσεις, τη γωνία του τιμονιού και την ταχύτητα περιστροφής του, την πίεση στο πεντάλ γκαζιού, τις στροφές του κινητήρα ή την πίεση στο πεντάλ των φρένων, και αναλόγως δίνονται οι εντολές για τη μεταβολή της σκληρότητάς των αναρτήσεων.

Ένας αποτελεσματικός έλεγχος της ανάρτησης είναι σημαντικός για την ασφάλεια του οχήματος. Για τούτο τον λόγο έχουν προταθεί διάφοροι μέθοδοι ελέγχου της απόσβεσης των κραδασμών που προκαλείται από το οδόστρωμα στην ανάρτηση.

Στη βιβλιογραφία συναντάται συνήθως η προσέγγιση επίλυσης του προβλήματος σαν ένα μοντέλο που περιλαμβάνει άξονα, ανάρτηση και τροχό. Στο σύστημα αυτό προκαλούνται διεγέρσεις οι οποίες εξαρτώνται από τις τυπικές ανομοιομορφίες του εδάφους και παρατηρείται η ταχύτητα απόκρισης του συστήματος στις διαταραχές αυτές.

Στο άρθρο τους οι Amato & Viassolo “Fuzzy control for active suspension” χρησιμοποίησαν ένα σύστημα αυτομάτου ελέγχου με ελεγκτή ασαφούς λογικής για τον έλεγχο της κατακόρυφης επιτάχυνσης για την καλύτερη άνεση των επιβατών καθώς και την θέση του αποσβεστήρα για την αποφυγή της σύγκρουσης του με τα όρια της ανάρτησης, για την μικρότερη φθορά του. Η μεθοδολογία αυτή θα ακολουθηθεί στην προτεινόμενη έρευνα καθώς έχει ρεαλιστικές προσεγγίσεις και είναι εύκολο να εφαρμοσθεί σε ένα πραγματικό περιβάλλον.

## Κεφάλαιο 2

### 2. Θεωρητική Προσέγγιση

#### 2.1 Βασικές έννοιες των συστημάτων ελέγχου

Τα αυτόματα, όπως μπορούμε να δούμε μέσα από την ιστορία τους έχουν αναμφίβολα ένα σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη του ανθρώπου. Χρησιμοποιούνται σχεδόν σε όλη την τεχνολογία. Θα ξεκινήσουμε δίνοντας κάποιους ορισμούς για να κατανοήσουμε τις έννοιες για τις οποίες θα ασχοληθούμε.

*Σύστημα αυτόματου ελέγχου* είναι ένα σύστημα με διάφορα συνδεδεμένα μέρη μεταξύ τους, έτσι ώστε να συμπεριφέρεται κατά ένα προκαθορισμένο επιθυμητό τρόπο. Τα συστήματα αυτά τα χωρίζουμε σε δύο κατηγορίες: Στα ανοιχτά και στα κλειστά συστήματα. Η βασική διαφορά τους είναι ότι στα μεν πρώτα, η είσοδος δεν είναι συνάρτηση της εξόδου ενώ στα δε δεύτερα είναι. Τα συστήματα διαφέρουν στην αρχή λειτουργίας τους. Η διαφορά αυτή οφείλεται στην τροφοδοσία πληροφοριών από την έξοδο στην είσοδο του συστήματος. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται *ανατροφοδότηση*.

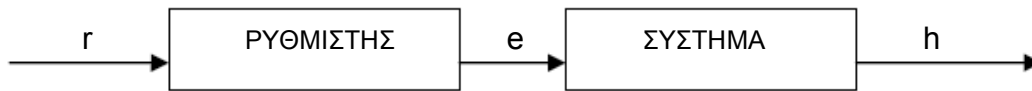
Ένα σύστημα ανατροφοδότησης είναι ένα σύστημα που συγκρίνει την έξοδό του με μια επιθυμητή τιμή, και έπειτα αυτόματα λαμβάνει διορθωτικά μέτρα. Σε ένα σύστημα αυτόματου ελέγχου το σήμα εισόδου δεν παράγεται κατευθείαν από μια γεννήτρια αλλά είναι η έξοδος ενός πρόσθετου συστήματος που το ονομάζουμε ρυθμιστή ή ελεγκτή.

*Αυτόματος έλεγχος* είναι ο κλάδος της επιστήμης και τεχνολογίας που ασχολείται με την θεωρητική και πρακτική μελέτη των συστημάτων που προαναφέρθηκαν. Κατά την θεωρητική μελέτη, το σύστημα περιγράφεται με το μαθηματικό μοντέλο του και κατά την πρακτική μελέτη, τα μαθηματικά συμπεράσματα υλοποιούνται με κατάλληλες διατάξεις.

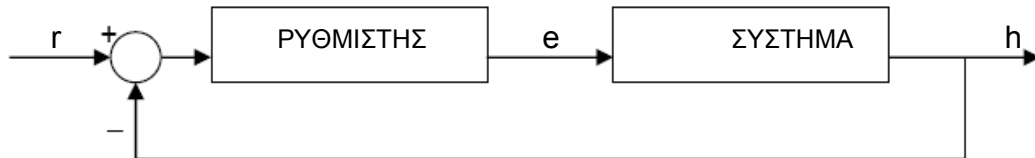
Στόχος του αυτόματου ελέγχου είναι η ανάπτυξη μεθόδων και διατάξεων που ρυθμίζουν τις μεταβλητές εξόδου ενός συστήματος έτσι ώστε να λάβουν ορισμένες επιθυμητές τιμές ή τιμές που να κυμαίνονται μέσα σε επιθυμητά όρια, παρά τις μεταβολές στις οποίες υπόκεινται οι παράμετροι του συστήματος λόγω απρόβλεπτων τυχαίων εσωτερικών ή εξωτερικών παραγόντων.

Τα διαγράμματα βαθμίδας

Το διάγραμμα βαθμίδας είναι ένα σημαντικό γραφικό εργαλείο για την εφαρμοσμένη μηχανική συστημάτων ελέγχου. Το διάγραμμα αποτελείται από τις βαθμίδες και τα βέλη που τις συνδέουν. Κάθε βαθμίδα αντιπροσωπεύει κάποια διαδικασία ή δράση στο σύστημα, ενώ τα βέλη δείχνουν τη ροή της ενέργειας ή των πληροφοριών μέσω του συστήματος.



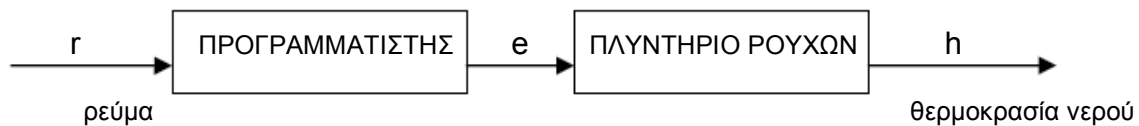
Σχήμα 1.1. Ανοιχτό σύστημα



Σχήμα 1.2. Κλειστό σύστημα.

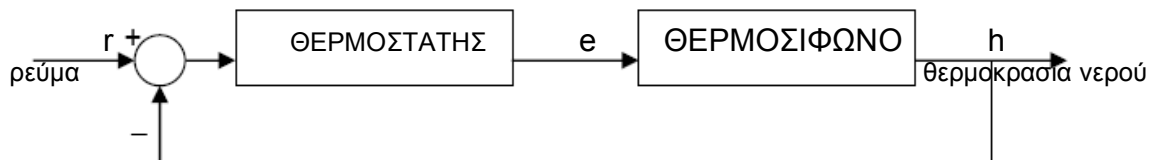
### Παραδείγματα ανοιχτού και κλειστού συστήματος

Ένα παράδειγμα ανοιχτού συστήματος είναι το πλυντήριο ρούχων. Χρησιμοποιείται ένας ρυθμιστής που θέτει το σύστημα σε κάποιες λειτουργίες όπου η έξοδος του συστήματος δεν λαμβάνεται υπόψη.



Σχήμα 1.3. Το πλυντήριο ρούχων ως ανοιχτό σύστημα ελέγχου.

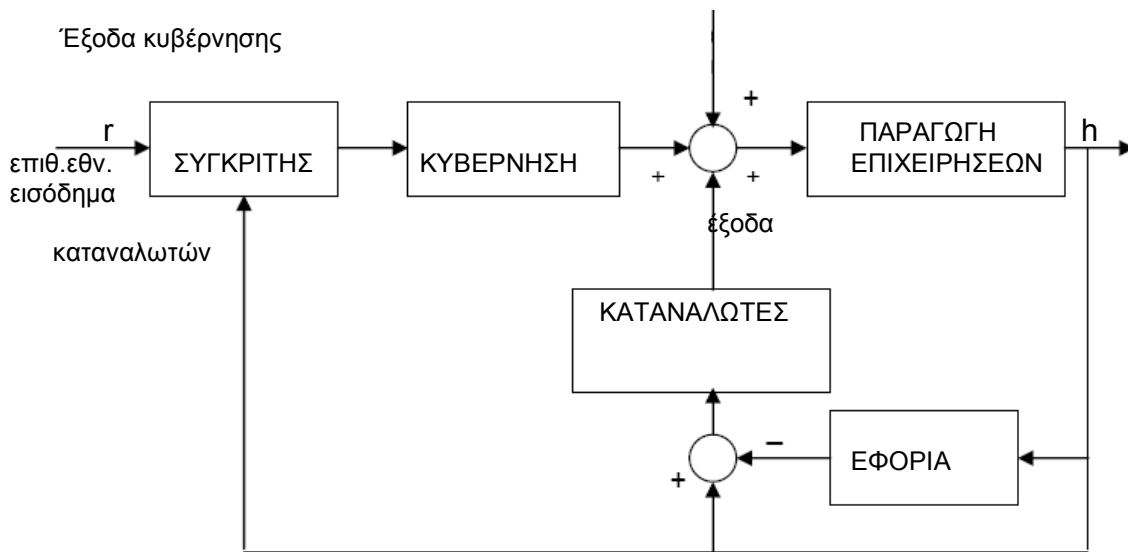
Ενώ ένα παράδειγμα κλειστού συστήματος είναι το θερμοσίφωνο. Χρησιμοποιείται ένας ρυθμιστής που κρατάει την θερμοκρασία του νερού σε μια προκαθορισμένη θερμοκρασία.



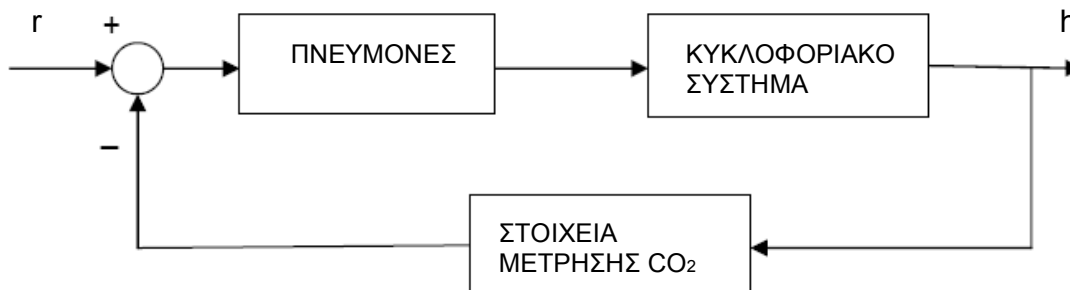
Σχήμα 1.4. Το θερμοσίφωνο ως κλειστό σύστημα ελέγχου.

Η είσοδος που είναι το ρεύμα, επηρεάζεται από την έξοδο που είναι η θερμοκρασία του νερού. Οπότε η έξοδος ενός ανοικτού συστήματος αποκλίνει από την επιθυμητή κατάσταση ενώ στο κλειστό σύστημα λόγω της ανατροφοδότησης έρχεται στην επιθυμητή κατάσταση.

Οι τεχνικές που χρησιμοποιούμε στα συστήματα αυτόματου ελέγχου βρίσκουν εφαρμογή σε όλους σχεδόν τους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας, όπως για παράδειγμα στην οικονομία, στις ανθρωπιστικές επιστήμες, στην βιολογία και σε άλλους κλάδους. Στην οικονομία μπορούμε να μελετήσουμε το εθνικό εισόδημα με ένα κλειστό σύστημα ελέγχου. (Σχήμα 1.5) Μια άλλη μορφή ανατροφοδότησης χρησιμοποιείται στις εταιρίες με στόχο να μεγιστοποιήσουν το κέρδος τους και την ικανοποίηση των πελατών τους. Οι ψυχολόγοι έχουν εξετάσει το ρόλο της ανατροφοδότησης στην ανθρώπινη συμπεριφορά και την εκμάθηση, και οι βιολόγοι μελετούν τον ρόλο της ανατροφοδότησης στο ανθρώπινο σώμα. ( Σχήμα 1.6 )



Σχήμα 1.5. Σχηματικό διάγραμμα εθνικού εισοδήματος.



Σχήμα 1.6. Το αναπνευστικό σύστημα του ανθρώπου ως σχηματικό διάγραμμα.





## 2.2. Αυτόματος έλεγχος & PID ελεγκτές

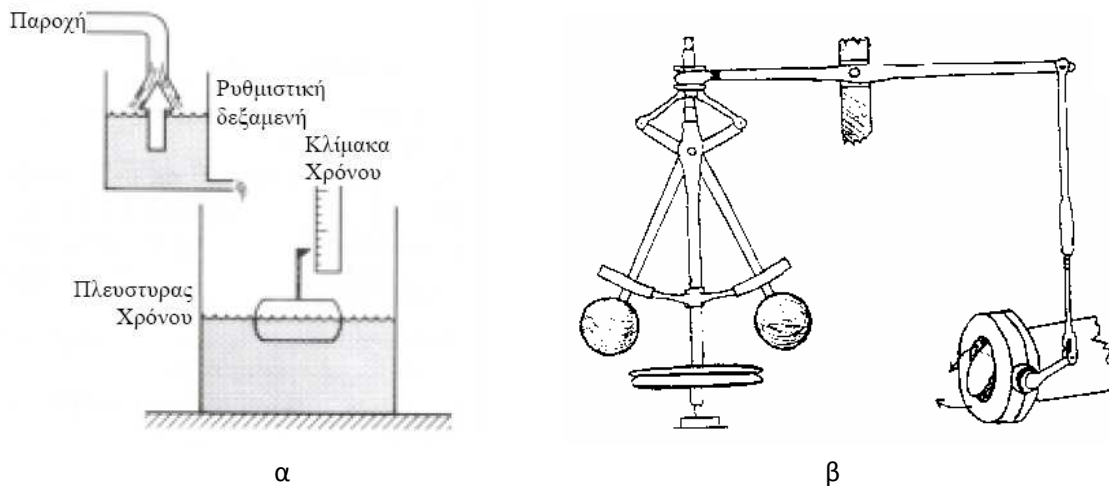
### 2.2.1 Ιστορική αναδρομή

Οι αυτοματισμοί και ο αυτόματος έλεγχος έχει τις ρίζες του στην αρχαιότητα. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ο αυτοματισμός του σχήματος 2.1α που χρησιμοποίησε ο Κτησίβιος τον 3ο π.Χ. αιώνα, για τη ρύθμιση της ροής του νερού σε μία κλεψύδρα. Ο ρυθμιστής του Watt (1788), ο οποίος χρησιμοποιήθηκε για τον έλεγχο των στροφών των ατμομηχανών (βλέπε σχήμα 2.1β), αποτελεί τον πρώτο ελεγκτή με ανάδραση που είχε εκτεταμένη χρήση. Ο ελεγκτής αυτός κάνοντας χρήση της φυγόκεντρης δύναμης, υλοποιούσε πρακτικά έναν αναλογικό ελεγκτή στροφών.

Γενικά όλοι οι αυτοματισμοί πριν τον 20ο αιώνα είχαν πολύ εξειδικευμένες εφαρμογές και αποτελούσαν ευφυείς μηχανισμούς που είχαν εφαρμογή μόνο για το συγκεκριμένο σύστημα.

Ο PID ελεγκτής αποτελεί τον πρώτο ελεγκτή (και ίσως το μοναδικό βιομηχανικό ελεγκτή) γενικής χρήσης. Για την καλύτερη κατανόηση της συμπεριφοράς του PID ελεγκτή, στην παρούσα ενότητα παρουσιάζουμε μία ιστορική αναδρομή του ελεγκτή από τις αρχές του 20ου αιώνα μέχρι σήμερα. Τα ιστορικά στοιχεία που παρουσιάζονται προέρχονται από την εργασία του Stuart Bennett που παρουσιάστηκε στο συνέδριο του IFAC που έγινε το 2000 στην Βαρκελώνη της Ισπανίας [33], με θέμα:

*‘Το παρελθόν, το παρόν και το μέλλον του PID ελεγκτή’*



Σχήμα 2.1. α) Ο αυτοματισμός του Κτησίβιου για τη ρύθμιση της παροχής σε κλεψύδρα & β) ο ρυθμιστής του Watt για τον έλεγχο στροφών σε ατμομηχανές.

### 2.2.1.1 PID ελεγκτής 1900 – 1940

#### 2.2.1.1.1 Η ανάγκη για έλεγχο

Κατά τη διάρκεια των πρώτων τριών δεκαετιών του εικοστού αιώνα όλες οι δραστηριότητες του ανθρώπου, όπως η βιομηχανία και το εμπόριο, όλο και περισσότερο έτειναν προς την ιδέα τις ‘συστηματοποίησης’. Ενδείξεις για τα παραπάνω μπορεί να βρει κανείς στην έκδοση επιστημονικών περιοδικών όπως το “Systems”, στις νέες μεθόδους παραγωγής του Henry Ford, στις προσπάθειες του Morris Leeds να βρει λογικές βάσεις για τον καθορισμό των μισθών κ.λ.π. Σε όλες τις μορφές της ‘συστηματοποίησης’ η βασική αρχή που υπάρχει είναι:

« Βασικά στοιχεία μπορούν να εξαχθούν από το σύνολο της λεπτομερούς και εξειδικευμένης πληροφορίας, και τα βασικά αυτά στοιχεία μπορούν να αποτελέσουν τη βάση για σύγκριση, εξαγωγή συμπερασμάτων και επανασχεδιασμό»

Για την εφαρμογή στον επιστημονικό και τεχνολογικό τομέα, της παραπάνω αρχής είναι απαραίτητη η μέτρηση.

*“Όταν μπορείς να μετρήσεις αυτό για το οποίο ομιλείς και μπορείς να το εκφράσεις με νούμερα, τότε γνωρίζεις κάτι γι’ αυτό”*

Sir William Thomson

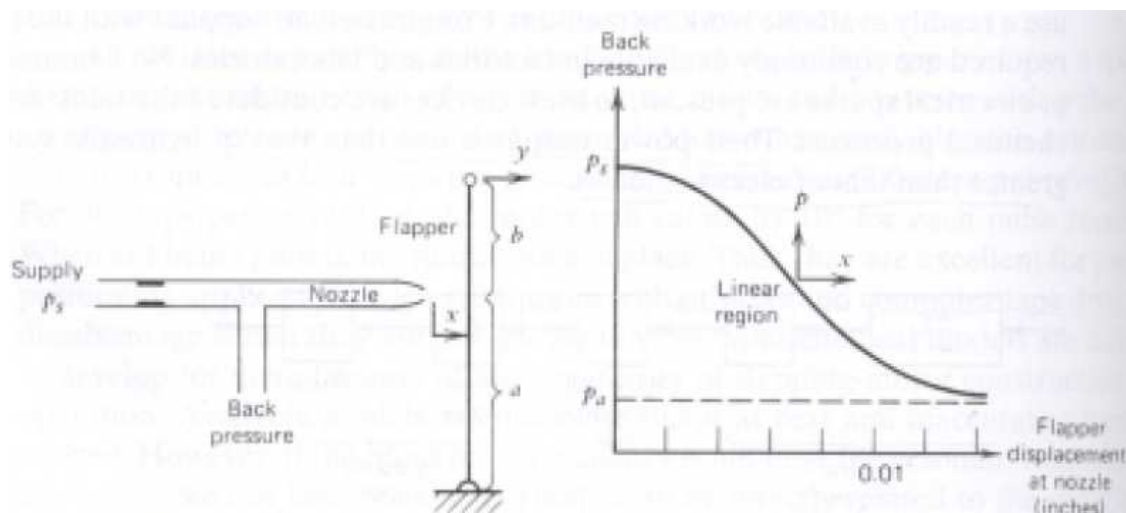
Στην αξία της μέτρησης η εταιρία ‘Taylor Instruments Companies’ βάσισε την διαφημιστική της εκστρατεία το 1924 όπου αναφερόταν στα όργανα μέτρησης ως *“την έκτη αίσθηση της βιομηχανίας”*, τα οποία είχαν τη δυνατότητα να ελέγχουν την παραγωγική διαδικασία και να *“αφαιρέσουν την εικασία από την παραγωγή”*. Η διαφημιστική αυτή εκστρατεία τόνιζε την ανάγκη της *επιστημονικής διαχείρισης* και βασιζόταν στη γενική δυσπιστία της εταιρίας να αφήνεται η διαχείριση της παραγωγής στον απλό εργάτη.

#### 2.2.1.1.2 Εξέλιξη των πρώτων πνευματικών και ηλεκτρομηχανικών ελεγκτών

Η εταιρία C. J. Tagliabue διεκδικεί την πρώτη εγκατάσταση πνευματικού (pneumatic) αυτόματου ελεγκτή για τον έλεγχο της θερμοκρασία σε μία διεργασία παστερίωσης γάλακτος, στην νέα Υόρκη το 1907. Ο ελεγκτής αυτός μετέβαλε τη θέση μίας πιλοτικής βαλβίδας που ρύθμιζε τη ροή ατμού προς το σύστημα παστερίωσης με βάση τη μεταβολή της πίεσης που ασκούσε ένα ατσάλινο θερμόμετρο (συστολής-διαστολής). Αν και ο ελεγκτής αυτός πρακτικά είχε τη δυνατότητα αναλογικού ελέγχου της θερμοκρασίας, στην πράξη, η λειτουργία του παρείχε μόνο διακοπτικό έλεγχο (on-off control), λόγω της μεγάλης ευαισθησίας του διαφράγματος που έλεγχε τη θέση της βαλβίδας. Η κατασκευή ελεγκτών σαν αυτών που προαναφέραμε ήταν πολύ απλή, αλλά δεν ήταν δυνατή η

επίτευξη ακριβής ρύθμισης κυρίως γιατί η δύναμη που απαιτείτο για την κίνηση της βαλβίδας ήταν μεγάλη με αποτέλεσμα να επηρεάζεται σημαντικά το όργανο μέτρησης.

Το επόμενο βήμα στη βελτίωση του ελεγκτή έγινε από τον E. H. Bristol ο οποίος ίδρυσε το 1914 την εταιρία Foxboro Instruments. Ο E. H. Bristol είχε εργαστεί στην εταιρία Bristol που κατασκεύαζε καταγραφικά όργανα και με βάση αυτή την τεχνολογία το 1914 έκανε το επόμενο μεγάλο βήμα στην κατασκευή των πνευματικών ελεγκτών με την εφεύρεση του ενισχυτή ακροφύσιου-πτερυγίου (flapper-nozzle amplifier, δίπλωμα ευρεσιτεχνίας 1922) στον οποίο βασίστηκε μια σειρά επιτυχημένων ελεγκτών. Η λειτουργία του ελεγκτή βασιζόταν στη μεταβολή που προκαλούταν στην πίεση της μεμβράνης που έλεγχε την πιλοτική βαλβίδα, ανάλογα με τη θέση του πτερυγίου ως προς το ακροφύσιο (βλέπε σχήμα 2.2). Με τη χρήση του μηχανισμού αυτού, ο ελεγκτής σχεδόν απομονωνόταν από το αισθητήριο μέτρησης αλλά η συμπεριφορά του παρέμενε μη γραμμική και στις πρώτες εφαρμογές του παρέμενε και το πρόβλημα του μεγάλου κέρδους με αποτέλεσμα το κλειστό σύστημα να πέφτει εύκολα σε οριακούς κύκλους.



Σχήμα 2.2. Αρχή λειτουργίας του ενισχυτή ακροφύσιου-πτερυγίου.

Για να αποφευχθεί η αστάθεια του κλειστού συστήματος χρησιμοποιήθηκε η λογική της παράκαμψης (by-pass), όπου μεγάλο μέρος του ατμού ελεγχόταν από μια χειροκίνητη βαλβίδα (by-pass valve) και αυτόματος ελεγκτής χρησιμοποιείτο για τη ρύθμιση σε μικτή περιοχή του σημείου λειτουργίας. Με τον τρόπο αυτό, ουσιαστικά υλοποιείτο ένα σχήμα ελέγχου που διέθετε ταυτόχρονα ανάδραση και προσοτροφοδότηση.

Την ίδια σχεδόν εποχή, ανταγωνίστριες εταιρίες σχεδίασαν ηλεκτρομηχανικούς ελεγκτές, όπως για παράδειγμα η εταιρία Leeds & Northrup με τον 'αναλογικού βήματος' (proportional step) ελεγκτή, ο οποίος υλοποιούσε ουσιαστικά έναν ολοκληρωτικό ελεγκτή. Ο ελεγκτής αυτός υλοποιείτο με ένα κινητήρα, είχε την δυνατότητα να δίνει μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση, αλλά για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθές, η κίνηση του κινητήρα γινόταν πολύ αργά με αποτέλεσμα να αντιδρά πολύ αργά σε μεταβολές του σημείου λειτουργίας και του φορτίου. Ο M. E. Leeds το 1920 απέκτησε δίπλωμα ευρεσιτεχνίας για έναν ελεγκτή όπου ο ρυθμός διόρθωσης ήταν συνάρτηση του ρυθμού

αλλαγής του σφάλματος και του ιδίου του σφάλματος, όμως χρειάστηκε μέχρι το 1929 για να μπορέσει να λειτουργήσει ικανοποιητικά ο ελεγκτής αυτός και να γίνει έτσι ο πρώτος PI ελεγκτής.

Ωστόσο η προτίμηση στη λειτουργία των πνευματικών ελεγκτών παρέμενε, κυρίως λόγω της γρηγορότερης απόκρισής τους, ενώ προτάθηκαν πολλές παραλλαγές για τη βελτίωση της συμπεριφοράς του. Το 1930 ο C. E. Mason χρησιμοποίησε πολύπλοκα πνευματικά κυκλώματα έτσι ώστε η συνολική δράση του ελεγκτή να είναι ανάλογη του σφάλματος και του ολοκληρώματος του σφάλματος. Ο μηχανισμός αυτός ενσωματώθηκε στον ελεγκτή της Foxboro το 1931 (Foxboro Model 10 Stabilog controller) αλλά δεν έκανε πωλήσεις γιατί οι χρήστες χρειαζόνταν εξειδίκευση. Το 1934 τον ελεγκτή συνόδευε εγχειρίδιο με αναλυτική εξήγηση της λειτουργίας και των πλεονεκτημάτων του.

Η εφεύρεση του Mason, και παράλληλα η εφεύρεση του ηλεκτρονικού ενισχυτή αρνητικής ανάδρασης του H. S. Black, είχαν το κοινό χαρακτηριστικό ότι βασίζονταν στη διαπίστωση ότι η συμπεριφορά του κλειστού συστήματος μπορούσε να διαμορφωθεί από τα στοιχεία που προστίθενται στο βρόχο ανάδρασης.

Από τη δεκαετία του 1920, διατυπώθηκε η ανάγκη ο ελεγκτής να προβλέπει την αύξηση του σφάλματος και για το σκοπό αυτό προτάθηκαν διάφορες λύσεις. Όμως, οι λύσεις αυτές δεν παρείχαν διαφορική δράση αφού συνδυάζονταν πάντα με ολοκληρωτικό μηχανισμό εφαρμογής τους. Η πρώτη πραγματική εφαρμογή διαφορικής δράσης έγινε από τον R. Clarridge και την εταιρεία Taylor Instruments, στη διεργασία παραγωγής τεχνητού-μεταξιού (rayon). Η διεργασία αυτή, με τη χρήση PI ελεγκτή ταλάντωνε λόγω μεγάλης χρονικής καθυστέρησης. Ο R. Clarridge το 1935 παρατήρησε ότι εφαρμόζοντας κατάλληλους περιορισμούς στη γραμμή ανάδρασης, μπορούσε να πετύχει πολύ απότομες μεταβολές ('kick') στην έξοδο του ελεγκτή όταν μεταβαλλόταν απότομα το σφάλμα. Τη δράση αυτήν την ονόμασαν 'προ-δράση' ('pre-act') και ενσωματώθηκε στον ελεγκτή της εταιρίας το 1939. Ο G. A. Philbrick ανέπτυξε ανάλογους μηχανισμούς υλοποίησης διαφορικής δράσης για την Foxboro το 1937-38, η οποία αποκάλεσε τη δράση αυτή 'hyper-reset'. Ο G. A. Philbrick ήταν και ο πρώτος που ανέπτυξε ηλεκτρονικό προσομοιωτή κάνοντας χρήση αναλογικού υπολογιστή.

#### 2.2.1.1.1.3 Ανάπτυξη του θεωρητικού υποβάθρου

Πριν τη δεκαετία του 1930 η ακαδημαϊκή κοινότητα δεν είχε δώσει σημασία στην ανάπτυξη βιομηχανικών ελεγκτών, με αποτέλεσμα να υπάρχει η αντίληψη ότι το θεωρητικό υπόβαθρο ήταν ανύπαρκτο. Στην πραγματικότητα η ανάπτυξη των βιομηχανικών ελεγκτών ήταν βασισμένη σε πρακτικό υπόβαθρο το οποίο σήμερα θα μπορούσαμε να αποκαλέσουμε 'ευφυή έλεγχο', δηλαδή σε ευριστικές ('heuristic') μεθόδους ελέγχου που βασιζόταν στην παρατήρηση του ανθρώπου χειριστή. Όμως λόγω

της πολυπλοκότητας των μηχανισμών που χρησιμοποιούνταν για την εφαρμογή του ελέγχου, δεν ήταν εύκολο να εξάγει κανείς την ακριβή λειτουργία.

Ο N.Minorsky το 1922, μετέφρασε τις δράσεις του πηδαλιούχου ενός σκάφους σε μαθηματικές σχέσεις, και κατέληξε στο συμπέρασμα ότι ένας κατάλληλος ελεγκτής θα έπρεπε να ενσωματώνει δράσεις αντίστοιχες με αυτές ενός PID ελεγκτή. Ο H.Hazen το 1934 στην εργασία του για τους σερβομηχανισμούς, ήταν ο πρώτος που συγκέντρωσε όλες τις βασικές ιδέες και συμπεριέλαβε την ανάλυση των δράσεων ελέγχου διαφόρων βιομηχανικών οργάνων. Παράλληλα, πολλοί μηχανικοί που δούλευαν στις εταιρίες βιομηχανικών οργάνων αλλά και στη βιομηχανία διεργασιών, προσπαθούσαν να αναπτύξουν το θεωρητικό υπόβαθρο που θα διευκόλυνε στη λύση προβλημάτων ελέγχου. Το 1936 ιδρύθηκε η επιτροπή του ASME με τίτλο 'Βιομηχανικά Όργανα και Ρυθμιστές' (Industrial Instruments and Regulators Committee) μετά από παρότρυνση κυρίως του E. S. Smith, ο οποίος παρότρυνε να δημοσιευτούν πολλές εργασίες σχετικές με το βιομηχανικό έλεγχο στο περιοδικό Transactions of ASME.

#### 2.2.1.2 PID ελεγκτής 1940 – 1980

Μέχρι το 1940 η αξία του PID ελεγκτή είχε αποδειχθεί σε πολλές απαιτητικές εφαρμογές, ενώ κυκλοφορούσαν πνευματικοί ελεγκτές γενικής χρήσης. Τρία ήταν τα βασικά θέματα που ζητούσαν λύση: i) Απλοί τρόποι για την επιλογή των παραμέτρων του ελεγκτή, ii) να απλοποιηθεί και να γίνει πιο ανθεκτικός ο μηχανισμός των ελεγκτών, και να γίνουν πιο ανεξάρτητες οι δράσεις τους και iii) να πεισθούν οι σχεδιαστές των διεργασιών για την ανάγκη χρήσης των ελεγκτών.

Η λύση για το πρώτο πρόβλημα ήρθε το 1942 από του J. G. Ziegler και N. B. Nichols (οι οποίοι εργάζονταν στην Taylor Instruments) στη γνωστή εργασία με τίτλο 'Optimum settings for automatic controllers'. Παρόλο που η αρχή πάνω στην οποία βασίστηκαν οι μέθοδοι βαθμονόμησης των Ziegler και Nichols ήταν πολύ απλή, η εφαρμογή τους δεν ήταν τόσο εύκολη γιατί στην πλειοψηφία των ελεγκτών υπήρχε αλληλεπίδραση μεταξύ της ολοκληρωτικής και της διαφορικής δράσης και δεν ήταν ξεκάθαρο τι αντιπροσώπευαν οι ενδείξεις στα κουμπιά ρύθμισης των παραμέτρων.

Το δεύτερο πρόβλημα ήταν πιο δύσκολο να αντιμετωπιστεί και χρειάστηκε η σταδιακή εξέλιξη των ελεγκτών μέχρι τις αρχές της δεκαετίας του 1950 οπότε ο R.E.Clarridge πρότεινε το σχεδιασμό του πνευματικού ελεγκτή με τη χρήση δύο 'flapper-nozzle' ενισχυτών κατά τέτοιον τρόπο ώστε να υλοποιείται η γνωστή στις μέρες μας εν σειρά μορφή του PID ελεγκτή (βλέπε σχήμα 2.3γ). Με αυτή την εξέλιξη των PID ελεγκτών, επιλύθηκαν σε μεγάλο βαθμό και όλα τα προβλήματα που υπήρχαν στην εφαρμογή των μεθόδων βαθμονόμησης.

Η αποδοχή της αξίας της απόκρισης στο πεδίο της συχνότητας, στην ανάλυση των συστημάτων, οδήγησε τους Cohen και Coon το 1953 να χρησιμοποιήσουν αυτή την προσέγγιση και στις εφαρμογές του αυτομάτου ελέγχου. Το ενδιαφέρον ήταν ότι πολλές εργασίες που παρουσιάστηκαν, βασίζονταν στη χρήση προσομοίωσης (με αναλογικούς υπολογιστές), ενώ αναλυόταν η συμπεριφορά των ελεγκτών σε διάφορους τύπους συστημάτων.

#### 2.2.1.2.1 Η εξέλιξη των ηλεκτρονικών και ψηφιακών ελεγκτών

Από τα τέλη της δεκαετίας του 1930 αρκετές εταιρίες είχαν ήδη κατασκευάσει ηλεκτρονικούς ελεγκτές. Μέχρι το 1957 οι ελεγκτές αυτοί παρείχαν επιπλέον του κλασικού PID ελεγκτή και την δυνατότητα εφαρμογής και μαθηματικών πράξεων όπως πρόσθεση, πολλαπλασιασμός και τετραγωνική ρίζα. Όμως, όπως αναφέρεται σε μία αναφορά που έγινε στο DSIR το 1956, το 90% των ελεγκτών που χρησιμοποιούνταν ήταν ακόμα πνευματικού τύπου. Ο βασικότερος λόγος ήταν η έλλειψη αξιοπιστίας στις λυχνίες. Χρειάστηκε η ανάπτυξη των τρανζίστορ για να μπορέσουν οι ηλεκτρονικοί ελεγκτές να ανταγωνιστούν τους πνευματικούς. Το 1957 βγήκε στην αγορά από την Foxboro ο πρώτος ‘all solid state controller’.

Ο πρώτος ψηφιακός υπολογιστής που σχεδιάστηκε αποκλειστικά για έλεγχο σε πραγματικό χρόνο, χρησιμοποιήθηκε για τον έλεγχο αεροσκαφών το 1953. Η πρώτη βιομηχανική εφαρμογή ψηφιακού ελεγκτή έγινε το 1959 σε διεργασία πολυμερισμού της Texaco. Μέχρι το 1960, όλες οι μεγάλες εταιρίες κατασκεύαζαν ψηφιακούς ελεγκτές. Η ταχύτατη εξάπλωσή τους μπορεί να διαπιστωθεί από το γεγονός ότι το 1960 υπήρχαν 100 βιομηχανικές εγκαταστάσεις ψηφιακών ελεγκτών ενώ το 1965 ο αριθμός αυτός είχε φτάσει τις 1000. Χαρακτηριστικό των πρώτων ψηφιακών ελεγκτών ήταν η χρήση αναλογικού ‘back-up’ PID ελεγκτή ο οποίος έβαζε μπροστά αυτόματα όταν σταματούσε η ανανέωση τιμών από το ψηφιακό υπολογιστή. Με την ανάπτυξη της LSI τεχνολογίας ολοκληρωμένων, το κόστος των βιομηχανικών ελεγκτών μειώθηκε σημαντικά και βέβαια με την ανάπτυξη των μικροεπεξεργαστών οι ελεγκτές έγιναν εύχρηστοι και προσιτοί ώστε να είναι πλέον δυνατό να εφαρμοστούν και σε άλλους τομείς πέραν της βιομηχανίας.

Σήμερα η εφαρμογή του αυτομάτου ελέγχου γίνεται σχεδόν αποκλειστικά από μικροεπεξεργαστές ενώ, όπως ανακοινώθηκε στο συνέδριο του IFAC για τον PID ελεγκτή, υπολογίζεται ότι το 95% όλων των κλειστών βρόχων υλοποιούνται με PID ελεγκτές. Παρόλη όμως αυτή την ευρεία χρήση των ελεγκτών στις διάφορες βιομηχανικές εφαρμογές, σε αρκετές περιπτώσεις οι βρόγχοι ελέγχου δεν ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις που έχουν τεθεί αρχικά. Συγκεκριμένα, υπολογίζεται ότι στις βιομηχανικές εφαρμογές μόνο το 20% των κλειστών βρόγχων λειτουργούν καλά. Οι βασικότεροι λόγοι

για την μη ικανοποιητική χρήση του ελεγκτή είναι η κακή σχεδίαση του κλειστού βρόχου και των ενεργοποιητών και η σημαντική έλλειψη εξειδικευμένου προσωπικού.



### 2.2.2 Οι τρεις δράσεις του PID ελεγκτή

Η ονομασία του PID ελεγκτή προέρχεται από τα αρχικά των Αγγλικών λέξεων Proportional, Integral και Derivative, που αντιστοιχούν στην αναλογική, ολοκληρωτική και διαφορική δράση που συμπεριλαμβάνει ο ελεγκτής. Ανάλογα με τις ιδιότητες του συστήματος είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν διάφοροι συνδυασμοί των παραπάνω δράσεων. Πιο συχνά συναντάται ο PI ελεγκτής, κυρίως σε εφαρμογές με μικρές καθυστερήσεις χρόνου ή σε περιπτώσεις όπου ο θόρυβος μέτρησης είναι σημαντικός ώστε να αποτρέπεται η χρήση του διαφορικού όρου, ή τέλος όταν δεν απαιτείται το κλειστό σύστημα να είναι αρκετά γρήγορο. Επίσης, σε συστήματα τύπου ένα (ή μεγαλύτερου), λόγω της εξασφάλισης του μηδενικού σφάλματος στη μόνιμη κατάσταση, πολλές φορές χρησιμοποιείται ο PD ελεγκτής. Ο PID ελεγκτής έχει διάφορες πολύ σημαντικές ιδιότητες, παρέχει ανάδραση, έχει τη δυνατότητα να εγγυάται μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση με την ολοκληρωτική του δράση και προβλέπει το μέλλον με τη διαφορική δράση. Στη συνέχεια αυτής της ενότητας παρουσιάζουμε εν συντομία τις ιδιότητες που παρέχει στο κλειστό σύστημα καθένας από τους τρεις όρους του ελεγκτή.

#### 2.2.2.1 Αναλογική δράση

Ο αναλογικός όρος του ελεγκτή περιγράφεται από τη σχέση

$$u_p(t) = K'_p e(t) = K'_p (r(t) - y(t)) \quad (2.1)$$

όπου  $e(t)$  είναι το σφάλμα μεταξύ της επιθυμητής κατάστασης  $r(t)$  και της εξόδου του συστήματος  $y(t)$ , και  $P$   $K'$  το αναλογικό κέρδος του ελεγκτή, το οποίο πολλές φορές στη βιβλιογραφία αποκαλείται και αναλογική ευαισθησία του ελεγκτή (proportional sensitivity). Είναι προφανές από τη σχέση (2.1) ότι ο  $P$  ελεγκτής ασκεί αρνητική ανάδραση. Για να γίνει πιο κατανοητή η δράση του  $P$  ελεγκτή, μπορεί κανείς να πάρει το μηχανικό ανάλογο που είναι ένα ελατήριο, όπου στην περίπτωση αυτή το  $K'_p$  αντιστοιχεί στη σκληρότητα του ελατηρίου. Προφανώς, όσο μεγαλύτερη είναι η απόκλιση από τη θέση ισορροπίας (ή ισοδύναμα το σφάλμα), τόσο μεγαλύτερη δύναμη επαναφοράς ασκείται.

Επίσης η δύναμη επαναφοράς αυξάνει με την αύξηση του  $K'_p$  γεγονός που δείχνει ότι ο αναλογικός όρος του ελεγκτή μπορεί να κάνει το κλειστό σύστημα πιο γρήγορο, ενώ ταυτόχρονα μειώνει το σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση. Όμως για συστήματα δεύτερης τάξης και άνω, μεγάλες τιμές του  $K'_p$  οδηγούν το σύστημα σε ταλαντωτική συμπεριφορά και για όλα τα συστήματα μεγαλύτερης τάξης από δυο (και επομένως για όλα τα συστήματα με καθυστέρηση χρόνου) είναι βέβαιο ότι το κλειστό σύστημα θα οδηγηθεί σε αστάθεια. Ο αναλογικός ελεγκτής δεν είναι αρκετός για να δώσει μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση, όταν το σύστημα υπόκειται σε εξωτερικές διαταραχές (όπως άλλωστε

συμβαίνει σχεδόν πάντα). Αυτό μπορεί να το διαπιστώσει εύκολα κανείς από το μηχανικό ανάλογο όπου οποιαδήποτε εξωτερική δύναμη κάνει το σύστημα να αποκλίνει από το σημείο ισορροπίας του ακόμα και με την παρουσία του ελατηρίου.

### 2.2.2.2 Διαφορική δράση

Ο διαφορικός όρος του ελεγκτή περιγράφεται από τη σχέση

$$U_D(t) = K'_D \frac{d e(t)}{dt} = K'_D \frac{d}{dt}(r(t) - y(t)) \text{ ή } U_D(t) = -K'_D \frac{dy(t)}{dt} \quad (2.2)$$

όπου  $D K'$  το διαφορικό κέρδος. Ο διαφορικός όρος του PID ελεγκτή μεταβάλλει την είσοδο του συστήματος ανάλογα με το ρυθμό μεταβολής του σφάλματος ή της εξόδου του συστήματος (αφού συνήθως η είσοδος αναφοράς είναι σταθερή). Στη διαφορική δράση του ελεγκτή είχε δοθεί αρχικά η ονομασία 'προ-δράση' (pre-act) [1] λόγω της ιδιότητάς της να δρα προβλεπτικά. Η ιδιότητα αυτή του  $D$  ελεγκτή οφείλεται στην πληροφορία που δίνει η κλίση μιας συνεχούς καμπύλης για τη μελλοντική της κατάσταση. Στο μηχανικό ισοδύναμο, ο διαφορικός όρος του ελεγκτή έχει την ίδια επίδραση με τη γραμμική (μη στατική) τριβή, η οποία είναι ανάλογη της ταχύτητας (παραγώγου της θέσης) και με αντίθετη φορά. Όπως λοιπόν η τριβή χρησιμοποιείται στις αναρτήσεις για να μειώσει την ταλάντωση, έτσι και ο διαφορικός όρος του ελεγκτή χρησιμοποιείται για την αύξηση της απόσβεσης του κλειστού συστήματος. Είναι προφανές ότι ο  $D$  ελεγκτής δεν έχει καμία επίδραση στο σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση αφού στη μόνιμη κατάσταση η παράγωγος είναι ίση με μηδέν. Όμως στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου (regulatory control) η χρήση διαφορικού όρου μπορεί να μειώσει σημαντικά το μέγιστο σφάλμα που προκύπτει όταν το σύστημα υπόκειται σε εξωτερικές διαταραχές. Η ιδιότητα αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι ο διαφορικός όρος αντιλαμβάνεται τη μεταβολή στο σφάλμα (από την κλίση) πολύ πριν το σφάλμα γίνει αρκετά μεγάλο ώστε να γίνει σημαντική η αναλογική δράση.

Μια άλλη πολύ σημαντική ιδιότητα που προσδίδει στο κλειστό σύστημα η χρήση διαφορικού ελέγχου είναι η αύξηση της ευρωστίας. Λόγω αυτής της ιδιότητας είναι συνήθως δυνατό να αυξηθεί και η αναλογική δράση του ελεγκτή με αποτέλεσμα το κλειστό σύστημα να μπορεί να γίνει σημαντικά πιο γρήγορο.

Το σημαντικότερο μειονέκτημα στη χρήση του διαφορικού όρου προέρχεται από την ενίσχυση του υψηλής συχνότητας θορύβου της μέτρησης. Αυτός είναι και ο σημαντικότερος λόγος που αποφεύγεται η χρήση του. Για να ξεπεραστεί το πρόβλημα αυτό συνηθίζεται να χρησιμοποιείται κάποιο φίλτρο σε συνδυασμό με την παραγωγή.

### 2.2.2.3 Ολοκληρωτική δράση

Ο ολοκληρωτικός όρος του ελεγκτή περιγράφεται από τη σχέση

$$U_I = K'_I \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (2.3)$$

όπου  $K'_I$  είναι το ολοκληρωτικό κέρδος. Η ολοκληρωτική δράση του ελεγκτή χρησιμοποιείται γιατί μηδενίζει το σφάλμα θέσης στη μόνιμη κατάσταση. Αυτό μπορεί εύκολα να το διαπιστώσει κανείς από τα σχήματα ελέγχου του σχήματος 2.3, όπου αν το κλειστό σύστημα είναι ευσταθές, τότε το μόνο σημείο ισορροπίας είναι αυτό για το οποίο  $e(t)=0$ .

### 2.2.3 Τα σχήματα ελέγχου τριών όρων που συναντώνται στη βιβλιογραφία

#### 2.2.3.1 Κλασική μορφή του PID ελεγκτή

Ο PID ελεγκτής όπως προαναφέραμε είναι ο πιο διαδεδομένος ελεγκτής. Συνήθως τον συναντάμε σε ένα από τα τρία ταυτόσημα σχήματα ελέγχου που παρουσιάζονται στο σχήμα 2.3. Η συνάρτηση μεταφοράς των τριών ελεγκτών του σχήματος 2.3 είναι αντίστοιχα:

$$G_{PID,\alpha}(s) = K'_C \frac{s^2 \tau'_I \tau'_D + \tau'_I s + 1}{s \tau'_I}$$

$$G_{PID,\beta}(s) = \frac{s^2 K'_D + s K'_P + K'_I}{s}$$

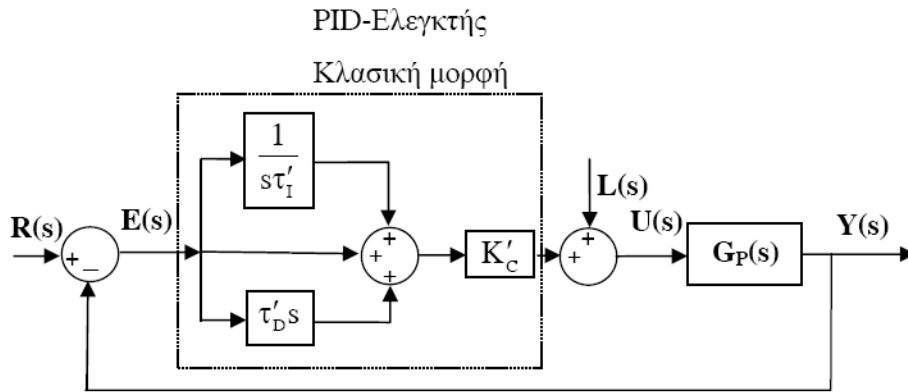
και 
$$G_{PID,\alpha}(s) = K_C \frac{(\tau_I s + 1) + (1 + s \tau_D)}{s \tau_I}$$

$$K'_C = K'_P = \frac{K_C(\tau_I + \tau_D)}{\tau_I}, \quad \tau'_I = \frac{K'_P}{K'_I} = \tau_I + \tau_D \quad \text{και} \quad \tau'_D = K'_P K'_D = \frac{\tau_I \tau_D}{\tau_I + \tau_D}$$

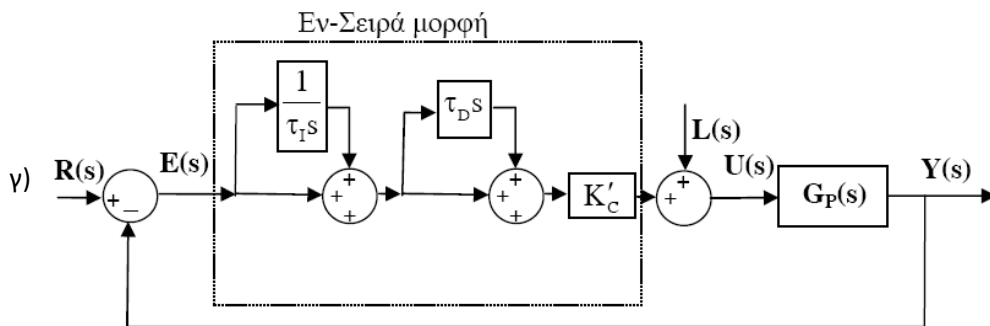
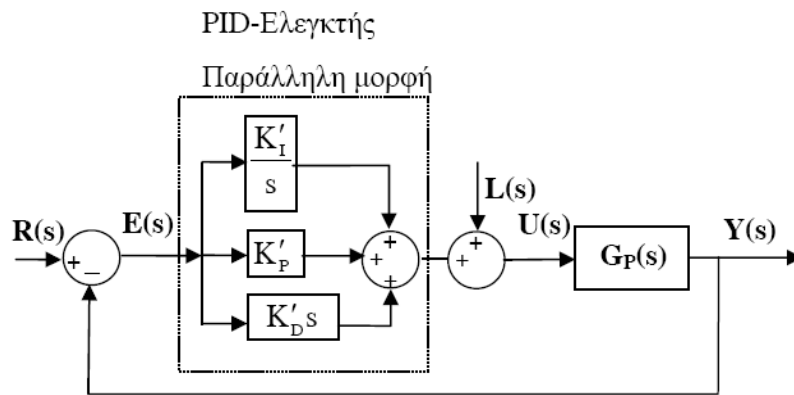
Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι η παράλληλη μορφή του PID ελεγκτή (σχήματα 2.3α και 2.3β) είναι πιο γενική από την εν-σειρά μορφή (σχήμα 2.3γ). Αυτό σημαίνει ότι από την εν σειρά μορφή μπορούμε πάντα να μεταφερθούμε στην παράλληλη. Το αντίστροφο όμως μπορεί να γίνει μόνο αν ισχύει:

$$\tau'_I \gg 4\tau'_D$$

α)



β)



Σχήμα 2.3. Η κλασική μορφή του PID ελεγκτή: α) , β) εν-παράλληλη μορφή και γ) εν-σειρά μορφή.

Στην αντίθετη περίπτωση οι παράμετροι του ελεγκτή είναι μιγαδικοί. Στην περίπτωση τώρα του PI ελεγκτή ( $\tau'_D = 0$  ή  $\tau_D = 0$ ) η εν-σειρά και η παράλληλη μορφή του ελεγκτή ταυτίζονται με  $\tau'_I = \tau_I$ .

Η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος όταν χρησιμοποιείται η εν-σειρά μορφή του PID είναι:

$$G_{CL}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_P(s)[\tau_I \tau_D s^2 + (\tau_I + \tau_D)s + 1]K_C}{s\tau_I + [\tau_I \tau_D s^2 + (\tau_I + \tau_D)s + 1]K_C G_P(s)}$$

## 2.3. Ασαφής έλεγχος

Στα μέσα του 1960 ο Lotfi A. Zadeh του πανεπιστημίου Berkeley της Καλιφόρνια εφεύρε την θεωρία των ασαφών συνόλων, η οποία λέει ότι συνήθως στον κόσμο που ζούμε τα αντικείμενα γύρω μας ανήκουν σε διάφορα σύνολα με διαφορετικούς βαθμούς συμμετοχής. Πχ. η κλάση των "ψηλών ανθρώπων" δεν έχει αυστηρό κριτήριο συμμετοχής. Ο ασαφής ορισμός κλάσεων παίζει πολύ μεγάλο ρόλο στην ανθρώπινη επικοινωνία. Το 1965 ο Zadeh θεμελίωσε πλήρως την θεωρία των ασαφών συνόλων και της ασαφούς λογικής ολοκληρώνοντας την δουλειά αρκετών άλλων μαθηματικών μέχρι τότε. Η θεωρία του Zadeh δέχθηκε μεγάλη αμφισβήτηση κυρίως στην Αμερική. Την δεκαετία του 1970 ο Ebrahim H. Mamdani, μηχανικός στο πανεπιστήμιο Queen Mary του Λονδίνου δοκίμασε για πρώτη φορά την ασαφή λογική για την ανάπτυξη ενός ελεγκτή ατμομηχανής. Η επιτυχία τους οδήγησε στην αναγνώριση της ασαφούς λογικής σαν ένα σημαντικό εργαλείο αυτομάτου ελέγχου κάτι που φαίνεται και από την πληθώρα επιστημονικών δημοσιεύσεων πάνω στο θέμα.

### 2.3.1 Ασαφή σύνολα - Βασικοί ορισμοί

Η θεωρία συνόλων αρχικά αναπτύχθηκε από τον Cantor (1845-1918). Η θεωρία του δέχθηκε μεγάλη αμφισβήτηση και τελικά πέθανε το 1918 σε ψυχιατρική κλινική. Σύνολο είναι οποιαδήποτε συλλογή - ομάδα ομοειδών πραγμάτων (πραγμάτων που έχουν ή ικανοποιούν μία συγκεκριμένη ιδιότητα). Τα μέλη της ομάδας αυτής καλούνται στοιχεία του συνόλου. Το πλήθος των στοιχείων ενός συνόλου καλείται πληθικός αριθμός του συνόλου (συμβολίζεται συνήθως με  $N$ ). Υπάρχουν πεπερασμένα και άπειρα σύνολα, ανάλογα με το αν ο πληθικός τους αριθμός είναι πεπερασμένος ή άπειρος.

#### Ορισμός 2.3.1 .1

Έστω  $X$  ένα μη μηδενικό σύνολο. Ένα ασαφές σύνολο  $A$  του  $X$  χαρακτηρίζεται από την συνάρτηση συμμετοχής του  $\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$  όπου  $\mu_A(x)$  είναι ο βαθμός

συμμετοχής του στοιχείου  $x \in X$  στο ασαφές σύνολο  $A$ .

Το ασαφές σύνολο  $A$  χαρακτηρίζεται πλήρως από το σύνολο των ζευγαριών

$A = \{(x, \mu_A(x)) \text{ όπου } x \in X\}$ . Αν  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  ένα πεπερασμένο σύνολο και  $A$  ένα

ασαφές σύνολο του  $X$  τότε χρησιμοποιούμε τον συμβολισμό

$$A = \mu_1/x_1 + \dots + \mu_n/x_n$$

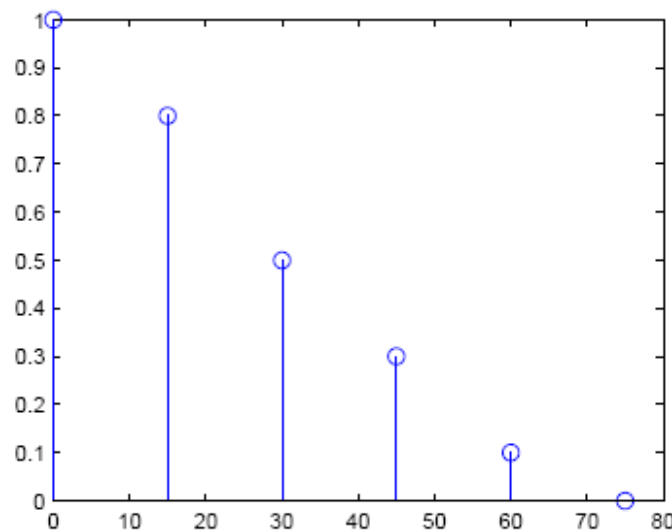
όπου  $\mu_i/x_i$  συμβολίζει ότι  $\mu_i$  είναι ο βαθμός συμμετοχής του  $x_i$  στο  $A$  και το  $+$  συμβολίζει την ένωση. Είναι προφανές ότι όσο μεγαλύτερο βαθμό συμμετοχής έχει ένα στοιχείο τόσο περισσότερο "ανήκει" στο σύνολο.

Παράδειγμα : Έστω ότι έχουμε το πεπερασμένο σύνολο  $X = \{0, 20, 30, 50, 60, 70\}$  όπου τα στοιχεία του  $X$  είναι ανθρώπινες ηλικίες σε χρόνια.

Έστω επίσης ότι θέλουμε να ορίσουμε το σύνολο των νέων ανθρώπων πάνω στο σύνολο  $X$ . Η παραπάνω έννοια μπορεί να εκφραστεί από το ακόλουθο ασαφές σύνολο

$$A = 1/0 + 0.8/15 + 0.5/30 + 0.3/45 + 0.1/60 + 0/75$$

και γραφικά από το ακόλουθο:

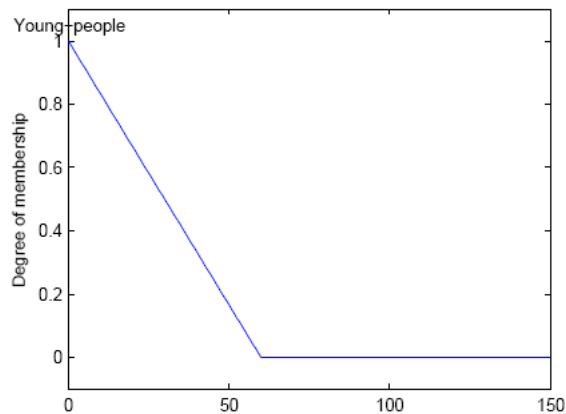


Προφανώς οι τιμές συμμετοχής του κάθε στοιχείου του  $X$  είναι υποκειμενικές. Αντίστοιχα και ίσως πιο βολικά το ασαφές σύνολο θα μπορούσαμε να το παρουσιάσουμε σε μορφή δύο πινάκων:

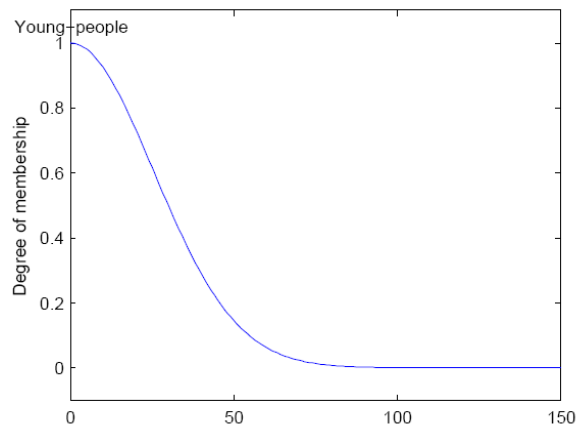
|             |   |     |     |     |     |    |
|-------------|---|-----|-----|-----|-----|----|
| $X=$        | 0 | 15  | 30  | 45  | 60  | 75 |
| $\mu_A(X)=$ | 1 | 0,8 | 0,5 | 0,3 | 0,1 | 0  |

Αν τώρα σαν  $X$  έχω το σύνολο των πραγματικών αριθμών από το 0 μέχρι το 150 δηλαδή  $X = [0, 150]$  τότε το ασαφές σύνολο των νέων ανθρώπων θα μπορούσε να οριστεί μέσω της

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{-1}{60}x + 1, & 0 \leq x \leq 60 \\ 0, & 60 \leq x \leq 150 \end{cases}$$



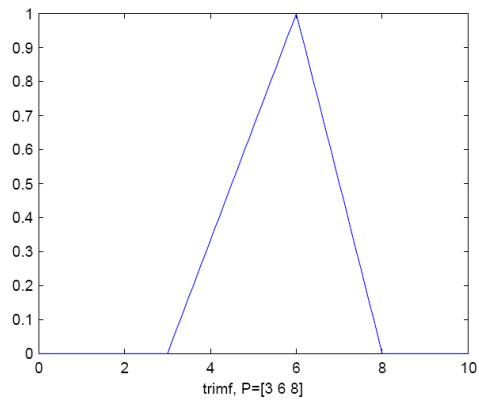
Το ίδιο σύνολο θα μπορούσε να οριστεί αν σαν συνάρτηση συμμετοχής έχω την παρακάτω συνάρτηση του *Gauss*.



Όταν το σύνολο  $X$  είναι συνεχές τότε και η συνάρτηση συμμετοχής που αντιστοιχεί σε ένα ασαφές σύνολο  $A$  είναι και αυτή με τη σειρά της συνεχής. Υπάρχουν συγκεκριμένοι τύποι συναρτήσεων που χρησιμοποιούμε.

- Τριγωνική (Σχήμα 2.4). Έχει σαν παραμέτρους τρεις πραγματικούς αριθμούς  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

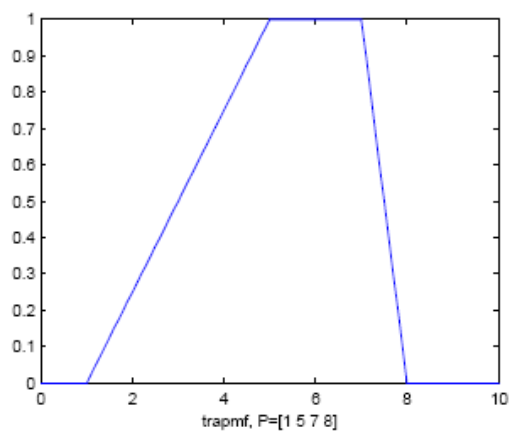
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & b \leq x \leq c \\ 0 & x \geq c \end{cases}$$



Σχήμα 2.4

Τραπεζοειδής (Σχήμα 2.5). Έχει τέσσερις πραγματικούς αριθμούς σαν παραμέτρους  $a, b, c, d$ .

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 1 & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & c \leq x \leq d \\ 0 & x \geq d \end{cases}$$

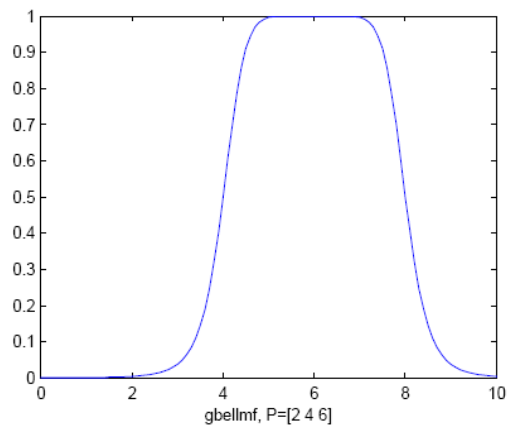


Σχήμα 2.5

Καμπανοειδής (Σχήμα 2.6). Έχει σαν παραμέτρους τρεις πραγματικούς αριθμούς  $a, b, c$ .

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}}$$





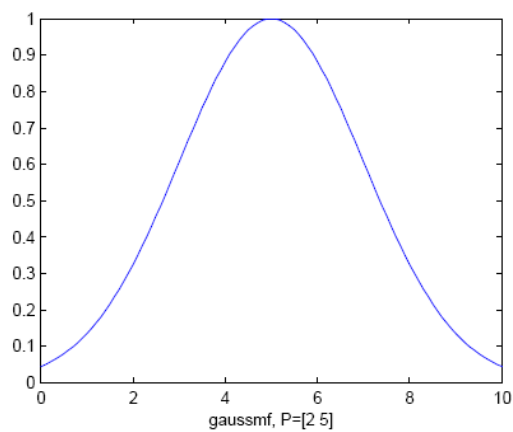
Σχήμα 2.6

Η παράμετρος  $c$  δείχνει το κέντρο της καμπύλης, η  $b$  το σημείο που έχει σαν τιμή 0.5 και η  $a$  το σημείο που από 0 γίνεται αυστηρά θετική.

- Συμμετρική συνάρτηση του Gauss (Σχήμα 2.7). Έχει σαν παραμέτρους δύο πραγματικούς αριθμούς  $a$ ,  $c$ .

$$\mu_A(x) = e^{\frac{-(x-c)^2}{2a^2}}$$

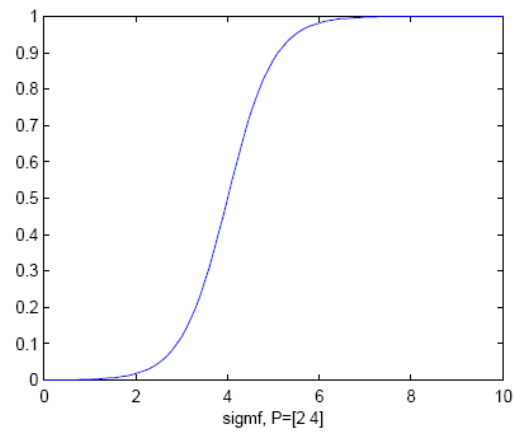
Η  $c$  δείχνει το κέντρο της καμπύλης.



Σχήμα 2.7

- Σιγμοειδής (Σχήμα 2.8). Έχει σαν παραμέτρους δύο πραγματικούς αριθμούς  $a$ ,  $c$ .

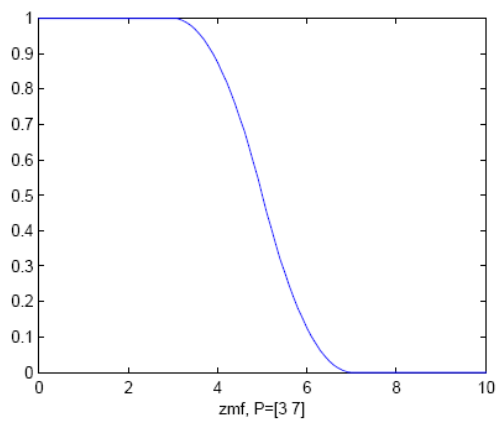
$$\mu_A(x) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}}$$



Σχήμα 2.8

- Z συνάρτηση (Σχήμα 2.9). Έχει σαν παραμέτρους δύο πραγματικούς αριθμούς a, b.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x \leq a \\ 1 - 2\left(\frac{x-a}{b-a}\right)^2 & a \leq x \leq \frac{a+b}{2} \\ 2\left(b - \frac{x}{b-a}\right)^2 & \frac{a+b}{2} \leq x \leq b \\ 0 & x \geq b \end{cases}$$



Σχήμα 2.9

Τα a, b δείχνουν τα άκρα της καμπύλης

### 2.3.2 Πράξεις ασαφών συνόλων

Ορισμός 2.3.2.1 Ας θεωρήσουμε δύο ασαφή σύνολα  $A$  και  $B$  ορισμένα πάνω στο ίδιο κλασσικό σύνολο  $X$ . Τότε η τομή  $A \cap B$  αυτών των δύο συνόλων είναι και αυτή ένα ασαφές σύνολο του  $X$  με συνάρτηση συμμετοχής

$$\mu_{A \cap B}(x) := \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$$

όπου  $\wedge$  είναι ο τελεστής ελαχίστου του *Mamdani*

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min \{ \mu_A(x), \mu_B(x), \text{ για κάθε } x \in X \} \quad (2.2)$$

ή ο τελεστής γινομένου του *Larsen*

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \mu_B(x) \quad (2.3)$$

Αντίστοιχα η ένωση  $A \cup B$  είναι ένα ασαφές σύνολο του  $X$  με συνάρτηση συμμετοχής

$$\mu_{A \cup B}(x) := \mu_A(x) \vee \mu_B(x) := \max \{ \mu_A(x), \mu_B(x), \text{ για κάθε } x \in X \} .$$

όπου ο τελεστής μεγίστου του *Mamdani*

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max \{ \mu_A(x), \mu_B(x), \text{ για κάθε } x \in X \} \quad (2.4)$$

ή ο τελεστής *probor*

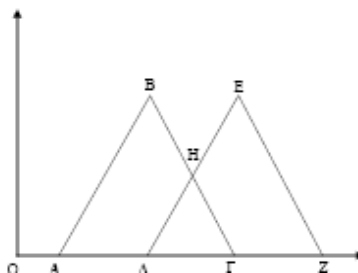
$$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \mu_B(x) \quad (2.5)$$

Ορισμός 2.3.2.2 Το συμπλήρωμα  $\neg A$  ενός ασαφούς συνόλου  $A$  είναι ένα ασαφές σύνολο του  $X$  με συνάρτηση συμμετοχής

$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x).$$

Παρατήρηση Η τομή δύο συνόλων αντιστοιχεί στο λεκτικό ΚΑΙ (*AND*) ενώ η ένωση στο λεκτικό Ή (*OR*). Το συμπλήρωμα αντιστοιχεί στην άρνηση μιας πρότασης.

Παράδειγμα : Έστω δύο ασαφή σύνολα  $A$  και  $B$  ορισμένα πάνω στο ίδιο μη πεπερασμένο σύνολο  $X$ . Οι συναρτήσεις συμμετοχής τους φαίνονται στο παρακάτω γράφημα



όπου η συνάρτηση συμμετοχής του  $A$  είναι αυτή που σχηματίζεται από τα ευθύγραμμα

τμήματα OABΓΖ και του Β από τα ΟΔΕΖ. Η τομή ΑΠΒ θα έχει συνάρτηση συμμετοχής

την ΟΔΗΓΖ ενώ η ένωση Α ∪ Β την ΟΑΒΗΕΖ.

Εκτός από τις παραπάνω βασικές πράξεις που ορίστηκαν, υπάρχουν και κάποιες πράξεις που χρησιμοποιούμε συχνά για να περιγράψουμε κάποιες έννοιες.

Ορισμός 2.3.2.3 Λεκτικός μετατροπέας ονομάζεται μια πράξη πάνω σε ένα ασαφές σύνολο που μετατρέπει την λεκτική έννοια αυτού του συνόλου.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα ενός λεκτικού μετατροπέα είναι το "ΠΟΛΥ". Έτσι συνεχίζοντας το προηγούμενο παράδειγμα το ασαφές σύνολο "ΠΟΛΥ μεγάλο" που θα συμβολίζεται  $B^2$  ορίζεται από την συνάρτηση συμμετοχής  $\mu_{B^2}(x) = (\mu_B(x))^2$ . Αντίστοιχα ο λεκτικός μετατροπέας "ΠΕΡΙΠΟΥ" ή "ΣΧΕΔΟΝ" αν τον εφαρμόσουμε στο ασαφές σύνολο Β, θα συμβολίζεται  $B^{1/2}$  ορίζεται από την συνάρτηση συμμετοχής  $\mu_{B^{1/2}}(x) = \sqrt{\mu_B(x)}$

|                      |      |      |      |   |      |      |   |   |   |   |
|----------------------|------|------|------|---|------|------|---|---|---|---|
| $\mu_B(x) =$         | 0.2  | 0.5  | 0.8  | 1 | 0.7  | 0.3  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $\mu_{B^2}(x) =$     | 0.04 | 0.25 | 0.64 | 1 | 0.49 | 0.09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $(\mu_B(x))^{1/2} =$ | 0.44 | 0.70 | 0.89 | 1 | 0.83 | 0.54 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Πιο κάτω αναφέρονται κάποιες βασικές ιδιότητες της ένωσης και της τομής ασαφών συνόλων:

- Μεταβατική ιδιότητα

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

- Associativity

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

- Επιμεριστική ιδιότητα

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

- Ιδιότητα του De Morgan

$$\neg (A \cap B) = \neg A \cup \neg B$$

$$\neg (A \cup B) = \neg A \cap \neg B$$

- Απορροφητική ιδιότητα

$$(A \cap B) \cup A = A$$

$$(A \cup B) \cap A = A$$

- Τέλος ισχύει

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι  $A \cup (\neg A) = 1X$  και  $A \cap (\neg A) = \emptyset$ .

### 2.3.3 Σχέσεις μεταξύ ασαφών συνόλων

Στον ασαφή έλεγχο η σχέσεις μεταξύ αντικειμένων παίζουν σημαντικό ρόλο. Μερικές σχέσεις αφορούν στοιχεία μέσα στο ίδιο σύνολο, πχ μια μέτρηση είναι μεγαλύτερη από κάποια άλλη. Άλλες σχέσεις ορίζονται μεταξύ διαφόρων συνόλων, πχ μια μέτρηση έχει μεγάλη τιμή και ταχύτητα μεταβολής της είναι θετική κλπ. Ένα απλό παράδειγμα μιας ασαφούς σχέσης είναι η ομοιότητα δύο ανθρώπων. Πχ ο Τάσος μοιάζει με τον Κώστα με βαθμό 0.7 ενώ ο Κώστας με τον Θανάση σε βαθμό 0.3. Το παραπάνω παράδειγμα είναι μια σχέση μεταξύ δύο στοιχείων αλλά γενικά είναι δυνατόν να ορίσουμε σχέσεις με περισσότερα από δύο στοιχεία.

Ορισμός 2.3.3.1 Έστω  $X$  και  $Y$  δύο μη κενά σύνολα. Μια ασαφής σχέση  $R$  μεταξύ αυτών των δύο συνόλων είναι ένα ασαφές σύνολο του καρτεσιανού γινομένου  $X \times Y$ .

Αν  $x \in X$  και  $y \in Y$  τότε με  $R(x, y)$  θα συμβολίζεται ο βαθμός συμμετοχής του διατεταγμένου ζεύγους  $(x, y)$  στην σχέση  $R$ .

Ορισμός 2.3.3.2 Τομή μεταξύ δύο ασαφών σχέσεων  $R_1$  και  $R_2$  ορισμένων πάνω σε δύο μη κενά σύνολα  $X$  και  $Y$  ορίζεται η σχέση  $R_1 \cap R_2$  με συνάρτηση συμμετοχής την

$$(R_1 \cap R_2)(x, y) = R_1(x, y) \wedge R_2(x, y)$$

όπου το  $\wedge$  είναι είτε το ελάχιστο (2.2)

$$(R_1 \cap R_2)(x, y) = \min \{R_1(x, y), R_2(x, y)\}$$

είτε το γινόμενο (2.3)

$$(R_1 \cap R_2)(x, y) = R_1(x, y)R_2(x, y)$$

Ορισμός 2.3.3.3 Ένωση μεταξύ δύο ασαφών σχέσεων  $R_1$  και  $R_2$  ορισμένων πάνω σε δύο μη κενά σύνολα  $X$  και  $Y$  ορίζεται η σχέση  $R_1 \cup R_2$  με συνάρτηση συμμετοχής την

$$(R_1 \cup R_2)(x, y) = R_1(x, y) \vee R_2(x, y)$$

όπου  $\vee$  είναι είτε το μέγιστο

$$(R_1 \cup R_2)(x, y) = \max \{R_1(x, y), R_2(x, y)\}$$

είτε το probor

$$(R_1 \cup R_2)(x, y) = R_1(x, y) + R_2(x, y) - R_1(x, y)R_2(x, y).$$

Ορισμός 2.3.3.4 Καρτεσιανό γινόμενο  $A \times B$  μεταξύ δυο ασαφών συνόλων  $A$  και  $B$  ορίζεται ως η ασαφής σχέση με συνάρτηση συμμετοχής

$$(A \times B)(x, y) = \min \{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$$

για όλα τα  $x \in A$  και  $y \in B$ .

Ορισμός 2.3.3.5 Sup–min ή αλλιώς max–min σύνθεση  $A \circ R$  ενός ασαφούς συνόλου  $A$  του  $X$  με μια σχέση  $R$  ορισμένης πάνω σε δύο μη κενά σύνολα  $X$  και  $Y$  είναι ένα ασαφές σύνολο ορισμένο στο  $Y$  με συνάρτηση συμμετοχής

$$\mu_{A \circ R}(y) = \sup_{x \in X} \min \{ \mu_A(x), R(x, y) \} \quad (2.6) \quad \text{για κάθε } y \in Y.$$

Αντίστοιχα με την sup–min σύνθεση ορίζεται η max–prod σύνθεση και η max–average σύνθεση.

Ορισμός 2.3.3.6 max–prod σύνθεση  $A \circ R$  ενός ασαφούς συνόλου  $A$  του  $X$  με μια σχέση  $R$  ορισμένης πάνω σε δύο μη κενά σύνολα  $X$  και  $Y$  είναι ένα ασαφές σύνολο ορισμένο στο  $Y$  με συνάρτηση συμμετοχής

$$\mu_{A \circ R}(y) = \max_{x \in X} \{ \mu_A(x) \cdot R(x, y) \} \quad (2.7) \quad \text{για κάθε } y \in Y.$$

Ορισμός 2.3.3.7 max–average σύνθεση  $A \circ R$  ενός ασαφούς συνόλου  $A$  του  $X$  με μια σχέση  $R$  ορισμένης πάνω σε δύο μη κενά σύνολα  $X$  και  $Y$  είναι ένα ασαφές σύνολο ορισμένο στο  $Y$  με συνάρτηση συμμετοχής

$$\mu_{A \circ R}(y) = \max_{x \in X} \{ 1/2 (\mu_A(x) + R(x, y)) \} \quad (2.8) \quad \text{για κάθε } y \in Y.$$

Ορισμός 2.3.3.8 Έστω δύο σχέσεις  $R_1 \in F(X \times Y)$  και  $R_2 \in F(Y \times Z)$ . Τότε η sup-

min σύνθεση  $R_1 \circ R_2 \in F(X \times Z)$  ορίζεται ως η σχέση με συνάρτηση συμμετοχής

$$(R_1 \circ R_2)(x, z) = \sup_{y \in Y} \min \{R_1(x, y), R_2(y, z)\}.$$

Τελείως ανάλογα ορίζονται η max-prod και η max-average συνθέσεις σχέσεων.

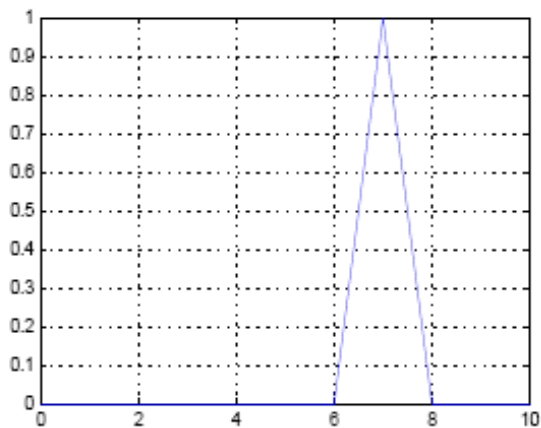
## 2.3.4 Ασαφείς αριθμοί

Οι ασαφείς αριθμοί χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές όπου είναι επιθυμητή η αναπαράσταση της αβεβαιότητας των αριθμητικών δεδομένων. Ένας εύκολος τρόπος να φανταστούμε ένα ασαφή αριθμό είναι η έκφραση "περίπου 7". Ένας πιο αυστηρός ορισμός των ασαφών αριθμών είναι ο ακόλουθος.

Ορισμός 2.3.4.1 Ένας ασαφής αριθμός  $A$  είναι ένα ασαφές σύνολο ορισμένο πάνω στους πραγματικούς αριθμούς με μια κανονική, κυρτή και συνεχή συνάρτηση συμμετοχής με πεπερασμένη υποστήριξη.

Αντίστοιχα μπορεί να οριστεί ένας ασαφής ορισμός σε διακριτά απειροσύνολα όπως οι ακέραιοι αριθμοί. Όλες οι πράξεις ασαφών συνόλων που έχουμε ορίσει πιο πριν ισχύουν προφανώς και για τους ασαφείς αριθμούς. Ένας άλλος τρόπος για να συμβολίζουμε τους ασαφείς αριθμούς πχ τον 7 είναι με  $\tilde{7}$ . Επίσης ανάλογα με την εφαρμογή, ο καθένας μπορεί να διαλέξει διαφορετικές συναρτήσεις συμμετοχής για τον ίδιο ασαφή αριθμό.





Σχήμα 2.10. Ο ασαφής αριθμός 7.

Άλλος ένας τρόπος ορισμού του ασαφούς αριθμού 7 όταν τον ορίσουμε πάνω στους ακέραιους αριθμούς είναι ο ακόλουθος

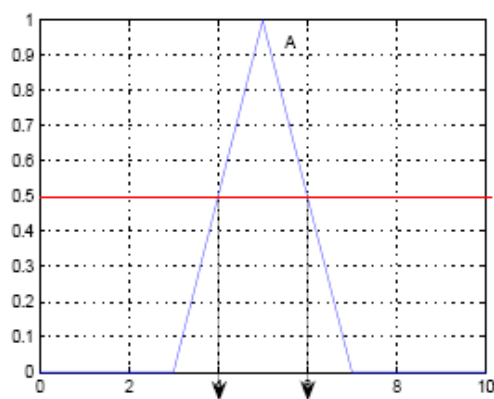
$$7 = 0/1 + 0/2 + 0/3 + 0.2/4 + 0.4/5 + 0.7/6 + 1/7 + 0.7/8 + 0.4/9 + 0.2/10$$

Ορισμός 2.3.4.2 α-τομή ενός ασαφούς συνόλου A (και κατά συνέπεια ενός ασαφούς αριθμού A) όπου  $\alpha \in [0, 1]$ , είναι ένα υποσύνολο  $A_\alpha$  του συνόλου αναφοράς τέτοιο ώστε

$$A_\alpha = [\alpha^{(a)}_1, \alpha^{(a)}_2] = \{x | \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

Έστω ένα ασαφές σύνολο που παριστάνει τον ασαφή αριθμό 7 και φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Τότε:

$$A_{0.5} = [4, 6]$$



Σχήμα 2.11. 0.5-τομή του ασαφούς αριθμού 7.

Αντίστοιχα  $A_1 = [7]$ .

Ένας τρόπος να περιγράψουμε ένα διακριτό ασαφές σύνολο είναι μέσα σε ένα σύνολο τέτοιων α-τομών.

### Πρόσθεση

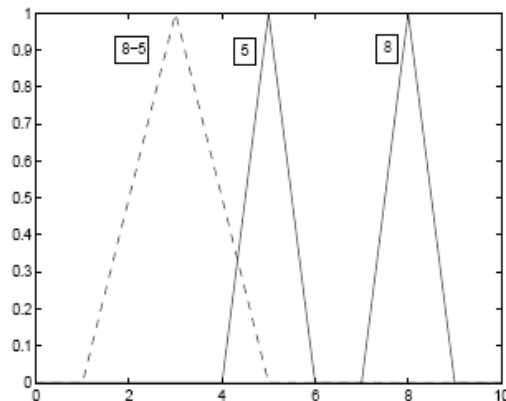
Ορισμός 2.3.4.3 Πρόσθεση δύο ασαφών αριθμών A και B που περιγράφονται με α-τομές είναι το ασαφές σύνολο  $C = A + B$  που περιγράφεται από

$$C_\alpha = A_\alpha + B_\alpha = [\alpha^{(a)}_1, \alpha^{(a)}_2] + [b^{(a)}_1, b^{(a)}_2] = [\alpha^{(a)}_1 + b^{(a)}_1, \alpha^{(a)}_2 + b^{(a)}_2], \forall \alpha \in [0, 1]$$

### Αφαίρεση

Ορισμός 2.3.4.4 Αφαίρεση δύο ασαφών αριθμών A και B που περιγράφονται με α-τομές είναι το ασαφές σύνολο  $C = A - B$  που περιγράφεται από

$$C_\alpha = A_\alpha - B_\alpha = [\alpha^{(a)}_1, \alpha^{(a)}_2] - [b^{(a)}_1, b^{(a)}_2] = [\alpha^{(a)}_1 - b^{(a)}_2, \alpha^{(a)}_2 - b^{(a)}_1] \forall \alpha \in [0, 1]$$



Σχήμα 2.12. Αφαίρεση ασαφών αριθμών,  $8 - 5$

(Προσοχή χρειάζεται ο ορισμός της αφαίρεσης διαστημάτων στον παραπάνω τύπο.)

### Πολλαπλασιασμός

Όπως και στην αφαίρεση θα ορίσουμε τον πολλαπλασιασμό δύο ασαφών αριθμών μέσω των α-τομών.

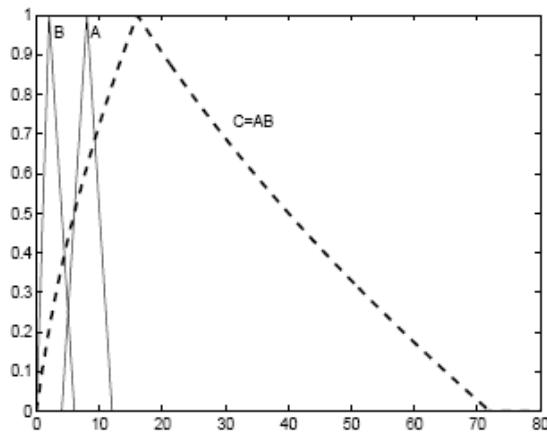
Ορισμός 2.3.4.5 Πολλαπλασιασμός δύο ασαφών αριθμών A και B που περιγράφονται με α-τομές είναι το ασαφές σύνολο  $C = A \cdot B$  που περιγράφεται από

$$C_\alpha = A_\alpha \cdot B_\alpha = [\alpha^{(a)}_1, \alpha^{(a)}_2] \cdot [b^{(a)}_1, b^{(a)}_2] = [\alpha^{(a)}_1 \cdot b^{(a)}_1, \alpha^{(a)}_2 \cdot b^{(a)}_2], \quad \forall \alpha \in [0, 1]$$

Αντίστοιχα ορίζεται και ο πολλαπλασιασμός μεταξύ ασαφούς αριθμού A και ενός κανονικού αριθμού k ως εξής

$$C = k \cdot A := [k, k] \cdot [\alpha^{(a)}_1, \alpha^{(a)}_2] = [k\alpha^{(a)}_1, k\alpha^{(a)}_2].$$

Σαν παράδειγμα και χωρίς παραπάνω εξηγήσεις φαίνεται πιο κάτω ο πολλαπλασιασμός δύο συνεχών ασαφών αριθμών του 8 και του 2.



Σχήμα 2.13. Πολλαπλασιασμός ασαφών αριθμών

### Διαίρεση

Ορισμός 2.3.4.6 Διαίρεση δύο ασαφών αριθμών A και B που περιγράφονται με α-τομές είναι το ασαφές σύνολο  $C = A/B$  που περιγράφεται από

$$C_\alpha = A_\alpha / B_\alpha = [\alpha^{(a)}_1, \alpha^{(a)}_2] / [b^{(a)}_1, b^{(a)}_2] = [\alpha^{(a)}_1 / b^{(a)}_2, \alpha^{(a)}_2 / b^{(a)}_1], \quad \forall \alpha \in [0, 1]$$

### Υπόλοιπες πράξεις

Αντίστοιχα μέσω των α-τομών ορίζονται και υπόλοιπες πράξεις μεταξύ ασαφών αριθμών όπως η εύρεση μεγίστου ή ελαχίστου κλπ.

## Συνεπαγωγές

Έστω οι προτάσεις  $p = "x \text{ ανήκει στο σύνολο } A"$  και  $q = "y \text{ ανήκει στο σύνολο } B"$  όπου  $A$  και  $B$  είναι κλασσικά σύνολα. Η πρόταση " $p$  συνεπάγεται  $q$ " που θα συμβολίζεται  $R : p \rightarrow q$ , ερμηνεύεται ως  $\neg (p \wedge \neg q)$  δηλαδή ότι δεν μπορεί να αληθεύει το  $p$  και να μην αληθεύει το  $q$ . Η πλήρης ερμηνεία της συνεπαγωγής είναι ότι ο βαθμός αλήθειας της  $p \rightarrow q$  καθορίζει κατά πόσο το  $q$  αληθεύει τουλάχιστον κατά τον ίδιο βαθμό όσο το  $p$  δηλαδή

$$R : p \rightarrow q \text{ αληθές} \Leftrightarrow \tau(p) \leq \tau(q)$$

$$R : p \rightarrow q = \begin{cases} 1, & \tau(p) \leq \tau(q) \\ 0, & \tau(p) > \tau(q) \end{cases}$$

όπου  $\tau(p) = 0$  ή  $1$ , ο βαθμός αλήθειας της προτάσεις  $p$ . Έτσι σύμφωνα με την κλασσική λογική ο πίνακας αλήθειας της φυσικής συνεπαγωγής είναι ο ακόλουθος

| $p$ | $q$ | $p \rightarrow q$ |
|-----|-----|-------------------|
| 1   | 1   | 1                 |
| 1   | 0   | 0                 |
| 0   | 1   | 1                 |
| 0   | 0   | 1                 |

Μια επέκταση της φυσικής συνεπαγωγής  $R : p \rightarrow q$  χρησιμοποιώντας ασαφή σύνολα  $A$  και  $B$  είναι η σχέση  $R$  μεταξύ των  $A$  και  $B$

$$\mu_R(x, y) = \begin{cases} 1, & \mu_A(x) \leq \mu_B(y) \\ 0, & \mu_A(x) > \mu_B(y) \end{cases}$$

που ονομάζεται αυστηρή συνεπαγωγή. Άλλη μια επέκταση της φυσικής συνεπαγωγής είναι η συνεπαγωγή Gödel όπου

$$\mu_R(x, y) = \begin{cases} 1, & \mu_A(x) \leq \mu_B(y) \\ \mu_B(y), & \mu_A(x) > \mu_B(y) \end{cases}$$

και η συνεπαγωγή Larsen όπου

$$\mu_R(x, y) = \mu_A(x) \mu_B(y).$$

Ο πιο διαδεδομένος τελεστής συνεπαγωγής στα ασαφή σύνολα είναι αυτός του Mamdani που ορίζεται από την ακόλουθη σχέση

$$\mu_R(x, y) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}.$$

### 2.3.5 Προσεγγιστικός συλλογισμός

Στην συμπερασματική συλλογιστική, δεδομένων αληθών προτάσεων το συμπέρασμα που βγαίνει δεν μπορεί να είναι ψευδές. Κλασσικό παράδειγμα συμπερασματικής συλλογιστικής είναι το ακόλουθο:

|            |                               |
|------------|-------------------------------|
| Πρόταση    | Όλοι οι άνθρωποι είναι θνητοί |
| Γεγονός    | Ο Σωκράτης είναι άνθρωπος     |
| Συμπέρασμα | Ο Σωκράτης είναι θνητός       |

Ο έλεγχος διαδικασιών ή συστημάτων με ασαφείς ελεγκτές προϋποθέτει την ύπαρξη κάποιων λεκτικών κανόνων που περιγράφουν τις αντιδράσεις ενός ανθρώπου χειριστή. Αυτοί οι κανόνες περιγράφονται από ένα σύνολο προτάσεων της μορφής "ΑΝ Α τότε Β". Είναι προφανές ότι σε πολύπλοκες διαδικασίες δεν είναι γνωστοί όλοι οι κανόνες εκ των προταίρων. Άρα ζητείτε ένας μηχανισμός που μπορεί να παίρνει αποφάσεις με ελλιπή στοιχεία, κάτι που η ασαφής λογική αποδεικνύεται ότι μπορεί να κάνει.

Ας δούμε το παραπάνω πρόβλημα πιο γενικά σε ασαφή πλαίσια.

Έστω  $x \in X$  και  $y \in Y$  δύο αριθμητικές μεταβλητές όπου  $x$  πίεση και  $y$  όγκος. Έστω ότι ορίζουμε τα παρακάτω ασαφή σύνολα. A1 το ασαφές σύνολο που λεκτικά περιγράφετε με "υψηλή πίεση", A2 "χαμηλή πίεση", B1 "μεγάλος όγκος", B2 "μικρός όγκος". Επίσης είναι γνωστή οι σχέσεις μεταξύ των ασαφών συνόλων δηλαδή :

R1 : ΑΝ  $x$  είναι A1 ΤΟΤΕ  $y$  είναι B1

R2 : ΑΝ  $x$  είναι A2 ΤΟΤΕ  $y$  είναι B2

Το ζητούμενο είναι αν μας δίνεται ένα γεγονός ότι  $p_x x$  είναι  $A'$  όπου  $A'$  ένα νέο ασαφές σύνολο, να συμπεράνουμε το ποσοστό συμμετοχής του αποτελέσματος ότι δηλαδή το  $y$  θα ανήκει κατά 0.3 σε ένα καινούριο ασαφές σύνολο  $B'$ . Θα δούμε τρόπους για να υπολογίζουμε το νέο ασαφές σύνολο  $B'$  που αντιστοιχεί στο συμπέρασμα.

Στον προσεγγιστικό συλλογισμό και την ασαφή λογική ο σημαντικότερος κανόνας συνεπαγωγής είναι ο *Generalized Modus Ponens (GMP)* για τον οποίο ισχύει

|             |                                 |
|-------------|---------------------------------|
| Πρόταση R : | ΑΝ $x$ είναι A ΤΟΤΕ $y$ είναι B |
| Γεγονός     | $x$ είναι $A'$                  |
| Συμπέρασμα  | $y$ είναι $B'$                  |

Στόχος είναι η εύρεση ενός συμπεράσματος έχοντας σαν δεδομένα τα αίτια. Το συμπέρασμα  $B'$  προκύπτει από την σύνθεση του  $A'$  και του πίνακα αλήθειας της συνεπαγωγής. Η σύνθεση όπως έχουμε ήδη πει μπορεί να οριστεί με διάφορους τελεστές. Αν χρησιμοποιούμε τον τελεστή σύνθεσης max-min του Mamdani , έχουμε

$$B' = A' \circ (A \rightarrow B)$$

όπου  $\circ$  η  $\sup - \min$  ή αλλιώς  $\max - \min$  σύνθεση ενός ασαφούς συνόλου  $A$  με μια σχέση  $R$ , την συνεπαγωγή  $(A \rightarrow B)$ , δηλαδή η συνάρτηση συμμετοχής του νέου ασαφούς συνόλου  $B'$  είναι

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in X} \min \{ \mu_A(x), R(x, y) \} .$$

Αν χρησιμοποιήσουμε τον τελεστή συνεπαγωγής  $\max - \text{prod}$  του Larsen (2.7) έχουμε ότι

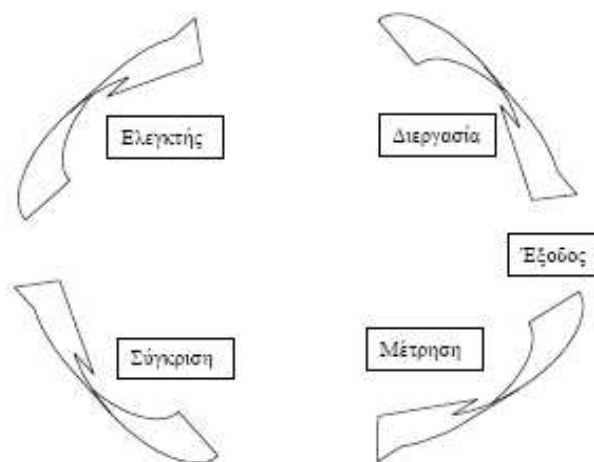
$$\mu_{B'}(y) = A' \cdot (A \rightarrow B) = \sup_{x \in X} \mu_{A'}(x) R(x, y).$$

ενώ με τον τελεστή  $\max - \text{average}$  (2.8) έχουμε

$$\mu_{B'}(y) = A' < + > (A \rightarrow B) = \sup_{x \in X} [1/2((\mu_{A'}(x) + R(x, y)))]$$

### 2.3.6 Ασαφείς ελεγκτές

Ορισμός ενός συστήματος αυτομάτου ελέγχου. Ένα τέτοιο σύστημα αντιστοιχεί στην διασύνδεση διαφόρων στοιχείων που συνθέτουν μια συγκεκριμένη διάταξη που μας παρέχει μια γνωστή εκ των προτέρων επιθυμητή απόκριση. Επειδή συνήθως η επιθυμητή απόκριση είναι διαφορετική από την πραγματική απόκριση, παράγεται ένα σήμα ελέγχου το οποίο αντιστοιχεί στο σφάλμα που εμφανίζεται ανάμεσα στις δύο αποκρίσεις. Η χρήση του σήματος αυτού για τον έλεγχο μιας συγκεκριμένης διεργασίας, έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία μιας ακολουθίας λειτουργιών μέσα σε ένα κλειστό βρόγχο που καλείται γενικά σύστημα ελέγχου με ανάδραση ή αλλιώς σύστημα ελέγχου κλειστού βρόγχου (Σχήμα 2.14).



Σχήμα 2.14. Σύστημα ελέγχου με ανάδραση.

Ένα σύστημα ανοιχτού βρόγχου λειτουργεί χωρίς ανάδραση και παράγει απευθείας το αντίστοιχο σήμα εξόδου ως απόκριση του συστήματος σε συγκεκριμένο σήμα εισόδου. Αντίθετα σε ένα σύστημα κλειστού βρόγχου (με ανάδραση) λαμβάνεται συνεχώς μια μέτρηση του σήματος εξόδου το οποίο και συγκρίνεται με την επιθυμητή έξοδο του συστήματος (σήμα εισόδου) έτσι ώστε να παράγεται ένα σήμα διαφοράς που εφαρμόζεται στην διαδικασία.

Τα βασικά στοιχεία ενός ασαφούς ελεγκτή είναι τα ακόλουθα:

- Βάση γνώσης. Σε αυτήν είναι αποθηκευμένοι οι κανόνες ελέγχου για το έλεγχο της διαδικασίας.
- Ασαφή σύνολα. Έχοντας ορίσει τα ασαφή σύνολα είναι δυνατή η μετάφραση των λεκτικών κανόνων της βάσης γνώσης σε μαθηματικούς κανόνες.
- Ασαφοποιητής. Αναλαμβάνει την μετατροπή των πραγματικών τιμών των μεταβλητών εισόδου του ελεγκτή σε ασαφή σύνολα.
- Μηχανισμός συμπερασμού. Εκεί παράγονται μέσω συνεπαγωγών τα ασαφή σύνολα των συμπερασμάτων.
- Αποασαφοποιητής. Τα ασαφή σύνολα των συμπερασμάτων μετατρέπονται σε πραγματικούς αριθμούς έτσι ώστε να είναι δυνατή η μετάδοση της δράσης ελέγχου στην διαδικασία.

## Ασαφοποίηση εισόδων

Οι είσοδοι σε έναν ασαφή ελεγκτή είναι σήματα άρα σαφείς μεταβλητές, γι αυτό και απαιτείται σαν πρώτο βήμα η ασαφοποίησή των. Έστω ένας ελεγκτής με δύο εισόδους  $x_1(t), \dots, x_n(t)$  και μία έξοδο  $y(t)$ . Θεωρούμε ότι στην χρονική στιγμή  $t_0$  έρχονται σαν είσοδος πραγματικές τιμές  $x_1, \dots, x_n$ . Ο στόχος είναι να παράγουμε με βάση αυτούς τους αριθμούς ασαφή σύνολα  $A^1, \dots, A^n$ . Ένας τρόπος να παραχθούν οι ασαφοποιημένες είσοδοι είναι να ορίσουμε τα  $A^i$  σαν ασαφή σημεία (2.1) με την ακόλουθη συνάρτηση συμμετοχής

$$\mu_{A^i}(x_i(t)) = \begin{cases} 1, & x_i(t) = x_i \\ 0, & x_i(t) \neq x_i \end{cases}$$

Ένας δεύτερος τρόπος ασαφοποίησης είναι το να λάβουμε υπόψιν μας την αβεβαιότητα στα σήματα εισόδου θεωρώντας ότι έχουμε σαν είσοδο έναν ασαφή αριθμό.

## Μηχανισμός συμπερασμού

Έστω  $n$  το πλήθος κανόνων που αντιστοιχούν στον ελεγκτή της μορφής "ΑΝ  $x_1$  ΕΙΝΑΙ  $A^1_1$  ΚΑΙ  $x_2$  ΕΙΝΑΙ  $A^1_2$  ΤΟΤΕ  $y$  ΕΙΝΑΙ  $B^1$ ". Μεταξύ των κανόνων υπονοείται το συνδετικό "επίσης" που ερμηνεύεται σαν διάζευξη (OR). Οι κανόνες αυτοί αντιστοιχούν σε ασαφείς συνεπαγωγές  $R_i$ .

Ο μηχανισμός συμπερασμού για να οριστεί πλήρως χρειάζεται να οριστεί ο τελεστής συνεπαγωγής, ο τελεστής σύνθεσης που χρησιμοποιείται, το συνδετικό μεταξύ των  $n$  κανόνων, και ο τελεστής "ΚΑΙ" που ενώνει τις προϋποθέσεις των κανόνων.

| Τελεστής "ΚΑΙ" | Τελεστής "OR" | Τελεστής συνεπαγωγής | Τελεστής σύνθεσης   |
|----------------|---------------|----------------------|---------------------|
| Mamdani (max)  | Mamdani (min) | Αυστηρή              | Mamdani (max – min) |
| probor         | Larsen (prod) | Gödel                | Larsen (max – prod) |
|                |               | Larsen (prod)        | max – average       |
|                |               | Mamdani (min)        |                     |



### Αποασαφοποίηση εξόδων

Για να προκύψει τελικά μια σαφής ενέργεια ελέγχου πρέπει στο ασαφές σύνολο C να εφαρμοστεί μια από τις παρακάτω τεχνικές αποασαφοποίησης.

- Κέντρου βάρους (Center of area - Centroid). Η έξοδος υπολογίζεται από τον τύπο

$$z = \frac{\sum y_i \mu_c(y_i)}{\sum \mu_c(y_i)}$$

στην διακριτή και

$$z = \frac{\int y \mu_c(y)}{\int \mu_c(y)}$$

στην συνεχή περίπτωση.

- Αποασαφοποίηση μικρότερου των μεγίστων (Smallest of maxima - SOM).

Είναι το μικρότερο σε απόλυτη τιμή από τα  $y_i$  που έχουν την μέγιστη τιμή συμμετοχής στο C.

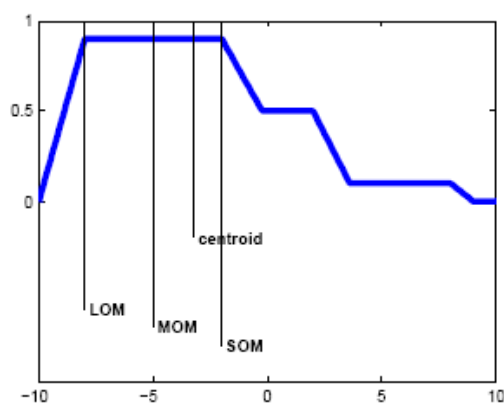
- Αποασαφοποίηση μεγαλύτερου των μεγίστων (Largest of maxima - LOM).

Είναι το μεγαλύτερο σε απόλυτη τιμή από τα  $y_i$  που έχουν την μέγιστη τιμή συμμετοχής στο C.

- Αποασαφοποίηση μέσου των μεγίστων (Middle of maxima - MOM).

Είναι ο μέσος όρος όλων των στοιχείων  $y_i$   $i = 1, \dots, N$  που παίρνουν την μέγιστη τιμή στο C.

$$z = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$$



Σχήμα 2.15. Αποασαφοποίηση.

## Γνωστοί μηχανισμοί ασαφών ελεγκτών

Στην βιβλιογραφία υπάρχουν μερικοί γνωστοί μηχανισμοί ασαφών ελεγκτών μερικοί από τους οποίους συμπεριλαμβάνονται σε αυτά που έχουμε πει μέχρι στιγμής. Για απλότητα υποθέτουμε ότι έχουμε δύο κανόνες της μορφής:

- R1 : AN x είναι A1 KAI y είναι B1 TOTE z είναι C1
- R2 : AN x είναι A2 KAI y είναι B2 TOTE z είναι C2

Επίσης θεωρούμε ότι έχουμε σαν εισόδους στον ελεγκτή  $x = x_0$  και  $y = y_0$ . Ο στόχος είναι να βρεθεί η αριθμητική έξοδος z.

### Mamdani

|                         |               |
|-------------------------|---------------|
| Ασαφοποίηση             | ασαφές σημείο |
| Τελεστής "KAI"          | min           |
| Τελεστής "OR"           | max           |
| Τελεστής<br>συνεπαγωγής | Mamdani (min) |
| Τελεστής σύνθεσης       | max –min      |
| Αποασαφοποίηση          | Οτιδήποτε     |

Μια και έχω σαν είσοδο αριθμητικές τιμές οι οποίες μετά την ασαφοποίηση γίνονται ασαφή σημεία μπορώ να χρησιμοποιήσω τον τρόπο υπολογισμού της εξόδου με τα επίπεδα ενεργοποίησης. Μια και έχουμε τελεστή "KAI" το min, τα επίπεδα ενεργοποίησης των κανόνων υπολογίζονται ως εξής:

$$\alpha_1 = \mu_{A_1}(x_0) \wedge \mu_{B_1}(y_0)$$

$$\alpha_2 = \mu_{A_2}(x_0) \wedge \mu_{B_2}(y_0).$$

Οι έξοδος του κάθε κανόνα είναι

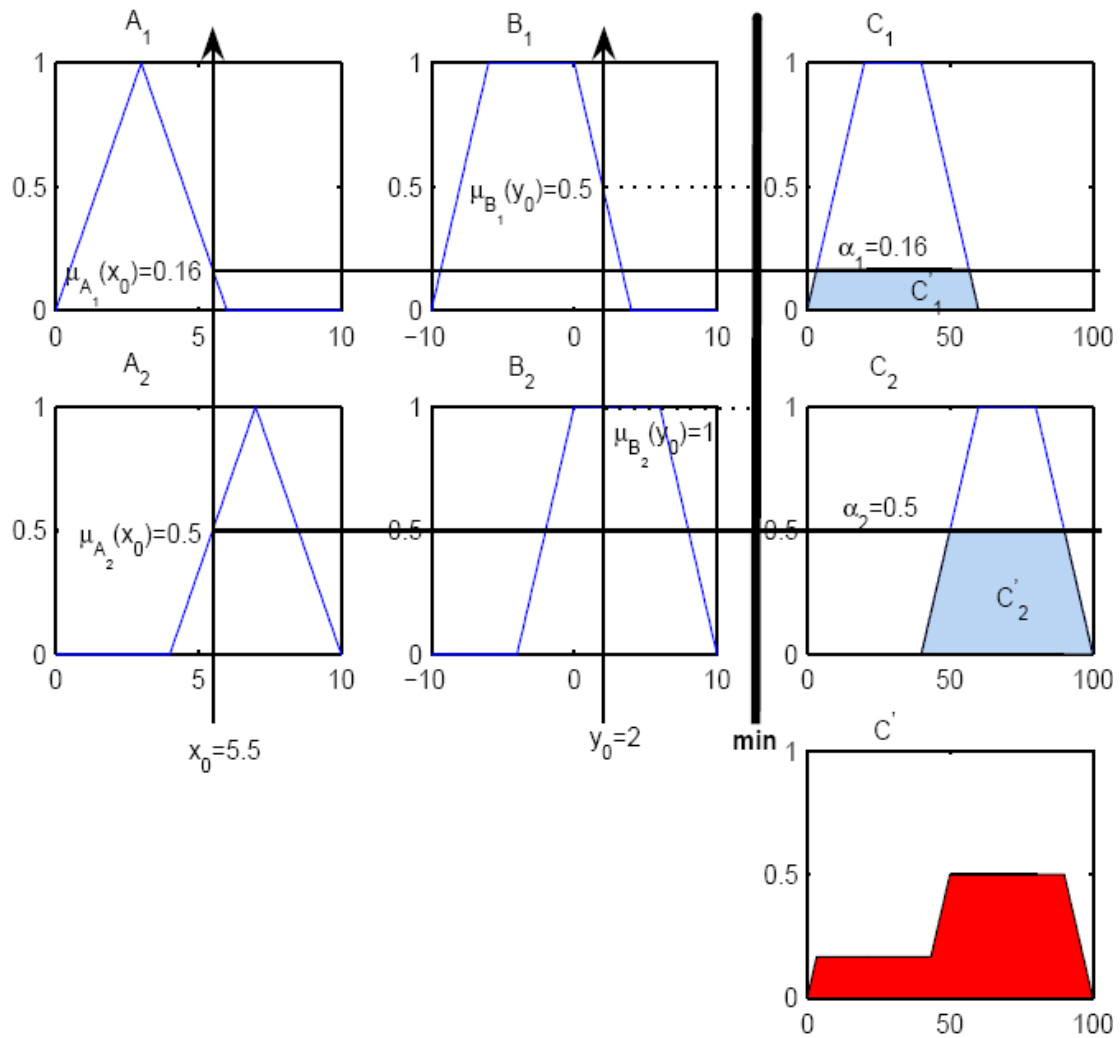
$$\mu_{C_1}(z) = \alpha_1 \wedge \mu_{C_1}(z)$$

$$\mu_{C_2}(z) = \alpha_2 \wedge \mu_{C_2}(z)$$

Τότε η συνολική έξοδος του ελεγκτή θα είναι

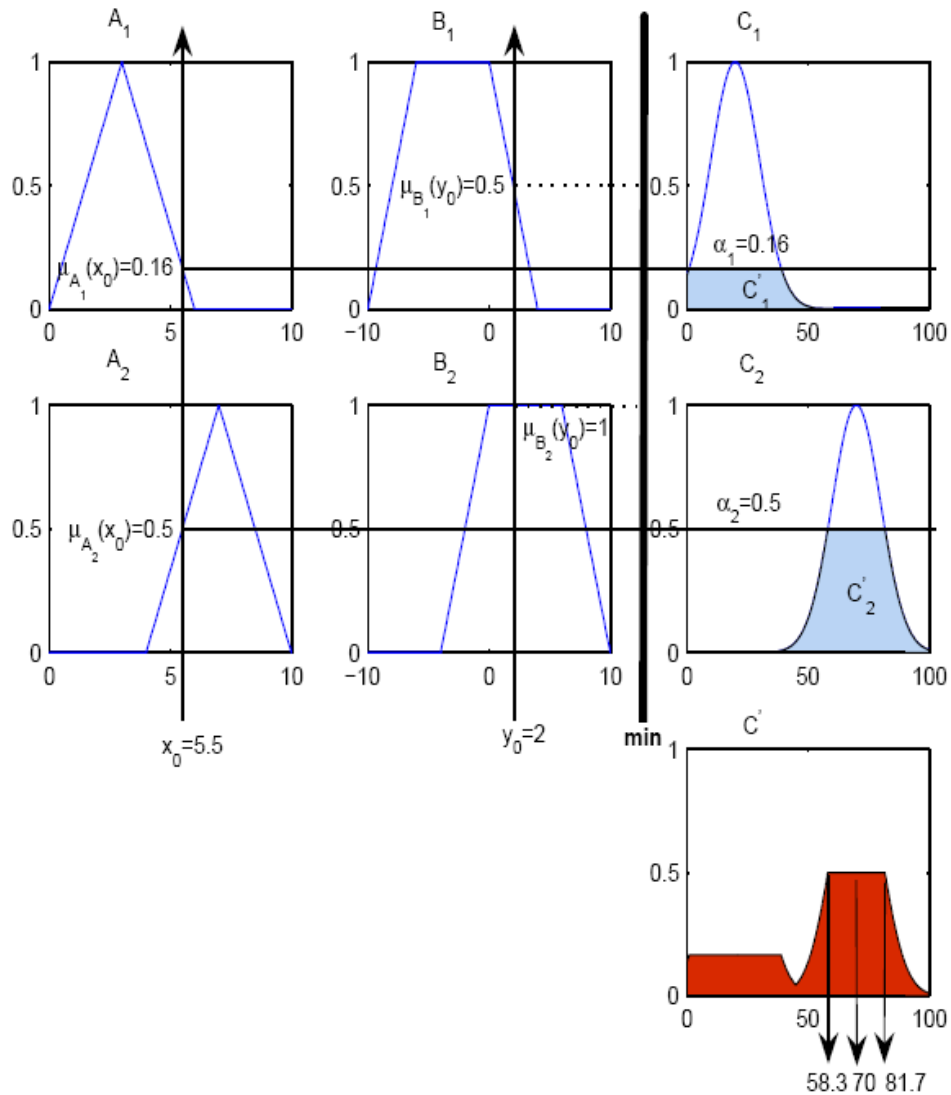
$$\mu_C(z) = \mu_{C_1}(z) \vee \mu_{C_2}(z)$$

Η παραπάνω διαδικασία φαίνεται στο επόμενο γράφημα



Σχήμα 2.16.Ελεγκτής Mamdani.

Αν τώρα αλλάξουμε τα δύο ασαφή σύνολα C1 και C2 από τραπέζια σε Gauss έχουμε το ακόλουθο γράφημα:



Σχήμα 2.17.Ελεγκτής Mamdani.

Έτσι σαν τελική έξοδο έχουμε:

| Αποασαφοποίηση           | MATLAB type | Έξοδος        |
|--------------------------|-------------|---------------|
| Κέντρου βάρους           | centroid    | $z_0 = 56.18$ |
| Μικρότερου των μεγίστων  | som         | $z_0 = 58.3$  |
| Μεγαλύτερου των μεγίστων | lom         | $z_0 = 81.7$  |
| Μέσου των μεγίστων       | mom         | $z_0 = 70$    |

Larsen

|                      |                  |
|----------------------|------------------|
| Ασαφοποίηση          | ασαφές σημείο    |
| Τελεστής "ΚΑΙ"       | min              |
| Τελεστής "OR"        | max              |
| Τελεστής συνεπαγωγής | Larsen(γινόμενο) |
| Τελεστής σύνθεσης    | max –min         |
| Αποασαφοποίηση       | Οτιδήποτε        |

Μια και έχω σαν είσοδο αριθμητικές τιμές οι οποίες μετά την ασαφοποίηση γίνονται ασαφή σημεία μπορώ να χρησιμοποιήσω τον τρόπο υπολογισμού της εξόδου με τα επίπεδα ενεργοποίησης. Μια και έχουμε τελεστή "ΚΑΙ" το min, τα επίπεδα ενεργοποίησης των κανόνων υπολογίζονται ως εξής:

$$\alpha_1 = \mu_{A^1}(x_0) \wedge \mu_{B^1}(y_0)$$

$$\alpha_2 = \mu_{A^2}(x_0) \wedge \mu_{B^2}(y_0).$$

Οι εξόδος του κάθε κανόνα είναι :

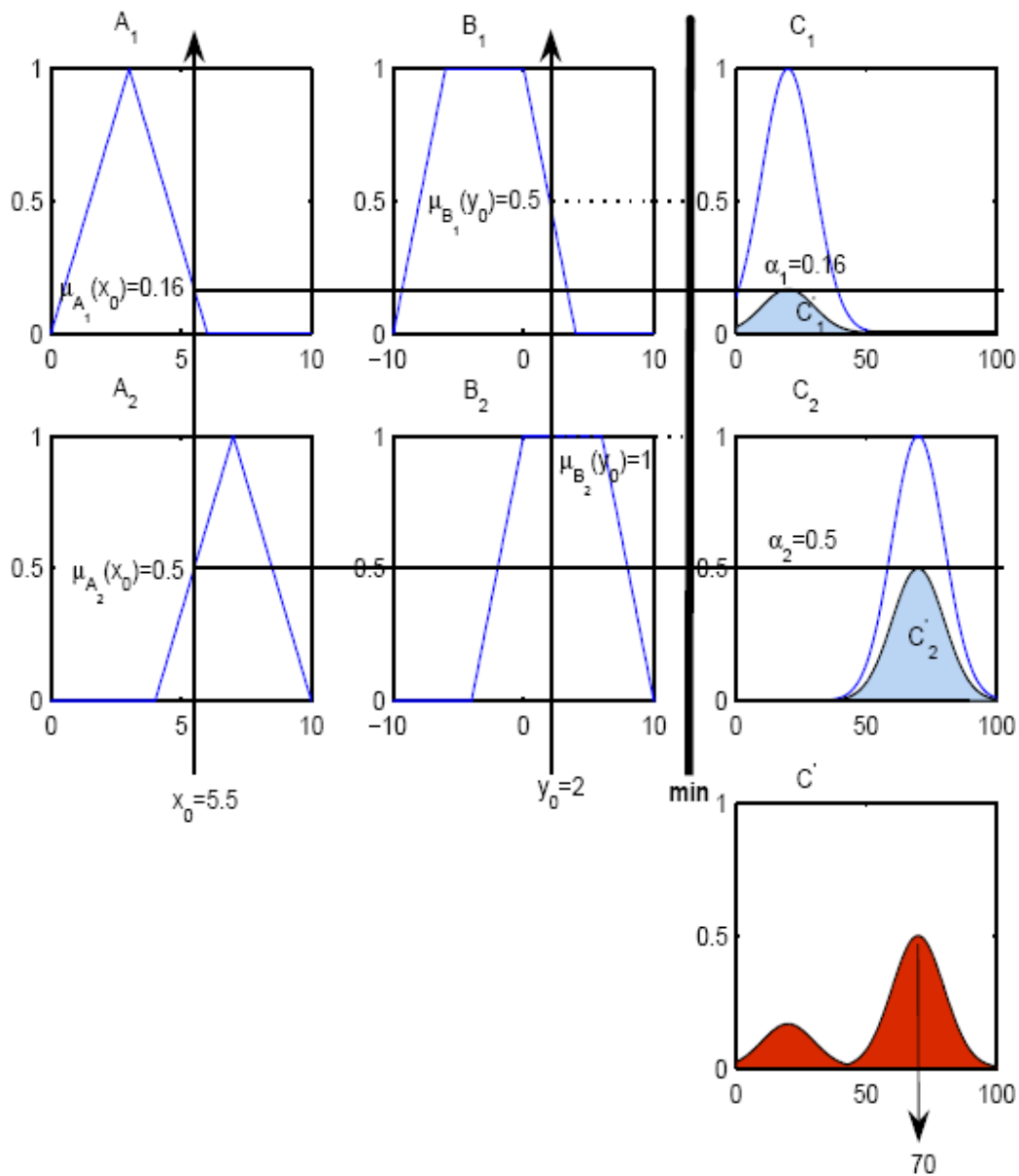
$$\mu_{c^1}(z) = \alpha_1 \cdot \mu_{c^1}(z)$$

$$\mu_{c^2}(z) = \alpha_2 \cdot \mu_{c^2}(z)$$

Τότε η συνολική έξοδος του ελεγκτή θα είναι

$$\mu_c(z) = \mu_{c^1}(z) \vee \mu_{c^2}(z)$$

Η παραπάνω διαδικασία φαίνεται στο επόμενο γράφημα



Σχήμα 2.18.Ελεγκτής Larsen.

Η έξοδος του ελεγκτή θα είναι:

| Αποασαφοποίηση           | MATLAB type | Έξοδος       |
|--------------------------|-------------|--------------|
| Κέντρου βάρους           | centroid    | $z_0 = 57.8$ |
| Μικρότερου των μεγίστων  | som         | $z_0 = 70$   |
| Μεγαλύτερου των μεγίστων | lom         | $z_0 = 70$   |
| Μέσου των μεγίστων       | mom         | $z_0 = 70$   |

Tsukamoto

Ο ελεγκτής του Tsukamoto θεωρεί σαν προϋπόθεση ότι όλα τα ασαφή σύνολα έχουν μονοτονικές συναρτήσεις συμμετοχής, δηλαδή να είναι είτε αύξουσες είτε φθίνουσες. Τα επίπεδα ενεργοποίησης των κανόνων υπολογίζονται όπως και πριν

$$\alpha_1 = \mu_{A_1}(x_0) \wedge \mu_{B_1}(y_0)$$

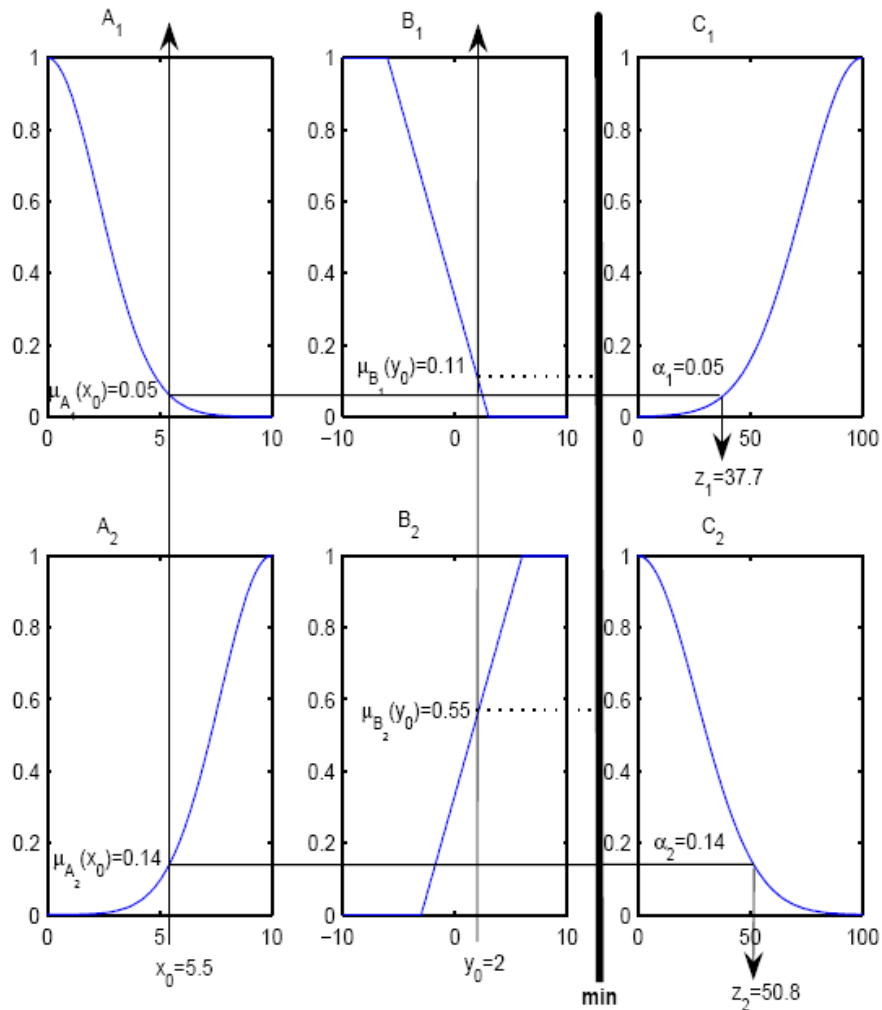
$$\alpha_2 = \mu_{A_2}(x_0) \wedge \mu_{B_2}(y_0).$$

Σε αυτή τη μέθοδο ελέγχου κάθε κανόνας παράγει μια αριθμητική έξοδο  $z_i$  η οποία υπολογίζεται από τις εξισώσεις

$$\mu_{C_1}(z_1) = \alpha_1$$

$$\mu_{C_2}(z_2) = \alpha_2 \quad (2.18)$$

Από τις (2.18) βλέπουμε ότι τα  $z_i$  είναι οι τιμές που έχουν ποσοστό συμμετοχής στα ασαφή σύνολα  $C_i$  της εξόδου ίσο με  $\alpha_i$ .



Σχήμα 2.19.Ελεγκτής Tsukamoto.

Η τελική έξοδος υπολογίζεται από 
$$z_0 = \frac{\alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

Στο παραπάνω παράδειγμα θα είναι 
$$z_0 = \frac{\alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2}{\alpha_1 + \alpha_2} = \frac{0.05 \cdot 37.7 + 0.14 \cdot 50.8}{0.05 + 0.14} = 47.353.$$

### Ανάλυση κανόνων

Η σχεδίαση ενός ασαφούς ελεγκτή εντοπίζεται κυρίως στην εύρεση κατάλληλων κανόνων, έτσι ώστε το κλειστό σύστημα να ικανοποιεί κάποιες δεδομένες προϋποθέσεις. Δυστυχώς στην θεωρία των ασαφών ελεγκτών δεν υπάρχουν συγκεκριμένες διαδικασίες έτσι ώστε να σχεδιαστεί ένας τέτοιος ελεγκτής, σε αντίθεση με την γραμμική θεωρία αυτόματου ελέγχου όπου υπάρχουν τεχνικές όπως ο γεωμετρικός τόπος ριζών, τα διαγράμματα Nyquist κλπ. Το πρόβλημα είναι ότι η σχέση εισόδου εξόδου του ελεγκτή είναι μη γραμμική και πολύ δύσκολη να περιγραφθεί μαθηματικά.

Παρόλα αυτά δημιουργήθηκαν κάποια test με σκοπό να δείχνουν αν μια βάση κανόνων πληρεί κάποια βασικά κριτήρια, όπως αν είναι πλήρης κλπ. Τα βασικά κριτήρια για την ανάλυση των κανόνων είναι τα ακόλουθα.

- Πληρότητα - Είναι αρκετοί οι κανόνες που δημιουργήθηκαν;
- Συνέπεια - Μήπως οι κανόνες αλληλοσυγκρούονται;
- Πλεονασμός - Μήπως υπάρχουν στη βάση κανόνων κάποιοι περιττοί κανόνες;
- Αλληλεπίδραση - Υπάρχουν κάποιοι κανόνες που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους;

Τα παραπάνω κριτήρια φαίνονται απολύτως λογικά. Στις επόμενες σελίδες θα προσπαθήσουμε να τα ορίσουμε μαθηματικά. Θα επικεντρωθούμε σε διακριτούς ασαφείς ελεγκτές, αξίζει όμως να σημειωθεί ότι τα κριτήρια γενικεύονται και σε συνεχείς ελεγκτές.

### Πληρότητα

Σε μια πλήρης βάση κανόνων οποιαδήποτε τιμή εισόδου παράγει κάποιο μη μηδενικό ασαφές σύνολο σαν έξοδο. Μια βάση κανόνων είναι μη πλήρης αν υπάρχει κάποιος συνδυασμός τιμών των εισόδων ο οποίος παράγει πριν της αποασαφοποίησης μηδενικό ασαφές σύνολο, δηλαδή ένα ασαφές σύνολο όπου όλα τα στοιχεία του έχουν συμμετοχή 0. Κάτι τέτοιο μπορεί να συμβεί αν:

- Ένας ή περισσότεροι κανόνες λείπουν.
- Οι ασαφείς συναρτήσεις συμμετοχής που ορίζονται στα ίδια σύνολα δεν επικαλύπτονται.



Ενώ η δεύτερη περίπτωση είναι εύκολο να ελεγχθεί, η πρώτη είναι αρκετά δύσκολη, ειδικά αν η βάση κανόνων είναι μεγάλη και πολύπλοκη.

Έστω ότι η βάση κανόνων είναι μη πλήρης και σαν αποασαφοποιητής έχει επιλεγθεί ο αποασαφοποιητής κέντρου βάρους. Τότε για συγκεκριμένους συνδυασμούς εισόδων το αποτέλεσμα θα είναι ένα μηδενικό ασαφές σύνολο  $B'$ . Ο αποασαφοποιητής κέντρου βάρους για ένα ασαφές σύνολο θα έχει παρονομαστή το άθροισμα των συμμετοχών του  $B'$  δηλαδή το 0, και κατά συνέπεια το πρόγραμμα θα βγάλει λάθος "διαίρεση με το 0".

**Ορισμός 2.25 (Κριτήριο πληρότητας)** Για κάθε συνδυασμό εισόδων πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας κανόνας με τιμή ενεργοποίησης  $a > \varepsilon$  όπου  $\varepsilon \in (0, 1)$ . Το  $\varepsilon$  επιλέγεται κάθε φορά ανάλογα με την εφαρμογή.

Ας ορίσουμε τώρα το σύνολο  $I$  των εισόδων στον ασαφή ελεγκτή. Αν ο ελεγκτής έχει  $n$  των αριθμό εισόδου τότε το  $I$  είναι το καρτεσιανό γινόμενο όλων των εισόδων, δηλαδή όλοι οι συνδυασμοί των εισόδων που παράγουν έναν  $n$ -διάστατο πίνακα.

#### Συνέπεια

Αν το ασαφές σύνολο που προκύπτει πριν την αποστασιοποίηση έχει πολλές κορυφές τότε η βάση κανόνων είναι ασυνεπής. Αυτό σημαίνει ότι οι κανόνες δείχνουν σε διαφορετικές "πλευρές" του σήματος εξόδου ταυτόχρονα. Τέτοιες αντιφάσεις συμβαίνουν στον έλεγχο γιατί μερικές φορές οι περιορισμοί στην σχεδίαση είναι οι ίδιοι αντιφατικοί. Ένα θετικό σημείο του ασαφούς ελέγχου είναι ότι μπορεί να αντιμετωπίσει επιτυχώς τέτοιες καταστάσεις, αλλά γενικά είναι επιθυμητό αν υπάρχει τέτοια ασυνέπεια στους κανόνες είναι καλό να ανακαλύπτεται.

Δύο κανόνες θα λέμε ότι είναι σε αντίφαση αν οι αριστερές τους πλευρές μοιάζουν και ταυτόχρονα οι δεξιές τους πλευρές διαφέρουν. Η ισοδύναμη δυο κανόνες είναι συνεπείς μεταξύ τους αν μια μικρή διαφορά ανάμεσα στα δεξιά μέρη των κανόνων υποδηλώνει μικρή διαφορά μεταξύ των αριστερών τους πλευρών. Ένα μέτρο για την συνέπεια δύο κανόνων  $R_i$  και  $R_j$  είναι το ακόλουθο:

$$m_{ij} = (I_i \text{ similar}_{\tau_0} \text{ similar}_{\tau_0} \text{ similar}_{\tau_0} \text{ similar}_{\tau_0} I_j) \text{ AND NOT}(U_i)$$

Δύο κανόνες είναι ασυνεπείς μεταξύ τους αν το  $m_{ij}$  είναι σχετικά μεγάλο. Ένα απλό μέτρο ομοιότητας είναι το:

$$1 - \frac{\sum \mu_A(x_i) \cdot \mu_B(x_i)}{n}$$

Το κατά πόσο πετυχημένο είναι ένα μέτρο της ασυνέπειας μεταξύ δύο κανόνων εξαρτάται από τον τελεστή ομοιότητας δύο ασαφών συνόλων που χρησιμοποιούμε (similar<sub>τ0</sub>).



## Πλεονασμός

Ένας κανόνας θα λέμε ότι είναι πλεονάζων αν η πληροφορία που περιέχει συμπεριλαμβάνεται στους άλλους κανόνες της βάσης. Π.χ. πλεονασμός στη βάση των κανόνων υπάρχει αν βάλεις τον ίδιο κανόνα δύο φορές, ή αν τα ασαφή σύνολα ενός κανόνα, είναι υποσύνολα των ασαφών συνόλων ενός άλλου κανόνα. Γενικά θέλουμε να μην υπάρχει πλεονασμός, πρώτα για λόγους οικονομίας μνήμης και υπολογιστικής ισχύς όσο και για λόγους συνοχής.

Αν  $R_i$  είναι οι πίνακες αλήθειας των κανόνων τότε ο  $i$  κανόνας είναι πλεονάζων αν και μόνο αν όλα τα στοιχεία του  $R_i$  είναι μικρότερα από αυτά του πίνακα που προκύπτει από την ένωση των πινάκων αλήθειας όλων των υπόλοιπων κανόνων.

## Αλληλεπίδραση

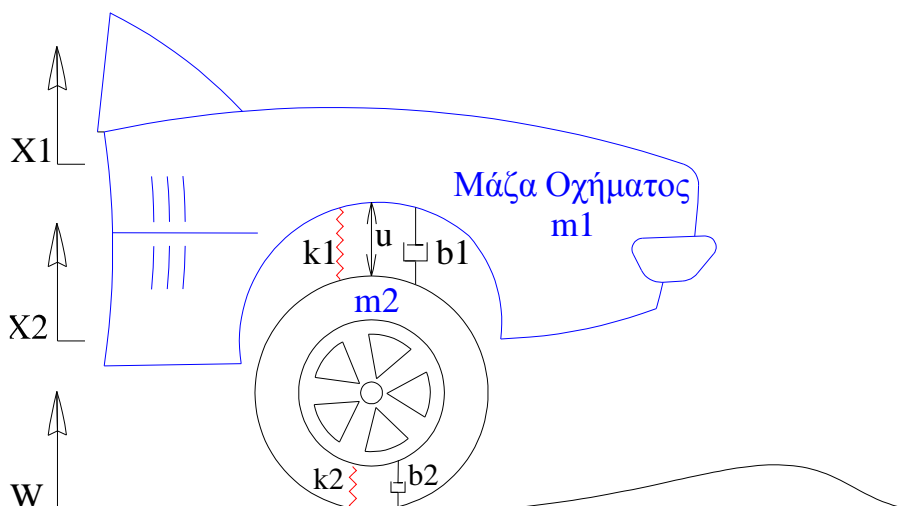
Η ουσία της αλληλεπίδρασης είναι όταν ο βαθμός ενεργοποίησης ενός κανόνα είναι 1 αλλά το σαφές σύνολο που προκύπτει είναι διαφορετικό από αυτό της εξόδου του κανόνα εξαιτίας της επίδρασης των άλλων κανόνων στο αποτέλεσμα. Η αλληλεπίδραση όπως αυτή ορίστηκε πιο πάνω, συμβαίνει εξαιτίας της επικάλυψης των ασαφών συνόλων στην αριστερή πλευρά των κανόνων. Αν όλα τα ασαφή σύνολα είναι ξένα μεταξύ τους τότε δεν υπάρχει καθόλου αλληλεπίδραση μεταξύ των κανόνων.

## Κεφάλαιο 3

### 3. Ανάπτυξη αλγορίθμου

#### 3.1. Φυσική περιγραφή του προβλήματος:

Ο σχεδιασμός του συστήματος αυτομάτων αναρτήσεων σε ένα όχημα αποτελεί ένα ενδιαφέρον πρόβλημα έλεγχου. Η μελέτη του προβλήματος θα γίνει σε ένα μοντέλο  $\frac{1}{4}$  του οχήματος (σε ένα από τους τέσσερις τροχούς) απλοποιώντας το πρόβλημα σε μια διάσταση ελατήριου-αμορτισέρ. Ένα διάγραμμα του συστήματος παρουσιάζεται παρακάτω:



Όπου:

- \* Μάζα Οχήματος ( $m_1$ ) = 2500 kg,
- \* Μάζα Ελατηρίου ( $m_2$ ) = 320 kg,
- \* Σταθερά ελατηρίου συστήματος ανάρτησης ( $k_1$ ) = 80,000 N/m,
- \* Σταθερά ελατηρίου συστήματος τροχού & ελαστικού ( $k_2$ ) = 500,000 N/m,
- \* Σταθερά απόσβεσης συστήματος ανάρτησης ( $b_1$ ) = 350 Ns/m.
- \* Σταθερά απόσβεσης συστήματος τροχού & ελαστικού ( $b_2$ ) = 15,020 Ns/m.
- \* Δύναμη έλεγχου ( $u$ ) = δύναμη από τον ελεγκτή που πρόκειται να μελετήσουμε.
- \* Μετατόπιση Οχήματος ( $X_1$ )
- \* Μετατόπιση Ελατηρίου ( $X_2$ )
- \* Διαταραχή από το οδόστρωμα ( $W$ )

### 3.2 Σχεδιαστικές απαιτήσεις:

Ένα καλό σύστημα ανάρτησης θα πρέπει να έχει ένα ικανοποιητικό κράτημα στο οδόστρωμα και να διατηρεί την άνεση των επιβατών ενώ περνά πάνω από σαμαράκια ή λακκούβες. Όταν το όχημα έρχεται αντιμέτωπο με ανωμαλίες του οδοστρώματος (λακκούβες, σαμαράκια κτλ) θα πρέπει το αμάξωμα να έχει μικρές ταλαντώσεις και να αποσβένουν σε σύντομο χρονικό διάστημα. Επειδή η απόσταση X1-W είναι πολύ δύσκολο να μετρηθεί και η παραμόρφωση του ελαστικού είναι αμελητέα, θα χρησιμοποιήσουμε την απόσταση X1-X2 αντί για X1-W σαν έξοδο του προβλήματος μας.

Η διαταραχή του δρόμου (W) θα προσομοιωθεί αρχικά από μια βηματική συνάρτηση. Αυτό μπορεί να αντιπροσωπεύει την έξοδο του οχήματος από μια λακκούβα. Πρέπει να σχεδιαστεί ένας ελεγκτής ο οποίος να έχει έξοδο η οποία να μην ξεπερνά τον στόχο κατά 5% και να σταθεροποιείται σε χρόνο λιγότερο των 5 δευτερόλεπτων. Έτσι για παράδειγμα για ένα σκαλοπάτι ύψους δέκα εκατοστών το όχημα θα πρέπει να μετακινηθεί σε ένα εύρος +/- 5 χιλιοστών και να επιστρέψει σε κατάσταση ηρεμίας σε λιγότερο από πέντε δευτερόλεπτα.

### 3.3 Εξισώσεις κίνησης :

Από το παραπάνω σχήμα και συμφωνά με το νόμο του Newton μπορούμε να εκφράσουμε τις δυναμικές εξισώσεις ως εξής:

$$M_1 \ddot{X}_1 = -b_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) - K_1(X_1 - X_2) + U \quad (1)$$

$$M_2 \ddot{X}_2 = b_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) + K_1(X_1 - X_2) + b_2(\dot{W} - \dot{X}_2) + K_2(W - X_2) - U \quad (2)$$

### 3.4 Συνάρτηση μεταφοράς:

Θεωρούμε ότι όλες οι αρχικές συνθήκες είναι μηδενικές, όποτε οι παραπάνω εξισώσεις αντιπροσωπεύουν τη στιγμή που η ρόδα του οχήματος δέχεται μια διαταραχή από το δρόμο. Οι παραπάνω δυναμικές εξισώσεις μπορούν να εκφραστούν με την μορφή των συναρτήσεων μεταφοράς μέσω του μετασχηματισμού Laplace. Η παραγωγή από τις ανωτέρω εξισώσεις των συναρτήσεων μεταφοράς G1(s) και G2(s) με εξόδους X1-X2, και εισόδους τα U και W, είναι η ακόλουθη:

$$(M_1 s^2 + b_1 s + K_1)X_1(s) - (b_1 s + K_1)X_2(s) = U(s) \quad (3)$$

$$-(b_1 s + K_1)X_1(s) + (M_2 s^2 + (b_1 + b_2)s + (K_1 + K_2))X_2(s) = (b_2 s + K_2)W(s) - U(s) \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} (M_1 s^2 + b_1 s + K_1) & -(b_1 s + K_1) \\ -(b_1 s + K_1) & (M_2 s^2 + (b_1 + b_2)s + (K_1 + K_2)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U(s) \\ (b_2 s + K_2)W(s) - U(s) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$A = \begin{bmatrix} (M_1 s^2 + b_1 s + K_1) & -(b_1 s + K_1) \\ -(b_1 s + K_1) & (M_2 s^2 + (b_1 + b_2)s + (K_1 + K_2)) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\Delta = \det \begin{bmatrix} (M_1 s^2 + b_1 s + K_1) & -(b_1 s + K_1) \\ -(b_1 s + K_1) & (M_2 s^2 + (b_1 + b_2)s + (K_1 + K_2)) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\Delta = (M_1 s^2 + b_1 s + K_1) \cdot (M_2 s^2 + (b_1 + b_2)s + (K_1 + K_2)) - (b_1 s + K_1) \cdot (b_1 s + K_1) \quad (7)$$

Βρίσκουμε το αντίστροφο της μήτρας A και έπειτα το πολλαπλασιάζουμε με τις εισόδους U(s) και το W(s) στη δεξιά πλευρά ως ακολούθως:

$$\begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} (M_2 s^2 + (b_1 + b_2)s + (K_1 + K_2)) & (b_1 s + K_1) \\ (b_1 s + K_1) & (M_1 s^2 + b_1 s + K_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(s) \\ (b_2 s + K_2)W(s) - U(s) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} (M_2 s^2 + b_2 s + K_2) & (b_1 b_2 s^2 + (b_1 K_2 + b_2 K_1)s + K_1 K_2) \\ -M_1 s^2 & (M_1 b_2 s^3 + (M_1 K_2 + b_1 b_2)s^2 + (b_1 K_2 + b_2 K_1)s + K_1 K_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(s) \\ W(s) \end{bmatrix} \quad (9)$$

Όταν θέλουμε να μελετήσουμε τα δεδομένα εισόδου U(s) μόνο, θέτουμε W(s) = 0. Κατά συνέπεια παίρνουμε τη συνάρτηση μεταφοράς G1(s) ως εξής:

$$G_1(s) = \frac{X_1(s) - X_2(s)}{U(s)} = \frac{(M_1 + M_2)s^2 + b_2 s + K_2}{\Delta} \quad (10)$$

Όταν θέλουμε να μελετήσουμε ως προς τη διαταραχή εισόδου W(s) μόνο, θέτουμε U(s)=0. Κατά συνέπεια παίρνουμε τη συνάρτηση μεταφοράς G2(s) ως εξής:

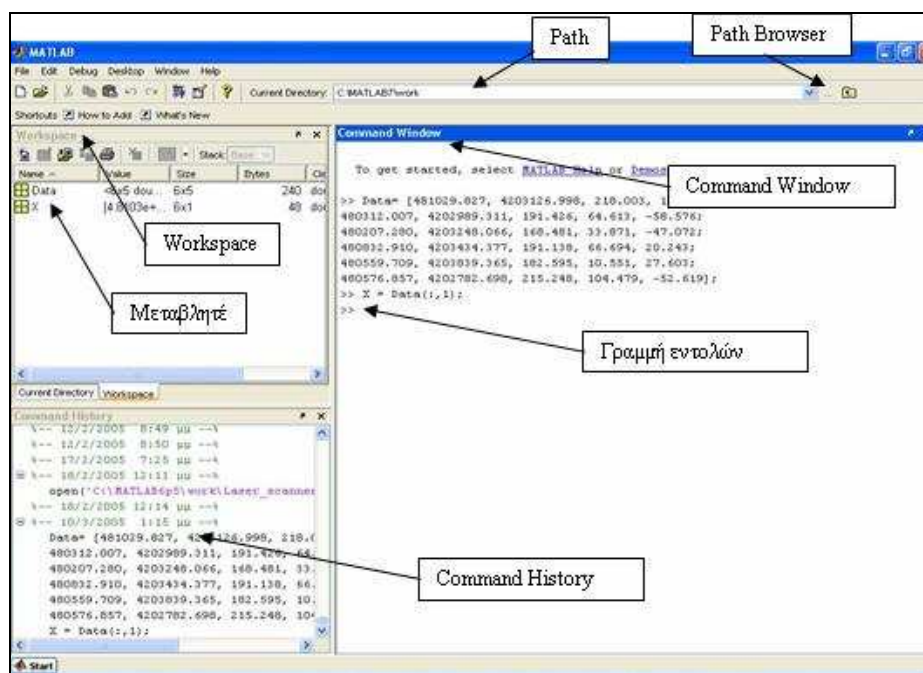
$$G_2(s) = \frac{X_1(s) - X_2(s)}{W(s)} = \frac{-M_1 b_2 s^3 - M_1 K_2 s^2}{\Delta} \quad (11)$$

### 3.4.1 Εισαγωγή στη Matlab

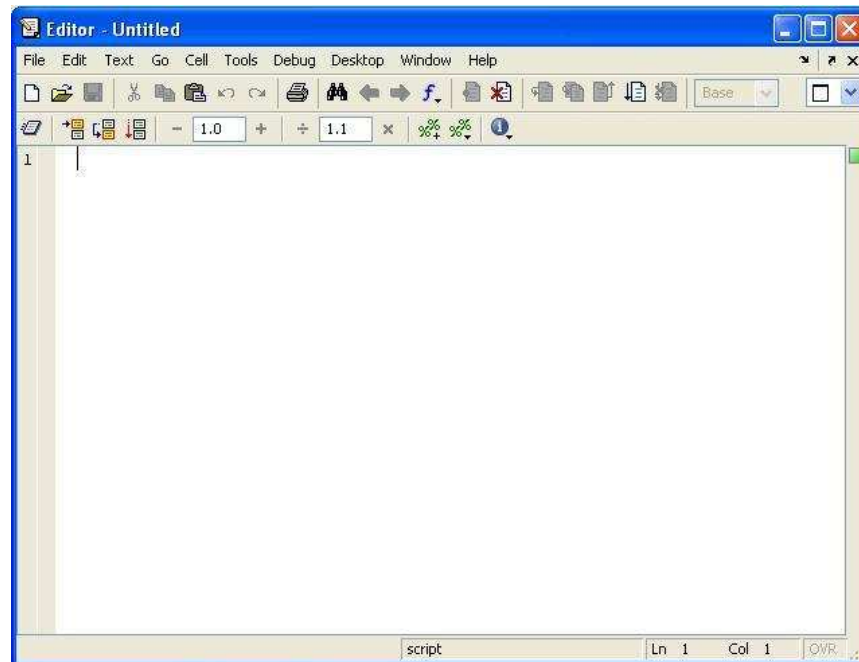
Η Matlab είναι μία υψηλού επιπέδου γλώσσα προγραμματισμού που έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς για επίλυση δύσκολων μηχανικών προβλημάτων. Δίνει τη δυνατότητα ανάπτυξης ενός πρωτοτύπου μίας μεθόδου γρήγορα και εύκολα. Η γλώσσα μοιάζει με την ANSI C και FORTRAN.

#### Περιβάλλον εργασίας:

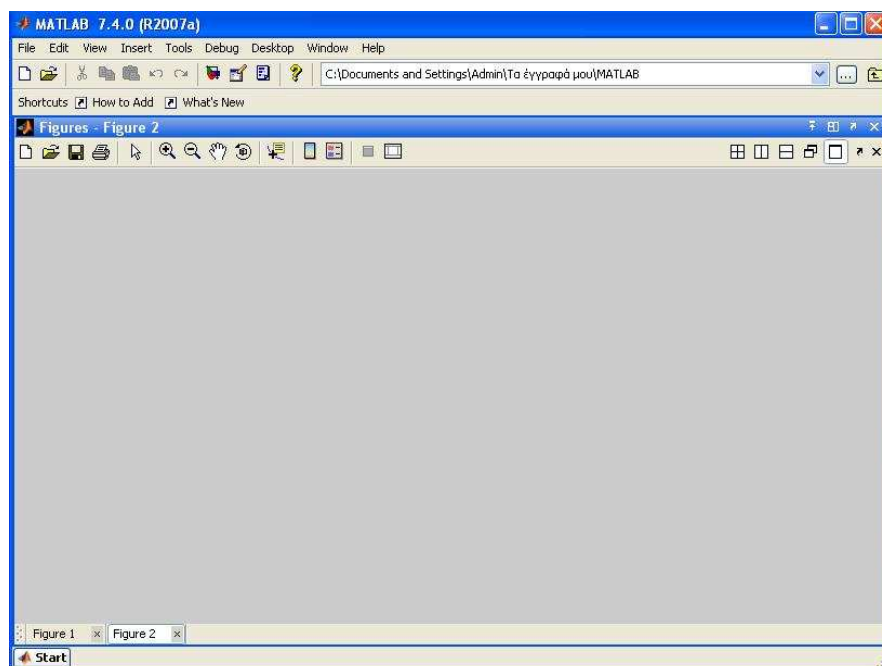
Το περιβάλλον εργασίας του Matlab περιλαμβάνει κάποια παράθυρα, τα οποία είναι: το Command window (η γραμμή εντολών), το Workspace (ο χώρος εργασίας στο οποίο αποθηκεύονται όλες οι μεταβλητές και οι πίνακες που δημιουργούνται) και το Command History (όπου φαίνονται οι εντολές που εκτελέστηκαν από όταν έγινε η εκκίνηση του προγράμματος, αλλά και εντολές που δόθηκαν κατά τη χρήση του προγράμματος τις προηγούμενες φορές). Επίσης, στο επάνω μέρος φαίνεται η γραμμή του Path που δείχνει τη διαδρομή του directory που βλέπει το Matlab, καθώς και κουμπί που οδηγεί στον Path Browser. Εκτός από τα παράθυρα αυτά υπάρχει το παράθυρο επεξεργασίας (Editor) και το παράθυρο σχεδίασης (Figure).



Εικόνα 1. Παράθυρο εντολών (Command Window).



Εικόνα 2. Παράθυρο επεξεργασίας (Editor).



Εικόνα 3. Παράθυρο σχεδίασης (Figure).

Το παράθυρο σχεδίασης εμφανίζεται κάθε φορά που ο χρήστης εκτελεί κάποια εντολή σχεδίασης. Στο παράθυρο επεξεργασίας μπορούμε να γράψουμε προγράμματα Matlab (τα οποία καλούνται M-files) και να τα επεξεργαστούμε. Το παράθυρο



επεξεργασίας εμφανίζεται όταν γράψουμε την εντολή `edit <όνομα_αρχείου>`, οπότε και ανοίγει το παράθυρο επεξεργασίας και προβάλλεται το αρχείο `<όνομα_αρχείου>`. Τέλος το παράθυρο εντολών είναι το κυρίως παράθυρο της Matlab, όπου μπορούμε να εισάγουμε εντολές προς εκτέλεση. Η γραμμή εντολών της Matlab εμφανίζει τους χαρακτήρες `>>` όταν ο χρήστης μπορεί να εισάγει εντολή προς εκτέλεση.

### 3.4.2 Εισαγωγή εξισώσεων στο Matlab

Μπορούμε να εισάγουμε τις παραπάνω Συναρτήσεις Μεταφοράς στη Matlab ορίζοντας τον αριθμητή και τον παρανομαστή των Συναρτήσεων Μεταφοράς ως εξής, `nump/denp` για τη εισαγόμενη δύναμη και `num1/den1` για τη διαταραχή που εισάγουμε, των συγκεκριμένων συναρτήσεων μεταφοράς  $G1(s)$  και  $G2(s)$ :

$$G1(s) = \text{nump}/\text{denp}$$
$$G2(s) = \text{num1}/\text{den1}$$

Δημιουργούμε ένα m-file αρχείο που περιέχει τον παρακάτω κώδικα:

```
m1=2500;
m2=320;
k1=80000;
k2=500000;
b1 = 350;
b2 = 15020;

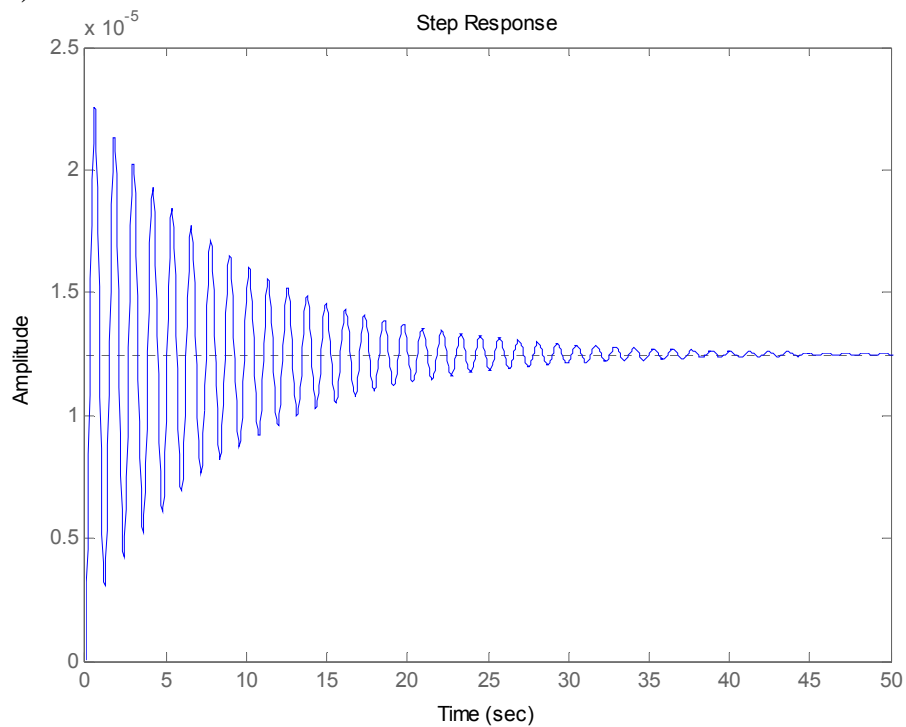
nump=[ (m1+m2) b2 k2];
denp=[ (m1*m2) (m1*(b1+b2))+(m2*b1) (m1*(k1+k2))+(m2*k1)+(b1*b2)
(b1*k2)+(b2*k1) k1*k2];
P=tf(nump,denp);

num1=[-(m1*b2) -(m1*k2) 0 0];
den1=[ (m1*m2) (m1*(b1+b2))+(m2*b1) (m1*(k1+k2))+(m2*k1)+(b1*b2)
(b1*k2)+(b2*k1) k1*k2];
G2=tf(0.1*num1,den1);
```

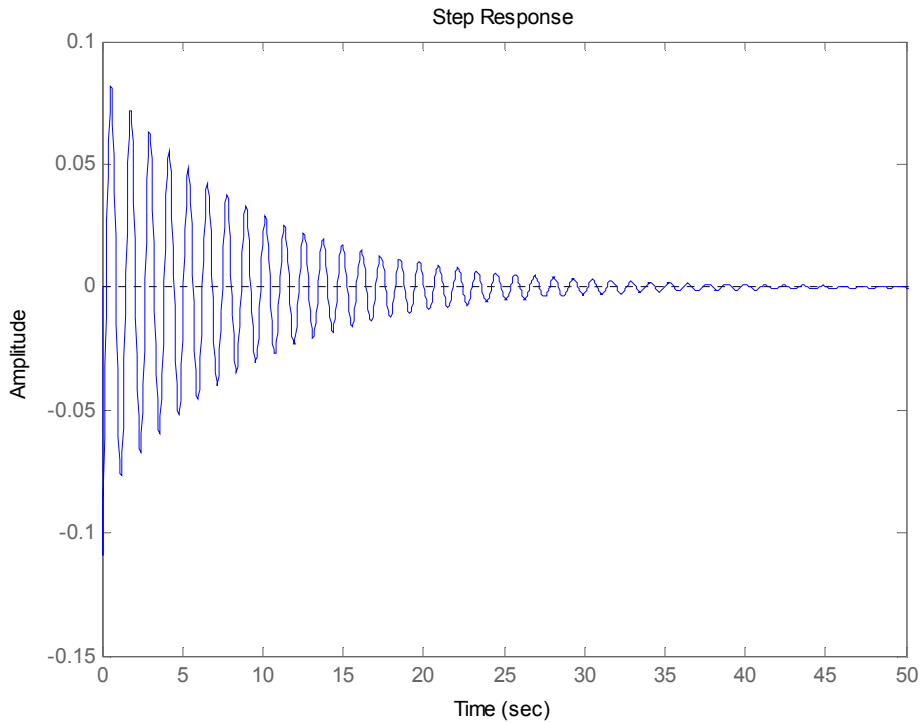
### 3.4.3 Απόκριση του Ανοικτού συστήματος (χωρίς ελεγκτή)

Θα χρησιμοποιήσουμε τη Matlab για να δούμε τη συμπεριφορά του ανοικτού συστήματος (χωρίς ελεγκτή). Με βάση τον παραπάνω κώδικα έχουμε εισάγει το ανοικτό σύστημα στη Matlab και με τη βοήθεια της εντολής `step` μπορούμε να δούμε την απόκριση του ανοικτού συστήματος σε μια βηματική διαταραχή. Αξίζει να σημειωθεί ότι με την παραπάνω μοντελοποίηση μπορούν να υπολογιστούν οι αποκρίσεις του συστήματος χωριστά για κάθε είσοδο χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η αλληλεπίδραση μεταξύ των εισόδων.

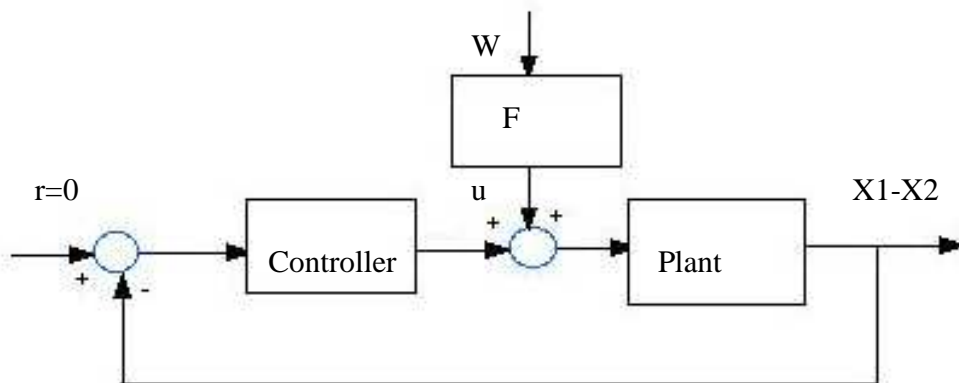
#### Step(P)



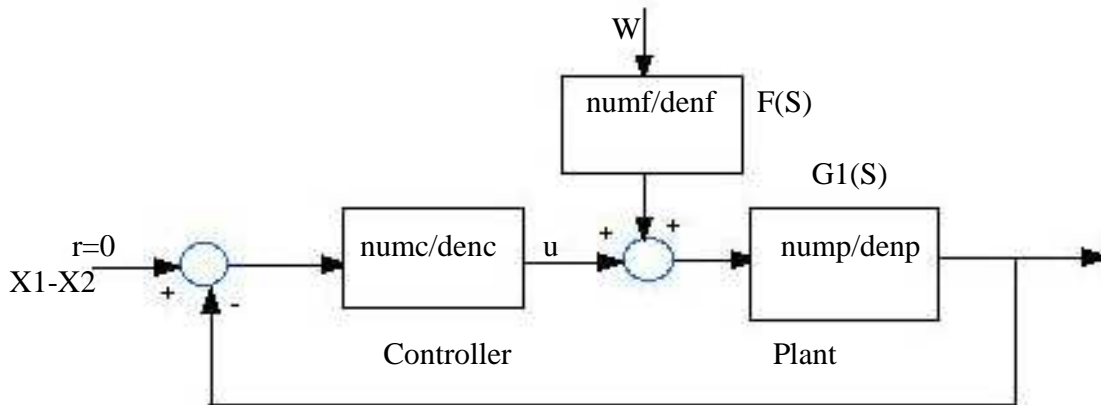
Step(G2)



Από τα παραπάνω γραφήματα παρατηρούμε ότι το ανοικτό σύστημα απαιτεί πολύ χρόνο για να σταθεροποιηθεί, ενώ το εύρος της ταλάντωσης ξεκινά από περίπου 16 cm έχοντας αυτά υπόψη μπορούμε να συμπεράνουμε ότι οι επιβάτες δε θα είναι σε τόση άνετη θέση. Επίσης τα παραπάνω χαρακτηριστικά του ανοικτού συστήματος φθείρουν την ίδια την ανάρτηση. Για αυτό το λόγο είναι απαραίτητη η χρήση ενός συστήματος έλεγχου κλειστού βρόγχου. Ένα τέτοιο σύστημα φαίνεται στη παρακάτω εικόνα:



Από τις παραπάνω συναρτήσεις μεταφοράς και το σχήμα μπορούμε να σχεδιάσουμε το δομικό διαγράμμα:



Από το σχήμα έχουμε ότι:

$$\text{Plant} = \text{nump/denp}$$

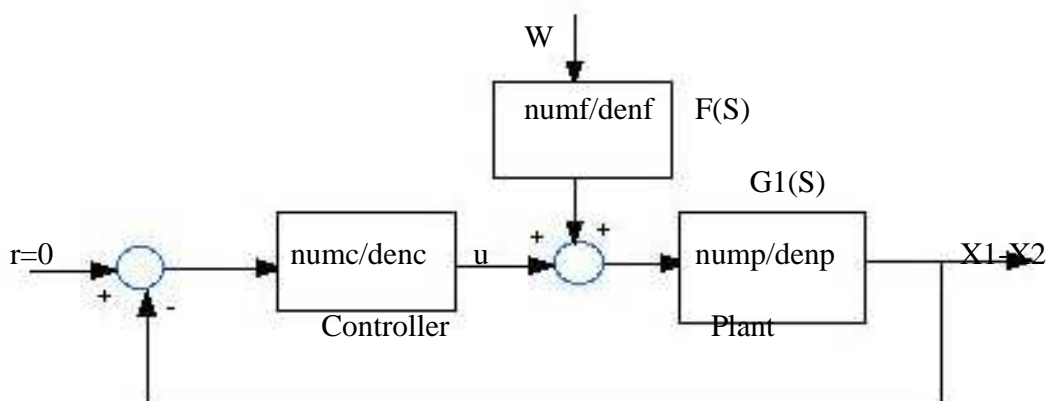
$$F * \text{Plant} = \text{num1/den1}$$

έτσι

$$F = \text{num1}/(\text{den1} * \text{Plant})$$

$$F = \frac{\text{num1} * \text{denp}}{\text{den1} * \text{nump}} = \frac{\text{num1}}{\text{nump}} = \frac{\text{numf}}{\text{denf}}$$

#### 3.4.4 Σχεδίαση συστήματος ανάρτησης με ελεγκτή PID.



Θέλουμε να σχεδιάσουμε ένα ελεγκτή με ανάδραση έτσι ώστε μια διαταραχή του δρόμου( $W$ ) να προσομοιώνεται με μια βηματική είσοδο, η έξοδος ( $X1-X2$ ) να έχει χρόνο ηρεμίας (απόσβεσης της ταλάντωσης) μικρότερο από 5 δευτερόλεπτα και μέγιστη υπερύψωση μικρότερη από 5%. Για παράδειγμα εάν ένα όχημα συναντήσει μια διαταραχή 10cm, το αμάξωμα να ταλαντώνεται με ένα εύρος  $\pm 5$  mm και να σταματήσει την ταλάντωση μέσα σε 5 δευτερόλεπτα.

```

m1=2500;
m2=320;
k1 = 80000;
k2 = 500000;
b1 = 350;
b2 = 15020;

nump=[ (m1+m2) b2 k2]
denp=[ (m1*m2) (m1*(b1+b2))+(m2*b1) (m1*(k1+k2))+(m2*k1)+(b1*b2)
(b1*k2)+(b2*k1) k1*k2];
G1=tf(nump,denp);

num1=[-(m1*b2) -(m1*k2) 0 0];
den1=[ (m1*m2) (m1*(b1+b2))+(m2*b1) (m1*(k1+k2))+(m2*k1)+(b1*b2)
(b1*k2)+(b2*k1) k1*k2];
G2=tf(num1,den1);

numf=num1;
denf=nump;
F=tf(numf,denf);

```

#### 3.4.4.1 Προσθέτοντας ένα ελεγκτή PID

Υπάρχουν πολλά είδη ελεγκτών και αρκετοί τρόποι ενσωμάτωσης τους σ'ένα σύστημα αυτομάτου ελέγχου. Όσον αφορά την τοποθέτησή τους στο σύστημα μπορούν να τοποθετηθούν ή εν σειρά με την διαδικασία ή στον βρόχο ανάδρασης. Ο πλέον χρησιμοποιημένος τύπος βιομηχανικού ελεγκτή, σε ποσοστό που φτάνει το 90%, είναι ο ελεγκτής PID (αναλογικός–ολοκληρωτικός–διαφορικός).

Ο ελεγκτής PID έχει την συνάρτηση μεταφοράς:

$$K_P + \frac{K_I}{s} + K_D \cdot s = \frac{K_D \cdot s^2 + K_P \cdot s + K_I}{s}$$

Όπως φαίνεται, ο ελεγκτής έχει τρεις παραμέτρους και έτσι είναι σε θέση να πετύχει αρκετά καλή συμπεριφορά. Όπου  $K_P$  είναι αναλογικός όρος,  $K_I$  ο ολοκληρωτικός όρος και  $K_D$  ο διαφορικός όρος. Υποθέτουμε ότι και οι τρεις όροι απαιτούνται στον συγκεκριμένο ελεγκτή. Αρχικά θα χρησιμοποιήσουμε τυχαίες τιμές για κάθε όρο :  $K_P=208025$ ,  $K_I=832100$  και  $K_D=624075$ . Αυτό εισάγεται στην Matlab με τον παρακάτω κώδικα:

```
KD=208025;  
KP=832100;  
KI=624075;  
contr=tf([KD KP KI],[1 0]);
```

Θα αναπαραστήσουμε την απόκριση του συστήματος σε μια βηματική διαταραχή του δρόμου. Από τις παραπάνω σχέσεις μπορούμε να υπολογίσουμε τη συνάρτηση μεταφοράς από την διαταραχή του δρόμου  $W$  έως την έξοδο  $X1$ - $X2$ , η οποία προσομοιώνεται στην Matlab ως εξής:

```
sys_cl=F*feedback(F*G1,contr);
```

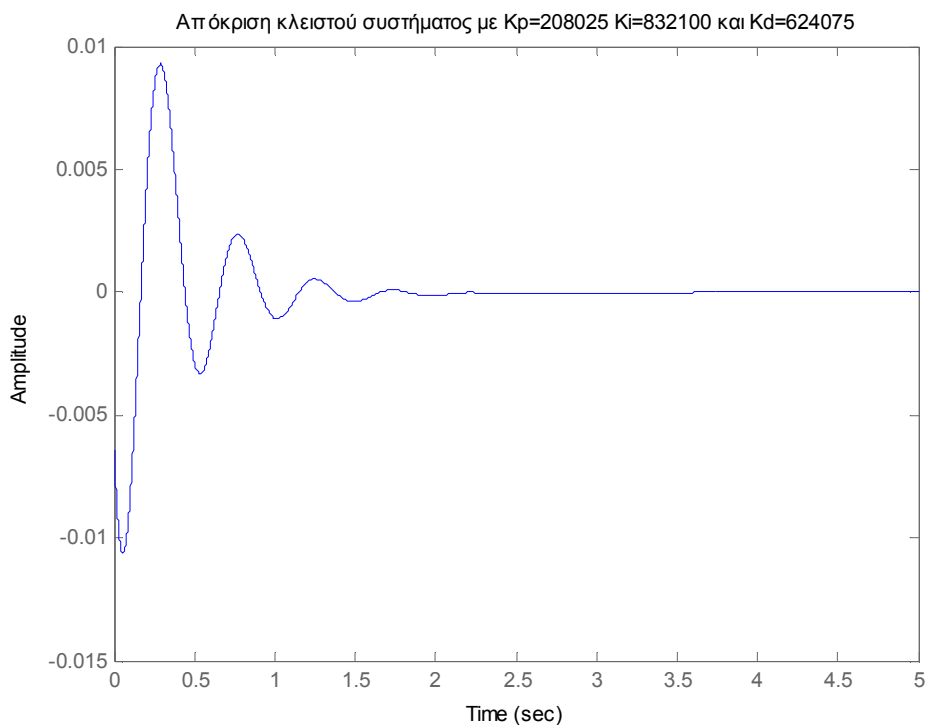
#### 3.4.4.2 Αναπαράσταση της απόκρισης του κλειστού συστήματος

Έχουμε δημιουργήσει τη συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού βρόγχου σε Matlab η οποία αναπαριστά το σύστημα μας, τη διαταραχή και τον ελεγκτή. Στη συνέχεια θα μελετήσουμε την απόκριση του κλειστού συστήματος. Από τη στιγμή που θα χρησιμοποιήσουμε μια βηματική διαταραχή ύψους 0.1m, θα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε όλο το σύστημα με 0.1.

Ο κώδικας για την εμφάνιση της απόκρισης του συστήματος φαίνεται παρακάτω :

```
t=0:0.05:5;  
step(0.1*sys_cl,t)  
title('closed-loop response to 0.1m high step w/ pid controller')
```

Η απόκριση του συστήματος (X1-X2) σε μια διαταραχή W φαίνεται στο παρακάτω γράφημα:

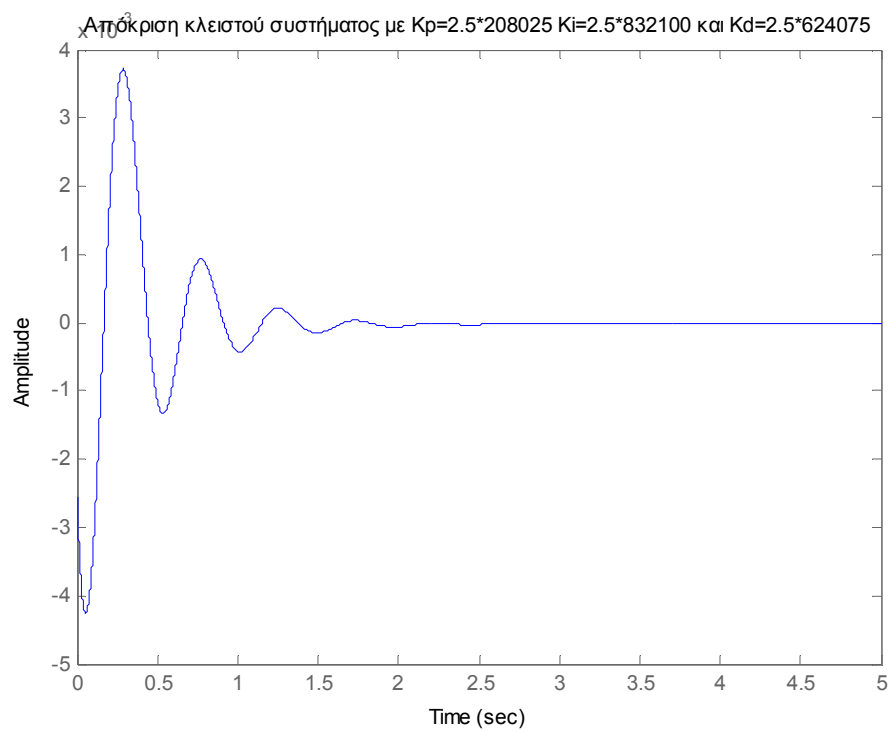


Από τη γραφική παράσταση η μέγιστη υπερύψωση της ταλάντωσης είναι -10,6mm η όποια είναι μεγαλύτερη από 5mm που απαιτείται , αλλά ο χρόνος απόσβεσης της ταλάντωσης ικανοποιείται.

### Επιλογή των κατάλληλων τιμών για τον ελεγκτή PID

Από τη στιγμή που έχουμε την συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος, η επιλογή του κατάλληλου ελεγκτή είναι απλά θέμα επιλογής των κατάλληλων τιμών  $K_D$ ,  $K_P$  και  $K_I$ . Από το παραπάνω γράφημα μπορούμε να δούμε ότι το σύστημα έχει μεγαλύτερη μέγιστη υπερύψωση από την επιθυμητή, ενώ ο χρόνος απόσβεσης είναι σύντομος.

Αν τροποποιήσουμε της παραμέτρους του ελεγκτή PID μπορούμε να πάρουμε ένα σύστημα με χαρακτηριστικά πιο κοντά στα επιθυμητά. Έτσι αν πολλαπλασιάσουμε τις τιμές των παραμέτρων  $K_D$ ,  $K_P$  και  $K_I$  με 2,5 έχουμε την παρακάτω απόκριση:



Παρατηρούμε ότι καινούργιος ελεγκτής ικανοποιεί τις απαιτήσεις που έχουν τεθεί, έτσι η μέγιστη υπερένωση είναι στα 4,25mm ενώ ο χρόνος απόσβεσης είναι στα 2,5sec.



### 3.5 Εξισώσεις χώρου κατάστασης

Η αναπαράσταση ενός συστήματος με τις εξισώσεις του χώρου κατάστασης είναι συνήθως πιο εύκολο να προκύψει από τις διαφορικές εξισώσεις από ότι με τη μέθοδο μετασχηματισμού Laplace. Δυσκολίες προκύπτουν όταν οι παράγωγοι των μεταβλητών εισόδων εμφανίζονται στις διαφορικές εξισώσεις και εμείς έχουμε μια τέτοια περίπτωση. Οι δυναμικές εξισώσεις του συστήματος όχημα-ανάρτηση είναι σύμφωνα με το νόμο του Newton:

$$M_1 \ddot{X}_1 = -b_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) - K_1(X_1 - X_2) + U \quad (1)$$

$$M_2 \ddot{X}_2 = b_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) + K_1(X_1 - X_2) + b_2(\dot{W} - \dot{X}_2) + K_2(W - X_2) - U \quad (2)$$

Για αν έχουμε μια έγκυρη αναπαράσταση του συστήματος, οι παραγωγοί όλων των μεταβλητών καταστάσεων πρέπει να είναι συναρτήσεις των εισόδων και των καταστάσεων. Αρχικά διαιρούμε τις εξισώσεις 1 & 2 με το  $M_1$  και  $M_2$  αντίστοιχα. (Το  $\dot{W}$  εμφανίζεται στην εξίσωση  $\ddot{X}_2$ )

$$\ddot{X}_1 = \frac{-b_1}{M_1}(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) - \frac{K_1}{M_1}(X_1 - X_2) + \frac{U}{M_1} \quad (3)$$

$$\ddot{X}_2 = \frac{b_1}{M_2}(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) + \frac{K_1}{M_2}(X_1 - X_2) + \frac{b_2}{M_2}(\dot{W} - \dot{X}_2) + \frac{K_2}{M_2}(W - X_2) - \frac{U}{M_2} \quad (4)$$

Η πρώτη μεταβλητή κατάστασης θα είναι το  $X_1$ , από τη στιγμή που δεν παρουσιάζονται παραγωγοί των εισόδων στο  $\ddot{X}_1$ , επιλέγουμε τη δεύτερη μεταβλητή να είναι η  $\dot{X}_1$ . Η τρίτη μεταβλητή κατάστασης θα είναι η διαφορά των  $X_1$  και  $X_2$ . Η τέταρτη μεταβλητή κατάστασης θα προκύψει μετά από αλγεβρα. Αντικαθιστούμε όπου  $Y_1 = X_1 - X_2$  στις παραπάνω εξισώσεις.

$$\ddot{X}_1 = \frac{-b_1}{M_1}\dot{Y}_1 - \frac{K_1}{M_1}Y_1 + \frac{U}{M_1} \quad (5)$$

$$\ddot{X}_2 = \frac{b_1}{M_2}\dot{Y}_1 + \frac{K_1}{M_2}(X_1 - X_2) + \frac{b_2}{M_2}(\dot{W} - \dot{X}_2) + \frac{K_2}{M_2}(W - X_2) - \frac{U}{M_2} \quad (6)$$

Αφαιρώντας τις δυο παραπάνω εξισώσεις προκύπτει η σχέση για το  $\ddot{Y}_1$ .

$$\ddot{X}_1 - \ddot{X}_2 = \ddot{Y}_1 = -\left(\frac{b_1}{M_1} + \frac{b_1}{M_2}\right)\dot{Y}_1 - \left(\frac{K_1}{M_1} + \frac{K_1}{M_2}\right)Y_1 - \frac{b_2}{M_2}(\dot{W} - \dot{X}_2) - \frac{K_2}{M_2}(W - X_2) + \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right)U \quad (7)$$

Εφόσον δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη δεύτερη παράγωγο σαν μεταβλητή κατάστασης, ολοκληρώνουμε την παραπάνω εξίσωση για να πάρουμε το  $\dot{Y}_1$

$$\dot{Y}_1 = -\left(\frac{b_1}{M_1} + \frac{b_1}{M_2}\right)Y_1 - \frac{b_2}{M_2}(W - X_2) + \int \left(-\left(\frac{K_1}{M_1} + \frac{K_1}{M_2}\right)Y_1 - \frac{K_2}{M_2}(W - X_2) + \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right)U\right)dt \quad (8)$$

Δεν έχουμε παραγώγους των εισόδων στη συγκεκριμένη εξίσωση και το  $\dot{Y}_1$  εκφράζεται σαν συνάρτηση των εισόδων και των καταστάσεων (εφόσον  $X_2 = X_1 - Y_1$ ), αν εξαιρέσουμε το ολοκλήρωμα. Ονομάζουμε το ολοκλήρωμα  $Y_2$ .

Οι εξισώσεις κατάστασης του  $Y_2$  είναι :

$$\dot{Y}_2 = -\left(\frac{K_1}{M_1} + \frac{K_1}{M_2}\right)Y_1 - \frac{K_2}{M_2}(W - X_2) + \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right)U \quad (9)$$

$$\dot{Y}_2 = -\left(\frac{K_1}{M_1} + \frac{K_1}{M_2}\right)Y_1 - \frac{K_2}{M_2}(W - X_1 + Y_1) + \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right)U \quad (10)$$

Αντικαθιστώντας  $X_2 = X_1 - Y_1$  στη  $\dot{Y}_1$  έχουμε την εξίσωση κατάστασης του  $Y_1$

$$\dot{Y}_1 = -\left(\frac{b_1}{M_1} + \frac{b_1}{M_2}\right)Y_1 - \frac{b_2}{M_2}(W - X_1 + Y_1) + Y_2 \quad (11)$$

Αντικαθιστούμε την παράγωγο του  $Y_1$  στην εξίσωση της παραγώγου του  $X_1$ :

$$\ddot{X}_1 = \left(\frac{-b_1 b_2}{M_1 M_2}\right)X_1 + \left(\frac{b_1}{M_1}\left(\frac{b_1}{M_1} + \frac{b_1}{M_2} + \frac{b_2}{M_2}\right) - \frac{K_1}{M_1}\right)Y_1 - \left(\frac{b_1}{M_1}\right)Y_2 + \frac{U}{M_1} + \left(\frac{b_1 b_2}{M_1 M_2}\right)W \quad (12)$$

Οι μεταβλητές κατάστασης είναι τα  $X_1$ ,  $\dot{X}_1$ ,  $Y_1$  και  $Y_2$ .

Τα παραπάνω σε μορφή πίνακα είναι:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \ddot{X}_1 \\ \dot{Y}_1 \\ \dot{Y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-b_1 b_2}{M_1 M_2} & 0 & (\frac{b_1}{M_1}(\frac{b_1}{M_1} + \frac{b_1}{M_2} + \frac{b_2}{M_2}) - (\frac{K_1}{M_1})) & (\frac{b_1}{M_1}) \\ \frac{b_2}{M_2} & 0 & -(\frac{b_1}{M_1} + \frac{b_1}{M_2} + \frac{b_2}{M_2}) & 1 \\ \frac{K_2}{M_2} & 0 & -(\frac{K_1}{M_1} + \frac{K_1}{M_2} + \frac{K_2}{M_2}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \dot{X}_1 \\ Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{M_1} & \frac{b_1 b_2}{M_1 M_2} \\ 0 & -\frac{b_2}{M_2} \\ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} & -\frac{K_2}{M_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ W \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \dot{X}_1 \\ Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ W \end{bmatrix} \quad (14)$$

### 3.5.1 Εισαγωγή εξισώσεων στο MATLAB

Μπορούμε να εισάγουμε τις παραπάνω εξισώσεις κατάστασης στο Matlab ορίζοντας τους τέσσερις πίνακες, A, B,C, και D, των εξισώσεων του χώρου κατάστασης

$$\begin{aligned}\dot{X} &= AX + BW \\ Y &= CX + DW\end{aligned}\quad (15)$$

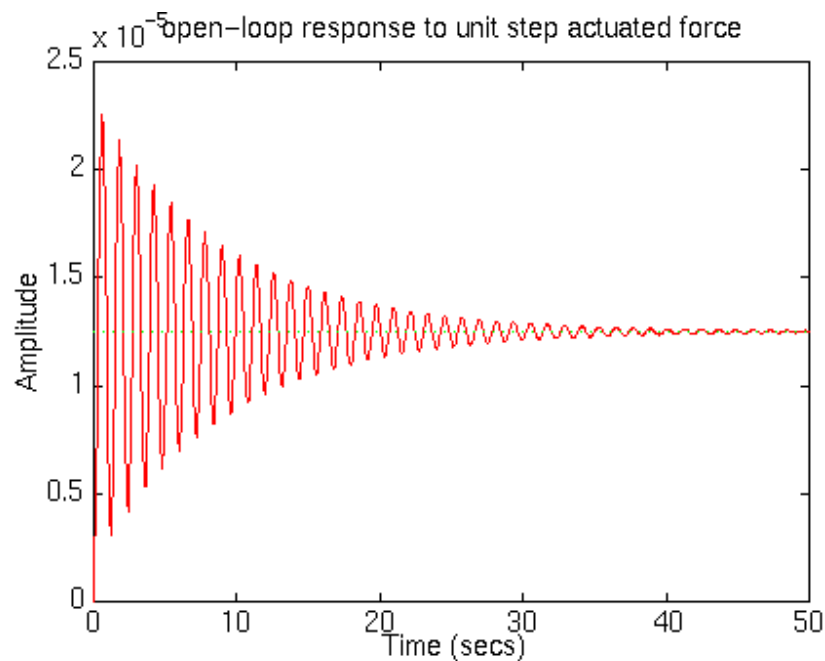
Θα δημιουργήσουμε το m-αρχείο εισάγοντας τον ακόλουθο κώδικα:

```
m1=2500;
m2=320;
k1 = 80000;
k2 = 500000;
b1 = 350;
b2 = 15020;
A=[0          1  0                               0;
  -(b1*b2)/(m1*m2)  0  ((b1/m1)*((b1/m1)+(b1/m2)+(b2/m2)))-(k1/m1)  -(b1/m1);
  b2/m2          0  -((b1/m1)+(b1/m2)+(b2/m2))          1;
  k2/m2          0  -((k1/m1)+(k1/m2)+(k2/m2))          0];
B=[0          0
   1/m1      (b1*b2)/(m1*m2)
   0         -(b2/m2)
   (1/m1)+(1/m2)  -(k2/m2)];
C=[0  0  1  0];
D=[0  0];
G1=ss(A,B(:,1),C,D(:,1));
G2=ss(A,B(:,2),C,D(:,2));
```

### 3.5.2 Απόκριση ανοιχτού συστήματος

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το MATLAB για να απεικονίσουμε πως συμπεριφέρεται ένα σύστημα ανοιχτού βρόγχου (χωρίς κανένα ελεγκτή). Εισάγουμε τις εντολές στο Matlab για να δούμε την απόκριση του συστήματος για μια μοναδιαία διαταραχή εισόδου και την απόκριση για μια διαταραχή εισόδου της τάξεως των 0.1m

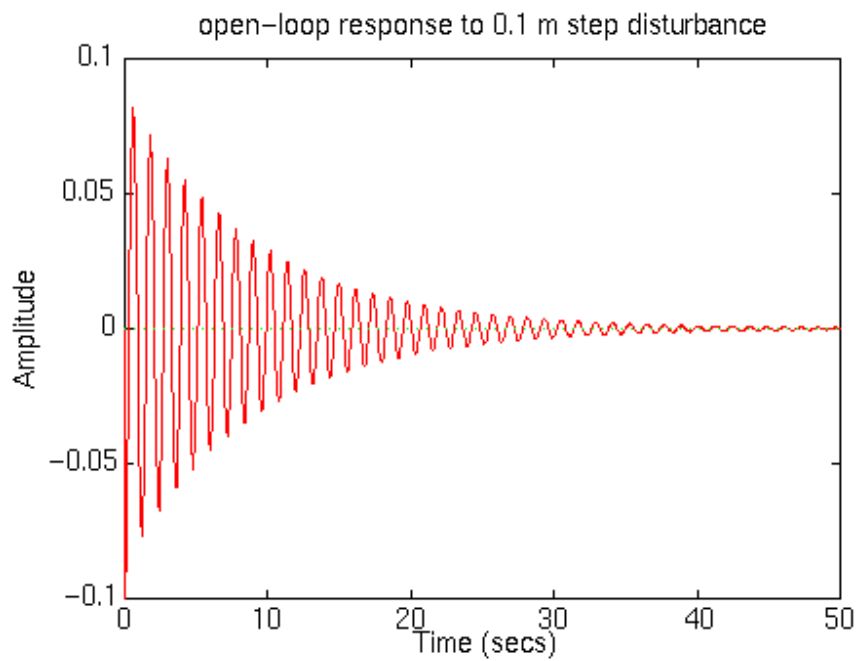
[step\(G1\)](#)



Από το γράφημα ενός συστήματος ανοιχτού βρόγχου για μια μοναδιαία διαταραχή εισόδου, παρατηρούμε ότι το σύστημα είναι υπό διαταραχή. Οι άνθρωποι οι όποιοι θα βρίσκονται στο όχημα θα αισθάνονται πολύ μικρές ταλαντώσεις και το σφάλμα μόνιμης κατάστασης είναι περίπου 0.013mm. Επιπλέον το όχημα χρειάζεται αρκετό χρόνο (Μη αποδεκτό) για να φτάσει στη μόνιμη κατάσταση. Η λύση στο συγκεκριμένο πρόβλημα είναι να προστεθεί ένα ελεγκτή με ανάδραση στο διάγραμμα (block diagram)

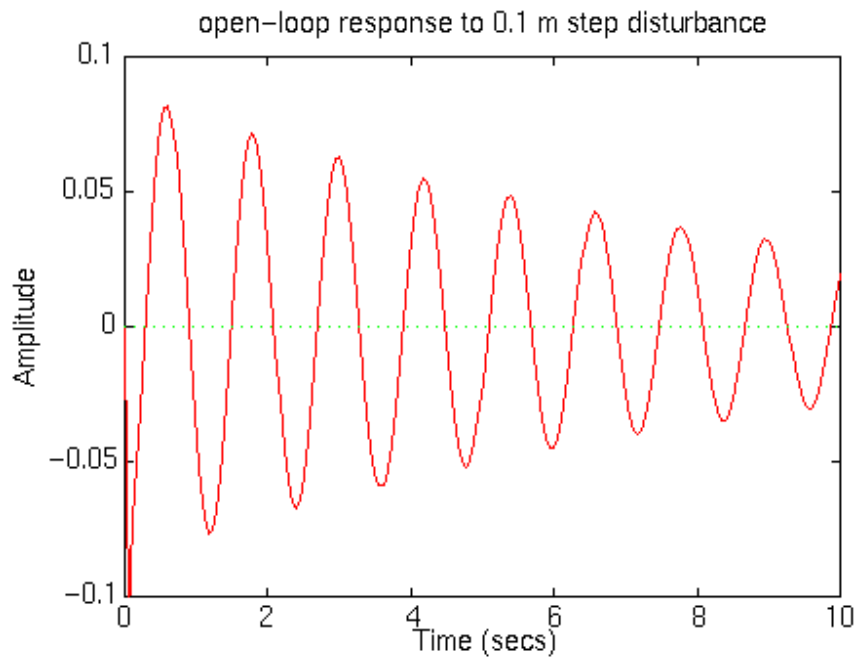
Παρατήρηση: Ο πίνακας B έχει πολλαπλασιαστεί με 0.1 για να προσομοιώσει τα 10 cm της διαταραχής .

[`step\(0.1\*G2\)`](#)

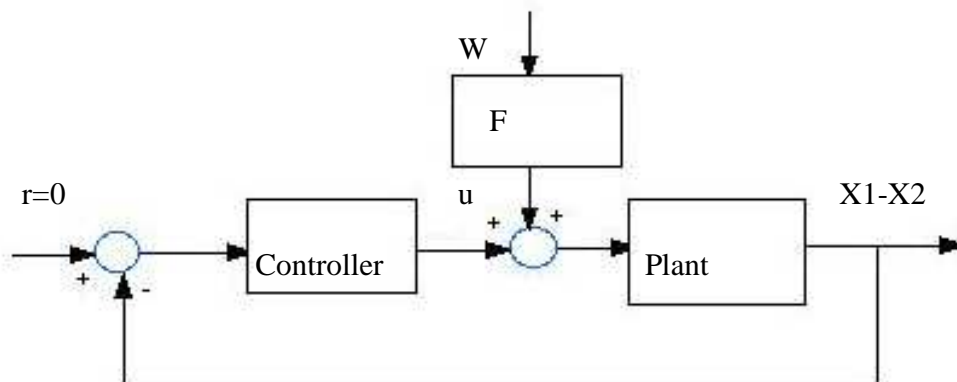


Για να δούμε κάποιες λεπτομέρειες αλλάζουμε την κλίμακα των αξόνων:

[`axis\(\[0 10 -.1 .1\]\)`](#)



Από το παραπάνω γράφημα παρατηρούμε ότι το όχημα ταλαντώνεται για πολύ χρόνο όταν διέρχεται από τη διαταραχή των 10cm. Οι επιβάτες του οχήματος δεν θα είναι άνετα με μια τέτοια ταλάντωση. Η μεγάλη τιμή της μεγίστης ταλάντωσης και ο αργός χρόνος σταθεροποίησης θα προκαλέσουν καταστροφή του συστήματος της ανάρτησης. Η λύση στο συγκεκριμένο πρόβλημα είναι να προστεθεί ένα ελεγκτή με ανάδραση στο σύστημα για να βελτιώσει τη συμπεριφορά. Η αναπαράσταση του κλειστού βρόγχου είναι η ακόλουθη:



### 3.5.3 Προσθέτοντας ένα ελεγκτή στις εξισώσεις του χώρου κατάστασης

Από το κυρίως, πρόβλημα, οι δυναμικές εξισώσεις στο χώρο-κατάσταση είναι οι ακόλουθες:

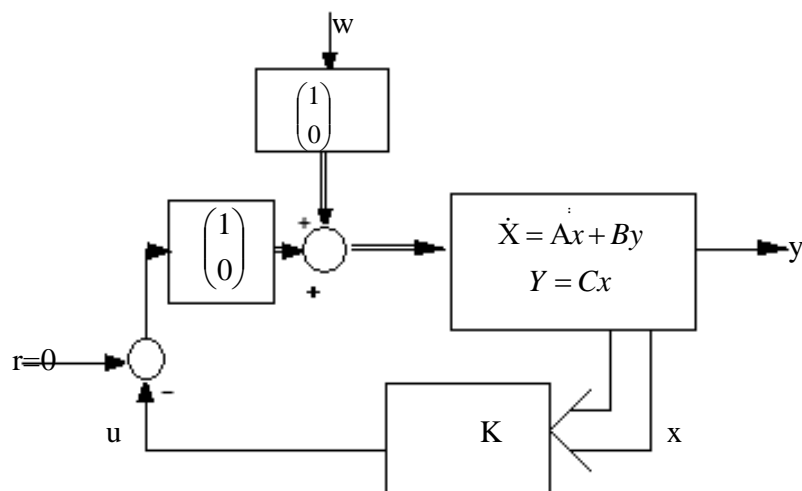
$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \ddot{X}_1 \\ \dot{Y}_1 \\ \dot{Y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-b_1 b_2}{M_1 M_2} & 0 & (\frac{b_1}{M_1} (\frac{b_1}{M_1} + \frac{b_1}{M_2} + \frac{b_2}{M_2}) - (\frac{K_1}{M_1})) & (\frac{b_1}{M_1}) \\ \frac{b_2}{M_2} & 0 & -(\frac{b_1}{M_1} + \frac{b_1}{M_2} + \frac{b_2}{M_2}) & 1 \\ \frac{K_2}{M_2} & 0 & -(\frac{K_1}{M_1} + \frac{K_1}{M_2} + \frac{K_2}{M_2}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \dot{X}_1 \\ Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{b_1 b_2}{M_1 M_2} \\ \frac{1}{M_1} & \frac{-b_2}{M_2} \\ 0 & \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \\ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} & -\frac{K_2}{M_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ W \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \dot{X}_1 \\ Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ W \end{bmatrix}$$

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το MATLAB για να απεικονίσουμε πως συμπεριφέρεται το σύστημα. Εισάγουμε τις εντολές στο Matlab για να δούμε την απόκριση του συστήματος. Έχουμε ορίσει τους πίνακες A,B,C,D εισάγοντας τους στο αρχείο m-file του προγράμματος.

Σχεδιάζοντας τον ελεγκτή πλήρους τάξης.

Αρχικά σχεδιάζουμε τον ελεγκτή πλήρους τάξης του συστήματος. Υποθέτοντας ότι όλες οι μεταβλητές κατάστασης μπορούν να μετρηθούν (αυτή η υπόθεση δεν είναι πιθανώς αληθινή αλλά είναι ικανοποιητική για αυτό το πρόβλημα), η σχηματική αναπαράσταση του συστήματος πρέπει να είναι:





Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο για αυτό το σύστημα κλειστών βρόγχων ορίζεται από  $sI-(A-B[1,0]K)$ . Παρατήρηση δεν είναι  $sI-(A-BK)$  επειδή ο ελεγκτής  $K$  μπορεί μόνο να ελέγξει τη δύναμη εισαγωγής  $u$  αλλά όχι την οδική διαταραχή  $W$ . Υπενθυμίζουμε ότι η μήτρα  $B$  μας είναι μήτρα  $4 \times 2$ , και χρειαζόμαστε μόνο την πρώτη στήλη του  $B$  για να ελέγξουμε το  $u$ .

Πρέπει να κάνουμε μια ολοκλήρωση για να επιτύχουμε μηδενικό σφάλμα στην τελική κατάσταση, έτσι εισάγουμε μια πρόσθετη κατάσταση που είναι:

$$\int (X_1 - X_2) = \int Y_1.$$

Δεδομένου ότι στην πραγματικότητα το όχημα θα φθάσει τελικά σε μια ισορροπία που παράγει μηδενικό σφάλμα στην τελική κατάσταση. Οι νέες καταστάσεις είναι  $X_1, \dot{X}_1, Y_2, Y_1$ . Επίσης οι πινάκες του χώρου κατάστασης  $A, B$ , και  $C$  μετά τη προσθήκη της επιπλέον κατάστασης τροποποιούνται και γίνονται :

$$Aa = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -(b1*b2)/(m1*m2) & 0 & ((b1/m1)*((b1/m1)+(b1/m2)+(b2/m2)))-(k1/m1) & -(b1/m1) & 0 \\ b2/m2 & 0 & -((b1/m1)+(b1/m2)+(b2/m2)) & 1 & 0 \\ k2/m2 & 0 & -((k1/m1)+(k1/m2)+(k2/m2)) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$Ba = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1/m1 & (b1*b2)/(m1*m2) \\ 0 & -(b2/m2) \\ (1/m1)+(1/m2) & -(k2/m2) \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$Ca = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0];$$

$$Da = [0 \ 0];$$

Υπάρχει μια εντολή στο matlab για να επιτύχει το ίδιο αποτέλεσμα:

$$Aa = [[A,[0 \ 0 \ 0 \ 0]'];[C, 0]];$$

$$Ba = [B;[0 \ 0]];$$

$$Ca = [C,0];$$

$D_a = D;$

Προσθέτουμε τον ανωτέρω κώδικα matlab στο m-file. Σε αυτήν την περίπτωση, αντιμετωπίζουμε το πρόβλημα όπως το σχεδιασμό του PID ελεγκτή. Ο ολοκληρωτικός έλεγχος προκύπτει από τη νέα μεταβλητή κατάσταση. Ο αναλογικός έλεγχος προκύπτει από το κέρδος στα  $Y1$  ή  $X1-X2$ . Ο άμεσος έλεγχος του διαφορικού όρου για τις μεταβλητές εξόδου δεν είναι δυνατό, μιας και οι παράγωγοι  $Y1$  ή  $X1-X2$  δεν είναι μεταβλητές κατάστασης. Αντ' αυτού μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την παράγωγο του  $X1$ , η οποία είναι διαθέσιμη για την ανάδραση. (Ενώ η  $X1$  είναι πιθανόν δύσκολο να μετρηθεί, το μπορεί εύκολα να υπολογιστεί από την ολοκλήρωση της εξόδου ενός επιταχυνσιογράφου που έχουμε τοποθέτηση πάνω στο όχημα). Είναι παρόμοιο με την προσθήκη περισσότερης απόσβεσης στην ταχύτητα της ταλάντωσης του οχήματος. Προσθέτουμε τον ακόλουθο κώδικα matlab για τον ελεγκτή  $K$  στο m-αρχείο:

$K = [0 \ 2.3e6 \ 5e8 \ 0 \ 8e6]$

Καταλήγουμε με αυτή την τιμή του διανύσματος (πινάκα) με τη μέθοδο δοκιμή σφάλματος με τη ρύθμιση του κέρδους για τη παράγωγο  $X1$ ,  $Y1$  και του ολοκληρώματος  $Y1$ , όπως αναφέραμε προηγουμένως.

### 3.5.4 Αναπαράσταση της απόκρισης κλειστού βρόγχου

Εξετάζοντας τη παραπάνω σχηματική αναπαράσταση, παρατηρούμε μετά τη προσθήκη της μήτρας  $K$  στο σύστημα, οι εξισώσεις στο χώρο-κατάστασης γίνονται:

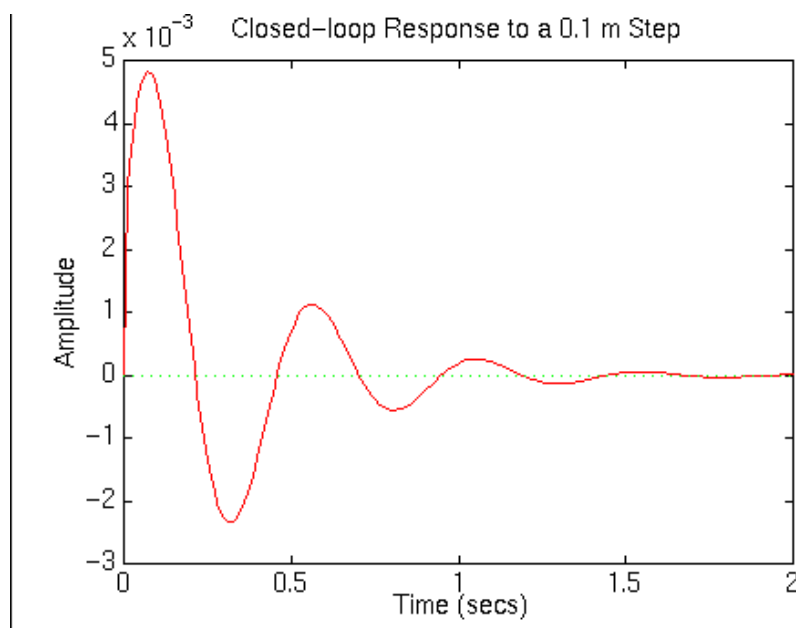
$$\dot{X} = \left( A - B \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} K \right) X + B \begin{bmatrix} u \\ W \end{bmatrix}$$

$$Y = CX$$

Μπορούμε τώρα να πάρουμε την απόκριση του κλειστού βρόγχου απλά προσθέτοντας τον ακόλουθο κώδικα στο m-αρχείο. Πρέπει να πολλαπλασιάσουμε τη μήτρα  $B$  με 0.1 για να αναπαραστήσουμε τη βηματική διαταραχή 0.1 m:

```
t=0:0.01:2;  
step(Aa-Ba(:,1)*K,-0.1*Ba,Ca,Da,2,t)  
title('Closed-loop response to a 0.1 m step')
```

Τρέχοντας το m-αρχείο θα πάρουμε το ακόλουθο γράφημα:

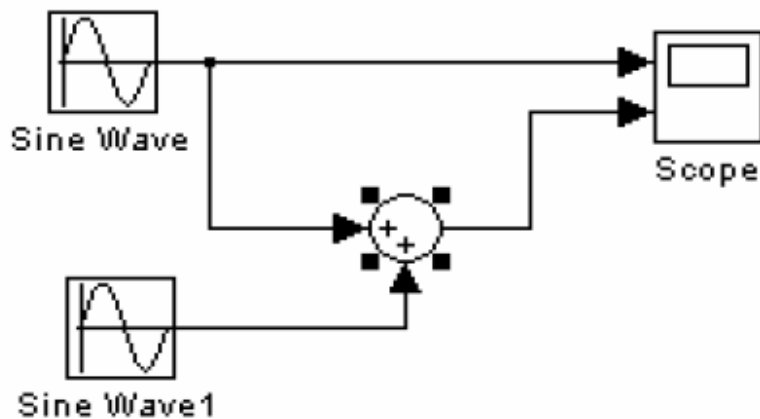


Από το γράφημα βλέπουμε ότι η επί τοις εκατό υπερύψωση και οι απαιτούμενοι χρόνοι ικανοποιούνται. Επιπλέον το λάθος κατάστασης πλησιάζει το μηδέν. Επομένως, η λύση κρίνεται είναι ικανοποιητική.

### 3.6 Εισαγωγή στο Simulink

Το SIMULINK είναι ένα πρόγραμμα το οποίο χρησιμοποιεί σαν βάση του το MATLAB αλλά παρέχει στον χρήστη ένα γραφικό περιβάλλον (GUI) μέσω του οποίου μπορεί να σχεδιάσει, να αναλύσει και να ελέγξει τη λειτουργία δυναμικών συστημάτων.

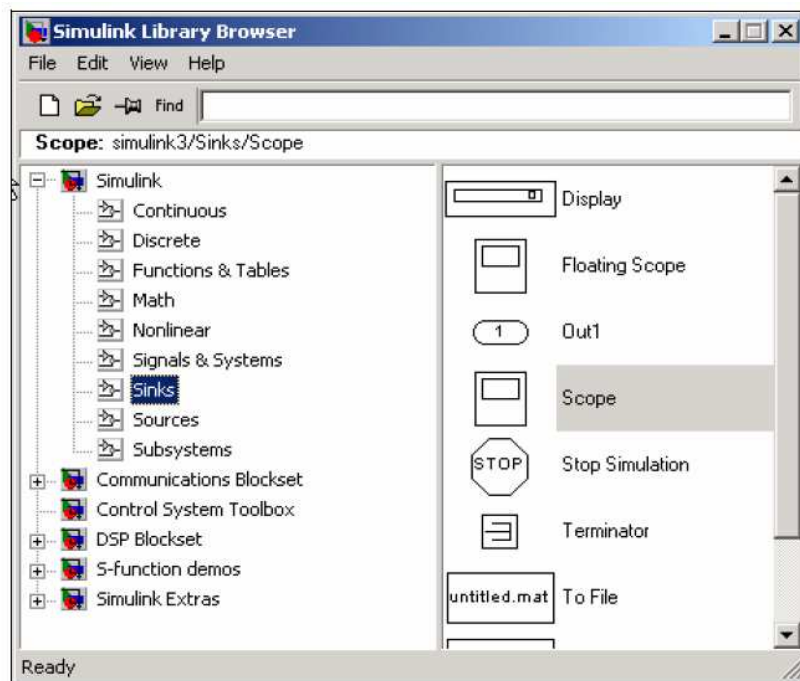
Θα υλοποιήσουμε την απλή διάταξη του παρακάτω σχήματος προκειμένου να δούμε τις βασικές λειτουργίες του προγράμματος.



Στο command prompt του MATLAB πληκτρολογήστε :

```
>> Simulink
```

Με την εντολή αυτή ανοίγει το παράθυρο με την βιβλιοθήκη του SIMULINK



ενώ επιλέγοντας στο ίδιο παράθυρο : File -> New -> Model

ανοίγει ένα νέο παράθυρο στο οποίο μπορούμε να σχεδιάσουμε το σύστημα μας.

Από την βιβλιοθήκη Sources εισάγουμε το εικονίδιο Sine wave. Η εισαγωγή γίνεται απλά σύροντας το εικονίδιο από τη βιβλιοθήκη στο παράθυρο στη θέση που θέλουμε.

Όμοια εισάγουμε τα:

| BIBΛΙΟΘΗΚΗ | ΕΙΚΟΝΙΔΙΟ |
|------------|-----------|
| Sources    | Sine wave |
| Math       | Sum       |
| Sinks      | Scope     |

Εισαγωγή παραμέτρων.

Με διπλό αριστερό κλικ σε ένα εικονίδιο μπορούμε να εισάγουμε παραμέτρους. Έτσι μπορούμε π.χ. να ρυθμίσουμε την φάση του ημιτονικού σήματος. Ας θέσουμε τη φάση του ενός ημιτονικού σήματος ίση με  $\pi$ . Για να το πετύχουμε αυτό γράφουμε στην αντίστοιχη θέση  $\pi$

Με τον ίδιο τρόπο θα μπορούσαμε να έχουμε  $2\pi$  ή  $\pi/2$ .

Το εικονίδιο Scope έχει εξ' ορισμού μία είσοδο. Για να δημιουργήσουμε δύο εισόδους εισάγουμε στις παραμέτρους του:

Number of axes: 2

Συνδέσεις.

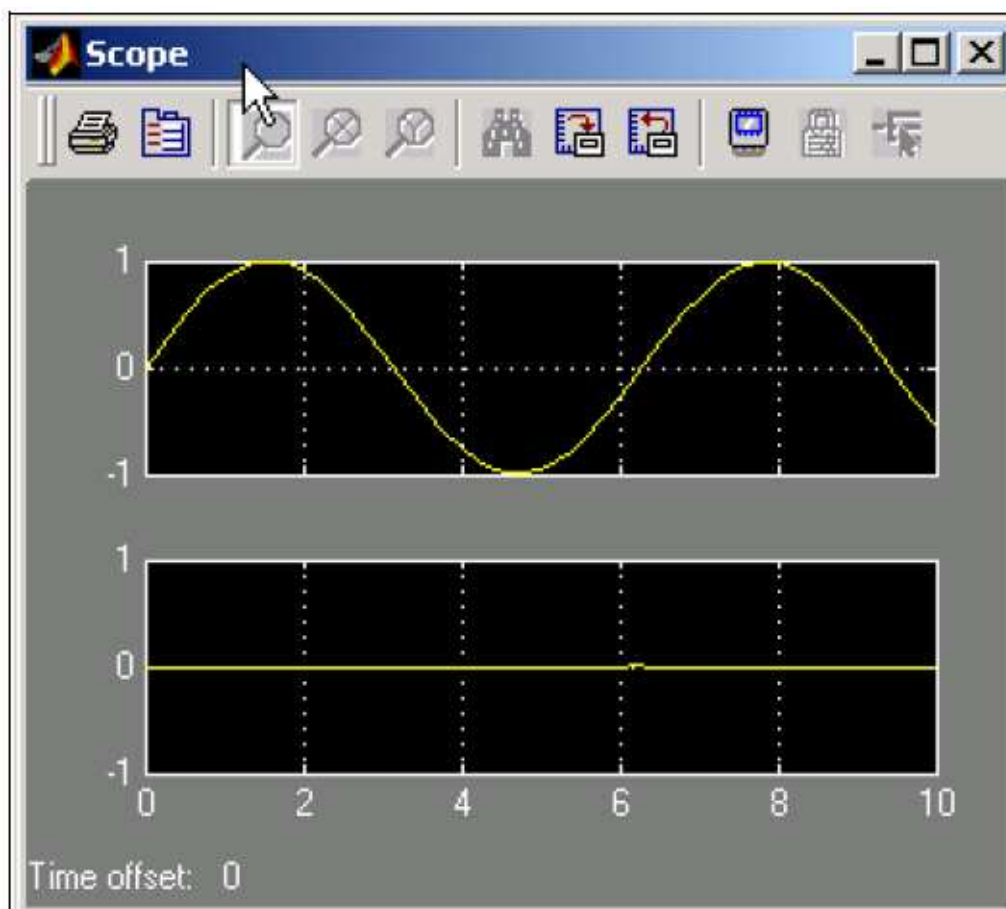
Πραγματοποιούμε τις συνδέσεις όπως στο σχήμα. Το σύμβολο > στα δεξιά ενός εικονιδίου σημαίνει ότι έχω μία έξοδο ενώ το ίδιο σύμβολο στα αριστερά ενός εικονιδίου σημαίνει ότι υπάρχει είσοδος. Μπορούμε να ενώσουμε μια έξοδο με μια είσοδο κρατώντας πατημένο το αριστερό πλήκτρο στο ποντίκι και διαγράφοντας την μεταξύ τους διαδρομή. Με τον τρόπο αυτό δημιουργούνται μόνο οι απευθείας συνδέσεις είσοδος – έξοδος. Για να συνδέσουμε μια έξοδο σε δύο ή περισσότερες εισόδους, ακολουθούμε την ίδια διαδικασία αλλά κρατώντας πατημένο το πλήκτρο Ctrl.

Προσομοίωση.

Έχουμε συνδέσει με ένα παλμογράφο (Scope) ένα ημιτονικό σήμα καθώς και το άθροισμα δυο ημιτονικών σημάτων με διαφορά φάσης  $\pi$ . Περιμένουμε επομένως να δούμε στην οθόνη του παλμογράφου ένα ημιτονικό σήμα αλλά και ένα μηδενικό σήμα που προκύπτει από το άθροισμα των δύο ημιτονικών σημάτων. Για να πραγματοποιήσουμε την εξομοίωση, επιλέγουμε:

Simulation -> Start.

Μετά την εξομοίωση και με διπλό κλικ στο εικονίδιο Scope η εικόνα που έχουμε είναι η παρακάτω:



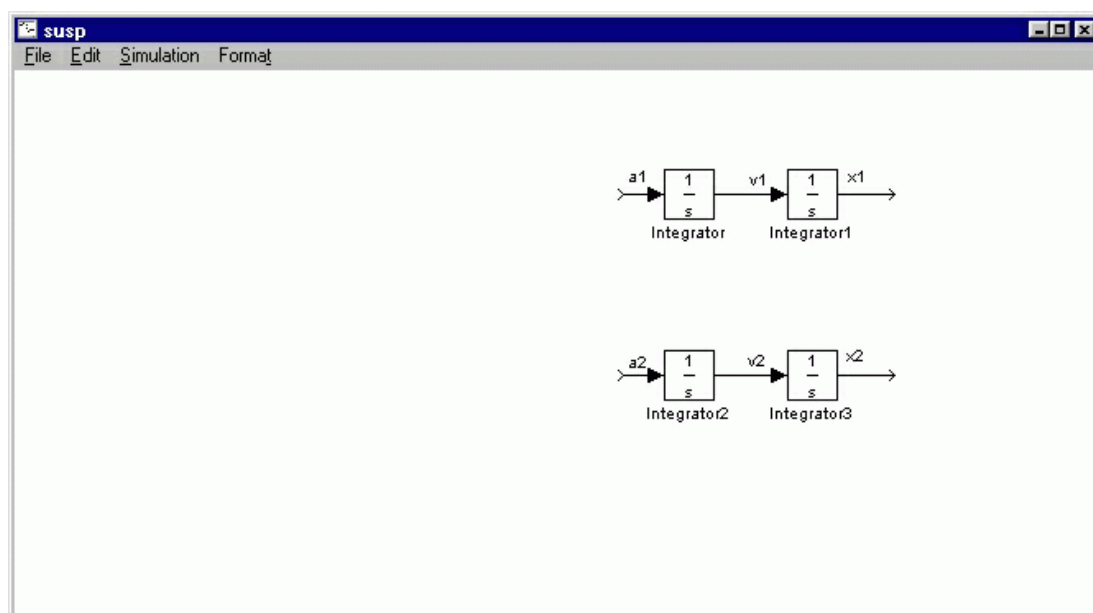
### 3.6.1 Δημιουργία μοντέλου στο Simulink

Αυτό το σύστημα θα διαμορφωθεί με το άθροισμα των δυνάμεων που ενεργούν και στις δύο μάζες (σώμα οχήματος και ανάρτηση) και θα ολοκληρώσουμε δύο φορές τις επιταχύνσεις κάθε μάζας ώστε να έχουμε τις ταχύτητες και τις θέσεις. Ο νόμος του Newton θα εφαρμοστεί σε κάθε μάζα. Κατ' αρχάς, θα διαμορφώσουμε τα ολοκληρώματα των επιταχύνσεων των μαζών.

$$\iint \frac{d^2 x_1}{dt^2} = \int \frac{dx_1}{dt} = x_1$$

$$\iint \frac{d^2 x_2}{dt^2} = \int \frac{dx_2}{dt} = x_2$$

- Εισάγουμε ένα block και σχεδιάζουμε τις γραμμές από τις εισόδους και τις εξόδους.
- Ονομάζουμε τη γραμμή εισόδου "a1" (για την επιτάχυνση) και η γραμμή εξόδου "v1" (για την ταχύτητα).
- Εισάγουμε ένα άλλο block ολοκληρωτών που συνδέεται με την έξοδο του πρώτου.
- Σχεδιάζουμε μια γραμμή από την έξοδο του δευτέρου και την ονομάζουμε "x1" (για τη θέση).
- Εισάγουμε ένα δεύτερο ζευγάρι ολοκληρωτών κάτω από το πρώτο με τις γραμμές επωνομαζόμενες "a2", "v2", και "x2" αντίστοιχα.



Έπειτα, θα αρχίσουμε να σχεδιάζουμε το νόμο του Newton. Ο νόμος του Newton για κάθε μια από αυτές τις μάζες μπορεί να εκφραστεί ως εξής :

$$\frac{1}{M1} \sum_i F = \frac{d^2 x1}{dt^2}$$

$$\frac{1}{M2} \sum_i F = \frac{d^2 x2}{dt^2}$$

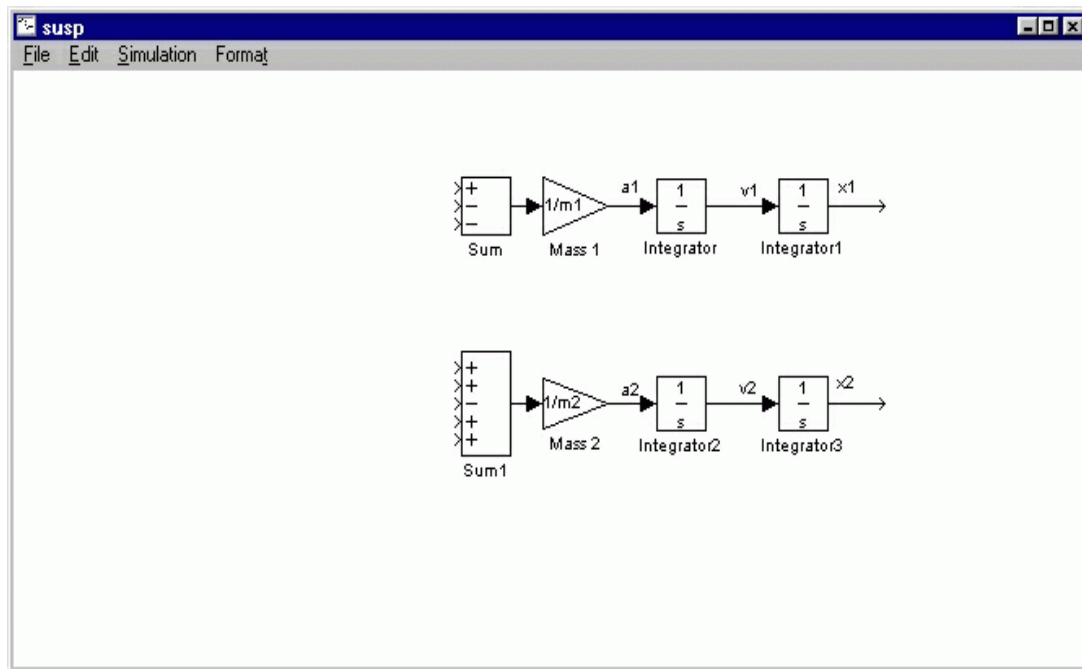
Αυτές οι εξισώσεις μπορούν να αντιπροσωπευθούν με block κέρδους (gain blocks για  $1/M1$  και  $1/M2$ ) και δύο block αθροιστών.

- Προσθέτουμε δύο block κέρδους, κάθε ένα από τα όποια συνδέεται με τις εισόδους κάθε ενός από τα ζευγάρια των ολοκληρωτών.
- Τροποποιούμε το block κέρδους που αντιστοιχεί στη μάζα  $M1$  και τη θέτουμε ίση με " $1/m1$ ".
- Ομοίως γίνεται και για τη μάζα  $M2$

Υπάρχουν τρεις δυνάμεις που ενεργούν στη μάζα  $M1$  (ελατήριο, αποσβεστήρας και η εισαγωγή  $u$ ) και πέντε δυνάμεις που ενεργούν στη μάζα στο  $M2$  (δύο ελατήρια, δύο αποσβεστήρες, και η εισαγωγή  $u$ ).

- Προσθέτουμε δυο αθροιστές έναν για κάθε σύστημα, ενώ τα πρόσημα σε κάθε αθροιστή αναφέρονται στη φορά της δύναμης.
- Έτσι τροποποιούμε τα πρόσημα για κάθε μάζα, στη  $M1$  έχουμε " $+-$ " για να αντιπροσωπεύσουν τις τρεις δυνάμεις (δύο των οποίων θα είναι αρνητικές)
- Τα πρόσημα για τη μάζα  $M2$  είναι " $++-++$ " για να αντιπροσωπεύσουν τις πέντε δυνάμεις, μια από τις οποίες θα είναι αρνητική.

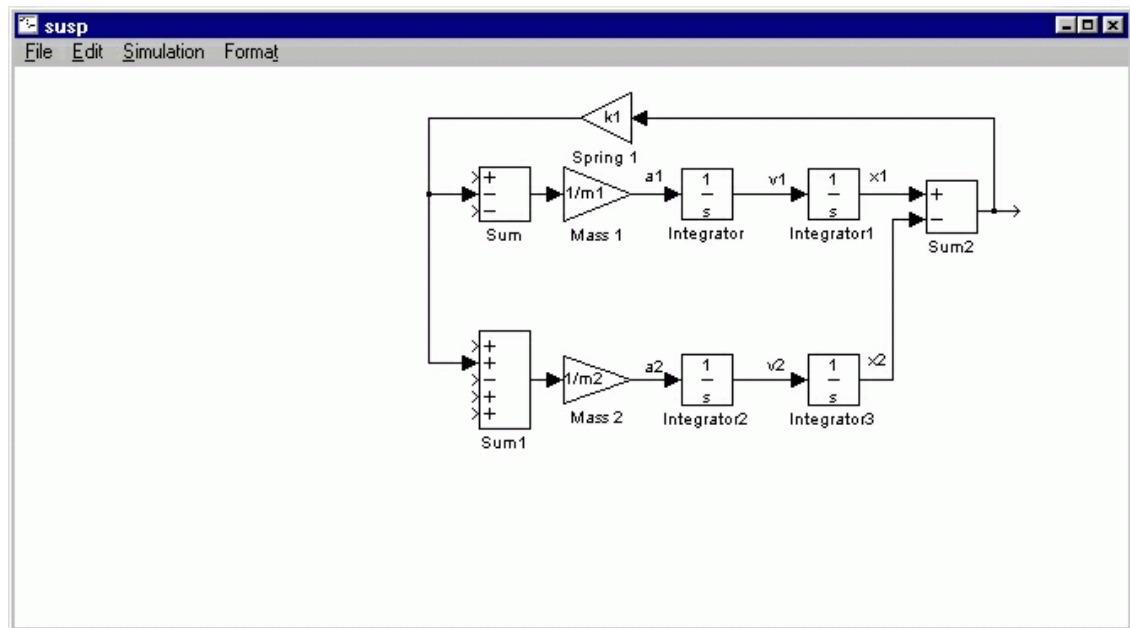




Τώρα, θα προσθέσουμε τις δυνάμεις που δρουν σε κάθε μάζα.

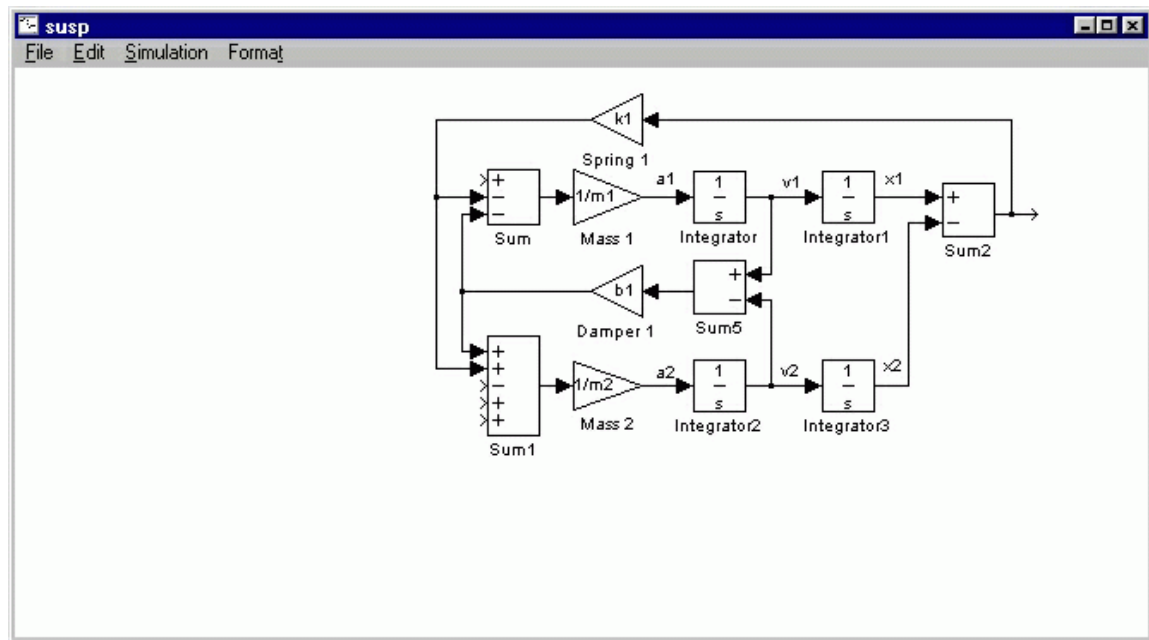
Κατ' αρχάς, θα προσθέσουμε τη δύναμη από πρώτο ελατήριο spring1. Αυτή η δύναμη είναι ίση με μια σταθερά  $k_1$  πολλαπλασιασμένη με τη διαφορά  $X_1 - X_2$ .

- Προσθέτουμε έναν αθροιστή μετά το τελευταίο ζεύγος ολοκληρωτών.
- Μετατρέπουμε τα πρόσημα " +-" και τα συνδέουμε το " x1" σήμα στη θετική είσοδο και το " x2" σήμα στην αρνητική είσοδο.
- Σχεδιάζουμε μια γραμμή στην έξοδο του αθροιστή.
- Προσθέτουμε ένα block κέρδους " Spring 1"
- Αντιστρέφουμε τη φορά του block
- Ορίζουμε την τιμή του κέρδους σε "  $k_1$ " και ονομάζουμε το block "Spring 1".
- Ενώνουμε τη γραμμή από την έξοδο του τελευταίου block και τη συνδέουμε με την εισαγωγή του block κέρδους "K1".
- Συνδέουμε την είσοδο αυτού του block κέρδους [η δύναμη ελατηρίου] (Spring1) με τη δεύτερη είσοδο του αθροιστή της μάζας 1 (Sum) . Αυτή η δύναμη πρέπει να είναι αρνητική δεδομένου ότι το ελατήριο 1 τραβά κάτω τη μάζα 1 όταν  $X_1 > X_2$ .
- Συνδέουμε μια γραμμή από τη γραμμή δύναμης ελατηρίου (Spring1) και την ενώνουμε με τη δεύτερη είσοδο του αθροιστή της μάζας 2 (Sum1). Αυτή η εισαγωγή είναι θετική δεδομένου ότι το ελατήριο 1 ωθεί τη μάζα 2 προς τα πάνω.



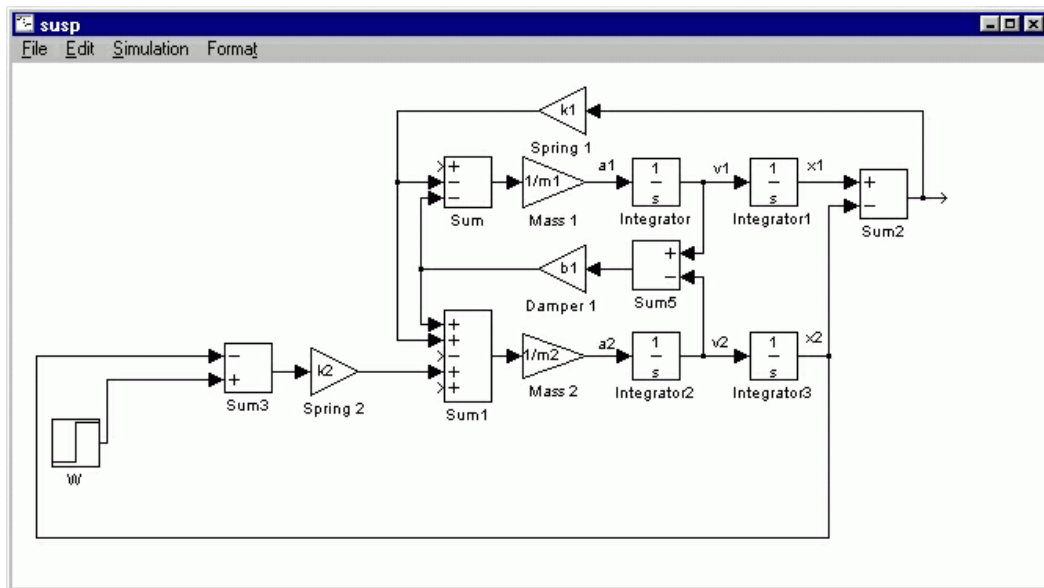
Θα προσθέσουμε τη δύναμη από τον αποσβεστήρα 1. Αυτή η δύναμη είναι ίση με  $b_1$  πολλαπλασιασμένη με  $V_1 - V_2$ .

- Προσθέτουμε έναν αθροιστή "Sum5".
- Μετατρέπουμε τα πρόσημα " + - "
- Δημιουργούμε μια γραμμή από το " v1 " και το συνδέουμε με τη θετική εισαγωγή αυτού του αθροιστή.
- Δημιουργούμε μια γραμμή από το " v2 " η γραμμή και το συνδέουμε με την αρνητική εισαγωγή αυτού του αθροιστή.
- Προσθέτουμε ένα block κέρδους " Damper 1 "
- Αντιστρέφουμε τη φορά του block
- Ορίζουμε την τιμή του κέρδους σε "  $b_1$  " και ονομάζουμε το block "Damper 1".
- Συνδέουμε την έξοδο του νέου αθροιστή "Sum5" με την είσοδο του block κέρδους " Damper 1 ".
- Συνδέουμε την έξοδο του block κέρδους " Damper 1 " ( δύναμη αποσβεστήρα) με τη τρίτη είσοδο του αθροιστή της μάζας  $M_1$ . Η δύναμη πρέπει να είναι αρνητική όπως η δύναμη του ελατηρίου 1 στη μάζα 1.
- Συνδέουμε μια γραμμή από τη γραμμή δύναμης αποσβεστήρα1 και την ενώνουμε με τη πρώτη είσοδο του αθροιστή της μάζας2. Αυτή η είσοδος είναι θετική .



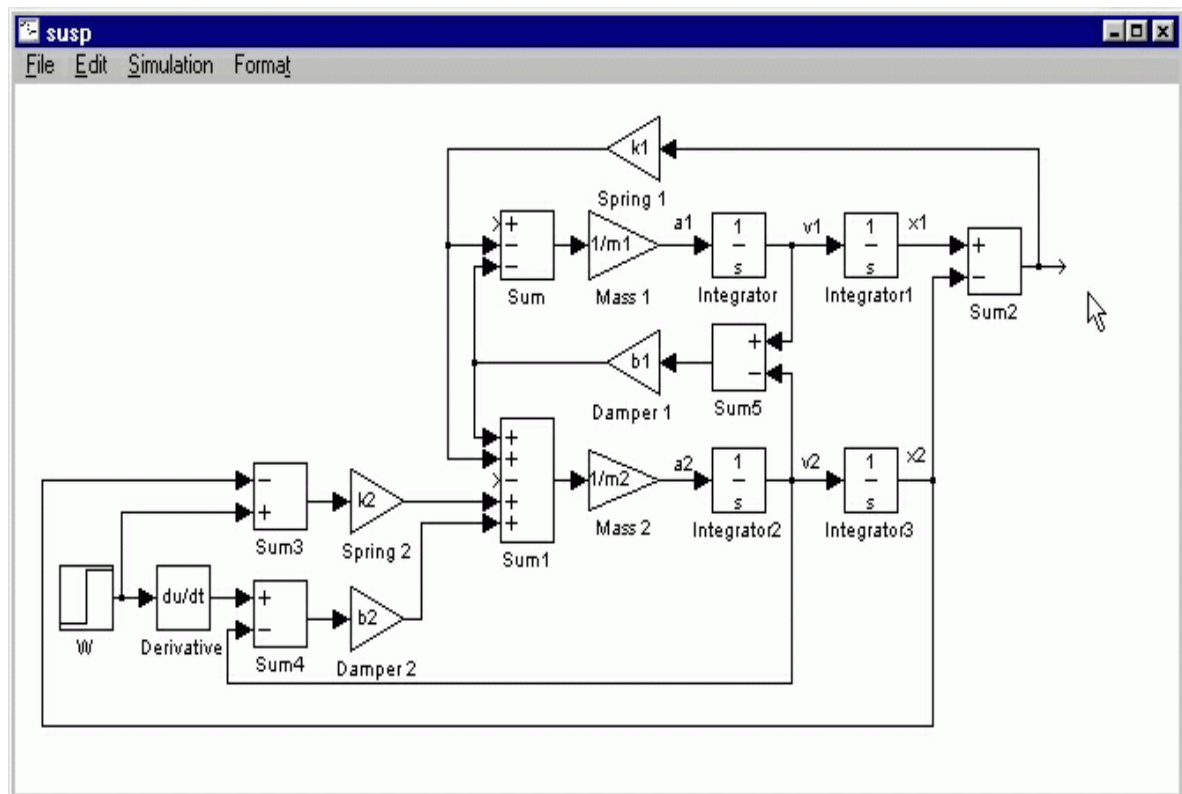
Θα προσθέσουμε τη δύναμη από το ελατήριο2. Αυτή η δύναμη ενεργεί μόνο στη μάζα 2, αλλά εξαρτάται από τη διαταραχή  $W$ . Η δύναμη του ελατήριο2 είναι ίση με το  $x_2 - W$ .

- Προσθέτουμε μια βηματική συνάρτηση " $W$ ".
- Μετατρέπουμε το βηματικό χρόνο " $0$ " και τελική τιμή " $0$ ". (Θα υποθέσουμε αρχικά μια επίπεδη επιφάνεια δρόμου).
- Προσθέτουμε έναν αθροιστή " $Sum3$ ".
- Μετατρέπουμε τα πρόσημα " $+ -$ ".
- Συνδέουμε την έξοδο της βηματικής συνάρτησης με τη θετική είσοδο αυτού του αθροιστή " $Sum3$ ".
- Συνδέουμε μια γραμμή από τη γραμμή του " $x_2$ " και την ενώνουμε με την αρνητική πρώτη είσοδο του αθροιστή " $Sum3$ ".
- Προσθέτουμε ένα block κέρδους " $Spring\ 2$ ".
- Ενώνουμε την έξοδο του αθροιστή " $Sum3$ " στο νέο block κέρδους " $Spring\ 2$ ".
- Ορίζουμε την τιμή του κέρδους σε " $k_2$ " και ονομάζουμε το block " $Spring\ 2$ ".
- Ενώνουμε τη γραμμή από την έξοδο του τελευταίου block και τη συνδέουμε με την τέταρτη είσοδο του αθροιστή της μάζας2. Η δύναμη αυτή είναι θετική.



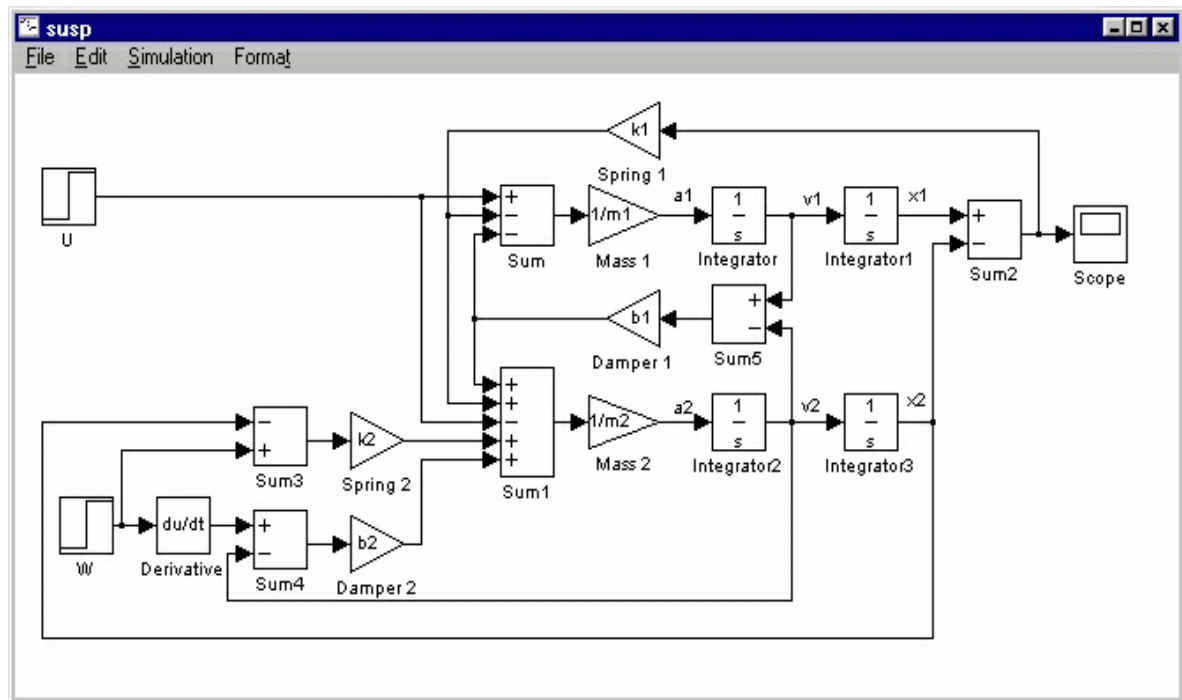
Έπειτα, θα προσθέσουμε τη δύναμη από τον αποσβεστήρα 2. Αυτή η δύναμη είναι ίση με  $b_2$  πολλαπλασιασμένη με  $V_2 - d/dt (W)$ . Δεδομένου ότι δεν υπάρχει κανένα υπάρχον σήμα που αντιπροσωπεύει την παράγωγο του  $W$  θα πρέπει να δημιουργήσουμε αυτό το σήμα.

- Προσθέτουμε ένα block παραγωγίσης "Derivative".
- Συνδέουμε μια γραμμή από τη γραμμή της βηματικής εξόδου  $W$  και την ενώνουμε με την είσοδο του block παραγωγίσης.
- Προσθέτουμε έναν αθροιστή "Sum4".
- Μετατρέπουμε τα πρόσημα " + - ".
- Συνδέουμε την έξοδο του block παραγωγίσης "Derivative" με τη θετική είσοδο του αθροιστή "Sum4".
- Συνδέουμε μια γραμμή από τη γραμμή " $v_2$ " και την ενώνουμε με τη αρνητική είσοδο του αθροιστή "Sum4".
- Συνδέουμε την έξοδο του νέου αθροιστή "Sum4" με την είσοδο του block κέρδους "Damper 2".
- Συνδέουμε την έξοδο του block κέρδους "Damper 2" ( δύναμη αποσβεστήρα) με τη πέμπτη είσοδο του αθροιστή της μάζας  $M_2$ . Η δύναμη πρέπει να είναι θετική.



Τέλος εισάγουμε τη δύναμη  $U$  η οποία ενεργεί μεταξύ των δύο μαζών.

- Προσθέτουμε μια βηματική συνάρτηση " $U$ ".
- Συνδέουμε την έξοδο της βηματικής συνάρτησης με τη θετική είσοδο του αθροιστή "Sum" της μάζας1 .
- Συνδέουμε μια γραμμή από τη γραμμή της εξόδου " $U$ " και την ενώνουμε με τη τρίτη είσοδο του αθροιστή "Sum1" της μάζας2. Αυτή η είσοδος είναι αρνητική .
- Μετατρέπουμε το βηματικό χρόνο " $0$ " και τελική τιμή " $1$ ".
- Τέλος για να απεικονίσουμε την έξοδο ( $X1-X2$ ) εισάγουμε ένα παλμογράφο (Scope) ο οποίος είναι συνδεδεμένος με την έξοδο του αθροιστή "Sum2".



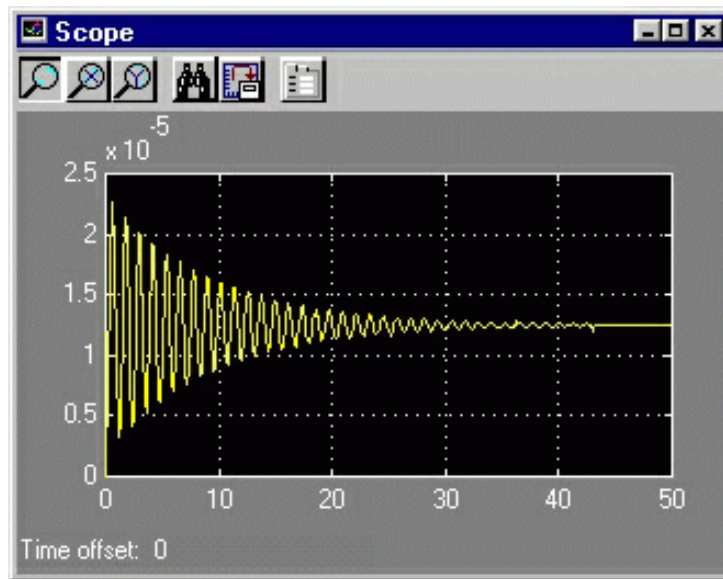
### 3.6.2 Απόκριση ανοιχτού βρόγχου

Για να προσομοιωθεί αυτό το σύστημα, πρέπει πρώτα να οριστεί κατάλληλος χρόνος προσομοίωσης. Επιλέγουμε στις παραμέτρους από το μενού της προσομοίωσης και εισάγουμε το " 50" στο χρόνο ολοκλήρωσης της διαδικασίας. Τα 50 δευτερόλεπτα είναι αρκετός χρόνος για να δουν την απόκριση ανοιχτού βρόγχου.

Θέτουμε τις φυσικές παράμετροι του προβλήματος και τρέχουμε τον κώδικα στη MATLAB:

```
m1=2500
m2=320
k1=80000
k2=500000
b1 = 350
b2 = 15020
```

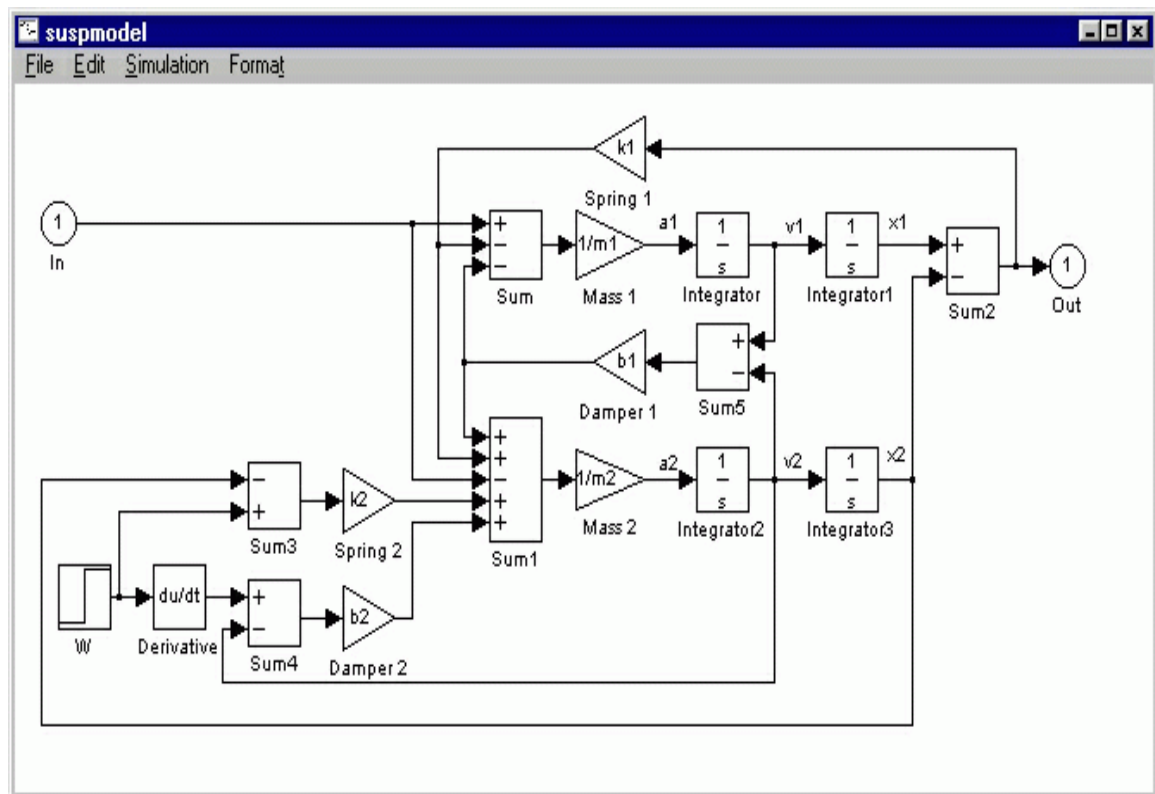
Τα αποτελέσματα από την παραπάνω διαδικασία προσομοίωσης βρίσκονται στο scope και δίνουν το παρακάτω γράφημα:



### 3.6.3 Εξαγωγή ενός γραμμικού μοντέλου σε MATLAB

Ένα γραμμικό μοντέλο του συστήματος (με εξισώσεις χώρου-κατάστασης ή εξισώσεις μεταφοράς) μπορεί να εξαχθεί από ένα μοντέλο Simulink σε Matlab. Αυτό θα γίνει με τα στοιχειά διασύνδεσης συστημάτων του Simulink ( της θύρας εισόδου (In) και της θύρας εξόδου (Out)) και της εντολής `linmod` της Matlab. Θα εξαγάγουμε το μοντέλο μόνο από την είσοδο  $U$  στην έξοδο ( $X_1$ - $X_2$ ).

- Αρχικά αντικαθιστούμε τη βηματική συνάρτηση  $U$  με μια θύρα εισόδου.
- Επίσης, αντικαθιστούμε το Scope (παλμογράφο) με μια θύρα εξόδου. Αυτό καθορίζει την είσοδο και την έξοδο του συστήματος για τη διαδικασία εξαγωγής. Αποθηκεύουμε το αρχείο ως "suspmod.mdl".



Εισάγουμε τις ακόλουθες εντολές στο Matlab

```
[A,B,C,D]=linmod('suspmodel')
```

```
[num,den]=ss2tf(A,B,C,D)
```

και περνούμε τις ακόλουθες εξόδους, που περιέχει όλες τις εξισώσεις του γραμμικού μοντέλου του συστήματος (εξισώσεις χώρου-κατάστασης ή εξισώσεις μεταφοράς)



A =

1.0e+003 \*

|         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|
| 0       | 0       | 0       | 0.0010  |
| 0       | 0       | 0.0010  | 0       |
| 0.2500  | -1.8125 | -0.0480 | 0.0011  |
| -0.0320 | 0.0320  | 0.0001  | -0.0001 |

B =

|         |
|---------|
| 0       |
| 0       |
| -0.0031 |
| 0.0004  |

C =

|   |    |   |   |
|---|----|---|---|
| 1 | -1 | 0 | 0 |
|---|----|---|---|

D =

|   |
|---|
| 0 |
|---|

num =

|   |        |        |        |        |
|---|--------|--------|--------|--------|
| 0 | 0.0000 | 0.0035 | 0.0188 | 0.6250 |
|---|--------|--------|--------|--------|

den =

1.0e+004 \*

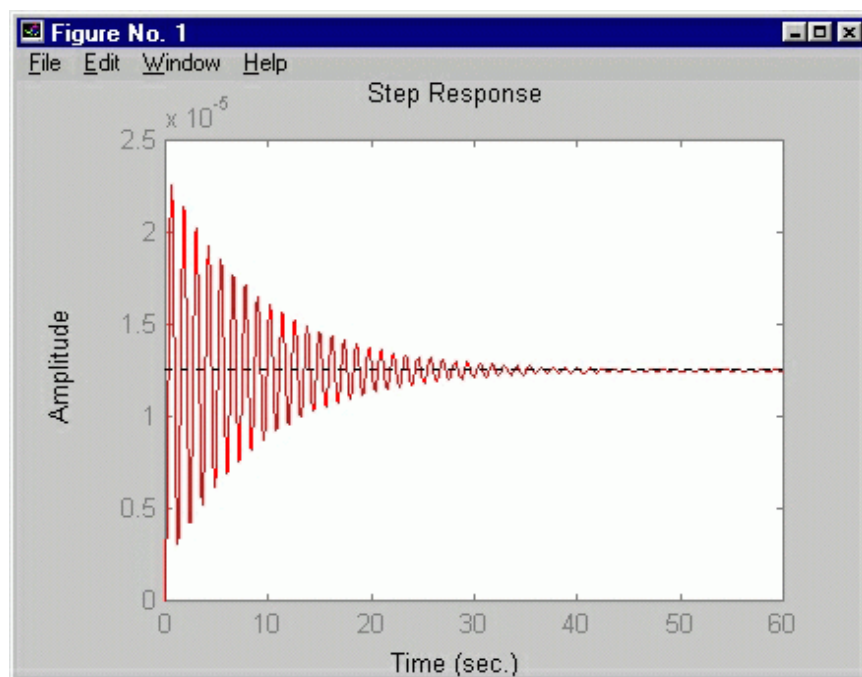
|        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.0001 | 0.0048 | 0.1851 | 0.1721 | 5.0000 |
|--------|--------|--------|--------|--------|

Για να ελέγξουμε τα αποτελέσματα του μοντέλου, θα δημιουργήσουμε μια απόκριση ανοιχτού βρόγχου της εξαγόμενης συνάρτησης μεταφοράς στο Matlab.

Εισάγουμε τις ακόλουθες εντολές στο Matlab

`step(num,den);`

και παίρνουμε το ακόλουθο γράφημα το οποίο είναι ισοδύναμο με αυτό του μοντελου που αναπτύξαμε στο simulink:



### 3.6.4 Υλοποίηση της ανάδρασης πλήρους κατάστασης

Σε ένα σύστημα ελέγχου οχήματος-ανάρτησης, ο ελεγκτής ανάδρασης πλήρους κατάστασης σχεδιάστηκε ανατροφοδοτώντας τις ακόλουθες πέντε μεταβλητές (καταστάσεις) :

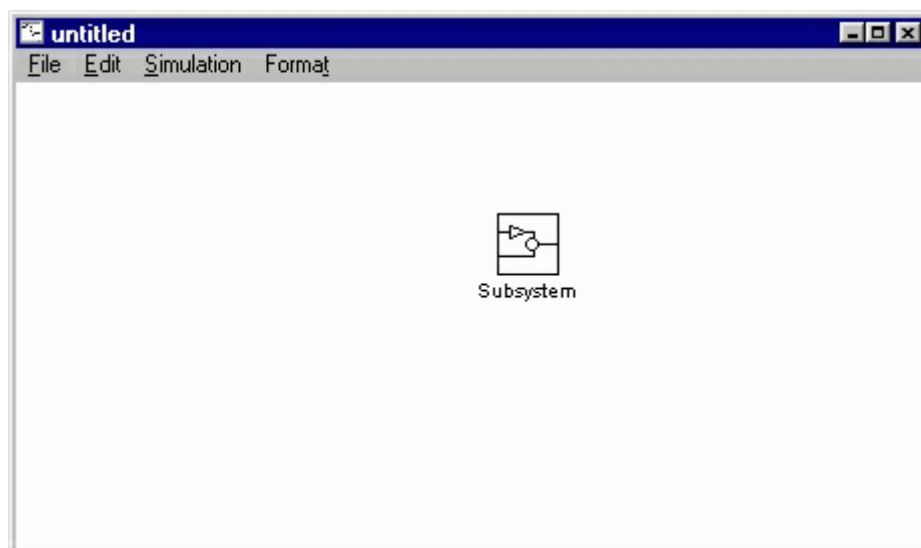
$$\left[ x1 \quad \frac{dx1}{dt} \quad y1 = x1 - x2 \quad \frac{dy1}{dt} \quad \int y1 \right]^T$$

Ο ελεγκτής χρησιμοποιεί για ανάδραση τον εξής πίνακα κέρδους:

$$K = [0 \quad 2.3e6 \quad 5e8 \quad 0 \quad 8e6]$$

Για να το συμπεριλάβουμε αυτό στο μοντέλο που έχουμε δημιουργήσει στο Simulink. Θα εισάγουμε ένα block υποσυστήματος (Subsystem) το οποίο θα περιέχει το ανοιχτό σύστημα. Η διαδικασία που θα χρησιμοποιήσουμε έχει έξης:

- Δημιουργούμε ένα νέο μοντέλο Simulink.
- Τοποθετούμε έναν block υποσυστημάτων (Subsystem) στο νέο μοντέλο.

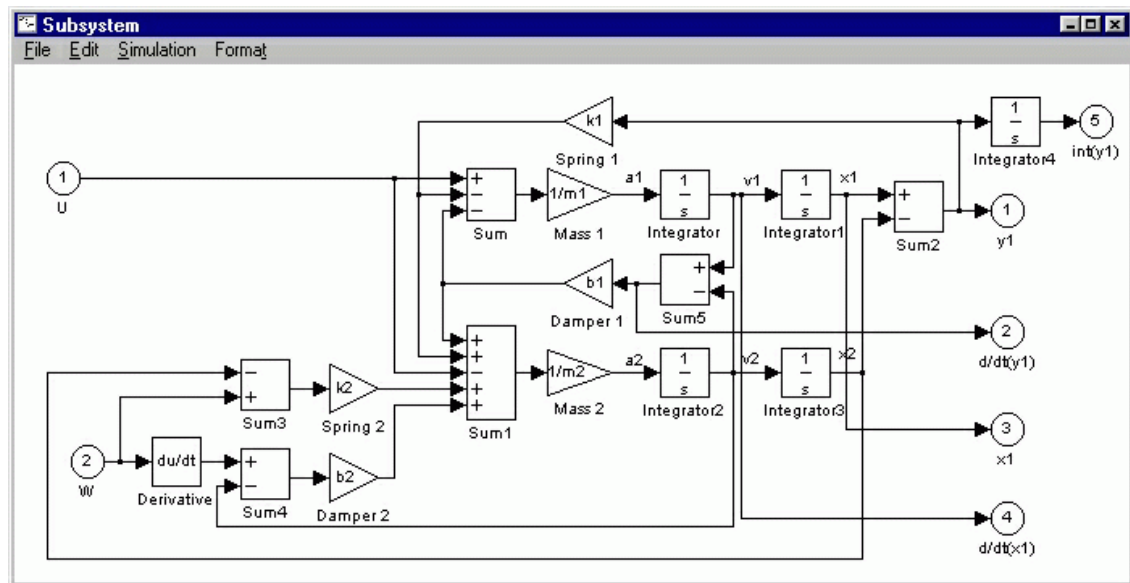


- Ως περιεχόμενο του υποσυστήματος θα εισάγουμε το ανοιχτό σύστημα που αποθηκεύσαμε ως `suspmo.dml`.
- Ονομάζουμε τη θύρα εισόδου "U", και τη θύρα εξόδου "y1".
- Αντικαθιστούμε τη βηματική συνάρτηση W με μια θύρα εισόδου και την ονομάζουμε "W".



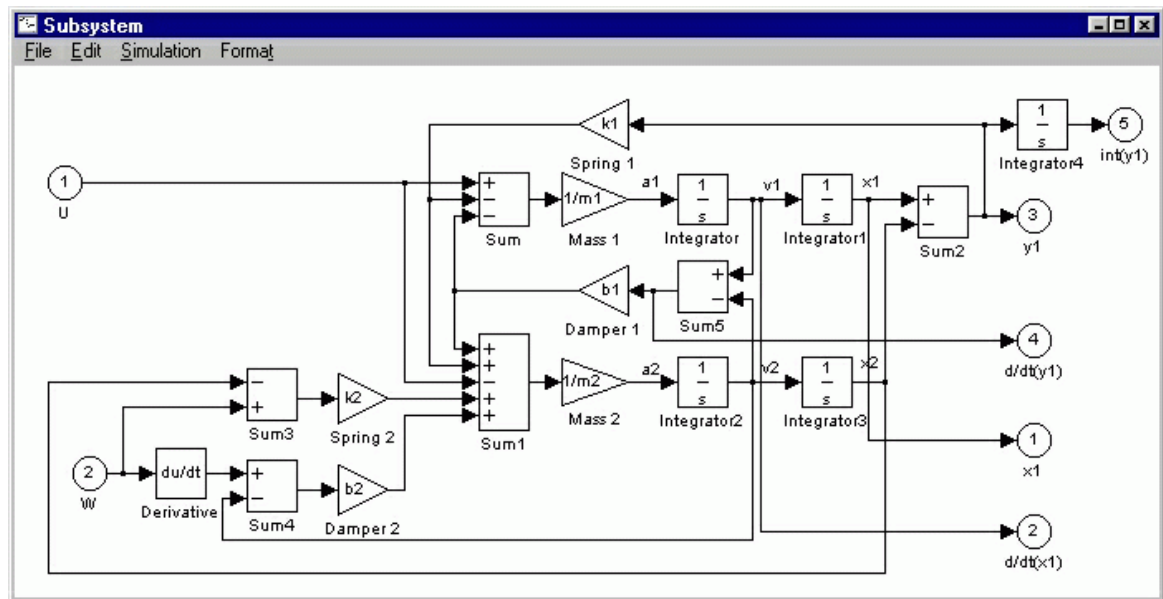
Τέλος η πρόσθετη κατάσταση που πρέπει να δημιουργηθεί είναι το ολοκλήρωμα  $y_1$ . Η όποια γίνεται ως εξής:

- Εισάγουμε έναν ολοκληρωτή και τον συνδέουμε στην εισαγωγή της θύρας εξόδου "y1"
- Εισάγουμε μια θύρα εξόδου, την ονομάζουμε "int(y1)", και την ενώνουμε με την έξοδο του παραπάνω ολοκληρωτή.

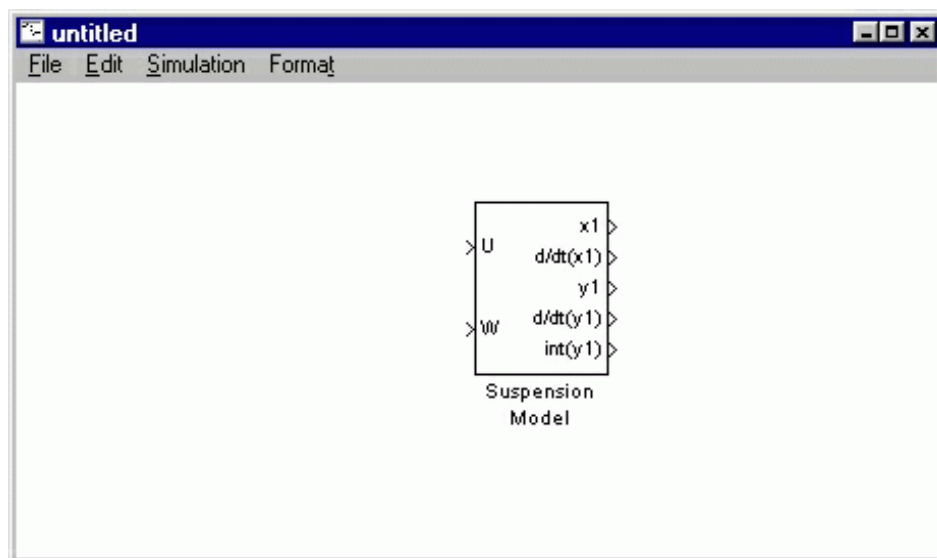


Δεδομένου ότι οι μεταβλητές εξόδου θα χρησιμοποιηθούν με τη μορφή πίνακα, θα πρέπει να έχουν αριθμηθεί με το σωστό τρόπο.

- Τροποποιούμε τη θύρα εξόδου "x1" και αλλάζουμε τον αριθμό θύρας σε "1".
- Ομοίως, αλλάζουμε στη θύρα εξόδου "d/dt (x1)" τον αριθμό θύρας σε "2", στο "y1" σε "3", στο "d/dt (y1)" σε "4" και στο "INT (y1)" σε "5".
- Οι θύρες εισόδου αριθμούνται έτσι ώστε η "U" να είναι η "1" και η "W" να είναι η "2".

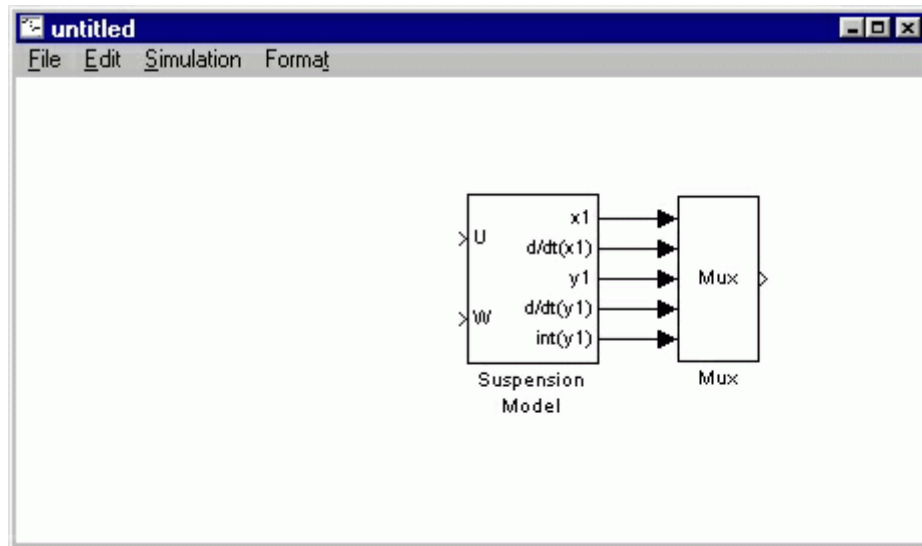


- Κλείνουμε το παράθυρο του υποσυστήματος και τώρα μπορούμε να δούμε το block του υποσυστήματος με όλες τις εισόδους του και τις εξόδους του.
- Ονομάζουμε το block του υποσυστήματος σε "Suspension Model".



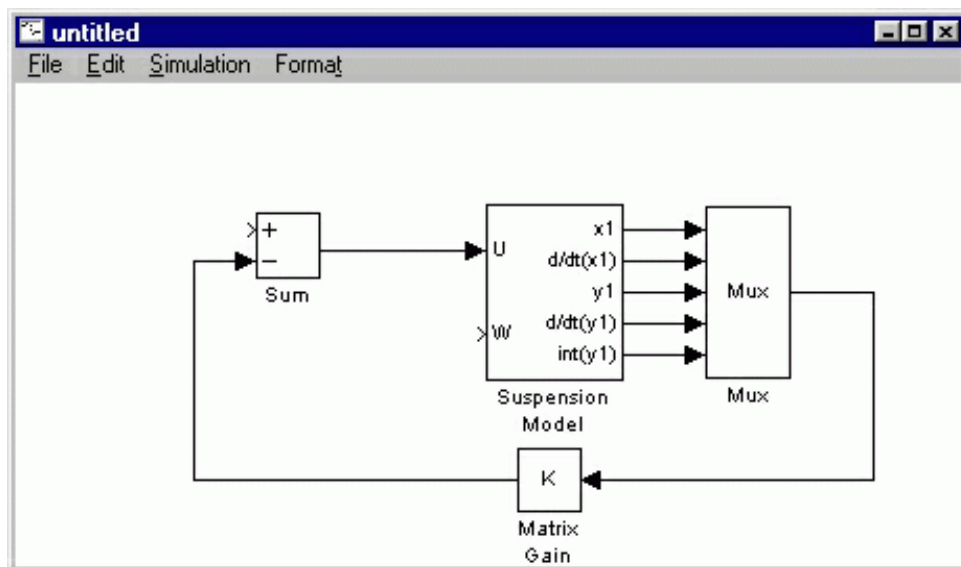
Σε συνέχεια θα κατασκευάσουμε έναν ελεγκτή ανάδρασης πλήρους κατάστασης γύρω από το block του υποσυστήματος. Καταρχάς πρέπει να δημιουργήσουμε έναν πίνακα που θα αποθηκεύονται οι πέντε έξοδοι ώστε να πολλαπλασιάζονται με τον πίνακα ανάδρασης K.

- Εισάγουμε ένα Mux block (block σύζευξης) δεξιά από το block του συστήματος της ανάρτησης. Το Mux παίρνει πολλαπλές εισόδους και τις συνδυάζει σε ένα διάνυσμα.
- Τροποποιούμε το Mux block και αλλάζουμε τον αριθμό εισόδου σε "5".
- Συνδέουμε κάθε μια έξοδο από Suspension Model με την αντίστοιχη είσοδο στο Mux.

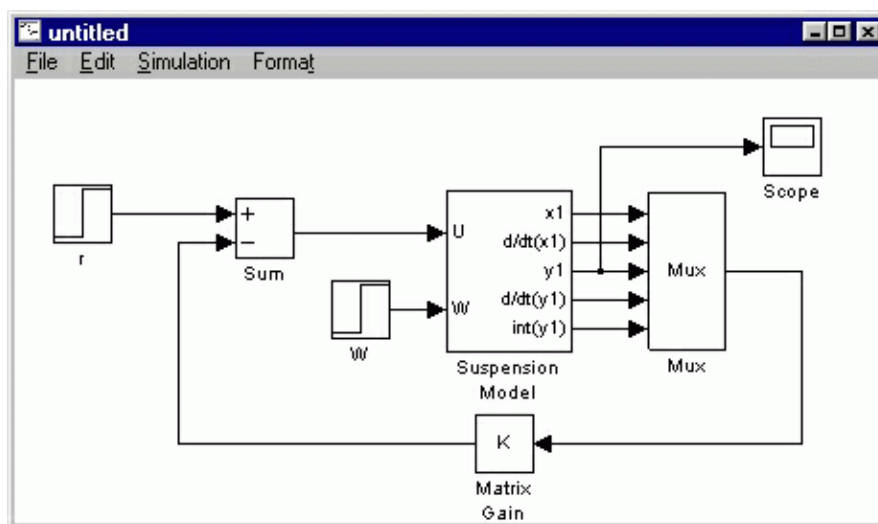


Η ανάδραση εισάγεται ως εξής :

- Εισάγουμε ένα block πινάκα κέρδους
- Τροποποιούμε την τιμή του σε K
- Προσθέτουμε έναν αθροιστή, μετατρέπουμε τα πρόσημα " +-" συνδέουμε την έξοδο του block πινάκα κέρδους με τη αρνητική είσοδο αυτού του αθροιστή.
- Συνδέουμε την έξοδο του αθροιστή με την είσοδο U του Μοντέλου Ανάρτησης (Suspension Model).



- Προσθέτουμε μια βηματική συνάρτηση "r".
- Συνδέουμε την έξοδο της βηματικής συνάρτησης με τη θετική είσοδο του αθροιστή "Sum".
- Μετατρέπουμε το βηματικό χρόνο "0", τελική τιμή "0".
- Προσθέτουμε επίσης μια βηματική συνάρτηση "W".
- Συνδέουμε την έξοδο της βηματικής συνάρτησης με την είσοδο "W" του μοντέλου ανάρτησης (Suspension Model).
- Μετατρέπουμε το βηματικό χρόνο "0", τελική τιμή "-0.1" (Υποθέτουμε ότι η τρύπα είναι βάθους 10 cm)
- Τέλος για να απεικονίσουμε την έξοδο (X1-X2) εισάγουμε ένα παλμογράφο (Scope) ο οποίος είναι συνδεδεμένος με την έξοδο "y1".



### 3.6.5 .Απόκριση κλειστού συστήματος

Για να προσομοιώσουμε το σύστημα πρέπει καταρχάς να θέσουμε ένα κατάλληλο χρόνο προσομοίωσης. Ορίζουμε χρόνο προσομοίωσης 2 sec.

Οι σχεδιαστικές απαιτήσεις ορίζουν ότι ο χρόνος σταθεροποίησης πρέπει να είναι 5 sec. Το σύστημα μας είναι αρκετά σταθερό ώστε να σταθεροποιηθεί σε χρόνο μικρότερο των 2 sec. Οι φυσικές παράμετροι που πρέπει να οριστούν είναι οι εξής :

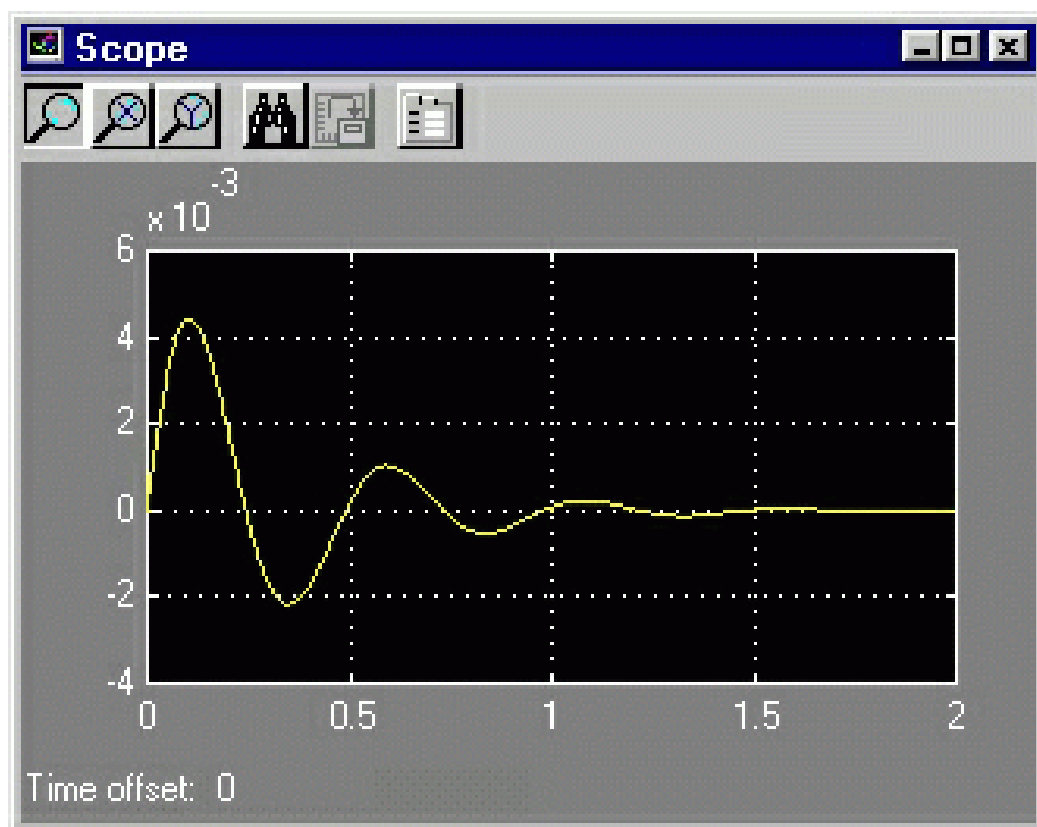


```
m1=2500;  
m2=320;  
k1=80000;  
k2=500000;  
b1 = 350;  
b2 = 15020;
```

Το τελευταίο βήμα είναι να οριστούν οι τιμές του πίνακα ανατροφοδότησης

$$K = [ 0 \ 2.3e6 \ 5e8 \ 0 \ 8e6 ];$$

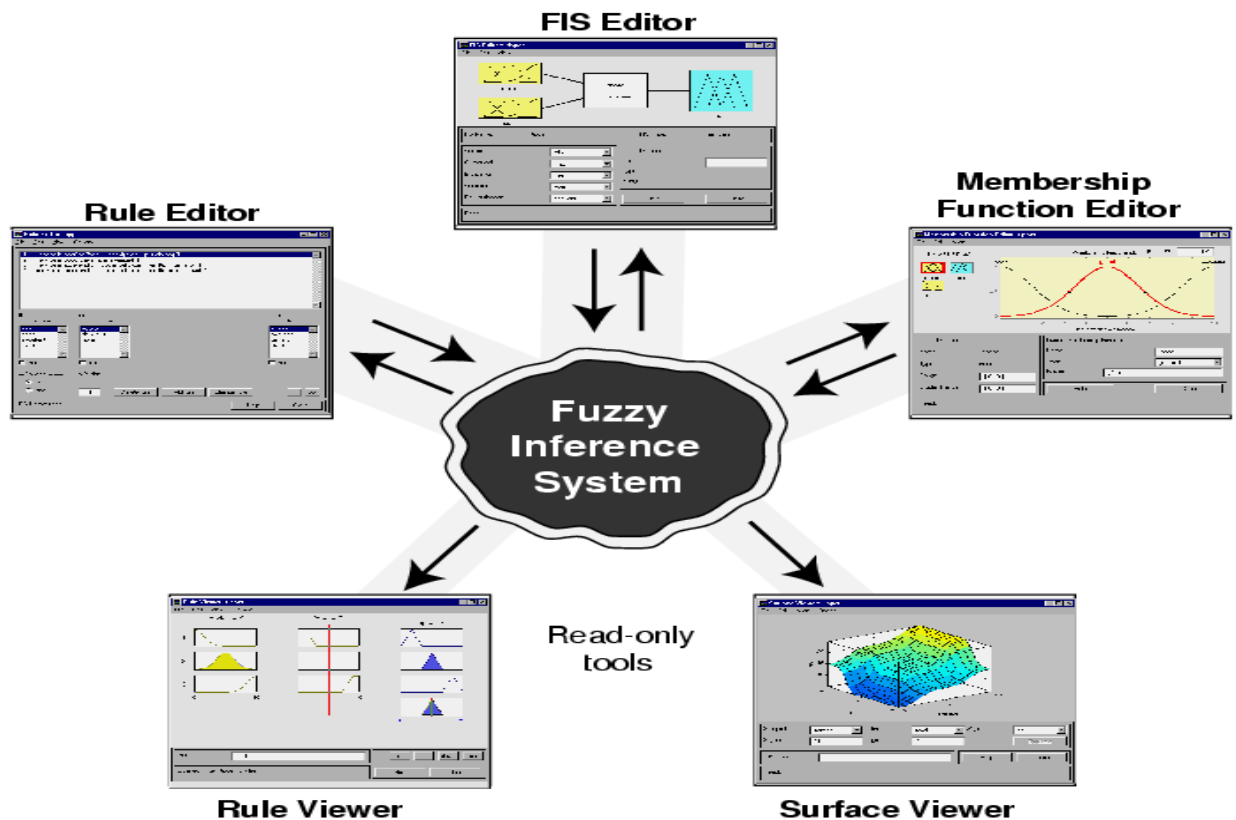
Εκτελούμε την προσομοίωση και παίρνουμε τα παρακάτω αποτελέσματα στον παλμογράφο.



## 3.7 Εισαγωγή στο Fuzzy Toolbox του MatLab

### 3.7.1 Τα βασικά μέρη του Fuzzy Toolbox του MatLab.

Με την εντολή fuzzy του Matlab ανοίγουμε τον FIS Editor που μας επιτρέπει να σχεδιάσουμε έναν ασαφή ελεγκτή χρησιμοποιώντας γραφικό περιβάλλον (Graphical User Interface). Στο παρακάτω σχήμα 3.7.1 παρουσιάζεται η φιλοσοφία λειτουργίας του Fuzzy Toolbox όπως αυτή περιγράφεται στην βοήθεια του MatLab.



Σχήμα 3.7.1.: Τα βασικά μέρη του Fuzzy Toolbox του MatLab.

Τα κύρια παράθυρα διαλόγου του Fuzzy Toolbox για τον προγραμματισμό λειτουργίας του ασαφή ελεγκτή είναι:

- O FIS Editor
- O Membership Function Editor
- O Rule Editor

Επίσης υπάρχουν και τα παρακάτω παράθυρα ελέγχου καλής λειτουργίας και παρακολούθησης του ελεγκτή:

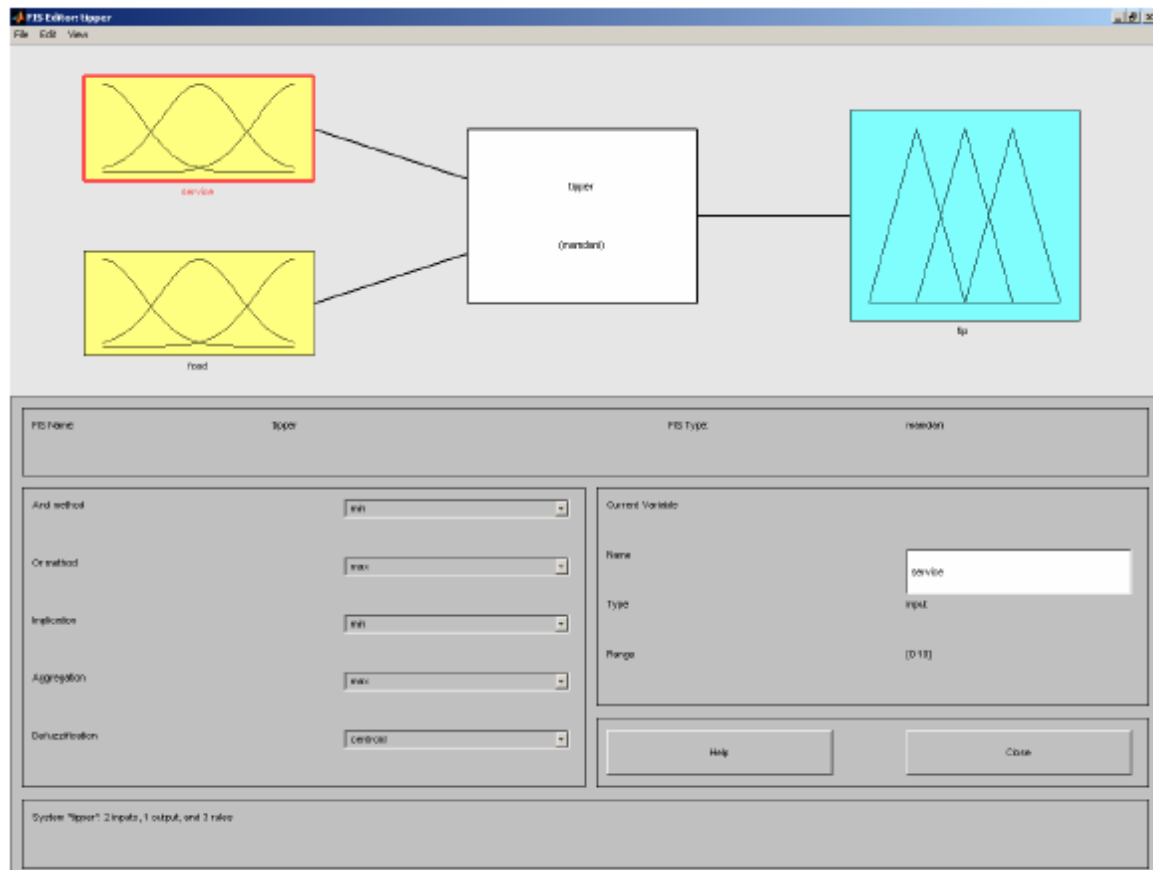
- Rule Viewer
- Surface Viewer

### 3.7.1.1 Ο FIS Editor

Το πρώτο παράθυρο του Fuzzy Toolbox είναι ο FIS editor, σχήμα 3.7.2. Εδώ ο χρήστης εισάγει τον συνολικό αριθμό των ασαφών μεταβλητών εισόδου (κίτρινο πλαίσιο) και των συνολικών μεταβλητών εξόδου (γαλάζιο πλαίσιο). Στα πτυσσόμενα μενού που εμφανίζονται στα αριστερά του παραθύρου διαλόγου, ο χρήστης μπορεί να επιλέξει:

- τους μηχανισμούς των ασαφών πράξεων
- των μηχανισμών ασαφούς συνεπαγωγής και
- την μέθοδο από-ασαφοποίησης.

Με διπλό κλικ στα πλαίσια των δεδομένων εισόδου ή εξόδου ο χρήστης μεταφέρεται στον Membership Function Editor, ενώ με διπλό κλικ στο μεσαίο πλαίσιο εμφανίζεται ο Rule Editor.

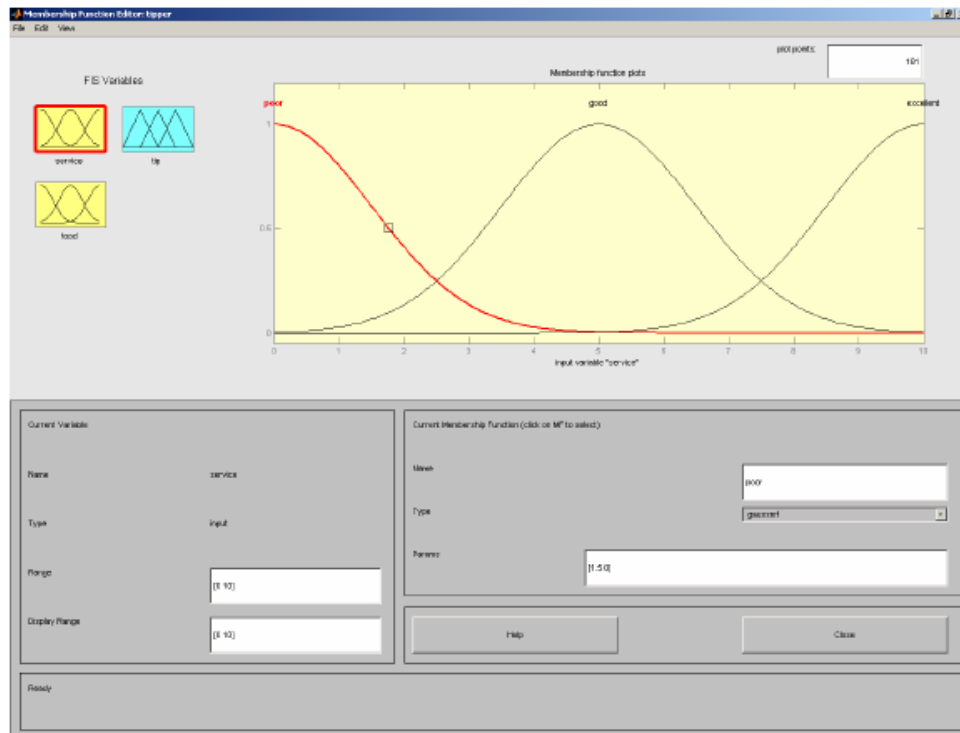


Σχήμα 3.7.2.: Ο Fis editor του Fuzzy Toolbox του MatLab.

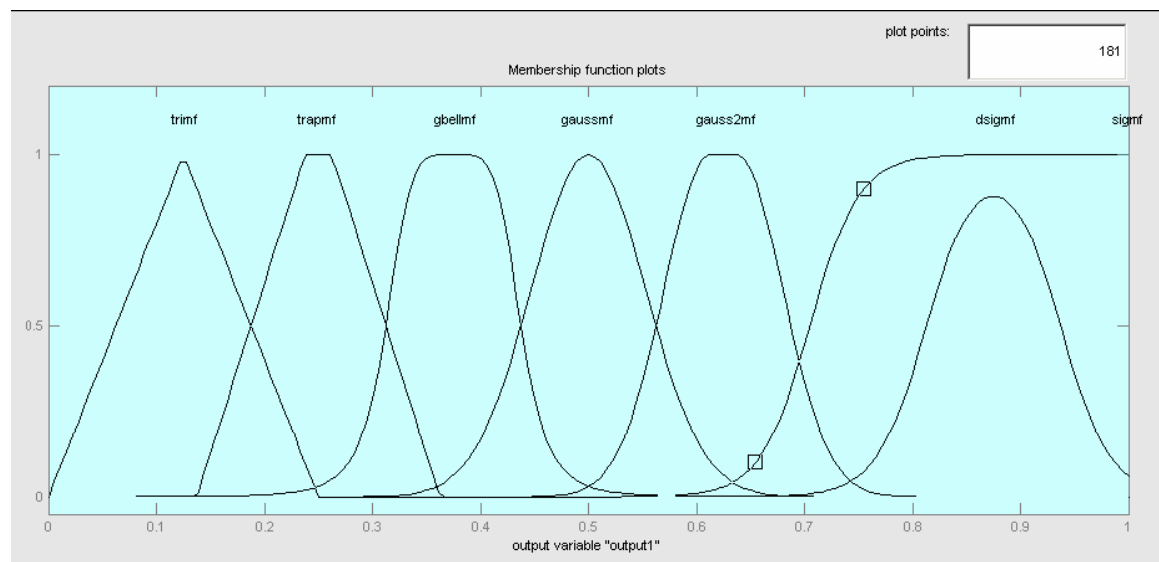
### 3.7.1.2 Ο Membership Function Editor

Σε αυτό το παράθυρο διαλόγου, ο χρήστης εισάγει τους τύπους των ασαφών αριθμών που αποτελούν τα ασαφή σύνολα εισόδου και εξόδου.

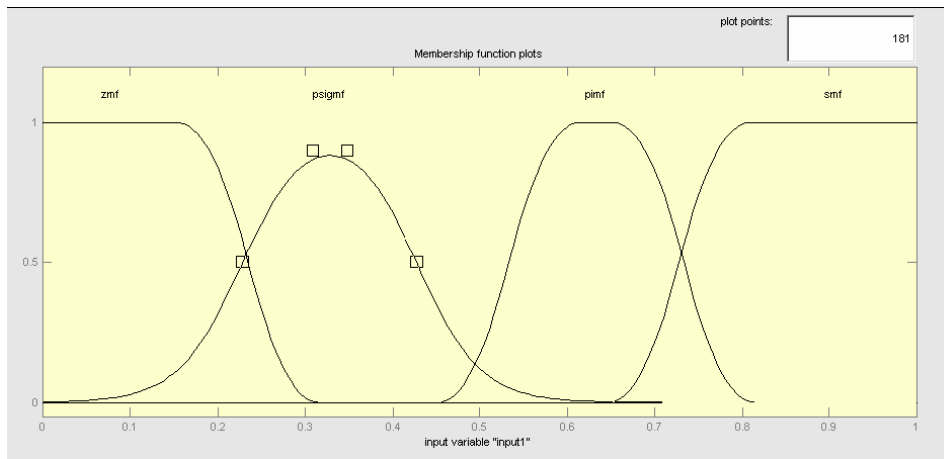
Στο σχήμα 3.7.3 φαίνεται το παράθυρο διαλόγου του Membership Function Editor και στα σχήματα 3.7.4 και 3.7.5 παρουσιάζονται οι επιλογές των ασαφών αριθμών που εμπεριέχονται στον Membership Function Editor.



Σχήμα 3.7.3.: Ο Membership Function Editor του Fuzzy Toolbox του MatLab.



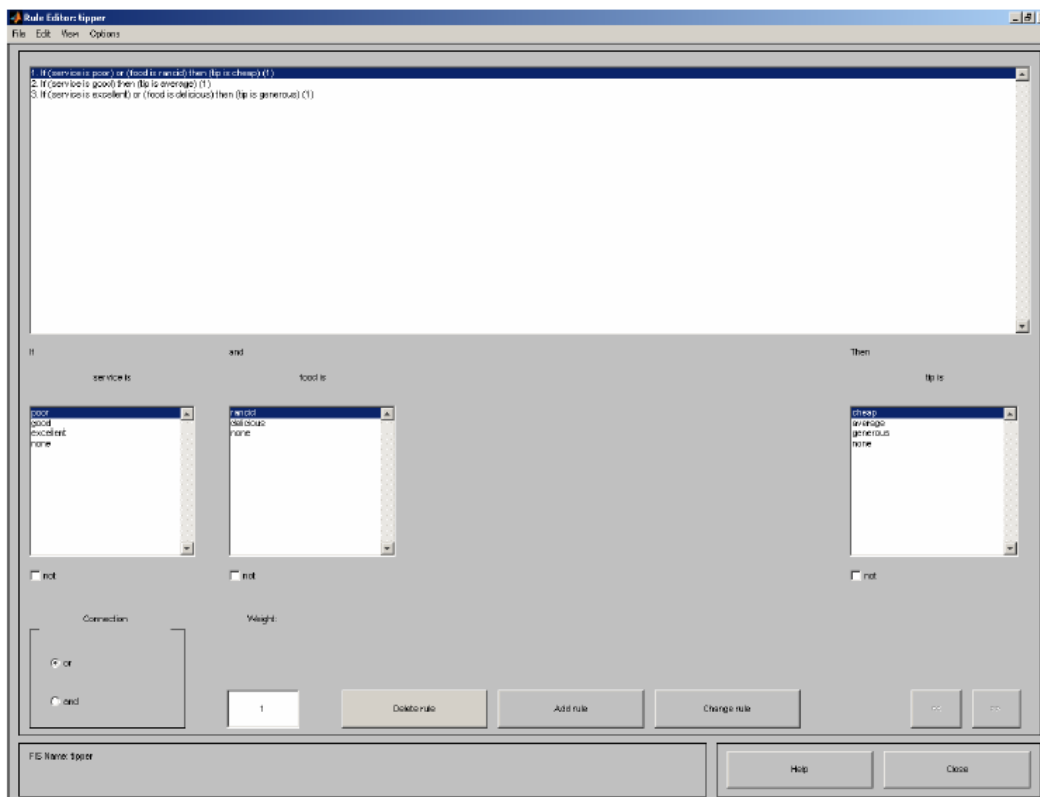
Σχήμα 3.7.4.: Ασαφής αριθμοί του Membership Function Editor του Fuzzy Toolbox του MatLab



Σχήμα 3.7.5.: Ασαφής αριθμοί του Membership Function Editor του Fuzzy Toolbox του MatLab.

### 3.7.1.3 Ο Rule Editor

Σε αυτό το γραφικό περιβάλλον ο χρήστης – προγραμματιστής δημιουργεί τους κανόνες σύνδεσης των ασαφών δεδομένων με τις ασαφείς εξόδους. Η σύνδεση των δεδομένων γίνεται χρησιμοποιώντας τους τελεστές «or», «and» και ερμηνεύονται από το πρόγραμμα σύμφωνα με τις επιλογές που έγιναν στο αρχικό παράθυρο του FIS Editor. Επίσης, ο χρήστης μπορεί να δώσει μεγαλύτερο ή μικρότερο βάρος σε έναν κανόνα αλλάζοντας την τιμή βάρους του κανόνα από 1 που είναι προεπιλογή σε άλλο της επιθυμίας του.

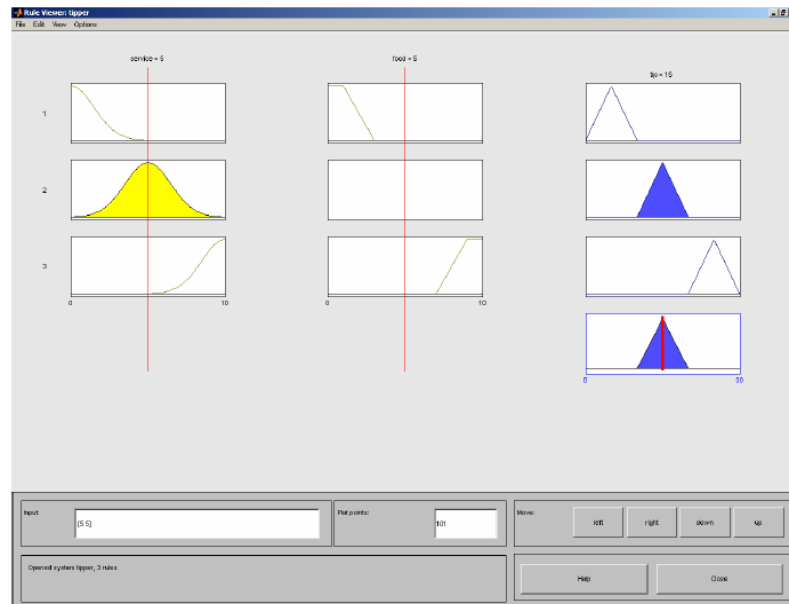


Σχήμα 3.7.6.: Ασαφής αριθμοί του Membership Function Editor του Fuzzy Toolbox του MatLab.

### 3.7.1.4 O Rule Viewer και O Surface Viewer

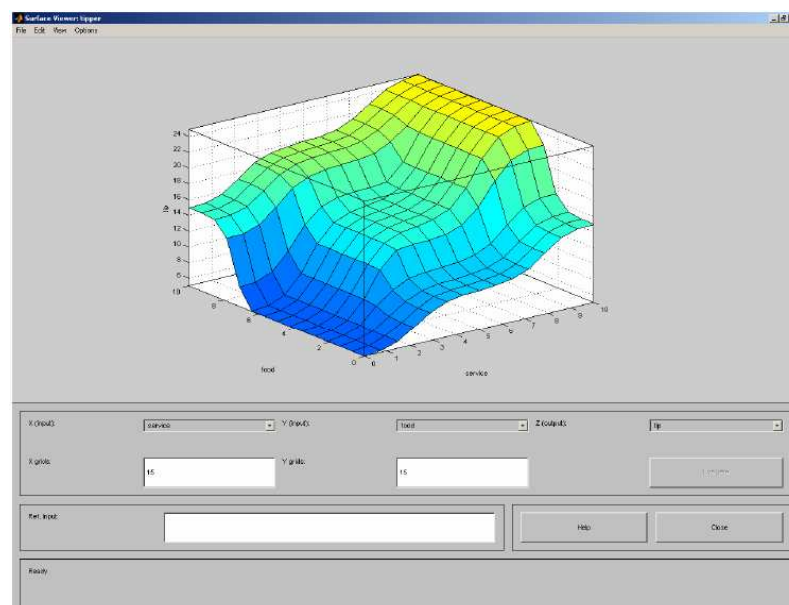
Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα παράθυρα ελέγχου καλής λειτουργίας και παρακολούθησης του ελεγκτή:

- *Rule Viewer*
- *Surface Viewer*



Σχήμα 3.7.7: O Rule Viewer του Fuzzy Toolbox του MatLab.

Με αυτά τα παράθυρα ο χρήστης – προγραμματιστής έχει την δυνατότητα να ελέγξει και να αξιολογήσει τον ασαφή ελεγκτή.



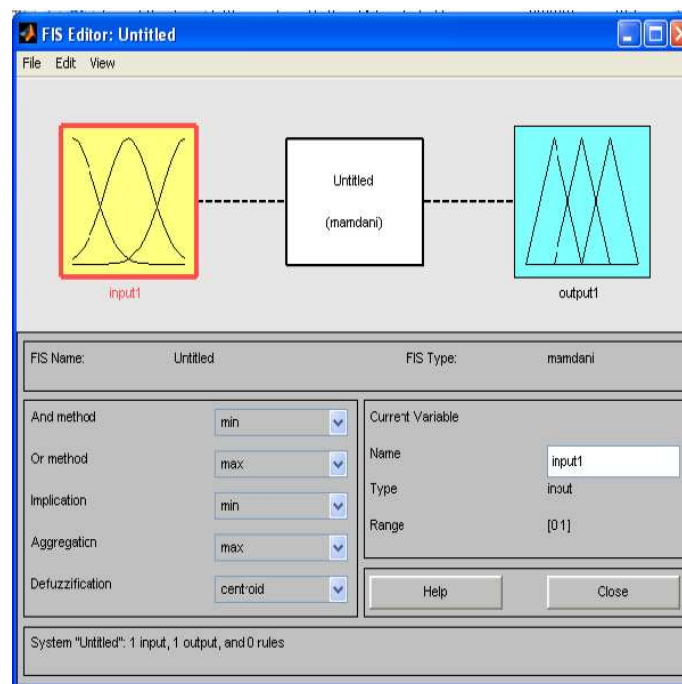
Σχήμα 3.7.8: O Surface Viewer του Fuzzy Toolbox του MatLab.

### 3.7.2 Δημιουργία ασαφούς ελεγκτή στο Fuzzy Toolbox του MatLab

Για να ξεκινήσει το FIS editor πληκτρολογούμε την ακόλουθη εντολή στο MatLab:

```
fuzzy
```

που μας επιτρέπει να σχεδιάσουμε έναν ασαφή ελεγκτή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.7.9

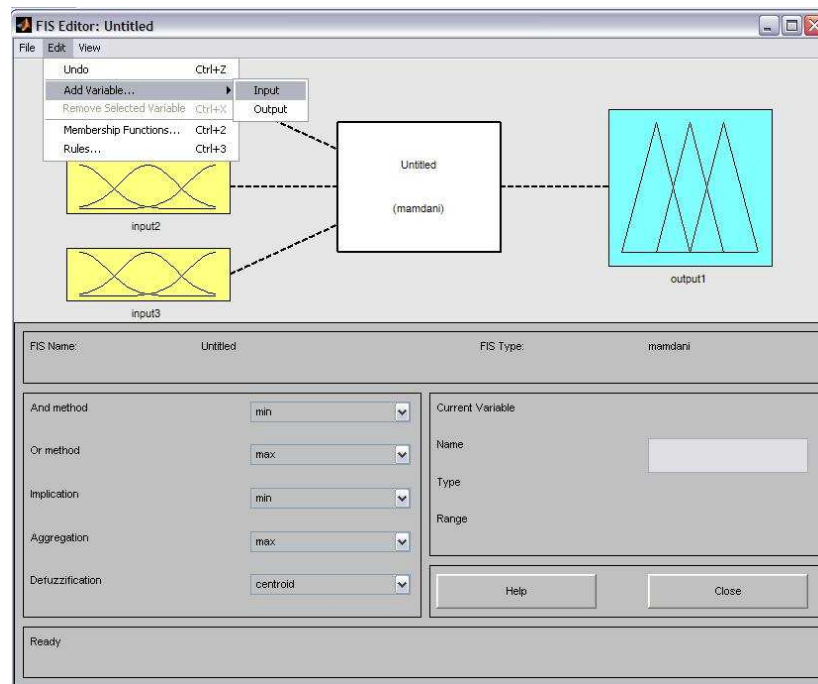


Σχήμα 3.7.9 Σχεδίαση ελεγκτή τριών εισόδων και μιας εξόδου

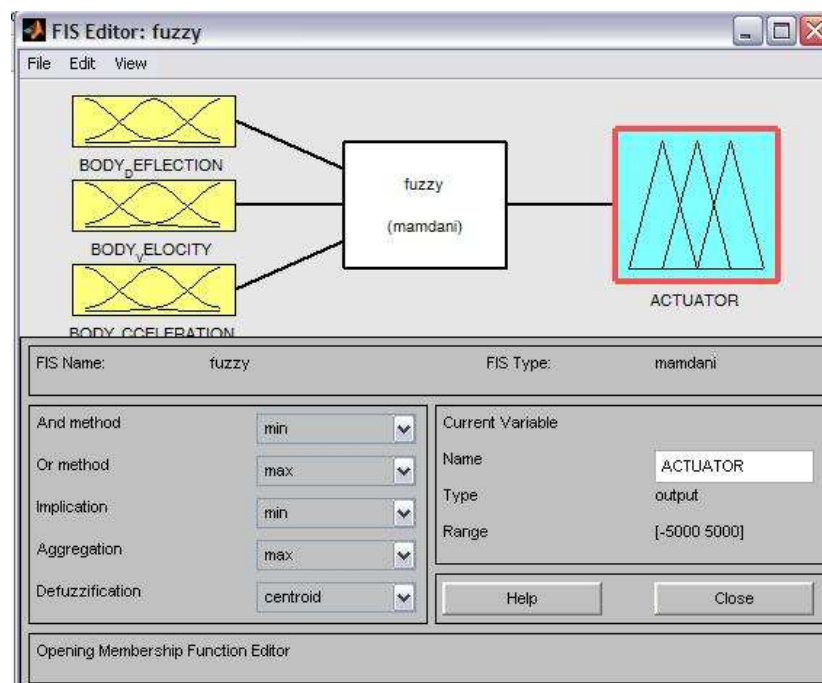
Μετά από αρκετές μελέτες και δοκιμές καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι ο ελεγκτής που θέλουμε να σχεδιάσουμε θα πρέπει να έχει τρεις εισόδους οι οποίες θα είναι το body deflection, το body velocity και το body acceleration και μια έξοδο την επιθυμητή δύναμη δράσης (actuator).

Προσθέτουμε αρχικά τρεις εισόδους και μια έξοδο, μέθοδο συμπερασμού αυτή του Mamdani, αποασαφοποιητής κέντρου βάρους (Defuzzification -> centroid)

Η εισαγωγή μιας μεταβλητής γίνεται ως εξής:  
 Edit→Add Variable→Input



και ονομάζουμε κατάλληλα τις μεταβλητές .





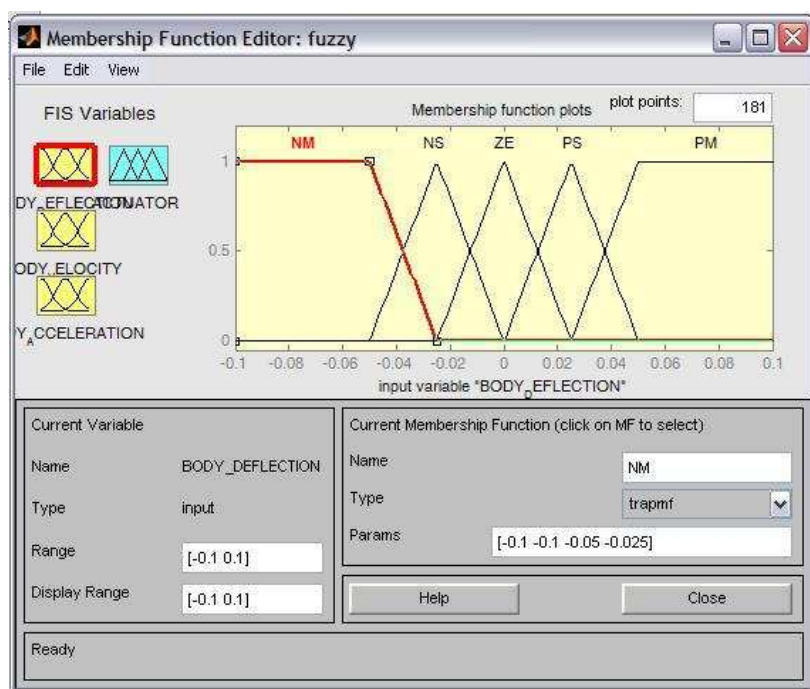
Οι είσοδοι είναι το body deflection ,το body velocity και το body acceleration, ενώ η έξοδος όπως που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα είναι η επιθυμητή δύναμη δράσης actuator.

Τα υπερσύνολα αναφοράς είναι [-0.1 0.1] για την είσοδο body deflection , [-0.5 0.5] για την είσοδο body velocity, [-0.1 0.1] για την είσοδο body acceleration και [-5000 5000] για την έξοδο του συστήματος actuator.

Στη συνέχεια έγιναν δοκιμές για την εύρεση του αριθμού και του τύπου των συναρτήσεων συμμετοχής της εισόδου και εξόδου, τον τρόπο που θα χρησιμοποιηθούν οι τελεστές AND και OR (εννοώντας αν χρησιμοποιηθούν ως min ή ως prod και ως max ή probor αντίστοιχα), την εύρεση της μεθόδου συνεπαγωγής, της μεθόδου της συνάθροισης και της μεθόδου από-ασαφοποίησης, που θα χρησιμοποιούνταν στον ελεγκτή για την καλύτερη ευστάθεια του συστήματος.

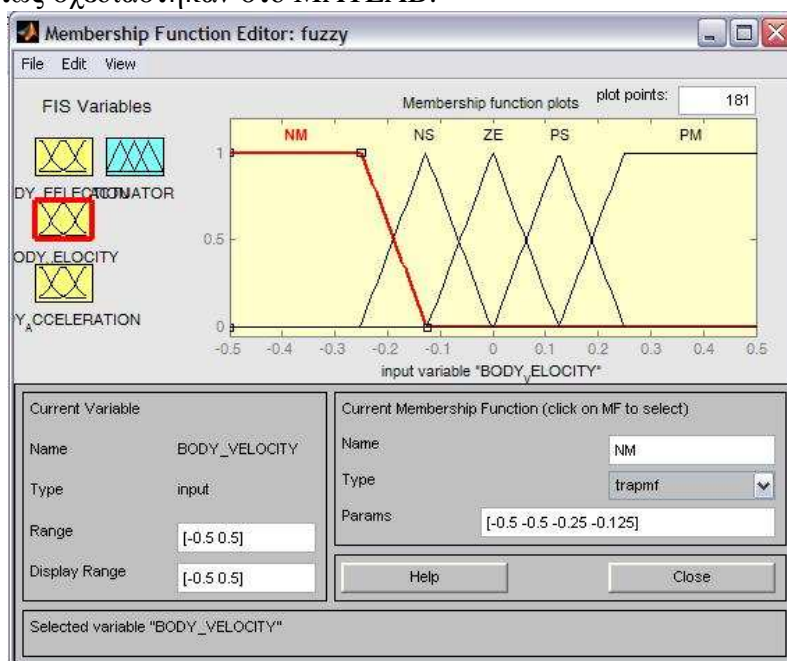
Έπειτα κάνοντας διπλό κλικ πάνω σε μια μεταβλητή ανοίγει ο Membership function editor. Προσθέτουμε σε κάθε μεταβλητή εισόδου τα κατάλληλα ασαφή σύνολα, π.χ. "NM", "NS", "ZE", "PS" και "PM", διαλέγοντας τις αντίστοιχες συναρτήσεις συμμετοχής.

Πιο κάτω στο Σχήμα 3.7.10, φαίνονται οι συναρτήσεις συμμετοχής της μεταβλητής εισόδου body deflection όπως σχεδιάστηκαν στο MATLAB:



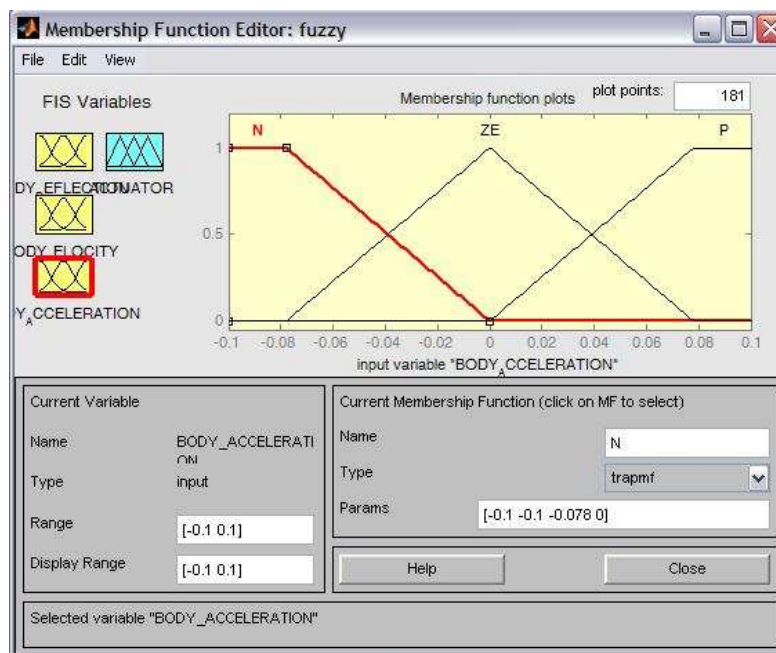
Σχήμα 3.7.10 Συναρτήσεις συμμετοχής μεταβλητής body deflection

Για τη μεταβλητή εισόδου body velocity ορίζουμε πέντε ασαφή σύνολα, τα "NM", "NS", "ZE", "PS" και "PM". Στο Σχήμα 3.7.11 φαίνονται οι συναρτήσεις συμμετοχής όπως σχεδιάστηκαν στο MATLAB.



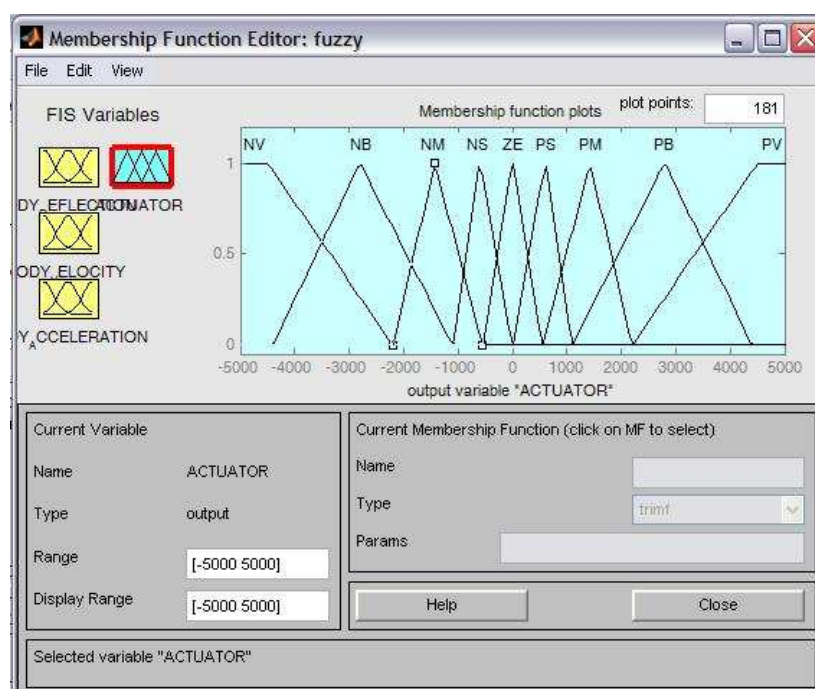
Σχήμα 3.7.11 Συναρτήσεις συμμετοχής μεταβλητής body velocity

Για τη τρίτη μεταβλητή εισόδου body acceleration ορίζουμε τρία ασαφή σύνολα, τα "N", "ZE", και "P". Στο Σχήμα 3.7.12 φαίνονται οι συναρτήσεις συμμετοχής όπως σχεδιάστηκαν στο MATLAB.



Σχήμα 3.7.12 Συναρτήσεις συμμετοχής μεταβλητής body acceleration

Για τη μεταβλητή εξόδου actuator ορίζουμε εννέα ασαφή σύνολα, τα "NV", "NB", "NM", "NS", "ZE", "PS", "PM", "PB" και "PV". Στο Σχήμα 3.7.13 φαίνονται οι συναρτήσεις συμμετοχής όπως σχεδιάστηκαν στο MATLAB.



Σχήμα 3.7.13 Συναρτήσεις συμμετοχής μεταβλητής actuator

Εφόσον οριστούν όλα τα σύνολα, επόμενο βήμα, είναι ο ορισμός των λεκτικών κανόνων με βάση τους οποίους θα λειτουργεί ο ελεγκτής.

#### 4.2.2 Ορισμός λεκτικών κανόνων του ελεγκτή

Οι συντομεύσεις που χρησιμοποιούνται αντιστοιχούν ως εξής:

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| • NV ... Negative Very Big | • PV ... Positive Very Big |
| • NB ... Negative Big      | • PB ... Positive Big      |
| • NM ... Negative Medium   | • PM ... Positive Medium   |
| • NS ... Negative Small    | • PS ... Positive Small    |
| • ZE ... Zero              |                            |

Η βάση των κανόνων που χρησιμοποιείται στο σύστημα ενεργών αναρτήσεων μπορεί να αντιπροσωπευθεί από τον ακόλουθο πίνακα με τους ασαφείς όρους, που παράγονται με τη διαμόρφωση της γνώσης και της εμπειρίας του σχεδιαστή.

Πίνακας 1.: Rule base

| Rule            | $\dot{z}_b - \dot{z}_w$ | $\dot{z}_b$ | $\ddot{z}_b$ | $f_a$ | Rule            |                 | $z_b - \dot{z}_w$ | $\dot{z}_b$ | $\ddot{z}_b$ | $f_a$ |
|-----------------|-------------------------|-------------|--------------|-------|-----------------|-----------------|-------------------|-------------|--------------|-------|
| R <sub>1</sub>  | PM                      | PM          | ZE           | ZE    | R <sub>26</sub> | R <sub>51</sub> | PM                | PM          | P or N       | NS    |
| R <sub>2</sub>  | PS                      | PM          | ZE           | NS    | R <sub>27</sub> | R <sub>52</sub> | PS                | PM          | P or N       | NM    |
| R <sub>3</sub>  | ZE                      | PM          | ZE           | NM    | R <sub>28</sub> | R <sub>53</sub> | ZE                | PM          | P or N       | NB    |
| R <sub>4</sub>  | NS                      | PM          | ZE           | NM    | R <sub>29</sub> | R <sub>54</sub> | NS                | PM          | P or N       | NB    |
| R <sub>5</sub>  | NM                      | PM          | ZE           | NB    | R <sub>30</sub> | R <sub>55</sub> | NM                | PM          | P or N       | NV    |
| R <sub>6</sub>  | PM                      | PS          | ZE           | ZE    | R <sub>31</sub> | R <sub>56</sub> | PM                | PS          | P or N       | NS    |
| R <sub>7</sub>  | PS                      | PS          | ZE           | NS    | R <sub>32</sub> | R <sub>57</sub> | PS                | PS          | P or N       | NM    |
| R <sub>8</sub>  | ZE                      | PS          | ZE           | NS    | R <sub>33</sub> | R <sub>58</sub> | ZE                | PS          | P or N       | NM    |
| R <sub>9</sub>  | NS                      | PS          | ZE           | NM    | R <sub>34</sub> | R <sub>59</sub> | NS                | PS          | P or N       | NB    |
| R <sub>10</sub> | NM                      | PS          | ZE           | NM    | R <sub>35</sub> | R <sub>60</sub> | NM                | PS          | P or N       | NB    |
| R <sub>11</sub> | PM                      | ZE          | ZE           | PS    | R <sub>36</sub> | R <sub>61</sub> | PM                | ZE          | P or N       | PM    |
| R <sub>12</sub> | PS                      | ZE          | ZE           | ZE    | R <sub>37</sub> | R <sub>62</sub> | PS                | ZE          | P or N       | PS    |
| R <sub>13</sub> | ZE                      | ZE          | ZE           | ZE    | R <sub>38</sub> | R <sub>63</sub> | ZE                | ZE          | P or A       | ZE    |
| R <sub>14</sub> | NS                      | ZE          | ZE           | ZE    | R <sub>39</sub> | R <sub>64</sub> | NS                | ZE          | P or N       | NS    |
| R <sub>15</sub> | NM                      | ZE          | ZE           | NS    | R <sub>40</sub> | R <sub>65</sub> | NM                | ZE          | P or N       | NM    |
| R <sub>16</sub> | PM                      | NS          | ZE           | PM    | R <sub>41</sub> | R <sub>66</sub> | PM                | NS          | P or N       | PB    |
| R <sub>17</sub> | PS                      | NS          | ZE           | PM    | R <sub>42</sub> | R <sub>67</sub> | PS                | NS          | P or N       | PB    |
| R <sub>18</sub> | ZE                      | NS          | ZE           | PS    | R <sub>43</sub> | R <sub>68</sub> | ZE                | NS          | P or N       | PM    |
| R <sub>19</sub> | NS                      | NS          | ZE           | PS    | R <sub>44</sub> | R <sub>69</sub> | NS                | NS          | P or N       | PM    |
| R <sub>20</sub> | NM                      | NS          | ZE           | ZE    | R <sub>45</sub> | R <sub>70</sub> | NM                | NS          | P or N       | PS    |
| R <sub>21</sub> | PM                      | NM          | ZE           | PB    | R <sub>46</sub> | R <sub>71</sub> | PM                | NM          | P or N       | PV    |
| R <sub>22</sub> | PS                      | NM          | ZE           | PM    | R <sub>47</sub> | R <sub>72</sub> | PS                | NM          | P or N       | PB    |
| R <sub>23</sub> | ZE                      | NM          | ZE           | PM    | R <sub>48</sub> | R <sub>73</sub> | ZE                | NM          | P or N       | PB    |
| R <sub>24</sub> | NS                      | NM          | ZE           | PS    | R <sub>49</sub> | R <sub>74</sub> | NS                | NM          | P or N       | PM    |
| R <sub>25</sub> | NM                      | NM          | ZE           | ZE    | R <sub>50</sub> | R <sub>75</sub> | NM                | NM          | P or N       | PS    |

Οι γλωσσικοί κανόνες ελέγχου του ελεγκτή ασαφούς λογικής που λαμβάνεται από τον παραπάνω πίνακα και χρησιμοποιούνται κατά περίπτωση είναι οι ακόλουθοι:

R<sub>1</sub>: IF ( $\dot{z}_b - \dot{z}_w$  = PM) AND ( $\dot{z}_b$  = PM) AND ( $\ddot{z}_b$  = ZE) THEN ( $f_a$  = ZE)

R<sub>2</sub>: IF ( $\dot{z}_b - \dot{z}_w$  = PS) AND ( $\dot{z}_b$  = PM) AND ( $\ddot{z}_b$  = ZE) THEN ( $f_a$  = NS)

..

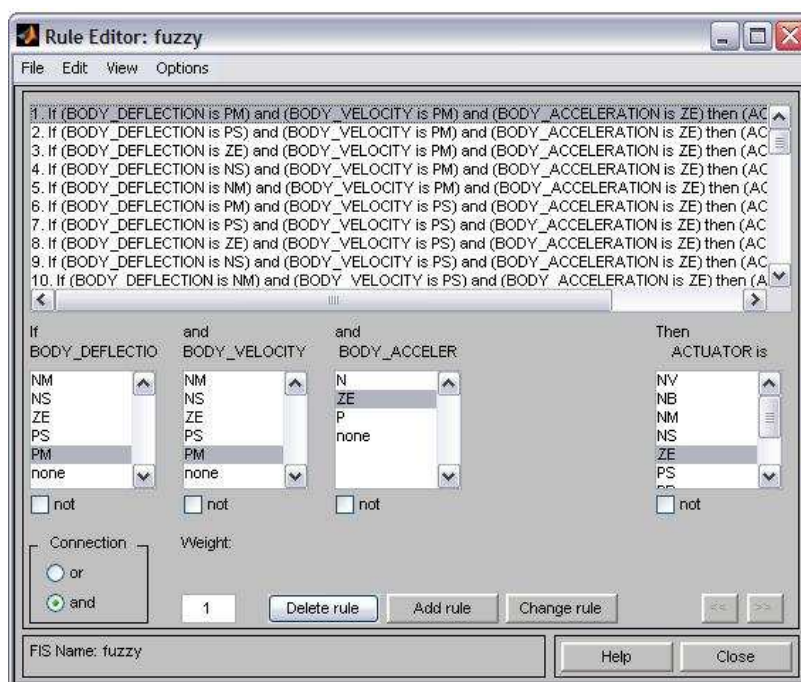
R<sub>75</sub>: IF ( $\dot{z}_b - \dot{z}_w$  = NM) AND ( $\dot{z}_b$  = NM) AND ( $\ddot{z}_b$  = P) THEN ( $f_a$  = PS)

Κατά συνέπεια οι κανόνες του ελεγκτή έχουν τη γενική μορφή:

R<sub>i</sub>: IF ( $\dot{z}_b - \dot{z}_w$  = A<sub>i</sub>) AND ( $\dot{z}_b$  = B<sub>i</sub>) AND ( $\ddot{z}_b$  = C<sub>i</sub>) THEN ( $f_a$  = D<sub>i</sub>)

Όπου A<sub>i</sub>, B<sub>i</sub>, C<sub>i</sub> and D<sub>i</sub> είναι τιμές ασαφών συνόλων που αντιπροσωπεύουν τις γλωσσικές τιμές των  $\dot{z}_b - \dot{z}_w$ ,  $\dot{z}_b$ ,  $\ddot{z}_b$  και  $f_a$  αντίστοιχα, οι οποίες ορίζονται από τις συναρτήσεις συμμετοχής.

Στο σχήμα 3.7.14 φαίνονται όλοι οι κανόνες του ελεγκτή που σχεδιάσαμε μέσω του Rule Editor του Fuzzy του MATLAB.



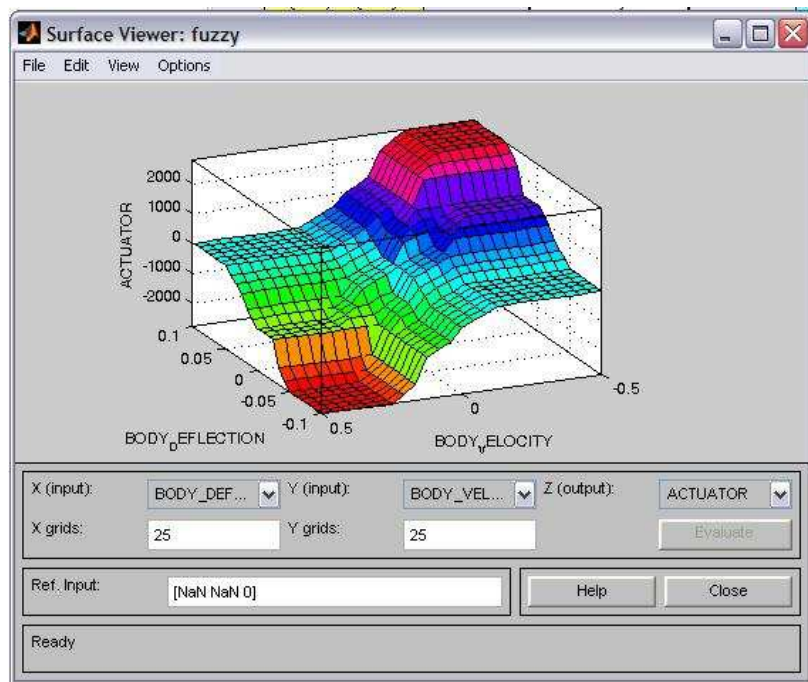
Σχήμα Σχήμα 3.7.14 Rule Editor του ελεγκτή

Η σχεδίαση ενός ασαφούς ελεγκτή εντοπίζεται κυρίως στην εύρεση κατάλληλων κανόνων, έτσι ώστε το κλειστό σύστημα να ικανοποιεί κάποιες δεδομένες προϋποθέσεις

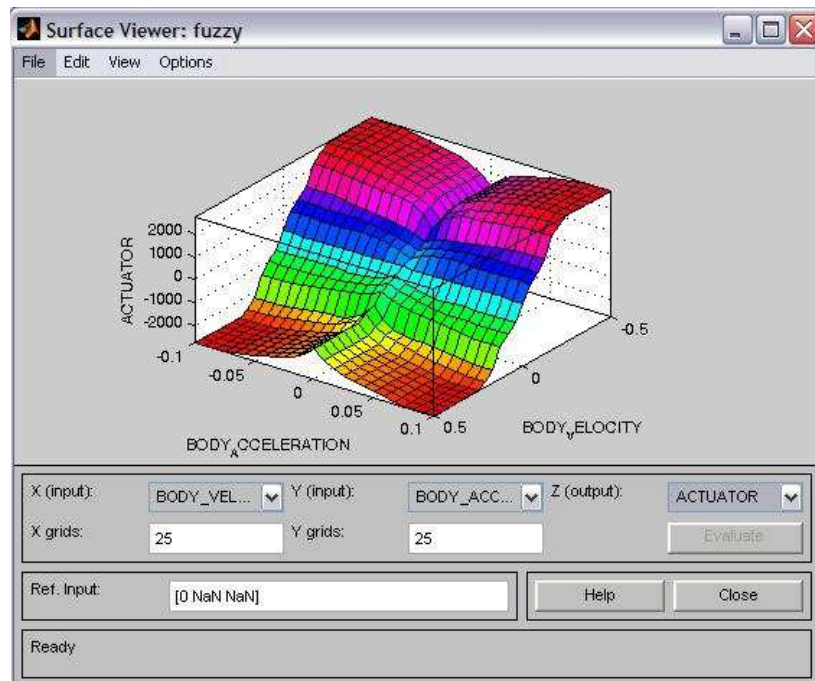
Τα βασικά κριτήρια για την ανάλυση των κανόνων είναι τα ακόλουθα :

- Πληρότητα – Είναι αρκετοί οι κανόνες που δημιουργήθηκαν:
- Συνέπεια – Μήπως οι κανόνες αλληλοσυγκρούονται:
- Πλεονασμός – Μήπως υπάρχουν στη βάση κανόνων κάποιοι περιττοί κανόνες:
- Αλληλεπίδραση – Υπάρχουν κάποιοι κανόνες που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους:

Στα διαγράμματα 3.7.15 3.7.16 και 3.7.17 απεικονίζεται η επιφάνεια της εξόδου του ελεγκτή σε σχέση με τις εισόδους του ελεγκτή.

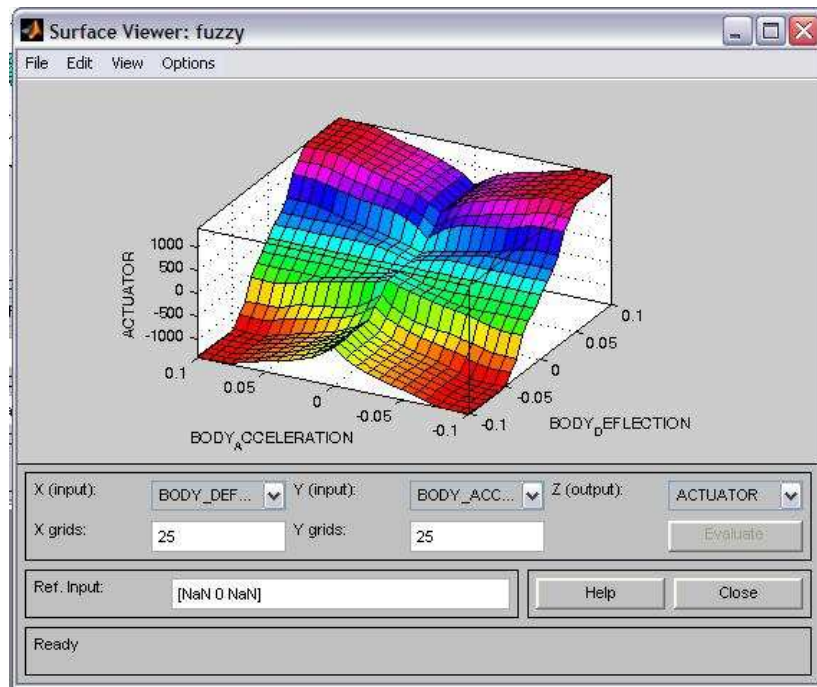


Σχήμα 3.7.15 Surface Viewer του ασαφή ελεγκτή για τις εισόδους *Body deflection –body velocity* για την έξοδο *Actuator*



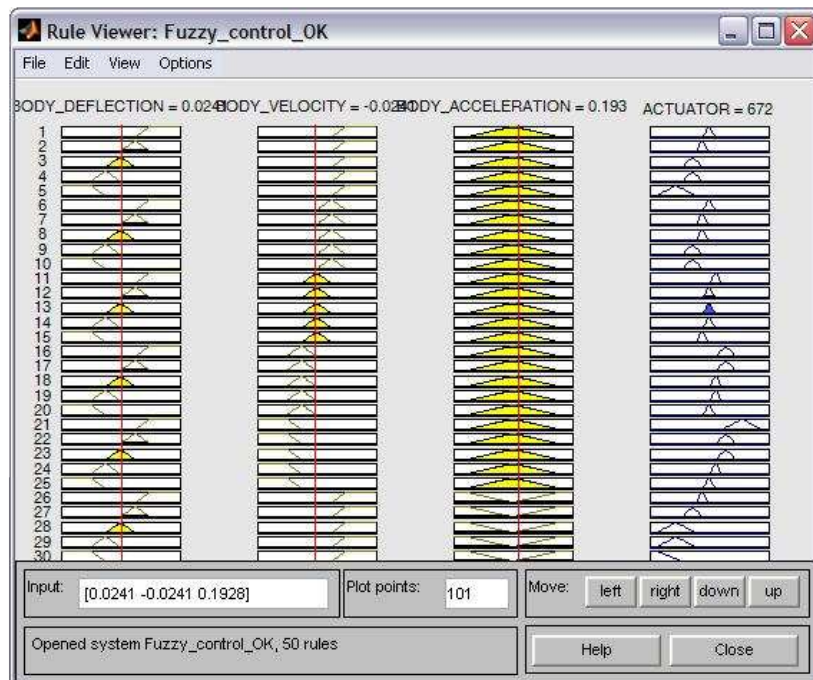
Σχήμα 3.7.16 Surface Viewer του ασαφή ελεγκτή για τις εισόδους *body acceleration –body velocity* για την έξοδο *Actuator*





Σχήμα 3.7.17 Surface Viewer του ασαφή ελεγκτή για τις εισόδους *body acceleration – body deflection* για την έξοδο *Actuator*

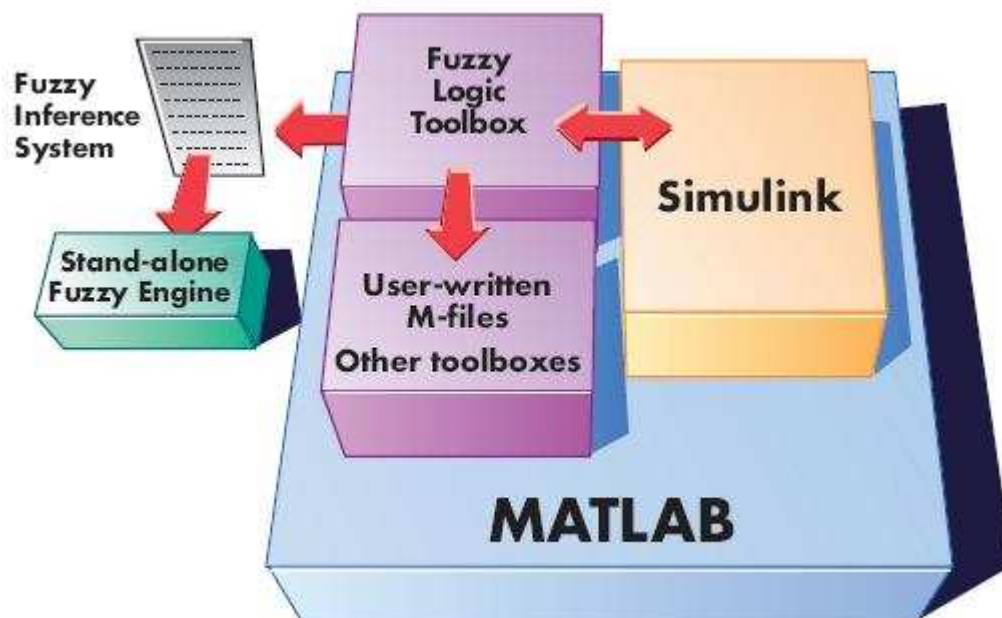
Συγχρόνως εμφανίζεται και ο *Rule Viewer* ο οποίος δείχνει με γραφικό τρόπο πως γίνεται η διαδικασία του ασαφή συμπερασμού (σχήμα 3.7.18).



Σχήμα 3.7.18 Απεικόνιση του Rule Viewer

### 3.8 Ενοποίηση των επιμέρους τμημάτων του αλγορίθμου

Η ευρεία χρήση της MATLAB οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στην επεκτασιμότητα της μέσω των διάφορων εργαλειοθηκών, κάθε μια από τις οποίες περιέχει ένα αριθμό συναρτήσεων για ένα συγκεκριμένο αντικείμενο.



Στον αλγοριθμο μας χρησιμοποιουμε τη MATLAB για αρχικα για να ορίσουμε το μοντελο μας.

Το m-file αρχείο που περιέχει τον παρακάτω κώδικα:

```
Editor - C:\Documents and Settings\MARAKAKHS\Επιφάνεια εργασίας\23 05 2009\Κώστας\16 06 2009\Bus.m
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
1 - m1 = 2500;
2 - m2 = 320;
3 - k1 = 80000;
4 - k2 = 500000;
5 - b1 = 350;
6 - b2 = 15020;
7
8 - A=[0 1 0 0
9 - -(b1*b2)/(m1*m2) 0 ((b1/m1)*((b1/m1)+(b1/m2)+(b2/m2)))-(k1/m1) -(b1/m1)
10 - b2/m2 0 -((b1/m1)+(b1/m2)+(b2/m2)) 1
11 - k2/m2 0 -((k1/m1)+(k1/m2)+(k2/m2)) 0];
12 - B=[0
13 - 1/m1 (b1*b2)/(m1*m2)
14 - 0 -(b2/m2)
15 - (1/m1)+(1/m2) -(k2/m2)];
16 - C=[0 0 1 0];
17 - D=[0 0];
18 - sys=ss(A,B,C,D);
19 - K=[0 2.3e6 5e8 0 8e6 ];
20
```



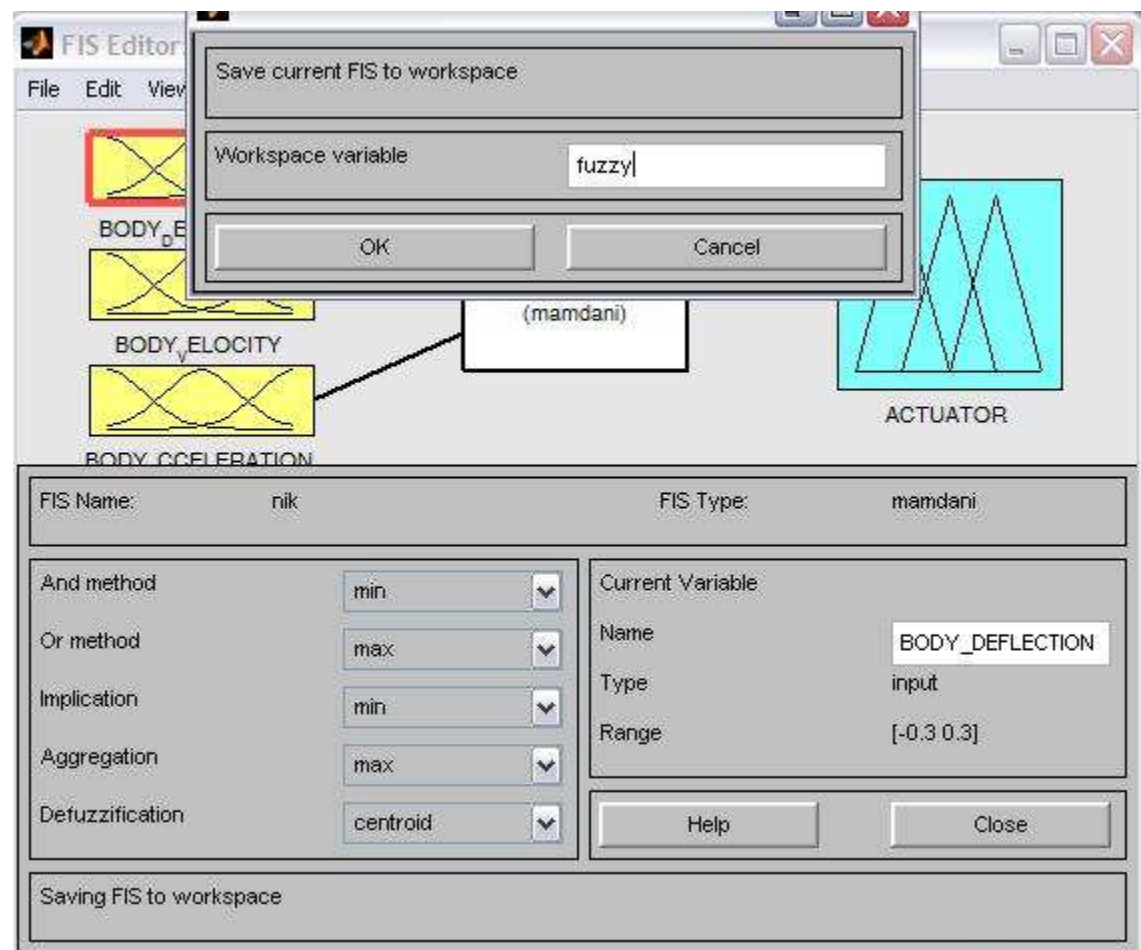
Στην συνέχεια θα γίνει η ενοποίηση του Fuzzy Logic Toolbox με Simulink για την ολοκλήρωση του αλγορίθμου.

### 2.5.2 Συνδεση Fuzzy Logic Toolbox με Simulink

Ένα από τα πλεονεκτήματα του είναι η ικανότητα του να παίρνει το ασαφές σύστημα και να το ενσωματώνει στο Simulink.

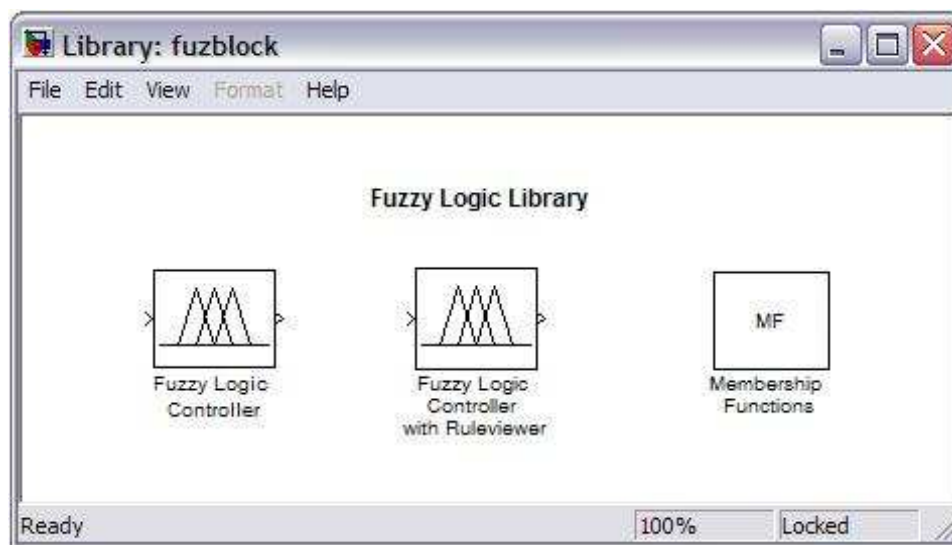
#### Ορισμός του ασαφούς συστήματος

Το ασαφές σύστημα που είχαμε δημιουργήσει στο κεφάλαιο 3.7 το κάνουμε export στο Workspace με την ονομασία fuzzy . Οποτε οι ρυθμίσεις των παραμετρων που έχουμε ορίσει στο κεφάλαιο 3.7 είναι διαθέσιμες για να χρησιμοποιηθούν στον αλγόριθμο μας.

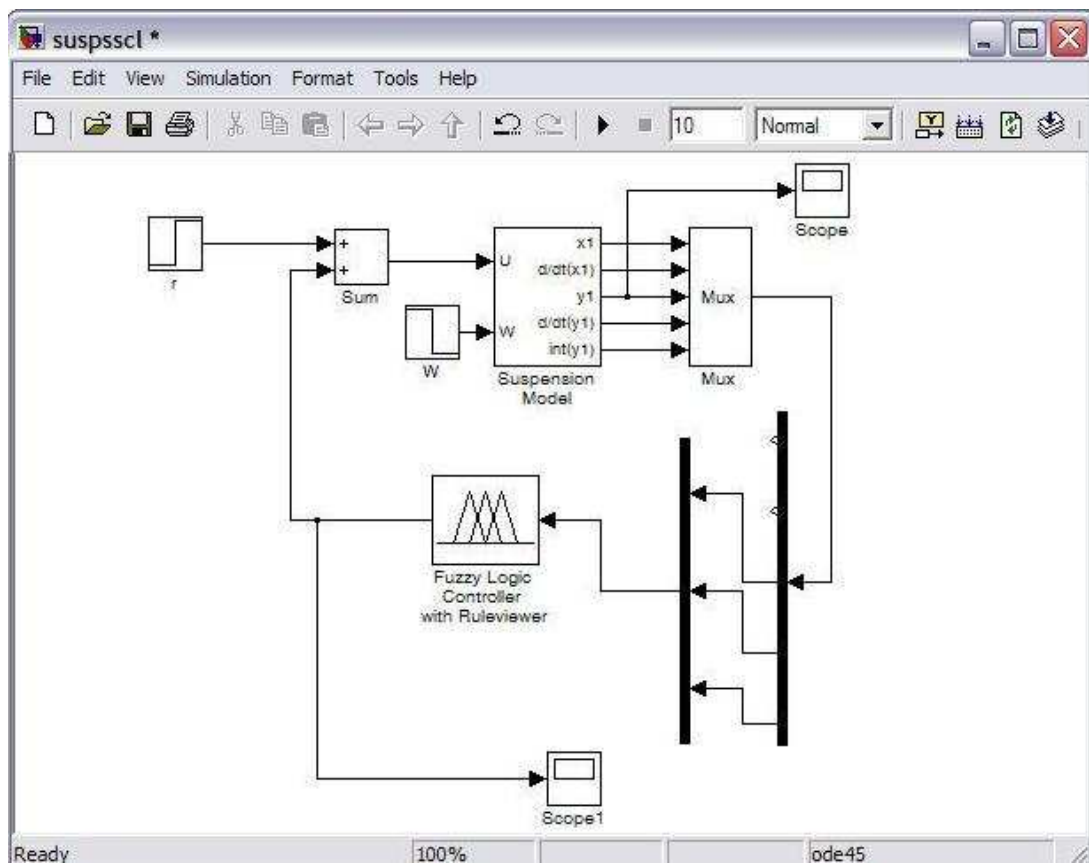


Εισαγωγή του ασαφους ελεγκτη στο Simulink.

Τα διαθέσιμα block του Simulink για το fuzzy toolbox φαίνονται παρακάτω:



Στη περίπτωση μας θα χρησιμοποιήσουμε το Fuzzy Logic Controller with Ruleviewer για την αναπτυξη ενός μοντέλου ανάρτησης με ασαφής λογική.



Γίνεται η κατάλληλη ρύθμιση στο block του Fuzzy Logic Controller with Ruleviewer δηλώνουμε την ονομασία “fuzzy” του ασαφούς συστήματος που θα χρησιμοποιήσει και το μοντέλο του Simulink έχει όλες τις παραμέτρους.

Για την απεικόνιση των αποτελεσμάτων στο Simulink έχουμε ορίσει το Scope για το έλεγχο της μετατόπισης των επιβατών του οχήματος και το Scope1 για τη αναπαράσταση της δύναμη που παραγεται από τον ελεγκτή.

## Κεφάλαιο4

### 4.1 Αποτελέσματα

Για το μοντέλο που αναπτύχθηκε εκτελέστηκε για τις παρακάτω περιπτώσεις.

Στο παρακάτω πίνακα φαίνονται τα όρια των μεταβλητών εισόδων και εξόδου του ελεγκτή fuzzy logic για τα οποία έγιναν οι δόκιμες.

|    | Force |      | Body Deflection |     | Velocity |     | Acceletation |      |
|----|-------|------|-----------------|-----|----------|-----|--------------|------|
| 1  | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -0,8     | 0,8 | -0,08        | 0,08 |
| 2  | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -0,8     | 0,8 | -0,1         | 0,1  |
| 3  | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -0,8     | 0,8 | -0,12        | 0,12 |
| 4  | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -1       | 1   | -0,08        | 0,08 |
| 5  | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -1       | 1   | -0,1         | 0,1  |
| 6  | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -1       | 1   | -0,12        | 0,12 |
| 7  | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -1,2     | 1,2 | -0,08        | 0,08 |
| 8  | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -1,2     | 1,2 | -0,1         | 0,1  |
| 9  | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -1,2     | 1,2 | -0,12        | 0,12 |
| 10 | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -0,8     | 0,8 | -0,08        | 0,08 |
| 11 | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -0,8     | 0,8 | -0,1         | 0,1  |
| 12 | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -0,8     | 0,8 | -0,12        | 0,12 |
| 13 | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -1       | 1   | -0,08        | 0,08 |
| 14 | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -1       | 1   | -0,1         | 0,1  |
| 15 | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -1       | 1   | -0,12        | 0,12 |
| 16 | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -1,2     | 1,2 | -0,08        | 0,08 |
| 17 | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -1,2     | 1,2 | -0,1         | 0,1  |
| 18 | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -1,2     | 1,2 | -0,12        | 0,12 |
| 19 | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -0,8     | 0,8 | -0,08        | 0,08 |
| 20 | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -0,8     | 0,8 | -0,1         | 0,1  |
| 21 | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -0,8     | 0,8 | -0,12        | 0,12 |
| 22 | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -1       | 1   | -0,08        | 0,08 |
| 23 | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -1       | 1   | -0,1         | 0,1  |
| 24 | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -1       | 1   | -0,12        | 0,12 |
| 25 | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -1,2     | 1,2 | -0,08        | 0,08 |
| 26 | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -1,2     | 1,2 | -0,1         | 0,1  |
| 27 | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -1,2     | 1,2 | -0,12        | 0,12 |
| 28 | -5000 | 5000 | -0,2            | 0,2 | -0,8     | 0,8 | -0,08        | 0,08 |
| 29 | -5000 | 5000 | -0,2            | 0,2 | -0,8     | 0,8 | -0,1         | 0,1  |
| 30 | -5000 | 5000 | -0,2            | 0,2 | -0,8     | 0,8 | -0,12        | 0,12 |
| 31 | -5000 | 5000 | -0,2            | 0,2 | -1       | 1   | -0,08        | 0,08 |
| 32 | -5000 | 5000 | -0,2            | 0,2 | -1       | 1   | -0,1         | 0,1  |
| 33 | -5000 | 5000 | -0,2            | 0,2 | -1       | 1   | -0,12        | 0,12 |

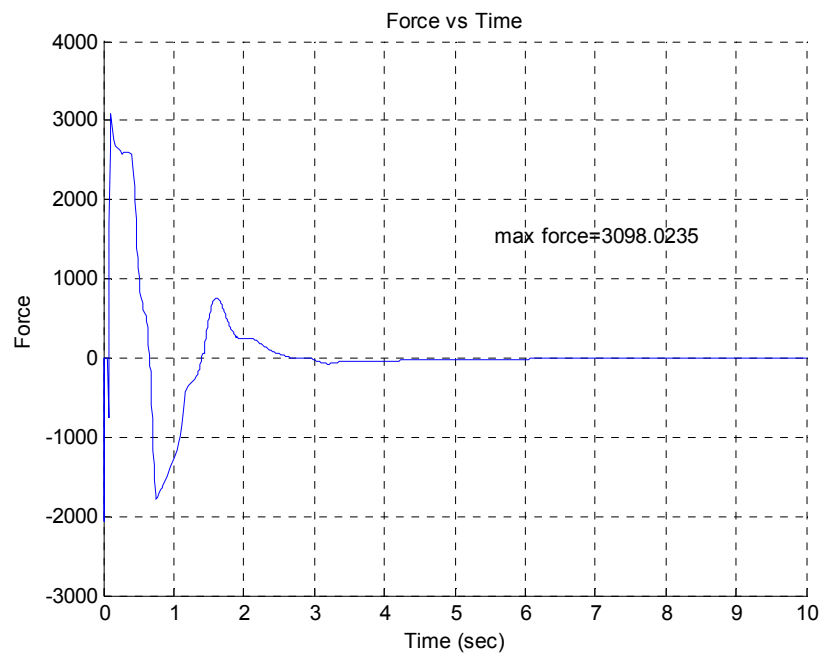
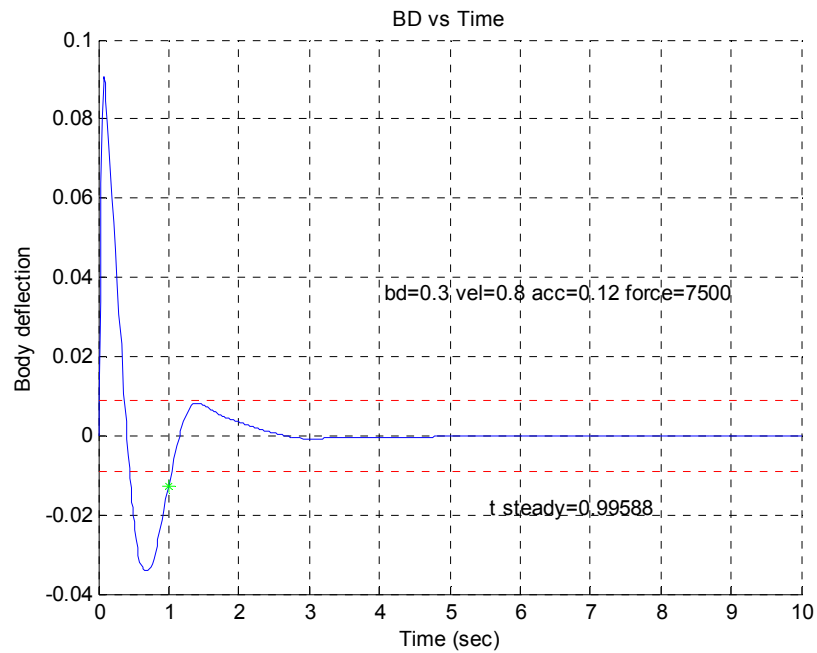
|    |       |      |      |     |      |     |       |      |
|----|-------|------|------|-----|------|-----|-------|------|
| 34 | -5000 | 5000 | -0,2 | 0,2 | -1,2 | 1,2 | -0,08 | 0,08 |
| 35 | -5000 | 5000 | -0,2 | 0,2 | -1,2 | 1,2 | -0,1  | 0,1  |
| 36 | -5000 | 5000 | -0,2 | 0,2 | -1,2 | 1,2 | -0,12 | 0,12 |
| 37 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -0,8 | 0,8 | -0,08 | 0,08 |
| 38 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -0,8 | 0,8 | -0,1  | 0,1  |
| 39 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -0,8 | 0,8 | -0,12 | 0,12 |
| 40 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -1   | 1   | -0,08 | 0,08 |
| 41 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -1   | 1   | -0,1  | 0,1  |
| 42 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -1   | 1   | -0,12 | 0,12 |
| 43 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -1,2 | 1,2 | -0,08 | 0,08 |
| 44 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -1,2 | 1,2 | -0,1  | 0,1  |
| 45 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -1,2 | 1,2 | -0,12 | 0,12 |
| 46 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -0,8 | 0,8 | -0,08 | 0,08 |
| 47 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -0,8 | 0,8 | -0,1  | 0,1  |
| 48 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -0,8 | 0,8 | -0,12 | 0,12 |
| 49 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -1   | 1   | -0,08 | 0,08 |
| 50 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -1   | 1   | -0,1  | 0,1  |
| 51 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -1   | 1   | -0,12 | 0,12 |
| 52 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -1,2 | 1,2 | -0,08 | 0,08 |
| 53 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -1,2 | 1,2 | -0,1  | 0,1  |
| 54 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -1,2 | 1,2 | -0,12 | 0,12 |
| 55 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -0,8 | 0,8 | -0,08 | 0,08 |
| 56 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -0,8 | 0,8 | -0,1  | 0,1  |
| 57 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -0,8 | 0,8 | -0,12 | 0,12 |
| 58 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -1   | 1   | -0,08 | 0,08 |
| 59 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -1   | 1   | -0,1  | 0,1  |
| 60 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -1   | 1   | -0,12 | 0,12 |
| 61 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -1,2 | 1,2 | -0,08 | 0,08 |
| 62 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -1,2 | 1,2 | -0,1  | 0,1  |
| 63 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -1,2 | 1,2 | -0,12 | 0,12 |
| 64 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -0,8 | 0,8 | -0,08 | 0,08 |
| 65 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -0,8 | 0,8 | -0,1  | 0,1  |
| 66 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -0,8 | 0,8 | -0,12 | 0,12 |
| 67 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -1   | 1   | -0,08 | 0,08 |
| 68 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -1   | 1   | -0,1  | 0,1  |
| 69 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -1   | 1   | -0,12 | 0,12 |
| 70 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -1,2 | 1,2 | -0,08 | 0,08 |
| 71 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -1,2 | 1,2 | -0,1  | 0,1  |
| 72 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -1,2 | 1,2 | -0,12 | 0,12 |
| 73 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -0,8 | 0,8 | -0,08 | 0,08 |
| 74 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -0,8 | 0,8 | -0,1  | 0,1  |
| 75 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -0,8 | 0,8 | -0,12 | 0,12 |
| 76 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -1   | 1   | -0,08 | 0,08 |
| 77 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -1   | 1   | -0,1  | 0,1  |
| 78 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -1   | 1   | -0,12 | 0,12 |
| 79 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -1,2 | 1,2 | -0,08 | 0,08 |

|    |       |      |      |     |      |     |       |      |
|----|-------|------|------|-----|------|-----|-------|------|
| 80 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -1,2 | 1,2 | -0,1  | 0,1  |
| 81 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -1,2 | 1,2 | -0,12 | 0,12 |

Τα πλήρη αποτελέσματα παρατίθενται στο παράρτημα 1

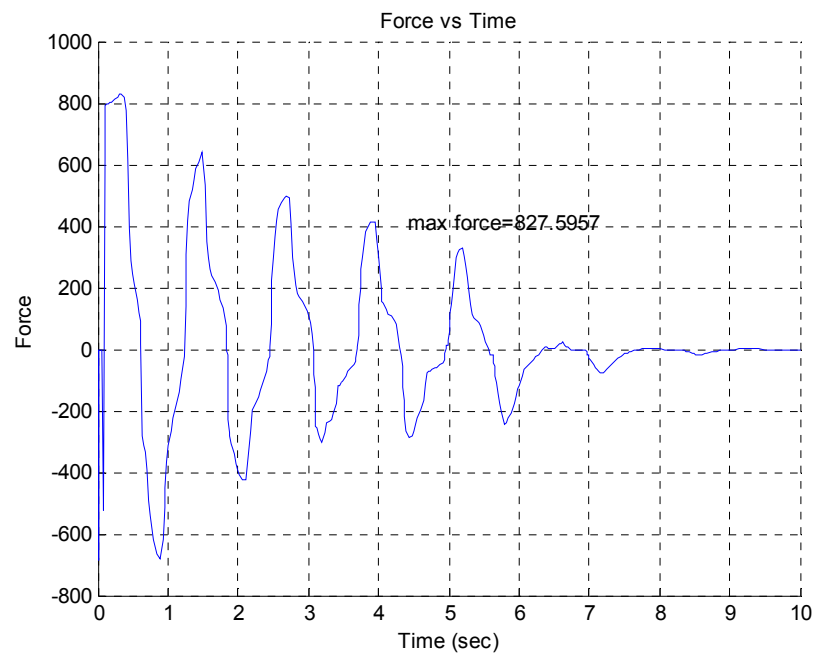
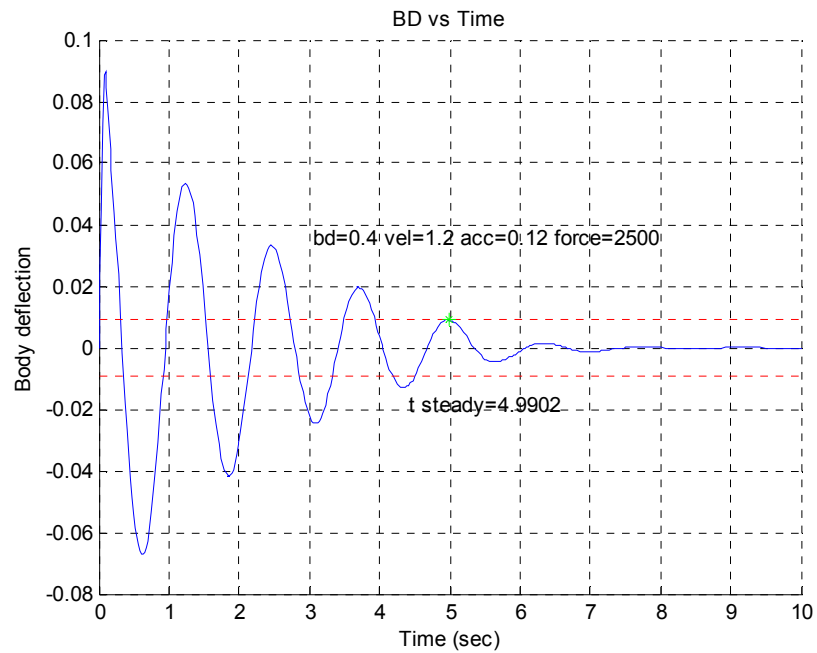
Το τρέξιμο με το μικρότερο χρόνο σταθεροποίησης ήταν η περίπτωση 66 , στην οποία είχαμε της παρακάτω παραμέτρους:

|    | Force |      | Body Deflection |     | Velocity |     | Acceleation |      |
|----|-------|------|-----------------|-----|----------|-----|-------------|------|
| 66 | -7500 | 7500 | -0,3            | 0,3 | -0,8     | 0,8 | -0,12       | 0,12 |



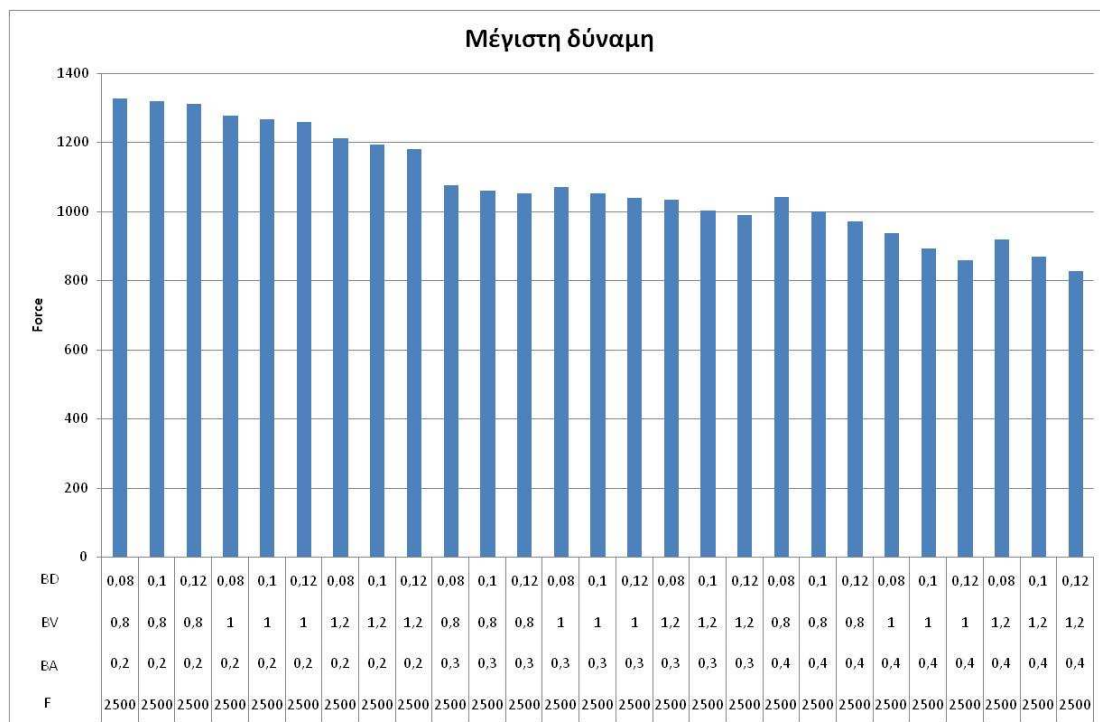
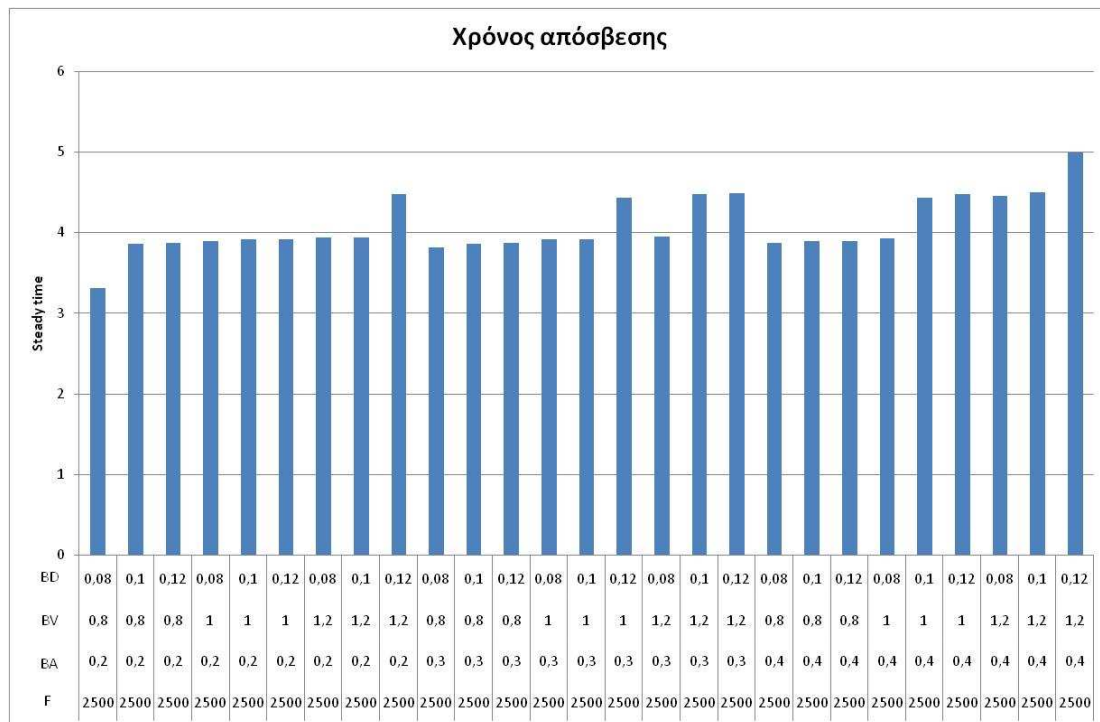
Το τρέξιμο με το μεγαλύτερο χρόνο σταθεροποίησης ήταν η περίπτωση 27 , στην οποία είχαμε τις παρακάτω παραμέτρους:

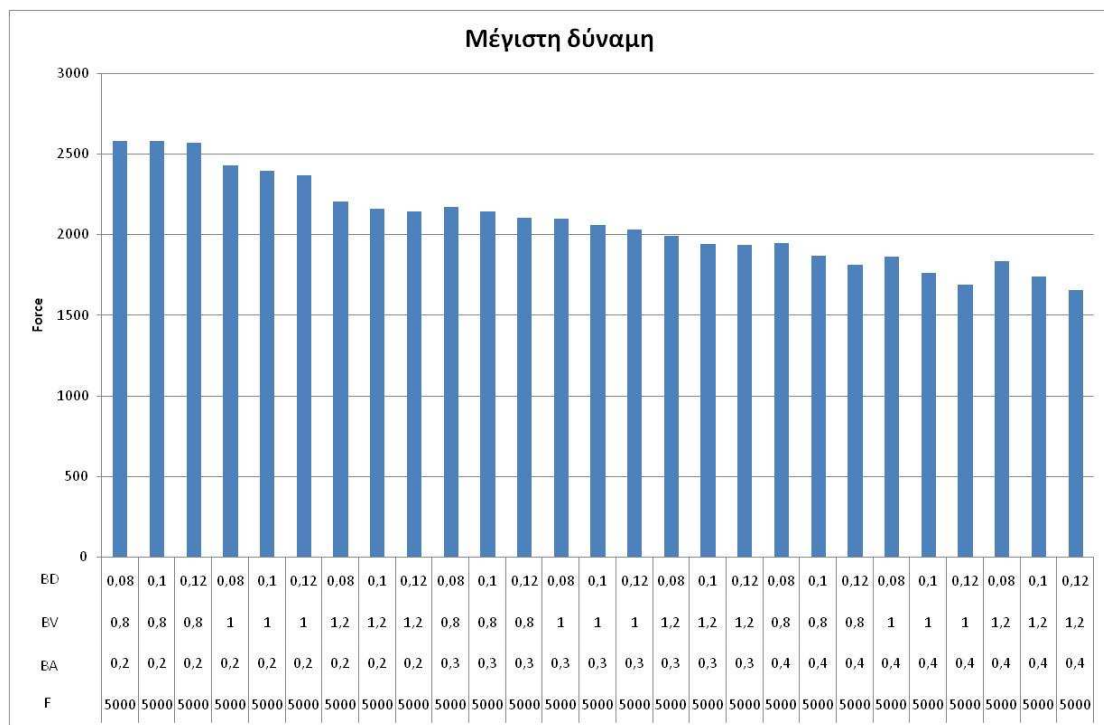
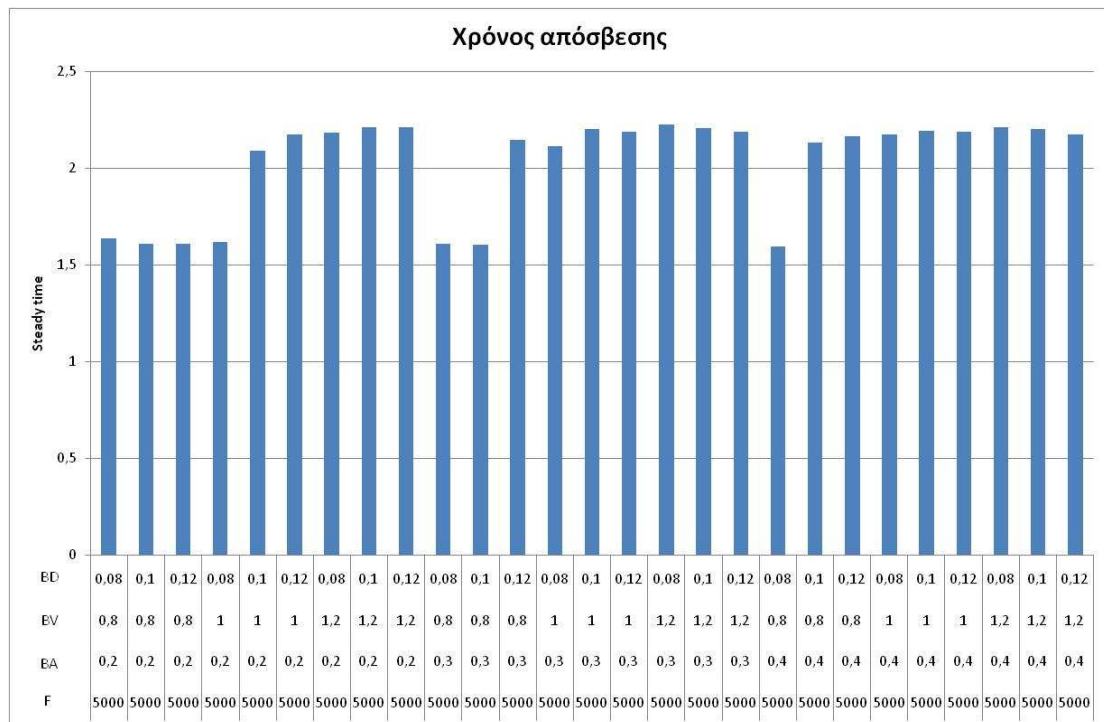
|    | Force |      | Body Deflection |     | Velocity |     | Accelation |      |
|----|-------|------|-----------------|-----|----------|-----|------------|------|
| 27 | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -1,2     | 1,2 | -0,12      | 0,12 |

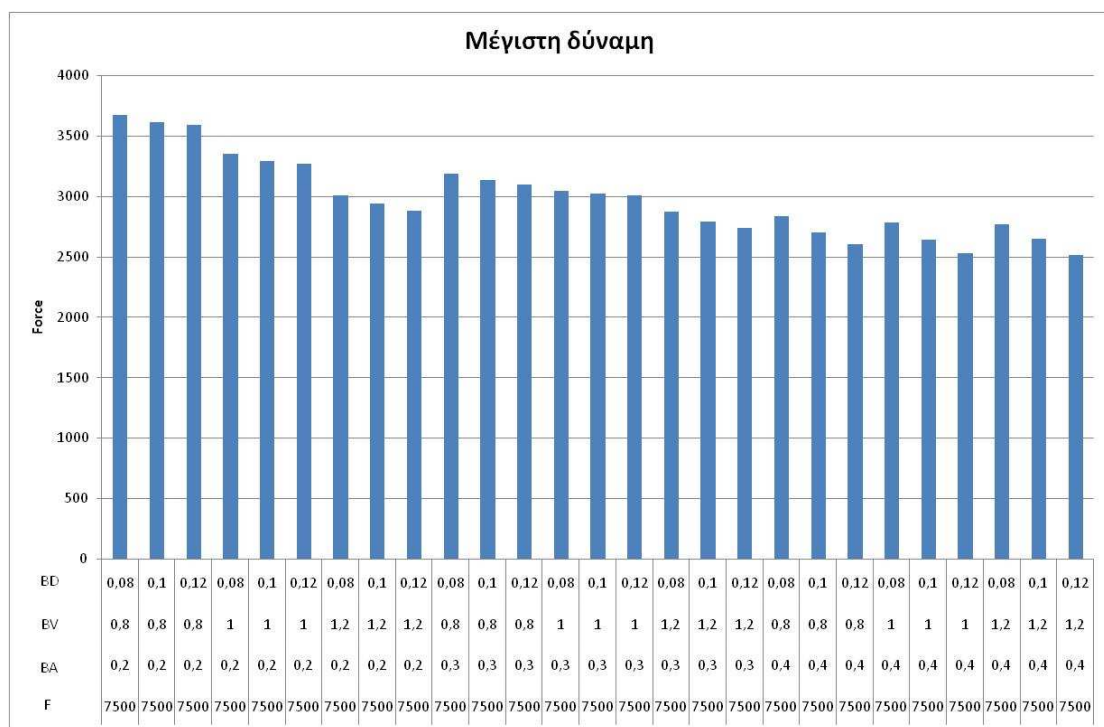
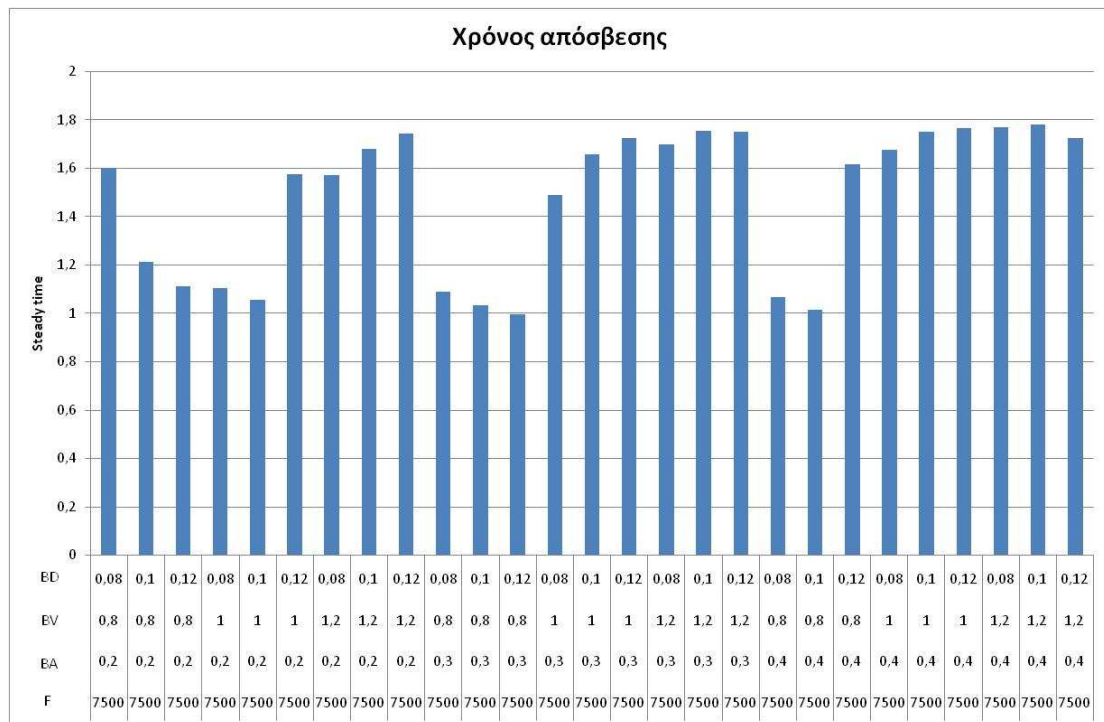




Συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα όλων των τρεξιμάτων όσο αφορά το βέλτιστο χρόνο και τη μέγιστη δύναμη φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:







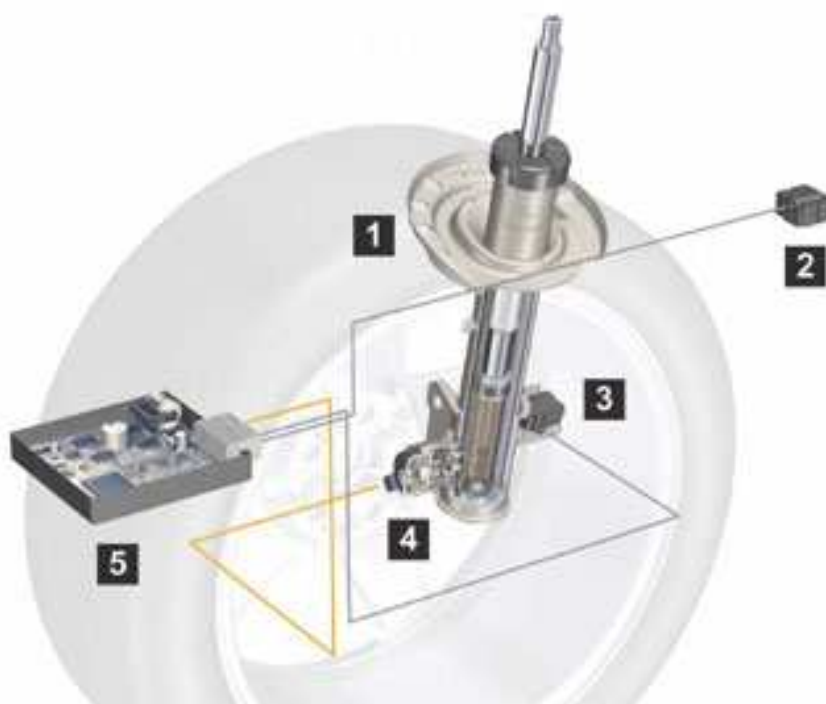
## Κεφάλαιο 5

### 5.1 Τεχνολογική περιγραφή υλοποίησης του υπό μελέτη συστήματος

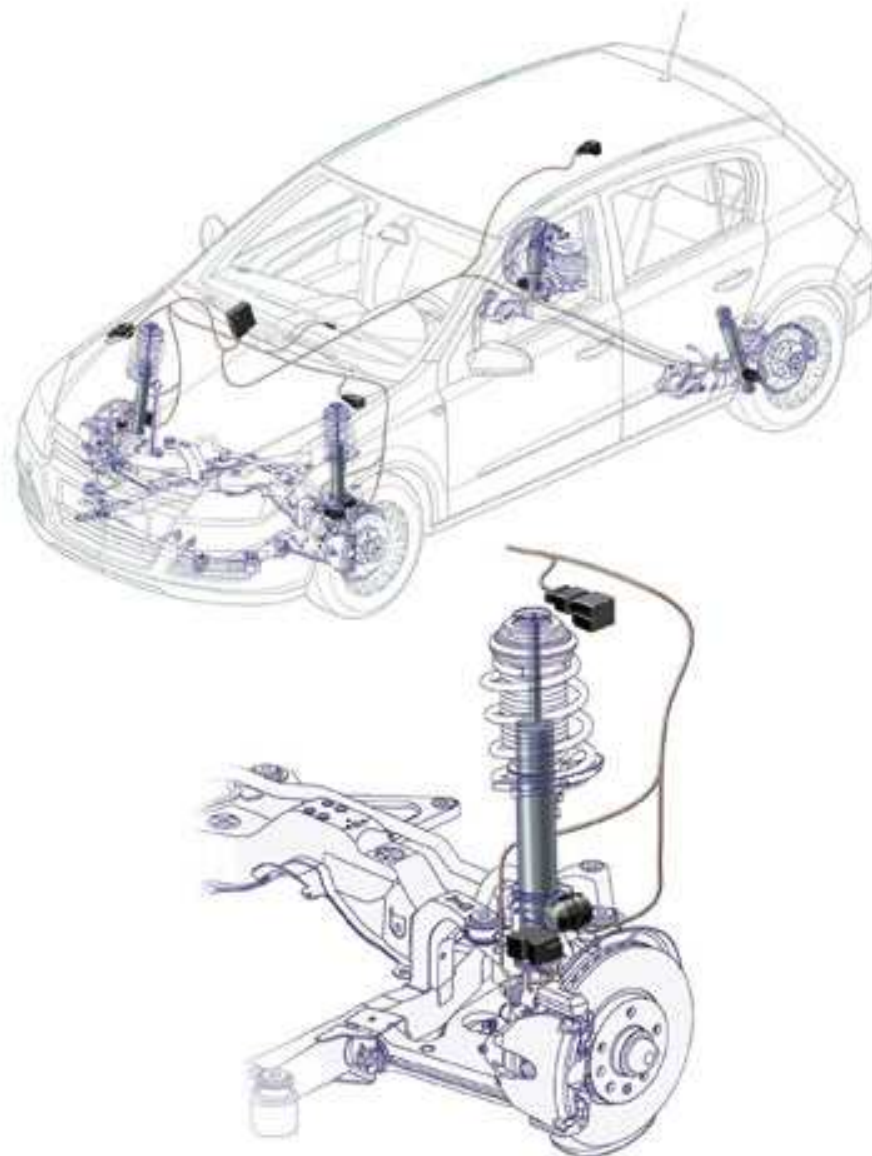
Χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο, σε πραγματικό χρόνο, η κεντρική μονάδα ελέγχου του συστήματος, θα υπολογίζει το αναγκαίο και ταυτόχρονα βέλτιστο ποσοστό απόσβεσης σε κάθε τροχό χωριστά και θα στέλνει το σχετικό ηλεκτρονικό σήμα στις τέσσερις ειδικές βαλβίδες, σε κάθε αμορτισέρ, οι οποίες θα ρυθμίζουν αναλόγως τη ροή του λαδιού μέσα στο αμορτισέρ. Αυτός ο αλγόριθμος, δέχεται ως εισόδους την ταχύτητα, την επιτάχυνση και την κατεύθυνση του πλαισίου του οχήματος και των τροχών διαρκώς, οπότε υπολογίζει τη ζητούμενη δύναμη απόσβεσης σε κάθε τροχό, ο χρόνος υπολογισμού της ζητούμενης δύναμης απόσβεσης γίνεται σε μερικά milliseconds. Έτσι τα τέσσερα αμορτισέρ θα ενεργοποιούνται ανεξάρτητα το ένα από το άλλο και με τέτοιον τρόπο προκειμένου η κίνηση του πλαισίου του αυτοκινήτου να ελαχιστοποιηθεί.

Τα κύρια μέρη από τα οποία θα αποτελείται ένα τέτοιο σύστημα είναι:

1. Το αμορτισέρ .
2. Το επιταχυνσιόμετρο του πλαισίου .
3. Το επιταχυνσιόμετρο του τροχού .
4. Η ειδική βαλβίδα ρύθμισης της ροής του λαδιού μέσα στο αμορτισέρ.
5. Η ηλεκτρονική κεντρική μονάδα που ενεργοποιεί τις ειδικές βαλβίδες.



Η εφαρμογή των παραπάνω σε ένα πλήρες αυτοκίνητο θα είναι ως εξής:



Σε κάθε τροχό θα έχουμε μια ενεργή ανάρτηση η οποία θα αποτελείται από το αμορτισέρ, το επιταχυνσιόμετρο του τροχού και την ειδική βαλβίδα ρύθμισης της ροής του λαδιού μέσα στο αμορτισέρ.

Στο πλαίσιο του οχήματος θα τοποθετηθεί ένα επιταχυνσιόμετρο για να μετρά τις κατακόρυφες επιταχύνσεις του αμαξώματος, μια κεντρική ηλεκτρονική μονάδα που ενεργοποιεί τις ειδικές βαλβίδες.

(Σε περίπτωση βλάβης του συστήματος, η βαλβίδα κλείνει αυτόματα, ώστε το αυτοκίνητο να κινείται με την όσο το δυνατόν πιο σφικτή και ασφαλή σε γρήγορους ρυθμούς ανάρτηση.)

## Κεφάλαιο 6

### 6.1 .Βιβλιογραφία

- [1.] HYNIOVÁ, K., STŘÍBRSKÝ, A. AND HONCŮ, J.: FUZZY CONTROL OF MECHANICAL VIBRATING SYSTEMS, INTERNATIONAL CARPATIAN CONTROL CONFERENCE ICCC 2001, PP. 393-398, KRYTICA, POLAND, 2001
- [2.] GÜRSEL, ALTAŞ , AND GÜMÜŞEL “FUZZY CONTROL OF A BUS SUSPENSION SYSTEM” PROCEEDINGS OF 5TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INTELLIGENT MANUFACTURING SYSTEMS, MAY 29-31, 2006: 1170-1177
- [3.] FISCHER D AND ISERMANN R “MECHATRONIC SEMI-ACTIVE AND ACTIVE VEHICLE SUSPENSIONS” , CONTROL ENGINEERING PRACTICE VOLUME 12, ISSUE 11, PAGES 1353-1367, NOVEMBER 2004.
- [4.] LIU H.,NOMANI K. AND HAGIWARA T., “ACTIVE FOLLOWING FUZZY OUTPUT FEEDBACK SLIDING MODE CONTROL OF REAL-VEHICLE SEMI-ACTIVE SUSPENSIONS” , ELSEVIER, JOURNAL OF SOUND AND VIBRATION , 39-52, (2008)
- [5.] BARR A. , “THE FUZZY LOGIC CONTROLLER OF AN ACTIVE VEHICLE SUSPENSION”, MS THESIS YOUNGSTOWN STATE UNIVERSITY 1996
- [6.] NICOLAST, LANDALUZE, CASTRILLO, GASTON AND REYERO ,”APPLICATION OF FUZZY LOGIC CONTROL TO THE DESIGN OF SEMI-ACTIVE SUSPENSION SYSTEM” , IEEE (1997)
- [7.] SAKMAN, GUGLU AND YAGIZ , “FUZZY LOGIC CONTROL OF VEHICLE SUSPENSIONS WITH DRY FRICTION NONLINEARITY” , S-ADHAN A VOL. 30, PART 5, PP. 649–659, OCTOBER 2005.
- [8.] CETIN AND DEMIR , “FUZZY PID CONTROLLER WITH COUPLE RULES FOR A NONLINEAR QUARTER CAR MODEL” , PROCEEDINGS OF WORLD ACADEMY OF SCIENCE, ENGINEERING AND TECHNOLOGY VOLUME 31 JULY 2008
- [9.] YAGIZ N, YUKSEK I “SLIDING MODE CONTROL OF ACTIVE SUSPENSIONS FOR A FULL VEHICLE MODEL.” INT. J. VEHICLE DESIGN, 26(2/3): 264–276 , 2001
- [10.] YAGIZ N, GUCLU R, YUKSEK I “FUZZY LOGIC CONTROL OF VEHICLE SUSPENSION SYSTEMS FOR BUMPY ROADS.” THE JOURNAL OF THE YILDIZ TECHNICAL UNIVERSITY, 3: 75–82, 2002

- [11.] MAJID SHORAKA ,”IMPROVING ACTIVE SUSPENSION PERFORMANCE USING FUZZY ADAPTIVE CONTROL”
- [12.] SUN TAO, HUANG ZHEN-YU , CHEN DA-YUE AND TANG LEI  
“SIGNAL FREQUENCY BASED SELF-TUNING FUZZY CONTROLLER FOR SEMI-ACTIVE SUSPENSION SYSTEM” , JOURNAL OF ZHEJIANG UNIVERSITY , 426-432, 2003
- [13.] YAHAYA MD. SAM , JOHARI HALIM SHAH OSMAN & MOHD. RUDDIN ABD. GHANI “SLIDING MODE CONTROL OF ACTIVE SUSPENSION SYSTEM” JURNAL TEKNOLOGI 37 , 1-10, 2002
- [14.] YAHAYA MD. SAM , JOHARI HALIM SHAH OSMAN “SLIDING MODE CONTROL OF HYDRAULICALLY ACTUATED ACTIVE SUSPENSION ” JURNAL TEKNOLOGI 44 , 37-48, 2006
- [15.] D’AMATO, F. J., AND D. E. VIASALLO. “FUZZY CONTROL FOR ACTIVE SUSPENSIONS”. MECHATRONICS. (10): 897-920. JT37D[1].PMD 02/16/2007, 19:55 10, 2000.
- [16.] NURHAN GÜRSEL, İSMAIL HAKKI ALTAŞ , LEVENT GÜMÜŞEL  
“FUZZY CONTROL OF A BUS SUSPENSION SYSTEM” PROCEEDINGS OF 5TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INTELLIGENT MANUFACTURING SYSTEMS : 1170-1177 , MAY 29-31, 2006
- [17.] S. MOON “IMPLEMENTATION OF A FUZZY CONTROLLER FOR AUTOMOTIVE ACTIVE SUSPENSIONS” PROCEEDING OF ISL WINTER WORKSHOP , VOL 7 , FEB 1994
- [18.] PASSINO K. & YURKOVICH S. “FUZZY CONTROL” , 1998
- [19.] MARK C. READMAN, MARTIN CORLESS, CARLOS VILLEGAS AND ROBERT SHORTEN “SELF-TUNING FOR DISTURBANCE TRANSMISSION DECOUPLING IN ACTIVE VEHICLE SUSPENSIONS”
- [20.] TUAN-ANH NGUYEN, “APPLICATION OF OPTIMIZATION METHODS TO CONTROLLER DESIGN FOR ACTIVE SUSPENSIONS”, 2006
- [21.] DANIEL FISCHER, AND ROLF ISERMANN “MECHATRONIC SEMI-ACTIVE AND ACTIVE VEHICLE SUSPENSIONS” , CONTROL ENGINEERING PRACTICE VOLUME 12, ISSUE 11, PAGES 1353-1367, NOVEMBER 2004
- [22.] ΠΟΥΛΙΕΖΟΣ Α. “ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ” (ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΙΑΣ ΕΙΣΟΔΟΥ ΜΙΑΣ ΕΞΟΔΟΥ), 2002
- [23.] ΠΟΥΛΙΕΖΟΣ Α. “ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ” (ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΟΛΛΩΝ ΕΙΣΟΔΩΝ ΠΟΛΛΩΝ ΕΞΟΔΩΝ ) , 2002

- [24.] ΑΡΝΑΟΥΤΑΚΗΣ Ν. “ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΟΔΗΓΟΣ MATLAB-SIMULINK ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΣΑΕ Ι”, 2002
- [25.] ΠΑΣΓΙΑΝΟΣ Γ, “ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ PID ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΧΡΟΝΟ ΓΙΑ ΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟ ΑΣΤΑΘΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ” ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2003
- [26.] KLIR G & YUAN B , “FUZZY SETS AND FUZZY LOGIC” , PRENTICE HALL,1995
- [27.] ΒΟΛΟΓΙΑΝΝΙΔΗΣ ΣΤΑΥΡΟΣ “ΕΥΦΥΗΣ ΈΛΕΓΧΟΣ, ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ “
- [28.] BUCKLEY J. “SIMULATING FUZZY SYSTEMS”, SPRINGER-VERLAG BERLIN HEIDELBERG 2005
- [29.] SIVANANDAM, SUMATHI AND DEEPA, “INTRODUCTION TO FUZZY LOGIC USING MATLAB” SPRINGER-VERLAG BERLIN HEIDELBERG 2007
- [30.] JANTZEN J. “FOUNDATIONS OF FUZZY CONTROL” WILEY , 2007.
- [31.] ΠΑΡΑΣΚΕΥΟΠΟΥΛΟΣ Ν., ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟ ΈΛΕΓΧΟ, ΑΘΗΝΑ 2001
- [32.] “FUZZY LOGIC TOOLBOX™ 2 “ , THE MATHWORKS, 2009.
- [33.] S. BENNETT, “THE PAST OF PID CONTROLLERS”, PROC. OF PID’00: IFAC WORKSHOP ON DIGITALCONTROL, TERRASSA, SPAIN, PP. 3-13.
- [34.] K. J. ASTROM, AND T. HAGGLUND, PID CONTROLLERS: THEORY, DESIGN AND TUNING, INSTRUMENT SOCIETY OF AMERICA, RESEARCH TRIANGLE PARK, NORTH CAROLINA, 2ND EDITION, 1995.
- [35.] T. K. KIONG, W. QUING-GUO AND H. C. HAGGLUNND, ADVANCES IN PID CONTROL: ADVANCES IN INDUSTRIAL CONTROL, SPRINGER-VERLAG, LONDON 1999.
- [36.] ΚΙΝΓΚ, ΡΟΒΕΡΤΟΣ-Ε, ΕΥΦΥΗΣ ΈΛΕΓΧΟΣ, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΖΙΟΛΑ, 2004.
- [37.] FULLER, ROBERT LECTURES ON NEUROFUZZY CONTROL, [HTTP://WWW.ABO.FI/ RFULLER/ROBERT.HTML](http://www.abo.fi/~rfuller/robert.html) DEPARTMENT OF OPERATIONS RESEARCH, EÖTVÖS LORÁND UNIVERSITY.
- [38.] [3] JANTZEN, JAN, FUZZY CONTROL, LECTURE NOTES IN ONLINE PROCESS CONTROL (5354), PUBL NO 9109, OCT 1991, ELECTRIC POWER ENGINEERING DPT, TECHNICAL UNIVERSITY OF DENMARK.



- [39.] [4] ΤΖΙΩΝΑΣ, ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ, ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΝ ΕΥΦΥΗ ΈΛΕΓΧΟ, ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ, ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ, ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ.
- [40.] TSOUKALAS, LEFTERI AND UHRIG, ROBERT, FUZZY AND NEURAL APPROACHES IN ENGINEERING, JOHN WILEY AND SONS INC., 1997.

### **Ιστοσελίδες**

1. [HTTP://WWW.MATHWORKS.COM/](http://www.mathworks.com/)
2. [HTTP://WWW.ENGIN.UMICH.EDU/GROUP/CTM/EXAMPLES/SUSP/SUSP.HTML](http://www.engin.umich.edu/group/ctm/examples/susp/susp.html)
3. [HTTP://WWW.CARBIBLES.COM/SUSPENSION\\_BIBLE.HTML](http://www.carbibles.com/suspension_bible.html)
4. [HTTP://WEB.AUTH.GR/ANEMOS/MATLAB/](http://web.auth.gr/anemos/matlab/)

## Κεφάλαιο 7

### 7.1 Παράρτημα 1 Αποτελέσματα Περιπτώσεων

| Σελίδα | Τρέξιμο | Force |      | Body Deflection |     | Velocity |     | Acceletation |      | Tsteady   | Max force |
|--------|---------|-------|------|-----------------|-----|----------|-----|--------------|------|-----------|-----------|
| 127    | 1       | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -0,8     | 0,8 | -0,08        | 0,08 | 3,3134306 | 1327,5201 |
| 128    | 2       | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -0,8     | 0,8 | -0,1         | 0,1  | 3,8548258 | 1317,7837 |
| 129    | 3       | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -0,8     | 0,8 | -0,12        | 0,12 | 3,8731887 | 1311,186  |
| 130    | 4       | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -1       | 1   | -0,08        | 0,08 | 3,8962506 | 1277,5737 |
| 131    | 5       | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -1       | 1   | -0,1         | 0,1  | 3,9104758 | 1266,6867 |
| 132    | 6       | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -1       | 1   | -0,12        | 0,12 | 3,9163716 | 1259,306  |
| 133    | 7       | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -1,2     | 1,2 | -0,08        | 0,08 | 3,9383559 | 1211,3271 |
| 134    | 8       | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -1,2     | 1,2 | -0,1         | 0,1  | 3,9357751 | 1192,4359 |
| 135    | 9       | -2500 | 2500 | -0,2            | 0,2 | -1,2     | 1,2 | -0,12        | 0,12 | 4,4801527 | 1180,1632 |
| 136    | 10      | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -0,8     | 0,8 | -0,08        | 0,08 | 3,8133678 | 1074,4105 |
| 137    | 11      | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -0,8     | 0,8 | -0,1         | 0,1  | 3,862655  | 1060,8946 |
| 138    | 12      | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -0,8     | 0,8 | -0,12        | 0,12 | 3,866881  | 1052,0644 |
| 139    | 13      | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -1       | 1   | -0,08        | 0,08 | 3,9090176 | 1069,8867 |
| 140    | 14      | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -1       | 1   | -0,1         | 0,1  | 3,9194231 | 1051,8452 |
| 141    | 15      | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -1       | 1   | -0,12        | 0,12 | 4,4352068 | 1039,7387 |
| 142    | 16      | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -1,2     | 1,2 | -0,08        | 0,08 | 3,9457206 | 1033,4373 |
| 143    | 17      | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -1,2     | 1,2 | -0,1         | 0,1  | 4,4724484 | 1003,0477 |
| 144    | 18      | -2500 | 2500 | -0,3            | 0,3 | -1,2     | 1,2 | -0,12        | 0,12 | 4,4889473 | 989,2384  |
| 145    | 19      | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -0,8     | 0,8 | -0,08        | 0,08 | 3,87403   | 1041,9207 |
| 146    | 20      | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -0,8     | 0,8 | -0,1         | 0,1  | 3,8891492 | 1000,3994 |
| 147    | 21      | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -0,8     | 0,8 | -0,12        | 0,12 | 3,8885059 | 969,79663 |
| 148    | 22      | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -1       | 1   | -0,08        | 0,08 | 3,9246618 | 936,45222 |
| 149    | 23      | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -1       | 1   | -0,1         | 0,1  | 4,4253508 | 892,70933 |
| 150    | 24      | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -1       | 1   | -0,12        | 0,12 | 4,4753802 | 859,58479 |
| 151    | 25      | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -1,2     | 1,2 | -0,08        | 0,08 | 4,4497586 | 917,78359 |
| 152    | 26      | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -1,2     | 1,2 | -0,1         | 0,1  | 4,500093  | 867,60066 |
| 153    | 27      | -2500 | 2500 | -0,4            | 0,4 | -1,2     | 1,2 | -0,12        | 0,12 | 4,9902086 | 827,59568 |
| 154    | 28      | -5000 | 5000 | -0,2            | 0,2 | -0,8     | 0,8 | -0,08        | 0,08 | 1,636577  | 2580,8859 |
| 155    | 29      | -5000 | 5000 | -0,2            | 0,2 | -0,8     | 0,8 | -0,1         | 0,1  | 1,6064235 | 2579,7867 |
| 156    | 30      | -5000 | 5000 | -0,2            | 0,2 | -0,8     | 0,8 | -0,12        | 0,12 | 1,6052524 | 2569,3578 |
| 157    | 31      | -5000 | 5000 | -0,2            | 0,2 | -1       | 1   | -0,08        | 0,08 | 1,6158648 | 2428,2875 |
| 158    | 32      | -5000 | 5000 | -0,2            | 0,2 | -1       | 1   | -0,1         | 0,1  | 2,0871401 | 2391,6725 |
| 159    | 33      | -5000 | 5000 | -0,2            | 0,2 | -1       | 1   | -0,12        | 0,12 | 2,1715581 | 2368,4646 |
| 160    | 34      | -5000 | 5000 | -0,2            | 0,2 | -1,2     | 1,2 | -0,08        | 0,08 | 2,1828439 | 2205,0058 |
| 161    | 35      | -5000 | 5000 | -0,2            | 0,2 | -1,2     | 1,2 | -0,1         | 0,1  | 2,20903   | 2159,9148 |
| 162    | 36      | -5000 | 5000 | -0,2            | 0,2 | -1,2     | 1,2 | -0,12        | 0,12 | 2,211623  | 2140,9753 |
| 163    | 37      | -5000 | 5000 | -0,3            | 0,3 | -0,8     | 0,8 | -0,08        | 0,08 | 1,6083023 | 2170,2639 |

|     |    |       |      |      |     |      |     |      |     |           |           |
|-----|----|-------|------|------|-----|------|-----|------|-----|-----------|-----------|
| 164 | 38 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -0,8 | 0,8 | -0,1 | 0,1 | 1,6014832 | 2139,3418 |
|-----|----|-------|------|------|-----|------|-----|------|-----|-----------|-----------|

|     |    |       |      |      |     |      |     |       |      |           |           |
|-----|----|-------|------|------|-----|------|-----|-------|------|-----------|-----------|
| 165 | 39 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -0,8 | 0,8 | -0,12 | 0,12 | 2,145012  | 2102,5732 |
| 166 | 40 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -1   | 1   | -0,08 | 0,08 | 2,11286   | 2097,3229 |
| 167 | 41 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -1   | 1   | -0,1  | 0,1  | 2,2000387 | 2055,6033 |
| 168 | 42 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -1   | 1   | -0,12 | 0,12 | 2,1859866 | 2030,8969 |
| 169 | 43 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -1,2 | 1,2 | -0,08 | 0,08 | 2,2221    | 1988,279  |
| 170 | 44 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -1,2 | 1,2 | -0,1  | 0,1  | 2,2035365 | 1939,4474 |
| 171 | 45 | -5000 | 5000 | -0,3 | 0,3 | -1,2 | 1,2 | -0,12 | 0,12 | 2,1851606 | 1935,2103 |
| 172 | 46 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -0,8 | 0,8 | -0,08 | 0,08 | 1,5922631 | 1945,0344 |
| 173 | 47 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -0,8 | 0,8 | -0,1  | 0,1  | 2,1320284 | 1867,2353 |
| 174 | 48 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -0,8 | 0,8 | -0,12 | 0,12 | 2,1624348 | 1808,8168 |
| 175 | 49 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -1   | 1   | -0,08 | 0,08 | 2,1725328 | 1860,7666 |
| 176 | 50 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -1   | 1   | -0,1  | 0,1  | 2,1901164 | 1761,252  |
| 177 | 51 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -1   | 1   | -0,12 | 0,12 | 2,1850343 | 1686,5155 |
| 178 | 52 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -1,2 | 1,2 | -0,08 | 0,08 | 2,2113519 | 1832,903  |
| 179 | 53 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -1,2 | 1,2 | -0,1  | 0,1  | 2,2017317 | 1736,4796 |
| 180 | 54 | -5000 | 5000 | -0,4 | 0,4 | -1,2 | 1,2 | -0,12 | 0,12 | 2,1726261 | 1654,4958 |
| 181 | 55 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -0,8 | 0,8 | -0,08 | 0,08 | 1,5992273 | 3668,7509 |
| 182 | 56 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -0,8 | 0,8 | -0,1  | 0,1  | 1,2122719 | 3609,9717 |
| 183 | 57 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -0,8 | 0,8 | -0,12 | 0,12 | 1,1087846 | 3586,1182 |
| 184 | 58 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -1   | 1   | -0,08 | 0,08 | 1,1023822 | 3346,0214 |
| 185 | 59 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -1   | 1   | -0,1  | 0,1  | 1,052842  | 3288,1477 |
| 186 | 60 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -1   | 1   | -0,12 | 0,12 | 1,5739253 | 3264,7866 |
| 187 | 61 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -1,2 | 1,2 | -0,08 | 0,08 | 1,570514  | 3008,7555 |
| 188 | 62 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -1,2 | 1,2 | -0,1  | 0,1  | 1,6800585 | 2940,0636 |
| 189 | 63 | -7500 | 7500 | -0,2 | 0,2 | -1,2 | 1,2 | -0,12 | 0,12 | 1,7437112 | 2879,6837 |
| 190 | 64 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -0,8 | 0,8 | -0,08 | 0,08 | 1,0862368 | 3185,7346 |
| 191 | 65 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -0,8 | 0,8 | -0,1  | 0,1  | 1,0321186 | 3132,6927 |
| 192 | 66 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -0,8 | 0,8 | -0,12 | 0,12 | 0,9958771 | 3098,0235 |
| 193 | 67 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -1   | 1   | -0,08 | 0,08 | 1,4888347 | 3046,2777 |
| 194 | 68 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -1   | 1   | -0,1  | 0,1  | 1,6560907 | 3022,3948 |
| 195 | 69 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -1   | 1   | -0,12 | 0,12 | 1,7222787 | 3002,7937 |
| 196 | 70 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -1,2 | 1,2 | -0,08 | 0,08 | 1,6963287 | 2874,6933 |
| 197 | 71 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -1,2 | 1,2 | -0,1  | 0,1  | 1,753641  | 2788,0881 |
| 198 | 72 | -7500 | 7500 | -0,3 | 0,3 | -1,2 | 1,2 | -0,12 | 0,12 | 1,7503153 | 2738,7367 |
| 199 | 73 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -0,8 | 0,8 | -0,08 | 0,08 | 1,0646828 | 2835,8911 |
| 200 | 74 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -0,8 | 0,8 | -0,1  | 0,1  | 1,0146635 | 2698,4766 |
| 201 | 75 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -0,8 | 0,8 | -0,12 | 0,12 | 1,6134145 | 2598,6777 |
| 202 | 76 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -1   | 1   | -0,08 | 0,08 | 1,6736477 | 2778,6809 |
| 203 | 77 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -1   | 1   | -0,1  | 0,1  | 1,751079  | 2640,9757 |
| 204 | 78 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -1   | 1   | -0,12 | 0,12 | 1,7650939 | 2527,0474 |
| 205 | 79 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -1,2 | 1,2 | -0,08 | 0,08 | 1,76795   | 2763,7586 |
| 206 | 80 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -1,2 | 1,2 | -0,1  | 0,1  | 1,7778568 | 2644,9617 |
| 207 | 81 | -7500 | 7500 | -0,4 | 0,4 | -1,2 | 1,2 | -0,12 | 0,12 | 1,7215552 | 2514,1652 |

