



Πολυτεχνείο Κρήτης

Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης

**Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και του Αντίστοιχου
Λογισμικού για την Παραμετρική Σχεδίαση Πτερυγίων
Ανεμογεννητριών**

Διατριβή που υπεβλήθη για τη μερική ικανοποίηση των απαιτήσεων για
την απόκτηση Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

Υπό
Στροφύλα Γιώργου

Επίβλεψη:

Επ. Καθηγητής Ιωάννης Κ. Νικολός

Χανιά 2013

Η διατριβή του Γιώργου Στροφύλα, εγκρίνεται:

Ιωάννης Κ. Νικολός
Επ. Καθηγητής, Επιβλέπων

Ανάργυρος Ι. Δελής
Επ. Καθηγητής

Φώτιος Δ. Κανέλλος
Λέκτορας

(“Intentionally Blank”)

Σύντομο Βιογραφικό Σημείωμα

Ο Γιώργος Στροφύλας γεννήθηκε στα Χανιά το 1986, όπου μεγάλωσε και ολοκλήρωσε την βασική του εκπαίδευση. Το 2004 εισήχθη στο τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, όπου και ακολούθησε την κατεύθυνση των Εναέριων και Επίγειων Μεταφορικών Μέσων. Το 2010 αποφοίτησε με βαθμό 7.92 και αφού εκπλήρωσε τις στρατιωτικές του υποχρεώσεις, εισήχθη το 2011 στο Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Ειδίκευσης του Τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης, στον Τομέα των Συστημάτων Παραγωγής. Με την εργασία αυτή ολοκληρώνει τις μεταπτυχιακές σπουδές του.

Ευχαριστίες

Με το πέρας της παρούσας μεταπτυχιακής διατριβής θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Επίκουρο Καθηγητή κ. Ιωάννη Νικολό για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε και την ευκαιρία που μου έδωσε να μελετήσω ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα. Η προθυμία και η καθοδήγησή του συνέβαλαν σημαντικά στην επιτυχή ολοκλήρωση της εργασίας αυτής.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα Σαρακηνό Σωτήριο και την Κοίνη Γεωργία οι οποίοι δημιούργησαν το λογισμικό που επεκτάθηκε στην παρούσα διατριβή. Οι πολύτιμες γνώσεις που μου μετέφεραν μέσω των εργασιών τους ήταν απαραίτητες για την ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας.

Τέλος, θέλω να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ την οικογένεια μου και τους στενούς μου φίλους για την ενθάρρυνση και τη συμπαράσταση που μου έδειξαν όλα αυτά τα χρόνια.

Χανιά, Ιανουάριος 2013

Γιώργος Στροφύλας

Πρόλογος

Σκοπός της παρούσας μεταπτυχιακής διατριβής είναι η ανάπτυξη της σχετικής μεθοδολογίας και του αντίστοιχου λογισμικού για την παραμετρική σχεδίαση πτερυγίων ανεμογεννητριών. Η παρούσα εργασία, αποτελεί συνέχεια της μεταπτυχιακής εργασίας της Γεωργίας Κοϊνη, στην οποία είχε αναπτυχθεί μεθοδολογία για την παραμετρική σχεδίαση τρισδιάστατων πτερυγώσεων στροβιλομηχανών σε γλώσσα προγραμματισμού Java. Το λογισμικό που είχε δημιουργηθεί, λόγω της γλώσσας προγραμματισμού, υστερούσε στην άμεση απεικόνιση των γεωμετριών στις τρεις διαστάσεις, γι' αυτό και κρίθηκε αναγκαίο να υλοποιηθεί σε γλώσσα προγραμματισμού C++. Με την αλλαγή αυτή, και την προσθήκη της μεθοδολογίας υπολογισμού πτερυγίων ανεμογεννητριών δημιουργήθηκε ένα λογισμικό, το οποίο δίνει την δυνατότητα στον χρήστη να σχεδιάσει με απλό, γρήγορο αλλά και εύκολο τρόπο τόσο πτερυγώσεις στροβιλομηχανών όσο και πτερύγια ανεμογεννητριών.

Δομή της Μεταπτυχιακής Διατριβής

Στη συνέχεια παρουσιάζεται συνοπτικά το περιεχόμενο κάθε κεφαλαίου της παρούσας διατριβής:

Στο κεφάλαιο 1 γίνεται μία γενική αναφορά στις ανεμογεννήτριες και στον τρόπο λειτουργίας τους.

Στο κεφάλαιο 2 γίνεται αναλυτική περιγραφή της μεθοδολογίας που χρησιμοποιείται για τον γεωμετρικό ορισμό των πτερυγίων, της πλήμνης και του κελύφους.

Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται το γραφικό περιβάλλον που δημιουργήθηκε, με λεπτομερή αναφορά στις δυνατότητες του λογισμικού αλλά και την λειτουργία του.

Στο κεφάλαιο 4 γίνεται πιστοποίηση της μεθοδολογίας που χρησιμοποιήθηκε, ως προς την τελική γεωμετρία σε σχέση με αυτή που προκύπτει από άλλα σχεδιαστικά πακέτα.

Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται κάποιες εφαρμογές του λογισμικού σε πραγματικές πτερυγώσεις.

Στο κεφάλαιο 6 παρουσιάζονται τα συμπεράσματα τα οποία προέκυψαν από την παρούσα εργασία και δίνονται προτάσεις για περαιτέρω μελέτη.

(“Intentionally Blank”)

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1	Εισαγωγή.....	1.1
1.1	Συνθήκες Λειτουργίας.....	1.1
1.2	Αριθμός Πτερυγίων.....	1.2
1.3	Τρόπος Λειτουργίας.....	1.2
1.4	Μορφολογία Αεροτομών.....	1.4
1.5	Κάτοψη Πτερυγίων.....	1.5
1.6	Περιστροφική Ταχύτητα Πτερυγίων.....	1.6
1.7	Ισχύς και Έλεγχος Βήματος.....	1.7
1.8	Εξειδικευμένα Λογισμικά Σχεδίασης Ανεμογεννητριών.....	1.8
Κεφάλαιο 2	Μεθοδολογία.....	2.1
2.1	Πλήμνη και Κέλυφος.....	2.1
2.2	Πτερύγια.....	2.7
2.3	Πτερωτή.....	2.15
Κεφάλαιο 3	Παρουσίαση Λογισμικού.....	3.1
3.1	Κεντρικό Παράθυρο.....	3.1
3.1.1	Γραμμή Επιλογών.....	3.2
3.1.2	Γραμμή Επιλογής Όψεων.....	3.3
3.1.3	Γραμμή Επιλογών Γεωμετρίας.....	3.3
3.1.4	Δέντρο Γεωμετρίας.....	3.4
3.1.5	Κουμπί Σύμμορφης Απεικόνισης.....	3.5
3.1.6	Επιφάνεια Προεπισκόπησης.....	3.5
3.2	Παράθυρα Ορισμού Κωνικών Επιφανειών.....	3.6
3.3	Παράθυρο Ορισμού Πτερυγίου.....	3.10
3.4	Παράθυρο Ορισμού Σύμμορφης Απεικόνισης.....	3.16
Κεφάλαιο 4	Πιστοποίηση Αλγορίθμου.....	4.1

4.1	Πλήμνη και Κέλυφος	4.1
4.2	Πτερύγια	4.6
Κεφάλαιο 5	Εφαρμογές.....	5.1
5.1	Ανεμογεννήτρια.....	5.1
5.2	Στρόβιλος.....	5.4
Κεφάλαιο 6	Ανακεφαλαίωση - Προτάσεις	6.1
Κεφάλαιο 7	Βιβλιογραφία.....	7.1
Κεφάλαιο 8	Παραρτήματα	8.1
Π1	Καμπύλες και Επιφάνειες Bezier, B-Splines και NURBS.....	8.2
Π1.1	Αναπαράσταση καμπυλών	8.2
Π1.2	Καμπύλες Bezier	8.4
Π1.3	Ρητές Καμπύλες Bezier	8.7
Π1.4	Καμπύλες B-Splines	8.8
Π1.5	Καμπύλες NURBS	8.13
Π1.6	Επιφάνειες NURBS	8.15
Π2	Ανάλυση Αλγορίθμου Παραγωγής Επιφανειών στο Rhinoceros	8.17
Π2.1	Αλγόριθμος Κατασκευής Κωνικών Επιφανειών	8.17
Π2.2	Αλγόριθμος Κατασκευής Πτερυγίων.....	8.18

Κεφάλαιο 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η αιολική ενέργεια αξιοποιείται ολοένα και περισσότερο στις μέρες μας καθώς είναι ανεξάντλητη και φιλική προς το περιβάλλον. Η εκμετάλλευση αυτής άρχισε με συστηματικό τρόπο στις αρχές τις δεκαετίας του '80, όταν προκλήθηκε η πρώτη πετρελαϊκή κρίση και αυξήθηκε πολύ τα τελευταία χρόνια. Η δέσμευση και χρησιμοποίηση της ενέργειας αυτής αποτελεί μία πολύ δαπανηρή διαδικασία. Η σχεδίαση και η κατασκευή μίας αποδοτικής και παράλληλα οικονομικής ανεμογεννήτριας δεν είναι εύκολη εργασία. Παρ' όλα αυτά οι σύγχρονες ανεμογεννήτριες, αξιοποιώντας τα πρόσφατα επιτεύγματα στην τεχνολογία των υλικών, στην μηχανολογία, στην ηλεκτρονική και στην αεροδυναμική, έχουν ανεβάσει σε υψηλά επίπεδα την απόδοσή τους, μειώνοντας συνεχώς το κόστος της παραγόμενης ενέργειας.

Ένα από τα πιο βασικά βήματα στην μελέτη ενός συστήματος ανεμογεννήτριας αποτελεί ο σχεδιασμός και η μελέτη των πτερυγίων αυτής. Τα πτερύγια των ανεμογεννητριών διαμορφώνονται έτσι ώστε να παράγουν τη μέγιστη ισχύ με το ελάχιστο κόστος. Για την επίτευξη αυτού, σχεδιάζονται βάσει των βέλτιστων αεροδυναμικών δυνατοτήτων, που ωστόσο μετριάζονται από οικονομικούς λόγους και λόγους αντοχής. Συγκεκριμένα, τα πτερύγια έχουν μεγαλύτερο πάχος στην βάση τους, κοντά στην πλήμνη όπου εμφανίζονται και οι μεγαλύτερες τάσεις λόγω κάμψης.

Συνεπώς, στη φάση του σχεδιασμού των πτερυγίων γίνεται συμβιβασμός μεταξύ αεροδυναμικής απόδοσης και αντοχής. Ωστόσο, η επιλογή των υλικών παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην διαδικασία, καθώς η αεροδυναμική απόδοση πέφτει όσο το πάχος των πτερυγίων αυξάνεται. Η προκαταρκτική σχεδίαση γίνεται επαναληπτικά, μέχρι να βρεθεί η «χρυσή τομή» μεταξύ αεροδυναμικής απόδοσης και αντοχής.

1.1 Συνθήκες Λειτουργίας

Η διαθέσιμη ισχύς από τον άνεμο μεταβάλλεται με τον κύβο της ταχύτητας του ανέμου [22], το οποίο σημαίνει ότι διπλάσια ταχύτητα συνεπάγεται οχταπλάσια ισχύ. Ωστόσο, για τις ακραίες περιπτώσεις όπου έχουμε ταχύτητες ανέμου κάτω των 5m/s είτε πολύ ισχυρές ριπές η ισχύς αυτή δεν μπορεί να αξιοποιηθεί. Για το λόγο αυτό η επιλογή της τοποθεσίας και εγκατάστασης των ανεμογεννητριών είναι καθοριστικής σημασίας για την απόδοσή τους. Η ιδανική τοποθεσία είναι ένα μέρος με σταθερούς ανέμους, όπου η ανεμογεννήτρια θα μπορεί να αξιοποιήσει στο έπακρο την ισχύ αυτών.

Η ταχύτητα και η κατεύθυνση του ανέμου μεταβάλλονται συνεχώς, λόγω της τύρβης, που δημιουργείται από την μορφολογία του εδάφους, αλλά και των κλιματικών αλλαγών. Οι παράγοντες αυτοί συντελούν στην δημιουργία πολλαπλών και μεταβαλλόμενων φορτίων επί των πτερυγίων. Συνεπώς, οι συνθήκες λειτουργίας των ανεμογεννητριών είναι σπάνια βέλτιστες και απαιτείται τόσο ο αεροδυναμικός σχεδιασμός όσο και η αντοχή να ανταποκρίνονται σε αυτές τις συνθήκες.

Η απορρόφηση ενέργειας από τον άνεμο έχει ως αποτέλεσμα η ταχύτητα αυτού να μειώνεται κατάντη της ανεμογεννήτριας. Το φαινόμενο αυτό οδηγεί και στην μείωση της ταχύτητας του πριν ακόμα φτάσει στα πτερύγια, μειώνοντας έτσι τη διαθέσιμη ισχύ

που μπορεί να παραληφθεί. Ακόμη, μέρος των αέριων μαζών, που κατευθυνόταν προς τα πτερύγια, εκτρέπεται λόγω του φαινομένου αυτού και μένει τελείως ανεκμετάλλευτο. Απαιτείται λοιπόν να τεθεί ένα όριο, ως προς το ποσοστό εκμετάλλευσης της ισχύος του ανέμου, προκειμένου να βρεθεί η βέλτιστη απόδοση[18]. Η προσπάθεια για δέσμευση ενέργειας πέραν αυτού του ορίου οδηγεί στα αντίθετα αποτελέσματα, καθώς η μείωση της ταχύτητας του μεταφράζεται και σε λιγότερη διαθέσιμη ισχύ. Έχει αποδειχθεί ότι το βέλτιστο ποσοστό μείωσης της ταχύτητας του ανέμου είναι στα δύο τρίτα κατάντη της ανεμογεννήτριας. Αυτό δίνει στην ανεμογεννήτρια την μέγιστη θεωρητική απόδοση του 59%. Στην πράξη τα ποσοστά απόδοσης των ανεμογεννητριών κυμαίνονται μεταξύ 40-50% [22].

1.2 Αριθμός Πτερυγίων

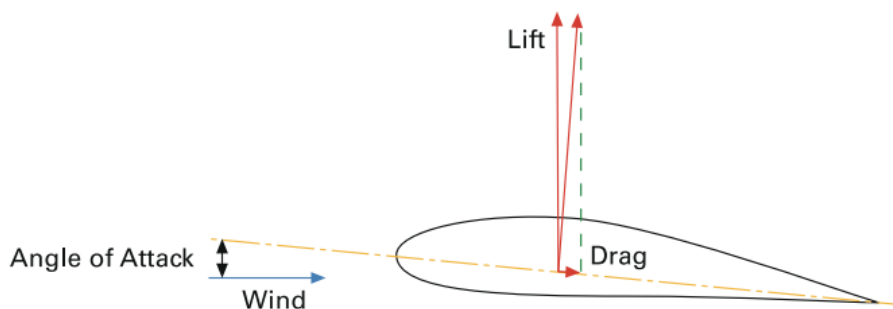
Ο καθορισμός του αριθμού των πτερυγίων μίας ανεμογεννήτριας γίνεται βάσει πολλών παραγόντων, συμπεριλαμβανομένων της αεροδυναμικής απόδοσης, του κόστους των υλικών αλλά και της αξιοπιστίας του συστήματος. Ακόμη, οι ηχητικές εκπομπές είναι καθοριστικής σημασίας για την επιλογή του αριθμού των πτερυγίων. Δεδομένου ότι τα επίπεδα ήχου μεταβάλλονται με την 5^η δύναμη της ταχύτητας περιστροφής της ανεμογεννήτριας [23], μια μικρή μεταβολή στην ταχύτητα επηρεάζει σε πολύ μεγάλο βαθμό τον εκπεμπόμενο ήχο από καθένα από τα πτερύγια.

Έχει καθιερωθεί η χρήση δύο ή τριών πτερυγίων στις ανεμογεννήτριες. Αυτό, οφείλεται στο γεγονός ότι με αύξηση των πτερυγίων αυξάνεται η αεροδυναμική απόδοση αλλά με φθίνοντα ρυθμό. Ανεμογεννήτρια δύο πτερυγίων έχει 6% μεγαλύτερη απόδοση από αυτή ενός πτερυγίου, ενώ μόλις 3% λιγότερη από αυτή τριών πτερυγίων [23]. Περαιτέρω αύξηση του αριθμού των πτερυγίων οδηγεί σε ελάχιστη αύξηση της απόδοσης και μείωση της αντοχής, λόγω της μείωσης του πάχους τους. Επιπλέον, αύξηση του αριθμού των πτερυγίων οδηγεί σε αύξηση του κόστους κατασκευής της ανεμογεννήτριας, λόγω υλικών και κόστους κατεργασίας.

Η αξιοπιστία και η αντοχή ενός συστήματος μίας ανεμογεννήτριας επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από τον αριθμό των πτερυγίων αυτής. Τα δυναμικά φορτία που δέχονται τα πτερύγια μεταφέρονται στη γεννήτρια αλλά και στον πύργο. Ειδικότερα, κατά την αλλαγή του προσανατολισμού της ανεμογεννήτριας προς την φορά του ανέμου, τα πτερύγια δέχονται ισχυρές φορτίσεις, οι οποίες ωστόσο αλληλοεξουδετερώνονται στην περίπτωση των 3 πτερυγίων, αποδίδοντας ομαλότερη λειτουργία της μηχανής.

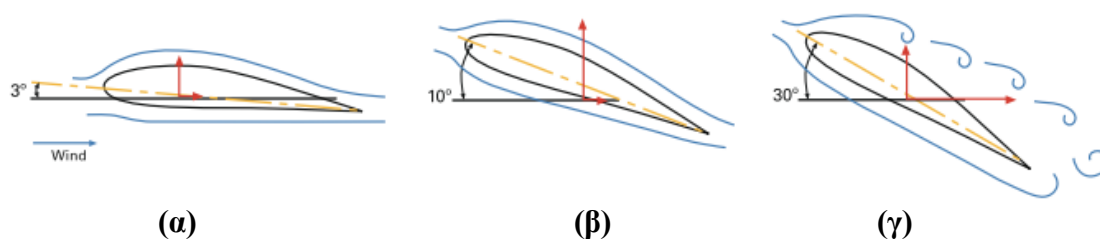
1.3 Τρόπος Λειτουργίας

Η φιλοσοφία, στην οποία στηρίζονται τα πτερύγια των ανεμογεννητριών, είναι η ίδια με αυτή των πτερύγων των αεροσκαφών. Η καμπύλη μορφή τους προκαλεί την καμπύλωση των γραμμών ροής του αέρα, το έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση της δύναμης της άνωσης, η οποία αναγκάζει το πτερύγιο να περιστραφεί.



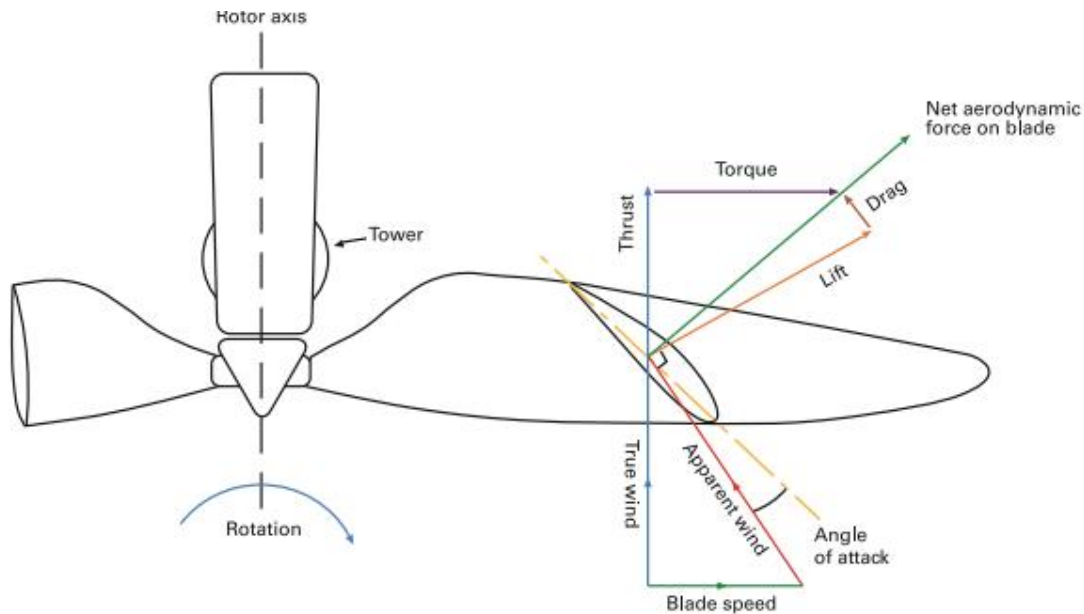
Σχήμα 1.1: Διανύσματα άνωσης και αντίστασης αεροτομής [18]

Μεγαλύτερες γωνίες πρόσπτωσης της επερχόμενης ροής, προκαλούν αύξηση της άνωσης. Ωστόσο, αυτό συμβαίνει μέχρι μία συγκεκριμένη γωνία όπου από κει και πέρα η ροή αποκολλάται (stall) και η άνωση πέφτει κατακόρυφα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μαζί με την άνωση υπάρχει και η αντίσταση (οπισθέλκουσα), η οποία επίσης αυξάνεται με την γωνία πρόσπτωσης. Για αεροτομές με βέλτιστο αεροδυναμικό σχήμα η άνωση είναι πολύ μεγαλύτερη της αντίστασης μέχρι την γωνία που εμφανίζεται η αποκόλληση. Υπάρχει συνεπώς μία βέλτιστη γωνία πρόσπτωσης, για την οποία εμφανίζεται ο μέγιστος λόγος άνωσης προς αντίσταση, ο οποίος είναι και ο επιθυμητός.



Σχήμα 1.2: Διανύσματα άνωσης και αντίστασης για 3 διαφορετικές γωνίες πρόσπτωσης (α) 3° , (β) 10° , (γ) 30° [18]

Όπως φαίνεται από το Σχήμα 1.1 η κατεύθυνση της αντίστασης είναι παράλληλη της ροής, το οποίο φαινομενικά δεν επηρεάζει την ταχύτητα περιστροφής του πτερυγίου. Ωστόσο, η ίδια η περιστροφή αυτού έχει ως αποτέλεσμα να μεταβάλλονται οι γωνίες πρόσπτωσης. Οι γωνίες που αντιλαμβάνεται ένας παρατηρητής κινούμενος με το πτερύγιο οδηγούν σε μείωση της άνωσης και αύξηση της αντίστασης, προκαλώντας έτσι μείωση της ταχύτητας περιστροφής. Στο Σχήμα 1.3 φαίνεται πώς μεταβάλλονται οι γωνίες πρόσπτωσης λόγω της περιστροφής των πτερυγίων. Για να επιτευχθούν επομένως, οι επιθυμητές γωνίες απαιτείται περαιτέρω στροφή του πτερυγίου.



Σχήμα 1.3: Φαινομενικές και πραγματικές γωνίες πρόσπτωσης [18]

Όπως παρατηρείται από το σχήμα 1.3 οι πραγματικές γωνίες πρόσπτωσης του ανέμου εξαρτώνται από την ταχύτητα του πτερυγίου. Δεδομένου ότι η ταχύτητα του στην άκρη είναι μεγαλύτερη απ' ό τι στην βάση του, θα πρέπει να υπάρχει μία συστροφή στο πτερύγιο κατά μήκος αυτού, προκειμένου να επιτευχθούν οι επιθυμητές γωνίες. Η συστροφή η οποία εφαρμόζεται είναι της τάξης των 10^0 - 20^0 από την βάση μέχρι την άκρη του [18].

1.4 Μορφολογία Αεροτομών

Οι αεροτομές, από τις οποίες κατασκευάζονται τα πτερύγια των ανεμογεννητριών, βασίζονται συνήθως στις πρότυπες αεροτομές τύπου NACA. Για να επιτευχθεί ο μέγιστος δυνατός λόγος άνωσης προς αντίσταση απαιτούνται λεπτές αεροτομές, όπου το πάχος τους δεν ξεπερνά το 10-15% του μήκους της χορδής τους [22]. Ωστόσο τόσο λεπτές πτερυγώσεις είναι αδύνατο να αντέξουν στα δυναμικά φορτία, τα οποία εφαρμόζονται πάνω τους. Αυτή η απαίτηση οδηγεί στην κατασκευή πτερυγίων μεγαλύτερου πάχους, ειδικά κοντά στην βάση τους όπου και οι καμπτικές τάσεις είναι μεγαλύτερες. Το θετικό στοιχείο είναι ότι η ταχύτητα περιστροφής των πτερυγίων στο σημείο αυτό είναι μικρότερη και επομένως η απώλεια λόγω μικρότερης αεροδυναμικής απόδοσης δεν παίζει τόσο σημαντικό ρόλο, όσο θα έπαιζε στην περίπτωση αεροτομής μεγάλου πάχους στο άκρο του πτερυγίου.

Το πάχος των πτερυγίων δεν θα πρέπει να αυξάνεται υπερβολικά συγκριτικά με τη χορδή του, καθώς αυτό μπορεί να οδηγήσει σε αποκόλληση της ροής, με αποτέλεσμα την δραματική αύξηση της αντίστασης. Για να αποφευχθεί η δημιουργία αεροτομών με πολύ μεγάλο πάχος, οι σχεδιαστές έχουν υιοθετήσει μια πρότυπη διατομή ("flatback" airfoil) [18]. Αυτή είναι είτε μία πρότυπη αεροτομή στην οποία είτε έχει αυξηθεί το πάχος κατά πολύ στην ακμή εκφυγής είτε μία αεροτομή μεγαλύτερου μήκους, η οποία έχει περικοπεί (Σχήμα 1.4). Η αντίσταση που έχει μία τέτοια διατομή είναι μικρότερη συγκριτικά με μία κυκλική, ωστόσο αυξάνει κατά πολύ τα επίπεδα του εκπεμπόμενου ήχου.



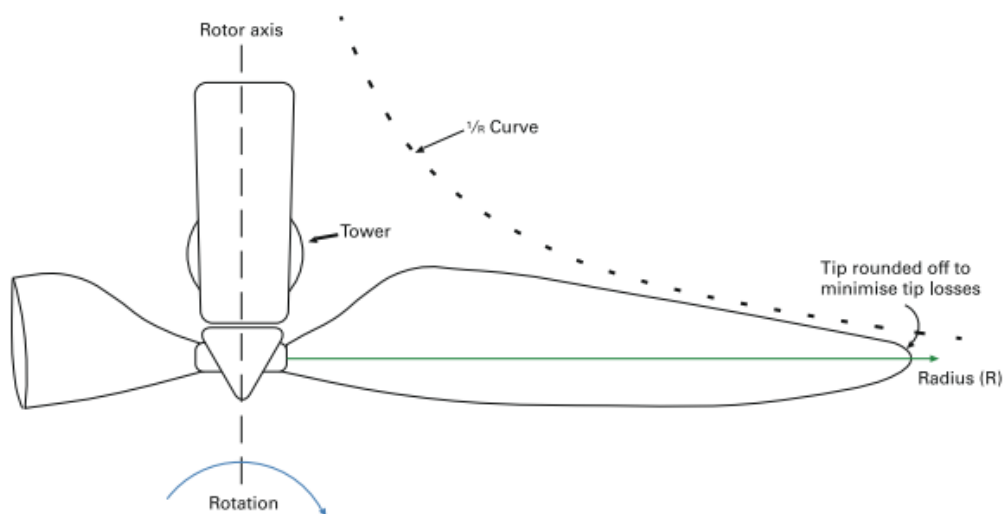
Σχήμα 1.4: Μορφολογία διατομής “flatback” [18]

Με την ανάπτυξη της τεχνολογίας των υλικών σήμερα είναι δυνατό να κατασκευαστούν πτερύγια υψηλής αντοχής και δυσκαμψίας με μικρό πάχος. Ωστόσο, το κόστος αυτών αυξάνει εκθετικά, γι’ αυτό και θα πρέπει να βρεθεί η χρυσή τομή μεταξύ αντοχής, αεροδυναμικής απόδοσης και κόστους.

1.5 Κάτοψη Πτερυγίων

Κατά μήκος του πτερυγίου η μορφολογία του διαμορφώνεται έτσι ώστε να επιβραδύνει τον άνεμο ομαλά. Αυτό εξασφαλίζει ότι δεν θα υπάρχουν τμήματα στο πτερύγιο τα οποία προκαλούν απότομη επιβράδυνση της ταχύτητας του ανέμου με αποτέλεσμα την δημιουργία τύρβης, αλλά ούτε και τμήματα τα οποία δεν επιβραδύνουν αρκετά τον άνεμο, αφήνοντας αέριες μάζες να τα διαπερνούν ανεκμετάλλευτες.

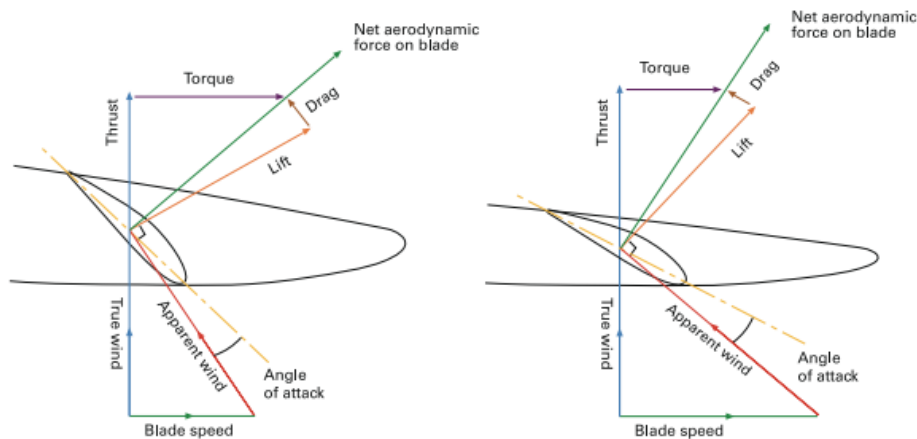
Η αυξημένη ταχύτητα περιστροφής, που εμφανίζεται στην άκρη ενός πτερυγίου, έχει ως αποτέλεσμα να μεταφέρει μεγαλύτερες μάζες αέρα και επομένως απαιτείται μεγαλύτερη άνωση για την επιβράδυνσή τους. Ωστόσο, λόγω του ότι η άνωση εξαρτάται από το τετράγωνο της ταχύτητας, η απαίτηση αυτή καλύπτεται από την αυξημένη ταχύτητα περιστροφής. Η βέλτιστη μορφολογία του πτερυγίου, η οποία καλύπτει της ανάγκες σε άνωση είναι η κωνική. Προσεγγιστικά, θα πρέπει η χορδή σε κάθε θέση να είναι αντιστρόφως ανάλογη της ακτίνας. Επομένως, αν η χορδή είναι 2m σε μία ακτίνα 10 m, θα πρέπει να αυξηθεί στα 10m σε μία ακτίνα 1m. Η σχέση αυτή δεν ισχύει στις περιοχές κοντά στην βάση και στο ακροπτερύγιο, όπου οι απώλειες επηρεάζουν σημαντικά την μορφολογία [18].



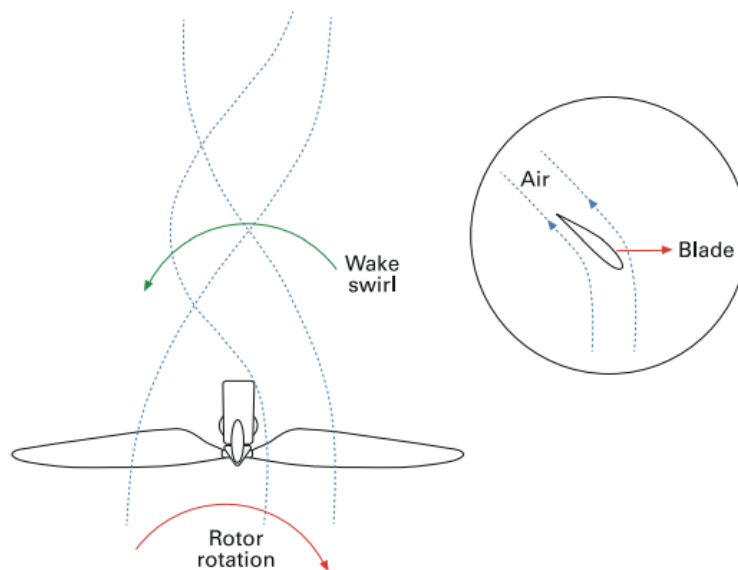
Σχήμα 1.5: Μορφολογία κάτοψης αεροτομής [18]

1.6 Περιστροφική Ταχύτητα Πτερυγίων

Η περιστροφική ταχύτητα των πτερυγίων είναι καθοριστικής σημασίας για τον σχεδιασμό τους. Το μέγεθος, το οποίο την καθορίζει, ονομάζεται λόγος ταχύτητας ακροπτερυγίου (tip speed ratio) και ορίζεται ως ο λόγος της ταχύτητας του ακροπτερυγίου προς την ταχύτητα της ελεύθερης ροής. Υψηλές τιμές του λόγου αυτού μεταφράζονται σε υψηλές τιμές του λόγου άνωσης προς αντίσταση. Αν και θα επιθυμούσαμε χαμηλότερες ταχύτητες περιστροφής αυτό δεν είναι αεροδυναμικά αποδοτικό, γεγονός το οποίο οφείλεται σε δύο βασικούς παράγοντες. Πρώτον, η άνωση δημιουργεί ροπή στα πτερύγια, η οποία έχει αντίθετη φορά από την φορά περιστροφής τους. Το φαινόμενο αυτό προκαλεί στροβιλισμούς στον αέρα κατάντη της ανεμογεννήτριας, το οποίο μεταφράζεται ως ποσοστό ισχύος που δεν παραλήφθηκε. Όσο μεγαλύτερη είναι η ροπή που αναπτύσσεται, τόσο εντονότερο είναι και το φαινόμενο του στροβιλισμού. Όμως, για να δεσμευθεί το ίδιο ποσοστό ισχύος με χαμηλότερο λόγο ταχύτητας ακροπτερυγίου απαιτείται μεγαλύτερη ροπή και κατά συνέπεια υψηλότερες απώλειες [18].



Σχήμα 1.6: Επίδραση της ταχύτητας περιστροφής στην παραγόμενη ροπή [18]



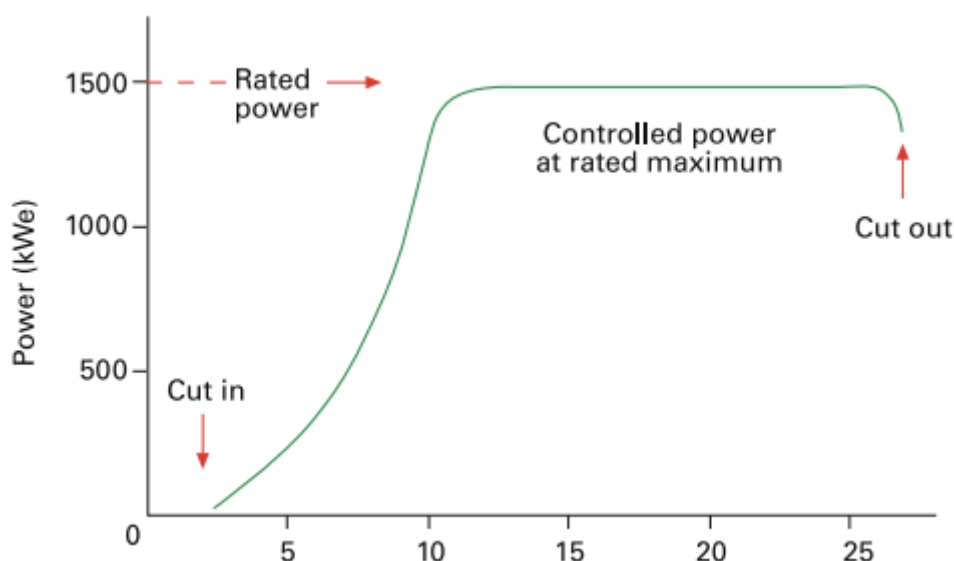
Σχήμα 1.7: Φαινόμενο στροβιλισμού [18]

Ο δεύτερος παράγοντας, που επηρεάζει την αεροδυναμική απόδοση σε χαμηλές τιμές του λόγου ταχύτητας ακροπτερυγίου, είναι οι απώλειες του ακροπτερυγίου. Το φαινόμενο αυτό εμφανίζεται στην άκρη της πτέρυγας όταν ο αέρας διαφεύγει από την πλευρά υπερίσσης προς την πλευρά υποπίεσης. Δεδομένου ότι η ισχύς προκύπτει ως το γινόμενο της δύναμης επί την ταχύτητα, για να παραχθεί το ίδιο ποσοστό ισχύος από ανεμογεννήτριες με χαμηλό λόγο ταχύτητας ακροπτερυγίου, τα πτερύγια θα πρέπει να αναπτύσσουν μεγαλύτερη άνωση. Για την επίτευξη αυτού, η επιφάνεια των πτερυγίων θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη, το οποίο μεταφράζεται σε μεγαλύτερες απώλειες ακροπτερυγίου.

Οι παραπάνω λόγοι έχουν ωθήσει τους σχεδιαστές στην κατασκευή πτερυγίων με λόγους ταχύτητας ακροπτερυγίου της τάξης του 7-10 έτσι ώστε για την θεωρητική ταχύτητα του ανέμου (12-15 m/s) η περιστροφική ταχύτητα να είναι περίπου στα 120m/s [22]. Ωστόσο, η απόλυτη ταχύτητα του ακροπτερυγίου δεν μπορεί να αυξηθεί υπέρμετρα, καθώς οι ηχητικές εκπομπές αυξάνονται δραματικά με την ταχύτητά του.

1.7 Ισχύς και Έλεγχος Βήματος

Μία ανεμογεννήτρια είναι επιθυμητό να απορρόφα όσο το δυνατόν περισσότερη ισχύ από τον άνεμο. Ωστόσο, σε περίπτωση ισχυρών ανέμων, η απορροφημένη ισχύς μπορεί να ξεπερνά την ονομαστική και θα πρέπει να περιοριστεί, για να μην καταστραφεί η γεννήτρια.



Σχήμα 1.8: Καμπύλη ισχύος γεννήτριας συναρτήσει της ταχύτητας του ανέμου [22]

Αυτό μπορεί να επιτευχθεί μόνο με έλεγχο της στροφής του πτερυγίου, το οποίο ονομάζεται και βήμα της πτερύγωσης. Με τον έλεγχο του βήματος είναι εφικτή η αλλαγή των γωνιών πρόσπτωσης, έτσι ώστε να επιτυγχάνονται οι βέλτιστες γωνίες για μέγιστη απορρόφηση ισχύος σε διάφορες ταχύτητες ανέμου, αλλά και η τεχνητή αποκόλληση της ροής σε περιπτώσεις πολύ ισχυρών ανέμων. Με τον έλεγχο του βήματος τα πτερύγια είναι δυνατό να στρέφονται έτσι ώστε η ταχύτητα του ανέμου που δέχονται να είναι κοντά στην θεωρητική της τιμή. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να λειτουργούν βέλτιστα κοντά στο σημείο σχεδίασης τους [22].

1.8 Εξειδικευμένα Λογισμικά Σχεδίασης Ανεμογεννητριών

Στις παραπάνω παραγράφους παρουσιάστηκαν τα χαρακτηριστικά που απαιτείται να έχουν τα πτερύγια των ανεμογεννητριών. Η πολυπλοκότητά τους αποδεικνύει την ανάγκη δημιουργίας εξειδικευμένων λογισμικών για την σχεδίαση τους. Στην παρούσα εργασία γίνεται μία προσπάθεια ανάπτυξης ενός λογισμικού ικανού να σχεδιάσει παραμετρικά τριδιάστατα πτερύγια μέσω φυσικών παραμέτρων, στοιχείο που διευκολύνει την σχεδίαση αλλά επιταχύνει και πολύ την διαδικασία. Ο παραμετρικός σχεδιασμός επιτρέπει στον χρήστη να μεταβάλλει την τελική γεωμετρία, με εύκολο και γρήγορο τρόπο, προκειμένου να καταλήξει στο επιθυμητό αποτέλεσμα.

Στην πλειοψηφία τους τα λογισμικά που ειδικεύονται στον σχεδιασμό πτερυγίων, ακαδημαϊκά και εμπορικά, βασίζονται στην θεωρία των αεροτομών για την κατασκευή των τριδιάστατων επιφανειών. Το γεγονός αυτό οφείλεται στον εύκολο ορισμό των αεροτομών, μέσω των φυσικών παραμέτρων που τις χαρακτηρίζουν, χωρίς να απαιτείται ο χρήστης να επέμβει στο πρότυπο σχήμα της αεροτομής για να τη μεταβάλει.

Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή, η παραγωγή των πτερυγίων γίνεται με παρεμβολή επιφάνειας διαμέσου ενός πλήθους διδιάστατων αεροτομών. Για τον ορισμό των αεροτομών έχουν προταθεί διάφορες προσεγγίσεις, όπου όμως στην πλειοψηφία τους χρησιμοποιούν τις ίδιες φυσικές παραμέτρους με κάποιες παραλλαγές.

Επομένως, είναι εφικτή η δημιουργία προσαρμοσμένων αεροτομών, με την χρήση ελάχιστων παραμέτρων για την μοντελοποίηση τους. Ωστόσο, η τακτική, η οποία ακολουθείται συνήθως, είναι η χρήση τυποποιημένων αεροτομών τύπου NACA, στις οποίες εφαρμόζονται τροποποιήσεις μέσω αλγορίθμων βελτιστοποίησης, για την εύρεση της βέλτιστης τοπολογίας.

Κεφάλαιο 2

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζεται η μεθοδολογία που ακολουθείται για την κατασκευή των τριδιάστατων πτερυγίων και πτερυγώσεων. Για την παραμετρική αναπαράσταση των διαφόρων γεωμετριών (πλήμνη, κέλυφος και πτερύγια) χρησιμοποιούνται καμπύλες και επιφάνειες NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines). Θεωρήθηκε σκόπιμο, να υιοθετηθεί αυτός ο τρόπος ορισμού των γεωμετρικών οντοτήτων καθώς επιτρέπει την ακριβή αναπαράσταση τους, ενώ παράλληλα προσφέρει διαισθητική και γεωμετρική απεικόνιση. Στο παράρτημα Π1 παρουσιάζεται αναλυτικά η θεωρία και ο τρόπος κατασκευής των NURBS.

Η κατασκευή των επιφανειών της πλήμνης και του κελύφους είναι μία σχετικά απλή διαδικασία, καθώς δημιουργούνται από την περιστροφή δύο γεννητριών καμπυλών. Ωστόσο, στην περίπτωση των πτερυγίων ακολουθείται μία πιο πολύπλοκη διαδικασία, καθώς απαιτείται ο ορισμός των διατομών του εκάστοτε πτερυγίου, η προσαρμογή αυτών στις επιφάνειες της πλήμνης και του κελύφους και η παραγωγή της τριδιάστατης γεωμετρίας διαμέσου αυτών των διατομών. Στην συνέχεια ακολουθούν δύο υποκεφάλαια, στα οποία γίνεται αναλυτική περιγραφή του τρόπου μοντελοποίησης των επιφανειών αυτών, καθώς και ο τρόπος μετάβασης από την διδιάστατη στην τριδιάστατη απεικόνιση.

2.1 Πλήμνη και Κέλυφος

Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, οι επιφάνειες της πλήμνης και του κελύφους ορίζονται ως επιφάνειες εκ περιστροφής γύρω από ένα άξονα συμμετρίας [17], ενώ το προφίλ της επιφάνειας καθορίζεται από μία καμπύλη NURBS. Για τον ορισμό αυτής της βασικής καμπύλης δίνεται στον χρήστη η δυνατότητα να καθορίσει είτε τα σημεία ελέγχου αυτής, είτε κάποια σημεία παρεμβολής. Ο αριθμός των σημείων αυτών, αλλά και ο βαθμός της καμπύλης, καθορίζονται ελεύθερα από τον χρήστη, με τον περιορισμό όμως ο βαθμός της καμπύλης να μην ξεπερνά το πλήθος των σημείων ελέγχου μείον ένα.

Διδιάστατη Απεικόνιση

Για να δημιουργηθούν οι τριδιάστατες επιφάνειες αρχικά ορίζεται η γεννήτρια καμπύλη στο μεσημβρινό επίπεδο. Στην περίπτωση όπου ο χρήστης επιλέξει τα σημεία που ορίζουν την καμπύλη να είναι σημεία ελέγχου, η εξίσωση αυτής δίνεται από την σχέση [16]:

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p} w_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i}, a \leq u \leq b \quad (2.1)$$

όπου τα $\{P_i\}$ είναι τα διανύσματα θέσης των σημείων ελέγχου, που σχηματίζουν το πολύγωνο ελέγχου, τα $\{w_i\}$ είναι τα αντίστοιχα βάρη και οι $\{N_{i,p}(u)\}$ είναι οι p -βαθμού βασικές συναρτήσεις, που καθορίζονται από το διάνυσμα κόμβων:

$$U = \left\{ \underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1} \right\} \quad (2.2)$$

Αν δεν οριστεί κάτι διαφορετικό, γίνεται η υπόθεση ότι $a=0$, $b=1$ και $w_i > 0$ για όλα τα i .

Στην περίπτωση όπου ο χρήστης, επιλέξει σημεία παρεμβολής για την αναπαράσταση της καμπύλης ο υπολογισμός του πολυγώνου ελέγχου αυτής γίνεται χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της παρεμβολής καμπύλης από νέφος σημείων [16].

Σύμφωνα με την μέθοδο αυτή για ένα δεδομένο νέφος σημείων στο χώρο $\{Q_k\}$, $k = 0, \dots, n$, από τα οποία θα παρεμβληθεί μία p βαθμού καμπύλη B-Spline απαιτείται η επίλυση ενός συστήματος εξισώσεων. Το σύστημα προκύπτει θέτοντας μία παράμετρο \bar{u}_k για κάθε σημείο Q_k του νέφους και διαλέγοντας το κατάλληλο διάνυσμα κόμβων $U = \{u_0, \dots, u_m\}$. Επομένως, δημιουργείται ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων $(n+1) \times (n+1)$, δεδομένου ότι η αντίστοιχη καμπύλη θα πρέπει να παρεμβάλλει τα σημεία Q_k για τις τιμές \bar{u}_k :

$$Q_k = C(\bar{u}_k) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\bar{u}_k) P_i, \quad k = 0, \dots, n \quad (2.3)$$

Τα σημεία ελέγχου P_i της καμπύλης είναι οι $(n+1)$ άγνωστοι του συστήματος. Η επιλογή των \bar{u}_k και U επηρεάζει το σχήμα και την παραμετροποίηση της καμπύλης. Το μήκος της καμπύλης προσεγγίζεται από τη σχέση:

$$d = \sum_{i=0}^n |Q_k - Q_{k-1}| \quad (2.4)$$

Ενώ η παράμετρος \bar{u}_k παίρνει τις τιμές:

$$\bar{u}_0 = 0 \quad (2.5)$$

$$\bar{u}_n = 1 \quad (2.6)$$

$$\bar{u}_k = \bar{u}_{k-1} + \frac{|Q_k - Q_{k-1}|}{d}, \quad k = 1, \dots, n-1 \quad (2.7)$$

και το διάνυσμα κόμβων U υπολογίζεται από τις σχέσεις:

$$u_0 = \dots = u_p = 0 \quad (2.8)$$

$$u_{m-p} = \dots = u_m = 0 \quad (2.9)$$

$$u_{j+p} = \frac{1}{p} \sum_{i=j}^{j+p+1} \bar{u}_i, \quad j = 1, \dots, n-p \quad (2.10)$$

Το σύστημα μπορεί να λυθεί με τη μέθοδο «Gaussian elimination without pivoting», προκειμένου να υπολογιστεί το πολύγωνο ελέγχου και εν συνεχεία η καμπύλη βάσει της σχέσης (2.1).

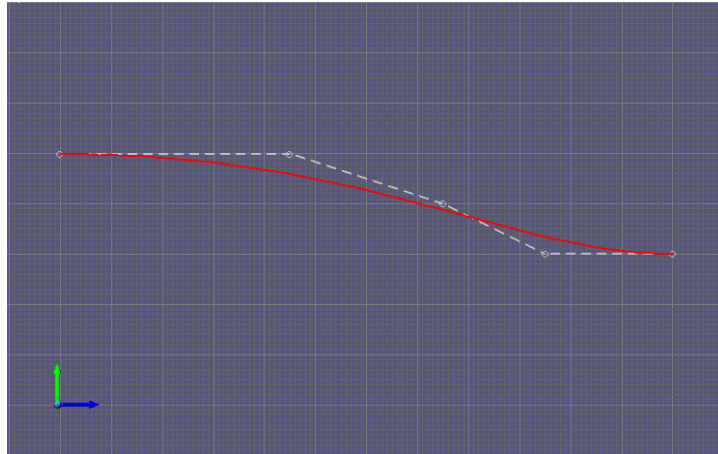
Επιπλέον των βασικών καμπυλών υπολογίζονται άλλες $N-2$ καμπύλες, όπου N ο αριθμός των διατομών του πτερυγίου, προκειμένου να γίνει η σύμμορφη απεικόνιση όλων των διατομών πάνω στις κωνικές αυτές επιφάνειες. Η σχετική θέση των καμπυλών αυτών υπολογίζεται με γραμμική παρεμβολή ανάμεσα στις δύο ακραίες καμπύλες της πλήμνης και του κελύφους σύμφωνα με τον τύπο:

$$P_{i-auxiliary} = (1 - i) * P_{i-hub} + i * P_{i-shroud} \quad (2.11)$$

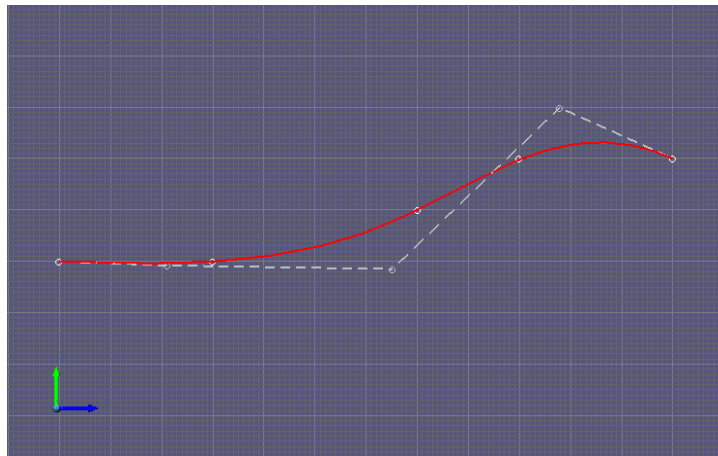
Όπου:

- $P_{i-auxiliary}$: Σημείο της i – οστής βοηθητικής καμπύλης
- i : Ποσοστιαία απόσταση της βοηθητικής καμπύλης
- P_{i-hub} : Σημείο της καμπύλης της πλήμνης
- $P_{i-shroud}$: Σημείο της καμπύλης του κελύφους

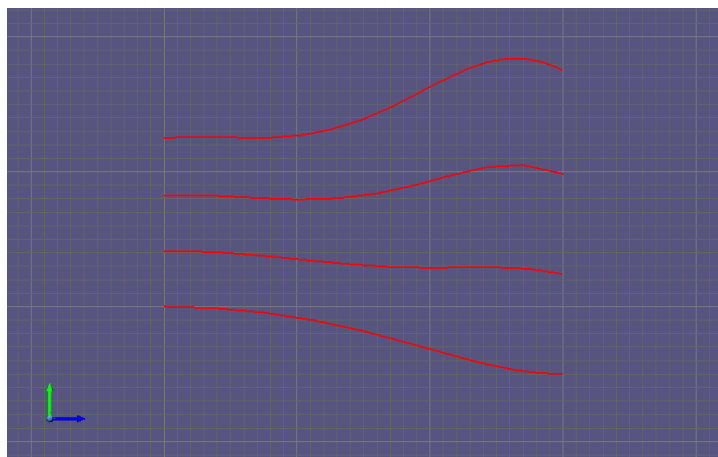
Στα Σχήματα 2.1, 2.2 και 2.3 παρουσιάζονται οι γεννήτριες καμπύλες της πλήμνης και του κελύφους καθώς επίσης και οι βοηθητικές καμπύλες στην περίπτωση όπου το πτερύγιο καθορίζεται από 4 διατομές, οπότε και υπολογίζονται επιπλέον 2 βοηθητικές καμπύλες, οι οποίες βρίσκονται στο 35% και στο 70% μεταξύ των ακραίων καμπυλών.



Σχήμα 2.1: Γεννήτρια καμπύλη πλήμνης και πολύγωνο ελέγχου



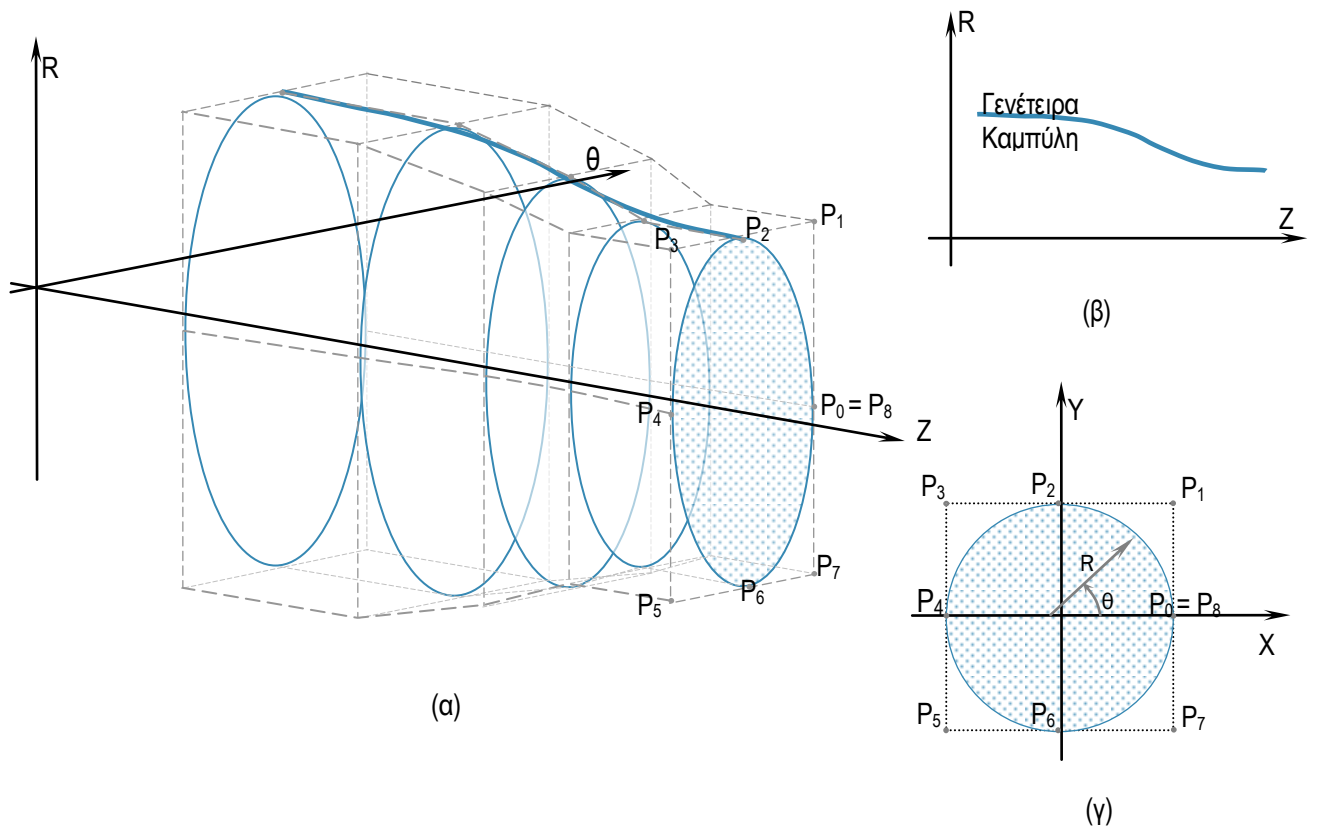
Σχήμα 2.2: Γεννήτρια καμπύλη κελύφους, σημεία παρεμβολής και πολύγωνο ελέγχου



Σχήμα 2.3: Γεννήτριες καμπύλες πλήμνης και κελύφους μαζί με βοηθητικές καμπύλες

Τριδιάστατη Απεικόνιση

Αφού ολοκληρωθεί η διδιάστατη απεικόνιση γίνεται περιστροφή των καμπυλών που κατασκευάστηκαν, γύρω από τον άξονα z , προκειμένου να δημιουργηθεί η τριδιάστατη επιφάνεια. Για να επιτευχθεί αυτό δημιουργούνται επιπλέον τόσα πολύγωνα ελέγχου όσα είναι και τα σημεία ελέγχου της καμπύλης. Καθένα από αυτά τα πολύγωνα αποτελείται από 9 σημεία ελέγχου, τα οποία βρίσκονται στις κορυφές και στα μέσα των ακμών ενός τετραγώνου, με κέντρο τον άξονα της μηχανής. Το πρώτο και το τελευταίο σημείο ελέγχου του εκάστοτε πολυγώνου αποτελεί και σημείο ελέγχου της γεννήτριας καμπύλης. Στο Σχήμα 2.4 παρουσιάζεται η διαδικασία κατασκευής των κωνικών επιφανειών.



Σχήμα 2.4: Δημιουργία περιστρεφόμενης επιφάνειας. (α) Τα σημεία ελέγχου της γενέτειρας καμπύλης στρέφονται γύρω από τον άξονα περιστροφής z δημιουργώντας κύκλους (β) Η μεσημβρινή καμπύλη της πλήμνης που περιστρέφεται. (γ) Τα σημεία ελέγχου ενός κύκλου, P_0 είναι τα σημεία ελέγχου της γεννήτριας καμπύλης [1]

Σύμφωνα με την παραπάνω διαδικασία, προκύπτει ότι οι συντεταγμένες των σημείων ελέγχου των πολυγώνων δίνονται από την σχέση:

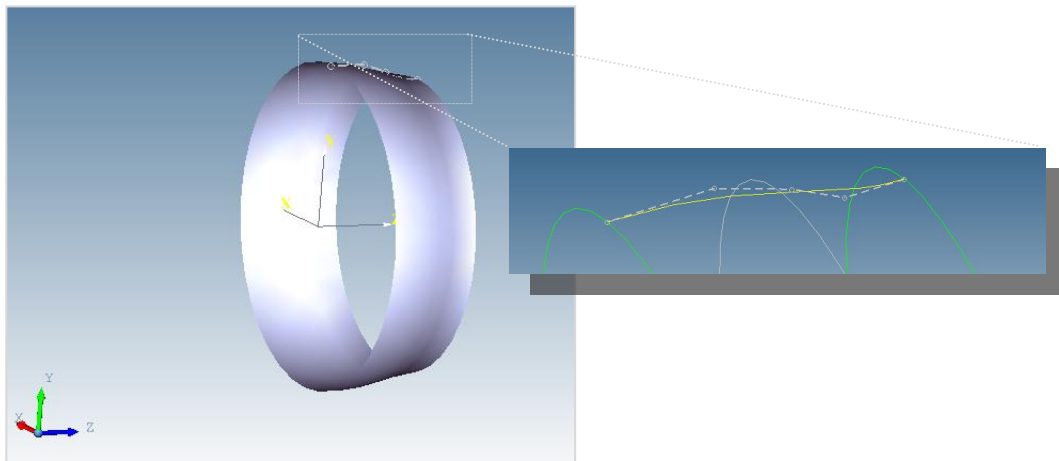
$$\{P_i\} = \left\{ (R_i, 0, Z_i), (R_i, R_i, Z_i), (0, R_i, Z_i), (-R_i, R_i, Z_i), (-R_i, 0, Z_i), \right. \\ \left. (-R_i, -R_i, Z_i), (0, -R_i, Z_i), (R_i, -R_i, Z_i), (R_i, R_i, Z_i) \right\} \quad (2.12)$$

ενώ τα αντίστοιχα βάρη και το διάνυσμα κόμβων από τις σχέσεις:

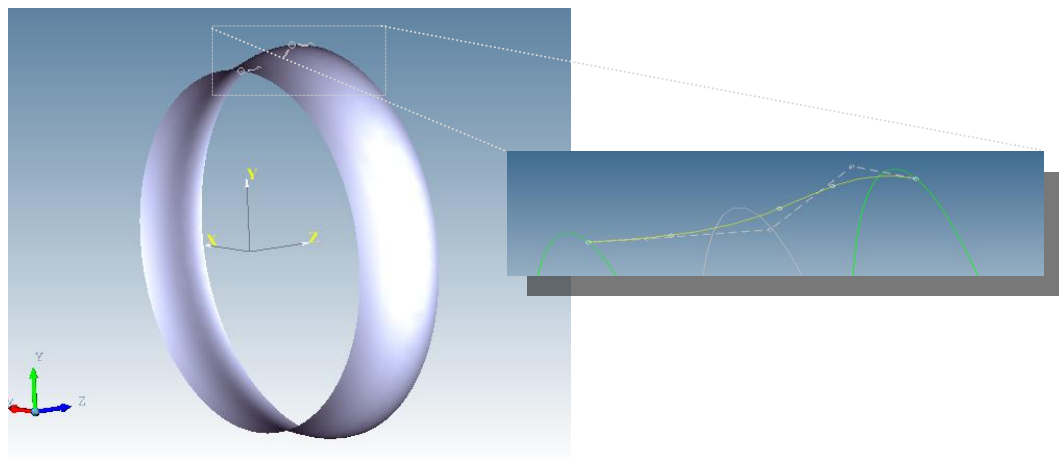
$$\{w_i\} = \left\{1, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right\} \quad (2.13)$$

$$U = \left\{0, 0, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 1, 1, 1\right\} \quad (2.14)$$

Το σύνολο των σημείων που προκύπτουν από την παραπάνω διαδικασία αποτελούν και τα πολύγωνα ελέγχου των επιφανειών της πλήμνης και του κελύφους. Στα Σχήματα 2.5 και 2.6 παρουσιάζονται οι τριδιάστατες επιφάνειες και τα πολύγωνα ελέγχου μίας πλήμνης και ενός κελύφους.



Σχήμα 2.5: Επιφάνεια και πολύγωνο ελέγχου της πλήμνης



Σχήμα 2.6: Επιφάνεια και πολύγωνο ελέγχου του κελύφους

2.2 Πτερύγια

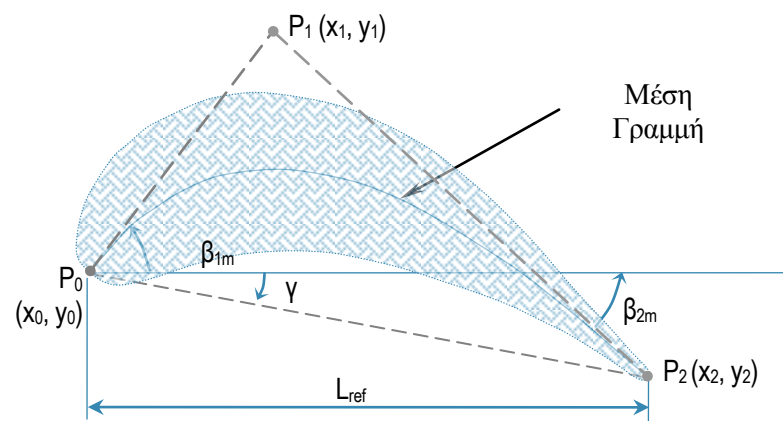
Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, για την κατασκευή ενός πτερυγίου απαιτείται αρχικά ο καθορισμός των διατομών του στο επίπεδο. Το λογισμικό, στην παρούσα μορφή του, παρέχει τη δυνατότητα στον χρήστη να σχεδιάσει τα πτερύγια είτε καθορίζοντας κάποιες φυσικές παραμέτρους, όπως είναι η γραμμή κυρτότητας και το πάχος της διατομής, είτε παρεμβάλλοντας μία επιφάνεια από ένα νέφος σημείων στο χώρο.

Λιδιάστατη Απεικόνιση

1^η Μέθοδος Σχεδίασης – Χρήση Γεωμετρικών Δεδομένων

Σύμφωνα με την πρώτη μέθοδο σχεδίασης των πτερυγίων, η αεροτομή αποτελείται από την σύνθεση δύο γεωμετρικών δεδομένων, μίας καμπύλης γραμμής, η οποία ονομάζεται γραμμή κυρτότητας και μίας κατανομής πάχους της αεροτομής. Όταν η κατανομή πάχους διαταχθεί κατά μήκος και εκατέρωθεν της μέσης γραμμής, τότε προκύπτει και το τελικό σχήμα της αεροτομής.

Η μέση γραμμή κυρτότητας περιγράφεται από μία καμπύλη NURBS 2^{ου} βαθμού, με 3 σημεία ελέγχου, P_i , όπου $i = 0, 1, 2$. Το αρχικό σημείο ελέγχου P_0 της μέσης γραμμής συμπίπτει με το σημείο προσβολής της διατομής του πτερυγίου, ενώ το τελικό σημείο P_2 συμπίπτει με το σημείο εκφυγής. Το πολύγωνο ελέγχου κάθε ανοικτής NURBS καμπύλης εφάπτεται στα άκρα της, επομένως η θέση του μεσαίου σημείου P_1 είναι το σημείο τομής των 2 ευθειών που περνάνε από τα σημεία προσβολής και εκφυγής και σχηματίζουν γωνίες β_{1m} και β_{2m} με την αξονική διεύθυνση, αντίστοιχα. Συνεπώς, ορίζοντας τις γωνίες του πτερυγίου (β_{1m} , β_{2m}) και χρησιμοποιώντας την αξονική χορδή (L_{ref}) και τη γωνία κλίσης (γ) υπολογίζονται οι θέσεις των P_1 και P_2 συναρτήσει του P_0 , όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.7.



Σχήμα 2.7: Διατομή πτερυγίου και σχεδιαστικές παράμετροι (β_{1m} , β_{2m} , γ , L_{ref}) [1]

Ο τρόπος αυτός ορισμού των κατασκευαστικών στοιχείων της αεροτομής, προσφέρει διαισθητική αναπαράσταση και φυσική σημασία στην κατασκευή της διατομής του πτερυγίου.

Για τον υπολογισμό του πολυγώνου ελέγχου της μέσης γραμμής, ο χρήστης ορίζει τις συντεταγμένες του σημείου προσβολής, ενώ οι συντεταγμένες των υπολοίπων δύο σημείων δίνονται από τις σχέσεις:

$$y_2 = y_0 + L_{ref} \tan \gamma \quad (2.15)$$

$$x_2 = x_0 + L_{ref} \quad (2.16)$$

$$y_1 = \frac{(y_2 - L_{ref} \tan \beta_{1m})}{\left(1 - \frac{\tan \beta_{2m}}{\tan \beta_{1m}}\right)} \quad (2.17)$$

$$x_1 = \frac{y_1}{\tan \beta_{1m}} \quad (2.18)$$

Ωστόσο, στις περιπτώσεις ιδιομορφίας, όπου $\beta_{1m} = 0$ και $\beta_{2m} \neq 0$ οι συντεταγμένες των σημείων ελέγχου προκύπτουν από τις σχέσεις:

$$y_2 = y_0 + L_{ref} \tan \gamma \quad (2.19)$$

$$x_2 = x_0 + L_{ref} \quad (2.20)$$

$$y_1 = y_0 \quad (2.21)$$

$$x_1 = \frac{y_1}{\tan \beta_{2m}} \quad (2.22)$$

Ενώ στην περίπτωση όπου $\beta_{1m} = \beta_{2m} = \gamma$ έχουμε:

$$y_2 = y_0 + L_{ref} \tan \gamma \quad (2.23)$$

$$x_2 = x_0 + L_{ref} \quad (2.24)$$

$$y_1 = \frac{y_0 + y_2}{2} \quad (2.25)$$

$$x_1 = \frac{x_0 + x_2}{2} \quad (2.26)$$

Αφού υπολογιστεί το πολύγωνο ελέγχου, μπορεί πλέον να καθοριστεί η καμπύλη NURBS, που ορίζει τη μέση γραμμή κυρτότητας μέσω της σχέσης (2.1). Στη συνέχεια, για την αναπαράσταση της αεροτομής, σχεδιάζεται μία καμπύλη NURBS 3^{ου} βαθμού (τουλάχιστον), η οποία «χτίζεται» γύρω από την μέση γραμμή, σύμφωνα με την κατανομή πάχους που παρέχει ο χρήστης, μέσω ενός αρχείου κειμένου. Για τη δημιουργία αυτής της κλειστής επιφάνειας πρέπει το πρώτο σημείο ελέγχου της καμπύλης να συμπίπτει με το τελευταίο στο σημείο εκφυγής, ενώ ένα σημείο ελέγχου πρέπει να βρίσκεται πάντα στο σημείο προσβολής της διατομής του πτερυγίου. Οι συντεταγμένες των υπολοίπων σημείων υπολογίζονται με τη βοήθεια των κάθετων στην μέση γραμμή διανυσμάτων στις αντίστοιχες θέσεις και την κατανομή πάχους του πτερυγίου.

Η κατανομή του πάχους της αεροτομής, μπορεί να δίνεται είτε σε διαστατή, είτε σε αδιάστατη μορφή συναρτήσεως της μέσης γραμμής κυρτότητας. Συγκεκριμένα, οι πληροφορίες οι οποίες απαιτούνται είναι:

- Ο αριθμός των σημείων ελέγχου στην πλευρά υπερπίεσης n_{ps}
- Ο αριθμός των σημείων ελέγχου στην πλευρά υποπίεσης n_{ss}
- Οι θέσεις επί της μέσης γραμμής κυρτότητας για τις οποίες δίνονται τα αντίστοιχα πάχη.

Οι θέσεις για τις οποίες δίνονται τα πάχη, δίνονται ως ποσοστά της παραμέτρου u της μέσης γραμμής, ενώ τα αντίστοιχα πάχη στην περίπτωση της αδιάστατης κατανομής πάχους δίνονται ως ποσοστά του μήκους της χορδής της διατομής.

Αναλυτικά, η διαδικασία που ακολουθείται για βρεθούν οι συντεταγμένες των σημείων ελέγχου/ παρεμβολής της αεροτομής είναι η ακόλουθη:

- Αρχικά, γίνεται υπολογισμός του ανοικτού ομοιόμορφου διανύσματος κόμβων της μέσης γραμμής, το οποίο είναι πάντα το $U = \{0,0,0,1,1,1\}$, για καμπύλη 2^{ου} βαθμού με 3 σημεία ελέγχου
- Στη συνέχεια, υπολογίζεται η παράμετρος u_i από την σχέση:

$$u_i = p_i \max_u \quad (2.27)$$

για κάθε σημείο p_i της κατανομής

- Για το u_i που προέκυψε από την παραπάνω σχέση υπολογίζεται το σημείο $C(u_i)$, της μέσης γραμμής, σύμφωνα με τον τύπο ορισμού των NURBS [16]:

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p} w_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i} \quad (2.28)$$

- Ακολουθεί ο υπολογισμός της πρώτης παραγώγου της μέσης γραμμής για κάθε u_i της κατανομής σύμφωνα με την σχέση [16]

$$C^{(1)}(u_i) = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \frac{A^{(1)}(u_i) - w^{(1)}(u_i) C^{(0)}(u_i)}{w(u_i)} \quad (2.29)$$

όπου:

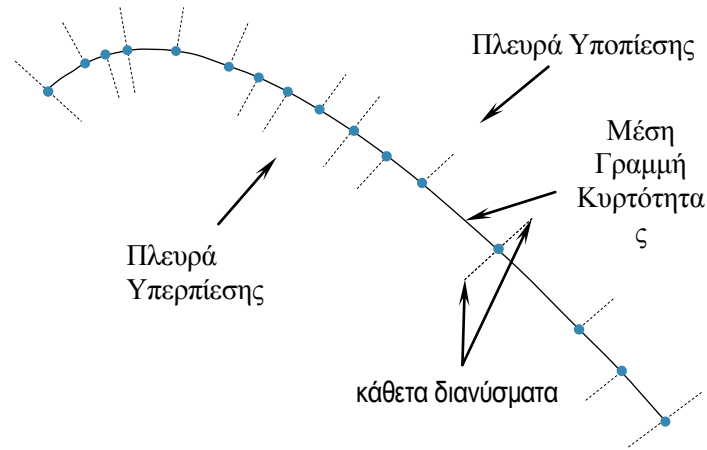
- $A^{(1)}(u_i) = \sum_{i=0}^{n-1} N_{i,p-1}(u) w_i P_i$
- $w^{(1)}(u_i) = \sum_{i=0}^{n-1} N_{i,p-1}(u)$
- $w(u_i) = \sum_{i=0}^{n-1} N_{i,p-1}(u) w_i$

- Τέλος υπολογίζονται τα κάθετα διανύσματα στις πλευρές υποπίεσης και υπερπίεσης της αεροτομής για τα σημεία που γνωρίζουμε το πάχος της, τα οποία δίνονται από τις σχέσεις

$$n = \frac{(\dot{y}, -\dot{x})}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \quad (2.30)$$

$$n = \frac{(-\dot{y}, \dot{x})}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \quad (2.31)$$

όπου (\dot{x}, \dot{y}) είναι η πρώτη παράγωγος της μέσης γραμμής στο σημείο (x, y) . Στο Σχήμα 2.8 φαίνονται οι πλευρές υποπίεσης και υπερπίεσης, καθώς και τα κάθετα διανύσματα όπως αυτά υπολογίζονται επί της μέσης γραμμής κυρτότητας.



Σχήμα 2.8: **Κάθετα διανύσματα για κάθε πλευρά της μέσης γραμμής κυρτότητας [1]**

Στη συνέχεια, για τον υπολογισμό των συντεταγμένων των σημείων, που περιγράφουν την επιφάνεια του πτερυγίου στη διαστατή κατανομή πάχους, απαιτείται απλά να πολλαπλασιαστούν τα κάθετα διανύσματα με τα αντίστοιχα πάχη.

Ωστόσο, στην αδιάστατη κατανομή πάχους δεν δίνονται πάχη (w_i) της διατομής για διάφορα σημεία (p_i) της μέσης γραμμής αλλά ποσοστά (pw_i). Τα ποσοστά αυτά εκφράζουν τα πάχη της διατομής στις θέσεις p_i της μέσης γραμμής συναρτήσει του μήκους της καμπύλης – len , συνεπώς, απαιτείται ο υπολογισμός του μήκους αυτού.

Ο σχεδιασμός κάθε μέσης γραμμής, καθώς και όλων των υπολοίπων καμπυλών, πραγματοποιείται με ευθύγραμμα τμήματα που ενώνουν N σημεία της καμπύλης. Επομένως, το μήκος len της καμπύλης της μέσης γραμμής υπολογίζεται προσεγγιστικά, αθροίζοντας τα ευθύγραμμα τμήματα από το σημείο $C(u_i=0)$ μέχρι το σημείο $C(u_i=max_u)$, δηλαδή:

$$len = \sum_{j=1}^{n-1} C(u_{j+1}) - C(u_j) \quad (2.32)$$

Όπου,

$$n = max_u / du, u_0 = 0 \text{ και } u_n = max_u$$

Έτσι, πολλαπλασιάζοντας το μήκος της μέσης γραμμής (len) με τα pw_i προκύπτουν τα πάχη w_i της διατομής, από τα οποία, με τη χρήση των κάθετων διανυσμάτων, προκύπτουν τα σημεία της διατομής το πτερυγίου.

Και στις δύο περιπτώσεις κατανομής πάχους, ανάλογα με την επιλογή του χρήστη τα σημεία που υπολογίζονται από την παραπάνω διαδικασία μπορεί να είναι είτε σημεία έλεγχου της επιφάνειας, είτε σημεία που την παρεμβάλουν (σημεία παρεμβολής). Στη δεύτερη περίπτωση υπολογίζεται το πολύγωνο έλεγχου της επιφάνειας, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της παρεμβολής καμπύλης από νέφος σημείων.

Αφού ολοκληρωθεί η κατασκευή της διατομής υπολογίζεται το κέντρο βάρους της. Σύμφωνα, με την μεθοδολογία που αναπτύχθηκε παραπάνω, ο σχεδιασμός της εκάστοτε διατομής γίνεται με ευθύγραμμα τμήματα, που ενώνουν τα N σημεία από τα οποία αποτελείται η καμπύλη, επομένως οι συντεταγμένες του κέντρου βάρους μπορούν να δοθούν από τις σχέσεις

$$X_C = \frac{1}{6A} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i + x_{i+1})(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \quad (2.33)$$

$$Y_C = \frac{1}{6A} \sum_{i=0}^{N-1} (y_i + y_{i+1})(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \quad (2.34)$$

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \quad (2.35)$$

όπου:

- X_c, Y_c : Οι συντεταγμένες του κέντρου βάρους
- x_i, y_i : οι συντεταγμένες της κορυφής i
- A : το εμβαδόν

Ακολουθώντας την παραπάνω μεθοδολογία ο χρήστης δύναται να σχεδιάσει όσες διατομές επιθυμεί για τον προσδιορισμό του τριδιάστατου πτερυγίου. Το σύνολο των διατομών μπορεί να στοιβαχθεί έχοντας ως κοινό σημείο είτε το κέντρο των διατομών, είτε την ακμή προσβολής αυτών.

2^η Μέθοδος Σχεδίασης – Παρεμβολή Επιφάνειας από Νέφος Σημείων

Σύμφωνα με την δεύτερη μέθοδο σχεδίασης των πτερυγίων, οι διατομές υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της παρεμβολής καμπύλης από νέφος σημείων. Σε πολλές περιπτώσεις δεν είναι γνωστές οι σχεδιαστικές παράμετροι των αεροτομών, που απαιτούνται για την χρήση της παραπάνω μεθόδου. Για τον λόγο αυτό και το λογισμικό παρέχει την δυνατότητα στον χρήστη να εισάγει την γεωμετρία του πτερυγίου μέσω ενός αρχείου κειμένου, σε μορφή νέφους σημείων. Συγκεκριμένα, οι πληροφορίες οι οποίες απαιτούνται είναι:

- Ο αριθμός των σημείων N
- Οι συντεταγμένες των σημείων (Z, R) στο μεσημβρινό επίπεδο

Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της παρεμβολής καμπύλης από νέφος σημείων θα προκύψουν τα πολύγωνα ελέγχου όλων των διατομών, τα οποία και θα χρησιμοποιηθούν για την τριδιάστατη απεικόνιση των πτερυγίων. Ο υπολογισμός των κέντρων βάρους των διατομών καθώς και η σχεδιάσή τους πραγματοποιούνται με τις μεθόδους που παρουσιάστηκαν παραπάνω.

Τριδιάστατη Απεικόνιση

Αφού ολοκληρωθεί η διδιάστατη απεικόνιση των διατομών του πτερυγίου δύναται να κατασκευαστεί το τριδιάστατο πτερύγιο. Το λογισμικό παρέχει πλέον τη δυνατότητα να σχεδιαστούν επίπεδα πτερύγια, στοιχείο που δεν ήταν εφικτό στην προηγούμενη έκδοσή του, καθώς επίσης και προσαρμοσμένα στις κωνικές επιφάνειες της πλήμνης και του κελύφους. Η άμεση τριδιάστατη αναπαράσταση, που παρέχεται πλέον στον χρήστη, του δίνει καλύτερη εποπτεία του τελικού σχεδίου, αλλά και μεγαλύτερη ευκολία στην εφαρμογή τροποποιήσεων.

Πτερύγια από επίπεδες αεροτομές

Για την κατασκευή των πτερυγίων από επίπεδες αεροτομές ο χρήστης πρέπει να καθορίσει την καμπύλη στοίβαξης, βάση της οποίας πραγματοποιείται η στοίβαξη των διατομών στις 3 διαστάσεις. Η καμπύλη αυτή μπορεί να οριστεί είτε ως κάποια ακτίνα, είτε ως μία τριδιάστατη καμπύλη, η οποία μπορεί να δώσει κυρτότητα στο πτερύγιο και ως προς την μεσημβρινή αλλά και ως προς την περιφερειακή κατεύθυνση. Όπως αναφέρθηκε και στη διδιάστατη απεικόνιση, η στοίβαξη των διατομών μπορεί να γίνει έχοντας ως σημείο αναφοράς είτε το κέντρο βάρους της διατομής, είτε την ακμή προσβολής.

Στη συνέχεια, οι διατομές κατανέμονται πάνω στην γραμμή στοίβαξης και, μετατρέποντας τις συντεταγμένες των διατομών σε καρτεσιανές στις 3 διαστάσεις, παράγεται η τριδιάστατη μορφή του πτερυγίου με την διαδικασία του “skinning”. Σύμφωνα με τη διαδικασία αυτή πραγματοποιείται παρεμβολή καμπυλών και στις δύο διευθύνσεις (περιφερειακή και αξονική). Ο χρήστης δίνει το βαθμό (p, q) της επιφάνειας (p στην περιμετρική διεύθυνση, q στη διαμήκη διεύθυνση). Για να πραγματοποιηθεί η διαδικασία θα πρέπει υποχρεωτικά κάθε διατομή να έχει τον ίδιο αριθμό σημείων. Αρχικά πραγματοποιείται παρεμβολή καμπυλών στην περιμετρική διεύθυνση. Οι καμπύλες που προκύπτουν είναι όσες και οι διατομές του πτερυγίου. Στην συνέχεια, στην διαμήκη διεύθυνση του πτερυγίου πραγματοποιούνται τόσες παρεμβολές όσες και ο αριθμός των σημείων που αποτελούν την κάθε διατομή. Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία, έχει δημιουργηθεί το τριδιάστατο πτερύγιο.

Σύμμορφα Πτερύγια

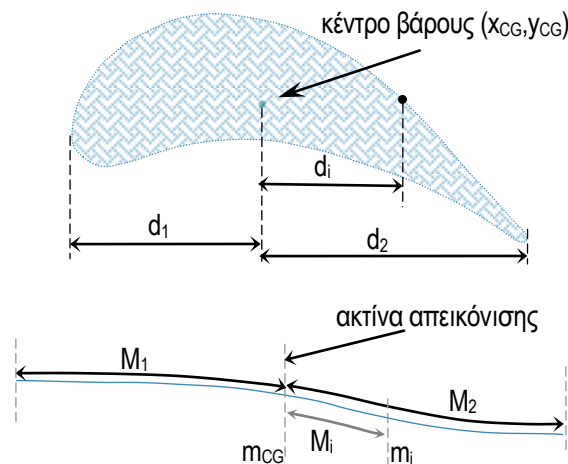
Τα σύμμορφα πτερύγια κατασκευάζονται από την προσαρμογή των αεροτομών πάνω στις αντίστοιχες κωνικές επιφάνειες της πλήμνης, του κελύφους αλλά και των βοηθητικών καμπυλών. Για τη δημιουργία της τριδιάστατης γεωμετρίας ακολουθείται η ίδια διαδικασία, που περιγράφηκε και στην περίπτωση των πτερυγίων από επίπεδες αεροτομές.

Η σύμμορφη απεικόνιση της αεροτομής πάνω στην αντίστοιχη κωνική επιφάνεια είναι η μεταφορά των σημείων της αεροτομής πάνω στην καμπύλη επιφάνεια, αντιστοιχώντας το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων της επίπεδης αεροτομής στο καμπυλόγραμμο σύστημα συντεταγμένων της κωνικής επιφάνειας. Ωστόσο, για να είναι εφικτή αυτή η μετατροπή θα πρέπει κάθε διατομή να εφάπτεται πλήρως πάνω στην αντίστοιχη κωνική επιφάνεια. Επομένως, ελέγχεται κατά πόσο το μήκος καθεμίας εκ των καμπυλών που ορίζουν τις επιφάνειες επαρκεί για την απεικόνιση της αντίστοιχης διατομής.

Συγκεκριμένα, για κάθε διατομή υπολογίζεται η απόσταση, ως προς την x -συντεταγμένη, του κέντρου βάρους της διατομής από τις ακμές προσβολής και εκφυγής. Έστω d_1 και d_2 οι δυο αποστάσεις αντίστοιχα. Για να θεωρηθεί έγκυρος ο έλεγχος θα

πρέπει να ισχύουν οι συνθήκες $d_1 \leq M_1$ και $d_2 \leq M_2$, όπου M_1 και M_2 τα μήκη από την αξονική θέση του κέντρου βάρους μέχρι τα άκρα της αντίστοιχης γενέτειρας καμπύλης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.9 Στην περίπτωση που οι συνθήκες δεν πληρούνται, ο χρήστης έχει τις εξής επιλογές:

- Να μεγαλώσει το μήκος των μεσημβρινών καμπυλών
- Να τροποποιήσει την γραμμή στοίβαξης
- Να μικρύνει τις αξονικές χορδές (L_{ref}) των διατομών



Σχήμα 2.9: Έλεγχος εγκυρότητας για την σύμμορφη απεικόνιση [1]

Ένας ακόμη έλεγχος πραγματοποιείται πριν τη σύμμορφη απεικόνιση των αεροτομών στις κωνικές επιφάνειες, ο οποίος αφορά στην περίπτωση πολυβάθμιων πτερυγώσεων. Εξετάζεται το ενδεχόμενο εάν σε δύο γειτονικές πτερυγώσεις τα πτερύγια τέμνονται μεταξύ τους και αν αυτό ισχύει προειδοποιεί τον χρήστη να μετατοπίσει ανάλογα την μία από τις δύο πτερωτές.

Στη συνέχεια, για την μεταφορά του συστήματος συντεταγμένων των αεροτομών σε κυλινδρικές, απαιτείται η αντιστοιχία μεταξύ των y -συντεταγμένων των επίπεδων διατομών με τις περιφερειακές συντεταγμένες ($u=R \cdot \theta$) των καμπύλων διατομών και μεταξύ των x -συντεταγμένων των επίπεδων διατομών με τις μεσημβρινές συντεταγμένες (m) των καμπύλων διατομών. Για να επιτευχθεί αυτό ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία:

- Θεωρούμε ως σημείο αναφοράς το κέντρο βάρους της διατομής (x_c, y_c)
- Για κάθε σημείο $i = (x_i, y_i)$ της διατομής υπολογίζουμε την απόστασή του d_i από το κέντρο βάρους της και την θέτουμε ίση με την μεσημβρινή συντεταγμένη m_i του σημείου αυτού, σύμφωνα με την σχέση:

$$m_i = d_i = x_i - x_c \quad (2.36)$$

- Υπολογίζουμε, με γραμμική παρεμβολή στην γεννήτρια καμπύλη της κωνικής επιφάνειας, την ακτίνα R_i στην οποία αντιστοιχεί η μεσημβρινή συντεταγμένη

m_i

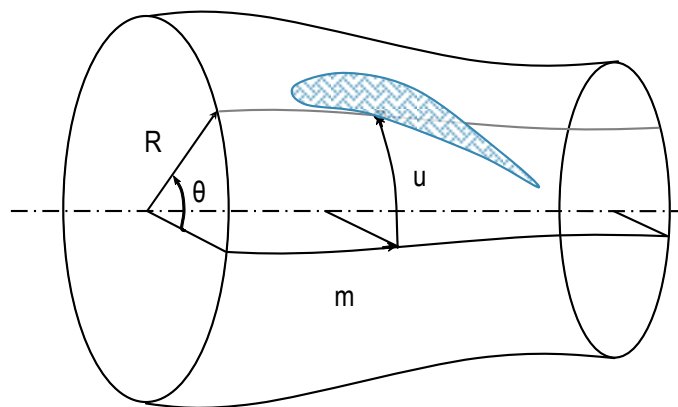
- Αντιστοιχούμε στην περιφερειακή συντεταγμένη u_i την τεταγμένη y_i

$$u_i = y_i \quad (2.37)$$

Κατά αυτόν το τρόπο προκύπτει το σημείο (m_i, u_i) , που βρίσκεται πάνω στην κωνική επιφάνεια. Δεδομένου ότι, η περιφερειακή συντεταγμένη ορίζεται ως $u_i = R_i \cdot \theta_i$, η γωνία θ_i θα δίνεται από την σχέση:

$$\theta_i = \frac{u_i}{R_i} = \frac{y_i}{R_i} \quad (2.38)$$

Στο Σχήμα 2.10 φαίνεται η σύμμορφη απεικόνιση μίας αεροτομής στην κωνική επιφάνεια και οι περιφερειακές συντεταγμένες που αντιστοιχούν σε αυτή.



Σχήμα 2.10: Σύμμορφη απεικόνιση πτερυγίου στην κωνική επιφάνεια [1]

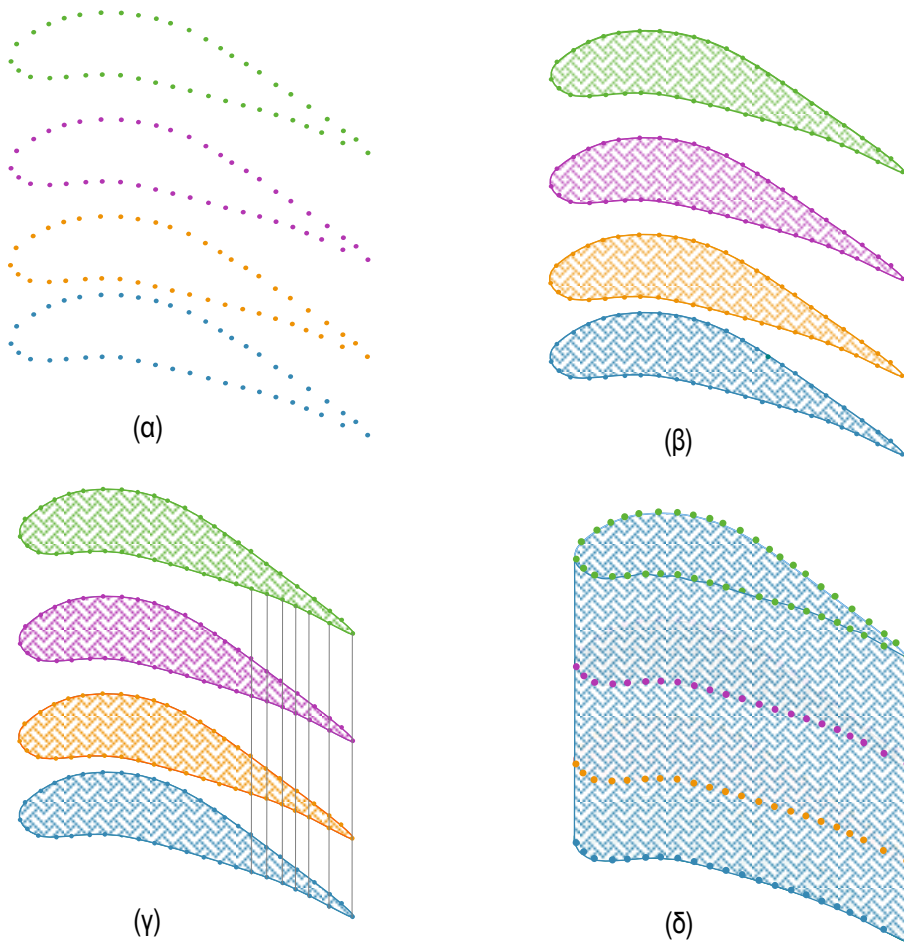
Μετατρέποντας στη συνέχεια τις κυλινδρικές συντεταγμένες σε καρτεσιανές, παράγεται η σύμμορφη αεροτομή. Οι σχέσεις για την μετατροπή των συντεταγμένων σε 3 διάστατες καρτεσιανές είναι οι ακόλουθες:

$$X_i = R_i \cos \theta_i \quad (2.39)$$

$$Y_i = R_i \sin \theta_i \quad (2.40)$$

$$Z_i = R_i \quad (2.41)$$

Η τριδιάστατη μορφή του καμπύλου πτερυγίου παράγεται, με τη διαδικασία του «skinning», όπως και στην περίπτωση των πτερυγίων από επίπεδες αεροτομές.



Σχήμα 2.11: Διαδικασία Υπολογισμού Τριδιάστατου Πτερυγίου [1]

2.3 Πτερωτή

Μετά τον καθορισμό της πλήμνης, του κελύφους και των πτερυγίων ακολουθεί ο σχεδιασμός της πτερωτής. Ο χρήστης, ορίζει τον αριθμό των πτερυγίων που επιθυμεί, καθώς και τη φορά περιστροφής της πτερωτής. Για το σχεδιασμό των επιπλέον πτερυγίων ακολουθείται η διαδικασία της περιφερειακής μεταφοράς και αντιγραφής.

Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη διαδικασία, τα σημεία ελέγχου του αρχικού πτερυγίου («πρότυπο») περιστρέφονται κατά γωνία φ γύρω από τον άξονα περιστροφής Z και τα νέα σημεία, που προκύπτουν, αποτελούν σημεία ελέγχου του δεύτερου πτερυγίου της πτερωτής. Οι θέσεις των νέων σημείων προκύπτουν από τη σχέση:

$$\bar{P}_i = Rot(Z, \varphi) \bar{P}_i \quad (2.42)$$

Όπου;

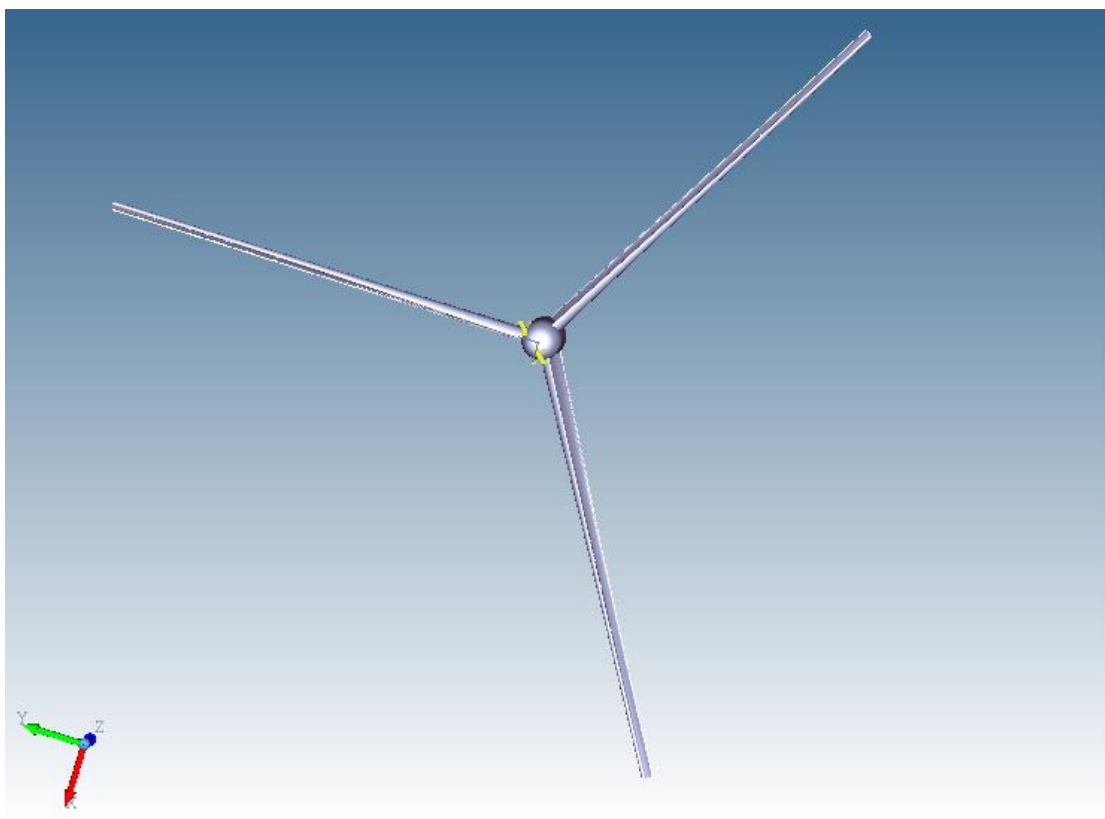
$Rot(Z, \varphi)$: Ο πίνακας περιστροφής γύρω από τον άξονα Z κατά γωνία φ :

$$Rot(Z, \varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Η γωνία περιστροφής φ είναι η γωνία μεταξύ των γραμμών στοίβαξης δύο διαδοχικών πτερυγίων και καθορίζεται εμμέσως από τον χρήστη. Ο χρήστη παρέχει στο λογισμό τον αριθμό των πτερυγίων (Q) της πτερωτής, ενώ η γωνία περιστροφής φ ορίζεται ως:

$$\varphi = \frac{360^\circ}{Q} \quad (2.44)$$

Με τον ίδιο τρόπο ορίζονται όλα τα πτερύγια της πτερύγωσης. Κάθε πτερύγιο i προκύπτει με περιστροφή του πρώτου κατά γωνία $(i-1)*\varphi$ γύρω από τον άξονα z , όπου $i = 2, \dots, Q$. Στο Σχήμα 2.12 παρουσιάζεται μία ολοκληρωμένη πτερύγωση η οποία αποτελείται από 3 πτερύγια.



Σχήμα 2.12: Ολοκληρωμένη πτερύγωση αποτελούμενη από 3 πτερύγια

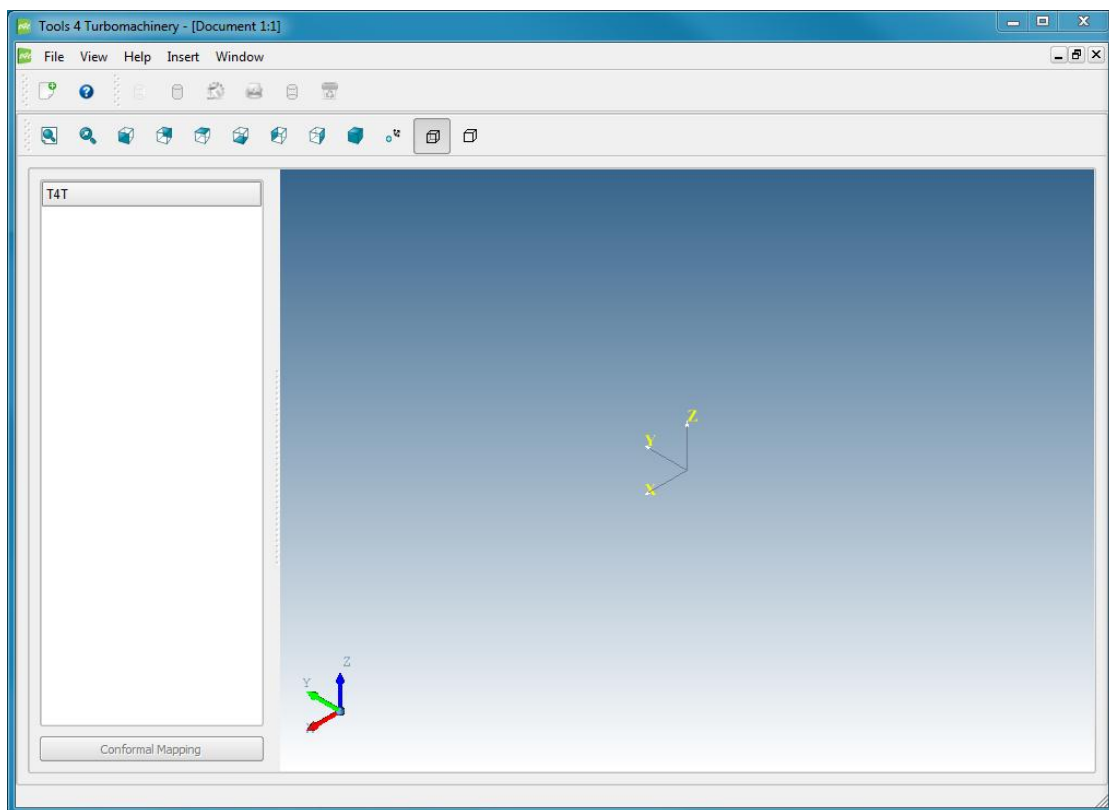
Κεφάλαιο 3

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ

Στο κεφάλαιο αυτό, γίνεται μία αναλυτική παρουσίαση του λογισμικού, που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, έτσι ώστε να εξοικειωθεί ο χρήστης με το γραφικό περιβάλλον, να παρουσιαστεί ο τρόπος λειτουργίας του, καθώς και οι δυνατότητές του.

3.1 Κεντρικό Παράθυρο

Ανοίγοντας το πρόγραμμα, εμφανίζεται το κεντρικό παράθυρο του προγράμματος, το οποίο αποτελείται από τη γραμμή των επιλογών, τη γραμμή έναρξης νέας εφαρμογής και βοήθειας και 2 γραμμές εργαλείων (τη γραμμή επιλογής των όψεων στην επιφάνεια εργασίας αλλά και μία γραμμή επιλογών για τη γεωμετρία που έχει σχεδιαστεί). Στα αριστερά του παραθύρου εμφανίζεται το δένδρο γεωμετρίας, όπου παρέχονται όλες οι πληροφορίες σχετικά με τις γεωμετρικές οντότητες που έχουν κατασκευαστεί και ακριβώς κάτω από αυτό η επιλογή για τη σύμμορφη απεικόνιση των πτερυγίων και τη δημιουργία της πτερωτής. Η μορφή του κεντρικού παραθύρου φαίνεται στο Σχήμα 3.1.

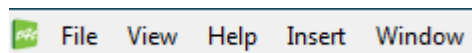


Σχήμα 3.1: Κεντρικό παράθυρο λογισμικού

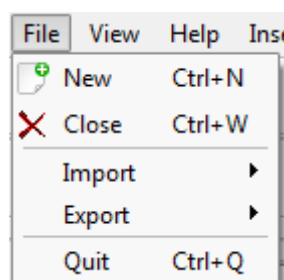
Στη συνέχεια, παρουσιάζονται όλες οι δυνατότητες που παρέχονται στον χρήστη, μέσω του κεντρικού παραθύρου, ανοίγοντας την εφαρμογή.

3.1.1 Γραμμή Επιλογών

Η γραμμή επιλογών, που εμφανίζεται στην πάνω πλευρά του παραθύρου, περιέχει τα μενού File, View, Help, Insert, Window (Σχήμα 3.2).



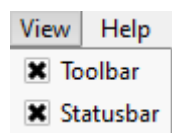
Σχήμα 3.2 Γραμμή Επιλογών



Σχήμα 3.3: Κεντρικό μενού File

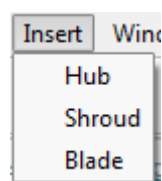
Από την επιλογή File όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.3, ο χρήστης μπορεί να επιλέξει τα ακόλουθα:

- New: Εκκίνηση νέας εφαρμογής σε νέα επιφάνεια εργασίας
- Close: Κλείσιμο της τρέχουσας εφαρμογής
- Import: Εισαγωγή αρχείου γεωμετρίας (brep, iges, step)
- Export: Εξαγωγή της γεωμετρίας που κατασκευάστηκε (σε μορφή brep, iges, step)
- Quit: Έξοδος από το λογισμικό



Σχήμα 3.4: Κεντρικό μενού View

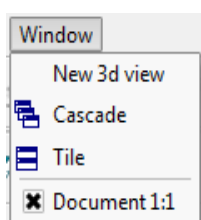
Από την επιλογή View (Σχήμα 3.4) ο χρήστης επιλέγει αν θα εμφανίζονται ή όχι η γραμμή εργαλείων και η γραμμή κατάστασης, οι οποίες θα παρουσιαστούν στην συνέχεια.



Σχήμα 3.5: Κεντρικό μενού Insert

Από τα βασικότερα μενού του λογισμικού είναι το Insert (Σχήμα 3.5). Ανάλογα με την επιλογή του χρήστη, ανοίγει και κατάλληλο παράθυρο προεπισκόπησης και σχεδίασης της πλήμνης, του κελύφους και του πτερυγίου. Ο χρήστης μπορεί να εισάγει όσα πτερύγια επιθυμεί, τα οποία

και εμφανίζονται στο δέντρο γεωμετρίας υπό την μορφή Blade.1, Blade.2,... Στην περίπτωση των κωνικών επιφανειών μπορεί να εισάγει μόνο μία πλήμνη και ένα κέλυφος. Εφόσον υπάρχει κάποια από αυτές τις δύο γεωμετρίες και ο χρήστης επιλέξει να την ξαναεισάγει, τότε η παλιά γεωμετρία αντικαθίστανται από την καινούρια.



Σχήμα 3.6: Κεντρικό μενού Window

Από το μενού Window (Σχήμα 3.6), ο χρήστης μπορεί να δημιουργήσει επιπλέον παράθυρα, έτσι ώστε να έχει παράλληλα πολλές όψεις της γεωμετρίας που κατασκευάζει, καθώς και καλύτερη εποπτεία της τελικής επιφάνειας.













3.1.2 Γραμμή Επιλογής Όψεων

Η γραμμή επιλογής όψεων αποτελεί ένα απαραίτητο εργαλείο σε ένα σχεδιαστικό πρόγραμμα, γι' αυτό και θεωρήθηκε σκόπιμο να προστεθεί ως βασική γραμμή εργαλείων στο κεντρικό παράθυρο του λογισμικού.



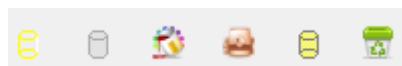
Σχήμα 3.7: Γραμμή επιλογής όψεων

Οι επιλογές που περιλαμβάνονται σε αυτήν, κατά την σειρά που εμφανίζονται στο Σχήμα 3.7, είναι:

-  Προσαρμογή της επιφάνειας προεπισκόπησης στο μέγεθος των αντικειμένων που προβάλλονται σε αυτή (Fit All).
-  Προσαρμογή της επιφάνειας προεπισκόπησης σε ένα παράθυρο που δημιουργεί ο χρήστης σε αυτή (Zoom Window)
-  Μπροστά όψη
-  Πίσω όψη
-  Άνω όψη
-  Κάτω όψη
-  Αριστερή όψη
-  Δεξιά όψη
-  Αξονοσυμμετρική όψη
-  Επιστροφή στην αρχική όψη
-  Εμφάνιση κρυφών ακμών
-  Απόκρυψη κρυφών ακμών

3.1.3 Γραμμή Επιλογών Γεωμετρίας

Στην περίπτωση που έχει επιλεγεί κάποια γεωμετρία στην επιφάνεια προεπισκόπησης, τότε ενεργοποιείται και η γραμμή επιλογών για την γεωμετρία.



Σχήμα 3.8: Γραμμή επιλογών γεωμετρίας

Αυτή περιλαμβάνει τις παρακάτω επιλογές κατά την σειρά που εμφανίζονται στο Σχήμα 3.8:

- Αναπαράσταση επιλεγμένης επιφάνειας υπό την μορφή μοντέλου σύρματος (wireframe)

- Αναπαράσταση πλήρους γεωμετρίας (shading)
- Επιλογή χρώματος
- Επιλογή υλικού
- Ποσοστό διαφάνειας επιφάνειας
- Διαγράφη επιφάνειας

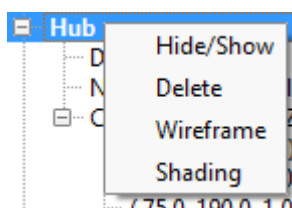
3.1.4 Δέντρο Γεωμετρίας

Στο δέντρο γεωμετρίας, που εμφανίζεται στο κεντρικό παράθυρο της εφαρμογής, αποθηκεύονται όλες οι πληροφορίες σχετικά με τις επιφάνειες που έχουν δημιουργηθεί. Μία ολοκληρωμένη περωτή, όπως αυτή παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.10, αποτελείται από την πλήμνη, το κέλυφος και τα πτερύγια.

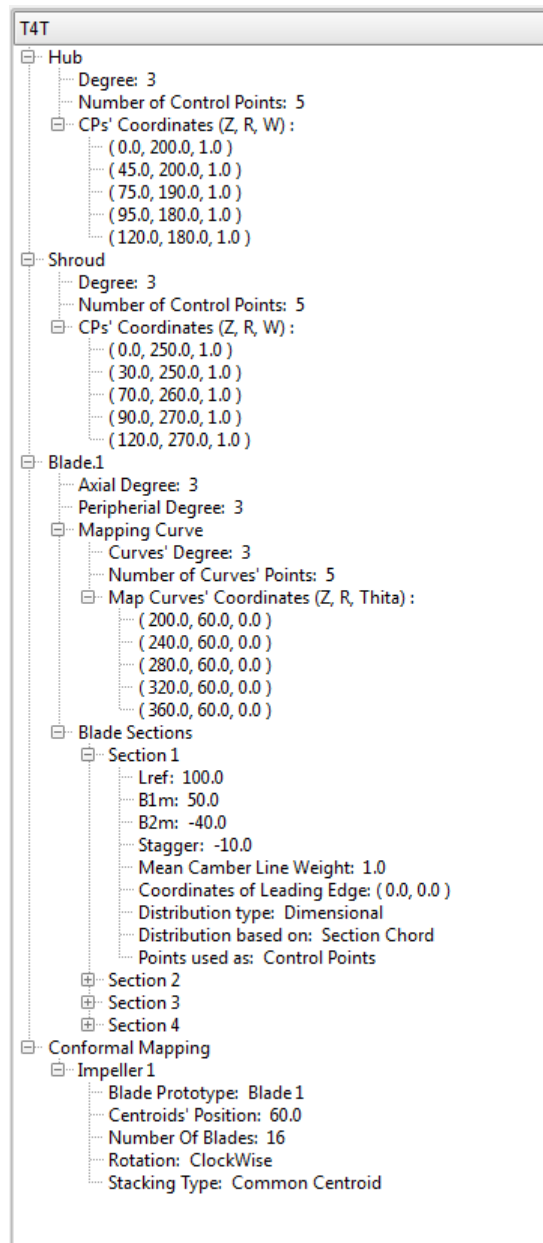
Για κάθε μία από αυτές τις γεωμετρικές οντότητες παρέχονται όλες οι πληροφορίες από τις οποίες προέκυψαν, δίνοντας την δυνατότητα στο χρήστη να τις τροποποιήσει είτε να τις διαγράψει.

Συγκεκριμένα, με διπλό κλικ πάνω στους κόμβους της πλήμνης, του κελύφους αλλά και της σύμμορφης απεικόνισης, αναδύεται το ανάλογο παράθυρο επεξεργασίας, με τα δεδομένα τα οποία έχει εισάγει ο χρήστης κατά την κατασκευή τους. Με δεξί κλικ εμφανίζεται ένα μενού (Σχήμα 3.9), με το οποίο μπορεί να:

- Εμφανίσει/αποκρύψει, την αντίστοιχη επιφάνεια.
- Διαγράψει την γεωμετρία.
- Να εμφανίσει την γεωμετρία υπο μορφή μοντέλου σύρματος.
- Να εμφανίσει την πλήρη γεωμετρία.



Σχήμα 3.9: Μενού επιλογών δέντρου



Σχήμα 3.10: Δέντρο γεωμετρίας

3.1.5 Κουμπί Σύμμορφης Απεικόνισης

Το κουμπί που εμφανίζεται κάτω από το δέντρο γεωμετρίας, το οποίο αποτελεί και το τελικό στάδιο κατά την κατασκευή μίας περύγωσης, πραγματοποιεί και τη σύμμορφη απεικόνιση των περυγίων (Σχήμα 3.11).



Σχήμα 3.11: Απενεργοποιημένο/ενεργοποιημένο κουμπί σύμμορφης απεικόνισης

Αυτό είναι απενεργοποιημένο, μέχρις ότου κατασκευαστούν οι γεωμετρίες της πλήμνης, του κελύφους και τουλάχιστον ένα περύγιο. Με την εφαρμογή του ανοίγει και ένα νέο παράθυρο, στο οποίο ο χρήστης δύναται να μεταβάλει κάποια δεδομένα για την κατασκευή της τελικής περωτής, όπως θα αναλυθεί στην συνέχεια.

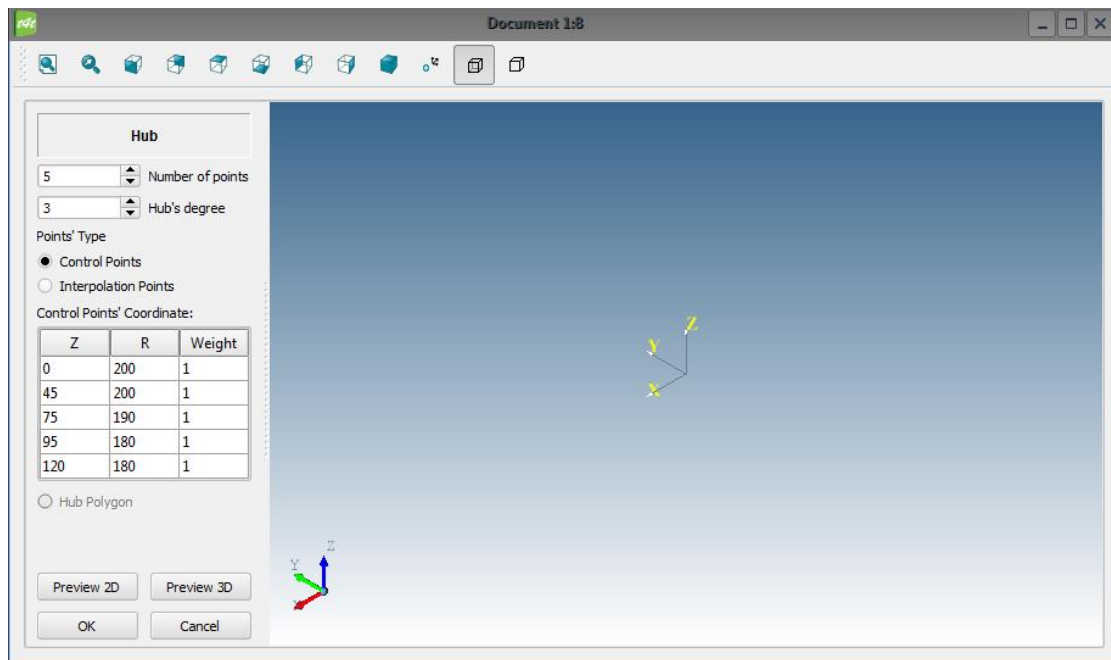
3.1.6 Επιφάνεια Προεπισκόπησης

Στην επιφάνεια προεπισκόπησης αναπαρίστανται όλες οι γεωμετρίες, που παράγει ο χρήστης. Η αναπαράσταση γίνεται σε πραγματικό χρόνο, τη στιγμή της σχεδίασης, στοιχείο το οποίο δεν μπορούσε να επιτευχθεί από το λογισμικό στην προηγούμενη μορφή του. Αυτή η δυνατότητα δίνει στον χρήστη το πλεονέκτημα να έχει καλύτερη εποπτεία της σχεδίασης.

Στην επιφάνεια προεπισκόπησης ο χρήστης μπορεί με αριστερό κλικ να κάνει περιστροφή (rotation), με δεξί κλικ να μετατοπίσει το αντικείμενο (pan) ενώ με την ροδέλα μπορεί να κάνει zoom in/zoom out. Επιπλέον, στην περίπτωση που επιλέξει κάποια επιφάνεια, με δεξί κλικ εμφανίζεται η γραμμή επιλογών γεωμετρίας, που περιγράφηκε παραπάνω.

3.2 Παράθυρο Ορισμού Κωνικών Επιφανειών

Για την κατασκευή της πλήμνης και του κελύφους, ο χρήστης πρέπει να επιλέξει από το μενού Insert τις επιλογές Hub και Shroud αντίστοιχα. Για κάθε μία από αυτές τις δύο επιλογές αναδύεται και το αντίστοιχο παράθυρο ορισμού της γεωμετρίας. Επειδή η μεθοδολογία και ο τρόπος ορισμού των επιφανειών αυτών είναι η ίδια, τα παράθυρα επεξεργασίας τους εμφανίζουν μεγάλη ομοιότητα, γι' αυτό και θα εξετάσουμε μόνο αυτό της πλήμνης, το οποίο παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.12.



Σχήμα 3.12: Παράθυρο ορισμού πλήμνης

Στο δεξί μέρος του παραθύρου εμφανίζονται οι παράμετροι, που εισάγονται προκειμένου να ορισθεί η επιθυμητή γεωμετρία.

5	Number of points
3	Hub's degree

Το λογισμικό παρέχει τη δυνατότητα στο χρήστη να επιλέξει τον αριθμό των σημείων αλλά και τον βαθμό της γεννήτριας καμπύλης, που θα περιγράψει την επιφάνεια. Αύξηση του αριθμού των σημείων συνεπάγεται και αύξηση των γραμμών στον πίνακα όπου ο χρήστης εισάγει τις συντεταγμένες τους. Ωστόσο, από την θεωρία των NURBS, δεν γίνεται ο βαθμός της καμπύλης να είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό των σημείων ελέγχου μείον ένα. Στην περίπτωση αυτή το πρόγραμμα εμφανίζει μήνυμα λάθους και προτρέπει τον χρήστη να επαναορίσει την καμπύλη.

Τα σημεία, όπως αναφέραμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, μπορεί να είναι είτε σημεία ελέγχου (οπότε ορίζονται από τις συντεταγμένες (Z, R) και το βάρος καθενός από αυτά) είτε σημεία παρεμβολής (οπότε απαιτείται μόνο ο καθορισμός των συντεταγμένων τους (Z, R)).

Control Points' Coordinate:

Z	R	Weight
0	200	1
45	200	1
75	190	1
95	180	1
120	180	1

☐ Hub Polygon

Interpolation Points' Coordinate:

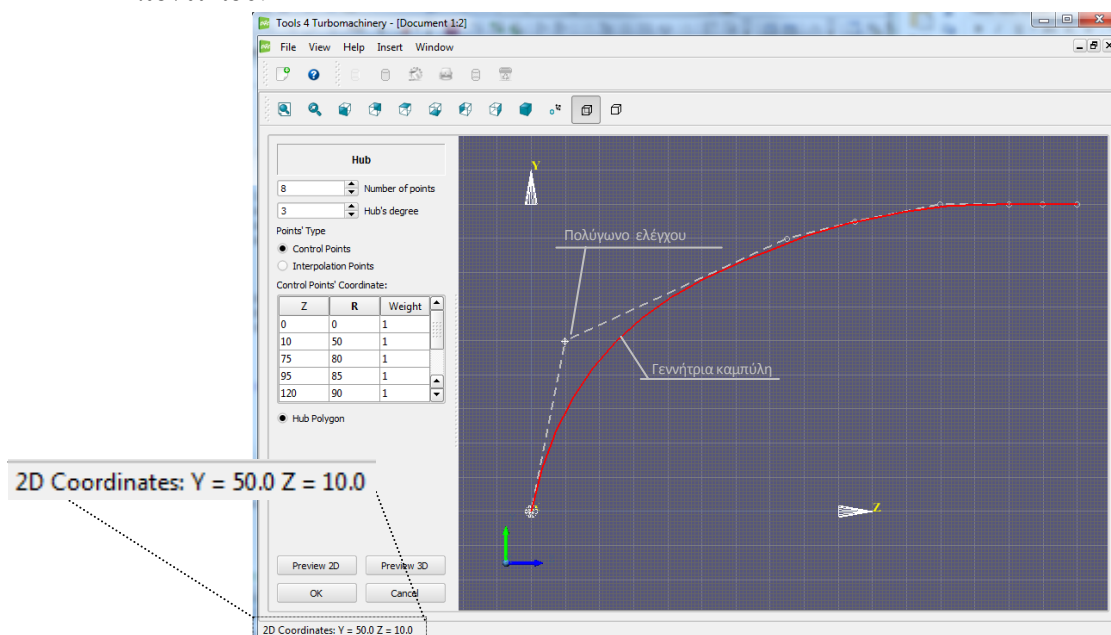
Z	R
0	200
45	200
75	190
95	180
120	180

☐ Hub Polygon
☐ Show Interpolation Points

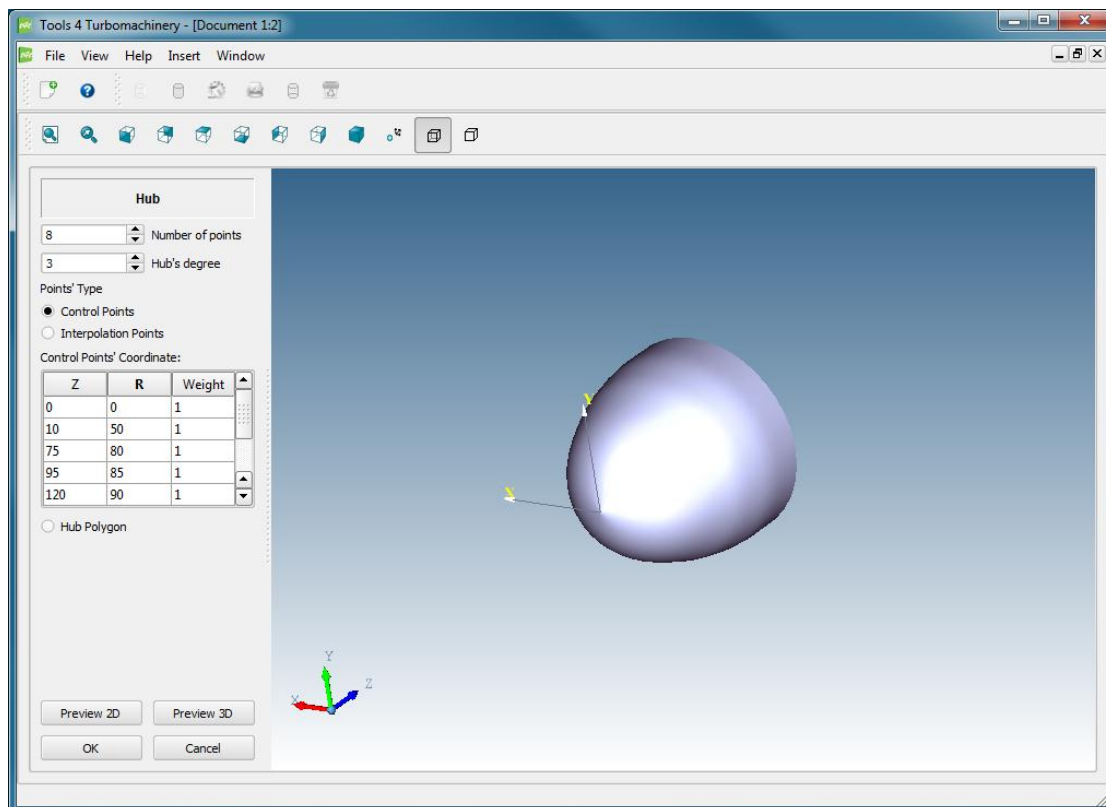
Σχήμα 3.13: Πίνακας ορισμού συντεταγμένων για σημεία ελέγχου/παρεμβολής των κωνικών επιφανειών

Όπως φαίνεται από το Σχήμα 3.13, υπάρχει η δυνατότητα προβολής και απόκρυψης του πολυγώνου ελέγχου στην επιφάνεια προεπισκόπησης. Στην περίπτωση των σημείων παρεμβολής, υπάρχει η ίδια λειτουργία και για τα σημεία παρεμβολής.

Τέλος, στην κάτω πλευρά του διαλόγου εισαγωγής δεδομένων υπάρχουν 4 κουμπιά ελέγχου, με τα οποία ο χρήστης μπορεί να κάνει διδιάστατη και τριδιάστατη προεπισκόπηση της γεωμετρίας και να επιλέξει αν θα την αποθηκεύσει ή θα την απορρίψει. Στην περίπτωση που επιλεγεί διδιάστατη απεικόνιση, τότε η επιφάνεια προεπισκόπησης περιστρέφεται και προσαρμόζεται στο επίπεδο ενδιαφέροντος. Ακόμη, προστίθεται ένα πλέγμα σε αυτή, προκειμένου να υπάρχει καλύτερη αντίληψη της θέσης των σημείων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.14. Στην κάτω δεξιά γωνία του παραθύρου δίνονται οι συντεταγμένες, στις οποίες βρίσκεται κάθε φορά ο δείκτης του ποντικιού.



Σχήμα 3.14: Παράθυρο διδιάστατης προεπισκόπησης πλήρους

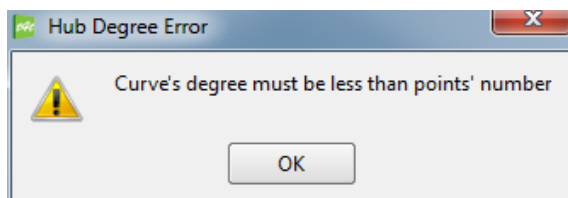


Σχήμα 3.15: Τριδιάστατη προεπισκόπηση πλήμνης

Εφόσον, ο χρήστης αποδεχτεί την γεωμετρία, τότε αυτή αποθηκεύεται στο δένδρο γεωμετρίας και περνάει στην επιφάνεια προεπισκόπησης του κεντρικού παραθύρου.

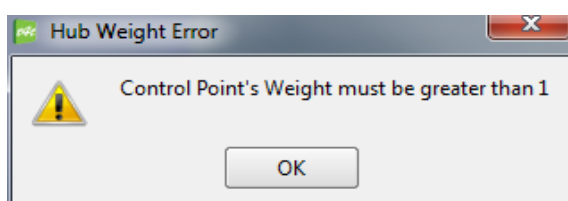
Σφάλματα σχεδίασης

Υπάρχουν περιπτώσεις όπου δεν μπορεί να κατασκευαστεί η γεωμετρία, που έχει επιλέξει ο χρήστης, οπότε το λογισμικό εμφανίζει μηνύματα λάθους. Αυτά μπορεί να είναι:



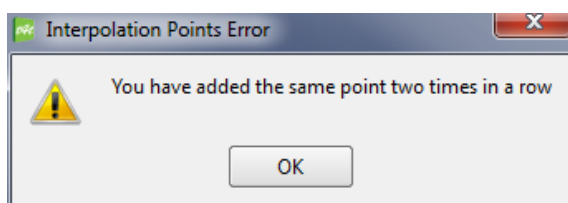
Σχήμα 3.16: Σφάλμα βαθμού πλήμνης

Ο βαθμός της καμπύλης πρέπει να είναι μικρότερος από τον αριθμό των σημείων που την ορίζουν.



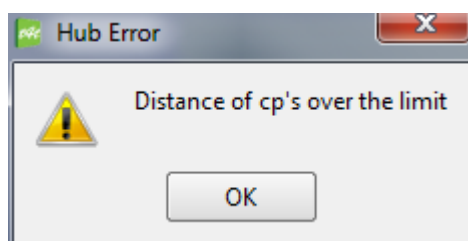
Σχήμα 3.17: Σφάλμα βάρους σημείων ελέγχου

Το βάρος των σημείων ελέγχου πρέπει να είναι μεγαλύτερο από την μονάδα.



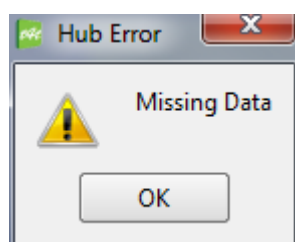
Σχήμα 3.18: Σφάλμα κοινού σημείου

Στην περίπτωση των σημείων παρεμβολής δεν μπορεί ο χρήστης να εισάγει δύο φορές το ίδιο σημείο.



Σχήμα 3.19: Σφάλμα μέγιστης απόστασης

Στην περίπτωση των σημείων παρεμβολής, η απόσταση αυτών δεν μπορεί να υπερβαίνει κάποιο όριο, καθώς τα σημεία ελέγχου που υπολογίζονται ξεφεύγουν από το χωρίο σχεδίασης.

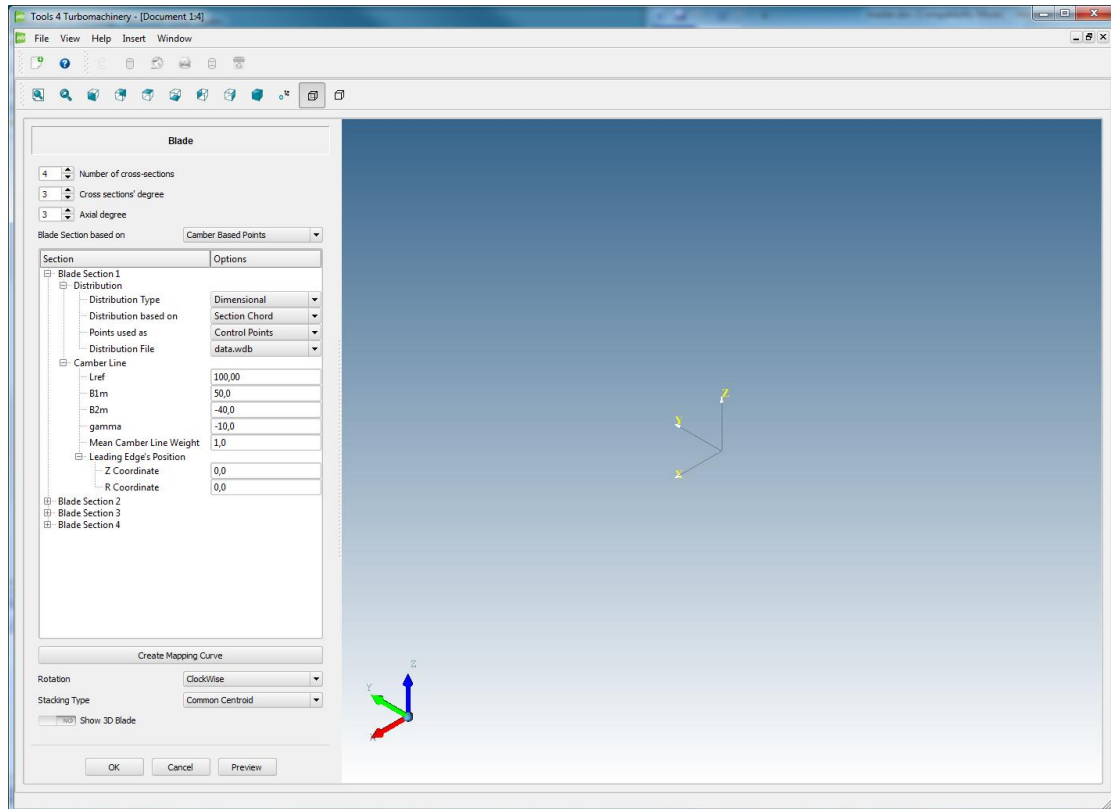


Σχήμα 3.20: Σφάλμα απουσίας δεδομένων

Σε περίπτωση που λείπουν κάποια δεδομένα από τον πίνακα συντεταγμένων, η καμπύλη δεν μπορεί να υπολογιστεί και επομένως το λογισμικό προειδοποιεί τον χρήστη να συμπληρώσει τη λίστα.

3.3 Παράθυρο Ορισμού Πτερυγίου

Για την κατασκευή του πτερυγίου ο χρήστης πρέπει να επιλέξει από το μενού Insert την επιλογή Blade. Με την επιλογή αυτή αναδύεται και το παράθυρο ορισμού της γεωμετρίας του πτερυγίου, όπως αυτό παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.21.



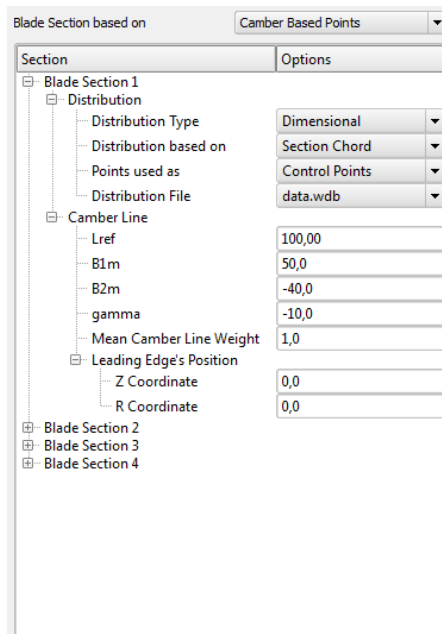
Σχήμα 3.21: Παράθυρο ορισμού πτερυγίου

4	Number of cross-sections
3	Cross sections' degree
3	Axial degree

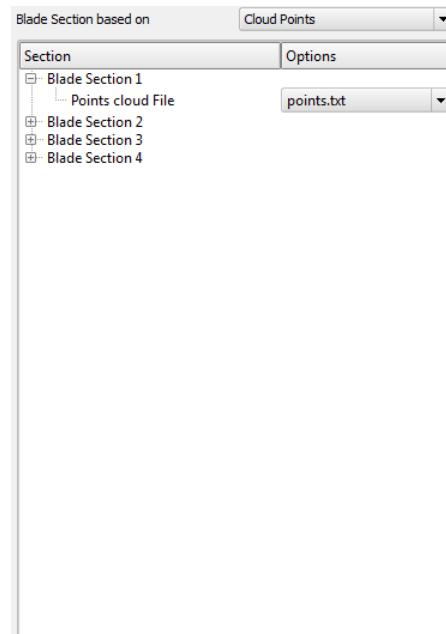
Ο χρήστης μπορεί να μεταβάλλει τον αριθμό των διατομών, που καθορίζουν το περύγιο. Με αύξηση αυτού, προστίθενται και στο δέντρο οι αντίστοιχες επιλογές για κάθε μία από τις αεροτομές. Ακόμη

δύναται να μεταβάλλει τον βαθμό των καμπυλών, που ορίζουν το περύγιο στην περιφερειακή και την αξονική διεύθυνση. Ο βαθμός των διατομών είναι και ο βαθμός της τελικής επιφάνειας κατά την περιμετρική διεύθυνση. Για να μπορέσει να οριστεί η επιφάνεια, θα πρέπει όλες οι διατομές να έχουν κατασκευαστεί από καμπύλες ίδιου βαθμού, γι αυτό και ο βαθμός αυτών ορίζεται άπαξ, εκτός του δέντρου επιλογών των αεροτομών. Στην περίπτωση της αξονικής διεύθυνσης, επειδή οι καμπύλες ορίζονται από τόσα σημεία ελέγχου όσες είναι και οι διατομές, δεν μπορεί ο βαθμός να είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό αυτών μείον ένα.

Για τον καθορισμό των διατομών, που ορίζουν το περύγιο, όπως αναφέρθηκε και στην θεωρία, το λογισμικό διαθέτει δύο μεθοδολογίες. Η πρώτη μέθοδος σχεδίασης αναφέρεται σε χρήση γεωμετρικών δεδομένων, ενώ η δεύτερη σε παρεμβολή καμπύλης από νέφος σημείων. Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει μία από αυτές από το κουμπί Blade Section Based on, οπότε και μεταβάλλεται το δέντρο επιλογών των αεροτομών που υπάρχει στην φόρμα ανάλογα, όπως φαίνεται στα Σχήματα 3.22 (α) και (β).



(α)



(β)

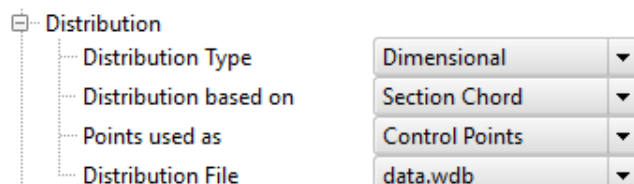
Σχήμα 3.22: Δένδρα επιλογών διατομών για τις περιπτώσεις (α) σχεδίασης με χρήση γεωμετρικών δεδομένων, (β) σχεδίασης καμπύλης από νέφος σημείων.

1^η Μέθοδος Σχεδίασης – Χρήση Γεωμετρικών Δεδομένων

Στην 1^η μέθοδο σχεδίασης, για κάθε αεροτομή στο δένδρο επιλογών υπάρχουν δύο βασικοί κόμβοι επιλογών.

Από τον πρώτο κόμβο ο χρήστης μπορεί να καθορίσει τα εξής:

- Αν η κατανομή πάχους της αεροτομής θα είναι διαστατή ή αδιάστατη.
- Αν θα βασίζεται στη χορδή ή στη μέση γραμμή κυρτότητας.
- Αν τα σημεία που θα προκύψουν θα χρησιμοποιηθούν ως σημεία παρεμβολής ή σημεία ελέγχου.
- Να επιλέξει μία από τις 2 προεπιλεγμένες κατανομές πάχους του λογισμικού ή κάποιο αρχείο που έχει κατασκευάσει ο ίδιος.



Από τον δεύτερο κόμβο καθορίζει τα στοιχεία της μέσης γραμμής κυρτότητας, δηλαδή τις παραμέτρους:

- L_{ref} : Αξονική απόσταση μεταξύ σημείου προσβολής και σημείου εκφυγής.
- B_{1m} : Μέση γωνία εισόδου του πτερυγίου.
- B_{2m} : Μέση γωνία εξόδου του πτερυγίου.
- γ : Γωνία κλίσης του πτερυγίου (stagger angle).
- MCL : Βάρος του μεσαίου σημείου ελέγχου της μέσης γραμμής κυρτότητας.
- (Z,R) : Συντεταγμένες σημείου πρόπτωσης.

Camber Line	
Lref	100,00
B1m	50,0
B2m	-40,0
gamma	-10,0
Mean Camber Line Weight	1,0
Leading Edge's Position	
Z Coordinate	0,0
R Coordinate	0,0

2^η Μέθοδος Σχεδίασης – Παρεμβολή Επιφάνειας από Νέφος Σημείων

Το δένδρο επιλογών στην περίπτωση της παρεμβολής επιφάνειας από νέφος σημείων είναι πολύ πιο απλό, καθώς περιλαμβάνει μόνο την επιλογή για καθορισμό του αρχείου νέφους σημείων. Ο χρήστης μπορεί να εισάγει είτε το προεπιλεγμένο αρχείο του λογισμικού είτε κάποιο αρχείο που έχει κατασκευάσει ο ίδιος.

Για να μπορέσει να κατασκευαστεί το πτερύγιο θα πρέπει ο χρήστης να καθορίσει την γραμμή στοίβαξης των αεροτομών. Με το πάτημα του κουμπιού Create Mapping Curve, αναδύεται το παράθυρο ορισμού της, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.23.

Z	R	Theta
60	200	0
60	240	0
60	280	0
60	320	0
60	360	0

Σχήμα 3.23: Παράθυρο ορισμού καμπύλης στοίβαξης

Από αυτό το παράθυρο ο χρήστης μπορεί να καθορίσει:

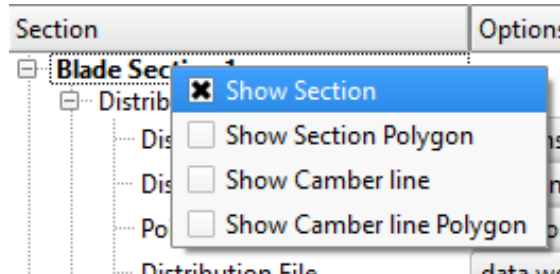
- Τον αριθμό των σημείων ελέγχου
- Τον βαθμό της καμπύλης
- Τις κυλινδρικές συντεταγμένες (Z,R,θ) των σημείων ελέγχου

Στο κάτω μέρος της φόρμας μπορεί ο χρήστης να ορίσει τη φορά του πτερυγίου και τον τρόπο στοίβαξης των αεροτομών, αν θα είναι δηλαδή ως προς το κέντρο βάρους τους ή ως προς το σημείο πρόπτωσης.

Rotation	ClockWise
Stacking Type	Common Centroid
<input type="checkbox"/> NO Show 3D Blade	

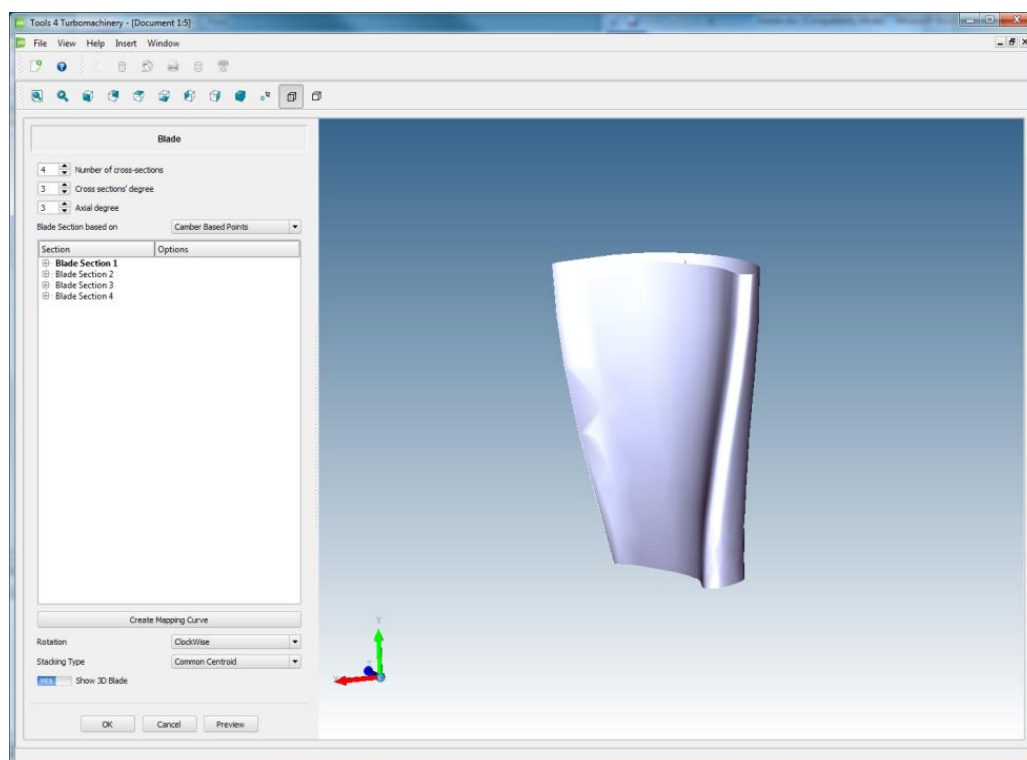
Υπάρχει ακόμα μία επιλογή, για το αν επιθυμεί ο χρήστης να φαίνεται το τριδιάστατο περυσίο στην επιφάνεια προεπισκόπησης ή όχι. Με δεξί κλικ σε κάθε μία από τις αεροτομές, που υπάρχουν στο δέντρο επιλογών, εμφανίζεται το μενού επιλογών του Σχήματος 3.24 από το οποίο μπορεί ο χρήστης να προβάλει στην επιφάνεια προεπισκόπησης για την κάθε αεροτομή:

- Την εκάστοτε αεροτομή.
- Το πολύγωνο ελέγχου αυτής.
- Την μέση γραμμή από την οποία κατασκευάστηκε.
- Το πολύγωνο ελέγχου της μέσης γραμμής.

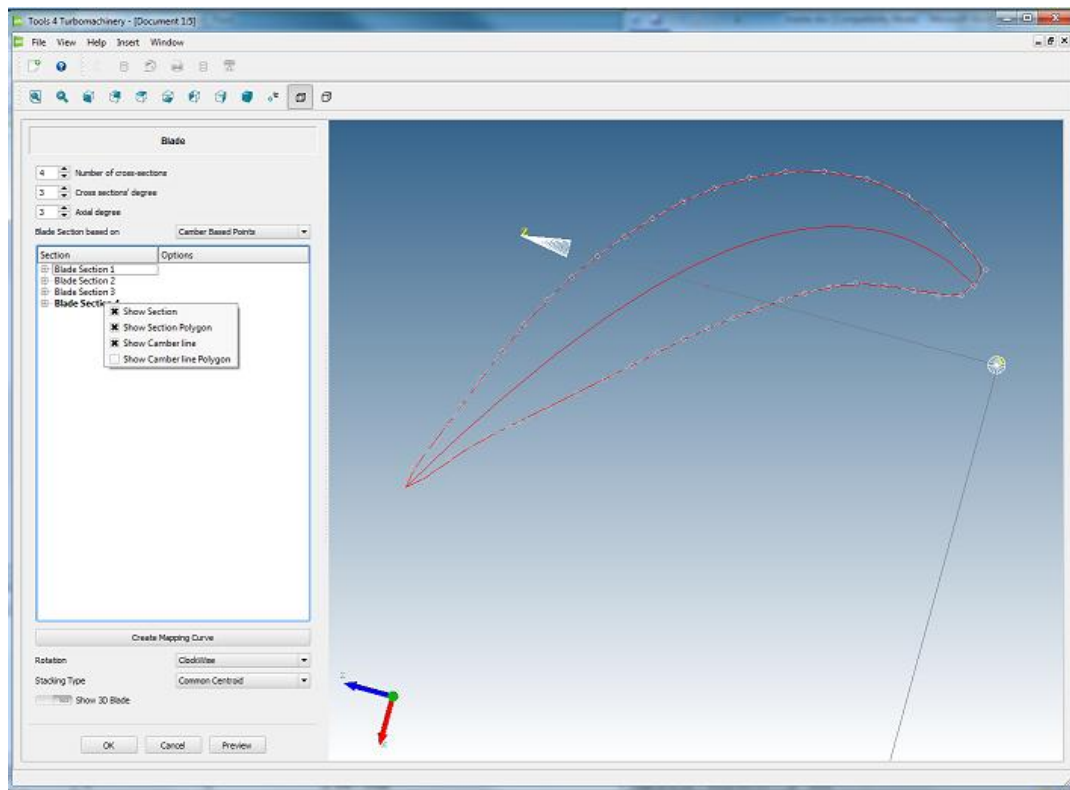


Σχήμα 3.24: Μενού επιλογών προβολής αεροτομής

Στο Σχήμα 3.25 παρουσιάζεται το παράθυρο προεπισκόπησης της τριδιάστατης γεωμετρίας του επίπεδου περυσγίου, ενώ στο Σχήμα 3.26 η προεπισκόπησης μίας αεροτομής αυτού.



Σχήμα 3.25: Προεπισκόπηση τριδιάστατου περυσγίου

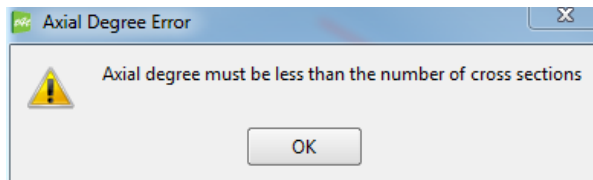


Σχήμα 3.26: Προεπισκόπηση αεροτομής

Εφόσον ο χρήστης αποδεχτεί την γεωμετρία του επίπεδου πτερυγίου, τότε αυτή αποθηκεύεται στο δένδρο γεωμετρίας του κεντρικού παραθύρου. Ωστόσο αυτή δεν εμφανίζεται στην επιφάνεια προεπισκόπησης του κεντρικού παραθύρου, για να μην γίνεται σύγχυση με τα σύμμορφα πτερύγια, που θα δημιουργηθούν στην συνέχεια. Στην περίπτωση που θέλει ο χρήστης να προβάλει και να επεξεργαστεί τα πτερύγια από επίπεδες αεροτομές, θα πρέπει να πατήσει διπλό κλικ πάνω στην επιλογή blade στο δένδρο γεωμετρίας.

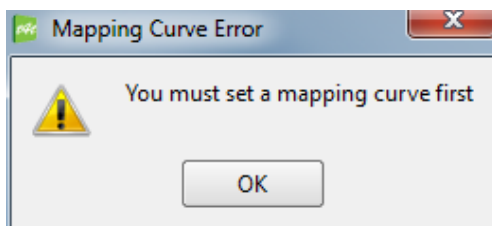
Σφάλματα σχεδίασης

Όπως και στην περίπτωση των κωνικών επιφανειών, υπάρχουν περιπτώσεις όπου δεν μπορεί να κατασκευαστεί η γεωμετρία, που έχει επιλέξει ο χρήστης, οπότε το λογισμικό εμφανίζει κάποια μηνύματα λάθους. Αυτά μπορεί να είναι:



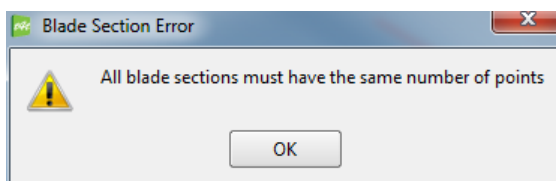
Σχήμα 3.27: Μήνυμα λάθους αξονικού βαθμού

Ο αξονικός βαθμός της επιφάνειας πρέπει να είναι μικρότερος από τον αριθμό των διατομών.



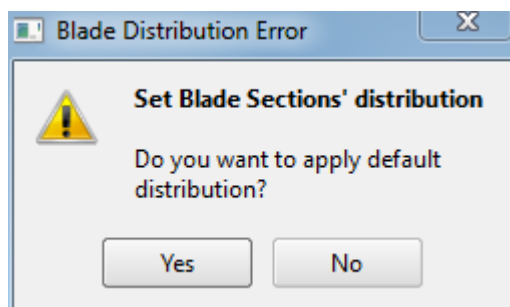
Σχήμα 3.28: Μήνυμα λάθους καμπύλης στοίβαξης

Για να μπορέσει να σχεδιαστεί το τριδιάστατο πτερύγιο πρέπει να οριστεί πρώτα η καμπύλη στοίβαξης.



Σχήμα 3.29: Μήνυμα λάθους αριθμού σημείων διατομής

Για να δημιουργηθεί η επιφάνεια θα πρέπει όλες οι διατομές να κατασκευάζονται από τον ίδιο αριθμό σημείων. Αυτό προϋποθέτει ότι στην κατανομή πάχους ο χρήστης δηλώνει τον ίδιο αριθμό σημείων στην πλευρά υποπίεσης και υπερπίεσης, στα οποία ορίζονται τα πάχη. Το ίδιο θα πρέπει να ισχύει και στην περίπτωση νέφους σημείων, όπου όλες οι διατομές θα πρέπει να κατασκευάζονται από τον ίδιο αριθμό σημείων.



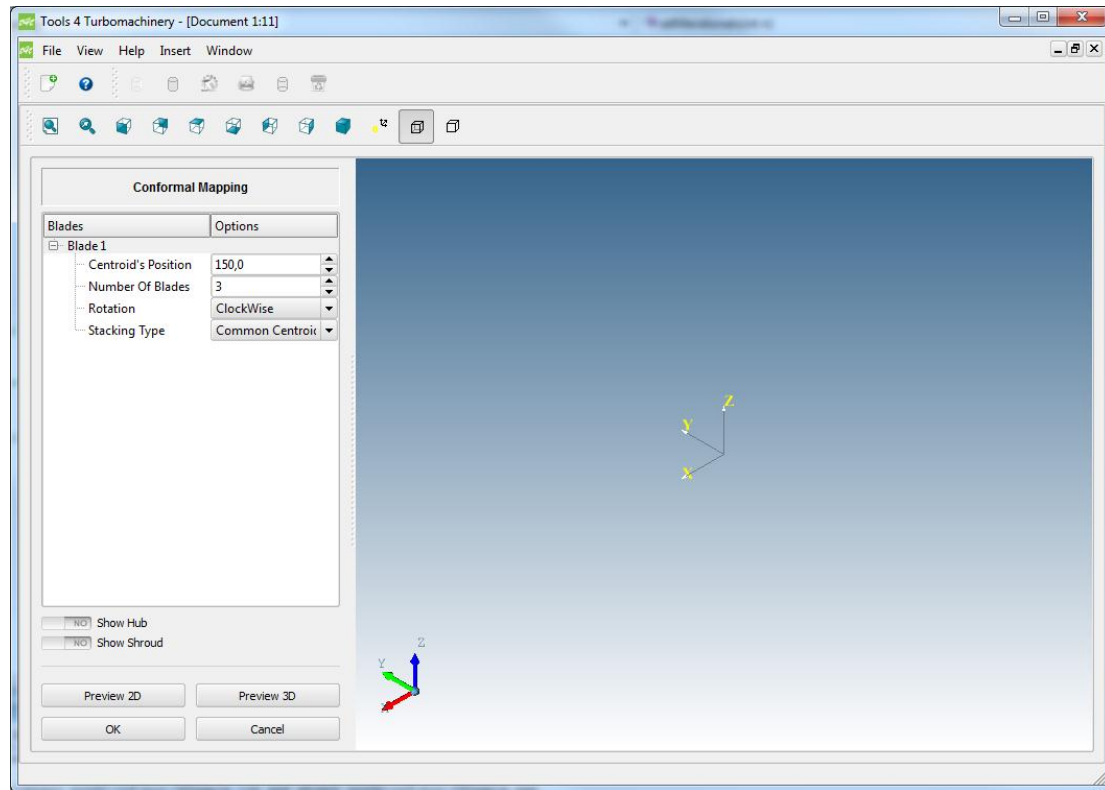
Σχήμα 3.30: Μήνυμα λάθους αρχείου κατανομής πάχους

Για να δημιουργηθεί η επιφάνεια θα πρέπει όλες οι διατομές να κατασκευάζονται από τον ίδιο αριθμό σημείων. Αυτό προϋποθέτει ότι στην κατανομή πάχους ο χρήστης δηλώνει τον ίδιο αριθμό σημείων στην πλευρά υποπίεσης και υπερπίεσης, στα οποία ορίζονται τα πάχη. Το ίδιο θα πρέπει να ισχύει και στην περίπτωση νέφους σημείων, όπου όλες οι διατομές θα πρέπει να κατασκευάζονται από τον ίδιο αριθμό σημείων.

Στην περίπτωση που δεν έχει επιλεγεί από τον χρήστη κάποιο αρχείο κατανομής πάχους, το λογισμικό εμφανίζει ένα μήνυμα για το αν επιθυμεί ο χρήστης να χρησιμοποιήσει την προεπιλεγμένη κατανομή. Αυτή τότε εφαρμόζεται σε όλες τις διατομές. Το ίδιο ισχύει και στην περίπτωση του νέφους σημείων.

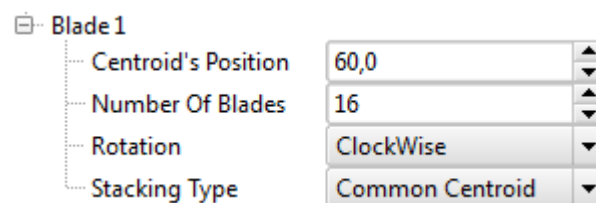
3.4 Παράθυρο Ορισμού Σύμμορφης Απεικόνισης

Αφού ολοκληρωθεί η κατασκευή και ο ορισμός των κωνικών επιφανειών και τουλάχιστον ενός πτερυγίου, τότε ενεργοποιείται και το κουμπί της σύμμορφης απεικόνισης. Με το πάτημα του κουμπιού αναδύεται και το παράθυρο ορισμού της, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.31.



Σχήμα 3.31: Παράθυρο ορισμού σύμμορφης απεικόνισης

Στο αριστερό μέρος του παραθύρου ορισμού της σύμμορφης απεικόνισης των

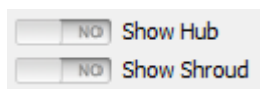


πτερυγίων υπάρχει ένα δέντρο με όλα τα πρότυπα πτερύγια, που έχει δημιουργήσει ο χρήστης. Με κάθε ένα από αυτά τα πτερύγια μπορεί να ορίσει και μία πτερωτή. Για κάθε πτερύγιο παρέχονται και οι ακόλουθες

επιλογές:

- Θέση κέντρου βάρους: Μέσω αυτής της επιλογής ο χρήστης ουσιαστικά μπορεί να καθορίσει τη θέση του πτερυγίου. Η καμπύλη στοίβαξης, που έχει οριστεί κατά τον σχεδιασμό του επιπέδου πτερυγίου, μετατοπίζεται στη θέση που δίνει ο χρήστης.
- Αριθμός πτερυγίων: Ο χρήστης μπορεί να καθορίσει τον αριθμό των πτερυγίων, από τα οποία θα αποτελείται η πτερύγωση. Όπως αναφέρθηκε και στην θεωρία, τα πτερύγια δημιουργούνται βάσει περιφερειακής μεταφοράς και αντιγραφής.
- Φορά περιστροφής: Ο χρήστης μπορεί να καθορίσει αν η φορά περιστροφής της πτερύγωσης θα είναι αριστερόστροφη ή δεξιόστροφη.

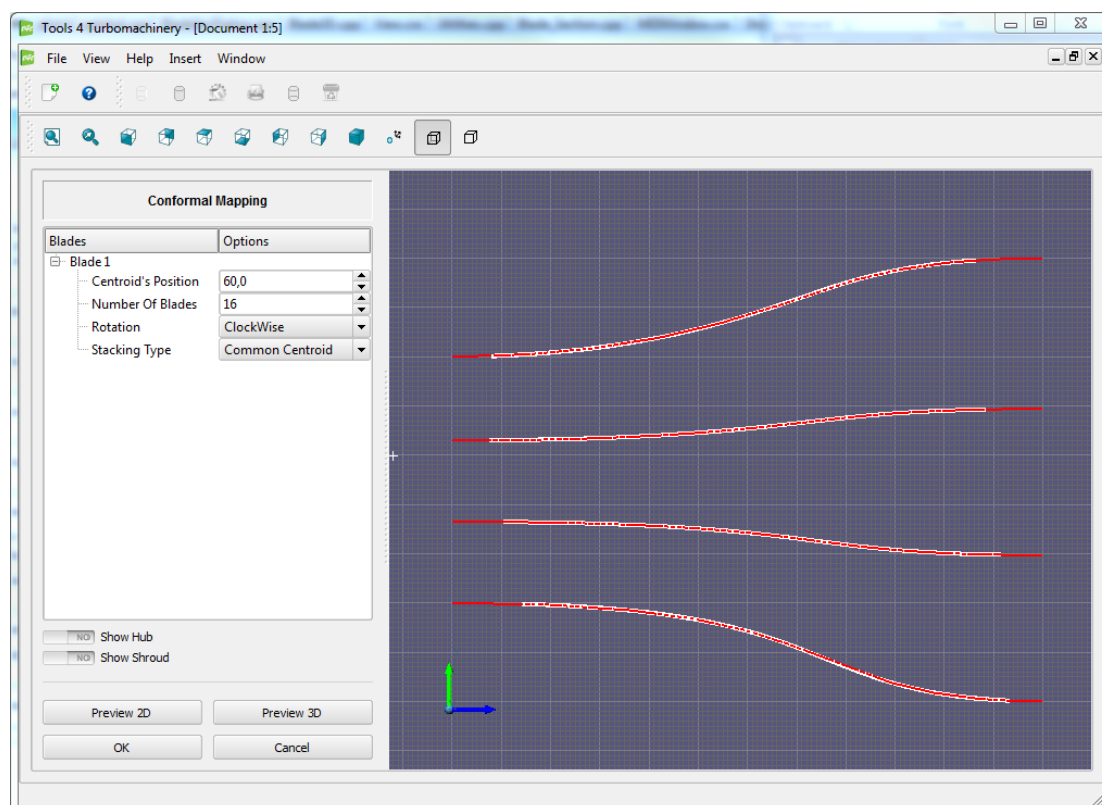
- Τύπος στοίβαξης: Ο χρήστης μπορεί να καθορίσει εάν οι αεροτομές θα στοιβαχθούν βάσει του κέντρου βάρους τους ή του σημείου πρόσπτωσης.



Κάτω από το δένδρο με τα πρότυπα πτερύγια βρίσκονται επιπλέον 2 κουμπιά, με τα οποία ο χρήστης μπορεί να προβάλει τις γεωμετρίες της πλήμνης και του κελύφους, προκειμένου να έχει μία καλύτερη εποπτεία της τελικής γεωμετρίας.

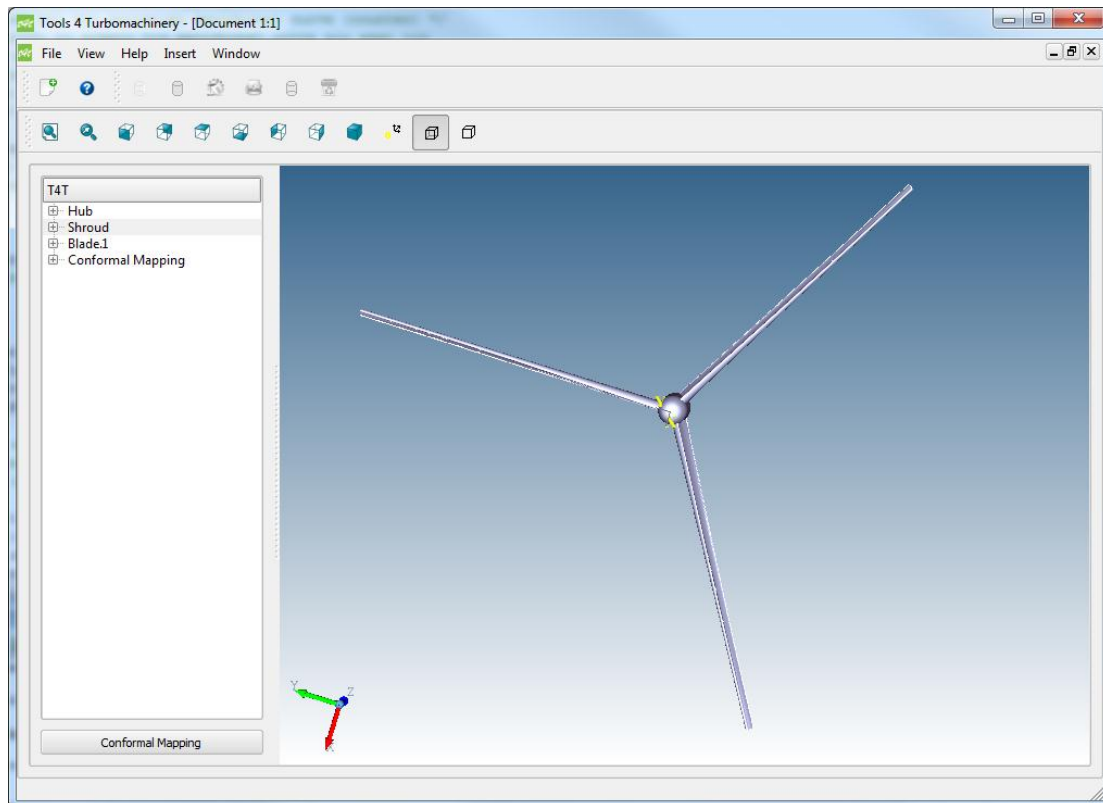
Τέλος, στην κάτω πλευρά του διαλόγου εισαγωγής δεδομένων, όπως και στην περίπτωση των κωνικών επιφανειών, υπάρχουν 4 κουμπιά, με τα οποία ο χρήστης μπορεί να κάνει διδιάστατη και τριδιάστατη προεπισκόπηση της γεωμετρίας και να επιλέξει αν θα την αποθηκεύσει ή θα την απορρίψει. Στην περίπτωση που επιλεγεί διδιάστατη απεικόνιση, τότε η επιφάνεια προεπισκόπησης περιστρέφεται και προσαρμόζεται στο επίπεδο ενδιαφέροντος. Ακόμη, προστίθεται ένα πλέγμα σε αυτή, προκειμένου να υπάρχει καλύτερη αντίληψη της θέσης των σημείων.

Με το που θα επιλεγεί η διδιάστατη απεικόνιση, γίνεται προσαρμογή των αεροτομών πάνω στις γεννήτριες καμπύλες της πλήμνης και του κελύφους καθώς επίσης και στις βοηθητικές καμπύλες όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.32. Αυτή η γεωμετρία προβάλλεται στην επιφάνεια προεπισκόπησης, για να μπορεί ο χρήστης να αντιληφθεί τα όρια της εκάστοτε πτερωτής. Σε περίπτωση όπου κάποια πτερωτή ξεφεύγει από τα όρια των κωνικών επιφανειών, είτε υπάρχει αλληλοεπικάλυψη πτερυγίων δύο πτερωτών, το λογισμικό εμφανίζει και το ανάλογο μήνυμα για επανασχεδιασμό της γεωμετρίας.



Σχήμα 3.32: Διδιάστατη απεικόνιση σύμμορφων αεροτομών και γεννητριών καμπυλών κωνικών επιφανειών

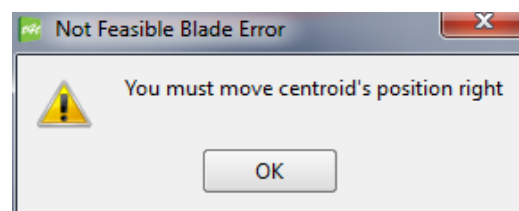
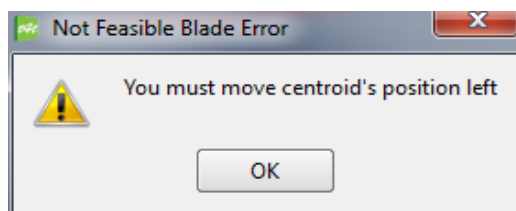
Στο Σχήμα 3.33 παρουσιάζεται η τελική τριδιάστατη γεωμετρία της πλήμνης και των πτερυγίων μετά την σύμμορφη απεικόνιση.



Σχήμα 3.33: Τελική τριδιάστατη γεωμετρία πλήμνης και πτερυγίων, μετά τη σύμμορφη απεικόνιση

Σφάλματα σχεδίασης

Όπως και στις περιπτώσεις των κωνικών επιφανειών και των πτερυγίων, δεν μπορεί πάντα να κατασκευαστεί η γεωμετρία, που έχει επιλέξει ο χρήστης, οπότε το λογισμικό εμφανίζει μηνύματα σφάλματος.



Σχήμα 3.34: Μηνύματα σφαλμάτων σχεδίασης σύμμορφων επιφανειών

Όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα, σε περίπτωση αλληλοεπικάλυψης των πτερυγίων, είτε σχεδιασμού της πτερωτής εκτός των ορίων των κωνικών επιφανειών, αναδύονται τα κατάλληλα παράθυρα για μετατόπιση των πτερυγίων σε θέσεις, οι οποίες θα παράγουν εφικτές γεωμετρίες.

Κεφάλαιο 4

ΠΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

Προκειμένου να ελεγχθεί η ακρίβεια των μεθόδων γεωμετρικής μοντελοποίησης, έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων του λογισμικού με γεωμετρίες που κατασκευάσαμε στο σχεδιαστικό πακέτο Rhinoceros. Για να μπορέσουμε να έχουμε πλήρη έλεγχο των παραμέτρων, που επηρεάζουν τις καμπύλες και τις επιφάνειες στο Rhinoceros, χρησιμοποιήσαμε την εικονική γλώσσα προγραμματισμού Grasshopper. Η γλώσσα αυτή μας επιτρέπει να ορίσουμε το διάλυσμα κόμβων, τα σημεία αλλά και τα βάρη για κάθε σημείο ελέγχου, με εύκολο και γρήγορο τρόπο. Στο παράρτημα Π2 δίνεται αναλυτική περιγραφή του κώδικα που δημιουργήθηκε στο Rhinoceros, προκειμένου να κατασκευαστούν οι επιθυμητές γεωμετρίες, που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια. Για τις γεωμετρίες της πλήμνης, του κελύφους και των πτερυγίων, έγινε εισαγωγή των γεωμετρικών δεδομένων του λογισμικού T4T στο Rhino, ώστε να γίνει η πιστοποίηση.

4.1 Πλήμνη και Κέλυφος

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν δύο test cases, για τις δύο βασικές μεθοδολογίες, που χρησιμοποιεί το λογισμικό για την κατασκευή των κωνικών επιφανειών. Αυτές είναι η κατασκευή επιφάνειας από σημεία ελέγχου, καθώς και από νέφος σημείων.

Επιφάνεια από Σημεία Ελέγχου

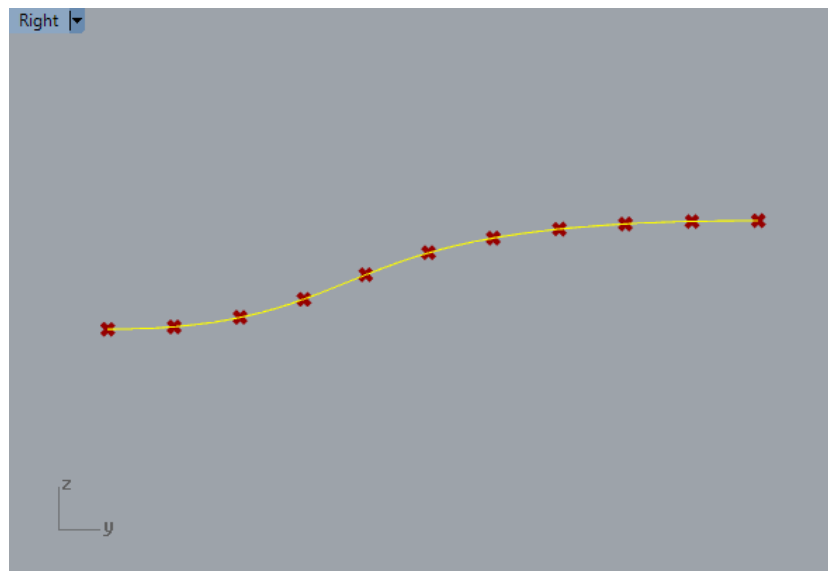
Για την κατασκευή της επιφάνειας απαιτείται ο ορισμός μίας γεννήτριας καμπύλης. Για τον σκοπό αυτό, επιλέξαμε μία καμπύλη NURBS 3^{ου} βαθμού με διάλυσμα κόμβων το $U=\{0,0,0,0,1,1,1,1\}$. Τα σημεία ελέγχου, που χρησιμοποιήθηκαν για τον ορισμό της, παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Z	R	W
0	200	1.0
45	200	1.0
75	190	1.0
95	180	1.0
120	180	1.0

Πίνακας 4.1: Συντεταγμένες και Βάρη Σημείων Ελέγχου Πλήμνης

Αφού κατασκευάσαμε την τελική γεωμετρία στο T4T με τα δεδομένα που δίνονται παραπάνω, κάναμε εισαγωγή τόσο της επιφάνειας όσο και της γεννήτριας καμπύλης στο Rhinoceros.

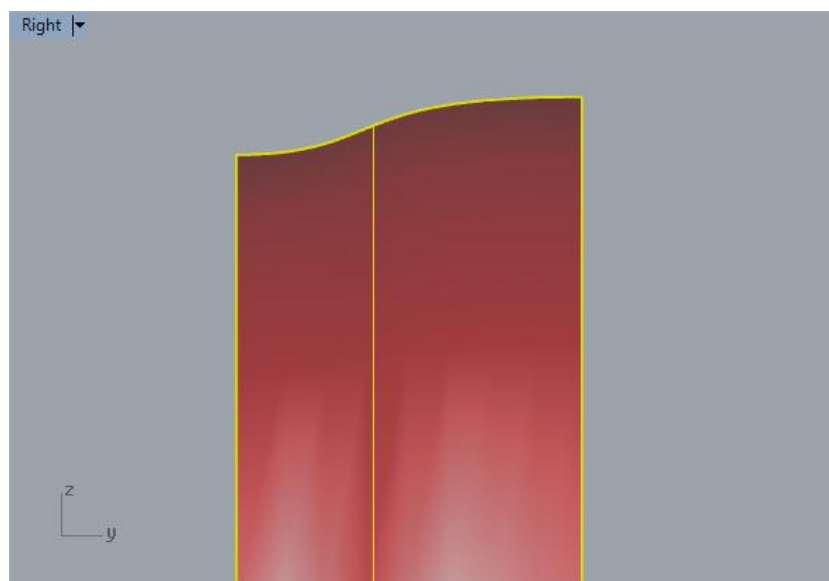
Αρχικά παρατίθεται στο Σχήμα 4.1 η σύγκριση των γεννητριών καμπυλών, όπου με συνεχή γραμμή φαίνεται η καμπύλη που προέκυψε από το T4T ενώ υπό μορφή σημείων η καμπύλη από το Rhino.



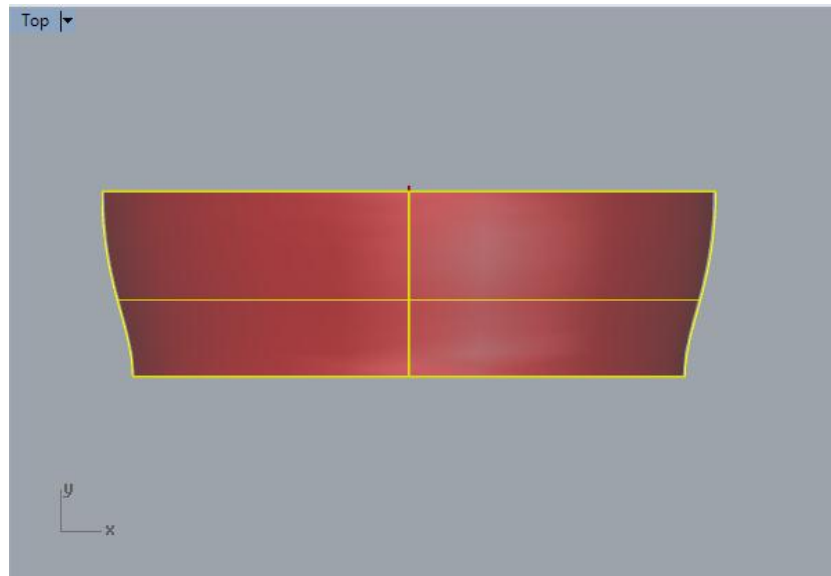
Σχήμα 4.1: **Σύγκριση γεννητριών καμπυλών κωνικής επιφάνειας λογισμικών T4T-Rhinoceros**

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε και από το παραπάνω σχήμα, οι δύο καμπύλες ταυτίζονται, γεγονός το οποίο επιβεβαιώνει την ακρίβεια υπολογισμού του λογισμικού που κατασκευάσαμε.

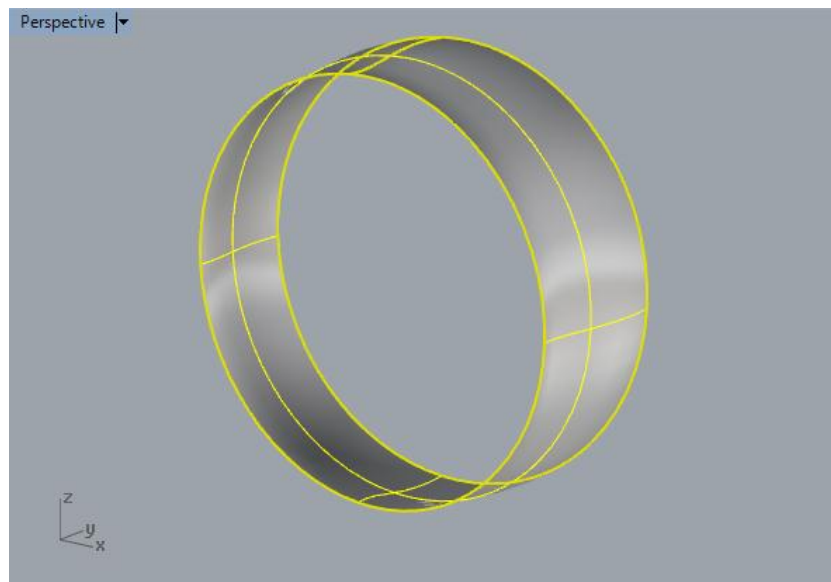
Στη συνέχεια παρατίθενται 3 διαφορετικές όψεις, με την σύγκριση των τελικών επιφανειών στα Σχήματα 4.2 (α), (β) και (γ). Η γεωμετρία, που προέκυψε από το T4T, παρουσιάζεται υπό την μορφή μοντέλου σύρματος (wireframe) με κίτρινο χρώμα, ενώ αυτή που προέκυψε από το Rhino με κόκκινο χρώμα.



(α)



(β)



(γ)

Σχήμα 4.2: Σύγκριση κωνικής επιφάνειας λογισμικών T4T-Rhinoceros
(α) πλάγια όψη (β) κάτοψη (γ) αξονομετρική όψη

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε από τα σχήματα, οι επιφάνειες ταυτίζονται πλήρως, στοιχείο το οποίο μας πιστοποιεί την εγκυρότητα υπολογισμού των τριδιάστατων επιφανειών με αυτή την μεθοδολογία.

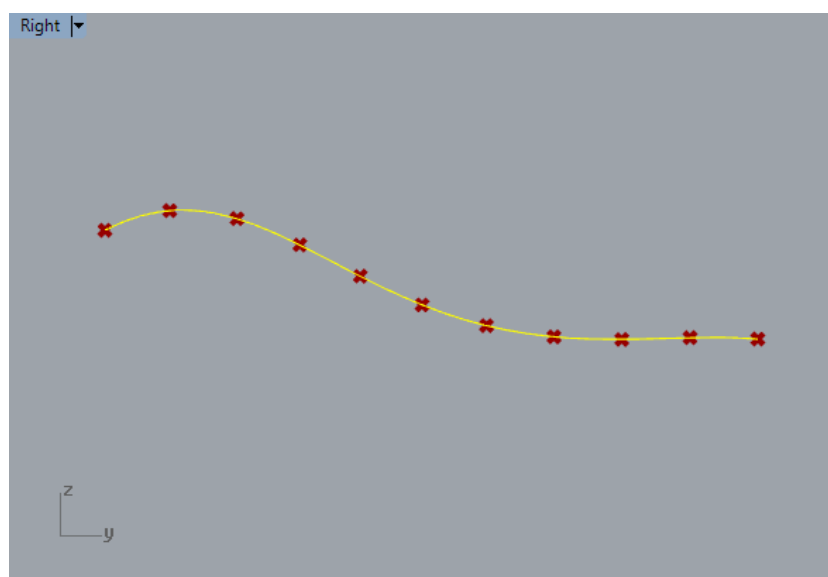
Επιφάνεια από Νέφος Σημείων

Η δεύτερη μεθοδολογία, που προσφέρει το λογισμικό για τον υπολογισμό των κωνικών επιφανειών, είναι αυτή της παρεμβολής καμπύλης μέσω νέφους σημείων. Η γεννήτρια καμπύλη της επιφάνειας προκύπτει από την παρεμβολή μίας καμπύλης NURBS 3^{ου} βαθμού με ομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων από ένα νέφος σημείων. Τα σημεία παρεμβολής, που χρησιμοποιήθηκαν, παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Z	R
0	250
30	250
70	260
90	270
120	270

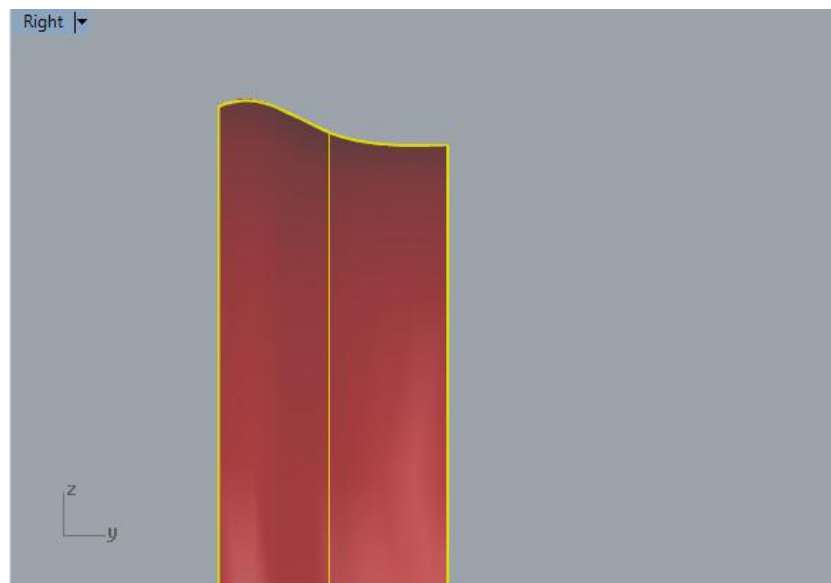
Πίνακας 4.2: Συντεταγμένες Σημείων Παρεμβολής Κελύφους

Κατόπιν γίνεται εισαγωγή της τελικής γεωμετρίας στο Rhino, όπως και προηγουμένως.

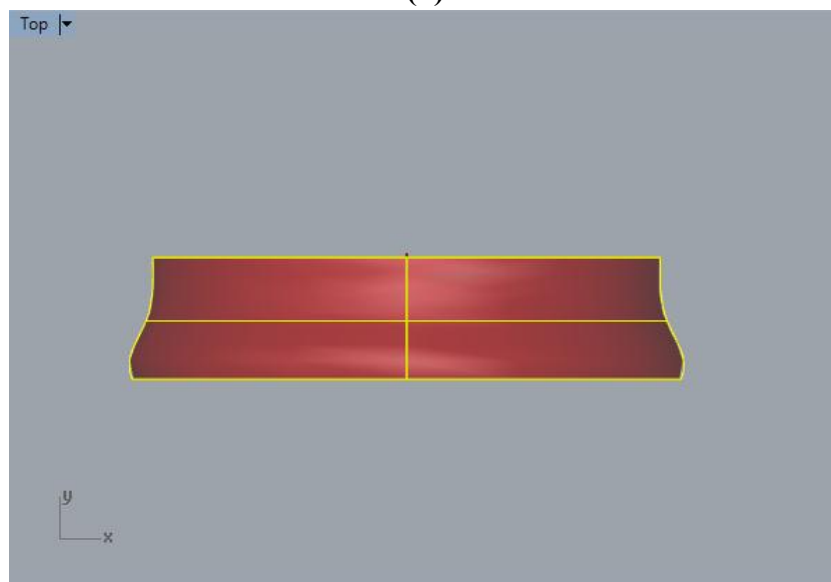


Σχήμα 4.3: Σύγκριση γεννητριών καμπυλών κωνικής επιφάνειας λογισμικών T4T-Rhinoceros

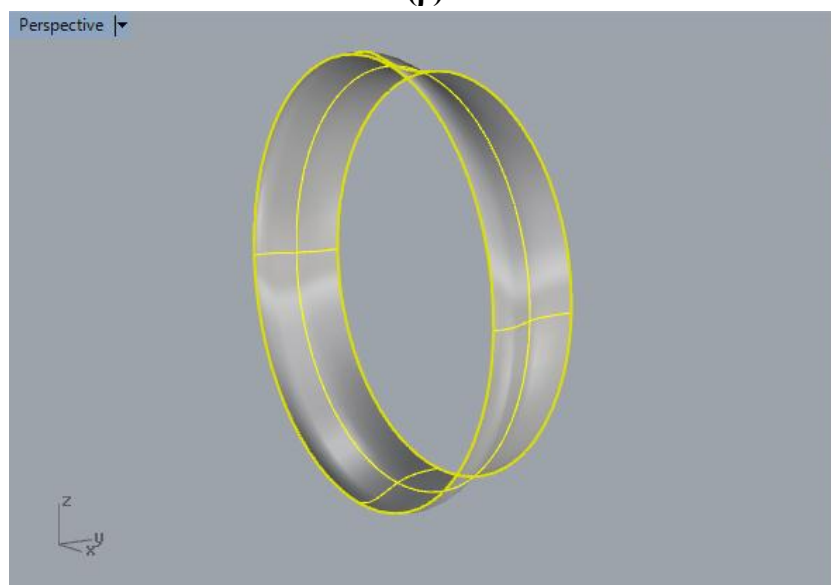
Από την σύγκριση των γεννητριών καμπυλών (Σχήμα 4.3) , όπου με συνεχή γραμμή φαίνεται η καμπύλη που προέκυψε από το T4T ενώ υπό μορφή σημείων η καμπύλη από το Rhino, προκύπτει ότι αυτές πρακτικά ταυτίζονται.



(α)



(β)



(γ)

Σχήμα 4.4: Σύγκριση κωνικής επιφάνειας λογισμικών T4T-Rhinoceros
(α) πλάγια όψη (β) κάτοψη (γ) αξονομετρική όψη

4.2 Πτερύγια

Η πιστοποίηση των πτερυγίων θα πραγματοποιηθεί σε τρία στάδια.

- Αρχικά, θα γίνει έλεγχος ως προς την ακρίβεια του λογισμικού να κατασκευάζει επίπεδες αεροτομές, σύμφωνα με τις δύο μεθοδολογίες που προσφέρονται.
- Στη συνέχεια θα γίνει έλεγχος ως προς τις σύμμορφες αεροτομές, αυτές δηλαδή που προκύπτουν από την απεικόνιση των επίπεδων διατομών στις κωνικές επιφάνειες.
- Τέλος, θα γίνει έλεγχος ως προς τις επιφάνειες των σύμμορφων πτερυγίων.

Επίπεδες Αεροτομές

Όπως αναφέρθηκε και στην θεωρία, το T4T παρέχει δύο μεθοδολογίες για την κατασκευή των αεροτομών και ως συνέπεια των πτερυγίων. Η πρώτη από αυτές δίνει στο χρήστη τη δυνατότητα να κατασκευάσει προσαρμοσμένες αεροτομές, βάσει ορισμένων γεωμετρικών χαρακτηριστικών και μίας κατανομής πάχους. Η αεροτομή, που θα εξετάσουμε σε αυτό το παράδειγμα, διαθέτει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- Μήκος χορδής $L_{ref} = 100$
- Γωνία εισόδου: $B_{1m} = 50^0$
- Γωνία εξόδου: $B_{2m} = -40^0$
- Γωνία stagger: $\gamma = -10^0$
- Συντεταγμένες ακμής πρόσπτωσης: $P_0 = \{0,0\}$

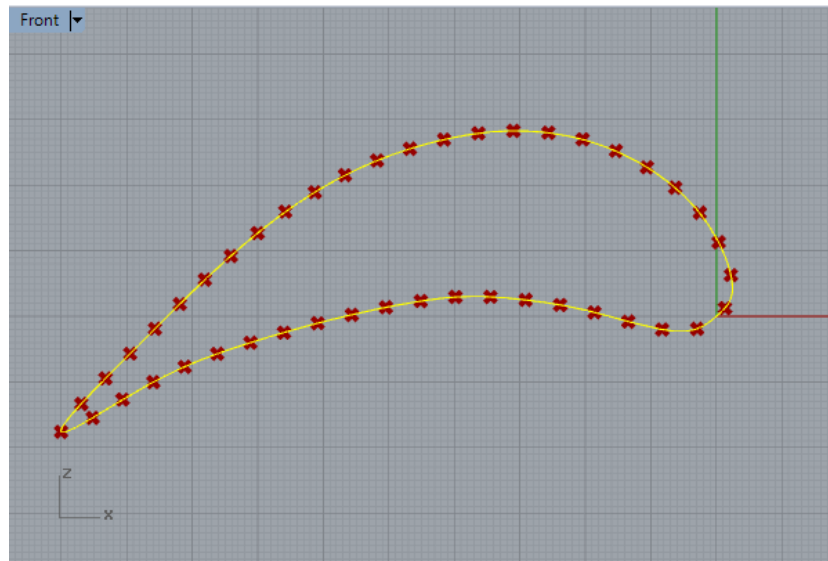
Οι κατανομές πάχους που εφαρμόζονται σε αυτή είναι διαστατές και δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Πλευρά Υπερπίεσης		Πλευρά Υποπίεσης	
P_i	W_i	P_i	W_i
1.0	1	1.0	1
0.9	2	0.9	2
0.8	6	0.8	6
0.7	9	0.7	9
0.6	11	0.6	11
0.5	12	0.5	12
0.4	13	0.4	13
0.3	13	0.3	13
0.2	12	0.2	12
0.1	10	0.1	10
0.0	5	0.0	5

(α)
(β)

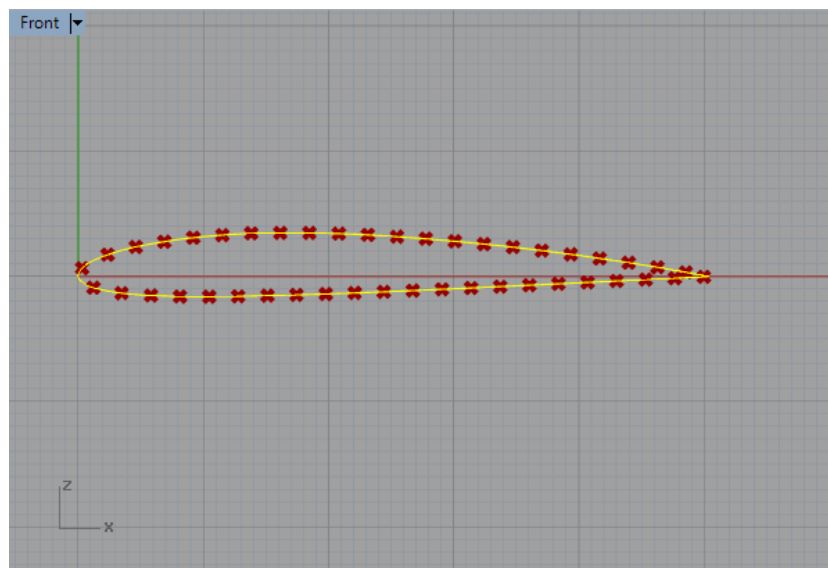
Πίνακας 4.3: Κατανομές πάχους στις πλευρές (α) υπερπίεσης και (β) υποπίεσης της αεροτομής αντίστοιχα

Με χρήση των παραπάνω γεωμετρικών χαρακτηριστικών προκύπτει η ζητούμενη αεροτομή από το T4T και το Rhinoceros. Η σύγκριση των δύο καμπυλών φαίνεται στο Σχήμα 4.5, όπου με συνεχή κίτρινη γραμμή είναι αυτή που προέκυψε από το T4T, ενώ υπό μορφή σημείων η καμπύλη από το Rhino.



Σχήμα 4.5: Σύγκριση επίπεδων αεροτομών λογισμικών T4T-Rhinoceros
1^η μεθοδολογία – Προσαρμοσμένη αεροτομή

Η δεύτερη μεθοδολογία, που διαθέτει το λογισμικό για την κατασκευή των αεροτομών, είναι αυτή της παρεμβολής καμπύλης από νέφος σημείων. Για το σκοπό αυτό επιλέξαμε την αεροτομή τύπου NACA2410. Με εισαγωγή του νέφους των σημείων, που ορίζουν την συγκεκριμένη αεροτομή, τόσο στο T4T όσο και στο Rhino, προέκυψαν οι καμπύλες NURBS 3^{ου} βαθμού για ομοιόμορφο διάλυμα κόμβων, του Σχήματος 4.6.



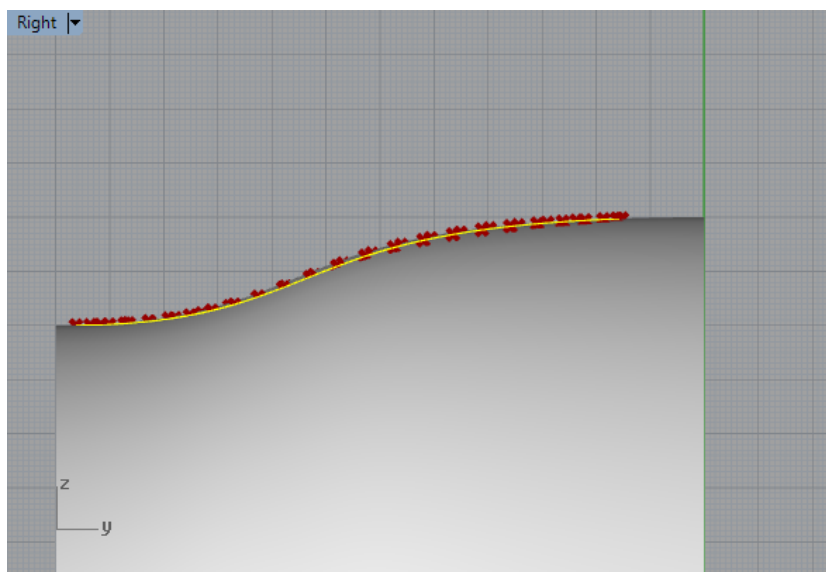
Σχήμα 4.6: Σύγκριση επίπεδων αεροτομών λογισμικών T4T-Rhinoceros
2^η μεθοδολογία – Παρεμβολή από νέφος σημείων

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε από τα Σχήματα 4.5 και 4.6, οι καμπύλες που προκύπτουν από το T4T πρακτικά ταυτίζονται με αυτές του Rhinoceros και για τις δύο μεθοδολογίες κατασκευής επιπέδων αεροτομών.

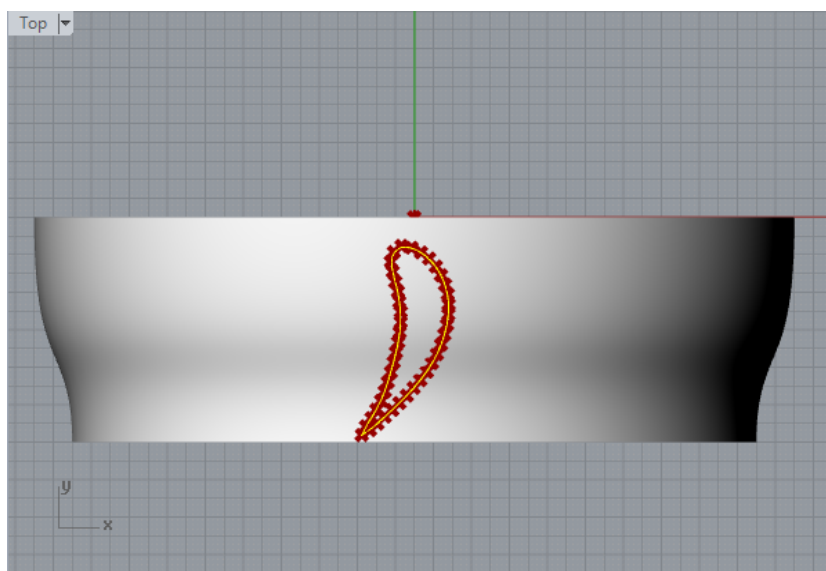
Σύμμορφες Αεροτομές

Αφού πιστοποιήθηκε η ικανότητα του λογισμικού να παράγει επίπεδες αεροτομές, προχωράμε στην πιστοποίηση των σύμμορφων αεροτομών. Για να παραχθεί η τελική επιφάνεια του πτερυγίου, απαιτείται να γίνει σύμμορφη απεικόνιση των αεροτομών στις κωνικές επιφάνειες. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήσαμε την κωνική επιφάνεια του κελύφους, που ορίστηκε παραπάνω, καθώς επίσης και την προσαρμοσμένη αεροτομή.

Στα Σχήματα 4.7 και 4.8 παρουσιάζεται η σύμμορφη αεροτομή με συνεχή κίτρινη γραμμή όπως προέκυψε από το T4T, ενώ υπό μορφή σημείων η καμπύλη από το Rhino.



Σχήμα 4.7: Σύμμορφη αεροτομή – Πλάγια όψη



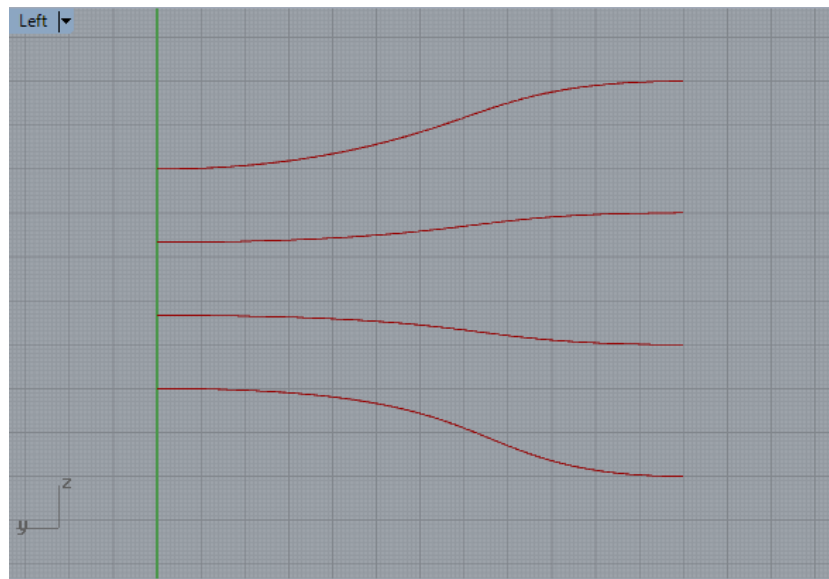
Σχήμα 4.8: Σύμμορφη αεροτομή –Κάτοψη

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε και από τα σχήματα, η σύμμορφη απεικόνιση είναι ακριβής, αφού η αεροτομή προσαρμόζεται ακριβώς πάνω στην κωνική επιφάνεια και πρακτικά ταυτίζεται με αυτή που προκύπτει από το Rhino.

Σύμμορφα Πτερύγια

Αφού πιστοποιήθηκε και η ικανότητα του λογισμικού να παράγει τις σύμμορφες αεροτομές, μένει η πιστοποίηση αυτού ως προς την ικανότητά του να παράγει με ακρίβεια την τελική τριδιάστατη επιφάνεια των πτερυγίων. Η επιφάνεια αυτή προκύπτει από παρεμβολή μέσω διατομών (lofting).

Για το συγκεκριμένο test case θα χρησιμοποιήσουμε τις κωνικές επιφάνειες που ορίστηκαν παραπάνω, ενώ η τελική επιφάνεια θα οριστεί διαμέσου 4 διατομών. Οι γεννήτριες καμπύλες των κωνικών επιφανειών, που θα χρησιμοποιηθούν για την σύμμορφη απεικόνιση των πτερυγίων, καθώς επίσης και οι δύο επιπλέον ενδιάμεσες καμπύλες, φαίνονται στο Σχήμα 4.9.



Σχήμα 4.9: Γεννήτριες καμπύλες πλήμνης και κελύφους – βοηθητικές καμπύλες

Οι βοηθητικές καμπύλες προέκυψαν με γραμμική παρεμβολή μεταξύ των κωνικών επιφανειών της πλήμνης και του κελύφους στο 33,3% και στο 66,6%.

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των τεσσάρων αεροτομών, που θα χρησιμοποιηθούν στο παράδειγμα αυτό, είναι τα εξής:

Αεροτομή 1^η - Πλήμνης

- Μήκος χορδής $L_{ref} = 100$
- Γωνία εισόδου: $B_{1m} = 50^0$
- Γωνία εξόδου: $B_{2m} = -40^0$
- Γωνία stagger: $\gamma = -10^0$
- Συντεταγμένες ακμής πρόσπτωσης: $P_0 = \{0,0\}$

Αεροτομή 2^η

- Μήκος χορδής $L_{ref} = 100$
- Γωνία εισόδου: $B_{1m} = 40^0$
- Γωνία εξόδου: $B_{2m} = -55^0$
- Γωνία stagger: $\gamma = -20^0$
- Συντεταγμένες ακμής πρόσπτωσης: $P_0 = \{0,0\}$

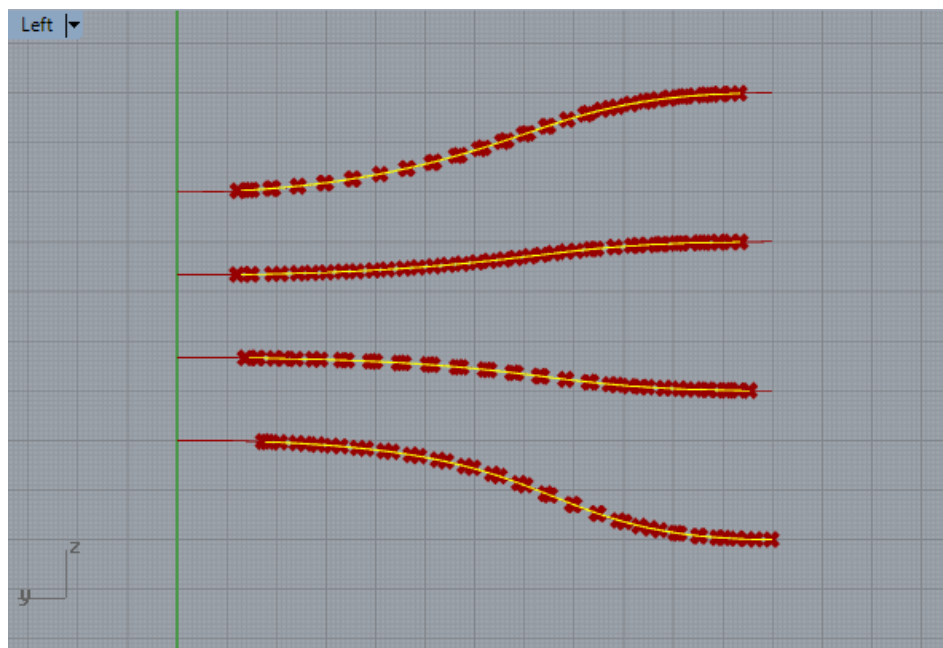
Αεροτομή 3^η

- Μήκος χορδής $L_{ref} = 100$
- Γωνία εισόδου: $B_{1m} = 35^0$
- Γωνία εξόδου: $B_{2m} = -60^0$
- Γωνία stagger: $\gamma = -30^0$
- Συντεταγμένες ακμής πρόσπτωσης: $P_0 = \{0,0\}$

Αεροτομή 4^η - Κελύφους

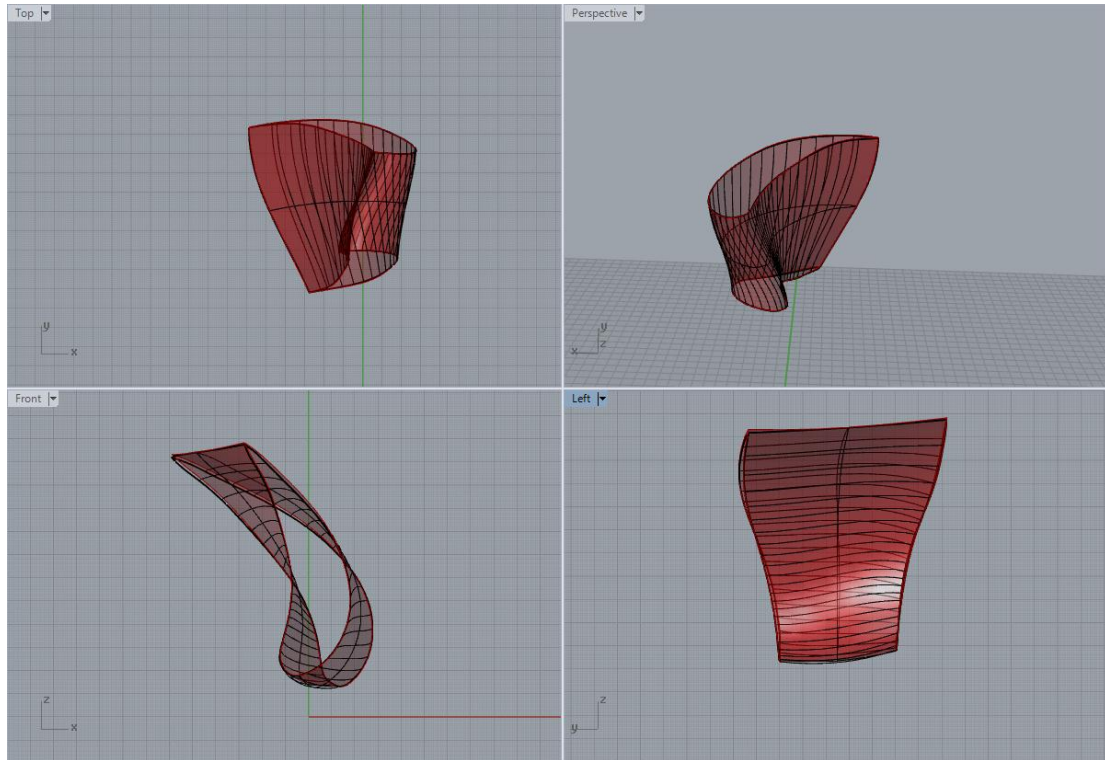
- Μήκος χορδής $L_{ref} = 100$
- Γωνία εισόδου: $B_{1m} = 30^0$
- Γωνία εξόδου: $B_{2m} = -60^0$
- Γωνία stagger: $\gamma = -35^0$
- Συντεταγμένες ακμής πρόσπτωσης: $P_0 = \{0,0\}$

Η κατανομή πάχους, που εφαρμόζεται σε όλες τις παραπάνω αεροτομές, είναι αυτή που δίνεται από τον Πίνακα 4.3. Η σύμμορφη απεικόνιση των αεροτομών παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.10 όπου η στοίβαξη αυτών έγινε βάσει του κέντρου βάρους τους, στις κωνικές επιφάνειες που παρουσιάστηκαν παραπάνω.



Σχήμα 4.10: Γεννήτριες καμπύλες κωνικών επιφανειών – Σύμμορφες αεροτομές

Τέλος, με τη διαδικασία του lofting διαμέσου των διατομών, που παρουσιάστηκαν παραπάνω, κατασκευάζεται η τελική επιφάνεια του πτερυγίου. Η σύγκριση των επιφανειών, όπως προέκυψαν από το Rhino και από το T4T, παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.11.



Σχήμα 4.11: Σύγκριση σύμμορφου πτερυγίου λογισμικών T4T-Rhinoceros

Στις παραπάνω όψεις διακρίνουμε με μαύρο χρώμα σε μορφή μοντέλου σύρματος (wireframe) τη γεωμετρία που προέκυψε από το T4T ενώ με κόκκινο χρώμα την επιφάνεια που προέκυψε από το Rhino.

Όπως μπορούμε να διακρίνουμε, οι επιφάνειες πρακτικά ταυτίζονται, στοιχείο το οποίο πιστοποιεί την ακρίβεια και την αξιοπιστία του αλγορίθμου, που χρησιμοποιεί το T4T για τον υπολογισμό των επιφανειών των πτερυγίων.

Κεφάλαιο 5

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται εφαρμογή των μεθόδων γεωμετρικής μοντελοποίησης, οι οποίες αναπτύχθηκαν στην παρούσα διατριβή. Εξετάζονται οι δυνατότητες του λογισμικού στην παραγωγή πραγματικών τριδιάστατων πτερυγώσεων, βάσει δεδομένων από την βιβλιογραφία [21].

5.1 Ανεμογεννήτρια

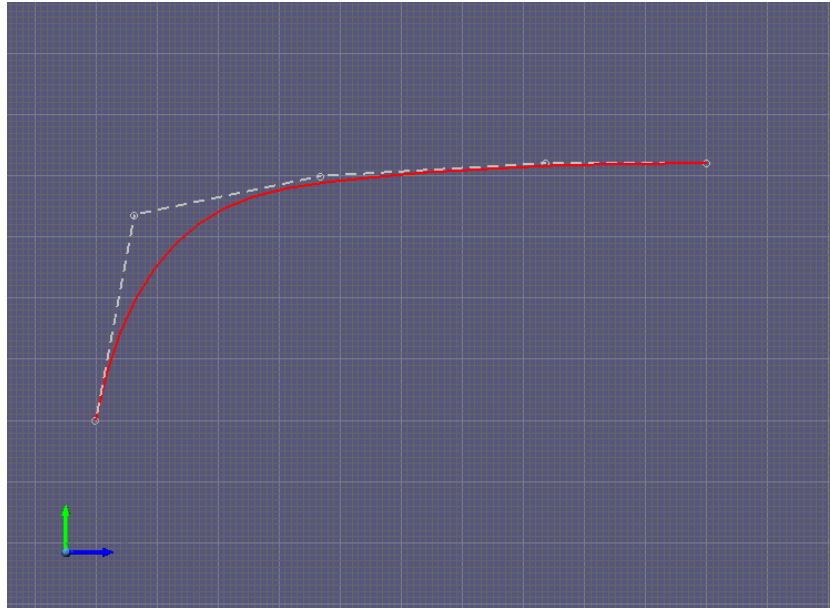
Η πρώτη εφαρμογή που θα παρουσιαστεί είναι μία ανεμογεννήτρια 3 πτερυγίων. Η αναπαράσταση αυτής γίνεται από 4 NURBS επιφάνειες, μία επιφάνεια εκ περιστροφής που αναπαριστά την πλήμνη και 3 πτερύγια.

Ορισμός Πλήμνης

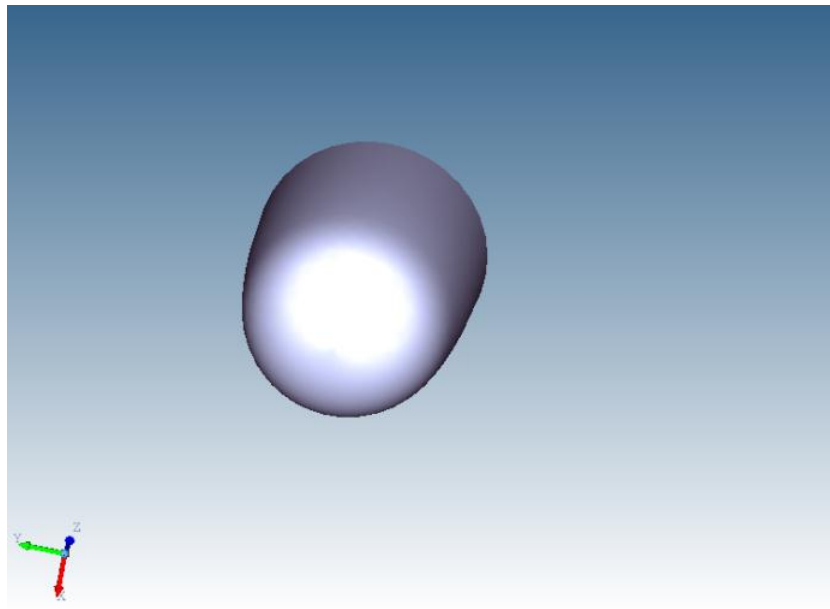
Η πλήμνη της ανεμογεννήτριας κατασκευάζεται από μία καμπύλη NURBS 3^{ου} βαθμού, που διέρχεται από 5 σημεία ελέγχου. Οι συντεταγμένες και τα βάρη των σημείων της καμπύλης παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.1.

Z	R	Weight
0.0	0.0	1.0
0.06	0.32	1.0
0.35	0.38	1.2
0.7	0.4	1.0
0.95	0.4	1.0

Σχήμα 5.1: Σημεία ελέγχου πλήμνης



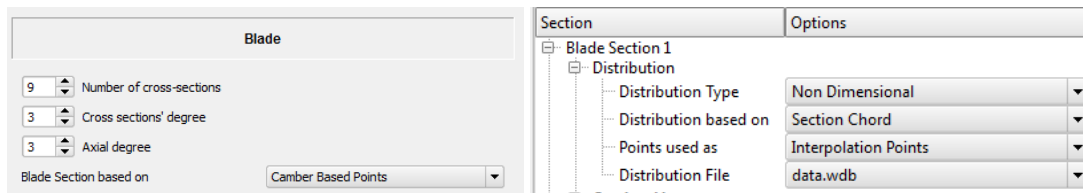
Σχήμα 5.2: Γεννήτρια καμπύλη πλήμνης



Σχήμα 5.3: Τριδιάστατη επιφάνεια πλήμνης

Ορισμός Πτερυγίων

Το πρότυπο πτερύγιο της ανεμογεννήτριας κατασκευάζεται από 9 διατομές $3^{\text{ου}}$ βαθμού. Η μορφή όλων των αεροτομών είναι κοινή και βασίζεται σε αυτή της NACA 2410, με διαφορετικό πάχος. Το πάχος των αεροτομών είναι μεγαλύτερο στη βάση του πτερυγίου για λόγους αντοχής και μειώνεται σταθερά μέχρι την άκρη του, για μεγαλύτερη αεροδυναμική απόδοση. Η απαιτούμενη συστροφή στο πτερύγιο δημιουργείται από την μεταβολή της γωνίας κλίσης των αεροτομών (stagger angle). Οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή του πτερυγίου παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.4.



Σχήμα 5.4: Παράμετροι για την κατασκευή των αεροτομών

Η κατασκευή όλων των αεροτομών έγινε βάσει των παρακάτω επιλογών:

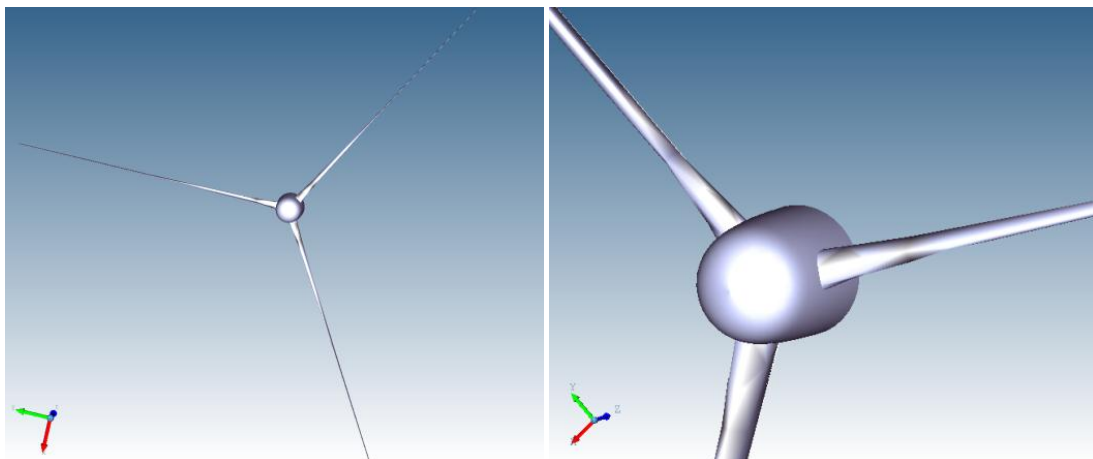
- Αδιάστατη κατανομή πάχους, βασιζόμενη στην χορδή της αεροτομής.
- Παρεμβολή καμπύλης από νέφος σημείων για την κατασκευή των αεροτομών.
- Επιφάνεια 3^{ov} βαθμού στην περιμετρική και την αξονική διεύθυνση.

Το μήκος της χορδής της εκάστοτε αεροτομής, καθώς επίσης και η γωνία κλίσης για κάθε ακτίνα, παρουσιάζονται στον ακόλουθο Πίνακα 5.1.

Ακτίνα R (m)	L_{ref} (m)	γ ($^{\circ}$)
0.8	3.585	37.6
1.6	1.793	19.5
2.4	1.195	11.6
3.2	0.896	7.4
4	0.717	4.8
4.8	0.598	3
5.6	0.512	1.7
6.4	0.448	0.8
8	0.359	-0.6

Πίνακας 5.1: Μήκος χορδής και γωνία εισόδου της ροής για τις 9 αεροτομές

Ο τρόπος στοίβαξης των αεροτομών έγινε βάσει του κέντρου βάρους τους, ενώ η γραμμή στοίβαξης ορίστηκε ως μία ακτίνα στη θέση 0.7m. Η τελική γεωμετρία της ανεμογεννήτριας παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.5.



Σχήμα 5.5: Τελική γεωμετρία ανεμογεννήτριας

5.2 Στρόβιλος

Η δεύτερη εφαρμογή είναι ένας υποηχητικός στρόβιλος μίας βαθμίδας, η οποία περιλαμβάνει ένα στάτορα και έναν ρότορα. Ο στάτορας αποτελείται από 20 πτερύγια ενώ ο ρότορας από 31.

Ορισμός Πλήμνης - Κελύφους

Η πλήμνη και το κέλυφος του στρόβιλου κατασκευάζονται από καμπύλες NURBS 4^{ου} βαθμού. Οι γεννήτριες καμπύλες αυτών ορίζονται από πέντε σημεία ελέγχου, τα οποία δίνονται στα Σχήματα 5.6 (α) και (β):

Control Points' Coordinate:		
Z	R	Weight
0.0	340.0	1.0
65.0	340.0	1.0
130.0	335.0	1.0
195.0	330.0	1.0
250.0	330.0	1.0

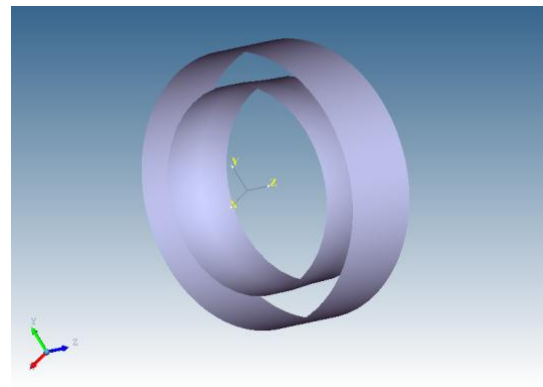
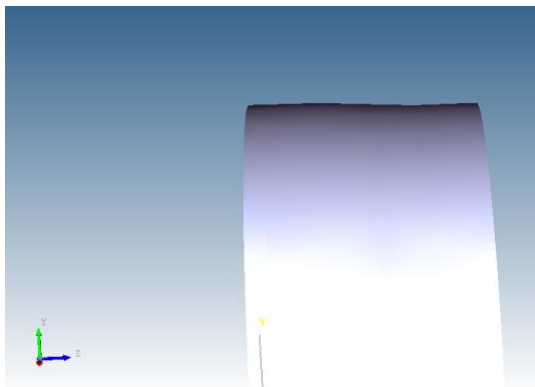
(α)

Control Points' Coordinate:		
Z	R	Weight
0.0	450.0	1.0
65.0	450.0	1.0
130.0	450.0	1.0
195.0	450.0	1.0
275.0	450.0	1.0

(β)

Σχήμα 5.6: Σημεία ελέγχου (α) πλήμνης (β) κελύφους

Οι παραγόμενες επιφάνειες της πλήμνης και του κελύφους παρουσιάζονται στο παρακάτω Σχήμα 5.7.



Σχήμα 5.7: Επιφάνειες πλήμνης και κελύφους

Ορισμός Πτερυγίων

Για την κατασκευή του πρότυπου πτερυγίου του στάτορα χρησιμοποιήθηκαν 4 αεροτομές 3^{ου} βαθμού, οι οποίες έχουν τα ακόλουθα γεωμετρικά χαρακτηριστικά:

Section	Options
Blade Section 1	
Distribution	
Camber Line	
Lref	100,00
B1m	0,0
B2m	-55,0
gamma	-30,0
Mean Camber Line Weight	1,0
Leading Edge's Position	
Blade Section 2	
Distribution	
Camber Line	
Lref	100,00
B1m	0,0
B2m	-57,0
gamma	-25,0
Mean Camber Line Weight	1,0
Leading Edge's Position	
Blade Section 3	
Distribution	
Camber Line	
Lref	100,00
B1m	0,0
B2m	-60,0
gamma	-25,0
Mean Camber Line Weight	1,0
Leading Edge's Position	

Σχήμα 5.8: Δένδρο πτερυγίου στάτορα

Αεροτομή 1^η - Πλήμνης

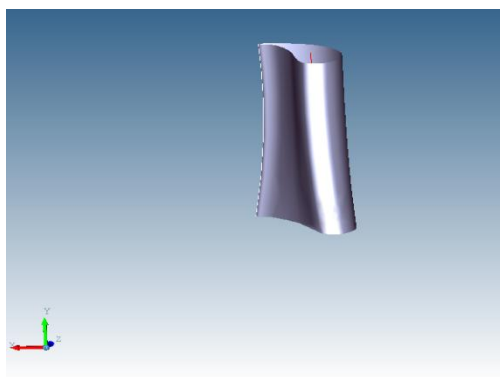
- Μήκος χορδής $L_{ref} = 100$
- Γωνία εισόδου: $B_{1m} = 0^0$
- Γωνία εξόδου: $B_{2m} = -55^0$
- Γωνία stagger: $\gamma = -30^0$
- Συντεταγμένες ακμής
πρόσπτωσης: $P_0 = \{0,0\}$

Αεροτομή 2^η

- Μήκος χορδής $L_{ref} = 100$
- Γωνία εισόδου: $B_{1m} = 0^0$
- Γωνία εξόδου: $B_{2m} = -57^0$
- Γωνία stagger: $\gamma = -25^0$
- Συντεταγμένες ακμής
πρόσπτωσης: $P_0 = \{0,0\}$

Αεροτομή 3^η

- Μήκος χορδής $L_{ref} = 100$
- Γωνία εισόδου: $B_{1m} = 0^0$
- Γωνία εξόδου: $B_{2m} = -60^0$
- Γωνία stagger: $\gamma = -25^0$
- Συντεταγμένες ακμής
πρόσπτωσης: $P_0 = \{0,0\}$



Σχήμα 5.9: Πτερύγιο στάτορα

Οι παραπάνω αεροτομές μας δίνουν ένα πτερύγιο της μορφής του Σχήματος 5.9.

Για την περίπτωση του πτερυγίου του ρότορα χρησιμοποιήθηκαν επίσης 3 αεροτομές με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

Αεροτομή 1^η - Πλήμνης

- Μήκος χορδής $L_{ref} = 100$
- Γωνία εισόδου: $B_{1m} = -57^0$
- Γωνία εξόδου: $B_{2m} = 58^0$
- Γωνία stagger: $\gamma = 20^0$
- Συντεταγμένες ακμής πρόσπτωσης:
 $P_0 = \{0,0\}$

Αεροτομή 2^η

- Μήκος χορδής $L_{ref} = 100$
- Γωνία εισόδου: $B_{1m} = -50^0$
- Γωνία εξόδου: $B_{2m} = 70^0$
- Γωνία stagger: $\gamma = 30^0$
- Συντεταγμένες ακμής πρόσπτωσης:
 $P_0 = \{0,0\}$

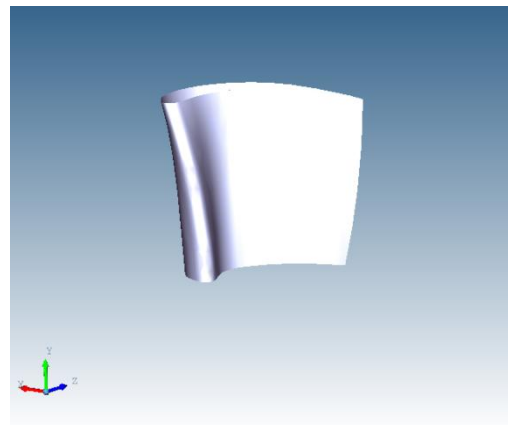
Αεροτομή 3^η

- Μήκος χορδής $L_{ref} = 100$
- Γωνία εισόδου: $B_{1m} = -30^0$
- Γωνία εξόδου: $B_{2m} = 75^0$
- Γωνία stagger: $\gamma = 40^0$
- Συντεταγμένες ακμής πρόσπτωσης:
 $P_0 = \{0,0\}$

Για τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά που δόθηκαν παραπάνω, το πρότυπο πτερύγιο του ρότορα διαμορφώνεται σύμφωνα με το Σχήμα 5.11.

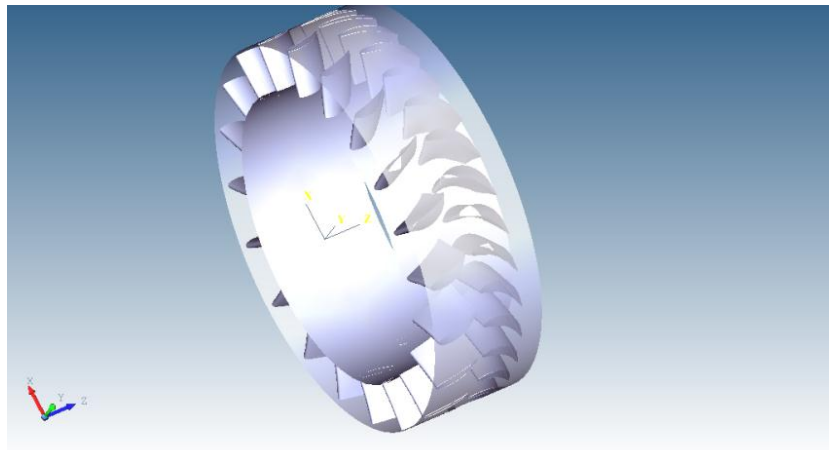
Section	Options
Blade Section 1	
Distribution	
Camber Line	
Lref	100,00
B1m	-57,0
B2m	58,0
gamma	20,0
Mean Camber Line Weight	1,0
Leading Edge's Position	
Blade Section 2	
Distribution	
Camber Line	
Lref	100,00
B1m	-50,0
B2m	70,0
gamma	30,0
Mean Camber Line Weight	1,0
Leading Edge's Position	
Blade Section 3	
Distribution	
Camber Line	
Lref	100,00
B1m	-30,0
B2m	75,0
gamma	40,0
Mean Camber Line Weight	1,0
Leading Edge's Position	

Σχήμα 5.10: Δένδρο πτερυγίου ρότορα

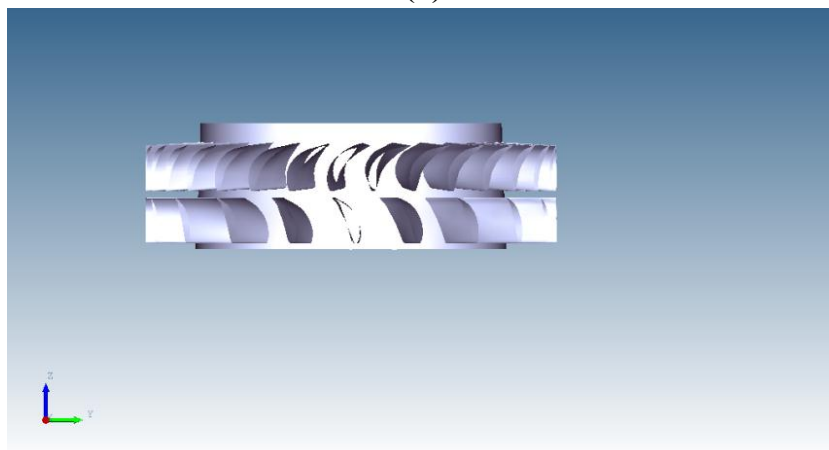


Σχήμα 5.11: Πτερύγιο ροτορα

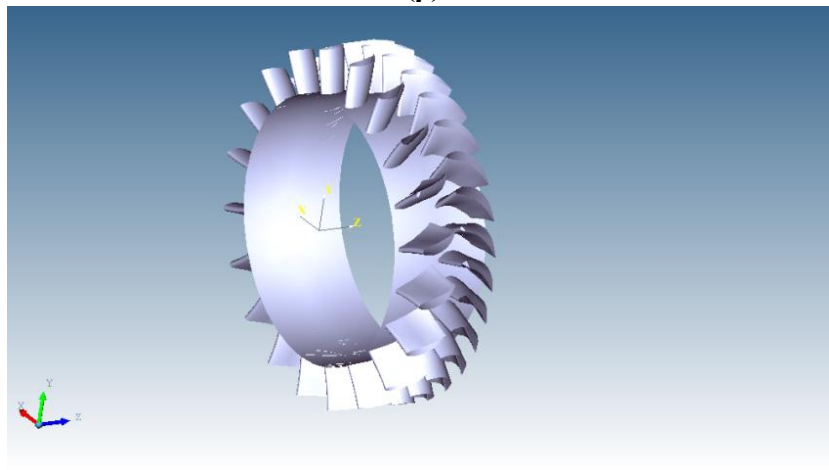
Για την ολοκλήρωση της τριδιάστατης γεωμετρίας απαιτείται η σύμμορφη απεικόνιση των περυγίων πάνω στις κωνικές επιφάνειες. Η στοίβαξη των αεροτομών γίνεται βάσει του κέντρου βάρους τους, ενώ η καμπύλη στοίβαξης ορίζεται ως μία ακτίνα, η οποία τοποθετείται στην θέση $Z=60$ για τον στάτορα και $Z=175$ για τον ρότορα. Η τελική γεωμετρία του στροβίλου παρουσιάζεται στα Σχήματα 5.12 (α), (β) και (γ).



(α)



(β)



(γ)

Σχήμα 5.12: Μονοβάθμιος στρόβιλος

Κεφάλαιο 6

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Στο τελικό αυτό κεφάλαιο γίνεται μία σύνοψη της μεταπτυχιακής διατριβής, ενώ προτείνονται ορισμένες μελλοντικές επεκτάσεις και κατευθύνσεις, έτσι ώστε να δημιουργηθεί ένα πιο ολοκληρωμένο λογισμικό, χρήσιμο σε πρακτικές εφαρμογές σχεδιασμού πτερυγώσεων.

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία, επικεντρώθηκε στην ανάπτυξη και την εξέλιξη του λογισμικού T4T, το οποίο είχε αναπτυχθεί στα πλαίσια προηγούμενων εργασιών. Το λογισμικό, στην παρούσα μορφή του, δίνει τη δυνατότητα στον χρήστη να σχεδιάσει τόσο πτερυγώσεις στροβιλοκινητήρων όσο και πτερύγια ανεμογεννητριών. Οι τελικές επιφάνειες παράγονται σύμφωνα με τη θεωρία των NURBS, οι οποίες μπορούν να περιγράψουν πολύπλοκες γεωμετρίες με ακρίβεια για μικρό αριθμό παραμέτρων. Το νέο γραφικό περιβάλλον που δημιουργήθηκε είναι πιο φιλικό στον χρήστη, καθώς παρέχει δυνατότητες άμεσης τριδιάστατης απεικόνισης, για καλύτερη εποπτεία της γεωμετρίας.

Η μεθοδολογία υπολογισμού των πτερυγίων έχει προγραμματιστεί σε γλώσσα προγραμματισμού C++. Η παραμετρική φύση ορισμού της γεωμετρίας δίνει τη δυνατότητα συνεργασίας με προγράμματα βελτιστοποίησης, καθώς η μεθοδολογία υπολογισμού των πτερυγίων μπορεί να τρέξει ανεξάρτητα του γραφικού περιβάλλοντος, με εισαγωγή των δεδομένων μέσω αρχείων κειμένου.

Στα μελλοντικά σχέδια επέκτασης του T4T είναι η προσθήκη ενός εργαλείου αυτόματης παραγωγής υπολογιστικού πλέγματος για την επίλυση της ροής. Αυτό θα αποτελούσε σημαντικό εργαλείο, καθώς θα έδινε τη δυνατότητα στον χρήστη να παράγει ολοκληρωμένα test cases χωρίς τη χρήση άλλων ενδιάμεσων λογισμικών.

Μία δεύτερη προσθήκη είναι η ανάπτυξη μεθοδολογίας για τη σχεδίαση πτερυγώσεων ακτινικής και μεικτής ροής. Η προσθήκη αυτή δεν έχει σημαντική δυσκολία, διότι τα βασικά εργαλεία υπάρχουν ήδη ενσωματωμένα στο λογισμικό.

Επόμενη προσθήκη είναι ο ορισμός της επιφάνειας που "κλείνει" το ακροπτερύγιο, καθώς και ο πληρέστερος ορισμός της βάσης του πτερυγίου ανεμογεννήτριας.

Για τη διευκόλυνση της διαδικασίας αυτόματης τροποποίησης και βελτιστοποίησης των πτερυγίων, προτείνεται η εισαγωγή μεθόδου FFD (Freeform Deformation), η οποία χρησιμοποιεί ένα πλέγμα σημείων γύρω και μέσα στο πτερύγιο, με την μετακίνηση των οποίων παραμορφώνεται αυτόματα η γεωμετρία, καθώς και τα υπολογιστικά πλέγματα.

Επίσης, η προσθήκη της δυνατότητας τροποποίησης των πτερυγίων άμεσα από την επιφάνεια προεπισκόπησης, με μετακίνηση των σημείων ελέγχου με χρήση του ποντικιού, μπορεί να διευκολύνει πολύ τον χρήστη στην κατασκευή της επιθυμητής επιφάνειας.

Κεφάλαιο 7

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

- [1] Koini, G.N., Sarakinos, S.S., Nikolos, I.K., "A software tool for parametric design of turbomachinery blades", *Advances in Engineering Software*, 40, pp. 41-51, 2009.
- [2] Sobieczky, H., Dulikravich, G.S., and Dennis B.H., "Parameterized geometry formulation for inverse design and optimization", *Proceedings of the 4th International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice*, Angra dos Reis, Brazil, May 26-31, 2002.
- [3] Pritchard, L.J., "An eleven parameter axial turbine airfoil geometry model", *ASME paper 85-GT-219*, 1985.
- [4] Trigg, M.A., Tubby, G.R., Sheard, A.G., "Automatic genetic optimization approach to two-dimensional blade profile design for steam turbines", *Journal of Turbomachinery*, pp. 11-17, 1999.
- [5] Anders, J.M., Haarmeyer, J., "A parametric blade design system", in *Von Karman Institute for Fluid Dynamics: Lecture Series 1999-02 Turbomachinery Blade Design Systems*, 1999.
- [6] Korakianitis, T., "Hierarchical development of three direct-design methods for two-dimensional axial-turbomachinery cascades", *Transactions of the ASME, Journal of Turbomachinery*, Vol. 115, pp. 314-324, April 1993.
- [7] Korakianitis, T., "Prescribed-curvature-distribution airfoils for the preliminary geometric design of axial turbomachinery cascades", *Transactions of the ASME, Journal of Turbomachinery*, Vol. 115, pp. 325-333, April 1993.
- [8] Korakianitis, T., Papagiannidis, P., "Surface-curvature-distribution effects on turbine-cascade performance", *Transactions of the ASME, Journal of Turbomachinery*, Vol. 115, pp. 334-341, 1993.
- [9] Giannakoglou, K.C., Giotis, A.P., "Acceleration of genetic algorithms using artificial neural networks – application of the method", in *Von Karman Institute for Fluid Dynamics: Lecture Series 2000, Genetic Algorithms for Optimization in Aerodynamics and Turbomachinery*, 2000.

- [10] Goel, S., Cofer, J.L., Singh, H., "Turbine airfoil design optimization", ASME paper 96-GT-158, 1996.
- [11] Jun, L., Zheping, F., Jianzhong, C., Zuda, S., "Aerodynamic optimum design for transonic turbine cascades using Genetic Algorithms", Journal of Thermal Science, 6(2), pp. 111-116, 1997.
- [12] Yamamoto, K., Inoue, O., "Applications of genetic algorithm to aerodynamic shape optimization", AIAA-95-1650-CP, 1995.
- [13] Pierret, S., Designing turbomachinery blades by means of the function approximation concept based on artificial neural network, genetic algorithm, and the Navier-Stokes equations, Ph.D. thesis, Faculte Polytechnique de Mons, Von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1999.
- [14] Cofer, J.L., IV, Reinker, J.K., Summer, W.J., "Advances in steam path technology", General Electric Power Generation Paper, GER-3713D, 1996.
- [15] Μπιλάλης, Ν., Μαραβελάκης, Ε., Συστήματα CAD/CAM και τρισδιάστατη μοντελοποίηση, Εκδόσεις Κριτική, 2009.
- [16] Piegl, L. & Tiller, W., The NURBS Book, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1995.
- [17] Oliver, J.H., NURBS-Based Geometry for Integrated Structural Analysis, NASA Lewis Research Center, Grant NAG3-1481, 1997.

Ηλεκτρονικές Διευθύνσεις

- [18] Gurit – Wind Turbine Blade Aerodynamics . Ηλεκτρονική διεύθυνση:
http://www.gurit.com/files/documents/2_aerodynamics.pdf
- [19] ANSYS Inc. ANSYS BladeModeler - A Geometry Design Tool for Rotating Machinery. Ηλεκτρονική διεύθυνση:
<http://www.ansys.com/products/blademodeler.asp>
- [20] NUMECA International. AutoBlade. Ηλεκτρονική διεύθυνση:
<http://www.numeca.be/index.php?id=28>
- [21] Warlock Engineering Pty. Ltd. Ηλεκτρονική διεύθυνση:
<http://www.warlock.com.au/tools/bladecalc.htm>
- [22] Wind Turbines and the Energy in Wind. Ηλεκτρονική διεύθυνση:
<http://www.ftexploring.com/energy/wind-enrgy.html>

- [23] Wind Blade Design - Wikipedia. Ηλεκτρονική διεύθυνση:
http://en.wikipedia.org/wiki/Wind_turbine_design
- [24] Concepts ETL. CCAD/COMIG. Ηλεκτρονική διεύθυνση:
http://www.conceptsnrec.com/products/agile_easycompressor.htm

Κεφάλαιο 8

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Π1

Καμπύλες και Επιφάνειες Bezier, B-Splines και NURBS

Στο παράρτημα αυτό παρουσιάζεται αναλυτικά η θεωρία των καμπυλών Bezier, B-Splines και NURBS, που χρησιμοποιεί το λογισμικό που αναπτύχθηκε, για την μοντελοποίηση και την αναπαράσταση των περυγώσεων.

Π1.1 Αναπαράσταση καμπυλών

Η αναπαράσταση καμπυλών γίνεται με δυο μεθόδους: την πεπλεγμένη και την παραμετρική εξίσωση.

Πεπλεγμένη μορφή: Χρησιμοποιούνται εξισώσεις της μορφής $C(x,y,z)=0$ ή $C(y,z)=0$. Και στις δυο περιπτώσεις υπάρχει σχέση μεταξύ των συντεταγμένων κάθε σημείου της καμπύλης στον τρισδιάστατο χώρο, είτε μεταξύ όλων των συντεταγμένων σε μια πεπλεγμένη μορφή (implicit) ή μεταξύ μιας συντεταγμένης σε σχέση με τις άλλες δυο (explicit). Η πεπλεγμένη εξίσωση μπορεί να επαληθεύσει άμεσα, εάν ένα σημείο στο χώρο ανήκει σε μια καμπύλη με απλή αντικατάσταση των συντεταγμένων του σημείου στην εξίσωση της καμπύλης. Η απεικόνισή τους εξαρτάται από το σύστημα συντεταγμένων και έτσι είναι δύσκολοι οι μετασχηματισμοί ή η μεταφορά τους σε άλλο σύστημα συντεταγμένων.

Παραμετρική μορφή: Χρησιμοποιούνται εξισώσεις της μορφής $x=X(u)$, $y=Y(u)$, $z=Z(u)$, όπου κάθε συντεταγμένη του σημείου εκφράζεται με έμμεσο τρόπο, μέσω της παραμέτρου ορισμού της καμπύλης u , με $0 < u < 1$ συνήθως. Η τιμή $u=0$ αντιστοιχεί στην αρχή της καμπύλης και η τιμή $u=1$ στο τέλος της καμπύλης. Με αυτή τη μέθοδο υπολογίζονται άμεσα τα σημεία πάνω στην καμπύλη με απλή αντικατάσταση της τιμής της παραμέτρου ορισμού της καμπύλης. Μπορεί να αναπαραστήσει κλειστές καμπύλες ή καμπύλες με πολλαπλές τιμές. Η εξίσωση είναι ανεξάρτητη από το σύστημα συντεταγμένων και γίνονται εύκολα οι μετασχηματισμοί και η μεταφορά τους σε άλλο σύστημα συντεταγμένων. Το μειονέκτημα της παραμετρικής εξίσωσης είναι ότι δεν μπορεί να επαληθευτεί εύκολα εάν ένα τυχαίο σημείο, για το οποίο είναι γνωστές οι συντεταγμένες του, ανήκει σε μια καμπύλη. Στην περίπτωση αυτή απαιτείται ο προσδιορισμός της παραμέτρου ορισμού της καμπύλης, u , για κάθε συντεταγμένη και η επαλήθευσή του εάν οι τιμές του u που βρέθηκαν συμπίπτουν. Η παραμετρική εξίσωση αποδίδεται διανυσματικά με $r=C(u)$, όπου r το διάνυσμα θέσης του σημείου στην καμπύλη για τη δεδομένη τιμή του u και $C(u)$ η διανυσματική συνάρτηση ορισμού της καμπύλης ως προς u .

Η παραμετρική αναπαράσταση χρησιμοποιείται γιατί χρησιμοποιούνται εύκολα λειτουργίες όπως:

- Σχεδίαση ορισμένου τμήματος της καμπύλης (προβολή του τμήματος της καμπύλης μεταξύ των ορίων της παραμέτρου u),
- Υπολογισμός διαδοχικών σημείων πάνω στην καμπύλη (αντικαθίστανται στην εξίσωση ορισμού οι διαδοχικές τιμές της παραμέτρου ορισμού u),
- Προσδιορισμός ενός ορισμένου σημείου πάνω στην καμπύλη (άμεση αντικατάσταση της παραμέτρου ορισμού u στην εξίσωση), ενώ το αντίστροφο πρόβλημα, δηλαδή η εξακρίβωση εάν ένα σημείο ανήκει σε μια καμπύλη, δεν είναι εύκολο.

Επίσης, η παραμετρική αναπαράσταση δεν είναι μονοσήμαντη. Σε τεταρτημόριο κύκλου με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα ίση με τη μονάδα, μπορεί να είναι:

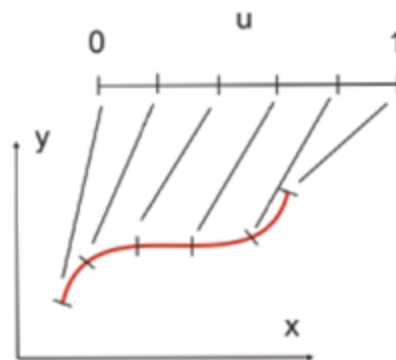
$$x(u) = \cos(u), y(u) = \sin(u), 0 \leq u \leq \pi/2 \quad (8.1)$$

ή

$$x(u) = \frac{1-u^2}{1+u^2}, \quad y(u) = \frac{2u}{1+u^2} \quad (8.2)$$

$$0 \leq u \leq 1$$

Εξήγηση της παραμετρικής αναπαράστασης επίπεδης καμπύλης.



Σχήμα 8.1: Παραμετρική αναπαράσταση επίπεδης καμπύλης [15]

Σύγκριση πεπλεγμένης μορφής και παραμετρικής απεικόνισης.

Προσθέτοντας μία z συντεταγμένη στην παραμετρική μέθοδο προκύπτουν τυχαίες τρισδιάστατες καμπύλες, ενώ η πεπλεγμένη μορφή μπορεί να δώσει μόνο καμπύλες σε επίπεδο. Παράλληλα είναι δύσκολο να περιγραφούν τμήματα καμπυλών ή μπαλώματα επιφανειών με πεπλεγμένη μορφή. Ενώ αντίθετα μας δίνεται αυτή τη δυνατότητα με εύκολο τρόπο χρησιμοποιώντας την παραμετρική μορφή, ορίζοντας τα όρια των παραμέτρων.

Ακόμη, μη περιορισμένες γεωμετρικές μορφές περιγράφονται σε πεπλεγμένη μορφή η οποία είναι καλύτερα προσαρμοσμένη για σχεδίαση σε H/Y. Σε πεπλεγμένη μορφή απεικόνισης, είναι δύσκολο να υπολογίσουμε ένα σημείο το οποίο ανήκει σε συγκεκριμένη καμπύλη ή επιφάνεια. Αντίθετα στην παραμετρική απεικόνιση, είναι δύσκολο να ελέγξουμε δεδομένο σημείο σε συγκεκριμένη καμπύλη, ή επιφάνεια.

Π1.2 Καμπύλες Bezier

Ορισμός της καμπύλης Bezier: Για τον ορισμό της καμπύλης Bezier χρησιμοποιούνται οι συναρτήσεις Bernstein ή πολυώνυμα Bernstein, ως συναρτήσεις μείξης των σημείων ελέγχου. Η γενική μορφή της καμπύλης Bezier βαθμού n , είναι [16]:

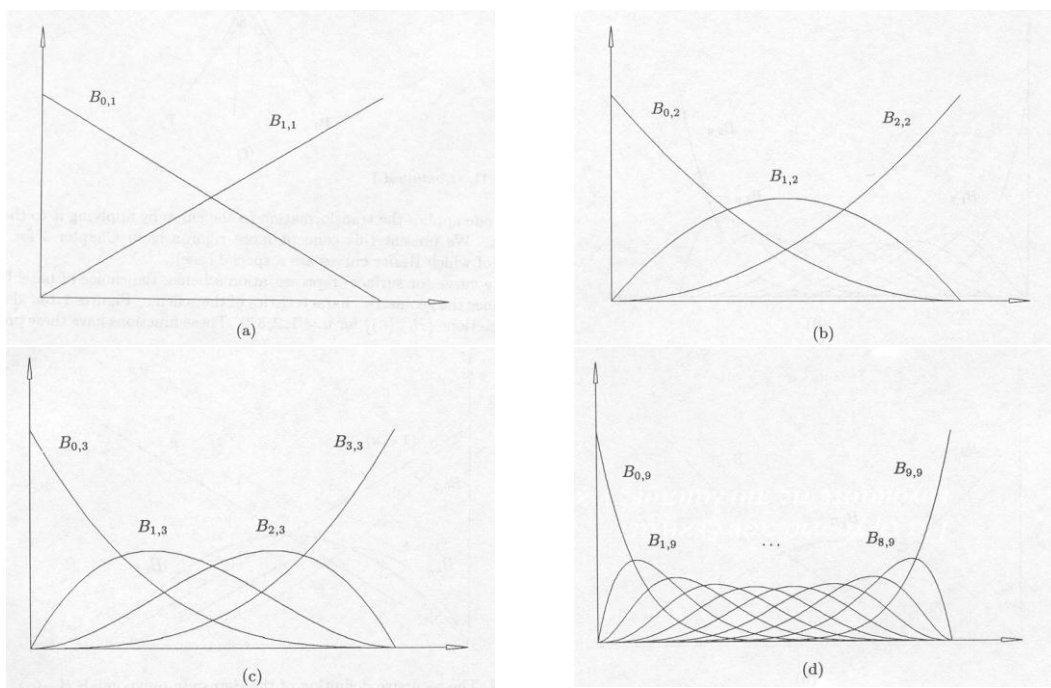
$$C(u) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(u) \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (8.3)$$

$B_{i,n}$ είναι τα πολυώνυμα Bernstein και τα P_i ($i=0,\dots,n$) τα διανύσματα θέσης των $n+1$ σημείων ελέγχου της καμπύλης, που συνιστούν το χαρακτηριστικό πολύγωνο της καμπύλης. Τα πολυώνυμα Bernstein ορίζονται από την εξίσωση:

$$B_{i,n}(u) = \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i} \quad (8.4)$$

$$B_{i,n}(u) \geq 0, \quad \forall 0 \leq u \leq 1$$

Τα πολυώνυμα Bernstein αποτελούν συναρτήσεις βάσης και προσδιορίζουν τον τρόπο με τον οποίο τα σημεία ελέγχου επηρεάζουν τη μορφή της καμπύλης. Η μορφή των πολυωνύμων εξαρτάται από την παράμετρο ορισμού της καμπύλης u και η μορφή αυτή δείχνει πόσο συνεισφέρει το κάθε σημείο ελέγχου στον ορισμό της καμπύλης για κάθε τιμή της παραμέτρου ορισμού u .



Σχήμα 8.2: Γραφική απεικόνιση πολυωνύμων Bernstein 1^{ου}, 2^{ου}, 3^{ου} και 9 ου βαθμού [15]

Ιδιότητες καμπυλών Bezier: οι ιδιότητες των καμπυλών Bezier οποιουδήποτε βαθμού στηρίζονται στις ιδιότητες των πολυωνύμων Bernstein. Για καμπύλη Bezier n -βαθμού που ορίζεται από $n+1$ σημεία ελέγχου, οι ιδιότητες αυτές είναι:

- Η καμπύλη περνάει από τα ακραία σημεία ελέγχου P_0 και P_n , ενώ προσεγγίζει όλα τα ενδιάμεσα σημεία ελέγχου. Στα ακραία σημεία, $u=0$ και $u=1$, οι μόνες βασικές συναρτήσεις που είναι μη μηδενικές είναι $B_{0,n}=1$ για $u=0$ και $B_{n,n}=1$ για $u=1$.
- Η καμπύλη εφάπτεται στα ακραία τμήματα του πολυγώνου ελέγχου.
- Η καμπύλη είναι συμμετρική ως προς u και $(1-u)$, με συνέπεια η αντιστροφή των σημείων ελέγχου να μην αλλάζει τη μορφή της καμπύλης. Η αντιστροφή επιτυγχάνεται αντικαθιστώντας $1-u=v$ στην εξίσωση της καμπύλης. Με δεδομένο επίσης ότι τα πολυώνυμα $B_{i,n}(u)$ και $B_{n-i,n}(u)$ είναι συμμετρικά ως προς u , προκύπτει ακριβώς η ίδια εξίσωση.
- Η καμπύλη μεταβάλλεται αλλάζοντας τη θέση των σημείων ελέγχου, ή με πολλαπλότητα στα σημεία ελέγχου.
- Το κάθε σημείο ελέγχου επηρεάζει περισσότερο την καμπύλη για $u=i/n$. Συνεπώς, η μετακίνηση του P_i σημείου ελέγχου επηρεάζει όλη την καμπύλη και στο σημείο $C(u) = i/n$ έχουμε τη μέγιστη μετατόπιση της καμπύλης. Αυτό οφείλεται στο ότι τα πολυώνυμα Bernstein $B_{i,n}(u)$ παίρνουν τη μέγιστη τιμή για $u = i/n$.
- Δημιουργείται κλειστή καμπύλη Bezier κλείνοντας το πολύγωνο ελέγχου.
- Για κάθε τιμή του u , το άθροισμα όλων των συναρτήσεων $B_{i,n}(u)$ είναι ίσο με τη μονάδα, σχέση που καθιστά τις καμπύλες Bezier αμετάβλητες στην εφαρμογή των απλών μετασχηματισμών, δηλαδή, μετατόπιση, κατοπτρισμό, περιστροφή και μεγέθυνση. Με την ιδιότητα αυτή, η εφαρμογή κάποιου μετασχηματισμού στην καμπύλη γίνεται με την εφαρμογή του μετασχηματισμού στα σημεία ελέγχου της καμπύλης. Η ιδιότητα αυτή είναι επίσης και μια μέθοδος ελέγχου των υπολογισμών.

$$\sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) = 1 \quad \forall 0 \leq u \leq 1 \quad (8.5)$$

- Τα σημεία της καμπύλης ορίζουν κυρτό πολύγωνο και όλη η καμπύλη περικλείεται μέσα στο πολύγωνο αυτό.
- Η μορφή της καμπύλης. Στην αρχή ($u=0$), η καμπύλη στρέφει τα κοίλα προς την ίδια κατεύθυνση όπως το τρίγωνο P_0, P_1, P_2 και στο τέλος ($u=1$) όπως το τρίγωνο P_{n-2}, P_{n-1}, P_n . Βρόχος στο πολύγωνο μπορεί να μας δώσει ή και να μη μας δώσει βρόχο στην καμπύλη. Στις καμπύλες τρίτου βαθμού, η μετάβαση από το ένα είδος στο άλλο γίνεται με την προοδευτική απομάκρυνση των σημείων ελέγχου P_1 και P_2 , ενώ υπάρχει μια θέση των σημείων στην οποία δημιουργείται καμπύλη με κορυφή και στη συνέχεια η περαιτέρω απομάκρυνσή τους οδηγεί σε βρόχο στην καμπύλη. Με την ιδιότητα αυτή μπορεί να προβλεφθεί η μορφή της καμπύλης χωρίς να προηγηθεί υπολογισμός των σημείων της καμπύλης.

Ο αλγόριθμος De Casteljau: ο αλγόριθμος αυτός βασίζεται στην αναδρομική σχέση που συνδέει τα πολυώνυμα Bernstein, και είναι:

$$B_{i,n}(u) = (1-u)B_{i,n-1}(u) + uB_{i-1,n-1}(u) \quad \text{με}$$

αρχικές συνθήκες,

$$B_{i,n}(u) = 0 \quad \text{εάν } i < 0 \text{ ή } i > n. \quad (8.6)$$

Π1.3 Ρητές Καμπύλες Bezier

Υπάρχουν γεωμετρικά σχήματα τα οποία δεν μπορούν να περιγραφούν με πολυώνυμα, όπως κύκλοι, κύλινδροι, σφαίρες κτλ. Επομένως χρησιμοποιούνται οι ρητές καμπύλες Bezier για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος.

Οι κωνικές τομές περιγράφονται από τις εξής ρητές συναρτήσεις :

$$x(u) = \frac{X(u)}{W(u)} \quad (8.8)$$

$$y(u) = \frac{Y(u)}{W(u)} \quad (8.9)$$

Με $X(u)$, $Y(u)$, $W(u)$ πολυώνυμα.
Ορισμός ρητής καμπύλης Bezier:

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n B_{i,n}(u)w_i P_i}{\sum_{i=0}^n B_{i,n}(u)w_i} \quad (8.10)$$

P_i : διανύσματα θέσης σημείων ελέγχου.

$B_{i,n}(u)$: Βασικές συναρτήσεις
 W_i : βάρη για κάθε σημείο ελέγχου.

Όπου,

$$W(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u)w_i \quad (8.11)$$

Με $w_i > 0$ για κάθε i , ώστε $W(u) > 0$ κάθε u που ανήκει στο $[0,1]$.

Επίσης διατυπώνεται και ως εξής:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n R_{i,n}(u)P_i \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (8.12)$$

Όπου

$$R_{i,n}(u) = \frac{B_{i,n}(u)w_i}{\sum_{j=0}^n B_{j,n}(u)w_j} \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (8.13)$$

η ρητή βασική συνάρτηση.

Π1.4 Καμπύλες B-Splines

Οι καμπύλες B-Splines αποτελούν μία γενίκευση των καμπυλών Bezier. Μία καμπύλη B-Spline ορίζεται από μία σειρά σημείων ελέγχου (που ονομάζονται και σημεία de Boor), τα οποία σχηματίζουν το πολύγωνο ελέγχου. Η καμπύλη αποτελείται από περισσότερα του ενός τμημάτων. Ο αριθμός των τμημάτων m εξαρτάται από τον αριθμό των σημείων ελέγχου $n+1$, και τον βαθμό της καμπύλης p , τον οποίο επιλέγει ο χρήστης. Το πεδίο τιμών της παραμέτρου ορισμού u , είναι $[0, m)$. Οι καμπύλες B-Splines έχουν όλες τις ιδιότητες των καμπυλών Bezier.

Προτερήματα B-Splines έναντι Bezier:

- Μας δίνεται η δυνατότητα τοπικού ελέγχου της καμπύλης. Στις καμπύλες B-Splines, η μετακίνηση ενός σημείου ελέγχου επηρεάζει μόνον ορισμένα από τα τμήματα που απαρτίζουν την καμπύλη. Σε αντίθεση το μεγάλο μειονέκτημα των καμπυλών Bezier είναι ότι η μετακίνηση ενός σημείου ελέγχου, επηρεάζει τη μορφή ολόκληρης της καμπύλης.
- Ο βαθμός της καμπύλης είναι ανεξάρτητος από τα σημεία ελέγχου και επιλέγεται από το χρήστη. Ο βαθμός της καμπύλης ορίζει τις βασικές συναρτήσεις. Αντίθετα σε μια καμπύλη Bezier η οποία προσαρμόζεται σε πολλά σημεία ελέγχου, εάν το αποτέλεσμα που θέλουμε να προκύψει είναι μία ενιαία καμπύλη, η καμπύλη που προκύπτει είναι μεγάλου βαθμού. Η καμπύλη μεγάλου βαθμού είναι υπολογιστικά πιο δύσκολη.
- Η προσθήκη-διαγραφή σημείων ελέγχου γίνεται χωρίς να υπάρχει αντίστοιχη αλλαγή του βαθμού της καμπύλης. Καθώς ο βαθμός της καμπύλης είναι ανεξάρτητος από τα σημεία ελέγχου και αυξάνει-μειώνεται μόνο ο αριθμός των τμημάτων της τελικής καμπύλης.

Η εξίσωση της καμπύλης B-Splines, p βαθμού, που ορίζεται από $n+1$ ελέγχου P_i , ($0 \leq i \leq n$), είναι [16]:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n P_i N_{i,p}(u), \quad 0 \leq u \leq u_{max}, \quad 1 \leq p \leq n \quad (8.14)$$

Οι συναρτήσεις $N_{i,p}(u)$, ονομάζονται βασικές συναρτήσεις B-Splines. Οι βασικές συναρτήσεις B-Splines είναι ανεξάρτητες από την παράμετρο n (σημεία ελέγχου). Εξαρτώνται από την παράμετρο p , η οποία ορίζεται από το χρήστη ή τίθεται εξ ορισμού από το σύστημα. Μία άλλη παράμετρος που μπορεί να οριστεί είναι η τάξη της καμπύλης k , όπου ισχύει $k=p+1$.

Διαφορές ως προς τις καμπύλες Bezier:

- Ο βαθμός της καμπύλης p , επιλέγεται από το χρήστη και είναι ανεξάρτητος του αριθμού των σημείων ελέγχου.
- Το μέγιστο όριο της παραμέτρου u , δεν είναι η μονάδα, αλλά υπάρχει ένα διάστημα κόμβων, που ορίζεται συνήθως από ελάχιστη τιμή 0, μέχρι μία μέγιστη τιμή.

Οι βασικές συναρτήσεις B-Splines υπολογίζονται από την παρακάτω αναδρομική σχέση, η οποία καλείται και Cox-de Boor αναδρομική σχέση:

$$N_{i,p}(u) = \frac{(u - u_i)}{u_{i-p} - u_i} N_{i,p-1} + \frac{u_{i+1,p-1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \quad (8.15)$$

$$\text{Όπου} \quad N_{i,0} \begin{cases} 1, & u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Τα u_i ονομάζονται κόμβοι (knots) και όλες οι τιμές σχηματίζουν το διάνυσμα κόμβων. Ο αριθμός των κόμβων είναι $m+1$, από u_0 , μέχρι u_m , και ισχύει η σχέση $m=n+p+1$.

Γενικότερα σε ένα ομοιόμορφο διάστημα κόμβων που αρχίζει από το μηδέν με ακέραιες τιμές, το χρησιμοποιήσιμο διάστημα τιμών είναι $p \leq u \leq (n + p + 1) - (p)$. Δηλαδή χάνουμε p τιμές από κάθε άκρο του διανύσματος. Στο περιοδικό ομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων και για δεδομένο βαθμό καμπύλης ισχύει η σχέση:

$$N_{i,p}(u) = N_{i-1,p}(u - 1) = N_{i+1,p}(u + 1) \quad (8.16)$$

Η κάθε βασική συνάρτηση προκύπτει από τη μετατόπιση μίας άλλης κατά μία μονάδα.

Μετά τον προσδιορισμό του διανύσματος κόμβων και των βασικών συναρτήσεων μπορεί να γίνει ο υπολογισμός της καμπύλης B-Spline, που ορίζεται από τα σημεία ελέγχου. Επομένως στο περιοδικό διάστημα, η αντίστοιχη καμπύλη ορίζεται στο διάστημα $[u_{p+1}, u_{m-p-1}]$, όπου δεν ξεκινάει από το πρώτο σημείο ελέγχου και δεν καταλήγει στο τελευταίο. Ενώ στο ανοιχτό διάστημα κόμβων έχουμε πολλαπλότητα στην αρχή και στο τέλος των τιμών και η πολλαπλότητα είναι $k = p + 1$, όπου η καμπύλη διέρχεται από το πρώτο σημείο ελέγχου και καταλήγει στο τελευταίο.

Διαδικασία υπολογισμού της καμπύλης B-Spline:

- Ορίζουμε το βαθμό της καμπύλης p .
- Προσδιορίζουμε τον αριθμό των κόμβων, m , και εν συνεχεία το διάνυσμα κόμβων.
- Υπολογίζουμε τις $n+1$ βασικές συναρτήσεις B-Splines, $N_{i,p}$ όπου για $p > 0$, τα $N_{i,p}(u)$ είναι γραμμικός συνδυασμός δύο συναρτήσεων βάσης $p-1$ βαθμού.
- Ορίζουμε ότι όταν η εξίσωση μας δίνει $0/0$, το θέτουμε ίσο με μηδέν.
- Πολλαπλασιάζουμε κάθε βασική συνάρτηση με το P_i σημείο ελέγχου.

Διάνυσμα κόμβων

Η επιλογή του διανύσματος κόμβων είναι πολύ σημαντικός παράγοντας, καθώς επηρεάζει τον υπολογισμό των βασικών συναρτήσεων και κατά συνέπεια, την τελική καμπύλη. Η μόνη απαίτηση για το διάνυσμα κόμβων είναι $u_i \leq u_{i+1}$, δηλαδή είναι μίας αύξουσας τάξης ακολουθία τιμών. Τα διανύσματα κόμβων διακρίνονται στα:

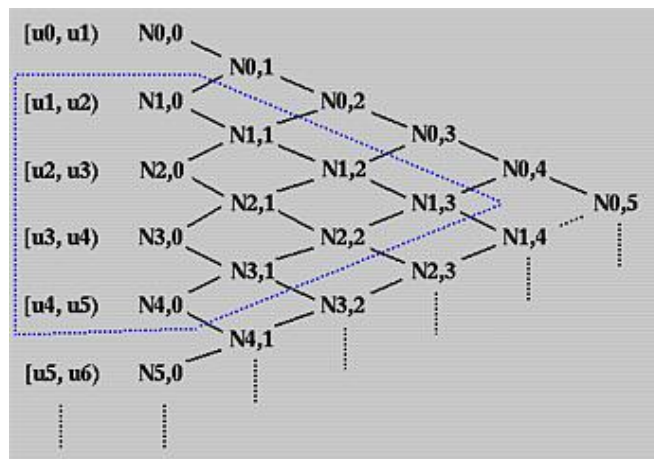
- Ομοιόμορφο, όπου οι διαδοχικές διακριτές τιμές του διανύσματος κόμβων, ισαπέχουν και ισχύει $u_{i+1}-u_i = \text{const}$, για κάθε i .
- Ανοικτό ομοιόμορφο, όπου η πολλαπλότητα στους ακραίους κόμβους ισούται με την τάξη, δηλαδή $k = p + 1$ των βασικών συναρτήσεων. Παράλληλα όσο αυξάνει ο βαθμός της καμπύλης, τόσο αυτές απομακρύνονται από τα σημεία ελέγχου. Ισχύει ακόμη, ότι για τις τετραγωνικές καμπύλες, η καμπύλη εφάπτεται με το πολύγωνο ελέγχου ακριβώς στη μέση κάθε πλευράς. Τέλος, για την περίπτωση που ο πρώτος κόμβος είναι μηδενικός και η απόσταση μοναδιαία, ισχύει:

$$u_i \begin{cases} 0, & 0 \leq i \leq p+1 \\ i-p, & p+1 \leq i \leq n+1 \\ n-p+1, & n+1 \leq i \leq n+p+1 \end{cases} \quad (8.17)$$

- Ανομοιόμορφο, όπου μπορεί να παίρνει τιμές ανομοιόμορφα κατανομημένες, ή να έχει πολλαπλούς εσωτερικούς κόμβους και μπορεί για παράδειγμα να είναι περιοδικό ή ανοιχτό.

Ιδιότητες βασικών συναρτήσεων.

- Προσδιορισμός διαστήματος κόμβων που ορίζουν μία βασική συνάρτηση. Η βασική συνάρτηση $N_{i,1}(u)$ υπολογίζεται από τις $N_{i,0}(u)$ και $N_{i+1,0}(u)$ που δεν μηδενίζονται στα διαστήματα $[u_i, u_{i+1})$ και $[u_{i+1}, u_{i+2})$. Επομένως η $N_{i,1}(u)$ δεν μηδενίζεται στο διάστημα $[u_i, u_{i+2})$. Γενικεύοντας τον κανόνα, ο προσδιορισμός του διαστήματος όπου μία βασική συνάρτηση $N_{i,p}(u)$ δεν μηδενίζεται, γίνεται με την αναστροφή του τριγωνικού σχήματος υπολογισμού, μέχρι να φτάσουμε την πρώτη στήλη. Το διάστημα που καλύπτει ο υπολογισμός είναι αυτό στο οποίο η συνάρτηση δεν μηδενίζεται. Συνεπώς η βασική συνάρτηση $N_{i,p}(u)$, δεν μηδενίζεται στο διάστημα τιμών των κόμβων $[u_i, u_{i+p+1})$, ή αλλιώς δεν μηδενίζεται στα $p+1$ διαστήματα κόμβων $[u_i, u_{i+1})$, $[u_{i+1}, u_{i+2})$, \dots , $[u_{i+p}, u_{i+p+1})$.



Σχήμα 8.4: Πυραμίδα υπολογισμού βασικών συναρτήσεων [15]

- Ιδιότητα τοπικής επίδρασης $N_{i,p}(u)=0$, αν u είναι εκτός του διαστήματος $[u_i, u_{i+p+1})$, ή ισοδύναμα, η βασική συνάρτηση $N_{i,p}(u)$ είναι μη μηδενική για $p+1$ διαστήματα κόμβων: $[u_i, u_{i+1})$, $[u_{i+1}, u_{i+2})$, ..., $[u_{i+p}, u_{i+p+1})$.
- Για κάθε εύρος κόμβου, το άθροισμα των βασικών συναρτήσεων είναι ίσο με τη μονάδα (για όλο το χρησιμοποιούμενο διάστημα τιμών του ολικού διανύσματος κόμβων):

$$\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) = 1 \quad (8.18)$$

- Κάθε βασική συνάρτηση παίρνει μόνο θετικές τιμές (μη αρνητικότητα), $N_{i,p} \geq 0$ για κάθε i, p, u , το οποίο συνεπάγεται ότι ισχύει η ιδιότητα του κυρτού περιβλήματος. Το κυρτό περίβλημα που σχηματίζεται από όλα τα σημεία ελέγχου, περιβάλλει όλη την καμπύλη B-Spline. Κάθε τμήμα, ή σειρά τμημάτων της καμπύλης περικλείεται στο κυρτό περίβλημα που σχηματίζουν τα σημεία ελέγχου που επηρεάζουν αυτό το τμήμα, ή σειρά τμημάτων. Αυτά τα σημεία ελέγχου, είναι αυτά για τα οποία, η βασική συνάρτηση δεν μηδενίζεται στο συγκεκριμένο διάστημα διαδοχικών τιμών του διανύσματος κόμβων.
- Ορίζονται όλοι οι παράγωγοι κάθε βασικής συνάρτησης $N_{i,p}(u)$ στα εσωτερικά σημεία των κόμβων. Στην τιμή ενός κόμβου η βασική συνάρτηση $N_{i,p}(u)$ ($p-k$) φορές παραγωγίσιμη, όπου k η πολλαπλότητα του κόμβου. Επομένως αυξάνοντας τον βαθμό, αυξάνεται και η συνέχεια. Ομοίως αυξάνοντας την πολλαπλότητα, αυξάνεται και η συνέχεια.
- Κάθε βασική συνάρτηση $N_{i,p}(u)$, παίρνει μία μόνο μέγιστη τιμή, εκτός για $p=0$. Έστω $\{u_j\}$, $0 \leq j \leq k$ ένα σύνολο breakpoints αυστηρά αύξων. Το σύνολο όλων των τμηματικά πολυωνυμικών συναρτήσεων p βαθμού στο $\{u_j\}$, που είναι C^{r_j} συνεχής στη θέση $u=u_j$, σχηματίζουν ένα διανυσματικό χώρο $V(-1 \leq r_j \leq p)$. Αν δεν υπάρχουν περιορισμοί συνέχειας, τότε για όλα τα j , $r_j=-1$. Τότε, η διάσταση του διανυσματικού χώρου γίνεται

$$\dim(V) = k(p + 1) \quad (8.19)$$

(k το πλήθος των διαστημάτων μεταξύ των breakpoints, $(p+1)$ οι βαθμοί ελευθερίας κάθε τμηματικού πολυωνύμου, βαθμού p). Κάθε μία επιβολή συνθήκης συνέχειας σε ένα breakpoint μειώνει την παραπάνω διάσταση κατά 1:

$$\dim(V) = k(p + 1) - \sum_{j=0}^k (r_j + 1) \quad (8.20)$$

Ιδιότητες καμπυλών B-Splines

- Εάν $n=p$ τα διανύσματα βάσης μεταπίπτουν σε πολυώνυμα Bernstein p βαθμού και εάν οι τιμές του u είναι μεταξύ 0 και 1 με διάνυσμα κόμβων της μορφής:

$$U = \left\{ \underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1} \right\} \quad (8.21)$$

Τότε, η καμπύλη που προκύπτει είναι Bezier. Εάν $m+1$ είναι ο αριθμός των κόμβων, τότε υπάρχουν $n+1$ βασικές συναρτήσεις, για τις οποίες ισχύει ($n=m-p-1$). Επομένως με τη σχέση αυτή υπολογίζουμε τον αριθμό των βασικών συναρτήσεων συγκεκριμένου βαθμού p για δεδομένο διάνυσμα κόμβων.

- Πολλαπλά σημεία ελέγχου μας δίνουν υψηλή τιμή καμπυλότητας στο σημείο εκείνο και η καμπύλη έλκεται περισσότερο προς το συγκεκριμένο σημείο ελέγχου.
- Τοπικός έλεγχος. Η μετακίνηση ενός σημείου ελέγχου επηρεάζει μόνο ορισμένα από τα τμήματα της καμπύλης και όχι όλη την καμπύλη.
- Βαθμός της καμπύλης. Ο βαθμός της καμπύλης επιλέγεται από το χρήστη, αλλά πρέπει να ισχύει η σχέση $n-k+2 > 0$, όπου k η τάξη της καμπύλης. Αύξηση του βαθμού της καμπύλης, αυξάνει και την πολυπλοκότητα των υπολογισμών, με αποτέλεσμα τον δυσκολότερο έλεγχο της μορφής της καμπύλης.
- Η ανοιχτή καμπύλη περνάει από τα ακραία σημεία ελέγχου και εφάπτεται στα ακραία τμήματα.
- Η μορφή της καμπύλης εξαρτάται από το βαθμό της. Εν γένει, όσο πιο μικρός είναι ο βαθμός της καμπύλης, τόσο η καμπύλη ακολουθεί το πολύγωνο ελέγχου, ενώ όσο μεγαλώνει ο βαθμός τα απομακρύνεται από αυτό.
- Ιδιότητα κυρτού πολύγωνου. Η καμπύλη B-Spline περιλαμβάνεται πλήρως στο κυρτό πολύγωνο που δημιουργείται από τα σημεία ελέγχου της καμπύλης. Μία καμπύλη k -τάξης αποτελείται από διακριτά τμήματα καμπυλών, που ορίζονται μεταξύ των διαδοχικών τιμών του χρήσιμου διανύσματος κόμβων. Ο αριθμός των σημείων ελέγχου που επηρεάζει κάθε τμήμα της καμπύλης ορίζεται από το βαθμό της καμπύλης και ισούται με $k=p+1$ και είναι τα P_{i-1} μέχρι το P_{i-1+k} (όταν τα σημεία ελέγχου αριθμούνται από το P_0). Το κάθε επιμέρους τμήμα B-Spline περιλαμβάνεται μέσα στο κυρτό πολύγωνο που σχηματίζουν τα σημεία ελέγχου που επηρεάζουν αυτό το τμήμα της καμπύλης

Π1.5 Καμπύλες NURBS

Οι καμπύλες B-Splines, παρόλο που κατασκευάζονται από πολυωνυμικές βασικές συναρτήσεις, γεγονός που τους χαρίζει ευελιξία και εξαιρετικές ιδιότητες, δεν είναι ικανές να αναπαραστήσουν μια πολύ απλή καμπύλη όπως ο κύκλος. Για να αντιμετωπιστεί επιτυχώς το πρόβλημα το οποίο παρουσιάζεται, στην κατασκευή όχι μόνο ενός κύκλου ή έλλειψης αλλά και πολλών άλλων καμπύλων, που δεν μπορούν να αναπαρασταθούν με πολυώνυμα, είναι αναγκαία μια προέκταση των καμπύλων B-Spline.

Σε αυτή την περίπτωση, η περισσότερο δημοφιλής μορφή αναπαράστασης καμπύλων και επιφανειών από άποψη αποθήκευσης, υπολογισμού και ελέγχου, είναι οι NURBS (Μη Ομοιόμορφες Ρητές B-Spline Καμπύλες και Επιφάνειες). Με τις Μη Ομοιόμορφες Ρητές Καμπύλες B-Spline μπορούμε να αναπαραστήσουμε και να σχεδιάσουμε κάθε γεωμετρικό σχήμα στον H/Y. Οι NURBS προσφέρουν μία γενική μαθηματική μορφή σχεδίασης, είτε πρόκειται για τυπικά αναλυτικά σχέδια (όπως κωνικές τομές), είτε πρόκειται για ελεύθερα σχέδια. Παρέχουν ευκαμψία για σχεδίαση μεγάλου και ποικίλου αριθμού μορφών.

Οι Μη Ομοιόμορφες Ρητές B-Spline καμπύλες και επιφάνειες, που αναφέρονται ως NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines), έχουν γίνει εκ των πραγμάτων ισχυρό βιομηχανικό εργαλείο για την αναπαράσταση, σχεδίαση και ανταλλαγή γεωμετρικών δεδομένων στους H/Y. Πολλά ισχυρά διεθνή πρότυπα σχεδίασης όπως είναι το IGES κάνουν χρήση των NURBS ως ένα ισχυρό εργαλείο για γεωμετρική σχεδίαση. Η τεράστια επιτυχία των καμπύλων NURBS είναι γεγονός για τους παρακάτω κυρίως λόγους:

- Οι NURBS εξασφαλίζουν την αναπαραγωγή αναλυτικών σχημάτων (όπως είναι κωνικές τομές) και τετραγωνικών επιφανειών καθώς και ελευθέρων μορφών σχημάτων, όπως για σχεδίαση μοντέλων αυτοκινήτων ή της γάστρας ενός πλοίου.
- Η σχεδίαση με NURBS είναι διαισθητική. Σχεδόν κάθε εργαλείο και αλγόριθμος των καμπύλων και επιφανειών έχει έναν εύκολο τρόπο για την γεωμετρική κατανόηση.
- Οι αλγόριθμοι των NURBS είναι γρήγοροι και αριθμητικά σταθεροί.
- Οι καμπύλες και επιφάνειες NURBS είναι σταθερές υπό συνηθισμένους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς, όπως περιστροφές και προοπτικές προβολές.
- Παρέχουν ένα πολύ καλό έλεγχο της μορφής του σχήματος, κάνοντας χρήση ενός αριθμού από σημεία ελέγχου, κόμβων και βαρών, που οδηγούν το σχήμα της καμπύλης και της επιφάνειας στο επιθυμητό, με τον πλέον ομαλό τρόπο.
- Οι NURBS αναπαριστούν πολύπλοκα σχήματα καταλαμβάνοντας λίγο χώρο δεδομένων.

Μία καμπύλη NURBS p βαθμού ορίζεται από την παρακάτω σχέση [16]:

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p} w_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i}, a \leq u \leq b \quad (8.22)$$

Όπου:

$$U = \left\{ \underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1} \right\} \quad (8.23)$$

Το ανοιχτό μη περιοδικό διάνυσμα κόμβων.

Θέτοντας:

$$R_{i,p}(u) = \frac{N_{i,p}(u)w_i}{\sum_{j=0}^n N_{j,p}(u)w_j} \quad (8.24)$$

η πρώτη σχέση γράφεται $C(u) = \sum_{i=0}^n R_{i,p}(u) P_i$

Η παράγωγος κ-τάξης μίας NURBS καμπύλης υπολογίζεται από την σχέση:

$$C^{(k)}(u) = \frac{A^{(k)}(u) - \sum_{i=1}^k \binom{k}{i} w^{(i)}(u) C^{(k-1)}(u)}{w(u)} \quad (8.25)$$

όπου,

$$A(u) = \sum_{i=1}^n N_{i,p}(u)w_i P_i \quad (8.26)$$

$$w(u) = \sum_{i=0}^{n-k} N_{i,p-k}(u)w_i \quad (8.27)$$

Επομένως έχουμε,

$$A^{(k)}(u) = \sum_{i=0}^{n-k} N_{i,p-k}(u)Q_i^{(k-1)} \quad (8.28)$$

$$w^{(k)}(u) = \sum_{i=0}^{n-k} N_{i,p-k}(u)w_i^{(k-1)} \quad (8.29)$$

όπου,

$$Q_i^{(k)} = \begin{cases} w_i P_i & \text{για } \kappa = 0 \\ p \frac{Q_{i+1}^{(k-1)} - Q_i^{(k-1)}}{u_{i+p+1} - u_{i+k}} & \text{για } \kappa > 0 \end{cases} \quad (8.30)$$

$$w_i^{(k)} = \begin{cases} w_i & \text{για } \kappa = 0 \\ p \frac{w_{i+1}^{(k-1)} - w_i^{(k-1)}}{u_{i+p+1} - u_{i+k}} & \text{για } \kappa > 0 \end{cases} \quad (8.31)$$

Ιδιότητες καμπυλών NURBS

Όλες οι προαναφερθείσες (των B-Splines) και:

- Εάν $w_i=1$ για όλα τα i , τότε $R_{i,p}(u) = N_{i,p}(u)$, για όλα τα i . Η καμπύλη NURBS μετατρέπεται σε καμπύλη B-Splines.
- Σταθερή τοπική μεταβολή. Κάθε τμήμα της καμπύλης επηρεάζεται από συγκεκριμένο αριθμό σημείων ελέγχου. Το τμήμα της καμπύλης που είναι ήδη σχεδιασμένο παραμένει σταθερό με την εισαγωγή νέων σημείων ελέγχου για την επιμήκυνσή της.
- Μία καμπύλη NURBS, χωρίς εσωτερικούς κόμβους είναι μία ρητή καμπύλη Bezier. Επομένως οι πολυωνυμικές καμπύλες B-Splines και οι ρητές ή μη-ρητές καμπύλες Bezier είναι ειδικές περιπτώσεις των καμπυλών NURBS.

- Τοπική μεταβολή. Όπου εάν ένα σημείο P_i μετακινηθεί, ή ένα βάρος w_i μεταβληθεί, τότε η αλλαγή αυτή επηρεάζει μόνο το τμήμα της καμπύλης στο διάστημα $[u_i, u_{i+p+1})$
- Η κίνηση ενός σημείου για σταθερή τιμή του u και μεταβαλλόμενο βάρος είναι ευθεία γραμμή.

Π1.6 Επιφάνειες NURBS

Οι επιφάνειες NURBS ορίζονται θεωρώντας ένα πλέγμα σημείων ελέγχου σε δύο διευθύνσεις, με δύο διανύσματα κόμβων και δύο διαφορετικές παραμέτρους (u, v) [16]:

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j}}$$

Για ανοικτά (μη περιοδικά) διανύσματα κόμβων έχουμε:

$$U = \left\{ \underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1} \right\}$$

$$V = \left\{ \underbrace{c, \dots, c}_{q+1}, u_{q+1}, \dots, u_{s-q-1}, \underbrace{d, \dots, d}_{q+1} \right\}$$

Όπου συνήθως $a=c=0$, $b=n-p+1$, $d=n-q+1$ (συχνά $b=d=1$)

$r=n+p+1$, $s=m+q+1$

Ιδιότητες Επιφανειών NURBS

- Μη αρνητικότητα. $R_{i,j}(u, v) \geq 0$ για κάθε i, j, u και v .
- Το άθροισμα όλων των ρητών βασικών συναρτήσεων είναι σταθερό και ίσο με ένα.
- Τοπικός έλεγχος. $R_{i,j}(u, v) = 0$ εάν οι παράμετροι (u, v) πάρουν τιμές έξω από την περιοχή που ορίζεται από το τετράγωνο $(u_i, u_{i+p+1}) \times (v_j, v_{j+p+1})$
- Σε ένα οποιοδήποτε τετράγωνο της μορφής $(u_{i_0}, u_{i_0+1}) \times (v_j, v_{j+p+1})$, το πολύ $(p+1)(q+1)$ βασικές συναρτήσεις είναι μη μηδενικές και πιο συγκεκριμένα οι $R_{i,j}(u, v)$ για $i_0 - p \leq i \leq i_0$ και $j_0 - q \leq j \leq j_0$ είναι μη μηδενικές.
- Ακρότατο. Εάν $p > 0$ και $q > 0$, τότε όλες $R_{i,j}(u, v)$ φτάνουν σε ένα ακριβώς μέγιστο.
- Ισχύει ότι $R_{0,0}(0,0) = R_{n,0}(1,0) = R_{0,m}(0,1) = R_{n,m}(1,1) = 1$.
- Διαφορισιμότητα. Όλες οι μερικές παράγωγοι των $R_{i,j}(u, v)$ υπάρχουν στο δεδομένο εσωτερικό διάστημα των κόμβων. Σε ένα κόμβο u (ή κόμβο v) οι $R_{i,j}(u, v)$ είναι $p - k$ (ή $q - k$) φορές διαφορίσιμη σε αυτή τη διεύθυνση, όπου k είναι η πολλαπλότητα του κόμβου.
- Αν ισχύει $w_{i,j} = a$, για $0 \leq i \leq n$, $0 \leq j \leq m$ και $a \neq 0$, τότε $R_{i,j}(u, v) = N_{i,p}(u) N_{j,q}(v)$ για κάθε i, j .

Μεθοδολογία Υπολογισμού των Επιφανειών

1. Υπολογισμός του εύρους κόμβου στο οποίο ανήκει το u , έστω $[u_i, u_{i+1})$
2. Υπολογισμός των μη μηδενικών Βασικών συναρτήσεων $N_{i-p,p}(u), \dots, N_{i,p}(u)$
3. Υπολογισμός του εύρους κόμβου στο οποίο ανήκει το v , έστω $[v_j, v_{j+1})$
4. Υπολογισμός των μη μηδενικών Βασικών συναρτήσεων $N_{j-q,q}(v), \dots, N_{j,q}(v)$
5. Πολλαπλασιασμός των τιμών των μη μηδενικών Βασικών συναρτήσεων με τις συντεταγμένες των αντίστοιχων σημείων ελέγχου:

$$S(u, v) = [N_{i,p}(u)]^T [P_{k,l}] [N_{j,q}(v)] \quad i - p \leq k \leq i, q \leq l \leq j$$

Π2

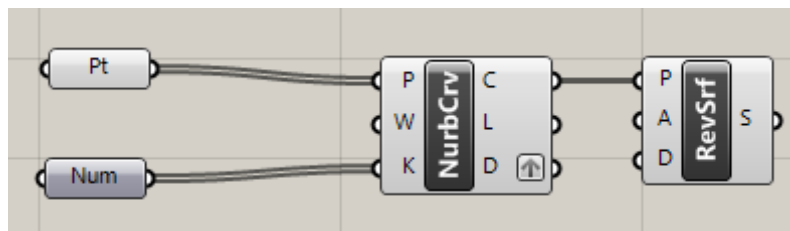
Ανάλυση Αλγορίθμου Παραγωγής Επιφανειών στο Rhinoceros

Στο παράρτημα αυτό, γίνεται μία συνοπτική περιγραφή των αλγορίθμων που κατασκευάσαμε στο Rhino, προκειμένου να παράχθουν οι επιφάνειες για την πιστοποίηση του κεφαλαίου 4. Οι αλγόριθμοι κατασκευάστηκαν σε συμβολική γλώσσα Grasshopper, καθώς αυτή προσφέρει μεγάλη ευκολία στον χειρισμό και την διαμόρφωση των καμπυλών και των επιφανειών στο Rhino.

Π2.1 Αλγόριθμος Κατασκευής Κωνικών Επιφανειών

Η κατασκευή των κωνικών επιφανειών, όπως έχουμε αναφέρει, είναι μία σχετικά απλή διαδικασία. Αρκεί να ορίσουμε μία γεννήτρια καμπύλη και στη συνέχεια να γίνει περιστροφή αυτής γύρω από ένα άξονα συμμετρίας.

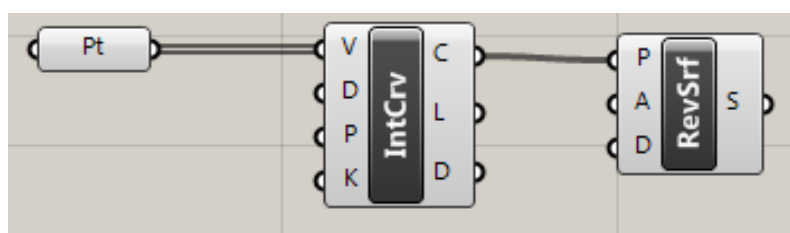
Ο αλγόριθμος υπολογισμού των κωνικών επιφανειών, που ορίζονται από σημεία ελέγχου, παρουσιάζεται στο Σχήμα 8.5, πού ακολουθεί.



Σχήμα 8.5: Αλγόριθμος Κατασκευής Κωνικών Επιφανειών από Σημεία Ελέγχου

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε από το σχήμα, ο χρήστης πρέπει να ορίσει τα σημεία ελέγχου (P) και το διάνυσμα κόμβων (K). Ο προσδιορισμός των βαρών (w) είναι προαιρετικός, εφόσον αρχικά είναι όλα ίσα με την μονάδα. Στη συνέχεια, για τον βαθμό που ορίζει ο χρήστης, παράγεται η καμπύλη NURBS, ενώ με την βοήθεια του RevSrf γίνεται η περιστροφή της καμπύλης γύρω από τον άξονα που επιθυμεί ο χρήστης.

Για την περίπτωση της παραγωγής επιφάνειας από νέφος σημείων αρκεί να αντικατασταθεί το NurbCrv με το Crv (Σχήμα 8.6), όπου η καμπύλη παράγεται από παρεμβολή σε νέφος σημείων. Ο χρήστης σε αυτή την περίπτωση αρκεί να ορίσει μόνο τον βαθμό της καμπύλης και το νέφος σημείων, από το οποίο επιθυμεί να γίνει η παρεμβολή.



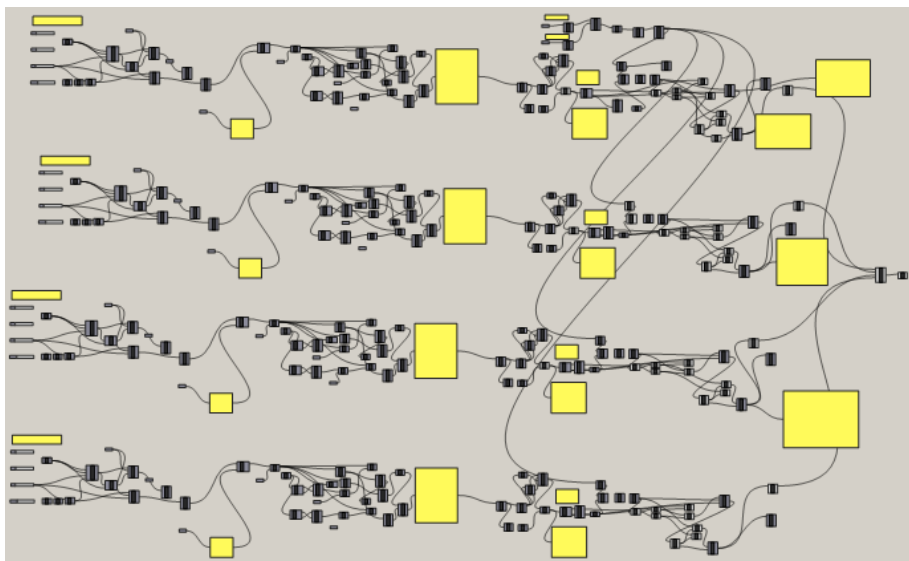
Σχήμα 8.6: Αλγόριθμος Κατασκευής Κωνικών Επιφανειών από Σημεία Παρεμβολής

Π2.2 Αλγόριθμος Κατασκευής Πτερυγίων

Η κατασκευή των πτερυγίων μπορεί να χωριστεί σε τρία στάδια:

- Κατασκευή αεροτομών, που απαρτίζουν το πτερύγιο.
- Σύμμορφη απεικόνιση των αεροτομών στις κωνικές επιφάνειες.
- Δημιουργία τριδιάστατης επιφάνειας διαμέσου των αεροτομών.

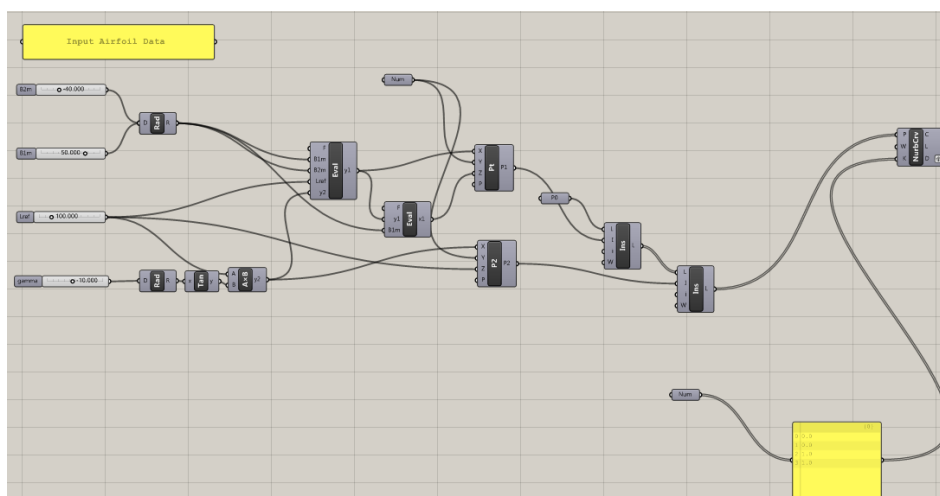
Ο αλγόριθμος υπολογισμού των πτερυγίων, στην περίπτωση των προσαρμοσμένων αεροτομών, παρουσιάζεται στο παρακάτω Σχήμα 8.7.



Σχήμα 8.7: Αλγόριθμος Κατασκευής Σύμμορφων Πτερυγίων

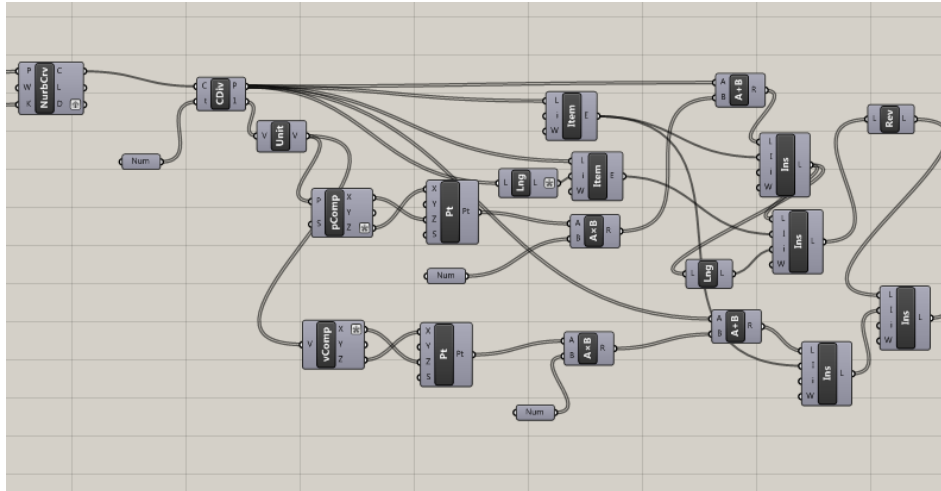
Στη συνέχεια θα εξεταστεί ο παραπάνω αλγόριθμος τμηματικά.

Στο πρώτο κομμάτι του αλγορίθμου ο χρήστης εισάγει τα δεδομένα που επιθυμεί για την κατασκευή της προσαρμοσμένης αεροτομής και, με την βοήθεια των γεωμετρικών σχέσεων (2.15)-(2.18), παράγονται τα σημεία ελέγχου της μέσης γραμμής κυρτότητας.



Σχήμα 8.8: Τμήμα του Αλγορίθμου για τον Υπολογισμό της Μέσης γραμμής κυρτότητας

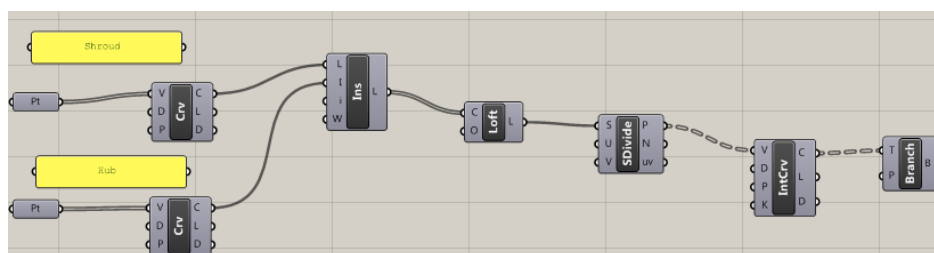
Τα σημεία ελέγχου αυτά ορίζουν μία καμπύλη NURBS 3^{ου} βαθμού, η οποία αποτελεί την μέση γραμμή κυρτότητας. Για την καμπύλη που προέκυψε παράγονται τα κάθετα διανύσματα στις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης, με την βοήθεια του Unit και πολλαπλασιάζονται με τα αντίστοιχα πάχη, που ορίζει ο χρήστης, για να παραχθούν τα σημεία, από τα οποία θα προκύψει η επίπεδη αεροτομή.



Σχήμα 8.9: Τμήμα του Αλγορίθμου για τον Υπολογισμό της Επίπεδης Αεροτομής

Από τα σημεία που προέκυψαν παρεμβάλλεται μία καμπύλη NURBS με τον βαθμό που επιθυμεί ο χρήστης.

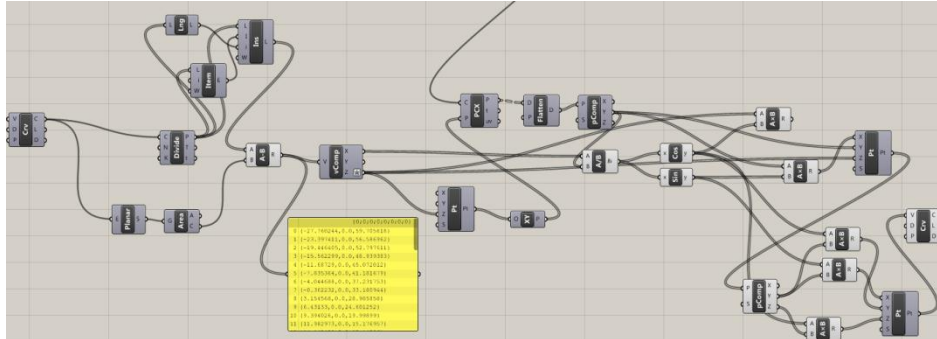
Στη συνέχεια κατασκευάζονται οι κωνικές επιφάνειες, πάνω στις οποίες θα γίνει η προσαρμογή των επίπεδων αεροτομών. Η παραγωγή των βοηθητικών επιφανειών γίνεται με γραμμική παρεμβολή στις επιφάνειες της πλήμνης και του κελύφους με την βοήθεια του αλγορίθμου του Σχήματος 8.10.



Σχήμα 8.10: Τμήμα του Αλγορίθμου για τον Υπολογισμό των Κωνικών και των Βοηθητικών Επιφανειών

Ο χρήστης μπορεί να κατασκευάσει όσες βοηθητικές καμπύλες επιθυμεί (ανάλογα με το πλήθος των αεροτομών), ορίζοντας την παράμετρο U στο SDivide.

Στη συνέχεια η επίπεδη αεροτομή τοποθετείται στο σημείο που επιθυμεί ο χρήστης, βάσει του κέντρου βάρους της. Γίνεται προβολή των σημείων της επίπεδης αεροτομής πάνω στην κωνική επιφάνεια, ενώ οι συντεταγμένες αυτής μετατρέπονται από καρτεσιανές σε κυλινδρικές, προκειμένου να προκύψει η σύμμορφη αεροτομή.



Σχήμα 8.11: Τμήμα του Αλγορίθμου για τον Υπολογισμό των Σύμμορφων Αεροτομών

Η παραπάνω μεθοδολογία επαναλαμβάνεται αυτούσια για όσες αεροτομές επιθυμεί να κατασκευάσει ο χρήστης. Στη συνέχεια, με την βοήθεια του Loft (Σχήμα 8.12), παράγεται το τελικό σύμμορφο πτερύγιο διαμέσου των αεροτομών, που έχουν οριστεί από την παραπάνω διαδικασία.



Σχήμα 8.12: Εντολή δημιουργίας επιφάνειας διαμέσου διατομών