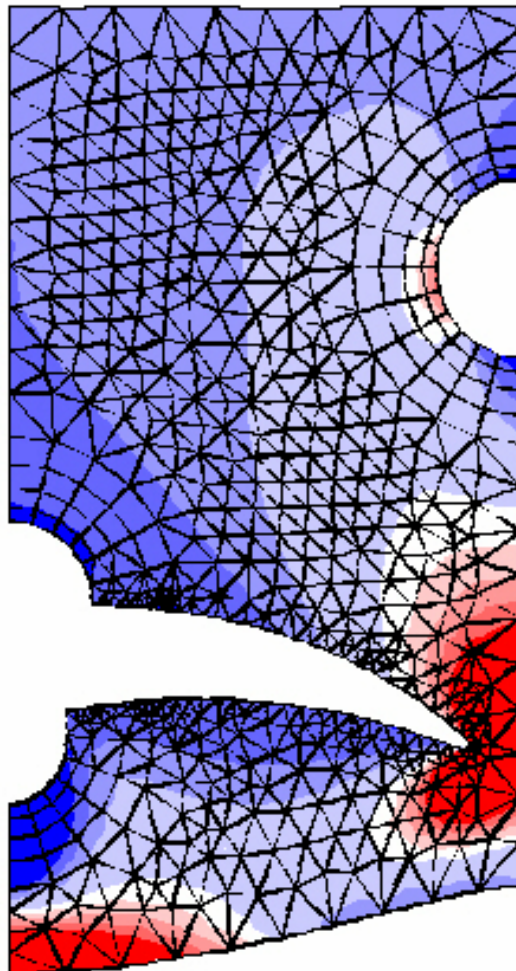




ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ
ΚΑΙ
ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΑΣΤΟΧΙΑ ΥΛΙΚΟΥ ΚΑΙ Η
ΔΙΑΔΟΣΗ ΑΥΤΗΣ ΣΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ
ΜΗΧΑΝΩΝ

Παντελίδης Ανδρέας



*Επιβλέπων Καθηγητής
Κ. Προβιάκης.*

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Στόχος της μελέτης που γίνεται στην συνέχεια είναι προσομοίωση ενός προβλήματος θραύσης ενός μεταλλικού εξαρτήματος. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε το πρόγραμμα franc2dl το οποίο τρέχει σε πλατφόρμα με Windows95tm ή WindowsNT4.0tm. Αφού σχεδιάσουμε το εξάρτημα προχωράμε στον καθορισμό των φορτίων των συνοριακών συνθηκών. Εδώ χρησιμοποιήθηκε ένα έτοιμο σχεδιασμένο εξάρτημα από τα έτοιμα παραδείγματα που ήρθαν μαζί με το πρόγραμμα. Πριν από κάθε βήμα έχουμε στην διάθεσή μας πληθώρα πληροφοριών που μας ενημερώνουν για την εξέλιξη ώστε να κάνουμε τις απαραίτητες επιλογές. Θα ήταν μεγάλη παράλειψη να μην ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου, κ. Προβιδάκη Κώστα, για την πολύτιμη βοήθεια που μου προσέφερε.

Παντελίδης Ανδρέας.

Χανιά Οκτώβριος 1997

Περιεχόμενα

| | Σελίδα |
|---|--------|
| Πρόλογος | 1 |
| Εισαγωγή στην Θραύστομηχανική | 3 |
| | |
| Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο 1^ο | |
| Βασικές Αρχές της Μηχανικής Θραύσεως | 5 |
| Ενεργειακή Ισορροπία | 6 |
| Συντελεστές Έντασης τάσεως | 10 |
| Υπολειπόμενη Αντοχή | 13 |
| Κόπωση σαν αιτία επιδείνωσης μίας ρωγμής | 15 |
| Θραύση λόγω διάβρωσης | 17 |
| Περιορισμοί λόγω πλαστικών παραμορφώσεων | 18 |
| | |
| Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο 2^ο | |
| Βασικές Ελαστικές Εξισώσεις..... | 20 |
| | |
| Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο 3^ο | |
| Εισαγωγή | 23 |
| Μοντελοποίηση του προβλήματος | 24 |
| Γραφική Παράσταση Τάσεων | 27 |
| Δημιουργία Ρωγμής | 29 |
| Αυτόματη Διάδοση Ρωγμής | 35 |
| Βηματική Διάδοση Ρωγμής | 45 |
| Συμπεράσματα | 53 |
| Βιβλιογραφία | 58 |

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΘΡΑΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

Χρόνια τώρα η αστοχία μηχανών και κατασκευών έχει απασχολήσει ευρύτατα τους μηχανικούς. Το έργο τους επικεντρώνεται κυρίως σε δύο περιοχές. Στον υπολογισμό των τεχνικών χαρακτηριστικών μίας κατασκευής ώστε αυτή να ανταποκριθεί στην χρήση που προορίζεται, καθώς και στον καθορισμό των συνθηκών φόρτισης μίας κατασκευής ώστε αυτή να μην καταστραφεί στο άμεσο μέλλον. Γενικά θα μπορούσαμε να πούμε πως σε προβλήματα αστοχίας ο σκοπός του μηχανικού είναι είτε ο υπολογισμός της μορφής είτε της φόρτισης της κατασκευής. Πάντως πολύ συχνά σε σύγχρονα τεχνικά προβλήματα τα δύο αυτά αντικείμενα δεν διαφοροποιούνται.

Η εξέλιξη της πορείας μίας κατασκευής, όταν εξετάζεται σε ευρύ χρονικό διάστημα, εξαρτάται επίσης από παράγοντες όπως η διάβρωση και η περιοδικότητα του φορτίου. Αυτά αναφέρονται στο 1^ο κεφάλαιο, όμως δεν είναι το αντικείμενο αυτής της μελέτης. Εδώ αντικείμενό μας είναι η μελέτη μίας υποθετικής μεταλλικής κατασκευής (πλάκας), η οποία φορτίζεται στατικά με γνωστό φορτίο. Για λόγους συμμετρίας το πρόβλημα απλοποιείται και οι υπολογισμοί γίνονται τελικά στο ήμισυ της πλάκας. Στην συνέχεια δημιουργούμε μία ρωγμή σε περιοχή όπου συγκεντρώνονται τάσεις και μελετάμε την ελεγχόμενη από το πρόγραμμα μετάδοσή της. Κατόπιν συνάγουμε τα συμπεράσματά μας και φτιάχνουμε γραφικές παραστάσεις.

Η γνώση βασικών αρχών της μηχανικής είναι απαραίτητη για την μελέτη της ανάπτυξης ρωγμών στα υλικά. Οι βασικές ελαστικές εξισώσεις αναφέρονται εδώ και επεξηγούνται αναλυτικά. Επίσης, ορισμένες εξισώσεις που έχουν

ειδική εφαρμογή και συγκεκριμένα λύσεις που χρησιμεύουν στην επίλυση προβλημάτων με ρωγμές δύο ή και τριών διαστάσεων. Το πρόβλημα ανήκει στην Γραμμική Ελαστική Μηχανική Θραύσεως (**Linear Elastic Fracture Mechanics**). Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην σημασία των συντελεστών έντασης τάσεων (**Stress Intensity Factors**). Συχνά θα χρησιμοποιήσουμε και επεκτάσεις της θεωρίας **LEFM**.

Αρκετοί θεωρητικοί (αναλυτικοί και αριθμητικοί) αλλά και πειραματικοί μέθοδοι υπολογισμού των συντελεστών έντασης τάσεων (SIF) είναι διαθέσιμοι. Τεχνικές όπως η χρησιμοποίηση θεωρημάτων του Green²⁹ χρησιμοποιούνται ευρύτατα για τον καθορισμό των συντελεστών SIF σε προβλήματα ρωγμών όπου οι συνθήκες φόρτισης είναι ιδιαίτερα πολύπλοκες. Οι Τεχνικές αυτές έχουν την δυνατότητα περαιτέρω ανάπτυξης, όμως η ανάλυσή τους δεν θα μας απασχολήσει σε αυτήν την μελέτη. Πάντως, είναι αξιοσημείωτο πως οι εξισώσεις του Green²⁹ δείχνουν την σημασία που έχουν τα διαφορετικά είδη των φορτίων και δίνουν μία πολύ καλή εικόνα της ευελιξίας των τεχνικών που χρησιμοποιούνται. Σε πολλές περιπτώσεις γενικεύσεις των εξισώσεων αυτών είναι επίσης πολύ χρήσιμες, όπως αυτές που είναι γνωστές σαν «συναρτήσεις βάρους».

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΘΡΑΥΣΕΩΣ

Η πρώτη συστηματική έρευνα φαινομένων ρωγμών σε υλικά, έγινε από τον A.A Griffith¹ πριν από περισσότερο από δεκαεφτά χρόνια στο παρελθόν. Οι εργαστηριακές του μελέτες πραγματοποιήθηκαν σε γυαλί, υλικό ψαθυρό και καθόλου ελαστικό. Με σκοπό να εξηγήσει τις αντοχές που παρουσίαζαν διαφορετικές γυάλινες ράβδοι, πήρε σαν δεδομένη την ύπαρξη των ρωγμών με την μορφή μικροσκοπικών αστοχιών στο υλικό, οι οποίες υπάρχει πιθανότητα να μεγαλώσουν σε μέγεθος κάτω από φόρτιση. Ο Griffith¹ επίσης έκανε την παραδοχή ότι η επιδείνωση μιας ρωγμής εξαρτάται από τη ισορροπία μεταξύ της διαθέσιμης ενέργειας της ρωγμής και της ενέργειας που απαιτείται για να δημιουργηθεί καινούρια επιφάνεια στην ρωγμή. Η ιδέα αυτή της ενεργειακής ισορροπίας σε μία ρωγμή επεκτάθηκε αργότερα από τους Irwin² και Orowan³ και σε ελατά υλικά, οι οποίοι πρότειναν πως στα υλικά αυτά πρέπει να συνυπολογίζεται και η ενέργεια παραμόρφωσης. Στην πραγματικότητα η ενέργεια αυτή σε ελατά υλικά μπορεί να γίνει πολύ μεγαλύτερη από την επιφανειακή ενέργεια.

Ο Irwin⁴ έδειξε πως η ελαστική τάση σε αμοιβαία αλληλεπίδραση με το σημείο έναρξης της ρωγμής έχουν την ίδια εξάρτηση στις συντεταγμένες του χώρου. Τα μεγέθη των τάσεων καθορίζονται αποκλειστικά από τους Stress Intensity Factors (SIF). Οι παράμετροι αυτοί σχετίζονται με την ενέργεια τάσης που εισήγαγε η Griffith.

Η θεμελιώδης παραδοχή της Γραμμικής Ελαστικής Μηχανικής Θραύσεως, είναι πως η συμπεριφορά μίας ρωγμής, άσχετα από το αν μεγαλώνει ή όχι και από την ταχύτητα διαδόσεως, καθορίζεται αποκλειστικά από την παράμετρο SIF. Η παράμετρος αυτή είναι συνάρτηση της ασκούμενης τάσης και της γεωμετρίας του μηχανικού εξαρτήματος και έχει υπολογισθεί για εκατοντάδες μηχανικές διατάξεις. Μερικές μέθοδοι υπολογισμού παραμέτρων SIF σε προβλήματα ρωγμών θα αναπτυχθούν στην συνέχεια. Πάντως, τα πιο διαδεδομένα λύματα για τον υπολογισμό παραμέτρων SIF υπάρχουν σε τεχνικά εγχειρίδια προς χρήση των μηχανικών.

Ο συντελεστής έντασης τάσης (SIF) χρησιμοποιείται κυρίως σε τρεις τομείς:

- I. τον καθορισμό της υπολειπόμενης αντοχής μίας ραγισμένης διάταξης
- II. τον καθορισμό του ρυθμού μεταβολής μίας ρωγμής σε μία διάταξη που υπόκειται σε μεταβαλλόμενο φορτίο.
- III. τον καθορισμό της αντοχής μίας ραγισμένης υπό φορτίο διάταξης σε διαβρωτικό περιβάλλον.

Τα θέματα αυτά περιγράφονται σύντομα στην συνέχεια. Στην ενότητα αυτή φαίνεται τελικά ότι η Γραμμική Ελαστική Μηχανική Θραύσεως (LEFM) έχει περιορισμούς που οφείλονται στο γεγονός ότι στα υλικά στην πραγματικότητα παρατηρούνται πλαστικές παραμορφώσεις στην αιχμή της ρωγμής οι οποίες δεν είναι ούτε ελαστικές αλλά ούτε και γραμμικές.

Ενεργειακή Ισορροπία.

Η πρώτη συστηματική έρευνα φαινομένων ρωγμών σε υλικά, έγινε από τον A.A Griffith¹ ο οποίος μελέτησε την θραύση υάλινων ράβδων υπό εφελκυσμό.

Παρατήρησε πως οι νέο-κατασκευασμένες υάλινες ράβδοι έσπαγαν υπό μεγαλύτερο φορτίο από τις παλιές της ίδιας διαμέτρου. Επίσης πως οι λεπτές ράβδοι ήταν επίσης πιο ανθεκτικές από τις πιο χοντρές. Για να εξηγήσει το φαινόμενο αυτό παραδέχτηκε την ύπαρξη εκ γενετής στοιχειωδών αστοχιών στα υλικά υπό την μορφή εσωτερικών μικροσκοπικών ρωγμών. Οι ρωγμές αυτές υποβιβάζουν την αντοχή των υάλινων ράβδων. Το υλικό ραγίζει όταν οι αστοχίες αυτές εξαπλώνονται μέσα στο υλικό. Συμπέρανε πως η ηλικία του υλικού παίζει καταλυτικό ρόλο στην αντοχή του, καθώς με τον καιρό όλο και περισσότερες τέτοιες στοιχειώδεις αστοχίες αναπτύσσονταν στο υλικό, εξαιτίας της αναπόφευκτης φθοράς και μηχανικής καταπόνησης που υφίσταται. Έτσι οι παλιές ράβδοι ήταν λιγότερο ανθεκτικές από τις καινούριες αφού είχαν περισσότερα ελαττώματα. Επίσης αναμένεται πως οι παχύτερες ράβδοι είναι πιο εύθραυστες από τις λεπτές αφού αυτές έχουν μεγαλύτερη επιφάνεια, άρα και η πιθανότητα να έχουν περισσότερα ραγίσματα μεγαλύτερη. Από την στιγμή που το πλάτος, άρα και η σοβαρότητα, αυτών των φυσικά δημιουργούμενων ρωγμών είναι εντελώς τυχαίο, αναμένεται πως οι ράβδοι με τις περισσότερες ρωγμές θα περιέχουν και τις σοβαρότερες.

Η γέννηση της αστοχίας στις οξείες ρωγμές δεν μπορεί να εξηγηθεί στηριζόμενοι στα ήδη γνωστά για τις εγκοπές γενικότερα. Είναι γνωστό ότι:

- I. οι εγκοπές σε ένα υλικό δρουν σαν συγκεντρωτές τάσεων και ότι οι μέγιστες τάσεις σε ένα φορτισμένο σώμα εμφανίζονται στην αρχή μίας εγκοπής.
- II. όταν η τάση στην αρχή μίας εγκοπής υπερβεί την αντοχή του υλικού, αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την αστοχία του υλικού στο σημείο εκείνο.

III. το φαινόμενο της συγκέντρωσης τάσεων στην αρχή της εγκοπής μεγαλώνει όσο η μικραίνει η ακτίνα της εγκοπής. Αυτό σημαίνει πως η συγκέντρωση τάσεων σε μία ρωγμή, μηδενική ακτίνα, τείνει στο άπειρο. Θεωρητικά λοιπόν, η αστοχία είναι αναμενόμενη σε κάθε ρωγμή ακόμη και για ελάχιστες τάσεις. Ο Griffith¹ έπρεπε να βρει το κριτήριο της αστοχίας εξαιτίας της επιδείνωσης μίας ρωγμής. Έτσι εισήγαγε το κριτήριο της ισοροπίας μεταξύ της ενέργειας της τάσεως και της ενέργειας στην επιφάνεια της ρωγμής. Παραδέχθηκε πως όταν το ποσό της ενέργειας που απελευθερώνει η τάση όταν η ρωγμή επεκτείνεται κατά ένα μικρό διάστημα ήταν μεγαλύτερη από την ενέργεια που απαιτείται για την δημιουργία της νέας επιφάνειας στην ρωγμή, το αποτέλεσμα θα ήταν ασταθής επιδείνωση της ρωγμής που θα οδηγήσει τελικά στην αστοχία του σώματος. Συμβολικά, ασταθής επιδείνωση της ρωγμής παρατηρείται όταν:

$$G \geq 2\Gamma \quad (1)$$

όπου G είναι ο ρυθμός της ενέργειας που ελευθερώνει η τάση (ανά μονάδα επιφανείας της αύξησης της ρωγμής) και Γ είναι το έργο που απαιτείται για την δημιουργία μίας μονάδας επιφανείας της νέας ρωγμής (για τις δύο επιφάνειες). Ο ρυθμός της απελευθερωμένης ενέργειας είναι συνάρτηση του φορτίου και του μεγέθους της ρωγμής.

Θεωρώντας την ρωγμή οριακά σαν μία λεπτή ελλειψοειδείς κοιλότητα, ο Griffith¹ έδειξε ότι ο ρυθμός της απελευθερωμένης ενέργειας δίνεται από τον τύπο:

$$G = \pi\sigma^2\alpha/E \quad (2)$$

όπου σ είναι η τάση εφελκυσμού που ασκείται κάθετα στην διεύθυνση μετάδοσης της ρωγμής, $2a$ είναι το μήκος της ρωγμής και E είναι το μέτρο του Young για το υλικό. Από την εξίσωση (2) βλέπουμε στην αιτία της αστάθειας ($G = 2\Gamma$) πως η τάση αστοχίας σχετίζεται με το σχετικό μήκος της ρωγμής, ως εξής:

$$\sigma_c \propto \frac{1}{\sqrt{a_c}} \quad (3)$$

Η συνάρτηση αυτής της σχέσης έχει αποδειχθεί πειραματικά.

Τα πειράματα του Griffith¹ πραγματοποιήθηκαν σε γυαλί, υλικό ψαθυρό το οποίο θραύεται με ελάχιστη η και την παραμικρή παραμόρφωση. Αντιθέτως, τα περισσότερα δομικά υλικά είναι ελατά και η θραύση συνοδεύεται και από μόνιμη παραμόρφωση. Ο Irwin² και ο Orowan³ πρότειναν να επεκταθεί το κριτήριο της ενεργειακής ισορροπίας του Griffith¹ και στα ελατά υλικά. Η επέκταση αυτή τροποποιεί τον τύπο (1) για το χαρακτηρισμό μίας ασταθούς ρωγμής. Αστοχία εξαιτίας ασταθούς επιδείνωση μιας ρωγμής παρατηρείται όταν:

$$G \geq 2\Gamma + \Delta \quad (4)$$

όπου Δ είναι το έργο που συνδέεται με την μόνιμη παραμόρφωση στην αρχή της ρωγμής. Για τα ελατά υλικά όπως τα μέταλλα ισχύει $\Delta \gg \Gamma$, έτσι συνεπάγεται ότι το κριτήριο της ενεργειακής ισορροπίας γίνεται

$$G \geq \Delta \quad (5)$$

Η παραπάνω σχέση φανερώνει γιατί σε ένα ελατό υλικό απαιτείται περισσότερο έργο για να προκληθεί θραύση από ότι σε ένα ψαθυρό. Υλικά με

μεγάλο έργο θραύσης καλούνται «ανθεκτικά». Η παράμετρος που χρησιμοποιείται για την μέτρηση αυτής της ιδιότητας λέγεται «αντοχή θραύσης».

Συντελεστές έντασης τάσεως.

Irwin² έλυσε διάφορα προβλήματα ρωγμών με γραμμικές ελαστικές εξισώσεις και έδειξε ότι η σχέση που είχε ο παράγοντας της τάσης με την αρχή της ρωγμής ήταν πάντοτε της ίδιας μορφής. Απέδειξε ότι ο παράγοντας της τάσης σ_{ij} στο σημείο (r, θ) πλησίον της αρχής της ρωγμής είναι:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij} + \alpha.π. \quad (6)$$

Οι απόλυτες συντεταγμένες είναι στο στόμιο της ρωγμής. Καθώς η συντεταγμένη r τείνει στο μηδέν ο πρώτος όρος κυριαρχεί στην εξίσωση (6). Ο όρος $\alpha.π.$ είναι άλλοι παράγοντες και είναι σταθερός ή τείνει στο μηδέν. Το K στον πρώτο όρο είναι ο συντελεστής έντασης τάσεως (SIF). Όπως φαίνεται στην παραπάνω σχέση ο συντελεστής SIF χαρακτηρίζει την σχέση του παράγοντα της τάσεως με την αρχή της ρωγμής.

Αναλύοντας το ελαστικό έργο ώστε να διευρύνει τις γνώσεις του για τις τάσεις που κυριαρχούν στην αρχή της ρωγμής, ο Irwin² κατέληξε σε μία σχέση μεταξύ του ρυθμού έκκλησης ενέργειας και του συντελεστή έντασης τάσεως. Έτσι:

$$K^2 \propto G \quad (7)$$

Ο συντελεστής αναλογίας στην εξίσωση (7) εξαρτάται από τις ελαστικές σταθερές του υλικού. Αυτή η σχέση στην πραγματικότητα μας δίνει το βαθμό

αλληλεξάρτησης του παράγοντα της τάσης στην αρχή της ρωγμής και της ενέργειας που απαιτεί η ρωγμή αυτή για να επεκταθεί. Αυτό σημαίνει πως το κριτήριο της ενεργειακής ισορροπίας για την αύξηση μιας ρωγμής μπορεί τώρα να αναχθεί στην ύπαρξη μίας σταθεράς K η οποία είναι απαραίτητη και καθορίζει την έναρξη του φαινομένου της επιδείνωσης της ρωγμής.

Από την στιγμή που η βασική υπόθεση της μηχανικής θραύσεως υλικών είναι πως η εξέλιξη μίας ρωγμής, ασταθής ή ελεγχόμενη, ελέγχεται από τον παράγοντα τάση που επικρατεί στην περιοχή της αρχής της ρωγμής, έπεται πως ο έλεγχος αυτός χαρακτηρίζεται γενικότερα από τον συντελεστή K . Το συμπέρασμα αυτό υπονοεί πως δύο διαφορετικές ρωγμές με τον ίδιο συντελεστή K θα έχουν παρόμοια εξέλιξη. Άρα για να προβλέψουμε την αύξηση μιας ρωγμής σε μία μηχανική κατασκευή, είναι απαραίτητο να υπολογίσουμε τον συντελεστή έντασης της τάσεως (SIF) του εν λόγω εξαρτήματος. Εν γένει το K είναι συνάρτηση του μεγέθους και της μορφής της ρωγμής, του τύπου της φόρτισης και των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της κατασκευής. Ο συντελεστής έντασης της τάσης SIF γράφεται και συχνά ως εξής:

$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad (8)$$

όπου σ είναι η τάση, a είναι το μήκος της ρωγμής και Y είναι μία χωρίς διαστάσεις συνάρτηση της γεωμετρίας της κατασκευής.

Στα 30 χρόνια μετά την επίδειξη της σημασίας του συντελεστή έντασης τάσεως στον καθορισμό παραγόντων τάσεως στην περιοχή μίας ρωγμής από τον Irwin², αναπτύχθηκαν πολλές μέθοδοι για τον υπολογισμό του K . Έτσι

πολλά λύματα υπάρχουν σήμερα. Αυτά τα λύματα βρίσκονται συγκεντρωμένα σε εργασίες και σε διάφορες εκδόσεις. Μερικές από τις μεθόδους που έχουν προκύψει θα περιγραφούν λεπτομερώς αργότερα. Για να δοθεί μία εικόνα της κατεύθυνσης που κινούνται οι διαθέσιμες μέθοδοι, οι σημαντικότερες αναγράφονται παρακάτω:

Απλές θεωρητικές μέθοδοι

- ◆ υπέρθεση
- ◆ συγκεντρώσεις τάσεων
- ◆ διανομή τάσεως
- ◆ συνθέσεις
- ◆ συναρτήσεις του Green²⁹
- ◆ συναρτήσεις βαρύτητας

Εξειδικευμένες θεωρητικές μέθοδοι (αριθμητικές)

- ◆ συνδιάταξη
- ◆ μετασχηματισμοί ολοκλήρωσης
- ◆ εναλλακτικές τεχνικές
- ◆ δύναμη /ταίριασμα με αντικατάσταση
- ◆ συνοριακές εξισώσεις ολοκλήρωσης
- ◆ πεπερασμένα στοιχεία

Πειραματικές μέθοδοι

- ◆ συμφωνία
- ◆ φωτοελαστική
- ◆ θραύση κοπώσεως

Ποία μέθοδος επιλέγεται για να επιλύσουμε ένα συγκεκριμένο πρόβλημα εξαρτάται από την πολυπλοκότητα του προβλήματος, τους πόρους και τον χρόνο που διατίθενται καθώς και τον βαθμό ακρίβειας που απαιτείται στην λύση του.

Υπολειπόμενη αντοχή.

Η αστοχία λόγω ασταθούς ανάπτυξης μίας ρωγμής μπορεί πλέον να εκφραστεί με τον ακόλουθο τρόπο. Αστοχία συμβαίνει όταν :

$$\begin{aligned} K &= K_{Ic} \quad (\text{επίπεδος εφελκυσμός}) \\ K &= K_c \quad (\text{επίπεδη θλίψη}) \end{aligned} \quad (9)$$

όπου K_{Ic} ή K_c θεωρούνται σταθερές που συχνά καλούνται και «αντοχή θραύσης» του υλικού. Η εμπειρία έχει δείξει ότι και το K_{Ic} αν και είναι όντως σταθερά για ένα συγκεκριμένο υλικό, έχει εφαρμογή μόνο σε παχιά τμήματα του υλικού. Ελεγχόμενη ανάπτυξη ρωγμής μπορεί να παρατηρηθεί σε λεπτότερα τμήματα του υλικού και το K_c βρέθηκε να τροποποιείται ανάλογα με το μέγεθος της ρωγμής και τη γεωμετρία της περιοχής. Κάποια εναλλακτική αλλά ισοδύναμη προσέγγιση στην ελαστική περιοχή είναι η χρησιμοποίηση του συντελεστή COD (Crack-Opening Displacement) ως το κριτήριο της αστοχίας. Η προσπάθεια να ενσωματωθεί η ελεγχόμενη ανάπτυξη μίας ρωγμής στην γενική περιγραφή ενός υλικού, οδηγεί στην δημιουργία αυτού που είναι γνωστό σαν «καμπύλη R».

Από τις εξισώσεις (8) και (9) το κριτήριο αστοχίας μπορεί να γραφεί και σαν :

$$Y\sigma_c\sqrt{\pi a_c} = K_c \quad (10)$$

όπου σ_c και a_c είναι οι κρίσιμες τιμές της τάσεως και του μεγέθους της ρωγμής. Η συναρτησιακή σχέση ανάμεσα στα σ_c και a_c όπως δίνεται στην σχέση (10) είναι μία γενίκευση των συμπερασμάτων του Griffith, στην εξίσωση (3). Με την βοήθεια της σχέσης (10), δύο πιθανές πρακτικές λύσεις μπορούν να προκύψουν :

- I. ποιο είναι το μέγιστο ασφαλές μέγεθος μίας ρωγμής με δεδομένη φόρτιση σε ένα σώμα.
- II. ποια είναι η μέγιστη ασφαλής φόρτιση σε ένα σώμα δεδομένου του μεγέθους της ρωγμής.

Από την εξίσωση (10), βγαίνει το συμπέρασμα ότι για δεδομένο επίπεδο φόρτισης σ_c , το κρίσιμο μήκος της ρωγμής, a_c , εξαρτάται και από αντοχή K_c αλλά και από την τάση σ_c . Ειδικότερα:

$$a_c \propto \left(\frac{K_c}{\sigma_c} \right)^2 \quad (11)$$

Έτσι το κρίσιμο μέγεθος της ρωγμής αυξάνει καθώς αυξάνει η σκληρότητα του υλικού και μειώνεται όταν μεγαλώνει το μέγεθος του φορτίου. Πρακτικά ρωγμές θα πρέπει να επισημαίνονται πριν φτάσουν το μήκος a_c γιατί όταν η ρωγμή φτάσει σε αυτό το μέγεθος η διαδικασία δεν είναι πλέον αναστρέψιμη. Για το λόγο αυτό, το ελάχιστο μήκος της ρωγμής a_{min} ελαττώνει περαιτέρω το λόγο της σχέσεως (11).

Εάν μία κατασκευή έχει υποστεί ρωγμή, τότε η μέγιστη επιτρεπόμενη τάση, σύμφωνα με τα παραπάνω, πρέπει να βρεθεί και να συγκριθεί με την τάση λειτουργίας. Με τον τρόπο αυτό βρίσκεται η ασφαλής περιοχή φορτίου της κατασκευής, μέσα στην οποία δεν έχουμε αστοχία από την επιδείνωση της ρωγμής. Από την σχέση (10) έπεται ότι για δεδομένο μήκος ρωγμής, η κρίσιμη τάση εξαρτάται από την σκληρότητα του υλικού και από το μήκος αυτό. Δηλαδή:

$$\sigma_c \propto \frac{K_c}{\sqrt{a_c}} \quad (12)$$

Δηλαδή το κρίσιμο φορτίο είναι ευθέως ανάλογο της σκληρότητας του υλικού και αντιστρόφως ανάλογο του μήκους που έχει η ρωγμή. Κατά συνέπεια μία κατασκευή με ρωγμή η οποία έχει κρίσιμη τάση σ_c θεωρείται ασταθής όταν η τάση που την φορτίζει ξεπεράσει την κρίσιμη τιμή της τάσης σ_c . Στην πραγματικότητα θα πρέπει να συνυπολογίσουμε και τη μείωση που ενδεχομένως να υφίσταται και η τιμή σ_c λόγω κόπωσης του υλικού.

Κόπωση σαν αιτία επιδείνωσης μίας ρωγμής.

Ο Paris⁶ υπέδειξε πως η αύξηση ρωγμών εξ αιτίας μεταβαλλόμενης τάσης, μπορεί επίσης να περιγραφεί από τον συντελεστή έντασης τάσεως (SIF), ακόμη και αν οι μέγιστες τάσεις είναι κατά πολύ μικρότερες από την κρίσιμη σ_c . Έκανε την παραδοχή ότι ο ρυθμός αύξησης της ρωγμής ανά κύκλο τάσης (da / dN) ήταν συνάρτηση του διαστήματος που κινείται ο συντελεστής SIF, δηλαδή του $\Delta K = (K_{max} - K_{min})$:

$$\frac{da}{dN} = Cf(\Delta K) \quad (13)$$

όπου C είναι σταθερά που ευρίσκεται πειραματικά. Πολλά παρόμοια δεδομένα έχουν βγει πειραματικά για διάφορες συνθήκες φόρτισης και επιβεβαιώνουν ότι μία επιδείνωση ρωγμής συνδέεται άμεσα από τη διαφορά ΔK . Η απλούστερη έκφραση του τύπου (13) είναι η εξής :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (14)$$

όπου τα C και m είναι σταθερές. Μετέπειτα μελέτες απέδειξαν ότι το C δεν είναι αυστηρά σταθερό αλλά εξαρτάται από παραμέτρους, όπως :

$$a) R = \frac{K_{\min}}{K_{\max}}$$

$$b) K_c$$

c) ΔK_{th} που είναι το διάστημα έναρξης του συντελεστή έντασης τάσεως.

Ο απλός κανόνας που αναπτύχθηκε προηγουμένως φυσικά ισχύει και για τις δύο τιμές του K , μέγιστη και ελάχιστη. Συγκεκριμένα, όταν $K_{\max} = K_c$, δηλαδή όταν λόγω υψηλής φόρτισης έχουμε τον μέγιστο συντελεστή SIF, τότε η στατική αστοχία όπως εκφράστηκε στον τύπο (14) είναι δεδομένη. Ομοίως, σε μικρή φόρτιση όταν το ΔK πέσει κάτω από τη τιμή έναρξης ΔK_{th} τότε δεν παρατηρείται επιδείνωση της εμφανισμένης ρωγμής.

Μία σχέση ανάμεσα στον ρυθμό αύξησης της ρωγμής και του συντελεστή έντασης της τάσεως, ο οποίος και αντικατοπτρίζει τις συνθήκες φόρτισης, σημαίνει πως οι υπολογισμοί μπορούν τώρα να γίνουν για την κόπωση κατασκευών σε φόρτιση. Με άλλα λόγια, έχοντας ρωγμή δεδομένου μεγέθους, μπορούμε να υπολογίσουμε τον αριθμό των κύκλων φόρτισης που απαιτούνται για να φτάσει η ρωγμή στο κρίσιμο μέγεθος. Εάν ΔN_{if} είναι ο αριθμός κύκλων φόρτισης για ρωγμή με αρχικό μήκος a_i που καταλήγει με τελικό μήκος a_f , τότε εν γένει ισχύει:

$$\Delta N_{if} = \int_{a_i}^{a_f} \left(\frac{d\alpha}{dN} \right)^{-1} d\alpha \quad (15)$$

Αντικαθιστώντας το dA / dN από τη εξίσωση (13) το ΔN_{if} γίνεται:

$$\Delta N_{if} = \frac{1}{C} \int_{a_i}^{a_f} \frac{d\alpha}{f(\Delta K)} \quad (16)$$

Το παραπάνω ολοκλήρωμα μπορεί να υπολογισθεί είτε αναλυτικά είτε αριθμητικά για δεδομένη διάταξη, όταν ο συντελεστή έντασης τάσεως είναι γνωστός.

Η περιγραφή που έγινε μέχρι τώρα για την επιδείνωση ρωγμής λόγω κόπωσης είναι επαρκής για πληθώρα πρακτικών προβλημάτων όπου η τάση διακυμαίνεται περιοδικά, με μικρές μεταβολές ή και εντελώς τυχαία. Επιπλέον και άλλα φαινόμενα που οφείλονται από επιδράσεις των φορτίων παρατηρούνται, τα οποία δεν είναι γραμμικά. Για παράδειγμα, αν μεγάλες τιμές της τάσεως εμφανίζονται περιοδικά ανάμεσα σε πολύ μικρότερες τιμές τότε ο ρυθμός αύξησης της ρωγμής μπορεί να μειωθεί σημαντικά. Το φαινόμενο αυτό καλείται «επιβράδυνση». Το φαινόμενο αυτό, όπως και πολλά άλλα, είναι πολύ σημαντικά για τον υπολογισμό του χρόνου ζωής σε κατασκευές υπό συνθήκες κόπωσης και περίπλοκες ακολουθίες φόρτισης. Έτσι, για παράδειγμα μία πτέρυγα αεροσκάφους υπόκειται σε διαφορετικά φορτία κατά την εξής ακολουθία: απογείωση, πτήση, προσγείωση και τροχοδρόμηση. Αυτά τα μη γραμμικά φαινόμενα συνήθως λαμβάνονται υπ' όψη με την μορφή πρακτικών τύπων και επαναπροσδιορισμό του συντελεστή έντασης τάσεως.

Θραύση λόγω διάβρωσης.

Η αντοχή πολλών υλικών ελαττώνεται όταν ευρίσκονται σε διαβρωτικό περιβάλλον. Αυτό σημαίνει πως μία ρωγμή μπορεί να μεγαλώσει υπό στατικό φορτίο τιμής K πολύ μικρότερη από την K_{Ic} . Συχνά γίνεται η υπόθεση πως υπάρχει μία ελάχιστη τιμή του K κάτω από την οποία η αστοχία προκαλούμενη από διάβρωση σε ένα φορτισμένο εξάρτημα να μην

παρατηρείται. Η ελάχιστη αυτή τιμή καλείται τάση «θραύσης λόγω διάβρωσης» και τη συμβολίζουμε K_{Isc} . Οι τιμές της K_{Isc} μπορεί να είναι πολύ μικρότερες από την τιμή του K_{Ic} . Σε μερικά υλικά κάτω από διαβρωτικό περιβάλλον μπορεί να ισχύει ακόμη και $K_{Isc} \approx 0.1 K_{Ic}$.

Μετά την έναρξη μίας ρωγμής εξ' αιτίας της διάβρωσης, η ταχύτητα που επιδεινώνεται η ρωγμή αυτή μεγαλώνει ταχύτατα, αυξάνοντας τον συντελεστή έντασης τάσεως. Στην πραγματικότητα η μεταβολή της ταχύτητας είναι εκθετική συναρτήσεως του K . Αυτό σημαίνει πως τέτοιες πληροφορίες δεν λαμβάνονται υπ' όψη στον σχεδιασμό κατασκευών, όπως θα έπρεπε. Η παράμετρος K_{Isc} χρησιμεύει στο να επιλεγεί το σωστό υλικό και να είναι βέβαιο ότι υπάρχουν τα απαραίτητα περιθώρια ασφαλείας ώστε κάτω από τα φορτία λειτουργίας της κατασκευής να μην προκληθεί αστοχία εξ' αιτίας της διάβρωσης.

Περιορισμοί λόγω πλαστικών παραμορφώσεων.

Όπως διατυπώθηκε παραπάνω η μηχανική θραύσης βασίζεται σε γραμμικές ελαστικές εξισώσεις. Η εφαρμογή της θεωρίας αυτής οδηγεί στην διατύπωση της εξίσωσης (6), η οποία θέλει τις τάσεις να τείνουν στο άπειρο καθώς πλησιάζουμε την κορυφή της ρωγμής ($r=0$). Στα πραγματικά υλικά όμως, άπειρες τάσεις δεν υπάρχουν και πλαστικές, ίσως και μόνιμες, παραμορφώσεις του σώματος παρατηρούνται εκεί που υπάρχει μία ρωγμή. Δεδομένου όμως, ότι αυτές οι παραμορφώσεις γίνονται σε μία περιοχή κατά πολύ μικρότερη από την υπόλοιπη περιοχή του σώματος όπου κυριαρχεί ο συντελεστής K στον παράγοντα της τάσης, οι αρχές της Γραμμικής Ελαστικής Μηχανικής Θραύσεως (LEFM) μπορούν ακόμη να χρησιμοποιηθούν.

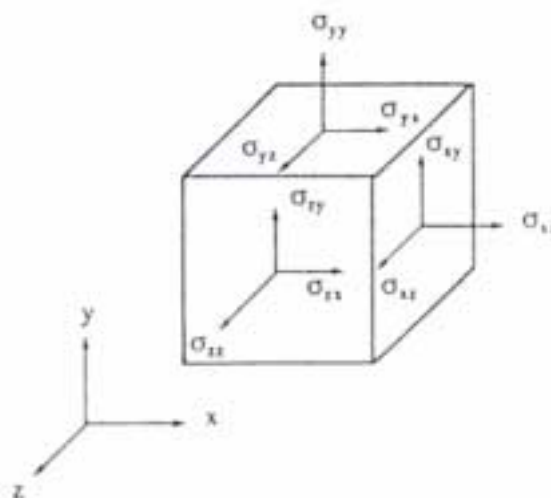
Η περιοχή όπου παρατηρούνται αυτές οι μη ελαστικές παραμορφώσεις λέγεται «πλαστική ζώνη». Διάφορες μέθοδοι που διαφοροποιούν τη θεωρία LEFM έχουν αναπτυχθεί οι οποίες λαμβάνουν υπ' όψη το μέγεθος της «πλαστικής ζώνης» και την επίηρείά της στο υπόλοιπο γραμμικό μοντέλο φόρτισης της ραγισμένης κατασκευής. Όταν η «πλαστική ζώνη» είναι μεγάλη σε σύγκριση με το μήκος της ρωγμής, καινούριοι υπολογισμοί της αντοχής του υλικού πρέπει να γίνουν. Πάντως, αρχές του είδους αυτού δεν θα αναλυθούν εδώ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΥ ΣΤΗΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΘΡΑΥΣΕΩΣ.

Βασικές ελαστικές εξισώσεις.

Μπορούμε να ορίσουμε την έννοια του εφελκυσμού σε ένα στοιχειώδες όγκο που ανήκει σε ένα φορτισμένο σε τρεις διαστάσεις σώμα, σαν αυτόν που φαίνεται στο σχήμα 1. Τον οποίο αναλύουμε σε έξι συνιστώσες τάσεως. Οι συνιστώσες τάσεως σ_{ij} είναι συμμετρικές, δηλαδή ισχύει $\sigma_{ij}=\sigma_{ji}$ όπου $i,j=1,2,3$. Εάν τα i,j ταυτιστούν με τις καρτεσιανές συντεταγμένες, δηλαδή x,y,z τότε οι συνιστώσες τάσης δεν είναι άλλες από τις κανονικές συνιστώσες τάσεις πάνω στους άξονες x, y και z $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ αντίστοιχα. Οι μικτές συνιστώσες $\sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}$ είναι αυτές που το πρώτο γράμμα του δείκτη δείχνει την τέμνουσα κανονική συνιστώσα τάσης και το δεύτερο γράμμα του δείκτη δείχνει την διεύθυνση που αυτή η συνιστώσα δρα. Αντίστοιχα οι έξι παρόμοιες συνιστώσες τάσεις σε ένα πρόβλημα θλίψης είναι $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ με $i,j = 1,2,3$.



Σχ.1 Συνιστώσες τάσης σε εφελκυσμό 3-διάστατου στοιχείου

Οι τάσεις σύνθλιψης ε_{ij} με $i, j = 1, 2, 3$ σε σχέση με τις στοιχειώδεις μετακινήσεις u_i και για ελάχιστες παραμορφώσεις ακολουθούν :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (17)$$

Η λεπτομερής ανάπτυξη βασικών εξισώσεων της ελαστικής μηχανικής δεν θα γίνει εδώ, αφού αυτές ήδη υπάρχουν σε τεχνικά δοκίμια, π.χ Timoshenko⁸ και Mushhelishvili⁹ για γενικές εφαρμογές, και Aliabadi¹⁰ και Rooke⁵ για προβλήματα με ρωγμές. Η ανάπτυξη τέτοιων εξισώσεων βασίζεται κυρίως στην φυσική ισορροπία μεταξύ καταστάσεων εφελκυσμού και θλίψης.

Η σχέση μεταξύ εφελκυσμού και σύνθλιψης για ένα ελαστικό, ιστροπικό υλικό είναι γνωστή ως νόμος του Hooke και σε καρτεσιανές συντεταγμένες διατυπώνεται ως εξής:

$$\varepsilon_{ii} = \left[\frac{\sigma_{ii} - \nu(\sigma_{jj} + \sigma_{kk})}{E} \right] \quad i \neq j \neq k \quad \text{και} \quad \varepsilon_{ij} = \frac{(1+\nu)\sigma_{ij}}{E} \quad i \neq j \quad (18)$$

όπου E και ν είναι το μέτρο του Young και ο λόγος του Poisson αντίστοιχα. Οι εξισώσεις αυτής της ισορροπίας μπορούν επίσης να γραφούν επίσης σε σχέση με τις στοιχειώδεις μετακινήσεις u_i και οι οποίες είναι γνωστές σαν εξισώσεις Navier:

$$\mu \nabla^2 u_i + (\lambda + \mu) \frac{\partial e}{\partial x_i} = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (19)$$

όπου μ είναι η σταθερά SHEAR και $\lambda = 2\mu\nu/(1-2\nu)$ είναι γνωστή σαν σταθερά Lamé και $e = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$.

Οι ελαστικές εξισώσεις μπορούν να απλοποιηθούν σημαντικά ανάγοντας τα προβλήματα επίπεδης θλίψης και εφελκυσμού στις δύο διαστάσεις. Γενικά οι συνθήκες επίπεδης θλίψης θεωρούνται ότι εφαρμόζονται σε παχύ μεταλλικό επίπεδο εξάρτημα, όπου η γεωμετρία του και η φόρτισή του δεν μεταβάλλεται σημαντικά σε κάποιον από τους άξονες. Οι μεταβλητές στα προβλήματα αυτά είναι συναρτήσεις των (x,y) συντεταγμένων μόνο. Η συνιστώσα της μετακίνησης u_i στον άξονα z , δηλαδή η u_z , είναι μηδέν σε κάθε τομή της μεταλλικής πλάκας, έτσι και οι συνιστώσες θλίψης ϵ_{zz} , ϵ_{yz} , ϵ_{zx} απαλείφονται. Επειδή λοιπόν ϵ_{zz} είναι μηδέν τότε και η τάση εφελκυσμού σ_{zz} δίδεται από το νόμο του Hooke, $\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{ij} + \sigma_{ij})$.

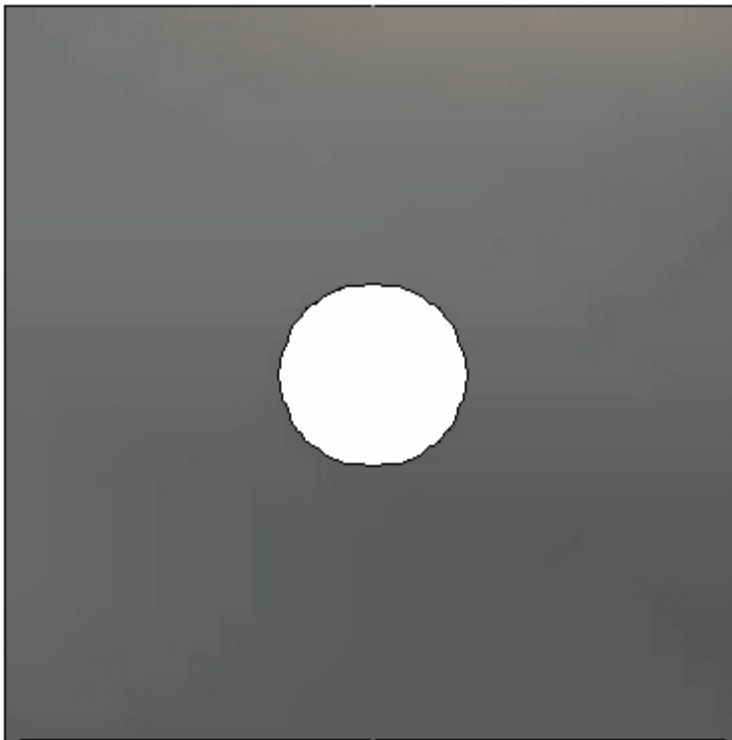
Για λεπτές τώρα πλάκες, εάν δεν ασκείται φορτίο στην επιφάνεια τις πλάκας, οι συνιστώσες της τάσης σ_{zz} σ_{xz} σ_{yz} είναι μηδέν και στις δύο πλευρές της πλάκας και θεωρούνται μηδέν στο εσωτερικό της. Η μη μηδενικές συνιστώσες σ_{xx} σ_{yy} σ_{xy} θεωρούνται ότι είναι ανεξάρτητες του z . Αυτή η κατάσταση συχνά αναφέρεται σαν γενικευμένος επίπεδος εφελκυσμός. Οι συνιστώσες θλιπτικής τάσης ϵ_{yz} και ϵ_{zx} επίσης εξαφανίζονται στην επιφάνεια και η συνιστώσα ϵ_{zz} δίδεται :

$$\epsilon_{zz} = \frac{-\nu(\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy})}{(1-\nu)}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΜΕ ΜΙΑ ΟΠΗ

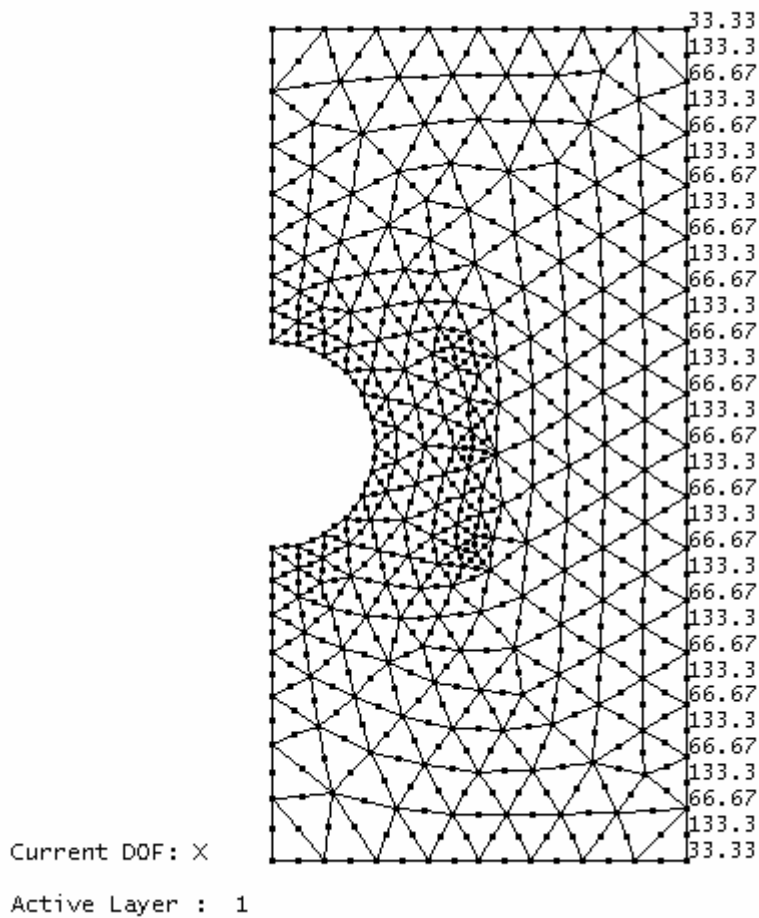
Εισαγωγή

Η ανάλυση που ακολουθεί αφορά ένα τετράγωνο μεταλλικό εξάρτημα πλευράς 8 και πάχους 0.04 ίντσες από ασάλι. Το εξάρτημα έχει μία οπή στο κέντρο διαμέτρου 2 ίντσών όπου και θα γίνει ανάλυση των τάσεων γύρω από αυτήν. Το πρόβλημα όπως μοντελοποιήθηκε με το πρόγραμμα franc2dl, φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Σχ.2α(Ολόκληρο το μεταλλικό εξάρτημα)

Μοντελοποίηση του προβλήματος.



Σχ.2β

οπoία αλλάζουμε είναι το μέτρο του Young και το πάχος Thickness. Βάζουμε μέτρο του Young $E=10E6$ και thickness 0.04 inches. Ακόμα από το PRE-PROCESS και PROBLEM TYPE καθορίζουμε τον τύπο του προβλήματος που αναλύουμε. Εδώ PLANE STRESS. Το επόμενο βήμα είναι να ορίσουμε τις συνοριακές συνθήκες. Από το PRE-PROCESS

Πρώτα

προσδιορίζουμε τις ιδιότητες του υλικού. Αυτό γίνεται από το PRE-PROCESS και MATERIAL. Με την επιλογή αυτή ανοίγει ένα επιπλέον παράθυρο με τις ιδιότητες του υλικού. Αυτά τα

| | |
|-----------------------------|-----------|
| Total number of materials : | 1 |
| Material number : | 1 |
| Material Type : | Isotropic |
| Young's Modulus : | .100E+08 |
| Poisson ratio : | .300 |
| Thickness : | .400E-01 |
| KIc : | 1.00 |
| Density : | .000 |

Σχ.3

και από το FIXITY μπορούμε να καθορίσουμε τους βαθμούς ελευθερίας του δοκιμίου σε κάθε άξονα. Έτσι επιλέγοντας FIXITY, FIXED EDGE και X ορίζουμε για όλη την αριστερή πλευρά του δοκιμίου σαν ακλόνητη. Αυτό θα γίνει σε δύο στάδια. Δηλαδή για κάθε πλευρά πάνω και κάτω της οπής. Για την πάνω πλευρά, αφού έχουμε ήδη επιλέξει X FIXITY ορίζουμε σαν αρχή τον πιο πάνω αριστερά κόμβο του μεταλλικού εξαρτήματος. Αμέσως μετά ένα διπλανό για να προσδιορίσουμε την κατεύθυνση και μετά τον τελικό κόμβο ο οποίος στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι ο πιο πάνω αριστερά κόμβος της οπής. Κατόπιν αυτών με RETURN επιστρέφουμε στις αρχικές επιλογές. Κατά την διάρκεια αυτής της εργασίας ίσως χρειαστεί να μειώσουμε ή να αυξήσουμε τη ανοχή κάθε επιλογής που κάνουμε. Αυτό γίνεται με το [Tolerance]. Με + αυξάνει την ανοχή της επιλογής και με - αντίστοιχα την μειώνει. Η ανοχή φαίνεται στην οθόνη με ένα τετράγωνο σχήμα, γύρο από τον κόμβο που έχουμε επιλέξει. Όσο αυτό μεγαλώνει τόσο πιο εύκολα μπορούμε να κάνουμε την επιλογή μας. Όμως αν αυτό μεγαλώσει υπερβολικά τότε κατά πάσα πιθανότητα θα επιλέξουμε και κάποιον δίπλα κόμβο.

Τώρα θα υποβάλουμε το δοκίμιο σε φόρτιση. Τον τύπο και το μέγεθος του φορτίου το καθορίζουμε από τις αρχικές επιλογές, PRE-PROCESS και LOADS, DIST. LOAD. Επιλέγουμε X GLOBAL. Αφού ορίσουμε το φορτίο σαν στατικό, κατόπιν με σημεία ορίζουμε και την πλευρά που εφαρμόζεται το φορτίο. Μετά βάζουμε και την αριθμητική τιμή του φορτίου 10000 σε psi. Η κατανομή των φορτίων στον άξονα των X φαίνεται στο σχήμα 2β (Σχ.2β).

Τώρα όλα είναι έτοιμα για να προχωρήσουμε στην ανάλυση. Από το αρχικό μενού επιλέγω διαδοχικά ANALYSIS, LINEAR και DIRECT STIFF. Στο Dos

Prompt που τρέχει ταυτόχρονα με την εφαρμογή θα εμφανιστούν τα αποτελέσματα της ανάλυσης, όπως τον συνολικό αριθμό των εξισώσεων και τους χρόνους που απαιτούνται για αυτές. Το output που λαμβάνουμε δείχνει κάπως έτσι:

```
Renumber equations:
Reduce bandwidth:
Zero Gstf:
Assemble:
Decomposition:
Backsubstitution:

*****
                                FRANC Analysis Report
                                1687 Equations           86523 stiffness coefficients
Total Time (inc overhead) :      0:01
Renumber equations Time   :      0:00
Bandwidth reduction Time :      0:00
Assembly Time             :      0:01
Decomposition Time       :      0:00
Backsubstitution Time    :      0:00

Total work                 : 15.038
*****

Analysis done
```

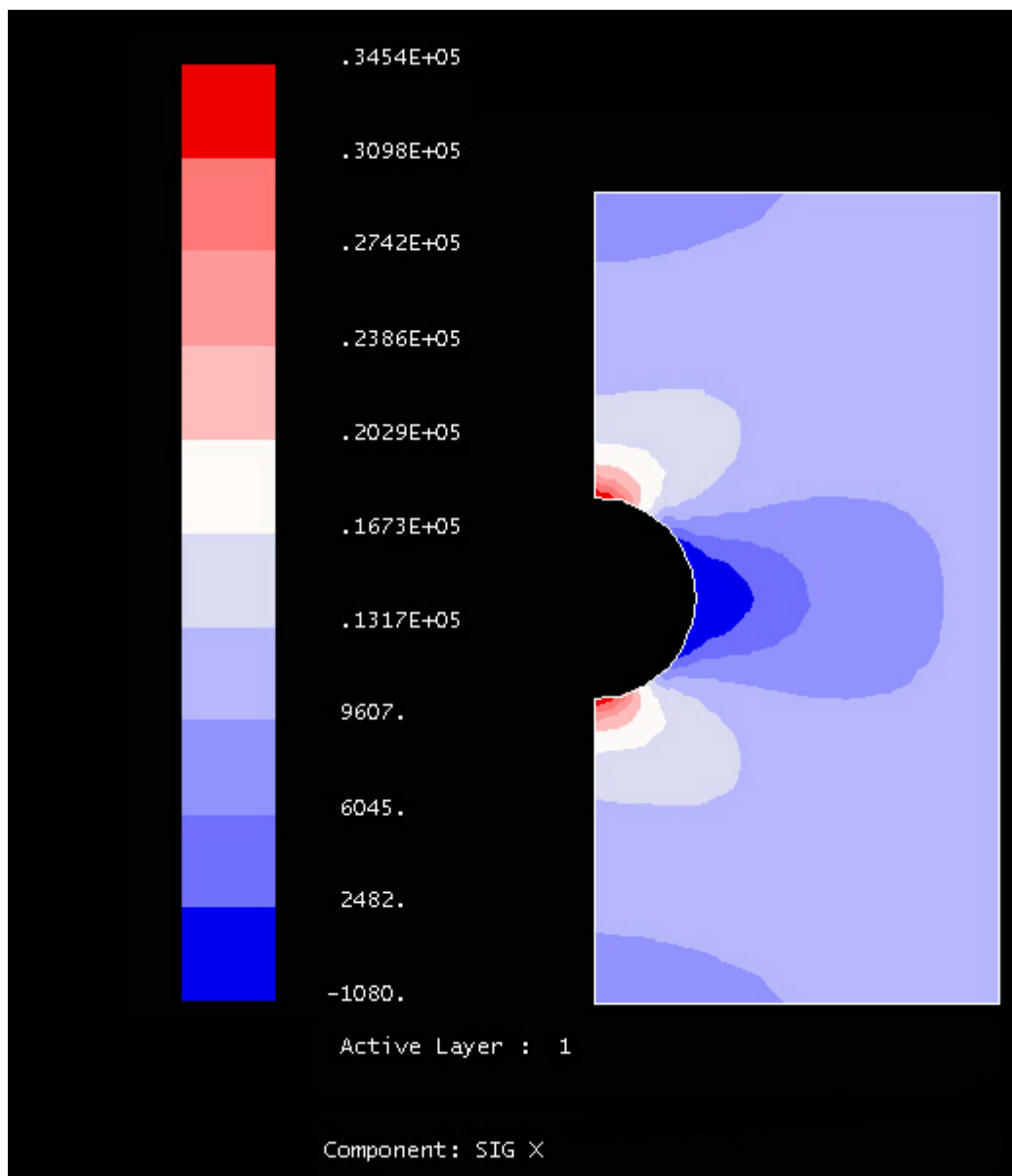
Σχ.4

Γραφική Παράσταση Τάσεων.

Αν όλα στην ανάλυση που έγινε στο προηγούμενο βήμα προχώρησαν κανονικά, προχωράμε στην επιλογή POST-PROCESS του κεντρικού μενού και μετά CONTOUR και STRESS. Εδώ εμφανίζονται οι επιλογές για τους άξονες που θέλουμε να κάνουμε την ανάλυση της φόρτισης.

Αξονας X.

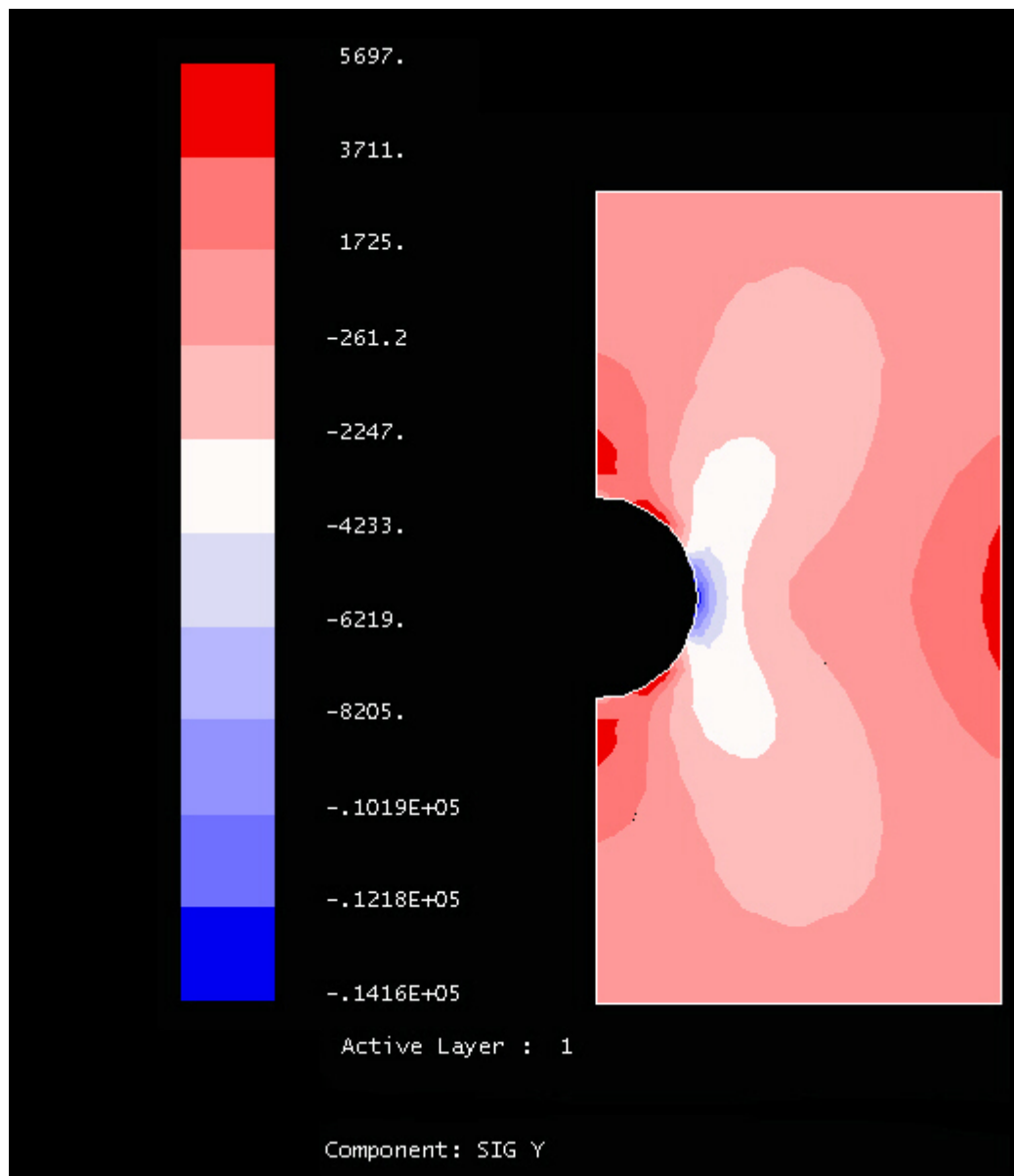
Με SIG X . Στο auxiliary window υπάρχει το υπόμνημα με την κλίμακα των μονάδων.



Σχ.5 Φόρτιση στον X άξονα

Αξονας Y.

Το ίδιο με SIG Y.



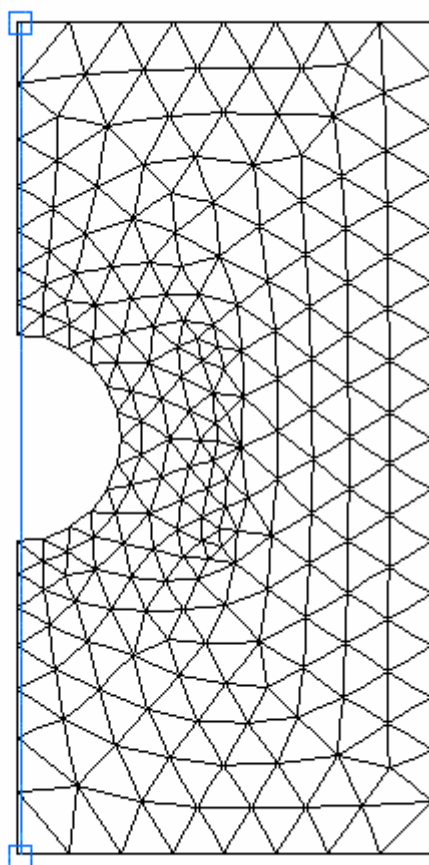
Σχ.6 Φόρτιση στον Y άξονα.

Και από τις δύο γραφικές παραστάσεις της τάσεως στους άξονες Y και X φαίνονται ξεκάθαρα οι περιοχές με την μεγαλύτερη συγκέντρωση τάσεων. Η πληροφορία που μας δίνουν οι προηγούμενες γραφικές παραστάσεις είναι επαρκής για να βγάλουμε κάποια συμπεράσματά για την δημιουργία και την

εξέλιξη μίας ρωγμής στην περιοχή. Ωστόσο, εκτενέστερη ανάλυση γίνεται στο επόμενη παράγραφο.

Δημιουργία Ρωγμής.

Αν και από τις δύο γραφικές παραστάσεις των τάσεων στους άξονες X και Y έχουμε βγάλει ήδη τα συμπεράσματά μας για την περιοχή που θα έκανε την εμφάνισή της μία ρωγμή, έχουμε την δυνατότητα από το πρόγραμμα να δημιουργήσουμε και διαγράμματα τάσεως κατά μήκος οποιασδήποτε διεύθυνσης επιθυμούμε.



Active Layer : 1

Σχ.7

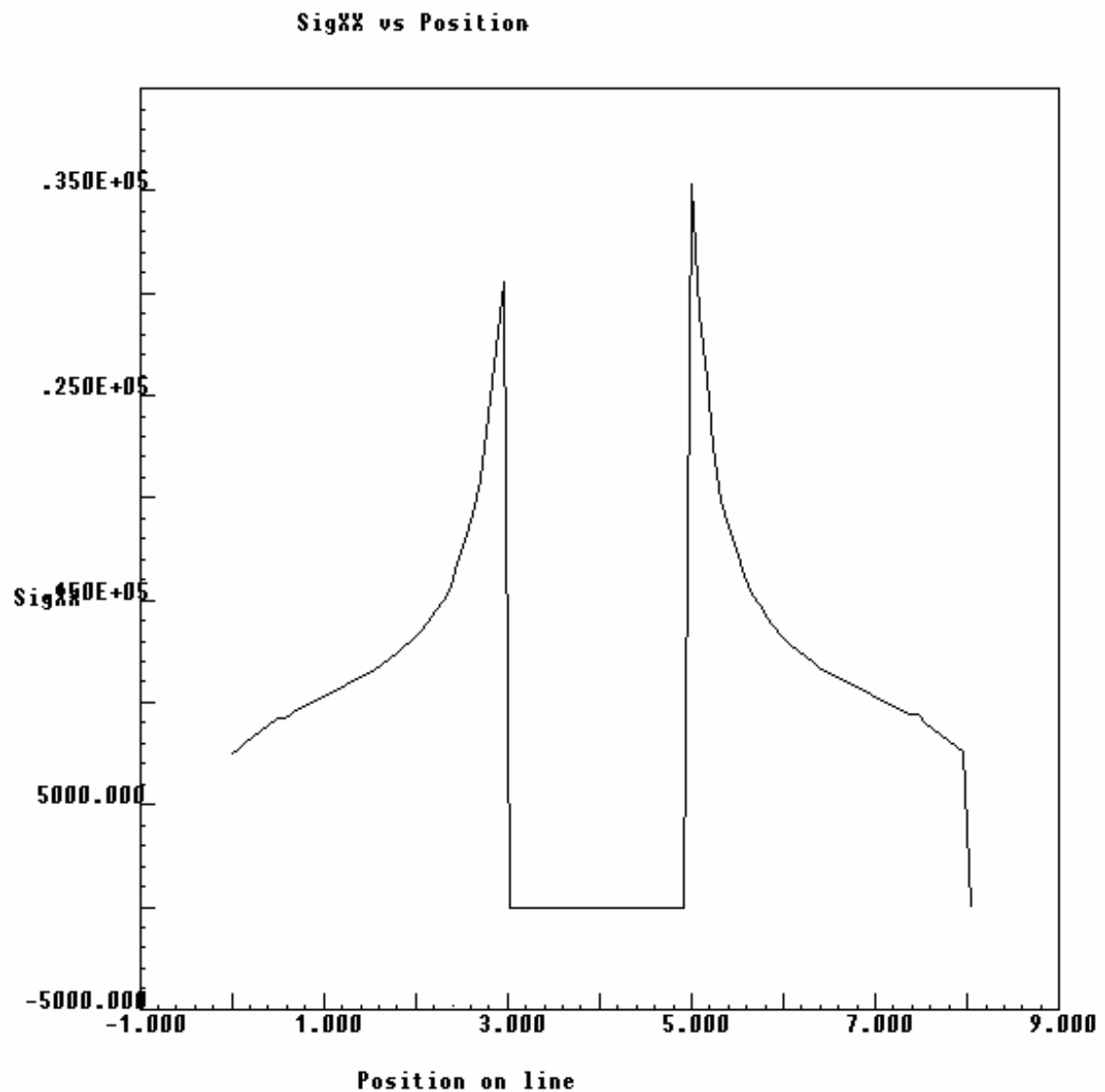
διαθέσιμες επιλογές μπορούμε να δούμε γραφικές παραστάσεις των τάσεων στον άξονα των X (SigXX) ή στον άξονα των Y (SigYY). Τα διαγράμματα που παίρνουμε ακολουθούν στην συνέχεια (Σχήμα 8 και Σχήμα 9). Βλέπουμε ότι

Από το menu post process επιλέγω LINE PLOT και ορίζω την γραμμή που θα γίνει η γραφική παράσταση των τάσεων. Αυτή φαίνεται στο σχήμα δίπλα (Σχ.7).

Μετά από τις

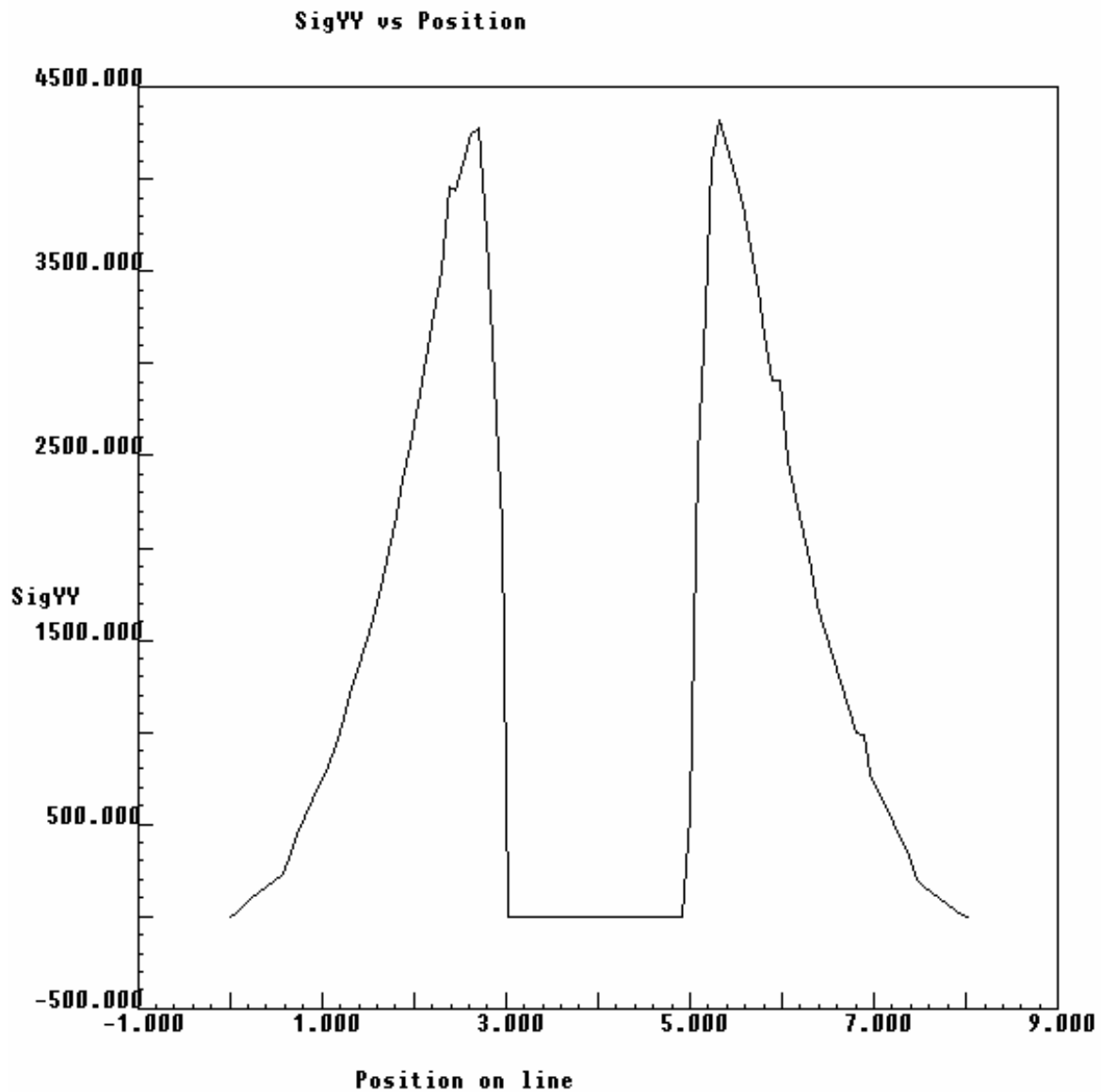
έχουμε συγκέντρωση τάσεως στην 3^η και στην 5^η ίντσα πάνω στην γραμμή που δημιουργήσαμε στο σχήμα 7. Αυτή είναι η περιοχή εκατέρωθεν της οπής, όπως είδαμε και προηγουμένως από τα σχήματα 5 και 6.

Ένα ακόμη χρήσιμο διάγραμμα, το οποίο εκτός από την συγκέντρωση των τάσεων δείχνει και τις διευθύνσεις τους, βρίσκεται στην επιλογή STRESS BAR η οποία υπάρχει στο menu POST PROCESS. Μέσα στην υπό-επιλογή



Σχ.8 Τάση στον άξονα X κατά μήκος της καθορισμένης ευθείας.

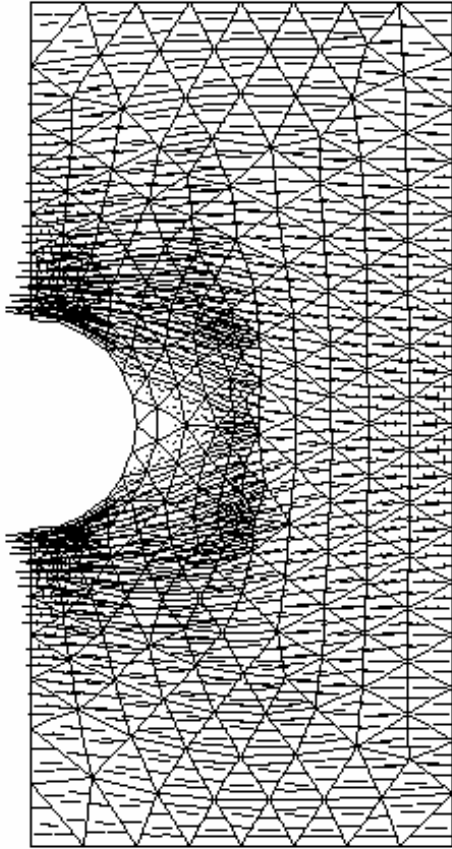
STRESS BAR επιλέγουμε TENSION (εφελκυσμός). Το διάγραμμα που



παίρνουμε φαίνεται στο σχήμα 10. Εκεί οι γραμμές πάνω στο εξάρτημα φανερώνουν τις διευθύνσεις των τάσεων.

Σχ.9 Τάση στον άξονα Y κατά μήκος της καθορισμένης ευθείας.

Η αστοχία ενός υλικού είναι ουσιαστικά η δημιουργία κάποιας ρωγμής στο υλικό. Η ρωγμή αυτή μεταδίδεται ταχύτατα λόγω των τάσεων που φορτίζουν το υλικό και τελικά αυτό σπάζει.



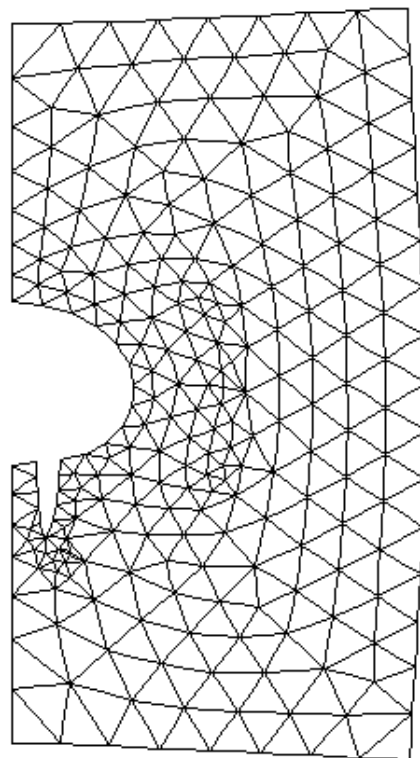
Σχ.10

απ' αυτήν. Η ρωγμή θα είναι εξωτερική.

Δηλαδή θα αρχίζει από το εξωτερικό όριο του εξαρτήματος και θα κατευθύνεται στο εσωτερικό του. Η ρωγμή φαίνεται στο σχήμα 11.

Η επιλογή για την δημιουργία της ρωγμής βρίσκεται [MODIFY] [NEW CRACK]. Επιλέγω [NO-COHESIVE] και [EDGE CRACK] για να αρχίσω ένα εξωτερικό ράγισμα. Μετά πρέπει να ορίσουμε το σημείο έναρξης της ρωγμής. Αυτό γίνεται με τον ίδιο τρόπο

Εδώ η δημιουργία της ρωγμής γίνεται κάτω από τις δικές μας επιλογές, αφού έχει γίνει πλέον η ανάλυση των τάσεων και η κατανόηση του μοντέλου. Η έναρξη της ρωγμής μπορεί να γίνει από το ίδιο το πρόγραμμα. Είναι λογικό να υποθέσουμε ότι η ρωγμή θα εμφανιστεί σε κάποιο από τα σημεία με τις μέγιστες τάσεις όπως φαίνονται στα προηγούμενα διαγράμματα. Βλέποντας λοιπόν το διάγραμμα συγκέντρωσης των τάσεων στο σχήμα 6, γύρω από την οπή, τα σημεία αυτά είναι πάνω και από κάτω



Σχ.11

που ορίσαμε και τους περιορισμούς FIXITY προηγουμένως. Δηλαδή, ίσως χρειαστεί να ρυθμίσουμε την ανοχή (tolerance) της επιλογής του κόμβου. Αυτό είναι ακριβώς το ίδιο όπως και στην επιλογή FIXITY. Αφού προσδιορίσουμε το σημείο έναρξης της ρωγμής επιλέγουμε [DONE]. Μετά ζητείται και το τέλος της καθώς και ο ελάχιστος αριθμός στοιχείων που θα προσομοιώσουν την ρωγμή. Βάζουμε 2. Το πρόγραμμα εδώ θα σβήσει τους κόμβους γύρω από την ρωγμή που καθορίσαμε και περιμένει εμάς να κάνουμε click με το ποντίκι μέσα στην περιοχή αυτή για να αρχίσει ο επαναπροσδιορισμός των κόμβων. Αυτό γίνεται με τρία διαδοχικά στάδια. Εμείς απλώς ξανακάνουμε το ίδιο για να μεταβούμε στο επόμενο. Τα καινούρια στοιχεία που δημιουργήθηκαν φαίνονται τώρα με πορτοκαλί χρώμα. Για να αποδεχθούμε επιλέγουμε [ACCEPT] . Η αρχή της ρωγμής καθώς και το τέλος της φαίνονται στο Σχ.11. Για να προχωρήσουμε πρέπει να υποβάλουμε ανάλυση (Σχ.12).

```

Renumber equations:
Reduce bandwidth:
Zero Gstf:
Assemble:
Decomposition:
Backsubstitution:

```

```
*****
```

FRANC Analysis Report

```

          1851 Equations          94946 stiffness coefficients

Total Time (inc overhead) :      0:02
Renumber equations Time   :      0:00
Bandwidth reduction Time  :      0:01
Assembly Time             :      0:01
Decomposition Time        :      0:00
Backsubstitution Time     :      0:00

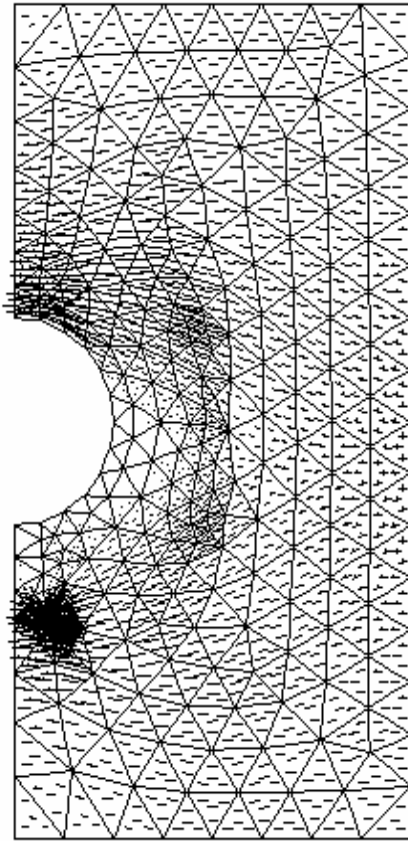
Total work                 : 17.237

```

```
*****
```

```
Analysis done
```

Σχ.12



Σχ.13

METHOD).

Στο σχήμα 13, πριν προχωρήσουμε στην αυτόματη μετάδοση, φαίνεται πάλι το διάγραμμα των διευθύνσεων των τάσεων για το εξάρτημα με την ρωγμή στην αρχική της μορφή (Σχήμα 11)

Για να δούμε την προσομοίωση του εφελκυσμού όπως γίνεται από το πρόγραμμα μπορούμε, πάντα μετά από μία επιτυχημένη ανάλυση, να πάμε στο [POST PROCESS] και [DEFORMED MESH]. Εδώ τώρα θα δούμε το δοκίμιο στην μορφή του σχήματος 11 με την ρωγμή ανοιγμένη εξ' αιτίας του εφελκυσμού. Έπειτα από την δημιουργία της ρωγμής έχουμε την δυνατότητα της μετάδοσής της με δύο τρόπους. Τον αυτόματο (AUTOMATIC) και την βηματική μέθοδο (STANDARD

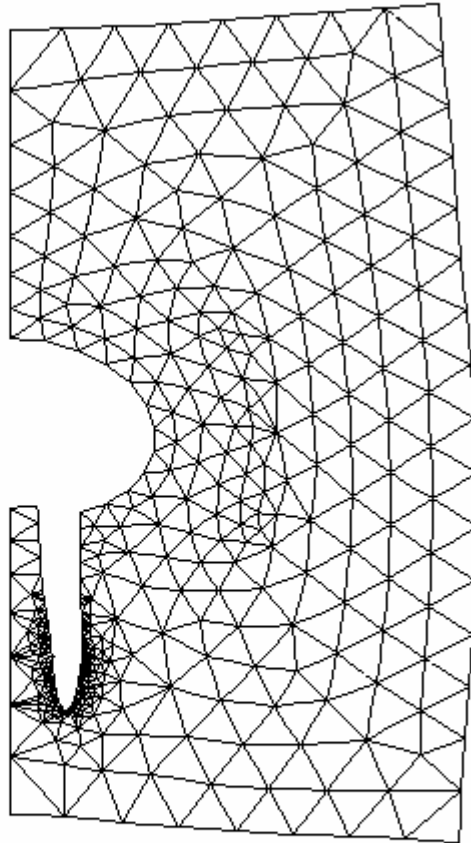
Αυτόματη Διάδοση Ρωγμής.

Οι επιλογή βρίσκεται στο [MODIFY] και [MOVE CRACK]. Μετά την επιλογή [AUTOMATIC] πρέπει να ορίσουμε ορισμένες παραμέτρους, όπως,

- Αριθμός βημάτων της μετάδοσης. [STEPS]
- Μέγεθος βήματος. [CRACK INCR.]

Στην αυτόματη μετάδοση δεν απαιτείται η εισαγωγή της νέας κατεύθυνσης της ρωγμής σε κάθε βήμα, γιατί αυτό το γίνεται από το ίδιο τα πρόγραμμα. Σε κάθε βήμα υπολογίζονται εκ νέου οι παράμετροι του προβλήματος, όπως οι νέες τάσεις πάνω στο εξάρτημα και πραγματοποιείται καινούρια ανάλυση. Μετά από κάθε ανάλυση υπολογίζεται η νέα κατεύθυνση της ρωγμής και σχεδιάζεται ξανά η περιοχή γύρω από αυτήν.

Η τελική μορφή του μεταλλικού εξαρτήματος έπειτα από αυτόματη μετάδοση 15 βημάτων μεγέθους 0,08 φαίνεται στο σχήμα 14. Τα ενδιάμεσα στάδια της εξέλιξης της ρωγμής δεν έχουν κανένα ενδιαφέρον και για αυτό δεν προσκομίζονται εδώ.



Active Layer : 1

Total Deformation

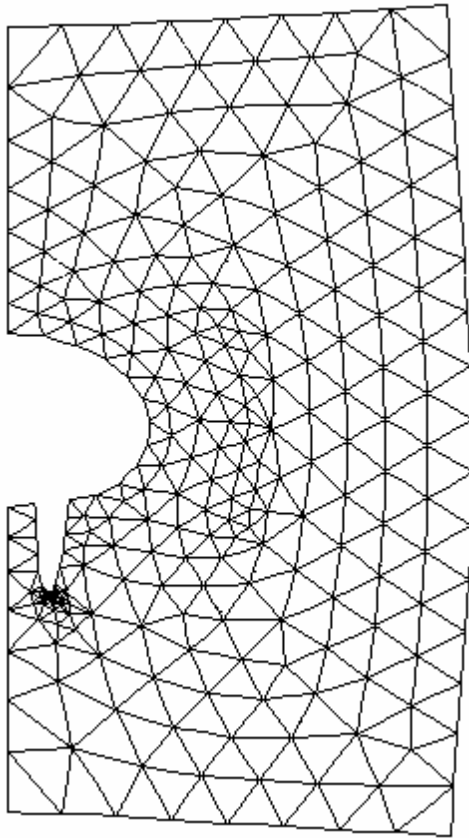
Magnification Factor : 52.00

Σχ.14 (Τελική μορφή μετά από 15 βήματα)

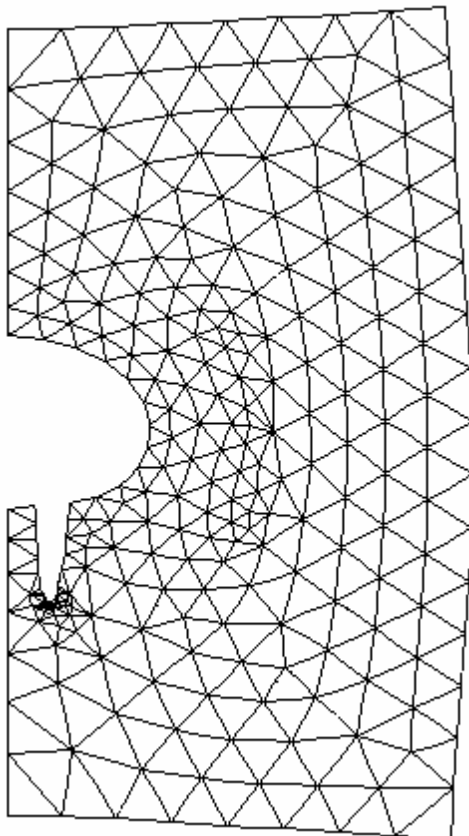
move incr =0,08inches

Αμέσως μετά φαίνεται πως εξελίσσεται η αυτόματη μετάδοση της ρωγμής με διαγράμματα. Το κάθε βήμα, από το πρώτο μέχρι το δέκατο-πέμπτο περιγράφονται ξεχωριστά.

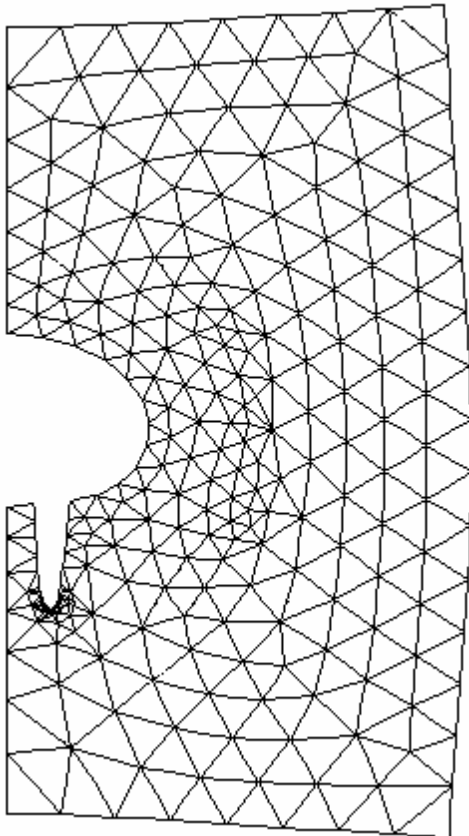
Βήμα 1°.



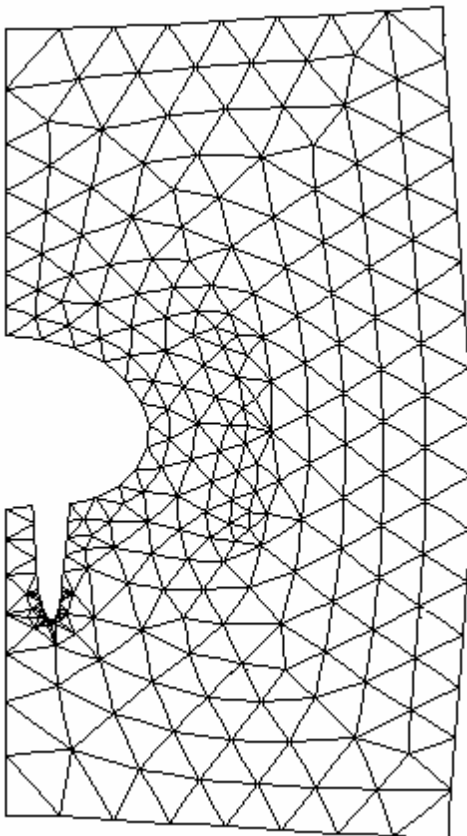
Βήμα 2°.



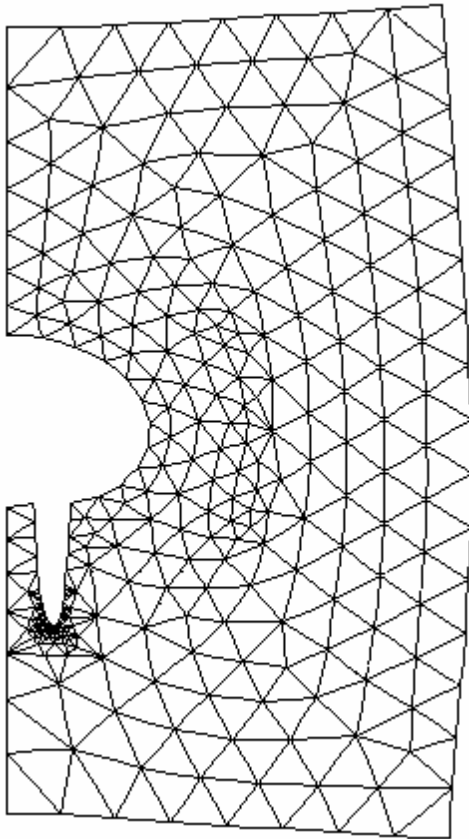
Βήμα 3°.



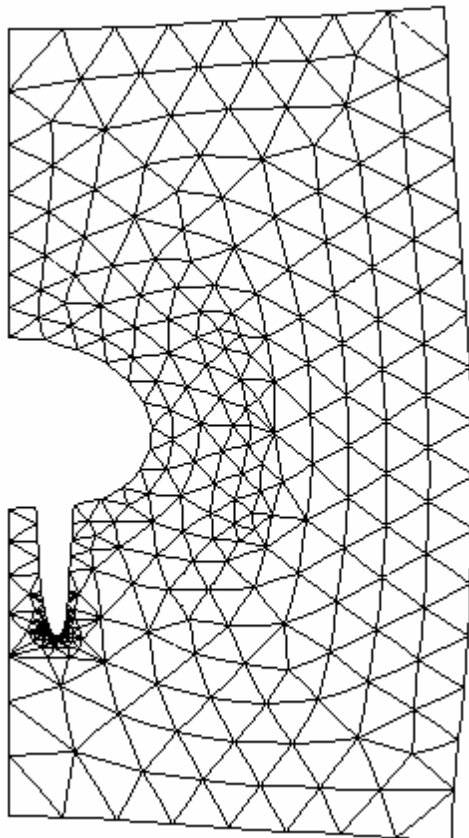
Βήμα 4°.



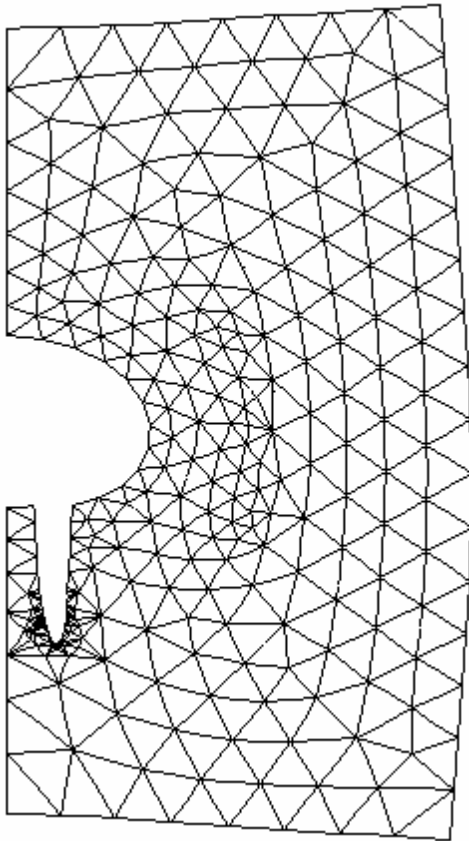
Βήμα 5°.



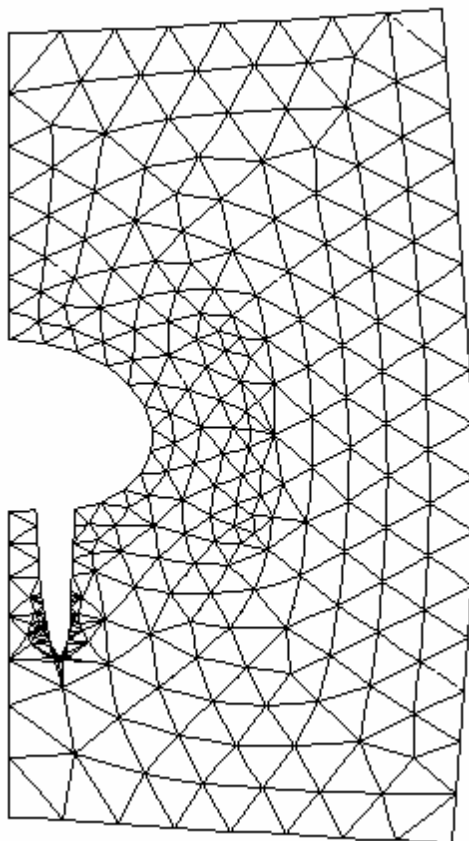
Βήμα 6°.



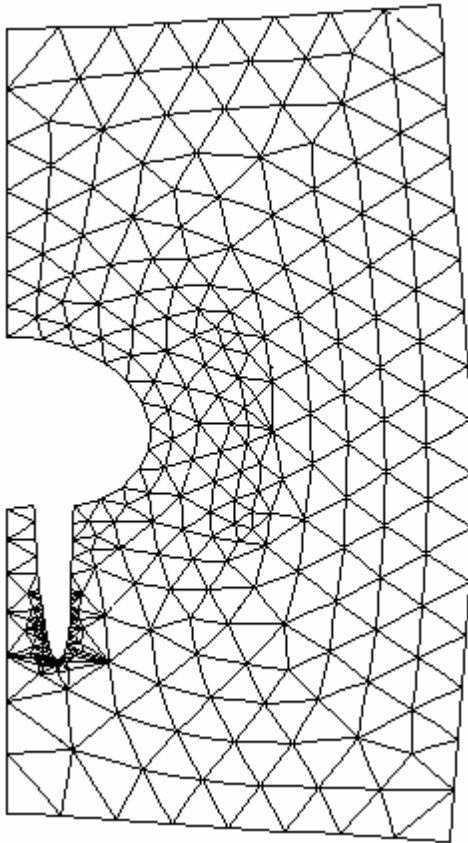
Βήμα 7°.



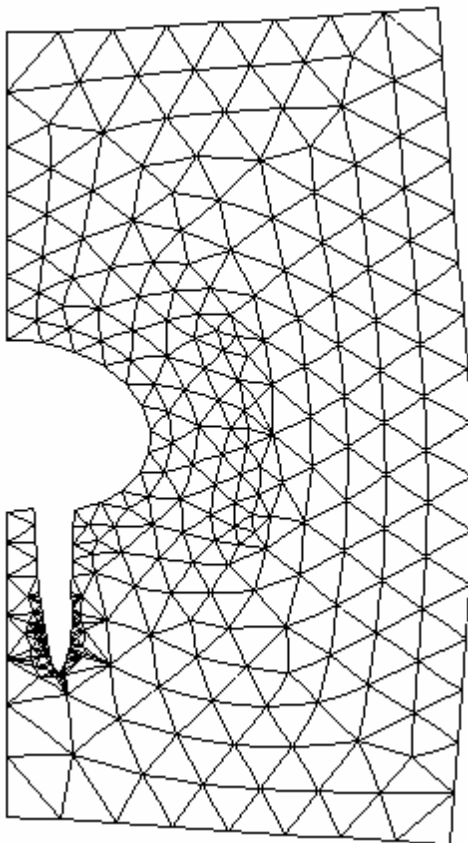
Βήμα 8°.



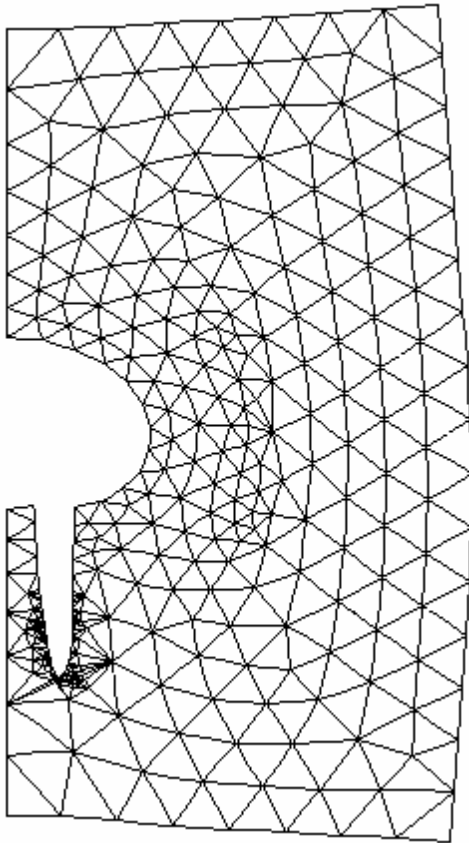
Βήμα 9°.



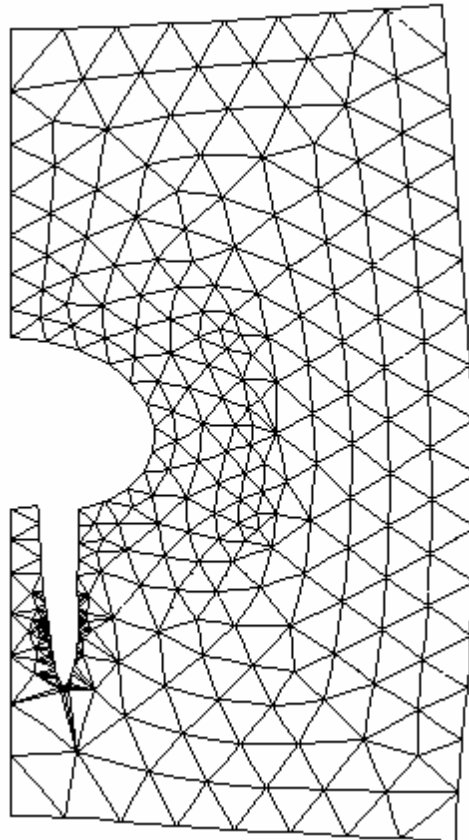
Βήμα 10°.



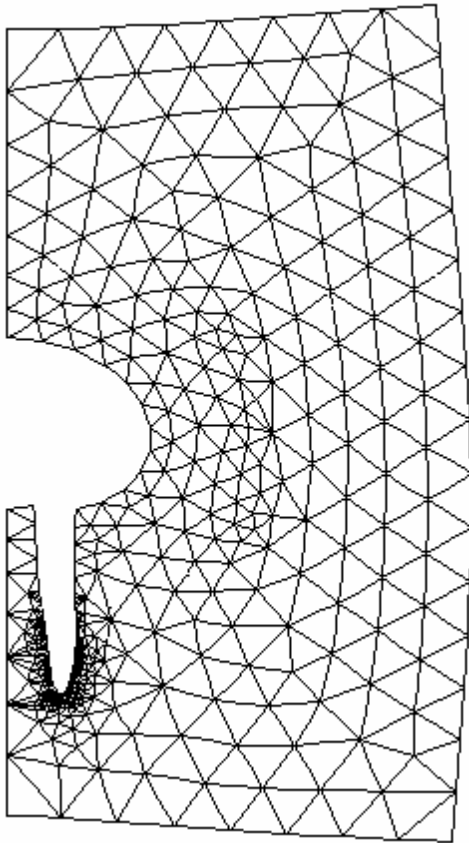
Βήμα 11°.



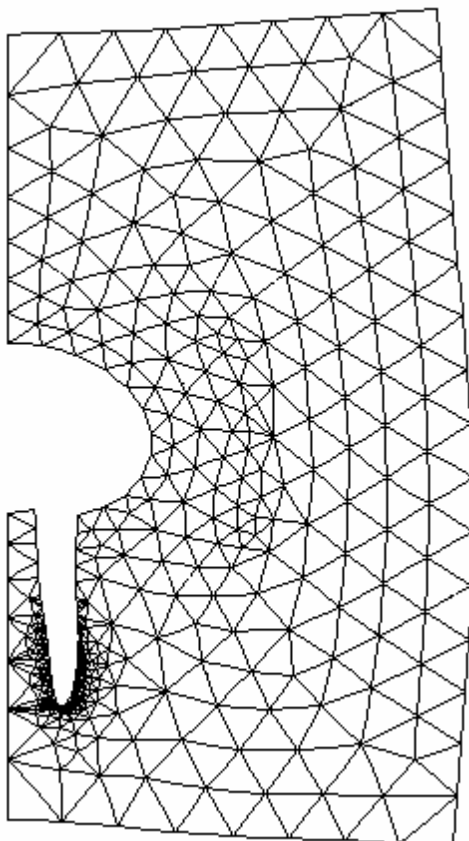
Βήμα 12°.



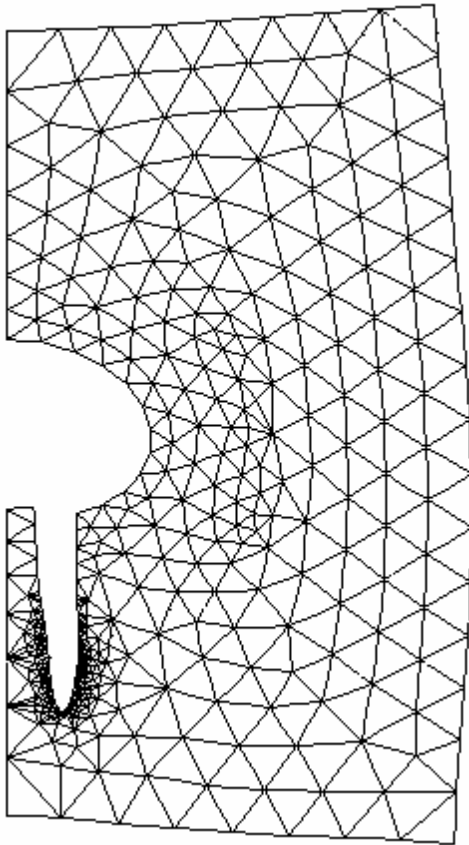
Βήμα 13°.



Βήμα 14°.



Βήμα 15°.

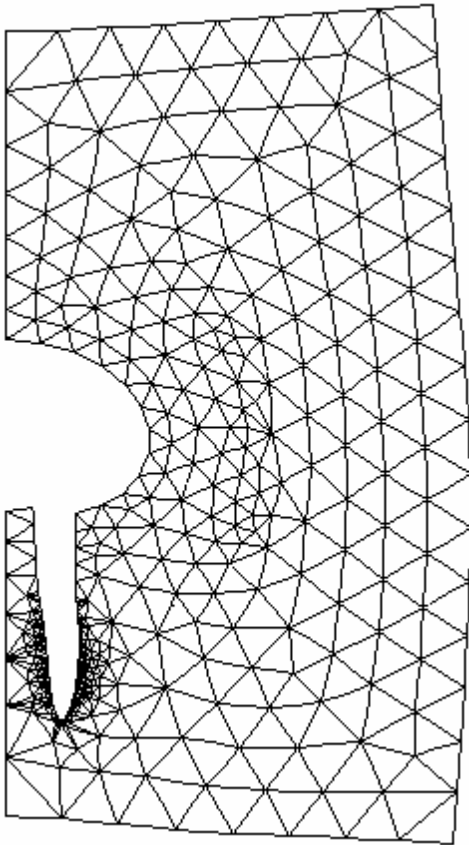


Βηματική Διάδοση Ρωγμής.

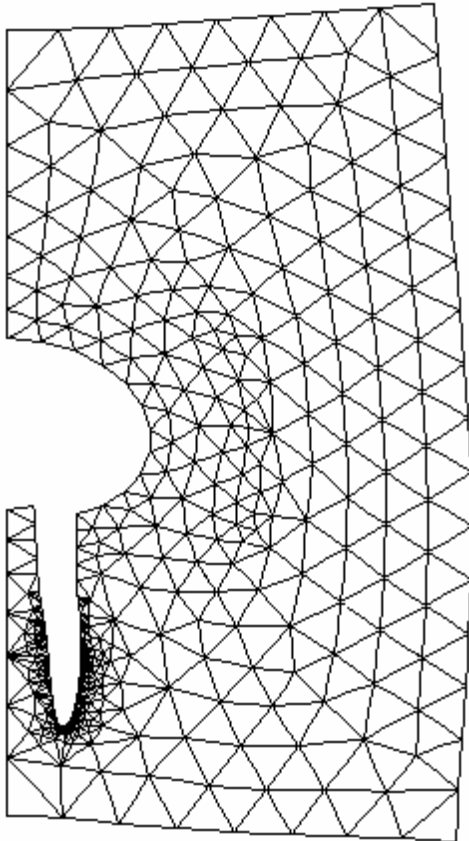
Έπειτα από 15 βήματα της μετάδοσης η μεταλλική πλάκα όπως φαίνεται στο σχήμα 14, έχει ήδη φτάσει στο σημείο όπου η επιδείνωση προχωρά ταχύτατα. Θα συνεχίσουμε την προσομοίωση της μετάδοσης, με την διαφορά τώρα ότι αυτή θα γίνει βήμα προς βήμα. Ουσιαστικά κάνουμε ακριβώς το ίδιο πράγμα μέχρι την τελική αστοχία. Ο αριθμός βημάτων είναι ένα (1), γιατί πρέπει να ελέγχουμε πότε πραγματοποιείται η τελική αστοχία. Το μέγεθος βήματος που είχαμε ορίσει στο προηγούμενο στάδιο, όπου η διάδοση γινόταν αυτόματα παραμένουν οι ίδιοι. Δηλαδή και εδώ η αύξηση είναι επίσης $\text{incr} = 0,08\text{inches}$. Θα περιγραφούν τα βήματα από το 16^ο και μετά, μέχρι την θραύση του εξαρτήματος.

Από το αρχικό μενού επιλέγουμε MODIFY, MOVE CRACK και μετά AUTOMATIC. Μετά θα καθορίσουμε τον αριθμό των βημάτων, αν ήδη δεν το έχουμε κάνει. Βάζουμε ένα (1). Για την εκτέλεση κάθε βήματος θα επιλέγουμε PROPAGATE.

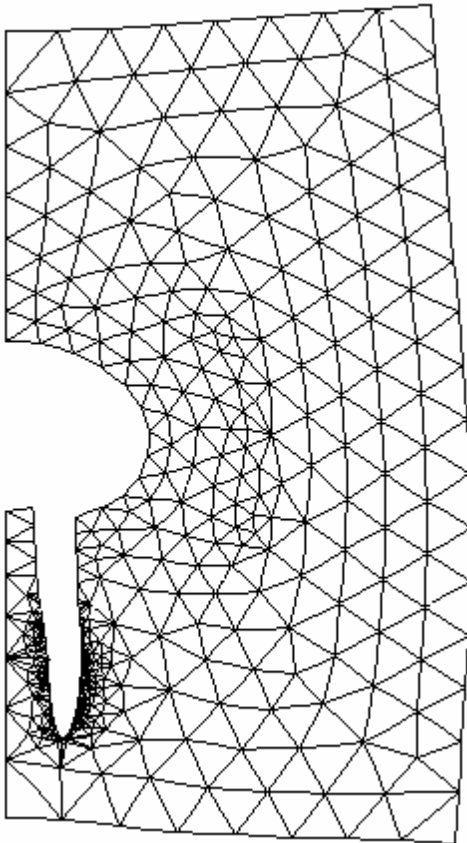
Βήμα 16°.



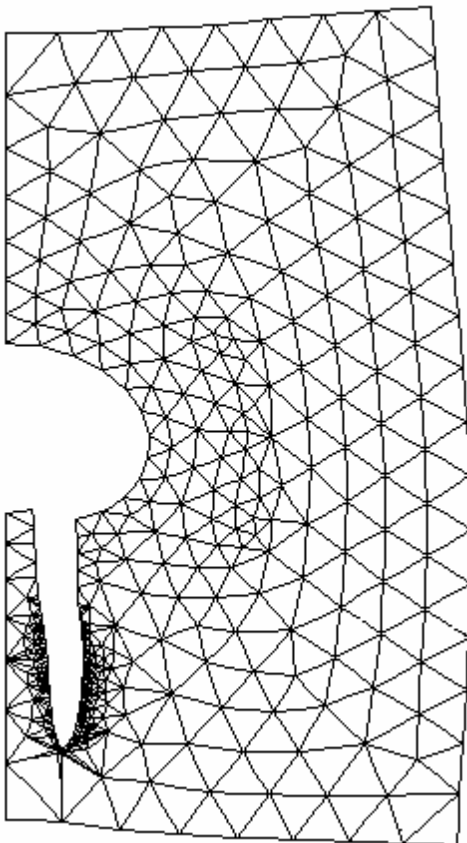
Βήμα 17°.



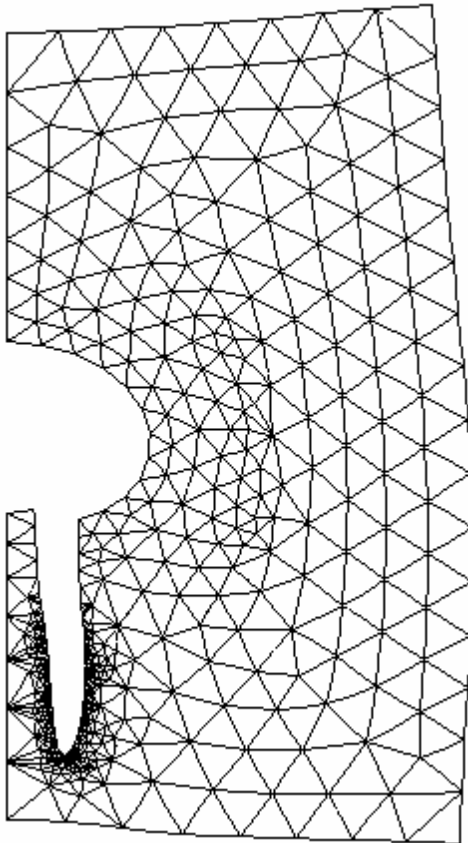
Βήμα 18°.



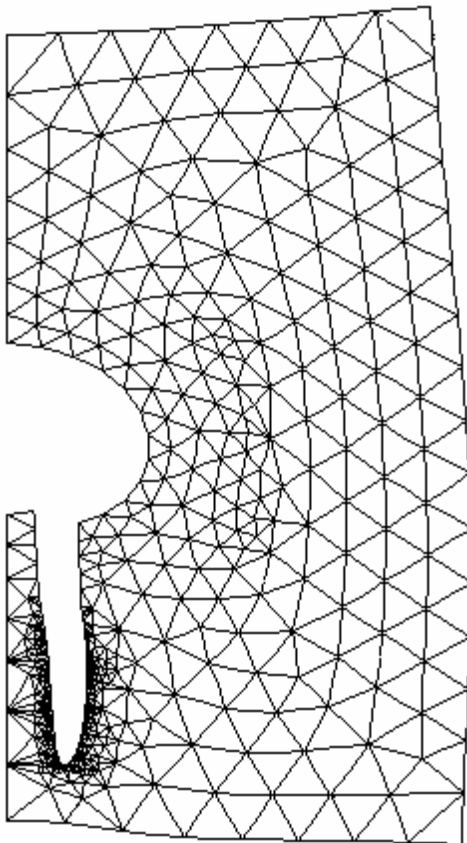
Βήμα 19°.



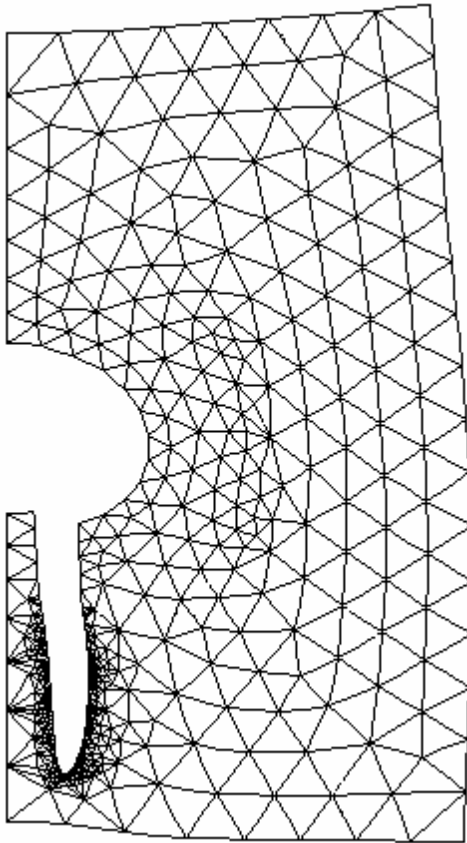
Βήμα 20°.



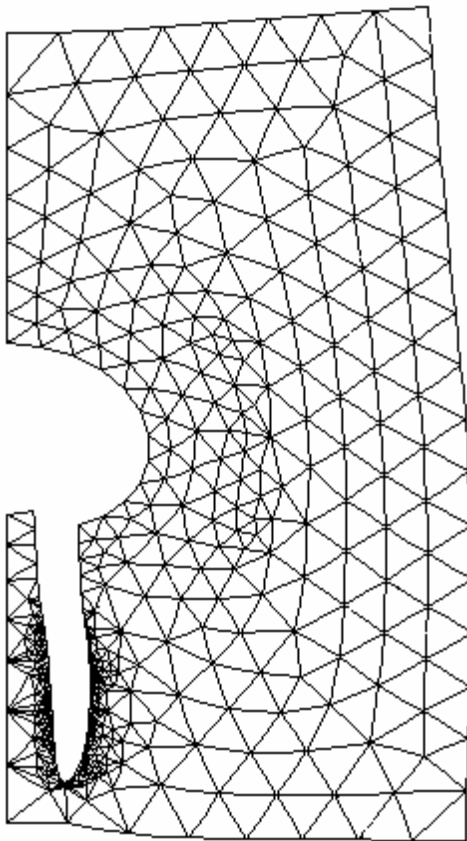
Βήμα 21°.



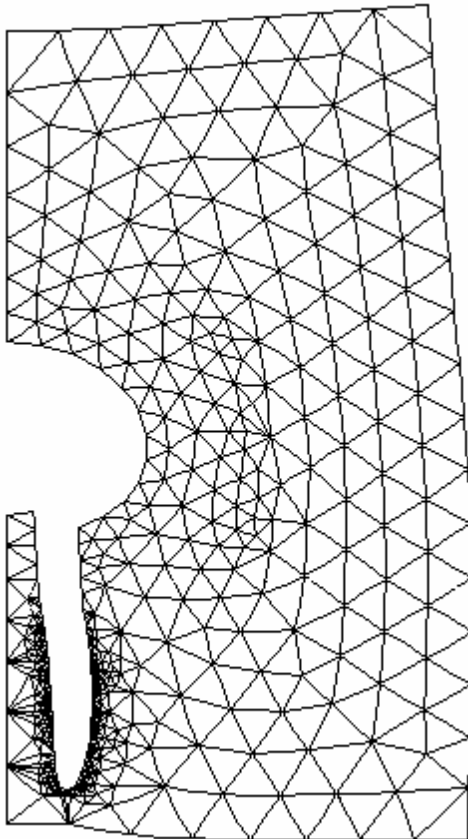
Βήμα 22°.



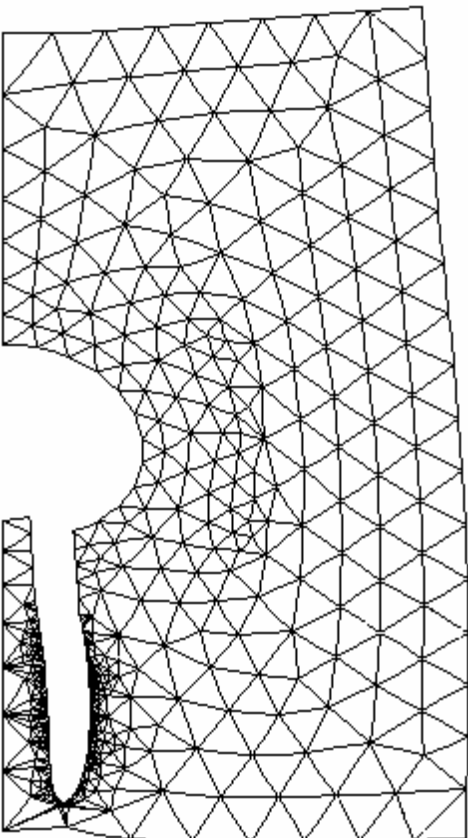
Βήμα 23°.



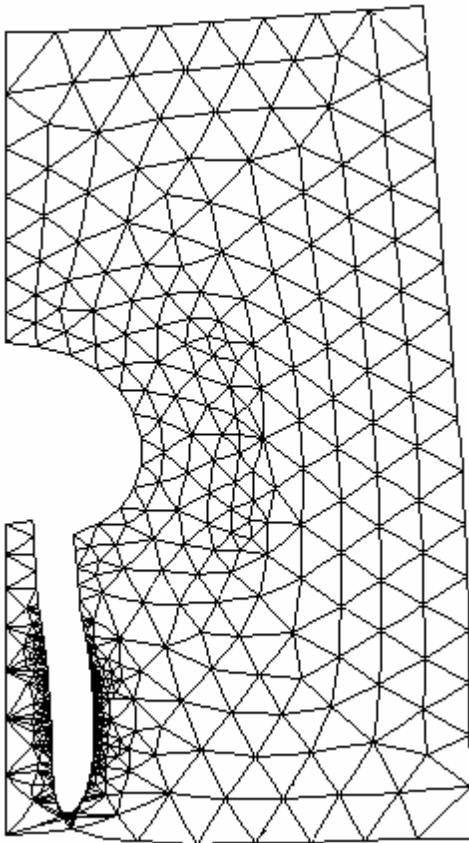
Βήμα 24°.



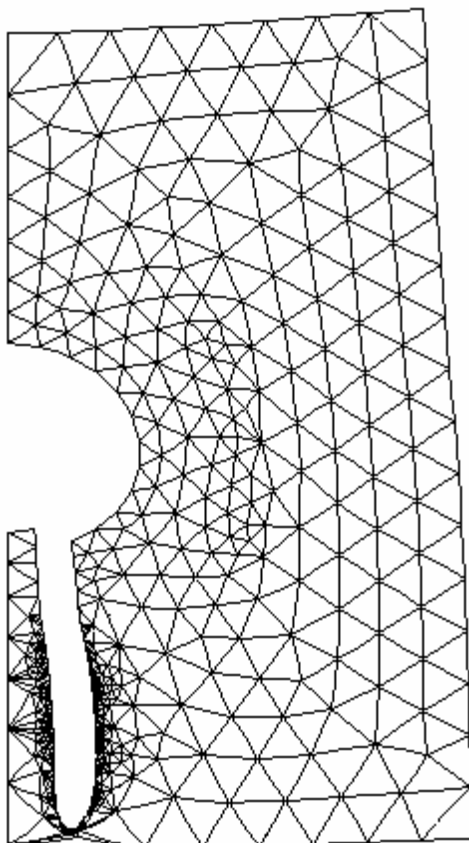
Βήμα 25°.



Βήμα 26°.



Βήμα 27°.



Βήμα 28°.

Στο 28° βήμα πήραμε το μήνυμα ότι η ρωγμή βρίσκεται πολύ κοντά στο όριο και έτσι δεν είναι δυνατή η περαιτέρω αύξησή της με αυτόν τον τρόπο. Αν δούμε, άλλωστε και από το σχήμα του βήματος 27 η ρωγμή έχει προχωρήσει σε μεγάλο βαθμό και έχει επέλθει η θραύση του εξαρτήματος που εξετάζουμε.

```
Zero Gstt:  
Assemble:  
Decomposition:  
Backsubstitution:
```

```
*****
```

FRANC Analysis Report

```
3863 Equations          281191 Stiffness coefficients
```

```
Total Time (inc overhead) : 0:05  
Renumber equations Time   : 0:00  
Bandwidth reduction Time  : 0:01  
Assembly Time             : 0:01  
Decomposition Time       : 0:01  
Backsubstitution Time     : 0:01
```

```
Total Work              : 41.932
```

```
*****
```

```
ANALYSIS DONE  
Crack is close to a boundary: go step by step  
Automatic Propagation done
```

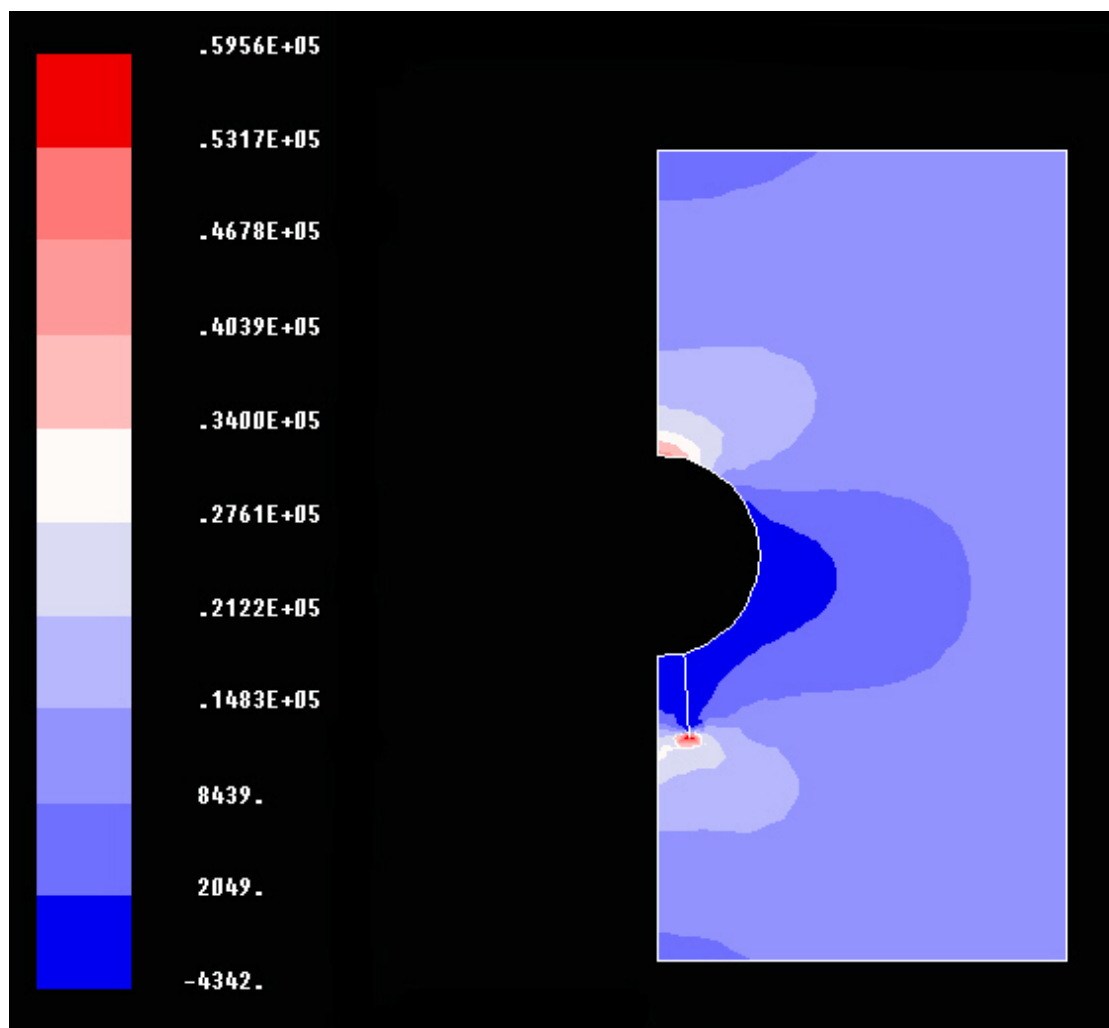
Σχ.15(Ανάλυση στο τελευταίο βήμα)

Συμπεράσματα.

Μερικές από τις βασικότερες έννοιες που είδαμε στην εισαγωγή της μηχανικής θραύσης των υλικών που έγινε στα πρώτα δύο κεφάλαια, συναντάμε και στο παράδειγμα που αναλύσαμε. Αυτό άλλωστε είναι αναμενόμενο αφού ο σκοπός της δημιουργίας αυτών των εννοιών ήταν καθαρά η εφαρμογή τους στην επίλυση πρακτικών προβλημάτων της μηχανικής θραύσεως.

Από την ανάλυση των τάσεων που έγινε πριν ακόμη την έναρξη και την μελέτη της ρωγμής, είδαμε πως οι μέγιστες τάσεις συγκεντρώθηκαν εκατέρωθεν της οπής και σε διεύθυνση κάθετη της διεύθυνσης της φόρτισης. Οι οπές χαρακτηρίζονται στην θεωρία σαν συγκεντρωτές τάσεως (stress concentrations). Αυτή η ιδιότητα τους δίδεται ακριβώς γι' αυτόν τον λόγο αφού εκεί παρατηρούνται οι μέγιστες φορτίσεις.

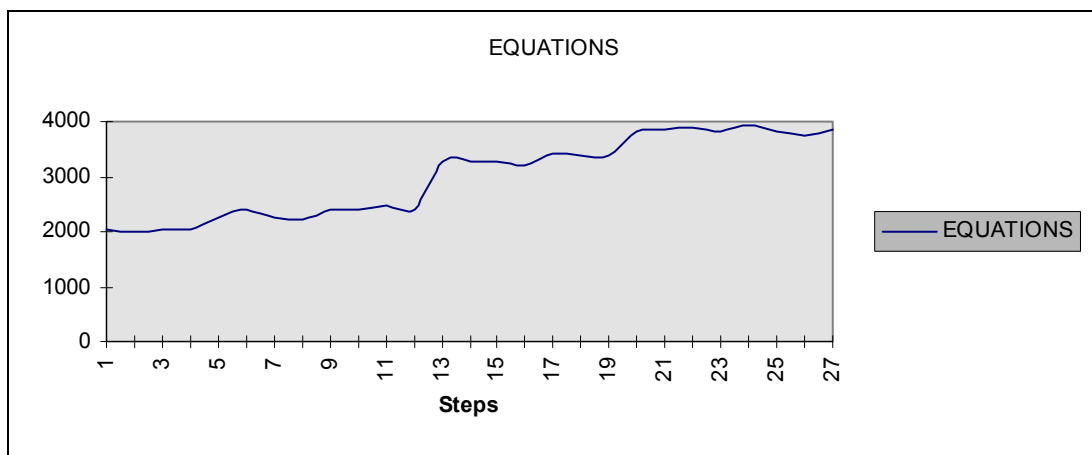
Την ίδια ιδιότητα έχουν και οι ρωγμές, αφού το τέλος τους συγκεντρώνει τις



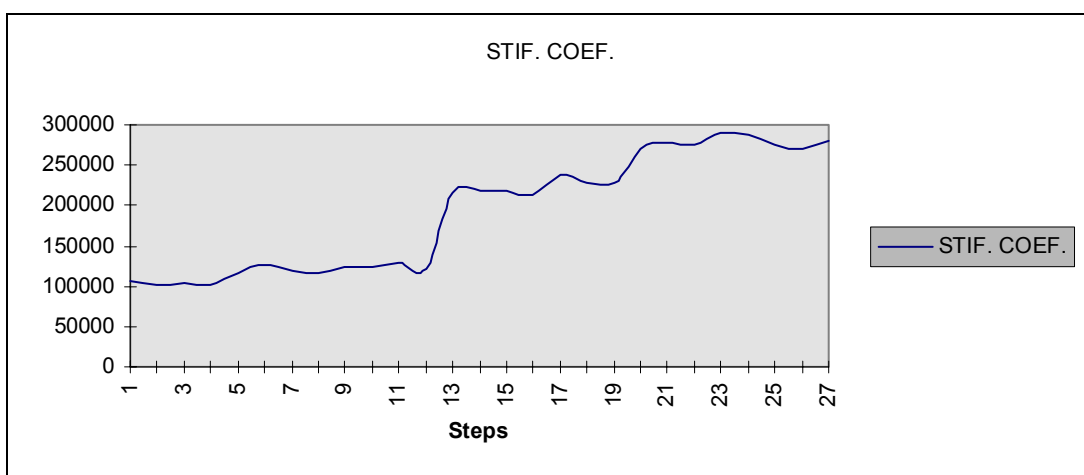
Σχ.16(Φόρτιση στον X άξονα).

μέγιστες τάσεις. Αυτό φαίνεται πρακτικά κάνοντας ένα διάγραμμα τάσης στο εξάρτημα με την αρχική ρωγμή του σχήματος 11.

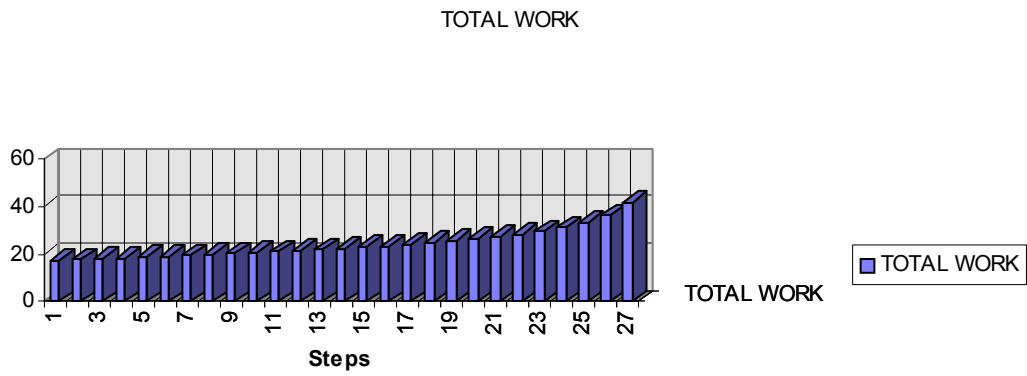
Προσέχοντας τα αποτελέσματα από τις αναλύσεις που κάνει το πρόγραμμα πριν προχωρήσει σε κάθε βήμα, βλέπουμε πως η υπολογιστική δουλειά αυξάνει σε κάθε βήμα, καθώς ο αριθμός των εξισώσεων ολοένα και μεγαλώνει. Κάνοντας μία μικρή επεξεργασία στα αποτελέσματα κάθε βήματος φτιάχνουμε τα ακόλουθα διαγράμματα.



Σχ.17(Αριθμός Εξισώσεων).



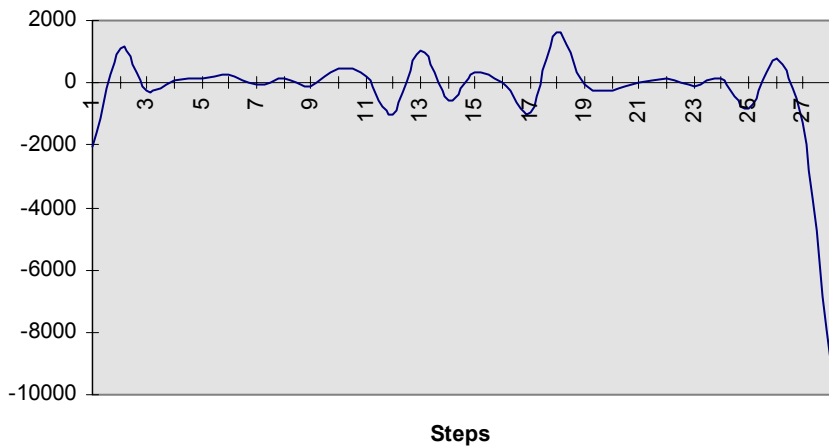
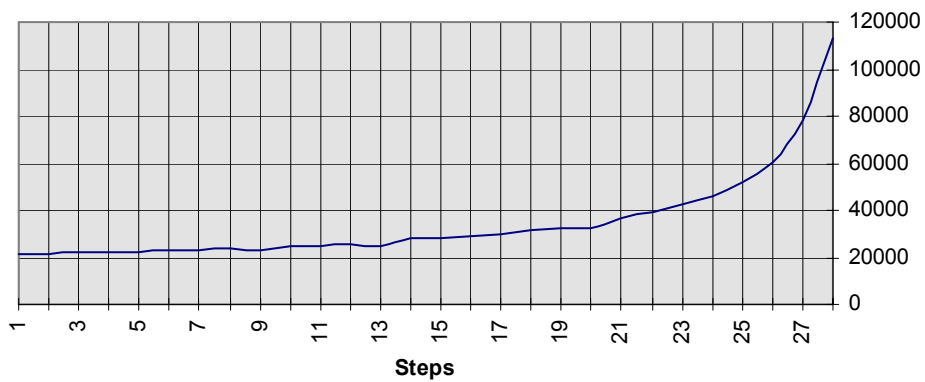
Σχ.18(Συντελεστής Ακαμψίας).



Σχ.19(Υπολογιστικό Έργο).

Το πρόγραμμα μας δίνει την δυνατότητα μελέτης της εξέλιξης του συντελεστή SIF. Η εξέλιξη φαίνεται στα διαγράμματα που ακολουθούν.

KI

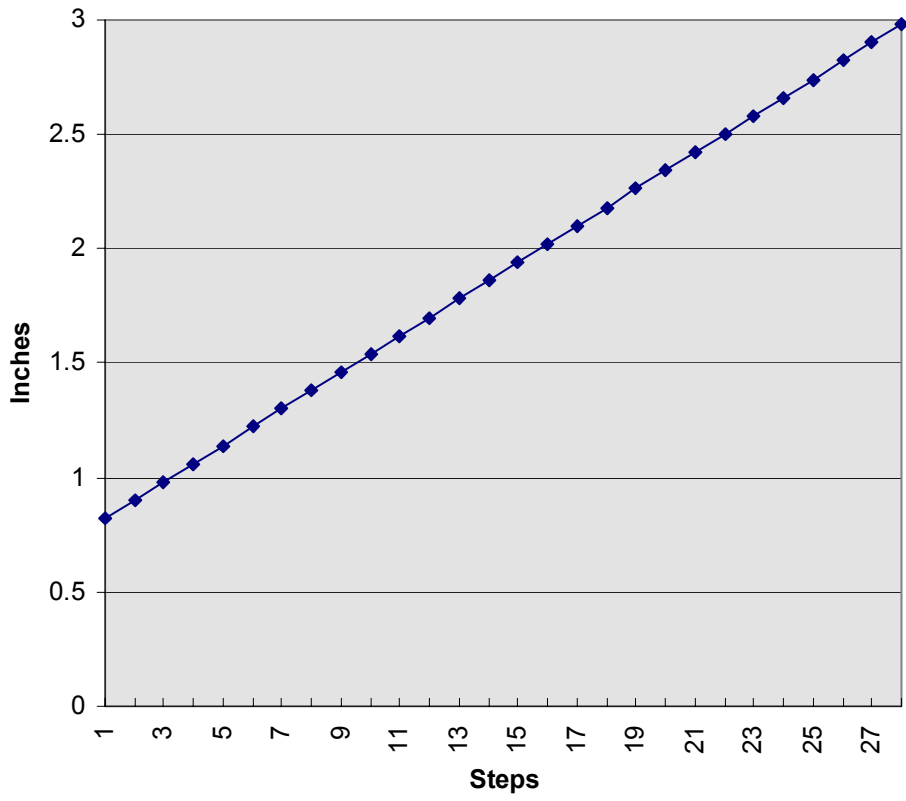


KII

Σύμφωνα με τα παραπάνω σίγουρα το πιο αξιοπρόσεχτο είναι το φαινόμενο της ραγδαίας αύξησης της υπολογιστικής δουλειάς. Αυτό σημαίνει την κλιμάκωση της πολυπλοκότητας του προβλήματος καθώς η ρωγμή εξελίσσεται. Αυτό επηρεάζει άμεσα την απαίτηση σε ισχύ από πλευράς μηχανήματος. Στο παράδειγμα αυτό χρησιμοποιήθηκε ένα υπολογιστής Intel Pentium που έτρεχε στα 133MHZ με 74MB μνήμη RAM και με ένα δίσκο WESTERN DIGITAL ENTERPRISE 2.24MB Ultra Wide SCSI συνδεδεμένο στον controller της Adaptec AHA2940UW. Οι χρόνοι που απαιτήθηκαν κυρίως στα τελευταία βήματα μετάδοσης (PROPAGATION) της ρωγμής αυξάνονταν σταθερά, όμως δεν έφτασαν σε απαγορευτικά επίπεδα. Για παράδειγμα στο βήμα 27 ο χρόνος για την μετάδοση την ρωγμής ώστε να πάρουμε την ανάλυση του βήματος 28 ήταν λιγότερο από 10 δευτερόλεπτα. Το πρόβλημα επεξεργάστηκε επίσης σε ένα HP Intel Pentium στα 100MHZ με 16MB RAM και συμβατικό IDE δίσκο χωρίς να παρουσιάσει κανένα πρόβλημα. Εκεί βέβαια οι χρόνοι επεξεργασίας ήταν αρκετά μεγαλύτεροι, κυρίως στο φόρτωμα και στα τελευταία βήματα.

Τελικά το μήκος της ρωγμής εξελίσσεται όπως φαίνεται στο διάγραμμα που ακολουθεί.

Crack Length



Σχ.20 (Μήκος της Ρωγμής).

Βιβλιογραφία

1. A.A.Griffith, The phenomena of rupture and flow in solids, Phil Trans. A. ,1920, 221, 163-198.
2. Irwin, G.R. Fracturing of Metals, ASM Symposium, Chicago, Cleveland ASM, 1948.
3. Orowan E. Fundamentals of brittle behavior in metals, Fatigue and Fracture of Metals, ed. W.M. Murray, Wiley, New York, 1952, pp. 139.
4. Irwin, G.R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate, Trans. ASME, J. APPL. Mech., 1957, 24, 361-364
5. Rooke, D.P., Baratta, F.I. & Cartwright, D.J. Simple Methods of determining stress intensity factors, Engng Fracture Mech., 1981, 14, 397-426.
6. Paris, P.C, The fracture mechanics approach to fatigue, Fatigue: An Interdisciplinary Approach, ed. J.J. Burke, N.L. Reed & V. Weiss, Syracuse University Press, 1964, pp. 107-132.
7. Brown, B.F. Fundamentals, Stress Corrosion Cracking in High-Strength Steels and in Titanium and Aluminum Alloys, ed. B.F. Brown, Naval Research Lab., Washington D.C., 1972.
8. Timoshenko, S.P. Theory of Elasticity (3rd Edition), Mc Graw Hill, 1970.
9. Mushhelishvili, N.I. Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, Noordhoof, Leyden, 1953.
- 10.Aliabadi, M.H. & Rooke, D.P. Numerical Fracture Mechanics, Computational Mechanics Publications, Southampton, 1991.
- 11.Westergaard, H.M. Bearing pressures and cracks, J. Appl. Mech., 1939, 6, A49-53.

12. Eftis, J., Subramonian, N. & Liebowitz, H. Crack border stress and displacement equations revisited, *Engng Frac. Mech.*, 1977, 9, 189-210.
13. Sih, G.C. On the Westergaard method of crack analysis, *Int. J. Fract. Mech.*, 1966, 2, 628-631.
14. Eftis, J. & Liebowitz, H. On the modified Westergaard equations for certain plane crack problems, *Int. J. Fract. Mech.*, 1972, 8, 383-392.
15. Williams, M.L. Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension, *J. Appl. Mech.*, 1952, 19, 526-528.
16. Neuber, H. *Theory of Notch Stresses*, Trans. J. W. Edwards, Ann Arbor, Michigan, 1946.
17. Rice, J.R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 1968, 35, 379-386.
18. Irwin, G.R. *Fracture*, Handbuch der Physik., Vol. 1, Springer-Verlag, Berlin, 1958, pp. 551-590.
19. Dugdale, D.S. Yielding of steel sheets containing slits, *J. Mech. Phys. Solids*, 1960, 8, 100-104.
20. Bilby, B.A., Cottrell, A.H. & Swinden, K.H. The spread of plastic yield from a notch, *Proc. Roy. Soc.*, 1963, A272, 304-314.
21. Tada, H., Paris, P.C. & Irwin, G.R. *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, (2nd Edition), Paris Productions Inc., St. Louis, Missouri, 1985.
22. Hartranft, R.J. & Sih, G.C. The use of eigenfunction expansions in the general solution of three-dimensional crack problems, *J. Of Mathematics and Mech.*, 1969, 19, 123-138.

23. Folias, E.S. On the three-dimensional theory of cracked plates, *J. Appl. Mech.*, 1975, 42, 663-674.
24. Erdogan, F. & Sih, G.C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear, *J. Basic. Engng*, 1963, 85, 519-527.
25. Sih, G.C. Strain energy density factor applied to mixed mode crack problems, *Int. J. Fract.*, 1974, 10, 305-321.
26. Kassir, M.K. & Sih, G.C. Three-dimensional crack problems, *Mechanics of Fracture 2*, Noordhoff, Leyden, 1975.
27. Sih, G.C. (Ed) *Methods of analysis and solutions of crack problems, Mechanics of Fracture, Vol. 1*, Noordhoff, Leyden, 1973.
28. Cartwright, D.J. & Rooke, D.P. Evaluation of stress intensity factors, *A General introduction to Fracture Mechanics*, Mech. Eng. Publications, London, 1978, pp. 54-73.
29. Stedman, G.E. Green's functions, *Contemp. Phys.*, 1968, 9, 49-69.
30. Paris, P.C. Stress analysis of cracks, *Fracture Toughness and its Applications*, STP 381 ASTM, 1965, pp. 30-83.