



ΣΤΡΑΤΙΩΤΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΕΥΕΛΠΙΔΩΝ  
Τμήμα Στρατιωτικών Επιστημών

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

ΠΑΡΥΡΜΑΤΙΚΟ ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2016-17

ΣΧΕΔΙΑΣΗ & ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ  
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ  
(SYSTEMS ENGINEERING)

(ΠΔ 96 /2015/ΦΕΚ 163Α/20.08.2014)



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
Σχολή Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης

## ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

# ΔΙΑΓΝΩΣΗ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ ΣΕ ΕΠΑΓΩΓΙΚΟΥΣ ΚΙΝΗΤΗΡΕΣ

Διατριβή που υπεβλήθη για την μερική ικανοποίηση των απαιτήσεων για την απόκτηση Μεταπτυχιακού  
Διπλώματος Ειδίκευσης

ΚΑΤΡΑΝΙΔΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ

ΑΜ: 2016018008

Επιβλέπων καθηγητής: Τσουρβελούδης Χ. Νικόλαος

ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2020



Η Μεταπτυχιακή Διατριβή του Κατσανίδη Δημήτριου εγκρίνεται:

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Digitally signed by

Nikolaos

Tsourveloudis

Date: 2020.02.15

08:40:22+02'00'



Καθηγητής Τσουρβελούδης Χ. Νικόλαος (Επιβλέπων).....

Καθηγητής Παπαδάκης Κ. Νικόλαος

Νικόλαος Παπαδάκης

.....



Καθηγητής Γεώργιος Π. Κλάδης

.....

ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ

**Πνευματικά Δικαιώματα**  
Copyright © Κατρανίδης Δημήτριος 2020  
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

1	ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ.....	15
1.1	Σφάλματα επαγωγικών κινητήρων.....	15
1.2	Μέθοδοι διάγνωσης σφαλμάτων.....	16
1.2.1	Μέθοδοι που βασίζονται σε Μαθηματικά Μοντέλα.....	17
1.2.2	Μέθοδοι που βασίζονται σε Σήματα.....	18
1.2.3	Μέθοδοι που βασίζονται σε Δεδομένα.....	19
1.2.4	Υβριδικές Μέθοδοι.....	20
1.3	Μαθηματικό μοντέλο επαγωγικού κινητήρα.....	21
1.4	Δομή της εργασίας.....	24
2	ΒΑΣΙΚΑ ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ.....	25
1.1	Ανάλυση Lyapunov.....	25
2.1	Γραμμικές Ανισότητες Πινάκων.....	26
3	ΑΣΑΦΗ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΑΚΑΓΙ-SUGENO.....	29
3.1	Μή Γραμμικότητα Τομέα.....	30
3.2	Κατασκευή ασαφούς μοντέλου.....	31
3.3	Σύγκριση του μή γραμμικού και του T-S μοντέλου.....	33
4	ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΗ.....	37
4.1	Τοποθέτηση πόλων - Pole Placement.....	38
4.2	Lyapunov ανάλυση.....	40
5	ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΤΗΡΕΣ.....	47
5.1	Εφαρμογή σφαλμάτων στο μοντέλο του επαγωγικού κινητήρα.....	48
5.2	Σχεδιασμός προσαρμοστικού παρατηρητή για ταυτόχρονο εντοπισμό και εκτίμηση σφαλμάτων.....	50
5.3	Διάγνωση χρονικά αμετάβλητων σφαλμάτων.....	53
5.3.1	Αποτελέσματα προσαρμοστικού παρατηρητή για σφάλματα στις επιφάνειες ελέγχου.....	53
5.3.2	Αποτελέσματα προσαρμοστικού παρατηρητή με λιγότερους αισθητήρες.....	57
5.4	Χρονικά μεταβαλλόμενα σφάλματα.....	60
6	ΕΠΙΛΟΓΟΣ.....	63

6.1	Προτάσεις μελλοντικής έρευνας .....	64
7	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	65

## Πίνακας Γραφημάτων

Εικ. 1.1 Κατηγοριοποίηση σφαλμάτων.....	16
Εικ. 1.2 Τύποι χρονικής εξέλιξης σφαλμάτων.....	16
Εικ. 1.3 Μέθοδοι βασιζόμενοι σε μαθηματικά μοντέλα.....	18
Εικ. 1.4 Μέθοδοι βασιζόμενοι σε σήματα.....	19
Εικ. 1.5 Μέθοδοι που βασίζονται σε δεδομένα.....	20
Εικ. 1.6 Συσχετισμός των αξόνων των μετασχηματισμών Clarke & Park.....	22
Εικ. 2.1 Γραφική αναπαράσταση ευστάθειας Lyapunov.....	25
Εικ. 3.1 Καθολική Μή Γραμμικότητα.....	31
Εικ. 3.2 Μή Γραμμικότητα Τομέα.....	31
Εικ. 3.3 Συνάρτηση συμμετοχής Μ.....	32
Εικ. 3.4 Συνάρτηση συμμετοχής Ν.....	32
Εικ. 3.5 Συνάρτηση συμμετοχής Ξ.....	32
Εικ. 3.6 Δομικό διάγραμμα.....	34
Εικ. 3.7 Σήμα εισόδου.....	34
Εικ. 3.8 Απόκριση μή γραμμικού μοντέλου.....	34
Εικ. 3.9 Απόκριση T-S μοντέλου.....	34
Εικ. 3.10 Σύγκριση εκτίμησης κατάστασης των δύο μοντέλων.....	34
Εικ. 3.11 Σήμα εισόδου.....	35
Εικ. 3.12 Απόκριση μή γραμμικού μοντέλου.....	35
Εικ. 3.13 Απόκριση T-S μοντέλου.....	35
Εικ. 3.14 Σύγκριση εκτίμησης κατάστασης των δύο μοντέλων.....	35
Εικ. 4.1 Διασπορά ιδιοτιμών.....	40
Εικ. 4.2 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης.....	40
Εικ. 4.3 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου.....	40
Εικ. 4.4 Δομικό διάγραμμα.....	44
Εικ. 4.5 Διασπορά ιδιοτιμών.....	44
Εικ. 4.6 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης.....	44
Εικ. 4.7 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου.....	44
Εικ. 4.8 Διασπορά ιδιοτιμών.....	46
Εικ. 4.9 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης.....	46
Εικ. 4.10 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου.....	46
Εικ. 5.1 Σήματα σφαλμάτων.....	49
Εικ. 5.2 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης.....	49
Εικ. 5.3 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου.....	49
Εικ. 5.4 Σήματα σφαλμάτων.....	50
Εικ. 5.5 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης.....	50
Εικ. 5.6 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου.....	50
Εικ. 5.7 Δομικό διάγραμμα.....	53

Εικ. 5.8 Διασπορά ιδιοτιμών. ....	54
Εικ. 5.9 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης. ....	54
Εικ. 5.10 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου. ....	55
Εικ. 5.11 Σφάλμα εκτίμησης σφαλμάτων. ....	55
Εικ. 5.12 Σύγκριση πραγματικού και εκτιμώμενου σφάλματος. ....	55
Εικ. 5.13 Διασπορά ιδιοτιμών. ....	56
Εικ. 5.14 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης. ....	56
Εικ. 5.15 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου. ....	56
Εικ. 5.16 Σφάλμα εκτίμησης σφαλμάτων. ....	56
Εικ. 5.17 Σύγκριση πραγματικού και εκτιμώμενου σφάλματος. ....	56
Εικ. 5.18 Διασπορά ιδιοτιμών. ....	57
Εικ. 5.19 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης. ....	57
Εικ. 5.20 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου. ....	58
Εικ. 5.21 Σφάλμα εκτίμησης σφαλμάτων. ....	58
Εικ. 5.22 Σύγκριση πραγματικού και εκτιμώμενου σφάλματος. ....	58
Εικ. 5.23 Διασπορά ιδιοτιμών. ....	59
Εικ. 5.24 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης. ....	59
Εικ. 5.25 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου. ....	59
Εικ. 5.26 Σφάλμα εκτίμησης σφαλμάτων. ....	59
Εικ. 5.27 Σύγκριση πραγματικού και εκτιμώμενου σφάλματος. ....	59
Εικ. 5.28 Σήματα σφαλμάτων. ....	60
Εικ. 5.29 Διασπορά ιδιοτιμών. ....	60
Εικ. 5.30 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης. ....	60
Εικ. 5.31 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου. ....	61
Εικ. 5.32 Σφάλμα εκτίμησης σφαλμάτων. ....	61
Εικ. 5.33 Σύγκριση πραγματικού και εκτιμώμενου σφάλματος. ....	61



### Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω από καρδιάς τον επιβλέποντα καθηγητή Νικόλαο Χ. Τσουρβελούδη, καθηγητή και κοσμήτορα της σχολής Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης, για την συνεχή καθοδήγηση και υποστήριξή του.

Ιδιαίτερη μνεία αξίζει στον καθηγητή Γεώργιο Π. Κλάδη για την αμέριστη και απλόχερη βοήθειά του κατά την διάρκεια της συγγραφής της παρούσας εργασίας. Τις θερμότερες ευχαριστίες μου θα ήθελα να εκφράσω και στον καθηγητή Νικόλαο Κ. Παπαδάκη για τις εύστοχες παρατηρήσεις του στο περιεχόμενο της εργασίας.

Θα ήθελα, επίσης, να ευχαριστήσω την σύντροφό μου Μαγδαληνή Βασιλειάδου για την παρακίνησή της στην εξέλιξη των σπουδών μου και την ανυπολόγιστη υποστήριξή της καθ' όλη την διάρκειά τους.

Σε αυτήν την προσπάθεια ουσιαστικό ρόλο διαδραμάτισαν οι φίλοι μου, Νικόλαος Νέλλας και Ματθαίος Olma, οι οποίοι στάθηκαν δίπλα μου και σε αυτή την περίοδο της ζωής μου.

Τέλος, ευχαριστώ τους γονείς μου Παναγιώτη και Μαρία και την αδερφή μου Βέρα για την ανιδιοτελή αγάπη τους, την αμείωτη συμπαράσταση και την ενθάρρυνσή τους σε όποια επιλογή μου.

Κατρανίδης Δημήτριος  
Φεβρουάριος 2020

ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ

## Σύνοψη

Οι επαγωγικοί κινητήρες αποτελούν μια εύχρηστη πηγή ισχύος για πολλούς βιομηχανικούς τομείς χάρη στον απλό και ταυτόχρονα ισχυρό σχεδιασμό τους αλλά και στην υψηλή αξιοπιστία τους. Παρόλα αυτά το πλαίσιο λειτουργίας των κινητήρων, το περιβάλλον δηλαδή και οι συνθήκες λειτουργίας τους μπορούν να προκαλέσουν ποικιλία σφαλμάτων, με αποτέλεσμα άλλοτε την μείωση της απόδοσής τους, άλλοτε την αύξηση της κατανάλωσης ενέργειας ή αντίστοιχα του κόστους συντήρησης και σε ορισμένες περιπτώσεις την παύση λειτουργίας του συστήματος.

Πλήθος μελετών στον τομέα της διάγνωσης σφαλμάτων αφορούν στην επίβλεψη της ομαλής λειτουργίας των κινητήρων με στόχο την αποφυγή ανεπιθύμητων καταστάσεων και την αύξηση της αξιοπιστίας τους. Παρά την εξέλιξη των ερευνών στο αντικείμενο αυτό, οι περισσότερες μέθοδοι σχεδιασμού παρουσιάζουν δυσκολίες ή και ασάφειες κατά την υλοποίησή τους, περιορίζοντας έτσι το πεδίο εφαρμογών στο οποίο απευθύνονται.

Στη μελέτη αυτή παρουσιάζουμε μια συστηματική μεθοδολογία για την διάγνωση σφαλμάτων σε επαγωγικούς κινητήρες, χρησιμοποιώντας Ασαφή Λογική και μεθόδους βασιζόμενες σε μαθηματικά μοντέλα (Model-Based), επιτρέποντας την εύκολη και οικονομική υλοποίησή της σε ένα ευρύτερο πλαίσιο παρόμοιων συστημάτων.

ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ

**Abstract**

Induction motors are widely used in industry due to their simple and powerful design as well as for their proven reliability. Despite these advantages, the environment within which they operate, may create unfavorable conditions leading to operational faults and reduction in the performance of the motor (e.g., increased power consumption, increased maintenance cost, halt of operation).

To avoid lengthy disruptions and provide high reliability in motor operation, there are numerous fault prediction algorithms, proposed in the bibliography, to reduce implications in motor operation by evaluating the state of the motor at any given time and alarming maintenance staff of an upcoming fault. However, despite the wide variety of prediction techniques, the majority of these prediction algorithms are hard to implement (i.e., complicated algorithms, high deployment cost, vague descriptions) restricting the applicability and usefulness of the techniques.

In this study, we present a systematic methodology for fault diagnosis in induction motors using the Takagi – Sugeno framework. Our technique, simplifies the implementation of prediction algorithms, reduces the installation and maintenance costs of an induction motor, and enables the application of similar prediction techniques to a wider set of applications.

ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ

## Επεξήγηση Συμβόλων

$i_a, i_b, i_c$	Εντάσεις των ρευμάτων σε σταθερό σύστημα αναφοράς
$I_a, I_b$	Εντάσεις των ρευμάτων μετασχηματισμού Clarke
$I_d, I_q$	Εντάσεις των ρευμάτων μετασχηματισμού Park
$R_s$	Αντίσταση του στάτη επαγωγικού κινητήρα
$R_r$	Αντίσταση του δρομέα επαγωγικού κινητήρα
$L_s$	Αυτεπαγωγή του στάτη επαγωγικού κινητήρα
$L_r$	Αυτεπαγωγή του δρομέα επαγωγικού κινητήρα
$L_m$	Αυτεπαγωγή μεταξύ δρομέα και στάτη επαγωγικού κινητήρα
$I_{ds}$	Ένταση ρεύματος του στάτη στον άξονα <i>direct</i>
$I_{qs}$	Ένταση ρεύματος του στάτη στον άξονα quadrature
$I_{dr}$	Ένταση ρεύματος του δρομέα στον άξονα <i>direct</i>
$I_{qr}$	Ένταση ρεύματος του δρομέα στον άξονα quadrature
$V_{ds}$	Τάση ρεύματος του στάτη στον άξονα <i>direct</i>
$V_{qs}$	Τάση ρεύματος του στάτη στον άξονα quadrature
$V_{dr}$	Τάση ρεύματος του δρομέα στον άξονα <i>direct</i>
$V_{qr}$	Τάση ρεύματος του δρομέα στον άξονα quadrature
$\omega$	Γωνιακή ταχύτητα επαγωγικού κινητήρα
$n$	Μήκος διανύσματος κατάστασης
$m$	Μήκος διανύσματος εισόδου
$q$	Μήκος διανύσματος εξόδου
$k$	Μήκος διανύσματος σφαλμάτων
$r$	Πλήθος κανόνων T-S μοντέλου
$p$	Πλήθος συναρτήσεων συμμετοχής
$A, B, C, E$	Πίνακες συστήματος
$P, H, M, F, \Gamma, G$	Πίνακες κέρδους
$z$	Υποθετικές μεταβλητές (premise variables)
$M_i(z(t))$	Συναρτήσεις συμμετοχής (membership functions)
$h_i(z(t))$	Συναρτήσεις βάρους
$\hat{x}, \hat{y}, \hat{f}$	Διανύσματα εκτίμησης
$e_x$	Σφάλμα εκτίμησης διανυσμάτων κατάστασης
$e_y$	Σφάλμα εκτίμησης διανυσμάτων εξόδου
$e_f$	Σφάλμα εκτίμησης διανυσμάτων σφάλματος

ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ



## 1 Θεωρητικό υπόβαθρο

Αφετηρία της μελέτης αποτελούν δύο εκτενώς τεκμηριωμένες έρευνες, η πρώτη των P.F. Albrecht και D.K. Sharma, "Assessment of Reliability of Motors in Utility Applications" (Albrecht, et al., 1986) και η δεύτερη του Motor Reliability Working Group, "Report of Large Motor Reliability Survey of Industrial and Commercial Installations" (Group, 1985, PartI) (Group, 1985, PartII), που αφορούν σε κινητήρες και στο πλαίσιο των συνθηκών λειτουργίας τους. Συνολικά στα δύο άρθρα μελετήθηκαν περισσότεροι από 7000 κινητήρες, άνω των 30 κατασκευαστών που λειτουργούσαν σε διαφορετικές κλιματικές συνθήκες (παραθαλάσσιες, ορεινές, ξηρές, ενδοχώρα). Κατά την μελέτη έγινε ανάλυση στα σφάλματα που εντοπίστηκαν, στη συχνότητα και στη σειρά με την οποία αυτά εμφανίστηκαν, καθώς και στον συσχετισμό τους. Επιπρόσθετα, πραγματοποιήθηκε βιβλιογραφική έρευνα για την συλλογή και μελέτη επιστημονικών άρθρων σχετικών με το θέμα που εξετάζεται. Το σύνολο αποτελεί την βάση για την δημιουργία μιας συγκεκριμένης μεθοδολογίας, ενός εργαλείου που θα χρησιμοποιηθεί για τον εντοπισμό του ενδεχόμενου σφάλματος σε ένα σύστημα επαγωγικού κινητήρα.

### 1.1 Σφάλματα επαγωγικών κινητήρων

Οι επαγωγικοί κινητήρες αποτελούν συστήματα με απλό και ισχυρό ταυτόχρονα σχεδιασμό και ιδιαιτέρως υψηλή αξιοπιστία. Οι κατασκευές αυτές χαρακτηρίζονται από απόλυτη σχεδόν συμμετρία, που φυσικά επηρεάζεται από την παρουσία ενός σφάλματος.

Με την χρήση της έννοιας "σφάλμα" μπορεί να γίνει περιγραφή πολλών διαφορετικών καταστάσεων. Από το βιβλίο του Rolf Isermann "Fault-Diagnosis Systems" (Iserman, 2006) γνωρίζουμε πως τα σφάλματα είναι διαμοιρασμένα σε ένα μεγάλο φάσμα τεχνολογικών τομέων και κατηγοριοποιούνται ως εξής:

Σφάλμα (Fault): "Ως σφάλμα ορίζεται μια μη επιθυμητή απόκλιση τουλάχιστον μιας χαρακτηριστικής ιδιότητας του συστήματος από την επιθυμητή, συνηθισμένη τιμή".

Υπάρχουν διάφοροι τύποι σφαλμάτων, όπως π.χ. σχεδίασης, κατασκευής, συναρμολόγησης, φυσικής φθοράς, συντήρησης, hardware, software κ.ά.

Βλάβη (Failure): "Η βλάβη περιγράφει την κατάσταση όπου το σύστημα αδυνατεί να εκτελέσει μια συγκεκριμένη λειτουργία κάτω από τις καθορισμένες συνθήκες λειτουργίας".

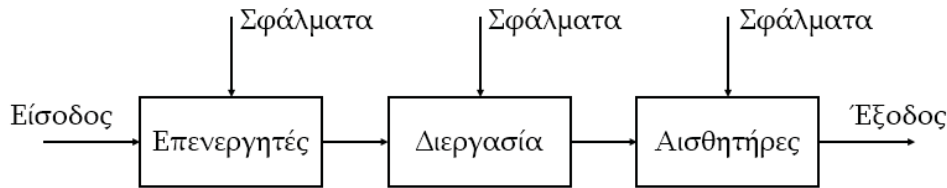
Η βλάβη είναι αποτέλεσμα ενός ή περισσότερων σφαλμάτων. Συνήθως προκύπτει κατά την λειτουργία του συστήματος ή εμφανίζεται σταδιακά ύστερα από καταπόνησή του. Μπορεί να κατηγοριοποιηθεί σε:

- τυχαία βλάβη (απρόβλεπτη, στατιστικά ανεξάρτητη από τον χρόνο λειτουργίας)
- αιτιοκρατική βλάβη (προβλεπόμενη με βάση ορισμένες συνθήκες)
- συστηματική βλάβη (σχετιζόμενη με συγκεκριμένες συνθήκες)

Δυσλειτουργία (Malfunction): "Η δυσλειτουργία αναφέρεται σε μια κατά διαστήματα ανωμαλία στην ολοκλήρωση της επιθυμητής λειτουργίας του συστήματος".

Η δυσλειτουργία είναι μια προσωρινή κατάσταση και μπορεί να προκύψει από ένα ή παραπάνω σφάλματα.

Στους κινητήρες τα σφάλματα μπορούν να χωριστούν σε τρεις βασικές κατηγορίες (Εικ. 1.1): σφάλματα στους επενεργητές/επιφάνειες ελέγχου που επηρεάζουν την είσοδο του συστήματος, εσωτερικά σφάλματα της διεργασίας και σφάλματα στους αισθητήρες που επηρεάζουν την μετρούμενη έξοδο του συστήματος.

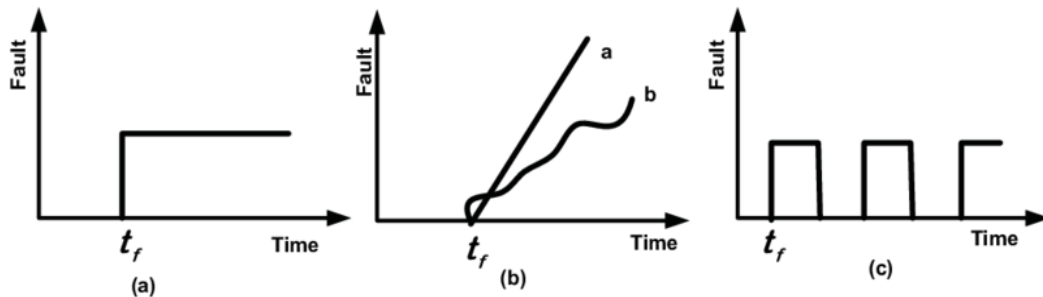


Εικ. 1.1 Κατηγοριοποίηση σφαλμάτων.

Σε αυτές τις τρεις κατηγορίες έχει παρατηρηθεί ότι τα σφάλματα που εντοπίζονται συχνότερα (Albrecht, et al., 1986), (Jose & Jose, 2013), (Sin, et al., 2003) είναι: στην πρώτη περίπτωση, στους επενεργητές, εμφάνιση αστάθειας ή διακοπής μιας ή περισσότερων φάσεων τροφοδοσίας. Στην δεύτερη κατηγορία αναφορικά με την διεργασία, πιο συχνά είναι τα σφάλματα που προκαλούν φθορές στα ρουλεμάν – κουζινέτα, στο δρομέα (εκκεντρότητα/θραύση του άξονα, τυλίγματα) και στον στάτη (τυλίγματα). Σημαντικό ρόλο παίζει στην περίπτωση αυτή η υπερθέρμανση σε ένα επιμέρους εξάρτημα του κινητήρα ή και στο σύνολό του. Στην περίπτωση, τέλος, των αισθητήρων τα πιθανά σενάρια εμφάνισης σφάλματος είναι η λανθασμένη βαθμονόμηση ενός αισθητήρα, η αποκόλλησή του από το σημείο μέτρησης και η προσθήκη θορύβου στη μέτρηση.

Ταυτόχρονα, τα σφάλματα χαρακτηρίζονται και με βάση την χρονική εξέλιξή τους. Πιο συγκεκριμένα μπορούν να διακριθούν σε (Carl, et al., 2012):

- *Απότομα (Abrupt Persistent)*, που χαρακτηρίζονται από ένα σταθερό σήμα το οποίο έχει θετικό ή αρνητικό πρόσημο (Εικ 1.2a).
- *Εξελισσόμενα βαθμιαία (Incipient)*, τα οποία εξελίσσονται σταδιακά με την πάροδο του χρόνου με θετικό ή αρνητικό πρόσημο (Εικ 1.2b).
- *Διακοπτόμενα (Intermittent)*, τα οποία είναι αντίστοιχα με τα *Απότομα*, με την διαφορά ότι διακόπτονται και επαναλαμβάνονται με την πάροδο του χρόνου (Εικ 1.2c).



Εικ. 1.2 Τύποι χρονικής εξέλιξης σφαλμάτων.

Όταν εμφανιστεί ένα σφάλμα στην λειτουργία του κινητήρα προκαλείται μεταβολή των συσχετισμών μεταξύ του στάτη και του δρομέα με αποτέλεσμα να υπάρχουν μεταβολές στη δόνηση του κινητήρα, καθώς και στα ρεύματα και στις τάσεις του στάτη. Τα μετρήσιμα αυτά μεγέθη χρησιμοποιούνται για παρακολούθηση σε πραγματικό χρόνο της κατάστασης του κινητήρα.

### 1.2 Μέθοδοι διάγνωσης σφαλμάτων

Η παρακολούθηση των δονήσεων αποτελεί μια από τις παλαιότερες και αποδεδειγμένα έγκυρες τεχνικές αναγνώρισης της κατάστασης ενός κινητήρα και για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται ευρέως για αναγνώριση σφαλμάτων των ρουλεμάν ή άλλων μηχανικών διατάξεων (Sin, et al., 2003), (Finley,

et al., 2000), (Arthur & Penman, 2000). Ως αισθητήρας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για παράδειγμα ένας πιεζο-ηλεκτρικός μετατροπέας που τροποποιεί τις δονήσεις σε αναλογικό σήμα ανάλογο με το μέγεθος της έντασής τους (Riley, et al., 1999) ή ένα επιταχυνσιόμετρο που μετράει τις μεταβολές στην επιτάχυνση του κελύφους ή της κεφαλής του κινητήρα (Ahmed, et al., 2012).

Η μέτρηση των ρευμάτων του στάτη γίνεται συνήθως με τη χρήση δαχτυλιδιών (Hall-effect clamp meters). Η μέθοδος αυτή μπορεί να βοηθήσει σημαντικά στην αναγνώριση σφαλμάτων όπως μηχανικές ή μαγνητικές ασυμμετρίες, σπασμένους άξονες δρομέα και βραχυκυκλώματα σε στάτη ή δρομέα (Sin, et al., 2003). Τα τελευταία χρόνια οι περισσότερες έρευνες ακολουθούν αυτή τη μέθοδο για την παρακολούθηση της κατάστασης των κινητήρων αναλύοντας τις συχνότητες τους (Trutt, et al., 2001), (Dorrell, et al., 1997), (Hachemi Benbouzid, 2000), (Haba, et al., 2017).

Για την “on-line” παρακολούθηση της κατάστασης του κινητήρα, την αναγνώριση δηλαδή της εσφαλμένης ή όχι λειτουργίας του σε πραγματικό χρόνο, χρησιμοποιούνται μέθοδοι βασισμένες σε:

- Μαθηματικά Μοντέλα
- Σήματα
- Δεδομένα
- Υβριδικές Μέθοδοι

#### 1.2.1 Μέθοδοι που βασίζονται σε Μαθηματικά Μοντέλα

Εμπνευστής των μεθόδων που βασίζονται σε μαθηματικά μοντέλα (*Model Based Methods*) υπήρξε ο Beard, με την διδακτορική διατριβή του το 1971 (Beard, 1971), που είχε σκοπό την εύρεση νέων λύσεων για το πρόβλημα της διάγνωσης σφαλμάτων, ώστε να γίνει μετάβαση από την εφεδρεία υλικών (hardware redundancy) στην εφεδρεία λογισμικού (software/analytical redundancy). Για την εφαρμογή των μεθόδων αυτών θα πρέπει να προϋπάρχει ένα μαθηματικό μοντέλο που να περιγράφει το σύστημα με ακρίβεια. Η κατασκευή του μαθηματικού μοντέλου μπορεί να γίνει είτε με την χρήση των φυσικών παραμέτρων που περιγράφουν το σύστημα, είτε με την εφαρμογή τεχνικών αναγνώρισής του. Βασιζόμενοι σε αυτό το μοντέλο γίνεται ανάπτυξη αλγόριθμων εκτίμησης σφαλμάτων που συγκρίνουν τις εξόδους του πραγματικού συστήματος με αυτές του εκτιμώμενου.

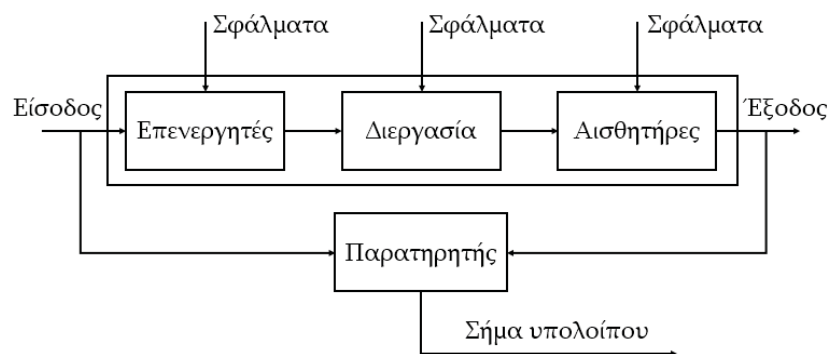
Οι μέθοδοι αυτές χρησιμοποιούνται ευρέως και υπάρχει εκτεταμένη βιβλιογραφία που τις αναλύει και παρουσιάζει παραδείγματα εφαρμογής τους, όπως τα βιβλία “Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems” (Chen & Patton, 1999) και “Model-Based Fault Diagnosis Techniques: Design Schemes, Algorithms, and Tools” (Ding, 2013). Παράλληλα στο άρθρο “Sensor Fault-Tolerant Control Of A Rail Traction Drive” (Bennett, et al., 1999) συναντάμε την εφαρμογή μεθόδων που βασίζονται σε μαθηματικά μοντέλα για τον εντοπισμό και την απομόνωση σφαλμάτων που εμφανίζονται σε τρένα. Επίσης, στο άρθρο “Takagi-Sugeno Fuzzy Fault-Tolerant Control Of An Induction Motor” (Lopez-Toribio, et al., 2000) εξετάζεται ο σχεδιασμός ενός ελεγκτή για διάγνωση και απομόνωση σφαλμάτων σε επαγωγικούς κινητήρες με χρήση ασαφούς παρατηρητή.

Οι μέθοδοι διάγνωσης σφαλμάτων που βασίζονται σε μαθηματικά μοντέλα μπορούν να κατηγοριοποιηθούν (Gao, 2015) σε:

- Αιτιοκρατικές: στο άρθρο “LMI-Based Fault Detection Fuzzy Observer Design with Multiple Performance Constraints for a Class of Non-Linear Systems: Comparative Study” (Zhang, et al., 2012) παρουσιάζεται μια μεθοδολογία σχεδιασμού ενός ασαφούς παρατηρητή με βάση τις Γραμμικές Ανισότητες Πινάκων, όπου σκοπός είναι η μείωση του πλήθους των περιορισμών και η βελτίωση της απόδοσής του. Παράλληλα, στο άρθρο “Robust Fault Detection Filter Using Linear Matrix Inequalities’ Approach for Shaft Crack Diagnosis” (Kulesza, et al., 2012) γίνεται μια

μελέτη για τον σχεδιασμό φίλτρων διάγνωσης σφαλμάτων βάση παρατηρητών που θα έχουν άγνωστη είσοδο.

- Στοχαστικές: στο άρθρο *“Fault Detection and Diagnosis in a Closed-Loop Nonlinear Distillation Process: Application of Extended Kalman Filters”* (Li & Olson, 1991) γίνεται χρήση *Εκτεταμένων Φίλτρων Kalman (Extended Kalman Filter – EKF)* για μείωση του θορύβου στις μετρήσεις. Στη συνέχεια, ο ελεγκτής, που επιτηρεί το σύστημα, γνωρίζοντας τις μέγιστες επιτρεπτές αποκλίσεις που μπορεί να έχουν οι μεταβλητές κατάστασης και οι άγνωστες παράμετροι του συστήματος, ορίζει τα όρια συναγερμού του.
- Διακριτών συμβάντων: στο άρθρο *“Robust Diagnosis of Discrete-Event Systems Against Permanent Loss of Observations”* (Carvalho, et al., 2013) μελετάται το πρόβλημα διάγνωσης σφαλμάτων σε ένα σύστημα διακριτών συμβάντων, το οποίο είναι μερικώς παρατηρήσιμο. Οι συγγραφείς επικεντρώνονται στην περίπτωση όπου μερικοί αισθητήρες δυσλειτουργούν και με τον τρόπο αυτό γίνεται μερική παρατήρηση του συστήματος, ενώ προτείνουν μια μεθοδολογία *on-line* διάγνωσης χρησιμοποιώντας ένα σύνολο από συστήματα.
- Υβριδικές: στο άρθρο *“A Hybrid Fault Detection and Isolation Strategy for a Network of Unmanned Vehicles in Presence of Large Environmental Disturbances”* (Meskin, et al., 2010) γίνεται χρήση μιας ομάδας σημάτων υπολοίπων συνεχούς χρόνου με μια μεθοδολογία διάγνωσης σφαλμάτων διακριτού χρόνου. Ο αλγόριθμος που προκύπτει δοκιμάζεται σε ένα δίκτυο μη επανδρωμένων οχημάτων με παρουσία σφαλμάτων στους επενεργητές, με θετικά αποτελέσματα.
- Δικτυακών και κατανεμημένων συστημάτων: στο άρθρο *“Leakage Fault Diagnosis for an Internet-Based Three-Tank System: An Experimental Study”* (Zhou, et al., 2012) μελετάται ο σχεδιασμός ενός ελεγκτή δικτυακών συστημάτων. Η απώλεια πακέτων ή ο περιορισμός της ταχύτητας (*limited bandwidth*) επικοινωνίας μεταξύ συσκευών ελέγχου και του ελεγχόμενου συστήματος, που βρίσκονται σε διαφορετικές περιοχές, αποτελεί το κίνητρο για τον σχεδιασμό του εν λόγω ελεγκτή.



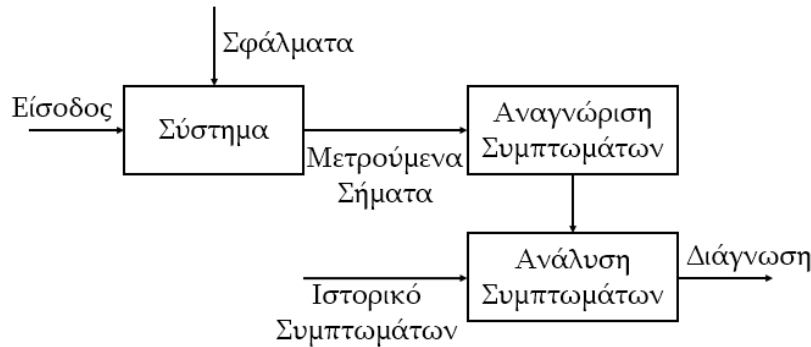
Εικ. 1.3 Μέθοδοι βασισμένοι σε μαθηματικά μοντέλα.

### 1.2.2 Μέθοδοι που βασίζονται σε Σήματα

Οι *Signal-Based* μέθοδοι χρησιμοποιούν μετρούμενα σήματα και όχι μοντέλα εισόδου-εξόδου για την διάγνωση σφαλμάτων. Βασική προϋπόθεση είναι η εκ των προτέρων γνώση της μορφολογίας και των χαρακτηριστικών των σημάτων αυτών κατά την λειτουργία του συστήματος υπό υγιείς συνθήκες. Η επίδραση των σφαλμάτων, όμως, επηρεάζει τα μετρούμενα σήματα τα οποία

μελετώνται και συγκρίνονται με όσα έχουν αποκτηθεί υπό υγιείς συνθήκες. Αυτές οι μέθοδοι έχουν ευρεία εφαρμογή στη παρακολούθηση και διάγνωση σε πραγματικό χρόνο επαγωγικών κινητήρων, μετατροπέων ισχύος και μηχανικών εξαρτημάτων ενός συστήματος.

Ο αλγόριθμος που ακολουθείται σε αυτή τη μεθοδολογία αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα:



Εικ. 1.4 Μέθοδοι βασισμένοι σε σήματα.

Τα σήματα που χρησιμοποιούνται για την εξαγωγή των συμπερασμάτων μπορεί να είναι είτε στο πεδίο του χρόνου, είτε στο πεδίο των συχνοτήτων, οπότε η διάγνωση σφαλμάτων μπορεί να πραγματοποιηθεί με τα σήματα: στο πεδίο του χρόνου (Time Domain Signal-Based Methods), στο πεδίο των συχνοτήτων (Frequency Domain Signal-Based Methods) ή σε συνδυασμό των δύο πεδίων (Time-Frequency Signal-Based Methods).

Οι Arthur και Penman στο άρθρο τους *“Induction Machine Condition Monitoring with Higher Order Spectra”* (Arthur & Penman, 2000) πραγματοποιούν διάγνωση συγκεκριμένων σφαλμάτων ενός επαγωγικού κινητήρα με χρήση σημάτων δονήσεων τα οποία αναλύονται φασματικά. Αντίστοιχα στα άρθρα *“Diagnosis of Compound Faults in Reciprocating Compressors Based on Modulation Signal Bispectrum of Current Signals”* (Haba, et al., 2017) και *“Fault Detection Techniques for Induction Motors”* (Cusido, et al., 2006) γίνεται φασματική ανάλυση των ρευμάτων του στάτη ενός διβάθμιου εμβολοφόρου συμπιεστή για την διάγνωση σφαλμάτων.

### 1.2.3 Μέθοδοι που βασίζονται σε Δεδομένα

Οι μέθοδοι, που βασίζονται σε γνώση/εμπειρία (*Knowledge Based Methods*), έχουν με τη σειρά τους ως προϋπόθεση την ύπαρξη μιας πληθώρας δεδομένων. Εφαρμόζοντας τεχνικές *Τεχνητής Νοημοσύνης* μπορεί να υπάρξει συσχετισμός μεταξύ των μοτίβων που παρατηρούνται στα δεδομένα και των παραμέτρων του συστήματος. Στη συνέχεια η παρακολούθηση των τιμών κατά την λειτουργία του συστήματος σε πραγματικό χρόνο και η σύγκρισή τους με τους συσχετισμούς που έχουν διαμορφωθεί μπορεί να οδηγήσει σε διάγνωση σφαλμάτων. Θα πρέπει να αναφερθεί πως με βάση το πλήθος των δεδομένων που προϋποθέτουν οι συγκεκριμένες τεχνικές είναι σύνηθες να γίνεται αναφορά σε αυτές με τον αγγλικό όρο *“Data-Driven Fault Diagnosis”*.

Η κατηγοριοποίηση των μεθόδων αυτών, που είναι είτε ποιοτικές (συνήθως με την χρήση της ανθρώπινης εμπειρίας), είτε ποσοτικές (με την χρήση στατιστικών μοντέλων), βασίζεται στην επεξεργασία των δεδομένων, που αποτελούν την βάση γνώσης τους.

Στο άρθρο *“Fault Diagnosis for Reciprocating Compressors Using Big Data and Machine Learning”* (Qi, et al., 2018) παρουσιάζεται μια μεθοδολογία διάγνωσης σφαλμάτων που χρησιμοποιεί *“Μηχανική Μάθηση”* ώστε να γίνει επεξεργασία των καταγεγραμμένων δεδομένων από συμπίεστρες



που χρησιμοποιούνται στην εξόρυξη πετρελαίου. Στο άρθρο “*Real-Time Fault Diagnosis Using Knowledge-Based Expert Systems*” (Nan, et al., 2008) παρουσιάζεται μια μεθοδολογία διάγνωσης σφαλμάτων πραγματικού χρόνου που χρησιμοποιεί εμπειρικούς κανόνες από εξειδικευμένο προσωπικό και καταγεγραμμένα δεδομένα.



Εικ. 1.5 Μέθοδοι που βασίζονται σε δεδομένα.

#### 1.2.4 Υβριδικές Μέθοδοι

Η δημιουργία Υβριδικών μεθόδων (*Hybrid Methods*) προέκυψε από την ανάγκη ελαχιστοποίησης των περιορισμών και αδυναμιών που προκύπτουν από τις μεθόδους που μέχρι τώρα αναφέρθηκαν, δεδομένου ότι παρά τα πλεονεκτήματα, που προσφέρουν, υπάρχουν μειονεκτήματα που περιορίζουν είτε το πεδίο εφαρμογής τους, είτε την ορθή λειτουργία τους σε βάθος χρόνου. Για παράδειγμα οι μέθοδοι που βασίζονται σε μαθηματικά μοντέλα χρειάζονται το μαθηματικό μοντέλο πάνω στο οποίο θα σχεδιαστούν τα κριτήρια διάγνωσης σφαλμάτων. Όμως σε μια πολύπλοκη εφαρμογή υπάρχει περίπτωση ο σχεδιασμός ενός τέτοιου μοντέλου να μην είναι εφικτός. Παράλληλα ένα μαθηματικό μοντέλο που δεν θα είναι ακριβές ενέχει τον κίνδυνο να μην παρακολουθεί με συνέπεια την πραγματική διεργασία και να υπάρχουν ελλείψεις στην διάγνωση των σφαλμάτων. Αντίστοιχα στις μεθόδους που βασίζονται σε σήματα δεν υπάρχει η δυνατότητα για περιγραφή των δυναμικών του συστήματος καθώς και της φθοράς των μερών του με την πάροδο του χρόνου, οδηγώντας πάλι σε ελλείψεις κατά την διάγνωση. Τέλος, η εξάρτηση των μεθόδων που βασίζονται σε γνώση/εμπειρία στο μεγάλο πλήθος δεδομένων έχει μεγάλο υπολογιστικό κόστος, ενώ παράλληλα υπάρχει η περίπτωση για μη ορθή λειτουργία τους σε περιπτώσεις διάγνωσης άγνωστων σφαλμάτων.

Χρήση υβριδικών μεθόδων βρίσκουμε στο άρθρο “*Model Based Fault Diagnosis of Induction Motors Using Non-Stationary Signal Segmentation*” (Kim & Parlos, 2002), όπου συνδυάζονται στοιχεία από *Model Based* και *Signal Based* μεθόδους για την διάγνωση σφαλμάτων σε επαγωγικούς κινητήρες.

Το εργαλείο που επιλέχθηκε στην παρούσα μελέτη είναι η χρήση των μεθόδων που βασίζονται σε μαθηματικά μοντέλα. Η προσέγγιση των μεθόδων αυτών στηρίζεται στη γνώση του μαθηματικού μοντέλου της διεργασίας και στη δημιουργία “υπολοίπων” (*residuals*) μεταξύ της πραγματικής και της εκτιμώμενης λειτουργίας. Τα “υπόλοιπα” αυτά θα τείνουν στο μηδέν εφόσον η λειτουργία δεν υπόκειται σε σφάλματα, ενώ θα πρέπει να είναι διαφορετικά του μηδενός σε αντίθετη περίπτωση. Υπάρχει μια πληθώρα από τέτοιες μεθοδολογίες (Willsky, 1976), (Isermann, 1984), (Frank, 1991) που μπορούν να εφαρμοστούν σε ένα πρόβλημα αναγνώρισης σφαλμάτων.

### 1.3 Μαθηματικό μοντέλο επαγωγικού κινητήρα

Τα μαθηματικά μοντέλα απαιτούν την γνώση των φυσικών μεγεθών του συστήματος που μελετάται με σκοπό την δημιουργία τους. Με τον τρόπο αυτό μπορεί να αναπτυχθεί ένας αλγόριθμος αποφάσεων για την διάγνωση σφαλμάτων. Βασικό πλεονέκτημα της συγκεκριμένης μεθόδου είναι πως η υλοποίησή της γίνεται σε επίπεδο λογισμικού (software) και επομένως δεν χρειάζεται η προμήθεια συγκεκριμένου εξοπλισμού, ενώ παράλληλα μπορεί να γίνει αναβάθμιση των αλγόριθμων ανέξοδα. Παράλληλα μπορεί να γίνει διάγνωση μεγάλου εύρους σφαλμάτων, εφόσον το μοντέλο που χρησιμοποιείται έχει σαφή δομή και μαθηματική αναπαράσταση.

Κάθε ορθό μαθηματικό μοντέλο θα πρέπει να περιγράφει τον συσχετισμό μεταξύ των ηλεκτρικών και των μηχανικών μεγεθών ενός ηλεκτρικού κινητήρα. Αρχικά πρέπει να γίνουν ορισμένες υποθέσεις σχετικά με το μοντέλο του κινητήρα που θα χρησιμοποιηθεί (Krause & Thomas, 1965), (Krause, et al., 2013):

- Θεωρείται πως ο τύπος του επαγωγικού κινητήρα που θα μελετηθεί είναι με τύλιγμα κλωβού (*squirrel-cage*).
- Οι αποστάσεις μεταξύ δρομέα και στάτη είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες (*διάκενο αέρα – air gap*).
- Τα τυλίγματα στον στάτη να είναι όμοια μεταξύ τους, κατανεμημένα ώστε να παράγουν μια ημίτονη μαγνητοκινητική δύναμη (magnetomotive force – MMF) στο χώρο και σχεδιασμένα ώστε μόνο ένα MMF κύμα να παράγεται από ισόρροπα ρεύματα στον στάτη.
- Τα τυλίγματα του δρομέα να είναι σχεδιασμένα ώστε, οποιαδήποτε χρονική στιγμή, το κύμα MMF του δρομέα να είναι ημίτονης μορφής έχοντας ίσο πλήθος πόλων με το MMF κύμα του στάτη.

Η μορφή ημίτονου, που έχουν τα σήματα του κινητήρα, αυξάνει τον βαθμό δυσκολίας όταν θέλουμε να κάνουμε υπολογισμούς με χρήση ενός λογισμικού και για αυτό θα πρέπει να τα απλοποιήσουμε. Με χρήση ενός στατικού συστήματος αναφοράς τα τριφασικά ρεύματα του στάτη μπορούν να σχηματίσουν ένα μοναδικό διάνυσμα ρευμάτων που θα περιστρέφεται στον χρόνο. Εάν όμως θεωρήσουμε ότι το σύστημα αναφοράς είναι περιστρεφόμενο, με γωνιακή ταχύτητα ίση με την γωνιακή ταχύτητα του κινητήρα, τα διανύσματα των ρευμάτων θα συμπεριφέρονται σαν να είναι **μη περιστρεφόμενα**.

Για την μεταφορά από το στατικό στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς θα κάνουμε χρήση των μετασχηματισμών των *Clarke* και *Park* (O'Rourke, et al., 2019). Αρχικά, χρειάζεται να μετριοúνται μόνο δύο από τα τρία ρεύματα του κινητήρα, καθώς γνωρίζουμε ότι το άθροισμα και των τριών θα πρέπει να ισούται με το μηδέν. Τα μετρούμενα ρεύματα θα αποτελούν τα διανύσματα ρεύματος μέσα στο αρχικό σύστημα αξόνων (στατικό), όπου ο κάθε άξονας έχει διαφορά 120° από τον επόμενο.

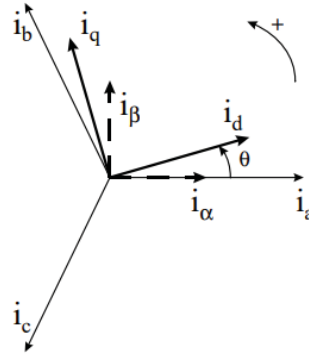
Ο πρώτος μετασχηματισμός που θα χρησιμοποιηθεί είναι του *Clarke* ο οποίος θα επιτύχει την απεικόνιση των τριών διανυσμάτων ρεύματος ( $i_a, i_b, i_c$ ) του αρχικού συστήματος αξόνων ( $a, b, c$ ) σε δύο διανύσματα ( $i_\alpha, i_\beta$ ), μεταβαλλόμενα με βάση την γωνιακή ταχύτητα του κινητήρα στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων ( $\alpha, \beta$ ). Οι εξισώσεις που περιγράφουν τον μετασχηματισμό είναι:

$$\begin{aligned} I_\alpha &= I_a \\ I_\beta &= 0.577(I_a + 2I_b) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Στη συνέχεια θα χρησιμοποιηθεί ο μετασχηματισμός του *Park* με σκοπό να γίνει μεταφορά από το σύστημα αναφοράς ( $\alpha, \beta$ ) στο σύστημα ( $d, q$ ), το οποίο περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ίση με

του κινητήρα. Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής είναι η  $\theta$ . Οι εξισώσεις που περιγράφουν τον μετασχηματισμό είναι:

$$\begin{aligned} I_d &= I_\alpha * \cos\theta + I_\beta * \sin\theta \\ I_q &= -I_\alpha * \sin\theta + I_\beta * \cos\theta \end{aligned} \quad (1.2)$$



Εικ. 1.6 Συσχετισμός των αξόνων των μετασχηματισμών Clarke & Park.

Το μαθηματικό μοντέλο του κινητήρα που θα χρησιμοποιηθεί στη παρούσα εργασία είναι ένα μοντέλο δύο διαστάσεων πάνω σε σταθερούς άξονες, όπως αυτό περιγράφεται στο βιβλίο “Modern Power Electronics and AC Drives” του Bimal K. Bose (Bose, 1986), ύστερα από εφαρμογή των μετασχηματισμών *Clarke-Park*. Οι βασικές παράμετροι που χαρακτηρίζουν το μοντέλο είναι: η αντίσταση του στάτη και του δρομέα, η αυτεπαγωγή του στάτη και του δρομέα και τέλος η αυτεπαγωγή μεταξύ δρομέα και στάτη.

Σύμφωνα με το άρθρο των Bennett et. al. (Bennett, et al., 1999), διαμορφώνοντας κατάλληλα τις εξισώσεις, μπορούμε να πάρουμε το μοντέλο του κινητήρα σε μορφή χώρου-κατάστασης (state-space model):

$$\dot{x}(t) = A(\omega)x(t) + Bu(t) \quad (1.3)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (1.4)$$

όπου  $u(t) \in \mathfrak{R}^m$  είναι το διάνυσμα των τάσεων εισόδου,  $x(t) \in \mathfrak{R}^n$  είναι το διάνυσμα κατάστασης των ρευμάτων σε δρομέα και στάτη και  $y(t) \in \mathfrak{R}^q$  είναι το διάνυσμα εξόδου των μετρούμενων ρευμάτων του στάτη, με  $m = 2$ ,  $q = 2$  και  $n = 4$ . Οι πίνακες  $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathcal{R}^{n \times m}$ ,  $C \in \mathcal{R}^{q \times n}$  είναι γνωστοί.

$$\begin{aligned} x &= [I_{ds} \quad I_{qs} \quad I_{dr} \quad I_{qr}]^T \\ y &= [I_{ds} \quad I_{qs}]^T \\ u &= [V_{ds} \quad V_{qs} \quad V_{dr} \quad V_{qr}]^T \end{aligned} \quad (1.5)$$

όπου  $I_{ds}$ ,  $I_{qs}$  είναι τα ρεύματα του στάτη,  $I_{dr}$ ,  $I_{qr}$  τα ρεύματα του δρομέα,  $V_{ds}$ ,  $V_{qs}$  οι τάσεις του στάτη και  $V_{dr}$ ,  $V_{qr}$  οι τάσεις του δρομέα, όλα εκφρασμένα στους άξονες *d-q* (*direct – quadrature*).

Σε έναν επαγωγικό κινητήρα με χαρακτηριστικά, όπως αυτά που έχουν περιγραφεί παραπάνω, γνωρίζουμε πως δεν είναι δυνατή η μέτρηση των εντάσεων ρεύματος δρομέα και επομένως τα διανύσματα που περιγράφονται στη (1.5) θα γίνουν:

$$\begin{aligned} x &= [I_{ds} \quad I_{qs} \quad I_{dr} \quad I_{qr}]^T \\ y &= [I_{ds} \quad I_{qs}]^T \\ u &= [V_{ds} \quad V_{qs}]^T \end{aligned} \quad (1.6)$$



Οι πίνακες των εξισώσεων (1.3) και (1.4) θα έχουν τη παρακάτω μορφή:

$$A(\omega) = \frac{\begin{bmatrix} -L_r R_s & \omega M^2 & R_r M & \omega L_r M \\ -\omega M^2 & -L_r R_s & -\omega L_r M & R_r M \\ R_s M & \omega L_s M & -L_s R_r & -\omega L_r L_s \\ \omega L_s M & R_s M & \omega L_r L_s & -L_s R_r \end{bmatrix}}{L_r L_s - M^2}$$

$$B = \frac{\begin{bmatrix} L_r & 0 \\ 0 & L_r \\ -M & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix}}{L_r L_s - M^2}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

όπου  $R_s$  η αντίσταση του στάτη,  $R_r$  η αντίσταση του δρομέα,  $L_s$  η αυτεπαγωγή του στάτη,  $L_r$  η αυτεπαγωγή του δρομέα,  $L_m$  η αυτεπαγωγή μεταξύ δρομέα και στάτη,  $\omega$  η γωνιακή ταχύτητα του κινητήρα και  $M$  η ζήτηση διαμόρφωσης.

Οι διαστάσεις και οι τιμές του πίνακα  $C$  οφείλονται στο γεγονός πως δεν μπορεί να γίνει μέτρηση των ρευμάτων του δρομέα.

Σημειώνεται ότι οι τιμές που λαμβάνουν οι πίνακες του δυναμικού μοντέλου, όπως αυτό περιγράφεται από τις εξισώσεις (1.3) και (1.4), είναι οι ακόλουθες (Lopez-Toribio, et al., 2000):

$$A(\omega) = \begin{bmatrix} -459,2987 & -6,5492\omega & 233,3444 & -7,0314\omega \\ 6,5492\omega & -459,2987 & 7,0314\omega & 233,3444 \\ 427,7981 & 7,0314\omega & -250,5265 & 7,5492\omega \\ -7,0314\omega & 427,7981 & -7,5492\omega & -250,5265 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 8,3509 & 0 \\ 0 & 8,3509 \\ -7,7781 & 0 \\ 0 & -7,7781 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Η μεθοδολογία που προτείνεται στη συγκεκριμένη εργασία είναι ο σχεδιασμός ενός ασαφούς μαθηματικού μοντέλου που θα ακολουθεί με πιστότητα την απόκριση του μη γραμμικού (1.3) και (1.4) (Bennett, et al., 1999), (Lopez-Toribio, et al., 2000). Σε αντίθεση με τα άρθρα αυτά, χρησιμοποιείται η κλασική μεθοδολογία σχεδίασης του ασαφούς μοντέλου, όπως αυτή παρουσιάζεται αναλυτικά στο βιβλίο “*Fuzzy Control Systems Design And Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*” (Tanaka & Wang, 2001), και αποδεικνύεται πως μπορεί να υπάρξει μια συστηματική μεθοδολογία που θα καταλήγει στη διάγνωση σφαλμάτων και θα μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε μη γραμμικό μοντέλο επιλεγεί, όπως για παράδειγμα στο (Kladis, et al., 2015), όπου γίνεται εφαρμογή μιας αντίστοιχης μεθοδολογίας για ένα σμήνος μη επανδρωμένων ιπτάμενων οχημάτων (UAVs).

#### 1.4 Δομή της εργασίας

Μετά την σύντομη αναφορά στο θεωρητικό υπόβαθρο της εργασίας που αποτελεί την βάση της ακολουθούν το δεύτερο κεφάλαιο, όπου γίνεται γενική αναφορά στα βασικά εργαλεία που θα χρησιμοποιηθούν με σκοπό την μαθηματική ανάλυση του μοντέλου του επαγωγικού κινητήρα. Στη συνέχεια στο τρίτο κεφάλαιο πραγματοποιείται, μέσω αναπαράστασης Takagi-Sugeno (T-S), η δημιουργία του ασαφούς μοντέλου ενός τριφασικού επαγωγικού κινητήρα. Το μαθηματικό μοντέλο προσομοιώνεται και συγκρίνεται με το ανάλογο (T-S) και στη συνέχεια παρατηρούνται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα.

Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται ο σχεδιασμός του παρατηρητή με δύο διαφορετικές τεχνικές, την *Τοποθέτηση Πόλων* και χρησιμοποιώντας εργαλεία από την *Lyapunov* θεωρία. Παράλληλα σχολιάζονται και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αντίστοιχων προσομοιώσεων. Ακολουθεί το πέμπτο κεφάλαιο, στο οποίο γίνεται εισαγωγή σφαλμάτων στο μοντέλο του κινητήρα. Εξετάζεται η απόκριση του συστήματος και παρατηρείται η ανάγκη για τροποποίηση του σχεδιασμού του παρατηρητή με σκοπό την διάγνωση σφαλμάτων. Αναλύεται η νέα μεθοδολογία για τον εκ νέου σχεδιασμό του και δοκιμάζεται με την παρουσία σφαλμάτων. Τέλος, στο έκτο κεφάλαιο συνοψίζονται τα συμπεράσματα της εργασίας και παράλληλα τίγονται ζητήματα έρευνας στον συγκεκριμένο τομέα στο πλαίσιο μιας μελλοντικής μελέτης.

## 2 Βασικά εργαλεία ανάλυσης

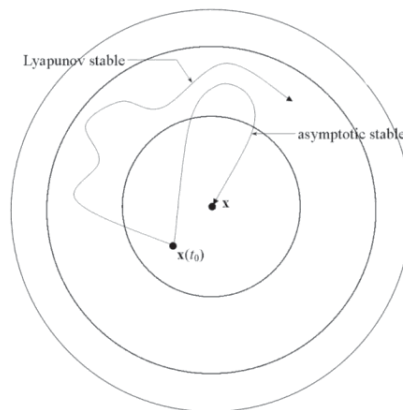
Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται η αναφορά και περιγραφή των βασικών αρχών ορισμένων από τα σημαντικότερα εργαλεία που χρησιμοποιούνται στο πλαίσιο της ανάλυσης του μοντέλου του επαγωγικού κινητήρα.

Πιο αναλυτικά:

### 1.1 Ανάλυση Lyapunov

Η θεωρία της ευστάθειας, η οποία εκτενώς και εμπειριστατωμένα αναλύεται στο βιβλίο του Hasan K. Khalil “Non-Linear Systems” (Khalil, 2002), έχει έναν πολύ σημαντικό ρόλο στη θεωρία των συστημάτων και στη μηχανική. Υπάρχουν πολλαπλά προβλήματα ευστάθειας που προκύπτουν από την μελέτη των δυναμικών συστημάτων.

Η ευστάθεια των σημείων ισορροπίας χαρακτηρίζεται με βάση τον Lyapunov. Τα θεωρήματα αυτά δίνουν επαρκείς συνθήκες για την ύπαρξη ευστάθειας, ασυμπτωτικής ευστάθειας και ούτω καθεξής. Το θεώρημα που χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία είναι η απευθείας μέθοδος: “Εάν ένα σύστημα έχει μια ευσταθή κατάσταση ισορροπίας  $x_c$ , τότε η αποθηκευμένη ενέργεια του συστήματος θα εξασθενεί με τον χρόνο, μέχρι να φτάσει την ελάχιστη τιμή στην κατάσταση ισορροπίας”.



Εικ. 2.1 Γραφική αναπαράσταση ευστάθειας Lyapunov.

### Θεώρημα

Θεωρούμε πως για  $x = 0$  έχουμε ένα σημείο ισορροπίας για ένα σύστημα με εξίσωση:

$$\dot{x} = f(x) \quad (2.1)$$

Εάν υπάρχει κάποια συνάρτηση Lyapunov  $V(x)$  που παραγωγίζεται για κάθε  $x$  και ικανοποιεί τις ακόλουθες συνθήκες:

$$V(0) = 0 \quad (2.2)$$

$$V(x) > 0, \quad \forall x \neq 0 \quad (2.3)$$

$$\dot{V}(x) \leq 0 \quad (2.4)$$

τότε το σημείο ισορροπίας είναι ευσταθές.

Μία εξίσωση  $V(x)$  όταν ικανοποιεί τις συνθήκες:

- $V(0) = 0$  και  $V(x) > 0$ , λέγεται “*Θετικά Ορισμένη*”.
- $V(0) = 0$  και  $V(x) \geq 0$ , λέγεται “*Θετικά Ημι-ορισμένη*”.
- $V(0) = 0$  και  $-V(x) \geq 0$ , λέγεται “*Αρνητικά Ορισμένη*” ή “*αρνητικά Ημι-ορισμένη*” αντίστοιχα.

Επομένως, βασιζόμενοι στην παραπάνω ορολογία, μπορούμε να αναδιατυπώσουμε το θεώρημα Lyapunov ορίζοντας πως: “Το σημείο ισορροπίας ενός συστήματος είναι ευσταθές, εάν υπάρχει μια θετικά ορισμένη συνάρτηση Lyapunov  $V(x)$ , που παραγωγίζεται για κάθε  $x$ , ώστε το  $\dot{V}(x)$  να είναι αρνητικά ημι-ορισμένο”.

Επιπλέον, εάν

$$\dot{V}(x) < 0 \quad (2.5)$$

το σημείο ισορροπίας είναι ασυμπτωτικά ευσταθές.

Το θεώρημα Lyapunov μπορεί να χρησιμοποιηθεί χωρίς να χρειάζεται να λυθεί η εξίσωση (2.1). Παράλληλα ο έλεγχος της ευστάθειας προϋποθέτει τον προσδιορισμό της βαθμωτής συνάρτησης  $V(x)$ , που ονομάζεται “*συνάρτηση Lyapunov*”, για το οποίο δεν υπάρχει συστηματική μέθοδος. Σε αρκετές περιπτώσεις ο προσδιορισμός της συνάρτησης βασίζεται σε τεχνικές *trial and error*, ενώ σε άλλες μπορούν να χρησιμοποιηθούν εργαλεία όπως η *Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων* (Papachristodoulou & Prajna, 2002).

Ακολουθεί παράδειγμα για την μελέτη της ευστάθειας ενός γραμμικού συστήματος:

Θεωρούμε το γραμμικό σύστημα:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) \quad (2.6)$$

θα πρέπει να υπάρχει θετικά ορισμένος και συμμετρικός πίνακας  $P$  ώστε η συνάρτηση Lyapunov:

$$V(x) = x^T P x > 0, \quad (2.7)$$

δηλαδή να είναι θετικά ορισμένη και η παράγωγος της:

$$\dot{V}(x) = \frac{d}{dt} V(x) = x^T (A^T P + P A) x \leq 0, \quad (2.8)$$

δηλαδή να είναι αρνητικά ημι-ορισμένη. Διαφορετικά, ορίζοντας  $Q = A^T P + P A$ , θα πρέπει

$$\dot{V}(x) = x^T Q x \leq 0 \quad (2.9)$$

και άρα

$$Q < 0 \quad (2.10)$$

όπου  $x \in \mathcal{R}^n$  είναι η μεταβλητή του συστήματος που εξετάζεται και οι πίνακες  $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ,  $P \in \mathcal{R}^{n \times n}$  και  $Q \in \mathcal{R}^{n \times n}$ .

Το παραπάνω πρόβλημα ανάλυσης του συστήματος (2.6) ανάγεται σε πρόβλημα εύρεσης κατάλληλων πινάκων με σκοπό να ικανοποιούνται οι παραπάνω ανισότητες (VanAntwerp & Braatz, 2000). Η εξίσωση (2.10) καλείται “*Γραμμική Ανισότητα Πινάκων*” (Linear Matrix Inequalities – LMIs) και για την λύση της υπάρχουν αλγόριθμοι, όπως οι μέθοδοι εσωτερικών σημείων (Boyd, et al., 1994), που βασίζονται σε επαναλήψεις.

### 2.1 Γραμμικές Ανισότητες Πινάκων

Οι *Γραμμικές Ανισότητες Πινάκων* γεννήθηκαν με την δημοσίευση του έργου του Lyapunov. Μια σύντομη αναφορά στις *Γραμμικές Ανισότητες Πινάκων* (LMIs) θα γίνει με βάση το βιβλίο “Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory” (Boyd, et al., 1994).

Η απαίτηση πως  $P > 0$  και  $A^T P + PA < 0$  καλείται ως “ανισότητα Lyapunov στον  $P$ ” και είναι μια συγκεκριμένη μορφή LMI. Ο Lyapunov απέδειξε, επίσης, ότι το παραπάνω LMI μπορεί να λυθεί αν γίνει επιλογή ενός πίνακα  $Q = Q^T > 0$  και λύσουμε την γραμμική εξίσωση  $A^T P + PA = -Q$  ως προς τον πίνακα  $P$ , ο οποίος, όπως γνωρίζουμε εξ ορισμού, πρέπει να είναι θετικά ορισμένος ώστε το σύστημά μας να είναι ευσταθές.

Σταδιακά η έρευνα οδηγήθηκε τόσο στην χρήση των LMI σε συστήματα υψηλότερης τάξης όσο και στην εύρεση διαφορετικών μεθόδων που συνδυαστικά προσέφεραν μεγαλύτερη ευφυία και ταχύτητα επίλυσης. Τα τελευταία χρόνια η αναγωγή των προβλημάτων αυτών στο πεδίο της “Κυρτής Βελτιστοποίησης”, που εμπεριέχει LMI μαζί με την ανάπτυξη της τεχνολογίας, προκάλεσαν την δημιουργία αλγόριθμων που προσφέρουν λύσεις υψηλού επιπέδου. Βασικοί τέτοιοι αλγόριθμοι είναι ο “Έλλειψοειδής Αλγόριθμος” (Bland, et al., 1981), (Karloff, 1991) και οι “Μέθοδοι Εσωτερικών Σημείων” (Nesterov & Nemirovskii, 1994) που βασίζονται σε επαναλήψεις υπολογισμών.

Ένα LMI έχει την ακόλουθη μορφή:

$$F(x) \triangleq F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (2.11)$$

όπου  $x \in \mathcal{R}^n$  είναι η μεταβλητή και οι συμμετρικοί πίνακες  $F_i = F_i^T \in \mathcal{R}^{m \times m}$ ,  $i = 0, \dots, m$  είναι γνωστοί. Το σύμβολο της ανισότητας στην παραπάνω εξίσωση σημαίνει πως η  $F(x)$  είναι θετικά ορισμένη, π.χ.  $u^T F(x) u > 0$  για όλα τα μή μηδενικά  $u \in \mathcal{R}^m$ . Φυσικά η (2.11) είναι ισοδύναμη με ένα άθροισμα  $n$  πολυωνυμικών ανισοτήτων με βάση την μεταβλητή  $x$ .

Στη “Σχεδίαση και Έλεγχος Συστημάτων” έχει αποδειχτεί πως ένα μεγάλο πλήθος ανισοτήτων μπορεί να εκφραστεί σε μορφή LMI. Οι VanAntwerp και Braatz στο άρθρο τους (VanAntwerp & Braatz, 2000), που αποτελεί έναν οδηγό με παραδείγματα σχεδιασμού και επίλυσης LMI, γίνεται απολύτως σαφής ο σημαντικός ρόλος τους στην ανάλυση, τον σχεδιασμό και τη βελτιστοποίηση των κανόνων ελέγχου.

ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ

### 3 Ασαφή Μοντέλα Takagi-Sugeno

Σκοπός του κεφαλαίου αυτού είναι η δημιουργία του ασαφούς μοντέλου του επαγωγικού κινητήρα που παρουσιάστηκε στο πρώτο κεφάλαιο με χρήση της ασαφούς λογικής Takagi-Sugeno (T-S) (Takagi & Sugeno, 1985), ώστε να επιτευχθεί η γραμμικοποίησή του. Τα ασαφή μοντέλα T-S αποτελούν ένα δυνατό εργαλείο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί ευρέως σε μεγάλο πλήθος εφαρμογών, καθώς αποτελούν μια συστηματική μεθοδολογία ανάλυσης ενός συστήματος χρησιμοποιώντας εργαλεία από την Θεωρία Γραμμικού Ελέγχου.

Πιο συγκεκριμένα, τα T-S περιγράφονται από ασαφής IF-THEN κανόνες. Οι κανόνες αυτοί συσχετίζουν τις εισόδους με τις εξόδους ενός μη γραμμικού συστήματος σε επιμέρους περιοχές που το σύστημα μπορεί να γραμμικοποιηθεί. Στη συνέχεια μπορεί να γίνει σύνθεση του συνολικού μοντέλου με μια ασαφή μίξη των τοπικά γραμμικών μοντέλων.

Οι κανόνες του μοντέλου μπορούν να περιγραφούν ως ακολούθως:

**Για ένα Συνεχές Ασαφές Σύστημα (Continuous Fuzzy System – CFS):**

Κανόνας  $i$ :

$$\begin{aligned} &\text{IF } z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } z_2(t) \text{ is } M_{i2} \text{ and } \dots \text{ and } z_p(t) \text{ is } M_{ip}, \\ &\text{THEN } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases}, \quad \text{για } i = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \quad (3.1)$$

Για τις παραπάνω εξισώσεις ισχύει πως  $M_{ij}$  είναι οι συναρτήσεις συμμετοχής του μοντέλου,  $r$  το πλήθος των κανόνων,  $x(t) \in \mathcal{R}^n$  το διάνυσμα κατάστασης,  $u(t) \in \mathcal{R}^m$  το διάνυσμα εισόδων,  $y(t) \in \mathcal{R}^q$  το διάνυσμα εξόδων,  $A_i \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ,  $B_i \in \mathcal{R}^{n \times m}$ ,  $C_i \in \mathcal{R}^{q \times n}$  γνωστοί πίνακες και  $z_1(t), \dots, z_p(t)$  είναι γνωστές υποθετικές μεταβλητές που μπορεί να είναι εξισώσεις παραμέτρων κατάστασης, εξωτερικές διαταραχές ή/και χρόνος. Γίνεται η χρήση του όρου  $z(t)$  ως το διάνυσμα που περιέχει το σύνολο των στοιχείων  $z_1(t), \dots, z_p(t)$ , και τα οποία θεωρούμε ότι δεν είναι συναρτήσεις των παραμέτρων εισόδου του συστήματος  $u(t)$  για την αποφυγή πολύπλοκων διαδικασιών από-ασαφοποίησης των ασαφών ελεγκτών. Καλούμε “υποσύστημα” κάθε γραμμική εξίσωση που έχει τη μορφή  $A_i x(t) + B_i u(t)$ .

Λαμβάνοντας ένα ζευγάρι  $(x(t), u(t))$ , οι συνολικές εξισώσεις ενός ασαφούς συστήματος μπορούν να περιγραφούν από τις ακόλουθες εξισώσεις:

**Για ένα CFS:**

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\}}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \Rightarrow \\ \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \Rightarrow \\ y(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

όπου

$$z(t) = [z_1(t) z_2(t) \dots z_p(t)], \quad (3.4)$$

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(z_j(t)), \quad (3.5)$$

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (3.6)$$

για κάθε  $t$ .

Ο όρος  $M_{ij}(z_j(t))$  είναι ο “βαθμός συμμετοχής” του  $z_j(t)$  στο  $M_{ij}$ .

Επίσης υποθέτουμε ότι:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r w_i(z(t)) > 0, \\ w_i(z(t)) \geq 0, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad (3.7)$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1, \\ h_i(z(t)) \geq 0, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad (3.8)$$

για κάθε  $t$ .

### 3.1 Μή Γραμμικότητα Τομέα

Η κατασκευή ενός ασαφούς μοντέλου βασιζόμενο στην προσέγγιση της *Μή Γραμμικότητας Τομέα* (*Sector Nonlinearity*) έγινε πρώτη φορά το 1992 στη δημοσίευση “An Approach to Stability Analysis of Second Order Fuzzy Systems” των Kawamoto S., Tada K., Ishigame A. και Taniguchi T. (Kawamoto, et al., 1992).

Θεωρούμε μια μη γραμμική συνάρτηση με μια μεταβλητή της ακόλουθης μορφής:

$$y = f(x) \quad (3.9)$$

όπου  $f(0) = 0$  και η  $f$  είναι γνωστή.

Η κατασκευή του μοντέλου που βασίζεται στη προσέγγιση *Μή Γραμμικότητας Τομέα* εγγυάται την πιστή αναπαράσταση του μη γραμμικού μοντέλου  $f(x)$  συνολικά (Εικ. 3.1) ή τοπικά για  $x \in [-d, d]$  (Εικ. 3.2).

Από τα  $a_1, a_2$  και την  $f(x)$ , κατασκευάζονται οι συναρτήσεις συμμετοχής (membership functions) με τον ακόλουθο τρόπο:

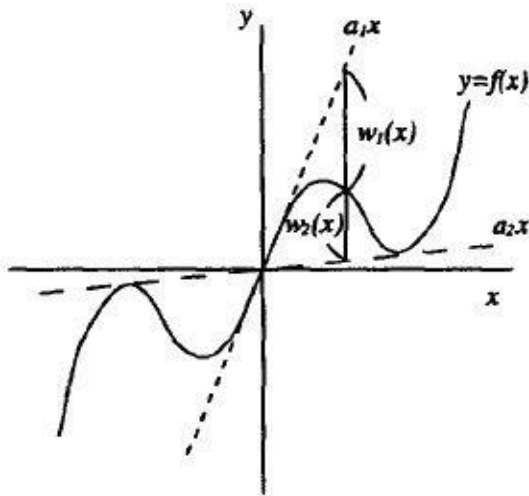
$$h_1(x) = \frac{f(x) - a_2x}{(a_1 - a_2)x}, \quad h_2(x) = \frac{a_1x - f(x)}{(a_1 - a_2)x} \quad (3.10)$$

όπου  $h_1(x) + h_2(x) = 1$  και  $h_1(x), h_2(x) \geq 0$  για κάθε  $x$ .

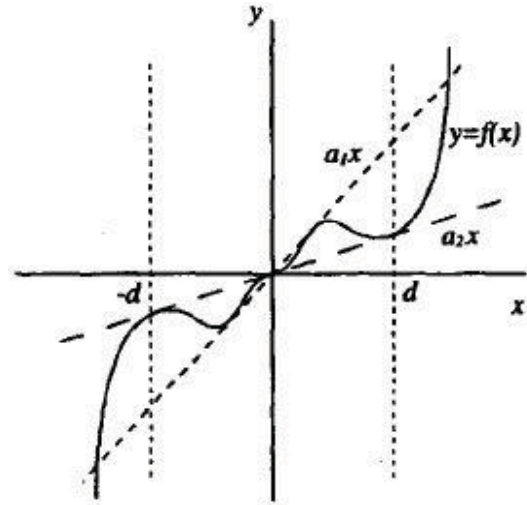
Με βάση τις συναρτήσεις συμμετοχής και τα  $a_1, a_2$  η εξίσωση (3.9) μπορεί να πάρει την ακόλουθη μορφή:

$$y = h_1(x)a_1x + h_2(x)a_2x = \sum_{i=1}^2 h_i(x)a_ix \quad (3.11)$$





Εικ. 3.1 Καθολική Μή Γραμμικότητα.



Εικ. 3.2 Μή Γραμμικότητα Τομέα.

Γενικά θα πρέπει να αναφέρουμε πως η παραπάνω προσέγγιση μπορεί να επεκταθεί και στη περίπτωση που το  $f(0) \neq 0$  ή και στη περίπτωση των γραμμικών συναρτήσεων με περισσότερες από μία παραμέτρους. Στα άρθρα (Ohtake, et al., 2001) και (Tanaka & Wang, 2001) παρατίθενται παραδείγματα και πλήρης ανάλυση για το θέμα αυτό.

### 3.2 Κατασκευή ασαφούς μοντέλου

Στη συνέχεια θα γίνει ο σχεδιασμός του ασαφούς μοντέλου του επαγωγικού κινητήρα, που χρησιμοποιείται στην εργασία, βάση των εξισώσεων (1.3) και (1.4), όπως αυτές έχουν περιγραφεί σε προηγούμενο κεφάλαιο.

Οι όροι του πίνακα  $A(\omega)$  που πολλαπλασιάζονται με το  $\omega$  θα είναι οι μή γραμμικότητες του συστήματος. Μέσω της μεθοδολογίας που ακολουθείται στο βιβλίο των Tanaka et. al. (Tanaka & Wang, 2001) μπορούμε να αντικαταστήσουμε τους μή γραμμικούς όρους με τους όρους  $z_x$ , όπως παρακάτω, δημιουργώντας υποθετικές μεταβλητές (*premise variables*):

$$A = \begin{bmatrix} -459,2987 & -z_1 & 233,3444 & -z_2 \\ z_1 & -459,2987 & z_2 & 233,3444 \\ 427,7981 & z_2 & -250,5265 & z_3 \\ -z_2 & 427,7981 & -z_3 & -250,5265 \end{bmatrix}$$

Γνωρίζοντας ότι ο κινητήρας μπορεί να αναπτύξει ταχύτητες  $\omega \in [0, 94] \text{ rad/sec}$  και βασιζόμενοι στη μεθοδολογία *Μή Γραμμικότητα Τομέα*, μπορούμε να υπολογίσουμε τις μέγιστες και τις ελάχιστες τιμές που λαμβάνουν τα  $z_1, z_2, z_3$ .

$$z_{1max} = 6,5492 \times \omega_{max} = 615,6248$$

$$z_{1min} = 6,5492 \times \omega_{min} = 0$$

$$z_{2max} = 7,0314 \times \omega_{max} = 660,9516$$

$$z_{2min} = 7,0314 \times \omega_{min} = 0$$

$$z_{3max} = 7,5492 \times \omega_{max} = 709,6248$$

$$z_{3min} = 7,5492 \times \omega_{min} = 0$$

Μέσω των μέγιστων και ελάχιστων τιμών, τα  $z_1, z_2, z_3$  μπορούν να γραφτούν και με τον ακόλουθο τρόπο:

$$\begin{aligned} z_1 &= 6,5492 \times \omega = M_1(z_1) \times z_{1max} + M_2(z_1) \times z_{1min} \\ z_2 &= 7,0314 \times \omega = N_1(z_2) \times z_{2max} + N_2(z_2) \times z_{2min} \\ z_3 &= 7,5492 \times \omega = E_1(z_3) \times z_{3max} + E_2(z_3) \times z_{3min} \end{aligned} \quad (3.12)$$

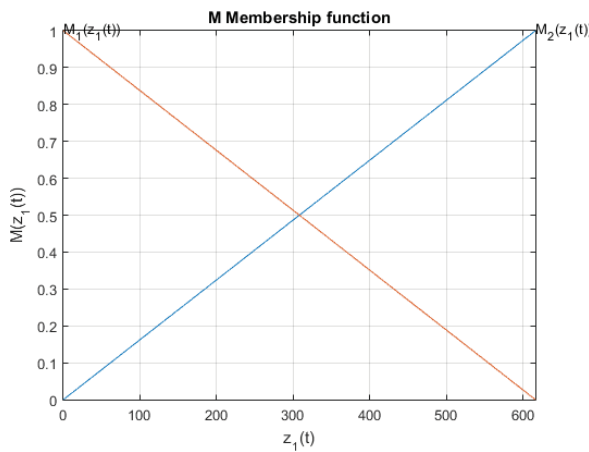
όπου

$$\begin{aligned} M_1(z_1) + M_2(z_1) &= 1 \\ N_1(z_2) + N_2(z_2) &= 1 \\ E_1(z_3) + E_2(z_3) &= 1 \end{aligned} \quad (3.13)$$

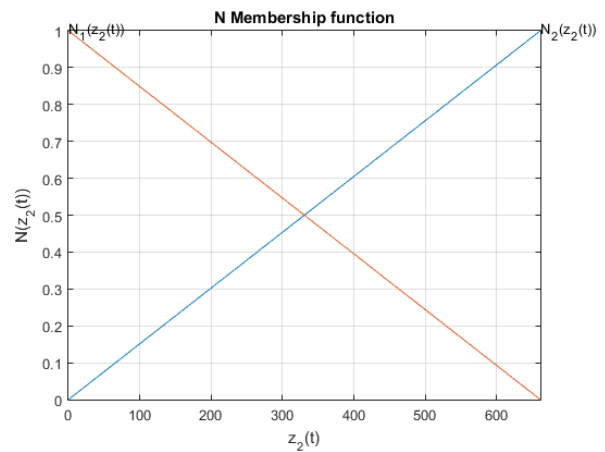
Με βάση τις εξισώσεις (3.12) και (3.13) καταλήγουμε πως οι συναρτήσεις συμμετοχής θα είναι:

$$\begin{aligned} M_1(z_1) &= \frac{z_1 - z_{1min}}{z_{1max} - z_{1min}} & M_2(z_1) &= \frac{z_1 - z_{1max}}{z_{1min} - z_{1max}} \\ N_1(z_2) &= \frac{z_2 - z_{2min}}{z_{2max} - z_{2min}} & N_2(z_2) &= \frac{z_2 - z_{2max}}{z_{2min} - z_{2max}} \\ E_1(z_3) &= \frac{z_3 - z_{3min}}{z_{3max} - z_{3min}} & E_2(z_3) &= \frac{z_3 - z_{3max}}{z_{3min} - z_{3max}} \end{aligned}$$

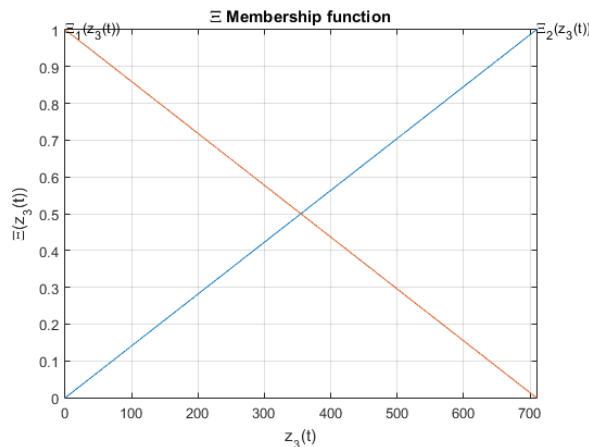
Γραφικά οι συναρτήσεις συμμετοχής έχουν την ακόλουθη μορφή:



Εικ. 3.3 Συνάρτηση συμμετοχής M.



Εικ. 3.4 Συνάρτηση συμμετοχής N.



Εικ. 3.5 Συνάρτηση συμμετοχής E.

Συνεχίζοντας μπορούμε να ορίσουμε τους κανόνες του ασαφούς μοντέλου:

Κανόνας 1:

Εάν  $z_1 = \min, z_2 = \min, z_3 = \min$   
τότε:  $\dot{x}(t) = A_1(t) + Bu(t)$

Κανόνας 3:

Εάν  $z_1 = \min, z_2 = \max, z_3 = \min$   
τότε:  $\dot{x}(t) = A_3x(t) + Bu(t)$

Κανόνας 5:

Εάν  $z_1 = \max, z_2 = \min, z_3 = \min$   
τότε:  $\dot{x}(t) = A_5x(t) + Bu(t)$

Κανόνας 7:

Εάν  $z_1 = \max, z_2 = \max, z_3 = \min$   
τότε:  $\dot{x}(t) = A_7x(t) + Bu(t)$

Κανόνας 2:

Εάν  $z_1 = \min, z_2 = \min, z_3 = \max$   
τότε:  $\dot{x}(t) = A_2x(t) + Bu(t)$

Κανόνας 4:

Εάν  $z_1 = \min, z_2 = \max, z_3 = \max$   
τότε:  $\dot{x}(t) = A_4x(t) + Bu(t)$

Κανόνας 6:

Εάν  $z_1 = \max, z_2 = \min, z_3 = \max$   
τότε:  $\dot{x}(t) = A_6x(t) + Bu(t)$

Κανόνας 8:

Εάν  $z_1 = \max, z_2 = \max, z_3 = \max$   
τότε:  $\dot{x}(t) = A_8x(t) + Bu(t)$

και οι επιμέρους πίνακες θα είναι:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -459,2987 & 0 & 233,3444 & 0 \\ 0 & -459,2987 & 0 & 233,3444 \\ 427,7981 & 0 & -250,5265 & 0 \\ 0 & 427,7981 & 0 & -250,5265 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -459,2987 & 0 & 233,3444 & 0 \\ 0 & -459,2987 & 0 & 233,3444 \\ 427,7981 & 0 & -250,5265 & 709,6248 \\ 0 & 427,7981 & -709,6248 & -250,5265 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -459,2987 & 0 & 233,3444 & -660,9516 \\ 0 & -459,2987 & 660,9516 & 233,3444 \\ 427,7981 & 660,9516 & -250,5265 & 0 \\ -660,9516 & 427,7981 & 0 & -250,5265 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} -459,2987 & 0 & 233,3444 & -660,9516 \\ 0 & -459,2987 & 660,9516 & 233,3444 \\ 427,7981 & 660,9516 & -250,5265 & 709,6248 \\ -660,9516 & 427,7981 & -709,6248 & -250,5265 \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} -459,2987 & -615,6248 & 233,3444 & 0 \\ 615,6248 & -459,2987 & 0 & 233,3444 \\ 427,7981 & 0 & -250,5265 & 0 \\ 0 & 427,7981 & 0 & -250,5265 \end{bmatrix}$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} -459,2987 & -615,6248 & 233,3444 & 0 \\ 615,6248 & -459,2987 & 0 & 233,3444 \\ 427,7981 & 0 & -250,5265 & 709,6248 \\ 0 & 427,7981 & -709,6248 & -250,5265 \end{bmatrix}$$

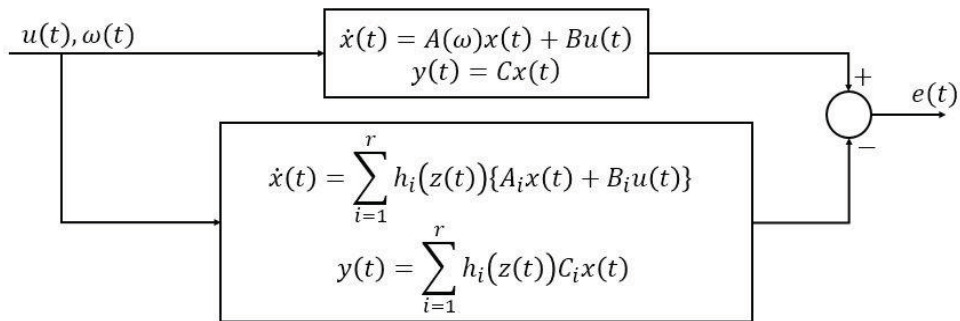
$$A_7 = \begin{bmatrix} -459,2987 & -615,6248 & 233,3444 & -660,9516 \\ 615,6248 & -459,2987 & 660,9516 & 233,3444 \\ 427,7981 & 660,9516 & -250,5265 & 0 \\ -660,9516 & 427,7981 & 0 & -250,5265 \end{bmatrix}$$

$$A_8 = \begin{bmatrix} -459,2987 & -615,6248 & 233,3444 & -660,9516 \\ 615,6248 & -459,2987 & 660,9516 & 233,3444 \\ 427,7981 & 660,9516 & -250,5265 & 709,6248 \\ -660,9516 & 427,7981 & -709,6248 & -250,5265 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 8,3509 & 0 \\ 0 & 8,3509 \\ -7,7781 & 0 \\ 0 & -7,7781 \end{bmatrix}$$

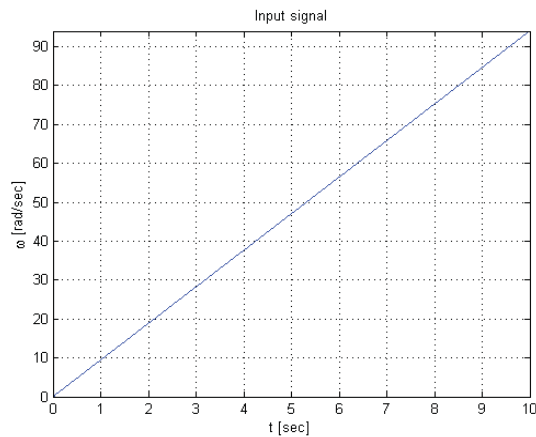
### 3.3 Σύγκριση του μή γραμμικού και του T-S μοντέλου

Με την χρήση του MatLab μπορούμε να υλοποιήσουμε το μή γραμμικό και το T-S μοντέλο. Οι προσομοιώσεις έγιναν με διαφορετικές εισόδους στο σύστημα για να εξετάσουμε την απόκριση του T-S μοντέλου σε σχέση με το μή γραμμικό, χωρίς την παρουσία σφαλμάτων. Στόχος είναι η σύγκρισή τους ώστε να δείξουμε ότι τα δύο μοντέλα είναι ίδια.

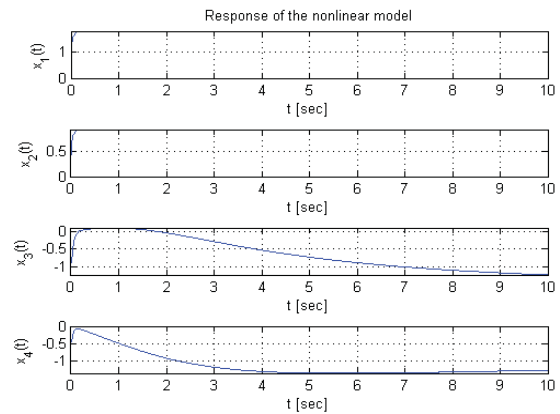


Εικ. 3.6 Δομικό διάγραμμα.

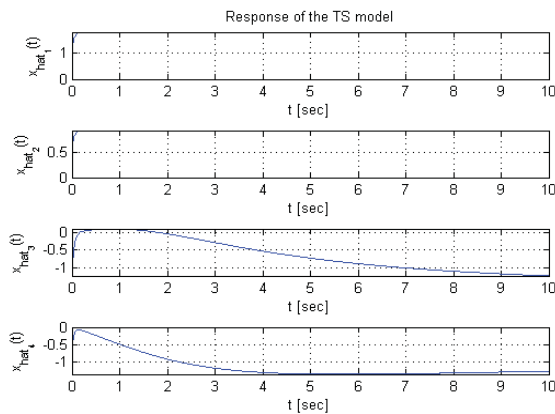
Προσομοιώνοντας για συνολικό χρόνο 10sec και αυξάνοντας γραμμικά την γωνιακή ταχύτητα του δρομέα  $\omega \in [0, 94] \text{ rad/sec}$  θα παρατηρήσουμε την απόκριση του μη γραμμικού μοντέλου, την απόκριση του T-S μοντέλου, καθώς και την σύγκριση των δύο.



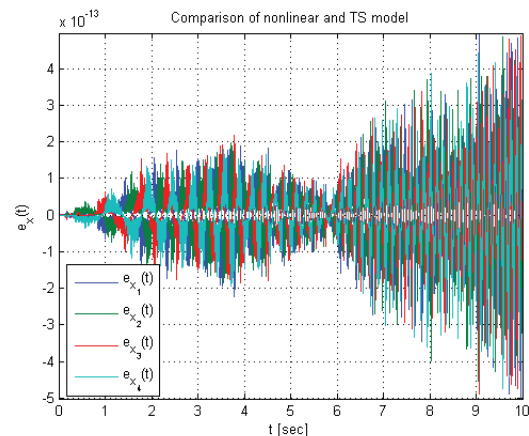
Εικ. 3.7 Σήμα εισόδου.



Εικ. 3.8 Απόκριση μη γραμμικού μοντέλου.

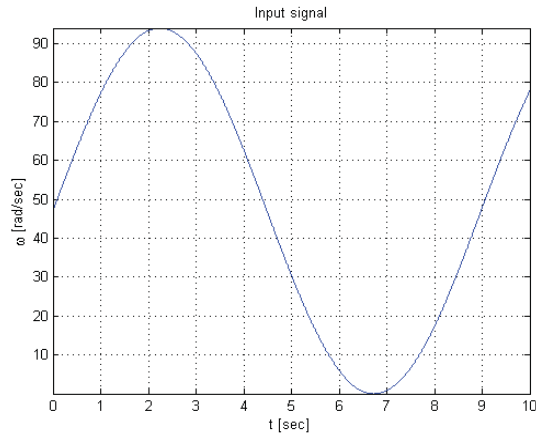


Εικ. 3.9 Απόκριση T-S μοντέλου.

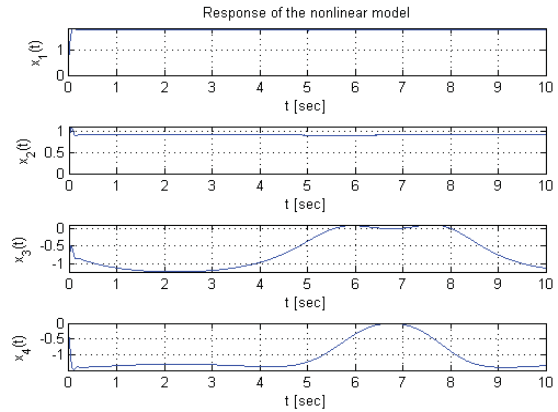


Εικ. 3.10 Σύγκριση εκτίμησης κατάστασης των δύο μοντέλων.

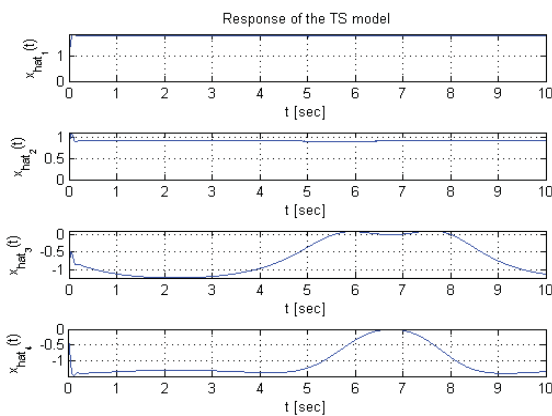
Ακολούθως θα έχουμε την απόκριση των συστημάτων σε τριγωνομετρική είσοδο, κρατώντας τον συνολικό χρόνο προσομοίωσης ίδιο:



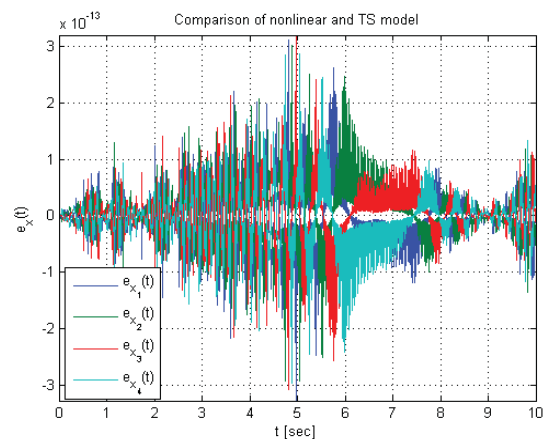
Εικ. 3.11 Σήμα εισόδου.



Εικ. 3.12 Απόκριση μὴ γραμμικού μοντέλου.



Εικ. 3.13 Απόκριση T-S μοντέλου.



Εικ. 3.14 Σύγκριση εκτίμησης κατάστασης των δύο μοντέλων.

Με βάση τα αποτελέσματα που προκύπτουν παρατηρούμε πως το σχεδιασμένο T-S μοντέλο ακολουθεί με μεγάλη ακρίβεια την απόκριση του μὴ γραμμικού, επιβεβαιώνοντας τον σωστό σχεδιασμό. Η απόκλιση που φαίνεται στις εικόνες (Εικ. 3.10), (Εικ. 3.14) είναι της τάξης  $\times 10^{-13}$  που οφείλεται σε σφάλματα στρογγυλοποίησης του MatLab.

Το ίδιο συμπέρασμα προκύπτει και με μαθηματικό τρόπο, καθώς αν αντικαταστήσουμε τα αποτελέσματα της ενότητας 3.2 στην πολυτοπική μορφή του T-S μοντέλου (εξισώσεις (3.2) και (3.3)), θα καταλήξουμε στο μὴ γραμμικό σύστημα που περιγράφεται από τις εξισώσεις (1.3) και (1.4). Θα πρέπει όμως να αναφέρουμε ότι λόγω του περιορισμού των τιμών που λαμβάνουν οι μὴ γραμμικότητες  $z_i(t)$  που επιλέγουμε, το T-S μοντέλο είναι πιστή αναπαράσταση του μὴ γραμμικού μόνο εντός αυτών των ορίων.

Το πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την συστηματική μεθοδολογία σχεδιασμού των ασαφών μοντέλων T-S για την ανάλυση και τον σχεδιασμό

συστημάτων με την χρήση εργαλείων από την Lyapunov θεωρία. Επίσης, προκύπτουν περισσότερες συναρτήσεις συμμετοχής, σε σχέση με τα άρθρα που έχουν αναφερθεί (Bennett, et al., 1999), (Lopez-Toribio, et al., 2000). Ως αποτέλεσμα έχουμε την εφαρμογή περισσότερων κανόνων και μεγαλύτερο βαθμό ελευθερίας για την λύση του προβλήματος ανάλυσης και σχεδίασης μέσω LMIs, όπως θα εξετάσουμε στα επόμενα κεφάλαια.

#### 4 Σχεδίαση παρατηρητή

Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει η σχεδίαση του παρατηρητή του συστήματος υπό υγιείς συνθήκες. Σκοπός μας είναι η ανάπτυξη μιας συγκεκριμένης μεθοδολογίας που θα μπορεί να ακολουθείται σε περιπτώσεις που επιθυμούμε την αναγνώριση σφαλμάτων σε ένα μη γραμμικό σύστημα. Η επιλογή κατασκευής ενός παρατηρητή είναι η καλύτερη επιλογή και αυτό βασίζεται στο γεγονός ότι είναι πιθανόν να μην γνωρίζουμε το σύνολο των μεταβλητών κατάστασης του μοντέλου που μελετάται και άρα να πρέπει να βασιστούμε εξ ολοκλήρου στις εισόδους και εξόδους του.

Από την στιγμή που τα αποτελέσματα της προσομοίωσης του ασαφούς μοντέλου επιβεβαιώνουν την ικανή παρακολούθηση του μη γραμμικού μοντέλου θα βασιστούμε στις μεθοδολογίες σχεδίασης που παρουσιάζονται στο βιβλίο των Tanaka *et al.* (Tanaka & Wang, 2001), ώστε να σχεδιάσουμε έναν ασαφή παρατηρητή (fuzzy observer). Σε αυτό το στάδιο για τη σχεδίαση του παρατηρητή θα θεωρήσουμε πως το μη γραμμικό σύστημα βρίσκεται υπό υγιείς συνθήκες, χωρίς την παρουσία σφαλμάτων, ενώ στο επόμενο κεφάλαιο θα μελετήσουμε την συμπεριφορά του παρατηρητή όταν το μη γραμμικό σύστημα βρίσκεται υπό την επήρεια σφαλμάτων. Θα ακολουθήσουμε δύο μεθοδολογίες σχεδίασης του παρατηρητή και θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματά τους:

- με τοποθέτηση πόλων (pole placement)
- με χρήση Lyapunov ανάλυσης.

Όπως ισχύει στον σχεδιασμό παρατηρητών, θα πρέπει για το σήμα υπολοίπου να ικανοποιείται η ακόλουθη συνθήκη:

$$x(t) - \hat{x}(t) \rightarrow 0 \quad \text{όσο ο χρόνος } t \rightarrow \infty,$$

όπου το  $\hat{x}(t)$  δηλώνει το εκτιμώμενο διάνυσμα κατάστασης του παρατηρητή. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να διασφαλίσουμε πως το σφάλμα στην σταθερή κατάσταση μεταξύ του συστήματος και του παρατηρητή θα τείνει στο μηδέν.

Με την μέθοδο, που έγινε η σχεδίαση του ασαφούς μοντέλου στο προηγούμενο κεφάλαιο, θα σχεδιάσουμε και τον παρατηρητή στο παρόν. Η διαφορά μεταξύ των δύο έγκειται στην προσθήκη ενός επιπλέον όρου στην εξίσωση του ασαφούς μοντέλου, που αποτελεί τον πίνακα κέρδους του παρατηρητή, στην υλοποίηση των κατάλληλων υπολογισμών για τον ορθό ορισμό του, καθώς και στο γεγονός πως ο παρατηρητής θα εξαρτάται από το εκτιμώμενο διάνυσμα κατάστασης.

Ο συσχετισμός των υποθετικών μεταβλητών με τις παραμέτρους κατάστασης του συστήματος μας οδηγεί σε διαφορετικό τρόπο σχεδιασμού, ανάλογα με το αν θεωρήσουμε πως οι υποθετικές μεταβλητές σχετίζονται με τις παραμέτρους που εκτιμάει ο ασαφής παρατηρητής ή όχι (Tanaka & Wang, 2001). Θεωρούμε πως τα  $z_1(t), \dots, z_p(t)$  είναι ανεξάρτητα των εκτιμώμενων παραμέτρων κατάστασης, δηλαδή εξαρτώνται μόνο από το μετρούμενο διάνυσμα κατάστασης, και με αυτό τον τρόπο μπορούμε να σχεδιάσουμε το σύστημά μας με μεγαλύτερη ευκολία. Επίσης, θα εξετάσουμε τα συνεχή ασαφή συστήματα, γνωρίζοντας, πως οι εξισώσεις των διακριτών ασαφών συστημάτων μπορούν να προκύψουν με αντίστοιχο τρόπο (Tanaka & Wang, 2001).

Πιο συγκεκριμένα ένας ασαφής παρατηρητής θα αποτελείται από επιμέρους ευσταθείς κανόνες ώστε να είναι στο σύνολο του ευσταθής:

Για ένα Συνεχές Ασαφές Σύστημα (Continuous Fuzzy System – CFS):

Ο κανόνας παρατηρητή  $i$ :

IF  $z_1(t)$  is  $M_{i1}$  and  $z_2(t)$  is  $M_{i2}$  and ... and  $z_p(t)$  is  $M_{ip}$ ,

$$\text{THEN } \begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + H_i (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C_i \hat{x}(t), \quad \text{για } i = 1, 2, \dots, r \end{cases} \quad (4.1)$$

Για τις παραπάνω εξισώσεις ισχύει πως  $M_{ij}$  είναι οι συναρτήσεις συμμετοχής του μοντέλου,  $r$  το πλήθος των κανόνων,  $\hat{x}(t) \in \mathcal{R}^n$  το διάνυσμα κατάστασης του παρατηρητή,  $u(t) \in \mathcal{R}^m$  το διάνυσμα εισόδων,  $\hat{y}(t) \in \mathcal{R}^q$  το διάνυσμα εξόδων του παρατηρητή,  $A_i \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ,  $B_i \in \mathcal{R}^{n \times m}$ ,  $C_i \in \mathcal{R}^{q \times n}$ ,  $H_i \in \mathcal{R}^{n \times q}$  γνωστοί πίνακες και τα  $z_1(t), \dots, z_p(t)$  είναι γνωστές υποθετικές μεταβλητές. Το τελικό μοντέλο του παρατηρητή θα είναι το άθροισμα των επιμέρους ευσταθών κανόνων ( $r$ ) όπως παρουσιάζεται στη συνέχεια:

$$\dot{\hat{x}}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) \{A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + H_i (y(t) - \hat{y}(t))\}}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \Rightarrow$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + H_i (y(t) - \hat{y}(t))\}, \quad (4.2)$$

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i \hat{x}(t) \quad (4.3)$$

όπου τα  $z(t)$ ,  $w_i(z(t))$ ,  $h_i(z(t))$  αναλύονται στις εξισώσεις (3.4), (3.5) και (3.6) αντίστοιχα.

Έτσι ο σχεδιασμός του παρατηρητή βασίζεται στον καθορισμό του κατάλληλου πίνακα κέρδους  $H_i$ .

#### 4.1 Τοποθέτηση πόλων - Pole Placement

Η πρώτη μέθοδος για τον σχεδιασμό του πίνακα κέρδους του παρατηρητή είναι με τοποθέτηση πόλων (μετατόπιση ιδιοτιμών). Επιλέγουμε τους πόλους για κάθε υποσύστημα (4.1) να βρίσκονται στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο, δηλαδή να έχουν αρνητικό πραγματικό μέρος, ώστε το σύστημα μας να είναι ευσταθές και γρήγορο. Επίσης για λόγους ευκολίας θα ορίσουμε τον πίνακα  $C_i = C = I, \forall i$ , υποθέτοντας ότι μπορούμε να μετρήσουμε όλο το διάνυσμα κατάστασης.

Το σφάλμα εκτίμησης κατάστασης είναι:

$$e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (4.4)$$

και παραγωγίζοντας θα έχουμε:

$$\dot{e}_x(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \quad (4.5)$$

Με αντικατάσταση από τις (3.2) και (4.2) θα προκύψει:

$$\begin{aligned} \dot{e}_x(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + H_i (y(t) - \hat{y}(t))\} = \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) A_i x(t) + B_i u(t) - A_i \hat{x}(t) - B_i u(t) - H_i (C x(t) - C \hat{x}(t)) = \end{aligned}$$



$$= \sum_{i=1}^r h_i(z(t))A_i(x(t) - \hat{x}(t)) - H_i C(x(t) - \hat{x}(t)) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))[A_i - H_i C](x(t) - \hat{x}(t))$$

Επομένως καταλήγουμε πως οι δυναμικές του σφάλματος εκτίμησης κατάστασης είναι:

$$\dot{e}_x(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))[A_i - H_i C] e_x(t) \quad (4.6)$$

όπου χρειάζεται να υπολογίσουμε τον πίνακα  $H_i$ .

Επιλέγοντας ιδιοτιμές  $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -1, \lambda_3 = -2$  και  $\lambda_4 = -2$  γνωρίζουμε πως ισχύει:

$$|sI - A_i + H_i C| = (s + 1)^2(s + 2)^2 \quad (4.7)$$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα για κάθε πίνακα  $A_i$  μπορούμε να υπολογίσουμε τον αντίστοιχο πίνακα  $H_i$  για κάθε κανόνα του ασαφούς παρατηρητή.

Για την προσομοίωση στο MatLab οι εξισώσεις που περιγράφουν το μη γραμμικό μοντέλο είναι οι (1.3) και (1.4), ενώ οι εξισώσεις που περιγράφουν το μοντέλο του ασαφούς παρατηρητή T-S είναι οι (4.2) και (4.3).

Οι πίνακες  $H_i$  που ικανοποιούν την εξίσωση (4.7) είναι οι ακόλουθοι:

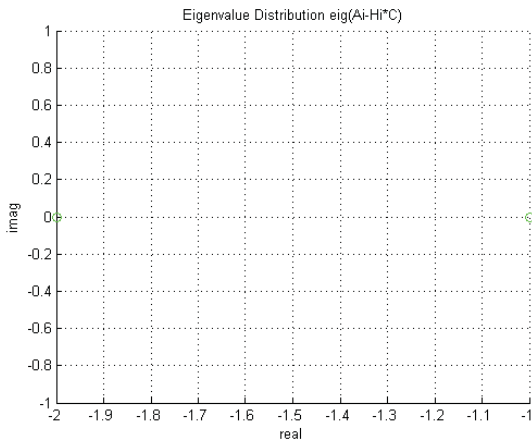
$$H_1 = \begin{bmatrix} -458.2987 & 0 & 233.3444 & 0 \\ 0 & -457.2987 & 0 & 233.3444 \\ 427.7981 & 0 & -249.5265 & 0 \\ 0 & 427.7981 & 0 & -248.5265 \end{bmatrix} \quad H_2 = \begin{bmatrix} -458.2987 & 0 & 233.3444 & 0 \\ 0 & -457.2987 & 0 & 233.3444 \\ 427.7981 & 0 & -249.5265 & 709.6248 \\ 0 & 427.7981 & -709.6248 & -248.5265 \end{bmatrix}$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} -458.2987 & 0 & 233.3444 & -660.9516 \\ 0 & -457.2987 & 660.9516 & 233.3444 \\ 427.7981 & 660.9516 & -249.5265 & 0 \\ -660.9516 & 427.7981 & 0 & -248.5265 \end{bmatrix} \quad H_4 = \begin{bmatrix} -458.2987 & 0 & 233.3444 & -660.9516 \\ 0 & -457.2987 & 660.9516 & 233.3444 \\ 427.7981 & 660.9516 & -249.5265 & 709.6248 \\ -660.9516 & 427.7981 & -709.6248 & -248.5265 \end{bmatrix}$$

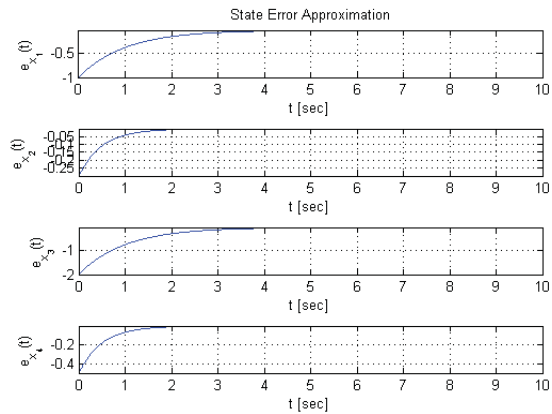
$$H_5 = \begin{bmatrix} -458.2987 & -615.6248 & 233.3444 & 0 \\ 615.6248 & -457.2987 & 0 & 233.3444 \\ 427.7981 & 0 & -249.5265 & 0 \\ 0 & 427.7981 & 0 & -248.5265 \end{bmatrix} \quad H_6 = \begin{bmatrix} -458.2987 & -615.6248 & 233.3444 & 0 \\ 615.6248 & -457.2987 & 0 & 233.3444 \\ 427.7981 & 0 & -249.5265 & 709.6248 \\ 0 & 427.7981 & -709.6248 & -248.5265 \end{bmatrix}$$

$$H_7 = \begin{bmatrix} -458.2987 & -615.6248 & 233.3444 & -660.9516 \\ 615.6248 & -457.2987 & 660.9516 & 233.3444 \\ 427.7981 & 660.9516 & -249.5265 & 0 \\ -660.9516 & 427.7981 & 0 & -248.5265 \end{bmatrix} \quad H_8 = \begin{bmatrix} -458.2987 & -615.6248 & 233.3444 & -660.9516 \\ 615.6248 & -457.2987 & 660.9516 & 233.3444 \\ 427.7981 & 660.9516 & -249.5265 & 709.6248 \\ -660.9516 & 427.7981 & -709.6248 & -248.5265 \end{bmatrix}$$

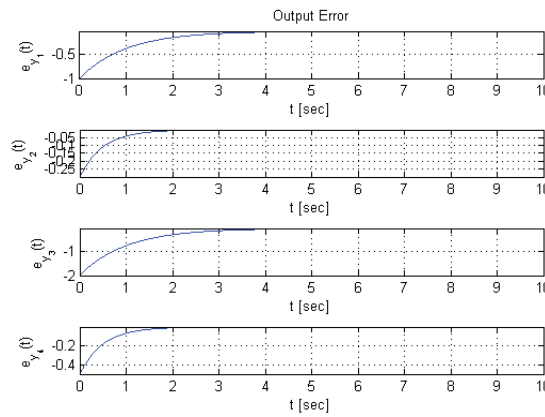
Προσομοιώνοντας για συνολικό χρόνο 10sec και αυξάνοντας γραμμικά την γωνιακή ταχύτητα του δρομέα  $\omega \in [0, 94] \text{ rad/sec}$  θα παρατηρήσουμε την διασπορά των ιδιοτιμών, το σφάλμα μεταξύ του πραγματικού και του εκτιμώμενου διανύσματος κατάστασης και το σφάλμα μεταξύ της πραγματικής και της εκτιμώμενης εξόδου. Επίσης, όπως έχει αναφερθεί και στην παραπάνω ανάλυση του συστήματος λαμβάνουμε τον πίνακα  $C = I$  με αποτέλεσμα να παρατηρούμε το σύνολο του διανύσματος κατάστασης.



Εικ. 4.1 Διασπορά ιδιοτιμών.



Εικ. 4.2 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης.



Εικ. 4.3 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου.

Το μειονέκτημα της μεθοδολογίας αυτής είναι ότι πρώτα γίνεται η σχεδίαση του παρατηρητή με βάση την τοπική απόδοσή του και ότι ακολουθεί η εξέταση της ευστάθειας του συστήματος. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την πιθανή σχεδίαση ενός παρατηρητή που τελικά θα κάνει ασταθές το σύστημα. Σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει να γίνει εξ αρχής ο σχεδιασμός του (Tanaka & Wang, 2001).

#### 4.2 Lyapunov ανάλυση

Λόγω του μειονεκτήματος, που μόλις αναφέρθηκε, με την εφαρμογή της προηγούμενης μεθόδου θα παρουσιάσουμε στη συνέχεια την σχεδίαση του πίνακα κέρδους του παρατηρητή με την χρήση LMI.

Το μή γραμμικό σύστημα περιγράφεται από τις εξισώσεις (1.3) και (1.4), ενώ ο ασαφής παρατηρητής από τις εξισώσεις (4.2) και (4.3). Οι δυναμικές του σφάλματος εκτίμησης κατάστασης, επιλέγοντας  $C_j = C_i = C = I, \forall i, j$ , περιγράφονται από την εξίσωση (4.6).

Διαφορετικά για την περίπτωση που ο πίνακας  $C_j \neq C, \forall j$  προκύπτει:

$$\dot{e}_x(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t))h_j(z(t))G_{ij}e_x(t) \quad (4.8)$$

όπου

$$G_{ij} = A_i - H_i C_j \quad (4.9)$$

Σύμφωνα με το βιβλίο (Tanaka & Wang, 2001) γίνεται να θεωρήσουμε πιο χαλαρές συνθήκες στο σύστημα, με συνέπεια η (4.8) να μπορεί να τροποποιηθεί ως ακολούθως:

$$\dot{e}_x(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))^2 G_{ii} e_x(t) + 2 \sum_{i=1}^r \sum_{i < j}^r h_i(z(t))h_j(z(t)) \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) e_x(t) \quad (4.10)$$

Στη συνέχεια θα πρέπει να εξετάσουμε την ευστάθεια του παραπάνω συστήματος βάση Lyapunov. Θεωρούμε τη συνάρτηση:

$$V(e_x(t)) = e_x^T(t) P e_x(t) > 0 \quad (4.11)$$

με πίνακα  $P$  που θα πρέπει  $P > 0$  και  $P^T = P$ .

Σύμφωνα με την ευστάθεια κατά Lyapunov για να είναι το σύστημα ευσταθές θα πρέπει:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_x(t)) &< 0 \\ \dot{V}(e_x(t)) &= \dot{e}_x^T(t) P e_x(t) + e_x^T(t) P \dot{e}_x(t) < 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

και αντικαθιστώντας στην (4.12) την (4.10) θα έχουμε:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_x(t)) &= \left[ \sum_{i=1}^r h_i(z(t))^2 e_x^T(t) G_{ii}^T + 2 \sum_{i=1}^r \sum_{i < j}^r h_i(z(t))h_j(z(t)) e_x^T(t) \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T \right] P e_x(t) + \\ &+ e_x^T(t) P \left[ \sum_{i=1}^r h_i(z(t))^2 G_{ii} e_x(t) + 2 \sum_{i=1}^r \sum_{i < j}^r h_i(z(t))h_j(z(t)) \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) e_x(t) \right] = \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t))^2 e_x^T(t) G_{ii}^T P e_x(t) + 2 \sum_{i=1}^r \sum_{i < j}^r h_i(z(t))h_j(z(t)) e_x^T(t) \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P e_x(t) + \\ &+ \sum_{i=1}^r h_i(z(t))^2 e_x^T(t) P G_{ii} e_x(t) + 2 \sum_{i=1}^r \sum_{i < j}^r h_i(z(t))h_j(z(t)) e_x^T(t) P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) e_x(t) \Rightarrow \\ &\dot{V}(e_x(t)) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))^2 e_x^T(t) [G_{ii}^T P + P G_{ii}] e_x(t) + \\ &+ 2 \sum_{i=1}^r \sum_{i < j}^r h_i(z(t))h_j(z(t)) e_x^T(t) \left[ \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) \right] e_x(t) < 0 \end{aligned} \quad (4.13)$$

Θεωρούμε πως τα βάρη  $h_i, h_j \in [0,1]$  και ικανοποιούν την εξίσωση (3.8). Αυτό μας οδηγεί στο ότι, για να ισχύει η ευστάθεια, θα πρέπει:

$$\left\{ \begin{array}{l} P > 0 \\ G_{ii}^T P + P G_{ii} < 0, \quad \text{για } i = 1, 2, \dots, r \\ \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) < 0, \quad \text{με } i < j, \text{ s.t. } h_i \cap h_j \neq \emptyset \end{array} \right. \quad (4.14)$$

Οι ανισότητες που περιγράφονται από την (4.14) για  $G_{ij}$  ίσο με την (4.9) αποτελούν ένα πρόβλημα BMI (Bilinear Matrix Inequality) που είναι ιδιαιτέρως πολύπλοκο και για το λόγο αυτό θα κάνουμε ορισμένες αντικαταστάσεις ώστε να τροποποιηθεί σε πρόβλημα LMI. Μέσω της (4.9) θα έχουμε:

Για τον όρο  $G_{ii}^T P + P G_{ii} < 0$ :

$$\begin{aligned} (A_i - H_i C_i)^T P + P (A_i - H_i C_i) < 0 \Rightarrow \\ A_i^T P - C_i^T H_i^T P + P A_i - P H_i C_i < 0 \end{aligned}$$

Θεωρούμε τον πίνακα  $M_i = P H_i$  και επειδή  $P = P^T$ ,  $M_i^T = H_i^T P$ . Η παραπάνω εξίσωση θα γίνει:

$$A_i^T P + P A_i - C_i^T M_i^T - M_i C_i < 0 \quad (4.15)$$

που είναι LMI.

Για τον όρο  $\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) < 0$ :

$$\begin{aligned} \left( \frac{A_i - H_i C_j + A_j - H_j C_i}{2} \right)^T P + P \left( \frac{A_i - H_i C_j + A_j - H_j C_i}{2} \right) < 0 \Rightarrow \\ \left( \frac{A_i^T - C_j^T H_i^T + A_j^T - C_i^T H_j^T}{2} \right) P + P \left( \frac{A_i - H_i C_j + A_j - H_j C_i}{2} \right) < 0 \Rightarrow \\ \frac{1}{2} [A_i^T P - C_j^T H_i^T P + A_j^T P - C_i^T H_j^T P + P A_i - P H_i C_j + P A_j - P H_j C_i] < 0 \end{aligned}$$

Θεωρούμε τους πίνακες  $M_i = P H_i$ ,  $M_j = P H_j$  και επειδή  $P = P^T$  προκύπτει πως  $M_i^T = H_i^T P$ ,  $M_j^T = H_j^T P$ . Η παραπάνω εξίσωση θα γίνει:

$$\frac{1}{2} [A_i^T P + P A_i - C_j^T M_i^T - M_i C_j + A_j^T P + P A_j - C_i^T M_j^T - M_j C_i] < 0 \quad (4.16)$$

Επομένως το LMI πρόβλημα είναι:

$$\left\{ \begin{array}{l} P > 0 \\ A_i^T P + P A_i - C_i^T M_i^T - M_i C_i < 0 \\ \frac{1}{2} [A_i^T P + P A_i - C_j^T M_i^T - M_i C_j + A_j^T P + P A_j - C_i^T M_j^T - M_j C_i] < 0 \end{array} \right. \quad (4.17)$$

για  $i = 1, 2, \dots, r$  και με  $i < j$ , s.t.  $h_i \cap h_j \neq \emptyset$ .

Για την λύση του συστήματος ανισοτήτων (4.17) θα κάνουμε χρήση του SeDuMi solver που βρίσκεται στο πρόσθετο Yalmip (Löfberg, 2004) του MatLab και βασίζεται σε μεθόδους εσωτερικών σημείων (*interior point methods*) για την λύση των LMI. Το εργαλείο αυτό αποτελεί πρόσθετο πακέτο του MatLab και αναπτύχθηκε για την απλοποίηση και λύση προβλημάτων βελτιστοποίησης, ημιορισμένου προγραμματισμού (Semidefinite Programming – SDP) και Γραμμικών Ανισοτήτων Πινάκων. Η εξέλιξή του έχει διευρύνει το πεδίο εφαρμογών που μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Επιπρόσθετα έχει αυξήσει το πλήθος των αλγόριθμων επίλυσης που χρησιμοποιεί, ενώ δίνει εύκολα την δυνατότητα προσθήκης νέων αλγορίθμων. Σημειώνεται ότι μπορεί να πραγματοποιήσει

αυτόματη τροποποίηση ενός προβλήματος ώστε να επιτευχθεί η λύση του από τους διαθέσιμους αλγόριθμους.

Στην ακόλουθη προσομοίωση, για λόγους ευκολίας, θεωρούμε τον πίνακα  $C_i = C_j = C = I, \forall i, j$ . Μπορούμε δηλαδή να παρατηρούμε το σύνολο των δυναμικών κατάστασης του συστήματος. Εφόσον προκύψει λύση για το σύστημα, μπορούμε να κάνουμε ανάκτηση των πινάκων καθώς

$$\begin{aligned} H_i &= P^{-1}M_i \\ H_j &= P^{-1}M_j \end{aligned} \quad (4.18)$$

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του Yalmip, οι πίνακες  $P$  και  $H_i$  που ικανοποιούν τις ανισότητες που περιγράφονται στο σύστημα (4.17) είναι οι ακόλουθοι:

$$P = \begin{bmatrix} 1,1357 & -0,2093 & 0,0364 & -0,4090 \\ -0,2093 & 2,5284 & 0,9595 & 1,6934 \\ 0,0364 & 0,9595 & 1,8432 & 0,6944 \\ -0,4090 & 1,6934 & 0,6944 & 2,6968 \end{bmatrix} \times 10^{11}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} -471,6272 & 264,1629 & 501,7704 & 216,3598 \\ -72,0733 & -369,1326 & -12,5153 & 351,2795 \\ 329,4262 & -70,0932 & -293,4328 & -151,6331 \\ -11,0327 & 407,0471 & 118,8252 & -252,2809 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} -481,0737 & 368,1357 & 629,6173 & 333,1567 \\ -112,7702 & -394,4642 & -228,3786 & 479,2408 \\ 428,5517 & -493,2969 & -485,6353 & -460,0232 \\ -7,6029 & 657,1897 & 210,9502 & -52,7947 \end{bmatrix}$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} -399,4243 & -318,6783 & 257,0230 & -975,0923 \\ 111,1297 & -381,0529 & 714,1447 & 337,0275 \\ 281,9720 & 795,8970 & -204,1670 & 241,3453 \\ -572,1180 & 196,9442 & -194,5300 & -424,5813 \end{bmatrix}$$

$$H_4 = \begin{bmatrix} -408,8708 & -214,7054 & 384,8699 & -858,2954 \\ 70,4329 & -379,3845 & 498,2814 & 464,9888 \\ 381,1004 & 372,6933 & -396,3694 & -67,0448 \\ -568,6881 & 447,0868 & -102,4050 & -225,0951 \end{bmatrix}$$

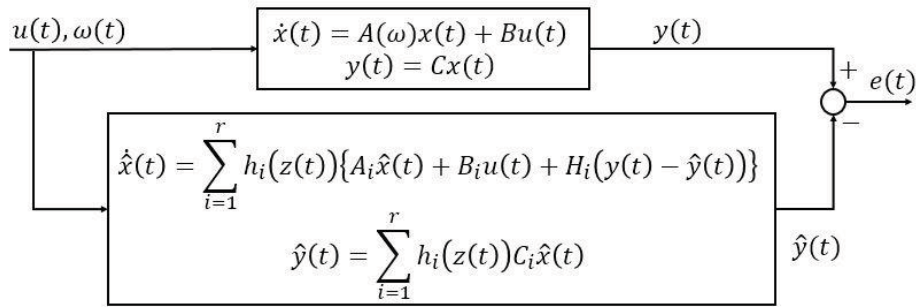
$$H_5 = \begin{bmatrix} -531,6120 & 689,4233 & 780,4708 & 707,1978 \\ -33,1173 & -348,4158 & -21,8337 & 447,3800 \\ 419,3724 & -147,6642 & -314,2386 & -223,6599 \\ 125,5700 & 508,4272 & 172,3044 & -219,6361 \end{bmatrix}$$

$$H_6 = \begin{bmatrix} -541,0585 & 793,3961 & 908,3177 & 823,9946 \\ -73,8141 & -346,7474 & -237,6971 & 575,3413 \\ 518,5009 & -570,8679 & -506,4410 & -532,0500 \\ 128,9998 & 758,5697 & 264,4294 & -20,1499 \end{bmatrix}$$

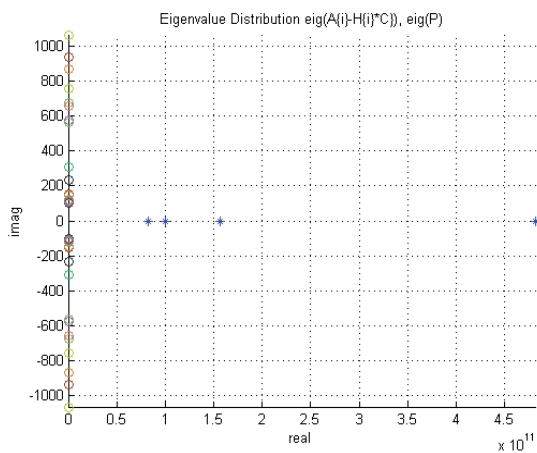
$$H_7 = \begin{bmatrix} -459,4091 & 106,5822 & 535,7234 & -484,2543 \\ 150,0858 & -333,3361 & 704,8262 & 433,1280 \\ 371,9212 & 718,3260 & -224,9727 & 169,3185 \\ -435,5152 & 298,3243 & -141,0507 & -391,9365 \end{bmatrix}$$

$$H_8 = \begin{bmatrix} -468,8556 & 210,5550 & 663,5703 & -367,4574 \\ 109,3889 & -331,6678 & 488,9629 & 561,0893 \\ 471,0497 & 295,1223 & -417,1752 & -139,0716 \\ -432,0854 & 548,4668 & -48,9258 & -192,4503 \end{bmatrix}$$

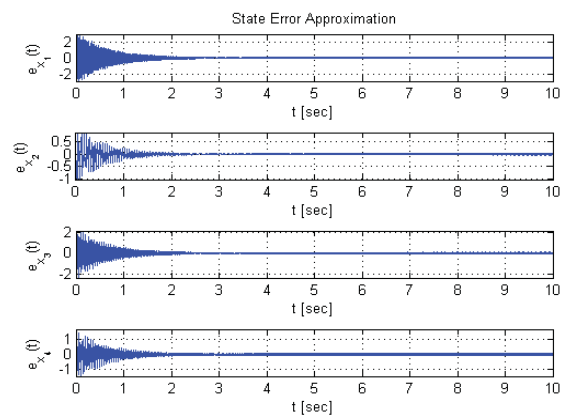
Για την προσομοίωση στο MatLab θα έχουμε πως οι εξισώσεις που περιγράφουν το μη γραμμικό μοντέλο είναι οι (1.3) και (1.4), οι εξισώσεις που περιγράφουν το μοντέλο του ασαφούς παρατηρητή T-S είναι οι (4.2) και (4.3) ενώ οι πίνακες των μοντέλων  $H_i$  και  $P$  δίνονται παραπάνω. Υλοποιώντας την προσομοίωση για συνολικό χρόνο 10sec, ορίζοντας διαφορετικές αρχικές συνθήκες για τον παρατηρητή και το σύστημα και αυξάνοντας γραμμικά την γωνιακή ταχύτητα του δρομέα  $\omega \in [0, 94] \text{ rad/sec}$  θα παρατηρήσουμε την διασπορά των ιδιοτιμών, το σφάλμα μεταξύ του πραγματικού και του εκτιμώμενου διανύσματος κατάστασης και το σφάλμα μεταξύ της πραγματικής και της εκτιμώμενης εξόδου.



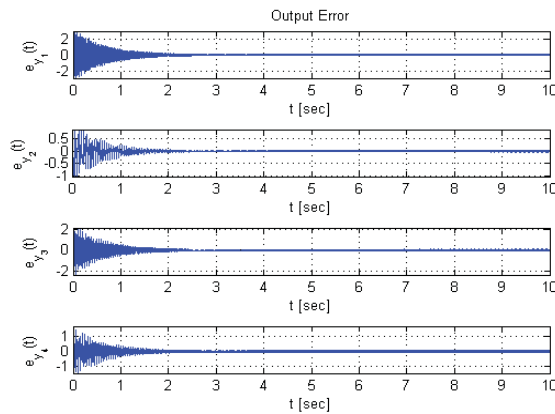
Εικ. 4.4 Δομικό διάγραμμα.



Εικ. 4.5 Διασπορά ιδιοτιμών.



Εικ. 4.6 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης.



Εικ. 4.7 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου.

Με βάση τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις παρατηρούμε πως ο ασαφής παρατηρητής είναι ικανός να μηδενίσει τα σφάλματα εκτίμησης κατάστασης και εκτίμησης εξόδου σε μεγάλο βαθμό, καθώς το μή γραμμικό σύστημα βρίσκεται υπό υγιείς συνθήκες.

Όπως έχουμε αναφέρει και στο πρώτο κεφάλαιο, δεν είναι δυνατή η μέτρηση του συνόλου του διανύσματος κατάστασης  $x$  του συστήματος. Αυτό συμβαίνει διότι δεν μπορεί να μετρηθεί η ένταση των ρευμάτων του δρομέα. Για τον λόγο αυτό, θα προσομοιώσουμε ξανά το σύστημα με τον  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ , όπως λαμβάνεται από τους Toribio et al. στο (Lopez-Toribio, et al., 2000). Οι πίνακες  $P$  και  $H_i$  που θα προκύψουν από τη λύση του συστήματος ανισοτήτων (4.17) είναι:

$$P = \begin{bmatrix} 0.0126 & 0.0000 & 0.0120 & -0.0000 \\ 0.0000 & 0.0131 & 0.0000 & 0.0120 \\ 0.0120 & 0.0000 & 0.0116 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0120 & 0.0000 & 0.0116 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} 252.9502 & 22.9327 \\ -56.0783 & -411.2055 \\ -313.7377 & -23.1278 \\ 58.6340 & 383.8048 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0.1753 & 3.8139 \\ -1.1757 & -0.1911 \\ -0.1865 & -4.0184 \\ 1.2896 & 0.1936 \end{bmatrix} \times 10^4$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} -0.2660 & -7.3263 \\ 2.1968 & 0.2499 \\ 0.2700 & 7.7193 \\ -2.4104 & -0.2630 \end{bmatrix} \times 10^4$$

$$H_4 = \begin{bmatrix} -0.1159 & -3.5146 \\ 1.0267 & 0.0999 \\ 0.1148 & 3.7032 \\ -1.1266 & -0.1078 \end{bmatrix} \times 10^4$$

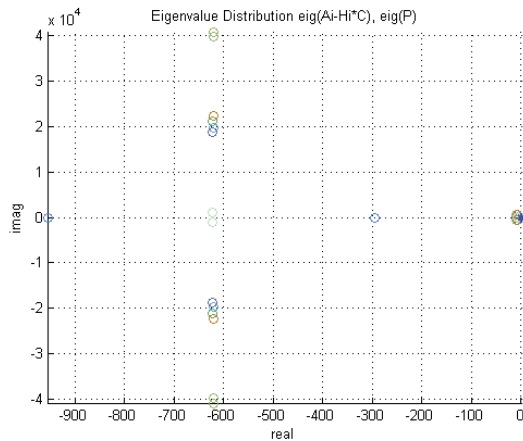
$$H_5 = \begin{bmatrix} 0.1579 & 3.3093 \\ -0.9781 & -0.1736 \\ -0.1685 & -3.4866 \\ 1.0755 & 0.1755 \end{bmatrix} \times 10^4$$

$$H_6 = \begin{bmatrix} 0.3077 & 7.1209 \\ -2.1482 & -0.3236 \\ -0.3234 & -7.5027 \\ 2.3592 & 0.3308 \end{bmatrix} \times 10^4$$

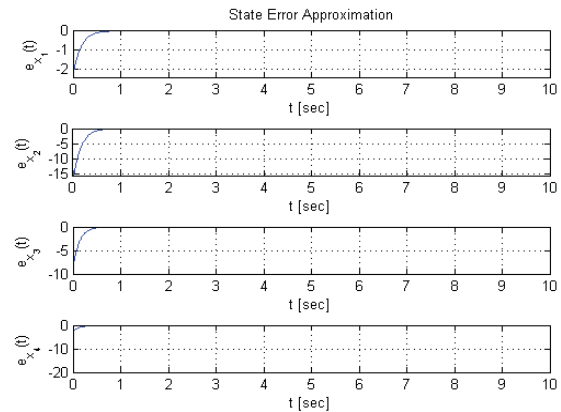
$$H_7 = \begin{bmatrix} -0.1334 & -4.0192 \\ 1.2242 & 0.1174 \\ 0.1329 & 4.2349 \\ -1.3407 & -0.1258 \end{bmatrix} \times 10^4$$

$$H_8 = \begin{bmatrix} 0.1656 & -2.0765 \\ 0.5415 & -0.3261 \\ -0.2216 & 2.1889 \\ -0.5700 & 0.2941 \end{bmatrix} \times 10^3$$

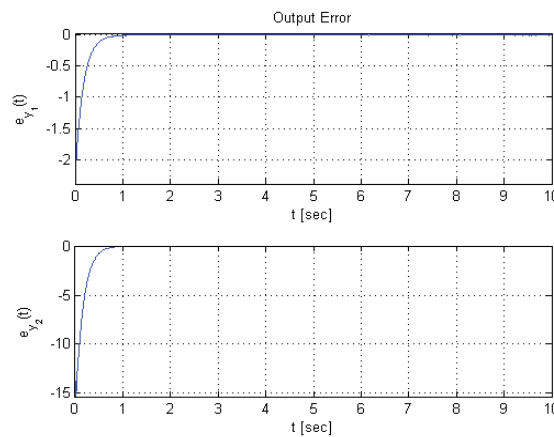
Με βάση τις εξισώσεις που περιγράφουν το μη γραμμικό μοντέλο (1.3) και (1.4), τις εξισώσεις που περιγράφουν το μοντέλο του ασαφούς παρατηρητή T-S (4.2) και (4.3) και τους πίνακες των μοντέλων  $H_i$  και  $P$  που δίνονται παραπάνω υλοποιούμε την προσομοίωση για συνολικό χρόνο 10sec. Όπως και στις προηγούμενες προσομοιώσεις, αυξάνουμε γραμμικά την γωνιακή ταχύτητα του δρομέα  $\omega \in [0, 94] \text{ rad/sec}$ . Τέλος θα παρατηρήσουμε την διασπορά των ιδιοτιμών, το σφάλμα μεταξύ του πραγματικού και του εκτιμώμενου διανύσματος κατάστασης και το σφάλμα μεταξύ της πραγματικής και της εκτιμώμενης εξόδου.



Εικ. 4.8 Διασπορά ιδιοτιμών.



Εικ. 4.9 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης.



Εικ. 4.10 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου.

Παρατηρώντας αυτές τις δύο προσομοιώσεις γίνεται απόλυτα κατανοητό ότι ο ασαφής παρατηρητής που έχουμε σχεδιάσει έχει την δυνατότητα να εκτιμά το σύνολο του διανύσματος κατάστασης του συστήματος και την έξοδό του βάσει υγειών συνθηκών.

Συνοψίζοντας, στο παρόν κεφάλαιο έγινε ο σχεδιασμός του ασαφούς παρατηρητή, χρησιμοποιώντας δύο μεθοδολογίες (τοποθέτηση πόλων και Lyapunov ανάλυση) και έγινε η σύγκρισή του με το μη γραμμικό σύστημα. Στο ακόλουθο κεφάλαιο γίνεται μελέτη πάνω στις πιθανές περιπτώσεις των σφαλμάτων που μπορεί να προκύψουν, καθώς και στις επιπτώσεις που θα έχουν στο σύστημα και στον παρατηρητή. Στόχος είναι να δείξουμε το κίνητρο επανασχεδιασμού του παρατηρητή που θα δίνει την δυνατότητα ταυτόχρονου εντοπισμού και εκτίμησης των σφαλμάτων αυτών.



## 5 Σφάλματα σε κινητήρες.

Στο παρόν κεφάλαιο θα εξεταστεί η λειτουργία του επαγωγικού κινητήρα υπό την παρουσία σφαλμάτων και θα γίνει αναζήτηση τεχνικών που μπορούν να τα εντοπίσουν και να τα διαγνώσουν.

Τα σφάλματα, όπως έχει αναφερθεί και στο πρώτο κεφάλαιο, μπορούν να επηρεάσουν την είσοδο, την διεργασία και την έξοδο του συστήματος. Εδώ θα εξετάσουμε την κατηγορία που αφορά τα σφάλματα διεργασίας δεδομένου ότι η μέθοδος με την οποία εισάγονται στην εξίσωση του συστήματος (5.1), παράλληλα με τις τιμές του πίνακα  $E$ , μπορούν να επηρεάσουν από μία έως και το σύνολο των διαφορικών εξισώσεων. Με τον τρόπο αυτό, επηρεάζοντας δηλαδή προσθετικά τις μεταβλητές κατάστασης του συστήματος, παρατηρούμε μεταβολές στις εντάσεις των ρευμάτων στην έξοδο του συστήματος.

Αρχικά, το μη γραμμικό σύστημα θα εκφράζεται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\dot{x}(t) = A(\omega)x(t) + Bu(t) + Ef(t) \quad (5.1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (5.2)$$

όπου  $x(t) \in \mathcal{R}^n$  το διάνυσμα κατάστασης,  $u(t) \in \mathcal{R}^m$  το διάνυσμα εισόδων,  $y(t) \in \mathcal{R}^q$  το διάνυσμα εξόδων,  $f(t) \in \mathcal{R}^k$  το διάνυσμα σφαλμάτων του συστήματος, όπου  $\|f(t)\| \leq f_1$ . Οι πίνακες  $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathcal{R}^{n \times m}$ ,  $C \in \mathcal{R}^{q \times n}$  και  $E \in \mathcal{R}^{n \times k}$  είναι γνωστοί. Επίσης θεωρούμε ότι οι πίνακες  $C$  και  $E$  είναι “πλήρους τάξης” (*full rank*), δηλαδή  $\text{τάξη}(C) = q$  και  $\text{τάξη}(E) = k$ .

Σε συνέχεια των προηγούμενων κεφαλαίων θεωρούμε το ίδιο μη γραμμικό σύστημα εκφρασμένο με βάση την ασαφή μοντελοποίηση T-S όπως περιγράφεται από τις εξισώσεις (3.2) και (3.3), με προσθήκη ενός ακόμη όρου που θα εκφράζει την παρουσία των σφαλμάτων:

**Για ένα Συνεχές Ασαφές Σύστημα (Continuous Fuzzy System – CFS):**

Κανόνας i:

**IF**  $z_1(t)$  is  $M_{i1}$  and  $z_2(t)$  is  $M_{i2}$  and ... and  $z_p(t)$  is  $M_{ip}$ ,

$$\text{THEN} \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + E_i f(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases}, \text{ για } i = 1, 2, \dots, r \quad (5.3)$$

Για τις παραπάνω εξισώσεις ισχύει πως  $M_{ij}$  είναι οι συναρτήσεις συμμετοχής του μοντέλου,  $r$  το πλήθος των κανόνων, οι πίνακες  $A_i \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ,  $B_i \in \mathcal{R}^{n \times m}$ ,  $C_i \in \mathcal{R}^{q \times n}$ ,  $E_i \in \mathcal{R}^{n \times k}$  είναι γνωστοί και τα  $z_1(t), \dots, z_p(t)$  είναι γνωστές υποθετικές μεταβλητές

Για το σύνολο των κανόνων μπορεί να γίνει περιγραφή του συστήματος με τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t) + E_i f(t)\}}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \Rightarrow$$

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t) + E_i f(t)\}, \quad (5.4)$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \Rightarrow$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \quad (5.5)$$

όπου τα  $z(t)$ ,  $w_i(z(t))$ ,  $h_i(z(t))$  αναλύονται στις εξισώσεις (3.4), (3.5) και (3.6) αντίστοιχα.

Τα σφάλματα που θα εισάγουμε στο σύστημα χαρακτηρίζονται ως *Απότομα (Abrupt)*. Όσα είναι χρονικά αμετάβλητα περιγράφονται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$f(t) = a(1 - e^{k(t-T_0)}), \quad (5.6)$$

ενώ όσα είναι χρονικά μεταβαλλόμενα περιγράφονται από την εξίσωση:

$$f(t) = \sin(t)\cos(bt)\pi/180 \quad (5.7)$$

όπου το  $a$  αφορά την ενίσχυση του σφάλματος,  $k$  ένας μεγάλος αριθμός,  $t$  ο τρέχων χρόνος της προσομοίωσης,  $T_0$  η χρονική στιγμή εμφάνισης του σφάλματος και  $b$  ένας καθαρός αριθμός που επηρεάζει την περίοδο του συνημίτονου.

Πριν προχωρήσουμε στην εφαρμογή νέων τεχνικών για την διάγνωση ενός σφάλματος, θα γίνει ανάλυση των αδυναμιών του μοντέλου του παρατηρητή που σχεδιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Με το μοντέλο του συστήματος που περιγράφεται από τις εξισώσεις (5.1) και (5.2), διατηρώντας το μοντέλο του ασαφούς παρατηρητή με χρήση των LMI (εξισώσεις (4.2) και (4.3)) εισάγονται σφάλματα όπως αυτά περιγράφονται από την εξίσωση (5.6) ή (5.7) διαδοχικά.

### 5.1 Εφαρμογή σφαλμάτων στο μοντέλο του επαγωγικού κινητήρα

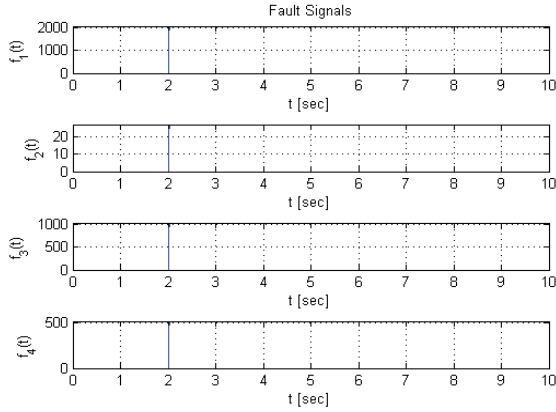
Η πρώτη δοκιμή θα αφορά στην κατηγορία των σφαλμάτων διεργασίας με την εισαγωγή χρονικά αμετάβλητων σφαλμάτων στην εξίσωση κατάστασης του μοντέλου του κινητήρα.

Με βάση την εξίσωση (5.1), η επίδραση των διανυσμάτων των σφαλμάτων  $f(t)$  πολλαπλασιάζεται με τον πίνακα  $E_i$ . Στην προσομοίωση που υλοποιήθηκε ο πίνακας  $E_i = E = I, \forall i$ , ενώ τα σήματα των σφαλμάτων αποτυπώνονται σε γραφική παράσταση (Εικ. 5.1). Επομένως, έχουμε τέσσερα σφάλματα, τα οποία δρουν προσθετικά και στις τέσσερις μεταβλητές κατάστασης, χωρίς όμως να μπορεί να γίνει διάκριση μεταξύ τους, καθώς στο μοντέλο που έχει επιλεγεί, δεν γίνεται να επηρεαστεί μεμονωμένα ένα μαθηματικό μέγεθος. Αυτό είναι λογικό και μπορούμε να το κατανοήσουμε παρατηρώντας τον πίνακα  $A(\omega)$  του μοντέλου, όπως αυτός παρουσιάστηκε στο πρώτο κεφάλαιο της εργασίας.

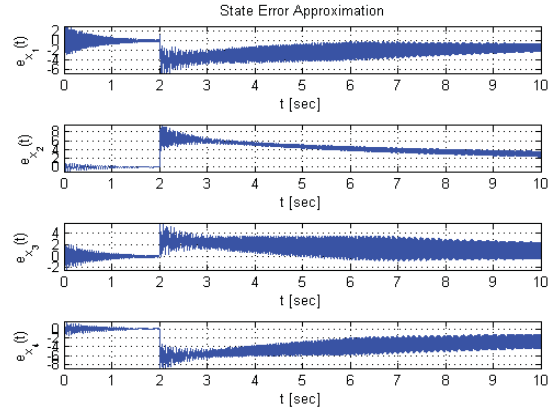
Πιο συγκεκριμένα μπορούμε να παρατηρήσουμε πως ο πίνακας  $A(\omega)$  αποτελείται από μεγέθη όπως η αντίσταση του δρομέα και του στάτη, οι αυτεπαγωγές των πηνίων αυτών κ.α. Γνωρίζουμε ότι μεταβάλλοντας ένα από τα μεγέθη αυτά είναι αναμενόμενο να επηρεαστεί μέρος ή και το σύνολο των υπόλοιπων μεγεθών, δεδομένου ότι είναι αλληλεξαρτώμενα. Για παράδειγμα, η μείωση της αντίστασης ενός τυλίγματος, εξαιτίας ενός βραχυκυκλώματος από την φθορά της μόνωσης, θα προκαλέσει και μεταβολή της αυτεπαγωγής του πηνίου. Παρόμοια αποτελέσματα θα μπορούσε να έχει και η μεταβολή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος που το διαρρέει, λόγω κακής τροφοδοσίας ή απουσίας τάσης. Επομένως, βασικός στόχος του κεφαλαίου είναι η αναγνώριση ύπαρξης των σφαλμάτων και όχι η αναγνώριση της αιτίας από την οποία προκλήθηκαν, καθώς το τελευταίο απαιτεί μια ταυτόχρονη και πολύπλευρη μελέτη και παρακολούθηση του κινητήρα με ποικιλία συστημάτων και με σκοπό τον συνδυασμό των πληροφοριών, ώστε να έχουμε πιθανούς συσχετισμούς μεταξύ αιτιών και αποτελεσμάτων (Kim & Parlos, 2002).

Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, όπως εμφανίζονται στις ακόλουθες γραφικές παραστάσεις, μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι ο παρατηρητής δεν μπορεί να ακολουθήσει το μη γραμμικό σύστημα, καθώς τα σφάλματα επηρεάζουν την απόδοσή του. Πιο συγκεκριμένα στη γραφική παράσταση (Εικ. 5.2), το σφάλμα εκτίμησης κατάστασης είναι διάφορο του μηδενός και παρουσιάζει

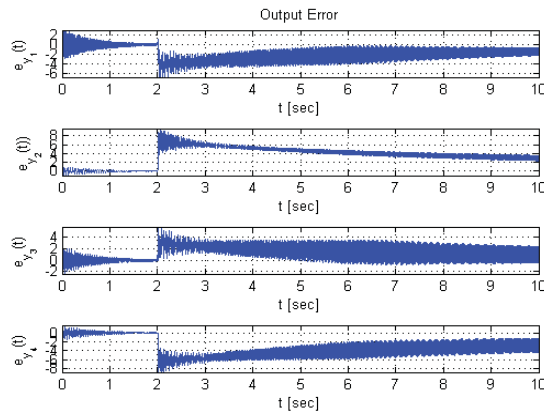
αβεβαιότητα, ενώ και το διάνυσμα εξόδου μεταξύ μη γραμμικού συστήματος και παρατηρητή παρουσιάζει απόκλιση (Εικ. 5.3).



Εικ. 5.1 Σήματα σφαλμάτων.

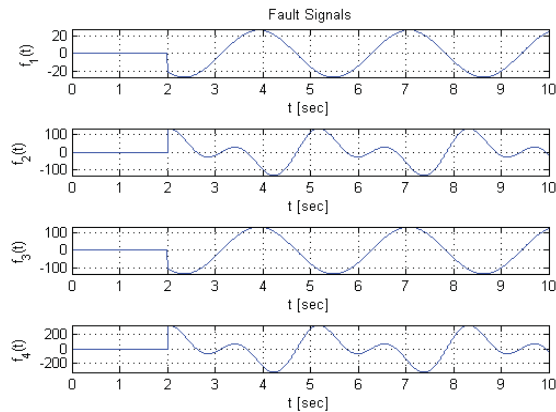


Εικ. 5.2 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης.

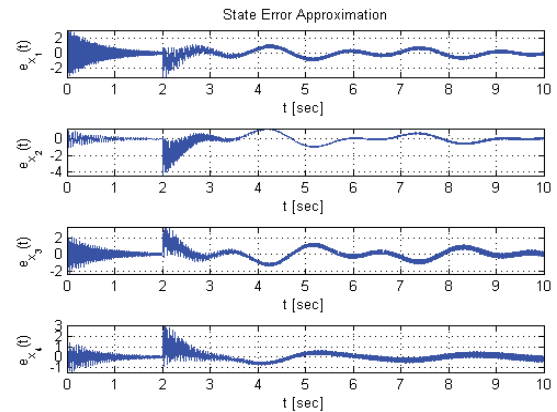


Εικ. 5.3 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου.

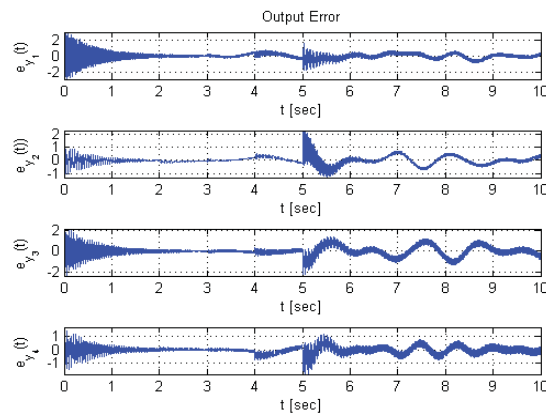
Αντίστοιχα είναι τα αποτελέσματα και στη περίπτωση που γίνει εισαγωγή χρονικά μεταβαλλόμενων σφαλμάτων, όπως παρουσιάζεται στις γραφικές παραστάσεις (Εικ. 5.5) και (Εικ. 5.6). Σε αυτή την περίπτωση το σήμα των σφαλμάτων είναι ημίτονης μορφής και τα σφάλματα αντί να μηδενίζονται, ακολουθούν αντίστοιχη μορφή.



Εικ. 5.4 Σήματα σφαλμάτων.



Εικ. 5.5 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης.



Εικ. 5.6 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου.

Επομένως, απαιτείται η τροποποίηση του παρατηρητή, με τέτοιο τρόπο, ώστε να γίνεται ταυτόχρονα εντοπισμός και εκτίμηση των σφαλμάτων. Για την επίτευξη του σκοπού αυτού θα πρέπει να γίνει η εισαγωγή ενός νέου όρου στην εξίσωση του παρατηρητή που θα κάνει εκτίμηση του διανύσματος σφαλμάτων  $\hat{f}(t)$ .

### 5.2 Σχεδιασμός προσαρμοστικού παρατηρητή για ταυτόχρονο εντοπισμό και εκτίμηση σφαλμάτων

Ο σχεδιασμός του ασαφούς παρατηρητή περιγράφεται ως εξής:

**Για ένα Συνεχές Ασαφές Σύστημα (Continuous Fuzzy System – CFS):**

Ο κανόνας παρατηρητή  $i$ :

**IF**  $z_1(t)$  is  $M_{i1}$  and  $z_2(t)$  is  $M_{i2}$  and ... and  $z_p(t)$  is  $M_{ip}$ ,

$$\text{THEN} \begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + E_i \hat{f}(t) + H_i (\hat{y}(t) - y(t)) \\ \hat{y}(t) = C_i \hat{x}(t), \quad \text{για } i = 1, 2, \dots, r \end{cases} \quad (5.8)$$

Για το σύνολο των παραπάνω κανόνων η εξίσωση που δίνει την πλήρη περιγραφή του παρατηρητή σε πολυτοπική μορφή είναι:

$$\hat{\dot{x}}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) \{A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + E_i \hat{f}(t) + H_i (\hat{y}(t) - y(t))\}}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \Rightarrow$$

$$\hat{\dot{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + E_i \hat{f}(t) + H_i (\hat{y}(t) - y(t))\}, \quad (5.9)$$

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i \hat{x}(t) \quad (5.10)$$

όπου  $\hat{x}(t) \in \mathcal{R}^n$  το διάνυσμα εκτίμησης κατάστασης του παρατηρητή,  $u(t) \in \mathcal{R}^m$  το διάνυσμα εισόδων,  $\hat{y}(t) \in \mathcal{R}^q$  το διάνυσμα εκτίμησης εξόδων του παρατηρητή,  $\hat{f}(t) \in \mathcal{R}^k$  το εκτιμώμενο διάνυσμα σφάλματος του  $f(t)$  και  $H_i \in \mathcal{R}^{n \times q}$  είναι το κέρδος του παρατηρητή που πρέπει να σχεδιαστεί.

Ορίζουμε τα σφάλματα εκτίμησης:

$$e_x(t) = \hat{x}(t) - x(t) \quad (5.11)$$

$$e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t) \quad (5.12)$$

$$e_f(t) = \hat{f}(t) - f(t) \quad (5.13)$$

Παραγωγίζοντας την (5.11) και αντικαθιστώντας με τις (5.4) και (5.9) θα έχουμε:

$$\begin{aligned} \dot{e}_x(t) &= \hat{\dot{x}}(t) - \dot{x}(t) = \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \{A_i \hat{x}(t) + E_i \hat{f}(t) - H_i (\hat{y}(t) - y(t)) - A_i x(t) - E_i f(t)\} = \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \{A_i (\hat{x}(t) - x(t)) + E_i (\hat{f}(t) - f(t)) - H_i C_j (\hat{x}(t) - x(t))\} \Rightarrow \\ \dot{e}_x(t) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_j(z(t)) h_i(z(t)) \{[A_i - H_i C_j] e_x(t) + E_i e_f(t)\} \end{aligned} \quad (5.14)$$

Αντίστοιχα για την (5.12) με αντικατάσταση των (5.5) και (5.10) προκύπτει:

$$\begin{aligned} e_y(t) &= \hat{y}(t) - y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i \hat{x}(t) - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) = \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i (\hat{x}(t) - x(t)) \Rightarrow \\ e_y(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i e_x(t) \end{aligned} \quad (5.15)$$

Τέλος, παραγωγίζοντας την (5.13) οδηγούμαστε στην

$$\dot{e}_f(t) = \dot{\hat{f}}(t) - \dot{f}(t) \quad (5.16)$$

Στην παρούσα ανάλυση θεωρούμε πως τα σφάλματα που επηρεάζουν το σύστημα είναι χρονικά αμετάβλητα, δηλαδή το  $f(t)$  θα παραμείνει σταθερό στον χρόνο. Επομένως γνωρίζουμε πως το  $\dot{f}(t) = 0$  και άρα

$$\dot{e}_f(t) = \dot{\hat{f}}(t) \quad (5.17)$$

Ακολουθώντας την ανάλυση που βρίσκουμε στο βιβλίο (Zhang, et al., 2013), για την εκτίμηση του σφάλματος μπορούμε να πάρουμε:

$$\dot{\hat{f}}(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \Gamma F_i e_y(t) \quad (5.18)$$

όπου  $\Gamma \in \mathcal{R}^{k \times k}$  είναι ο ρυθμός εκμάθησης του παρατηρητή και  $F_i \in \mathcal{R}^{k \times n}$  είναι πίνακας που πρέπει να σχεδιαστεί.

Στη συνέχεια εξετάζουμε την περίπτωση σχεδιασμού του πίνακα κέρδους του παρατηρητή για την περίπτωση των χρονικά αμετάβλητων σφαλμάτων.

Με βάση την ανάλυση στο άρθρο (Zhang, et al., 2013) μελετάμε την ευστάθεια του συστήματος κατά Lyapunov με σκοπό τον σχεδιασμό του προσαρμοστικού παρατηρητή. Ορίζουμε την συνάρτηση:

$$V(t) = e_x^T(t) P e_x(t) + e_f^T(t) \Gamma^{-1} e_f(t) \quad (5.19)$$

και παραγωγίζοντας προκύπτει:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{e}_x^T(t) P e_x(t) + e_x^T(t) P \dot{e}_x(t) + \dot{e}_f^T(t) \Gamma^{-1} e_f(t) + e_f^T(t) \Gamma^{-1} \dot{e}_f(t) = \\ &= \left[ \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) [A_i - H_i C_j] e_x(t) + E_i e_f(t) \right]^T P e_x(t) + \\ &+ e_x^T(t) P \left[ \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) [A_i - H_i C_j] e_x(t) + E_i e_f(t) \right] + \\ &+ [\dot{\hat{f}}(t) - \dot{f}(t)]^T \Gamma^{-1} e_f(t) + e_f^T(t) \Gamma^{-1} [\dot{\hat{f}}(t) - \dot{f}(t)] \Rightarrow \\ \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \left\{ h_i(z(t)) h_j(z(t)) \left[ e_x^T(t) [(A_i - H_i C_j)^T P + P(A_i - H_i C_j)] e_x(t) \right. \right. \\ &\left. \left. + 2e_x^T(t) P E_i e_f(t) - 2e_f^T(t) F_i C_j e_x(t) \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.20)$$

Εάν θεωρήσουμε πως

$$E_i^T P = F_i C_j \quad (5.21)$$

είναι εύκολο να υπολογιστεί πως:

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r 2e_x^T(t) P E_i e_f(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r 2e_f^T(t) F_i C_j e_x(t)$$

Έτσι οδηγούμαστε στο:

$$\dot{V}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \left[ e_x^T(t) [(A_i - H_i C_j)^T P + P(A_i - H_i C_j)] e_x(t) \right] \quad (5.22)$$

Σύμφωνα με την ευστάθεια Lyapunov θα πρέπει το  $\dot{V}(t) < 0$ . Επομένως, θα πρέπει να βρεθούν κατάλληλοι πίνακες  $P, F_i$  και  $H_i$  ώστε να ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\begin{cases} P > 0 \\ E_i^T P = F_i C_j \\ (A_i - H_i C_j)^T P + P(A_i - H_i C_j) < 0 \end{cases}, \text{ για κάθε } i, j = 1, 2, \dots, r \quad (5.23)$$

Το παραπάνω πρόβλημα είναι ένα BMI (Bilinear Matrix Inequality) και είναι αρκετά δύσκολη η επίλυσή του. Μπορούμε όμως να το μετατρέψουμε σε LMI με τον ακόλουθο τρόπο:

$$\begin{cases} P > 0 \\ E_i^T P = F_i C_j \\ P A_i + A_i^T P - Y_i C_j - C_j^T Y_i^T < 0 \end{cases}, \text{ για κάθε } i, j = 1, 2, \dots, r \quad (5.24)$$

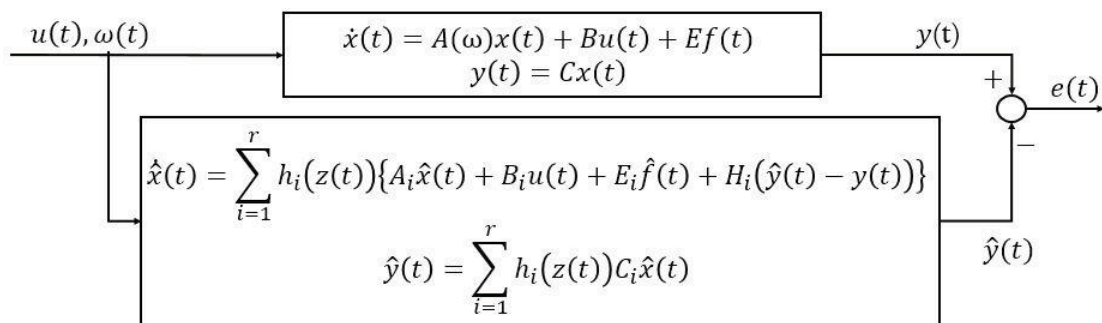
όπου  $Y_i = P H_i$  και συνεπώς

$$H_i = P^{-1} Y_i \quad (5.25)$$

Επομένως εάν υπάρχει λύση των LMI (5.24), τότε μπορούμε να εγγυηθούμε πως το σφάλμα εκτίμησης κατάστασης  $e_x$  και το σφάλμα εκτίμησης σφάλματος  $e_f$  τείνουν στο μηδέν σε πεπερασμένο χρόνο.

### 5.3 Διάγνωση χρονικά αμετάβλητων σφαλμάτων

Η εφαρμογή όσων αναφέρθηκαν παραπάνω στο MatLab μας δίνει τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων. Αρχικά θα γίνει έλεγχος για την ύπαρξη λύσης των LMI που περιγράφονται από το σύστημα (5.24), με χρήση του YALMIP. Ύστερα, με βάση το μοντέλο του μή γραμμικού συστήματος, που περιγράφεται από τις εξισώσεις (5.1), (5.2) και του μοντέλου του προσαρμοστικού παρατηρητή, που περιγράφεται από τις εξισώσεις (5.9), (5.10) θα γίνει προσομοίωση για την εκτίμηση του διανύσματος σφαλμάτων, βάση της εξίσωσης (5.18).



Εικ. 5.7 Δομικό διάγραμμα.

#### 5.3.1 Αποτελέσματα προσαρμοστικού παρατηρητή για σφάλματα στις επιφάνειες ελέγχου

Για την πρώτη προσομοίωση, που υλοποιούμε, θεωρούμε πως οι πίνακες  $C_i = C = I, \forall i$ . Λαμβάνοντας αυτές τις τιμές, μας δίνεται η δυνατότητα να μετρήσουμε το σύνολο του διανύσματος κατάστασης. Παράλληλα, λαμβάνοντας τον πίνακα  $E = E_i = B, \forall i$ , θεωρούμε πως τα σφάλματα επηρεάζουν τις δύο από τις τέσσερις διαφορικές εξισώσεις του συστήματος. Ο ρυθμός εκμάθησης



του παρατηρητή είναι  $\Gamma = \begin{bmatrix} 300 & 0 \\ 0 & 300 \end{bmatrix}$ , ενώ τα σφάλματα εισάγονται στο σύστημα σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, ώστε είναι ευκρινής η αντίδραση του παρατηρητή σε κάθε ένα από αυτά.

Οι πίνακες που αποτελούν λύση στο LMI πρόβλημα (5.24) σύμφωνα με το πρόσθετο YALMIP είναι οι ακόλουθοι:

$$P = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & -0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 & -0.0000 & -0.0000 \\ -0.0000 & -0.0000 & 1.0000 & -0.0000 \\ 0.0000 & -0.0000 & -0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 8.3509 & 0.0000 & -7.7781 & 0.0000 \\ -0.0000 & 8.3509 & -0.0000 & -7.7781 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} -458.7987 & -0.0000 & 330.5718 & -0.0000 \\ 0.0000 & -458.7987 & 0.0000 & 330.5713 \\ 330.5710 & -0.0000 & -250.0265 & 0.0000 \\ 0.0000 & 330.5712 & -0.0000 & -250.0265 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} -458.7987 & -0.0000 & 330.5718 & -0.0000 \\ 0.0000 & -458.7987 & 0.0000 & 330.5713 \\ 330.5710 & 0.0000 & -250.0265 & -0.0000 \\ 0.0000 & 330.5712 & -0.0000 & -250.0265 \end{bmatrix}$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} -458.7987 & -0.0000 & 330.5718 & -660.9524 \\ 0.0000 & -458.7987 & 660.9516 & 330.5713 \\ 330.5710 & 660.9516 & -250.0265 & 0.0000 \\ -660.9508 & 330.5712 & -0.0000 & -250.0265 \end{bmatrix}$$

$$H_4 = \begin{bmatrix} -458.7987 & -0.0000 & 330.5718 & -660.9524 \\ 0.0000 & -458.7987 & 660.9516 & 330.5713 \\ 330.5710 & 660.9516 & -250.0265 & -0.0000 \\ -660.9508 & 330.5712 & -0.0000 & -250.0265 \end{bmatrix}$$

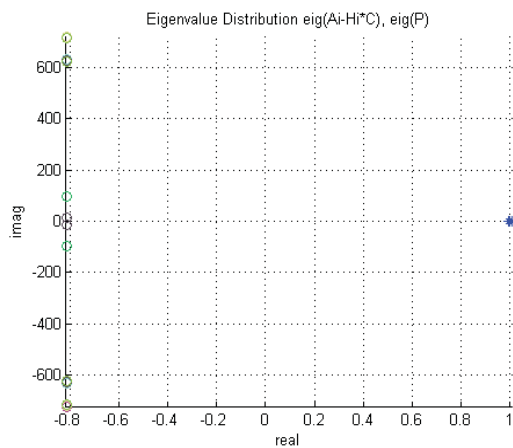
$$H_5 = \begin{bmatrix} -458.7987 & 0.0008 & 330.5718 & -0.0000 \\ 0.0008 & -458.7987 & 0.0000 & 330.5713 \\ 330.5710 & 0.0000 & -250.0265 & 0.0000 \\ 0.0000 & 330.5712 & -0.0000 & -250.0265 \end{bmatrix}$$

$$H_6 = \begin{bmatrix} -458.7987 & 0.0008 & 330.5718 & -0.0000 \\ 0.0008 & -458.7987 & 0.0000 & 330.5713 \\ 330.5710 & 0.0000 & -250.0265 & -0.0000 \\ -0.0000 & 330.5712 & -0.0000 & -250.0265 \end{bmatrix}$$

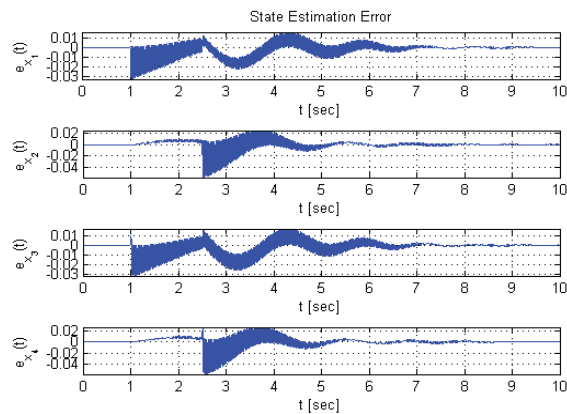
$$H_7 = \begin{bmatrix} -458.7987 & 0.0008 & 330.5718 & -660.9524 \\ 0.0008 & -458.7987 & 660.9516 & 330.5713 \\ 330.5710 & 660.9516 & -250.0265 & 0.0000 \\ -660.9508 & 330.5712 & -0.0000 & -250.0265 \end{bmatrix}$$

$$H_8 = \begin{bmatrix} -458.7987 & 0.0008 & 330.5718 & -660.9524 \\ 0.0008 & -458.7987 & 660.9516 & 330.5713 \\ 330.5710 & 660.9516 & -250.0265 & -0.0000 \\ -660.9508 & 330.5712 & -0.0000 & -250.0265 \end{bmatrix}$$

όπου  $F = F_i, \forall i$ . Το αποτέλεσμα της προσομοίωσης, όπως παρουσιάζεται από τις ακόλουθες γραφικές παραστάσεις, δείχνει πως ο σχεδιασμένος παρατηρητής μπορεί να εκτιμήσει με επιτυχία τα σφάλματα του μη γραμμικού μοντέλου, όπως ορίσαμε κατά τον σχεδιασμό του. Απόδειξη αποτελεί πως τα σφάλματα εκτίμησης κατάστασης, εκτίμησης εξόδου και εκτίμησης σφάλματος μηδενίζονται σε μικρό χρονικό διάστημα.

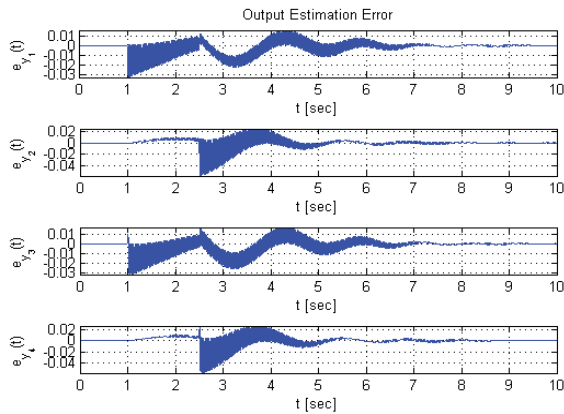


Εικ. 5.8 Διασπορά ιδιοτιμών.

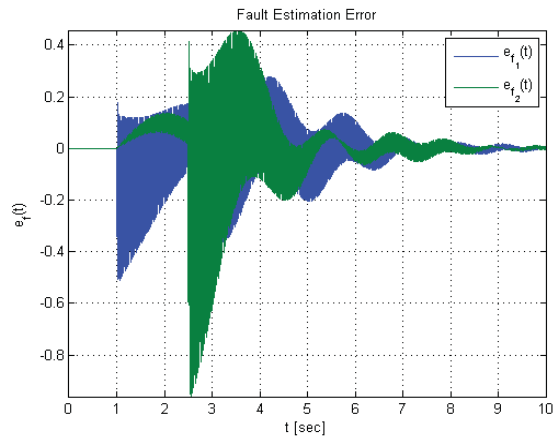


Εικ. 5.9 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης.

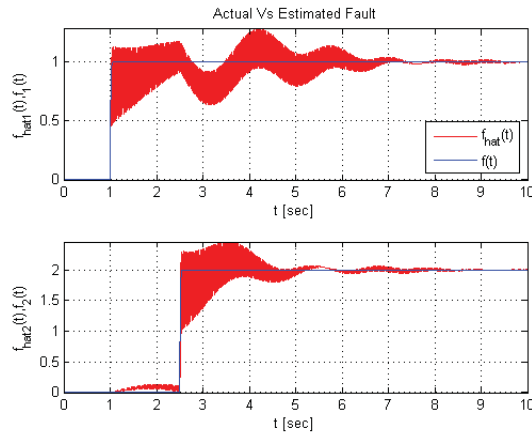




Εικ. 5.10 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου.



Εικ. 5.11 Σφάλμα εκτίμησης σφαλμάτων.

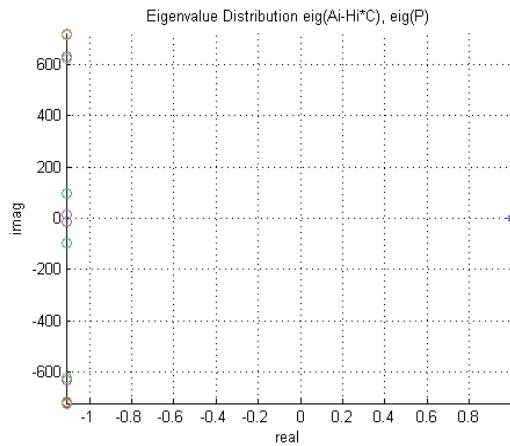


Εικ. 5.12 Σύγκριση πραγματικού και εκτιμώμενου σφάλματος.

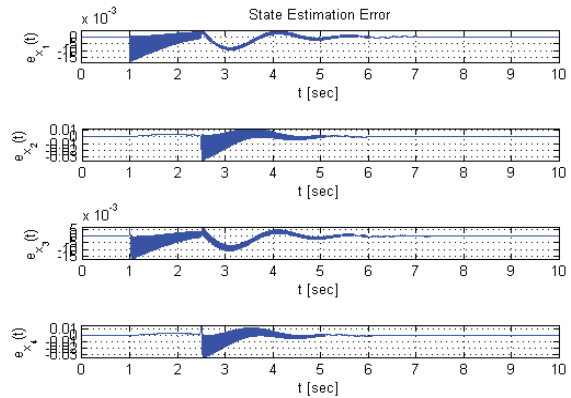
Στη δεύτερη προσομοίωση που πραγματοποιήθηκε έγινε τροποποίηση του ρυθμού εκμάθησης του παρατηρητή, ώστε να παρατηρήσουμε τις διαφορές.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 600 & 0 \\ 0 & 600 \end{bmatrix}$$

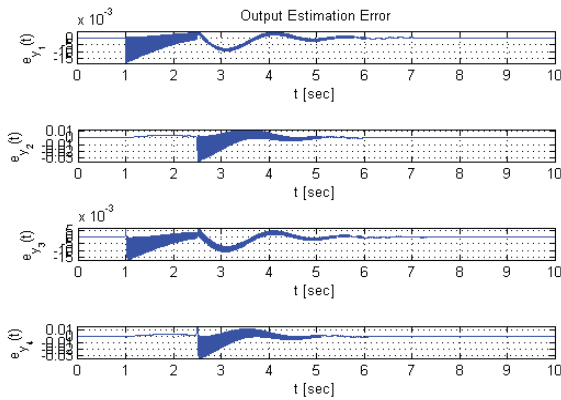
Όπως είναι λογικό, οι πίνακες που αποτελούν την λύση του LMI (5.24) θα παραμείνουν ίδιοι με αυτούς της προηγούμενης προσομοίωσης.



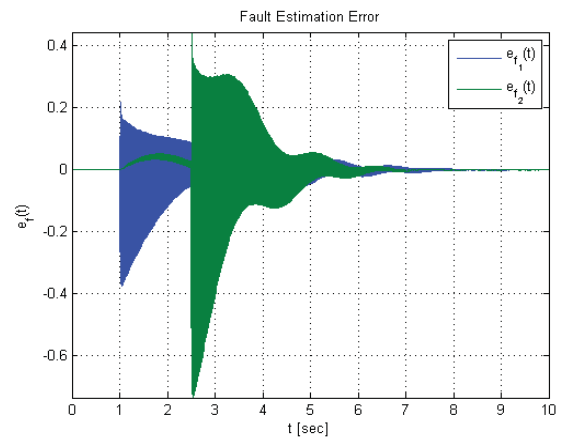
Εικ. 5.13 Διασπορά ιδιοτιμών.



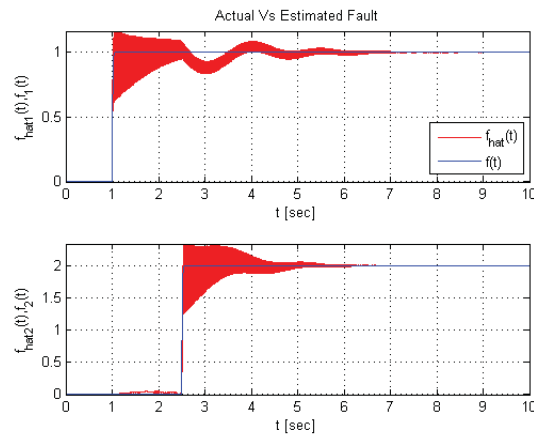
Εικ. 5.14 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης.



Εικ. 5.15 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου.



Εικ. 5.16 Σφάλμα εκτίμησης σφαλμάτων.



Εικ. 5.17 Σύγκριση πραγματικού και εκτιμώμενου σφάλματος.

Παρατηρούμε πως με τον διπλασιασμό του ρυθμού εκμάθησης του παρατηρητή, ο μηδενισμός των σημάτων υπολοίπων γίνεται πολύ πιο γρήγορα.

5.3.2 Αποτελέσματα προσαρμοστικού παρατηρητή με λιγότερους αισθητήρες

Στη συνέχεια θα γίνει προσομοίωση με τους πίνακες  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  και  $E = B$ . Επιλέγοντας τις συγκεκριμένες διαστάσεις πινάκων μπορούμε να γνωρίζουμε μόνο τις δύο από τις τέσσερις καταστάσεις του συστήματος, ενώ εμφανίζονται σφάλματα σε δύο διαφορικές εξισώσεις του συστήματος. Ο ρυθμός εκμάθησης του παρατηρητή είναι  $\Gamma = \begin{bmatrix} 300 & 0 \\ 0 & 300 \end{bmatrix}$ . Τα χρονικά αμετάβλητα σφάλματα εισάγονται στο σύστημα σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, ώστε είναι ευκρινής η αντίδραση του παρατηρητή σε κάθε ένα από αυτά.

Οι πίνακες  $P, H_i, F_i$  που θα υπολογιστούν από το πρόσθετο YALMIP ως λύση παρουσιάζονται στη συνέχεια:

$$P = \begin{bmatrix} 0.9046 & 0.0001 & 0.0143 & 0.0000 \\ 0.0001 & 0.8972 & 0.0000 & 0.0143 \\ 0.0143 & 0.0000 & 0.0153 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0143 & 0.0000 & 0.0153 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 7.4428 & 0.0005 \\ 0.0005 & 7.3811 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} -0.0676 & 0.0000 \\ -0.0000 & -0.0676 \\ 1.4152 & 0.0001 \\ 0.0001 & 1.4039 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} -0.0676 & 0.0011 \\ -0.0011 & -0.0676 \\ 1.4152 & -0.0670 \\ 0.0672 & 1.4039 \end{bmatrix}$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} -0.0676 & -0.0630 \\ 0.0641 & -0.0676 \\ 1.4155 & 3.9894 \\ -4.0220 & 1.4036 \end{bmatrix}$$

$$H_4 = \begin{bmatrix} -0.0676 & -0.0620 \\ 0.0630 & -0.0676 \\ 1.4155 & 3.9223 \\ -3.9549 & 1.4036 \end{bmatrix}$$

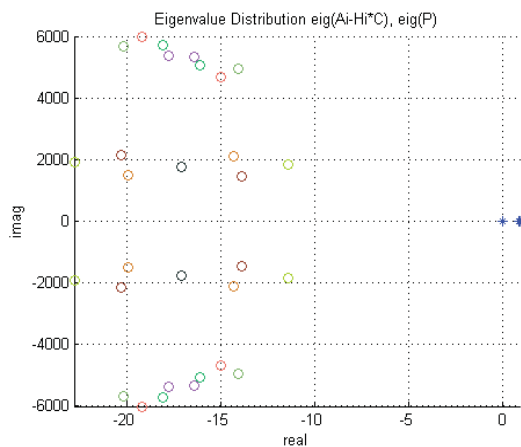
$$H_5 = \begin{bmatrix} -0.0676 & 0.0009 \\ -0.0014 & -0.0676 \\ 1.4152 & -0.0581 \\ 0.0588 & 1.4039 \end{bmatrix}$$

$$H_6 = \begin{bmatrix} -0.0676 & 0.0020 \\ -0.0025 & -0.0676 \\ 1.4152 & -0.1252 \\ 0.1259 & 1.4039 \end{bmatrix}$$

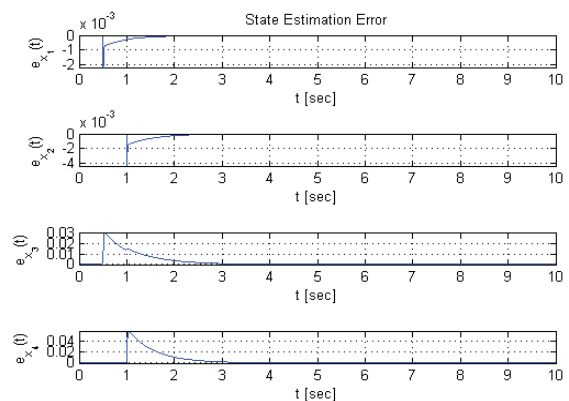
$$H_7 = \begin{bmatrix} -0.0676 & -0.0621 \\ 0.0626 & -0.0676 \\ 1.4155 & 3.9312 \\ -3.9633 & 1.4036 \end{bmatrix}$$

$$H_8 = \begin{bmatrix} -0.0676 & -0.0610 \\ 0.0616 & -0.0676 \\ 1.4155 & 3.8641 \\ -3.8962 & 1.4036 \end{bmatrix}$$

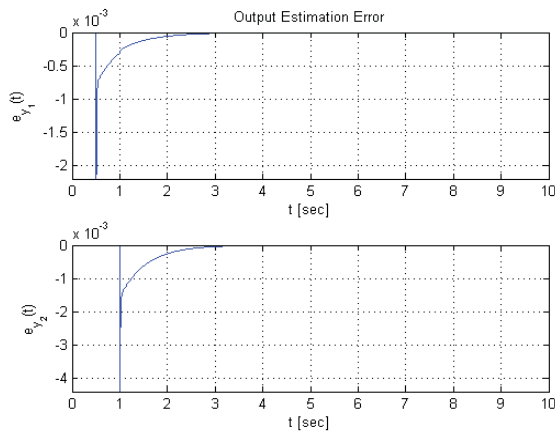
Οι γραφικές παραστάσεις που ακολουθούν περιγράφουν την απόκριση του συστήματος:



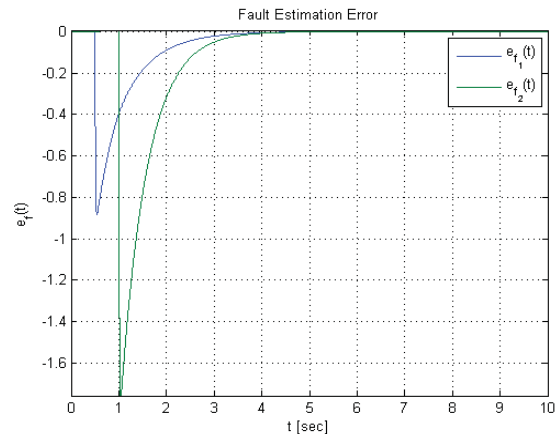
Εικ. 5.18 Διασπορά ιδιοτιμών.



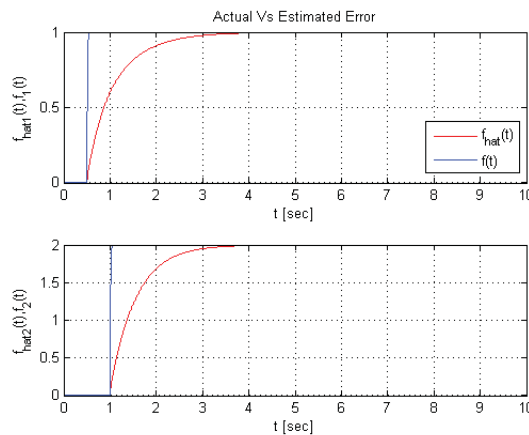
Εικ. 5.19 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης.



Εικ. 5.20 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου.



Εικ. 5.21 Σφάλμα εκτίμησης σφαλμάτων.

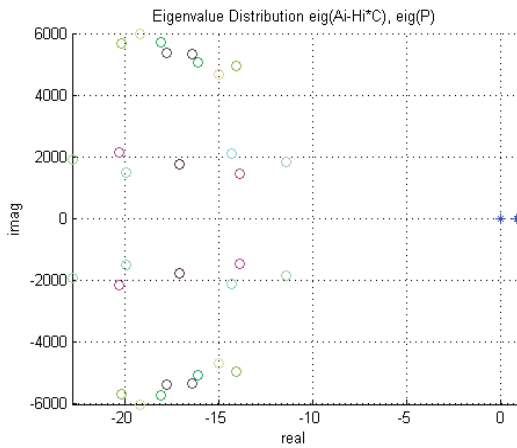


Εικ. 5.22 Σύγκριση πραγματικού και εκτιμώμενου σφάλματος.

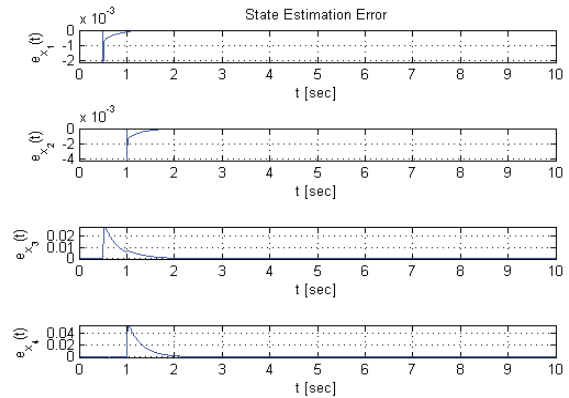
Ως αποτέλεσμα προκύπτει ότι ο παρατηρητής έχει την δυνατότητα να εκτιμήσει τα σφάλματα, την απόκριση του μη γραμμικού συστήματος αλλά και την έξοδό του, έχοντας στις δύο διαφορικές εξισώσεις του συστήματος χρονικά αμετάβλητα σφάλματα.

Αντίστοιχα για πίνακα ρυθμού εκμάθησης  $\Gamma = \begin{bmatrix} 600 & 0 \\ 0 & 600 \end{bmatrix}$ , οι λύσεις των πινάκων του συστήματος θα είναι οι ίδιες, αλλά θα παρατηρήσουμε αλλαγή στην ταχύτητα εκτίμησης των σφαλμάτων και ταχύτερη σύγκλιση του διανύσματος εκτίμησης κατάστασης και εξόδου στο μη γραμμικό σύστημα.

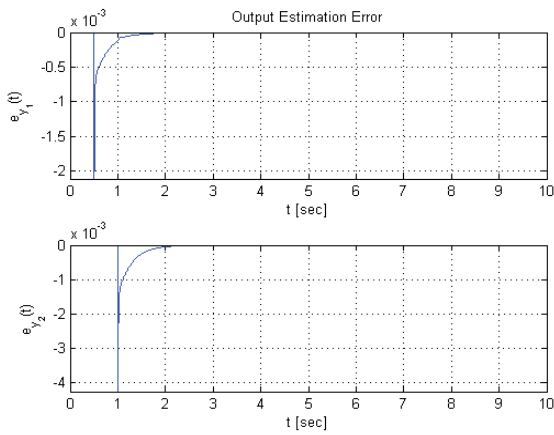
Χαρακτηριστικές είναι οι γραφικές παραστάσεις που ακολουθούν:



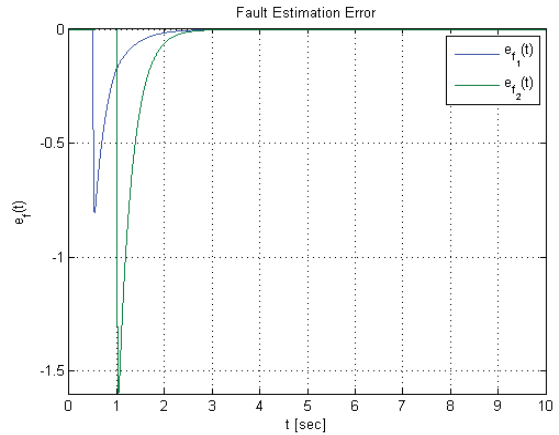
Εικ. 5.23 Διασπορά ιδιοτιμών.



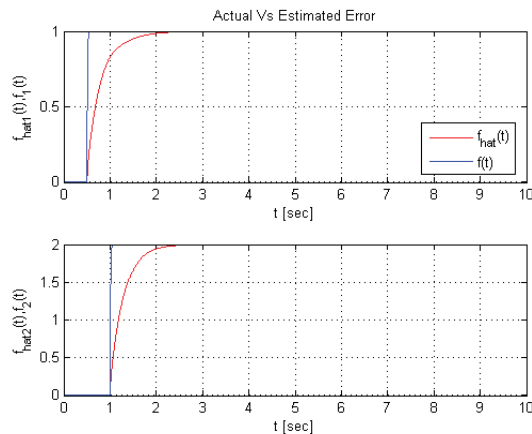
Εικ. 5.24 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης.



Εικ. 5.25 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου.



Εικ. 5.26 Σφάλμα εκτίμησης σφαλμάτων.



Εικ. 5.27 Σύγκριση πραγματικού και εκτιμώμενου σφάλματος.

Η επιλογή του πίνακα  $\Gamma$  γίνεται συνήθως πειραματικά, ώστε να είναι ικανοποιητική η απόδοση του παρατηρητή. Σημειώνεται ότι η επιλογή σχετικά μεγάλων τιμών μπορεί να προκαλέσει μεγάλη

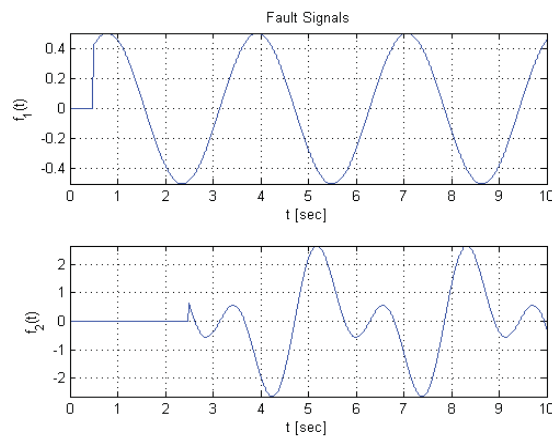
υπερύψωση (overshoot) ή ακόμα και μεγέθυνση των σφαλμάτων στη έξοδο του συστήματος και αντίστοιχα η επιλογή σχετικά μικρών τιμών μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα την αργή απόκριση του. Για αυτό η επιλογή του πίνακα  $\Gamma$  γίνεται σε συγκερασμό των χαρακτηριστικών απόδοσης.

#### 5.4 Χρονικά μεταβαλλόμενα σφάλματα

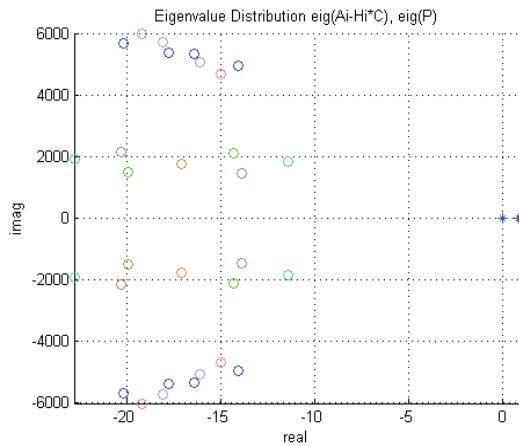
Στη συνέχεια θα δοκιμάσουμε να εισάγουμε στο σύστημα που προσομοιώσαμε στην ενότητα 5.3.2 χρονικά μεταβαλλόμενα σφάλματα.

Επιλέγοντας σφάλματα με μορφή όπως αυτή που περιγράφεται από την εξίσωση (5.7) στην είσοδο ελέγχου, έχουμε την απόκριση του παρατηρητή (Εικ. 5.29) έως (Εικ. 5.33). Επιλέγουμε τον πίνακα ρυθμού εκμάθησης  $\Gamma = \begin{bmatrix} 300 & 0 \\ 0 & 300 \end{bmatrix}$  και εισάγουμε τα σφάλματα σε διαφορετικές χρονικές στιγμές.

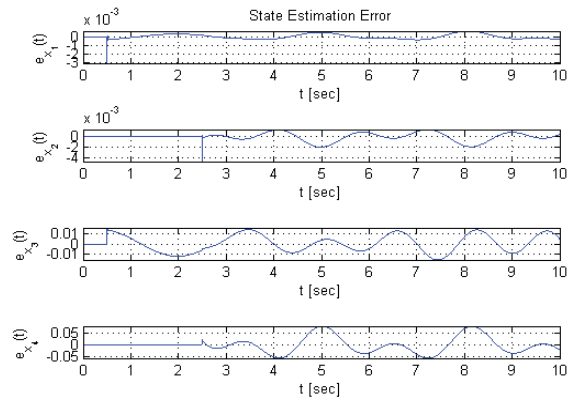
Οι λύσεις των πινάκων  $P$ ,  $H_i$  και  $F_i$  είναι ίδιες με αυτές που αναφέρονται στην ενότητα 5.3.2.



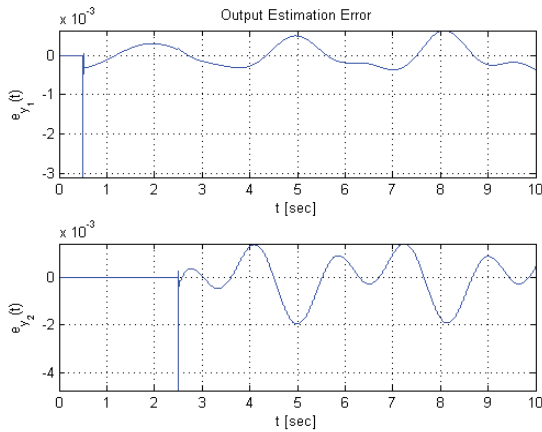
Εικ. 5.28 Σήματα σφαλμάτων.



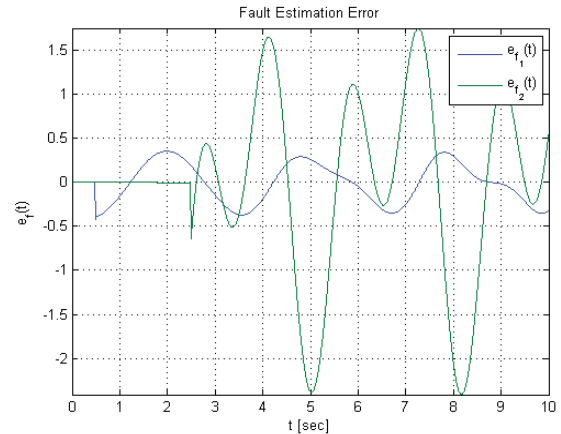
Εικ. 5.29 Διασπορά ιδιοτιμών.



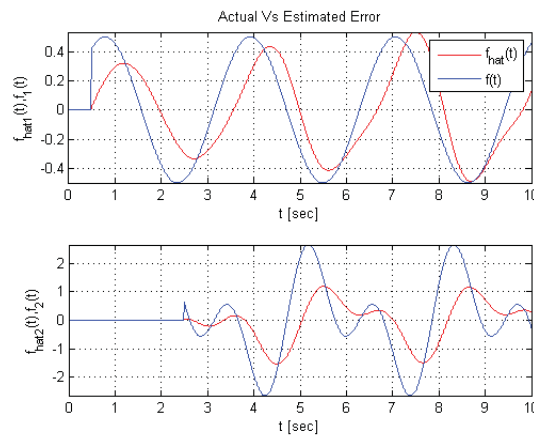
Εικ. 5.30 Σφάλμα εκτίμησης κατάστασης.



Εικ. 5.31 Σφάλμα εκτίμησης εξόδου.



Εικ. 5.32 Σφάλμα εκτίμησης σφαλμάτων.



Εικ. 5.33 Σύγκριση πραγματικού και εκτιμώμενου σφάλματος.

Με τις γραφικές παραστάσεις της προσομοίωσης αυτής διαπιστώνουμε ότι ο παρατηρητής χρειάζεται εκ νέου σχεδιασμό για την εκτίμηση των χρονικά μεταβαλλόμενων σφαλμάτων. Αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς στην ανάλυση της θεωρίας που αναπτύχθηκε στην αρχή του κεφαλαίου και πιο συγκεκριμένα στην εξίσωση (5.17) έχουμε υποθέσει πως τα σφάλματα είναι χρονικά αμετάβλητα και ως απώροια έχουμε λάβει  $\dot{f}(t) = 0$ .

Στο κεφάλαιο αυτό αναλύθηκε ο τρόπος με τον οποίο επιδρούν τα σφάλματα στο μή γραμμικό σύστημα. Με βάση τα στοιχεία που προέκυψαν κρίθηκε αναγκαίος ο εκ νέου σχεδιασμός του παρατηρητή με δυνατότητα ταυτόχρονου εντοπισμού και εκτίμησης των σφαλμάτων αυτών. Και στην περίπτωση αυτή ακολουθήθηκε μια συστηματική μεθοδολογία βασισμένη σε εργαλεία από την Θεωρία Γραμμικού Ελέγχου.

ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ



## 6 Επίλογος

Η μελέτη βασίστηκε στο μοντέλο ενός επαγωγικού κινητήρα και ερευνήθηκε η δυνατότητα αναγνώρισης παρουσίας σφαλμάτων σε αυτόν. Η ευρεία χρήση τέτοιων κινητήρων σε βιομηχανικές αλλά και οικιακές εγκαταστάσεις αποτέλεσε το κίνητρο για την ενασχόληση με αυτό το θέμα στο πλαίσιο της μεταπτυχιακής εργασίας.

Σκοπός της αποτέλεσε η δημιουργία μιας συστηματικής μεθοδολογίας διάγνωσης σφαλμάτων, ώστε να χρησιμοποιείται σε ένα ευρύτερο πλαίσιο αντίστοιχων συστημάτων. Για την επίτευξη του παραπάνω σκοπού έγινε χρήση βασικών εργαλείων της Θεωρίας Γραμμικού Ελέγχου με αποτέλεσμα την απλοποίηση των μεθόδων που συχνότερα ακολουθούν οι έρευνες, οι οποίες μελετήθηκαν στο πλαίσιο αυτής της εργασίας.

Αρχικά έγινε η παρουσίαση του μοντέλου του επαγωγικού κινητήρα, γίνεται περιγραφή και κατηγοριοποίηση των σφαλμάτων ενώ παράλληλα αναφέρονται τα πλεονεκτήματα της μεθόδου που αναπτύσσεται στην εργασία ώστε να επιτευχθεί ο επιθυμητός στόχος. Ακολούθως πραγματοποιήθηκε μια σύντομη αναφορά στα βασικά εργαλεία που βασίζεται η μαθηματική ανάλυση των μοντέλων του κινητήρα και του παρατηρητή.

Στη συνέχεια αναπτύχθηκε το ασαφές μοντέλο του κινητήρα που αποτελεί την γραμμικοποίηση του αρχικού μοντέλου με σκοπό την καλύτερη μελέτη του. Έγινε σύγκριση των δύο μοντέλων και παρατηρήθηκε πως ο σχεδιασμός του ασαφούς μοντέλου έγινε σωστά, καθώς η εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης και του διανύσματος εξόδου από το ασαφές μοντέλο έγινε με μεγάλη ακρίβεια.

Με βάση την επιτυχή υλοποίηση του ασαφούς μοντέλου σχεδιάστηκε ο ασαφής παρατηρητής. Ο υπολογισμός του πίνακα κέρδους του παρατηρητή έγινε με δύο διαφορετικές μεθοδολογίες και επιλέχθηκε η βέλτιστη. Πραγματοποιήθηκε προσομοίωση και σύγκριση του μή γραμμικού μοντέλου με τις δύο μεθόδους υπολογισμού του πίνακα κέρδους του παρατηρητή και σχολιάστηκε η απόκρισή τους.

Τέλος, παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο τα σφάλματα επηρεάζουν το σύστημα και πραγματοποιείται σύγκριση του μή γραμμικού συστήματος υπό την επήρεια σφαλμάτων και του παρατηρητή που έχει σχεδιαστεί. Επίσης, σχολιάζεται η αδυναμία του παρατηρητή να εκτιμήσει την κατάσταση και την έξοδο του μή γραμμικού συστήματος με αποτέλεσμα την ανάγκη για εκ νέου σχεδιασμό του. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η νέα μεθοδολογία για την σχεδίαση του προσαρμοστικού ελεγκτή που θα πραγματοποιεί διάγνωση σφαλμάτων. Στην μαθηματική ανάλυση και στις προσομοιώσεις εξετάζεται η περίπτωση των χρονικά μή μεταβαλλόμενων σφαλμάτων. Ολοκληρώνουμε με τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων και παρατηρούμε την ορθή εκτίμηση των σφαλμάτων. Παράλληλα γίνεται αναφορά στην δυνατότητα ρύθμισης της ταχύτητας απόκρισης του παρατηρητή, βάση του ρυθμού εκμάθησης, ενώ παρουσιάζεται η απόκρισή του στην περίπτωση των χρονικά μεταβαλλόμενων σφαλμάτων σε συνδυασμό με την ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Με βάση τα αποτελέσματα, που προκύπτουν, διαπιστώνεται ότι ένα από τα πλεονεκτήματα της μελέτης είναι ότι υπάρχει δυνατότητα χρήσης των κοινών μεθόδων σχεδίασης ενός ασαφούς παρατηρητή που συναντώνται στη Θεωρία Γραμμικού Ελέγχου. Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να θεωρήσουμε τον αλγόριθμο που αναπτύχθηκε ως μια συστηματική μεθοδολογία που μπορεί να ακολουθηθεί σε κάθε περίπτωση ύπαρξης ενός αντίστοιχου μή γραμμικού μοντέλου, ώστε να γίνεται διάγνωση σφαλμάτων σε αυτό.

Επιπρόσθετα ο αλγόριθμος, που ακολουθήθηκε, καθιστά δυνατή την δημιουργία περισσότερων συναρτήσεων συμμετοχής κατά τον σχεδιασμό του ασαφούς μοντέλου και οδηγεί στη χρήση περισσότερων ασαφών κανόνων με αποτέλεσμα την δημιουργία ενός πιο ευέλικτου μοντέλου.

### 6.1 Προτάσεις μελλοντικής έρευνας

Ως θέματα μελλοντικής έρευνας αναφέρονται τα εξής:

- Μια μελέτη θα μπορούσε να επικεντρωθεί στην χρήση πολλαπλών μεθόδων παρακολούθησης της λειτουργίας ενός επαγωγικού κινητήρα, με σκοπό τον συνδυασμό των πληροφοριών, ώστε να υπάρχει δυνατότητα διάγνωσης και αναγνώρισης συγκεκριμένων σφαλμάτων. Με τον τρόπο αυτό θα μπορούσε να εξασφαλιστεί μια πληρέστερη εικόνα της κατάστασης του κινητήρα που θα επέτρεπε την εφαρμογή μεθοδολογιών πρόβλεψης σφαλμάτων και έγκαιρης αντιμετώπισής τους.
- Η μελέτη για την δημιουργία ενός κανόνα ελέγχου που θα μπορούσε να εξασφαλίζει την συνέχεια της λειτουργίας του κινητήρα ακόμη και μετά την παρουσία ενός ή περισσότερων σφαλμάτων (Fault Tolerant Control) παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρον και προσφέρει πολλαπλά πλεονεκτήματα στο ευρύ πεδίο εφαρμογών των επαγωγικών κινητήρων.

## 7 Βιβλιογραφία

- Ahmed, M., Gu, F. & Ball, A., 2012. Fault Detection of Reciprocating Compressors using a Model from Principles Component Analysis of Vibrations. *Journal of Physics*.
- Albrecht, P. F.; Appiarius, J. C.; McCoy, R. M.; Owen, E. L.; Sharma, D. K., 1986. Assessment of the Reliability of Motors in Utility Applications. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 03, EC-1(1), pp. 39-46.
- Arthur, N. & Penman, J., 2000. Induction Machine Condition Monitoring with Higher Order Spectra. *IEEE Transactions On Industrial Electronics*, 47(5), pp. 1031-1041.
- Beard, R. V., 1971. *Failure Accomodation in Linear Systems Through Self-Reorganization*. 1 ed. s.l.:Massachusetts Institute of Technology.
- Bennett, S. M., Patton, R. J. & Daley, S., 1999. Sensor Fault-Tolerant Control Of A Rail Traction Drive. *Control Engineering Practice* 7, pp. 217-225.
- Bland, G. R., Goldfarb, D. & Todd, J. M., 1981. The Ellipsoid Method: A Survey. *Operations Research*, 29(6), pp. 1039-1091.
- Bose, B. K., 1986. *Power Electronics And AC Drives*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E. & Balakrishnan, V., 1994. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia: SIAM.
- Carl, J. D., Tantawy, A., Biswas, G. & Koutsoukos, X. D., 2012. Detection and Estimation of Multiple Fault Profiles Using Generalized Likelihood Ratio Test: A Case Study. *16th IFAC Symposium on System Identification*.
- Carvalho, L. K., Moreira, M. V., Basilio, J. C. & Lafortune, S., 2013. Robust Diagnosis of Discrete-Event Systems against Permanent Loss of Observations. *Automatica*, 49(1), pp. 223-231.
- Chen, J. & Patton, R. J., 1999. *Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers.
- Cusido, J., Garcia, J. R., Ortega, J. A. & Romeral, L., 2006. Fault Detection Techniques for Induction Motors. *Electrical Power Quality and Utilisation Magazine*, pp. 39-46.
- Ding, S., 2013. *Model-Based Fault Diagnosis Techniques*. Berlin Heidelberg: Springer.
- Dorrell, D. G., Thomson, W. T. & Roach, S., 1997. Analysis of Airgap Flux, Current, and Vibration Signals as a Function of the Combination of Static and Dynamic Airgap Eccentricity in 3-Phase Induction Motors. *IEEE Transactions On Industry Applications*, 33(1), pp. 24-34.
- Finley, W. R., Hodowanec, M. M. & Holter, W. G., 2000. An Analytical Approach to Solving Motor Vibration Problems. *IEEE Transactions On Industry Applications*, 36(5), pp. 1467-1480.
- Frank, P. M., 1991. *Enhancement of Robustness in Observer-Based Fault Detection*. s.l., s.n., pp. 99-111.

- Gao, Z., 2015. A Survey of Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Techniques. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(6), pp. 3757-3567.
- Goutam, S. & Thakur, A., 2017. A Survey on different Rotor Fault Detection Methods for Induction Motor. *International Journal of Engineering and Management Research*, 7(3), pp. 175-180.
- Haba, U., Shaeboub, A., Mones, Z. & Gu, F., 2017. *Diagnosis of Compound Faults in Reciprocating Compressors Based on Modulation Signal Bispectrum of Current Signals*. s.l., Proceedings of the 2nd International Conference on Maintenance Engineering.
- Hachemi Benbouzid, M., 2000. A Review of Induction Motors Signature Analysis as a Medium for Faults Detection. *IEEE Transactions On Industrial Electronics*, 47(5), pp. 984-993.
- Isermann, R., 1984. Process Fault Detection Based on Modeling and Estimation. *Automatica*, Volume 20, pp. 387-404.
- Iserman, R., 2006. *Fault-Diagnosis Systems*. Berlin: Springer.
- Jiang, B., Staroswiecki, M. & Cocquempot, V., 2009. Fault Accommodation for Nonlinear Dynamic Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, September, pp. 1578-1583.
- Jose, G. & Jose, V., 2013. *Induction Motor Fault Diagnosis Methods: A Comparative Study*. Hyderabad, India, International Conference on Electrical Engineering.
- Karloff, H., 1991. *Linear Programming*. Birkhäuser Boston: Birkhäuser Boston.
- Kawamoto, S., Tada, K., Ishigame, A. & Taniguchi, T., 1992. An Approach to Stability Analysis of Second Order Fuzzy Systems. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pp. 1427-1434.
- Khalil, H. K., 2002. *Nonlinear Systems*. New Jersey: Prentice-Hall Inc..
- Kim, K. & Parlos, A. G., 2002. Model Based Fault Diagnosis of Induction Motors Using Non-Stationary Signal Segmentation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 16(2-3), pp. 223-253.
- Kladis, G. P., Menon, P. P. & Edwards, C., 2015. Fuzzy Distributed Cooperative Tracking for a Swarm of Unmanned Aerial Vehicles with Heterogeneous Goals. *International Journal of Systems Science*, Dec, pp. 3803-3811.
- Krause, P. C. & Thomas, C. H., 1965. Simulation of Symmetrical Induction Machinery. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, pp. 1038-1053.
- Krause, P., Wasynczuk, O., Sudhoff, S. & Pekarek, S., 2013. *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*. s.l.:John Wiley & Sons, Inc.
- Kulesza, Z., Sawicki, J. T. & Gyekenyesi, A. L., 2012. Robust Fault Detection Filter Using Linear Matrix Inequalities' Approach for Shaft Crack Diagnosis. *Journal of Vibration and Control*, 19(9), pp. 1421-1440.
- Li, R. & Olson, J., 1991. Fault Detection and Diagnosis in a Closed-Loop Nonlinear Distillation Process: Application of Extended Kalman Filters. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 30(5), pp. 898-908.

- Löfberg, J., 2004. *YALMIP : A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB*. New Orleans, LA, USA, s.n.
- Lopez-Toribio, C. J., Patton, R. & Daley, S., 2000. Takagi-Sugeno Fuzzy Fault-Tolerant Control Of An Induction Motor. *Neural Computing & Applications*, pp. 19-28.
- Meskin, N., Khorasani, K. & Rabbath, C. A., 2010. A Hybrid Fault Detection and Isolation Strategy for a Network of Unmanned Vehicles in Presence of Large Environmental Disturbances. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 18(6), pp. 1422-1429.
- Motor Reliability Working Group, 1985. Report of Large Motor Reliability Survey of Industrial and Commercial Installations, Part I. *IEEE Transactions On Industry Applications*, 07, Volume IA-21, pp. 853-864.
- Motor Reliability Working Group, 1985. Report of Large Motor Reliability Survey of Industrial and Commercial Installations, Part II. *IEEE Transactions On Industry Applications*, 07, Volume IA-21, pp. 865-872.
- Nan, C., Khan, F. & Iqbal, M. T., 2008. Real-Time Fault Diagnosis Using Knowledge-Based Expert Systems. *Process Safety and Environmental Protection*, pp. 55-71.
- Nesterov, Y. & Nemirovskii, A., 1994. *Interior-point Polynomial Algorithms in Convex Programming*. 3rd ed. Philadelphia: Society of Industrial and Applied Mathematics.
- Ohtake, H., Tanaka, K. & Wang, H. O., 2001. Fuzzy Modeling via Sector Nonlinearity Concept. *IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference*, 15-18 06, pp. 127-132.
- O'Rourke, C. J., Qasim, M. M., Overlin, M. R. & Kirtley, J. L., 2019. A Geometric Interpretation of Reference Frams and Transformations: dq0, Clarke and Park. *IEEE Institute of Electrical and Electronics Engineers*, December, pp. 2070-2083.
- Papachristodoulou, A. & Prajna, S., 2002. *On The Construction of Lyapunov Functions using the Sum of Squares Decomposition*. Las Vegas, Nevada USA, Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control.
- Qi, G., Zhu, Z., Erqinhu, K., Chen, Y., Chai, Y., Sun, J., 2018. Fault Diagnosis for Reciprocating Compressors Using Big Data and Machine Learning. *Simulation Modelling and Practice Theory*, pp. 104-127.
- Riley, C. M., Lin, B. K., Habetler, T. G. & Kliman, G. B., 1999. Stator Current Harmonics and Their Causal Vibrations: A Preliminary Investigation of Sensorless Vibration Monitoring Applications. *IEEE Transactions On Industry Applications*, 35(1), pp. 94-99.
- Sin, M., Soong, W. & Ertugrul, N., 2003. *Induction Machine On-Line Condition Monitoring And Fault Diagnosis - A Survey*. s.l., Australasian Universities Power Engineering Conference.
- Takagi, T. & Sugeno, M., 1985. Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 01, Volume 15, pp. 116-132.
- Tanaka, K. & Wang, H. O., 2001. *Fuzzy Control Systems Design And Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*. s.l.:John Wiley & Sons, Inc.

Trutt, F. C., Sottile, J. & Kohler, J. L., 2001. *On-Line Condition Monitoring of Induction Motors*. Chicago, USA, IEEE.

VanAntwerp, J. G. & Braatz, R. D., 2000. A Tutorial on Linear and Bilinear Matrix Inequalities. *Journal of Process Control*, 10(4), pp. 363-385.

Willsky, A. S., 1976. A Survey of Design Methods for Failure. *Automatica*, Volume 12, pp. 601-611.

Zhang, D., Wang, H., Lu, B. & Wang, Z., 2012. LMI-Based Fault Detection Fuzzy Observer Design with Multiple Performance Constraints for Class of Non-Linear Systems: Comparative Study. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 8(1), pp. 633-645.

Zhang, K., Jiang, B. & Shi, P., 2013. *Observer-Based Fault Estimation and Accomodation for Dynamic Systems*. London: Springer.

Zhou, D.H, Xe, X., Wang, Z., Liu, G.P., Ji, Y. D., 2012. Leakage Fault Diagnosis for an Internet-Based Three-Tank System: An Experimental Study. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 20(4), pp. 857-870.