ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Deleted: ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Πολυκριτήρια βελτιστοποίηση αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων : Μεθοδολογία και εφαρμογή στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών

Formatted: Justified

Formatted: Greek

Διατριβή που υπεβλήθη για τη μερική ικανοποίηση των απαιτήσεων για την απόκτηση Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

Υπό

Μουτεσίδη Ευστάθιου

Deleted: Μουτεσίδης Ευστάθιος¶

2006

Deleted: ¶

Formatted: Justified

Η διατριβή του Μουτεσίδη Ευσταθίου εγκρίνεται :

Δούμπος Μιχαήλ …………………………………………………

Ζοπουνίδης Κωνσταντίνος ……………………………………

Μυγδαλάς Αθανάσιος ………………………………………….

Deleted: ¶
¶
¶
¶
¶
Χανιά 2006

Formatted: Greek

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Formatted: Normal

Deleted: ¶
¶
¶
¶
¶
¶
¶
¶
¶
¶
¶
Page Break
¶

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η διαχείριση των χρηματοοικονομικών κινδύνων είναι ένα πεδίο έρευνας, που τα τελευταία χρόνια απασχολεί ολοένα και περισσότερο τη διεθνή ερευνητική κοινότητα. Μια σειρά οικονομικών κρίσεων, λόγω της τιμής του πετρελαίου, των ισοτιμιών των νομισμάτων, της πολιτικής αστάθειας στις χώρες της άπω Ανατολής και της Ρωσίας αλλά και η πτώχευση μεγάλων εταιριών σε παγκόσμια κλίμακα δημιούργησαν έντονο προβληματισμό. Τα παραπάνω σε συνδυασμό με την παγκοσμιοποίηση των αγορών και τον συνεχώς αυξανόμενο ανταγωνισμό μεταξύ των εταιριών καθιέρωσαν την ανάλυση και διαχείριση χρηματοοικονομικών κινδύνων ως ένα πολύ σημαντικό πεδίο έρευνας. [Dowd 1998, Ζοπουνίδης 1998].

Ένα από τα κυριότερα πεδία έρευνας στο χώρο της διαχείρισης χρηματοοικονομικών κινδύνων αφορά τον κίνδυνο αγοράς (market risk). Απώτερος σκοπός αυτού του είδους ανάλυσης είναι η σύνθεση χαρτοφυλακίου. Η σύνθεση δηλαδή ενός συνόλου από χρεόγραφα τα οποία με ένα συγκεκριμένο ποσοστό συμμετοχής θα αποτελέσουν αυτό που ονομάζεται χαρτοφυλάκιο του συγκεκριμένου επενδυτή. Οι πολλές επενδυτικές επιλογές και η αστάθεια της αγοράς, κάνουν σαφές το πόσο δύσκολα ελέγχεται ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου αλλά και το πόσο αναγκαίο είναι κάτι τέτοιο. Μέχρι και σήμερα, έχουν αναπτυχθεί διάφορες θεωρίες για τη σύνθεση χαρτοφυλακίου. Το πρώτο βήμα στην επιλογή και διαχείριση χαρτοφυλακίων, έγινε τη δεκαετία του 50 με το μοντέλο του Markowitz [Markowitz, 1952], το οποίο χρησιμοποιείται μέχρι και σήμερα, ενώ η μεγάλη ανάπτυξη στο χώρο της διαχείρισης χρηματοοικονομικών κινδύνων, ξεκίνησε, με την εμφάνιση της «Αξίας στον κίνδυνο» (Value at Risk, VaR) τη δεκαετία του 90. [Δούμπος 2003, Jorion 2001]. Μέχρι και σήμερα, έχουν αναπτυχθεί διάφορες θεωρίες για τη σύνθεση χαρτοφυλακίου. Από το μοντέλο του Markowitz, το οποίο βασίζεται στην ελαχιστοποίηση της τυπικής απόκλισης, μέχρι και ποιο σύγχρονα μοντέλα, όπως αυτό της αξίας στον κίνδυνο, η διαχείριση χαρτοφυλακίου προσεγγίζεται κάθε φορά σύμφωνα με κάποιο μέτρο κινδύνου. Χαρακτηριστικό της κάθε θεωρίας είναι ότι χρησιμοποιεί ένα μόνο μέτρο κινδύνου και σύμφωνα με αυτό γίνεται η ανάλυση.

Στα πλαίσια της εργασίας αυτής θα δημιουργηθεί ένα μοντέλο σύνθεσης χαρτοφυλακίου, το οποίο όμως δε θα στηρίζεται σε κάποια συγκεκριμένη μορφή κινδύνου. Θα ληφθούν υπόψην διαφορετικά μέτρα του κινδύνου και η δημιουργία του χαρτοφυλακίου θα προκύψει από τη σύνθεσή τους. Η σύνθεση αυτή θα γίνει με τη βοήθεια της πολυκριτήριας θεωρίας και συγκεκριμένα με χρήση πολυκριτήριου μαθηματικού προγραμματισμού. Τα μέτρα κινδύνου τα οποία θα χρησιμοποιηθούν είναι η υπό συνθήκη αξία στον κίνδυνο (Conditional Value at Risk, CVaR) [Rockafellar and Uryasev, 2000], η μέση απόλυτη απόκλιση (Mean Absolute Deviation, MAD) [Konno and Yamazaki, 1991], το κέρδος του χαρτοφυλακίου εκφρασμένο μέσα από την αναμενόμενη απόδοση και η αναμενόμενη μετάνοια (Expected Regret, ER) [Szegö, 2002].

Αρχικά θα παρουσιαστεί το απαραίτητο θεωρητικό υπόβαθρο για την κατανόηση των εννοιών, που περιλαμβάνονται στην εργασία. Έτσι θα γίνει αναφορά στα μέτρα κινδύνου, που προαναφέρθηκαν τα οποία θα ποσοτικοποιηθούν με τη βοήθεια μεταβλητών, για να πάρουν μέρος στη διαδικασία σύνθεσης του χαρτοφυλακίου. Μαζί με τα μέτρα αυτά θα γίνει αναφορά και στον πολυκριτήριο γραμμικό προγραμματισμό (Multi Objective Linear Programming) με τη βοήθεια του οποίου θα γίνει η σύνθεση των διαφορετικών μέτρων κινδύνου.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται το πρακτικό μέρος της εργασίας στο οποίο η μέθοδος σύνθεσης χαρτοφυλακίου, που προέκυψε παραπάνω, θα εφαρμοστεί σε δείγμα μετοχών από το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών. Το δείγμα αποτελείται από 115 μετοχές οι οποίες συμμετέχουν στους τέσσερις βασικούς δείκτες του χρηματιστηρίου (FTSE ASE 20, FTSE MID 40, SMALL CAP 80, και Γενικός Δείκτης) και είναι εισηγμένες πριν το 2000. Για τις μετοχές αυτές συγκεντρώθηκαν οι ημερήσιες μεταβολές και οι τιμές τους από 1/4/2001 έως και 1/4/2004. Τα δεδομένα, που χρησιμοποιούνται για τη σύνθεση του χαρτοφυλακίου είναι έως και τις 31/12/2003, ενώ το πρώτο τρίμηνο του 2004 χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της μελλοντικής απόδοσης του χαρτοφυλακίου. Η σύνθεση γίνεται με τη βοήθεια του λογισμικού MATLAB με εγκατεστημένο το υπολογιστικό πακέτο LINDO. Ουσιαστικά αυτό που πραγματοποιείται είναι ένα σύνολο από διαδοχικές επιλύσεις του προβλήματος, ενώ κατά την κάθε επίλυση το πρόβλημα αναπροσαρμόζεται με τη βοήθεια της αλλαγής του συντελεστή σημαντικότητας του κάθε μέτρου κίνδυνου. Αρχικά τα μέτρα κίνδυνου έχουν τη ίδια σημαντικότητα και αυτό αλλάζει σε κάθε βήμα, παράγοντας συνεχώς διαφορετικά χαρτοφυλάκια. Αυτό πραγματοποιείται με τη βοήθεια γεννήτριας τυχαίων βαρών μέσα από διάστημα το οποίο περιορίζεται αντίστοιχα σε κάθε βήμα. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να ικανοποιηθούν οι περιορισμοί σύγκλισης του προβλήματος. Τέλος αφού παρουσιαστούν και αναλυθούν τα αποτελέσματα της εργασίας γίνεται η καταγραφή των συμπερασμάτων αλλά και μελλοντικών προεκτάσεων.

2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν όλες οι απαραίτητες θεωρητικές έννοιες για την κατανόηση του συνόλου αυτής της έρευνας. Αρχικά θα δοθούν κάποια βασικά στοιχεία της θεωρίας χαρτοφυλακίου, έτσι ώστε ο αναγνώστης να εξοικειωθεί με έννοιες όπως η αναμενόμενη απόδοση, η τυπική απόκλιση, τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια και το αποτελεσματικό σύνολο. Στη συνέχεια θα γίνει η θεωρητική παρουσίαση του κάθε μέτρου κινδύνου, που χρησιμοποιείται στη συνέχεια. Θα παρουσιαστούν έτσι η υπό συνθήκη αξία στον κίνδυνο (Conditional Value at Risk, CVaR), η μέση απόλυτη απόκλιση (Mean Absolute Deviation, MAD) και η αναμενόμενη μετάνοια (Expected Regret, ER). Τέλος, θα αναφερθούν οι βασικές έννοιες του πολυκριτήριου γραμμικού προγραμματισμού, με τη χρήση του οποίου γίνεται ο συνδυασμός όλων των παραπάνω μέτρων του κινδύνου.

2.1 ΜΟΡΦΕΣ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΚΙΝΔΥΝΩΝ

Ένα χαρτοφυλάκιο μπορεί να αποτελείται τόσο από ακίνδυνα όσο και από επικίνδυνα χρεόγραφα. Στα πλαίσια της έρευνας αυτής θα γίνει σύνθεση χαρτοφυλακίων από επικίνδυνα χρεόγραφα και συγκεκριμένα από μετοχές εταιριών οι οποίες είναι εισηγμένες στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών, ΧΑΑ. Για να γίνει λοιπόν η διαχείριση του κινδύνου τέτοιων χρεογράφων είναι εύλογο να αναζητηθούν αρχικά οι παράγοντες, που επηρεάζουν την τιμή μιας μετοχής.

Η πορεία της κάθε μετοχής επηρεάζεται σε ένα μεγάλο βαθμό από την οικονομική πορεία της επιχείρησης στην οποία αντιστοιχεί. Έτσι ο γενικός κίνδυνος που διατρέχει ένας επενδυτής, προκύπτει από την αλληλεπίδραση των διαφόρων χρηματοοικονομικών κινδύνων, που μπορούν να συνοψιστούν στις ακόλουθες κατηγορίες, [Dowd, 1998]:

- Ο επιχειρηματικός κίνδυνος (Business Risk). Είναι ο κίνδυνος ο οποίος εξαρτάται από το είδος της κάθε εταιρίας και από την αγορά μέσα στην οποία δραστηριοποιείται. Εάν, για παράδειγμα, πρόκειται για μια καπνοβιομηχανία από την αγορά καπνού κ.ο.κ. Σε κάθε χρηματιστήριο υπάρχουν οι λεγόμενοι κλάδοι της αγοράς, που είναι μεγάλες κατηγορίες στις οποίες εντάσσεται η κάθε μετοχή. Κατά καιρούς ο κάθε κλάδος μπορεί να παρουσιάσει διαφορετική πορεία τόσο από το σύνολο του χρηματιστηρίου, όσο και από άλλους κλάδους. Η συμπεριφορά αυτή αφορά στον επιχειρηματικό κίνδυνο.
- Ο κίνδυνος της αγοράς (Market Risk). Είναι ο κίνδυνος που εμπεριέχεται σε κάθε κίνηση μέσα στην αγορά. Μπορεί να χωριστεί σε επιμέρους κινδύνους, όπως ο κίνδυνος του ρυθμού των επιτοκίων, σε περίπτωση δανεισμού και ο κίνδυνος των συναλλαγματικών ισοτιμιών σε περίπτωση που πρόκειται για οικονομικές συναλλαγές με ξένες εταιρίες. Είναι λογικό πως σε περιόδους ύφεσης της αγοράς μια επιχείρηση όσο αποδοτική και αν είναι αντιμετωπίζει δυσκολίες. Εξάλλου μεταβολές σε επιτόκια και ισοτιμίες έχουν άμεσο οικονομικό αντίκτυπο στις βραχυπρόθεσμες και μακροπρόθεσμες υποχρεώσεις της κάθε επιχείρησης.
- Ο πιστωτικός κίνδυνος (Credit Risk), που είναι ο κίνδυνος αδυναμίας μιας επιχείρησης να εισπράξει τα χρέη τρίτων προς αυτή. Η ύπαρξη επαρκών κεφαλαίων σε μια επιχείρηση είναι αναγκαία σε κάθε στάδιο της ανάπτυξης και της πορείας της. Αν σε κάποια χρονική περίοδο η επιχείρηση δεν έχει τη δυνατότητα να εισπράξει τις απαιτήσεις της, τα προβλήματα, που δημιουργούνται στο εσωτερικό της είναι πολύ σοβαρά.
- Ο κίνδυνος ρευστότητας (Liquidity Risk), που αφορά πιθανές ζημίες σε περίπτωση, που είναι δύσκολο να βρεθούν αγοραστές για κάποιο χρεόγραφο. Μια ακόμα περίπτωση, που προκαλεί στέρηση κεφαλαίων στην επιχείρηση είναι αυτή. Αν δεν υπάρχει ζήτηση για τα χρεόγραφα της επιχείρησης τότε αυτά ή δεν θα διατεθούν ή θα διατεθούν σε χαμηλότερες τιμές επιφέροντας μείωση στα προβλεπόμενα έσοδα της επιχείρησης.

- Ο λειτουργικός κίνδυνος (Operational Risk), ο οποίος έχει να κάνει με τον τρόπο λειτουργίας μιας επιχείρησης, δηλαδή της καλής κατάστασης του έμψυχου και άψυχου δυναμικού της. Μια επιχείρηση πρέπει συνεχώς να ανανεώνεται, έτσι ώστε να ανταποκρίνεται στο ανταγωνιστικό περιβάλλον της αγοράς. Το έμψυχο δυναμικό της θα πρέπει να επιμορφώνεται συνεχώς και να προσαρμόζεται στα νέα δεδομένα και ο εξοπλισμός της να ανανεώνεται και να εκσυγχρονίζεται.
- Ο νομικός κίνδυνος (Legal Risk), που λαμβάνει κάποιος όταν έχει ένα συμβόλαιο με έναν τρίτο και δε γνωρίζει κατά πόσο, σε περίπτωση παραβίασης του συμβολαίου από την άλλη πλευρά, θα μπορέσει να δικαιωθεί νομικά. Σε πολλές περιπτώσεις μάλιστα, ακόμα και αν δικαιωθεί η επιχείρηση, ο χαμένος χρόνος, η αρνητική προβολή και τα νομικά έξοδα, μπορεί να είναι πολύ σημαντικά.

2.2 ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Η σύνθεση ενός χαρτοφυλακίου, που είναι και ο σκοπός αυτής της έρευνας, αφορά στην επιλογή των χρεογράφων, που θα το αποτελέσουν και φυσικά στο ποσοστό συμμετοχής του καθενός μέσα στο χαρτοφυλάκιο. Γίνεται κατανοητό, πως για να γίνει κάτι τέτοιο θα πρέπει να ληφθούν υπόψην όλες οι παραπάνω μορφές κινδύνου. Έτσι η επιλογή του ποσοστού συμμετοχής κάθε χρεογράφου γίνεται μια πολύ σύνθετη διαδικασία. Για την απλούστευση της διαδικασίας αυτής έχει αναπτυχθεί η θεωρία χαρτοφυλακίου η οποία, συνοπτικά, αφού εντοπίσει την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο, διαφορετικών χαρτοφυλακίων, προτείνει είτε το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου – αν πρόκειται για χαρτοφυλάκια ίδιας απόδοσης-, είτε το χαρτοφυλάκιο μέγιστης απόδοσης – αν η επιλογή γίνεται από χαρτοφυλάκια ίδιου κινδύνου. Για να γίνει κατανοητό αυτό θα πρέπει να εξεταστούν οι έννοιες της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου, κάτι το οποίο γίνεται αμέσως παρακάτω.

2.2.1 Η Έννοια της αναμενόμενης απόδοσης

Ο απόδοση (return, r) ενός χρεογράφου σε μια χρονική περίοδο ορίζεται η ποσοστιαία μεταβολή της αξίας του μέσα στην περίοδο αυτή. Για να γίνει ευκολότερα κατανοητό αυτό δίνεται το παρακάτω αριθμητικό παράδειγμα. Έστω μια μετοχή που το μήνα Ιανουάριο κόστιζε 1€ και το μήνα Μάρτιο 1,8€. Για το διάστημα των δύο μηνών που πέρασαν θεωρείται πως έχει απόδοση (1,8-1)/1 = 0,8 = 80%. Γενικά αν τη χρονική στιγμή t η αξία ενός χρεογράφου είναι P_t και τη χρονική στιγμή $t+t'$ είναι $P_{t+t'}$, τότε για τη χρονική περίοδο t' η απόδοση είναι :

$$r_{t'} = \frac{P_{t+t'} - P_t}{P_t}$$

Έστω ότι για κάποιο χρεόγραφο υπάρχουν ημερήσια στοιχεία, δηλαδή η τιμή του κάθε ημέρα για ένα διάστημα και πρέπει να προβλεφθεί η τιμή του την επομένη. Αν υπολογιστούν οι αποδόσεις κάθε ημέρας, τότε η μέση τιμή των αποδόσεων αυτών θεωρείται η αναμενόμενη απόδοση του χρεογράφου για την ημέρα που θα ακολουθήσει. Έτσι με τη συλλογή ιστορικών στοιχείων για κάθε μετοχή, μπορούν να γίνουν προβλέψεις για τη μελλοντική πορεία της. Η αναμενόμενη απόδοση δηλαδή είναι η μέση τιμή των αποδόσεων και μπορεί να υπολογιστεί με τον παρακάτω τύπο:

$$E(r) = \frac{\sum_{t=1}^{T} r_t}{T}$$

Μιλώντας τώρα, για ένα χαρτοφυλάκιο n χρεογράφων όπου το ποσοστό συμμετοχής κάθε χρεογράφου i είναι w_i και όχι για ένα μόνο χρεόγραφο, η συνολική αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση : [Elton and Gruber, 1995]

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(r_i)$$

2.2.2 Η έννοια του κινδύνου

Από μαθηματικής σκοπιάς, η έννοια του κινδύνου ενός χρεογράφου έχει ταυτιστεί με την τυπική απόκλιση, που ισούται με την τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης. Πρακτικά η τυπική απόκλιση είναι ένα μέτρο της μεταβλητότητας μιας τυχαίας μεταβλητής γύρω από την αναμενόμενη (μέση) τιμή. Μια μετοχή λοιπόν που μεταβάλλεται έντονα σε σχέση με τη μέση τιμή της θεωρείται ότι εμπεριέχει σημαντικό βαθμό κινδύνου. Έστω μια μετοχή που η τιμή της μεταβάλλεται σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα.

Ημερομηνία	Τιμή μετοχής (€)
1/1/2005	2,00
1/2/2005	2,05
1/3/2005	2,12
1/4/2005	1,9

Συμβολίζοντας με P_i την τιμή της μετοχής τη στιγμή i, η απόδοση της r_1 για το μήνα Φεβρουάριο θα είναι $\frac{2.05-2.00}{2.00}$ = 0,025 = 2.5%. Αντίστοιχα r_2 = 3.4% και r_3 = -10.4%.

Συμβολίζοντας ως E(r) τη μέση τιμή των αποδόσεων (αναμενόμενη απόδοση), τότε η τυπική απόκλιση, άρα και ο κίνδυνος, θα είναι :

$$\sigma = \sqrt{\frac{[r_1 - E(r)]^2 + [r_2 - E(r)]^2 + [r_3 - E(r)]^2}{3}}$$

και στη γενική μορφή

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{T}[r_t - E(r)]^2}{T}}$$

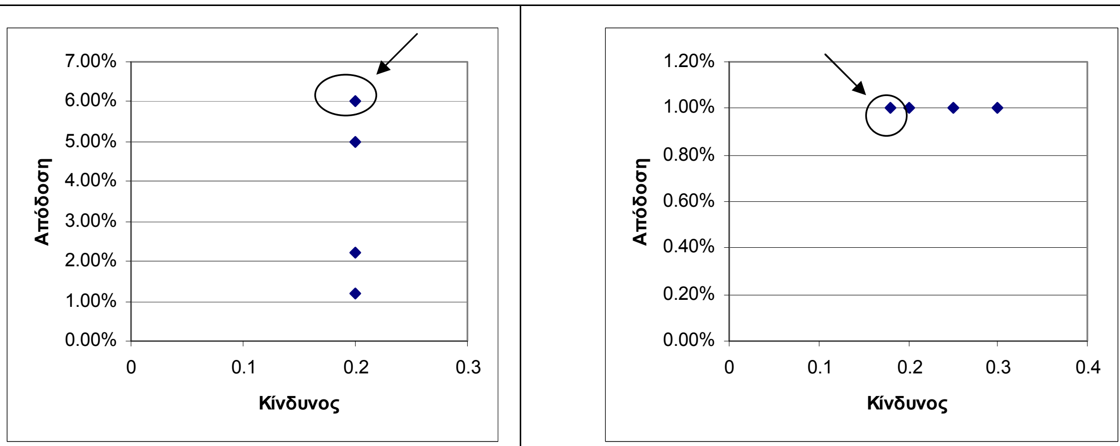
Μιλώντας για ένα χαρτοφυλάκιο από n χρεόγραφα, η έννοια του κινδύνου μπορεί να επεκταθεί ως εξής :

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} w_i w_j \sigma_{ij}}$$

όπου w είναι το «βάρος» κάθε χρεογράφου, δηλαδή το ποσοστό συμμετοχής του στο χαρτοφυλάκιο.[Elton and Gruber, 1995]

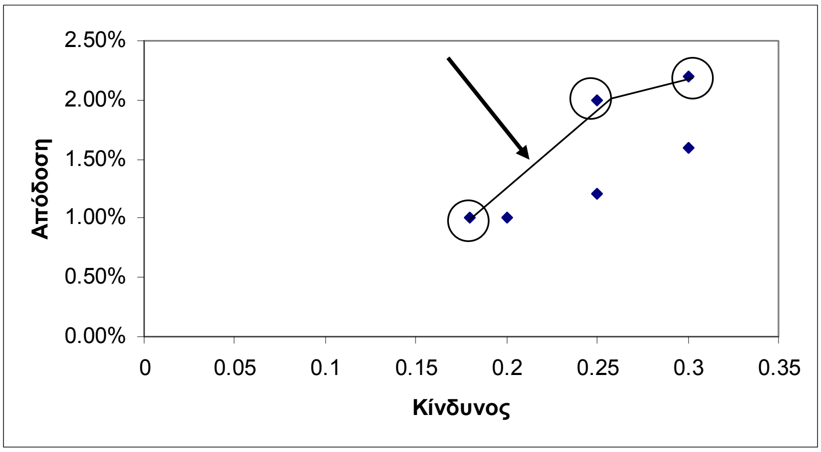
2.2.3 Αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια

Το ερώτημα που προκύπτει μετά και από την παρουσίαση των παραπάνω εννοιών είναι με ποιο τρόπο μπορούν να χρησιμοποιηθούν και να συνδυαστούν τα παραπάνω έτσι ώστε να δημιουργήσει κανείς χαρτοφυλάκια με τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Τις βάσεις για την κατασκευή βέλτιστων χαρτοφυλακίων, τις έθεσε ο Harry Markowitz. [Markowitz, 1952]. Το μοντέλο του Markowitz, αν και δημιουργήθηκε μισό αιώνα πριν και αφορά ένα χώρο ο οποίος γνωρίζει ραγδαία ανάπτυξη και εξελίξεις, χρησιμοποιείται μέχρι και σήμερα από πολλούς επενδυτές. Ο κύριος άξονας του μοντέλου αυτού, είναι ο εντοπισμός αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων και η κατασκευή από αυτά του αποτελεσματικού συνόλου. Ο εντοπισμός αυτός βασίζεται σε μια σημαντική αρχή. Η αρχή αυτή είναι το ότι *η απόδοση είναι ανάλογη του κινδύνου*. Όσο μεγαλύτερο κίνδυνο αναλαμβάνει ο επενδυτής, τόσο υψηλότερη είναι η απόδοσή, που αναμένεται από την επένδυση ενώ όσο λιγότερος είναι ο κίνδυνος, που επωμίζεται κανείς επενδύοντας, τόσο λιγότερα είναι και τα κέρδη στα αποβλέπει. Καταλαβαίνει λοιπόν κανείς, για ακόμα μια φορά, τη μεγάλη σημασία υπολογισμού και ελέγχου του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου, αφού οι μεγάλες απαιτήσεις σε απόδοση απαιτούν και μεγάλη έκθεση σε κίνδυνο. Σύμφωνα με την αρχή αυτή λοιπόν ένα χαρτοφυλάκιο p ονομάζεται αποτελεσματικό εάν και μόνο αν δεν υπάρχει άλλο χαρτοφυλάκιο p' τέτοιο ώστε $E(r_{p'}) \geq E(r_p)$ και ταυτόχρονα $\sigma_{p'} < \sigma_p$. Δηλαδή αν δεν υπάρχει άλλο χαρτοφυλάκιο μεγαλύτερης απόδοσης και μικρότερου κινδύνου.



Σχήμα 2.1 : Παραδείγματα αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων

Όπως φαίνεται και από τα παραπάνω σχήματα, από χαρτοφυλάκια ίδιας απόδοσης αποτελεσματικό θεωρείται αυτό που έχει το μικρότερο κίνδυνο, ενώ από χαρτοφυλάκια ίδιου κινδύνου, αποτελεσματικό θεωρείται αυτό με τη μεγαλύτερη απόδοση. Επειδή, για μια ενδεχόμενη επένδυση, τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια είναι περισσότερα του ενός, το σύνολό τους αποτελεί αυτό που ονομάζεται αποτελεσματικό σύνολο. Ένα αποτελεσματικό σύνολο αποτελούμενο από τρία αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια φαίνεται στο σχήμα, που ακολουθεί.



Σχήμα 2.2 : Απεικόνιση αποτελεσματικού συνόλου

Αφού δημιουργηθεί, σύμφωνα με το μοντέλο του Markowitz, το αποτελεσματικό σύνολο, ο επενδυτής πρέπει να αποφασίσει, σύμφωνα με την απόδοση που απαιτεί και τον κίνδυνο που είναι σε θέσει να επωμιστεί, ποιο από τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια θα επιλέξει. Το μοντέλο δηλαδή δεν οδηγεί σε ένα συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο το οποίο είναι και το βέλτιστο αλλά σε ένα σύνολο χαρτοφυλακίων το οποίο σε αλληλεπίδραση με τον αποφασίζοντα θα φέρει το επιθυμητό αποτέλεσμα.

2.3 ΑΞΙΑ ΣΤΟΝ ΚΙΝΔΥΝΟ ΚΑΙ ΥΠΟ ΣΥΝΘΗΚΗ ΑΞΙΑ ΣΤΟΝ ΚΙΝΔΥΝΟ

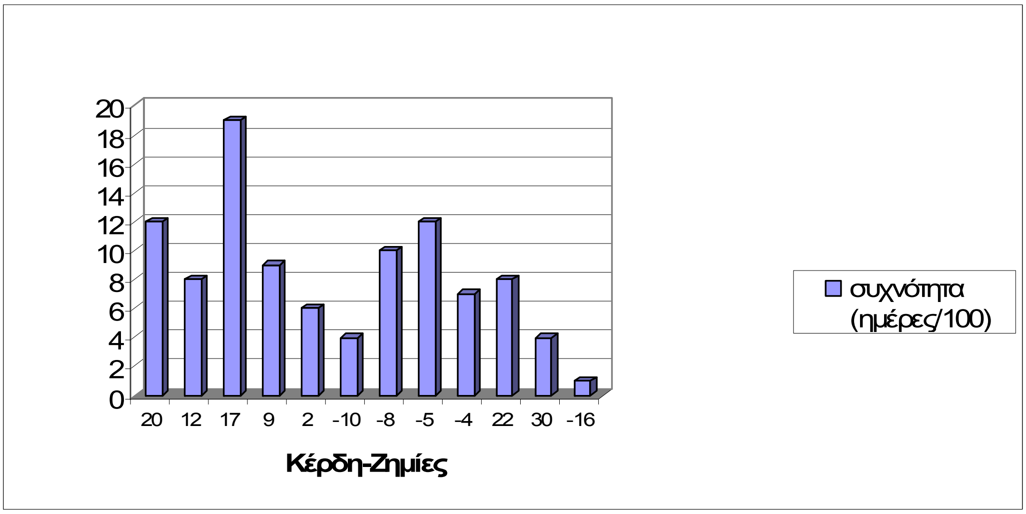
Όπως προαναφέρθηκε, ένα από τα μέτρα κινδύνου που θα χρησιμοποιηθούν στην έρευνα αυτή είναι η Υπό συνθήκη αξία στον κίνδυνο (Conditional Value at Risk, CVaR). Αυτή αποτελεί μια μορφή της γενικής περίπτωσης της αξίας στον κίνδυνο (Value at Risk, VaR). Στην παράγραφο αυτή θα εξεταστούν οι έννοιες τόσο της πρώτης όσο και της δεύτερης και θα δοθούν κάποια ιστορικά στοιχεία για τη δημιουργία τους και τα βασικά χαρακτηριστικά τους. Όσον αφορά τη μαθηματική μοντελοποίηση τους και τον τρόπο εισαγωγής τους στο κύριο πολυκριτήριο πρόγραμμα επίλυσης, θα δοθούν σε επόμενο κεφάλαιο.

2.3.1 Αξία στον κίνδυνο

Η ανάγκη υπολογισμού και διαχείρισης του κινδύνου στον ευρύτερο χώρο της αγοράς είναι έκδηλη εδώ και πολλές δεκαετίες. Όσο περισσότερο εξαρτάται κάποιος από τις διακυμάνσεις της αγοράς τόσο περισσότερο επιθυμεί να γνωρίζει τον κίνδυνο που εμπεριέχει η κάθε του κίνηση. Για το λόγο αυτό στα τέλη της δεκαετίας του 70 και μέσα στη δεκαετία του 80, διάφορα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα ανέπτυξαν συστήματα υπολογισμού του κινδύνου για δική τους χρήση, ενώ στη συνέχεια τα συστήματα αυτά άρχισαν να πωλούνται και σε διάφορους πελάτες. Το ποιο γνωστό από τα συστήματα αυτά είναι το RiskMetrics το οποίο αναπτύχθηκε από την εταιρία JP Morgan και ουσιαστικά αποτέλεσε την αρχή της ανάπτυξης της μεθόδου, που είναι γνωστή ως «αξία στον κίνδυνο».

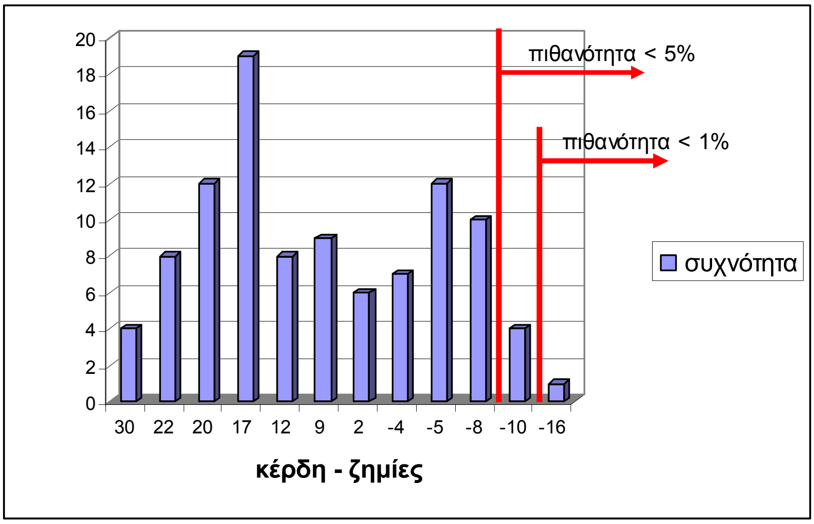
Η μέθοδος προέκυψε μετά από την απαίτηση του διευθυντή της JP Morgan, να του δίνεται καθημερινά μια αναφορά στην οποία θα υπολογίζονται οι πιθανές απώλειες της εταιρίας το επόμενο εικοσιτετράωρο. Μια αναφορά δηλαδή, όπου για ένα διάστημα πιθανότητας, γνωστό και ως διάστημα εμπιστοσύνης, θα αναγράφει τις απώλειες που είναι δυνατό να υποστεί η εταιρία. Όταν λοιπόν πρόκειται κανείς να υπολογίσει την τιμή της VaR για μια συγκεκριμένη επένδυση, ουσιαστικά πρόκειται να απαντήσει στην εξής απλή ερώτηση. « Ποιά είναι η μέγιστη ζημία που μπορεί να υπάρξει λόγω της επένδυσης, σε ένα δεδομένο διάστημα εμπιστοσύνης». Από την πολύ απλή αυτή έκφραση καταλαβαίνει κανείς πως η μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί οπουδήποτε υπάρχει κίνδυνος και φυσικά στην περίπτωση της διαχείρισης χαρτοφυλακίων. Το διάστημα εμπιστοσύνης, είναι μια πιθανότητα, που καθορίζεται ανάλογα με το πόσο ακριβείς θέλει να είναι ο αποφασίζοντας και από το πόσο μεγάλο φάσμα περιπτώσεων θέλει να καλύψει. Για την περίπτωση της διαχείρισης χαρτοφυλακίων χρεογράφων το όριο που επιλέγεται συνήθως κυμαίνεται γύρω από το 90%. Ανάλογα με το διάστημα εμπιστοσύνης αλλάζει και ο τρόπος που αναφέρεται κανείς στη μέθοδο. Έτσι για διαστήματα 90, 95 και 99% η μέθοδος ονομάζεται VaR90, VaR95 και VaR99 αντίστοιχα.

Για να γίνει πιο κατανοητή η λειτουργία της μεθόδου, θα παρατεθεί ένα παράδειγμα. Έστω μια επιχείρηση η οποία στατιστικά επί 100 ημέρες παρουσιάζει καθημερινά κέρδη ή ζημίες σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 2.3 : Συχνότητα κερδών και ζημιών

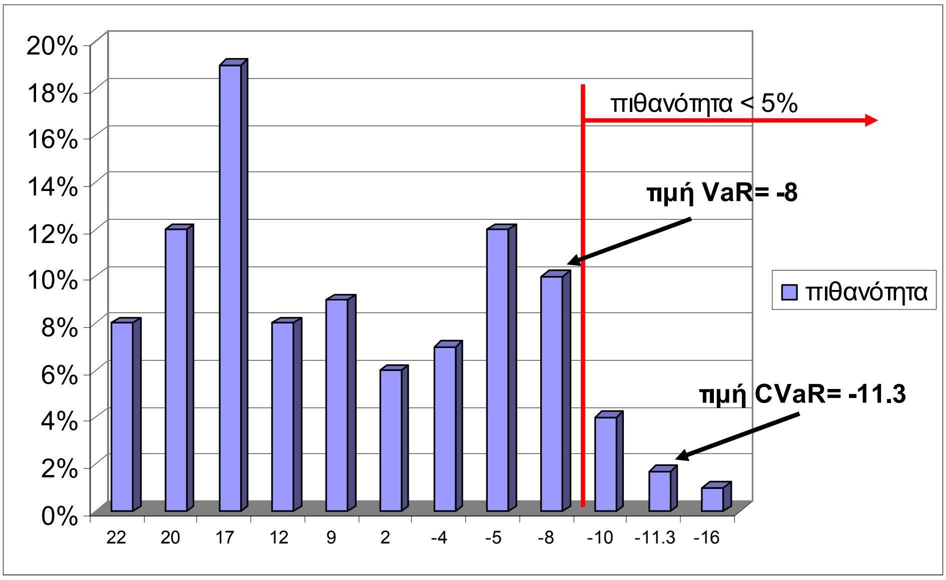
Θα υπολογιστεί για την εταιρία αυτή και για το δεδομένο χρονικό διάστημα η VaR90 και η VaR99. Η VaR95 αντιστοιχεί σε ένα οριακό επίπεδο απωλειών τέτοιο ώστε η πιθανότητα εμφάνισης απωλειών υψηλότερων του οριακού αυτού επιπέδου να μην υπερβαίνει το 5%. Αφού η ημέρες της παρατήρησης είναι 100, η συχνότητα της κάθε παρατήρησης αποτελεί και την πιθανότητα επανεμφάνισής της την επόμενη ημέρα. Οι τιμές -10 και -16 έχουν συνολικά πιθανότητα εμφάνισης 5% και έτσι οριοθετούν το διάστημα εμπιστοσύνης. Συνεπώς η VaR95 για αυτήν την περίπτωση είναι -8. Η τιμή της VaR99 για την ίδια εταιρία είναι -10, αφού είναι η μέγιστη δυνατή απώλεια, αν εξαιρεθεί η τιμή -12 η οποία έχει πιθανότητα εμφάνισης 1%. Ο τρόπος εξαγωγής των αποτελεσμάτων αυτών γίνεται πιο κατανοητός αν τοποθετηθούν στη σειρά τα κέρδη και οι ζημίες και εντοπιστεί το σημείο, κάτω από το οποίο οι απώλειες έχουν πιθανότητα εμφάνισης μικρότερη του 5% για τη VaR95 και μικρότερη του 1% για τη VaR99. Με την τοποθέτηση αυτή προκύπτει το παρακάτω σχήμα. Από το σχήμα αυτό προκύπτει εύκολα, πως η τιμή της VaR κάθε φορά είναι η μέγιστη απώλεια που μπορεί να υπάρξει εξαιρώντας κάθε φορά το κομμάτι που βρίσκεται έξω από το διάστημα εμπιστοσύνης.



Σχήμα 2.4 : Τοποθέτηση αποτελεσμάτων από το μεγαλύτερο κέρδος στη μεγαλύτερη ζημία

2.3.2 Υπό συνθήκη αξία στον κίνδυνο

Όπως προαναφέρθηκε, η υπό συνθήκη VaR ή CVaR [Rockafellar and Uryasev, 2000] αποτελεί μια παραλλαγή της VaR. Η VaR αντιπροσωπεύει τη μέγιστη δυνατή απώλεια μιας επένδυσης, μέσα σε ένα ορισμένο διάστημα εμπιστοσύνης. Το αρνητικό στοιχείο είναι το ότι οι υπόλοιπες αρνητικές αποδόσεις (ζημίες) οι οποίες είναι έξω από το διάστημα αυτό δε λαμβάνονται υπόψην. Μια πιθανή απώλεια όμως είτε βρίσκεται μέσα στο διάστημα εμπιστοσύνης είτε όχι πάντα απασχολεί τον αποφασίζοντα. Ειδικά στην περίπτωση που οι ζημίες αυτές, οι οποίες χαρακτηρίζονται ως μη πιθανές, είναι αρκετά μεγάλες, γίνεται επιτακτική η ανάγκη υπολογισμού τους στη λήψη της απόφασης. Το πρόβλημα αυτό επιλύεται στην περίπτωση της υπό συνθήκη αξίας στον κίνδυνο, αφού η τιμή της δεν είναι μια συγκεκριμένη απόδοση μέσα στο διάστημα εμπιστοσύνης αλλά ο μέσος όρος της τιμής της VaR και των απωλειών που την ξεπερνούν.



Σχήμα 2.5 : Σχηματική παρουσίαση CVaR

Εδώ φαίνεται και σχηματικά αυτό που αναφέρθηκε παραπάνω. Ενώ η τιμή της VaR είναι -8 και οι απώλειες εκτός του διαστήματος εμπιστοσύνης δεν παίζουν κάποιο ρόλο στην απόφαση, η τιμή της CVaR είναι -11.3, δηλαδή ο μέσος όρος της VaR και των απωλειών εκτός του διαστήματος εμπιστοσύνης. Έτσι αν οι απώλειες αυτές ήταν μεγαλύτερες αυτό θα άλλαζε την τιμή της CVaR. Με αυτό τον τρόπο λαμβάνονται πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα. Όσον αφορά τη διαδικασία βελτιστοποίησης είναι φανερό πως βελτιστοποιώντας κανείς τη CVaR βελτιστοποιεί και τη VaR, αφού ισχύει ότι $CVaR \geq VaR$. Πέραν τούτου ένα ακόμα πλεονέκτημα της CVaR σε σχέση με την απλή VaR είναι το ότι μπορεί να βελτιστοποιηθεί με μεθόδους γραμμικού προγραμματισμού και έτσι η δημιουργία βέλτιστων χαρτοφυλακίων να γίνει μια διαδικασία επίλυσης ενός γραμμικού προβλήματος η οποία είναι σχετικά απλή στην κατανόηση και εύκολη στη χρήση αλλά και στην υλοποίηση. [Uryasev, 2000].

2.3.3 Αναλυτική διαδικασία υπολογισμού VaR

Η VaR σύμφωνα με τον ορισμό της είναι η μέγιστη αναμενόμενη ζημία σε δεδομένο χρονικό διάστημα και δεδομένο διάστημα εμπιστοσύνης. Γίνεται λοιπόν κατανοητό πως για να υπολογιστεί η VaR ενός χαρτοφυλακίου αξίας P, θα πρέπει να υπολογιστεί η μεταβολή $\Delta P^* = P - P_t^*$, που μπορεί να έχει ο επενδυτής, σε ένα χρονικό διάστημα t και με επίπεδο εμπιστοσύνης 1-α. Θα πρέπει δηλαδή να υπολογιστεί η μεταβολή ΔP^*, έτσι ώστε η πιθανότητα $\Pr(\Delta P < \Delta P^*) = a$. Επειδή όμως η ανάλυση κάθε επενδυτικής θέσης γίνεται σε όρους απόδοσης, κρίνεται σκόπιμο, να εκφραστούν τα παραπάνω σύμφωνα με την έννοια της απόδοσης και όχι των νομισματικών μεταβολών ΔP και ΔP^*. Όπως ορίστηκε στην παράγραφο 2.2.1 η απόδοσή r ενός χρεογράφου για μια χρονική περίοδο i ισούται με :

$$r_{t'} = \frac{P_{t+t'} - P_t}{P_t}$$ ή διαφορετικά :

$$r = \frac{\Delta P}{P} \Rightarrow \Delta P = rP.$$

Για υπολογιστεί λοιπόν η τιμή της VaR θα πρέπει να βρεθεί αυτή η οριακή απόδοση r^*, έτσι ώστε $\Pr(rP < r^* P) = a \Rightarrow \Pr(r < r^*) = a$. Για την επίλυση του προβλήματος λοιπόν, θα πρέπει να είναι γνωστή η στατιστική κατανομή της απόδοσης. Το γεγονός αυτό καθιστά τους υπολογισμούς πολύπλοκους και την εύρεση επαρκών δεδομένων πολύπλοκη. Παρόλα αυτά η ανάλυση απλοποιείται πολύ αν θεωρηθεί ότι η απόδοση ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ. Σε αυτήν την περίπτωση θα ισχύει το παρακάτω :

$$\Pr(r < r^*) = a \Rightarrow \Pr(Z < Z^* = \frac{r^* - \mu}{\sigma}) = \alpha$$

Η τιμή του Z μπορεί να υπολογιστεί εύκολα από τους πίνακες της κανονικής κατανομής. Για παράδειγμα, για τον υπολογισμό της VaR95, δηλαδή για επίπεδο εμπιστοσύνης 1-α=95%, προκύπτει ότι Z^*=-1,65. Γνωρίζοντας την τιμή αυτή, μπορεί να υπολογίσει κανείς το r^*, ως :

$$r^* = \mu + Z^* \sigma$$

και συνεπώς η VaR υπολογίζεται ως :

$$VaR = -\Delta P^* = -r^* P = -(\mu + Z^* \sigma) P = -(\mu P + Z^* \sigma P)$$

Η VaR, που προκύπτει από τη σχέση αυτή εκφράζει ζημία σε απόλυτους όρους. Μια εναλλακτική λύση είναι ο υπολογισμός της σχετικής (relative) VaR, προσδιορίζοντας τη ζημία σε σχέση με το αναμενόμενο κέρδος. Η σχετική VaR υπολογίζεται από τον τύπο :

$$VaR = -(r^* P - \mu P) = -(\mu P + Z^* \sigma P - \mu P) = -Z^* \sigma P$$

Όπως φαίνεται για τον υπολογισμό της σχετικής VaR απαιτείται μόνο ο προσδιορισμός της τυπικής απόκλισης σ και επειδή τόσο από τη μια όσο και από την άλλη θεώρηση για τον υπολογισμό της VaR, παίρνει κανείς την ίδια πληροφορία, προτιμάται ο υπολογισμός της σχετικής VaR.

Η παραπάνω αναλυτική προσέγγιση για τον υπολογισμό της VaR μπορεί να επεκταθεί σε χαρτοφυλάκια χρεογράφων. Συγκεκριμένα, για ένα χαρτοφυλάκιο n χρεογράφων, $x_1, x_2, ..., x_n$, αποδεικνύεται ότι η VaR του χαρτοφυλακίου υπολογίζεται από τον τύπο :

$$VaR_p = (\mathbf{VaR} \times \mathbf{C} \times \mathbf{VaR}')^{1/2}$$

όπου **VaR** είναι ένα $1xn$ διάνυσμα, ορισμένο ως $\mathbf{VaR} = [w_1 VaR_1, w_2 VaR_2, ..., w_n VaR_n]$ και $\mathbf{VaR}'$ το ανάστροφό του. Το $\mathbf{C}$ είναι ο πίνακας συσχέτισης (nxn) των αποδόσεων, δηλαδή κάθε στοιχείο του C_{ij} δείχνει το συντελεστή συσχέτισης ρ_{ij} μεταξύ δύο χρεογράφων X_i και X_j. [Δούμπος, 2003]

2.3.4 Εναλλακτικοί τρόποι υπολογισμού της VaR

Ο αναλυτικός τρόπος που παρουσιάστηκε βασίζεται στην παραδοχή της κανονικότητας των αποδόσεων. Επειδή, αυτό θα είχε αρνητικό αντίκρισμα στη ρεαλιστική αντιμετώπιση του προβλήματος, έχουν προταθεί κατά καιρούς διάφοροι εναλλακτικοί τρόποι υπολογισμού της Αξίας στον Κίνδυνο. Τρεις από τους κυριότερους αναφέρονται παρακάτω, ενώ πρέπει να σημειωθεί πως η μέθοδος του bootstrap είναι αυτή που χρησιμοποιείται και στη συγκεκριμένη έρευνα για την παραγωγή των σεναρίων.

- **Η ιστορική προσομοίωση**

Η ιστορική προσομοίωση αποτελεί την απλούστερη μέθοδο υπολογισμού της VaR. Όπως και με την αναλυτική μέθοδο έτσι και εδώ, απαιτείται η συγκέντρωση ιστορικών στοιχείων για τις αξίες των χρεογράφων, που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο. Η συγκέντρωση αυτή των στοιχείων γίνεται για μια σειρά N+1 χρονικών περιόδων, που μπορεί να είναι ημέρες, εβδομάδες, κλπ. Με βάση τις τιμές p_t και p_{t-1} των χρεογράφων (t = 1,2,3,…,N), υπολογίζεται για κάθε χρονική περίοδο το κέρδος ή η ζημία χαρτοφυλακίου. Έτσι δημιουργείται μια σειρά από N παρατηρήσεις, με κέρδη ή ζημίες, οι οποίες και κατατάσσονται από τη μικρότερη προς τη μεγαλύτερη. Η τιμή της VaR με επίπεδο εμπιστοσύνης α, θα είναι η ελάχιστη δυνατή τιμή της κατάταξης αυτής, έτσι ώστε να είναι ταυτόχρονα και μεγαλύτερη από το (1-α) % των παρατηρήσεων.

Πέραν των προφανών πλεονεκτημάτων, που είναι η απλότητα στη χρήση και η ευκολία στην κατανόηση, η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης έχει και αρκετά ακόμα πλεονεκτήματα.

1. Για να λειτουργήσει δε χρειάζεται καμία υπόθεση ή παραδοχή σχετικά με τη στατιστική κατανομή των αποδόσεων.
2. Δεν απαιτεί τον υπολογισμό παραμέτρων, όπως οι αναμενόμενες αποδόσεις οι τυπικές αποκλίσεις και οι συσχετίσεις, που κάνουν τους υπολογισμούς δύσκολους.
3. Μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα σε οποιοδήποτε χρεόγραφο ή χαρτοφυλάκιο χρεογράφων.
4. Βοηθά τον αποφασίζοντα να διαμορφώσει ευκολότερα μια άποψη για τις στατιστικές ιδιότητες των αποδόσεων της επενδυτικής του θέσης.

Εκτός όμως από τα πλεονεκτήματα της μεθόδου, υπάρχουν και κάποια σημεία, που δημιουργούν προβλήματα κατά τη χρήση της. Τα αρνητικά στοιχεία έχουν ως βάση το ότι κύριος άξονας λειτουργίας της μεθόδου είναι τα ιστορικά στοιχεία και τίποτα πέρα από αυτά. Έτσι για τη σωστή λύση ενός προβλήματος θα πρέπει να ληφθούν υπόψην τα παρακάτω.

1. Τα ιστορικά δεδομένα θα πρέπει να είναι επιλεγμένα με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι αντιπροσωπευτικά και ρεαλιστικά. Θα πρέπει δηλαδή να αφορούν τόσο περιόδους ηρεμίας της αγοράς όσο και περιόδους με μεγάλες διακυμάνσεις, θετικές και αρνητικές.
2. Η τιμή της VaR θα είναι μη ρεαλιστική αν στα ιστορικά δεδομένα περιλαμβάνεται και μια περίοδος μεγάλης ανόδου ή πτώσης των τιμών, η οποία δεν είναι πιθανό να παρουσιαστεί στο μέλλον. Έτσι αν στα στοιχεία περιλαμβάνεται η περίοδος ενός οικονομικού «κραχ» θα προκύψει

αδικαιολόγητα μεγάλη τιμή της VaR, ενώ το αντίθετο θα γίνει στην περίπτωση που θα εξεταστεί μια περίοδος μεγάλης ανόδου, λόγω κάποιου συγκεκριμένου γεγονότος.

3. Το πλήθος των ιστορικών δεδομένων πρέπει να επιλέγει προσεκτικά. Όσο περισσότερα είναι τα δεδομένα, τόσο μεγαλύτερης ακρίβειας είναι οι υπολογισμοί και οι προβλέψεις. Από την άλλη όμως ο μεγάλος αριθμός παλιών στοιχείων μπορεί να «καλύψει» τα πρόσφατα στοιχεία, τα οποία είναι και ποιο αντιπροσωπευτικά για την περαιτέρω πορεία ενός χρεογράφου, και αντικατοπτρίζουν καλύτερα τις τρέχουσες συνθήκες της αγοράς. Πρέπει δηλαδή να βρεθεί μια χρυσή τομή ανάμεσα στην ακρίβεια των υπολογισμών και τις εγκυρότητας των στοιχείων.
4. Ο υπολογισμός της VaR μέσω της ιστορικής προσομοίωσης γίνεται πολύ δύσκολος για περιόδους αναπροσαρμογής χαρτοφυλακίου μεγαλύτερες από μια μέρα. Έστω ότι ο χρονικός ορίζοντας αναπροσαρμογής του χαρτοφυλακίου είναι ένας μήνας. Τότε οι παρατηρήσεις δε θα πρέπει να είναι ημερήσιες όπως στα προηγούμενα παραδείγματα, αλλά μηνιαίες. Έτσι, για παράδειγμα, για τη συλλογή N=100 μηνιαίων παρατηρήσεων χρειάζονται 100*30= 3.000 ημερήσιες παρατηρήσεις. Τα δεδομένα αυτά αφορούν περίοδο μεγαλύτερη των 8 ετών και συνεπώς η συλλογή τους μπορεί να είναι δύσκολη. [Linsmeier and Pearson, 1996]

- **Bootstrapping**

Η εύρεση επαρκών δεδομένων μπορεί να πραγματοποιηθεί με χρήση στατιστικής στα διαθέσιμα στοιχεία. Συγκεκριμένα για την αντιμετώπιση των προβλημάτων της ιστορικής προσομοίωσης και ειδικά του προβλήματος του πλήθους των δεδομένων, χρησιμοποιείται μια στατιστική διαδικασία δειγματοληψίας γνωστή ως bootstrap [Efron και Tibshirani, 1993]. Το Bootstrap είναι μια τυχαία επαναληπτική διαδικασία με επανατοποθέτηση η οποία εφαρμόζεται στο δείγμα των ιστορικών στοιχείων, με στόχο να δημιουργηθούν διάφορα τυχαία σενάρια τα οποία θα χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό της VaR και τα οποία δεν είναι δυνατό να βρεθούν από ιστορικά δεδομένα. Επειδή η μέθοδος του bootstrap χρησιμοποιείται στη συνέχεια για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων, κρίνεται σκόπιμη η σύντομη παρουσίαση της λειτουργίας της.

Στην κλασική στατιστική θεωρία, για να υπολογιστεί μια παράμετρος θα πρέπει να γίνει συλλογή σχετικών στοιχείων και όσο μεγαλύτερος ο όγκος των στοιχείων τόσο μεγαλύτερη και η ακρίβεια του υπολογισμού. Η μέθοδος του bootstrap δίνει λύση στην αδυναμία αλλά και το μεγάλο κόστος, της συλλογής μεγάλων δειγμάτων δεδομένων. Έστω λοιπόν ότι ένα δείγμα αποτελείται από Ν παρατηρήσεις $(x_1,x_2,...,x_N)$. Από το αρχικό δείγμα κατασκευάζονται Β τυχαία δείγματα τα οποία είναι συνήθως ίδια σε αριθμό με τις παρατηρήσεις του δείγματος και για τη δημιουργία τους χρησιμοποιούνται γεννήτριες τυχαίων αριθμών. Αυτά τα δείγματα ονομάζονται δείγματα bootstrap. Επειδή κάθε δείγμα bootstrap έχει τόσες παρατηρήσεις όσες και το αρχικό δείγμα αλλά ταυτόχρονα κατασκευάστηκε με τυχαίο τρόπο, είναι αναμενόμενο να περιλαμβάνει και κάποιες επαναλήψεις των τιμών $x_1,x_2,...,x_N$. Συγκεκριμένα αποδεικνύεται ότι ένα δείγμα bootstrap περιλαμβάνει (κατά μέσο όρο) το 63% των παρατηρήσεων του αρχικού δείγματος. Ένα παράδειγμα δέκα δειγμάτων bootstrap, που κατασκευάστηκαν τυχαία από ένα αρχικό δείγμα x_1,x_2,x_3,x_4,x_5 φαίνεται παρακάτω.

Πίνακας 2.1 : Παράδειγμα δημιουργίας σεναρίων με bootstrapping

Αρχικό	b1	b2	b3	b4	b5
χ1	x2	x3	x5	x4	x5
χ2	x2	x2	x4	x3	x4
χ3	x5	x1	x2	x4	x3
χ4	x2	x1	x4	x3	x2
χ5	x2	x5	x5	x4	x3

Μετά την κατασκευή τους τα δείγματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για στατιστικούς υπολογισμούς στη θέση των ιστορικών δεδομένων, λύνοντας έτσι κάθε πρόβλημα εξεύρεσης στοιχείων. Συγκεκριμένα στην περίπτωση της VaR με μηνιαίο ορίζοντα αναπροσαρμογής, που προαναφέρθηκε και δημιουργούσε πρόβλημα στη μέθοδο ιστορικής προσομοίωσης μπορεί να ακολουθηθεί η παρακάτω διαδικασία.

1. Από τα διαθέσιμα ημερήσια στοιχεία κατασκευάζονται Β δείγματα μεγέθους 30. Τα δείγματα αυτά αποτελούν ουσιαστικά τυχαία μηνιαία δείγματα.
2. Από τις 30 παρατηρήσεις υπολογίζεται το κέρδος ή η ζημία, σε μηνιαία βάση.
3. Στα αποτελέσματα εφαρμόζεται η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης για τον υπολογισμό της μηνιαίας VaR.

Γίνεται εύκολα κατανοητό, πως η διαδικασία αυτή περιέχει όλα τα πλεονεκτήματα της διαδικασίας της ιστορικής προσομοίωσης και επιπλέον αντιμετωπίζει αποτελεσματικά το πρόβλημα της συλλογής μεγάλου όγκου στοιχείων, αφού μπορεί από μικρό όγκο δεδομένων να δημιουργήσει οποιουδήποτε είδους τυχαίο σενάριο. Επιπλέον, με τη διαδικασία αυτή μειώνεται το στατιστικό σφάλμα, που υπάρχει στην περίπτωση μελέτης ενός συγκεκριμένου δείγματος. Πέραν των θετικών στοιχείων όμως, η μέθοδος του bootstrap έχει και αρνητικά. Το πιο σημαντικό από αυτά είναι η υπόθεση πως οι αποδόσεις είναι ανεξάρτητες του χρόνου, δηλαδή οι προηγούμενες αποδόσεις δεν επηρεάζουν τις μελλοντικές. [Efron και Tibshirani, 1993].

- **Προσομοίωση Monte Carlo**

Εκτός από την ιστορική προσομοίωση και τη μέθοδο του bootstrap, μια αρκετά δημοφιλής εναλλακτική μέθοδος υπολογισμού της VaR είναι η προσομοίωση Monte Carlo. Σε αυτήν την περίπτωση, τα σενάρια που δημιουργούνται, δεν προκύπτουν από ιστορικά στοιχεία με τη βοήθεια προσομοίωσης, όπως με το bootstrap. Για τη δημιουργία τους γίνεται χρήση των στατιστικών ιδιοτήτων της απόδοσης της επένδυσης και σύμφωνα με τις ιδιότητες αυτές γίνεται η τυχαία παραγωγή τους. Μια ακόμα διαφορά με το bootstrap είναι ότι στην περίπτωση αυτή ο αριθμός των σεναρίων είναι συνήθως πολύ μεγάλος.

Το πρώτο βήμα στη χρησιμοποίηση της προσομοίωσης Monte Carlo είναι να καθοριστεί το μοντέλο το οποίο αντιπροσωπεύει καλύτερα την εξεταζόμενη μεταβολή στις τιμές των χρεογράφων. Για παράδειγμα, στην περίπτωση των μετοχών, η μεταβολή τους συνήθως μοντελοποιείται μέσω της διαδικασίας Wiener. Έτσι η μεταβολή στην αξία της μετοχής ορίζεται ως $dS = \mu S dt + \sigma S dW$, όπου S είναι η αξία, μ η αναμενόμενη απόδοση (μέση τιμή) και σ η αντίστοιχη τυπική απόκλιση. Το dW είναι ένας τυχαίος παράγοντας, που ακολουθεί τυπική κανονική κατανομή. Μετά τον καθορισμό του μοντέλου και βάσει της στατιστικής κατανομής, που ακολουθεί η κάθε παράμετρός του, γίνεται η δημιουργία τυχαίων σεναρίων, τα οποία πρέπει να είναι αρκετά έτσι ώστε να περιοριστεί το στατιστικό σφάλμα. Ένας ικανοποιητικός αριθμός είναι τα 10.000 σενάρια. Καταλαβαίνει έτσι κανείς πως στην περίπτωση ενός χαρτοφυλακίου αποτελούμενου από 10 χρεόγραφα, χρειάζονται 10*10.000=100.000 σενάρια.

Όπως εύκολα διαπιστώνει κανείς, το βασικό μειονέκτημα της προσομοίωσης Monte Carlo είναι ο μεγάλος αριθμός σεναρίων, που σημαίνει αυξημένο υπολογιστικό φόρτο άρα χρόνο και κόστος. Στον αντίποδα, το βασικό πλεονέκτημα της είναι η μεγάλη ακρίβεια με την οποία υπολογίζεται η τιμή της VaR. [Linsmeier and Pearson, 1996]

2.4 ΜΕΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ

Το επόμενο μέτρο κινδύνου, που θα εξεταστεί είναι η μέση απόλυτη απόκλιση. [Konno and Yamazaki, 1991]. Αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την απόδοση του κινδύνου αντί της τυπικής απόκλισης, που χρησιμοποιείται από το μοντέλο του Markowitz. Δόθηκαν σε προηγούμενη παράγραφο οι έννοιες της αναμενόμενης απόδοσης και της τυπικής απόκλισης για ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από n χρεόγραφα όπου το κάθε χρεόγραφο συμμετέχει με ένα ποσοστό w. Οι έννοιες αυτές θα παρουσιαστούν τώρα με έναν λίγο διαφορετικό τρόπο, έτσι ώστε να γίνει η σύγκριση της τυπικής με τη μέση απόλυτη απόκλιση.

Έστω ότι συμβολίζεται με r_j η τυχαία μεταβλητή, που αντιπροσωπεύει την απόδοση ανά περίοδο του χρεογράφου S_j, j=1,…,n και x_j είναι το κεφάλαιο, που επενδύεται στο χρεόγραφο S_j. Το συνολικό κεφάλαιο προς επένδυση είναι M_o. Το αναμενόμενο αποτέλεσμα (κέρδος/ζημία) ανά περίοδο για αυτή την επένδυση μπορεί να εκφραστεί και ως εξής :

$$R(x_1,...,x_n) = E\left[\sum_{j=1}^{n} r_j x_j\right] = \sum_{j=1}^{n} E\left[r_j\right] x_j \qquad (2.4.1)$$

όπου $E[\ ]$ είναι η αναμενόμενη (μέση) τιμή για την ποσότητα μέσα στην αγκύλη. Αυτό που επιθυμεί ο επενδυτής είναι η όσο το δυνατό μεγαλύτερη τιμή της ποσότητας $R(x_1,...,x_n)$, ενώ ταυτόχρονα θέλει να κρατήσει το ρίσκο που αναλαμβάνει σε όσο το δυνατό μικρότερο επίπεδο. Ως μέτρο αυτού του ρίσκου σύμφωνα με το μοντέλο του Markowitz έχει προταθεί η τυπική απόκλιση, που μπορεί σύμφωνα με τα παραπάνω να εκφραστεί ως εξής :

$$\sigma(x_1,...,x_n) = \sqrt{E\left[\left\{\sum_{j=1}^{n} r_j x_j - E\left[\sum_{j=1}^{n} r_j x_j\right]\right\}^2\right]} \qquad (2.4.2)$$

Έτσι σύμφωνα με τις σχέσεις (2.4.1) και (2.4.2) η διαδικασία σύνθεσης χαρτοφυλακίου, σύμφωνα με το μοντέλο του Markowitz ανάγεται στην επίλυση του παρακάτω προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού: [Markowitz, 1959]

$$\min\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} x_i x_j\right]$$

υπό

$$\sum_{j=1}^{n} (\bar{r}_j) x_j \geq pM_0 ,$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0 ,$$

$0 \leq x_j \leq u_j$, j=1,…, n. (2.4.3) όπου $\sigma_{ij} = E\left[\left(r_i - \bar{r}_i\right)\left(r_j - \bar{r}_j\right)\right]$ και p μια παράμετρος που αντιπροσωπεύει το ελάχιστο ποσοστό απόδοσης, που θέλει ο επενδυτής. Τέλος u_j είναι το μέγιστο επιτρεπόμενο κεφάλαιο που μπορεί να επενδυθεί στο χρεόγραφο S_j.

Το μοντέλο αυτό όμως πέραν της μεγάλης χρήσης του σε θεωρητική ερευνά και το πλήθος μεθόδων, που στηρίζονται σε αυτό έχει αρκετά μειονεκτήματα τα οποία καθιστούν τη χρήση του δύσκολη, ιδιαίτερα στην περίπτωση πολλών χρεογράφων. Παρακάτω αναλύονται τα κυριότερα μειονεκτήματα αυτής της προσέγγισης.

- **Το μεγάλο υπολογιστικό φορτίο**. Για τη δημιουργία του μοντέλου θα πρέπει να υπολογιστούν n(n+1)/2 συνδιακυμάνσεις σ_{ij}, από ιστορικά δεδομένα χρεογράφων. Επίσης, αφού δημιουργηθεί το μοντέλο, η επίλυση ενός τετραγωνικού προβλήματος μεγάλης κλίμακας όπου όλα σχεδόν τα σ_{ij} είναι μη μηδενικά είναι πολύ δύσκολη και χρονοβόρα.

- **Η ασυμφωνία μεταξύ της αντίληψης των επενδυτών για το ρίσκο και της κατανομής των τιμών των χρεογράφων**. Πολλοί ερευνητές διαφωνούν για τη χρήση της τυπικής απόκλισης ως μέτρου του κινδύνου. Η χρήση της τυπικής απόκλισης προϋποθέτει την κανονική κατανομή των αποδόσεων γύρω από μια μέση τιμή. Γενικά οι επενδυτές είναι δυσαρεστημένοι όταν έχουν μικρές οι αρνητικές αποδόσεις, ενώ είναι ευχαριστημένοι όταν οι αποδόσεις τους είναι μεγάλες. Αυτό σημαίνει πως η αντίληψη ενός επενδυτή για τον κίνδυνο δεν είναι συμμετρική γύρω από τη μέση τιμή. Επίσης, έρευνες στο χρηματιστήριο του Τόκιο [Kariya et al. 1989] έδειξαν πως οι αποδόσεις r_j όχι απλώς δεν είναι κανονικά κατανεμημένες αλλά ούτε καν συμμετρικές γύρω από μια μέση τιμή. Έτσι λοιπόν οι δύο παράγοντες της κατανομής (μέση τιμή και διακύμανση) δεν αρκούν και η θεώρηση του κινδύνου από το μοντέλο του Markowitz, το οποίο μοιάζει απλώς με μια προσέγγιση του σύνθετου προβλήματος, που αντιμετωπίζει ο επενδυτής στην πραγματικότητα.

- **Το πλήθος των επιλεγμένων χρεογράφων.** Σε ένα τετραγωνικό πρόβλημα μεγάλης κλίμακας όπως αυτό της σύνθεσης χαρτοφυλακίου, μια βέλτιστη λύση αποτελείται από πολλά μη μηδενικά στοιχεία. Συγκεκριμένα σε ένα πρόβλημα n=1000 χρεογράφων τουλάχιστον 100 με 200 στοιχεία αναμένεται να περιλαμβάνονται στη λύση, ενώ τα περισσότερα από αυτά θα έχουν ποσοστό συμμετοχής μικρότερο του 1% του αρχικού κεφαλαίου. Έτσι ο επενδυτής θα πρέπει να πληρώσει κόστος μεταβίβασης ξεχωριστά για το κάθε ένα από τα πολλά χρεόγραφα, ενώ ταυτόχρονα θα έχει να διαχειρισθεί και ένα μη ευέλικτο και πολύπλοκο χαρτοφυλάκιο. Επίσης, σε αρκετές περιπτώσεις τα προτεινόμενα προς αγορά κομμάτια θα είναι λιγότερα από το ελάχιστο επιτρεπόμενο όριο. Από την άλλη πλευρά τώρα, αν ο επενδυτής δε λάβει υπόψην τα χρεόγραφα με μικρό ποσοστό συμμετοχής, κινδυνεύει να αλλοιώσει σημαντικά την τυπική απόκλιση. [Konno and Yamazaki, 1991]

Για να αντιμετωπιστούν τα παραπάνω προβλήματα προτάθηκε [Kono, 1988] αντί της τυπικής απόκλισης να χρησιμοποιείται η απόλυτη απόκλιση (absolute deviation).

$$MAD = E\left[\left|\sum_{j=1}^{n} r_j x_j - E\left[\sum_{j=1}^{n} r_j x_j\right]\right|\right] \qquad (2.4.4)$$

Αν οι αποδόσεις $(r_1, r_2, ..., r_n)$ είναι κανονικά κατανεμημένες, αποδεικνύεται [Konno and Yamazaki, 1991] ότι οι δύο μορφές έκφρασης του κινδύνου (2.4.2) και (2.4.4) είναι ουσιαστικά ισοδύναμες. Δηλαδή η ελαχιστοποίηση της απόλυτης απόκλισης MAD είναι ισοδύναμη με την ελαχιστοποίηση της τυπικής απόκλισης (2.4.2). Έτσι ο επενδυτής οδηγείται στην επίλυση ενός νέου προβλήματος ελαχιστοποίησης του κινδύνου το οποίο φαίνεται παρακάτω:

Min [$MAD = E\left[\left|\sum_{j=1}^{n} r_j x_j - E\left[\sum_{j=1}^{n} r_j x_j\right]\right|\right]$]

Υπό

$$\sum_{j=1}^{n} E\left[r_j\right] x_j \geq pM_0 \,,$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0 \,,$$

$0 \leq x_j \leq u_j$, j=1,…, n.   (2.4.5)

αν τώρα r_{jt} είναι οι τιμές της μεταβλητής r_j στη χρονική περίοδο t=(1,…,T) οι οποίες μπορούν να υπολογιστούν με τη βοήθεια ιστορικών δεδομένων η αναμενόμενη τιμή της τυχαίας μεταβλητής μπορεί να υπολογιστεί από τη μαθηματική μέση τιμή της παρακάτω έκφρασης.

$$\bar{r}_j = E[r_j] = \sum_{j=1}^{n} \frac{r_{jt}}{T} \qquad (2.4.6)$$

και τελικά η συνάρτηση του κινδύνου μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

$$MAD = E\left[\left|\sum_{j=1}^{n} r_j x_j - E\left[\sum_{j=1}^{n} r_j x_j\right]\right|\right] = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|\sum_{j=1}^{n}\left(r_{jt} - \bar{r}_j\right) x_j\right| \qquad (2.4.7)$$

Συμβολίζοντας $a_{jt} = r_{jt} - \bar{r}_j$, όπου j=1,…,n και t=1,…,T και λαμβάνοντας υπόψην τη σχέση (2.4.7) το παραπάνω πρόβλημα ελαχιστοποίησης (2.4.5) μετατρέπεται σε :

$$\min\left[\sum_{t=1}^{T}\left|\sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_j\right| / T\right]$$

υπό

$$\sum_{j=1}^{n} \bar{r}_j x_j \geq pM_0 \,,$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0 \,,$$

$0 \le x_j \le u_j$, j=1,…, n.   (2.4.8)

$y_t \ge 0$

το οποίο είναι αντίστοιχο με το τελικό γραμμικό πρόγραμμα επίλυσης :

$$\min\left[\frac{\sum_{t=1}^{T} y_t}{T}\right]$$

υπό

$$y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_j \ge 0, \quad t= 1,\dots,T,$$

$$y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_j \ge 0, \quad t= 1,\dots,T,$$

$$\sum_{j=1}^{n} \bar{r}_j x_j \ge pM_0$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0 \ ,$$

$0 \le x_j \le u_j$, j=1,…, n.   (2.4.9)

$y_t \ge 0$

Αυτό το γραμμικό πρόγραμμα, αποτελεί τη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος σύνθεσης χαρτοφυλακίου με χρήση της μέσης απόλυτης απόκλισης (Mean Absolute Deviation, MAD) [Konno and Yamazaki, 1991], ενός από τις μορφές κινδύνου που χρησιμοποιούνται στα πλαίσια αυτής της έρευνας. Η διαδικασία αυτή παρουσιάζει αρκετά πλεονεκτήματα σε σχέση με την κλασική θεώρηση του Markowitz με κυριότερο τη μετατροπή του τετραγωνικού προβλήματος σε γραμμικό. Το γραμμικό πρόγραμμα έχει σαφώς μικρότερο υπολογιστικό φόρτο ο οποίος μάλιστα στην περίπτωση του τετραγωνικού αυξάνει εκθετικά με την προσθήκη περισσότερων χρεογράφων. Ακόμα, για να λυθεί το πρόβλημα στη νέα του μορφή δε χρειάζεται να υπολογιστεί αρχικά ο πίνακας ο πίνακας συνδιακύμανσης των αποδόσεων, ενώ ο αριθμός των περιορισμών παραμένει σταθερός (2T+2) ακόμα και αν προστεθούν νέα χρεόγραφα. Έτσι το μοντέλο αυτό δίνει τη δυνατότητα εύκολης επίλυσης ενός προβλήματος με περισσότερα από 1000 χρεόγραφα σε καθημερινή βάση.

2.5 Η ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ ΜΕΤΑΝΟΙΑ

Ένα ακόμα μέτρο κινδύνου, που θα χρησιμοποιηθεί στη δημιουργία χαρτοφυλακίων, στα πλαίσια αυτής της έρευνας είναι η αναμενόμενη μετάνοια. Όπως φαίνεται και από την ονομασία του μέτρου, αυτό που προσπαθεί να κάνει είναι να υπολογίσει το πόσο είναι πιθανό να «μετανιώσει» ο αποφασίζοντας από την έκβαση των επιλογών του και να ελαχιστοποιήσει αυτή τη μετάνοια. Η αναμενόμενη μετάνοια είναι μια έννοια πολύ κοντινή στην υπό συνθήκη αξία στον κίνδυνο. Ο ορισμός, που θα μπορούσε να δοθεί στην έννοια αυτή είναι η αναμενόμενη τιμή της κατανομής των απωλειών, πέρα από ένα όριο α. Η μαθηματική απόδοση του παραπάνω ορισμού είναι η εξής :

$$G_a(x) = \int\limits_{y \in R^m} [f(x,y) - a]^+ \, p(y)dy$$

όπου $[u]^+ = \max\{0, u\}$.

Η αναμενόμενη μετάνοια ER μπορεί να μοντελοποιηθεί μέσω γραμμικού προγραμματισμού. Παρακάτω φαίνεται το πώς το πρόβλημα μετατρέπεται σε γραμμικό πρόγραμμα, ενώ ακολουθεί πίνακας με επεξηγήσεις για τους συμβολισμούς.

$$\min_x \quad {}^T[\quad - a]^+$$

υπό

$y^T = x^T L > ae^T$, όπου e το μοναδιαίο διάνυσμα

$x^T q = x$, όπου $x = e^T q$,

$x^T(r-\pi)q^T \geq 0^T$, όπου το 0 συμβολίζει το μηδενικό διάνυσμα στήλη

$x^T r \geq \pi,$

$l \leq x \leq u,$

Παρακάτω φαίνονται οι ορισμοί των μεταβλητών, καθώς και οι διαστάσεις τους. Θεωρείται ότι $i = 1,...,n$ είναι ο αριθμός των χρεογράφων και $j = 1,...,m$ ο αριθμός των σεναρίων.

Μεταβλητή	**Ορισμός**	**Διαστάσεις**
x	Τα βάρη του χαρτοφυλακίου (ποσοστά συμμετοχής)	n x 1
y	Απώλειες του χαρτοφυλακίου που ξεπερνούν το α για κάθε σενάριο j	m x 1
q	Οι τιμές αγοράς των χρεογράφων	n x 1
b	Μελλοντική αξία κάθε χρεογράφου με συγκεκριμένο επίπεδο κινδύνου	n x 1
D	Μελλοντική αξία κάθε χρεογράφου για κάθε σενάριο και πιθανή αλλαγή στο επίπεδο κινδύνου	n x m
l	Κατώτατο όριο διαπραγμάτευσης	n x 1
u	Ανώτατο όριο διαπραγμάτευσης	n x 1
p	Πιθανότητα εμφάνισης του κάθε σεναρίου	m x 1
L	Απώλειες λόγω αύξησης του κινδύνου για κάθε χρεόγραφο και κάθε σενάριο	n x m
R	Αναμενόμενη απόδοση των χρεογράφων χωρίς αλλαγή στο επίπεδο κινδύνου	n x 1
π	Ελάχιστη αποδεκτή αναμενόμενη απόδοση χαρτοφυλακίου	1 x 1

Πίνακας 2.1 : Ορισμοί μεταβλητών του γραμμικού προγράμματος επίλυσης με τη μέθοδο της αναμενόμενης μετάνοιας

${}^T[\ \ -a]^+$ είναι η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος. Αντιπροσωπεύει σύμφωνα με όλα τα πιθανά σενάρια τη μέση απώλεια του χαρτοφυλακίου, που ξεπερνά το όριο α. Είναι δηλαδή ο σταθμισμένος μέσος των απωλειών του χαρτοφυλακίου σύμφωνα με τα σενάρια και τις πιθανότητες εμφάνισης του καθενός από αυτά. L είναι ο n x m πίνακας των απωλειών. Οι απώλειες οφείλονται στη διακύμανση των τιμών των n χρεογράφων για όλα τα πιθανά σενάρια. Επομένως, $l_{ij} = b_i - d_{ij}$. Οι απώλειες του χαρτοφυλακίου, που πρέπει να ελαχιστοποιηθούν για όλα τα σενάρια j=1,…,m δίνονται από τη σχέση $y^T = x^T L > ae^T$. Η ισότητα $x^T q = x$, όπου $x = e^T q$ και e το μοναδιαίο διάνυσμα, αντιπροσωπεύει τον περιορισμό λόγω κεφαλαίου. Η ανισότητα $x^T (r - \pi) q^T \geq 0^T$, όπου το 0 συμβολίζει το μηδενικό διάνυσμα στήλη, αντιπροσωπεύει τον περιορισμό απόδοσης του χαρτοφυλακίου και τέλος οι ανισότητες $l \leq x \leq u$, ή $x \geq 0$, αντιπροσωπεύουν συγκεκριμένα όρια, που έχουν τεθεί στα ποσοστά συμμετοχής του κάθε χρεογράφου στο χαρτοφυλάκιο. [Szegö, 2002]

2.6 ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΟΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Όπως προαναφέρθηκε, όλα τα παραπάνω μέτρα κινδύνου θα συνδεθούν μεταξύ τους με τη βοήθεια του πολυκριτήριου γραμμικού προγραμματισμού. Είναι αυτονόητο πως το κάθε μέτρο κινδύνου αποτελεί κάτι το ανεξάρτητο. Διάφορες μέθοδοι σύνθεσης χαρτοφυλακίου, που έχουν προταθεί μέχρι σήμερα χρησιμοποιούν ένα από αυτά, για την υλοποίηση των υπολογισμών. Σκοπός αυτής της έρευνας όμως είναι η χρήση όλων των παραπάνω μέτρων, έτσι ώστε το αποτέλεσμα να είναι ένα χαρτοφυλάκιο, που δε θα είναι προϊόν μιας και μόνο μεθόδου. Γίνεται λοιπόν κατανοητό, πως το πρόβλημα χρειάζεται έναν συνδετικό κρίκο, που θα συσχετίσει τα μέτρα αυτά. Ο συνδετικός κρίκος αυτός, που αποτελεί ουσιαστικά τον κορμό του προβλήματος και πάνω σε αυτόν έρχεται να προστεθεί η κάθε μέθοδος, είναι ο πολυκριτήριος γραμμικός προγραμματισμός.

2.6.1 Γραμμικός Προγραμματισμός

Για να γίνει καλύτερα κατανοητή η έννοια του πολυκριτήριου γραμμικού προγραμματισμού, κρίνεται σκόπιμο να γίνει αρχικά μια αναφορά στον γραμμικό προγραμματισμό γενικότερα, μέρος του οποίου αποτελεί ο πρώτος.

Στην επιστήμη των αποφάσεων και συγκεκριμένα στο χώρο της επιχειρησιακής έρευνας, ο γραμμικός προγραμματισμός [Dantzig, 1998], αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα μεθοδολογικά εργαλεία στα χέρια των ερευνητών. Οι πρακτικές εφαρμογές του είναι πάρα πολλές καθώς μεγάλο πλήθος προβλημάτων λήψης απόφασης μπορούν να μοντελοποιηθούν και στη συνέχεια να επιλυθούν με τη βοήθεια του.

Ένα πρόβλημα, που μοντελοποιείται με τη βοήθεια του γραμμικού προγραμματισμού έχει την ακόλουθη γενική μορφή:

Μεγιστοποίηση (max) $\mathbf{c}^T\mathbf{x}$

Υπό τους περιορισμούς $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$

$\mathbf{x} \geq 0$

Πρόκειται δηλαδή για τη μεγιστοποίηση – ή και ελαχιστοποίηση – μια σχέσης που ονομάζεται αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος, εφόσον η λύση ικανοποιεί μια σειρά περιορισμών. Αναλυτικότερα, οι ερμηνείες και οι διαστάσεις των μεταβλητών φαίνονται παρακάτω :

- $\mathbf{x} = (x_{1,} x_2,...,x_n)$: Είναι το διάνυσμα των μεταβλητών απόφασης (Decision Variables) διαστάσεων nx1. Το διάνυσμα αυτό καθορίζεται από τη διαδικασία επίλυσης και η τελική μορφή του είναι η λύση του γραμμικού προβλήματος. Η λύση δηλαδή είναι ένα σύνολο τιμών του διανύσματος αυτού, το οποίο μεγιστοποιεί η ελαχιστοποιεί αντίστοιχα την αντικειμενική συνάρτηση και είναι σύμφωνο με τους περιορισμούς.
- $\mathbf{c} = (c_1, c_2,...,c_n)$: Είναι το διάνυσμα των συντελεστών των μεταβλητών απόφασης στην αντικειμενική συνάρτηση. Είναι αυτονόητο πως αφού πρόκειται για τους συντελεστές των μεταβλητών απόφασης θα έχει και αυτό διαστάσεις

nx1. Το $\mathbf{c}^T$ είναι το ανάστροφο του διαστήματος, έτσι ώστε από το γινόμενο $\mathbf{c}^T\mathbf{x}$ να προκύπτει η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος.

- **A** : Είναι ένας πίνακας διαστάσεων mxn όπου n οι μεταβλητές απόφασης και m οι γραμμικοί περιορισμοί του προβλήματος. Ουσιαστικά ο πίνακας **A** περιέχει τους συντελεστές των μεταβλητών απόφασης σε κάθε περιορισμό του προβλήματος.
- $\mathbf{b} = (b_1, b_2, ..., b_m)$: Είναι το διάνυσμα σταθερών όρων, που περιλαμβάνει τα δεξιά μέλη των περιορισμών. Οι διαστάσεις του είναι mx1.
- Η σχέση $\mathbf{x} \geq 0$ εκφράζει τους περιορισμούς μη αρνητικότητας, δηλαδή την απαίτηση από πολλά προβλήματα οι λύσεις να είναι θετικές τιμές.

Στην παραπάνω μορφή μπορούν να μοντελοποιηθούν πολλά προβλήματα της καθημερινής ζωής. Εφόσον ο στόχος είναι συγκεκριμένος, υπάρχει δηλαδή μόνο μια αντικειμενική συνάρτηση, η επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων είναι σχετικά απλή. Η τεχνική επίλυσης που χρησιμοποιείται ευρέως είναι η μέθοδος Simplex η οποία εντοπίζει τη βέλτιστη λύση μέσα από ένα σύνολο εφικτών λύσεων. Το σύνολο των εφικτών λύσεων είναι όλες οι λύσεις, που ικανοποιούν τους περιορισμούς του προβλήματος.

2.6.2 Γραμμικός προγραμματισμός με πολλές αντικειμενικές συναρτήσεις

Τα πραγματικά προβλήματα δεν είναι συνήθως τόσο απλά όσο αυτά που αναφέρονται παραπάνω. Συγκεκριμένα, ο στόχος ενός προβλήματος δεν είναι πάντοτε ένας, ή οι στόχοι ενός προβλήματος δεν μπορούν να συνοψιστούν σε μία αντικειμενική συνάρτηση. Είναι λοιπόν αναγκαία η επίλυση γραμμικών προβλημάτων με σκοπό την μεγιστοποίηση – ή ελαχιστοποίηση – παραπάνω του ενός αντικειμενικών συναρτήσεων.

Στην περίπτωση αυτή γίνεται λόγος για τον πολυκριτήριο γραμμικό προγραμματισμό ο οποίος επεκτείνει το γενικό πλαίσιο που προαναφέρθηκε, στην περίπτωση πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων της μορφής $f_t(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_t^T\mathbf{x}$,

$(t = 1,2,...,k)$ όπου k ο αριθμός των αντικειμενικών συναρτήσεων. Σε αντιστοιχία με τα παραπάνω το πρόβλημα στην περίπτωση αυτή μπορεί να εκφραστεί ως εξής :

Μεγιστοποίηση (max) $\{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}),..., f_k(\mathbf{x})\}$

Υπό τους περιορισμούς $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$

$\mathbf{x} \geq 0$

Στην περίπτωση αυτή η επίλυση θα ήταν πολύ απλή αν η λύση που δίνει το βέλτιστο αποτέλεσμα σε μια αντικειμενική συνάρτηση δίνει βέλτιστο αποτέλεσμα και σε όλες τις άλλες, κάτι που στην πραγματικότητα δε μπορεί να συμβαίνει. Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αυτό η έννοια της βέλτιστης λύσης αντικαθίσταται με την έννοια της αποτελεσματικής λύσης (Efficient Solution). Η αποτελεσματική λύση στηρίζεται στην έννοια της κυριαρχίας (Dominance) η οποία εξηγείται παρακάτω.

Έστω δύο εφικτές λύσεις x_i, x_j ενός προβλήματος και ένα σύνολο αντικειμενικών συναρτήσεων $\{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}),..., f_k(\mathbf{x})\}$. Θεωρείται ότι η x_i κυριαρχεί της x_j (ο συμβολισμός είναι $x_i D x_j$) αν και μόνο αν :

1. Για κάθε f_t ισχύει $f_t(x_i) \geq f_t(x_j)$
2. Υπάρχει f_t τέτοιο ώστε $f_t(x_i) > f_t(x_j)$

Θα πρέπει δηλαδή το x_i να δίνει σε μία αντικειμενική συνάρτηση τιμή καθαρά μεγαλύτερη, και τουλάχιστον ίση σε όλες τις άλλες.

Σύμφωνα με την έννοια της κυριαρχίας, για να χαρακτηριστεί μια λύση x ως αποτελεσματική (Efficient Solution) θα πρέπει να μην υπάρχει άλλη λύση $x^{'}$ τέτοια ώστε να ισχύει $x^{'}Dx$. Να μην υπάρχει δηλαδή λύση που να κυριαρχεί επί της x. Συνήθως, οι αποτελεσματικές λύσεις ενός προβλήματος είναι παραπάνω από μια. Έτσι δημιουργείται το σύνολο αποτελεσματικών λύσεων (Efficient Set). Λόγω της ύπαρξης αυτού του συνόλου και όχι μιας συγκεκριμένης λύσης, η διαδικασία δεν τελειώνει σε αυτό το σημείο. Συγκεκριμένα πρέπει να ακολουθήσει μια αλληλεπιδραστική διαδικασία με τον αποφασίζοντα με τη βοήθεια της οποίας ο τελευταίος θα οδηγηθεί στην επιλογή μιας από τις λύσεις.

Η διαδικασία αυτή βασίζεται σε διάφορες μεθοδολογίες, που έχουν αναπτυχθεί στο χώρο του πολυκριτήριου γραμμικού προγραμματισμού. Οι μεθοδολογίες αυτές λειτουργούν επαναληπτικά και αλληλεπιδραστικά με τον αποφασίζοντα, ενώ σε πολλές περιπτώσεις είναι σκόπιμη μια προκαταρκτική ανάλυση του προβλήματος. Η ανάλυση αυτή έχει σκοπό τη συλλογή χρήσιμων πληροφοριών οι οποίες θα βοηθήσουν τον αποφασίζοντα να κατανοήσει αρχικά το πρόβλημα και στη συνέχεια να επιλέξει ευκολότερα την προτιμώμενη λύση μέσα από το αποτελεσματικό σύνολο. Κάποιες από αυτές τις μεθόδους αναφέρονται στη συνέχεια. [Miettinen, 1999]

- **Η μέθοδος ISWT (Interactive Surrogate Worth Trade-Off Method, Chankong and Haimes, 1978, 1983)**. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή από το σύνολο των αντικειμενικών συναρτήσεων, $f_j(x)$ επιλέγεται η μια, ως συνάρτηση αναφοράς $f_l(x)$ και επιλύεται ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησής της. Σε κάθε βήμα ο αποφασίζον καλείται να κρίνει αν είναι ελκυστικές κάποιες παραχωρήσεις στην τιμή της συνάρτησης αναφοράς προκειμένου να αυξηθεί η τιμή κάποιας άλλης αντικειμενικής συνάρτησης. Έτσι εξετάζονται σταδιακά όλες οι δυνατές παραχωρήσεις μεταξύ μιας αντικειμενικής συνάρτησης και των υπολοίπων.
- **Η** αλληλεπιδραστική σταθμισμένη διαδικασία Chebycheff [Steuer, 1986, 1989, Steuer and Choo, 1983]. Η διαδικασία αυτή επειδή χρησιμοποιείται στη συγκεκριμένη έρευνα αναλύεται σε επόμενη παράγραφο.
- **Η μέθοδος STEM** η οποία είναι από τις πρώτες αλληλεπιδραστικές μεθόδους βελτιστοποίησης πολυκριτηρίων προβλημάτων. Σε κάθε σημείο της επαναληπτικής της διαδικασίας ο αποφασίζοντας καλείται να ταξινομήσει τις αντικειμενικές συναρτήσεις σύμφωνα με τις τιμές τους. Έτσι, τις χωρίζει σε αποδεκτές και μη αποδεκτές. Ακολούθως του ζητείται να «θυσιάσει» ένα μέρος της τιμής των αποδεκτών συναρτήσεων προκειμένου να βελτιωθεί η εικόνα των μη αποδεκτών. [Benayoun et Al., 1971]
- **Η μέθοδος Guess** [Buchanan, 1997]. Η δομή της μεθόδου αυτής είναι σχετικά απλή. Η αποφασίζοντας ορίζει ένα σημείο αναφοράς (reference point) το οποίο

είναι επιθυμητές τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων. Σύμφωνα με αυτό παράγεται μια λύση και η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Απώτερος σκοπός είναι να μεγιστοποιηθεί η ελάχιστη σταθμισμένη απόκλιση του σημείου αναφοράς από το διάνυσμα με τις μέγιστες τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων.

- **Η μέθοδος STOM (Satisficing Trade-Off Method,** Nakayama, 1995, Nakayama and Sawaragi, 1984). Η μέθοδος αυτή περιέχει τόσο ταξινόμηση των αντικειμενικών συναρτήσεων όσο και ορισμό σημείων αναφοράς (reference points). Συγκεκριμένα ο αποφασίζοντας πρέπει να ταξινομήσει τις αντικειμενικές που προκύπτουν σε τρεις κατηγορίες σύμφωνα με τις τιμές τους. Σε ικανοποιητικές, που οι τιμές τους πρέπει να μείνουν σταθερές, σε ικανοποιητικές που οι τιμές τους μπορούν να αυξηθούν και σε μη ικανοποιητικές που οι τιμές τους πρέπει να αυξηθούν. Από τις πληροφορίες αυτές προκύπτει το επόμενο σημείο αναφοράς το οποίο θα οδηγήσει στη νέα λύση.

3. ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Αφού δόθηκε το θεωρητικό υπόβαθρο, πάνω στο οποίο θα βασιστεί η δημιουργία του προγράμματος επίλυσης, μπορεί να γίνει η παρουσίαση του προβλήματος. Ο τελικός στόχος είναι η δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου χρεογράφων, με γνώμονα τα κριτήρια κινδύνου που αναφέρθηκαν αναλυτικά στο προηγούμενο κεφάλαιο. Αρχικά θα γίνει λόγος για τα δεδομένα του προβλήματος. Θα παρουσιαστούν έτσι τα χρεόγραφα τα οποία παίρνουν μέρος στην έρευνα και θα εξεταστεί η προέλευση τους και η χρονική διάρκεια της ανάλυσης. Στη συνέχεια με βάση τη μεθοδολογία του πολυκριτήριου γραμμικού προγραμματισμού θα δημιουργηθεί μια επαναληπτική διαδικασία αποτέλεσμα της οποίας θα είναι ένα συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο. Η διαδικασία θα αποτελείται από βήματα κατά τα οποία θα προκύπτουν και αντίστοιχα χαρτοφυλάκια, τα οποία θα αναλύονται με τέτοιο τρόπο ώστε να προκύψουν τα δεδομένα για το επόμενο βήμα. Η διαδικασία θα τερματίζεται όταν ικανοποιηθεί η συνθήκη σύγκλισης και έτσι θα έχει προκύψει το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο.

3.1 ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Το πρόβλημα αφορά στη δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου χρεογράφων. Αν και ένα χαρτοφυλάκιο μπορεί να αποτελείται από διαφόρων ειδών χρεόγραφα, επικίνδυνα και ακίνδυνα, στην περίπτωση αυτή επιλέχθηκε η δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου από μετοχές. Έτσι, τα δεδομένα του προβλήματος είναι οι ημερήσιες μεταβολές 115 μετοχών οι οποίες διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών. Οι μετοχές, που πήραν μέρος στην έρευνα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα :

ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ	ΕΛΒΑΛ	ΚΛΩΣΤΗΡΙΑ ΝΑΟΥΣΗΣ
ΑΒΑΞ	ΕΛΓΕΚΑ	ΝΕΩΡΙΟΝ ΝΑΥΠΗΓΕΙΑ ΣΥΡΟΥ
ΑΓΡΟΤΙΚΗ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗ	ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΚΑΛΩΔΙΑ	ΝΙΚΑΣ
ΑΕΓΕΚ	ELMEC SPORT	NOTOS COM HOLDINGS
ΑΘΗΝΑ	ELBISCO ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ	ΝΤΕΣΠΕΚ ΕΛΛΑΣ
ΑΚΤΩΡ	ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ	ΟΛΥΜΠΙΑΚΗ
ALFA ALFA HOLDINGS	ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΤΕΧΝΟΔΟΜΙΚΗ	Ο.Τ.Ε.
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ	ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΥΦΑΝΤΟΥΡΓΙΑ	AUTOHELLAS
ALPHA ΛΗΣΙΝΓΚ	ΕΜΠΟΡΙΚΗ	VODAFONE - PANAFON
ΑΛΟΥΜΥΛ ΜΥΛΩΝΑΣ	ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΙΣ ΑΤΤΙΚΗΣ	ΠΕΙΡΑΙΩΣ LEASING
ΑΛΤΕ	ΕΠΙΛΕΚΤΟΣ	ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ALTEC	ΕΡΜΗΣ	ΠΗΓΑΣΟΣ
ALPHA BANK	ΕΘΝΙΚΗ	ΠΛΑΣΤΙΚΑ ΘΡΑΚΗΣ
ΑΝΕΚ	ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ	ΠΛΑΙΣΙΟ COMPUTERS
S & B ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΟΡΥΚΤΑ	Κ.ΔΑΝΙΗΛΙΔΗ Η ΠΑΝΑΓΙΑ	ΠΛΑΣΤΙΚΑ ΚΡΗΤΗΣ
ΑΣΠΙΣ ΠΡΟΝΟΙΑ	EFG EUROBANK	ΠΟΥΛΙΑΔΗΣ & ΣΥΝΕΡΓΑΤΕΣ
ΑΣΠΙΣ ΣΤΕΓΑΣΤΙΚΗ	ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΑΘΗΝΩΝ	ΠΑΝΤΕΧΝΙΚΗ
ALPHA ΑΣΤΙΚΑ ΑΚΙΝΗΤΑ	ΗΛΕΚΤΡΑ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΗ	ΡΟΚΑΣ
ΑΤΤΙΚΕΣ ΕΚΔΟΣΕΙΣ	ΗΡΑΚΛΗΣ	ΣΑΝΥΟ ΕΛΛΑΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧ.
ΑΤΕΡΜΩΝ	HYATT REGENCY	ΓΡ. ΣΑΡΑΝΤΗΣ
ΑΤΤΙΚΗΣ	ΙΑΤΡΙΚΟ ΑΘΗΝΩΝ	ΣΕΛΜΑΝ
ΑΤΤΙ-ΚΑΤ	ΙΝΤΡΑΛΟΤ	ΣΙΔΕΝΟΡ
ΒΑΛΚΑΝ ΕΞΠΟΡΤ	INTRACOM	SPIDER
ΒΑΡΒΑΡΕΣΟΣ ΝΗΜ.ΝΑΟΥΣΗΣ	ΚΑΤΑΣΤ. ΑΦΟΡ/ΤΩΝ ΕΙΔΩΝ	ΑΓΡ/ΚΟΣ ΟΙΚΟΣ ΣΠΥΡΟΥ
ΒΙΟΧΑΛΚΟ	Κ.ΚΑΡΔΑΣΙΛΑΡΗΣ & ΥΙΟΙ	ΓΡΑΜΜΕΣ ΣΤΡΙΝΤΖΗ

ΓΕΚ	ΚΛΩΝΑΤΕΞ	ΤΕΓΟΠΟΥΛΟΣ ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ΕΘΝΙΚΗ ΑΚΙΝΗΤΩΝ	INFO-QUEST	ΤΕΡΝΑ
UNISYSTEMS	Η.ΚΥΡΙΑΚΙΔΗΣ ΜΑΡΜΑΡΑ	ΤΗΛΕΤΥΠΟΣ
GOODYS	LAVIPHARM	TITAN
ΓΕΝΙΚΗ	LAMDA DEVELOPMENT	CHIPITA
DELTA SINGULAR	ΛΑΜΨΑ	ΦΟΙΝΙΞ
ΔΕΛΤΑ ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ	INFORM Π. ΛΥΚΟΣ	FRIGOGLASS
ΔΗΜ/ΦΙΚΟΣ ΟΡΓ. ΛΑΜΠΡΑΚΗ	ΜΙΧΑΗΛ Ι. ΜΑΙΛΛΗΣ	FOURLIS HOLDINGS
EVEREST	ΜΕΤΚΑ	ΧΑΛΚΟΡ
ΕΛΛ. ΒΙΟΜ. ΖΑΧΑΡΗΣ	ΜΗΧΑΝΙΚΗ	ΧΑΤΖΗΙΩΑΝΝΟΥ HOLDINGS
ΕΓΝΑΤΙΑ	ΜΙΝΩΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ	
ΕΘΝΙΚΗ ΑΣΦ.	ΜΟΥΖΑΚΗΣ	
COCA-COLA	ΜΠΑΛΑΦΑΣ ΣΥΜΜ.	
ΕΛΑΙΣ	JUMBO	
HELLAS CAN	ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ ΟΜΙΛ.ΕΠΙΧ.	

Οι μετοχές αυτές συμμετέχουν στους τέσσερις κυριότερους δείκτες του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών . Δημιουργήθηκε ένα σύνολο από τους δείκτες μικρής κεφαλαιοποίησης (Smalcap 80), μεσαίας κεφαλαιοποίησης (FTSE MID-40) υψηλής κεφαλαιοποίησης (FTSE ASE-20) και φυσικά του γενικού δείκτη. Τα στοιχεία, όπως προαναφέρθηκε αφορούν ημερήσιες αποδόσεις των μετοχών αυτών και προέρχονται από το δικτυακό χώρο της εφημερίδας 'Ναυτεμπορική'. Η περίοδος της παρατήρησης αφορά ημερήσια στοιχεία από 1/4/2001 έως και 31/10/2004. Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιούνται τα στοιχεία έως και την 31/12/2003 ενώ οι δέκα μήνες του 2004 χρησιμοποιούνται, για να εξεταστεί σε πραγματικές συνθήκες, η μελλοντική πορεία των χαρτοφυλακίων που προκύπτουν. Για την επίλυση του γραμμικού προβλήματος χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό MATLAB με εγκατεστημένο το πακέτο επίλυσης LINDO. Για να γίνει η επίλυση έπρεπε να δημιουργηθούν πίνακες με τα δεδομένα σε μορφή αναγνωρίσιμη από το MATLAB και στη συνέχεια να δοθούν οι κατάλληλες εντολές για την επίλυση. Στο σημείο αυτό δε θα γίνει αναφορά σε τεχνικές λεπτομέρειες και συγκεκριμένες εντολές καθώς το σύνολο των εντολών επίλυσης συνοψίζεται σε μία συνάρτηση (m-file), που δημιουργήθηκε για αυτό το σκοπό και δίνεται στο παράρτημα. Επιπρόσθετα, η συνάρτηση αυτή περιλαμβάνει όχι μόνο την επίλυση του γραμμικού προγράμματος αλλά το σύνολο της διαδικασίας, μαζί με τους βρόγχους επανάληψης και τα κριτήρια σύγκλισης.

3.2 Η ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΤΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Όπως αναφέρθηκε στις προηγούμενες παραγράφους, η επιλογή χαρτοφυλακίου με βάση την μέση απόλυτη απόκλιση, καθώς και με βάση την αναμενόμενη μετάνοια, οδηγούν στην ανάγκη επίλυσης γραμμικών προβλημάτων. Συγκεκριμένα στην περίπτωση την μέσης αναμενόμενης απόδοσης πρέπει να λυθεί το ακόλουθο πρόβλημα:

$$\min\left[\frac{\sum_{t=1}^{T} y_t}{T}\right]$$

υπό

$$y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_j \geq 0, \quad \text{t= 1,…,T},$$

$$y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_j \geq 0, \quad \text{t= 1,…,T},$$

$$\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq pM_0$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0 \ ,$$

$0 \le x_j \le u_j$, j=1,…, n.

$y_t \ge 0$

Αντίστοιχα, για να γίνει σύνθεση ενός χαρτοφυλακίου με βάση την ελαχιστοποίηση της αναμενόμενης μετάνοιας, πρέπει να επιλυθεί το ακόλουθο επίσης γραμμικό πρόβλημα, που αναλύθηκε στην παράγραφο 2.5:

$$\min_x \quad {}^T[\quad -a]^+$$

υπό

$y^T = x^T L > ae^T$, όπου e το μοναδιαίο διάνυσμα

$x^T q = x$, όπου $x = e^T q$,

$x^T (r-\pi)q^T \ge 0^T$, όπου το 0 συμβολίζει το μηδενικό διάνυσμα στήλη

$x^T r \ge \pi,$

$l \le x \le u,$

Όσον αφορά το κριτήριο του μέγιστου κέρδους, αυτό μπορεί εύκολα να προστεθεί στο τελικό πρόγραμμα με τη μορφή περιορισμού, που θα απαιτεί η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου συν κάποια απόκλιση να είναι μεγαλύτερη ή ίση με τη μέγιστη δυνατή απόδοση. Η μέγιστη δυνατή απόδοση του χαρτοφυλακίου μπορεί εύκολα να υπολογιστεί από τα ημερήσια δεδομένα, αν θεωρηθεί πως όλο το διαθέσιμο κεφάλαιο επενδύεται στη μετοχή με τη μεγαλύτερη απόδοση και να εισαχθεί έτσι στο πρόβλημα. Φυσικά, το κριτήριο αυτό, όπως και τα άλλα τρία, θα συμβάλει και στη διαμόρφωση της αντικειμενικής συνάρτησης.

Το μέτρο κινδύνου, που παρουσιάζει κάποια δυσκολία στη μοντελοποίηση είναι η Αξία στον Κίνδυνο και συγκεκριμένα η περίπτωση της Υπό Συνθήκη Αξίας στον Κίνδυνο, που χρησιμοποιείται στην έρευνα αυτή. Για να ενταχθεί το μέτρο αυτό στο γενικό πλαίσιο του προβλήματος θα πρέπει η σύνθεση χαρτοφυλακίου με γνώμονα τη CVaR να μετατραπεί σε γραμμικό πρόγραμμα.

3.3 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ VAR ΚΑΙ CVAR

Στην παράγραφο αυτή θα δοθεί η μαθηματική προσέγγιση των VaR και CVaR ενώ στη συνέχεια η περίπτωση της CVaR με μετατραπεί σε γραμμικό πρόγραμμα. Για να πραγματοποιηθεί αυτό θα πρέπει αρχικά να οριστεί μια συνάρτηση, που θα αντιπροσωπεύει τις απώλειες. Η συνάρτηση αυτή ορίζεται ως f(x,y). Το διάνυσμα $x \in X$ παίρνει τιμές στο $\Re^m$ και περιέχει τις μεταβλητές απόφασης. Θα μπορούσε για παράδειγμα να είναι ο αριθμός κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο. Το διάνυσμα y συμβολίζει τις αβεβαιότητες όπως παραδείγματος χάρην τιμές της αγοράς, που μπορούν να επηρεάσουν τις απώλειες.

Για κάθε διαφορετικό x η f(x,y) είναι μια τυχαία μεταβλητή στο $\Re$ σύμφωνα με το y. Θεωρούμε τώρα ότι το y έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ρ(y). Έτσι η πιθανότητα οι απώλειες f(x,y), να μην υπερβούν ένα δεδομένο όριο ζ, δίνεται από τον τύπο :

$$\Psi(x,\zeta) = \int_{f(x,y)\leq\zeta} \rho(y)dy$$

Ως συνάρτηση του ζ για σταθερό x, η $\Psi(x,\zeta)$ είναι η αθροιστική συνάρτηση κατανομής για κάθε απώλεια, που σχετίζεται με το x και θεωρείται συνεχής για κάθε ζ. Στη συνέχεια οι τιμές των α-VaR και α-CVaR, όπου $a \in (0,1)$ δείχνει το διάστημα εμπιστοσύνης, θα συμβολίζονται με $\zeta_\alpha(x)$ και $\phi_\alpha(x)$ αντίστοιχα. Έτσι:

$$\zeta_\alpha(x) = \alpha\text{VaR} = \min\{\zeta \in \Re : \Psi(x,\zeta) \geq a\}$$

$$\phi_\alpha(x) = \alpha\text{CVaR} = \frac{1}{1-a}\int_{f(x,y)\geq\zeta_\alpha(x)} f(x,y)\rho(y)dy$$

Αφού ορίστηκαν μαθηματικά οι έννοιες της αξίας στον κίνδυνο, θα πρέπει να γίνουν οι απαραίτητοι μετασχηματισμοί έτσι ώστε το πρόβλημα να μετασχηματιστεί σε γραμμικό, το οποίο μπορεί εύκολα να βελτιστοποιηθεί. Για να πραγματοποιηθεί αυτό ορίζεται η παρακάτω συνάρτηση :

$F_a(x,\zeta) = \zeta + (1-\alpha)^{-1}\int_{y\in R}[f(x,y)-\zeta]^{+}\rho(y)dy$. Όπου $[t]^{+} = \max\{t,0\}$.

Σύμφωνα με τους Rockafellar and Uryasev (2000), αποδεικνύεται ότι η ελαχιστοποίηση της α-CVaR των απωλειών, που σχετίζονται με το $x \in X$, είναι ισοδύναμη με την ελαχιστοποίηση της $F_a(x,\zeta)$ για κάθε ζεύγος $(x,\zeta) \in \mathrm{X}x\Re$, δηλαδή :

$$\min_{x\in X}\phi_\alpha(x) = \min_{(x,\zeta)\in X\times\mathbb{R}} F_a(x,\zeta)$$

Σύμφωνα με τη σχέση αυτή, για τον καθορισμό του διανύσματος x το οποίο βελτιστοποιεί την α-CVaR, δε χρειάζεται να ασχοληθεί κανείς με τη συνάρτηση $\phi_\alpha(x)$, το οποίο είναι δύσκολο εξαιτίας της φύσης της συνάρτησης. Αντί για αυτήν αρκεί να βελτιστοποιηθεί η απλούστερη σε έκφραση συνάρτηση $F_a(x,\zeta)$.

Για την εύρεση ενός αποτελεσματικού συνόλου [Rockafellar and Uryasev (2000)] μπορεί να ελαχιστοποιηθεί η τιμή της α-CVaR και ταυτόχρονα να απαιτείται μια ελάχιστη αναμενόμενη απόδοση. Θεωρώντας διαφορετικές αναμενόμενες αποδόσεις οι διάφορες λύσεις, που προκύπτουν δημιουργούν το αποτελεσματικό σύνολο. Μια εναλλακτική προσέγγιση από αυτήν είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους, με ταυτόχρονο περιορισμό του λαμβανόμενου ρίσκου. Μπορούν λοιπόν να αντιμετατεθούν οι συναρτήσεις της CVaR και της αναμενόμενης απόδοσης και τελικά να ελαχιστοποιηθεί η αναμενόμενη ζημία υπό τον περιορισμό της CVaR.

Έστω η συνάρτηση $\phi(x)$ και η R(x) (συνάρτηση κέρδους) οι οποίες εξαρτώνται από το διάνυσμα απόφασης x. Οι Krokhmal, Palmquist, και Uryasev (2001) αποδεικνύουν ότι τα ακόλουθα προβλήματα βελτιστοποίησης είναι ισοδύναμα :

(P1) $\min\limits_{x} \phi(x) - \mu_1 R(x), x \in X, \mu_1 \geq 0$

(P2) $\min\limits_{x} \phi(x), R(x) \geq p, x \in X$

(P3) $\min\limits_{x} \; -R(x), \phi(x) \leq \omega, x \in X$

Έτσι για τη δημιουργία του αποτελεσματικού συνόλου με τις συναρτήσεις $\phi_\alpha(x)$ της CVaR και R(x) του κέρδους, μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε από τις τρεις εκφράσεις (P1),(P2),(P3). Επίσης, η συνάρτηση $F_a(x,\zeta)$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί αντί της $\phi_\alpha(x)$ για την επίλυση του (P2). Αποδεικνύεται επίσης, ότι η $F_a(x,\zeta)$ μπορεί να αντικαταστήσει την $\phi_\alpha(x)$ και στις υπόλοιπες εκφράσεις του προβλήματος, (P1) και (P3).

Τα αντίστοιχα προβλήματα (P1),(P2),(P3), που παρουσιάστηκαν πριν μπορούν να συνδυαστούν με διάφορες ιδέες για προσέγγιση του ολοκληρώματος της $F_a(x,\zeta)$. Το ολοκλήρωμα μπορεί να προσεγγιστεί για παράδειγμα με δειγματοληψία της πιθανότητας της κατανομής του y σύμφωνα με τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ρ(y). Αν η δειγματοληψία δώσει ένα σύνολο από διανύσματα $y_1, y_2, ..., y_J$ τότε η προσέγγιση του ολοκληρώματος και κατά συνέπεια της

$F_a(x,\zeta) = \zeta + (1-\alpha)^{-1} \int_{y \in R} [f(x,y) - \zeta]^+ \rho(y) dy$ είναι :

$$\tilde{F}_a(x,\zeta) = \zeta + (1-\alpha)^{-1} \sum_{j=1}^{J} \pi_j [f(x,y_j) - \zeta]^+ ,$$

όπου με π_j συμβολίζεται η πιθανότητα του κάθε σεναρίου y_j. Αν η συνάρτηση f(x,y) των απωλειών είναι γραμμική ως προς το x, τότε η $\tilde{F}_a(x,\zeta)$ είναι κυρτή και συνεχής για διακριτές τιμές.

Έτσι, η συνάρτηση $F_a(x,\zeta)$ μπορεί να αντικατασταθεί από την $\tilde{F}_a(x,\zeta)$. Επιπρόσθετα με χρήση μεταβλητών $z_j, j=1,...,J$ μπορεί η $\tilde{F}_a(x,\zeta)$ να αντικατασταθεί από τη γραμμική σχέση

$$\zeta + (1-\alpha)^{-1}\sum_{j=1}^{J}\pi_j z_j$$

και από το σύνολο των γραμμικών επίσης περιορισμών :

$$z_j \geq f(x,y_j)-\zeta,$$

$$z_j \geq 0, \qquad j=1,...,J$$

$$\zeta \in \Re$$

Συνεπώς, βάσει των παραπάνω παρατηρήσεων, ο περιορισμός $\phi_\alpha(x)\leq\omega$ στο πρόβλημα (P3), μπορεί να αντικατασταθεί από τον περιορισμό $F_a(x,\zeta)\leq\omega$. Επιπρόσθετα, ο περιορισμός αυτός μπορεί να προσεγγιστεί από τον $\tilde{F}_a(x,\zeta)\leq\omega$ και να περιοριστεί στο παρακάτω σύστημα γραμμικών περιορισμών : [Krokhmal, Palmquist, Uryasev, 2001]

$$\zeta + (1-\alpha)^{-1}\sum_{j=1}^{J}\pi_j z_j \leq \omega, \quad z_j \geq f(x,y_j)-\zeta, \quad z_j \geq 0, \ j=1,...,J, \ \zeta\in\Re.$$

3.4 ΤΟ ΤΕΛΙΚΟ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ

Στην παράγραφο αυτή θα χρησιμοποιηθούν όλα τα παραπάνω συμπεράσματα, έτσι ώστε να μοντελοποιηθεί πλήρως, ένα πρόβλημα επιλογής χαρτοφυλακίου, με γραμμικό τρόπο, δηλαδή γραμμικές συναρτήσεις και περιορισμούς. Για να γίνει η διαδικασία πιο κατανοητή θα δοθούν διάφοροι συμβολισμοί. Αρχικά θα θεωρηθεί ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από n (i=1,2,…,n) χρεόγραφα. Στο εξής θα συμβολίζεται με $x^0=(x_1^0,x_2^0,...,x_n^0)^T$ η αρχική σύνθεση του χαρτοφυλακίου, για παράδειγμα ο αριθμός κάθε μετοχής στο αρχικό χαρτοφυλάκιο και $x = (x_1, x_2, ..., x_n)^T$ η σύνθεση του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου, του χαρτοφυλακίου δηλαδή μετά τη βελτιστοποίηση. Οι αρχικές τιμές των χρεογράφων, δηλαδή οι τιμές τη στιγμή της αγοράς τους, θα δίνονται από το διάνυσμα $q = (q_1, q_2, ..., q_n)^T$. Προφανώς, το εσωτερικό γινόμενο $q^T x^0$ αντιπροσωπεύει την αρχική αξία του χαρτοφυλακίου.

3.4.1 Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος

Ένα από τα βασικότερα στάδια ενός τέτοιου προβλήματος είναι ο καθορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης και του αν πρόκειται για πρόβλημα μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης. Στην προκειμένη περίπτωση, επειδή μελετώνται μέτρα κινδύνου, θεωρήθηκε σωστό να δημιουργηθεί ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης. Η αντικειμενική συνάρτηση δηλαδή θα περιλαμβάνει το σύνολο των κινδύνων και σκοπός του προγράμματος θα είναι η ελαχιστοποίησή της. Για τη δημιουργία της αντικειμενικής συνάρτησης ορίζονται τα εξής:

f_1 : Η συνάρτηση που εκφράζει την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου

f_2 : Η συνάρτηση που εκφράζει την τιμή της CVaR

f_3 : Η αναμενόμενη μετάνοια (Expected Regret, ER) για τη συγκεκριμένη επιλογή και

f_4 : Το σύνολο της μέσης απόλυτης απόκλισης (Mean Absolute Deviation, MAD) του χαρτοφυλακίου

Έτσι, το γραμμικό πρόγραμμα επίλυσης θα αφορά στην ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης :

$$C = -p(f_1 - f_2 - f_3 - f_4) + a$$

Το p είναι ένας μικρός αριθμός, που στην προκειμένη περίπτωση ορίστηκε ως $p = 10^{-3}$. Έτσι οι τιμές των συναρτήσεων, που πολλαπλασιάζονται με αυτό θα προσεγγίσουν την τάξη μεγέθους του a. Το a όπως θα φανεί καλύτερα και στους περιορισμούς του προβλήματος, μετρά την απόκλιση των τιμών των τεσσάρων συναρτήσεων από την καλύτερη δυνατή τιμή και σκοπός είναι η ελαχιστοποίησή του. Τέλος, το διαφορετικό πρόσημο της f_1, δηλαδή της συνάρτησης του κέρδους, οφείλεται προφανώς στο ότι σε αντίθεση με τα άλλα τρία μέτρα, που σκοπός είναι η ελαχιστοποίησή τους, το κέρδος κάτι που ζητείται να μεγιστοποιηθεί.

3.4.2 Οι περιορισμοί του προβλήματος

Το δεύτερο και τελευταίο βήμα για τη δημιουργία του γραμμικού προγράμματος επίλυσης είναι ο ορισμός των περιορισμών του προβλήματος. Αρχικά, θα παρουσιαστούν οι περιορισμοί που προκύπτουν από τη CVaR. Στους περιορισμούς αυτούς θα γίνει μια τροποποίηση. Ο τρόπος γραμμικοποίησης της CVaR του προαναφέρθηκε, περιλαμβάνει το ποσοστό ω του κεφαλαίου, που εκτίθεται σε κίνδυνο, έτσι ώστε να δημιουργηθεί ένα αυτόνομο πρόβλημα επίλυσης. Στην προκειμένη περίπτωση αυτό δεν είναι αναγκαίο καθώς η CVaR πρέπει απλώς να ενσωματωθεί στο πρόγραμμα και όχι να επιλύεται το πρόβλημα σύνθεσης μόνο με αυτό το μέτρο. Συγκεκριμένα, οι εξαρτημένες από τα σενάρια τιμές των χρεογράφων στο τέλος της περιόδου αναπροσαρμογής του χαρτοφυλακίου είναι $y = (y_1, y_2, ..., y_n)^T$. Τότε η συνάρτηση των απωλειών στο τέλος της περιόδου θα είναι :

$$f(x, y; x^0, q) = -y^T x + q^T x^0 \quad (1)$$

δηλαδή, η αρχική αξία του χαρτοφυλακίου μείον την τελική. Αντικαθιστώντας την (1) στη σχέση $z_j \geq f(x, y_j) - \zeta$, που προέκυψε προηγουμένως, προκύπτει ο περιορισμός λόγω της CVaR ο οποίος είναι :

$$z_j \geq \sum_{i=1}^{n}(-y_{ij}x_i + q_i x_i^0) - \zeta$$

$$z_j \geq 0 \ \ , \ j = 1,..., J$$

Όπου J είναι ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων σεναρίων για τις αποδόσεις, τα οποία δημιουργήθηκαν από ιστορικά δεδομένα με τη μέθοδο bootstrap. Για τη συγκεκριμένη έρευνα χρησιμοποιήθηκαν 1000 σενάρια τα οποία αφορούν τις 10μερες αποδόσεις των μετοχών. Εκτός από αυτό το σύνολο περιορισμών, προκύπτει και ένας ακόμα, από τη λογική διαπίστωση, ότι η συνολική αξία των χρεογράφων τη στιγμή της αγοράς τους θα πρέπει να είναι ίση με το κεφάλαιο το οποίο επιθυμεί ο επενδυτής να διαθέσει. Θα πρέπει δηλαδή το κεφάλαιο, που θα επενδυθεί να μην ξεπερνά αλλά ούτε να είναι λιγότερο από τα διαθέσιμα κεφάλαια του αποφασίζοντα. Αν λοιπόν το αρχικό κεφάλαιο είναι C τότε θα πρέπει :

$$\sum_{i=1}^{n} q_i x_i^0 = C$$

Μετά και από τον περιορισμό του κεφαλαίου, σειρά έχει το σύνολο περιορισμών λόγω της αναμενόμενης μετάνοιας. Αν θεωρηθεί ότι η μετάνοια ορίζεται ως το ποσό το οποίο χάνει ο επενδυτής σύμφωνα με το κάθε σενάριο, τότε θα πρέπει η απόδοση του χαρτοφυλακίου συν μια μεταβλητή ξ να είναι μεγαλύτερη ή ίση με το κεφάλαιο που επενδύεται αρχικά. Σκοπός στην περίπτωση αυτή είναι το ξ να πάρει όσο το δυνατό μικρότερη τιμή. Έτσι, στο πρόβλημα θα πρέπει να προστεθεί μια σειρά περιορισμών της μορφής :

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_{ij} + \xi_j \geq C, \ \ j = 1, 2, ..., J$$

Αντίστοιχη λογική ακολουθεί και το σύνολο περιορισμών που αφορά τη μέση απόλυτη απόκλιση, το οποίο διατυπώνεται ως εξής:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \left(y_{ij} - \frac{1}{J}\sum_{k=1}^{J} y_{ik} \right) + \mu_j^+ - \mu_j^- = 0, \ \ j = 1, 2, ..., J$$

Ουσιαστικά σε κάθε σενάριο και για κάθε μετοχή, μετράται η διαφορά της τρέχουσας αξίας από την αναμενόμενη, δηλαδή η μέση απόλυτη απόκλιση η οποία πρέπει να είναι η ελάχιστη δυνατή.

Τέλος, εκτός από όλα τα παραπάνω σύνολα περιορισμών, που είναι ανάλογα κάθε φορά με τον αριθμό των σεναρίων, η παράγραφος κλείνει με κάποιους περιορισμούς για τα f_1, f_2, f_3, f_4. Στους περιορισμούς αυτούς παίρνουν μέρος και τα βάρη σημαντικότητας των μέτρων κινδύνου. Έτσι, αν θεωρηθούν w_1, w_2, w_3, w_4 τα βάρη των f_1, f_2, f_3, f_4 αντίστοιχα, προκύπτει το παρακάτω σύστημα γραμμικών περιορισμών :

$$w_1 f_1 + \varepsilon \geq w_1 * (\textit{ΜέγιστοΚέρδος})$$

$$-w_2 f_2 + \varepsilon \geq 0$$

$$-w_3 f_3 + \varepsilon \geq 0$$

$$-w_4 f_4 + \varepsilon \geq 0$$

Όπου σύμφωνα και με τα παραπάνω :

$$f_1 = \sum_{i=1}^{n} E(y_i) x_i$$

$$f_2 = CVaR = \zeta + (1-\alpha)^{-1} \sum_{j=1}^{J} \pi_j z_j$$

$$f_3 = ER = \sum_{i=1}^{J} \frac{\xi_i}{J}$$

$$f_4 = MAD = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^{J} \left(\mu_j^+ + \mu_j^- \right)$$

Είναι φανερό πως από τους περιορισμούς αυτούς ορίζεται η μέγιστη απόκλιση (ε) των επιδόσεων του χαρτοφυλακίου στους στόχους f_1, f_2, f_3, f_4 από τις αντίστοιχες άριστες τιμές τους. Το κάθε μέτρο θα επηρεάσει την τελική επιλογή ανάλογα με το βάρος του, w.

3.4.3 Η τελική μορφή του προγράμματος επίλυσης

Συνοψίζοντας τα αποτελέσματα των δύο παραπάνω παραγράφων, προκύπτει το προς επίλυση γραμμικό πρόβλημα το οποίο είναι το ακόλουθο :

$$\text{Min } [\, C = -p(f_1 - f_2 - f_3 - f_4) + \varepsilon \,]$$

Υπό τους περιορισμούς

$$z_j \geq \sum_{i=1}^{n} (-y_{ij} x_i + q_i x_i^0) - \zeta$$

$$z_j \geq 0 \;\;,\; j = 1, ..., J$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_{ij} + \xi_j \geq C, \;\; j = 1,\, 2,\, ...,\, J$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \left(y_{ij} - \frac{1}{J} \sum_{k=1}^{J} y_{ik} \right) + \mu_j^{+} - \mu_j^{-} = 0, \;\; j = 1,\, 2,\, ...,\, J$$

$$\sum_{i=1}^{n} q_i x_i^0 = C$$

$$w_1 f_1 + \varepsilon \geq w_1 * (\text{Μ}\acute{\varepsilon}\gamma\iota\sigma\tau o \text{Κ}\acute{\varepsilon}\rho\delta o\varsigma)$$

$$-w_2 f_2 + \varepsilon \geq 0$$

$$-w_3 f_3 + \varepsilon \geq 0$$

$$-w_4 f_4 + \varepsilon \geq 0$$

$$\varepsilon,\ \mu_j^+,\ \mu_j^-,\ x_i,\ \xi_j,\ z_j,\ \zeta \geq 0$$

3.5 Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Σκοπός αυτής της έρευνας, εκτός από τη δημιουργία του μοντέλου επιλογής χαρτοφυλακίου, είναι να εντοπιστεί και το πώς επηρεάζει το κάθε μέτρο κινδύνου, την πορεία των χαρτοφυλακίων στο μέλλον. Συγκεκριμένα, αλλάζοντας κανείς τα τέσσερα βάρη σημαντικότητας, w_1, w_2, w_3, w_4 μπορεί να αλλάξει το πόσο επηρεάζει το κάθε μέτρο κινδύνου το τελικό χαρτοφυλάκιο και να προκύψει μια τελείως διαφορετική επιλογή μετοχών. Όλα αυτά τα διαφορετικά χαρτοφυλάκια είναι φυσικό πως θα έχουν διαφορετική μελλοντική πορεία, μιας και θα αποτελούνται από διαφορετικά χρεόγραφα ή αντίστοιχα χρεόγραφα με διαφορετικά ποσοστά συμμετοχής. Αν θεωρηθεί λοιπόν ότι τα τέσσερα βάρη μπορούν να πάρουν τιμές στο διάστημα $[0,1]$, σκοπός του αλγορίθμου βελτιστοποίησης είναι η σταδιακή μείωση του διαστήματος αυτού για το κάθε βέρος ξεχωριστά μέχρι να ικανοποιηθεί κάποια συνθήκη σύγκλισης και να υπάρξει ένα μικρό διάστημα μέσα στο οποίο μπορεί να πάρει τιμές το κάθε βάρος. Σε κάθε βήμα γίνεται αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων που προκύπτουν σύμφωνα με τα τρέχοντα βάρη και αποτέλεσμα της αξιολόγησης αυτής είναι η αναπροσαρμογή του διαστήματος των βαρών.

Συνοπτικά η διαδικασία η οποία αναπτύχθηκε από τους [Steuer & Choo, 1983] έχει τα παρακάτω βήματα. Όπως προαναφέρθηκε, η ακριβής μορφή του αλγορίθμου, δίνεται στο παράρτημα.

Βήμα 1^o : Ορίζονται τα αρχικά όρια των βαρών τα οποία θα αναπροσαρμοστούν στη συνέχεια. Αρχικά και τα τέσσερα βάρη μπορούν να πάρουν τιμές από 0 έως 1.

Βήμα 2^o : Παραγωγή Κ τετράδων βαρών. Το βήμα αυτό πραγματοποιείται με τη βοήθεια γεννήτριας τυχαίων αριθμών και αφορά στην παραγωγή τυχαίων τιμών για τα τέσσερα βάρη. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα επιλέχθηκε η τιμή K=400, δηλαδή σε κάθε βήμα γίνεται παραγωγή τετρακοσίων τυχαίων τετράδων.

Βήμα 3^o : Φιλτράρισμα των βαρών. Επειδή από το προηγούμενο βήμα πολλές τετράδες είναι παρόμοιες και δεν υπάρχει πρακτική σημασία στο να εξεταστούν όλες, πρέπει να γίνει κάποιο φιλτράρισμα έτσι ώστε να μείνουν διαφορετικές τετράδες βαρών. Αυτό πραγματοποιείται με τον αλγόριθμο FILTER [Steuer, 1986] και επιλέγονται τελικά δέκα ή είκοσι τετράδες, ανάλογα με το πόσες επιλύσεις του προβλήματος θα ακολουθήσουν.

Βήμα 4^o : Το πρόβλημα επιλογής χρεογράφων επιλύεται δέκα ή είκοσι φορές χρησιμοποιώντας το γραμμικό πρόγραμμα επίλυσης και τις τετράδες των βαρών από το προηγούμενο βήμα.

Βήμα 5^o : Από τα παραπάνω χαρτοφυλάκια επιλέγεται το καλύτερο. Αυτό γίνεται είτε με σύγκριση της απόδοσης των χαρτοφυλακίων, σε διαφορετικό σύνολο σεναρίων από αυτό που χρησιμοποιήθηκε για τη δημιουργία τους, είτε με χρήση της μεθόδου PROMETHEE. Κατά την πρώτη περίπτωση το πρόβλημα επιλογής είναι μονοκριτήριο και έχει να κάνει μόνο με τη μεγιστοποίηση της απόδοσης, ενώ με τη μέθοδο PROMETHEE λαμβάνονται υπόψην και άλλα χαρακτηριστικά του προβλήματος. Συγκεκριμένα με την PROMETHEE τα χαρτοφυλάκια αξιολογούνται με βάση τις επιδόσεις τους και στις τέσσερις αντικειμενικές συναρτήσεις f1, f2, f3 και f4. Ως βέλτιστο χαρτοφυλάκιο θεωρείται αυτό με τη μεγαλύτερη καθαρή ροή (net flow), που υπολογίζεται από την PROMETHEE. Η μέθοδος εφαρμόζεται με το γενικευμένο κριτήριο του Gauss, ενώ εξετάζονται 50 διαφορετικά σενάρια για τα βάρη των τεσσάρων κριτηρίων. Στα σενάρια αυτά τα βάρη θεωρούνται ομοιόμορφα κατανεμημένες τυχαίες μεταβλητές μέσα στο προκαθορισμένο διάστημα τιμών. Το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο και συγκεκριμένα η τετράδα βαρών από την οποία προέκυψε το χαρτοφυλάκιο αυτό χρησιμοποιούνται σε υπολογισμούς για να γίνει η αναπροσαρμογή του διαστήματος των βαρών. Πιο αναλυτικά υπολογίζονται οι τιμές των τεσσάρων αντικειμενικών και ανάλογα με τη διαφορά της κάθε μιας από την ιδανική τιμή, υπολογίζεται ένα ποσό κατά το οποίο θα μειωθεί το διάστημα του αντίστοιχου βάρους σημαντικότητας. Με το νέο πλέον διάστημα τιμών των βαρών η διαδικασία επαναλαμβάνεται από το βήμα 2.

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται από την αρχή με το νέο διάστημα βαρών, είτε δέκα φορές στην περίπτωση δέκα επιλύσεων στο βήμα 4, είτε πέντε φορές στην περίπτωση είκοσι επιλύσεων. Έτσι, κάθε φορά γίνονται συνολικά εκατό επιλύσεις του προβλήματος. Εκτός από αυτήν την περίπτωση, όπου έχουμε ολοκλήρωση της διαδικασίας, ο αλγόριθμος μπορεί να διακοπεί αν κάποιο από τα τέσσερα διαστήματα των βαρών είναι μικρότερο από 0.05 και δεν έχει νόημα η παραπέρα μείωσή του.

Όπως γίνεται κατανοητό από τα παραπάνω, το πρόβλημα λύθηκε με τέσσερις διαφορετικούς τρόπους. Η διαφορά έγκειται στον αριθμό επαναλήψεων, στο τέλος των οποίων γίνεται και αναπροσαρμογή του διαστήματος των βαρών, και στον τρόπο αξιολόγησης των χαρτοφυλακίων. Ο τρόπος αυτός είναι είτε η απόδοση του χαρτοφυλακίου είτε η σύγκριση με τη βοήθεια της μεθόδου PROMETHEE και πραγματοποιείται κάθε φορά σε δέκα ή είκοσι χαρτοφυλάκια.

Deleted: ¶
¶
¶
¶
¶

Deleted: ¶

Formatted: Bullets and Numbering

4. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν και θα σχολιαστούν τα αποτελέσματα της από την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας στα δεδομένα μετοχών του ΧΑΑ. Τα δεδομένα τα οποία, όπως προαναφέρθηκε, συλλέχθηκαν από το διαδίκτυο, αφορούσαν ημερήσιες αποδόσεις κάποιων χρεογράφων. Με τη βοήθεια του bootstrap, από τις ημερήσιες αποδόσεις διαμορφώθηκαν δύο σύνολα χιλίων σεναρίων για τις δεκαήμερες αποδόσεις των μετοχών. Το πρώτο σύνολο σεναρίων, θα αναφέρεται στο ως εξής ως Σ1 και χρησιμοποιήθηκε για τη διαμόρφωση των χαρτοφυλακίων βάσει της μεθοδολογίας που περιγράφθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Το δεύτερο σύνολο σεναρίων (Σ2) χρησιμοποιήθηκε για την αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων και την επιλογή του καλύτερου σε κάθε επανάληψη της πολυκριτήριας διαδικασίας βελτιστοποίησης ($5^{ο}$ βήμα της διαδικασίας που περιγράφθηκε στην ενότητα 3.5) με βάση το κριτήριο της απόδοσης. Η παρουσίαση χωρίζεται σε δύο μέρη ανάλογα με το πώς γίνεται η αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων. Αρχικά παρουσιάζονται τα αποτελέσματα δέκα επαναλήψεων και αντίστοιχα αναπροσαρμογών του διαστήματος των βαρών, στο κάθε ένα από τα οποία γίνονται δέκα επιλύσεις του προβλήματος σύνθεσης χαρτοφυλακίου. Στη συνέχεια η διαδικασία επαναλαμβάνεται με πέντε επαναλήψεις και είκοσι επιλύσεις στην κάθε μια, με κριτήριο και πάλι την απόδοση. Ο τρόπος σύγκρισης των χαρτοφυλακίων, έτσι ώστε με βάση το καλύτερο να αναπροσαρμοστεί το διάστημα των βαρών για το επόμενο βήμα, είναι η απόδοση. Η απόδοση υπολογίζεται σύμφωνα με ένα δεύτερο σετ σεναρίων των αποδόσεων των μετοχών, το οποίο είναι ανεξάρτητο από αυτό που χρησιμοποιείται για την επίλυση του προβλήματος και τη διαμόρφωση των χαρτοφυλακίων. Στο δεύτερο μέρος, επαναλήψεις και πλήθος επιλύσεων είναι το αντίστοιχο, μόνο που αυτή τη φορά η σύγκριση μεταξύ των χαρτοφυλακίων γίνεται με τη μέθοδο PROMETHEE στο $1^{ο}$ σετ σεναρίων και όχι με το κριτήριο της απόδοσης.

Comment [M1]: Να γραφεί αν Promethee εφαρμόζεται στο $1^{ο}$ ή στο $2^{ο}$ σετ σεναρίων.

Όπως, γίνεται κατανοητό κατά τη διάρκεια της επίλυσης δημιουργείται μια σειρά από χαρτοφυλάκια, ενώ για τα τέσσερα μέτρα κινδύνου, που αποτελούν τις αντικειμενικές συναρτήσεις του προβλήματος, υπάρχουν τέσσερα διαστήματα τιμών τα οποία σε κάθε βήμα μικραίνουν. Κατά την παρουσίαση των αποτελεσμάτων θα δοθούν οι αποδόσεις όλων των χαρτοφυλακίων, που προέκυψαν, ενώ παραπέρα ανάλυση θα γίνεται στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο, δηλαδή στο καλύτερο χαρτοφυλάκιο της τελευταίας επανάληψης. Τα στοιχεία του χαρτοφυλακίου, που θα αναλύονται είναι η αναμενόμενη απόδοση, η τυπική απόκλιση, και η συνολική και μελλοντική απόδοσή του. Τέλος, θα παρουσιάζονται τα τέσσερα διαστήματα τιμών, μέσα από τα οποία γίνεται η επιλογή των τεσσάρων βαρών σημαντικότητας και θα επιχειρείται μια προσέγγιση του πόσο επηρέασε το κάθε ένα μέτρο κινδύνου, το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο.

Formatted: Bullets and Numbering

3.6 ΕΠΙΛΟΓΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ ΜΕ ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΤΗΝ ΑΠΟΔΟΣΗ

Αρχικά η αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων έγινε με βάση την απόδοσή τους. Στην πρώτη περίπτωση ο αλγόριθμος φτιάχτηκε έτσι ώστε να γίνουν δέκα επαναλήψεις και δέκα επιλύσεις στην κάθε μια και στη συνέχεια έτσι ώστε να γίνουν πέντε επαναλήψεις και είκοσι επιλύσεις. Στην πρώτη περίπτωση η συνθήκη σύγκλισης ικανοποιήθηκε κατά την ενάτη επανάληψη και έτσι ουσιαστικά έγιναν εννέα επαναλήψεις και αναπροσαρμογές του διαστήματος των βαρών. Σε κάθε μια επανάληψη γίνονταν δέκα επιλύσεις του προβλήματος και προέκυπταν δέκα χαρτοφυλάκια.

Στη συνέχεια της έρευνας, ο αλγόριθμος διαμορφώθηκε έτσι ώστε να μπορούν να γίνουν συνολικά πέντε επαναλήψεις, με ισάριθμες αναπροσαρμογές των βαρών των τεσσάρων μέτρων κινδύνου. Το σύνολο των χαρτοφυλακίων, που υπάρχει δυνατότητα να δημιουργηθούν, είναι και σε αυτήν την περίπτωση εκατό, γιατί στο κάθε ένα βήμα πραγματοποιούνται είκοσι επιλύσεις του γραμμικού προβλήματος σύνθεσης χαρτοφυλακίου. Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, εκτός από το βρόγχο των πέντε επαναλήψεων στον αλγόριθμο υπάρχει και μια συνθήκη σύγκλισης για το διάστημα των βαρών, που αν ικανοποιηθεί τερματίζεται η διαδικασία. Συγκεκριμένα αν η διαφορά άνω και κάτω ορίου είναι μικρότερη από 0.05, δηλαδή το εύρος τιμών κυμαίνεται στο 5%, τότε η διαδικασία σταματά.

Formatted: Bullets and Numbering

3.6.1 Ανάλυση των αποδόσεων των χαρτοφυλακίων

Αρχικά η διαδικασία εφαρμόστηκε για δέκα επαναλήψεις σε κάθε μία από τις οποίες αναπτύχθηκαν δέκα χαρτοφυλάκια. Με τις παραμέτρους αυτές, η συνθήκη σύγκλισης του διαστήματος βαρών ικανοποιήθηκε μετά από εννέα αναπροσαρμογές. Οι αποδόσεις των χαρτοφυλακίων που διαμορφώθηκαν σε κάθε επανάληψη της διαδικασίας παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα. Οι αποδόσεις αυτές είναι οι αναμενόμενες δεκαήμερες αποδόσεις του κάθε χαρτοφυλακίου μετρούμενες με βάση το σύνολο σεναρίων Σ2.

Επανάληψη	1	2	3	4	5	6	7	8	9	6	7	8	9
1	-0,579	-0,077	-0,567	0,177	0,146	0,250	0,364	0,449	0,384	0,250	0,364	0,449	0,384
2	-0,567	-0,567	-0,114	-0,098	-0,188	0,510	0,418	0,407	0,342	0,510	0,418	0,407	0,342
3	0,519	0,219	-0,019	-0,167	-0,254	0,309	0,351	0,453	0,478	0,309	0,351	0,453	0,478
4	0,030	-0,566	0,272	0,324	0,508	0,398	0,108	0,332	0,524	0,398	0,108	0,332	0,524
5	0,030	-0,574	-0,149	0,443	0,356	0,079	0,018	0,297	0,364	0,079	0,018	0,297	0,364
6	-0,567	0,030	-0,091	0,054	0,232	0,157	0,498	0,418	0,427	0,157	0,498	0,418	0,427
7	-0,566	-0,567	-0,566	0,492	0,164	0,377	0,379	0,247	0,508	0,377	0,379	0,247	0,508
8	-0,567	-0,567	-0,566	0,143	0,232	-0,166	0,245	0,222	0,482	-0,166	0,245	0,222	0,482
9	-0,574	-0,567	-0,566	-0,566	0,308	0,294	0,160	0,503	0,447	0,294	0,160	0,503	0,447
10	-0,567	-0,574	0,408	-0,566	-0,304	0,456	0,408	0,364	0,465	0,456	0,408	0,364	0,465
M.O.	-0,341	-0,381	-0,196	0,024	0,120	0,266	0,295	0,369	0,442	0,266	0,295	0,369	0,442

Πίνακας 4.1 : Μέσες δεκαήμερες αποδόσεις (%) των χαρτοφυλακίων και μέσες αποδόσεις της κάθε επανάληψης

Στον παραπάνω πίνακα, οι γραμμές αντιστοιχούν στα δέκα χαρτοφυλάκια, που προέκυψαν σε κάθε βήμα. Το κάθε χαρτοφυλάκιο προέκυψε με διαφορετικό βάρος σημαντικότητας για κάθε ένα από τα τέσσερα μέτρα κινδύνου, αλλά όπως είναι φυσικό σε κάποιες περιπτώσεις προέκυψε το ίδιο χαρτοφυλάκιο. Αυτό που αξίζει να σημειωθεί εδώ είναι ότι βελτιώνεται σταδιακά η εικόνα των χαρτοφυλακίων. Τα χαρτοφυλάκια με αρνητική απόδοση είναι λιγότερα σε κάθε βήμα, ενώ στα τελευταία τρία βήματα εμφανίζονται μόνο χαρτοφυλάκια θετικής απόδοσης. Αυτό οφείλεται στην ικανότητα προσαρμογής της μεθόδου, αφού στο τέλος κάθε βήματος υπολογίζονται τα νέα όρια των βαρών σημαντικότητας, σύμφωνα με το χαρτοφυλάκιο, που είχε την καλύτερη απόδοση. Έτσι, αν το καλύτερο χαρτοφυλάκιο μιας επανάληψης προέκυψε δίνοντας μεγάλο βάρος σε ένα συγκεκριμένο μέτρο κινδύνου, στο επόμενο βήμα το βάρος του μέτρου αυτού θα πάρει μεγαλύτερες τιμές.

Αντίστοιχα στην περίπτωση των είκοσι επιλύσεων και δέκα επαναλήψεων η συνθήκη σύγκλισης του διαστήματος βαρών ικανοποιήθηκε μετά από τρεις αναπροσαρμογές. Έτσι, η διαδικασία αναπροσαρμογής επαναλήφθηκε τέσσερις φορές και σε κάθε στάδιο έγιναν είκοσι επιλύσεις. Οι αποδόσεις των χαρτοφυλακίων που προέκυψαν μετρούμενες βάσει του συνόλου σεναρίων Σ2, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Comment [M2]: Βάλε το Σ1 ή το Σ2, αναλόγως ποιο έχει χρησιμοποιηθεί

Επανάληψη	1	2	3	4
1	-0.565%	-0.542%	0.389%	0.435%
2	-0.567%	0.0644%	0.228%	0.487%
3	0.0371%	-0.565%	0.390%	0.462%
4	-0.567%	-0.317%	0.053%	0.389%
5	-0.567%	-0.567%	-0.142%	0.377%
6	-0.565%	-0.565%	0.408%	0.360%
7	-0.567%	0.100%	**0.523%**	0.385%
8	-0.565%	0.287%	0.190%	0.280%
9	-0.578%	0.263%	0.434%	0.184%
10	0.0301%	**0.493%**	0.0501%	0.301%
11	-0.573%	0.248%	0.350%	0.408%
12	-0.573%	-0.567%	0.489%	0.368%
13	-0.567%	0.089%	-0.542%	0.099%
14	-0.567%	-0.567%	-0.160%	0.508%
15	**0.478%**	0.170%	0.468%	0.384%
16	-0.568%	-0.565%	0.286%	**0.524%**
17	-0.122%	0.476%	0.150%	0.134%
18	-0.567%	-0.565%	-0.070%	0.483%
19	0.0301%	0.035%	0.246%	0.213%
20	-0.579%	-0.279%	0.151%	0.509%
M.O.	-0,405%	-0,144%	0,195%	0,365%

Πίνακας 4.5 :Μέσες δεκαήμερες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων σε ποσοστά και οι μέσες τιμές των αποδόσεων σε κάθε επανάληψη

Όπως και πριν έτσι και τώρα είναι φανερή η συνεχής βελτίωση της εικόνας των χαρτοφυλακίων. Τα είκοσι χαρτοφυλάκια κάθε βήματος παρουσιάζουν σταδιακή αύξηση των αποδόσεων. Στο τρίτο βήμα υπάρχουν μόλις τέσσερα χαρτοφυλάκια με αρνητική απόδοση, ενώ στην τέταρτη και τελευταία επανάληψη κανένα. Το χαρτοφυλάκιο με τη μικρότερη απόδοση είναι αυτό με απώλειες 0.57948%, ενώ καλύτερη εικόνα παρουσιάζει το χαρτοφυλάκιο με απόδοση 0.52468%. Το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο παρουσιάστηκε μόνο μια φορά και συγκεκριμένα στην 16^{η} επίλυση της τέταρτης επανάληψης. Τα τρία χαρτοφυλάκια εκτός του βέλτιστου, που είναι τονισμένα στον πίνακα, είναι τα καλύτερα της κάθε επανάληψης και κατά συνέπεια αυτά που καθορίζουν κάθε φορά το διάστημα των βαρών για το επόμενο βήμα. Όπως και το βέλτιστο εμφανίστηκαν μια φορά στο κάθε βήμα, παρά το ότι πολλά χαρτοφυλάκια επαναλαμβάνονται.

Formatted: Bullets and Numbering

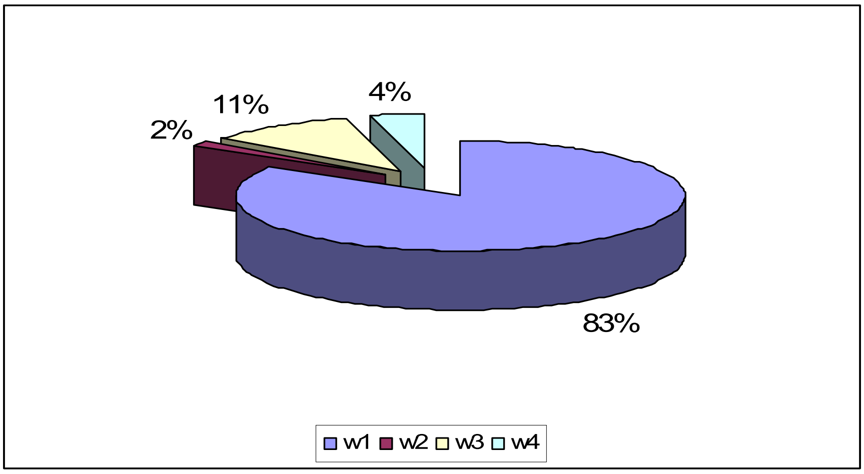
3.6.2 Τα διαστήματα των βαρών σημαντικότητας

Τα τελικά διαστήματα τιμών για τα βάρη των κριτηρίων (μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας βελτιστοποίησης), για την περίπτωση των δέκα επιλύσεων και δέκα επαναλήψεων, παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα.

	min	max
w1	0.819	0.855
w2	0	0.036
w3	0.089	0.126
w4	0.020	0.057

Πίνακας 4.2 : Τελική επιλογή του διαστήματος των βαρών για δέκα επαναλήψεις και επιλύσεις

Είναι φανερό πως μεγαλύτερη σημαντικότητα έχει το πρώτο βάρος το οποίο αντιστοιχεί στην συνάρτηση f_1, που όπως προαναφέρθηκε είναι η συνάρτηση που εκφράζει την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου. Συγκεκριμένα το βάρος της παίρνει τιμές από 81.92% μέχρι και 85.6% περίπου. Μικρότερη σημασία φαίνεται να έχει η συνάρτηση f_2 , που εκφράζει την τιμή της CVaR με το βάρος της να παίρνει τιμές από 0% έως και 3.7% περίπου. Το ίδιο ισχύει και για τη συνάρτηση f_4, που εκφράζει το σύνολο της μέσης απόλυτης απόκλισης (Mean Absolute Deviation, MAD) του χαρτοφυλακίου, ενώ η συνάρτηση f_3 της αναμενόμενης μετάνοιας (Expected Regret, ER) φαίνεται να έχει μεγαλύτερη σημασία, με το βάρος της να κυμαίνεται από 8.9% έως και 12.6%. Η σύγκριση μεταξύ των βαρών μπορεί να γίνει καλύτερα από το παρακάτω συγκεντρωτικό σχήμα.



Σχήμα 4.1 : Η σημαντικότητα του κάθε μέτρου κινδύνου για δέκα επαναλήψεις και επιλύσεις

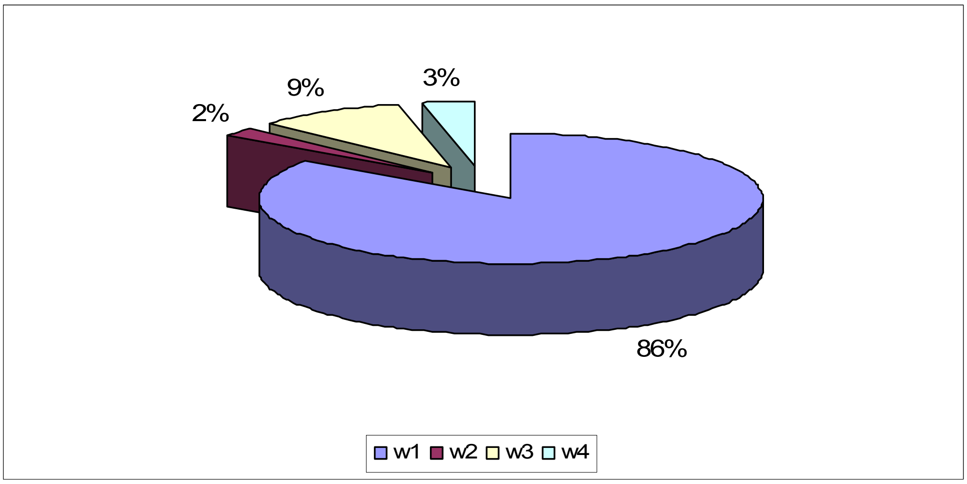
Το τελευταίο σχήμα είναι μία προσέγγιση της σημαντικότητας του κάθε μέτρου κινδύνου και προκύπτει από τη μέση τιμή του επιτρεπόμενου διαστήματος, μέσα από το οποίο παίρνει τιμές το κάθε βάρος. Πρόκειται δηλαδή για το μέσο όρο του άνω και κάτω ορίου του διαστήματος. Όπως και στο προηγούμενο σχήμα έτσι και σ' αυτό, φαίνεται η σπουδαιότητα του πρώτου μέτρου κινδύνου, δηλαδή του κέρδους, στη διαδικασία σύνθεσης χαρτοφυλακίου. Όπως φαίνεται δηλαδή και από το σχήμα, στην τελευταία επανάληψη κατά τις δέκα επιλύσεις που έγιναν, το w_1 πήρε τυχαίες τιμές της τάξης του 80%, το w_3 τιμές λίγο μεγαλύτερες από 10% και τα $w2$ και w_4 μικρότερες τιμές, με το κριτήριο του κέρδους να παίζει τον κυριότερο ρόλο στη σύνθεση των χαρτοφυλακίων.

Αντίστοιχα για την περίπτωση των είκοσι επιλύσεων και πέντε επαναλήψεων μετά από τέσσερα σετ επιλύσεων και αντίστοιχων αναπροσαρμογών, τα διαστήματα μέσα στα οποία κυμαίνονται οι τιμές των βαρών, φαίνονται παρακάτω.

	min	max
w1	0.833	0.883
w2	0	0.050
w3	0.069	0.119
w4	0.009	0.059

Πίνακας 4.6 : Τα τελικά διαστήματα τιμών των βαρών για πέντε επαναλήψεις και είκοσι επιλύσεις

Όπως και πριν έτσι και τώρα κυρίαρχη θέση κατέχει το βάρος w_1, που αντιπροσωπεύει τη συνάρτηση f_1 του κέρδους. Και στην περίπτωση αυτή δηλαδή τα χαρτοφυλάκια δημιουργούνται δίνοντας μεγαλύτερο βάρος στο μέγιστο κέρδος, που μπορεί να αποδώσουν. Ο λόγος τερματισμού της διαδικασίας ήταν η συνθήκη σύγκλισης, κάτι το οποίο φαίνεται καθαρά από τον πίνακα. Το διάστημα τιμών για το πρώτο βάρος, είναι το [0.833 0.883] και η διαφορά άνω και κάτω ορίου είναι 0.05, δηλαδή 5%, όσο ακριβώς προβλεπόταν από τη συνθήκη. Αντίστοιχα το διάστημα του δεύτερου βάρους έχει επίσης εύρος 5%. Η υπό συνθήκη αξία στον κίνδυνο, που αντιπροσωπεύεται από το βάρος w_2 δείχνει να παίζει και πάλι το λιγότερο σημαντικό ρόλο με τιμές από 0% έως 5%, ενώ αντίστοιχες τιμές με το προηγούμενο κομμάτι της έρευνας παρουσιάζουν τα βάρη των άλλων δύο μέτρων κινδύνου, της αναμενόμενης μετάνοιας και της μέσης απόλυτης απόκλισης.



Σχήμα 4.2 : Η σημαντικότητα του κάθε μέτρου κινδύνου για πέντε επαναλήψεις και είκοσι επιλύσεις

Όπως και πριν, η υπό συνθήκη αξία στον κίνδυνο, επηρεάζει λιγότερο τα χαρτοφυλάκια που θα προκύψουν, ενώ το βάρος της είναι το μόνο που μπορεί να πάρει και την τιμή μηδέν, δηλαδή να μην επηρεάσει καθόλου την επίλυση. Κατά μέσο όρο η σημαντικότητά της κυμαίνεται γύρω από το 2%, όπως φαίνεται και από το δεύτερο σχήμα, με τον παράγοντα του κέρδους να κατέχει το 86%, τιμή ακόμα μεγαλύτερη από το προηγούμενο μέρος της έρευνας, με τις δέκα επιλύσεις σε κάθε βήμα. Πέρα από το κέρδος, που έχει τον πρώτο λόγο, σημαντικό ρόλο στη σύνθεση του χαρτοφυλακίου παίζει και η αναμενόμενη μετάνοια (Expected Regret, ER), με ποσοστό σπουδαιότητας γύρω στο 10%.

Formatted: Bullets and Numbering

3.6.3 Το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο

Στη συνέχεια της ανάλυσης θα παρουσιαστεί και θα αναλυθεί το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο, που προέκυψε, στο συγκεκριμένο στάδιο της έρευνας. Για την περίπτωση των δέκα επιλύσεων και επαναλήψεων, από το σύνολο των 115 μετοχών, που εξετάστηκαν επιλέχθηκαν οκτώ μετοχές τα ποσοστά συμμετοχής των οποίων φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Μετοχή	Ποσοστό
ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ	13,45%
ΕΛΓΕΚΑ	5,76%
ELBISCO ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ	25,79%
ΚΑΤΑΣΤ, ΑΦΟΡ/ΤΩΝ ΕΙΔΩΝ	18,31%
ΝΙΚΑΣ	11,18%
ΟΛΥΜΠΙΑΚΗ	2,41%
ΠΕΙΡΑΙΩΣ LEASING	0,36%
ΠΛΑΙΣΙΟ COMPUTERS	22,75%

Πίνακας 4.3 : Τα ποσοστά συμμετοχής των μετοχών που επιλέχθηκαν για δέκα επαναλήψεις και επιλύσεις

Όπως φαίνεται το κεφάλαιο έχει κατανεμηθεί κυρίως στις μισές από τις οκτώ μετοχές, με τις υπόλοιπες να έχουν μικρότερα ποσοστά συμμετοχής στο χαρτοφυλάκιο. Τα στοιχεία του χαρτοφυλακίου, που θα εξεταστούν είναι η αναμενόμενη απόδοση και η τυπική απόκλιση, έννοιες που αναλύονται στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας, καθώς και η συνολική και μελλοντική απόδοσή του. Συγκεκριμένα η αναμενόμενη απόδοση είναι η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου μετρούμενη βάσει των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν για την ανάπτυξή του (σύνολο σεναρίων Σ1), ενώ ο κίνδυνος εκφράζεται από την τυπική απόκλιση των αντίστοιχων αποδόσεων. Τα δεδομένα, που χρησιμοποιούνται σε κάθε περίπτωση είναι τυχαία δεκαήμερα σενάρια για τις αποδόσεις των χρεογράφων, τα οποία προέκυψαν με εφαρμογή της διαδικασίας bootstrap στα ημερήσια ιστορικά στοιχεία, που ήταν διαθέσιμα. Η συνολική απόδοση του χαρτοφυλακίου προκύπτει πολλαπλασιάζοντας το ποσοστό συμμετοχής κάθε χρεογράφου με τις αντίστοιχες αποδόσεις της περιόδου που χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή του χαρτοφυλακίου. Όπως προαναφέρθηκε η περίοδος αυτή είναι από 01/04/2001 έως και 31/12/2003. Η μελλοντική απόδοση αντίθετα υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψην εντελώς νέα στοιχεία. Έτσι, το χαρτοφυλάκιο θεωρείται πως δημιουργείται στις 31/12/2003 και εξετάζεται η απόδοσή του σε πραγματικές συνθήκες για τους δέκα πρώτους μήνες του 2004 (01/01/2004 έως και 29/10/2004). Ακολουθεί συγκεντρωτικός πίνακας με αυτά τα στοιχεία.

Αναμενόμενη Απόδοση	Τυπική Απόκλιση	Συνολική Απόδοση	Μελλοντική Απόδοση
-0.0000045503%	0.000206%	57.12%	-21.67%

Πίνακας 4.4 : Τα στοιχεία του βέλτιστου χαρτοφυλακίου

Η αρνητική μελλοντική απόδοση είναι φυσικό επακόλουθο της φύσης των δεδομένων της έρευνας. Συγκεκριμένα τα στοιχεία, που είχαν συλλεχθεί αφορούσαν περίοδο πτώσης και κατά το διάστημα των δέκα πρώτων μηνών του 2004, που εξετάζεται η μελλοντική απόδοση, ο γενικός δείκτης παρουσίασε αντίστοιχη αρνητική απόδοση. Τα στοιχεία αυτά, που αποτελούν χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου χαρτοφυλακίου, έχει πρακτική σημασία να αναλυθούν σε σύγκριση με τα αντίστοιχα στοιχεία των άλλων τριών βέλτιστων χαρτοφυλακίων, που προέκυψαν κατά τα διαφορετικά στάδια της έρευνας.

Όσον αφορά τώρα την περίπτωση των πέντε επαναλήψεων με είκοσι επιλύσεις στην κάθε επανάληψη το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο φαίνεται παρακάτω. Από το σύνολο των 115 μετοχών επιλέχτηκαν οι παρακάτω επτά. Στον πίνακα, που ακολουθεί φαίνονται τα ποσοστά συμμετοχής του κάθε χρεογράφου στο χαρτοφυλάκιο.

Μετοχή	Ποσοστό
ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ	15,09%
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΚΑΛΩΔΙΑ	5,06%
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ	25,38%
ΚΑΤΑΣΤ, ΑΦΟΡ/ΤΩΝ ΕΙΔΩΝ	20,45%
ΝΙΚΑΣ	7,14%
ΟΛΥΜΠΙΑΚΗ	3,91%
ΠΛΑΙΣΙΟ COMPUTERS	22,97%

Πίνακας 4.7 : Το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο και τα ποσοστά συμμετοχής των χρεογράφων σε αυτό

Το μεγαλύτερο μέρος του χαρτοφυλακίου αποτελούν τρία χρεόγραφα, με ποσοστά συμμετοχής από 20% έως και 25%. Επίσης, σημαντική είναι και η συμμετοχή του πρώτου χρεογράφου, που είναι λίγο περισσότερο από 15%. Το χαρτοφυλάκιο έρχονται να συμπληρώσουν άλλα τρία χρεόγραφα με ποσοστά συμμετοχής μικρότερα του 5%.

Επόμενο βήμα είναι η ανάλυση του χαρτοφυλακίου ως προς την αναμενόμενη απόδοση, την τυπική απόκλιση, τη συνολική και τη μελλοντική απόδοση. Τα στοιχεία αυτά δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Αναμενόμενη Απόδοση	Τυπική Απόκλιση	Συνολική Απόδοση	Μελλοντική Απόδοση
-0.0000054009%	0.000215%	57.49%	-20.72%

Πίνακας 4.8 : Τα στοιχεία του βέλτιστου χαρτοφυλακίου

Τα στοιχεία, όπως φαίνεται και από τον πίνακα κυμαίνονται στα ίδια επίπεδα με πριν χωρίς σημαντικές διαφοροποιήσεις. Αυτό που παρουσιάζει ενδιαφέρον είναι η σύγκριση των στοιχείων αυτών με τα αντίστοιχα των δέκα επαναλήψεων και επιλύσεων. Η σύγκριση μπορεί να γίνει εύκολα με βάση τον παρακάτω πίνακα.

	Αναμενόμενη Απόδοση	Τυπική Απόκλιση	Συνολική Απόδοση	Μελλοντική Απόδοση
20 επιλύσεις	-0.0000054009%	0.000215%	57.49%	-20.72%
10 επιλύσεις	-0.0000045503%	0.000206%	57.12%	-21.67%

Πίνακας 4.9 : Σύγκριση στοιχείων των βέλτιστων χαρτοφυλακίων με δέκα και είκοσι επιλύσεις

Όπως φαίνεται και στον πίνακα, το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο που δημιουργήθηκε στο προηγούμενο μέρος της έρευνας, με τις δέκα επιλύσεις σε κάθε βήμα, είχε καλύτερη συμπεριφορά. Το νέο χαρτοφυλάκιο, που προέκυψε έχει μικρότερη αναμενόμενη απόδοση και μεγαλύτερη τυπική απόκλιση, δηλαδή κίνδυνο. Το γεγονός ότι το ένα χαρτοφυλάκιο υπερέχει τόσο ως προς την αναμενόμενη απόδοση και ως προς το επίπεδο του αναλαμβανόμενου κινδύνου, καθιστά το χαρτοφυλάκιο αυτό καλύτερο. Η εικόνα είναι λίγο διαφορετική όσον αφορά στη συνολική και τη μελλοντική απόδοση, όπου το χαρτοφυλάκιο των είκοσι επιλύσεων σε κάθε βήμα έχει λίγο καλύτερες επιδόσεις, κάτι που όμως δεν είναι αρκετό για να αλλάξει την κυριαρχία του χαρτοφυλακίου των δέκα επιλύσεων. Η κυριαρχία αυτή είναι ένα πρώτο σημάδι, του ότι τα περισσότερα βήματα με αντίστοιχες αναπροσαρμογές των διαστημάτων των βαρών, είναι κάτι σημαντικότερο από τις περισσότερες επιλύσεις στο κάθε βήμα, έτσι ώστε να έχει καλύτερα αποτελέσματα η μέθοδος. Η υπόθεση αυτή θα εξεταστεί και στη συνέχεια, συγκρίνοντας τα χαρτοφυλάκια δέκα και είκοσι επιλύσεων, που έγιναν με αξιολόγηση με τη βοήθεια της μεθόδου PROMETHEE.

Formatted: Bullets and Numbering

3.7 ΕΠΙΛΟΓΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ PROMETHEE

Στο προηγούμενο μέρος της έρευνας, τα χαρτοφυλάκια που προέκυπταν από κάθε επίλυση, συγκρίνονταν με βάση την απόδοσή τους. Έτσι το χαρτοφυλάκιο με τη μεγαλύτερη απόδοση θεωρούνταν το καλύτερο και με βάση τα στοιχεία αυτού γινόταν η αναπροσαρμογή των διαστημάτων των βαρών για το επόμενο βήμα. Η διαδικασία αυτή έχει ένα μειονέκτημα. Από τα τέσσερα μέτρα κινδύνου, που αποτέλεσαν και την αντικειμενική συνάρτηση του γραμμικού προγράμματος, το πρώτο ήταν το μέγιστο κέρδος, δηλαδή η μέγιστη απόδοση του χαρτοφυλακίου. Ενώ λοιπόν αναπροσαρμόζονταν τα βάρη σημαντικότητας έτσι ώστε να βρεθεί η κατάλληλη ισορροπία μεταξύ των τεσσάρων μέτρων κινδύνου, η αναπροσαρμογή γινότανε με βάση μια σχέση που ήταν άμεσα συνδεδεμένη με το ένα από τα κριτήρια αυτά. Το γεγονός αυτό γίνεται έντονα αντιληπτό και την υπεροχή του βάρους w_1 της συνάρτησης f_1, δηλαδή της συνάρτησης που εκφράζει την απόδοση. Το διάστημα του συγκεκριμένου βάρους κυμαίνεται σε κάθε περίπτωση σε τιμές μεγαλύτερες του 80% δίνοντας στην απόδοση τον κύριο ρόλο στη σύνθεση των χαρτοφυλακίων.

Για να ξεπεραστεί το πρόβλημα αυτό η όλη διαδικασία επαναλήφθηκε ως προς τον αριθμό επιλύσεων και αναπροσαρμογών. Η διαφορά ήταν ότι στην περίπτωση αυτή τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια κάθε βήματος, που σύμφωνα με αυτά αναπροσαρμόζονταν το διάστημα τιμών των βαρών, επιλέγονταν όχι με βάση την απόδοση αλλά με σύγκριση των χαρτοφυλακίων με τη μέθοδο PROMETHEE.

Η μέθοδος PROMETHEE ανήκει στην οικογένεια των μεθόδων, που βασίζονται στη θεωρία των σχέσεων υπεροχής [Roy, 1991-96]. Βασικό χαρακτηριστικό των μεθόδων αυτών είναι ότι συγκρίνουν ανά δύο τις εναλλακτικές έτσι ώστε να δημιουργήσουν σχέσεις υπεροχής μεταξύ τους. Η μέθοδος PROMETHEE (Preference Ranking Optimization METhod for Enrichment Evaluations) περιλαμβάνει δύο κυρίως στάδια. Το πρώτο είναι το στάδιο της δημιουργίας των σχέσεων υπεροχής και το δεύτερο το στάδιο κατά το οποίο οι σχέσεις του πρώτου χρησιμοποιούνται έτσι ώστε να γίνει η κατάταξη των εναλλακτικών. Για τις ανάγκες της έρευνας χρησιμοποιήθηκε μια συνάρτηση του MATLAB η οποία συγκρίνει και κατατάσσει τα χαρτοφυλάκια σύμφωνα με τη θεωρία της μεθόδου και έτσι δεν κρίνεται σκόπιμο να γίνει εκτεταμένη αναφορά στην PROMETHEE.[Brans et Al. , 1986]

Formatted: Bullets and Numbering

3.7.1 Οι αποδόσεις των χαρτοφυλακίων

Κατά το πρώτο μέρος της έρευνας με αξιολόγηση με την PROMETHEE έγιναν από τον αλγόριθμο εννέα επαναλήψεις με αναπροσαρμογές του διαστήματος των βαρών. Σε κάθε βήμα γίνονταν δέκα επιλύσεις και προέκυπταν αντίστοιχα χαρτοφυλάκια. Μετά την κατάταξη των χαρτοφυλακίων αυτών από τη μέθοδο, τα στοιχεία του πρώτου της κατάταξης οδηγούσαν στην αναπροσαρμογή του διαστήματος βαρών. Οι αποδόσεις των χαρτοφυλακίων που προέκυψαν σε κάθε ένα από τα εννέα βήματα φαίνονται στις παρακάτω δεκάδες.

Επανάληψη	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	-0,574	-0,567	0,030	0,020	-0,566	-0,566	-0,462	-0,063	-0,118
2	0,239	-0,574	-0,566	-0,558	-0,198	0,030	-0,454	-0,245	-0,155
3	-0,567	0,030	0,030	-0,567	-0,417	0,030	-0,150	-0,227	-0,190
4	-0,567	-0,574	-0,566	0,030	0,030	-0,518	0,030	-0,273	-0,247
5	-0,567	-0,567	-0,574	-0,566	-0,566	-0,011	-0,365	-0,099	0,030
6	0,030	-0,567	-0,567	-0,566	-0,548	0,030	0,030	0,030	0,011
7	-0,579	-0,567	-0,566	-0,574	0,030	-0,566	-0,566	-0,294	-0,047
8	-0,567	0,030	0,033	0,030	-0,566	-0,308	-0,299	-0,043	-0,275
9	0,511	0,298	-0,574	-0,574	0,030	-0,574	-0,084	-0,481	0,029
10	-0,127	-0,012	-0,566	0,030	-0,566	-0,517	0,030	0,030	-0,374
M.O.	-0,277	-0,307	-0,388	-0,329	-0,334	-0,297	-0,229	-0,166	-0,134

Πίνακας 4.10 : Οι μέσες δεκαήμερες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων (ποσοστά %) και οι μέσες τιμές της απόδοσης σε κάθε επανάληψη

Όπως ήταν αναμενόμενο, τώρα που η απόδοση δεν είναι το μόνο μέτρο σύγκρισης μεταξύ των χαρτοφυλακίων, η εικόνα που παρουσιάζονταν πριν, δηλαδή επαναλήψεις με χαρτοφυλάκια ολοένα και μεγαλύτερης απόδοσης, επαναλαμβάνεται. Αυτό το οποίο αξίζει να παρατηρηθεί εδώ, είναι το ότι ενώ αρχικά κάποια χαρτοφυλάκια εμφανίζονταν πολλές φορές σε μια επανάληψη, αυτό με την εξέλιξη της μεθόδου σταμάτησε. Έτσι, στην τελευταία επανάληψη και τα δέκα χαρτοφυλάκια που προέκυψαν είναι διαφορετικά. Η εξήγηση για αυτό το φαινόμενο έχει να κάνει και πάλι με τη μεγάλη σημασία της απόδοσης στην προηγούμενη περίπτωση. Τώρα που τα υπόλοιπα τρία μέτρα κινδύνου δεν υπερκαλύπτονται από την απόδοση υπάρχει μεγαλύτερη ποικιλία στις τυχαίες τετράδες των βαρών, με αποτέλεσμα την παραγωγή διαφορετικών χαρτοφυλακίων.

Η παρουσίαση των αποδόσεων των χαρτοφυλακίων συνεχίζεται με την περίπτωση των πέντε επαναλήψεων και είκοσι επιλύσεων στην κάθε επανάληψη. Μέχρι και την ικανοποίηση της συνθήκης σύγκλισης και τον τερματισμό της επαναληπτικής διαδικασίας, έγιναν τέσσερις αναπροσαρμογές του διαστήματος των βαρών και προέκυψαν έτσι 80 χαρτοφυλάκια. Οι αποδόσεις των χαρτοφυλακίων αυτών φαίνονται παρακάτω :

Επανάληψη	1	2	3	4
1	-0,579%	-0,566%	-0,566%	-0,300%
2	0,030%	-0,566%	-0,329%	-0,566%
3	-0,574%	0,030%	-0,453%	-0,394%
4	-0,567%	-0,574%	-0,067%	-0,207%
5	0,308%	-0,477%	-0,566%	-0,566%
6	-0,004%	0,030%	-0,092%	-0,291%
7	-0,567%	-0,566%	0,030%	-0,340%
8	-0,578%	-0,567%	-0,546%	-0,040%
9	-0,567%	-0,567%	-0,566%	-0,404%
10	-0,102%	0,033%	0,030%	-0,217%
11	-0,566%	-0,473%	-0,574%	-0,445%
12	-0,567%	-0,566%	0,030%	0,030%
13	-0,567%	-0,228%	-0,574%	-0,094%
14	-0,567%	-0,566%	-0,566%	-0,077%
15	-0,566%	-0,574%	-0,503%	-0,196%
16	-0,567%	-0,574%	0,030%	-0,146%
17	-0,567%	-0,567%	-0,566%	-0,497%
18	-0,567%	-0,567%	-0,566%	0,030%
19	0,030%	-0,236%	0,030%	-0,574%
20	-0,574%	-0,574%	-0,552%	0,030%
Μ.Ο.	-0,414%	-0,436%	-0,347%	-0,263%

Πίνακας 4.14 Οι μέσες δεκαήμερες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων και η μέση απόδοση κάθε επανάληψης

Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, που αφορά αξιολόγηση με τη μέθοδο PROMETHEE έτσι και εδώ, δεν παρατηρείται συνεχείς αύξηση των αποδόσεων των χαρτοφυλακίων. Αξιοσημείωτη παραμένει η μεγάλη διαφοροποίησή τους καθώς το φαινόμενο της επανάληψης των ίδιων χαρτοφυλακίων εξαλείφεται από βήμα σε βήμα. Η παρατήρηση αυτή γίνεται ακόμα πιο σημαντική αν ληφθεί υπόψην ότι σε κάθε επανάληψη γίνονται τώρα όχι δέκα αλλά είκοσι χαρτοφυλάκια. Έτσι στο τελευταίο βήμα έχουν παραχθεί είκοσι διαφορετικά χαρτοφυλάκια. Το γεγονός αυτό, όπως προαναφέρθηκε, οφείλεται κατά ένα μεγάλο μέρος στο ότι δεν υπερτερεί ένα μέτρο κινδύνου σε βάρος όλων των άλλων, κάτι που θα αποδειχθεί στην παράγραφο που ακολουθεί.

Formatted: Bullets and Numbering

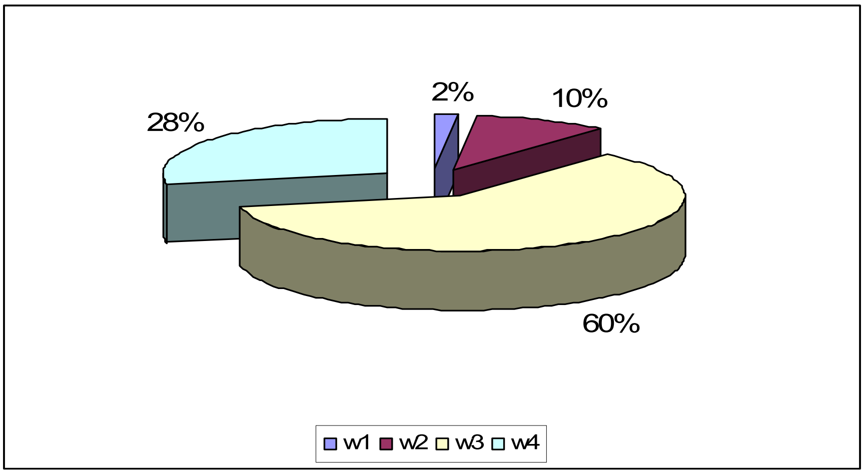
3.7.2 Τα διαστήματα των βαρών σημαντικότητας

Η υπόθεση της μεγαλύτερης ποικιλίας στις τετράδες των βαρών λόγω της μη κυριαρχίας του πρώτου βάρους, φαίνεται να επαληθεύεται και από τον παρακάτω πίνακα. Στην περίπτωση των δέκα επαναλήψεων και επιλύσεων, μετά από εννέα αναπροσαρμογές, όταν δηλαδή ικανοποιήθηκε η συνθήκη σύγκλισης, τα διαστήματα μέσα από τα οποία γίνεται η τυχαία επιλογή των τετράδων των βαρών είναι τα εξής.

	min	max
w1	0	0.036706
w2	0.080182	0.11689
w3	0.60103	0.63773
w4	0.26703	0.30374

Πίνακας 4.11 : Τα διαστήματα τιμών των βαρών για δέκα επαναλήψεις και επιλύσεις

Στην περίπτωση αυτή η απόδοση όχι απλώς δεν ήταν κυρίαρχη αλλά το βάρος της πήρε τιμές από το μικρότερο διάστημα. Όπως φαίνεται και από τον πίνακα το βάρος w_1 είναι το μόνο που μπορεί να πάρει και την τιμή μηδέν, ενώ η μέγιστη τιμή του δεν ξεπερνά το 3.7%. Μεγαλύτερες τιμές παίρνει το βάρος της αναμενόμενης μετάνοιας (Expected Regret) και ακολουθεί η μέση απόλυτη απόκλιση (Mean Absolute Deviation). Τρίτη σε σπουδαιότητα είναι η υπό συνθήκη αξία στον κίνδυνο (CVaR) με τιμές από 8% μέχρι και 11.7% περίπου. Οι σχέσεις μεταξύ των βαρών φαίνονται καλύτερα στο συγκεντρωτικό διάγραμμα που ακολουθεί.



Σχήμα 4.3 : Προσέγγιση της σημαντικότητας του κάθε μέτρου κινδύνου στη σύνθεση των χαρτοφυλακίων

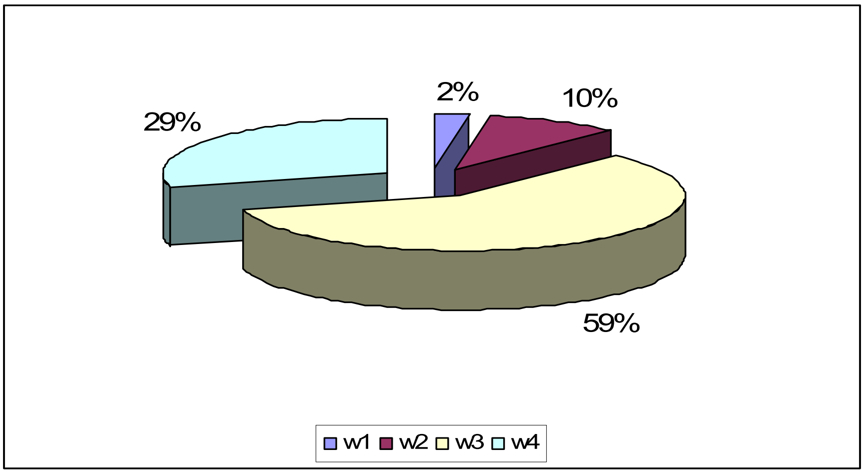
Το πρώτο λόγο στη δημιουργία των χαρτοφυλακίων έχει αδιαμφισβήτητα η αναμενόμενη μετάνοια με τις τιμές του βάρους τις να κυμαίνονται κατά μέσο όρο στο 60%. Αντίθετα με πριν όμως το ποσοστό αυτό επιτρέπει να ληφθούν υπόψην και τα υπόλοιπα μέτρα κινδύνου, αφού τα βάρη τους δεν είναι καθόλου αμελητέα. Μια ακόμα διαφορά με το προηγούμενο μέρος της έρευνας είναι το μικρό εύρος τιμών στα διαστήματα κάθε βάρους. Συγκεκριμένα και τα τέσσερα διαστήματα ικανοποίησαν τη συνθήκη σύγκλισης του 5%.. Μπορεί λοιπόν να πει κανείς πως τα βάρη ορίστηκαν με μεγαλύτερη σαφήνεια.

Αντίστοιχη εικόνα παρουσιάζεται και στην περίπτωση των πέντε επαναλήψεων και είκοσι επιλύσεων. Κατά τις τέσσερις επαναλήψεις που πραγματοποιήθηκαν μέχρι να ικανοποιηθεί η συνθήκη σύγκλισης τα αρχικά διαστήματα τιμών των βαρών άλλαξαν ίσες φορές από την αρχική τους μορφή, δηλαδή την [0 1]. Η τελική μορφή του διαστήματος τιμών του κάθε βάρους φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

	min	max
w1	0	0.050
w2	0.076	0.126
w3	0.580	0.630
w4	0.271	0.321

Πίνακας 4.15 : Τα διαστήματα τιμών των βαρών

Για ακόμα μια φορά μικρότερες τιμές πήρε το βάρος w_1, που αντιστοιχεί στη συνάρτηση f_1 της απόδοσης. Μεγαλύτερες τιμές παίρνει το βάρος της αναμενόμενης μετάνοιας [0.58 0.63] και ακολουθεί αυτό της μέσης αναμενόμενης απόδοσης [0.27 0.32]. Το βάρος w_2 της συνάρτησης f_2 , που εκφράζει την υπό συνθήκη αξία στον κίνδυνο κινείται και πάλι στην περιοχή του 10%. Η σπουδαιότητα κάθε μέτρου κινδύνου, φαίνεται καλύτερα στο σχήμα που ακολουθεί.



Σχήμα 4.4 : Η σημαντικότητα του κάθε μέτρου κινδύνου κατά προσέγγιση

Ενώ η σημαντικότητα της απόδοσης και της υπό συνθήκη αξίας στον κίνδυνο παρέμειναν στα ίδια επίπεδα με πριν, η τιμή του βάρους της αναμενόμενης μετάνοιας μειώθηκε κατά μια ποσοστιαία μονάδα η οποία έγινε αύξηση για το βάρος της μέσης απόλυτης απόκλισης. Άλλη μια διαφορά με πριν είναι ότι τώρα το εύρος των βαρών δεν είναι τόσο μικρό. Τα βάρη δηλαδή δεν έχουν οριστεί με μεγάλη ακρίβεια από τη μέθοδο και μένουν αρκετές διαφορετικές τιμές διαθέσιμες για το ίδιο βάρος. Αυτό ήταν όμως αναμενόμενο αφού τώρα αντί για εννέα αναπροσαρμογές των διαστημάτων τους έγιναν μόλις τέσσερις.

3.7.3 Το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο

Formatted: Bullets and Numbering

Στο σημείο αυτό παρουσιάζεται και αναλύεται, όπως και πριν το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο, αυτό δηλαδή που οδήγησε στην τελική αναπροσαρμογή των βαρών, σύμφωνα με τις επιδώσεις του στα τέσσερα μέτρα κινδύνου, δηλαδή τις τιμές των τεσσάρων αντικειμενικών συναρτήσεων. Για την περίπτωση των δέκα επαναλήψεων και επιλύσεων το χαρτοφυλάκιο, που επιλέχθηκε από τη μέθοδο ως καλύτερο και σύμφωνα με αυτό προέκυψαν τα διαστήματα βαρών είναι το ακόλουθο. Στον πίνακα φαίνονται τα ποσοστά συμμετοχής κάθε χρεογράφου σε αυτό.

Μετοχή	Ποσοστό
ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ	4,87%
ΑΒΑΞ	3,57%
ΑΓΡΟΤΙΚΗ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗ	4,41%
ΒΑΛΚΑΝ ΕΞΠΟΡΤ	2,09%
GOODYS	11,72%
COCA-COLA	6,79%
ΕΛΑΙΣ	11,72%
HELLAS CAN	8,27%
ΕΛΓΕΚΑ	2,03%
ELBISCO ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ	9,57%
ΚΑΤΑΣΤ, ΑΦΟΡ/ΤΩΝ ΕΙΔΩΝ	3,03%
Κ,ΚΑΡΔΑΣΙΛΑΡΗΣ & ΥΙΟΙ	3,19%
ΝΙΚΑΣ	6,34%
AUTOHELLAS	3,31%
ΠΕΙΡΑΙΩΣ LEASING	10,82%
ΠΛΑΙΣΙΟ COMPUTERS	4,60%
ΠΛΑΣΤΙΚΑ ΚΡΗΤΗΣ	0,78%
TITAN	2,90%

Πίνακας 4.12 : Τα ποσοστά συμμετοχής των χρεογράφων στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο για δέκα επαναλήψεις και επιλύσεις

Στην περίπτωση αυτή η σημαντική διαφορά με πριν είναι η επιλογή μεγαλύτερου αριθμού μετοχών. Από τις 8 και 7 μετοχές η μέθοδος επέλεξε 18 μετοχές να αποτελέσουν το χαρτοφυλάκιο. Ένα ακόμα χαρακτηριστικό είναι πως δεν παρατηρείται μεγάλη συγκέντρωση κεφαλαίου σε ένα χρεόγραφο. Συγκεκριμένα μόνο 3 μετοχές ξεπερνούν το φράγμα του 10% με μέγιστο ποσοστό συμμετοχής το 11.72%. Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται η αναμενόμενη απόδοση, η τυπική απόκλιση και η συνολική και μελλοντική απόδοση του χαρτοφυλακίου αυτού.

Αναμενόμενη Απόδοση	Τυπική Απόκλιση	Συνολική Απόδοση	Μελλοντική Απόδοση
-0.000012%	0.000157%	0.84%	-8.59%

Πίνακας 4.13 : Τα στοιχεία του βέλτιστου χαρτοφυλακίου

Αν και μεγαλύτερη αξία έχει η συγκριτική παρουσίαση αυτών των στοιχείων, κάτι που θα γίνει λίγο παρακάτω, από μια πρώτη ματιά δύο είναι τα πράγματα που ξεχωρίζει κανείς. Το πρώτο είναι η μικρή συνολική απόδοση μιας και τα χαρτοφυλάκια τώρα δε γίνονται με βάση αυτήν και το δεύτερο η πολύ καλύτερη μελλοντική συμπεριφορά του χαρτοφυλακίου στην πτωτική περίοδο που ακολούθησε. Η απώλειές του έφτασαν το 8.59% ενώ στο προηγούμενο μέρος ξεπερνούσαν το 20%.

Στο τελευταίο μέρος της έρευνας ο αλγόριθμος διαμορφώθηκε έτσι ώστε να μπορούν να γίνουν μέχρι και πέντε αναπροσαρμογές των διαστημάτων των βαρών με είκοσι συνολικά επιλύσεις στο κάθε βήμα. Έτσι μπορούν να γίνουν και πάλι εκατό συνολικά επιλύσεις του γραμμικού προγράμματος με αποτέλεσμα ισάριθμα χαρτοφυλάκια. Η σύγκριση των χαρτοφυλακίων γίνεται με την κατάταξή τους από τη μέθοδο PROMETHEE.

Επόμενο βήμα είναι η παρουσίαση του αντίστοιχου χαρτοφυλακίου για την περίπτωση των πέντε επαναλήψεων με είκοσι επιλύσεις στην κάθε επανάληψη. Τα ποσοστά συμμετοχής των χρεογράφων που απαρτίζουν το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο αυτή τη φορά είναι τα παρακάτω.

Μετοχή	Ποσοστό
ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ	4,01%
ΑΒΑΞ	3,73%
ΑΓΡΟΤΙΚΗ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗ	5,40%
ΑΤΤΙΚΕΣ ΕΚΔΟΣΕΙΣ	0,37%
ΒΑΛΚΑΝ ΕΞΠΟΡΤ	2,97%
GOODYS	11,98%
COCA-COLA	5,89%
ΕΛΑΙΣ	14,41%
HELLAS CAN	9,25%
ΕΛΓΕΚΑ	1,43%
ELBISCO ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ	8,27%
ΚΑΤΑΣΤ, ΑΦΟΡ/ΤΩΝ ΕΙΔΩΝ	2,33%
Κ,ΚΑΡΔΑΣΙΛΑΡΗΣ & ΥΙΟΙ	3,17%
ΝΙΚΑΣ	5,36%
AUTOHELLAS	2,87%
VODAFONE - PANAFON	0,07%
ΠΕΙΡΑΙΩΣ LEASING	9,86%
ΠΛΑΙΣΙΟ COMPUTERS	2,30%
ΠΛΑΣΤΙΚΑ ΚΡΗΤΗΣ	1,24%
TITAN	5,09%

Πίνακας 4.16 : Τα ποσοστά συμμετοχής των χρεογράφων που απαρτίζουν το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο για πέντε επαναλήψεις και είκοσι επιλύσεις

Ο αριθμός των μετοχών που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο είναι και τώρα αυξημένος και συγκεκριμένα ανέρχεται στις 20 μετοχές. Η κατανομή του κεφαλαίου είναι αρκετά ομοιόμορφη με μόλις δύο μετοχές να συμμετέχουν με ποσοστό που ξεπερνά το 10%. Αντίστοιχα με πριν υπολογίστηκαν κάποια σημαντικά στοιχεία του χαρτοφυλακίου.

Αναμενόμενη Απόδοση	Τυπική Απόκλιση	Συνολική Απόδοση	Μελλοντική Απόδοση
-0.000013%	**0.000157%**	**-6.01%**	**-7.26%**

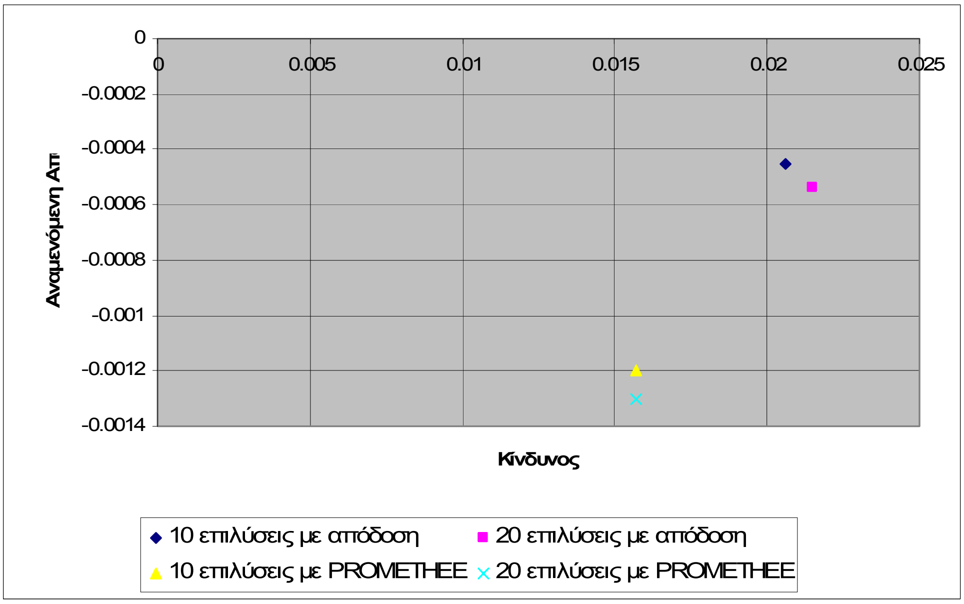
Πίνακας 4.17 : Τα στοιχεία του βέλτιστου χαρτοφυλακίου

Αν και το χαρτοφυλάκιο αυτό ήταν το μόνο με αρνητική συνολική απόδοση από τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια, έχει την καλύτερη συμπεριφορά από όλα τα άλλα όσον αφορά τη μελλοντική απόδοση, δηλαδή την απόδοσή του σε πραγματικές συνθήκες της κεφαλαιαγοράς. Για να δοθεί μια ολοκληρωμένη εικόνα θα παρουσιαστούν μαζί τα στοιχεία αυτά και για τα τέσσερα βέλτιστα χαρτοφυλάκια της έρευνας.

	Αναμενόμενη Απόδοση	Τυπική Απόκλιση	Συνολική Απόδοση	Μελλοντική Απόδοση
10 επιλύσεις με απόδοση	**-0.0000045503%**	**0.000206%**	**57.12%**	**-21.67%**
20 επιλύσεις με απόδοση	**-0.0000054009%**	**0.000215%**	**57.49%**	**-20.72%**
10 επιλύσεις με PROMETHEE	**-0.000012%**	**0.000157%**	**0.84%**	**-8.59%**
20 επιλύσεις με PROMETHEE	**-0.000013%**	**0.000157%**	**-6.01%**	**-7.26%**

Πίνακας 4.18 : Συγκεντρωτικά τα στοιχεία όλων των βέλτιστων χαρτοφυλακίων

Όπως φαίνεται τα χαρτοφυλάκια που προέκυψαν με αξιολόγηση με τη μέθοδο PROMETHEE υπερέχουν ως προς την τυπική απόκλιση, δηλαδή τον κίνδυνο, αλλά έχουν μικρότερες αποδόσεις. Επίσης, στη δοκιμή σε πραγματικές συνθήκες, που εκφράζεται από τη μελλοντική απόδοση, τα χαρτοφυλάκια αυτά έχουν σαφώς καλύτερη συμπεριφορά. Τα τέσσερα χαρτοφυλάκια μπορούν να σχεδιαστούν σε ένα διάγραμμα κινδύνου απόδοσης.



Πίνακας 4.19 : Τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια σε διάγραμμα κινδύνου απόδοσης

Γενικά τα χαρτοφυλάκια της μεθόδου PROMETHEE θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν ως περισσότερο συντηρητικά, ενώ αυτά που έγιναν με κριτήριο την απόδοση ως πιο επικίνδυνα. Όσον αφορά τώρα τη σύγκριση μεταξύ των χαρτοφυλακίων, που κρίθηκαν με την ίδια μέθοδο αλλά έγιναν με διαφορετικό αριθμό αναπροσαρμογών του διαστήματος των βαρών, τόσο στη μια όσο και στην άλλη περίπτωση υπερέχουν σαφώς τα χαρτοφυλάκια των δέκα επαναλήψεων. Τα χαρτοφυλάκια αυτά έχουν τόσο μικρότερη τυπική απόκλιση όσο και μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση από τα αντίστοιχα των 20 επιλύσεων με λιγότερες αναπροσαρμογές. Φαίνεται λοιπόν πως η ύπαρξη αρκετών βημάτων είναι απαραίτητη για τη σωστή λειτουργία της μεθόδου, καθώς οι πέντε αναπροσαρμογές δεν ήταν αρκετές για να πάρουν τα διαστήματα των βαρών τη βέλτιστη μορφή τους.

Formatted: Bullets and Numbering

4 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΙΣ

Στην έρευνα αυτή επιχειρήθηκε να γίνει χρήση τεσσάρων διαφορετικών μεθοδολογιών για τη σύνθεση χαρτοφυλακίων χρεογράφων. Η μεθοδολογίες αυτές (Απόδοση, CVaR, ER, MAD) εκφρασμένες ως τέσσερα μέτρα κινδύνου συνδυάστηκαν μεταξύ τους με τη βοήθεια του πολυκριτήριου γραμμικού προγραμματισμού και την ύπαρξη βαρών σημαντικότητας. Η έρευνα χωρίστηκε σε δύο μέρη ως προς την αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων και το κάθε μέρος με τη σειρά του σε άλλα δύο ανάλογα με τον αριθμό των βημάτων.

Από την παρουσίαση και την ανάλυση των αποτελεσμάτων, έγινε φανερό ότι κρίνοντας τα χαρτοφυλάκια με μέτρο την απόδοση παράγονταν περισσότερο επικίνδυνες λύσεις, που όμως στόχευαν σε μεγαλύτερες αποδόσεις. Αντίθετα η χρήση της μεθόδου PROMETHEE για την αξιολόγηση, οδήγησε σε πιο συντηρητικά αποτελέσματα, που όμως συμπεριφέρθηκαν καλύτερα στην περίοδο πτώσης των τιμών που ακολούθησε. Επίσης, στη δεύτερη περίπτωση έγινε καλύτερη κατανομή τιμών των βαρών έτσι ώστε και οι τέσσερις μέθοδοι να έχουν σημασία στη σύνθεση των χαρτοφυλακίων.

Όσον αφορά στον αριθμό επιλύσεων και αναπροσαρμογών, φάνηκε πως οι περισσότερες αναπροσαρμογές έδωσαν στη μέθοδο τον απαραίτητο χρόνο να προσαρμοστεί σωστότερα στα δεδομένα και να δημιουργήσει καλύτερα χαρτοφυλάκια. Τόσο αξιολογώντας με απόδοση όσο και με PROMETHEE η μέθοδος είχε καλύτερα αποτελέσματα όταν της δίνονταν η δυνατότητα για δέκα αναπροσαρμογές και όχι για πέντε.

Ένα χαρακτηριστικό της μεθόδου που αναπτύχθηκε είναι ο μεγάλος υπολογιστικός φόρτος. Σε κάθε περίπτωση έγιναν σχεδόν εκατό επιλύσεις ενός γραμμικού προβλήματος με 4117 μεταβλητές απόφασης και 3005 περιορισμούς. Μια δυνατότητα βελτίωσης λοιπόν της μεθόδου είναι η ανάπτυξη κάποιων υπολογιστικών διαδικασιών, που θα μειώσουν το φόρτο. Οι διαδικασίες αυτές μπορούν να αφορούν είτε στη σύνθεση του προβλήματος κατά τη δημιουργία των πινάκων, είτε στην διαδικασία επίλυσης του γραμμικού προβλήματος.

Μια ακόμα σημαντική μελλοντική προέκταση θα ήταν ο συνδυασμός της μεθόδου με μια διαδικασία επιλογής μετοχών. Η διαδικασία αυτή θα μπορούσε να βασίζεται σε στοιχεία όπως οι χρηματοοικονομικοί δείκτες και θα επέλεγε ένα μέρος από τις υπό εξέταση μετοχές. Έτσι, η μέθοδος θα εφαρμόζονταν μόνο σε αυτές μειώνοντας έτσι σημαντικά και τον υπολογιστικό φόρτο.

Εκτός από τα παραπάνω που αποτελούν ουσιαστικά βελτιώσεις, υπάρχουν και άλλες κατευθύνσεις που παρουσιάζουν ενδιαφέρον. Πολύ σημαντική θα ήταν η ενσωμάτωση μιας τέτοιας πολυκριτήριας διαδικασίας στα πλαίσια ενός Συστήματος Υποστήριξης Αποφάσεων (Σ.Υ.Α.). Το τελευταίο θα μπορούσε να γίνει ένα ισχυρό εργαλείο στα χέρια τόσο των μεμονωμένων επενδυτών όσο και των εταιριών επενδύσεων.

Κλείνοντας πρέπει να τονιστεί πως οποιοδήποτε πρόβλημα διαχείρισης κινδύνου επενδύσεων δεν αφορά μόνο μετοχές. Η μεθοδολογία αυτή μπορεί πολύ εύκολα να προσαρμοστεί έτσι ώστε να αφορά και άλλα χρεόγραφα επικίνδυνα και μη, όπως ομόλογα, παράγωγα και αμοιβαία κεφάλαια. Επίσης, είναι αυτονόητο πως πέραν του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε άλλες χρηματαγορές.

5 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Benayoun, R., Montgolfier, J., Tergny, J. and Laritchev, O.,(1971), *"Linear Programming With Multiple-Objective Functions Step Method (STEM)"*, Mathematical Programming, 1:366-375.

Buchanan, J., T., (1997), "*A Naïve Approach For Solving MCDM Problems : The Guess Method"*, Journal of The Operational Research Society, 48:202-206.

Brans, J.-P., Vincle, Ph. And Mareschal, B. (1986), "*How to Select and How to Rank Projects: The Promethee Method"*, European Journal of Operational Research, 24, 228-238, North-Holland.

Dantzig, G.B. (1998), "*Linear Programming and Extensions"*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Chankong, V. and Haimes, J.J., (1978), *"The Interactive Surrogate Worth Trade-off (ISWT) Method for Multiobjective Decision Making"* In Zionts, S., editor, Multiple Criteria Problem Solving, pages 42-46, Springer-Verlag, Berlin, New York

Chankong, V. and Haimes, J.J., (1983), "*Multiobjective Decision Making Theory and Methodology*", Elsevier Science Publishing Co., New York

Dowd, K. (1998), *Beyond Value at Risk: The New Science of Risk Management*, John Wiley and Sons, Chichester.

Δούμπος, Μ. (2003), Μαθηματικός Χρηματοοικονομικός Λογισμός, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

Δούμπος, Μ. (2004), *"Πολυκριτήρια Συστήματα Αποφάσεων"*, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

Efron, B. and Tibshirani, R.J. (1993), *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman & Hall, New York.

Elton, E.J. and Gruber, M.J. (1995), *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis* (5th edition), John Wiley and Sons, New York.

Jorion, P. (2000), Value *at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk* (2nd edition), McGraw-Hill, New York.

Kariya, T. et Al. (1989), "*Distribution of Stock Prices in the Stock Market of Japan",* Keizai Publishing Co., Tokyo.

Konno, H. (1988), "*Portfolio Optimization Using L_1 Risk Function",* IHSS Report 89-9, Inst. Of Human and Social Sciences, Tokyo Institute of Technology.

Konno, H. and Yamazaki, H. (1991), "*Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market"*, Management Science, Vol 37, No 5, May 91.

Krokhmal, P., Palmquist, J., and Uryasev, S. (2001), "*Portfolio Optimization with Conditional Value at Risk Objective and Constraints*", The Journal of Risk, Vol. 4, no 2.

Linsmeier, J.T. and Pearson, D.N. (1996), "*Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk*", University of Illinois at Urbana-Champaing, The Office for Futures and Options Research, Working Paper 96-04.

Markowitz, H. (1952), "*Portfolio selection*", Journal of Finance, 7/1, 77-91.

Miettinen, K.(1999), *"Nonlinear Multiobjective Optimization*" Kluwer Academic Publishers, Boston.

Nakayama, H., (1995), "*Aspiration Level Approach to Interactive Multi-Objective Programming and its Applications"*, In Pardalos, P.M., Siskos, Y. and Zopounidis, C., editors, Advances in Multicriteria Analysis, pages 147-174, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Nakayama, H. and Sawaragi, Y., (1984), "*Satisfishing Trade-Off Method for Multiobjective Programming"*, In Grauer, M. and Wierzbicki, A.P., editors, Interactive Decision Analysis, pages 113-122, Springer-Verlag, Berlin

Rockafellar, R.T. and Uryasev, S. (2000), “*Optimization of Conditional Value at Risk*”, The Journal of Risk, Vol.2, No 3, p. 21-41.

Roy, B. (1991), “*The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods*”, Theory and Decision, 31, 49-73.

Roy, B. (1996), “*Multicriteria Methodology for Decision Aiding”*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Steuer, R.E. (1986), “*Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Applications”*, John Wiley and Sons, New York.

Steuer, R.E. (1989), *“The Chebycheff Procedure of Interactive Multiple-Objective Programming”* In Karpak, B. and Zionts, S., editors, Multiple Criteria Decision Making and Risk Analysis Using Microcomputers, pages 235-249, Springer-Verlag, Berlin, Heidelderg

Steuer, R., E. and Choo, E. (1983), “*An Interactive Weighted Tchebycheff Procedure for Multiple Objective Programming”,* Mathematical Programming 26, 326-344, North-Holland.

Szegö, G. (2002), “ *Measures Of Risk”*, Journal of Banking & Finance, 26, 1253-1272

Uryasev, S. (2000), “*Conditional Value at Risk: Optimization Algorithms and Applications*”, Financial Engineering News, February, p. 1-5.

Ζοπουνίδης, Κ. (1998), Ανάλυση και Διαχείριση Χρηματοοικονομικών Κινδύνων, Πολυκριτήριες Προσεγγίσεις, Κλειδάριθμος, Αθήνα.

Formatted: Bullets and Numbering

6 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Κρίθηκε σκόπιμο να παρατεθεί στο σημείο αυτό η συνάρτηση του MATLAB m-file που χρησιμοποιήθηκε για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων. Για τα τέσσερα μέρη της έρευνας χρησιμοποιήθηκαν τέσσερις διαφορετικές συναρτήσεις, που όμως ελάχιστα διαφέρουν. Ουσιαστικά κάθε φορά μεταβάλλονται οι βρόγχοι επανάληψης έτσι ώστε να γίνει διαφορετικός αριθμός βημάτων και επιλύσεων σε κάθε βήμα, ενώ η αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων γίνεται είτε μέσω της απόδοσης είτε καλώντας μια άλλη συνάρτηση, που κατατάσσει μέσω της PROMETHEE. Η συγκεκριμένη συνάρτηση αφορά στην περίπτωση δέκα επιλύσεων και αναπροσαρμογών και αξιολόγηση μέσω της PROMETHEE.

```
% Programa epilysis====================================================

clear
load('pinakes.mat');

epanalipsi=0;
diasthma=100;
%check=0;
bestantikeimenikes(1:10,1:4)=0;

%Arxika oria ton baron ta opoia tha anaprosarmostoun sth sinexia
%==================================================================
bounds(1:4,1)=0;
bounds(1:4,2)=1;

%anoigma ton  brogxon epenalipsis kai megethous diasthmatos
%=========================================================================

f-best=[];
flow_best=-100000;
apodosh=-100000;
while epanalipsi<10
```

```
epanalipsi=epanalipsi+1;
fprintf('Replication %s\n',num2str(epanalipsi));

if diasthma>0.05
 K=400;
 %paragogh tetrakosion tetradon apo barh
 %========================================
 [w,status]=random_weights(bounds,K);

 weights=w;
 K=10;

 %ta barh filtrarontai etsi oste na epilexthoun 10 tetrades
 %============================================================

 [selected_vectors]=filter_weights(weights,K);

 for t=1:10
        load('pinakes.mat');
        barh(1,1:4)=weights(selected_vectors(t,1),1:4);
        A(scenarios+scenarios+1,1:Rcols)=A(scenarios+scenarios+1,1:Rcols)*barh(1,1);

A(scenarios+scenarios+2,Rcols+1:scenarios+Rcols+1)=A(scenarios+scenarios+2,Rcols+1:scenarios+Rco
ls+1)*barh(1,2);

A(scenarios+scenarios+3,scenarios+Rcols+2:scenarios+scenarios+Rcols+1)=A(scenarios+scenarios+3,sc
enarios+Rcols+2:scenarios+scenarios+Rcols+1)*barh(1,3);

A(scenarios+scenarios+4,scenarios+scenarios+Rcols+2:scenarios+scenarios+scenarios+scenarios+Rcols
+1)=A(scenarios+scenarios+4,scenarios+scenarios+Rcols+2:scenarios+scenarios+scenarios+scenarios+R
cols+1)*barh(1,4);
        b(scenarios+scenarios+1,1)=-b(scenarios+scenarios+1,1)*barh(1,1);

        [MY_LICENSE_KEY,nErr]                                                    =
mxlindo('LSloadLicenseString','C:\LINDOAPI\LICENSE\LICENSE.H');
        [iEnv,nStatus] = mxlindo('LScreateEnv',MY_LICENSE_KEY);
        [iModel,nErr]=mxlindo('LScreateModel',iEnv);
        [nStatus] = mxlindo('LSXloadLPData',iModel,1,0,C,b,csence,A,lb,ub);
        [nSolStat,nStatus] = mxlindo('LSoptimize',iModel,3);
        [sol,nStatus] = mxlindo('LSgetPrimalSolution',iModel);
```

```
%adiasma mnhmhs
        [nStatus] =mxlindo('LSfreeSolutionMemory',iModel);
        [nStatus] =mxlindo('LSfreeSolverMemory',iModel);
        [nStatus] =mxlindo('LSdeleteModel',iModel);
        [nStatus] =mxlindo('LSdeleteEnv',iEnv);

        results1(1:115,t)=sol(1:115,1);
% o elegxos ginetai me th methodo PROMETHEE===================================

 f1=mean(A(1:1000,1:115))*sol(1:115,1);
 f2=((1/scenarios)*(1/(1-clevel)))*sol(116:1115,1);
 f2=sum(f2);
 f2=f2+sol(1116,1);
 f3=sol(1117:2116,1);
 f3=sum(f3)/1000;
 f4=sol(2117:4116,1);
 f4=sum(f4)/1000;

xs(t,1:4)=[f1 f2 f3 f4];

        Y=dlmread('C:\metaptyxiaki\Arxikoi_pinakes\1000dekahmera2.csv',',');
        meanapodoseis=mean(Y,2);

        for i=1:115
                kef(i,1)=meanapodoseis(i,1)*results1(i,t);
        end;

        apod=100*(sum(kef)-100000)/100000;
        apodoseistotal(epanalipsi,t)=apod;
        fprintf('Return=%s\n',num2str(apod));


 lyseis(1:4117,t)=sol(1:4117,1);     %lyseis kathe dekadas

 end;

weights=dlmread('C:\metaptyxiaki\Arxikoi_pinakes\weights_promethee.csv',',');
printout=0;
```

```
for t=1:10
     xs(t,1)=abs(xs(t,1));
end;

for t=1:10
   for j=2:4
      xs(t,j)=-xs(t,j);
   end;
end;

[flow,results] = prometheeII([xs;f-best],weights,printout);

[x1,y]=max(results.mean_flow);

if x1>flow_best
          flow_best=x1;
          bestsol=lyseis(1:4117,y);
          antikeimenikes(epanalipsi,1:4)=xs(y,1:4);
          f-best=xs(y,1:4);
else
          antikeimenikes(epanalipsi,1:4)=antikeimenikes(epanalipsi-1,1:4);
end;

 beltisto=[101332.77230047 0 0 0];

 for l=1:1
       diafora(1,l)=beltisto(1,l)+antikeimenikes(epanalipsi,l);
 end;

 for l=2:4
       diafora(1,l)=antikeimenikes(epanalipsi,l)-beltisto(1,l);
 end;

 synolo=0;
 for l=1:4
       synolo=1/(diafora(1,l))+synolo;
 end;

 %ypologismos tou dianismatos 'lamda' ==================================
```

```
for u=1:4
    if f1~=101332.77230047
            if f2~=0
                if f3~=0
                    if f4~=0
                        lamda(1,u)=(1/diafora(1,u))*((synolo)^-1);
                    end;
                end;
            end;
    end;
end;



if  f1==101332.77230047
        lamda=[1 0 0 0];
end;

if f2==0
   lamda=[0 1 0 0];
end;

if f3==0
   lamda=[0 0 1 0];
end;

if f4==0
   lamda=[0 0 0 1];
end;

lamdatotal(epanalipsi,1:4)=lamda;

%ypologismos neo diasthmatos baron, 'bounds' ==========================================

for l=1:4
    bounds(l,1)=lamda(1,l)-(0.5*(0.69267^epanalipsi));
    bounds(l,2)=lamda(1,l)+(0.5*(0.69267^epanalipsi));
end;
```

```
for l=1:4
    if lamda(1,l)-(0.5*(0.69267^epanalipsi))<=0
                    bounds(l,1)=0;
                    bounds(l,2)=0.69267^epanalipsi;
    end;
end;


for l=1:4
    if lamda(1,l)+(0.5*(0.69267^epanalipsi))>=1
                    bounds(l,1)=1-(0.69267^epanalipsi);
                    bounds(l,2)=1;
    end;
end;

%ypologismos elaxistou diasthmatos

elaxisto=100;
if bounds(1,2)-bounds(1,1)<elaxisto
                elaxisto=bounds(1,2)-bounds(1,1);
                katoorio=bounds(1,1);
                panoorio=bounds(1,2);
end;


if bounds(2,2)-bounds(2,1)<elaxisto
                elaxisto=bounds(2,2)-bounds(2,1);
                katoorio=bounds(2,1);
                panoorio=bounds(2,2);
end;


if bounds(3,2)-bounds(3,1)<elaxisto
                elaxisto=bounds(3,2)-bounds(3,1);
                katoorio=bounds(3,1);
                panoorio=bounds(3,2);
end;
```

```
if bounds(4,2)-bounds(4,1)<elaxisto
                elaxisto=bounds(4,2)-bounds(4,1);
                katoorio=bounds(4,1);
                panoorio=bounds(4,2);
end;


%kai to elaxisto diasthma baron exei diafora...

diasthma=(panoorio-katoorio);


end;
end;

%to telos ton dio brogxon epanalipsis ==========================================
```

Page 5: [1] Deleted MoStath 23/8/2006 5:41:00 μμ