



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ
Εργαστήριο Εφαρμοσμένης Γεωφυσικής

Μεταπτυχιακή Εργασία

"Ανάπτυξη μεθοδολογίας Εμπειρικής Μεθόδου Αποσύνθεσης Ρυθμών (EMD) σε περιβάλλον MATLAB για την επεξεργασία δεδομένων Γεωραντάρ από διασκόπηση σε αρχαιολογικούς χώρους"

Μερόπη Κ. Μανατάκη

Εξεταστική Επιτροπή:

Βαφείδης Αντώνιος

Καθηγητής (Επιβλέπων)

Ζερβάκης Μιχάλης

Καθηγητής (Σχολή ΗΜΜΥ, ΠΚ)

Δρ. Σαρρής Απόστολος

Ερευνητής ΙΤΕ

Χανιά

Οκτώμβριος 2013

Περίληψη

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία αναπτύσσεται μεθοδολογία Εμπειρικής Μεθόδου Αποσύνθεσης Ρυθμών ή EMD (Empirical Mode Decomposition) δεδομένων γεωραντάρ που προέρχονται από διασκοπήσεις σε αρχαιολογικούς χώρους.

Το γεωραντάρ είναι μια υψηλής ευκρίνειας, μη καταστροφική, ηλεκτρομαγνητική τεχνική όπου χρησιμοποιούνται ραδιοκύματα, συχνότητας 1-2000MHz, με σκοπό την χαρτογράφηση του υπεδάφους. Στις τομές γεωραντάρ που προκύπτουν από τις διασκοπήσεις παρατηρείται μείωση της χρονικής ανάλυσης με το βάθος, λόγω του ότι τα κύματα παρουσιάζουν απόσβεση από την αλληλεπίδραση τους με την ύλη. Πέραν του φαινομένου της απόσβεσης, το σήμα που καταγράφεται συνήθως περιέχει συναφή ή/και τυχαίο θόρυβο που δυσκολεύουν την ερμηνεία του υπεδάφους. Προκειμένου να αναδειχθεί η χρήσιμη πληροφορία και να απομακρυνθεί η ανεπιθύμητη χρησιμοποιούνται τεχνικές από την Επεξεργασία Σήματος και την Επεξεργασία Εικόνας.

Οι αλγόριθμοι αναπτύχθηκαν σε περιβάλλον MATLAB και στηρίζονται στη μέθοδο EMD, η οποία αποσυνθέτει το σήμα εισόδου σε πεπερασμένο και συνήθως μικρό αριθμό συναρτήσεων βάσης, τις Ενδογενείς Συναρτήσεις Ρυθμού ή IMF (Intrinsic Mode Function). Αυτή η προσέγγιση, δίνει τη δυνατότητα διαχωρισμού του θορύβου από την χρήσιμη πληροφορία, καθιστώντας πιο εύκολη την αφαίρεση του πρώτου και την ανάδειξη της τελευταίας.

Η αποτελεσματικότητα των μεθοδολογιών ελέγχθηκε αρχικά με την εφαρμογή σε συνθετικά δεδομένα. Εφαρμόσθηκε επίσης σε τομές γεωραντάρ από διασκοπήσεις στους αρχαιολογικούς χώρους της Απτέρας, της Νεμέας και της Νικόπολης . Από τα αποτελέσματα που προέκυψαν, οι μεθοδολογίες που αναπτύχθηκαν κρίνονται ικανοποιητικές, καθώς απαλείφεται εξολοκλήρου ο συναφής θόρυβος. Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο στην περίπτωση του τυχαίου θορύβου, που για να αφαιρεθεί χάνεται ένα μεγάλο ποσοστό της επιθυμητής πληροφορίας. Επίσης, ο χρόνος περαίωσης είναι σημαντικά μεγάλος. Για τον λόγο αυτό παρατίθενται προτάσεις για την περαιτέρω βελτίωση της αποτελεσματικότητας των αλγορίθμων που αναπτύχθηκαν.

Πρόλογος

Με το πέρας της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου και επιβλέποντα κ. Αντώνη Βαφείδη που με καθοδήγησε με τις ιδέες του, τις γνώσεις και τις συμβουλές του σε όλη τη διάρκεια της συνεργασίας μας.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κ. Απόστολο Σαρρή για την παραχώρηση δεδομένων, και τον κ. Μιχάλη Ζερβάκη που δέχθηκε να είναι μέλος της εξεταστικής επιτροπής.

Θα ήθελα ακόμα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα:

Τον Δρ. Νίκο Οικονόμου για την βοήθεια και τις συμβουλές που μου παρείχε κατά την εκπόνηση αυτής της εργασίας.

Τον φίλο Κώστα Μακαντάση για τις χρήσιμες συμβουλές του και τη βοήθεια του καθόλη τη διάρκεια των μεταπτυχιακών σπουδών μου.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την οικογένεια μου και κυρίως τους γονείς μου, Κωνσταντίνο και Αναστασία, για την στήριξη, την κατανόηση και κυρίως την υπομονή που έδειξαν όλα αυτά τα χρόνια. Με υποστήριξαν σε όλες μου τις αποφάσεις, με κάθε τρόπο και χωρίς αυτούς τίποτα απ' όλα αυτά δεν θα είχε επιτευχθεί.

Στους γονείς μου

Κωνσταντίνο και Αναστασία

Περιεχόμενα

Περίληψη	ii
Πρόλογος.....	iii
Περιεχόμενα.....	v
Κατάλογος Εικόνων	ix
Κατάλογος Πινάκων	xi
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο : Εισαγωγή	1
1.1 Η μέθοδος γεωραντάρ	1
1.1.1 Γεωμετρία H/M κυμάτων	3
1.1.2 Σχεδιασμός και παράμετροι διασκόπησης.....	4
1.1.3 Καταγραφή δεδομένων	6
1.1.4 Εφαρμογές της μεθόδου γεωραντάρ	8
1.2 Συναφείς εργασίες και συνεισφορά.....	9
1.3 Περίγραμμα εργασίας.....	9
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο: Επεξεργασία των δεδομένων γεωραντάρ.....	11
2.1 Σύνομη περιγραφή	11
2.2 Εφαρμογή φίλτρων	13
2.3 Ενίσχυση δεδομένων	14
2.4 Αναλυτικό σήμα και μιγαδικά χαρακτηριστικά	16
2.4 Μετασχηματισμός Hilbert.....	18
2.5 Τρισδιάστατη απεικόνιση	19
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο: Μέθοδος Εμπειρικής Αποσύνθεσης Ρυθμών (EMD).....	22
3.1 Οι εγγενείς συναρτήσεις ρυθμού (IMF).....	22
3.2 Περιγραφή αλγορίθμου	23

3.3 Διαδικασία διαλογής.....	25
3.3.1 Προσδιορισμός της άνω και κάτω περιβάλλουσας.....	28
3.3.2 Κριτήρια τερματισμού της διαδικασίας διαλογής	29
3.4 Εξαγωγή των υπόλοιπων IMF	33
3.5 Αξιολόγηση της αποσύνθεσης με EMD	37
3.5.1 Σήμα δύο αρμονικών συνιστωσών	38
3.5.2 Απόκλιση των ακρότατων από την περιβάλλουσα.....	39
3.5.3 Περιβάλλουσες και στιγμιαία συχνότητα δυο Αρμονικών.....	40
3.5.4 Απόκλιση των ακρότατων από την περιβάλλουσα δυο αρμονικών	42
3.5.5 Μέση τιμή της άνω και κάτω περιβάλλουσας	43
3.5.6 Ζώνες διαχωρισμού.....	46
3.6 Περίπτωση κυματιδίων	53
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο: Επεκτάσεις της μεθόδου EMD και οι υλοποιήσεις τους	59
4.1 Εισαγωγή λευκού θορύβου	60
4.2 Εμπειρική Μέθοδος Αποσύνθεσης Ρυθμών για υλοποιήσεις με διαφορετικό τυχαίο θόρυβο (EEMD)	61
4.3 Εμπειρική Μέθοδος Αποσύνθεσης Ρυθμών για πλήρες σύνολο υλοποιήσεων με διαφορετικό τυχαίο θόρυβο (CEEMD).....	64
4.4 Υλοποίηση σε περιβάλλον MATLAB	65
4.4.1 Υλοποίηση της μεθόδου EEMD	66
4.4.2 Υλοποίηση της μεθόδου CEEMD	68
4.5 Συνθετικό Παράδειγμα	70
4.5.1 Εφαρμογή EMD.....	72
4.5.2 Εφαρμογή EEMD	74
4.5.2 Εφαρμογή CEEMD.....	76
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο: Εφαρμογή σε δεδομένα γεωραντάρ	79
5.1 Αρχαία Απτέρα	79

5.1.1 Γραμμή διασκόπησης M17	80
5.1.2 Γραμμή διασκόπησης N19.....	83
5.1.3 Γραμμή διασκόπησης T5	86
5.2 Νεμέα	88
5.3 Νικόπολη	90
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο: Συμπεράσματα - Προτάσεις	93
Βιβλιογραφία	94
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: Κώδικες Matlab.....	97
A.1 Υλοποίηση της διαδικασίας διαλογής	97
A.1.1 Η διαδικασία διαλογής για την πρώτη επανάληψη.....	97
A.1.2 Εντοπισμός τοπικών ακρότατων: extrema.m.....	97
A.1.3 Υπολογισμός διαφοράς τοπικών ακρότατων και θέσεων αλλαγής προσήμου: numExtrAndZerocross.m.....	101
A.1.4 Εξισορρόπηση του αριθμού των IMF: padIMF.m.....	101
A.2 Κατασκευή κυματιδίου Ricker	102
A.3 Υλοποίηση της μεθόδου EMD: emd.m	103
A.4 Υλοποίηση της μεθόδου EEMD: eemdvect.m	121
A.5 Υλοποίηση της μεθόδου CEEMD: ceemdvect.m.....	122
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: Εικόνες	125
B1 Συνθετική τομή	125
B1.1 Αποτελέσματα EMD	125
B1.2 Αποτελέσματα EEMD.....	126
B1.3 Αποτελέσματα CEEMD	128
B2 Δεδομένα γεωραντάρ	130
B2.1 Γραμμή διασκόπησης M17	130
B2.1.1 Αποτελέσματα EMD	130
B2.1.2 Αποτελέσματα EEMD.....	131

B2.1.3 Αποτελέσματα CEEMD	132
B2.2 Γραμμή διασκόπησης N19	133
B2.2.1 Αποτελέσματα EMD	133
B2.2.2 Αποτελέσματα EEMD.....	134
B2.2.3 Αποτελέσματα CEEMD	135
B2.3 Γραμμή διασκόπησης T5	136
B2.3.1 Αποτελέσματα EMD	136
B2.3.2 Αποτελέσματα EEMD.....	137
B2.3.3 Αποτελέσματα CEEMD	138
B2.4 Γραμμή διασκόπησης LINEX50	139
B2.4.1 Αποτελέσματα EMD	139
B2.4.2 Αποτελέσματα EEMD.....	140
B2.4.3 Αποτελέσματα CEEMD	141
B2.5 Γραμμή διασκόπησης LINEX18	142
B2.5.1 Αποτελέσματα EMD	142
B2.5.2 Αποτελέσματα EEMD.....	143
B2.5.3 Αποτελέσματα CEEMD	144

Κατάλογος Εικόνων

Εικόνα 1.1: Αρχή λειτουργίας του γεωραντάρ.	2
Εικόνα 1.2: Μέθοδοι διασκόπησης με το γεωραντάρ.....	5
Εικόνα 1.3: Προσανατολισμός κεραίας.....	6
Εικόνα 1.4: Διαδικασία καταγραφής μίας τομής γεωραντάρ	7
Εικόνα 2.1: Διάγραμμα επεξεργασίας των δεδομένων γεωραντάρ.	12
Εικόνα 2.2: Εφαρμογή αφαίρεσης υποβάθρου στην αρχική εικόνα.....	14
Εικόνα 2.3: Εφαρμογή της ενίσχυσης AGC και SEC σε μία τομή γεωραντάρ.	15
Εικόνα 2.4: Επίδραση των διορθώσεων σε ίχνη.....	16
Εικόνα 2.5: Τα στιγμιαία μιγαδικά χαρακτηριστικά μιας τομής γεωραντάρ.	20
Εικόνα 2.6: Τρισδιάστατη απεικόνιση δεδομένων γεωραντάρ από διασκόπηση στον αρχαιολογικό χώρο της Απτέρας..	21
Εικόνα 3.1: Σήμα εισόδου για την περιγραφή του EMD.....	26
Εικόνα 3.2: Διαδικασία διαλογής σε ένα ίχνος γεωραντάρ	27
Εικόνα 3.3: Επίδραση των επαναλήψεων της διαδικασίας διαλογής στο σήμα εισόδου.....	30
Εικόνα 3.4: Οι μέσες τιμές τις άνω και κάτω περιβάλλουσας για τις προκύπτουσες λεπτομέρειες.	31
Εικόνα 3.5: Τα αποτελέσματα της μεθόδου EMD σε ένα ίχνος Γεωραντάρ.....	36
Εικόνα 3.6: Έλεγχος πληρότητας αποσύνθεσης.....	37
Εικόνα 3.7: Διαχωριστικά όρια του EMD για την αποσύνθεση αρμονικών	47
Εικόνα 3.8: Σήμα δύο αρμονικών που τοποθετείται στην ζώνη 1	49
Εικόνα 3.9: Οι δύο πρώτες IMF για το σήμα $x_1 n$	49
Εικόνα 3.10: Σήμα δύο αρμονικών που τοποθετείται στην ζώνη 2.....	50
Εικόνα 3.11: Οι IMF για το σήμα $x_2 n$	51
Εικόνα 3.12: Σήμα δύο αρμονικών που τοποθετείται στην ζώνη 3.....	52
Εικόνα 3.13: Οι IMF για το σήμα $x_2 n$	52
Εικόνα 3.14: Κυματίδια Ricker..	55
Εικόνα 3.15: Σήμα αποτελούμενο από κυματίδια.	56
Εικόνα 3.16: Οι IMF για το σήμα εισόδου Yt	57
Εικόνα 4.1: Η μέση τιμή χρονοσειράς και η μέση τιμή συνόλου δειγμάτων από διαφορετικές χρονοσειρές λευκού θορύβου.	61
Εικόνα 4.2: Κύματα οπισθοσκέδασης.	71

Εικόνα 4.3: Συναφής θόρυβος	71
Εικόνα 4.4: Συνθετική τομή.....	71
Εικόνα 4.6: Τα αποτελέσματα της μεθόδου EMD στην συνθετική τομή.....	73
Εικόνα 4.7: Αποτελέσματα της μεθόδου EEMD για το συνθετικό παράδειγμα.	75
Εικόνα 4.8: Αποτελέσματα της μεθόδου CEEMD στο συνθετικό παράδειγμα.	77
Εικόνα 5.1: Δορυφορική εικόνα από το Google Earth του αρχαιολογικού χώρου της Απτέρας.....	80
Εικόνα 5.2: Γραμμή διασκόπησης από τον κάναβο M, εντός του Μοναστηριού στον αρχαιολογικό χώρο της Απτέρας.	80
Εικόνα 5.3: Οι προκύπτουσες IMF έπειτα από εφαρμογή της EEMD στην γραμμή διασκόπησης M17.....	81
Εικόνα 5.4: Απομάκρυνση του συναφούς θορύβου με αφαίρεση των IMF-3 και IMF-4 της μεθόδου EEMD.	82_Toc369791522
Εικόνα 5.5: Γραμμή διασκόπησης από τον κάναβο N, που βρίσκεται νότια του Μοναστηριού στον αρχαιολογικό χώρο της Απτέρας.	83
Εικόνα 5.6: Οι προκύπτουσες IMF έπειτα από εφαρμογή της EEMD στην γραμμή διασκόπησης N19	84
Εικόνα 5.7: Αφαίρεση της IMF-3, αφαίρεση της IMF-4 και αφαίρεση του αθροίσματος τους.....	85
Εικόνα 5.8: Γραμμή διασκόπησης από τον κάναβο T, που βρίσκεται βόρεια του Μοναστηριού στον αρχαιολογικό χώρο της Απτέρας.	86
Εικόνα 5.9: Οι προκύπτουσες IMF έπειτα από εφαρμογή της EEMD στην γραμμή διασκόπησης T5.....	87
Εικόνα 5.10: Αφαίρεση των IMF-1, 4 και 5.	88
Εικόνα 5.11: Γραμμή διασκόπησης από τον χώρο στάθμευσης στον αρχαιολογικό χώρο της Νεμέας.....	88
Εικόνα 5.12: Οι προκύπτουσες IMF έπειτα από εφαρμογή της CEEMD στην γραμμή διασκόπησης LINEX50.	89
Εικόνα 5.13: Αφαίρεση των IMF-3 και IMF-4.....	90
Εικόνα 5.14: Γραμμή διασκόπησης LINEX18 από την Νικόπολη.	90
Εικόνα 5.13: Οι προκύπτουσες IMF έπειτα από εφαρμογή της CEEMD στην γραμμή διασκόπησης LINEX18.	91
Εικόνα 5.13: Αφαίρεση των IMF-3 και IMF-4.....	92

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1.1: Επιπτώσεις της συχνότητας εκπομπής.....	6
Πίνακας 3.1: Τιμές του συντελεστή συσχέτισης	57
Αλγόριθμος 4.1: Βήματα ανάπτυξης της μεθοδολογίας για την μέθοδο EEMD	62
Αλγόριθμος 4.2:Βήματα ανάπτυξης της μεθοδολογίας για την μέθοδο CEEMD.....	64
Πίνακας 4.1: Χρόνοι περαίωσης και αριθμός εκτέλεσης των μεθόδων για την συνθετική τομή	78
Πίνακας 5.1: Χρόνοι περαίωσης και αριθμός εκτέλεσης των μεθόδων για την τομή M17	82

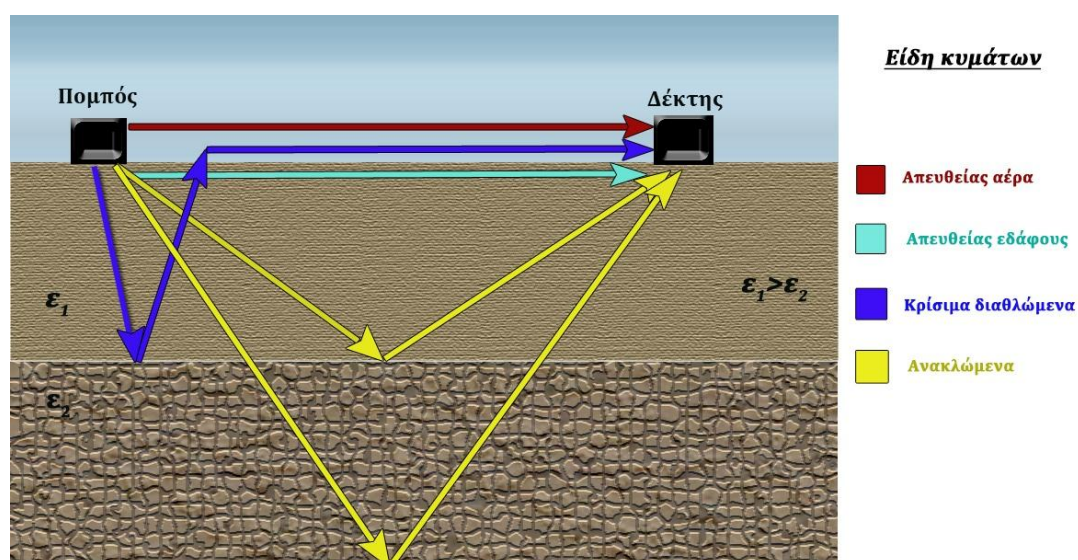
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο : Εισαγωγή

Η μέθοδος του γεωραντάρ είναι μια υψηλής ευκρίνειας ηλεκτρομαγνητική τεχνική όπου χρησιμοποιούνται ραδιοκύματα, συχνότητας 1-2000MHz, με σκοπό την χαρτογράφηση του υπεδάφους. Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία αφορά την αξιολόγηση της επίδοσης της Εμπειρικής Μεθόδου Αποσύνθεσης Ρυθμών (Empirical Mode Decomposition, EMD) καθώς και των δύο προεκτάσεων της, την Εμπειρική Μέθοδο Αποσύνθεσης Ρυθμών για υλοποιήσεις με διαφορετικό τυχαίο θόρυβο (Ensemble Empirical Mode Decomposition, EEMD) και την Εμπειρική Μέθοδο Αποσύνθεσης Ρυθμών για πλήρες σύνολο υλοποιήσεων με διαφορετικό τυχαίο θόρυβο (Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition, CEEMD), σε δεδομένα γεωραντάρ από διασκοπήσεις σε αρχαιολογικούς χώρους. Η συγκεκριμένη μεθοδολογία και οι προεκτάσεις της αναπτύχθηκαν για την ανάλυση μη γραμμικών σημάτων και μη στάσιμων σημάτων, δύο ιδιότητες που χαρακτηρίζουν τα σήματα που καταγράφονται από την μέθοδο γεωραντάρ.

1.1 Η μέθοδος γεωραντάρ

Το σύστημα του γεωραντάρ αποτελείται ένα πομπό και ένα δέκτη H/M κυμάτων . Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που εκπέμπονται από τον πομπό, «ταξιδεύουν» διαμέσου του υλικού και εξαπλώνονται κατά την κατακόρυφο συνιστώσα μέχρι να συναντήσουν ένα αντικείμενο που έχει διαφορετικές ηλεκτρικές ιδιότητες από το μέσο που το περιβάλλει. Στη συνέχεια σκεδάζονται από το αντικείμενο και ανιχνεύονται από τον δέκτη (Annan, 2009). Η αρχή λειτουργίας του γεωραντάρ περιγράφεται στην εικόνα 1.1

Η ταχύτητα διάδοσης των Η/Μ κυμάτων διαφέρει μεταξύ υλικών που παρουσιάζουν διαφορετικές ηλεκτρικές ιδιότητες. Στις περισσότερες εφαρμογές του γεωραντάρ δίνεται βαρύτητα στις διακυμάνσεις των παραμέτρων σ και ϵ , όπου σ είναι η ηλεκτρική αγωγιμότητα του υλικού¹, ενώ με ϵ συμβολίζεται διηλεκτρική διαπερατότητα του υλικού². Η μέθοδος γεωραντάρ είναι ιδιαίτερα αποδοτική σε υλικά που χαρακτηρίζονται από μηδενική ηλεκτρική αγωγιμότητα. Αν η ηλεκτρική αγωγιμότητα του υλικού είναι $\sigma = 0$, τα κύματα που εκπέμπει το ραντάρ θα διεισδύσουν σε μεγάλο βάθος, όμως τέτοιες συνθήκες στο υπέδαφος δεν συνηθίζονται. Για παράδειγμα, εδάφη που είναι πλούσια σε αργιλικά ορυκτά περιορίζουν σε μεγάλο βαθμό το βάθος διασκόπησης λόγω της απορρόφησης των κυμάτων.



Εικόνα 1.1: Αρχή λειτουργίας του γεωραντάρ. Για δύο στρώματα διαφορετικής διηλεκτρικής διαπερατότητας, ϵ_1 και ϵ_2 , τα κύρια κύματα που ανιχνεύονται από τον δέκτη του γεωραντάρ, είναι τα απευθείας κύματα αέρα και εδάφους, τα ανακλώμενα κύματα, τα διαθλώμενα κύματα και τα κρίσιμα διαθλώμενα κύματα.

Συνεπώς ένα κύμα που κινείται διαμέσου δύο υλικών διαφορετικών ηλεκτρικών ιδιοτήτων, για την ίδια απόσταση, θα φτάσει στον δέκτη σε διαφορετικό χρόνο. Το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το ηλεκτρομαγνητικό κύμα για να πραγματοποιήσει

¹ Η ηλεκτρική αγωγιμότητα, σ , χαρακτηρίζει τις κινήσεις που πραγματοποιεί το ελεύθερο ηλεκτρικό φορτίο (δημιουργώντας ηλεκτρικό ρεύμα) όταν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο.

² Η διηλεκτρική διαπερατότητα, ϵ , χαρακτηρίζει την μετατόπιση του ηλεκτρικού φορτίου που περιορίζεται από τη δομή του υλικού υπό την παρουσία ενός ηλεκτρικού πεδίου.

τη διαδρομή από τον πομπό στον δέκτη ονομάζεται *χρόνος διαδρομής*. Μονάδα μέτρησης του χρόνου διαδρομής είναι το νανοδευτερόλεπτο (ns), όπου $1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$. Η ταχύτητα του ηλεκτρομαγνητικού κύματος στον αέρα είναι $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ($0,3 \text{ m/ns}$) και αντιστρόφως ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας της διαπερατότητας του υλικού. Από την στιγμή που η διαπερατότητα των γήινων υλικών είναι πάντα μεγαλύτερη από την διαπερατότητα του αέρα, η ταχύτητα του κύματος σε ένα υλικό είναι πάντα μικρότερη από $0,3 \text{ m / ns}$ (Daniels, 2000).

1.1.1 Γεωμετρία Η/Μ κυμάτων

Η μονάδα ελέγχου του γεωραντάρ μετράει το πλάτος του παλμού και καταγράφει τον χρόνο που απαιτείται για να φτάσει από τον πομπό στον δέκτη. Διακρίνονται τρία είδη κυμάτων, (1) τα *απευθείας κύματα αέρα και εδάφους*, (2) *ανακλώμενα κύματα* και (3) τα *κρίσιμα διαθλώμενα* (Σπανουδάκης, 2002).

Τα απευθείας κύματα αέρα και εδάφους διαδίδονται άμεσα από τον πομπό στον δέκτη χωρίς να ανακλαστούν σε κάποια επιφάνεια. Η ταχύτητα διάδοσης v του απευθείας κύματος εδάφους και αέρα υπολογίζεται από τις παρακάτω σχέσεις αντίστοιχα (Πουλιούδης, 2001):

$$v_{\text{εδάφους}} = \frac{S}{t} \quad 1.1$$

$$v_{\text{αέρα}} = \frac{S}{t} \quad 1.2$$

όπου S είναι η απόσταση μεταξύ πομπού-δέκτη και t είναι ο χρόνος διάδοσης του απευθείας κύματος εδάφους και αέρα. Τα κύματα αυτά διανύουν μικρές αποστάσεις (απόσταση πομπού-δέκτη) οπότε οι απώλειες είναι μικρές και τα πλάτη που καταγράφονται μεγάλα. Τα απευθείας κύματα αέρα φτάνουν πρώτα στον δέκτη επειδή η ταχύτητα διάδοσης στον αέρα είναι η μέγιστη δυνατή. Αμέσως μετά φτάνουν τα απευθείας κύματα εδάφους.

Τα ανακλώμενα κύματα εκπέμπονται από τον πομπό και διαδίδονται στο μέσο μέχρι να συναντήσουν κάποιο εμπόδιο, οπότε ανακλώνται και επιστρέφουν στον δέκτη. Ο χρόνος διαδρομής, t_r , ισούται με (Πουλιούδης, 2001):

$$t_r = \frac{4D^2 + S^2}{v} \quad 1.3$$

Όπου D το βάθος που βρίσκεται το εμπόδιο και S η απόσταση πομπού-δέκτη.

Τέλος, όταν σε μία διασκόπηση κοινού ενδιαμέσου σημείου ή σταθερού πομπού κινούμενου δέκτη, η απόσταση πομπού δέκτη υπερβεί μία κρίσιμη τιμή S_c τότε το κύμα ανακλάται στην πρώτη επιφάνεια που θα συναντήσει, διαθλάται στην επιφάνεια αυτή και διαδίδεται προς τον πομπό. Τα παραπάνω κύματα ονομάζονται *κρίσιμα διαθλώμενα*.

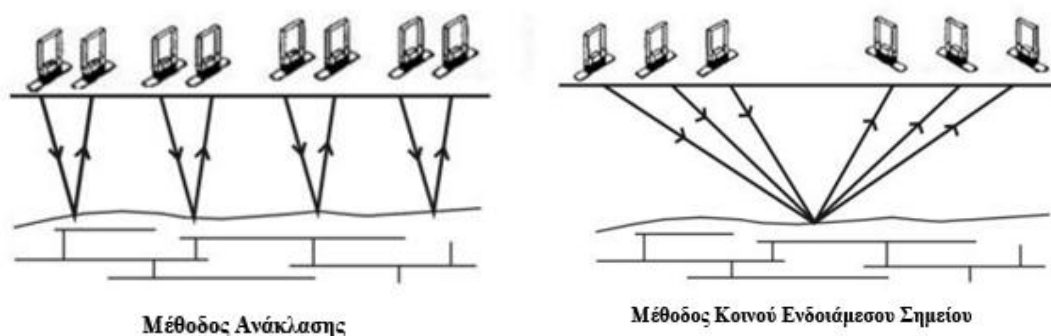
1.1.2 Σχεδιασμός και παράμετροι διασκόπησης

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι με τους οποίους μπορεί να χρησιμοποιηθεί το γεωραντάρ και αφορούν την διάταξη πομπού-δέκτη. Καθοριστικός παράγοντας για την επιλογή της μεθόδου, είναι ο σκοπός της διασκόπησης. Οι δύο πιο συνηθισμένοι μέθοδοι είναι (Σπανουδάκης, 2002):

- Η μέθοδος της ανάκλασης, η οποία είναι και η πιο διαδεδομένη. Οι κεραίες διατηρούνται σε σταθερή απόσταση μεταξύ τους και κινούνται κατά μήκος της γραμμής μελέτης.
- Η μέθοδος του κοινού ενδιαμέσου σημείου η οποία χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της ταχύτητας διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο μέσο. Αρχικά προσδιορίζεται κάποιο σημείο του ανακλαστήρα που θα αποτελέσει το ενδιαμέσο σημείο και οι κεραίες τοποθετούνται στην ελάχιστη επιτρεπόμενη απόσταση (ίση με το βήμα δειγματοληψίας Nyquist n_x) με τα ηλεκτρικά τους πεδία παράλληλα. Κάθε κεραία απομακρύνεται κατά μήκος της γραμμής μελέτης κατά $n_x/2$. Η μέγιστη απόσταση δεν πρέπει να ξεπεράσει το βάθος του ανακλαστήρα.

Οι δύο αυτές διατάξεις περιγράφονται σχηματικά στην εικόνα 1.2.

Πριν την έναρξη της διασκόπησης είναι σημαντικό να ρυθμιστούν οι παρακάτω παράμετροι στο σύστημα του γεωραντάρ, καθώς είναι καθοριστικές για την ομαλή διεξαγωγή των μετρήσεων και για τη σωστή ερμηνεία των αποτελεσμάτων.



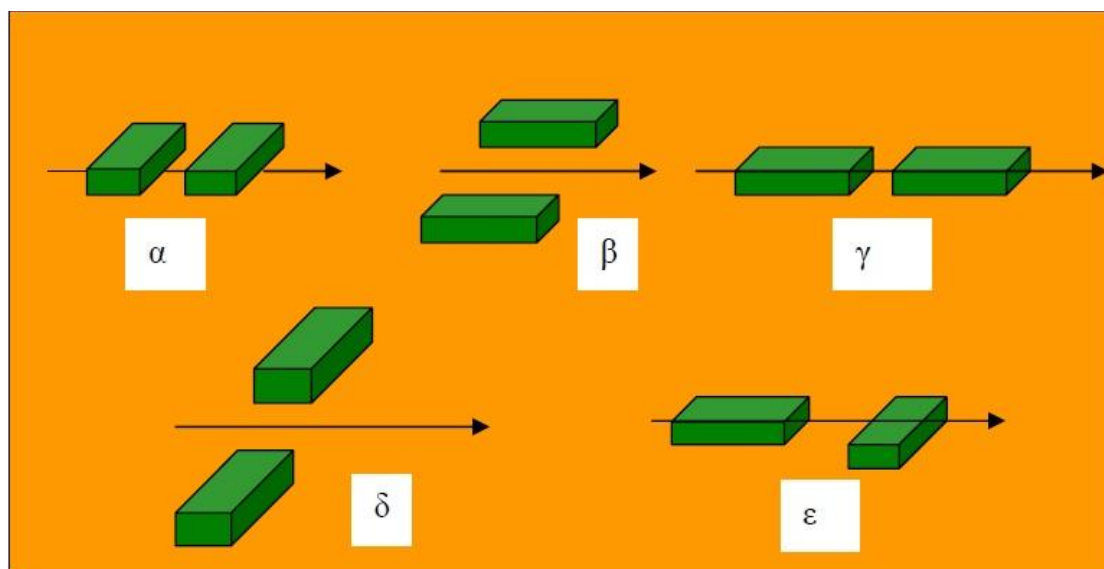
Εικόνα 1.2: Μέθοδοι διασκόπησης με το γεωραντάρ (Annan, 2001).

Οι παράμετροι είναι:

- Η συχνότητα εκπομπής: μία πολύ σημαντική παράμετρος καθώς επηρεάζει την διακριτική ικανότητα και το βάθος διασκόπησης (Πίνακας 1.1).
- Ο ολικός χρόνος καταγραφής: καθορίζει την συνολική διάρκεια της καταγραφής για κάθε ίχνος και επομένως, το βάθος της διασκόπησης.
- Το διάστημα δειγματοληψίας: το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο σημείων καταγραφής της ίδιας κυματομορφής. Επιλέγεται ως προς την συχνότητα εκπομπής.
- Το βήμα διασκόπησης: η απόσταση μεταξύ δύο κατακόρυφων καταγραφών πάνω στη γραμμή μελέτης.
- Η απόσταση της κεραίας: η απόσταση δηλαδή μεταξύ πομπού και δέκτη. Με την αύξηση της απόστασης αυξάνει και η εξασθένιση του σήματος καθώς πρέπει να διανύσει μεγαλύτερη απόσταση.
- Ο προσανατολισμός της κεραίας: η θέση της κεραίας ως προς την γραμμή μελέτης. Οι πιο συνηθισμένες παρουσιάζονται στην εικόνα 1.3.
- Ο κানাβος διασκόπησης και το σύστημα συντεταγμένων: δηλαδή η απόσταση μεταξύ των γραμμών διασκόπησης και ο προσανατολισμός τους ως προς τον Βορρά.

Πίνακας 1.1: Επιπτώσεις της συχνότητας εκπομπής στην διασκόπηση με γεωραντάρ (Annan, 2001).

Χαμηλές Συχνότητες	Υψηλές Συχνότητες
Μεγάλου μήκους παλμός	Μικρού μήκους παλμός
Επηρεάζεται από μεγαλύτερα αντικείμενα	Επηρεάζεται από μικρότερα αντικείμενα
Διεισδύει σε μεγάλο βάθος	Διεισδύει σε μικρότερα βάθη
Αραιή δειγματοληψία	Πυκνή δειγματοληψία
Μεγάλης χρονικής διάρκειας μετρήσεις	Μικρής χρονικής διάρκειας μετρήσεις



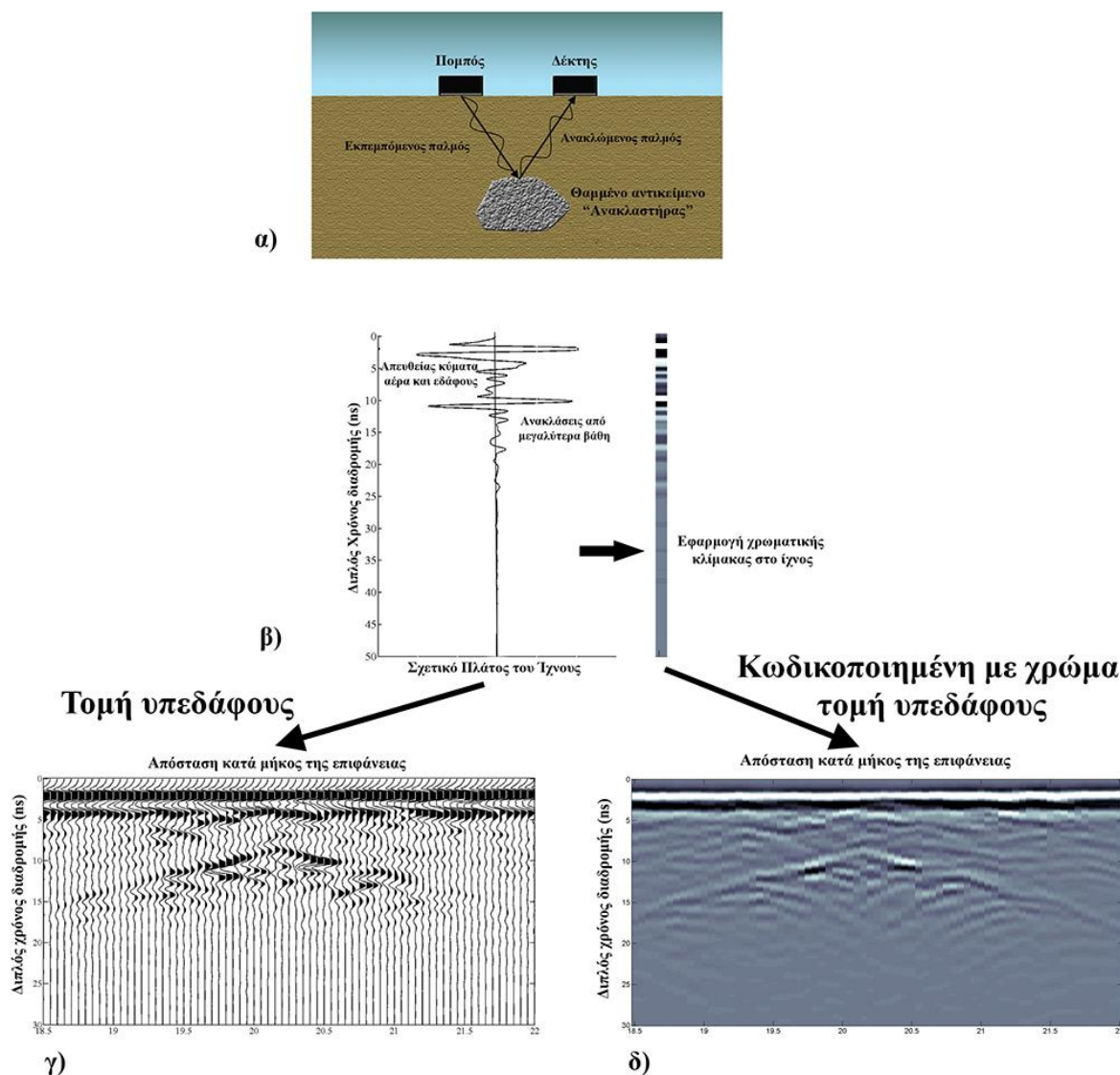
Εικόνα 1.3: Προσανατολισμός κεραίας. Από αυτούς οι (α) και (β) είναι οι πιο συνηθισμένοι προσανατολισμοί, όπου το ηλεκτρικό πεδίο πολώνεται κάθετα στο επίπεδο διάδοσης του κύματος.

1.1.3 Καταγραφή δεδομένων

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, τα Η/Μ κύματα ταξιδεύουν στο υπέδαφος με συγκεκριμένη ταχύτητα που καθορίζεται κυρίως από την ηλεκτρική διαπερατότητα του υλικού. Η ταχύτητα αυτή διαφέρει μεταξύ υλικών που παρουσιάζουν διαφορετικές ηλεκτρικές ιδιότητες, και συνεπώς ένα κύμα που περνά διαμέσου δύο υλικών διαφορετικών ηλεκτρικών ιδιοτήτων θα έχει και διαφορετικό χρόνο διαδρομής.

Λαμβάνοντας υπόψη τη γεωμετρία του Η/Μ παλμού (Εικόνα 1.1), αν ο δέκτης τεθεί σε λειτουργία την χρονική στιγμή που εκπέμπεται παλμός, τότε δύο παλμοί θα καταγραφούν από τον δέκτη. Ο πρώτος παλμός αντιπροσωπεύει το απευθείας κύμα από αέρα ενώ ο δεύτερος που καταγράφεται αντιπροσωπεύει τον παλμό που διαπέρασε το υλικό και σκεδάστηκε πίσω στον δέκτη. Η καταγραφή πλάτους των

παλμών σε σχέση με το χρόνο ονομάζεται *ίχνος*. Το *ίχνος* είναι η βασική μέτρηση της μεθόδου γεωραντάρ. Μία *τομή γεωραντάρ* αποτελείται από ένα σύνολο ισαπέχοντων ιχνών όπου έχει εφαρμοστεί χρωματική κλίμακα στις τιμές του πλάτους των παλμών. Στην εικόνα 1.4 περιγράφεται η διαδικασία δημιουργίας μία τομής γεωραντάρ.



Εικόνα 1.4: Διαδικασία καταγραφής μίας τομής γεωραντάρ. Η σειρά έχει ως εξής: α) Εκπομπή και λήψη H/M κυμάτων β) καταγραφή των κυμάτων ως ίχνος ενός σημείου της επιφάνειας, γ) τα ίχνη τοποθετούνται δίπλα-δίπλα ώστε να δημιουργηθεί μία τομή του υπεδάφους καθώς κινείται η κεραία κατά μήκος της επιφάνειας, δ) Τα πλάτη των H/M κυμάτων κωδικοποιούνται με χρώμα ανάλογα με το πλάτος τους (Daniels, 2000).

1.1.4 Εφαρμογές της μεθόδου γεωραντάρ

Οι εφαρμογές του γεωραντάρ μπορούν να διακριθούν ουσιαστικά σε δύο κατηγορίες. Για γεωλογικούς σκοπούς, που το βάθος διασκόπησης είναι σημαντικότερο από την διακριτική ικανότητα και όπου χρησιμοποιούνται κεραίες των 50MHz ή και μεγαλύτερες. Για εφαρμογές στις επιστήμες των μηχανικών και στις μη καταστροφικές δοκιμές (Non Destructive Testing, NDT) όπου η διακριτική ικανότητα είναι το ζητούμενο (κεραίες των 500-2000MHz). Η ικανότητα του γεωραντάρ να προσφέρει λεπτομερείς πληροφορίες για το ρηχό υπέδαφος έχει αναφερθεί σε πλήθος εφαρμογών που και αναπτύσσονται παρακάτω (Annan, 2001, Σπανουδάκης, 2002).

Μεταλλεία και Λατομεία:

- Στην ανίχνευση και στον εντοπισμό εκμεταλλεύσιμων κοιτασμάτων και ορυκτών όπως χρυσός, βαρέα μέταλλα, κιμπερλίτες, νικελιούχα κοιτάσματα κ.α.
- Σε υπόγειες εκμεταλλεύσεις για τον έλεγχο της ασφάλειας (ευστάθεια των τοιχωμάτων, του δαπέδου και της οροφής του έργου).

Γεωτεχνικά Έργα και Περιβάλλον:

- Ποιότητα εδάφους
- Εντοπισμός αποχετευτικών σωλήνων
- Εντοπισμός ρωγμών σε φράγματα και γέφυρες
- Προσδιορισμός υδροφόρου ορίζοντα
- Αλατότητα νερού

Αρχαιολογία:

- Εντοπισμός τάφων και νεκροταφείων
- Εντοπισμός θεμελίων και τοιχίων
- Εντοπισμός λιθόστρωτων μονοπατιών
- Εντοπισμός πολύτιμων ευρημάτων (αγάλματα, νομίσματα κλπ)

1.2 Συναφείς εργασίες και συνεισφορά

Η μέθοδος του γεωραντάρ παρουσιάζει αρκετές ομοιότητες με την μέθοδο της σεισμικής ανάκλασης, καθώς και οι δύο βασίζονται στην διάδοση κυμάτων όπου καταγράφεται ο χρόνος διαδρομής και το πλάτος των ανακλώμενων ή διαθλώμενων κυμάτων από τις διαχωριστικές επιφάνειες των σχηματισμών του υπεδάφους (Οικονόμου, 2010). Λόγω αυτών των ομοιοτήτων, πολλές τεχνικές που χρησιμοποιούνται στην επεξεργασία των δεδομένων σεισμικής ανάκλασης, υιοθετούνται για την επεξεργασία των δεδομένων γεωραντάρ. Μία τέτοια περίπτωση είναι και η μέθοδος EMD η οποία εφαρμόστηκε αρχικά σε δεδομένα σεισμικής ανάκλασης, κυρίως για την βελτίωση της ποιότητας των δεδομένων (Battista et al., 2007, Han και van der Baan, 2013, Bekara και van der Baan, 200, Zhou et al., 2012). Όσο αφορά την εφαρμογή της μεθόδου EMD σε δεδομένα γεωραντάρ ο Battista et al. (2009) χρησιμοποίησε την μέθοδο EMD για αφαίρεση του θορύβου WOW, ενώ οι Chen και Jeng, (2011) χρησιμοποίησαν την μέθοδο EEMD για ανάκτηση της χρήσιμης πληροφορίας από θορυβώδη δεδομένα.

Καθώς η μέθοδος της σεισμικής ανάκλασης είναι περισσότερο διαδεδομένη έναντι της μεθόδου γεωραντάρ, δεν υπάρχουν μέχρι στιγμής αρκετές μελέτες στην βιβλιογραφία που να αξιολογούν περαιτέρω την επίδοση της μεθόδου EMD αλλά και των δύο προεκτάσεων της, EEMD και την πιο πρόσφατη CEEMD σε δεδομένα γεωραντάρ. Στην παρούσα εργασία αξιολογούνται οι τρεις αυτοί αλγόριθμοι και εφαρμόζονται τόσο σε συνθετικά όσο και πραγματικά δεδομένα που προέρχονται από αρχαιολογικούς χώρους.

1.3 Περίγραμμα εργασίας

Αυτή η εργασία αφορά την αξιολόγηση μίας μεθόδου η οποία είναι κατάλληλη για την ανάλυση μη γραμμικών και μη στάσιμων κυμάτων, την μέθοδο EMD. Οι τελευταίες εξελίξεις της μεθόδου έχουν ως αποτέλεσμα την δημιουργία δύο προεκτάσεων, την EEMD και την πιο πρόσφατη CEEMD, όπου εισάγεται λευκός θόρυβος για να ξεπεραστούν ορισμένες αδυναμίες που παρουσιάζονταν στην αρχική

μέθοδο. Οι τρεις αυτοί αλγόριθμοι εφαρμόζονται σε δεδομένα γεωραντάρ, τα σήματα του οποίου είναι μη γραμμικά και μη στάσιμα. Παρακάτω περιγράφεται εν συντομία το περιεχόμενο του κάθε κεφαλαίου της παρούσας εργασίας.

Στο πρώτο κεφάλαιο περιγράφονται συνοπτικά οι βασικές αρχές λειτουργίας του γεωραντάρ, οι μέθοδοι και οι παράμετροι της διασκόπησης καθώς και η καταγραφή των δεδομένων. Επίσης αναφέρονται οι συναφείς έρευνες με την παρούσα εργασία.

Στο δεύτερο κεφάλαιο αναφέρονται περιληπτικά οι συνήθεις τεχνικές και μετασχηματισμοί που εφαρμόζονται σε δεδομένα γεωραντάρ.

Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφεται αναλυτικά η Εμπειρική Μέθοδος Αποσύνθεσης Ρυθμών ή EMD και παρατίθενται παραδείγματα από την εφαρμογή της τόσο σε απλά αρμονικά σήματα όσο και σε σύνθετα κυματίδια προκειμένου να εξηγηθεί ο τρόπος λειτουργίας της.

Στο τέταρτο κεφάλαιο περιγράφονται οι δύο επεκτάσεις της μεθόδου EMD καθώς και οι υλοποιήσεις τους σε περιβάλλον MATLAB. Επίσης γίνεται μία πρώτη αξιολόγηση της απόδοσης του με την εφαρμογή σε ένα συνθετικό παράδειγμα που προσομοιάζει μία τομή γεωραντάρ.

Στο πέμπτο κεφάλαιο εφαρμόζονται οι τρεις μεθοδολογίες που αναπτύχθηκαν σε έξι γραμμές διασκόπησης. Οι τέσσερις προέρχονται από τον αρχαιολογικό χώρο της Απτέρας, ενώ οι υπόλοιπες από τους αρχαιολογικούς χώρους στην Νεμέα και στην Νικόπολη. Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της μεθόδου και βάση αυτών, γίνεται αξιολόγηση αλλά και σύγκριση της απόδοσης τους στα πραγματικά δεδομένα γεωραντάρ.

Τέλος, έκτο κεφάλαιο παρατίθενται τα συμπεράσματα της εργασίας και προτάσεις για περεταίρω έρευνα.

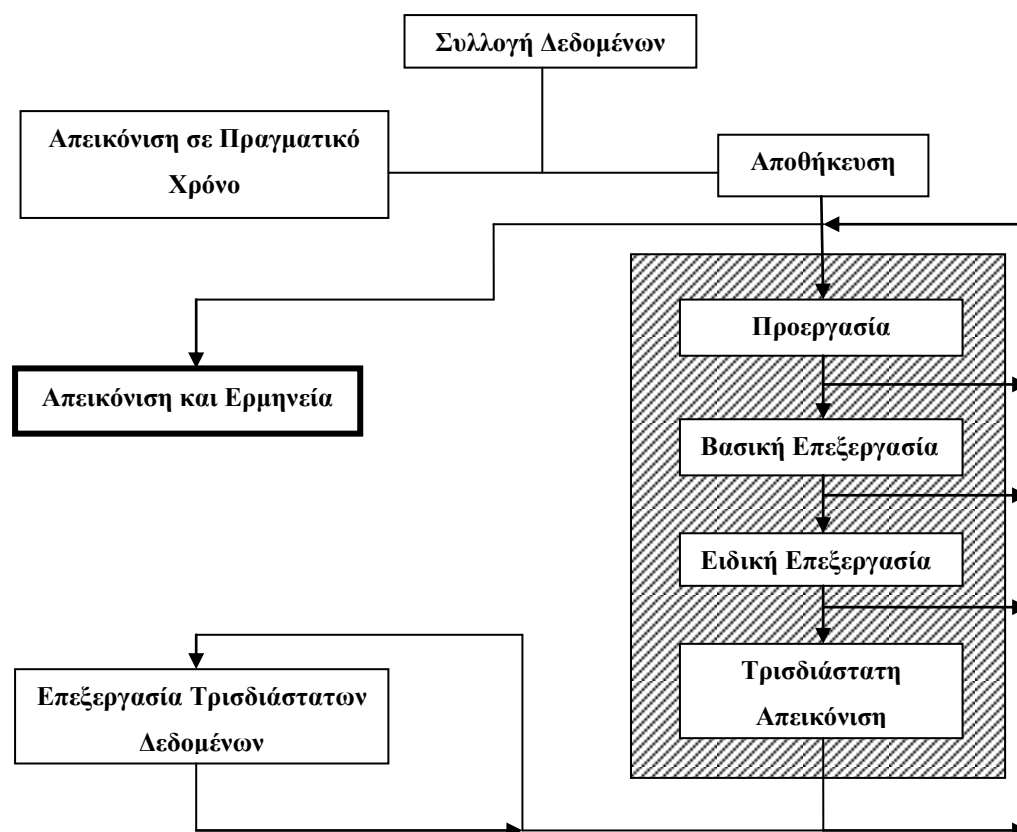
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο: Επεξεργασία των δεδομένων γεωραντάρ

Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφεται συνοπτικά η τυπική επεξεργασία που εφαρμόζεται σε δεδομένα γεωραντάρ. Αυτή αφορά τεχνικές που εφαρμόζονται τόσο στην ψηφιακή ανάλυση εικόνας όσο και στην ψηφιακή επεξεργασία σήματος με σκοπό την βελτίωση της ποιότητας των δεδομένων (π.χ. αφαίρεση θορύβου) και την ανάδειξη της χρήσιμης πληροφορίας αλλά και την τρισδιάστατη αναπαράσταση των κανάβων διασκόπησης.

2.1 Σύντομη περιγραφή

Μία ψηφιακή εικόνα είναι ένας πίνακας διαστάσεων $M \times N$ όπου σε κάθε στοιχείο του, αντιστοιχεί η τιμή που κατέγραψε κάποιο όργανο, είτε πρόκειται για σειсмоγράφο, είτε για γεωραντάρ, είτε για μια οποιαδήποτε ψηφιακή κάμερα. Επομένως μία εικόνα γεωραντάρ είναι στην ουσία ένας πίνακας του οποίου κάθε στήλη είναι ένα ίχνος ενώ κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε καταγραφές με ίδιο χρόνο άφιξης. Οπότε οι εικόνες του γεωραντάρ αντιστοιχούν σε άξονες x (m) και t (ns).

Τα δεδομένα της μεθόδου γεωραντάρ αντιμετωπίζονται συνήθως σαν βαθμωτή ποσότητα μολονότι τα H/M πεδία, που είναι και η βάση της μεθόδου, είναι διανυσματικά μεγέθη. Η διαδικασία της επεξεργασίας των δεδομένων απεικονίζεται στο διάγραμμα της εικόνας 2.1. Το πρωταρχικό στάδιο της διαδικασίας είναι η συλλογή των δεδομένων που συνήθως συνοδεύεται με την απεικόνιση των δεδομένων σε πραγματικό χρόνο. Η επεξεργασία των δεδομένων μπορεί να διαιρεθεί στα ακόλουθα στάδια: προεργασία των δεδομένων, βασική επεξεργασία, ειδική επεξεργασία και την τρισδιάστατη απεικόνιση (Annan, 2009).



Εικόνα 2.1: Διάγραμμα επεξεργασίας των δεδομένων γεωραντάρ (Annan, 2009).

Στο στάδιο της προεργασίας γίνεται μία πρώτη αξιολόγηση των ακατέργαστων δεδομένων και στη συνέχεια κρίνεται ποιο είναι το καταλληλότερο επόμενο βήμα της επεξεργασίας. Συνήθως εντοπίζονται οι σημαντικότερες ανακλάσεις ώστε η επεξεργασία που θα ακολουθηθεί να τις αναδείξει με το καλύτερο δυνατό τρόπο. Εξυπηρετώντας αυτό τον σκοπό μπορεί να πραγματοποιηθεί αλλαγή στην κλίμακα των δεδομένων, συγχώνευση δεδομένων, συνδυασμός των δεδομένων με συντεταγμένες GPS κ.α (Annan, 2001).

Κατά το στάδιο τη βασικής επεξεργασίας χρησιμοποιούνται φίλτρα και τεχνικές ώστε να τονιστούν οι οριζόντιοι και οι κεκλιμένοι ανακλαστήρες, το αποτέλεσμα των κυμάτων περίθλασης, να απομακρυνθεί ο θόρυβος και να βελτιωθεί η ποιότητα της εικόνας γενικότερα.

Το στάδιο της ειδικής επεξεργασίας αφορά την εφαρμογή μετασχηματισμών από την επεξεργασία σήματος και τον υπολογισμό μιγαδικών χαρακτηριστικών όπως την στιγμιαία συχνότητα ή το στιγμιαίο πλάτος.

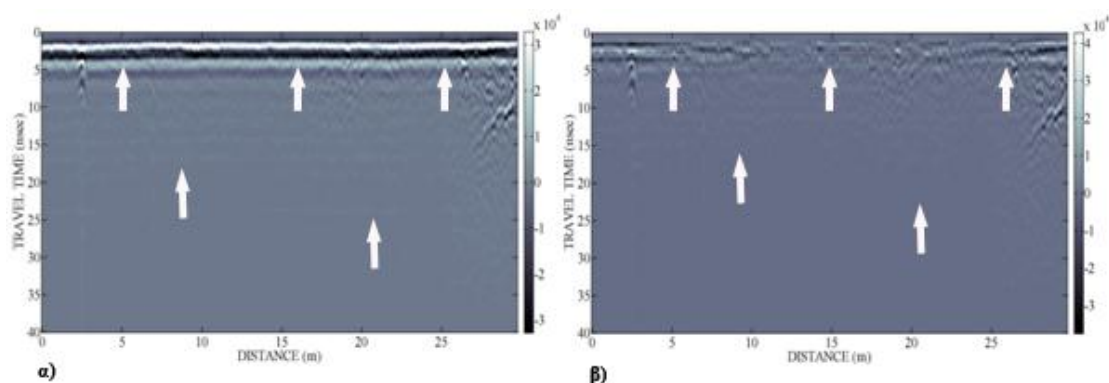
2.2 Εφαρμογή φίλτρων

Τα φίλτρα που χρησιμοποιούνται ευρέως στην επεξεργασία των δεδομένων γεωραντάρ είναι το φίλτρο διόρθωσης Dewow, το φίλτρο αποκοπής σημάτων υποβάθρου (Background noise removal) και το φίλτρο μέσης τιμής.

Η διόρθωση Dewow αποτελεί ένα μονοδιάστατο φίλτρο αποκοπής των χαμηλών συχνοτήτων (θόρυβος WOW) από τα δεδομένα. Το πεδίο που βρίσκεται κοντά στον πομπό περιέχει χαμηλής συχνότητας ενέργεια η οποία σχετίζεται με ηλεκτροστατικά και επαγωγικά πεδία, που εξασθενεί ραγδαία με την απόσταση. Η ενέργεια αυτή αναγκάζει την βάση του σήματος που καταγράφεται να κυρτωθεί προς τα πάνω ή προς τα κάτω. Να σημειωθεί εδώ ότι τα φίλτρα μίας διάστασης μπορούν να σχεδιαστούν και να εφαρμοσθούν σε δεδομένα που ανήκουν στο ίδιο ίχνος, ή σε δεδομένα διαφορετικών ιχνών αλλά που καταγράφηκαν την ίδια χρονική στιγμή.

Το μονοδιάστατο φίλτρο αποκοπής σημάτων του υποβάθρου εξαλείφει σήματα που οφείλονται στην *αντήχηση των κεραιών* (antenna ringing), δηλαδή της αλληλεπίδρασης των H/M με το περιβάλλον. Τέτοιου είδους σήματα εμφανίζονται στα δεδομένα ως οριζόντιοι ανακλαστήρες και παρουσιάζονται συχνά στα δεδομένα. Η επίδραση του φίλτρου σε μία τομή γεωραντάρ παρουσιάζεται στην εικόνα 2.2. Η συγκεκριμένη τομή προέρχεται από διασκόπηση στον αρχαιολογικό χώρο της Απτέρας, και περιέχει αρκετούς ανακλαστήρες με ισχυρότερο αυτόν μετά τα 25m. Το φίλτρο αφαιρεί τα απευθείας κύματα και έτσι αναδεικνύονται περισσότερο οι υπόλοιπες ανακλάσεις.

Τέλος το φίλτρο μέσης τιμής, είναι ένα τυπικό φίλτρο δύο διαστάσεων. Το φίλτρο αυτό υπολογίζει τη μέση τιμή μεταξύ γειτονικών εικονοστοιχείων και αντικαθιστά το κεντρικό εικονοστοιχείο με τη μέση τιμή. Χρησιμοποιείται σα φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων, με σκοπό την εξομάλυνση της εικόνας και την αφαίρεση θορύβου.



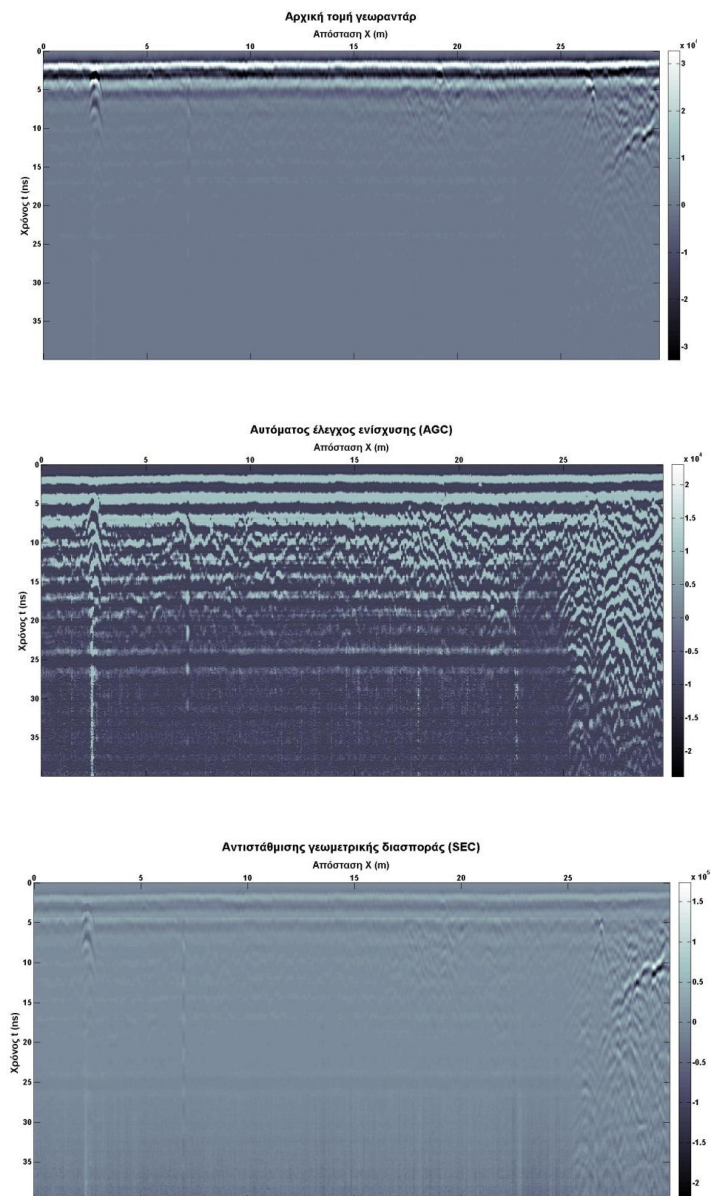
Εικόνα 2.2: Εφαρμογή αφαίρεσης υποβάθρου στην αρχική εικόνα. α) Πριν την αφαίρεση και β) μετά την αφαίρεση. Με βέλη επισημαίνονται οι αλλαγές στην αρχική εικόνα (Μανατάκη, 2011).

2.3 Ενίσχυση δεδομένων

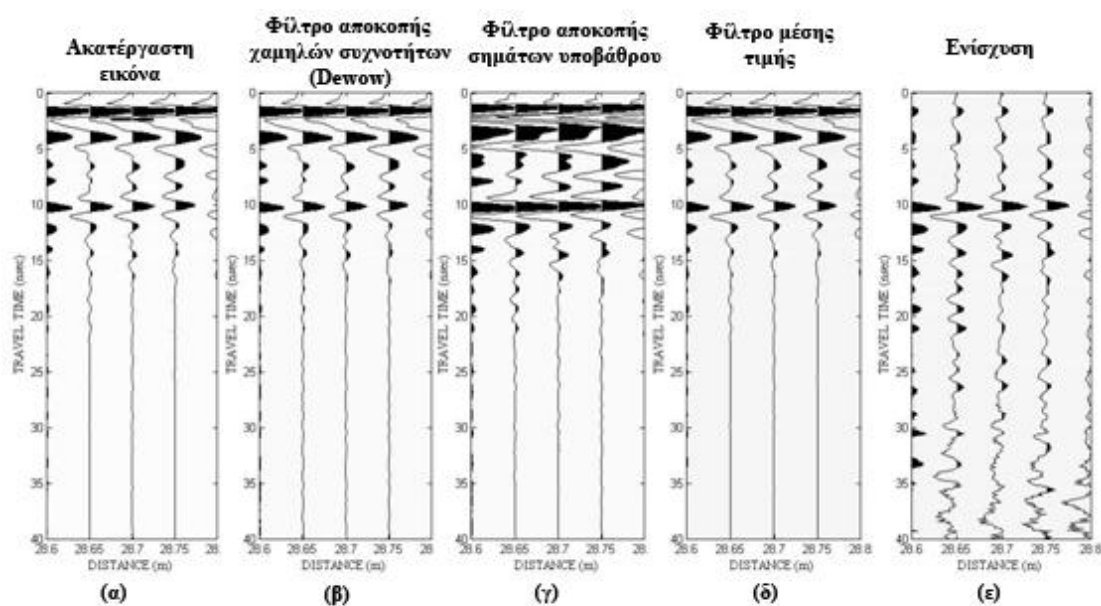
Τα σήματα που εκπέμπει το γεωραντάρ εξασθενούν ραγδαία καθώς διαδίδονται στο υπέδαφος. Σήματα που καταγράφονται από μεγαλύτερα βάθη παρουσιάζονται πιο αδύναμα απ' ό,τι αυτά που καταγράφονται κοντά στην επιφάνεια. Οπότε, για να είναι ορθή η απεικόνιση των σημάτων απαιτείται κατάλληλη διόρθωση όπου εξισώνονται τα πλάτη των κυμάτων. Η ενίσχυση εξυπηρετεί αυτόν ακριβώς τον σκοπό και εφαρμόζεται στα δεδομένα για την καλύτερη παρουσίαση τόσο των ισχυρών και αλλά και των ασθενικών ανακλάσεων, που λόγω της απορρόφησης των κυμάτων δεν διακρίνονται καθαρά στα αρχικά δεδομένα (Cassidy, 2009). Η διόρθωση αυτή είναι μη γραμμική και η εφαρμογή φίλτρων πριν και μετά, δεν θα δώσουν το ίδιο αποτέλεσμα.

Υπάρχουν διάφοροι τύποι ενίσχυσης που μπορεί να εφαρμοστούν, όμως στα δεδομένα γεωραντάρ οι πιο συνηθισμένοι είναι: (1) ο αυτόματος έλεγχος ενίσχυσης ή AGC (Automatic Gain Control), όπου υπολογίζεται το αντίστροφο της μέσης τιμής γύρω από το κεντρικό σημείο του ίχνους και πολλαπλασιάζεται με τα αρχικά δεδομένα, και (2) το φίλτρο αντιστάθμισης της γεωμετρικής διασποράς του σήματος ή SEC (Spherical and Exponential Compensation), το οποίο αντισταθμίζει τις απώλειες σφαιρικών διακυμάνσεων και την εκθετική εξασθένηση της ενέργειας (van Overmeeren, 1998).

Στην εικόνα 2.3 παρουσιάζεται το αποτέλεσμα της εφαρμογής των δύο αυτών τύπων ενίσχυσης σε μία ανεπεξέργαστη εικόνα γεωραντάρ. Επίσης στο σχήμα της εικόνας 2.4 παρουσιάζονται όλες οι διορθώσεις που περιγράφηκαν στις προηγούμενες παραγράφους σε πέντε απομονωμένα ίχνη μιας τομής γεωραντάρ. Και στις δύο περιπτώσεις τονίζονται ανακλάσεις που αρχικά δεν ήταν εμφανείς. Όμως τονίζεται και ο θόρυβος, που είναι πιο έντονος στην περίπτωση την AGC.



Εικόνα 2.3: Εφαρμογή της ενίσχυσης AGC και SEC σε μία τομή γεωραντάρ.



Εικόνα 2.4: Επίδραση των διορθώσεων σε ίχνη. Η κάθε διόρθωση έχει εφαρμοσθεί απευθείας στην ακατέργαστη εικόνα. Στα ίχνη της (ε) έχει χρησιμοποιηθεί η ενίσχυση SEC.

2.4 Αναλυτικό σήμα και μιγαδικά χαρακτηριστικά

Οι μετασχηματισμοί δεδομένων από μια μορφή σε μια άλλη είναι συνηθισμένοι στην ανάλυση σημάτων και έχουν χρησιμοποιηθεί διάφορες τεχνικές για την εξαγωγή σημαντικών πληροφοριών από χρονοσειρές (σεισμικά δεδομένα, δεδομένα γεωραντάρ κτλ.). Αυτός ο τρόπος παρουσίασης δεδομένων έχει σαν αποτέλεσμα την εξαγωγή σχέσεων και συμπερασμάτων που διαφορετικά δεν θα ήταν αντιληπτά. Ο μετασχηματισμός δεδομένων από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο των συχνοτήτων είναι το πιο συνηθισμένο παράδειγμα επανατοποθέτησης δεδομένων που χρησιμοποιείται στην ανάλυση δεδομένων. Ο πιο διαδεδομένος, ίσως, μετασχηματισμός δεδομένων είναι ο μετασχηματισμός Fourier όπου δίνεται η δυνατότητα μελέτης μιας χρονοσειράς σε ολόκληρο το χρονικό εύρος της αλλά δεν επιτρέπει τη μελέτη των τοπικών διακυμάνσεων, οι οποίες περιέχουν χρήσιμες πληροφορίες για την ερμηνεία των μη γραμμικών και μη στάσιμων σημάτων.

Στην περίπτωση του γεωραντάρ, η σύνθετη ή μιγαδική ανάλυση σήματος αντιμετωπίζει ένα ίχνος $x(t)$ σαν το πραγματικό μέρος ενός αναλυτικού σήματος το οποίο δίνεται από την σχέση:

$$f(t) = x(t) + jx^*(t) \quad 2.1$$

όπου $x^*(t)$ είναι το φασικά μετατοπισμένο κατά 90° πραγματικό μέρος $x(t)$. Το $x^*(t)$ μπορεί να προσδιοριστεί από το πραγματικό μέρος αν απαιτηθεί το $x^*(t)$ (Σπανουδάκης, 2002):

1. Να μπορεί να προσδιοριστεί από το $x(t)$ με τη διαδικασία της γραμμικής συνέλιξης.
2. Να ανάγεται σε φάσορα αν το $x(t)$ είναι ημιτονοειδής συνάρτηση. Δηλαδή αν: $x(t) = E \cos(\omega t + \theta)$ τότε $x^*(t) = E \sin(\omega t + \theta)$ για όλες τις πραγματικές τιμές του E και θ και για $\omega > 0$.

Αυτοί οι δυο κανόνες προσδιορίζουν το φανταστικό μέρος για κάθε συνάρτηση $x(t)$ που μπορεί να αναπαρασταθεί από μια σειρά ή από ένα ολοκλήρωμα Fourier.

Αν θεωρηθεί ότι το $x(t)$ μπορεί να εκφραστεί από χρονικά μεταβαλλόμενο πλάτος $E(t)$ και μια χρονικά μεταβαλλόμενη φάση $\theta(t)$, δηλαδή $x(t) = E(t) \cos \theta(t)$ τότε η φασικά μετατοπισμένη κατά 90° κυματομορφή είναι $x^*(t) = E(t) \sin \theta(t)$ και η σύνθετη κυματομορφή είναι:

$$f(t) = x(t) + jx^*(t) = E(t)[\cos \theta(t) + j \sin \theta(t)] = E(t)e^{j\theta(t)} \quad 2.2$$

Αν τα $f(t)$ και $f^*(t)$ είναι γνωστά τότε η σχέση μπορεί να επιλυθεί ως προς $E(t)$ και $\theta(t)$:

$$E(t) = x(t) + x^*(t) \quad 2.3$$

$$\theta(t) = \tan^{-1} \left[\frac{x^*(t)}{x(t)} \right] \quad 2.4$$

Το $E(t)$ είναι το στιγμιαίο πλάτος, ενώ το $\theta(t)$ είναι η στιγμιαία φάση. Ο ρυθμός μεταβολής της φάσης εκφράζεται από τη χρονικά μεταβαλλόμενη στιγμιαία συχνότητα:

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad 2.5$$

Η στιγμιαία συχνότητα μπορεί να προκύψει και κατά τη συνέλιξη της στιγμιαίας φάσης με ένα διαφορικό φίλτρο $d(t)$ οπότε προκύπτει η σχέση:

$$\omega(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d(\tau)\theta(t-\tau)d\tau \quad 2.6$$

Ο υπολογισμός των παραπάνω χαρακτηριστικών στα δεδομένα γεωραντάρ επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό Hilbert ο οποίος περιγράφεται παρακάτω.

2.4 Μετασχηματισμός Hilbert

Ο μετασχηματισμός Hilbert είναι ένας γραμμικός τελεστής όπου εισάγεται ένα σήμα $x(t)$ και εξάγεται μία συνάρτηση $H(x)(t)$ στο ίδιο πεδίο με το $x(t)$. Στην επεξεργασία σήματος χρησιμοποιείται για την περιγραφή του σήματος εισόδου στην αναλυτική του μορφή (Εξίσωση 2.1). Ο μετασχηματισμός Hilbert του σήματος x μπορεί να θεωρηθεί ως την συνέλιξη του $x(t)$ με την συνάρτηση $h(t) = 1/(\pi t)$. Καθώς η συνάρτηση $h(t)$ δεν είναι ολοκληρώσιμη, και τα επιμέρους ολοκληρώματα της συνέλιξης δεν συγκλίνουν, ο μετασχηματισμός Hilbert ορίζεται σύμφωνα με την αρχή του Cauchy, P.V ως:

$$H(x)(t) = P.V \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \frac{1}{\pi} P.V \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau}d\tau \quad 2.7$$

και η αναλυτική μορφή $X(t)$ του σήματος εισόδου $x(t)$ θα είναι:

$$X(t) = x(t) + jH(x)(t) \quad 2.8$$

ενώ η διακριτή μορφή του μετασχηματισμού είναι (Σπανουδάκης, 2002):

$$H(x)(t) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t-n\Delta t) \frac{1-e^{j\pi n}}{n} = \frac{2}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t-n\Delta t), n \neq 0 \quad 2.9$$

Από την εφαρμογή του μετασχηματισμού Hilbert στα ίχνη του γεωραντάρ υπολογίζονται τα στιγμιαία μιγαδικά χαρακτηριστικά όπως είναι το στιγμιαίο πλάτος $E(t)$, η στιγμιαία φάση $\theta(t)$, και η στιγμιαία συχνότητα $\omega(t)$ ως εξής (Σπανουδάκης, 2002):

$$E(t) = \sqrt{x^2(t) + H^2(x)(t)} \quad 2.10$$

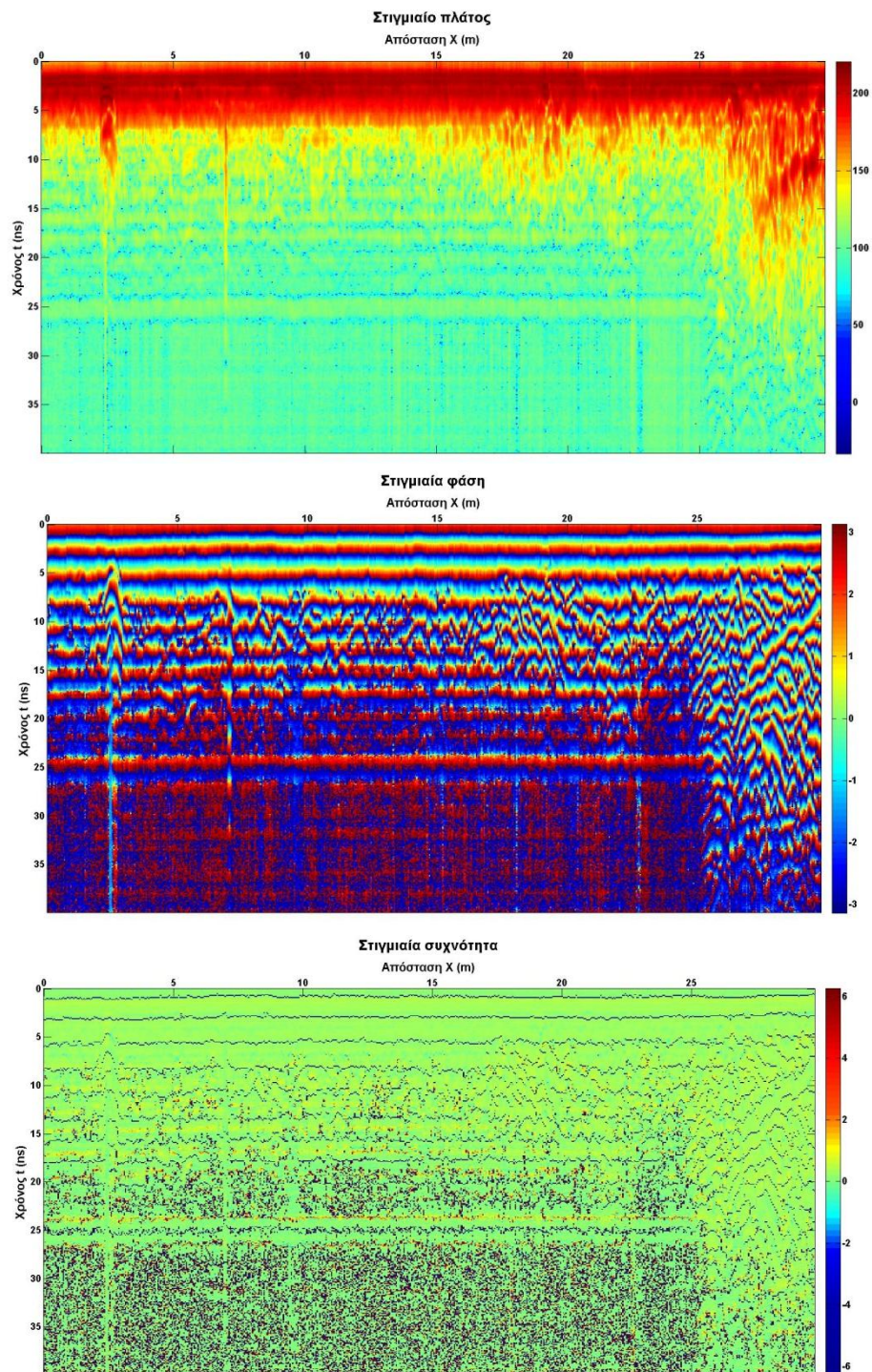
$$\theta(t) = \tan^{-1} \left(\frac{H(x)(t)}{x(t)} \right) \quad 2.11$$

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad 2.12$$

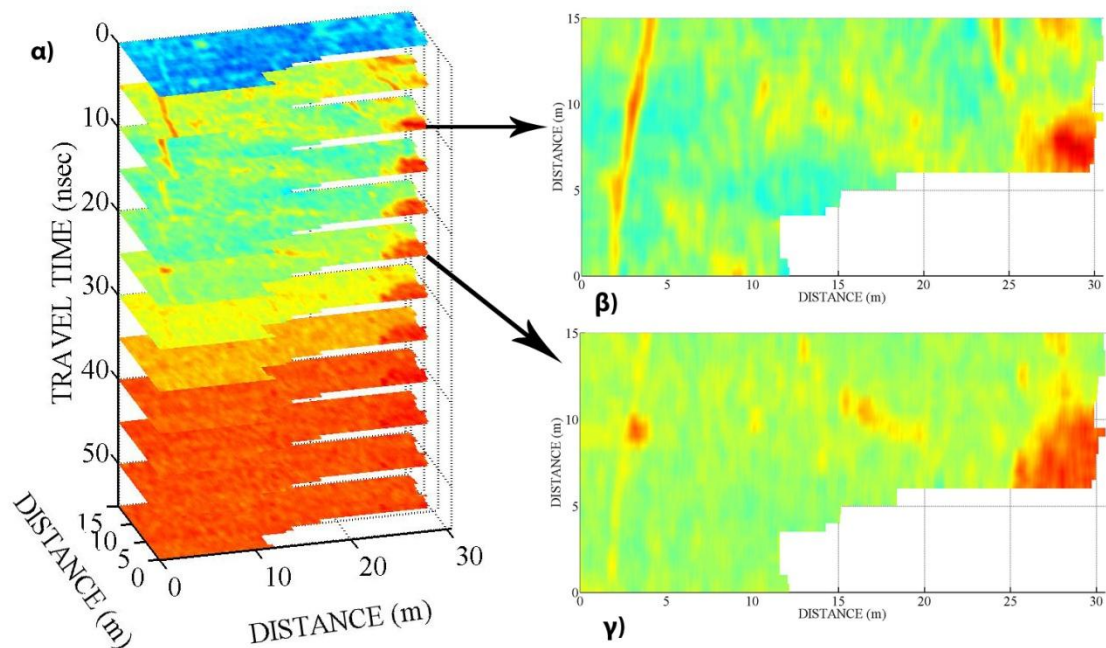
Τα τρία αυτά χαρακτηριστικά υπολογίστηκαν για την αρχική τομή γεωραντάρ της εικόνας 2.3 και παρουσιάζονται στην εικόνα 2.4. Το στιγμιαίο πλάτος είναι εκφρασμένο σε κλίμακα dB και τονίζει ανακλαστήρες μετά τα 15ns οι οποίοι παρουσιάζονται εξασθετισμένοι στην αρχική τομή. Τονίζουν επίσης και τον θόρυβο που εμφανίζεται με την μορφή οριζόντιων λωρίδων. Το ίδιο συμβαίνει και στην περίπτωση της στιγμιαίας φάσης που συγκριτικά με το στιγμιαίο πλάτος, οι ανακλάσεις τονίζονται περισσότερο αλλά είναι πιο ευαίσθητη στον θόρυβο. Τέλος, η στιγμιαία συχνότητα είναι επίσης ευαίσθητη στον θόρυβο αλλά σε αντίθεση με την στιγμιαία φάση, τονίζονται τα περιγράμματα των ανακλάσεων.

2.5 Τρισδιάστατη απεικόνιση

Η τρισδιάστατη απεικόνιση ενός κανάβου διασκόπησης προκύπτει από το στιγμιαίο πλάτος (εξίσωση 2.10), το οποίο υπολογίζεται για όλες τις εγκάρσιες τομές του γεωραντάρ και στη συνέχεια δημιουργείται ένας τρισδιάστατος όγκος με άξονες $X(m)$, $Y(m)$, $Z(ns)$. Η κάθε εγκάρσια τομή, προβάλλεται στους άξονες Y και Z σε ανταπόκριση με την γεωμετρία του κανάβου διασκόπησης. Έτσι δίνεται η δυνατότητα προβολής οριζόντιων τομών (άξονες X και Y) ως προς ένα συγκεκριμένο χρόνο που αντιστοιχεί σε ένα συγκεκριμένο βάθος. Ένα παράδειγμα τρισδιάστατης απεικόνισης και των οριζόντιων τομών, παρουσιάζεται στην εικόνα 2.6.



Εικόνα 2.5: Τα στιγμιαία μιγαδικά χαρακτηριστικά μιας τομής γεωραντάρ.



Εικόνα 2.6: Τρισδιάστατη απεικόνιση δεδομένων γεωραντάρ από διασκόπηση στον αρχαιολογικό χώρο της Απτέρας. α) Ανάλυση του υπεδάφους σε οριζόντιες τομές συναρτήσει του χρόνου διαδρομής. β) Οριζόντια τομή υπεδάφους που αντιστοιχεί στα 10 ns. γ) Οριζόντια τομή υπεδάφους που αντιστοιχεί στα 25 ns (Μανατάκη, 2011).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο: Μέθοδος Εμπειρικής Αποσύνθεσης Ρυθμών (EMD)

Η Μέθοδος Εμπειρικής Αποσύνθεσης Ρυθμών ή EMD εισηγήθηκε από τον (Huang et al., 1998) και αποτελεί το πρώτο και βασικό στάδιο του μετασχηματισμού Hilbert-Huang. Στόχος της μεθόδου είναι η αποσύνθεση μη γραμμικών και μη στάσιμων σημάτων σε ένα πεπερασμένο και συνήθως μικρό αριθμό συναρτήσεων βάσης που ονομάζονται εγγενείς συναρτήσεις ρυθμών ή IMF. Οι τελευταίες ορίζονται με τέτοιο τρόπο ώστε ο υπολογισμός της στιγμιαίας συχνότητας μέσω του μετασχηματισμού Hilbert να έχει φυσική σημασία. Η μέθοδος EMD αντιμετωπίζεται μέχρι στιγμής περισσότερο ως αλγόριθμος παρά σαν μία ολοκληρωμένη μεθοδολογία καθώς δεν έχει τεκμηριωθεί μαθηματικά ο τρόπος λειτουργίας της. Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφεται ο αλγόριθμος της μεθόδου, αναφέρονται οι βασικοί ορισμοί που τον διέπουν και παρατίθενται παραδείγματα με σκοπό την κατανόηση της λειτουργίας του.

3.1 Οι εγγενείς συναρτήσεις ρυθμού (IMF)

Οι εγγενείς συναρτήσεις ρυθμού (Intrinsic Mode Functions) ή IMF αποτελούν την βάση της εμπειρικής μεθόδου αποσύνθεσης (Empirical Mode Decomposition). Είναι στενά συνδεδεμένες με τον μετασχηματισμό Hilbert και την στιγμιαία συχνότητα, καθώς ορίζονται με τέτοιο τρόπο ώστε ο υπολογισμός της στιγμιαίας συχνότητας να έχει φυσικό νόημα (δηλ. να λαμβάνει θετικές τιμές μόνο). Σύμφωνα με τον Huang et al. (1998) μία συνάρτηση χαρακτηρίζεται ως IMF εάν πληροί δύο προϋποθέσεις: (1) σε ολόκληρη τη χρονοσειρά, ο αριθμός των τοπικών μέγιστων και ο αριθμός των

θέσεων αλλαγής προσήμου (zero crossings) πρέπει να είναι ίσος ή να διαφέρει το πολύ κατά ένα· και (2) σε κάθε σημείο, η μέση τιμή της περιβάλλουσας (envelope) που ορίζεται από τα τοπικά μέγιστα και η περιβάλλουσα που ορίζεται από τα τοπικά ελάχιστα, είναι μηδέν.

Η ονομασία "εγγενής συνάρτηση ρυθμού" χρησιμοποιήθηκε διότι αντιπροσωπεύει τους διαφορετικούς ρυθμούς ταλάντωσης που περιέχονται στα δεδομένα. Ένα χρονικό διάστημα που ορίζεται από δύο διαδοχικές θέσεις αλλαγής προσήμου, περιέχει μόνο ένα ρυθμό ταλάντωσης (Huang et al., 1998).

3.2 Περιγραφή αλγορίθμου

Οι IMF που περιγράφηκαν στο προηγούμενο εδάφιο αποτελούν την βάση του EMD, και ο καθορισμός της βάσης γίνεται απευθείας (a posteriori) από το υπό εξέταση σήμα. Είναι δηλαδή προσαρμοστική μέθοδος. Τα βήματα της αποσύνθεσης του σήματος εισόδου σε IMFs συνοψίζονται στον αλγόριθμο 3.1 (Rilling et al., 2003). Για να είναι επιτυχής η διαδικασία της αποσύνθεσης πρέπει να ισχύουν οι ακόλουθες υποθέσεις (Huang et al., 1998):

1. το σήμα εισόδου έχει τουλάχιστον δύο ακρότατα, ένα μέγιστο και ένα ελάχιστο,
2. η χαρακτηριστική χρονική κλίμακα ορίζεται από την διάρκεια που μεσολαβεί μεταξύ των δύο ακρότατων, και
3. αν το σήμα εισόδου στερείται ακρότατων και αντί αυτού παρουσιάζει σημεία καμπής, τότε θα πρέπει να είναι παραγωγίσιμο τόσες φορές ώστε να εντοπιστούν τα ακρότατα.

Τα τελικά αποτελέσματα προκύπτουν με ολοκλήρωση των στοιχείων της αποσύνθεσης.

Αλγόριθμος 3.1: Εμπειρική μέθοδος αποσύνθεσης ρυθμών (EMD) (Rilling et al., 2003).

Βήμα 1ο : Εντοπισμός όλων των ακρότατων του σήματος εισόδου $x(t)$

Βήμα 2ο: Υπολογισμός της ελάχιστης περιβάλλουσας, $e_{min}(t)$, με παρεμβολή μεταξύ των τοπικών ελάχιστων και υπολογισμός της μέγιστης περιβάλλουσας, $e_{max}(t)$, αντίστοιχα για τα τοπικά μέγιστα.

Βήμα 3ο: Υπολογισμός της μέσης τιμής $m(t) = (e_{min}(t) + e_{max}(t))/2$

Βήμα 4ο: Εξαγωγή της λεπτομέρειας $d(t) = x(t) - (m(t))$

Βήμα 5ο: Εφαρμογή των βημάτων 1-4 στο υπόλοιπο $r(t) = x(t) - d(t)$

Η αποσύνθεση πραγματοποιείται βάση των διαφορετικών ρυθμών ταλάντωσης που μπορεί να παρουσιάζονται σε ένα σύνθετο σήμα. Δηλαδή λαμβάνονται υπόψη οι ταλαντώσεις σε τοπικό επίπεδο που χαρακτηρίζονται από διαφορετικές *χρονικές κλίμακες*. Η χαρακτηριστική χρονική κλίμακα των διάφορων ρυθμών ταλάντωσης ενός σήματος, μπορεί να οριστεί με δύο τρόπους· ως το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ των διαδοχικών αλλαγών τοπικών μέγιστων και τοπικών ελάχιστων ή ως το χρονικό διάστημα μεταξύ διαδοχικών θέσεων αλλαγής προσήμου³. Ο Huang et al. (1998) επέλεξε τον πρώτο ορισμό καθώς, όπως εξηγεί, παρέχει καλύτερη ανάλυση των ρυθμών ταλάντωσης και μπορεί να εφαρμοστεί σε σήματα με μη μηδενική μέση τιμή, δηλαδή σήματα που έχουν μόνο θετικές ή μόνο αρνητικές τιμές και επομένως δεν παρουσιάζουν θέσεις αλλαγής προσήμου. Υπό αυτό τον ορισμό, ένα σήμα $x(t)$, θα παρουσιάζει μεταξύ δύο διαδοχικών ακρότατων (έστω μεταξύ δύο τοπικών ελάχιστων που σημειώνονται σε χρόνους t_- και t_+) ένα υψίσυχο τμήμα, $d(t)$ για $t_- \leq t \leq t_+$, το οποίο αντιστοιχεί στην ταλάντωση που ολοκληρώνεται στο χρονικό εύρος t και διέρχεται από το τοπικό μέγιστο που αναγκαστικά υπάρχει μεταξύ των δύο διαδοχικών ελάχιστων. Ο Rilling et al. (2003) ονομάζει το $d(t)$ *λεπτομέρεια*. Αντίστοιχα με την λεπτομέρεια, υπάρχει και ένα χαμηλόσυχο τμήμα $m(t)$ ή αλλιώς *τοπική τάση*, τέτοια ώστε να ισχύει (Rilling et al., 2003):

$$x(t) = m(t) + d(t) \text{ για } t_- \leq t \leq t_+ \quad 3.1$$

³ Zero crossings

Επομένως η διαδικασία του EMD ξεκινά με τον εντοπισμό των τοπικών μέγιστων και αντίστοιχα των τοπικών ελάχιστων του σήματος εισόδου. Στη συνέχεια τα ακρότατα (έστω τα τοπικά μέγιστα), ενώνονται μέσω παρεμβολής με μία συνεχής καμπύλη η οποία ορίζει την *άνω περιβάλλουσα*, $e_{max}(t)$. Κατά αντίστοιχο τρόπο ορίζεται η κάτω περιβάλλουσα, $e_{min}(t)$. Οι δύο περιβάλλουσες περικλείουν όλα τα σημεία του σήματος εισόδου και από την μέση τιμή τους υπολογίζεται η τάση, $m(t)$ (Εξίσωση 3.2).

$$m(t) = \frac{(e_{min}(t) + e_{max}(t))}{2} \quad 3.2$$

Η λεπτομέρεια $d(t)$, υπολογίζεται από την εξίσωση 3.1 αφαιρώντας την τάση από το σήμα, και είναι το πρώτο στοιχείο της αποσύνθεσης. Δεν είναι όμως απαραίτητα μία IMF καθώς είναι σύνηθες φαινόμενο να μη συμφωνεί με τον ορισμό των IMF. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται με περισσότερες επαναλήψεις των βημάτων 1-4 του αλγόριθμου 3.1, συνδυαστικά με ορισμένα κριτήρια τερματισμού έως ότου το αποτέλεσμα να συμφωνεί με τον ορισμό των IMF. Τα βήματα 1 έως 4 χαρακτηρίζονται ως *διαδικασία διαλογής*⁴ κατά την οποία εξάγονται οι IMF του συστήματος και περιγράφεται λεπτομερώς στο επόμενο εδάφιο.

Αφού καθοριστεί μία IMF, αφαιρείται από το αρχικό σήμα και ο αλγόριθμος εφαρμόζεται εκ νέου στο υπόλοιπο που προκύπτει (βήμα 5ο του αλγόριθμου 3.1):

$$r(t) = x(t) - d(t) \quad 3.3$$

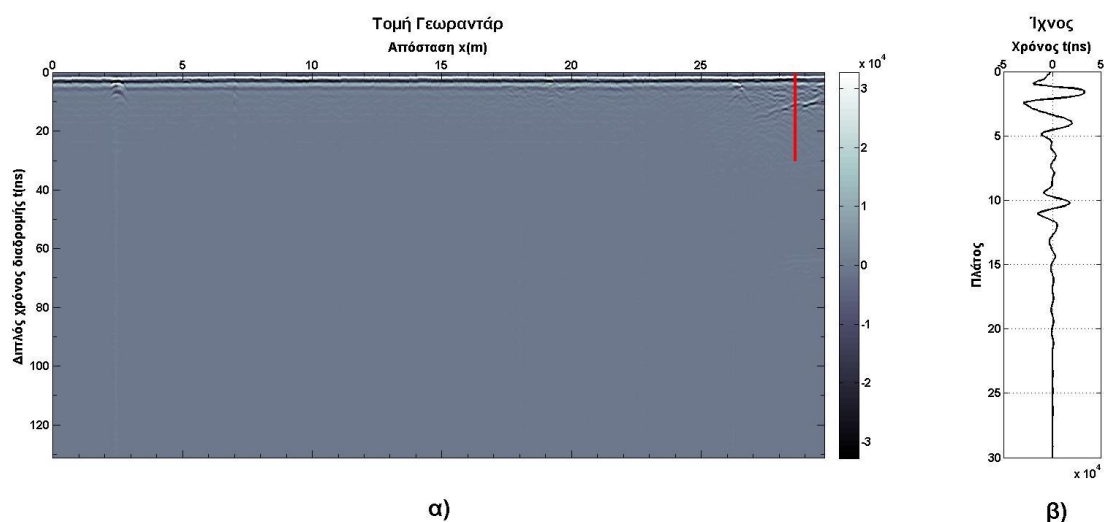
Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να ικανοποιηθούν ορισμένα κριτήρια τερματισμού, τα οποία θα αναλυθούν παρακάτω.

3.3 Διαδικασία διαλογής

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η διαλογή είναι μια επαναληπτική διαδικασία με σκοπό την εξαγωγή μίας IMF κάθε φορά, από το σήμα εισόδου. Η διαδικασία διαλογής εφαρμόστηκε σε ένα ίχνος μίας τομής γεωραντάρ (Εικόνα 3.1α και 3.1β) η οποία πραγματοποιήθηκε στον αρχαιολογικό χώρο της Απτέρας του Νομού Χανίων

⁴ Sifting Process

(Μανατάκη, 2011), και τα αποτελέσματα μιας επανάληψης παρουσιάζονται στα γραφήματα της εικόνας 3.2.

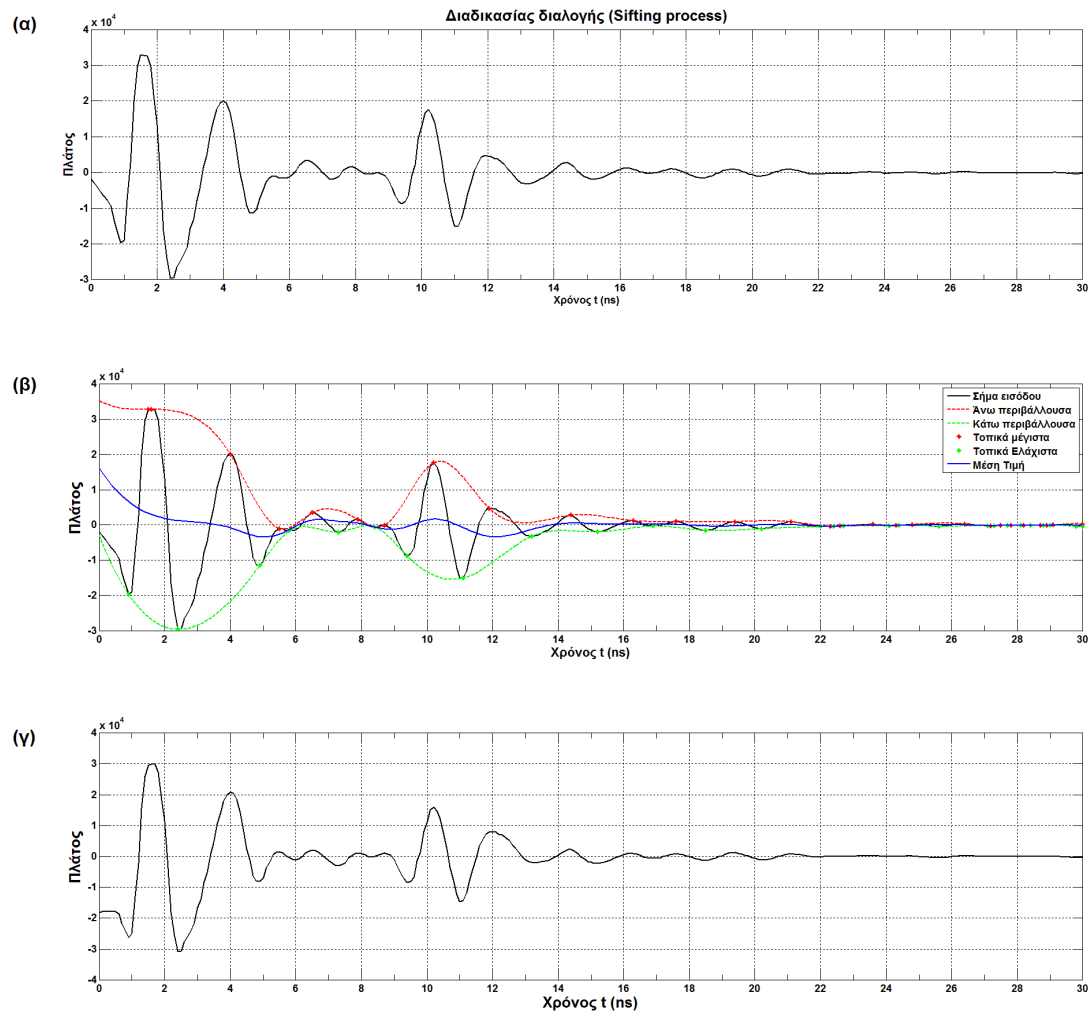


Εικόνα 3.1: Σήμα εισόδου για την περιγραφή του EMD. α) Τομή γεωραντάρ από τον αρχαιολογικό χώρο της Απτέρας και β) το ίχνος και σήμα εισόδου $x(t)$, που έχει σημειωθεί με κόκκινη γραμμή στην τομή γεωραντάρ.

Στο γράφημα της εικόνας 3.2β, έχουν σημειωθεί τα τοπικά μέγιστα και ελάχιστα (κόκκινες και πράσινες και κουκίδες αντίστοιχα), οι δύο περιβάλλουσες που διέρχονται από αυτά και ο μέσος όρος τους (Εξίσωση 3.2), ενώ στο γράφημα 3.2γ παρουσιάζεται η λεπτομέρεια $d_1(t)$, η οποία υπολογίστηκε από την σχέση 3.1. Στην ιδανική περίπτωση, η $d_1(t)$ θα ήταν μία IMF καθώς η μέθοδος EMD κατασκευάστηκε έτσι ώστε τα στοιχεία της αποσύνθεσης να είναι IMF. Σε αυτή την περίπτωση όμως (Εικόνα 3.2γ) ο αριθμός μεταξύ των τοπικών ακρότατων και των θέσεων αλλαγής προσήμου υπερβαίνει την μονάδα, αλλά και η μέση τιμή (Εικόνα 3.2β) δεν είναι μηδενική. Αυτό συμβαίνει λόγω των αποκλίσεων⁵ που εμφανίζονται στις περιβάλλουσες. Οι αποκλίσεις αυτές μπορεί να δημιουργήσουν νέα τοπικά ακρότατα ή να μετατοπίσουν τα ήδη υπάρχοντα με αποτέλεσμα να απαιτούνται περισσότερες επαναλήψεις των βημάτων 1 έως 4 του αλγορίθμου 3.1. Στο παράδειγμα της εικόνας 3.2β τέτοιες αποκλίσεις παρουσιάζονται στα 13ns (undershoot) και στα 10,5 ns (overshoot). Παρόλο που οι αποκλίσεις αυτές δεν έχουν άμεση επίδραση στο σήμα, (χρησιμοποιείται η μέση τιμή των δύο περιβάλλουσων) όσο επαναλαμβάνονται τα βήματα 1-4 του αλγορίθμου 3.1 και αφαιρείται η μέση

⁵ Οι αποκλίσεις αναφέρονται στους αγγλικούς όρους overshoots και undershoots.

τιμή, τα ισχυρά πλάτη μειώνονται, με αποτέλεσμα να αποκαλύπτονται μικρότερης έντασης πλάτη που οφείλονται στη συμβολή κυμάτων⁶.



Εικόνα 3.2: Διαδικασία διαλογής σε ένα ίχνος γεωραντάρ: (α) το σήμα εισόδου ($x(t)$), (β) το σήμα εισόδου με τα τοπικά ακρότατα, τις δύο περιβάλλουσες ($e_{max}(t)$ και $e_{min}(t)$) και τη μέση τιμή τους ($m_1(t)$), (γ) η διαφορά ανάμεσα στο σήμα εισόδου $x(t)$ και τη μέση τιμή $m_1(t)$ ή λεπτομέρεια $d_1(t)$.

⁶ riding waves

3.3.1 Προσδιορισμός της άνω και κάτω περιβάλλουσας

Ο προσδιορισμός των δύο περιβάλλουσων επηρεάζει σε σημαντικό βαθμό αποτέλεσμα της διαδικασίας διαλογής. Ξεκινά με τον εντοπισμό των τοπικών ακρότατων, βάση των οποίων πραγματοποιείται παρεμβολή με *κυβική spline*. Οι καμπύλες που θα προκύψουν θα είναι οι δύο περιβάλλουσες.

Έστω το διάστημα $[\alpha, \beta] \in \mathbb{R}$ και $\Delta: \alpha = x_0 < x_1 < \dots < x_n = \beta$ ένας διαμερισμός του $[\alpha, \beta]$. Μία κυβική spline, s , σε κάθε υποδιάστημα $[x_i, x_{i+1}]$, $i = 0, \dots, n - 1$ έχει την μορφή πολωνυμικής συνάρτησης τρίτου βαθμού και είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ (Ακρίβης και Δουγάλης, 2005). Τόσο ο Huang et al. (1998) όσο και ο Rilling et al. (2003) προτιμούν την κυβική spline καθώς άλλοι τύποι παρεμβολής (π.χ. γραμμική ή πολωνυμική) τείνουν να αυξάνουν τον αριθμό των επαναλήψεων της διαδικασίας διαλογής αλλά επίσης προκαλούν ανεπιθύμητο βαθμό αποσύνθεσης, συγχωνεύοντας ρυθμούς ταλάντωσης με γειτονικούς (Rilling et al., 2003).

Παρόλα αυτά, μπορεί να προκύψουν προβλήματα κατά την προσαρμογή της κυβικής spline στις άκρες του σήματος, όπου παρουσιάζονται μεγάλες διακυμάνσεις οι οποίες μπορεί να μεταφερθούν στο εσωτερικό του σήματος και να επηρεάσουν το σήμα σε ολόκληρη την έκταση του. Ακόμα και σε αυτές τις περιπτώσεις όμως, η διαδικασία διαλογής θα δώσει αποτέλεσμα το οποίο θα ανταποκρίνεται στις στοιχειώδεις χρονικές κλίμακες που υπάρχουν στο σήμα (Huang et al., 1998). Το θέμα της παρεμβολής για την βέλτιστη προσαρμογή, είναι ακόμα ανοιχτό και υπό μελέτη. Υπάρχουν μελέτες στις οποίες η παρεμβολή με B-Spline φαίνεται να είναι περισσότερο αποτελεσματική (Chen et al., 2006), όμως η κυβική spline εξακολουθεί να είναι η πιο διαδεδομένη.

3.3.2 Κριτήρια τερματισμού της διαδικασίας διαλογής

Στο γραφικό παράδειγμα της εικόνας 3.2 περιγράφεται η πρώτη επανάληψη της διαδικασίας διαλογής. Στην ιδανική περίπτωση η λεπτομέρεια της εικόνας 3.2γ θα ήταν η πρώτη IMF της μεθόδου, και ο αλγόριθμος θα συνέχιζε στο επόμενο βήμα. Όμως αυτό δεν ισχύει καθώς η λεπτομέρεια $d_1(t)$ πληροί τις δύο προϋποθέσεις των IMF· ο αριθμός των τοπικών ακρότατων και ο αριθμός των θέσεων αλλαγής προσήμου δεν ξεπερνάει τη μονάδα, και ο μέσος των περιβαλλουσών δεν είναι μηδέν. Επομένως θα χρειαστούν περισσότερες επαναλήψεις των βημάτων 1-4 του αλγόριθμου 3.1.

Στη δεύτερη επανάληψη της διαδικασίας διαλογής, το σήμα εισόδου είναι η $d_1(t)$ και η έξοδος θα είναι (Huang et al., 1998):

$$d_{11}(t) = d_1(t) - m_{11}(t) \quad 3.3$$

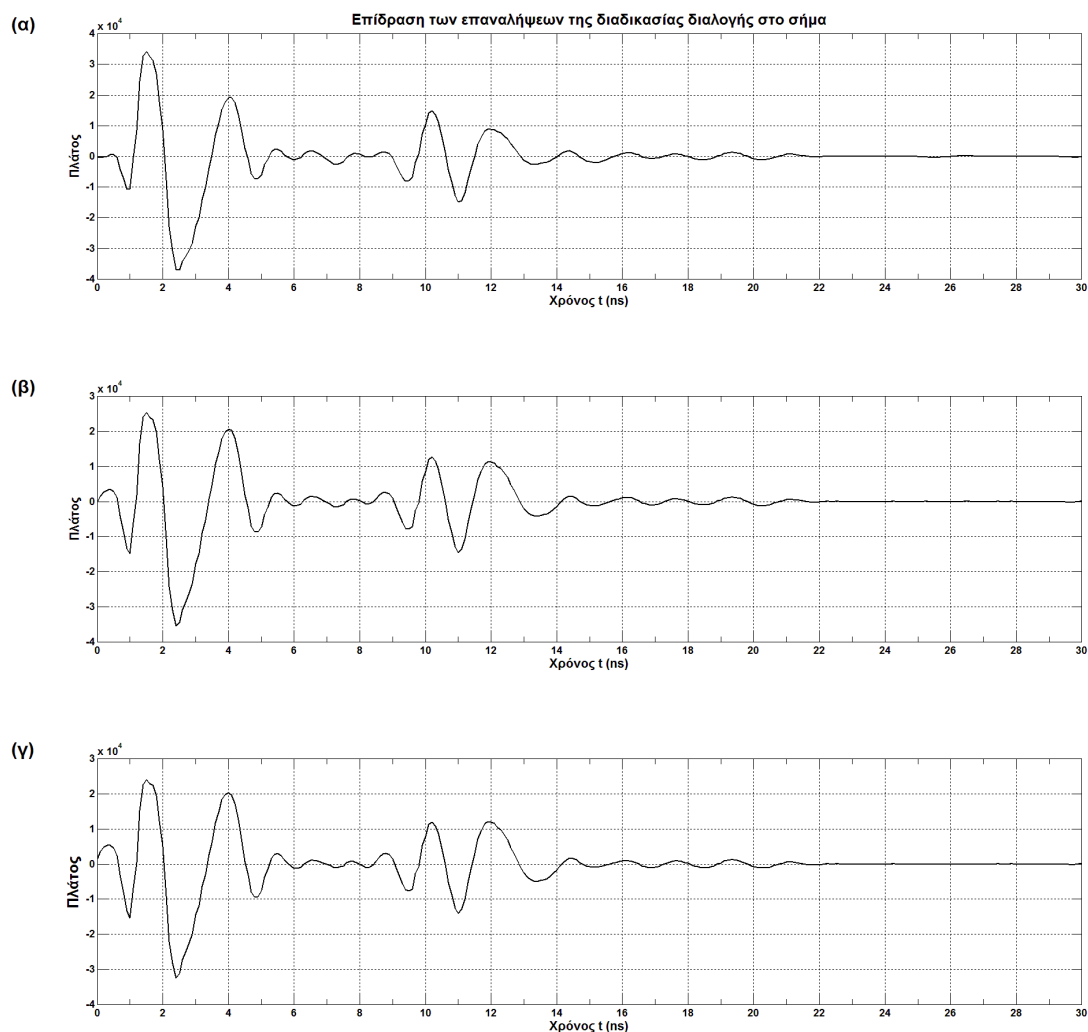
Το αποτέλεσμα παρουσιάζεται στο γράφημα της εικόνας 3.3α. Είναι μεν καλύτερο, αλλά εξακολουθεί να μην είναι IMF για τους ίδιους λόγους με το αποτέλεσμα της εικόνας 3.2γ. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται k φορές μέχρι η λεπτομέρεια να είναι σύμφωνη με τον ορισμό μιας IMF (Huang et al., 1998):

$$d_{1k}(t) = d_{1(k-1)}(t) - m_{1k}(t) \quad 3.4$$

όπου

$$d_{1k}(t) = IMF_1 \quad 3.5$$

Για το παράδειγμα της εικόνας 3.1β χρειάστηκαν 9 επαναλήψεις για να εξαχθεί η πρώτη IMF η οποία παρουσιάζεται στην εικόνα 3.3γ.

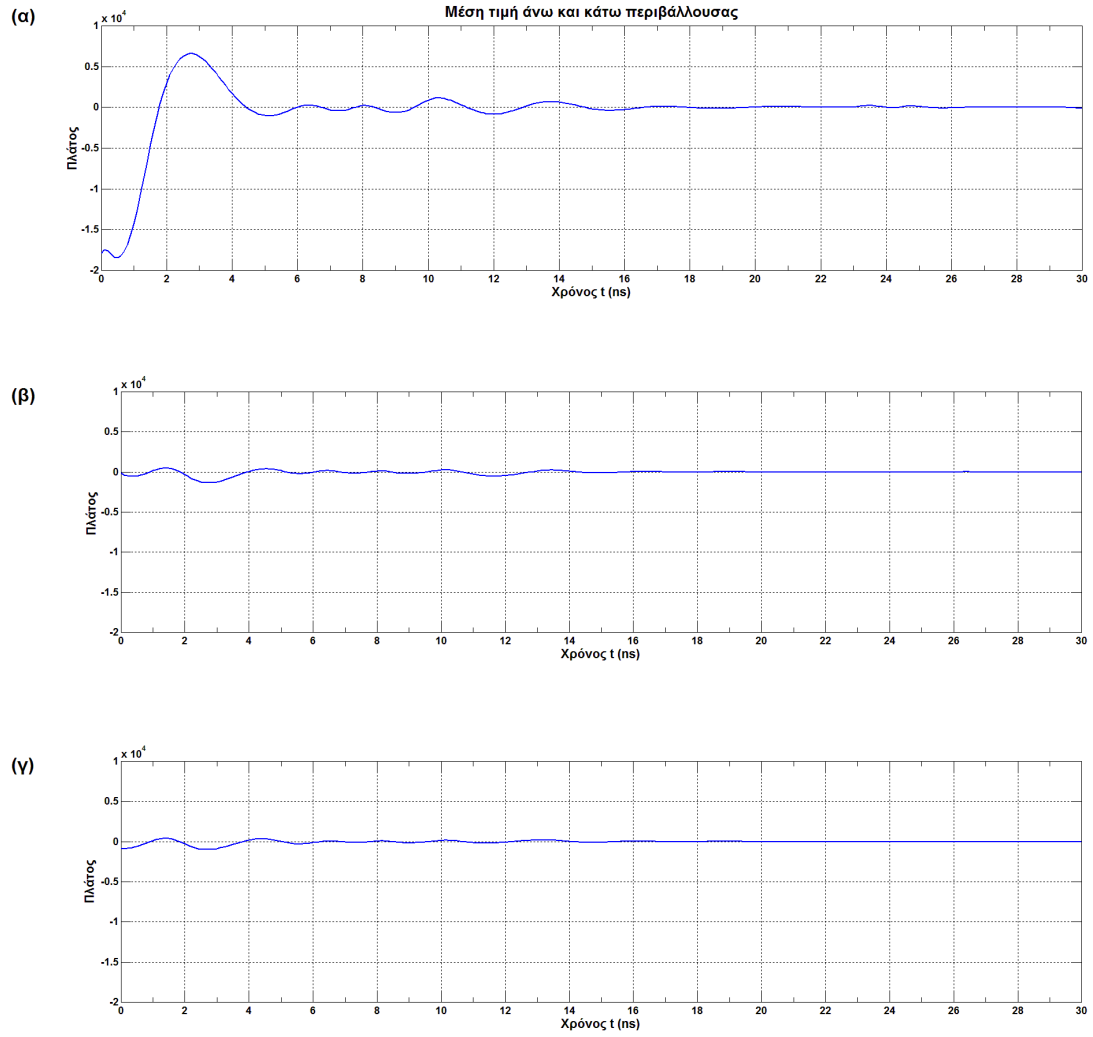


Εικόνα 3.3: Επίδραση των επαναλήψεων της διαδικασίας διαλογής στο σήμα εισόδου. (α) Μετά από δύο επαναλήψεις ($d_{11}(t)$), (β) μετά από έξι επαναλήψεις ($d_{15}(t)$) και (γ) μετά από εννέα επαναλήψεις η $d_{18}(t)$ είναι το πρώτο στοιχείο που πληροί τις προϋποθέσεις ώστε να μπορεί να χαρακτηριστεί IMF.

Στα γραφήματα της εικόνας 3.4 παρουσιάζονται οι αντίστοιχες μέσες τιμές των λεπτομερειών της εικόνας 3.3. Παρατηρείται ότι οι μέσες τιμές μεταξύ της έκτης και της ένατης επανάληψης μοιάζουν αρκετά μεταξύ τους, και παρόλο που η λεπτομέρεια της ένατης επανάληψης χαρακτηρίστηκε ως IMF, η μέση τιμή της δεν είναι μηδενική. Οι επαναλήψεις μπορεί να συνεχιστούν αλλά το αποτέλεσμα δεν θα διαφέρει σημαντικά από το αυτό των εικόνων 3.3γ και 3.4γ, ενώ κάποια στιγμή το σύστημα θα οδηγηθεί σε υπερανάλυση⁷, καθώς τα πλάτη εξομαλύνονται, με αποτέλεσμα οι παραγόμενες IMF να μην έχουν φυσική σημασία. Θα είναι ένα σήμα διαχωρισμού συχνότητας (FM) με σταθερό πλάτος και όχι μία IMF. Στηριζόμενος πάνω σε αυτές

⁷ Over decomposition

τις παρατηρήσεις, ο Huang et al. (1998), προτείνει το παρακάτω κριτήριο σύγκλισης τύπου Cauchy, βασισμένο στην τιμή της τυπικής απόκλισης μεταξύ δύο διαδοχικών αποτελεσμάτων της διαδικασίας διαλογής (Εξίσωση 3.6).



Εικόνα 3.4: Οι μέσες τιμές τις άνω και κάτω περιβάλλουσας για τις προκύπτουσες λεπτομέρειες. (α) η μέση τιμή της $d_{11}(t)$, (β) η μέση τιμή της $d_{15}(t)$ και (γ) η μέση τιμή της $d_{18}(t)$.

$$SD = \sum_{t=0}^T \left[\frac{\left| \left(d_{1(k-1)}(t) - d_{1k}(t) \right) \right|^2}{d_{1(k-1)}^2(t)} \right] \quad 3.6$$

Σύμφωνα με το κριτήριο του Huang et al. (2003) η διαδικασία διαλογής θα τερματίσει όταν η τιμή της εξίσωσης 3.6 γίνει *πολύ μικρή*, και ορίζεται, εμπειρικά, ένα εύρος τιμών 0.2- 0.3. Το πρόβλημα αυτού του κριτηρίου είναι ότι δεν ακολουθεί τον ορισμό των IMF. Δηλαδή δεν λαμβάνει υπόψη τον αριθμό των τοπικών ακρότατων και των θέσεων αλλαγής προσήμου, και δεν απαντά στο ερώτημα του πόσο κοντά στο μηδέν πρέπει να είναι η μέση τιμή των δύο περιβαλλουσών προκειμένου να μπορεί να θεωρηθεί μηδενική.

Για τον λόγο αυτό προτάθηκε από τον Huang et al. (2003) ένα δεύτερο κριτήριο τερματισμού που ονομάστηκε *τερματισμός S*, όπου *S* είναι ακέραιος και θετικός αριθμός. Σύμφωνα με αυτό το κριτήριο η διαδικασία διαλογής τερματίζεται όταν ο αριθμός των θέσεων αλλαγής προσήμου και ο αριθμός των τοπικών μέγιστων: (α) διαφέρει το πολύ κατά την μονάδα και (β) παραμένει σταθερός για *S* διαδοχικές φορές. Έπειτα από δοκιμές του Huang, καταλήγει ότι το βέλτιστο εύρος για το *S* είναι μεταξύ 3 και 8, με προτίμηση στον μικρότερο αριθμό.

Σε μία άλλη μελέτη που πραγματοποιήθηκε από τους Rilling et al. (2003), προτάθηκε ένα νέο κριτήριο τερματισμού της διαδικασίας διαλογής σε συμφωνία με την δεύτερη προϋπόθεση του ορισμού των IMF· αυτή της μηδενικής προσέγγισης της μέσης τιμής. Το ερώτημα που τίθεται είναι πόσο κοντά στο μηδέν πρέπει να είναι τα πλάτη που βρίσκονται στη μέση τιμή μιας επανάληψης. Κατά τον Rilling et al. η αξιολόγηση των πλατών πρέπει να γίνεται συγκριτικά με τα πλάτη των αντίστοιχων ρυθμών που υπάρχουν στο σήμα εισόδου μιας επανάληψης. Έτσι προτείνει δύο κατώφλια, θ_1 και θ_2 , με στόχο την εξασφάλιση των μικρών διακυμάνσεων από τις χαμηλές συχνότητες σε όλο το εύρος της μέσης τιμής αλλά παράλληλα να λαμβάνονται υπόψη οι τοπικές διακυμάνσεις που οφείλονται στις υψηλές συχνότητες.

Για τον σκοπό αυτό ορίζει το *πλάτος ρυθμού*, $a(t)$, και την *συνάρτηση αξιολόγησης*, $\sigma(t)$, ως εξής:

$$\alpha(t) = \frac{e_{\max(t)} - e_{\min(t)}}{2} \quad 3.7$$

$$\sigma(t) = \frac{m(t)}{\alpha(t)} \quad 3.8$$

όπου $m(t)$ είναι η τάση ή μέση τιμή των δύο περιβάλλουσων (Εξίσωση 3.2).

Η διαδικασία διαλογής επαναλαμβάνεται για όσο ισχύει η ανίσωση $\sigma(t) < \theta_1$, και για ένα προκαθορισμένο ποσοστό της συνολικής διάρκειας κατά $(1 - \alpha)$, ενώ παράλληλα ισχύει η ανίσωση $\sigma(t) < \theta_2$ για το εναπομένον ποσοστό. Οι τιμές που ορίζει για τα κατώφλια και το ποσοστό της διάρκειας είναι: $\theta_1 \approx 0.05$, $\theta_2 \approx 10\theta_1$ και $\alpha \approx 0.05$.

Στην παρούσα εργασία, πλην των παραδειγμάτων των εικόνων 3.2 έως 3.4, χρησιμοποιήθηκε η υλοποίηση του Rilling et al. (2003) και επομένως βάση αυτού του κριτηρίου τερματισμού πραγματοποιήθηκε η υλοποίηση.

Η διαδικασία διαλογής των εικόνων 3.2 έως 3.4 πραγματοποιήθηκε με τον κώδικα του παραστήματος A.1.1. Ο συγκεκριμένος κώδικας εφαρμόζει μία επανάληψη της διαδικασίας διαλογής και αποσκοπεί καθαρά στην σχηματική περιγραφή της διαδικασίας. Ο εντοπισμός των τοπικών ακρότατων έγινε χρησιμοποιώντας την συνάρτηση `extrema.m` (Zhao, 2010) η οποία δέχεται σαν όρισμα μία χρονοσειρά και επιστρέφει την θέση και την τιμή των τοπικών μέγιστων και ελάχιστων. Στην συνέχεια χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση βιβλιοθήκης του MATLAB, `spline.m` συνδυαστικά με τις εξόδους της συνάρτησης `extrema.m`, για την παρεμβολή με κυβική `spline` και τον προσδιορισμό των δύο περιβαλλουσών. Για τον έλεγχο του αριθμού των τοπικών ακρότατων και των θέσεων αλλαγής προσήμου κατασκευάστηκε η συνάρτηση `numExtrAndZerocross.m` (Παράρτημα A.1.3), όπου δέχεται σαν όρισμα την λεπτομέρεια που προκύπτει από την διαδικασία διαλογής, και επιστρέφει τον αριθμό των τοπικών μέγιστων, τον αριθμό των τοπικών ελάχιστων καθώς και τη διαφορά τους.

3.4 Εξαγωγή των υπόλοιπων IMF

Από τη στιγμή που θα ολοκληρωθεί η επαναληπτική διαδικασία της διαλογής (πληρούνται δηλαδή τα κριτήρια τερματισμού που αναφέρθηκαν στο προηγούμενο εδάφιο), η τελευταία λεπτομέρεια, $d_{1k}(t)$, είναι η πρώτη IMF (Εξίσωση 3.5) της αποσύνθεσης η οποία περιλαμβάνει τους ταχύτερους ρυθμούς ταλάντωσης. Ο αλγόριθμός συνεχίζει στο 5ο βήμα (Αλγόριθμος 3.1) όπου η IMF_1 αφαιρείται από το

σήμα εισόδου $x(t)$ και προκύπτει ένα υπόλοιπο $r_1(t)$ (Εξίσωση 3.3). Καθώς το υπόλοιπο εξακολουθεί να περιέχει στοιχεία μεγαλύτερων περιόδων, αντιμετωπίζεται ως η νέα είσοδος του αλγορίθμου και επαναλαμβάνεται εκ νέου η διαδικασία διαλογής προκειμένου να εξαχθεί η IMF_2 , από την οποία θα προκύψει ένα νέο υπόλοιπο και μία νέα είσοδος $r_2(t)$. Δηλαδή ισχύει (Huang et al., 1998):

$$r_1(t) - IMF_2 = r_2(t), \dots, r_{n-1}(t) - IMF_n = r_n(t) \quad 3.9$$

και n είναι ακέραιος, θετικός αριθμός και ορίζει το αριθμητικό σύνολο των IMF.

Ο αλγόριθμος 3.1 θα τερματίσει όταν το υπόλοιπο $r_n(t)$ γίνει μονότονη συνάρτηση και δεν μπορούν να εξαχθούν περαιτέρω άλλες IMF (Huang et al., 1998). Με άλλα λόγια, τα τοπικά ακρότατα που υπάρχουν στο υπόλοιπο $r_n(t)$ δεν είναι αρκετά ώστε να οριστούν οι δύο περιβάλλουσες. Σε αυτό το σημείο ολοκληρώνεται η αποσύνθεση του σήματος εισόδου, $x(t)$, με την μέθοδο EMD και πλέον μπορεί να εκφραστεί, υπό τους όρους των IMF, ως εξής (Huang et al., 1998):

$$x(t) = \sum_{i=1}^n IMF_i + r_n \quad 3.10$$

Το υπόλοιπο $r_n(t)$ μπορεί να είναι η τάση του σήματος ή μία σταθερά.

Στα γραφήματα της εικόνας 3.5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της μεθόδου για το ίχνος, $x(t)$, της εικόνας 3.1β. Χρησιμοποιήθηκε το πακέτο εργαλείων για τον EMD το οποίο κατασκευάστηκε από τον Rilling et al. (2003) για περιβάλλον MATLAB, και είναι διαθέσιμο στον σύνδεσμο <http://perso.ens-lyon.fr/patrick.flandrino/emd.html>. Οι IMF της εικόνας 3.5 είναι η έξοδος της συνάρτησης `emd(X)` η οποία συντάσσεται ως εξής:

$$[IMF, NB_ITERATIONS] = emd(X)$$

και τα ορίσματα της είναι:

- X : το σήμα εισόδου, που σε αυτή την περίπτωση είναι το ίχνος του γεωραντάρ, $x(t)$

ενώ επιστρέφει:

- IMF: πίνακας όπου κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε μία IMF, ξεκινώντας από την 1η. Η τελευταία γραμμή του πίνακα, αντιστοιχεί στο τελευταίο υπόλοιπο $r_n(t)$, ή τάση.
- NB_ITERATIONS: διάνυσμα στο οποίο αποθηκεύεται ο αριθμός των επαναλήψεων της διαδικασίας διαλογής για τον υπολογισμό μίας IMF.

Η IMF1 μοιάζει αρκετά με το σήμα εισόδου, και αυτό είναι αναμενόμενο καθώς στο τελευταίο τα πλάτη των απευθείας κυμάτων (από 0 έως 5 ns περίπου) είναι σημαντικά μεγαλύτερα από αυτά που υπάρχουν στο υπόλοιπο σήμα, λόγω της εξασθένησης που υφίστανται η H/M ακτινοβολία κατά την διάδοση της στο υπέδαφος. Όμως στις υπόλοιπες IMF τονίζεται πληροφορία η οποία δεν είναι εμφανής στο $x(t)$, με την IMF5 να εκφράζει την τάση του ίχνους.

Το σήμα εισόδου μπορεί να ανακατασκευαστεί πλήρως, σύμφωνα με την εξίσωση 3.10, αθροίζοντας τις IMF και το υπόλοιπο r_n . Πράγματι, αυτό επιβεβαιώνεται αριθμητικά στην εικόνα 3.6 όπου προβάλλεται το σήμα εισόδου, το άθροισμα των IMF καθώς και η μεταξύ τους διαφορά. Οι δύο καμπύλες ταυτίζονται και η διαφορά μεταξύ τους είναι μηδενική. Επομένως, η σχέση 3.10 εκφράζει την *πληρότητα* της αποσύνθεσης (Huang et al., 1998).

Για τον έλεγχο της ορθογωνιότητας των συνιστωσών, δηλαδή τις γραμμικής ανεξαρτησίας τους, Huang et al. (1998) ορίζει τον *δείκτη ορθογωνιότητας*⁸, IO. Ο δείκτης IO προκύπτει από το τετράγωνο του σήματος, $x^2(t)$, εκφρασμένο υπό τον ορισμό του αθροίσματος των IMF:

$$x(t) = \sum_{j=1}^{n+1} C_j(t) \quad 3.11$$

$$C_j(t) = IMF_j + \frac{r_n}{n+1} \quad 3.12$$

$$x^2(t) = \sum_{j=1}^{n+1} C_j^2(t) + 2 \sum_{j=1}^{n+1} \sum_{k=1}^{n+1} C_j(t) C_k(t) \quad 3.13$$

Το δεύτερο σκέλος της εξίσωσης 3.13 είναι το *εσωτερικό γινόμενο* των IMF. Επομένως για να υπάρχει γραμμική ανεξαρτησία πρέπει να είναι ίσο με μηδέν. Σύμφωνα με αυτή την έκφραση, ο δείκτης ορθογωνιότητας εκφράζεται ως εξής:

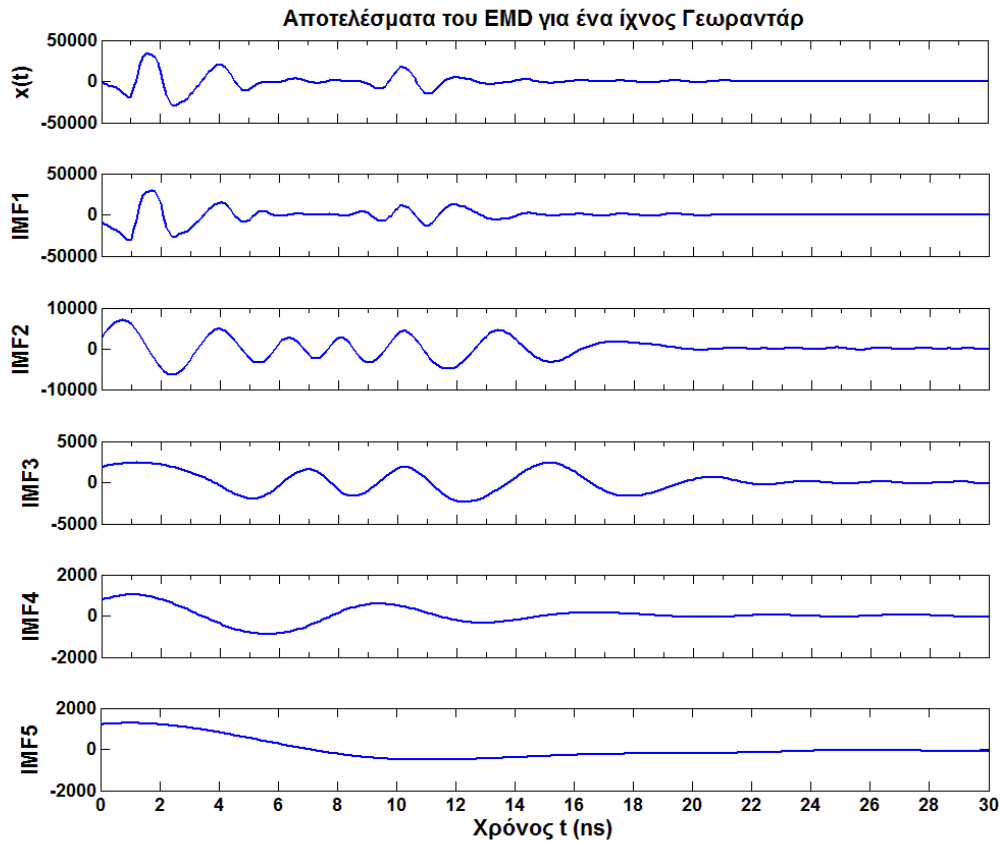
⁸ index of orthogonality (IO)

$$IO = \sum_{t=0}^T \left(\sum_{j=1}^{n+1} \sum_{k=1}^{n+1} C_j(t) C_k(t) / x^2(t) \right) \quad 3.14$$

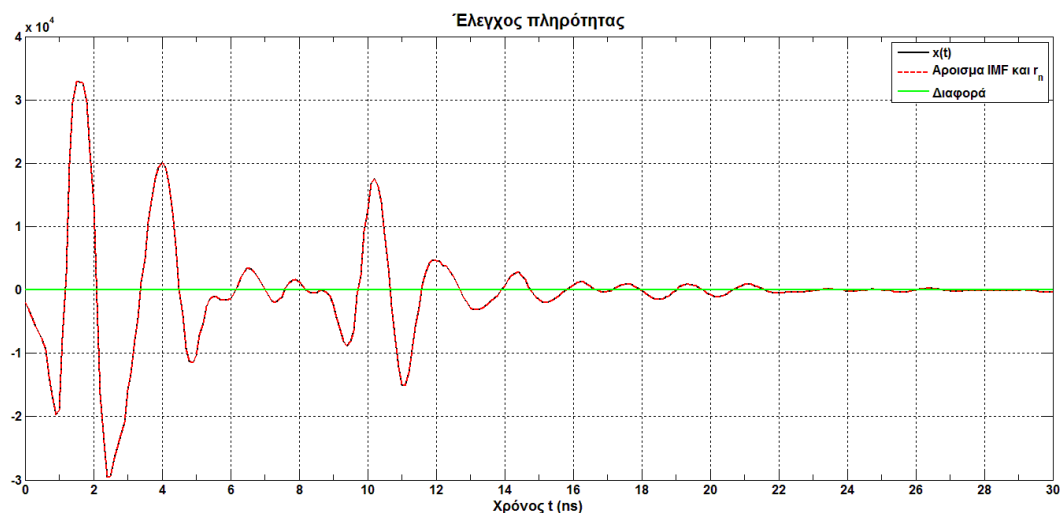
Επιπλέον ο δείκτης IO, μπορεί να υπολογιστεί για οποιαδήποτε δύο στοιχεία της αποσύνθεσης, έστω C_f και C_g , ως εξής:

$$IO_{fg} = \sum_t \frac{C_f C_g}{C_f^2 + C_g^2} \quad 3.15$$

Ο δείκτης ορθογωνιότητας για τις IMF της εικόνας 3.5 είναι 0.089.



Εικόνα 3.5: Τα αποτελέσματα της μεθόδου EMD σε ένα ίχνος Γεωραντάρ. Με $x(t)$ περιγράφεται το ίχνος που εισάγεται στον αλγόριθμό, ενώ οι IMF παρουσιάζονται ανά τη σειρά εξαγωγής τους. Η IMF5 είναι το τελευταίο υπόλοιπο της αποσύνθεσης και εκφράζει την τάση του σήματος.



Εικόνα 3.6: Έλεγχος πληρότητας αποσύνθεσης. Η καμπύλη του αθροίσματος των IMF και του υπολοίπου r_n (κόκκινη διακεκομμένη γραμμή) ταυτίζεται με αυτή του σήματος εισόδου $x(t)$ (μαύρη συνεχής γραμμή) και η διαφορά των δύο είναι μηδενική (πράσινη γραμμή).

3.5 Αξιολόγηση της αποσύνθεσης με EMD

Στα παραδείγματα που προηγήθηκαν παρουσιάστηκε ο τρόπος λειτουργίας της μεθόδου EMD και η επίδραση του στο σήμα εισόδου (Εικόνα 3.5). Από τα αποτελέσματα που προέκυψαν παρατηρείται ότι οι συχνότητες του σήματος κατανέμονται με φθίνουσα σειρά στις προκύπτουσες IMF. Δηλαδή η πρώτη IMF (IMF1 της Εικόνας 3.5) θα περιέχει τις μεγαλύτερες συχνότητες του σήματος, ενώ η τελευταία θα είναι η τάση του σήματος (IMF5 της Εικόνας 3.5). Άλλη μία παρατήρηση που προέκυψε για το ίδιο παράδειγμα είναι η ομοιότητα της πρώτης IMF με το σήμα εισόδου που υποδηλώνει μία αδυναμία της μεθόδου στον διαχωρισμό των υψηλών συχνοτήτων. Το ερώτημα που γεννιέται σε αυτό το σημείο, είναι σε τι βαθμό μπορεί η μέθοδος EMD να διαχωρίσει τα υψίσυχνα στοιχεία; Και πόσο καλά; Ο Flandrin et al. (2004) ύστερα από μία σειρά πειραμάτων, καταλήγει ότι από την διαδικασία της διαλογής προκύπτει ένα σύνολο ζωνοπερατών⁹ αλληλεπικαλυπτόμενων φίλτρων και το κάθε φίλτρο αντιστοιχεί σε μία περιοχή συχνοτήτων. Έτσι η πρώτη IMF είναι η έξοδος ενός υπεραποπέρατου φίλτρου ενώ οι υπόλοιπες προκύπτουν από τα υπόλοιπα φίλτρα που ακολουθούν έτσι ώστε το κάθε φίλτρο να έχει εύρος ίσο με το μισό του εύρους του αμέσως προηγούμενου.

⁹ bandpass filters

Προκειμένου να υπολογιστούν τα όρια αυτά με έναν αναλυτικό τρόπο, η μέθοδος EMD εφαρμόστηκε σε σήμα αποτελούμενο από δύο αρμονικές: μία υψηλής συχνότητας (ΥΣ) και μία χαμηλής συχνότητας (ΧΣ) (Rilling και Flandrin, 2008, Feldman, 2009).

3.5.1 Σήμα δύο αρμονικών συνιστωσών

Το σήμα εισόδου έχει τη γενική μορφή (διακριτή) (Proakis και Manolakis, 1995):

$$x(n) = A_1 \cos(2\pi f n + \varphi_1) + A_2 \cos(2\pi f n + \varphi_2) \quad 3.16$$

$$L(n) = A_1 \cos(2\pi f_1 n + \varphi_1) \quad 3.17$$

$$H(n) = A_2 \cos(2\pi f_2 n + \varphi_2) \quad 3.18$$

όπου $L(n)$ είναι συνιστώσα ΧΣ, ενώ η $H(n)$ είναι η συνιστώσα ΥΣ. Με A_1 και A_2 συμβολίζονται τα πλάτη, με φ_1 και φ_2 οι φάσεις ενώ, με f_1 και f_2 οι συχνότητες για τις οποίες ισχύει (Proakis και Manolakis, 1995):

$$f_1 = \frac{F_1}{f_s}, \quad f_2 = \frac{F_2}{f_s} \quad 3.19$$

όπου F_1, F_2 η συχνότητα της κάθε αρμονικής και f_s η συχνότητα δειγματοληψίας. Όπου n είναι το διάνυσμα των διακριτών χρόνων του σήματος.

Προς αποφυγή του φαινομένου της επικάλυψης¹⁰ η συχνότητα δειγματολήψιας πρέπει να οριστεί έτσι ώστε (Proakis και Manolakis, 1995):

$$f_s > 2F_{max} = f_N = \frac{1}{2\Delta t} \quad 3.20$$

όπου F_{max} είναι η μέγιστη συχνότητα του αρμονικού σήματος $x(n)$, f_N είναι η συχνότητα Nyquist και Δt το διάστημα δειγματοληψίας στον χρόνο. Όσο αφορά την εφαρμογή του EMD, έχει παρατηρηθεί ότι όσο οι συχνότητες του αρμονικού σήματος προσεγγίζουν την συχνότητα Nyquist ($f_1, f_2 \gtrsim 0.25f_N$), τα αποτελέσματα της αποσύνθεσης τείνουν να γίνονται πιο πολύπλοκα (Rilling και Flandrin, 2008). Έτσι η συχνότητα δειγματοληψίας επιλέγεται ώστε να είναι αρκετά μεγαλύτερη από τις συχνότητες του αρμονικού σήματος, δηλαδή $f_1, f_2 \ll f_s$.

¹⁰ aliasing

3.5.2 Απόκλιση των ακρότατων από την περιβάλλουσα

Χρησιμοποιώντας τη πρώτη παράγωγο του σήματος στην αναλυτική μορφή του, ο Feldman (2009), εκφράζει τα τοπικά μέγιστα λαμβάνοντας υπόψη την απόσταση από την αντίστοιχη περιβάλλουσα και την κατανομή της στον χρόνο. Κάθε τοπικό μέγιστο και κάθε τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης ορίζεται μοναδικά από την πρώτη παράγωγο όταν αυτή ισούται με μηδέν. Το αρχικό σήμα και οι περιβάλλουσες του έχουν ίδια εφαπτομένη στα κοινά σημεία επαφής, όμως αυτά δεν αντιστοιχούν πάντα στα τοπικά ακρότατα ενός σύνθετου σήματος. Τα τοπικά μέγιστα θα έχουν μηδενική εφαπτομενική κλίση αλλά τα κοινά σημεία επαφής μπορεί να παρουσιάζουν μη μηδενική κλίση. Επομένως, σημείο κλειδί για την κατανόηση του μηχανισμού λειτουργίας του EMD είναι η απόσταση μεταξύ των κοινών σημείων επαφής και των τοπικών ακρότατων.

Αν $A(t)$ η περιβάλλουσα και $x(t)$ η αρχική συνάρτηση, η σχέση μεταξύ τους είναι γνωστή και έχει τη μορφή:

$$x(t) = A(t) \cos(\varphi(t)) \quad 3.21$$

ενώ τα σημεία επαφής τους θα βρίσκονται στους χρόνους όπου ισχύει:

$$x(t) = \pm A(t), \cos(\varphi(t)) = \pm 1, \varphi(t) = \begin{cases} 0 \\ \pm\pi \end{cases} \quad 3.22$$

με το θετικό πρόσημο να ορίζει την άνω περιβάλλουσα, ενώ με το αρνητικό πρόσημο την κάτω περιβάλλουσα.

Σε αντίθεση με τα κοινά σημεία επαφής, τα τοπικά μέγιστα εξαρτώνται από τη μηδενική κλίση της πρώτης παραγώγου. Η πρώτη παράγωγος εκφράζεται ως:

$$\dot{X}(t) = \sqrt{\dot{A}^2(t) + A^2(t)\omega^2(t)} \exp\left(i \left\{ \varphi(t) + \tan^{-1} \frac{A(t)\omega(t)}{\dot{A}(t)} \right\}\right) \quad 3.23$$

όπου $\omega(t) = 2\pi f(t)$ η γωνιακή συχνότητα.

και εισάγει δύο νέους όρους, τη *περιβάλλουσα ταχύτητα*¹¹ και την *συνάρτηση ταχύτητας φάσης*¹². Τα τοπικά μέγιστα παρουσιάζονται στους χρόνους για τους οποίους η συνάρτηση ταχύτητας φάσης είναι:

$$\varphi(t) = \pm \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{A(t)\omega(t)}{\dot{A}(t)} \quad 3.24$$

ενώ η απόκλιση των τοπικών ακρότατων από τις περιβάλλουσες ορίζεται σύμφωνα με την εξίσωση 3.25:

$$x_{extr}(t) = A(t) \cos(\varphi(t)) = \pm \frac{A^2 \omega(t)}{\dot{A}(t) \sqrt{1 + (A^2(t)\omega(t)/\dot{A}^2(t))}}. \quad 3.25$$

Ουσιαστικά, η εξίσωση 3.25 είναι η προβολή της συνάρτησης ταχύτητας φάσης και περιγράφει την απόσταση των τοπικών ακρότατων από τις αντίστοιχες περιβάλλουσες (μέγιστη και ελάχιστη). Έτσι κατά αντιστοιχία με το εύρος τιμών της συνημιτονοειδούς προβολής, η 3.25 μπορεί είτε να είναι ίση με την τιμή της περιβάλλουσας, είτε να είναι κοντά στο μηδέν ή να παίρνει αρνητικές τιμές. Για μικρές διακυμάνσεις, δηλαδή όταν $\dot{A}_{max} \ll (A\omega)_{max}$, η συνημιτονοειδής προβολή $\cos(\varphi(t))$ θα είναι κοντά στην μονάδα, ενώ όσο μεγαλώνει η διαφορά τιμή της θα είναι μηδέν ή αρνητική.

3.5.3 Περιβάλλουσες και στιγμιαία συχνότητα δυο Αρμονικών

Στην περίπτωση σήματος με δύο αρμονικές (Εξίσωση 3.16), η περιβάλλουσα θα είναι:

$$A(t) = [A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\omega_2 - \omega_1)t]^{1/2} \quad 3.26$$

με το $A(t)$ να αποτελείται από δύο διαφορετικά μέρη· ένα αργά μεταβαλλόμενο που περιλαμβάνει το άθροισμα των τετραγώνων των πλατών, και ένα γοργά μεταβαλλόμενο μέρος το οποίο ταλαντώνεται με μία νέα συχνότητα ίση με την διαφορά των συχνοτήτων των στοιχείων το σήματος.

¹¹ velocity envelope

¹² velocity phase function

Αντίστοιχα η στιγμιαία συχνότητα θα είναι ($A_1 > A_2$, $\omega_2 > \omega_1$):

$$\omega(t) = \omega_1 + \frac{(\omega_2 - \omega_1)[A_1 A_2 \cos(\omega_2 - \omega_1)t]}{A^2(t)} \quad 3.27$$

Η στιγμιαία συχνότητα δύο αρμονικών είναι χρονικά μεταβαλλόμενη και παρουσιάζει αποκλίσεις γύρω από τη συχνότητα ω_1 . Αυτές οι αποκλίσεις επηρεάζουν το εύρος των τιμών της στιγμιαίας συχνότητας και την αναγκάζουν να λάβει τιμές μεγαλύτερες από το εύρος των συχνοτήτων του αρμονικού σήματος. Η στιγμιαία συχνότητα φαίνεται ότι αποτελείται από δύο μέρη (Εξίσωση 3.27), το αριστερό εκφράζει το μεγαλύτερο στοιχείο ω_1 ενώ το δεξί εκφράζει ταλάντωση που μεταβάλλεται γρήγορα και ασυμμετρικά. Στη περίπτωση που το πλάτος της δεύτερης αρμονικής (ΥΣ) είναι μεγαλύτερο

$$\frac{A_2}{A_1} > \frac{\omega_1}{\omega_2}, \text{ ή } A_2 > \omega_2^{-1} \text{ όταν } A_1 = 1, \omega_1 = 1 \quad 3.28$$

η στιγμιαία συχνότητα θα πάρει αρνητικές τιμές.

Η εμφάνιση των αρνητικών τιμών αντιστοιχεί στην εμφάνιση ενός αρνητικού τοπικού μέγιστου ή ενός θετικού τοπικού ελάχιστου του σήματος. Η εφαιπόμενη του αρνητικού τοπικού μέγιστου έρχεται σε επαφή με την κάτω περιβάλλουσα και το αντίστροφο για την περίπτωση του θετικού τοπικού ελάχιστου. Η εμφάνιση τέτοιου είδους ακρότατων με αντίθετο πρόσημο αυξάνει τοπικά την απόκλιση των μέγιστων από τις αντίστοιχες περιβάλλουσες.

Το δεύτερο σκέλος της εξίσωσης 3.27 παρουσιάζει ένα σημαντικό χαρακτηριστικό. Αν ολοκληρωθεί στα όρια μιας περιόδου στο διάστημα $[0 \ T = 2\pi/(\omega_2 - \omega_1)]$,

$$\int_0^T \frac{(\omega_2 - \omega_1)[\alpha_2^2 + \alpha_1 \alpha_2 \cos(\int (\omega_2 - \omega_1) dt)]}{\alpha^2(t)} dt = 0 \quad 3.29$$

το ορισμένο ολοκλήρωμα είναι ίσο με μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι η μέση τιμή ή η ροπή πρώτης τάξεως της στιγμιαίας συχνότητας (Εξίσωση 3.27) είναι ίση με τη συχνότητα $\langle \omega(t) \rangle = \omega_1(t) + \int_0^T \omega(t) = \omega_1(t) + 0$. Αυτή η ιδιότητα της στιγμιαίας συχνότητας είναι σημαντική, διότι παρέχει έναν απλό και άμεσο τρόπο καθαρισμού της μέσης συχνότητας μιας εκ των προτέρων άγνωστης σύνθεσης μέσω του μεγαλύτερου στοιχείου του σήματος (ΧΣ).

3.5.4 Απόκλιση των ακρότατων από την περιβάλλουσα δυο αρμονικών

Η απόσταση από τα τοπικά ακρότατα σύμφωνα με την εξίσωση 3.25, εξαρτάται από την μεταβλητή $A(t)\omega(t)/\dot{A}(t)$, που στην περίπτωση των δύο αρμονικών έχει περίοδο ίδια με αυτή των διακυμάνσεων της περιβάλλουσας δηλαδή $2\pi/(\omega_2 - \omega_1)$:

$$\frac{A(t)\omega(t)}{\dot{A}(t)} = -\frac{\omega_1 A_1/A_2 + \omega_2 A_2/A_1}{(\omega_2 - \omega_1) \sin(\omega_2 t - \omega_1 t)} - \frac{\omega_2 + \omega_1}{\omega_2 - \omega_1} \cot(\omega_2 t - \omega_1 t) \quad 3.30$$

Ο Feldman (2009) πολλαπλασιάζει την περιβάλλουσα (Εξίσωση 3.26) με την συνημιτονοειδής προβολή (Εξίσωση 3.25) για να κανονικοποιήσει την τελευταία ως προς την περίοδο $2\pi/(\omega_2 - \omega_1)$. Τελικά προκύπτει:

$$x_{extr}(t) = A(t) \frac{A(t)\omega(t)}{\dot{A}(t)\sqrt{1 + A^2(t)\omega^2(t)/\dot{A}^2(t)}}. \quad 3.30$$

Αυτή η νέα έκφραση απόστασης από τα τοπικά μέγιστα κατά τη διάρκεια μιας περιόδου μεταβάλλεται από την υψηλότερη στην χαμηλότερη θέση, και κατά αυτό τον τρόπο ορίζεται μια ζώνη που περιλαμβάνει όλα τα πιθανά τοπικά ακρότατα.

Όταν η στιγμιαία συχνότητα του σήματος των δύο αρμονικών γίνεται αρνητική $A_2/A_1 > \omega_1/\omega_2$, η κατακόρυφη απόσταση είναι μία μονοτονική συνάρτηση με ένα ανώτατο σημείο που ισούται με το άθροισμα των πλατών των δύο αρμονικών συνιστωσών: $x_{max(top)}(0) = A_1 + A_2$ και ένα κατώτατο σημείο που ισούται με τη διαφορά του πλάτους που έχει αρνητική τιμή, δηλαδή: $x_{max(bottom)} = -A_1 + A_2$.

Για την περίπτωση όπου $A_2/A_1 < \omega_1/\omega_2$, δηλαδή η στιγμιαία συχνότητα είναι πάντα θετική, η μέγιστη κατακόρυφη θέση είναι πάλι: $x_{max(top)}(0) = A_1 + A_2$, όμως μειώνεται μονότονα μόνο μέχρι μία ενδιάμεση κατώτερη θέση για την οποία ισχύει: $x_{max(bottom(1))} = (A_1^2 + A_2^2 - A_1^2\omega_1^2/\omega_2^2 - A_2^2\omega_2^2/\omega_1^2)^{1/2}$. Κατά τη διάρκεια του υπολοίπου της περιόδου, η προκύπτουσα κατακόρυφη θέση μεταπηδά προς τα κάτω στην αντίστοιχη συμμετρική τιμή : $-x_{max(bottom(1))}$, ορίζοντας μία δεύτερη απομονωμένη ζώνη με το αρνητικό τοπικό μέγιστο. Η κατακόρυφη θέση της

δεύτερης ζώνης στο τέλος της περιόδου συνεχίζει μονοτονικά προς την κατώτερη αρνητική θέση $x_{\max}(\text{bottom}(1)) = -A_1 + A_2$. Θεωρητικά, οι τιμές των μέγιστων αποκλίσεων από τις περιβάλλουσες εξαρτώνται από δύο λόγους: των περιβαλλουσών και των συχνοτήτων των αρμονικών. Για μικρό πλάτος των δεύτερων αρμονικών (ΥΣ) $A_2 \leq 0.3A_1\omega_1/\omega_2$, αυτή η ενδιάμεση κατώτερη θέση πρακτικά δεν διαφέρει από την μικρότερη τιμή της περιβάλλουσας, κατά $= A_1 - A_2$. Αυτό σημαίνει ότι τα θετικά μέγιστα σημεία της πρώτης ζώνης θα βρίσκονται πάντα πάνω στην περιβάλλουσα. Για διαφορετικούς λόγους των παραμέτρων των αρμονικών $0.3A_1\omega_1/\omega_2 \leq A_2 < A_1\omega_1/\omega_2$, το τοπικό μέγιστο θα αποκλείει όλο και περισσότερο από την περιβάλλουσα.

3.5.5 Μέση τιμή της άνω και κάτω περιβάλλουσας

Το υπό εξέταση σήμα είναι το άθροισμα δύο αρμονικών και περιγράφεται στην εξίσωση 3.16. Για την περίπτωση που $\varphi_1 = 0$ και $\varphi_2 = \varphi$, η πρώτη παράγωγος του σήματος θα είναι:

$$\dot{x}(t) = -A_1\omega_1 \sin \omega_1 t - A_2\omega_2 \sin(\omega_2 t + \varphi) \quad 3.31$$

Κάθε μηδενική τιμή της πρώτης παραγώγου αντιστοιχεί στην ύπαρξη ενός τοπικού ακρότατου της αρχικής συνάρτησης. Για μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή t_i , καθώς η πρώτη παράγωγος είναι ίση με μηδέν, θα προκύψει ένα μοναδικό τοπικό ακρότατο, έστω τοπικό μέγιστο $x_{\max}(t_i)$. Το εγγύτερο τοπικό ελάχιστο $x_{\min}(t_j)$ υπάρχει για μία άλλη χρονική στιγμή t_j , έτσι ώστε τα τυπικά μέγιστα και ελάχιστα να υπάρχουν σε διαφορετικές χρονικές στιγμές ($t_i \neq t_j$). Όμως η μέθοδος EMD απαιτεί την κατασκευή δύο καμπύλων, μία που διέρχεται από τα τοπικά μέγιστα και μία που διέρχεται από τα τοπικά ελάχιστα. Όπως έχει αναφερθεί, οι καμπύλες σχεδιάζονται με παρεμβολή κυβικής spline. Στη συνέχεια υπολογίζεται η μέση τιμή τους. Καθώς τα τοπικά ακρότατα μπορεί να εμφανίζονται σε οποιαδήποτε θέση στο σύνολο του σήματος, η μέση τιμή εξαρτάται από την εκάστοτε θέση του τοπικού μέγιστου και τοπικού ελάχιστου (Εξίσωση 3.25). Ο Feldman (2009) εξετάζει δύο διαφορετικές ακραίες περιπτώσεις: (α) το τοπικό μέγιστο να εμφανίζεται για $t_i = 0$ και $\varphi_2 = \varphi = 0$, (β) το τοπικό μέγιστο παρουσιάζεται για $t_i = \pi$ και $\varphi_2 = \varphi = \pi$.

Περίπτωση $t_i = 0$, $\varphi_2 = \varphi = 0$

Η αρχική μέγιστη τιμή είναι $x_{max}(0) = A_1 + A_2$ με την πρώτη παράγωγο να είναι $\dot{x}(0) = 0$. Το εγγύτερο ελάχιστο θα αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή της αμέσως επόμενης μηδενικής τιμής της πρώτης παραγώγου, δηλαδή:

$$\dot{x}(\Delta t) = A_1 \omega_1 \sin(\omega_1 \Delta t) + A_2 \omega_2 \sin(\omega_2 \Delta t) = 0 \quad 3.33$$

η οποία ως προς Δt είναι:

$$\Delta t = -\omega_1^{-1} \sin^{-1} \left[\frac{A_2 \omega_2}{A_1 \omega_1} \sin(\omega_2 \Delta t) \right], \quad \text{αν } A_1 \omega_1 \geq A_2 \omega_2 \quad 3.34$$

ή

$$\Delta t = -\omega_2^{-1} \sin^{-1} \left[\frac{A_1 \omega_1}{A_2 \omega_2} \sin(\omega_1 \Delta t) \right], \quad \text{αν } A_1 \omega_1 < A_2 \omega_2 \quad 3.35$$

Δηλαδή η χρονική στιγμή που παρουσιάζεται το εγγύτερο ελάχιστο εξαρτάται μόνο από τους λόγους των πλατών $\alpha = A_2/A_1$ και τους λόγους των συχνοτήτων $f = f_2/f_1$ των αρμονικών.

Το αποτέλεσμα που προκύπτει από τις εξισώσεις 3.34 και 3.35 επιτρέπει τον υπολογισμό των ελάχιστων τιμών τόσο από τα αριστερά όσο και από τα δεξιά της εκάστοτε μέγιστης τιμής. Από τη στιγμή που το συνημίτονο είναι άρτια συνάρτηση ($x_{min}(\Delta t) = x_{min}(-\Delta t)$), η ελάχιστη τιμή υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση: $x_{min}(0) = A_1 \cos(\omega_1 \Delta t) + A_2 \cos(\omega_2 \Delta t)$. Ο αριθμητικός μέσος του αρχικού μέγιστου και του αντίστοιχου ελάχιστου εκφράζεται ως:

$$F_1 = \frac{1}{2} [x_{max}(0) + x_{min}(0)] = \frac{1}{2} [A_1 + A_2 + A_1 \cos(\omega_1 \Delta t) + A_2 \cos(\omega_2 \Delta t)] \quad 3.36$$

όπου η επίδραση στην πρώτη αρμονική θα είναι:

$$F_{1,1} = \frac{1}{2} A_1 [1 + \cos(\omega_1 \Delta t)] \quad 3.37$$

ενώ στη δεύτερη:

$$F_{1,2} = \frac{1}{2} A_2 [1 + \cos(\omega_2 \Delta t)]. \quad 3.38$$

Αυτό που περιγράφουν οι εξισώσεις 3.37 και 3.38 είναι η τιμή του αριθμητικού μέσου όρου ανάμεσα στα δύο ακρότατα (μέγιστο και ελάχιστο) για την υπό εξέταση περίπτωση όπου $t_i = 0$ και $\varphi_2 = \varphi = 0$.

Περίπτωση $t_i = \pi$, $\varphi_2 = \varphi = \pi$

Σε αυτή την περίπτωση, η αρχική μέγιστη τιμή θα είναι $x_{max}(\pi) = -A_1 + A_2$ με την πρώτη τιμή της πρώτης παραγώγου να είναι $\dot{x}(\pi) = 0$. Η εγγύτερη ελάχιστη τιμή αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή της επόμενης μηδενικής τιμής της πρώτης παραγώγου :

$$\dot{x}(\Delta t) = -A_1\omega_1 \sin(\omega_1\Delta t) + A_2\omega_2 \sin(\omega_2\Delta t) = 0 \quad 3.39$$

Κατά αντιστοιχία με τις εξισώσεις 3.33-3.35 η λύση της 3.39 ως προς την χρονική στιγμή Δt , εξαρτάται επίσης από τους λόγους των πλατών και συχνοτήτων των δύο αρμονικών. Η τιμή του τοπικού ελάχιστου θα είναι: $x_{min}(\pi) = -A_1 \cos(\omega_1\Delta t) + A_2 \cos(\omega_2\Delta t)$, ενώ ο αριθμητικός μέσος όρος:

$$F_2 = \frac{1}{2}[x_{max}(\pi) + x_{min}(\pi)] = \frac{1}{2}[-A_1 + A_2 - A_1 \cos(\omega_1\Delta t) + A_2 \cos(\omega_2\Delta t)] \quad 3.40$$

που αν εκφραστεί σε δύο διαφορετικά μέρη (ως προς τις αρμονικές) προκύπτει:

$$F_{2,1} = \left| -\frac{1}{2}A_1(1 + \cos(\omega_1\Delta t)) \right| \quad 3.41$$

$$F_{2,2} = \frac{1}{2}A_2[1 + \cos(\omega_2\Delta t)]. \quad 3.42$$

Οι 3.41 και 3.42 περιγράφουν την μέση τιμή ανάμεσα στα δύο τοπικά ακρότατα για την περίπτωση όπου το τοπικό μέγιστο εμφανίζεται στη υψηλότερη δυνατή θέση, για $t_i = \pi$ και $\varphi_2 = \varphi = \pi$.

Καθώς η μέση τιμή (Εξισώσεις 3.37, 3.38, 3.41, 3.42) αφαιρείται από το σήμα εισόδου, η διαδικασία του EMD είναι ένα είδος ψηφιακού φιλτραρίσματος, στο οποίο η είσοδος είναι το αρχικό σήμα ενώ η έξοδος είναι μία IMF. Η μέση τιμή των δύο περιβαλλουσών καθορίζεται από τον λόγο των πλατών και τον λόγο των συχνοτήτων, και για αυτό είναι *μη γραμμική*. Επιπλέον η εξάρτηση της μέσης τιμής από την εκάστοτε θέση του τοπικού ακρότατου και σε συνδυασμό με τις αποκλίσεις που παρατηρούνται στις θέσεις των τελευταίων, το φιλτράρισμα είναι *μη στάσιμο* (Feldman, 2009).

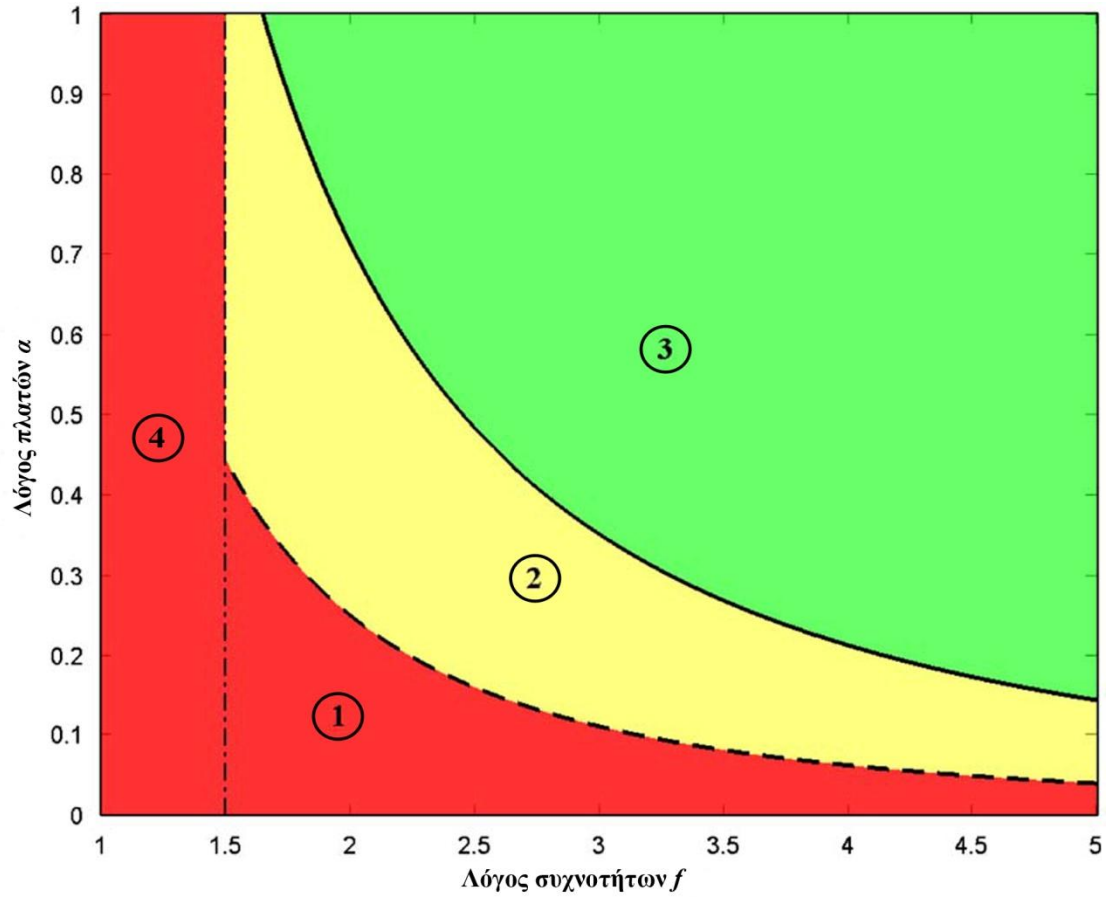
Από τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν προηγουμένως προκύπτει ότι ο διαχωρισμός των συχνοτήτων γίνεται βάση ενός ορίου, για το οποίο ισχύει: $B(A_2/A_1, \omega_2/\omega_1)$. Στην περίπτωση των δύο αρμονικών, η επιφάνεια ορίζει δύο ζώνες με ένα εύρος τιμών που επηρεάζει το ποσοστό των διερχόμενων χαμηλών συχνοτήτων. Οι ζώνες αυτές είναι ουσιαστικά υπερπερατά φίλτρα τα οποία απομονώνουν τις χαμηλές συχνότητες και επιτρέπουν την διέλευση των υψηλότερων συχνοτήτων. Δηλαδή,

στην λεπτομέρεια θα παραμένουν οι υψηλότερες συχνότητες οι οποίες μετά από κάποιο αριθμό επαναλήψεων της διαδικασίας διαλογής, θα αποτελούν μία IMF του συστήματος. Στο 5ο βήμα του αλγορίθμου, η εν λόγω IMF θα αφαιρεθεί από το αρχικό σήμα εισόδου και κατά αυτό τον τρόπο θα δημιουργηθεί νέο εύρος συχνοτήτων και νέες ζώνες διαχωρισμού ώστε να εξαχθούν οι αμέσως υψηλότερες συχνότητες. Γι' αυτό οι προκύπτουσες IMF ταξινομούνται βάση των περιεχόμενων συχνοτήτων, από τις υψηλότερες στις χαμηλότερες (τάση).

3.5.6 Ζώνες διαχωρισμού

Βάση των όσων παρουσιάστηκαν προηγουμένως, ο Feldman (2009) υπολογίζει τέσσερις ζώνες διαχωρισμού των αρμονικών με τον EMD. Οι ζώνες αυτές ορίζονται ως προς τους λόγους των πλατών και των συχνοτήτων, παρουσιάζονται στην εικόνα 3.7 και συνοψίζονται ως εξής:

- Ζώνη 1: Αδύνατος διαχωρισμός για παραπλήσιες συχνότητες και μικρό λόγο πλατών όταν $A_2/A_1 \leq (\omega_1/\omega_2)^2$.
- Ζώνη 2: Ο διαχωρισμός είναι εφικτός για αρμονικές με $(\omega_1/\omega_2)^2 \leq A_2/A_1 \leq 2.4(\omega_1/\omega_2)^{1.75}$, αλλά χρειάζεται αυξημένος αριθμός επαναλήψεων της διαδικασίας διαλογής.
- Ζώνη 3: Ο διαχωρισμός είναι εφικτός με μία επανάληψη της διαδικασίας διαλογής όταν η διαφορά των συχνοτήτων αλλά και των πλατών είναι μεγάλη, δηλαδή $A_2/A_1 \leq 2.4(\omega_1/\omega_2)^{1.75}$.
- Ζώνη 4: Ο διαχωρισμός είναι αδύνατος ανεξαρτήτου της τιμής των πλατών όταν $\omega_2 \leq \frac{3}{2}\omega_1$.



Εικόνα 3.7: Διαχωριστικά όρια του EMD για την αποσύνθεση αρμονικών. (1) Ο διαχωρισμός είναι αδύνατος για παραπλήσιες συχνότητες και μικρά πλάτη, (2) ο διαχωρισμός είναι εφικτός αλλά με αυξημένο αριθμό επαναλήψεων της διαδικασίας διαλογής, (3) για (Feldman, 2009).

Ένα αρμονικό σήμα που τοποθετείται στην πρώτη ζώνη είναι το ακόλουθο:

$$x_{11}(n) = 10 \cos\left(\frac{\pi}{8}n\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) \quad 3.43$$

$$L_{11}(n) = 10 \cos\left(\frac{\pi}{8}n\right) \quad 3.44$$

$$H_{11}(n) = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) \quad 3.45$$

με $L_{11}(n)$ την αρμονική χαμηλής συχνότητας και $H_{11}(n)$ την αρμονική υψηλής συχνότητας. Και οι δύο φάσεις ορίστηκαν μηδέν, το πλάτος της $H_{11}(n)$, είναι $A_H = 1$ ενώ το πλάτος της $L_{11}(n)$ είναι $A_L = 10$. Οι συχνότητες που επιλέχθηκαν για την 3.43 είναι $F_{min} = 25 \text{ Hz}$ και $F_{max} = 50 \text{ Hz}$, βάση των οποίων επιλέχθηκε συχνότητα δειγματοληψίας (Εξίσωση 3.20) $f_s = 400 \text{ Hz}$. Ο λόγος των συχνότητων είναι:

$$f_{11} = \frac{2\pi f_{max}}{2\pi f_{min}} = \frac{2\pi(F_{max}/f_s)}{2\pi(F_{min}/f_s)} = \frac{50}{25} = 2 \quad 3.46$$

ενώ ο λόγος των πλατών $\alpha_{11} = A_H/A_L = 1/10 = 0.1$. Η δειγματοληψία στο χρόνο έγινε με βήμα $dt = 1/f_s$. Το σήμα της 3.43 καθώς και οι δύο συνιστώσες του παρουσιάζονται στα γραφήματα (α) έως (γ) της εικόνας 3.8. Η μέθοδος EMD εφαρμόστηκε στο σήμα $x_1(n)$. Τα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν την αδυναμία της μεθόδου να διαχωρίσει τις δύο αρμονικές για τις δεδομένες συχνότητες και τα δεδομένα πλάτη. Ο τελικός αριθμός των IMF ανέρχεται στις 1316, που είναι υπερβολικά μεγάλος. Στην εικόνα 3.9α παρουσιάζεται η πρώτη IMF και στην εικόνα 3.9β παρουσιάζεται ενδεικτικά η δεύτερη IMF, καθώς όλες οι υπόλοιπες παρουσιάζουν σχεδόν όμοια συμπεριφορά. Ενώ θα αναμενόταν η πρώτη IMF (Εικόνα 3.9α) να προσεγγίζει την υψίσυχη συνιστώσα (Εικόνα 3.8β), αντ' αυτού ταυτίζεται σχεδόν με την χαμηλόσυχη συνιστώσα (Εικόνα 3.8γ) και υψίσυχη έχει εξαφανιστεί. Εν μέρει, το αποτέλεσμα αυτό είναι λογικό, καθώς λόγω της μεγάλης διαφοράς ανάμεσα στα δύο πλάτη, τα τοπικά ακρότατα της υψίσυχνης συνιστώσας καλύπτονται από τα ισχυρότερα πλάτη της χαμηλόσυχνης συνιστώσας όπως φαίνεται και στο σήμα εισόδου της εικόνας 3.8α. Ο βαθμός της συσχέτισης μεταξύ της IMF_1-1 και της συνιστώσας L_1 υπολογίζεται από τον συντελεστή συσχέτισης, r . Ο τελευταίος, παίρνει τιμές στο διάστημα $[-1,1]$. Όταν $r = \pm 1$ υπάρχει τέλεια αρνητική ($-$) ή τέλεια θετική συσχέτιση ($+$) των δύο διανυσμάτων. Ενώ όταν $r = 0$ δεν υπάρχει καμία (γραμμική) συσχέτιση. Αν X και Y είναι τα διανύσματα των παρατηρήσεων, s_{XY} η συνδιασπορά τους, s_X και s_Y οι αντίστοιχες τυπικές αποκλίσεις και \bar{x} και \bar{y} οι αντίστοιχοι μέσοι όροι των παρατηρήσεων, ο συντελεστής συσχέτισης υπολογίζεται από τις ακόλουθες σχέσεις:

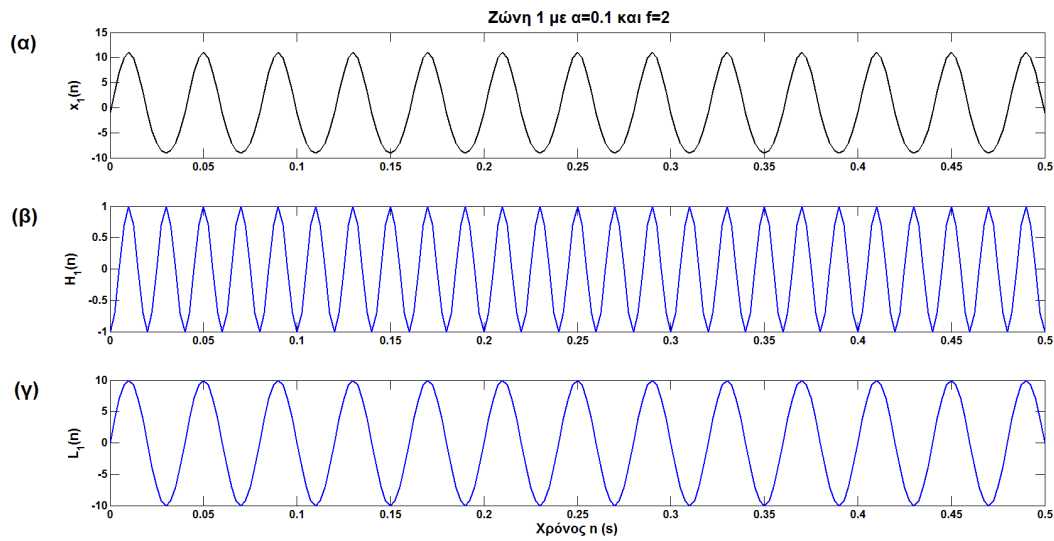
$$r = \frac{s_{XY}}{s_X s_Y} \quad 3.47$$

$$s_{XY} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad 3.48$$

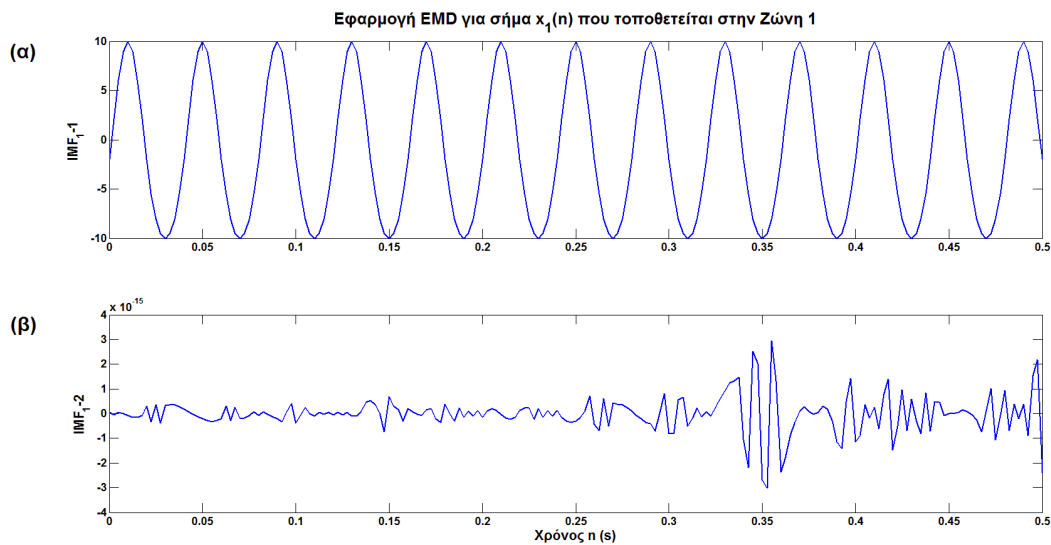
$$s_X = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad s_Y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}. \quad 3.49$$

Έτσι ο συντελεστής συσχέτισης ανάμεσα στην πρώτη IMF και την L_1 είναι $r_{IMF_1, L_1} = 0.99$, δηλαδή υπάρχει ισχυρή συσχέτιση που στην συγκεκριμένη

περίπτωση σημαίνει απόλυτη ταύτιση των δύο διανυσμάτων, επαληθεύοντας και αριθμητικά το γραφικό αποτέλεσμα.



Εικόνα 3.8: Σήμα δύο αρμονικών που τοποθετείται στην ζώνη 1. (α) Το σήμα εισόδου, (β) η υψίσυχη συνιστώσα και (γ) η χαμηλόσυχη συνιστώσα. Ο δειγματοληψία στον χρόνο έγινε με βήμα $dt = 1/f_s$.



Εικόνα 3.9: Οι δύο πρώτες IMF για το σήμα $x_1(n)$. (α) Η πρώτη IMF ταυτίζεται με την χαμηλόσυχη καθώς τα πλάτη της υπερσχύουν από τα αντίστοιχα της υψίσυχης και δεν είναι δυνατό να εντοπιστούν τα τοπικά ακρότατα. (β) Η δεύτερη IMF θεωρείται μηδενική όπως και όλες οι υπόλοιπες IMF που προκύπτουν. Το παράδειγμα αυτό παρουσιάζει γραφικά την αδυναμία της μεθόδου να διαχωρίσει αρμονικές που βρίσκονται στην ζώνη 1.

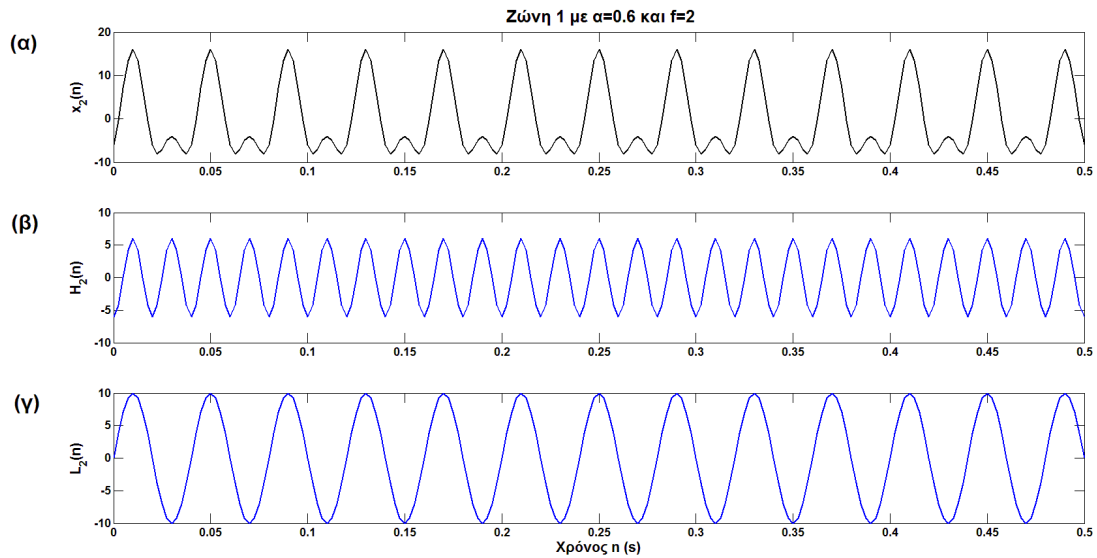
Εν συνεχεία, κατασκευάζεται ένα δεύτερο σήμα με τέτοιους παραμέτρους ώστε να τοποθετείται στη δεύτερη ζώνη. Διατηρώντας τον ίδιο λόγο συχνοτήτων αλλά με διαφορετικό λόγο πλατών, το σήμα εισόδου από τη δεύτερη ζώνη είναι:

$$x_{12}(n) = 10 \cos\left(\frac{\pi}{8}n\right) + 6 \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) \quad 3.50$$

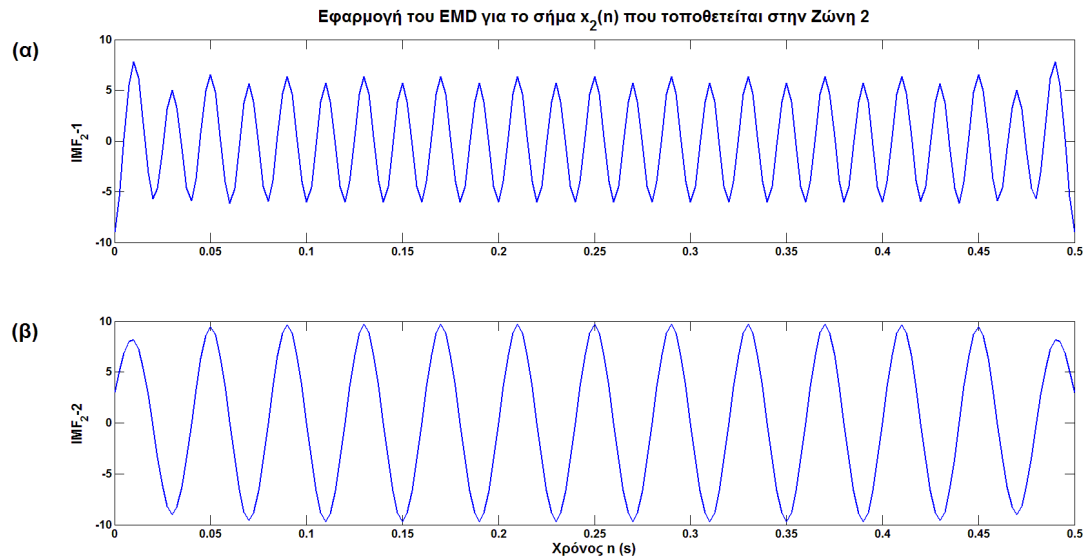
$$L_2(n) = 10 \cos\left(\frac{\pi}{8}n\right) \quad 3.51$$

$$H_2(n) = 6 \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) \quad 3.52$$

Από την στιγμή που δεν άλλαξαν οι συχνότητες, όλες οι υπόλοιπες παράμετροι παραμένουν ίδιες με την περίπτωση του σήματος $x_1(n)$. Το αρμονικό σήμα καθώς και οι δύο συνιστώσες του, παρουσιάζονται στα γραφήματα (α) έως (γ) της εικόνας 3.10. Το σήμα εισάγεται στον αλγόριθμο του EMD και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στην εικόνα 3.11.



Εικόνα 3.10: Σήμα δύο αρμονικών που τοποθετείται στην ζώνη 2. (α) Το σήμα εισόδου, (β) η υψίσυχη συνιστώσα και (γ) η χαμηλόσυχη συνιστώσα. Ο δειγματοληψία στον χρόνο έγινε με βήμα $dt = 1/f_s$.



Εικόνα 3.11: Οι IMF για το σήμα $x_2(n)$. (α) Μετά από πέντε επαναλήψεις, η πρώτη IMF προσεγγίζει την υψίσυχνη συνιστώσα. (β) Η δεύτερη IMF είναι το τελικό υπόλοιπο της μεθόδου και περιγράφει την χαμηλόσυχνη συνιστώσα.

Οι συντελεστές συσχέτισης για την IMF_{2-1} με την $H_2(n)$ και για την IMF_{2-2} με την $L_2(n)$ είναι $r_{IMF_{2-1}, H_2} = 0.99$ και $r_{IMF_{2-2}, L_2} = 0.98$. Η ταύτιση είναι σχεδόν τέλεια.

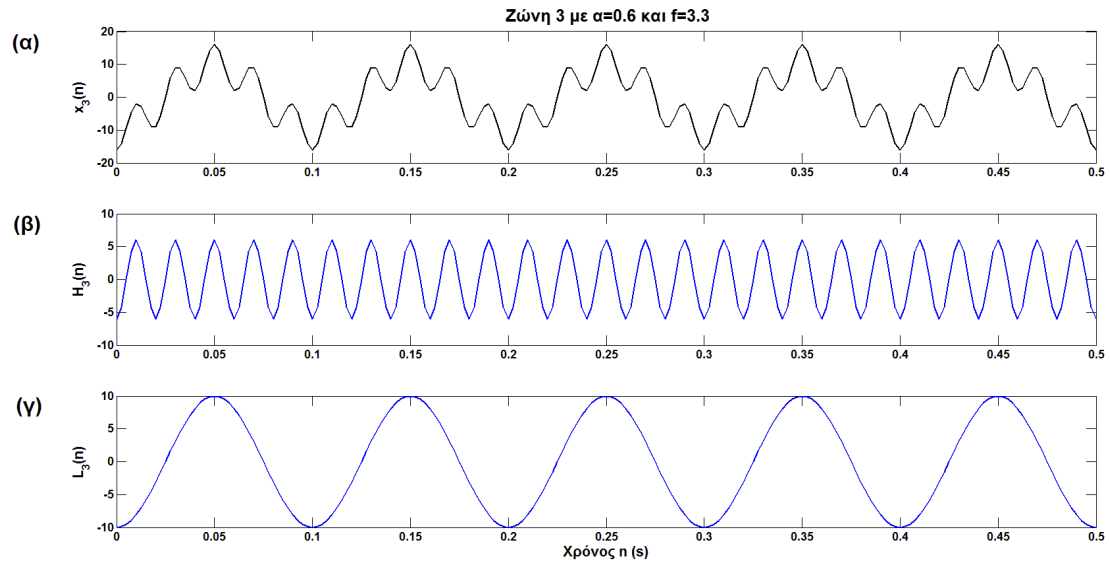
Εν συνεχεία, εξετάζεται η περίπτωση της τρίτης ζώνης. Όπως φαίνεται στα όρια της εικόνας 3.7, για το συγκεκριμένο λόγο συχνοτήτων, δεν μπορεί να επιτευχθεί καλύτερος διαχωρισμός. Έτσι επιλέγονται νέες συχνότητες προκειμένου να εξεταστεί η επίδοση της μεθόδου στην τρίτη ζώνη. Για να διατηρηθεί ίδια η συχνότητα δειγματοληψίας λαμβάνεται μικρότερη συχνότητα της χαμηλόσυχνης συνιστώσας, δηλαδή $F_{min} = 10 \text{ Hz}$. Το σήμα που προκύπτει είναι:

$$x_3(n) = 10 \cos\left(\frac{\pi}{20}n\right) + 6 \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) \quad 3.53$$

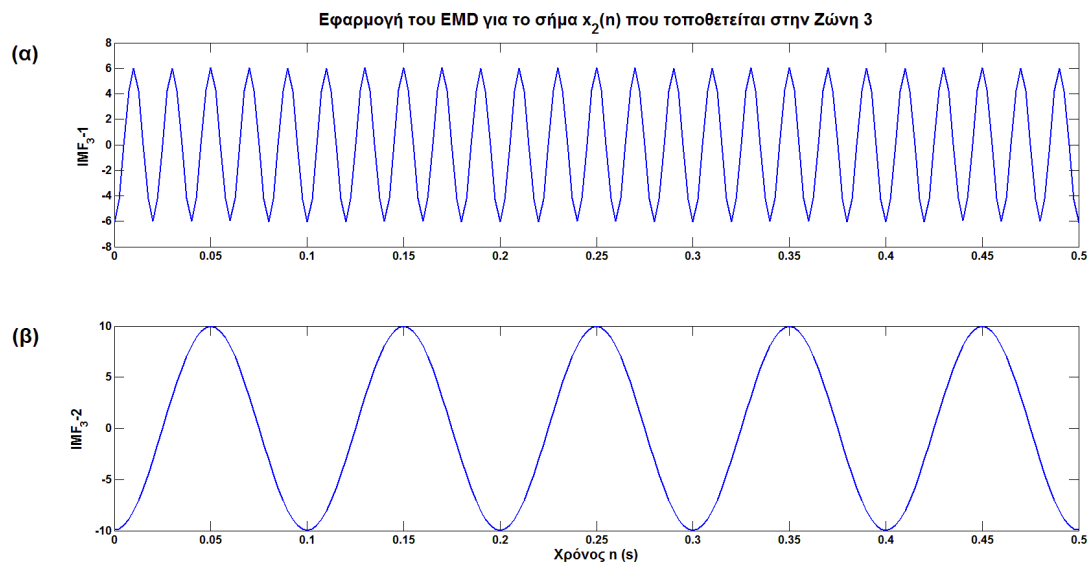
$$L_3(n) = 10 \cos\left(\frac{\pi}{20}n\right) \quad 3.54$$

$$H_3(n) = 6 \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) \quad 3.55$$

Το σήμα της σχέσης 3.53 και οι δύο συνιστώσες του $L_3(n)$ και $H_3(n)$ παρουσιάζονται στην εικόνα 3.12, ενώ τα αποτελέσματα της αποσύνθεσης με τον EMD στην εικόνα 3.13.



Εικόνα 3.12: Σήμα δύο αρμονικών που τοποθετείται στην ζώνη 3. (α) Το σήμα εισόδου, (β) η υψίσυχη συνιστώσα και (γ) η χαμηλόσυχη συνιστώσα. Ο δειγματοληψία στον χρόνο έγινε με βήμα $dt = 1/f_s$.



Εικόνα 3.13: Οι IMF για το σήμα $x_2(n)$. (α) Μετά από μία επανάληψη, η πρώτη IMF ταντίζεται ακριβώς υψίσυχη συνιστώσα. (β) Η δεύτερη IMF είναι το τελικό υπόλοιπο της μεθόδου και περιγράφει την χαμηλόσυχη συνιστώσα.

Οι αντίστοιχοι συντελεστές συσχέτισης είναι: $r_{IMF_{31}, H_3} = 1.00$ και $r_{IMF_{32}, L_3} = 1.00$. Σε αυτή την περίπτωση ο διαχωρισμός εντόπισε επακριβώς τις δύο συνιστώσες με μία και μόνο επανάληψη της διαδικασίας διαλογής.

Ο Feldman (2009) διακρίνει ακόμα ένα όριο που αφορά τις συχνότητες, κατά το οποίο, ο διαχωρισμός είναι αδύνατος ανεξαρτήτου της τιμής των πλατών. Στην εικόνα 3.7 περιγράφεται από την διακεκομμένη γραμμή και αντιστοιχεί στον λόγο συχνοτήτων $\omega_2/\omega_1 = 1.5$. Για συχνότητες που έχουν λόγο μικρότερο του 1.5, ο EMD δεν θα επιστρέψει καμία IMF. Το όριο αυτό προκύπτει από την εξίσωση 3.30 και το γεγονός ότι η $x_{extr}(t)$ ταλαντώνεται με γωνιακή συχνότητα $\omega_2 - \omega_1$ που ορίζεται κάθε φορά από την ταλάντωση των περιβαλλουσών. Στην περίπτωση που η εν λόγω συχνότητα είναι μικρότερη από τη Nyquist η οποία ορίζεται από την στιγμιαία συχνότητα $\omega(t)$:

$$\omega_2 - \omega_1 \leq 0.5\omega(t) \quad 3.56$$

η διαδικασία του φιλτραρίσματος που περιγράφηκε προηγουμένως, δεν είναι πλέον γραμμική. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι δεν θα υπάρχουν αποκλίσεις ανάμεσα στις περιβάλλοντες και τα ακρότατα του σήματος με αποτέλεσμα ο μέσος όρος να είναι πάντα μηδενικός και κατά αυτό τον τρόπο ο EMD δεν θα μπορεί να διαχωρίσει τις συνιστώσες. Έπειτα από αφαίρεση της μέσης στιγμιαίας συχνότητας (Εξίσωση 3.29), η οποία ισούται με ω_1 , από την 3.56 προκύπτει ότι:

$$\omega_2 \leq \frac{3}{2}\omega_1. \quad 3.57$$

Αυτή είναι η ελάχιστη τιμή της υψίσυχνης συχνότητας που μπορεί να διαχωρίσει ο EMD. Στο ίδιο όριο καταλήγουν, έπειτα από μία σειρά πειραμάτων, οι Rilling και Flandrin (2008).

3.6 Περίπτωση κυματιδίων¹³

Στο προηγούμενο εδάφιο, ο EMD εφαρμόστηκε σε ένα σήμα αποτελούμενο από αρμονικές, προκειμένου να περιγραφεί ο τρόπος λειτουργίας του. Έτσι εξηγήθηκε για ποιο λόγο η αποσύνθεση εξάγει πρώτα τις υψηλές συχνότητες από το σήμα. Επίσης εντοπίστηκαν τα όρια του διαχωρισμού τα οποία εξαρτώνται από τη σχέση μεταξύ

¹³ wavelets

των πλατών και την σχέση μεταξύ των συχνοτήτων , των δύο αρμονικών του σήματος.

Καθώς το σήμα του γεωραντάρ χαρακτηρίζεται από κυματίδια, η μέθοδος EMD εφαρμόζεται σε ένα σήμα αποτελούμενο από δύο κυματίδια διαφορετικών κεντρικών συχνοτήτων. Το σήμα κατασκευάστηκε στη MATLAB και χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση `ricker.m` (Sacchi, 2008), η οποία επιστρέφει ένα κυματίδιο Ricker το οποίο περιγράφεται από την ακόλουθη σχέση (Costain και Coruh, 2005):

$$y(t) = (1 - 2\pi^2 f_c^2 t^2) e^{-\pi^2 f_c^2 t^2} \quad 3.58$$

όπου f_c είναι η κεντρική συχνότητα σε Hz και t το διάνυσμα διακριτού χρόνου με δειγματοληψία κατά βήμα dt .

Η συνάρτηση `ricker.m` συντάσσεται ως εξής:

$$[w, tw] = \text{ricker}(f, dt)$$

τα ορίσματα εισόδου είναι η κεντρική συχνότητα f (Hz) και ο χρόνος δειγματοληψίας dt (s), ενώ επιστρέφει το κυματίδιο Ricker w και το διάνυσμα του χρόνου tw (s).

Έτσι επιλέγονται δύο κεντρικές συναρτήσεις, οι $f_{c1} = 200MHz$ και $f_{c2} = 900MHz$. Προκειμένου να μην παρουσιαστούν φαινόμενα αναδίπλωσης¹⁴ και επικάλυψης ο χρόνος δειγματοληψίας dt ορίζεται σύμφωνα με την μέγιστη κεντρική συχνότητα f_2 από την συχνότητα δειγματοληψίας f_s (Εξίσωση 3.20). Έτσι για $f_s = 4000MHz$, ο χρόνος δειγματοληψίας είναι: $dt = 1/f_s = 1/4000MHz = 0.25ns$. Τα δύο κυματίδια, $y_1(t_{w1})$ και $y_2(t_{w2})$, παρουσιάζονται στην εικόνα 3.14.

Εν συνεχεία, κατασκευάστηκαν δύο πίνακες v_1 και v_2 , διαστάσεων $1 \times N$ με μηδενικές τιμές, όπου στο v_2 τοποθετήθηκε η τιμή 1 ανά βήμα όσο η περίοδος του υψίσυχνου κυματιδίου, και στο v_1 το διπλάσιο της περιόδου του χαμηλόσυχνου κυματιδίου (δηλαδή, το μέγεθος της εξόδου tw της συνάρτησης `ricker.m` και προσδιορίστηκε με την συνάρτηση βιβλιοθήκης της MATLAB, `length`).

¹⁴ folding

Έπειτα έγινε συνέλιξη των κυματιδίων με τους αντίστοιχους πίνακες και το αποτέλεσμα είναι δύο σήματα $Y_1(t)$, $Y_2(t)$ κυματιδίων με $t = (1:N) \times dt$. Το άθροισμα των $Y_1(t)$ και $Y_2(t)$ είναι το σήμα εισόδου του EMD.

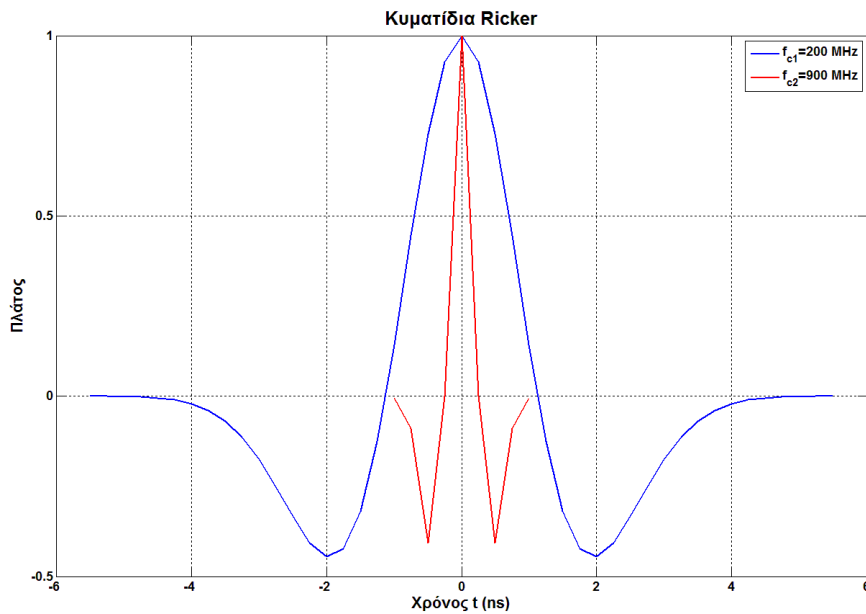
$$Y_1(t) = v_1 * y_1(t) \quad 3.59$$

$$Y_2(t) = v_2 * y_2(t) \quad 3.60$$

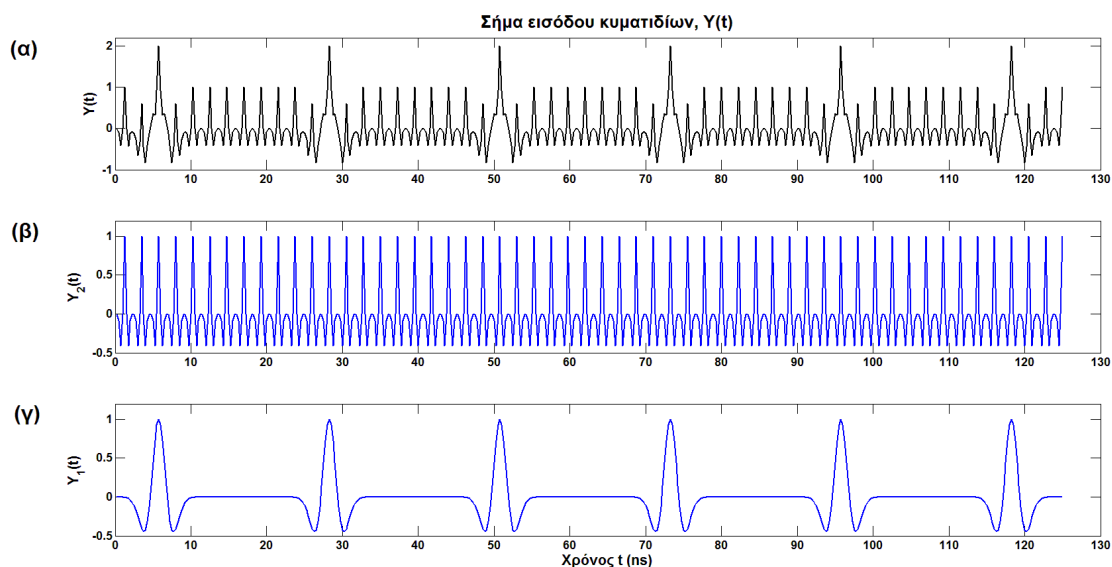
$$Y(t) = Y_1(t) + Y_2(t) \quad 3.61$$

Τα δύο κυματίδια και το άθροισμα τους παρουσιάζονται στην εικόνα 3.15, ενώ τα αποτελέσματα του EMD στην εικόνα 3.16.

Ο EMD επιστρέφει έξι IMF με την τελευταία (IMF-6) να είναι η τάση του σήματος. Οι επαναλήψεις της διαδικασίας διαλογής για την κάθε IMF, από την πρώτη έως την τελευταία είναι αντίστοιχα 4, 4, 16, 2, 1 και ο δείκτης ορθογωνιότητας (Εξίσωση 3.14), IO=0.37.



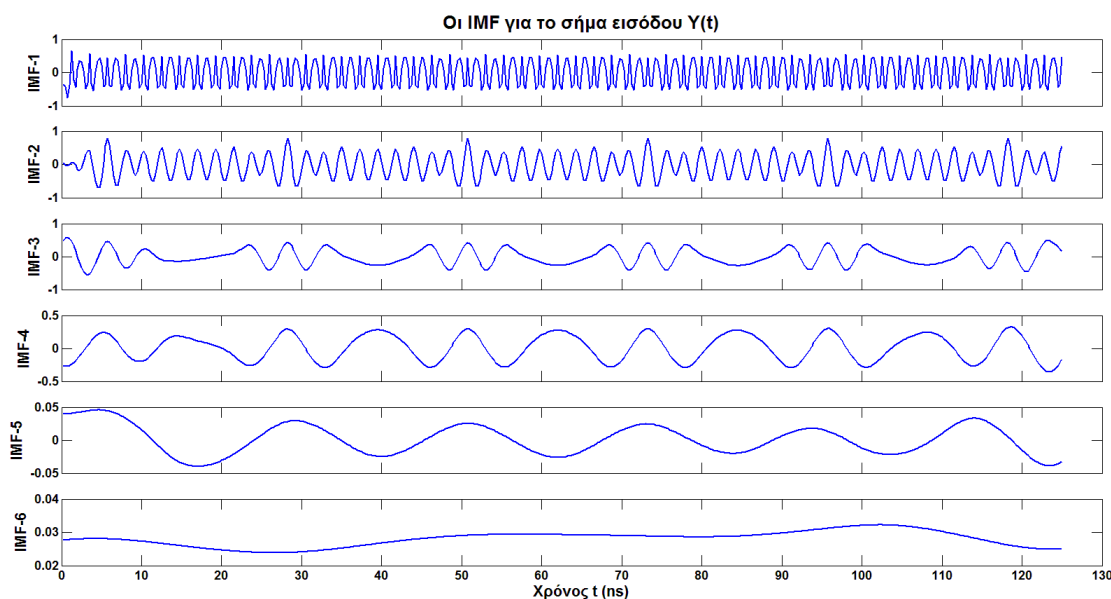
Εικόνα 3.14: Κυματίδια Ricker. Με την κόκκινη γραμμή περιγράφεται το υψίσυχνο κυματίδιο, $y_2(t)$, με κεντρική συχνότητα $f_{c2} = 900\text{MHz}$ ενώ με την μπλε γραμμή το χαμηλόσυχο κυματίδιο, $y_1(t)$, με κεντρική συχνότητα $f_{c1} = 200\text{MHz}$.



Εικόνα 3.15: Σήμα αποτελούμενο από κυματίδια. (α) Το σήμα εισόδου ως άθροισμα δύο κυματιδίων, (β) το υψίσυχνο κυματίδιο και (γ) το χαμηλόσυχνο κυματίδιο.

Στον πίνακα 3.1 έχει υπολογιστεί ο συντελεστής συσχέτισης (Εξίσωση 3.47) ανάμεσα στις δύο συνιστώσες του σήματος $Y_1(t)$, $Y_2(t)$ και των IMF. Παρατηρείται ότι η πρώτη IMF δεν περιέχει όλες τις συχνότητες της $Y_2(t)$ ($r=0.644$) όπως στην περίπτωση των δύο αρμονικών. Το άθροισμα των δύο πρώτων IMF είναι αυτό που συσχετίζεται καλύτερα με την υψηλότερη συχνότητα, με συντελεστή $r=0.958$. Το ίδιο συμβαίνει και με την χαμηλή συχνότητα, η οποία παρουσιάζει την καλύτερη συσχέτιση με το άθροισμα της τρίτης και τέταρτης IMF, $r=0.898$. Οι υπόλοιπες IMF επηρεάζουν ελάχιστα την συσχέτιση.

Επιπλέον παρουσιάζεται ακόμα μία αδυναμία της μεθόδου, που ονομάζεται *πρόβλημα ανάμειξης ρυθμών* (mode mixing problem) (Wu και Huang, 2009). Ορίζεται ως μία IMF που περιέχει σήματα ανόμοιων κλιμάκων (διαφορετικών συχνοτήτων) όπως συμβαίνει στην IMF-1 της εικόνας 3.15, ή ως ένα σήμα παρόμοιων κλιμάκων που τοποθετείται σε διαφορετικές IMF. Το τελευταίο φαινόμενο παρατηρείται ανάμεσα στην πρώτη και δεύτερη IMF της εικόνας 3.15.



Εικόνα 3.16: Οι IMF για το σήμα εισόδου $Y(t)$. Παρατηρείται ότι η υψηλή συχνότητα του κυματιδίου περιγράφεται από τις δύο πρώτες IMF, ενώ η χαμηλόσυχη από τις 3 και 4. Η IMF-6 είναι η τάση του σήματος εισόδου.

Πίνακας 3.1: Τιμές του συντελεστή συσχέτισης για τον προσδιορισμό των IMF που περιγράφουν καλύτερα το υψίσυγχο και το χαμηλόσυγχο κυματίδιο, $Y_2(t)$ και $Y_1(t)$ αντίστοιχα.

Συνδυασμοί IMF	$Y_2(t)$	Συνδυασμοί IMF	$Y_1(t)$
1	0.644	3	0.629
2	0.386	4	0.333
1+2	0.958	3+4	0.898
1+2+5	0.958	3+4+6	0.899

Σύμφωνα με τους Hu, Peng, και Hwang (2012), το πρόβλημα προκύπτει όταν κατά την αποσύνθεση με EMD ενός σήματος $s(t) = s_h(t) + s_l(t)$ (όπου $s_h(t)$ και $s_l(t)$ είναι τα υψίσυγχα και χαμηλόσυγχα στοιχεία αντίστοιχα) τα στοιχεία του $s_h(t)$ καλύπτονται από τα αντίστοιχα στοιχεία του $s_l(t)$. Αυτό συμβαίνει στις περιπτώσεις όπου τα πλάτη ταλάντωσης των στοιχείων του $s_l(t)$ υπερτερούν σημαντικά των αντίστοιχων πλατών του $s_h(t)$ (μία ακραία περίπτωση αυτή του αρμονικού σήματος της Εικόνας 3.8 καθώς υπάρχει επικάλυψη σε όλες τις θέσεις του αντίστοιχου $s_h(t)$ από το $s_l(t)$). Έτσι, κατά τη διαδικασία διαλογής θα εντοπιστούν τα μέγιστα του

$s_l(t)$ στις χρονικές θέσεις του $s_h(t)$ όπου υπάρχει επικάλυψη, όμως τα τοπικά ακρότατα του τελευταίου θα εντοπιστούν σε άλλα τμήματα του σήματος $s(t)$, όπου δεν υπάρχει αλληλοεπικάλυψη. Κατά αυτόν τον τρόπο δημιουργούνται ασυνέχειες στα ακρότατα του σήματος με αποτέλεσμα τον λανθασμένο εντοπισμό τους κατά τη διαδικασία διαλογής και την παρουσία διαφορετικών χρονικών κλιμάκων στις IMF που προέρχονται και από τις δύο συνιστώσες του σήματος $s(t)$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο: Επεκτάσεις της μεθόδου EMD και οι υλοποιήσεις τους

Ένα από τα σοβαρότερα προβλήματα της μεθόδου EMD είναι αυτό της ανάμειξης ρυθμών, το οποίο περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Προκειμένου να ξεπεραστεί αυτή η αδυναμία, εισάγεται μια παραλλαγή της μεθόδου EMD, η *Εμπειρική Μέθοδος Αποσύνθεσης Ρυθμών για υλοποιήσεις με διαφορετικό τυχαίο θόρυβο*, που θα αναφέρεται ως *EEMD (Ensemble Empirical Mode Decomposition)* (Wu και Huang 2009). Ο όρος "σύνολο" (Ensemble) περιγράφει ένα σύνολο καταστάσεων όπου κάθε κατάσταση αποτελείται από το σήμα συν λευκό θόρυβο πεπερασμένου πλάτους. Η μέση τιμή των καταστάσεων ορίζει την πραγματική IMF καθώς με αυτό τον τρόπο περιορίζεται σημαντικά το πρόβλημα της ανάμειξης των ρυθμών. Παρόλα αυτά, το σήμα δεν ανακατασκευάζεται πλήρως από την μέθοδο EEMD. Έτσι, η (Torres et al., 2011) προτείνει ένα νέο αλγόριθμο που εξακολουθεί να χρησιμοποιεί λευκό θόρυβο αλλά το σήμα ανακατασκευάζεται πλήρως. Η μεθοδολογία αυτή ονομάζεται *Ολοκληρωμένη Συνολικά Εμπειρική Αποσύνθεση Ρυθμών* και θα αναφέρεται ως *CEEMD* από την αγγλική ορολογία Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition. Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφονται οι αλγόριθμοι των δύο αυτών μεθοδολογιών καθώς και η υλοποίηση τους σε MATLAB. Οι δύο αυτές υλοποιήσεις εφαρμόζονται σε μία συνθετική τομή γεωραντάρ και γίνεται μία πρώτη αξιολόγηση της επίδοσης τους.

4.1 Εισαγωγή λευκού θορύβου

Η ιδέα της εισαγωγής λευκού θορύβου στην διαδικασία της μεθόδου EMD προήλθε από την μελέτη του Flandrin et al. (2004), στην οποία παρατηρήθηκε ότι ο EMD συμπεριφέρεται ως μία *δυαδική τράπεζα φίλτρων* (dyadic filter bank) όταν εφαρμόζεται σε λευκό θόρυβο. Μία δυαδική τράπεζα φίλτρων *απαρτίζεται* από ένα σύνολο ζωνοπερατών φίλτρων τα οποία έχουν σταθερή μορφή (band-pass shape) (π.χ. κανονική κατανομή). Το εύρος των συχνοτήτων που παρουσιάζουν τα εν λόγω φίλτρα μπορεί να είναι το μισό ή το διπλάσιο του συχνοτικού εύρους ενός φίλτρου, ενώ μπορεί να υπάρχει επικάλυψη μεταξύ τους. Για παράδειγμα μια απλή δυαδική τράπεζα φίλτρων μπορεί να περιέχει φίλτρα που καλύπτουν συχνοτικά παράθυρα όπως 50 έως 120 Hz, 100 έως 240 Hz, 200 έως 480 Hz κ.ο.κ. (Wu και Huang, 2009).

Καθώς η μέθοδος EMD εξαρτάται αποκλειστικά από την ύπαρξη ακρότατων παύει να λειτουργεί όταν στο σήμα απουσιάζει ένας αναγκαίος αριθμός ακρότατων. Ένα παράδειγμα είναι η συνάρτηση δέλτα του Dirac ή συνάρτηση δ για την οποία ισχύει:

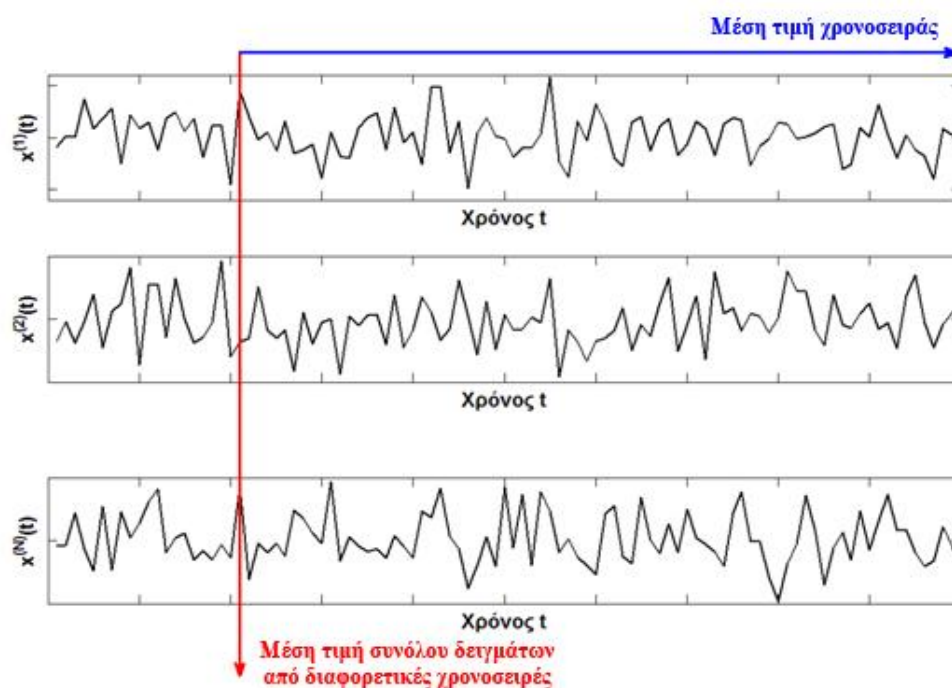
$$\delta(x) = \begin{cases} +\infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases} \quad 4.1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1 \quad 4.2$$

Δηλαδή παρουσιάζει ένα ακρότατο και καμία μηδενική τομή. Έτσι η μέθοδος EMD είναι αδύνατον να λειτουργήσει. Όμως, με την εισαγωγή λευκού θορύβου απειροελάχιστου πλάτους, διαφορετικών υλοποιήσεων οι Flandrin, Gonçalves, και Rilling (2005) κατάφεραν να αποσυνθέσουν την 4.1 σε έξι συνολικά IMF.

Στηριζόμενοι σε αυτή την μελέτη οι Wu και Huang (2009) χρησιμοποιούν την *συνολική μέση τιμή* (ensemble mean), δηλαδή τη μέση τιμή πανομοιότυπων συστημάτων για μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή, προκειμένου να εξαχθούν οι *πραγματικές* IMF, χωρίς το φαινόμενο της ανάμειξης των ρυθμών. Η διαφορά ανάμεσα στη συνολική μέση τιμή και την χρονική μέση τιμή για ένα σύνολο σημάτων λευκού θορύβου παρουσιάζεται στην εικόνα 4.1 (Torres et al., 2011).

Κατά αυτό τον τρόπο, προκύπτει η μέθοδος EEMD ο αλγόριθμος της οποίας περιγράφεται στο επόμενο εδάφιο.



Εικόνα 4.1: Η μέση τιμή χρονοσειράς και η μέση τιμή συνόλου δειγμάτων από διαφορετικές χρονοσειρές¹⁵ λευκού θορύβου με ίδια μέση τιμή και τυπική απόκλιση.

4.2 Εμπειρική Μέθοδος Αποσύνθεσης Ρυθμών για υολοιήσεις με διαφορετικό τυχαίο θόρυβο (EEMD)

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η μέθοδος EEMD αποτελεί μία προέκταση του EMD, υποβοηθούμενη από θόρυβο¹⁶, προκειμένου να ξεπεραστεί το πρόβλημα της ανάμειξης ρυθμών.

Οι διαφορετικές καταστάσεις θορύβου που εισάγονται απαρτίζονται από συνιστώσες οι οποίες αναπτύσσονται υπό διαφορετικές χρονικές κλίμακες και κατανέμονται σε ολόκληρο τον χώρο χρόνου-συχνότητας ομοιόμορφα. Όταν ένα σήμα προστεθεί σε αυτό το ομοιόμορφο υπόβαθρο λευκού θορύβου, τα μέρη του σήματος που εξελίσσονται υπό διαφορετικές χρονικές κλίμακες προβάλλονται αυτόματα σε κατάλληλες κλίμακες αναφοράς οι οποίες καθορίζονται από τον λευκό θόρυβο του υποβάθρου. Χρησιμοποιώντας την συνολική μέση τιμή του συστήματος που

¹⁵ Ensemble mean

¹⁶ Noise assisted method

απαρτίζεται από το σήμα εισόδου συν τις διαφορετικές καταστάσεις λευκού θορύβου, οι τελευταίες αλληλοεξουδετερώνονται καθώς δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ τους και αυτό που απομένει είναι το αρχικό σήμα (Wu και Huang 2009). Τα βήματα της προτεινόμενης μεθοδολογίας παρουσιάζονται στον αλγόριθμο 4.1 (Torres et al. 2011).

Αλγόριθμος 4.1: Βήματα ανάπτυξης της μεθοδολογίας για την μέθοδο EEMD (Wu και Huang 2009).

Βήμα 1ο : Δημιουργία της εισόδου $\mathbf{x}^i[n] = \mathbf{x}[n] + \mathbf{w}^i[n]$ όπου $\mathbf{x}[n]$ το υπό εξέταση σήμα και $\mathbf{w}^i[n]$ ($i = 1, \dots, I$) διαφορετικές υλοποιήσεις λευκού Γκαουσιανού θορύβου.

Βήμα 2ο: Για κάθε $\mathbf{x}^i[n]$ ($i = 1, \dots, I$) εφαρμόζεται ο EMD ώστε να εξαχθούν οι ρυθμοί $IMF_k^i[n]$, όπου $k = 1, \dots, K$ είναι ο αριθμός των IMF.

Βήμα 3ο: Εκχώρηση του $\overline{IMF_k}$ ως την k-οστή IMF του σήματος $\mathbf{x}[n]$, όπου προκύπτει από την μέση τιμή των αντίστοιχων IMF_k^i : $IMF_k[n] = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I IMF_k^i$.

Το πρώτο βήμα της μεθόδου είναι η προσθήκη $i = 1, \dots, I$ διαφορετικών υλοποιήσεων λευκού θορύβου $w^i[n]$, προερχόμενου από την κανονική κατανομή $N(\mu, \sigma^2)$:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad 4.3$$

όπου μ η μέση τιμή και σ^2 η τυπική απόκλιση.

Στη συνέχεια οι υλοποιήσεις του θορύβου προστίθενται στο υπό εξέταση σήμα $x[n]$ και δημιουργούνται κατά αυτό τον τρόπο i διαφορετικές καταστάσεις του αρχικού σήματος συν του λευκού θορύβου:

$$x^i[n] = x[n] + w^i[n] \quad 4.4$$

Στο δεύτερο βήμα του αλγορίθμου 4.1, εφαρμόζεται η μέθοδος EMD για κάθε $x^i[n]$ ακριβώς όπως περιγράφηκε στο κεφάλαιο 3. Μετά το πέρας της αποσύνθεσης, θα προκύψει ένας K αριθμός IMF για κάθε κατάσταση i . Στο τελευταίο βήμα του αλγορίθμου λαμβάνεται η συνολική μέση τιμή των IMF που προκύπτει από κάθε κατάσταση, δηλαδή:

$$IMF_k[n] = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I IMF_k^i \quad 4.5$$

και κατά αυτό τον τρόπο προκύπτουν οι τελικές IMF του σήματος ως $\overline{IMF_k}$.

Παρόλα αυτά προκύπτουν ορισμένα νέα προβλήματα, καθώς υπάρχουν περιπτώσεις που υπολείμματα του θορύβου παραμένουν στις τελικές IMF και κατά αυτό τον τρόπο δεν ακολουθούν τον αρχικό ορισμό τους, δηλαδή δεν μπορούν να χαρακτηριστούν ως IMF (Wu και Huang, 2009). Επιπλέον, δεν ισχύει η σχέση 3.10, δηλαδή το σήμα $x[n]$ δεν ανακατασκευάζεται πλήρως:

$$x[n] \neq \sum_{k=1}^k \overline{IMF_k} + r. \quad 4.6$$

Αυτές αποκλίσεις της σχέσης 4.6 επηρεάζονται από τον αριθμό των υλοποιήσεων του λευκού θορύβου καθώς και από το πλάτος του (Wu και Huang 2009):

$$\varepsilon_n = \frac{\varepsilon}{\sqrt{N}} \quad 4.7$$

όπου ε_n είναι η τυπική απόκλιση του θορύβου, ε το πλάτος του προστιθέμενου θορύβου και N ο αριθμός των καταστάσεων ενός συνόλου, που στην προκειμένη περίπτωση είναι ο αριθμός των διαφορετικών υλοποιήσεων λευκού θορύβου.

Για τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα, οι Wu και Huang (2009) προτείνουν η τιμή του πλάτους ε να είναι περίπου στο 0.02 της τυπικής απόκλισης των δεδομένων, εκτός αν στο σήμα εισόδου κυριαρχούν υψηλές ή χαμηλές συχνότητες όπου στην πρώτη περίπτωση προτείνουν μικρότερες τιμές, ενώ στην δεύτερη υψηλότερες. Επίσης προτείνουν ο αριθμός των υλοποιήσεων N να είναι της τάξης των μερικών εκατοντάδων.

4.3 Εμπειρική Μέθοδος Αποσύνθεσης Ρυθμών για πλήρες σύνολο υλοποιήσεων με διαφορετικό τυχαίο θόρυβο (CEEMD)

Με αφορμή την καλή απόδοση της μεθόδου EEMD αλλά και τους νέους περιορισμούς της, η Torres et al. (2011) προτείνει μία τροποποίηση της μεθόδου EEMD, η οποία ονομάστηκε *Εμπειρική Μέθοδος Αποσύνθεσης Ρυθμών για πλήρες σύνολο υλοποιήσεων με διαφορετικό τυχαίο θόρυβο* και από εδώ και έπειτα θα αναφέρεται ως CEEMD (Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition). Η μέθοδος CEEMD είναι επίσης υποβοηθούμενη από θόρυβο αλλά οι IMF που προκύπτουν ανακατασκευάζουν πλήρως το αρχικό σήμα. Η μεθοδολογία του CEEMD περιγράφεται από τον αλγόριθμο 4.2.

Αλγόριθμος 4.2: Βήματα ανάπτυξης της μεθοδολογίας για την μέθοδο CEEMD (Torres et al., 2011).

Βήμα 1ο : Αποσύνθεση με EMD I υλοποιήσεων του $x[n] + \varepsilon_0 w^i[n]$ για να ανακτηθούν οι πρώτες IMF και να υπολογιστεί η $\widehat{IMF}_1[n] = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I IMF_1^i[n] = \overline{IMF}_1[n]$

Βήμα 2ο: Υπολογίζεται το πρώτο υπόλοιπο $r_1[n] = x[n] - \widehat{IMF}_1[n]$ όσο $k=1$

Βήμα 3ο: Αποσύνθεση με EMD των υλοποιήσεων $r_1[n] + \varepsilon_1 E_1(w^i[n])$, $i = 1, \dots, I$ και ανάκτηση των πρώτων IMF για τον καθορισμό της δεύτερης IMF: $\widehat{IMF}_2[n] = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I E_1(r_1[n] + \varepsilon_1 E_1(w^i[n]))$

Βήμα 4ο: Για $k = 2, \dots, K$ υπολογίζεται το k -οστό υπόλοιπο: $r_k[n] = r_{(k-1)}[n] - \widehat{IMF}_k[n]$

Βήμα 5ο: Αποσύνθεση του αθροίσματος $r_k[n] + \varepsilon_k E_k(w^i[n])$, $i = 1, \dots, I$, για ανάκτηση της πρώτης IMF και ορισμός της $(k+1)$ -οστής IMF ως εξής: $\widehat{IMF}_{(k+1)}[n] = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I E_1(r_k[n] + \varepsilon_k E_k(w^i[n]))$

Βήμα 6ο: Επιστροφή στο Βήμα 4 για την επόμενη τιμή του k

Το πρώτο βήμα του αλγορίθμου είναι η προσθήκη διαφορετικών υλοποιήσεων λευκού θορύβου $w^i[n]$ στο σήμα εισόδου $x[n]$ με τυπική απόκλιση ε_0 και η πρώτη IMF εξάγεται με τον ίδιο τρόπο όπως στη μέθοδο EEMD. Στη συνέχεια υπολογίζεται το πρώτο υπόλοιπο αφαιρώντας την προκύπτουσα πρώτη IMF από το σήμα εισόδου. Στο επόμενο βήμα πραγματοποιείται αποσύνθεση του αθροίσματος:

$$r_1[n] + \varepsilon_1 E_1(w^i[n]), i = 1, \dots, I \quad 4.8$$

όπου $r_1[n]$ είναι το υπόλοιπο που υπολογίστηκε στο δεύτερο βήμα του αλγορίθμου, ε_1 είναι η τυπική απόκλιση του λευκού θορύβου ενώ ο τελεστής $E_j(\cdot)$ συμβολίζει την εφαρμογή της μεθόδου EMD για την ανάκτηση της j -οστής IMF. Για την περίπτωση της εξίσωσης 4.8, θα εφαρμοστεί EMD στις διαφορετικές υλοποιήσεις θορύβου και θα ανακτηθούν μόνο οι πρώτες IMF. Η δεύτερη IMF που εξάγεται, είναι η μέση χρονοσειρά των πρώτων IMF που προκύπτουν με την εφαρμογή του EMD στο αποτέλεσμα της σχέσης 4.8.

Μετά τον υπολογισμό της δεύτερης IMF υπολογίζεται το δεύτερο υπόλοιπο

$$r_2[n] = r_{(1)}[n] - \widetilde{IMF}_2[n] \quad 4.9$$

στο οποίο προστίθενται οι πρώτες IMF για διαφορετικές υλοποιήσεις θορύβου

$$r_2[n] + \varepsilon_2 E_2(w^i[n]), i = 1, \dots, I \quad 4.10$$

μόνο που σε αυτή την περίπτωση θα προστεθούν οι δεύτερες IMF που εξάγονται από την εφαρμογή EMD στις διαφορετικές υλοποιήσεις του λευκού θορύβου, και υπολογίζεται αντίστοιχα η $\widetilde{IMF}_3[n]$. Τα βήματα 4 και 5 επαναλαμβάνονται μέχρι το υπόλοιπο που υπολογίζεται, να έχει τουλάχιστον δύο ακρότατα. Το τελικό υπόλοιπο που προκύπτει ικανοποιεί την σχέση (Torres et al., 2011):

$$R[n] = x[n] - \sum_{k=1}^K \widetilde{IMF}_k \quad 4.11$$

όπου K είναι ο συνολικός αριθμός των IMF, ενώ το σήμα $x[n]$ εκφράζεται ως εξής :

$$x[n] = \sum_{k=1}^K \widetilde{IMF}_k + R[n]. \quad 4.12$$

Οι διαφορετικοί δείκτες στις τυπικές αποκλίσεις ε_k επιτρέπουν την επιλογή διαφορετικού λόγου σήματος προς θόρυβο¹⁷ σε κάθε στάδιο της αποσύνθεσης.

4.4 Υλοποίηση σε περιβάλλον MATLAB

Οι αλγόριθμοι 4.1 και 4.2 υλοποιήθηκαν σε περιβάλλον MATLAB. Και για τις δύο υλοποιήσεις, όσο αφορά την μέθοδο EMD χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση `emdc.m` (Rilling, 2007). Και οι δύο αλγόριθμοι στηρίζονται στις διατάξεις κελιών.

¹⁷ SNR

4.4.1 Υλοποίηση της μεθόδου EEMD

Η μέθοδος EEMD που περιγράφεται από τον αλγόριθμο 4.1 εκτελείται για ένα σήμα καλώντας τη συνάρτηση `eemdvect.m` (Παράρτημα A.3) η οποία συντάσσεται ως εξής:

$$[IMFeemd] = eemdvect(x, Nstd, NR).$$

Τα ορίσματα της συνάρτησης είναι:

- x , το σήμα εισόδου δηλαδή ένα διάνυσμα διαστάσεων $1 \times N$,
- $Nstd$, η τυπική απόκλιση του λευκού θορύβου που είναι αριθμός, και
- NR , ο αριθμός των υλοποιήσεων του λευκού θορύβου που είναι επίσης αριθμός.

Η συνάρτηση `eemdvect.m` επιστρέφει ένα πίνακα ($IMFeemd$) διαστάσεων $K \times N$ όπου K ο αριθμός των IMF. Δηλαδή κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε μία IMF. Τα βήματα του αλγόριθμου 4.1 εκτελούνται μέσα από πέντε επαναληπτικές διαδικασίες¹⁸.

Αρχικά, και πριν την πρώτη επαναληπτική διαδικασία, το σήμα εισόδου μετατρέπεται σε στήλη και εν συνεχεία εισάγεται στην πρώτη επαναληπτική διαδικασία για τον επιλεγμένο αριθμό NR το όρισμα της σχέσης 4.4. Εντός της επαναληπτικής διαδικασίας δημιουργούνται πρώτα οι διαφορετικές υλοποιήσεις του λευκού θορύβου και αποθηκεύονται σε ένα πίνακα (w) διαστάσεων $N \times NR$. Ο θόρυβος κατασκευάζεται καλώντας την συνάρτηση της MATLAB `randn.m`, η οποία επιλέγει ένα σύνολο τυχαίων αριθμών προερχόμενων από την κανονική κατανομή (Εξίσωση 4.3). Σε κάθε επανάληψη συμπληρώνεται μία στήλη του πίνακα θορύβου. Κατά τη διάρκεια της ίδια επανάληψης κατασκευάζεται ένας νέος πίνακας (X) όπου σε κάθε στήλη τοποθετείται το άθροισμα του σήματος εισόδου συν το γινόμενο της αντίστοιχης στήλης του πίνακα θορύβου με την επιλεγμένη τυπική απόκλιση. Σε αυτό το σημείο ολοκληρώνεται το πρώτο βήμα του αλγορίθμου 4.1.

Στη συνέχεια ξεκινά η δεύτερη επανάληψη όπου καλείται η συνάρτηση `emdc.m`, και εφαρμόζεται τόσες φορές όσο ορίζεται από το NR σε κάθε στήλη του πίνακα X . Οι

¹⁸ For loops

IMF που προκύπτουν από κάθε επανάληψη αποθηκεύονται σε μία *διάταξη κελιών*¹⁹(IMF). Οι διατάξεις κελιών είναι δομές MATLAB που απαρτίζονται από κελιά και σε κάθε κελί περιέχεται ένας πίνακας τιμών. Δημιουργούνται χρησιμοποιώντας των συμβολισμό $\{\cdot\}$ μέσα στην επαναληπτική διαδικασία. Η δεύτερη επαναληπτική διαδικασία εκτελεί το δεύτερο βήμα του αλγορίθμου 4.1.

Σε αυτό το σημείο, η διάταξη κελιών (IMF) έχει διαστάσεις $1 \times NR$ και σε κάθε κελί περιέχονται τα αποτελέσματα της αποσύνθεσης με EMD, δηλαδή οι IMF για την κάθε στήλη του πίνακα X . Ο πίνακας που εμπεριέχεται σε κάθε κελί, έχει διαστάσεις $K \times N$ όπου K είναι αριθμός των προκυπτόντων IMF για την κάθε υλοποίηση θορύβου. Καθώς η αποσύνθεση που πραγματοποιείται με EMD είναι προσαρμοστική, ο αριθμός των IMF σε κάθε επανάληψη διαφέρει, κατά ένα ή δύο. Αυτό δημιουργεί πρόβλημα, στο τελευταίο βήμα του αλγορίθμου 4.1, όπου χρησιμοποιείται ο μέσος όρος. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται με δύο τρόπους· είτε με τον περιορισμό του αριθμού των εξαγόμενων IMF, είτε με τη συμπλήρωση των IMF που λείπουν, δηλαδή τις γραμμές των αντίστοιχων κελιών της διάταξης με μηδενικά²⁰. Επιλέγεται ο δεύτερος τρόπος για να μην χαθεί η προσαρμοστικότητα της μεθόδου (Torres et al., 2011).

Έτσι κατασκευάζεται ένα διάνυσμα με μηδενικά διαστάσεων $1 \times N$ χρησιμοποιώντας την έμφυτη συνάρτηση της MATLAB, `zeros.m`, και ακολουθεί η τρίτη επαναληπτική διαδικασία που περιλαμβάνει μία δήλωση `if`, και εκτελείται τόσες φορές όσο και ο αριθμός των διαφορετικών υλοποιήσεων. Μέσα στην επαναληπτική διαδικασία εντοπίζεται ο μέγιστος αριθμός γραμμών του κάθε κελιού της διάταξης IMF. Έχοντας προσδιορίσει τον μέγιστο αριθμό των IMF, ξεκινά η τέταρτη διπλή επαναληπτική διαδικασία που περιλαμβάνει και μία δήλωση `if`. Εντός της επανάληψης, υπολογίζεται η διαφορά μεταξύ του μέγιστου αριθμού των IMF και του αριθμού του τρέχοντος κελιού. Αν η διαφορά δεν είναι μηδέν, στο τρέχον κελί συμπληρώνονται τόσες γραμμές με μηδενικά όση είναι και η διαφορά. Δηλαδή δημιουργούνται νέες γραμμές στο τέλος του τρέχοντος κελιού οι οποίες ορίζονται ίσες με το μηδενικό διάνυσμα.

¹⁹ cell array

²⁰ Zero-padding

Η πέμπτη και τελευταία επαναληπτική διαδικασία εισάγεται για λόγους ευκολίας στον υπολογισμό του μέσου όρου. Πρόκειται για μία διπλή επανάληψη στην οποία γίνεται ο διαχωρισμός των IMF όλης της διάταξης κελιών, βάση της σειράς εξαγωγής τους. Για τον σκοπό αυτό, δημιουργείται ένας πίνακας (IMF_{temp}) στον οποίο εισάγονται σε κάθε γραμμή όλες οι IMF του κάθε κελιού της διάταξης IMF. Ο πίνακας IMF_{temp} θα έχει διαστάσεις $NR \times (N \times K)$. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται η έμφυτη συνάρτηση της MATLAB, `mean.m`, με είσοδο τον πίνακα IMF_{temp} , και επιστρέφεται ένα διάνυσμα (`avgMode`) διαστάσεων $1 \times (N \times K)$ όπου έχει υπολογιστεί η μέση τιμή ανά κατάσταση, δηλαδή ως προς το σύνολο της ίδιας τάξης IMF. Το τελικό αποτέλεσμα (IMF_{eemd}) προκύπτει μετά την εφαρμογή της συνάρτησης `reshape.m` του MATLAB όπου το διάνυσμα μετατρέπεται σε πίνακα, του οποίου η κάθε γραμμή αντιστοιχεί στην συνολική μέση τιμή της κάθε IMF βάση της σειράς εξαγωγής.

4.4.2 Υλοποίηση της μεθόδου CEEMD

Η μέθοδος CEEMD που περιγράφεται από τον αλγόριθμο 4.2 εκτελείται για ένα σήμα καλώντας τη συνάρτηση `ceemdvect.m` (Παράρτημα A.4) η οποία συντάσσεται ως εξής:

$$[IMF, last_Res] = ceemdvect(x, Nstd, NR).$$

Τα ορίσματα της συνάρτησης είναι:

- x το σήμα προς ανάλυση δηλαδή ένα διάνυσμα διαστάσεων $1 \times N$,
- $Nstd$ η τυπική απόκλιση του λευκού θορύβου που μπορεί να είναι αριθμός, και
- NR ο αριθμός των υλοποιήσεων του λευκού θορύβου που είναι αριθμός.

Η συνάρτηση `ceemdvect.m` επιστρέφει ένα πίνακα όπου κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε μία IMF καθώς και το υπόλοιπο $R[n]$ της σχέσης 4.12, ένα διάνυσμα διαστάσεων $1 \times N$. Τα βήματα του αλγορίθμου 4.2 εκτελούνται μέσα από τέσσερις επαναληπτικές διαδικασίες.

Η πρώτη επαναληπτική διαδικασία είναι διπλή και περιλαμβάνει δύο δηλώσεις if. Εκτελείται τόσες φορές όσο ορίζει το NR, και κατά τη διάρκεια της δημιουργούνται οι διαφορετικές υλοποιήσεις του λευκού θορύβου καλώντας την συνάρτηση `randn.m`, οι οποίες αποθηκεύονται σε ένα πίνακα (`w`) κατά στήλες. Για κάθε στήλη του πίνακα `w` πραγματοποιείται αποσύνθεση με EMD καλώντας την συνάρτηση `emd.m` και οι προκύπτουσες IMF αποθηκεύονται στα κελιά της διάταξης `IMFwn` που έχει διαστάσεις $1 \times NR$, ενώ ο πίνακας του κάθε κελιού έχει διαστάσεις $K \times N$. Καθώς προκύπτει διαφορετικός αριθμός IMF, ακολουθεί συμπλήρωση των γραμμών που λείπουν με μηδενικά μέσα από τις δηλώσεις if, ακολουθώντας ακριβώς την ίδια διαδικασία που περιγράφηκε στην υλοποίηση της μεθόδου EEMD. Στη συνέχεια γίνεται ομαδοποίηση των IMF βάσει την σειρά εξαγωγής. Τα αποτελέσματα αποθηκεύονται σε μία νέα διάταξη `ModesWN` η οποία έχει διαστάσεις $1 \times K$, όπου K είναι ο μέγιστος αριθμός των IMF και το κάθε κελί της διάταξης είναι ένας πίνακας διαστάσεων $NR \times N$.

Εν συνεχεία μέσα στη δεύτερη επαναληπτική διαδικασία, που εκτελείται NR φορές, κατασκευάζεται το όρισμα του αθροίσματος σήματος και λευκού θορύβου πολλαπλασιάζοντας τον τελευταίο με την τιμή της τυπικής απόκλισης, όπως ορίζεται από την παράμετρο `Nstd`. Η παραπάνω διαδικασία εφαρμόζεται για κάθε στήλη του πίνακα που περιέχει τον λευκό θόρυβο και το αποτέλεσμα αποθηκεύεται σε ένα νέο πίνακα `Xin` διαστάσεων $NR \times N$. Μέσα στην ίδια επανάληψη εφαρμόζεται EMD για την εκάστοτε στήλη του πίνακα `Xin` αλλά αυτή την φορά η συνάρτηση του `emdc.m` τερματίζει μετά την εξαγωγή της πρώτης IMF, χρησιμοποιώντας την επιλογή `MAXMODES` με τιμή ίση με την μονάδα. Τα αποτελέσματα αποθηκεύονται σε ένα νέο πίνακα (`IMF1ceemd`) διαστάσεων $NR \times N$. Μετά την ολοκλήρωση της επαναληπτικής διαδικασίας, υπολογίζεται η πρώτη IMF της αποσύνθεσης από την μέση τιμή του πίνακα `IMF1ceemd` (συνάρτηση `mean.m`) και υπολογίζεται το υπόλοιπο $r_1[n]$ όπως περιγράφεται στο 2^ο βήμα του αλγορίθμου 4.2.

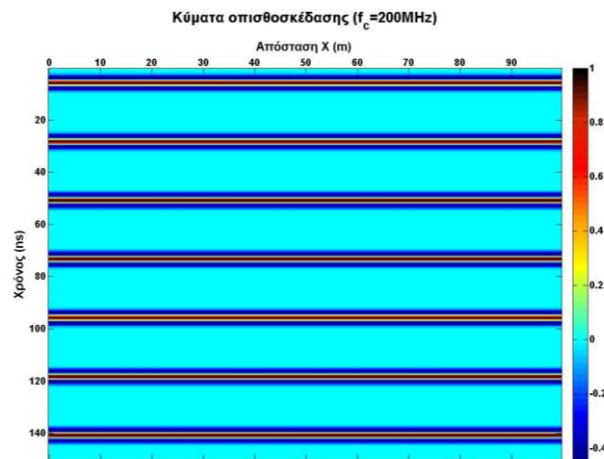
Στη συνέχεια εκτελείται το 3^ο βήμα του αλγορίθμου 4.2 διαμέσου της τρίτης διπλής επαναληπτικής διαδικασίας, όπου υπολογίζεται το νέο όρισμα εισόδου και χρησιμοποιούνται οι πρώτες IMF που προέκυψαν από την αποσύνθεση με EMD στον πίνακα που περιέχει τις διαφορετικές υλοποιήσεις του θορύβου. Από την συγκεκριμένη επανάληψη προκύπτει η δεύτερη IMF της αποσύνθεσης.

Τα βήματα 4-6 του αλγορίθμου 4.2, εκτελούνται από τέταρτη και τελευταία επαναληπτική διαδικασία στην οποία ελέγχεται ο αριθμός των τοπικών μέγιστων και ελάχιστων βάση του κριτηρίου τερματισμού, μέσω της συνάρτησης του MATLAB, `findpeaks.m`. Η εν λόγω συνάρτηση, εντοπίζει το τοπικά μέγιστα. Για τον εντοπισμό των τοπικών ελάχιστων εισάγεται το αντίστροφο του εκάστοτε υπολοίπου και υπολογίζεται το άθροισμα τους. Όσο το άθροισμα των ακρότατων του εκάστοτε υπολοίπου είναι μεγαλύτερο από δύο, υπολογίζονται οι IMF της αποσύνθεσης βάση των σχέσεων του αλγορίθμου 4.2 και αποθηκεύονται στον πίνακα IMF σύμφωνα με την σειρά εξαγωγής τους. Μετά το τέλος της διαδικασίας υπολογίζεται το υπόλοιπο με αφαίρεση του αθροίσματος των τελικών IMF από το σήμα εισόδου X.

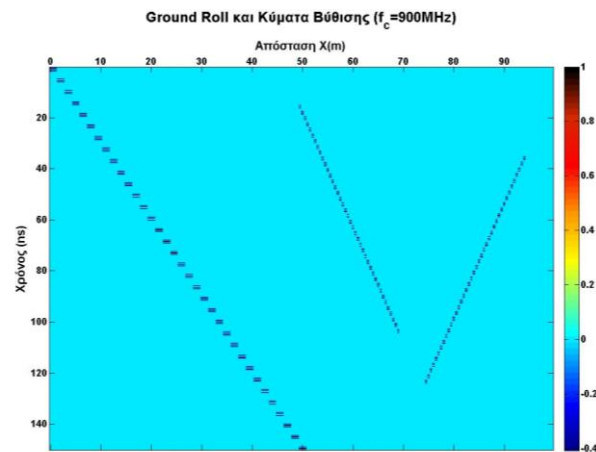
4.5 Συνθετικό Παράδειγμα

Οι μέθοδοι EMD, EEMD και CEEMD εφαρμόστηκαν στο παράδειγμα της εικόνας 4.4 που προσομοιάζει μία τομή γεωραντάρ, η οποία περιέχει διαφορετικές μορφές συναφούς θορύβου. Ο θόρυβος της εικόνας 4.2 αντιστοιχεί σε κύματα οπισθοσκέδασης²¹ με κεντρική συχνότητα 200MHz, ενώ ο συναφής θόρυβος της εικόνας 4.3 αποτελείται από τρία απευθείας κύματα βύθισης με κεντρική συχνότητα 900MHz. Τα χαρακτηριστικά αυτά, κατασκευάστηκαν με την συνάρτηση `ricker.m`, όπως αυτή περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 3. Οι παράμετροι που επιλέχθηκαν είναι συχνότητα δειγματοληψίας $F_s = 4000 \text{ MHz}$, διάστημα δειγματοληψίας $dt = 0.25 \text{ ns}$ ενώ η απόσταση X ορίστηκε με βήμα $dx = 0.5 \text{ m}$.

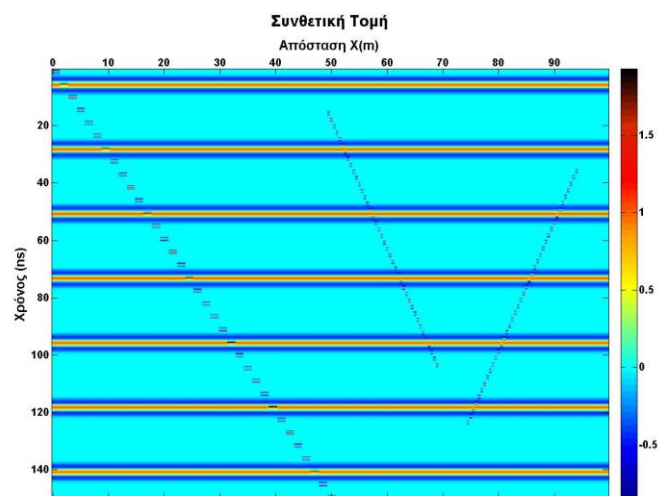
²¹ Backscattered waves



Εικόνα 4.2: Κύματα οπισθοσκέδασης. Τα κύματα αποτελούνται από κυματίδια Ricker με κεντρική συχνότητα δειγματοληψίας $f_c = 200\text{MHz}$, χρόνο δειγματοληψίας $dt = 0.25\text{ns}$ και βήμα στο χώρο $dx = 0.5\text{m}$.



Εικόνα 4.3: Συναφής θόρυβος: Περιλαμβάνει τρία απευθείας κύματα. Το πρώτο εκτείνεται από 0 έως 45m ενώ τα δύο κύματα βύθισης από 50m έως 100m. Και τα δύο χαρακτηριστικά αποτελούνται από κυματίδια Ricker με κεντρική συχνότητα δειγματοληψίας $f_c = 900\text{MHz}$, χρόνο δειγματοληψίας $dt = 0.25\text{ns}$ και βήμα στο χώρο $dx = 0.5\text{m}$.



Εικόνα 4.4: Συνθετική τομή. Η εικόνα αυτή προκύπτει από το άθροισμα των εικόνων 4.2 και 4.3.

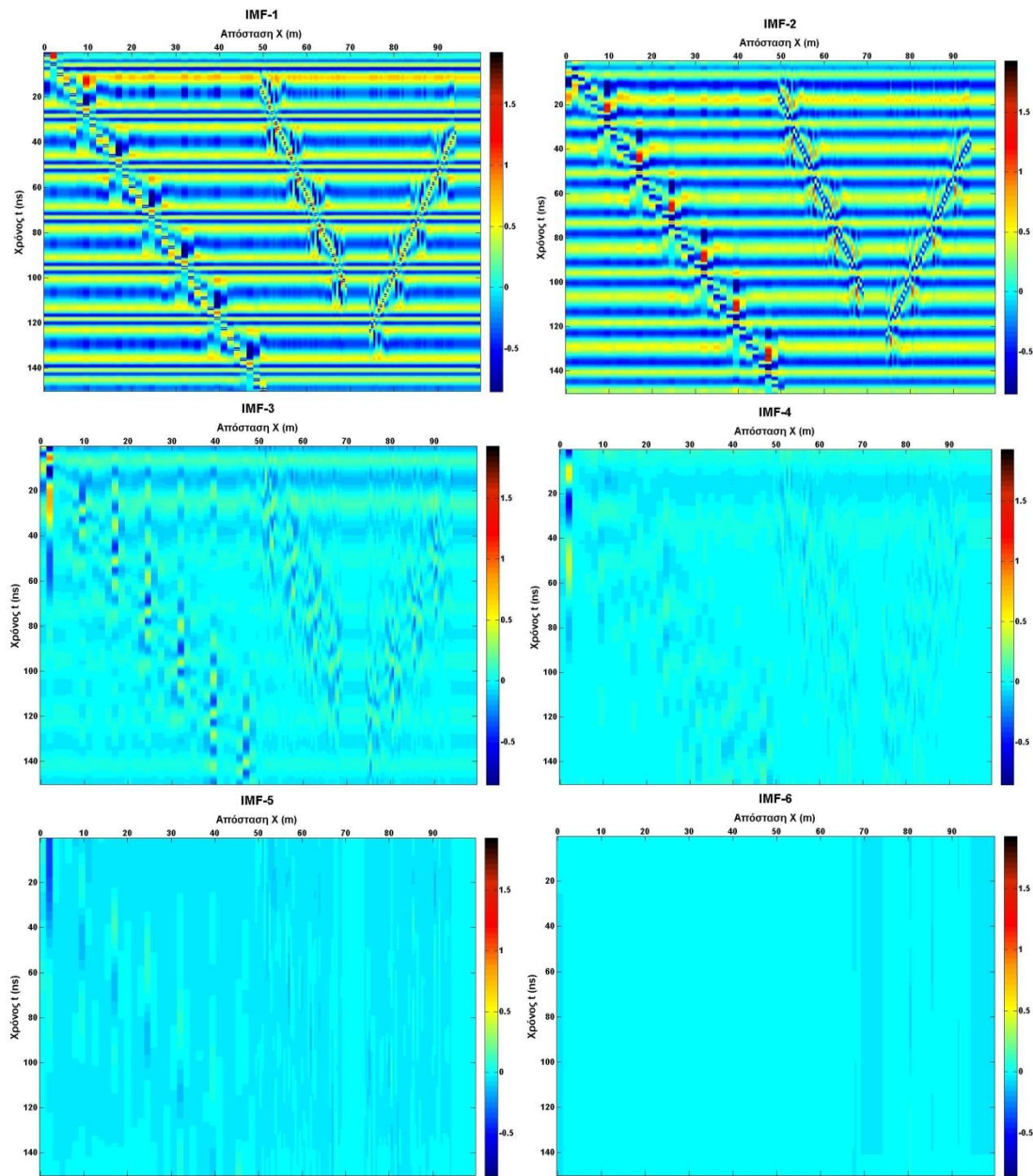
4.5.1 Εφαρμογή EMD

Η μέθοδος EMD εφαρμόστηκε στην εικόνα 4.4 καλώντας την συνάρτηση `emdc.m` (Rilling, 2007) μέσα από μία επαναληπτική διαδικασία. Η είσοδος της συνάρτησης είναι κάθε φορά μία στήλη της συνθετικής τομής, ενώ όλα τα υπόλοιπα ορίσματα της συνάρτησης έμειναν κενά, προκειμένου να χρησιμοποιηθούν οι προκαθορισμένες από τον δημιουργό παράμετροι. Τα αποτελέσματα της αποσύνθεσης αποθηκεύονται σε μία διάταξη κελιών `imf`. Η διάταξη αυτή, έχει διαστάσεις $1 \times M$ όπου M είναι το σύνολο των στηλών ή τα ίχνη που απαρτίζουν την συνθετική τομή. Καθώς και σε αυτή περίπτωση, ο αριθμός των τελικών IMF δεν είναι σταθερός, συμπληρώνονται με μηδενικά οι γραμμές που λείπουν. Για τον σκοπό αυτό, κατασκευάστηκε η βοηθητική συνάρτηση `padIMF.m` (Παράρτημα A.1.4) όπου δέχεται ως ορίσματα την συνθετική τομή (πίνακας) και την διάταξη κελιών που προκύπτει από την αποσύνθεση με EMD και επιστρέφει μία νέα διάταξη κελιών όπου ο αριθμός των IMF είναι σταθμισμένος ως προς τον μεγαλύτερο. Η διαδικασία που εκτελείται από την εν λόγω βοηθητική συνάρτηση είναι αυτή που περιγράφηκε στις υλοποιήσεις των μεθόδων EEMD και CEEMD.

Από την αποσύνθεση προέκυψαν έξι σύνολα IMF και παρουσιάζονται στην εικόνα 4.5. Όπως φαίνεται, η μέθοδος EMD δεν καταφέρνει να ξεχωρίσει τα υψίσυχνα κυματίδια από τα χαμηλόσυχνα. Παρόλα αυτά, η συνθετική τομή ανακατασκευάζεται πλήρως από το άθροισμα των έξι αυτών εικόνων με συντελεστή συσχέτισης $r = 1$ (Εξίσωση 3.47).

Για την απεικόνιση, χρησιμοποιήθηκε η έμφυτη εντολή του MATLAB, `imagesc.m` όπου εισάγεται κάθε φορά ο πίνακας που περιέχεται σε ένα κελί της διάταξης των IMF, ενώ η χρωματική κλίμακα είναι κοινή για καλύτερη σύγκριση.

Ο χρόνος περαίωσης της μεθόδου σε υπολογιστή με μνήμη 2.00GB και επεξεργαστή Pentium(R) Dual-Core E6500 στα 2.93GHz είναι ~ 10.276 s. Σε αυτόν τον χρόνο η μέθοδος εκτελέστηκε 200.



Εικόνα 4.6: Τα αποτελέσματα της μεθόδου EMD στην συνθετική τομή. Ο διαχωρισμός των υψίσυχνων και χαμηλόσυχνων χαρακτηριστικών δεν είναι ικανοποιητικός.

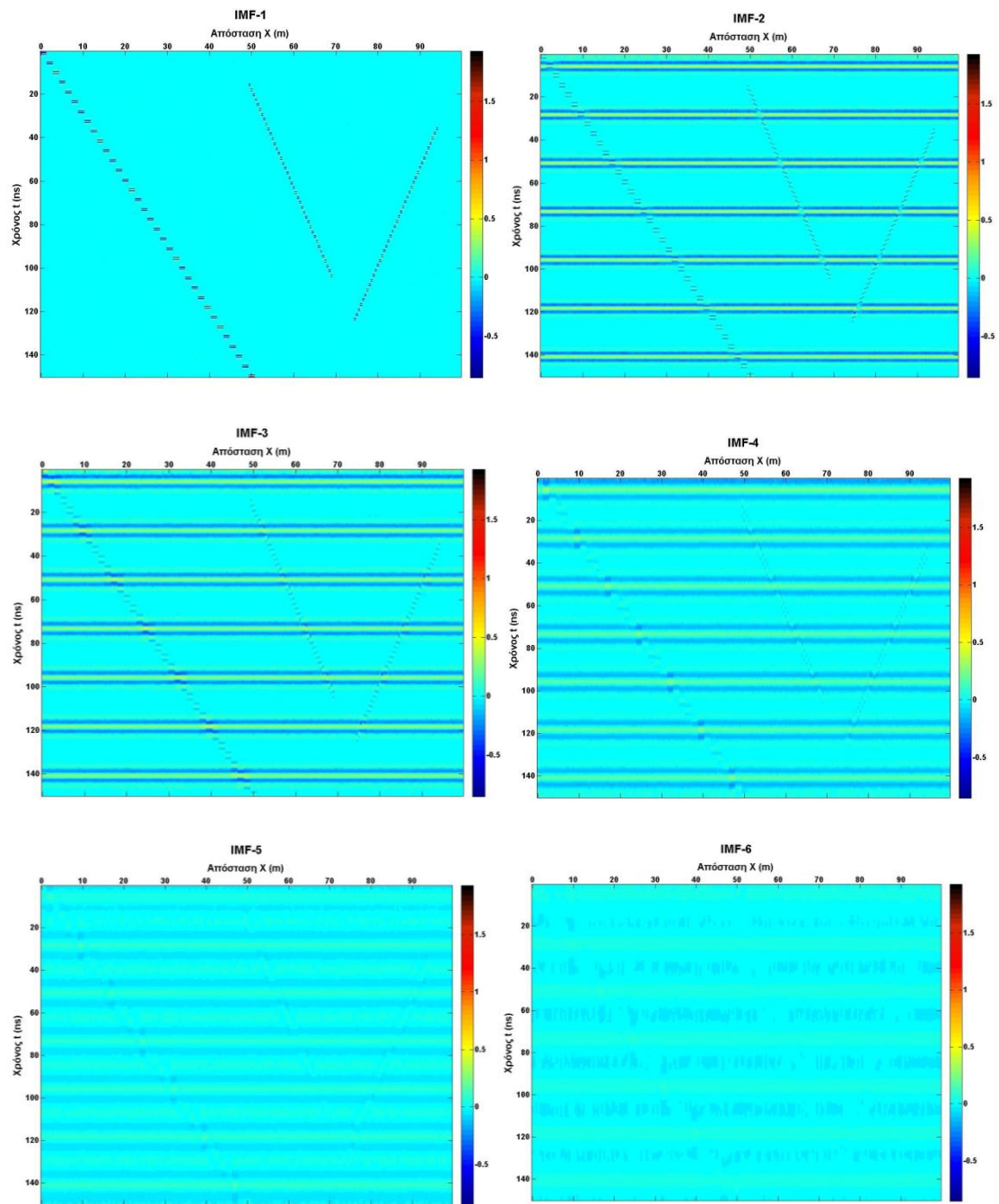
4.5.2 Εφαρμογή EEMD

Η μέθοδος EEMD εφαρμόστηκε στην εικόνα 4.4 καλώντας την συνάρτηση `eemdvect.m` μέσα από μία επαναληπτική διαδικασία (for) όπου η είσοδος είναι κάθε φορά μία στήλη της συνθετικής τομής. Επιπλέον προστέθηκε λευκός θόρυβος με τυπική απόκλιση 0.1 και ο αριθμός των υλοποιήσεων του θορύβου ορίστηκε στις 100 (Han και van der Baan, 2013).

Ομοίως με την περίπτωση εφαρμογής της μεθόδου EMD, οι προκύπτουσες IMF για κάθε στήλη αποθηκεύονται σε μία διάταξη κελιών. Καθώς ο αριθμός των IMF δεν είναι σταθερός για κάθε στήλη, εφαρμόζεται η βοηθητική συνάρτηση `padIMF.m`. Τα αποτελέσματα αποθηκεύονται σε μία νέα διάταξη κελιών και κάθε κελί που αντιπροσωπεύει τις IMF βάσει την σειρά εξαγωγής προβάλλεται ως εικόνα. Από την αποσύνθεση με EEMD, προκύπτουν συνολικά 11 IMF. Στην εικόνα 4.7 παρουσιάζονται τα σύνολα των IMF-1 έως IMF-6. Τα σύνολα των IMF-7 έως IMF-11 που προκύπτουν δεν παρουσιάζουν ενδιαφέρον και παρατίθενται στο παράρτημα B1.

Ο χρόνος περαίωσης της μεθόδου σε υπολογιστή με μνήμη 2.00GB και επεξεργαστή Pentium(R) Dual-Core E6500 στα 2.93GHz είναι ~2363 s. Σε αυτόν τον χρόνο η μέθοδος εκτελέστηκε 200 φορές ενώ η συνάρτηση βάσης του EMD εκτελέστηκε 20000 με χρόνο περαίωσης ~2353 s.

Η αποσύνθεση είναι σαφώς καλύτερη συγκριτικά με την μέθοδο EMD, καθώς το σύνολο των πρώτων IMF περιγράφει αρκετά καλά τα υψίσυχνα χαρακτηριστικά με συντελεστή συσχέτισης $r = 0.765$ (Εξίσωση 3.47). Όπως φαίνεται στην εικόνα 4.7, πλάτη των υψίσυχνων χαρακτηριστικών εξακολουθούν να παρουσιάζονται στις IMF-2 και IMF-3 αλλά είναι περισσότερο εξασθενημένα. Όσο αφορά τα χαμηλόσυχνα χαρακτηριστικά, περιγράφονται καλύτερα από το σύνολο των IMF-3 με συντελεστή συσχέτισης $r = 0.902$ ενώ η διαφορά ανάμεσα στην αρχική εικόνα και το σύνολο των IMF-1 δίνει την υψηλότερη συσχέτιση, $r = 0.993$. Σε αντίθεση όμως, με την μέθοδο EMD, η εικόνα εισόδου δεν ανακατασκευάζεται πλήρως από το άθροισμα των IMF και παρουσιάζει συντελεστή συσχέτισης $r = 0.980$



Εικόνα 4.7: Αποτελέσματα της μεθόδου EEMD για το συνθετικό παράδειγμα.

4.5.2 Εφαρμογή CEEMD

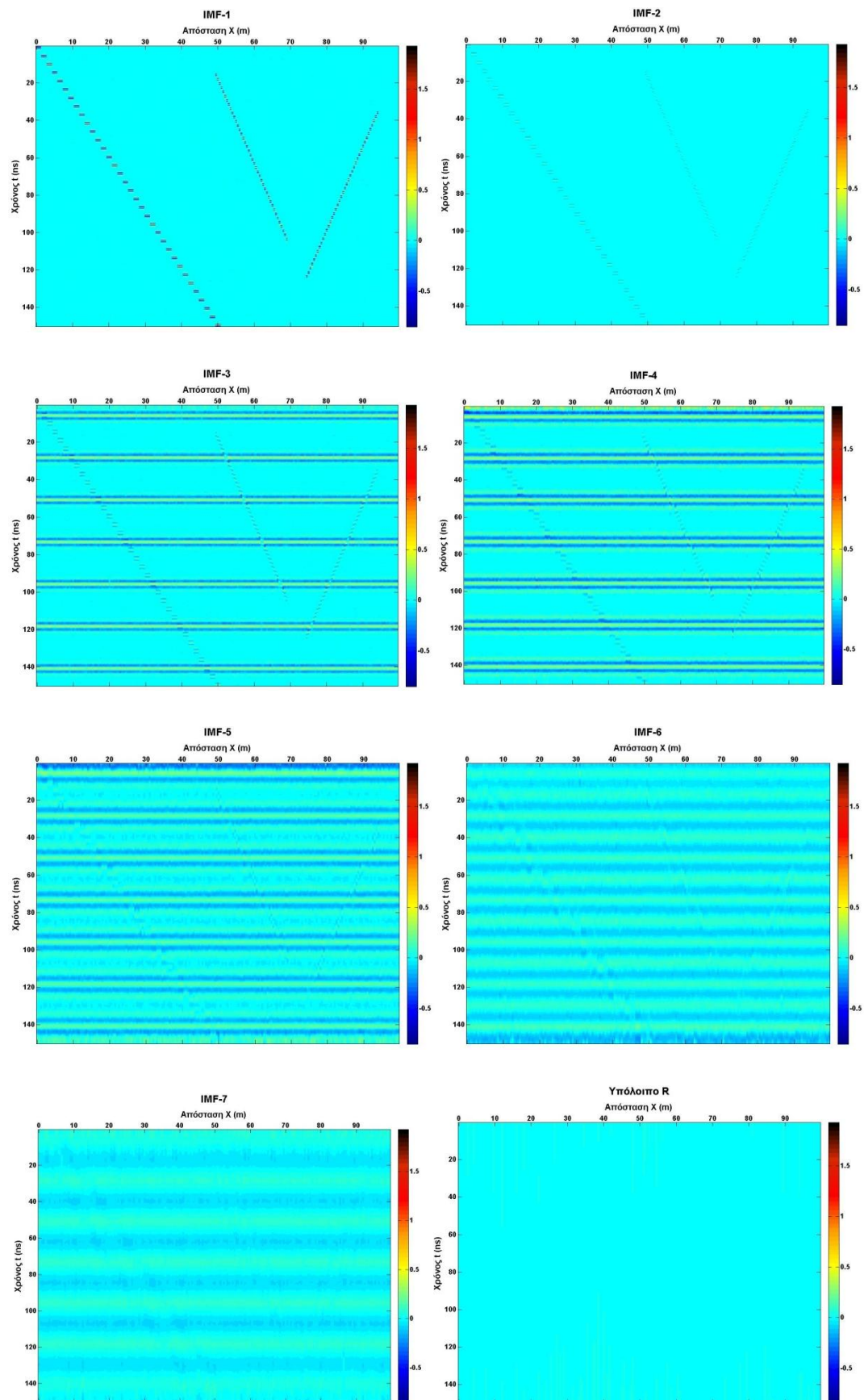
Η μέθοδος CEEMD εφαρμόστηκε επίσης, στην εικόνα 4.4 καλώντας την συνάρτηση `ceemdvect.m` μέσα από μία επαναληπτική διαδικασία (for) όπου η είσοδος είναι κάθε φορά μία στήλη της συνθετικής τομής. Η τυπική απόκλιση και ο αριθμός των υλοποιήσεων είναι ίδιος με την περίπτωση της μεθόδου EEMD, δηλαδή 0.1 και 100 αντίστοιχα, για λόγους σύγκρισης.

Από την αποσύνθεση με CEEMD, προκύπτουν συνολικά 11 IMF και το υπόλοιπο R. Στην εικόνα 4.8 παρουσιάζονται τα σύνολα των IMF-1 έως IMF-7 καθώς και το υπόλοιπο R. Τα σύνολα των IMF-8 έως IMF-11 που προκύπτουν δεν παρουσιάζουν ενδιαφέρον και παρατίθενται στο παράρτημα B1.2.

Ο χρόνος περαίωσης της μεθόδου σε υπολογιστή με μνήμη 2.00GB και επεξεργαστή Pentium(R) Dual-Core E6500 στα 2.93GHz είναι ~4570 s. Σε αυτόν τον χρόνο η μέθοδος εκτελέστηκε 200 φορές ενώ η συνάρτηση βάσης του EMD εκτελέστηκε 206600 με χρόνο περαίωσης ~4458 s.

Η αποσύνθεση με την μέθοδο CEEMD είναι καλύτερη από την μέθοδο EEMD, καθώς σε αντίθεση με την τελευταία, περιγράφονται καλύτερα τα υψίσυχνα χαρακτηριστικά του συνθετικού παραδείγματος. Το σύνολο των πρώτων IMF παρουσιάζει παρόμοια συσχέτιση με την αντίστοιχη της μεθόδου EEMD, $r = 0.766$, όμως η μεγάλη διαφορά έγκειται στο σύνολο των δευτέρων IMF, που παρουσιάζουν συσχέτιση $r = 0.680$. Το άθροισμα των δύο αυτών συνόλων δίνει συσχέτιση $r = 0.844$.

Όσο αφορά τα χαμηλόσυχνα χαρακτηριστικά, η μέθοδος CEEMD συμπεριφέρεται παρόμοια με την μέθοδο EEMD. Συγκεκριμένα, παρουσιάζεται συσχέτιση με το σύνολο των IMF-3, $r = 0.799$, με το σύνολο των IMF-4, $r = 0.829$, ενώ η διαφορά ανάμεσα στην αρχική εικόνα και το άθροισμα των IMF-1 και IMF-2 δίνει την υψηλότερη συσχέτιση, $r = 0.995$. Το άθροισμα των προκύπτοντων IMF με το υπόλοιπο, ανακατασκευάζει πλήρως την αρχική εικόνα με συντελεστή συσχέτισης $r = 1$.



Εικόνα 4.8: Αποτελέσματα της μεθόδου CEEMD στο συνθετικό παράδειγμα.

Οι χρόνοι περαίωσης των τριών μεθόδων για την συνθετική τομή, συγκεντρώνονται στον πίνακα 4.1

Πίνακας 4.1: Χρόνοι περαίωσης και αριθμός εκτέλεσης των μεθόδων για την συνθετική τομή σε υπολογιστή με μνήμη 2.00GB και επεξεργαστή Pentium(R) Dual-Core E6500 στα 2.93GHz.

Μέθοδος	Χρόνος Περαίωσης	Φορές εκτέλεσης
EMD	~10 s	200
EEMD	~2363 s	200
EMD	~2353 s	20000
CEEMD	~4570 s	200
EMD	~4458 s	206600

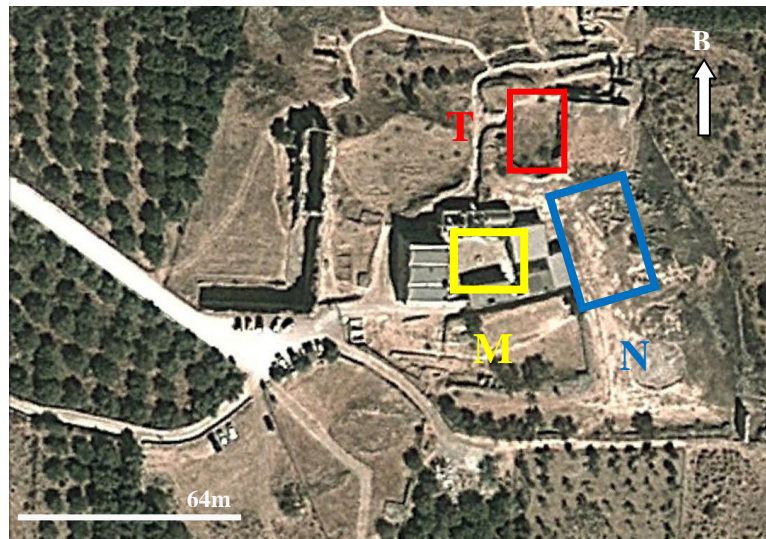
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5ο: Εφαρμογή σε δεδομένα γεωραντάρ

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή των μεθόδων EMD, EEMD και CEEMD σε δεδομένα γεωραντάρ, τα οποία προέρχονται από διασκοπήσεις σε αρχαιολογικούς χώρους. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκαν τέσσερις γραμμές διασκόπησης από τον αρχαιολογικό χώρο της Απτέρας, ενώ οι υπόλοιπες προέρχονται από την Νεμέα και την Νικόπολη. Επίσης πραγματοποιείται σύγκριση των τριών μεθοδολογιών. Για όλες τις τομές και πρωτού εφαρμοστούν οι μεθοδολογίες του EMD, εφαρμόστηκε διόρθωση DEWOW, ενίσχυση SEC και αφαίρεση σημάτων υποβαθρού όπως αυτά περιγράφηκαν στο Κεφάλαιο 2.

5.1 Αρχαία Απτέρα

Η αρχαία πόλη-κράτος Απτέρα, ιδρύθηκε τον 8ο αιώνα π.Χ και τοποθετείται στην ευρύτερη περιοχή του δήμου Σούδας στα Χανιά. Οι γραμμές διασκόπησης που επιλέχθηκαν προέρχονται από τους κανάβους εντός του αρχαιολογικού χώρου και παρουσιάζονται στην δορυφορική εικόνα 5.1. Οι διασκοπήσεις πραγματοποιήθηκαν με το γεωραντάρ Pulse Ekk0 1000, με συχνότητα εκπομπής στα 450 MHz, βήμα διασκόπησης ανά 0.05 m και διάστημα δειγματοληψίας ανά 0.1 ns (Μανατάκη, 2011, Spanoudakis et al., 2011).

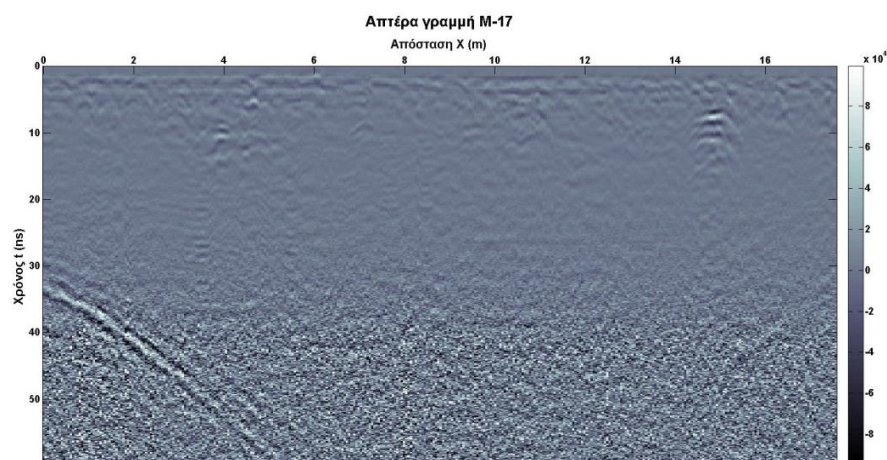
Από τον κανάβο Μ, εντός του Μοναστηριού, επιλέχθηκε η γραμμή Μ17, από τον κανάβο Ν, νότια του Μοναστηριού, επιλέχθηκαν οι γραμμές Ν14 και Ν19, και τέλος από τον κανάβο Τ, που βρίσκεται βόρεια του Μοναστηριού, επιλέχθηκε η γραμμή Τ5. Οι τέσσερις γραμμές διασκόπησης και τα αποτελέσματα των μεθόδων EMD, EEMD και CEEMD παρουσιάζονται στα εδάφια που ακολουθούν.



Εικόνα 5.1: Δορυφορική εικόνα από το Google Earth του αρχαιολογικού χώρου της Απτέρας. Οι περιοχές διασκόπησης έχουν σημειωθεί με πλαίσια.

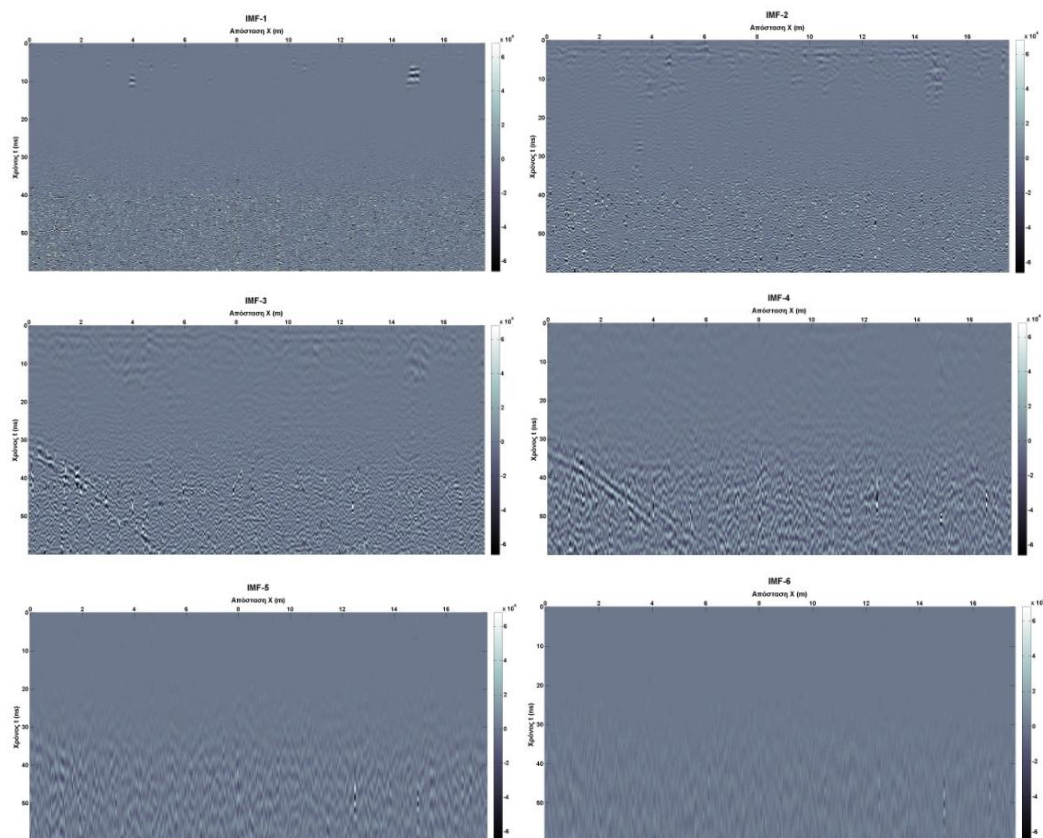
5.1.1 Γραμμή διασκόπησης M17

Η γραμμή διασκόπησης M17 παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.1. Στόχος της επεξεργασίας είναι η αφαίρεση της ανάκλασης που εκτείνεται από την αρχή της γραμμής έως τα 5m περίπου και σε χρόνο καταγραφής από ~33ns έως ~55ns. Η συγκεκριμένη ανάκλαση προέκυψε από μεταλλικό αντικείμενο στην επιφάνεια, και αντιμετωπίζεται ως θόρυβος (συναφής).



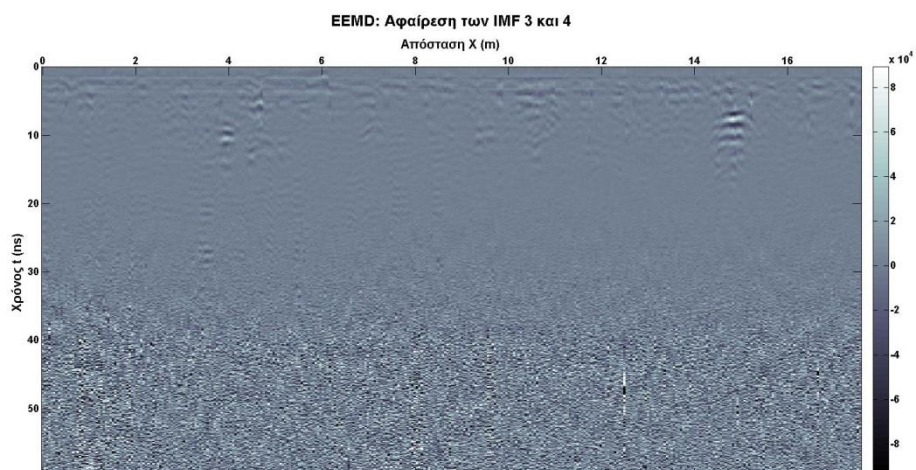
Εικόνα 5.2: Γραμμή διασκόπησης από τον κάναβο M, εντός του Μοναστηριού στον αρχαιολογικό χώρο της Απτέρας.

Από την εφαρμογή της μεθόδου EMD προέκυψαν 10 IMF, από την EEMD 12 ενώ από την CEEMD 10. Τα αποτελέσματα των τριών μεθόδων έχουν μικρές διαφορές μεταξύ τους. Η καλύτερη αποσύνθεση έγινε με τον EEMD. Στην εικόνα 5.3 παρουσιάζονται οι έξι πρώτες IMF που παρουσιάζουν το μεγαλύτερο ενδιαφέρον. Οι υπόλοιπες IMF, συμπεριλαμβανομένων των μεθόδων EEMD και CEEMD έχουν τοποθετηθεί στο παράρτημα B2.1



Εικόνα 5.3: Οι προκύπτουσες IMF έπειτα από εφαρμογή της EEMD στην γραμμή διασκόπησης M17

Η ανάκλαση προς αφαίρεση παρουσιάζεται στην τρίτη και τέταρτη IMF και στις τρεις μεθόδους. Για τις EEMD και CEEMD παρουσιάζεται πληροφορία και στην πέμπτη IMF. Στην εικόνα 5.4 έχει αφαιρεθεί από την τομή εισόδου το άθροισμα των IMF-3 και IMF-4. Ο συναφής θόρυβος έχει απομακρυνθεί.



Εικόνα 5.4: Απομάκρυνση του συναφούς θορύβου με αφαίρεση των IMF-3 και IMF-4 της μεθόδου EEMD.

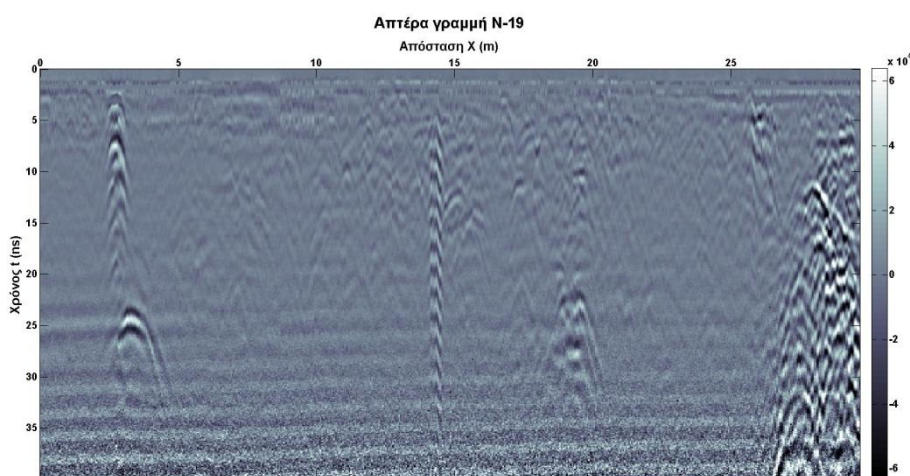
Οι χρόνοι εκτέλεσης των τριών μεθοδολογιών συγκεντρώνονται στον πίνακα 5.1. Σε παρόμοια επίπεδα κυμαίνονται και οι χρόνοι περαίωσης της εφαρμογής των μεθοδολογιών για τις υπόλοιπες τομές που θα παρουσιαστούν παρακάτω.

Πίνακας 5.1: Χρόνοι περαίωσης και αριθμός εκτέλεσης των μεθόδων για την τομή M17 σε υπολογιστή με μνήμη 8.00GB και επεξεργαστή Intel(R) Core(TM) i5-2500 στα 3.3GHz.

Μέθοδος	Χρόνος Περαίωσης	Φορές εκτέλεσης
EMD	~37 s	348
EEMD	~3393 s	348
EMD	~2385 s	34800
CEEMD	~4851 s	348
EMD	~4795 s	324800

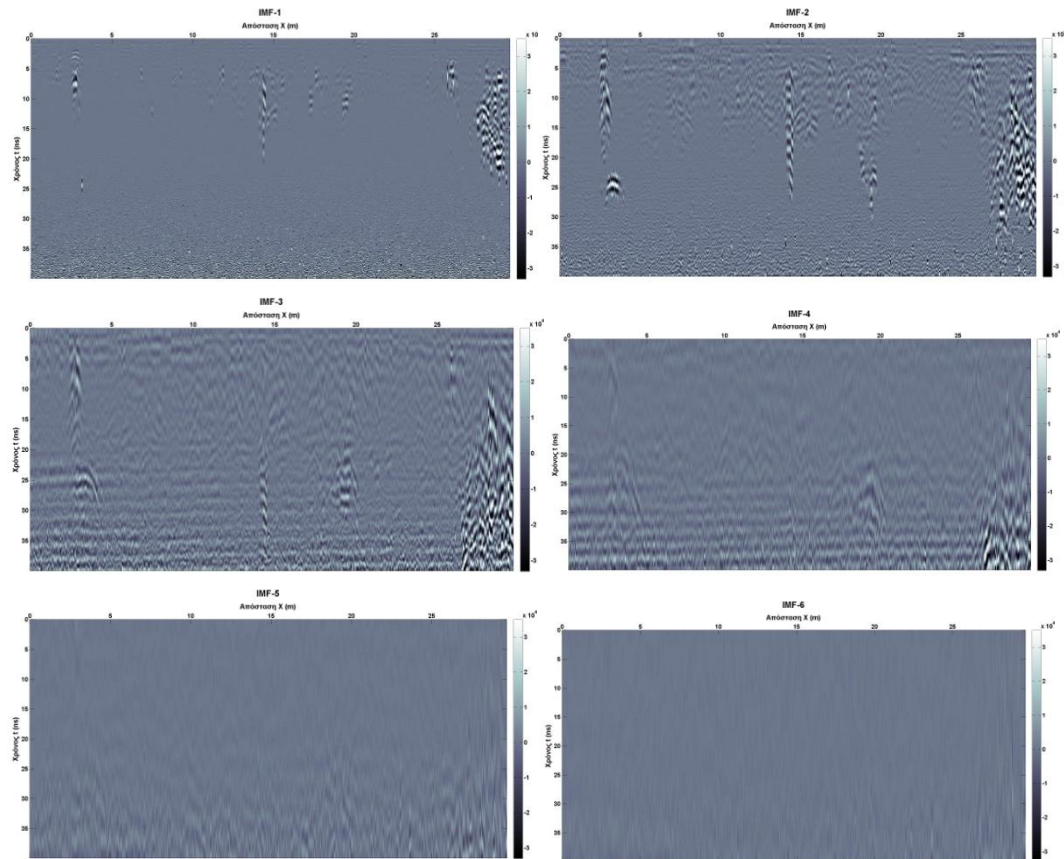
5.1.2 Γραμμή διασκόπησης N19

Η γραμμή διασκόπησης N19 παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.5. Σε αυτή την περίπτωση στοχεύεται η αφαίρεση ενός διαφορετικού τύπου συναφούς θορύβου. Παρουσιάζονται με την μορφή οριζόντιων λωρίδων, σε όλο το μήκος της τομής μετά τα 20ns.



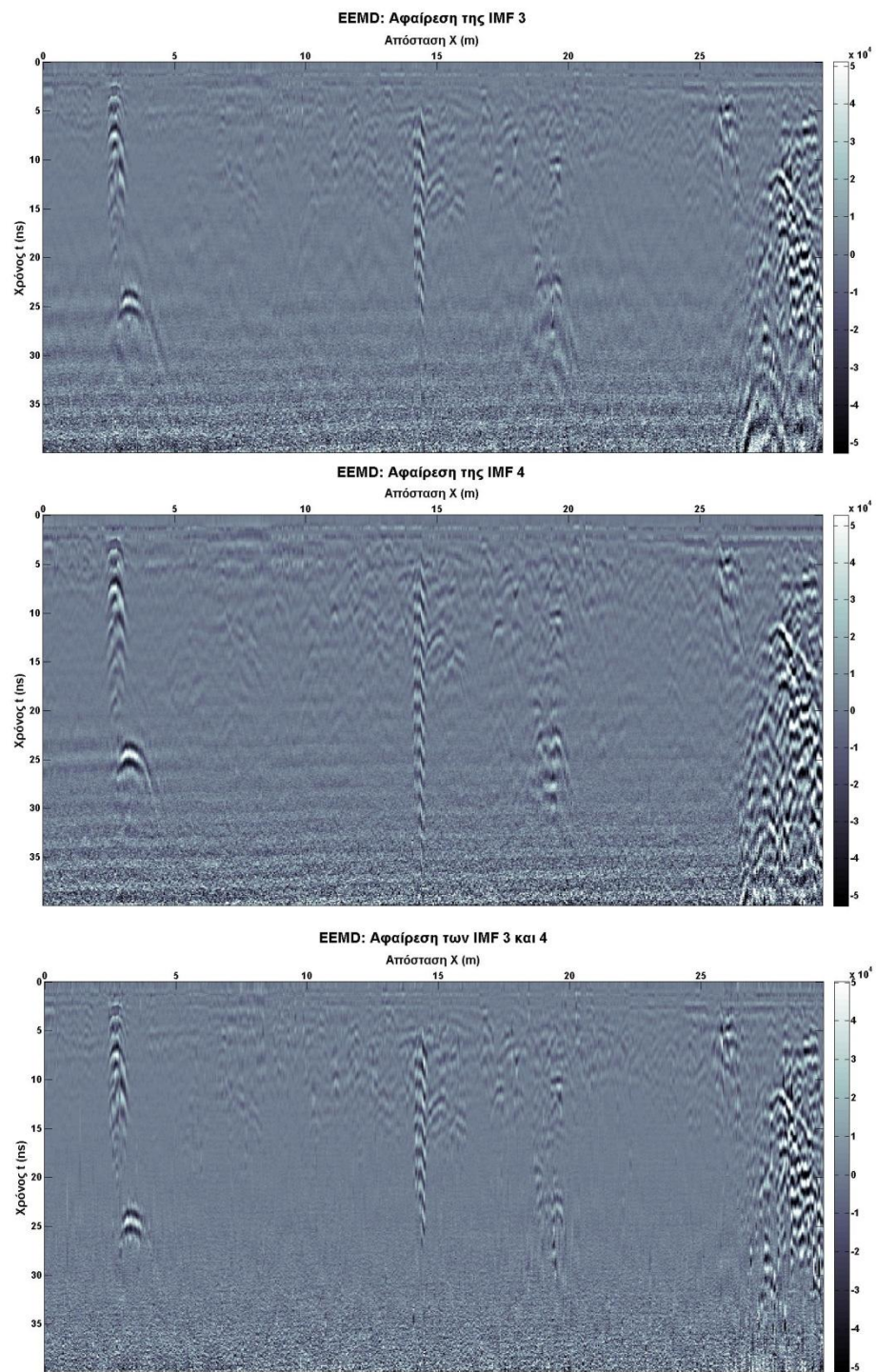
Εικόνα 5.5: Γραμμή διασκόπησης από τον κানাβο N, που βρίσκεται νότια του Μοναστηριού στον αρχαιολογικό χώρο της Απτέρας.

Από την εφαρμογή της μεθόδου EMD προέκυψαν 10 IMF, από την EEMD 12 ενώ από την CEEMD 10. Και σε αυτή την περίπτωση τα αποτελέσματα των τριών μεθόδων παρουσιάζουν μικρές διαφορές μεταξύ τους. Η καλύτερη αποσύνθεση έγινε με την EEMD. Στην εικόνα 5.6 παρουσιάζονται οι έξι πρώτες IMF με το μεγαλύτερο ενδιαφέρον. Οι υπόλοιπες, συμπεριλαμβανομένων των μεθόδων EEMD και CEEMD έχουν τοποθετηθεί στο παράρτημα B2.2.



Εικόνα 5.6: Οι προκύπτουσες IMF έπειτα από εφαρμογή της EEMD στην γραμμή διασκόπησης N19

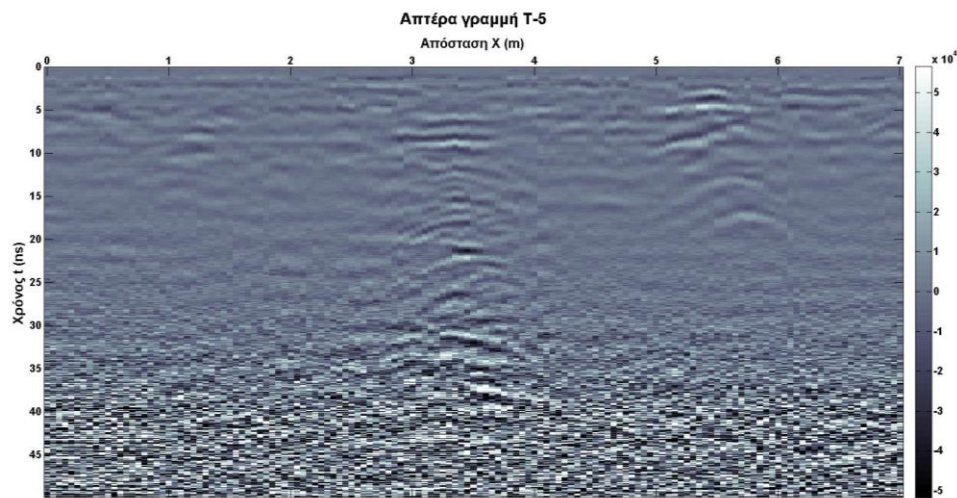
Ο συναφής θόρυβος εμφανίζεται στην τρίτη και τέταρτη IMF. Στην εικόνα 5.7 εξετάζονται τρεις περιπτώσεις: (1) η αφαίρεση της IMF-3, (2) η αφαίρεση της IMF-4 και (3) η αφαίρεση του αθροίσματος τους. Στην τρίτη περίπτωση ο θόρυβος αφαιρείται, χάνεται όμως πληροφορία από τις ανακλάσεις μετά τα 25m που οφείλονται στην Τρίκλιτη δεξαμενή. Στις άλλες δυο περιπτώσεις ο θόρυβος εξομαλύνεται.



Εικόνα 5.7: Αφαίρεση της IMF-3, αφαίρεση της IMF-4 και αφαίρεση του αθροίσματός τους.

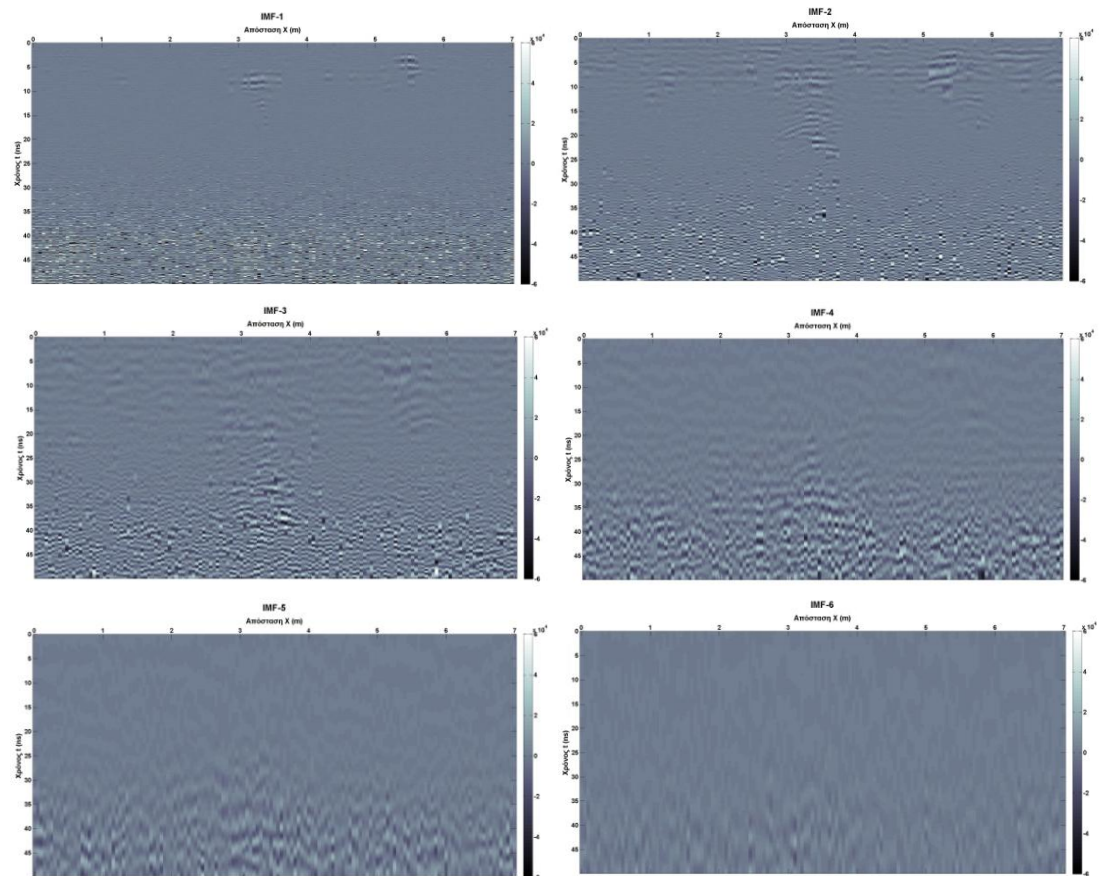
5.1.3 Γραμμή διασκόπησης T5

Η γραμμή διασκόπησης T5 παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.8. Σε αυτή την περίπτωση στοχεύεται η αφαίρεση του τυχαίου θορύβου, ο οποίος παρουσιάζεται μετά 35ns και σε όλο το μήκος της τομής. Η παρουσία του θορύβου καλύπτει τις ανακλάσεις που βρίσκονται στα 3 έως 4m και οφείλονται σε τοιχίο.



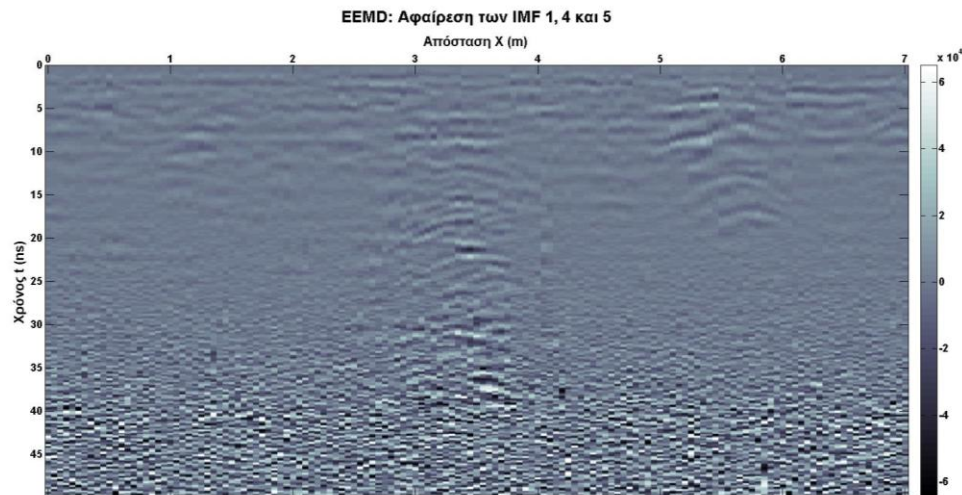
Εικόνα 5.8: Γραμμή διασκόπησης από τον κানাβο T, που βρίσκεται βόρεια του Μοναστηριού στον αρχαιολογικό χώρο της Απτήρας.

Από την εφαρμογή της μεθόδου EMD προέκυψαν 11 IMF, από την EEMD 11 ενώ από την CEEMD 9. Και σε αυτή την περίπτωση τα αποτελέσματα των τριών μεθόδων παρουσιάζουν μικρές διαφορές μεταξύ τους. Η καλύτερη αποσύνθεση έγινε με την EEMD. Στην εικόνα 5.9 παρουσιάζονται οι έξι πρώτες IMF με το μεγαλύτερο ενδιαφέρον. Οι υπόλοιπες, συμπεριλαμβανομένων των μεθόδων EMD και CEEMD έχουν τοποθετηθεί στο παράρτημα B2.3.



Εικόνα 5.9: Οι προκύπτουσες IMF έπειτα από εφαρμογή της EEMD στην γραμμή διασκόπησης T5.

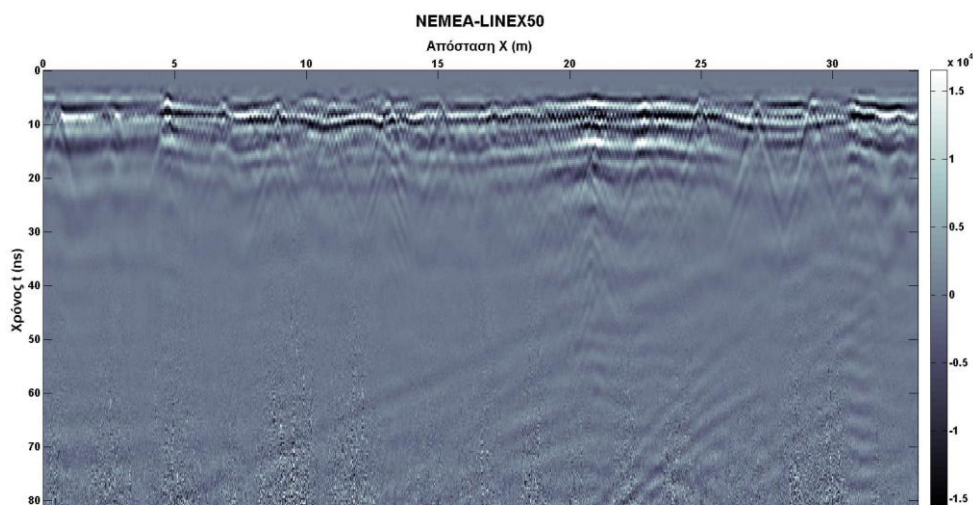
Ο τυχαίος θόρυβος παρουσιάζεται σε όλες τις IMF στις οποίες όμως περιέχεται και χρήσιμη πληροφορία. Επομένως είναι αδύνατο να αφαιρεθεί εξολοκλήρου, χωρίς να χαθεί λεπτομέρεια από τις ανακλάσεις του τοιχίου. Αυτό φαίνεται άλλωστε και στην εικόνα 5.10, όπου έχουν αφαιρεθεί οι IMF-1, 4 και 5. Συγκρίνοντας τις τομές πριν και μετά την εφαρμογή της EEMD παρατηρείται ότι οι ανακλάσεις από το τοιχίο έχουν αναδειχθεί για χρόνο διαδρομής μεγαλύτερο των 35ns (εικόνα 5.10).



Εικόνα 5.10: Αφαίρεση των IMF-1, 4 και 5.

5.2 Νεμέα

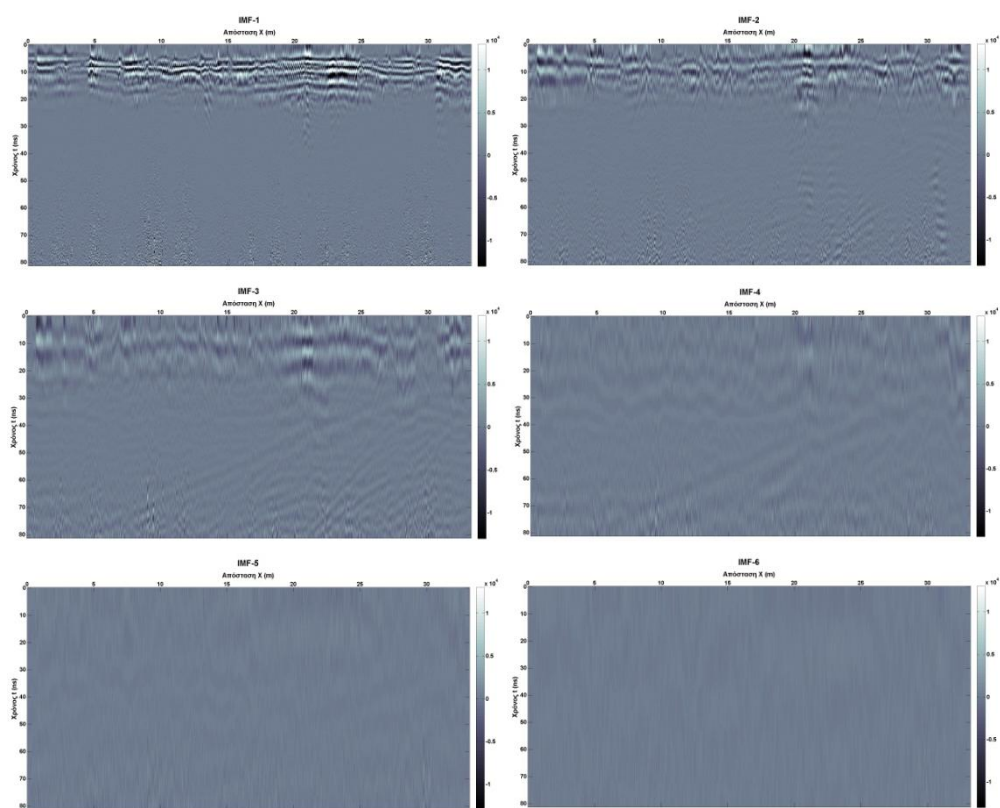
Τα δεδομένα από την περιοχή της Νεμέας παραχωρήθηκαν από το Εργαστηρίου Γεωφυσικής - Δορυφορικής Τηλεπισκόπησης και Αρχαιοπεριβάλλοντος του Ινστιτούτου Μεσογειακών Σπουδών. Η γραμμή διασκόπησης, LINEX50, προέρχεται από κάναβο στο χώρο στάθμευσης του αρχαιολογικού χώρου. Για την διασκόπηση χρησιμοποιήθηκε το σύστημα Noggin Plus-Smart Cart με συχνότητα εκπομπής 220MHz, διάστημα δειγματοληψίας 0.4ns και βήμα 0.025m.



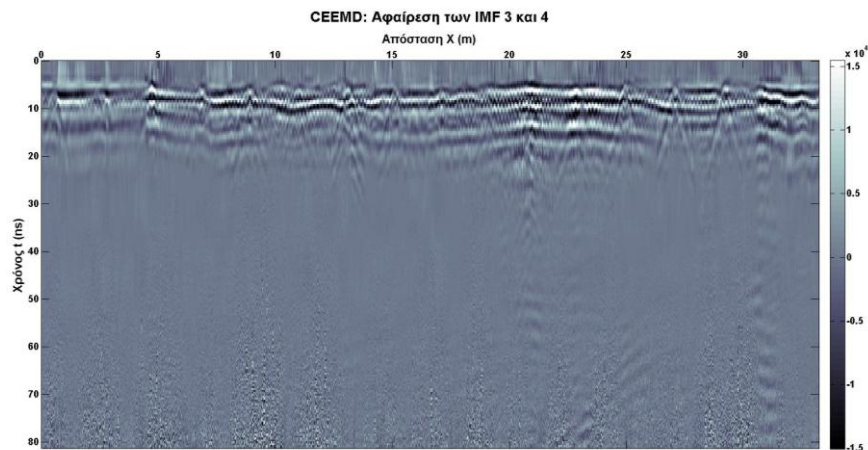
Εικόνα 5.11: Γραμμή διασκόπησης από τον χώρο στάθμευσης στον αρχαιολογικό χώρο της Νεμέας.

Στόχος της επεξεργασίας σε αυτήν την περίπτωση είναι η αφαίρεση του συναφούς θορύβου που παρουσιάζεται από τα 5m μέχρι το τέλος της τομής και μετά τα 30ns.

Από την εφαρμογή της μεθόδου EMD προέκυψαν 10 IMF, από την EEMD 10 ενώ από την CEEMD 8. Στην εικόνα 5.12 παρουσιάζονται οι έξι πρώτες IMF που προέκυψαν από την μέθοδο CEEMD. Οι υπόλοιπες, συμπεριλαμβανομένων των μεθόδων EMD και EEMD έχουν τοποθετηθεί στο παράρτημα B2.4. Στην εικόνα 5.13 έχουν αφαιρεθεί η IMF-3 και 4 από την αρχική εικόνα. Ο θόρυβος απομακρύνεται.



Εικόνα 5.12: Οι προκύπτουσες IMF έπειτα από εφαρμογή της CEEMD στην γραμμή διασκόπησης LINEX50.

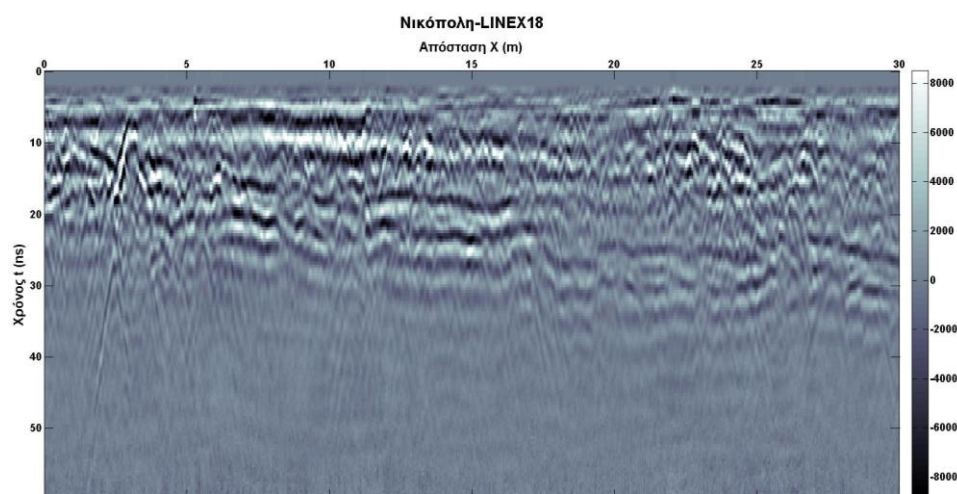


Εικόνα 5.13: Αφαίρεση των IMF-3 και IMF-4.

5.3 Νικόπολη

Τα δεδομένα από την περιοχή της Νικόπολης παραχωρήθηκαν από το Εργαστήριο Γεωφυσικής - Δορυφορικής Τηλεπισκόπησης και Αρχαιοπεριβάλλοντος του Ινστιτούτου Μεσογειακών Σπουδών. Η γραμμή διασκόπησης, LINEX18, προέρχεται από κάναβο στην Γωνία Παλαιοχριστιανικών τειχών. Για την διασκόπηση χρησιμοποιήθηκε το σύστημα Noggin Plus-Smart Cart με συχνότητα εκπομπής 220MHz, διάστημα δειγματοληψίας 0.4ns και βήμα 0.025m.

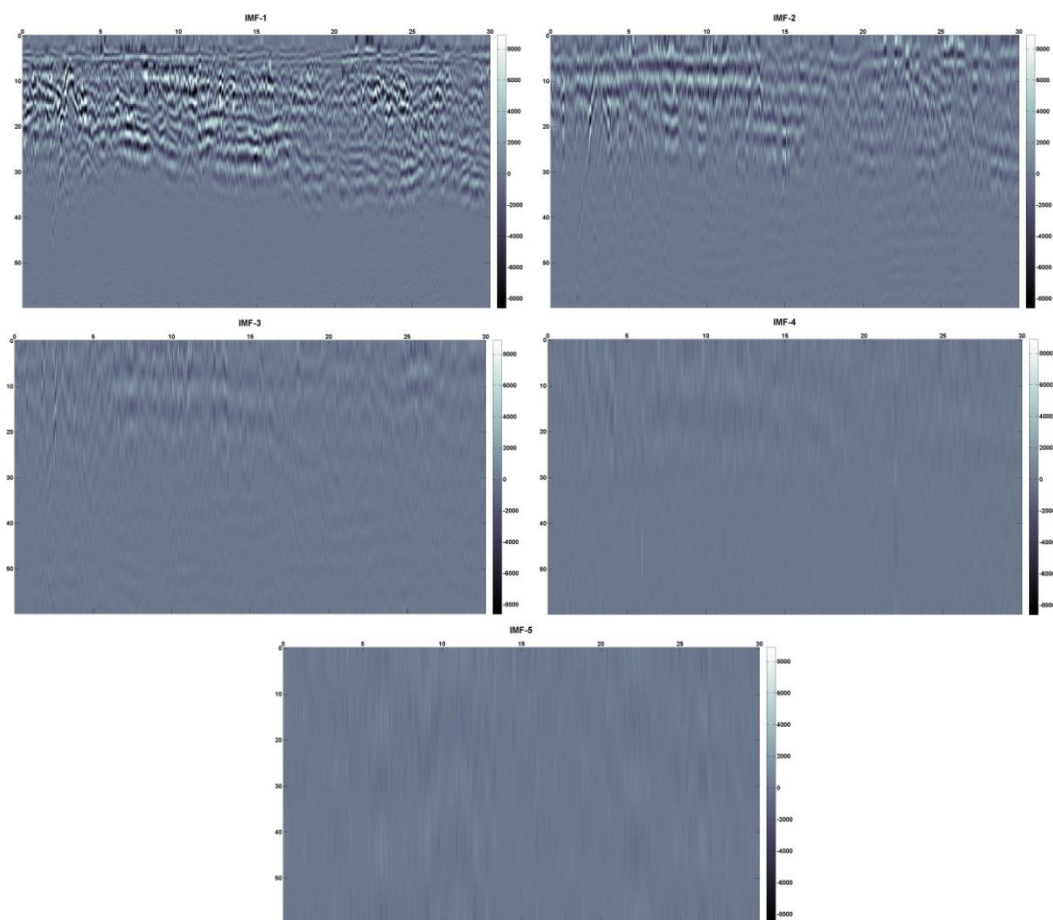
Η τομή γεωραντάρ στην οποία εφαρμόστηκαν οι τρεις αλγόριθμοι παρουσιάζεται στην εικόνα 5.14.



Εικόνα 5.14: Γραμμή διασκόπησης LINEX18 από την Νικόπολη.

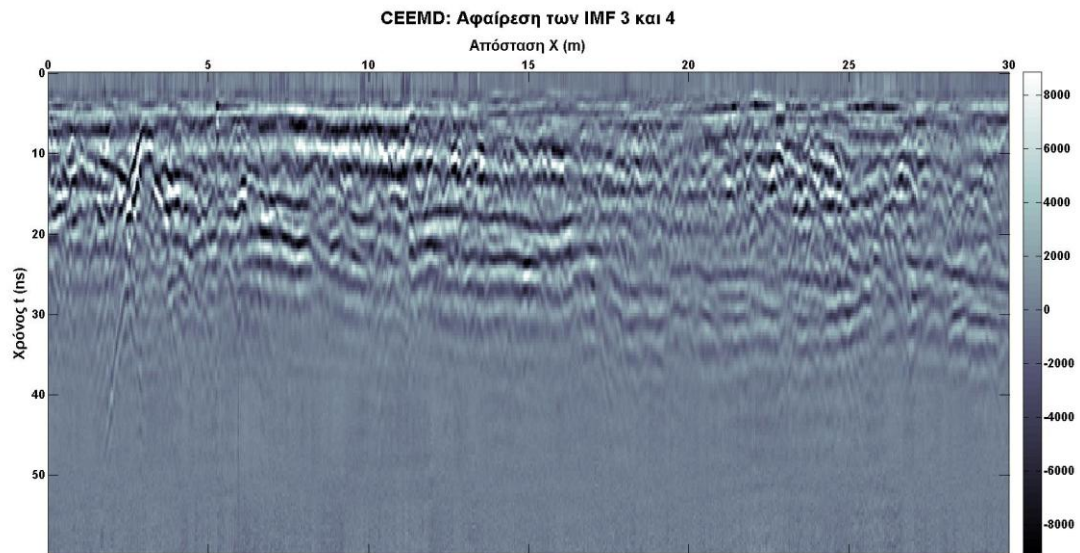
Η συγκεκριμένη τομή περιέχει ανακλάσεις που αντιστοιχούν σε μονοπάτι. Στόχος της επεξεργασίας σε αυτή την περίπτωση είναι η ανάδειξη αυτών των ανακλάσεων.

Από την εφαρμογή της μεθόδου EMD προέκυψαν 7 IMF, από την EEMD 9 ενώ από την CEEMD 8. Στην εικόνα 5.15 παρουσιάζονται οι πέντε πρώτες IMF που προέκυψαν από την μέθοδο CEEMD. Οι υπόλοιπες, συμπεριλαμβανομένων των μεθόδων EMD και EEMD έχουν τοποθετηθεί στο παράρτημα B2.5.



Εικόνα 5.13: Οι προκύπτουσες IMF έπειτα από εφαρμογή της CEEMD στην γραμμή διασκόπησης LINEX18.

Παρατηρείται ότι όλες οι ανακλάσεις του μονοπατιού βρίσκονται στην IMF-1. Η αφαίρεση των IMF-3 και IMF-4 αφαιρεί χαμηλόσυχο θόρυβο αλλά δεν υπάρχει κάποια σημαντική βελτίωση (Εικόνα 5.14).



Εικόνα 5.14: Αφαίρεση των IMF-3 και IMF-4.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6ο: Συμπεράσματα - Προτάσεις

Συνοψίζοντας, στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία αναπτύχθηκαν μεθοδολογίες που στηρίζονται στην Εμπειρική Μέθοδο Αποσύνθεση Ρυθμών για επεξεργασία δεδομένων γεωραντάρ. Οι μεθοδολογίες αυτές, αξιολογήθηκαν αρχικά με την εφαρμογή τους σε συνθετικά μοντέλα, ενώ στην συνέχεια εφαρμόστηκαν σε πέντε τομές γεωραντάρ από διασκοπήσεις στους αρχαιολογικούς χώρους της Απτέρας, της Νικόπολης και της Νεμέας. Στόχος ήταν η απομάκρυνση της ανεπιθύμητης πληροφορίας (π.χ θόρυβος) και η ανάδειξη της χρήσιμης πληροφορίας.

Οι συγκεκριμένες μεθοδολογίες παρέχουν ένα βολικό τρόπο απεικόνισης και διαχείρισης της πληροφορίας που περιέχεται στο σήμα. Η αφαίρεση του συναφούς θορύβου ήταν αποτελεσματική, όμως δεν συνέβη το ίδιο στην περίπτωση του τυχαίου θορύβου.

Το βασικότερο μειονέκτημα των μεθόδων EEMD και CEEMD είναι ο χρόνος περαίωσης που είναι ιδιαίτερα υψηλός. Επιπλέον, η επίδοση των τριών μεθοδολογιών στο συνθετικό παράδειγμα δεν συμβαδίζει με αυτή των πραγματικών δεδομένων. Τα αποτελέσματα παρουσίασαν μικρές διαφορές μεταξύ τους, με την μέθοδο EEMD να είναι λίγο καλύτερη. Αυτό πιθανότατα να οφείλεται στην παράμετρο του λευκού θορύβου που επιλέχτηκε βάση του γενικού κριτηρίου, να είναι το 2% της τυπικής απόκλισης του σήματος.

Έτσι προτείνεται περαιτέρω μελέτη των παραμέτρων που δίνουν τον βέλτιστο διαχωρισμό χρησιμοποιώντας μεμονωμένα ίχνη γεωραντάρ. Επίσης θα είναι χρήσιμο να μελετηθούν τα κριτήρια τερματισμού της μεθόδου EMD, έτσι ώστε να μειωθεί ο αριθμός των επαναλήψεων της διαδικασίας διαλογής και να βελτιωθεί η διαδικασία διαχωρισμού.

Βιβλιογραφία

- Annan, A.P. (2001). Ground Penetrating Radar (Canada: Senson & Software Inc.).
- Annan, A.P. (2009). Chapter 1 - Electromagnetic Principles of Ground Penetrating Radar. In Ground Penetrating Radar Theory and Applications, Harry M. Jol, ed. (Amsterdam: Elsevier), pp. 1–40.
- Battista, B.M., Knapp, C., McGee, T., and Goebel, V. (2007). Application of the empirical mode decomposition and Hilbert-Huang transform to seismic reflection data. *GEOPHYSICS* 72, H29–H37.
- Battista, B.M., Addison, A.D., and Knapp, C.C. (2009). Empirical Mode Decomposition Operator for Dewowing GPR Data. *J. Environ. Eng. Geophys.* 14, 163–169.
- Cassidy, N.J. (2009). Chapter 5 - Ground Penetrating Radar Data Processing, Modelling and Analysis. In Ground Penetrating Radar Theory and Applications, Harry M. Jol, ed. (Amsterdam: Elsevier), pp. 141–176.
- Chen, C.-S., and Jeng, Y. (2011). Nonlinear data processing method for the signal enhancement of GPR data. *J. Appl. Geophys.* 75, 113–123.
- Chen, Q., Huang, N., Riemenschneider, S., and Xu, Y. (2006). A B-spline approach for empirical mode decompositions. *Adv. Comput. Math.* 24, 171–195.
- Costain, J.K., and Coruh, C. (2005). Basic Theory in Reflection Seismology, Volume 1: with MATHEMATICA Notebooks and Examples on CD-ROM (Elsevier Science).
- Daniels, J.J. (2000). Ground Penetrating Radar Fundamentals (Ohio).
- Feldman, M. (2009). Analytical basics of the EMD: Two harmonics decomposition. *Mech. Syst. Signal Process.* 23, 2059–2071.
- Flandrin, P., Rilling, G., and Goncalves, P. (2004). Empirical mode decomposition as a filter bank. *IEEE Signal Process. Lett.* 11, 112–114.
- Flandrin, P., Gonçalves, P., and Rilling, G. (2005). EMD equivalent filter banks, from interpretation to applications. In Hilbert-Huang Transform and Its Applications, (Singapore: World Scientific), pp. 67–87.
- Han, J., and van der Baan, M. (2013). Empirical mode decomposition for seismic time-frequency analysis. *GEOPHYSICS* 78, O9–O19.
- Hu, X., Peng, S., and Hwang, W.-L. (2012). EMD Revisited: A New Understanding of the Envelope and Resolving the Mode-Mixing Problem in AM-FM Signals. *IEEE Trans. Signal Process.* 60, 1075–1086.

Huang, N.E., Shen, Z., Long, S.R., Wu, M.C., Shih, H.H., Zheng, Q., Yen, N.-C., Tung, C.C., and Liu, H.H. (1998). The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proc. R. Soc. Lond. Ser. Math. Phys. Eng. Sci.* 454, 903–995.

Huang, N.E., Wu, M.-L.C., Long, S.R., Shen, S.S.P., Qu, W., Gloersen, P., and Fan, K.L. (2003). A confidence limit for the empirical mode decomposition and Hilbert spectral analysis. *Proc. R. Soc. Lond. Ser. Math. Phys. Eng. Sci.* 459, 2317–2345.

Van Overmeeren, R.A. (1998). Radar facies of unconsolidated sediments in The Netherlands: A radar stratigraphy interpretation method for hydrogeology. *J. Appl. Geophys.* 40, 1–18.

Proakis, J.G., and Manolakis, D.K. (1995). *Digital Signal Processing: Principles, Algorithms and Applications* (Prentice Hall).

Rilling, G. (2007). Package EMD (France).

Rilling, G., and Flandrin, P. (2008). One or Two Frequencies? The Empirical Mode Decomposition Answers. *IEEE Trans. Signal Process.* 56, 85–95.

Rilling, G., Flandrin, P., and Gonçalves, P. (2003). ON EMPIRICAL MODE DECOMPOSITION AND ITS ALGORITHMS. In *Proceedings of IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing NSIP-03*, (Grado, Italy),.

Sacchi, M.D. (2008). ricker.m (Canada: University of Alberta).

Spanoudakis, N.S., Manataki, M., Niniou-Kindeli, V., and Vafidis, A.P. (2011). GPR Imaging at Aptera Archaeological Site.

Torres, M.E., Colominas, M.A., Schlotthauer, G., and Flandrin, P. (2011). A complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise. In *2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pp. 4144–4147.

Wu, Z., and Huang, N.E. (2009). ENSEMBLE EMPIRICAL MODE DECOMPOSITION: A NOISE-ASSISTED DATA ANALYSIS METHOD. *Adv. Adapt. Data Anal.* 01, 1–41.

Zhaohua, W. (2010). extrema.m.

Ακρίβης, Γ. ., and Δουγάλης, Β. Α. (2005). Εισαγωγή στην Αριθμητική Ανάλυση (Ηράκλειο: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης).

Μανατάκη, Μερόπη (2011). Συμβολή του γεωραντάρ στη χαρτογράφηση θαμμένων αρχαιοτήτων - Εφαρμογή στον αρχαιολογικό χώρο της Απτέρας, Ν.Χ. Πολυτεχνείο Κρήτης.

Οικονόμου, Νικόλαος (2010). Ανάπτυξη μεθόδων επεξεργασίας δεδομένων γεωραντάρ με τη χρήση του μετασχηματισμού S. Ph.D. Πολυτεχνείο Κρήτης.

Πουλιούδης, Γιώργος (2001). Μέθοδοι επεξεργασίας καταγραφών γεωραντάρ. Μεταπτυχιακή διατριβή. Πολυτεχνείο Κρήτης.

Σπανουδάκης, Νικόλαος Σ. (2002). Ανάπτυξη μεθόδων επεξεργασίας δεδομένων γεωραντάρ και εφαρμογή σε περιβαλλοντικά προβλήματα. Μεταπτυχιακή διατριβή. Πολυτεχνείο Κρήτης.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: Κώδικες Matlab

A.1 Υλοποίηση της διαδικασίας διαλογής

A.1.1 Η διαδικασία διαλογής για την πρώτη επανάληψη

```
load('A0p5.mat');
data=Z.data{1,1};
dx=0.05;
x_start=0;
x_end=size(data,2)*dx;
x=x_start:dx:x_end-dx;
dt=0.1;
t_start=0;
t_end=size(data,1)*dt;
t=t_start:dt:t_end-dt;
line=data(:,574);
line=line(1:301);
N=length(line);
t_trace=t(1:N);

[spmax, spmin, flag]= extrema(line);
t_spmax=t_trace(spmax(:,1));
t_spmin=t_trace(spmin(:,1));
yymax=spline(spmax(:,1),spmax(:,2),1:N);
yymin=spline(spmin(:,1),spmin(:,2),1:N);

for i=1:length(yymin)
    mean_env1(i)=(yymin(i)+yymin(i))/2;
end

h1=line-mean_env1';

[ nump_extrema,NumZeroCross,diff ] = numExtrAndZerocross( h1
);
```

A.1.2 Εντοπισμός τοπικών ακρότατων: extrema.m

```
% function [spmax, spmin, flag]= extrema(in_data)
%
% This is a utility program for cubic spline envelope,
% the code is to find out max values and max positions
% min values and min positions
% (then use matlab function spline to form the spline)
%
% function [spmax, spmin, flag]= extrema(in_data)
```



```

%
% INPUT:
%     in_data: Inputted data, a time series to be sifted;
% OUTPUT:
%     spmax: The locations (col 1) of the maxima and its
corresponding
%           values (col 2)
%     spmin: The locations (col 1) of the minima and its
corresponding
%           values (col 2)
%
% NOTE:
%     EMD uses Cubic Spline to be the Maximun and Minimum
Envelope for
%     the data.Besides finding spline,end points should be
noticed.
%
%References:  ? which paper?
%
%
%
% code writer: Zhaohua Wu.
% footnote:S.C.Su
%
% There are two seperste loops in this code .
% part1.-- find out max values and max positions
%           process the start point and end point
% part2.-- find out min values and max positions
%           process the start point and end point
% Those parts are similar.
%
% Association:eemd.m
% this function ususally used for finding spline envelope
%
% Concerned function: no
%                     (all matlab internal function)

function [spmax, spmin, flag]= extrema(in_data)

flag=1;
dsize=length(in_data);

%part1.--find local max value and do end process

%start point
%spmax(1,1)-the first 1 means first point max value,the second
1 means first index
%spmax(1,2)-the first 1 means first point max value,the second
2 means first index
%spmax(1,1)-for position of max
%spmax(1,2)-for value      of max

spmax(1,1) = 1;
spmax(1,2) = in_data(1);

```

```

%Loop --start find max by compare the values
%when [ (the jj th value > than the jj-1 th value ) AND (the
jj th value > than the jj+1 th value )
%the value jj is the position of the max
%the value in_data (jj) is the value of the max
%do the loop by index-jj
%after the max value is found,use index -kk to store in the
matrix
%kk=1,the start point
%the last value of kk ,the end point

jj=2;
kk=2;
while jj<dsize,
    if ( in_data(jj-1)<=in_data(jj) &
in_data(jj)>=in_data(jj+1) )
        spmax(kk,1) = jj;
        spmax(kk,2) = in_data (jj);
        kk = kk+1;
    end
    jj=jj+1;
end

%end point
spmax(kk,1)=dsize;
spmax(kk,2)=in_data(dsize);

%End point process-please see reference about spline end
effect
%extend the slope of neighbor 2 max value ---as extend value
%original value of end point -----as original value
%compare extend and original value

if kk>=4
    slope1=(spmax(2,2)-spmax(3,2))/(spmax(2,1)-spmax(3,1));
    tmp1=slope1*(spmax(1,1)-spmax(2,1))+spmax(2,2);
    if tmp1>spmax(1,2)
        spmax(1,2)=tmp1;
    end

    slope2=(spmax(kk-1,2)-spmax(kk-2,2))/(spmax(kk-1,1)-
spmax(kk-2,1));
    tmp2=slope2*(spmax(kk,1)-spmax(kk-1,1))+spmax(kk-1,2);
    if tmp2>spmax(kk,2)
        spmax(kk,2)=tmp2;
    end
else
    flag=-1;
end

%these 4 sentence seems useless.
msize=size(in_data);
dsize=max(msize);
xsize=dsize/3;
xsize2=2*xsize;

```

```

%part2.--find local min value and do end process
%the syntax are all similar with part1.
%here-explan with beginning local max-find upper starting
envelope
%the end process procedure-find out the neighbor 2 local
extrema value
%connect those 2 local extrema and extend the line to the end
%make judgement with 1).line extend value 2).original data
value
%the bigger value is chosen for upper envelope end control
point

%local max
spmin(1,1) = 1;
spmin(1,2) = in_data(1);
jj=2;
kk=2;
while jj<dsize,
    if ( in_data(jj-1)>=in_data(jj) &
in_data(jj)<=in_data(jj+1))
        spmin(kk,1) = jj;
        spmin(kk,2) = in_data (jj);
        kk = kk+1;
    end
    jj=jj+1;
end

%local min
spmin(kk,1)=dsize;
spmin(kk,2)=in_data(dsize);

if kk>=4
    slope1=(spmin(2,2)-spmin(3,2))/(spmin(2,1)-spmin(3,1));
    tmp1=slope1*(spmin(1,1)-spmin(2,1))+spmin(2,2);
    if tmp1<spmin(1,2)
        spmin(1,2)=tmp1;
    end

    slope2=(spmin(kk-1,2)-spmin(kk-2,2))/(spmin(kk-1,1)-
spmin(kk-2,1));
    tmp2=slope2*(spmin(kk,1)-spmin(kk-1,1))+spmin(kk-1,2);
    if tmp2<spmin(kk,2)
        spmin(kk,2)=tmp2;
    end
else
    flag=-1;
end

flag=1;

```

A.1.3 Υπολογισμός διαφοράς τοπικών ακρότατων και θέσεων αλλαγής προσήμου: numExtrAndZerocross.m

```
function [ nump_extrema,NumZeroCross,diff ] =  
numExtrAndZerocross( x )  
  
Hzerocross = dsp.ZeroCrossingDetector;  
NumZeroCross = step(Hzerocross,x);  
nump_maxextr=findpeaks(x);  
nump_minextr=findpeaks(-x);  
nump_extrema=length(nump_maxextr)+length(nump_minextr);  
diff=abs(nump_extrema-NumZeroCross);  
  
end
```

A.1.4 Εξισορρόπηση του αριθμού των IMF: padIMF.m

```
function [ IMF ] = padIMF( data,imf )  
%UNTITLED Summary of this function goes here  
% Detailed explanation goes here  
[M,N]=size(data);  
maxK=0;  
pad=zeros(1,M);  
for ii=1:N  
    currentK=size(imf{1,ii},1); %find the number of modes for the  
    current decompotition  
    if currentK>maxK %find the maximum number of modes  
        maxK=currentK;  
    end  
  
end  
  
for ii=1:N  
  
    currentK=size(imf{1,ii},1);  
    diff = maxK-currentK;  
    if(diff~=0)  
        for kkk = 1:diff  
            imf{1,ii}(currentK+kkk,:) = pad;  
        end  
    end  
end  
  
IMF=[];  
for kkk=1:size(imf{1,1},1)  
    for ii=1:N  
        IMF{kkk}(ii,:)=imf{1,ii}(kkk,:);  
    end  
end  
for kk=1:size(IMF,2)
```

```

        IMF{1, kk}=permute(IMF{1, kk}, [2 1]);
end
end

```

A.2 Κατασκευή κυματιδίου Ricker

```

function [w,tw] = ricker(f,dt)
    %RICKER: Ricker wavelet of central frequency f.
    %
    % [w,tw] = ricker(f,dt);
    %
    % IN    f : central freq. in Hz (f << 1/(2dt) )
    %       dt: sampling interval in sec
    %
    % OUT   w: the Ricker wavelet
    %       tw: axis
    %
    % Example
    %
    % [w,tw] = ricker(10,0.004);
    % plot(tw,w);
    %
    % Copyright (C) 2008, Signal Analysis and Imaging Group
    % For more information: http://www-geo.phys.ualberta.ca/saig/SeismicLab
    % Author: M.D.Sacchi
    %
    % This program is free software: you can redistribute it
    and/or modify
    % it under the terms of the GNU General Public License as
    published
    % by the Free Software Foundation, either version 3 of
    the License, or
    % any later version.
    %
    % This program is distributed in the hope that it will be
    useful,
    % but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied
    warranty of
    % MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE.
    See the
    % GNU General Public License for more details:
    http://www.gnu.org/licenses/
    %
    nw=2.2/f/dt;
    nw=2*floor(nw/2)+1;
    nc=floor(nw/2);
    w = zeros(nw,1);
    k=[1:1:nw]';
    alpha = (nc-k+1).*f*dt*pi;
    beta=alpha.^2;
    w = (1.-beta.*2).*exp(-beta);

```

```

if nargout>1;
    tw = -(nc+1-[1:1:nw])*dt;
end

```

A.3 Υλοποίηση της μεθόδου EMD: emd.m

```

%EMD computes Empirical Mode Decomposition
%
%
% Syntax
%
%
% IMF = EMD(X)
% IMF = EMD(X,...,'Option_name',Option_value,...)
% IMF = EMD(X,OPTS)
% [IMF,ORT,NB_ITERATIONS] = EMD(...)
%
%
% Description
%
%
% IMF = EMD(X) where X is a real vector computes the Empirical
Mode
% Decomposition [1] of X, resulting in a matrix IMF containing
1 IMF per row, the
% last one being the residue. The default stopping criterion
is the one proposed
% in [2]:
%
% at each point, mean_amplitude <
THRESHOLD2*envelope_amplitude
% &
% mean of boolean array
{(mean_amplitude)/(envelope_amplitude) > THRESHOLD} <
TOLERANCE
% &
% |#zeros-#extrema|<=1
%
% where mean_amplitude = abs(envelope_max+envelope_min)/2
% and envelope_amplitude = abs(envelope_max-envelope_min)/2
%
% IMF = EMD(X) where X is a complex vector computes Bivariate
Empirical Mode
% Decomposition [3] of X, resulting in a matrix IMF containing
1 IMF per row, the
% last one being the residue. The default stopping criterion
is similar to the
% one proposed in [2]:
%
% at each point, mean_amplitude <
THRESHOLD2*envelope_amplitude

```

```

%      &
%      mean of boolean array
%      {(mean_amplitude)/(envelope_amplitude) > THRESHOLD} <
%      TOLERANCE
%
%      where mean_amplitude and envelope_amplitude have definitions
%      similar to the
%      real case
%
%      IMF = EMD(X,...,'Option_name',Option_value,...) sets options
%      Option_name to
%      the specified Option_value (see Options)
%
%      IMF = EMD(X,OPTS) is equivalent to the above syntax provided
%      OPTS is a struct
%      object with field names corresponding to option names and
%      field values being the
%      associated values
%
%      [IMF,ORT,NB_ITERATIONS] = EMD(...) returns an index of
%      orthogonality
%
%      
$$ORT = \sqrt{\frac{\sum_{i \neq j} |IMF(i,:) \cdot \overline{IMF(j,:)}|}{||X||^2}}$$

%
%      and the number of iterations to extract each mode in
%      NB_ITERATIONS
%
%      Options
%
%      stopping criterion options:
%
%      STOP: vector of stopping parameters
%      [THRESHOLD,THRESHOLD2,TOLERANCE]
%      % if the input vector's length is less than 3, only the first
%      parameters are
%      % set, the remaining ones taking default values.
%      % default: [0.05,0.5,0.05]
%
%      FIX (int): disable the default stopping criterion and do
%      exactly <FIX>
%      % number of sifting iterations for each mode
%
%      FIX_H (int): disable the default stopping criterion and do
%      <FIX_H> sifting
%      % iterations with |#zeros-#extrema|<=1 to stop [4]
%
%      bivariate/complex EMD options:
%
%      COMPLEX_VERSION: selects the algorithm used for complex EMD
%      ([3])

```

```

% COMPLEX_VERSION = 1: "algorithm 1"
% COMPLEX_VERSION = 2: "algorithm 2" (default)
%
% NDIRS: number of directions in which envelopes are computed
% (default 4)
% rem: the actual number of directions (according to [3]) is
2*NDIRS
%
%   other options:
%
% T: sampling times (line vector) (default: 1:length(x))
%
% MAXITERATIONS: maximum number of sifting iterations for the
computation of each
% mode (default: 2000)
%
% MAXMODES: maximum number of imfs extracted (default: Inf)
%
% DISPLAY: if equals to 1 shows sifting steps with pause
% if equals to 2 shows sifting steps without pause (movie
style)
% rem: display is disabled when the input is complex
%
% INTERP: interpolation scheme: 'linear', 'cubic', 'pchip' or
'spline' (default)
% see interp1 documentation for details
%
% MASK: masking signal used to improve the decomposition
according to [5]
%
%
%   Examples
%
%
%X = rand(1,512);
%
%IMF = emd(X);
%
%IMF = emd(X,'STOP',[0.1,0.5,0.05],'MAXITERATIONS',100);
%
%T=linspace(0,20,1e3);
%X = 2*exp(i*T)+exp(3*i*T)+.5*T;
%IMF = emd(X,'T',T);
%
%OPTIONS.DISLPAY = 1;
%OPTIONS.FIX = 10;
%OPTIONS.MAXMODES = 3;
%[IMF,ORT,NBITS] = emd(X,OPTIONS);
%
%
%   References
%
%
% [1] N. E. Huang et al., "The empirical mode decomposition
and the

```



```

% Hilbert spectrum for non-linear and non stationary time
series analysis",
% Proc. Royal Soc. London A, Vol. 454, pp. 903-995, 1998
%
% [2] G. Rilling, P. Flandrin and P. Goncalves
% "On Empirical Mode Decomposition and its algorithms",
% IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image
Processing
% NSIP-03, Grado (I), June 2003
%
% [3] G. Rilling, P. Flandrin, P. Goncalves and J. M. Lilly.,
% "Bivariate Empirical Mode Decomposition",
% Signal Processing Letters (submitted)
%
% [4] N. E. Huang et al., "A confidence limit for the
Empirical Mode
% Decomposition and Hilbert spectral analysis",
% Proc. Royal Soc. London A, Vol. 459, pp. 2317-2345, 2003
%
% [5] R. Deering and J. F. Kaiser, "The use of a masking
signal to improve
% empirical mode decomposition", ICASSP 2005
%
%
% See also
% emd_visu (visualization),
% emdc, emdc_fix (fast implementations of EMD),
% cemdc, cemdc_fix, cemdc2, cemdc2_fix (fast implementations
of bivariate EMD),
% hhspectrum (Hilbert-Huang spectrum)
%
%
% G. Rilling, last modification: 3.2007
% gabriel.rilling@ens-lyon.fr

function [imf,ort,nbits] = emd(varargin)

[x,t,sd,sd2,tol,MODE_COMPLEX,ndirs,display_sifting,sdt,sd2t,r,
imf,k,nbit,NbIt,MAXITERATIONS,FIXE,FIXE_H,MAXMODES,INTERP,mask
] = init(varargin{:});

if display_sifting
    fig_h = figure;
end

%main loop : requires at least 3 extrema to proceed
while ~stop_EMD(r,MODE_COMPLEX,ndirs) && (k < MAXMODES+1 ||
MAXMODES == 0) && ~any(mask)

    % current mode
    m = r;

    % mode at previous iteration

```

```

mp = m;

%computation of mean and stopping criterion
if FIXE
    [stop_sift,moyenne] =
stop_sifting_fixe(t,m,INTERP,MODE_COMPLEX,ndirs);
elseif FIXE_H
    stop_count = 0;
    [stop_sift,moyenne] =
stop_sifting_fixe_h(t,m,INTERP,stop_count,FIXE_H,MODE_COMPLEX,
ndirs);
else
    [stop_sift,moyenne] =
stop_sifting(m,t,sd,sd2,tol,INTERP,MODE_COMPLEX,ndirs);
end

% in case the current mode is so small that machine
precision can cause
% spurious extrema to appear
if (max(abs(m))) < (1e-10)*(max(abs(x)))
    if ~stop_sift
        warning('emd:warning','forced stop of EMD : too small
amplitude')
    else
        disp('forced stop of EMD : too small amplitude')
    end
    break
end

% sifting loop
while ~stop_sift && nbit<MAXITERATIONS

    if(~MODE_COMPLEX && nbit>MAXITERATIONS/5 &&
mod(nbit,floor(MAXITERATIONS/10))==0 && ~FIXE && nbit > 100)
        disp(['mode ',int2str(k),' iteration ',int2str(nbit)])
        if exist('s','var')
            disp(['stop parameter mean value : ',num2str(s)])
        end
        [im,iM] = extr(m);
        disp([int2str(sum(m(im) > 0)),' minima > 0;
',int2str(sum(m(iM) < 0)),' maxima < 0.'])
    end

    %sifting
    m = m - moyenne;

    %computation of mean and stopping criterion
    if FIXE
        [stop_sift,moyenne] =
stop_sifting_fixe(t,m,INTERP,MODE_COMPLEX,ndirs);
    elseif FIXE_H
        [stop_sift,moyenne,stop_count] =
stop_sifting_fixe_h(t,m,INTERP,stop_count,FIXE_H,MODE_COMPLEX,
ndirs);
    end
end

```

```

else
    [stop_sift,moyenne,s] =
stop_sifting(m,t,sd,sd2,tol,INTERP,MODE_COMPLEX,ndirs);
end

% display
if display_sifting && ~MODE_COMPLEX
    NBSYM = 2;
    [indmin,indmax] = extr(mp);
    [tmin,tmax,mmin,mmax] =
boundary_conditions(indmin,indmax,t,mp,mp,NBSYM);
    envminp = interp1(tmin,mmin,t,INTERP);
    envmaxp = interp1(tmax,mmax,t,INTERP);
    envmoyp = (envminp+envmaxp)/2;
    if FIXE || FIXE_H

display_end_fixe(t,m,mp,r,envminp,envmaxp,envmoyp,nbit,k,display_sifting)
    else
        sxp=2*(abs(envmoyp))/(abs(envmaxp-envminp));
        sp = mean(sxp);

display_end(t,m,mp,r,envminp,envmaxp,envmoyp,s,sp,sxp,sdt,sd2t
,nbit,k,display_sifting,stop_sift)
    end
end

mp = m;
nbit=nbit+1;
NbIt=NbIt+1;

if(nbit==(MAXITERATIONS-1) && ~FIXE && nbit > 100)
    if exist('s','var')
        warning('emd:warning',['forced stop of sifting : too
many iterations... mode ',int2str(k),'. stop parameter mean
value : ',num2str(s)])
    else
        warning('emd:warning',['forced stop of sifting : too
many iterations... mode ',int2str(k),'.'])
    end
end

end % sifting loop
imf(k,:) = m;
if display_sifting
    disp(['mode ',int2str(k),' stored'])
end
nbits(k) = nbit;
k = k+1;

r = r - m;
nbit=0;

```

```

end %main loop

if any(r) && ~any(mask)
    imf(k,:) = r;
end

ort = io(x,imf);

if display_sifting
    close
end
end

%-----
% tests if there are enough (3) extrema to continue the
decomposition
function stop = stop_EMD(r,MODE_COMPLEX,ndirs)
if MODE_COMPLEX
    for k = 1:ndirs
        phi = (k-1)*pi/ndirs;
        [indmin,indmax] = extr(real(exp(i*phi)*r));
        ner(k) = length(indmin) + length(indmax);
    end
    stop = any(ner < 3);
else
    [indmin,indmax] = extr(r);
    ner = length(indmin) + length(indmax);
    stop = ner < 3;
end
end

%-----
% computes the mean of the envelopes and the mode amplitude
estimate
function [envmoy,nem,nzm,amp] =
mean_and_amplitude(m,t,INTERP,MODE_COMPLEX,ndirs)
NBSYM = 2;
if MODE_COMPLEX
    switch MODE_COMPLEX
        case 1
            for k = 1:ndirs
                phi = (k-1)*pi/ndirs;
                y = real(exp(-i*phi)*m);
                [indmin,indmax,indzer] = extr(y);
                nem(k) = length(indmin)+length(indmax);
                nzm(k) = length(indzer);
                [tmin,tmax,zmin,zmax] =
boundary_conditions(indmin,indmax,t,y,m,NBSYM);
                envmin(k,:) = interp1(tmin,zmin,t,INTERP);
                envmax(k,:) = interp1(tmax,zmax,t,INTERP);
            end
            envmoy = mean((envmin+envmax)/2,1);
            if nargout > 3

```

```

        amp = mean(abs(envmax-envmin),1)/2;
    end
case 2
    for k = 1:ndirs
        phi = (k-1)*pi/ndirs;
        y = real(exp(-i*phi)*m);
        [indmin,indmax,indzer] = extr(y);
        nem(k) = length(indmin)+length(indmax);
        nzm(k) = length(indzer);
        [tmin,tmax,zmin,zmax] =
boundary_conditions(indmin,indmax,t,y,y,NBSYM);
        envmin(k,:) = exp(i*phi)*interp1(tmin,zmin,t,INTERP);
        envmax(k,:) = exp(i*phi)*interp1(tmax,zmax,t,INTERP);
    end
    envmoy = mean((envmin+envmax),1);
    if nargout > 3
        amp = mean(abs(envmax-envmin),1)/2;
    end
end
else
    [indmin,indmax,indzer] = extr(m);
    nem = length(indmin)+length(indmax);
    nzm = length(indzer);
    [tmin,tmax,mmin,mmax] =
boundary_conditions(indmin,indmax,t,m,m,NBSYM);
    envmin = interp1(tmin,mmin,t,INTERP);
    envmax = interp1(tmax,mmax,t,INTERP);
    envmoy = (envmin+envmax)/2;
    if nargout > 3
        amp = mean(abs(envmax-envmin),1)/2;
    end
end
end
end

%-----
% default stopping criterion
function [stop,envmoy,s] =
stop_sifting(m,t,sd,sd2,tol,INTERP,MODE_COMPLEX,ndirs)
try
    [envmoy,nem,nzm,amp] =
mean_and_amplitude(m,t,INTERP,MODE_COMPLEX,ndirs);
    sx = abs(envmoy)./amp;
    s = mean(sx);
    stop = ~(mean(sx > sd) > tol | any(sx > sd2)) & (all(nem >
2));
    if ~MODE_COMPLEX
        stop = stop && ~(abs(nzm-nem)>1);
    end
catch
    stop = 1;
    envmoy = zeros(1,length(m));
    s = NaN;
end
end

```

```

%-----
% stopping criterion corresponding to option FIX
function [stop,moyenne]=
stop_sifting_fixe(t,m,INTERP,MODE_COMPLEX,ndirs)
try
    moyenne = mean_and_amplitude(m,t,INTERP,MODE_COMPLEX,ndirs);
    stop = 0;
catch
    moyenne = zeros(1,length(m));
    stop = 1;
end
end

%-----
% stopping criterion corresponding to option FIX_H
function [stop,moyenne,stop_count]=
stop_sifting_fixe_h(t,m,INTERP,stop_count,FIXE_H,MODE_COMPLEX,
ndirs)
try
    [moyenne,nem,nzm] =
mean_and_amplitude(m,t,INTERP,MODE_COMPLEX,ndirs);
    if (all(abs(nzm-nem)>1))
        stop = 0;
        stop_count = 0;
    else
        stop_count = stop_count+1;
        stop = (stop_count == FIXE_H);
    end
catch
    moyenne = zeros(1,length(m));
    stop = 1;
end
end

%-----
% displays the progression of the decomposition with the
default stopping criterion
function
display_emd(t,m,mp,r,envmin,envmax,envmoy,s,sb,sx,sdt,sd2t,nbi
t,k,display_sifting,stop_sift)
subplot(4,1,1)
plot(t,mp);hold on;
plot(t,envmax,'--k');plot(t,envmin,'--k');plot(t,envmoy,'r');
title(['IMF ',int2str(k),'; iteration ',int2str(nbit),'
before sifting']);
set(gca,'XTick',[])
hold off
subplot(4,1,2)
plot(t,sx)
hold on
plot(t,sdt,'--r')

```

```

plot(t,sd2t,':k')
title('stop parameter')
set(gca,'XTick',[])
hold off
subplot(4,1,3)
plot(t,m)
title(['IMF ',int2str(k),';   iteration ',int2str(nbit), '
after sifting']);
set(gca,'XTick',[])
subplot(4,1,4);
plot(t,r-m)
title('residue');
disp(['stop parameter mean value : ',num2str(sb),' before
sifting and ',num2str(s),' after'])
if stop_sift
    disp('last iteration for this mode')
end
if display_sifting == 2
    pause(0.01)
else
    pause
end
end

%-----
% displays the progression of the decomposition with the FIX
and FIX_H stopping criteria
function
display_end_fixe(t,m,mp,r,envmin,envmax,envmoy,nbit,k,display_
sifting)
subplot(3,1,1)
plot(t,mp);hold on;
plot(t,envmax,'--k');plot(t,envmin,'--k');plot(t,envmoy,'r');
title(['IMF ',int2str(k),';   iteration ',int2str(nbit), '
before sifting']);
set(gca,'XTick',[])
hold off
subplot(3,1,2)
plot(t,m)
title(['IMF ',int2str(k),';   iteration ',int2str(nbit), '
after sifting']);
set(gca,'XTick',[])
subplot(3,1,3);
plot(t,r-m)
title('residue');
if display_sifting == 2
    pause(0.01)
else
    pause
end
end

%-----

```

```

% defines new extrema points to extend the interpolations at
the edges of the
% signal (mainly mirror symmetry)
function [tmin,tmax,zmin,zmax] =
boundary_conditions(indmin,indmax,t,x,z,nbsym)

    lx = length(x);

    if (length(indmin) + length(indmax) < 3)
        error('not enough extrema')
    end

    % boundary conditions for interpolations :

    if indmax(1) < indmin(1)
        if x(1) > x(indmin(1))
            lmax = fliplr(indmax(2:min(end,nbsym+1)));
            lmin = fliplr(indmin(1:min(end,nbsym)));
            lsym = indmax(1);
        else
            lmax = fliplr(indmax(1:min(end,nbsym)));
            lmin = [fliplr(indmin(1:min(end,nbsym-1))),1];
            lsym = 1;
        end
    else
        if x(1) < x(indmax(1))
            lmax = fliplr(indmax(1:min(end,nbsym)));
            lmin = fliplr(indmin(2:min(end,nbsym+1)));
            lsym = indmin(1);
        else
            lmax = [fliplr(indmax(1:min(end,nbsym-1))),1];
            lmin = fliplr(indmin(1:min(end,nbsym)));
            lsym = 1;
        end
    end

    if indmax(end) < indmin(end)
        if x(end) < x(indmax(end))
            rmax = fliplr(indmax(max(end-nbsym+1,1):end));
            rmin = fliplr(indmin(max(end-nbsym,1):end-1));
            rsym = indmin(end);
        else
            rmax = [lx,fliplr(indmax(max(end-
nbsym+2,1):end))];
            rmin = fliplr(indmin(max(end-nbsym+1,1):end));
            rsym = lx;
        end
    else
        if x(end) > x(indmin(end))
            rmax = fliplr(indmax(max(end-nbsym,1):end-1));
            rmin = fliplr(indmin(max(end-nbsym+1,1):end));
            rsym = indmax(end);
        else
            rmax = fliplr(indmax(max(end-nbsym+1,1):end));

```



```

        rmin = [lx, fliplr(indmin(max(end-
nbsym+2,1):end))];
        rsym = lx;
    end
end

    tlmin = 2*t(lsym)-t(lmin);
    tlmax = 2*t(lsym)-t(lmax);
    trmin = 2*t(rsym)-t(rmin);
    trmax = 2*t(rsym)-t(rmax);

% in case symmetrized parts do not extend enough
if tlmin(1) > t(1) || tlmax(1) > t(1)
    if lsym == indmax(1)
        lmax = fliplr(indmax(1:min(end,nbsym)));
    else
        lmin = fliplr(indmin(1:min(end,nbsym)));
    end
    if lsym == 1
        error('bug')
    end
    lsym = 1;
    tlmin = 2*t(lsym)-t(lmin);
    tlmax = 2*t(lsym)-t(lmax);
end

if trmin(end) < t(lx) || trmax(end) < t(lx)
    if rsym == indmax(end)
        rmax = fliplr(indmax(max(end-nbsym+1,1):end));
    else
        rmin = fliplr(indmin(max(end-nbsym+1,1):end));
    end
    if rsym == lx
        error('bug')
    end
    rsym = lx;
    trmin = 2*t(rsym)-t(rmin);
    trmax = 2*t(rsym)-t(rmax);
end

    zlmax = z(lmax);
    zlmin = z(lmin);
    zrmax = z(rmax);
    zrmin = z(rmin);

    tmin = [tlmin t(indmin) trmin];
    tmax = [tlmax t(indmax) trmax];
    zmin = [zlmin z(indmin) zrmin];
    zmax = [zlmax z(indmax) zrmax];
end

```

```

%-----
%-----
%extracts the indices of extrema
function [indmin, indmax, indzer] = extr(x,t)

```

```

if(nargin==1)
    t=1:length(x);
end

m = length(x);

if nargout > 2
    x1=x(1:m-1);
    x2=x(2:m);
    indzer = find(x1.*x2<0);

    if any(x == 0)
        iz = find( x==0 );
        indz = [];
        if any(diff(iz)==1)
            zer = x == 0;
            dz = diff([0 zer 0]);
            debz = find(dz == 1);
            finz = find(dz == -1)-1;
            indz = round((debz+finz)/2);
        else
            indz = iz;
        end
        indzer = sort([indzer indz]);
    end
end

d = diff(x);

n = length(d);
d1 = d(1:n-1);
d2 = d(2:n);
indmin = find(d1.*d2<0 & d1<0)+1;
indmax = find(d1.*d2<0 & d1>0)+1;

% when two or more successive points have the same value we
% consider only one extremum in the middle of the constant area
% (only works if the signal is uniformly sampled)

if any(d==0)

    imax = [];
    imin = [];

    bad = (d==0);
    dd = diff([0 bad 0]);
    debs = find(dd == 1);
    fins = find(dd == -1);
    if debs(1) == 1
        if length(debs) > 1
            debs = debs(2:end);
            fins = fins(2:end);
        else

```

```

        debs = [];
        fins = [];
    end
end
if length(debs) > 0
    if fins(end) == m
        if length(debs) > 1
            debs = debs(1:(end-1));
            fins = fins(1:(end-1));

        else
            debs = [];
            fins = [];
        end
    end
end
lc = length(debs);
if lc > 0
    for k = 1:lc
        if d(debs(k)-1) > 0
            if d(fins(k)) < 0
                imax = [imax round((fins(k)+debs(k))/2)];
            end
        else
            if d(fins(k)) > 0
                imin = [imin round((fins(k)+debs(k))/2)];
            end
        end
    end
end
end

if length(imax) > 0
    indmax = sort([indmax imax]);
end

if length(imin) > 0
    indmin = sort([indmin imin]);
end

end
end

%-----
%-----

function ort = io(x,imf)
% ort = IO(x,imf) computes the index of orthogonality
%
% inputs : - x      : analyzed signal
%          - imf     : empirical mode decomposition

n = size(imf,1);

s = 0;

```

```

for i = 1:n
    for j = 1:n
        if i~=j
            s = s + abs(sum(imf(i,:).*conj(imf(j,:)))/sum(x.^2));
        end
    end
end

ort = 0.5*s;
end
%-----
-----

function
[x,t,sd,sd2,tol,MODE_COMPLEX,ndirs,display_sifting,sdt,sd2t,r,
imf,k,nbit,NbIt,MAXITERATIONS,FIXE,FIXE_H,MAXMODES,INTERP,mask
] = init(varargin)

x = varargin{1};
if nargin == 2
    if isstruct(varargin{2})
        inopts = varargin{2};
    else
        error('when using 2 arguments the first one is the
analyzed signal X and the second one is a struct object
describing the options')
    end
elseif nargin > 2
    try
        inopts = struct(varargin{2:end});
    catch
        error('bad argument syntax')
    end
end

% default for stopping
defstop = [0.05,0.5,0.05];

opt_fields =
{'t','stop','display','maxiterations','fix','maxmodes','interp',
'fix_h','mask','ndirs','complex_version'};

defopts.stop = defstop;
defopts.display = 0;
defopts.t = 1:max(size(x));
defopts.maxiterations = 2000;
defopts.fix = 0;
defopts.maxmodes = 0;
defopts.interp = 'spline';
defopts.fix_h = 0;
defopts.mask = 0;
defopts.ndirs = 4;
defopts.complex_version = 2;

opts = defopts;

```

```

if(nargin==1)
    inopts = defopts;
elseif nargin == 0
    error('not enough arguments')
end

names = fieldnames(inopts);
for nom = names'
    if ~any(strcmpi(char(nom), opt_fields))
        error(['bad option field name: ',char(nom)])
    end
    if ~isempty(eval(['inopts.',char(nom)])) % empty values are
discarded
        eval(['opts.',lower(char(nom)), ' =
inopts.',char(nom),';'])
    end
end

t = opts.t;
stop = opts.stop;
display_sifting = opts.display;
MAXITERATIONS = opts.maxiterations;
FIXE = opts.fix;
MAXMODES = opts.maxmodes;
INTERP = opts.interp;
FIXE_H = opts.fix_h;
mask = opts.mask;
ndirs = opts.ndirs;
complex_version = opts.complex_version;

if ~isvector(x)
    error('X must have only one row or one column')
end

if size(x,1) > 1
    x = x.';
end

if ~isvector(t)
    error('option field T must have only one row or one column')
end

if ~isreal(t)
    error('time instants T must be a real vector')
end

if size(t,1) > 1
    t = t.';
end

```

```

if (length(t)~=length(x))
    error('X and option field T must have the same length')
end

if ~isvector(stop) || length(stop) > 3
    error('option field STOP must have only one row or one
column of max three elements')
end

if ~all(isfinite(x))
    error('data elements must be finite')
end

if size(stop,1) > 1
    stop = stop';
end

L = length(stop);
if L < 3
    stop(3)=defstop(3);
end

if L < 2
    stop(2)=defstop(2);
end

if ~ischar(INTERP) ||
~any(strcmpi(INTERP,{'linear','cubic','spline'}))
    error('INTERP field must be ''linear'', ''cubic'', ''pchip''
or ''spline''')
end

%special procedure when a masking signal is specified
if any(mask)
    if ~isvector(mask) || length(mask) ~= length(x)
        error('masking signal must have the same dimension as the
analyzed signal X')
    end

    if size(mask,1) > 1
        mask = mask.';
    end
    opts.mask = 0;
    imf1 = emd(x+mask,opts);
    imf2 = emd(x-mask,opts);
    if size(imf1,1) ~= size(imf2,1)
        warning('emd:warning', ['the two sets of IMFs have
different sizes: ',int2str(size(imf1,1)), ' and
',int2str(size(imf2,1)), ' IMFs.'])
    end
    S1 = size(imf1,1);
    S2 = size(imf2,1);
    if S1 ~= S2
        if S1 < S2

```

```

        tmp = imf1;
        imf1 = imf2;
        imf2 = tmp;
    end
    imf2(max(S1,S2),1) = 0;
end
imf = (imf1+imf2)/2;

end

sd = stop(1);
sd2 = stop(2);
tol = stop(3);

lx = length(x);

sdt = sd*ones(1,lx);
sd2t = sd2*ones(1,lx);

if FIXE
    MAXITERATIONS = FIXE;
    if FIXE_H
        error('cannot use both ''FIX'' and ''FIX_H'' modes')
    end
end

MODE_COMPLEX = ~isreal(x)*complex_version;
if MODE_COMPLEX && complex_version ~= 1 && complex_version ~=
2
    error('COMPLEX_VERSION parameter must equal 1 or 2')
end

% number of extrema and zero-crossings in residual
ner = lx;
nzc = lx;

r = x;

if ~any(mask) % if a masking signal is specified "imf" already
exists at this stage
    imf = [];
end
k = 1;

% iterations counter for extraction of 1 mode
nbit=0;

% total iterations counter
NbIt=0;
end
%-----
-----

```

A.4 Υλοποίηση της μεθόδου EEMD: eemdvect.m

```
function [ IMFeemd,R ] = eemdvect( x,Nstd,NR )
%UNTITLED Summary of this function goes here
% Detailed explanation goes here
x=x(:)';
[R,C]=size(x);
if R<C
    N=C;
else
    N=R;
end
for ii=1:NR %the iith noise realization
    w(ii,:)=randn(size(x)); %Matrix containing I realizations of
    white noise
    X(ii,:)=x+Nstd*w(ii,:); %%matrix IxN including the
    summation of x function with differen noise realizations
end
IMF=[]; %Cell array which contains all the modes of EMD for
each row of X
for ii=1:NR
    imf=emd(X(ii,:)); %modes of emd for each row of X
    IMF{ii} = imf; %Creation of the cell array
end
maxK = 0; %max number of modes, initial value set to zero
pad = zeros(1,N); %a vector of length N, full of zeros for
padding the missing modes (Torres et al.,2011)
for ii=1:NR %the iith realization
    % prote = [prote; IMF{kk}(1,:)];
    currentK = size(IMF{1,ii},1);%calculate current number of
    modes for the iith noise realization (every cell of IMF)
    if(currentK > maxK)
        maxK = currentK; %find the maximum number of the
        resulting modes
    end
end
for ii=1:NR
    currentK = size(IMF{1,ii},1);
    diff = maxK-currentK; %difference between max number of
    modes (calculated before) and current number of modes (for
    every cell of IMF)
    if(diff~=0) %if differs than zero
        for kkk = 1:diff
            IMF{1,ii}(currentK+kkk,:) = pad; %goes to the last
            mode and adds diff number of rows with zeros (Padding)
        end
    end
end
IMFeemd=[];
IMFtemp=zeros(NR, N*maxK);
IMFtemp2=[];
```



```

for ii=1:NR
    for kk=1:maxK
        IMFtemp2=[IMFtemp2 IMF{1,ii}(kk,:)]; %temporal matrix
        containing the all the kth modes of ith realization
    end
    IMFtemp(ii,:)=IMFtemp2; %temporal matrix containg all the
    modes
    IMFtemp2=[];
end
avgMode=mean(IMFtemp); %takes the average the modes
IMFeemd=(reshape(avgMode,N,maxK))'; %reshape the matrix for
interpretation
R=x-sum(IMFeemd);
end

```

A.5 Υλοποίηση της μεθόδου CEEMD: ceemdcvect.m

```

function [ IMF,last_Res ] = ceemdcvect( X,Nstd,NR )
%UNTITLED3 Summary of this function goes here
% Detailed explanation goes here

X=X(:)';
[R,C]=size(X);
if R<C
    N=C;
else
    N=R;
end
imfwn=[]; %this matrix will contain the current modes of the i-th
realization
IMFwn=[]; %this matrix will contain all the resulting modes of noise
(CELL MATRIX) {1xI}(KxN)
ModesWN=[]; %this matrix will contain the resulting modes in k
groups, where k=1,..K the number of the mode (CELL MATRIX) {1xK}(IxN)
maxK=0; %scalar, to find the maximum K
pad=zeros(1,N); % vector of zeros that will be used to pad the missing
modes
w=[]; %matrix IxN with I different noise realizations

for ii=1:NR %Perform EMD on the iith noise realization
    w(ii,:)=randn(size(X)); %different noise realizations
    imfwn=emdc([],w(ii,:),[],[]); %perform EMD (Flandrin function)
    IMFwn{ii}=imfwn; %putting the results in a cell matrix
    %-----START ZERO PADDING-----
    -----
    currentK=size(IMFwn{1,ii},1); %find the number of modes for the
    current decompotition
    if currentK>maxK %find the maximum number of modes
        maxK=currentK;
    end
    diff = maxK-currentK; %find the difference by the maximum number
    of modes
    if(diff~=0) %if differs than zero
        for kk = 1:diff

```

```

        IMFwn{1,ii}(currentK+kk,:) = pad; %zero-pad the missing
ones
    end
end
%-----END ZERO PADDING-----
%-----START MODES SEPERATION -----
%-----
for kkk=1:maxK
    ModesWN{kkk}(ii,:)=IMFwn{ii}(kkk,:); %Group the results of
the decompton in accordance to mode number
end
%-----END MODES SEPERATION -----
%-----
end

Xin=[]; %input for emd X[n]=x[n]+e0*wi[n] (matrix IxN)

Nstdk=zeros(size(1:maxK)); %vector os noise std (ek), k=1,...,K is
the number of modes.
Nstdk(:,:)=Nstd;%values of std
% options = emdoptimset('IMFs', 1); %options for EMD to obtain the
first mode
imf1=[];%this matrix will contain the current first modes of the i-th
realization
IMF1ceemd=[];%this matrix will contain all the resulting first modes
of X[n] (KxN)
for ii=1:NR
    Xin(ii,:)=X+Nstd*w(ii,:);%make the input for the current
realization
    imf1=emd([[],Xin(ii,:)],[],1); %perform EMD until the first mode
    IMF1ceemd=[IMF1ceemd;imf1(1,:)]; %puts the obtained first modes
for each realization in a matrix (IxN) (One mode for each I)
end
IMF1=mean(IMF1ceemd); %computes the average of the first IMFs (vector
1xN). This is IMF1[n]
IMF=zeros(maxK+1,N); %this matrix will contain final IMFs
IMF(1,:)=IMF1; %put IMF1 in the first row

r1=X-IMF(1,:); %compute the first residue r1[n]=x[n]-IMF1
Rs=zeros(maxK,N); %put all the residue in a matrix
Rs(1,:)=r1;%first row of Rs equals to first residue r1
imf2=[];
r=[];
IMF2ceemd=[];
for ii=1:NR
    for k=1
        r(ii,:)=Rs(k,:)+Nstdk(k)*ModesWN{1,k}(ii,:);%make the input
for the current realization (r1[n]+e1*E1(wi[n]))
    end
    imf2=emd([[],r(ii,:)],[],1); %perform EMD until the first mode
    IMF2ceemd=[IMF2ceemd;imf2(1,:)]; %puts the obtained first modes
for each realization in a matrix (IxN) (One mode for each I)

end
IMF(2,:)=mean(IMF2ceemd);
IMFceemd=[];
for k=2:maxK;
    Rs(k,:)=Rs(k-1,:)-IMF(k,:);
    nmax=size(findpeaks(Rs(k,:)),2);

```

```

nmin=size(findpeaks(-Rs(k,:)),2);
num=nmax+nmin;
if num>2
    curk=k;
    lastk=curk;
    for ii=1:NR
        Xs(ii,:)=Rs(k,:)+Nstdk(k)*ModesWN{1,k}(ii,:);
        imf=emdc([],Xs(ii,:),[],1);
        IMFceemd=[IMFceemd;imf(1,:)];
    end
    IMF(k+1,:)=mean(IMFceemd);
    IMFceemd=[];
    Xs=[];
    imf=[];
else
    curk=k;
    lastk=curk;
    break;
end
end
IMF=IMF(1:lastk,:);
last_Res=X-sum(IMF); %final residue

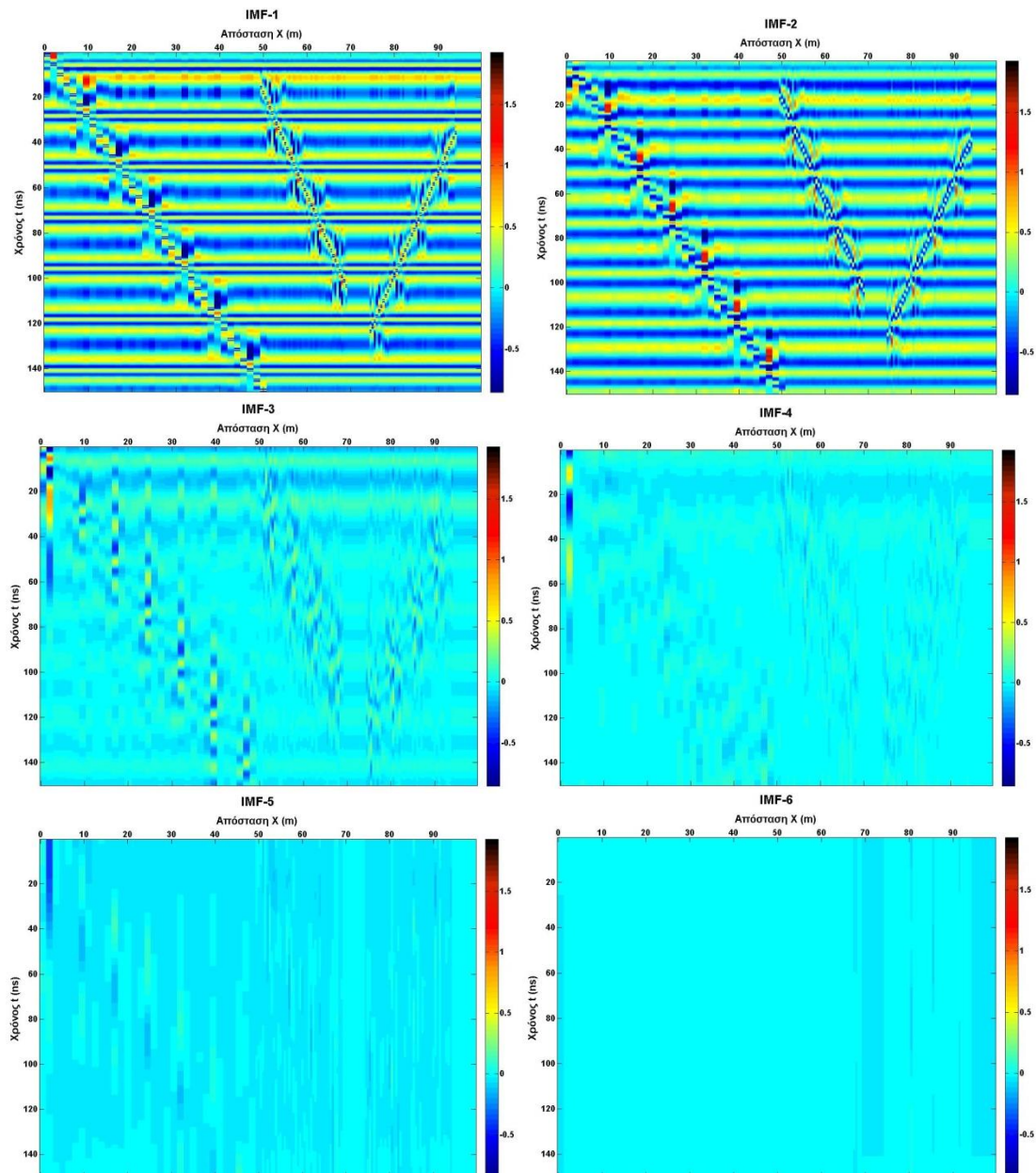
end

```

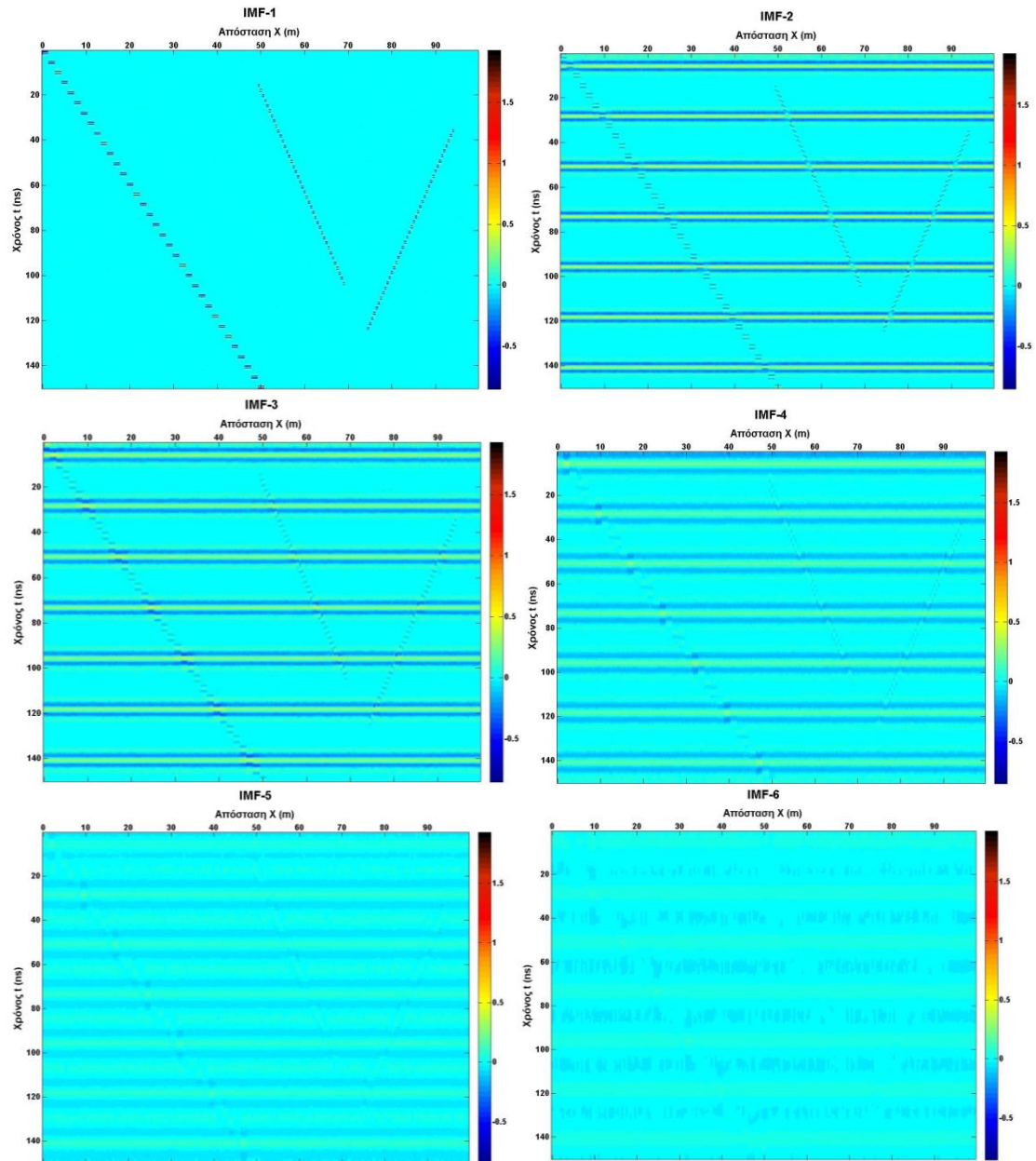
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: Εικόνες

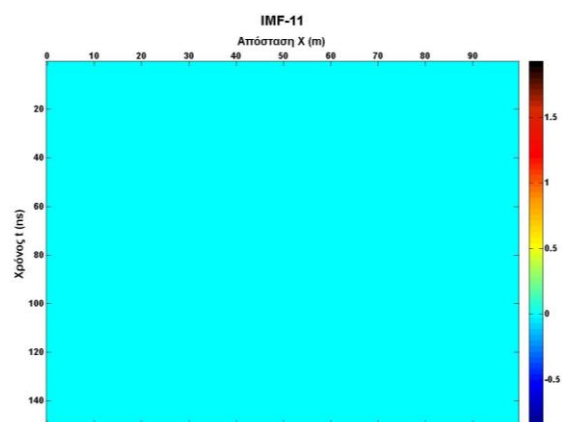
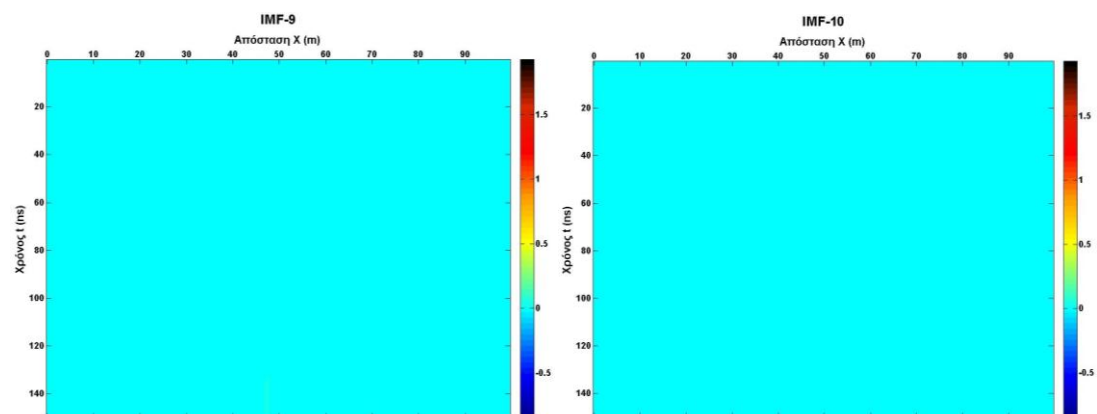
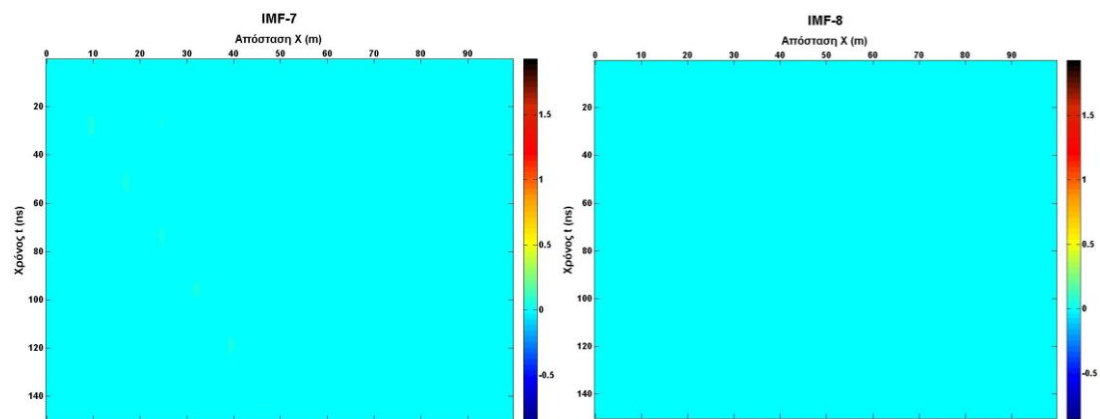
Β1 Συνθετική τομή

Β1.1 Αποτελέσματα EMD

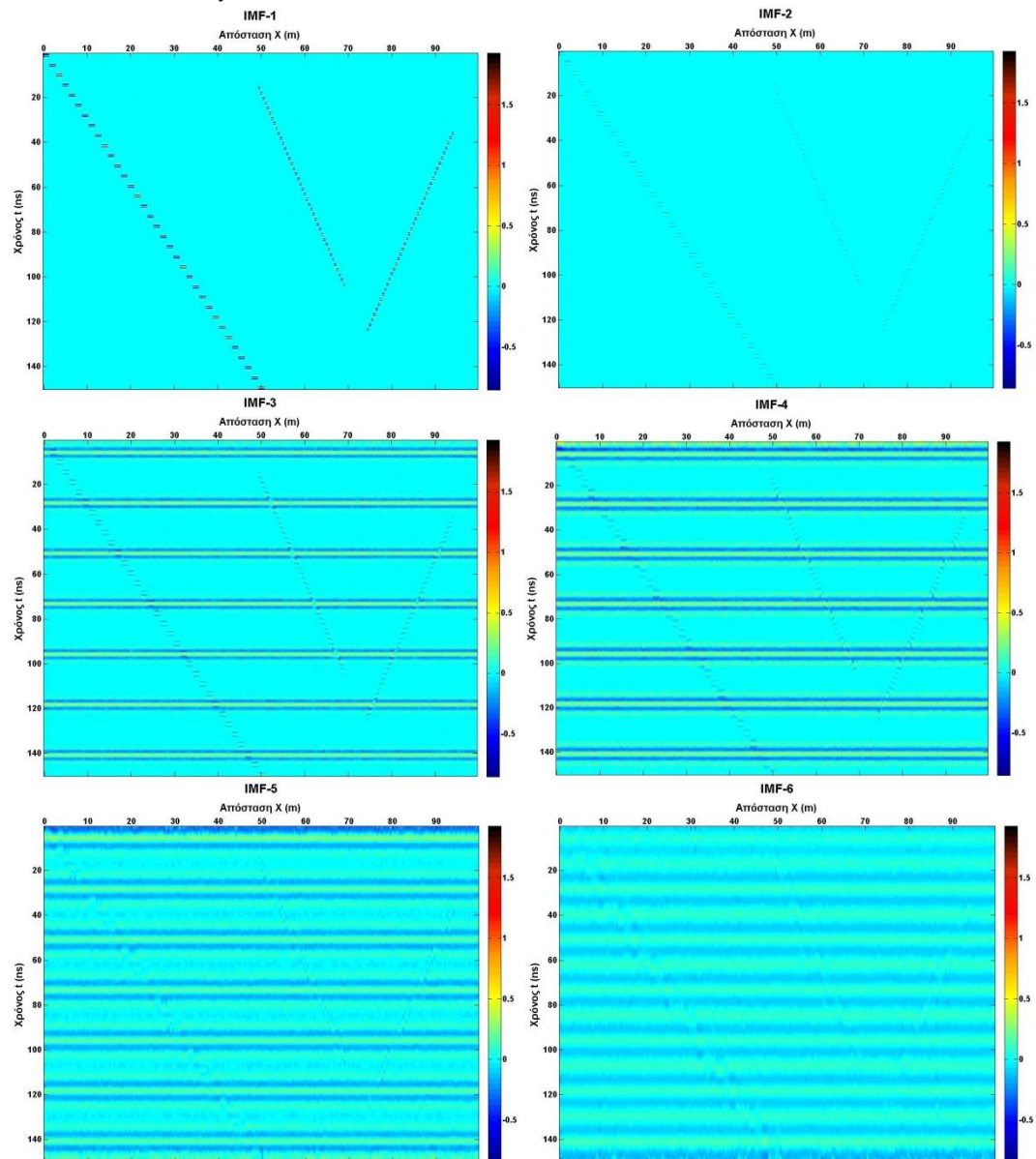


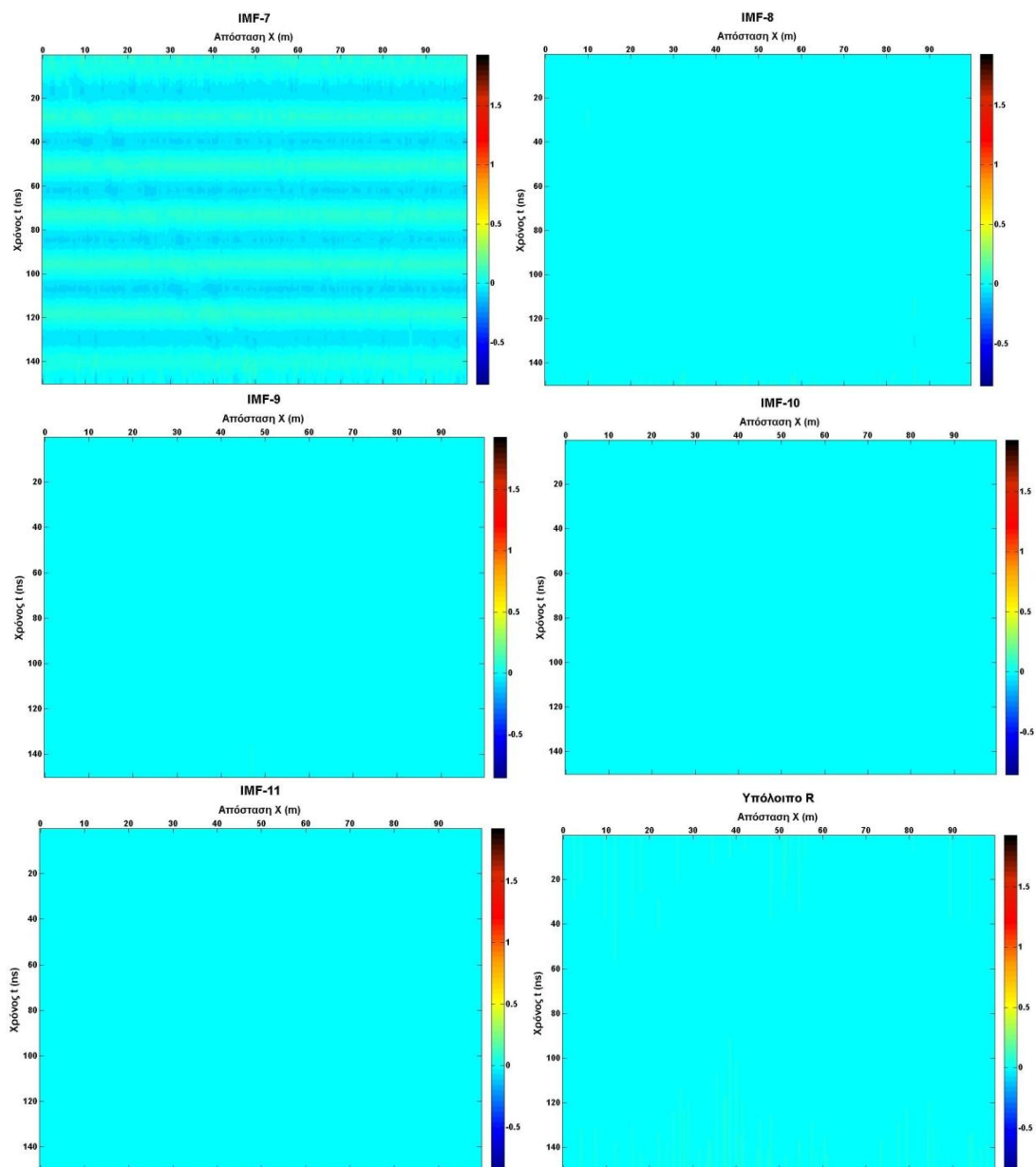
Β1.2 Αποτελέσματα ΕΕΜD





Β1.3 Αποτελέσματα CEEMD

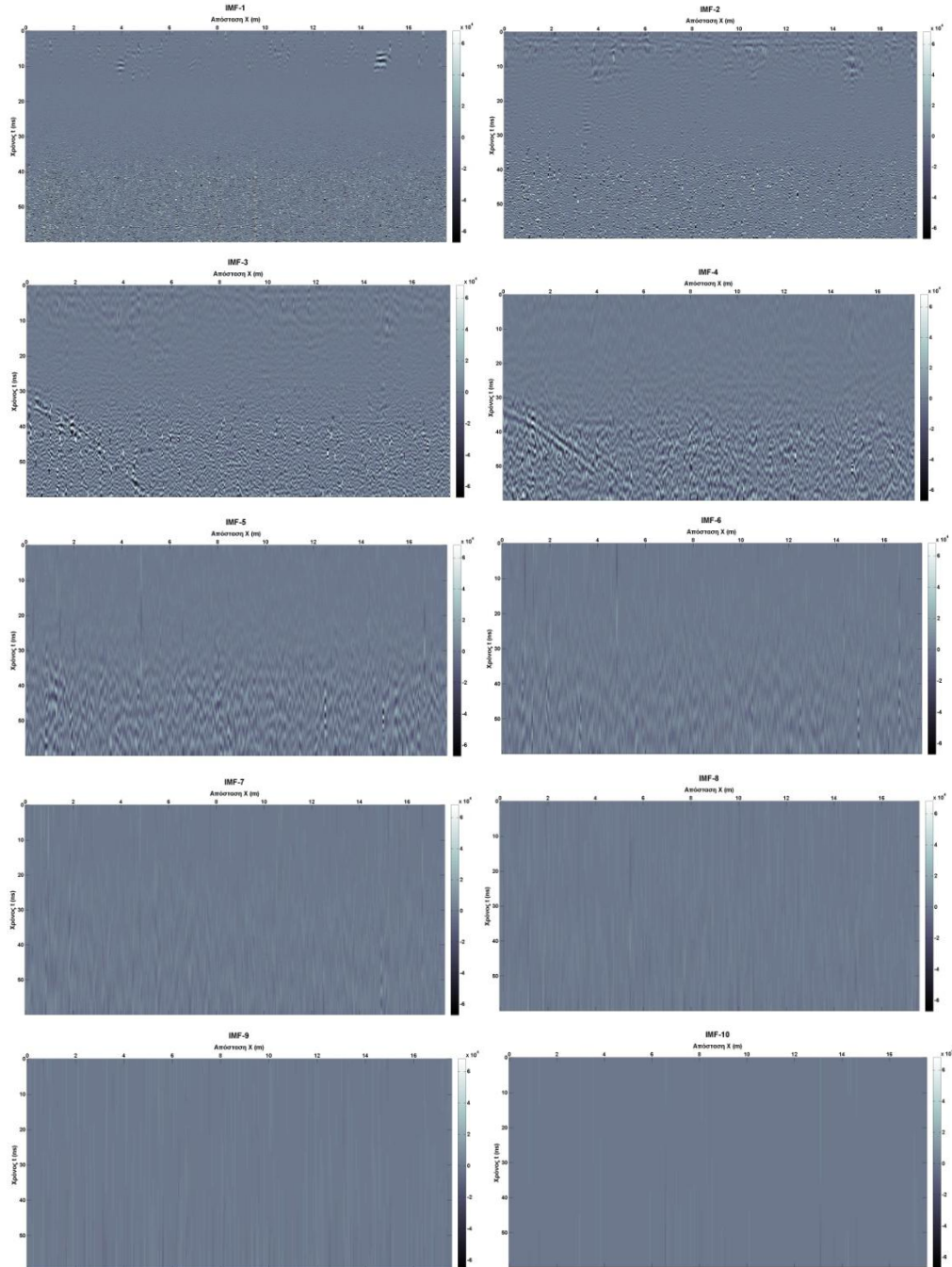




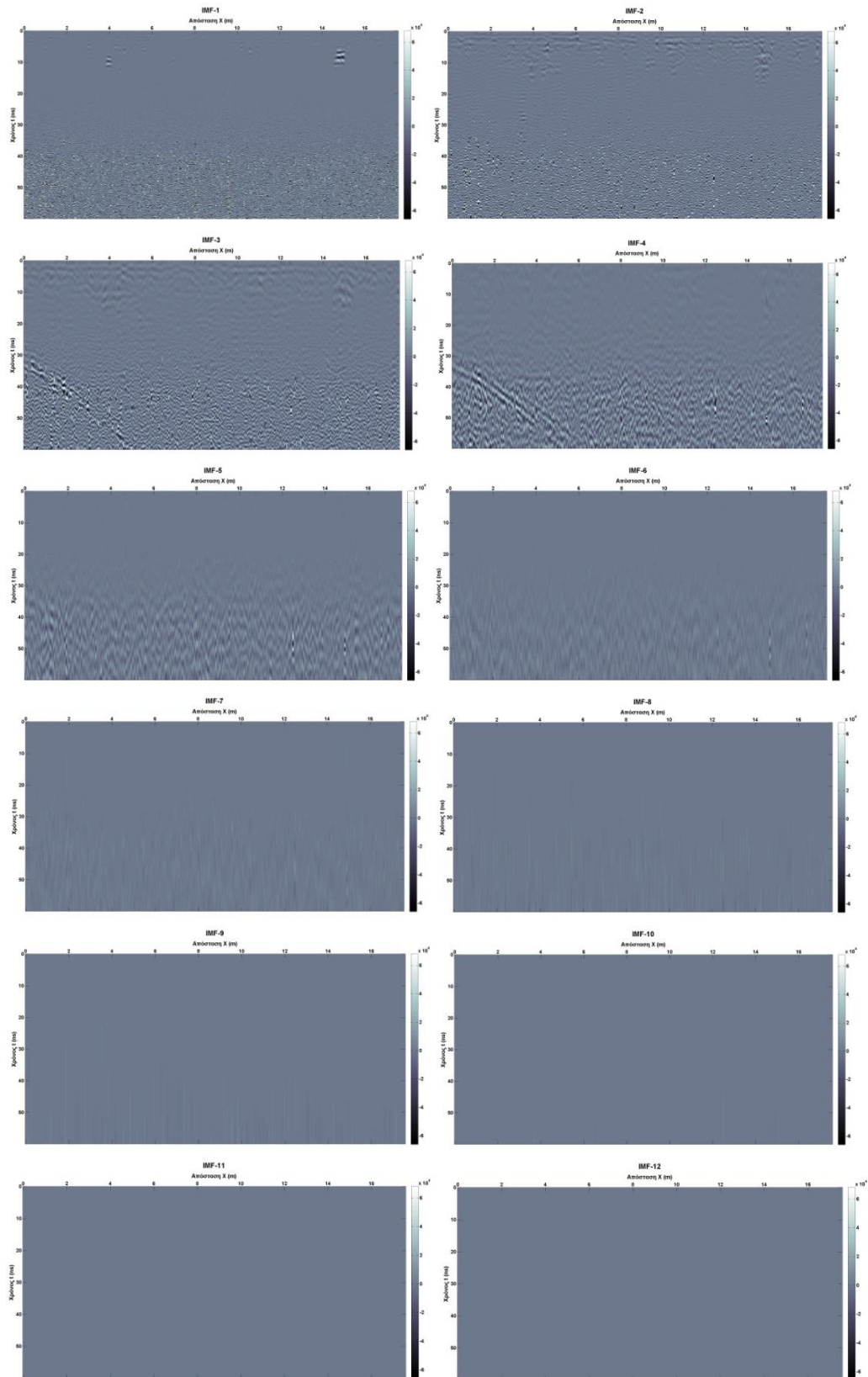
B2 Δεδομένα γεωραντάρ

B2.1 Γραμμή διασκόπησης M17

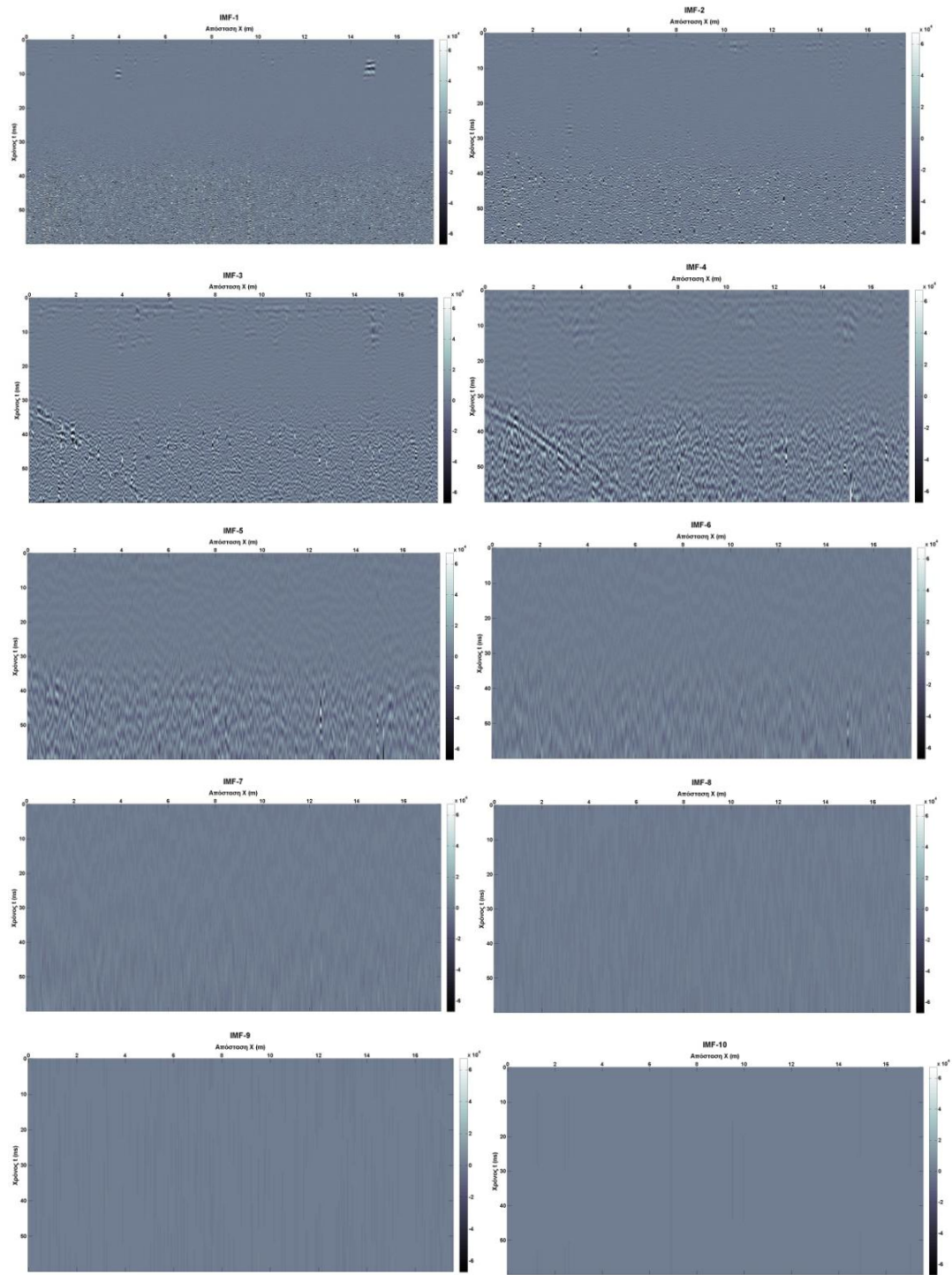
B2.1.1 Αποτελέσματα EMD



B2.1.2 Αποτελέσματα EEMD

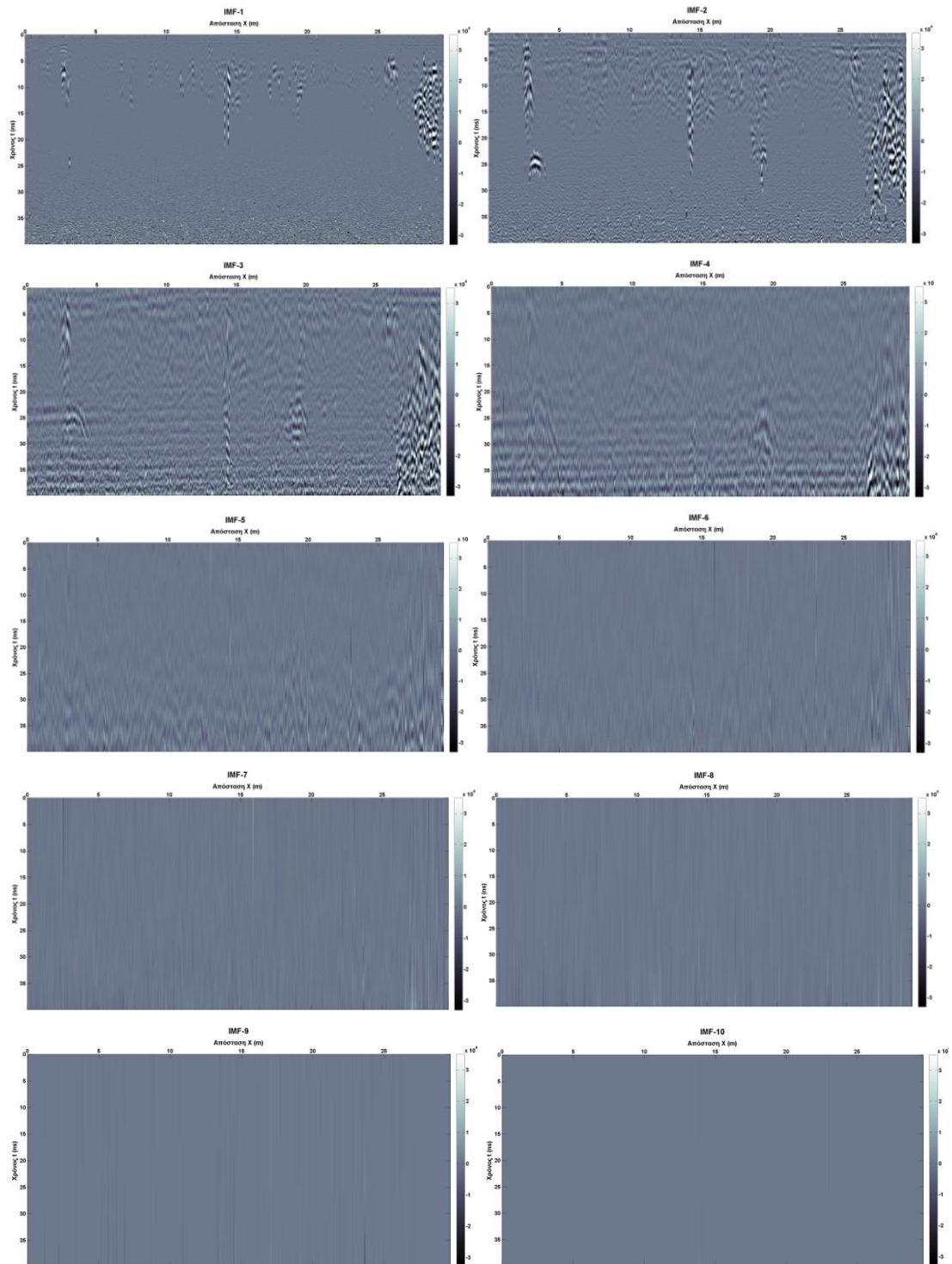


B2.1.3 Αποτελέσματα CEEMD

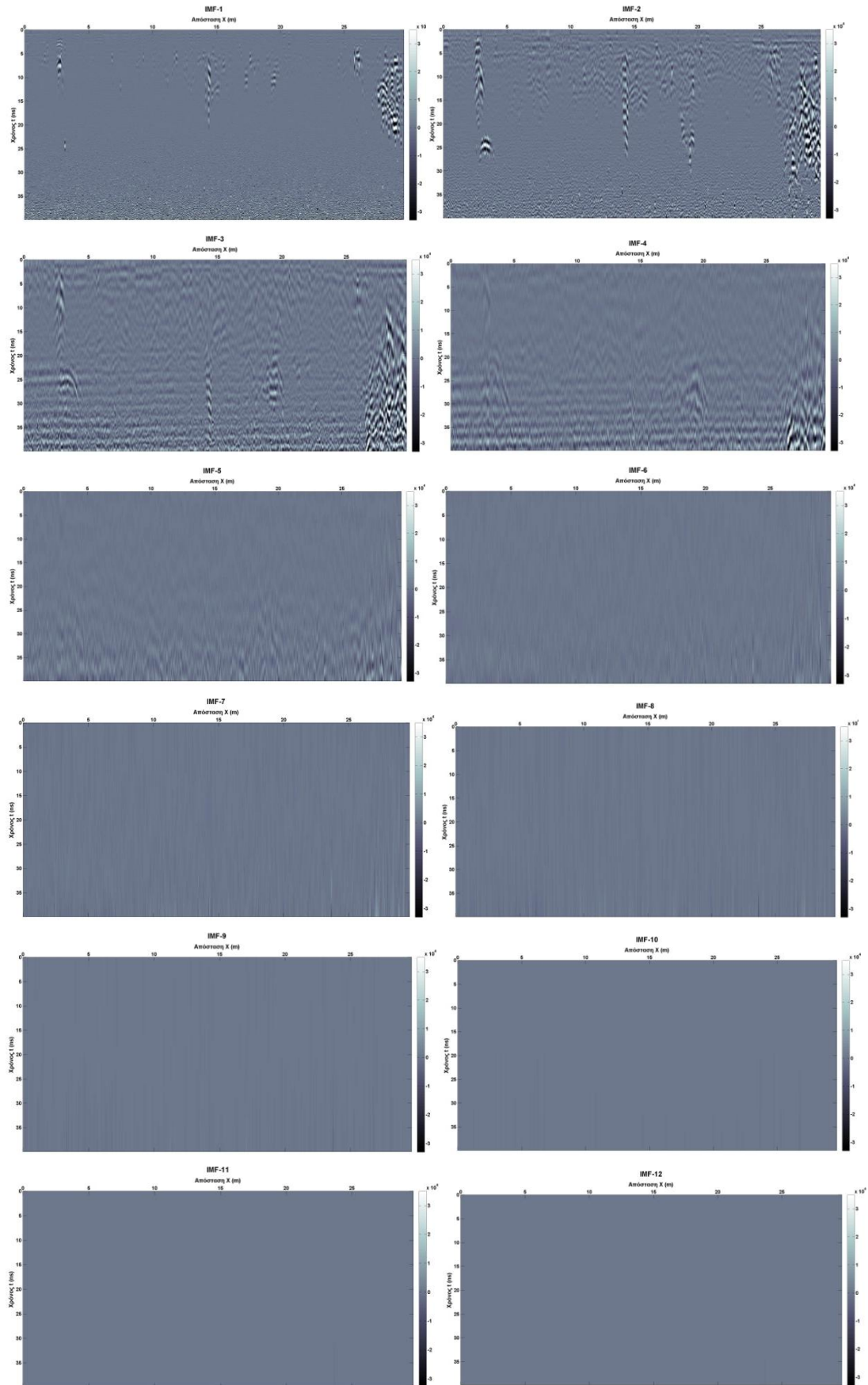


B2.2 Γραμμή διασκόπησης N19

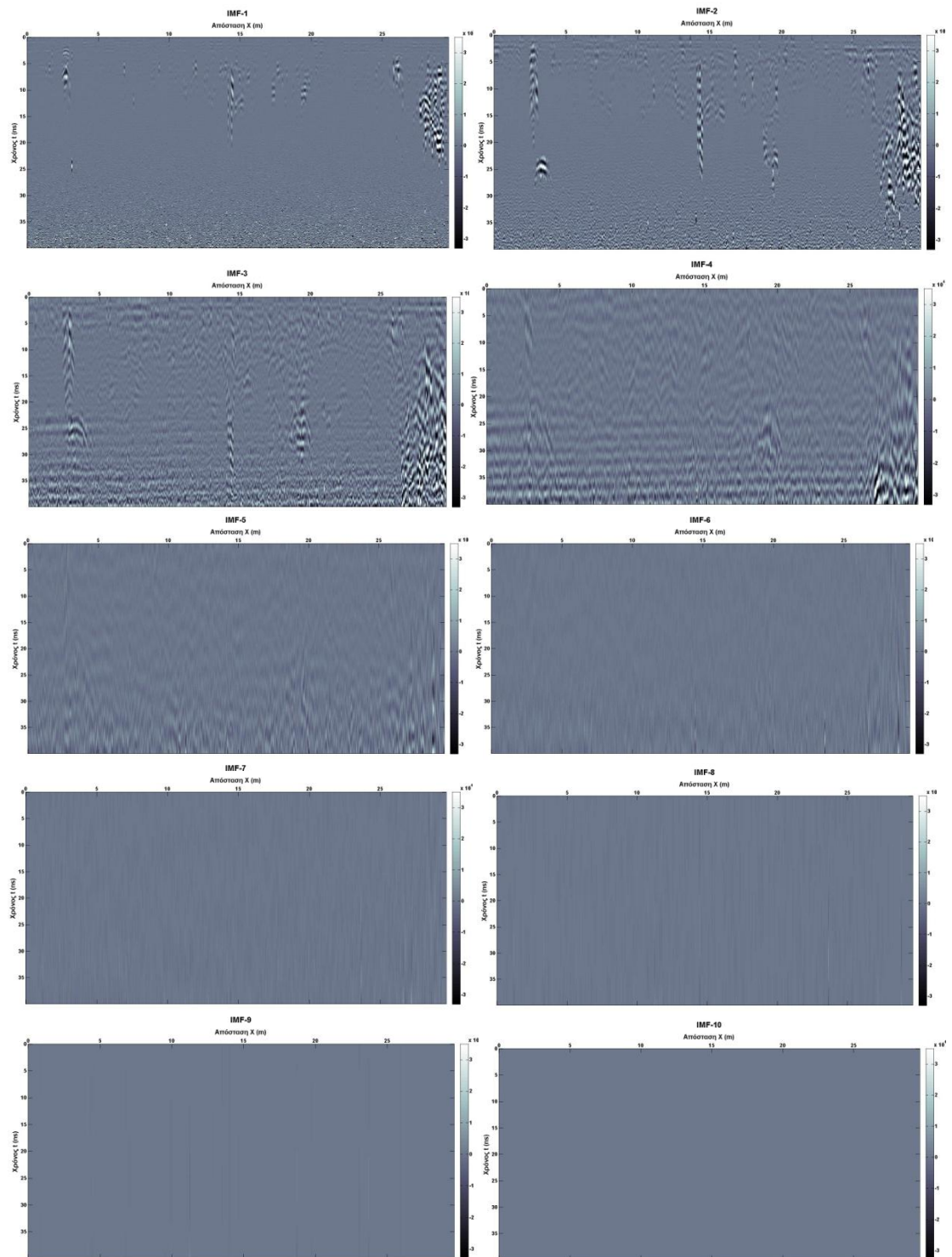
B2.2.1 Αποτελέσματα EMD



B2.2.2 Αποτελέσματα EEMD

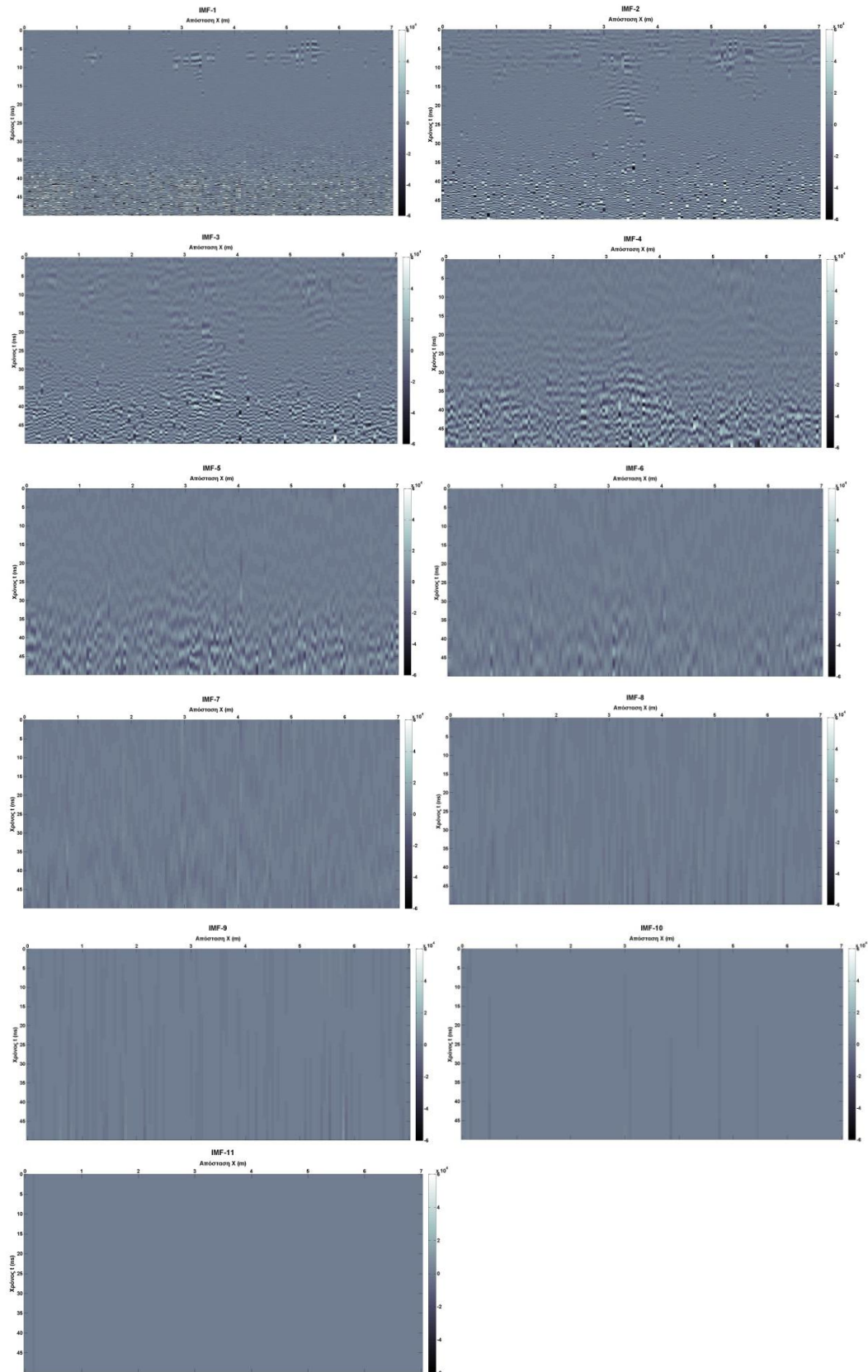


B2.2.3 Αποτελέσματα CEEMD

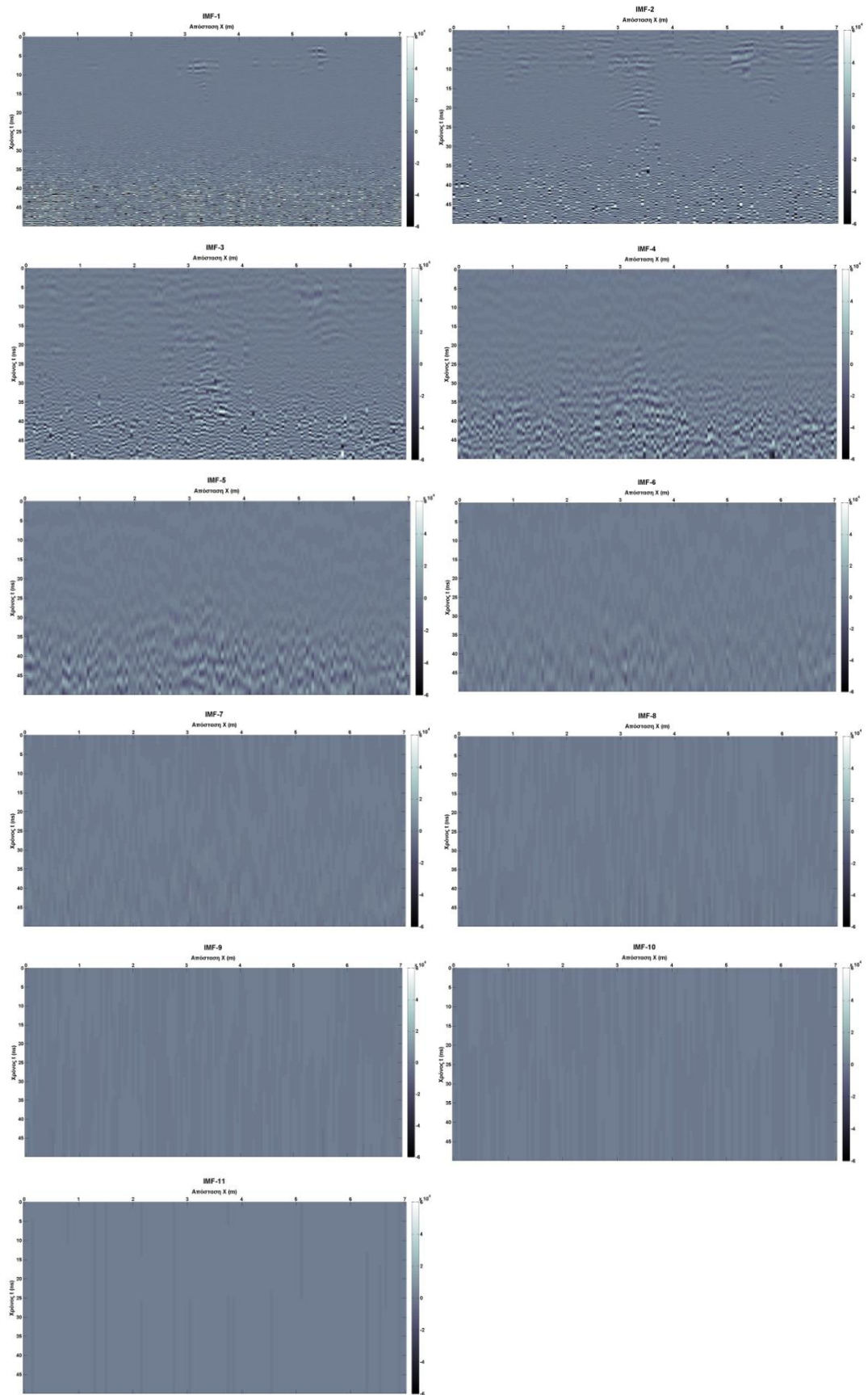


B2.3 Γραμμή διασκόπησης T5

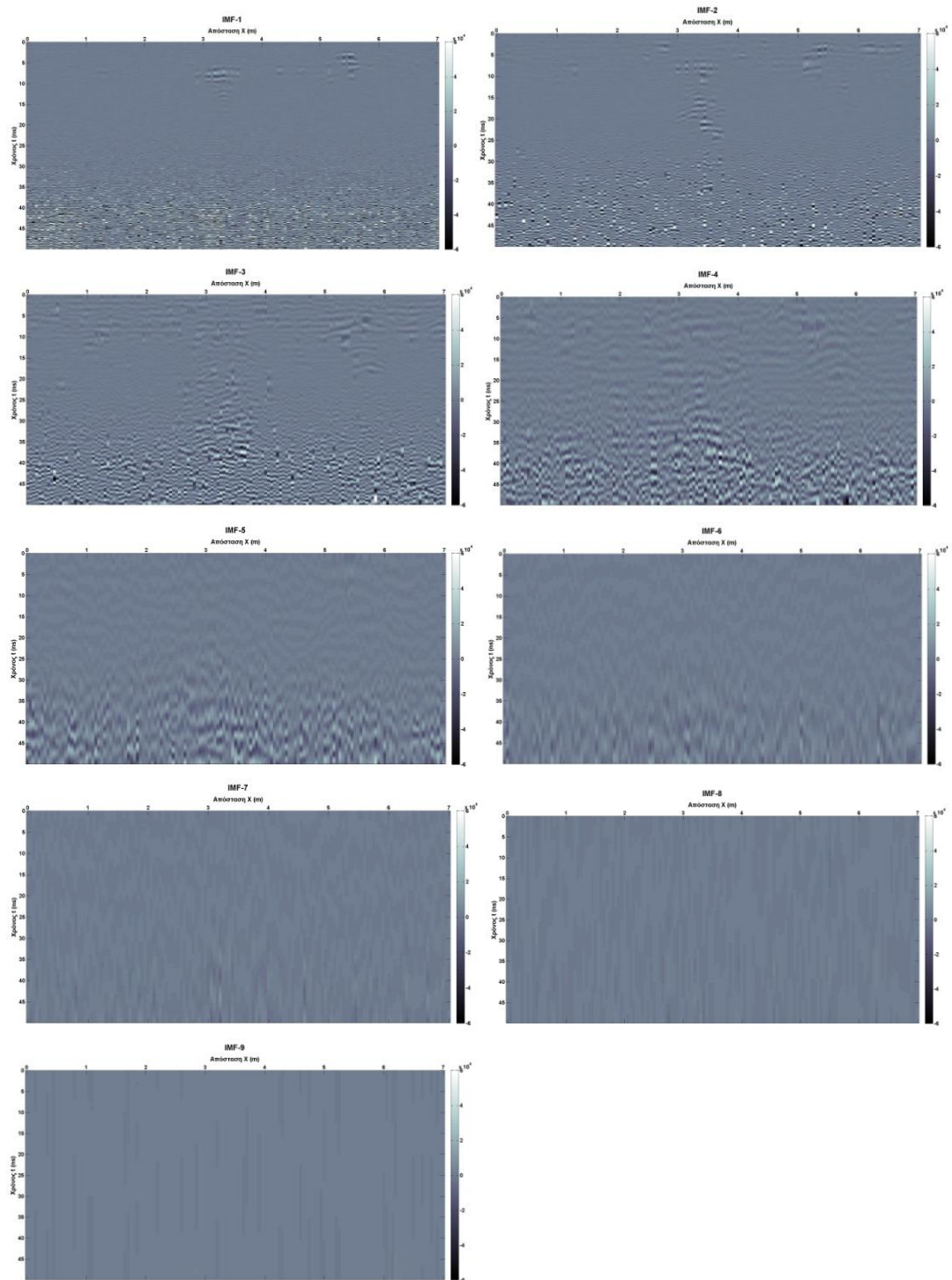
B2.3.1 Αποτελέσματα EMD



B2.3.2 Αποτελέσματα EEMD

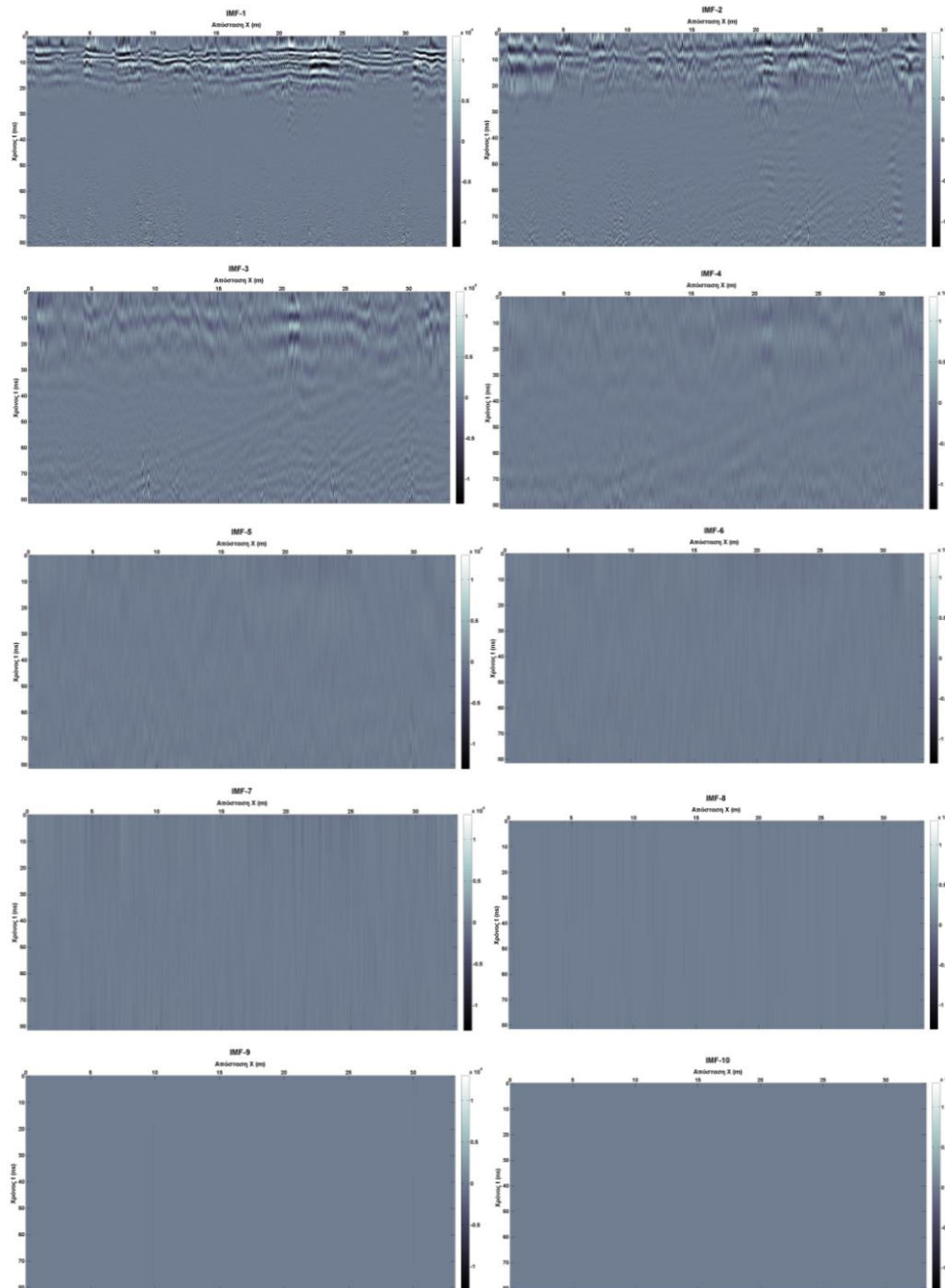


B2.3.3 Αποτελέσματα CEEMD

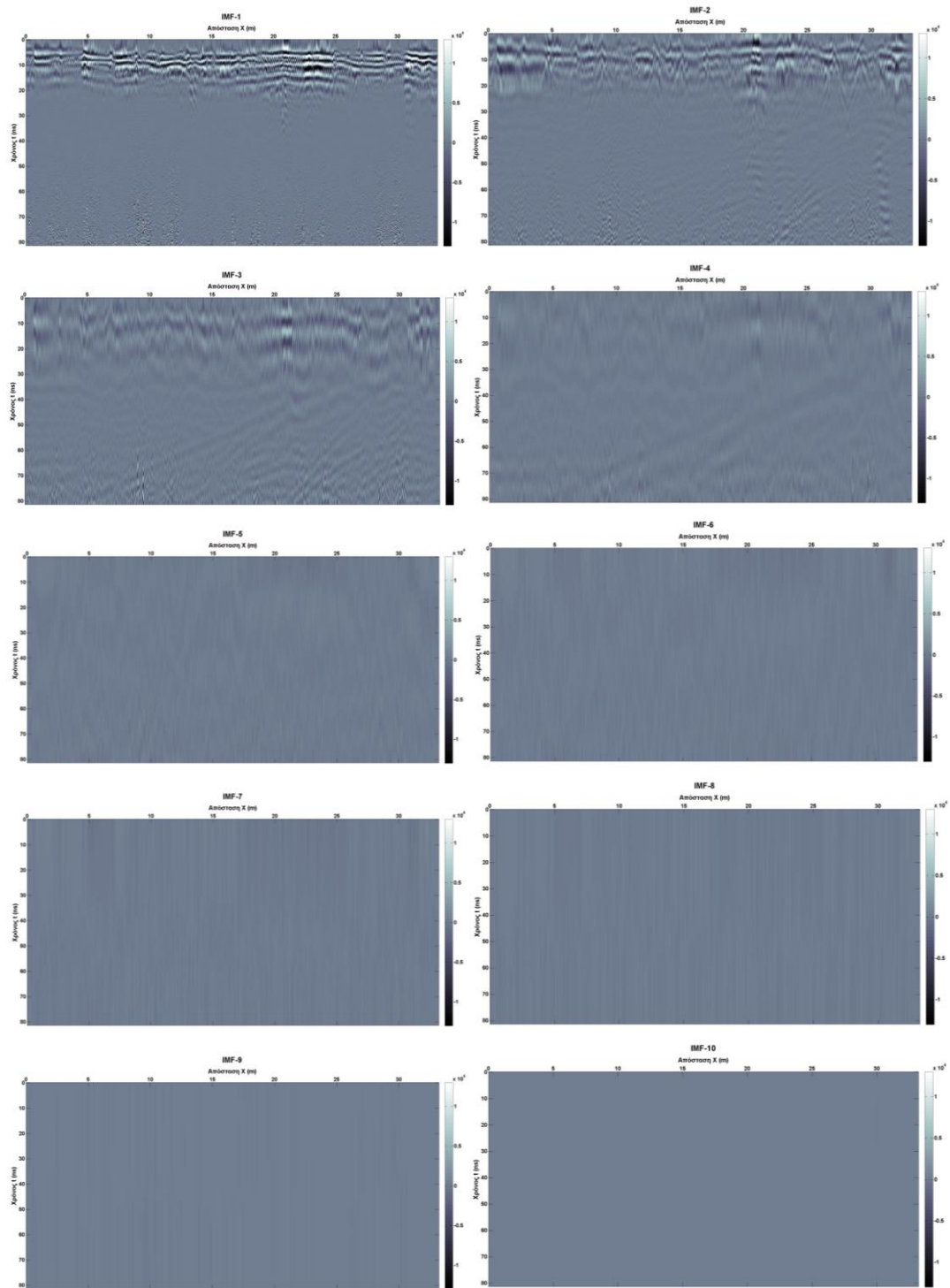


B2.4 Γραμμή διασκόπησης LINEX50

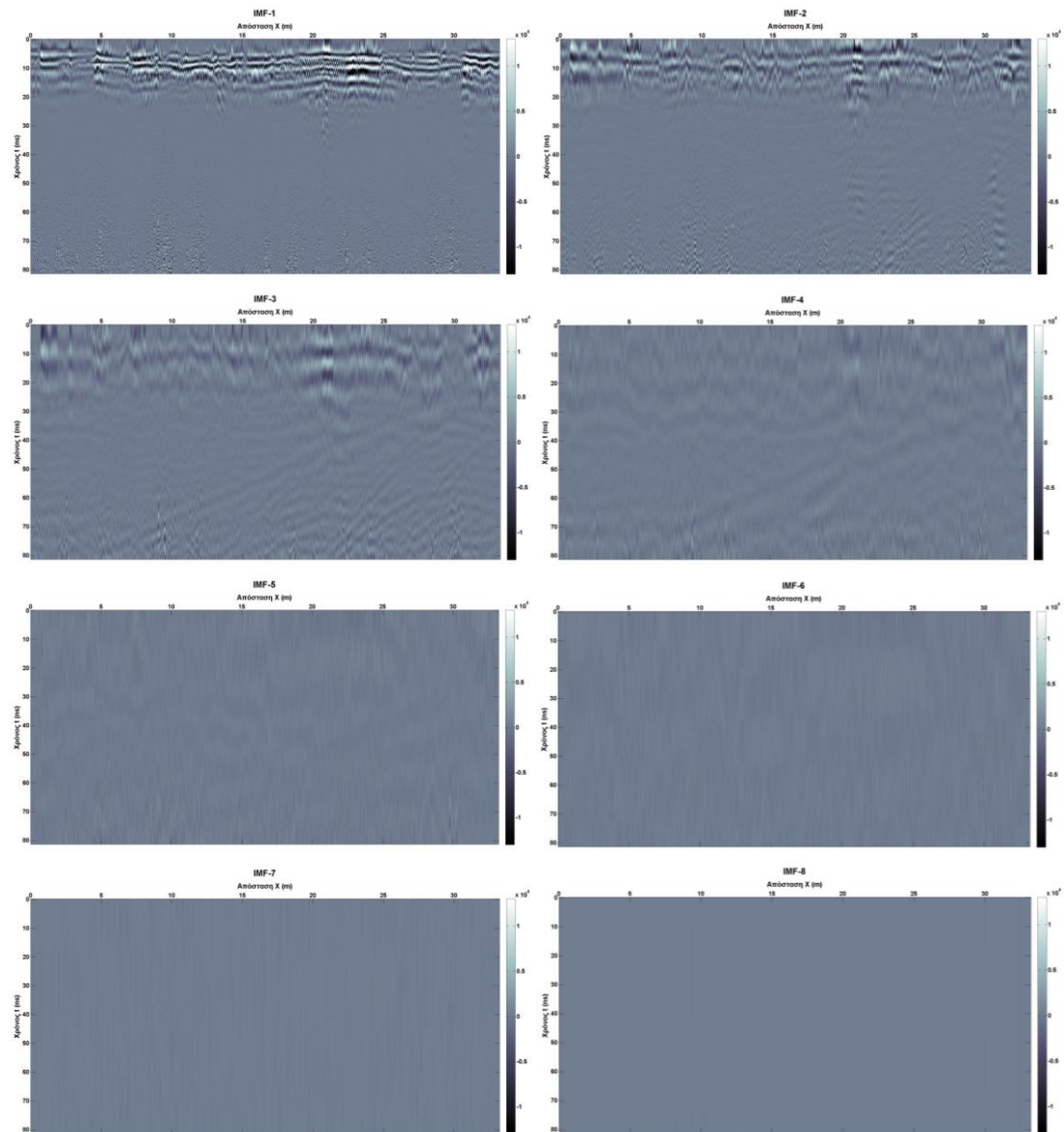
B2.4.1 Αποτελέσματα EMD



B2.4.2 Αποτελέσματα EEMD

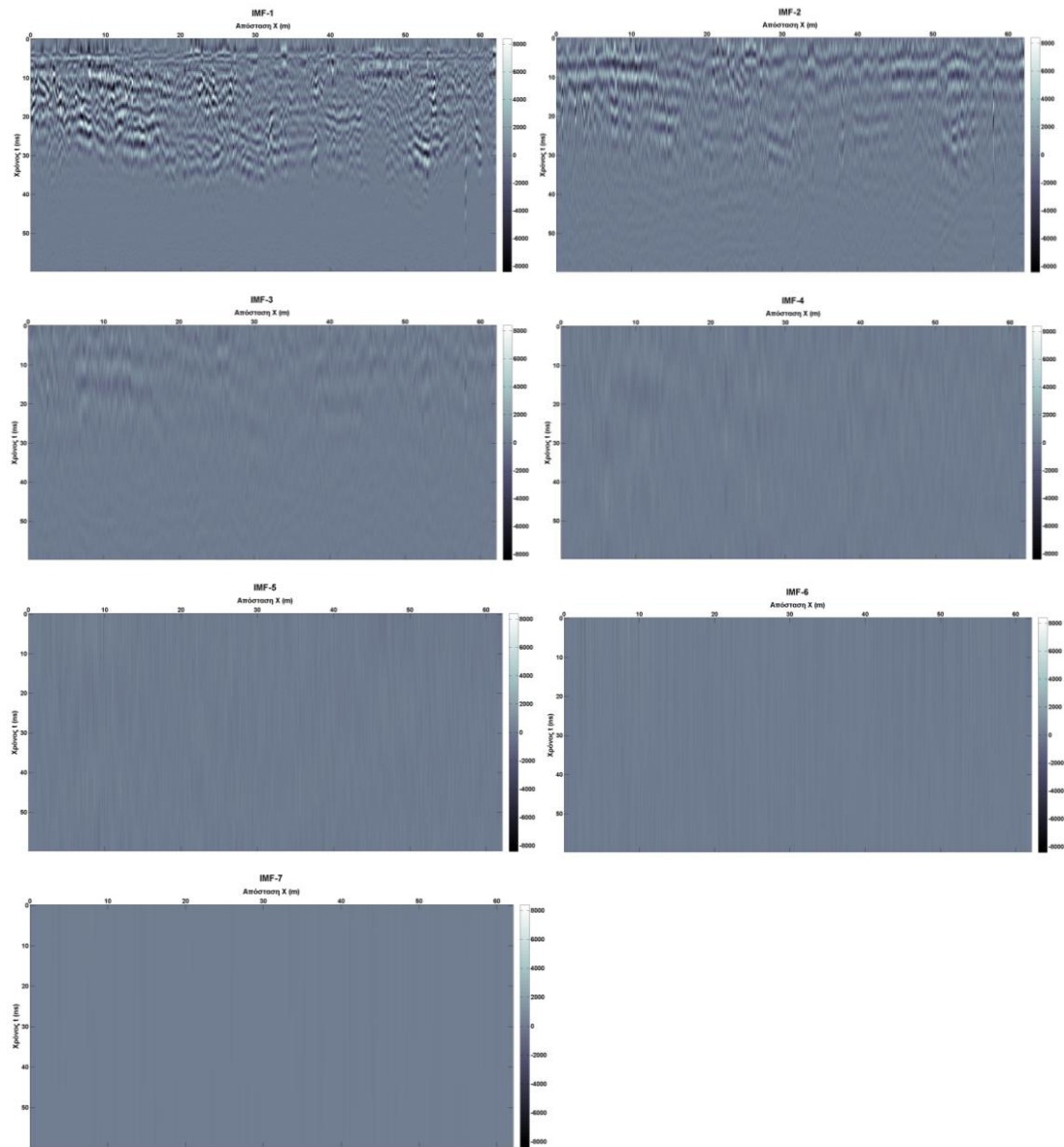


Β2.4.3 Αποτελέσματα CEEMD

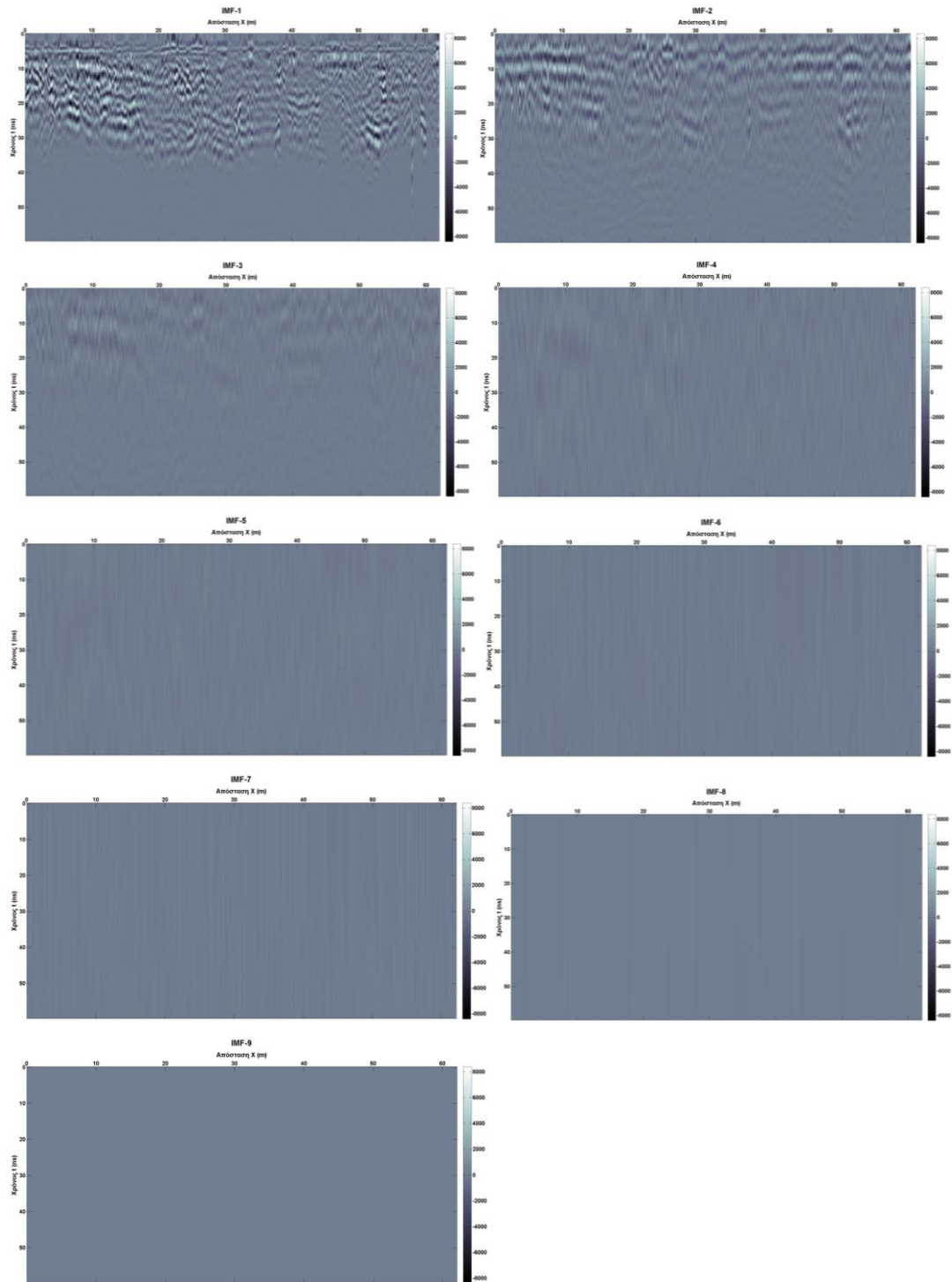


B2.5 Γραμμή διασκόπησης LINEX18

B2.5.1 Αποτελέσματα EMD



B2.5.2 Αποτελέσματα EEMD



B2.5.3 Αποτελέσματα CEEMD

