



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ»**

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

**«ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ
ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΓΡΑΜΜΗΣ
ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΤΣΑΝΤΩΝ»**

ΣΠΟΥΔΑΣΤΗΣ:

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΖΕΡΒΟΥΔΑΚΗΣ
ΑΕΜ: 2015019031

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΤΣΑΦΑΡΑΚΗΣ ΣΤΕΛΙΟΣ

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ: ΤΣΑΦΑΡΑΚΗΣ ΣΤΕΛΙΟΣ
ΜΑΤΣΑΤΣΙΝΗΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ
ΜΑΡΙΝΑΚΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ**

ΧΑΝΙΑ: 2018

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία θα γίνει εφαρμογή Μεθευρετικών Αλγορίθμων και πιο συγκεκριμένα των αλγορίθμων Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων και Πυγολαμπίδας στο πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων. Σκοπός είναι ο σχεδιασμός μιας γραμμής προϊόντων, ο συνδυασμός των οποίων θα ικανοποιεί κάποιους στόχους που έχουν τεθεί από την εταιρεία.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, ο στόχος είναι η βελτιστοποίηση του κέρδους της εταιρείας, σε μια δεδομένη ανταγωνιστική αγορά. Τα προϊόντα προς σχεδιασμό αναλύονται ανάλογα με τα χαρακτηριστικά τους, τα οποία στη συνέχεια συνδυάζονται με διαφορετικούς τρόπους για να επιτευχθεί βελτιστοποίηση του κέρδους.

Το πρόβλημα κατατάσσεται στα NP – hard προβλήματα, επειδή οι δυνατοί συνδυασμοί των χαρακτηριστικών των προϊόντων, δεν μπορούν να ελεγχθούν σε πολυωνυμικό χρόνο. Για το λόγο αυτό έγιναν προσπάθειες επίλυσης του προβλήματος, με μεθευρετικές μεθόδους οι οποίες μπορούν να προσεγγίσουν μια «καλή» λύση, χωρίς να εγγυώνται για το ολικό βέλτιστο. Στο πρόβλημα θα εφαρμοστεί ο αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων, ο αλγόριθμος Πυγολαμπίδας, καθώς και κάποιοι υβριδικοί τους, οι οποίοι θα παραμετροποιηθούν ανάλογα με το πρόβλημα, και η γλώσσα προγραμματισμού που επιλέχτηκε είναι η Matlab.

Λέξεις - κλειδιά: βέλτιστη γραμμή προϊόντων, Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων, Αλγόριθμος Πυγολαμπίδας.

ABSTRACT

In this paper Metaheuristic Algorithms like Particle Swarm Optimization and Firefly Algorithm as well as some hybrids will be applied in order to solve the optimal product line design problem. Our purpose is to find optimal solutions to a product line designing problem that is far too large for complete enumeration.

More specifically, the goal is to optimize the company's profit in a given competitive market. The products to be designed are analyzed according to their characteristics, which are combined in different ways to achieve maximization of profit.

The problem is classified as NP - hard problem because the possible combinations of product characteristics cannot be controlled in polynomial time. For this reason, attempts have been made to solve the problem, with metaheuristic methods that can approach a "good" solution without guaranteeing the overall optimum. Particle Swarm Optimization, Firefly Algorithm, as well as some of their hybrids, will be parameterized according to the problem. The chosen programming language is Matlab.

Key - Words: Product Line Design, Particle Swarm Optimization, Firefly Algorithm.

Στην Άρτεμις, τον Γιάννη, τη Γωγώ και τον κ. Μαστροθανάση.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η διεξαγωγή και η περάτωση μιας διπλωματικής διατριβής αποτελεί μια σκληρή αλλά και συγχρόνως εποικοδομητική εμπειρία που χωρίς την παρουσία, την υποστήριξη και την ανεκτικότητα κάποιων ανθρώπων δε θα ήταν δυνατή η υλοποίησή της.

Πρώτα από όλους θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κύριο Τσαφάρακη Στέλιο, για την υποστήριξη σε όλα τα στάδια αυτής της πορείας, το ενδιαφέρον, τη διαρκή ενθάρρυνση και την εμπιστοσύνη.

Τέλος, ως πράξη ευγνωμοσύνης, θα ήθελα να ευχαριστήσω μέσα από την καρδιά μου τους στενούς μου ανθρώπους που με στήριξαν ηθικά και συναισθηματικά όλο αυτό το διάστημα όντας δίπλα μου σε ευχάριστες αλλά και δυσάρεστες στιγμές, παρέχοντάς μου δύναμη να συνεχίσω.

ΣΥΝΤΟΜΟ ΒΙΟΓΡΑΦΙΚΟ

Ο Ζερβουδάκης Κωνσταντίνος γεννήθηκε και μεγάλωσε στα Χανιά, είναι απόφοιτος του τμήματος Μαθηματικών της Σχολής Θετικών και Τεχνολογικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Κρήτης με μεταπτυχιακό στον τομέα της Επιχειρησιακής Έρευνας του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης.

Τα ερευνητικά του ενδιαφέροντα αφορούν την Επιχειρησιακή Έρευνα, την Λήψη Αποφάσεων, Μεθυστικές Μεθόδους, Θεωρία Πιθανοτήτων, Μεθόδους Monte Carlo, καθώς και Διαφορικές Εξισώσεις, Εφαρμοσμένα Μαθηματικά και Συναρτησιακή Ανάλυση. Τέλος, οι γλώσσες προγραμματισμού που γνωρίζει είναι Matlab και Fortran95.

ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ ΚΑΙ ΣΥΜΒΟΛΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

$f(x_{ij})$	Αντικειμενική Συνάρτηση Προβλήματος
FA	Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Πυγολαμπίδας (Firefly Algorithm)
$gbest$	Βέλτιστο Σωματίδιο
GA	Γενετικός Αλγόριθμος
HFGA	Υβριδικός Πυγολαμπίδας - Γενετικού
HGPSO	Υβριδικός Γενετικός - PSO
MA	Αλγόριθμος Εφημεροπτέρων
$pbest_{ij}$	Βέλτιστη Θέση Σωματιδίου
p_{ij}	πιθανότητα ο καταναλωτής i να επιλέξει το προϊόν j
PSO	Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization)
r_{ij}	Απόσταση Σωματιδίων
SA	Simulated Annealing
u_{ij}	Ταχύτητα Σωματιδίου
x_{ij}	Θέση Σωματιδίου
β	Ελκυστικότητα
γ	Συντελεστής απορροφητικότητας
I	Ένταση Φωτεινότητας

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	I
ABSTRACT	III
ΑΦΙΕΡΩΣΗ	IV
ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ	V
ΣΥΝΤΟΜΟ ΒΙΟΓΡΑΦΙΚΟ.....	VI
ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ ΚΑΙ ΣΥΜΒΟΛΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ	VII
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	IX
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ.....	XIII
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ	XV
Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή.....	1
1.1. Δομή Εργασίας.....	1
1.2. Στόχος της Εργασίας	1
1.3. Επιχειρησιακή Έρευνα	2
1.4. Ιστορική Αναδρομή του Προβλήματος Βέλτιστου Σχεδιασμού	2
Κεφάλαιο 2. Θεωρητικό Υπόβαθρο Εργασίας.....	3
2.1. Ορισμός του Προβλήματος Βέλτιστου Σχεδιασμού Γραμμής Προϊόντων	3
2.2. Έρευνα Αγοράς	4
2.2.1. Ορισμός της Ικανοποίησης.....	5
2.2.2. Ορισμός της Αξίας	6
2.2.3. Η έννοια της Ποιότητας	6
2.3. Διαδικασία Επιλογής Προϊόντος	7
2.3.1. Κριτήρια Επιλογής Προϊόντος	7
2.3.2. Trade – off.....	8
2.4. Μέτρηση Καταναλωτικών Προτιμήσεων.....	8
2.4.1. Conjoint Analysis	8
2.4.1.1. Βασικές Υποθέσεις της Conjoint Analysis.....	9
2.4.1.2. Βασικά Στάδια της Conjoint Analysis.....	9
2.4.1.3. Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα της Conjoint Analysis.....	10
2.5. Μοντελοποίηση της Απόφασης.....	10
2.5.1. Μοντέλα Σταθερής Αξίας.....	11
2.5.2. Μοντέλα Τυχαίας Αξίας.....	12

Κεφάλαιο 3. Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι στο Πρόβλημα Βέλτιστου Σχεδιασμού	13
3.1. Ευρετικοί Αλγόριθμοι	13
3.2. Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης	14
3.3. Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι βασισμένοι στη Γειτονία Αναζήτησης.....	14
3.4. Νοημοσύνη Σμήνους.....	15
3.4.1. Ιδιότητες του Συστήματος Νοημοσύνης Σμήνους.....	16
3.5. Αλγόριθμοι που έχουν εφαρμοστεί	16
3.5.1. Greedy Heuristic.....	17
3.5.2. Product-Swapping Heuristic.....	17
3.5.3. Divide and Conquer Heuristic	17
3.5.4. Coordinate Ascent	17
3.5.5. Dynamic Programming Heuristic.....	18
3.5.6. Beam Search Heuristic	18
3.5.7. Nested Partitions.....	18
3.5.8. Genetic Algorithm (GA).....	18
3.5.9. Simulated Annealing	19
3.5.10. Particle Swarm Optimization.....	20
3.5.11. Ant Colony System.....	20
3.5.12. Αλγόριθμοι Τεχνητού Ανοσοποιητικού Συστήματος.....	20
3.5.13. Tabu Search	20
Κεφάλαιο 4. Αλγόριθμοι που θα Εφαρμοστούν	23
4.1. Particle Swarm Optimization.....	23
4.1.1. Βασικός Αλγόριθμος PSO	23
4.1.2. Ψευδοκώδικας Αλγορίθμου PSO	26
4.1.2.1. Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου PSO	27
4.1.3. Βελτιώσεις Αλγορίθμου PSO	27
4.1.3.1. Καθορισμός Μέγιστης Ταχύτητας.....	27
4.1.3.2. Βάρος Αδράνειας (Inertia Weight).....	28
4.1.3.3. Παράγοντας Περιορισμού (Constriction Factor).....	28
4.1.3.4. Διακριτός PSO.....	29
4.1.3.5. <i>pWorst</i> PSO	29
4.1.3.6. Lévy Flight PSO	30
4.2. Firefly Algorithm.....	30
4.2.1. Βασικός Αλγόριθμος Firefly	30
4.2.2. Ψευδοκώδικας Αλγορίθμου Firefly	33
4.2.2.1. Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου Firefly.....	34
4.2.3. Βελτιώσεις Αλγορίθμου FA	34

4.2.3.1. Gaussian Κατανομή.....	35
4.2.3.2. Lévy Flights.....	35
4.2.3.3. Chaos.....	35
4.2.3.4. Διακριτός Αλγόριθμος Πυγολαμπίδας	36
4.3. Υβριδικοί Αλγόριθμοι	37
4.3.1. Υβριδικός αλγόριθμος Γενετικού και Σμήνους Σωματιδίων (HGPSO).....	37
4.3.1.1. Ψευδοκώδικας Αλγορίθμου HGPSO.....	37
4.3.1.2. Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου HGPSO	38
4.3.2. Υβριδικός αλγόριθμος Πυγολαμπίδας και Γενετικού (HFGA).....	38
4.3.2.1. Ψευδοκώδικας Αλγορίθμου HFGA.....	39
4.3.2.2. Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου HFGA.....	40
4.3.3. Υβριδικός αλγόριθμος Εμπνευσμένος από τον τρόπο συμπεριφοράς των Εφημεροπτέρων (Mayfly Algorithm).....	41
4.3.3.1. Αλγόριθμος Mayfly (MA).....	41
4.3.3.2. Ψευδοκώδικας Αλγορίθμου Mayfly.....	43
4.3.3.3. Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου Mayfly.....	44
Κεφάλαιο 5. Προτεινόμενο Μοντέλο	45
5.1. Περιγραφή Μοντέλου.....	45
5.2. Δοκιμασία Ευρωστίας – Robustness Testing.....	49
5.3. Τεχνητά Δεδομένα (Simulated Data)	50
Κεφάλαιο 6. Επίλογος	53
6.1. Συμπεράσματα και Μελλοντικές Βλέψεις.....	53
6.2. Άλλες Προτεινόμενες Μεθοδολογίες για Μελλοντικές Έρευνες.....	54
6.2.1. Αλγόριθμος Cuckoo Search	54
6.2.2. Αλγόριθμος Νυχτερίδας	54
Βιβλιογραφία	57

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 2.1 Οριακή επιβάρυνση κάθε χαρακτηριστικού στο κόστος κατασκευής μίας τσάντας	4
Πίνακας 2.2 Χαρακτηριστικά που επηρεάζουν την Τελική Επιλογή του Καταναλωτή	7
Πίνακας 4.1 Ψευδοκώδικας PSO.....	26
Πίνακας 4.2 Ψευδοκώδικας FA	33
Πίνακας 4.3 Ψευδοκώδικας HGPSO	37
Πίνακας 4.4 Ψευδοκώδικας HFGA	39
Πίνακας 4.5 Ψευδοκώδικας MA	43
Πίνακας 5.1 Παράδειγμα Λύσης (Σωματιδίου)	46
Πίνακας 5.2 Δοκιμές Αρχικοποίησης PSO.....	47
Πίνακας 5.3 Δοκιμές Αρχικοποίησης FA.	47
Πίνακας 5.4 Αποτελέσματα & Σύγκριση των μεθόδων για 5 σακίδια.	48
Πίνακας 5.5 Αποτελέσματα & Σύγκριση των μεθόδων για 10 σακίδια.	48
Πίνακας 5.6 Δοκιμασία Ευρωστίας – Robustness Testing	50
Πίνακας 5.7 Μεγέθη Προβλήματος.....	51
Πίνακας 5.8 Γενίκευση Προβλήματος με Τεχνητά Δεδομένα & Σύγκριση Μεθόδων	51

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

<i>Διάγραμμα 2.1.</i> Συμβολή της Έρευνας Μάρκετινγκ στη λήψη αποφάσεων	4
<i>Διάγραμμα 4.1.</i> PSO Flowchart	27
<i>Διάγραμμα 4.2.</i> FA Flowchart	34
<i>Διάγραμμα 4.3.</i> Τροποποιήσεις FA	35
<i>Διάγραμμα 4.4.</i> Διαφορά Συνάρτησης S-Shaped και V-Shaped.....	36
<i>Διάγραμμα 4.5.</i> HGPSO Flowchart	38
<i>Διάγραμμα 4.6.</i> HFGA Flowchart.....	40
<i>Διάγραμμα 4.7.</i> Ζευγάριωμα Αρσενικών και Θηλυκών Εφημεροπτέρων	42
<i>Διάγραμμα 4.8.</i> Mayfly Flowchart.....	44

Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή

Στην σημερινή πραγματικότητα η οποία αποτελείται από πολυπλοκότητα και συνεχείς αλλαγές, οι οργανισμοί καλούνται να παίρνουν γρήγορες και σωστές αποφάσεις. Έτσι, δημιουργούνται ποικίλα προβλήματα που χρήζουν επιχειρησιακής έρευνας, για τη βελτιστοποίηση επιχειρησιακών δραστηριοτήτων στο μάρκετινγκ, στις πωλήσεις, στις μεταφορές και τις παραδόσεις, στις προμήθειες, στην πρόβλεψη ζήτησης, στα χρηματοοικονομικά ακόμα και στη διοίκηση ανθρώπινων πόρων ή τη διαχείριση πελατών. Έτσι πολλές φορές η τεχνολογία καλείται να παίρνει το ρόλο ολοκληρωμένων συστημάτων λήψης αποφάσεων.

Τα στελέχη Μάρκετινγκ καλούνται να πάρουν ικανοποιητικές ή και βέλτιστες ακόμα αποφάσεις, όσο αναφορά την διαφήμιση και προώθηση, την διανομή, αλλά και το σχεδιασμό γραμμής προϊόντων, μέσα από αναλύσεις σχετικά με τις προτιμήσεις των καταναλωτών ώστε να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη της επιχείρησης λαμβάνοντας φυσικά υπόψιν τους διάφορους περιορισμούς όπως οικονομικούς, νομοθετικούς, κ.ά. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι αποφάσεις που θα πάρουν να καθορίσουν την πορεία του εκάστοτε οργανισμού.

Η επίλυση όμως ενός προβλήματος βελτιστοποίησης γίνεται ολοένα και δυσκολότερη όσο αυξάνεται το μέγεθος του προβλήματος και πολλές φορές το να προσπαθεί κάποιος να βρει ολικό βέλτιστο σε σχετικά μικρό χρόνο είναι πρακτικά αδύνατο. Έτσι, για να επιλυθούν προβλήματα αυτής της μορφής καταφεύγουμε στην υλοποίηση ευρετικών και μεθευρετικών μεθόδων, μέσα από τις οποίες καταφέρνουμε να βρούμε μία ικανοποιητική λύση, αν όχι βέλτιστη.

1.1. Δομή Εργασίας

Στην παρούσα εργασία, αρχικά, γίνεται μία περιγραφή του προβλήματος, καθώς και της διαδικασίας έρευνας των καταναλωτικών προτιμήσεων. Κατόπιν συναντάμε το θεωρητικό υπόβαθρο των αλγορίθμων που θα εφαρμοστούν, κάνοντας κατανοητή την ευρύτερη χρήση τους μέσα από μεθοδολογίες. Στο Κεφάλαιο 5 γίνεται ολοκληρωμένη παρουσίαση του προτεινόμενου μοντέλου για την επίλυση του εν λόγω προβλήματος, γίνεται σύγκριση με τις άλλες μεθόδους. Τέλος, δοκιμάζουμε κατά πόσο το μοντέλο που αναπτύξαμε είναι ευσταθές και κατά πόσο μπορεί να γενικευθεί στην επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος.

1.2. Στόχος της Εργασίας

Στόχος της εργασίας είναι να γίνει πλήρως κατανοητός ο τρόπος με τον οποίο δημιουργείται μία βέλτιστη γραμμή προϊόντων, καθώς και η σπουδαιότητα των μεθευρετικών αλγορίθμων στην επίλυση του προβλήματος, οι οποίοι προσφέρουν άλλοτε ικανοποιητικές και άλλοτε βέλτιστες λύσεις. Επιπρόσθετα, στόχος της παρούσας εργασίας είναι να δώσει ένα εναλλακτικό τρόπο επίλυσης στο πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων και πιο συγκεκριμένα, θα δείξουμε ότι οι αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων και Πυγολαμπίδας, μέσα από την κατάλληλη παραμετροποίησή τους και υβριδισμούς μπορούν να εντοπίσουν μία αρκετά καλή λύση η οποία θα συγκριθεί με παλαιότερες υλοποιήσεις. Κατόπιν οι ίδιοι αλγόριθμοι θα εφαρμοστούν σε ένα μεγαλύτερου μεγέθους πρόβλημα, και πιο συγκεκριμένα με 10 τσάντες, με σκοπό να εντοπιστούν τα δυνατά τους σημεία και τυχόν αδυναμίες. Αξιοσημείωτο θεωρείται το

γεγονός ότι για πρώτη φορά γίνεται προσπάθεια επίλυσης του προβλήματος με χρήση του αλγόριθμου βελτιστοποίησης Πυγολαμπίδας.

1.3. Επιχειρησιακή Έρευνα

Η Επιχειρησιακή Έρευνα είναι μία διεπιστημονική μαθηματική επιστήμη που ασχολείται με την εφαρμογή προηγμένων αναλυτικών μεθόδων, με στόχο τη λήψη καλύτερων αποφάσεων, η οποία προήλθε από στρατιωτικές επιχειρήσεις κατά την διάρκεια του Α' Παγκοσμίου Πολέμου. Από τότε έως σήμερα η επιχειρησιακή έρευνα έχει επεκταθεί σε ένα πεδίο που χρησιμοποιείται ευρέως από βιομηχανίες κάθε είδους, με στόχο την ανάλυση και τη βελτιστοποίηση σύνθετων συστημάτων, αλλά και από ερευνητές οι οποίοι την μελετούν με μεγάλο ενδιαφέρον με στόχο την ανάπτυξή της.

Μέσα από τα προβλήματα Επιχειρησιακής Έρευνας, το 1950 αναδείχτηκαν ευρετικοί και μεθυρετικοί αλγόριθμοι οι οποίοι καταφέρνουν να εντοπίσουν βέλτιστες λύσεις στον πολυδιάστατο χώρο προβλημάτων μεγάλης κλίμακας σε μικρό χρονικό περιθώριο, πράγμα αδύνατο να συμβεί με την ταχύτητα του ανθρώπινου νου. Αυτό κάνει τους αλγόριθμους ολοένα και πιο απαραίτητους με το πέρασμα των δεκαετιών σε συνδυασμό με την εμφάνιση των μεγάλων βάσεων δεδομένων. Πολλοί ερευνητές έχουν διαχωρίσει τους αλγόριθμους αυτούς σε διάφορες κατηγορίες. Ένας διαχωρισμός μεθυρετικών αλγορίθμων είναι ανάλογα με το πόσες λύσεις χρησιμοποιούν. Υπάρχουν αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν μία λύση και κάνουν αναζήτηση στη γειτονιά της και υπάρχουν και οι αλγόριθμοι που έχουν ένα σύνολο από λύσεις και προσπαθούν να κάνουν αναζήτηση σε όλο το χώρο λύσεων. Φυσικά υπάρχουν και υβριδικές μορφές αυτών των δύο κατηγοριών οι οποίες υιοθετούν στοιχεία αλγορίθμων σε έναν ενιαίο για βέλτιστα αποτελέσματα.

1.4. Ιστορική Αναδρομή του Προβλήματος Βέλτιστου Σχεδιασμού

Το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού ενός προϊόντος μοντελοποιήθηκε αρχικά από τον Zufryden (1977), ενώ οι Green και Krieger (1985) παρουσίασαν το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων το οποίο απασχολεί ερευνητές ακόμα και σήμερα, οι οποίοι μέσα από πολλές μεθόδους βελτιστοποιήσεις προσπαθούν να προσελκύσουν όσο το δυνατόν καλύτερο βέλτιστο σε μικρό σχετικά χρόνο. Πολλές μέθοδοι που έχουν υλοποιηθεί και έχουν ξεχωρίσει για τα πολύ καλά τους αποτελέσματα, έχουν ενσωματωθεί σε ευφυή συστήματα μάρκετινγκ ώστε να εξυπηρετήσουν άλλους ερευνητές που αντιμετωπίζουν το συγκεκριμένο πρόβλημα.

Κεφάλαιο 2. Θεωρητικό Υπόβαθρο Εργασίας

2.1. Ορισμός του Προβλήματος Βέλτιστου Σχεδιασμού Γραμμής Προϊόντων

Το πρόβλημα του βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων, έχει ως στόχο την δημιουργία μιας σειράς προϊόντων, τα οποία εάν εισαχθούν στο εμπόριο, θα βελτιστοποιήσουν κάποιο στόχο της επιχείρησης, όπως για παράδειγμα το κέρδος ή τα έσοδα. Προκειμένου να επιτευχθεί αυτό, θα πρέπει να γίνει μοντελοποίηση των προτιμήσεων του καταναλωτή και της τελικής επιλογής ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του προϊόντος. Για τον λόγο αυτό αναπαριστάνουμε το κάθε προϊόν μέσα από μια σειρά διακριτών τιμών οι οποίες φανερώνουν τα χαρακτηριστικά του προϊόντος μέσα από τα επίπεδά τους, δηλαδή τις τιμές τους.

Η μέτρηση καταναλωτικών αναγκών επιτυγχάνεται με την συμπλήρωση ερωτηματολογίου κατά την διεξαγωγή της έρευνας αγοράς. Με αυτόν τον τρόπο οι καταναλωτές αξιολογούν προϊόντα μέσα από τα επίπεδα των χαρακτηριστικών τους. Κατόπιν, εφαρμόζοντας *conjoint analysis* γίνεται αντιστοιχία κάθε χαρακτηριστικού του προϊόντος με την μερική αξία. Οι μερικές αξίες του κάθε προϊόντος αθροίζονται και έτσι υπολογίζεται η συνολική αξία του προϊόντος.

Αυτή τη στιγμή υπάρχουν πολλές διαφορετικές μοντελοποιήσεις για το πως οι καταναλωτές επιλέγουν τα προϊόντα τα οποία θα αγοράσουν. Η επιλογή προϊόντων είναι μια υποκειμενική διαδικασία, και η μοντελοποίηση μπορεί να εκφράζεται μέσω πιθανοτήτων. Σε αυτό το πρόβλημα επιλέγουμε να ισχύει το μοντέλο πρώτης επιλογής ή μέγιστης χρησιμότητας (*first choice or maximum utility*) όπου ο καταναλωτής θα επιλέξει με βεβαιότητα το προϊόν που του δίνει τη μεγαλύτερη αξία, αγνοώντας όλες τις στοχαστικές παραμέτρους που μπορεί να εμφανιστούν κατά την αγορά.

Το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής νέων προϊόντων, κατατάσσεται στην κατηγορία με τα NP – hard προβλήματα, αφού κανείς αλγόριθμος δεν μπορεί να εγγυηθεί ότι βρίσκει το ολικό βέλτιστο σε πολυωνυμικό χρόνο. Για αυτό τον λόγο έχουν αναπτυχθεί ευρετικοί και μεθευρετικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι έχουν την ικανότητα να βρίσκουν μία αρκετά ικανοποιητική λύση σε αποδεκτό χρόνο.

Σε αυτήν την εργασία θα γίνει εφαρμογή των αλγορίθμων Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων και Πυγολαμπίδας, ύστερα από κατάλληλη παραμετροποίηση και προσαρμογή τους στα δεδομένα της δημοσίευσης «Optimizing Product Line Designs: Efficient Methods and Comparisons» των Alexandre Belloni, Robert Freud, Matthew Selove και Duncan Simester το 2008, με σκοπό να δοθεί μία εναλλακτική επίλυση στο πρόβλημα αυτό.

Σκοπός μας είναι ο βέλτιστος σχεδιασμός γραμμής 5 και 10 τσαντών, έναντι μιας δεδομένης σταθερής ανταγωνιστικής γραμμής τριών προϊόντων. Η βελτιστοποίηση του συνολικού κέρδους που θα έχει η εταιρεία θα επιτευχθεί μέσα από τις προτιμήσεις 324 καταναλωτών ως προς τις τσάντες που έχουν πρώτο χαρακτηριστικό τους την τιμή η οποία έχει 7 επίπεδα (70\$, 75\$, 80\$, 85\$, 90\$, 95\$ και 100\$) και ακόμα 9 χαρακτηριστικά όπως χερούλι, λουρί, θήκη κινητού, φορτιστής κινητού κτλ. Τα οποία παίρνουν την τιμή ναι ή όχι. Τα πιθανά προϊόντα που μπορούν να σχηματιστούν από τους συνδυασμούς των χαρακτηριστικών είναι 3.584 από τα οποία μπορούν να προκύψουν $4,9 \times 10^{15}$ διαφορετικές γραμμές για 5 προϊόντα, και $9,5 \times 10^{28}$ διαφορετικές γραμμές για 10 προϊόντα δημιουργώντας έτσι ένα τεράστιο χώρο πιθανών λύσεων.

Για κάθε καταναλωτή, γνωρίζουμε την οριακή χρησιμότητα που θα προσθέσει ή θα αφαιρέσει η προσθήκη ή έλλειψη ενός χαρακτηριστικού. Για την τιμή, η οριακή μερική χρησιμότητα

εκφράζει τη μεταβολή χρησιμότητας που θα επέλθει για κάθε διαδοχική αύξηση κατά 5\$. Όπως είναι λογικό, συνήθως η αύξηση της τιμής προκαλεί δυσαρέσκεια στον καταναλωτή άρα μείωση της μερικής χρησιμότητας. Για τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά, γνωρίζουμε το επιπλέον κόστος που επιφέρουν στην εταιρία η προσθήκη τους. Το κόστος κατασκευής μίας τσάντας χωρίς κανένα επιπλέον χαρακτηριστικό είναι 35\$. Στον πίνακα αμέσως μετά, βλέπουμε την οριακή επιβάρυνση κάθε χαρακτηριστικού στο κόστος κατασκευής μίας τσάντας.

Πίνακας 2.1

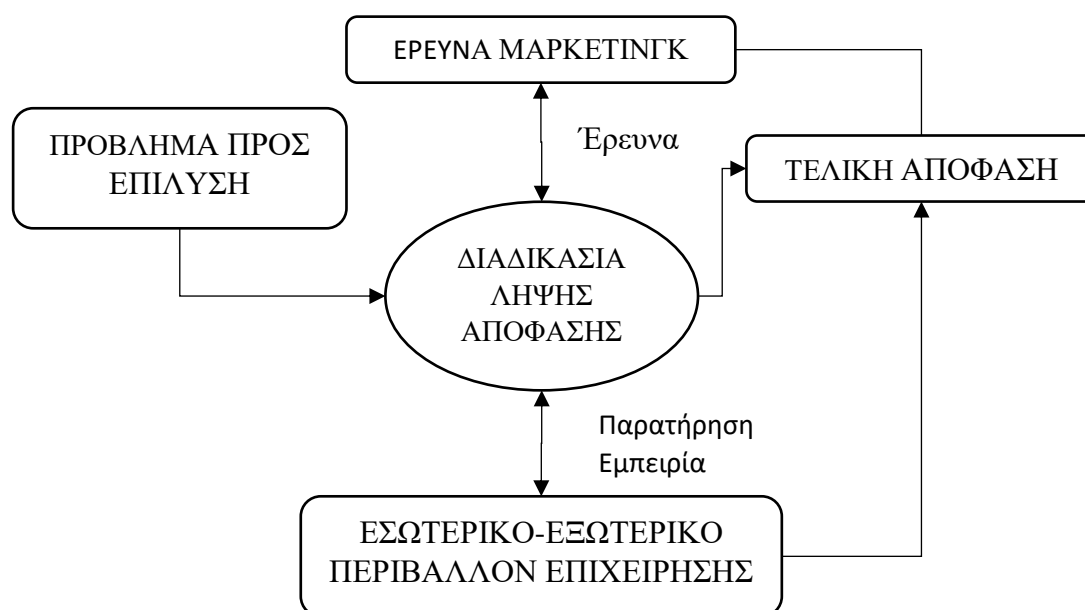
Οριακή επιβάρυνση κάθε χαρακτηριστικού στο κόστος κατασκευής μίας τσάντας

	Price (\$)	Large Size	Red Color	School Logo	Handle	PDA Holder	Cell Holder	Mesh Pocket	Velcro Flap	Reinforcing Boot
Οριακή επιβάρυνση	5	-3,5	0	-2	-3,5	-3	-3	-2	-3,5	-4,5

2.2. Έρευνα Αγοράς

Η Συμπεριφορά του Καταναλωτή είναι μία πολύπλοκη μελέτη που συνδυάζει στοιχεία από την ψυχολογία, την κοινωνιολογία, την κοινωνική ανθρωπολογία και τα οικονομικά και προσπαθεί να καταλάβει την διαδικασία λήψης αποφάσεων του καταναλωτή. Φυσικά η διαδικασία της μελέτης είναι εξαιρετικά δύσκολη, καθώς οι καταναλωτές δρουν ως μεμονωμένες μονάδες που επηρεάζονται από το κοντινό τους περιβάλλον προκειμένου να καταλήξουν στην τελική απόφαση αγοράς τους.

Όπως αναφέρει ο Πανηγυράκης (1999), η Έρευνα αγοράς είναι ένα σύνολο τεχνικών και αρχών που αποβλέπουν στη συστηματική συλλογή, καταγραφή, ανάλυση και ερμηνεία στοιχείων/δεδομένων, με τέτοιο τρόπο που να βοηθούν τη διαδικασία λήψης αποφάσεων Μάρκετινγκ για προϊόντα, υπηρεσίες και ιδέες.



Διάγραμμα 2.1. Συμβολή της Έρευνας Μάρκετινγκ στη λήψη αποφάσεων

Τα αποτελέσματα μίας έρευνας, δεν πρέπει ποτέ να θεωρούνται απολύτως ακριβή. Για αυτόν λοιπόν τον λόγο, δεν θα πρέπει ποτέ να ακολουθούνται τυφλά, αφού για τη συλλογή των στοιχείων χρησιμοποιείται ένα δείγμα του πληθυσμού, το οποίο εκφράζεται ποσοστιαία ανάλογα με το δείγμα. Παρόλα αυτά, το ποσοστό ακριβείας είναι αρκετά ικανοποιητικό στις περισσότερες έρευνες (Πανηγυράκης, 1999).

2.2.1. Ορισμός της Ικανοποίησης

Όπως έχει αναφερθεί χαρακτηριστικά “...όλοι γνωρίζουν τι είναι ικανοποίηση, έως ότου ζητηθεί να δώσουν έναν ορισμό...Τότε φαίνεται ότι κανείς δεν γνωρίζει...” (Oliver, 1997). Από αυτό συμπεραίνουμε ότι δεν υπάρχει κάποιος κοινά αποδεκτός ορισμός για την ικανοποίηση. Ακόμη, η ικανοποίηση έχει ορισθεί και ως τα συναισθήματα ευχαρίστησης ή δυσαρέσκειας ενός ατόμου που προκύπτουν από την υποκειμενική σύγκριση της απόδοσης ενός προϊόντος σε σχέση με τις προσδοκίες του. Το αν ο αγοραστής είναι ικανοποιημένος ή όχι μετά από την αγορά, εξαρτάται από την απόδοση του προϊόντος σε σχέση με τις προσδοκίες του αγοραστή (Kotler, 1997).

Όπως συμπεραίνουμε, η ικανοποίηση είναι μια λειτουργία υποκειμενικής απόδοσης και προσδοκιών. Αν η απόδοση είναι μικρότερη από τις προσδοκίες, ο πελάτης είναι δυσαρεστημένος. Αν η απόδοση συμπίπτει με τις προσδοκίες, ο πελάτης είναι ικανοποιημένος. Αν η απόδοση υπερβαίνει τις προσδοκίες, ο πελάτης είναι ενθουσιασμένος. Στην παρούσα εργασία η ικανοποίηση θεωρείται μια διαδικασία αξιολόγησης, η οποία εξετάζει αν η μια συγκεκριμένη επιλογή είναι συμβατή με τις πεποιθήσεις του πελάτη (Engel & Blackwell, 1982).

Η σημαντικότητα της μέτρησης της ικανοποίησης των πελατών είναι ιδιαίτερη, καθώς μέσα από αυτήν αναγνωρίζονται τυχόν παράπονα πελατών. Μέσα από τον προσδιορισμό των παραπόνων επιδιώκεται η βελτίωση του συγκεκριμένου προϊόντος με την αντιμετώπιση των αδυναμιών του.

Σύμφωνα με τον ορισμό που δώσαμε παραπάνω, θα μπορούσαμε να διακρίνουμε δυο τύπους ικανοποίησης που προκύπτουν κατά την αξιολόγηση του πελάτη: τη στιγμιαία ικανοποίηση και την συσσωρευμένη ικανοποίηση (Yi, 1991). Ως στιγμιαία ικανοποίηση ορίζεται η εμπειρία από ένα μεμονωμένο γεγονός που αφορά ένα προϊόν ή μια υπηρεσία και επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό τα συναισθήματα του καταναλωτή αναφορικά με την αντιλαμβανόμενη ποιότητα για το προϊόν και την συνολική ικανοποίηση του. Αντίθετα, ως συσσωρευμένη ικανοποίηση ορίζεται η συνολική εμπειρία του καταναλωτή από μακροχρόνια χρήση ενός προϊόντος ή μιας υπηρεσίας (Johnson & Fornell, 1991). Η συσσωρευμένη ικανοποίηση αποτελεί ισχυρότερο κριτήριο διότι συνήθως οι καταναλωτές εμπιστεύονται τις μακροχρόνιες εμπειρίες τους για να αξιολογήσουν ένα προϊόν.

Τέλος, μερικοί ορισμοί της ικανοποίησης όπως παρουσιάζουν οι Γρηγορούδης και Σίσκος (2000) είναι πως η ικανοποίηση είναι μια γνωστική κατάσταση του πελάτη, όσον αφορά στην επαρκή ή ανεπαρκή ανταμοιβή του για τις θυσίες και τις προσπάθειες που έχει καταβάλει, ή πως η ικανοποίηση είναι μια συναισθηματική αντίδραση στις εμπειρίες του πελάτη, οι οποίες σχετίζονται είτε με συγκεκριμένα προϊόντα και υπηρεσίες, είτε με τις διαδικασίες αγοράς, είτε ακόμη με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά του πελάτη αυτού. Τέλος, η ικανοποίηση είναι το αποτέλεσμα της αγοράς και χρήσης ενός προϊόντος ή μιας υπηρεσίας, το οποίο απορρέει από τη

σύγκριση του πελάτη ανάμεσα στην ανταμοιβή και το κόστος αγοράς, λαμβάνοντας υπόψη τις προσδοκώμενες επιπτώσεις.

2.2.2. Ορισμός της Αξίας

Ως αξία ορίζουμε τον κανόνα, βάση του οποίου γίνεται η αποτίμηση της χρησιμότητας και εν γένει της σπουδαιότητας μιας υπηρεσίας ή ενός προϊόντος, αλλά και η ικανότητα που έχει αυτό προκειμένου να ανταλλάγει με άλλα προϊόντα ή υπηρεσίες. Συχνά, αναφερόμαστε στην αντιλαμβανόμενη για τον καταναλωτή αξία και στο τι είναι διατεθειμένος να θυσιάσει, για να λάβει ένα αγαθό. Μέτρο της αξίας ενός αγαθού, ή μιας υπηρεσίας είναι η τιμή, οικονομικοί όροι που δεν πρέπει να συγχέονται.

2.2.3. Η έννοια της Ποιότητας

Ποιότητα ορίζεται ως ένα σύνολο χαρακτηριστικών μιας υπηρεσίας ή ενός προϊόντος που ικανοποιούν τις εκφρασμένες ή συναγόμενες ανάγκες των πελατών (Ashton & Jackson, 1995). Ποιότητα σε ένα προϊόν ή σε μια υπηρεσία δεν είναι αυτό που βάζει ο προμηθευτής. Είναι αυτό που παίρνει ο πελάτης και για το οποίο είναι διατεθειμένος να πληρώσει. Αυτό που προσδίδει «ποιότητα» σε ένα προϊόν δεν είναι ούτε η δυσκολία κατασκευής του, ούτε το μεγάλο κόστος του, όπως πιστεύουν συνήθως οι κατασκευαστές. Αυτό συνεπάγεται χαμηλή απόδοση. Οι πελάτες πληρώνουν για αυτό που είναι χρήσιμο στους ίδιους και θεωρούν ότι προσφέρει σε αυτούς αξία (Drucker, 1985).

Η ποιότητα θεωρείται το ανταγωνιστικό πλεονέκτημα στον κλάδο, όχι μόνο των επιχειρήσεων αλλά και των δημοσίων οργανισμών, ενώ συνεχίζει μέχρι και σήμερα να αποτελεί θέμα ενδιαφέροντος και επιρροής. Παρόλο της μεγάλης σημασίας του όρου, η αναζήτηση για έναν κοινό ορισμό έχει παράγει αντιφατικά αποτελέσματα, κάνοντάς μας να μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι διαφορετικοί ορισμοί της ποιότητας είναι κατάλληλοι κάτω από διαφορετικές καταστάσεις (Reeves & Bednar, 1994). Στη βιβλιογραφία συναντάμε πέντε εναλλακτικές προσεγγίσεις αναφορικά με τον ορισμό της ποιότητας (Garvin, 1988). Σύμφωνα με την φιλοσοφική προσέγγιση της ανωτερότητας (transcendent - based) η ποιότητα «είναι συνώνυμη της έμφυτης αριστείας», κάτι που συνεπάγεται διάκριση της ανώτερης από την φτωχή ποιότητα. Η ποιότητα είναι η πραγματοποίηση ή η προσέγγιση του υψηλότερου προτύπου. Κατά την προσέγγιση των οικονομικών που βασίζεται στο προϊόν (product - based), η ποιότητα αποτελεί μια συγκεκριμένη και μετρήσιμη μεταβλητή, σύμφωνα με την οποία «οι διαφορές στην ποιότητα ανέρχονται σε διαφορές στην ποσότητα ορισμένων επιθυμητών συστατικών ή χαρακτηριστικών». Με την προσέγγιση του χρήστη που βασίζεται στα οικονομικά, το marketing και τις λειτουργίες, η ποιότητα συνίσταται από την δυνατότητα να ικανοποιεί ανάγκες και την καταλληλότητα για χρήση. Σύμφωνα με την προσέγγιση της παραγωγής (manufacturing - based), ποιότητα σημαίνει «συμμόρφωση με τις προδιαγραφές». Τέλος, με την προσέγγιση των λειτουργιών που βασίζεται στην αξία θεωρείται ως ο «βαθμός αριστείας για τις δεδομένες συνθήκες ενός πελάτη», όπου οι συνθήκες αντιπροσωπεύουν την πραγματική χρήση και την τιμή πώλησης ενός προϊόντος (Μαστροθανάσης, 2015).

Συνοψίζοντας λοιπόν θα μπορούσαμε να πούμε ότι ποιότητα είναι τα χαρακτηριστικά του προϊόντος ή της υπηρεσίας που ικανοποιούν ή ξεπερνούν τις προσδοκίες του πελάτη και ταυτόχρονα ικανοποιούν τις δεδομένες προδιαγραφές της παραγωγής.

2.3. Διαδικασία Επιλογής Προϊόντος

Μία ανάγκη μπορεί να έλθει στην επιφάνεια ως αποτέλεσμα «εσωτερικών» ερεθισμάτων που δέχεται το άτομο, ή «εξωτερικών» ερεθισμάτων μάρκετινγκ. Αμέσως μετά ο καταναλωτής αποφασίζει αν θα καλύψει την ανάγκη του ή όχι και αν ναι, με τι τρόπο (αγορά καινούργιου προϊόντος, επισκευή παλιού κτλ.).

Η τελική επιλογή του καταναλωτή βασίζεται πρωτίστως στην αντίληψή του για τα χαρακτηριστικά του προϊόντος και στη συνέχεια, σε μηχανισμούς επιλογής και στην τιμή του προϊόντος (Moore & Winer, 1987).

Η επιλογή του προϊόντος σχετίζεται με τις αντιλήψεις και προτιμήσεις του καταναλωτή για τα επιμέρους χαρακτηριστικά του προϊόντος σε σχέση με ανταγωνιστικά προϊόντα (Green & Krieger, 1987).

2.3.1. Κριτήρια Επιλογής Προϊόντος

Όταν οι καταναλωτές καλούνται να επιλέξουν μεταξύ προϊόντων, βρίσκονται αντιμέτωποι με την αβεβαιότητα σχετικά με την ποιότητα και τη λειτουργικότητα του προϊόντος. Αν λάβουμε υπόψη μας και το γεγονός ότι ο καταναλωτής δεν προβαίνει σε αναλυτική μελέτη των χαρακτηριστικών του προϊόντος, η τελική επιλογή που θα τον οδηγήσει στην αποδοχή ή απόρριψη του, γίνεται χρησιμοποιώντας μια «ευρετική» διαδικασία (μέθοδος ενεργειών με βάση τις έως τώρα εμπειρίες που κατέχει). Κάθε προϊόν διαθέτει ένα σύνολο από χαρακτηριστικά τα οποία λειτουργούν ως «ευρετικά» και οδηγούν τον καταναλωτή στο σχηματισμό μιας συνολικής αντίληψης για το προϊόν κάτι το οποίο οδηγεί στην αγορά ή απόρριψή του προϊόντος. Έπειτα από μελέτες, είναι διαπιστευμένο ότι τα γενικά χαρακτηριστικά που επηρεάζουν την τελική επιλογή του καταναλωτή φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 2.2

Χαρακτηριστικά που επηρεάζουν την Τελική Επιλογή του Καταναλωτή

<u>Χαρακτηριστικά που επηρεάζουν την Τελική Επιλογή του Καταναλωτή</u>
Ετικέτα
Διαφήμιση της ετικέτας
Εμφάνιση του προϊόντος
Συσκευασία του προϊόντος
Τιμή
Φήμη
Το όνομα του καταστήματος
<u> Εγγύηση του κατασκευαστή</u>

Από τα παραπάνω καταλαβαίνουμε πως ο καταναλωτής αξιολογεί το κάθε προϊόν μέσα από έναν αριθμό κριτηρίων με βάση τα χαρακτηριστικά του. Η αξιολόγηση γίνεται βάσει της χρησιμότητας που διακρίνει στο κάθε χαρακτηριστικό και αμέσως μετά βάση της συνολικής χρησιμότητας που θεωρεί ότι θα αντλήσει από το προϊόν. Η χρησιμότητα εκτός από μέτρο αξιολόγησης αποτελεί και το μέτρο σύγκρισης μεταξύ των ανταγωνιστικών προϊόντων.

2.3.2. Trade – off

Το trade - off είναι η απόφαση που συνεπάγεται τη μείωση ή την απώλεια μιας ποιότητας, ποσότητας ή περιουσίας ενός συνόλου ή σχεδίου σε αντάλλαγμα για πιθανά κέρδη σε άλλες πτυχές. Πιο απλά, ενώ ένα χαρακτηριστικό αυξάνεται, ένα άλλο μειώνεται. Κάθε εναλλακτική λοιπόν, μπορεί να παρουσιάζει μεγάλο όφελος με βάση κάποια κριτήρια, να υστερεί όμως σημαντικά σε κάποια άλλα. Η έννοια του trade - off συνεπάγεται μια τακτική ή στρατηγική που γίνεται με πλήρη κατανόηση των πλεονεκτημάτων και μειονεκτημάτων κάθε κίνησης, αφού η μείωση ενός χαρακτηριστικού μπορεί να συνεπάγεται χειρότερη αξιολόγηση από τους καταναλωτές. Ένα κατανοητό παράδειγμα του trade - off είναι η απόφαση να επενδύσουμε σε μετοχές, οι οποίες είναι επικίνδυνες αλλά φέρνουν μεγάλα πιθανά κέρδη, έναντι ομολόγων, τα οποία είναι γενικά ασφαλέστερα αλλά με χαμηλότερες αποδόσεις (Kraus & Litzenberger, 1973).

2.4. Μέτρηση Καταναλωτικών Προτιμήσεων

Τα διευθυντικά στελέχη για να αποφασίσουν ποια προϊόντα να πουλήσουν με στόχο το βέλτιστο κέρδος, μπορεί να χρησιμοποιήσουν το ένστικτο τους, τις προτάσεις των σχεδιαστών γραμμής προϊόντων ή ακόμα μπορεί να παρατηρούν τις κινήσεις των ανταγωνιστών τους, ώστε να δουν τι λειτουργεί ήδη στην αγορά και να το πράξουν και οι ίδιοι. Όλες αυτές οι στρατηγικές έχουν βραχυπρόθεσμα κι όχι μακροπρόθεσμα οφέλη.

Οι εταιρείες που έχουν ως στόχο τους καταναλωτές και την ικανοποίησή τους θέτουν ερωτήματα στους καταναλωτές σχετικά με το αγοραστικό τους ενδιαφέρον, σχετικά με νέα προϊόντα ή μελλοντικές προτάσεις, τα οποία τοποθετούνται στις δοκιμαστικές αγορές, οι οποίες μπορεί να είναι αρκετά ακριβές και χρονοβόρες για τις εταιρείες. Αυτό έχει ως συνέπεια η προσέγγιση να μην είναι τόσο αποτελεσματική όσο θα επιθυμούσαν οι εταιρείες.

Η συζυγής ανάλυση (conjoint analysis) αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα εργαλεία, για την ανάπτυξη υποστήριξης αποφάσεων ενός προϊόντος, της τιμολόγησης και του προσδιορισμού αποφάσεων στην διεξαγωγή του μάρκετινγκ (Wittink & Cattin, 1989).

2.4.1. Conjoint Analysis

Η ανάλυση συζυγίων εξελίχθηκε από μία αρχική έρευνα μαθηματικών και ψυχολόγων (Luce & Tukey, 1964) και κατόπιν κατάφερε να εξελιχθεί, ενώ οι μέθοδοι της διακριτής επιλογής προέρχονται από την οικονομετρία (McFadden, 1974). Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται, για την εξέταση και αξιολόγηση νέων προϊόντων, υπηρεσιών και ιδεών καθώς και των επιπέδων των χαρακτηριστικών τους. Είναι μία μέθοδος προσδιορισμού των σχέσεων, μεταξύ των χαρακτηριστικών ενός προϊόντος ή μιας υπηρεσίας, και των προτιμήσεων του κοινού. Η conjoint analysis λαμβάνει υπόψη τη γνώμη του καταναλωτή και την κατηγοριοποιεί ώστε να υποστηρίξει

τις επιλογές που έγιναν, μέσω της ανάλυσης των επιθυμιών και των αναγκών του πελάτη. Αναλύει τα δεδομένα από τα ερωτηματολόγια, και με μεθόδους παλινδρόμησης αντιστοιχεί σε κάθε χαρακτηριστικό και από μία τιμή, που χαρακτηρίζεται ως η μερική αξία. Όλα τα επίπεδα μαζί δίνουν την συνολική αξία (utility) του προϊόντος. Η Conjoint Analysis έχει αναπτυχθεί πολύ γρήγορα και χρησιμοποιείται ευρέως στην έρευνα αγοράς, καθώς παρέχει χρήσιμα συμπεράσματα που βοηθούν τα στελέχη μίας επιχείρησης να λάβουν γρήγορα σωστή απόφαση.

«Η Conjoint Analysis είναι μία στατιστική από-συνθετική μέθοδος, η οποία εμπεριέχει πολλές μεταβλητές και αποσκοπεί στην μοντελοποίηση της ανθρώπινης συμπεριφοράς και συνηθέστερα την αγοραστική τους συμπεριφορά με στόχο την μέτρηση των καταναλωτικών τους προτιμήσεων» (Μπαλάρας, 2016).

Ακόμη, η Conjoint Analysis δίνει λύσεις στο σχεδιασμό του βέλτιστου προϊόντος και στην τιμολόγηση του από όπου προκύπτει η μερική αξία που αντιλαμβάνεται ο καταναλωτής για κάθε χαρακτηριστικό του προϊόντος. Όπως είναι λογικό, οι καταναλωτές θέλουν ένα προϊόν με τα καλύτερα χαρακτηριστικά, όσο γίνεται πιο φθηνό κάτι το οποίο βέβαια δεν επιθυμούν οι εταιρείες. Έτσι μέσα από την ανάλυση conjoint η εταιρεία στοχεύει στην προσφορά προϊόντων με μεγαλύτερη συνολική χρησιμότητα από αυτή που έχουν τα προϊόντα των ανταγωνιστών. Τέλος, η τεχνική αυτή βοηθάει και στην σωστή τιμολόγηση καθώς χωρίζει την αγορά σε επιμέρους τμήματα με βάση την ομοιότητα των προτιμήσεων των καταναλωτών για τα επίπεδα των χαρακτηριστικών των προϊόντων.

2.4.1.1. Βασικές Υποθέσεις της Conjoint Analysis

Προκειμένου να εφαρμοστεί η Conjoint Analysis, θα πρέπει:

- Το προϊόν ή η υπηρεσία να μπορεί να αναλυθεί σε ένα σύνολο χαρακτηριστικών, με κάθε χαρακτηριστικό να λαμβάνει διάφορες τιμές, ανά επίπεδο. Οι συνδυασμοί των επιπέδων των χαρακτηριστικών θα πρέπει να είναι ρεαλιστικοί.
- Οι καταναλωτές να επιλέγουν το προϊόν ή την υπηρεσία, που μεγιστοποιεί τη χρησιμότητα για αυτούς, δηλαδή την αντιλαμβανόμενη αξία, η οποία προκύπτει από τα χαρακτηριστικά του προϊόντος και από την κατανάλωσή του, με σκοπό την ικανοποίηση αναγκών.
- Οι καταναλωτές να αξιολογούν τη χρησιμότητα ενός προϊόντος ή μιας υπηρεσίας, συνδυάζοντας τις επιμέρους αξίες (partworths), οι οποίες προκύπτουν από τα επίπεδα των χαρακτηριστικών τους.

2.4.1.2. Βασικά Στάδια της Conjoint Analysis

Τα βασικά στάδια της Conjoint Analysis είναι τα τρία παρακάτω:

- Σχεδιασμός Έρευνας: Περιλαμβάνει την επιλογή χαρακτηριστικών για το κάθε προϊόν καθώς και τα επίπεδα του κάθε χαρακτηριστικού με στόχο την δημιουργία ενός προφίλ για το προϊόν το οποίο τίθεται προς αξιολόγηση.
- Συλλογή Δεδομένων από τους Καταναλωτές: Περιλαμβάνει τη διαδικασία συλλογής των δεδομένων (π.χ. ερωτηματολόγιο) και την μέθοδο αξιολόγησης των προφίλ.

- Αξιοποίηση Αποτελεσμάτων: Περιλαμβάνει την κατηγοριοποίηση των καταναλωτών με βάση τις μερικές αξίες που έχουν δώσει στα χαρακτηριστικά, με βάση την προσομοίωση της αγοράς, αλλά και τη βελτιστοποίηση του προϊόντος.

2.4.1.3. Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα της Conjoint Analysis

Βασικό πλεονέκτημα της Conjoint Analysis, αποτελεί ο τρόπος με τον οποίο οι καταναλωτές εκφράζουν τις προτιμήσεις τους, καθώς κάνει πλήρη κατανοητό τον τρόπο με τον οποίο κάνουν τις επιλογές τους. Το δεύτερο πλεονέκτημα, είναι ότι η Conjoint Analysis επιτρέπει ένα πιο ρεαλιστικό μοντέλο αξιολόγησης των επιχειρήσεων έτσι ώστε, να μπορούν να πραγματοποιηθούν οι κατάλληλες κινήσεις για τη βελτιστοποίηση της πορείας τους.

Ένα σημαντικό μειονέκτημα της Conjoint Analysis είναι ότι τα ερωτηματολόγια που συμπληρώνουν οι καταναλωτές ενδέχεται να είναι κουραστικά προς αυτούς, εξαιτίας του μεγάλου αριθμού των υποθετικών σεναρίων, αλλά και στον πιθανό μεγάλο αριθμό των εναλλακτικών χαρακτηριστικών των προϊόντων (Παπαδάκη, 2017).

2.5. Μοντελοποίηση της Απόφασης

Ως μοντελοποίηση της απόφασης (choice modeling) ορίζουμε τη διαδικασία κατά την οποία προσομοιώνεται η συμπεριφορά του καταναλωτή, ο οποίος έχει να επιλέξει ανάμεσα σε ένα σύνολο εναλλακτικών. Η διαδικασία αυτή υλοποιείται μέσω ενός μοντέλου επιλογής (choice model), το οποίο είναι η υποκειμενική διαδικασία κατά την οποία ο καταναλωτής ενσωματώνει πληροφορίες προκειμένου να επιλέξει ένα προϊόν μέσα από ένα σύνολο ανταγωνιστικών προϊόντων (Νταμαδάκη, 2015). Έχει αναπτυχθεί ένας αριθμός μοντέλων επιλογής, τα οποία διαφέρουν μεταξύ τους στην υποκειμενική δομή που τα συνθέτει (Manrai, 1995). Το μοντέλο επιλογής αναπαριστά το προφίλ του καταναλωτή δημιουργώντας μια σχέση όσο αναφορά την προτίμηση και την τελική απόφαση. Ουσιαστικά μετατρέπει τις συνολικές αξίες των προϊόντων που ένας καταναλωτής θέτει, σε πιθανότητες επιλογής για κάθε εναλλακτική. Τέλος, τα μοντέλα επιλογής, μπορεί να είναι είτε ντετερμινιστικά (deterministic models) είτε στοχαστικά (probabilistic models).

Το μοντέλο πρώτης επιλογής (first choice) ή της μέγιστης χρησιμότητας (maximum utility), το οποίο χρησιμοποιούμε στην παρούσα εργασία, υποθέτει ότι ο κάθε καταναλωτής αγοράζει πάντα το προϊόν που του προσδίδει την υψηλότερη χρησιμότητα (συνολική αξία). Σε αυτή την περίπτωση η εναλλακτική με την υψηλότερη χρησιμότητα λαμβάνει πιθανότητα επιλογής ίση με 1, ενώ οι υπόλοιπες εναλλακτικές παίρνουν την τιμή 0. Ένα πολύ βασικό μειονέκτημα του συγκεκριμένου κανόνα είναι ότι παρουσιάζει πληροφορία μόνο για το προϊόν με τη συνολική αξία και δεν λαμβάνονται καθόλου υπόψη οι σχετικές αξίες, με αποτέλεσμα να παρουσιάζονται προβλήματα στα αποτελέσματα που βγάζει.

Η συμπεριφορά του καταναλωτή για την επιλογή ενός προϊόντος είναι μια πολυσύνθετη διαδικασία αποτελούμενη από αρκετές τυχαίες παραμέτρους. Ο πελάτης δεν διαλέγει κατά κανόνα πάντα το προϊόν που αντιλαμβάνεται καλύτερα εξαιτίας αστάθμητων παραγόντων, όπως είναι το υψηλό κόστος αναζήτησης, η μεγάλη ποικιλία κ.α. Για αυτό το λόγο αναπτύχθηκαν στοχαστικά μοντέλα που αντιστοιχούν σε κάθε προϊόν μια πιθανότητα επιλογής, η οποία εξαρτάται από την τιμή της συνολικής αξίας του (utility).

Τα μοντέλα καταμερισμού των προτιμήσεων χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες, αυτή των μοντέλων σταθερής αξίας (constant utility models) και αυτά της τυχαίας αξίας (random utility models).

2.5.1. Μοντέλα Σταθερής Αξίας

Τα Μοντέλα Σταθερής Αξίας υποθέτουν ότι όλες οι αξίες των προϊόντων είναι σταθερές και προβάλλουν τη στοχαστική φύση της ανθρώπινης συμπεριφοράς μέσα από ένα επίπεδο αβεβαιότητας στον κανόνα της απόφασης. Το πιο δημοφιλές μοντέλο σταθερής αξίας είναι το BTL:

$$p_{ij} = \frac{U_{ij}}{\sum_{j=1}^n U_{ij}} \quad (2.1)$$

Όπου: p_{ij} είναι η πιθανότητα ο καταναλωτής i να επιλέξει το προϊόν j ,
 U_{ij} η συνολική αξία που δίνει ο καταναλωτής i στο προϊόν j ,
 n ο αριθμός των ανταγωνιστικών προϊόντων.

Εκτός από το BTL, έχουν αναπτυχθεί μοντέλα που το επεκτείνουν και το βελτιώνουν (Pessemier, Burger, Teach, & Tigert, 1971); (Lesourne, 1977). Οι αξίες των προϊόντων μετασχηματίζονται με έναν εκθέτη α ο οποίος ελέγχει τις τιμές των πιθανοτήτων επιλογής, διατηρώντας την αυθεντική κατάταξη των προτιμήσεων και έτσι έχουμε:

$$p_{ij} = \frac{U_{ij}^{\alpha}}{\sum_{j=1}^n U_{ij}^{\alpha}} \quad (2.2)$$

Όπου: p_{ij} είναι η πιθανότητα ο καταναλωτής i να επιλέξει το προϊόν j ,
 U_{ij} η συνολική αξία που δίνει ο καταναλωτής i στο προϊόν j ,
 n ο αριθμός των ανταγωνιστικών προϊόντων,
 α ένας εκθέτης που προσδιορίζεται από τον ερευνητή.

Για μικρές τιμές του εκθέτη α , υπερεκτιμώνται οι πιθανότητες επιλογής για προϊόντα με χαμηλή αξία. Αντίστοιχα όσο το α πλησιάζει στο άπειρο, το μοντέλο τείνει να μετατραπεί σε μοντέλο πρώτης επιλογής. Στο μοντέλο του Lesourne (1977) ο εκθέτης έχει την τιμή 2, οπότε το μοντέλο είναι:

$$p_{ij} = \frac{U_{ij}^2}{\sum_{j=1}^n U_{ij}^2} \quad (2.3)$$

Όπου: p_{ij} είναι η πιθανότητα ο καταναλωτής i να επιλέξει το προϊόν j ,
 U_{ij} η συνολική αξία που δίνει ο καταναλωτής i στο προϊόν j ,
 n ο αριθμός των ανταγωνιστικών προϊόντων,

2.5.2. Μοντέλα Τυχαίας Αξίας

Σε αντίθεση με τα μοντέλα σταθερής αξίας, που θεωρούν τις αξίες σταθερές και αντιστοιχούν στα προϊόντα πιθανότητες επιλογής, τα μοντέλα τυχαίας αξίας θεωρούν ότι ο καταναλωτής πάντα επιλέγει την εναλλακτική με τη μεγαλύτερη αξία (U), η οποία αποτελείται από δύο μέρη:

- Ντετερμινιστικό μέρος (V): Προσδιορίζεται από τη συνάρτηση που υπολογίζει τις υποκειμενικές αξίες και το
- Στοχαστικό μέρος (e): Αναπαριστά τη μη υπολογίσιμη απόκλιση στις αξίες (Baltas & Doyle, 2001).

$$U = V + e \quad (2.4)$$

Όπου: U είναι η μεγαλύτερη αξία,
 V το ντετερμινιστικό μέρος,
 e το στοχαστικό μέρος.

Το μοντέλο MNL θεωρεί ανεξάρτητα σφάλματα (στοχαστικό μέρος) στον πληθυσμό των καταναλωτών σύμφωνα με τη διπλή εκθετική κατανομή. Η πιθανότητα ο πελάτης i να επιλέξει το προϊόν j με βάση αυτή τη θεώρηση και την αρχή μεγιστοποίησης της αξίας δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$p_{ij} = \frac{e^{U_{ij}}}{\sum_{j=1}^n e^{U_{ij}}} \quad (2.5)$$

Όπου: p_{ij} είναι η πιθανότητα ο καταναλωτής i να επιλέξει το προϊόν j ,
 U_{ij} η συνολική αξία που δίνει ο καταναλωτής i στο προϊόν j ,
 n ο αριθμός των ανταγωνιστικών προϊόντων.

Κεφάλαιο 3. Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι στο Πρόβλημα Βέλτιστου Σχεδιασμού

Τα προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας, παρουσιάζουν έναν τεράστιο αριθμό πιθανών λύσεων που πρέπει να αξιολογηθούν σε αποδεκτό χρόνο. Παραδείγματα τέτοιων προβλημάτων είναι το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή, η αντιστοίχιση εργασιών σε μηχανήματα, δρομολόγηση στόλου, το πρόβλημα του σακιδίου δεδομένης της χωρητικότητας, η τοποθέτηση προϊόντων στα ράφια κ.α. Σκοπός είναι η μεγιστοποίηση ή η ελαχιστοποίηση ενός στόχου που εκφράζεται μέσα από μια αντικειμενική συνάρτηση και μπορεί να παριστάνει το κέρδος το οποίο μεγιστοποιεί, ή το κόστος που ελαχιστοποιεί, ή για παράδειγμα τον ελάχιστο χώρο που θα καταλάβουν τα μηχανήματα, τον ελάχιστο χρόνο που θα χρειαστούν ορισμένες εργασίες, τη χρησιμότητα (μεγιστοποίηση) που θα λάβουμε από τα αντικείμενα που θα πάρουμε μέσα στο σακίδιο μας και άλλα. Η λύση αναζητείται κάτω από ορισμένους περιορισμούς όπως χωρικούς, χρονικούς, οικονομικούς και άλλους, καθώς και κάτω από τους περιορισμούς του προβλήματος όπως για παράδειγμα ο χρόνος προετοιμασίας των μηχανημάτων, το κόστος μετακινήσεων οχημάτων κ.ά.

Για παράδειγμα, ένας ταχυδρόμος που πρέπει να περάσει από 20 σπίτια για να διανέμει τα δέματα, καλείται να εξετάσει πολλά δισεκατομμύρια πιθανά δρομολόγια καθώς και να αναρωτηθεί αν θα επιλέξει την κοντινότερη διαδρομή ή τη συντομότερη δεδομένης της κυκλοφοριακής κίνησης, καθώς και αν τα δέματα για τα 20 συγκεκριμένα σπίτια χωράνε στο μηχανάκι του κ.ά.

Τέτοιου είδους προβλήματα, χρήζουν απαραίτητους τους προσεγγιστικούς αλγόριθμους οι οποίοι επιχειρούν μέσα από συγκεκριμένα βήματα και τεχνικές να εντοπίσουν το ολικό βέλτιστο ή να το πλησιάσουν. Όσο μικρότερη είναι η απόκλιση από το ολικό βέλτιστο τόσο αυξάνει η ποιότητα της λύσης. Βέβαια, το ολικό βέλτιστο δεν είναι πάντα γνωστό εκ των προτέρων όπως στην παρούσα μελέτη που έχει προηγηθεί επίλυση με Lagrangian χαλάρωση. Σε περίπτωση που δεν είναι γνωστό μπορούμε να θέσουμε ένα φράγμα αποδεκτών λύσεων και να πειραματιστούμε ή απλά να προσπαθήσουμε να εντοπίσουμε όσο καλύτερο βέλτιστο μπορούμε, όπως και θα κάνουμε στην περίπτωση των 10 τσαντών.

Οι προσεγγιστικοί αλγόριθμοι διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες τους ευρετικούς και μεθευρετικούς αλγόριθμους.

3.1. Ευρετικοί Αλγόριθμοι

Προκειμένου να μειωθεί ο τεράστιος χώρος αναζήτησης και ο απαιτούμενος χρόνος για την εύρεση της λύσης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν αλγόριθμοι που εκμεταλλεύονται ευρετικούς μηχανισμούς, δηλαδή στρατηγικές οι οποίες αξιολογούν προσεγγιστικά τις ενδιάμεσες καταστάσεις ως προς την εκτιμώμενη απόσταση τους από μία τελική κατάσταση, επεκτείνουν πρώτα αυτές με τη βέλτιστη ευρετική τιμή και κλαδεύουν τις υπόλοιπες. Οι ευρετικοί μηχανισμοί δεν είναι αντικειμενικοί και παρόλο που κωδικοποιούνται αλγοριθμικά υπό τη μορφή της ευρετικής συνάρτησης, δεν θεωρούνται αλγόριθμοι. Αυτό γιατί, προκειμένου να μειώσουν το χώρο αναζήτησης ή να επιταχύνουν την εύρεση της λύσης, λειτουργούν προσεγγιστικά και «διαισθητικά», ενώ οι αλγόριθμοι είναι ακριβείς και λειτουργούν ορθά. Συνήθως, οι ευρετικές στρατηγικές οδηγούν σε πολύ καλά αποτελέσματα ανάλογα πάντα το πρόβλημα στο οποίο εφαρμόζονται, ενώ άλλοτε παγιδεύονται σε τοπικά βέλτιστα (Βλαχάβας, Κεφαλάς, Βασιλειάδης, Κόκκορας, & Σακελλαρίου, 2011).

3.2. Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης

Η τοπική αναζήτηση βασίζεται στη μέθοδο δοκιμής και σφάλματος. Η τοπική αναζήτηση έχει αποδειχθεί πολύ επιτυχημένη στην πράξη σε ένα πολύ μεγάλο αριθμό από προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης (Μαρινάκης, Μαρινάκη, Ματσατσίνης, & Ζοπουνίδης, 2011). Τα σημαντικότερα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης είναι:

- Η επιλογή της γειτονιάς, και αυτό σχετίζεται με το ερώτημα για το αν είναι ή όχι εφικτή η λύση,
- Η ποιότητα της αρχικής λύσης το οποίο είναι πολύ σημαντικό στοιχείο, αφού όσο καλύτερη είναι η αρχική λύση τόσο περισσότερες πιθανότητες υπάρχουν να οδηγηθούμε ευκολότερα και γρηγορότερα σε κάποιο βέλτιστο με τη χρήση της τοπικής αναζήτησης.
- Η μέθοδος που θα χρησιμοποιηθεί για να βελτιωθεί η αρχική λύση. Οι περισσότερες μέθοδοι που έχουν αναπτυχθεί, παρουσιάζουν σημαντικά προβλήματα στην ποιότητα της λύσης που επιστρέφουν και αυτό γιατί αν κάποια στιγμή πέσουν σε τοπικό βέλτιστο είναι πολύ δύσκολο να ξεκολλήσουν από εκεί.

3.3. Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι βασισμένοι στη Γειτονία Αναζήτησης

Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα παγίδευσης σε τοπικό βέλτιστο, έχουν παρουσιαστεί πολλοί αλγόριθμοι που βοηθούν την αναζήτηση να ξεκολλήσει από κάποιο τοπικό βέλτιστο, οι οποίοι ονομάζονται μεθευρετικοί. Όπως έχουμε ξαναδεί υπάρχουν αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν μία λύση και κάνουν αναζήτηση στη γειτονιά της αλλά και αλγόριθμοι που έχουν ένα πληθυσμό από λύσεις και κάνουν αναζήτηση σε όλο το χώρο των λύσεων ώστε να βρίσκουν πολύ καλές λύσεις με μικρότερη υπολογιστική προσπάθεια. Γενικά οι αλγόριθμοι που έχουν πληθυσμό λύσεων, έχουν πολύ ισχυρές δυνατότητες εξερεύνησης ή διάχυσης σε όλο το χώρο λύσεων. Τέλος υπάρχουν και υβριδικές μορφές και των δύο κατηγοριών (Μαρινάκης, Μαρινάκη, Ματσατσίνης, & Ζοπουνίδης, 2011). Ο όρος επινοήθηκε από τον Fred Glover (1986) και αναλυτικά προέρχεται από το πρόθεμα «μετά» (πέρα από την έννοια του υψηλού επιπέδου) και την ελληνική λέξη «ευρετική» (ευρίσκω).

«Μεθευρετική μέθοδος είναι ένα υψηλού επιπέδου αλγοριθμικό πλαίσιο που παρέχει ένα πακέτο κατευθυντήριων γραμμών και στρατηγικών με στόχο να αναπτύξει έναν ευρετικό αλγόριθμο βελτιστοποίησης. Ο όρος χρησιμοποιείται επίσης για να αναφερθεί σε μια εφαρμογή συγκεκριμένου προβλήματος ενός ευρετικού αλγορίθμου βελτιστοποίησης σύμφωνα με τις κατευθυντήριες γραμμές που εκφράζονται σε ένα τέτοιο πλαίσιο» (Glover & Sörensen, 2013).

Σαν γενική ιδέα, οι μεθευρετικές μέθοδοι δεν είναι αλγόριθμοι, αλλά ένα συνεκτικό σύνολο ιδεών, εννοιών και λειτουργιών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την σχεδίαση ευρετικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης δηλαδή είναι μια ευρετική που επιλέγει ευρετικές. Κάποιες από τις ιδιότητες που χαρακτηρίζουν τις μεθευρετικές μεθόδους αναφέρονται παρακάτω:

- Οι μεθευρετικές μέθοδοι είναι στρατηγικές που οδηγούν τη διαδικασία αναζήτησης,
- Ο στόχος τους είναι να ερευνήσουν αποτελεσματικά τον χώρο αναζήτησης έτσι ώστε να βρουν μια μερική βέλτιστη λύση σε αποδεκτό υπολογιστικό χρόνο,

- Είναι προσεγγιστικές μέθοδοι και συνήθως μη-ντετερμινιστικές,
- Τεχνικές που αποτελούν μεθευρετικούς αλγόριθμους μπορεί να είναι από απλές τοπικές διαδικασίες αναζήτησης μέχρι και πολύπλοκες μαθηματικές διαδικασίες,
- Μπορούν να ενσωματώσουν μηχανισμούς για να αποφεύγεται η παγίδευση σε κλειστούς χώρους του χώρου αναζήτησης,
- Μπορούν να κάνουν χρήση των συγκεκριμένων τομέων γνώσης με τη μορφή των ευρετικών τεχνικών που ελέγχονται από το ανώτερο επίπεδο στρατηγικής,
- Οι μεθευρετικές τεχνικές χρησιμοποιούν την εμπειρία αναζήτησης για την καθοδήγηση της.

Οι περισσότερες μεθευρετικές μέθοδοι έχουν τις ρίζες τους στη δεκαετία του 80, αν και υπάρχουν σχετικές αναφορές και παλαιότερα. Παρόλο που η αποδοχή των ευρετικών και μεθευρετικών μεθόδων ως ένα αξιόλογο πεδίο έρευνας έγινε αρχικά με αργούς ρυθμούς από την επιστημονική κοινότητα, τα τελευταία χρόνια, ο τομέας της συνδυαστικής βελτιστοποίησης έχει δεχθεί ένα τεράστιο κύμα μεθευρετικών μεθόδων.

Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι ταξινομούνται σε κατηγορίες βασιζόμενοι στην στρατηγική που χρησιμοποιούν. Μια κατηγορία είναι οι μεθευρετικές μέθοδοι τοπικής αναζήτησης, οι οποίες πραγματοποιούν αλλαγές επαναληπτικά στην ενιαία λύση. Μια άλλη κατηγορία είναι οι μεθευρετικές μέθοδοι με βάση τον πληθυσμό. Σε αυτήν την κατηγορία ανήκουν και οι δημοφιλείς αλγόριθμοι βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (PSO) και πυγολαμπίδας (FA) που θα αναλυθούν λεπτομερώς παρακάτω. Τέλος, ακόμη μία κατηγορία μεθευρετικών αλγόριθμων είναι αυτών που είναι βασισμένοι στην φυσική εξέλιξη, εξισώνοντας τις λύσεις με άτομα σε έναν πληθυσμό που ανταγωνίζονται για την επιβίωση. Οι ερευνητές δημιούργησαν έναν μεγάλο αριθμό υπολογιστικών διαδικασιών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον εντοπισμό καλών λύσεων σε προβλήματα βελτιστοποίησης και με αυτήν την κατηγορία.

Καταλαβαίνουμε λοιπόν, ότι οι μεθευρετικές μέθοδοι συνδέονται με την έννοια του trade - off αφού ελέγχουν άγνωστους χώρους για εντοπισμό υψηλής ποιότητας λύσεις χωρίς εγκλωβισμούς σε τοπικά βέλτιστα

Οι πιο διαδεδομένοι μεθευρετικοί αλγόριθμοι με βάση τις εφαρμογές τους σε προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας είναι ο Tabu Search, ο Simulated Annealing, οι εξελικτικοί – γενετικοί αλγόριθμοι κ.ά.

3.4. Νοημοσύνη Σμήνους

Η νοημοσύνη σμήνους (swarm intelligence) είναι η συλλογική συμπεριφορά μη καταναμημένων, αυτοοργανωμένων φυσικών ή τεχνητών συστημάτων. Η ιδέα εφαρμόζεται στον τομέα της τεχνητής νοημοσύνης. Ο όρος εισήχθη από τους Gerardo Beni και Jing Wang (1989). Η νοημοσύνη σμήνους είναι μια ιδιότητα συστημάτων που χαρακτηρίζεται από συλλογικά ευφυή συμπεριφορά. Ένα σύστημα αντιπροσωπεύει μια οντότητα που ανιχνεύει το περιβάλλον προκειμένου να εκτελέσει μια ενέργεια που έχει επιλέξει. Η κάθε οντότητα λειτουργεί αυτόνομα και προκύπτει μια συνολική συλλογική συμπεριφορά. Δεν παίρνουν οδηγίες από κανέναν, παίρνουν αποφάσεις και μέσα από απλούς κανόνες - φαινόμενα (π.χ. σμήνη πουλιών, κοπάδια ψαριών, άναμμα πυγολαμπίδων, τα μυρμήγκια υπολογίζουν βέλτιστες διαδρομές προς την τροφή τους, μέλισσες να ενημερώνουν τη κυψέλη για νέκταρ) οδηγούνται σε βελτιστοποίηση.

Ένα παράδειγμα νοημοσύνης σμήνους είναι σμήνη πουλιών που κινούνται σαν ένα σώμα παρά του ότι αποτελούνται από πολλές ανεξάρτητες οντότητες. Αν παρατηρήσει κανείς τα πουλιά θα προσέξει ότι κινούνται σαν μια ομάδα με ένα κοινό προσανατολισμό. Αυτό το σύνολο που προκύπτει είναι μέσα από τη συνολική συμπεριφορά των πουλιών. Ένα πουλί βλέπει γύρω το περιβάλλον του και αναλόγως συνυπολογίζει σε σχέση με τα άλλα πουλιά για να πάρει τις δικές του αποφάσεις. Ο νόμος του Couzin αναφέρει ότι αν ένα πουλί βρίσκεται μακριά από τα άλλα τότε καταλαβαίνει ότι πρέπει να αναπτύξει ταχύτητα. Αν όμως πλησιάζει πολύ σε ένα άλλο τότε καταλαβαίνει ότι θα συγκρουστεί και μειώνει την ταχύτητα του. Και τέλος, πρέπει να έχουν μια κοινή κατεύθυνση να ακολουθούν μια συγκεκριμένη πορεία. Αρχή της συλλογικής συμπεριφοράς είναι ότι τα πουλιά πάντα προσπαθούν να διατηρήσουν μια ελάχιστη απόσταση μεταξύ των ιδίων αλλά και των άλλων. Αυτός ο κανόνας έχει υψηλή προτεραιότητα και αντιστοιχεί στη συμπεριφορά των ζώων στη φύση.

3.4.1. Ιδιότητες του Συστήματος Νοημοσύνης Σμήνους

Το Σύστημα Νοημοσύνης Σμήνους έχει τις ακόλουθες ιδιότητες:

- αποτελείται από πολλά άτομα,
- τα άτομα είναι σχετικά ομοιογενή, δηλαδή είναι είτε όλα πανομοιότυπα ή ανήκουν σε μερικές συγκεκριμένες τυπολογίες,
- οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των ατόμων βασίζονται σε απλούς κανόνες συμπεριφοράς που εκμεταλλεύονται μόνο τοπικές πληροφορίες τις οποίες τα άτομα ανταλλάσσουν απευθείας ή μέσω του περιβάλλοντος τους και
- η συνολική συμπεριφορά του συστήματος είναι το αποτέλεσμα από τις αλληλεπιδράσεις των ατόμων μεταξύ τους και με το περιβάλλον τους, δηλαδή, η συμπεριφορά της ομάδας αυτό-οργανώνεται.

Η πιο χαρακτηριστική ιδιότητα ενός συστήματος νοημοσύνης σμήνους είναι η ικανότητά της να δρα με συντονισμένο τρόπο, χωρίς την παρουσία ενός συντονιστή ή κάποιου εξωτερικού ελεγκτή. Επίσης, πολλές φορές η συμπεριφορά του κάθε ατόμου του σμήνους περιγράφεται με όρους πιθανοτήτων: Κάθε άτομο έχει μια στοχαστική συμπεριφορά που εξαρτάται από την ίδια άποψή του για τη χωρική διάσταση της γειτονιάς του. Ακόμη, το σύστημα μπορεί να διατηρήσει τη λειτουργικότητά του, ενώ υφίσταται αύξηση του μεγέθους του, χωρίς να παρουσιάζεται ανάγκη να επαναπροσδιοριστεί ο τρόπος που τα συστατικά μέρη του αλληλεπιδρούν.

3.5. Αλγόριθμοι που έχουν εφαρμοστεί

Οι παρακάτω μέθοδοι ερευνούν το χώρο των λύσεων και δημιουργούν νέες γειτονιές, παίρνοντας και τροποποιώντας / εναλλάσσοντας τα χαρακτηριστικά κάποιου προϊόντος από το σύνολο των λύσεων. Οι μέθοδοι αυτές μπορούν να εφαρμοστούν σε περίπτωση που μπορούμε να απαριθμήσουμε το σύνολο όλων των χαρακτηριστικών και των δυνατών επιπέδων τους. Σε διαφορετική περίπτωση, ίσως μπορούν να εφαρμοστούν σε κάποιο σαφώς ορισμένο υποσύνολο των πιθανών προϊόντων, με χαμηλότερης ποιότητας λύσεις αφού δεν μπορούν να ερευνηθούν όλα τα δυνατά προϊόντα.

3.5.1. Greedy Heuristic

Πρόκειται για τον ευρετικό πλεονεκτικό κατασκευαστικό αλγόριθμο που ξεκινά με το σχεδιασμό μιας γραμμής προϊόντων από ένα «καλό» προϊόν και προσθέτει κάθε φορά το προϊόν που μεγιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση της ημιτελούς λύσης. Τα προϊόντα επιλέγονται από ένα προεπιλεγμένο υποσύνολο «καλών» προϊόντων (σύνολο αναφοράς) (Green & Krieger, 1985). Οι ίδιοι συγγραφείς το 1987 προσδιόρισαν μεθόδους για τη δημιουργία ενός κατάλληλου συνόλου αναφοράς.

Η μέθοδος τερματίζει όταν η τελική λύση φτάσει τον επιθυμητό αριθμό προϊόντων. Η μέθοδος δεν εγγυάται την εύρεση της βέλτιστης λύσης, αλλά μιας ικανοποιητικής λύσης. Αυτό συμβαίνει διότι η τελική λύση εξαρτάται από την επιλογή του πρώτου στοιχείου της λύσης, που μπορεί να μην είναι τοπικά βέλτιστο.

3.5.2. Product-Swapping Heuristic

Η ευρετική αυτή μέθοδος (Green & Krieger, 1985), χρησιμοποιεί την εναλλαγή προϊόντων για τη δημιουργία λύσεων. Πιο αναλυτικά, δημιουργείται μια τυχαία αρχική λύση 5 προϊόντων και στη συνέχεια εξετάζεται αν η εναλλαγή ενός προϊόντος με κάποιο άλλο «υποψήφιο», βελτιώνει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Αν βελτιώνεται το προϊόν αντικαθίσταται. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι η λύση να μην βελτιώνεται παραπάνω. Η μέθοδος αυτή δε μπορεί να εγγυηθεί το ολικό βέλτιστο καθώς η αλλαγή ενός μόνο προϊόντος μπορεί να μη βελτιώνει τη λύση γεγονός που συνεπάγεται την παγίδευση σε τοπικό βέλτιστο.

3.5.3. Divide and Conquer Heuristic

Η μέθοδος αυτή προτάθηκε από τους Green και Krieger (1988) και κάποια χρόνια αργότερα (1993), κατάφερε να επιλύσει το πρόβλημα του βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων. Ο τρόπος που λειτουργεί αυτή η μέθοδος είναι ότι διαιρεί τη γραμμή προϊόντων σε ομάδες χαρακτηριστικών και διατηρώντας τις ομάδες σταθερές, ερευνά εις βάθος όλους τους πιθανούς συνδυασμούς μίας ομάδας, επιλέγοντας τη συνολικά βέλτιστη λύση.

Για την επίλυση του προβλήματος της συγκεκριμένης εργασίας (Belloni, Freund, Selove, & Simester, 2008), ο αλγόριθμος αυτός θεωρεί κάθε προϊόν ως μια ομάδα χαρακτηριστικών. Ξεκινάει από μια τυχαία αρχική λύση πέντε προϊόντων και διατηρώντας τα τέσσερα σταθερά, δοκιμάζει όλους τους πιθανούς συνδυασμούς για το πρώτο προϊόν. Η διαδικασία συνεχίζεται και με τα υπόλοιπα προϊόντα μέχρι η λύση να μην βελτιώνεται παραπάνω. Η μέθοδος αυτή είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική, δεν εγγυάται όμως την εύρεση της ολικά βέλτιστης λύσης αφού μπορεί να εγκλωβιστεί σε κάποιο τοπικό βέλτιστο.

3.5.4. Coordinate Ascent

Οι Green et al (1989), εφάρμοσαν τον ευρετικό αλγόριθμο συντονισμένης ανάβασης (Coordinate Ascent), ο οποίος αρχικά επιλέγει και αξιολογεί μια τυχαία γραμμή προϊόντων και στη συνέχεια επιλέγει ένα τυχαίο χαρακτηριστικό και εξετάζει την αλλαγή του επιπέδου της τιμής του, αξιολογώντας αν βελτιώνει τη λύση. Σε περίπτωση που τη βελτιώνει αποδέχεται την αλλαγή. Σε άλλες εκδόσεις του αλγορίθμου εξετάζονται ταυτόχρονα περισσότερα από ένα χαρακτηριστικά

ταυτόχρονα. Ο αλγόριθμος τερματίζει όταν δεν είναι εφικτή περαιτέρω βελτίωση της λύσης. Η εύρεση του βέλτιστου δεν είναι εγγυημένη καθώς η τρέχουσα λύση μπορεί να αποτελεί τοπικό βέλτιστο και οι αλλαγές να μη βελτιώνουν τη λύση. Έτσι, ο αλγόριθμος έχει εγκλωβιστεί και τερματίζεται (Μπαλάρας, 2016).

3.5.5. Dynamic Programming Heuristic

Σε αυτήν την μέθοδο, η γραμμή προϊόντων κατασκευάζεται συνθέτοντας ένα χαρακτηριστικό σε κάθε βήμα (Kohli & Krishnamusti, 1987); (Kohli & Sukumar, 1990). Κατά την εκκίνηση, για το πρώτο χαρακτηριστικό του πρώτου προϊόντος αξιολογείται η απήχηση που έχει στο κοινό το κάθε επίπεδο του, ή το οριακό κέρδος ανάλογα με τους στόχους που έχουν τεθεί. Επιλέγεται, εκείνο το επίπεδο που ικανοποιεί καλύτερα το στόχο αυτό. Έπειτα, για το δεύτερο χαρακτηριστικό, μελετώνται όλα τα πιθανά επίπεδα που σε συνδυασμό με το πρώτο χαρακτηριστικό, δίνουν την καλύτερη λύση. Οι συνδυασμοί είναι τόσοι όσοι τα επίπεδα του δεύτερου χαρακτηριστικού. Η διαδικασία συνεχίζεται με τον ίδιο τρόπο. Σε αυτή τη μέθοδο η τελική λύση εξαρτάται από το σημείο εκκίνησης, οπότε δεν είναι εγγυημένο ότι θα βρεθεί ολικό βέλτιστο (Tsafarakis & Matsatsinis, 2010).

3.5.6. Beam Search Heuristic

Οι Nair et al (1995), εφάρμοσαν για πρώτη φορά τον αλγόριθμο δενδρικής αναζήτησης Beam Search στο πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων. Η διαδικασία είναι σε μεγάλο βαθμό παρόμοια με αυτή του δυναμικού προγραμματισμού, με δύο βασικές διαφορές. Πρώτη διαφορά, είναι ότι αντί να εξετάζει ένα χαρακτηριστικό τη φορά, εξετάζει ταυτόχρονα ένα γκρουπ χαρακτηριστικών. Επιπλέον, αντί να δημιουργεί ολόκληρη γραμμή παραγωγής, προσθέτει ένα προϊόν τη φορά με τρόπο όπως ο Greedy Heuristic. Για αυτό το λόγο, η έρευνα πρέπει να ξεκινά κάθε φορά από διαφορετική ομάδα χαρακτηριστικών (Tsafarakis & Matsatsinis, 2010).

3.5.7. Nested Partitions

Οι Shi et al (2001), εφάρμοσαν στο πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων τη μέθοδο των ένθετων χωρισμάτων (Nested Partitions). Η μέθοδος αυτή διαιρεί το χώρο των λύσεων σε περιοχές όπου είναι εφικτός ο διαχωρισμός, και έπειτα αξιολογεί και επιλέγει τους χώρους με την καλύτερη προοπτική. Με τον ίδιο τρόπο συνεχίζει να διαιρεί και να αξιολογεί τις υποσχόμενες περιοχές σε όλο και μικρότερες μέχρι να καταλήξει σε μια γραμμή παραγωγής. Η μέθοδος μπορεί να ενσωματωθεί σε άλλους μεθευρετικούς αλγορίθμους για καλύτερα αποτελέσματα. Οι συγγραφείς ενσωμάτωσαν τους Greedy Heuristic, Dynamic Programming Heuristic και Γενετικό Αλγόριθμο, οι οποίοι βελτίωσαν σημαντικά τα αποτελέσματα, με το GA να δίνει τα καλύτερα.

3.5.8. Genetic Algorithm (GA)

Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι αποτελούν τεχνικές βελτιστοποίησης που προτάθηκαν από τον Holland (1975). Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι ευρέως χρησιμοποιούμενοι σε ένα μεγάλο εύρος προβλημάτων στη βιβλιογραφία και πρώτη φορά εφαρμόστηκαν στο συγκεκριμένο πρόβλημα από τους Balakrishnan και Jacob (1996), Alexouda και Paparrizos (2001), Steiner και Hruschka

(2003), και Balakrishnan et al. (2004). Μιμούνται τη διαδικασία εξέλιξης στη φύση. Βασίζονται σε μια μίμηση της βιολογικής διαδικασίας στην οποία νέοι και καλύτεροι πληθυσμοί μεταξύ διαφορετικών ειδών αναπτύσσονται κατά τη διάρκεια της εξέλιξης. Έτσι, σε αντίθεση με τους περισσότερους ευρετικούς αλγορίθμους, οι γενετικοί αλγόριθμοι κατά τη διάρκεια της αναζήτησης μιας καλύτερης λύσης χρησιμοποιούν πληροφορίες από ένα πληθυσμό λύσεων, που ονομάζονται άτομα (individuals). Ένας τυπικός GA λειτουργεί ξεκινώντας από ένα τυχαίο πληθυσμό λύσεων και βασίζεται στη θεωρία του Δαρβίνου για την επιβίωση του καταλληλότερου, για να αναπαραχθεί και να φέρει πιθανά καλύτερους απογόνους. Καταλαβαίνουμε ότι τα γονίδια από τα καταλληλότερα άτομα θα κυριαρχήσουν στις επόμενες γενιές απογόνων. Ο συνδυασμός καλών χαρακτηριστικών από διαφορετικούς προγόνους μπορεί μερικές φορές να κατασκευάσει ακόμα πιο κατάλληλους απογόνους, των οποίων η καταλληλότητα είναι μεγαλύτερη από αυτή των προγόνων τους. Με τον τρόπο αυτό, τα είδη εξελίσσονται έτσι ώστε να γεννιούνται περισσότεροι προσαρμοσμένοι στο περιβάλλον τους απόγονοι (Tsafarakis & Matsatsinis, 2010).

Η Αναπαραγωγή περιλαμβάνει τη «Διασταύρωση» των γονιών, για να παράγουν τα παιδιά και στη συνέχεια μικρές Μεταλλάξεις (σφάλματα). Η καταλληλότητα ενός οργανισμού ή χρωμοσώματος αξιολογείται ανάλογα με τη δυνατότητα του να αναπαραχθεί πριν πεθάνει, πράγμα που εκφράζεται μέσα από την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Αυτό σημαίνει ότι όσο μεγαλύτερη τιμή έχει ένα χρωμόσωμα, τόσο μεγαλύτερη πιθανότητα έχει να επιλεγεί για την επόμενη γενιά. Εάν δύο χρωμοσώματα ανταλλάξουν τα καλά τους γονίδια, τότε υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να παράγουν καλούς απογόνους οι οποίοι αμέσως μετά θα ανταλλάξουν τα καλά τους γονίδια.

Στη διαδικασία μετάλλαξης, η οποία συμβαίνει για λόγους διαφοροποίησης, σε ένα από τα γονίδια του χρωμοσώματος που έχει επιλεγεί, επιλέγεται με τυχαιότητα και η τιμή του αντικαθίσταται από μία άλλη που παράγεται επίσης τυχαία. Μέσα από τη μετάλλαξη παράγονται νέα χρωμοσώματα που δεν θα είχαν τη δυνατότητα να παραχθούν με τη διαδικασία της διασταύρωσης. Με τον τρόπο αυτό σε κάθε γενιά παράγονται νέα χρωμοσώματα δίνοντας την δυνατότητα στον αλγόριθμο να αναζητήσει λύσεις σε νέους χώρους. Καταλαβαίνουμε ότι ενώ η αναπαραγωγή μειώνει την ποικιλομορφία του πληθυσμού, η μετάλλαξη την ενισχύει, έχοντας ως αποτέλεσμα να αποφεύγεται η πρόωρη σύγκλιση σε τοπικά βέλτιστα. Η διασταύρωση χρωμοσωμάτων μπορεί να γίνεται σε παραπάνω από ένα σημεία διαχωρισμού για επίτευξη μεγαλύτερης διαφοροποίησης. Ο αλγόριθμος τερματίζει όταν ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού και επιστρέφει την καλύτερη λύση που έχει βρει μέχρι τότε (Μπαλάρας, 2016).

3.5.9. Simulated Annealing

Η μέθοδος της Ανόπτησης εφαρμόστηκε για πρώτη φορά στο πρόβλημα από τους Belloni et al (2008). Η μέθοδος Annealing είναι η διεργασία ανακατανομής των ατόμων κατά την αλλαγή θερμοκρασίας ενός θερμοδυναμικού συστήματος όπως για παράδειγμα μετάλλου. Τα μόρια του μετάλλου, σε υψηλές θερμοκρασίες κινούνται ελεύθερα προς όλες τις κατευθύνσεις, αλλά καθώς το μέταλλο ψύχεται, η θερμική κινητικότητα των μορίων του περιορίζεται σε μικρότερο χώρο. Όταν η θερμοκρασία μειωθεί αρκετά, διαμορφώνεται μια τέλεια κρυσταλλική δομή. Αν η θερμοκρασία κατέβει με αργό ρυθμό, τα μόρια προλαβαίνουν να λάβουν καλές θέσεις και να σχηματίσουν ένα τέλειο κρύσταλλο. Αντιθέτως, αν το σύστημα ψυχθεί πολύ απότομα τα μόρια θα ακινητοποιηθούν στις αρχικές τους θέσεις, αφήνοντας κενά και ατέλειες.

Κύριο χαρακτηριστικό του Simulated Annealing είναι ότι αποδέχεται και χαμηλότερης ποιότητας λύσεις, της οποίας η πιθανότητα αποδοχής της είναι ανάλογη της θερμοκρασίας, με σκοπό τον απεγκλωβισμό από τοπικά βέλτιστα. Όσο η θερμοκρασία μειώνεται, η αναζήτηση εστιάζει σε καλύτερες περιοχές του χώρου των λύσεων που έχει εντοπίσει μέχρι τώρα και αποδέχεται δυσκολότερα χειρότερες λύσεις. Κατά την αναζήτηση, η αλλαγή των χαρακτηριστικών γίνεται με στοχαστικό τρόπο. Ο αριθμός των επαναλήψεων, το κριτήριο τερματισμού καθώς και ο ρυθμός μείωσης της θερμοκρασίας, ορίζονται από το σχεδιαστή.

Ο αλγόριθμος Annealing είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικός σε όσα προβλήματα έχει εφαρμοστεί μέχρι σήμερα (Μπαλάρας, 2016).

3.5.10. Particle Swarm Optimization

Ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων ανήκει στην κατηγορία της νοημοσύνης σμήνους και εφαρμόστηκε στο εν λόγω πρόβλημα από τους Τσαφάρáκη κ.ά. (2011), και θα είναι αντικείμενο έρευνας και στην παρούσα εργασία.

Ο Αλγόριθμος PSO θα παρουσιαστεί αναλυτικότερα σε επόμενη παράγραφο (4.1).

3.5.11. Ant Colony System

Η μέθοδος αυτή εφαρμόστηκε στο συγκεκριμένο πρόβλημα από τη φοιτήτρια Γκουντάρα (2013) στα πλαίσια μεταπτυχιακής εργασίας. Ο αλγόριθμος αυτός προτάθηκε από τον Dorigo et al. (1991). Είναι ο πρώτος αλγόριθμος που αποσκοπεί στην βελτιστοποίηση με βάση την συμπεριφορά των μυρμηγκιών που αναζητούν μια διαδρομή από την αποικία προς την τροφή τους. Η αρχική αυτή ιδέα διαφοροποιήθηκε και επεκτάθηκε ώστε να υπηρετήσει την επίλυση μιας ευρύτερης κατηγορίας υπολογιστικών προβλημάτων, έχοντας σαν αποτέλεσμα την δημιουργία αρκετών προβλημάτων τα οποία βασίζονται στις διαφορετικές πτυχές της συμπεριφοράς των μυρμηγκιών.

3.5.12. Αλγόριθμοι Τεχνητού Ανοσοποιητικού Συστήματος

Οι αλγόριθμοι του τεχνητού ανοσοποιητικού συστήματος (Artificial Immune Systems algorithms, AIS) εμπνέονται από την λειτουργία του φυσικού ανοσοποιητικού συστήματος, εξάγοντας ιδέες από αυτό προκειμένου να τις χρησιμοποιήσουν για την κατασκευή υπολογιστικών μοντέλων και να λύσουν διάφορα προβλήματα βελτιστοποίησης. Ο αλγόριθμος επιλογής κλώνων αποτελεί τον σημαντικότερο αλγόριθμο της οικογένειας των αλγορίθμων του τεχνητού ανοσοποιητικού συστήματος μιας και είναι ο πιο κατάλληλος και συχνά χρησιμοποιούμενος για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης (Hart & Timmis, 2008).

Ο Αλγόριθμος AIS εφαρμόστηκε στο παρόν πρόβλημα στα πλαίσια διπλωματικής εργασίας της φοιτήτριας Νταμαδάκη (2015).

3.5.13. Tabu Search

Η μέθοδος Tabu Search προτάθηκε από τον Fred Glover (1986) και δημοσιεύτηκε το 1990. Η λογική της απαγορευμένης (taboo – tabu) έρευνας στηρίζεται στο ότι ο άνθρωπος όταν προσπαθεί να λύσει προβλήματα χρησιμοποιεί την εμπειρία του και τη μνήμη του. Το ίδιο επιχειρεί να κάνει

και ο Tabu Search στο χώρο των λύσεων. Ο Tabu Search εκτελώντας μια συγκεκριμένη προσχεδιασμένη κίνηση, δημιουργεί μια γειτονιά νέων λύσεων και επιλέγει μη στοχαστικά την καλύτερη λύση της γειτονιάς ακόμα και αν αυτή είναι χειρότερη από την τρέχουσα λύση. Έτσι, ενισχύει τη διαφοροποίηση της έρευνας και τον απεγκλωβισμό από τοπικά βέλτιστα, ενώ το μη στοχαστικό κριτήριο ενισχύει την εντατικοποίηση της έρευνας. Ταυτόχρονα, διατηρεί τη συνολικά καλύτερη λύση που έχει εξεταστεί, ως τελική λύση (Μπαλάρας, 2016).

Η μέθοδος Tabu Search έχει επιλύσει το πρόβλημα του βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων στα πλαίσια διπλωματικής εργασίας του φοιτητή Μπαλάρα (2016).

Κεφάλαιο 4. Αλγόριθμοι που θα Εφαρμοστούν

Σε αυτό το Κεφάλαιο, γίνεται αναλυτική περιγραφή των μεθόδων που θα εφαρμοστούν.

4.1. Particle Swarm Optimization

Η Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων (Eberhart & Kennedy, 1995), είναι μία τεχνική στοχαστικής βελτιστοποίησης που βασίζεται στον πληθυσμό για την επίλυση προβλημάτων συνεχούς βελτιστοποίησης. Είναι εμπνευσμένο από κοινωνικές συμπεριφορές σε σμήνη πουλιών και κοπάδια ψαριών. Στη βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων (particle swarm optimization-PSO), ένα σύνολο παραγόντων λογισμικού που ονομάζονται σωματίδια αναζητούν καλές λύσεις για ένα πρόβλημα συνεχούς βελτιστοποίησης.

Κάθε σωματίδιο θεωρείται μια λύση του προβλήματος και χρησιμοποιεί τη δική του εμπειρία και την εμπειρία των γειτονικών σωματιδίων για να επιλέξει πώς να κινηθεί στο χώρο αναζήτησης. Στην πράξη, κατά τη φάση αρχικοποίησης σε κάθε σωματίδιο δίνεται μια τυχαία αρχική θέση και μια αρχική ταχύτητα. Συνεπώς, κάθε σωματίδιο, έχει μία τιμή, η οποία δίνεται από την αντικειμενική συνάρτηση. Ενώ κινούνται στο χώρο αναζήτησης, τα σωματίδια απομνημονεύουν τη θέση της βέλτιστης λύσης που βρήκαν. Σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου, κάθε σωματίδιο κινείται με μία ταχύτητα η οποία είναι ένα σταθμισμένο άθροισμα τριών συστατικών: της παλιάς ταχύτητας, μιας συνιστώσας ταχύτητας που κινεί το σωματίδιο προς την θέση στο χώρο αναζήτησης όπου διαπιστώθηκε προηγουμένως η καλύτερη λύση μέχρι την τρέχουσα χρονική στιγμή, και μια συνιστώσα ταχύτητας που κινεί το σωματίδιο προς την θέση στο χώρο αναζήτησης, όπου τα γειτονικά σωματίδια βρήκαν τη καλύτερη λύση μέχρι την τρέχουσα χρονική στιγμή. Ο PSO έχει εφαρμοστεί σε πολλά διαφορετικά προβλήματα και είναι ένα παράδειγμα επιτυχούς πληροφοριακού συστήματος νοημοσύνης σμήνους που διαρκώς εφαρμόζεται και εξελίσσεται.

Η μέθοδος του PSO έχει κάποια χαρακτηριστικά που την κάνουν ιδιαίτερα ελκυστική:

- Υλοποιείται Εύκολα,
- Δεν έχει μεγάλες απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους (μνήμη, επεξεργαστική ισχύ),
- Δεν απαιτεί πληροφορίες τοπικής κλίσης της συνάρτησης της οποίας αναζητά το βέλτιστο και
- Έχει την ικανότητα να ξεφεύγει σχετικά εύκολα από τοπικά βέλτιστα.

4.1.1. Βασικός Αλγόριθμος PSO

Αρχικά, γίνεται αρχικοποίηση των σωματιδίων με τυχαιότητα σε n -διαστάσεων χώρο. Στον αλγόριθμο PSO κάθε σωματίδιο αναπαρίσταται σε πολυδιάστατο χώρο από τη θέση του και από ένα διάνυσμα ταχύτητας προς συγκεκριμένη κατεύθυνση (u_{ij}). Η ταχύτητα (u_{ij}) αντιπροσωπεύει τις αλλαγές που θα γίνουν για να κινηθεί το σωματίδιο από τη μία θέση στην άλλη. Η κατεύθυνση όπου θα κινηθεί το σωματίδιο υπολογίζεται από τη δυναμική αλληλεπίδραση της δικής του εμπειρίας και της εμπειρίας ολόκληρου του σμήνους. Εκτελεί μια επαναληπτική διαδικασία κατά την οποία τόσο η θέση όσο και το διάνυσμα της ταχύτητας ενημερώνονται με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε σωματίδιο να επιταχύνεται προς την προηγούμενη καλύτερη θέση του ($pbest_{ij}$), προς την

καλύτερη θέση ολόκληρου του σμήνους ($gbest_{ij}$), αλλά και προς μία δική του διαδρομή (Μαρινάκης, Μαρινάκη, Ματσατσίνης, & Ζοπουνίδης, 2011).

Οι ταχύτητες και οι θέσεις των σωματιδίων, όταν έχουμε συνεχείς μεταβλητές, υπολογίζονται βάσει των ακόλουθων εξισώσεων:

$$u_{ij}^{t+1} = u_{ij}^t + c_1 rand_1(pbest_{ij} - x_{ij}^t) + c_2 rand_2(gbest_j - x_{ij}^t) \quad (4.1)$$

$$x_{ij}^{t+1} = x_{ij}^t + u_{ij}^{t+1} \quad (4.2)$$

Όπου: t είναι ο μετρητής επαναλήψεων,
 c_1, c_2 οι παράγοντες επιτάχυνσης και
 $rand_1, rand_2$ δύο τυχαίες μεταβλητές στο διάστημα $[0,1]$,

Οι μεταβλητές επιτάχυνσης c_1 και c_2 ελέγχουν το πόσο μακριά μπορεί να κινηθεί ένα σωματίδιο κατά τη διάρκεια μιας απλής επανάληψης. Χαμηλές τιμές επιτρέπουν στα σωματίδια να βρεθούν πολύ μακριά από τη στοχευμένη περιοχή πριν βρεθούν κοντά σε τοπικό ελάχιστο, ενώ πολύ υψηλές τιμές έχουν ως αποτέλεσμα να κάνουν μία απότομη κίνηση προς τις στοχευμένες περιοχές. Τυπικά και οι δύο αυτές μεταβλητές παίρνουν την τιμή 2.0 αν και σε μερικά παραδείγματα δίνοντας διαφορετικές τιμές οδηγούμαστε σε βελτίωση της απόδοσης. Αυτός ο αλγόριθμος ονομάζεται και $gbest_{ij} - PSO$ γιατί η γειτονιά αναζήτησης που έχουν τα σωματίδια αντιστοιχεί σε ολόκληρο το σμήνος.

Η βέλτιστη θέση $pbest_{ij}$ ενός σωματιδίου στο σμήνος υπολογίζεται από την ακόλουθη εξίσωση (αν έχουμε πρόβλημα ελαχιστοποίησης):

$$pbest_{ij} = \begin{cases} x_{ij}^{t+1}, & \text{εάν } f(x_{ij}^{t+1}) < f(x_{ij}^t) \\ pbest_{ij}, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (4.3)$$

Η βέλτιστη θέση όλου του σμήνους τη χρονική στιγμή t υπολογίζεται από την εξίσωση :

$$\begin{aligned} gbest_j &\in \{pbest_{1j}, pbest_{2j}, \dots, pbest_{Nj} | f(gbest_j)\} \\ &= \min\{f(pbest_{1j}), f(pbest_{2j}), \dots, f(pbest_{Nj})\} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Ενώ εάν έχουμε πρόβλημα μεγιστοποίησης η βέλτιστη θέση $pbest_{ij}$ ενός σωματιδίου στο σμήνος υπολογίζεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$pbest_{ij} = \begin{cases} x_{ij}^{t+1}, & \text{εάν } f(x_{ij}^{t+1}) > f(x_{ij}^t) \\ pbest_{ij}, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (4.5)$$

Και η βέλτιστη θέση όλου του σμήνους τη χρονική στιγμή t υπολογίζεται από την εξίσωση :

$$\begin{aligned}
 gbest_j &\in \{pbest_{1j}, pbest_{2j}, \dots, pbest_{Nj} | f(gbest_j)\} \\
 &= \max\{f(pbest_{1j}), f(pbest_{2j}), \dots, f(pbest_{Nj})\}
 \end{aligned}
 \tag{4.6}$$

Ο υπολογισμός της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t+1$, ο οποίος δίνεται από την εξίσωση 4.1, αποτελείται από τρεις όρους:

- Ο πρώτος όρος είναι η προηγούμενη ταχύτητα u_{ij}^t , που ουσιαστικά λειτουργεί ως μνήμη των προηγούμενων κατευθύνσεων που είχε χρησιμοποιήσει το σωματίδιο την προηγούμενη χρονική στιγμή. Αυτή η μνήμη εμποδίζει το σωματίδιο να αλλάξει δραματικά την κατεύθυνσή του κατά τη διάρκεια μιας επανάληψης.
- Ο δεύτερος όρος $c_1 rand_1(pbest_{ij} - x_{ij}^t)$, λειτουργεί ως γνωστικός όρος και χρησιμοποιείται για να επαναφέρει το σωματίδιο σε παλαιότερες καλύτερες θέσεις που ήταν περισσότερο αποδοτικές.
- Ο τρίτος όρος της εξίσωσης $c_2 rand_2(gbest_j - x_{ij}^t)$, λειτουργεί ως κοινωνικός όρος και είναι αυτός που κατευθύνει το κάθε σωματίδιο προς το βέλτιστο.

Για την επιτυχή σύγκλιση του αλγορίθμου, είναι αναγκαίο να γίνει μία καλή, όμοια κατανομημένη αρχικοποίηση σε όλο το χώρο των λύσεων. Για να επιτευχθεί αυτό, ένας απλός αλλά αποτελεσματικός τρόπος παρουσιάζεται στο Computational Intelligence: An Introduction (Engelbrecht, 2007), όπου αν x_{min} και x_{max} η ελάχιστη και η μέγιστη τιμή αντίστοιχα, τότε όλες οι τιμές του διανύσματος του κάθε σωματιδίου μπορούν να υπολογιστούν από τη σχέση:

$$x_{ij}^0 = x_{min} + r_i(x_{max} - x_{min}) \tag{4.7}$$

Όπου: r_i είναι ένας τυχαίος αριθμός στο διάστημα (0,1).

Μαζί με τις αρχικές θέσεις, γίνεται αρχικοποίηση και των αρχικών ταχυτήτων, u_{ij}^0 οι οποίες σχεδόν πάντα παίρνουν την τιμή 0. Οι αρχικές τιμές του $pbest_{ij}$ είναι ίσες με τις αρχικές θέσεις των σωματιδίων.

Ο αλγόριθμος τερματίζεται όταν ένα από τα κλασικά κριτήρια που ισχύουν σε όλους τους εξελικτικούς αλγορίθμους ικανοποιηθεί. Δηλαδή είτε αν έχουμε φθάσει το μέγιστο αριθμό επαναλήψεων, είτε αν η βέλτιστη λύση βρίσκεται μέσα σε κάποιο προκαθορισμένο κατώφλι, είτε αν μετά από ένα αριθμό επαναλήψεων δεν έχει εμφανιστεί κάποια βελτίωση στη λύση κτλ.

Όπως αναφέρθηκε και πριν, οι μεταβλητές c_1, c_2 μαζί με τα τυχαία $rand_1, rand_2$ επηρεάζουν το γνωστικό και κοινωνικό παράγοντα του κάθε σωματιδίου. Αν $c_1 = c_2 = 0$, τα σωματίδια πετούν στην κατεύθυνση που τους δίνει η ταχύτητα τους. Αν το $c_1 > 0$ και το $c_2 = 0$, τότε το κάθε σωματίδιο επηρεάζεται μόνο από τις προηγούμενες κινήσεις του και κινείται ανεξάρτητα από τα άλλα σωματίδια του σμήνους. Στην αντίθετη περίπτωση όπου το $c_2 > 0$ και το $c_1 = 0$, ολόκληρο το σμήνος κυνηγάει ένα σωματίδιο που είναι το βέλτιστο. Τις περισσότερες φορές θέτουμε $c_1 = c_2$, όπου σημαίνει ότι το σωματίδιο το έλκουν και οι δύο παράγοντες το ίδιο. Αν το $c_1 \gg c_2$, τότε το σωματίδιο έλκεται πολύ περισσότερο από τις προηγούμενες βέλτιστες θέσεις του. Στην αντίθετη περίπτωση όπου το $c_1 \ll c_2$, το σωματίδιο έλκεται πολύ περισσότερο από το

βέλτιστο του σμήνους. Σε πολλά προβλήματα, τα c_1, c_2 μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων μέσω των παρακάτω σχέσεων:

$$c_1 = c_{1,min} + \frac{c_{1,max} - c_{1,min}}{iter_{max}} \times t \quad (4.8)$$

$$c_2 = c_{2,min} + \frac{c_{2,max} - c_{2,min}}{iter_{max}} \times t \quad (4.9)$$

Όπου: $c_{1,min}, c_{1,max}, c_{2,min}, c_{2,max}$, είναι οι μέγιστες και οι ελάχιστες τιμές που θα μπορούσε να πάρουν τα c_1, c_2 αντίστοιχα,
 t ο αριθμός της τρέχουσας επανάληψης και
 $iter_{max}$ ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων.

Έτσι καταλαβαίνουμε πως τα c_1, c_2 ξεκινούν με μικρές τιμές οι οποίες αυξάνονται στη συνέχεια και ότι στην αρχή τα σωματίδια επηρεάζονται περισσότερο από τον πρώτο παράγοντα της εξίσωσης και στη συνέχεια αρχίζουν να επηρεάζονται από το δεύτερο και τον τρίτο παράγοντα. Με αυτόν τον τρόπο υπάρχει μεγαλύτερη δυνατότητα ελεύθερης κίνησης πράγμα που βοηθάει στον εντοπισμό του βέλτιστου.

Τέλος, για την περιγραφή του κάθε σωματιδίου, χρειαζόμαστε δύο συναρτήσεις καταλληλότητας. Η μία αντιπροσωπεύει την τιμή της τωρινής θέσης και η άλλη την τιμή της βέλτιστης θέσης που έχει βρεθεί κατά το παρελθόν.

4.1.2. Ψευδοκώδικας Αλγορίθμου PSO

Παρακάτω παρουσιάζεται ένας γενικός αλγόριθμος με μορφή ψευδοκώδικα της μεθόδου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων όπως παρουσιάζουν οι Μαρινάκης κ.ά. (2011).

Πίνακας 4.1

Ψευδοκώδικας PSO

Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων

Αρχικοποίηση

Επιλογή του αριθμού των σμηνών και αριθμού σωματιδίων κάθε σμήνους

Αρχικοποίηση της θέσης και της ταχύτητας κάθε σωματιδίου

Υπολογισμός του αρχικού κόστους του κάθε σωματιδίου

Εύρεση Βέλτιστου σωματιδίου ολόκληρου του σμήνους

Εύρεση Βέλτιστης λύσης κάθε σωματιδίου

Do While δεν έχει φθάσει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων

 Υπολογισμός της ταχύτητας του κάθε σωματιδίου

 Υπολογισμός της νέας θέσης του κάθε σωματιδίου

 Υπολογισμός της νέας συνάρτησης ποιότητας του κάθε σωματιδίου

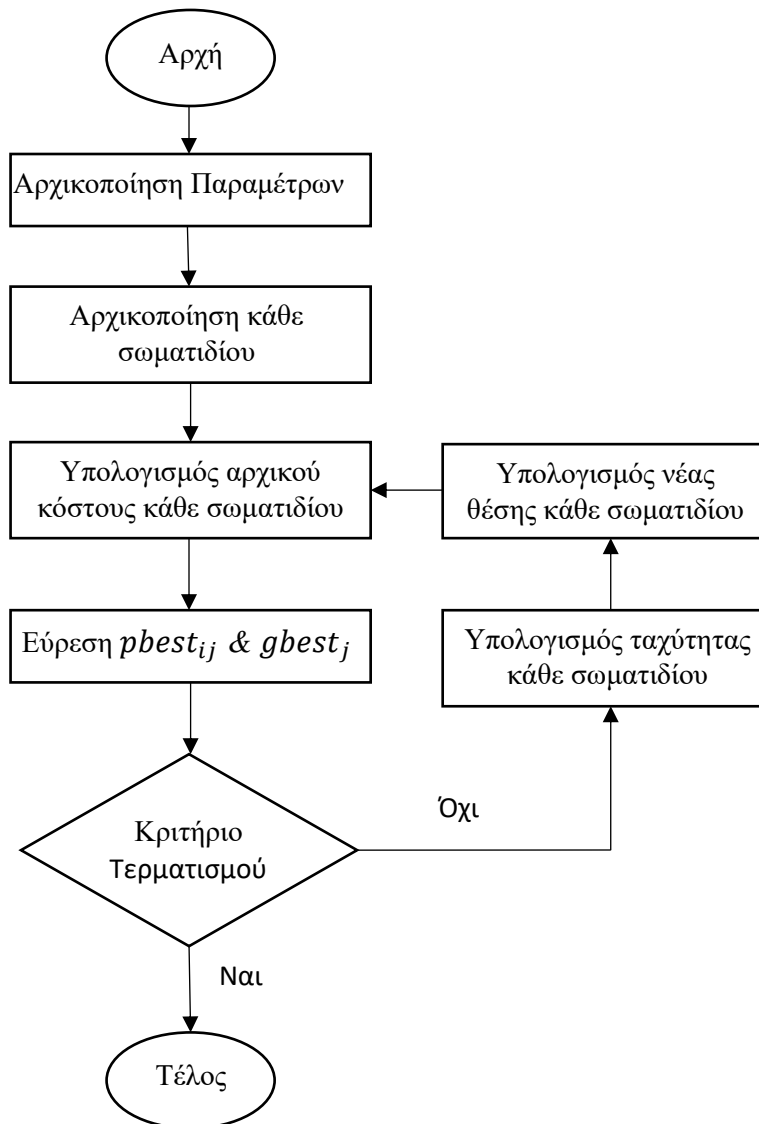
 Ενημέρωση της βέλτιστης λύσης του κάθε σωματιδίου

 Εύρεση του βέλτιστου σωματιδίου ολόκληρου του σμήνους

end while

Επιστροφή βέλτιστου σωματιδίου.

4.1.2.1. Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου PSO



Διάγραμμα 4.1. PSO Flowchart

4.1.3. Βελτιώσεις Αλγορίθμου PSO

Ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων έχει εφαρμοστεί επιτυχώς σε προβλήματα και προκειμένου να παρέχει βέλτιστα αποτελέσματα έχει υποστεί τροποποιήσεις και υβριδισμούς οι οποίοι φαίνονται παρακάτω.

4.1.3.1. Καθορισμός Μέγιστης Ταχύτητας

Η πρώτη βελτίωση του αλγορίθμου έγινε εξαιτίας των μεγάλων τιμών που έπαιρναν οι ταχύτητες των σωματιδίων που βρίσκονταν πολύ μακριά από το $gbest$, με αποτέλεσμα τα σωματίδια αυτά να μην μπορούν να βρουν ποτέ το βέλτιστο. Η λύση δόθηκε από τους Eberhart et al (1996), οι οποίοι πρότειναν τον καθορισμό της μέγιστης ταχύτητας $V_{max,j}$ στη διάσταση j . Έτσι, οι ταχύτητες ενημερώνονται από τον τύπο:

$$u_{ij}^{t+1} = \begin{cases} u_{ij}^{t+1}, & \text{εάν } u_{ij}^{t+1} < V_{max,j} \\ V_{max,j}, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (4.10)$$

4.1.3.2. Βάρος Αδράνειας (Inertia Weight)

Ακόμα μία βελτίωση προτάθηκε από τους Shi και Eberhart (1998), το λεγόμενο βάρος αδράνειας w , το οποίο ελέγχει την επιρροή των προηγούμενων ταχυτήτων ενός σωματιδίου στην τρέχουσα ταχύτητα αλλά και τη σύγκλιση του αλγορίθμου. Οι ταχύτητες των σωματιδίων ενημερώνονται τώρα χρησιμοποιώντας τον τύπο:

$$u_{ij}^{t+1} = w * u_{ij}^t + c_1 rand_1(pbest_{ij} - x_{ij}^t) + c_2 rand_2(gbest_j - x_{ij}^t) \quad (4.11)$$

Αν επιλεγεί μία πολύ μικρή σταθερή τιμή, μειώνει τις ικανότητες διασποράς των λύσεων με κίνδυνο να παγιδευτεί ο αλγόριθμος σε κάποιο τοπικό βέλτιστο. Αν επιλεγεί μία πολύ μεγάλη σταθερή τιμή τότε μειώνονται οι ικανότητες εντατικοποίησης της αναζήτησης σε κάποιο καλό σημείο με κίνδυνο να προσπεραστεί το βέλτιστο χωρίς να εντοπιστεί. Η καλύτερη μέθοδος είναι να μειώνουμε το βάρος αδράνειας w , κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων, επιτρέποντας έτσι στον αλγόριθμο να εξερευνήσει ανεξερευνήτες περιοχές. Αυτό επιτυγχάνεται γίνεται βάσει του ακόλουθου τύπου:

$$w = w_{max} - \frac{w_{max} - w_{min}}{iter_{max}} \times t \quad (4.12)$$

Όπου: w_{min}, w_{max} , είναι η ελάχιστη και η μέγιστη τιμή που θα μπορεί να πάρει τ w ,
 t ο αριθμός της τρέχουσας επανάληψης και
 $iter_{max}$ ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων.

4.1.3.3. Παράγοντας Περιορισμού (Constriction Factor)

Οι Clerc και Kennedy (2002), πρότειναν ένα παράγοντα περιορισμού στις ταχύτητες των σωματιδίων, με στόχο να αποφύγουν την απομάκρυνση από το ολικό βέλτιστο και να εξασφαλιστεί η σύγκλιση. Οι ταχύτητες των σωματιδίων υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τους παρακάτω τύπους:

$$u_{ij}^{t+1} = \chi * (u_{ij}^t + c_1 rand_1(pbest_{ij} - x_{ij}^t) + c_2 rand_2(gbest_j - x_{ij}^t)) \quad (4.13)$$

Όπου

$$\chi = \frac{2}{|2 - c - \sqrt{c^2 - 4c}|} \text{ και } c = c_1 + c_2, c > 4 \quad (4.14)$$

Όπου σύμφωνα με τον Engelbrecht (2007), το κλάσμα πολλές φορές πολλαπλασιάζεται με ένα παράγοντα $k \in (0,1]$ και έτσι η εξίσωση γίνεται:

$$\chi = \frac{2k}{|2-c-\sqrt{c^2-4c}|} \text{ και } c = c_1 + c_2, c > 4 \quad (4.15)$$

Αν το k πάρει μία τιμή κοντά στο 0 τότε ο αλγόριθμος αναπτύσσει μεγάλες ικανότητες εντατικοποίησης της αναζήτησης γύρω από κάποιο πιθανό βέλτιστο, ενώ όταν το k πλησιάζει τη μονάδα τότε ο αλγόριθμος μπορεί να αναπτύξει μεγαλύτερες ικανότητες αναζήτησης στο χώρο λύσεων. Έρευνες επιβεβαιώνουν ότι η χρήση του παράγοντα περιορισμού δίνει πολύ καλύτερα αποτελέσματα από τις απλές μορφές του αλγορίθμου.

Τέλος, όταν όλα τα σωματίδια ενός σμήνους συγκλίνουν προς το ίδιο σημείο τότε δημιουργείται έλλειψη διασποράς των σωματιδίων στον πληθυσμό. Οι δύο κλασικοί τρόποι για να μπορέσουν τα σωματίδια να διασπαρθούν αποτελεσματικά μέσα στο χώρο λύσεων είναι με τη χρήση μιας μεθόδου επανέναρξης που αφορά είτε τη θέση κάποιου σωματιδίου (Lønbjerg & Krink, 2002) είτε την ταχύτητά του (Schutte & Groenwold, 2005).

4.1.3.4. Διακριτός PSO

Ο αλγόριθμος PSO έχει εφαρμοστεί επιτυχώς σε προβλήματα συνεχών μεταβλητών, όπως για παράδειγμα η βελτιστοποίηση συναρτήσεων. Για να επεκταθεί η εφαρμογή του στον διακριτό χώρο, οι Kennedy και Eberhart (1997) πρότειναν μία διακριτή έκδοση του PSO, όπου το κάθε σωματίδιο μετακινείται στον χώρο μεταξύ των τιμών 0 και 1. Ο παρακάτω τύπος χρησιμοποιείται για την μετατροπή των ταχυτήτων από πραγματικούς αριθμούς σε διακριτούς:

$$\text{sig}(u_{ij}) = \frac{1}{1 + e^{-u_{ij}}} \quad (4.16)$$

Στη διακριτή έκδοση του PSO, οι ταχύτητες των σωματιδίων ενημερώνονται από τις Σχέσεις (4.1), (4.11) ή (4.13) ανάλογα με ποια έκδοση του αλγορίθμου χρησιμοποιείται, ενώ οι θέσεις των σωματιδίων ενημερώνονται μέσα από την ακόλουθη σχέση:

$$x_{ij}^{t+1} = \begin{cases} 1, & \text{εάν } rand_3 < \text{sig}(u_{ij}) \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (4.17)$$

Όπου: $rand_3$, είναι τυχαίος αριθμός στο διάστημα [0,1].

4.1.3.5. *pWorst* PSO

Οι Agrawal και Shimpì (Modified Particle Swarm Optimization, 2013), προκειμένου να αντιμετωπίσουν το πρόβλημα της πρόωρης σύγκλισης σε κάποιο τοπικό βέλτιστο πρότειναν ένα τροποποιημένο PSO, όπου σε κάθε επανάληψη μία ομάδα σωματιδίων ακολουθούν το χειρότερο σωματίδιο αντί το βέλτιστο. Οι ταχύτητες των σωματιδίων ενημερώνονται τώρα χρησιμοποιώντας τον τύπο:

$$u_{ij}^{t+1} = w * u_{ij}^t + c_1 rand_1 k_1 (pbest_{ij} - x_{ij}^t) + c_2 rand_2 k_2 (gbest_j - x_{ij}^t) + c_3 rand_3 k_3 (pworst_{ij} - x_{ij}^t) + c_4 rand_4 k_4 (gworst_j - x_{ij}^t) \quad (4.18)$$

Όπου: $pworst_{ij}$ είναι η χειρότερη θέση του σωματιδίου
 $gworst_{ij}$ το χειρότερο σωματίδιο
 k πίνακας 1×4 όπου $k = [1,1,0,0]$ για τα σωματίδια που κυνηγάνε το βέλτιστο και
 $k = [0,0,1,1]$ όταν τα σωματίδια κυνηγάνε το χειρότερο.

Αποτελέσματα βελτιστοποίησης σε συναρτήσεις έχουν αποδείξει την ανωτερότητα του αλγορίθμου από αυτή του βασικού PSO.

4.1.3.6. Lévy Flight PSO

Την πρόωρη σύγκλιση του αλγορίθμου προσπάθησαν να αντιμετωπίσουν και οι Hakli και Uğuz (2014) οι οποίοι πρότειναν όταν κάποιο σωματίδιο δεν βελτιώνεται άλλο, να ψάχνει το χώρο των λύσεων μέσω Lévy flights, κάτι το οποίο το βοηθάει να κάνει μεγάλα βήματα με αποτέλεσμα να μην είναι πλέον παγιδευμένο.

4.2. Firefly Algorithm

Ο αλγόριθμος Πυγολαμπίδας είναι άλλος ένας μεθευρετικός αλγόριθμος, ο οποίος έχει αποδειχθεί ότι είναι πολύ αποτελεσματικός στην αντιμετώπιση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Ανήκει στους αλγόριθμους στοχαστικών διαδικασιών, δηλαδή ψάχνει σε ένα σύνολο λύσεων χρησιμοποιώντας ένα είδος τυχειότητας. Στον αλγόριθμο FA, το χαμηλότερο επιπέδου λύσεων επικεντρώνεται στην παραγωγή νέων λύσεων μέσα στο χώρο αναζήτησης και επιλέγει την καλύτερη λύση για την επιβίωση. Επίσης μέσα από την διαδικασία αναζήτησης με τυχειότητα, καταφέρνει να αποφύγει την παγίδευση των λύσεων σε τοπικά βέλτιστα. Η τοπική αναζήτηση βελτιώνει μια υποψήφια λύση έως ότου βρεθούν άλλες βέλτιστες.

Οι πυγολαμπίδες είναι αρθρόποδα έντομα, που ανήκουν στην τάξη των κολεοπτέρων και κατοικούν στις τροπικές και εύκρατες περιοχές. Είναι γνωστά και ως λαμπυρίδες γιατί έχουν την ικανότητα να παράγουν φως. Ειδικά κύτταρα στο κάτω μέρος της κοιλιάς τους μετατρέπουν μέρος της χημικής ενέργειας που παίρνει το έντομο από το φαγητό του σε φως. Το φως αυτό ανάβει και σβήνει ρυθμικά. Ο ρυθμός φωτεινότητας και ο χρόνος αποτελούν μέρος του συστήματος που φέρνει τα δύο φύλα μαζί. Υπάρχουν διαφορετικά είδη πυγολαμπίδων και κάθε ένα από αυτά παράγει διαφορετικό φωτεινό σήμα. Επιπλέον, η φωτεινότητα μπορεί επίσης να χρησιμεύσει και ως ένας μηχανισμός προστασίας ή και προειδοποίησης.

Στα σμήνη των πυγολαμπίδων ισχύει ο κανόνας ότι η ελκυστικότητα είναι ανάλογη με τη φωτεινότητα, αφού όσο πιο κοντά είναι και οι δύο τόσο πιο έντονα είναι αυτά τα χαρακτηριστικά. Έτσι, για δυο πυγολαμπίδες που αναβοσβήνουν, η λιγότερο φωτεινή θα κινηθεί προς την φωτεινότερη. Εάν δεν υπάρχει φωτεινότερη, θα κινούνται τυχαία. Ο συνδυασμός αυτών των παραγόντων κάνει τις πυγολαμπίδες ορατές μόνο σε μια περιορισμένη απόσταση, συνήθως αυτή η απόσταση είναι εκατοντάδες μέτρα τη νύχτα, ωστόσο είναι ο μοναδικός τρόπος επικοινωνίας τους (Κουραβάνας, 2014).

4.2.1. Βασικός Αλγόριθμος Firefly

Ο Αλγόριθμος Πυγολαμπίδας (FA) αναπτύχθηκε για πρώτη φορά από τον Xin - She Yang (2008) στο Πανεπιστήμιο του Cambridge. Σε αυτόν τον αλγόριθμο έχουμε ένα σμήνος από

πυγολαμπίδες όπου x_i είναι η θέση της i πυγολαμπίδας στο χώρο και $f(x_i)$ είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Η κάθε μία πυγολαμπίδα έχει μία ποσότητα βιοφωταύγειας που ονομάζεται λουσιφερίνη και που χρησιμοποιείται για να επικοινωνήσει με τις άλλες πυγολαμπίδες. Κάθε πυγολαμπίδα έλκεται από την λαμπερότερη πυγολαμπίδα που βρίσκεται στην γειτονιά της. Επομένως, η ελκυστικότητα μειώνεται καθώς η απόσταση αυξάνεται.

Ο Αλγόριθμος Πυγολαμπίδας, σύμφωνα με τους Fister et al (2013) έχει τρία βασικά χαρακτηριστικά:

- Οι πυγολαμπίδες έλκονται μεταξύ τους ανεξάρτητα από το φύλο τους,
- Το μοίρασμα των πληροφοριών ανάμεσα στις πυγολαμπίδες είναι ανάλογο με την ελκυστικότητα τους, δηλαδή είναι ανάλογο με την απόσταση που βρίσκονται, έτσι όσο πιο κοντά είναι δύο πυγολαμπίδες τόσο περισσότερες πιθανότητες υπάρχουν για να υπάρξει έλξη μεταξύ τους.
- Η λάμψη μιας πυγολαμπίδας εξαρτάται από την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Για προβλήματα μεγιστοποίησης όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης τόσο πιο λαμπερή είναι η πυγολαμπίδα, αντίθετα σε προβλήματα ελαχιστοποίησης όσο πιο μικρή είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης τόσο πιο λαμπερή είναι η πυγολαμπίδα.

Αρχικά όλες οι πυγολαμπίδες τοποθετούνται σε τυχαία θέση x_i στο χώρο. Δύο σημαντικά σημεία του αλγορίθμου (FA) είναι η ένταση φωτεινότητας και η ελκυστικότητα μεταξύ των πυγολαμπίδων. Σε ένα απλό πρόβλημα βελτιστοποίησης η ένταση της φωτεινότητας I μιας πυγολαμπίδας για μια συγκεκριμένη θέση x_i ορίζεται ως:

$$I = a * f(x_i) \quad (4.19)$$

Όπου: a , είναι μία τυχαία σταθερά,
 $f(x_i)$ είναι η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος.

Κάθε πυγολαμπίδα έχει τη δική της διακριτή ένταση φωτεινότητας I που καθορίζει πόσο δυνατά μπορεί να έλξει άλλα μέλη του σμήνους. Η ένταση της φωτεινότητας (I) σε μια απόσταση (r) από την πηγή φωτεινότητας είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης. Έτσι η ένταση φωτεινότητας δίνεται από την εξίσωση:

$$I = \frac{I_0}{r_{ij}^2} \quad (4.20)$$

Όπου: I_0 , είναι η αρχική λάμψη και
 $r_{ij} = d(x_i, x_j)$ η ευκλείδεια απόσταση μεταξύ δύο πυγολαμπίδων i και j , η οποία θα αναλυθεί παρακάτω.

Για τον λόγο ύπαρξης υπολογιστικού προβλήματος όταν $r \rightarrow 0$, η εξίσωση (4.20) γίνεται:

$$I = I_0 e^{-\gamma r^2} \quad (4.21)$$

Όπου: I_0 , είναι η αρχική λάμψη,
 γ είναι η σταθερά που δείχνει την απορροφητικότητα της λάμψης και
 $r_{ij} = d(x_i, x_j)$ η απόσταση μεταξύ δύο πυγολαμπίδων i και j .

Ο χώρος στον οποίο κινούνται οι πυγολαμπίδες απορροφά την εκπεμπόμενη φωτεινότητα τους με αποτέλεσμα ένα πλήθος πυγολαμπίδων να είναι αντιληπτές σε μια περιορισμένη απόσταση. Η ελκυστικότητα (β) μιας πυγολαμπίδας σχετίζεται με την φωτεινότητα των υπολοίπων πυγολαμπίδων και μεταβάλλεται με την απόσταση r_{ij} των πυγολαμπίδων i και j . Κάθε πυγολαμπίδα έχει την ξεχωριστή της λάμψη που καθορίζει πόσο δυνατά η συγκεκριμένη πυγολαμπίδα έλκει τις άλλες πυγολαμπίδες του σμήνους. Όμως, η έλξη είναι σχετική και ποικίλλει ανάλογα με την απόσταση ανάμεσα σε δύο πυγολαμπίδες. Η συνάρτηση ελκυστικότητας της κάθε μίας πυγολαμπίδας είναι:

$$\beta = \beta_0 e^{-\gamma r^2} \quad (4.22)$$

Όπου: β_0 , είναι η ελκυστικότητα για $r = 0$.

Η απόσταση μεταξύ δύο των πυγολαμπίδων i και j στα x_i και x_j μπορεί να υπολογιστεί από την Καρτεσιανή απόσταση όπως φαίνεται παρακάτω:

$$r_{ij} = \|x_i - x_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^d (x_{i,k} - x_{j,k})^2} \quad (4.23)$$

Όπου: $x_{i,k}$, είναι το k στοιχείο της i πυγολαμπίδας, και
 d η διάσταση του προβλήματος.

Η κίνηση μιας πυγολαμπίδας i που βρίσκεται στην θέση x_i και έλκεται από μια άλλη πυγολαμπίδα j που λάμπει περισσότερο από την i και βρίσκεται στην θέση x_j καθορίζεται από τον τύπο:

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \beta_0 e^{-\gamma r^2} (x_j^t - x_i^t) + a \left(rand - \frac{1}{2} \right) \quad (4.24)$$

Όπου: x_i^t , είναι η τρέχουσα θέση,
ο δεύτερος όρος δείχνει πόσο θα δει μια πυγολαμπίδα μια πιο λαμπρή πυγολαμπίδα που βρίσκεται στην περιοχή της, και
ο τρίτος όρος είναι μια τυχαία κίνηση που κάνει μια πυγολαμπίδα όταν δεν υπάρχει καμιά πιο λαμπερή από αυτή στην περιοχή της. Η σταθερά a είναι ένας τυχαίος αριθμός..

Συνοψίζοντας, ο FA αποτελείται από τρεις παραμέτρους. Την τυχαία παράμετρο a , την ελκυστικότητα β , και τον συντελεστή απορροφητικότητας γ . Ανάλογα με την αρχικοποίηση των παραμέτρων ο FA συμπεριφέρεται και διαφορετικά:

Το a ελέγχει ουσιαστικά την τυχαιότητα ή, σε κάποιο βαθμό, την ποικιλία των λύσεων που έχουμε. Μπορούμε να ρυθμίζουμε την παράμετρο κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων ώστε να μπορεί να ποικίλει ανάλογα με τον μετρητή επαναλήψεων t , δηλαδή να αυξάνει την τυχαιότητα ή να τη μειώνει καθώς προχωράνε οι επαναλήψεις. Ένας καλός τρόπος να μειώσουμε την τυχαιότητα είναι :

$$a_t = a_0 \times \delta^t, \quad (0 < \delta < 1) \quad (4.25)$$

Εάν $\gamma \rightarrow 0$, η ελκυστικότητα $\beta = \beta_0$ είναι σταθερή και δεν μεταβάλλεται από την απόσταση που σημαίνει ότι η λάμψη μιας πυγολαμπίδας μπορεί να είναι ορατή από όλες τις άλλες. Αυτή η περίπτωση μας θυμίζει αρκετά και τον κλασσικό Αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων. Αντίθετα, όταν $\gamma \rightarrow \infty$, η ελκυστικότητα της κάθε πυγολαμπίδας μειώνεται, γεγονός που σημαίνει ότι καμία πυγολαμπίδα δεν μπορεί να δει την άλλη και όλες οι πυγολαμπίδες κινούνται τυχαία στο χώρο (Fister, Fister, Yang, & Brest, 2013).

4.2.2. Ψευδοκώδικας Αλγορίθμου Firefly

Παρακάτω παρουσιάζεται ένας βασικός αλγόριθμος με μορφή ψευδοκώδικα της μεθόδου Βελτιστοποίησης Πυγολαμπίδας όπως παρουσιάζουν οι Yu et al (2015).

Πίνακας 4.2

Ψευδοκώδικας FA

Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Πυγολαμπίδας

Αρχή

Αρχικοποίηση Παραμέτρων

Επιλογή του αριθμού των σωματιδίων

Αρχικοποίηση της θέσης του κάθε σωματιδίου

Υπολογισμός της λάμψης του κάθε σωματιδίου

Do While δεν έχει φθάσει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων

for $i=1: n$ Όλες οι n πυγολαμπίδες

for $j=1: n$ Όλες οι n πυγολαμπίδες

if $I_j > I_i$

 κίνησε την πυγολαμπίδα που βρίσκεται στη θέση x_i προς
 την πυγολαμπίδα που βρίσκεται στη θέση x_j .

end if

 Υπολογισμός των νέων τιμών της συνάρτησης κόστους για κάθε
 πυγολαμπίδα και ενημέρωση της καινούριας έντασης του φωτός

end for j

end for i

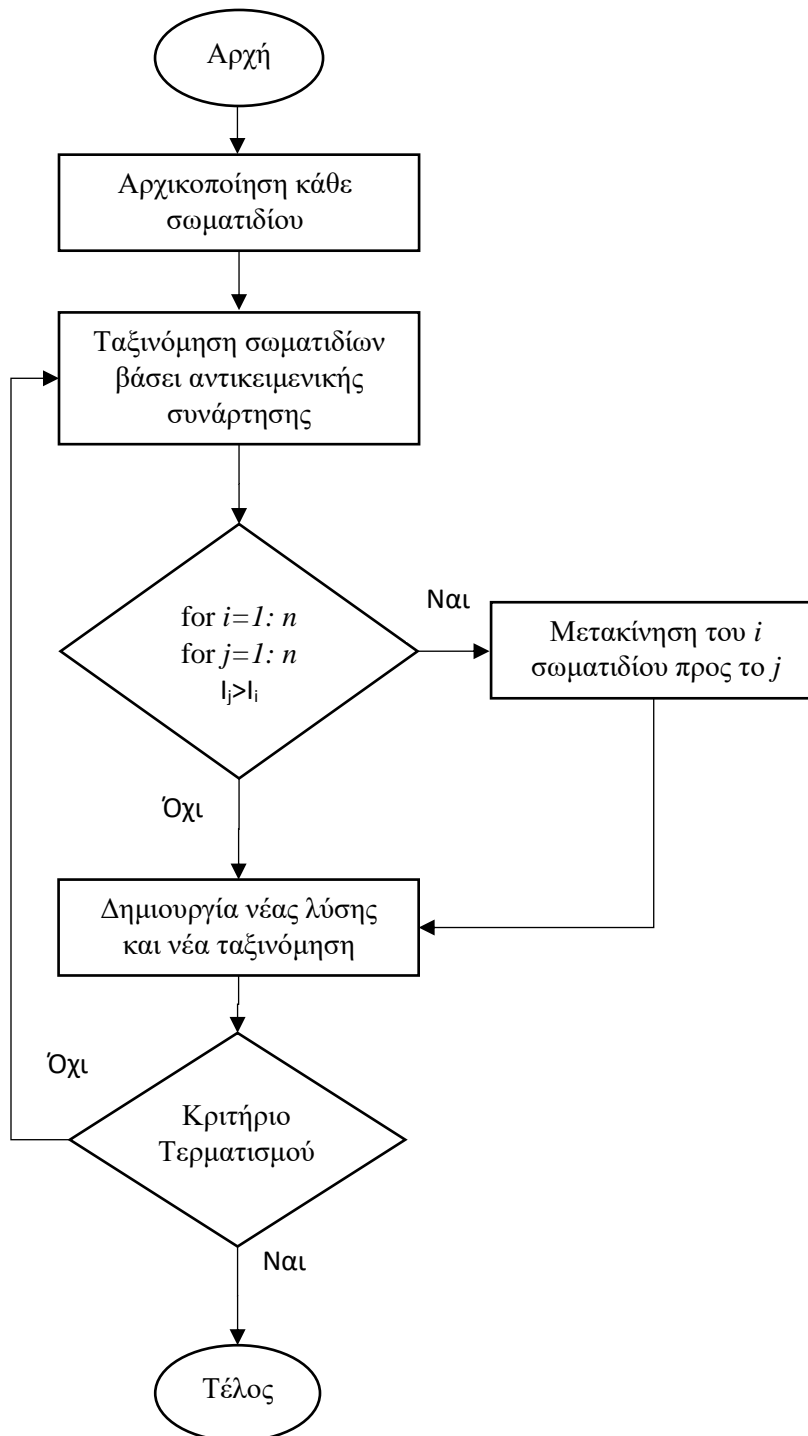
 Ταξινομήσε τις πυγολαμπίδες και βρες ποια είναι η καλύτερη.

end while

Επιστροφή βέλτιστου σωματιδίου.

Τέλος

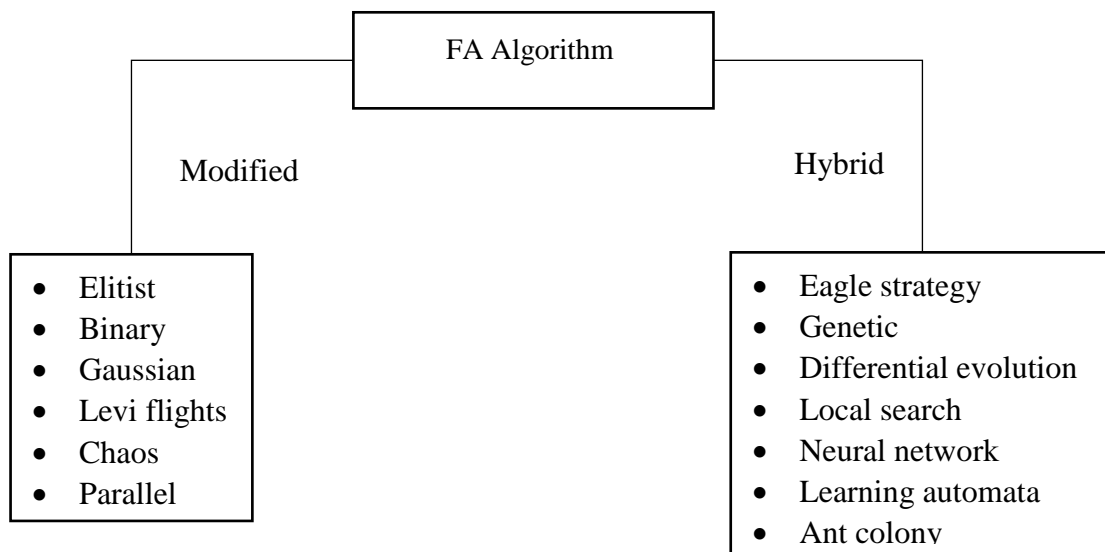
4.2.2.1. Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου Firefly



Διάγραμμα 4.2. FA Flowchart

4.2.3. Βελτιώσεις Αλγορίθμου FA

Οι αλγόριθμοι πυγολαμπίδας έχουν χρησιμοποιηθεί σε πολλά προβλήματα και προκειμένου να παρέχουν τα βέλτιστα αποτελέσματα στην επίλυση τους έχουν υποστεί αρκετές τροποποιήσεις και υβριδισμούς οι οποίοι φαίνονται στο επόμενο διάγραμμα, και οι πιο σημαντικοί από αυτούς περιγράφονται παρακάτω:



Διάγραμμα 4.3. Τροποποιήσεις FA

4.2.3.1. Gaussian Κατανομή

Για να σταθεροποιηθεί η κίνηση της πυγολαμπίδας, ο Farahani (2011) διατύπωσε ένα νέο FA που αυξάνει την ταχύτητα σύγκλισης, χρησιμοποιώντας Gaussian κατανομή για να μετακινήσει όλες τις νέες πυγολαμπίδες σε ολικά καλύτερες λύσεις. Ο αλγόριθμος δοκιμάστηκε σε πέντε τυπικές συναρτήσεις. Τα πειραματικά αποτελέσματα έδειξαν καλύτερη απόδοση και μεγαλύτερη ακρίβεια από τον κλασικό αλγόριθμο πυγολαμπίδας.

4.2.3.2. Lévy Flights

Ο Yang (2010) διαμόρφωσε ένα νέο FA χρησιμοποιώντας τη Lévy flight κίνηση. Οι Αριθμητικές μελέτες και τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η προτεινόμενη μέθοδος είναι ανώτερη από τη βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων και των γενετικών αλγορίθμων όσον αφορά την απόδοση και το ποσοστό επιτυχίας.

4.2.3.3. Chaos

Οι Coelho et al (2011), πρότεινε ένα συνδυασμό FA με χαοτικούς χάρτες προκειμένου να βελτιωθεί η σύγκλιση του αλγόριθμου πυγολαμπίδας. Η χρήση των αλληλουχιών χάους δείχθηκε να είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική και οδηγεί σε διαφυγή από τα τοπικά βέλτιστα. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος χρησιμοποιεί αυτούς τους χαοτικούς χάρτες ρυθμίζοντας την τυχαία παράμετρο α και το τελεστή απορρόφησης φωτός γ . Ένα σημείο αναφοράς της αξιοπιστίας της βελτιστοποίησης έχει εξεταστεί, προκειμένου να τονίσει τη δύναμη του προτεινόμενου FA χρησιμοποιώντας χαοτικούς χάρτες. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης του προτεινόμενου FA συγκρίθηκαν με άλλες παρόμοιες τεχνικές βελτιστοποίησης και αποκαλύφθηκε ότι ο προτεινόμενος αλγόριθμος τις ξεπέρασε ως προς τις γνωστές διαθέσιμες λύσεις.

4.2.3.4. Διακριτός Αλγόριθμος Πυγολαμπίδας

Οι Sayadi et al. (2010), πρότειναν μια διακριτή εκδοχή του αλγορίθμου πυγολαμπίδας, και μπορεί να λύσει αποτελεσματικά NP-hard προβλήματα. Ο DFA υπερτερεί από τους υπάρχοντες αλγόριθμους, όπως ο αλγόριθμος αποικίας μυρμηγκιών. Ο παρακάτω τύπος χρησιμοποιείται για την μετατροπή των θέσεων από πραγματικούς αριθμούς σε τιμές 0 και 1:

$$\text{sig}(x_{ij}) = \frac{1}{1 + e^{-x_{ij}}} \quad (4.26)$$

Στο DFA, οι θέσεις των σωματιδίων ενημερώνονται από τη Σχέση (4.24) και κατόπιν ενημερώνονται μέσα από την ακόλουθη σχέση:

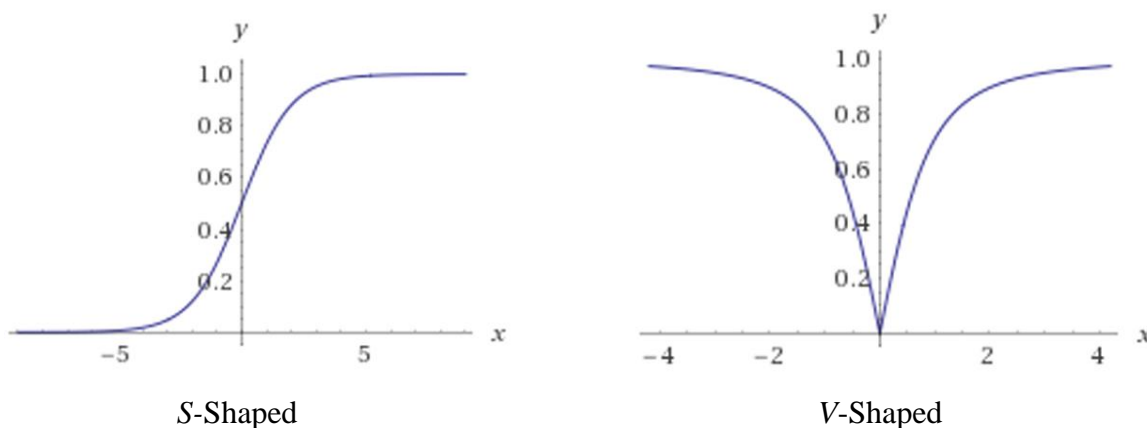
$$x_{ij}^{t+1} = \begin{cases} 1, & \text{εάν } \text{rand}_1 < \text{sig}(x_{ij}) \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (4.27)$$

Όπου: rand_1 , είναι τυχαίος αριθμός στο διάστημα $[0,1]$.

Τέλος, σε πολλά προβλήματα, προκειμένου να εντοπιστεί καλύτερο βέλτιστο, η σιγμοειδής συνάρτηση (4.26), έχει αντικατασταθεί με άλλες σχήματος V για καλύτερη απόδοση (Crawford, Soto, Suarez, Paredes, & Johnson, 2014). Δύο τέτοιου είδους συναρτήσεις απεικονίζονται παρακάτω:

$$V(x_{ij}) = \left| \frac{x_{ij}}{\sqrt{1 + x_{ij}^2}} \right| \quad (4.28)$$

$$V(x_{ij}) = \frac{e^{2|x_{ij}|} - 1}{e^{2|x_{ij}|} + 1} \quad (4.29)$$



Διάγραμμα 4.4. Διαφορά Συνάρτησης S-Shaped και V-Shaped

4.3. Υβριδικοί Αλγόριθμοι

Υβριδικούς ονομάζουμε τους αλγόριθμους που προκύπτουν από τον συνδυασμό δυο ή περισσότερων αλγορίθμων με σκοπό την λύση ενός προβλήματος. Η βασική ιδέα στηρίζεται στο ότι ο συνδυασμός πολλών χαρακτηριστικών από τον κάθε αλγόριθμο θα δημιουργήσει έναν καλύτερο από ότι ο καθένας ξεχωριστά. Άρα δεν είναι απλά ένας πολλαπλός αλγόριθμος που λύνει ένα διαφορετικό πρόβλημα, αλλά πολλοί αλγόριθμοι που συνδυάζονται με σκοπό τη λύση του προβλήματος.

4.3.1. Υβριδικός αλγόριθμος Γενετικού και Σμήνους Σωματιδίων (HGPSO)

Οι Kao και Zahara (2008) παρουσίασαν μία υβριδική μέθοδο βελτιστοποίησης η οποία συνδυάζει τεχνικές του Γενετικού Αλγορίθμου (GA) καθώς και του Αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (PSO).

Όπως έχει παρατηρηθεί, ο GA και ο PSO δουλεύουν με περίπου τον ίδιο αριθμό σωματιδίων. Ας θεωρήσουμε λοιπόν ότι λύνουμε ένα πρόβλημα με $4N$ αρχικές λύσεις. Οι λύσεις αυτές θεωρούνται ως χρωμοσώματα για τον GA, και σαν σωματίδια για τον PSO. Κατόπιν τα $4N$ άτομα ταξινομούνται με βάση την αντικειμενική τους συνάρτηση από το καλύτερο στο χειρότερο και τα $2N$ καλύτερα άτομα εισχωρούν στο GA με σκοπό τη δημιουργία $2N$ νέα άτομα μέσα από διασταύρωση και μετάλλαξη. Αμέσως μετά, τα υπόλοιπα $2N$ σωματίδια μέσω του PSO ακολουθούν το *gbest* σωματίδιο που έχει εντοπιστεί μέχρι στιγμής μέσω της εξίσωσης (4.1).

4.3.1.1. Ψευδοκώδικας Αλγορίθμου HGPSO

Παρακάτω παρουσιάζεται ο ψευδοκώδικας του υβριδικού αλγορίθμου HGPSO όπως παρουσιάζουν οι Kao και Zahara (2008).

Πίνακας 4.3

Ψευδοκώδικας HGPSO

Υβριδικός Αλγόριθμος HGPSO

Αρχή

Αρχικοποίηση $4N$ σωματιδίων

Υπολογισμός της αντικειμενικής συνάρτησης κάθε σωματιδίου

Ταξινόμηση του κάθε σωματιδίου

Do while δεν έχει φθάσει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων

Μέθοδος GA στα $2N$ καλύτερα σωματίδια

Διασταύρωση και Μετάλλαξη

Μέθοδος PSO στα $2N$ χειρότερα σωματίδια

 Υπολογισμός Ταχύτητας και νέων θέσεων

 Υπολογισμός των νέων τιμών της συνάρτησης κόστους για κάθε σωματίδιο

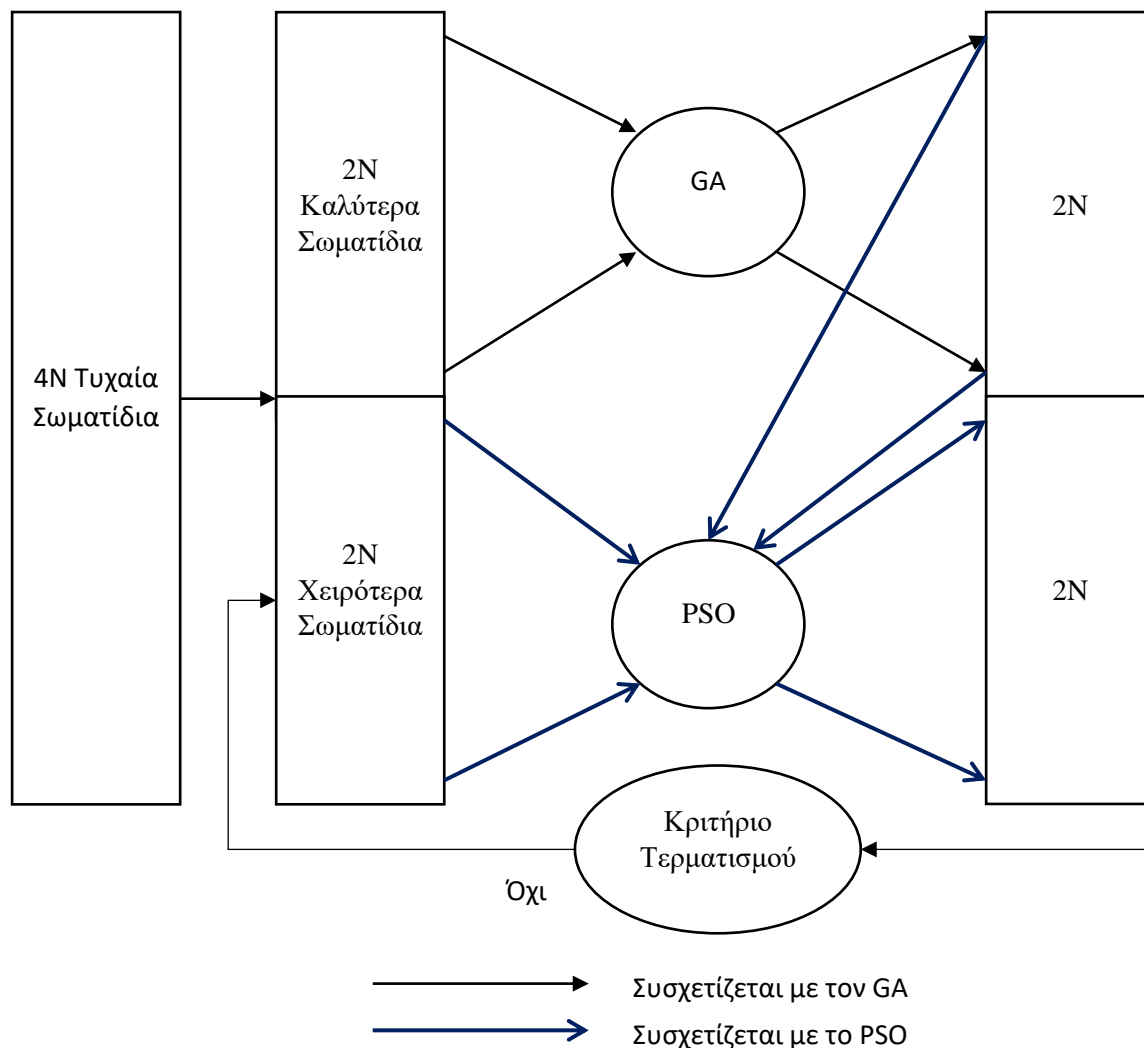
Ταξινόμηση τα σωματίδια και βρες ποιο είναι το καλύτερο.

end while

Επιστροφή βέλτιστου σωματιδίου.

Τέλος

4.3.1.2. Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου HGPSO



Διάγραμμα 4.5. HGPSO Flowchart

Αριθμητικά αποτελέσματα έχουν δείξει πως μέσα από αυτόν τον αλγόριθμο ο PSO είναι αυτός που υποβοηθά τον GA ώστε να βρεθεί το ολικό βέλτιστο. Επίσης έχει ειπωθεί πως ο αλγόριθμος αυτός είναι ανώτερος από τους δύο ξεχωριστά. Αυτό οφείλεται στη γρηγορότερη σύγκλιση από αυτή του κλασσικού αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων, αλλά και στην δυνατότητα αποφυγής τοπικού βέλτιστου που τον διακρίνει, λόγω του συντελεστή μετάλλαξης.

4.3.2. Υβριδικός αλγόριθμος Πυγολαμπίδας και Γενετικού (HFGA)

Οι Rahmani και MirHassani (A hybrid Firefly-Genetic Algorithm for the capacitated facility, 2014) παρουσίασαν μία μορφή υβριδικού αλγορίθμου που συνδυάζει τεχνικές του αλγορίθμου Πυγολαμπίδας καθώς και του Γενετικού, προκειμένου να εντοπίσουν το ολικό βέλτιστο στο πρόβλημά τους.

Όπως έχει παρατηρηθεί, ο Αλγόριθμος Πυγολαμπίδας είναι ακόμα ένας αλγόριθμος που δουλεύει με περίπου τον ίδιο αριθμό σωματιδίων του Γενετικού Αλγορίθμου. Ας θεωρήσουμε λοιπόν ότι λύνουμε ένα πρόβλημα με N αρχικές λύσεις. Οι λύσεις αυτές θεωρούνται ως

χρωμοσώματα για τον Γενετικό, και σαν Πυγολαμπίδες για τον Αλγόριθμος Πυγολαμπίδας. Κατόπιν εφαρμόζεται ο FA σε ολόκληρο τον πληθυσμό, και αμέσως μετά εφαρμόζονται τεχνικές του Γενετικού, δηλαδή διασταύρωση και μετάλλαξη στα δύο καλύτερα άτομα του πληθυσμού, από όπου παράγονται νέες λύσεις που αντικαθιστούν τις χειρότερες που υπήρχαν.

Σε διάφορες παραλλαγές του αλγορίθμου, η επιλογή των γονέων είναι τυχαία (Maleki, Ebrahimi, & Gharehchorogh, 2014). Επίσης όσο περισσότεροι είναι οι γονείς σε κάθε επανάληψη, τόσο γρηγορότερα θα συγκλίνει ο αλγόριθμος σε κάποιο βέλτιστο.

Αριθμητικά αποτελέσματα έχουν δείξει πως και ο αλγόριθμος αυτός είναι ανώτερος από τους δύο ξεχωριστά. Αυτό οφείλεται χάρις την γρηγορότερη σύγκλιση από αυτή του κλασσικού αλγορίθμου Πυγολαμπίδας, αλλά και στα εγκυρότερα αποτελέσματα που παράγει.

4.3.2.1. Ψευδοκώδικας Αλγορίθμου HFGA

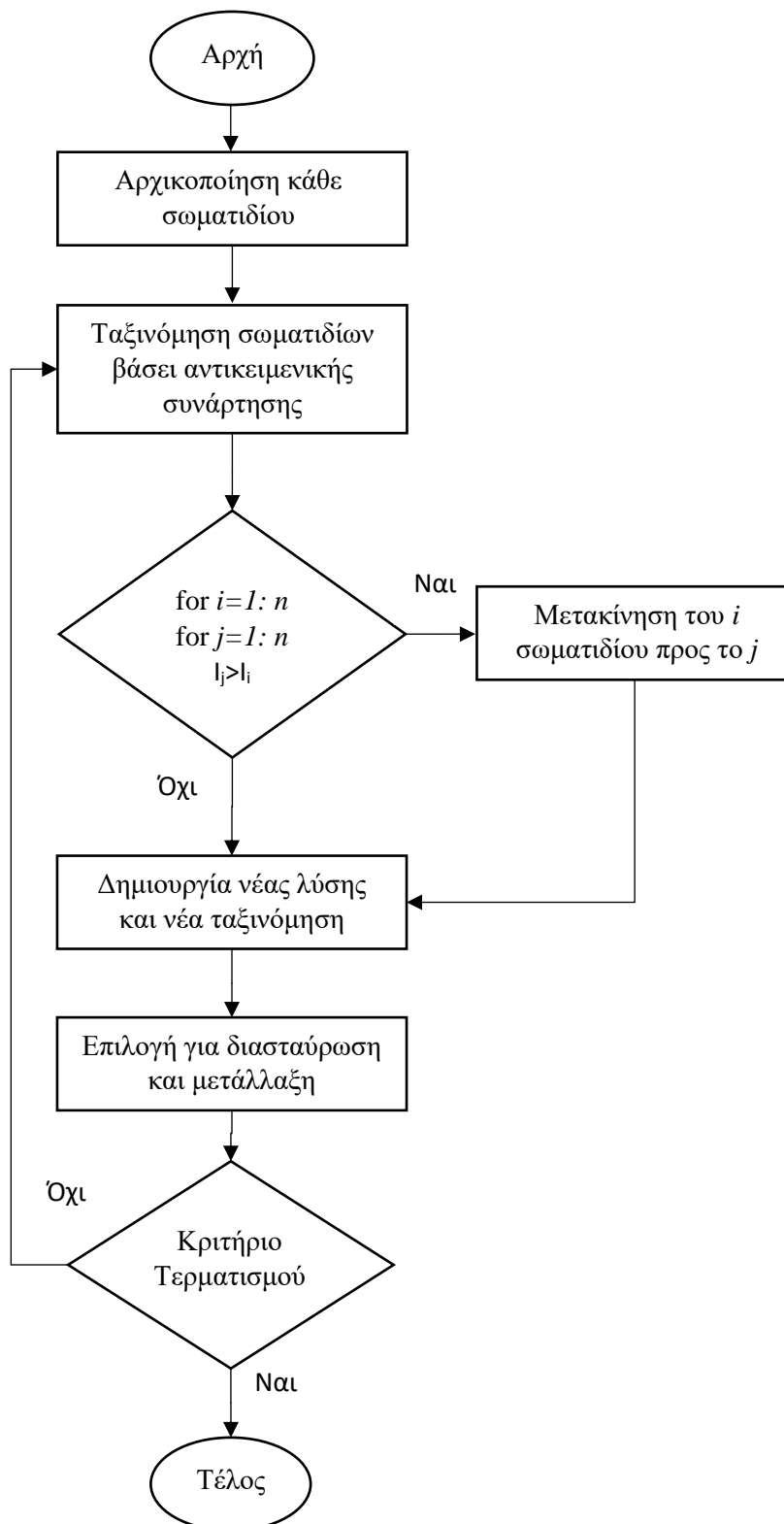
Παρακάτω παρουσιάζεται ο ψευδοκώδικας του υβριδικού αλγορίθμου HGPSO όπως παρουσιάζουν οι Rahmani και MirHassani (2014).

Πίνακας 4.4

Ψευδοκώδικας HFGA

Υβριδικός Αλγόριθμος HFGA
Αρχή
<i>Αρχικοποίηση Παραμέτρων</i>
Επιλογή του αριθμού των σωματιδίων
Αρχικοποίηση της θέσης του κάθε σωματιδίου
Υπολογισμός της λάμψης του κάθε σωματιδίου
Do While δεν έχει φθάσει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων
for $i=1: n$ Όλες οι n πυγολαμπίδες
for $j=1: n$ Όλες οι n πυγολαμπίδες
if $I_j > I_i$
κίνησε την πυγολαμπίδα που βρίσκεται στη θέση x_i προς την πυγολαμπίδα που βρίσκεται στη θέση x_j .
end if
Υπολογισμός των νέων τιμών της συνάρτησης κόστους για κάθε πυγολαμπίδα και ενημέρωση της καινούριας έντασης του φωτός
end for j
end for i
Ταξινόμησε τις πυγολαμπίδες και βρες ποια είναι η καλύτερη.
Διασταύρωση στις καλύτερες δύο πυγολαμπίδες.
Εφαρμογή Τελεστή Μετάλλαξης.
Αντικατάσταση χειρότερων Λύσεων.
end while
Επιστροφή βέλτιστου σωματιδίου.
Τέλος

4.3.2.2. Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου HFGA



Διάγραμμα 4.6. HFGA Flowchart

4.3.3. Υβριδικός αλγόριθμος Εμπνευσμένος από τον τρόπο συμπεριφοράς των Εφημεροπτέρων (Mayfly Algorithm)

Τα Εφημερόπτερα είναι μια αρχέγονη τάξη εντόμων τα οποία συναντάμε σε όλο τον κόσμο εκτός από ορισμένες αρκετά κρύες περιοχές και διάφορα νησιά. Στο βόρειο ημισφαίριο κάνουν την εμφάνισή τους κυρίως στο μήνα Μάιο γεγονός που τους έδωσε το όνομα Μύγες του Μάιου (Mayflies). Τα αρσενικά Εφημερόπτερα μετά το ηλιοβασίλεμα σχηματίζουν μεγάλα σμήνη τα οποία εμφανίζονται σαν σύννεφα με σκοπό την έλξη των θηλυκών. Για αυτό ο τρόπος της πτήσεως διαφέρει σε κάθε είδος. Τα θηλυκά πετούν κατευθείαν μέσα στα σμήνη, που ανεβοκατεβαίνουν. Η σύζευξη γίνεται στον αέρα και κρατάει περίπου ένα λεπτό. Μετά τα θηλυκά έντομα γεννούν τα αυγά τους πάνω στην επιφάνεια του νερού κατά την πτήση. Τα αρσενικά πεθαίνουν λίγο μετά τη σύζευξη, συνήθως την ίδια μέρα που πέρασαν στο στάδιο του ενήλικου. Τα θηλυκά πεθαίνουν μετά την ωοτοκία (Gillott, 2005).

4.3.3.1. Αλγόριθμος Mayfly (MA)

Ο Αλγόριθμος Εφημεροπτέρων (MA) αναπτύχθηκε για πρώτη φορά στα πλαίσια αυτής της εργασίας. Σε αυτόν τον αλγόριθμο έχουμε ένα σμήνος από αρσενικά εφημερόπτερα όπου x_i είναι η θέση του i εφημεροπτέρου στο χώρο και $f(x_i)$ είναι η τιμή της αντικειμενικής του συνάρτησης και ένα πλήθος από θηλυκά εφημερόπτερα όπου y_i είναι η θέση του i θηλυκού εφημεροπτέρου στο χώρο και $f(y_i)$ είναι η τιμή της αντικειμενικής του συνάρτησης. Τα θηλυκά εφημερόπτερα έλκονται από μόνο ένα αρσενικό.

Αρχικά όλα τα εφημερόπτερα τοποθετούνται σε τυχαία θέση x_i και y_i στο χώρο. Οι ταχύτητες και οι θέσεις των αρσενικών εφημεροπτέρων, όταν έχουμε συνεχείς μεταβλητές, υπολογίζονται βάσει των ακόλουθων εξισώσεων:

$$u_{ij}^{t+1} = \begin{cases} u_{ij}^t + c_1 e^{-\gamma r_1^2} (pbest_{ij} - x_{ij}^t) + c_2 e^{-\gamma r_2^2} (gbest_j - x_{ij}^t), & f(x_i) < f(gbest) \\ u_{ij}^t + \alpha(rand(1) - 1/2), & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (4.30)$$

$$x_{ij}^{t+1} = x_{ij}^t + u_{ij}^{t+1} \quad (4.31)$$

Όπου: t είναι ο μετρητής επαναλήψεων,
 c_1, c_2 οι παράγοντες επιτάχυνσης,
 γ ο συντελεστής ελκυστικότητας,
 α ο συντελεστής χορού που κάνουν τα βέλτιστα αρσενικά σωματίδια
 r_1, r_2 οι αποστάσεις του σωματιδίου από τα $pbest$ και $gbest$ αντίστοιχα.

Οι ταχύτητες και οι θέσεις των θηλυκών εφημεροπτέρων, υπολογίζονται βάσει των ακόλουθων εξισώσεων:

$$u_{kj}^{t+1} = \begin{cases} u_{kj}^t + c_3 e^{-\gamma r_3^2} (x_{ij}^t - y_{kj}^t), & f(y_k) < f(x_i) \\ u_{kj}^t + \alpha(rand(1) - 1/2), & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (4.32)$$

$$y_{kj}^{t+1} = y_{kj}^t + u_{kj}^{t+1} \quad (4.33)$$

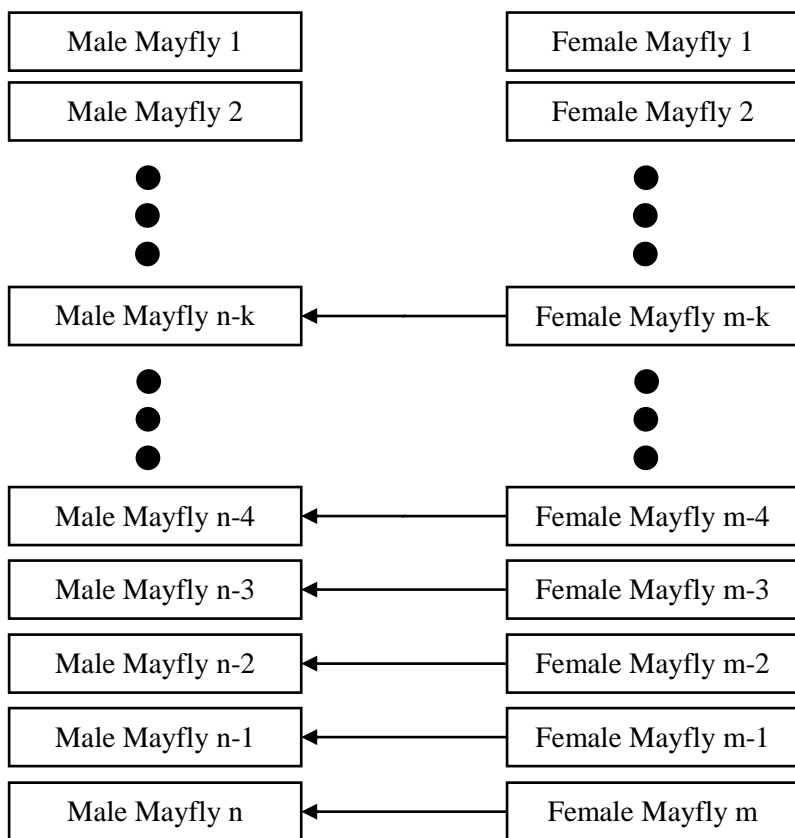
Όπου: t είναι ο μετρητής επαναλήψεων,
 c_3 ο παράγοντας επιτάχυνσης,
 γ ο συντελεστής ελκυστικότητας,
 α ο συντελεστής τυχαιότητας
 r_3 η απόσταση του θηλυκού σωματιδίου από το αντίστοιχο αρσενικό.

Η απόσταση μεταξύ δύο εφημεροπτέρων i και j στα x_i και x_j μπορεί να υπολογιστεί από την Καρτεσιανή απόσταση όπως φαίνεται παρακάτω:

$$r_{ij} = \|x_i - x_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^d (x_{i,k} - x_{j,k})^2} \quad (4.34)$$

Όπου: $x_{i,k}$, είναι το k στοιχείο του i Mayfly, και
 d η διάσταση του προβλήματος.

Συνοψίζοντας, το κάθε θηλυκό σωματίδιο έλκεται από το αντίστοιχο αρσενικό. Δηλαδή το καλύτερο θηλυκό από το καλύτερο αρσενικό, το δεύτερο καλύτερο από το δεύτερο καλύτερο κλπ. Ο αριθμός των θηλυκών εξαρτάται από τον προγραμματιστή. Συνήθως ένα 20% με 50% του αρσενικού πληθυσμού αρκεί.



Διάγραμμα 4.7. Ζευγάρωμα Αρσενικών και Θηλυκών Εφημεροπτέρων

Το α ελέγχει ουσιαστικά την τυχαιότητα ή, σε κάποιο βαθμό, την ποικιλία των λύσεων που έχουμε. Μπορούμε να ρυθμίζουμε την παράμετρο κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων ώστε να μπορεί να ποικίλει ανάλογα με τον μετρητή επαναλήψεων t , δηλαδή να αυξάνει την τυχαιότητα ή να τη μειώνει καθώς προχωράνε οι επαναλήψεις.

Η δημιουργία των απογόνων (offspring) πραγματοποιείται είτε με τη διαδικασία της διασταύρωσης (crossover), είτε με τη διαδικασία της μετάλλαξης (mutation) είτε και με τις δύο. Διασταύρωση είναι η δημιουργία δύο ή περισσότερων απογόνων χρησιμοποιώντας γενετικό υλικό από δύο ή περισσότερους γονείς. Η μετάλλαξη είναι η διαδικασία όπου ένα υποσύνολο από μεταβλητές (γονίδια) επιλέγονται τυχαία και οι τιμές τους αλλάζουν. Ο κύριος στόχος της μετάλλαξης είναι η εισαγωγή νέου γενετικού υλικού στον πληθυσμό με στόχο τον απεγκλωβισμό από τοπικά βέλτιστα.

Οι ταχύτητες των απογόνων είναι για αρχή μηδέν για ευνόητους λόγους. Επίσης, οι απόγονοι χωρίζονται σε αρσενικά ή θηλυκά. Ο διαχωρισμός των απογόνων σε αρσενικά – θηλυκά γίνεται με βάση την πιθανότητα που επιλέγει ο προγραμματιστής. Συνήθως μια πιθανότητα κοντά στο 0,5 φαίνεται αρκετά αποτελεσματική.

4.3.3.2. Ψευδοκώδικας Αλγορίθμου Mayfly

Παρακάτω παρουσιάζεται ένας βασικός αλγόριθμος με μορφή ψευδοκώδικα της μεθόδου Βελτιστοποίησης Mayfly.

Πίνακας 4.5

Ψευδοκώδικας MA

Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Mayfly

Αρχικοποίηση

Επιλογή του αριθμού των σημνών και αριθμού σωματιδίων κάθε σμήνους

Αρχικοποίηση της θέσης και της ταχύτητας κάθε σωματιδίου

Υπολογισμός του αρχικού κόστους του κάθε σωματιδίου

Εύρεση Βέλτιστου σωματιδίου ολόκληρου του σμήνους αρσενικών

Εύρεση Βέλτιστης λύσης κάθε αρσενικού σωματιδίου

Do While δεν έχει φθάσει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων

 Υπολογισμός της ταχύτητας του κάθε σωματιδίου

 Υπολογισμός της νέας θέσης του κάθε σωματιδίου

 Υπολογισμός της νέας συνάρτησης ποιότητας του κάθε σωματιδίου

 Ενημέρωση της βέλτιστης λύσης του κάθε αρσενικού σωματιδίου

 Ταξινόμηση αρσενικών και θηλυκών

 Εφαρμογή τελεστή διασταύρωσης για την δημιουργία απογόνων

 Εφαρμογή τελεστή μετάλλαξης

 Υπολογισμός συνάρτησης ποιότητας απογόνων

 Διαχωρισμός απογόνων σε αρσενικά και θηλυκά

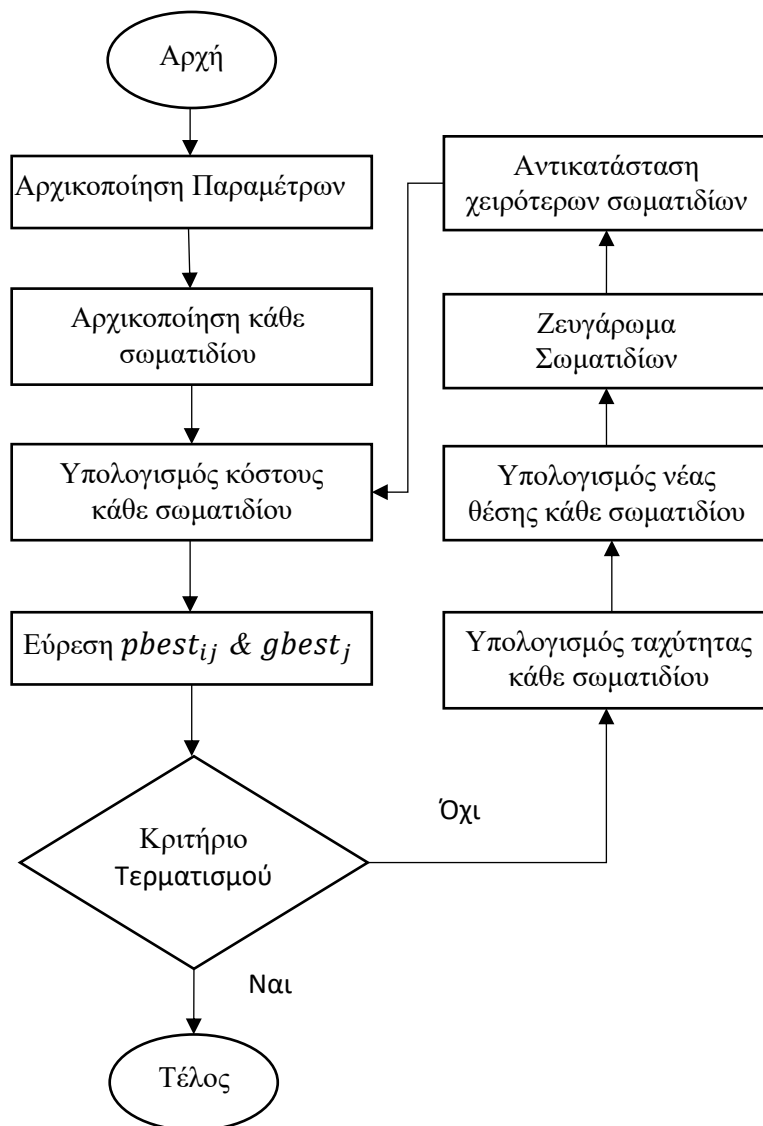
 Αντικατάσταση χειρότερων σωματιδίων με νέων

 Εύρεση του βέλτιστου σωματιδίου ολόκληρου του σμήνους αρσενικών

end while

Επιστροφή βέλτιστου σωματιδίου.

4.3.3.3. Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου Mayfly



Διάγραμμα 4.8. Mayfly Flowchart

Κεφάλαιο 5. Προτεινόμενο Μοντέλο

Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφεται ο τρόπος με τον οποίο οι αλγόριθμοί μας επιλύουν το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων. Η μέθοδος προσαρμόζεται στις ιδιαιτερότητες, τα δεδομένα και τους περιορισμούς του προβλήματος ώστε να βρει λύσεις υψηλής ποιότητας σε αποδεκτό χρόνο.

Στη συνέχεια δοκιμάζουμε κατά πόσο το μοντέλο που έχουμε αναπτύξει, επηρεάζεται από τα σφάλματα στις μετρήσεις των καταναλωτικών προτιμήσεων, καθώς και κατά πόσο το μοντέλο μπορεί να γενικευτεί, αλλάζοντας το μέγεθος του προβλήματος.

5.1. Περιγραφή Μοντέλου

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, στόχος μας είναι να βελτιστοποιήσουμε τα κέρδη από μια γραμμή πέντε και δέκα σακιδίων που θα εισαχθεί στην αγορά, έναντι τριών ήδη γνωστών ανταγωνιστικών σακιδίων.

Έπειτα από έρευνα αγοράς γνωρίζουμε τις προτιμήσεις των καταναλωτών πάνω στα δέκα χαρακτηριστικά που διέπουν το κάθε σακίδιο, καθώς και το κόστος του κάθε χαρακτηριστικού. Το πρώτο χαρακτηριστικό είναι η τιμή που μπορεί να πάρει 7 επίπεδα ενώ τα υπόλοιπα 9 παίρνουν τις τιμές ναι / όχι (υπάρχει / δεν υπάρχει). Τα πιθανά προϊόντα που μπορούν να σχηματιστούν από τους συνδυασμούς των χαρακτηριστικών, είναι 3.584. Για κάθε ένα από αυτά, το κέρδος για την πώληση ενός σακιδίου ισούται με την τιμή πώλησης του, μείον το κόστος των χαρακτηριστικών που διαθέτει και το σταθερό κόστος κατασκευής που ισούται με 35\$. Επίσης, για κάθε ένα από αυτά μπορούμε να υπολογίσουμε τη συνολική χρησιμότητα, για κάθε έναν από τους 324 καταναλωτές που συμμετέχουν. Εντοπίζουμε δηλαδή το προτιμώμενο προϊόν από τη δική μας γραμμή όσο και από την ανταγωνιστική. Έπειτα συγκρίνουμε τις δύο αντίστοιχες χρησιμότητες και καταλήγουμε στην τελική επιλογή του καταναλωτή (μοντέλο πρώτης επιλογής / maximum utility). Τέλος, αθροίζουμε το κέρδος από τις πωλήσεις του κάθε σακιδίου και υπολογίζουμε το κέρδος της γραμμής προϊόντων. Το κέρδος αποτελεί ουσιαστικά και την αξιολόγηση της λύσης.

Η υλοποίηση στην οποία στηριχθήκαμε, χρησιμοποιεί έξυπνες μεθόδους, ώστε να προ υπολογίζει και αποθηκεύει σε πίνακες ορισμένα μεγέθη με στόχο την αποφυγή πολύπλοκων επαναλαμβανόμενων υπολογισμών κατά τη διάρκεια της επίλυσης. Αναλυτικότερα:

1. Η μέθοδος `load_data` «γεμίζει» τους παρακάτω 3 πίνακες,
2. Τον πίνακα `profits` με το οριακό κόστος από την προσθήκη του κάθε χαρακτηριστικού όπως έχουμε ήδη περιγράψει. Μόνο η τιμή έχει θετική τιμή `profit` αφού μόνο αυτή προσδίδει έσοδα.
3. Τον πίνακα `worths` που αντιπροσωπεύει τη μερική αξία για κάθε ένα χαρακτηριστικό του προϊόντος για κάθε έναν από τους καταναλωτές.
4. Τον πίνακα `bags` όπου σχηματίζονται όλα τα 3.584 διαφορετικά προϊόντα, κάθε ένα σαν ένα διάνυσμα 10 χαρακτηριστικών. Έτσι, από εδώ και πέρα κάθε προϊόν θα αναπαρίσταται από τη θέση του στον πίνακα `bags`.
5. Στον πίνακα `bag_profits` υπολογίζεται και αποθηκεύεται το οριακό κέρδος κάθε τσάντας.

6. Στον πίνακα `coop_bags` είναι αποθηκευμένα τα ανταγωνιστικά προϊόντα (ως δείκτες του πίνακα `bags`).
7. Υπολογίζεται ο πίνακας `bag_worths` όπου αποθηκεύουμε την χρησιμότητα για κάθε προϊόν για κάθε έναν από τους καταναλωτές (324x3.584).
8. Υπολογίζεται ο πίνακας `base_util` όπου διατηρεί τη χρησιμότητα του προτιμότερου προϊόντος από την ανταγωνιστική γραμμή για τον κάθε καταναλωτή. Υπολογίζεται μία φορά αφού η ανταγωνιστική γραμμή είναι σταθερή.
9. Υπολογίζεται ο πίνακας `util` όπου διατηρεί τη χρησιμότητα του προτιμότερου προϊόντος από τη δική μας γραμμή για κάθε καταναλωτή.
10. Για κάθε καταναλωτή ελέγχουμε αν `util > base_util` και τις καταγράφουμε στον πίνακα `getone`.
11. Υπολογίζουμε το κέρδος της γραμμής προϊόντων μας.

Και οι πέντε αλγόριθμοι που εφαρμόστηκαν δημιουργούν ένα σμήνος από σωματίδια, στους οποίους έγινε κατάλληλη παραμετροποίηση ύστερα από δοκιμές. Πιο συγκεκριμένα, κάθε λύση (σωματίδιο) είναι της μορφής:

Πίνακας 5.1

Παράδειγμα Λύσης (Σωματιδίου)

Σωματίδιο	Price (\$)	Large Size	Red Color	School Logo	Handle	PDA Holder	Cell Holder	Mesh Pocket	Velcro Flap	Reinforcing Boot
Σακίδιο 1	6	1	0	1	1	0	0	1	1	1
Σακίδιο 2	5	0	0	0	1	0	0	0	1	1
Σακίδιο 3	6	0	0	1	1	1	1	1	0	0
Σακίδιο 4	2	0	0	0	0	1	1	1	1	1
Σακίδιο 5	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Όπου ο κάθε αλγόριθμος δουλεύει ως εξής:

Ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων συνδυάζει τεχνικές Διακριτού και Συνεχούς PSO με σκοπό την επίλυση του προβλήματος. Πιο συγκεκριμένα, για όλο τον πίνακα, οι ταχύτητες των σωματιδίων ενημερώνονται από τη σχέση (4.11). Κατόπιν για την πρώτη στήλη του πίνακα, η οποία αφορά την τιμή της τσάντας, γίνεται στρογγυλοποίηση της τιμής της θέσης του σωματιδίου. Όσες τιμές ξεπερνάνε την τιμή 6, γίνονται 6, ενώ όσες γίνονται μικρότερες του 0, γίνονται 0. Αμέσως μετά ο υπόλοιπος πίνακας ενημερώνεται μέσω της σιγμοειδής συνάρτησης (4.16), με σκοπό να δοθούν στις θέσεις οι τιμές 0 ή 1.

Προχωράμε σε πειραματικές δοκιμές, ώστε να εστιάσουμε στους συνδυασμούς που οι παραπάνω μηχανισμοί βρίσκουν βέλτιστες λύσεις σε βέλτιστους χρόνους. Καταγράφουμε τα αποτελέσματα τα οποία παρουσιάζονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 5.2

Δοκιμές Αρχικοποίησης PSO.

Πληθυσμός	PSO						Καλύτερη	% Καλύτερης Λύσης
	$C1_{min}$	$C1_{max}$	$C2_{min}$	$C2_{max}$	w_{min}	w_{max}	Λύση	με Βέλτιστη
500	2	2	2	2	1	1	11967.5	97.89 %
500	1	2	1	2	0.98	1	11798	96,5 %
500	1	1	1	1	0.98	1	11957	97.8 %
500	0.98	1.1	0.98	1.1	0.98	1	12226	100 %
500	0.98	1.1	0.98	1.1	0.729	1	12055.5	98.6 %

Ο Αλγόριθμος Πυγολαμπίδας, όπως και ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων συνδυάζει τεχνικές Διακριτού και Συνεχούς FA με σκοπό την επίλυση του προβλήματος. Ομοίως, για όλο τον πίνακα, οι ταχύτητες των σωματιδίων ενημερώνονται από τη σχέση (4.24). Κατόπιν για την πρώτη στήλη του πίνακα, η οποία αφορά την τιμή της τσάντας, γίνεται στρογγυλοποίηση της τιμής της θέσης του σωματιδίου. Όσες τιμές ξεπερνάνε την τιμή 6, γίνονται 6, ενώ όσες γίνονται μικρότερες του 0, γίνονται 0. Αμέσως μετά ο υπόλοιπος πίνακας ενημερώνεται μέσω της συνάρτησης (4.16) ή της (4.29), με σκοπό να δοθούν στις θέσεις οι τιμές 0 ή 1.

Προχωράμε σε πειραματικές δοκιμές, ώστε να εστιάσουμε στους συνδυασμούς που οι παραπάνω μηχανισμοί βρίσκουν βέλτιστες λύσεις σε βέλτιστους χρόνους. Καταγράφουμε τα αποτελέσματα τα οποία παρουσιάζονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 5.3

Δοκιμές Αρχικοποίησης FA.

Πληθυσμός	FA					Καλύτερη	% Καλύτερης Λύσης
	γ	β	α	δ	Συνάρτηση Μετατροπής	Λύση	με Βέλτιστη
50	1	2	2	1	(4.16)	11002	89.99 %
50	1	2	2	1	(4.29)	11771	96,27 %
50	2	2	1	1	(4.16)	10847	88,72 %
50	2	2	1	1	(4.29)	11278	92.25 %
50	0.015	2	1	0.98	(4.16)	11460	93.73 %
50	0.015	2	1	0.98	(4.29)	12055.5	98.6 %
50	0.015	2	1	1	(4.16)	11899	97.33 %
50	0.015	2	1	1	(4.29)	12223.5	99.97 %

Παρατηρούμε πως στον FA η συνάρτηση V-Shaped (4.29) δίνει καλύτερα αποτελέσματα από αυτά της S-Shaped (4.16).

Ο Υβριδικός Αλγόριθμος HGPSO, έχει την αποτελεσματικότερη αρχικοποίηση του PSO και συμπεριλαμβάνει και το στοιχείο του συντελεστή μετάλλαξης που ορίστηκε 0,05. Ομοίως ο υβριδικός αλγόριθμος HFAG έχει την καλύτερη αρχικοποίηση του FA και συμπεριλαμβάνει ακόμα το στοιχείο του συντελεστή μετάλλαξης που ορίστηκε 0,05. Τέλος, ο Υβριδικός Αλγόριθμος Mayfly (MA) έχει την καλύτερη αρχικοποίηση του PSO και του FA, καθώς συνδυάζει στοιχεία και των δύο, και συμπεριλαμβάνει και αυτός το στοιχείο του συντελεστή μετάλλαξης που ορίστηκε ξανά 0,05. Η συνάρτηση μετατροπής συνεχών τιμών σε 0 ή 1 είναι η (4.16).

Στη συνέχεια εκτελούμε όλες τις μεθόδους 100 φορές και μετράμε την ποιότητα των λύσεων, όπως φαίνεται στους παρακάτω πίνακες:

Πίνακας 5.4

Αποτελέσματα & Σύγκριση των μεθόδων για 5 σακίδια.

Αλγόριθμος	Καλύτερη Λύση	% Καλύτερης Λύσης με τη Βέλτιστη	Μέσα Κέρδη	% MO με το βέλτιστο	Αξιολογήσεις αντικειμενικής συνάρτησης
HFAG	12226	100 %	12224.25	99.98 %	100.000
MA	12226	100 %	12214.6	99.9 %	100.000
HGPSO	12226	100 %	12214.22	99.9 %	100.000
GA	12226	100 %	12086.24	98.85 %	100.000
PSO	12226	100 %	12059.28	98.63 %	100.000
FA	12223.5	99.97%	12108.09	99.03%	100.000
SA	11958	97.8 %	11737.39	96 %	100.000

Πίνακας 5.5

Αποτελέσματα & Σύγκριση των μεθόδων για 10 σακίδια.

Αλγόριθμος	Καλύτερη Λύση	% Καλύτερης Λύσης με το 13753	Μέσα Κέρδη	% MO με το 13753	Αξιολογήσεις αντικειμενικής συνάρτησης
MA	13753	100 %	13721.8	99.77 %	100.000
HGPSO	13753	100 %	13698.5	99.6 %	100.000
GA	13733	99.85 %	13513.3	98.25 %	100.000
HFAG	13566	98.64 %	13484	98.04 %	100.000
PSO	13311	96.78 %	13214.3	96.08 %	100.000
FA	13105	95.28 %	12683.9	92.22 %	100.000
SA	12809.5	93.13 %	12381.9	90.03 %	100.000

Όπως είναι φανερό, και στις 5 και στις 10 τσάντες, το καλύτερο αποτέλεσμα βρίσκεται από τους υβριδικούς αλγορίθμους.

5.2. Δοκιμασία Ευρωστίας – Robustness Testing

Ανεξαρτήτως της μεθόδου επίλυσης του συγκεκριμένου προβλήματος, η φερεγγυότητα των αποτελεσμάτων εξαρτάται και από διαφορετικούς παράγοντες. Ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες είναι το κατά πόσο οι εκτιμήσεις των προτιμήσεων των καταναλωτών και των μερικών αξιών που αποδίδουν στο κάθε χαρακτηριστικό, σύμφωνα με την *conjoint analysis*, είναι ακριβής ή εσφαλμένη.

Φυσικά, υπάρχουν τεχνικές, για να μετρήσουμε κατά πόσο αποκλίνουμε από τις πραγματικές προτιμήσεις των καταναλωτών και να βελτιώσουμε το δείγμα μας. Για αυτό στόχος μας είναι να μετρηθεί κατά πόσο επηρεάζονται οι μέθοδοι επίλυσης που παρουσιάστηκαν, από την αναπόφευκτη ύπαρξη σφαλμάτων κατά τον προσδιορισμό των μερικών αξιών (*part – worths*).

Για αυτό το λόγο δημιουργούμε ένα δείγμα σύγχυσης (*perturbed dataset*), διαταράσσοντας τις καταναλωτικές προτιμήσεις που χρησιμοποιήθηκε πριν. Το προγενέστερο δείγμα θεωρείται ότι είναι οι πραγματικές καταναλωτικές προτιμήσεις, ενώ το διαταραγμένο θεωρείται ότι είναι η εκτίμηση που κάναμε με ένα σφάλμα εκτίμησης ίσο με ε . Επομένως έχουμε:

$$u'_{i,j} = u_{i,j} + \varepsilon_{i,j} \quad (5.1)$$

Όπου: $u_{i,j}$ είναι η πραγματική προτίμηση του καταναλωτή i για το χαρακτηριστικό j ,
 $\varepsilon_{i,j}$ το σφάλμα μέτρησης, που ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέσο το 0 και
 $u'_{i,j}$ η διαταραγμένη προτίμηση του καταναλωτή i για το χαρακτηριστικό j .

Η τυπική απόκλιση των διαταραχών έγινε με τη χρήση του τυπικού σφάλματος για το αντίστοιχο $u_{i,j}$ κατά την εκτίμηση με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων. Επίσης τα τυπικά σφάλματα είχαν μέσο όρο το 55% της απόλυτης τιμής της μερικής αξίας.

Εκτελούμε το πείραμα 100 φορές, με 100 διαφορετικά δείγματα σύγχυσης. Θεωρούμε ως αυθεντικές καταναλωτικές προτιμήσεις αυτές που χρησιμοποιήθηκαν στην προηγούμενη ενότητα και καταγράφουμε για κάθε μια από τις 100 εκτελέσεις την απόκλιση από τη βέλτιστη λύση. Συγκεκριμένα, καταγράφουμε πόσα από τα χαρακτηριστικά της λύσης είναι ίδια με τη βέλτιστη λύση και πόσα από τα 5 προϊόντα της λύσης συμπίπτουν με κάποιο από τα 5 της βέλτιστης λύσης.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα συνολικά αποτελέσματα για τις μεθόδους καθώς και τα μέσα έσοδα.

Πίνακας 5.6

Δοκιμασία Ευρωστίας – Robustness Testing

Αλγόριθμος	Μέσα Κέρδη	% MO με το βέλτιστο	Κοινά Χαρακτηριστικά	Κοινά Προϊόντα	Αξιολογήσεις αντικειμενικής συνάρτησης
HFAG	11853.55	96.95 %	86.2 %	85.7 %	100.000
HGPSO	11788.03	96.42 %	85.6 %	85.6 %	100.000
MA	11698.35	95.68 %	84.9 %	85 %	100.000
GA	11635.94	95.17 %	84.2 %	83.1%	100.000
PSO	11434.93	93.53 %	80.5 %	80.4 %	100.000
SA	11425.84	93.46%	80.3%	80.1 %	100.000
FA	11407.74	93.32 %	79.9 %	79.8 %	100.000

Παρατηρούμε ότι όλες οι διαφορετικές επιλύσεις επιτυγχάνουν της διαδικασίας, αφού παρουσιάζουν τον επιθυμητό βαθμό σταθερότητας και ευρωστίας. Η πλειοψηφία των μεθόδων δηλαδή, δεν επηρεάζεται από το σφάλμα των καταναλωτικών προτιμήσεων σε βαθμό που να αποτυγχάνει πλήρως η επίλυση και να έχουμε καθοριστικές απώλειες στα έσοδα. Για ακόμη μία φορά οι υβριδικοί είναι αυτοί που δίνουν τα καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με τους απλούς αλγόριθμους.

5.3. Τεχνητά Δεδομένα (Simulated Data)

Σε αυτή την ενότητα, αξιολογείται η γενίκευση των μοντέλων που αναπτύξαμε για την επίλυση του προβλήματος. Πιο συγκεκριμένα, δοκιμάζουμε την επίλυση και μετράμε τις επιδόσεις αλλάζοντας το μέγεθος του προβλήματος, δηλαδή τον πιθανό αριθμό προϊόντων της γραμμής, τον πιθανό αριθμό χαρακτηριστικών που μπορούν να πάρουν αυτά, καθώς και τα πιθανά επίπεδα του κάθε χαρακτηριστικού. Από αυτά προκύπτουν όλα τα πιθανά προϊόντα και κατ' επέκταση όλες οι πιθανές γραμμές προϊόντων, ο αριθμός των οποίων χαρακτηρίζει τη δυσκολία, το μέγεθος ή την πολυπλοκότητα του προβλήματος. Επίσης, μελετάτε η επίλυση ως προς διαφορετικό αριθμό πελατών.

Πιο συγκεκριμένα δημιουργούνται 12 μεγέθη προβλήματος τα οποία έχουν:

- Μέγεθος Γραμμής: 3 ή 4 προϊόντα
- Χαρακτηριστικά Προϊόντων: 3, 5 ή 7
- Επίπεδα Χαρακτηριστικών: 2, 3, 5 ή 8
- Αριθμός Καταναλωτών: 50 ή 100

Σε κάθε ένα από αυτά, εφαρμόζονται 10 διαφορετικά σεντ δεδομένων.

Πίνακας 5.7

Μεγέθη Προβλήματος

Πελάτες	Χαρακτηριστικά	Επίπεδα	Προϊόντα	Πιθανές Γραμμές Προϊόντων
50	3	5	4	$9.7 \cdot 10^6$
100	3	5	4	$9.7 \cdot 10^6$
50	5	3	4	$1.4 \cdot 10^8$
100	5	3	4	$1.4 \cdot 10^8$
50	7	2	4	$1.1 \cdot 10^7$
100	7	2	4	$1.1 \cdot 10^7$
50	3	8	3	$2.2 \cdot 10^7$
100	3	8	3	$2.2 \cdot 10^7$
50	5	5	3	$5.1 \cdot 10^9$
100	5	5	3	$5.1 \cdot 10^9$
50	7	3	3	$1.7 \cdot 10^9$
100	7	3	3	$1.7 \cdot 10^9$

Εκτελούμε ξανά όλες τις μεθόδους, καταγράφουμε το χρόνο εκτέλεσης και συγκρίνουμε με το ολικό βέλτιστο (τα αποτελέσματα του SA). Τα συνοπτικά αποτελέσματα εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 5.8

Γενίκευση Προβλήματος με Τεχνητά Δεδομένα & Σύγκριση Μεθόδων

Αλγόριθμος	Μέση Επίδοση	Μέσος Χρόνος (sec)
HFAG	100 %	18.82
HGPSO	100 %	16.3
MA	100 %	26.22
SA	100 %	17.87
GA	99.9 %	1.3
PSO	98.7 %	7.56
FA	98 %	7.16

Παρατηρούμε πως οι υβριδικοί καταφέρνουν να φτάσουν την 100% ακρίβεια του SA έχοντας το χρόνο ως μοναδικό τους μειονέκτημα, κάτι το οποίο περιμέναμε λόγω της πολυπλοκότητας των υβριδικών αλγορίθμων.

Κεφάλαιο 6. Επίλογος

Η συνεχής αναζήτηση βέλτιστων λύσεων ήταν, είναι και θα είναι κύριος στόχος των ανθρώπων. Η αναζήτηση αυτή είναι καθολική και ασταμάτητη, καθώς οι πόροι που διαθέτει ο άνθρωπος δεν είναι ανεξάντλητοι. Οι επιχειρήσεις που ικανοποιούν τις ανθρώπινες ανάγκες με σκοπό το κέρδος έχουν ακόμη περισσότερη ανάγκη τη βελτιστοποίηση. Έτσι, η έρευνα δε σταματά ποτέ.

6.1. Συμπεράσματα και Μελλοντικές Βλέψεις

Η παρούσα εργασία κατάφερε να παρέχει άριστες και ολοκληρωμένες λύσεις σε ένα συγκεκριμένο πρόβλημα στο χώρο του Μάρκετινγκ. Ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων, ο αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Πυγολαμπίδας καθώς και οι υβριδικοί τους καταφέρνουν να προσαρμοστούν επαρκώς στο πρόβλημα του Βέλτιστου Σχεδιασμού Γραμμής Προϊόντων. Παρέχουν ένα μοντέλο αρκετά ευσταθές, με δυνατότητα να γενικευτούν σε πιο μεγάλης κλίμακας προβλήματα. Κάποιες από τις μεθόδους καταφέρνουν σε ορισμένα σημεία να ξεπεράσουν τις έως τώρα επιδόσεις, μεθόδων που έχουν εφαρμοστεί.

Γενικά, αξιοσημείωτα θεωρούνται τα εξής συμπεράσματα:

- Όλοι οι αλγόριθμοι που υλοποιήσαμε εντοπίζουν ένα «καλό» βέλτιστο σε πολύ λιγότερες αξιολογήσεις της αντικειμενικής συνάρτησης από τον SA, ο οποίος χρειάζεται πολύ περισσότερες για τον εντοπισμού του ολικού βέλτιστου.
- Ο PSO δίνει καλύτερα αποτελέσματα όταν οι τιμές των $C1$, $C2$ και w μεταβάλλονται.
- Στον FA η συνάρτηση V-Shaped (4.29) δίνει πολύ καλύτερα αποτελέσματα από αυτά της S-Shaped (4.16) σε αντίθεση με τον PSO.
- Ο FA ενώ δεν κατάφερε να εντοπίσει το ολικό βέλτιστο, έχει πιο υψηλά μέσα κέρδη από τον PSO και τον GA.
- Ο HGPSO παρατηρήθηκε ότι συγκλίνει σε λιγότερες επαναλήψεις από όλους τους υπόλοιπους.
- Οι MA και HFAG μπορούν να φύγουν ευκολότερα από ένα τοπικό βέλτιστο από τους υπόλοιπους καθώς συνδυάζουν τις τεχνικές του συντελεστή μετάλλαξης και ενός τυχαίου βήματος α .

Μελλοντικές τροποποιήσεις των αλγορίθμων μπορούν πιθανότατα να δώσουν ακόμα καλύτερες λύσεις στο πρόβλημα. Μία από αυτές είναι η μέθοδος *gworst* του PSO, όπου ένας αριθμός των σωματιδίων κυνηγάει το χειρότερο με στόχο τον απεγκλωβισμό ή η μέθοδος FA χρησιμοποιώντας τη Lévy flight κίνηση, η οποία όπως έχει ξανά αναφερθεί είναι ανώτερη από τη βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων και των γενετικών αλγορίθμων όσον αφορά την απόδοση και το ποσοστό επιτυχίας.

Ακόμη, μία πιθανότατα καλή λύση μπορεί να δοθεί μέσα από τροποποιήσεις του αλγορίθμου Mayfly που υλοποιήθηκε και εφαρμόστηκε για πρώτη φορά στα πλαίσια αυτής της εργασίας. Τέτοιες τροποποιήσεις μπορούν να αφορούν τον τρόπο ζευγαρώματος αρσενικών και θηλυκών με την προσθήκη πιθανότητας στο ζευγάρισμα ή τη δυνατότητα ένα αρσενικό να μπορεί να ζευγαρώσει με παραπάνω από ένα θηλυκό. Ακόμη μία τροποποίηση στην κίνηση των θηλυκών

θα μπορούσε να μας δώσει καλύτερα αποτελέσματα, αφού μέσα από πιο μικρότερα βήματα μπορούν να εξερευνηθούν ανεξερεύνητες περιοχές.

Τέλος, μελλοντική έρευνα αποτελεί η εφαρμογή του αλγορίθμου Mayfly σε βασικά προβλήματα βελτιστοποίησης όπως αυτά της Rosenbrock ή της Sphere με σκοπό τη γενίκευση του αλγορίθμου σε διάφορα προβλήματα βελτιστοποίησης.

6.2. Άλλες Προτεινόμενες Μεθοδολογίες για Μελλοντικές Έρευνες

Σε αυτή την ενότητα προτείνουμε και περιγράφουμε ορισμένες μεθοδολογίες, που με τις κατάλληλες τροποποιήσεις και την προσαρμογή στις ιδιαιτερότητες του προβλήματος ευελπιστούμε να είναι αποτελεσματικές και αποδοτικές στην επίλυση του προβλήματος βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων.

6.2.1. Αλγόριθμος Cuckoo Search

Ο αλγόριθμος Cuckoo search βασίζεται στην αναπαραγωγή των κούκων. Οι εμπνευστές του αλγορίθμου, Xin - She Yang και Suash Deb (2009), παρατήρησαν την διαδικασία αναπαραγωγής των κούκων και εμπνευστήκαν τον συγκεκριμένο αλγόριθμο.

Οι κούκοι αναπαράγονται γεννώντας τα αυγά τους σε φωλιές άλλων πουλιών. Ο αλγόριθμός Cuckoo search στηρίζεται στους τρεις ακόλουθους κανόνες.

- Κάθε κούκος διαλέγει τυχαία μια φωλιά και αφήνει ένα αυγό μέσα της.
- Οι καλύτερες φωλιές με τα υψηλής ποιότητας αυγά θα κρατηθούν για την επόμενη γενιά.
- Για ένα προκαθορισμένο αριθμό φωλιών, το αυγό του κούκου θα ανακαλυφθεί με πιθανότητα p_a με το p_a να ανήκει στο διάστημα $[0,1]$.

Για τον τελευταίο κανόνα έχει επικρατήσει να αντικαθίσταται ένα ποσοστό p_a των χειρότερων φωλιών (λύσεων) με νέες τυχαίες λύσεις. Η ποιότητα κάθε φωλιάς υπολογίζεται με βάση το ποσό καλή είναι η λύση σε σχέση με το πρόβλημα που έχουμε να λύσουμε. Από εκτελεστική άποψη του αλγορίθμου θεωρούμε ότι κάθε φωλιά έχει ένα αυγό το οποίο είναι και η λύση και ότι κάθε κούκος μπορεί να γεννήσει μόνο ένα αυγό.

Όταν δημιουργούμε νέες λύσεις x_i^{t+1} για το κούκο i εφαρμόζεται μια Levy Flight

$$x_i^{t+1} = x_i^t + a * Levy(\lambda) \quad (6.1)$$

Όπου: $a > 0$ είναι το μέγεθος του βήματος το οποίο συσχετίζεται με την κλίμακα του προβλήματος το οποίο λύνουμε.

6.2.2. Αλγόριθμος Νυχτερίδας

Ο Αλγόριθμος Νυχτερίδας (Bat Algorithm) είναι ένας από τους πιο πρόσφατους μεθυστικούς αλγορίθμους. Αναπτύχθηκε από τον Xin - She Yang (2010) και είναι εμπνευσμένος από το σύστημα ηχοεντοπισμού που χρησιμοποιούν οι νυχτερίδες κατά την αναζήτηση της τροφής τους.

Οι ταχύτητες και οι θέσεις των σωματιδίων βρίσκονται από τις θέσεις:

$$f_i = f_{min} + (f_{max} - f_{min})\beta \quad (6.2)$$

$$v_i^t = v_i^{t-1} + (x_i^t - x_*)f_i \quad (6.3)$$

$$x_i^t = x_i^{t-1} + v_i^t \quad (6.4)$$

Όπου: β είναι ένας τυχαίος αριθμός στο διάστημα $[0,1]$ και
 x_* το ολικό βέλτιστο

Για την τοπική αναζήτηση αφού επιλεγεί μια λύση μεταξύ των καλύτερων λύσεων της τρέχουσας χρονικής περιόδου, δημιουργείται μια νέα λύση νέα λύση για κάθε νυχτερίδα με τη χρήση τυχαίας διαδρομής.

$$x_{new} = x_{old} + \varepsilon A^t \quad (6.5)$$

Όπου: ε είναι ένας τυχαίος αριθμός στο διάστημα $[-1,1]$ και
 A^t η μέση τιμή των εντάσεων του ήχου για όλες τις νυχτερίδες στην επανάληψη t .

Έρευνες έχουν αποδείξει την εγκυρότητα και την αποτελεσματική εφαρμογή του αλγορίθμου σε πολυδιάστατα προβλήματα βελτιστοποίησης.

Βιβλιογραφία

- Agrawal, S., & Shimpi, R. (2013). Modified Particle Swarm Optimization. *WCSMO - 10: 10th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*. Orlando, Florida, USA.
- Alexouda, G., & Paparrizos, K. (2001). A genetic algorithm approach to the product line design problem using the seller's return criterion: An extensive comparative computational study. *European Journal of Operational Research*, 134(1), 165-178.
- Ashton, D., & Jackson, P. (1995). *Achieving ISO 9000 (BS 5750): An Introduction to Quality Registration*. London: Kogan Page Ltd.
- Balakrishnan, P., & Jacob, V. S. (1996). Genetic algorithms for product. *Journal*, 42(8), 1105 - 1117.
- Balakrishnan, P., Gupta, R., & Jacob, V. (2004). Development of hybrid genetic algorithms for product line designs. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 34(1), 468 - 483.
- Baltas, G., & Doyle, P. (2001). Random utility models in marketing research: a survey. *Journal of Business Research*, 51, 115-125.
- Belloni, A., Freund, R., Selove, M., & Simester, D. (2008, September). Optimizing Product Line Designs: Efficient Methods and Comparisons. *Management Science*, 54(9), 1544-1552.
- Beni, G., & Wang, J. (1989). Swarm Intelligence in Cellular Robotic Systems, Proceed. *NATO Advanced Workshop on Robots and Biological Systems*, 26–30.
- Clerc, M., & Kennedy, J. (2002). The Particle Swarm: Explosion, Stability and Convergence in a Multi-dimensional Complex Space. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6, 58-73.
- Coelho, L., Bernert, D. L., & Mariani, V. C. (2011). A chaotic firefly algorithm applied to reliability-redundancy optimization. *Evolutionary Computation (CEC)* (pp. 517-521). New Orleans, LA, USA: IEEE Congress on.
- Crawford, B., Soto, R., Suarez, M. O., Paredes, F., & Johnson, F. (2014). Binary Firefly algorithm for the set covering problem. *Romanian Journal of Information Science and Technology*, 17(3), 252–264.
- Dorigo, M., Maniezzo, V., & Coloni, A. (1991). *Ant System: An Autocatalytic Optimizing Process*. Milano, Italy: Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano.
- Drucker, P. F. (1985). *Innovation and Entrepreneurship: Practice and Principles*. New York: Harper & Row.
- Eberhart, R. C., Simpson, P. K., & Dobbins, R. W. (1996). *Computational Intelligence PC Tools*. San Diego, CA, USA: Academic Press Professional.
- Eberhart, R., & Kennedy, J. (1995). A new optimizer using particle swarm theory. *Micro Machine and Human Science*.
- Engel, J. F., & Blackwell, R. D. (1982). *Consumer Behavior*. Dryden Press.

- Engelbrecht, A. P. (2007). *Computational Intelligence: An Introduction* (2 ed.). South Africa: John Wiley & Sons.
- Farahani, S., Abshouri, A., Nasiri, B., & Meybodi, M. (2011). A Gaussian Firefly Algorithm. *International Journal of Machine Learning and Computing*, 1(5).
- Fister, I., Fister, I. J., Yang, X.-S., & Brest, J. (2013). A comprehensive review of firefly algorithms. In S. Das, & P. Suganthan (Eds.), *Swarm and Evolutionary Computation* (Vol. 13, pp. 34-46). Elsevier BV.
- Garvin, D. (1988). *Managing quality. The Strategic and Competitive Edge*. New York: The Free Press.
- Gillott, C. (2005). *Entomology*. Springer.
- Glover, F. (1986). Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers & Operations Research*, 13(5), 533-549.
- Glover, F., & Sörensen, K. (2013). Metaheuristics. In S.I. Gass and M. Fu. In S. I. Gass, & M. C. Fu, *Encyclopedia of Operations Research and Management Science* (pp. 960-970). New York: Springer.
- Green, P. E., & Krieger, A. (1987). A Consumer-Based Approach to Designing Product Line Extensions. *Journal of Product Innovation Management*, 21-32.
- Green, P. E., & Krieger, A. M. (1985). Models and Heuristics for Product Line Selection. *Marketing Sci*, pp. 1-19.
- Green, P., Krieger, A., & Zelnio, R. (1989). A componential segmentation model with optimal design features. *Decision Sciences*, 20(2), 221-238.
- Haklı, H., & Uğuz, H. (2014). A novel particle swarm optimization algorithm with Levy flight. In *Applied Soft Computing* (Vol. 23, pp. 333-345). Konya, Turkey: Department of Computer Engineering, Selcuk University.
- Hart, E., & Timmis, J. (2008). Application areas of AIS: The past, the present and the future. *Applied soft computing*, 8(1), 191-201.
- Holland, J. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial systems*. Ann Arbor. The University of Michigan Press: MI.
- Johnson, M. D., & Fornell, C. (1991). A Framework for Comparing Customer Satisfaction across Individuals and Product Categories. *Journal of Economic Psychology*, vol. 12, issue2, 267-286.
- Kao, Y.-T., & Zahara, E. (2008). A hybrid genetic algorithm and particle swarm optimization for multimodal functions. *Applied Soft Computing*, 849–857.
- Kennedy, J., & Eberhart, R. C. (1997). A discrete binary version of the particle swarm algorithm. *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics* (p. 4104–4108). Orlando, FL, USA: IEEE Press.
- Kohli, R., & Krishnamusti, R. (1987). A heuristic approach to product design. *Management Science*, 33(12), 1523-1533.

- Kohli, R., & Sukumar, R. (1990). Heuristics for product line design using conjoint analysis. *Management*, 36(12), 1464-1478.
- Kotler, P. (1997). *Marketing Management: Analysis, Planning, Implementation*. New Jersey, USA: Prentice- Hall.
- Kraus, A., & Litzenberger, R. H. (1973). A State-Preference Model of Optimal Financial Leverage. *The Journal of Finance*, 911-922.
- Lesourne, J. (1977). *Theory of the Individual for Economic Analysis* (Vol. 1). Netherlands: North-Holland.
- Løvbjerg, M., & Krink, T. (2002). Extending Particle Swarm Optimisers with Self- Organized Criticality. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, (pp. 1588-1593).
- Luce, D. R., & Tukey, J. W. (1964). Simultaneous Conjoint Measurement: A New Type of Fundamental Measurement. *Journal of Mathematical Psychology*, 1, 1-27.
- Maleki, I., Ebrahimi, L., & Gharehchopogh, F. S. (2014). *A Hybrid Approach of Firefly and Genetic Algorithms in Software Cost Estimation*.
- Manrai, A. K. (1995). Mathematical Models of Brand Choice Behavior. *European Journal of Operational Research*, 82, 1-17.
- McFadden, D. (1974). The Measurement of Urban Travel Demand. *Journal of Public Economics*, 3, 303-328.
- Moore, W. L., & Winer, R. (1987). A panel-data based method for merging joint space and market response function estimation. *Marketing Sci*, 25-42.
- Nair, S., Thakur, L., & Wen, K. (1995). Near optimal solutions for product line design and selection: Beam Search heuristics. *Management Science*, 41(5), 767-785.
- Oliver, R. L. (1997). *Satisfaction: A Behavioural Perspective on the Consumer*. New York: Irwin/McGraw-Hill.
- Pessemier, E., Burger, P., Teach, R., & Tigert, D. (1971). Using laboratory brand preference scales to predict consumer brand purchases. *Management Science*, 17(6), B-371-B-385.
- Rahmani, A., & MirHassani, S. (2014). A hybrid Firefly-Genetic Algorithm for the capacitated facility. *Information Sciences*, 70-78.
- Reeves, C., & Bednar, D. (1994). Defining Quality: Alternatives and Implications. *Academy of Management Review*, 19(3), 419-445.
- Sayadi, M. K., Ramezani, R., & Ghaffari-Nasab, N. (2010). A discrete firefly meta-heuristic with local search for makespan minimization in permutation flow shop scheduling problems. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 1(1), 1-10.
- Schutte, J. F., & Groenwold, A. A. (2005). A Study of Global Optimization Using Particle Swarms. *Journal of Global Optimization*, 31(1), 93-108.
- Shi, L., Olafsson, S., & Chen, Q. (2001). An optimization framework for product design. *Management Science*, 47(12), 1681-1692.

- Shi, Y., & Eberhart, R. (1998). A Modified Particle Swarm Optimizer. *Proceedings of 1998 IEEE World Congress on Computational Intelligence* (pp. 69-73). Anchorage, AK, USA: IEEE.
- Steiner, W., & Hruschka, H. (2003). Genetic Algorithms for product design: how well do they really work? *International Journal of Market Research*, 45(2), 229-240.
- Tsafarakis, S., & Matsatsinis, N. (2010). Designing Optimal Products: Algorithms and Systems. In C. J. & M.-L. F.J, *Marketing Intelligent Systems Using Soft Computing* (pp. 295-336). Berlin, Heidelberg: Springer.
- Tsafarakis, S., Marinakis, Y., & Matsatsinis, N. (2011). Particle swarm optimization for optimal product line design. *International Journal of Research in Marketing*, 28(1), 13-22.
- Wittink, D., & Cattin, P. (1989). Commercial Use of Conjoint Analysis: An Update. *Journal of Marketing*, vol. 53, no. 3, 91-96.
- Yang, X. S. (2008). *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms*. Luniver Press.
- Yang, X.-S. (2010). A New Metaheuristic Bat-Inspired Algorithm. In J. González, D. Pelta, C. Cruz, G. Terrazas, & N. Krasnogor (eds), *Nature Inspired Cooperative Strategies for Optimization* (pp. 65-74). Berlin, Heidelberg: Springer.
- Yang, X.-S. (2010). Firefly Algorithm, Lévy Flights and Global Optimization. In M. Bramer, R. Ellis, & M. Petridis, *Research and Development in Intelligent Systems XXVI* (pp. 209-218). London: Springer.
- Yang, X.-S., & Deb, S. (2009). Cuckoo search via Lévy flights. *World Congress on Nature & Biologically Inspired Computing*, 210–214.
- Yi, Y. (1991). A Critical Review of Consumer Satisfaction. In V. A. (Ed.), *Review of Marketing* (pp. 68-123). Chicago: IL: American Marketing Association.
- Yu, S., Zhu, S., Ma, Y., & Mao, D. (2015). A variable step size firefly algorithm for numerical optimization. *Applied Mathematics and Computation*, 214-220.
- Zufryden, S. F. (1977). A conjoint measurement based approach for optimal new product desing and market segmentation. In A. D. Shocker, *Analytic approaches to product and market planning* (pp. 100-114). Cambridge: MA: Marketing Science Institute.
- Βλαχάβας, Ι., Κεφαλάς, Π., Βασιλειάδης, Ν., Κόκκορας, Φ., & Σακελλαρίου, Η. (2011). *Τεχνητή Νοημοσύνη* (Τόμ. 3). Θεσσαλονίκη: Πανεπιστημίου Μακεδονίας.
- Γκουντάρα, Ε. Α. (2013). *Εφαρμογή του αλγορίθμου Ant Colony System για την επίλυση του προβλήματος βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων*. Χανιά: Πολυτεχνείο Κρήτης.
- Γρηγορούδης, Ε., & Σίσκος, Ι. (2000). *Ποιότητα υπηρεσιών και μέτρηση ικανοποίησης του πελάτη*. Αθήνα: Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών.
- Κουραβάνας, Δ. (2014). *Υβριδοποίηση μεταερευτικού αλγορίθμου πυγολαμπίδας με χρήση αλγορίθμου αναζήτησης αρμονίας για επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης*. Πειραιάς: Πανεπιστήμιο Πειραιώς.
- Μαρινάκης, Ι., Μαρινάκη, Μ., Ματσατσίνης, Ν. Φ., & Ζοπουνίδης, Κ. (2011). *Μεθευρετικοί και εξελικτικοί αλγόριθμοι σε προβλήματα διοικητικής επιστήμης*. (Ζ. Κωνσταντίνος, Επιμ.) Χανιά: Κλειδάριθμος.

- Μαστροθανάσης, Κ. (2015). Η αντιλαμβανόμενη ποιότητα ως παράγοντας αξιολόγησης των διαδικασιών επιλογής στελεχών για τη δημόσια εκπαίδευση: Μια μελέτη για την ανάπτυξη απολογιστικών εργαλείων ποιότητας. *PRactical Issues in Management & Economics (PRIME)*, 8(1), 96-118.
- Μπαλάρας, Γ. (2016). *Εφαρμογή του αλγορίθμου Tabu Search για την επίλυση του προβλήματος βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων*. Πολυτεχνείο Κρήτης, Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης. Χανιά: Πολυτεχνείο Κρήτης.
- Νταμαδάκη, Β. (2015). *Εφαρμογή αλγορίθμων τεχνητού ανοσοποιητικού συστήματος για την επίλυση του προβλήματος του βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων*. Πολυτεχνείο Κρήτης, Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης. Χανιά: Πολυτεχνείο Κρήτης.
- Παηγυράκης, Γ. Γ. (1999). *Στρατηγική διοίκηση επώνυμου προϊόντος* (Τόμ. 1). Αθήνα: Σταμούλη Α.Ε.
- Παπαδάκη, Μ. (2017). *Μέτρηση καταναλωτικών προτιμήσεων στις μάρκες δημητριακών με χρήση Choice based conjoint Analysis*. Πολυτεχνείο Κρήτης, Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης. Χανιά: Πολυτεχνείο Κρήτης.

