



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Βελτιστοποίηση μεταφοράς εμπορευμάτων

Διπλωματική Εργασία υποβληθείσα ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση Διπλώματος Μηχανικού Παραγωγής και Διοίκησης.

της
Χριστίνας Μαστοράκη

Επιτροπή

Επίκουρος Καθηγητής, Παπαμιχαήλ Ιωάννης (Επιβλέπων)
Επίκουρος Καθηγητής, Μαρινάκης Ιωάννης
Επίκουρος Καθηγητής, Τσαφράκης Στέλιος

Χανιά, Ιούλιος 2016

Περίληψη

Τα τελευταία έτη, η παγκοσμιοποίηση των οικονομικών δραστηριοτήτων, η ανάπτυξη των υπηρεσιών logistics, καθώς και η χρήση εμπορευματοκιβωτίων στις μεταφορές, έχουν συμβάλει σημαντικά στην αναδιάρθρωση των μεταφορών.

Η παρούσα διπλωματική εργασία, εντρυφεί σε μοντέλα βελτιστοποίησης της μεταφοράς εμπορευμάτων με τη χρήση εμπορευματοκιβωτίων. Η επιδίωξη μας είναι η μείωση του κόστους μεταφοράς και του κόστους λειτουργίας των οχημάτων για τις εταιρίες μεταφορών.

Παρουσιάζεται μια ευρετική προσέγγιση που αποτελείται από τρεις φάσεις: (i) το στάδιο της προετοιμασίας, (ii) το πρώτο στάδιο βελτιστοποίησης και (iii) το δεύτερο στάδιο βελτιστοποίησης. Στο στάδιο της προετοιμασίας αναζητούνται οι διαδρομές που δεν αξιοποιούν τη διαθέσιμη χωρητικότητα των οχημάτων για να πραγματοποιήσουν μια μεταφορά. Δημιουργούνται δύο γράφοι όπου ο ένας απεικονίζει τις μεταφορές που μπορούν να εκτελεστούν χρησιμοποιώντας εξολοκλήρου τη χωρητικότητα των οχημάτων ενώ ο άλλος τις διαδρομές που δεν αξιοποιούν όλο το διαθέσιμο χώρο. Οι διαδρομές του 2^{ου} γράφου συνδυάζονται ακολουθώντας κάποιους κανόνες που έχουν θεσπιστεί.

Το αντικείμενο του πρώτου σταδίου βελτιστοποίησης είναι η εύρεση των διαδρομών που θα μπορέσουν να συνδυαστούν, ώστε να μειωθεί το κόστος της μεταφοράς των εμπορευμάτων και να αξιοποιηθεί κατάλληλα η χωρητικότητα των οχημάτων.

Το δεύτερο στάδιο αναφέρεται στον καταμερισμό των εργασιών που έχει να εκτελέσει αυτό το δίκτυο μεταφορών. Έτσι σε αυτή τη φάση μας ενδιαφέρουν όλες οι εργασίες που πρέπει να πραγματοποιηθούν και αυτές που συνδυάσαμε στο προηγούμενο στάδιο βελτιστοποίησης και αυτές που αξιοποιούν το διαθέσιμο χώρο των οχημάτων. Με βάση το υιοθετημένο μοντέλο μπορούν να εφαρμοστούν τεχνικές βελτιστοποίησης, με σκοπό την ελαχιστοποίηση του κόστους λειτουργίας των οχημάτων κατά τη μεταφορά των εμπορευμάτων.

Η επίλυση πραγματοποιήθηκε με την χρήση της μεθόδου βελτιστοποίησης του μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού. Τέλος, παρουσιάζονται αποτελέσματα από τυπικά δοκιμαστικά παραδείγματα. Τα αποτελέσματα που λάβαμε συμφωνούν με τους περιορισμούς που έχουμε θέσει συνεπώς η αξιοποίηση του εν λόγω κώδικα μπορεί να αξιοποιηθεί από οποιαδήποτε εταιρία μεταφορών.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα καταρχάς να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Ιωάννη Παπαμιχαήλ για την επίβλεψη αυτής της διπλωματικής εργασίας και για την ευκαιρία που μου έδωσε να την εκπονήσω. Επίσης ευχαριστώ ιδιαίτερα τους γονείς μου και τα αδέρφια μου για την καθοδήγηση και την ηθική συμπαράσταση που μου προσέφεραν όλα αυτά τα χρόνια. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου που βρίσκονται πάντα δίπλα μου και ειδικότερα το Γιώργο Κωστούλα και την Μελίνα για την αμέριστη υπομονή τους όλο αυτό το διάστημα.

Περιεχόμενα

Περίληψη	3
Ευχαριστίες	5
1 Εισαγωγή	13
1.1 Εφοδιαστική Αλυσίδα	13
1.1.1 Εφοδιαστική (Logistics)	14
1.1.2 Μεταφορές και αποθέματα	14
1.2 Η έννοια του εμπορευματοκιβωτίου	15
1.3 Αντικείμενο της διπλωματικής	16
1.4 Ιστορική αναδρομή	17
1.5 Οργάνωση της διπλωματικής	19
2 Βασικές Έννοιες	21
2.1 Επιχειρησιακή Έρευνα	21
2.1.1 Γραμμικός Προγραμματισμός	21
2.1.2 Μαθηματική διατύπωση	22
2.1.3 Εφαρμογές γραμμικού προγραμματισμού	22
2.1.4 Μικτός Αχέραιος γραμμικός προγραμματισμός MILP . .	23
2.1.5 Μαθηματική διατύπωση	24
2.1.6 Ο αλγόριθμος Κλάδων και Φραγών	25
2.1.7 Branch and Bound και Μικτός Αχέραιος Γραμμικός Προ- γραμματισμός (MILP)	26
2.2 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Pro- blem)	27
2.2.1 Άλλα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων	29

3 Περιγραφή του προβλήματος	33
3.1 Περιγραφή	33
3.2 Δεδομένα προβλήματος	33
3.3 Στάδιο επεξεργασίας-προετοιμασίας	36
4 Επίλυση του προβλήματος	43
4.1 Πρώτο στάδιο βελτιστοποίησης	43
4.1.1 Περιγραφή του σταδίου	43
4.1.2 Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος	44
4.2 Δεύτερο στάδιο βελτιστοποίησης	47
4.2.1 Περιγραφή	47
4.2.2 Διατύπωση του προβλήματος	47
5 Υπολογιστικά αποτελέσματα	51
5.1 Περιγραφή και αναπαράσταση αποτελεσμάτων	51
5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων για το δεύτερο παράδειγμα	52
6 Συμπεράσματα και συζήτηση	59
6.1 Συμπεράσματα	59
6.2 Μελλοντικές προτάσεις	60
Βιβλιογραφία	61

Κατάλογος Σχημάτων

2.1	Αναπαράσταση της λύσης ενός παραδείγματος δρομολόγησης οχημάτων.	28
3.1	Ένα παράδειγμα δικτύου με 4 κόμβους και πόσα κιβώτια πρέπει να μεταφερθούν.	35
3.2	Ένα παράδειγμα που μας δείχνει πως γίνεται ο διαχωρισμός στα δύο αυτά γραφήματα βάση του αρχικού Σχήματος 3.1.	37
3.3	Όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί για να ενωθούν οι διαδρομές που ανήκουν στο “partially full network”.	38
3.4	Ένα παράδειγμα για το πως χρησιμοποιούνται οι κανόνες για την ένωση δύο διαδρομών.	40
5.1	Ένα παράδειγμα δικτύου με 7 κόμβους.	53
5.2	Ο διαχωρισμός του αρχικού γράφου σε δυο μικρότερους με βάση τον αριθμό των εμπορευματοκιβωτίων.	54

Κατάλογος Πινάκων

3.1	Όλες οι πιθανές διαδρομές του αρχικού γράφου	36
3.2	Οι μεταφορές που ανήκουν στο “partially full network”	39
3.3	Αποτελέσματα από το στάδιο της προετοιμασίας	40
5.1	Αποτελέσματα από το 1 ^ο στάδιο βελτιστοποίησης	51
5.2	Αποτελέσματα από το 2 ^ο στάδιο βελτιστοποίησης	52
5.3	Όλες οι πιθανές διαδρομές του γράφου του Σχήματος	53
5.4	Οι μεταφορές που ανήκουν στο “partially full network”	54
5.5	Αποτελέσματα από το στάδιο της προετοιμασίας	54
5.6	Αποτελέσματα από το 1 ^ο στάδιο βελτιστοποίησης για το πα- ράδειγμα 2	57
5.7	Αποτελέσματα από το 2 ^ο στάδιο βελτιστοποίησης	58

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο, παρουσιάζουμε πληροφορίες εισαγωγικού χαρακτήρα που δίνουν το κίνητρο και το υπόβαθρο αυτής της διπλωματικής εργασίας, παραθέτουμε μια ανασκόπηση της σχετικής με την εργασία βιβλιογραφίας καθώς και μια σύντομη δομή της εργασίας.

1.1 Εφοδιαστική Αλυσίδα

Παρατηρείται ότι στις μέρες μας υπάρχει αυξανόμενη οικονομική αλληλεξάρτηση των χωρών παγκόσμια, μέσω του αυξανόμενου όγκου και ποικιλίας διεθνών συναλλαγών αγαθών και υπηρεσιών, της ελεύθερης ροής κεφαλαίου διεθνώς, και της γρήγορης και ευρείας διάχυσης της τεχνολογίας. Επιπρόσθετα παρατηρείται αύξηση των απαιτήσεων των καταναλωτών. Προκύπτει, έτσι, επιτακτική η ανάγκη της ανάπτυξης μιας πλήρους και ανταποκρινόμενης Εφοδιαστικής Αλυσίδας ώστε να καλύπτει τις απαιτήσεις των πελατών και να εξασφαλίζει αύξηση τόσο των μεριδίων της αγοράς, όσο και της κερδοφορίας της εκάστοτε επιχείρησης. Με τον όρο Εφοδιαστική Αλυσίδα (Supply Chain) εννοούμε την ροή υλικών, πληροφοριών και υπηρεσιών από τους προμηθευτές πρώτων υλών μέσα από τα εργοστάσια και τις αποθήκες, στους τελικούς πελάτες. Δηλαδή, η Εφοδιαστική Αλυσίδα αποτελείται από τους κατασκευαστές, τους προμηθευτές υλικών, τους χώρους αποθήκευσης, τα κέντρα διανομών, τους μεταφορείς, τους πωλητές, τους πελάτες, τις πρώτες ύλες αλλά και τα έτοιμα προϊόντα που μπορεί να υπάρχουν ανάμεσα. Παρατηρούμε πως δεν είναι στατική η Εφοδιαστική Αλυσίδα, αλλά είναι ένα δυναμικό σύστημα που εξελίσσεται μέσα στο χρόνο.

Βασική επιδίωξη της είναι η ικανοποίηση του πελάτη. Όλα τα στάδια και οι ροές προϊόντων ή πληροφοριών που περιλαμβάνει η Εφοδιαστική Αλυσίδα δημιουργούν δαπάνες, οι οποίες αυξάνουν το κόστος του τελικού προϊόντος. Μοναδική πηγή εσόδων είναι ο πελάτης, για αυτό έχει καθοριστική σημασία για την εκάστοτε επιχείρηση να μείνει ικανοποιημένος από το τελικό προϊόν που θα φτάσει στα χέρια του. Ο βασικός σκοπός της επιχείρησης, λοιπόν, είναι η βέλτιστη διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας για να παραλάβει το τελικό προϊόν ταχύτερα ο πελάτης, στην καλύτερη τιμή έναντι των ανταγωνιστών, παρέχοντας του την καλύτερη εξυπηρέτηση και εμπεριέχοντας όλες τις νέες τεχνολογίες [1].

1.1.1 Εφοδιαστική (Logistics)

Η διαδικασία της ροής των αγαθών από το σημείο παραγωγής στο σημείο κατανάλωσης αλλά και η ενδιάμεση αποθήκευσή τους, είναι ζητήματα τα οποία απασχολούσαν κατά τη διάρκεια της ιστορίας όλες τις ανθρώπινες κοινωνίες. Παλαιότερα, η διαδικασία αυτή απαιτούσε πολύ χρόνο και κόπο, περιλαμβάνοντας και την φθορά πολλών αντικειμένων μετακίνησης. Οι άνθρωποι ήταν υποχρεωμένοι να κατοικούν στις περιοχές στις οποίες παράγονταν τα αγαθά λόγω της έλλειψης ανεπτυγμένου μεταφορικού συστήματος και συστήματος αποθήκευσης. Κατά τον 19^ο αιώνα, ο οποίος αποτελεί μία πολύ σημαντική περίοδο, αναπτύχθηκαν μεταφορικά συστήματα. Συγκεκριμένα, η δημιουργία σιδηροδρόμων βοήθησε στο να ελαχιστοποιηθεί ο χρόνος μεταφοράς. Λόγω αυτής της ανάπτυξης η παραγωγή μιας περιοχής που ήταν πλεονάζουσα μπορούσε να εξαχθεί σε άλλες περιοχές, ενώ τα αγαθά που δεν ήταν δυνατό να παραχθούν τοπικά πλέον μπορούσαν να εισαχθούν.

Ο κλάδος μεταφορών και logistics αποτελεί σημαντικό παράγοντα για την επιχειρηματικότητα με αξιοσημείωτη αναπτυξιακή δυναμική. Η πλεονεκτική γεωγραφική θέση της χώρας μας αποτελεί τη βασική προϋπόθεση ώστε να διαδραματίσει κομβικό σημείο στην παγκόσμια logistics. Ιδιαίτερα ο τομέας των logistics τα τελευταία χρόνια έχει αποκτήσει έντονα στοιχεία τεχνολογικής διείσδυσης, η αξιοποίηση των οποίων υπόσχεται περιορισμό του λειτουργικού κόστους και καλύτερη εκμετάλλευση των υπαρχόντων αποθηκευτικών χώρων [2].

Ο χώρος της διοίκησης logistics προσφέρεται, πρώτον για τη βελτίωση της ποιότητας των προσφερόμενων υπηρεσιών προς τον πελάτη και δεύτερον για τη μείωση του συνολικού κόστους του προϊόντος με τη βοήθεια στρατηγικών που στοχεύουν κυρίως να καταστήσουν πιο ορθολογικό το σύστημα της φυσικής διανομής. Ας μη ξεχνάμε ότι στις μέρες μας, η συμμετοχή του κόστους της διανομής στο συνολικό κόστος των προϊόντων είναι αρκετά υψηλή. Όλα τα παραπάνω μπορούν να προσφέρουν σημαντικά ανταγωνιστικά πλεονεκτήματα στις επιχειρήσεις, αλλά και η συνεχής επινόηση και δημιουργία νέων πρωτότυπων προϊόντων δυσκολεύουν την παρούσα κατάσταση. Επομένως, η διαφοροποίηση στον χώρο της διανομής καθίστα αναγκαία σχετική έρευνα.

Ο όρος logistics αφορά τη συσκευασία και ομαδοποίηση, τη διοίκηση των αποθεμάτων και των αποθηκευτικών χώρων, την επιμέλεια του προϊόντος, τις μεταφορές, τη διαχείριση των πληροφοριών της λειτουργίας της διανομής καθώς και την εξυπηρέτηση του πελάτη. Σκοπός της διοίκησης logistics είναι η διαθεσιμότητα των προϊόντων, στον κατάλληλο χρόνο, στον κατάλληλο τόπο και με την κατάλληλη παροχή υπηρεσιών. Αυτό σημαίνει ότι οι δραστηριότητες της λειτουργίας της υλοποίησης πρέπει να διέπονται έντονα από τον προσανατολισμό στις ανάγκες και τις επιθυμίες των πελατών και καταναλωτών.

Η πολυπλοκότητα των logistics μπορεί να διαμορφωθεί, να αναλυθεί, και να βελτιστοποιηθεί από ειδικό λογισμικό προσομοίωσης [3].

1.1.2 Μεταφορές και αποθέματα

Οι μεταφορές και τα αποθέματα είναι κομβικής σημασίας για την εφοδιαστική αλυσίδα, καθώς αποτελούν τις πιο δαπανηρές δραστηριότητες της. Οι μεταφορές μόνο, συνήθως καταλαμβάνουν το μισό από το συνολικό κόστος της εφοδιαστικής αλυσίδας, ενώ αποτελούν το σύνδεσμο μεταξύ της παραγωγής, της αποθήκευσης και της κατανάλωσης. Εξαιτίας της σημαντικότητάς τους, οι επιχειρήσεις δίνουν μεγάλη σημασία στα προβλήματα που σχετίζονται με μετα-

φορές καθώς δεν χωράει λάθος για την ομαλή λειτουργία και τον περιορισμό του κόστους.

Οι μεταφορές κατηγοριοποιούνται σε αυτές που περιλαμβάνουν τη διακίνηση των πρώτων υλών στους χώρους επεξεργασίας και στα εργοστάσια, και σε αυτές που περιλαμβάνουν την μεταφορά από τα εργοστάσια ή την αποθήκη του τελικού προϊόντος προς τον καταναλωτή. Τα προβλήματα που συναντώνται σε αυτές τις κατηγορίες περιλαμβάνουν το στόλο των οχημάτων, τη δρομολόγηση, το σχεδιασμό δικτύου διανομής, τον χρονικό προγραμματισμό των δρομολογίων, την επιλογή του προσωπικού που θα εκτελέσει τα δρομολόγια, καθώς και υποκατηγορίες αυτών.

Για την επίλυση των προβλημάτων που περιγράφηκαν παραπάνω οι επιχειρήσεις έχουν αναπτύξει διάφορες μεθοδολογίες και αλγόριθμους βελτιστοποίησης. Στο επόμενο κεφάλαιο θα δούμε τις κύριες κατηγορίες προβλημάτων δρομολόγησης καθώς και τους τρόπους επίλυσης τους [4].

1.2 Η έννοια του εμπορευματοκιβωτίου

Το 19 αιώνα αναπτύχθηκαν διαφορά μεταφορικά συστήματα για την διευκόλυνση των μεταφορών. Τα εμπορευματοκιβώτια είναι γεγονός ότι επέφεραν μεγάλη επανάσταση στις μεταφορές και ειδικότερα στις εγκάρσιες μεταφορές, όπου διεθνώς είναι γνωστά ως containers. Εμπορευματοκιβώτιο είναι ένα μεγάλο κιβώτιο, συνήθως μεταλλικό, το οποίο κλείνει ερμητικά, έχει μια ή περισσότερες πόρτες προκειμένου να διευκολύνει την πρόσβαση στα εμπορεύματα και χρησιμοποιείται επανειλημμένα για τη μεταφορά στερεών, υγρών ή αέριων φορτίων. Είναι κατασκευασμένο έτσι ώστε να διευκολύνει τον χειρισμό, την φόρτωση, τη καλύτερη δυνατή τοποθέτηση τους πάνω στο πλοίο, την εκφόρτωση και την ταυτόχρονη μεταφορά μεγάλου αριθμού φορτίων ή μεγάλης ποσότητας με την χρήση μηχανικών μέσων [5].

Η έννοια του εμπορευματοκιβωτίου παρουσιάζεται με ακρίβεια στην Διεθνή Τελωνειακή Σύμβαση για τα ασφαλή εμπορευματοκιβώτια, η οποία υπογράφηκε στις 2 Δεκεμβρίου 1972 στη Γενεύη. Συνεπώς, εμπορευματοκιβώτιο είναι το μεταφορικό όργανο που είναι:

- από ισχυρή κατασκευή ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί για επαναλαμβανόμενες χρήσεις,
- ειδικά κατασκευασμένο για να διευκολύνεται η μεταφορά του με ένα ή περισσότερα μέσα χωρίς ενδιάμεση μεταφόρτωση,
- εφοδιασμένο με εξαρτήματα που καθιστούν δυνατή την εύκολη διακίνηση του, κυρίως κατά την μεταφόρτωση του από ένα μεταφορικό μέσο σε άλλο,
- κατασκευασμένο με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορεί να φορτωθεί και να εκφορτωθεί εύκολα, και
- έχει εσωτερικό όγκο ενός κυβικού ή περισσότερου.

Με λίγα λόγια εμπορευματοκιβώτιο είναι ένα μεγάλο κιβώτιο μεταφοράς διαφόρων εμπορευμάτων. Τα εμπορευματοκιβώτια περιγράφονται συμβατικά σύμφωνα με το μέγεθος τους σε διεθνείς μονάδες. Τα κοινά εμπορευματοκιβώτια είναι 40 πόδια μήκος (περίπου 13 μέτρα) 8 πόδια πλάτος και 8 πόδια και 6 ίντσες ύψος (86 κυβικά μέτρα, 34 τόνοι). Ο αριθμός εμπορευματοκιβωτίων σε

οποιαδήποτε αποστολή εκφράζεται σε TEU (Twenty Feet Equivalent Units : Ισοδύναμες μονάδες είκοσι ποδιών)[6].

1.3 Αντικείμενο της διπλωματικής

Το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής άπτεται στις μεταφορές που πραγματοποιούνται με τη βοήθεια οχημάτων που αποτελούνται από εμπορευματοκιβώτια. Οι συνεχείς εξελίξεις και οι αλλαγές στη δομή του παγκόσμιου εμπορίου λόγω της παγκοσμιοποίησης και του φιλελεύθερου οικονομικού μοντέλου ήταν ραγδαίες και είχαν ως αποτέλεσμα την μετεξέλιξη των εταιρειών σε πολυεθνικές με κέντρα αποφάσεων και μονάδες παραγωγής σε πολλές διαφορετικές χώρες.

Επίσης, μεγάλες αλλαγές επήλθαν στη δομή της μεταφοράς των προϊόντων με την ευρεία χρήση του εμπορευματοκιβωτίου ως “μέσου μεταφοράς”. Τα σημαντικά πλεονεκτήματα που προσφέρει το εμπορευματοκιβώτιο είναι ότι καθιστά το φορτίο ομογενές και μοναδοποιημένο και έχει τη δυνατότητα συνδυασμού και εναλλαγής των φορτίων μεταξύ των διαφορετικών ειδών μεταφορικών δικτύων (θαλάσσια, χερσαία, σιδηροδρομικά) γεγονός που έδωσε τη δυνατότητα ανάπτυξης των συνδυασμένων μεταφορών και των “logistics” καθώς η εφοδιαστική αλυσίδα προσφέρει “door to door” υπηρεσίες στους πελάτες της.

Η μετεξέλιξη των εταιρειών σε πολυεθνικές επιχειρήσεις με πολύπλοκη δομή δημιουργεί την ανάγκη οργάνωσης, ελέγχου και μείωσης του κόστους των πολύπλοκων μεταφορών καθώς το προϊόν δεν παράγεται σε μία χώρα αλλά πολλά διαφορετικά μέρη του τελικού προϊόντος παράγονται σε πολλές διαφορετικές χώρες. Η ανάγκη αυτή πιο αποτελεσματικών μεταφορών που θα επιδρά ως προς το συμφέρον των πολυεθνικών εταιρειών στο κόστος παραγωγής ανά μονάδα προϊόντος δημιουργεί τις συνθήκες για την δημιουργία των logistics.

Ανεξαρτήτως όμως από τα πλεονεκτήματα που έχει η χρήση φορτηγών για τη μεταφορά των εμπορευματοκιβωτίων, οι μεταφορές αυτές προκαλούν μεγάλες επιπτώσεις στο οδικό δίκτυο, τόσο από την άποψη της συμφόρησης του δικτύου καθώς και τη περιβαλλοντική ρύπανση, συνεπώς επιβάλλεται να μπορέσουμε να κάνουμε αυτό το είδος της μεταφοράς όσο το δυνατόν πιο αποτελεσματικό γίνεται. Ένας τρόπος για να το πετύχουμε είναι με την μείωση του αριθμού των φορτηγών που διέρχονται επί του οδικού δικτύου και την ελαχιστοποίηση των οχημάτων που κινούνται άδεια από την άποψη της διαθεσιμότητας χώρου του εμπορευματοκιβωτίου ή μερικώς άδεια ανά μεταφορά. Η χρήση της πλήρης χωρητικότητας ενός φορτηγού είναι ζωτικής σημασίας όχι μόνο για την αναγωγή του κόστους μεταφοράς, αλλά επίσης σε σχέση με τις εξωτερικές επιδράσεις που προκαλούνται από τις οδικές μεταφορές στην κοινωνία και το περιβάλλον (π.χ. την κατανάλωση καυσίμου, ατμοσφαιρική και ηχητική ρύπανση, κ.λπ.).

Οι εταιρίες μεταφορών προκειμένου να μειώσουν το χρόνο εξυπηρέτησης και το κόστος μεταφοράς των οχημάτων τους ξεκινώντας από τον σταθμό προς τον επικείμενο πελάτη, λειτουργούν περιφερειακά κέντρα διανομής από τα οποία αποστέλλουν στόλο φορτηγών είτε για να παραλάβουν εμπορεύματα είτε για τη διανομή των παραγγελιών τους στα σημεία παράδοσης ή διανομής αντίστοιχα. Αυτά τα φορτηγά συνήθως εκτελούν πολλαπλές διαδρομές κατά τη διάρκεια της ημέρας, από το κέντρο διανομής τους σε διάφορες τοποθεσίες των πελατών τους.



1.4 Ιστορική αναδρομή

Τα εμπορευματοκιβώτια αποτελούν ένα μέσο μεταφοράς που μπορεί να εξυπηρετήσει γρήγορα μεγάλες ποσότητες προϊόντων για τη διανομή-παράδοση στους εκάστοτε πελάτες σε άριστη κατάσταση. Πολλές φορές όμως ζημιώνονται οι εταιρίες που κάνουν χρήση τέτοιων μέσων. Το κόστος των οχημάτων αυξάνεται λόγω του ότι τα δρομολόγια που έχει να πραγματοποιήσει ένα όχημα μέσα στη μέρα δεν είναι πάντα γνωστά από το ξεκίνημα της ημέρας. Υπάρχει πάντα κάποιος απρόσμενος πελάτης που επιθυμεί να εξυπηρετηθεί άμεσα. Συνεπώς, είναι δύσκολο να υπάρξει σωστός συντονισμός με σκοπό τη μείωση του κόστους. Καθώς οι αποφάσεις λαμβάνονται σε πραγματικό χρόνο, υπό συνθήκες αβεβαιότητας, για το πως θα διατεθεί ο στόλος των οχημάτων. Σε αυτές τις περιπτώσεις λέμε ότι η πρώτη αποστολή είναι αιτιοκρατική και οι υπόλοιπες είναι στοχαστικές [7].

Η αβεβαιότητα των συνθηκών δεν είναι το μοναδικό πρόβλημα, καθώς το κόστος των οχημάτων αυξάνεται και λόγω του ότι μπορεί να πραγματοποιούν κάποιες μεταφορές χωρίς την πλήρη αξιοποίηση του διαθέσιμου χώρου αποθήκευσης που κατέχει το φορτηγό. Μια λύση στο πρόβλημα αυτό είναι να γνωρίζουμε τις διαδρομές που πρέπει να καλύψει το φορτηγό και να συνδυάσουμε όσες μας επιτρέπεται προκειμένου να μην μετακινείται αναξιοποίητο. Έτσι το κόστος των φορτηγών ελαχιστοποιείται και υπόκεινται σε περιορισμούς σχετικά με το αν επιτρέπεται να γίνει ο συνδυασμός των μετακινήσεων αυτών. Οι περιορισμοί που πρέπει να ικανοποιούνται για να επιτευχθεί ο συνδυασμός έχουν να κάνουν με τον τύπο των οχημάτων, με το προϊόν που μεταφέρθηκε νωρίτερα κ.α. [8].

Μια εναλλακτική προσέγγιση του προβλήματος που αντιμετωπίζουν οι εταιρίες που χρησιμοποιούν εμπορευματοκιβώτια είναι ένας ευρετικός αλγόριθμος. Ο αλγόριθμος αυτός αποτελείται από δύο υπό προβλήματα, το βασικό πρόβλημα ανάθεσης και το γενικό πρόβλημα ανάθεσης εργασιών. Θεωρώντας όμοιους τύπους εμπορευματοκιβωτίων, δηλαδή να έχουν όμοια μεγέθη, είτε είναι ιδιόκτητα είτε ναυλωμένα από στόλους με διαφορετικό κόστος μίσθωσης και χρονικά περιθώρια εργασίας, μελετάει την βέλτιστη ανάθεση των οχημάτων σε ένα σύνολο από ζεύγη σχετικά με το σημείο παράδοσης και παραλαβής προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος της διανομής χωρίς να παραβιάζονται οι περιορισμοί του χρόνου και του φορτίου [9].

Εξελίσσοντας τον ευρετικό αλγόριθμο που αναφέραμε παραπάνω παρουσιάζεται μια ακόμα μέθοδος, που σκοπός της είναι η μείωση του κόστους λειτουργίας των οχημάτων τόσο για το παρόν όσο και για το μέλλον. Η επίτευξη του στόχου αυτού γίνεται με το να μειώσει ξεχωριστά το κόστος δρομολόγησης, τα έξοδα των πόρων αποστολής (οδηγός, φορτηγό) και τα έξοδα επανατοποθέτησης εμπορευματοκιβωτίων. Συνεπώς, το κόστος του συνδυασμού μεταξύ των μεταφορών ορίζεται ως το άθροισμα του κόστους συνδυασμού και το κόστος επανατοποθέτησης φορτηγών για μελλοντική ζήτηση. Το μοντέλο αυτό βασίζει-

ται πάνω σε ένα κυλιόμενο ορίζοντα δηλαδή, ένα χρονικό περιθώριο όπου στην προκειμένη περίπτωση είναι μία ημέρα [10].

Η συνεχής αναζήτηση λύσεων στο πρόβλημα που αντιμετωπίζουν οι εταιρίες μεταφορών οδήγησε στην επεξεργασία διάφορων μαθηματικών μοντέλων σχετικών με το πρόβλημα μεταφοράς εμπορευματοκιβωτίων, τόσο για τη μεταφορά ενός εμπορευματοκιβωτίου όσο και για τη δυνατότητα μεταφοράς πολλών εμπορευματοκιβωτίων. Όλα αυτά τα προβλήματα διαμορφώνουν το βασικό πρόβλημα όπου κάθε όχημα μπορεί να μεταφέρει ακριβώς μια υποδοχή για τη μεταφορά ενός εμπορευματοκιβωτίου κάθε φορά. Ένα πολύ-πρόβλημα από την άλλη έχει την δυνατότητα υποδοχής μηχανισμού, ο οποίος χρησιμοποιείται για τη μεταφορά δύο 20 (ft) ποδιών μήκους εμπορευματοκιβωτίων ή για ένα 40 (ft) πόδια μήκους εμπορευματοκιβωτίου ανάλογα με τις ανάγκες της κάθε περίπτωσης. Τα μοντέλα αυτά βασίστηκαν στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή και στο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων [11].

Μια άλλη παραλλαγή του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων είναι η χρήση εμπορευματοκιβωτίων από φορτηγά που έχουν προκαθορισμένη την εκπλήρωση των απαιτήσεων που τους έχουν ανατεθεί. Αυτό το πρόβλημα μεταφοράς εμπορευμάτων σε προκαθορισμένο χρόνο μπορεί να θεωρηθεί ως πολλαπλάσιο του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή. Τα οχήματα σε αυτή την περίπτωση μπορούν να μεταφέρουν μόνο ένα εμπορευματοκιβώτιο και επίσης, πρέπει να έχουν επιστρέψει στο σταθμό πριν ολοκληρωθεί η βάρδια του κάθε οδηγού. Στόχος είναι η μείωση της απόστασης που διανύουν [12].

Μια άλλη προσέγγιση πέρα από τον περιορισμό του χρόνου είναι ο αριθμός των τερματικών που έχουν στην διάθεση τους οι εταιρίες. Αν εξετάσουμε την περίπτωση που μια εταιρία μεταφορών αποτελείται από ένα στόλο οχημάτων που ανήκουν σε ένα τερματικό (σταθμό). Σε αυτή την περίπτωση πρέπει να γίνει κατάλληλη κατανομή των εργασιών (διαδρομών που θα ανατεθούν) ώστε να πραγματοποιηθούν όλες οι απαιτήσεις που έχει αναλάβει να διεκπεραιώσει η εταιρία. Έτσι ώστε, αν ο όγκος των προϊόντων που πρέπει να λάβει ή να παραλάβει είναι μεγάλος, να μπορούν να ανατεθούν διάφορες κλειστές διαδρομές από την ίδια προέλευση στο όχημα κατά τη διάρκεια μιας βάρδιας. Το κόστος παράδοσης μειώνεται χρησιμοποιώντας ένα μικτό δυαδικό μοντέλο για μικρής έκτασης' προβλήματα και δύο ευρετικούς αλγόριθμους για μεγαλύτερα προβλήματα [13].

Ας εστιάσουμε τώρα σε μια εταιρία με τη δυνατότητα περισσότερων τερματικών. Αναλύουμε ένα πρόβλημα προγραμματισμού φορτηγών για τη μεταφορά εμπορευματοκιβωτίων σε μια περιοχή με πολλαπλούς σταθμούς και πολλαπλά τερματικά. Σε αυτή την περίπτωση τα εμπορευματοκιβώτια έχουν τέσσερις τύπους κινήσεων (εισερχόμενο πλήρη, εξερχόμενο πλήρη, εισερχόμενο και εξερχόμενο άδειο) ως προς το σημείο εκκίνησης και για το αν χρησιμοποιείται ο χώρος αποθήκευσης που διαθέτουν. Επίσης, τα χρονικά περιθώρια τόσο της προέλευσης όσο και του προορισμού θεωρούνται δεδομένα σε αυτή τη μελέτη. Το πρόβλημα είναι ένα μαθηματικό μοντέλο που βασίζεται στα δεδομένα γράφου και αποτελεί μια επέκταση του πολύ-προβλήματος του πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα (m-TSPTW) [14].

Η παρούσα εργασία βασίστηκε στον ευρετικό αλγόριθμο που παρουσιάζεται στο [15]. Στην εργασία αυτή παρουσιάζουμε και επεξηγούμε τον τρόπο με τον οποίο αυτοματοποιήσαμε τον ευρετικό αλγόριθμο αυτό, στόχος του οποίου είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους λειτουργίας των οχημάτων, συνδυάζοντας αρχικά αποτελεσματικά τις μεταφορές πριν την τελική ανάθεση τους στα οχήματα που θα τις εξυπηρετήσουν. Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται και ο ενδιάμεσος στόχος, που είναι η πλήρης αξιοποίηση της χωρητικότητας των οχημάτων.

Σε αυτή τη μελέτη, εκτός από την εξέταση αν τα εμπορευματοκιβώτια πραγματοποιούν άδεια, γεμάτα ή μερικώς φορτωμένα τις μεταφορές, λαμβάνεται επίσης υπόψη αν αξιοποιούν όλη τη διαθέσιμη χωρητικότητα που διαθέτουν. Στην πραγματικότητα, εάν η χρησιμοποίηση του οχήματος βελτιωθεί, τότε θα είναι δυνατόν να μειωθεί ο αριθμός των χιλιομέτρων του οχήματος και τα σχετικά επιβλαβή αποτελέσματα. Μελέτες σχετικά με την αξιοποίηση του οχήματος μέσω μιας ανασκόπηση στη βιβλιογραφία μας δίνει πολλά αποτελέσματα. Μια πρώτη προσέγγιση εξετάζει την αξιοποίηση της χωρητικότητας του οχήματος με βάση τις οικονομικές θεωρίες, όπως η επιθυμία των επιχειρήσεων να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους. Από την άλλη η οπτική της αγοράς διαφέρει από αυτή των επιχειρήσεων καθώς θεωρεί ότι τα χαρακτηριστικά επηρεάζουν την αξιοποίηση. Η δεύτερη προσέγγιση πηγάζει από τη βιβλιογραφία για τη μοντελοποίηση των μεταφορών και κύριος στόχος της είναι η ανάλυση της κίνησης των οχημάτων και η μοντελοποίηση της χωρητικότητας της ζήτησης στις μεταφορές, με στόχο το επιθυμητό κέρδος. Για αυτό το λόγο πραγματοποιείται μια επισκόπηση των διαφορετικών προσεγγίσεων και αναζητάει ένα πιθανό συνδυασμό των δύο αυτών προσεγγίσεων [16].

Το μεγαλύτερο μέρος της βιβλιογραφίας μεταφορών επικεντρώνεται στα πιο γενικά στοιχεία της ζήτησης για μεταφορές και λίγες μελέτες είναι σε θέση να συμπεριλάβουν πραγματικά τη χρήση οχημάτων και των καθοριστικών παραγόντων της.

1.5 Οργάνωση της διπλωματικής

Η διάρθρωση του περιεχομένου αυτής της διπλωματικής στα επόμενα κεφάλαια έχει ως εξής:

Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται βασικές έννοιες που σχετίζονται με τα δύο προβλήματα που αναλύονται στη διπλωματική εργασία.

Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται πιο αναλυτικότερα το πρόβλημα με το οποίο θα ασχοληθούμε σε αυτή την εργασία.

Στο κεφάλαιο 4 εξηγούμε τα προβλήματα βελτιστοποίησης που συναντήσαμε στην διεκπεραίωση της εργασίας αυτής και ο τρόπος που υλοποιήθηκε η επίλυση τους στο προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB.

Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται οι πίνακες με τα δεδομένα καθώς και τα αποτελέσματα που λάβαμε από την επίλυση των προβλημάτων.

Στο κεφάλαιο 6 αναλύονται τα συμπεράσματα της εργασίας αυτής και αναφέρονται κάποιες μελλοντικές επεκτάσεις.

Η παρούσα διπλωματική εργασία ολοκληρώνεται με την παράθεση της βιβλιογραφίας που μελετήθηκε για την εκπόνηση της.

Κεφάλαιο 2

Βασικές Έννοιες

Στο κεφάλαιο αυτό θα παραθέσουμε κάποιες τεχνικές της επιχειρησιακής έρευνας τις οποίες χρησιμοποιήσαμε τόσο για να μοντελοποιήσουμε το πρόβλημα μας όσο και για να το επιλύσουμε μέσω των τεχνικών αυτών. Επίσης γίνεται και μία αναφορά στα προβλήματα της δρομολόγησης οχημάτων καθώς μια περιληπτική ανασκόπηση στις διαφορετικές παραλλαγές τους.

2.1 Επιχειρησιακή Έρευνα

Η επιχειρησιακή έρευνα εμφανίστηκε κατά τη διάρκεια του Β' Παγκοσμίου πολέμου με σκοπό την έρευνα των στρατιωτικών επιχειρήσεων όπως, η οργάνωση της αεράμυνας και των νηοπομπών για καλύτερη προστασία από επιθέσεις υποβρυχίων. Η ανάπτυξη της επήλθε κατά την μεταπολεμική περίοδο σε μια προσπάθεια για ανασυγκρότηση των χωρών που είχαν εμπλακεί στον πόλεμο και είχαν την ανάγκη για καλύτερη αξιοποίηση των περιορισμένων διαθέσιμων πόρων που διέθεταν. Μέτα το τέλος του πολέμου η επιχειρησιακή έρευνα γνώρισε ραγδαία ανάπτυξη και από τότε ένας μεγάλος αριθμός μεθοδολογιών και αλγορίθμων επιχειρησιακής έρευνας έχουν αναπτυχθεί για την επίλυση διαφόρων κατηγοριών επιχειρηματικών προβλημάτων. Ειδικότερα στην επίλυση προβλημάτων που προκύπτουν κατά τη διοίκηση και διαχείριση μεγάλων συστημάτων. Τα συστήματα αυτά μπορεί να αποτελούνται από ανθρώπους, μηχανές, υλικά ή χρήματα και να λαμβάνουν χώρα τόσο στη γεωργία, τη βιομηχανία, ή τις επιχειρήσεις κλπ. Οι τεχνικές της Επιχειρησιακής Έρευνας χρησιμοποιούνται για την επίλυση των προαναφερθέντων προβλημάτων, είτε κάθε μια χωριστά είτε συνδυασμένες μεταξύ τους ανάλογα με την φύση του προβλήματος.

2.1.1 Γραμμικός Προγραμματισμός

Γραμμικός προγραμματισμός είναι το όνομα της μεθοδολογίας που χρησιμοποιείται για τη λύση προβλημάτων που έχουν σκοπό τη μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση μιας γραμμικής συνάρτησης που υπόκειται σε περιορισμούς υπό μορφή γραμμικών ανισοτήτων.

Ο γραμμικός προγραμματισμός (Γ.Π.) είναι μια μέθοδος για να επιτευχθεί το καλύτερο αποτέλεσμα (όπως το μέγιστο κέρδος ή το ελάχιστο κόστος) σε ένα μαθηματικό μοντέλο των οποίων οι απαιτήσεις αντιπροσωπεύονται από γραμμικές σχέσεις [17].

2.1.2 Μαθηματική διατύπωση

Η εφαρμογή της μεθοδολογίας του γραμμικού προγραμματισμού για την επίλυση ενός επιχειρησιακού προβλήματος απαιτεί τη δημιουργία μιας μαθηματικής διατύπωσης ή ενός μαθηματικού μοντέλου για το συγκεκριμένο επιχειρησιακό πρόβλημα. Με τη δημιουργία του μοντέλου μπορούμε να επεξεργαστούμε καλύτερα τα δεδομένα του προβλήματος καθώς και τους περιορισμούς που μας δίνονται και να λύσουμε το πρόβλημα μας πιο γρήγορα, πιο εύκολα και με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Σε πολλές παραγωγικές μονάδες χρησιμοποιούνται από κοινού οι περιορισμένοι, διαθέσιμοι πόροι της επιχείρησης. Για ένα δεδομένο χρονικό ορίζοντα, στόχος της επιχείρησης είναι ο προσδιορισμός των ποσοτήτων παραγωγής κάθε προϊόντος, αξιοποιώντας τη διαθέσιμη ποσότητα των πόρων έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί το συνολικό κέρδος.

Το μαθηματικό μοντέλο του Γ.Π. είναι αυτό στο οποίο επιχειρείται η βελτιστοποίηση (κριτήρια βελτιστοποίησης) αγνώστων πραγματικών μεταβλητών των οποίων το πεδίο τιμών οροθετείται έμμεσα από γραμμικούς περιορισμούς (ανισοεξισώσεις) των μεταβλητών αυτών. Οι άγνωστες μεταβλητές προσδιορίζουν (μοντελοποιούν) το αντικείμενο απόφασης του προβλήματος και ονομάζονται για το σκοπό αυτό μεταβλητές απόφασης (decision variables).

Η θεωρία του Γ.Π. μέχρι τις αρχές της δεκαετίας του 70, εξελίχθηκε ως μεθοδολογία βελτιστοποίησης ενός και μόνου κριτηρίου απόφασης με την ονομασία αντικειμενική συνάρτηση (objective function). Όμως, η πολυπλοκότητα των συστημάτων απόφασης καθώς και οι συνθήκες ανταγωνιστικότητας κάτω από τις οποίες παίρνονται οι αποφάσεις καθιστούν τη προσέγγιση αυτή κάθε άλλο παρά ρεαλιστική. Για αυτό και αναπτύχθηκε η θεωρία του Γ.Π. με πολλαπλά κριτήρια απόφασης (πολυκριτήριος Γ.Π.).

Στη συνέχεια δίνεται η κανονική μορφή των γραμμικών προβλημάτων που μπορεί να εκφραστεί, όπως

$$\begin{aligned} & \underset{x}{\text{maximize}} && c^T x \\ & \text{subject to} && Ax \leq b \\ & && x \geq 0. \end{aligned}$$

Οπού, το x αντιπροσωπεύει ένα διάνυσμα μεταβλητών (οι οποίες θα καθοριστούν), c και b είναι διανύσματα, όπου στο πρώτο αντιστοιχούν οι συντελεστές του x που έχει στην αντικειμενική συνάρτηση και στο δεύτερο τα δεξιά μέλη των περιορισμών, το A είναι ένας πίνακας που περιέχει τους συντελεστές του x στους περιορισμούς, $(\cdot)^T$ είναι ο αντίστροφος πίνακας. Η έκφραση που θα μεγιστοποιηθεί ή να ελαχιστοποιείται ονομάζεται αντικειμενική συνάρτηση ($c^T x$ σε αυτήν την περίπτωση). Η ανισότητες $Ax \leq b$ και $x \geq 0$ είναι οι περιορισμοί που καθορίζουν ένα κυρτό πολύτοπο επί του οποίου η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να βελτιστοποιηθεί.

2.1.3 Εφαρμογές γραμμικού προγραμματισμού

Ο γραμμικός προγραμματισμός αποτελεί αναμφίβολα τη δημοφιλέστερη τεχνική στο χώρο της επιχειρησιακής έρευνας αλλά και της διοικητικής επιστήμης γενικότερα. Η μεγάλη επιτυχία που είχαν οι εφαρμογές του σε προβλήματα λήψης αποφάσεων των ιδιωτικών και δημόσιων επιχειρήσεων και οργανισμών

αποδίδεται, από τη μια πλευρά στα επιτεύγματα της έρευνας μαθηματικών και οικονομολόγων σε θεωρητικό επίπεδο και από την άλλη πλευρά στην επαναστατική ανέλιξη της πληροφορικής επιστήμης και τεχνολογίας. Κυριαρχεί σήμερα η αντίληψη ότι, τρεις στις τέσσερις εφαρμογές μοντέλων επιχειρησιακής έρευνας σε πραγματικά προβλήματα διοίκησης παραπέμπουν στο γραμμικό προγραμματισμό.

Ο γραμμικός προγραμματισμός χρησιμοποιείται από τους επιχειρησιακούς ερευνητές ή τους αναλυτές προβλημάτων απόφασης για τη προσέγγιση προβλημάτων κατανομής περιορισμένων πόρων ή μηχανημάτων σε εναλλακτικές και ανταγωνιστικές μεταξύ τους δραστηριότητες κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Πρόκειται για το γνωστό πρόβλημα κατανομής της “πίτας” (resource allocation problem). Προβλήματα απόφασης αυτής της μορφής είναι, για παράδειγμα, η κατανομή εργατικού δυναμικού, τεχνολογικού εξοπλισμού και πρώτων υλών σε διάφορες παραγωγικές διαδικασίες, η κατανομή κεφαλαίου σε διάφορα επενδυτικά προγράμματα, η ανάθεση σε περιορισμένο προσωπικό διαφόρων υπηρεσιών, η κατανομή καλλιεργήσιμης γης σε διάφορες αγροτικές δραστηριότητες, κ.λπ. Το επιδιωκόμενο αποτέλεσμα αυτών των αποφάσεων (κριτήρια απόφασης) στοχεύει κυρίως στη μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους από πωλήσεις. Μπορεί επίσης να επιδιώκει στην ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους παραγωγής, στη μεγιστοποίηση της απασχόλησης, στην ελαχιστοποίηση των αρνητικών επιπτώσεων στο περιβάλλον, κ.λπ.

2.1.4 Μικτός Ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός MILP

Ο μικτός ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός (Μ.Α.Γ.Π.) αποτελεί μια άλλη τεχνική της επιχειρησιακής έρευνας η οποία θα μας απασχολήσει. Ο ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός είναι μια σύνθεση του Γραμμικού Προγραμματισμού και του Ακέραιου Προγραμματισμού, όπως δηλώνει και ο τίτλος του. Εδώ ισχύει ότι και στο γραμμικό προγραμματισμό συν ότι η αξία που είναι δυνατόν να λάβουν οι μεταβλητές απόφασης είναι ακέραιες για τον ακέραιο γραμμικό προγραμματισμό. Ενώ τα προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού φαίνονται να ανήκουν στην κλάση προβλημάτων Π (πολυωνυμικού χρόνου), ο Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός, στη γενική του μορφή, ανήκει στην κατηγορία NP-complete. Όμως, ο Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός βρίσκει μεγάλη εφαρμογή σε προβλήματα τα οποία απαιτούν ακέραιες ποσότητες, όπως πχ. όταν οι διαθέσιμοι πόροι είναι άνθρωποι (1 άνθρωπος, δεν έχει νόημα δεκαδική ποσότητα ανθρώπων). Στον μικτό ακέραιο γραμμικό προγραμματισμό (Mixed Integer Linear Programming, MILP) οι μεταβλητές μπορούν να μοιραστούν σε ακέραιες ή πραγματικές τιμές ανάλογα με τη λύση του προβλήματος. Οι κυριότεροι αλγόριθμοι που προτάθηκαν για την λύση μικτών ακέραιων γραμμικών προβλημάτων είναι:

- Cutting planes
- Branch and Bound
- Branch and cut

Ένα πρόβλημα μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού μπορεί να υπόκειται σε περιορισμούς ή όχι, οι δε αντικειμενικές συναρτήσεις και οι περιορισμοί του εκφράζονται γραμμικά. Μαθηματικά προβλήματα ΑΠ παρουσιάστηκαν πριν την ανάπτυξη της επιχειρησιακής έρευνας (1940-1950). Με την καθιέρωση της θεωρίας ανάλυσης συστημάτων και την ανάπτυξη του ΓΠ, προέκυψε η ανάγκη επίλυσης γραμμικών μοντέλων με ακέραιους περιορισμούς [18].

Το πρόβλημα που επιλύουμε σε αυτή την εργασία χρησιμοποιεί τη μέθοδο του μικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού. Καθώς αναζητάμε τις δυνατές διαδρομές που μπορούν να συνδυαστούν χωρίς να καταπατάμε τους περιορισμούς, όπως επίσης την κατανομή τους στα οχήματα. Τα αποτελέσματα το οποία θα λαμβάνουμε για αυτά τα δύο προβλήματα δεν μπορεί να είναι αλλά πέρα από μια τιμή που να μας δείχνει αν μπορεί να συμβεί ή όχι αυτό που ζητάμε. Οι τιμές που λαμβάνουμε και για τα δύο προβλήματα είναι 0 και 1. Η τιμή 1 μας ορίζει ότι μπορεί να γίνει η ενέργεια που μας υποδεικνύει το πρόγραμμα ενώ όταν λαμβάνουμε την τιμή 0 η ενέργεια αυτή δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί χωρίς να παραβιαστούν οι περιορισμοί.

$$x = \begin{cases} 1, & \text{acceptable combination link} \\ 0, & \text{unacceptable} \end{cases}$$

2.1.5 Μαθηματική διατύπωση

Η μαθηματική διατύπωση του μικτού Α.Γ.Π. δεν διαφέρει κατά πολύ από το μαθηματικό μοντέλο του γραμμικού προγραμματισμού. Όπως ήδη έχουμε αναφέρει η διαφορά τους έγκειται στις τιμές που λαμβάνουν οι μεταβλητές απόφασης στην εκάστοτε μέθοδο. Ο μικτός ακεραίος γραμμικός προγραμματισμός ασχολείται με προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού στα οποία μερικές ή όλες οι μεταβλητές είναι ακεραίες. Ένα γενικό πρόβλημα θα έχει την εξής μορφή:

$$\begin{aligned} & \underset{x,u}{\text{maximize (min)}} && c_1x + c_2u \\ & \text{subject to} && A_1x + A_2u \geq (\leq, =)b \\ & && u \geq 0 \quad \text{and} \quad x \geq 0 \\ & && x \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Όπου A_1 είναι ένας $m \times n_1$ πίνακας και A_2 ένας $m \times n_2$ πίνακας. Όταν $n_1 = 0$ τότε το πρόβλημα είναι ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, ενώ αν $n_2 = 0$ τότε το πρόβλημα είναι ένα πρόβλημα ακεραίου προγραμματισμού. Τέλος αν $n_1 \neq 0$ και $n_2 \neq 0$ τότε το πρόβλημα είναι ένα πρόβλημα μικτού ακεραίου προγραμματισμού.

Αν και αρκετοί αλγόριθμοι έχουν αναπτυχθεί για προβλήματα ακεραίου προγραμματισμού, καμία από αυτές τις μεθόδους δεν είναι αξιόπιστη από υπολογιστική άποψη, ειδικότερα όταν ο αριθμός των μεταβλητών αυξάνει, σε αντίθεση με τον γραμμικό προγραμματισμό όπου προβλήματα με εκατοντάδες μεταβλητές και εκατοντάδες περιορισμούς μπορούν να λυθούν σε λογικό χρονικό διάστημα.

Η υπολογιστική αυτή δυσκολία που παρατηρείται στους αλγόριθμους επίλυσης προβλημάτων ακεραίου προγραμματισμού έχει οδηγήσει τους χρήστες να βρουν άλλες μεθόδους επίλυσης τέτοιων προβλημάτων. Μια τέτοια προσέγγιση είναι να λυθεί το πρόβλημα σαν ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού και στη συνέχεια να στρογγυλοποιηθεί η βέλτιστη λύση στις κοντινότερες ακεραίες τιμές. Πάντως, δεν υπάρχει καμία εγγύηση ότι η στρογγυλοποιημένη λύση θα ικανοποιεί τους περιορισμούς, ειδικότερα στην περίπτωση που υπάρχει ένας ή περισσότεροι περιορισμοί - ισότητες.

Από τη θεωρία του γραμμικού προγραμματισμού, μία στρογγυλοποιημένη λύση δεν μπορεί να είναι εφικτή αφού αυτό θα σήμαινε ότι μία βάση (με όλες τις μη βασικές μεταβλητές μηδέν) οδηγεί σε δύο διαφορετικές λύσεις. Η μη εφικτότητα που δημιουργείται από την στρογγυλοποίηση μπορεί να είναι ανεκτή

εφόσον οι παράμετροι του προβλήματος δεν είναι σαφής. Αλλά, συνήθως σε ένα πρόβλημα ακεραίου προγραμματισμού υπάρχουν χαρακτηριστικοί τυπικοί περιορισμοί - ισότητες στις οποίες οι παράμετροι είναι σαφής. Ένας τέτοιος περιορισμός είναι ο $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$, με $x_j = 0$ ή 1 για $j = 1, \dots, n$. Κάτω από αυτές τις προϋποθέσεις, η στρογγυλοποίηση δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί και τότε ένας αλγόριθμος επίλυσης προβλημάτων ακεραίου προγραμματισμού είναι απαραίτητος.

Επί πλέον στην ακαταλληλότητα της στρογγυλοποίησης δίνει έμφαση το γεγονός ότι αν και οι ακεραίες μεταβλητές θεωρούνται κοινώς ως αναπαράσταση ενός διακριτού αριθμού αντικειμένων (μηχανών, ανθρώπων, κ.τ.λ.), διάφορες κωδικοποιήσεις χρησιμοποιούνται για να αναπαραστήσουν τις ποσοτικές μεταβλητές αυτές. Για παράδειγμα, μια απόφαση για χρηματοδότηση ή όχι ενός προγράμματος μπορεί να αναπαρασταθεί από την δυαδική μεταβλητή $x = 0$ αν το πρόγραμμα απορρίπτεται ή $x = 1$ αν αυτό γίνεται αποδεκτό. Σε αυτή την περίπτωση δεν θα ήταν λογικό να ασχοληθούμε με κλασματικές τιμές της μεταβλητής x , και η χρήση της στρογγυλοποίησης σαν μια προσέγγιση είναι λογικά μη αποδεκτή.

2.1.6 Ο αλγόριθμος Κλάδων και Φραγών

Ο αλγόριθμος Κλάδων και Φραγών (Branch and Bound και οι παραλλαγές του) είναι μία άλλη τεχνική που χρησιμοποιείται ευρέως σε διάφορα προβλήματα Επιχειρησιακής Έρευνας και ειδικότερα είναι πολύ δημοφιλής σε αυτά του ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού, είτε αυτά είναι Pure, είτε Mixed, είτε Binary Integer Linear Problems. Ο αλγόριθμος παρουσιάστηκε για πρώτη φορά τον Ιούλιο του 1960 για το βασικό MixedILP πρόβλημα [19]. Λίγα χρόνια αργότερα, το 1965, επεκτάθηκε για τη επίλυση προβλημάτων BinaryILP [20]. Την ίδια περίοδο ασχολήθηκαν κι άλλοι επιστήμονες με την συγκεκριμένη μέθοδο εξελίσσοντας την περισσότερο [21], [22].

Η βασική ιδέα του αλγόριθμου αυτού είναι η τεχνική του “divide and conquer” ή, αλλιώς, “διαίρει και βασίλευε”, μέθοδος που χρησιμοποιείται κατά κόρον στην δημιουργία αλγορίθμων στην πληροφορική, προκειμένου να απλοποιηθεί ένα πρόβλημα σε μικρότερα επιμέρους προβλήματα. Γενικό στοιχείο της μεθόδου είναι ότι χρησιμοποιεί ένα σύστημα αξιολόγησης για όλες τις λύσεις ενός προβλήματος. Ανάλογα με τα κριτήρια του συστήματος, αποδέχεται ή όχι τις υποψήφιας λύσεις. Στην περίπτωσή μας, όταν έχουμε ένα τεράστιο πρόβλημα, το οποίο είναι ιδιαίτερα επίπονο να επιλυθεί άμεσα, καταφεύγουμε σε αυτή την μέθοδο προκειμένου να διαιρεθεί (“divide”) το αρχικό σε άλλα μικρότερα (και αυτά με την σειρά τους σε ακόμη πιο μικρά κ.ο.κ.) μέχρι να βρεθεί η βέλτιστη λύση (“conquer”). Έπειτα ορίζει άνω και κάτω όρια των διακλαδώσεων και συγκρίνει το κάτω όριο μιας διακλάδωσης με τα άνω όρια άλλων διακλαδώσεων, απορρίπτοντας αυτά που είναι μικρότερα (pruning) από αυτό το κάτω όριο. Το βήμα αυτό λέγεται Bounding (οριοθέτηση). Στο branch & bound το κόστος είναι μια μονότονη συνάρτηση, που σημαίνει πως αυξάνει συνεχώς καθώς εξελίσσεται η αναζήτηση. Αυτή οφείλεται στο ότι όλοι οι τελεστές μετάβασης έχουν πάντα θετικό κόστος.

2.1.7 Branch and Bound και Μικτός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός (MILP)

Ας δούμε τώρα πως συνδέεται ο αλγόριθμος Κλάδων και Φραγών με τον μικτό ακέραιο γραμμικό προγραμματισμό. Για τη λύση ενός προβλήματος MILP με τη μέθοδο branch & bound, οι μεταβλητές παίρνουν συστηματικά ακέραιες τιμές δημιουργώντας έτσι τα αντίστοιχα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού.

Η λύση των γραμμικών προβλημάτων συνεπάγεται τη λήψη ενός άνω ορίου στην τιμή της βέλτιστης λύσης του αντίστοιχου ακέραιου προβλήματος. Κάθε εφικτή ακέραιη λύση παρέχει επίσης ένα κάτω όριο στην πραγματική τιμή της βέλτιστης λύσης. Με τον τρόπο αυτό δημιουργείται μια σειρά από άνω και μια σειρά από κάτω όρια, οι οποίες συγκλίνουν στην πραγματική βέλτιστη λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού. Η όλη διαδικασία περιλαμβάνει τη διαχείριση της λίστας των προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού τα οποία δημιουργούνται με τη χαλάρωση των απαιτήσεων ακεραιότητας στις μεταβλητές.

Θεωρώντας ένα πρόβλημα μικτού ακέραιου προγραμματισμού που αποσκοπεί στην μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης z_{MILP} έστω Z_L ένα κάτω όριο στην τιμή της Z_{MILP} . Για κάποιον κόμβο N^i του δέντρου branch & bound, έστω Z_L^i ένα άνω όριο στην τιμή που η Z_{MILP} μπορεί να λάβει στο N^i . Η λίστα L των προβλημάτων που πρέπει να επιλυθούν ονομάζεται ενεργό σύνολο. Έστω x^* η βέλτιστη λύση του προβλήματος. Με βάση τα παραπάνω, ο παρακάτω είναι ένας αλγόριθμος τύπου branch & bound για την επίλυση προβλημάτων MILP που στηρίζεται στον γραμμικό προγραμματισμό:

0. Αρχικοποίηση.

$$L = RMILP, Z_L = -\infty, x^* = \emptyset$$

1. Τερματισμός.

Ισχύει $L = \emptyset$. Εάν ναι, η λύση x^* είναι βέλτιστη.

2. Επιλογή.

Επέλεξε και διέγραψε ένα πρόβλημα N^i από το L

3. Αξιολόγηση.

Επίλυσε την LP χαλάρωση του N^i . Εάν το πρόβλημα είναι αδύνατο, πήγαινε στο βήμα 1, διαφορετικά θέσε z_{LP}^i ως τιμή της αντικειμενικής του συνάρτησης και ως x^i την λύση του.

4. Περικοπή.

Εάν $z_{LP}^i \leq Z_L$ πήγαινε στο βήμα 1. Εάν το x^i έχει δεκαδικό μέρος, πήγαινε στο βήμα 5, διαφορετικά θέσε $Z_L = z_{LP}^i$, $x^* = x^i$ και διέγραψε από το L όλα τα προβλήματα $z_{LP}^j \leq Z_L$. Πήγαινε στο βήμα 1.

5. Διαμερισμός

Διαίρεσε την εφικτή περιοχή του N^i σε έναν αριθμό από μικρότερες εφικτές περιοχές N^{i1}, \dots, N^{ik} τέτοιες ώστε $\bigcup_{j=1}^k N^{ij} = N^i$. Για κάθε $j = 1 \dots k$, έστω $z_L^{ij} = z_{LP}^i$ και πρόσθεσε το πρόβλημα N^{ij} στο L . Πήγαινε στο βήμα 1.

Ο παραπάνω αλγόριθμος του branch & bound για την επίλυση προβλημάτων MILP καθιστά φανερό ότι υφίστανται ορισμένες επιλογές που πρέπει να γίνουν κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου. Οι επιλογές αυτές αφορούν στην επιλογή του κόμβου προς αξιολόγηση (βήμα 2), δηλαδή στην στρατηγική επιλογής του κόμβου και στον διαμερισμό της εφικτής περιοχής (βήμα 5) [23].

2.2 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem)

Η διαχείριση στόλου οχημάτων αποτελούσε πάντα πρόβλημα για τις μεταφορικές και τις logistics εταιρείες. Σήμερα όμως που τα καύσιμα έχουν μεγάλο κόστος και οι αστοχίες απαγορεύονται, η ορθή διαχείριση στοχεύει όχι μόνο στην απρόσκοπτη λειτουργία, αλλά και στον περιορισμό του κόστους.

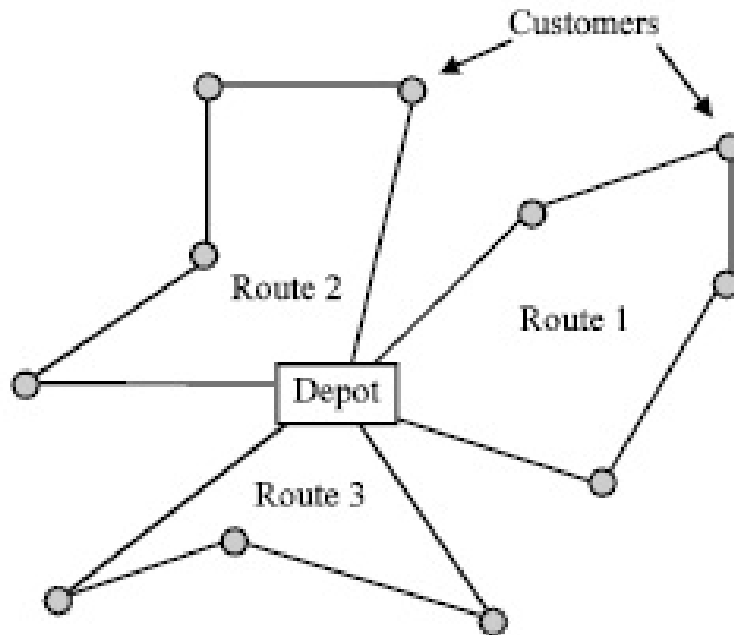
Το πρόβλημα αυτό αφορά κατά γενικό λόγο τη διανομή προϊόντων μεταξύ αποθηκών και πελατών. Η διανομή των αγαθών πραγματοποιείται σε συγκεκριμένα χρονικά πλαίσια όπου μια ομάδα οχημάτων, τα οποία βρίσκονται σε μία ή περισσότερες αποθήκες, καλείται μέσω κατάλληλης διαδρομής να εξυπηρετήσει μία ομάδα πελατών. Συγκεκριμένα στόχος του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων είναι ο καθορισμός του συνόλου των διαδρομών, κάθε μία από τις οποίες αναλαμβάνει ένα μόνο όχημα το οποίο ξεκινάει και καταλήγει στη δική του αποθήκη, και να πληροί όλους τους περιορισμούς θα ικανοποιούνται οι ανάγκες των πελατών ενώ το συνολικό κόστος μεταφοράς θα ελαχιστοποιείται.

Το οδικό δίκτυο, μέσω του οποίου γίνονται οι μεταφορές, συνήθως αναπαριστάται από ένα γράφημα του οποίου τα τόξα ορίζουν τμήματα της διαδρομής ενώ οι κορυφές στις οποίες αυτά διασταυρώνονται αναπαριστούν τους πελάτες και τις αποθήκες του προβλήματος. Τα τόξα μπορεί να έχουν ή να μην έχουν προσανατολισμό αλλά αυτό εξαρτάται από το είδος του δρόμου τον οποίο αναπαριστούν (μονόδρομος ή διπλής κατεύθυνσης). Ακόμη χαρακτηρίζονται από ένα κόστος (μήκος του τόξου) το οποίο σχετίζεται με τον απαιτούμενο χρόνο διαδρομής [24].

Οι διαδρομές που εκτελούν τα οχήματα αρχίζουν και καταλήγουν σε μία ή περισσότερες αποθήκες. Κάθε αποθήκη χαρακτηρίζεται από τον αριθμό και το είδος των οχημάτων που τη χρησιμοποιούν καθώς και από τη χωρητικότητά της σε προϊόντα. Σε ορισμένες πραγματικές εφαρμογές δρομολόγησης οχημάτων, έχει γίνει εκ των προτέρων διαμοιρασμός των πελατών σε αποθήκες, και τα οχήματα πρέπει να επιστρέφουν στην αποθήκη εκκίνησης στο τέλος κάθε διαδρομής. Σε αυτές τις περιπτώσεις το πρόβλημα μπορεί να διαιρεθεί σε επιμέρους ανεξάρτητα προβλήματα, κάθε ένα από τα οποία είναι συνδεδεμένο με διαφορετική αποθήκη [24].

Στο Σχήμα 2.1 φαίνεται η λύση ενός βασικού παραδείγματος VRP, το οποίο όμως δε θα μπορούσε να αποδώσει στα περισσότερα αληθινά προβλήματα αφού παραλείπει πολλούς περιορισμούς και απαιτήσεις που θα συναντούσαμε στη πραγματικότητα, μέσω αναπαράστασης από ένα μη προσανατολισμένο γράφημα $G = (V, A)$:

Έστω ότι $i = 0$ είναι η κεντρική αποθήκη ή το κέντρο διανομής. Τότε τα $i = 1, \dots, n$ θα αναπαριστούν τους πελάτες του προβλήματος. Όλα τα $i = 0, \dots, n$ αποτελούν τους κόμβους του γραφήματος με $V = 0, \dots, n$ το σύνολο των κόμβων. Θεωρούμε ότι κάθε πελάτης i έχει q_i ζήτηση ποσότητα προϊόντων και το κόστος μετάβασης από τον πελάτη i στον j ορίζεται ως c_{ij}



Σχήμα 2.1: Αναπαράσταση της λύσης ενός παραδείγματος δρομολόγησης οχημάτων.

και αναφέρεται στη χωρητικότητα του τόξου (i, j) με A το σύνολο των τόξων. Εάν η εταιρία διαθέτει K οχήματα που εκτελούν τις μεταφορές, η χωρητικότητα κάθε οχήματος θα είναι Q_k . Τέλος, σε κάθε όχημα θα αντιστοιχεί μια διαδρομή η οποία θα ξεκινάει και θα καταλήγει στο κέντρο διανομής [25].

Έτσι για την επίλυση πιο σύνθετων προβλημάτων VRP λαμβάνεται υπόψη ένα πλήθος από χαρακτηριστικά τα οποία μπορεί να έχουν οι πελάτες ή τα οχήματα. Παρακάτω παρουσιάζονται κάποια από αυτά:

Τα τυπικά χαρακτηριστικά των πελατών είναι [24]:

- Οι κορυφές του γραφήματος στις οποίες βρίσκονται οι πελάτες.
- Η ποσότητα των αγαθών, πιθανόν διαφορετικών ειδών, τα οποία πρέπει να παραδοθούν σε αυτούς ή να συλλεχθούν.
- Η χρονική περίοδος (time window) κατά την οποία μπορεί να πραγματοποιηθεί η εξυπηρέτηση του πελάτη.
- Το πλήθος των φορτώσεων ή εκφορτώσεων που πρέπει να πραγματοποιηθούν στη τοποθεσία που βρίσκεται ο πελάτης (συνήθως εξαρτώνται από το είδος των οχημάτων).
- Το σύνολο των διαθέσιμων οχημάτων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να εξυπηρετηθεί ο πελάτης.

Τα τυπικά χαρακτηριστικά των οχημάτων είναι [24]:

- Η αποθήκη εκκίνησης του οχήματος και η πιθανότητα να τελειώσει την εξυπηρέτησή του σε κάποια άλλη αποθήκη.
- Η χωρητικότητα του οχήματος, η οποία εκφράζεται ως το μέγιστο βάρος ή ο όγκος που ένα όχημα μπορεί να μεταφέρει.

- Η πιθανή υποδιαίρεση του οχήματος σε τμήματα, κάθε ένα από τα οποία χαρακτηρίζεται από τη χωρητικότητα του και το είδος των προϊόντων που μεταφέρει.
- Το υποσύνολο των τόξων του γραφήματος τα οποία μπορούν να διασχίσουν τα οχήματα.
- Το συσχετιζόμενο με τη χρήση του οχήματος κόστος (ανά μονάδα απόστασης, ανά μονάδα χρόνου, ανά δρόμο, κ.λ.π.).

Στόχοι του προβλήματος είναι [24]:

- Η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μεταφοράς, το οποίο εξαρτάται από τη συνολική απόσταση που καλύπτουν τα οχήματα (ή το συνολικό χρόνο που σπαταλούν) και από τα προκαθορισμένα κόστη τα οποία αφορούν τη χρήση των οχημάτων και τους οδηγούς τους.
- Η ελαχιστοποίηση του αριθμού των οχημάτων που χρησιμοποιούνται στην εξυπηρέτηση των πελατών.
- Η εξισορρόπηση των διαδρομών λαμβάνοντας υπόψη τους χρόνους μετάβασης και τα μεταφερόμενα φορτία.
- Η ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων που συνδέονται με τη μερική εξυπηρέτηση πελατών.

Οι νέες αντιλήψεις για την αποθεματοποίηση, οι συνεχώς αυξανόμενες απαιτήσεις των πελατών και προϊόντα με μικρό κύκλο ζωής, απαιτούν από τους μεταφορείς να προγραμματίζουν τις διαδρομές τους με τρόπο ώστε να επιτυγχάνουν όσο το δυνατόν την πλέον βέλτιστη διαδρομή. Έτσι μπορούν και συμβουλευόνται διάφορα συστήματα για αυτόν τον σκοπό, όπως τα Υπολογιστικά Συστήματα Βέλτιστης Δρομολόγησης (*Computerized Vehicle Routing System*), όπου μέσα από έναν μεγάλο αριθμό ζητούμενων διαδρομών, τις οποίες επεξεργάζονται, βρίσκουν τον πλέον αποδοτικό τρόπο υλοποίησης, υπολογίζοντας τον χρόνο και το καύσιμο που απαιτείται. Τα προβλήματα VRP ανήκουν στη κατηγορία των **NP-hard** προβλημάτων, **μη πολυωνυμικά δύσκολων**, και οι σχετικοί ακριβείς αλγόριθμοι που έχουν αναπτυχθεί μπορούν να επιλύσουν προβλήματα για δίκτυα μέχρι το πολύ 60-70 κόμβων σε αποδεκτό υπολογιστικό χρόνο. Για αυτό, για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων με σχετικά μεγάλα δίκτυα, έχουν αναπτυχθεί ευρετικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι έχουν την ικανότητα να βρίσκουν μία αρκετά ικανοποιητική λύση σε αποδεκτό χρόνο.

2.2.1 Άλλα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων

Υπάρχουν αρκετές παραλλαγές του βασικού προβλήματος VRP. Εξαρτάται κάθε φορά από τους περιορισμούς που λαμβάνουμε υπόψιν μας, ώστε να φτάσουμε στη βέλτιστη λύση.

Κάποια άλλα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων παρουσιάζονται συνοπτικά παρακάτω:

- * *Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με διανομή και παραλαβή προϊόντων κατά τη διάρκεια της διαδρομής. (Vehicle Routing Problem with Pickup & Delivery - VRPD).*

Μία ποσότητα φορτίου θα πρέπει να μετακινηθεί από ορισμένες θέσεις (pickup) σε άλλες τοποθεσίες παράδοσης. Ο στόχος είναι να βρεθούν βέλτιστες διαδρομές για το στόλο των οχημάτων, ώστε να επισκεφθούν τις τοποθεσίες παραλαβής και αποβίβασης. Ο κάθε πελάτης που παραλαμβάνει προϊόντα, μπορεί και να παραδώσει στο φορτηγό εμπορεύματα. Σημαντικός περιορισμός σε αυτή την περίπτωση είναι ότι η διανομή γίνεται πριν την παραλαβή [26].

- * Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με περιορισμένη χωρητικότητα (*Capacitated Vehicle Routing Problem - CVRP*).

Αποτελεί, και αυτό το πρόβλημα, επέκταση του TSP. Εδώ, όμως, δεν γίνονται οι διανομές σε όλους τους πελάτες σε μία μόνο διαδρομή. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι η περιορισμένη χωρητικότητα που έχει το όχημα. Έτσι, πραγματοποιούνται πολλαπλές κυκλικές διαδρομές, όλες με αρχή και τέλος το ίδιο σημείο, την αποθήκη. Επίσης κάθε πελάτης επισκέπτεται από έναν μόνο κύκλο. Στόχος και εδώ είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους. Βασικός περιορισμός είναι: το άθροισμα της ζήτησης των κόμβων που επισκέπτονται τα οχήματα πραγματοποιώντας έναν κύκλο να μη ξεπερνάει τη χωρητικότητα του οχήματος [24].

- * Δρομολόγηση οχημάτων για την εξυπηρέτηση πελατών μέσα σε δεδομένα χρονικά περιθώρια - χρονικά παράθυρα (*Vehicle Routing Problem with Time Windows - VRPTW*).

Αποτελεί επέκταση του CVRP. Ισχύουν και εδώ οι περιορισμοί χωρητικότητας. Επιπλέον η εξυπηρέτηση του κάθε πελάτη πρέπει να γίνει εντός ενός ορισμένου χρονικού διαστήματος, το οποίο ονομάζεται και χρονικό παράθυρο. Πριν ή μετά το χρονικό παράθυρο δεν μπορεί να γίνει η εξυπηρέτηση. Θα πρέπει να γίνει από ένα μόνο φορτηγό, μία μόνο φορά και θα πρέπει να παραλάβει όλο το φορτίο. Σκοπός είναι να βρεθεί ένα σύνολο από διαδρομές, όπου κάθε διαδρομή θα ξεκινά και θα τελειώνει στην αποθήκη χωρίς να παραβιάζονται οι περιορισμοί της χωρητικότητας, οι περιορισμοί από τα χρονικά παράθυρα και να ελαχιστοποιείται το συνολικό μήκος διαδρομών [24].

- * Δρομολόγηση οχημάτων με την ύπαρξη πολλαπλών αποθηκών (*Multi-Depot Vehicle Routing Problem - MDVR*).

Όπως γίνεται φανερό από τον ορισμό του προβλήματος, η εξυπηρέτηση των πελατών γίνεται από περισσότερες από μια αποθήκες. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να επιλυθεί με δυο τρόπους:

- είτε η κάθε αποθήκη να έχει τον δικό της αριθμό οχημάτων και πελατών όπου έτσι ουσιαστικά δημιουργούνται πολλαπλά VRP,
- είτε το κάθε όχημα να ξεκινά από κάποια αποθήκη, να τερματίζει σε μια άλλη, ή ακόμα και να σταματά για ανεφοδιασμό σε μια τρίτη αποθήκη.

Το πρόβλημα αυτό μπορεί να θεωρηθεί σαν πρόβλημα ομαδοποίησης αφού στόχος του είναι να βρεθεί ο αριθμός των διαδρομών των οχημάτων που ανήκουν σε κάθε μία αποθήκη. Πρώτα αναθέτουμε τους πελάτες στις αποθήκες και μετά δημιουργούμε δρομολόγια για κάθε ένα πελάτη και για κάθε ένα όχημα [27].

- * Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με δύο είδη πελατών κατά τη διάρκεια της διαδρομής (***Vehicle Routing Problem with Backhauls and linehauls customers - VRPB***).

Σε αυτό το πρόβλημα ο πελάτες χωρίζονται σε δύο υποσύνολα. Στο πρώτο ανήκουν οι πελάτες που απαιτούν διανομή εμπορευμάτων (*linehauls customers*) και στο δεύτερο οι πελάτες που απαιτούν εμπορεύματα να περισυλλεχθούν από αυτούς (*backhauls customers*). Ισχύουν και εδώ οι περιορισμοί αποστάσεων, χωρητικότητας καθώς και η μοναδική επίσκεψη του κάθε πελάτη. Επιπρόσθετα οι πελάτες του δεύτερου υποσυνόλου επισκέπτονται μετά από τους πελάτες του πρώτου. Οι διαδρομές που περιλαμβάνουν μόνο πελάτες του δεύτερου τύπου (*backhauls customers*) δεν επιτρέπονται [24].

Κεφάλαιο 3

Περιγραφή του προβλήματος

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο παρουσιάζουμε το πρόβλημα που έχουμε να επιλύσουμε και περιγράφουμε τη διαδικασία που πρέπει να ακολουθήσουμε για να πραγματοποιηθεί η επίλυση του προβλήματος, εξηγώντας εκτενέστερα τα στάδια ακολουθήσαμε. Η υλοποίηση του προβλήματος πραγματοποιήθηκε στο προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB.

3.1 Περιγραφή

Στόχος κάθε μεταφορικής εταιρίας είναι να μειώσει το κόστος της, το οποίο σημαίνει να αυξήσει τα έσοδά της. Ένας τρόπος για να μπορέσει να συμβεί αυτό είναι να μπορέσει να περιορίσει όσο γίνεται τις μετακινήσεις που πραγματοποιούν τα οχήματα της, μεταφέροντας εμπορεύματα χωρίς να καλύπτουν όλη τη διαθέσιμη χωρητικότητα τους. Ο κύριος στόχος του προβλήματος είναι να αναθέσουμε τις μεταφορές που έχει να πραγματοποιήσει η επιχείρηση στα κατάλληλα οχήματα έτσι ώστε να μειώνεται το κόστος λειτουργίας των οχημάτων. Η εταιρία μεταφορών γνωρίζει τις μεταφορές που πρέπει να πραγματοποιήσει. Οι μεταφορές αυτές αναπαριστούνται με ένα γράφο ο οποίος αποτελείται από κόμβους-πελάτες, έναν σταθμό και τα ευθύγραμμα τμήματα που ενώνουν τους κόμβους αυτούς όπου και αναγράφονται οι απαιτήσεις των πελατών. Για να επιλύσουμε το πρόβλημα, πρώτα θα πρέπει να εντοπίσουμε τις διαδρομές που δεν αξιοποιούν όλη τη διαθέσιμη χωρητικότητα των οχημάτων. Η εύρεση των διαδρομών αυτών πραγματοποιείται με μια απλή διαίρεση των απαιτήσεων που επιθυμεί ένας πελάτης με των αριθμών των εμπορευματοκιβωτίων που αποτελείται το κάθε όχημα. Γνωρίζοντας τώρα τις διαδρομές που δεν αξιοποιούν την χωρητικότητα των εμπορευματοκιβωτίων θα προσπαθήσουμε να τις συνδυάσουμε σύμφωνα με τους κανόνων που έχουν οριστεί στο [15]. Γνωρίζοντας και τη χωρητικότητα των οχημάτων βρίσκουμε ποιες διαδρομές δεν αξιοποιούν τη χωρητικότητα και δημιουργούμε δύο νέους γράφους και έπειτα εφαρμόζουμε τους κανόνες όπως θα δούμε παρακάτω για να μπορέσουμε να τις συνδυάσουμε.

3.2 Δεδομένα προβλήματος

Αρχικά θα ξεκινήσουμε παραθέτοντας τα δεδομένα που πρέπει να γνωρίζουμε για να μπορέσουμε να επιλύσουμε το εκάστοτε πρόβλημα που θα έχουμε στη διάθεση μας. Ως δεδομένα για την επίλυση του προβλήματος είναι οι ακόλουθες πληροφορίες από τις οποίες κάποιες δίνονται από το χρήστη στο προγραμματι-

στικό περιβάλλον.

Για τις διαδρομές-μεταφορές:

- Το πλήθος των κόμβων που πρέπει να εξυπηρετηθούν. Πρόκειται για το συνολικό αριθμό κόμβων-πελατών του προβλήματος, όπου συμπεριλαμβάνεται σε αυτόν κι η αποθήκη, ο οποίος αποθηκεύεται στη μεταβλητή “**k**”.
- Είναι όλες οι πιθανές διαδρομές από την αποθήκη σε κάθε κόμβο-πελάτη και το αντίστροφο καθώς και όλες οι διαδρομές από κόμβο σε κόμβο, και αποθηκεύονται σε ένα πίνακα “**p**”, όπου φυσικά δεν λαμβάνονται υπόψη η ένωση του ίδιου κόμβου.
- Ο αριθμός των πιθανών διαδρομών υπολογίζεται εύκολα από τον ακόλουθο τύπο αν γνωρίζουμε ακριβώς πόσους κόμβους έχουμε $N = k * (k - 1)$.
- Ο χρόνος που χρειάζεται για να εξυπηρετηθεί μια διαδρομή. Οι χρόνοι αυτοί είναι αποθηκευμένοι σε ένα διάνυσμα με διαστάσεις $(N \times 1)$. Η μονάδα μέτρησης του χρόνου σε αυτή την περίπτωση είναι τα λεπτά. Το όνομα που έχει δοθεί σε αυτό το διάνυσμα είναι “**t**”.
- Το κόστος εξυπηρέτησης για κάθε διαδρομή. Η κάθε διαδρομή έχει ένα κόστος εξυπηρέτησης, αυτό αποθηκεύεται σε ένα διάνυσμα $(N \times 1)$ με την ονομασία “**cl**”.

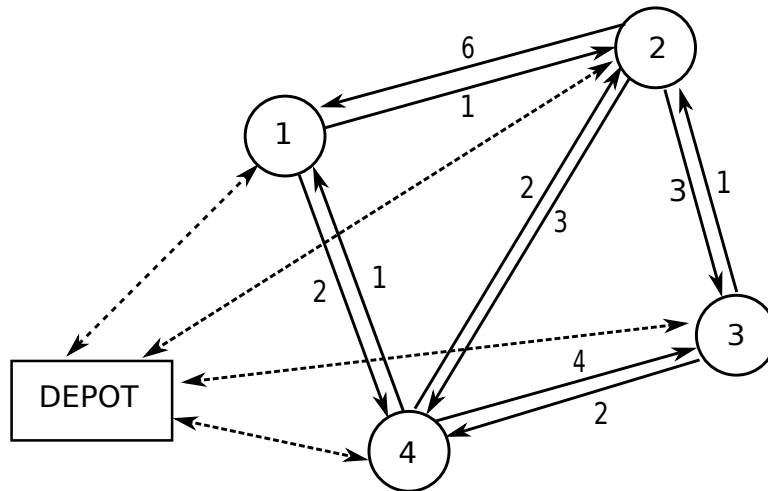
Πρέπει να σημειωθεί ότι οι κόμβοι είναι αριθμημένοι έτσι ώστε ο κόμβος 1 να αντιστοιχεί στην αποθήκη (προφανώς η ζήτηση θα είναι μηδέν για τον συγκεκριμένο κόμβο).

Για τα οχήματα:

- Ο συνολικός αριθμός των οχημάτων που έχουμε διαθέσιμα από την εταιρία, για την καλύτερη διανομή των προϊόντων, και αποθηκεύεται στη μεταβλητή “**number_trucks**”.
- Ο διαθέσιμος χρόνος που έχει το κάθε όχημα. Ο χρόνος αυτός εκφράζεται σε λεπτά και εκχωρείται σε ένα διάνυσμα διαστάσεων $(\text{number_trucks} \times 1)$ με την ονομασία “**Trucks_availability**”.
- Το κόστος λειτουργίας κάθε οχήματος. Είναι το κόστος που χρειάζεται ένα όχημα για να πραγματοποιήσει τη μεταφορά που του ανατίθεται και εισάγεται σε ένα διάνυσμα $(\text{number_trucks} \times 1)$ με την ονομασία “**Truck_cost**”.
- Η χωρητικότητα του οχήματος. Συμβολίζεται με το γράμμα “**p**” που μας δείχνει την χωρητικότητα που αξιοποιεί το όχημα κάθε φορά που διέρχεται από ένα ζευγάρι κόμβων.
- $L_n \subset A, n \in N$, είναι όλες οι διαδρομές που χρειάζονται για να μπορέσει να πραγματοποιηθεί η εξυπηρέτηση της μεταφοράς n . Σε αυτές τις διαδρομές συμπεριλαμβάνονται και αυτές που ενώνουν την αποθήκη με τους κόμβους είτε αυτή είναι η αφετηρία είτε ο τερματισμός της μεταφοράς.

Ακόμη έχουμε ως δεδομένο το μέγιστο χρόνο που έχει διαθέσιμο ένα όχημα για να μπορέσει να πραγματοποιήσει το συνδυασμό μεταφορών που δεν καλύπτουν όλη τη χωρητικότητα του οχήματος.

Παρουσιάζουμε την επίλυση ενός μικρού παραδείγματος που περιλαμβάνεται στο [15] για να εξηγήσουμε καλύτερα πως αυτοματοποιήσαμε το πρόγραμμα μας. Ο γράφος που μας δίνεται (Σχήμα 3.1) αποτελείται από 5 κόμβους, ένα σταθμό και τέσσερις εταιρίες που αποτελούν τους πελάτες της μεταφορικής εταιρίας. Τα ευθύγραμμα τμήματα που εννοούν τους κόμβους μεταξύ τους έχουν κάποιες τιμές τοποθετημένες πάνω τους. Οι τιμές αυτές εκφράζουν τον αριθμό των εμπορευματοκιβωτίων (TEUs) που πρέπει να μεταφερθούν από τον ένα κόμβο στον άλλο.



Σχήμα 3.1: Ένα παράδειγμα δικτύου με 4 κόμβους και πόσα κιβώτια πρέπει να μεταφερθούν.

Γνωρίζοντας το γράφο μπορούμε να υπολογίσουμε όλους τους πιθανούς συνδυασμούς που μπορούν να γίνουν για τους δεδομένους κόμβους που έχουμε. Στο Πίνακα 3.1 υπάρχουν όλοι οι συνδυασμοί που μπορούν να γίνουν για τον συγκεκριμένο γράφο (Σχήμα 3.1) με τους 4 κόμβους-πελάτες και έναν σταθμό. Είναι σημαντικό να πούμε ότι στη συνέχεια της εργασίας για την εξήγηση του παραδείγματος καθώς και στους πίνακες που θα συναντήσουμε παρακάτω όταν θέλουμε να αναπαραστήσουμε μια μεταφορά, θα αναφέρουμε τον αριθμό που αντιστοιχεί σε αυτή τη μεταφορά και όχι όλη τη διαδρομή. Παραδείγματος χάριν η διαδρομή 1-2 αντιστοιχεί στον αριθμό 6, συνεπώς όταν αναφερόμαστε στη διαδρομή 1-2 αυτή θα αναπαριστάται με τον αριθμό 6.

Για τη λύση αυτού του προβλήματος προτείνεται ο ευρετικός αλγόριθμος που παρουσιάζεται στο [15], στόχος του οποίου είναι να μειώσει το κόστος λειτουργίας των οχημάτων και να αυξήσει με αυτό τον τρόπο τα κέρδη της επιχείρησης. Ο προτεινόμενος ευρετικός αλγόριθμος αποτελείται από τρία μέρη:

1. Στάδιο επεξεργασίας-προετοιμασίας, το αρχικό δίκτυο αναλύεται σε δύο δευτερεύοντα δίκτυα και οι διαδρομές ορίζονται ξανά με βάση κάποιους κανόνες.
2. 1^ο στάδιο βελτιστοποίησης, συνδυάζουμε τις μεταφορές που δεν καλύπτουν την διαθέσιμη χωρητικότητα ανά δύο με σκοπό να μειώσουμε τη χωρητικότητα που δεν χρησιμοποιείται. Το αποτέλεσμα είναι ένα νέο δίκτυο με όσο το δυνατόν λιγότερα μονοπάτια που δεν αξιοποιούν τη διαθέσιμη χωρητικότητα.
3. 2^ο στάδιο βελτιστοποίησης, σε αυτό το στάδιο γίνεται η κατανομή των διαδρομών στα κατάλληλα οχήματα, ώστε να ελαχιστοποιηθεί το μεταφορικό κόστος των οχημάτων.

Πίνακας 3.1: Όλες οι πιθανές διαδρομές του αρχικού γράφου

Αριθμός Διαδρομών	Πηγή-Προορισμός
1	D-1
2	D-2
3	D-3
4	D-4
5	1-D
6	1-2
7	1-3
8	1-4
9	2-D
10	2-1
11	2-3
12	2-4
13	3-D
14	3-1
15	3-2
16	3-4
17	4-D
18	4-1
19	4-2
20	4-3

Σε αυτό το κεφάλαιο θα εξηγήσουμε το στάδιο της επεξεργασίας-προετοιμασίας. Παρουσιάζοντας πίνακες, σχήματα και βοηθητικά βήματα για την καλύτερη κατανόηση του σταδίου, ενώ στο επόμενο κεφάλαιο θα εξετάσουμε τα άλλα δυο στάδια.

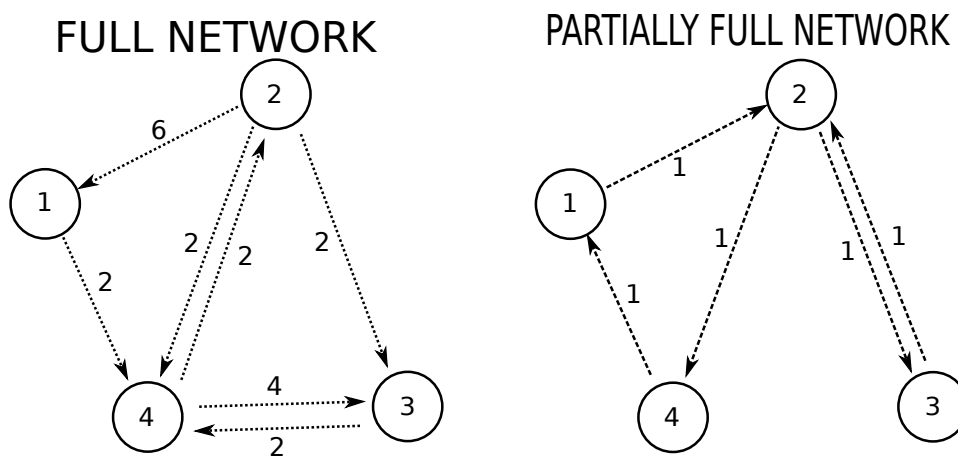
3.3 Στάδιο επεξεργασίας-προετοιμασίας

Το στάδιο επεξεργασίας αποτελείται από δύο τμήματα: το διαχωρισμό του γράφου σε δυο άλλους γράφους και τους κανόνες σύμφωνα με τους οποίους θα γίνονται οι συνδυασμοί των διαδρομών που δεν αξιοποιούν όλη τη διαθέσιμη χωρητικότητα.

Ας ξεκινήσουμε εξηγώντας για πιο λόγο δημιουργούμε τους δύο νέους γράφους καθώς και με ποιο τρόπο πραγματοποιούνται αυτοί. Ο πρώτος γράφος που θα τον ονομάσουμε “full network” θα περιέχει όλες τις διαδρομές που μπορούν να πραγματοποιηθούν χρησιμοποιώντας όλη τη διαθέσιμη χωρητικότητα του οχήματος. Ο διαχωρισμός αυτών των διαδρομών είναι εύκολος, η διαδικασία είναι να διαιρέσουμε τον αριθμό που μας δίνεται από τον αρχικό γράφο, ο οποίος είναι τοποθετημένος επάνω στο ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει έναν κόμβο με έναν άλλο, με τον αριθμό των εμπορευματοκιβωτίων TEUs που έχουμε σε κάθε περίπτωση, στο συγκεκριμένο παράδειγμα έχουμε δύο (2) TEUs. Συνεπώς, διαιρούμε με τον αριθμό 2 όλους τους αριθμούς που είναι τοποθετημένοι στα ευθύγραμμο τμήματα του αρχικού γράφου. Αν ο αριθμός που μας δίνεται από την διαίρεση είναι άρτιος τότε τοποθετούμε στο αντίστοιχο ευθύγραμμο τμήμα του γράφο “full network” τον αρχικό αριθμό που διαιρέσαμε με το 2. Αντιθέτως, αν ο αριθμός είναι περιττός (πραγματοποιώντας ακέραια διαίρεση) τοποθετούμε τον αριθμό που μας δόθηκε σαν πηλίκο πολλαπλασιαζόμενο με το 2 στο ευθύγραμμο τμήμα που αντιστοιχεί στο γράφο “full network”, και το υπόλοιπο της διαίρεσης αυτής αντιστοιχείται στο γράφο “partially full ne-

work” στη αντίστοιχη διαδρομή. Αυτές τις διαδρομές θα προσπαθήσουμε να τις συνδυάσουμε προκειμένου να ελαχιστοποιήσουμε όσο γίνεται την πραγματοποίηση μετακινήσεων με μη αξιοποιήσιμο όλο τον αποθηκευτικό χώρο των εμπορευματοκιβωτίων. Συνεπώς, δημιουργούμε ένα δεύτερο γράφο στον οποίο αντιστοιχούμε αυτές τις διαδρομές, οπότε η απαίτηση τους για μεταφορά φορτίου είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης και τον ονομάζουμε “partially full network”.

Το Σχήμα 3.2 απεικονίζεται η εφαρμογή των όσων εξηγήσαμε παραπάνω, τα οποία τα εφαρμόζουμε για τον γράφο του Σχήματος 3.1. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε οι μεταφορές που πρέπει να πραγματοποιηθούν μεταξύ των πελατών στο “full network” βλέπουμε ότι είναι πολλαπλάσια του 2, ενώ στο “partially full network” που είναι οι υπολειπόμενες διαδρομές προκύπτουν από τη διαίρεση του αριθμού των εμπορευματοκιβωτίων που θέλουμε να μεταφέρουμε από ένα κόμβο σε έναν άλλο, με τον αριθμό των εμπορευματοκιβωτίων που έχουμε στη διάθεση μας και δεν αποτελεί πολλαπλάσιο του αριθμού των εμπορευματοκιβωτίων. Και ο αριθμός που τοποθετείται πάνω στο βέλος είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης αυτής. Στο πρόγραμμα που έχουμε δημιουργήσει τα δεδομένα του γράφου εισάγονται από το χρήστη δημιουργώντας ένα πίνακα. Ο πίνακας αυτός περιέχει όλες τις διαδρομές που πρέπει να εξυπηρετηθούν καθώς και ποσά εμπορευματοκιβωτίων πρέπει να μεταφερθούν από έναν κόμβο σε έναν άλλο. Το όνομα του πίνακα στο προγραμματιστικό περιβάλλον αντιστοιχεί στο όνομα `Nodes_matrix` και το μέγεθος του εξαρτάται από τον αριθμό των κόμβων που υπάρχουν στον εκάστοτε γράφο. Στον αριθμό των κόμβων προστίθεται και ο σταθμός οπότε αντιστοιχεί στον κόμβο από τον οποίο ξεκινάνε τα οχήματα για να εξυπηρετήσουν τις εκάστοτε μεταφορές, και είναι ίδιος με αυτόν στον οποίο επιστρέφουν κάθε φορά που πραγματοποιούν μια μεταφορά.

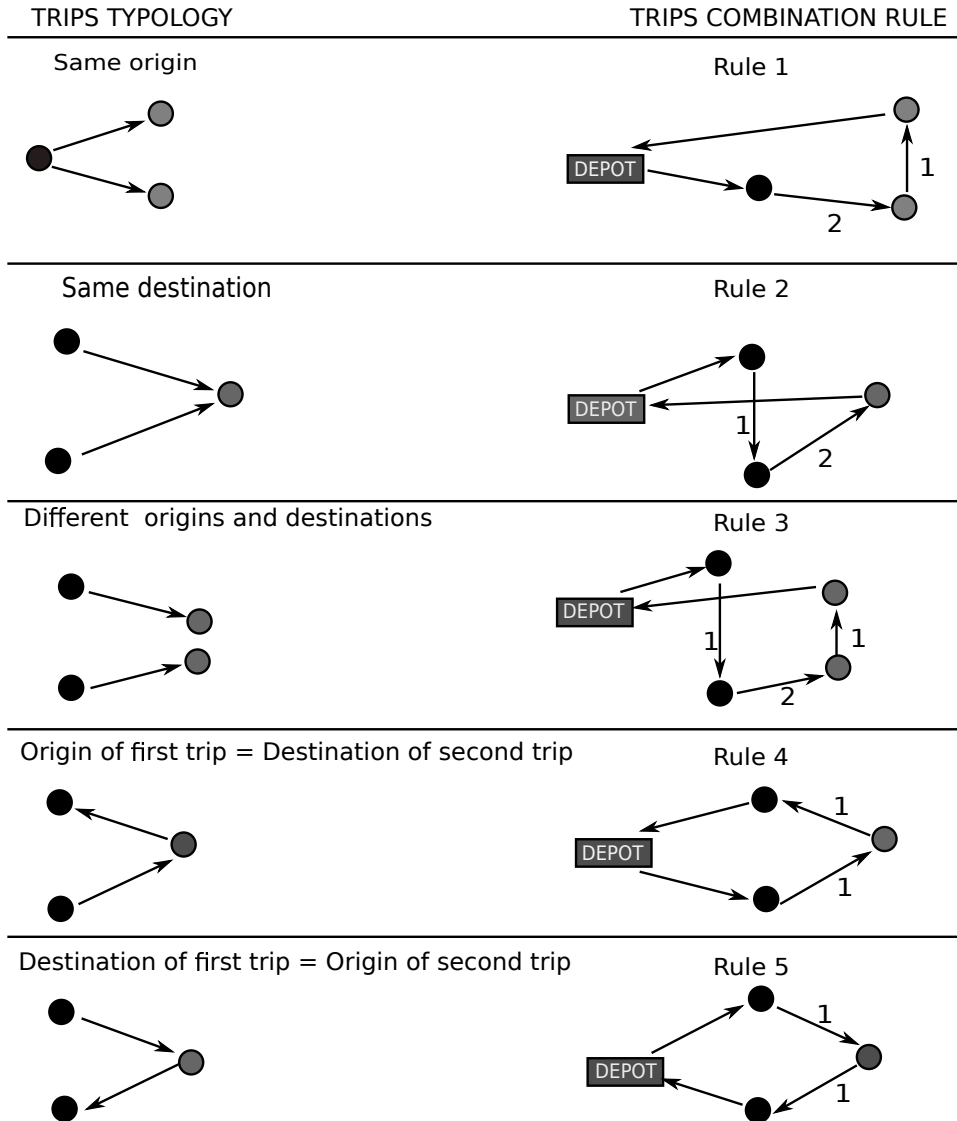


Σχήμα 3.2: Ένα παράδειγμα που μας δείχνει πως γίνεται ο διαχωρισμός στα δύο αυτά γραφήματα βάση του αρχικού Σχήματος 3.1.

Στη συνέχεια, γνωρίζοντας ποιες διαδρομές δεν αξιοποιούν όλη τη χωρητικότητα του οχήματος που τα εξυπηρετεί, θα προσπαθήσουμε να συνδυάσουμε αυτές τις διαδρομές μεταξύ τους ώστε να αξιοποιούν πλήρως τη χωρητικότητα των οχημάτων. Για να μπορέσει να πραγματοποιηθεί αυτό έχουμε θεσπίσει κάποιους κανόνες. Οι κανόνες αυτοί παρουσιάζουν όλους τους πιθανούς συνδυασμούς που μπορούν να υπάρξουν για το “ζευγάρισμα” δυο κόμβων. Οι κανόνες αναπαριστούνται στο Σχήμα 3.3 οπότε πέρα από τους πιθανούς συνδυασμούς στη δεξιά στήλη μας υπάρχει και η σειρά με την οποία θα εκτελεστούν οι διαδρομές για να μπορέσει να γίνει το “ζευγάρισμα”. Πιο συγκεκριμένα, για κάθε ζευγάρι διαδρομών, ένα από τα παρακάτω μπορεί να ισχύει:

1. Να έχουν την ίδια πηγή (ξεκίνημα) (Same origin),

2. να έχουν τον ίδιο προορισμό (τερματισμό) (Same destination),
3. να έχουν διαφορετική πηγή και διαφορετικό προορισμό (Different origins and destination),
4. η πηγή της πρώτης διαδρομής να αντιστοιχεί στον προορισμό της δεύτερης διαδρομής (Origin of first trip = Destination of second trip),
5. ο προορισμό της πρώτης διαδρομής να είναι ταυτόσημος με την πηγή της δεύτερης διαδρομής (Destination of first trip = Origin of second trip).



Σχήμα 3.3: Όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί για να ενωθούν οι διαδρομές που ανήκουν στο “partially full network”.

Πριν εξηγήσουμε πως υλοποιήσαμε τους παραπάνω κανόνες στο προγραμματιστικό περιβάλλον ας δείξουμε πως αναπαριστούμε από το Σχήμα 3.2 το γράφο “partially full network”. Ο γράφος αυτός όπως έχουμε αναφέρει και παραπάνω απεικονίζει τις διαδρομές που δεν αξιοποιούν πλήρως τη χωρητικότητα των οχημάτων που τις εξυπηρετούν.

Στον Πίνακά 3.2 εμφανίζονται οι μεταφορές που δεν αξιοποιούν τη χωρητικότητα. Η πρώτη στήλη μετράει με αύξουσα σειρά τον αριθμό των μεταφορών αυτών, στη δεύτερη στήλη αναπαριστάται η διαδρομή που ακολουθεί το φορτηγό για να εξυπηρετήσει την κάθε μεταφορά. Όπως έχουμε αναφέρει και πιο πάνω σαν διαδρομή θα παίρνουμε τον αριθμό που αντιπροσωπεύει αυτή τη διαδρομή

σύμφωνα με τον Πίνακα 3.1. Η τρίτη στήλη του πίνακα μας δίνει τη χρήση των εμπορευματοκιβωτίων που αξιοποιούνται κάθε φορά που εκτελείται μια διαδρομή και η τελευταία στήλη μας δείχνει πόσα εμπορευματοκιβώτια από τα διαθέσιμα δεν χρησιμοποιήθηκαν από κόμβο σε κόμβο ($\rho_M - \rho_\ell^n$).

Πίνακας 3.2: Οι μεταφορές που ανήκουν στο “partially full network”

Αριθμός μεταφορών	Μονές μεταφορές	ρ_ℓ^n	$(\rho_M - \rho_\ell^n)$
1	1-6-9	0-1-0	2-1-2
2	2-11-13	0-1-0	2-1-2
3	2-12-17	0-1-0	2-1-2
4	3-15-9	0-1-0	2-1-2
5	4-18-5	0-1-0	2-1-2

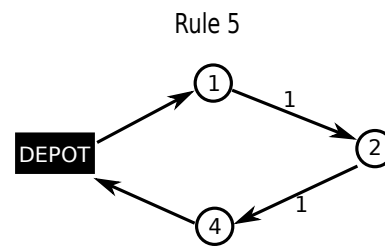
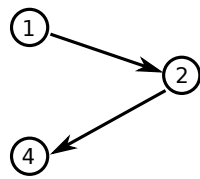
Εφόσον τώρα γνωρίζουμε τις διαδρομές που δεν αξιοποιούν το διαθέσιμο χώρο αποθήκευσης των οχημάτων μπορούμε να εφαρμόσουμε τους κανόνες του Σχήματος 3.3. Η υλοποίηση των κανόνων αυτών στη Matlab έγινε με τη βοήθεια μιας συνάρτησης (Table.3). Σκοπός της συνάρτησης αυτής είναι να δημιουργήσουμε όλους τους πιθανούς συνδυασμούς που μπορούν να υπάρξουν προκειμένου να γίνει συνδυασμός δύο διαδρομών που δεν αξιοποιούν τη χωρητικότητα που έχουν διαθέσιμη. Οι μεταβλητές που δέχεται αυτή η συνάρτηση σαν δεδομένα είναι:

1. από ποιο κόμβο ξεκινάει και σε ποιον καταλήγει η κάθε μη αξιοποιήσιμη διαδρομή,
2. όλες τις πιθανές διαδρομές του αρχικού γράφου Πίνακας 3.1,
3. αριθμό των TEUs,
4. τα μονοπάτια του “partially full network” (δεύτερη στήλη του Πίνακα 3.2).

Ας εξηγήσουμε πιο αναλυτικά τα ορίσματα που λαμβάνει η συνάρτηση Table.3 όπως την έχουμε ονομάσει στην Matlab. Η συνάρτηση πρέπει να γνωρίζει τον αρχικό και ο τελικό κόμβο κάθε μη αξιοποιήσιμη διαδρομή, για να μπορέσει να καταλάβει με ποιο κανόνα μπορούν να συνδυαστούν οι δύο αυτές διαδρομές κάθε φορά. Επίσης, δέχεται τον πίνακα με όλους τους πιθανούς συνδυασμούς που μπορούν να υπάρξουν στον αρχικό γράφο, των αριθμό των εμπορευματοκιβωτίων που έχουμε στη διάθεση μας και τον πίνακα με όλα τα μονοπάτια του “partially full network”. Ας εξηγήσουμε λίγο τι είναι ο πίνακας με τα μονοπάτια του “partially full network” που δέχεται σαν δεδομένο η συνάρτησή μας. Με την έννοια μονοπάτι εννοούμε ότι μια διαδρομή για να πραγματοποιηθεί θα ξεκινήσει από το σταθμό και θα επισκεφτεί τον πρώτο κόμβο-πηγή και από την πηγή θα προχωρήσει στον κόμβο προορισμού και πίσω πάλι στο σταθμό. Με αυτό τον τρόπο έχουμε τα μονοπάτια όλων των διαδρομών που ανήκουν στο “partially full network”. Η συνάρτηση λαμβάνοντας τα δεδομένα αυτά αναζητάει τον κόμβο-πηγή και τον κόμβο-προορισμού για δύο διαδρομές που ανήκουν στο “partially full network” και δεν αξιοποιούν τη διαθέσιμη χωρητικότητα του οχήματος που τις εξυπηρετεί. Γνωρίζοντας λοιπόν την πηγή και τον προορισμό δύο μη αξιοποιήσιμων διαδρομών, ελέγχει σε ποια κατηγορία ανήκουν συμφωνά πάντα με το Σχήμα 3.3 και ανάλογα με την περίπτωση μας δίνει την διαδρομή που πρέπει να ακολουθήσουμε αν συνδυάσουμε αυτές τις δύο διαδρομές. Τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε από τη συνάρτηση αυτή είναι ο Πίνακας 3.3 με τα συνδυαζόμενα μονοπάτια. Ο πίνακας αυτός εκτός από τα συνδυαζόμενα μονοπάτια μας δίνει και τη χωρητικότητα (r_2) που χρησιμοποιεί κάθε μονοπάτι

που αντιστοιχεί στο (comb_path) καθώς και την στήλη (e2) που μας δείχνει πόσα εμπορευματοκιβώτια από τα διαθέσιμα δεν χρησιμοποιήθηκαν από κόμβο σε κόμβο ($e2 = rm - r2$).

Destination of first trip = Origin of second trip



Σχήμα 3.4: Ένα παράδειγμα για το πως χρησιμοποιούνται οι κανόνες για την ένωση δύο διαδρομών.

Πίνακας 3.3: Αποτελέσματα από το στάδιο της προετοιμασίας

Συνδυασμοί μεταφορών	Μονοπάτια συνδυασμών	ρ_ℓ^{nk}	$(\rho_M - \rho_\ell^{nk})$
1+2	1-6-11-13	0-1-1-0	2-1-1-2
1+3	1-6-12-17	0-1-1-0	2-1-1-2
1+4	1-7-15-9	0-1-2-0	2-1-0-2
1+5	4-18-6-9	0-1-1-0	2-1-1-2
2+1	1-6-11-13	0-1-1-0	2-1-1-2
2+3	2-11-16-17	0-2-1-0	2-0-1-2
2+4	3-15-11-13	0-1-1-0	2-1-1-2
2+5	2-12-18-7-13	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
3+1	1-6-12-17	0-1-1-0	2-1-1-2
3+2	2-12-20-13	0-2-1-0	2-0-1-2
3+4	3-15-12-17	0-1-1-0	2-1-1-2
3+5	2-12-18-5	0-1-1-0	2-1-1-2
4+1	3-14-6-9	0-1-2-0	2-1-0-2
4+2	2-11-15-9	0-1-1-0	2-1-1-2
4+3	3-15-12-17	0-1-1-0	2-1-1-2
4+5	3-16-18-6-9	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
5+1	4-18-6-9	0-1-1-0	2-1-1-2
5+2	4-19-11-14-5	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
5+3	2-12-18-5	0-1-1-0	2-1-1-2
5+4	4-20-15-10-5	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2

Παραθέτουμε ένα παράδειγμα για να γίνει πιο κατανοητή η λειτουργία της συνάρτησης. Ας πάρουμε για παράδειγμα τις διαδρομές 1+3 από τον Πίνακα 3.2 η μεταφορά 1 αντιστοιχεί στη διαδρομή 1-2 ενώ η μεταφορά 3 στη διαδρομή 2-4. Πιο αναλυτικά ας κοιτάξουμε το Σχήμα 3.4 για να καταλάβουμε καλύτερα πως δουλεύει η συνάρτηση αυτή. Αρχικά ελέγχουμε το Σχήμα 3.3 για να δούμε ποιος κανόνας ισχύει σε αυτή την περίπτωση, ο προορισμός του ενός είναι πηγή του άλλου άρα ισχύει ο κανόνας 5. Γνωρίζοντας τον κανόνα προσπαθούμε να τον ακολουθήσουμε για να μπορέσουν να συνδυαστούν σωστά οι μεταφορές αυτές. Συνεπώς η πορεία που θα πραγματοποιήσει το όχημα θα είναι 1-6-12-17. Στον Πίνακα 3.3 παρατηρούμε ότι σχηματίζονται όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί για την ένωση δύο διαδρομών και τα μονοπάτια που θα ακολουθήσουν σύμφωνα με το κανόνα που ισχύει σε κάθε περίπτωση που συνδυάζονται δυο μονοπάτια. Επίσης, όπως και στον Πίνακα 3.2, οι δύο τελευταίες στήλες μας έδειχνα την χωρητικότητα κάθε μονοπατιού ξεχωριστά το ίδιο θα συμβεί και με τις συνδυαζόμενες διαδρομές. Συνεπώς, οι τελευταίες στήλες στον Πίνακα 3.3 μας δίνουν τη χωρητικότητα που αξιοποιείται από τα εμπορευματοκιβώτια όταν εκτελούν μια συνδυαζόμενη διαδρομή.

Αξίζει να σημειωθεί ότι η δυνατότητα που μας δόθηκε να καταγράψουμε όλα τα πιθανά ζευγάρια διαδρομών και να εξηγήσουμε τα αντίστοιχα μονοπάτια τους, κάνει το συγκεκριμένο πρόβλημα αποτελεσματικό καθώς αναφέρεται σε μικρό δίκτυο. Η υπάρχουσα μεθοδολογία λαμβάνει υπόψιν μια εταιρία μεταφορών να εξυπηρετεί ένα μικρό δίκτυο από πελάτες. Στη συνέχεια θα δημιουργήσουμε εμείς ένα μεγαλύτερο δίκτυο το οποίο πάλι θα εξυπηρετείται από μια εταιρία μεταφορών αλλά θα αποτελείται από περισσότερους πελάτες.

Κεφάλαιο 4

Επίλυση του προβλήματος

Σε αυτό το κεφάλαιο θα εξηγήσουμε τα στάδια βελτιστοποίησης. Δίνοντας μια περιγραφή του κάθε σταδίου, την μαθηματική του διατύπωση και την αναπαράστασή τους στο προγραμματιστικό περιβάλλον.

4.1 Πρώτο στάδιο βελτιστοποίησης

4.1.1 Περιγραφή του σταδίου

Το στάδιο της προετοιμασίας εντοπίζει ποιες είναι οι διαδρομές που δεν αξιοποιούν την διαθέσιμη χωρητικότητα (Πίνακας 3.2) των εμπορευματοκιβωτίων καθώς και όλους τους πιθανούς συνδυασμούς που μπορούν να γίνουν αν ενωθούν δυο τέτοιες διαδρομές (Πίνακας 3.3). Σκοπός μας είναι η εύρεση των συνδυαζόμενων διαδρομών, που ελαχιστοποιούν την μετακίνηση των οχημάτων που δεν αξιοποιούν όλο τον αποθηκευτικό τους χώρο, ώστε να αξιοποιείται πλήρως η χωρητικότητα των οχημάτων. Το όχημα, όπως ήδη γνωρίζουμε, έχει συγκεκριμένη χωρητικότητα, η οποία δεν καλύπτεται πάντα από τις απαιτήσεις των πελατών σε μία διαδρομή. Αν οι απαιτήσεις των πελατών σε μία διαδρομή κάλυπταν όλη τη διαθέσιμη χωρητικότητα, το πρόβλημα θα απλοποιείτο αυτόματα σε ένα πιο “απλούστερο” πρόβλημα. Μέχρι τώρα έχουν αναφερθεί δύο δεδομένα του προβλήματος. Η καθορισμένη χωρητικότητα του εμπορευματοκιβωτίου και οι γνωστές απαιτήσεις των πελατών. Για να λύσουμε το βασικό μας πρόβλημα που είναι η μείωση του κόστους των οχημάτων πρέπει πρώτα να αναζητήσουμε τις διαδρομές που δεν κάνουν πλήρη χρήση της χωρητικότητας των εμπορευματοκιβωτίων, εφαρμόζοντας κάποιους κανόνες και δημιουργώντας δύο ξεχωριστούς γράφους, όπως έχουμε εξηγήσει στο προηγούμενο κεφάλαιο, ανάλογα με το αν μια διαδρομή μπορεί να εξυπηρετηθεί αξιοποιώντας πλήρως τον αριθμό των εμπορευματοκιβωτίων. Αξιοποιώντας τα γραφήματα και τους πίνακες που λαμβάνουμε από το στάδιο της προετοιμασίας μπορούμε να προχωρήσουμε στην πρώτη βελτιστοποίηση του προβλήματος. Έτσι, η αντικειμενική συνάρτηση στο πρώτο στάδιο είναι το άθροισμα του κόστους που αποθηκεύεται για δυο συνδυαζόμενες διαδρομές, πολλαπλασιαζόμενο με την μεταβλητή απόφασης η οποία παίρνει την τιμή 1 αν μπορεί να γίνει η ένωση των διαδρομών αυτών ή 0 για το αντίθετο. Με τον όρο κόστος αποθήκευσης εννοούμε το κέρδος που θα έχει η επιχείρηση όταν πραγματοποιήσει δυο διαδρομές, που δεν αξιοποιούν τη χωρητικότητα του οχήματος πλήρως, με το ίδιο όχημα. Με περιορισμούς το μέγιστο διαθέσιμο χρόνο του οχήματος και τον έλεγχο για να μην γίνει η ίδια ένωση δύο φορές. Έτσι, το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη πριν παραβιαστούν αυτοί οι περιορισμοί. Επιλύοντας το πρώτο πρόβλημα λαμ-

βάνουμε τις διαδρομές που μπορούν να συνδυαστούν βάσει των περιορισμών που ισχύουν.

4.1.2 Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος

Στόχος μας είναι να μεγιστοποιήσουμε το κέρδος που έχει η επιχείρηση συνδυάζοντας τις διαδρομές που δεν εκμεταλλεύονται όλη τη χωρητικότητα, δημιουργώντας ζευγάρια μεταξύ τους. Με άλλα λόγια, η επιδίωξη της εταιρίας είναι να ελαχιστοποιήσει τη μετακίνηση των αδειών οχημάτων. Το αποτέλεσμα θα είναι η τροποποίηση του δικτύου έτσι ώστε οι συνδυαζόμενες διαδρομές να αξιοποιούν όλη τη διαθέσιμη χωρητικότητα των οχημάτων. Παρακάτω εξηγούνται οι συμβολισμοί που χρησιμοποιήθηκαν για την δημιουργία των συναρτήσεων.

Ο συμβολισμός των διαδρομών γίνεται με τα σύμβολα (n, k) , όπου n, k είναι διαδρομές που ανήκουν στο “partially full network”, και ισχύει $n \neq k$, παρακάτω θα εξηγήσουμε τους συμβολισμούς που θα χρειαστούμε για την μοντελοποίηση του προβλήματος. Χρήσιμοι συμβολισμοί:

- t_{nk} , είναι ο χρόνος που απαιτείται για να εξυπηρετηθεί το ζευγάρι (n, k) ,
- S_{nk} , είναι το κόστος που κερδίζει από το συνδυασμό των n, k μεταξύ τους,
- C_{nk} , είναι το κόστος συνδυασμού των ταξιδιών n, k ,
- ρ_{ℓ}^{nk} , είναι η χρήση της χωρητικότητας για κάθε διαδρομή $\ell \in A$ όταν εξυπηρετείται ένα ζευγάρι (n, k) ,
- ρ_M , η μέγιστη χωρητικότητα του οχήματος, όπου εδώ είναι ίσο με 2 TEUs όπως έχουμε να αναφέρει και πιο πάνω,
- $L_{nk} \subset A$, είναι όλες οι διαδρομές που χρειάζονται για να μπορέσει να πραγματοποιηθεί η εξυπηρέτηση της διαδρομής n , σε αυτές τις διαδρομές συμπεριλαμβάνονται και αυτές που ενώνουν την αποθήκη με τους κόμβους είτε αυτοί είναι η αφετηρία είτε ο τερματισμός της κάθε μετακίνησης.
- C_n , είναι το κόστος που απαιτείται για να εξυπηρετηθεί η διαδρομή n .
- cl , είναι το κόστος εξυπηρέτησης για κάθε διαδρομή.
- T , είναι ο συνολικός χρόνος που διαθέτει ένα όχημα για να πραγματοποιήσει συνδυασμούς διαδρομών.
- t_l , είναι ο χρόνος για την πραγματοποίηση μιας διαδρομής.

Η μεταβλητή απόφασης για το πρώτο πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι η $y_{nk} \in (0, 1)$, $(n, k), n, k \in N^P$, η οποία παίρνει την τιμή 1 αν οι διαδρομές n και k μπορούν να συνδυαστούν και την τιμή 0 αλλιώς, όπως έχουμε αναφέρει και παραπάνω. Στη συνέχεια ακολουθεί η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος [15].

Problem 1:

$$\underset{y}{\text{maximize}} \quad \sum_{n \in N^p} \sum_{k \in N^p, k \neq n} S_{nk} y_{nk} \quad (4.1)$$

subject to

$$t_{nk} = \sum_{\ell \in L_{nk}} t_{\ell} \quad \forall (n, k), n, k \in N^p, n \neq k, \quad (4.2)$$

$$t_{nk} y_{nk} < T \quad \forall (n, k), n, k \in N^p, \quad (4.3)$$

$$C_n = \sum_{\ell \in L_n} c_{\ell} * (\rho_M - \rho_{\ell}^n) \quad \forall n \in N^p, \quad (4.4)$$

$$C_{nk} = \sum_{\ell \in L_{nk}} c_{\ell} * (\rho_M - \rho_{\ell}^{nk}) \quad \forall (n, k), n, k \in N^p, n \neq k, \quad (4.5)$$

$$S_{nk} = C_n + C_k - C_{nk} \quad \forall (n, k), n, k \in N^p, \quad (4.6)$$

$$\sum_{k \in N^p, k \neq n} (y_{kn} + y_{nk}) \leq 1 \quad \forall n \in N^p, \quad (4.7)$$

$$y_{nk} \in (0, 1) \quad \forall (n, k), n, k \in N^p, n \neq k. \quad (4.8)$$

Το πρόβλημα που προκύπτει είναι ένα πρόβλημα μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού στο οποίο η αντικειμενική συνάρτηση (4.1) είναι το άθροισμα του κόστους που αποθηκεύεται από την ένωση των δύο διαδρομών, δηλαδή το κέρδος της επιχείρησης αν μειώσει τις μετακινήσεις των οχημάτων που δεν “εχμεταλλεύονται” όλη τη χωρητικότητα των οχημάτων της.

Ο περιορισμός (4.2) αναφέρεται στο χρόνο που χρειάζεται για να καλυφθεί ένα ζευγάρι μετακινήσεων (n, k) το οποίο είναι το άθροισμα των χρόνων της κάθε διαδρομής που χρειάζεται για να συνθέσουν την ένωση τους.

Ο περιορισμός (4.3) διασφαλίζει ότι ο χρόνος που απαιτείται από ένα όχημα για να πραγματοποιήσει ένα συγκεκριμένο αριθμό διαδρομών δεν υπερβαίνει τον μέγιστο συνολικό χρόνο που έχει διαθέσιμο το όχημα.

Ο περιορισμός (4.4) αναφέρεται στο κόστος που χρειάζεται για να πραγματοποιηθεί μια “ελλιπής” μετακίνηση. Το κόστος αυτό υπολογίζεται αθροίζοντας το κόστος της κάθε διαδρομής επί το υπόλοιπο της χωρητικότητας για αυτή τη διαδρομή.

Ο περιορισμός (4.5) αναφέρεται στο κόστος για την πραγματοποίηση μιας συνδυαζόμενης μετακίνησης και υπολογίζεται όπως για το κόστος μιας διαδρομής η οποία δεν αξιοποιεί όλη τη διαθέσιμη χωρητικότητα που της παρέχεται.

Ο περιορισμός (4.6) μας δίνει το κόστος που κερδίζει από το συνδυασμό ενός ζευγαριού. Ο υπολογισμός του γίνεται αθροίζοντας το κόστος κάθε μετακίνησης χωριστά και να αφαιρώντας το κόστος της συνδυαζόμενης μετακίνησης.

Ο περιορισμός (4.7) διασφαλίζει ότι κάθε διαδρομή του γράφου “partially full network” δεν θα συνδυαστεί παραπάνω από μία φορές.

Ο περιορισμός (4.8) αναφέρεται στις τιμές που παίρνει η μεταβλητή απόφασης.

Το μαθηματικό μοντέλο που εμφανίζεται παραπάνω αποτελείται από 7 περιορισμούς. Η μεταβλητή απόφασης για το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι η μεταβλητή y . Αν παρατηρήσουμε τους περιορισμούς η μεταβλητή αυτή δεν αποτελεί κομμάτι όλων των περιορισμών. Αυτό σημαίνει ότι κάποιες εξισώσεις χρησιμοποιούνται για να βρεθεί το κόστος για το οποίο θα απαλλαγεί η επιχείρηση

αν δύο διαδρομές συνδυαστούν. Το οποίο χρειάζεται για τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης. Οι εξισώσεις αυτές μεταφέρονται αυτούσιες στο προγραμματιστικό περιβάλλον χωρίς τη χρήση πολύπλοκων εντολών.

Η γενική μορφή ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού πρέπει να έχει την παρακάτω μορφή. Η λύση ενός τέτοιου προβλήματος από το προγραμματιστικό περιβάλλον της matlab πραγματοποιείται με την εντολή `linprog`.

Γενική μορφή γραμμικού προγραμματισμού:

$$\begin{aligned} & \underset{x}{\text{minimize}} && f^\top x \\ & \text{subject to} && Ax \leq b, \\ & && A_{\text{eq}}x = b_{\text{eq}}, \\ & && lb \leq x \leq ub. \end{aligned}$$

Όπου $f, x, b, b_{\text{eq}}, lb$ και ub να είναι διανύσματα, και A και A_{eq} να είναι πίνακες.

Ας εξηγήσουμε πως μετατρέψαμε το υπάρχων πρόβλημα στη μορφή που δέχεται το προγραμματιστικό περιβάλλον ξεκινώντας από τους περιορισμούς. Οι περιορισμοί μας για το γραμμικό πρόβλημα είναι ο (4.3), ο (4.7) και ο (4.8) καθώς μόνον αυτοί περιέχουν την μεταβλητή απόφασης y_{nk} . Ο πρώτος έλεγχος που κάνουμε είναι αν οι περιορισμοί είναι ισότητες ή ανισότητες. Στην προκειμένη περίπτωση όλοι οι περιορισμοί είναι ανισότητες. Συνεπώς, σύμφωνα με το πρότυπο που έχουμε παραπάνω ο πίνακας A θα περιέχει τους συντελεστές της μεταβλητής y_{nk} για όλους τους περιορισμούς, το διάνυσμα b θα αποτελείται από τα δεξιά μέλη των περιορισμών, το κάτω όριο του lb θα είναι και αυτό ένα διάνυσμα ίσο με το διάνυσμα του y_{nk} και το άνω όριο αντίστοιχα το ub θα είναι το κάτω όριο. Η μεταβλητή απόφασης είναι ένα διάνυσμα διαστάσεων $k * (k - 1)$. Όπου k θυμίζουμε είναι ο αριθμός των κόμβων-πελατών. Η αντικειμενική συνάρτηση υπολογίζεται εφόσον το πρόβλημα έχει λύση και η μεταβλητή απόφασης έχει λάβει τις τελικές τιμές, αν το πρόβλημα λύνεται.

Η εντολή `linprog` επιλύει μόνο προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού. Το πρόβλημα που επιλύουμε όμως δεν είναι γραμμικό άλλα πρόβλημα μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού. Η λύση δίνεται καλώντας την συνάρτηση `MILP` η οποία αναπτύχθηκε για αυτή τη διπλωματική και αντικαθιστά την εντολή `linprog`, η οποία επιλύει μόνο προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού. Για να ξεκινήσει να επιλύει το πρόβλημα η συνάρτηση πρέπει να της δώσουμε ορίσματα όπως και στην `linprog`. Οι μεταβλητές που χρειάζεται η συνάρτηση για να ξεκινήσει να είναι ο πίνακας A με τους συντελεστές του y_{nk} , τα δεξιά μέλη των περιορισμών b , τον πίνακα A_{eq} και το διάνυσμα b_{eq} άδεια καθώς δεν έχουμε περιορισμό ισότητας, τα άνω ub και κάτω lb όρια της μεταβλητής απόφασης, το διάνυσμα M που μας δείχνει πόσες μεταβλητές της μεταβλητής απόφασης θέλουμε να είναι ακέραιες και τον αριθμό e που αποτελεί επιτρεπτό σφάλμα. Η συνάρτηση αυτή μας επιστρέφει την μεταβλητή `status` η οποία παίρνει τις τιμές 1, 0, -1 οι οποίες αντιστοιχούν στην επίτευξη λύσης, φτάνει στο μέγιστο αριθμό επαναλήψεων της συνάρτησης, και άλυτο αντίστοιχα. Την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης `val` και τις τιμές που λαμβάνει η μεταβλητή απόφασης y_{nk} .

Τα αποτελέσματα που επιθυμούμε να λαμβάνουμε είναι οι τιμές 0 και 1. Έτσι, η συνάρτηση `MILP` μας εξασφαλίζει ότι οι τιμές αυτές θα είναι το τελικό αποτέλεσμα μας. Ο τρόπος που λειτουργεί η συνάρτηση αυτή είναι όπως ο αλγόριθμος που έχουμε γράψει στο κεφάλαιο 2.

Το διάνυσμα της μεταβλητής απόφασης μας δείχνει ποιές διαδρομές θα συνδυαστούν για να επιτύχουμε το μέγιστο κέρδος. Στις θέσεις του διανύσματος

που θα υπάρχει η τιμή 1 θα αντιστοιχείται στις διαδρομές που αν συνδυαστούν επιφέρουν το μεγαλύτερο κέρδος. Αντιθέτως, όπου η τιμή είναι 0 σημαίνει ότι δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί η ένωση αυτών των διαδρομών. Έτσι, λύνοντας το πρόβλημα θα έχουμε ένα καινούριο σετ διαδρομών, οι οποίες θα αξιοποιούν στο μέγιστο τη χωρητικότητα των οχημάτων που τις εξυπηρετούν. Ας ονομάσουμε αυτό το νέο σετ ως “new partially full network”.

4.2 Δεύτερο στάδιο βελτιστοποίηση

4.2.1 Περιγραφή

Προχωρώντας στο επόμενο στάδιο λαμβάνουμε υπόψιν τις διαδρομές που συνδυάστηκαν, που δεν συνδυάστηκαν και αυτές που αξιοποιούν τη χωρητικότητα των οχημάτων που τις εξυπηρετούν. Το πρόβλημα προς επίλυση τώρα είναι ένα πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων που λύνεται και αυτό με τη βοήθεια του μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP). Εφόσον γνωρίζουμε τις διαδρομές που πρέπει να εκτελεστούν, στο δεύτερο στάδιο κατανέμουμε τις διαδρομές αυτές στα οχήματα που διαθέτουμε. Σκοπός του σταδίου αυτού είναι να ελαχιστοποιήσουμε το κόστος λειτουργίας των οχημάτων χρησιμοποιώντας οχήματα με χαμηλότερο κόστος λειτουργίας για την διανομή των προϊόντων στους πελάτες χωρίς να υπερβαίνει το χρόνο που έχει στη διάθεση του το κάθε όχημα. Οι περιορισμοί του προβλήματος σχετίζονται με το διαθέσιμο χρόνο των οχημάτων και και την διασφάλιση της εξυπηρέτησης μίας διαδρομής από ένα φορτηγό μόνο.

Η αντικειμενική συνάρτηση είναι το άθροισμα του κόστους των φορτηγών που επιλέγονται να διανέμουν τα προϊόντα στους πελάτες επί την μεταβλητή απόφασης. Η μεταβλητή απόφασης παίρνει δύο τιμές, όπως και στο προηγούμενο πρόβλημα, την τιμή 1 ή 0. Την τιμή 1 την λαμβάνει όταν το συγκεκριμένο φορτηγό μπορεί να εξυπηρετήσει την αντίστοιχη διαδρομή και το 0 όταν δεν γίνεται. Έτσι, έχοντας παρουσιάσει όλα τα δεδομένα του προβλήματος, το ζητούμενο είναι η κατανομή τους σε οχήματα οχήματος προς όλους τους πελάτες ακριβώς μια φορά, ώστε να τους παραδοθεί η ζητούμενη τους ποσότητα προϊόντος, που ελαχιστοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος.

4.2.2 Διατύπωση του προβλήματος

Ο σκοπός του 2^{ου} προβλήματος είναι να ελαχιστοποιήσουμε (4.9) το κόστος των οχημάτων που θα χρησιμοποιηθούν για την διανομή των προϊόντων στους πελάτες σύμφωνα πάντα με τις απαιτήσεις τους. Για την ανάθεση εξετάζουμε τις μετακινήσεις του “full network” καθώς επίσης και τα αποτελέσματα που λάβαμε από το προηγούμενο πρόβλημα. Πριν διατυπώσουμε μαθηματικά το πρόβλημα ας επισημάνουμε τα δεδομένα μας.

Δεδομένα 2^{ου} προβλήματος:

- C_{nm} , το κόστος λειτουργίας του κάθε οχήματος,
- m , ο αριθμός των διαθέσιμων οχημάτων,
- Trucks_availability, ο διαθέσιμος χρόνος του κάθε οχήματος,
- N^{all} , όλες οι μεταφορές που έχει να καλύψει η εταιρία.

Η μεταβλητή απόφασης σε αυτό το πρόβλημα είναι η $x_{mn} \in (0, 1)$ και παίρνει την τιμή 1 αν η μεταφορά n μπορεί να ανατεθεί στο όχημα m και την τιμή 0 σε κάθε άλλη περίπτωση.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε το μαθηματικό μοντέλο που μας βοήθησε στην επίλυση αυτού του προβλήματος. Για τη σωστή επίλυση του προβλήματος θα χρειαστούμε πάλι τις γνώσεις που έχουμε όσον αφορά προβλήματα μικτού α-κέραιου προγραμματισμού [15].

Problem 2:

$$\underset{x}{\text{minimize}} \quad \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N^{all}} C_{nm} x_{nm} \quad (4.9)$$

subject to

$$\sum_{n=1}^{N^{all}} t_n x_{nm} \leq T_m \quad \forall m = 1, \dots, M, \quad (4.10)$$

$$\sum_{m=1}^M x_{nm} = 1 \quad \forall n \in N^{all}, \quad (4.11)$$

$$x_{nm} \in (0, 1) \quad \forall (n, m), n \in N^{all}, m = 1, \dots, M. \quad (4.12)$$

Με τον περιορισμό (4.10) αποφεύγεται ένα όχημα να υπερβεί τον διαθέσιμο χρόνο που έχει για να εξυπηρετήσει τις απαιτήσεις που του έχουν ανατεθεί.

Ο περιορισμός (4.11) διασφαλίζει ότι κάθε μεταφορά θα πραγματοποιηθεί μόνο από ένα όχημα.

Ο περιορισμός (4.12) καθορίζει το διάστημα τιμών που μπορεί να πάρει η μεταβλητή απόφασης.

Πριν εξηγήσουμε την μετατροπή των παραπάνω εξισώσεων σε γραμμικό πρόβλημα στο προγραμματιστικό περιβάλλον ας αναλύσουμε πως επεξεργαστήκαμε τα αποτελέσματα που λάβαμε από το προηγούμενο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Η επεξεργασία των αποτελεσμάτων πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια μίας συνάρτησης που ονομάστηκε *trips*. Η συνάρτηση αυτή υπολογίζει τους χρόνους όλων των διαδρομών που έχουμε να εξυπηρετήσουμε μετά τους συνδυασμούς που υπέστησαν κάποιες από αυτές, καθώς και τον συνολικό αριθμό τους.

Προχωρώντας, ας εξηγήσουμε πως μετατρέψαμε το υπάρχων πρόβλημα στη μορφή που δέχεται το προγραμματιστικό περιβάλλον ξεκινώντας από τους περιορισμούς. Οι περιορισμοί μας για το γραμμικό πρόβλημα είναι ο (4.10), ο (4.11) και ο (4.12) καθώς αυτοί περιέχουν την μεταβλητή απόφασης x . Ο πρώτος έλεγχος που κάνουμε είναι αν οι περιορισμοί είναι ισότητες ή ανισότητες. Στην προκειμένη περίπτωση έχουμε και ισότητα και ανισότητα στους περιορισμούς. Συνεπώς, σύμφωνα με το πρότυπο γραμμικού προγραμματισμού που έχουμε εξηγήσει αναλυτικά παραπάνω θα έχουμε ότι ο πίνακας A θα περιέχει τους συντελεστές της μεταβλητής y για τον περιορισμό της ανίσωσης, το διάνυσμα b θα αποτελείται από το δεξιό μέλος της ανίσωσης, ο πίνακας Aeq θα περιέχει τους συντελεστές της μεταβλητής απόφασης για την ισότητα, το διάνυσμα beq το δεξιό μέλος της ισότητας αυτής, το κάτω όριο του lb θα είναι και αυτό ένα διάνυσμα ίσο με το διάνυσμα του x και το άνω όριο ub αντίστοιχα με το κάτω. Η μεταβλητή απόφασης είναι αρχικά ένας πίνακας διαστάσεων $N \times \text{number_Trucks}$. Όπου N είναι ο αριθμός των διαδρομών που πρέπει να

εξυπηρετηθούν και $number_Trucks$ ο αριθμός των διαθέσιμων οχημάτων.

Σε αυτό το στάδιο βελτιστοποίησης η μεταβλητή απόφασης δεν αποτελεί διάνυσμα άλλα πίνακα. Σύμφωνα όμως με το πρότυπο που εξηγήσαμε για την επίλυση του προβλήματος πρέπει να μετατρέψουμε το πίνακα που αντιστοιχεί στις τιμές της μεταβλητής x σε διάνυσμα. Για τη μετατροπή ενός πίνακα σε διάνυσμα χρησιμοποιήσαμε τον παρακάτω τύπο (4.13) που αποτελεί κομμάτι της γραμμικής άλγεβρας. Η αντικειμενική συνάρτηση υπολογίζεται εφόσον το πρόβλημα έχει λύσει και η μεταβλητή απόφασης έχει λάβει τις τελικές τιμές, αν το πρόβλημα λύνεται.

$$A(m \times n), B(n \times p) : vec(AB) = (I \otimes A)vec(B) \quad (4.13)$$

Το πρόβλημα επιλύεται καλώντας την συνάρτηση MILP μια συνάρτηση που λειτουργεί όπως η `linprog` για γραμμικό προγραμματισμό στη Matlab. Το πρόβλημα όμως αυτό δεν αποτελεί κομμάτι του γραμμικού προγραμματισμού αλλά του μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού. Οι μεταβλητές που χρειάζεται η συνάρτηση για να ξεκινήσει να τρέχει είναι ο πίνακας A με τους συντελεστές του x , το δεξιό μέλος του περιορισμού b για την ανισότητα, τον πίνακα Aeq και το διάνυσμα beq για τον περιορισμό της ισότητας, τα άνω ub και κάτω lb όρια της μεταβλητής απόφασης, το διάνυσμα M που μας δείχνει πόσες μεταβλητές της μεταβλητής απόφασης θέλουμε να είναι ακέραιες και τον αριθμό e που αποτελεί επιτρεπτό σφάλμα. Η συνάρτηση αυτή μας επιστρέφει την μεταβλητή *status* η οποία παίρνει τις τιμές 1, 0, -1 οι οποίες αντιστοιχούν στην επίτευξη λύσης, φτάνει στο μέγιστο αριθμό επαναλήψεων της συνάρτησης, και άλλοτο αντίστοιχα. Την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης *val* και τις τιμές που λαμβάνει η μεταβλητή απόφασης x .

Η συνάρτηση MILP όπως εξηγήσαμε και στο προηγούμενο πρόβλημα βελτιστοποίησης που την χρειαστήκαμε επαναλαμβάνει το κομμάτι της βελτιστοποίησης αρκετές φορές. Αναζητώντας την καλύτερη ακέραιη βέλτιστη λύση. Ελέγχοντας η μεταβλητή απόφασης να λαμβάνει μόνο ακέραιες τιμές. Αν υπάρχουν μη ακέραιες τιμές κρατάει τις θέσεις του διανύσματος x όπου οι τιμές παίρνουν δεκαδικές τιμές και τις συγκρίνει με τα όρια που μπορεί να λάβει τιμές η μεταβλητή x . Έπειτα, ελέγχει αν οι δεκαδικές τιμές είναι πιο κοντά στο άνω ή στο κάτω όριο και αναλόγως πραγματοποιεί στρογγυλοποίηση όπου χρειάζεται. Η συνάρτηση σταματάει όταν όλες οι τιμές της μεταβλητής απόφασης είναι ακέραιες και παίρνουν τιμές στο επιθυμητό διάστημα.

Συνεπώς, οι τιμές που θα λάβει η μεταβλητή απόφασης θα είναι 0 και 1. Ο πίνακας με τις τιμές της μεταβλητής απόφασης μας δείχνει ποια οχήματα θα πραγματοποιηθούν τις διαδρομές που έχουμε κάθε φορά, ώστε να επιτύχουμε τη μείωση του κόστους λειτουργίας των οχημάτων. Στις στήλες του πίνακα αντιστοιχούνται οι διαδρομές που πρέπει να πραγματοποιηθούν, ενώ στις γραμμές τα οχήματα που διαθέτουμε. Συνεπώς, όταν σε μια θέση του πίνακα η τιμή είναι ίση με 1, αυτό αυτομάτως σημαίνει ότι η διαδρομή που αντιστοιχεί σε αυτή τη στήλη θα εξυπηρετηθεί από το φορτηγό που αντιστοιχεί στη γραμμή που βρίσκεται η θέση της τιμής.

Καταλήγοντας, με τη λύση του 2^{ου} προβλήματος γνωρίζουμε σε ποια οχήματα θα ανατεθούν ποιες διαδρομές ώστε να ελαχιστοποιείται το κόστος λειτουργίας τους για την εξυπηρέτηση των μετακινήσεων αυτών.

Κεφάλαιο 5

Υπολογιστικά αποτελέσματα

Αφού κωδικοποιήσαμε τις μεθόδους όπως περιγράφηκε στα προηγούμενα κεφάλαια στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab, ακολούθησε εφαρμογή του εν λόγω κώδικα για ένα παράδειγμα που δημιουργήσαμε εμείς προκειμένου να διασφαλίσουμε την εγχυρότητα των συμπερασμάτων μας.

5.1 Περιγραφή και αναπαράσταση αποτελεσμάτων

Πρώτα όμως θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα που λάβαμε από το παράδειγμα που αναφέραμε στο κεφάλαιο 3, το οποίο χρησιμοποιήσαμε για την καλύτερη κατανόηση και επεξήγηση του προβλήματος στα δύο προηγούμενα κεφάλαια.

Στον Πίνακα 5.1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από το πρώτο στάδιο βελτιστοποίησης. Ο πίνακας μας δείχνει τον χρόνο που χρειάζεται κάθε διαδρομή που ανήκει στο “partially full network” να πραγματοποιηθεί, καθώς και το συνολικό χρόνο που χρειάζονται οι διαδρομές που συνδυάστηκα τελικά σύμφωνα με τους περιορισμούς και την αντικειμενική συνάρτηση που αντιστοιχούν στο πρόβλημα αυτό. Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι 28. Άρα, 28 ευρώ είναι το κέρδος της επιχείρησης αν πραγματοποιήσει τον συνδυασμό αυτών των διαδρομών. Παρατηρώντας τον πίνακα βλέπουμε ότι ο συνολικός χρόνος για την εξυπηρέτηση μόνο αυτών των πέντε διαδρομών είναι 1550 λεπτά, ενώ αν συνδυάσουμε τις διαδρομές που μας προτείνει ο χρόνος είναι 1070 λεπτά. Συνεπώς, πέρα από το κόστος που αποταμιεύει η επιχείρηση χρησιμοποιώντας την μέθοδο αυτή, κερδίζει και χρόνο στα οχήματα της καθώς εξοικονομεί 480 λεπτά.

Πίνακας 5.1: Αποτελέσματα από το 1^ο στάδιο βελτιστοποίησης

Μεταφορές	Μονοπάτια	Χρόνος
1	1-6-9	350
2	2-11-13	290
3	2-12-17	340
4	3-15-9	280
5	4-18-5	290
3+2	2-12-20-13	360
4+5	3-16-18-6-9	360

Ο Πίνακας 5.2 μας υποδεικνύει ποία οχήματα θα αναλάβουν να εξυπηρετήσουν ποιές διαδρομές. Αν παρατηρήσουμε προσεχτικά έχουν επιλεχτεί ο-

χήματα με χαμηλό κόστος λειτουργίας για την εξυπηρέτηση των διαδρομών. Σύμφωνα με το δεύτερο στάδιο της βελτιστοποίησης στόχος μας ήταν η μείωση του κόστους λειτουργίας των οχημάτων. Άρα τα αποτελέσματα μας φαίνεται να συμφωνούν με τις αρχές που είχαμε θέσει στο προηγούμενο κεφάλαιο. Τα οχήματα που θα χρησιμοποιηθούν για την εξυπηρέτηση των πελατών είναι το 2, 3, 5, 6, 13, 15. Τα υπόλοιπα φορτηγά έχουν μεγάλο κόστος ανά χιλιόμετρο για αυτό και δεν επιλέχτηκαν.

Πίνακας 5.2: Αποτελέσματα από το 2^ο στάδιο βελτιστοποίησης

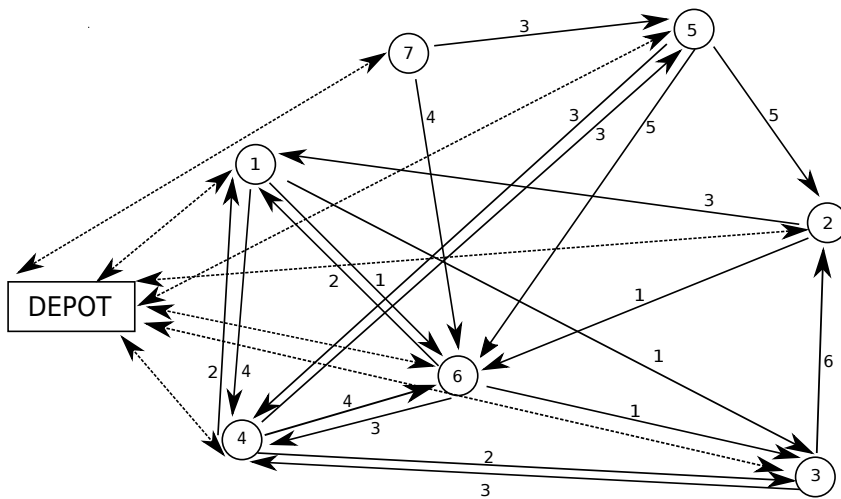
Οχήματα	Διαθεσιμότητα οχημάτων	Κόστος οχημάτων	Ανάθεση διαδρομών
1	500	5	
2	500	3	1-4, 3-4, 4-3
3	500	4	2-1
4	500	5	
5	500	5	1-2
6	500	5	4-2
7	500	5	
8	1000	7	
9	1000	7	
10	1200	9	
11	500	5	
12	500	5	
13	500	4	2-4-3
14	500	5	
15	1000	4	2-3, 2-4, 3-4-1

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που λάβαμε από το προγραμματιστικό περιβάλλον όπως προέκυψαν για το παράδειγμα αυτό.

5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων για το δεύτερο παράδειγμα

Δημιουργήσαμε ένα νέο μεγαλύτερο παράδειγμα για να διαπιστώσουμε ότι ο αλγόριθμος μας είναι σε θέση να λύσει οποιοδήποτε πρόβλημα. Ο γράφος που δημιουργήσαμε φαίνεται στο Σχήμα 5.1 και αποτελείται από 7 κόμβους-πελάτες και ένα τερματικό σταθμό. Οι κόμβοι συνδέονται μεταξύ τους με ευθύγραμμα τμήματα, όπου η κατεύθυνση του βέλους μας υποδεικνύει την ποσότητα των εμπορευματοκιβωτίων που πρέπει να μεταφερθούν από τον κόμβο που ξεκινάει το ευθύγραμμο τμήμα στον κόμβο που καταλήγει. Συνεπώς, ο αριθμός που είναι τοποθετημένος στα ευθύγραμμο τμήματα αναφέρεται στον αριθμό των εμπορευματοκιβωτίων που πρέπει να μετακινηθούν από τον έναν κόμβο στον άλλο. Στην συνέχεια θα παρουσιάσουμε τους πίνακες με τα δεδομένα και τα αποτελέσματα του γράφου αυτού.

Ο Πίνακας 5.3 παρουσιάζει όλες τις πιθανές διαδρομές που μπορούν να πραγματοποιηθούν για τον συγκεκριμένο γράφο. Το επόμενο βήμα είναι να δημιουργήσουμε δύο νέους γράφους βάση του αρχικού τους “partially full network” και “full network”, οι οποίοι παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.2. Οι γράφοι αυτοί δημιουργούνται διαιρώντας των αριθμό των εμπορευματοκιβωτίων που διαθέτουν τα οχήματα (2 TEUs) με τις απαιτήσεις των πελατών που απεικονίζονται στο γράφο. Έτσι, ο γράφος “partially full network” περιλαμβάνει τις διαδρομές που δεν αξιοποιούν όλη τη διαθέσιμη χωρητικότητα. Στον Πίνακα 5.4 είναι οι διαδρομές αυτές όπως μας τις έδωσε ο αλγόριθμος.

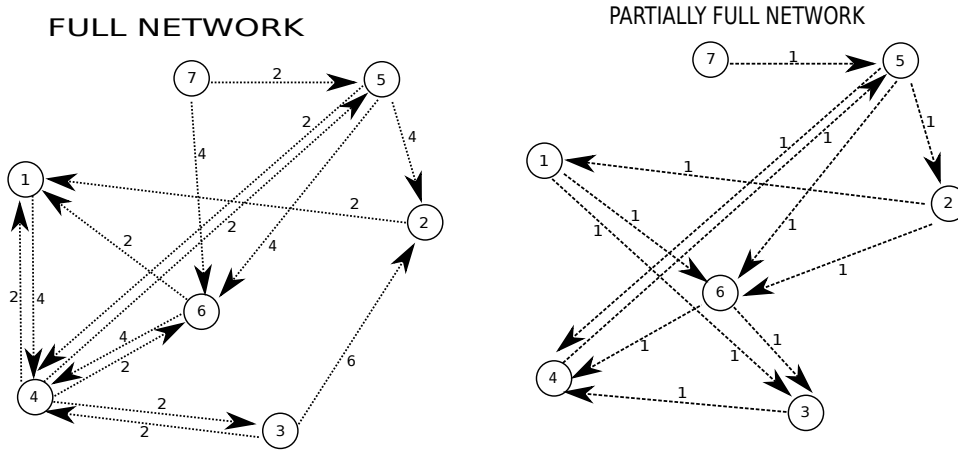


Σχήμα 5.1: Ένα παράδειγμα δικτύου με 7 κόμβους.

Πίνακας 5.3: Όλες οι πιθανές διαδρομές του γράφου του Σχήματος

Αριθμός Διαδρομών	Πηγή-Προορισμός	Αριθμός Διαδρομών	Πηγή-Προορισμός
1	D-1	29	4-D
2	D-2	30	4-1
3	D-3	31	4-2
4	D-4	32	4-3
5	D-5	33	4-5
6	D-6	34	4-6
7	D-7	35	4-7
8	1-D	36	5-D
9	1-2	37	5-1
10	1-3	38	5-2
11	1-4	39	5-3
12	1-5	40	5-4
13	1-6	41	5-6
14	1-7	42	5-7
15	2-D	43	6-D
16	2-1	44	6-1
17	2-3	45	6-2
18	2-4	46	6-3
19	2-5	47	6-4
20	2-6	48	6-5
21	2-7	49	6-7
22	3-D	50	7-D
23	3-1	51	7-1
24	3-2	52	7-2
25	3-4	53	7-3
26	3-5	54	7-4
27	3-6	55	7-5
28	3-7	56	7-6

Γνωρίζοντας τώρα τις διαδρομές που δεν ικανοποιούν την διαθέσιμη χωρητικότητα υπολογίζουμε όλους τους πιθανούς συνδυασμούς μεταξύ των διαδρομών αυτών. Στον Πίνακα 5.5 έχουμε τοποθετήσει όλους τους συνδυασμούς αυτούς. Στο τρίτο κεφάλαιο είχαμε αναφέρει ότι για να πραγματοποιηθεί ένας συνδυασμός μεταξύ δύο διαδρομών, πρώτα ελέγχαμε το Σχήμα 3.3 και ανάλογα σε ποια



Σχήμα 5.2: Ο διαχωρισμός του αρχικού γράφου σε δυο μικρότερους με βάση τον αριθμό των εμπορευματοκιβωτίων.

κατάσταση βρισκόμαστε εφαρμόζουμε τον αντίστοιχο κανόνα. Οι συνδυασμοί χρειάζονται για να μπορέσει στο πρώτο στάδιο να ελέγξει ποιοι συνδυασμοί ικανοποιούν τους περιορισμούς που έχουμε θέσει και εξασφαλίζουν το μεγαλύτερο κέρδος στην επιχείρηση.

Πίνακας 5.4: Οι μεταφορές που ανήκουν στο “partially full network”

Αριθμός μεταφορών	Μονές μεταφορές	ρ_ℓ^n	$(\rho_M - \rho_\ell^n)$
1	1-10-22	0-1-0	2-1-2
2	1-13-43	0-1-0	2-1-2
3	2-16-8	0-1-0	2-1-2
4	2-20-43	0-1-0	2-1-2
5	3-25-29	0-1-0	2-1-2
6	4-33-36	0-1-0	2-1-2
7	5-38-15	0-1-0	2-1-2
8	5-40-29	0-1-0	2-1-2
9	5-41-43	0-1-0	2-1-2
10	6-46-22	0-1-0	2-1-2
11	6-47-29	0-1-0	2-1-2
12	7-55-36	0-1-0	2-1-2

Πίνακας 5.5: Αποτελέσματα από το στάδιο της προετοιμασίας

Συνδυασμοί μεταφορών	Μονοπάτια συνδυασμών	ρ_ℓ^{nk}	$(\rho_M - \rho_\ell^{nk})$
1+2	1-10-27-43	0-2-1-0	2-0-1-2
1+3	2-16-10-22	0-1-1-0	2-1-1-2
1+4	1-9-20-46-22	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
1+5	1-10-25-29	0-1-1-0	2-1-1-2
1+6	1-11-33-39-22	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
1+7	1-12-38-17-22	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
1+8	1-12-40-32-22	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
1+9	1-12-41-46-22	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
1+10	1-13-46-22	0-1-2-0	2-1-0-2
1+11	1-13-47-32-22	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
1+12	1-14-55-39-22	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
2+1	1-13-46-22	0-2-1-0	2-0-1-2
2+3	2-16-13-43	0-1-1-0	2-1-1-2
2+4	1-9-20-43	0-1-2-0	2-1-0-2
2+5	1-10-25-34-43	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2

2+6	1-11-33-41-43	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
2+7	1-12-38-20-43	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
2+8	1-12-40-34-43	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
2+9	1-12-41-43	0-1-2-0	2-1-0-2
2+10	1-13-46-22	0-1-1-0	2-1-1-2
2+11	1-13-47-29	0-1-1-0	2-1-1-2
2+12	1-14-55-41-43	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
3+1	2-16-10-22	0-1-1-0	2-1-1-2
3+2	2-16-13-43	0-1-1-0	2-1-1-2
3+4	2-16-13-43	0-2-1-0	2-0-1-2
3+5	2-17-25-30-8	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
3+6	2-18-33-37-8	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
3+7	5-38-16-8	0-1-1-0	2-1-1-2
3+8	2-19-40-30-8	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
3+9	2-19-41-44-8	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
3+10	2-20-46-23-8	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
3+11	2-20-47-30-8	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
3+12	2-21-55-37-8	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
4+1	2-16-10-27-43	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
4+2	2-16-13-43	0-1-2-0	2-1-1-2
4+3	2-20-44-8	0-2-1-0	2-0-1-2
4+5	2-17-25-34-43	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
4+6	2-18-33-41-43	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
4+7	5-38-20-43	0-1-1-0	2-1-1-2
4+8	2-19-40-34	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
4+9	2-19-41-43	0-1-2-0	2-1-0-2
4+10	2-20-46-22	0-1-1-0	2-1-1-2
4+11	2-20-47-29	0-1-1-0	2-1-1-2
4+12	2-21-55-41-43	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
5+1	1-10-25-29	0-1-1-0	2-1-1-2
5+2	3-23-13-47-29	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
5+3	3-24-16-11-29	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
5+4	3-24-20-47-29	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
5+6	3-25-33-36	0-1-1-0	2-1-1-2
5+7	3-26-38-18-29	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
5+8	3-26-40-29	0-1-2-0	2-1-0-2
5+9	3-26-41-47-29	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
5+10	6-46-25-29	0-1-1-0	2-1-1-2
5+11	3-27-47-29	0-1-2-0	2-1-0-2
5+12	3-28-55-40-29	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
6+1	4-30-10-26-36	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
6+2	4-30-13-48-36	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
6+3	4-31-16-12-36	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
6+4	4-31-20-48-36	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
6+5	3-25-33-36	0-1-1-0	2-1-1-2
6+7	4-33-38-15	0-1-1-0	2-1-1-2
6+8	4-40-33-36	0-1-1-0	2-1-1-2
6+9	4-33-41-43	0-1-1-0	2-1-1-2
6+10	4-34-46-26-36	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
6+11	6-47-33-36	0-1-1-0	2-1-1-2
6+12	4-35-55-36	0-1-2-0	2-1-0-2
7+1	5-37-10-24-15	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
7+2	5-37-13-45-15	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
7+3	5-38-16-8	0-1-1-0	2-1-1-2
7+4	5-38-20-43	0-1-1-0	2-1-1-2
7+5	5-39-25-31-15	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2

7+6	4-33-38-15	0-1-1-0	2-1-1-2
7+8	5-38-18-29	0-2-1-0	2-0-1-2
7+9	5-38-20-43	0-2-1-0	2-0-1-2
7+10	5-41-46-24-15	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
7+11	5-41-47-31-15	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
7+12	7-55-38-15	0-1-1-0	2-1-1-2
8+1	5-37-10-25-29	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
8+2	5-37-13-47-29	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
8+3	5-38-16-11-29	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
8+4	5-38-20-47-29	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
8+5	5-39-25-29	0-1-2-0	2-1-0-2
8+6	4-33-40-29	0-1-1-0	2-1-1-2
8+7	5-40-31-15	0-2-1-0	2-0-1-2
8+9	5-40-34-43	0-2-1-0	2-0-1-2
8+10	5-41-46-25-29	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
8+11	5-41-47-29	0-1-2-0	2-1-0-2
8+12	7-55-40-29	0-1-1-0	2-1-1-2
9+1	5-37-10-27-43	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
9+2	5-37-13-43	0-1-2-0	2-1-0-2
9+3	5-38-16-13-43	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
9+4	5-38-20-43	0-1-2-0	2-1-0-2
9+5	5-39-25-34-43	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
9+6	4-33-41-43	0-1-1-0	2-1-1-2
9+7	5-41-45-15	0-2-1-0	2-0-1-2
9+8	5-41-47-29	0-2-1-0	2-0-1-2
9+10	5-41-46-22	0-1-1-0	2-1-1-2
9+11	5-41-47-29	0-1-1-0	2-1-1-2
9+12	7-55-41-43	0-1-1-0	2-1-1-2
10+1	6-44-10-22	0-1-2-0	2-1-0-2
10+2	1-13-46-22	0-1-1-0	2-1-1-2
10+3	6-45-16-10-22	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
10+4	2-20-46-22	0-1-1-0	2-1-1-2
10+5	6-46-25-29	0-1-1-0	2-1-1-2
10+6	6-47-33-39-22	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
10+7	6-48-38-17-22	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
10+8	6-48-40-32-22	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
10+9	5-41-46-22	0-1-1-0	2-1-1-2
10+11	6-46-25-29	0-2-1-0	2-0-1-2
10+12	6-49-55-39-22	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
11+1	6-44-10-25-29	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
11+2	1-13-47-29	0-1-1-0	2-1-1-2
11+3	6-45-16-11-29	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
11+4	2-20-47-29	0-1-1-0	2-1-1-2
11+5	6-46-25-29	0-1-2-0	2-1-0-2
11+6	6-47-33-36	0-1-1-0	2-1-1-2
11+7	6-48-38-18-29	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
11+8	6-48-40-29	0-1-2-0	2-1-0-2
11+9	5-41-47-29	0-1-1-0	2-1-1-2
11+10	6-47-32-22	0-2-1-0	2-0-1-2
11+12	4-49-55-40-29	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
12+1	7-51-10-26-36	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
12+2	7-51-13-48-36	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
12+3	7-52-16-12-36	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
12+4	7-52-20-48-36	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
12+5	7-53-25-33-36	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
12+6	7-54-33-36	0-1-2-0	2-1-0-2

12+7	7-55-38-15	0-1-1-0	2-1-1-2
12+8	7-55-40-29	0-1-1-0	2-1-1-2
12+9	7-55-41-43	0-1-1-0	2-1-1-2
12+10	7-56-46-26-36	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2
12+11	7-56-47-33-36	0-1-2-1-0	2-1-0-1-2

Τα αποτελέσματα αυτού του γράφου αποτελούν οι δύο τελευταίοι πίνακες. Ο Πίνακας 5.6 παρουσιάζει τα αποτελέσματα που πρώτου σταδίου βελτιστοποίησης. Ο πίνακας μας δείχνει τον χρόνο που χρειάζεται κάθε διαδρομή που ανήκει στο “partially full network” να πραγματοποιηθεί, καθώς και το συνολικό χρόνο που χρειάζονται οι διαδρομές που συνδυάστηκα τελικά σύμφωνα με τους περιορισμούς και την αντικειμενική συνάρτηση που αντιστοιχούν στο πρόβλημα αυτό. Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι 203. Άρα, 203 ευρώ είναι το κέρδος της επιχείρησης αν πραγματοποιήσει τον συνδυασμό αυτών των διαδρομών. Παρατηρώντας τον πίνακα βλέπουμε ότι ο συνολικός χρόνος για την εξυπηρέτηση μόνο αυτών των δώδεκα διαδρομών είναι 3263 λεπτά, ενώ αν συνδυάσουμε τις διαδρομές που μας προτείνει ο χρόνος είναι 2581 λεπτά. Συνεπώς, πέρα από το κόστος που αποταμιεύει η επιχείρηση χρησιμοποιώντας την μέθοδο αυτή, κερδίζει και χρόνο στα οχήματα της καθώς εξοικονομεί 682 λεπτά.

Πίνακας 5.6: Αποτελέσματα από το 1^ο στάδιο βελτιστοποίησης για το παράδειγμα 2

Μεταφορές	Μονοπάτια	Χρόνος
1	1-10-22	54
2	1-13-43	240
3	2-16-8	350
4	2-20-43	250
5	3-25-29	176
6	4-33-36	340
7	5-38-15	304
8	5-40-29	245
9	5-41-43	290
10	6-46-22	334
11	6-47-29	350
12	7-55-36	330
1+10	1-13-46-22	374
2+9	1-12-41-43	310
4+3	2-20-44-8	500
6+8	5-40-33-36	365
7+5	5-39-25-31-15	512
12+11	7-56-47-33-36	520

Ο Πίνακας 5.7 μας υποδεικνύει ποια οχήματα θα αναλάβουν να εξυπηρετήσουν ποιες διαδρομές. Αν παρατηρήσουμε προσεχτικά έχουν επιλεχτεί οχήματα με χαμηλό κόστος λειτουργίας για την εξυπηρέτηση των διαδρομών. Σύμφωνα με το δεύτερο στάδιο της βελτιστοποίησης στόχος μας ήταν η μείωση του κόστους λειτουργίας των οχημάτων. Άρα τα αποτελέσματα μας φαίνεται να συμφωνούν με τις αρχές που είχαμε θέσει στο προηγούμενο κεφάλαιο. Τα οχήματα που θα χρησιμοποιηθούν για την εξυπηρέτηση των πελατών είναι το 1, 3, 8, 12, 17. Τα υπόλοιπα φορτηγά έχουν μεγάλο κόστος ανά χιλιόμετρο για αυτό και δεν επιλέχτηκαν. Το κόστος των οχημάτων θα ελαχιστοποιηθεί κατά 63 ευρώ αν αναθέσουμε τις διαδρομές στα οχήματα σύμφωνα με τον πίνακα 5.7.

Πίνακας 5.7: Αποτελέσματα από το 2^ο στάδιο βελτιστοποίησης

Οχήματα	Διαθεσιμότητα οχημάτων	Κόστος οχημάτων	Ανάθεση διαδρομών
1	1000	4	4-3, 1-6-3
2	1000	5	
3	1000	4	7-6-4
4	1000	5	
5	1500	3	2-1, 4-5, 5-4, 7-6, 1-5-6
6	1500	5	
7	1500	5	
8	2000	4	4-1, 4-6, 6-4, 2-6-1
9	2000	7	
10	1500	9	
11	1500	8	
12	1500	3	1-4, 3-2, 3-4, 4-8, 5-6, 7-5
13	2000	6	
14	1500	5	
15	1500	5	
16	1500	5	
17	1500	4	6-1, 5-4-5, 5-3-4

Ο χρόνος επίλυσης ήταν 58 δευτερόλεπτα και για τα δύο προβλήματα βελτιστοποίησης, ο οποίος είναι πολύ καλός αν σκεφτούμε ότι είναι ένα NP-hard problem. Τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν σε περιβάλλον Matlab σε σύστημα με Intel(R) Core(TM) i5-3230M CPU στα 2.60GHz με δύο επεξεργαστικές μονάδες και μνήμη RAM 4,00 GB.

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα και συζήτηση

6.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία ασχοληθήκαμε με τον ευρετικό αλγόριθμο που παρουσιάζεται στο [15], στην εργασία αυτή ασχοληθήκαμε με την αυτοματοποίηση του αλγορίθμου αυτού. Ο ευρετικός αλγόριθμός αυτός έχει ως σκοπό τη μείωση του κόστους λειτουργίας των οχημάτων που πραγματοποιούν μεταφορές για λογαριασμό μιας εταιρίας μεταφορών. Για την επίτευξη του στόχου αυτού, πρέπει οι μεταφορές που δεν αξιοποιούν πλήρως τη διαθέσιμη χωρητικότητα των εμπορευματοκιβωτίων να συνδυαστούν με τέτοιο τρόπο ώστε να πραγματοποιηθεί ο βέλτιστος δυνατός συνδυασμός. Τα οχήματα έχουν τη δυνατότητα να μεταφέρουν 2 εμπορευματοκιβώτια TEUs ανά μεταφορά.

Ο αλγόριθμός αυτός αποτελείται από τρία στάδια. Το πρώτο στάδιο συνδυάζει τις μεταφορές που δεν αξιοποιούν πλήρως τη διαθέσιμη χωρητικότητα ακολουθώντας ένα σύνολο κανόνων, το δεύτερο στάδιο αποτελείται από το πρώτο κομμάτι της βελτιστοποίησης όπου επιτρέπεται να συνδυαστούν οι πιθανές διαδρομές-μεταφορές με σκοπό τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας που αξιοποιείται και των χρημάτων που αποταμιεύει η εταιρία με τον συνδυασμό αυτών των μεταφορών. Το τελευταίο στάδιο, είναι η βέλτιστη ανάθεση των μεταφορών στα κατάλληλα οχήματα με γνώμονα την ελαχιστοποίηση του κόστους λειτουργίας των οχημάτων. Τα δύο προβλήματα βελτιστοποίησης αποτελούν κομμάτι του μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού και επιλύθηκαν με τη βοήθεια της χρήσης της μεθόδου Branch and Bound.

Η αυτοματοποίηση του αλγορίθμου αυτού έχει ως σκοπό την αποτελεσματική αξιοποίηση του από τις εταιρίες μεταφορών προκειμένου να βελτιστοποιήσουν τη χρήση της χωρητικότητας των οχημάτων τους και να ελαχιστοποιήσουν το κόστος τους. Για την διασφάλιση των αποτελεσμάτων επιλύσαμε το παράδειγμα που παρουσιάζεται στο [15], παράλληλα δημιουργήσαμε διάφορους τυχαίους γράφους μεγαλύτερους από το παράδειγμα αυτό. Οι γράφοι αυτοί δημιουργήθηκαν για να εξασφαλίσουμε την σωστή λειτουργία του αλγορίθμου που κατασκευάσαμε και να τον έλεγχο τυχόν σφαλμάτων. Επιλέξαμε να παρουσιάσουμε το μεγαλύτερο παράδειγμα που επιλύσαμε, το οποίο αποτελείται από ένα σταθμό-τερματικό και 7 κόμβους-πελάτες. Οι συνολικές διαδρομές που είχε να πραγματοποιήσει ήταν 21 και ο αριθμός των οχημάτων που είχε στη διάθεση του 17.

6.2 Μελλοντικές προτάσεις

Για την καλύτερη αξιοποίηση και λειτουργία του συγκεκριμένου προβλήματος παραθέτουμε κάποιες ενέργειες που θα μπορούσαν να πραγματοποιηθούν προκειμένου να γίνει πιο λειτουργικό το πρόγραμμα μας:

- Επίλυση ενός πραγματικού προβλήματος με πραγματικά δεδομένα για εξακρίβωση των αποτελεσμάτων.
- Κατάλληλο γραφικό περιβάλλον, φιλικό στον οποιοδήποτε χρήστη.
- Αυτοματοποίηση στο προγραμματιστικό περιβάλλον της C, για πιο άμεσα και γρήγορα αποτελέσματα.
- Κατάλληλη εφαρμογή του αλγόριθμου για παραπάνω από μια εταιρίες μεταφορών.

Βιβλιογραφία

- [1] Benita M Beamon. Supply chain design and analysis:: Models and methods. *International journal of production economics*, 55(3):281–294, 1998.
- [2] Theo Notteboom and Jean-Paul Rodrigue. Containerisation, box logistics and global supply chains: The integration of ports and liner shipping networks. *Maritime Economics & Logistics*, 10(1-2):152–174, 2008.
- [3] Douglas J Thomas and Paul M Griffin. Coordinated supply chain management. *European journal of operational research*, 94(1):1–15, 1996.
- [4] Douglas M Lambert and Martha C Cooper. Issues in supply chain management. *Industrial marketing management*, 29(1):65–83, 2000.
- [5] Seymour Simon. Law of shipping containers, the. *J. Mar. L. & Com.*, 5:507, 1973.
- [6] Hans Ludwig Beth, P Faust, H Stehli, JU Schmidt, R Stuchtey, et al. Port management: textbook. 1978.
- [7] Warren B Powell. An operational planning model for the dynamic vehicle allocation problem with uncertain demands. *Transportation Research Part B: Methodological*, 21(3):217–232, 1987.
- [8] Bezalel Gavish and P Schweitzer. An algorithm for combining truck trips. *Transportation Science*, 8(1):13–23, 1974.
- [9] Akio Imai, Etsuko Nishimura, and John Current. A lagrangian relaxation-based heuristic for the vehicle routing with full container load. *European journal of operational research*, 176(1):87–105, 2007.
- [10] Luca Coslovich, Raffaele Pesenti, and Walter Ukovich. Minimizing fleet operating costs for a container transportation company. *European Journal of Operational Research*, 171(3):776–786, 2006.
- [11] Ki Ho Chung, Chang Seong Ko, Jae Young Shin, Hark Hwang, and Kap Hwan Kim. Development of mathematical models for the container road transportation in korean trucking industries. *Computers & Industrial Engineering*, 53(2):252–262, 2007.
- [12] Hossein Jula, Maged Dessouky, Petros Ioannou, and Anastasios Chasiakos. Container movement by trucks in metropolitan networks: modeling and optimization. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 41(3):235–259, 2005.
- [13] David Ronen. Allocation of trips to trucks operating from a single terminal. *Computers & operations research*, 19(5):445–451, 1992.

- [14] Ruiyou Zhang, Won Young Yun, and Herbert Kopfer. Heuristic-based truck scheduling for inland container transportation. *OR spectrum*, 32(3):787–808, 2010.
- [15] Claudia Caballini, Simona Sacone, and Mahnam Saeednia. A decomposition approach for optimizing truck trips for a single carrier. In *Intelligent Transportation Systems-(ITSC), 2013 16th International IEEE Conference on*, pages 1625–1630. IEEE, 2013.
- [16] Megersa Abera Abate and Ole Kveiborg. Capacity utilization of vehicles for road freight transportation. In *12th World Conference on Transportation Research*, 2010.
- [17] J Vanderbei Robert. Linear programming: Foundations and extensions, 1996.
- [18] Ralph E Gomory. Outline of an algorithm for integer solutions to linear programs and an algorithm for the mixed integer problem. In *50 Years of Integer Programming 1958-2008*, pages 77–103. Springer, 2010.
- [19] Fred Glover. Parametric branch and bound. *Omega*, 6(2):145–152, 1978.
- [20] Egon Balas. An additive algorithm for solving linear programs with zero-one variables. *Operations Research*, 13(4):517–546, 1965.
- [21] EML Beale and RE Small. Mixed integer programming by a branch and bound technique. In *Proceedings of the IFIP Congress*, volume 2, pages 450–451, 1965.
- [22] Norman J Driebeek. An algorithm for the solution of mixed integer programming problems. *Management Science*, 12(7):576–587, 1966.
- [23] Ailsa H Land and Alison G Doig. An automatic method of solving discrete programming problems. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 497–520, 1960.
- [24] Paolo Toth and Daniele Vigo. *Vehicle routing: problems, methods, and applications*, volume 18. Siam, 2014.
- [25] Eugene L Lawler, Jan Karel Lenstra, AHGR Kan, and David B Shmoys. The traveling salesman problem: a guided tour of combinatorial optimization. vol. 3, 1985.
- [26] Guy Desaulniers and Québec) Groupe d’études et de recherche en analyse des décisions (Montréal. *The VRP with pickup and delivery*. Montréal: Groupe d’études et de recherche en analyse des décisions, 2000.
- [27] Gilbert Laporte, Yves Nobert, and Serge Taillefer. Solving a family of multi-depot vehicle routing and location-routing problems. *Transportation science*, 22(3):161–172, 1988.