

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ



ΔΙΑΤΡΙΒΗ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΥ ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΣ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΒΑΣΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ
ΠΟΥ ΠΡΟΚΥΠΤΟΥΝ ΑΠΟ ΙΕΡΑΡΧΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ
ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ ΒΡΑΧΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

Γεώργιος Ε. Μπαράκος
Διπλ. Μηχανικός Ορυκτών Πόρων

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:

ΕΞΑΔΑΚΤΥΛΟΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ (ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ)
ΑΓΙΟΥΤΑΝΤΗΣ ΖΑΧΑΡΙΑΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
ΒΑΡΔΟΥΛΑΚΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Ε.Μ.Π.

Χανιά
Μάρτιος, 2007

Περίληψη

Ένα από τα βασικότερα προβλήματα της Θεωρητικής και Εφαρμοσμένης Μηχανικής των Πετρωμάτων είναι η ποσοτική περιγραφή της μηχανικής συμπεριφοράς της βραχομάζας, που υπόκειται σε οιοσδήποτε συνθήκες φόρτισης. Σε περιπτώσεις σχετικά μεγάλης απόστασης των ασυνεχειών, σχετικά με τις διαστάσεις της εκσκαφής, η μηχανική συμπεριφορά της βραχομάζας, πέραν των ιδιοτήτων των ασυνεχειών, εξαρτάται και από τις ιδιότητες του αρρήκτου πετρώματος.

Στην παρούσα διατριβή γίνεται μια αναλυτική περιγραφή και έλεγχος της αποτελεσματικότητας ενός μή-γραμμικού μηχανικού μοντέλου για άρρηκτα πετρώματα, βασισμένο σε πειραματικά δεδομένα τα οποία προέρχονται από δοκιμές θλίψης (ανεμπόδιστης και τριαξονικής), εφελκυσμού (άμεσου και έμμεσου). Το μοντέλο αυτό βασίζεται στην θεωρία μηχανικής φθοράς των πετρωμάτων, στην υποελαστικότητα αλλά και στην θεωρία της ροής της πλαστικότητας.

Το προτεινόμενο μοντέλο, διαρθρωμένο σε διάφορα επίπεδα ανάλυσης με ιεραρχικό τρόπο (επίπεδο A, B κ.λ.π.), εφαρμόστηκε σε ένα μεγάλο εύρος πετρωμάτων υπολογίζοντας την μη-γραμμικότητα της συμπεριφοράς τους. Εν συνεχεία, οι παράμετροι των πετρωμάτων εισήχθησαν σε μια βάση δεδομένων βραχομηχανικής (Rock Mechanics Data Base), που μπορεί να αποτελέσει ένα πολύτιμο εργαλείο στην εφαρμοσμένη βραχομηχανική. Στα πλαίσια εφαρμογής του μοντέλου, παρουσιάζεται η εφαρμογή του σε δοκιμές θλίψης και εφελκυσμού στον ψαμμίτη Serena. Εν τέλει, περιγράφεται η δομή της βάσης δεδομένων.

Abstract

A central point of any Rock Engineering project is the constitutive description of the mechanical behaviour of the rock mass subjected to any loading condition. For the cases of relatively large spacing of discontinuities with respect to the dimensions of the excavation, the mechanical behaviour of the rock mass apart from the properties of the discontinuities is also controlled by the properties of the intact rock.

In this study a nonlinear constitutive mechanical model for intact rocks based on experimental evidence, is outlined and validated by exploiting uniaxial and triaxial compression, as well as uniaxial and indirect tension test data.

This model is based on Damage Mechanics, Hypoelasticity, as well as the Flow theory of Plasticity. The proposed model was applied on a wide range of rocks exhibiting nonlinearity and encountered in current Rock Engineering practice.

Furthermore, all the experimental and calculated data and associated parameters were inserted in a Relational Rock Mechanics Data Base. This database may become a powerful tool in Rock Mechanics.

Πρόλογος

Στο σημείο αυτό θέλω να εκφράσω τις θερμές ευχαριστίες και την αμέριστη εκτίμησή μου στον καθηγητή μου κ. Γεώργιο Εξαδάκτυλο, χωρίς την καθοδήγηση και τις γνώσεις του οποίου, θα ήταν αδύνατη η διεκπεραίωση της διατριβής αυτής.

Θα ήθελα, επίσης, να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα κ. Παντελή Λιόλιο για την κατασκευή και οργάνωση της Βάσης Δεδομένων Μηχανικής Πετρωμάτων, καθώς και όλους τους ανθρώπους του εργαστηρίου Μελέτης & Σχεδιασμού Εκμεταλλεύσεων για την συμπαράστασή τους.

Τέλος, οφείλω τεράστια ευγνωμοσύνη στην οικογένειά μου, που με στήριξε δίχως άλλο κατά την διάρκεια των σπουδών μου και με ενθάρρυναν να συνεχίσω.

Μπαράκος Ε. Γεώργιος

Διπλ. Μηχανικός Ορυκτών Πόρων

Περιεχόμενα

Περίληψη	III
Abstract.....	V
Πρόλογος.....	VII
Περιεχόμενα	IX
1. Εισαγωγή	1
2. Βασικές Αρχές της Ελαστικότητας & της Πλαστικότητας	5
2.1 Θεωρία της Ελαστικότητας.....	5
2.2 Θεωρία της Πλαστικότητας	7
3. Επίπεδο - Α Υπολογισμών των Πειραματικών Δεδομένων.....	13
3.1 Ο Ψαμμίτης Serena	13
3.2 Μοντελοποίηση των Δοκιμών Μονοαξονικής και Τριαξονικής Θλίψης	13
3.3 Μοντελοποίηση της Συμπεριφοράς των Πετρωμάτων μετά την Αστοχία	21
3.4 Μοντελοποίηση των Δοκιμών Άμεσου Εφελκυσμού.....	22
3.5 Μοντελοποίηση των Δοκιμών Έμμεσου Εφελκυσμού.....	28
3.6 Παρατηρήσεις	34
4. Βαθμονόμηση ενός Μη-Γραμμικού Ελαστοπλαστικού Μοντέλου	35
4.1 Το Μοντέλο Πλαστικότητας.....	35
4.2 Ένα Καταστατικό Ελαστοπλαστικό Μοντέλο	40
4.3 Ανάδρομη Ανάλυση του Μη-Γραμμικού Καταστατικού Μοντέλου.....	52

5. Η Βάση Δεδομένων Μηχανικής Πετρωμάτων	59
5.1 Η Δομή της Αρχικής και της Σχεσιακής Βάσης Δεδομένων	59
5.2 Η Περιγραφή της Δομής της Βάσης	61
5.3 Καταγραφή Δεδομένων στην Βάση.....	64
 6. Βιβλιογραφία	 67

1. Εισαγωγή

Τα πετρώματα είναι κοκκώδη, ψαθυρά πορώδη, ετερογενή και ανισότροπα φυσικά γεωλογικά υλικά, τα οποία δημιουργήθηκαν υπό συγκεκριμένες γεωλογικές διαδικασίες (πυριγενείς, μεταμορφωσιγενείς και ιζηματογενείς). Για τον λόγο αυτό η μηχανική συμπεριφορά τους είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη σε σύγκριση με άλλα τεχνητά υλικά όπως το σκυρόδεμα, τα κεραμικά, τα μέταλλα κ.α.

Γενικά, τα πετρώματα επιδεικνύουν μεταξύ άλλων ελαστική και / ή πλαστική συμπεριφορά, φθορά (Van den Abeele και Windels, 2006), θραύση, ελαστική υστέρηση αλλά και ‘μνήμη’ (Holcomb, 1981; TenCate, Shankland, και Johnson, 2006), διασταλτικότητα, ερπυσμό, εξάρτηση από την υδροστατική πίεση, ανισοτροπία και μη-γραμμικότητα.

Μια ακόμη σημαντική ιδιότητα των γεωυλικών είναι το γεγονός ότι η μονοαξονική αντοχή τους σε εφελκυσμό είναι κατά μια τάξη μικρότερη από την αντίστοιχη μονοαξονική αντοχή σε θλίψη. Σύμφωνα με την θεωρία του Griffith η μέγιστη μονοαξονική αντοχή σε θλίψη είναι οκτώ φορές μεγαλύτερη από την αντίστοιχη αντοχή σε εφελκυσμό. Σύμφωνα με την θεωρία του Murrell, η προαναφερθείσα αναλογία ισούται με δώδεκα. Αυτό οφείλεται στην παρουσία σε αυτά μικρορωγμών, πόρων αλλά και σε άλλους παράγοντες όπως είναι η εμφάνιση μαλακών ορυκτών στην μικροδομή τους.

Εξαιτίας όλων αυτών των φαινομένων που διέπουν την μηχανική συμπεριφορά των πετρωμάτων, η σύγχρονη Βραχομηχανική βασίζεται σε όλες τις βασικές θεωρίες της Μηχανικής του Συνεχούς Μέσου, της Ελαστικότητας, της Αντοχής των Υλικών, της Μηχανικής της Φθοράς, της Πλαστικότητας και της Θραυστομηχανικής, προκειμένου να διατυπώνονται όσο το δυνατόν καλύτερα τα μηχανικά μοντέλα των πετρωμάτων που υπόκεινται σε συνθήκες στατικής ή δυναμικής φόρτισης.

Η πρωτοποριακή εργασία του Coulomb το 1773, οδήγησε στην διατύπωση ενός απλού κριτηρίου αστοχίας των πετρωμάτων. Το κριτήριο αυτό είναι γνωστό ως το κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb, εξαιτίας μιας μεταγενέστερης βελτίωσης από τον Mohr με την προσθήκη της παραμέτρου της συνοχής των υλικών. Η βασική συμπεριφορά των πετρωμάτων θεωρείται ότι είναι γραμμικά ελαστική και μαζί με το γραμμικό κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb, έγινε η βάση επίλυσης πολλών εφαρμοσμένων

προβλημάτων της βραχομηχανικής. Ωστόσο, με την ανάπτυξη της Πειραματικής Βραχομηχανικής, έγινε δυνατόν να παρατηρηθεί ότι η μηχανική συμπεριφορά των πετρωμάτων, είναι αρκετά πιο πολύπλοκη από την γραμμικά ελαστική συμπεριφορά, σε συνδυασμό με το γραμμικό κριτήριο αστοχίας που προανεφέρθη. Επίσης, η θεώρηση της ίδιας ελαστικής συμπεριφοράς τόσο στον εφελκυσμό όσο και στην θλίψη, δεν είναι καθόλου επαρκής για την πρόβλεψη της κατανομής των τάσεων και των παραμορφώσεων των πετρωμάτων σε πολλές εφαρμογές.

Με απώτερο σκοπό την λεπτομερή και όσο το δυνατόν πιο ακριβή διερεύνηση της συμπεριφοράς των πετρωμάτων, αλλά και την κατασκευή μιας βάσης δεδομένων για την περιγραφή πολλών διαφορετικών πετρωμάτων, πραγματοποιήθηκε μια εκτεταμένη πειραματική μελέτη της συμπεριφοράς του ψαμμίτη Serena (αλλά και άλλων πετρωμάτων), η οποία περιλαμβάνει τα ακόλουθα:

1. Δοκιμές μονοαξονικής θλίψης, ώστε να υπολογιστούν οι καμπύλες τάσης – παραμόρφωσης με κύκλους αποφόρτισης - επαναφόρτισης μέχρι την τελική αστοχία του δοκιμίου
2. Δοκιμές τριαξονικής θλίψης, με κύκλους αποφόρτισης - επαναφόρτισης, σε διάφορες πλευρικές πιέσεις
3. Δοκιμές μονοαξονικού εφελκυσμού, με κύκλους αποφόρτισης – επαναφόρτισης, μέχρι την τελική αστοχία του δοκιμίου, ώστε να υπολογιστούν οι καμπύλες τάσης - παραμόρφωσης

Σκοπός των πειραμάτων είναι ο υπολογισμός των σχέσεων της αξονικής τάσης με την αξονική και την πλευρική παραμόρφωση, καθώς και ο υπολογισμός της αστοχίας, για διάφορες τιμές της υδροστατικής πίεσης. Οι υπολογισμοί αυτοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην διαμόρφωση ενός ελαστοπλαστικού καταστατικού μοντέλου. Τα αποτελέσματα των πειραμάτων παρουσιάζονται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 4.

Οι καμπύλες τάσης – παραμόρφωσης χρησιμο-ποιούνται για τον διαχωρισμό της ογκικής από την αποκλίνουσα παραμόρφωση του πετρώματος. Με βάση τα αποτελέσματα, και την παραδοχή της ισοτροπίας, σχεδιάζεται μια επιφάνεια διαρροής στο επίπεδο $\sqrt{J_{2s}} - I_{1\sigma}$ και στα αποκλίνοντα επίπεδα, αντίστοιχα, όπου $I_{1\sigma}$ είναι η πρώτη αναλλοίωτος του σφαιρικού τανυστή των τάσεων και J_{2s} είναι η δεύτερη αναλλοίωτος του αποκλίνοντα τανυστή των τάσεων.

Οι καμπύλες τάσης – παραμόρφωσης πάνω στην επιφάνεια διαρροής, εξετάζονται εν συνεχεία και προκύπτει το συμπέρασμα ότι ο ψαμμίτης Serena διέπεται από μη

γραμμική ελαστική συμπεριφορά που δεν δύναται να περιγραφεί από την γραμμική Ελαστικότητα για ισότροπα υλικά. Επομένως, πρέπει να χρησιμοποιηθεί η θεωρία της υποελαστικότητας, από την οποία προκύπτει ότι το μέτρο διάτμησης και το μέτρο συμπίεστικότητας εξαρτώνται κυρίως από την πλαστική διατμητική τροπή και, σε μικρότερο ποσοστό, από την πλευρική πίεση στην οποία υπόκειται το δοκίμιο του πετρώματος κατά την διάρκεια της δοκιμής. Κατασκευάζεται, συνεπώς, ένα μοντέλο υποελαστικής συμπεριφοράς για να περιγράψει την ελαστική συμπεριφορά του ψαμμίτη και τις μεταβολές του μέτρου διάτμησης G και του μέτρου συμπίεστικότητας K , συναρτήσει της πλαστικής παραμόρφωσης.

Παρακάτω δίδεται μια σύντομη περιγραφή των θεωριών της ελαστικής και πλαστικής συμπεριφοράς των πετρωμάτων υπό στατικές συνθήκες φόρτισης. Στην συνέχεια, παρατίθενται τα πειραματικά αποτελέσματα και υπολογισμοί από μια σειρά μονοαξονικών και τριαξονικών δοκιμών θλίψης σε ψαμμίτη, καθώς και το πρώτο (κατώτερο) επίπεδο εμπειρικής περιγραφής των δεδομένων (Επίπεδο Α ή ‘Level A Modelling’). Γίνεται αναφορά σε ένα γενικότερο συζευγμένο μοντέλο διαρροής – φθοράς, βασισμένο στην υποελαστικότητα, την θεωρία μηχανικής φθοράς και την θεωρία πλαστικής ροής. Το μοντέλο προσαρμόζεται σε δεδομένα που εξάγονται από ένα πείραμα μονοαξονικής θλίψης του ψαμμίτη, στα πλαίσια του επιπέδου ανάλυσης Β (‘Level B modelling’).

Η ίδια διαδικασία εφαρμόζεται σε περισσότερα των 30 πετρωμάτων. Τα αποτελέσματα εισάγονται σε μια νέα βάση δεδομένων, που δημιουργήθηκε για τον σκοπό αυτό. Πέρα από τα δεδομένα των πειραμάτων, για κάθε πέτρωμα εισάγονται και άλλες πληροφορίες, όπως η ορυκτολογική περιγραφή του, η τοποθεσία εμφάνισης του, φωτογραφίες, τόσο μακροσκοπικές, όσο και μικροσκοπικές, κλπ. Η αναλυτική περιγραφή της βάσης γίνεται στο Κεφάλαιο 5.

2. Βασικές Αρχές της Ελαστικότητας & της Πλαστικότητας

2.1 Θεωρία της Ελαστικότητας

Η μελέτη της ελαστικότητας των πετρωμάτων είναι το πρώτο βήμα για την κατασκευή ενός καταστατικού μηχανικού μοντέλου. Στην ενότητα αυτή θα γίνει αναφορά σε κάποιους ορισμούς και βασικές εξισώσεις της ελαστικότητας (Truesdell και Noll, 1965; Chen και Han, 1988; Vardoulakis και Sulem, 1995).

Ένα υλικό περιγράφεται ως ‘ελαστικό’ εφόσον: (α) κατέχει μόνο μια αρχική κατάσταση (ground state), κατά την οποία είναι απαραμόρφωτο και ελεύθερο τάσεων, και εφόσον, (β) η τάση Cauchy σ_{ij} είναι συνάρτηση του ρυθμού μεταβολής της ελαστικής παραμόρφωσης $\varepsilon_{kl}^{(el)}$:

$$\sigma_{ij} = T_{ij}(\varepsilon_{kl}^{(el)}) \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (2.1)$$

όπου ο εκθέτης (el) υποδηλώνει την ελαστική τροπή και ακολουθούνται οι συνήθειες κανόνες και συμβολισμοί για τους ταυιστές (Frederick και Chang, 1972). Το υλικό, όπως καθορίζεται από την σχέση (2.1), ονομάζεται ‘ελαστικό υλικό Cauchy’. Από την σχέση αυτή παρατηρείται ότι σε έναν κλειστό βρόχο φόρτισης της τάσης, τα ελαστικά υλικά χαρακτηρίζονται από μηδενική υπολειμματική παραμόρφωση. Στην ‘ελαστικότητα’ του Cauchy υπό μικρές παραμορφώσεις, η σχέση τάσης – παραμόρφωσης μπορεί να διατυπωθεί με την ακόλουθη έκφραση:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}^{(el)} \quad (2.2)$$

όπου ο όρος C_{ijkl} είναι το μητρώο ακαμψίας, ανεξάρτητο των τάσεων ή των τροπών.

Ακόμα πιο περιοριστικός είναι ο ορισμός των ‘υπερελαστικών’ ή των ‘ελαστικών κατά Green’ υλικών. Στην υπερελαστικότητα διατυπώνεται αξιωματικά μια σχέση της πυκνότητας της δυναμικής τροπής:

$$w^{(el)} = w^{(el)}(\varepsilon_{ij}^{(el)}) \quad (2.3)$$

τέτοια ώστε:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial w^{(el)}}{\partial \varepsilon_{ij}^{(el)}} \quad (2.4)$$

Η παραπάνω εξίσωση δηλώνει ότι ο τανυστής των τάσεων προκύπτει από τον ρυθμό μεταβολής του δυναμικού της τροπής, ή εναλλακτικά, ότι η τάση είναι κάθετη στην επιφάνεια $w^{(el)} = \text{σταθ}$. Ωστόσο, συμπεραίνεται ότι η εξίσωση (2.2) για ισότροπα και ελαστικά υλικά προκύπτει από την εξίσωση (2.4) για υπερελαστικά υλικά. Γενικά, η αντίστροφη αυτή διαδικασία δεν είναι αληθής. Σε έναν κλειστό βρόχο τροπών, αν το υλικό είναι υπερελαστικό, το ολικό έργο των τάσεων ισούται με μηδέν. Η συνθήκη δεν είναι γενικότερα αληθής για τα ελαστικά υλικά (Cauchy).

Εντούτοις, σε κλειστούς τασικούς βρόχους, τόσο τα ελαστικά, όσο και τα υπερελαστικά υλικά χαρακτηρίζονται από μηδενική υπολειμματική ή παραμένουσα παραμόρφωση. Παρατηρείται, επίσης, ότι και οι δυο καταστατικές εξισώσεις, για τα ισότροπα ελαστικά υλικά (2.2) και τα ισότροπα υπερελαστικά υλικά (2.4), οδηγούν μέσω σχετικής χρονικής διαφόρισης σε εξισώσεις της ακόλουθης μορφής:

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}^{(el)} \dot{\varepsilon}_{kl}^{(el)} \quad (2.5)$$

όπου η τελεία υποδηλώνει χρονική διαφόριση.

Οι Truesdell και Noll (1965) όρισαν μια νέα κλάση υλικών, τα οποία ονόμασαν ‘υποελαστικά υλικά’, που υπακούουν σε καταστατικές εξισώσεις όπως η ως άνω, που είναι γραμμική ως προς τον όρο $\dot{\varepsilon}_{ij}^{(el)}$, με τον περιορισμό ότι ο ισοδύναμος καταστατικός τανυστής 4^{ης} τάξεως είναι ένας ισότροπος τανυστής συναρτήσει της τάσης. Υποελαστικά καταστατικά μοντέλα χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν την μηχανική συμπεριφορά μιας ομάδας από υλικά στα οποία η κατάσταση της τάσης εξαρτάται από την τρέχουσα κατάσταση της παραμόρφωσης καθώς επίσης και από την διαδρομή της τάσης που ακολουθείται για να οδηγηθούμε σε αυτήν την κατάσταση. Οι εξισώσεις της υποελαστικότητας εξάγονται από τις αντίστοιχες της υπερελαστικότητας. Ωστόσο, οι υποελαστικές καταστατικές εξισώσεις δεν είναι ούτε ολοκληρώσιμες σε μια πεπερασμένη μορφή (2.1), ούτε συνδεδεμένες με μια εξίσωση της ενέργειας της τροπής μέσα από μια καταστατική εξίσωση της μορφής της σχέσης (2.4). Κατά συνέπεια, οι υποελαστικές εξισώσεις θα οδηγήσουν γενικότερα σε υπολειμματική παραμόρφωση, εάν γίνει ολοκλήρωση σε κλειστούς τασικούς βρόχους, και σε παραβίαση του δεύτερου νόμου της θερμοδυναμικής, εφόσον γίνει ολοκλήρωση σε κλειστούς βρόχους των τροπών.

Για τις ελαστοπλαστικές εξισώσεις, προκύπτει το συμπέρασμα ότι η προϋπάρχουσα ελαστικότητα είναι μια υποελαστικότητα κατά Hooke:

$$C_{ijkl}^{(el)} = G \left\{ \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk} + \frac{2\nu}{1-2\nu}\delta_{ij}\delta_{kl} \right\} \quad (2.6)$$

με σταθερό το τέμνον μέτρο διάτμησης G και σταθερό τον τέμνοντα λόγο του Poisson ν , όπου δ_{ik} είναι το Δέλτα του Kronecker.

2.2 Θεωρία της Πλαστικότητας

Το επόμενο βήμα επικεντρώνεται στην περιγραφή της πλαστικής συμπεριφοράς και της αντοχής των πετρωμάτων που χαρακτηρίζονται από κοκκώδη υφή. Η θεωρία της επαυξητικής πλαστικότητας βασίζεται σε ορισμένα θεμελιώδη αξιώματα. Τα μοντέλα πλαστικότητας προσδιορίζονται ως μοντέλα εξαρτημένα από τον ρυθμό φόρτισης. Σε ένα τέτοιο μοντέλο η καταστατική απόκριση δεν εξαρτάται από τον ρυθμό της παραμόρφωσης – η απόκριση πολλών πετρωμάτων σε χαμηλούς ρυθμούς ανηγμένης παραμόρφωσης, είναι ανεξάρτητη του ρυθμού. Παραδείγματα τέτοιων μοντέλων είναι τα ‘μοντέλα ερπυσμού’, καθώς και τα εξαρτώμενα από τον ρυθμό της παραμόρφωσης μοντέλα πλαστικότητας, τα οποία χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν την συμπεριφορά των πετρωμάτων σε υψηλούς ρυθμούς ανηγμένης παραμόρφωσης. Μια βασική εκτίμηση των ελαστοπλαστικών μοντέλων είναι ότι η παραμόρφωση μπορεί να διαχωριστεί σε δυο μέρη, το ελαστικό και το ανελαστικό (πλαστικό). Η διαφοροποίηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την άμεση διαμόρφωση του πλαστικού μοντέλου. Ιστορικά, εφαρμόζεται ένας επιπρόσθετος διαχωρισμός του ρυθμού της ανηγμένης παραμόρφωσης (Hill, 1950).

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{(el)} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{(pl)} \quad (2.7)$$

όπου, ο εκθετικός όρος (pl) ορίζει τις πλαστικές (μη αναστρέψιμες) παραμορφώσεις. Για υλικά που εξαρτώνται από τον ρυθμό παραμόρφωσης, μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί η επαύξηση της τροπής, αντί του ρυθμού αυτής.

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij} \quad (2.8)$$

Εφεξής, θα χρησιμοποιείται είτε η τελεία, είτε το ελληνικό γράμμα Δ για τον ορισμό των επαυξήσεων.

Η ελαστική συμπεριφορά των πετρωμάτων περιγράφεται από το ελαστικό μοντέλο, που ανεφέρθη προηγουμένως. Οι παράμετροι της συνοχής, της τριβής και της διασταλτικότητας των πετρωμάτων, μέχρι την αστοχία, μπορούν να μοντελοποιηθούν στα πλαίσια της ελαστοπλαστικής θεωρίας με (α) την επιφάνεια διαρροής, (β) έναν μη-συντηρημένο νόμο διαρροής και (γ) τις εξισώσεις που περιγράφουν την κράτηση του πετρώματος. Η επιφάνεια διαρροής F , η οποία ορίζει το όριο της ισχύος της ελαστικής συμπεριφοράς, καθώς και το πλαστικό δυναμικό Q , το οποίο ορίζει τις πλαστικές τροπές, μπορούν να εκφραστούν μέσα από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$F = F(\sigma_{ij}, \psi), \quad Q = Q(\sigma_{ij}, \psi) \quad (2.9)$$

όπου το ψ είναι μια παράμετρος της προϊστορίας φόρτισης του υλικού (ένα μέτρο της πλαστικής παραμόρφωσης, που καλείται και 'πλαστικός πολ/στής').

Στο απλούστερο μοντέλο πλαστικότητας (τέλεια πλαστικό υλικό) η επιφάνεια διαρροής ταυτίζεται με την επιφάνεια αστοχίας και η παράμετρος του χρόνου δεν έχει έννοια: κανένα τμήμα του μοντέλου δεν εξελίσσεται κατά την παραμόρφωση.

Οι ρυθμοί μεταβολής των πλαστικών τροπών παράγονται όταν ο τανυστής της τάσης βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια διαρροής, και εφόσον λαμβάνει χώρα φόρτιση αυτής της επιφάνειας διαρροής, τότε ικανοποιείται το ακόλουθο 'κριτήριο συνέπειας':

$$F = 0, \quad \dot{F} > 0 \text{ και } \dot{\psi} > 0 \quad (2.10)$$

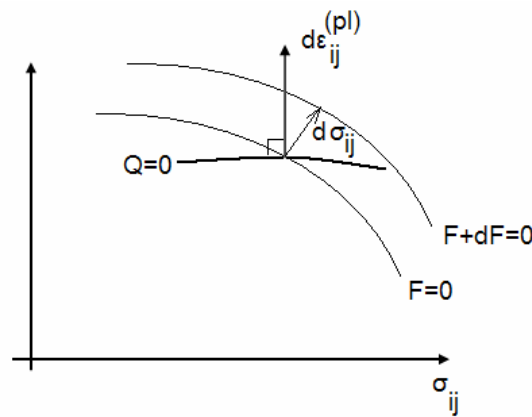
Όταν το υλικό διαρέει ανελαστικά, το ανελαστικό τμήμα της παραμόρφωσης ορίζεται από τον νόμο διαρροής που βασίζεται στις ακόλουθες καταστατικές θεωρήσεις: (α) οι ρυθμοί μεταβολής των πλαστικών τροπών είναι ομοαξονικοί προς την τάση του Cauchy, και (β) οι ρυθμοί μεταβολής των πλαστικών τροπών είναι κάθετες στην επιφάνεια του πλαστικού δυναμικού, Q στον τασικό χώρο (βλ. Σχ. 2.1), η οποία δεν ταυτίζεται απαραίτητα με την επιφάνεια διαρροής. Ως εκ τούτου, η πλαστική τροπή μπορεί να εκφραστεί από την ακόλουθη επαυξητική μορφή¹

$$\Delta \varepsilon_{ij}^{(pl)} = \Delta \psi \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \Delta \psi \geq 0 \quad (2.11)$$

Η επαυξητική μορφή του κανόνα διαρροής είναι σημαντική στην θεωρία της πλαστικότητας, διότι επιτρέπει την μοντελοποίηση της χρονικής εξάρτησης της

¹ Η ανισότητα $\psi \geq 0$ είναι σημαντική στην Πλαστικότητα και ορίζει τον μη αναστρέψιμο χαρακτήρα των πλαστικών παραμορφώσεων

απόκρισης. Το πλαστικό δυναμικό και η εξίσωση που εκφράζει την διαρροή μπορούν να ταυτίζονται ($Q = F$), όταν η διασταλτική απόκριση και η απόκριση της αντοχής του υλικού είναι ταυτόσιμες. Αυτά τα μοντέλα ονομάζονται ‘μοντέλα συνηρητημένης διαρροής της πλαστικότητας’. Τα μοντέλα συνηρητημένης διαρροής χρησιμεύουν στο να χαρακτηρίσουν υλικά όπου η κίνηση της παραμόρφωσης διασφαλίζει τους θεμελιώδεις μηχανισμούς της πλαστικής ροής όταν δεν υπάρχουν απότομες αλλαγές στην κατεύθυνση του ρυθμού μεταβολής των πλαστικών τροπών σε ένα σημείο. Γενικότερα, δεν είναι ακριβή για υλικά όπου η ανελαστική παραμόρφωση προκαλείται πρωτίστως από μηχανισμούς τριβής, όπως συμβαίνει στα γεωϋλικά. Για ένα πλαστικό δυναμικό που είναι μια ισοτροπική εξίσωση του τανυστή των τάσεων, η εξίσωση (2.11) περιγράφει έναν ‘ομοαξονικό κανόνα διαρροής’, ήτοι, οι βασικοί άξονες του ρυθμού μεταβολής των πλαστικών τροπών συμπίπτουν με τους αντίστοιχους άξονες των τάσεων.



Σχήμα 2.1 Η σχηματική έννοια της επιφάνειας διαρροής $F(\sigma_{ij}, \psi)=0$ και της επιφάνειας του πλαστικού δυναμικού $Q(\sigma_{ij}, \psi)=0$ στον τασικό χώρο

Ο, μέχρι στιγμής, απροσδιόριστος πλαστικός πολλαπλασιαστής ψ μπορεί να βρεθεί από το κριτήριο συνέπειας του Prager:

$$\Delta F = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \Delta \sigma_{ij} + \frac{\partial F}{\partial \psi} \Delta \psi \quad (2.12)$$

Αντικαθιστώντας στην ανωτέρω εξίσωση την έκφραση για την προσαύξηση $\Delta \sigma_{ij}$ που δίνεται από τον νόμο του Hooke (βλ. εξισ. 2.5), και κατόπιν χρησιμοποιώντας την σχέση (2.7) και τον κανόνα ροής (2.11) μπορεί να βρεθεί η ακόλουθη έκφραση για τον πλαστικό πολλαπλασιαστή ψ :

$$\Delta\psi = \langle 1 \rangle \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^{(el)} \Delta \varepsilon_{kl} / H \quad (2.13)$$

όπου το H_t ονομάζεται μέτρο κράτυνσης (hardening modulus). Στην συνέχεια, από την καταστατική σχέση (2.2) προκύπτει η εξίσωση:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{ij} &= C_{ijkl}^{(ep)} \Delta \varepsilon_{kl}, \\ C_{ijkl}^{(ep)} &= C_{ijkl}^{(el)} - C_{ijkl}^{(pl)}, \\ C_{ijkl}^{(pl)} &= \frac{\langle 1 \rangle}{H} C_{mnij}^{(el)} \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{rs}} C_{rskl}^{(el)} \end{aligned} \quad (2.14)$$

όπου ο όρος $\Delta C_{ijkl}^{(ep)}$ συμβολίζει τον εφαπτομενικό ελαστοπλαστικό τανυστή ακαμψίας του υλικού, και ο όρος H είναι το μέτρο πλαστικότητας, οριζόμενο από την ακόλουθη έκφραση:

$$H = H_t + H_0 > 0 \quad (2.15)$$

όπου

$$H_0 = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} C_{klmn}^{(el)} \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{mn}}, \quad H_t = - \frac{\partial F}{\partial \psi} \quad (2.16)$$

$$\langle 1 \rangle = \begin{cases} 1 & \alpha \nu \quad F = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^{(el)} \Delta \varepsilon_{kl} > 0 \\ 0 & \alpha \nu \quad F < 0 \quad \dot{\eta} \quad F = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^{(el)} \Delta \varepsilon_{kl} \leq 0 \end{cases} \quad (2.17)$$

Το χαρακτηριστικό που διαχωρίζει την ανελαστική συμπεριφορά κοκκώδων, πορώδων υλικών, όπως το σκυρόδεμα, τα πετρώματα και τα εδάφη, από τα μέταλλα, είναι η παρουσία πλαστικών ογκικών μεταβολών. Τα μέταλλα δεν υφίστανται καμία ογκική μεταβολή εξαιτίας της πλαστικής παραμόρφωσης. Τα πετρώματα, όμως, είτε διαστέλλονται, είτε συστέλλονται λόγω πλαστικής παραμόρφωσης. Από μακροσκοπική απόψη, για κοκκώδη υλικά υπό διάτμηση, οι μη αναστρέψιμες διατμητικές τροπές $g^{(pl)}$ και οι μη αναστρέψιμες ογκικές μεταβολές $v^{(pl)}$ σχετίζονται μεταξύ τους. Το φαινόμενο αυτό μπορεί συνήθως να εκφραστεί από τον γνωστό περιορισμό της φαινομενικής διασταλτικότητας (Vardoulakis και Sulem, 1995):

$$\dot{v}^{(pl)} = d(g^{(pl)}) \dot{g}^{(pl)}, \quad \dot{v}^{(pl)} = \dot{\varepsilon}_{kk}^{(pl)} \quad (2.18)$$

όπου ο όρος $d(g^{(pl)})$ ονομάζεται ‘συντελεστής διασταλτικότητας’ και ο όρος $\dot{v}^{(pl)}$ είναι η πλαστική ογκική τροπή που ορίζεται ως η πρώτη αναλλοίωτος του ρυθμού της πλαστικής τροπής. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει μια μεγάλη κατηγορία υλικών όπου δεν χρειάζεται να γίνει διαχωρισμός των μη αναστρέψιμων ογκικών μεταβολών από τις μη αναστρέψιμες διατμητικές τροπές. Σημειώνεται εδώ ότι εντός του πλαισίου της θεωρίας του μη-συνηρημένου νόμου πλαστικής διαρροής, μπορεί εύλογα να επιλεγεί η αναλλοίωτος της αποκλίνουσας πλαστικής τροπής $\dot{g}^{(pl)}$ - ή δυναμικό πλαστικής διατμητικής τροπής - ως παράγοντας κράτυνσης, όπως έχει προταθεί από τον Kachanov (1974). Η αναλλοίωτος αυτή μπορεί να ερμηνευτεί ως η μέση διατμητική ολίσθηση στα σύνορα κόκκων και κατά μήκος των μικρορωγμών, μπορεί δε να εκφραστεί από την ακόλουθη σχέση:

$$\begin{aligned}\dot{g}^{(pl)} &= \sqrt{2\dot{e}_{ij}^{(pl)}\dot{e}_{ji}^{(pl)}}, \\ \dot{e}_{ji}^{(pl)} &= \dot{e}_{ji}^{(pl)} - \dot{e}_{kk}^{(pl)}\delta_{ij}/3\end{aligned}\quad (2.19)$$

Σύμφωνα με τον κανόνα ροής (2.11) ισχύει:

$$\begin{aligned}\dot{v}^{(pl)} &= Q_v \dot{\psi}, \\ Q_v &= \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{kk}}, \\ \dot{g}^{(pl)} &= Q_g \dot{\psi}, \\ Q_g &= \sqrt{2\left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{kk}}\delta_{ij}\right)\left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{kk}}\delta_{ij}\right)}\end{aligned}\quad (2.20)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις (2.20) σε συνδυασμό με τις σχέσεις (2.18) δίνουν την ακόλουθη έκφραση για τον λόγο διαστολής:

$$d = \frac{Q_v}{Q_g}\quad (2.21)$$

Άρα, το επίπεδο της πλαστικής παραμόρφωσης εντός του γεωϋλικού μπορεί να μετρηθεί είτε από το $\dot{\psi}$, είτε από τις ισοδύναμες παραμέτρους της πλαστικής παραμόρφωσης:

$$\begin{aligned}
v^{(pl)} &= \int_0^t \dot{v}^{(pl)} dt = \int_0^{\psi} Q_v d\psi, \\
g^{(pl)} &= \int_0^t \dot{g}^{(pl)} dt = \int_0^{\psi} Q_g d\psi
\end{aligned}
\tag{2.22}$$

όπου οι παραπάνω όροι είναι το συναθροιζόμενο δυναμικό της πλαστικής ογκικής τροπής ή δυναμικό της διατμητικής τροπής, αντίστοιχα.

3. Επίπεδο - Α Υπολογισμών των Πειραματικών Δεδομένων

3.1 Ο ψαμμίτης Serena

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστούν ορισμένα πειραματικά αποτελέσματα από δοκιμές εφαρμογής τάσεων σε κυλινδρικά δοκίμια του ψαμμίτη Serena. Ο ψαμμίτης Monte Senario (ή Serena ή Firenzuola) ανήκει στην σειρά ψαμμιτικών πετρωμάτων του σχηματισμού Macigno. Ο εν λόγω ψαμμίτης είναι διάσημος, καθώς έχει χρησιμοποιηθεί ως διακοσμητικός λίθος στην Φλωρεντία, από την Αναγέννηση ως σήμερα.

Πετρογραφικά, ο συγκεκριμένος ψαμμίτης μπορεί να χαρακτηριστεί σαν χονδρόκοκκος, συνιστώμενος από χαλαζία, πλαγιόκλαστα, μαρμαρυγίες και υπολλείματα άλλων ορυκτών (βλ. Πιν. 3.1). Το μέγεθος των κόκκων του κυμαίνεται από 200 – 800 μm , το πορώδες του είναι 9.76% ενώ η πυκνότητα του είναι 2.57 ton/m^3 . Έχει μεγάλη υδατοαπορροφητικότητα και το ποσοστό κορεσμού μπορεί να φτάσει το 80%.

Πίνακας 3.1 Ορυκτολογική σύσταση του πετρώματος

Ορυκτολογική Σύσταση	[%]
Ασβεστίτης	21 – 8
Δολομίτης	7 – 0
Χαλαζίας	32 – 36
Καλιούχοι Άστριοι	7
Πλαγιόκλαστα	13 – 15
Φυλλοπυριτικά	20 – 34

3.2 Μοντελοποίηση των Δοκιμών Μονοαξονικής και Τριαξονικής Θλίψης

Στα πλαίσια της μελέτης αυτής δημιουργήθηκε μια βάση δεδομένων από μονοαξονικές και τριαξονικές δοκιμές σε κυλινδρικά δοκίμια του ψαμμίτη Serena. Σε όλα τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν, εφαρμόστηκε ορισμένος αριθμός κύκλων

αποφόρτισης – επαναφόρτισης, με σκοπό τον προσδιορισμό της ελαστικότητας του ψαμμίτη. Κατά την διάρκεια των δοκιμών, οι τιμές της αξονικής δύναμης (F), της αξονικής τροπής (ε_a), και της πλευρικής τροπής (ε_r), καταγράφονταν με Αισθητήρες Γραμμικής Διαφορικής Μετατόπισης (Linear Variable Displacement Transducers - LVDT's) και αποθηκεύονταν σε Η/Υ. Η αξονική τάση (σ_a) υπολογίστηκε από την σχέση:

$$\sigma_a = \frac{F}{\pi D^2 / 4} \quad (3.1)$$

Για τα δοκίμια υπό αξονική φόρτιση η ογκική παραμόρφωση (ε_v) υπολογίστηκε από την σχέση:

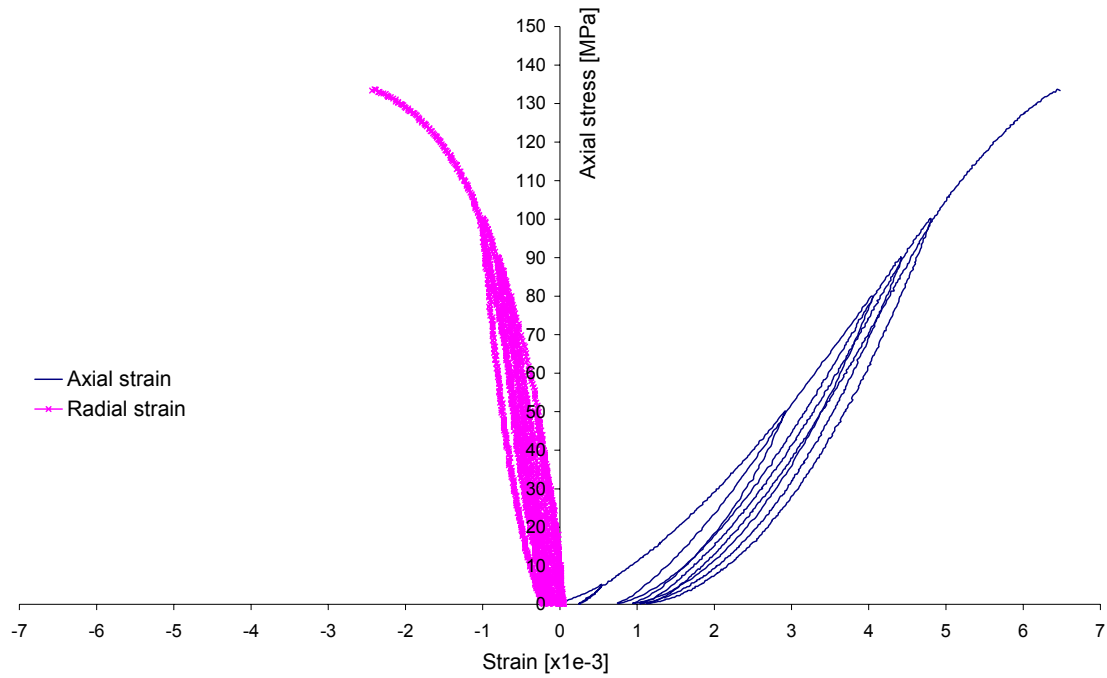
$$\varepsilon_v = (2\varepsilon_r + \varepsilon_a) \quad (3.2)$$

όπου ε_a και ε_r είναι η αξονική και η πλευρική τροπή αντίστοιχα.

Το υπό εξέταση πέτρωμα επιδεικνύει μεγάλη τασική εξάρτηση των ελαστικών παραμέτρων (κύκλοι αποφόρτισης – επαναφόρτισης), οι οποίες χαρακτηρίζονται από αξιοσημείωτη μη-γραμμικότητα (βλ. Σχ. 3.1) Έτσι, η διαδικασία προσδιορισμού του τέμνοντος μέτρου ελαστικότητας, βάσει της σχέσης (2.6), με σχετικά γραμμικές καμπύλες αποφόρτισης - επαναφόρτισης, δεν είναι εύκολο να εφαρμοστεί. Το 1998 ανεπτύχθη ένα υποελαστικό μοντέλο για δοκίμια μαρμάρου (Vardoulakis *et al.*), το οποίο μπορεί να προσομοιώσει την τασική εξάρτηση του μέτρου ελαστικότητας του Young, αλλά υποθέτει τον λόγο Poisson ως σταθερό. Στην συνέχεια, αναπτύσσεται ένα νέο υποελαστικό μοντέλο, βασισμένο στην θεωρία μηχανικής φθοράς, που το τέμνον μέτρο ελαστικότητας και ο τέμνων λόγος του Poisson είναι μεταβλητές εξαρτώμενες από την τάση.

Ακολούθως, η μηχανική συμπεριφορά του ψαμμίτη σε μονοαξονική και τριαξονική θλίψη περιγράφεται από απλές μαθηματικές εξισώσεις. Πρέπει να σημειωθεί ότι παρακάμπτεται προσωρινά η θεωρημένη σύμβαση προσήμων των τάσεων και οι θλιπτικές τάσεις θεωρούνται ως θετικές.

Αρχικά, λαμβάνοντας υπόψιν μόνο τον κλάδο φόρτισης των πειραματικών δεδομένων, η διαδρομή της φόρτισης του δοκιμίου μέχρι την αστοχία μπορεί να περιγραφεί από την γραφική παράσταση της εφαρμοζόμενης αξονικής τάσης με τις μετρούμενες τροπές (την αξονική και την πλευρική αντίστοιχα).



Σχήμα. 3.1 Αξονική τάση συναρτήσει της αξονικής και της πλευρικής παραμόρφωσης του ψαμμίτη Serena σε δοκιμή μονοαξονικής θλίψης

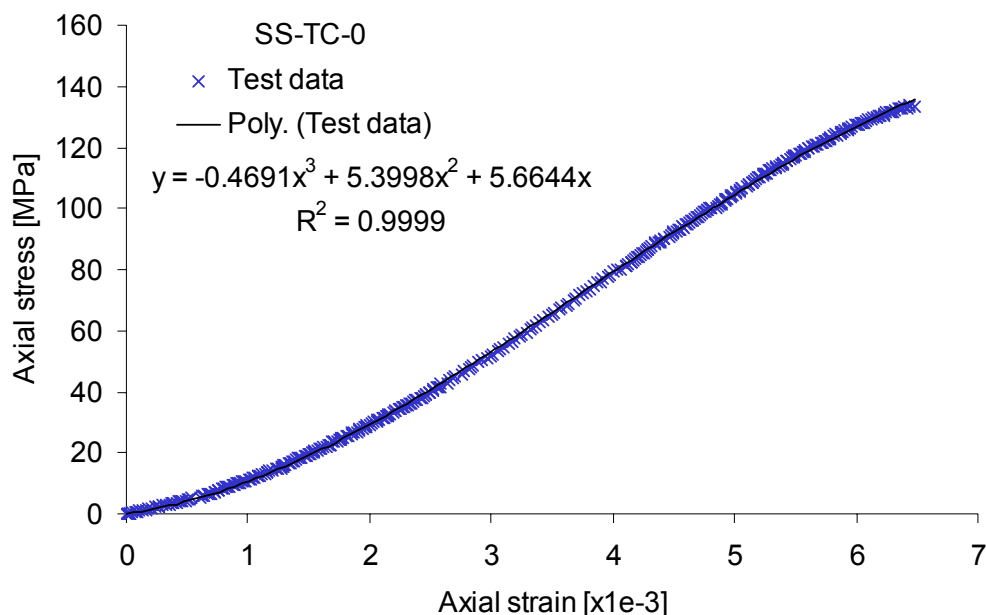
Αξίζει να σημειωθεί ότι η μεγάλη θλιπτική αντοχή που παρατηρείται στον ψαμμίτη Serena οφείλεται στην μεγάλη περιεκτικότητα σε χαλαζία (βλ. Πιν. 3.1). Στα δεδομένα των κύριων κλάδων φόρτισης (βλ. Σχ. 3.2α, β) προσαρμόζονται πολυώνυμα της μορφής:

$$\begin{aligned}\sigma_a &= a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots, \\ 1000 \cdot \varepsilon_r &= b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \dots, \\ x &= 1000 \cdot \varepsilon_a\end{aligned}\tag{3.3}$$

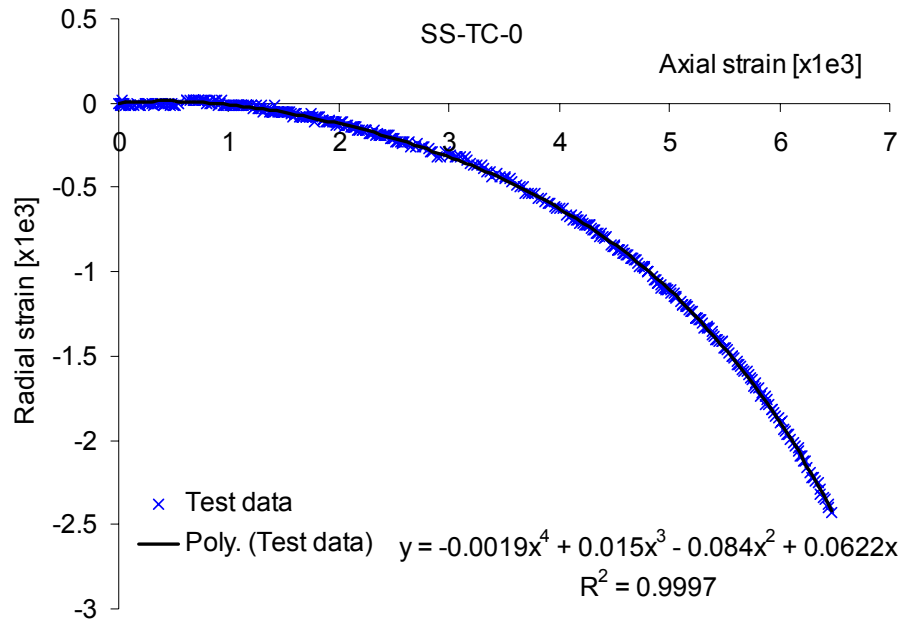
Η μη-γραμμικότητα του ψαμμίτη χαρακτηρίζεται από την εξάρτηση του εφαπτομενικού μέτρου της παραμορφωσιμότητας και τον συντελεστή πλευρικής παραμόρφωσης από την εφαρμοζόμενη τάση. Στην πραγματικότητα, παραγωγίζοντας την σχέση (3.3) βάσει του x ή του ε_a εξάγεται η ακόλουθη σχέση για το εφαπτομενικό μέτρο της παραμορφωσιμότητας.

$$\begin{aligned}E_t &= \frac{\partial \sigma_a}{\partial \varepsilon_a} = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots, \\ \nu_t &= -\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial \varepsilon_a} = -b_1 - 2b_2x - 3b_3x^2 + \dots\end{aligned}\tag{3.4}$$

Στην περίπτωση του συγκεκριμένου πειράματος, πραγματοποιήθηκαν πέντε κύκλοι αποφόρτισης – επαναφόρτισης πριν αστοχήσει το δοκίμιο, με σκοπό να υπολογιστούν οι τιμές των ελαστικών του παραμέτρων. Από τις γραφικές παραστάσεις των σχημάτων 3.2α και β, παρατηρείται ότι οι αντίστοιχες καμπύλες αποφόρτισης – επαναφόρτισης των $\sigma_a - \varepsilon_a^{(el)}$ και $\varepsilon_r^{(el)} - \varepsilon_a^{(el)}$ επιδεικνύουν αξισημείωτη μη-γραμμικότητα και υστέρηση. Ωστόσο, στην παρούσα φάση δεν θα κατασκευαστούν εξισώσεις που περιγράφουν όλες τις λεπτομέρειες της μηχανικής συμπεριφοράς του ψαμμίτη υπό φόρτιση. Απεναντίας, επελέγη ένα απλό μηχανικό μοντέλο το οποίο εκφράζει μόνο τα κύρια χαρακτηριστικά του υπό εξέταση πετρώματος. Με την επιλογή αυτή δύναται να αναπτυχθεί ένα ικανοποιητικά γενικό και ολοκληρωμένο μαθηματικό μοντέλο. Το μοντέλο αυτό μπορεί να γίνει η βάση για επακόλουθες βελτιώσεις (ιεραρχική προσέγγιση). Αρχικά, παραμελλώντας την υστέρηση, χάριν της απλότητας, σε κάθε έναν από τους προαναφερθέντες κύκλους μπορεί να προσαρτηθεί ένα πολυώνυμο δευτέρου βαθμού (βλ. Σχ. 3.3α, β). Μολαταύτα, ακόμη και αυτό το μοντέλο είναι αρκετά πολύπλοκο, κατά συνέπεια επιλέγεται τελικά η προσομοίωση με πολυώνυμο πρώτου βαθμού στους κύκλους αποφόρτισης – επαναφόρτισης όπως φαίνεται στα σχήματα 3.3γ και δ, αντίστοιχα.

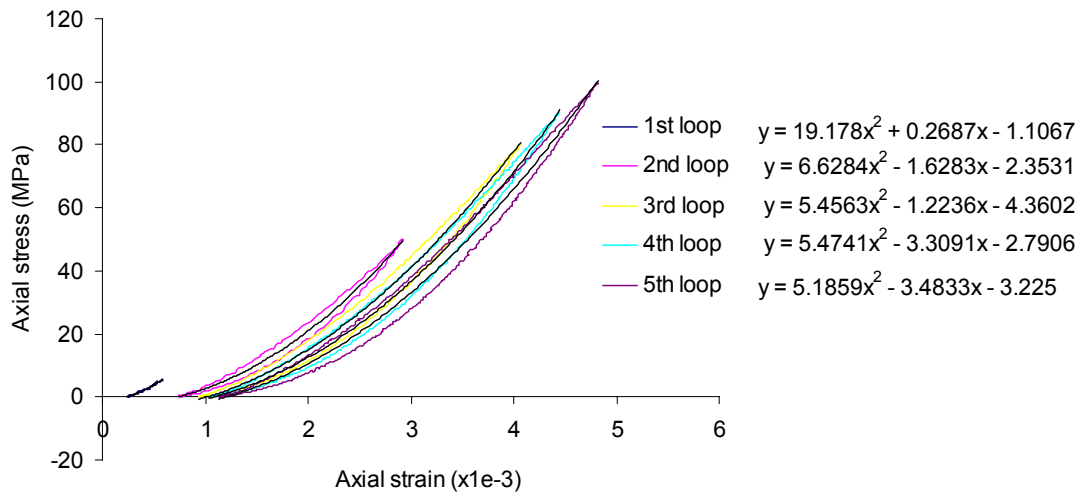


(α)

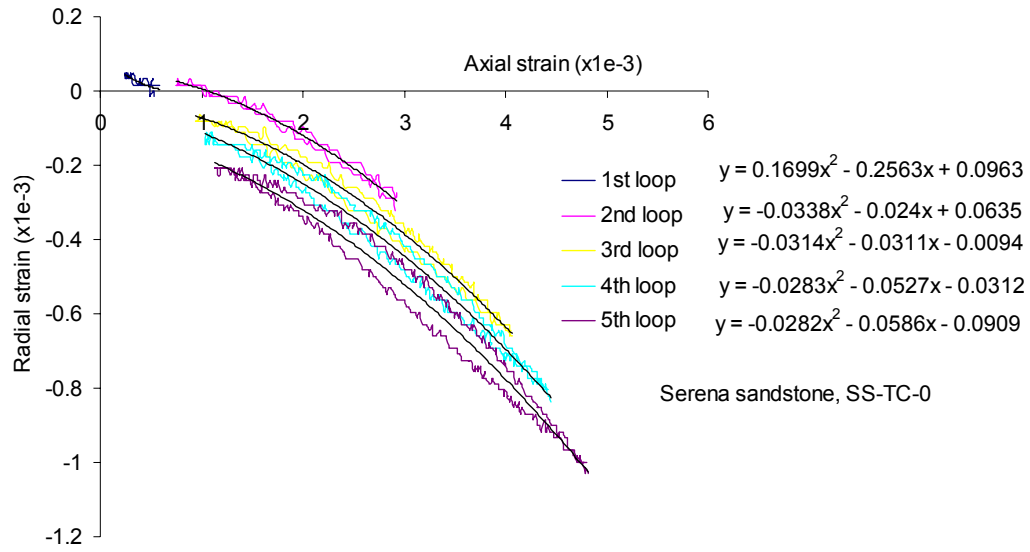


(β)

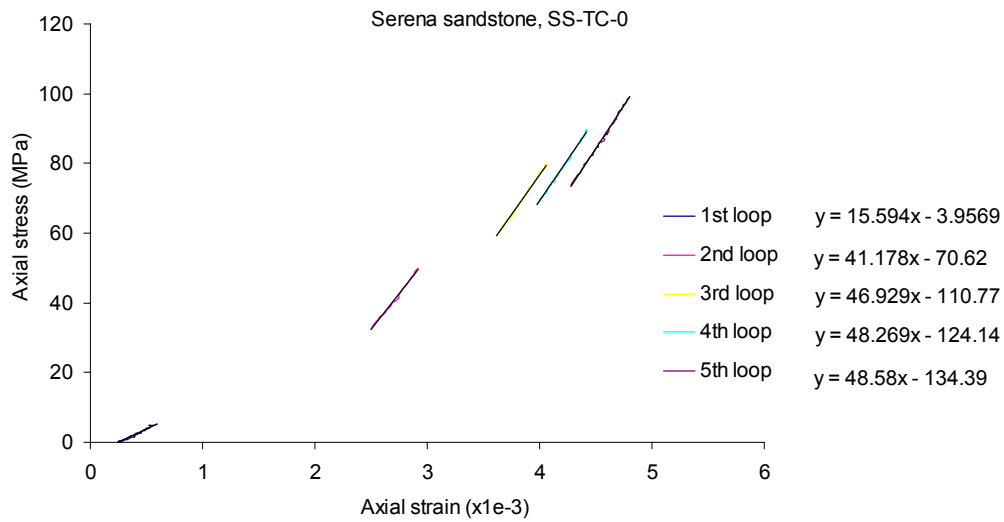
Σχήμα. 3.2 Κλάδοι φόρτισης (α) της αξονικής τάσης συναρτήσει της αξονικής μετατόπισης και (β) της διατμητικής παραμόρφωσης συναρτήσει της αξονικής παραμόρφωσης του ψαμμίτη Serena από την δοκιμή μονοαξονικής θλίψης. Στις γραφικές παραστάσεις έχουν προσαρμοστεί πολυωνυμικές καμπύλες



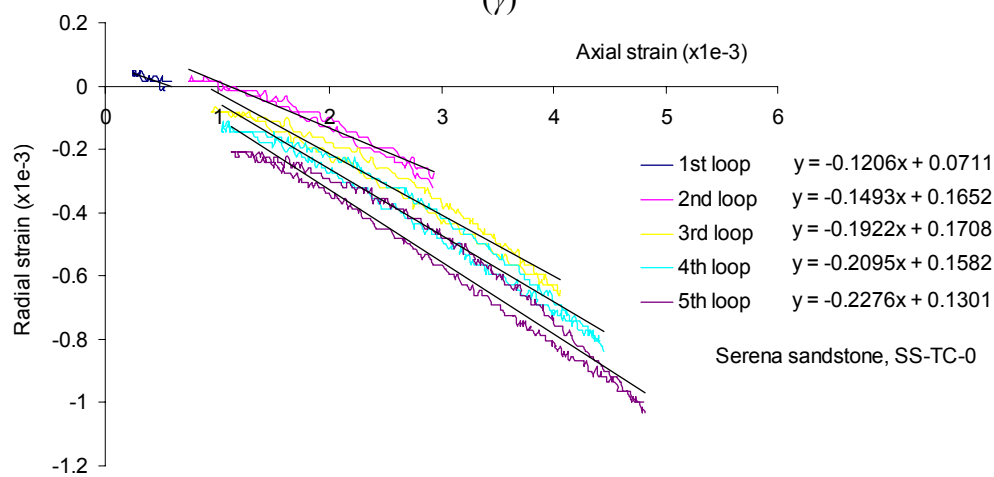
(α)



(β)



(γ)



(δ)

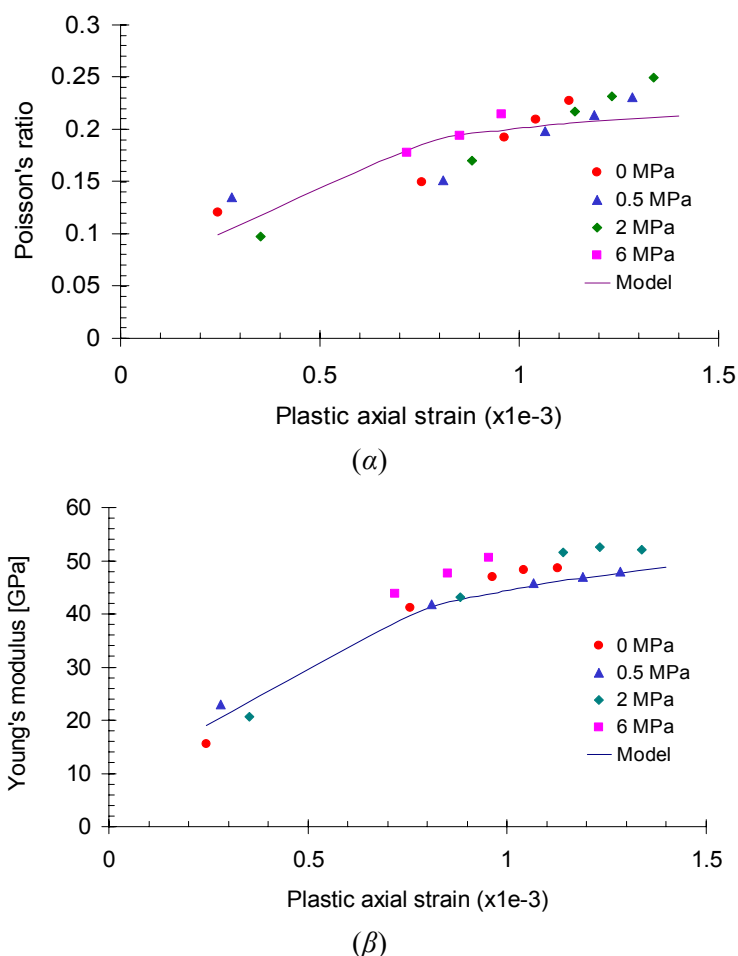
Σχήμα. 3.3 Κύκλοι αποφόρτισης – επαναφόρτισης της δοκιμής μονοαξονικής θλίψης στον ψαμμίτη Serena (α,γ) $\sigma_a - \varepsilon_a^{(el)}$, (β,δ) $\varepsilon_r^{(el)} - \varepsilon_a^{(el)}$

Από τα σχήματα 3.3β και δ παρατηρείται ότι οι τιμές των μέτρων ελαστικότητας του πετρώματος εξαρτώνται από την αξονική πλαστική τροπή και συγκεκριμένα, αυξάνονται όσο αυξάνεται και η πλαστική παραμόρφωση ή όσο ανεβαίνει το επίπεδο της τάσης κατά το οποίο λαμβάνει χώρα η αποφόρτιση. Η εξάρτηση αυτή μπορεί εύκολα να περιγραφεί με τα ακόλουθα απλά μαθηματικά μοντέλα:

$$E_t^- = \begin{cases} 16 & 0 \leq 1000 \cdot \varepsilon_a^{(pl)} < 0.25 \\ 53 \left(1 - e^{-\frac{1000 \cdot \varepsilon_a^{(pl)}}{0.75}} \right) & 1000 \cdot \varepsilon_a^{(pl)} \geq 0.25 \end{cases}, \quad (3.5)$$

$$\nu_t^- = \begin{cases} 0.07 & 0 \leq 1000 \cdot \varepsilon_a^{(pl)} < 0.25 \\ 0.2193 \left(1 - e^{-\frac{1000 \cdot \varepsilon_a^{(pl)}}{0.4046}} \right) & 1000 \cdot \varepsilon_a^{(pl)} \geq 0.25 \end{cases}$$

Το αρνητικό πρόσημο στον εκθέτη υποδηλώνει το μέτρο ελαστικότητας υπό θλιπτική φόρτιση, καθώς, όπως θα περιγραφεί παρακάτω, η συμπεριφορά του μέτρου ελαστικότητας σε εφελκυστική φόρτιση είναι εκ διαμέτρου αντίθετη.



Σχήμα 3.4 Εξάρτηση (α) του μέτρου του Young και (β) του λόγου Poisson από την αξονική πλαστική παραμόρφωση, κατά την δοκιμή ανεμπόδιστης θλίψης

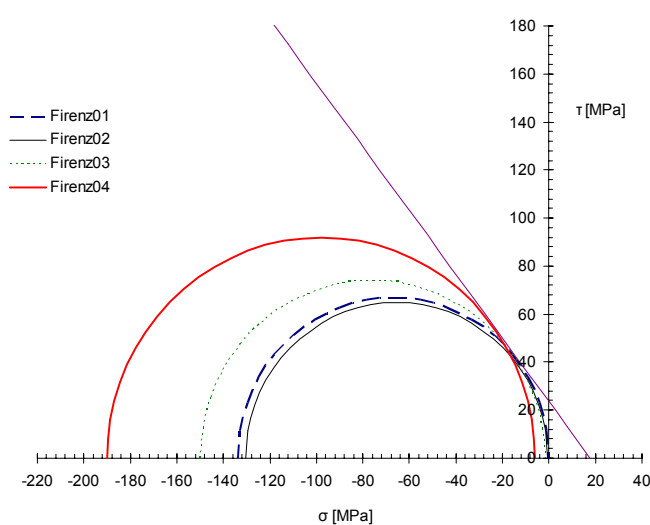
Οι μέγιστες τάσεις, που προέκυψαν από τις θλιπτικές δοκιμές, αναπαρίστανται γραφικά με την μορφή κύκλων του Mohr (βλ. Σχ. 3.5α):

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta, \\ \tau &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\theta\end{aligned}\quad (3.6)$$

όπου σ_1, σ_3 είναι οι κύριες τάσεις κατά την αστοχία (αξονική και διατμητική τάση αντίστοιχα) και θ είναι η γωνία που ορίζεται από το οριζόντιο επίπεδο, κάθετο στο επίπεδο στο οποίο δρούν η κύρια και η διατμητική τάση (σ και τ) αντιστοίχως. Εδώ γίνεται θεώρηση της σύμβασης της αρνητικής θλίψης. Έτσι, σύμφωνα με το γραμμικό κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb (Jaeger και Cook, 1976), ισχύει:

$$|\tau| = c + \tan \phi \sigma \quad (3.7)$$

όπου η μέγιστη συνοχή c και η μέγιστη γωνία εσωτερικής τριβής ϕ του ψαμμίτη υπολογίζονται από μια ευθεία γραμμή που εφάπτεται σε όλους τους κύκλους Mohr (βλ. Σχ. 3.5α). Οι τιμές των δυο παραμέτρων βρέθηκαν να ισούνται με $c=23.5$ MPa και $\phi = 53^\circ$. Στο σχήμα 3.5β φαίνονται οι καταστάσεις αστοχίας τριών δοκιμών, που υπεβλήθησαν σε διαφορετικές συνθήκες πλευρικών πιέσεων. Η υψηλή τιμή της γωνίας εσωτερικής τριβής αντανακλάται και στην μικρή γωνία που σχηματίζεται από τον κάθετο άξονα και την διατμητική ρωγμή που δημιουργείται στα δοκίμια κατά την στιγμή της αστοχίας² (βλ. Σχ. 3.5β).



(α)

² Όπως είναι γνωστό, η γωνία αυτή προκύπτει από την θεωρία Mohr-Coulomb, από την σχέση $\pi/4 - \phi/2$



(β)

Σχήμα. 3.5 (α) Κύκλοι του Mohr και εφαπτόμενο γραμμικό κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb στο (σ, τ) επίπεδο, (β) εικόνες των κυλινδρικών δοκιμίων του ψαμμίτη τα οποία αστόχησαν σε δοκιμές μονοαξονικής και τριαξονικής θλίψης

3.3 Μοντελοποίηση της Συμπεριφοράς των Πετρωμάτων μετά την Αστοχία

Για ορισμένες δοκιμές μονοαξονικής θλίψης δύναται να υπάρχουν καταγεγραμμένα δεδομένα των τάσεων και των παραμορφώσεων μέσω των οποίων να μπορεί να περιγραφεί η, μετά την αστοχία, συμπεριφορά του πετρώματος.

Το πρώτο βήμα για την εκτίμηση της, μετά την αστοχία, συμπεριφοράς των πετρωμάτων, είναι ο προσδιορισμός της αδιάστατης αξονικής δύναμης πέρα από την μέγιστη αξονική δύναμη F / F_p , όπου F είναι η δύναμη που εφαρμόζεται μετά την αστοχία, και F_p είναι η μέγιστη δύναμη αστοχίας του υλικού.

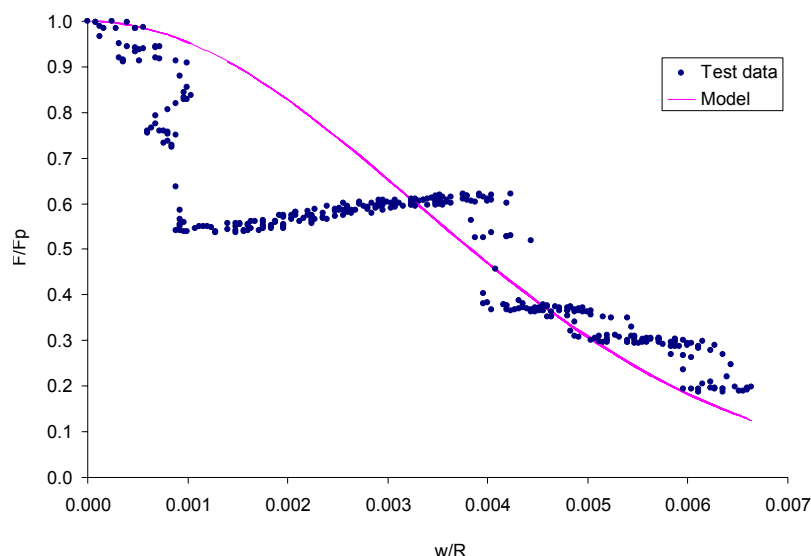
Το δεύτερο βήμα είναι η έκφραση της αδιάστατης αυτής δύναμης μέσω της τροπής w / R , όπου w είναι η αδιάστατη τροπή (ο λόγος της - μετά την αστοχία - παραμόρφωσης προς το μήκος του δοκιμίου) και R είναι η ακτίνα του κυλινδρικού δοκιμίου.

Με βάση την θεωρία διάχυσης της τάσης σε συνεχές μέσο (Vardoulakis et al., 1998), οι δυο αυτές μεταβλητές συνδέονται ως ακολούθως:

$$\frac{F}{F_p} = e^{-2.1 \left(c_p \frac{w}{R} \right)^2} \quad (3.8)$$

όπου ο όρος c_p είναι ένας αδιάστατος αριθμός, κυμαινόμενος μεταξύ 50-1000 ή και περισσότερο. Προκύπτει ότι, όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του c_p , τόσο πιο ψαθυρό

είναι το πέτρωμα. Ως εκ τούτου, η παράμετρος c_p εκφράζει την ψαθυρότητα του υλικού, που οφείλεται στην δομή του και τις συνθήκες γένεσής του.



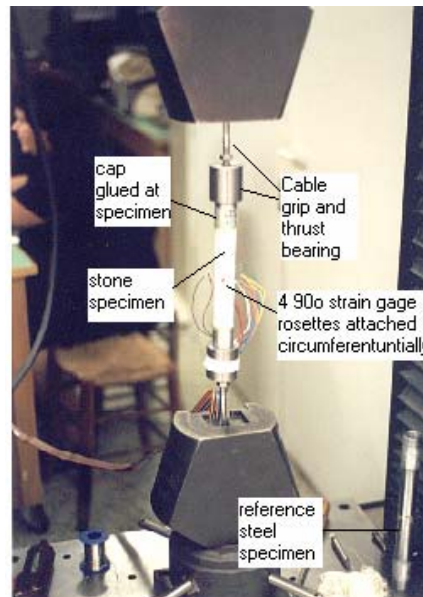
Σχήμα. 3.6 Ομαλοποιημένη καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης μετά την αστοχία, από μια δοκιμή μονοαξονικής θλίψης σε δοκίμιο του ψαμμίτη *Serena*

3.4 Μοντελοποίηση των Δοκιμών Άμεσου Εφελκυσμού

Παρόλη την σημασία της εφελκυστικής αντοχής των πετρωμάτων, στην πράξη και σε συνδυασμό με τις θεωρίες αστοχίας, ο άμεσος προσδιορισμός της εφελκυστικής αντοχής είναι δύσκολο να πραγματοποιηθεί και δεν εφαρμόζεται συχνά σε εργαστήρια βραχομηχανικής. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τόσο οι καμπτικές τάσεις ή η στρεπτική κίνηση (αναπόφευκτα προκαλούμενη από την εκκεντρότητα της αξονικής φόρτισης της μηχανής), όσο και η μη ομαλότητα συγκέντρωσης των τάσεων (οι οποίες εμφανίζονται εξαιτίας της εσφαλμένης σύνδεσης μεταξύ των αντιδιαμετρικών επιφανειών φόρτισης του δοκιμίου με τις αντίστοιχες επιφάνειες των υποδοχών από τις οποίες μεταφέρεται η εφελκυστική φόρτιση στο δοκίμιο), είναι σχεδόν αναπόφευκτες (Barla και Goffi, 1974). Ωστόσο, είναι κοινώς αποδεκτό να παραλείπονται συχνά οι εφελκυστικές ιδιότητες είτε να αντικαθίστανται από τις θλιπτικές ιδιότητες.

Για να ξεπεραστούν οι προαναφερθείσες δυσκολίες που σχετίζονται με τις δοκιμές άμεσου εφελκυσμού, αναπτύχθηκε η κατασκευή μιας κατάλληλης συσκευής για την πραγματοποίηση των δοκιμών άμεσου εφελκυσμού. Κατασκευάστηκε μια συσκευή δοκιμών άμεσου εφελκυσμού (βλ. Σχ. 3.7) με ευέλικτα καλώδια (Vardoulakis *et al.*,

2000), που εγγυάται ότι το δοκίμιο υποβάλλεται σε μονοαξονικό εφελκυσμό, ελεύθερο από καμπτικές τάσεις, ενώ και η γεωμετρία του δοκιμίου είναι αρκούντως πιο απλουστευμένη σε σύγκριση με τα προγενέστερα, γεωμετρίας κοκκάλου, δοκίμια. Το σύστημα αυτό περιλαμβάνει:



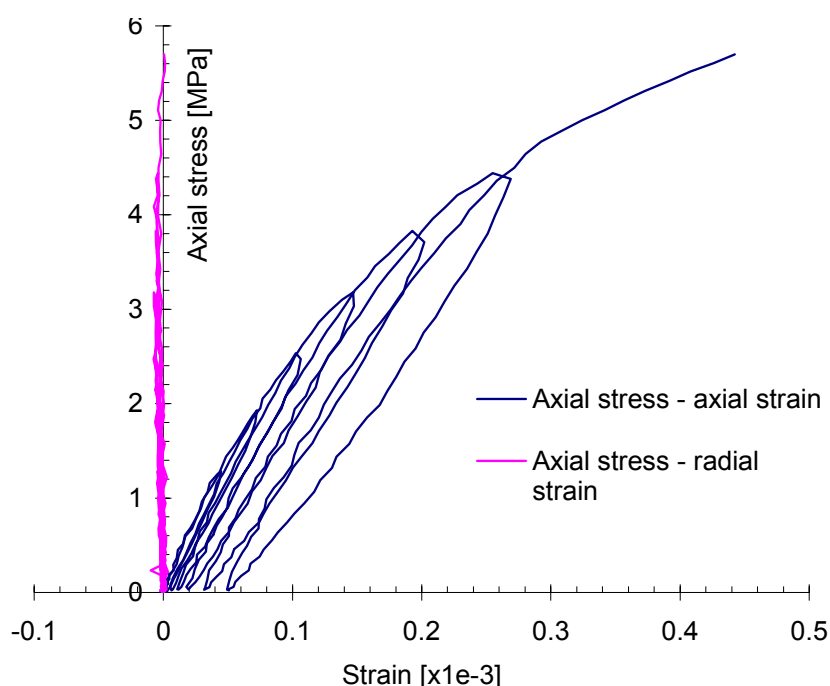
Σχήμα 3.7 Διάταξη της δοκιμής μονοαξονικού εφελκυσμού

- Χαλύβδινους υποδοχείς με κεντρικό σπείρωμα, συγκολλημένα στα επικαλυμένα άκρα του δοκιμίου χρησιμοποιώντας έναν ‘οδηγό’ (βλ. Σχ. 3.7) και εποξειδική ρυτίνη. Τρεις λεπτές μεμβράνες προσαρτώνται πάνω στους υποδοχείς ώστε να αποφευχθεί η έκχυση της συγκολλητικής ουσίας από την διεπιφάνεια πετρώματος – χάλυβα
- Το δοκίμιο με προσαρτημένους τους υποδοχείς τοποθετείται στην συσκευή φόρτισης, βιδώνοντας τους στους υποδοχείς των καλωδίων
- Ένα ωθούμενο ρουλεμάν στο πάνω μέρος του καλωδίου ελαχιστοποιεί την στρέψη εξαιτίας της ικανότητας στροφής των καλωδίων υπό συνθήκες φόρτισης και διευκολύνει την εξάρτηση του δοκιμίου

Η εκκεντρότητα είναι μικρή κατά την διάρκεια των πειραμάτων και η αστοχία σε καλοσχεδιασμένες δοκιμές (μηδαμινή εκκεντρότητα κατά την φόρτιση) διαπιστώνεται από το σπάσιμο των κυλινδρικών δοκιμίων στο μέσο τους. Αυτό οφείλεται (α) στο γεγονός ότι το δοκίμιο εφελκύεται από ευέλικτα συρμάτινα καλώδια και (β)

επειδή τα ηλεκτρικά μηχανοσυστήματα (strain gages) έχουν τοποθετηθεί στο μέσο της αξονικής διάστασης του δοκιμίου.

Στην συνέχεια, αναλύονται τα αποτελέσματα από μια σειρά δοκιμών άμεσου εφελκυσμού σε κυλινδρικά δοκίμια ψαμμίτη Serena με ύψος $H=200$ mm και διάμετρο $D=32$ mm. Τόσο οι αξονικές, όσο και οι πλευρικές τροπές προέκυψαν από τον μέσο όρο των καταγραφών από τέσσερις ροζέτες τοποθετημένες ανα 90° αντιδιαμετρικά στο μέσον του δοκιμίου. Η αξονική τάση υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο όπως και στην μονοαξονική θλίψη (βλ. εξ. 3.1). Η ίδια διαδικασία ακολουθείται και για την γραφική απεικόνιση των τάσεων συναρτήσει των τροπών, με κύκλους αποφόρτισης – επαναφόρτισης (βλ. Σχ. 3.8).



Σχήμα. 3.8 Αξονική τάση συναρτήσει της αξονικής και πλευρικής παραμόρφωσης για δοκιμή μονοαξονικού εφελκυσμού

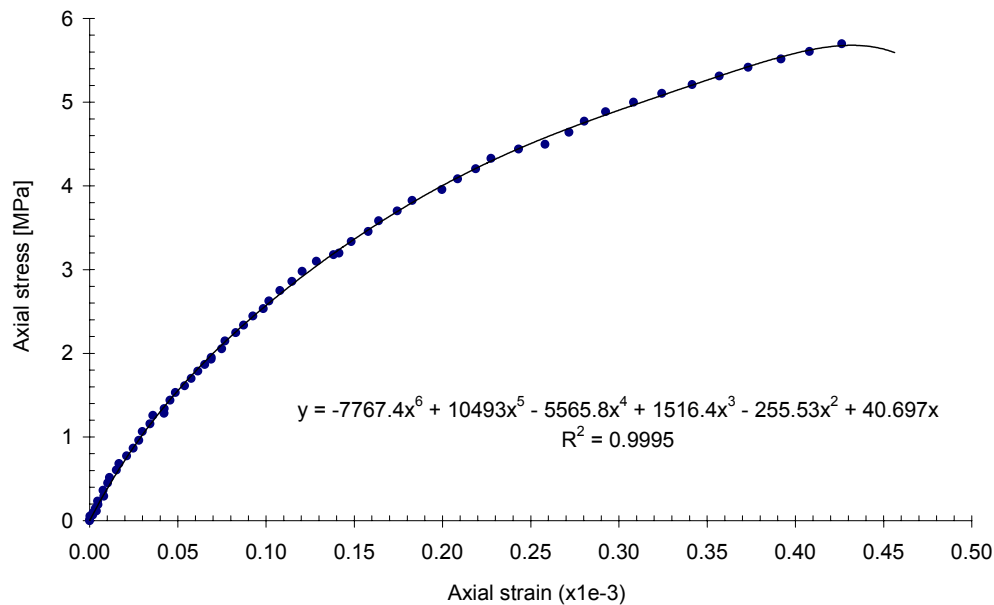
Από το σχήμα 3.8 μπορεί να γίνει αντιληπτό ότι η συμπεριφορά του δοκιμίου χαρακτηρίζεται από:

- Μη-γραμμικότητα
- Υστέρηση, η οποία αυξάνεται με το επίπεδο της τάσης αποφόρτισης
- Μόνιμες (πλαστικές) παραμορφώσεις του δοκιμίου κατά την πλήρη αποφόρτιση
- Ιδιαίτερα χαμηλές πλευρικές τροπές που οφείλονται στον μικρό λόγο Poisson του ψαμμίτη

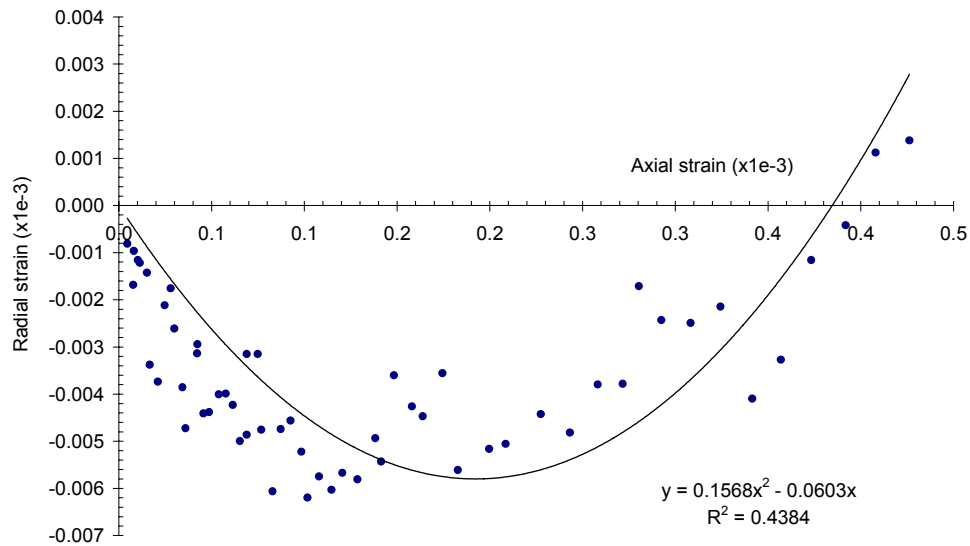
Στα σχήματα 3.9α, β παρίστανται οι καμπύλες των κλάδων φόρτισης του ψαμμίτη σε μονοαξονικό εφελκυσμό. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο ρυθμός μεταβολής του λόγου της πλευρικής παραμόρφωσης μηδενίζεται για ορισμένη τιμή της αξονικής τροπής και στην συνέχεια μειώνεται, έως ότου ο λόγος του Poisson πάρει αρνητικές τιμές. Η ελαστική συμπεριφορά του ψαμμίτη βασίζεται στις καμπύλες αποφόρτισης – επαναφόρτισης (βλ. Σχ. 3.10α, β). Προσαρμόζοντας ευθείες γραμμές σε κάθε κύκλο, η διακύμανση στις τιμές του μέτρου ελαστικότητας και του λόγου Poisson μπορεί να παρασταθεί γραφικά συναρτήσει της πλαστικής αξονικής τροπής (βλ. Σχ. 3.11). Οι ακόλουθες εμπειρικές εξισώσεις περιγράφουν την ελαστική συμπεριφορά του ψαμμίτη σε μονοαξονικό εφελκυσμό.

$$E_t^+ = \frac{1}{0.022 + 0.13\sqrt{(1000 \cdot \varepsilon_a^{(pl)})}},$$

$$\nu_t^+ = \frac{1}{12 + 80\sqrt{(1000 \cdot \varepsilon_a^{(pl)})}}$$
(3.9)

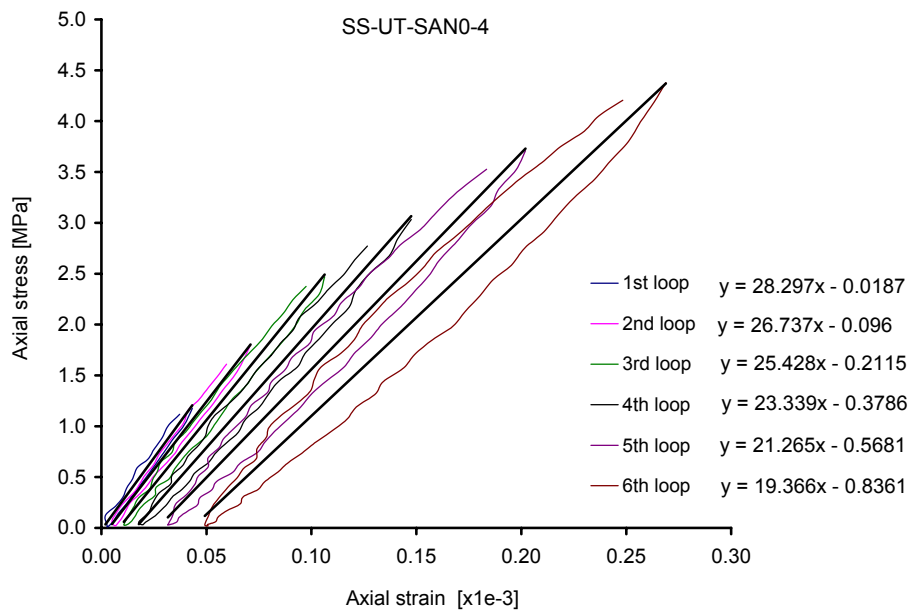


(α)

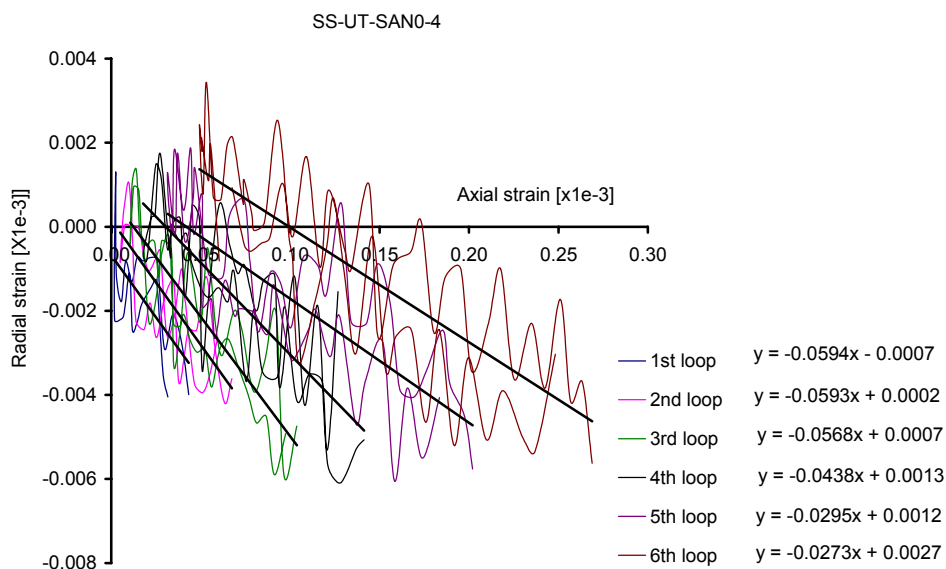


(β)

Σχήμα 3.9 Κλάδοι φόρτισης (α) της αξονικής τάσης με την αξονική τροπή και (β) της πλευρικής τροπής με την αξονική τροπή για τον ψαμμίτη Serena σε δοκιμή μονοαξονικού εφελκυσμού. Στα πειραματικά σημεία έχουν προσαρμοστεί πολυωνυμικές καμπύλες



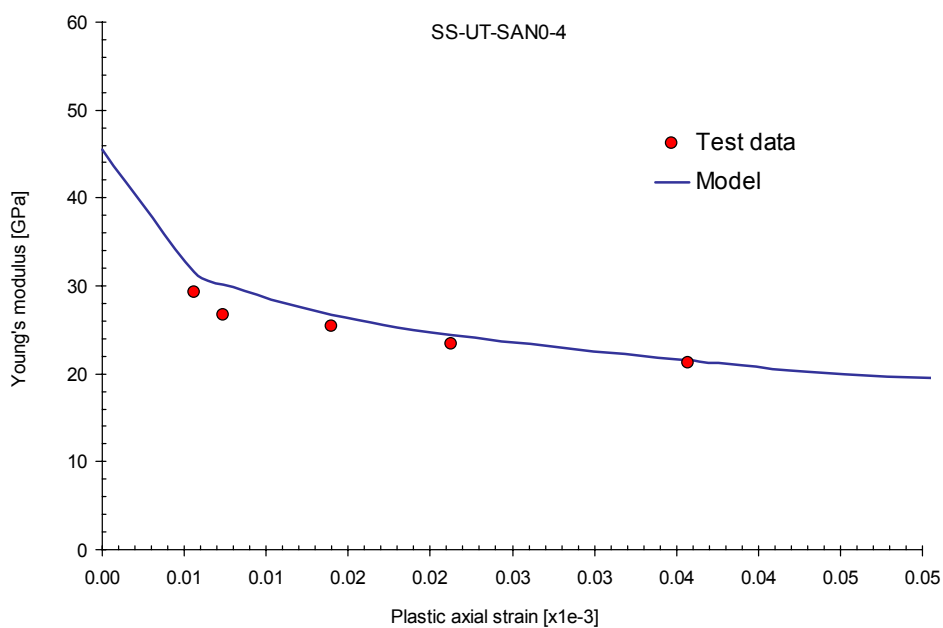
(α)



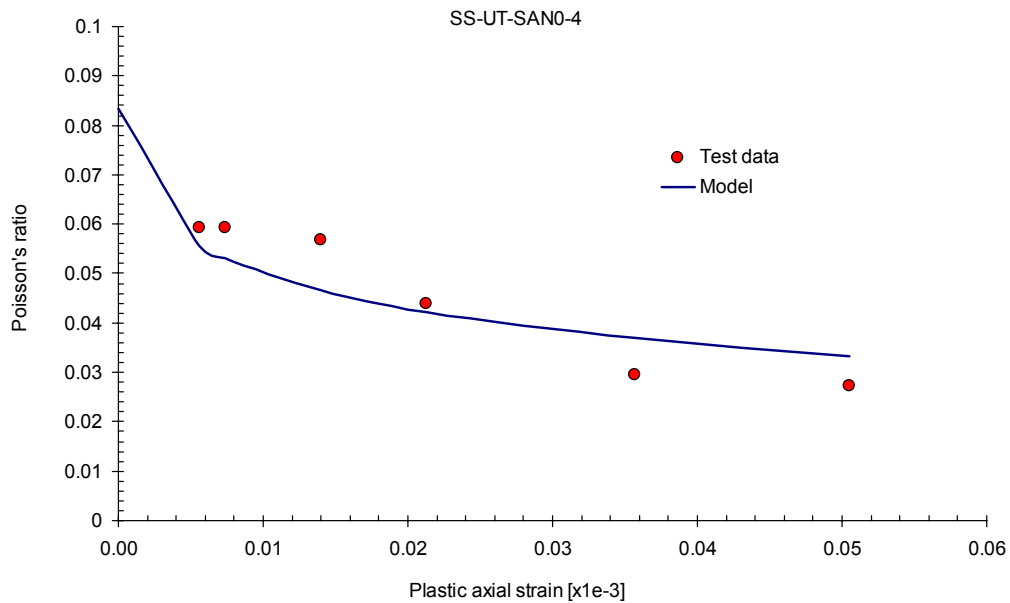
(β)

Σχήμα. 3.10 Κύκλοι αποφόρτισης – επαναφόρτισης στον ψαμμίτη *Serena* σε δοκιμή μονοαξονικού εφελκυσμού με προσαρμοσμένες ευθείες γραμμές (α)

$$\sigma_a - \varepsilon_a^{(el)}, (\beta) \varepsilon_r^{(el)} - \varepsilon_a^{(el)}$$



(α)



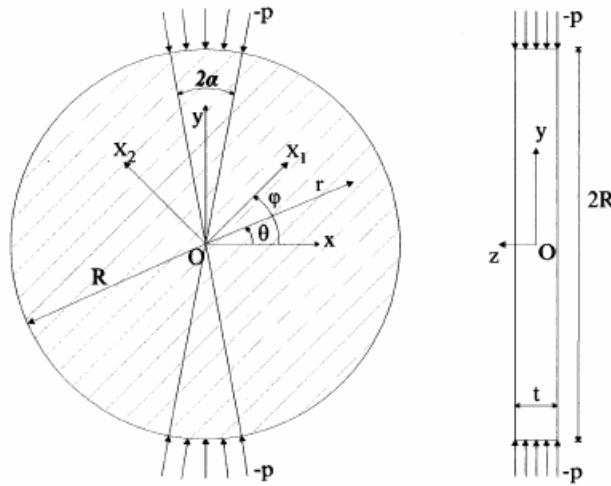
(β)

Σχήμα 3.11 Εξάρτηση (α) του μέτρου του Young και (β) του λόγου Poisson από την πλαστική αξονική τροπή

3.5 Μοντελοποίηση των Δοκιμών Έμμεσου Εφελκυσμού

Έχουν γίνει πολλές προσπάθειες για την αντικατάσταση του πειράματος του αξονικού εφελκυσμού και πιθανότατα το πείραμα αντιδιαμετρικής θλίψης κυκλικού δίσκου να αποτελεί την λύση του προβλήματος, αφού το δοκίμιο είναι απλό και η θραύση - στην ιδανική περίπτωση - ξεκινά εσωτερικά και όχι στην ελεύθερη επιφάνεια. Το πείραμα αυτό αναπτύχθηκε ανεξάρτητα σε δυο χώρες, από τον Akazawa στην Ιαπωνία και από τον Carneiro στην Βραζιλία (1953).

Στην απλούστερη μορφή του, το δοκίμιο φορτίζεται αντιδιαμετρικά μεταξύ δυο χαλύβδινων πλακών (σιαγώνες). Η φόρτιση είναι ομοιόμορφη ακτινική, και εφαρμόζεται σε ένα τόξο της περιμέτρου σε κάθε άκρο της διαμέτρου (βλ. Σχ. 3.12).



Σχήμα 3.12 Γεωμετρική παράσταση του τρόπου φόρτισης του δοκιμίου σε πείραμα αντιδιαμετρικής θλίψης

Η οριζόντια (‘εφελκυστική’) τάση που ασκείται, υπολογίζεται από την παρακάτω εξίσωση:

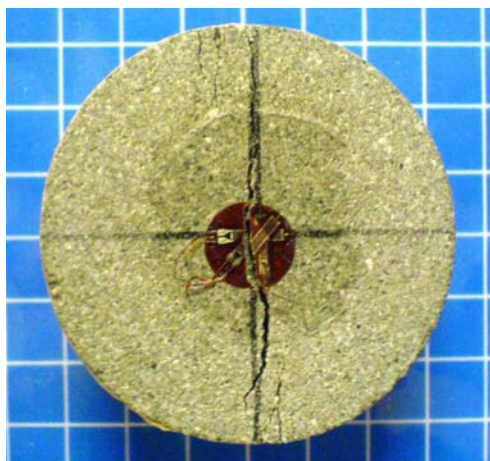
$$T_o = \frac{2F}{\pi dt} \quad (3.10)$$

όπου F είναι η δύναμη φόρτισης, d είναι η διάμετρος του δοκιμίου, και t είναι το πάχος του.

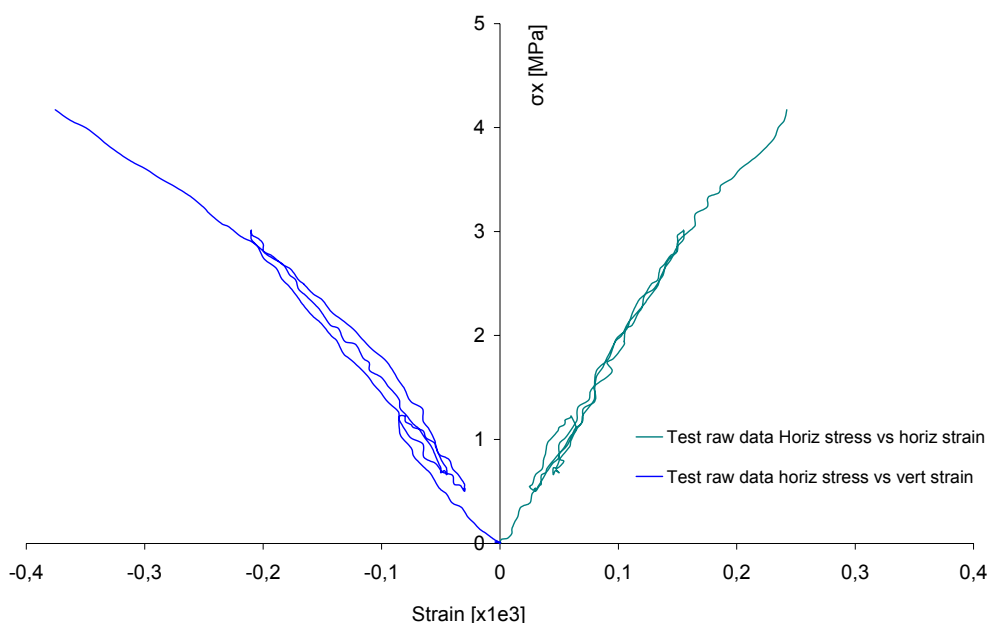
Για την ανάλυση του μοντέλου υπολογισμών των δοκιμών έμμεσου εφελκυσμού (Brazilian Tests) χρησιμοποιήθηκε ένα πείραμα σε δοκίμιο ψαμμίτη Serena, με εφαρμογή δυο κύκλων αποφόρτισης.

Πέρα από την καταγραφή της δύναμης φόρτισης, οι μετατοπίσεις καταγράφονται από ροζέτα που τοποθετείται με κόλλα, επάνω στις δυο ελεύθερες επιφάνειες του δοκιμίου και στο κέντρο αυτών (βλ. Σχ. 3.13).

Από τα πειραματικά δεδομένα και τον υπολογισμό αυτών, προκύπτει το διάγραμμα της τάσης με την οριζόντια και την κάθετη τροπή (βλ. Σχ. 3.14).



Σχήμα 3.13 Δοκίμιο ψαμμίτη Serena για δοκιμή αντιδιαμετρικής θλίψης (έμμεσου εφελκυσμού). Στο δοκίμιο έχουν προσαρτηθεί ροζέτες για την μέτρηση των κάθετων και οριζόντιων παραμορφώσεων



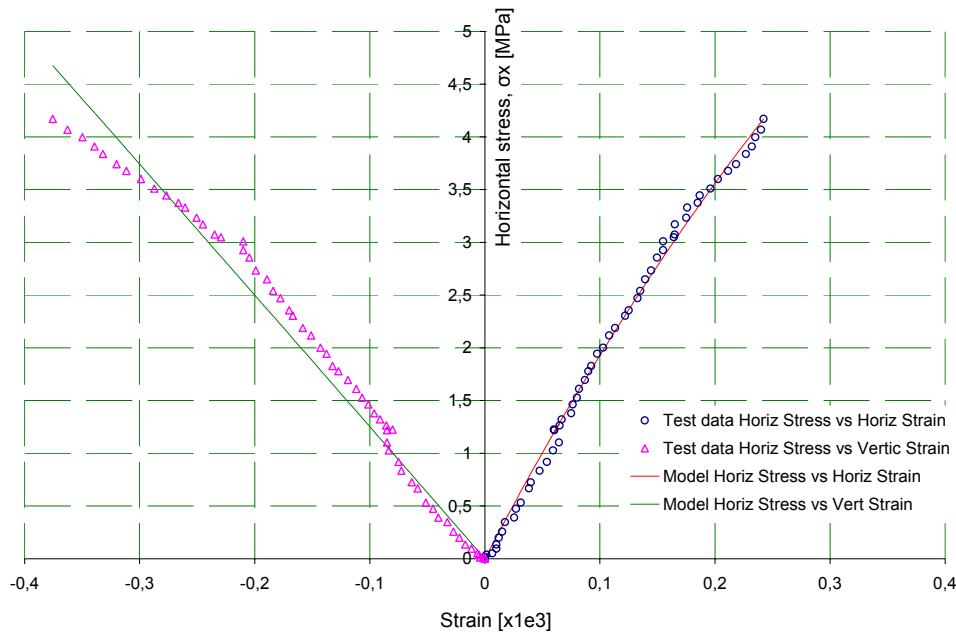
Σχήμα 3.14 Διάγραμμα της οριζόντιας τάσης συναρτήσει της κάθετης και της οριζόντιας παραμόρφωσης, με την εφαρμογή δυο κύκλων αποφόρτισης – επαναφόρτισης για το δοκίμιο του ψαμμίτη Serena

Όπως και στην περίπτωση των πειραμάτων μονοαξονικής και τριαξονικής θλίψης, με την εφαρμογή κύκλων αποφόρτισης – επαναφόρτισης, γίνεται διαχωρισμός του κλάδου φόρτισης από τους κύκλους. Στα δεδομένα του κλάδου φόρτισης προσαρτώνται πολωνυμικές καμπύλες της μορφής:

$$\begin{aligned} f(x) &= \sigma_x = a_1(1 - \exp(-a_2x)) \\ f(y) &= \sigma_y = b_1(1 - \exp(-b_2y)) \end{aligned} \quad (3.11)$$

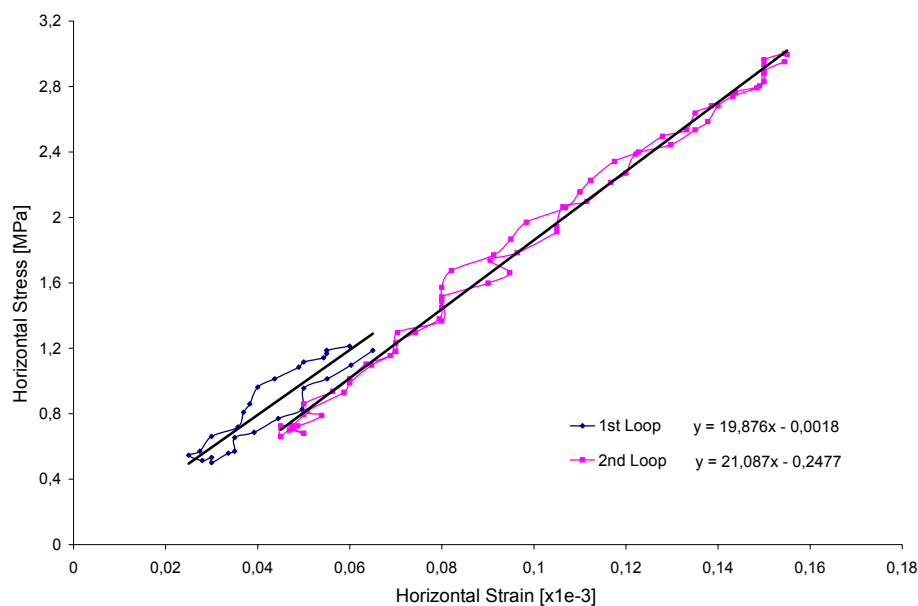
όπου οι όροι a_1 , a_2 , b_1 και b_2 είναι παράμετροι και αντικαθιστούν τους όρους σ_{tx} , m_{tx} , σ_{ty} και m_{ty} αντίστοιχα.

Οι καμπύλες αυτές αναπαρίστανται γραφικά και προσαρμόζονται κατάλληλα πάνω στις καμπύλες των πειραματικών δεδομένων (βλ. Σχ. 3.15).

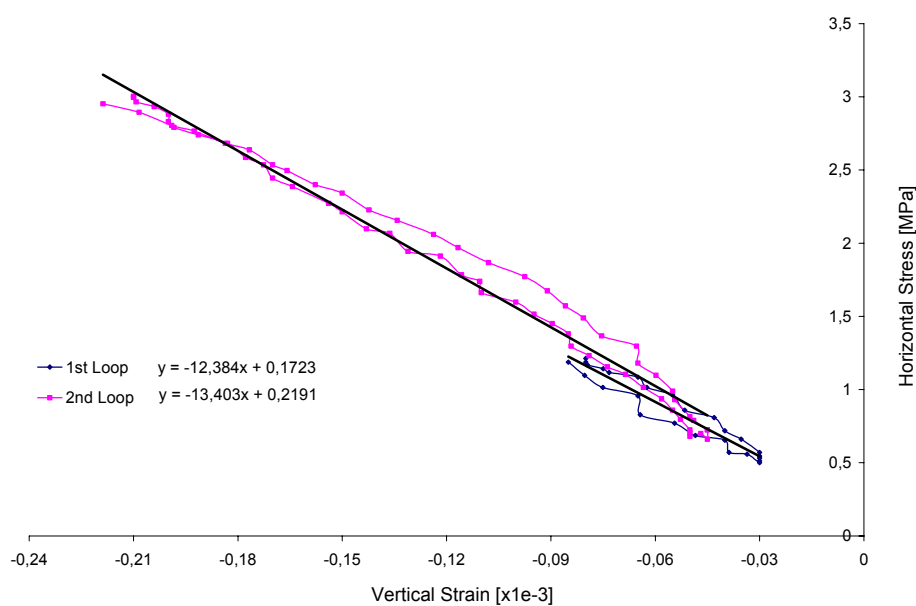


Σχήμα 3.15 Γραφική απεικόνιση της τάσης συναρτήσεως των παραμορφώσεων. Στις καμπύλες προσαρμόνται τα υπολογιστικά μοντέλα πρόβλεψης

Στην συνέχεια, στους κύκλους αποφόρτισης – επαναφόρτισης (βλ. Σχ. 3.16α ,β) προσαρμόζονται γραμμικές συναρτήσεις, με σκοπό τον προσδιορισμό του μέτρου ελαστικότητας του Young και του λόγου του Poisson.



(α)



(β)

Σχήμα 3.16 Κύκλοι αποφόρτισης – επαναφόρτισης της οριζόντιας τάσης συναρτήσει (α) της οριζόντιας παραμόρφωσης και (β) της κάθετης παραμόρφωσης, για το δοκίμιο ψαμμίτη Serena σε δοκιμή αντιδιαμετρικής θλίψης

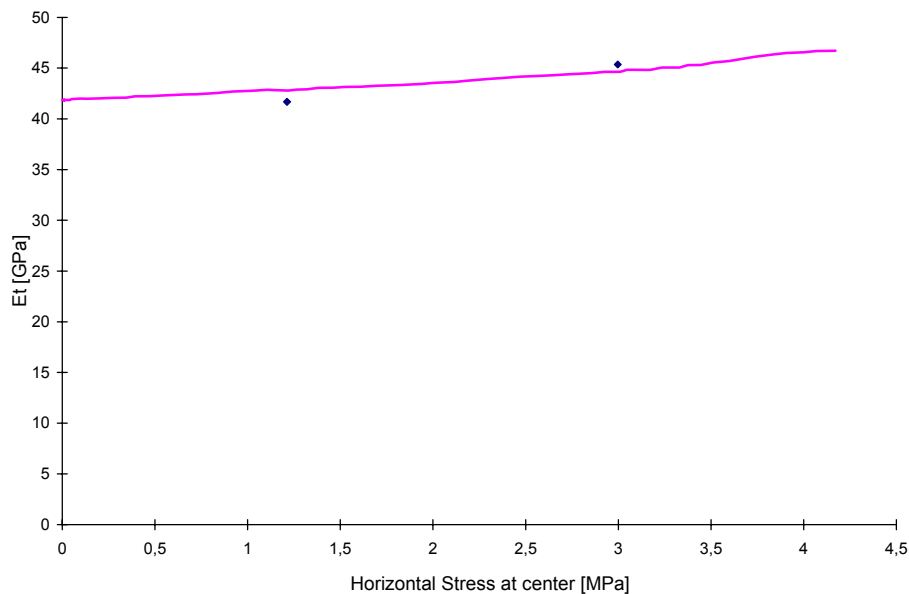
Θεωρώντας, ότι ο ψαμμίτης είναι ισότροπο υλικό, το εφαπτομενικό μέτρο παραμορφωσιμότητας και ο συντελεστής πλευρικής τροπής του κλάδου κύριας φόρτισης μπορεί να υπολογιστεί από τις παρακάτω εκφράσεις:

$$E_t = -8 \frac{(d\sigma_x / d\varepsilon_x)(d\sigma_x / d\varepsilon_y)}{(d\sigma_x / d\varepsilon_y) + 3(d\sigma_x / d\varepsilon_x)}$$

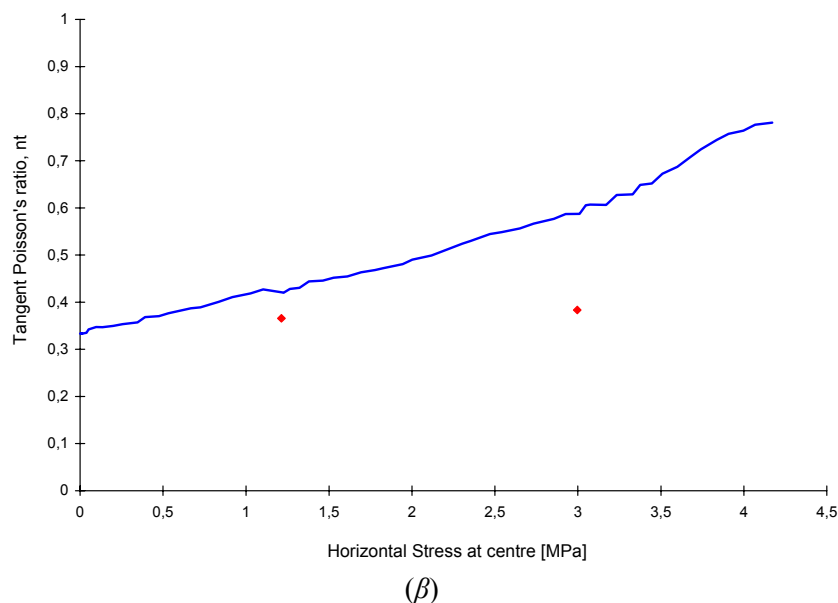
$$\nu_t = - \frac{(d\sigma_x / d\varepsilon_x) + 3(d\sigma_x / d\varepsilon_y)}{(d\sigma_x / d\varepsilon_y) + 3(d\sigma_x / d\varepsilon_x)} \quad (3.11)$$

όπου οι παράγωγοι υπολογίζονται εύκολα από την εξίσωση (3.11). Όσο αφορά τους κύκλους αποφόρτισης – επαναφόρτισης, οι παράγωγοι είναι οι κλίσεις των καμπυλών που φαίνονται στα σχήματα 3.16α, β.

Επομένως, η εξάρτηση του εφαπτομενικού μέτρου ελαστικότητας, καθώς και του εφαπτομενικού λόγου του Poisson από την πλαστική πλευρική τροπή περιγράφεται είτε από την εξίσωση (3.5) , είτε από την εξίσωση (3.9) για αύξουσες ή ελάσσωνες συναρτήσεις, αντίστοιχα.



(α)



Σχήμα 3.17 Εξάρτηση (α) του μέτρου ελαστικότητας του Young και (β) του λόγου του Poisson από την πλαστική πλευρική τροπή για το δοκίμιο ψαμμίτη

3.6 Παρατηρήσεις

Παρατηρήθηκε ότι σε συνθήκες εφελκυστικής φόρτισης, το μέτρο ελαστικότητας μειώνεται με την αύξηση της πλαστικής παραμόρφωσης, σε αντίθεση με ότι συμβαίνει σε συνθήκες θλιπτικής φόρτισης.

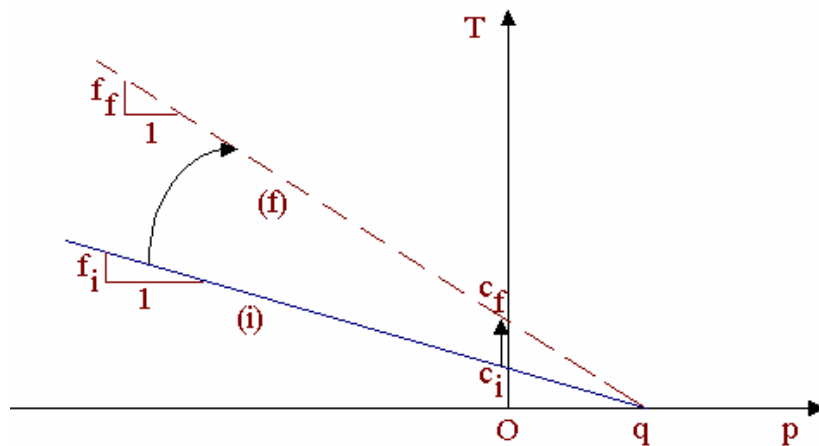
Αξίζει, επίσης, να σημειωθεί ότι το αρχικό μέτρο ελαστικότητας είναι κοντά σε μια αντίστοιχη τιμή του μέτρου ελαστικότητας το οποίο υπολογίζεται από την μονοαξονική θλίψη αλλά και τον έμμεσο εφελκυσμό, έπειτα από εφαρμογή υδροστατικής πίεσης, ικανής να οδηγήσει σε κλείσιμο των προϋπαρχουσών μικρορωγμών του πετρώματος. Από την άλλη, η αρχική τιμή του λόγου του Poisson είναι κοντά στην αντίστοιχη αρχική τιμή του λόγου ο οποίος υπολογίζεται από τα πειράματα μονοαξονικής θλίψης και έμμεσου εφελκυσμού.

Ανακεφαλαιώνοντας, η ελαστική συμπεριφορά του ψαμμίτη Serena σε θλίψη και σε εφελκυσμό, στην προ της αστοχίας περιοχή των τάσεων, είναι εκ διαμέτρου διαφορετική. Αυτό είναι αναμενόμενο, εφόσον οι ρωγμές τείνουν να κλείσουν κατά την θλιπτική φόρτιση και να ανοίξουν κατά την εφελκυστική φόρτιση, επιβάλλοντας μια μονόπλευρη επίδραση (unilateral effect) στην μηχανική συμπεριφορά του πετρώματος. Στην ακόλουθη ενότητα, η επίδραση αυτή αναλύεται διεξοδικά με την προσθήκη της έννοιας της ‘μηχανικής φθοράς’ σαν μια μεταβλητή του πετρώματος.

4. Βαθμονόμηση ενός Μη-Γραμμικού Ελαστοπλαστικού Μοντέλου

4.1 Το Μοντέλο Πλαστικότητας

Στο σημείο αυτό, θεωρείται ότι το πέτρωμα υπακούει σε έναν 'ισοτροπικό κανόνα κράτυνσης' (hardening rule) τόσο κατά την θλίψη, όσο και κατά τον εφελκυσμό. Ήτοι, πέρα από την αρχική διαρροή, ενεργοποιούνται η τριβή και η συνοχή και αυξάνονται σε συνάρτηση με την πλαστική διατμητική τροπή, μέχρις ότου φτάσουν σε μια μέγιστη τιμή. Αυτή η φάση κράτυνσης τριβής - συνοχής, περιγράφεται σαν μια ισότροπη φάση κράτυνσης (από την κατάσταση i - αρχική διαρροή στην κατάσταση f - αστοχία), όπου το q ορίζει την εφελκυστική αντοχή του υλικού και αποκαλείται 'εφελκυστικό όριο' του υλικού (βλ. Σχ. 4.1).



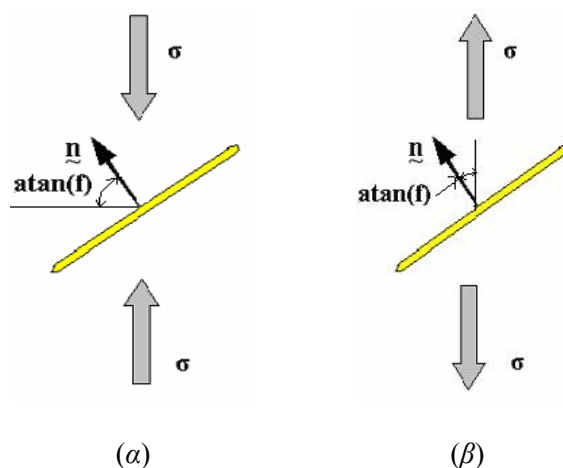
Σχήμα 4.1 Κίνηση της επιφάνειας διαρροής στον τασικό χώρο (T-p). (i-f) 'Ισοτροπικό' όριο εφελκυσμού με σταθερό q

Εάν υποθεθεί ότι το πέτρωμα περιέχει ρωγμές μορφής κυκλικού δίσκου (penny shaped) ακτίνας α , η υδροστατική εφελκυστική του αντοχή μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση:

$$q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} K_{IC} \quad (4.1)$$

όπου το K_{IC} δηλώνει τον 1^ο Τύπο φόρτισης ρωγμών (mode - I, ‘ανοιχτός’ (εφελκυστικός) τύπος) του πετρώματος.

Οι καμπύλες διαρροής για το μοντέλο αυτό είναι γραμμικές, με τις κλίσεις αυτών να είναι πιο απότομες από την αρχική (i) καμπύλη διαρροής. Αυτό είναι αναμενόμενο, καθόσον ο μέσος προσανατολισμός $f(g^{(pl)})$ των ‘ενεργών’ ρωγμών που μπορούν να εκκινήσουν μεταβάλλεται όσο το πέτρωμα οδεύει από την αρχική διαρροή προς την αστοχία, σύμφωνα με τα προσεγγιστικά μοντέλα (βλ. Σχ. 4.2α και β), για μονοαξονική θλίψη και εφελκυσμό, αντίστοιχα, π.χ. με αυξανόμενη την φόρτιση, ρωγμές με λιγότερο ευμενή προσανατολισμό ή μεγαλύτερη κλίση f , θα ενεργοποιηθούν τοιουτοτρόπως μεταβάλλοντας τον μέσο προσανατολισμό των ρωγμών. Ως εκ τούτου, ο όρος $f(g^{(pl)})$ αντιπροσωπεύει έναν συντελεστή προσανατολισμού των ρωγμών (όπως αναφέρεται στην Θραυστομηχανική) ή έναν συντελεστή τριβής (σύμφωνα με το κριτήριο αστοχίας των Mohr-Coulomb).



Σχήμα 4.2 Φυσική σημασία της παραμέτρου f της κλίσης της τάσης, (α) σε μονοαξονική θλίψη είναι η γωνία που σχηματίζεται από το μοναδιαίο διάνυσμα n κάθετο στην επιφάνεια μιας ευθείας μικρορωγμής, με τον οριζόντιο άξονα και (β) σε μονοαξονικό εφελκυσμό είναι η γωνία που σχηματίζεται από το μοναδιαίο διάνυσμα n κάθετο στην επιφάνεια μιας ευθείας μικρορωγμής, με τον οριζόντιο άξονα της εφελκυστικής τάσης (σ)

Από το προσεγγιστικό μοντέλο προσδοκάται ότι ο συντελεστής τριβής του πετρώματος κατά την αστοχία σε μονοαξονική θλίψη θα είναι κατά πολύ μεγαλύτερος από τον συντελεστή τριβής σε μονοαξονικό εφελκυσμό, αφού, στην δεύτερη περίπτωση, αμέσως μόλις ορισμένες ρωγμές ενεργοποιηθούν, θα διαδοθούν με ασταθή τρόπο πριν η επίδραση του φορτίου προκαλέσει την ενεργοποίηση άλλων ρω-

γμών με λιγότερο ευμενή προσανατολισμό. Αντιθέτως, κατά την μοναξονική ή τριαξονική θλίψη, η ρωγμή διαδίδεται με σταθερό τρόπο και οι ρωγμές με μεγαλύτερο εύρος προσανατολισμού ενεργοποιούνται κατά την φόρτιση.

Χάριν της απλότητας, θα χρησιμοποιηθεί εδώ η θεωρία μιας γραμμικής Mohr - Coulomb επιφάνειας διαρροής, η οποία, σε πρώτη προσέγγιση, είναι η κατάλληλη για την περιγραφή του συντελεστή τριβής των πλαστικών παραμορφώσεων του πετρώματος (Vardoulakis και Sulem).

$$F = \sqrt{J_{2s}} \left[\sin \left(\alpha_{so} + \frac{\pi}{3} \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \left(\alpha_{so} + \frac{\pi}{3} \right) \sin \phi_m \right] - \left(q - \frac{1}{3} I_{1\sigma} \right) \sin \phi_m = 0 \quad (4.2)$$

όπου α_{so} είναι η γωνία της αναλλιώτου της τάσης ή γωνία του Lode (η 3^η αναλλοίωτος των τάσεων), οριζόμενη ως εξής (Vardoulakis και Sulem):

$$\cos 3\alpha_{so} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_{3s}}{J_{2s}^{3/2}}; \quad J_{3s} = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{3} \quad (4.3)$$

Γενικά, ο συντελεστής τριβής θα εξαρτάται, πέρα από την ένταση της διατμητικής τροπής, και από την γωνία του Lode, δηλαδή $f = f(\alpha_{so}; g^{(pl)})$. Για τις δοκιμές μονοαξονικής θλίψης και εφελκυσμού η γωνία αυτή ισούται με $\alpha_{so} = \pi/3$ (Chen & Han, 1988), η οποία, αν εισαχθεί στην σχέση (4.2) δίνει:

$$F = 0 \Leftrightarrow T \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{3}} \sin \phi_m \right) - (q - p) \sin \phi_m = 0 \quad (4.4)$$

με την μέση κάθετη και διατμητική τάση να ορίζονται ως ακολούθως:

$$p = \frac{1}{3} (2\sigma_r + \sigma_z) \Rightarrow p = -\frac{1}{3} (\sigma_a + 2\sigma_l),$$

$$T = \frac{1}{\sqrt{3}} |\sigma_r - \sigma_z| \Rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{3}} (\sigma_a - \sigma_l) \quad (4.5)$$

όπου ισχύει $\sigma_l = -\sigma_r > 0$. Ο συντελεστής τριβής σε θλίψη ορίζεται από το σύμβολο f_c και προσδιορίζεται από τον λόγο:

$$F = 0 \Rightarrow f_c = \frac{T}{q-p} = \frac{\sqrt{3}(\sigma_a - \sigma_l)}{3q + (\sigma_a + 2\sigma_l)} \quad (4.6)$$

Η ενεργοποιημένη γωνία εσωτερικής τριβής ϕ_m και η ενεργοποιημένη συνοχή c_m για σταθερό q του μοντέλου Mohr-Coulomb δίδονται από τις σχέσεις:

$$\sin \phi_m = \frac{3f_c}{2\sqrt{3} + f_c}, \quad c_m = q \tan \phi_m \quad (4.7)$$

Για τον μονοαξονικό εφελκυσμό η γωνία του Lode είναι $\alpha_{so} = 0$, συνεπώς, ισχύει η ακόλουθη μορφή του κριτηρίου διαρροής (Vardoulakis και Sulem):

$$F = 0 \Leftrightarrow T \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \sin \phi_m \right) - (q-p) \sin \phi_m = 0 \quad (4.8)$$

με την μέση κάθετη και διατμητική τάση να ορίζονται ως ακολούθως:

$$p = \frac{1}{3} \sigma_a, \quad T = \frac{\sigma_a}{\sqrt{3}} \quad (4.9)$$

Η ενεργοποιημένη γωνία τριβής του υλικού ϕ_m για σταθερό q του μοντέλου Mohr-Coulomb δίδεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\sin \phi_m = \frac{3f_e}{2\sqrt{3} - f_e} \quad (4.10)$$

όπου ο όρος f_e δηλώνει τον συντελεστή τριβής.

Εν τέλει, για κοκκώδη πετρώματα, η δυναμική πλαστική επιφάνεια μπορεί να έχει μια πρακτική μορφή τύπου Mohr-Coulomb, που ορίζεται ως ακολούθως:

$$Q = \sqrt{J_{2s}} \left[\sin \left(\alpha_{so} + \frac{\pi}{3} \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \left(\alpha_{so} + \frac{\pi}{3} \right) \sin \psi_m \right] + \frac{1}{3} I_{1\sigma} \sin \psi_m \quad (4.11)$$

όπου ο όρος ψ_m είναι η ενεργός γωνία πλαστικής διασταλτικότητας (κατά Hansen-Lundgren). Στην περίπτωση αυτή, η κλίση του πλαστικού δυναμικού υπολογίζεται από την σχέση:

$$\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial Q}{\partial I_{1\sigma}} \frac{\partial I_{1\sigma}}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial Q}{\partial J_{2s}} \frac{\partial J_{2s}}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial Q}{\partial \alpha_{so}} \frac{\partial \alpha_{so}}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.12)$$

Αναλύοντας την εξίσωση (4.12), προκύπτει:

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} &= Q_0 \delta_{ij} + Q_1 s_{ij} + Q_2 S_{ij}; \\ S_{ij} &= s_{ik} s_{kj} - \frac{2}{3} J_{2s} \delta_{ij}\end{aligned}\tag{4.13}$$

με

$$Q_0 = \frac{\sin \psi_m}{3}\tag{4.14}$$

$$Q_1 = \left\{ \begin{aligned} &\frac{3 + \sin \psi_m}{4\sqrt{3}\sqrt{J_{2s}}}, \\ &\frac{\sin\left(\alpha_{so} + \frac{\pi}{3}\right)}{2\sqrt{J_{2s}}} \left\{ \left[1 + \cot\left(\alpha_{so} + \frac{\pi}{3}\right) \cot 3\alpha_{so} \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sin \psi_m \left[\cot\left(\alpha_{so} + \frac{\pi}{3}\right) - \cot 3\alpha_{so} \right]}{\sqrt{3}} \right\}, \\ &\frac{3 - \sin \psi_m}{4\sqrt{3}\sqrt{J_{2s}}} \end{aligned} \right.\tag{4.15}$$

όπου, $\alpha_{so} = 0$, $0 < \alpha_{so} < \frac{\pi}{3}$ και $\alpha_{so} = \frac{\pi}{3}$, για τις τρεις περιπτώσεις της εξίσωσης (4.15) αντιστοίχως.

$$Q_2 = \left\{ \begin{aligned} &0 \\ &\frac{\sin\left(\alpha_{so} + \frac{\pi}{3}\right) \sin \psi_m - \sqrt{3} \cos\left(\alpha_{so} + \frac{\pi}{3}\right)}{2\sqrt{J_{2s}} \sin 3\alpha_{so}} \\ &0 \end{aligned} \right.\tag{4.16}$$

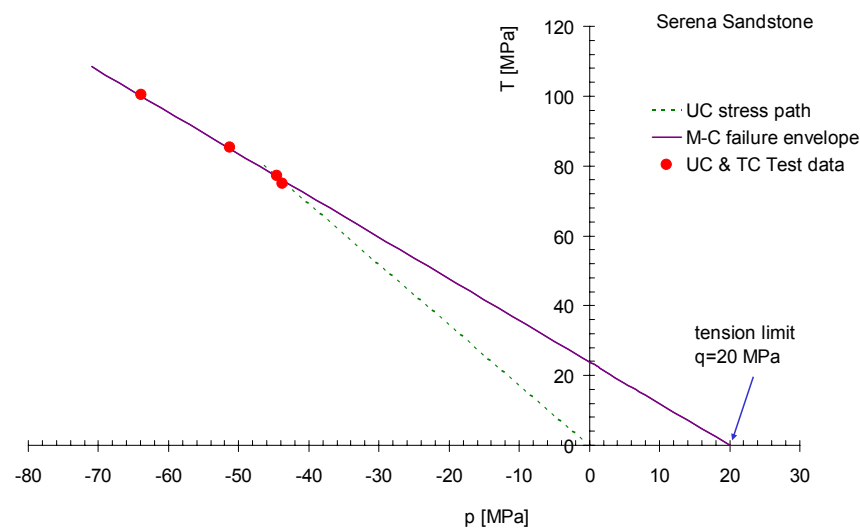
όπου, $\alpha_{so} = 0$, $0 < \alpha_{so} < \frac{\pi}{3}$ και $\alpha_{so} = \frac{\pi}{3}$, για τις τρεις περιπτώσεις της εξίσωσης (4.16) αντιστοίχως (Vardoulakis και Sulem).

4.2 Ένα Καταστατικό Ελαστοπλαστικό Μοντέλο

Επιστρέφοντας στις δοκιμές θλίψης και εφελκυσμού για τον ψαμμίτη Serena, προκύπτει:

$$\begin{aligned} p &= -\frac{1}{3}(\sigma_a + 2\sigma_l), \\ s_a &= \frac{2}{3}(\sigma_l - \sigma_a), \\ s_r &= -\frac{1}{3}(\sigma_l - \sigma_a) \end{aligned} \quad (4.17)$$

Το εφελκυστικό όριο q αυτού του είδους ψαμμίτη εξάγεται από την εφαρμογή μιας ευθείας γραμμής στο διάγραμμα τάσεων p - T των δεδομένων των μονοαξονικών και τριαξονικών δοκιμών θλίψης (βλ. Σχ. 4.3).



Σχήμα. 4.3 Προσδιορισμός του ορίου εφελκυσμού με εφαρμογή ευθείας γραμμής στα δεδομένα των πειραμάτων κατά την αστοχία στον τασικό χώρο (p, T) και τον τασικό βρόχο

Δημιουργήθηκε ένας αλγόριθμος, βασιζόμενος στις προαναφερθείσες εξισώσεις που περιγράφουν την ελαστική και την πλαστική συμπεριφορά του πετρώματος. Σκοπός της κατασκευής του αλγόριθμου είναι ο υπολογισμός της εξάρτησης των βασικών μηχανικών παραμέτρων του πετρώματος από την ένταση της πλαστικής διατμητικής τροπής, η οποία χρησιμοποιείται εδώ σαν παράμετρος φόρτισης. Ο αλγόριθμος αυτός γράφτηκε σε ένα φύλλο του Excel. Αρχικά, θεωρώντας μια απειροελάχιστη αύξηση

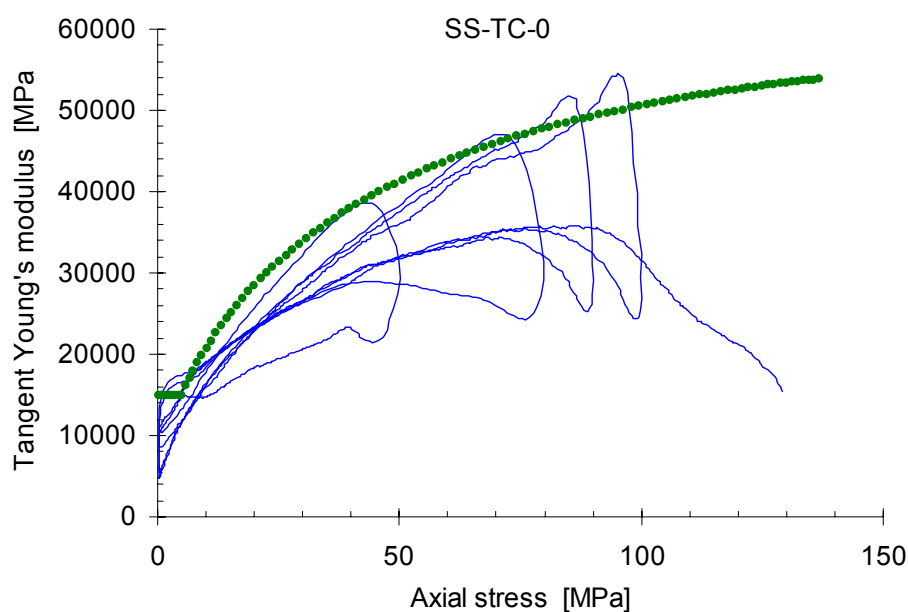
της αξονικής τροπής $\Delta \varepsilon_a$, λαμβάνονται οι παράγωγοι της αξονικής τάσης και της πλευρικής τροπής $\Delta \sigma_a, \Delta \varepsilon_r$, αντίστοιχα, οι οποίες υπολογίζονται ως ακολούθως:

$$\begin{aligned}\Delta \sigma_a &= (a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots)\Delta x, \\ 1000 \cdot \Delta \varepsilon_r &= (b_1 + 2b_2x + 3b_3x^2 + \dots)\Delta x, \\ x &= 1000 \cdot \varepsilon_a, \quad \Delta x = 1000 \cdot \Delta \varepsilon_a\end{aligned}\quad (4.18)$$

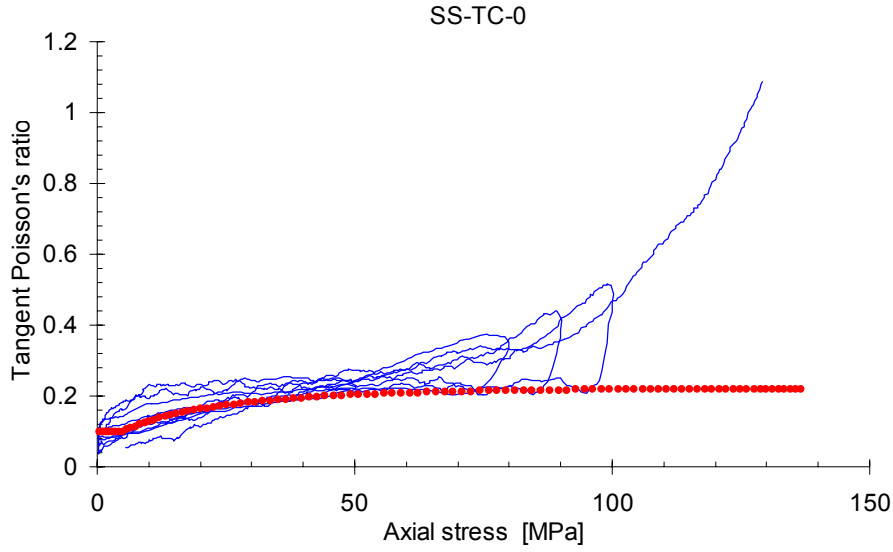
Οι παράγωγοι των ελαστικών τροπών μπορούν να υπολογιστούν από τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned}\Delta \varepsilon_a^{(el)} &= \Delta \sigma_a / E_t, \\ \Delta \varepsilon_r^{(el)} &= -\nu_t \cdot \Delta \varepsilon_a^{(el)}\end{aligned}\quad (4.19)$$

όπου το τέμνον μέτρο ελαστικότητας υπολογίζεται από τις εξισώσεις (3.14). Τα σχήματα 4.4α και β απεικονίζουν το μοντέλο πρόγνωσης το οποίο αναφέρεται στην εξέλιξη του τέμνοντος μέτρου ελαστικότητας και του τέμνοντος λόγου του Poisson, αντίστοιχα, συναρτήσει της αξονικής τάσης. Στα ίδια διαγράμματα απεικονίζονται, για σύγκριση, τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα των μονοαξονικών θλιπτικών δοκιμών.



(α)



(β)

Σχήμα. 4.4 Σύγκριση της εξέλιξης του μέτρου ελαστικότητας του ψαμμίτη Serena συναρτήσει της αξονικής τάσης, με το εμπειρικό μοντέλο πρόβλεψης

Οι παράγωγοι των πλαστικών αξονικών και πλευρικών τροπών υπολογίζονται ως ακολούθως:

$$\begin{aligned}\Delta \varepsilon_a^{(pl)} &= \Delta \varepsilon_a - \Delta \varepsilon_a^{(el)} \\ \Delta \varepsilon_r^{(pl)} &= \Delta \varepsilon_r - \Delta \varepsilon_r^{(el)}\end{aligned}\quad (4.20)$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις οι παράγωγοι των πλαστικών ογκικών και διατμητικών τροπών δύνανται να υπολογιστούν από τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned}\Delta v^{(pl)} &= -(\Delta \varepsilon_a^{(pl)} + 2 \cdot \Delta \varepsilon_r^{(pl)}) \\ \Delta g^{(pl)} &= \frac{2}{\sqrt{3}} |\Delta \varepsilon_a^{(pl)} - \Delta \varepsilon_r^{(el)}|\end{aligned}\quad (4.21)$$

Για τις δοκιμές μονοαξονικής θλίψης και εφελκυσμού, η γωνία του Lode τίθεται ίση με $\alpha_{so} = \pi/3$ και επακόλουθα, εξάγονται οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned}Q_v &= \sin \psi_m, \quad Q_g = \frac{3 - \sin \psi_m}{2\sqrt{3}}, \\ d &= \frac{2\sqrt{3} \sin \psi_m}{3 - \sin \psi_m} \Rightarrow \sin \psi_m = \frac{3d}{2\sqrt{3} + d}\end{aligned}\quad (4.22)$$

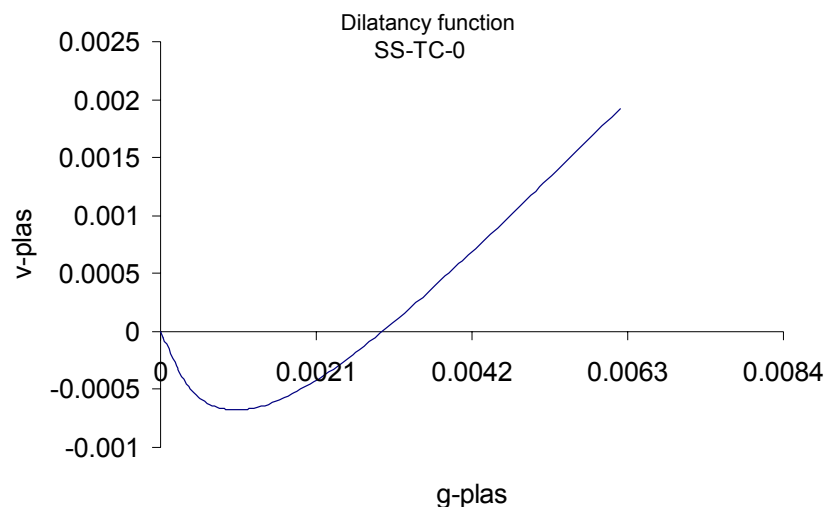
Επίσης, θα πρέπει να σημειωθεί ότι ισχύει και η ακόλουθη έκφραση:

$$\sin \psi_m = Q_g d \quad (4.23)$$

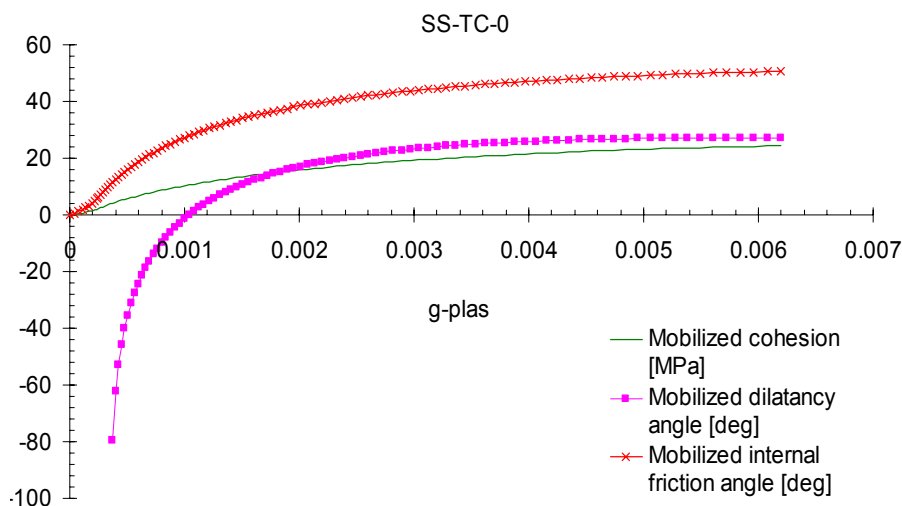
όπου ο όρος d ορίζεται από την εξίσωση (2.18). Επομένως, αφού οι αξονικές και πλευρικές τάσεις είναι γνωστές σε κάθε επίπεδο της αξονικής παραμόρφωσης, οι όροι p , T είναι επίσης γνωστοί και ο συντελεστής ενεργής τριβής f_c μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση (4.6). Από τον συντελεστή αυτό, και μέσω της εξίσωσης (4.7), μπορεί να υπολογιστεί η ενεργή γωνία εσωτερικής τριβής ϕ_m και κατ' επέκταση η ενεργή συνοχή c_m σε κάθε επίπεδο αξονικής παραμόρφωσης.

Το σχ. 4.5 απεικονίζει την διασταλτική απόκριση, ενώ στο Σχήμα 4.6 απεικονίζεται η τυπική διακύμανση της ενεργής τριβής και των γωνιών διασταλτικότητας, της συνοχής και της αξονικής τάσης σαν συνάρτηση της δυναμικής πλαστικής διατμητικής παραμόρφωσης για τον εξεταζόμενο ψαμμίτη, των οποίων η προγνωση γίνεται από το θεωρημένο ελαστοπλαστικό μοντέλο Mohr - Coulomb. Από το τελευταίο διάγραμμα διαφαίνεται ότι, αφότου ορισμένη από την πλαστικότητα αναπτύσσεται στο πέτρωμα, η ενεργή τριβή και οι γωνίες διασταλτικότητας φτάνουν σε μια διαφορετική κατάσταση σταθερότητας, η οποία υποδηλώνει ότι ο εν λόγω ψαμμίτης υπακούει σε έναν μη συντηρημένο νόμο διαρροής. Επίσης, όπως ήταν αναμενόμενο, η μέγιστη συνοχή και η μέγιστη γωνία εσωτερικής τριβής που προβλέφθηκαν από το μοντέλο είναι σε πλήρη αρμονία με τις αντίστοιχες τιμές αυτών των ιδιοτήτων όπως προκύπτουν από το γραμμικό Mohr - Coulomb μοντέλο αστοχίας που εφαρμόστηκε (βλ. Σχ. 3.5α).

Στο σχήμα 4.7 παρίσταται η διακύμανση του συντελεστή τριβής με το δυναμικό της πλαστικής διατμητικής τροπής όπως έχει υπολογιστεί από τις δοκιμές θλίψης.



Σχήμα 4.5 Απόκριση της διασταλτικότητας του ψαμμίτη *Serena* σε δοκιμή μονοαξονικής θλίψης



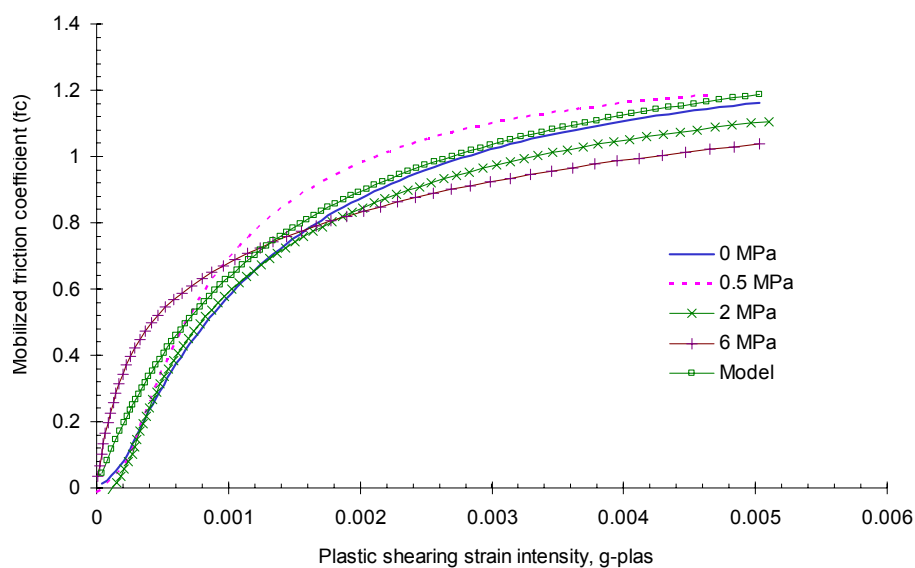
Σχήμα 4.6 Διαγράμματα της ενεργής γωνίας εσωτερικής τριβής και των γωνιών διασταλτικότητας, και της ενεργής συνοχής του ψαμμίτη *Serena* σε δοκιμή μονοαξονικής θλίψης. Γίνεται θεώρηση του θετικού προσήμου για την θλιπτική φόρτιση

Με σχετική ακρίβεια, ο υπολογισμένος συντελεστής τριβής για όλα τα πειράματα, δίδεται από την ακόλουθη εξίσωση:

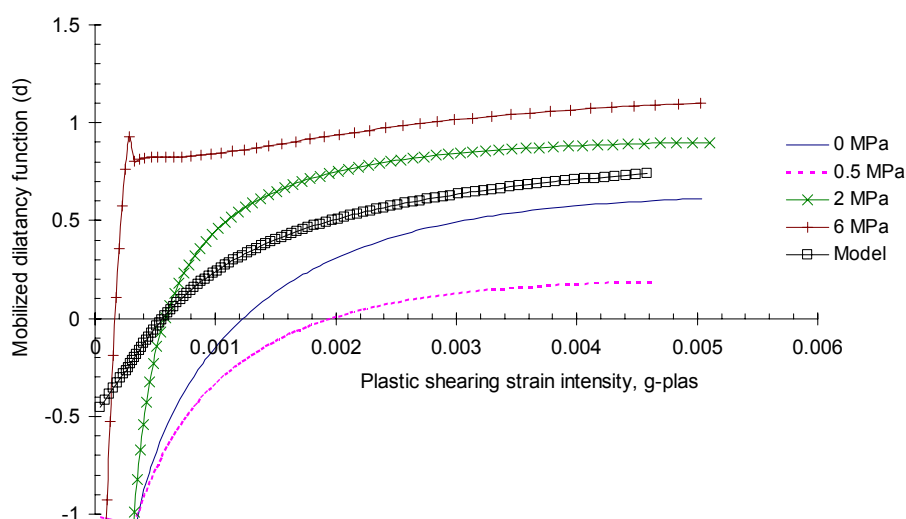
$$f_c = \frac{1}{0.6604 + \frac{0.9151}{1000g^{(pl),i}}} \quad (4.24)$$

Η εξάρτηση του συντελεστή διασταλτικότητας από το δυναμικό της πλαστικής διατμητικής τροπής για όλες τις δοκιμές θλίψης παρίσταται γραφικά (βλ. Σχ. 4.7) Από το σχήμα διαφαίνεται ότι η διασταλτική συμπεριφορά αυτού του είδους του πετρώματος δεν τείνει ευκρινώς προς την μέση τάση p . Η διασταλτικότητα του ψαμμίτη *Serena* περιγράφεται μαθηματικά από το ακόλουθο απλουστευμένο μοντέλο.

$$d_c = f_c - 0.5 \quad (4.25)$$



Σχήμα. 4.7 Διάγραμμα της κλίσης της τάσης συναρτήσει του δυναμικού της πλαστικής διατμητικής τροπής του ψαμμίτη *Serena* υπό μονοαξονική θλίψη και έμμεσο εφελκυσμό, και της καμπύλης που προκύπτει από το εμπειρικό μοντέλο πρόβλεψης



Σχήμα 4.8. Διάγραμμα του συντελεστή ενεργής διασταλτικότητας συναρτήσει της έντασης της πλαστικής διατμητικής τροπής του ψαμμίτη *Serena* σε δοκιμές μονοαξονικής θλίψης και της καμπύλης που προκύπτει από το εμπειρικό μοντέλο πρόγνωσης

Έτσι, με βάση την θεωρία μηχανικής φθοράς (Damage Mechanics), τα μέτρα ελαστικότητας του πετρώματος σε τριαξονική θλίψη εκφράζονται σαν συνάρτηση των μεταβλητών φθοράς:

$$\begin{aligned} E_t^- &\cong E_{t0}^- \left[1 - D_e^-(g^{(pl)}) \right] \\ \nu_t^- &\cong \nu_{t0}^- \left[1 - D_v^-(g^{(pl)}) \right] \end{aligned} \quad (4.26)$$

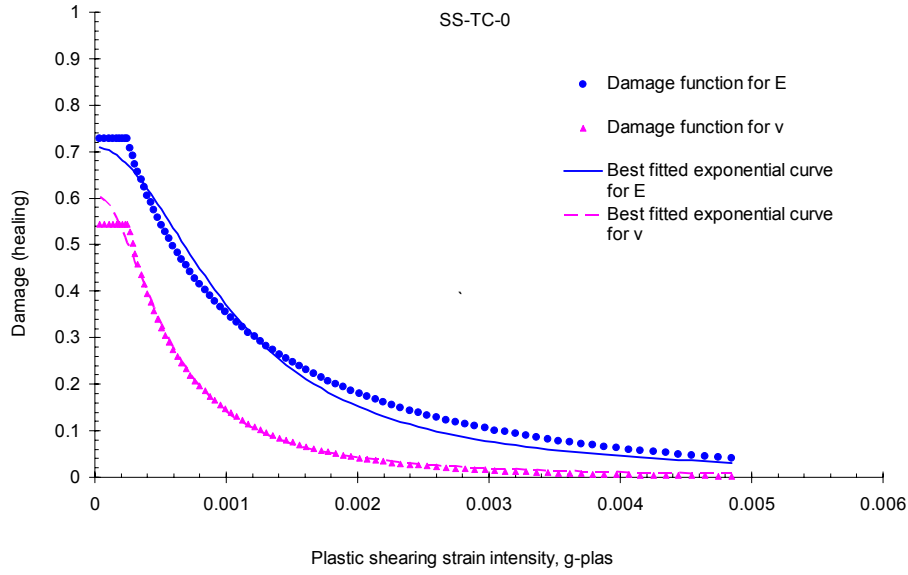
Τα εφαπτομενικά μέτρα ελαστικότητας κατά την αποφόρτιση, για ολικό κλείσιμο των προϋπαρχουσών ρωγμών και πόρων, είναι:

$$E_{t0}^- = 55 \text{ GPa}, \quad \nu_{t0}^- = 0.22 \quad (4.27)$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι το παραπάνω εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας αντιστοιχεί στο άρρηκτο πέτρωμα, ωστόσο αυτό δεν ισχύει και για τον εφαπτομενικό λόγο του Poisson. Οι εξισώσεις της μηχανικής φθοράς για τον ψαμμίτη βρέθηκαν από ανάδρομη ανάλυση και δίνονται από τις ακόλουθες εκφράσεις:

$$\begin{aligned} D_e^-(g^{(pl)}) &= \frac{1}{1.41 + 1.28 \cdot 1000g^{(pl)}}, \\ D_v^-(g^{(pl)}) &= \frac{1}{1.65 + 5.4 \cdot 1000g^{(pl)}} \end{aligned} \quad (4.28)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις δείχνουν ότι (α) η μηχανική φθορά συνδέεται με την πλαστικότητα που επιδεικνύει το υλικό και ακόμη, ότι η μηχανική φθορά μπορεί να αναπαρασταθεί (β) χωρίς κάποιο σημαντικό σφάλμα. Η γραφική παράσταση της φθοράς του ψαμμίτη συναρτήσει της παραμέτρου κράτυνσης μπορεί να παρασταθεί από μια καμπύλη ευρισκόμενη ανάμεσα στις δυο παραπάνω καμπύλες. Η τελευταία σημαίνει ότι $E_t^- / \nu_t^- \cong E_{t0}^- / \nu_{t0}^-$, ή ότι ο λόγος του μέτρου ελαστικότητας του Young προς τον λόγο του Poisson δεν επηρεάζεται από το άνοιγμα των ρωγμών, όπως έχει αποδειχτεί θεωρητικά για διατμητικές (ανοιχτές) ρωγμές (Budiansky και O'Connell, 1976). Παρακάτω παρατίθενται οι γραφικές απεικονίσεις των προγνώσεων του μοντέλου για την εξέλιξη του εφαπτομενικού μέτρου ελαστικότητας και του εφαπτομενικού λόγου του Poisson σε συνάρτηση με την αξονική τάση (βλ. Σχ. 4.13α και β). Τα διαγράμματα των προγνώσεων συγκρίνονται με τα πειραματικά δεδομένα των δοκιμών μονοαξονικού εφελκυσμού (βλ. Σχ. 4.13α και β).



Σχήμα 4.9 Διάγραμμα των μοντέλων πρόγνωσης του μέτρου ελαστικότητας και του λόγου Poisson σε συνάρτηση με την ένταση της πλαστικής διατμητικής τροπής για δοκιμές του Serena σε θλίψη. Στο διάγραμμα φαίνονται και οι καμπύλες του μοντέλου πρόγνωσης

Για τις δοκιμές μονοαξονικού εφελκυσμού ορίζεται $\alpha_{so} = 0$ και κατά συνέπεια, προκύπτουν οι ακόλουθες εκφράσεις:

$$\begin{aligned} Q_v &= \sin \psi_m, \quad Q_g = \frac{3 + \sin \psi_m}{2\sqrt{3}}, \\ d_e &= \frac{2\sqrt{3} \sin \psi_m}{3 + \sin \psi_m} \Rightarrow \sin \psi_m = \frac{3d_e}{2\sqrt{3} - d_e} \end{aligned} \quad (4.29)$$

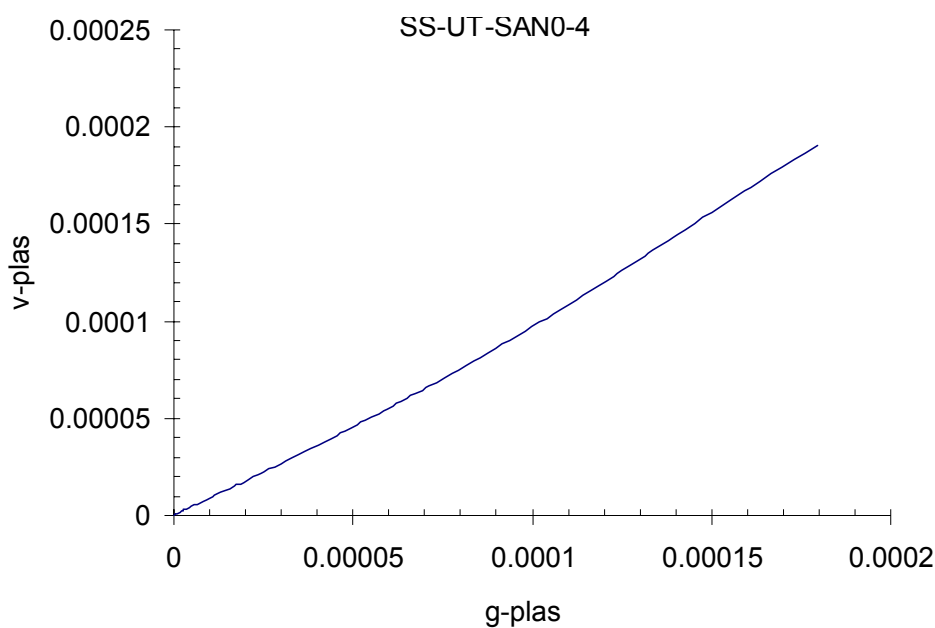
και

$$\sin \psi_m = Q_g d_e \quad (4.30)$$

Ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία με αυτήν για τις δοκιμές της μονοαξονικής θλίψης και του έμμεσου εφελκυσμού, υπολογίζεται η εξάρτηση της συμπεριφοράς του ψαμμίτη από την ένταση της πλαστικής διατμητικής τροπής. Στο σχήμα 4.10 παρίσταται η διακύμανση της ενεργής γωνίας εσωτερικής τριβής, καθώς και η συνοχή του πετρώματος, σαν συναρτήσεις της έντασης της πλαστικής διατμητικής τροπής.

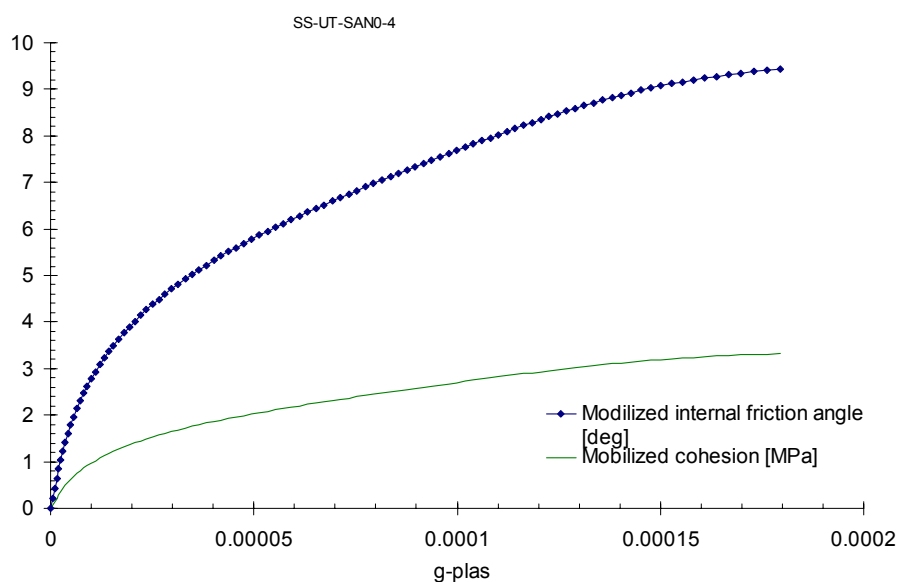
$$f_e \cong 0.245 \sqrt{1000 g^{(pl),i}} \quad (4.31)$$

$$d_e \cong f_e + 0.9 \quad (4.32)$$

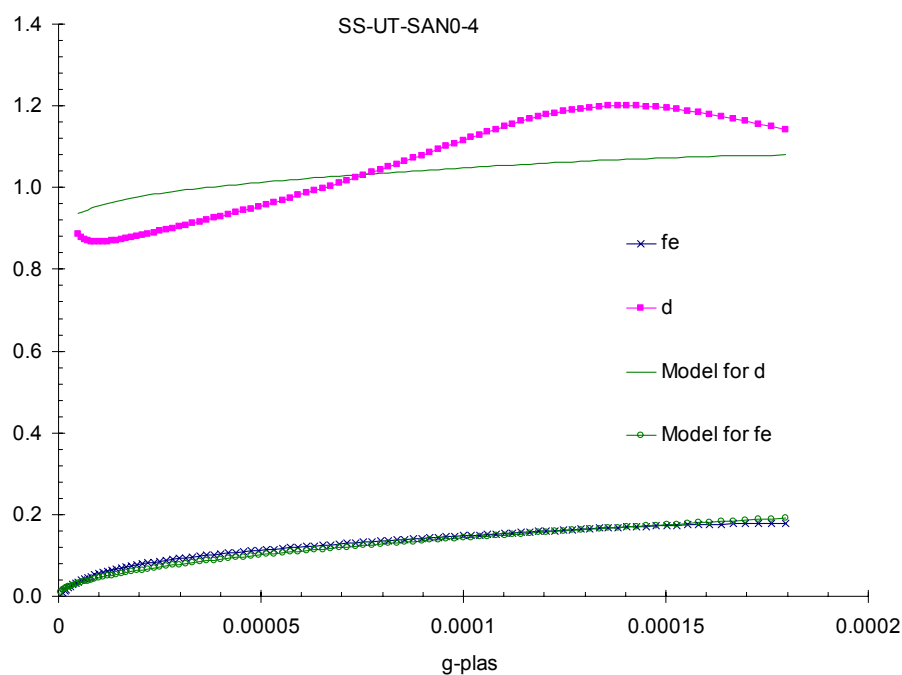


Σχήμα 4.10 Απόκριση της διασταλτικότητας του ψαμμίτη *Serena* σε δοκιμή μονοαξονικού εφελκυσμού

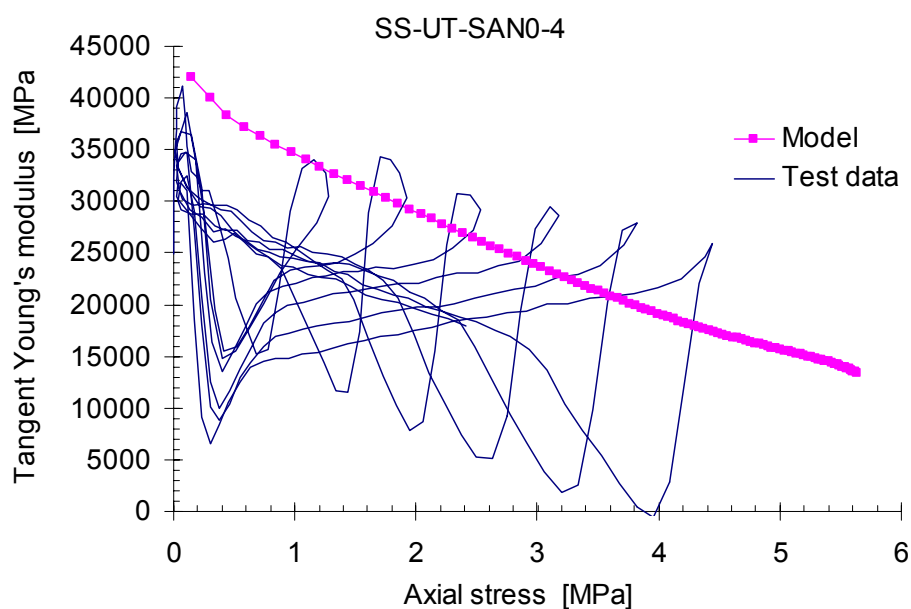
Για την εξακρίβωση των αποτελεσμάτων, έγινε σύγκριση των προβλέψεων των μοντέλων όσο αφορά το τέμνον μέτρο ελαστικότητας και τον τέμνοντα λόγο του Poisson του ψαμμίτη υπό εφελκυσμό (βλ. Σχ. 4.13α και β), αντίστοιχα.



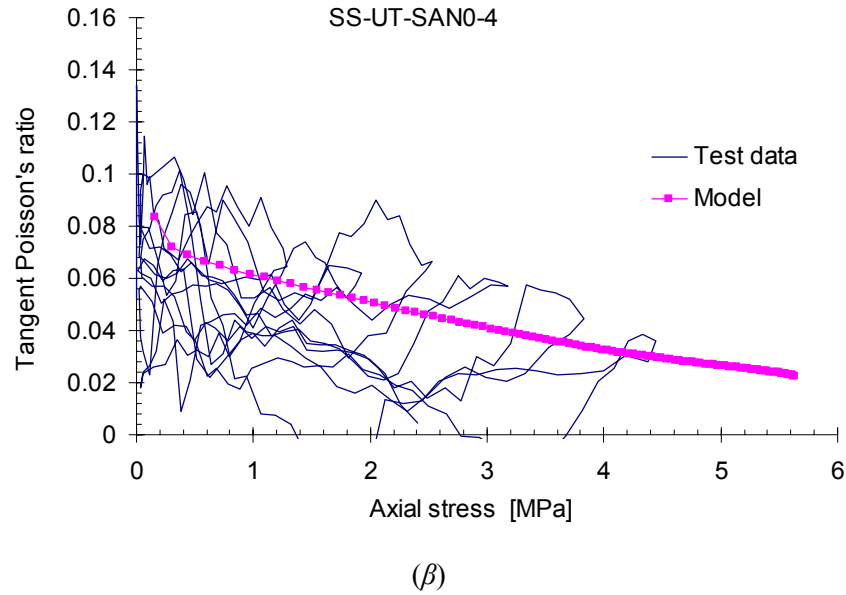
Σχήμα. 4.11 Διαγράμματα της ενεργής γωνίας εσωτερικής τριβής και της ενεργής συνοχής του πετρώματος σε δοκιμή μονοαξονικού εφελκυσμού



Σχήμα. 4.12 Διάγραμμα του συντελεστή διασταλτικότητας και του συντελεστή τριβής σε συνάρτηση με την ένταση της πλαστικής διατμητικής τροπής του ψαμμίτη *Serena* σε δοκιμή μονοαξονικού εφελκυσμού, και των καμπύλων που προκύπτουν από τα εμπειρικά μοντέλα πρόγνωσης



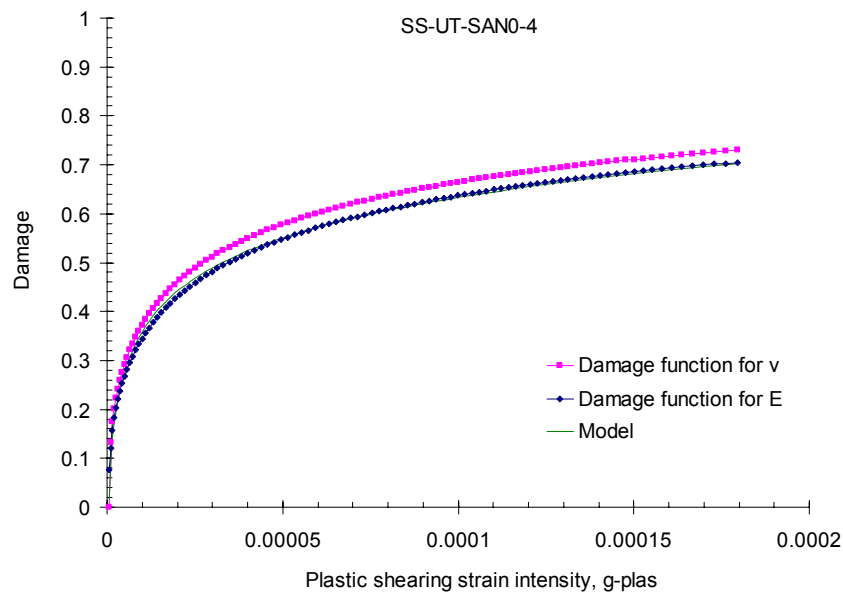
(α)



Σχήμα 4.13 Σύγκριση της εξέλιξης του μέτρου ελαστικότητας του ψαμμίτη *Serena*, υπό μονοαξονικό εφελκυσμό, σε συνάρτηση με την αξονική τάση με τις προβλέψεις των εμπειρικών μοντέλων

Όπως παρατηρείται από το σχήμα 4.14, εφαρμόστηκε στα αποτελέσματα των μοντέλων για το μέτρο ελαστικότητας και τον λόγο Poisson μια εξίσωση της μορφής:

$$\left. \begin{matrix} D_e^+ \\ D_\nu^+ \end{matrix} \right\} \cong 0.91 + 0.12 \cdot \ln(1000 g^{(pl)}) \quad (4.33)$$



Σχήμα. 4.14 Διάγραμμα της φθοράς σε συνάρτηση με την ένταση της πλαστικής διατμητικής τροπής του ψαμμίτη υπό εφελκυσμό, και της καμπύλης που προκύπτει από το εμπειρικό μοντέλο

Για να ληφθεί υπόψιν η επιρροή της τρίτης αναλλοίωτου των τάσεων στην επιφάνεια διαρροής του ψαμμίτη Serena στον τασικό χώρο, γίνεται η θεώρηση της γραμμικής παρεμβολής ανάμεσα στις καταστάσεις της θλίψης και της επιμήκυνσης.

$$F = T[a(g^{(pl)})\cos\alpha_{so} + b(g^{(pl)})\sin\alpha_{so}] - (q - p) \quad (4.34)$$

όπου οι συναρτήσεις a , b σχετίζονται με τους συντελεστές τριβής της επιμήκυνσης και της θλίψης αντίστοιχα, ως ακολούθως:

$$\begin{aligned} a(g^{(pl)}) &= \frac{1}{f_e(g^{(pl)})}, \\ b(g^{(pl)}) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{2}{f_c(g^{(pl)})} - \frac{1}{f_e(g^{(pl)})} \right) \end{aligned} \quad (4.35)$$

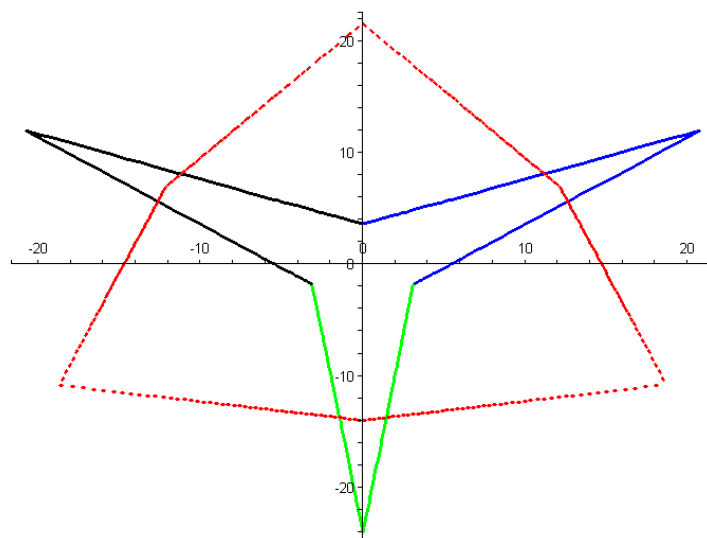
Ο νόμος διαρροής βαθμονομείται παρομοίως, ένεκα μιας γραμμικής παρεμβολής ανάμεσα στις καταστάσεις της επιμήκυνσης και της θλίψης

$$Q = T[a'(g^{(pl)})\cos\alpha_{so} + b'(g^{(pl)})\sin\alpha_{so}] - (\hat{q} - p) \quad (4.36)$$

όπου

$$\begin{aligned} a'(g^{(pl)}) &= \frac{1}{d_e(g^{(pl)})}, \\ b'(g^{(pl)}) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{2}{d_c(g^{(pl)})} - \frac{1}{d_e(g^{(pl)})} \right) \end{aligned} \quad (4.37)$$

και ο όρος \hat{q} είναι μια ελεύθερη παράμετρος.



Σχήμα. 4.15 Διάγραμμα των ιχνών της επιφάνειας διαρροής και της δυναμικής πλαστικής επιφάνειας στο επίπεδο π

Η προβλεψιμότητα του γενικού μοντέλου που προτείνεται παραπάνω, επικυρώνεται σε ένα επακόλουθο στάδιο, εφαρμόζοντας τα πειραματικά δεδομένα από τις δοκιμές θλίψης και εφελκυσμού. Η διαδικασία αυτή της επικύρωσης θα αποκαλύψει τις αδυναμίες του μοντέλου, οι οποίες θα πρέπει να επεξεργαστούν περαιτέρω με μια επαναληπτική μέθοδο, μέχρις ότου αποκτηθεί η μέγιστη δυνατότητα γενικής εφαρμογής του μοντέλου.

4.3 Ανάδρομη Ανάλυση του Μη Γραμμικού Καταστατικού Μοντέλου

Βάσει της παραπάνω ανάλυσης μπορεί να προβλεφθεί η συμπεριφορά του πετρώματος που υπάγεται σε τριαξονική θλίψη. Ο αλγόριθμος που παρατίθεται παρακάτω, εφαρμόστηκε σε ξεχωριστό φύλλο του Excel για κάθε πείραμα ξεχωριστά. Παρακάτω γίνεται ανάλυση του αλγόριθμου:

Στάδιο 1:

Αρχικά, η ένταση της ολικής πλαστικής διατμητικής τροπής ορίζεται να είναι ίση με το μηδέν. Στην συνέχεια, θεωρείται μια μη πεπερασμένη προσάυξηση της πλαστικής διατμητικής τροπής ($\dot{\epsilon}^{(pl)}$). Από αυτή την προσάυξηση υπολογίζεται η νέα ένταση

της ολικής πλαστικής τροπής στο βήμα (i+1), $g^{(pl),i}$. Ο υπολογισμός γίνεται αν προστεθεί η τιμή της πλαστικής διατμητικής τροπής $\dot{g}^{(pl)}$ στην τιμή της τροπής του προηγούμενου βήματος, $g^{(pl),i-1}$.

$$g^{(pl),i} = g^{(pl),i-1} + \dot{g}^{(pl)}, \quad i = 1, \dots, N \quad (4.38)$$

Στάδιο 2:

Αρχικά, από την $g^{(pl),i}$ υπολογίζεται ο συντελεστής τριβής f_c μέσω της εξίσωσης ανάδρομης ανάλυσης όπως αυτή υπολογίστηκε από τις δοκιμές μονοαξονικής και τριαξονικής θλίψης. Στην συνέχεια, η ενεργή γωνία τριβής ϕ_m και η ενεργή συνοχή c_m υπολογίζονται με την βοήθεια των εξισώσεων (4.7). Έπειτα, εξισώνοντας την συνάρτηση διαρροής με το μηδέν, ($F=0$) για τις συνθήκες θλίψης, υπολογίζεται η αξονική τάση ως ακολούθως:

$$\sigma_a = 2c_m \sqrt{\frac{1 + \sin \phi_m^i}{1 - \sin \phi_m^i}} + \sigma_l \frac{1 + \sin \phi_m^i}{1 - \sin \phi_m^i} \quad (4.39)$$

όπου έχει οριστεί:

$$\sigma_r = -\sigma_l \quad (4.40)$$

με τους όρους σ_r , σ_z να προσδιορίζουν την σταθερή πλευρική τάση και την αξονική (κάθετη) τάση, ενώ ο όρος σ_l προσδιορίζει την μετασχηματισμένη θετική πλευρική (διατμητική) τάση.

Για συνθήκες εφελκυσμού, η εξίσωση $F=0$ δίνει:

$$\sigma_a = \frac{6c_m \cos \phi_m^i}{3 - \sin \phi_m^i} \quad (4.41)$$

Στάδιο 3:

Κατά συνέπεια, εφαρμόζοντας τις ακόλουθες συνθήκες θλιπτικής φόρτισης:

$$f_1(g^{(pl)}) = 2c_m \sqrt{\frac{1 + \sin \phi_m^i}{1 - \sin \phi_m^i}},$$

$$f_2(g^{(pl)}) = \frac{1 + \sin \phi_m^i}{1 - \sin \phi_m^i}$$
(4.42)

η εξίσωση (4.39) παίρνει την μορφή:

$$\sigma_a = f_1(g^{(pl)}) + \sigma_l f_2(g^{(pl)})$$
(4.43)

Από την παραπάνω εξίσωση μπορεί να υπολογιστεί η προσαύξηση της αξονικής τάσης:

$$\dot{\sigma}_a^i = \frac{df_1}{dg^{(pl)}} \dot{g}^{(pl)} + \sigma_l \frac{df_2}{dg^{(pl)}} \dot{g}^{(pl)}$$
(4.44)

Για συνθήκες επιμήκυνσης:

$$\dot{\sigma}_a^i = \frac{df_1}{dg^{(pl)}} \dot{g}^{(pl)}, \quad f_1 = \frac{6c_m \cos \phi_m^i}{3 - \sin \phi_m^i}$$
(4.45)

Στάδιο 4:

Σε αυτό το στάδιο υπολογίζονται οι προσανξήσεις των πλαστικών παραμορφώσεων. Με την παραδοχή ότι οι παράγοντες της διασταλτικότητας σε θλίψη και επιμήκυνση δίνονται από τις εξισώσεις:

$$d_c = f_c - 0.5, \quad d_e = f_e + 0.9$$
(4.46)

τότε, η προσαύξηση της πλαστικής ογκικής τροπής υπολογίζεται ως εξής:

$$\dot{v}^{(pl),i} = d \cdot \dot{g}^{(pl),i} \quad i = 1, \dots, N$$
(4.47)

Κατά συνέπεια οι προσανξήσεις των πλαστικών τροπών υπολογίζονται με την βοήθεια της σχέσης:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_a^{(pl),i} &= \frac{1}{3}(\sqrt{3} + d) \dot{g}^{(pl),i} \\ \dot{\varepsilon}_l^{(pl),i} &= -\frac{1}{6}(\sqrt{3} - 2d) \dot{g}^{(pl),i} \end{aligned} \right\} \quad i = 1, \dots, N$$
(4.48)

Στάδιο 5:

Στην συνέχεια, οι προσαυξήσεις των ελαστικών παραμορφώσεων υπολογίζονται απο τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_a^{(el),i} &= \frac{\dot{\sigma}_a^i}{E_t(\dot{\epsilon}^{(pl),i})}, \\ \dot{\epsilon}_r^{(el),i} &= -\nu_t(\dot{\epsilon}^{(pl),i}) \frac{\dot{\sigma}_a^i}{E_t(\dot{\epsilon}^{(pl),i})}\end{aligned}\tag{4.49}$$

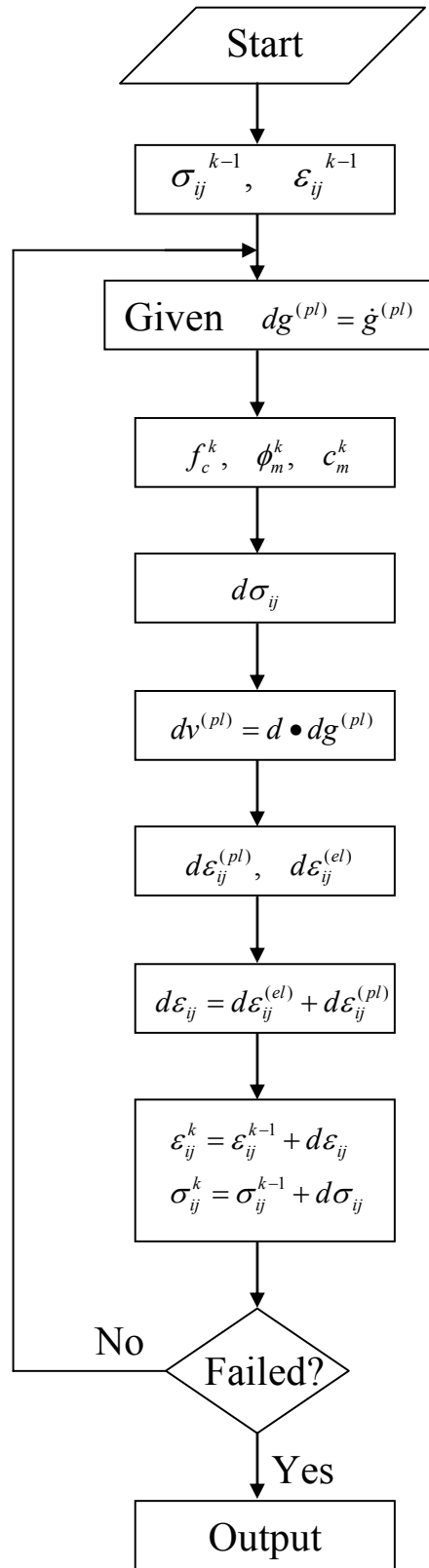
όπου τα μεγέθη $E_t(\dot{\epsilon}^{(pl),i})$, $\nu_t(\dot{\epsilon}^{(pl),i})$ υπολογίζονται σε κάθε στάδιο από την εξίσωση (4.68).

Από το στάδιο αυτό, αλλά και από το προηγούμενο, η επαύξηση των ολικών παραμορφώσεων εξάγεται από την πρόσθεση των ελαστικών και των πλαστικών επαυξήσεων των τροπών.

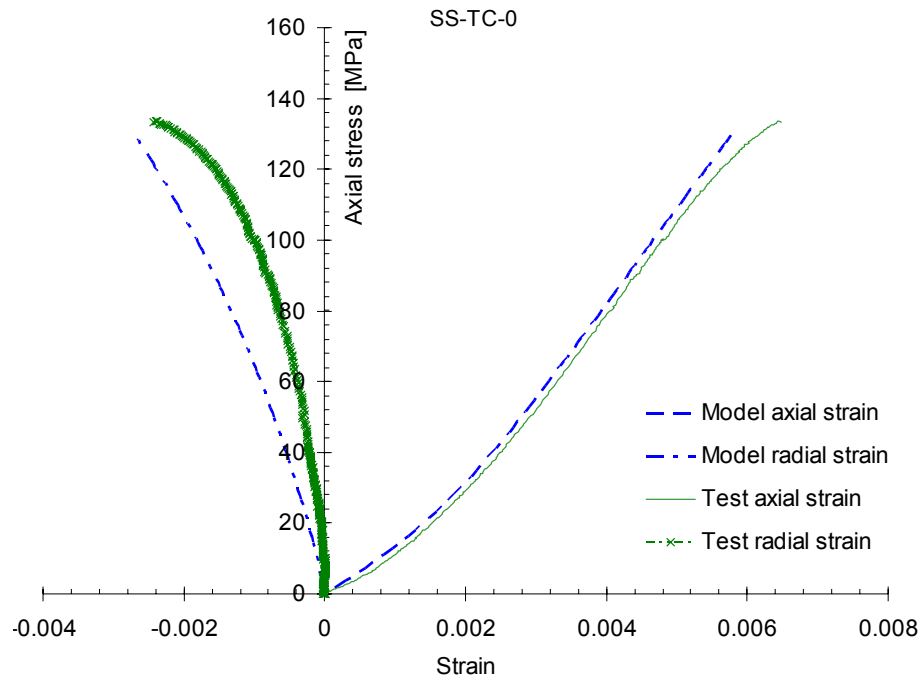
$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_a^i &= \dot{\epsilon}_a^{(pl),i} + \frac{\dot{\sigma}_a^i}{E_t(\dot{\epsilon}^{(pl),i})}, \\ \dot{\epsilon}_l^i &= \dot{\epsilon}_l^{(pl),i} - \nu_t(\dot{\epsilon}^{(pl),i}) \frac{\dot{\sigma}_a^i}{E_t(\dot{\epsilon}^{(pl),i})}\end{aligned}\tag{4.50}$$

Στάδιο 6:

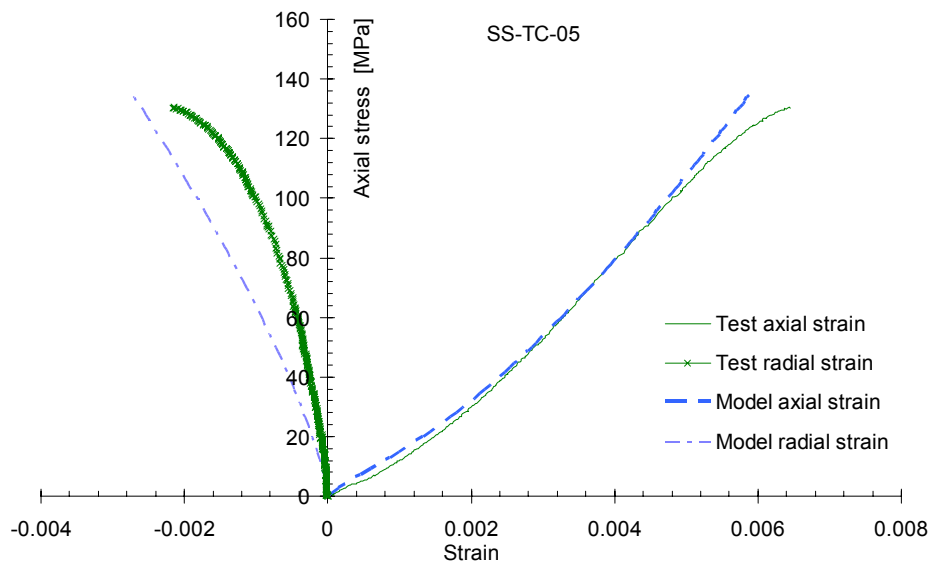
Τελικά, οι επαυξημένες τάσεις και παραμορφώσεις προστίθενται στις ολικές τάσεις και παραμορφώσεις του προηγούμενου βήματος (i-1) ώστε να υπολογιστούν οι αντίστοιχες ολικές τάσεις και παραμορφώσεις στο παρόν στάδιο.



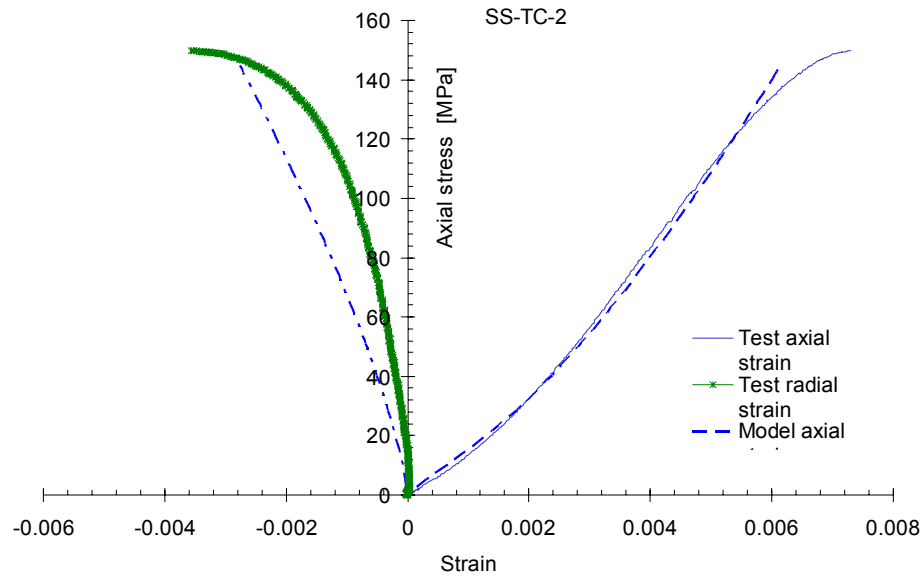
Σχήμα 4.16 Διάγραμμα του αλγόριθμου ανάδρομης ανάλυσης (back-analysis)



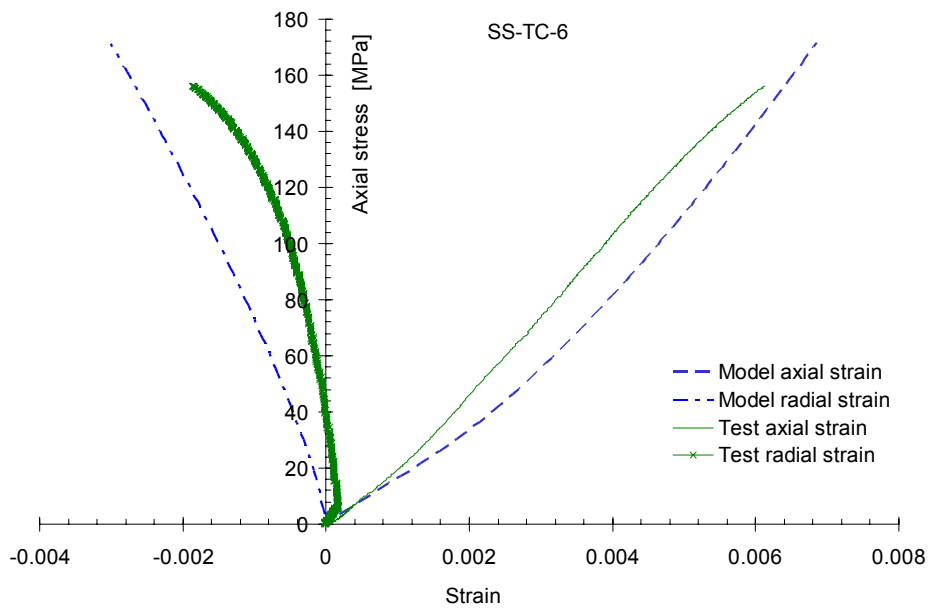
(α)



(β)



(γ)



(δ)

Σχήμα 4.17 Σύγκριση του μοντέλου πρόβλεψης με τα πειραματικά αποτελέσματα για διάφορες δοκιμές τριαξονικών δοκιμών (α , β , γ και δ)

5. Η Βάση Δεδομένων Μηχανικής Πετρωμάτων

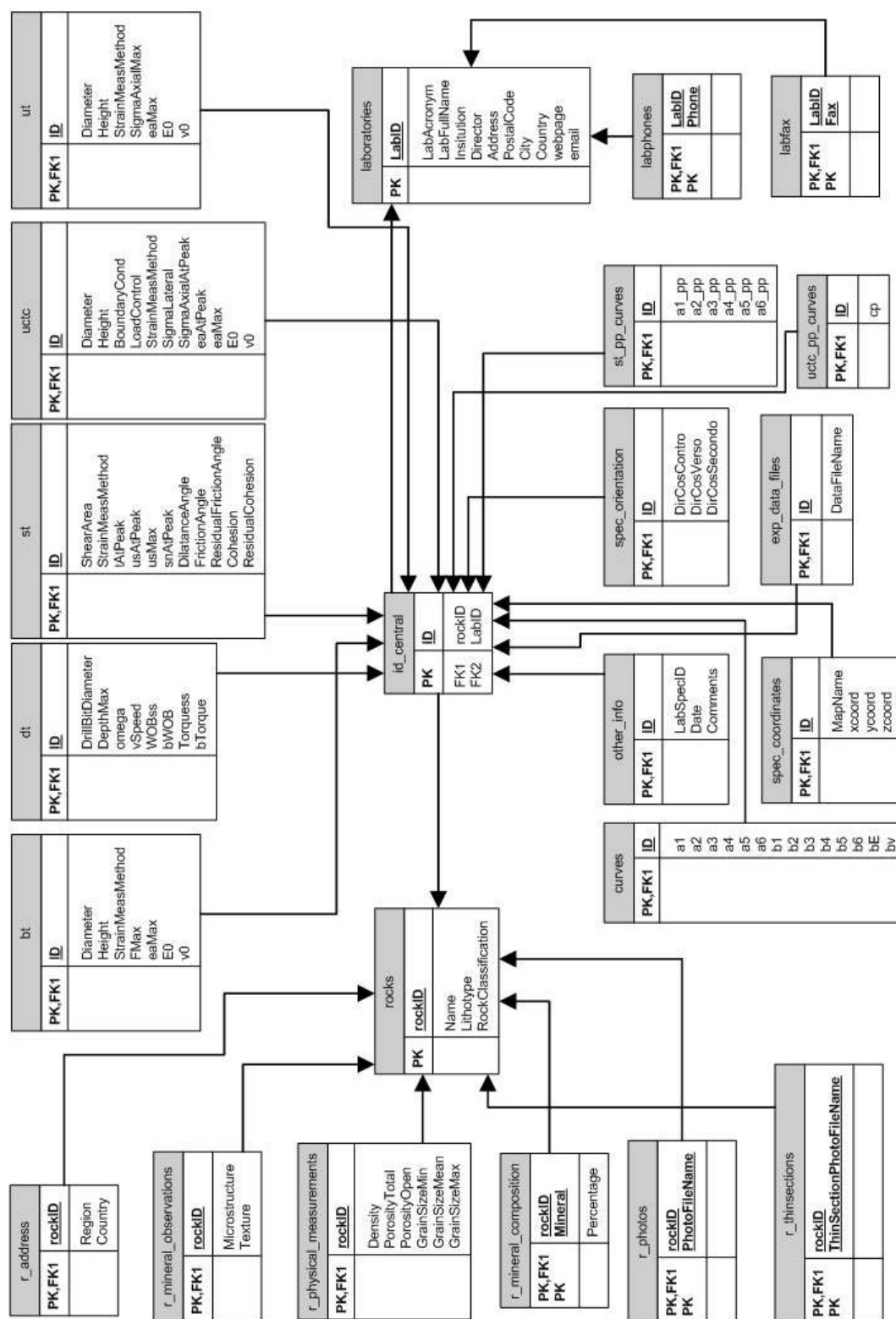
5.1 Η Δομή της Αρχικής και της Σχεσιακής Βάσης Δεδομένων

Η Αρχική Βάση Δεδομένων που κατασκευάστηκε περιέχει τα πειραματικά αποτελέσματα από δοκιμές, σε μορφή τυποποιημένων φύλλων εργασίας (Excel). Κάθε αρχείο αντιστοιχεί σε ένα πείραμα για κάθε πέτρωμα ξεχωριστά. Τα πειράματα αφορούν 32 διαφορετικά πετρώματα (μάρμαρα, ψαμμίτες κ.α.) και διεξήχθησαν σε τέσσερα διαφορετικά εργαστήρια:

- Το εργαστήριο Μελέτης & Σχεδιασμού Εκμεταλλεύσεων του Πολυτεχνείου Κρήτης
- Το εργαστήριο Μηχανικής Πετρωμάτων του Πολυτεχνείου Κρήτης
- Το εργαστήριο Rock Mechanics and Tunneling του Πολυτεχνείου του Graz (Αυστρία)
- Το εργαστήριο Formation Physics της εταιρίας SINTEF Petroleum Research (Νορβηγία)

Εν συνεχεία, η Βάση αυτή τροφοδοτεί μια ‘Ανώτερη Σχεσιακή’ Βάση, που δημιουργήθηκε στα πλαίσια της υπο εκπόνηση Διδακτορικής Διατριβής του Διπλ. Μηχ. Ορυκτών Πόρων κ. Παντελή Λιόλιου. Θα είναι σε μια μορφή διαδικτυακής εφαρμογής, ώστε ανά πάσα στιγμή και από οποιοδήποτε μέρος, να μπορεί ο χρήστης να έχει πρόσβαση. Τα δεδομένα έχουν εισαχθεί στην αγγλική γλώσσα.

Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται η δομή της Αρχικής Βάσης Δεδομένων (βλ. Σχ. 5.1).



Σχήμα 5.1 Αναλυτικό διάγραμμα της δομής της Αρχικής Βάσης Δεδομένων Μηχανικής Πετρωμάτων

5.2 Η Περιγραφή της Δομής της Βάσης

Τα βήματα που ακολουθήθηκαν για την κατασκευή της Βάσης ήταν: (α) πλήρωση της Αρχικής Βάσης με δεδομένα και αποτελέσματα υπολογισμών των πειραμάτων (που είναι και ο στόχος της διατριβής αυτής), (β) προτυποποίηση των φύλλων Excel στην ίδια μορφή για τα ίδια είδη πειραμάτων (επίσης στόχος της παρούσας διατριβής), (γ) συλλογή πληροφοριών για την σύσταση, την δομή και την γένεση των πετρωμάτων, καθώς και φωτογραφιών (μακροσκοπικών και μικροσκοπικών) και (δ) έλεγχος σωστής λειτουργίας της βάσης.

Η Βάση Δεδομένων Μηχανικής Πετρωμάτων απαρτίζεται από τρεις τομείς:

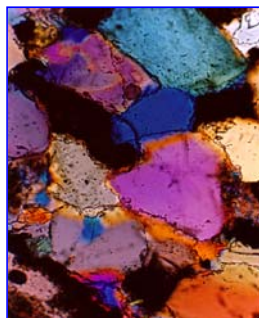
1. **Τομέας Πετρωμάτων:** Περιέχει πίνακες, που περιέχουν δεδομένα για όλα τα πετρώματα που εξετάστηκαν, φωτογραφίες των δοκιμίων, πληροφορίες σχετικά με την γένεση τους, μικροσκοπικές παρατηρήσεις, την ορυκτολογική τους σύσταση, την υφή και την μικροδομή τους, καθώς και τις τιμές των φυσικών τους ιδιοτήτων.
2. **Τομέας Πειραμάτων:** Στην ενότητα αυτή εμπεριέχονται σε πίνακες ιδιότητες όπως η γεωμετρία των δοκιμίων, οι οριακές συνθήκες, οι τεχνικές μέτρησης καθώς και οι τιμές βασικών παραμέτρων των τάσεων και των παραμορφώσεων.
3. **Τομέας Εργαστηρίων:** Στην ενότητα αυτή οι πίνακες περιέχουν δεδομένα σχετικά με τα εργαστήρια όπου πραγματοποιήθηκαν τα πειράματα (τηλέφωνα, διευθύνσεις, κ.α.)

Στην συνέχεια παρατίθεται μια σύντομη περιγραφή της δομής και των ιδιοτήτων της βάσης δεδομένων:

- Διαχωρίζεται σε τρεις τομείς: (α) των τομέα των πετρωμάτων, (β) τον τομέα των πειραμάτων και (γ) τον τομέα των εργαστηρίων. Ο τομέας των πειραμάτων διαιρείται σε πέντε υποενότητες, κάθε μια εκ των οποίων αντιστοιχεί σε ένα είδος δοκιμής (άμεσου εφελκυσμού, έμμεσου εφελκυσμού, μονοαξονικής ή τριαξονικής θλίψης, διάτμησης, μικροδιάτμησης). Οι τομείς των πετρωμάτων και των εργαστηρίων, καθώς και κάθε υποενότητα του τομέα των πειραμάτων περιέχουν αρκετούς πίνακες, από τους οποίους πάντα ένας πίνακας είναι ο κεντρικός και περιέχει βασικές πληροφορίες, και οι υπόλοιποι είναι υποπίνακες που περιέχουν πρόσθετες

πληροφορίες. Κάθε σειρά από δεδομένα που εισάγεται στους πίνακες είναι μια καταγραφή, και οι γραμμές στους υποπίνακες εξαρτώνται από τις γραμμές του κύριου πίνακα στον οποίο υπάγονται. Κατά συνέπεια, η βάση θα αρνηθεί να αποθηκεύσει μια καταγραφή σε έναν υποπίνακα, αν δεν υπάρχει μια αντίστοιχη σχετική καταγραφή στον κύριο πίνακα.

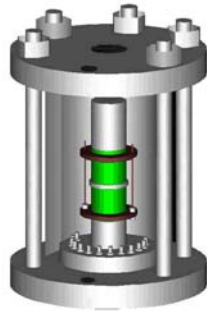
- Κάθε πέτρωμα συνδέεται με όσες δοκιμές (θλίψης, εφελκυσμού κ.α.) έχουν γίνει σε δοκίμια του πετρώματος από διάφορα εργαστήρια.
- Κάθε εργαστήριο συνδέεται με συγκεκριμένα πειράματα τα οποία πραγματοποίησε
- Μπορεί να γίνει συσχέτιση μεταξύ της λιθολογίας του πετρώματος και τις διάφορες μηχανικές του ιδιότητες
- Τα είδη των πειραμάτων είναι πετρογραφικές και μικροσκοπικές παρατηρήσεις, μέτρηση των φυσικών ιδιοτήτων των υλικών (πυκνότητα, πορώδες), πρότυπες δοκιμές (θλίψης, εφελκυσμού, διάτμησης κ.α.), καθώς και μια καινούργια μη προτυποποιημένη δοκιμή μικροδιάτμησης (βλ. Σχ. 5.2)
- Τα δεδομένα κατηγοριοποιούνται σε πρωτογενή και επεξεργασμένα. Στα πρωτογενή στοιχεία υπάγονται δεδομένα όπως ο αριθμός του πειράματος, η γεωμετρία του δοκιμίου, η μέγιστη τάση και η μέγιστη παραμόρφωση, η παραμόρφωση κατά την αστοχία, η πλευρική τάση κ.α. Στα επεξεργασμένα στοιχεία περιλαμβάνονται οι σταθεροοί όροι των πολυωνυμικών εξισώσεων (βλ. εξ. 3.3 και 3.11) τα όρια των τάσεων και των παραμορφώσεων (για την καλύτερη γραφική απεικόνιση των πολυωνυμικών εξισώσεων), καθώς και οι τιμές των ιδιοτήτων του πετρώματος (μέτρο ελαστικότητας, λόγος Poisson κ.α.).



(α)



(β)



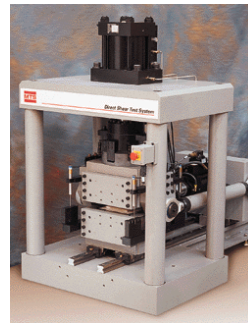
(γ)



(δ)



(ε)



(στ)



(ζ)

Σχήμα 5.2 Φωτογραφίες των βασικών πειραμάτων

(α) Λεπτή τομή ενός πορώδους πετρώματος,

(β) Δοκιμή μονοαξονικής θλίψης (UC),

(γ) Δοκιμή τριαξονικής θλίψης (TC),

(δ) Μονοαξονικός εφελκυσμός (UT),

(ε) Δοκιμή έμμεσου εφελκυσμού (BT),

(στ) Δοκιμή διάτμησης (ST) και

(ζ) Δοκιμή μικροδιάτμησης (DT)

Τα πλεονεκτήματα μιας τέτοιας βάσης δεδομένων είναι τα ακόλουθα:

1. Το βασικό χαρακτηριστικό της βάσης είναι ότι κάθε πείραμα αξιολογείται ορθά και οι μη γραμμικές σχέσεις των τάσεων με τις τροπές εκφράζονται μέσα από μαθηματικές εξισώσεις (πολυώνυμα, εκθετικές συναρτήσεις κ.α.). Αυτό οδηγεί σε αναπαραγωγή και ανάκτηση κάθε πειράματος και περαιτέρω, σε μια γενίκευση σε κάθε είδους συνθήκες τάσεων.
2. Τα προτεινόμενα καταστατικά μοντέλα μπορούν να πιστοποιηθούν με βάση τα πειραματικά δεδομένα (ανάδρομη ανάλυση). Δύναται, επίσης, η πιστοποίηση αυτή να γίνει και βάσει μοντέλων που θα αναπτυχθούν ή έχουν ήδη αναπτυχθεί με χρήση αριθμητικών μεθόδων (Πεπερασμένα Στοιχεία, Διακριτά Στοιχεία κ.α.)
3. Από τα πειραματικά δεδομένα μπορούν να εξαχθούν κανόνες και σχέσεις ανάμεσα στις διάφορες φυσικομηχανικές παραμέτρους και τις παραμέτρους μικροδομής των πετρωμάτων. Παράδειγμα αποτελεί η συσχέτιση μεταξύ του μέτρου ελαστικότητας του Young και της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη.
4. Βάσει του παραπάνω σημείου, μπορεί να γίνει προκαταρκτική εκτίμηση των βασικών ελαστικών παραμέτρων και των παραμέτρων αντοχής κατά την φάση της σχεδίασης ενός έργου υπόγειας διανοίξης, με την Βάση Δεδομένων Μηχανικής Πετρωμάτων.
5. Η βαθμονόμηση της δοκιμής μικροδιάτρησης με τα προτυποποιημένα πειραματικά δεδομένα των άλλων ειδών δοκιμών. Η φορητή συσκευή μικροδιάτρησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε επιτόπιες μετρήσεις, σε πυρήνες γεωτρήσεων και σε μέτωπα σηράγγων, για την εκτίμηση των μηχανικών ιδιοτήτων των πετρωμάτων. Η δοκιμή μικροδιάτρησης μπορεί να θεωρηθεί και ως προσομοίωση της λειτουργίας των μηχανημάτων εκσκαφής σηράγγων (TBM's και Roadheader's).

5.3 Καταγραφή Δεδομένων στην Βάση

Στην βάση δεδομένων εισήχθησαν καταγραφές για 32 διαφορετικά πετρώματα (βλ. Πιν. 5.1). Για τα πετρώματα αυτά μορφοποιήθηκαν και εισήχθησαν στην βάση δεδομένα από 235 πειράματα βραχομηχανικής, σύμφωνα με τις προδιαγραφές που αναφέρθηκαν και περιγράφησαν στις προηγούμενες ενότητες. Ο καταμερισμός των πειραμάτων παρουσιάζεται στον πίνακα 5.1.

Πίνακας 5.1 Τα πετρώματα των οποίων οι καταγραφές εισήχθησαν στην Βάση δεδομένων

ID	Rock Name	Classification	Country	UCTC	BT	UT	ST	DT
1	Gioia Marble	Metamorphic	Italy	3	2	-	-	-
2	Cervairole Marble	Metamorphic	Italy	1	1	-	-	-
3	Dionysos Marble	Metamorphic	Greece	6	1	1	-	-
4	Lorano (Carrara) Marble	Metamorphic	Italy	4	-	1	-	-
5	Pentelikon Marble	Metamorphic	Greece	1	1	-	-	-
6	Portland Limestone	Sedimentary	UK	3	1	-	-	-
7	Vicenza Limestone	Sedimentary	Italy	3	2	-	-	-
8	Sander Sandstone	Sedimentary	Germany	3	4	2	-	-
9	Serena Sandstone	Sedimentary	Italy	3	1	1	-	-
10	Grunnes Soapstone	Metamorphic	Norway	3	-	-	-	-
11	Lecce Limestone	Sedimentary	Italy	3	1	-	-	-
12	Tuffeau de Maastricht Chalk	Sedimentary	Holland	3	-	-	-	-
13	Mortar (plain)	Artificial	Italy	5	-	-	-	-
14	Mortar consolidated	Artificial	Italy	3	-	-	-	-
15	Canaloni Marble	Metamorphic	Italy	5	2	-	-	-
16	Red Wildmoor Sandstone	Sedimentary	Norway	6	-	-	-	-
17	Alphas Limestone	Sedimentary	Greece	1	-	-	-	-
18	Alternating sequence: Silicate Marble/Quartzite/Platy Gneiss	Metamorphic	Austria	5	23	-	2	-
19	Alternating sequence: Silicate Marble/Quartzite/Gneiss	Metamorphic	Austria	3	5	-	2	-
20	Amphibolite	Metamorphic	Austria	3	3	-	1	-
21	Dolomite Breccia	Sedimentary	Austria	3	12	-	1	-
22	Fine grained Gneiss	Metamorphic	Austria	2	5	-	1	-
23	Platy Gneiss	Metamorphic	Austria	5	4	-	1	-
24	Garnet Amphibolite	Metamorphic	Austria	2	7	-	3	-
25	Gneiss	Metamorphic	Austria	3	3	-	1	-
26	Gneiss / Mica Schist	Metamorphic	Austria	4	3	-	2	-
27	Gneiss / Pegmatoid Pegmatite	Metamorphic	Austria	3	7	-	-	-
28	Warstein Limestone	Sedimentary	Austria	4	5	-	2	-
29	Pegmatoid Pegmatite	Igneous	Austria	3	7	-	2	-
30	Red Sandstone	Sedimentary	Austria	2	3	-	-	-
31	Schistose Gneiss	Metamorphic	Austria	5	3		-	-
32	Tectonic Breccia	Sedimentary	Austria	1	2		-	-

6. Βιβλιογραφία

- [1] Banchelli, A., Fratini, F., Germani, M., Malesani, P., and Manganelli Del Fà, C., 1997, *The sandstones of Florentine historic buildings: individuation of the marker and determination of the supply quarries of the rocks used in some Florentine monuments*: Science and Technology for Cultural Heritage v. 6, no. 1, pp. 13-22
- [2] Chen, W.F. and Han, D.J., 1988, *Plasticity for Structural Engineers*. Springer-Verlag, New York.
- [3] Cipriani, C., and Malesani, P., 1963, *Ricerche sulle arenarie: 8) Determinazioni microscopiche sulle arenarie delle formazioni del Macigno e della Marnoso Arenacea*: Periodico di Mineralogia v. 32, no. 2-3, pp. 343-345.
- [4] Frederick, D. and Chang, T.S., 1972, *Continuum Mechanics*, Scientific Publishers, Inc., Cambridge.
- [5] Guyer R. and Johnson P., 1999, *Nonlinear mesoscopic elasticity: Evidence for a new class of materials*, *Physics Today*, 30-36.
- [6] Jaeger, J.C. and Cook, N.G.W., 1976, *Fundamentals of Rock Mechanics*, Chapman and Hall, London.
- [7] Johnson, P.A., 2007, *Nonequilibrium non-linear dynamics in solids: State of the art in methods and applications*, Universality of Nonclassical Nonlinearity, Chapter 4, Part I, Springer New York, pp 49-69.
- [8] Hill, R., 1950, *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford at Clarendon Press.

- [9] Holcomb, D.J. 1981, *Memory, relaxation, and micro-fracturing in dilatant rock*. Journal of Geophysical Research, Vol. 86, No. B7, pp. 6235-6248.
- [10] Kachanov L.M., 1974, *Fundamentals of the Theory of Plasticity*, MIR Publishers, Moscow.
- [11] Lemaitre J., 1992, *A Course on Damage Mechanics*. Springer-Verlag, Berlin.
- [12] Truesdell C. and Noll W., 1965, *The Non-Linear Field Theories of Mechanics*, Springer-Verlag, Berlin.
- [13] Vardoulakis, I. and Sulem, J., 1995, *Bifurcation Analysis in Geomechanics*, Blackie Academic & Professional.
- [14] Vardoulakis, I., Kourkoulis, S.K., and Exadaktylos, G.E., 1998, *Elasticity of Marble, In Recent Advances in Mechanics*, Xanthi, Greece, July 10-12, 1998, Kounadis A.N. & Gdoutos E.E. eds.