

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης

Ανάπτυξη και Εφαρμογή Εξελικτικού Αλγορίθμου για την
επίλυση του Επιλεκτικού Προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή
και της αναγωγής του σε παραπάνω από μία διαδρομές

υπό

Ελευθέριο Τσακιδάκη

XANIA, Μάιος 2017

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	4
2	Εφοδιαστική αλυσίδα και περιεχόμενα εργασίας	6
3	Αλγόριθμοι Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης	10
3.1	Ευρετικοί Αλγόριθμοι	10
3.2	Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι	12
3.3	Εξελικτικοί Αλγόριθμοι	14
4	Ανάλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης	17
4.1	Βιβλιογραφική Ανασκόπηση και Μοντελοποίηση του OP	17
4.2	Βιβλιογραφική Ανασκόπηση και Μοντελοποίηση του TOP	19
4.3	Βιβλιογραφική Ανασκόπηση και Μοντελοποίηση του CTOP	22
5	Ανάλυση του Υβριδικού Αλγορίθμου της Μουσικής Αρμονίας	24
5.1	Ο αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας στη βιβλιογραφία	24
5.2	Ο κλασικός αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας (Harmony Search)	25
5.3	Ο Υβριδικός Αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας	28
6	Ανάλυση Αποτελεσμάτων	36
6.1	Ανάλυση αποτελεσμάτων OP	36
6.2	Ανάλυση αποτελεσμάτων TOP	42
6.3	Ανάλυση αποτελεσμάτων CTOP	57
7	Συμπεράσματα και Μελλοντική Έρευνα	62
8	Βιβλιογραφία	63

Κατάλογος Σχημάτων

1	$T_{max} = 85$ και Συνολικό Κέρδος = 285	40
2	$T_{max} = 60$ και Συνολικό Κέρδος = 225	40
3	Tsilligirides Set 1, t1-85 (αριστερά) και t1-60	40
4	$T_{max} = 45$ και Συνολικό Κέρδος = 450	40
5	$T_{max} = 35$ και Συνολικό Κέρδος = 320	40
6	Tsilligirides Set 2, t2-45 (αριστερά) και t2-35	40
7	$T_{max} = 110$ και Συνολικό Κέρδος = 800	41
8	$T_{max} = 65$ και Συνολικό Κέρδος = 610	41
9	Tsilligirides Set 3, t3-110 (αριστερά) και t3-65	41
10	$T_{max} = 80$ και Συνολικό Κέρδος = 1248	41
11	$T_{max} = 50$ και Συνολικό Κέρδος = 876	41
12	Chao Set 1, 64-80(αριστερά) και 64-50	41
13	$T_{max} = 130$ και Συνολικό Κέρδος = 1680	41
14	$T_{max} = 110$ και Συνολικό Κέρδος = 1485	41
15	Chao Set 2, t3-110 (αριστερά) και t3-65	41
16	Συνολικό Κέρδος = 461	56
17	Συνολικό Κέρδος = 423	56
18	Παράδειγμα p4.4.g με και χωρίς την μέθοδο similarity process	56

1 Εισαγωγή

Η εφοδιαστική αλυσίδα αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι για τις σύγχρονες επιχειρήσεις. Η σωστή διαχείριση της συμβάλλει σημαντικά ώστε οι οργανισμοί να αντιμετωπίζουν αποτελεσματικότερα τις απρόσμενες αλλαγές του εξωτερικού και του εσωτερικού περιβάλλοντος, προκειμένου να διαρκέσουν στον χρόνο. Η επίτευξη του στόχου αυτού πραγματοποιείται με την ορθή λήψη των αποφάσεων στα θέματα διαχείρισης των επιμέρους δραστηριοτήτων της εφοδιαστικής αλυσίδας. Συνεπώς οι εταιρείες είναι αναγκασμένες να παρέχουν λύσεις σε όλους τους τομείς της. Όπως είναι λογικό, δύο από τους πιο νευραλγικούς τομείς είναι αυτοί της διανομής των προϊόντων και της έγκαιρης εξυπηρέτησης των πελατών. Πιο συγκεκριμένα, μέσω αυτών των δραστηριοτήτων οι επιχειρήσεις εξασφαλίζουν το μεγαλύτερο μέρος των κερδών τους και μεγαθύνουν ακόμη περισσότερο την φήμη και την εμπιστοσύνη τους στην αγορά. Η συγκεκριμένη μεταπτυχιακή εργασία βασίζεται στην επίλυση κάποιων παραλλαγών του προβλήματος δρομολόγησης των οχημάτων αναπτύσσοντας εξελικτικούς αλγορίθμους. Η υλοποίηση των αλγορίθμων αυτών παρέχει μία σειρά από εφικτές λύσεις σε παρεμφερή προβλήματα για τους προαναφερθέντες τομείς της εφοδιαστικής αλυσίδας.

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem) αποτελεί ένα από τα κυριότερα θέματα της εφοδιαστικής αλυσίδας, με τις εταιρείες να επενδύουν ένα μεγάλο μέρος του προϋπολογισμού τους σε ετήσια βάση. Το πρόβλημα απαιτεί την ικανοποίηση των πελατών λαμβάνοντας υπόψη την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μεταφοράς. Η δρομολόγηση των οχημάτων περιλαμβάνει μία μεγάλη ποικιλία από κατηγορίες προβλημάτων. Ειδικότερα η συγκεκριμένη εργασία επικεντρώνεται στην επίλυση των προβλημάτων στην κατηγορία της δρομολόγησης οχημάτων με κέρδη (Vehicle Routing Problem with Profits). Ο βασικός στόχος των προβλημάτων στην συγκεκριμένη κατηγορία είναι η μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους από τους πελάτες εντός ενός έγκυρου χρονικού ορίου μεταφοράς. Από την συγκεκριμένη κατηγορία τρία προβλήματα επιλέγονται, εξετάζονται και επιλύονται με την χρήση εξελικτικών αλγορίθμων. Τα προβλήματα είναι τα εξής : το Πρόβλημα Προσανατολισμού (Orienteering Problem (OP)), το Ομαδικό Πρόβλημα Προσανατολισμού (Team Orienteering Problem (TOP)) και το Ομαδικό Πρόβλημα Προσανατολισμού με Περιορισμένη Χωρητικότητα (Capacitated Team Orienteering Problem (CTOP)). Τα παραπάνω προβλήματα διαφοροποιούνται μεταξύ τους ως προς τους περιορισμούς που απαιτούν. Περεταίρω ανάλυση των προβλημάτων αυτών γίνεται στα επόμενα κεφάλαια τις εργασίας.

Έχοντας καθορίσει τα προβλήματα, απομένει μόνο η κατάλληλη επιλογή ενός αλγορίθμου για την επίλυση τους. Αυτή πραγματοποιείται μέσω των εξελικτικών αλγορίθμων. Πρόκειται για μία μεγάλη κατηγορία αλγορίθμων επίλυσης συνδυαστικής βελτιστοποίησης και όχι μόνο. Στη βιβλιογραφία υπάρχουν αρκετά είδη ανάλογων αλγορίθμων αλλά και παραλλαγές αυτών. Στην παρούσα μεταπτυχια-

κή εργασία επιλέχθηκε ο αλγόριθμος της μουσικής αρμονίας (Harmony Search) για να επιλύσει τα παραπάνω τρία προβλήματα δρομολόγησης. Ο αλγόριθμος της αρμονίας είναι εμπνευσμένος από την μουσική και ειδικότερα από την διαδικασία σύνθεσης των μουσικών κομματιών. Επιπρόσθετα, παρόλο που έχει δημιουργηθεί αρκετά πρόσφατα σε σχέση με άλλους αλγορίθμους, έγινε αρκετά γνωστός λόγω της αποδοτικότητας που είχε σε θεωρητικά και πρακτικά προβλήματα. Συνεπώς, η επιλογή του δεν επιτεύχθηκε μόνο με βάση την αποδοτικότητά του, αλλά και ότι δεν έχει ξαναεφαρμοστεί στα προβλήματα που επιλύονται στην συγκεκριμένη μεταπτυχιακή εργασία. Στα επόμενα κεφάλαια της εργασίας πραγματοποιείται εκτενής ανάλυση στον αλγόριθμο και στον τρόπο προσέγγισης των προβλημάτων δρομολόγησης.

2 Εφοδιαστική αλυσίδα και περιεχόμενα εργασίας

Ο πλήρης έλεγχος και η σωστή διαχείριση του στόλου των οχημάτων αποτελεί ιδιαίτερη πρόκληση για οποιαδήποτε εταιρία logistics. Η ανάγκη αυτή γίνεται ακόμα μεγαλύτερη στην σημερινή εποχή, όπου οι οργανισμοί καλούνται να επιβιώσουν στην πιο δυσμενή οικονομική κατάσταση εδώ και δεκαετίες. Είναι απολύτως φυσικό, ότι δεν υπάρχουν περιθώρια για αστοχίες στον προϋπολογισμό των εταιρειών, καθώς τα κόστη και οι δαπάνες για επιπλέον καύσιμα και πρώτες ύλες είναι απαγορευτικά λόγω των υψηλών τιμών τους. Επομένως, η μεταφορά και διανομή των προϊόντων μετατρέπονται στις πιο σημαντικές δραστηριότητες της εφοδιαστικής αλυσίδας, διότι αντιστοιχούν στο μεγαλύτερο ποσοστό των δαπανών για τις επιχειρήσεις που ασχολούνται με logistics. Με την έγκυρη διανομή των προϊόντων μέσω ενός ή περισσότερων οχημάτων επιτυγχάνεται η άμεση εξυπηρέτηση των πελατών σε ένα περιορισμένο χρονικό διάστημα και σε συγκεκριμένες τοποθεσίες. Στο κομμάτι της ασφαλούς μεταφοράς διασφαλίζεται όχι μόνο η ακεραιότητα των προϊόντων αλλά κατά επέκταση η φήμη των εταιρειών.

Πρακτικά οι μεταφορές αποτελούν τις πρωταρχικές δραστηριότητες της εφοδιαστικής αλυσίδας. Αυτό συμβαίνει καθώς συνδυάζουν το κομμάτι της παραγωγής με αυτό της εξαγωγής και της κατανάλωσης των προϊόντων. Για αυτό το λόγο οι μεταφορές χωρίζονται σε δύο κατηγορίες στις εσωτερικές και τις εξωτερικές. Αναφορικά με τις εσωτερικές μπορούν να συμπεριληφθούν οι διανομές των πρώτων υλών στις βιομηχανίες ή ακόμα και η μεταφορά των τελικών προϊόντων σε άλλα εργοστάσια, κέντρα διανομής ή αποθήκες. Από την άλλη πλευρά, στις εξωτερικές μεταφορές μεριμνάται η διακίνηση των τελικών προϊόντων απευθείας ή από έμεσσα κέντρα παραλαβής στους πελάτες. Έτσι γίνεται ακόμα πιο επιτακτική η ανάγκη για τις εταιρείες logistics να αντιμετωπίσουν αποτελεσματικότερα τα προβλήματα καθορισμού των διαδρομών που θα ακολουθήσουν τα οχήματά τους. Αυτά τα προβλήματα εντάσσονται στην γενική και γνωστή κατηγορία των Προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων (Vehicle Routing Problem). Γενικός στόχος αυτών είναι η βελτιστοποίηση των δρομολογίων που ακολουθούν τα οχήματα από μία συγκεκριμένη τοποθεσία (συνήθως η κεντρική αποθήκη) προς τους πελάτες.

Το πρόβλημα της βέλτιστης δρομολόγησης αντιμετωπίζεται τόσο σε θεωρητικό όσο και σε πρακτικό επίπεδο. Και αυτό συμβαίνει, διότι τα προαναφερθέντα προβλήματα είναι πολυδιάστατα ως προς τους περιορισμούς, εμφανίζονται με διαφορετικές μορφές και εν τέλει επιλύονται με ένα πλήθος διαφόρων αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Σε γενικές γραμμές οι πραγματικοί παράμετροι που περιλαμβάνονται στα προβλήματα δρομολόγησης είναι η διανομή των προϊόντων, η εξυπηρέτηση ενός πλήθους πελατών, το περιορισμένο χρονικό όριο για παράδοση/παραλαβή, η αφετηρία των οχημάτων από συγκεκριμένες τοποθεσίες και η πορεία του στόλου σε ένα συγκεκριμένο οδικό δίκτυο. Επιπροσθέτως, το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων έχει αναλυθεί από επιστημονικούς κλάδους όπως αυτός

της επιχειρησιακής έρευνας. Ειδικότερα σε ερευνητικό επίπεδο περιλαμβάνονται τόσο στατικές όσο και δυναμικές μεταβλητές, καθιστώντας αυτά τα προβλήματα ιδιαίτερα απαιτητικά ως προς την πολυπλοκότητα και τον προγραμματισμό τους. Οι διαφοροποιήσεις στις μεταβλητές μπορούν να ευρεθούν στην βιβλιογραφία. Μερικές από αυτές αναφέρονται στον περιορισμένο χρόνο εξυπηρέτησης των πελατών (Χρονικά παράθυρα διανομής), στην δυναμική τροποποίηση των δρομολογίων για φόρτωση/εκφόρτωση των προϊόντων (Δυναμικοί χρόνοι φόρτωσης και στάθμευσης) και η ενδεχομένως απρόσμενη ζήτηση προϊόντων. Ωστόσο, η σωστή επίλυση των προβλημάτων δρομολόγησης είναι μία αρκετά απαιτητική διαδικασία, στην οποία οι ερευνητές ή διαχειριστές θα πρέπει να λάβουν υπόψη την φύση και τους περιορισμούς του προβλήματος και φυσικά το μέγεθος της εταιρείας.

Η δρομολόγηση των οχημάτων επιτυγχάνεται χωρίς προβλήματα και αποφέρει τα αναμενόμενα κέρδη για τις εταιρείες logistics, κυρίως όταν διαχειρίζονται ορθά τις δραστηριότητες στον τομέα της διανομής. Πιο συγκεκριμένα σε αυτές περιλαμβάνονται το πλήθος του στόλου των οχημάτων, ο αριθμός των οδηγών, οι αποστάσεις που καλύπτονται σε καθημερινή βάση, οι εσωτερικού ή εξωτερικού διαδρομές, η συγχώνευση ή ο συνδυασμός δρομολογίων και το συνολικό κόστος για τις δρομολογήσεις και την πληρωμή των εργαζομένων. Όμως στα πραγματικά επιχειρησιακά προβλήματα δικτύων δρομολόγησης υπάρχουν αρκετοί περιορισμοί, οι οποίοι καθορίζουν σημαντικά τις δραστηριότητες διανομής. Ένας από τους κυριότερους είναι τα κέντρα διανομής, τα οποία είτε είναι ένα ή περισσότερα. Σε οποιαδήποτε περίπτωση το κάθε σημείο διάθεσης των προϊόντων εξυπηρετεί συγκεκριμένο πλήθος πελατών. Σημαντικός είναι και ο αριθμός των οχημάτων, ο οποίος είναι περιορισμένος, έχει συγκεκριμένα χαρακτηριστικά, καλύπτει ένα ή περισσότερα κομμάτια του οδικού δικτύου και έχει ένα τακτικό κόστος συντήρησης. Επιπροσθέτως ο χρόνος εξυπηρέτησης αλλά και επίσκεψης επηρεάζουν σημαντικά την διανομή των προϊόντων. Ιδιαίτερα στην επίσκεψη πελατών, όπου τα χρονικά όρια είναι διαφορετικά για κάθε πελάτη ξεχωριστά. Βεβαίως η εξυπηρέτηση των πελατών βασίζεται στην στρατηγική που ακολουθεί η κάθε εταιρεία. Αυτό συμβαίνει διότι η αξία του κάθε πελάτη είναι διαφορετική ως προς τον χρόνο απόστασης, το κόστος δρομολόγησης και το κέρδος που αποφέρει ο καθένας ξεχωριστά. Επομένως η προτεραιότητα των πελατών ως περιορισμός λαμβάνεται σοβαρά υπόψη σε κάθε περίπτωση από τις επιχειρήσεις.

Με βάση τα είδη των περιορισμών και τις διαφορετικές παραμέτρους, το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων έχει υποστεί αρκετές τροποποιήσεις, με αποτέλεσμα να προκύψουν σημαντικές και ενδιαφέρουσες παραλλαγές. Η συγκεκριμένη μεταπτυχιακή εργασία ασχολείται με την τελευταία κατηγορία των VRP, στην οποία ανήκουν τα προβλήματα που θα αναλυθούν στις επόμενες παραγράφους και κεφάλαια. Μερικές βασικές κατηγορίες διαφοροποιημένες από το βασικό πρόβλημα είναι οι ακόλουθες :

- Το περιορισμένης χωρητικότητας πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Capac-

sitated Vehicle Routing Problem - CVRP)

- Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα (Vehicle Routing Problem with Time Windows - VRPTW)
- Η ύπαρξη και η χρήση περισσότερων από μία αποθηκών (Multidepot Vehicle Routing Problem - MDVRP)
- Το πρόβλημα χωροθέτησης εγκαταστάσεων και δρομολόγησης οχημάτων (Location Vehicle Routing Problem - LRP)
- Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με διανομή και παραλαβή προϊόντων κατά τη διάρκεια της διαδρομής (Vehicle Routing Problem with pick up and delivery - VRPPD)
- Το πρόβλημα δρομολόγησης αποθεμάτων (Inventory Routing Problem - IRP)
- Το стоχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Stochastic or Probabilistic Vehicle Routing Problem - SVRP)
- Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με κέρδη (Vehicle Routing Problem with Profits - VRPPs)

Σχετικά με το CVRP πρόβλημα, η περιορισμένη χωρητικότητα των οχημάτων δεν επαρκεί να καλύψουν όλους τους πελάτες. Συνεπώς αναζητούνται κατάλληλες διαδρομές με συγκεκριμένη αρχή και τέλος, ώστε να καλύπτουν ένα υποσύνολο πελατών, χωρίς να ξαναεπισκέπτονται πελάτες που έχουν ήδη εξυπηρετηθεί. Ενδιαφέρουσες τεχνικές για την επίλυση του είναι ο υβριδικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης του σμήνους σωματιδίων (DPSO) των Chen et al. και ο αλγόριθμος διακλάδωσης (Branch and Cut) των Lysgaard et al.. Στο VRPTW η εξυπηρέτηση των πελατών εξαρτάται από τα χρονικά παράθυρα, τα οποία κανονίζουν τον νωρίτερο και αργότερο χρόνο επίσκεψής τους από τα οχήματα. Μία επιτυχημένη μέθοδος για το πρόβλημα αυτό είναι ο ευρετικός αναζήτησης tabu (Unified tabu search) των Cordeau et al.. Στο πρόβλημα με τις πολλαπλές αποθήκες (MDVRP) η εξυπηρέτηση των πελατών μπορεί να πραγματοποιηθεί από διαφορετικές τοποθεσίες διανομής των προϊόντων. Σε αυτή την κατηγορία ο υβριδικός γενετικός αλγόριθμος (HGA) των Ho et al. παρέχει επαρκείς λύσεις. Στο πρόβλημα χωροθέτησης εγκαταστάσεων και δρομολόγησης οχημάτων (LRP) απαιτείται οι τοποθέτηση των εγκαταστάσεων σε υποψήφια σημεία και ο σχεδιασμός της δρομολόγησης των οχημάτων με στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους. Η επίλυση του παρέχεται από τους Bell et al. με την υλοποίηση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης της αποικίας μυρμηγκιών (ACO). Αναφορικά με το πρόβλημα της διανομής και της παραλαβής (VRPPD), οι πελάτες ενδέχεται να επιθυμούν όχι μόνο να τους διανεμηθούν τα προϊόντα από ένα όχημα, αλλά και το συγκεκριμένο όχημα να παραλάβει κάποια προϊόντα από αυτούς. Σε αυτή την κατηγορία προβλημάτων οι Montané et al. παρουσίασαν τον δικό τους αλγόριθμο περιορισμένης αναζήτησης (tabu search) για την επίλυση του VRPPD. Ως προς την διαχείριση των αποθεμάτων, ο πελάτης παραγγέλλει απο τον προμηθευτή ελέγχοντας τα αποθεματικά των προϊόντων να επαρκούν μέχρι κάποιο επίπεδο.

Οι Archetti et al. συνδυάζοντας ευρετικές μεθόδους με ακέραιο προγραμματισμό υλοποίησαν έναν υβριδικό ευρετικό αλγόριθμο που επιλύει το IRP. Στην επόμενη κατηγορία για τα VRP ανήκουν τα στοχαστικά προβλήματα (SVRP). Σε αυτά σημαντικές παραμέτρους, όπως η ζήτηση των πελατών, οι χρόνοι των διανομών, το πλήθος των τοποθεσιών κ.ά., μοντελοποιούνται ως στοχαστικές μεταβλητές με γνωστές κατανομές πιθανοτήτων. Στόχος των οχημάτων με πεπερασμένη χωρητικότητα είναι να επισκευθούν τους πελάτες χωρίς να είναι γνώστη η ζήτηση παρά μόνο όταν φθάσει σε κάθε πελάτη. Στην βιβλιογραφία συναντώνται αρκετές παραλλαγές στα στοχαστικά προβλήματα, καθώς οι τιμές των μεταβλητών σε αυτά δεν είναι καθορισμένες. Τελικώς, η δρομολόγηση των οχημάτων με κέρδη (VRPPs) διαφέρει από την κυρίως κατηγορία των VRP, διότι δεν επιβάλλεται η επίσκεψη των οχημάτων προς όλους τους πελάτες. Πρακτικά αυτό σημαίνει, ότι θα πρέπει να ληφθούν υπόψη ποιοι πελάτες θα εξυπηρετηθούν, αλλά και από ποια οχήματα.

Η κατηγορία της δρομολόγησης των οχημάτων με κέρδη (VRPPs) στοχεύει στην μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους εξυπηρετώντας ένα υποσύνολο από το πλήθος των πελατών σε κάποιο περιορισμένο χρονικό διάστημα. Πιο συγκεκριμένα, κάθε πελάτης βρίσκεται σε μία τοποθεσία και αντιστοιχίζεται με κάποιες μονάδες κέρδους. Ο κάθε πελάτης ποσοτικά έχει διαφορετικές τιμές κέρδους καθιστώντας τον λιγότερο ή περισσότερο ελκυστικό. Είναι προφανές, ότι όσο μεγαλύτερο είναι το κέρδος ενός πελάτη, τόσο πιο πιθανό είναι να εξυπηρετηθεί ο συγκεκριμένος πελάτης. Επιπροσθέτως, τα οχήματα δεν περιορίζονται μόνο σε ένα, αλλά σε επιμέρους προβλήματα είναι περισσότερα. Ακόμη, οι τοποθεσίες εκκίνησης και τερματισμού των οχημάτων θεωρούνται γνωστές. Τελικώς η μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους επιτυγχάνεται με την εξυπηρέτηση των πιο κερδοφόρων πελατών λαμβάνοντας υπόψη τόσο τους χρονικούς περιορισμούς, τις αποστάσεις των πελατών όσο και τον αριθμό των διαθέσιμων οχημάτων.

Στα VRPPs ανήκουν τα προβλήματα Orienteering Problem (OP) και Team Orienteering Problem (TOP). Σχετικά με το OP, ο στόλος των οχημάτων διανομής περιορίζεται σε μόλις ένα. Αντιθέτως, στο TOP, το οποίο αποτελεί προέκταση του OP, διατίθενται έως και τέσσερα οχήματα δρομολόγησης. Επιπλέον, παραλλαγή αυτών των προβλημάτων αποτελεί το Capacitated Team Orienteering Problem (CTOP). Η διαφοροποίηση του με τα δύο προηγούμενα προβλήματα οφείλεται στους επιπλέον περιορισμούς που διαθέτει. Τα OP, TOP και CTOP αποτελούν τον βασικό άξονα, στον οποίο στηρίζεται η εργασία. Και τα τρία προβλήματα μοντελοποιούνται, αναλύονται και επιλύονται στα επόμενα κεφάλαια.

3 Αλγόριθμοι Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης

Είναι γνωστό, ότι η δρομολόγηση οχημάτων είναι μία αρκετά επίπονη διαδικασία. Πρόκειται για μία κατηγορία προβλημάτων με μεγάλο όγκο δεδομένων, που η εύρεση των βέλτιστων λύσεων είναι χρονοβόρα και πολύπλοκη. Για αυτό το λόγο η επίλυση τους απαιτεί σωστό προγραμματισμό και διαθεσιμότητα υπολογιστών πόρων. Ωστόσο ακόμη και με αυτές τις προϋποθέσεις είναι συχνό φαινόμενο να μην επιτυγχάνονται οι βέλτιστες λύσεις. Αυτό πολλές φορές οφείλεται στη δομή και στους περιορισμούς που περιέχουν τα προαναφερθέντα προβλήματα. Οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης, οι οποίοι λειτουργούν αποτελεσματικά σε προβλήματα με υψηλή πολυπλοκότητα, χωρίζονται σε τρεις μεγάλες κατηγορίες. Η διαχώριση της κάθε κατηγορίας βασίζεται στο αν προσεγγίζεται ή όχι η βέλτιστη λύση, στο πλήθος των λύσεων, στις τεχνικές και στην ταχύτητα που προσφέρει ο κάθε αλγόριθμος ξεχωριστά. Βεβαίως δεν επαρκούν μόνο τα χαρακτηριστικά ενός αλγόριθμου αλλά και η λειτουργικότητα, η οποία σύνδέεται πλήρως με την μορφή του προβλήματος. Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν οι Ευρετικοί, οι Μεθυρετικοί και οι Εξελικτικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι έχουν υλοποιηθεί σε μεγάλο βαθμό για να επιλυθούν τα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων.

3.1 Ευρετικοί Αλγόριθμοι

Η πρώτη κατηγορία αλγόριθμων βελτιστοποίησης είναι αυτή των Ευρετικών. Γενικότερα η εύρεση της βέλτιστης λύσης σε σύντομο χρονικό διάστημα είναι πολλές φορές ανέφικτη. Για αυτό το λόγο χρησιμοποιούνται διάφοροι μέθοδοι που προσφέρουν οι ευρετικοί αλγόριθμοι, ώστε να ευρεθεί μία σχεδόν βέλτιστη λύση. Ιδιαίτερα η ποιότητα μίας λύσης εξαρτάται από πολλούς παράγοντες. Κύριοι είναι η απόκλιση της από την αντίστοιχη βέλτιστη, το χρονικό πέρασμα για την δημιουργία της, η ευκολία απόκτησης της και η επεξεργασία που υφίσταται από τον ευρετικό αλγόριθμο. Επομένως, μία λύση γίνεται αποδεκτή όταν καλύπτει τα παραπάνω κριτήρια. Ωστόσο, έχουν αναπτυχθεί αρκετοί αλγόριθμοι, οι οποίοι συγκρινόμενοι μεταξύ τους οδηγούν σε ακόμα καλύτερες λύσεις. Οι ευρετικοί αλγόριθμοι χωρίζονται στους αλγόριθμους απληστίας, στους προσεγγιστικούς αλγόριθμους και στους αλγόριθμους τοπικής αναζήτησης. Οι κατηγορίες αυτές διαθέτουν πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Προφανώς, η διαφοροποίηση τους βασίζεται στην ποιότητα των λύσεων που παράγουν. Στην επόμενη παράγραφο αναφέρονται αναλυτικά τα χαρακτηριστικά της κάθε κατηγορίας.

Αρχικώς, οι άπληστοι αλγόριθμοι χρησιμοποιούνταν για αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα σε μη-πολυωνυμικά προβλήματα, όπως και αυτό του VRP. Οι συγκεκριμένοι αλγόριθμοι παρείχαν αρχικές εφικτές λύσεις, αλλά υστερούσαν ως προς το χρόνο παραγωγής και την ποιότητα της λύσης. Αυτό οφείλεται στο γεγονός, ότι οι άπληστοι αλγόριθμοι δεν “κοιτούν” τα προηγούμενα βήματα αλλά μόνο

τα επόμενα του αλγορίθμου. Άλλωστε για αυτό χαρακτηρίζονται ως μυωπικοί και εν τέλει ονομάστηκαν 'άπληστοι'. Η δεύτερη κατηγορία των ευρετικών είναι αυτή των προσεγγιστικών αλγορίθμων. Η κατηγορία αυτή συναντά αρκετές ομοιότητες με αυτήν των άπληστων. Και αυτό επειδή παράγουν ικανοποιητικές αρχικές λύσεις, λόγω τις πρόσθετης πληροφορίας που διαθέτουν. Ωστόσο, όπως αναφέρει και το όνομα τους, οι προσεγγιστικοί απαιτούν μεγάλο υπολογιστικό χρόνο για να προσεγγίσουν μία ποιοτική και εφικτή λύση. Επίσης αυτοί υστερούν στο κομμάτι της διάχυσης στον χώρο των λύσεων με στόχο την εύρεση της βέλτιστης. Στην τρίτη και τελευταία κατηγορία των ευρετικών ανήκουν οι αλγόριθμοι της τοπικής αναζήτησης. Οι συγκεκριμένοι αλγόριθμοι είναι αρκετά διάσημοι και ευρέως υλοποιημένοι λόγω των πλεονεκτημάτων που διαθέτουν σε σχέση με τις δύο προηγούμενες κατηγορίες αλγορίθμων. Η βασική διαφορά της τοπικής αναζήτησης είναι η ικανότητα της να βελτιώσει μία ήδη υπάρχουσα λύση. Αυτό το χαρακτηριστικό αποτελεί το κλειδί, έτσι ώστε οι ευρετικοί να προσεγγίσουν τις βέλτιστες λύσεις. Έτσι η αναζήτηση για το βέλτιστο αποτέλεσμα γίνεται εντονότερη. Όμως η συχνή χρήση ενός αλγορίθμου τοπικής αναζήτησης ενδέχεται να οδηγήσει σε μία τοπικά βέλτιστη λύση, με αποτέλεσμα ο αλγόριθμος να μπορέσει να ξεφύγει από αυτήν την κατάσταση. Για την αποφυγή τέτοιων φαινομένων χρησιμοποιούνται οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι αναλύονται στην επόμενη ενότητα.

Οι ευρετικοί χρησιμοποιούνται συχνά για την δημιουργία αρχικών λύσεων αλλά και βελτίωση αυτών. Τόσο οι άπληστοι όσο και οι προσεγγιστικοί αλγόριθμοι είναι κατάλληλοι για την αρχικοποίηση πληθυσμού λύσεων. Επιπλέον η χρήση της τοπικής αναζήτησης βοηθά στην δημιουργία ακόμη πιο ποιοτικών λύσεων. Μερικοί από τους πιο γνωστούς ευρετικούς είναι οι παρακάτω :

- Αλγόριθμοι Πλησιέστερου Γείτονα (Nearest Neighborhood Algorithm)
- Αλγόριθμος Τοπικής Αναζήτησης 2opt, 3opt (Local Search 2opt - 3opt)
- 1-0, 2-0 Επανατοποθέτηση (1-0, 2-0 Relocate)
- 1-1 Ανταλλαγή (1-1 Exchange)

Ο αλγόριθμος του πλησιέστερου γείτονα αποτελεί μία μέθοδος δημιουργίας αρχικών λύσεων. Πρόκειται για μία αρκετά διαδεδομένη διαδικασία, καθώς είναι σχετικά απλή στην υλοποίηση της. Ο αλγόριθμος κατασκευάζει την αρχική λύση επιλέγοντας ένα κόμβο ως πρώτο και στη συνέχεια την συμπληρώνει βρίσκοντας τον άμεσα κοντινότερο γειτονικό κόμβο από τον τελευταίο που εισήλθε στην λύση. Οι υπόλοιποι ευρετικοί εντάσσονται στους αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης. Ο 2opt βασίζεται στην διαγραφή 2 ακμών από την αρχική λύση και στην επανασύνδεση δύο μονοπατιών ώστε να δημιουργηθεί μία καινούργια λύση. Αντίστοιχη μέθοδος είναι και η 3opt. Στην επανατοποθέτηση 1-0 διαγράφεται 1 κόμβος από μία λύση και επανατοποθετείται σε μία άλλη στοχεύοντας στην μείωση του κόστους της λύσης. Παρόμοια είναι και η περίπτωση της 2-0 επανατοποθέτησης. Τέλος, αναφορικά με την τεχνική της 1-1 ανταλλαγής πραγματοποιείται

ανταλλαγή δύο κόμβων ανάμεσα σε δύο διαφορετικές λύσεις.

3.2 Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι

Η επόμενη κατηγορία αλγορίθμων βελτιστοποίησης είναι οι Μεθευρετικοί αλγόριθμοι. Χαρακτηριστικό τους γνώρισμα, που τους διαφοροποιεί από τους ευρετικούς, αποτελεί η ικανότητα τους να αποφεύγουν τα τοπικά ελάχιστα, όταν οι εφικτές λύσεις εγκλωβίζονται σε αυτά. Διαθέτοντας το ισχυρό πλεονέκτημα οι μεθευρετικοί γνώρισαν μεγάλη ανάπτυξη, καθώς η εφαρμογή τους σε πραγματικά ή θεωρητικά προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης ήταν άκρως ικανοποιητική και αποτελεσματική. Αυτό οφείλεται στο γεγονός, ότι μετά την δημιουργία των αρχικών λύσεων και την διαδικασία της τοπικής αναζήτησης ο αλγόριθμος σύγκλινε αρκετά γρήγορα σε μία τοπική βέλτιστη λύση. Ως αποτέλεσμα ήταν ένα μεγάλο μέρος του χώρου των πιθανών λύσεων να έμενε ανεξερευνητό, καθώς ο αλγόριθμος αδυνατούσε να αποφύγει τις αδιέξοδες καταστάσεις και εν τέλει δεν υπήρχε δυνατότητα να φτάσει το βέλτιστο αποτέλεσμα. Ωστόσο η υλοποίηση διαφόρων μεθευρετικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης συνέβαλλε σημαντικά στην δημιουργία αποτελεσματικών μεθόδων για την αποφυγή των τοπικών ελαχίστων. Η διαχώριση των μεθευρετικών σε επιμέρους κατηγορίες βασίζεται στις τεχνικές που χρησιμοποιούν για ξεφύγουν από μία περιοχή τοπικού ελαχίστου. Οι κατηγορίες στις οποίες κατατάσσονται είναι οι εξής :

- Χρησιμοποίηση επαναληπτικών διαδικασιών
- Αλλαγή γειτονιάς αναζήτησης με βελτίωση λύσης
- Αλλαγή γειτονιάς αναζήτησης χωρίς βελτίωση λύσης
- Τροποποίηση αντικειμενικής συνάρτησης ή δεδομένων του προβλήματος

Στην κατηγορία των μεθευρετικών χρησιμοποιώντας επαναληπτικές διαδικασίες ανήκουν οι αλγόριθμοι της πολυεναρκτήριας (multistart local search) και της επαναληπτικής τοπικής αναζήτησης (iterated local search). Πρόκειται για δύο τεχνικές που αποτελούν επέκταση της τοπικής αναζήτησης και στοχεύουν στην προσέγγιση εφικτών λύσεων. Χαρακτηριστικός εκπρόσωπος αυτής της κατηγορίας είναι η μέθοδος της άπληστης τυχαιοποιημένης προσαρμοστικής αναζήτησης (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP)). Η διαδικασία αυτή παρέχει μία εφικτή λύση σε κάθε επανάληψη. Η δομή του GRASP αποτελείται από επαναληπτικές διαδικασίες, οι οποίες χωρίζονται σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση δημιουργείται μία αρχική λύση, η οποία κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας μία τυχαιοποιημένη συνάρτηση απληστίας. Η τεχνική αυτή βασίζεται στην επαναληπτική προσθήκη ενός στοιχείου σε μία μη ολοκληρωμένη λύση. Για την επιλογή και εισαγωγή των στοιχείων χρησιμοποιείται μία λίστα από υποψήφια στοιχεία γνωστή ως Λίστα Περιορισμού των Υποψηφίων (Restricted Candidate List). Κάθε διαθέσιμο στοιχείο κατατάσσεται λαμβάνοντας υπόψη την συνάρτη-

ση απληστίας και επιλέγεται τυχαία για να ενταχθεί στην λύση. Η ολοκληρωμένη λύση μεταβαίνει στην δεύτερη φάση του αλγορίθμου, όπου πραγματοποιείται τοπική αναζήτηση με στόχο την βελτίωση της. Ενδιαφέρουσες υλοποιήσεις του GRASP για προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων έχουν γίνει από τους Kontovaris et al. και Marinakis.

Η τεχνική της αλλαγής γειτονιάς αναζήτησης με στόχο την βελτίωση των λύσεων είναι εξίσου αποτελεσματική σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Σε αυτήν την κατηγορία οι αλγόριθμοι ψάχνουν άλλες γειτονιές στον χώρο των λύσεων, όταν δεν μπορούν να ξεφύγουν από κάποιο τοπικό ελάχιστο. Εδώ υπάρχουν οι αλγόριθμοι της μεταβλητής γειτονιάς (Variable Neighborhood Search (VNS)) και της επέκτασης της γειτονιάς αναζήτησης (Expanded Neighborhood Search (ENS)), με τον πρώτο να είναι πιο δημοφιλής από τον δεύτερο. Ο VNS μεταβαίνει από μία γειτονιά αναζήτησης σε μία άλλη χρησιμοποιώντας διάφορους αλγόριθμους τοπικής αναζήτησης. Η αναζήτηση σε διαφορετικούς χώρους λύσεων επιτυγχάνεται είτε με τυχαίο είτε με συστηματικό τρόπο για την αποφυγή του τοπικού ελαχίστου. Ο VNS στηρίζεται στην διαδικασία μεταβλητής γειτονιάς καθόδου, η οποία πραγματοποιεί διαδοχικές αναζητήσεις σε γειτονιές λύσεων όσο πλησιάζει προς ένα τοπικό ελάχιστο. Σε κάθε επανάληψη ο αλγόριθμος πραγματοποιεί τρεις βασικές κινήσεις, οι οποίες είναι η ανακίνηση (shaking), η τοπική αναζήτηση (local search) και η κίνηση (move). Στόχος των τριών κινήσεων είναι να ευρεθεί μία λύση με χαμηλότερο κόστος, ώστε να αντικαταστήσει την αρχική λύση. Όταν δεν βρεθεί καλύτερη λύση από την αρχική, τότε ο VNS προχωρά στην επόμενη γειτονιά λύσεων. Εφαρμογές στα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων με την χρησιμοποίηση του VNS έχουν πραγματοποιηθεί από τους Polacek et al.

Υπάρχουν αλγόριθμοι που δεν επιδέχονται μετακινήσεις στον χώρο των λύσεων παρά μόνο υπό κάποιες προϋποθέσεις. Η τεχνική αυτή βοηθά τους αλγόριθμους να ξεγλιστρούν από κάποιο τοπικό ελάχιστο σε ένα άλλο, με το δεύτερο να είναι καλύτερο από το πρώτο. Σε αυτή την κατηγορία των μεθόδων ανήκουν η προσομοιωμένη απόπτηση (simulated annealing) και η περιορισμένη αναζήτηση (tabu search). Και οι δύο αλγόριθμοι ως μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης γνώρισαν πολύ μεγάλη επιτυχία, γεγονός που αποδεικνύεται από τη πληθώρα παραλλαγών τους που υπάρχει στην βιβλιογραφία. Η προσομοιωμένη απόπτηση, εμπνευσμένη από την αυξομείωση της θερμοκρασίας και την αλλαγή κατάστασης των υλικών, μοντελοποιήθηκε με τέτοιο τρόπο, ώστε να προσομοιώνει τις ενεργειακές αλλαγές σε ένα υπό ψύξη σύστημα με στόχο την σύγκλιση σε μία σταθερή θερμοκρασία. Αυτή η μοντελοποίηση αναπαριστά σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης τις μετακινήσεις στο χώρο των λύσεων έως ότου επιλεγεί ένας εφικτός χώρος αναζήτησης με πιθανές βέλτιστες λύσεις. Επιπρόσθετα και η περιορισμένη αναζήτηση εφαρμόζεται για την αποφυγή από κάποιο τοπικό ελάχιστο. Σε αντίθεση με την προσομοιωμένη απόπτηση δεν χρησιμοποιεί μια τυχαιοποιημένη διαδικασία (πχ. αυξομείωση θερμοκρασίας), αλλά μία συγκεκριμένη στρατηγική για την επιλογή της νέας λύσης. Και αυτή

είναι η δημιουργία μιας μνήμης, η οποία θα καταγράφει τις προηγούμενες κινήσεις του αλγορίθμου. Με αυτό τον τρόπο αποφεύγεται η επιλογή όμοιων λύσεων από τον αλγόριθμο. Αυτό επιτυγχάνεται με την χρήση της Λίστας Περιορισμένων Κινήσεων (Tabu List), η οποία απαγορεύει συγκεκριμένο αριθμό στοιχείων να επιστρέψουν στη λύση για κάποιες επαναλήψεις. Σημαντικές υλοποιήσεις αυτών των δύο αλγορίθμων για προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων έχουν γίνει από τους Gendreau et al. και Chiang et al..

Στην κατηγορία μεθευρετικών αλγορίθμων με τροποποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης ανήκει ο αλγόριθμος καθοδηγούμενης τοπικής αναζήτησης (Guided Local Search (GLS)). Εξαιτίας της απλής δομής του ο GLS είναι κατάλληλος για προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Βασική μέθοδος του αποτελεί η εντατική αναζήτηση σε ένα χώρο λύσεων λαμβάνοντας συγχρόνως σημαντική πληροφορία με στόχο να καθοδηγήσει την αναζήτηση σε διαφορετικά σημεία του χώρου λύσεων. Η σωστή καθοδήγηση του αλγορίθμου πραγματοποιείται με την χρησιμοποίηση μαθηματικών μεθόδων, όπως αυτή των όρων τιμωρίας, οι οποίες αλλάζουν δυναμικά κατά την διάρκεια της αναζήτησης. Τέτοιες μαθηματικές τεχνικές τροποποιούν την αντικειμενική συνάρτηση του αλγορίθμου, με στόχο να εστιάσει την αναζήτηση σε πιο ελπιδοφόρα σημεία του χώρου λύσεων. Οι όροι τιμωρίας αλλάζουν, όταν ο αλγόριθμος εγκλωβιστεί σε κάποιο τοπικό ελάχιστο, ώστε να επανακινηθεί η διαδικασία της τοπικής αναζήτησης στην νέα περιοχή των λύσεων. Στην βιβλιογραφία ο GLS έχει εφαρμοστεί σε αρκετά προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων. Μία από αυτές είναι των Beullens et al.

3.3 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι

Οι Εξελικτικοί αλγόριθμοι αποτελούν την τρίτη και τελευταία κατηγορία των αλγορίθμων συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Σε αυτήν ανήκουν οι περισσότερες και πιο διαδεδομένες μέθοδοι για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων. Οι εξελικτικοί, χάρις τις τεχνικές που διαθέτουν, παράγουν αρκετά συχνά ποιοτικές λύσεις που προσεγγίζουν τις βέλτιστες σε διαφορετικά είδη προβλημάτων. Λόγω των επιτυχημένων αποτελεσμάτων που προσφέρουν, οι εφαρμογές τους συναντώνται διαφορετικούς επιστημονικούς κλάδους όπως αυτοί της βιολογίας και της μηχανικής έως των κοινωνικών και πολιτικών επιστημών. Οι αλγόριθμοι αυτοί είναι εμπνευσμένοι από διάφορες μεταβολές που συμβαίνουν στο περιβάλλον, όπως η βιολογική εξέλιξη, οι στρατηγικές επιβίωσης των ζώων και άλλες φυσικές διαδικασίες. Με βάση αυτά τα χαρακτηριστικά μπορούν να χωριστούν σε επιμέρους υποκατηγορίες. Οι πιο γνωστές είναι οι Γενετικοί αλγόριθμοι (Genetic Algorithms), οι αλγόριθμοι νοημοσύνης σμήνους (Swarm Intelligence Algorithms) και οι εμπνευσμένοι από φυσικές διαδικασίες αλγόριθμοι.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι δικαιολογούν απόλυτα την ονομασία τους γιατί ανήκουν στην κατηγορία των εξελικτικών. Η μοντελοποίηση τους βασίστηκε ολοκληρω-

τικά στην διακαασία της εξέλιξης με στόχο την αναζήτηση ποιοτικότερων λύσεων. Συνεπώς η μίμηση των βιολογικών διαδικασιών με στόχο την δημιουργία νέων και καλύτερων πληθυσμών ζώων αντικαταστάθηκε από την αναζήτηση κερδοφόρων λύσεων ανάμεσα σε διαφορετικούς πληθυσμούς λύσεων. Αποτυπώνοντας πλήρως την διαδικασία της εξέλιξης οι γενετικοί βασίζονται σε βιολογικούς μηχανισμούς, όπως η διασταύρωση (crossover), η αναπαραγωγή (reproduction), η επιλογή (selection), η μετάλλαξη (mutation) και ο ανασυνδυασμός (recombination). Ο κάθε μηχανισμός από τους παραπάνω έχει διαφορετική εφαρμογή και επίδραση σε μία ή περισσότερες λύσεις. Οι γενετικοί αποτελούνται απο επαναληπτικές διαδικασίες, στις οποίες το μέγεθος του πληθυσμού των λύσεων είναι σταθερό και ονομάζεται γενιά. Με κάθε νέα γενιά δημιουργούνται νέες λύσεις, οι οποίες ονομάζονται απόγονοι, ενώ οι λύσεις που έχουν συμβάλει στην δημιουργία των απογόνων ονομάζονται γονείς. Χάρη τους μηχανισμούς και τις διαδικασίες που διαθέτουν, οι γενετικοί είναι αποτελεσματικοί τόσο σε συνεχή όσο και σε διακριτά προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Επιπλέον, έχουν την δυνατότητα να παράγουν περισσότερες από μία τοπικά βέλτιστες λύσεις, γεγονός που οφείλεται στην ευρεία αναζήτηση στον χώρο των λύσεων. Τέλος, ανεξάρτητα από το πλήθος των μεταβλητών που υπάρχουν σε ένα πρόβλημα, οι αλγόριθμοι αυτοί παρέχουν εφικτές λύσεις σε σχετικά μικρό χρονικό διάστημα.

Όπως οι γενετικοί ακολουθούν την βιολογική εξέλιξη, έτσι και οι αλγόριθμοι νοημοσύνης σμήνους επικεντρώνονται στο ένστικτο των ζώων για επιβίωση. Πιο συγκεκριμένα, αποικίες ζώων, όπως αυτές των εντόμων, βασίζονται στην συνεργασία μεταξύ των ατόμων, προκειμένου ο πληθυσμός τους να αναπαραχθεί και εν τέλει να επιβιώσει. Έτσι οι αλγόριθμοι νοημοσύνης σμήνους μοντελοποιήθηκαν με βάση την συμπεριφορά αντίστοιχων πληθυσμών ζώων με στόχο να επιλύσουν διάφορα προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Στην κατηγορία αυτή εντάσσεται ένα μεγάλο μέρος των εξελικτικών αλγορίθμων. Όμως δύο αλγόριθμοι είναι αυτοί που ξεχωρίζουν αρκετά από τους υπόλοιπους εξαιτίας των ισχυρών δυνατοτήτων τους. Πρόκειται για τον αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization (ACO)) και τον αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization (PSO)). Ο αλγόριθμος της αποικίας μυρμηγκιών μιμείται την συμπεριφορά τους στην διαδικασία ανεύρεσης της τροφής τους. Για την αναζήτηση της τροφής τα μυρμηγκία χρησιμοποιούν μία ουσία, η οποία ονομάζεται φερομόνη, προκειμένου να μαρκάρουν την διαδρομή από την φωλιά έως την τροφή τους. Ανάλογα με την ποσότητα φερομόνης που έχουν τα μονοπάτια προς τα διάφορα σημεία τροφής, τα μυρμηγκία αντιλαμβάνονται τόσο την απόσταση της διαδρομής όσο και την ποιότητα της τροφής. Επομένως η φερομόνη αποτελεί μέσο επικοινωνίας για τα υπόλοιπα μυρμηγκία, ώστε να επιλέξουν τις πιο υποσχόμενες διαδρομές για την συλλογή της τροφής. Η παραπάνω διαδικασία μοντελοποιήθηκε και εφαρμόστηκε εξαιρετικά σε προβλήματα γραφημάτων, καθώς κάθε μυρμηγκι κατασκευάζει μία λύση λαμβάνοντας υπόψη την φερομόνη από τα προηγούμενα μυρμηγκία. Στο τέλος του αλγορίθμου όλα ή σχεδόν όλα τα μυρμηγκία θα ακολουθούν μία συγκεκριμένη διαδρομή, η οποία θα είναι και η βέλτιστη. Από την άλλη πλευρά, ο

αλγόριθμος σμήνους σωματιδίων συμπεριφέρεται με βάση την κίνηση των ζώων σε κοπάδια, όπως αυτή των πουλιών και των ψαριών. Ιδιαίτερα, η συμπεριφορά αυτή των ζώων επιτρέπει την ομαδική αλλαγή πορείας των κοπαδιών χωρίς να μεταβάλλεται ο αρχικός τους σχηματισμός. Αυτό οφείλεται στον εξαιρετικά ευέλικτο μηχανισμό που διαθέτει το κάθε άτομο ξεχωριστά, ώστε να προσαρμόζεται στις ολικές και τοπικές αλλαγές τους σμήνους. Ο αλγόριθμος σμήνους σωματιδίων είναι γνωστός όχι μόνο για την απόδοση του σε προβλήματα ολικής βελτιστοποίησης, αλλά και για την απλή υλοποίηση και άμεση προσαρμοστικότητα του.

Οι υπόλοιποι εξελικτικοί εντάσσονται στην κατηγορία των αλγορίθμων εμπνευσμένων από φυσικές διαδικασίες. Πόλλοι από αυτούς έχουν χαρακτηριστικές ονομασίες βασισμένες από τους τομείς της βιολογίας, της φυσικής, της χημείας και των μαθηματικών που προέρχονται. Σε αυτή την κατηγορία εντάσσεται ο αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας (Harmony Search Algorithm), ο οποίος αναλύεται και υλοποιείται για τα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων στα επόμενα κεφάλαια. Παρακάτω αναφέρονται ενδεικτικά κάποιοι αλγόριθμοι από τους παραπάνω τομείς. Η διαχώριση των αλγορίθμων σε τομείς γίνεται με βάση την κατηγοριοποίηση που χρησιμοποιούν οι Xing et al.. Οι αλγόριθμοι είναι οι εξής :

- Βιολογία : Bat Algorithm, Cuckoo Search, Harmony Search, Stem Cells Algorithm
- Φυσική : Chaos Optimization Algorithm, Gravitation Field Algorithm, Particle Collision Algorithm
- Χημεία : Artificial Chemical Reaction Optimization Algorithm, Chemical Reaction Algorithm
- Μαθηματικά : Base Optimization Algorithm

Ο αλγόριθμος της μουσικής αρμονίας είναι μία σχετικά καινούργια μέθοδος, η οποία αρχικά χρησιμοποιήθηκε σε μαθηματικά προβλήματα με μεγάλη επιτυχία. Λόγω της αποτελεσματικότητας του έγινε γρήγορα δημοφιλής, γεγονός που αποδεικνύεται από την εφαρμογή του σε πραγματικά και ερευνητικά προβλήματα και από την μεγάλη ποικιλία παραλλαγών του που υπάρχει στη βιβλιογραφία. Η ονομασία του προήλθε από την διαδικασία που ακολουθούν οι μουσικοί για την σύνθεση μίας μουσικής αρμονίας. Οι μουσικοί κατά την διάρκεια της πρόβας παράγουν συγκεκριμένες μουσικές συχνότητες, οι οποίες συνθέτουν μία αρμονία. Επομένως, μετά από μία σειρά επαναλήψεων επιτυγχάνονται οι καλύτερες συχνότητες με αποτέλεσμα να παράγεται η βέλτιστη αρμονία. Η παραπάνω μουσική διαδικασία μοντελοποιήθηκε, ώστε ο αλγόριθμος να επιλύει προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Πρόκειται για μία όχι τόσο πολύπλοκη τεχνική, η οποία απαιτεί μνημόνευση των προηγούμενων αρμονιών, έτσι ώστε κάθε φορά που παράγεται μία νέα αρμονία να συγκρίνεται ποιοτικά με τις προηγούμενες. Στα επόμενα κεφάλαια παρουσιάζεται αναλυτικά ο αλγόριθμος και οι λύσεις που παρείχε στα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων.

4 Ανάλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων ανήκει στον επιστημονικό κλάδο της συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Βασικός στόχος αποτελεί η εύρεση των καλύτερων διαδρομών για την άμεση εξυπηρέτηση ενός πλήθους πελατών. Το πρόβλημα αυτό θεωρείται ως μία γενίκευση του κλασσικού προβλήματος του πλανόδιου πωλητή (Traveling Salesman Problem (TSP)). Ωστόσο, η δρομολόγηση των οχημάτων, ως ένα πρόβλημα που αφορά αρκετούς επιστημονικούς κλάδους, περιλαμβάνει αρκετές παραλλαγές από το κυρίως πρόβλημα. Από τις πιο γνωστές θεωρείται αυτή του Orienteering Problem (OP) αλλά και η επέκτασή του Team Orienteering Problem (TOP). Επιπλέον, μία από τις πιο απαιτητικές παραλλαγές θεωρείται και το Capacitated Team Orienteering Problem (CTOP), το οποίο συνδυάζει τους περιορισμούς χωρητικότητας οχημάτων με αυτούς του TOP. Στις επόμενες ενότητες παρουσιάζεται η μαθηματική μοντελοποίηση των τριών προβλημάτων και πραγματοποιείται βιβλιογραφική ανασκόπηση για κάθε ένα ξεχωριστά.

4.1 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση και Μοντελοποίηση του OP

Το Orienteering Problem παρουσιάστηκε για πρώτη φορά από τον Tsiligirides και θεωρήθηκε ως ένα είδος αθλήματος προς επίλυση. Πιο συγκεκριμένα το πρόβλημα ήταν ένας διαγωνισμός προσανατολισμού σε δασικές εκτάσεις, όπου οι διαγωνιζόμενοι καλούνταν να ξεκινήσουν από ένα συγκεκριμένο αρχικό σημείο του δάσους, να πλοηγηθούν σε αυτό και τελικά να καταλήξουν στο σημείο τερματισμού. Για την ασφαλέστερη πλοήγηση τους διέθεταν μία πυξίδα και ένα χάρτη. Κατά τη διάρκεια της εξερεύνησης στο δάσος οι διαγωνιζόμενοι έπρεπε να επισκευτούν κάποια σημεία ελέγχου, τα οποία είχαν μαρκάρει στους χάρτες τους. Νικητής του διαγωνισμού ανακηρυσσόταν αυτός που είχε περάσει από όλα τα σημεία ελέγχου διανύοντας τα στο μικρότερο δυνατό χρονικό διάστημα. Ωστόσο το OP είναι ιδιαίτερα γνωστό με κάποιες διαφοροποιήσεις από το κεντρικό παιχνίδι προσανατολισμού. Οι διαφορές επικεντρώθηκαν στα σημεία ελέγχου αλλά και στην σημασία αυτών. Πλέον οι διαγωνιζόμενοι δεν υποχρεούνται να επισκευτούν όλα τα σημεία στο δάσος, αλλά μόνο αυτά που έχουν μεγαλύτερη αξία. Κάθε σημείο ελέγχου ανεξάρτητα αντιστοιχίζεται με ένα σύνολο πόντων. Όταν ο διαγωνιζόμενος επισκέπτεται ένα σημείο ελέγχου, αποκομίζει κάποιους πόντους. Στόχος του OP είναι να μεγιστοποιηθεί το σύνολο των πόντων που έχει μαζέψει ένας διαγωνιζόμενος σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Με βάση αυτήν την διαδικασία το OP μοντελοποιήθηκε κατάλληλα και αποτελεί βασικό πρόβλημα της συνδυαστικής βελτιστοποίησης.

Ως πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης απέκτησε ιδιαίτερο ενδιαφέρον από ευρευνητές του κλάδου της επιχειρησιακής έρευνας. Και αυτό αποδεικνύεται από τις εφαρμογές που υπάρχουν στην βιβλιογραφία. Το OP έγινε ευρέως γνωστό

από τους Chao et al. παρέχοντας λύσεις μέσω ενός ευρετικού αλγορίθμου και παραθέτοντας νέα παραδείγματα για επιπλέον έρευνα. Οι Golden et al. παρουσίασαν ένα νέο ευρετικό αλγόριθμο βασισμένο στη βαρύτητα (Center of Gravity), οποίος ξεπέρασε σε απόδοση αρκετούς ευρετικούς εκείνης της περιόδου. Ενδιαφέρουσα μέθοδος είναι αυτή με τον γενετικό αλγόριθμο των Wang et al. για το γενικευμένο OP. Επιπλέον, για την επίλυση το OP αναπτύχθηκε ο αλγόριθμος σμήνους σωματιδίων από τους Dallard et al. . Ιδιαίτερη πολύπλοκη τεχνική είναι αυτή των νευρωνικών δικτύων, που υλοποιείται από τους Wang et al. . Ο μιμητικός αλγόριθμος των Divsalar et al. αναπτύχθηκε σε ένα πραγματικό πρόβλημα επιλογής ξενοδοχείων βασισμένο φυσικά στο OP. Τελικώς, οι Fischetti et al. κατάφεραν με τον αλγόριθμο διακλάδωσης και αποκοπής να επιλύσουν αποτελεσματικά το OP.

Το Orienteering Problem περιγράφεται ως ένα γράφημα $G = (V, A)$, με το V ($i = 1, \dots, N$) να αντιπροσωπεύει το σύνολο των κόμβων, όπου ο κάθε κόμβος αντιστοιχίζεται με ένα κέρδος s_i και το A να αποτελεί το σύνολο των συνδέσεων (τόξων) μεταξύ των κόμβων στο V . Η διαδρομή του οχήματος ξεκινάει από τον αρχικό κόμβο 1 και τερματίζει στον τελικό N . Τόσο ο αρχικός όσο και τελικός κόμβος δεν αντιστοιχίζονται με κάποιο κέρδος ($s_1 = s_N = 0$). Κάθε τόξο μεταξύ δύο κόμβων i, j συμβολίζεται ως c_{ij} και δηλώνει το κόστος της μεταξύ τους απόστασης. Το όχημα μπορεί να επισκευτεί μόνο μία φορά τον κάθε κόμβο και η διαδρομή του δεν θα πρέπει να ξεπερνά το ανώτατο χρονικό όριο T_{max} . Ο τελικός στόχος του προβλήματος είναι η δημιουργία μίας διαδρομής, στην οποία το όχημα να μην έχει υπερβεί το T_{max} και να έχει συλλέξει το μέγιστο κέρδος από το σύνολο των κόμβων.

Ακολουθεί η βασική δομή μαζί με τους περιορισμούς του OP. Το Orienteering Problem διατύπωνεται ως ένα ακέραιο πρόβλημα. Οι μεταβλητές απόφασης που χρησιμοποιούνται είναι οι εξής :

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{εάν ο κόμβος } i \text{ συνδέεται} \\ & \text{με τον κόμβο } j \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (1)$$

και

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{εάν ο κόμβος } i \text{ βρίσκεται στην διαδρομή} \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (2)$$

Η μοντελοποίηση του προβλήματος είναι η ακόλουθη:

$$z = \max \sum_{j \in V} s_j y_j \quad (3)$$

s.t.

$$\sum_{j \in V} x_{1j} = 1, \quad (4)$$

$$\sum_{j \in V} x_{jN} = 1, \quad (5)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} + \sum_{(j,k) \in A} x_{jk} = 2y_j \quad \forall j \in V, \quad (6)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \leq T_{\max} \quad (7)$$

$$\sum_{(i,j) \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq V \quad (8)$$

4.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση και Μοντελοποίηση του TOP

Το Team Orienteering Problem αποτελεί επέκταση του προβλήματος OP. Στην βιβλιογραφία συναντάται με διάφορες ονομασίες. Μερικές από αυτές είναι το Επιλεκτικό Πρόβλημα του Πλανώδιου Πωλητή (Selective Travelling Salesman Problem (STSP)) και το Πρόβλημα Μέγιστης Συλλογής (Maximum Collection Problem (MCP)). Στο πρόβλημα αυτό οι διαγωνιζόμενοι χωρίζονται σε ομάδες και κάθε διαγωνιζόμενος από όλες τις ομάδες προσπαθεί να συλλέξει όσους περισσότερους πόντους μπορεί από τα σημεία ελέγχου που επισκεύτηκε. Από κάθε ομάδα επιτρέπεται μόνο σε έναν διαγωνιζόμενο, ο οποίος ανήκει σε αυτήν, να επισκευτεί μία μόνο φορά ένα συγκεκριμένο σημείο ελέγχου. Οποιοδήποτε άλλος διαγωνιζόμενος από την ίδια ομάδα δεν του επιτρέπεται να ξαναπεράσει από ένα ήδη επισκεπτόμενο σημείο ελέγχου. Η διαδικασία αυτή μοντελοποιείται κατάλληλα στα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων. Ένας περιορισμένος στόλος οχημάτων ξεκινά από ένα συγκεκριμένο αρχικό σημείο, εξυπηρετεί όσους περισσότερους πελάτες μέσα σε κάποιο χρονικό διάστημα και τερματίζει σε μία προκαθορισμένη τελική τοποθεσία. Κατά την εξυπηρέτηση των πελατών τα οχήματα συλλέγουν το κέρδος, με το οποίο αντιστοιχίζεται ο κάθε πελάτης. Κάθε όχημα από τον στόλο δεν μπορεί να ξαναπεράσει από έναν πελάτη, ο οποίος έχει εξυπηρετηθεί από άλλο όχημα. Τελικός στόχος του TOP είναι η μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους που συλλέχθηκε από τους πελάτες.

Σχετικά με την βιβλιογραφία, το TOP αποτελεί ένα αρκετά δημοφιλές πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Αρκετοί ερευνητές έχουν αναπτύξει διάφορους

αλγόριθμους προκειμένου να επιλύσουν το συγκεκριμένο πρόβλημα αλλά και επεκτάσεις αυτού. Αρχικά οι Chao et al. παρουσίασαν και έλυσαν το TOP με τον ευρετικό τους αλγόριθμο. Την μέθοδο της περιορισμένης αναζήτησης (Tabu Search Algorithm) χρησιμοποίησαν οι Tang et al. . Πρόκειται για μία ευρετική μέθοδο, η οποία χρησιμοποιεί τον μηχανισμό της μνήμης. Με αυτήν την τεχνική ο αλγόριθμος της περιορισμένης αναζήτησης ξεπέρασε τους υπόλοιπους ευρετικούς σε αποτελεσματικότητα. Ένας ακόμα ενδιαφέρον αλγόριθμος είναι αυτός της επανασύνδεσης διαδρομών (Path Relinking) ανεπτυγμένος από τους Souffriau et al. . Ο συγκεκριμένος μεθευρετικός αλγόριθμος είναι από τους πιο ισχυρούς, καθώς επιτυγχάνει απόκλιση της τάξεως 0,39% από τις βέλτιστες λύσεις του TOP. Μία εναλλακτική μέθοδος για την επίλυση του TOP προτείνεται από τους Bouly et al. με τον υβριδικό μιμητικό αλγόριθμό τους. Είναι αναμενόμενο, ότι αλγόριθμοι εμπνευσμένοι από την φύση έχουν υλοποιηθεί, προκειμένου να παρέχουν επιπλέον εφαρμογές πάνω στο TOP. Φυσικά δεν μπορούν να αγνοηθούν ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών από τους Liangjun et al. . Επιπρόσθετα οι Dang et al. υλοποίησαν μία παραλλαγή του αλγόριθμου σμήνους σωματιδίων, ο οποίος ήταν ιδιαίτερα αποτελεσματικός. Ακόμη, στην βιβλιογραφία υπάρχουν μέθοδοι επίλυσης του TOP, οι οποίοι συνδυάζουν παραπάνω από ένα αλγόριθμο συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Κάποιες από αυτές είναι ο καθοδηγούμενος αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης (Guided Local Search (GLS)) των Vansteenwegen et al. και η προσομοιωμένη ανόπτηση (Multi-start Simulated Annealing (MSA)) των Lin et al.. Ο GLS είναι ένας μεθευρετικός αλγόριθμος, ο οποίος συνδυάζει διαφορετικούς ευρετικούς. Αντίθετα ο MSA αποτελεί μία μίξη της κλασικής προσομοιωμένης ανόπτησης με την τεχνική της πολυεναρχτήριας ανάβασης (Multi-start Hill Climbing Strategy). Ωστόσο επιστήμονες έχουν υλοποιήσει συγκεκριμένους μεθευρετικούς αλγόριθμους που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση του TOP, προκειμένου να λύσουν πραγματικά προβλήματα. Ιδιαίτερα, για την δρομολόγηση των τουριστών στα μουσεία και για τον σχεδιασμό τουριστικών εκδρομών έχουν εφαρμοστεί οι αλγόριθμοι των Vincent et al. και των Vansteenwegen et al. αντίστοιχα.

Το Team Orienteering Problem μοντελοποιείται ως ένα πλήρες γράφημα $G = (V, A)$ με $V = \{1, \dots, N\}$ ένα σύνολο κόμβων και $A = \{(i, j) | i, j \in V\}$ ένα σύνολο από τόξα συνδεδεμένα με τους κόμβους από το V . Κάθε κόμβος i περιλαμβάνεται στο σύνολο των κόμβων V , όπου ο καθένας αντιστοιχίζεται με μία τιμή ως κέρδος s_i . Η απόσταση μεταξύ δύο κόμβων i, j ορίζεται ως χρονικό κόστος απόστασης t_{ij} . Οι κόμβοι, οι οποίοι δεν έχουν κάποια τιμή κέρδους, είναι ο αρχικός και ο τελικός κόμβος που θα επισκεφτούν τα οχήματα. Ο αριθμός των οχημάτων είναι καθορισμένος από το πρόβλημα και συμβολίζεται με M . Προκειμένου να είναι έγκυρη μία απόσταση που διένυσαν τα M οχήματα, θα πρέπει να έχει καλυφθεί μέσα στο όριο διάρκειας ταξιδιού T_{max} (traveling duration limit). Κάθε διαδρομή ξεκινά από τον κόμβο 1 και τερματίζει στον κόμβο N . Κάθε κόμβος είναι επιτρεπτό να εξυπηρετηθεί μόνο μία φορά και μόνο από ένα από τα M οχήματα. Ο τελικός στόχος του προβλήματος είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους (Score) από τους κόμβους που έχουν επισκεφτεί τα οχήματα. Ως

διακριτό πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης χρησιμοποιείται ένα σύνολο μεταβλητών απόφασης για την διατύπωση του TOP. Οι μεταβλητές είναι :

- $y_{id} = 1$ εάν ο κόμβος i ($i \in \{1, \dots, N\}$) ανήκει στο όχημα d ($d \in \{1, \dots, M\}$), $y_{id} = 0$ αλλιώς αν δεν ανήκει.
- $x_{ijd} = 1$ εάν το όχημα d ($d \in \{1, \dots, M\}$) επισκεύτηκε τους i, j ($i, j \in \{1, \dots, N\}$), $x_{ijd} = 0$ αλλιώς. Η συμμετρία του προβλήματος διασφαλίζεται από την σχέση $t_{ij} = t_{ji}$, έτσι ώστε οι μεταβλητές x_{ijd} να παίρνουν τιμές μόνο όταν $i < j$.

Η μαθηματική μοντελοποίηση του Team Orienteering Problem είναι η ακόλουθη:

$$z = \max \sum_{i=2}^{N-1} \sum_{d=1}^M s_i y_{id} \quad (9)$$

υπό τους περιορισμούς

$$\sum_{j=2}^N \sum_{d=1}^M x_{1jd} = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{d=1}^M x_{iNd} = M \quad (10)$$

$$\sum_{i < j} x_{ijd} + \sum_{i > j} x_{jid} = 2y_{jd}, \forall j = 2, \dots, N-1; \forall d = 1, \dots, M \quad (11)$$

$$\sum_{d=1}^m y_{id} \leq 1, \forall i = 2, \dots, N-1 \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j > i} t_{ij} x_{ijd} \leq T_{max}, \forall d = 1, \dots, M \quad (13)$$

$$\sum_{(i,j) \in U, i < j} x_{ijd} \leq |U|-1, \forall U \subset V \setminus \{1, N\}; 2 \leq |U| \leq N-2; \forall d = 1, \dots, M \quad (14)$$

$$x_{ijd} \in \{0, 1\}, 1 \leq i < j \leq N; d = 1, \dots, M \quad (15)$$

$$y_{1d} = y_{Nd} = 1, y_{jd} \in \{0, 1\}; \forall i = 2, \dots, N-1; \forall d = 1, \dots, M \quad (16)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (1) δηλώνει την μεγιστοποίηση του κέρδους που συλλέχθηκε από τους κόμβους που επισκεύτηκαν τα οχήματα. Ο περιορισμός

(2) απαιτεί από όλα τα οχήματα να ξεκινούν από τον αρχικό κόμβο από το σύνολο V και να τερματίζουν στο κόμβο N . Οι κόμβοι που θα επισκευτεί ένα όχημα κατά την διαδρομή του διασφαλίζονται από τον περιορισμό (3). Ο περιορισμός (4) απαγορεύει την επίσκεψη ενός κόμβου περισσότερες από μία φορές, ενώ ο περιορισμός (5) φροντίζει, έτσι ώστε η διαδρομή του κάθε οχήματος να εντάσσεται μέσα στα χρονικά όρια του ταξιδιού ($Tmax$). Ο (6) περιορισμός ελέγχει τους κόμβους των διαδρομών των οχημάτων. Τέλος οι (7) και (8) περιορισμοί συμβάλλουν στην εγχυρότητα των μεταβλητών απόφασης του προβλήματος.

4.3 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση και Μοντελοποίηση του CTOP

Το Capacitated Team Orienteering Problem είναι πιο πρόσφατο πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης από τα OP και TOP. Το πρόβλημα αυτό είναι εμπνευσμένο από την κατηγορία της δρομολόγησης οχημάτων με περιορισμένη χωρητικότητα και αποτελεί μία μίξη με το TOP. Βασικός στόχος του προβλήματος είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους από τους πελάτες που έχουν επισκεφτεί τα οχήματα. Οι περιορισμοί είναι σχεδόν ίδιοι με αυτούς των δύο προηγούμενων προβλημάτων. Απλώς σε αυτήν την περίπτωση τα επιπλέον δεδομένα είναι η περιορισμένη χωρητικότητα των οχημάτων (capacity) και η ζήτηση των πελατών (demand). Τα οχήματα συλλέγουν το κέρδος από τους πελάτες εάν καλύψουν την ζήτηση τους. Σε κάθε όχημα ξεχωριστά η συνολική ζήτηση των πελατών δεν θα ξεπερνάει την χωρητικότητα του οχήματος. Επιπλέον οι διαδρομές των οχημάτων θα πρέπει να εκτελούνται μέσα σε ένα περιορισμένο χρονικό διάστημα.

Επειδή το CTOP είναι ένα σχετικά καινούργιο πρόβλημα, οι εφαρμογές στην βιβλιογραφία είναι λιγότερες σε σχέση με τα άλλα δυο προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Αρχικά, το CTOP παρουσιάστηκε από τους Archetti et al.. Στην συνέχεια δημιουργήθηκαν αρκετές παραλλαγές του συγκεκριμένου προβλήματος. Οι Archetti et al. πρότειναν την εξυπηρέτηση των πελατών με παραπάνω από ένα οχήματα (Split Delivery CTOP (SDCTOP)). Μία άλλη παραλλαγή είναι η πλήρης ή σχεδόν πλήρης εξυπηρέτηση πελατών (CTOP with Incomplete Service (CTOP-IS)) από τους Archetti et al. . Ο μηχανισμός διαφοροποίησης που χρησιμοποιούν οι Luo et al. στον αλγόριθμο τους βελτιώνει και ξεπερνάει τα βέλτιστα της βιβλιογραφίας του CTOP.

Το CTOP μπορεί να θεωρηθεί ως ένα πλήρες γράφημα $G = (V, E)$, όπου $V = \{1, \dots, N\}$ το σύνολο κόμβων και $E = \{(i, j) | i, j \in V\}$ το σύνολο από τα συνδεδεμένα τόξα με τους κόμβους από το V . Ο κόμβος 1 ορίζεται ως η αποθήκη και οι κόμβοι $i = 2, \dots, N$ αποτελούν τους πιθανούς πελάτες. Κάθε κόμβος εκτός της αποθήκης αντιστοιχίζεται με ένα συγκεκριμένο κέρδος s_i . Η απόσταση μεταξύ δύο κόμβων i, j ορίζεται ως χρονικό κόστος απόστασης t_{ij} . Ο στόλος των οχημάτων για την εξυπηρέτηση των πελατών συμβολίζεται με M . Κάθε όχημα αρχίζει και τερματίζει στην αποθήκη, δηλαδή στον κόμβο 1. Η διαδρομή ενός

οχήματος δεν θα πρέπει να ξεπερνά το ανώτατο χρονικό όριο $Tmax$. Το κέρδος του κάθε πελάτη συλλέγεται μόνο μία φορά και από ένα όχημα. Επιπλέον κάθε πελάτης διαθέτει μία ζήτηση d_i και κάθε όχημα έχει μία μέγιστη χωρητικότητα $Qmax$. Στόχος του προβλήματος είναι η μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους από τους πελάτες, χωρίς να υπερβαίνουν οι διαδρομές των οχημάτων το ανώτατο χρονικό όριο $Tmax$ και η ζήτηση των πελατών να μην ξεπερνά την χωρητικότητα του κάθε οχήματος. Η μοντελοποίηση του προβλήματος σύμφωνα με τους Tarantilis et al. είναι η παρακάτω :

$$z = \max \sum_{i \in V} \sum_{m \in M} s_i y_{im} \quad (17)$$

υπό τους περιορισμούς

$$\sum_{m \in M} \sum_{j \in V_c} x_{1jm} = \sum_{m \in M} \sum_{i \in V_c} x_{1im} = M \quad (18)$$

$$\sum_{m \in M} y_{im} \leq 1, \forall i \in V_c \quad (19)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijm} = \sum_{i \in V_c} x_{jim} = y_{im}, \forall i \in V_c, \forall m \in M \quad (20)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} t_{ij} x_{ijm} + \sum_{i \in V_c} s_i y_{im} \leq Tmax, \forall m \in M \quad (21)$$

$$\sum_{i \in V_c} d_i y_{im} \leq Qmax, \forall m \in M \quad (22)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijm} \leq |S| - 1, \forall S \subset V_c, |S| \leq 2, \forall m \in M \quad (23)$$

$$y_{jm}, x_{ijm} \in \{0, 1\}, \forall i, j \in N, \forall m \in M \quad (24)$$

5 Ανάλυση του Υβριδικού Αλγορίθμου της Μουσικής Αρμονίας

Ο αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας (Harmony Search Algorithm (HS)) είναι ένας εξελικτικός αλγόριθμος, ο οποίος αναπτύχθηκε ως μία εναλλακτική μεθόδος για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Η υλοποίηση και η εφαρμογή του σε τέτοιου είδους προβλήματα ήταν αρκετά επιτυχημένη, γεγονός που τον καθιστά ως ένα από τους πιο δημοφιλείς αλγορίθμους της βιβλιογραφίας. Για αυτό το λόγο ο HS εφαρμόστηκε σε διάφορους επιστημονικούς κλάδους παρέχοντας ικανοποιητικές λύσεις τόσο σε ερευνητικό όσο και πραγματικό επίπεδο. Παρόλου που ο HS χρησιμοποιείται συχνά από τους ερευνητές, δεν υπάρχουν αρκετές εφαρμογές σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης με διακριτές μεταβλητές σε σχέση με εκείνα που έχουν συνεχείς μεταβλητές. Στην συγκεκριμένη διπλωματική εργασία αναπτύσσεται μία παραλλαγή του κλασσικού αλγορίθμου HS για την επίλυση των διακριτών προβλημάτων Orienterring Problem (OP), Team Orienteering Problem (TOP) και Capacitated Team Orienteering Problem (CTOP). Πιο συγκεκριμένα δημιουργήθηκε ο υβριδικός αλγόριθμος της μουσικής αρμονίας (Similarity Hybrid Harmony Search Algorithm (SHHS)), ο οποίος έχει στόχο να αποδείξει ότι μπορεί να είναι αποτελεσματικός σε διακριτά προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Στην συνέχεια του κεφαλαίου παρουσιάζεται ο κλασσικός HS και έπειτα αναλύεται πλήρως η δομή του αλγορίθμου SHHS.

5.1 Ο αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας στη βιβλιογραφία

Ο αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας είναι μία αρκετά γνωστή μέθοδος, λόγω των εφαρμογών σε διάφορα προβλήματα βελτιστοποίησης. Χάρη στην αποτελεσματικότητα του πολλοί ερευνητές είχαν την δυνατότητα να υλοποιήσουν διαφορετικές τεχνικές βασισμένες στον HS. Για αυτό το λόγο στην βιβλιογραφία υπάρχει μία μεγάλη ποικιλία από τροποποιήσεις ή συνδυασμούς του με άλλους αλγορίθμους.

Αρχικά το 2001 οι Geem et al. παρουσίασαν επίσημα τον HS. Ο HS δοκιμάστηκε σε προβλήματα βελτιστοποίησης και εφαρμόστηκε σε πραγματικά καταστάσεις, όπως στον σχεδιασμό δικτύου αγωγών για την παροχή νερού. Αργότερα, οι Lee et al. παρουσίασαν μια νέα προσέγγιση του HS. Ο νέος μεθευρετικός HS αποτέλεσε έναν πολλά υποσχόμενο αλγόριθμο για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης με συνεχείς μεταβλητές. Η εφαρμογή του σε διαφορετικά και δύσκολα προβλήματα απέδειξαν την αποδοτικότητα του μεθευρετικού HS και ενέπνευσε αρκετούς ερευνητές να ασχοληθούν με αυτόν. Πράγματι οι Mahdavi et al. δημιούργησαν τον Improved Harmony Search (IHS) ως μία πιο ενισχυμένη μέθοδο, η οποία τροποποιεί τις τιμές των μεταβλητών κατά την διάρκεια

του αλγορίθμου. Ο IHS δοκιμάστηκε σε προβλήματα μηχανικής βελτιστοποίησης παρέχοντας ικανοποιητικά αποτελέσματα. Επιπλέον οι Omran et al. βασισμένοι στον αλγόριθμο βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων παρουσίασαν τον Global-Best Harmony Search (GHS). Ο GHS συνδυάζομενος με τον PSO κατάφερε να ξεπεράσει τις άλλες μεθολογίες παρέχοντας ακόμη καλύτερες βέλτιστες λύσεις. Μια ενδιαφέρουσα μέθοδος είναι ο Self-Adaptive Global Best Harmony Search (SGHS) των Quan et al., η οποία αυξάνει και ισχυροποιεί την αναζήτηση στο χώρο των λύσεων. Οι Fesanghary et al. δημιούργησαν τον Hybrid Harmony Search Algorithm (HHS), ο οποίος στηρίζεται στις τεχνικές του τετραγωνικού προγραμματισμού. Ο HHS εφαρμόστηκε κυρίως σε προβλήματα μηχανικής βελτιστοποίησης παρέχοντας αρκετά ποιοτικές λύσεις. Οι Zou et al. ανέπτυξαν τον Effective Global Harmony Search Algorithm (EGHS) για προβλήματα μη γραμμικού προγραμματισμού. Ο αλγόριθμος αυτός βασίστηκε σε ένα μηχανισμό πιθανοτήτων, ο οποίος καθορίζει την εφικτότητα των λύσεων. Η απόδοση του EGHS με αυτήν την τεχνική έδωσε σημαντικά αποτελέσματα στα προβλήματα μη-γραμμικού προγραμματισμού.

Εκτός από τις διάφορες παραλλαγές του HS, ο αλγόριθμος αυτός έχει χρησιμοποιηθεί με μεγάλη επιτυχία σε πολλούς επιστημονικούς τομείς. Στην συνέχεια παρατείνονται αρκετοί από αυτούς με ερευνητές, οι οποίοι χρησιμοποίησαν τον HS αποτελεσματικά. Μερικοί επιστημονικοί κλάδοι είναι :

- Ανάλυση εικόνας : Fourie et al.
- Ασύρματες επικοινωνίες : Ser et al.
- Διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας : Purnomo et al., Taleizadeh et al.
- Δομικός σχεδιασμός : Kaveh et al., Miguel et al.
- Δρομολόγηση οχημάτων : Geem et al., Pichpibul et al.
- Ενέργεια : Coelho et al., Vasebi et al.

5.2 Ο κλασικός αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας (*Harmony Search*)

Ο αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας (*Harmony Search Algorithm (HS)*) παρουσιάστηκε επίσημα το 2001 από τους Geem et al. ως ευρετικός για την επίλυση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή. Η ικανότητα του αλγορίθμου να παρέχει λύσεις σε διάφορα προβλήματα βελτιστοποίησης έδωσε την ευκαιρία στους Lee et al. να δημιουργήσουν τον μεθευρετικό (HS) το 2004. Η βασική ιδέα του αλγορίθμου στηρίχθηκε στη διαδικασία της σύνθεσης μουσικών κομματιών από τους μουσικούς. Κατά τη διαδικασία αυτή οι μουσικοί παράγουν ακουστικές συχρότητες με στόχο την δημιουργία της βέλτιστης αρμονίας. Η δομή του (HS) βασίζεται σε πέντε βήματα, τα οποία είναι :

- (1) Αρχικοποίηση του προβλήματος βελτιστοποίησης και των παραμέτρων του αλγορίθμου
- (2) Δημιουργία μνήμης της αρμονίας (Harmony Memory (HM))
- (3) Σύνθεση νέων αρμονιών από την HM
- (4) Ενημέρωση της HM
- (5) Επανάληψη των βημάτων 3 και 4 μέχρι τον τερματισμό του αλγορίθμου

Βήμα 1. Το πρόβλημα βελτιστοποίησης μοντελοποιείται ως εξής :

$$\text{Minimize } f(\mathbf{x}) \text{ subject to } x_i \in X_i, \text{ with } i = 1, \dots, N$$

Η $f(x)$ αντιπροσωπεύει την αντικειμενική συνάρτηση και το \mathbf{x} το σύνολο των μεταβλητών απόφασης x_i . Ως X_i συμβολίζεται η διακύμανση των τιμών των μεταβλητών απόφασης, οι οποίες κυμαίνονται στο εύρος $[x_i] \leq X_i \leq \lceil x_i \rceil$. Τέλος, το N αποτελεί τον συνολικό αριθμό των μεταβλητών απόφασης. Επιπλέον ο HS για την υλοποίηση του περιλαμβάνει ένα σύνολο παραμέτρων. Αρχική και βασική παράμετρος είναι η μνήμη της αρμονίας (Harmony Memory (HM)). Πρόκειται για ένα πίνακα που περιέχει όλα τα διανύσματα των λύσεων. Το μήκος της μνήμης (Harmony Memory Size (HMS)) καθορίζει τον αριθμό των αποθηκευμένων λύσεων στην μνήμη. Και φυσικά υπάρχουν οι πιθανότητες HMCR (Harmony Memory Consideration Rate), PAR (Pitch Adjustment Rate) και η παράμετρος NI (Number of Improvasitions). Οι HMCR και PAR χρησιμοποιούνται για να βελτιώσουν τα διανύσματα των λύσεων, ενώ ο NI καθορίζει τον αριθμό των επαναλήψεων του αλγορίθμου.

Βήμα 2 Στο δεύτερο βήμα, η μνήμη HM αρχικοποιείται με τόσα διανύσματα λύσεων όσα υποδεικνύει το HMS. Παρακάτω παρουσιάζεται ένα παράδειγμα μιάς HM.

$$HM = \begin{bmatrix} x_1^1 & x_2^1 & x_3^1 & \dots & x_{N-1}^1 & x_N^1 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & \dots & x_{N-1}^2 & x_N^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{HMS-1} & x_2^{HMS-1} & x_3^{HMS-1} & \dots & x_{N-1}^{HMS-1} & x_N^{HMS-1} \\ x_1^{HMS} & x_2^{HMS} & x_3^{HMS} & \dots & x_{N-1}^{HMS} & x_N^{HMS} \end{bmatrix}$$

Βήμα 3 Το τρίτο βήμα ξεκινά με την δημιουργία των νέων αρμονιών, δηλαδή λύσεων. Μία καινούργια αρμονία θεωρείται ένα διάνυσμα $x' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_N)$, το οποίο δημιουργείται μέσα από τις τρεις διαδικασίες τις HMCR, PAR ή με τυχαίο τρόπο. Οι τρεις αυτές διαδικασίες εφαρμόζονται για κάθε μεταβλητή που βρίσκεται στο διάνυσμα της λύσης.

Κατα την διαδικασία της δημιουργίας μιας νέας αρμονίας, η τιμή της πρώτης μεταβλητής απόφασης (x'_1) για τη νέα λύση επιλέγεται από οποιαδήποτε τιμή της HM, η οποία κυμαίνεται σε ένα συγκεκριμένο εύρος ($x'_1 - x'_1^{HMS}$). Οι υπόλοιπες μεταβλητές απόφασης (x'_2, x'_3, \dots, x'_N) επιλέγονται με τον ίδιο τρόπο. Λαμβάνοντας υπόψη την περίπτωση της HMCR, ο αλγόριθμος επιλέγει μία τιμή για την νέα μεταβλητή απόφασης με βάση την παράμετρο HMCR, η οποία εκφράζει πιθανότητα και κυμαίνεται από 0 έως 1. Πιο αναλυτικά (όπου p δηλώνει πιθανότητα):

$$x'_i \leftarrow \begin{cases} x'_i \in x_1, x_2, \dots, x_i^{HMS}, & \text{όπου } p \leq HMCR \\ x'_i \in X_i, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (25)$$

Εάν ισχύει η $p \leq HMCR$, τότε η τιμή της μεταβλητής απόφασης θα επιλεγεί από την HM. Αν δεν ισχύει η πιθανότητα, τότε η τιμή της μεταβλητής απόφασης θα επιλεγεί τυχαία από τον χώρο των λύσεων. Για παράδειγμα, η πιθανότητα HMCR με τιμή 0.9 δηλώνει ο αλγόριθμος HS θα επιλέξει την τιμή της μεταβλητής απόφασης από την HM με πιθανότητα 90% και με 10% τυχαία από το χώρο των λύσεων. Όσες μεταβλητές απόφασης έχουν επιλεγεί με βάση την HMCR, υποβάλλονται στην διαδικασία PAR, η οποία είναι η εξής :

$$\text{Μεταβλητή απόφασης για } x'_i \leftarrow \begin{cases} \text{Ναι,} & \text{όπου } p \leq PAR \\ \text{Όχι,} & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (26)$$

Εάν η πιθανότητα της μεταβλητής απόφασης είναι Ναι ($p \leq PAR$), τότε η μεταβλητή x'_i τροποποιείται με βάση τον παρακάτω τύπο :

$$x'_i \leftarrow x'_i \pm rand() * bw \quad (27)$$

Βάση του τύπου αυτού, στη συγκεκριμένη μεταβλητή απόφασης x'_i θα εφαρμοστεί η μέθοδος της τοπικής αναζήτησης, ώστε να βελτιωθεί η τιμή της. Η συνάρτηση `rand` παίρνει τιμές μεταξύ των αριθμών 0 και 1. Η μεταβλητή bw οριοθετεί το χώρο των λύσεων, στον οποίο θα πραγματοποιηθεί η τοπική αναζήτηση.

Ωστόσο εάν δεν ισχύει η πιθανότητα PAR ($p = 1 - PAR$), η x'_i δεν υφίσταται καμία τροποποίηση και εισέρχεται αυτόματα στο διάλυμα λύσης της HM.

Βήμα 4

Αφού ο αλγόριθμος HS κατασκευάσει μία νέα αρμονία, βρίσκει την χειρότερη ποιοτικά στην HM και την συγκρίνει με την καινούργια. Εάν η νέα αρμονία είναι ποιοτικότερη, τότε ο αλγόριθμος εισάγει την καινούργια και αφαιρεί την παλιά από την HM.

Βήμα 5

Ο αλγόριθμος επαναλαμβάνει τα βήματα 3 και 4 μέχρι να ολοκληρωθεί ο αριθμός των επαναλήψεων NI του αλγορίθμου

5.3 Ο Υβριδικός Αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας

Σε αυτήν την υποενότητα της εργασίας παρουσιάζεται ο υβριδικός αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας Similarity Hybrid Harmony Search (SHHS). Η συγκεκριμένη μέθοδος αποτελεί μία μίξη του κλασσικού HS με μία καινούργια τεχνική την "similarity process". Οι λειτουργίες του αλγορίθμου SHHS επεξηγούνται βήμα προς βήμα και αναλύονται στις επόμενες παραγράφους. Η υποενότητα αυτή οργανώνεται με βάση τη δομή του SHHS. Οι κυρίως φάσεις του αλγορίθμου είναι οι ακόλουθες :

- Φάση 1 : Καθορισμός προβλήματος και παραμέτρων
- Φάση 2 : Σύνθεση αρχικών λύσεων και δημιουργία μνήμης (Harmony Memory (HM))
- Φάση 3 : Σχεδίαση νέων αρμονιών
- Φάση 4 : Νέα μέθοδος "similarity process"
- Φάση 5 : Εύρεση καλύτερων λύσεων και ενημέρωση της HM

5.3.1 Καθορισμός προβλήματος και παραμέτρων

Ο αλγόριθμος SHHS βασίζεται σε μία ποικιλία από μεταβλητές συμπεριλαμβανόμενες αυτές του κλασσικού HS, τους τελεστές από την μέθοδο "similarity process" και φυσικά τις παραμέτρους από τα εκάστοτε προβλήματα (OP, TOP, CTOP). Αρχικά για κάθε πρόβλημα καθορίζουμε το σύνολο των κόμβων ως $V = \{1, 2, \dots, N\}$. Έπειτα ορίζουμε για κάθε κόμβο το αντιστοιχιζόμενο κέρδος ως s_i , το χρονικό κόστος της απόστασης μεταξύ των κόμβων i και j ως t_{ij} και το ανώτατο χρονικό όριο μίας διαδρομής ως $Tmax$. Να διευκρινήσουμε, ότι το κόστος της απόστασης t_{ij} μεταξύ δύο κόμβων υπολογίζεται από τον μαθηματικό τύπο $\sqrt{(i_1 - i_2)^2 + (j_1 - j_2)^2}$ γνωστός ως Ευκλείδεια απόσταση. Οι παραπάνω παράμετροι ισχύουν και για τα τρία προβλήματα βελτιστοποίησης. Ωστόσο για τα TOP και CTOP διαθέτουν κάποιους επιπλέον παραμέτρους λόγω των διαφορετικών περιορισμών τους από το OP. Πιο συγκεκριμένα τα δύο προβλήματα απαιτούν παραπάνω από ένα οχήματα. Επομένως συμβολίζουμε τον αριθμό των οχημάτων με M . Τέλος μόνο για το (CTOP πρόβλημα, κάθε πελάτης εκτός του κέρδους αντιστοιχίζεται με μία ζήτηση q_i , την οποία το επισκεπτόμενο όχημα θα πρέπει να αποθηκεύσει εάν η χωρητικότητα του δεν υπαίρβαίνει ένα μέγιστο όριο. Η μέγιστη χωρητικότητα ενός οχήματος συμβολίζεται ως $Qmax$.

Αφού οριστούν οι παράμετροι των προβλημάτων, ο SHHS συνεχίζεται με την αρχικοποίηση των μεταβλητών. Αρχικά, ο αλγόριθμος δημιουργεί την μνήμη *HM* (Harmony Memory), η οποία θα εμπεριέχει όλες τις αρμονίες (δλδ. λύσεις), και αρχικοποιεί τον αριθμό επαναλήψεων *NI* (Number of Improvisations). Επιπλέον χρησιμοποιούνται οι μεταβλητές *HMCR* (Harmony Memory Consideration Rate) και *PAR* (Pitch Adjustment Rate), οι οποίες περιλαμβάνονται στον κλασικό HS και η χρήση τους επεξηγείται πλήρως στις επόμενες παραγράφους. Στο ακόλουθο παράδειγμα διευκρινίζεται πως μία αρμονία (*H1*) αποτελείται από επιμέρους συχνότητες. Το παράδειγμα αυτό βασίζεται στο πρόβλημα TOP.

Πίνακας 1
Αρμονία *H1*

1 3 5 15	1 4 7 15	1 2 9 13 15
----------	----------	-------------

Πίνακας 2
Συχνότητες

f_1	1 3 5 15	f_2	1 4 7 15	f_3	1 2 9 13 15
-------	----------	-------	----------	-------	-------------

Οι αρμονίες που δημιουργούνται στα προβλήματα TOP και CTOP διαθέτουν *M* συχνότητες, σε αντίθεση με το OP όπου οι αρμονίες έχουν μία συχνότητα. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα η αρμονία *H1* αποτελείται από τρεις συχνότητες (f_1 , f_2 , f_3). Ο αριθμός των συχνοτήτων καθορίζεται από το εκάστοτε παράδειγμα του κάθε προβλήματος. Ο σχηματισμός των αρμονιών από επιμέρους συχνότητες βασίζεται στην λογική των προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων (VRP), στο οποία μία λύση αποτελείται από *M* οχήματα. Η συγκεκριμένη μοντελοποίηση έγινε σκοπίμως ώστε να προσομοιωθεί καλύτερα η φιλοσοφία του κλασικού HS και για να επεξηγηθούν αποτελεσματικότερα οι υπόλοιπες λειτουργίες του SHHS στις επόμενες φάσεις του. Οι συχνότητες αποτελούν βασικό στοιχείο του αλγορίθμου για να επιλύσει τα προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Για αυτό το λόγο δημιουργείται η *HML* (Harmony Memory List) ως λίστα με μεταβλητές. Στην λίστα *HML* αποθηκεύονται όλες οι συχνότητες από τις δημιουργημένες αρμονίες. Επιπρόσθετα χρησιμοποιούνται οι μεταβλητές *SP* (Similarity Parameter) και *SM* (Similarity Matrix) στην φάση 4 του αλγορίθμου. Πρόκειται για δύο μεταβλητές που καθορίζουν την δημιουργία και την παραγωγή νέων αρμονιών. Η χρήση τους περιγράφεται με λεπτομέρειες στις επόμενες υποενότητες.

5.3.2 Σύνθεση αρχικών λύσεων και δημιουργία μνήμης ((*HM*))

Προτού ξεκινήσει η διαδικασία επίλυσης για τα τρία προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, ο SHHS αρχικοποιεί τις βασικές παραμέτρους. Αρχικά ρυθμίζεται το μέγεθος της μνήμης *HM*. Πρακτικά επιλέγεται ο αριθμός των αρμονιών, οι οποίες θα δημιουργηθούν από τις διεργασίες του αλγορίθμου και στο τέλος θα αποθηκευτούν στην μνήμη. Όταν καθοριστεί το μέγεθος της *HM*, δεν αλλάζει μέχρι την ολοκλήρωση του SHHS. Επιπλέον ο αλγόριθμος θα πρέπει να εκτελεστεί για ένα πεπερασμένο αριθμό επαναλήψεων. Έτσι ορίζεται ως *NI* αριθμός

των επαναλήψεων. Οι συνολικές επαναλήψεις NI του αλγορίθμου δεν θα πρέπει να είναι ούτε υπερβολικά πολλές ούτε λίγες. Η επιλογή του κατάλληλου NI εξαρτάται από το σύνολο των μουσικών νοτών (δλδ. κόμβων) που περιλαμβάνει τα παραδείγματα του κάθε προβλήματος. Πριν ξεκινήσει η διαδικασία της σύνθεσης των αρχικών λύσεων, ο αλγόριθμος αρχικοποιεί τις πιθανότητες $HMCR$ και PAR , οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν στην επόμενη φάση του SHHS.

Η πρώτη φάση του SHHS αναφέρεται στην δημιουργία των αρχικών αρμονιών (δλδ. λύσεων). Για την δημιουργία τους χρησιμοποιούμε τον ευρετικό αλγόριθμο της Πλησιέστερης Εκχώρησης (Nearest Insertion). Ο αριθμός των παραγόμενων αρμονιών καθορίζεται από το μέγεθος της HM . Κατά την διαδικασία της κατασκευής τους, οι αρμονίες εισάγονται μία προς μία στην HM . Η διαδικασία αυτή αρχίζει με τον καθορισμό των συχνοτήτων, δηλαδή από πόσες συχνότητες θα αποτελείται μία αρμονία. Αρχικά, κάθε συχνότητα περιλαμβάνει δύο κόμβους, τον αρχικό 1 και τον τελικό N . Έπειτα ο αλγόριθμος επιλέγει τυχαία ένα κόμβο και τον εισάγει στην συχνότητα. Μόλις όλες οι συχνότητες διαθέτουν τρεις κόμβους, ο αλγόριθμος προχωρά με την μέθοδο της Πλησιέστερης Εκχώρησης. Οι υπόλοιποι κόμβοι είναι διαθέσιμοι να εισαχθούν σε κάθε συχνότητα. Κατά την διαδικασία της επιλογής ο αλγόριθμος ελέγχει ποια συχνότητα είναι κατάλληλη, ώστε να εισαχθεί ο υποψήφιος κόμβος σε αυτήν. Με την καλύτερη συχνότητα να έχει επιλεγεί, ο αλγόριθμος υπολογίζει το χρονικό κόστος της συχνότητας. Εάν αυτό υπερβαίνει το ανώτατο χρονικό όριο $Tmax$, τότε ο υποψήφιος κόμβος δεν εισάγεται στην επιλεγμένη συχνότητα. Στην περίπτωση του CTOP προβλήματος ο αλγόριθμος ελέγχει και την συνολική ζήτηση της συχνότητας να μην ξεπερνάει την ολική χωρητικότητα $Qmax$. Στην περίπτωση που ο υποψήφιος κόμβος εισαχθεί, τότε για την επιλεγμένη συχνότητα υπολογίζεται το χρονικό κόστος και αυξάνεται το συνολικό κέρδος της (αυξάνεται και η συνολική ζήτηση της στην περίπτωση του CTOP). Η μέθοδος της Πλησιέστερης Εκχώρησης συνεχίζεται μέχρι να δημιουργηθούν όλες οι αρχικές αρμονίες. Η πρώτη φάση του SHHS τελειώνει με την αποθήκευση των αρμονιών στην HM .

5.3.3 Σχεδίαση νέων αρμονιών

Η σχεδίαση των νέων αρμονιών στον κλασσικό αλγόριθμο HS είναι γνωστή ως Improvisation Stage. Στην φάση αυτή, ο SHHS ακολουθεί την λογική και τα βασικά βήματα του μεθευρετικού HS. Πιο συγκεκριμένα, αναφερόμαστε στην χρήση της μνήμης HM και των μεταβλητών $HMCR$ και PAR . Επιπλέον δημιουργείται η λίστα HML , η οποία θα χρησιμοποιηθεί και στην επόμενη φάση του αλγορίθμου. Σε αυτή τη φάση ο αλγόριθμος παράγει το 75% των νέων αρμονιών. Η παραγωγή τους βασίζεται στις αρμονίες που είναι αποθηκευμένες στην HM . Οι καινούργιες αρμονίες δημιουργούνται σύμφωνα με τις πιθανότητες $HMCR$ και PAR . Όλες οι διαδικασίες επεξηγούνται στην επόμενη παράγραφο.

Η φάση τρία αρχίζει με την κατασκευή της HML . Η λίστα αυτή θα περιέχει

όλες τις συχνότητες που είναι αποθηκευμένες στην HM . Όπως αναφέραμε στο παράδειγμα στην υποενότητα 5.3.1, μία αρμονία μπορεί να αποτελείται από M συχνότητες. Επομένως το μέγεθος της HML θα κυμαίνεται από το M . Για παράδειγμα, εάν η HM περιέχει 100 αρμονίες και το M ισούται με 3, τότε η HML θα περιλαμβάνει 300 συχνότητες. Φυσικά το μέγεθος της λίστας μικραίνει, διότι ο SHHS αφαιρεί τις όμοιες και κρατά τις μοναδικές συχνότητες. Όταν οι διεργασίες για την ολοκλήρωση της HML , τελειώσουν, ο αλγόριθμος προχωρά στη σχεδίαση νέων αρμονιών.

Η φάση αυτή του αλγορίθμου βασίζεται στην φιλοσοφία του κλασσικού HS. Ο SHHS κατασκευάζει τις νέες αρμονίες από την HML λαμβάνοντας υπόψη την πιθανότητα $HMCR$. Μία νέα αρμονία είναι πλήρως δημιουργημένη, όταν οι M συχνότητες, από τις οποίες αποτελείται, έχουν τροποποιηθεί με κάποιες από τις παρακάτω διαδικασίες :

- Χρήση λίστας HML - ($HMCR$)
- Τοπική αναζήτηση - (PAR)
- Δημιουργία τυχαίας λύσης

Για να εκμεταλλευτεί την λίστα HML , ο αλγόριθμος SHHS χρησιμοποιεί την πιθανότητα $HMCR$. Εάν ισχύει η πιθανότητα, ο αλγόριθμος ακολουθεί την πρώτη διαδικασία επιλέγοντας μία συχνότητα από την HML . Ωστόσο η επιλεγμένη συχνότητα δεν εισέρχεται αμέσως στην αρμονία, διότι θα πρέπει να ελεγχθούν οι αντίστοιχοι περιορισμοί ανάλογα με το πρόβλημα βελτιστοποίησης. Επιπλέον η επιλεγμένη συχνότητα ενδεχομένως, εάν δεν είναι η πρώτη που θα εισαχθεί στην αρμονία, να περιέχει κοινούς κόμβους με τις άλλες συχνότητες που περιλαμβάνονται ήδη στην αρμονία. Για αυτό το λόγο ο αλγόριθμος αφαιρεί τους κοινούς κόμβους και υπολογίζει τα νέα χαρακτηριστικά (χρονικό κόστος διαδρομής, συνολικό κέρδος, χωρητικότητα) της συχνότητας.

Σε αυτό το σημείο ο SHHS ελέγχει την πιθανότητα PAR και λαμβάνει υπόψη την συχνότητα από την προηγούμενη διαδικασία. Στην δεύτερη διαδικασία εφαρμόζεται τοπικής αναζήτησης (Local Search). Εάν η πιθανότητα PAR ισχύει, τότε ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί την τοπική αναζήτηση για να αυξήσει το κέρδος της συχνότητας. Με την μέθοδο της τοπικής αναζήτησης η επιλεγμένη συχνότητα τροποποιείται κατάλληλα, ώστε να μην παραβιάζονται οι περιορισμοί του προβλήματος. Όταν η διαδικασία ολοκληρωθεί, η νέα πλέον συχνότητα εισέρχεται στην αρμονία. Στην περίπτωση που δεν ισχύει η PAR , τότε η επιλεγμένη συχνότητα εισέρχεται στην αρμονία χωρίς καμία τροποποίηση.

Η τρίτη και τελευταία διαδικασία είναι η δημιουργία μιας τυχαίας συχνότητας, η οποία δεν περιέχεται στην HML . Η περίπτωση αυτή συμβαίνει, όταν η πιθανότητα $HMCR$ δεν ισχύει. Ο αλγόριθμος παράγει μία νέα συχνότητα εισάγοντας τυχαία κόμβους σε αυτή. Οι κόμβοι που περιλαμβάνονται στην αρμονία εξαιρούνται από την εισαγωγή τους στην τυχαία συχνότητα. Η διαδικασία ολοκληρώνεται μόλις

ελεγχθούν όλοι οι διαθέσιμοι κόμβοι.

5.3.4 Νέα μέθοδος "similarity process"

Ο αλγόριθμος SHHS συνεχίζει στην φάση με την μέθοδο "similarity process". Η προτεινόμενη τεχνική στοχεύει στην μεγιστοποίηση του κέρδους των αρμονιών. Με την μέθοδο αυτή διευρύνεται ο χώρος των λύσεων επιτρέποντας στον αλγόριθμο να αναζητήσει νέες αρμονίες που δεν δημιουργήθηκαν στην προηγούμενη φάση. Η μέθοδος "similarity process" χωρίζεται σε δύο μέρη. Το πρώτο είναι το κομμάτι της εξαγωγής, όπου περιλαμβάνονται οι μεταβλητές SP (Similarity Parameter) και SM (Similarity Matrix). Σε αυτή την φάση ο SHHS κατασκευάζει τις λύσεις λαμβάνοντας υπόψη τον βασικό περιορισμό των προβλημάτων βελτιστοποίησης, ο οποίος απαγορεύει την ύπαρξη ενός κόμβου παραπάνω από μία φορά σε μία ίδια λύση. Βασιζόμενοι σε αυτόν τον περιορισμό εμπνευστήκαμε την μέθοδο "similarity process", η οποία αναλύεται στη επόμενη παράγραφο. Στο δεύτερο κομμάτι της μεθόδου εφαρμόζεται ο αλγόριθμος της Πλησιέστερης Εκχώρησης για την εισαγωγή πιο κερδοφόρων κόμβων στις αρμονίες.

Η μέθοδος "similarity process" ξεκινά με την δημιουργία της SM (Similarity Matrix). Πρόκειται για ένα πίνακα, ο οποίος αποτελεί κλειδί για την συγκεκριμένη μέθοδο, καθώς μέσω αυτού λαμβάνει τιμές η παράμετρος SP (Similarity Parameter). Η κατασκευή της SM στηρίζεται στην λίστα HML . Ο αλγόριθμος συγκρίνει μία προς μία τις συχνότητες απο την λίστα, υπολογίζει τον αριθμό των όμοιων τους κόμβων και τον αποθηκεύει στην SM . Όταν ελεγχθούν όλες οι συχνότητες, ο πίνακας SM έχει ολοκληρωθεί. Το μέγεθος της SM εξαρτάται από τον αριθμό των συχνοτήτων. Για παράδειγμα, εάν οι συχνότητες ήταν 10, τότε ο SM θα είχε διαστάσεις 10×10 .

Σε αυτήν την φάση ο αλγόριθμος SHHS παράγει το 20% των συνολικών αρμονιών. Για την δημιουργία μιας νέας αρμονίας, ο αλγόριθμος αναζητά στην HML τις συχνότητες με το μεγαλύτερο κέρδος. Μία αρμονία περιλαμβάνει M συχνότητες. Έπομένως αυτή που θα επιλεγεί πρώτη εισάγεται στην αρμονία χωρίς καμία τροποποίηση. Για να ολοκληρωθεί η αρμονία με τις υπόλοιπες $(M - 1)$ συχνότητες, ο SHHS χρησιμοποιεί την παράμετρο SP . Η παράμετρος αυτή δέχεται τιμή από την SM . Η τιμή της παραμέτρου είναι ένας ακέραιος αριθμός, ο οποίος κυμαίνεται μεταξύ της ελάχιστης και της μέγιστης τιμής ($[min_{SM}, max_{SM}]$) της SM . Ο αλγόριθμος επιλέγει τυχαία ένα αριθμό από αυτό το εύρος τιμών. Η παράμετρος SP δηλώνει τον αριθμό των όμοιων κόμβων που πρέπει να περιλαμβάνει μία συχνότητα. Όταν η SP έχει συγκεκριμένη τιμή αναζητά όλες τις συχνότητες με αριθμό ίσο με αυτόν της SP και επιλέγει εκείνη με το μεγαλύτερο κέρδος. Προτού η επιλεγμένη συχνότητα εισαχθεί στην αρμονία, ο αλγόριθμος αφαιρεί τους κοινούς κόμβους της και ελέγχει να μην παριαβιάζονται οι περιορισμοί σύμφωνα με το κάθε πρόβλημα. Η μέθοδος αυτή συνεχίζεται για τις υπόλοιπες $M - 1$ συχνότητες έως ότου συμπληρωθεί η αρμονία. Αυτούσια η παραπάνω διαδικασία

ισχύει μόνο για τα προβλήματα TOP και CTOP. Στην περίπτωση του OP η μέθοδος διαφοροποιείται ελαφρώς, διότι οι αρμονίες αποτελούνται από μία μόνο συχνότητα. Σε αυτό το πρόβλημα ο αλγόριθμος βρίσκει τις πιο κερδοφόρες συχνότητες. Στην συνέχεια αναζητά άλλες συχνότητες σύμφωνα με την παράμετρο SP , επιλέγει την καλύτερη από αυτές ως προς το κέρδος, αφαιρεί τους κοινούς κόμβους και την εισάγει αμέσως στην αρμονία.

Με το παρακάτω τυχαίο παράδειγμα βασισμένο στο πρόβλημα TOP, παρουσιάζεται η δημιουργία μιας νέας αρμονίας (λύσης) χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους SP και SM , όπως εφαρμόζονται στον SHHS αλγόριθμο. Σε αυτό το παράδειγμα δημιουργείται μία αρμονία με δύο συχνότητες ($M = 2$). Τα δεδομένα δίνονται στον Πίνακα 3. Η πρώτη γραμμή δείχνει το σύνολο των κόμβων ($V = (1, \dots, 15)$) και η δεύτερη τα κέρδη σε πλήρη αντιστοιχία. Κάθε συχνότητα ξεκινά από τον κόμβο 1 και τελειώνει με τον 15.

Πίνακας 3

Τυχαία δεδομένα για το παράδειγμα

Κόμβοι	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Κέρδος	0	10	5	15	10	20	5	5	25	10	20	15	5	20	0

Στην συνέχεια ο Πίνακας 4 παρουσιάζει την λίστα HML κατασκευασμένη τυχαία με βάση το παράδειγμα. Πιο συγκεκριμένα περιέχει τις οχτώ συχνότητες (f_1, \dots, f_8) με διαφορετικά μήκη και κέρδη. Κάθε μία από αυτές περιέχει κόμβους από τον Πίνακα 3. Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί τις συχνότητες για να φτιάξει την SM , στον Πίνακα 5. Για κάθε μία αντιστοιχίζονται κάποιοι αριθμοί, οι οποίοι δηλώνουν τους όμοιους κόμβους με τις άλλες συχνότητες. Οι τιμές της SM είναι αναγκαίες για τον υπολογισμό της παραμέτρου SP . Όπως αναφέραμε προηγουμένως, η SP δέχεται τιμές από το εύρος ($[min_{SM}, max_{SM}]$). Σε αυτό το παράδειγμα το εύρος τιμών για την SP είναι $[0,3]$. Αυτό σημαίνει ότι η SP θα πάρει μία τιμή από τέσσερις πιθανές επιλογές. Ο αλγόριθμος επιλέγει τυχαία μία τιμή. Για το συγκεκριμένο παράδειγμα ορίζουμε $SP = 2$.

Ο αλγόριθμος ξεκινά με την δημιουργία της αρμονίας επιλέγοντας την πιο κερδοφόρα συχνότητα. Η συχνότητα με το μεγαλύτερο κέρδος είναι η f_3 , η οποία έχει 85 πόντους κέρδος και είναι χρωματισμένη με μπλε στον Πίνακα 4. Για να βρεθεί η δεύτερη συχνότητα, ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί την παράμετρο $SP = 2$ και αναζητά όλες τις συχνότητες που έχουν ίδιο αριθμό κοινών κόμβων με την f_3 . Σε αυτή την περίπτωση ο αλγόριθμος βρίσκει τρεις υποψήφιες συχνότητες σύμφωνα με την SM , Πίνακας 5. Αυτές είναι οι f_2, f_4 και f_7 και είναι χρωματισμένες με πορτοκαλί. Για επιλεγεί μία από τις τρεις, ελέγχουμε τα κέρδη τους και επιλέγουμε την f_7 , η οποία έχει κέρδος (65) μεγαλύτερο από τις άλλες δύο. Έπειτα ο αλγόριθμος αφαιρεί τους κοινούς κόμβους (10,6) από την f_7 και υπολογίζει το νέο της κέρδος. Έτσι η αρμονία αποτελείται από τις f_3 και f_7 , όπως φέρεται στον Πίνακα 6.

Πίνακας 4
Συχνότητες από την *HML*

f_1	1	14	3	7	8	11	15	55
f_2	1	12	2	13	10	7	15	45
f_3	1	6	12	10	4	9	15	85
f_4	1	4	11	5	12	15		60
f_5	1	11	10	2	3	5	8	60
f_6	1	9	8	4	12	2	15	70
f_7	1	5	10	6	14	7	15	65
f_8	1	13	3	7	4	2	15	40

Πίνακας 5
Similarity Matrix (*SM*)

*	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-	1	0	1	3	1	2	2
2	1	-	2	1	2	2	2	3
3	0	2	-	2	1	3	2	1
4	1	1	2	-	2	2	1	1
5	3	2	1	2	-	2	2	1
6	1	2	3	2	2	-	0	2
7	2	2	2	1	2	0	-	0
8	2	3	1	1	1	2	0	-

Πίνακας 6
Αφαίρεση όμοιων κόμβων από την αρμονία

f_3	f_7	Κέρδος f_3	Κέρδος f_7	Συνολικό Κέρδος	Κόμβοι
1 6 12 10 4 9 15	1 5 14 7 15	85	35	120	10, 6

Για να αυξήσουμε ακόμα περισσότερο το συνολικό κέρδος της αρμονίας, ο αλγόριθμος SHHS συνεχίζει με την διαδικασία εισαγωγής κόμβων. Μετά την διαδικασία της εξαγωγής κόμβων, ο αλγόριθμος βρίσκει όλους τους μη εισαγόμενους κόμβους. Κάποιο από αυτούς είναι υποψήφιοι να εισαχθούν στην συχνότητα f_7 . Αυτοί είναι οι 2,3,8,11,13 όπως εμφανίζονται στον Πίνακα 7. Έπειτα ελέγχουμε το κέρδος του καθένα από αυτούς και αποφασίζουμε ότι οι κόμβοι 2, 3 και 11 είναι πιο κερδοφόροι. Έτσι ο αλγόριθμος τους ισάγει στην f_7 και υπολογίζει το νέο συνολικό κέρδος. Στον Πίνακα 7 οι εισαγόμενοι κόμβοι είναι υπογραμμισμένοι για λόγους ευκρίνειας. Τελικώς η τελική αρμονία έχει συνολικό κέρδος 155, αρκετά μεγαλύτερο από ότι είχε πριν.

Πίνακας 7
Ολοκληρωμένη Αρμονία (Λύση) με $M = 2$ συχνότητες

f_3	f_7'	Κέρδος f_3	Κέρδος f_7'	Συνολικό Κέρδος	Κόμβοι
1 6 12 10 4 9 15	1 <u>3</u> <u>2</u> <u>5</u> <u>11</u> 14 7 15	85	70	155	<u>2,3,8,11,13</u>

Το παραπάνω παράδειγμα στοχεύει στην αναλυτικότερη επεξήγηση της μεθόδου "similarity process". Ωστόσο η εισαγωγή των κόμβων και ο αριθμός τους που μπορεί να εισαχθεί σε μία αρμονία δεν είναι τόσο απλή διαδικασία, όπως το παρουσιάζουμε στον Πίνακα 7. Για αυτό το λόγο παραλείπουμε τους περιορισμούς τους προβλήματος, ώστε να απλοποιηθεί περισσότερο το παράδειγμα. Επισημάνουμε πως πραγματικά λειτουργεί η "similarity process" στην τρίτη παράγραφο αυτής της υποενότητας. Για να αποφύγουμε οποιαδήποτε ασάφεια, διευκρινίζουμε ότι με το παραπάνω παράδειγμα παρουσιάζουμε την λειτουργικότητα της μεθόδου "similarity process".

5.3.5 Εύρεση καλύτερων λύσεων και ενημέρωση της HM

Με το τέλος της μεθόδου "similarity process", ο SHHS στην τελευταία φάση του. Σε αυτήν ο αλγόριθμος αναζητά τις αρμονίες με το καλύτερο κέρδος, ώστε να αποθηκευτούν στην μνήμη HM . Όταν η ενημέρωση της HM ολοκληρωθεί, ο αλγόριθμος συνεχίζει στην επόμενη επανάληψη. Η διαδικασία αυτή τελειώνει, όταν ικανοποιηθεί ο αριθμός των επαναλήψεων NI . Με την ολοκλήρωση των επαναλήψεων ο αλγόριθμος δημιουργεί την τελική μνήμη HM , η οποία περιέχει την πιο κερδοφόρα αρμονία.

Κατά την διάρκεια των δύο προηγούμενων φάσεων, ο SHHS δημιουργεί νέες αρμονίες λαμβάνοντας υπόψη την λίστα HML , η οποία περιλαμβάνει τις συχνότητες από όλες τις αρμονίες στην μνήμη HM . Σε κάθε επανάληψη ο αλγόριθμος ενημερώνει την HM με το 50% από τις καλύτερες νέες αρμονίες και το υπόλοιπο 50% αποτελείται από τις ήδη αποθηκευμένες. Έτσι ο αλγόριθμος αποθηκεύει προσωρινά τις νέες αρμονίες, με στόχο να εισάγει τις μίσες από αυτές στην HM .

6 Ανάλυση Αποτελεσμάτων

Σε αυτή την ενότητα της εργασίας αναλύονται τα αποτελέσματα του αλγορίθμου SHHS στα προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης Orienteering Problem (OP), Team Orienteering Problem (TOP) και Capacitated Team Orienteering Problem (CTOP). Για κάθε πρόβλημα ξεχωριστά παρουσιάζονται οι αντίστοιχοι πίνακες με τα παραδείγματα, στα οποία εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος. Γενικά η απόδοση του SHHS ήταν κάτι περισσότερο από ικανοποιητική αντιμετωπίζοντας όλες τις δυσκολίες. Αυτό αποδεικνύεται στις μικρές αποκλίσεις που έχουν οι τιμές του αλγορίθμου από τις καλύτερες δημοσιευμένες σε καθένα από τα τρία προβλήματα. Επιπλέον, ο συνδυασμός διαφόρων τεχνικών και μεθόδων συνέβαλλε σημαντικά, ώστε ο αλγόριθμος να ξεπεράσει κάθε προσδοκία. Ως συμπέρασμα τελικό, ο SHHS εφαρμόζεται με μεγάλη επιτυχία σε διακριτά προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης.

6.1 Ανάλυση αποτελεσμάτων OP

Στο πρώτο πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, όπου εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος SHHS, είναι το πρόβλημα προσανατολισμού (Orienteering Problem (OP)). Για να εξετάσουμε την αποτελεσματικότητά του, χρησιμοποιήσαμε τα παραδείγματα που υπάρχουν στην βιβλιογραφία. Για τις συγκρίσεις των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου με αυτών της βιβλιογραφίας εξετάστηκαν πέντε σύνολα παραδειγμάτων, από τα οποία τα τρία έχουν προταθεί από τον Tsiligirides και τα άλλα δύο από τον Chao. . Στον Πίνακα 8 υπάρχουν αναλυτικά τα χαρακτηριστικά για καθένα από τα πέντε σύνολα παραδειγμάτων. Η δομή των πινάκων με τα αποτελέσματα οργανώνεται σε τέσσερις στήλες. Η πρώτη δηλώνει το όνομα του παραδείγματος. Στην δεύτερη στήλη παρουσιάζονται οι βέλτιστες λύσεις από την βιβλιογραφία Best Known Solution (BKS), ενώ στην τρίτη οι τιμές του αλγορίθμου SHHS. Στην τελευταία στήλη υπολογίζεται σε ποσοστό η απόκλιση της τιμής του αλγορίθμου από την βέλτιστη.

Πίνακας 8

Σύνολα παραδειγμάτων του OP στην βιβλιογραφία

Όνομασία	Αριθμός Παραδειγμάτων	Αριθμός Κόμβων(N)	$Tmax$
Tsiligirides Set _1	18	32	5-85
Tsiligirides Set _2	11	21	15-45
Tsiligirides Set _3	20	33	15-110
Chao Set _1	14	64	15-80
Chao Set _2	26	66	5-130

Πίνακας 9
Αποτελέσματα για το Tsilligirides's Set 1

Παραδείγματα	BKS	SHHS	RD
t1-05	10	10	0,00%
t1-10	15	15	0,00%
t1-15	45	45	0,00%
t1-20	65	65	0,00%
t1-25	90	90	0,00%
t1-30	110	105	4,54%
t1-35	135	130	3,70%
t1-40	155	150	3,22%
t1-46	175	175	3,06%
t1-50	190	185	2,63%
t1-55	205	200	2,43%
t1-60	225	225	0,00%
t1-65	240	240	0,00%
t1-70	260	260	0,00%
t1-73	265	265	0,00%
t1-75	270	270	0,00%
t1-80	280	280	0,00%
t1-85	285	285	0,00%

Πίνακας 10
Αποτελέσματα για το Tsilligirides's Set 2

Παραδείγματα	BKS	SHHS	RD
t2-15	120	120	0,00%
t2-20	200	200	0,00%
t2-23	210	210	0,00%
t2-25	230	230	0,00%
t2-27	265	265	0,00%
t2-30	300	300	0,00%
t2-32	320	320	0,00%
t2-38	360	355	1,38%
t2-40	395	395	0,00%
t2-45	450	450	0,00%

Πίνακας 11
Αποτελέσματα για το Tsilligirides's Set 2

Παραδείγματα	BKS	SHHS	RD
t3-15	170	170	0,00%
t3-20	200	200	0,00%
t3-25	260	260	0,00%
t3-30	320	320	0,00%
t3-35	390	390	0,00%
t3-40	430	410	4,65%
t3-45	490	470	4,08%
t3-50	520	500	3,84%
t3-55	550	530	3,63%
t3-60	580	570	1,72%
t3-65	610	610	0,00%
t3-70	640	620	3,12%
t3-75	670	650	2,98%
t3-80	710	700	1,40%
t3-85	740	730	1,35%
t3-90	770	760	1,29%
t3-95	790	790	0,00%
t3-100	800	800	0,00%
t3-105	80	800	0,00%
t3-110	800	800	0,00%

Πίνακας 12

Αποτελέσματα για το Chao's Set 1

Instances	BKS	SHHS	RD
64-1-15	96	96	0,00%
64-1-20	294	294	0,00%
64-1-25	390	390	0,00%
64-1-30	474	468	1,26%
64-1-35	576	570	1,04%
64-1-40	714	714	0,00%
64-1-45	816	798	2,20%
64-1-50	894	870	2,68%
64-1-55	978	948	3,06%
64-1-60	1062	1020	3,95%
64-1-65	1116	1080	3,22%
64-1-70	1188	1155	2,77%
64-1-75	1230	1200	2,43%
64-1-80	1278	1248	2,34%

Πίνακας 13

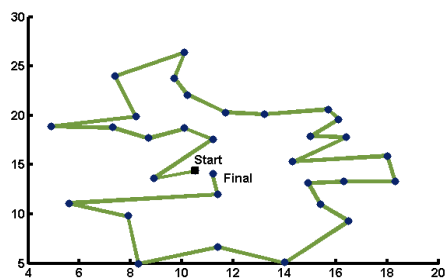
Αποτελέσματα για το Chao's Set 2

Instances	BKS	SHHS	RD
66-1-010	40	40	0,00%
66-1-015	120	120	0,00%
66-1-020	205	195	4,78%
66-1-025	290	290	0,00%
66-1-030	400	400	0,00%
66-1-035	465	465	0,00%
66-1-040	575	535	6,95%
66-1-045	650	645	0,76%
66-1-050	730	710	2,73%
66-1-055	825	815	1,21%
66-1-060	915	885	3,27%
66-1-065	980	955	2,55%
66-1-070	1070	1030	3,73%
66-1-075	1140	1115	2,19%
66-1-080	1215	1155	4,93%
66-1-085	1260	1210	3,96%
66-1-090	1340	1290	3,73%
66-1-095	1380	1310	6,48%
66-1-100	1445	1370	5,19%
66-1-105	1515	1410	6,93%
66-1-110	1545	1485	3,88%
66-1-115	1590	1540	3,14%
66-1-120	1635	1615	1,22%
66-1-125	1665	1655	0,60%
66-1-130	1680	1680	0,00%

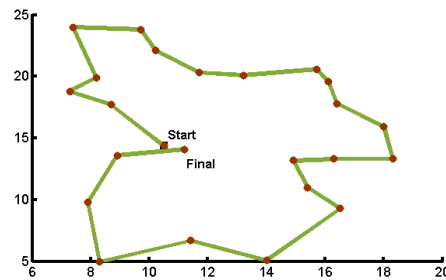
Για τον υπολογισμό της ποιότητας της λύσης του αλγορίθμου SHHS χρησιμοποιείται ο τύπος $RD = \frac{(c_{SHHS} - c_{BKs})}{c_{BKs}} \%$, με c_{SHHS} η τιμή του αλγορίθμου και με c_{BKs} η βέλτιστη τιμή. Στο πρώτο σύνολο παραδειγμάτων του Tsiligirides ο SHHS βρίσκει 12 από τις 18 βέλτιστες τιμές έχοντας μέσο όρο απόκλισης 1.087%. Στο δεύτερο σύνολο επιτυγχάνει 9 από τα 10 βέλτιστα αποτελέσματα με μέσο όρο απόκλισης 0.138%. Τέλος στο τρίτο σύνολο ο αλγόριθμος βρίσκει τις βέλτιστες τιμές σε 10 από τα 20 παραδείγματα με μέσο όρο απόκλισης 1.403%. Στα τρία σύνολα του Tsiligirides ο SHHS φτάνει σε βέλτιστες τιμές σε 31 από 48 παραδείγματα έχοντας ποσοστό επιτυχίας 64.58%. Εντυπωσιακός είναι ο μέσος όρος απόκλισης από τις βέλτιστες λύσεις, οποίος ξεπερνάει ελάχιστα το 1% (για την ακρίβεια 1.021%). Τα αποτελέσματα στους Πίνακες 9 έως 11 είναι αρκετά ενθαρρυντικά για την αποδοτικότητα του αλγορίθμου.

Τα Σχήματα 1 έως 6 αναπαριστούν γραφικά τις λύσεις σε παραδείγματα από τα τρία σύνολα του Tsiligirides. Και στις έξι εικόνες παρουσιάζονται οι διαδρομές των βέλτιστων λύσεων που κατέγραψε ο SHHS. Κάθε εικόνα αποτελεί ένα ξεχωριστό παράδειγμα με διαφορετικό σύνολο κόμβων και ανώτατο χρονικό όριο T_{max} .

Σχήμα 1. $T_{max} = 85$ και Συνολικό Κέρδος = 285

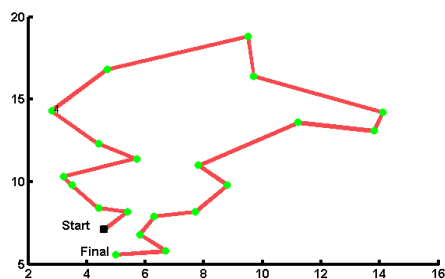


Σχήμα 2. $T_{max} = 60$ και Συνολικό Κέρδος = 225

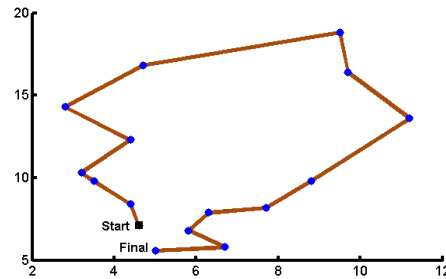


Σχήμα 3. Tsiligirides Set 1, t1-85 (αριστερά) και t1-60 (δεξιά)

Σχήμα 4. $T_{max} = 45$ και Συνολικό Κέρδος = 450

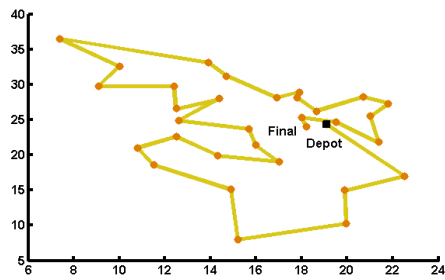


Σχήμα 5. $T_{max} = 35$ και Συνολικό Κέρδος = 320

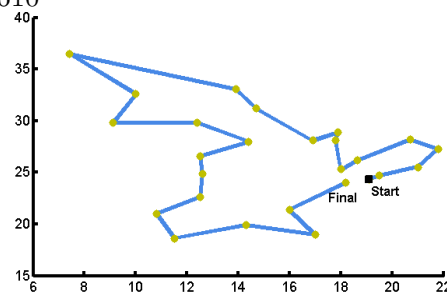


Σχήμα 6. Tsiligirides Set 2, t2-45 (αριστερά) και t2-35 (δεξιά)

Σχήμα 7. $T_{max} = 110$ και Συνολικό Κέρδος = 800



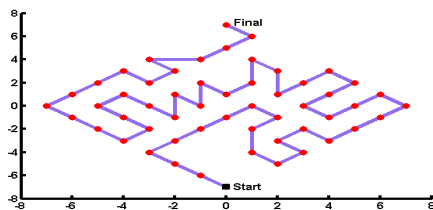
Σχήμα 8. $T_{max} = 65$ και Συνολικό Κέρδος = 610



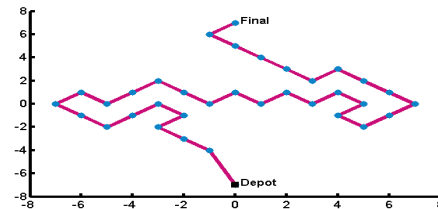
Σχήμα 9. Tsilligirides Set 3, t3-110 (αριστερά) και t3-65 (δεξιά)

Στους Πίνακες 12 και 13 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του αλγορίθμου στα δύο τελευταία σύνολα παραδειγμάτων. Η βασική διαφορά αυτών των συνόλων από τα τρία προηγούμενα είναι η ομαδοποιημένη μορφή που έχουν οι κόμβοι σε σχήμα τετραγώνου. Όπως φαίνεται στον Πίνακα 12 ο αλγόριθμος βρίσκει τις βέλτιστες τιμές σε 4 από τα 13 παραδείγματα με μέσο όρο απόκλισης ίσο με 1.919%. Στον Πίνακα 13 επιτυγχάνονται 6 από τα 24 παραδείγματα έχοντας μέσο όρο απόκλισης 2.842%. Συνολικά σε αυτά τα δύο σύνολα παραδειγμάτων ο SHHS λειτουργεί αποτελεσματικά σε 10 από τις 37 περιπτώσεις (27.02%) με μέσο όρο απόκλισης 2.518%.

Σχήμα 10. $T_{max} = 80$ και Συνολικό Κέρδος = 1248

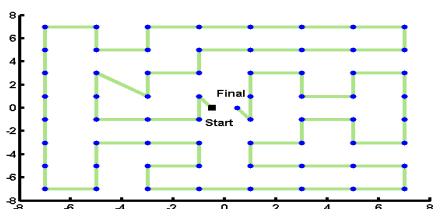


Σχήμα 11. $T_{max} = 50$ και Συνολικό Κέρδος = 876

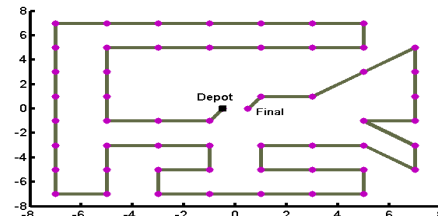


Σχήμα 12. Chao Set 1, 64-80(αριστερά) και 64-50 (δεξιά)

Σχήμα 13. $T_{max} = 130$ και Συνολικό Κέρδος = 1680



Σχήμα 14. $T_{max} = 110$ και Συνολικό Κέρδος = 1485



Σχήμα 15. Chao Set 2, t3-110 (αριστερά) και t3-65 (δεξιά)

Στα Σχήματα 10, 11, 13 και 14 απεικονίζονται οι λύσεις του SHHS στα δύο τελευταία σύνολα παραδειγμάτων. Όπως φαίνεται στις εικόνες οι κόμβοι ομαδοποιούνται σε μορφές που παραπέμπουν σε τετράγωνα ή παραλληλόγραμμα. Κάθε παράδειγμα έχει διαφορετικό σύνολο κόμβων και ανώτατο χρονικό $Tmax$.

Για κάθε παράδειγμα ο αλγόριθμος SHHS εκτελέστηκε από 10 μέχρι 30 επαναλήψεις. Ο αριθμός των επαναλήψεων εξαρτάται πλήρως από τα χαρακτηριστικά του κάθε παραδείγματος. Αυτό ισχύει, διότι διαθέτουν διαφορετικό αριθμό κόμβων και ανώτατο χρονικό όριο $Tmax$. Επιπρόσθετα, οι μεταβλητές $HMCR$ και PAR κυμαίνοντουσαν σε διαφορετικά εύρη τιμών. Το εύρος για την $HMCR$ ήταν σχετικά χαμηλό ($[0,15, 0,35]$), διότι λόγω του μικρού αριθμού οχημάτων ($M = 1$) ο αλγόριθμος συνέκλινε σχετικά γρήγορα. Επομένως με μικρές τιμές της $HMCR$ ο αλγόριθμος παρήγαγε περισσότερες τυχαίες λύσεις, οι οποίες βελτιώνονταν από την μέθοδο "similarity process". Αντίθετα η μεταβλητή PAR δεχόταν τιμές από το σύνολο $[0,65, 0,85]$, ώστε κατά την διαδικασία του σχεδιασμού νέων λύσεων να εφαρμοζόταν συχνότερα η τοπική αναζήτηση.

Σε γενικές γραμμές η απόδοση του SHHS στο πρόβλημα OP ήταν ικανοποιητική. Η επιτυχία του σε 41 από τα 85 (48.23%) παραδείγματα συνολικά είναι πάρα πολύ καλή. Η μεγαλύτερη απόκλιση συναντάται στο παράδειγμα 66-1-40 με 6.95%. Ωστόσο ο μέσος όρος της συνολικής απόκλισης από τις βέλτιστες λύσεις δεν ξεπερνά το 2%. Αυτό πρακτικά σημαίνει, ότι ο SHHS προσεγγίζει τις απόλυτα βέλτιστες λύσεις σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, γεγονός που αποδεικνύεται και στα σχήματα με τις απεικονισμένες λύσεις.

6.2 Ανάλυση αποτελεσμάτων TOP

Ο αλγόριθμος SHHS δοκιμάστηκε στα παραδείγματα της βιβλιογραφίας για το Team Orienteering Problem (TOP). Το TOP προτάθηκε ως πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης από τους Chao et al.. Σε αυτήν την υποενοότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του αλγορίθμου για κάθε σύνολο παραδειγμάτων του TOP. Επιπλέον παρουσιάζεται η λειτουργία της μεθόδου "similarity process" και πως συμβάλλει στην αποδοτικότητα του αλγορίθμου. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα υπάρχουν επτά σύνολα παραδειγμάτων, με διαφορετικό αριθμό κόμβων, οχημάτων και $Tmax$. Το TOP περιλαμβάνει συνολικά 387 παραδείγματα. Ο SHHS εκτελέστηκε για καθένα από αυτά ξεχωριστά. Οι τιμές για κάθε παράδειγμα υπάρχουν στους παρακάτω πίνακες.

Στον Πίνακα 14 διακρίνονται αναλυτικά τα χαρακτηριστικά όλων των συνόλων των παραδειγμάτων του TOP. Πιο συγκεκριμένα, ο παρακάτω πίνακας αποτελείται από έξι στήλες. Στην πρώτη αναγράφεται η ονομασία του συνόλου και στην δεύτερη το όνομα του παραδείγματος. Στην τρίτη στήλη καταγράφεται ο συνολικός αριθμός των κόμβων για κάθε σύνολο παραδειγμάτων. Η πέμπτη στήλη έχει

των αριθμό των οχημάτων και η έκτη το ελάχιστο και μέγιστο ανώτατο χρονικό όριο για κάθε παράδειγμα σε κάθε σύνολο.

Πίνακας 14

Χαρακτηριστικά παραδειγμάτων του TOP στην βιβλιογραφία

Σύνολο	Παράδειγμα	Αρ. Παραδ.	Κόμβοι (N)	Αρ. Οχημάτων (M)	T_{max}
Set_1	p1.2	18	32	2	2.5-42.5
	p1.3	18	32	3	1.7-28.3
	p1.4	18	32	4	1.2-21.2
Set_2	p2.2	11	21	2	7.5-22.5
	p2.3	11	21	3	5-15
	p2.4	11	21	4	3.8-11.2
Set_3	p3.2	20	33	2	7.5-55
	p3.3	20	33	3	5-36.7
	p3.4	20	33	4	3.8-27.5
Set_4	p4.2	20	100	2	25-120
	p4.3	20	100	3	16.7-80
	p4.4	20	100	4	12.5-60
Set_5	p5.2	26	66	2	2.5-65
	p5.3	26	66	3	1.7-43.3
	p5.4	26	66	4	1.2-32.5
Set_6	p6.2	14	66	2	7.5-40
	p6.3	14	66	3	5-26.7
	p6.4	14	66	4	3.8-20
Set_7	p7.2	20	102	2	10-200
	p7.3	20	102	3	6.7-133.3
	p7.4	20	102	4	5-100

Στους Πίνακες 15 έως 25 παρατείνονται με αρκετές λεπτομέρειες τα αποτελέσματα του SHHS στα παραδείγματα του TOP. Η δομή του κάθε πίνακα περιλαμβάνει επτά στήλες. Στην πρώτη αναγράφεται το όνομα του κάθε παραδείγματος μαζί με τον αριθμό των οχημάτων (Examples). Στην δεύτερη στήλη υπάρχουν τα βέλτιστα αποτελέσματα του TOP στην βιβλιογραφία και στην τρίτη τα αποτελέσματα του SHHS για κάθε παράδειγμα ξεχωριστά. Οι επόμενες τέσσερις στήλες αποτελούν στατιστικά δεδομένα για την ποιότητα των λύσεων. Στην τέταρτη στήλη αναγράφεται ο μέσος όρος (AVG) των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου. Στην πέμπτη υπολογίζεται η απόκλιση (RD) της λύσης του αλγορίθμου από την αντίστοιχη βέλτιστη. Τέλος στις δύο τελευταίες στήλες υπολογίζονται η τυπική απόκλιση (SD) και η διακύμανση (Var) των τιμών του (SHHS).

Πίνακας 15

Σετ 1

Examples	Best	SHHS	AVG	RD	SD	Var
p1.2.c	20	20	20,00	0%	0,00	0,00
p1.2.d	30	30	30,00	0%	0,00	0,00
p1.2.e	45	45	45,00	0%	0,00	0,00
p1.2.f	80	80	80,00	0%	0,00	0,00
p1.2.g	90	90	88,66	0%	2,28	5,23
p1.2.h	110	110	110,00	0%	0,00	0,00
p1.2.i	135	135	131,66	0%	2,43	5,95
p1.2.j	155	155	155,00	0%	0,00	0,00
p1.2.k	175	175	175,00	0%	0,00	0,00
p1.2.l	195	195	193,00	0%	2,53	6,42
p1.2.m	215	215	210,66	0%	3,19	10,23
p1.2.n	235	235	231,33	0%	3,99	15,95
p1.2.o	240	240	239,66	0%	1,29	1,66
p1.2.p	250	250	249,33	0%	1,75	3,09
p1.2.q	265	265	264,33	0%	1,75	3,09
p1.2.r	280	280	276,66	0%	2,43	5,95
p1.3.e	30	30	30,00	0%	0,00	0,00
p1.3.f	40	40	40,00	0%	0,00	0,00
p1.3.g	50	50	50,00	0%	0,00	0,00
p1.3.h	70	70	70,00	0%	0,00	0,00
p1.3.i	105	105	105,00	0%	0,00	0,00
p1.3.j	115	115	114,66	0%	1,29	1,66
p1.3.k	135	135	135,00	0%	0,00	0,00
p1.3.l	155	155	151,66	0%	2,43	5,95
p1.3.m	175	175	175,00	0%	0,00	0,00
p1.3.n	190	190	190,00	0%	0,00	0,00
p1.3.o	205	205	205,00	0%	0,00	0,00
p1.3.p	220	220	220,00	0%	0,00	0,00
p1.3.q	230	230	230,00	0%	0,00	0,00
p1.3.r	250	250	250,00	0%	0,00	0,00
p1.4.f	25	25	25,00	0%	0,00	0,00
p1.4.g	35	35	35,00	0%	0,00	0,00
p1.4.h	45	45	45,00	0%	0,00	0,00
p1.4.i	60	60	60,00	0%	0,00	0,00
p1.4.j	75	75	75,00	0%	0,00	0,00
p1.4.k	100	100	100,00	0%	0,00	0,00
p1.4.l	120	120	120,00	0%	0,00	0,00
p1.4.m	130	130	130,00	0%	0,00	0,00
p1.4.n	155	155	155,00	0%	0,00	0,00
p1.4.o	165	165	165,00	0%	0,00	0,00
p1.4.p	175	175	175,00	0%	0,00	0,00
p1.4.q	190	190	186,66	0%	3,51	12,38
p1.4.r	210	210	210,00	0%	0,00	0,00

Κόμβοι = 32, Παραδείγματα = 42

Πίνακας 16

Σελ 2

Examples	Best	SHHS	AVG	RD	SD	Var
p2.2.a	90	90	90,00	0%	0,00	0,00
p2.2.b	120	120	120,00	0%	0,00	0,00
p2.2.c	140	140	140,00	0%	0,00	0,00
p2.2.d	160	160	160,00	0%	0,00	0,00
p2.2.e	190	190	190,00	0%	0,00	0,00
p2.2.f	200	200	200,00	0%	0,00	0,00
p2.2.g	200	200	200,00	0%	0,00	0,00
p2.2.h	230	230	230,00	0%	0,00	0,00
p2.2.i	230	230	230,00	0%	0,00	0,00
p2.2.j	260	260	260,00	0%	0,00	0,00
p2.2.k	275	275	272,00	0%	2,53	6,42
p2.3.a	70	70	70,00	0%	0,00	0,00
p2.3.b	70	70	70,00	0%	0,00	0,00
p2.3.c	105	105	105,00	0%	0,00	0,00
p2.3.d	105	105	105,00	0%	0,00	0,00
p2.3.e	120	120	120,00	0%	0,00	0,00
p2.3.f	120	120	120,00	0%	0,00	0,00
p2.3.g	145	145	145,00	0%	0,00	0,00
p2.3.h	165	165	165,00	0%	0,00	0,00
p2.3.i	200	200	200,00	0%	0,00	0,00
p2.3.j	200	200	200,00	0%	0,00	0,00
p2.3.k	200	200	200,00	0%	0,00	0,00
p2.4.b	70	70	70,00	0%	0,00	0,00
p2.4.c	70	70	70,00	0%	0,00	0,00
p2.4.d	70	70	70,00	0%	0,00	0,00
p2.4.e	70	70	70,00	0%	0,00	0,00
p2.4.f	105	105	105,00	0%	0,00	0,00
p2.4.g	105	105	105,00	0%	0,00	0,00
p2.4.h	120	120	120,00	0%	0,00	0,00
p2.4.i	120	120	120,00	0%	0,00	0,00
p2.4.j	120	120	120,00	0%	0,00	0,00
p2.4.k	180	180	180,00	0%	0,00	0,00

Κόμβοι = 21, Παραδείγματα = 32

Πίνακας 17

Σελ 3

Examples	Best	SHHS	AVG	RD	SD	Var
p3.2.a	90	90	90,00	0%	0,00	0,00
p3.2.b	150	150	150,00	0%	0,00	0,00
p3.2.c	180	180	180,00	0%	0,00	0,00
p3.2.d	220	220	220,00	0%	0,00	0,00
p3.2.e	260	260	256,66	0%	4,87	23,80
p3.2.f	300	300	298,00	0%	4,14	17,14
p3.2.g	360	360	351,33	0%	3,51	12,38
p3.2.h	410	400	395,33	2,4%	5,16	26,66
p3.2.i	460	460	450,66	0%	7,98	63,80
p3.2.j	510	510	502,85	0%	4,57	20,95
p3.2.k	550	550	548,00	0%	4,14	17,14
p3.2.l	590	590	588,00	0%	4,14	17,14
p3.2.m	620	620	620,00	0%	0,00	0,00
p3.2.n	660	660	652,00	0%	4,14	17,14
p3.2.o	690	690	682,66	0%	4,57	20,95
p3.2.p	720	720	717,33	0%	4,57	20,95
p3.2.q	760	760	752,00	0%	4,14	17,14
p3.2.r	790	790	790,00	0%	0,00	0,00
p3.2.s	800	800	800,00	0%	0,00	0,00
p3.2.t	800	800	800,00	0%	0,00	0,00
p3.3.a	30	30	30,00	0%	0,00	0,00
p3.3.b	90	90	90,00	0%	0,00	0,00
p3.3.c	120	120	120,00	0%	0,00	0,00
p3.3.d	170	170	170,00	0%	0,00	0,00
p3.3.e	200	200	200,00	0%	0,00	0,00
p3.3.f	-	230	230,00	0%	0,00	0,00
p3.3.g	270	270	270,00	0%	0,00	0,00
p3.3.h	300	300	300,00	0%	0,00	0,00
p3.3.i	330	330	330,00	0%	0,00	0,00
p3.3.j	380	380	380,00	0%	0,00	0,00
p3.3.k	440	440	440,00	0%	0,00	0,00
p3.3.l	480	480	46 478,00	0%	4,14	17,14

Πίνακας 18
 Σετ 3 (Συνέχεια)

Examples	Best	SHHS	AVG	RD	SD	Var
p3.3.m	520	520	518,00	0%	4,14	17,14
p3.3.n	570	570	570,00	0%	0,00	0,00
p3.3.o	590	580	578,66	1,7%	3,51	12,38
p3.3.p	640	640	636,66	0%	6,17	38,09
p3.3.q	660	660	674,00	0%	6,32	40,00
p3.3.r	710	710	710,00	0%	0,00	0,00
p3.3.s	720	710	710,00	1,4%	0,00	0,00
p3.3.t	760	750	736,66	1,3%	8,99	80,95
p3.4.c	90	90	90,00	0%	0,00	0,00
p3.4.d	100	100	100,00	0%	0,00	0,00
p3.4.e	140	140	140,00	0%	0,00	0,00
p3.4.f	190	190	190,00	0%	0,00	0,00
p3.4.g	220	220	220,00	0%	0,00	0,00
p3.4.h	240	240	240,00	0%	0,00	0,00
p3.4.i	270	270	270,00	0%	0,00	0,00
p3.4.j	310	310	308,66	0%	3,51	12,38
p3.4.k	350	350	350,00	0%	0,00	0,00
p3.4.l	380	380	380,00	0%	0,00	0,00
p3.4.m	390	390	390,00	0%	0,00	0,00
p3.4.n	440	440	435,33	0%	5,16	26,66
p3.4.o	500	500	498,66	0%	3,51	12,38
p3.4.p	560	560	554,66	0%	7,43	55,23
p3.4.q	560	560	558,66	0%	3,51	12,38
p3.4.r	600	600	596,00	0%	6,32	40,00
p3.4.s	670	670	666,66	0%	4,87	23,80
p3.4.t	670	670	668,00	0%	4,14	17,14

Κόμβοι = 33, Παραδείγματα = 58

Πίνακας 19
Σελ 4

Examples	Best	SHHS	AVG	RD	SD	Var
p4.2.a	206	206	206,00	0%	0,00	0,00
p4.2.b	341	341	341,00	0%	0,00	0,00
p4.2.c	452	452	452,00	0%	0,00	0,00
p4.2.d	531	528	523,80	0,5%	4,31	18,60
p4.2.e	618	611	601,86	1,1%	6,30	39,69
p4.2.f	687	673	660,40	2%	9,18	84,40
p4.2.g	757	753	741,60	0,5%	8,84	78,25
p4.2.h	835	816	804,40	2,3%	7,39	54,68
p4.2.i	918	896	875,53	2,4%	15,79	249,40
p4.2.j	965	936	912,40	3%	18,36	337,11
p4.2.k	1022	983	966,53	3,8%	14,95	223,69
p4.2.l	1074	1048	1015,80	2,4%	15,90	252,80
p4.2.m	1132	1078	1048,06	4,8%	8,25	68,17
p4.2.n	1174	1152	1096,60	1,8%	16,33	266,85
p4.2.o	1218	1168	1144,80	4,1%	10,54	111,11
p4.2.p	1242	1211	1183,53	2,5%	17,12	293,13
p4.2.q	1268	1245	1217,26	1,8%	13,71	188,06
p4.2.r	1292	1269	1247,06	1,8%	11,39	129,92
p4.2.s	1304	1277	1273,00	1,5%	8,75	76,71
p4.2.t	1306	1280	1289,53	0,5%	4,95	24,55
p4.3.d	335	335	335,00		0,00	0,00
p4.3.e	468	468	467,60	0%	0,50	0,25
p4.3.f	579	579	573,06	0%	5,81	33,78
p4.3.g	653	639	644,53	0,3%	6,31	39,83
p4.3.h	729	713	711,20	1,9%	3,78	14,31
p4.3.i	809	796	778,66	1,6%	12,30	151,38
p4.3.j	861	841	842,40	0,8%	6,02	36,25
p4.3.k	919	899	896,33	1,2%	9,01	81,23

Πίνακας 20
Σετ 4 (Συνέχεια)

Examples	Best	SHHS	AVG	RD	SD	Var
p4.3.l	979	954	941,53	2,5%	8,31	69,13
p4.3.m	1063	1028	1002,80	3,3%	13,20	174,45
p4.3.n	1121	1093	1061,86	2,5%	15,76	248,55
p4.3.o	1172	1149	1134,80	2%	11,09	123,02
p4.3.p	1222	1213	1183,40	0,7%	14,50	210,02
p4.3.q	1253	1226	1214,00	2,2%	9,53	91,00
p4.3.r	1273	1247	1235,40	2%	8,63	74,54
p4.3.s	1295	1265	1248,66	2,3%	9,34	87,23
p4.3.t	1305	1278	1260,86	2,1%	10,30	106,26
p4.4.e	183	183	183,00	0%	0,00	0,00
p4.4.f	324	324	324,00	0%	0,00	0,00
p4.4.g	461	461	461,00	0%	0,00	0,00
p4.4.h	571	556	555,66	2,6%	0,61	0,38
p4.4.i	657	653	649,13	0,6%	2,06	4,26
p4.4.j	732	731	722,00	0,1%	6,60	43,57
p4.4.k	821	819	812,00	0,2%	4,72	22,28
p4.4.l	880	859	844,73	2,4%	5,95	35,49
p4.4.m	919	896	883,60	2,5%	8,30	68,97
p4.4.n	977	948	937,06	3%	7,37	54,35
p4.4.o	1061	1035	1011,80	2,4%	9,96	99,31
p4.4.p	1124	1112	1100,33	1,1%	8,18	66,95
p4.4.q	1161	1129	1120,40	2,8%	6,29	39,68
p4.4.r	1216	1170	1149,66	3,8%	15,63	244,52
p4.4.s	1260	1223	1208,93	2,9%	6,27	39,35
p4.4.t	1285	1264	1228,53	1,6%	14,39	207,12

Κόμβοι = 100, Παραδείγματα = 53

Examples	Best	SHHS	AVG	RD	SD	Var
p5.2.b	20	20	20,00	0%	0,00	0,00
p5.2.c	50	50	50,00	0%	0,00	0,00
p5.2.d	80	80	80,00	0%	0,00	0,00
p5.2.e	180	180	180,00	0%	0,00	0,00
p5.2.f	240	240	240,00	0%	0,00	0,00
p5.2.g	320	320	320,00	0%	0,00	0,00
p5.2.h	410	410	410,00	0%	0,00	0,00
p5.2.i	480	480	480,00	0%	0,00	0,00
p5.2.j	580	580	580,00	0%	0,00	0,00
p5.2.k	670	670	670,00	0%	0,00	0,00
p5.2.l	800	800	800,00	0%	0,00	0,00
p5.2.m	860	860	860,00	0%	0,00	0,00
p5.2.n	925	925	925,00	0%	0,00	0,00
p5.2.o	1020	1020	1020,00	0%	0,00	0,00
p5.2.p	1150	1150	1150,00	0%	0,00	0,00
p5.2.q	1195	1195	1195,00	0%	0,00	0,00
p5.2.r	1260	1260	1256,78	0%	4,08	16,66
p5.2.s	1340	1325	1325,00	1,1%	0,00	0,00
p5.2.t	1400	1380	1379,28	1,4%	2,58	6,66
p5.2.u	1460	1460	1447,14	0%	8,79	77,38
p5.2.v	1505	1500	1493,57	0,3%	3,61	13,09
p5.2.w	1565	1560	1547,14	0,3%	6,67	44,52
p5.2.x	1610	1610	1601,07	0%	5,07	25,71
p5.2.y	1645	1645	1639,64	0%	6,26	39,28
p5.2.z	1680	1680	1671,07	0%	8,06	65,00
p5.3.c	20	20	20,00	0%	0,00	0,00
p5.3.d	60	60	60,00	0%	0,00	0,00
p5.3.e	95	95	95,00	0%	0,00	0,00
p5.3.f	110	110	110,00	0%	0,00	0,00
p5.3.g	185	185	185,00	0%	0,00	0,00
p5.3.h	260	260	260,00	0%	0,00	0,00
p5.3.i	335	335	335,00	0%	0,00	0,00
p5.3.j	470	470	470,00	0%	0,00	0,00
p5.3.k	495	495	495,00	0%	0,00	0,00
p5.3.l	595	595	595,00	0%	0,00	0,00
p5.3.m	650	650	650,00	0%	0,00	0,00
p5.3.n	755	755	755,00	0%	0,00	0,00
p5.3.o	870	870	870,00	0%	0,00	0,00
p5.3.p	990	990	990,00	0%	0,00	0,00

Πίνακας 22
 Σειτ 5 (Συνέχεια)

Examples	Best	SHHS	AVG	RD	SD	Var
p5.3.q	1070	1070	1067,85	0%	2,53	6,42
p5.3.r	1125	1125	1120,66	0%	4,57	20,95
p5.3.s	1190	1190	1186,66	0%	2,43	5,95
p5.3.t	1260	1260	1258,57	0%	2,96	8,80
p5.3.u	1345	1345	1338,21	0%	4,49	20,23
p5.3.v	1425	1425	1415,35	0%	5,49	30,23
p5.3.w	1485	1470	1455,00	1%	8,12	65,95
p5.3.x	1555	1545	1533,92	0,6%	7,74	60,00
p5.3.y	1595	1570	1566,42	1,6%	3,61	13,09
p5.3.z	1635	1620	1615,00	0,9%	4,41	19,52
p5.4.c	20	20	20,00	0%	0,00	0,00
p5.4.d	20	20	20,00	0%	0,00	0,00
p5.4.e	20	20	20,00	0%	0,00	0,00
p5.4.f	80	80	80,00	0%	0,00	0,00
p5.4.g	140	140	140,00	0%	0,00	0,00
p5.4.h	140	140	140,00	0%	0,00	0,00
p5.4.i	240	240	240,00	0%	0,00	0,00
p5.4.j	340	340	340,00	0%	0,00	0,00
p5.4.k	340	340	340,00	0%	0,00	0,00
p5.4.l	430	430	430,00	0%	0,00	0,00
p5.4.m	555	555	555,00	0%	0,00	0,00
p5.4.n	620	620	620,00	0%	0,00	0,00
p5.4.o	690	690	690,00	0%	0,00	0,00
p5.4.p	765	765	765,00	0%	0,00	0,00
p5.4.q	860	860	860,00	0%	0,00	0,00
p5.4.r	960	960	957,14	0%	4,87	23,80
p5.4.s	1030	1025	1019,28	0,5%	4,16	17,38
p5.4.t	1160	1160	1143,92	0%	12,67	160,71
p5.4.u	1300	1300	1297,14	0%	4,57	20,95
p5.4.v	1320	1320	1320,00	0%	0,00	0,00
p5.4.w	1390	1375	1372,14	1,1%	2,53	6,42
p5.4.x	1450	1435	1422,85	1%	5,30	28,09
p5.4.y	1520	1485	1478,92	2,3%	5,56	30,95
p5.4.z	1620	1620	1582,50	0%	19,92	397,14

Κόμβοι = 66, Παραδείγματα = 73

Πίνακας 23
Σελ 6

Examples	Best	SHHS	AVG	RD	SD	Var
p6.2.d	192	192	192,00	0%	0,00	0,00
p6.2.e	360	360	360,00	0%	0,00	0,00
p6.2.f	588	588	588,00	0%	0,00	0,00
p6.2.g	660	660	660,00	0%	0,00	0,00
p6.2.h	780	780	780,00	0%	0,00	0,00
p6.2.i	888	888	888,00	0%	0,00	0,00
p6.2.j	948	948	936,00	0%	3,36	11,31
p6.2.k	1032	1032	1032,00	0%	0,00	0,00
p6.2.l	1116	1116	1109,60	0%	4,79	22,97
p6.2.m	1188	1182	1176,00	0,5%	4,53	20,57
p6.2.n	1260	1254	1233,20	0,5%	8,64	64,83
p6.3.g	282	282	282,00	0%	0,00	0,00
p6.3.h	444	444	444,00	0%	0,00	0,00
p6.3.i	642	642	642,00	0%	0,00	0,00
p6.3.j	828	828	828,00	0%	0,00	0,00
p6.3.k	894	894	894,00	0%	0,00	0,00
p6.3.l	1002	1002	996,00	0%	1,54	2,40
p6.3.m	1080	1080	1080,00	0%	0,00	0,00
p6.3.n	1170	1170	1166,83	0%	4,96	24,68
p6.4.j	366	366	366,00	0%	0,00	0,00
p6.4.k	528	528	528,00	0%	0,00	0,00
p6.4.l	696	696	696,00	0%	0,00	0,00
p6.4.m	912	912	912,00	0%	0,00	0,00
p6.4.n	1068	1068	1065,20	0%	3,09	9,60

Κόμβοι = 64, Παραδείγματα = 24

Πίνακας 24
 Σελ 7

Examples	Best	SHHS	AVG	RD	SD	Var
p7.2.e	290	290	290,00	0%	0,00	0,00
p7.2.f	387	384	379,80	0,8%	3,00	9,02
p7.2.g	459	453	449,33	1,3%	1,98	3,95
p7.2.h	521	520	506,53	0,2%	7,27	52,98
p7.2.i	580	572	560,06	1,4%	6,14	37,78
p7.2.j	646	637	615,00	1,4%	7,86	61,85
p7.2.k	705	672	665,66	4,7%	6,66	44,38
p7.2.l	767	742	726,66	3,2%	9,88	97,66
p7.2.m	827	797	780,2	3,6%	10,00	100,02
p7.2.n	888	856	843,93	3,6%	7,43	55,20
p7.2.o	945	925	905,53	2,1%	12,21	149,12
p7.2.p	1002	972	948,53	3%	12,29	151,26
p7.2.q	1045	996	986,26	4,7%	6,22	38,7
p7.2.r	1094	1052	1032,86	3,8%	9,04	81,83
p7.2.s	1136	1094	1069,33	3,7%	13,15	172,95
p7.2.t	1179	1128	1103,13	4,3%	16,26	264,69
p7.3.e	175	175	175,00	0%	0,00	0,00
p7.3.f	247	247	247,00	0%	0,00	0,00
p7.3.g	344	344	344,00	0%	0,00	0,00
p7.3.h	425	425	421,00	0%	3,89	15,14
p7.3.i	487	487	479,53	0%	4,53	20,55
p7.3.j	564	558	552,40	1%	3,73	13,97
p7.3.k	633	632	625,40	0,1%	5,05	25,54
p7.3.l	684	681	674,20	0,4%	6,25	39,17
p7.3.m	762	762	754,80	0%	7,72	59,74
p7.3.n	820	809	794,06	1,3%	9,19	84,49
p7.3.o	874	856	847,46	2,1%	9,37	87,83
p7.3.p	929	915	910,33	1,5%	4,15	17,23

Πίνακας 25
Σετ 7 (Συνέχεια)

Examples	Best	SHHS	AVG	RD	SD	Var
p7.3.q	987	972	952,73	1,5%	9,39	88,20
p7.3.r	1026	1003	993,00	2,2%	9,37	70,20
p7.3.s	1081	1056	1040,6	2,3%	8,68	75,40
p7.3.t	1120	1092	1071,13	2,5%	9,50	90,40
p7.4.g	217	217	217,00	0%	0,00	0,00
p7.4.h	285	285	285,00	0%	0,00	0,00
p7.4.i	366	366	366,00	0%	0,00	0,00
p7.4.j	-	462	462,00	0%	0,00	0,00
p7.4.k	520	518	515,46	0,3%	2,16	4,69
p7.4.l	590	576	570,93	2,4%	3,10	9,63
p7.4.m	646	646	642,66	0%	4,93	24,38
p7.4.n	730	726	725,40	0,5%	0,50	0,25
p7.4.o	781	776	770,53	0,6%	4,59	21,12
p7.4.p	846	834	826,20	1,4%	5,28	27,88
p7.4.q	909	899	888,13	1,1%	7,01	49,26
p7.4.r	970	952	946,86	1,9%	3,18	10,12
p7.4.s	1022	1016	1003,13	0,6%	9,82	96,55
p7.4.t	1077	1063	1053,73	1,3%	6,01	36,02

Κόμβοι = 102, Παραδείγματα = 46

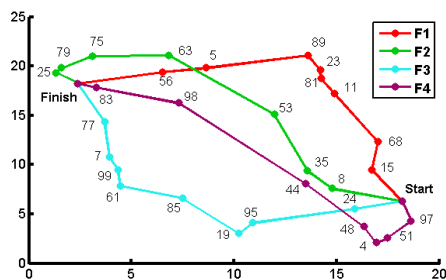
Για κάθε εκτέλεση του αλγορίθμου ο αριθμός των επαναλήψεων NI δεν είναι σταθερός. Αυτό εξαρτάται από τον αριθμό των κόμβων, τον αριθμό των συχνοτήτων και το ανώτατο χρονικό όριο ($Tmax$) που έχει κάθε παράδειγμα. Πιο συγκεκριμένα παραδείγματα με χαμηλό ($Tmax$) και μικρό αριθμό συχνοτήτων απαιτούν λίγες επαναλήψεις για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Αντίθετα παραδείγματα με τέσσερις συχνότητες ($M = 4$) και μεγάλο $Tmax$ συγκλίνουν με μεγάλο αριθμό επαναλήψεων. Επιπλέον ο αριθμός των παραγόμενων αρμονιών καθορίζεται από την HM . Έτσι οι συνολικές αρμονίες που παράγει ο αλγόριθμος είναι 200. Βεβαίως ο αριθμός των αρμονιών μπορεί να αλλάξει, αλλά στο συγκεκριμένο πρόβλημα μένει σταθερός για όλα τα παραδείγματα. Επιπρόσθετα η σωστή επιλογή των NI και το κατάλληλο μέγεθος της HM αποτελεί κομβικής σημασίας για την λειτουργία του αλγορίθμου.

Οι παραπάνω πίνακες περιέχουν τα αποτελέσματα από όλες τις εκτελέσεις του (SHHS) για κάθε παράδειγμα του TOP. Ο αλγόριθμος αυτός επιλύει την πλειοψηφία των προβλημάτων επιτυγχάνοντας βέλτιστα αποτελέσματα. Επιπλέον εξετάζεται η αποδοτικότητα του αλγόριθμου και αποδεικνύεται ότι η απόκλιση των λύσεων για όλα τα παραδείγματα του προβλήματος δεν ξεπερνάει το 5%. Στον πίνακα 15 περιλαμβάνεται το πρώτο σύνολο παραδειγμάτων, το οποίο περιέχει 42 με 32 κόμβους το καθένα. Ο (SHHS) χωρίς καμία δυσκολία πετυχαίνει το 100% των βέλτιστων λύσεων. Το δεύτερο σύνολο ήταν το πιο εύκολο για το αλγόριθμο, καθώς έφτασε στις βέλτιστες τιμές αρκετά γρήγορα, διότι το συγκεκριμένο σύνολο παραδειγμάτων είχε μόλις 21 κόμβους. Στα επόμενα πέντε σύνολα παραδειγμάτων ο αλγόριθμος δεν επιτυγχάνει σε όλα βέλτιστα αποτελέσματα. Ωστόσο συγκλίνει σε αρκετά κοντινές τιμές σε σχέση με τις βέλτιστες. Στους Πίνακες 17 και 18 ο αλγόριθμος βρίσκει τις βέλτιστες τιμές στα 54 από τα 58 παραδείγματα. Επιπλέον η μέγιστη απόκλιση από την βέλτιστη λύση ξεπερνάει το 2% μόνο σε ένα παράδειγμα (p.3.2.h). Το τέταρτο σύνολο των παραδειγμάτων βρίσκεται στους Πίνακες 19 και 20. Στα περισσότερα παραδείγματα η απόκλιση από τις βέλτιστες λύσεις κυμαίνεται από 1.1% έως 2.9%. Όμως το παράδειγμα p.4.2.m έχει την μέγιστη απόκλιση, η οποία αγγίζει το 4.8%. Στους Πίνακες 21 και 22 παρατείνονται τα αποτελέσματα για το πέμπτο σύνολο παραδειγμάτων. Πρόκειται για το μεγαλύτερο από τα εφτά σύνολα, καθώς περιέχει 73 παραδείγματα. Πιο συγκεκριμένα ο (SHHS) φτάνει τις βέλτιστες τιμές στα περισσότερα παραδείγματα, με την μέγιστη απόκλιση να είναι 2.3%. Ο πίνακας 23 περιλαμβάνει στο έκτο σύνολο παραδειγμάτων, το οποίο είναι το μικρότερο. Στα 24 παραδείγματα που περιέχει, ο αλγόριθμος πετυχαίνει τις βέλτιστες τιμές στα 22 από αυτά. Τέλος το έβδομο σύνολο έχει 46 παραδείγματα και παρουσιάζεται στους Πίνακες 24 και 25. Η μέγιστη απόκλιση του αλγορίθμου βρίσκεται στα παραδείγματα p.7.2.k και p.7.2.q με 4.7% το καθένα.

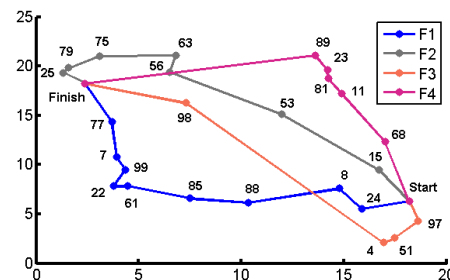
Εκτός από την αποτελεσματικότητα του SHHS εξετάζεται και η αποδοτικότητα του με βάση τις λύσεις που έχει παράγει. Αυτό επιτυγχάνεται με την χρησιμοποίηση δύο στατιστικών εργαλείων, τα οποία είναι η τυπική απόκλιση και η διακύμανση. Οι δύο μαθηματικοί τύποι συμβολίζουν την απόσταση που έχουν οι τιμές μεταξύ τους. Αυτά τα δύο μεγέθη υπολογίζονται από τους βασικούς μαθηματικούς τύπους τους. Για την εύρεση των τιμών (SD και (Var) ο αλγόριθμος εκτελέστηκε 15 φορές για κάθε παράδειγμα από όλα τα σύνολα. Πιο συγκεκριμένα, πέρα από το τέταρτο και το έβδομο σύνολο παραδειγμάτων, τα υπόλοιπα δεν παρουσιάζουν μεγάλες μεταβολές στις λύσεις τους. Αυτό συμβαίνει διότι τα συγκεκριμένα σύνολα έχουν μικρό αριθμό κόμβων και ο αλγόριθμος βρίσκει σχεδόν σε όλα τις βέλτιστες τιμές. Σε αντίθεση με το τέταρτο και έβδομο σύνολο, όπου ο αλγόριθμος παράγει μία μεγάλη ποικιλία από εφικτές λύσεις. Το πλήθος των διαφορετικών λύσεων δεν είναι σταθερό στα παραδείγματα με μεγάλο χρονικό όριο T_{max} . Επιπλέον ο αλγόριθμος δεν επιτυγχάνει τις βέλτιστες λύσεις σε αρκετά παραδείγματα από αυτά τα δύο σύνολα. Επομένως η τυπική απόκλιση και η διακύμανση λαμβάνουν μεγάλες τιμές σε κάποια παραδείγματα. Μερικά από αυτά είναι το p.4.4.r (SD=15.63, Var=244.52) και p.7.2.t (SD=16.26, Var=264.69).

Στα Σχήματα 16 τονίζεται η αξία της μεθόδου "similarity process" στον αλγόριθμο SHHS. Ο αλγόριθμος εκτελείται δύο φορές με και χωρίς την μέθοδο στο παράδειγμα p.4.4.g από το τέταρτο σύνολο. Ο αριθμός των κόμβων είναι 100 και το ανώτατο χρονικό όριο είναι $Tmax = 27.5$. Επιπλέον ο αριθμός των συχνοτήτων είναι $M = 4$. Επομένως ο αλγόριθμος θα πρέπει να δημιουργήσει μία αρμονία με τέσσερις συχνοτήτες, χωρίς να υπερβαίνει το $Tmax$. Στην εικόνα 16 ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί την μέθοδο "similarity process" και συλλέγει 461 κέρδος, το οποίο αποτελεί την βέλτιστη τιμή. Αντιθέτως στην εικόνα 17 ο αλγόριθμος χωρίς την μέθοδο συλλέγει μόνο 423 κέρδος, το οποίο διαφέρει από το βέλτιστο 38 πόντους και έχει αποκλιση 8.2%. Η διαφορά στις δύο λύσεις είναι μεγάλη. Επιπλέον ο αλγόριθμος αγνοεί ποιοτικούς κόμβους, οι οποίοι κατέχουν σημαντικό κέρδος. Πιο συγκεκριμένα, χωρίς την μέθοδο "similarity process" ο αλγόριθμος δεν εισάγει τον κόμβο 19, ο οποίος έχει κέρδος 23 πόντους. Έτσι η λύση στο Σχήμα 17 χάνει ένα σημαντικό ποσό κέρδους και παραμένει μακριά από το βέλτιστο αποτέλεσμα.

Σχήμα 16. Συνολικό Κέρδος = 461



Σχήμα 17. Συνολικό Κέρδος = 423



Σχήμα 18. Παράδειγμα p4.4.g με και χωρίς την μέθοδο similarity process

6.3 Ανάλυση αποτελεσμάτων CTOP

Το τελευταίο πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης είναι το Capacitated Team Orienteering Problem (CTOP). Πρόκειται για ένα πρόσφατο πρόβλημα σε σχέση με τα OP και TOP. Το CTOP στηρίζεται πλήρως στην δομή του TOP, αλλά διαθέτει επιπλέον περιορισμούς βάση της κατηγορίας των προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων με περιορισμένη χωρητικότητα (Capacitated Vehicle Routing Problem). Ο αλγόριθμος SHHS εκτελέστηκε για τα σύνολα παραδειγμάτων του προβλήματος, που υπάρχουν στην βιβλιογραφία. Πρόκειται για δέκα σύνολα παραδειγμάτων με το κάθε ένα να έχει διαφορετικά χαρακτηριστικά. Ο Πίνακας 26 παρουσιάζει τα σύνολα παραδειγμάτων με τα χαρακτηριστικά τους. Στην πρώτη στήλη αναγράφεται η ονομασία του κάθε συνόλου. Στη δεύτερη αναφέρεται ο συνολικός αριθμός των κόμβων και στην τρίτη ο στόλος των οχημάτων. Στην τέταρτη στήλη υπάρχει το ανώτατο χρονικό όριο $Tmax$. Η πέμπτη και τελευταία στήλη του πίνακα ορίζει την μέγιστη χωρητικότητα $Qmax$ των οχημάτων για το κάθε παράδειγμα. Στην συνέχεια οι Πίνακες 27, 28, 29 και 30 περιέχουν όλα τα παραδείγματα μαζί με τις τιμές του αλγορίθμου SHHS. Κάθε πίνακας αποτελείται από τέσσερις στήλες. Η πρώτη στήλη έχει το όνομα του κάθε παραδείγματος (Examples). Στην δεύτερη αναγράφονται οι βέλτιστες τιμές από την βιβλιογραφία (Best), ενώ στην τρίτη αναγράφονται τα αποτελέσματα του Ο αλγόριθμος SHHS. Στην τέταρτη και τελευταία στήλη υπολογίζεται η απόκλιση των αποτελεσμάτων από τα αντίστοιχα βέλτιστα.

Πίνακας 26
Σύνολα παραδειγμάτων του CTOP στην βιβλιογραφία

Ονομασία	Αριθμός Κόμβων(N)	Αριθμός Οχημάτων	$Tmax$	$Qmax$
p03	101	15	50,75,100	200
p06	51	10	50,75,100	160
p07	76	20	50,75,100	140
p08	101	15	50,75,100	200
p09	151	10	50,75,100	200
p10	200	20	50,75,100	200
p13	121	15	50,75,100	200
p14	101	10	50,75,100	200
p15	151	15	50,75,100	200
p16	200	15	50,75,100	200

Πίνακας 27
 Παραδείγματα CTOP

Examples	Best	SHHS	RD
p03-2-50-50	133	133	0%
p03-3-50-50	198	198	0%
p03-4-50-50	260	260	0%
p03-2-75-75	208	206	0,9%
p03-3-75-75	307	305	0,6%
p03-4-75-75	403	401	0,5%
p03-2-100-100	277	275	0,7%
p03-3-100-100	408	406	0,5%
p03-4-100-100	532	526	1,1%
p06-2-50-50	121	121	0%
p06-3-50-50	177	177	0%
p06-4-50-50	202	200	0,9%
p06-2-75-75	183	183	0%
p06-3-75-75	269	269	0%
p06-4-75-75	349	347	0,6%
p06-2-100-100	252	252	0%
p06-3-100-100	369	369	0%
p06-4-100-100	482	479	0,6%
p07-2-50-50	126	126	0%
p07-3-50-50	187	187	0%
p07-4-50-50	240	240	0%
p07-2-75-75	193	193	0%
p07-3-75-75	287	287	0%
p07-4-75-75	378	376	0,5%
p07-2-100-100	266	266	0%
p07-3-100-100	397	393	1%
p07-4-100-100	521	517	0,7%

Πίνακας 28

Παραδείγματα CTOP (Συνέχεια)

Examples	Best	SHHS	RD
p08-2-50-50	133	133	0%
p08-3-50-50	198	198	0%
p08-4-50-50	260	260	0%
p08-2-75-75	208	205	1,4%
p08-3-75-75	307	305	0,6%
p08-4-75-75	403	400	0,7%
p08-2-100-100	277	276	0,3%
p08-3-100-100	408	406	0,5%
p08-4-100-100	532	523	1,6%
p09-2-50-50	137	137	0%
p09-3-50-50	210	208	0,9%
p09-4-50-50	262	260	0,7%
p09-2-75-75	210	208	0,9%
p09-3-75-75	312	311	0,3%
p09-4-75-75	408	406	0,5%
p09-2-100-100	279	277	0,7 %
p09-3-100-100	415	407	1,9%
p09-4-100-100	546	535	1,6%
p10-2-50-50	134	134	0%
p10-3-50-50	200	200	0%
p10-4-50-50	265	264	0,3%
p10-2-75-75	208	208	0%
p10-3-75-75	311	309	0,6%
p10-4-75-75	410	409	0,2%
p10-2-100-100	282	277	1,7%
p10-3-100-100	418	415	0,7%
p10-4-100-100	553	548	0,9%

Πίνακας 29
 Παραδείγματα CTOP (Συνέχεια)

Examples	Best	SHHS	RD
p13-2-50-50	134	133	0,7%
p13-3-50-50	193	193	0%
p13-4-50-50	243	241	0,8%
p13-2-75-75	193	193	0%
p13-3-75-75	265	263	0,7%
p13-4-75-75	323	320	0,9%
p13-2-100-100	253	251	0,7%
p13-3-100-100	344	340	1,6%
p13-4-100-100	419	413	1,4%
p14-2-50-50	124	124	0%
p14-3-50-50	184	184	0%
p14-4-50-50	241	240	0,4%
p14-2-75-75	190	190	0%
p14-3-75-75	279	279	0%
p14-4-75-75	366	364	0,5%
p14-2-100-100	271	270	0%
p14-3-100-100	399	397	0,5%
p14-4-100-100	525	522	0,5%
p15-2-50-50	134	133	0,7%
p15-3-50-50	200	200	0%
p15-4-50-50	266	266	0%
p15-2-75-75	211	210	0,5%
p15-3-75-75	315	313	0,6%
p15-4-75-75	415	414	0,2%
p15-2-100-100	282	282	0%
p15-3-100-100	418	415	0,7%
p15-4-100-100	549	545	0,7%

Πίνακας 30
Παραδείγματα CTOP (Συνέχεια)

Examples	Best	SHHS	RD
p16-2-50-50	137	137	0%
p16-3-50-50	203	203	0%
p16-4-50-50	269	269	0%
p16-2-75-75	212	211	0,4%
p16-3-75-75	317	315	0,6%
p16-4-75-75	420	419	0,2%
p16-2-100-100	285	285	0%
p16-3-100-100	423	420	0,7%
p16-4-100-100	558	555	0,5%

Για λόγους ευκρίνειας, καθένα από τα παραδείγματα στους παραπάνω πίνακες έχει μία συγκεκριμένη ονομασία. Η ονομασία αυτή είναι της μορφής *'pname-M-Qmax-Tmax'*, με *pname* το όνομα το παραδείγματος, *M* τον αριθμό των οχημάτων, *Qmax* την μέγιστη χωρητικότητα και *Tmax* το ανώτατο χρονικό όριο.

Γενικότερα, η ποιότητα των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου SHHS αποδεικνύει την επιτυχημένη εφαρμογή του στο πρόβλημα CTOP. Το συγκεκριμένο πρόβλημα, λόγω των αρκετών περιορισμών που περιέχει, καθιστάται ιδιαίτερα δύσκολο για αλγορίθμους συνδυαστικής βελτιστοποίησης να παρέχουν ικανοποιητικές λύσεις. Αντίθετα ο SHHS ανταποκρίθηκε στις απαιτήσεις του προβλήματος φτάνοντας τις βέλτιστες τιμές στα 37 από τα 90 παραδείγματα (41.11%). Μπορεί το ποσοστό της αποτελεσματικότητας του να είναι κάτω από το 50%, αλλά δεν συμβαίνει το ίδιο με την αποδοτικότητα του. Από τους παραπάνω πίνακες παρατηρείται στην τέταρτη στήλη με τις αποκλίσεις από τις βέλτιστες τιμές, ότι μόνο επτά παραδείγματα ξεπερνούν το 1% και κανένα από το σύνολο τους δεν ξεπερνά το 2%. Με άλλα λόγια ο αλγόριθμος πετυχαίνει το εκπληκτικό ποσοστό του 92.22% στα παραδείγματα με απόκλιση από 0% έως 1%. Ακόμη, τα παραδείγματα με απόκλιση μεγαλύτερη του 1% δεν απέχουν μεγάλες αποστάσεις από τις βέλτιστες λύσεις. Πρόκειται για ένα αρκετά μεγάλο ποσοστό, το οποίο αποδεικνύει την δυναμικότητα και την αποδοτικότητα του αλγορίθμου σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Επομένως επιβεβαιώνεται η καταλληλότητα του SHHS στο πρόβλημα αυτό και ενδείκνυται η χρήση του σε παρόμοιας πολυπλοκότητας προβλήματα.

7 Συμπεράσματα και Μελλοντική Έρευνα

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία αναπτύχθηκε ο εξελικτικός αλγόριθμος Similarity Hybrid Harmony Search (SHHS) αποδεικνύοντας ότι ο συνδυασμός καινούργιων μεθόδων με καινοτόμες ιδέες μπορεί να επιφέρει αναπάντεχες επιτυχίες. Ωστόσο, αρκετές φορές δεν αρκεί μία ή δύο διαφορετικές μεθοδολογίες, ώστε να επιτευχθεί το καλύτερο αποτέλεσμα, παρότι καταβλήθηκε αρκετή προσπάθεια. Στην συγκεκριμένη περίπτωση δεν ίσχυσε κάτι παρόμοιο, διότι η υλοποίηση πρωτότυπων τεχνικών και ιδεών είναι πολλές φορές το κλειδί για την επίτευξη των στόχων. Η επιλογή του αλγορίθμου της Μουσικής Αρμονίας Harmony Search λειτούργησε ως πυρήνας για την υλοποίηση του SHHS. Επιπρόσθετα η εισαγωγή της πρωτότυπης μεθόδου "similarity process" αποτέλεσε το πιο σημαντικό και αναγκαίο βήμα που έλειπε από τον αλγόριθμο. Έτσι υλοποιήθηκε ο εξελικτικός SHHS, ο οποίος αποτέλεσε το κύριο κομμάτι της εργασίας.

Η εφαρμογή του κρίνεται επιτυχής με βάση τις αποδόσεις στα προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης Orienteering Problem (OP), Team Orienteering Problem (TOP) και Capacitated Team Orienteering Problem (CTOP). Η ανταπόκρισή του στις δυσκολίες σε προβλήματα με αρκετούς περιορισμούς ξεπέρασε το αναμενόμενο, γεγονός που αποδεικνύεται με τις λύσεις που παρήγαγε. Παρόλο που η αποτελεσματικότητά του έχει αρκετές μεταπτώσεις, η αποδοτικότητα του ήταν σταθερότατη σε καθένα από τα τρία προβλήματα, καθώς οι μέσοι όροι των αποκλίσεων από τις βέλτιστες τιμές ήταν πολύ μικροί. Επιπλέον με την προσθήκη αρκετών σχημάτων αναδεικνύει την ποιότητα των λύσεων που δημιουργήσε ο αλγόριθμος. Συμπερασματικά η καταλληλότητα του αλγορίθμου Similarity Hybrid Harmony Search είναι αποδεδειγμένη και μπορεί να συμβάλλει καταλυτικά στην επίλυση πολλών προβλημάτων βελτιστοποίησης.

Αναφορικά με την μελλοντική μας έρευνα, οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης στην βιβλιογραφία είναι αναρίθμητοι. Σε τακτικά χρονικά διαστήματα διάφοροι ερευνητές δημιουργούν νέες μεθόδους βελτιστοποίησης. Τα ερευνητικά μας ενδιαφέροντα θα συνεχίζουν να κυμαίνονται στους τομείς της δρομολόγησης των οχημάτων και στις επιμέρους κατηγορίες της. Γενικός στόχος θεωρείται η παροχή στην επιστημονική κοινότητα με αποτελεσματικές και αποδοτικές μεθόδους για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης.

8 Βιβλιογραφία

Archetti C, Feillet D, Hertz A, Speranza MG. The capacitated team orienteering and profitable tour problems. *Journal of the Operational Research Society*, (2009) 60, 831 -842

Archetti C, Bianchessi N, Speranza MG, Hertz A. The split delivery capacitated team orienteering problem. *Networks*, 2014 - Wiley Online Library

Archetti C, Bianchessi N, Speranza MG. The capacitated team orienteering problem with incomplete service . *Optimization letters*, 2013 - Springer

Archetti C, Bertazzi L, Hertz A. A hybrid heuristic for an inventory routing problem . *INFORMS Journal on* , 2012 - pubsonline.informs.org.

Bell JE, McMullen PR. Ant colony optimization techniques for the vehicle routing problem. *Advanced engineering informatics*, 2004 - Elsevier.

Bouly, H., Dang, D. C., & Moukrim, A. (2010). A memetic algorithm for the team orienteering problem. *4OR*, 8(1), 49-70.

Chao, I.M., Golden, B.L., Wasil, E. (1996). A fast and effective heuristic for the Orienteering Problem. *European Journal of Operational Research*, 88(3), 475-489.

Chao, I. M., Golden, B. L., & Wasil, E. A. (1996). The team orienteering problem. *European journal of operational research*, 88(3), 464-474.

Chao, I. M., Golden, B. L., & Wasil, E. A. (1996). A fast and effective heuristic for the orienteering problem. *European Journal of Operational Research*, 88(3), 475-489.

Chao IM, Golden BL, Wasil EA. A fast and effective heuristic for the orienteering problem. *European journal of operational research*, 1996 - Elsevier. (Chao2)

Chen A, Yang G, Chen Z Wu. . Hybrid discrete particle swarm optimization algorithm for capacitated vehicle routing problem, 2006 - Springer. *Journal of Zhejiang University-Science A*, 7(4):607-614 .

Chiang WC, Russell RA. Simulated annealing metaheuristics for the vehicle routing problem with time windows . *Annals of Operations Research*, 1996 - Springer

Coelho, L. D. S., Mariani, V. C. (2009). An improved harmony search algorithm for power economic load dispatch. *Energy Conversion and Management*,

50, 2522–2526.

Cordeau JF, Laporte G, Mercier A. A unified tabu search heuristic for vehicle routing problems with time windows. *Journal of the Operational research . . .*, 2001 - Springer.

Dallard, Herby, Lam, Sarah S., Kulturel-Konak, Sadan. Solving the Orienteering Problem Using Attractive and Repulsive Particle Swarm Optimization. *2007 IEEE International Conference on Information Reuse and Integration*.

Divsalar A., Vansteenwegen P., Sörensen K., Cattrysse D. . A memetic algorithm for the orienteering problem with hotel selection. *European Journal of Operational Research*, 237 (2014) 29–49.

Fesanghary, M., Mahdavi, M., Minary-Jolandan, M., Alizadeh, Y. (2008). Hybridizing harmony search algorithm with sequential quadratic programming for engineering optimization problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197, 3080-3091.

Fischetti Matteo, González Juan José Salazar, Toth Paolo. Solving the Orienteering Problem through Branch-and-Cut. *INFORMS Journal on Computing*.

Fourie, J., Mills, S., Green, R. (2010). Harmony filter: a robust visual tracking system using the improved harmony search algorithm. *Image and Vision Computing*, 28, 1702-1716.

Geem, Z. W. (2005, June 25–29). School bus routing using harmony search. *GECCO 2005*, Washington, DC, USA (pp. 1–6). ACM

Geem Z.W., Kim J.H., Loganathan G.V. . A new heuristic optimization algorithm : harmony search. *Simulation* 76:2, 2001, 60-68

Gendreau M, Hertz A, Laporte G. A tabu search heuristic for the vehicle routing problem. *Management science*, 1994 - pubsonline.informs.org.

Golden BL, Levy BL, Vohra R. The orienteering problem. *Naval research logistics*, 1987 - inf.unibz.it. (Golden)

Ho W, Ho GTS, Ji P, Lau HCW. A hybrid genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem. *Engineering Applications of Artificial . . .*, 2008 - Elsevier.

Kaveh A., Talataha S. (2009). Particle swarm optimizer, ant colony strategy and harmony search scheme hybridized for optimization of truss structures. *Computers and Structures*, 87, 67-283.

Kontoravdis G, Bard JF. A GRASP for the vehicle routing problem with time windows. *ORSA journal on Computing*, 1995 - pubsonline.informs.org

Lee K.S., Geem Z.W., A new meta-heuristic algorithm for continuous engineering optimization: harmony search theory and practice. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 194 (2004) 3902-3933

Liangjun K., Archetti, C., Feng, Z. (2008). Ants can solve the team orienteering problem. *Computers & Industrial Engineering* , 54(3), 648-665.

Lin S. W. (2013). Solving the team orienteering problem using effective multi-start simulated annealing. *Applied Soft Computing*, 13(2), 1064-1073.

Luo Z, Cheang B, Lim A, Zhu W. An adaptive ejection pool with toggle-rule diversification approach for the capacitated team orienteering problem . *European Journal of Operational Research*, 2013, 673-682, Elsevier.

Lysgaard J, Letchford AN, Eglese RW. *Mathematical Programming*, 2004 - Springer.

Mahdavi, M., Fesanghary, M., Damangir, E. (2007). An improved harmony search algorithm for solving optimization problems. *Applied Mathematics and Computation*, 188, 1567-1579

Marinakis Y. Multiple phase neighborhood search-GRASP for the capacitated vehicle routing problem. *Expert Systems with Applications*, 2012 - Elsevier.

Miguel L. F. F., Miguel L. F. F. (2012). Shape and size optimization of truss structures considering dynamic constraints through modern metaheuristic algorithms. *Expert Systems with Applications*, 39, 9458-9467.

Montané FAT, Galvao RD. A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service . *Computers and Operations Research*, 2006 - Elsevier.

Omran M. G. H., Mahdavi M. (2008). Global-best harmony search. *Applied Mathematics and Computation*, 198, 643-656.

Pan Q.-K., Suganthan P. N., Tasgetiren M. F., Liang J. J. (2010a). A self-adaptive global best harmony search algorithm for continuous optimization problems. *Applied Mathematics and Computation*, 216, 830-848.

Polacek M, Hartl RF, Doerner K, Reimann M. A variable neighborhood search for the multi depot vehicle routing problem with time windows . *Journal of heuristics*, 2004 - Springer. (Polacek)

Patrick Beullens, Luc Muyldermans , Dirk Cattrysse , Dirk Van Oudheusden. A guided local search heuristic for the capacitated arc routing problem . *European Journal of Operational Research*, 2003, Elsevier, Volume 147, Issue 3, 16 June 2003, Pages 629–643.

Pichpibul T., Kawtummachai, R., 2013. Modified harmony search algorithm for the capacitated vehicle routing problem. *Proceedings of the International Multi Conference of Engineers and Computer Scientists*, Hong Kong.

Purnomo H. D., Wee H. M., Praharsi Y. (2012). Two inventory review policies on supply chain configuration problem. *Computers and Industrial Engineering*, 63, 448-455.

Qiwen Wang, Xiaoyun Sun, Bruce L. Golden, Jiyou Jia. Using artificial neural networks to solve the orienteering problem. *Annals of Operations Research*, December 1995, Volume 61, Issue 1, pp 111–120. (Wang)

Ser J. D., Matinmikko M., Gil-López S., Mustonen M. (2012). Centralized and distributed spectrum channel assignment in cognitive wireless networks: A harmony search approach. *Applied Soft Computing*, 12, 921-930.

Souffriau W., Vansteenwegen P., Berghe G. V., & Van Oudheusden, D. (2010). A path relinking approach for the team orienteering problem. *Computers & Operations Research*, 37(11), 1853-1859.

Taleizadeh A. A., Niaki, S. T. A., Barzinpour, F. (2011). Multiple-buyer multiple-vendor multi-product multi-constraint supply chain problem with stochastic demand and variable lead-time: A harmony search algorithm. *Applied Mathematics and Computation*, 217, 9234-9253.

Tang, H., Miller-Hooks E. (2005). A tabu search heuristic for the team orienteering problem. *Computers & Operations Research*, 32(6), 1379-1407.

Tarantilis C.D., Stavropoulou F., Repoussis P.P. . The Capacitated Team Orienteering Problem: A Bi-level Filter-and-Fan method. *European Journal of Operational Research*, 224 (2013) 65–78

Tsiligirides T. Heuristic methods applied to orienteering. *Journal of the Operational Research Society*, 1984 - Springer

Vansteenwegen, P., Souffriau, W., Berghe, G. V., & Van Oudheusden, D. (2009). A guided local search metaheuristic for the team orienteering problem. *European Journal of Operational Research*, 196(1), 118-127.

Vansteenwegen, P., Souffriau, W., Berghe, G. V., & Van Oudheusden, D. (2009). Metaheuristics for tourist trip planning. *Metaheuristics in the Service*

Industry, Springer Berlin Heidelberg, 15-31.

Vasebi, A., Fesanghary, M., Bathaee, S. M. T. (2007). Combined heat and power economic dispatch by harmony search algorithm. *Electrical Power and Energy Systems*, 29, 713-719.

Vincent F. Y., Lin S. W., Chou S. Y. (2010). The museum visitor routing problem. *Applied Mathematics and Computation*, 216(3), 719-729.

Wang Xia, Golden Bruce L., Wasil Edward A. . Using a Genetic Algorithm to Solve the Generalized Orienteering Problem. *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges Volume 43 of the series Operations Research/Computer Science Interfaces*, pp 263-274.

Xing B, Gao WJ. *Innovative computational intelligence: a rough guide to 134 clever algorithms*, 2014 - Springer.

Zou D., Gao L., Li S., Wu J. (2011a). An effective global harmony search algorithm for reliability problems. *Expert Systems with Applications*, 38, 4642-4648.