ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περίληψη

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΚΑΙ ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 3

1.1 Εισαγωγή 3

1.2 Δομή της εργασίας. 5

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2. Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΑΦΙΞΗΣ ΠΑΚΕΤΩΝ Η ΜΗΝΥΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ : ΑΠΟ ΤΗΝ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ POISSON ΣΤΗΝ ΕΚΡΗΚΤΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ PARETO. 6

2.1 Εισαγωγή 7

2.1.1 Ιδιότητες της κατανομής Poisson. 8

2.2 Η κατανομή Pareto 9

2.2.1 Ιδιότητες της κατανομής Pareto 11

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3. ΜΕΛΕΤΗ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΠΑΚΕΤΩΝ ΣΤΗΝ ΟΥΡΑ ΓΙΑ ΤΙΣ P/D/1 ΚΑΙ ΤΙΣ M/D/1 ΟΥΡΕΣ ΑΝΑΜΟΝΗΣ ΓΙΑ ΑΦΙΞΕΙΣ ΠΑΚΕΤΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ 14

3.1 Υπάρχοντα Θεωρητικά Αποτελέσματα 14

3.2 Προσομοίωση. 17

3.3 Αποτελέσματα προσομοίωσης 19

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

4. ΜΕΛΕΤΗ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΜΗΝΥΜΑΤΩΝ ΣΤΙΣ P/G/1 ΚΑΙ M/G/1 ΟΥΡΕΣ ΑΝΑΜΟΝΗΣ ΓΙΑ ΑΦΙΞΗΣ ΜΗΝΥΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ 25

4.1 Χαρακτηριστικά του συστήματος ουράς αναμονής για αφίξεις μηνυμάτων. 25

4.2 Αποτελέσματα προσομοίωσης όταν ο αριθμός πακέτων ανά μήνυμα είναι σταθερός. 26

4.3 Αποτελέσματα προσομοίωσης για γεωμετρικά κατανεμημένο αριθμό πακέτων ανά μήνυμα. 30

4.3.1 Χαρακτηριστικά γεωμετρικής κατανομής. 30

4.3.2 Αποτελέσματα προσομοίωσης και σύγκριση με την περίπτωση σταθερού μεγέθους μηνύματος. 31

4.4 Χαρακτηριστικά καθυστέρησης μηνυμάτων στην M/G/1 ουρά αναμονής. 34

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ 38

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 40

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 47

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΚΑΙ ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η παρούσα εργασία ασχολείται με την μελέτη των χαρακτηριστικών καθυστέρησης πακέτων και μηνυμάτων πληροφορίας στην ουρά αναμονής ενός κόμβου δικτύου επικοινωνιών, για εκρηκτικές διαδικασίες άφιξης πακέτων και μηνυμάτων πληροφορίας αντίστοιχα. Εξετάζονται και συγκρίνονται δυο περιπτώσεις, η διαδικασία αφίξεων Poisson και η διαδικασία αφίξεων που χαρακτηρίζεται από ανεξάρτητους, Pareto κατανεμημένους χρόνους μεταξύ αφίξεων πακέτων και μηνυμάτων πληροφορίας.

1.1 Εισαγωγή

Εξαιτίας του σοβαρού ρόλου που αναμένεται να παίξουν τα μελλοντικά ψηφιακά δίκτυα επικοινωνίας με μεταγωγή πακέτων (Asyncronous Transfer Mode, (ATM) δίκτυα), μελετούμε το πρόβλημα της εξυπηρέτησης της κίνησης πακέτων και μηνυμάτων δεδομένων από ένα κόμβο δικτύου. Η υψηλή εκρηκτικότητα που χαρακτηρίζει την κίνηση πακέτων και μηνυμάτων πληροφορίας σε αυτά τα δίκτυα θα μπορέσει να μας δώσει πληροφορίες για το κατά πόσο οι τεχνικές πρόβλεψης της απόδοσης των ATM δικτύων αλλά και πρόβλεψης των περιπτώσεων συμφόρησης στους κόμβους τέτοιων δικτύων, που έχουν επινοηθεί και μελετηθεί για Poisson αφίξεις πακέτων και μηνυμάτων πληροφορίας λειτουργούν ικανοποιητικά όταν η διαδικασία άφιξης των πακέτων και μηνυμάτων είναι πολύ εκρηκτικότερη της Poisson.

Η διαδικασία Poisson χρησιμοποιείται πολύ συχνά για να μοντελοποιήσει αφίξεις πακέτων και μηνυμάτων πληροφορίας σε κόμβους δικτύων επικοινωνιών. Αυτό διότι η διαδικασία έχει ιδιαίτερα ενδιαφέρουσες ιδιότητες αλλά και διότι η μοντελοποίηση με την διαδικασία Poisson είναι σχετικά εύκολη μια και η τελευταία έχει μελετηθεί εκτενώς τα τελευταία χρόνια.

Πρόσφατες μελέτες κίνησης όμως έδειξαν ότι η διαδικασία Poisson δεν μοντελοποιεί ικανοποιητικά μεγάλο αριθμό περιπτώσεων δικτύων, όπου οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αφίξεων πακέτων ή μηνυμάτων πληροφορίας ευρέθησαν να μην είναι εκθετικά κατανεμημένοι. Εκτεταμένες έρευνες που έχουν γίνει πάνω σε τοπικά [3],[2], και σε δίκτυα ευρύτερης γεωγραφικής κάλυψης [1], έδειξαν ότι η κατανομή των χρόνων μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων ή μηνυμάτων πληροφορίας της συνολικής κίνησης που φτάνει σε ένα κόμβο του δικτύου, διαφέρει κατά πολύ από την εκθετική κατανομή. Οι παραπάνω μελέτες της κίνησης σε έναν αριθμό διαφορετικών δικτύων επικοινωνίας μας πείθουν ότι η κίνηση αυτών των δικτύων μοντελοποιείται καλύτερα χρησιμοποιώντας *αυτο-όμοιες* (self-similar) στοχαστικές διαδικασίες για τον χαρακτηρισμό των χρόνων μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων ή μηνυμάτων πληροφορίας. Οι αυτο-όμοιες στοχαστικές διαδικασίες έχουν πολύ διαφορετικές ιδιότητες από την Poisson, μια και σε αντίθεση με την τελευταία χαρακτηρίζονται από συσχετίσεις πάνω σε ευρεία κλίμακα χρόνων.

Επίσης η διαδικασία αφίξεων Poisson δεν είναι αρκετά εκρηκτική. Η κίνηση δικτύου βρέθηκε πολύ πιο εκρηκτική από ότι προβλέπει η διαδικασία Poisson. Αποδείχθηκε ότι η χρήση της κατανομής Pareto, για την μοντελοποίηση των χρόνων μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων ή μηνυμάτων πληροφορίας στη διαδικασία της κίνησης, είναι ικανοποιητική [4].

Η κατανομή Pareto έχει σαν παραμέτρους την παράμετρο τοποθεσίας α που συμβολίζει τον ελάχιστο χρόνο μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων ή μηνυμάτων πληροφορίας, και την παράμετρο σχήματος β. Εάν $\beta \leq 2$ η κατανομή έχει άπειρη διασπορά, ενώ για $\beta \leq 1$ η κατανομή έχει άπειρη μέση τιμή. Για το λόγο αυτό η κατανομή έχει “βαριά” ουρά. Εξαιτίας αυτής της ιδιότητας, η διαδικασία αφίξεων με Pareto κατανεμημένους χρόνους μεταξύ διαδοχικών αφίξεων χαρακτηρίζεται από έντονη εκρηκτικότητα. Επίσης μια άλλη σημαντική ιδιότητα της Pareto είναι η ακόλουθη: Παρατηρήσεις σε πεπερασμένη χρονική κλίμακα έχουν δείξει ότι η διαδικασία μέτρησης αφίξεων πακέτων και μηνυμάτων πληροφορίας με Pareto κατανεμημένους χρόνους μεταξύ αφίξεων, εμφανίζεται με πολλούς τρόπους παρόμοια με αυτο-όμοια (self-similar) διαδικασία. Υποθέτοντας ότι αυτή η παρατηρούμενη ομοιότητα ισχύει και όταν η διαδικασία άφιξης πακέτων ή μηνυμάτων πληροφορίας είναι πολυπλεγμένη, μπορούμε να κατανοήσουμε το λόγο για τον οποίο η μετρούμενη σε πραγματικά δίκτυα κίνηση πακέτων και μηνυμάτων εμφανίζεται ως αυτο-όμοια.

1.2 Δομή της εργασίας.

Το κεφάλαιο 2 αποτελεί μια σύντομη εισαγωγή στην διαδικασία αφίξεων Poisson και στην εκρηκτική κατανομή Pareto. Στο ίδιο κεφάλαιο αναφέρονται οι λόγοι για τους οποίους η διαδικασία αφίξεων Poisson αποτυγχάνει να μοντελοποιήσει ικανοποιητικά τους χρόνους μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων και μηνυμάτων πληροφορίας στο σύστημα και εξηγείται γιατί αντί αυτής χρησιμοποιείται η κατανομή Pareto. Στο κεφάλαιο 3 μελετάμε τα χαρακτηριστικά της καθυστέρησης πακέτου στην αναμονή (ουρά) για αφίξεις πακέτων πληροφορίας, όταν ο κόμβος του δικτύου μοντελοποιείται σαν μια Pareto/D/1 (P/D/1) και M/D/1 ουρά αναμονής, αντίστοιχα. Στο κεφάλαιο 4 μελετάμε τα χαρακτηριστικά της καθυστέρησης στην αναμονή (ουρά) για αφιξεις μηνυμάτων πληροφορίας, όταν ο κόμβος του δικτύου μοντελοποιείται σαν μια P/G/1 ουρά αναμονής. Υπολογίζουμε επίσης αναλυτικά την μέση καθυστέρηση μηνύματος στην ουρά για Poisson αφίξεις μηνυμάτων, δείχνοντας ότι το σύστημα ανάγεται σε μια M/G/1 ουρά. Τα συμπεράσματα και οι πιθανές μελλοντικές επεκτάσεις αυτής της εργασίας αναφέρονται στο κεφάλαιο 5.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2. Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΑΦΙΞΗΣ ΠΑΚΕΤΩΝ Η ΜΗΝΥΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ : ΑΠΟ ΤΗΝ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ POISSON ΣΤΗΝ ΕΚΡΗΚΤΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ PARETO.

Στο Κεφάλαιο αυτό αναφερόμαστε με συντομία στα αποτελέσματα πρόσφατων μελετών κίνησης από έναν αριθμό διαφορετικών δικτύων επικοινωνίας, που δείχνουν ότι η μοντελοποίηση των αφίξεων πακέτων ή μηνυμάτων πληροφορίας με τη διαδικασία Poisson δεν είναι ικανοποιητική. Αντ'αυτής, προτείνεται η χρήση αυτο-όμοιων (self-similar) στοχαστικών διαδικασιών για τον χαρακτηρισμό των χρόνων μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων ή μηνυμάτων. Σαν μαθηματικό μοντέλο για την μοντελοποίηση τέτοιων διαδικασιών αφίξεων, προτείνεται η χρήση κατανομών με ουρές σημαντικής μάζας (heavy-tailed distributions) με άπειρη διασπορά π.χ. η κατανομή Pareto. Τέλος παραθέτουμε σύντομη εισαγωγή στην διαδικασία αφίξεων Poisson και στην κατανομή Pareto και περιγράφουμε μερικές ιδιότητες τους.

2.1 Εισαγωγή

Οι αφίξεις πακέτων ή μηνυμάτων πληροφορίας στα δίκτυα, συχνά μοντελοποιούνται με τη διαδικασία ***Poisson*** λόγω των ιδιαίτερα ενδιαφερουσών ιδιοτήτων της και διότι έχει εκτενώς μελετηθεί και κατανοηθεί αλλά και για αναλυτική ευκολία, ακόμη και όταν η μελέτη της κίνησης σε πραγματικά δίκτυα επικοινωνίας (δηλαδή, των αφίξεων πακέτων ή μηνυμάτων πληροφορίας) έχει δείξει ότι οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αφίξεων δεν είναι εκθετικά κατανεμημένοι. Για παράδειγμα, πρόσφατες μελέτες της κίνησης σε έναν αριθμό διαφορετικών δικτύων επικοινωνίας με πακέτα (π.χ. Ethernet τοπικά δίκτυα (LANs)), δίκτυα ευρείας γεωγραφικής περιοχής (WANs) κ.λ.π.) , μας πείθουν ότι η κίνηση αυτών των δικτύων μοντελοποιείται καλύτερα χρησιμοποιώντας *αυτο-όμοιες* (self-similar) στοχαστικές διαδικασίες για τον χαρακτηρισμό των χρόνων μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων ή μηνυμάτων πληροφορίας [1]-[4]. Οι αυτο-όμοιες στοχαστικές διαδικασίες έχουν πολύ διαφορετικές ιδιότητες απο την Poisson, μια και σε αντίθεση με την τελευταία χαρακτηρίζονται από συσχετίσεις πάνω σε ευρεία κλίμακα χρόνων (είναι δηλαδή long range dependent).

Πιο συγκεκριμένα, εκείνη από τις παραπάνω αναφερόμενες μελέτη κίνησης που αφορά εφαρμογές δεδομένων υλοποιούμενες πάνω σε δίκτυα ευρείας γεωγραφικής περιοχής, (όπως για παράδειγμα, της διαδικασίας αφίξεων **TCP** που περιλαμβάνει αφίξεις περιόδου και συνδέσεων, αφίξεις δεδομένων FTP μέσα σε περιόδους FTP και αφίξεις πακέτων της εφαρμογής TELNET, *της από απόσταση εισαγωγής σε δίκτυο* (remote login) και *της μεταφοράς αρχείων* (file transfer)), έδειξε ότι οι τελευταίες μοντελοποιούνται ικανοποιητικά με τη διαδικασία ***Poisson*** όταν ο ρυθμός αφίξεων πακέτων της κατανομής θεωρηθεί μεταβαλλόμενος με το χρόνο και καθορίζεται κατάλληλα ανά ώρα [1].

Η διαδικασία ***Poisson*** έχει βρεθεί ότι είναι ικανοποιητική για τον χαρακτηρισμό των αφίξεων στον κάθε μεμονωμένο χρήστη (π.χ., μεμονωμένες συνδέσεις TELNET ή συνδέσεις “ελέγχου” FTP). Μόνο οι αφίξεις πακέτων που εγκαθιδρύουν τις συνδέσεις FTP και TELNET βρέθηκαν υπό συνθήκες, να είναι στατιστικά συμβατές με αφίξεις ***Poisson***, ενώ οι αφίξεις των πακέτων που εγκαθιδρύουν συνδέσεις FTPDATA (δηλαδή, οι συνδέσεις δεδομένων FTP μέσα σε μια περίοδο FTP, οι οποίες αρχικοποιούνται όποτε ο χρήστης καταγράφει έναν κατάλογο (directory), είτε κάνει μεταφορά ενός αρχείου), καθώς και τα πακέτα της εφαρμογής FTPDATA που ακολουθούν, δεν μοντελοποιούνται ικανοποιητικά από την κατανομή ***Poisson***.

Η διαδικασία αφίξεων Poisson δεν είναι αρκετά εκρηκτική. Όμως, η κίνηση δικτύου παρατηρούμενη σε μεγάλα χρονικά διαστήματα βρέθηκε πολύ πιο εκρηκτική από ό,τι προβλέπει το μοντέλο ***Poisson***. Αυτός είναι ένας από τους λόγους που το μοντέλο Poisson δεν προβλέπει σωστά περιπτώσεις συμφόρησης του δικτύου καθώς και την απόδοση λειτουργίας του. Συμπερασματικά, δεν μπορούμε να ελπίζουμε σε ικανοποιητική μοντελοποίηση των αφίξεων συνδέσεων χρησιμοποιώντας μια απλή ομογενή διαδικασία ***Poisson***.

Στα [2] και [4] , οι συγγραφείς απέδειξαν ότι η επαλληλία πολλών ανεξάρτητων και πανομοιότυπα κατανεμημένων εναλασσόμενων πηγών γέννησης πληροφορίας (ON/OFF sources), των οποίων οι διάρκειες των ON (ενεργών) και OFF (ανενεργών) περιόδων είναι τυχαίες μεταβλητές με πολύ υψηλή ή και άπειρη διασπορά έχει σαν αποτέλεσμα την παραγωγή αυτο-όμοιας κίνησης πληροφορίας. Οι συγγραφείς των παραπάνω άρθρων προτείνουν τη χρήση της κατανομής **Pareto** για την μοντελοποίηση των χρόνων μεταξύ αφίξεων πακέτων η μηνυμάτων πληροφορίας στην διαδικασία της συνολικής κίνησης.

2.1.1 Ιδιότητες της κατανομής Poisson.

Σε αυτό το τμήμα του Κεφαλαίου παραθέτουμε τις πιο σημαντικές ιδιότητες των χρόνων μεταξύ διαδοχικών αφίξεων στην στοχαστική διαδικασία ***Poisson***.

Συμβολίζουμε με Τ την εκθετικά κατανεμημένη τυχαία μεταβλητή που χαρακτηρίζει το χρόνο μεταξύ δυο διαδοχικών αφίξεων μονάδων πληροφορίας σε μια διαδικασία αφίξεων ***Poisson***. Η τυχαία μεταβλητή Τ με ρυθμό άφιξης πακέτων λ έχει *Αθροιστική Συνάρτηση Πιθανότητας*

$$F(x) = P\,[T \le x] = 1 - e^{-\lambda t} \quad \lambda, t \ge 0$$

με αντίστοιχη *Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας* :

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Η *Διασπορά* της τυχαίας μεταβλητής T είναι ίση με :

$$V(T) = E(T^2) - [E(T)]^2 = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}$$

ενώ η *Μέση Τιμή* (πρώτη ροπή) της τυχαίας μεταβλητής T δίνεται από τη σχέση:

$$E(T) = \int_0^\infty t\lambda e^{-\lambda t} dt = \lambda \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda}$$

Η *Δεύτερη ροπή* της τυχαίας μεταβλητής T δίδεται από τη σχέση :

$$E(T^2) = \int_0^\infty t^2 \lambda e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_0^\infty t^2 e^{-\lambda t} dt = \lambda \frac{2}{\lambda^3} = \frac{2}{\lambda^2}$$

και η *Τυπική Απόκλιση* της τυχαίας μεταβλητής T δίνεται από :

$$\sigma(T) = \frac{1}{\lambda}$$

δηλαδή έχουμε ότι για την τυχαία μεταβλητή T , E(T)=σ(T).

Συνεπώς ο Συντελεστής μεταβλητότητας (Coefficient of Variation) ειναι ίσος με την μονάδα:

$$Cv = \frac{Var(x)}{E^2(x)} = \frac{\frac{1}{\lambda^2}}{\frac{1}{\lambda^2}} = 1$$

2.2 Η κατανομή Pareto

Η παρατηρούμενη κατανομή των χρόνων μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων σε όλες τις εφαρμογές που αναφέρθηκαν στην εισαγωγή, μοντελοποιείται ικανοποιητικά από την κατανομή ***Pareto*** .

Η πρόβλεψη της απόδοση των ψηφιακών δικτύων ολοκληρωμένων υπηρεσιών βασισμένων στην τεχνολογία Asynchronous Transfer Mode (ATM), επηρεάζεται προφανώς από τα μοντέλα αφίξεων μονάδων πληροφορίας που χρησιμοποιούνται στους διάφορους κόμβους του δικτύου. Εάν και υπάρχουν ικανοποιητικά μοντέλα για την διαδικασία άφιξης των πακέτων από πηγές φωνής, που χρησιμοποιούν ανιχνευτή των χρονικών περιόδων της δραστηριότητας των (Voice Activity Detector) , για μια πληθώρα εφαρμογών δεδομένων (όπως μεταφορά αρχείων, είσοδος σε απομακρυσμένο σύστημα και υποβολή ερωτήσεων σε βάση δεδομένων) ένα ικανοποιητικό μοντέλο δεν είναι διαθέσιμο. Από εκτεταμένες έρευνες που έχουν γίνει πάνω σε τοπικά και σε δίκτυα ευρύτερης γεωγραφικής περιοχής φάνηκε ότι η κατανομή του χρόνου μεταξύ αφίξεων πακέτων της συνολικής κίνησης διαφέρει εμφανώς από την εκθετική κατανομή. Είναι φανερό ότι για να έχουμε πιθανότητες ικανοποιητικής πρόβλεψης της απόδοσης των ATM δικτύων αλλά και για σωστή πρόβλεψη των περιπτώσεων συμφόρησης στους κόμβους των, είναι απαραίτητο να χρησιμοποιήσουμε μοντέλα που αποδίδουν τα πραγματικά χαρακτηριστικά της διαδικασίας κίνησης.

Για να μπορέσουμε να εκτιμήσουμε την απόδοση ενός κόμβου σε ένα ATM δίκτυο **Ολοκληρωμένων Υπηρεσιών**, επιλέγουμε να "φορτώσουμε" τον κόμβο με κίνηση δεδομένων που γεννιέται από *διαλογικές* εφαρμογές (π.χ., πρόσβαση σε βάση δεδομένων από απομακρυσμένο τερματικό). Η απόφαση αυτή υποκινήθηκε από **α)** *την αναμενόμενη σημασία αυτών των εφαρμογών στα μελλοντικά ATM δίκτυα*, και **β)** *την εκρηκτικότητα των διαδικασιών αφίξεων πακέτων* που χαρακτηρίζουν αυτές τις εφαρμογές.

Οι χρόνοι μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων υποτίθεται ότι είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές, κατανεμημένες σύμφωνα με την κατανομή ***Pareto*** με παραμέτρους a και β :

$$P\{T \leq t\} = 1 - [\alpha/t]^{\beta} \quad \alpha,\beta \geq 0,\ t \geq \alpha$$

Οι παράμετροι αυτής της κατανομής είναι *η παράμετρος τοποθεσίας* (location parameter) α, που συμβολίζει τον ελάχιστο χρόνο μεταξύ αφίξεων δύο διαδοχικών πακέτων (στην παρούσα εργασία θεωρούμε $0<\alpha<1$) και *η παράμετρος σχήματος* (shape parameter) β, όπου αν $\beta\leq 2$ *η κατανομή έχει άπειρη διασπορά,* ενώ για $\beta\leq 1$ *η μέση τιμή είναι επίσης άπειρη*. Έτσι η κατανομή έχει *"βαριά" ουρά* (heavy tailed) με άπειρη διασπορά και άπειρη μέση τιμή. Μια κατανομή λέγεται "βαριάς" ουράς όταν το κλάσμα $\frac{P(T \geq t)}{ct^{-\beta}}$ τείνει στο 1 καθώς $t \to \infty$, για κάποιες σταθερές $\beta \geq 0$, c>0.

Ένας πιο γενικός ορισμός κατανομών "βαριάς" ουράς , ορίζει μια κατανομή σαν "βαριάς" ουράς εάν η μέση υπό συνθήκη υπέρβαση της τυχαίας μεταβλητής T, E[T-t|T$\geq$t], είναι αύξουσα συνάρτηση του t [5]. Για την Pareto κατανεμημένη τυχαία μεταβλητή T με $\beta \geq 1$ (δηλ., με πεπερασμένη μέση τιμή) η μέση υπό συνθήκη υπέρβαση είναι γραμμική συνάρτηση των t (ίση με t/(β-1)). Χρησιμοποιώντας αυτον τον δεύτερο ορισμό, θεωρούμε μια Pareto κατανεμημένη τυχαία μεταβλητή η οποία αντιπροσωπεύει το χρόνο αναμονής ενός πελάτη σε ένα σταθμό εξυπηρέτησης. Όσο περισσότερο έχει αναμείνει ο πελάτης στην ουρά αναμονής, τόσο μεγαλύτερος είναι ο αναμενόμενος επιπλέον χρόνος αναμονής του. Συγκρίνουμε αυτή τη συμπεριφορά με χρόνους αναμονής κατανεμημένους με μια κατανομή "ελαφριάς" ουράς (όπως η ομοιόμορφη κατανομή για την οποία η μέση υπό συνθήκη υπέρβαση είναι μια φθίνουσα συνάρτηση του t), ή με μια κατανομή μεσαίας ουράς (όπως η εκθετική για την οποία η μέση υπό συνθήκη υπέρβαση είναι ανεξάρτητη του χρόνου της μέχρι τώρα αναμονής). Η παραπάνω μαθηματική ιδιότητα ευθύνεται για την έντονη εκρηκτικότητα της ***Pareto*** διαδικασίας αφίξεων πακέτων. Τέλος αναφέρουμε ότι η Pareto, σε αντίθεση με την εκθετική, είναι μια κατανομή με μνήμη.

2.2.1 Ιδιότητες της κατανομής Pareto

Σε αυτό το τμήμα του Κεφαλαίου παραθέτουμε και σχολιάζουμε τις πιο σημαντικές (για τους σκοπούς αυτής της εργασίας) ιδιότητες της κατανομής ***Pareto***.

Η τυχαία μεταβλητή T κατανεμημένη σύμφωνα με την κατανομή ***Pareto*** με παράμετρο σχήματος β και παράμετρο τοποθεσίας α έχει την ακόλουθη *Αθροιστική Συνάρτηση Πιθανότητας* :

$F(x) = P\,[T \leq x] = 1 - (\alpha/x)^{\beta}$, $\alpha, \beta \geq 0, x \geq \alpha$,

με αντίστοιχη *Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας* :

$f(x) = \beta\, \alpha^{\beta}\, x^{-(\beta+1)}$.

η *Μέση Τιμή* της τυχαίας μεταβλητής Τ δίνεται από τις σχέσεις:

$E(T) = \beta\, \alpha/(\beta-1)$, $\beta>1$,

$E(T) = \infty$, $\beta\leq 1$.

Η *Δεύτερη ροπή* της τυχαίας μεταβλητής Τ δίνεται από τις σχέσεις :

$E(T^2) = \beta\, \alpha^2/(\beta-2)$, $\beta>2$,

$E(T^2) = \infty$, $\beta\leq 2$,

Η *Διασπορά* της τυχαίας μεταβλητής Τ είναι ίση με :

$$V(T) = E(T)^2 - [E(T)]^2 \Rightarrow V(T) = \beta\, \alpha^2 / [(\beta-2)\,(\beta-1)^2],\ \beta>2$$

ενώ η *Τυπική Απόκλιση* της τυχαίας μεταβλητής Τ δίνεται από :

$$\sigma\,(T)= (V(T))^{1/2} = [\alpha/(\beta-1)]\,[\beta/(\beta-2)]^{1/2}\ ,\ \beta>2.$$

Δηλαδή , αν $\beta\leq 2$ η κατανομή έχει άπειρη διασπορά, και αν $\beta\leq 1$ έχει και άπειρη μέση τιμή.

Η κατανομή ***Pareto***, η οποία είναι γνωστή και ως *κατανομή ισχύος-νόμου* (power-law), ως *διπλή εκθετική κατανομή* (double-exponential) και ως *υπερβολική κατανομή* (hyperbolic), έχει χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν για να μοντελοποιήσει κατανομές εισοδήματος που υπερβαίνουν μία ελάχιστη τιμή, τα μεγέθη αστεροειδών, νησιών, πόλεων και γεγονότα διαγραφής - θανάτου (extinction events) [5]. Επίσης, μία κατανομή ***Pareto*** με $1.05< \beta <1.25$ έχει βρεθεί ότι μοντελοποιεί ικανοποιητικά το ποσόστο του χρόνου CPU που καταναλώνεται για την εκτέλεση μίας τυχαίας διαδικασίας .

Η κατανομή ***Pareto*** εκτός από την βαριά ουρά, είναι αμετάβλητη με την κλίμακα του χρόνου. Η πιθανότητα ο τυχαίος χρόνος αναμονής να είναι τουλάχιστον 2t λεπτά διά της πιθανότητας ότι ο τυχαίος χρόνος αναμονής είναι τουλάχιστον t λεπτά, είναι μία σταθερά ανεξάρτητη του t για οποιοδήποτε $t\geq\alpha$.

Ένα σχετικό αποτέλεσμα δείχνει ότι η κατανομή ***Pareto*** είναι η μόνη κατανομή η οποία είναι *"αμετάβλητη σε περικοπή από κάτω"* (invariant under truncation from below) . Δηλαδή, για την τυχαία μεταβλητή Τ με κατανομή ***Pareto*** και για $y\geq t_o$ ισχύει :

$P\,[\,T > y | T > t_o] = P\,[(t_o/k)T > y] = (t_o/y)^{\beta}$.

Έτσι η παραπάνω υπό συνθήκη κατανομή είναι επίσης ***Pareto*** με την ίδια παράμετρο σχήματος β και μία νέα παράμετρο τοποθεσίας $\alpha' = t_o$.

Comment:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3. ΜΕΛΕΤΗ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΠΑΚΕΤΩΝ ΣΤΗΝ ΟΥΡΑ ΓΙΑ ΤΙΣ P/D/1 ΚΑΙ ΤΙΣ M/D/1 ΟΥΡΕΣ ΑΝΑΜΟΝΗΣ ΓΙΑ ΑΦΙΞΕΙΣ ΠΑΚΕΤΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ

Στο κεφάλαιο αυτο μελετάμε τα χαρακτηριστικά της καθυστέρησης πακέτων στην αναμονή (ουρά) για αφίξεις πακέτων πληροφορίας, όταν ο κόμβος του δικτύου μοντελοποιείται σαν μια Pareto/D/1 (P/D/1) και M/D/1 ουρά αναμονής, αντίστοιχα.

3.1 Υπάρχοντα Θεωρητικά Αποτελέσματα

Παρακάτω παραθέτουμε γενικά άνω και κάτω όρια της μέσης καθυστέρησης πακέτων στην ουρά που ισχύουν στην G/G/1 ουρά (την ουρά δηλαδή που χαρακτηρίζεται από γενικά κατανεμημένους χρόνους μεταξύ αφίξεων πακέτων και χρόνους εξυπηρέτησης πακέτων, καθώς και από ανεξαρτησία μεταξύ των παραπάνω τυχαίων μεταβλητών).

Ετσι αν Wq συμβολίζει την μέση καθυστέρηση πακέτων στην ουρά , λ τον ρυθμό άφιξης πακέτων , μ τον ρυθμό εξυπηρέτησης πακέτων, ρ=λ/μ την πυκνότητα κυκλοφορίας, και σ_A^2 και σ_B^2 την διασπορά των χρόνων μεταξύ αφίξεων και των χρόνων εξυπηρέτησης πακέτων αντίστοιχα, έχουμε ότι ένα κάτω όριο στο Wq δίνεται από τη σχέση [6]:

$$W_q \geq \frac{\lambda^2 \sigma_A^2 + \rho(\rho - 2)}{2\lambda(1-\rho)} \qquad (3.1)$$

Επιπλέον , η παρακάτω ποσότητα είναι ένα πάνω όριο στο Wq

$$W_q \leq \frac{\lambda(\sigma_A^2 + \sigma_B^2)}{2(1-p)} \qquad (3.2)$$

Επειδή οι ουρές που μελετάμε χαρακτηρίζονται από <u>ντετερμινιστικούς</u> χρόνους εξυπηρέτησης πακέτων, ίσους για όλα τα πακέτα με μια σταθερά που ορίζεται σαν η μονάδα χρόνου μας, έχουμε μ=1 , ρ=λ και σ_B^2=0. Συνεπώς τα παραπάνω όρια στην μέση καθυστέρηση πακέτου στην ουρά Wq, απλοποιούνται στα

$$\frac{\lambda\sigma_A^2}{2(1-\lambda)} \geq Wq \geq \frac{\lambda\sigma_A^2 + (\lambda - 2)}{2(1-\lambda)} \qquad (3.3)$$

Συμβολίζοντας με T, την τυχαία μεταβλητή που καθορίζει τον χρόνο μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων πληροφορίας στον κόμβο του δικτύου, έχουμε λ=1/E(T) και σ_A^2=Var(T) , και συνεπώς οι παραπάνω ανισότητες τώρα γράφονται σαν συνάρτηση της μέσης τιμής και της διασποράς της τυχαίας μεταβλητής T:

$$\frac{Var(T)}{2(E(T)-1)} \geq Wg \geq \frac{Var(T) + 1 - 2E(T)}{2(E(T)-1)} \qquad (3.4)$$

Οι ανισότητες (3.3) και (3.4) ισχύουν για κάθε G/D/1 ουρά, και συνεπώς και για τις ουρές που εξετάζουμε.

Τονίζουμε εδώ ότι στην βιβλιογραφία δεν αναφέρονται ακριβή αποτελέσματα ή όρια για την διασπορά ή υψηλότερης τάξης ροπές της καθυστέρησης πακέτων στην G/D/1 ουρά .

Για την P/D/1 ουρά δεν υπάρχουν στην βιβλιογραφία αποτελέσματα για τα χαρακτηριστικά της καθυστέρησης πακέτων στην ουρά. Οι βασικοί λόγοι για αυτό είναι δύο. Πρώτον, η κατανομή Pareto σε αντίθεση με την εκθετική (Poisson αφίξεις πακέτων) χαρακτηρίζεται από μνήμη, πράγμα που δυσκολεύει την αναλυτική προσέγγιση της P/D/1 ουράς. Δεύτερον, ο χαρακτηρισμός των χρόνων μεταξύ αφίξεων πακέτων σε έναν κόμβο δικτύου μέσω κατανομών "βαριάς" ουράς (π.χ. Pareto), μόλις πρόσφατα άρχισε να ελκύει το ενδιαφέρων των ερευνητών.

Για την M/D/1 ουρά, η οποία έχει μελετηθεί εκτενώς στο παρελθόν, εκτός των ορίων (3.3) και (3.4) υπάρχει διαθέσιμος σε κλειστή μορφή ο ακριβής τύπος της μέσης καθυστέρησης πακέτων στην ουρά Wq :

$$Wq=\frac{\rho^2}{2(1-\lambda)} \qquad (3.5)$$

ο οποίος για μ=1 (ρ=λ) απλοποιείται στον

$$Wq=\frac{\lambda}{2(1-\lambda)} \qquad (3.6)$$

Τονίζουμε εδώ ότι στην βιβλιογραφία δεν υπάρχουν αποτελέσματα σε κλειστή ή εύκολα υπολογίσιμη άλλη μορφή, σχετικά με χαρακτηριστικά της κατανομής καθυστέρησης πακέτων στην M/D/1 ουρά πέραν της μέσης τιμής της.

Η προσέγγιση της μελέτης μας έχει ώς εξής. Πρώτον, υπολογίζουμε άνω και κάτω όρια στην μέση καθυστέρηση πακέτου Wq στην P/D/1 ουρά αναμονής (στην περίπτωση της M/D/1 ουράς την ακριβή τιμή του Wq). Δεύτερον, εκτιμούμε μέσω προσομοίωσης, την μέση τιμή της καθυστέρησης πακέτου στην ουρά και συγκρίνουμε τα πειραματικά με τα αντίστοιχα θεωρητικά αποτελέσματα. Τρίτον, μέσω της προσομοίωσης εκτιμούμε την διασπορά της καθυστέρησης πακέτων στην ουρά και σχολιάζουμε την συμπεριφορά που παρουσιάζει ο συντελεστής μεταβλητότητας της καθυστέρησης πακέτου στην ουρά Cv,w (δηλαδή, το πηλίκο της διασποράς δια του τετραγώνου της μέσης τιμής), καθώς αυξάνεται ο ρυθμός άφιξης πακέτων λ. Στην περίπτωση της P/D/1 ουράς, όπου με κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων α και β μπορούμε να μεταβάλουμε τον συντελεστή μεταβλητότητας των χρόνων μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων, Cv,t, κρατώντας την μέση τιμή τους σταθέρη (να δημιουργήσουμε δηλαδή μια πιο εκρηκτική διαδικασία άφιξης πακέτων διατηρώντας τον ρυθμό άφιξης πακέτων σταθερό), μελετάμε τη συμπεριφορά του συντελεστή μεταβλητότητας της καθυστέρησης πακέτων στην ουρά, Cv,w , σαν συνάρτηση του συντελεστή μεταβλητότητας των χρόνων μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων, Cv,t, για σταθερό ρυθμό άφιξης πακέτων, λ. Με αυτήν την μελέτη επιθυμούμε να δούμε την επίδραση της εκρηκτικότητας της διαδικασίας αφίξεων πακέτων στον κόμβο του δικτύου, στην εκρηκτικότητα της κατανομής καθυστέρησης πακέτων στην ουρά.

3.2 Προσομοίωση.

Σε αυτό το τμήμα του κεφαλαίου παραθέτουμε και σχολιάζουμε τα αποτελέσματα από την προσομοίωση της εξυπηρέτησης από τον κόμβο του δικτύου μεγάλου αριθμού πακέτων , όταν οι χρόνοι μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων στην ουρά μοντελοποιούνται με τη διαδικασία Pareto ή την εκθετική και ο χρόνος εξυπηρέτησης του κάθε πακέτου στον κόμβο υποτίθεται ίσος με μια χρονική μονάδα.

Ως καθυστέρηση πακέτου στην ουρά ορίζεται ο χρόνος που μεσολαβεί από τη στιγμή της γέννησης του συγκεκριμένου πακέτου, μέχρι τη στιγμή που αρχίζει η εξυπηρέτηση του.Οι καθυστερήσεις των πακέτων στην περίπτωση χαμηλών ρυθμών γέννησης πακέτων πληροφορίας είναι χαμηλές.

Σκοπός μας είναι να εκτιμήσουμε τη μέση τιμή και τη διασπορά της καθυστέρησης στην ουρά για διάφορες τιμές των παραμέτρων της κατανομής αφίξεων πακέτων , και να χαρακτηρίσουμε έτσι τη συμπεριφορά της κατανομής της καθυστέρησης πακέτων στην ουρά .

Πρώτα εξετάζουμε τις συνθήκες κάτων από τις οποίες η ουρά που εξετάζουμε χαρακτηρίζεται από ευσταθή λειτουργία.

Ο ορισμός της ευστάθειας ειναι ο εξής: έστω λ και μ συμβολίζουν τον ρυθμό άφιξης και τον **μέγιστο** ρυθμό εξυπηρέτησης πακέτων, αντίστοιχα. Ένα σύστημα ουράς εξυπηρέτησης είναι ευσταθές αν και μόνο αν, υπάρχει ένας θετικός αριθμός Λ>0 τέτοιος ώστε για όλους τους ρυθμούς άφιξης πακέτων στο σύστημα λ, τέτοιους ώστε λ<Λ , ο ρυθμός εξυπηρέτησης πακέτων είναι ίσος με τον ρυθμό άφιξης λ. Ο θετικός αριθμός Λ ονομάζεται μέγιστο throughput του συστήματος και η κλίμακα των ρυθμών άφιξης πακέτων στο (0,Λ) καθορίζει την περιοχή ευστάθειας του συστήματος. Στην περίπτωση της G/G/1 ουράς έχει αποδειχθεί ότι Λ=μ, δηλαδή ότι το μέγιστο throughput είναι ίσο με τον μέγιστο ρυθμό εξυπηρέτησης της ουράς, αποτέλεσμα που συμφωνεί και με την διαίσθηση. Στην δική μας περίπτωση μ=1, και συνεπώς για να έχουμε ευσταθή λειτουργία πρέπει λ<1.

Τέλος αναφέρουμε σε συντομία τις μεθόδους με βάση τις οποίες ο προσομοιωτής "δημιουργεί" διαδικασίες άφιξης πακέτων χαρακτηριζόμενες από Pareto (ή εκθετικά) κατανεμημένους χρόνους μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων (για τις λεπτομέρειες της μεθόδου ο αναγνώστης παραπέμπεται στο [7]). Εάν T είναι η τυχαία μεταβλητή που συμβολίζει τους παραπάνω χρόνους, τότε οι χρόνοι αυτοί μπορούν να "γεννηθούν" από τον τύπο

$T=\dfrac{\alpha}{R^{\frac{1}{\beta}}}$ στην περίπτωση που η τυχαία μεταβλητή T είναι Pareto

κατανεμημένη με παραμέτρους α και β, ενώ T=-λ(lnR) στην περίπτωση Poisson αφίξεων πακέτων με ρυθμό άφιξης λ. Στις παραπάνω δυο περιπτώσεις , R συμβολίζει τυχαίο αριθμό στο διάστημα [0,1]. Κάθε (ή σχεδόν κάθε) γλώσσα προγραμματισμού είναι εφοδιασμένη με μία ή περισσότερες γεννήτριες ανεξάρτητων τυχαίων (για την ακρίβεια "ψευδοτυχαίων") αριθμών στο διάστημα [0,1]. Υπενθυμίζουμε εδώ ότι στην περίπτωση που η τυχαία μεταβλητή T είναι Pareto κατανεμημένη με παραμέτρους α και β , η παράμετρος τοποθεσίας α συμβολίζει την ελάχιστη τιμή της τυχαίας μεταβλητής T (σε αυτό το κεφάλαιο 0<α<1) και η παράμετρος σχήματος β καθορίζει την εκρηκτικότητα της κατανομής. Συγκεκριμένα, εάν $\beta \leq 2$ η τυχαία μεταβλητή T έχει άπειρη διασπορά ενώ για $\beta \leq 1$ η μέση τιμή είναι επίσης άπειρη. Είναι προφανές ότι η περιοχή των τιμών της παραμέτρου σχήματος β που παρουσιάζει ενδιαφέρον για μας είναι β>1. Εάν $1<\beta \leq 2$, η κατανομή της τυχαίας μεταβλητής T χαρακτηρίζεται από υψηλή εκρηκτικότητα, ενώ για τιμές β>2 η εκρηκτικότητα της κατανομής βαίνει μειούμενη. Στην περίπτωση Poisson αφίξεων, λ<1 είναι απαραίτητο για ευσταθή λειτουργία της ουράς.

3.3 Αποτελέσματα προσομοίωσης

Η προσομοίωση εκτελέστηκε σε UNIX σταθμό εργασίας SUN SPARCSTATION 5. Σε κάθε εκτέλεση της προσομοίωσης (run) προσομοιώθηκε η εξυπηρέτηση (μετάδοση) 500.000 πακέτων. Σε όλες τις περιπτώσεις παρατηρήθηκε ότι η προσομοίωση 500.000 πακέτων εκτιμούσε κατά ικανοποιητικό τρόπο τα χαρακτηριστικά "μόνιμης κατάστασης" του συστήματος.

Ο προσομοιωτής εκτιμά το ρυθμό αναχώρησης (εξυπηρέτησης) πακέτων από το σύστημα (πρέπει να είναι ίσος με τον ρυθμό άφιξης πακέτων στο σύστημα μια και εξετάζουμε ευσταθή συστήματα), τη μέση τιμή και τη διασπορά της καθυστέρησης πακέτων στην ουρά καθώς και τον συντελεστή μεταβλητότητας Cv,w της παραπάνω καθυστέρησης.

Στη συνέχεια εξετάζεται η συμπεριφορά της καθυστέρησης πακέτων στην ουρά σαν συνάρτηση του ρυθμού αφίξεων πακέτων στο σύστημα, και των άλλων χαρακτηριστικών της διαδικασίας αφίξεων για Pareto κατανεμημένους χρόνους μεταξύ διαδοχικών αφίξεων πακέτων.

Από τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.1 παρατηρούμε ότι για σταθερή τιμή της παραμέτρου τοποθεσίας α, η μέση καθυστέρηση Wq αυξάνει καθώς αυξάνει ο ρυθμός αφίξεων πακέτων λ (πράγμα που επιτυγχάνεται με σχετικές μικρές αυξήσεις της παραμέτρου σχήματος β). Η παραπάνω συμπεριφορά είναι αναμενόμενη και σύμφωνη με τη διαίσθηση. Παρατηρούμε επίσης την δραματική αύξηση της μέσης καθυστέρησης Wq όταν ελλατώνουμε την παράμετρο τοποθεσίας α (όταν δηλαδή δίνουμε στην διαδικασία άφιξης πακέτων μικρότερο ελάχιστο χρόνο μεταξύ διαδοχικών αφίξεων). Ετσι στην ελάχιστη τιμή του α που εξετάσαμε, α=0.1, η μέση καθυστέρηση είναι της τάξης του 10^4 . Καθώς το α αυξάνεται, η μέση καθυστέρηση μειώνεται σημαντικά, ακόμα και όταν ο ρυθμός άφιξης πακέτων είναι υψηλός (π.χ. για α=0.5 και λ=0.974 η μέση καθυστέρηση είναι Wq=0.483).

Έχουμε ήδη πει όταν μιλήσαμε για την Pareto , ότι είναι πολύ εκρηκτική κατανομή όταν η παράμετρος σχήματος β είναι μικρότερη από 2 (όπου η διασπορά της κατανομής είναι άπειρη). Σε αυτή την περίπτωση, και για α σχετικά μικρό (π.χ. α=0.25), από τα αποτελέσματα στον πίνακα 3.1 παρατηρούμε ότι είναι αρκετά υψηλή, ακόμα και για μικρούς ρυθμούς άφιξης πακέτων, ενώ ο συντελεστής μεταβλητότητας παίρνει μικρές τιμές (μικρότερες από την μονάδα σε όλες τις περιπτώσεις που περιέχονται στον Πίνακα 1). Για α σχετικά μεγάλο (π.χ. $\alpha \geq 0.5$) παρατηρούμε ότι η μέση καθυστέρηση πακέτου στην ουρά παίρνει πολύ μικρές τιμές (π.χ. Wq=0.483 για α=0.5 και λ=0.974), ενώ ο συντελεστής μεταβλητότητας παίρνει τιμές πολύ μεγαλύτερες της μονάδας και είναι φθίνουσα συνάρτηση των ρυθμών άφιξης πακέτων για ένα δεδομένο α. Τέλος, όταν η παράμετρος σχήματος β είναι μεγαλύτερη του 2 , και το α αρκετά μεγάλο π.χ. α=0.67 ώστε ο ρυθμός άφιξης πακέτων να διατηρηθεί υψηλός, παρατηρούμε ότι η μέση καθυστέρηση Wq ελλατώνεται σημαντικά φτάνοντας στην τάξη του 10^{-5} .

Επίσης με βάση τα αποτελέσματα της προσομοίωσης παρατηρούμε ότι η προβλεψιμότητα της καθυστέρησης στην ουρά ενός τυχαίου πακέτου με βάση τη γνώση της μέσης καθυστέρησης είναι μηδαμινή, όταν το α γίνεται μεγάλο. Σε πολλές περιπτώσεις, για $\alpha \geq 0.5$, το πηλίκο της τυπικής απόκλισης δια της μέσης τιμής της καθυστέρησης (δηλ., η τετραγωνική ρίζα του συντελεστή μεταβλητότητας) είναι υπερβολικά μεγάλο, γεγονός που επιτρέπει στην καθυστέρηση ενός τυχαία επιλεγμένου πακέτου να μεταβάλλεται γρήγορα (rapid variation) γύρω από τη μέση τιμή της. Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι για σχετικά μεγάλα α, γνωρίζοντας μόνο τις μέσες τιμές καθυστέρησης πακέτων , δεν μπορούμε να έχουμε σημαντικές ελπίδες πρόβλεψης της καθυστέρησης ενός τυχαία επιλεγμένου πακέτου, μια και στη χειρότερη περίπτωση που παρατηρήσαμε η τελευταία μπορεί να είναι και 450 ($\sqrt{2 * 10^5}$) φορές μεγαλύτερη από τη μέση τιμή.

α	β	λ	Cv,t	Wq	(U.B)	(L.B)	Cv,w
0.1	1.02	0.196	∞	2.741E+3	∞	(-121)	0.23
0.1	1.05	0.476	∞	8.6E+3	∞	(-1.454)	0.276
0.1	1.1	0.90	∞	1.609E+4	∞	(-6)	0.109

0.1	1.104	0.95	∞	1.65E+4 ∞ (-9.125)	0.331
0.25	1.05	0.2	∞	1.764E+1 ∞ (-1.117)	0.5656
0.25	1.15	0.521	∞	4.053E+1 ∞ (-1.545)	0.246
0.25	1.2	0.666	∞	9.303E+1 ∞ (-2)	0.68
0.25	1.3	0.923	∞	2.627E+3 ∞ (-7)	0.244
0.25	1.32	0.97	∞	2.76E+3 ∞ (-17)	0.272
0.5	1.5	0.666	∞	1.55E-5 ∞ (-2)	2.05E+5
0.5	1.8	0.88	∞	4.197E-2 ∞ (-5)	1.76E+2
0.5	1.95	0.974	∞	4.831E-1 ∞ (-20)	5.6E+1
0.67	2.5	0.895	0.735	3.615E-5 (4.27) (-5.28)	5.12E+3
0.67	2.8	0.957	0.447	1.271E-3 (5.8) (-12.84)	1.65E+3
0.67	2.9	0.977	0.383	1.6E-2 (8.85) (-23)	0.70E+2
0.9	6.89	0.95	0.0296	6.55E-6 (0.311) (-10.46)	2.1E+4
0.9	7.87	0.97	0.0216	1.97E-5 (0.371) (-17.1)	1.03E+4

Πίνακας 3.1 Χαρακτηριστικά καθυστέρησης πακέτων στην ουρά σαν συνάρτηση των χαρακτηριστικών της διαδικασίας αφίξεων για Pareto κατανεμημένους χρόνους μεταξύ αφίξεων. Σε παρένθεση φαίνονται τα θεωρητικά υπολογισμένα άνω και κάτω όρια στη μέση καθυστέρηση (όπου αυτά υπάρχουν).

Από τον Πίνακα 3.1 επίσης παρατηρούμε ότι τα θεωρητικά υπολογισμένα όρια δεν μας βοηθούν καθόλου, μια και το κάτω όριο προκύπτει αρνητικό για όλες τις τιμές των παραμέτρων που μελετάμε, ενώ το πάνω όριο υπάρχει μόνο όταν η διασπορά των χρόνων μεταξύ αφίξεων είναι πεπερασμένη, δηλαδή όταν $\beta>2$, και σε αυτή την περίπτωση προκύπτει πολύ μεγαλύτερο από την εκτιμώμενη από τον προσομοιωτή μέση τιμή W_q της καθυστέρησης.

Στο δεύτερο στάδιο της μελέτης μας, θεωρήσαμε Poisson αφίξεις πακέτων στον κόμβο του δικτύου (δηλαδή εκθετικά κατανεμημένους χρόνους μεταξύ αφίξεων πακέτων και ανεξάρτητους μεταξύ τους), με ρυθμό άφιξης πακέτων λ. Σε κάθε εκτέλεση της προσομοίωσης (run) προσομοιώθηκε η εξυπηρέτηση (μετάδοση)

500.000 πακέτων.Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης για διάφορες τιμές του λ φαίνονται στον Πίνακα 3.2.

Ρυθμός άφιξης πακέτων	Wq	Cv,w
λ=0.3	0.236 (0.2142)	3.896
λ=0.4	0.314 (0.3333)	3.864
λ=0.5	0.513 (0.5)	2.663
λ=0.6	0.786 (0.75)	2.162
λ=0.7	1.122 (1.1666)	1.803
λ=0.8	2.018 (2.0)	1.390
λ=0.9	4.571 (4.5)	0.923

Πίνακας 3.2 : Χαρακτηριστικα της καθυστέρησης πακέτων στην ουρά του M/D/1 συστήματος εξυπηρέτησης σαν συνάρτηση του ρυθμού αφίξεων πακέτων λ. Εντός παρενθέσεως φαίνεται η θεωρητικά υπολογιζόμενη ακριβής τιμή του Wq.

Καθώς ο ρυθμός αφίξεων πακέτων λ αυξάνει, αυξάνεται και η μέση καθυστέρηση πακέτων στην ουρά, η οποία όμως διατηρείται σε αρκετά χαμηλές τιμές αφού για λ=0.9 η μέση καθυστέρηση είναι μόλις 4.5, πράγμα γνωστό αφού όπως αναφέραμε , ο ακριβής θεωρητικός τύπος που δίνει τη μέση τιμή της καθυστέρησης πακέτου στην M/D/1 ουρά είναι γνωστός εδώ και πολλά χρόνια.

Παρατηρούμε ακόμα την μείωση του συντελεστή μεταβλητότητας Cv,w με την αύξηση του ρυθμού αφίξεων πακέτων λ. Η παραπάνω μείωση μπορεί να χαρακτηριστεί σαν αργή και ομαλή, οδηγώντας μας στο συμπέρασμα ότι γνωρίζοντας μόνο τις μέσες τιμές καθυστέρησης πακέτων στην ουρά , Wq έχουμε περισσότερες πιθανότητες πρόβλεψης της καθυστέρησης στην ουρά ενός τυχαία επιλεγμένου πακέτου όταν η ουρά είναι M/D/1 παρά όταν είναι P/D/1. Τέλος παρατηρούμε την καλή συμφωνία της θεωρητικά υπολογισμένης και της μέσω προσομοίωσης εκτιμώμενης μέσης τιμής της καθυστέρησης πακέτων στην ουρά, Wq. Αυτό αποτελεί και μια ισχυρή ένδειξη ότι ο κώδικας του προσομοιωτή μας “μιμείται” σωστά την λειτουργία της ουράς που καλείται να προσομοιώσει.

Στη συνέχεια εξετάσαμε τον συντελεστή μεταβλητότητας της καθυστέρησης πακέτου στην ουρά, όταν το Cv,t=1 για την Pareto και την Poisson (στην Poisson έχουμε πάντα Cv,t=1) για την Pareto έχουμε ότι Cv,t=$\frac{1}{\beta(\beta-2)}$ οπότε για να έχουμε Cvin=1 πρέπει β=2.2247. Επίσης εξετάσαμε και περιπτώσεις όπου το Cv,t για την Pareto παίρνει τιμές διάφορες του ένα.

Στον Πίνακα 3.3 παρουσιάζονται συγκεντρωμένα τα αποτελέσματα (όλες οι περιπτώσεις που εξετάζονται έχουν β>2 ώστε το Cv,t της αντίστοιχης Pareto κατανομής να είναι πεπερασμένο).

Μεταβλητες λ,α,β	Cv,t Pareto	Cv,t poisson	Cv,w Pareto	Cv,w Poisson
λ=0.8,α=0.688,β=2.2247	1	1	7.22E+3	1.390
λ=0.9,α=0.611,β=2.2247	1	1	2.78E+3	0.923
λ=0.8,α=0.654,β=2.1	4.76	1	2.33E+3	1.390
λ=0.8,α=0.681,β=2.2	2.2727	1	1.9E+3	1.390
λ=0.9,α=0.606,β=2.2	2.2727	1	2.64E+3	0.923
λ=0.9,α=0.582,β=2.1	4.76	1	4.83E+3	0.923
λ=0.9,α=0.74,β=3	0.333	1	5.82E+3	0.923
λ=0.8,α=0.833,β=3	0.333	1	1E+5	1.390
λ=0.9,α=0.67,β=2.5	0.8	1	5.12E+3	0.923

Πίνακας 3.3 Συντελεστής μεταβλητότητας του χρόνου αναμονής πακέτου στην ουρά σαν συνάρτηση του συντελεστή μεταβλητότητας των χρόνων μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων στο σύστημα.

Από τα αποτελέσματα στον Πίνακα 3.3 παρατηρούμε ότι ο συντελεστής μεταβλητότητας της καθυστέρησης πακέτων στην P/D/1 ουρά παίρνει ιδιαίτερα υψηλές τιμές (ακόμα και όταν ο συντελεστής μεταβλητότητας της κατανομής Pareto των χρόνων μεταξύ άφιξης διαδοχικών πακέτων είναι ίσος με την μονάδα (!)), σε αντίθεση με τον αντίστοιχο συντελεστή μεταβλητότητας στην M/D/1 ουρά , ο οποίος διατηρείται σε τιμές γύρω στη μονάδα. Εδώ βέβαια οφείλουμε να τονίσουμε ότι σε όλες τις περιπτώσεις στον Πίνακα 3.3 (β>2, α>0.5), η μέση τιμή της καθυστέρησης πακέτων στην P/D/1 ουρά είναι αμελητέα ακόμα και για τιμές του ρυθμού άφιξης πακέτων κοντά στην μονάδα. Το γεγονός αυτό ελαφρύνει την κατάσταση, μια και παρόλο ότι εκεί όπου το Cv,w είναι μεγάλο, η γνώση του Wq δεν αρκεί για να έχουμε ελπίδες πρόβλεψης στην ουρά της καθυστέρησης ενός τυχαία επιλεγμένου πακέτου, αυτό στην περίπτωση μας συμβαίνει εκεί όπου το Wq είναι αμελητέο. Έτσι ακόμα και στην περίπτωση που το Cv,w είναι της τάξης του 10^5 , η καθυστέρηση ενός τυχαία επιλεγμένου πακέτου μπορεί να αποδειχθεί (σχετικά εύκολα) ότι παίρνει τιμές μικρότερες της μονάδας με πολύ μεγάλη πιθανότητα. Τέλος, όσον αφορά την επίδραση του συντελεστή μεταβλητότητας των Pareto κατανεμημένων χρόνων μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων, Cv,t, στον συντελεστή μεταβλητότητας της καθυστέρησης πακέτων στην P/D/1 ουρά Cv,w , αυτή δεν φαίνεται να είναι ισχυρή, ούτε να ακολουθεί κάποιες τάσεις που θα μπορούσαμε να περιγράψουμε. Πιο συγκεκριμένα, από τους Πίνακες 3.1 και 3.3 παρατηρούμε ότι όταν το Cv,t=∞, το Cv,w παίρνει τιμές πολύ μικρότερες και πολύ μεγαλύτερες της μονάδας (πράγμα που εξαρτάται από την τιμή της παραμέτρου α). Όταν το Cv,t παίρνει πεπερασμένες τιμές, το Cv,w παίρνει γενικά υψηλές τιμές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

4. ΜΕΛΕΤΗ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΜΗΝΥΜΑΤΩΝ ΣΤΙΣ P/G/1 ΚΑΙ M/G/1 ΟΥΡΕΣ ΑΝΑΜΟΝΗΣ ΓΙΑ ΑΦΙΞΗΣ ΜΗΝΥΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ

Στο κεφάλαιο αυτό μελετάμε τα χαρακτηριστικά της καθυστέρησης στην αναμονή (ουρά) για αφίξεις μηνυμάτων πληροφορίας, όταν ο κόμβος του δικτύου μοντελοποιείται σαν μια P/G/1 ουρά αναμονής (η ουρά δεν είναι πλέον P/D/1 διότι παρόλο που ο χρόνος εξυπηρέτησης ενός πακέτου είναι σταθερός και ίσος με την μονάδα του χρόνου, ο χρόνος εξυπηρέτησης ενός μηνύματος εξαρτάται από τον αριθμό των πακέτων που περιέχονται σε αυτό). Υπολογίζουμε επίσης αναλυτικά την μέση καθυστέρηση μηνύματος στην ουρά για Poisson αφίξεις μηνυμάτων, δείχνοντας ότι το σύστημα ανάγεται σε μια M/G/1 ουρά και χρησιμοποιώντας την φόρμουλα των Polaczek και Khintchine [6].

4.1 Χαρακτηριστικά του συστήματος ουράς αναμονής για αφίξεις μηνυμάτων.

Στην περίπτωση άφιξης μηνυμάτων πληροφορίας τα διαθέσιμα άνω και κάτω όρια της καθυστέρησης μηνυμάτων στην G/G/1 ουρά συνεχίζουν να ισχύουν (βλέπε παράγραφο 3.1 αυτής της εργασίας).

Οι ουρές που μελετάμε χαρακτηρίζονται από ντετερμινιστικούς χρόνους εξυπηρέτησης πακέτων, ίσους για όλα τα πακέτα με μια σταθερά που ορίζεται σαν η μονάδα χρόνου μας. Τα αφικνώμενα μηνύματα χωρίζονται σε σταθερού μήκους πακέτα. Ο αριθμός των πακέτων που αποτελούν το κάθε μήνυμα μπορεί να είναι σταθερός ή τυχαία μεταβλητή χαρακτηριζόμενη από μια κατανομή. Στην εργασία μας η κατανομή που χαρακτηρίζει τον αριθμό πακέτων ανά μήνυμα είναι η γεωμετρική.

Η προσέγγιση της μελέτης μας έχει ώς εξής. Εκτιμούμε μέσω προσομοίωσης, την μέση τιμή και την διασπορά της καθυστέρησης μηνύματος στην ουρά και σχολιάζουμε την συμπεριφορά που παρουσιάζει ο συντελεστής μεταβλητότητας της καθυστέρησης μηνυμάτων στην ουρά Cv,w , καθώς αυξάνεται ο ρυθμός άφιξης μηνυμάτων λ. Μελετάμε επίσης την επίδραση της εκρηκτικότητας της διαδικασίας αφίξεων μηνυμάτων στον κόμβο του δικτύου, στην εκρηκτικότητα της κατανομής καθυστέρησης μηνυμάτων στην ουρά αναμονής. Τέλος, υπολογίζουμε αναλυτικά την μέση καθυστέρηση μηνύματος στην περίπτωση Poisson αφίξεων μηνυμάτων στην ουρά, χρησιμοποιώντας την φόρμουλα Polaczek και Khintchine για την M/G/1 ουρά αναμονής.

4.2 Αποτελέσματα προσομοίωσης όταν ο αριθμός πακέτων ανά μήνυμα είναι σταθερός.

Σε αυτό το τμήμα του κεφαλαίου παραθέτουμε και σχολιάζουμε τα αποτελέσματα απο την προσομοίωση της εξυπηρέτησης από τον κόμβο του δικτύου μεγάλου αριθμού μηνυμάτων, όταν οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αφίξεων μηνυμάτων στην ουρά μοντελοποιούνται με τη διαδικασία Pareto, ο αριθμός πακέτων ανά μήνυμα είναι σταθερός και ο χρόνος εξυπηρέτησης του κάθε μηνύματος στον κόμβο είναι ίσος με τόσες χρονικές μονάδες, όσες και ο αριθμός πακέτων του μηνύματος.

Ως καθυστέρηση μηνύματος στην ουρά ορίζεται ο χρόνος από την άφιξη του μηνύματος στην ουρά μέχρι τη στιγμή που αρχίζει η εξυπηρέτηση (μετάδοση) του πρώτου πακέτου του μηνύματος. Οι καθυστερήσεις των μηνυμάτων στην περίπτωση χαμηλών ρυθμών γέννησης μηνυμάτων πληροφορίας ειναι χαμηλές.

Σκοπός μας είναι να εκτιμήσουμε τη μέση τιμή και τη διασπορά της καθυστέρησης μηνυμάτων στην ουρά για διάφορες τιμές των παραμέτρων της κατανομής αφίξεων μηνυμάτων, και να χαρακτηρίσουμε έτσι τη συμπεριφορά της κατανομής της καθυστέρησης μηνυμάτων στην ουρά .

Τέλος αναφέρουμε σε συντομία την μέθοδο με βάση την οποία ο προσομοιωτής “δημιουργεί” διαδικασίες άφιξης μηνυμάτων χαρακτηριζόμενες από Pareto κατανεμημένους χρόνους μεταξύ αφίξεων διαδοχικών μηνυμάτων. Εάν T είναι η τυχαία μεταβλητή που συμβολίζει τους παραπάνω χρόνους, τότε οι χρόνοι αυτοί μπορούν να "γεννηθούν" από τον τύπο

$$T=\frac{\alpha}{R^{\frac{1}{\beta}}}$$

όπου το R συμβολίζει τυχαίο αριθμό στο διάστημα [0,1].

Η προσομοίωση εκτελέστηκε σε UNIX σταθμό εργασίας SUN SPARCSTATION 5. Σε κάθε εκτέλεση της προσομοίωσης (run) προσομοιώθηκε η εξυπηρέτηση (μετάδοση) 500.000 μηνυμάτων. Σε όλες τις περιπτώσεις παρατηρήθηκε ότι η προσομοίωση 500.000 μηνυμάτων εκτιμούσε κατά ικανοποιητικό τρόπο τα χαρακτηριστικά "μόνιμης κατάστασης" του συστήματος. Ο προσομοιωτής εκτιμά το ρυθμό αναχώρησης μηνυμάτων από το σύστημα (πρέπει να είναι ίσος με τον ρυθμό άφιξης μηνυμάτων στο σύστημα), τη μέση τιμή και τη διασπορά της καθυστέρησης μηνυμάτων στην ουρά καθώς και τον συντελεστή μεταβλητότητας Cv,w της παραπάνω καθυστέρησης.

Στη συνέχεια εξετάζεται η συμπεριφορά της καθυστέρησης μηνυμάτων στην ουρά σαν συνάρτηση του ρυθμού αφίξεων μηνυμάτων στο σύστημα, και των άλλων χαρακτηριστικών της διαδικασίας αφίξεων για Pareto κατανεμημένους χρόνους μεταξύ διαδοχικών αφίξεων μηνυμάτων.

Παρατηρούμε ότι για σταθερή τιμή της παραμέτρου τοποθεσίας α, η μέση καθυστέρηση Wq αυξάνει καθώς αυξάνει ο ρυθμός αφίξεων μηνυμάτων λ (πράγμα που επιτυγχάνεται με σχετικές μικρές αυξήσεις της παραμέτρου σχήματος β). Παρατηρούμε επίσης την δραματική αύξηση της μέσης καθυστέρησης Wq όταν ελλατώνουμε την παράμετρο τοποθεσίας α (όταν δηλαδή δίνουμε στην διαδικασία άφιξης μηνυμάτων μικρότερο ελάχιστο χρόνο μεταξύ διαδοχικών αφίξεων).

Επίσης με βάση τα αποτελέσματα της προσομοίωσης παρατηρούμε ότι για τιμές του $\alpha \geq 1$ και σχετικά υψηλές τιμές του ρυθμού άφιξης πακέτων, η προβλεψιμότητα της καθυστέρησης στην ουρά ενός τυχαίου μηνύματος με βάση τη γνώση της μέσης καθυστέρησης είναι μηδαμινή. Σε πολλές περιπτώσεις το πηλίκο της τυπικής απόκλισης δια της μέσης τιμής της καθυστέρησης είναι υπερβολικά μεγάλο γεγονός που επιτρέπει στην καθυστέρηση ενός τυχαία επιλεγμένου μηνύματος να μεταβάλλεται απότομα γύρω από τη μέση τιμή της.Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι γνωρίζοντας μόνο τις μέσες τιμές καθυστέρησης μηνυμάτων , δεν μπορούμε να έχουμε σημαντικές ελπίδες πρόβλεψης της καθυστέρησης ενός τυχαία επιλεγμένου μηνύματος.

Μελετήθηκαν οι περιπτώσεις όπου το μέγεθος του μηνύματος είναι 2 πακέτα, 5 και 10 πακέτα, αντίστοιχα. Εκτός των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης, παρουσιάζονται τα θεωρητικά υπολογισμένα άνω και κάτω όρια στην μέση καθυστέρηση μηνύματος στην ουρά (όπου αυτά είναι πεπερασμένα). Τα όρια αυτά προκύπτουν από τις (3.1) και (3.2) στην σελ. 15, όπου λ είναι ο ρυθμός άφιξης μηνυμάτων, σ_B^2 =0 και ρ=λ*κ, με κ το σταθερό μήκος του μηνύματος.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται αναλυτικά τα αποτελέσματα όταν το μέγεθος του μηνύματος είναι 2 πακέτα.

Παράμετροι α,β,λ	Wq (μηνύματος)	(U.B)	(L.B)	Cv,w
α=0.7 , β=1.2, λ=0.476	1.4502			6.29 E-1
α=0.8 , β=1.5, λ=0.833	3.168 E+1			5.5 E-1
α=1 , β=1.8 , λ=0.888	1.321 E-1			1.359 E+2
α=1.1 , β=2 , λ=0.91	9.698 E-3			6.85 E+2
α=1.5 , β=3.8 , λ=0.98	3.286 E-5	(7.41)	(-43)	3.56 E+4
α=1.8 , β=9 , λ=0.99	1.9326 E-4	(1.608)	(-99.39)	9.59 E+3
α=1.9 , β=19 , λ=0,999	2.1003 E-4	(2.997)	(-998)	1.156 E+4

Πίνακας 4.1. Μέση τιμή και συντελεστής μεταβλητότητας της καθυστέρησης μηνύματος στην ουρά, όταν το μήκος μηνύματος είναι ίσο με 2 πακέτα. Το λ αντιστοιχεί στον ρυθμό άφιξης πακέτων.

Παρατηρούμε ότι η καθυστέρηση διατηρείται σε χαμηλές τιμές εκτός απο τις περιπτώσεις οπού το α είναι πολύ μικρό (π.χ α=0.8) όπου οι καθυστερήσεις όπως έχουμε ήδη αναφέρει αυξάνονται δραματικά καθώς ο ρυθμός άφιξης πακέτων λ αυξάνει.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα αποτελέσματα όταν το μέγεθος του μηνύματος είναι 5 πακέτα.

παράμετροι α, β, λ	Wq (μηνύματος)	(U.B)	(L.B)	Cv,w
α=2 , β=1.5 , λ=0.8333	9.424 E+1			7.6 E-1
α=2.5 ,β=1.8 , λ=0.74	1.0873			7.6 E+1
α=3 , β=2 , λ=0.8333	1.98 E-3			5.3 E+3
α=3.5, β=2.5 , λ=0.857	3.09 E-3	(16.31)	(-3.36)	3.6 E+3
α=4 , β=3 , λ=0.8333	8.4 E-5	(5.985)	(-11.48)	1.7 E+4

Πίνακας 4.2 Μέση τιμή και συντελεστής μεταβλητότητας της καθυστέρησης μηνύματος στην ουρά, όταν το μήκος μηνύματος είναι ίσο με 5 πακέτα. Το λ αντιστοιχεί στον ρυθμό άφιξης πακέτων.

Και εδώ επίσης παρατηρούμε ότι οι καθυστερήσεις διατηρούνται σε χαμηλές τιμές εκτός απο τις περιπτώσεις οπού το α είναι πολύ μικρό, π.χ α=2, όπου η μέση καθυστέρηση μηνύματος είναι της τάξης του 10^2.

Στον Πίνακα 4.3 φαίνονται αναλυτικά τα αποτελέσματα όταν το μέγεθος του μηνύματος είναι 10 πακέτα.

παράμετροι α,β,λ	Wq (μηνύματος)	(U.B.)	(L.B.)	Cv,w
α=4 , β=1.5 , λ=0.8333	1.868 E+2			8.31 E-1
α=5 , β=1.8 , λ=0.888	2.137 E-1			5.45 E+2
α=6 , β=2 , λ=0.8333	1.435 E-4			3.84 E+4

α=7 , β=3 , λ=0.857	2.6 E-4	(11.97) (-22.96)	1.28 E+4
α=8 , β=3 , λ=0.8333	4.235 E-4	(11.01) (-28.95)	1.22 E+4
α=9 , β=2 , λ=0.555	3.428 E-5		9.9 E+4
α=9.5 , β=1.5 , λ=0.363	6.168 E-5		3.6 E+4

Πίνακας 4.3 Μέση τιμή και συντελεστής μεταβλητότητας της καθυστέρησης μηνύματος στην ουρά, όταν το μήκος μηνύματος είναι ίσο με 10 πακέτα. Το λ αντιστοιχεί στον ρυθμό άφιξης πακέτων.

Παρατηρούμε ότι παίρνοντας ένα μεγάλο φάσμα τιμών του α η μέση τιμή της καθυστέρησης μηνύματος στην ουρά μεταβάλλεται σημαντικά. Έτσι όταν το α είναι πολύ μικρό π.χ. α=4 η καθυστέρηση είναι της τάξης του 10^2, ενώ για μεγαλύτερες τιμές του α η καθυστέρηση μειώνεται δραστικά.

Από τους Πίνακες 4.1 - 4.3, παρατηρούμε ότι τα θεωρητικά υπολογισμένα άνω και κάτω όρια στην μέση καθυστέρηση μηνύματος στην ουρά δεν βοηθούν για τους ίδιους λόγους που εξηγήθηκαν στην περίπτωση αφίξεων πακέτων (βλέπε σελ. 21).

4.3 Αποτελέσματα προσομοίωσης για γεωμετρικά κατανεμημένο αριθμό πακέτων ανά μήνυμα.

Σε αυτό το τμήμα του κεφαλαίου παραθέτουμε και σχολιάζουμε τα αποτελέσματα απο την προσομοίωση της εξυπηρέτησης από τον κόμβο του δικτύου μεγάλου αριθμού μηνυμάτων , όταν οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αφίξεων μηνυμάτων στην ουρά είναι κατανεμημένοι σύμφωνα με τη κατανομή Pareto , ο αριθμός πακέτων ανά μήνυμα είναι γεωμετρικά κατανεμημένος και ο χρόνος εξυπηρέτησης του κάθε μηνύματος στον κόμβο είναι ίσος με τόσες χρονικές μονάδες όσες και ο αριθμός πακέτων του μηνύματος.

4.3.1 Χαρακτηριστικά γεωμετρικής κατανομής.

Έστω T τυχαία μεταβλητή . Η μεταβλητή T ακολουθεί την γεωμετρική κατανομή με παράμετρο γ όταν

$$P(T=\tau)=\gamma(1-\gamma)^{\tau} \qquad 0<\gamma<1\ ,\ \tau=0,1,2,\ldots \qquad (4.1)$$

Η ονομασία γεωμετρική προέρχεται από το γεγονός ότι οι "ατομικές" πιθανότητες που υπολογίζονται από την (4.1) αποτελούν τους όρους φθίνουσας γεωμετρικής σειράς με λόγο 1-γ. Η κατανομή εφαρμόζεται στη διερεύνηση προβλημάτων στα οποία επαναλαμβάνεται ένα δυαδικό πείραμα και αντικείμενο μελέτης είναι ο αριθμός αποτυχιών τ που θα συμβούν μέχρι να έχουμε την πρώτη επιτυχία.

Η μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής T είναι ίση με

$$E(T)=\frac{1}{\gamma}$$

ενώ η διασπορά της δίδεται από

$$Var(T)=\frac{1-\gamma}{\gamma^2}$$

Η μέθοδος με βάση την οποία ο προσομοιωτής "δημιουργεί" μηνύματα χαρακτηριζόμενα από γεωμετρικά κατανεμημένους αριθμούς πακέτων είναι ο εξής:

$$T=\left[\frac{ln\,R}{ln(1-\gamma)}+1\right]$$

όπου γ η παράμετρος της κατανομής και R τυχαίος αριθμός στο διάστημα [0,1], [7].

4.3.2 Αποτελέσματα προσομοίωσης και σύγκριση με την περίπτωση σταθερού μεγέθους μηνύματος.

Ως καθυστέρηση μηνύματος στην ουρά ορίζεται εδώ ο χρόνος από την άφιξη ενός μηνύματος στο σύστημα μέχρι τη στιγμή που ξεκινά η εξυπηρέτηση του πρώτου πακέτου του μηνύματος. Σκοπός μας είναι να εκτιμήσουμε τη μέση τιμή και τη διασπορά της καθυστέρησης μηνυμάτων στην ουρά για διάφορες τιμές των παραμέτρων της κατανομής αφίξεων μηνυμάτων, και για διάφορες τιμές της παραμέτρου γ της κατανομής του αριθμού πακέτων ανά μήνυμα, και να χαρακτηρίσουμε έτσι τη συμπεριφορά της κατανομής της καθυστέρησης μηνυμάτων στην ουρά .

Η μέθοδος με βάση την οποία ο προσομοιωτής “δημιουργεί” τις αφίξεις μηνυμάτων είναι και εδώ ο ίδιος με αυτόν στην παράγραφο 4.2. Και εδώ προσομοιώσαμε 500.000 μηνύματα σε κάθε run.

Ο προσομοιωτής επίσης εκτιμά το ρυθμό αναχώρησης μηνυμάτων από το σύστημα (πρέπει να είναι ίσος με τον ρυθμό άφιξης μηνυμάτων στο σύστημα), τη μέση τιμή και τη διασπορά της καθυστέρησης μηνυμάτων στην ουρά καθώς και τον συντελεστή μεταβλητότητας Cv,w της παραπάνω καθυστέρησης.

Μελετήθηκαν οι περιπτώσεις όπου η μέση τιμή μεγέθους μηνύματος είναι Ε(τ)=2, Ε(τ)=5 και Ε(τ)=10 πακέτα, αντίστοιχα.

Στους Πίνακες 4.4 - 4.6 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης καθώς και τα θεωρητικά υπολογισμένα άνω και κάτω όρια στην μέση καθυστέρηση μηνύματος στην ουρά (όπου αυτά είναι πεπερασμένα). Τα όρια αυτά προκύπτουν από τις (3.1) και (3.2) στην σελ. 15, όπου το λ είναι ο ρυθμός άφιξης μηνυμάτων, $\sigma_B^2 = \frac{1-\gamma}{\gamma^2}$ και ρ=λ/γ.

Παρατηρούμε ότι και εδώ ισχύουν οι ίδιες παρατηρήσεις που κάναμε στην παράγραφο 4.2. Έτσι, για σταθερή τιμή της παραμέτρου τοποθεσίας α, η μέση καθυστέρηση Wq αυξάνει καθώς αυξάνει ο ρυθμός αφίξεων μηνυμάτων (πράγμα που επιτυγχάνεται με σχετικές μικρές αυξήσεις της παραμέτρου σχήματος β). Παρατηρούμε επίσης την δραματική αύξηση της μέσης καθυστέρησης Wq όταν ελλατώσουμε την παράμετρο τοποθεσίας α (όταν δηλαδή δώσουμε στην διαδικασία άφιξης μηνυμάτων μικρότερο ελάχιστο χρόνο μεταξύ διαδοχικών αφίξεων).

Επίσης με βάση τα αποτελέσματα της προσομοίωσης παρατηρούμε ότι σε αντίθεση με τα αντίστοιχα αποτελέσματα στην παράγραφο 4.2, η προβλεψιμότητα της καθυστέρησης στην ουρά ενός τυχαίου μηνύματος με βάση τη γνώση της μέσης καθυστέρησης είναι καλή. Σε πολλές περιπτώσεις το πηλίκο της τυπικής απόκλισης δια της μέσης τιμής της καθυστέρησης είναι κοντά στην μονάδα γεγονός που επιτρέπει στην καθυστέρηση ενός τυχαία επιλεγμένου μηνύματος να μεταβάλλεται αργά γύρω από τη μέση τιμή της. Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι γνωρίζοντας μόνο τις μέσες τιμές καθυστέρησης μηνυμάτων , μπορούμε να έχουμε σημαντικές ελπίδες πρόβλεψης της καθυστέρησης ενός τυχαία επιλεγμένου μηνύματος.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα στις παραγράφους 4.2 και 4.3, παρατηρούμε ότι η τιμή της μέσης καθυστέρησης μηνύματος στην ουρά στην περίπτωση που ο αριθμός των πακέτων ανά μήνυμα είναι σταθερός είναι σημαντικά μικρότερη από αυτήν στην περίπτωση που ο αριθμός πακέτων ανά μήνυμα είναι γεωμετρικά κατανεμημένος. Αυτό το αποτέλεσμα είναι αναμενόμενο και σύμφωνο με τη διαίσθηση, μια και στην περίπτωση ντετερμινιστικών χρόνων εξυπηρέτησης μηνυμάτων εκλείπει ένας βαθμός τυχαιότητας από το σύστημα. Ταυτόχρονα παρατηρούμε ότι ο συντελεστής μεταβλητότητας της καθυστέρησης μηνύματος στην ουρά παρουσιάζει αντίθετη συμπεριφορά από την μέση καθυστέρηση.Αυτό το αποτέλεσμα συμφωνεί με παρατηρήσεις που έχουν γίνει σε παρόμοια συστήματα, όπου παρατηρήθηκε ότι καθώς αυξάνει η τιμή της μέσης καθυστέρησης μειώνεται η μεταβλητότητα των καθυστερήσεων των επί μέρους μηνυμάτων γύρω από αυτήν.

Από τους Πίνακες 4.4 - 4.6, παρατηρούμε ότι τα θεωρητικά υπολογισμένα άνω και κάτω όρια στην μέση καθυστέρηση μηνύματος στην ουρά δεν βοηθούν για τους ίδιους λόγους που εξηγήθηκαν στην περίπτωση αφίξεων πακέτων (βλέπε σελ. 21).

Παράμετροι α,β,λ	Wq (μηνύματος)	(U.B.)	(L.B.)	Cv,w
α=0.7 , β=1.2, λ=0.476	1.824 E+1			7.6 E-1
α=0.8 , β=1.5, λ=0.833	4.186 E+1			6.3 E-1
α=1 , β=1.8 , λ=0.888	2.175 E+1			8.4 E-1
α=1.1 , β=2 , λ=0.91	1.76 E+1			9.1 E-1
α=1.5 , β=3.8 , λ=0.99	2.82 E+1	(31.91)	(-43)	1.05
α=1.8 , β=9 , λ=0.99	3.29 E+1	(52.146)	(-99.38)	1.1
α=1.9 , β=19 , λ=0,999	6.1 E+1	(502.49)	(-998)	6.7

Πίνακας 4.4 Μέση τιμή και συντελεστής μεταβλητότητας μηνύματος στην ουρά, όταν ο μέσος αριθμός πακέτων ανά μήνυμα είναι 2. Το λ αντιστοιχεί σε ρυθμό άφιξης πακέτων.

Παράμετροι α,β,λ	Wq (μηνύματος)	(U.B.)	(L.B.)	Cv,w
α=2 , β=1.5 , λ=0.8333	1.025 E+2			6.3 E-1

α=2.5 ,β=1.8 , λ=0.74	5.948 E+1			9.1 E-1
α=3 , β=2 , λ=0.8333	2.291 E+1			1.6
α=3.5, β=2.5 , λ=0.857	1.623 E+1	(28.29)	(-3.667)	1.91
α=4 , β=3 , λ=0.8333	8.676	(15.99)	(-11.5)	2.8
α=4.5, β=4, λ=0.8333	6.639	(12.247)	(-15.24)	3.74
α=4.8 , β=4.5 , λ=0.81	4.942	(9.965)	(-14.21)	4.78

Πίνακας 4.5 Μέση τιμή και συντελεστής μεταβλητότητας μηνύματος στην ουρά, όταν ο μέσος αριθμός πακέτων ανά μήνυμα είναι 5. Το λ αντιστοιχεί σε ρυθμό άφιξης πακέτων.

Παράμετροι α,β,λ	Wq (μηνύματος)	(U.B.)	(L.B)	Cv,w
α=4 , β=1.5 , λ=0.8333	2.272 E+2			7.0 E-1
α=5 , β=1.8 , λ=0.888	1.557 E+2			1.04
α=6 , β=2 , λ=0.8333	4.8 E+1			1.5
α=7 , β=3 , λ=0.857	3.289 E+1	(37.98)	(-28.95)	2.0
α=8 , β=3 , λ=0.8333	2.156 E+1	(34.49)	(-22.9)	2.78
α=9 , β=2 , λ=0.555	3.601			1.49 E+1
α=9.5 , β=1.5 , λ=0.363	1.581			5.2 E+1

Πίνακας 4.6 Μέση τιμή και συντελεστής μεταβλητότητας μηνύματος στην ουρά, όταν ο μέσος αριθμός πακέτων ανά μήνυμα είναι 10. Το λ αντιστοιχεί σε ρυθμό άφιξης πακέτων.

4.4 Χαρακτηριστικά καθυστέρησης μηνυμάτων στην M/G/1 ουρά αναμονής.

Στην περίπτωση που οι αφίξεις μηνυμάτων χαρακτηρίζονται από την διαδικασία Poisson, υπάρχει διαθέσιμη έκφραση σε κλειστή μορφή που δίνει την καθυστέρηση μηνύματος στην M/G/1 ουρά αναμονής, η οποία δίδεται :

$$Wq=\frac{\lambda E\left(T^2\right)}{2\left(1-\lambda E(T)\right)} \qquad (4.2)$$

όπου E(T) και $E(T^2)$ η μέση τιμή και η δεύτερη ροπή της κατανομής του αριθμού πακέτων ανά μήνυμα, αντίστοιχα. Στην περίπτωση μας η κατανομή που εξετάζουμε είναι η γεωμετρική. Έτσι η (4.2) γράφεται

$$Wq=\frac{\lambda\left(2-\gamma\right)}{2\gamma\left(\gamma-\lambda\right)} \qquad (4.3)$$

Συνεπώς, για διάφορους ρυθμούς άφιξης μηνυμάτων και για τις τιμές της παραμέτου γ της γεωμετρικής κατανομής, μπορούμε να υπολογίσουμε ακριβώς την τιμή της μέσης καθυστέρησης μηνύματος στην M/G/1 ουρά. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.7.

Από τον Πίνακα 4.7 παρατηρούμε ότι η μέση καθυστέρηση μηνύματος στην M/G/1 ουρά για σταθερή τιμή της παραμέτρου γ, αυξάνεται με το ρυθμό άφιξης μηνυμάτων. Η αύξηση αυτή είναι αργή και ομαλή, εκτός όταν ο ρυθμός άφιξης πακέτων λ παίρνει υψηλές τιμές (π.χ., 0.85 ή 0.90). Επιπλέον για σταθερό ρυθμό άφιξης πακέτων λ, η μέση καθυστέρηση μηνύματος στην ουρά αυξάνει δραστικά με το μέσο μέγεθος μηνύματος. Έτσι για λ=0.833 και μέσο αριθμό πακέτων ανά μήνυμα ίσο με δύο, η καθυστέρηση είναι Wq=7.482, ενώ για μέσο αριθμό πακέτων ανά μήνυμα ίσο με 10 η καθυστέρηση είναι Wq=94.77.

ρυθμός άφιξης πακέτων λ	γ	ρυθμός άφιξης μηνυμάτων	Wq
0.476	0.5	0.238	1.362
0.833	0.5	0.416	7.482
0.91	0.5	0.455	15.166
0.99	0.5	0.495	148.5
0.476	0.2	0.0952	4.08

0.74	0.2	0.148	12.8
0.81	0.2	0.162	19.184
0.833	0.2	0.166	22.446
0.95	0.2	0.19	85.5
0.363	0.1	0.0363	10.827
0.555	0.1	0.0555	23.433
0.833	0.1	0.0833	94.77
0.857	0.1	0.0857	113.867
0.95	0.1	0.095	180.5

Πίνακας 4.7 Μέση τιμή καθυστέρησης μηνύματος στην M/G/1 ουρά αναμονής όταν ο αριθμός πακέτων ανά μήνυμα κατανέμεται σύμφωνα με την γεωμετρική κατανομή.

Όπως είδαμε στην παράγραφο 4.3, η μέση καθυστέρηση μηνύματος στην P/D/1 ουρά εξαρτάται πολύ από την τιμή της παραμέτρου τοποθεσίας α. Συνεπώς σύγκριση των αποτελεσμάτων μέσης καθυστέρησης μηνύματος στην ουρά, για δεδομένο μέσο μέγεθος μηνύματος, μεταξύ των περιπτώσεων Pareto και Poisson έχει νόημα μόνο εφόσον πρώτα καθοριστεί η τιμή της παραμέτρου τοποθεσίας α της κατανομής Pareto . Έτσι εάν το α παίρνει μικρές τιμές, η μέση καθυστέρηση μηνύματος για Pareto κατανεμημένους χρόνους μεταξύ διαδοχικών αφίξεων είναι πολύ μεγαλύτερες της αντίστοιχης καθυστέρησης για Poisson αφίξεις. Καθώς το α μεγαλώνει οι διαφορές των μέσων καθυστερήσεων μικραίνουν και σε μερικές περιπτώσεις γίνονται ανεπαίσθητες. Όταν όμως η τιμή της παραμέτρου τοποθεσίας πλησιάζει (από κάτω) το μέσο μέγεθος μηνύματος η κατάσταση αντιστέφεται. Έτσι για παράδειγμα για ρυθμό άφιξης πακέτων λ=0.99, παράμετρο τοποθεσίας α=1.8 και μέγεθος μηνύματος ίσο με 2, η μέση καθυστέρηση μηνύματος είναι ίση με 32.9 ενώ για Poisson αφίξεις είναι ίση με 148.5.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

Σε αυτή την εργασία μελετήσαμε τα χαρακτηριστικά καθυστέρησης πακέτων και μηνυμάτων πληροφορίας σε ένα κόμβο δικτύου για εκρηκτικές διαδικασίες άφιξης. Εξετάστηκε η διαδικασία αφίξεων Poisson και η διαδικασία αφίξεων με Pareto κατανεμηνένους χρόνους μεταξύ διαδοχικών αφίξεων. Η διαδικασία Poisson επιλέχθηκε εξαιτίας των ιδιαίτερα ενδιαφερόντων ιδιοτήτων της καθώς και για την αναλυτική ευκολία που παρέχει μια και έχει μελετηθεί εκτενώς. Η δεύτερη διαδικασία αφίξεων επελέγη για το λόγο ότι από πειραματικές μετρήσεις κίνησης πακέτων σε διάφορα (τοπικά, αλλά και κάλυψης) δίκτυα ευρείας γεωγραφικής περιοχής έχει βρεθεί να μοντελοποιεί ικανοποιητικά τους χρόνους μεταξύ αφίξεων διαδοχικών πακέτων και μηνυμάτων πληροφορίας πολλών εφαρμογών δεδομένων. Η κατανομή Pareto χαρακτηρίζεται από έντονη εκρηκτικότητα (για ορισμένες τιμές της παραμέτρου σχήματος β, η κατανομή έχει άπειρη διασπορά και άπειρη μέση τιμή), και από μνήμη (όσο πιο μεγάλος χρόνος έχει περάσει από την τελευταία άφιξη πακέτου ή μηνύματος πληροφορίας, τόσο μεγαλύτερος είναι ο αναμενόμενος επιπλέον χρόνος μέχρι την επόμενη άφιξη).

Η μελέτη της μεταγωγής της κίνησης πακέτων και μηνυμάτων πληροφορίας στα μελλοντικά ψηφιακά δίκτυα επικοινωνιών είναι ιδιαίτερα σημαντική. Η υψηλή εκρηκτικότητα που χαρακτηρίζει την κίνηση πακέτων και μηνυμάτων πληροφορίας σε αυτά τα δίκτυα θα μπορέσει να μας δώσει πληροφορίες για το κατά πόσο οι τεχνικές πρόβλεψης της απόδοσης των ΑΤΜ δικτύων αλλά και πρόβλεψης των περιπτώσεων συμφόρησης στους κόμβους τέτοιων δικτύων, που έχουν επινοηθεί και μελετηθεί για Poisson αφίξεις πακέτων και μηνυμάτων πληροφορίας λειτουργούν ικανοποιητικά όταν η διαδικασία άφιξης των πακέτων και μηνυμάτων είναι εκρηκτικότερη της Poisson.

Αρχικά μελετήσαμε και συγκρίναμε τα χαρακτηριστικά της καθυστέρησης πακέτων στην αναμονή (ουρά) για αφίξεις πακέτων πληροφορίας, όταν ο κόμβος του δικτύου μοντελοποιείται σαν μια Pareto/D/1 (P/D/1) και M/D/1 ουρά αναμονής, αντίστοιχα.

Στην P/D/1 ουρά εκτιμήσαμε τη μέση τιμή την διασπορά και το συντελεστή μεταβλητότητας της καθυστέρησης πακέτων στην ουρά. Παρατηρήσαμε ότι για σταθερή τιμή της παραμέτρου τοποθεσίας α, η μέση καθυστέρηση Wq αυξάνει καθώς αυξάνει ο ρυθμός άφιξης πακέτων λ, συμπεριφορά που συμφωνεί με τη διαίσθηση. Παρατηρήσαμε επίσης την δραματική αύξηση της μέσης καθυστέρησης Wq καθώς ελλατώνουμε την παράμετρο τοποθεσίας α. Η προβλεψιμότητα της καθυστέρησης στην ουρά ενός τυχαίου πακέτου με βάση τη γνώση της μέσης καθυστέρησης είναι πολύ μικρή όταν η παράμετρος τοποθεσίας είναι μεγάλη ιδιαίτερα όταν ο ρυθμός άφιξης πακέτων λ είναι πολύ υψηλός. Έτσι, για μεγάλα α, γνωρίζοντας μόνο τις μέσες τιμές καθυστέρησης πακέτων δεν έχουμε σημαντικές ελπίδες πρόβλεψης της καθυστέρησης ενός τυχαία επιλεγμένου πακέτου.

Στην M/D/1 ουρά η μέση καθυστέρηση αυξάνεται καθώς αυξάνεται ο ρυθμός άφιξης πακέτων λ, αλλά η αύξηση αυτή είναι αργή και γίνεται απότομη μόνο για υψηλές τιμές του λ. Επίσης, ο συντελεστής μεταβλητότητας αυξάνεται με το λ, αλλά η αύξηση αυτή είναι αργή οδηγώντας μας στο συμπέρασμα ότι γνωρίζοντας μόνο τις μέσες τιμές καθυστέρησης πακέτων στην ουρά, Wq έχουμε καλλίτερες πιθανότητες πρόβλεψης της καθυστέρησης στην ουρά ενός τυχαία επιλεγμένου πακέτου όταν η ουρά είναι M/D/1 παρά όταν είναι P/D/1. Υπενθυμίζουμε εδώ ότι στην P/D/1 ουρά ο συντελεστής μεταβλητότητας παίρνει ιδιαίτερα υψηλές τιμές καθιστώντας τις πιθανότητες πρόβλεψης μηδαμινές.

Κατόπιν, μελετήσαμε τα χαρακτηριστικά της καθυστέρησης στην αναμονή (ουρά) για αφίξεις μηνυμάτων πληροφορίας, όταν ο κόμβος του δικτύου μοντελοποιείται σαν μια P/G/1 ουρά αναμονής (η ουρά δεν είναι πλέον P/D/1 διότι παρόλο που ο χρόνος εξυπηρέτησης ενός πακέτου είναι σταθερός και ίσος με την μονάδα του χρόνου, ο χρόνος εξυπηρέτησης ενός μηνύματος εξαρτάται από τον αριθμό των πακέτων που περιέχονται σε αυτό). Υπολογίσαμε επίσης αναλυτικά την μέση καθυστέρηση μηνύματος στην ουρά για Poisson αφίξεις μηνυμάτων, δείχνοντας ότι το σύστημα ανάγεται σε μια M/G/1 ουρά. Σύγκριση των αποτελεσμάτων μέσης καθυστέρησης μηνύματος στην ουρά, για δεδομένο μέσο μέγεθος μηνύματος, μεταξύ των περιπτώσεων Pareto και Poisson έχει νόημα μόνο εφόσον πρώτα καθοριστεί η τιμή της παραμέτρου τοποθεσίας α της κατανομής Pareto. Για την P/G/1 ουρά αναμονής εξετάσαμε δυο περιπτώσεις. Στην πρώτη ο αριθμός πακέτων ανά μήνυμα είναι σταθερός και στην δεύτερη ο αριθμός πακέτων ανά μήνυμα είναι γεωμετρικά κατανεμημένος. Και στις δυο περιπτώσεις παρατηρήσαμε ότι για σταθερή τιμή της παραμέτρου τοποθεσίας α, η μέση καθυστέρηση μηνύματος στην ουρά αυξάνει καθώς αυξάνει ο ρυθμός άφιξης μηνυμάτων. Τέλος, παρατηρήσαμε ότι η μέση τιμή της καθυστέρησης στην περίπτωση που ο αριθμός των πακέτων ανά μήνυμα είναι σταθερός είναι σημαντικά μικρότερη από αυτή στην περίπτωση πού ο αριθμός πακέτων ανά μήνυμα είναι γεωμετρικά κατανεμημένος. Η αντίστροφη συμπεριφορά παρατηρήθηκε για τον συντελεστή μεταβλητότητας της καθυστέρησης μηνύματος στην ουρά του κόμβου του δικτύου.

Στο μέλλον ενδιαφέρον παρουσιάζει η επέκταση της μελέτης σε απλά δίκτυα ουρών αναμονής (π.χ., ουρές συνδεδεμένες σε σειρά) τα οποία μοντελοποιούν συνδέσεις κόμβων ενός ATM δικτύου.

Επίσης αξίζει να μελετηθεί η συμπεριφορά συστήματος για διαφορετικές κατανομές αφίξεων πακέτων και μηνυμάτων πληροφορίας αλλά και για διαφορετικές κατανομές μεγέθους μηνυμάτων πληροφορίας.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Ο κώδικας προσομοίωσης της εξυπηρέτησης μηνυμάτων

Παραθέτουμε τον κώδικα που χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση της εξυπηρέτησης από ένα κόμβο δικτύου, μεγάλου αριθμού μηνυμάτων. Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση της εξυπηρέτησης μεγάλου αριθμού πακέτων είναι ο ίδιος, απλά αλλάζει ο χρόνος εξυπηρέτησης από ένα στην περίπτωση πακέτων, σε χρόνο ίσο με το μήκος μηνύματος στην περίπτωση μηνυμάτων.

```
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>
#include <time.h>
#include <math.h>
#include <malloc.h>

#define MAX_RAND 2147483647
#define ALPHA 1.5
#define BETA  3.8
#define GAMMA 0.5

typedef struct cell_tag*cell_ptr;

typedef struct cell_tag{
	double counter;
	double arr_time;
	double serv_time;
	int num_packet;
	cell_ptr next;
	cell_ptr prev;
}cell;

double last_arr, current_time, l, m;

/*random generator*/
double event(){
	double ret=0;
```

```
        int i=0;
        while(!(i=rand()));
        ret=(double)i / (double)MAX_RAND;
          ret=pow(ret,1 / (double) BETA);
        ret=ALPHA /ret;
          return ret;
}
/*random generator*/
int events(){
         double ret=0,p=0;
         int i=0,t=0;
         while(!(i=rand()));
         ret=(double)i/(double)MAX_RAND;
         ret=log(ret);
         p=log(1-GAMMA);
         ret=ret/p;
         ret=ret+1;
         t=(int)ret;
         return t;
 }
/*creating a cell for the next message */
void create_cell(t)
cell_ptr *t;{
        if (((*t)=(cell_ptr)malloc(sizeof(struct cell_tag))) == NULL)
              { printf("can't malloc t\n");
               getchar();
        }
        else {
               (*t)->arr_time=event();
               (*t)->num_packet=events();      /* change */
               (*t)->arr_time+=last_arr;
                                      last_arr= (*t)->arr_time;
               (*t)->serv_time=(double)(*t)->num_packet;
```

```
            (*t)->next=NULL;
                              (*t)->prev=NULL;
            }
}

/*put the cell in the list */
void add_cell(head, tail, tmp1)
cell_ptr *head; cell_ptr *tail;cell_ptr tmp1; {
            if (*head == NULL){
               *head = tmp1;
               *tail = tmp1;
               (*head)->next = NULL;
               (*head)->prev = NULL;
         }
         else {
               tmp1->next = (*head);
               tmp1->prev = NULL;
               (*head)->prev = tmp1;
               (*head) = tmp1;
           }
}

/*initialize the cell */
void init_cell( c)
cell_ptr c; {
         c->arr_time = 0.0;
         c->serv_time = 0.0;
         c->counter = 0.0;
         c->num_packet=0.0;
}

void inc_counter(c,choosen)
       cell_ptr *c;
```

```
    cell choosen;{
     if (*c)
            while((*c)->prev) {
                    (*c)->counter +=choosen.num_packet;
                    (*c) = (*c)->prev;
              }
}

cell take_cell(head, tail)
cell_ptr *head; cell_ptr *tail;
{
          cell tmp;
         if (*tail == NULL){
printf("Queue is NULL\n");
             init_cell(&tmp);
          }
         else {
               tmp = (**tail);
               free(*tail);
               if (tmp.prev == NULL)
                      (*tail) = (*head) = NULL;
               else
                    (*tail) = tmp.prev;
          }
          return tmp;
}


void main(argc, argv)
int argc; char **argv;
{
       double sum = 0.0, delay = 0.0, max_serv = 0.0, packet_delay=0.0;
```

```
                double mean = 0.0, variance = 0.0, delay_sq = 0.0, mean_packet=0.0,
del = 0.0, meand = 0.0;
        int i = 0, exit = 0, seed = 1;
                long mesg_num;
        cell choosen;
        cell_ptr head = NULL, tail = NULL, t = NULL, out = NULL;

                if (argc < 2) {
          printf("Usage: %s <number of messages>\n", argv[0]);
          return;
        }
                mesg_num = atoi(argv[1]);
        current_time = 0.0;
        m = 5.0;
        choosen.serv_time = 0.0;
        last_arr = 0.0;
          seed = time(NULL);
        srand(seed);
        create_cell(&t);
        add_cell(&head, &tail, t);
        choosen = take_cell(&head, &tail);
        max_serv = choosen.serv_time;
        current_time = choosen.arr_time;
         while( i <  mesg_num) {
             sum = 0.0;
                create_cell(&t);
                        if (tail)  {
                out=t;
                exit=1;
                        if (t->arr_time < tail->arr_time + tail->counter
                                + tail->serv_time)
                        t->counter = tail->arr_time + tail->counter +
                                tail->serv_time - t->arr_time;
```

```
/*              if ((sum + t->arr_time) < current_time){
                  sum += ((t->arr_time) - current_time);
                  add_cell(&head, &tail, t);
                }
                else {
                      out = t;
                      exit = 1;
                }         */
            }
            if ((head == NULL) && (out == NULL)) {
                    add_cell(&head, &tail, t);
                    exit = 0;
            }
            else if ((out != NULL) && (head == NULL))
                  { add_cell(&head, &tail, out);
                    out = NULL;
                    exit = 0;
                          }
            if ((head !=NULL) && (exit)) {
                    choosen = take_cell(&head, &tail);
                    inc_counter(&tail);

packet_delay+=(choosen.counter+((double)(choosen.num_packet)+1)/2);
                    delay += (choosen.counter+choosen.serv_time);
                    del +=choosen.counter;
                                                  delay_sq                    +=
(choosen.counter+choosen.serv_time) * (choosen.counter+choosen.serv_time);
                    i++;
                    if (current_time < choosen.arr_time)
                         current_time = choosen.arr_time + choosen.counter;
            }
          current_time += choosen.serv_time;
            if ((exit) && (current_time > out->arr_time)){
```

```
            if (out)
             add_cell(&head, &tail, out);
                 out = NULL;
        }
        init_cell(&choosen);
    }
    mean_packet=packet_delay/(double)mesg_num;
    mean = delay/(double) mesg_num;
    meand = del/(double) mesg_num;
    printf("average packet delay = %e\n",mean_packet);
    printf("average delay = %e\n",mean);
    printf("average just delay = %e\n",meand);
            variance = delay_sq - mesg_num * mean * mean;
            variance = variance / (double)(mesg_num - 1);
            printf("variance = %e\n", variance);
}
```

Βιβλιογραφία

[1] V.Paxson and S.Floyd, "Wide Area Traffic: The Failure of Poisson Modeling", IEEE/ACM Trans. On Networking, Vol. 3, June 1995, pp. 226-224.

[2] W. Willinger, M. Taqqu, R. Sherman, and D. Wilson, "Self-Similarity Throygh High-Variability: Statistical Analysis of Ethernet LAN Traffic at the Source Level", IEEE/ACM Trans. On Networking, Vol. 5, No. 1, 1997, pp. 71-86.

[3] W. Leland, M. Taqqu, W. Willinger, and D. Wilson, "On the Self-Similar Nature of Ethernet Traffic (Extended Version)", IEEE/ACM Trans. On Networking, Vol. 2, No. 1, 1994, pp. 1-16.

[4] M. Taqqu, W. Willinger, and R. Sherman, "Proof of a Fundamental Result in Self-Similar Traffic Modeling", Computer Communications Review, Vol. 27, 1997, pp. 5-23.

[5] B. Arnold, Pareto Distributions, Baltimore, MD: International Cooperative Publishing House, 1983.

[6] D. Gross and C. M. Harris, Fundamentals of Queueing Theory, John Wiley & Sons, 1985.

[7] A. M. Law and W. D. Kelton, Simulation Modeling and Analysis, 2nd Ed., Mc Graw Hill, New York, 1991.