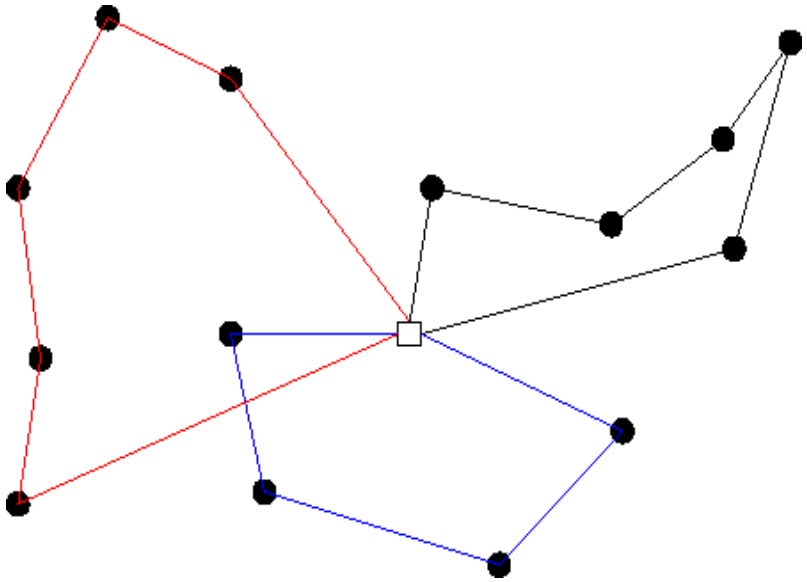
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ
ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΜΗΝΟΥΣ ΜΕΛΙΣΣΩΝ ΓΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗΣ



Επιβλέπων: Μαρινάκης Ιωάννης

Αφιερώνεται στους γονείς και στον αδερφό μου.

Περιεχόμενα

1. Περιλήψεις
1.1 Περίληψη 5
1.2. Summary 6

2 Γενικές Πληροφορίες
2.1 Εφοδιαστική (Logistics) 7
2.2 Σύντομη Ιστορική Εξέλιξη 7
2.3 Εφοδιαστική Αλυσίδα 8
2.4 Διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας (Logistics Management) 9
2.5 Δρομολόγηση (Routing) 10
2.6 Δρομολόγηση Στόλου Οχημάτων 10
2.7 Δρομολόγηση και Σύγχρονη Τεχνολογία 11

3 Επίλυση Προβλημάτων Δρομολόγησης, Συνδυαστική Βελτιστοποίηση
3.1 Βασικά Προβλήματα της Συνδυαστικής Βελτιστοποίηση 13
3.1.1 Πρόβλημα του Συντομότερου Μονοπατιού SPP (Shortest Path Problem 13
3.1.2 Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή TSP (Travelling Salesman Problem) 14
3.1.3 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων VRP (Vehicle Routing Problem 15
3.2 Κατηγορίες Αλγορίθμων Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης 16
3.2.1 Ακριβείς Αλγόριθμοι 16
3.2.2 Ευρετικοί Αλγόριθμοι (Heuristics) 16
3.2.3 Μεθευρετικοί 16
3.2.4 Βιομιμητικοί Αλγόριθμοι 17
3.2.5 Γενετικοί Αλγόριθμοι 18
3.3 Νοημοσύνη Σμήνους (Swarm Intelligence) 20
3.3.1 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών 20
3.3.2 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων 20
3.3.3 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών κ.ά. 20

4 Αλγόριθμος Σμήνους Μελισσών για την Επίλυση Προβλημάτων Δρομολόγησης
4.1 Πρόβλημα προς Επίλυση 21
4.1.1 Περιγραφή του Προβλήματος Περιορισμένης Χωρητικότητας Δρομολόγησης Οχημάτων 21
4.1.2 Μαθηματική Μοντελοποίηση CVRP 22
4.2 Περιγραφή Αλγορίθμου 23
4.2.1 Χαρακτηριστικά Μελισσών 23
4.2.2 Υλοποίηση Αλγορίθμού 24
4.2.2.1 Σύγκριση Βημάτων Αλγορίθμου και Πραγματικών Μελισσών 24
4.2.2.2 Βήματα του Αλγορίθμου υπό Μορφήν Διαγράμματος Ροής 26
4.2.2.3 Λεπτομερής Περιγραφή των Βασικών Βημάτων του Αλγορίθμου 27

4.2.2.3.1 Δημιουργία μιας Αρχικής Εφικτής, από Πλευράς Χωρητικότητας, Κυκλικής Διαδρομής (route ή cycle) 27
4.2.2.3.2 Βελτίωση Κυκλικών Διαδρομών 28
4.2.2.3.3 Έλεγχος Υπολοίπων Περιορισμών 30
4.2.2.3.4 Εύρεση Scouts και Waggle-bees 31

5 Αποτελέσματα 35

6 Βιβλιογραφία 43

1. Περιλήψεις

1.1Περίληψη

Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Μελισσών Για Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Εφοδιαστικής

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων προκύπτει κατά την παράδοση προϊόντων σε πελάτες, ξεκινώντας από μία συγκεκριμένη αποθήκη μέσω ενός δεδομένου οδικού δικτύου.

Λόγω ύπαρξης περιοριστικών παραγόντων (χωρητικότητα μέσου μεταφοράς, χρόνος διαδρομής), δεν ικανοποιούνται όλοι οι πελάτες με μία διαδρομή, έτσι καθορίζεται ένα σύνολο διαδρομών (κυκλικές διαδρομές) όπου καθεμία από αυτές ξεκινά και καταλήγει στην αποθήκη.

Οι στόχοι που τίθενται για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μεταφοράς των προϊόντων, δηλαδή ελαχιστοποίηση της συνολικής απόστασης που διανύεται και του συνολικού χρόνου που απαιτείται.

Αλγόριθμος σμήνους μελισσών είναι ένας αλγόριθμος, ο οποίος βασίζεται στη συνέργεια ενός πλήθους μελισσών, ώστε να λυθούν με συλλογικό τρόπο πολύπλοκα προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Καθεμία μέλισσα παράγει (καταλήγει σε) μία λύση του προβλήματος. Ο αλγόριθμος αποτελείται από δύο στάδια.

Στο πρώτο στάδιο, κάθε μέλισσα με προκαθορισμένο αριθμό κινήσεων προσπαθεί να βελτιώσει τη λύση του προβλήματος, παράγοντας κάθε φορά μία νέα λύση. Έχοντας βρει ένα μέρος της λύσης, επιστρέφει στην κυψέλη και ξεκινά το δεύτερο στάδιο, κατά το οποίο μοιράζονται όλες οι μέλισσες τις λύσεις τους. Σε αυτό το δεύτερο στάδιο, η μέλισσα είτε προσπαθεί να πείσει τις υπόλοιπες να την ακολουθήσουν στον δικό της προορισμό, είτε εγκαταλείπει τον δικό της προορισμό για να ακολουθήσει κάποια άλλη.

Στη φύση οι μέλισσες επικοινωνούν με χορευτικές κινήσεις, γνωστοποιώντας στο σμήνος την ποσότητα και την απόσταση της τροφής.

Στον αλγόριθμο η ποιότητα της λύσης εμφανίζεται με τη βοήθεια της αντικειμενικής συνάρτησης (συνάρτηση της συνολικής απόστασης που έχει διανυθεί και του χρόνου).

1.2 Summary

Bee swarm Optimization Algorithm For A Logistics Vehicle Routing Problem

The problem of routing vehicles results from delivering products to customers, starting from a given warehouse through a given transportation network.

Due to existing limiting factors (vehicle's capacity, length of trip), all customers cannot be serviced in one route, so it becomes necessary to define a number of routes (cyclical routes), where each starts and ends at the warehouse.

The goal for solving this problem is minimizing the overall cost of product transportation, namely minimizing the total distance covered and the total time necessary.

The bee swarm algorithm is based on the synergy of a group of bees, in order to find an overall solution to the complex problems of combinatorial optimization. Each bee produces (ends up with) a solution to the problem. The algorithm has two stages.

In the first stage, each bee with a given number of movements tries to optimize the solution to the problem, producing a new solution every time. Having figured out a part of the solution, it returns to the hive and the second stage begins, where all bees share their solutions. In this second stage, the bee either tries to convince the others to follow her to her destination, or abandons her destination to follow another bee.

In nature bees communicate through dancing movements informing the swarm for the quantity and the distance of food.

In the algorithm the solution's quality appears through an objective function (the function of total covered distance and time).

2. Γενικές Πληροφορίες

2.1 Εφοδιαστική (Logistics)

Ο όρος Logistics, καθώς μεταφράστηκε στα ελληνικά Εφοδιαστική, μάς κάνει να πιστεύουμε πως εννοεί τη φυσική ροή των προϊόντων και πληροφοριών από την παραγωγή έως τον τελικό καταναλωτή.

«Αλλά τι είναι εφοδιαστική; Αναφέρεται στη διαχείριση της ροής αγαθών από την πηγή στο σημείο κατανάλωσης ή το σημείο απόθεσης».

Διαχείριση εφοδιαστικής κατά το Council of Logistics Management είναι «η διαδικασία προγραμματισμού, υλοποίησης και ελέγχου για εφικτή και αποτελεσματική ροή και αποθήκευση αγαθών και υπηρεσιών από την πηγή στο σημείο κατανάλωσης με σκοπό τη συμμόρφωση με τις απαιτήσεις του πελάτη».

Τα logistics δεν είναι, λοιπόν, απλά και μόνο οι ενέργειες της μεταφοράς, της αποθήκευσης ή της διανομής των προϊόντων ή πληροφοριών, αλλά το σύνολο των ενεργειών ώστε να επιτυγχάνεται ο απώτερος σκοπός της επιχείρησης δηλαδή η μείωση του κόστους και η αύξηση της ποιότητας των αγαθών και υπηρεσιών που θα οδηγήσουν στην κερδοφορία.

Συχνά, ακούγοντας επιστήμονες και επαγγελματίες να μιλούν για Εφοδιαστική, βλέπεις πως ο ένας την ταυτίζει με τη διανομή, ο άλλος με την προμήθεια, ο τρίτος με το σχεδιασμό αποθηκών ή την τήρηση αποθεμάτων, ο τέταρτος με τον προγραμματισμό παραγωγής κ.ο.κ. Κατά κάποιον τρόπο έχουν όλοι τους δίκιο: Όλα αυτά αποτελούν επιμέρους δραστηριότητες της Εφοδιαστικής. Όμως, η Εφοδιαστική είναι κάτι παραπάνω.

Η εφοδιαστική πρέπει να έχει μία καθολική θεώρηση και έναν καθολικό επιχειρησιακό προγραμματισμό, ώστε να εξυπηρετείται η συνεχής διαθεσιμότητα των προϊόντων, η βέλτιστη αξιοποίηση των ανθρώπινων και υλικών πόρων, η αποθήκευση και η διανομή των αγαθών από την παραγωγή στον τελικό καταναλωτή.

2.2 Σύντομη Ιστορική Εξέλιξη

Ο όρος, ετυμολογικά ελληνικός, εμφανίζεται ήδη από την αρχαιότητα και μάλιστα στα έργα του πατέρα της ιστορίας Ηροδότου, ο οποίος χρησιμοποίησε τον όρο θέλοντας να περιγράψει τις ικανότητες των Περσών στον τομέα του εφοδιασμού, του σχεδιασμού και της λογιστικής υποστήριξης μεγάλων εκστρατειών κατά των Ελλήνων. Αξιοσημείωτο είναι πως οι Πέρσες διατηρούσαν ένα καλά οργανωμένο δίκτυο αποθήκευσης εφοδίων σε ολόκληρη την επικράτειά τους και μάλιστα προωθούσαν τρόφιμα ακόμα και σε αποθήκες στη Μακεδονία, ώστε να βρίσκονται σε ετοιμότητα για ενδεχόμενο πόλεμο.

Ένα αντίστοιχο σύστημα εφάρμοζε και ο Μέγας Αλέξανδρος. Παράλληλα, προτού ξεκινήσει μία επιχείρηση, εξασφάλιζε, με προσφορά ανταλλαγμάτων στους τοπικούς άρχοντες, την τροφοδοσία του στρατεύματός του. Αν η περιοχή προς την οποία βάδιζε δεν μπορούσε να του προσφέρει τα απαραίτητα για τη συντήρηση του στρατού του την παρέκαμπτε ή διαιρούσε το στράτευμα σε μικρότερα τμήματα που θα μπορούσαν να συντηρηθούν με τα περιορισμένα εφόδια, τα οποία παρείχε ο τόπος. Απέδιδαν, δηλαδή, με τον όρο αυτό τη διοικητική μέριμνα, τον εφοδιασμό και την επιμελητεία σε θέματα διακίνησης προϊόντων και ατόμων.

Η έννοια, όμως, της εφοδιαστικής, όπως την αποδίδουμε και σήμερα, ξεκινά από τα ρωμαϊκά χρόνια, όταν για τον εφοδιασμό των λεγεώνων ή ύπαρξη μεταξύ άλλων ενός εξελιγμένου οδικού συστήματος βελτίωσε τη μεταφορά πολεμοφοδίων, υλικών και ανδρών. Η σύνδεση της εφοδιαστικής με στρατιωτικά θέματα συνεχίστηκε και μάλιστα ο Βυζαντινός αυτοκράτορας Λέων ΣΤ΄ ο Σοφός όρισε την εφοδιαστική περιλαμβάνοντας έννοιες όπως τη ροή αγαθών, την αποθήκευση και τη μεταφορά τους.

Η εφοδιαστική με τη σημερινή έννοια που γνωρίζουμε, εξελίχθηκε από το 1900 και μετά. Με τη βοήθεια της επιστήμης του Μάρκετινγκ κατάφερε να γίνει περισσότερο αισθητή η παρουσία της στην περίοδο του Β΄ Παγκοσμίου Πολέμου. Η εξέλιξη αυτή ήταν το αποτέλεσμα των επιτακτικών αναγκών κατά τη διάρκεια του πολέμου για συνεχούς ανεφοδιασμούς με τρόφιμα, πυρομαχικά, καθώς και να καλύψει την οποιαδήποτε ανάγκη των στρατιωτών αλλά και συμβάλλοντας στη μαζική μεταφορά τους.

Κατά τη διάρκεια του Β΄ Παγκοσμίου Πολέμου εφαρμόστηκε με ταχύτατους ρυθμούς, όσο αυξάνονταν οι ανάγκες των επιχειρήσεων για αποτελεσματικότερη και αποδοτικότερη διαχείριση των διαθέσιμων φυσικών πόρων, με απώτερο στόχο την προώθηση της ανταγωνιστικότητάς τους. Με αυτόν τον τρόπο η Στρατιωτική Εφοδιαστική, πρώτα στις Η.Π.Α. και μετά στις υπόλοιπες χώρες, πέρασε στον οικονομικό στίβο των επιχειρήσεων με τη χρήση της επιστήμης των logistics.

2.3 Εφοδιαστική Αλυσίδα

Το βασικότερο πεδίο εφαρμογής των logistics είναι η εφοδιαστική αλυσίδα. Η εφοδιαστική αλυσίδα (supply chain) είναι το σύστημα του οποίου όλα τα συστατικά στοιχεία εμπλέκονται άμεσα ή έμμεσα στη μεταφορά προϊόντων, υπηρεσιών ή πληροφοριών ώστε να ικανοποιηθούν οι απαιτήσεις των πελατών.

Ένας άλλος ορισμός της εφοδιαστικής αλυσίδας, σύμφωνα με τον J. Aitken,είναι:

«Ένα δίκτυο συνδεδεμένων και αλληλεξαρτημένων οργανώσεων, που λειτουργούν από κοινού σε ένα κλίμα συνεργασίας για να ελέγξουν, να διευθύνουν και να βελτιώσουν τη ροή υλικών και πληροφοριών από τους προμηθευτές στους τελικούς χρήστες».

Τα συστατικά στοιχεία της εφοδιαστικής αλυσίδας μπορεί να είναι προμηθευτές και κατασκευαστές, πωλητές, κέντρα διανομών, εγκαταστάσεις αποθήκευσης, μεταφορείς, πελάτες αλλά και πρώτες ύλες. Τα στοιχεία του συστήματος και οι εργασίες που θα πρέπει να διεκπεραιώνει καθημερινά το τμήμα της εφοδιαστικής logistics, με βάση τη σειρά που ακολουθούν στη διαδρομή τους τα αγαθά από τους προμηθευτές προς τους καταναλωτές, είναι:

αγορές αποθέματα μεταφορές αποθήκευση διανομή.

Συστατικά στοιχεία της εφοδιαστικής αλυσίδας μπορούν να θεωρηθούν ακόμα η ανάπτυξη νέων προϊόντων, η προβολή των προϊόντων, η χρηματοδότηση, η εξυπηρέτηση των πελατών, που έχουν ως στόχο την ικανοποίηση του πελάτη. Όλα τα συστατικά στοιχεία της εφοδιαστικής αλυσίδας εκτελούν διαφορετικές διαδικασίες αλλά και αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

Λόγω της παγκοσμιοποίησης, της πολυπλοκότητας της αγοράς και των όλο και μεγαλύτερων απαιτήσεων των πελατών, η εφοδιαστική αλυσίδα παίζει καθοριστικό ρόλο, ούτως ώστε να επιτευχθεί ανταγωνιστικό πλεονέκτημα σε μία επιχείρηση λόγω των σημαντικών αποτελεσμάτων που επιφέρει. Έτσι, ο Martin Christopher, μία από τις

σημαντικότερες προσωπικότητες στον τομέα της εφοδιαστικής αλυσίδας, υποστηρίζει πως ο ανταγωνισμός των εταιρειών θα γίνεται πλέον μέσω των εφοδιαστικών αλυσίδων τόσο προς την κατεύθυνση της μείωσης του κόστους, όσο και προς την κατεύθυνση του βέλτιστου συντονισμού των διεργασιών της επιχείρησης.

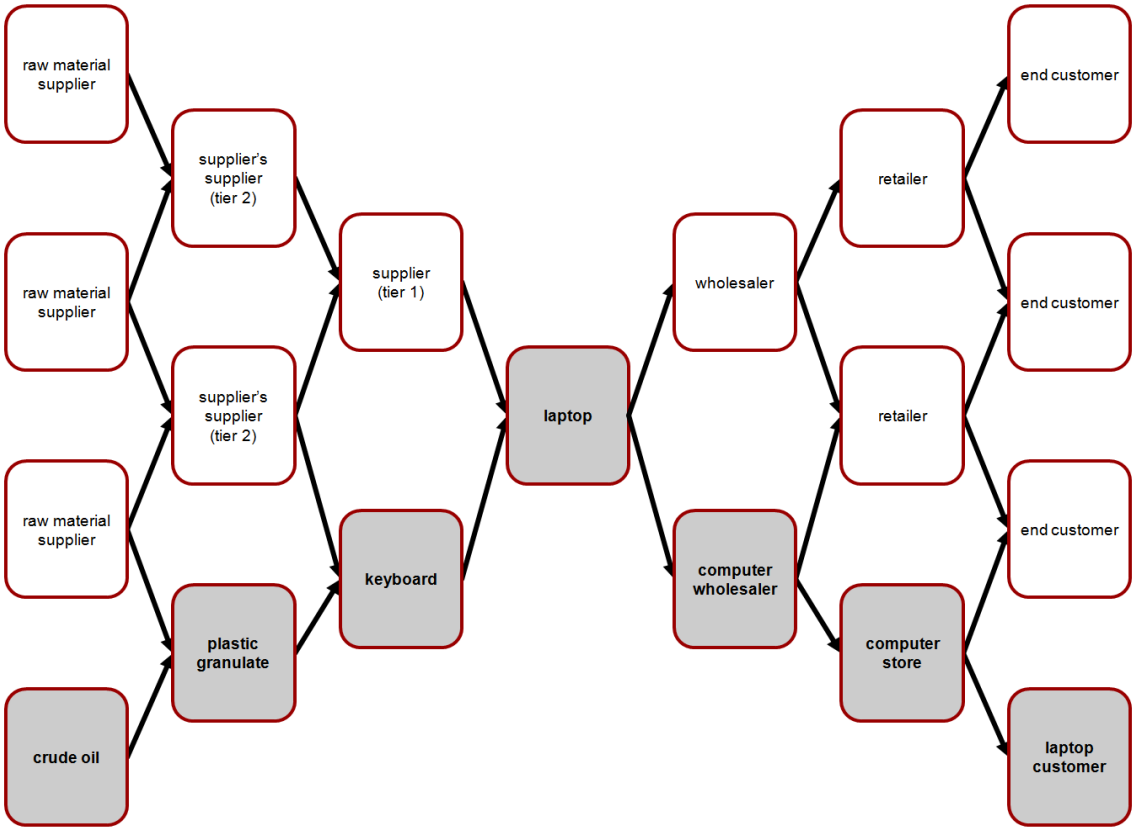
2.4 Διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας (Logistics Management)

Ως διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας (Logistics Management) μπορούμε να πούμε πως είναι η διαδικασία του σχεδιασμού, της οργάνωσης και του προγραμματισμού της αποτελεσματικής ροής των αγαθών καθώς και του ελέγχου και συντονισμού όλων των εργασιών ανάλογα με τις απαιτήσεις των πελατών.

Η λειτουργία της εφοδιαστικής αλυσίδας επηρεάζει και επηρεάζεται περισσότερο από οποιαδήποτε άλλη από τα περισσότερα τμήματα μιας επιχείρησης, καθώς επίσης και από τους προμηθευτές και πελάτες της. Υπάρχουν κάποιοι παράγοντες που επηρεάζουν άμεσα την αποτελεσματικότητά της, καθώς η αποτελεσματική διαχείριση αυτών θα οδηγήσει στη μείωση του κόστους, σε μεγαλύτερη κερδοφορία και μεγαλύτερη ευελιξία προς τον ανταγωνισμό. Αυτοί οι παράγοντες είναι:

- Αγορές
- Αποθέματα
- Μεταφορές
- Αποθήκευση
- Διανομή

Επομένως, συνοψίζοντας, μπορούμε να αναφέρουμε ότι σκοπός των logistics και της διαχείρισης της εφοδιαστικής είναι να μεταφερθεί το σωστό προϊόν, στη σωστή ποσότητα, στο σωστό τόπο, στο σωστό χρόνο και, βεβαίως, με το μικρότερο δυνατό κόστος.



Παράδειγμα δυναμικών δικτύων εφοδιασμού και ζήτησης

2.5 Δρομολόγηση (Routing)

Η δρομολόγηση στο πλαίσιο της εφοδιαστικής, ως βασικός παράγοντας της εφοδιαστικής αλυσίδας, είναι απαραίτητη για την αποδοτική ροή αγαθών. Επομένως, όσον αφορά τη διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας, η διαδικασία της δρομολόγησης συνιστά καθοριστικό παράγοντα.

Ο όρος δρομολόγηση, γενικά, αναφέρεται ως η διαδικασία κατά την οποία επιλέγεται η βέλτιστη διαδρομή από ένα σύνολο πιθανών διαδρομών, που ανήκουν σε ένα δίκτυο.

Η δρομολόγηση εφαρμόζεται σε όλα τα πιθανά είδη δικτύων, έτσι όπως ορίζονται από τη θεωρία γραφημάτων (Graph Theory), όπως δίκτυα υπολογιστών (Computer Networks), τηλεφωνικά δίκτυα (Circuit Switching) και οδικά δίκτυα (Transportation Networks).

Επειδή η δρομολόγηση είναι απαραίτητη για τις λειτουργίες των περισσοτέρων αυτοματοποιημένων συστημάτων -όπως Η/Υ, συστήματα πλοήγησης κ.ά.- πρωτίστως θα αναφερθούν οι πιο σημαντικές πληροφορίες σχετικά με τις εφαρμογές της δρομολόγησης, που πρωταγωνιστούν στους τομείς της έρευνας και της αγοράς.

2.6 Δρομολόγηση Στόλου Οχημάτων

Η δρομολόγηση στόλου οχημάτων αποτελεί εφαρμογή του γενικού προβλήματος της μεταφοράς αγαθών και υπηρεσιών από ένα σύνολο οχημάτων για την εξυπηρέτηση

πελατών. Αντικειμενικός στόχος του προβλήματος είναι η ελαχιστοποίηση του λειτουργικού κόστους μέσω ενός λογισμικού, που θα συντονίζει τον στόλο των οχημάτων με στόχο τη βέλτιστη οργάνωση από πλευράς κόστους αλλά και ασφάλειας της μεταφοράς.

Οι επιχειρήσεις που χρησιμοποιούν ένα τέτοιο σύστημα, είναι αυτές του κυκλώματος logistics και γενικά όσες επιχειρήσεις δραστηριοποιούνται στις διανομές.

2.7 Δρομολόγηση και Σύγχρονη Τεχνολογία

Εξ ορισμού, η δρομολόγηση είναι μία διαδικασία που αφορά όλα τα δίκτυα. Η ιδέα της εύρεσης της βέλτιστης διαδρομής είναι κοινή για όλα και οι αρχές σχεδίασής παρόμοιες.

Ορισμένες βασικές εφαρμογές της δρομολόγησης επάνω σε γνωστές σύγχρονες τεχνολογίες είναι τα Δίκτυα Υπολογιστών (Computer Networks), το Παγκόσμιο Σύστημα Θεσιθεσίας (Global Positioning System-GPS), η Πλοήγηση (Navigation), η Διαχείριση Στόλου Οχημάτων (Fleet Management) κ.ά.

Επίσης, τα Συστήματα Προγραμματισμού Διαδρομών (Journey Planners), εφοδιασμένα με λογισμικό που περιλαμβάνει το οδικό δίκτυο σε ψηφιοποιημένους χάρτες, και τα σύγχρονα συστήματα πλοήγησης (Navigators), με τα οποία είναι εφοδιασμένα πολλά οχήματα, διαθέτοντας δέκτη GPS, δίνουν ανά πάσα στιγμή τις συντεταγμένες μιας θέσης επάνω στον χάρτη.

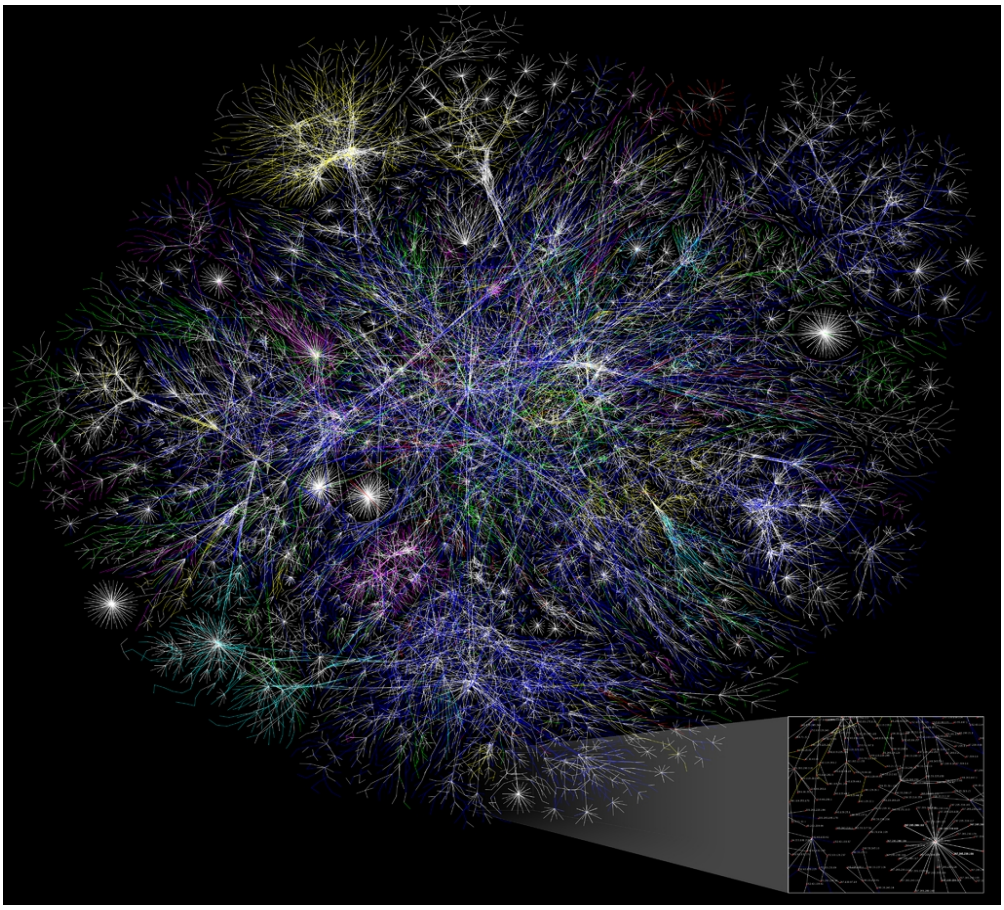
Από τα δίκτυα των υπολογιστών, όμως, μέχρι τη διαχείριση οχημάτων σε οδικά δίκτυα, είναι απαραίτητη η κατάστρωση και σχεδίαση της βέλτιστης διαδρομής επάνω σε έναν γράφο, του οποίου οι ακμές (δυνατές μεταβάσεις μεταξύ των κόμβων), χαρακτηρίζονται από κόστη. Για τη μοντελοποίηση ενός προβλήματος μεταφοράς (δρομολόγηση οχήματος, μεταφορά αγαθών κ.ά.), το φυσικό δίκτυο μεταφοράς περιγράφεται μέσω ενός γραφήματος, του οποίου οι κόμβοι (nodes) αντιστοιχούν σε τοποθεσίες και τα τόξα του (vertices) αντιστοιχούν σε τμήματα δρόμων.

Η εύρεση αυτών των βέλτιστων διαδρομών, δηλαδή η διαδρομή που οδηγεί από έναν κόμβο σε έναν άλλον με ελάχιστο κόστος, αντιμετωπίζει αρκετά προβλήματα.

Η βέλτιστη διαδρομή από άποψης κόστους για κάθε πρόβλημα ορίζεται διαφορετικά μέσω ορισμένων κριτηρίων, που προκύπτουν από τη φύση και τον ορισμό του κάθε εξεταζόμενου προβλήματος, όπως οι χρονικές καθυστερήσεις, οι χιλιομετρικές αποστάσεις, η κυκλοφοριακή συμφόρηση, το κόστος σε χρήμα κ.ά.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, μετά από μία περιληπτική παρουσίαση των προβλημάτων «Πρόβλημα του Συντομότερου Μονοπατιού», «Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή» και το «Πρόβλημα Δρομολόγησης Στόλου Οχημάτων», γίνεται η περιγραφή αλγορίθμου που υπολογίζει το βέλτιστο «μονοπάτι», όσον αφορά την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου διαδρομής.

Τα προβλήματα δρομολόγησης αποτελούν προβλήματα βελτιστοποίησης. Οι αλγόριθμοι και οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται για τον εντοπισμό της βέλτιστης διαδρομής, απαντώνται σε προβλήματα της Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης (Combinatorial Optimization) με προεκτάσεις στη Στοχαστική Βελτιστοποίηση (Stochastic Optimization) και στον Βέλτιστο Έλεγχο (Optimal Control).



Μερικός χάρτης του Internet ευρισκόμενοςστο opte.org. Κάθε κόμβος αντιπροσωπεύει μία διεύθυνση IP και τα τόξα αντιπροσωπεύουν την χρονική καθυστέρηση (Πηγή Wikipedia)

3. Επίλυση Προβλημάτων Δρομολόγησης, Συνδυαστική Βελτιστοποίηση

3.1 Βασικά Προβλήματα της Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης

Η Συνδυαστική Βελτιστοποίηση είναι ένα υποσύνολο της γενικότερης κατηγορίας της μαθηματικής βελτιστοποίησης. Πιο συγκεκριμένα, ανήκει στα εφαρμοσμένα μαθηματικά και στην επιστήμη των υπολογιστών.

Αντικείμενο της Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης είναι η εύρεση της βέλτιστης λύσης μέσα από ένα πεπερασμένο σύνολο λύσεων.

Πολλά θεμελιώδη προβλήματα της Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης ανήκουν στην κλάση NP-Hard (Nondeterministic Polynomial Time Hard). Αυτό σημαίνει πως είναι ιδιαίτερα δύσκολα προβλήματα στην επίλυση και, σε ορισμένες περιπτώσεις, η ακριβής επίλυση μέσω ενός εξονυχιστικού ελέγχου όλων των πεπερασμένων πιθανών διαδρομών είναι ανέφικτή. Έτσι, έχουν επινοηθεί ορισμένοι αλγόριθμοι, οι οποίοι δεν έχουν ως σκοπό να βρουν το απόλυτα βέλτιστο, αλλά μέσα σε λογικά χρονικά περιθώρια να το προσεγγίσουν και να παράσχουν μία ικανοποιητική διαδρομή. Οι βασικές κατηγορίες των αλγορίθμων, βάσει του αν είναι ακριβείς ή προσεγγιστικοί και βάσει του χρόνου επίλυσης, είναι οι: Ακριβείς, Ευρετικοί Αλγόριθμοι, Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης και οι Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι.

3.1.1 Πρόβλημα του Συντομότερου Μονοπατιού SPP (Shortest Path Problem)

Ένα πρόβλημα που μπορεί να τεθεί σε ένα δίκτυο είναι το εξής: Έχοντας έναν δεδομένο αρχικό κόμβο, πρέπει να μεταβούμε σε έναν άλλο, επίσης δεδομένο, κόμβο, επιλέγοντας το μονοπάτι που θα φέρει το ελάχιστο αθροιστικό κόστος επί των ακμών του γράφου, οι οποίοι οδηγούν από τον κόμβο εκκίνησης στον κόμβο προορισμού.

Η εύρεση αυτού του μονοπατιού ορίζεται ως ένα πρόβλημα δρομολόγησης γνωστό σαν «Πρόβλημα του Συντομότερου Μονοπατιού» (SPP). Αποτελεί σημείο αναφοράς για όλα σχεδόν τα προβλήματα δρομολόγησης και απαντάται σε πολλές περιοχές της έρευνας, όπως η Θεωρητική Πληροφορική και Επιστήμη των Υπολογιστών (Theoretical Informatics and Computer Science), η Επιχειρησιακή Έρευνα (Operations Research), τα Διακριτά Μαθηματικά (Discrete Mathematics) κ.ά.

Το πρόβλημα του συντομότερου μονοπατιού αποτελεί ένα κλασσικό και συνδυαστικό πρόβλημα, το οποίο προκύπτει σε διάφορες περιπτώσεις· αφορά δε στον υπολογισμό της συντομότερης απόστασης μεταξύ επιλεγμένων ζευγών κόμβων.

Το πεδίο εφαρμογής του προβλήματος του συντομότερου μονοπατιού είναι ιδιαιτέρως ευρύ. Το SPP εφαρμόζεται για δρομολόγηση σε δίκτυα δεδομένων, δυναμικό προγραμματισμό, διαχείριση προγραμμάτων.

Το πρόβλημα του συντομότερου μονοπατιού μπορεί να εκφραστεί με ποικίλους τρόπους. Σε μία περίπτωση, μπορεί να μας ζητείται ο προσδιορισμός της βέλτιστης διαδρομής για ένα μοναδικό ζεύγος κόμβων. Σε άλλη περίπτωση, μπορεί να πρέπει να επιλύσουμε το πρόβλημα των συντομότερων διαδρομών για όλους τους κόμβους προορισμού με αφετηρία έναν δεδομένο κόμβο. Έχουν προταθεί διάφοροι αλγόριθμοι, ορισμένοι εκ των οποίων πολύ σημαντικοί, που επιλύουν το SPP σε διάφορες περιπτώσεις.

Ο συχνότερα χρησιμοποιούμενος αλγόριθμος για την επίλυση του προβλήματος εύρεσης των συντομότερων διαδρομών μεταξύ ενός αρχικού δεδομένου κόμβου και όλων των υπολοίπων του γραφήματος, είναι ο αλγόριθμος Dijkstra.

3.1.2 Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή TSP (Travelling Salesman Problem)

Το πρόβλημα διατυπώθηκε για πρώτη φορά το 1930 και αποτελεί βασικό αντικείμενο μελέτης και ανάλυσης για πολλά ακόμα προβλήματα βελτιστοποίησης.

Το πρόβλημα είναι το εξής: Με δεδομένα, έναν αριθμό πόλεων, τις αποστάσεις ανάμεσά τους και μία πόλη ως αφετηρία, ποια είναι η διαδρομή με την ελάχιστη συνολική απόσταση που θα διανύσει ο πωλητής για να επισκεφθεί όλες τις πόλεις ακριβώς μία φορά και να επιστρέψει στην πόλη αφετηρία;

Οι πόλεις χρησιμοποιούνται γιατί είναι ο πιο διαισθητικός τρόπος περιγραφής του προβλήματος.

Όταν το πρόβλημα διατυπωθεί μαθηματικά, οι έννοιες «πόλεις» και «απόσταση» παίρνουν γενικότερο χαρακτήρα και μπορεί να αντικατασταθούν από ανάλογες έννοιες σε πολλές εφαρμογές, όπως σχεδίαση γεωγραφικών διαδρομών στα οδικά δίκτυα, logistics, τα οικονομικά μαθηματικά, η κατασκευή μικροκυκλωμάτων, ακόμα και η αλληλουχία των βάσεων του DNA. Στις παραπάνω εφαρμογές η έννοια πόλη αντιστοιχεί σε πελάτη, σημεία συναλλαγής ή αλληλουχία βάσεων στο DNA και η απόσταση σε χρόνους μετάβασης, κόστη ή μέτρα ομοιότητας μεταξύ τμημάτων DNA.

Η απλότητα της διατύπωσης του προβλήματος είναι παραπλανητική, αφού καμμία γενική μέθοδος επίλυσής του δεν έχει βρεθεί μέχρι σήμερα που να λύνει το πρόβλημα σε λογικά χρονικά πλαίσια. Το TSP ανήκει στην κατηγορία NP-HARD στη θεωρία της υπολογιστικής πολυπλοκότητας (Computational Complexity Theory). Δηλαδή, δεν υπάρχει αλγόριθμος, ο οποίος να επιλύει το πρόβλημα σε πολυωνυμικό χρόνο, σε χρόνο εξαρτώμενο πολυωνυμικά από το πλήθος των πόλεων, που περιέχει ως δεδομένο το πρόβλημα. Επομένως, όταν αυξάνονται οι πόλεις, ο απαιτούμενος χρόνος μεγαλώνει εκθετικά και ένας υπολογιστής θα χρειαζόταν μερικά χρόνια, στην καλύτερη περίπτωση, για να λύσει ένα πρόβλημα εκατοντάδων πόλεων. Παρότι, όμως, το TSP παρουσιάζει μεγάλη δυσκολία ως προς τον υπολογισμό και την πολυπλοκότητά του, ένας μεγάλος αριθμός ευρετικών αλγορίθμων έχει προταθεί, παρουσιάζοντας λύσεις και για την περίπτωση όπου υπάρχουν αρκετές πόλεις ως δεδομένο του προβλήματος.

Υπάρχουν πολλές μέθοδοι και αλγόριθμοι για εύρεση ακριβούς λύσης. Η πιο απλή αλγοριθμικά στην υλοποίηση είναι η τεχνική του brute-force search με την οποία δοκιμάζουμε όλες τις δυνατές διαδρομές (permutations). Η πολυπλοκότητα αυτού είναι της τάξης $O(n!)$. Ένας άλλος αλγόριθμος ακριβούς αναζήτησης μπορεί να υλοποιηθεί με Δυναμικό Προγραμματισμό (Dynamic Programming), ο οποίος επιλύει το TSP με πολυπλοκότητα της τάξης $O(n^2 2^n)$. Επίσης, έχουν βρεθεί αλγόριθμοι, που επιλύουν το TSP με πολυπλοκότητα της τάξης $O(2^n)$ βασισμένοι στο inclusion-exclusion principle. Τέλος, για τους ακριβείς αλγορίθμους δεν έχει βρεθεί αν υπάρχει αλγόριθμος με πολυπλοκότητα μικρότερη από $O(2^n)$.

3.1.3 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων VRP (Vehicle Routing Problem)

Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων αποτελεί ένα από τα πλέον σημαντικά προβλήματα της Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης και εντάσσεται στην κατηγορία των προβλημάτων του Ακέραιου Προβληματισμού. Τα προβλήματα αυτά αποτελούν, συνήθως, ειδικές περιπτώσεις προβλημάτων Γραμμικού Προγραμματισμού, στα οποία, όμως, οι μεταβλητές λαμβάνουν τιμές από ένα σύνολο ακεραίων αριθμών. Η βασική παρατήρηση για τον Ακέραιο Προγραμματισμό έγκειται στο ότι διάφορα προβλήματά του παρουσιάζουν πολυπλοκότητα τύπου NP, δηλαδή δεν έχει βρεθεί λύση γι' αυτά, που να τα επιλύει σε πολυωνυμικό χρόνο.

Η διατύπωση του VRP είναι απλή. Ζητούμε τον καθορισμό του συνόλου βέλτιστων διαδρομών για ένα στόλο οχημάτων, προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες εντοπιζόμενοι σε καθορισμένους κόμβους ενός δικτύου.

Σκοπός είναι η σχεδίαση της διαδρομής, η οποία να επιτυγχάνει την ελαχιστοποίηση του κόστους. Πιο συγκεκριμένα, έχοντας ως δεδομένα ένα σύνολο κόμβων που αντιπροσωπεύουν πελάτες, έναν κόμβο που αντιπροσωπεύει μία αποθήκη, τα κόστη μεταφοράς όλων των συνδυασμών κόμβων και μία τιμή για κάθε κόμβο πελάτη, που αντιπροσωπεύει τη ζήτηση σε προϊόντα του κάθε πελάτη, το πρόβλημα είναι να βρεθούν οι διαδρομές που ελαχιστοποιούν το κόστος (άθροισμα των κοστών μεταφοράς) και να καλύπτουν τη ζήτηση των πελατών, περνώντας από κάθε πελάτη ακριβώς μία φορά. Μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι γενίκευση του TSP, επειδή η διαδρομή που κατασκευάζεται για κάθε επιστροφή του φορτηγού στην αποθήκη (Cycle) αποτελεί στην πράξη ένα TSP πρόβλημα.

Η μελέτη ενός τέτοιου προβλήματος είναι σημαντική, αφού απαραίτητο ζήτημα αποτελεί η εξοικονόμηση χρόνου, κυρίως για τη μεταφορά αγαθών και υπηρεσιών. Οι μεταφορείς έχουν να αντιμετωπίσουν από τη μία τις πιέσεις για τη μείωση του κόστους μεταφοράς, από την άλλη την αύξηση του κόστους λόγω διαφόρων παραγόντων, με κυριότερο την αύξηση των τιμών των καυσίμων.

Οι νέες αντιλήψεις για την αποθεματοποίηση, οι συνεχώς αυξανόμενες απαιτήσεις των πελατών και προϊόντα με μικρό κύκλο ζωής, απαιτούν από τους μεταφορείς να προγραμματίζουν τις διαδρομές τους με τρόπο ώστε να επιτυγχάνουν όσο το δυνατόν την πλέον βέλτιστη διαδρομή. Έτσι μπορούν και συμβουλεύονται διάφορα συστήματα για αυτόν τον σκοπό, όπως: τα Υπολογιστικά Συστήματα Βέλτιστης Δρομολόγησης (Computerized Vehicle Routing System), όπου μέσα από έναν μεγάλο αριθμό ζητούμενων διαδρομών, τις οποίες επεξεργάζονται, βρίσκουν τον πλέον αποδοτικό τρόπο υλοποίησης, υπολογίζοντας τον χρόνο και το καύσιμο που απαιτείται.

Τα προβλήματα VRP ανήκουν στη κατηγορία των NP-hard προβλημάτων και οι σχετικοί ακριβείς αλγόριθμοι που έχουν αναπτυχθεί μπορούν να επιλύσουν προβλήματα για δίκτυα μέχρι το πολύ 60-70 κόμβων σε αποδεκτό υπολογιστικό χρόνο. Γι' αυτό, για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων με σχετικά μεγάλα δίκτυα, έχουν αναπτυχθεί ευρετικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι έχουν την ικανότητα να βρίσκουν μία αρκετά ικανοποιητική λύση σε αποδεκτό χρόνο.

3.2 Κατηγορίες Αλγορίθμων Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης

3.2.1 Ακριβείς Αλγόριθμοι

Οι ακριβείς μέθοδοι εύρεσης της βέλτιστης διαδρομής ελέγχουν συστηματικά όλες τις πιθανές διαδρομές και τελικά επιλέγεται η βέλτιστη. Έτσι, οι μέθοδοι αυτές εξασφαλίζουν ότι το απόλυτα βέλτιστο έχει βρεθεί, γι' αυτό άλλωστε ονομάζονται και ακριβείς.

Οι ακριβείς αλγόριθμοι είναι οι μόνοι που εξασφαλίζουν την απόλυτα βέλτιστη λύση ενός προβλήματος συνδυαστικής. Όμως, τα μειονεκτήματά τους είναι η ραγδαία αύξηση του χρόνου επίλυσης με την αύξηση του μεγέθους του προβλήματος.

3.2.2 Ευρετικοί Αλγόριθμοι (Heuristics)

Οι ευρετικοί αλγόριθμοι έρχονται να καλύψουν το μειονέκτημα της ραγδαίας αύξησης του χρόνου επίλυσης των ακριβών αλγορίθμων, θυσιάζοντας, όμως, την απόλυτη βελτιστοποίηση. Αυτοί οι αλγόριθμοι επιδιώκουν να βρουν μία προσέγγιση του βέλτιστου μέσα σε λογικά μικρό χρονικό διάστημα.

Μία λύση αυτής της κατηγορίας αλγορίθμων, για να γίνει αποδεκτή, πρέπει να ικανοποιεί κάποια κριτήρια, όπως η ποιότητα της λύσης (απόκλιση από τη βέλτιστη), η ευκολία απόκτησής της και η λογική στην οποία στηρίζονται οι κανόνες για να μας οδηγήσουν στη λύση.

Κατηγορίες ευρετικών αλγορίθμων είναι οι Αλγόριθμοι Απληστίας (Greedy Algorithms), οι Προσεγγιστικοί Αλγόριθμοι (Approximation Algorithms) και οι Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης (Local Search Algorithms).

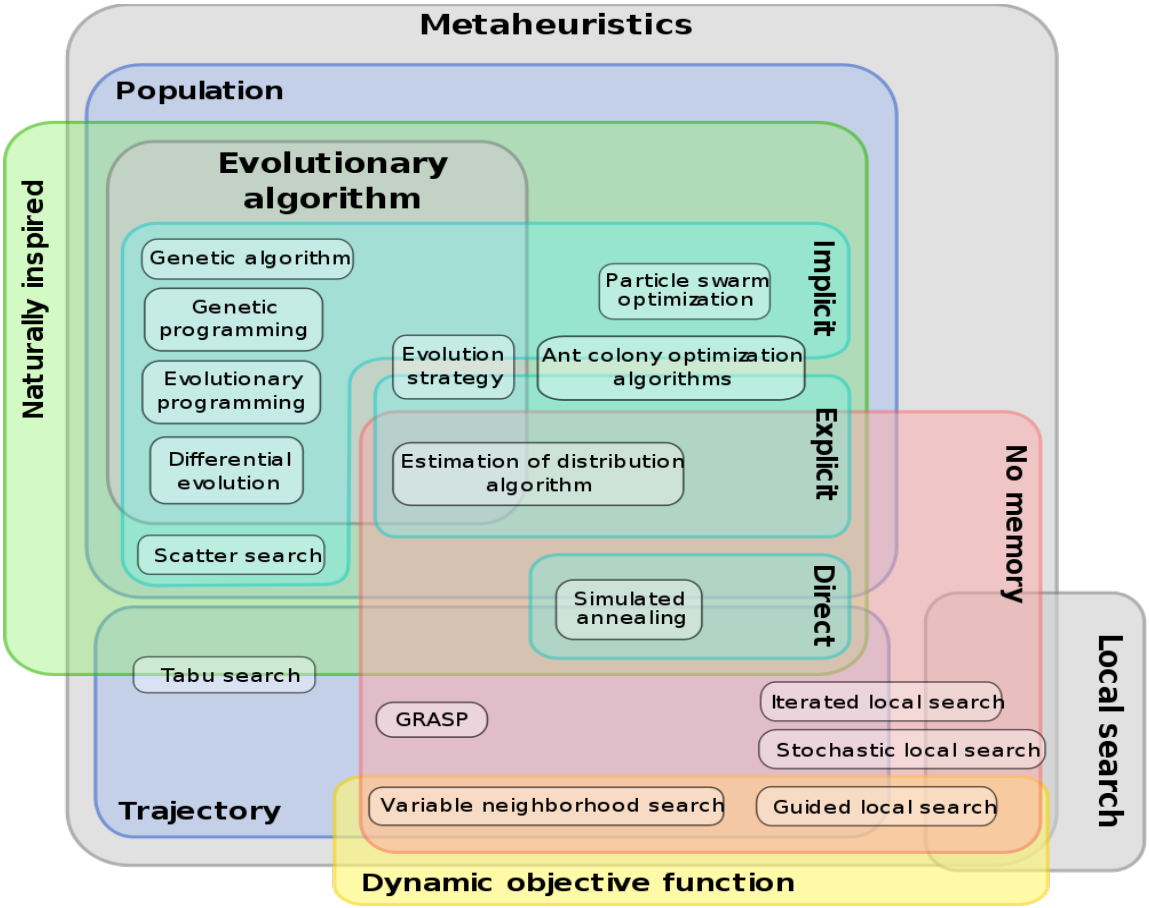
3.2.3 Μεθευρετικοί

Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι, όπως και οι ευρετικοί, είναι μέθοδοι επίλυσης και δίνουν προσεγγίσεις στη βέλτιστη λύση.

Κάποιες από αυτές τις μεθόδους είναι: Προσομοιωμένη Ανόπτηση (Simulated Annealing), Περιορισμένη Αναζήτηση (Tabu Search), Γενετικοί και Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (Genetic and Evolutionary Algorithms), Νευρωνικά Δίκτυα (Neural Nets), Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization) κ.ά.

Τα τελευταία χρόνια, για την επίλυση των προβλημάτων της συνδυαστικής βελτιστοποίησης χρησιμοποιούνται αλγόριθμοι που ανήκουν σε αυτήν την κατηγορία.

Τα χαρακτηριστικά των μεθευρετικών αλγορίθμων είναι τα εξής: Μοντελοποιούν ένα φαινόμενο που υπάρχει στη φύση, μπορούν να μεταφερθούν εύκολα σε παράλληλη μορφή και είναι προσαρμοστικοί αλγόριθμοι.



Παραδείγματα μεθευρετικών αλγορίθμων (Πηγή Wikipedia)

3.2.4 Βιομιμητικοί Αλγόριθμοι

Από τις πιο απλές κατασκευές, όπως είναι ένα ξυλουργικό εργαλείο, μέχρι τις πιο σύνθετες μηχανικές, όπως το αεροπλάνο, ο άνθρωπος έχει αντιγράψει τη φύση σε αμέτρητες εφαρμογές της καθημερινότητάς του.

Και καθώς η φύση δεν κάνει λάθη, η σωστή παρατήρηση και προσαρμογή μπορεί να υλοποιήσει πολλά σενάρια επιστημονικής φαντασίας. Κάποια από αυτά βρίσκονται ήδη στα χέρια μας, κάποια άλλα σε εργαστήρια.

Αντιλαμβανόμενοι οι επιστήμονες την εμφανή ανωτερότητα των φυσικών μηχανισμών έναντι κάθε είδους τεχνητών, επιδόθηκαν στην παρατήρηση και στην προσπάθεια μίμησης των μηχανισμών αυτών. Η προσπάθεια αυτή, που προϋποθέτει τη συνεργασία βιολόγων και μηχανικών, είχε ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός νέου,και τα τελευταία χρόνια ταχύτατα αναπτυσσόμενου κλάδου της επιστήμης, τη βιομιμητική.

Έτσι, μπορούμε σήμερα να παρατηρήσουμε ψάρια με τέλεια υδροδυναμικά σχήματα να αξιοποιούν ενστικτωδώς τις βέλτιστες κινήσεις για να επιτύχουν υψηλότατους προωστικούς βαθμούς απόδοσης, πουλιά να επιτυγχάνουν ταχύτητες κίνησης αναλογικά μεγαλύτερες από αυτές των υπερηχητικών αεροσκαφών ή με ικανότητα περιστροφής (roll rate) έως και επτά φορές μεγαλύτερη από αυτή των ακροβατικών αεροσκαφών, αράχνες να κατασκευάζουν ιστούς ανθεκτικότερους από τα περισσότερα σύγχρονα ανθρώπινα προηγμένα υλικά και άλλα πολλά.

Η βιομιμητική, όπως ονομάζεται, τα τελευταία χρόνια εφαρμόζεται στη χημεία, τη βιολογία, τη φαρμακολογία, τη μηχανική, την αρχιτεκτονική κ.ά. Η ιδέα, όμως, ότι ο άνθρωπος μπορεί να εμπνευστεί από τα φυσικά εξελικτικά μοντέλα δεν είναι καθόλου καινούργια.

Ανατρέχοντας κανείς στη Μυθολογία, θα συναντήσει πολλές αναφορές για ορνιθόπτερα και πάσης φύσεως πτητικές και υποθαλάσσιες μηχανές, που η αρχή λειτουργίας τους στηρίζεται στο πέταγμα των πουλιών και στο κολύμπι των ψαριών, με πλέον γνωστή την ιστορία του Ικάρου. Πριν από περίπου πεντακόσια χρόνια, ο Λεονάρντο ντα Βίντσι αντλούσε την έμπνευσή του από τα πουλιά και κατασκεύαζε πτητικές μηχανές. Σήμερα, η βιομιμητική συνεχίζει να παρατηρεί τη φύση και τα φυσικά συστήματα και να εμπνέεται από αυτά. Οπως εξηγεί η Αμερικανίδα ερευνήτρια και συγγραφέας Τζανίν Μπένιους, «πρόκειται για ταχύτατα αναπτυσσόμενη επιστήμη - τεχνολογία που στηρίζεται στη μελέτη των ζωντανών οργανισμών. Από καρχαρίες για την κατασκευή μαγιό που μειώνουν την αντίσταση στο νερό και αυξάνουν την ταχύτητα του αθλητή, μέχρι βακτηρίδια για τον καθαρισμό νερού».

Η βιομιμητική εξελίσσεται με τόσο ταχείς ρυθμούς. Οι εφαρμογές από την έρευνά της μπορεί να αποτελέσουν ενδιάμεσο στάδιο μεταξύ εργαστηριακών και κλινικών μελετών, αλλά και να οδηγήσουν σε βιοτεχνολογικές εφαρμογές για παραγωγή προϊόντων υψηλής προστιθέμενης αξίας.

Σε δύσκολα προβλήματα αναζήτησης και συνδυαστικής βελτιστοποίησης, οι επιστήμονες προσπάθησαν με τη βοήθεια της βιομιμητικής να βρουν λύσεις μέσα από φαινόμενα που υπάρχουν στη φύση, όπως, για παράδειγμα, οι Γενετικοί Αλγόριθμοι, ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών, Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων, Ζευγαρώματος Μελισσών κ.ά.

3.2.5 Γενετικοί Αλγόριθμοι

Το μέγεθος ενός προβλήματος σε αρκετές περιπτώσεις καθιστά απαγορευτική τη χρήση κλασικών μεθόδων ώστε να μπορέσει να επιλυθεί. Σε αυτές τις περιπτώσεις βρίσκουν εφαρμογή αλγόριθμοι, οι οποίοι αν και δεν εγγυώνται ότι θα βρουν τη βέλτιστη λύση, είναι ικανοί να βρουν μ;ία αρκετά καλή λύση σε εύλογο χρονικό διάστημα.

Μία κατηγορία τέτοιων αλγορίθμων είναι οι Γενετικοί Αλγόριθμοι (Genetic Algorithms). Τα τελευταία τριάντα χρόνια, έχει παρατηρηθεί ένα συνεχώς αυξανόμενο ενδιαφέρον για ανάπτυξη μεθόδων επίλυσης προβλημάτων βασιζομένων στις αρχές της Γενετικής Εξέλιξης και της Κληρονομικότητας. Τα μειονεκτήματα των κλασικών μεθόδων αναζήτησης και βελτιστοποίησης, καθώς και η συνεχώς αυξανομένη ανάγκη για παραγωγή λογισμικού που να μπορεί να εκμεταλλεύεται πιο αποδοτικά τις τεράστιες δυνατότητες των σημερινών υπολογιστών και των στατιστικών δεδομένων, τα οποία υπάρχουν στη διάθεσή μας, ήταν η βασική αιτία που ώθησε τους επιστήμονες σ' αυτήν την αναζήτηση. Έτσι, ο βασικός μηχανισμός των γενετικών αλγορίθμων είναι εμπνευσμένος από τη βιολογία και ειδικότερα από τη Δαρβινική θεωρία της εξέλιξης της φύσης.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι ανήκουν στον κλάδο της επιστήμης υπολογιστών. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμοι σε προβλήματα, τα οποία περιέχουν πολλές παραμέτρους και δεν υπάρχει αναλυτική μέθοδος ικανή να βρει τον βέλτιστο συνδυασμό τιμών για τις μεταβλητές. Εκεί οι γενετικοί αλγόριθμοι εκτελούν μία αναζήτηση στον χώρο των

υποψηφίων λύσεων με στόχο την εύρεση αποδεκτών, σύμφωνα με κάποιο κριτήριο, λύσεων. Η πρώτη εμφάνιση των Γενετικών Αλγορίθμων, που συχνά ταυτίζονται με τη θεωρία του εξελικτικού προγραμματισμού (Evolutionary Programming), χρονολογείται στις αρχές του 1950, όταν διάφοροι βιολόγοι επιστήμονες αποφάσισαν να χρησιμοποιήσουν υπολογιστές στην προσπάθειά τους να προσομοιώσουν πολύπλοκα βιολογικά συστήματα. Η συστηματική τους ανάπτυξη, όμως, που οδήγησε στη μορφή με την οποία είναι γνωστοί και σήμερα, πραγματοποιήθηκε στις αρχές του 1970 από τον John Holland και τους συνεργάτες του στο Πανεπιστήμιο του Michigan.

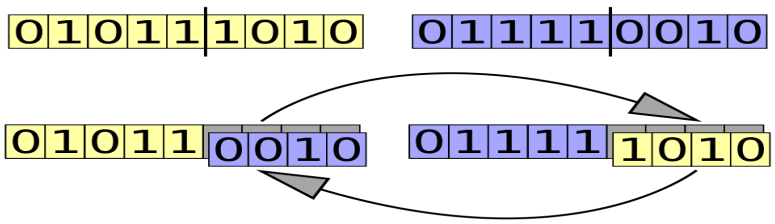
Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι μία από τις βάσεις των Προγραμμάτων Τεχνητής Ζωής. Συγκεκριμένα, επιχειρεί να αναπαράγει στους υπολογιστές τους μηχανισμούς της βιολογικής εξέλιξης με τον ίδιο τρόπο που η τεχνητή νοημοσύνη επιχειρεί να αναπαραστήσει και να μιμηθεί τις διαδικασίες της γνώσης.

Τα προγράμματα εξελίσσονται μέχρι να φτάσουν, μέσω μεταλλάξεων, διασταυρώσεων και φυσικής επιλογής, σε μία αποτελεσματική φόρμουλα, η οποία θα εκτελεί με τον καλύτερο δυνατό τρόπο κάποια συγκεκριμένη εργασία.

Αυτού του είδους οι μέθοδοι λειτουργούν διατηρώντας έναν πληθυσμό κωδικοποιημένων πιθανών λύσεων και εφαρμόζοντας πάνω σ' αυτόν διάφορες διαδικασίες επιλογής του καλύτερου ατόμου, καθώς και διάφορους γενετικούς τελεστές. Οι τελεστές αυτοί αντιγράφουν τον τρόπο με τον οποίο αναπαράγονται και μεταλλάσσονται τα χρωμοσώματα των κυττάρων των ζωντανών οργανισμών. Έτσι, περνώντας από γενιά σε γενιά, τα συστήματα αυτά δημιουργούν συνεχώς νέους πληθυσμούς πιθανών λύσεων, χρησιμοποιώντας τόσο κομμάτια και στοιχεία από την προηγούμενη γενιά, όσο και εντελώς καινούρια κομμάτια, που δοκιμάζονται για τυχόν καλή απόδοσή τους. Επανειλημμένες δοκιμές και πειράματα έχουν δείξει ότι μία «φυσική» αναπαράσταση των πιθανών λύσεων για ένα δεδομένο πρόβλημα, σε συνδυασμό με την εφαρμογή σε αυτή μιας οικογένειας γενετικών τελεστών, αποτελεί πολύ χρήσιμο εργαλείο στην προσπάθεια προσέγγισης των πραγματικών λύσεων σε μία πολύ μεγάλη ποικιλία προβλημάτων και εφαρμογών. Αυτό το γεγονός μετατρέπει αυτήν την προσέγγιση «φυσικού μοντέλου» σε μία πολλά υποσχόμενη κατεύθυνση, όσον αφορά την επίλυση προβλημάτων γενικότερα.

Άλλοι αλγόριθμοι που λειτουργούν με παρόμοιο τρόπο όπως αυτό των γενετικών είναι οι Μιμητικοί Αλγόριθμοι (Memetic Algorithms). Παρ' ότι και αυτοί χρησιμοποιούν διαδικασίες διασταύρωσης, μετάλλαξης κτλ, διαφέρουν από τους γενετικούς στο ότι στον Μιμητικό αλγόριθμο χρησιμοποιείται και τοπική αναζήτηση.

Συνεπώς το πλεονέκτημα του μιμητικού αλγορίθμου έναντι του γενετικού είναι ότι μπορεί να προσεγγίσει ευκολότερα και γρηγορότερα ένα συγκεκριμένο τοπικό βέλτιστο, το οποίο μπορεί να είναι και ολικό βέλτιστο. Επομένως, στην πλειοψηφία των περιπτώσεων ο Μιμητικός αλγόριθμος οδηγεί σε πολύ καλύτερες λύσεις από αυτές του γενετικού, με αποτέλεσμα πολλές φορές να απαιτεί περισσότερο χρόνο για να συγκλίνει κάπου (αφού συγκλίνει σε καλύτερες λύσεις). Και οι δύο αλγόριθμοι μετά από έναν συγκεκριμένο αριθμό βημάτων (γενεών) συγκλίνουν σε ένα τοπικό ή ολικό βέλτιστο.



Παράδειγμα βήματος γενετικού αλγορίθμου μεταξύ δύο διαφορετικών λύσεων

3.3 Νοημοσύνη Σμήνους (Swarm Intelligence)

3.3.1 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών

Η Βελτιστοποίηση Αποικίας Μυρμηγκιών είναι ένα σύστημα μιμούμενο τη συμπεριφορά των πραγματικών μυρμηγκιών κατά τη διαδικασία εύρεσης της τροφής τους. Αναπτύσσουν μία τεχνική για να βρουν τη συντομότερη διαδρομή από τη φωλιά τους προς την πηγή της τροφής τους και αντίθετα.

3.3.2 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων

Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιεί τη φυσική κίνηση των ατόμων του πληθυσμού στο σμήνος πουλιών ή εντόμων ή την ομαδική κίνηση των ψαριών. Έχει έναν πολύ ευέλικτο και καλά ισορροπημένο μηχανισμό, που προσαρμόζεται στις ολικές και τοπικές ικανότητες εξερεύνησης των ατόμων του σμήνους.

3.3.3Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών κ.ά.

Αυτός είναι ένας ακόμα αλγόριθμος που στηρίζεται στην ευφυΐα ενός σμήνους και προσομοιώνει τη διαδικασία ζευγαρώματος της βασίλισσας των μελισσών στην κυψέλη. Η διαδικασία ξεκινά όταν η βασίλισσα αποφασίζει να πετάξει μακριά από τη φωλιά, κάνοντας την πτήση ζευγαρώματος, κατά την οποία οι κηφήνες την ακολουθούν και ζευγαρώνουν με αυτή στον αέρα. Στην προσπάθεια τους να προβλέψουν με ασφάλεια τον πιστωτικό κίνδυνο, οι τράπεζες υιοθετούν αλγορίθμους αξιολόγησής του, οι οποίοι βασίζονται στη συμπεριφορά ζευγαρώματος των μελισσών και της αναζήτησης τροφής των μυρμηγκιών. Το εντυπωσιακό είναι ότι στη Μεγάλη Βρετανία το 1999-2001 χρησιμοποίησαν τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης του ζευγαρώματος μελισσών σε 1350 εταιρείες για να εντοπίσουν ποιες ήταν στα πρόθυρα χρεοκοπίας. Και αποδείχθηκε ότι έπεσαν μέσα σε ποσοστό 75,2%, όταν τα άλλα μοντέλα που χρησιμοποιούσαν οι τράπεζες έδιναν ποσοστό επιτυχίας από 55% μέχρι 72%.

4. Αλγόριθμος Σμήνους Μελισσών για την Επίλυση Προβλημάτων Δρομολόγησης

4.1 Πρόβλημα προς Επίλυση

4.1.1 Περιγραφή του Προβλήματος Περιορισμένης Χωρητικότητας Δρομολόγησης Οχημάτων

Το πρόβλημα προς επίλυση είναι το περιορισμένης χωρητικότητας πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (CVRP). Το ζητούμενο είναι η εύρεση των διαδρομών του οχήματος, που ελαχιστοποιούν τον χρόνο παράδοσης, ώστε να προμηθευτούν οι πελάτες την ζητούμενή τους ποσότητα. Το όχημα έχει συγκεκριμένη χωρητικότητα, η οποία δεν καλύπτει τις απαιτήσεις όλων των πελατών σε μία διαδρομή. Αν το όχημα κάλυπτε τις απαιτήσεις των πελατών με μία διαδρομή, το πρόβλημα θα απλοποιείτο αυτόματα στο "απλούστερο" πρόβλημα TSP. Έτσι, το VRP, όντας γενίκευση του TSP, ευρίσκει πολλαπλές διαδρομές από και προς την αποθήκη, που η καθεμία είναι ένα TSP.

Μέχρι τώρα έχουν αναφερθεί δύο δεδομένα του προβλήματος. Η καθορισμένη χωρητικότητα του φορτηγού και οι γνωστές απαιτήσεις των πελατών. Στην περίπτωση που έχουμε στο δισδιάστατο καρτεσιανό σύστημα τις συντεταγμένες των πελατών και της αποθήκης , η ευκλείδεια απόσταση όλων των κόμβων μεταξύ τους θα είναι η βάση στην οποία στηριζόμαστε για την αξιολόγηση της ποιότητας των λύσεων. Πιο συγκεκριμένα υποθέτουμε ότι ο χρόνος μετακίνησης του οχήματος μεταξύ δυο σημείων είναι ανάλογος της ευκλείδειάς τους απόστασης, και πλέον χρησιμοποιούμε αυτήν την απόσταση στην αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος. Όμως στην αντικειμενική συνάρτηση και άλλος ένας παράγοντας παίζει ρόλο. Το όχημα κάθε φορά που επισκέπτεται έναν πελάτη, του παίρνει κάποιο χρόνο ώστε να γίνει η εκφόρτωση των προϊόντων. Υποθέτοντας ότι αυτός ο χρόνος είναι ίδιος και προκαθορισμένος για όλους τους πελάτες, συνυπολογίζεται και αυτός στην αντικειμενική συνάρτηση, αφού όπως αναφέρθηκε ήδη, η βάση της εκτίμησης της ποιότητας των λύσεων είναι ο χρόνος.

Συνοψίζοντας, και έχοντας παρουσιάσει όλα σχεδόν τα δεδομένα του προβλήματος, η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος είναι το άθροισμα των ευκλείδειων αποστάσεων της διαδρομής του οχήματος, αθροιζόμενο με τους χρόνους εκφόρτωσης. Ο χρόνος εκφόρτωσης είναι καθορισμένος και ίδιος για όλους τους πελάτες, όπως επίσης και ο αριθμός των πελατών προφανώς. Επομένως, όταν θα έχουν παραδοθεί τα προϊόντα σε όλους τους πελάτες, ο αθροιστικός χρόνος εκφόρτωσης θα είναι ίδιος για όλες τις τελικές λύσεις ανεξαρτήτως της διαδρομής. Παρ' όλο που μπορεί να φαίνεται περιττή η χρησιμοποίησή του στην αντικειμενική συνάρτηση, χρειάζεται γιατί οι συγκρίσεις των διαδρομών, μέσω της αντικειμενικής συνάρτησης από τον αλγόριθμο γίνονται ανά κυκλική διαδρομή (μια διαδρομή από και προς την αποθήκη) και κάθε κυκλική διαδρομή αποτελείται από διαφορετικό αριθμό κόμβων(πελατών).

Το τελευταίο δεδομένο του προβλήματος είναι μια τιμή η οποία αντιπροσωπεύει την μέγιστη χρονικά ικανότητα του οχήματος για συνεχή παράδοση σε πελάτες, χωρίς να χρειάζεται η επιστροφή του στην αποθήκη. Οι φυσικοί περιορισμοί, τους οποίους μπορεί να αντιπροσωπεύει, είναι η χωρητικότητα του οχήματος σε καύσιμα, η μέγιστη επιτρεπόμενη συνεχής εργασία του οδηγού κ.ά.

Έτσι, έχοντας παρουσιάσει όλα τα δεδομένα του προβλήματος, το ζητούμενο είναι η

εύρεση εκείνων των διαδρομών του οχήματος προς όλους τους πελάτες ακριβώς μια φορά, ώστε να τους παραδοθεί η ζητούμενή τους ποσότητα προϊόντος, που ελαχιστοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος. Η αντικειμενική συνάρτηση, όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι το άθροισμα των ευκλείδειων αποστάσεων της διαδρομής του οχήματος, αθροιζόμενο με τους χρόνους εκφόρτωσης. Με περιορισμούς την χωρητικότητα του οχήματος και την συνολική απόσταση που έχει διανύσει συνεχόμενα χωρίς να έχει επιστρέψει στην αποθήκη. Έτσι το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη πριν παραβιαστούν αυτοί οι περιορισμοί και σχηματίζονται οι κυκλικές διαδρομές (routes ή cycles).

4.1.2 Μαθηματική Μοντελοποίηση CVRP

$$min \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}(c_{ij}\cdot x_{ij}^{k})$$

υπο

$$(1) \quad \sum_{i=2}^{n} d_i \cdot y_{ik} \leqslant Q_k \quad , \quad \forall k=[1,2...m]$$

$$(2) \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(c_{ij}\cdot x_{ij}^{k}) + \sum_{i=2}^{n} t_i \cdot y_{ik} \leqslant T_k \quad , \quad \forall k=[1,2...m]$$

$$(3) \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ij}^{k} = 1 \quad , \quad \forall j=[2,3...m]$$

$$(4) \quad \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ij}^{k} = 1 \quad , \quad \forall i=[2,3...m]$$

$$(5) \quad \sum_{i=1}^{n} x_{ia}^{k} - \sum_{j=1}^{n} x_{aj}^{k} = 1 \quad \forall a=[1,2...n]$$
$$\forall k=[1,2...m]$$

Όπου:

c_{ij} *είναι το κόστος του τόξου* (i, j)

x_{ij}^{k} *είναι δυαδική μεταβλητή που ισούται με* 1
αν ο κόμβος j *επισκέπτεται αμέσως μετά τον* i *από το φορτηγό* k

y_{ik} *είναι δυαδική μεταβλητή που ισούται με* 1
αν ο κόμβος i *επισκέπτεται από το φορτηγό* k

d_i *οι απαιτήσεις των πελατών*

Q_k *είναι η χωρητικότητα του φορτηγού*

T_k *είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση ανά φορτηγό*

4.2 Περιγραφή Αλγορίθμου

4.2.1 Χαρακτηριστικά Μελισσών

Οι μέλισσες, έντομα ιδιαίτερα κοινωνικά, ζουν σε καλά οργανωμένες κοινωνίες τα μελίσσια. Κάθε ένα μελίσσι περιλαμβάνει περίπου 40.000 άτομα τα οποία είναι διαχωρισμένα σε τρεις τάξεις, τη βασίλισσα, τους κηφήνες και τις εργάτριες που αποτελούν το σύνολο σχεδόν του πληθυσμού. Το μελίσσι ζει σε φωλιές που κατασκευάζουν όλες μαζί οι εργάτριες, ώστε να προστατευθούν από το κρύο και τη βροχή, οι οποίες ονομάζονται κυψέλες. Ζουν σαν μια μεγάλη οικογένεια, σε έναν μέχρι σήμερα παράξενο, άγνωστο αλλά και εξαιρετικά οργανωμένο κόσμο και δουλεύουν έχοντας σαφή ιεράρχηση.

Σε κάθε κυψέλη υπάρχει μία βασίλισσα που είναι το πιο μεγαλόσωμο άτομο του μελισσιού, με μοναδική αποστολή, την ωοτοκία και την διοίκηση του μελισσιού. Ζει 3-5 χρόνια, μένοντας διαρκώς μέσα στην κυψέλη. Η μόνη φορά που πετά έξω από αυτήν είναι στην αρχή της ζωής της, όταν εγκαταλείπει τη φωλιά της, συνοδευόμενη από μερικές δεκάδες κηφήνες για να ζευγαρώσει. Όταν γονιμοποιηθεί και μόνο τότε οι εργάτριες φύλακες της κυψέλης της επιτρέπουν να επιστρέψει, χωρίς όμως τους κηφήνες που είναι καταδικασμένοι σε θάνατο. Οι κηφήνες, τα αρσενικά άτομα του μελισσιού, ζουν περίπου δυο μήνες, με μοναδικό σκοπό τους την γονιμοποίηση της βασίλισσας. Τέλος, κάθε οικογένεια αποτελείται από μερικές χιλιάδες θηλυκές μέλισσες, το μικρότερο σε μέγεθος άτομο, που είναι στείρο και με ατροφικό αναπαραγωγικό σύστημα, τις εργάτριες. Οι εργάτριες, που αποτελούν και τον βασικό πληθυσμό, με έναν εκπληκτικό καταμερισμό εργασίας, έχουν πολλές και σύνθετες αποστολές, αρχίζοντας από τη δημιουργία αποθεμάτων τροφών, μέχρι τη φύλαξη της κυψέλης και την περιποίηση των μικρών.

Για να είναι τόσο τέλεια η λειτουργία της κοινωνίας των μελισσών αντιλαμβανόμαστε ότι έχουν ένα αξιόλογο τρόπο επικοινωνίας. Πράγματι οι μέλισσες συνεννοούνται μεταξύ τους με χημικές ουσίες που εκκρίνουν η βασίλισσα και οι εργάτριες, τις φερομόνες, αλλά κυρίως, χορεύοντας. Ο τρόπος που επικοινωνούν για τη συλλογή τροφής, είναι ο χορός που εκτελεί κάποια εργάτρια, για να ειδοποιήσει τις υπόλοιπες, δίνοντας τριών ειδών πληροφορίες, την απόσταση της τροφής, την κατεύθυνση και την ποιότητά της μαζί με την ποσότητα. Από την ηλικία των τριών εβδομάδων η εργάτρια συλλέγει νέκταρ, γύρη, νερό και πρόπολη. Η συλλέκτρια χρησιμοποιεί τη θέση του ήλιου σαν οδηγό, έχοντας στη μνήμη της την προβολή της γωνίας που σχηματίζεται από τον ήλιο, την κυψέλη και την τοποθεσία της τροφής μπορεί και επιστρέφει χωρίς άσκοπες περιπλανήσεις. Έχει παρατηρηθεί ότι κάνουν ταξίδια μέχρι 13 χιλιόμετρα για την συλλογή της τροφής τους και παρόλα αυτά, χάρις στην έντονα ανεπτυγμένη αίσθηση του χρόνου, κάνοντας τις απαιτούμενες διορθώσεις, οι μέλισσες βρίσκουν το δρόμο για την κυψέλη τους. Αν κάποια μέλισσα βρει κάποια πηγή τροφής, επιστρέφει στο μελίσσι για να το ειδοποιήσει και με ένα σύστημα κινήσεων, σαν να χορεύει, προσπαθεί να πείσει τις υπόλοιπες να την ακολουθήσουν, στην πηγή της τροφής ώστε να μαζέψουν το νέκταρ. Αυτές παρακολουθούν το χορό, τον ερμηνεύουν και πετούν κατευθείαν, χωρίς να χάσουν το δρόμο τους.

Ο μυστηριώδης αυτός χορός, waggle dance, στα αγγλικά αποκρυπτογραφήθηκε από τον αυστριακό βιολόγο Karl Von Frisch, κάτοχος βραβείου Νόμπελ. Έπειτα από πολύχρονες μελέτες ανακάλυψε ότι οι μέλισσες για την επικοινωνία τους σχετικά με την τροφή χρησιμοποιούν χορούς (waggle dance) και συγκεκριμένα τον κυκλικό, τον μικτό και της παλλόμενης κοιλιάς.

Ο χορός των μελισσών (Waggle dance)

Ο κυκλικός χορός δίνει πληροφορίες για την ύπαρξη τροφής σε μικρή απόσταση και σε ακτίνα μικρότερη των 15 μέτρων από τη φωλιά. Η μέλισσα επιστρέφοντας στην κυψέλη, προσφέρει λίγο από την τροφή που έχει συλλέξει και αρχίζει να διαγράφει μικρούς κύκλους. Η φορά των κύκλων αλλάζει μόλις ολοκληρώνει μια περιστροφή. Οι υπόλοιπες την ακολουθούν αγγίζοντάς την ερμηνεύοντας την πληροφορία και βγαίνουν και αυτές προς συλλογή.

Το άλλο είδος χορού, ο μικτός ή ο χορός της παλλόμενης κοιλιάς δίνει πληροφορίες για τη θέση της τροφής όταν η απόσταση είναι μεγαλύτερη από 100 μέτρα έτσι ο αρχικά κυκλικός χορός μετατρέπεται σταδιακά σε μικτό όσο η απόσταση μεταξύ τροφής και κυψέλης μεγαλώνει. Σε αυτόν το χορό η μέλισσα διανύει μια μικρή ευθύγραμμη πορεία κουνώντας έντονα την κοιλιά της και παράγοντας ήχους. Στο τέλος αυτής της πορείας, γυρίζει διαγράφοντας ένα ημικύκλιο, επιστρέφοντας στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε. Τα ημικύκλια τα εκτελεί εναλλάξ μια φορά προς τα δεξιά και μία φορά προς τα αριστερά, σταματώντας συχνά για να προσφέρει την τροφή που «διαφημίζει» στις μέλισσες που την ακολουθούν. Οι πληροφορίες αυτού του χορού δίνονται, από το μήκος της ευθύγραμμης διαδρομής, από τη διάρκεια των παλμών και των ήχων, τον αριθμό των παλμών και τον αριθμό των περιστροφών.

Αυτός ο υπέροχος χορός στη φύση ενέπνευσε πρώτη φορά τους P. Lucic και D. Teodorovic, ώστε να χρησιμοποιήσουν τις βασικές αρχές της συλλογικής νοημοσύνης των μελισσών για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης.

4.2.2 Υλοποίηση Αλγορίθμού

4.2.2.1 Σύγκριση Βημάτων Αλγορίθμου και Πραγματικών Μελισσών

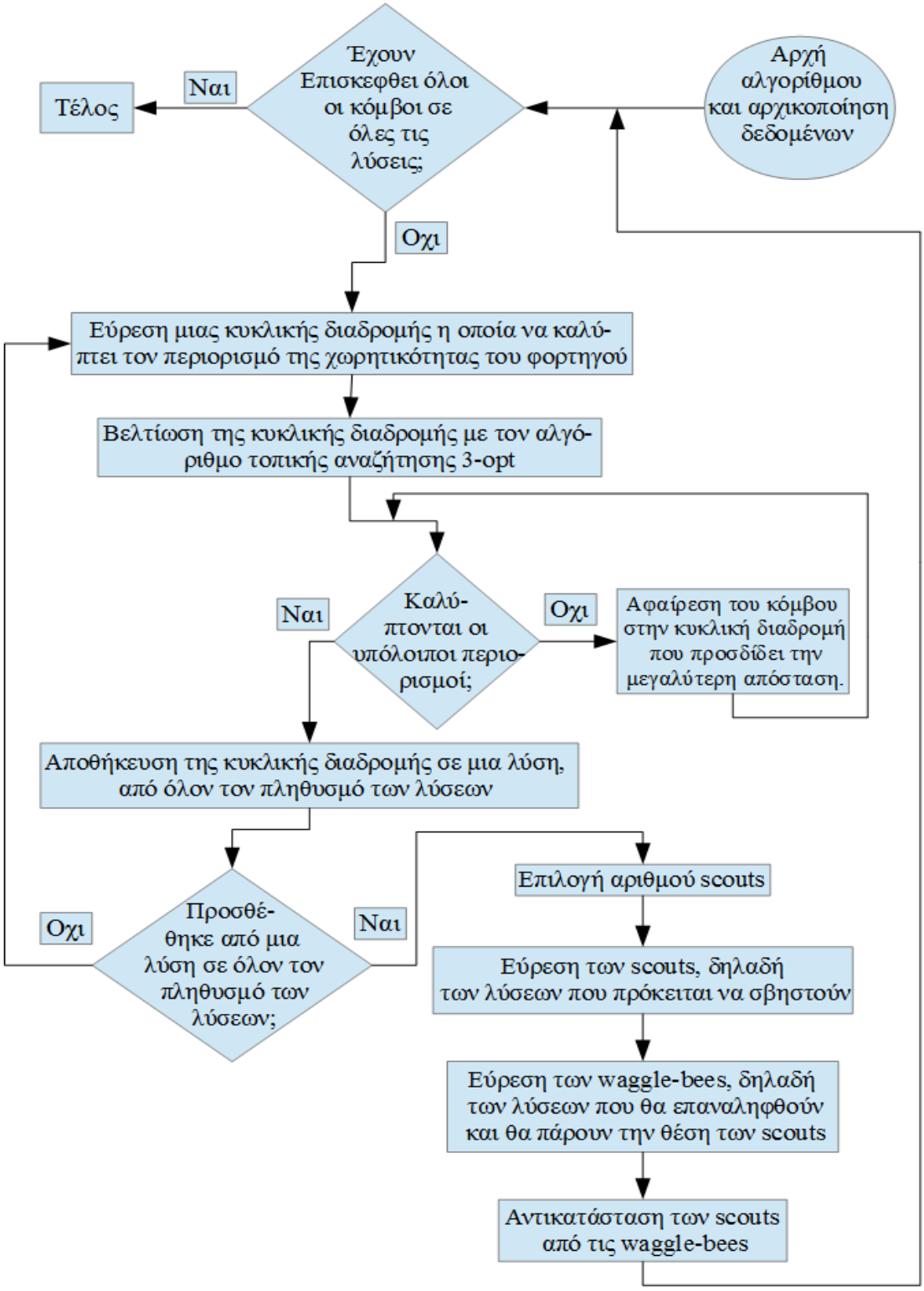
Ο αλγόριθμος σμήνους μελισσών είναι ένας αλγόριθμος που βασίζεται στη συνέργεια ενός πλήθους μελισσών, με σκοπό να λυθούν, πολύπλοκα προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Καθεμία μέλισσα παράγει (καταλήγει σε) μια λύση του προβλήματος και με την ολοκλήρωση του αλγορίθμου επιλέγεται η λύση της μέλισσας με την καλύτερη τιμή

στην αντικειμενική συνάρτηση.

Ο αλγόριθμος λειτουργεί σε δυο βασικά στάδια. Κατά το πρώτο στάδιο για κάθε μια μέλισσα του πληθυσμού κατασκευάζονται μερικές λύσεις, αυξανόμενες σε μέγεθος σταδιακά και βήμα βήμα. Το μέγεθος της μερικής λύσης εξαρτάται από το είδος του προβλήματος προς επίλυση. Για το TSP σε αυτό το στάδιο προστίθεται ένας μόνο κόμβος σε κάθε μέλισσα(λύση). Για το VRP ο αλγόριθμος σε αυτό το στάδιο ευρίσκει για κάθε «μέλισσα» ξεχωριστά μια κυκλική διαδρομή, οι οποίες κυκλικές διαδρομές περιέχουν διαφορετικό αριθμό κόμβων μεταξύ τους. Η ποιότητα αυτών των αρχικών λύσεων είναι κατά κάποιο τρόπο τυχαία και μπορεί να περιλαμβάνει από λύσεις οι οποίες να είναι άριστες μέχρι κακές. Εδώ έρχεται το δεύτερο στάδιο του αλγορίθμου, το οποίο είναι υπεύθυνο για την διατήρηση των "καλών" λύσεων στον πληθυσμό και την απόρριψη των "κακών". Σε αυτό το δεύτερο στάδιο η μέλισσα είτε προσπαθεί να πείσει τις υπόλοιπες να την ακολουθήσουν στον δικό της προορισμό, είτε εγκαταλείπει τον δικό της προορισμό για να ακολουθήσει κάποια άλλη. Αυτές οι επιλογές γίνονται πιθανολογικά βάση των τιμών που έχουν οι λύσεις από την αντικειμενική συνάρτηση. Χειρότερες τιμές στην αντικειμενική συνάρτηση ισοδυναμούν με μεγαλύτερες πιθανότητες από τις μέλισσες για εγκατάλειψη της λύσης τους, και αντίστροφα

Μια από τις βασικές μεταβλητές του αλγορίθμου είναι ο αριθμός του πληθυσμού των λύσεων (αριθμός μελισσών). Έτσι, ο αλγόριθμος στην ολοκλήρωσή του έχει τόσες λύσεις, όσες είναι ο αριθμός του πληθυσμού και επιλέγεται από αυτές η καλύτερη. Ο χρόνος ολοκλήρωσης του αλγορίθμου είναι ανάλογος του αριθμού του πληθυσμού των μελισσών. Ο διπλάσιος αριθμός μελισσών οδηγεί σε διπλάσιο χρόνο επίλυσης. Ενδεικτικά για ένα πρόβλημα VRP με 50 πελάτες και αριθμό μελισσών 1000, ο χρόνος επίλυσης σε υπολογιστή διπύρηνο στα 2GH είναι κατά μέσο όρο 5 δευτερόλεπτα.

4.2.2.2 Βήματα του Αλγορίθμου υπό Μορφήν Διαγράμματος Ροής



4.2.2.3 Λεπτομερής Περιγραφή των Βασικών Βημάτων του Αλγορίθμου

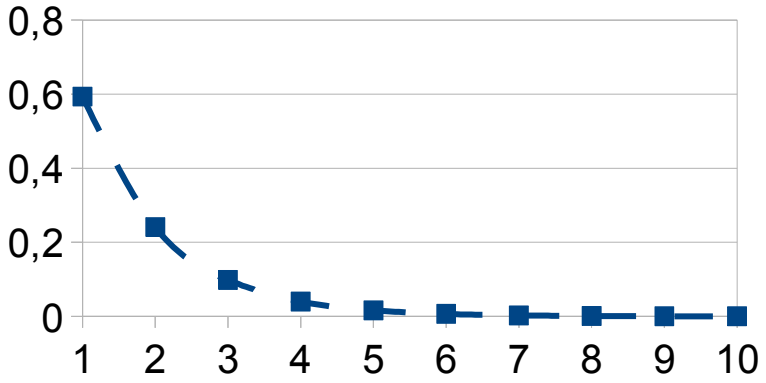
4.2.2.3.1 Δημιουργία μιας Αρχικής Εφικτής, από Πλευράς Χωρητικότητας, Κυκλικής Διαδρομής (route ή cycle).

Σε αυτό το βήμα παράγεται για κάθε μια μέλισσα χωριστά, μια ολόκληρη κυκλική διαδρομή (route). Επειδή η απόσταση που διανύει το όχημα εξαρτάται από την σειρά με την οποία επισκέπτονται οι πελάτες-κόμβοι, ενώ η χωρητικότητα όχι, στις διαδρομές που παράγονται εδώ καλύπτεται μόνο ο περιορισμός της χωρητικότητας.

Ξεκινώντας από τον κόμβο 1, δηλαδή την αποθήκη, η συνάρτηση προσθέτει έναν ένα κόμβο σταδιακά και τυχαία με πιθανότητες που υπολογίζονται από τις αποστάσεις των κόμβων. Οι πιθανότητες αυτές υπολογίζονται στην έναρξη του προγράμματος και καταγράφονται σε έναν τετραγωνικό πίνακα με το στοιχείο στην γραμμή i και την στήλη j να είναι η πιθανότητα μετάβασης από τον ήδη υπάρχων στην λύση κόμβο i προς τον j. Από κάποιον οποιονδήποτε κόμβο προς κάποιον επόμενο, η πιθανότητα επιλογής του επομένου ορίζεται να είναι μια συνάρτηση της απόστασής τους. Μεγαλύτερη πιθανότητα επιλογής θα έχουν οι κόμβοι με μικρή απόσταση από τον τελευταίο υπάρχων στη μερική λύση.

Ένας απλός και λογικός τρόπος υπολογισμού των πιθανοτήτων, είναι να υπολογιστούν γραμμικά. Δηλαδή η πιθανότητα επιλογής της μετάβασης από τον κόμβο i προς τον κόμβο j, να οριστεί ως το κλάσμα του συνολικού αθροίσματος όλων των αποστάσεων των πιθανών ακμών που ξεκινούν από tον κόμβο i, προς την απόσταση ακμής(i,j). Οι αποστάσεις όμως μεταξύ των κόμβων, μεταξύ τους έχουν μικρή σχετικά απόκλιση και επομένως οι πιθανότητες μετάβασης, αν υπολογιστούν γραμμικά θα έχουν και αυτές μικρή απόκλιση μεταξύ τους. Αυτή η γραμμική σχέση μεταξύ των πιθανοτήτων και των αποστάσεων των κόμβων δεν έδινε πολύ καλά αποτελέσματα, οπότε προτιμήθηκε μια μη γραμμική σχέση η οποία προσέδιδε μεγαλύτερες πιθανότητες απ ότι πριν στις κοντινότερες αποστάσεις και μικρότερες πιθανότητες απ ότι πριν στις μεγαλύτερες αποστάσεις.

Έτσι οι πιθανότητες υπολογίστηκαν με την βοήθεια της εκθετικής κατανομής $P(x)= \lambda e^{-\lambda x}$, με $\lambda=0.9$. Η φυσική συμασία της εκθετικής κατανομής είναι διαφορετική από τον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιήθηκε εδώ. Βρισκόμενοι στον κόμβο i, ταξινομούνται όλες οι αποστάσεις των ακμών(i,j) κατά αύξουσα τιμή και οι πιθανότητες μετάβασης ορίζονται από τον τύπο της εκθετικής κατανομής με x τον ταξινομημένο δείκτη των τόξων ξεκινόντας από 0. Αυτό σημαίνει ότι από τον κόμβο i ο πρώτος κοντινότερος κόμβος έχει δείκτη 0 με αντίστοιχη πιθανότητα 0.9, ο δεύτερος κοντινότερος κόμβος έχει δείκτη 1 και με αντίστοιχη πιθανότητα 0.367 κτλ. Μόλις υπολογιστούν αυτές οι τιμές για όλες τις μεταβάσεις κανονικοποιούνται ώστε να αθροίζουν στην μονάδα. (Σχήμα 1)



Σχήμα 1: Άξονας y οι πιθανότητες μετάβασης από έναν κόμβο i προς τους τους υπολοίπους.Άξονας χ οι δείκτες των κόμβων κατα αυξανόμενη απόσταση.

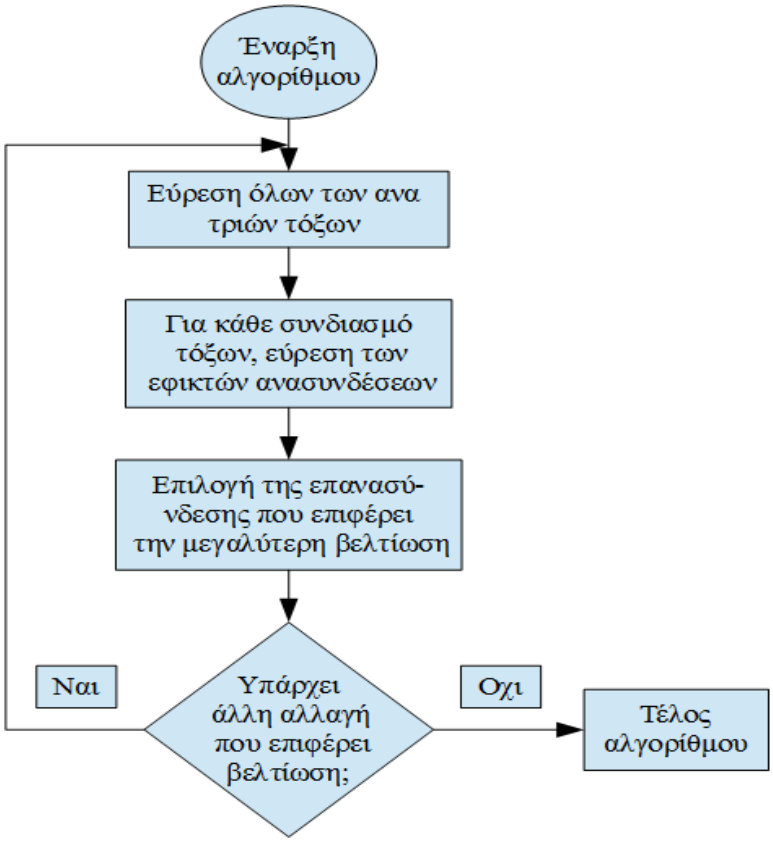
Πέραν από την αύξηση της ποιότητας των αποτελεσμάτων που προσδίδει η συγκεκριμένη επιλογή, μείωσε και τον χρόνο τον οποίο χρειάζεται ο αλγόριθμος για να ολοκληρωθεί.

Έτσι όταν η συνάρτηση ξεκινάει να βρει μια καινούρια διαδρομή, ξεκινώντας πάντα από τον αρχικό κόμβο της αποθήκης, επιλέγονται ένας ένας οι επόμενοι κόμβοι με βάση αυτές τις πιθανότητες μετάβασης, μέχρις ότου να καλύπτεται ο περιορισμός της χωρητικότητας του φορτηγού, που μεταφέρει στους πελάτες την απαίτηση τους σε ποσότητα μεταφερομένων προϊόντων. Βέβαια σε αυτό το σημείο η απόσταση που θα πρέπει να διανύσει το φορτηγό μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την επιτρεπόμενη, αλλά αυτό ελέγχεται αργότερα.

4.2.2.3.2 Βελτίωση Κυκλικών Διαδρομών

Σε κάθε αρχική κυκλική διαδρομή, που απατελεί από μόνη της ενα μικρό TSP πρόβλημα, σε αυτό το στάδιο γίνεται μια προσπάθεια βελτίωσης των συνδέσεων των κόμβων, χωρίς προσθαφαίρεση κόμβων. Αυτό γίνεται με τον μέθοδο 3-opt.

Ο αλγόριθμος 3-opt ανοίκει στην κατηγορία των αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης (Local search algorithms). Η ιδέα του αλγορίθμου είναι απλή και αυτό που κάνει είναι να διαγράφει κάθε φορά τρία τόξα και να επανασυνδέει τις τέσσερις υποδιαδρομές που δημιουργούνται με διαφορετικό τρόπο, ελέγχοντας έτσι αν υπάρχει βελτίωση στην αντικειμενική συνάρτηση. Αφού ελέγχθούν όλοι οι ανα τρείς συνδιασμοί όλων των τόξων, και για κάθε τριάδα τόξων οι εφικτοί ανασυνδυασμοί τους, επιλέγεται η αλλαγή με την μεγαλύτερη βελτίωση. Ο αλγόριθμος τερματίζει όταν δεν υπάρχει άλλη 3-opt κίνηση που να επιφέρει βελτίωση και υπολογίζεται η αντικειμενική συνάρτηση της καινούριας κυκλικής διαδρομής. Τα βασικά του βήματα φαίνονται στο σχήμα 2.



Σχήμα 2: Βασικά βήματα αλγορίθμου 3-opt σε μορφή διαγράμματος ροής

Η κυκλική διαδρομή περιέχεται σε ενα διάνυσμα, που συμπεριλαμβάνει τον κόμβο της αποθήκης στην αρχή και στο τέλος του. Αν το μέγεθος του διανύσματος της κυκλικής διαδρομής είναι N τότε ο αριθμός των τόξων που υπάρχουν στην διαδρομή είναι (N-1).

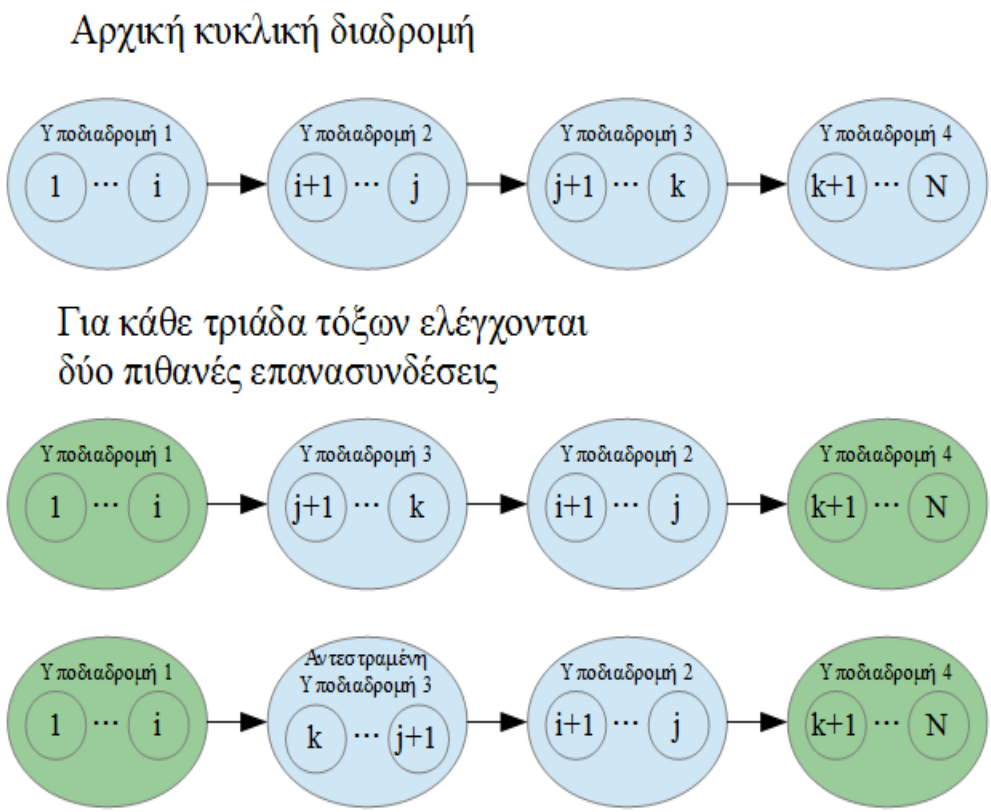
Επιπλέον αν οι μεταβλητές i ,j ,k συμβολίζουν τα τρία τόξα που χρειάζονται για κάθε έλεγχο, μέσω της αποθήκευσης σε αυτών των μεταβλητών του αύξοντα αριθμού του τόξου, του οποίου συμβολίζουν. Τότε όλοι οι συνδιασμοί των τόξων περιγράφονται από την τριάδα:

$$[i, j, k] \quad \text{για } i = \{1,2,...,N-3\}$$
$$j = \{i+1,i+2,...,N-2\}$$
$$k = \{j+1,j+2,...,N-1\}$$

Για οποιονδήποτε συνδιασμό [i ,j ,k] δημιουργούνται τέσσερις διαδρομές που μπορούν να περιέχουν από έναν μέχρι N-2 κόμβους. Η πρώτη υποδιαδρομή περιέχει τους κόμβους με δείκτες 1:i από το διάνυσμα της αρχικής κυκλικής διαδρομής. Η δεύτερη υποδιαδρομή τους κόμβους με δείκτες i+1:j. Η τρίτη τους κόμβους με δείκτες j+1:k. Και η τέταρτη τους κόμβους k+1:N.

Για να είναι εφικτές οι επανασυνδέσεις των υποδιαδρομών, ελέγχονται δύο μόνο τρόποι επανασύνδεσης. Ο πρώτος είναι η επανασύνδεση των υποδιαδρομών σε σειρά 1-3-2-4, χωρίς να αλλάξουν φορά οι συνδέσεις εντός των υποδιαδρομών. Και ο δεύτερος είναι η επανασύνδεση των υποδιαδρομών με την ίδια σειρά, όπως πριν (1-3-2-4), όμως με

ανεστραμένη σύνδεση των κόμβων εντός της υποδιαδρομής 3. Τα βήματα φαίνονται στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3: Πιθανές επανασυνδέσεις υποδιαδρομών

4.2.2.3.3 Έλεγχος Υπολοίπων Περιορισμών

Ο περιορισμός της χωρητικότητας επιλέχθηκε να ελεγχθεί πρώτος επειδή η σειρά με την οποία επισκέπτονται οι κόμβοι τον αφήνουν ανεπηρέαστο.

Και αφού έχουν γίνει πρώτα οι βελτιώσεις από την συνάρτηση βελτίωσης των διαδρομών, πλέον η σειρά επίσκεψης των κόμβων στις κυκλικές διαδρομές έχει καταλήξει στην τελική της μορφή. Σε αυτό το σημείο πρέπει να ελεγχθούν οι υπόλοιποι περιορισμοί και στην περίπτωση που δεν καλύπτονται θα αφαιρούνται κόμβοι, ένας ένας, μέχρις ότου να καλύπτονται οι περιορισμοί. Ο κόμβος που επιλέγεται να αφαιρεθεί σε κάθε έλεγχο των περιορισμών είναι ο κόμβος του οποίου η συνεισφορά στην απόσταση, είναι η μεγαλύτερη. Οι περιορισμοί λοιπόν που απομένουν είναι η συνολική απόσταση που πρόκειται να διανυθεί από το φορτηγό και ο χρόνος παραμονής του φορτηγού στους κόμβους παράδοσης. Αυτοί οι δύο περιορισμοί συνοψίζονται σε μια μοναδική τιμή ως το άθροισμα της συνολικής διανυθείσας απόστασης με τον συνολικό χρόνο παραμονής στους κόμβους, η οποία τιμή αποτελεί και την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος. Και σε κάθε κυκλική διαδρομή αυτή η τιμή δεν θα πρέπει να ξεπερνάει την δοθείσα, από τα δεδομένα του προβλήματος, τιμή της μέγιστης επιτρεπόμενης απόστασης που επιτρέπεται για το φορτηγό.

Το στάδιο αυτό υλοποιείται με έναν επαναληπτικό while έλεγχο της τιμής αντικειμενικής συνάρτησής της κυκλικής διαδρομής και στην περίπτωση που είναι μεγαλύτερη από την επιτρεπτή ενεργούνται τα παρακάτω βήματα. Για όλους τους κόμβους που περιέχονται στην κυκλική διαδρομή υπολογίζεται το άθροισμα των αποστάσεων τους από τον προηγούμενο και τον επόμενο, και επιλέγεται να αφαιρεθεί αυτός ο κόμβος με το μεγαλύτερο άθροισμα αποστάσεων. Στην συνέχεια αφού αφαιρεθεί ο κόμβος που επιλέχθηκε, υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης της καινούριας διαδρομής έτσι ώστε να επανελεγχθεί για την κάλυψη του περιορισμού.

4.2.2.3.4 Εύρεση Scouts και Waggle-bees

Στην φύση οι μέλισσες από τον αρχικό πληθυσμό, που θα επιλέξουν να γίνουν scouts θα είναι οι μέλισσες οι οποίες, κατά την επιστροφή τους στο μελίσσι, θα εγκαταλείψουν τις δικές τους διαδρομές και στην συνέχεια θα ακολουθήσουν άλλες μέλισσες με διαφορετικά μονοπάτια, τα οποία θα είναι καλύτερα.

Αντίστοιχα και στον αλγόριθμο οι μέλισσες με τις λύσεις που θα επιλεχθούν να γίνουν scouts θα σβηστούν και θα αντικατασταθούν από λύσεις άλλων μελισσών, οι οποίες δεν επιλέχθηκαν ως scouts, των οποίων η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης θα είναι καλύτερη.

Στο μελίσσι όσες δεν είναι scouts λέγονται waggle-bees και είναι αυτές που προσπαθούν να πείσουν τις scouts να τις ακολουθήσουν. Στην φύση θεωρείται ότι η πιθανότητα να ακολουθηθεί μια μέλισσα από κάποια άλλη έχει να κάνει με την ποιότητα και την ποσότητα της τροφής που ανακαλύπτει , αλλά και από την απόσταση της διαδρομής που θα πρέπει να διανύσει μέχρι να φτάσει στην τροφή και να γυρίσει στο μελίσσι.

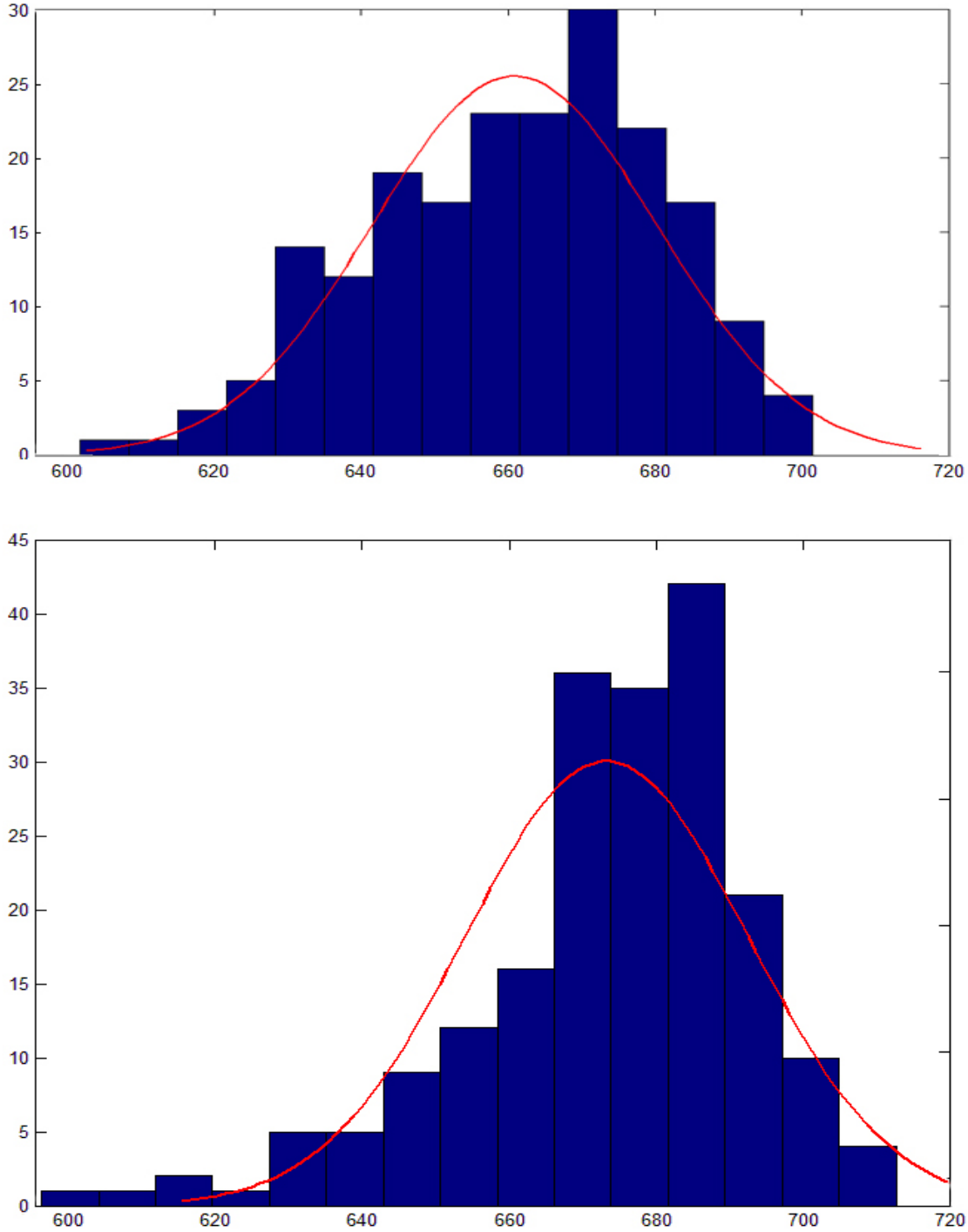
Κατά αναλογία με τις πραγματικές μέλισσες, ο αλγόριθμος ορίζει σε κάθε μια λύση μια πιθανότητα εγκατάλειψης της ίδιας και μια πιθανότητα προσέλκυσης άλλων. Αρχικά επιλέγονται οι λύσεις που θα εγκαταλειφθούν(scouts), και στην συνέχεια οι λύσεις που θα αντικαταστήσουν τις σβησμένες(waggle-bees)..

Ο αλγόριθμος περιληπτικά, μέχρι να φτάσει στο στάδια της εύρεσης των λύσεων που θα εγκαταλειφθούν και αντικατασταθούν, έχει ως εξής. Σε κάθε μια λύση (μέλισσα) ορίζεται μια κυκλική διαδρομή(route ή cycle) η οποία έχει πρώτα περάσει από κάποιο στάδιο βελτίωσης. Έτσι κάθε φορά που βρισκόμαστε στο στάδιο της εύρεσης των scouts και waggle-bees όλες οι λύσεις έχουν τον ίδιο αριθμό κυκλικών διαδρομών στην συνολική τους λύση (εξαίρεση αποτελούν κάποιες λύσεις προς το τέλος του αλγορίθμου, λόγω του διαφορετικού αριθμού περιεχομένων κόμβων σε κάθε διαδρομή.) Για παράδειγμα όταν ο αλγόριθμος βρίσκεται για πρώτη φορά στο σημείο της εύρεσης των scouts και waggle-bees, σε όλες τις λύσεις (μέλισσες) περιέχεται μια μόνο κυκλική διαδρομή (route).

Ο αριθμός των λύσεων που θα εγκαταλειφθούν σε κάθε εφαρμογή της αντίστοιχης συνάρτησης είναι προκαθορισμένος και όχι τυχαίος. Από παρατηρήσεις, κατά την επιλογή του αριθμού αυτού, φαίνεται ότι ο αλγόριθμος στο σύνολό του έδωσε καλύτερα αποτελέσματα όταν ο αριθμός των scouts δεν ήταν σταθερός, αλλά άλλαζε ανάλογα με τον αριθμό των διαδρομών (routes) στις μέλισσες (Σχήμα 4). Πιο συγκεκριμένα ο αριθμός των scouts όταν στις λύσεις περιέχονταν μια μόνο διαδρομή είναι μικρός, και σε κάθε προσθήκη διαδρομών ο αριθμός αυξάνεται γραμμικά, ανάλογα με τον αριθμό των διαδρομών. Και είναι μέγιστος στην τελευταία φορά που γίνεται εύρεση scouts και waggle-

bees.

Όταν ολοκληρωθεί και η διαδικασία επιλογής των scouts και waggle-bees, έχουμε τις δύο λίστες που χρειάζονται για την διαγραφή των scouts και αντικατάστασής τους από τις waggle-bees. Για την υλοποίηση της αντικατάστασης διατρέχεται όλος ο πληθυσμός των λύσεων και όπου συναντηθεί λύση η οποία να ανοίκει στην λίστα των scouts σβήνεται και αντικαθίσταται, με την αντιγραφή όλων των σχετικών διανυσμάτων που ορίζουν μια λύση, με μια λύση από την λίστα των waggle-bees.



Σχήμα 4: Επίδραση του αριθμού των scouts και waggle-bees στα αποτελέσματα του αλγορίθμου για το παράδειγμα 6 μετά από εκτέλεσή του για 200 φορές. Στον οριζόντιο άξονα είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και στον κατακόρυφο ο αριθμός αποτελεσμάτων. Το επάνω διάγραμμα δείχνει τα αποτελέσματα όταν ο αριθμός των scouts και waggle-bees είναι μεταβλητός, με μέση τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση 661. Στο κάτω διάγραμμα είναι το διάγραμμα με τα αποτελέσματα όταν ο αριθμός των scouts και waggle-bees είναι σταθερός και ίσος με το μισό του πληθυσμού των μελισσών, με μέση τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση 673.

Εύρεση Scouts

Κάθε φορά που καλείται η υποσυνάρτηση, γνωρίζουμε εκ των προτέρων, όπως ήδη αναφέρθηκε τον ακριβή αριθμό των λύσεων που θα χαρακτηριστούν ως scouts και θα αντικατασταθούν τελικά από άλλες. Η επιλογή αυτών γίνεται με χρήση πιθανοτήτων, οι οποίες υπολογίζονται από την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης σε κάθε λύση. Έτσι οι μερικές λύσεις με υψηλή τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση, ορίζεται να έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα εγκατάλειψης και ως εκ τούτου επιλογής τους ως scouts.

Συγκεκριμένα η πιθανότητα αυτή της εγκατάλειψης μιας λύσης λαμβάνεται ως το κλάσμα της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησής της, προς το άθροισμα των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησής όλων των λύσεων. Μετά από κανονικοποίηση των τιμών αυτών έχουμε διαθέσιμες τις πιθανότητες. Στην συνέχεια η συνάρτηση διατρέχει όλες τις λύσεις, με τυχαία σειρά, και για κάθε μια υπολογίζεται ένας τυχαίος αριθμός στο διάστημα [0,1]. Αν αυτός είναι μικρότερος από την τιμή της πιθανότητας εγκατάλειψης της συγκεκριμένης λύσης, επιλέγεται αυτή ως scout. Επαναλαμβάνοντας το παραπάνω βήμα για όσες φορές είναι ο αριθμός των scouts, έχουμε διαθέσιμη την επιθυμητή λίστα με τις λύσεις οι οποίες θα εγκαταλειφθούν.

Εύρεση Waggle-bees

Με παρόμοιο τρόπο, με τον οποίο βρέθηκε η λίστα των scoutσ βρίσκεται και η λίστα των waggle-bees.

Έχοντας καθοριστεί ο αριθμός των scouts και βρεθεί η λίστα που τους περιέχει, σειρά έχει να βρεθούν οι waggle-bees δηλαδή οι λύσεις οι οποίες θα διακριθούν από το σύνολο των λύσεων ώστε να αντικαταστήσουν αυτές οι οποίες έχουν εγκαταλειφθεί και θα διαγραφούν. Οι λίστες των scouts και waggle-bees έχουν το ίδιο μέγεθος δηλαδή όσες λύσεις πρόκειται να σβηστούν άλλες τόσες πρέπει να αντικατασταθούν, ώστε ο πληθυσμός των λύσεων να παραμείνει σταθερός.

Και σε αυτήν της υποσυνάρτηση, όπως με αυτήν της εύρεσης των scouts, επιλέγονται από το σύνολο των λύσεων πιθανολογικά, με πιθανότητες υπολογισμένες με βάση τις τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης των λύσεων. Η διαφορά από την συνάρτηση της εύρεσης των scouts είναι στο ότι όσο μικρότερη είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης τόσο μεγαλύτερη η πιθανότητα επιλογής ως waggle-bee. Οπότε η πιθανότητα αυτή της επιλογής μιας λύσης λαμβάνεται ως το κλάσμα του αθροίσματος των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησής όλων των λύσεων προς την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησής της. Και μετά

από κανονικοποίηση των τιμών αυτών έχουμε διαθέσιμες τις πιθανότητες. Στην συνέχεια η συνάρτηση διατρέχει όλες τις λύσεις, με τυχαία σειρά, και για κάθε μια υπολογίζεται ένας τυχαίος αριθμός στο διάστημα [0,1]. Αν αυτός είναι μικρότερος από την τιμή της πιθανότητας επιλογής της συγκεκριμένης λύσης, επιλέγεται αυτή ως waggle-bee.

5 Αποτελέσματα

Για τα παραδείγματα 1 μέχρι 14,ο πληθυσμός των μελισσών ήταν 1500. Και για το κάθε παράδειγμα ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε 50 φορές.
Για τα παραδείγματα Kel01 μέχρι Kel8, ο πληθυσμός επιλέχθηκε να είναι 1000 μέλισσες και ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε 15 φορές. Για τα παραδείγματα Kel09 μέχρι και Kel20, ο πληθυσμός επιλέχθηκε να είναι 1000 μέλισσες, και ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε 10 φορές. Τα αποτελέσματα των εφαρμογών του αλγορίθμου παρουσιάζονται στους πίνακες. Οι πίνακες 1 και 2 περιέχουν τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα των παραδειγμάτων 1 μέχρι και 14 και οι πίνακες 3 και 4 τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα των παραδειγμάτων Kel. Για κάθε παράδειγμα οι πίνακες αυτοί περιέχουν τον μέσο όρο των αποτελεσμάτων για όλες τις φορές που εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος, σε τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αλλά και ως ποσοστιαίας απόκλισης από το ολικό βέλτιστο. Ακόμα περιέχονται οι τιμές της καλύτερης και χειρότερης λύσης για κάθε πρόβλημα, καθώς και ο μέσος χρόνος λειτουργίας του αλγορίθμου ανά παράδειγμα.

Στα διαγράμματα 1 και 2 φαίνονται σε “μπάρες”, για κάθε παράδειγμα, τα εύρη τιμών των λύσεων που έδωσε ο αλγόριθμος υπό μορφή ποσοστιαίας διαφοράς από το βέλτιστο του κάθε παραδείγματος. Το σημείο στο οποίο υπάρχει αλλαγή χρώματος είναι ο μέσος όρος των λύσεων.

Οι βασικοί περιορισμοί που ελέγχονται από την αντικειμενική συνάρτηση, σε κάθε κυκλική διαδρομή, είναι δύο. Ο πρώτος είναι η περιορισμένη χωρητικότητα του φορτηγού και ο δεύτερος η μέγιστη απόσταση που μπορεί να διανύσει το φορτηγό σε κάθε κύκλο.

Τα αποτελέσματα για κάθε πρόβλημα είναι διαφορετικά ανάλογα με τον αριθμό των περιορισμών που δίνονται από το πρόβλημα.

Ο αλγόριθμος για τα προβλήματα που δεν περιέχουν τον περιορισμό της μέγιστης επιτρεπόμενης απόστασης σε κάθε κύκλο, παρήγαγε καλύτερα αποτελέσματα από εκείνα που παρήγαγε για τα προβλήματα που περιείχαν όλους τους περιορισμούς.

Συγκεκριμένα, για τα προβλήματα που δεν περιείχαν τον περιορισμό της χωρητικότητας, ο αλγόριθμος, ανεξάρτητα από το μέγεθος του προβλήματος, παράγει λύσεις που κατά μέσο όρο έχουν απόκλιση 0,12 από την βέλτιστη λύση.

Αντίθετα, για τα προβλήματα που περιέχουν όλους τους περιορισμούς, τα αποτελέσματα των λύσεων είναι διαφορετικά ανάλογα με το μέγεθος του προβλήματος. Παραδείγματα με μεγαλύτερο αριθμό κόμβων τείνουν να δώσουν αποτελέσματα με μεγαλύτερη απόκλιση από το βέλτιστο.

Η μέθοδος βελτίωσης 3-opt που έχει χρησιμοποιηθεί βελτιώνει μόνο συνδέσεις κόμβων χωρίς να ελέγχει αντιμεταθέσεις κόμβων μεταξύ κυκλικών διαδρομών. Αυτό καθιστά τον αλγόριθμο περισσότερο προσανατολισμένο για προβλήματα όπου η πολυπλοκότητά τους δεν απέχει πολύ από τοTSP, όπως φάνηκε και από τα αποτελέσματα στα παραδείγματα που δεν περιείχαν τον περιορισμό της μέγιστης επιτρεπόμενης απόστασης. Αυτό το μειονέκτημα θα μπορούσε να βελτιωθεί προσθέτοντας στον αλγόριθμο κάποια επιπρόσθετη μέθοδο βελτίωσης των κυκλικών διαδρομών, πριν να γίνεται η εύρεση των scouts, τέτοια ώστε να ελέγχονται πιθανές αντιμεταθέσεις κόμβων μεταξύ έτοιμων κυκλικών διαδρομών στην μερική λύση.

	par1	par2	par3	par4	par5	par11	par12
Αριθμός κόμβων προβλήματος	51	76	101	151	200	121	101
Χωρητικότητα φορτηγού	160	140	200	200	200	200	200
Μέγιστη επιτρεπόμενη απόστση ανα κυκλική διαδρομή	inf	inf	inf	inf	inf	inf	inf
Χρόνος εκφόρτωσης	0	0	0	0	0	0	0
Βέλτιστη τιμή	524,610	835,260	826,140	1028,420	1291,450	1042,120	819,560
Αριθμός εφαρμογών αλγορίθμου	50	50	50	50	50	50	50
Πληθυσμός μελισσών	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
Μέσος όρων αποτελεσμάτων	573,234	926,993	913,881	1163,515	1469,317	1103,446	928,890
Διακύμανση του μέσου όρου	48,905	51,435	70,908	155,549	103,787	106,493	343,803
Μέσος χρόνος	3,552	5,641	7,971	12,609	17,979	15,562	8,878
Διακύμανση του μέσου χρόνου	0,016	0,038	0,071	0,063	0,445	0,620	0,485
Καλύτερο αποτέλεσμα	560,273	908,827	884,570	1132,848	1447,733	1066,331	893,401
χειρότερο αποτέλεσμα	588,574	939,480	927,355	1181,245	1498,152	1126,733	976,625
Ποσοστιαία διαφορά από το βέλτιστο	0,093	0,110	0,106	0,131	0,138	0,059	0,133
Ποσοστιαία διαφορά καλύτερης λύσης από το βέλτιστο	0,068	0,088	0,071	0,102	0,121	0,023	0,090
Ποσοστιαία διαφορά χειρότερης λύσης από το βέλτιστο	0,122	0,125	0,123	0,149	0,160	0,081	0,192

Πίνακας 1

	par6	par7	par8	par9	par10	par13	par14
Αριθμός κόμβων προβλήματος	51	76	101	151	200	121	101
Χωρητικότητα φορτηγού	160	140	200	200	200	200	200
Μέγιστη επιτρεπόμενη απόστση ανα κυκλική διαδρομή	200	160	230	200	200	720	1040
Χρόνος εκφόρτωσης	10	10	10	10	10	50	90
Βέλτιστη τιμή	555,430	909,680	865,940	1162,550	1395,850	1541,140	866,370
Αριθμός εφαρμογών αλγορίθμου	50	50	50	50	50	50	50
Πληθυσμός μελισσών	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
Μέσος όρων αποτελεσμάτων	628,872	1064,652	1059,880	1412,628	1668,346	1716,955	984,262
Διακύμανση του μέσου όρου	260,431	126,086	488,688	438,143	598,894	961,994	272,652
Μέσος χρόνος	4,776	8,036	11,070	19,523	24,040	22,784	10,858
Διακύμανση του μέσου χρόνου	0,283	0,334	0,637	1,217	0,975	0,426	0,555
Καλύτερο αποτέλεσμα	601,968	1039,219	969,171	1359,628	1606,597	1650,912	945,027
χειρότερο αποτέλεσμα	663,082	1093,888	1100,900	1451,594	1707,177	1804,275	1019,059
Ποσοστιαία διαφορά από το βέλτιστο	0,132	0,170	0,224	0,215	0,195	0,114	0,136
Ποσοστιαία διαφορά καλύτερης λύσης από το βέλτιστο	0,084	0,142	0,119	0,170	0,151	0,071	0,091
Ποσοστιαία διαφορά χειρότερης λύσης από το βέλτιστο	0,194	0,202	0,271	0,249	0,223	0,171	0,176

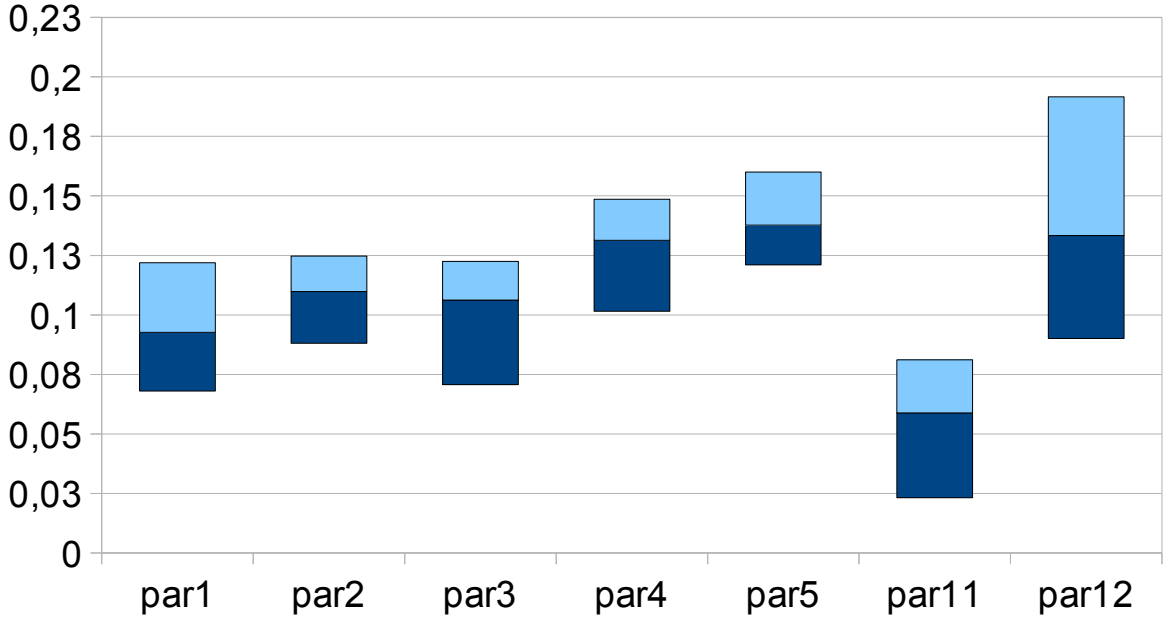
Πίνακας 2

	kel01	kel02	kel03	kel04	kel05	kel06	kel07	kel08
Αριθμός κόμβων προβλήματος	241	321	401	481	201	281	361	441
Χωρητικότητα φορτηγού	550	700	900	1000	900	900	900	900
Μέγιστη επιτρεπόμενη απόστση ανα κυκλική διαδρομή	650	900	1200	1600	1800	1500	1300	1200
Χρόνος εκφόρτωσης								
Βέλτιστη τιμή	5623,468	8434,997	11036,222	13624,524	6460,980	8412,901	10195,586	11649,889
Αριθμός εφαρμογών αλγορίθμου	15	15	15	15	15	15	15	15
Πληθυσμός μελισσών	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
Μέσος όρων αποτελεσμάτων	6999,363	11362,411	15711,244	19291,168	7482,197	11085,151	14151,828	16527,993
Διακύμανση του μέσου όρου	13465,181	22625,882	80458,110	105064,553	13842,546	72452,615	104603,407	34251,128
Μέσος χρόνος	53,524	135,029	313,257	448,357	123,882	199,598	279,208	327,236
Διακύμανση του μέσου χρόνου	10,023	32,787	264,709	655,963	17,817	49,860	165,760	203,705
Καλύτερο αποτέλεσμα	6615,480	11073,950	14804,907	18539,406	7296,078	10451,965	13377,917	16098,191
χειρότερο αποτέλεσμα	7098,113	11593,125	16110,195	19806,120	7687,688	11454,451	14489,546	16899,604
Ποσοστιαία διαφορά από το βέλτιστο	0,245	0,347	0,424	0,416	0,158	0,318	0,388	0,419
Ποσοστιαία διαφορά καλύτερης λύσης από το βέλτιστο	0,176	0,313	0,341	0,361	0,129	0,242	0,312	0,382
Ποσοστιαία διαφορά χειρότερης λύσης από το βέλτιστο	0,262	0,374	0,460	0,454	0,190	0,362	0,421	0,451

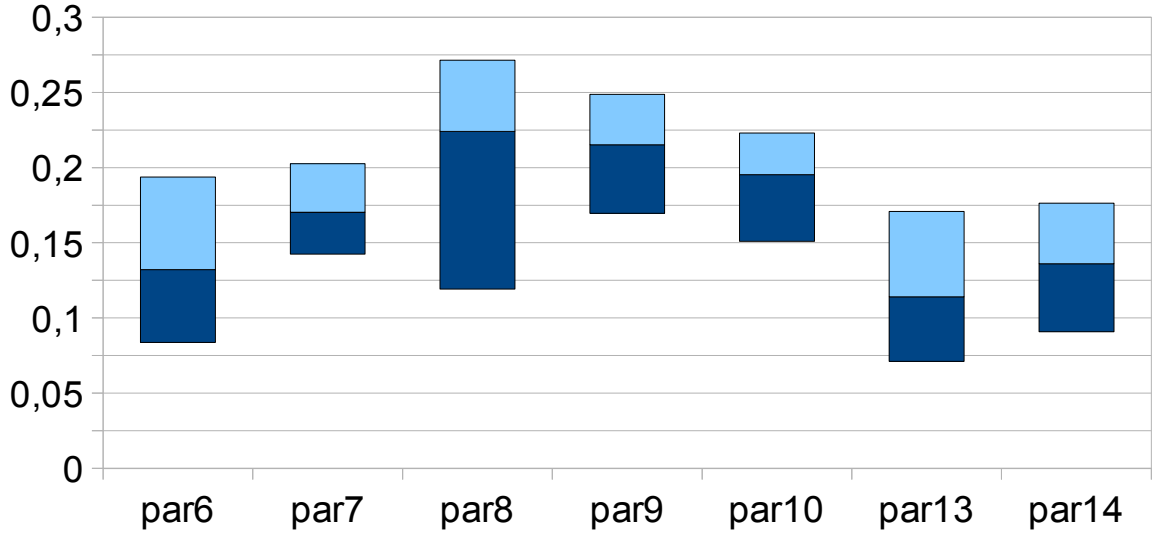
Πίνακας 3

	kel09	kel10	kel11	kel12	kel13	kel14	kel15	kel16	kel17	kel18	kel19	kel20
Αριθμός κόμβων προβλήματος	256	324	400	484	253	321	397	481	241	301	361	421
Χωρητικότητα φορτηγού	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	200	200	200	200
Μέγιστη επιτρεπόμενη απόστση ανα κυκλική διαδρομή	inf	inf	inf	inf	inf	inf	inf	inf	inf	inf	inf	inf
Χρόνος εκφόρτωσης	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Βέλτιστη τιμή	579,713	737,284	913,345	1102,755	857,189	1080,553	1337,995	1613,664	707,756	995,133	1365,603	1818,252
Αριθμός εφαρμογών αλγορίθμου	10	10	10	10	10	10	10	5	10	10	10	10
Πληθυσμός μελισσών	500	500	500	500	500	500	500	100	500	500	500	500
Μέσος όρων αποτελεσμάτων	643,008	829,696	1042,403	1269,422	961,293	1217,287	1508,739	4186,226	800,645	1126,998	1547,192	2061,724
Διακύμανση του μέσου όρου	22,072	20,925	89,502	82,524	25,034	86,811	84,786	1258,144	16,880	171,925	107,468	111,652
Μέσος χρόνος	21,839	31,893	47,810	74,344	12,478	18,269	22,014	5,882	11,089	15,064	18,187	22,680
Διακύμανση του μέσου χρόνου	5,821	1,005	1,739	1,138	1,112	2,186	2,269	0,024	0,968	3,810	2,469	3,343
Καλύτερο αποτέλεσμα	633,841	823,719	1028,141	1259,114	953,703	1197,259	1492,682	4146,125	795,646	1103,660	1523,713	2040,604
χειρότερο αποτέλεσμα	648,219	837,434	1055,175	1288,304	970,377	1228,432	1526,938	4224,684	809,281	1142,140	1557,326	2074,249
Ποσοστιαία διαφορά από το βέλτιστο	0,109	0,125	0,141	0,151	0,121	0,127	0,128	1,594	0,131	0,133	0,133	0,134
Ποσοστιαία διαφορά καλύτερης λύσης από το βέλτιστο	0,093	0,117	0,126	0,142	0,113	0,108	0,116	1,569	0,124	0,109	0,116	0,122
Ποσοστιαία διαφορά χειρότερης λύσης από το βέλτιστο	0,118	0,136	0,155	0,168	0,132	0,137	0,141	1,618	0,143	0,148	0,140	0,141

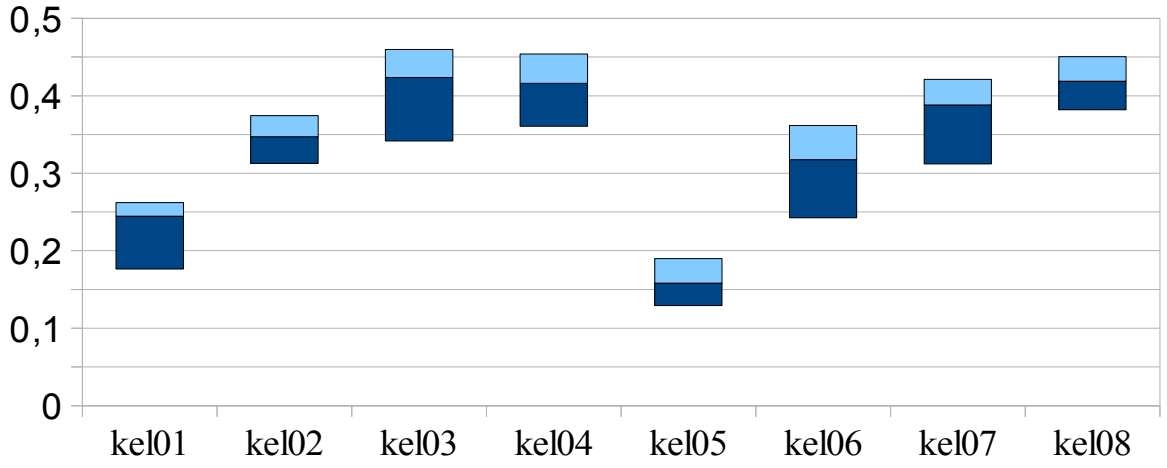
Πίνακας 4



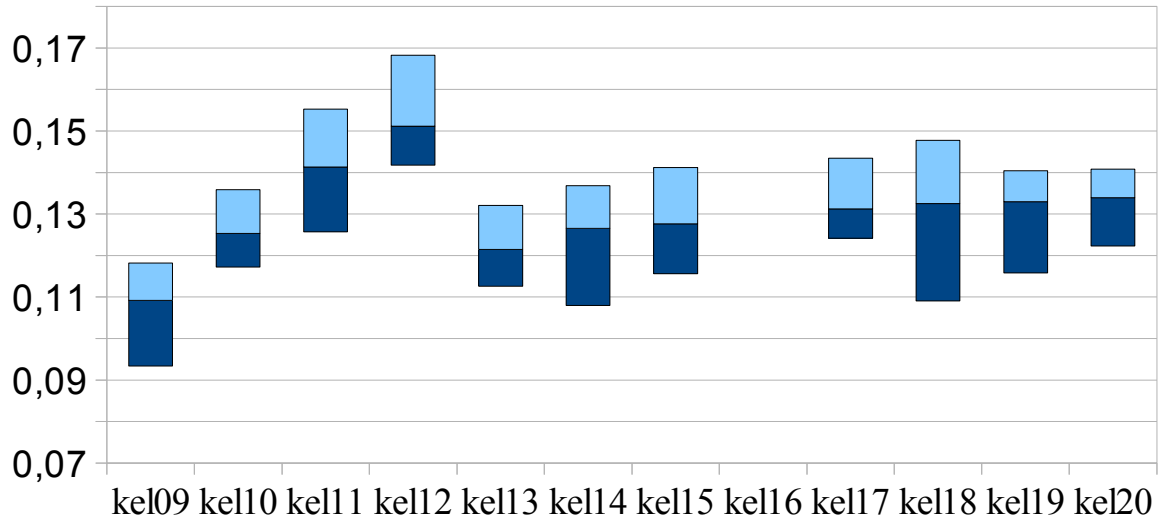
Εύρος απόκλισης από το βέλτιστο για προβλήματα χωρίς περιορισμό μέγιστης επιτρεπόμενης απόστασης ανά κυκλική διαδρομή,σε 50 εφαρμογές του αλγορίθμου



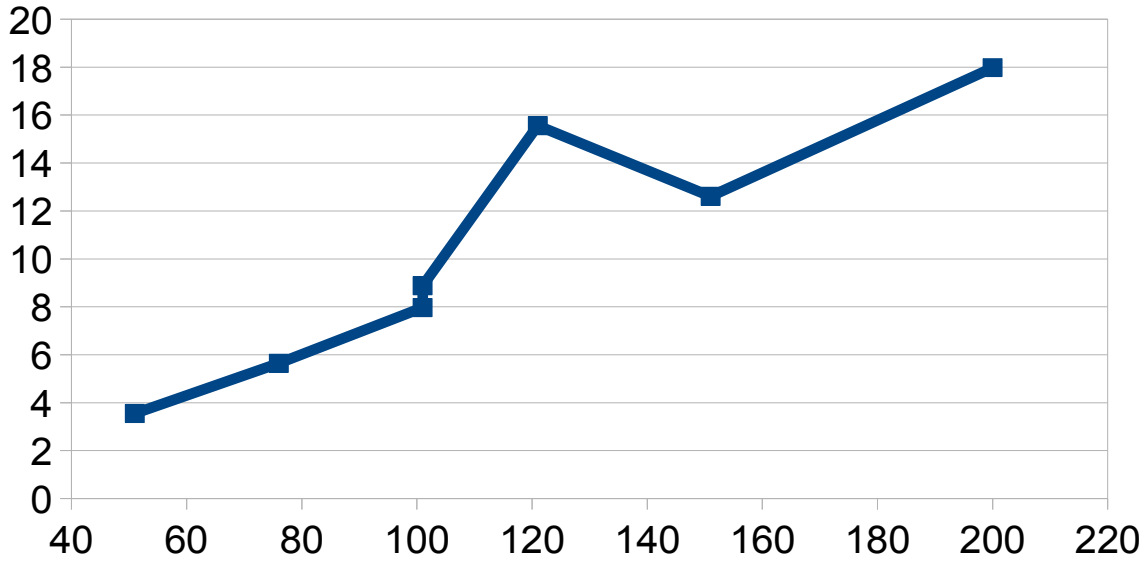
Εύρος απόκλισης από το βέλτιστο για προβλήματα με περιορισμό μέγιστης επιτρεπόμενης απόστασης ανά κυκλική διαδρομή,σε 50 εφαρμογές του αλγορίθμου



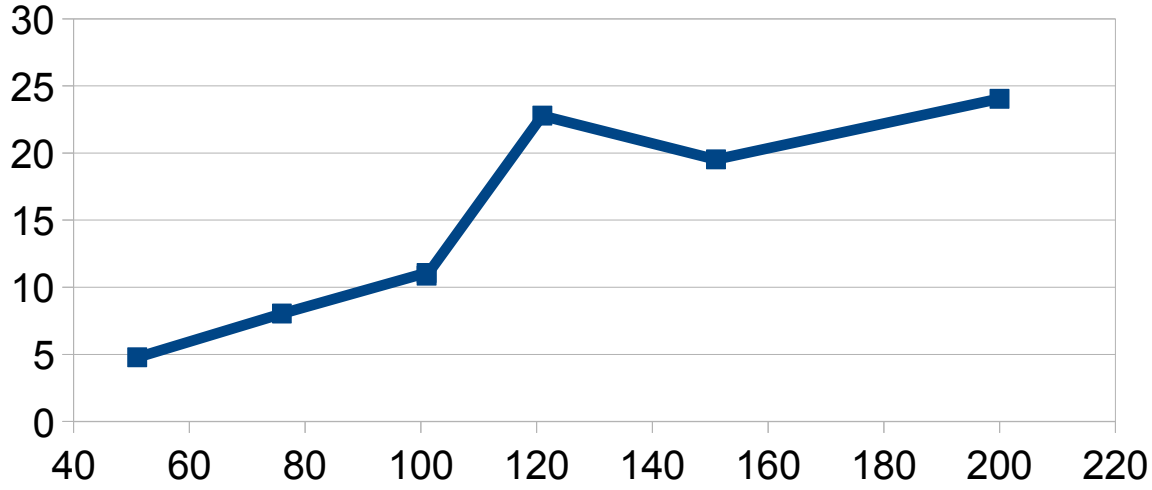
Εύρος απόκλισης από το βέλτιστο για προβλήματα με περιορισμό μέγιστης επιτρεπόμενης απόστασης ανά κυκλική διαδρομή,σε 50 εφαρμογές του αλγορίθμου



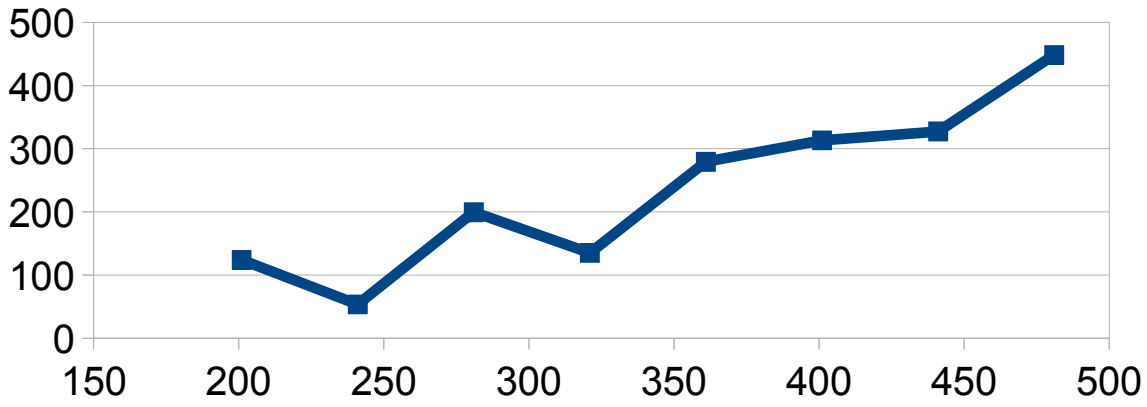
Εύρος απόκλισης από το βέλτιστο για προβλήματα χωρίς περιορισμό μέγιστης επιτρεπόμενης απόστασης ανά κυκλική διαδρομή, σε 10 εφαρμογές του αλγορίθμου



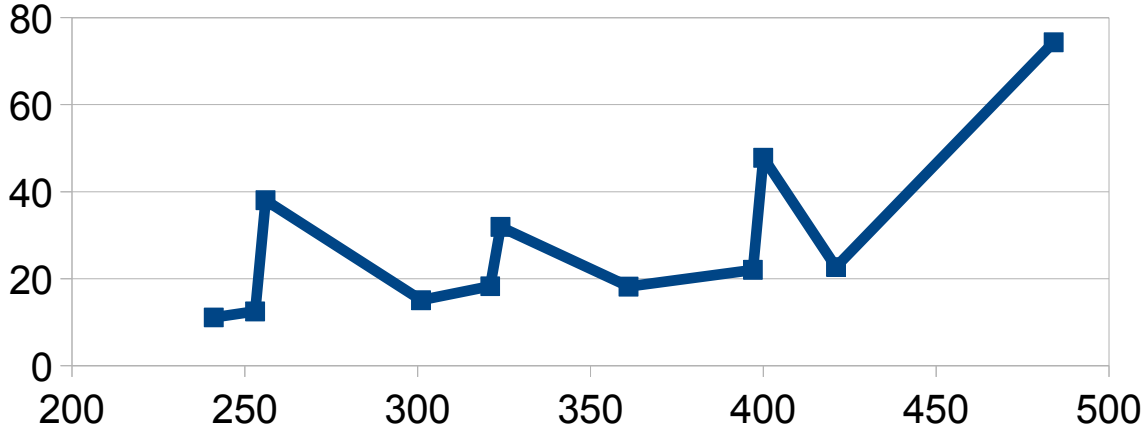
Χρόνος σε σχέση με τον αριθμό κόμβων για προβλήματα από τα χωρίς μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση ανα κυκλική διαδρομή (παραδείγματα:1,2,3,4,5,11,12)



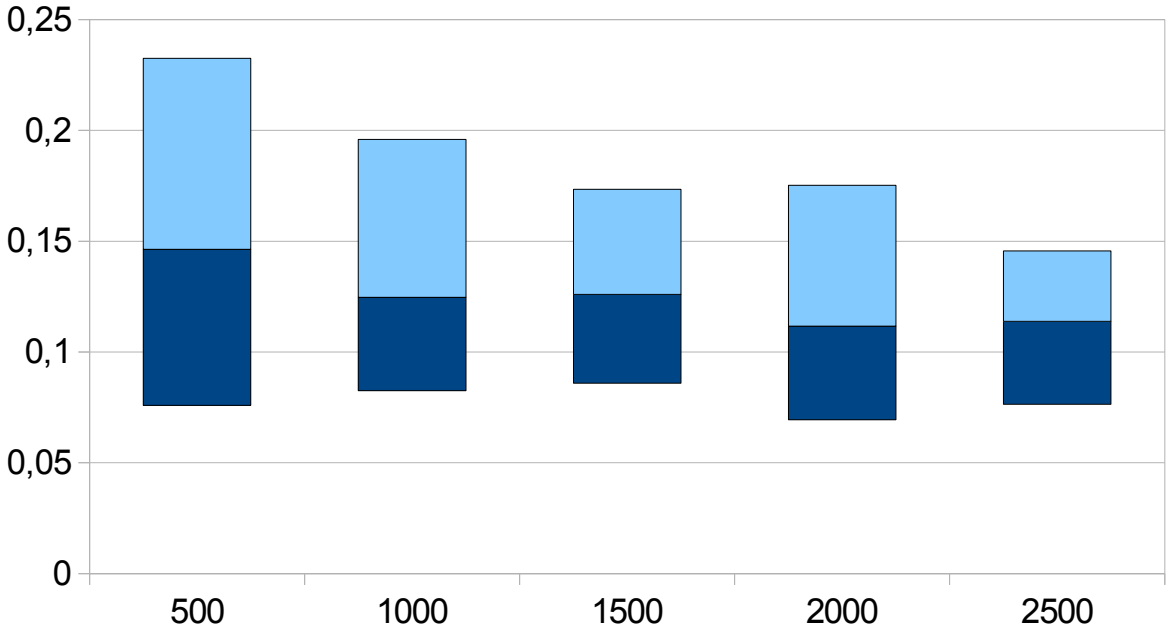
Χρόνος σε σχέση με τον αριθμό κόμβων για προβλήματα με μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση ανα κυκλική διαδρομή (παραδείγματα:6,7,8,9,10,13,14)



Χρόνος σε σχέση με τον αριθμό κόμβων για προβλήματα με μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση ανά κυκλική διαδρομή (παραδείγματα kel1 μέχρι kel8)



Χρόνος σε σχέση με τον αριθμό κόμβων για προβλήματα χωρίς μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση ανά κυκλική διαδρομή (παραδείγματα kel9 μέχρι kel20)



Εύρος τιμών σε ποσοστό από το βέλτιστο, του ίδιου προβλήματος (Παράδειγμα par6) για διαφορετικούς πληθυσμούς μελισσών

6. Βιβλιογραφία

1. Applegate David L., Bixby Robert E., Chvátal Vasek, Cook William J., The Traveling Salesman Problem: A Computational Study, Princeton University Press, 2011
2. Benyus Janine M., Biomimicry, Perennial, 2002
3. Chee Peng Lim, Lakhmi C.Jain, Satchidananda Dehuri (Eds), Innovations in Swarm Intelligence, Springer, 2000
4. Golden Bruce L., Raghavan S. , Wasil Edward A., The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges, Springer, 2008
5. Laporte G., Gendreau M., Potvin J-Y., Semet F., Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem, nternational Transactions in Operational Research, vol. 7, 2000
6. Laporte Gilbert, Gendreau Michel, Potvin Jean-Yves, Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem, Icole des hautes ıtudes commerciales, 1999
7. Martin Christopher, Logistics and Supply Chain, Management, FT Press, 4th edition, 2011
8. Ζοπουνίδης Κωνσταντίνος, Μαρινάκης Ιωάννης, Μαρινάκη Μαγδαληνή, Αλγόριθμοι συμπεριφοράς μελισσών
   στην υπηρεσία των τραπεζών, Βήματα στην Ανάπτυξη, Επιμελητήριο Ηρακλείου, #63, Δεκέμβριος 2010
9. Μαρινάκης Ιωάννης, Μυγδαλάς Αθανάσιος, Σχεδιασμός και Βελτιστοποίηση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας, εκδ. "σοφία", Θεσσαλονίκη 2008
10. Παππάς Ιωάννης Α., PLANT Management, 2008
11. Σιφνιώτης Κ., Logistics Management Θεωρία & Πράξη, εκδ. Παπαζήση, 1997