



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΕΝΤΑΤΙΚΟ-ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΑΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΚΛΙΚΟΥ ΑΝΟΙΓΜΑΤΟΣ
ΜΕ ΕΠΕΝΔΥΣΗ ΔΥΟ ΣΤΡΩΣΕΩΝ**

ΚΑΨΑΛΑΣ ΧΡΗΣΤΟΣ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Καθηγητής Γ. Εξαδάκτυλος (επιβλέπων)

Επ. Καθηγητής Εμμ. Στειακάκης

Δρ. Π. Λιόλιος

Ιούλιος 2018, Χανία

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο, εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευτεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις των εξεταστών.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας έγινε με τη βοήθεια και την υποστήριξη συγκεκριμένων ανθρώπων που θα ήθελα να ευχαριστήσω.

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ. Εξαδάκτυλο Γεώργιο ο οποίος μου έδωσε ένα θέμα σύμφωνα με το αντικείμενο που του είχα αναφέρει πως θέλω να δουλέψω. Τον ευχαριστώ ακόμα για τη βοήθεια του και την εμπιστοσύνη που μου έδειξε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Επ. Καθηγητή κ. Στειακάκη Εμμανουήλ, τον κ. Λιόλιο Παντελή και τον Δρ. Ξηρουδάκη Γεώργιο για την επίβλεψη της διπλωματικής αυτής εργασίας.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω και να αφιερώσω την παρούσα διπλωματική στην οικογένεια μου και στους ανθρώπους που ήταν δίπλα μου όλο αυτόν τον καιρό.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας είναι ο υπολογισμός τάσεων και μετατοπίσεων γύρω από κατακόρυφες ή οριζόντιες γεωτρήσεις παραγωγής υδρογονανθράκων. Οι λύσεις αυτές έστω και με τη θεώρηση ενός ελαστικού μοντέλου συμπεριφοράς σωλήνα-τσιμέντου που απαρτίζουν την σύνθετη κατασκευή της γεωτρήσεως και συντελούν στη «σύμμικτη διατομή γεώτρησης» είναι σημαντικές για τη διαστασιολόγηση των και τις ελαστικές παραμέτρους και παραμέτρους αντοχής των. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος των μιγαδικών δυναμικών των Muskhelishvili-Savin για την εύρεση της αναλυτικής λύσης σε συνθήκες επίπεδης παραμορφωσιακής ανάλυσης του υπόψιν προβλήματος.

Για την εύρεση της τελικής λύσης χρησιμοποιήθηκαν οι εξισώσεις συνέχειας των τάσεων και των μετατοπίσεων στις διεπιφάνειες μεταξύ μεταλλικού δακτυλίου-τσιμέντου τσιμέντου-πετρώματος θεωρώντας συνθήκες τέλει επαφής των δακτυλίων και οι συνοριακές συνθήκες που είναι η πίεση του πολφού στον εσωτερικό δακτύλιο, το αρχικό εντατικό πεδίο μακριά από το άνοιγμα και ο χρόνος τοποθέτησης των δακτυλίων εντός της γεώτρησης. Η λύση προγραμματίστηκε σε κώδικα με την χρήση κατάλληλου υπολογιστικού πακέτου με δεδομένα τις εσωτερικές και εξωτερικές ακτίνες των δακτυλίων, τα μέτρα ελαστικότητας των υλικών των δακτυλίων και της βραχομάζας, τις προϋπάρχουσες τάσεις, την πίεση που εξασκείται εντός της γεωτρήσεως από τη λάσπη και εξαρτάται από τη σχετική πυκνότητα της τελευταίας, και το χρόνο τοποθέτησης της υποστήριξης.

Στην παρούσα εργασία αρχικά γίνεται μια περιληπτική ανασκόπηση σχετικά με την όρυξη γεωτρήσεων εξόρυξης υδρογονανθράκων. Έπειτα δίνονται οι βασικές εξισώσεις της θεωρίας της ελαστικότητας και η απλή λύση για την ανυποστύλωτη κυκλική γεώτρηση. Έπειτα ακολουθούν οι γενικές εξισώσεις που διέπουν το υπόψιν πρόβλημα, έπειτα ο τρόπος που προκύπτει η αναλυτική λύση και το διάγραμμα ροής του κώδικα που προγραμματίστηκε η αναλυτική λύση. Με βάση αυτού του κώδικα έγιναν τα απαραίτητα διαγράμματα των τάσεων και μετατοπίσεων γύρω από το άνοιγμα με και χωρίς υποστήριξη. Στην πρώτη στρώση χρησιμοποιήθηκαν οι ελαστικές ιδιότητες ενός ανοξείδωτου χάλυβα. Στη δεύτερη στρώση θεωρήθηκαν τυπικές ιδιότητες τσιμέντου σε τέλεια επαφή στον εσωτερικό σωλήνα και σε τέλεια επαφή με το πέτρωμα. Τέλος για το περιβάλλον πέτρωμα χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα ενός ψαμμιτικού πετρώματος.

Στο τέλος της εργασίας αναφέρονται τα κυριότερα συμπεράσματα που προέκυψαν και κάποιες προτάσεις για την περαιτέρω διερεύνηση του προβλήματος της μηχανικής συμπεριφοράς γεωτρήσεων σε μεγάλα βάθη.

Πίνακας περιεχομένων

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ	ii
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	iii
1 Εισαγωγή.....	1
1.1 Σκοπός	1
1.2 Γεωτρήσεις στην έρευνα και παραγωγή υδρογονανθράκων	1
1.3 Γεωτρητικός εξοπλισμός	5
1.3.1 BOP (Blow out preventer)	5
1.3.2 Κοπτικά άκρα.....	6
1.3.3 Δακτύλιος επίπλευσης (Float Collar).....	6
1.3.4 Κεντρωτήρες	7
1.3.5 Αποξεστήρες (scratchers)	7
1.4 Λάσπη γεωτρήσεων (drilling mud or fluid)	8
1.5 Εντατικό-παραμορφωσιακή ανάλυση επενδεδυμένης γεώτρησης.....	9
1.5.1 Πρώτος δακτύλιος - Επένδυση-περίβλημα (casing)	9
1.5.2 Δεύτερος δακτύλιος - Τσιμέντο (cement)	11
1.5.3 Ψαμμιτικά πετρώματα-ισότροπο ομογενές μέσο	12
2 Θεωρία ελαστικότητας.....	14
2.1 Ο τανυστής τάσεων	14
2.2 Ανηγμένη παραμόρφωση	16
2.3 Ελαστικές σταθερές.....	16
2.4 Νόμος του Hooke	17
2.5 Επίπεδη ελαστική ανάλυση	18
3 Αναλυτικές λύσεις για ανυποστήρικτο κυκλικό άνοιγμα.....	20
3.1 Εντατικό πεδίο.....	20
3.2 Συνθήκες μελέτης τάσεων γύρω από κυκλικά ανοίγματα.....	21
3.3 Οι λύσεις του Kirsch	21
4 Η μέθοδος των μιγαδικών δυναμικών.....	24
4.1 Εξισώσεις ισορροπίας	24

4.2	Πολικό σύστημα συντεταγμένων	24
4.3	Μιγαδικοί αριθμοί	25
4.4	Εκφράσεις των τάσεων και των μετατοπίσεων σε μιγαδική μορφή	25
4.5	Ειδικές συναρτήσεις του Muskhelishvili	26
4.6	Οι εκφράσεις των τάσεων σε πολικές συντεταγμένες.....	26
4.7	Υπολογισμός τάσεων και μετατοπίσεων.....	27
4.8	Υπολογισμός αγνώστων συντελεστών.....	29
4.9	Διάγραμμα ροής του κώδικα	30
5	Αριθμητικά αποτελέσματα ελαστικής ανάλυσης επενδεδυμένης γεώτρησης με δύο δακτυλίους.....	33
5.1	Κυκλικό άνοιγμα χωρίς προ-φόρτιση.....	33
5.2	Ανυποστήρικτο κυκλικό άνοιγμα	34
5.3	Υποστηριγμένο με δύο δακτυλίους.....	37
5.4	Επίδραση ανισότροπου πεδίου φόρτισης.....	40
5.5	Επίδραση πάχους επένδυσης και τσιμέντου.....	43
5.6	Επίδραση μέτρου διάτμησης τσιμέντου	44
5.7	Κυκλικό άνοιγμα με χαλάρωση της βραχομάζας	45
6	Συμπεράσματα – Προτάσεις	47
	Βιβλιογραφία	49
	Πηγές Διαδικτύου	49

1 Εισαγωγή

1.1 Σκοπός

Η δημιουργία ενός ανοίγματος στη μάζα ενός προ-φορτισμένου πετρώματος (μέσου) προκαλεί μεταβολή του εντατικού πεδίου του αδιατάρακτου πετρώματος. Όπως αναφέρεται στους (*Mahtab and Grasso, 1992*) στην περίπτωση εκσκαφής ανυποστήρικτης κυκλικής διατομής, η λύση της ελαστικότητας δίνει αναλυτικές εκφράσεις (σε πολικές συντεταγμένες r, θ) για την εφαπτομενική τάση σ_θ , την ακτινική τάση σ_r και τη διατμητική τάση $\tau_{r\theta}$, μετά τη δημιουργία του ανοίγματος που ανέπτυξε ο *Kirsch (1898)*.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάζεται η λύση του κυκλικού ανοίγματος σε ελαστικό πέτρωμα που υποστηρίζεται από δυο κυκλικούς δακτυλίους από διαφορετικό υλικό με σκοπό να μελετηθεί το πραγματικό πρόβλημα βαθιάς γεώτρησης εξόρυξης πετρελαίου.

Για την επίτευξη της λύσης αυτή θεωρείται ένα απείρως μεγάλης έκτασης ελαστικό, ισότροπο μέσο. Στο μέσο αυτό δημιουργείται κυκλικό άνοιγμα υποστηριγμένο με ένα σύνθετο δακτύλιο εξωτερικής ακτίνας R και υποβάλλεται σε ένα δεδομένο σύστημα εξωτερικών τάσεων (p_x, p_y) . Ο δακτύλιος αυτός μπορεί να αποτελείται από ομόκεντρους δακτυλίους $(k_1, k_2, k_3, \dots, k_s)$ διαφορετικών υλικών. Στην περίπτωση λοιπόν που οι δακτύλιοι και το περιβάλλον μέσο υποβληθούν σε ένα σύστημα εξωτερικών τάσεων γίνεται και η ανάλογη κατανομή των τάσεων στους σύνθετους δακτυλίους αλλά και στη μάζα που το περιβάλλει.

Σκοπός της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας είναι η σύνθεση της αναλυτικής λύσης τάσεων και παραμορφώσεων του κυκλικού ανοίγματος με επένδυση (casing) μιας γεώτρησης υδρογονανθράκων που αποτελείται από δύο ελαστικούς δακτυλίους και ο προγραμματισμός της λύσεως αυτής σε κατάλληλο υπολογιστικό πρόγραμμα. Η δημιουργία ενός τέτοιου κώδικα έχει ως στόχο την πρόβλεψη των τάσεων και των παραμορφώσεων εντός του ελαστικού μέσου γύρω από τη γεώτρηση και εντός των δακτυλίων. Για την επαλήθευση του κώδικα γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων του υπολογιστικού προγράμματος, για την περίπτωση κυκλικού ανοίγματος χωρίς επένδυση (casing), με τις λύσεις των τάσεων και των μετατοπίσεων με βάση την αναλυτική λύση του *Kirsch*.

1.2 Γεωτρήσεις στην έρευνα και παραγωγή υδρογονανθράκων

Οι υδρογονάνθρακες είναι χημικές ενώσεις οι οποίες αποτελούνται από άτομα άνθρακα και υδρογόνου. Το πετρέλαιο και το φυσικό αέριο είναι η κύρια πηγή παραγωγής υδρογονανθράκων. Τις περισσότερες φορές βρίσκονται αποθηκευμένα σε

πορώδη πετρώματα στα ανωτέρα τμήματα του στερεού φλοιού της γης. Η δημιουργία των υδρογονανθράκων εξαρτάται από τρεις κυρίους παράγοντες:

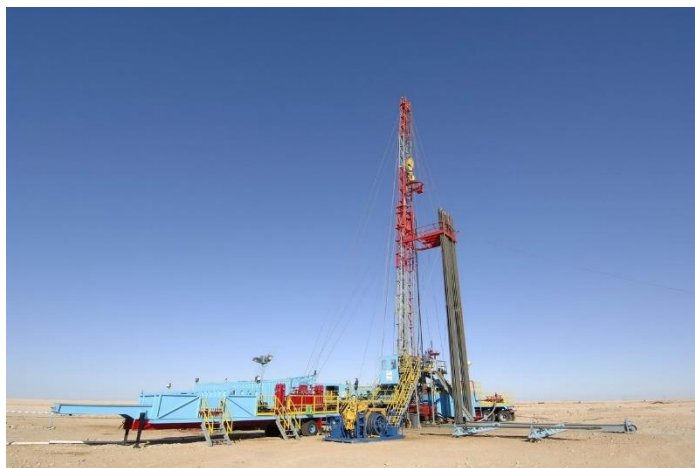
- Παρουσία οργανικών ουσιών πλούσια σε υδρογονάνθρακες.
- Επαρκής θερμοκρασία (60° - 120° C)
- Επαρκής χρόνος για να ωριμάσει το πέτρωμα που φιλοξενεί τους υδρογονάνθρακες, σε συνδυασμό με κατάλληλη πίεση και παρουσία βακτηρίων και καταλυτών.

Οι παραπάνω παράγοντες σε συνδυασμό με κατάλληλη πίεση και παρουσία βακτηρίων και καταλυτών είναι αρκετά κρίσιμοι για την ανάπτυξη ενός πετρελαϊκού συστήματος.

Ο σκοπός των γεωτρήσεων μπορεί να είναι διαφορετικός και καθορίζεται ανάλογα με τις ανάγκες και τις επιλογές των εταιριών που τις αναλαμβάνουν. Έτσι λοιπόν έχουμε και τον ανάλογο τύπο γεώτρησης κάθε φορά. Οι κύριοι λόγοι για την διαδικασία μια γεώτρησης είναι οι εξής ([Πορφυράκης, 2016](#)):

- Για ερευνητικούς λόγους. Δημιουργία διάνοιξης δηλαδή για την έρευνα κοιτάσματος.
- Για λόγους έγχυσης. Δημιουργούνται με σκοπό την έγχυση υγρών η αέριων σε ένα κοιτάσμα, π.χ να διατηρηθεί σταθερή η εσωτερική του πίεση.
- Για την έρευνα της στρωματογραφίας του υπεδάφους.
- Για εκμετάλλευση κοιτάσματος.

Οι γεωτρήσεις μπορούν να διαχωριστούν σε χερσαίες ([Σχ.1-1](#)) και υπεράκτιες ([Σχ.1-2](#)) ανάλογα με την τοποθεσία που θα κατασκευαστούν.

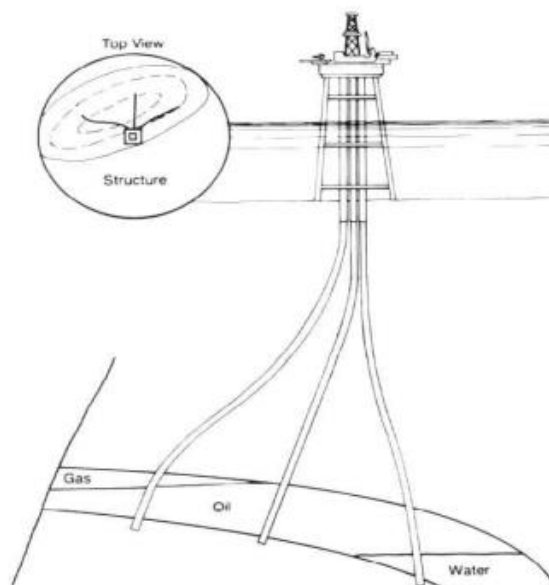


Σχήμα 1-1: Χερσαία πλατφόρμα γεώτρησης (www.pennenergy.com)



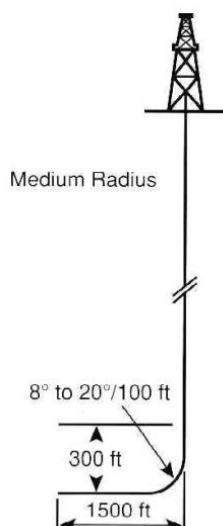
Σχήμα 1-2: Υπεράκτια πλατφόρμα γεώτρησης (www.marinelog.com)

Ακόμη ανάλογα με την κλίση της γεώτρησης μπορούν να διαχωριστούν σε οριζόντιες και κεκλιμένες. Στην κεκλιμένη γεώτρηση (Σχ.1-3) η κατεύθυνση είναι σε συγκεκριμένη τροχιά προς ένα προσδιορισμένο στόχο. Οι λόγοι για την επιλογή μια κεκλιμένης γεώτρησης μπορεί να είναι ένα φυσικό εμπόδιο (κοίτασμα, ποτάμι, θάλασσα) ή για εκμετάλλευση πρόσθετων ζωνών με παρέκκλιση.



Σχήμα 1-3: Κεκλιμένη υποθαλάσσια γεώτρηση (Γαγάνης,2015)

Η οριζόντια γεώτρηση (Σχ.1-4) έχει ένα μέρος της σε κλίση 90° από μια κάθετη διεύθυνση. Το οριζόντιο αυτό τμήμα αναφέρεται ως οπή ‘στράγγισης’.



Σχήμα 1-4: Απεικόνιση οριζόντιας γεώτρησης(Γαγάνης,2015)

Μια τυπική διαδικασία για τη δημιουργία μιας νέας γεώτρησης αποτελείται από τα εξής στάδια (Γαγάνης,2015):

- Αρχικά θα πρέπει να έχει γίνει ο εντοπισμός του κοιτάσματος από σεισμικές μεθόδους, κάποια διαγραφία ή από άλλα δεδομένα.
- Να έχει παραχωρηθεί το ανάλογο κομμάτι γης στο οποίο θα γίνει η γεώτρηση.
- Να γίνει ο υπολογισμός των αποθεμάτων ώστε είναι ωφέλιμα συγκριτικά με το όλο κόστος της διαδικασίας της γεώτρησης.
- Να δοθούν οι άδειες από την αρμόδια εθνική αρχή.
- Να γίνει η προετοιμασία της διαδικασίας της γεώτρησης και ολοκλήρωση του προγράμματος της.
- Δημιουργία δρόμων, πλατφόρμας και εργοταξίου με τον κατάλληλο εξοπλισμό.
- Αν κριθεί απαραίτητο να υπάρξει αλλαγή του μέχρι τώρα προγράμματος.
- Ολοκλήρωση του φρέαρ που θα δημιουργηθεί και αποκατάστασή του.

Η γεώτρηση για την παραγωγή υδρογονανθράκων είναι μια πολύπλοκη διαδικασία η οποία απαιτεί ακριβείς υπολογισμούς σε κάθε βήμα της. Εκτός από την εργασία εντοπισμού ενός κοιτάσματος με το οποίο δεν ασχολείται η παρούσα διπλωματική υπάρχουν και άλλες εργασίες που απαιτούνται για την ασφαλή εξόρυξη ενός κοιτάσματος. Κατ' αρχάς θα πρέπει να ληφθεί υπόψιν ότι οι συνθήκες που βρίσκεται κάθε φορά το κοπτικό άκρο συνοδεύονται από κίνδυνους για το ίδιο το κοπτικό αλλά και το σχήμα της γεώτρησης. Λέγοντας συνθήκες εννοούνται οι πιέσεις και οι τάσεις του σχηματισμού και των εισερχόμενων ρευστών, που είναι ανάλογες και αναμενόμενες με τα αντίστοιχο βάθος που βρίσκεται το κοπτικό άκρο. Οι πιέσεις που συναντώνται στη διάρκεια της διάτρησης δεν είναι πάντα αυτές που αναμένονται

και αυτό γιατί υπάρχει πάντα η πιθανότητα το κοπτικό άκρο να βρίσκεται σε ανώμαλες ζώνες, όπου η βαθμίδα της πίεσης αλλάζει. Επομένως η διαδικασία μιας γεώτρησης απαιτεί συνδυασμό της γνώσης, της διαθέσιμης τεχνολογίας αλλά και της τεχνολογικής εμπειρίας για να μπορέσει να είναι επιτυχημένη.

1.3 Γεωτρητικός εξοπλισμός

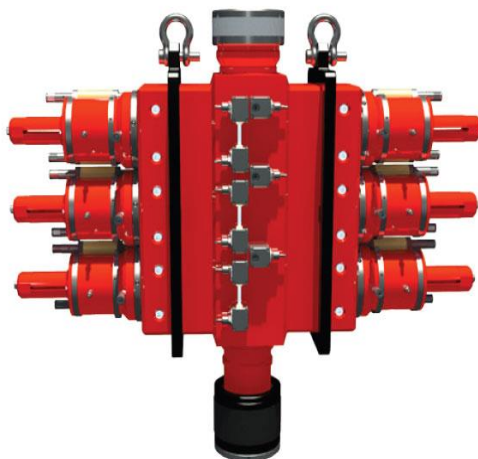
Το περιστροφικό γεωτρώπανο (Σχ.1-5) χρησιμοποιεί περιστρεφόμενο και ταυτόχρονα ωθούμενο κοπτικό άκρο για να διατρήσει τους γεωλογικούς σχηματισμούς. Καθώς η οπή γίνεται βαθύτερη στο τρυπάνι προστίθενται νέα διατρητικά στελέχη ώστε να του επιτρέψουν να σκάψει βαθύτερα. Αυτά τα διατρητικά στελέχη μαζί με το κοπτικό άκρο αποτελούν τη διατρητική στήλη. Στο τρυπάνι εφαρμόζεται επαρκές βάρος ώστε να το κρατά συνεχώς σε επαφή με τον πυθμένα της γεώτρησης.



Σχήμα 1-5: Διατρητικό στέλεχος μαζί με το κοπτικό άκρο (www.halliburton.com)

1.3.1 BOP (Blow out preventer)

Το BOP (Σχ.1-6) ή «αντι-εκρηκτικός μηχανισμός ασφάλειας» είναι ένα πολύ βασικό εργαλείο για την πρόληψη εκρήξεων. Το BOP είναι ένα σύστημα βαλβίδων που ελέγχει την ανεξέλεγκτη ροή των ρευστών του υπεδάφους που εισέρχονται στη γεώτρηση και τείνουν να μεταφερθούν στην επιφάνεια με μεγάλες ταχύτητες και πιέσεις.

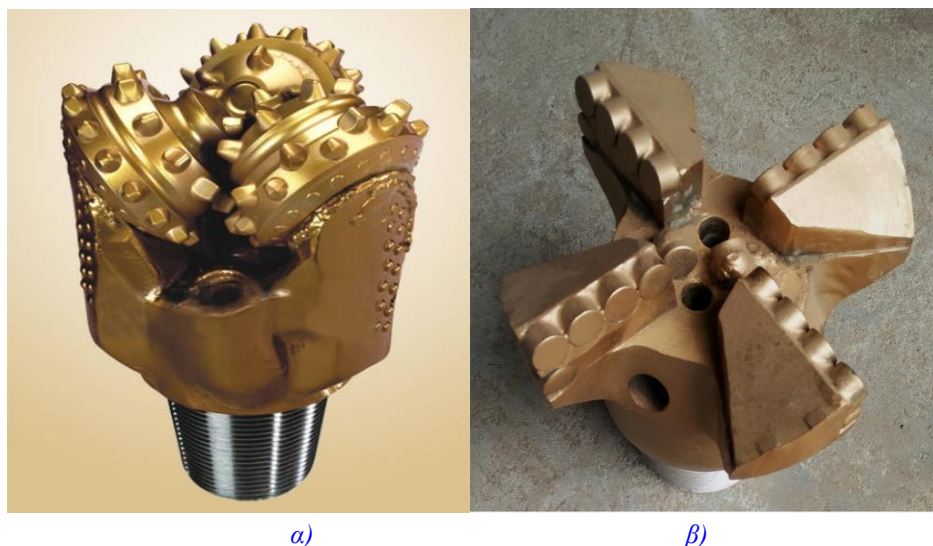


Σχήμα 1-6: BOP (www.leespecialties.com)

1.3.2 Κοπτικά άκρα

Υπάρχει μεγάλο εύρος επιλογής κοπτικών ακρών (Σχ.1-7α,β). Οι διάφορες επιλογές για τα κοπτικά άκρα οφείλονται στη μηχανική κοπή των πετρωμάτων. Τα κοπτικά άκρα μπορούν να διαχωριστούν σε δυο μεγάλες κατηγορίες:

- Με περιστρεφόμενους κώνους (roller cone bits) που διαθέτουν κοπτικά στοιχεία τοποθετημένα σε κώνους που περιστρέφονται γύρω από το δικό τους άξονα.
- Κοπτικά τριβής (drag bits) που είναι ένα με το σώμα του κοπτικού και περιστρέφονται μαζί με το σώμα.



α)

β)

Σχήμα 1-7: Κοπτικό α) με περιστρεφόμενους κώνους και β) τριβής (Κουλίδης, 2014)

1.3.3 Δακτύλιος επίπλευσης (Float Collar)

Ο δακτύλιος επίπλευσης (Σχ.1-8) είναι ένα εξάρτημα εγκατεστημένο πάνω από τον πυθμένα της επένδυσης. Στο εξάρτημα αυτό περνάει το τσιμέντο που αντλεί-

ται για την τσιμεντοποίηση. Συνήθως αποτελείται από ένα κέλυφος μικρού μήκους εξοπλισμένο με βαλβίδα ελέγχου. Αυτή η συσκευή μπορεί να είναι τύπου βαλβίδας με πτερύγια, βαλβίδα με ελατήριο ή άλλου τύπου. Η βαλβίδα ελέγχου εμποδίζει την επαναφορά της ιλύος τσιμέντου κατά τη διακοπή της άντλησης του τσιμέντου. Χωρίς τον δακτύλιο αυτόν υπάρχει περίπτωση να έχουμε αντίστροφη ροή λάσπης τσιμέντου (U-tube effect).



Σχήμα 1-8: Δακτύλιος επίπλευσης (float collar) (www.crownsupplyco.com)

1.3.4 Κεντρωτήρες

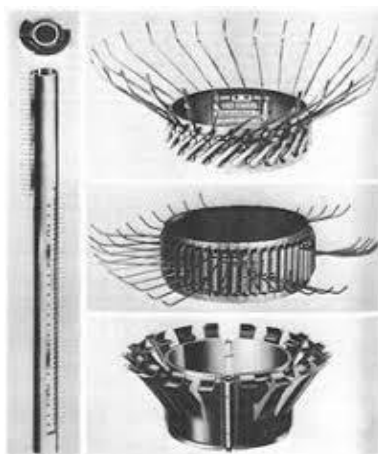
Οι κεντρωτήρες (Σχ.1-9) τοποθετούνται κάτω από τη στήλη σωλήνωσης με σκοπό να την ομοκεντροποιήσουν με τη διάμετρο του πηγαδιού της γεώτρησης.



Σχήμα 1-9: Κεντρωτήρας (centralizer) (www.zs-oilfieldequip.com)

1.3.5 Αποξεστήρες (scratchers)

Είναι μια συσκευή η οποία καθαρίζει τη λάσπη που κάθεται στο τοίχωμα του φρεατίου εξασφαλίζοντας την καλύτερη διεπαφή τσιμέντου και τοιχώματος του φρεατίου. Ο αποξεστήρας (Σχ.1-10) αποτελείται από μια χαλύβδινη ταινία και σύρματα ή βρόχους καλωδίων που κολλάνε σε όλες τις κατευθύνσεις του φρέαρ.



Σχήμα 1-10: Αποξεστήρας (scrather) (www.drilleng.com)

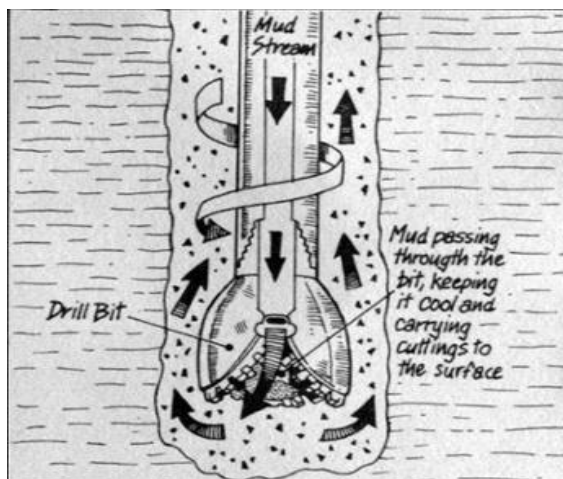
1.4 Λάσπη γεωτρήσεων (drilling mud or fluid)

Η λάσπη γεωτρήσεων, που ονομάζεται επίσης υγρό γεώτρησης, στην τεχνολογία πετρελαίου είναι ένα βαρύ, ιξώδες ρευστό μίγμα που κυκλοφορεί εντός της γεωτρήσεως (Σχ.1-11) για τη μεταφορά των θραυσμάτων πετρώματος στην επιφάνεια (καθαρισμός της γεώτρησης), για λίπανση και ψύξη του κοπτικού άκρου. Επίσης αποτρέπει την κατάρρευση ασταθών τοιχωμάτων πετρώματος μέσα στη γεώτρηση και την εισροή νερού από υδατικά στρώματα, και τέλος για τον έλεγχο των πιέσεων των σχηματισμών.

Οι λάσπες γεωτρήσεων είναι βασισμένες σε γλυκό ή αλμυρό νερό ή φυσική ή παρασκευασμένη άλμη. Πολλές λάσπες έχουν ως βάση το πετρέλαιο, χρησιμοποιώντας προϊόντα ραφινάρισματος πετρελαίου όπως ντίζελ ή ορυκτέλαιο ως υγρό πλέγμα. Επιπλέον, διάφορες λεγόμενες συνθετικές λάσπες παρασκευάζονται χρησιμοποιώντας εξαιρετικά εξευγενισμένα ρευστά που γίνονται με πιο ακριβείς προδιαγραφές από τα παραδοσιακά πετρελαϊκά έλαια. Οι λάσπες βασισμένες στο νερό είναι ικανοποιητικές σε μεσαία βάθη. Οι λάσπες με βάση το πετρέλαιο είναι καλύτερες για μεγαλύτερα βάθη οριζοντίων και κατακόρυφων διατρήσεων και αυτό γιατί δημιουργούν μεγαλύτερες πιέσεις (λόγω της πυκνότητας $p = \rho \cdot g \cdot h$) (εξ.1.1). Οι λάσπες με βάση την συνθετική ουσία αναπτύχθηκαν ως απάντηση στις περιβαλλοντικές ανησυχίες. Όλες οι λάσπες γεώτρησης ρυθμίζουν τη σύνθεσή τους αλλά υπάρχουν ακόμα ορισμένες περιπτώσεις που απαγορεύεται η χρήση τους σε ορισμένα περιβάλλοντα.

Μια τυπική λάσπη γεώτρησης με βάση το νερό περιέχει μπεντονίτη, για να του δώσει αρκετό ιξώδες ώστε να μπορέσει να φέρει κομμάτια που αποκόπτονται από το σχηματισμό στην επιφάνεια. Περιέχει ακόμη ένα μεταλλικό άλας, το βαρίτη (θειικό βάριο) για να αυξήσει το βάρος της στήλης αρκετά ώστε να σταθεροποιηθεί η γεώτρηση. Μπορεί να προστεθούν μικρότερες ποσότητες εκατοντάδων άλλων συστατικών, όπως καυστική σόδα (υδροξείδιο του νατρίου) για την αύξηση της αλκαλικότητας και τη μείωση της διάβρωσης, άλατα όπως το χλωριούχο κάλιο για τη μείωση της διείσδυσης νερού από το υγρό γεώτρησης στο σχηματισμό πετρώματος και διάφορα πετρελαιοειδή λιπαντικά γεώτρησης.

Η λάσπη γεώτρησης αντλείται από τους φυσητήρες (ακροφύσια) του τρυπανιού, όπου εξέρχεται από τον αγωγό και στη συνέχεια επιστρέφει στην επιφάνεια. Για οικονομικούς και περιβαλλοντικούς λόγους, οι λάσπες με βάση το πετρέλαιο και τη συνθετική ύλη συνήθως καθαρίζονται και ανακυκλώνονται (αν και ορισμένες λάσπες, ιδιαίτερα λάσπες με βάση το νερό, μπορούν να απορριφθούν στο περιβάλλον με ρυθμιζόμενο τρόπο). Η καθαρισμένη λάσπη αναμειγνύεται με νέα λάσπη για να επαναχρησιμοποιηθεί..(www.britannica.com)



Σχήμα 1-11: Λάσπη γεώτρησης αντλούμενη από τα ακροφύσια του κοπτικού
(www.croftsyste.ms.net)

1.5 Εντατικό-παραμορφωσιακή ανάλυση επενδεδυμένης γεώτρησης

Στην παρούσα παράγραφο περιγράφονται τα χαρακτηριστικά και η χρησιμότητα των δακτυλίων υποστήριξης σε μια γεώτρηση. Ακόμη γίνεται μια αναφορά στο περιβάλλον πέτρωμα στο οποίο έγινε η όρυξη.

1.5.1 Πρώτος δακτύλιος - Επένδυση-περίβλημα (casing)

Το περίβλημα-επένδυση (casing) είναι χαλύβδινος σωλήνας ο οποίος εισάγεται στη γεώτρηση και διατηρείται σε επαφή με το πέτρωμα με την παρεμβολή συνδετικού υλικού (τσιμέντο). Ο σχεδιασμός της επένδυσης γίνεται με σκοπό τέτοιο ώστε να αντέχει σε μια ποικιλία δυνάμεων οι οποίες τείνουν να καταστρέψουν τη γεώτρηση. Συνήθως είναι κατασκευασμένο από ανθρακούχο χάλυβα, ανοξείδωτο χάλυβα, αλουμίνιο, τιτάνιο, υαλοβάμβακα και άλλα υλικά. Το casing ή αλλιώς το περίβλημα των γεωτρήσεων χρησιμοποιείται για τους παρακάτω λόγους: (www.glossary.oilfield.slb.com)

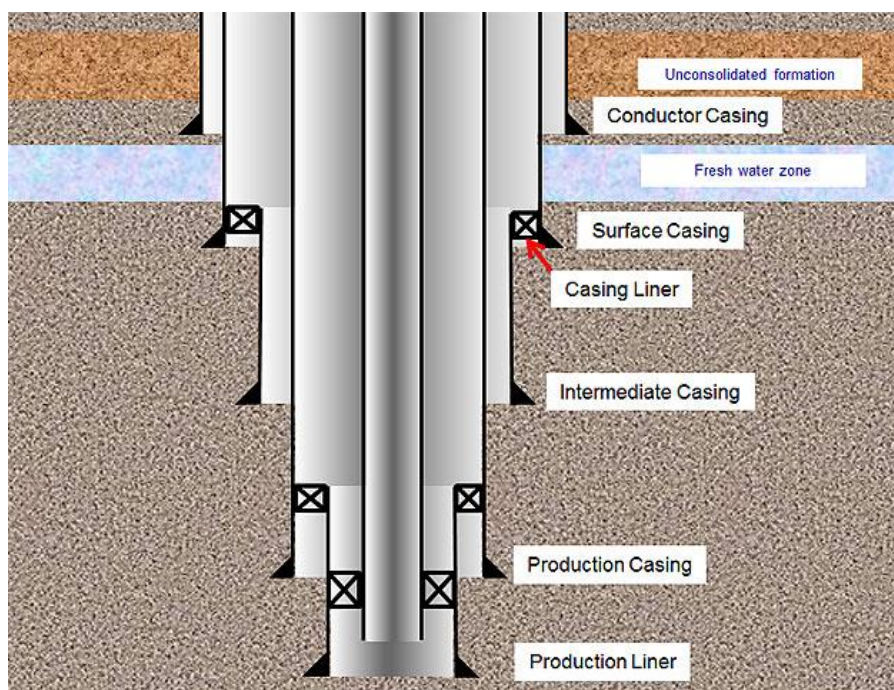
- Για τη δημιουργία ζώνης απομόνωσης προσκολλημένης με τσιμέντο
- Για την προστασία του ανοίγματος από το περιβάλλον πέτρωμα(κοντά σε ακτές-onshore)
- Για την αποφυγή μολύνσεων από γλυκά νερά τα οποία μπορεί να εισβάλουν μέσα στη γεώτρηση.

- Για να περιοριστεί η παραγωγή μέσα στο φρέαρ και να μην υπάρχουν απώλειες ή εισροές ρευστών στο τμήμα της γεώτρησης.
- Για τον έλεγχο των πιέσεων κατά τη διάρκεια της γεώτρησης(drilling) ο οποίος είναι σημαντικός για την προστασία του φρέατος.
- Για τη δημιουργία ενός περιβάλλοντα χώρου ικανού για υπόγειο εξοπλισμό (BOP π.χ) .
- Για να αυξηθεί το τελικό βάθος της γεώτρησης (TD) .

Είναι γνωστό ότι όσο πιο βαθιά βρίσκεται το κοπτικό κάτω από μια επιφάνεια συναντά και μεγαλύτερες πιέσεις λόγω την υπερκειμένων. Ανάλογα λοιπόν με το βάθος της γεώτρησης χρησιμοποιείται και το ανάλογο casing(συγκεκριμένο πάχος ,μήκος, διάμετρος). Κατά τη διάρκεια της διάτρησης το κοπτικό φθείρεται και πρέπει να αντικατασταθεί. Μετά την απομάκρυνση του κοπτικού από τον πυθμένα (trip out) είναι αναγκαία η τοποθέτηση σωλήνα επένδυσης για την προστασία του φρέατος από τυχόν εισροές ρευστών αλλά και εισροές θραυσμάτων του εξωτερικού πετρώματος μέσα στη γεώτρηση. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μικρύνει η αρχική διάμετρος της γεώτρησης από τη στιγμή που εισέρχεται και προσκολλάται ένας σωλήνας μέσα στη γεώτρηση. Όπως γίνεται κατανοητό το επόμενο κομμάτι του casing που θα εγκατασταθεί μέσα στη γεώτρηση θα πρέπει να είναι μικρότερης διαμέτρου για να μπορέσει να περάσει από την αρχική διάμετρο. Έτσι τα είδη του casing διαχωρίζονται ως εξής:

- **Επένδυση επαφής (conductor casing):** Η επένδυση επαφής χρησιμεύει ως στήριγμα κατά τη διάρκεια των εργασιών γεώτρησης όπως είναι η επιστροφή της λάσπης (circulation) και η τσιμεντοποίηση (cement). Ακόμη αποτρέπει την κατάρρευση χαλαρού εδάφους κοντά στην επιφάνεια. Η διάμετρος ενός conductor casing κυμαίνεται μεταξύ 16 "έως 48".
- **Επιφανειακή επένδυση (surface casing):** Η χρήση αυτής της επένδυσης είναι η-για την απομόνωση των ζωνών γλυκού νερού έτσι ώστε να μην υπάρξει μόλυνση στη διάρκεια της διάτρησης. Η διάμετρος του κυμαίνεται μεταξύ 8 5/8" έως 20".
- **Ενδιάμεση επένδυση (intermediate casing):** Η ενδιάμεση επένδυση παρέχει προστασία απέναντι σε μη αναμενόμενες για αυτά τα βάθη εξωτερικές πιέσεις και επιτρέπει τη χρήση λάσπης διαφορετικής πυκνότητας απαραίτητης για τον έλεγχο των σχηματισμών που βρίσκονται χαμηλότερα. Η διάμετρος του κυμαίνεται μεταξύ 7 5/8"εως 13 3/8".
- **Επένδυση παραγωγής (production casing):** Η χρήση του περιβλήματος παραγωγής είναι η απομόνωση της ζώνης που περιέχει φυσικό αέριο ή πετρέλαιο από άλλους σχηματισμούς.
- **Σωλήνας παραγωγής (production liner):** Η επένδυση αυτή δεν εκτείνεται ως την κορυφή του φρέαρ αλλά αγκυρώνεται από το εσωτερικό της προηγούμενης επέν-

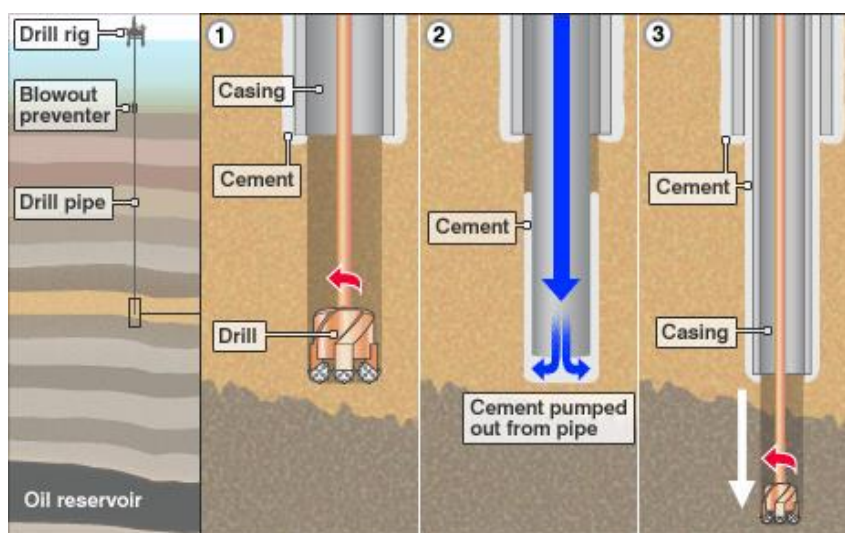
δυσης. Ο λόγος χρήσης αυτής της επένδυσης είναι η εξοικονόμηση χάλυβα και επομένως και το κόστος του κεφαλαίου.



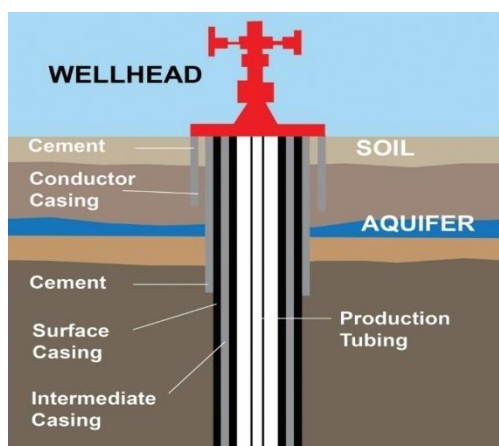
Σχήμα 1-12: Τομή μιας γεώτρησης με ολοκληρωμένη επένδυση (www.drillingformulas.com)

1.5.2 Δεύτερος δακτύλιος - Τσιμέντο (cement)

Το τσιμέντο (Σχ.1-14) χρησιμοποιείται ως υλικό συγκόλλησης μεταξύ των τοιχωμάτων της επένδυσης και της γεώτρησης. Επίσης χρησιμοποιείται για να σφραγίσει τη γεώτρηση από τυχόν απώλειες γεωτρητικού ρευστού. Ο συνηθέστερος τύπος είναι μέχρι στιγμής το API Oilwell Cement, γνωστό και ως τσιμέντο Portland. Σε γενικές γραμμές, το τσιμέντο πετρελαίου (Σχ.1-13) είναι λεπτότερο και παρουσιάζει πολύ λιγότερη αντοχή από το τσιμέντο ή το σκυρόδεμα που χρησιμοποιείται για την κατασκευή, ώστε να διευκολύνει την κυκλοφορία του μέσα στον εσωτερικό δακτύλιο καλύπτοντας μεγάλες αποστάσεις μια γεωτρητικής στήλης. Διάφορα πρόσθετα χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο της πυκνότητας, του χρόνου ρύθμισης, της αντοχής και των ιδιοτήτων ροής. Επιπλέον, συχνά χρησιμοποιούνται ειδικά πρόσθετα για να μην εμφανιστεί αέριο μέσα στη γεώτρηση. Ο πολτός τσιμέντου, που συνήθως σχηματίζεται με ανάμιξη τσιμέντου Portland, νερού και ανάμεικτων ξηρών και υγρών προσθέτων, αντλείται και αφήνεται να στερεοποιηθεί (τυπικά για 12 έως 24 ώρες) πριν να ξαναρχίσει η επιπλέον δραστηριότητα γεώτρησης. Το τσιμέντο συνήθως πρέπει να φθάσει σε αντοχή 5000 psi [34.5 MPa] πριν από τη διάτρηση. Τα πιο προηγμένα τσιμέντα πετρελαίου είναι υψηλότερης αντοχής σε θλίψη διότι αναμειγνύονται με διάφορους τύπους σωματιδίων με λιγότερο νερό και χημικά πρόσθετα από ότι τα αλλά συμβατικά τσιμέντα τύπου Portland.



Σχήμα 1-13: Διαδικασία άντλησης τσιμέντου σε μια γεώτρηση (www.kalamu.posthaven.com)



Σχήμα 1-144: Τσιμέντο συγκολλημένο στις επενδύσεις μιας γεώτρησης (www.dmp.wa.gov.au)

1.5.3 Ψαμμιτικά πετρώματα-ισότροπο ομογενές μέσο

Ένα σώμα είναι ομοιογενές όταν έχει τις ίδιες ιδιότητες σε όλα τα σημεία του. Ακόμη, ένα σώμα λέγεται ισότροπο ως προς κάποιες ιδιότητες όταν αυτές οι ιδιότητες είναι ίδιες σε όλα τα σημεία του

Ο ψαμμίτης ανήκει στη κατηγορία των ιζηματογενών πετρωμάτων που αποτελείται από κόκκους χαλαζία και άστριους. Επίσης εμπεριέχει κόκκους καολινίτη ή μοσχοβίτη οι οποίοι δίνουν αντίστοιχα τον καολινικό ψαμμίτη και τον μαρμαρυγικό ψαμμίτη. Το συνδετικό υλικό των ψαμμιτικών πετρωμάτων είναι συνήθως άργιλος ή αργιλικός σχιστόλιθος ή ανθρακικό ορυκτό όπως ο ασβεστίτης και σπανιότερα ο δολομίτης. Όταν είναι πλούσιοι σε κόκκους αστρίου λέγονται αρκόζες. Τα χρώματα του συνήθως είναι καφέ, κόκκινο, κίτρινο, γκρι, ροζ ή μαύρο. Λόγω του μεγάλου πορώδους που διαθέτει τον καθιστά πολύτιμο για τη δημιουργία αποθεμάτων πετρελαίου. Όταν το συνθετικό του υλικό είναι πυριτικό η ασβεστικό παρουσιάζει πολύ μεγάλη αντοχή σε θλίψη (170-260 MPa). Όταν όμως το συνθετικό υλικό έχει υποστεί διαγένεση έχει αντοχή μικρότερη από 50 MPa (www.el.wikipedia.org).



Σχήμα 1-155: Δείγμα ψαμμίτη από το τμήμα γεωλογίας του Α.Π.Θ (www.geo.auth.gr)

2 Θεωρία ελαστικότητας

Πολλά μοντέλα της βραχομηχανικής βασίζονται στην θεωρία της γραμμικής ελαστικότητας. Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφονται οι ιδιότητες των ελαστικών σωμάτων. Ακόμη δίνονται κάποιες εξισώσεις που συνδέουν τις τάσεις με τις παραμορφώσεις στις τρεις διαστάσεις.

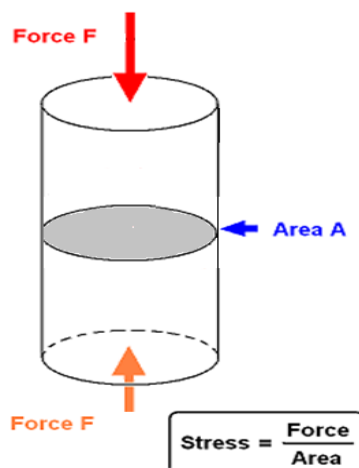
Όλα τα στερεά υλικά που δέχονται εξωτερικά φορτία αναπτύσσουν εσωτερικές δυνάμεις, οι οποίες κατανέμονται σε οποιαδήποτε επιφάνεια του σώματος με αποτέλεσμα την ανάπτυξη ορθών και διατμητικών τάσεων επί οποιασδήποτε επιφάνειας. Οι τάσεις με τη σειρά τους προκαλούν την παραμόρφωση του στερεού σώματος, μεταβάλλονται δηλαδή οι διαστάσεις του αρχικού τους σχήματος. Όταν οι τιμές της παραμόρφωσης του σώματος είναι σχετικά μικρές υπάρχει δυνατότητα επιστροφής στην αρχική κατάσταση του σχήματος. Αυτό σημαίνει ότι όταν σταματήσει να επιδρά το αίτιο που δημιούργησε την παραμόρφωση (δηλαδή οι τάσεις), τότε το στερεό σώμα ανακτά τις αρχικές του διαστάσεις και σχήμα. Αυτού του είδους η αντιστρεπτή παραμόρφωση ονομάζεται ελαστική παραμόρφωση.

Ένα στερεό σώμα θα υποστεί μόνιμη παραμόρφωση, όταν η δύναμη που το παραμορφώνει ξεπερνάει το όριο ελαστικότητας του σώματος. Αυτού του είδους η παραμόρφωση ονομάζεται πλαστική παραμόρφωση. Υπάρχει ένα όριο στην πλαστική παραμόρφωση μέχρι το σώμα να ρωγματωθεί (όριο θραύσης). Στην περίπτωση που μελετάμε σώματα όπως είναι η επένδυση μια γεώτρησης μας απασχολεί κυρίως το όριο θραύσης και η δυνατότητα της επένδυσης να παρουσιάζει μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις. Η επένδυση με ανοξείδωτο χάλυβα είναι μια πολύ καλή επιλογή καθώς θεωρείται όλκιμο υλικό. Όλκιμα ονομάζονται τα υλικά που παρουσιάζουν μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις πριν ρωγματωθούν.

2.1 Ο τανυστής τάσεων

Η έννοια της τάσης (Σχ.2-1) στον τομέα της μηχανικής ορίζεται ως η δύναμη που ασκείται ανά μονάδα επιφάνειας της διατομής με την ακόλουθη σχέση : (Nasch,1977)

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi \cdot d^2 / 4} \quad (2.1)$$



Σχήμα 2-1: Κυλινδρικό δοκίμιο με ασκούμενη θλιπτική δύναμη F σε μια επιφάνεια A (el.wikipedia.org/wiki)

Οι τάσεις διαχωρίζονται σε :

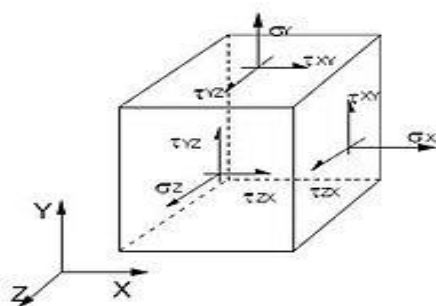
- ορθές τάσεις (normal stress) είναι οι τάσεις που δρουν κάθετα στην επιφάνεια της διατομής
- διατμητικές τάσεις (shear stress) είναι οι τάσεις δρουν παράλληλα προς τις επιφάνειες της διατομής

Ο τανυστής τάσεων **Cauchy** σ που πήρε το όνομα του από τον **Augustin-Louis Cauchy (1857)**, είναι ένας τανυστής 2^{ης} τάξης, με 9 συνιστώσες (Σχ.2-1) σ_{ij} , ο οποίος προσδιορίζει επακριβώς την εντατική κατάσταση (τάσεις) σε ένα σημείο μέσα σε ένα συνεχές υλικό στην παραμορφωμένη κατάσταση. Ο τανυστής συσχετίζει ένα μοναδιαίο διάνυσμα κατεύθυνσης \mathbf{n} (εξ.1.2) με το διάνυσμα των τάσεων $T^{(n)}$ πάνω σε μια φανταστική επιφάνεια κάθετα στο \mathbf{n} (el.wikipedia.org/wiki):

$$T^{(n)} = \mathbf{n} \cdot \sigma \quad \text{ή} \quad T^{(n)} = \sigma_{ij} \cdot n_i \quad (1.2)$$

Όπου:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$



Σχήμα 2-2: Απεικόνιση τανυστή τάσεων (el.wikipedia.org/wiki)

2.2 Ανηγμένη παραμόρφωση

Η εφαρμογή εξωτερικών δυνάμεων σε ένα σώμα έχει σαν αποτέλεσμα την παραμόρφωση του η οποία οφείλεται στην μετατόπιση των σημείων του σώματος από την αρχική του θέση. Η παραμόρφωση, εκτός από την μεταβολή της απόστασης μεταξύ δυο σημείων μπορεί να εκφραστεί και από τη μεταβολή της γωνίας που σχηματίζουν δυο ορθογώνια διανύσματα που διέρχονται από ένα σημείο του σώματος.

Στην περίπτωση που μεταβάλλεται η γωνιά μεταξύ δυο κάθετων διανυσμάτων, η ανηγμένη διατμητική παραμόρφωση δίνεται από τη σχέση:

$$\gamma = \tan(\psi) \quad (2.2)$$

όπου ψ η μεταβολή της γωνίας μεταξύ των δυο διανυσμάτων.

Στη περίπτωση όπου μεταβάλλεται η απόσταση μεταξύ δυο σημείων, η ανηγμένη παραμόρφωση λέγεται γραμμική ανηγμένη παραμόρφωση και δίνεται από τη σχέση:

$$\varepsilon = \frac{l_a - l_b}{l_a} \quad (2.3)$$

όπου ε η γραμμική ανηγμένη παραμόρφωση, l_a η αρχική απόσταση μεταξύ δυο σημείων, l_b η τελική απόσταση των σημείων αυτών.

Εδώ μπορούμε να προσθέσουμε πως στην περίπτωση μια κυκλικής διατομής η σχέση θα εκφραζόταν ως εξής :

$$\varepsilon = \frac{D - D_0}{D_0} \quad (2.4)$$

όπου D_0 η αρχική ακτίνα και D η τελική ακτίνα.

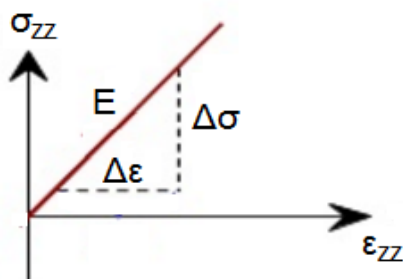
2.3 Ελαστικές σταθερές

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως κάθε υλικό με την άσκηση τάσης παραμορφώνεται. Ο λόγος της τάσης προς την παραμόρφωση σε κάθε σώμα είναι σταθερός και ονομάζεται μέτρο ελαστικότητας. Ο ορισμός λοιπόν του μέτρου ελαστικότητας είναι ο εξής:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (2.5)$$

όπου σ η ασκούμενη τάση στο σώμα

και E η παραμόρφωση του σώματος

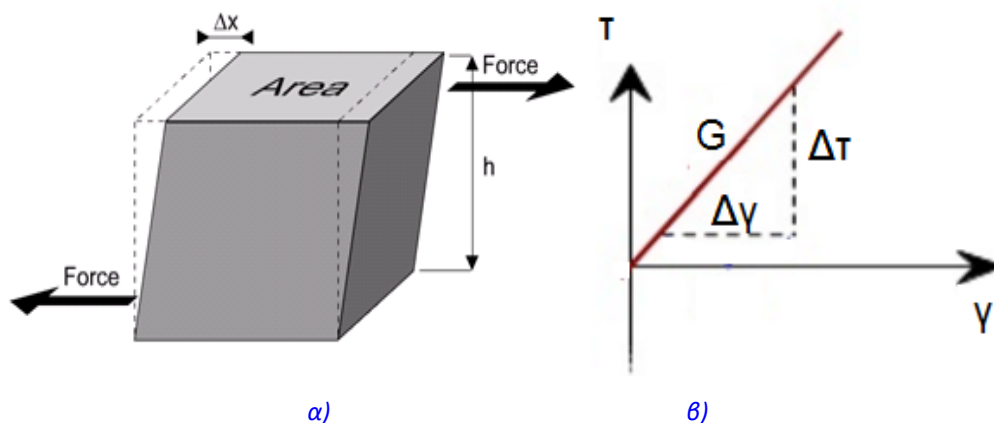


Σχήμα 2-3: Μέτρο ελαστικότητας (Ξηρουδάκης, 2018)

Το μέτρο διάτμησης G είναι η ελαστική σταθερά που συνδέει τις διατμητικές τάσεις με τις διατμητικές παραμορφώσεις σύμφωνα με την εξ. (2.5):

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} \quad (2.6)$$

Σαν φυσικό μέγεθος εκφράζει την αντίσταση ενός υλικού σε ελαστική διάτμηση και είναι απολύτως ανάλογο του μέτρου ελαστικότητας που αναφέρεται σε ορθές τάσεις και παραμορφώσεις στην ελαστική περιοχή. Το μέτρο διάτμησης καθορίζεται επίσης από την ισχύ των χημικών δεσμών ανάμεσα στα άτομα και εξαρτάται με τον ίδιο τρόπο από την θερμοκρασία όπως και το μέτρο ελαστικότητας.



Σχήμα 2-4: α) Δοκιμή διάτμησης και β) μέτρο διάτμησης (Ξηρουδάκης, 2018)

Το μέτρο διάτμησης για ισότροπο ελαστικό υλικό συνδέεται με το μέτρο ελαστικότητας και τον λόγο του Poisson με την ακόλουθη εξίσωση:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.7)$$

Ο λόγος Poisson ορίζεται σαν το πηλίκο της εγκάρσιας ($-\epsilon_x$) προς την αξονική ($+\epsilon_y$) ανηγμένη παραμόρφωση.

$$\nu = -\frac{\epsilon_x}{\epsilon_y} \quad (2.8)$$

και κυμαίνεται από 0 έως 0.5 για τα περισσότερα πετρώματα.

2.4 Νόμος του Hooke

Ο νόμος του Hooke περιγράφει την ελαστικότητα ενός υλικού, όταν αυτό παραμορφώνεται υπό την επίδραση μιας δύναμης που του ασκείται εξωτερικά. Σύμφωνα με το νόμο του Hooke η επιμήκυνση ενός ελατήριου είναι ανάλογη της δύναμης που ασκείται στο ελατήριο και εκφράζεται με την παρακάτω μαθηματική μορφή :

$$F = k \cdot x \quad (2.9)$$

Όπου:

- F είναι η δύναμη που ασκείται στο ελατήριο.
- k η σταθερά του ελατηρίου.

- x η επιμήκυνση του ελατηρίου.

Στην προηγούμενη συζήτηση είδαμε το νόμο του Hooke ή νόμο της γραμμικής ελαστικότητας. Σπάνια, όμως, στην πράξη οι εντατικές καταστάσεις που υφίσταται ένα σώμα είναι τόσο απλές. Μια περίπλοκη εντατική κατάσταση είναι η μελέτη στον τρισδιάστατο χώρο, όπου υπάρχουν ορθές και διατμητικές τάσεις και προς τις τρεις διαστάσεις του χώρου. Μία τέτοια εντατική κατάσταση φαίνεται στο (Σχ.2-1), που δείχνει έναν στοιχειώδη κύβο με μοναδιαίο μήκος, οι έδρες του οποίου αναπτύσσουν ορθές τάσεις $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ και οι διατμητικές τάσεις $\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}$ και $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ (www.mie.uth.gr).

Η καταστατική εξίσωση ελαστικής συμπεριφοράς σε τρεις διαστάσεις δίνεται από τον γενικευμένο νόμο του (*Hooke, 1635-1703*) και αποδίδεται από τη σχέση:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \cdot \epsilon_{kl} \quad (2.10)$$

όπου c_{ijkl} είναι ένας τανυστής τέταρτης τάξης που εξαρτάται από τις ελαστικές σταθερές του σώματος.

Στην περίπτωση ισότροπων ελαστικών και ομογενών υλικών οι εξισώσεις που συνδέουν τις τάσεις και τις ανοιγμένες παραμορφώσεις δίνονται από τις εξής γενικευμένες σχέσεις:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left[\epsilon_{ij} + \frac{\nu}{1+\nu} \epsilon_{kk} \delta_{ij} \right] \quad (2.11)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (2.12)$$

2.5 Επίπεδη ελαστική ανάλυση

Για την εύρεση αναλυτικών λύσεων στη θεωρία ελαστικότητας μπορεί να αποφευχθεί η θεώρηση του τρισδιάστατου προβλήματος με τη χρήση δυο απλουστευτικών παραδοχών είτε της επίπεδης τάσης είτε της επίπεδης παραμόρφωσης.

Στη πρώτη περίπτωση (plane stress) οι καταστατικές εξισώσεις απλοποιούνται ως εξής:

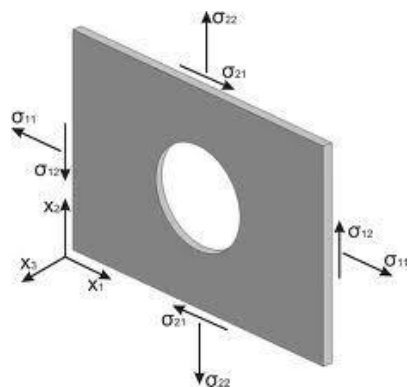
$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (2.13)$$

$$\epsilon_z = -\frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) \quad (2.14)$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x - \epsilon_y) \quad (2.15)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \epsilon_y) \quad (2.16)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{1-\nu^2} \left[\left(\frac{1-\nu}{2} \gamma_{xy} \right) \right] \quad (2.17)$$



Σχήμα 2-5: Επίπεδη τάση (www.quora.com)

Στην δεύτερη περίπτωση (plane strain) που η τρίτη διάσταση (z) ενός σώματος δεν είναι μικρή συγκριτικά με τις άλλες δυο (x, y) και τα φορτία που ασκούνται στο σώμα είναι πάνω στο επίπεδο (x, y) οι καταστατικές εξισώσεις απλοποιούνται ως εξής :

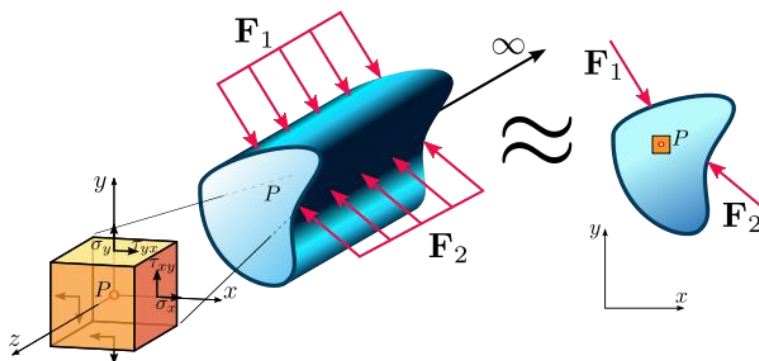
$$\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \quad (2.18)$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (2.19)$$

$$\sigma_x = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y] \quad (2.20)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [\nu\varepsilon_x + (1-\nu)\varepsilon_y] \quad (2.21)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\left(\frac{1-2\nu}{2} \right) \gamma_{xy} \right] \quad (2.22)$$



Σχήμα 2-6: Επίπεδη παραμόρφωση (www.quora.com)

3 Αναλυτικές λύσεις για ανυποστήρικτο κυκλικό άνοιγμα

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται η κατανομή των τάσεων σε κυκλικά ανοίγματα. Θα γίνει επίσης περιγραφή των σχέσεων που ανέπτυξε ο Kirsch για τις τάσεις και τις μετατοπίσεις σε κυκλικό ανυποστήρικτο άνοιγμα.

3.1 Εντατικό πεδίο

Όπως αναφέρεται και στην εισαγωγή, η όρυξη ενός ανοίγματος στη μάζα ενός πετρώματος προκαλεί ανακατανομή των τάσεων για να αποκατασταθεί η στατική ισορροπία του συστήματος.

Οι τάσεις αυτές διακρίνονται σε:

- Βαρυτικές τάσεις, οι οποίες έχουν προκληθεί λόγω της δράσης του βαρυτικού πεδίου
- Τεκτονικές τάσεις, που οφείλονται σε τεκτονικές δυνάμεις
- Παραμένουσες τάσεις, των οποίων η δημιουργία οφείλεται σε φυσικές και χημικές διεργασίες που εκτελούνται σε περιορισμένους όγκους πετρωμάτων, όπως είναι για παράδειγμα η ανομοιόμορφη ψύξη μάγματος.

Οι κατακόρυφες τάσεις που ασκούνται σε ένα συγκεκριμένο βάθος κάτω από την επιφάνεια της γης ισούται με το βάρος των υπερκείμενων. Πρόκειται δηλαδή για το βάρος μιας στήλης με διατομή ίση με τη διατομή του τμήματος που ασκούνται οι κατακόρυφες τάσεις και ύψος την απόσταση του τμήματος από την επιφάνεια. Οι κατακόρυφες τάσεις υπολογίζονται επομένως από τη σχέση:

$$\sigma_v = \gamma \cdot h \quad (3.1)$$

όπου σ_v η κατακόρυφη θλιπτική τάση, γ το μοναδιαίο βάρος του μέσου και h η απόσταση από την επιφάνεια.

Όταν τα υπερκείμενα αποτελούνται από διαφορετικά ειδικά βάρη, διαχωρίζονται σε στρώματα με ξεχωριστό ειδικό βάρος το καθένα και πλέον το βάρος των υπερκείμενων υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\sigma_v = \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i \quad (3.2)$$

όπου n = ο αριθμός των στρωμάτων, γ_i το μοναδιαίο βάρος κάθε στρώματος και h_i το πάχος του κάθε στρώματος.

Οι οριζόντιες τάσεις που ασκούνται σε ένα τμήμα σε βάθος h λαμβάνονται σαν συναρτήσεις των κατακόρυφων τάσεων σύμφωνα με τη σχέση:

$$\sigma_h = k \cdot \sigma_v \quad (3.3)$$

όπου σ_h = η οριζόντια θλιπτική τάση

k = ο συντελεστής πλευρικών τάσεων.

3.2 Συνθήκες μελέτης τάσεων γύρω από κυκλικά ανοίγματα

Για τον αναλυτικό υπολογισμό των τάσεων γύρω από ανοίγματα κάτω από την επιφάνεια της Γης έχουν γίνει οι παρακάτω παραδοχές:

Το πέτρωμα να θεωρείται ελαστικό, ομογενές και ισότροπο.

- Το άνοιγμα λαμβάνει χώρο σε ένα αδιατάρακτο άπειρης έκτασης μέσο. Για να ισχύει αυτό θα πρέπει το πλησιέστερο σύνορο του μέσου να βρίσκεται σε μια απόσταση αρκετά μεγάλη (μεγαλύτερη από το τριπλάσιο της μεγαλύτερης διάστασης του ανοίγματος) για να μην επηρεάζονται οι τάσεις που δημιουργούνται από ένα μόνο άνοιγμα.
- Το άνοιγμα να έχει μήκος αρκετά μεγάλο συγκριτικά με τις διαστάσεις της διατομής του και η κατανομή των τάσεων να είναι ανεξάρτητη του μήκους του άξονα που εκτείνεται το άνοιγμα.
- Ο επιμήκης άξονας του ανοίγματος είναι οριζόντιος.
- Με ένα απλό γεωμετρικό σχήμα όπως είναι ο κύκλος η έλλειψη κλπ να μπορεί να παρασταθεί η διατομή του ανοίγματος.
- Οι δυο άξονες αναφοράς της διατομής έχουν οριζόντια και κάθετη διεύθυνση αντίστοιχα
- Οι κατακόρυφες τάσεις που υφίσταται το άνοιγμα είναι ίσες με το βάρος των υπερκειμένων και υπολογίζονται από τη σχέση

$$\sigma_v = \gamma \cdot h = \rho \cdot g \cdot h \quad (3.4)$$

όπου ρ και g η πυκνότητα του σχηματισμού και η επιτάχυνση της βαρύτητας αντίστοιχα ενώ οι οριζόντιες τάσεις υπολογίζονται από τη σχέση :

$$\sigma_h = k \cdot \sigma_v \quad (3.5)$$

3.3 Οι λύσεις του Kirsch

Όπως αναφέρεται και στην εισαγωγή στην περίπτωση μια κυκλικής διατομής χωρίς επένδυση έχουν προκύψει από τη θεωρία της ελαστικότητας όπως τις ανέπτυξε ο [Kirsch\(1898\)](#) οι παρακάτω εξισώσεις (σε πολικές συντεταγμένες r, θ): ([Mahtab and Grasso, 1992](#))

$$\sigma_r = \left[\frac{\sigma_h + \sigma_v}{2} \right] \left[1 - \frac{a^2}{r^2} \right] + \left[\frac{\sigma_h - \sigma_v}{2} \right] \left[1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right] \cos 2\theta \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sigma_r = \frac{P}{2} \left[(1+k) \left[1 - \frac{\alpha^2}{r^2} \right] - (1-k) \left[1 - \frac{4\alpha^2}{r^2} + \frac{3\alpha^4}{r^4} \right] \cos 2\theta \right] \quad (3.6)$$

$$\sigma_\theta = \left[\frac{\sigma_h + \sigma_v}{2} \right] \left[1 + \frac{\alpha^2}{r^2} \right] - \left[\frac{\sigma_h - \sigma_v}{2} \right] \left[1 + \frac{3\alpha^4}{r^4} \right] \cos 2\theta \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sigma_\theta = \frac{P}{2} \left[(1+k) \left[1 + \frac{\alpha^2}{r^2} \right] + (1-k) \left[1 + \frac{3\alpha^4}{r^4} \right] \cos 2\theta \right] \quad (3.7)$$

$$\tau_{r\theta} = \left[\frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} \right] \left[1 + \frac{\alpha^2}{r^2} - \frac{3\alpha^4}{r^4} \right] \sin 2\theta \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \tau_{r\theta} = \frac{P}{2} (1-k) \left[1 + \frac{2\alpha^2}{r^2} - \frac{3\alpha^4}{r^4} \right] \sin 2\theta \quad (3.8)$$

Όπου

α = η ακτίνα του κυκλικού ανοίγματος.

r = η απόσταση από το κέντρο του ανοίγματος.

θ = η γωνιά ως προς τον οριζόντιο άξονα.

P = η κατακόρυφη τάση ($P = \sigma_v$).

k = ο συντελεστής πλευρικών τάσεων.

Οι αντίστοιχες εξισώσεις για την ακτινική (u_r) και την εφαπτομενική (u_θ) μετατόπιση δίνονται από τις σχέσεις (*Brady and Brown, 1993*) :

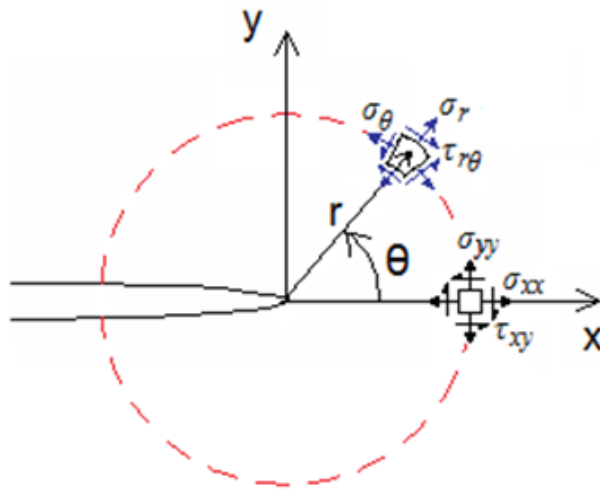
$$u_r = -\frac{Pa^2}{4Gr} \left[(1+k) - (1-k) \left[4(1-\nu) - \frac{a^2}{r^2} \right] \cos 2\theta \right] \quad (3.9)$$

$$u_\theta = -\frac{Pa^2}{4Gr} \left[(1-k) \left[2(1-2\nu) + \frac{a^2}{r^2} \right] \sin 2\theta \right] \quad (3.10)$$

Όπου G το μετρώ διάτμησης και ν ο λόγος Poisson του υλικού. Να σημειωθεί ότι οι σχέσεις αναφέρονται σε συνθήκες επίπεδης (plain strain).

Συχνά η εντατική κατάσταση του υλικού γύρω από ένα άνοιγμα εκφράζεται με τους λογούς σ_θ/σ_v και σ_r/σ_v . Έπειτα από αναλυτικό προσδιορισμό της εφαπτομενικής τάσης για μονοαξονικό εντατικό πεδίο ($k=0$ ή $\sigma_h=0$) στο σύνορο ($r=a$) ενός κυκλικού ανοίγματος προκύπτει ότι :

- Για $\theta = 0^\circ$ η εφαπτομενική τάση $\sigma_\theta = 3\sigma_v$. Αυτό σημαίνει ότι στο σύνορο και πάνω στον οριζόντιο άξονα ασκείται κατακόρυφη θλιπτική τάση τρεις φορές μεγαλύτερη από αυτήν που ασκείται στο πέτρωμα.
- Για $\theta = 90^\circ$ η εφαπτομενική τάση $\sigma_\theta = -\sigma_v$, που σημαίνει ότι στο σύνορο του ανοίγματος και πάνω στον κατακόρυφο άξονα ασκείται οριζόντια εφελκυστική τάση ίση με την θλιπτική που ασκείται στο πέτρωμα.

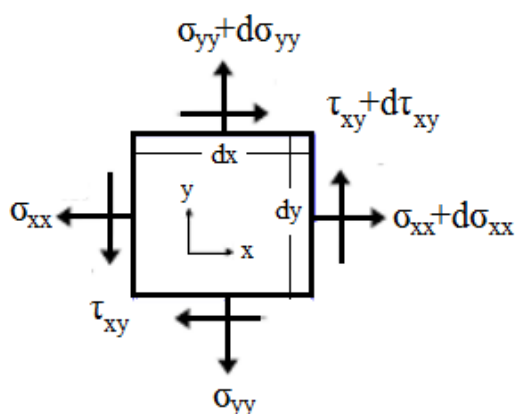


Σχήμα 3-1: Κατανομή τάσεων γύρω από κυκλικό άνοιγμα (Ξηρουδάκης, 2018)

4 Η μέθοδος των μιγαδικών δυναμικών

Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφονται οι σχέσεις των τάσεων και των μετατοπίσεων που χρησιμοποιήθηκαν για το κυκλικό άνοιγμα με έναν ή περισσότερους δακτυλίους. Ακόμη θα παρουσιαστεί και το πώς προέκυψαν οι σχέσεις αυτές από τις εξισώσεις ισορροπίας.

4.1 Εξισώσεις ισορροπίας



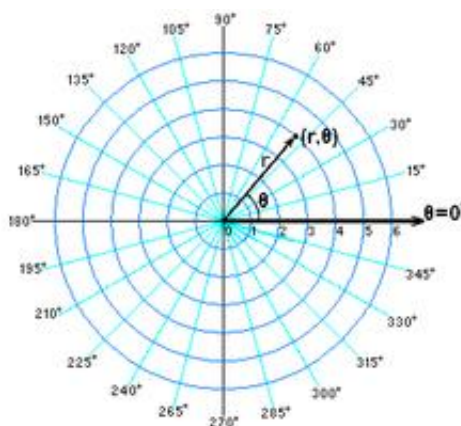
Σχήμα 4-1: Ισορροπία δυνάμεων (Ξηρουδάκης, 2018)

Στο (Σχ. 4.1) φαίνεται η μεταβολή των τάσεων σε ένα υλικό σημείο από όπου προκύπτουν οι εξισώσεις ισορροπίας στις δυο διαστάσεις:

$$\sigma_{ij,j} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

4.2 Πολικό σύστημα συντεταγμένων

Το πολικό σύστημα συντεταγμένων είναι ένα σύστημα συντεταγμένων σε δυο διαστάσεις. Σε αυτό το σύστημα η θέση οποιουδήποτε σημείου σε ένα επίπεδο καθορίζεται από την απόσταση του σημείου αυτού από ένα αυθαίρετα επιλεγμένο σημείο αναφοράς και τη γωνία από μία αυθαίρετα επιλεγμένη κατεύθυνση. Η απόσταση αυτή ονομάζεται ακτινική συντεταγμένη και συμβολίζεται συνήθως με το λατινικό χαρακτήρα r . Αντίστοιχα η γωνία στο πολικό σύστημα ονομάζεται γωνιακή συντεταγμένη και συμβολίζεται συνήθως με το ελληνικό γράμμα θ .



Σχήμα 4-2: Πολικό σύστημα συντεταγμένων (el.wikiversity.org)

4.3 Μιγαδικοί αριθμοί

Στα μαθηματικά, οι μιγαδικοί αριθμοί είναι μία επέκταση του συνόλου των πραγματικών αριθμών με την προσθήκη του στοιχείου i , που λέγεται φανταστική μονάδα, και έχει την ιδιότητα:

$$i^2 = -1 \Rightarrow i = \sqrt{-1} \quad (4.2)$$

Κάθε μιγαδικός αριθμός μπορεί να γραφτεί με τη μορφή $x+iy$, όπου τα x και y είναι πραγματικοί αριθμοί και λέγονται πραγματικό μέρος και φανταστικό μέρος του μιγαδικού αριθμού, αντίστοιχα. Η γεωμετρική αναπαράσταση των μιγαδικών αριθμών η αλλιώς το μιγαδικό επίπεδο ορίζεται ως εξής ([Leonard Euler, 1748](#)):

$$z = x + iy = r \cdot e^{i\theta} = r \cdot (\cos \theta + i \cdot \sin \theta) \quad (4.3)$$

Ως συζυγής αριθμός ενός μιγαδικού ονομάζεται ο μιγαδικός με το ίδιο πραγματικό μέρος και το αντίθετο φανταστικό και ορίζεται ως εξής:

$$z = x - iy = r \cdot e^{-i\theta} = r \cdot (\cos \theta - i \cdot \sin \theta) \quad (4.4)$$

4.4 Εκφράσεις των τάσεων και των μετατοπίσεων σε μιγαδική μορφή

Από τις εξισώσεις ισορροπίας ο Muskhelishvili συνδέει τις ορθές τάσεις και τις διατμητικές με τα μιγαδικά δυναμικά $\varphi(z)$ και $\psi(z)$ όπως φαίνεται και στις παρακάτω σχέσεις:

$$\sigma_{yy} + \sigma_{xx} = 4 \cdot \text{Re}(\varphi'(z)) \quad (4.5)$$

$$\sigma_{yy} - \sigma_{xx} + 2 \cdot i \cdot \sigma_{xy} = 2 \cdot (z \cdot \varphi''(z) + \chi''(z)) = 2 \cdot (z \cdot \varphi''(z) + \psi'(z)) \quad (4.6)$$

Ομοίως συνδέει και τις μετατοπίσεις με την παρακάτω σχέση:

$$2 \cdot G \cdot (u + i \cdot v) = k \cdot \varphi(z) - z \cdot \varphi'(z) - \psi'(z) \quad (4.7)$$

$$k = \begin{cases} 3 - 4\nu, & \text{επιπεδη παραμορφωση (plain strain)} \\ \frac{3-\nu}{1+\nu}, & \text{επιπεδηταση (plain stress)} \end{cases}$$

4.5 Ειδικές συναρτήσεις του Muskhelishvili

Ο *Savin (1961)* χρησιμοποίησε τα παρακάτω μιγαδικά δυναμικά για το ελαστικό μεσο (βραχομάζα) και τους δακτυλίους αντίστοιχα. Οι συντελεστές $(\alpha_{-1}, \beta_{-3}, \beta_{-1})$ με ελληνικούς χαρακτήρες αναφέρονται στη βραχομάζα ενώ οι συντελεστές $(a_{-1}, a_1, a_3, b_{-3}, b_{-1}, b_1)$ με λατινικούς χαρακτήρες χρησιμοποιούνται στις σχέσεις για τους δακτυλίους. Ο υπολογισμός των αγνώστων αυτών συντελεστών θα εξηγηθεί σε παρακάτω κεφαλαίο.

Για τη βραχομάζα, $r \geq R$:

$$\varphi(z) = \frac{pR}{4} \left[\frac{z}{R} + a_{-1} \frac{R}{z} \right] \quad (4.8)$$

$$\psi(z) = -\frac{pR}{4} \left[2 \frac{z}{R} + \beta_{-1} \frac{R}{z} + \beta_{-3} \frac{R^3}{z^3} \right] \quad (4.9)$$

Για τους δακτυλίους, $R_j \leq r \leq R_{j+1}$:

$$\varphi^{(j)}(z) = \frac{pR}{4} \left[a_3^{(j)} \frac{z^3}{R^3} + a_1^{(j)} \frac{z}{R} + a_{-1}^{(j)} \frac{R}{z} \right] \quad (4.10)$$

$$\psi^{(j)}(z) = -\frac{pR}{4} \left[b_1^{(j)} \frac{z}{R} + b_{-1}^{(j)} \frac{R}{z} + b_{-3}^{(j)} \frac{R^3}{z^3} \right] \quad (4.11)$$

Όπου z ένας μιγαδικός αριθμός που καθορίζει τη θέση που μελετάμε σε πολικές συντεταγμένες .

p , η εξωτερική τάση που ασκείται στο περιβάλλον πέτρωμα σε έναν άξονα.

R , η εξωτερική ακτίνα του τελευταίου δακτυλίου.

j , ο δείκτης που υποδηλώνει τον δακτύλιο που μελετάμε. Όταν δεν υπάρχει δείκτης σε κάποιο στοιχείο αναφερόμαστε στη βραχομάζα.

4.6 Οι εκφράσεις των τάσεων σε πολικές συντεταγμένες

Στην περίπτωση που μελετάμε τις τάσεις σε ένα κυκλικό άνοιγμα όπως είναι μια γεώτρηση ,η επιλογή ενός συστήματος πολικών συντεταγμένων σαν σύστημα αναφοράς είναι η βέλτιστη επιλογή. Οι παρακάτω σχέσεις συνδέουν τις κατακόρυφες και οριζόντιες τάσεις με τις ακτινικές και τις εφαπτομενικές τάσεις (*Muskhelishvili, 1954*):

$$\sigma_{yy} + \sigma_{xx} = \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} \quad (4.12)$$

$$\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr} + 2 \cdot i \cdot \tau_{r\theta} = \exp(2 \cdot i \cdot \theta) \cdot (\sigma_{yy} - \sigma_{xx} + 2 \cdot i \cdot \sigma_{xy}) \quad (4.13)$$

και για τις μετατοπίσεις :

$$u_r + i \cdot u_\theta = \exp(-i \cdot \theta) \cdot (u + i \cdot v) \quad (4.14)$$

Να σημειωθεί πως οι τάσεις σ_{rr} και $\sigma_{\theta\theta}$ θα συμβολίζονται παρακάτω ως σ_r και σ_θ αντίστοιχα.

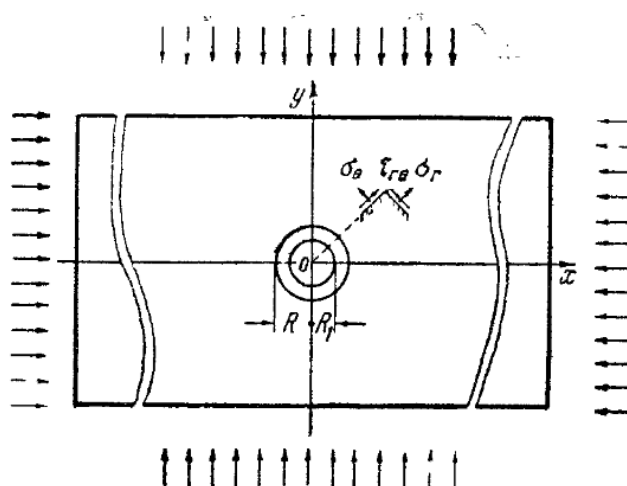
4.7 Υπολογισμός τάσεων και μετατοπίσεων

Χρησιμοποιώντας όλες τις παραπάνω σχέσεις προκύπτουν οι καταστατικές εξισώσεις των τάσεων (εξ. 4.15 έως εξ. 4.17) και των μετατοπίσεων (εξ. 4.18 και εξ. 4.19) για τους δακτυλίους και τη βραχομάζα (εξ. 4.20 έως εξ. 4.22 και εξ. 4.23 και εξ. 4.24 αντιστοίχως). Η αρχική μορφή των εξισώσεων περιλαμβάνει μόνο μια εξωτερική ασκούμενη τάση p στο περιβάλλον πέτρωμα σε έναν άξονα. Η τελική μορφή των εξισώσεων όπως παρουσιάζονται παρακάτω έχει προκύψει από την αρχή της υπέρθεσης για δυο ασκούμενες τάσεις (p_x και p_y) στον άξονα x και στον άξονα y αντίστοιχα. Ο υπολογισμός των τάσεων και των μετατοπίσεων όπως περιγράφονται από τον Savin (1961) γίνεται για φόρτιση του μέσου μετά την όρυξη. Στην πραγματικότητα σε μια γεώτρηση πετρελαίου το γεωυλικό είναι προ-φορτισμένο λόγω των βαρυτικών τάσεων πριν την διάνοιξη της γεώτρησης.

Η διαδικασία που ακολουθήθηκε για την τροποποίηση των εξισώσεων αυτών ώστε να προσεγγίζουν το πραγματικό πρόβλημα περιλαμβάνει τα εξής βήματα:

1. υπολογισμός προ-φόρτισης
2. μηδενισμός μετατοπίσεων (λόγω προ-φόρτισης)
3. όρυξη μέσου (δημιουργία οπής)
4. τοποθέτηση δακτυλίων επένδυσης και τσιμέντου.
5. επίλυση συστήματος εξισώσεων.

Οι παρακάτω (εξ. 4.23-4.24) των μετατοπίσεων που αναφέρονται στη βραχομάζα έχουν τροποποιηθεί υπολογίζοντας την προ φόρτιση έτσι ώστε να μην συμπεριλαμβάνονται οι μετατοπίσεις λόγω της προ-φόρτισης.



Σχήμα 4-3: (Savin, 1961)

Για του δακτυλίου, $R_j \leq r \leq R_{j+1}$

$$\sigma_r = \frac{(p_x + p_y)}{2} \left(a_1^{(j)} - \frac{b_{-1}^{(j)}}{2} \frac{R^2}{r^2} \right) + (p_x - p_y) \left(\frac{b_1^{(j)}}{2} - 2a_{-1}^{(j)} \frac{R^2}{r^2} - \frac{3}{2} b_{-3}^{(j)} \frac{R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \quad (4.15)$$

$$\sigma_\theta = \frac{(p_x + p_y)}{2} \left(a_1^{(j)} + \frac{b_{-1}^{(j)}}{2} \frac{R^2}{r^2} \right) - (p_x - p_y) \left(\frac{b_1^{(j)}}{2} - 6a_3^{(j)} \frac{r^2}{R^2} - \frac{3}{2} b_{-3}^{(j)} \frac{R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \quad (4.16)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{(p_x - p_y)}{2} \left[3a_3^{(j)} \frac{r^2}{R^2} - \frac{b_1^{(j)}}{2} - a_{-1}^{(j)} \frac{R^2}{r^2} - \frac{3}{2} b_{-3}^{(j)} \frac{R^4}{r^4} \right] \sin 2\theta \quad (4.17)$$

$$u_r^{(j)} = \frac{(p_x + p_y)R}{8\mu_j} \left[a_1^{(j)} (\kappa_j - 1) \frac{r}{R} + b_{-1}^{(j)} \frac{R}{r} \right] + (p_x - p_y) \left[a_3^{(j)} (\kappa_j - 3) \frac{r^3}{R^3} + b_1^{(j)} \frac{r}{R} + a_{-1}^{(j)} (\kappa_j + 1) \frac{R}{r} + b_{-3}^{(j)} \frac{R^3}{r^3} \right] \cos 2\theta - \frac{(p_x + p_y)}{8\mu_j} (\kappa - 1)r - (p_x - p_y) \frac{r}{4\mu_j} \cos 2\theta \quad (4.18)$$

$$u_\theta^{(j)} = \frac{(p_x - p_y)R}{8\mu_j} \left[a_3^{(j)} (\kappa_j + 3) \frac{r^3}{R^3} - b_1^{(j)} \frac{r}{R} - a_{-1}^{(j)} (\kappa_j - 1) \frac{R}{r} + b_{-3}^{(j)} \frac{R^3}{r^3} \right] \sin 2\theta + \frac{(p_x - p_y)}{4\mu_j} r \sin 2\theta \quad (4.19)$$

Για τη βραχομάζα, $r \geq R$

$$\sigma_r = \frac{(p_x + p_y)}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \beta_{-1} \frac{R^2}{r^2} \right) + \frac{(p_x - p_y)}{2} \left(1 - 2a_{-1} \frac{R^2}{r^2} - \frac{3}{2} \beta_{-3} \frac{R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \quad (4.20)$$

$$\sigma_\theta = \frac{(p_x + p_y)}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \beta_{-1} \frac{R^2}{r^2} \right) - \frac{(p_x - p_y)}{2} \left(1 - \frac{3}{2} \beta_{-3} \frac{R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \quad (4.21)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{(p_y - p_x)}{2} \left(1 + \alpha_{-1} \frac{R^2}{r^2} + \frac{3}{2} \beta_{-3} \frac{R^4}{r^4} \right) \sin 2\theta \quad (4.22)$$

$$u_r = \frac{(p_x + p_y)R}{8\mu} \left[\beta_{-1} \frac{R}{r} \right] + (p_x - p_y) \left[a_{-1} (\kappa + 1) \frac{R}{r} + \beta_{-3} \frac{R^3}{r^3} \right] \cos 2\theta \quad (4.23)$$

$$u_\theta = \frac{(p_x - p_y)R}{8\mu} \left[-\alpha_{-1} (\kappa - 1) \frac{R}{r} + \beta_{-3} \frac{R^3}{r^3} \right] \sin 2\theta \quad (4.24)$$

Όπου p_x και p_y οι ασκούμενες τάσεις στον άξονα x και στον άξονα y αντίστοιχα.

σ_r η ακτινική τάση

σ_θ η εφαπτομενική τάση

$\tau_{r\theta}$ η διατμητική τάση

u_r η ακτινική μετατόπιση

u_θ η εφαπτομενική μετατόπιση

Ο δείκτης (j) υποδηλώνει τον αριθμό του δακτυλίου. Όταν γίνεται αναφορά στη βραχομάζα ο δείκτης παραλείπεται.

R η εξωτερική ακτίνα του τελευταίου δακτυλίου.

r η θέση που μελετάμε τις τάσεις και τις παραμορφώσεις.

θ η γωνία του σημείου σε από την οριζόντια θέση.

4.8 Υπολογισμός αγνώστων συντελεστών

Οι άγνωστοι συντελεστές $(a_{-1}, a_1, a_3, b_{-3}, b_{-1}, b_1, \alpha_{-1}, \beta_{-3}, \beta_{-1})$ προσδιορίζονται από τις συνοριακές συνθήκες και τις συνθήκες συνέχειας των τάσεων και των μετατοπίσεων για τους διαδοχικούς δακτυλίους και τη βραχομάζα.

Για τον εσωτερικό δακτύλιο

Για $r=R_1$:

$$\sigma_r^{(1)} = p_0 \quad , \text{όπου } p_0 = \text{πίεση λάσπης}$$

$$\tau_{r\theta}^{(1)} = 0$$

Για τις συνοριακές συνθήκες μεταξύ του πρώτου (casing) και του δευτέρου (cement) δακτυλίου, τίθεται:

Για $r=R_2$:

$$\sigma_r^{(1)} = \sigma_r^{(2)}$$

$$\tau_{r\theta}^{(1)} = \tau_{r\theta}^{(2)}$$

$$u_r^{(1)} = u_r^{(2)}$$

$$u_\theta^{(1)} = u_\theta^{(2)}$$

Για τις συνοριακές συνθήκες μεταξύ του δευτέρου δακτυλίου (cement) και της βραχομάζας (ψαμμίτης) που είναι συγκολλημένοι μεταξύ τους τίθεται:

Για $r=R$:

$$\sigma_r^{(2)} = \sigma_r$$

$$\tau_{r\theta}^{(2)} = \tau_{r\theta}$$

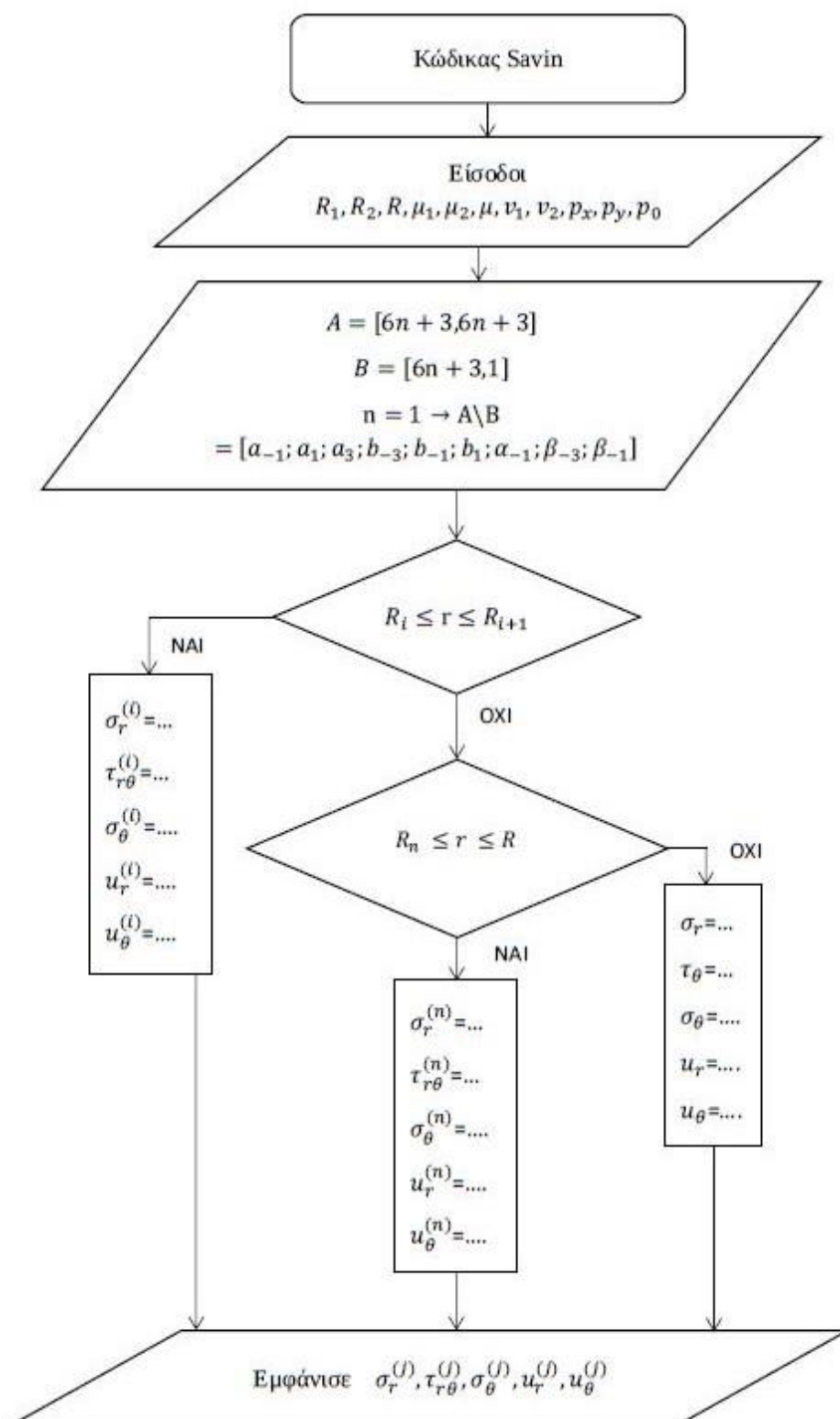
$$u_r^{(2)} = u_r$$

$$u_\theta^{(2)} = u_\theta$$

Αρχικά κατασκευάζεται ένας πίνακας A διαστάσεων $[6n + 3, 6n + 3]$ και ένας πίνακας B διαστάσεων $[6n + 3, 1]$ (όπου n ο αριθμός των δακτυλίων). Στον πίνακα A εισάγονται οι τελεστές των αγνώστων συντελεστών από τις καταστατικές εξισώσεις. Στον πίνακα B εισάγονται οι γνωστοί όροι της καταστατικής εξίσωσης. Έπειτα ορίζεται ένα πίνακας $x=A \setminus B$ όπου ορίζονται και εισάγονται οι άγνωστοι συντελεστές. Προσδιορίζοντας λοιπόν τους άγνωστους συντελεστές, μπορεί πλέον να γίνει υπολογισμός για τις τάσεις και τις μετατοπίσεις γύρω από κυκλικά ανοίγματα με επένδυση στρώσεων από τις παραπάνω καταστατικές εξισώσεις.

4.9 Διάγραμμα ροής του κώδικα

Η δημιουργία του κώδικα στο λογισμικό της Matlab[®] υλοποιήθηκε με τη βοήθεια κατάλληλων εντολών. Παρακάτω φαίνεται ένα τυπικό διάγραμμα ροής που παρουσιάζει συνοπτικά τον κώδικα



Σχήμα 4-4: Διάγραμμα ροής του υπολογιστικού προγράμματος

Όπως αναφέρεται και στην εισαγωγή, στον κώδικα της Matlab χρησιμοποιούνται ως είσοδοι από τον χρήστη τα εξής δεδομένα :

R_1, R_2 η εσωτερική ακτίνα του 1^{ου} και 2^{ου} δακτυλίου.

R η εξωτερική ακτίνα του δεύτερου δακτυλίου (άνοιγμα της γεώτρησης).

μ_1 το μέτρο διάτμησης του υλικού της επένδυσης.

μ_2 το μέτρο διάτμησης του τσιμέντου.

μ το μέτρο διάτμησης του πετρώματος.

ν_1 ο λόγος Poisson του του υλικού της επένδυσης.

ν_2 ο λόγος Poisson του τσιμέντου.

ν ο λόγος Poisson του πετρώματος.

p_x η ορθή τάση μακρινού πεδίου στον άξονα x

p_y η ορθή τάση μακρινού πεδίου στον άξονα y

p_0 η πίεση πολφού

Έπειτα δημιουργούνται οι πίνακες **A**, **B** και **x** οι οποίοι χρησιμοποιούνται για τον ορισμό των αγνώστων συντελεστών. Ανάλογα με τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται λαμβάνονται και οι αντίστοιχες τιμές των αγνώστων συντελεστών.

Εισάγοντας όλες τις τιμές για τα παραπάνω δεδομένα δίνονται σαν έξοδο οι τιμές των παρακάτω τάσεων και μετατοπίσεων για τους δακτυλίους και βραχομάζα :

σ_r η ακτινική τάση

σ_θ η εφαπτομενική τάση

$\tau_{r\theta}$ η διατμητική τάση

u_r η ακτινική μετατόπιση

u_θ η εφαπτομενική μετατόπιση

Για να μπορέσουν να υπολογιστούν οι τιμές των : $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}, u_r, u_\theta$ για τις στρώσεις με τις αντίστοιχες καταστατικές εξισώσεις χρησιμοποιήθηκε μια συνθήκη-έλεγχος για την τιμή r (.

- Αν η τιμή r ήταν μεταξύ του $R_1 - R_2$ (πρώτος δακτύλιος-casing), ο υπολογισμός των τάσεων και των μετατοπίσεων έγινε με χρήση των εξ. (4.15)-εξ. (4.19) χρησιμοποιώντας τους κατάλληλους άγνωστους συντελεστές για τους αντίστοιχους δακτυλίους.
- Αν η τιμή r ήταν μεταξύ του $R_2 - R$ (δεύτερος δακτύλιος- cement), ο υπολογισμός των τάσεων και των μετατοπίσεων έγινε με χρήση των εξ. (4.15)-εξ. (4.19) χρησιμοποιώντας τους κατάλληλους άγνωστους συντελεστές για τους αντίστοιχους δακτυλίους.

- Αν η τιμή r ήταν μεγαλύτερη του R (περιβάλλον πέτρωμα της γεώτρησης), ο υπολογισμός των τάσεων και των μετατοπίσεων έγινε με χρήση των εξ. (4.20)- εξ.(4.24) χρησιμοποιώντας τους αντίστοιχους συντελεστές για τη βραχομάζα.

Τέλος αφού υπολογιστούν όλες οι τιμές για τις τάσεις και τις μετατοπίσεις εξάγονται και κάποια γραφήματα.

5 Αριθμητικά αποτελέσματα ελαστικής ανάλυσης επενδεδυμένης γεώτρησης με δύο δακτυλίους

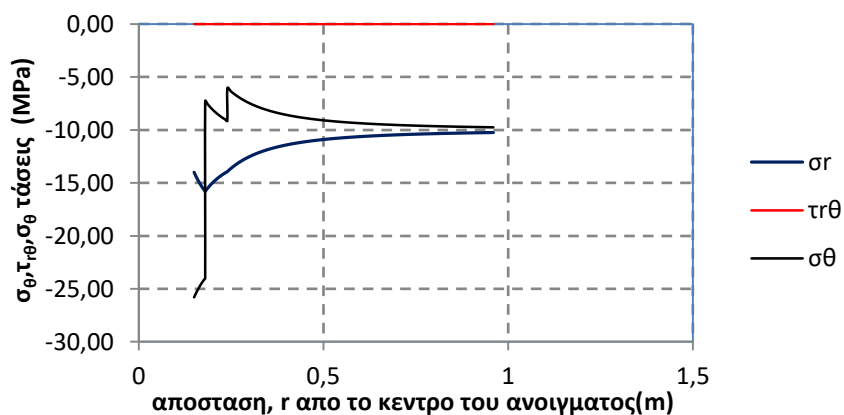
5.1 Κυκλικό άνοιγμα χωρίς προ-φόρτιση

Όπως προαναφέρθηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο ο υπολογισμός των τάσεων και των μετατοπίσεων έγινε για ένα κυκλικό άνοιγμα με φόρτιση μετά την όρυξη του (Savin, 1961). Παρακάτω παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις των τάσεων και των μετατοπίσεων με αυτή τη θεώρηση. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για τον παρακάτω υπολογισμό είναι αυτά που θα χρησιμοποιηθούν και για την γεώτρηση υδρογονανθράκων (Statoil, 2010). Οι υπολογισμοί των μετατοπίσεων για το πέτρωμα υπολογίστηκαν από τις παρακάτω εξισώσεις:

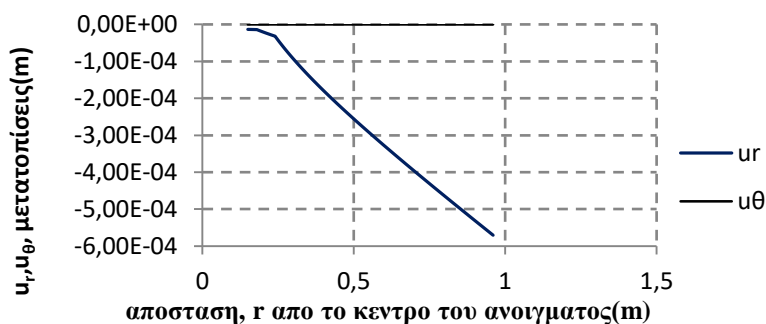
$$u_r = \frac{(p_x + p_y)R}{8\mu} \left[(\kappa - 1) \frac{r}{R} + \beta_{-1} \frac{R}{r} \right] + (p_x - p_y) \left[2 \frac{r}{R} + \alpha_{-1} (\kappa + 1) \frac{R}{r} + \beta_{-3} \frac{R^3}{r^3} \right] \cos 2\theta \quad (5.1)$$

$$u_\theta = \frac{(p_x - p_y)R}{8\mu} \left[-2 \frac{r}{R} - \alpha_{-1} (\kappa - 1) \frac{R}{r} + \beta_{-3} \frac{R^3}{r^3} \right] \sin 2\theta \quad (5.2)$$

Στα (Σχ.5-1, Σχ.5-2) προβάλλονται οι τιμές των τάσεων και των μετατοπίσεων αντίστοιχα συνάρτησή της απόστασης από κέντρο του ανοίγματος



Σχήμα 5-1



Σχήμα 5-2

Οι επιλύσεις αυτές δεν ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα σε μια γεώτρηση πετρελαίου γιατί το γεωϋλικό είναι προ-φορτισμένο πριν την διάνοιξη της γεώτρησης. Στην συνέχεια οι παρακάτω επιλύσεις γίνονται με την αφαίρεση των μετατοπίσεων της προ-φόρτισης (εξ. (4.23)-(4.24)) θεωρώντας ότι η υποστήριξη μπαίνει ακαριαία.

5.2 Ανυποστήρικτο κυκλικό άνοιγμα

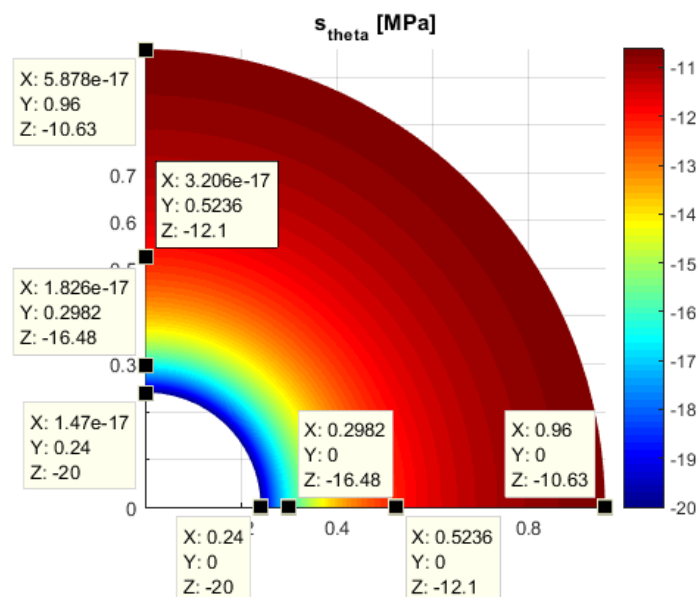
Σαν περιβάλλον πέτρωμα χρησιμοποιήθηκε ο ψαμμίτης. Ουσιαστικά εδώ έγινε μια δοκιμή του κώδικα για να συγκριθούν τα αποτελέσματα με τις σχέσεις που ανέπτυξε ο Kirsch. Παρακάτω παρουσιάζεται ο Πιν.(5-1) με τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα της Matlab. (Statoil,2010)

Πίνακας 5-1

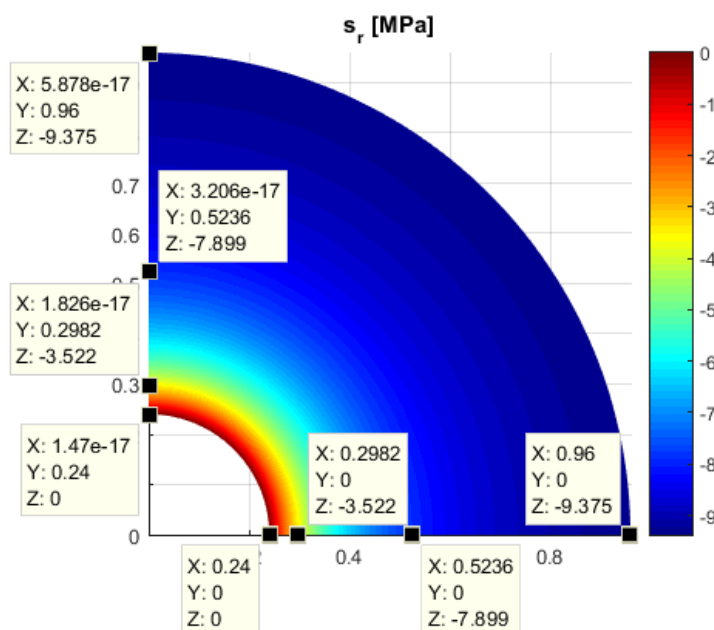
Στρώση- πέτρωμα	Μέτρο διάτμησης G_j (MPa)		Λόγος Poisson ν_j		$k_j = 3 - 4\nu_j$		R_j (m)	
Ψαμμίτης	4000	G	0.25	ν	2.00	k	0.24	R

Ο ψαμμίτης που χρησιμοποιήθηκε έχει μετρό διάτμησης 4000 MPa,λόγο Poisson ίσο με 0.25. Το Βάθος μελέτης θεωρήθηκε ότι είναι τα 1151m μέτρα.

Τα παρακάτω διαγράμματα προβάλλουν τις τιμές των τάσεων και των μετατοπίσεων σε συγκεκριμένες αποστάσεις και γωνίες γύρω από το κυκλικό άνοιγμα μιας γεώτρησης. Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα ισοχρωματικά διαγράμματα στο ένα τεταρτημόριο, λόγω της συμμετρίας του προβλήματος, της περιοχής γύρω από το κυκλικό άνοιγμα: α) των εφαπτομενικών ορθών τάσεων (Σχ.5-3α) και β) των ακτινικών τάσεων (Σχ.5-3β) με τις αντίστοιχες τιμές να εμφανίζονται στα σύνορα της γεώτρησης και σε απόσταση μακριά από αυτήν (~0.7m). Σημειώνεται ότι οι διατμητικές τάσεις λόγω της πλήρους συμμετρίας στην περίπτωση υδροστατικής φόρτισης ($p_x = p_y$) είναι μηδενικές.



α)

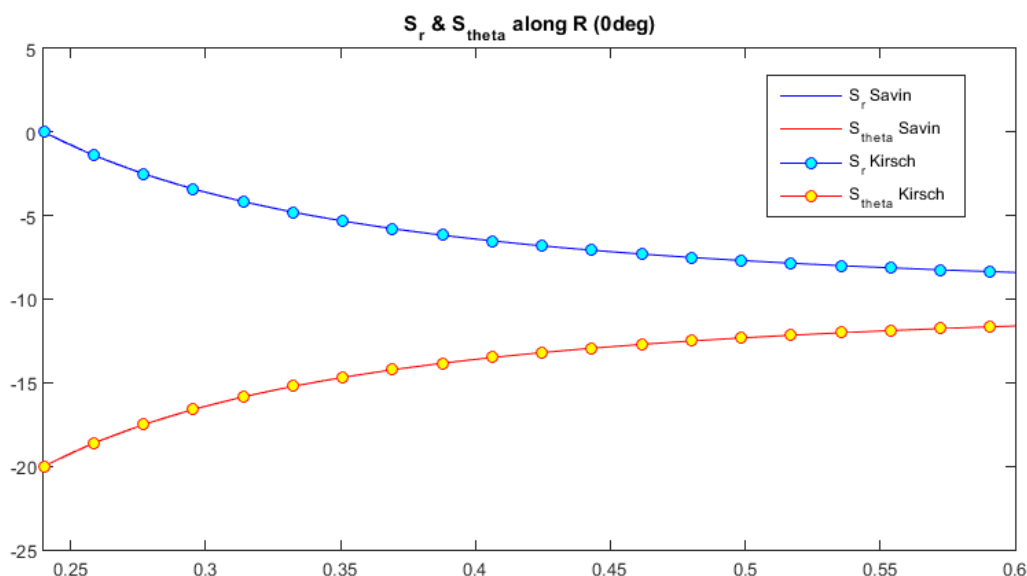


β)

Σχήμα 5-3: α) εφαπτομενικές και β) ακτινικές ορθές τάσεις

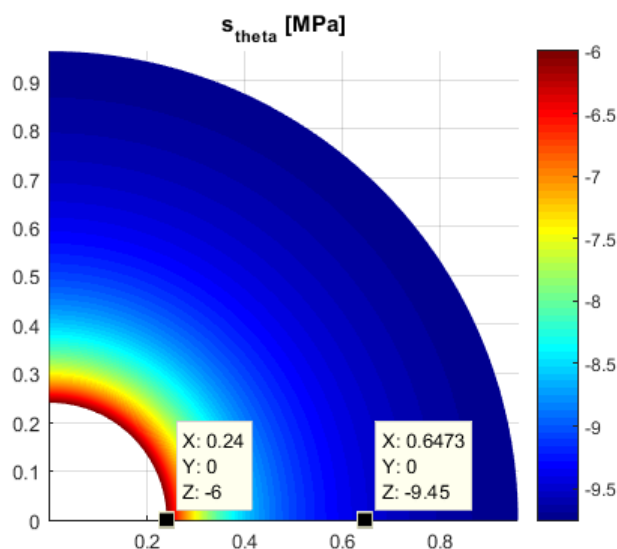
Στο παραπάνω (Σχ.5-3α) παρουσιάζονται οι εφαπτομενικές τάσεις για τις 0° και τις 90° σε ένα ορυγμένο ψαμμιτικό πέτρωμα χωρίς επένδυση. Παρατηρείται ότι η εφαπτομενική τάση στα περιθώρια του ανοίγματος ($r=0.24$ m) είναι διπλάσια της υδροστατικής φόρτισης (-20 MPa) με τη σύμβαση πρόσημων της μηχανικής με τις θλιπτικές τάσεις αρνητικές. Παρατηρώντας τα διαγράμματα φαίνεται ότι τόσο οι εφαπτομενικές όσο και οι ακτινικές τάσεις τείνουν να γίνουν ίσες με τις ασκούμενες τάσεις που υποβλήθηκαν στο σύστημα ($p_x = p_y = -10$ MPa). Επίσης στο (Σχ.5-3β) των ακτινικών τάσεων στο σύνορο είναι μηδέν που είναι η συνοριακή συνθήκη για ανυποστήρικτο άνοιγμα.

Για την επαλήθευση του κώδικα Savin θα γίνει σύγκριση των λύσεων με τις εξ.(3.6),(3.7) που ανέπτυξε ο Kirsch και που παρουσιάζονται με σημεία στο (Σχ.5-4) ενώ οι αντίστοιχες επιλύσεις του κώδικα παρουσιάζονται με συνεχείς γραμμές. Η ειδική περίπτωση εφαρμογής του κώδικα είναι για κυκλικό άνοιγμα χωρίς επένδυση και επαληθεύει τις λύσεις του Kirsch με σφάλμα απόκλισης της τάξεως 10^{-15} .

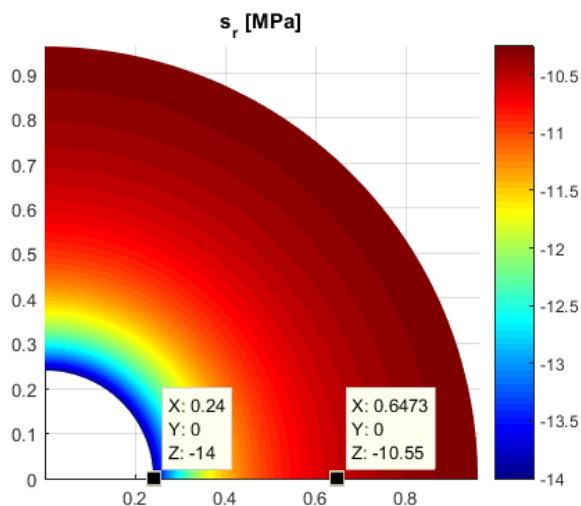


Σχήμα 5-4:εφαπτομενικές και ακτινικές, Savin, Kirsch

Στην περίπτωση που υπάρχει και γεωτρητικός πολφός μέσα στο άνοιγμα ο οποίος ασκεί πίεση $p_0 = -14$ MPa με την εφαπτομενική ορθή τάση και την ακτινική στην επιφάνεια της γεώτρησης να είναι -6 MPa (Σχ.5-5α) και -14 MPa (Σχ.5-5β) αντίστοιχα.



α)



β)

Σχήμα 5-5: α) εφαπτομενικές ορθές τάσεις και β) ακτινικές γύρω από κυκλικό ανυποστήρικτο άνοιγμα με πολφό

5.3 Υποστηριγμένο με δύο δακτυλίους

Τα παρακάτω δεδομένα του Πιν.(5-2) είναι για μια γεώτρηση εξόρυξης υδρογονανθράκων σε τομή μιας ενδιάμεσης επένδυσης 13 3/8'' (intermediate casing) με δεύτερο δακτύλιο τσιμέντο τύπου Portland και περιβάλλον πέτρωμα ψαμμίτη. Η επιλογή των R_1, R_2, R έγινε σύμφωνα με δεδομένα επένδυσης από μια συγκεκριμένη γεώτρηση.(*Statoil, 2010*)

Πίνακας 5-2

Section	Section TD [m MD,drillers depth]	Mud weight[g/cm ³]	Mud type
17 1/2 ''	1151	1.25	PerformaDril WBM (at TD displaced at to 1.30 g/cm ³ WBM)

Στον Πιν.(5-2) δίνεται το ειδικό βάρος του γεωτρητικού πολφού το οποίο ισούται με $\gamma_0 = 1.25 \text{ g/cm}^3$.

Το κομμάτι της γεωτρητικής στήλης που περιλαμβάνει την ενδιάμεση επένδυση με διάμετρο 13 3/8'' είναι το κομμάτι 17 1/2''.

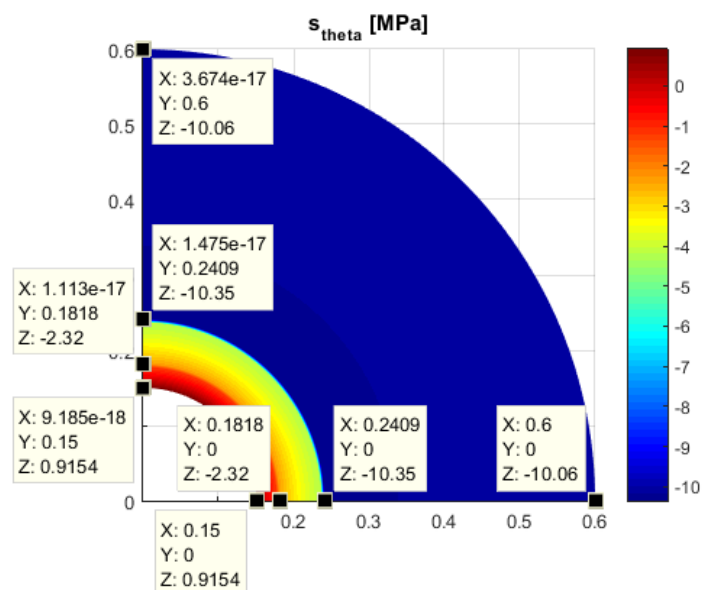
Πίνακας 5-3

Στρώση- πέτρωμα	Μέτρο διάτμησης G_j (MPa)		Λόγος Poisson ν_j		$k_j=3-4\nu_j$		R_j (m)	
Επένδυση	77200	G_1	0.3	ν_1	1.8	k_1	0.15	R_1
Τσιμέντο	17000	G_2	0.2	ν_2	2.20	k_2	0.18	R_2
Ψαμμίτης	4000	G	0.25	ν	2.00	k	0.24	R

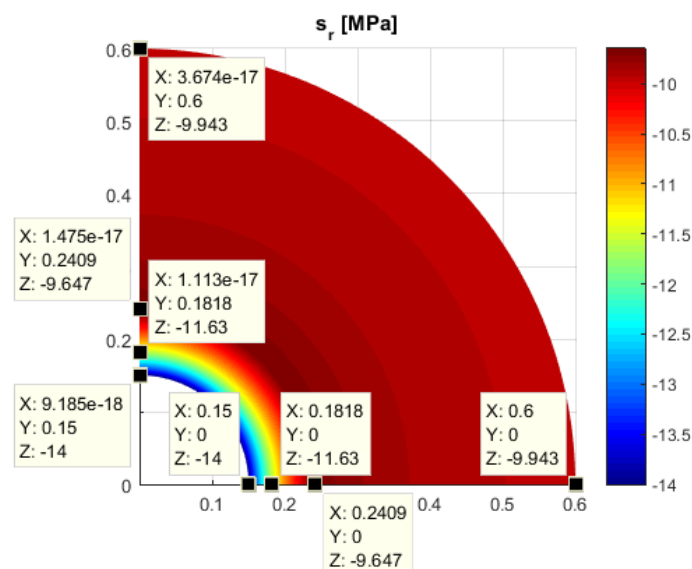
Οι τιμές R_1, R_2, R υπολογίστηκαν γνωρίζοντας τις διαμέτρους των ακριβώς παραπάνω και παρακάτω επενδύσεων.

Το πάχος του πρώτου δακτυλίου είναι ίσο με 3 cm. Το πάχος της τσιμέντωσης είναι ίσο με 6 cm. Το βάθος της διατομής του κυκλικού ανοίγματος που μελετάται

είναι στα 1151 μέτρα. Η κατακόρυφη τάση επομένως από το υπερκείμενα υπολογίζεται από τη εξ.(3.1) και είναι ίση με -30 MPa. Για τον υπολογισμό της οριζόντιας τάσης η τιμή του k (συντελεστής πλευρικών τάσεων) λαμβάνει την τιμή $k = 1/3$ αφού $\nu = 0.25$ (Hooke Brown). Επομένως η οριζόντια τάση είναι ίση από την εξ.(3.3) με -10MPa. Η πίεση λάσπης υπολογίστηκε ίση με $p_0 = -14$ MPa από την εξ.(1.1).). Επίσης θεωρούμε μηδενική χαλάρωση του πετρώματος κατά την εφαρμογή της υποστήριξης (για χρόνο $t=0$).



α)



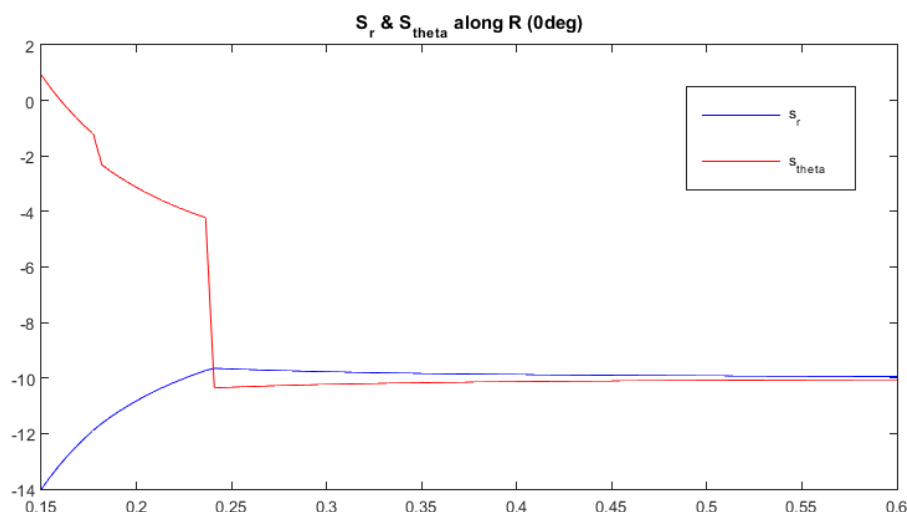
β)

Σχήμα 5-6: α) εφαπτομενικές ορθές και β) ακτινικές τάσεις

Στο παραπάνω (Σχ.5-6) προβάλλονται οι εφαπτομενικές και ακτινικές τάσεις γύρω από το άνοιγμα με τις ακτινικές τάσεις (Σχ.5-6β) εσωτερικά να είναι ίσες με την πίεση του πολφού και μακριά να τείνουν στην υδροστατική φόρτιση -10MPa.

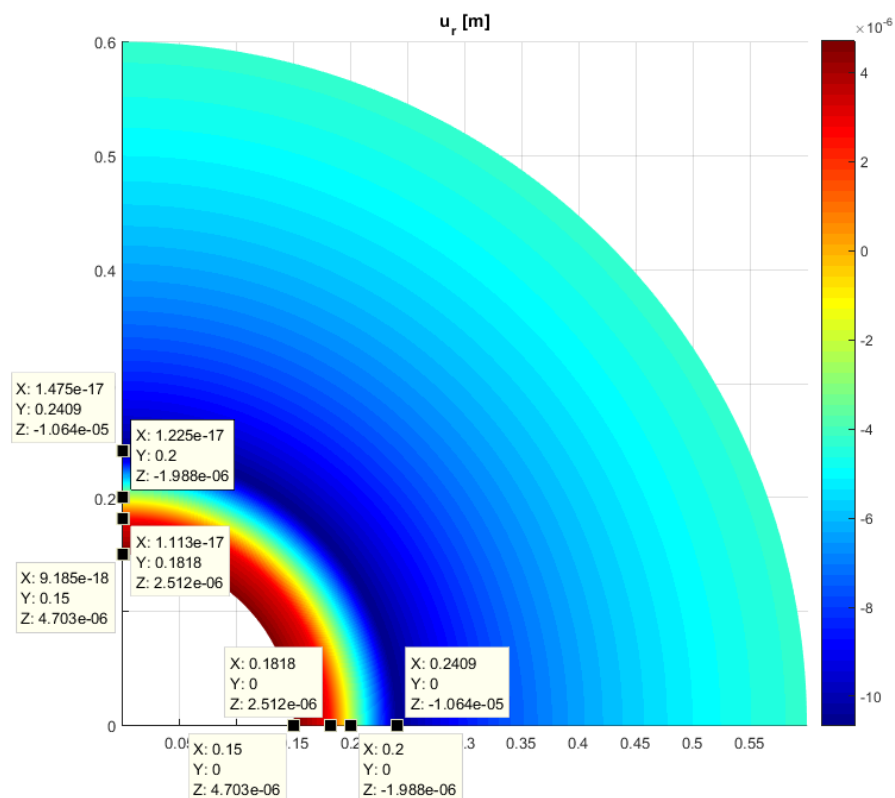
Όσον αφορά τώρα στον 1^ο δακτύλιο (επένδυση) σε απόσταση $r = R_1 = 0.15$ m η εφαπτομενική τάση λαμβάνει την τιμή 0.9 MPa για τις 0° και 90°. Ο δεύτερος δακτύλιος (τσιμέντο) σε απόσταση $r = R_2 = 0.18$ m η εφαπτομενική τάση λαμβάνει την τιμή -2.9 MPa (θλίψη). Τέλος για το ψαμμιτικό πέτρωμα σε απόσταση $r = R = 0.24$ m η εφαπτομενική τάση λαμβάνει την τιμή -10.35 MPa (θλίψη). Σημαντικό εδώ είναι να επισημανθεί ότι παρατηρείται ότι όσο απομακρυνόμαστε από κέντρο του κυκλικού ανοίγματος προς το περιβάλλον πέτρωμα η εφαπτομενική τάση τείνει να γίνει ίση με τις οριζόντιες τάσεις που ασκούνται από τα υπερκείμενα.

Στο παρακάτω διάγραμμα εμφανίζεται η γραφική παράσταση για την ακτινική και την εφαπτομενική τάση συναρτήσει της απόστασης από το κυκλικό άνοιγμα της γεώτρησης για τις 0° και 90°.



Σχήμα 5-7: ακτινικές και εφαπτομενικές ορθές τάσεις γύρω από κυκλικό υποστηριγμένο άνοιγμα συναρτήσει της απόστασης.

Εδώ παρατηρείται πως η ακτινική τάση σ_r αυξάνεται στον δεύτερο δακτύλιο και όσο εκτείνεται προς το πέτρωμα μειώνεται σταδιακά μέχρι να γίνει ίση με την εξωτερική τάση. Η εφαπτομενική τάση σ_θ παρουσιάζει άλματα στις τιμές της από τον έναν δακτύλιο στον άλλον.

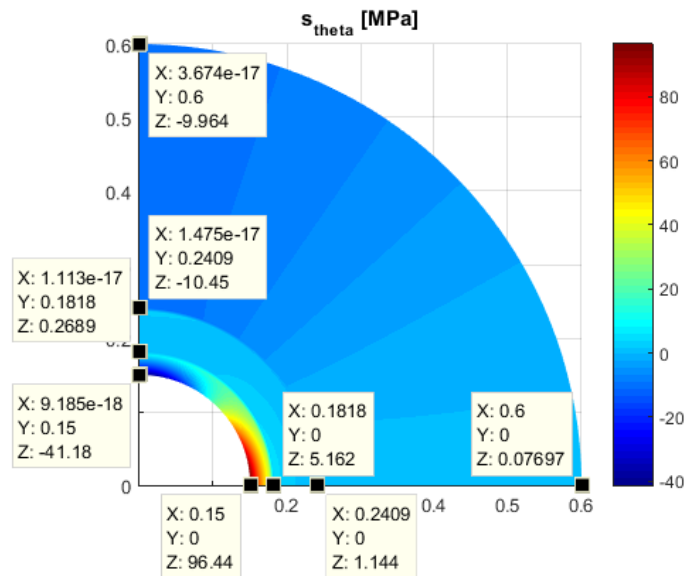


Σχήμα 5-8

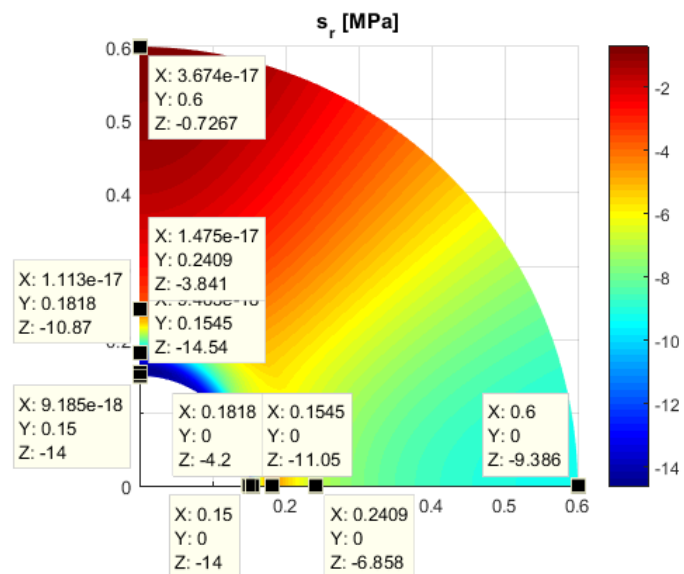
Στο παραπάνω (Σχ.5.8) των μετατοπίσεων παρατηρείται ότι ο δακτύλιος επένδυσης όπως και του τσιμέντου μετατοπίζεται από το κέντρο του ανοίγματος προς το πέτρωμα. Αυτό γίνεται αντιληπτό από το θετικό πρόσημο των μετατοπίσεων. Παρατηρείται βέβαια πως από ένα σημείο και έπειτα μέσα στο τσιμέντο οι μετατοπίσεις αλλάζουν πρόσημο. Ο λόγος αλλαγής πρόσημου είναι η επίδραση του μεγαλύτερου σε πίεση γεωτρητικού πολφού (-14 MPa) συγκριτικά με τις εξωτερικές τάσεις (-10 MPa), ο οποίος επηρεάζει τις στρώσεις μέχρι μια απόσταση.

5.4 Επίδραση ανισότροπου πεδίου φόρτισης

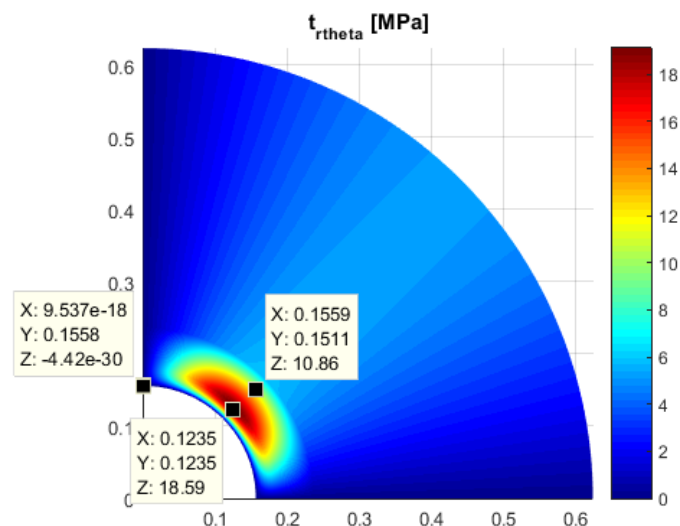
Στην περίπτωση ανομοιόμορφης φόρτισης με τα δεδομένα του Πιν.(5.4) και εξωτερικές τάσεις $p_x = -10$ MPa και $p_y = 0$ MPa εξήχθησαν τα παρακάτω αποτελέσματα:



a)



β)

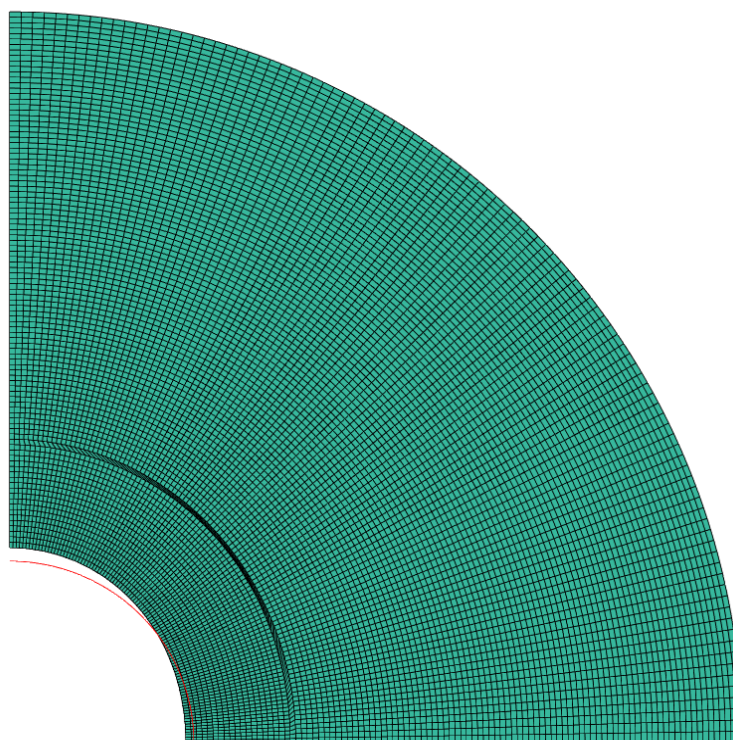


γ)

Σχήμα 5-9: α) εφαπτομενικές όρθες τάσεις β) ακτινικές γ) διατμητικές τάσεις

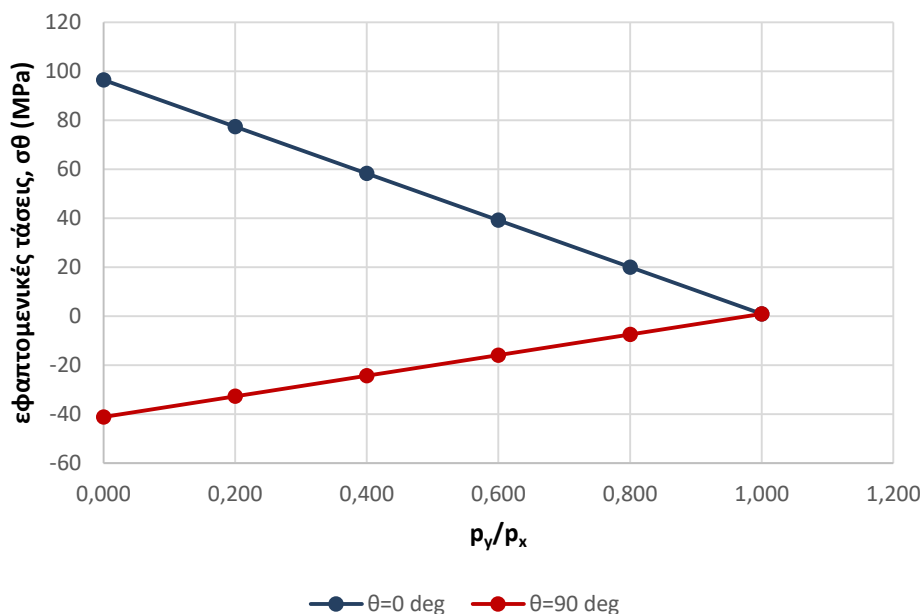
Στο Σχ.(5-19.α) για τις 0° παρατηρούνται εφελκυστικές τάσεις ενώ στις 90° θλιπτικές τάσεις λόγω της ανιστρόπης φόρτισης σε συνδυασμό με τη χρήση του γεωτρητικού πολφού(-14MPa).

Στο παρακάτω (Σχ.5-10) φαίνεται η αρχική θέση του κυκλικού ανοίγματος με κόκκινη γραμμή ενώ η μετατοπισμένη εμφανίζεται με πράσινη επιφάνεια.



Σχήμα 5-10

Στο παρακάτω Σχ.(5-11) παρουσιάζεται ένα διάγραμμα με τις εφαπτομενικές τάσεις στις 0° και στις 90° στην επιφάνεια της επένδυσης συναρτήσει του λόγου p_y/p_x των εξωτερικών τάσεων σε περίπτωση ανισότροπης φόρτισης με εσωτερική πίεση πολφού ($p_0 = -14$ MPa).



Σχήμα 5-11

Παρατηρείται ότι στην πρώτη περίπτωση ($p_x = -10$ MPa, $p_y = 0$ MPa) στις 0° εμφανίζεται στο σύνορο της γεώτρησης εφαπτομενική ορθή τάση ~ 100 MPa ενώ αντίστοιχα στις 90° η εφαπτομενική ορθή τάση ισούται με ~ -40 MPa. Όσο η p_y τείνει να γίνει ίση με την p_x παρατηρείται μείωση της εφαπτομενικής τάσης για τις 0° και τις 90° στο σύνορο.

5.5 Επίδραση πάχους επένδυσης και τσιμέντου

Στους παρακάτω Πίν.(5-4),(5-5) παρουσιάζονται οι τιμές των εφαπτομενικών τάσεων και των ακτινικών μετατοπίσεων στον δακτύλιο της επένδυσης με την αύξηση του πάχους του τσιμέντου και της επένδυσης αντίστοιχα.

Πίνακας 5-4

Πάχος τσιμέντου (cm)	$\sigma_\theta^{(1)}$ (MPa)	$u_r^{(1)}$ (mm)
6	-53.43	-0.03
7	-53.26	-0.03
8	-53.1	-0.03
9	-52.97	-0.03
10	-52.85	-0.03
11	-52.74	-0.03
12	-52.64	-0.03

Πίνακας 5-5

Πάχος επένδυσης (cm)	$\sigma_\theta^{(1)}$ (MPa)	$u_r^{(1)}$ (mm)
----------------------	-----------------------------	------------------

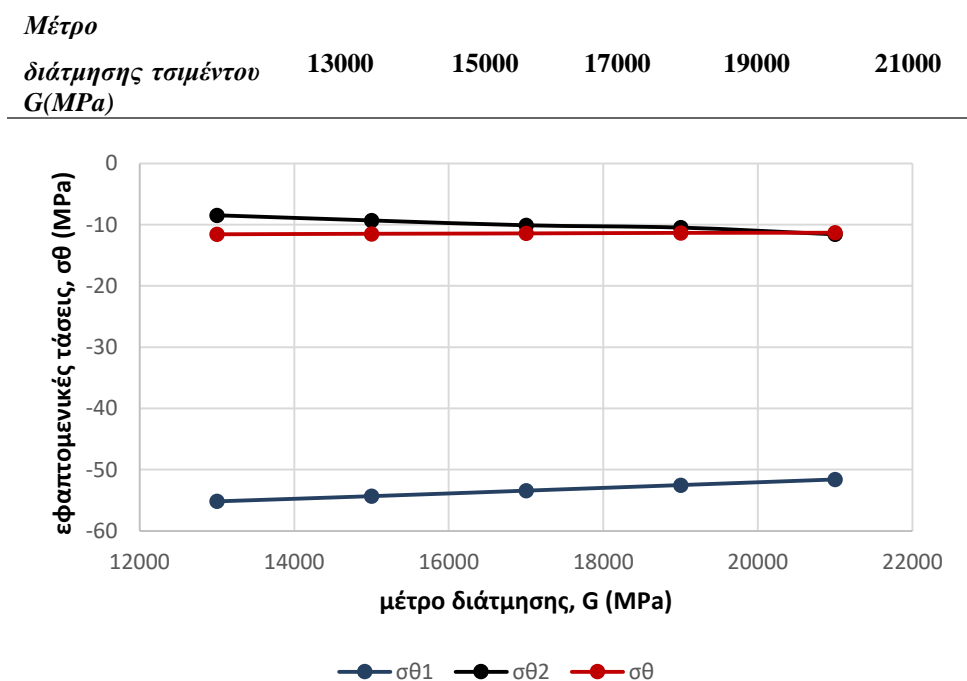
6	-53.43	0.036
7	-46.55	0.031
8	-41.88	0.028
9	-38.51	0.026
10	-35.97	0.024

Παρατηρείται ότι με την αύξηση τους πάχους του τσιμέντου παρουσιάζονται πάρα πολύ μικρές αλλαγές στις τιμές των τάσεων και των μετατοπίσεων, ενώ με την αύξηση του πάχους της επένδυσης παρουσιάζεται μια πτώση των τιμών στις εφαπτομενικές τάσεις στον δακτύλιο της επένδυσης.

5.6 Επίδραση μέτρου διάτμησης τσιμέντου

Για να δοθεί μια εικόνα της επίδρασης του μέτρου διάτμησης του τσιμέντου που χρησιμοποιήθηκε, στις εφαπτομενικές ορθές τάσεις, έγιναν οι παρακάτω παραδοχές που παρουσιάζονται στον πίνακα(5-6)

Πίνακας 5-6



Σχήμα 5-12

Με την αύξηση του μέτρου διάτμησης παρατηρείται πιο έντονη μεταβολή των θλιπτικών εφαπτομενικών τάσεων (-55 MPa έως -51 MPa) στον μεταλλικό δακτύλιο, ενώ στην εσωτερική ακτίνα του τσιμέντου παρουσιάζεται μικρή αύξηση των εφαπτομενικών θλιπτικών τάσεων(- 8MPa έως -11 MPa). Σημειώνεται ότι όσο το μέτρο διάτμησης του τσιμέντου τείνει στο μέτρο του μεταλλικού δακτυλίου, η καμπύλη για το τσιμέντο τείνει στην αντίστοιχη τιμή της καμπύλης του πρώτου δακτυλίου στην διεπαφή τους. Τέλος οι τιμές των εφαπτομενικών τάσεων στο πέτρωμα παραμένουν σχεδόν σταθερές (~-10 MPa).

5.7 Κυκλικό άνοιγμα με χαλάρωση της βραχομάζας

Στην περίπτωση που η υποστήριξη δεν μπαίνει ακαριαία και υπάρχει ένα χρονικό περιθώριο για χαλάρωση (σύγκλιση) του κυκλικού ανοίγματος έγιναν οι παρακάτω υπολογισμοί για τις εφαπτομενικές τάσεις στον δακτύλιο επένδυσης με τις αντίστοιχες ακτινικές μετατοπίσεις. Αρχικά από τις συνοριακές συνθήκες και τις συνθήκες συνέχειας των τάσεων και των μετατοπίσεων για τη βραχομάζα γίνονται οι εξής παραδοχές:

Στην εξ.(4.20) και εξ.(4.22) θέτονται οι αντίστοιχες συνοριακές συνθήκες

$$\sigma_r = (1 - \lambda) \frac{p_x - p_y}{2} + (1 - \lambda) \frac{p_x - p_y}{2} \cos 2\theta \quad \text{και} \quad \tau_{r\theta} = (1 - \lambda) \sin 2\theta \frac{(p_x - p_y)}{2}$$

Όπου λ το ποσοστό χαλάρωσης που κυμαίνεται από 0 (χωρίς χαλάρωση για $t=0$) έως 1 (πλήρης χαλάρωση της βραχομάζας).

Από τις παραπάνω σχέσεις υπολογίζονται οι νέοι συντελεστές $\beta_{-1}^{(0)}, \alpha_{-1}^{(0)}, \beta_{-3}^{(0)}$ για τη βραχομάζα και ορίζονται οι εξ.(5.3), εξ.(5.4)

$$u_r^{(0)} = \frac{(p_x + p_y)R}{8\mu} \left[\beta_{-1}^{(0)} \frac{R}{r} \right] + (p_x - p_y) \left[\alpha_{-1}^{(0)} (\kappa + 1) \frac{R}{r} + \beta_{-3}^{(0)} \frac{R^3}{r^3} \right] \cos 2\theta \quad (5.3)$$

$$u_\theta^{(0)} = \frac{(p_x - p_y)R}{8\mu} \left[-2 \frac{r}{R} - \alpha_{-1}^{(0)} (\kappa - 1) \frac{R}{r} + \beta_{-3}^{(0)} \frac{R^3}{r^3} \right] \sin 2\theta \quad (5.4)$$

Στην εξ.(4.18) τίθεται: $u_r^{(2)} = u_r = u_r^{(\lambda)} - u_r^{(0)}$

Στην εξ.(4.19) τίθεται: $u_\theta^{(2)} = u_\theta = u_\theta^{(\lambda)} - u_\theta^{(0)}$

Έπειτα λύνεται ένα νέο σύστημα πινάκων A και B Πιν.(5-7) στο excel για τον υπολογισμό των τάσεων και των μετατοπίσεων με ποσοστό χαλάρωσης.

Πίνακας 5-7

		$a_{-1}^{(1)}$	$a_{-1}^{(1)}$	$a_{-3}^{(1)}$	$b_{-3}^{(1)}$	$b_{-1}^{(1)}$	$a_{-1}^{(2)}$	$a_{-1}^{(2)}$	$a_{-3}^{(2)}$	$b_{-3}^{(2)}$	$b_{-1}^{(2)}$	$b_{-1}^{(2)}$	a_{-1}	β_{-3}	β_{-1}	x	Λύση	=	Συνοριακές
$r=R_2$	$\sigma_r^{(1)}=p_0$	0,00	1,00	0,00	0,00	-0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	$a_{-1}^{(2)}$	11,44		0,00
	$\tau_{r\theta}^{(1)}=0$	-2,00	0,00	0,00	-1,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	$a_{-1}^{(1)}$	2,67		0,00
$r=R_2$		-1,00	0,00	3,00	-1,50	0,00	-0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	$a_{-3}^{(1)}$	1,52		0,00
		0,00	1,00	0,00	0,00	-0,35	0,00	0,00	-1,00	0,00	0,00	0,35	0,00	0,00	0,00	$b_{-3}^{(2)}$	-9,92		0,00
	$\sigma_r^{(1)}=\sigma_r^{(2)}$	-1,39	0,00	0,00	-0,72	0,00	0,50	1,39	0,00	0,00	0,72	0,00	-0,50	0,00	0,00	$b_{-1}^{(2)}$	5,34		0,00
	$\tau_{r\theta}^{(1)}=\tau_{r\theta}^{(2)}$	-0,69	0,00	4,32	-0,72	0,00	-0,50	0,69	0,00	-4,32	0,72	0,00	0,50	0,00	0,00	$b_{-1}^{(1)}$	16,01		0,00
$r=R_2$		0,00	0,96	0,00	0,00	0,83	0,00	0,00	-6,54	0,00	0,00	-3,78	0,00	0,00	0,00	$a_{-1}^{(2)}$	1,68		0,00
	$u_r^{(1)}=u_r^{(2)}$	2,33	0,00	-2,07	0,58	0,00	1,20	-12,11	0,00	6,28	-2,63	0,00	-5,45	0,00	0,00	$a_{-1}^{(1)}$	0,91		0,00
	$u_\theta^{(1)}=u_\theta^{(2)}$	-0,67	0,00	8,29	0,58	0,00	-1,20	4,54	0,00	-40,81	-2,63	0,00	5,45	0,00	0,00	$a_{-3}^{(2)}$	0,13		0
		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	-0,20	0,00	0,00	0,00	$b_{-3}^{(2)}$	-0,02		1,00
$r=R_1$	$\sigma_r^{(2)}=\sigma_r$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,78	0,00	0,00	-0,23	0,00	0,50	0,78	0,23	$b_{-1}^{(2)}$	0,28		1,00
	$\tau_{r\theta}^{(2)}=\tau_{r\theta}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,39	0,00	7,68	-0,23	0,00	-0,50	0,39	0,23	$b_{-1}^{(1)}$	3,21		-1,00
		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,92	0,00	0,00	0,63	0,00	0,00	0,00	a_{-1}	1,11		0,00
	$u_r^{(2)}=u_r$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,00	0,00	-3,28	0,24	0,00	1,60	-7,97	-1,04	β_{-3}	-0,71		0,00
$r=R_1$	$u_\theta^{(2)}=u_\theta$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,75	0,00	21,30	0,24	0,00	-1,60	2,66	-1,04	β_{-1}	0,72		0,00

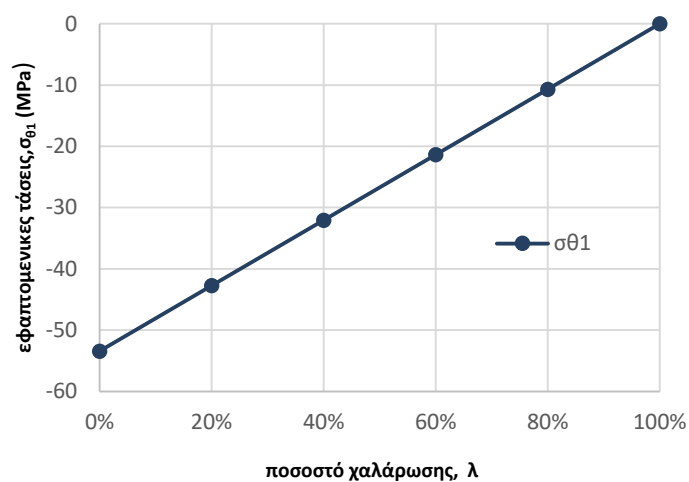
Από τους παραπάνω υπολογισμούς στο excel Πιν.(5.7) με δεδομένα από τον Πιν.(5.8) χωρίς γεωτρητικό πολφό προκύπτει:

Πίνακας 5-8

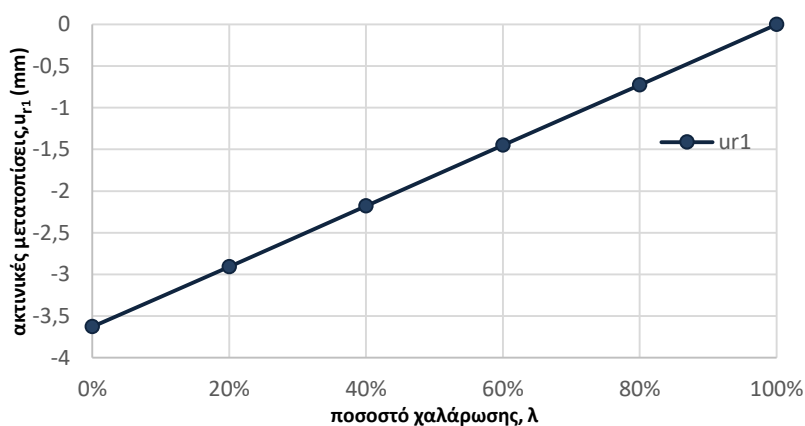
Ποσοστό χαλάρωσης, λ (%)	$\sigma_{\theta 1}$ (MPa)	u_{r1} (mm)
0	-53.4	-3.63

Κεφάλαιο 5^ο: Αριθμητικά αποτελέσματα ελαστικής ανάλυσης

20	-42.7	-2.91
40	-32.7	-2.18
60	-21.4	-1.45
80	-10.7	-0.727
100	0	0



Σχήμα 5-13



Σχήμα 5-14

Παρατηρείται ότι όσο το κυκλικό άνοιγμα συγκλίνει λόγω χαλάρωσης των τάσεων, τότε γίνεται πτώση των τιμών στις εφαπτομενικές τάσεις και τις ακτινικές μετατοπίσεις για τον πρώτο δακτύλιο.

6 Συμπεράσματα – Προτάσεις

Συμπεράσματα

Μετά από την εργασία και την τελειοποίηση του κώδικα μελετήθηκαν και προέκυψαν τα παρακάτω συμπεράσματα.

- Ο κώδικας στη Matlab μπορεί με επιτυχία να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό των τιμών των τάσεων και των μετατοπίσεων για οποιονδήποτε αριθμό δακτυλίων με κατάλληλο προγραμματισμό της αναλυτικής λύσεως του Savin (1960).
- Ο κώδικας που δημιουργήθηκε μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την εντατικο-παραμορφωσιακή ανάλυση οποιονδήποτε άλλων γεωτεχνικών έργων με κυκλικά ανοίγματα.
- Οι τιμές των τάσεων και των μετατοπίσεων σε ένα κυκλικό άνοιγμα χωρίς προ-φόρτιση είναι μεγαλύτερες συγκριτικά με ένα προ-φορτισμένο πέτρωμα διότι δεν στη δεύτερη περίπτωση το κυκλικό άνοιγμα έχει ήδη μετατοπιστεί.
- Όσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό χαλάρωσης(με ανάλογη σύγκλιση των τοιχωμάτων της γεώτρησης τόσο μικρότερες είναι και οι τάσεις που παραλαμβάνει η επένδυση διότι οι τάσεις έχουν αποσβεσθεί κατά τη διάρκεια της σύγκλισης της οπής.
- Επαληθεύεται μέσω της σύγκρισης με τις λύσεις του Kirsch πως ο κώδικας λειτουργεί και χωρίς χρήση των κυκλικών δακτυλίων υπολογίζοντας με αριθμητική απόκλιση 10^{-15} τις ίδιες τιμές με τις σχέσεις του Kirsch.
- Αυξάνοντας το πάχος της επένδυσης παρατηρείται πτώση των τιμών των εφαπτομενικών ορθών τάσεων στον δακτύλιο επένδυσης. Επομένως προκύπτει το συμπέρασμα ότι αυξάνοντας το πάχος μειώνεται η πιθανότητα αστοχίας του υλικού.
- Αυξάνοντας το πάχος του τσιμέντου παρατηρείται ότι δεν επηρεάζονται σε μεγάλο βαθμό οι τιμές των εφαπτομενικών τάσεων στον πρώτο δακτύλιο.
- Γνωρίζοντας τις τιμές των τάσεων που ασκούνται στους δακτυλίους σε συνδυασμό με μια βάση δεδομένων με τις αντοχές των υλικών των στρώσεων σε διαξονική θλίψη δίνεται η δυνατότητα γνώσης και πρόληψης για την αστοχία του υλικού.
- Όταν οι διαστάσεις του ανοίγματος είναι μικρές, τότε η κατανομή των τάσεων όσο απομακρυνόμαστε από το άνοιγμα θα τείνουν να γίνουν ίσες με ένα σύστημα τάσεων σε ένα ισότροπο ελαστικό μέσο το οποίο

δεν εμπεριέχει κανένα άνοιγμα στο εσωτερικό του. Όσο μεγαλύτερες είναι οι διαστάσεις του ανοίγματος τόσο μεγαλύτερη είναι και η απόσταση στην οποία η κατανομή των τάσεων τείνει να γίνουν ίσες με το σύστημα των τάσεων που υποβλήθηκε το ελαστικό μέσο.

Προτάσεις

Μετά από την εργασία και την τελειοποίηση του κώδικα μελετήθηκαν και προέκυψαν οι παρακάτω προτάσεις με σκοπό τη βελτιστοποίησή του.

- Οι είσοδοι των δεδομένων από το χρήστη θα μπορούσαν να συμπεριλαμβάνουν το βάθος της μελέτης της τομής μαζί με τα ειδικά βάρη των υπερκείμενων στρωμάτων. Η ανάγκη των συμπληρώσεων αυτών προκύπτει διότι ο υπολογισμός των ασκούμενων εξωτερικών τάσεων λόγω των υπερκείμενων πραγματοποιηθεί δια χειρός και ύστερα δόθηκε ως είσοδος.
- Να δίδονται από την εταιρία που πραγματοποιούνται οι γεωτρήσεις οι τιμές των μέτρων διάτμησης και ελαστικότητας της επένδυσης και του τσιμέντου που χρησιμοποιήθηκε έτσι ώστε να χρησιμοποιούνται τα ακριβή δεδομένα για πιο αποτελεσματική προσομοίωση.
- Οι είσοδοι των δεδομένων R_1, R_2, R προέκυψαν με τη σειρά τους από κάποιους υπολογισμούς που πραγματοποιήθηκαν δια χειρός. Τα δεδομένα των διαστασέων που δόθηκαν από τις αναφορές των εταιριών δεν μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν ως είσοδοι. Θα μπορούσε να έχει δημιουργηθεί μέσα στον κώδικα μια συνάρτηση που θα καλούσε ο χρήστης και θα υπολόγιζε τα R_1, R_2, R για να ικανοποιούν τις σχέσεις του Savin που χρησιμοποιήθηκαν για την εντατικο-παραμορφωσιακή ανάλυση.
- Στον κώδικα θα μπορούσε να έχει συμπεριληφθεί επίσης και η πίεση των πόρων του σχηματισμού και πιέσεις από ρευστά διείσδυσης γνωστά και ως kicks που εισέρχονται σε μεγάλα βάθη αυξάνοντας και τον βαθμό επικινδυνότητας της διαδικασίας της διάτμησης.
- Τέλος θα μπορούσε να γίνει και τρισδιάστατη ανάλυση του προβλήματος.

Βιβλιογραφία

Ελληνική βιβλιογραφία

1. Γαγάνης Β. (2015), Διάλεξη, Τεχνική Γεωτρήσεων , Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.
2. Ξηρουδάκης Γ.(2018), Διάλεξη, Θραυστομηχανική, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.
3. Πορφυράκης Μ. (2016), Σχεδιομελέτη επένδυσης σε βαθεία κεκλιμένη γεώτρηση παραγωγής υδρογονανθράκων ,πτυχιακή εργασία ,Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Κρήτης.
4. Κουλίδης Α. (2014), Σύγκριση διατρησιμότητας ασβεστολιθικών και ψαμμιτικών πετρωμάτων για τις γεωτρήσεις υδρογονανθράκων με τη βοήθεια του λογισμικού Payzone, διπλωματική εργασία, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης.

Ξένη βιβλιογραφία

- 1.Barry H.G. Brady,E.T. Brown,(1993), Rock mechanics for underground mining 2nd edition,Kluwer academic publishers.
- 2.Leonard Euler (1748), Chapter 8: On transcending quantities arising from the circle of Introduction to the Analysis of the Infinite, page 214, section 138 (translation by Ian Bruce).
3. Mahtab, A.M and P.Grasso,(1992), Geomechanics Principles in the Design of Tunnels and Caverns in Rocks,Elsevier,250p.
4. Muskhelishvili, N.I. (1954), Mathematical Theory of Elasticity. Springer Science, Netherlands.
5. Nash W.A , (1977), Theory and Problems of Strength of Materials.
6. Savin, G.N., (1961), Stress concetration around holes, pergamon press ,New York.

Πηγές Διαδικτύου

www.drillingformulas.com

www.britannica.com/technology/drilling-mud

www.el.wikipedia.org/

www.leespecialties.com

www.factpages.npd.no

www.api.org

www.engineeringtoolbox.com

www.glossary.oilfield.slb.com

www.jsg.utexas.edu

www.engineeringtoolbox.com

www.mie.uth.

www.croftsystems.net

www.crownsupplyco.com

www.zs-oilfeldequip.com

www.drilleng.com

www.pennenergy.com

www.geo.auth.gr

www.kalamu.posthaven.com

www.dmp.wa.gov.au

www.writeopinions.com

www.quora.com

Statoil, Final Well Report 16/7-10 and 16/7-10 T2, Theta NE, Licence: PL 569