



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΚΥΚΛΟΣ: ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Διοίκηση Απόδοσης: Βιβλιογραφική Ανασκόπηση και Εφαρμογή στον Χώρο των Ξενοδοχειακών Επιχειρήσεων



*διατριβή που υπεβλήθη για τη μερική ικανοποίηση των απαιτήσεων για την απόκτηση
μεταπτυχιακού διπλώματος ειδίκευσης*

ΤΣΟΥΚΑΚΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ

ΧΑΝΙΑ, 2008

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα.....	1
Λίστα σχημάτων	7
Εισαγωγή	8
1 Διοίκηση Απόδοσης.....	11
1.1 Η εξέλιξη της διοίκησης απόδοσης	11
1.2 Τι είναι η διοίκηση απόδοσης.....	12
1.3 Αρχιτεκτονική συστημάτων διοίκησης απόδοσης.....	16
1.4 Ανάπτυξη και υποστήριξη συστημάτων ΔΑ.....	17
2 Η Διοίκηση Απόδοσης στα Ξενοδοχεία	19
2.1 Ορισμός της Απόδοσης.....	19
2.2 Αφοσίωση πελατών	20
2.3 Διοικητική δομή.....	21
2.4 Πρακτόρευση	22
2.4.1 Παραδοσιακή μορφή πρακτόρευσης	22
2.4.2 Internet – GDS – Online κρατήσεις.....	24
2.4.3 Πρακτόρευση και διοίκηση απόδοσης.....	26
3 Διαχείριση πόρων	27
3.1 Single-leg προβλήματα	27
3.1.1 Παραδοχές.....	28
3.1.2 Μηχανισμοί ελέγχου της διαθεσιμότητας.....	29
3.1.2.1 Όρια κρατήσεων	29
3.1.2.2 Επίπεδα προστασίας.....	30
3.1.2.3 Τυπικός εμφωλιασμός έναντι παρασιτικού εμφωλιασμού	31
3.1.2.4 Τιμές προσφοράς	32
3.1.2.5 Κόστος ευκαιρίας.....	33

3.1.3	Στατικά μοντέλα	34
3.1.3.1	Το μοντέλο του Littlewood.....	35
3.1.3.2	Μοντέλα n κλάσεων.....	36
3.1.3.3	Ευρετικοί αλγόριθμοι.....	39
3.1.4	Ομαδικές κρατήσεις.....	42
3.1.5	Δυναμικά μοντέλα	43
3.1.5.1	Μοντελοποίηση προβλημάτων	43
3.1.5.2	Δυναμικός προγραμματισμός	44
3.1.6	Συμπεριφορά πελατών	46
3.1.6.1	Πιθανότητες buy-up.....	47
3.1.6.2	Μοντέλα διακριτών επιλογών.....	49
3.2	Προβλήματα Δικτύου	53
3.2.1	Μηχανισμοί ελέγχου της διαθεσιμότητας.....	56
3.2.1.1	Διαχωρισμένα όρια κράτησης.....	56
3.2.1.2	Μηχανισμοί εικονικού εμφωλιασμού	57
3.2.1.3	Τιμές προσφοράς	58
3.2.2	Μοντελοποίηση του προβλήματος	59
3.2.2.1	Δομή Βέλτιστων Ελέγχων	61
3.2.2.2	Τιμές προσφοράς	61
3.2.3	Προσεγγίσεις βασισμένες σε μοντέλα δικτύου.....	64
3.2.3.1	Ντετερμινιστικός Γραμμικός Προγραμματισμός	65
3.2.3.2	Πιθανοθεωρητικός Μη Γραμμικός Προγραμματισμός	67
3.2.3.3	Στοχαστικός Γραμμικός Προγραμματισμός	69
3.2.4	Προσεγγίσεις βασισμένες στην αποσύνθεση του προβλήματος.....	71
3.2.4.1	Συντελεστές ΑΠ.....	72
3.2.4.2	Prorated EMSR	73
3.2.4.3	Displacement-Adjusted Virtual Nesting (DAVN).....	74

3.2.4.4	Αποδόμηση Δυναμικού Προγραμματισμού	77
3.2.4.5	Επαναληπτικές Μέθοδοι Αποδόμησης	79
3.2.5	Μέθοδοι στοχαστικών κλίσεων	82
3.2.5.1	Συνεχές μοντέλο με εκτιμήσεις κλίσεων	83
3.2.5.2	Διακριτό μοντέλο με εκτιμήσεις πρώτων διαφορών	86
4	Υπερπλήρωση	87
4.1	Διαχείριση περιπτώσεων υπερπλήρωσης	88
4.1.1	Αποζημίωση σε περίπτωση υπερπλήρωσης	89
4.1.2	Κριτήρια επιλογής.....	89
4.2	Στατικά μοντέλα υπερπλήρωσης	90
4.2.1	Διωνυμικό Μοντέλο.....	92
4.2.1.1	Κριτήρια ποιότητας προσφερόμενων υπηρεσιών	93
4.2.1.2	Οικονομικά κριτήρια	94
4.2.2	Προσεγγίσεις διωνυμικού μοντέλου	96
4.2.2.1	Ντετερμινιστική προσέγγιση	96
4.2.2.2	Κανονική προσέγγιση	96
4.2.2.3	Προσέγγιση με σειρές Gram-Charlier	97
4.2.3	Παράγοντες απόκλισης των μοντέλων	97
4.2.3.1	Ομαδικές ακυρώσεις.....	98
4.2.3.2	Πολλαπλές κλάσεις.....	99
4.3	Δυναμικά μοντέλα υπερπλήρωσης	99
4.3.1	Δυναμικό μοντέλο υπερπλήρωσης	100
4.3.2	Προσεγγίσεις που βασίζονται στις καθαρές κρατήσεις.....	101
4.4	Συνδυασμός μηχανισμών διαχείρισης της διαθεσιμότητας και μοντέλων υπερπλήρωσης	102
4.4.1	Ακριβείς μέθοδοι για no-shows με χρήση του βασικού συνόλου παραδοχών	103
4.4.1.1	Στατικό μοντέλο.....	104

4.4.1.2	Δυναμικό μοντέλο.....	105
4.4.2	Ακριβείς μέθοδοι για ακυρώσεις με χρήση του βασικού συνόλου παραδοχών	105
4.4.2.1	Στατικό μοντέλο.....	106
4.4.2.2	Δυναμικό μοντέλο.....	106
4.5	Αναπληρώσιμη Χωρητικότητα.....	107
4.5.1	Μοντελοποίηση	107
4.6	Υπερπλήρωση σε προβλήματα δικτύου.....	110
5	Πρόβλεψη	113
5.1	Συλλογή πληροφοριών και πρόβλεψη	113
5.2	Μεγέθη προς πρόβλεψη και πηγές δεδομένων	115
5.2.1	Μεγέθη προς πρόβλεψη	115
5.2.2	Πηγές δεδομένων	116
5.3	Σχεδιαστικές αποφάσεις.....	118
5.3.1	Παραμετρικές και μη παραμετρικές προβλέψεις.....	118
5.3.2	Επίπεδα σύνθεσης.....	119
5.3.3	Στρατηγικές σύνθεσης Bottom-Up και Top-Down	120
5.4	Μέθοδοι εκτίμησης.....	121
5.4.1	Εκτιμητές	121
5.4.1.1	Μη παραμετρικοί εκτιμητές.....	121
5.4.1.2	Παραμετρικοί εκτιμητές	122
5.4.1.3	Ιδιότητες εκτιμητών	123
5.4.2	Ελάχιστο Τετραγωνικό Σφάλμα και Εκτιμητές Παλινδρόμησης	124
5.4.3	Εκτιμητές μέγιστης πιθανότητας	125
5.4.4	Μέθοδος Ροπών και Εκτιμητές Ποσοστιαίων Σημείων.....	126
5.5	Μέθοδοι πρόβλεψης.....	126
5.5.1	Απλές μέθοδοι πρόβλεψης.....	127

5.5.1.1	Κινούμενη μέση τιμή M-περιόδων	128
5.5.1.2	Εκθετική εξομάλυνση	129
5.5.2	Μέθοδοι πρόβλεψης με χρονο-σειρές.....	132
5.5.2.1	Στασιμότητα.....	133
5.5.2.2	Αυτοσυσχέτιση	134
5.5.3	Μοντέλα στάσιμων χρονοσειρών	135
5.5.4	Μοντέλα μη στάσιμων χρονοσειρών	136
5.5.5	Bayesian μέθοδοι πρόβλεψης	137
5.5.5.1	Βασικές αρχές	138
5.5.6	Μοντέλα χώρου πιθανών καταστάσεων και φίλτρο Kalman	140
5.5.6.1	Φίλτρο Kalman	140
5.5.7	Νευρωνικά δίκτυα.....	143
5.5.7.1	Αρχιτεκτονική.....	144
5.5.7.2	Τοπολογία δικτύου, εκπαίδευση και πρόβλεψη	147
5.5.8	Άλλες μέθοδοι πρόβλεψης.....	149
5.6	Διαχείριση σφαλμάτων	149
6	Συμπεράσματα	152
7	Βιβλιογραφία – Αναφορές.....	154

Λίστα σχημάτων

Σχήμα 1: Διαδικασίες και υποσυστήματα ενός τυπικού συστήματος διοίκησης απόδοσης	17
Σχήμα 2: Η σχέση μεταξύ των ορίων κράτησης b , των επιπέδων προστασίας y και των τιμών προσφοράς π	30
Σχήμα 3: Βέλτιστα επίπεδα προστασίας στο δυναμικό μοντέλο.	46
Σχήμα 4: Δίκτυο πολλαπλών διανυκτερεύσεων σε ένα ξενοδοχείο.	54
Σχήμα 5: Όρια υπερπλήρωσης και κρατήσεις στην πάροδο του χρόνου	91
Σχήμα 6: Η συμπεριφορά των μεγεθών στον χρόνο και οι συνιστώσες της.	128
Σχήμα 7: Εκθετική εξομάλυνση για διαφορετικές τιμές της σταθεράς εξομάλυνσης....	131
Σχήμα 8: Ένα feed-forward νευρωνικό δίκτυο τριών επιπέδων.	144
Σχήμα 9: Η συνάρτηση Fermi (i) και η συνάρτηση υπερβολικής εφραπτομένης (ii)	147

Εισαγωγή

Μια κοινή πρακτική που εφαρμόζουν σχεδόν όλες οι αεροπορικές εταιρίες στην Ελλάδα και στο εξωτερικό είναι η πώληση των θέσεων μιας πτήσης σε διαφορετικές τιμές. Πελάτες οι οποίοι κάνουν κράτηση της θέσης τους, αρκετές ημέρες πριν την πτήση είναι πολύ πιθανό να πληρώσουν μειωμένο αντίτιμο για το εισιτήριό τους, σε αντίθεση με επιβάτες οι οποίοι θα αγοράσουν το εισιτήριό τους την τελευταία στιγμή και οι οποίοι θα κληθούν να καταβάλουν ολόκληρο τον ναύλο του εισιτηρίου.

Ιστορικά αυτού του τύπου η τιμολογιακή πολιτική υιοθετήθηκε ευρέως από τις αεροπορικές εταιρίες στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής, ύστερα από την απελευθέρωση των αερομεταφορών στα τέλη της δεκαετίας του 1970 και θεμελίωσε το ενδιαφέρον γύρω από το ερευνητικό πεδίο της διοίκησης απόδοσης (yield management-revenue management). Τα τελευταία είκοσι χρόνια, η διοίκηση απόδοσης αποτελεί μια κοινά αποδεκτή επιχειρησιακή διαδικασία και στους υπόλοιπους κλάδους της τουριστικής βιομηχανίας (ξενοδοχεία, ακτοπλοϊκές εταιρίες, σιδηρόδρομοι, κρουαζιέρες κ.ο.κ.) ενώ πλέον η εφαρμογή της έχει εξαπλωθεί και στη βιομηχανία του θεάματος, σε εταιρίες μεταφορών και στις τηλεπικοινωνίες.

Στην παρούσα εργασία θα πραγματοποιηθεί μια επισκόπηση της διοίκησης απόδοσης με ιδιαίτερη έμφαση στην εφαρμογή της στον χώρο των ξενοδοχειακών επιχειρήσεων. Θα αναλυθούν οι λόγοι που καθιστούν την εφαρμογή διαδικασιών διοίκησης απόδοσης στα ξενοδοχεία χρήσιμη και εφαρμόσιμη, καθώς και οι βασικές προϋποθέσεις για την επιτυχή εφαρμογή της. Επίσης θα αναπτυχθεί το θέμα των καναλιών διάθεσης των ξενοδοχειακών προϊόντων με ιδιαίτερη αναφορά στις ευκαιρίες που διαφαίνονται από τη καθιέρωση του internet ως ένα βασικό κανάλι τοποθέτησης κρατήσεων.

Η διαχείριση της διαθεσιμότητας (capacity allocation), η ελεγχόμενη υπερπλήρωση (overbooking) και η πρόβλεψη της ζήτησης (demand forecasting) αποτελούν τα βασικά συστατικά της διοίκησης απόδοσης. Για κάθε ένα από τα τρία αυτά ερευνητικά πεδία θα παρουσιαστούν οι μεθοδολογίες, τα μοντέλα, οι αλγόριθμοι και οι κατευθύνσεις, που έχουν προταθεί από την ερευνητική κοινότητα για την εφαρμογή της διοίκησης απόδοσης στα ξενοδοχεία.

Στα δύο πρώτα κεφάλαια, θα οριστεί η έννοια της ΔΑ, θα αναλυθούν οι λόγοι για τους οποίους τα ξενοδοχεία μπορούν και πρέπει να εκμεταλλευτούν τις δυνατότητες ενός συστήματος ΔΑ και θα εξεταστούν πρακτικά προβλήματα που προκύπτουν, κυρίως μέσω της πρακτόρευσης. Επίσης, θα γίνει αναφορά στις ευκαιρίες που αναδύονται μέσω της διάδοσης του διαδικτύου και την καθιέρωσής του, ως ένα βασικό κανάλι διάθεσης του ξενοδοχειακού προϊόντος.

Στην συνέχεια της εργασίας, θα αναλυθούν οι επικρατέστερες τεχνικές διαχείρισης της διαθεσιμότητας των ξενοδοχείων. Η θεωρία και τα μοντέλα, που θα περιγραφούν, προέρχονται από τα ευρύτερα ερευνητικά πεδία της εφοδιαστικής αλυσίδας και της επιχειρησιακής έρευνας και άρα είναι σαφές ότι δεν είναι δυνατόν να περιληφθούν όλες οι θεωρίες και τα μοντέλα που έχουν προταθεί από την ερευνητική κοινότητα. Ωστόσο μέσα από την προσεκτική επιλογή των μεθόδων που θα περιγραφούν, θα επιτευχθεί μια πλήρης επισκόπηση των μηχανισμών ελέγχου και των τρόπων μοντελοποίησης των προβλημάτων διαχείρισης της διαθεσιμότητας. Έτσι ξεκινώντας από απλά single-leg ευρετικά μοντέλα μίας κλάσης, θα συνεχίσουμε με μοντέλα πολλαπλών κλάσεων για να κλείσουμε την ανάλυσή μας με μοντέλα δικτύου που κάνουν χρήση προχωρημένων μαθηματικών. Επίσης, τα μοντέλα που παρουσιάζονται σε αυτή την εργασία, στη συντριπτική πλειοψηφία τους, εφαρμόζονται (ή έχουν εφαρμοστεί στο παρελθόν) σε συστήματα διοίκησης απόδοσης ξενοδοχείων και αεροπορικών εταιριών και είναι δοκιμασμένα σε πραγματικές επιχειρησιακές συνθήκες.

Στο κεφάλαιο 4, θα παρουσιαστεί το πρόβλημα της υπερπλήρωσης. Ένα ζήτημα καίριας σημασίας καθώς επιτρέπει τη μεγιστοποίηση της διαθεσιμότητας ενός ξενοδοχείου και την εξασφάλισή του, από ακυρώσεις και no-shows. Θα αναλυθούν στατικά και δυναμικά μοντέλα υπερπλήρωσης και επίσης θα εξεταστούν θέματα όπως η αποζημίωση των πελατών και οι εναλλακτικές δράσεις σε περίπτωση υπερπλήρωσης.

Τέλος, στο κεφάλαιο 5, θα εξεταστεί το πρόβλημα της πρόβλεψης, με βασική επιδίωξη αφενός να γίνει κατανοητή η διαδικασία της πρόβλεψης στο ευρύτερο πλαίσιο της επιχειρησιακής λειτουργίας (συλλογή δεδομένων, πληροφοριακά συστήματα, υποδομή) και αφετέρου να παρουσιαστούν τα επικρατέστερα στατιστικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται σε συστήματα ΔΑ. Μια πληθώρα άλλων μοντέλων, είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν σε συστήματα ΔΑ, ωστόσο επιλέχθηκαν αντιπροσωπευτικά μοντέλα

ευρύτερων κατηγοριών, μέσα από τα οποία παρουσιάζονται σημαντικές στατιστικές έννοιες - εκτιμητές, στασιμότητα, χρονοσειρές, αυτοσυσχέτιση, εξομάλυνση, σφάλματα κ.α.

1 Διοίκηση Απόδοσης

1.1 Η εξέλιξη της διοίκησης απόδοσης

Πριν το 1972 η έρευνα σχετικά με τη διαχείριση κρατήσεων ήταν επικεντρωμένη κυρίως στην εξέλιξη συστημάτων ελεγχόμενης υπερπλήρωσης (overbooking) των πτήσεων. Με τη χρήση μοντέλων πρόβλεψης των επικείμενων ακυρώσεων και της εμφάνισης πελατών της τελευταίας στιγμής, αυτά τα συστήματα παρουσίασαν επιτυχία και παγίωσαν την χρήση επιστημονικών μεθόδων στη διαχείριση των κρατήσεων.

Στις αρχές τις δεκαετίας του 70 η διοίκηση απόδοσης αν και σε εμβρυϊκή μορφή εφαρμόζεται αποτελεσματικά σε αεροπορικές εταιρίες όπως η BOAC, η γνωστή σήμερα British Airways. Προσφέροντας μειωμένες τιμές για κρατήσεις οι οποίες τοποθετούνταν τουλάχιστον 21 ημέρες πριν την πτήση και για περιορισμένο αριθμό θέσεων, η BOAC επιχείρησε να επωφεληθεί όσο ήταν δυνατόν από θέσεις στα αεροσκάφη που κάτω από άλλες συνθήκες θα παρέμεναν άδειες (McGill και Van Ryzin [6]).

Αυτή η καινοτομία στον τρόπο διάθεσης των θέσεων των αεροσκαφών, θεμελίωσε έναν βασικό προβληματισμό. *Πόσες θέσεις έπρεπε να παραμείνουν προστατευμένες για κρατήσεις με πλήρη ναύλο και πόσες θέσεις θα έπρεπε να προσφερθούν με έκπτωση? Σε περίπτωση που μεγάλος αριθμός θέσεων διατεθεί με έκπτωση, τα κέρδη από επιβάτες οι οποίοι ούτως ή άλλως ήταν διατεθειμένοι να πληρώσουν πλήρη ναύλο για να επιβιβαστούν στο αεροσκάφος, θα έχουν διαφύγει. Αντίθετα σε περίπτωση που η διάθεση θέσεων με έκπτωση είναι περιορισμένη, είναι πολύ πιθανό το αεροσκάφος να απογειωθεί με λίγες ή περισσότερες κενές θέσεις.*

Ήταν πλέον προφανές ότι για τον αποτελεσματικό προσδιορισμό των κανόνων που θα διέπουν την διάθεση των θέσεων ήταν αναγκαία περισσότερα δεδομένα, ποιο εξελιγμένα πληροφοριακά συστήματα και η ανάπτυξη εξειδικευμένων μεθόδων και αλγορίθμων.

Στα τέλη της δεκαετίας του 70, κατά την απελευθέρωση των αερομεταφορών στις ΗΠΑ, η διοίκηση απόδοσης αποκτά μορφή. Μέσα σε ένα σκληρό έντονο ανταγωνισμού οι αερομεταφορείς επενδύουν σε πληροφοριακά συστήματα και ανθρώπινο δυναμικό και ανάγουν τη διοίκηση απόδοσης σε μια επιχειρησιακή διαδικασία στρατηγικής σημασίας.

Σε συνεργασία με τα πανεπιστήμια εκπονούνται οι πρώτες σημαντικές μελέτες και δημοσιεύονται τα πρώτα ακαδημαϊκά άρθρα.

Τα τελευταία 30 χρόνια, η ανάπτυξη συστημάτων διοίκησης απόδοσης έχει εξελιχθεί σημαντικά, επικουρούμενη από την σημαντική αύξηση της υπολογιστικής δύναμης αλλά κυρίως από τα εντυπωσιακά οικονομικά αποτελέσματα που έχει να επιδείξει [1][2][13].

1.2 Τι είναι η διοίκηση απόδοσης

Σύμφωνα με τον ορισμό των Lee-Ross και Johns [3], η διοίκηση απόδοσης (yield management) είναι μία διαδικασία που χρησιμοποιείται κυρίως από οργανισμούς παροχής υπηρεσιών με στόχο τη μεγιστοποίηση των εσόδων τους, κάτω από συνθήκες που χαρακτηρίζονται από υψηλή αστάθεια της ζήτησης υπηρεσιών και προϊόντων με υψηλούς δείκτες αλλοίωσης.

Αν και πολλοί άλλοι ορισμοί έχουν προταθεί από την ερευνητική κοινότητα, όλοι βρίσκονται στην ίδια φιλοσοφία και διαφοροποιούνται κυρίως στο στόχο της διοίκησης απόδοσης. Σύμφωνα με τον παραπάνω ορισμό, στόχος είναι η μεγιστοποίηση των εσόδων ενώ σύμφωνα με άλλους ορισμούς, στόχος είναι η μεγιστοποίηση της κερδοφορίας.

Περισσότερο συχνά η διοίκηση απόδοσης, περιγράφεται ως η διαδικασία κατανομής ενός τύπου προϊόντος στον σωστό πελάτη στην καλύτερη δυνατή τιμή έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η απόδοση. Αν και η εισαγωγή της έννοιας της απόδοσης επιτρέπει πολλές ερμηνείες, η παραπάνω περιγραφή αντικατοπτρίζει τον τρόπο λειτουργίας της διοίκησης απόδοσης.

Γενικά η εφαρμογή της διοίκησης απόδοσης θεωρείται κατάλληλη όταν μια επιχείρηση φέρει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά [5]:

1. Δεδομένη χωρητικότητα. Αδυναμία ή απαγορευτικό κόστος αύξησης της διαθεσιμότητας δωματίων, θέσεων, προϊόντων κ.ο.κ.
2. Δυνατότητα κατακερματισμού της αγοράς (market segmentation) σε τάξεις ικανού μεγέθους με βασικό κριτήριο την ευαισθησία των υποψήφιων αγοραστών στο κόστος διάθεσης του προϊόντος

3. Απαξίωση του προϊόντος εφόσον δεν διατεθεί εγκαίρως.
4. Δυνατότητα πώλησης των προϊόντων-υπηρεσιών νωρίτερα από την πραγματική ημερομηνία διάθεσης.
5. Χρονικά μεταβαλλόμενη (συνήθως περιοδική) και ως ένα βαθμό προβλέψιμη ζήτηση.
6. Χαμηλό κόστος διάθεσης μιας υπάρχουσας μονάδας προϊόντος-υπηρεσίας
7. Υψηλό σταθερό (ανεξάρτητο από τη ζήτηση) κόστος λειτουργίας.

Το πιο γνωστό παράδειγμα εφαρμογής της διοίκησης απόδοσης είναι οι αεροπορικές εταιρίες στις οποίες όσον αφορά τα παραπάνω κριτήρια, ισχύουν τα εξής:

1. **Δεδομένη χωρητικότητα. Αδυναμία ή απαγορευτικό κόστος αύξησης της διαθεσιμότητας.** Το πλήθος των θέσεων μια πτήσης είναι δεδομένο και εξαρτάται από το μέγεθος του αεροσκάφους. Η μόνη δυνατότητα αύξησης της διαθεσιμότητας είναι η χρήση μεγαλύτερου αεροσκάφους. Κάτι τέτοιο όμως αυξάνει σημαντικά το κόστος της πτήσης (περισσότερα καύσιμα, περισσότερο προσωπικό, κ.ο.κ.) και τις περισσότερες φορές δεν αποτελεί μια εφικτή επιλογή.
2. **Δυνατότητα κατακερματισμού της αγοράς σε τάξεις ικανού μεγέθους.** Στις αερομεταφορές συνήθως διακρίνονται δύο μερίδια αγοράς με βασικό κριτήριο τον σκοπό για τον οποίο ταξιδεύει ο επιβάτης – για επαγγελματικούς λόγους ή για αναψυχή. Γενικά οι επιβάτες που ταξιδεύουν για λόγους αναψυχής είναι περισσότερο ευαίσθητοι στο κόστος του εισιτηρίου.
3. **Απαξίωση του προϊόντος εφόσον δεν διατεθεί εγκαίρως.** Από τη στιγμή που μια πτήση θα απογειωθεί, οι εναπομένουσες αδιάθετες θέσεις δεν έχουν πλέον καμία αξία. Δυνατότητα αποθεματοποίησης δεν υπάρχει.
4. **Δυνατότητα προπώλησης των θέσεων μια πτήσης.** Η ύπαρξη σταθερού προγράμματος αναχωρήσεων των πτήσεων αλλά κυρίως η ενημέρωση της διαθεσιμότητας θέσεων σε πραγματικό χρόνο μέσω της αξιοποίησης του internet επιτρέπει και μάλιστα πλέον, σχεδόν επιβάλλει την προ-κράτηση εισιτηρίων.

5. **Χρονικά μεταβαλλόμενη και ως ένα βαθμό προβλέψιμη ζήτηση.** Η ζήτηση συνήθως μεταβάλλεται ανάλογα με την περίοδο, την ημέρα της εβδομάδας και τη ώρα της ημέρας και μπορεί να προβλεφθεί προσεγγιστικά μόνο.
6. **Χαμηλό κόστος διάθεσης μιας υπάρχουσας μονάδας προϊόντος-υπηρεσίας.** Το πρόσθετο κόστος που επιφέρει η επιβίβαση ενός πελάτη σε μια πτήση περιορίζεται αποκλειστικά στην αξία των ροφημάτων ή κάποιου γεύματος.
7. **Υψηλό σταθερό κόστος λειτουργίας.** Το σταθερό κόστος μιας πτήσης είναι ιδιαίτερα υψηλό καθώς σε αυτό συμμετέχουν τα κόστη από τα καύσιμα, το εναέριο και επίγειο προσωπικό, το αεροδρόμιο κ.ο.κ.

Όσον αφορά τα ξενοδοχεία τα οποία αποτελούν το βασικό αντικείμενο της μελέτης μας, για τα παραπάνω κριτήρια ισχύουν τα εξής:

1. **Δεδομένη χωρητικότητα. Αδυναμία ή απαγορευτικό κόστος αύξησης της διαθεσιμότητας.** Το πλήθος των διαθέσιμων δωματίων γενικά είναι σταθερό και εξαρτάται από τις κτιριακές εγκαταστάσεις του ξενοδοχείου. Μια συχνή τακτική που εφαρμόζεται από τις διευθύνσεις των ξενοδοχείων με σκοπό την περικοπή εξόδων είναι ο αποκλεισμός ορόφων ή πτερύγων και υπηρεσιών σε περιόδους χαμηλής ζήτησης. Για να είναι συμφέρουσα η χρήση μια πτέρυγας ή υπηρεσίας θα πρέπει ο βαθμός αξιοποίησής της να ξεπερνάει ένα κρίσιμο σημείο.
2. **Δυνατότητα κατακερματισμού της αγοράς σε τάξεις ικανού μεγέθους.** Στα ξενοδοχεία, όπως και στις αερομεταφορές, συνήθως διακρίνονται δύο μερίδια αγοράς με βασικό κριτήριο τον σκοπό για τον οποίο ταξιδεύει ο επισκέπτης – για επαγγελματικούς λόγους ή για αναψυχή. Γενικά οι επισκέπτες που ταξιδεύουν για λόγους αναψυχής είναι περισσότερο ευαίσθητοι στο κόστος της διαμονής. Στα ξενοδοχεία ωστόσο, όπου τα έσοδα από υπηρεσίες όπως εστιατόρια, spa, κτλ, μπορούν να είναι σημαντικά, περισσότερο συχνά προτείνονται και εναλλακτικά κριτήρια όπως η εθνικότητα, η οικογενειακή κατάσταση και η ηλικία του επισκέπτη.

3. **Απαξίωση του προϊόντος εφόσον δεν διατεθεί εγκαίρως.** Από την στιγμή που ένα δωμάτιο δεν διατεθεί παύει να έχει οποιαδήποτε αξία. Δυνατότητα αποθεματοποίησης δεν υπάρχει.
4. **Δυνατότητα προώλησης των δωματίων.** Η προώληση των δωματίων αποτελεί μια επικρατούσα τακτική ιδιαίτερα σε περιοχές με αυξημένη εποχιακή ζήτηση, όπως νησιά και τουριστικά θέρετρα όπου το διάστημα που μεσολαβεί από την κράτηση μέχρι την διαμονή μπορεί και να ξεπεράσει το έτος. Στα ξενοδοχεία πόλης αν και η κράτηση δωματίων αποτελεί επίσης κανόνα, το διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ της κράτησης και της διαμονής είναι γενικά πιο περιορισμένο με εξαίρεση περιπτώσεις διεξαγωγής ειδικών εκδηλώσεων όπως διεθνείς εκθέσεις, μεγάλες αθλητικές και πολιτιστικές εκδηλώσεις.
5. **Χρονικά μεταβαλλόμενη και ως ένα βαθμό προβλέψιμη ζήτηση.** Η ζήτηση συνήθως μεταβάλλεται ανάλογα με την περίοδο ή την ημέρα της εβδομάδας (ιδιαίτερα στα ξενοδοχεία πόλης) και μπορεί να προβλεφθεί προσεγγιστικά μόνο.
6. **Χαμηλό κόστος διάθεσης μιας υπάρχουσας μονάδας προϊόντος-υπηρεσίας.** Το πρόσθετο κόστος που επιφέρει η διαμονή ενός επισκέπτη σε ένα δωμάτιο έχει κυρίως να κάνει με τα έξοδα ιματισμού και καθαριότητας. Γενικά αυτό το κόστος είναι συγκριτικά χαμηλό με το αντίτιμο που πληρώνει ο επισκέπτης για την διαμονή. Παράλληλα δεν πρέπει να ξεχνάμε τα πρόσθετα κέρδη που αποφέρει η παροχή πρόσθετων υπηρεσιών εντός του ξενοδοχείου όπως η εστίαση, η καλωδιακή τηλεόραση, το internet, υπηρεσίες χαλάρωσης και αναζωογόνησης (spa), φύλαξη βρεφών κ.ο.κ.
7. **Υψηλό σταθερό κόστος λειτουργίας.** Το σταθερό κόστος λειτουργίας ενός ξενοδοχείου είναι ιδιαίτερα υψηλό αφού σε αυτό συνεισφέρουν τα κόστη από τις αμοιβές του προσωπικού, από την κατανάλωση ενέργειας και από τη φθορά σε εξοπλισμό. Αν και σε περιόδους χαμηλής ζήτησης, είναι δυνατή η μείωση του προσωπικού αυτή δεν είναι ανάλογη με τη μείωση των δωματίων σε διάθεση.

1.3 Αρχιτεκτονική συστημάτων διοίκησης απόδοσης

Σε αυτή την ενότητα θα γίνει μια συνοπτική περιγραφή των γενικών λειτουργιών ενός τυπικού συστήματος ΔΑ. Θα παρουσιαστούν τα κύρια μέρη και θα γίνει μια επισκόπηση του σχεδιασμού, των λειτουργιών και των ροών πληροφοριών ενός συστήματος ΔΑ. Οι λεπτομέρειες των επιστημονικών μεθοδολογιών που εμπλέκονται σε κάθε μέρος θα παρουσιαστούν στα επόμενα κεφάλαια.

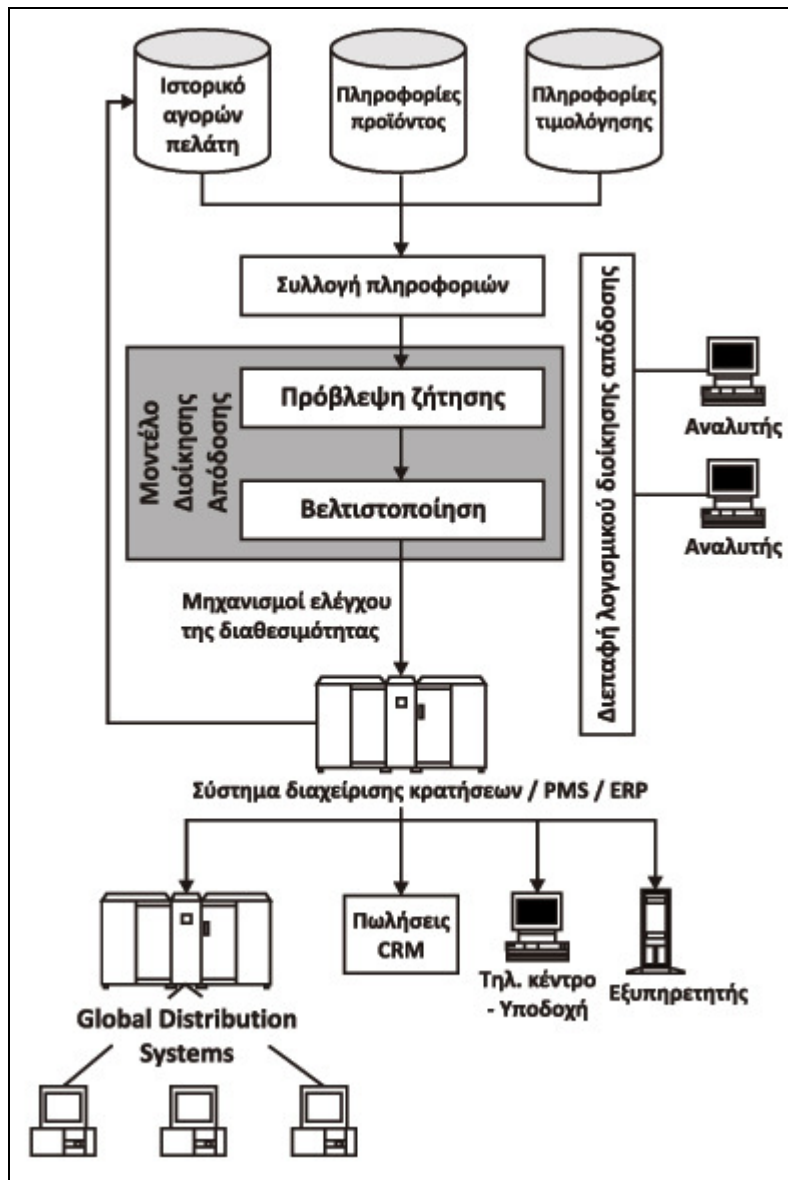
Γενικά ένα σύστημα ΔΑ ακολουθεί τέσσερα βασικά βήματα (Talluri & Van Ryzin, [8]):

1. Συλλογή πληροφοριών: Συγκέντρωση και αποθήκευση ιστορικών δεδομένων (τιμές, πληρότητες, ζήτηση κ.ο.κ.)
2. Εκτιμήσεις και πρόβλεψη: Εκτιμήσεις σχετικές με το μοντέλο της ζήτησης, πρόβλεψη της ζήτησης, των ακυρώσεων και των no-shows βάσει των συλλεγμένων πληροφοριών.
3. Βελτιστοποίηση: Καθορισμός ενός βέλτιστου συνόλου διαδικασιών (διάθεση δωματίων, τιμολόγηση, εκπτώσεις, όρια υπερπλήρωσης) που θα τεθούν σε εφαρμογή μέχρι την επόμενη βελτιστοποίηση.
4. Εφαρμογή: Εφαρμογή των βέλτιστων διαδικασιών που προκύπτουν από το βήμα 3. Τυπικές εργασίες συνιστούν η ενημέρωση των διαφόρων καναλιών πώλησης (GDS, συνεργαζόμενα πρακτορεία, λοιπά σημεία πώλησης)

Συνήθως τα παραπάνω βήματα επαναλαμβάνονται σε τακτά χρονικά διαστήματα. Η συχνότητα αυτών των επαναλήψεων εξαρτάται από τον όγκο των δεδομένων, από τις μεθοδολογίες πρόβλεψης και βελτιστοποίησης, από τη ρευστότητα των συνθηκών της αγοράς και από την κρισιμότητα των αποφάσεων που λαμβάνονται. Για παράδειγμα, στις αεροπορικές εταιρίες και τα ξενοδοχεία που ο μεγάλος όγκος κρατήσεων πραγματοποιείται τις τελευταίες ημέρες πριν την πτήση ή την άφιξη του πελάτη στο ξενοδοχείο, αντίστοιχα, η επανάληψη των παραπάνω βημάτων πυκνώνει όσο πλησιάζουμε στην ημερομηνία ελέγχου.

Στο Σχήμα 1, φαίνεται η αλληλουχία των διαδικασιών σε ένα σύστημα ΔΑ. Τα ιστορικά δεδομένα παρέχονται σαν είσοδος στο υποσύστημα πρόβλεψης του οποίου η έξοδος αποτελεί είσοδο για το υποσύστημα βελτιστοποίησης. Τελικά οι ενέργειες που

αποφασίζονται στο στάδιο της βελτιστοποίησης τίθενται σε εφαρμογή και γίνεται η ενημέρωση τα διαφόρων καναλιών πώλησης.



Σχήμα 1: Διαδικασίες και υποσυστήματα ενός τυπικού συστήματος διοίκησης απόδοσης

1.4 Ανάπτυξη και υποστήριξη συστημάτων ΔΑ

Σε ένα σύστημα ΔΑ, διακρίνουμε δύο εμπλεκόμενες ομάδες, τους χρήστες του συστήματος και τους υπεύθυνους για την ανάπτυξη και συντήρηση του πληροφοριακού συστήματος και την υποστήριξη των χρηστών. Στην ομάδα των χρηστών συγκαταλέγονται οι υπάλληλοι της επιχείρησης (ξενοδοχείο, αεροπορική εταιρία), οι

οποίοι είναι υπεύθυνοι για την τροφοδότηση του συστήματος και είναι επιφορτισμένοι με διάφορες καθημερινές δραστηριότητες όπως η ενημέρωση των καναλιών πώλησης, η αλληλεπίδραση με το πληροφοριακό σύστημα (αξιολόγηση αποτελεσμάτων και παρέμβαση όποτε κρίνεται απαραίτητο) και η συντήρηση του hardware. Στην δεύτερη ομάδα συγκαταλέγονται εξειδικευμένοι υπάλληλοι, όπως προγραμματιστές, μηχανικοί Η/Υ, οικονομολόγοι, μαθηματικοί και επιχειρησιακοί ερευνητές, οι οποίοι είναι υπεύθυνοι για την ανάπτυξη (υλοποίηση, μοντέλα και αλγόριθμοι) και συντήρηση του πληροφοριακού συστήματος αλλά και για την παραμετροποίηση του συστήματος ώστε να ικανοποιεί τις ανάγκες της επιχείρησης.

Για την ανάπτυξη του πληροφοριακού συστήματος μια επιχείρηση έχει την επιλογή είτε να απευθυνθεί σε έναν ή περισσότερους εξειδικευμένους οίκους λογισμικού είτε να συστήσει ένα εσωτερικό τμήμα (in-house development). Σε συστήματα μεγάλης κλίμακας όπως αυτά των αεροπορικών εταιριών και μεγάλων αλυσίδων ξενοδοχείων συνήθως επιλέγεται είτε η δεύτερη επιλογή είτε ένα υβριδικό μοντέλο. Στα πλαίσια ενός υβριδικού μοντέλου όλες ή μερικές από τις ακόλουθες μορφές συνεργασίας μπορούν να απαντηθούν:

- Ανάθεση υποσυστημάτων στον εξωτερικό συνεργάτη
- «Ενοικίαση» υπαλλήλων
- Ανταλλαγή τεχνογνωσίας

Η πρώτη επιλογή, συνήθως προτιμάται από ξενοδοχεία ή μικρές αεροπορικές εταιρίες και συχνότερα έχει τη μορφή αγοράς έτοιμων για χρήση προϊόντων παρά την ανάπτυξη εξειδικευμένων λύσεων. Αυτό οφείλεται κυρίως στο απαγορευτικό κόστος που συνεπάγεται η ανάπτυξη εξειδικευμένου software (για τα ξενοδοχεία) καθώς και στο γεγονός ότι η διαχείριση ενός μικρού στόλου αεροσκαφών και περιορισμένων προορισμών δεν εγείρει υψηλές απαιτήσεις.

2 Η Διοίκηση Απόδοσης στα Ξενοδοχεία

Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε μια προσπάθεια γενικής αποτύπωσης της έννοιας και των αρχών λειτουργίας της διοίκησης απόδοσης ανεξαρτήτως χώρου εφαρμογής ενώ στην ενότητα 1.2 αναφέρθηκαν οι λόγοι εκείνοι που καθιστούν την εφαρμογή τεχνικών διοίκησης απόδοσης, κατάλληλη για την αποδοτικότερη διαχείριση του ξενοδοχειακού προϊόντος.

Πριν προχωρήσουμε στη διερεύνηση των τεχνικών που έχουν προταθεί από την ερευνητική κοινότητα όσον αφορά την διοίκηση απόδοσης, στο κεφάλαιο αυτό θα αναλυθούν κάποιες βασικές ορολογίες και παράμετροι της διοίκησης απόδοσης στα ξενοδοχεία.

2.1 Ορισμός της Απόδοσης

Σύμφωνα με την παραδοσιακή προσέγγιση στο χώρο της ξενοδοχειακής βιομηχανίας, ως απόδοση ορίζεται ο λόγος των εσόδων που επιτυγχάνονται από την πώληση των δωματίων του ξενοδοχείου προς τα δυνητικά έσοδα που θα μπορούσε να εισπράξει το ξενοδοχείο αν όλα τα δωμάτια του ξενοδοχείου ήταν κατειλημμένα και για όλα τα δωμάτια ο πελάτης είχε πληρώσει πλήρες αντίτιμο, ήτοι τιμή πόρτας (rack rate).

Σύμφωνα με τις πιο σύγχρονες προσεγγίσεις στον υπολογισμό της απόδοσης υπεισέρχονται τα μεγέθη του κόστους και των εσόδων από παράπλευρες πωλήσεις.

Ενδεικτικά αναφέρονται τα παρακάτω κόστη:

- Αμοιβές προσωπικού
- Συντήρηση και λειτουργία κτιριακών εγκαταστάσεων και εξοπλισμού
- Πρώτες ύλες και αναλώσιμα
- Επενδύσεις σε εξοπλισμό και κτιριακές εγκαταστάσεις (η αποσβέσεις αυτών στον χρόνο ζωής τους)
- Προβολή και διαφήμιση
- Κόστη IT, ήτοι software, πολυμέσα και τηλεπικοινωνίες

- Υποστηρικτικές υπηρεσίες (καθαριστήρια ιματισμού, μεταφορές πελατών από και προς ξενοδοχεία, κ.ο.κ.)
- Προμήθειες πρακτορείων

Όσον αφορά τις συμπληρωματικές υπηρεσίες, ενδεικτικά αναφέρονται τα ακόλουθα:

- F&B (Food & Beverages), Εστιατόρια, Bar, Mini bar
- Υπηρεσίες spa
- Υπηρεσίες Multimedia και IT (καλωδιακή τηλεόραση, internet)
- Συνεδριακοί χώροι
- Προμήθειες από συνεργασίες με πρακτορεία ενοικίασης αυτοκινήτων, εκδρομών και κέντρα ψυχαγωγίας
- Πωλήσεις προϊόντων (κοσμήματα, ψιλικά, είδη ρουχισμού, κοκ)
- Άλλες υπηρεσίες (καθαριστήρια, φύλαξη παιδιών, κομμωτήρια κ.ο.κ.)

Αν και η σύγχρονη προσέγγιση στον καθορισμό της απόδοσης είναι περισσότερο ορθολογική, πρέπει να τονίσουμε τις μεγάλες δυσκολίες που υπάρχουν τόσο στη συγκέντρωση των απαραίτητων δεδομένων για το προσδιορισμό των ακριβών μεγεθών όσο και στη χρήση των παραπάνω παραμέτρων στους αλγορίθμους επίλυσης λόγω της τεράστιας πολυπλοκότητας που προσθέτουν.

2.2 Αφοσίωση πελατών

Σε αντίθεση με τις αερομεταφορές, όταν ένας πελάτης καλείται να επιλέξει το ξενοδοχείο της διαμονής του, συνήθως έχει τη δυνατότητα επιλογής μεταξύ πολλαπλών εναλλακτικών. Γι αυτό το λόγο, η αφοσίωση ενός πελάτη σε ένα ξενοδοχείο, θεωρείται πολύ σημαντική, καθώς το ξενοδοχείο εξασφαλίζει μια ελάχιστη πληρότητα δωματίων από επαναληπτικούς πελάτες (repeaters). Έτσι το κόστος από την απώλεια πιστών πελατών πρέπει να συνυπολογίζεται κατά τη λήψη αποφάσεων διοίκησης απόδοσης.

2.3 Διοικητική δομή

Η εφαρμογή τεχνικών διοίκησης απόδοσης απαιτεί την συνεργασία πολλών λειτουργικών θέσεων ενός ξενοδοχείου. Οι θέσεις που συνήθως εμπλέκονται είναι:

1. *Υπεύθυνος κρατήσεων (reservations manager)*. Διαχειρίζεται όλες τις κρατήσεις όσον αφορά την επικοινωνία με τους πελάτες και τις συμφωνίες με τα τουριστικά πρακτορεία.
2. *Front office manager*. Είναι διαχειριστής του υποσυστήματος front office του πληροφοριακού συστήματος ενός ξενοδοχείου (PMS – Property Management System). Γενικά ένα PMS αποτελείται από πολλά υποσυστήματα όπως το front office, η διαχείριση κρατήσεων, η διαχείριση αποθήκης, το CRM (Customer Resource Management), η διαχείριση καθαριότητας, το head office και η λογιστική. Το υποσύστημα front-office παρέχει πληροφορίες όπως οι καθημερινές αφίξεις – αναχωρήσεις - ακυρώσεις και αποτελεί ένα απαραίτητο εργαλείο για συχνές καθημερινές εργασίες και πληροφορίες.
3. *Head office manager*. Είναι διαχειριστής του υποσυστήματος head office του PMS ενός ξενοδοχείου. Το υποσύστημα head office παρέχει συγκεντρωτικές πληροφορίες και στατιστικά στοιχεία.
4. *Marketing*. Στο πλαίσιο της διοίκησης απόδοσης το marketing είναι απαραίτητο για τη γνωστοποίηση των προσφορών του ξενοδοχείου ώστε αυτές να έχουν αντίκτυπο στη ζήτηση αλλά και στην εξασφάλιση της θετικής αντιμετώπισης των πολιτικών του ξενοδοχείου από τους πελάτες.
5. *IT manager*. Φροντίζει για την ομαλή λειτουργία και την εξέλιξη του πληροφοριακού συστήματος του ξενοδοχείου καθώς και για την ολοκλήρωσή του (integration) με άλλα πληροφοριακά συστήματα όπως global distribution channels (GDS) και internet distribution channels (IDS).

Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειώσουμε ότι για την ομαλή υιοθέτηση τεχνικών διοίκησης απόδοσης, είναι απαραίτητη η πλήρης υποστήριξη των ανώτερων διοικητικών στελεχών ή/και της ιδιοκτησίας ενός ξενοδοχείου καθώς τα αποτελέσματα της διοίκησης

απόδοσης δεν είναι πάντα άμεσα ενώ παραδοσιακά κριτήρια αξιολόγησης της λειτουργίας ενός ξενοδοχείου όπως η πληρότητα των δωματίων δεν αντικατοπτρίζουν, τουλάχιστον όχι πάντα, την κερδοφορία του.

2.4 Πρακτόρευση

2.4.1 Παραδοσιακή μορφή πρακτόρευσης

Παραδοσιακά η διάθεση του ξενοδοχειακού προϊόντος γίνεται μέσω εγχώριων και διεθνών τουριστικών πρακτορείων. Έτσι όταν ένας πελάτης επιθυμεί να επισκεφθεί μια τοποθεσία απευθύνεται σε ένα τουριστικό πρακτορείο για να ενημερωθεί για τα ξενοδοχεία που υπάρχουν στην εκάστοτε περιοχή και να πληροφορηθεί για τα χαρακτηριστικά, τις τιμές και τη διαθεσιμότητα των ξενοδοχείων αυτών, ώστε να επιλέξει αυτό που ταιριάζει καλύτερα στις προτιμήσεις και την οικονομική του κατάσταση.

Για να λειτουργήσει αυτός ο τρόπος πώλησης του ξενοδοχειακού προϊόντος, τα ξενοδοχεία συνάπτουν σχέσεις συνεργασίας με τα τουριστικά πρακτορεία. Στο πλαίσιο αυτής της συνεργασίας και (συνήθως) μέσω έγγραφων ετήσιων συμβολαίων, το ξενοδοχείο συμφωνεί με το πρακτορείο θέματα που αφορούν τις τιμές, την διαθεσιμότητα και τις προσφερόμενες υπηρεσίες (bed & breakfast, all inclusive, κτλ).

Όσον αφορά τις τιμές, τα πιθανά σενάρια είναι δύο. Σύμφωνα με το πρώτο σενάριο, το ξενοδοχείο γνωστοποιεί στο πρακτορείο τις τιμές αγοράς οπότε το κέρδος του πρακτορείου προκύπτει από την προσαύξηση αυτής της τιμής κατά την πώληση στον ενδιαφερόμενο πελάτη. Σύμφωνα με το δεύτερο σενάριο, το οποίο εφαρμόζουν κυρίως μεγάλες ξενοδοχειακές αλυσίδες, το ξενοδοχείο γνωστοποιεί στο πρακτορείο την τελική τιμή πώλησης στον πελάτη, οπότε το κέρδος του πρακτορείου προκύπτει μέσω μιας συμφωνημένης προμήθειας επί των πωλήσεων.

Όσον αφορά την διαθεσιμότητα, τα επικρατέστερα σενάρια είναι τρία. Το πρώτο σενάριο δεν περιλαμβάνει καμία δέσμευση του ξενοδοχείου προς το πρακτορείο και η επιβεβαίωση διαθεσιμότητας για συγκεκριμένες ημερομηνίες γίνεται κατόπιν συνεννόησης του πρακτορείου με το ξενοδοχείο όταν εκδηλωθεί ενδιαφέρον από ένα πελάτη. Σύμφωνα με το δεύτερο σενάριο το πρακτορείο προ-αγοράζει ένα πλήθος

δωματίων για δεδομένες χρονικές περιόδους (συμβόλαιο guarantee) και τα διανέμει δίχως περιορισμούς στους υποψήφιους αγοραστές. Σύμφωνα με το τρίτο σενάριο το ξενοδοχείο επιτρέπει στο πρακτορείο τη διάθεση ενός μέγιστου αριθμού δωματίων και το πρακτορείο αναλαμβάνει την υποχρέωση να ενημερώσει το ξενοδοχείο για τις πωλήσεις που έχει διεκπεραιώσει εντός ενός προκαθορισμένου διαστήματος (release period) πριν την άφιξη του επισκέπτη στο ξενοδοχείο (συμβόλαιο allotment). Εάν το πρακτορείο συμπληρώσει το πλήθος των δωματίων που του έχει παραχωρήσει το ξενοδοχείο ή εάν οι ημέρες που απομένουν μέχρι την άφιξη του πελάτη είναι εντός της περιόδου release, η επιβεβαίωση διαθεσιμότητας γίνεται κατόπιν συνεννόησης του πρακτορείου με το ξενοδοχείο. Επίσης το ξενοδοχείο διατηρεί το δικαίωμα παύσης πωλήσεων (stop sale) οπότε λαμβάνει ότι κρατήσεις έχει ήδη διεκπεραιώσει το πρακτορείο και ενημερώνει ότι δεν μπορεί να δεχτεί άλλες κρατήσεις. Σημειώνουμε ότι τα συμβόλαια τύπου allotment είναι ίσως τα περισσότερο διαδεδομένα γιατί ισορροπούν τα δικαιώματα και τις υποχρεώσεις των δύο πλευρών και παρέχουν ευελιξία. Ωστόσο συχνά αποτελούν πηγές πρόκλησης υπερπλήρωσης των ξενοδοχείων.

Στο προηγούμενο κεφάλαιο, σημειώσαμε ότι βασική διαδικασία κατά την εφαρμογή της διοίκησης απόδοσης, είναι η συνεχής αναπροσαρμογή των τιμών ανάλογα με την γνωστή πληρότητα και σωστότερα το «άνοιγμα» και «κλείσιμο» διαθεσιμότητας για εκπτώσεις. Είναι φανερό ότι η διοίκηση απόδοσης δεν μπορεί να εφαρμοστεί κάτω από περιβάλλοντα παραδοσιακής πρακτόρευσης επειδή αφενός η προσαρμογή των τιμών και η γνωστοποίηση αυτών σε όλα τα συνεργαζόμενα πρακτορεία είναι πρακτικά δύσκολη, αν όχι αδύνατη, και αφετέρου η φύση της συνεργασίας προκαλεί πλήθος αγκυλώσεων, όπως:

- Οι συμφωνημένες τιμές δεν μπορούν να αλλάξουν χωρίς τη σύμφωνη γνώμη πρακτορείου και ξενοδοχείου.
- Στα συμβόλαια allotment η πραγματική διαθεσιμότητα είναι θολή. Μπορεί να έχουν γίνει κρατήσεις από ένα πρακτορείο για τις οποίες το ξενοδοχείο δεν έχει ενημερωθεί ακόμα.
- Όταν η πελατεία που παρέχει ένα πρακτορείο είναι σημαντική για την κερδοφορία ενός ξενοδοχείου, συνηθισμένο φαινόμενο αποτελεί η απαίτηση από

το πρακτορείο για εγγύηση χαμηλότερης τιμής, γεγονός που σημαίνει ότι όχι μόνο δεν μπορούν να αλλάξουν οι τιμές που παρέχονται στο πρακτορείο αλλά και ότι σε όλα τα αλλά πρακτορεία ή κανάλια πώλησης η τιμή δεν μπορεί να είναι παρά μεγαλύτερη. Το φαινόμενο είναι περισσότερο σύνηθες με μεγάλους tour operators (π.χ. TUİ) και ιδιαίτερα σε περιοχές με μεγάλη εποχιακή ζήτηση.

- Το ξενοδοχείο δεν έχει άμεση επικοινωνία με το αγοραστικό κοινό και βασίζει την προβολή του, αποκλειστικά στα πρακτορεία. Έτσι δεν υπάρχει δυνατότητα διοχέτευσης εκπτώσεων και προσφορών στην αγορά, ώστε να επηρεαστεί βραχυπρόθεσμα η ζήτηση (πχ last minute deals).

2.4.2 Internet – GDS – Online κρατήσεις

Τα τελευταία 10 χρόνια η εξέλιξη του Internet έχει αλλάξει εντελώς το τοπίο του ανταγωνισμού και του εμπορίου. Υπηρεσίες και προϊόντα, δισεκατομμυρίων ευρώ διακινούνται καθημερινά μέσω των ποικίλων ιστοσελίδων και άλλων τύπων διαδικτυακών εφαρμογών καταργώντας σύνορα και αποστάσεις και οδηγώντας σε μια παγκόσμια οικονομία - σε μια παγκόσμια αγορά που η τουριστική βιομηχανία έχει κυρίαρχη παρουσία.

Σύμφωνα με στοιχεία της Eurostat (Product code: KS-NP-06-020), τη στιγμή που μόλις το 61% όλων των επιχειρήσεων διαθέτουν διαδικτυακή παρουσία, όσον αφορά τα ξενοδοχεία το ποσοστό αυτό αυξάνεται και ανέρχεται στο 89% (τα μεγέθη αφορούν επιχειρήσεις που απασχολούν 10 ή περισσότερα άτομα – Ευρώπη των 25).

Επίσης, σύμφωνα με στοιχεία της ίδιας έρευνας 47% από ένα δείγμα ερωτηθέντων δηλώνει πως χρησιμοποιεί το internet για την πραγματοποίηση κρατήσεων σε ξενοδοχεία.

Η επανάσταση στη χρήση του internet για την κατανάλωση τουριστικών προϊόντων ξεκίνησε με την εμφάνιση των GDS (Global Distribution Systems). Τα GDS αποτελούν υπολογιστικά συστήματα τα οποία κάνουν χρήση του διαδικτύου για την πραγματοποίηση κρατήσεων παρέχοντας τιμές και διαθεσιμότητα σε πραγματικό χρόνο και δίνοντας τη δυνατότητα αυτοματοποιημένων πληρωμών μέσω πιστωτικών καρτών ή τραπεζικών εντολών πληρωμής. Τα GDS σχηματίστηκαν από τη συνεργασία

(συνεργασίες – συγχωνεύσεις – εξαγορές) αεροπορικών εταιριών τις δεκαετίες του '50, του '60 και του '70 και αρχικά προορίζονταν για την πραγματοποίηση κρατήσεων θέσεων για πτήσεις από τουριστικούς πράκτορες. Τα μεγαλύτερα GDS συστήματα είναι τα Galileo, Amadeus, Sabre, WorldSpan και Patheo ενώ από τον Δεκέμβριο του 2006 βρίσκεται σε εξέλιξη η συνένωση των Galileo και Worldspan λόγω της εξαγοράς της δεύτερης από την μητρική εταιρία της πρώτης [j].

Στην παρούσα μορφή τους, τα GDS πέρα από θέσεις σε πτήσεις παρέχουν την δυνατότητα κρατήσεων για ξενοδοχεία, αυτοκίνητα και ολοκληρωμένα πακέτα διακοπών (dynamic packaging) και παρέχουν τις υπηρεσίες τους σε 620.000 τουριστικά πρακτορεία σε όλο τον κόσμο και σε μεγάλα διαδικτυακά ADS (Alternative Distribution Systems) συστήματα.

Με τον όρο ADS περιγράφονται οι 16.000 ιστοσελίδες σε όλο τον κόσμο που πραγματοποιούν online κρατήσεις για ξενοδοχεία, αεροπορικά εισιτήρια, ενοικίαση αυτοκινήτων, ταξιδιωτικών πακέτων, εκδρομών και κρουαζιέρων. Η βασική διαφορά των ADS από τα GDS είναι ότι απευθύνονται σε μεμονωμένους πελάτες και ότι τα προϊόντα που προσφέρουν προέρχονται είτε μέσω των GDS είτε μέσω απευθείας συμφωνιών με ξενοδοχεία, αεροπορικές εταιρίες κ.ο.κ. Ενδεικτικά αναφέρουμε μερικά από τα μεγαλύτερα ADS συστήματα.

- www.travelocity.com
- www.expedia.com
- www.orbitz.com
- www.hotels.com
- www.hoteldiscount.com
- www.venere.it
- www.booking.com

Η συνεργασία μεταξύ των GDS και των ADS με τα ξενοδοχεία έχει παρόμοια μορφή με αυτή της παραδοσιακής πρακτόρευσης με ειδοποιό διαφορά τη δυνατότητα αλλαγής τιμών ανά πάσα στιγμή και ότι τα συμβόλαια που συνάπτονται σπάνια έχουν τη μορφή

allotment και ακόμα σπανιότερα τη μορφή guarantee, γεγονός που επιτρέπει στα ξενοδοχεία την καλύτερη διαχείριση των δωματίων τους.

Το τοπίο της διαδικτυακής αγοράς συμπληρώνεται με τις ιστοσελίδες των ξενοδοχείων που πλέον από απλές σελίδες παρουσίασης έχουν εξελιχθεί σε ολοκληρωμένα συστήματα κρατήσεων τόσο στον τομέα της λιανικής πώλησης όσο και στον τομέα της χονδρικής πώλησης.

2.4.3 Πρακτόρευση και διοίκηση απόδοσης

Στην ενότητα που αφορούσε την παραδοσιακή μορφή πρακτόρευσης, σημειώθηκε ότι δεν είναι δυνατή η εφαρμογή διαδικασιών διοίκησης απόδοσης όταν δεν ικανοποιούνται κάποιες βασικές προϋποθέσεις, οι οποίες είναι:

- Δυνατότητα αλλαγής τιμών και μάλιστα σε πραγματικό χρόνο.
- Δυνατότητα ενημέρωσης διαθεσιμότητας σε πραγματικό χρόνο.
- Γνώση της πραγματικής διαθεσιμότητας του ξενοδοχείου ανά πάσα στιγμή.
- Δυνατότητα διοχέτευσης προσφορών σε μεγάλη μερίδα του αγοραστικού κοινού με σκοπό τη βραχυπρόθεσμη μεταβολή της διαθεσιμότητας.

Σε πολλές από τις παραπάνω δυστοκίες, το διαδίκτυο αναδεικνύεται σαν μια ικανή διέξοδος καθώς παρέχει λύσεις σε πρακτικούς περιορισμούς και συγκεκριμένα:

- Παρέχει δυνατότητα αλλαγής τιμών και διαθεσιμότητας και ορισμού προσφορών μέσω ενός τερματικού και αυτόματη κοινοποίηση στα κανάλια πώλησης (GDS, ADS, Ιστοσελίδα ξενοδοχείου).
- Διευρύνει σημαντικά το αγοραστικό κοινό του ξενοδοχείου.

Γεγονός είναι ότι οι εξαρτήσεις που συναντώνται στην παραδοσιακή μορφή πρακτόρευσης παραμένουν και στη διαδικτυακή πρακτόρευση (GDS, ADS). Ωστόσο η ιδιαίτερα μεγάλη διασπορά των ADS εξασθενεί αυτές τις εξαρτήσεις και παρέχει μεγαλύτερη ευελιξία στις διοικήσεις των ξενοδοχείων.

3 Διαχείριση πόρων

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει μια επισκόπηση των μεθόδων και των εννοιών που έχουν προταθεί από την ερευνητική κοινότητα και βρίσκουν εφαρμογή στα ξενοδοχεία αλλά και σε κλάδους που φέρουν όμοια χαρακτηριστικά όπως οι αερομεταφορές και η ενοικίαση αυτοκινήτων. Κοινό χαρακτηριστικό μεταξύ των μεθόδων που θα αναλυθούν είναι ότι το εργαλείο για την επίτευξη καλύτερων αποδόσεων είναι η διαχείριση της διαθεσιμότητας, δηλαδή τι ποσότητες (π.χ. πόσα δωμάτια) να διατεθούν, σε ποιους πελάτες ή σε ποιες ομάδες πελατών, πότε να «ανοίξει» ή να «κλείσει» η διαθεσιμότητα κ.ο.κ.

Τεχνικές που αφορούν τη διαμόρφωση των τιμών (price-based revenue management) και που απαντώνται κατά κύριο λόγο στη βιομηχανία και στο λιανικό εμπόριο θα παραλειφθούν από την ανάλυσή μας. Οι εν λόγω τεχνικές ανήκουν σε δύο κύριες κατηγορίες, τις δημοπρασίες και τη δυναμική τιμολόγηση και μια αξιολογή επισκόπηση του προβλήματος πραγματοποιείται στο βιβλίο των Talluri & Van Ryzin [8].

3.1 Single-leg προβλήματα

Σε αυτή την ενότητα θα αναλυθούν προβλήματα τύπου single-leg και ποιο συγκεκριμένα θα αναλυθούν μέθοδοι για τη βέλτιστη διάθεση της χωρητικότητας ενός αγαθού (πλήθος δωματίων ενός ξενοδοχείου, πλήθος θέσεων σε ένα αεροσκάφος), σε διαφορετικές **κλάσεις** με την παραδοχή-προϋπόθεση ότι ο πελάτης αγοράζει μοναδικό προϊόν. Στην περίπτωση των αερομεταφορών, single-leg πρόβλημα αποτελεί μια πτήση χωρίς ενδιάμεσους σταθμούς (single leg flight) ενώ στην περίπτωση των ξενοδοχείων αποτελεί η διαμονή σε ένα δωμάτιο για μία συγκεκριμένη ημέρα (single-night stay). Παρά το γεγονός ότι ο όρος single-leg προέρχεται από τις αερομεταφορές, τον χρησιμοποιούμε και στη δική μας ανάλυση επειδή είναι ο περισσότερο συνήθης στη βιβλιογραφία, ακόμα και σε εργασίες που επικεντρώνονται σε άλλους τύπους επιχειρήσεων.

Με το όρο **κλάση** αναφερόμαστε στα διαφορετικά επίπεδα εκπτώσεων για ένα αγαθό. Κάθε κλάση συνήθως συνοδεύεται και από ένα σύνολο όρων και συνθηκών που στην τουριστική βιομηχανία συνήθως αναφέρονται στη δυνατότητα ακύρωσης μιας κράτησης,

στη δυνατότητα επιστροφής χρημάτων, στο διάστημα που πρέπει να μεσολαβεί μεταξύ της ημερομηνίας της κράτησης και την ημερομηνία της κατανάλωσης του αγαθού (διαμονή στο δωμάτιο, πτήση) κ.ο.κ.

Ο όρος κλάση μπορεί να απαντηθεί στην βιβλιογραφία με τους όρους fare class, rate product, rate class, revenue class, booking class και fare product.

Τα single-leg προβλήματα έρχονται σε αντιδιαστολή με τα προβλήματα δικτύου (network problems) στα οποία, σε αντιστοιχία με τα παραπάνω παραδείγματα, ανήκουν οι πτήσεις με ενδιάμεσους σταθμούς (connecting flights) και η διαμονή ενός πελάτη για παραπάνω από μία συνεχόμενες ημέρες σε ένα ξενοδοχείο (multiple night stay).

Στην πραγματικότητα τα περισσότερα προβλήματα αποτελούν προβλήματα δικτύου. Αυτό το φαινόμενο είναι πιο έντονο στα ξενοδοχεία στα οποία η διαμονή για πολλαπλές νύχτες είναι ο κανόνας παρά η εξαίρεση. Ο λόγος που τα single-leg προβλήματα εξετάζονται πρώτα και τους προσδίδεται ιδιαίτερη προσοχή έχει να κάνει με το γεγονός ότι συχνά τα προβλήματα δικτύου μοντελοποιούνται ως μια συλλογή από single-leg προβλήματα. Ένας άλλος λόγος είναι ότι τα single-leg προβλήματα συχνά αποτελούν δομικά στοιχεία στην ανάπτυξη ευρετικών αλγόριθμων για προβλήματα δικτύου.

3.1.1 Παραδοχές

Στην ανάλυση που θα ακολουθήσει γίνεται η παραδοχή ότι το ξενοδοχείο πουλάει τη διαθεσιμότητά του σε n διακριτές κλάσεις και δεν γίνεται διάκριση μεταξύ διαφορετικών τύπων δωματίων.

Επίσης στις πρώτες ενότητες αυτού του κεφαλαίου, γίνεται η παραδοχή ότι για κάθε κλάση υπάρχει μια (και μοναδική) αντίστοιχη μερίδα πελατών (market segment). Οι πελάτες κάθε μερίδας «δικαιούνται» να κάνουν κράτηση αποκλειστικά και μόνο στην κλάση που αντιστοιχεί στην ομάδα τους. Στο εξής θα αναφερόμαστε σε αυτή την παραδοχή με τον όρο «τέλειος καταμερισμός της αγοράς» (perfect market segmentation). Μετά τις πρώτες ενότητες του κεφαλαίου η παραδοχή τέλειου καταμερισμού της αγοράς παύει να είναι ενεργή.

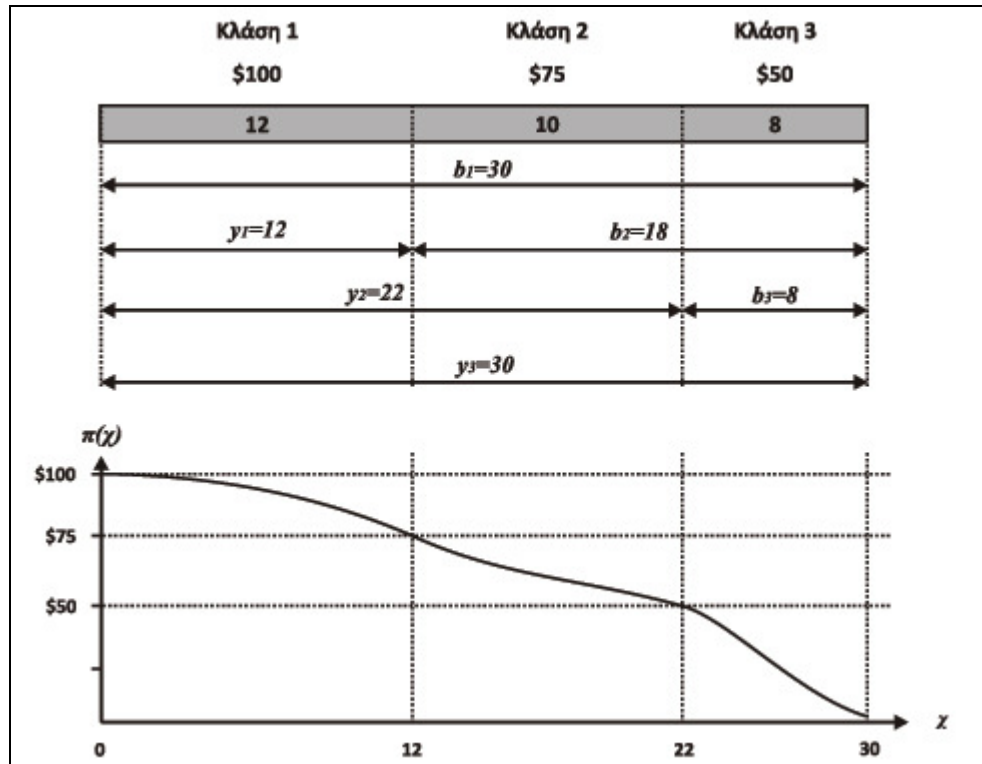
3.1.2 Μηχανισμοί ελέγχου της διαθεσιμότητας

3.1.2.1 Όρια κρατήσεων

Τα όρια κρατήσεων αποτελούν ένα μηχανισμό ελέγχου της διαθεσιμότητας, περιορίζοντας το πλήθος των δωματίων που είναι διαθέσιμα για κάθε κλάση μια δεδομένη χρονική στιγμή.

Τα όρια κρατήσεων (booking limits) μπορούν να είναι είτε *διαχωρισμένα* (*partitioned*) είτε *εμφωλιασμένα* (*nested*). Όταν τα όρια είναι διαχωρισμένα η διαθεσιμότητα του ξενοδοχείου χωρίζεται σε υποσύνολα - ένα για κάθε κλάση - τα οποία είναι διαθέσιμα μόνο στους πελάτες της κλάσης που αντιστοιχεί το υποσύνολο. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 2, εάν θεωρήσουμε τα όρια διαχωρισμένα, τότε αντιστοιχούν 12 δωμάτια σε πελάτες της κλάσης 1, 10 δωμάτια σε πελάτες της κλάσης 2 και 8 δωμάτια σε πελάτες της κλάσης 3. Σε περίπτωση που η διαθεσιμότητα μιας κλάσης εξαντληθεί τότε παύουν να διατίθενται δωμάτια σε πελάτες αυτής της κλάσης, ανεξαρτήτως με το τι συμβαίνει στις υπόλοιπες κλάσεις. Σαφώς κάτι τέτοιο δεν είναι θεμιτό όταν η πώληση δωματίων στην κλάση που εξαντλήθηκε η διαθεσιμότητα, επιφέρει μεγαλύτερα κέρδη.

Το μη θεμιτό σενάριο που μπορεί να προκύψει όταν γίνεται χρήση διαχωρισμένων ορίων κράτησης, έρχεται να καλύψει η χρήση εμφωλιασμένων ορίων κράτησης. Σε αυτή την περίπτωση η διαθεσιμότητα που παρέχεται σε κάθε κλάση παρουσιάζει επικαλύψεις σε μια ιεραρχική μορφή, δηλαδή κλάσεις που επιφέρουν μεγαλύτερα κέρδη έχουν πρόσβαση στη διαθεσιμότητα των κλάσεων που επιφέρουν λιγότερα κέρδη. Έτσι σύμφωνα με το Σχήμα 2, η κλάση 1 έχει διαθέσιμα από 12 έως 30 δωμάτια, η κλάση 2 έως και 18 δωμάτια και τέλος η κλάση 3 έως και 8 δωμάτια.



Σχήμα 2: Η σχέση μεταξύ των ορίων κράτησης b , των επιπέδων προστασίας y και των τιμών προσφοράς π .

3.1.2.2 Επίπεδα προστασίας

Τα επίπεδα προστασίας (protection levels) ουσιαστικά έχουν το ίδιο αποτέλεσμα με τα όρια κρατήσεων με τη διαφορά ότι αντί να αντικατοπτρίζουν τη μέγιστη διαθεσιμότητα που είναι διαθέσιμη σε μια κλάση, αντικατοπτρίζουν την ελάχιστη διαθεσιμότητα που πρέπει να προστατευθεί για μια κλάση. Επιστρέφοντας πάλι στο παράδειγμα του Σχήμα 2, σε περίπτωση διαχωρισμένων επιπέδων ασφαλείας τα επίπεδα είναι ακριβώς τα ίδια με τα όρια κράτησης, ήτοι 12 για την κλάση 1, 10 για την κλάση 2 και 8 για την κλάση 3. Στην περίπτωση εμφωλιασμένων επιπέδων ασφαλείας οι τιμές για κάθε κλάση γίνονται 12 για την κλάση 1 (δηλαδή 12 δωμάτια δεσμεύονται για πώληση στην κλάση 1), 22 για την κλάση 2 (δηλαδή 22 δωμάτια δεσμεύονται για πώληση στις κλάσεις 2 και 1) και 30 για την κλάση 3 (δηλαδή 30 δωμάτια δεσμεύονται για πώληση στις κλάσεις 3, 2 και 1).

Γενικά η σχέση που ισχύει μεταξύ των ορίων κράτησης και των επιπέδων προστασίας είναι:

$$b_j = C - y_{j-1}, \quad j = 2, \dots, n$$

όπου b_j είναι το όριο κράτησης της κλάσης j , C είναι η συνολική διαθεσιμότητα των δωματίων και y_j το επίπεδο προστασίας της κλάσης j . Εξ ορισμού $b_1 = C$ και $y_n = C$.

Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση ισχύει ότι το όριο κράτησης μιας κλάσης είναι ίσο με τη συνολική διαθεσιμότητα μείον το επίπεδο προστασίας της αμέσως μεγαλύτερης κλάσης. Για παράδειγμα $b_2 = C - y_1 = 30 - 12 = 18$.

3.1.2.3 Τυπικός εμφωλιασμός έναντι παρασιτικού εμφωλιασμού

Η τυπική διαδικασία για τη χρήση ορίων κράτησης ή εμφωλιασμένων επιπέδων προστασίας έχει ως ακολούθως. Ξεκινώντας με C δωμάτια, αρχίζει η άφιξη κρατήσεων. Για να γίνει αποδεκτή μια κράτηση για μια κλάση j πρέπει να ικανοποιούνται δύο προϋποθέσεις. Πρώτον να υπάρχει εναπομένονσα διαθεσιμότητα και δεύτερον να μην έχει ξεπεραστεί το όριο κρατήσεων b_j της κλάσης. Αυτή η διαδικασία ονομάζεται τυπικός εμφωλιασμός (standard nesting) και αποτελεί τη συνηθέστερη πρακτική.

Μια λιγότερο διαδεδομένη εναλλακτική εμφωλιασμού είναι ο παρασιτικός εμφωλιασμός (theft nesting). Σύμφωνα με αυτή την τακτική όταν λαμβάνεται μια κράτηση για μια κλάση j , αντί να μειώνεται η διαθεσιμότητα της κλάσης j μειώνεται η διαθεσιμότητα όλων των κατώτερων κλάσεων, ήτοι των κλάσεων $j+1, j+2, \dots, n$. Στην καρδιά αυτής της λογικής βρίσκεται η θεώρηση ότι η ζήτηση που έχει προβλεφθεί για την κλάση j δεν εξαρτάται από την κρατήσεις που έχουν ήδη παραληφθεί. Σύμφωνα με το παράδειγμα του Σχήμα 2, εάν παραλάβουμε μια κράτηση για την κλάση 1, υπολογίζονται ξανά τα επίπεδα προστασίας έτσι ώστε το επίπεδο προστασίας της κλάσης 1 παραμένει 12, το επίπεδο προστασίας της κλάσης 2 μειώνεται κατά 1 και γίνεται 21 από 22 και το επίπεδο προστασίας της κλάσης 3 γίνεται 29 από 30, μειωμένο και αυτό κατά 1 (Talluri & Van Ryzin [8]).

Με τον παρασιτικό εμφωλιασμό επιτυγχάνουμε την προστασία περισσότερων δωματίων για τις συμφέρουσες κλάσεις αυξάνοντας ωστόσο τον κίνδυνο να μη διατεθεί ικανοποιητικό πλήθος δωματίων αφού για πελάτες που ανήκουν σε κατώτερες κλάσεις δεν θα υπάρχει διαθεσιμότητα.

Οι δύο τύποι εμφωλιασμού λειτουργούν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο εάν οι κρατήσεις καταφθάνουν πρώτα για τις λιγότερο συμφέρουσες κλάσεις και μετά για τις περισσότερες συμφέρουσες. Έτσι στο παράδειγμά μας, εάν φθάσουν αρχικά 8 κρατήσεις για την κλάση 3, μετά 10 κρατήσεις για την κλάση 2 και τέλος 12 κρατήσεις για την κλάση 1, η συμπεριφορά των δύο μεθόδων είναι ίδια. Αν και οι πιθανότητες να συμβεί κάτι τέτοιο είναι ελάχιστες αν όχι ανύπαρκτες, το σενάριο αυτό αποτελεί μια βασική παραδοχή των στατικών μοντέλων που θα εξετάσουμε στη συνέχεια.

3.1.2.4 Τιμές προσφοράς

Η ειδοποιός διαφορά ανάμεσα στους μηχανισμούς τιμών προσφοράς (bid prices) και τους μηχανισμούς ορίων κρατήσεων και επιπέδων προστασίας είναι ότι βασίζονται στην απόδοση μιας κράτησης παρά στις κλάσεις.

Συγκεκριμένα στους μηχανισμούς τιμών προσφοράς ορίζεται μια οριακή τιμή, η οποία συνήθως εξαρτάται από την εναπομένουσα διαθεσιμότητα και τη χρονική στιγμή, τέτοια ώστε μια αίτηση κράτησης γίνεται αποδεκτή μόνο εφόσον η απόδοσή της (η τιμή της για απλούστευση) ξεπερνάει αυτή την οριακή τιμή. Γενικά η χρήση μηχανισμών τιμών προσφοράς είναι απλούστερη, καθώς η μόνη πληροφορία που απαιτείται για την αξιολόγηση μιας κράτησης είναι η τιμή της και η εναπομένουσα διαθεσιμότητα. Αντιθέτως στους μηχανισμούς ορίων κρατήσεων και επιπέδων προστασίας η πληροφορία που απαιτείται είναι η διαθεσιμότητα και η τιμή κάθε κλάσης. Ωστόσο αξίζει να σημειώσουμε ότι για να είναι αποτελεσματικός αυτός ο μηχανισμός απαιτείται συχνότερη ενημέρωση της τιμής προσφοράς και συγκεκριμένα μετά από κάθε κράτηση ή και κατά την πάροδο του χρόνου.

Στο δεύτερο διάγραμμα του Σχήμα 2, φαίνεται πως είναι δυνατή η μοντελοποίηση επικαλυπτόμενης διάθεσης των δωματίων όπως στους μηχανισμούς ορίων κρατήσεων και επιπέδων προστασίας. Η τιμή προσφοράς αποτελεί μια συνάρτηση $\pi(x)$ της εναπομένουσας διαθεσιμότητας x . Όταν υπάρχουν 12 ή λιγότερα εναπομείναντα δωμάτια, η τιμή προσφοράς παίρνει τιμές μεταξύ 75 και 10 με αποτέλεσμα να γίνονται αποδεκτές κρατήσεις από πελάτες της κλάσης 1. Ομοίως όταν τα εναπομείναντα δωμάτια είναι μεταξύ 13 και 22, τότε η τιμή προσφοράς κυμαίνεται μεταξύ 50 και 75 με αποτέλεσμα να γίνονται αποδεκτές κρατήσεις από πελάτες των κλάσεων 1 και 2. Τέλος

όταν η διαθεσιμότητα ξεπερνάει τα 22 δωμάτια κρατήσεις από πελάτες όλων των κλάσεων γίνονται αποδεκτές.

Ο μηχανισμός τιμών προσφοράς, κατακρίνεται ως μη ασφαλής εξαιτίας του γεγονότος ότι η αξιολόγηση των εισερχόμενων κρατήσεων εξαρτάται αποκλειστικά από την τιμή προσφοράς. Ωστόσο αυτή η κριτική αντικρούεται από το γεγονός ότι με συχνή ενημέρωση της τιμής προσφοράς είναι εφικτή η αξιολόγηση των κρατήσεων τουλάχιστον το ίδιο καλά με τους δύο προηγούμενους μηχανισμούς.

Επιπροσθέτως, οι υποστηρικτές του μηχανισμού τιμών προσφοράς, αντιπαραθέτουν το γεγονός ότι η χρήση μιας τιμής, αντί για κλάσεις, επιτρέπει την καλύτερη αξιολόγηση μιας κράτησης όταν είναι αναγκαία η ομαδοποίηση διαφορετικών τύπων δωματίων κάτω από την ομπρέλα μιας κλάσης σε περίπτωση χρήσης των δύο πρώτων μηχανισμών. Η ομαδοποίηση πολλαπλών προϊόντων κάτω από μια κλάση, αποτελεί μια τακτική η οποία συνηθίζεται όταν υπάρχουν πολλοί διαφορετικοί τύποι δωματίων, οπότε η δημιουργία διαφορετικής κλάσης για κάθε συνδυασμό τιμής-τύπου δωματίου-όρων κράτησης θα οδηγούσε σε έναν μη διαχειρίσιμο όγκο κλάσεων. Σε αυτές τις περιπτώσεις η τιμή αναφοράς της κλάσης προκύπτει από τον μέσο όρο των τιμών των προϊόντων που περιέχει, οπότε είναι δυνατή η αποδοχή μιας κράτησης με τιμή μικρότερη από αυτή του τύπου δωματίου που περιλαμβάνει η κράτηση.

3.1.2.5 Κόστος ευκαιρίας

Παρά το γεγονός ότι τα μαθηματικά που σχετίζονται με τη βέλτιστη αξιοποίηση της δυναμικότητας ενός ξενοδοχείου μπορούν να γίνουν εξαιρετικά σύνθετα, η βασική λογική είναι απλή και ανάγεται στο κόστος ευκαιρίας (displacement cost, opportunity cost), δηλαδή στην απώλεια κερδών που μπορούν να υπάρξουν από την άμεση αξιοποίηση ενός δωματίου σε σχέση με τη μελλοντική του αξιοποίηση.

Η έννοια του κόστους ευκαιρίας μπορεί να μοντελοποιηθεί από τη σχέση $V(x) - V(x-1)$ όπου $V(x)$ είναι μια συνάρτηση χρησιμότητας εξαρτώμενη από την εναπομένουσα διαθεσιμότητα x και εκφράζει τη συνολική κερδοφορία από την αξιοποίηση των διαθέσιμων δωματίων. Εάν το κόστος ευκαιρίας είναι μικρότερο από την απόδοση που προκύπτει από την άμεση αξιοποίηση ενός δωματίου, τότε θα πρέπει να γίνει αποδοχή της κράτησης.

3.1.3 Στατικά μοντέλα

Σε αυτή την ενότητα θα εξεταστούν στατικά (static) single-leg προβλήματα. Ο όρος «στατικά» αναφέρεται στον τρόπο άφιξης των κρατήσεων και συγκεκριμένα προϋποθέτει ότι οι κρατήσεις για κλάσεις χαμηλής απόδοσης καταφθάνουν πριν από τις κρατήσεις για κλάσεις υψηλότερης απόδοσης. Αυτός ο τρόπος άφιξης των κρατήσεων συναντάται στην βιβλιογραφία με τα αρχικά LBH (low-before-high).

Η άφιξη των κρατήσεων κατά LBH τρόπο αποτελεί την πρώτη παραδοχή των μοντέλων αυτών και αποτελεί μια λογική προσέγγιση της πραγματικότητας υπό το πρίσμα ότι η τιμή είναι αυτή που παίζει καθοριστικό ρόλο στην απόφαση ενός πελάτη για την κλάση που θα διαλέξει. Έτσι ένας πελάτης θα προτιμήσει τη φθηνότερη κλάση και μόνο εφόσον η διαθεσιμότητα αυτής έχει κλείσει, θα προθυμοποιηθεί να πληρώσει για την αμέσως ακριβότερη κλάση. Αν και η λογική αυτή δεν λαμβάνει καθόλου υπόψη την αντικειμενική υπεροχή μιας κλάσης, για την οποία ένας υποψήφιος αγοραστής θα διέθετε παραπάνω χρήματα, η παραδοχή LBH απλοποιεί σημαντικά τη μοντελοποίηση των στατικών μοντέλων. Επίσης χαλαρώνοντας την παραδοχή LBH, τα στατικά μοντέλα μπορούν να καλύψουν περιπτώσεις στην οποίες γίνεται η θεώρηση ότι οι κρατήσεις για κάθε κλάση καταφθάνουν τυχαία αλλά σε μη επικαλυπτόμενες περιόδους.

Η δεύτερη παραδοχή που κάνουν τα στατικά μοντέλα είναι ότι η ζήτηση για κάθε κλάση αποτελεί μια ανεξάρτητη τυχαία μεταβλητή, δηλαδή ότι δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ της ζήτησης των κλάσεων. Αυτή η παραδοχή γίνεται κυρίως για λόγους απλούστευσης του μοντέλου.

Η τρίτη παραδοχή του μοντέλου είναι αυτή του τέλει καταμερισμού της αγοράς που περιγράψαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Πρόκειται για την παραδοχή που συγκεντρώνει τη μεγαλύτερη αμφισβήτηση καθώς προϋποθέτει τέλει σχεδιασμό των κλάσεων, έτσι ώστε ένας πελάτης να είναι διατεθειμένος να αγοράσει μία και μόνο κλάση. Τόσο η παράμετρος της τιμής πρέπει να είναι αποθαρρυντική για τη μετακίνηση πελατών από χαμηλότερες κλάσεις σε μεγαλύτερες (buy-up) όσο και η παράμετρος των όρων-παροχών πρέπει να είναι τέτοια ώστε ένας πελάτης να μην επιθυμεί να μετακινηθεί σε χαμηλότερες κλάσεις (buy-down).

Μια τέταρτη παραδοχή που κάνουν τα στατικά μοντέλα είναι ότι όλες οι κρατήσεις για μία κλάση καταφθάνουν συγχρόνως και η απόφαση που πρέπει να ληφθεί είναι πόσες από αυτές τις κρατήσεις πρέπει να γίνουν αποδεκτές και πόσες να απορριφθούν. Σαφώς αυτή η παραδοχή έρχεται σε σύγκρουση με την πραγματικότητα καθώς οι κρατήσεις καταφθάνουν διαδοχικά η μία μετά την άλλη ή κατά ομάδες (π.χ. ομαδικές κρατήσεις). Παρά τη σύγκρουση αυτής της παραδοχής με την πραγματικότητα, είναι αξιοσημείωτο ότι δεν επηρεάζει την ευαισθησία των ελέγχων (πολιτική διάθεσης δωματίων) που προκύπτουν, οι οποίοι μπορούν να εφαρμοστούν ικανοποιητικά ανεξαρτήτως της μορφής που έχει η άφιξη των κρατήσεων.

Η πέμπτη παραδοχή των στατικών μοντέλων είναι ότι δεν υπάρχουν ομαδικές κρατήσεις ή ότι όταν υπάρχουν μπορούν να γίνουν μερικώς αποδεκτές. Η παραδοχή αυτή γίνεται κυρίως λόγω των μεθοδολογικών δυσκολιών που επιφέρει η μη θεώρησή της.

Τέλος, τα στατικά μοντέλα προϋποθέτουν ουδετερότητα στον κίνδυνο (risk-neutrality). Αυτή η παραδοχή αποτελεί μια λογική θεώρηση καθώς τα συστήματα διοίκησης απόδοσης αφενός χρησιμοποιούνται σε ξενοδοχεία με μεγάλο όγκο κρατήσεων και αφετέρου ο απώτερος σκοπός είναι η βελτιστοποίηση της συνολικής κερδοφορίας.

3.1.3.1 Το μοντέλο του Littlewood

Ένα από τα παλιότερα single-leg μοντέλα που έχουν προταθεί είναι αυτό του Littlewood [9]. Το μοντέλο του Littlewood προϋποθέτει δύο κλάσεις με αντίστοιχες τιμές p_1, p_2 τέτοιες ώστε $p_1 > p_2$. Η διαθεσιμότητα είναι C και γίνεται η θεώρηση ότι δεν υπάρχουν ακυρώσεις ή υπερπλήρωση. Η ζήτηση για μια κλάση j συμβολίζεται με D_j και η κατανομή αυτής με $F_j(\cdot)$. Οι κρατήσεις (αιτήσεις διαμονής) για την κλάση 2 καταφθάνουν πρώτες (κατά LBH τρόπο). Το ζητούμενο του προβλήματος είναι να αποφασιστεί πόσες κρατήσεις να γίνουν αποδεκτές για την κλάση 2 (η υπόλοιπη χωρητικότητα θα παραμείνει διαθέσιμη στην κλάση 1).

Το παραπάνω πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί με τη μέθοδο της οριακής ανάλυσης (marginal analysis). Έστω ότι έχουμε x διαθέσιμα δωμάτια και λαμβάνουμε μια αίτηση διαμονής για την κλάση 2. Αν αποδεχτούμε την αίτηση, το κέρδος θα είναι p_2 . Αν απορρίψουμε την αίτηση τότε θα αποκομίσουμε κέρδος p_1 μόνο εφόσον η ζήτηση για

την κλάση 1 ξεπεράσει τα $x-1$ δωμάτια, δηλαδή αν $D_1 \geq x$. Έτσι το όφελος από τη διακράτηση ενός δωματίου για πώληση στην κλάση 1 (αναμενόμενη οριακή αξία – expected marginal value) είναι $p_1 P(D_1 \geq x)$. Επομένως, πρέπει να αποδεχτούμε την αίτηση διαμονής για την κλάση 2, αν και μόνο αν:

$$p_2 \geq p_1 P(D_1 \geq x) \quad (1)$$

Καθώς το δεξί μέρος της παραπάνω ανισότητας μειώνεται καθώς αυξάνεται το x θα υπάρχει ένα βέλτιστο επίπεδο προστασίας y_1^* , τέτοιο ώστε να αποδεχόμαστε αιτήσεις για την κλάση 2 αν η εναπομένουσα διαθεσιμότητα ξεπερνάει το y_1^* και να τις απορρίπτουμε αν η εναπομένουσα διαθεσιμότητα είναι y_1^* ή μικρότερη. Δηλαδή το y_1^* πρέπει να ικανοποιεί τις παρακάτω σχέσεις:

$$p_2 < p_1 P(D_1 \geq y_1^*) \text{ και } p_2 \geq p_1 P(D_1 \geq y_1^* + 1)$$

Στην περίπτωση που για την μοντελοποίηση της ζήτησης χρησιμοποιείται μια συνεχής κατανομή $F_1(x)$ τότε το βέλτιστο επίπεδο προστασίας δίνεται από την απλούστερη έκφραση:

$$P(D_1 > y_1^*) = \frac{p_2}{p_1} \quad (2)$$

Η (2), είναι γνωστή σαν κανόνας του Littlewood. Σύμφωνα με τη σχέση που συνδέει τα επίπεδα προστασίας και τα όρια κρατήσεων ισχύει ότι το όριο κρατήσεων για την κλάση 2 είναι ίσο με $b_2^* = C - y_1^*$ ενώ η αντίστοιχη τιμή προσφοράς ορίζεται από την σχέση $\pi(x) = p_1 P(D_1 > x)$

3.1.3.2 Μοντέλα n κλάσεων

Όπως είδαμε στην προηγούμενη ενότητα το μοντέλο του Littlewood, θεωρεί την ύπαρξη δύο κλάσεων. Στην ενότητα αυτή θα διευρύνουμε το πρόβλημα θεωρώντας n κλάσεις. Και πάλι θεωρούμε ότι οι αιτήσεις κρατήσεων καταφθάνουν σε n στάδια, ένα για κάθε κλάση, με σειρά αντίστροφη από αυτή της απόδοσης της κάθε κλάσης (LBH). Συμβολίζοντας με p_1 την κλάση με την μεγαλύτερη απόδοση και p_n αυτή με την

μικρότερη, έχουμε ότι $p_1 > p_2 > \dots > p_n$. Έτσι οι κρατήσεις για την κλάση n καταφθάνουν πρώτες (στάδιο n), οι κρατήσεις για την κλάση $n-1$ (στάδιο $n-1$) καταφθάνουν δεύτερες και οι κρατήσεις για την κλάση 1 (στάδιο 1) καταφθάνουν τελευταίες.

Δυναμικός Προγραμματισμός

Το παραπάνω πρόβλημα μπορεί να μοντελοποιηθεί με τη μορφή δυναμικού προγραμματισμού, θεωρώντας n στάδια (όσες και οι κλάσεις) και σαν μεταβλητή κατάστασης την εναπομένουσα διαθεσιμότητα x .

Κατά τη διάρκεια κάθε σταδίου θεωρούμε την ακόλουθη σειρά γεγονότων:

1. Καταφθάνουν οι αιτήσεις για τα δωμάτια της κλάσης j και άρα γίνεται γνωστό το ύψος της ζήτησης D_j .
2. Αποφασίζουμε πόσα από τα δωμάτια που ζητήθηκαν θα διατεθούν. Το πλήθος των δωματίων u που παραχωρούνται πρέπει να είναι μικρότερο ή ίσο με την εναπομένουσα διαθεσιμότητα x και άρα ισχύει ότι $u \leq x$.
3. Συλλέγεται το κέρδος $p_j u$ από την πώληση των δωματίων και συνεχίζουμε στο επόμενο στάδιο $j-1$ με εναπομένουσα διαθεσιμότητα $x-u$.

Έστω $V_j(x)$ η συνάρτηση χρησιμότητας στην έναρξη του σταδίου j . Όταν γίνει γνωστή η ζήτηση D_j , το πλήθος u των δωματίων που θα διατεθούν επιλέγεται έτσι ώστε να μεγιστοποιεί τη συνάρτηση $p_j u + V_{j-1}(x-u)$, δηλαδή να μεγιστοποιηθεί το άθροισμα των αποδόσεων των κλάσεων j και $j-1$, υπό τον περιορισμό $0 \leq u \leq \min\{D_j, x\}$. Ο περιορισμός δηλώνει ότι δεν γίνεται να διατεθούν περισσότερα δωμάτια από αυτά που ζητήθηκαν ή αυτά που απομένουν. Έτσι συμβολίζοντας με $E[\cdot]$ την αναμενόμενη τιμή, για την συνάρτηση χρησιμότητας προκύπτει η ακόλουθη αναδρομική εξίσωση (εξίσωση Bellman):

$$V_j(x) = E \left[\max_{0 \leq u \leq \min\{D_j, x\}} \{p_j u + V_{j-1}(x-u)\} \right] \quad (3)$$

με οριακές συνθήκες $V_0(x) = 0, x = 0, 1, \dots, C$.

Οι τιμές u^* που μεγιστοποιούν την (3) για κάθε j και x , σχηματίζουν τη βέλτιστη πολιτική διάθεσης των δωματίων.

Ορίζοντας σαν $\Delta V_j(x) \equiv V_j(x) - V_j(x-1)$ την οριακή αναμενόμενη αξία (expected marginal value) στο βήμα j , αποδεικνύεται ότι δεδομένου του σταδίου j , η οριακή αναμενόμενη αξία μειώνεται όσο αυξάνει η εναπομένουσα διαθεσιμότητα και ότι για δεδομένη διαθεσιμότητα x , η οριακή αναμενόμενη αξία αυξάνει όσο περισσότερα στάδια απομένουν, δηλαδή όσο μεγαλύτερο είναι το j (Stidham [10], Lautenbacher & Stidham [11]). Τα παραπάνω πορίσματα, συνοψίζονται στις ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & \Delta V_j(x+1) \leq \Delta V_j(x) \text{ και} \\ \text{(ii)} \quad & \Delta V_{j+1}(x) \geq \Delta V_j(x), \quad \forall x, j. \end{aligned} \quad (4)$$

Συνδυάζοντας τον ορισμό της οριακής αναμενόμενης αξίας και την σχέση (3) για το στάδιο $j+1$, προκύπτει η παρακάτω αναδρομική συνάρτηση:

$$V_{j+1}(x) = V_j(x) + E \left[\max_{0 \leq u \leq \min\{D_{j+1}, x\}} \left\{ \sum_{z=1}^u (p_{j+1} - \Delta V_j(x+1-z)) \right\} \right]$$

στην οποία για $u = 0$ θεωρούμε ότι το άθροισμα $\sum(\dots)$ είναι ίσο με 0. Αξιοποιώντας τα πορίσματα της (4), για να καταλήξουμε σε βέλτιστη πολιτική πρέπει να αυξάνουμε το u έως ότου ο όρος $p_{j+1} - \Delta V_j(x+1-z)$ γίνει αρνητικός ή έως ότου να φθάσουμε το άνω φράγμα $\min\{D_{j+1}, x\}$ του u .

Η βέλτιστη πολιτική που θα προκύψει μπορεί να έχει τη μορφή επιπέδων προστασίας

$$y_j^* = \max \{x : p_{j+1} < \Delta V_j(x)\}, \quad j = 1, \dots, n-1 \quad (5)$$

ενώ το $y_n^* = C$ εξ ορισμού.

Έτσι για το βέλτιστο έλεγχο στο βήμα $j+1$ έχουμε:

$$u^*(j+1, x, D_{j+1}) = \min \left\{ (x - y_j^*)^+, D_{j+1} \right\} \quad (6)$$

Όπου με $(x - y_j^*)^+$ συμβολίζουμε τα δωμάτια από την εναπομένουσα διαθεσιμότητα x που δεν προστατεύονται από το επίπεδο προστασίας y_j^* , δηλαδή το μέγιστο πλήθος δωματίων που επιθυμούμε να διαθέσουμε στην κλάση $j+1$.

Σημείωση: Οι όροι οριακή αξία, οριακή απόδοση, δυϊκή τιμή, δυϊκή λύση, περιθώρια αξία, κόστος ευκαιρίας, κόστος μετατόπισης κ.ο.κ. χρησιμοποιούνται ευρέως στην βιβλιογραφία και ουσιαστικά αναφέρονται στις ίδιες έννοιες ή σε μεγέθη που το ένα προκύπτει άμεσα από το άλλο. Η ακριβής απόδοση του όρου εξαρτάται από το πρίσμα από το οποίο βλέπει ο εκάστοτε συγγραφέας τα μεγέθη που αναλύει και έτσι δικαιολογείται και η χρήση αντίθετων όρων όπως «κόστος» και «αξία, ευκαιρία, απόδοση, κέρδος» για την περιγραφή των ίδιων μεγεθών.

“Marginal revenue is such a fundamental concept it has many names, each referring to basically the same thing, and each used in different contexts or by different industries: bid price, hurdle rate, opportunity cost, implicit cost, and displacement cost are some of the most common. In this room we might use the term shadow price or dual variable, since the marginal revenues usually come from the dual solution to a capacity-constrained optimization problem of some sort. [c]”

3.1.3.3 Ευρετικοί αλγόριθμοι

Παρά το γεγονός ότι η χρήση μαθηματικών μεθόδων βελτιστοποίησης για τα στατικά, single-leg προβλήματα n κλάσεων οδηγούν σε βέλτιστους ελέγχους και μάλιστα εντός ικανοποιητικών χρόνων τα περισσότερα συστήματα ΔΑ εξακολουθούν να κάνουν χρήση ευρετικών αλγορίθμων για τον προσδιορισμό των επιπέδων προστασίας ή των ορίων κρατήσεων.

Αυτό το φαινόμενο οφείλεται σε δύο βασικούς λόγους. Ο πρώτος έχει να κάνει με την ανάπτυξη, χρήση και εγκαθίδρυση ευρετικών αλγορίθμων σε συστήματα ΔΑ πολύ πριν από την ανάπτυξη του θεωρητικού υπόβαθρου των μοντέλων βελτιστοποίησης που

είδαμε σε προηγούμενες ενότητες. Χαρακτηριστικά αναφέρουμε ότι τη δεκαετία του 70, οπότε και τα συστήματα ΔΑ έγιναν δημοφιλή στις αεροπορικές εταιρίες, το μοναδικό μοντέλο βελτιστοποίησης που είχε αναπτυχθεί ήταν αυτό του Littlewood το οποίο ωστόσο φέρει τον περιορισμό χρήσης 2 κλάσεων. Ο δεύτερος λόγος που οι ευρετικοί αλγόριθμοι είναι ιδιαίτερα σημαντικοί, έχει να κάνει με το γεγονός ότι είναι εύκολοι στην υλοποίησή τους, γρήγοροι στην εκτέλεσή τους και παράγουν αποτελέσματα που δεν παρεκκλίνουν σημαντικά από το βέλτιστο.

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τους δύο δημοφιλέστερους ευρετικούς αλγορίθμους, τους EMSR-a και EMSR-b, εκ των οποίων και οι δύο αποδίδονται στον Belobaba [12][13][14]. Και οι δύο αλγόριθμοι καλύπτουν το στατικό, single-leg πρόβλημα n κλάσεων και διαφέρουν μόνο στον τρόπο προσέγγισής του. Οι παραδοχές και οι συμβολισμοί των προηγούμενων παραγράφων ισχύουν και σε αυτούς τους αλγορίθμους και επίσης θεωρούμε ότι η χωρητικότητα και η ζήτηση αποτελούν συνεχείς μεταβλητές.

EMSR-a

Ο EMSR-a (expected marginal seat revenue – version a) είναι ο πιο διαδεδομένος και πολλαπλά δημοσιευμένος ευρετικός αλγόριθμος για προβλήματα single-leg.

Ο EMSR-a βασίζεται στην ιδέα της πρόσθεσης των επιπέδων προστασίας που παράγονται από την εφαρμογή του κανόνα του Littlewood, σε διαδοχικά ζεύγη κλάσεων. Έτσι για τον υπολογισμό του επιπέδου προστασίας μιας κλάσης $j+1$, θεωρούμε τόσα ζεύγη όσα και οι εναπομένουσες κλάσεις, δηλαδή j και εφαρμόζουμε τον κανόνα του Littlewood. Συμβολίζοντας με y_k^{j+1} , $k \in [j, 1]$ το επίπεδο προστασίας κάθε ζεύγους, τότε το επίπεδο προστασίας της κλάσης j , προκύπτει από την ακόλουθη σχέση:

$$y_j = \sum_{k=1}^j y_k^{j+1} \quad (7)$$

Το y_k^{j+1} υπολογίζεται όπως αναφέραμε νωρίτερα από τον κανόνα του Littlewood σύμφωνα με την σχέση:

$$P(D_k > y_k^{j+1}) = \frac{p_{j+1}}{p_k} \quad (8)$$

Έτσι για την περίπτωση 3 κλάσεων έχουμε:

Κλάση 3: $y_3 = C$ (εξ ορισμού), $b_3 = C - y_2$

Κλάση 2: $y_2 = y_1^3 + y_2^3$, $b_2 = C - y_1$

Κλάση 1: $y_1 = y_1^2$, $b_1 = C$ (εξ ορισμού)

EMSR-b

Ο EMSR-b (expected marginal seat revenue – version b) αποτελεί μια παραλλαγή του EMSR-a. Η βασική διαφορά μεταξύ των δύο μεθόδων βρίσκεται στο γεγονός ότι ο EMSR-b βασίζεται στην πρόσθεση της ζήτησης των (εναπομένουσων) κλάσεων αντί στην πρόσθεση των μερικών επιπέδων προστασίας των εναπομένουσων κλάσεων. Πιο συγκεκριμένα, κατά τον EMSR-b όλες οι εναπομένουσες κλάσεις σχηματίζουν μια εικονική κλάση με ζήτηση ίση με το άθροισμα της ζήτησης της κάθε μίας κλάσης και τιμή/απόδοση ίση με το σταθμισμένο μέσο της τιμής/απόδοσης των κλάσεων.

Έτσι στο στάδιο $j+1$ κατά το οποίο πρέπει να υπολογίσουμε το επίπεδο προστασίας y_j της κλάσης j , η ζήτηση των εναπομένουσων κλάσεων S_j , δίνεται από τη σχέση:

$$S_j = \sum_{k=1}^j D_k$$

και η σταθμισμένη μέση τιμή $\bar{p}_j$, δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{p}_j = \frac{\sum_{k=1}^j p_k E[D_k]}{\sum_{k=1}^j E[D_k]}$$

Τελικά το επίπεδο προστασίας για την κλάση j , υπολογίζεται εφαρμόζοντας τον κανόνα του Littlewood μεταξύ της εικονικής κλάσης και της κλάσης $j+1$, σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$P(S_j > y_j) = \frac{P_{j+1}}{\bar{P}_j} \quad (9)$$

Σύγκριση των EMSR-a, EMSR-b

Η απλότητα και η ευκολία των δύο αλγορίθμων τους καθιστά ιδιαίτερα δημοφιλείς με τον EMSR-b να είναι ελαφρώς πιο διαδεδομένος σε πρακτικές εφαρμογές. Επίσης όσον αφορά τα αποτελέσματα που παρέχουν, και οι δύο παρέχουν βέλτιστες ή σχεδόν βέλτιστες λύσεις ενώ σχετικά με την υπεροχή ενός εκ των δύο αλγορίθμων έναντι του άλλου, δεν υπάρχουν συγκριτικές μετρήσεις που να βεβαιώνουν την κυριαρχία κάποιου από τους δύο. Γενικά ο EMSR-b θεωρείται καλύτερος λόγω του θεωρητικού του υπόβαθρου, ωστόσο οι μετρήσεις φανερώνουν ότι η υπεροχή ενός εκ των δύο εξαρτάται κυρίως από τη δομή των κλάσεων και τη μορφή της ζήτησης. Ο EMSR-b υπερέχει ελαφρώς όταν οι αποδόσεις πολλών κλάσεων κυμαίνονται στις ίδιες τιμές. Αριθμητικά συγκριτικά αποτελέσματα και παραδείγματα υπάρχουν στις εργασίες των Talluri & Van Ryzin [8], Belobaba [15], Polt [16].

3.1.4 Ομαδικές κρατήσεις

Ομαδικές κρατήσεις χαρακτηρίζονται κρατήσεις που απαιτούν πολλαπλά δωμάτια. Θέτοντας m το πλήθος των δωματίων που απαιτεί μια κράτηση, αν το ξενοδοχείο έχει την επιλογή να ικανοποιήσει μερικώς την απαίτηση του πελάτη, δηλαδή να παραχωρήσει k δωμάτια ($k \in [0, m]$) τότε τα μοντέλα και οι αλγόριθμοι που περιγράψαμε παραπάνω εξακολουθούν να ισχύουν κάτι που δεν συμβαίνει σε περίπτωση που το ξενοδοχείο είναι υποχρεωμένο να ικανοποιήσει πλήρως την απαίτηση του πελάτη.

Αυτό γίνεται προφανές και από την κατάργηση της μονοτονίας της οριακής αξίας μιας κλάσης, όπως φαίνεται στο παράδειγμα που ακολουθεί. Έστω ότι σε ένα ξενοδοχείο υπάρχει πρόβλεψη για ομαδική κράτηση δύο δωματίων. Σε αυτή την περίπτωση η οριακή αξία για δύο εναπομείναντα δωμάτια είναι $\Delta V_1(2) = V_1(2) - V_1(1)$ η οποία είναι θετική. Αντίθετα αν υπάρχει μόνο ένα δωμάτιο στη διάθεση του ξενοδοχείου η οριακή αξία είναι: $\Delta V_1(1) = V_1(1) - V_1(0)$ η οποία είναι ίση με 0 καθώς η κράτηση που απαιτεί δύο

δωμάτια δεν μπορεί να ικανοποιηθεί. Άρα $\Delta V_1(2) > \Delta V_1(1)$ κάτι που παραβιάζει το πόρισμα της σχέσης (4) σύμφωνα με το οποίο $\Delta V_j(x+1) \leq \Delta V_j(x)$.

Σε περίπτωση που το πλήθος των δωματίων που απαιτεί μια ομαδική κράτηση είναι συγκριτικά μικρό σε σχέση με τη χωρητικότητα του ξενοδοχείου, συνηθίζεται να αγνοούνται τα προβλήματα που μπορεί να προκύψουν και να εφαρμόζονται κανονικά τα μοντέλα που περιγράψαμε, καθώς η πιθανή απώλεια κερδών είναι αμελητέα συγκριτικά με τους τζίρους του ξενοδοχείου.

Με την περίπτωση της μερικής ικανοποίησης ομαδικών κρατήσεων έχουν ασχοληθεί οι Lee και Hersh [17]. Με το περισσότερο σύνθετο πρόβλημα της ολικής αποδοχής ή απόρριψης ομαδικών κρατήσεων έχουν ασχοληθεί οι Walczak και Brumelle [18], Kleywegt και Papastavrou [19], Van Slyke και Young [20].

3.1.5 Δυναμικά μοντέλα

Στα δυναμικά μοντέλα σε αντίθεση με τα στατικά δεν υπάρχει η παραδοχή άφιξης των κρατήσεων κατά LBH τρόπο, δηλαδή μια κράτηση για μια κλάση μπορεί να έρθει ανά πάσα στιγμή. Η σημαντική αλλαγή την οποία επιφέρει η κατάργηση της παραδοχής άφιξης των κρατήσεων κατά LBH τρόπο είναι η θεώρηση Μαρκοβιανών αφίξεων (για παράδειγμα Poisson), σε αντίθεση με τα στατικά μοντέλα, στα οποία γινόταν η θεώρηση άφιξης των κρατήσεων σύμφωνα με την κανονική κατανομή.

Επίσης τα μοντέλα αυτά απαιτούν μια εκτίμηση της μορφής (pattern) που έχει η άφιξη των κρατήσεων στον χρόνο (booking curve), γεγονός που αυξάνει τις απαιτήσεις σε προηγμένα πληροφοριακά συστήματα συλλογής και επεξεργασίας ιστορικών δεδομένων.

Οι υπόλοιπες παραδοχές των στατικών προβλημάτων παραμένουν και σε αυτά τα προβλήματα.

3.1.5.1 Μοντελοποίηση προβλημάτων

Στο απλούστερο δυναμικό μοντέλο, έχουμε n κλάσεις όπως και πριν με αντίστοιχες τιμές/αποδόσεις p_j , τέτοιες ώστε $p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_n$. Επίσης θεωρούμε T περιόδους με αντίστοιχους δείκτες t , τέτοιους ώστε $t = 1$ να αντιστοιχεί στην πρώτη περίοδο και $t = T$ να αντιστοιχεί στην τελευταία περίοδο. Για την αποφυγή παρερμηνειών σημειώνουμε ότι

αυτό έρχεται σε αντίθεση με τον συμβολισμό που είχαμε στα στατικά μοντέλα όπου τα προγενέστερα στάδια (για παράδειγμα στάδιο n) είχαν μεγαλύτερους δείκτες από τα μεταγενέστερα (για παράδειγμα στάδιο 1). Πλέον με j θα συμβολίζονται οι κλάσεις και με t οι περίοδοι.

Θεωρούμε ότι η διακριτοποίηση του χρόνου στις T περιόδους είναι ικανή ώστε σε κάθε περίοδο να είναι δυνατή η έλευση το πολύ μιας κράτησης. Με $\lambda_j(t)$ συμβολίζουμε την πιθανότητα άφιξης μιας κράτησης για την κλάση j τη χρονική περίοδο t . Από τη θεώρηση το πολύ μιας άφιξης ανά περίοδο προκύπτει ο περιορισμός:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j(t) \leq 1$$

Επίσης αξίζει να σημειώσουμε ότι οι περίοδοι δεν είναι ανάγκη να είναι ίσες. Για παράδειγμα αρκετά πριν την ημερομηνία ελέγχου, οπότε η ζήτηση είναι περιορισμένη μπορούμε να χρησιμοποιούμε περιόδους αρκετών ημερών (π.χ. 5 μέρες) ενώ κατά την διάρκεια εποχών άφιξης μεγάλου όγκου κρατήσεων μπορούμε να χρησιμοποιούμε περιόδους υποπολλαπλασίων της ημέρας (π.χ. 8 ώρες).

3.1.5.2 Δυναμικός προγραμματισμός

Όπως και πριν με x συμβολίζουμε την εναπομένουσα διαθεσιμότητα, ενώ με $V_t(x)$ συμβολίζουμε την συνάρτηση χρησιμότητας κατά την περίοδο t . Με $R(t)$ συμβολίζουμε μια τυχαία μεταβλητή, για την οποία ισχύει ότι $R(t) = p_j$ αν μια κράτηση για την κλάση j καταφθάνει κατά την περίοδο t και $R(t) = 0$ αν καμία κράτηση δεν καταφθάνει κατά την περίοδο t . Αφού με $\lambda_j(t)$ συμβολίζουμε την πιθανότητα άφιξης μιας κράτησης για την κλάση j τη χρονική περίοδο t , ισχύει ότι $P(R(t) = p_j) = \lambda_j(t)$. Επίσης με $u = 1$ συμβολίζουμε την αποδοχή μιας κράτησης και με $u = 0$ συμβολίζουμε την απόρριψή της.

Στόχος είναι η μεγιστοποίηση της τρέχουσας απόδοσης και της απόδοσης των περιόδων που ακολουθούν. Δηλαδή επιθυμούμε τη μεγιστοποίηση της συνάρτησης:

$$R(t)u + V_{t+1}(x - u)$$

Έτσι η συνάρτηση Bellman που προκύπτει, είναι:

$$V_t(x) = E \left[\max_{u \in \{0,1\}} \{R(t)u + V_{t+1}(x-u)\} \right] = V_{t+1}(x) + E \left[\max_{u \in \{0,1\}} \{(R(t) - \Delta V_{t+1}(x))u\} \right] \quad (10)$$

Όπου με $\Delta V_{t+1}(x) = V_{t+1}(x) - V_{t+1}(x-1)$ συμβολίζεται η αναμενόμενη οριακή αξία της χωρητικότητας την περίοδο $t+1$. Οι οριακές συνθήκες είναι:

$$V_{T+1}(x) = 0, \quad x = 0, 1, \dots, C$$

και

$$V_t(0) = 0, \quad t = 1, 2, \dots, T$$

Μια άμεση συνέπεια της (10) είναι ότι αν καταφθάσει μια αίτηση για μια κλάση j , έτσι ώστε $R(t) = p_j$, τότε είναι βέλτιστο να γίνει η αίτηση αποδεκτή αν και μόνο αν

$$p_j \geq \Delta V_{t+1}(x)$$

Έτσι προκύπτει ότι ο βέλτιστος έλεγχος μπορεί να υλοποιηθεί με τη μορφή τιμών προσφορών οι οποίες θα είναι ίσες με την οριακή αξία. Δηλαδή:

$$\pi_t(x) = \Delta V_t(x) \quad (11)$$

Σε αναλογία με τη σχέση (4) του στατικού μοντέλου, έτσι και στα δυναμικά ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & \Delta V_t(x+1) \leq \Delta V_t(x) \text{ και} \\ \text{(ii)} \quad & \Delta V_{t+1}(x) \geq \Delta V_t(x), \quad \forall x, t \end{aligned} \quad (12)$$

Έτσι μπορούν να υπολογιστούν βέλτιστα επίπεδα προστασίας (εξαρτώμενα από τον χρόνο) σύμφωνα με τη σχέση:

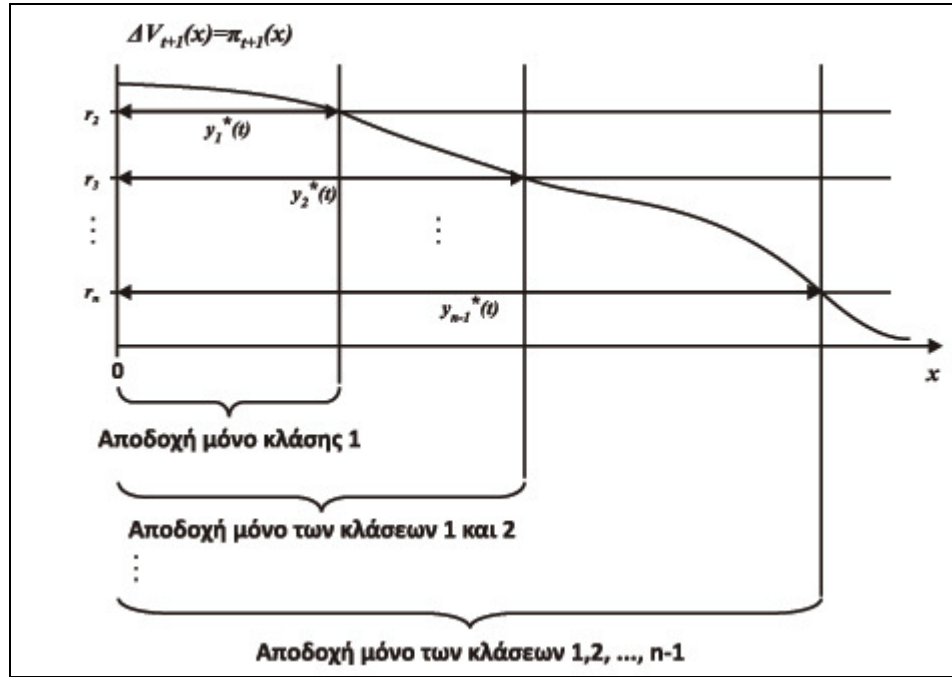
$$y_j^*(t) = \max \{x : p_{j+1} < \Delta V_{t+1}(x)\}, \quad j = 1, \dots, n-1 \quad (13)$$

Όπως και στα επίπεδα προστασίας που υπολογίζονται στο στατικό μοντέλο, το $y_j^*(t)$ συμβολίζει τα δωμάτια που πρέπει να προστατεύσουμε για κράτηση στις κλάσεις $j, j-1, \dots, 1$. Έτσι τα επίπεδα προστασίας που προκύπτουν είναι εμφολιασμένα, δηλαδή

$y_1^*(t) \leq y_2^*(t) \leq \dots \leq y_{n-1}^*(t)$, και είναι βέλτιστο να δεχτούμε μια κράτηση για την κλάση j αν και μόνο αν η εναπομένουσα διαθεσιμότητα ξεπερνάει τα $y_{j-1}^*(t)$ δωμάτια.

Αντιστοίχως μπορούν να υπολογιστούν εξαρτώμενα από τον χρόνο όρια κράτησης:

$$b_j^*(t) \equiv C - y_j^*(t), \quad j = 2, \dots, n \quad (14)$$



Σχήμα 3: Βέλטיστα επίπεδα προστασίας στο δυναμικό μοντέλο.

Συνοψίζοντας, σημειώνουμε ότι και στο δυναμικό μοντέλο μπορούν να χρησιμοποιηθούν όλοι οι τυπικοί μηχανισμοί ελέγχου (Σχήμα 3), δηλαδή επίπεδα προστασίας (13), όρια κράτησης (14) και τιμές προσφοράς (11). Επίσης το γεγονός ότι η άφιξη κρατήσεων επηρεάζει το κόστος ευκαιρίας, επιβάλλει την επανάληψη της διαδικασίας βελτιστοποίησης σε τακτά χρονικά διαστήματα.

3.1.6 Συμπεριφορά πελατών

Μια κύρια παραδοχή των μοντέλων που έχουμε περιγράψει έως τώρα είναι ότι η ζήτηση για μια κλάση είναι εντελώς ανεξάρτητη από τους ελέγχους διαθεσιμότητας του ξενοδοχείου (π.χ. κλείσιμο κλάσεων, τιμολόγηση κλάσεων). Δηλαδή η πιθανότητα να καταφθάσει μια κράτηση για μια συγκεκριμένη κλάση δεν εξαρτάται από την διαθεσιμότητα των άλλων κλάσεων. Προφανώς αυτή η παραδοχή είναι μη ρεαλιστική.

Για παράδειγμα ο πελάτης που επιθυμεί να κλείσει δωμάτιο σε ξενοδοχείο δύσκολα θα προτιμήσει να πληρώσει περισσότερα χρήματα για μια κλάση, όταν μια άλλη φθηνότερη κλάση είναι φθηνότερη. Η αγορά μιας ακριβής κλάσης από έναν πελάτη επειδή μια φθηνότερη κλάση έχει κλείσει, ονομάζεται buy-up.

Είναι σαφές ότι μια τέτοια συμπεριφορά μπορεί να έχει σημαντικές επιπτώσεις κατά την εφαρμογή διαδικασιών ΔΑ και οφείλει να συμπεριληφθεί στην ανάλυση του αποφασίζοντα. Στη συνέχεια θα δούμε κάποιες μεθόδους που συνυπολογίζουν την συμπεριφορά του πελάτη σε προβλήματα single-leg.

3.1.6.1 Πιθανότητες buy-up

Μία προσέγγιση για τη μοντελοποίηση της συμπεριφοράς των πελατών, για την περίπτωση δύο κλάσεων είναι η χρήση πιθανοτήτων buy-up (buy-up factors) στο μοντέλο.

Σύμφωνα με τον κανόνα του Littlewood πρέπει να αποδεχτούμε μια κράτηση για την κλάση 2 αν και μόνο αν

$$p_2 \geq p_1 P(D_1 > x) \quad (15)$$

όπου με x συμβολίζεται η εναπομένουσα διαθεσιμότητα. Εάν θεωρήσουμε q την πιθανότητα ένας πελάτης να κάνει κράτηση για την κλάση 1, επειδή η κλάση 2 είναι κλειστή, τότε σε περίπτωση αποδοχής της κράτησης το καθαρό κέρδος παραμένει p_2 , αλλά σε περίπτωση απόρριψής της και με πιθανότητα q το καθαρό κέρδος θα είναι $p_1 - p_1 P(D_1 > x)$. Δηλαδή είναι βέλτιστο να αποδεχθούμε μια κράτηση για την κλάση 2, αν $p_2 - p_1 P(D_1 > x) \geq qp_1(1 - P(D_1 > x))$ ή ομοίως:

$$p_2 \geq (1 - q) p_1 P(D_1 > x) + qp_1 \quad (16)$$

Η (16 αποτελεί μια εναλλακτική μορφή του κανόνα του Littlewood. Σημειώνουμε ότι το δεξί μέρος της σχέσης αυτής είναι πάντα μεγαλύτερο από το δεξί μέρος της (15, γεγονός που σημαίνει ότι ο τροποποιημένος κανόνας του Littlewood είναι περισσότερο πιθανό να απορρίψει μια κράτηση για την κλάση 2. Αυτή η συμπεριφορά είναι αναμενόμενη και

θεμιτή αφού οι κρατήσεις της κλάσης 2 που απορρίπτονται, μπορούν τελικά να επιστρέψουν στο ξενοδοχείο με πιθανότητα q και μάλιστα με μεγαλύτερο κέρδος.

Το αρνητικό αυτής της προσέγγισης είναι ότι είναι δύσκολο να επεκταθεί ώστε να καλύψει n κλάσεις και αυτό επειδή η πιθανότητα ένας πελάτης να επιλέξει μια κλάση i επειδή μια κλάση j είναι κλειστή δεν εξαρτάται μόνο από τις εν λόγω κλάσεις αλλά και από τη διαθεσιμότητα των υπολοίπων κλάσεων.

Εντούτοις, το γεγονός ότι οι κανόνες EMSR-a και EMSR-b προσεγγίζουν το πρόβλημα των n κλάσεων μέσω του μοντέλου των 2 κλάσεων, επιτρέπει την τροποποίησή τους ώστε να καλύπτουν φαινόμενα buy-up.

Για παράδειγμα ο κανόνας EMSR-b μπορεί να επεκταθεί έτσι ώστε να υποστηρίζει πιθανότητες buy-up, μετατρέποντας τη σχέση του προσδιορισμού του επιπέδου προστασίας y_j ((9), στην ακόλουθη μορφή:

$$p_{j+1} \geq (1 - q_{j+1}) \bar{p}_j P(S_j > y_j) + q_{j+1} \hat{p}_{j+1} \quad (17)$$

Όπου q_{j+1} είναι η πιθανότητα ένας πελάτης της κλάσης $j+1$ να μετακινηθεί σε μία από τις ψηλότερες κλάσεις $j, j-1, \dots, 1$, $\bar{p}_j$ είναι η σταθμισμένη μέση απόδοση των κλάσεων αυτών, και $\hat{p}_{j+1} > p_{j+1}$ είναι μια εκτίμηση της μέσης απόδοσης που αποκομίζεται από τη μετακίνηση σε μία από τις ανώτερες κλάσεις.

Όπως και στην τροποποιημένη μορφή του κανόνα του Littlewood, ο έλεγχος που προκύπτει ευνοεί την κράτηση σε ακριβότερες κλάσεις, μειώνοντας αντίστοιχα τα επίπεδα προστασίας των φθηνότερων κλάσεων.

Σημειώνουμε ότι τα μοντέλα buy-up πιθανοτήτων που περιγράψαμε συνήθως έχουν τη μορφή εξειδικευμένων παρεμβάσεων στους αλγορίθμους και δεν βασίζονται σε κάποιο σταθερό μεθοδολογικό πλαίσιο. Επίσης η δυσκολία προσδιορισμού των πιθανοτήτων buy-up, οδηγεί συνήθως στην απόδοση αυθαίρετων μεγεθών για κάθε πιθανότητα ή στην χρήση σεναρίων από τους αναλυτές. Παρά τους περιορισμούς και τις παραδοχές που είναι απαραίτητες, η χρήση buy-up πιθανοτήτων σε πρακτικές εφαρμογές έχει να επιδείξει ικανοποιητικά αποτελέσματα και αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο για τη μοντελοποίηση της συμπεριφοράς των πελατών.

Οι ευρετικοί αλγόριθμοι που κάνουν χρήση buy-up πιθανοτήτων αποδίδονται στον Belobaba [12][13][14]. Επίσης, με το θέμα της συμπεριφοράς των πελατών έχουν ασχοληθεί οι εργασίες των Belobaba και Weatherford [21], Weatherford [22], Bohutinsky [23], Titze [24].

3.1.6.2 Μοντέλα διακριτών επιλογών

Σε αυτή την ενότητα η συμπεριφορά των πελατών εξετάζεται με τη χρήση μοντέλων διακριτών επιλογών (discrete choice models). Αν και περισσότερο πολύπλοκα στην εφαρμογή τους, τα μοντέλα αυτά πραγματεύονται τη συμπεριφορά των πελατών μέσα από ένα στέρεο μεθοδολογικό πλαίσιο και βοηθούν σημαντικά στην κατανόηση της αλληλεξάρτησης των βέλτιστων ελέγχων και της συμπεριφοράς των πελατών.

Το μοντέλο

Όπως και στο μοντέλο δυναμικού προγραμματισμού της 3.1.5.2, έτσι και τώρα, θεωρούμε T χρονικές περιόδους με αντίστοιχους δείκτες t , τέτοιους ώστε $t=1$ να αντιστοιχεί στην πρώτη περίοδο και $t=T$ να αντιστοιχεί στην τελευταία περίοδο. Σε κάθε περίοδο επιτρέπεται το πολύ μία άφιξη και η πιθανότητα άφιξης μιας κράτησης συμβολίζεται με λ . Για λόγους παρουσίασης θεωρούμε ότι η πιθανότητα λ είναι ίση για όλες τις χρονικές περιόδους. Υπάρχουν n κλάσεις οι οποίες σχηματίζουν ένα σύνολο $N = \{1, \dots, n\}$ και για κάθε κλάση $j \in N$ υπάρχει μια αντίστοιχη τιμή p_j . Χωρίς να παραβιάζεται η γενικότητα του μοντέλου θεωρούμε ότι $p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_n \geq 0$ ενώ για την επιλογή του πελάτη να μην προχωρήσει στην κράτηση κάποιου δωματίου θεωρούμε μια τιμή $p_0 = 0$.

Σε κάθε περίοδο t , θεωρούμε ότι το ξενοδοχείο επιλέγει να προσφέρει ένα υποσύνολο $S_t \subseteq N$ των κλάσεων. Σε μια χρονική περίοδο t , η πιθανότητα ένας πελάτης να επιλέξει μια κλάση $j \in S_t$ συμβολίζεται με $P_j(S_t)$ ενώ με $P_0(S_t)$ συμβολίζεται η μη επιλογή κάποιου δωματίου.

Έτσι η πιθανότητα επιλογής μιας κλάσης j την περίοδο t είναι $\lambda P_j(S_t)$ και η πιθανότητα να μην ζητήθηκε καθόλου ένα δωμάτιο ή να ζητήθηκε δωμάτιο και να μην

επιλέχθηκε κάποια κλάση, είναι $\lambda P_0(S_t) + (1 - \lambda)$. Η μόνη θεώρηση που γίνεται για τις πιθανότητες P_j είναι ότι ορίζουν μια κατάλληλη συνάρτηση πιθανότητας, δηλαδή ότι:

$$P_j(S) \geq 0, \forall j \in S \text{ και } \sum_{j \in S} P_j(S) + P_0(S) = 1.$$

Επίσης με C συμβολίζουμε το συνολικό πλήθος δωματίων και με x την εναπομένουσα διαθεσιμότητα. Η συνάρτηση χρησιμότητας $V_t(x)$ ορίζεται ως η μέγιστη αναμενόμενη απόδοση (κερδοφορία) από τις περιόδους $t, t+1, \dots, T$ όταν η εναπομένουσα διαθεσιμότητα τη χρονική στιγμή t είναι x .

Η αναδρομική συνάρτηση Bellman που προκύπτει είναι:

$$\begin{aligned} V_t(x) &= \max_{S \subseteq N} \left\{ \sum_{j \in S} \lambda P_j(S) (p_j + V_{t+1}(x-1)) + (\lambda P_0(S) + 1 - \lambda) V_{t+1}(x) \right\} \Leftrightarrow \\ V_t(x) &= \max_{S \subseteq N} \left\{ \sum_{j \in S} \lambda P_j(S) (p_j - \Delta V_{t+1}(x)) \right\} + V_{t+1}(x) \end{aligned} \quad (18)$$

Στη παραπάνω συνάρτηση με $\Delta V_{t+1}(x) = V_{t+1}(x) - V_{t+1}(x-1)$ συμβολίζεται το οριακό κόστος χωρητικότητας για την επόμενη περίοδο ενώ οι οριακές συνθήκες είναι:

$$\begin{aligned} \text{i. } & V_{T+1}(x) = 0, \quad x = 0, 1, \dots, C \\ \text{ii. } & V_t(0) = 0, \quad t = 1, \dots, T \end{aligned} \quad (19)$$

Για να γίνει η παραπάνω μοντελοποίηση περισσότερο χρήσιμη, υπό το πρίσμα της πρακτικής εφαρμογής της, η (18) μπορεί περαιτέρω να απλοποιηθεί στην ακόλουθη μορφή:

$$V_t(x) = \max_{S \subseteq N} \left\{ \lambda (R(S) - Q(S) \Delta V_{t+1}(x)) \right\} + V_{t+1}(x) \quad (20)$$

όπου $Q(S) = \sum_{j \in S} P_j(S) = 1 - P_0(S)$ είναι η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μια κράτηση

και $R(S) = \sum_{j \in S} P_j(S) p_j$ συμβολίζει τη συνολική αναμενόμενη απόδοση από την

προσφορά ενός συνόλου κλάσεων S . Τόσο το $Q(S)$ όσο και το $R(S)$ μπορούν να έχουν τη μορφή στατικών τιμών όπως φαίνεται στον Πίνακα 1.

Για την περαιτέρω απλοποίηση του προβλήματος, εισάγεται η έννοια των ικανών συνόλων (efficient sets). «Ένα σύνολο T χαρακτηρίζεται μη ικανό όταν υπάρχουν πιθανότητες $a(S)$, $\forall S \subseteq N$ με $\sum_{S \subseteq N} a(S) = 1$, τέτοιες ώστε $Q(T) \geq \sum_{S \subseteq N} a(S)Q(S)$ και $R(T) < \sum_{S \subseteq N} a(S)R(S)$. Αντίθετα ένα σύνολο T χαρακτηρίζεται ικανό όταν δεν υπάρχουν τέτοιες $a(S)$ πιθανότητες.» (Talluri & Van Ryzin [8])

S	$Q(S)$	$R(S)$	Ικανό σύνολο
{Y}	0,3	240	NAI
{M}	0,4	200	OXI
{K}	0,5	225	OXI
{Y,M}	0,7	380	OXI
{Y,K}	0,8	465	NAI
{M,K}	0,9	425	OXI
{Y,M,K}	1	505	NAI

Πίνακας 1: Τα πιθανά σύνολα για την περίπτωση 3 κλάσεων και τα χαρακτηριστικά τους (Talluri & Van Ryzin [8])

Σε περίπτωση που κάποια από τα υποσύνολα των κλάσεων χαρακτηριστούν ως μη ικανά τότε αποδεικνύεται ότι μπορούν να εξαιρεθούν από την ανάλυση καθώς σε καμία περίπτωση δεν πρόκειται να συμμετέχουν σε μια βέλτιστη πολιτική ελέγχου της διαθεσιμότητας. Επίσης αποδεικνύεται ότι τα ικανά σύνολα μπορούν να ταξινομηθούν κατά τέτοιο τρόπο ώστε η απόδοσή τους και η πιθανότητα που συγκεντρώνουν για την τοποθέτηση μιας κράτησης, να αυξάνουν μονοτονικά με τον δείκτη του υποσυνόλου, δηλαδή: $Q(S_1) \leq Q(S_2) \leq \dots \leq Q(S_m)$ και $R(S_1) \leq R(S_2) \leq \dots \leq R(S_m)$. Για παράδειγμα σύμφωνα με τον πίνακα 1 έχουμε ότι: $Q(\{Y\}) \leq Q(\{Y, K\}) \leq Q(\{Y, K, M\})$ και ομοίως $R(\{Y\}) \leq R(\{Y, K\}) \leq R(\{Y, K, M\})$.

Τελικά η συνάρτηση του Bellman, παίρνει την παρακάτω αρκετά απλούστερη μορφή.

$$V_t(x) = \max_{k=1,\dots,m} \left\{ \lambda(R_k - Q_k \Delta V_{t+1}(x)) \right\} + V_{t+1}(x) \quad (21)$$

Σε αντίθεση με τις προηγούμενες περιπτώσεις η πολιτική που προκύπτει από την επίλυση του προβλήματος, δεν έχει τη μορφή επιπέδων προστασίας για κάθε κλάση. Αντίθετα έχει τη μορφή επιπέδων προστασίας για τα αριθμημένα υποσύνολα κλάσεων. Έτσι αν έχουμε m ικανά υποσύνολα κλάσεων, τα βέλτιστα επίπεδα προστασίας για $k = 1, \dots, m-1$ ορίζονται από τη σχέση:

$$y_k^*(t) = \max \left\{ x : R_k - Q_k \Delta V_{t+1}(x) > R_{k+1} - Q_{k+1} \Delta V_{t+1}(x) \right\}$$

Συνεχίζοντας το παραπάνω παράδειγμα, μια πολιτική σύμφωνα με την οποία $y_1^* = 3$ με $S_1 = \{Y\}$, $y_2^* = 12$ με $S_2 = \{Y, K\}$, $y_3^* = C$ με $S_3 = \{Y, K, M\}$ ερμηνεύεται ως εξής:

Όταν η εναπομένουσα διαθεσιμότητα είναι 13 ή μεγαλύτερη τότε ανοίγουν οι κλάσεις του S_3 . Καθώς έρχονται κρατήσεις, εάν η εναπομένουσα διαθεσιμότητα γίνει μεταξύ 4 και 12, ανοίγουν οι κλάσεις του S_2 . Τέλος εάν η εναπομένουσα διαθεσιμότητα πέσει κάτω από την στάθμη των 4 δωματίων, ανοίγει η κλάση 1.

Το παραπάνω μοντέλο αποδίδεται στην εργασία των Talluri & Van Ryzin [25] ενώ εκτενής αναφορά στη μοντελοποίηση προβλημάτων διακριτών αποφάσεων υπάρχει στην εργασία των Ben-Akiva και Lerman [26].

Αναγνώριση των ικανών συνόλων

Στην προηγούμενη ενότητα είδαμε ότι βασική έννοια στη μοντελοποίηση του προβλήματος είναι η αναγνώριση των ικανών συνόλων. Σε αυτή την παράγραφο θα παρουσιαστούν τρόποι για την αναγνώριση των ικανών συνόλων, ένα πρόβλημα αρκετά πολύπλοκο υπολογιστικά.

Ο πρώτος, και περισσότερο αφελής, τρόπος είναι η απαρίθμηση των $2^n - 1$ υποσυνόλων που περιέχονται σε ένα σύνολο N που περιέχει n κλάσεις και η χρήση του ορισμού για την αναγνώριση των μη ικανών συνόλων, δηλαδή η επίλυση ενός γραμμικού προβλήματος.

Η εναλλακτική και προτεινόμενη μέθοδος είναι η διαδικασία της «μέγιστης οριακής απόδοσης» (maximum marginal revenue). Αρχικά γίνεται η θεώρηση ενός κενού συνόλου $S_0 = \emptyset$ και στη συνέχεια εκτελείται η αναδρομή που περιγράφεται παρακάτω, ώστε να βρεθούν διαδοχικά σύνολα. Αν με S_i συμβολίζεται το $i^{\text{οστό}}$ ικανό σύνολο, τότε για τον προσδιορισμό του $i+1$ ικανού συνόλου, αρκεί να βρεθεί, ανάμεσα στα σύνολα S για τα οποία ισχύει ότι $Q(S) \geq Q(S_i)$ και $R(S) \geq R(S_i)$, το σύνολο εκείνο για το οποίο ο λόγος $\frac{R(S) - R(S_i)}{Q(S) - Q(S_i)}$ μεγιστοποιείται.

Η παραπάνω διαδικασία ξεκινάει για $i=0$ και σταματάει όταν δεν υπάρχουν πλέον σύνολα S για τα οποία να ισχύει ότι $Q(S) \geq Q(S_i)$ και $R(S) \geq R(S_i)$.

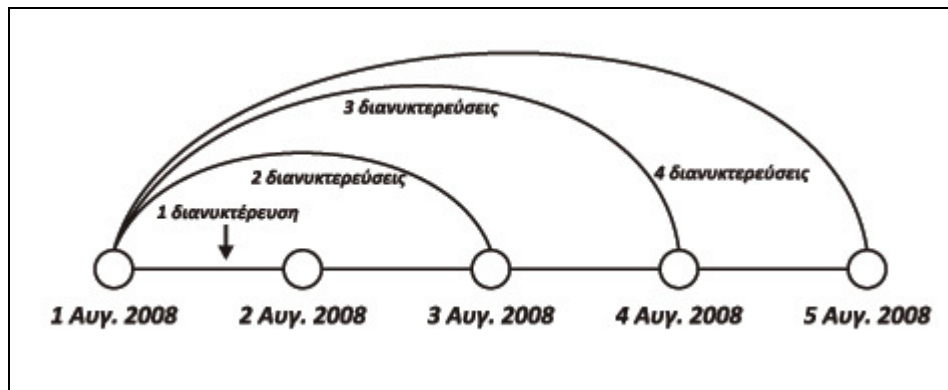
Αν και η μέθοδος της μέγιστης οριακής απόδοσης παρουσιάζει μικρότερη υπολογιστική πολυπλοκότητα, σε σχέση με την εναλλακτική της απαρίθμησης, εξακολουθεί να έχει εκθετική συμπεριφορά στην αύξηση των κλάσεων. Έτσι σε πρακτικές εφαρμογές, για τον προσδιορισμό των ικανών συνόλων, όταν υπάρχει μεγάλος αριθμός κλάσεων προτιμούνται εξειδικευμένοι ευρετικοί αλγόριθμοι ή αναλυτικές μέθοδοι.

3.2 Προβλήματα Δικτύου

Σε αυτή την ενότητα θα εξεταστούν τα προβλήματα δικτύου (network problems), δηλαδή προβλήματα που αφορούν τη διαχείριση πολλαπλών πόρων που συναποτελούν ένα προϊόν. Το πιο σύνηθες παράδειγμα προβλήματος δικτύου προέρχεται, όπως είναι αναμενόμενο, από τις αεροπορικές εταιρίες και περιγράφει τη διαχείριση της χωρητικότητας πολλαπλών πτήσεων που συνδέονται μεταξύ τους σχηματίζοντας ένα δίκτυο. Για τους πελάτες που επιβαίνουν σε αυτές τις πτήσεις το αεροδρόμιο προσγείωσης του αεροπλάνου, αποτελεί είτε τον τελικό προορισμό είτε έναν ενδιάμεσο σταθμό για την επιβίβασή τους στο επόμενο αεροπλάνο που θα τους ταξιδέψει στο τελικό τους σταθμό. Στην περίπτωση των ξενοδοχείων, το πρόβλημα είναι η διαχείριση της διαθεσιμότητας των δωματίων για διαδοχικές ημέρες. Κατά τη διάρκεια αυτών των ημερών πελάτες με διαφορετικές ημερομηνίες άφιξης και διαφορετική διάρκεια διαμονής μπορούν να καταλαμβάνουν τα δωμάτια (Σχήμα 4).

Τα προβλήματα δικτύου μπορούν να απαντηθούν στην βιβλιογραφία με τους όρους origin-destination, multiple-leg και passenger-mix όσον αφορά τις αερογραμμές και με τον όρο length-of-stay όσον αφορά τα ξενοδοχεία.

Το γεγονός που κάνει τον έλεγχο της διαθεσιμότητας σε προβλήματα δικτύου πολύ σημαντική και δύσκολη συγχρόνως είναι το γεγονός ότι όταν ένας πελάτης επιθυμεί να αγοράσει ένα προϊόν/υπηρεσία που απαιτεί πολλαπλούς πόρους, η μη διαθεσιμότητα τουλάχιστον ενός πόρου καθιστά την πώληση αδύνατη. Για παράδειγμα αν ένας εκδρομέας επιθυμεί να διαμείνει σε ένα ξενοδοχείο μεταξύ 1^{ης} και 15 Αυγούστου, η έλλειψη δωματίων για τις 10 Αυγούστου καθιστά την κράτηση αδύνατη.



Σχήμα 4: Δίκτυο πολλαπλών διανυκτερεύσεων σε ένα ξενοδοχείο.

Η διαχείριση της διαθεσιμότητας με προσεγγίσεις δικτύου αποδεδειγμένα φέρει καλύτερες αποδόσεις σε σχέση με τη χρήση δομών single-leg [27][28][29][30]. Αν και τα νούμερα των μετρήσεων εξαρτώνται από την εποχή, την κίνηση και τον τύπο του εκάστοτε δικτύου είναι χαρακτηριστικό ότι έχουν καταγραφεί αυξημένες αποδόσεις της τάξης του 1,5% για τις περιόδους χαμηλής ζήτησης και 3% για τις περιόδους υψηλής ζήτησης. Αυτή ακριβώς η ευκαιρία αύξησης της κερδοφορίας είναι που έχει οδηγήσει σε σημαντικές επενδύσεις σε συστήματα ΔΑ δικτύου σε όλη την τουριστική βιομηχανία.

Παρά το γεγονός ότι τα πιθανά οφέλη είναι σημαντικά, η αντιμετώπιση προβλημάτων δικτύου θέτουν σημαντικές μεθοδολογικές προκλήσεις καθώς και προκλήσεις που αφορούν την υλοποίηση των συστημάτων.

Όσον αφορά την υλοποίηση, οι προσεγγίσεις δικτύου αυξάνουν σημαντικά την πολυπλοκότητα και τον όγκο των δεδομένων που πρέπει να συλλέγονται, να αποθηκεύονται και να επεξεργάζονται. Το γεγονός αυτό συχνά καθιστά τη μετάβαση από single-leg συστήματα σε συστήματα δικτύου μια διαδικασία δύσκολη και δαπανηρή.

Επίσης τα συστήματα δικτύου συχνά απαιτούν οργανωτική αφοσίωση και καλή συνεργασία μεταξύ των εμπλεκόμενων μερών. Αυτή η απαίτηση είναι περισσότερο επιτακτική στις περιπτώσεις των αεροπορικών εταιριών και στις αλυσίδες ξενοδοχείων που διατηρούν καταλύματα σε κοντινή απόσταση το ένα από το άλλο (π.χ. στην ίδια πόλη, στον ίδιο νομό, κ.ο.κ.). Αυτό συμβαίνει κυρίως επειδή συχνά κάποιοι τομείς πρέπει να «θυσιαστούν» με γνώμονα την αύξηση της απόδοσης στο δίκτυο ως σύνολο. Για παράδειγμα, ο ορισμός των δρομολογίων ενός αεροπλάνου ώστε να εξυπηρετεί καλύτερα άλλους προορισμούς της εταιρίας, λειτουργώντας ως ενδιάμεσος σταθμός, μπορεί να μειώνει τα κέρδη του συγκεκριμένου δρομολογίου και να το καθιστά μη ελκυστικό για επιβάτες που επιλέγουν τις πτήσεις μιας ανταγωνίστριας εταιρίας. Αντίστοιχα στον ξενοδοχειακό χώρο, ο ημερολογιακός κατακερματισμός της διαθεσιμότητας ενός ξενοδοχείου μπορεί να είναι απαραίτητος για την καλύτερη αξιοποίηση των δωματίων ενός αδελφού ξενοδοχείου.

Όσον αφορά τις μεθοδολογικές δυσκολίες των προβλημάτων δικτύου, αυτές μπορούν να διαπιστωθούν κυρίως σε δύο στάδια του συστήματος: την πρόβλεψη της ζήτησης και τη βελτιστοποίηση.

Η πρόβλεψη της ζήτησης πλέον απαιτεί ισχυρότατα πληροφοριακά συστήματα ικανά να παράγουν εκτιμήσεις για το ύψος της ζήτησης για κάθε ξεχωριστό «δικτυακό προϊόν» σε κάθε στάδιο της διαδικασίας. Επίσης ο τεράστιος όγκος των δεδομένων σε συνάρτηση με την φύση των προϊόντων δημιουργεί την ανάγκη ερμηνείας, αξιολόγησης και πολλαπλής σύνθεσης (ή αποσύνθεσης) των δεδομένων.

Με τον όρο **δικτυακό προϊόν** αναφερόμαστε σε διαδρομές του δικτύου ή σε συνδυασμούς πόρων που διατίθενται σαν προϊόντα στους πελάτες. Στα ξενοδοχεία, τέτοιες πιθανές διαδρομές - προϊόντα, είναι:

- διανυκτέρευση μεταξύ 1 και 3 Αυγούστου
- διανυκτέρευση μεταξύ 1 και 4 Αυγούστου

- διανυκτέρευση μεταξύ 2 και 5 Αυγούστου, κ.ο.κ.

Στην περίπτωση των αεροπορικών γραμμών, πιθανά προϊόντα είναι:

- Χανιά – Λονδίνο: Απευθείας σύνδεση
- Χανιά - Λονδίνο: Μέσω Αθήνας, Θεσσαλονίκης
- Χανιά - Θεσσαλονίκη: Μέσω Αθήνας, κ.ο.κ.

Η βελτιστοποίηση επίσης γίνεται αρκετά πιο περίπλοκη. Σε αντίθεση με τα single-leg προβλήματα στα οποία συναντήσαμε αλγορίθμους απόλυτης βελτιστοποίησης, στα προβλήματα δικτύου η χρήση τέτοιων μεθόδων καθίσταται πρακτικά αδύνατη τόσο για λόγους υπολογιστικής ισχύος όσο και για λόγους μαθηματικής μοντελοποίησης.

3.2.1 Μηχανισμοί ελέγχου της διαθεσιμότητας

Όπως στα single-leg προβλήματα έτσι και στα προβλήματα δικτύου υπάρχουν διάφοροι μηχανισμοί για τον έλεγχο της διαθεσιμότητας. Το ζητούμενο είναι να βρεθεί ένας αποδοτικός και εύκολος στην υλοποίηση μηχανισμός που να διαθέτει τα «δικτυακά προϊόντα» στους υποψήφιους αγοραστές. Οι τεχνολογικές δυνατότητες της επιχείρησης καθώς και η απόδοση και η σταθερότητα των μηχανισμών αποτελούν τα σημαντικότερα κριτήρια για την επιλογή του ενός ή του άλλου μηχανισμού.

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τους κυριότερους μηχανισμούς που υπάρχουν για τα προβλήματα δικτύου, οι περισσότεροι εκ των οποίων όπως θα δούμε, αποτελούν προσαρμοσμένες δικτυακές εκδόσεις των μηχανισμών που συναντήσαμε στα single-leg προβλήματα.

3.2.1.1 Διαχωρισμένα όρια κράτησης

Στα προβλήματα δικτύου, οι μηχανισμοί ελέγχου της διαθεσιμότητας με διαχωρισμένα όρια κράτησης (partitioned booking limits), αποτελούν επεκτάσεις των αντίστοιχων μηχανισμών των single-leg προβλημάτων. Έτσι στα προβλήματα δικτύου για κάθε πόρο που απαιτεί ένα δικτυακό προϊόν, δεσμεύεται διαθεσιμότητα που προορίζεται για αυτό και μόνο το προϊόν.

Στα μειονεκτήματα που είδαμε ότι φέρουν τα διαχωρισμένα όρια κράτησης στα single-leg προβλήματα και που ισχύουν και στα προβλήματα δικτύου, έρχεται να προστεθεί και

ο μεγάλος κατακερματισμός της διαθεσιμότητας κάθε πόρου στα διάφορα προϊόντα. Για παράδειγμα η διαθεσιμότητα του πόρου «δωμάτιο - 9 Αυγούστου» μπορεί να έχει κατακερματιστεί στα προϊόντα «διαμονή 9-10 Αυγούστου», «διαμονή 9-11 Αυγούστου», «διαμονή 6-15 Αυγούστου», «διαμονή 6-16 Αυγούστου» κ.ο.κ. Το γεγονός αυτό καθιστά την υιοθέτηση διαχωρισμένων ορίων κράτησης ως αποκλειστικό μηχανισμό ελέγχου της διαθεσιμότητας, αρκετά σπάνια και η χρήση τους πλέον περιορίζεται στην υποστήριξη προσεγγιστικών μοντέλων.

3.2.1.2 Μηχανισμοί εικονικού εμφωλιασμού

Εμφωλιασμένα όρια κράτησης ή επίπεδα προστασίας με τη μορφή που είδαμε στα single-leg προβλήματα είναι δύσκολο να μεταφραστούν ώστε να χρησιμοποιηθούν σε μια προσέγγιση δικτύου. Ο πρώτος και πιο προφανής λόγος έχει να κάνει με το γεγονός ότι πλέον οι κλάσεις δεν έχουν μια αυστηρή ταξινόμηση βάσει της απόδοσής τους. Η δεύτερη σημαντική δυσκολία έχει να κάνει με το γεγονός ότι δεν υφίσταται η έννοια της διαθεσιμότητας ενός προϊόντος καθώς η διάθεση ή μη μιας μονάδας προϊόντος εξαρτάται από τη διαθεσιμότητα των επιμέρους πόρων που χρησιμοποιεί το προϊόν.

Λαμβάνοντας υπόψη τις παραπάνω δυσκολίες, το 1983 η American Airlines ανέπτυξε έναν υβριδικό μηχανισμό που αφενός θα λάμβανε υπόψη τη δικτυακή φύση των υπηρεσιών της και αφετέρου θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στην υπάρχουσα single-leg υποδομή της. Ο μηχανισμός αυτός, που χαρακτηρίζεται σαν μηχανισμός εικονικού εμφωλιασμού (virtual nesting control), αντιστοιχεί σε κάθε πόρο του συστήματος ένα πλήθος εικονικών κλάσεων στις οποίες στη συνέχεια αντιστοιχούνται τα διάφορα προϊόντα που κάνουν χρήση του πόρου. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται indexing και αποτελεί ένα υποπρόβλημα για το οποίο έχουν προταθεί αρκετές μεθοδολογίες. Σε επόμενες ενότητες θα δούμε μια μεθοδολογία που ανέπτυξε η American Airlines η οποία κάνει χρήση δυναμικού προγραμματισμού.

Την κατασκευή των εικονικών κλάσεων, ακολουθεί ο υπολογισμός των εμφωλιασμένων επιπέδων προστασίας ή ορίων κράτησης βάσει των οποίων αποφασίζεται αν πρέπει να γίνει αποδεκτή μια αίτηση αγοράς για ένα προϊόν ή όχι. Συγκεκριμένα, για να διατεθεί ένα προϊόν πρέπει να είναι «ανοιχτές» όλες οι κλάσεις που αντιστοιχούν στους πόρους που χρησιμοποιεί το προϊόν.

3.2.1.3 Τιμές προσφοράς

Ενώ οι μηχανισμοί εμφολιασμένων επιπέδων προστασίας (ή ορίων κράτησης) είναι δύσκολο να επεκταθούν σε προβλήματα δικτύου, ο μηχανισμός ελέγχου της διαθεσιμότητας με τιμές προσφοράς (bid-price control) αποτελεί μια σχετικά απλή επέκταση της λογικής που συναντήσαμε στα single-leg προβλήματα. Συγκεκριμένα για κάθε πόρο του συστήματος ορίζεται μια οριακή τιμή (ή τιμή προσφοράς) και όταν πρέπει να αποφασιστεί η διάθεση ή μη ενός προϊόντος, γίνεται σύγκριση της τιμής του προϊόντος με το άθροισμα των τιμών προσφοράς των πόρων που χρησιμοποιεί. Αν η τιμή του προϊόντος είναι μεγαλύτερη από το άθροισμα των τιμών προσφοράς, αποφασίζεται η διάθεση του προϊόντος.

Ο μηχανισμός τιμών προσφοράς έχει αρκετά χαρακτηριστικά που τον καθιστούν ιδιαίτερα δημοφιλή. Πρώτον, ακόμα και σε ένα δικτυακό περιβάλλον η δομή του ελέγχου παραμένει απλή, αφού οι μόνες παράμετροι που εμπλέκονται στον έλεγχο είναι οι τιμές προσφοράς κάθε πόρου (και όχι κάθε προϊόντος). Δεύτερον, κατά τη διενέργεια μιας συναλλαγής ο έλεγχος που απαιτείται είναι απλός καθώς περιλαμβάνει την ανάκτηση και άθροιση των τιμών προσφοράς των πόρων που συναποτελούν το προϊόν και κατόπιν την σύγκριση με την τιμή του προϊόντος. Τέλος το τρίτο σημαντικό πλεονέκτημα των τιμών προσφοράς έχει να κάνει με την συγκριτικά καλύτερη απόδοσή τους σε σχέση με άλλους μηχανισμούς.

Στα αρνητικά χαρακτηριστικά των τιμών προσφοράς, συγκαταλέγονται ο χαρακτηρισμός τους ως «μη ασφαλή» και η χαμηλή υιοθέτησή τους από πληροφοριακά συστήματα κρατήσεων. Οι λόγοι που χαρακτηρίζονται ως μη ασφαλή περιγράφηκαν στην ενότητα 3.1.2.4 όπου είδαμε ότι με τακτικό υπολογισμό των τιμών προσφοράς τα επιχειρήματα για την μη ασφάλεια του μηχανισμού, αντικρούονται. Όσον αφορά τη χαμηλή υιοθέτηση του μηχανισμού από τα πληροφοριακά συστήματα κρατήσεων και κυρίως από τα GDS, οι βασικές αιτίες είναι δύο. Η πρώτη έχει να κάνει με την πρώιμη ανάπτυξη των συστημάτων αυτών πάνω σε single-leg λογικές, γεγονός που καθιστά την υιοθέτηση ακόμα και απλών αλλαγών, μια πολυέξοδη διαδικασία. Η δεύτερη και ίσως σημαντικότερη αιτία είναι η απαίτηση ανάκτησης και επεξεργασίας πληροφοριών σε πραγματικό χρόνο, ώστε να ανανεώνονται συχνά οι τιμές προσφοράς και να είναι ασφαλείς. Η απαίτηση αυτή, χωρίς την παρουσία τηλεπικοινωνιακών συνδέσεων ικανών

να μεταφέρουν μεγάλο όγκο δεδομένων, σε μικρό χρονικό διάστημα, με αξιοπιστία και χαμηλό κόστος είναι προφανές ότι δεν είναι δυνατόν να ικανοποιηθεί.

3.2.2 Μοντελοποίηση του προβλήματος

Στη συνέχεια της ανάλυσης θα εξεταστεί το θεωρητικό υπόβαθρο των μηχανισμών ελέγχου της διαθεσιμότητας σε προβλήματα δικτύου και γι αυτό το σκοπό θα ξεκινήσουμε με ένα βασικό μοντέλο του προβλήματος.

Το δίκτυο έχει m πόρους και n προϊόντα, όπου κάθε ένα από τα n προϊόντα συμβολίζει την πώληση ενός συνδυασμού πόρων, με συγκεκριμένους όρους και περιορισμούς συναλλαγής, σε μια καθορισμένη τιμή. Με $a_{ij}=1$ συμβολίζουμε την χρήση του πόρου i από το προϊόν j και με $a_{ij}=0$ την αντίθετη περίπτωση. Με $\mathbf{A}=[a_{ij}]$ ορίζουμε την μήτρα χρήσεων (incidence matrix). Με $\mathbf{A}_j$ συμβολίζουμε την $j^{\text{οστή}}$ στήλη της μήτρας $\mathbf{A}$ και αντίστοιχα με $\mathbf{A}^i$ συμβολίζουμε την $i^{\text{οστή}}$ γραμμή της μήτρας $\mathbf{A}$. Το διάνυσμα $\mathbf{A}_j$ ονομάζεται διάνυσμα χρήσεων (incidence vector). Έτσι το διάνυσμα $\mathbf{A}_j$ αναπαριστά το σύνολο των πόρων που χρησιμοποιεί το προϊόν j και το διάνυσμα $\mathbf{A}^i$ αναπαριστά το σύνολο των προϊόντων που χρησιμοποιούν τον πόρο i . Με τις σχέσεις $i \in \mathbf{A}_j$ και $j \in \mathbf{A}^i$, ουσιαστικά αναφερόμαστε στο γεγονός $a_{ij}=1$. Σημειώνουμε ότι μπορούν να υπάρχουν πολλαπλά πανομοιότυπα διανύσματα χρήσεων που αντιστοιχούν στην πώληση του ίδιου συνδυασμού πόρων αλλά με διαφορετικούς όρους συναλλαγής. Αυτά τα προϊόντα μπορεί να έχουν διαφορετικές τιμές ή/και διαφορετική ζήτηση.

Η κατάσταση του δικτύου χαρακτηρίζεται από ένα διάνυσμα $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_m)$ του οποίου κάθε στοιχείο παρέχει την εναπομένουσα διαθεσιμότητα κάθε πόρου. Η πώληση ενός προϊόντος j , οδηγεί το δίκτυο σε μια νέα κατάσταση ίση με $\mathbf{x}-\mathbf{A}_j$.

Ο χρόνος είναι διακριτός και χωρισμένος σε T χρονικές περιόδους οι οποίες συμβολίζονται με τον δείκτη t . Η περίοδος $t=T$ δηλώνει τη χρονική στιγμή κατανάλωσης του προϊόντος (π.χ. ημερομηνία άφιξης του πελάτη στο ξενοδοχείο). Επίσης θεωρούμε ότι κάθε περίοδος t είναι αρκετά περιορισμένη έτσι ώστε η πιθανότητα άφιξης πάνω από μίας κράτησης να είναι αμελητέα.

Η ζήτηση για την περίοδο t συμβολίζεται σαν ένα διάνυσμα τυχαίων μεταβλητών $\mathbf{P}(t) = (P_1(t), P_2(t), \dots, P_n(t))$ όπου με $P_j(t) = p_j > 0$ συμβολίζεται η άφιξη μιας αίτησης κράτησης για το προϊόν j με τιμή p_j . Αν $P_j(t) = 0$ σημαίνει ότι δεν υπάρχει κάποια αίτηση για το προϊόν j , ενώ αν $\mathbf{P}(t) = \mathbf{0}$ σημαίνει ότι δεν υπάρχει καμία αίτηση για κανένα προϊόν. Για παράδειγμα αν θεωρήσουμε ότι έχουμε 3 προϊόντα, τότε αν $\mathbf{P}(t) = (0, 0, 0)$ σημαίνει ότι δεν υπάρχει αίτηση για κανένα από τα 3 προϊόντα, αν $\mathbf{P}(t) = (120, 0, 0)$ σημαίνει ότι υπάρχει αίτηση κράτησης για το προϊόν 1 με τιμή 120€, αν $\mathbf{P}(t) = (140, 0, 0)$ σημαίνει ότι υπάρχει αίτηση κράτησης για το προϊόν 1 με τιμή 140€ ενώ αν $\mathbf{P}(t) = (0, 70, 0)$ σημαίνει ότι υπάρχει αίτηση κράτησης για το προϊόν 2 με τιμή 70€ κ.ο.κ.

Η σειρά $\{\mathbf{P}(t); t \geq 1\}$ θεωρείται ανεξάρτητη στον χρόνο t και με δεδομένη από κοινού κατανομή για κάθε περίοδο. Επίσης οι τιμές των προϊόντων δίνονται από το διάνυσμα $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$.

Τέλος, όσον αφορά τις υπόλοιπες παραδοχές του μοντέλου θεωρούμε ότι δεν υπάρχουν ακυρώσεις ή no-shows (μη εμφάνιση του πελάτη στο ξενοδοχείο) και ότι η ζήτηση είναι μοναδιαία, δηλαδή ότι δεν υπάρχουν αιτήσεις για ομαδικές κρατήσεις.

Με δεδομένα τη χρονική περίοδο t και την εναπομένουσα χωρητικότητα $\mathbf{x}$, η απόφαση που καλείται να λάβει ένα μηχανισμός ελέγχου είναι αν μια αίτηση κράτησης $\mathbf{P}(t)$ πρέπει να γίνει αποδεκτή ή όχι. Συμβολίζουμε την απόφαση αυτή με το διάνυσμα $\mathbf{u}(t, \mathbf{x}, \mathbf{p}) = \mathbf{u}(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t))$, όπου $u_j(t) = 1$ αν η αίτηση για το προϊόν j την περίοδο t , γίνει αποδεκτή και $u_j(t) = 0$ αν η αίτηση απορριφθεί. Τελικά, συνδυάζοντας και το γεγονός ότι σε κάθε χρονική στιγμή καταφθάνει το πολύ μια αίτηση, προκύπτει ότι το $\mathbf{u}(t)$ περιορίζεται στο σύνολο $\mathbf{u}'(t) = \{\mathbf{u} \in \{0, 1\}^n : \mathbf{A}\mathbf{u} \leq \mathbf{x}\}$

3.2.2.1 Δομή Βέλτιστων Ελέγχων

Συμβολίζοντας με $V_t(\mathbf{x})$ τη μέγιστη υπολειπόμενη οριακή απόδοση ως προς την εναπομένονσα διαθεσιμότητα $\mathbf{x}$ την περίοδο t , για τη διατύπωση ενός δυναμικού προγράμματος που θα προσδιορίζει τις βέλτιστες πολιτικές $\mathbf{u}(t, \mathbf{x}, \mathbf{p})$, η αναδρομική συνάρτηση χρησιμότητας του Bellman παίρνει την μορφή:

$$V_t(\mathbf{x}) = E \left[\max_{\mathbf{u} \in \mathbf{u}(\mathbf{x})} \left\{ \mathbf{P}(t)^T \mathbf{u}(t, \mathbf{x}, \mathbf{p}) + V_{t+1}(\mathbf{x} - \mathbf{A}\mathbf{u}) \right\} \right] \quad (22)$$

Με οριακές συνθήκες

$$V_{T+1}(\mathbf{x}) = 0, \quad \forall \mathbf{x}$$

Από την παραπάνω αναδρομική σχέση προκύπτει η βέλτιστη πολιτική $\mathbf{u}^*(\cdot)$ η οποία ικανοποιεί την ακόλουθη σχέση:

$$u_j^*(t, \mathbf{x}, p_j) = \begin{cases} 1 & \text{αν } p_j \geq V_{t+1}(\mathbf{x}) - V_{t+1}(\mathbf{x} - \mathbf{A}_j) \text{ και } \mathbf{A}_j \leq \mathbf{x} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (23)$$

Σύμφωνα με την (23) μια αίτηση κράτησης για ένα προϊόν j πρέπει να γίνεται αποδεκτή αν και μόνο αν υπάρχει επαρκής διαθεσιμότητα και επίσης

$$p_j \geq V_{t+1}(\mathbf{x}) - V_{t+1}(\mathbf{x} - \mathbf{A}_j)$$

όπου $P_j(t) = p_j$ είναι η τιμή του προϊόντος j . Δηλαδή δεχόμαστε μια αίτηση μόνο αν η τιμή της ξεπερνάει το κόστος ευκαιρίας που συνεπάγεται η μείωση της διαθεσιμότητας των πόρων που χρησιμοποιεί το προϊόν.

3.2.2.2 Τιμές προσφοράς

Η μορφή που έχει μια βέλτιστη πολιτική $\mathbf{u}^*(\cdot)$ όπως αυτή περιγράφεται στην (23) και η έννοια του κόστους ευκαιρίας αποτελεί την κατάλληλη υποδομή για τη χρήση μηχανισμών τιμών προσφοράς. Έτσι σύμφωνα με την εργασία των Talluri & Van Ryzin [32], η απόφαση για την αποδοχή ή την απόρριψη μιας αίτησης κράτησης, στο πλαίσιο ενός μηχανισμού τιμών προσφοράς, παίρνει την μορφή της ακόλουθης σχέσης.

$$u_j(t, \mathbf{x}, p_j) = \begin{cases} 1 & \text{αν } p_j \geq \sum_{i \in A_j} \pi_i(t, \mathbf{x}), \mathbf{A}_j \leq \mathbf{x} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (24)$$

όπου $\pi_i(t, \mathbf{x})$ είναι η τιμή προσφοράς του πόρου i τη χρονική περίοδο t όταν η εναπομένουσα διαθεσιμότητα είναι $\mathbf{x}$.

Άρα για κάθε πόρο δημιουργείται ένα πίνακας που για κάθε χρονική περίοδο και κάθε κατάσταση του συστήματος αντιστοιχεί μια τιμή προσφοράς (Πίνακας 2). Για να γίνει αποδοχή μιας αίτησης για ένα προϊόν j την χρονική περίοδο t με εναπομένουσα διαθεσιμότητα $\mathbf{x}$, πρέπει η τιμή του προϊόντος να ξεπερνάει το άθροισμα των τιμών προσφοράς των πόρων που χρησιμοποιεί.

Διαθεσιμότητα	t	$t+1$	$t+2$	...
C	147.3 €	146.5 €	145.8 €	...
C-1	149.5 €	148.7 €	147.9 €	...
C-2	151.8 €	150.8 €	150.1 €	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Πίνακας 2: Παράδειγμα πίνακα τιμών προσφοράς για έναν πόρο, βάσει της εναπομένουσας διαθεσιμότητας και του χρόνου.

Κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις οι μηχανισμοί ελέγχου της διαθεσιμότητας με τιμές προσφοράς μπορούν να οδηγήσουν σε μη επιθυμητά αποτελέσματα δηλαδή σε απώλεια κερδών ([33]). Αυτό συμβαίνει κυρίως όταν η διαθεσιμότητα είναι περιορισμένη, οπότε μια πώληση επιφέρει σημαντική αλλαγή στην κατάσταση του συστήματος. Αυτό το φαινόμενο μπορεί να γίνει πιο κατανοητό με το ακόλουθο παράδειγμα [32].

Έστω ένα δίκτυο με 2 πόρους και 2 περιόδους με τη διαθεσιμότητα κάθε πόρου να είναι ίση με 1. Επίσης θεωρούμε 3 προϊόντα εκ των οποίων το πρώτο χρησιμοποιεί μόνο τον πόρο 1, το δεύτερο τον πόρο 2 και το τρίτο και τους δύο πόρους. Τα δεδομένα φαίνονται στον Πίνακα 3 που ακολουθεί.

Περίοδος (t)	Προϊόν	A_j	Τιμή	Πιθανότητα
------------------	--------	-------	------	------------

1	1	(1 0)	250 €	0,3
	2	(0 1)	250 €	0,3
	3	(1 1)	500 €	0,4
2	3	(1 1)	500 €	0,8
	Καμία άφιξη			0,2

Πίνακας 3: Δεδομένα προβλήματος για το αντιπαράδειγμα της βελτιστότητας των τιμών προσφοράς.

Όπως φαίνεται στον παραπάνω πίνακα η επιλογή πώλησης των προϊόντων 1 και 2 στο πρώτο στάδιο είναι κάτι που πρέπει να αποφευχθεί καθώς σε κάθε περίπτωση τα έσοδα θα φθάσουν το πολύ τα 250 € αφού δεν θα είναι δυνατή η διάθεση του προϊόντος 3 στη δεύτερη περίοδο και άρα το κόστος ευκαιρίας θα είναι ίσο με 400 € ($0,8 \cdot 500$ €). Επίσης το γεγονός ότι στη δεύτερη περίοδο δεν μπορούμε να πετύχουμε κέρδη μεγαλύτερα από 500 €, καθιστά την πώληση του προϊόντος 3 στην περίοδο 1, ιδιαίτερα επιθυμητή.

Για να ικανοποιηθούν οι απαιτήσεις της παραπάνω παραγράφου, για την πρώτη περίοδο οι τιμές προσφοράς των πόρων πρέπει να είναι τέτοιες ώστε $\pi_1 > 250$ (απόρριψη προϊόντος 1), $\pi_2 > 250$ (απόρριψη προϊόντος 2) και $\pi_1 + \pi_2 \leq 500$ (αποδοχή προϊόντος 3). Σαφώς κάτι τέτοιο είναι απίθανο και αποδεικνύεται ότι με τη χρήση τιμών προσφοράς η καλύτερη αναμενόμενη απόδοση είναι 400 € στην περίπτωση που $\pi_1 > 250$ και $\pi_2 > 250$. Αντίθετα η βέλτιστη αναμενόμενη απόδοση μπορεί να φτάσει τα $(0,4 \cdot 500) + (1 - 0,4)(0,8 \cdot 500) = 440$ € και αντιστοιχεί στην αποδοχή μιας κράτησης για το προϊόν 3 στην πρώτη ή στην δεύτερη περίοδο.

Παρά το γεγονός ότι οι τιμές προσφοράς δεν οδηγούν πάντα σε βέλτιστους ελέγχους, αποδεικνύεται ότι η απόδοσή τους είναι ασυμπτωτικά βέλτιστη σε συστήματα μεγάλης κλίμακας, δηλαδή σε περιπτώσεις που γίνεται διαχείριση πολλών πόρων (π.χ. διάθεση πολλών δωματίων με μεγάλο χρονικό ορίζοντα ελέγχου)[8]. Επίσης εκτεταμένες προσομοιώσεις υποστηρίζουν και επιβεβαιώνουν αυτή τη θέση (Williamson [29][30]).

3.2.3 Προσεγγίσεις βασισμένες σε μοντέλα δικτύου

Για κάθε ρεαλιστικό δίκτυο ο υπολογισμός της συνάρτησης χρησιμότητας $V_i(x)$ της (22), είναι μάλλον αδύνατος λόγω του τεράστιου πλήθους καταστάσεων του δικτύου. Για παράδειγμα σε ένα δίκτυο με 20 πόρους που κάθε πόρος έχει διαθεσιμότητα ίση με 100, οι πιθανές καταστάσεις είναι 100^{20} . Έτσι για την επίλυση του προβλήματος έχουν προταθεί εναλλακτικές προσεγγιστικές μέθοδοι οι οποίες χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία, η οποία και εξετάζεται σε αυτή την ενότητα, βασίζεται στην απλοποίηση του μοντέλου του δικτύου και στην αντιμετώπισή του σαν ένα πρόβλημα στατικού μαθηματικού προγραμματισμού. Η δεύτερη κατηγορία η οποία εξετάζεται στην ενότητα 3.2.4 και στις υποενότητες αυτής, βασίζεται στην αποσύνθεση (decomposition) του προβλήματος και στην αντιμετώπισή του σαν ένα σύνολο από single-leg υποπροβλήματα.

Στις περισσότερες περιπτώσεις τα μοντέλα που θα περιγραφούν παρέχουν στην έξοδό τους, προσεγγίσεις για τα κόστη ευκαιρίας (displacement costs – opportunity costs) οι οποίες χρησιμοποιούνται είτε άμεσα σε μηχανισμούς τιμών προσφοράς, είτε έμμεσα σε άλλης μορφής μηχανισμούς όπως ο εικονικός εμφωλιασμός που είδαμε στην ενότητα 3.2.1.2 .

Έτσι θεωρώντας ένα μοντέλο M το οποίο παρέχει μια προσέγγιση της συνάρτησης χρησιμότητας $V_i^M(\mathbf{x})$, μπορούμε να υπολογίσουμε τα κόστη ευκαιρίας από την πώληση ενός προϊόντος j σύμφωνα με την σχέση:

$$V_i^M(\mathbf{x}) - V_i^M(\mathbf{x} - \mathbf{A}_j) \approx (\nabla V_i^M(\mathbf{x}))^T \mathbf{A}_j$$

όπου $\nabla V_i^M(\mathbf{x})$ είναι το ανάδελτα της προσέγγισης της συνάρτησης χρησιμότητας $V_i^M(\mathbf{x})$ υπό την προϋπόθεση ότι το ανάδελτα υφίσταται. Έτσι οι τιμές προσφοράς υπολογίζονται σύμφωνα με την σχέση:

$$\pi_i^M(t, \mathbf{x}) = \frac{\partial}{\partial x_i} V_i^M(\mathbf{x}).$$

Σε περίπτωση που το ανάδελτα $\nabla V_i^M(\mathbf{x})$ δεν ορίζεται τότε μπορεί να αντικατασταθεί από κάποια άλλη κλίση (sub gradient) της $V_i^M(\mathbf{x})$ [35][8].

Η χρήση ενός αθροίσματος τιμών προσφοράς για την προσέγγιση του κόστους ευκαιρίας αντί της χρήσης της σχέσης $V_t^M(\mathbf{x}) - V_t^M(\mathbf{x} - \mathbf{A}_j)$, γίνεται κυρίως για λόγους διευκόλυνσης των ελέγχων αφού όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα η μοναδική πληροφορία που είναι αναγκαία είναι οι τιμές προσφοράς για m πόρους και όχι οι τιμές προσφοράς για n προϊόντα που σε μεγάλα δίκτυα μπορεί να είναι χαρακτηριστικά περισσότερα. Έτσι η χρήση ενός αθροίσματος τιμών προσφοράς διευκολύνει την αξιολόγηση μιας αίτησης κράτησης, ωστόσο δεν πρέπει να παραβλέπονται οι συνθήκες που καθιστούν τη μέθοδο εύρωστη [34].

Η προσέγγιση $V_t^M(\mathbf{x})$ που παρέχει ένα μοντέλο M καθώς και οι απαιτήσεις αυτού σε υπολογιστικούς πόρους αποτελούν τα δύο βασικά κριτήρια αξιολόγησης της καταλληλότητας του μοντέλου. Παρά το γεγονός ότι τα αποτελέσματα που παρέχει το εκάστοτε μοντέλο μπορεί να είναι είτε στατικά είτε δυναμικά και στις δύο περιπτώσεις ο επανυπολογισμός των ελέγχων είναι αναπόφευκτος. Σε περίπτωση δυναμικών αποτελεσμάτων, όπως για παράδειγμα στην περίπτωση τιμών προσφοράς, μεταβαλλόμενων ανάλογα με τον χρόνο και την κατάσταση, όπως αυτές που περιγράφηκαν σε προηγούμενο παράδειγμα, το μόνο που αλλάζει είναι η μείωση της συχνότητας των επανυπολογισμών γεγονός που ωστόσο εμπεριέχει αρκετούς κινδύνους.

3.2.3.1 Ντετερμινιστικός Γραμμικός Προγραμματισμός

Έστω ότι η συνολική (aggregated) ζήτηση για την περίοδο t για κάθε προϊόν j συμβολίζεται με D_j και η μέση τιμή αυτής μ_j . Με $\mathbf{D} = (D_1, D_2, \dots, D_n)$ και $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{E}[\mathbf{D}]$, συμβολίζουμε το διάνυσμα της ζήτησης και τη μέση ζήτηση των προϊόντων, αντίστοιχα. Έτσι το μοντέλο του Ντετερμινιστικού Γραμμικού Προγραμματισμού (ΝΓΠ - Deterministic Linear Programming Model, DLP) χρησιμοποιεί τη διατύπωση:

$$\begin{aligned} V_t^{LP}(\mathbf{x}) = \max \mathbf{p}^T \mathbf{y} \\ \text{s.t. } \mathbf{A}\mathbf{y} \leq \mathbf{x} \\ 0 \leq \mathbf{y} \leq \boldsymbol{\mu} \end{aligned} \quad (25)$$

Όπου οι μεταβλητές απόφασης $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ αναπαριστούν τη διαθεσιμότητα που παραχωρείται σε κάθε ένα από τα n προϊόντα.

Η προσέγγιση αυτή διαχειρίζεται τη ζήτηση σαν να είναι αιτιοκρατική και ίση με μ και παράγει μια βέλτιστη κατανομή των προϊόντων. Επίσης σύμφωνα με την ανισότητα του Jensen [d] αποδεικνύεται ότι η $V_i^{LP}(\mathbf{x})$ αποτελεί το άνω όριο της $V_i(\mathbf{x})$ της (22) [8].

Τα αποτελέσματα της (22) μπορούν να χρησιμοποιηθούν απευθείας σε ένα μηχανισμό ελέγχου της διαθεσιμότητας με διαχωρισμένα όρια κράτησης που είδαμε στην ενότητα 3.2.1.1. Ωστόσο συχνότερα η κατανομή που παρέχεται από το $\mathbf{y}$ αγνοείται και γίνεται χρήση των βέλτιστων δυϊκών μεταβλητών που προκύπτουν από τους περιορισμούς $\mathbf{A}\mathbf{y} \leq \mathbf{x}$. Αυτές οι τιμές αποτελούν τις τιμές προσφοράς των πόρων π^{LP} . Εφόσον η βέλτιστη λύση δεν είναι εκφυλισμένη, δηλαδή οι ενεργοί περιορισμοί για το βέλτιστο σημείο είναι γραμμικά ανεξάρτητοι τότε το ανάδελτα $\nabla V_i^{LP}(\mathbf{x})$ υπάρχει και παρέχεται από το διάνυσμα π^{LP} . Σε αντίθετη περίπτωση, αν η βέλτιστη λύση είναι εκφυλισμένη τότε είναι πιθανό να υπάρχουν πολλαπλά διανύσματα βέλτιστων δυϊκών τιμών καθένα εκ των οποίων αποτελεί μια υπο-κλίση (sub-gradient) της $V_i^{LP}(x)$ [35].

Τα βασικά πλεονεκτήματα του αιτιοκρατικού γραμμικού προγραμματισμού είναι η ευκολία που παρουσιάζει και οι χαμηλές υπολογιστικές απαιτήσεις του. Το γεγονός αυτό τον καθιστούν αρκετά δημοφιλή παρά τα σημαντικά μειονεκτήματα που παρουσιάζει. Πρώτο σημαντικό μειονέκτημα του μοντέλου είναι ότι χρησιμοποιεί αποκλειστικά και μόνο τη μέση τιμή της ζήτησης γεγονός που αγνοεί την αβεβαιότητα των προβλέψεων. Έτσι σε περίπτωση χρήσης των αποτελεσμάτων του δυϊκού προβλήματος, οι τιμές προσφοράς των πόρων για τους οποίους η μέση ζήτηση είναι μικρότερη από την συνολική διαθεσιμότητα, θα είναι ίσες με 0, γεγονός που μπορεί να οδηγήσει σε αρκετά πρακτικά προβλήματα. Επίσης η άμεση χρήση των αποτελεσμάτων του αρχικού γραμμικού προβλήματος, δηλαδή το διάνυσμα $\mathbf{y}$, ευνοεί τη χρήση του μηχανισμού ελέγχου της διαθεσιμότητας με διαχωρισμένα όρια κράτησης του οποίου τα μειονεκτήματα ήδη έχουν αναφερθεί σε προηγούμενη παράγραφο.

Παρά τα σημαντικά μειονεκτήματα του αιτιοκρατικού γραμμικού προγραμματισμού, μελέτες προσομοίωσης από διάφορους ερευνητές ([27][28][29][30]) δείχνουν την αξιόλογη απόδοση του μοντέλου (με χρήση τιμών προσφοράς) που τις περισσότερες φορές είναι καλύτερη συγκρινόμενη με την απόδοση του πιθανοκρατικού μη γραμμικού

προγραμματισμού και άλλων δικτυακών επεκτάσεων του EMSR που θα δούμε στη συνέχεια. Σε τελική ανάλυση τα αποτελέσματα των μετρήσεων οδηγούν στο συμπέρασμα ότι η απόδοση του κάθε αλγορίθμου εξαρτάται από τη μορφή του εκάστοτε δικτύου, τη μορφή-ένταση της ζήτησης και κυρίως από τη συχνότητα επανάληψης της βελτιστοποίησης.

Μια παραλλαγή του μοντέλου που προτάθηκε από τους Bertsimas και Popescu [34], προβλέπει την μη χρήση των δυϊκών μεταβλητών των περιορισμών για τον προσδιορισμό των τιμών προσφοράς αλλά τη χρήση διακριτών διαφορών για τον υπολογισμό της οριακής αξίας της χωρητικότητας των πόρων. Συγκεκριμένα, για κάθε προϊόν j υπολογίζεται η διαφορά

$$V_t^{LP}(\mathbf{x}) - V_t^{LP}(\mathbf{x} - \mathbf{A}_j)$$

από την οποία υπολογίζεται η τιμή προσφοράς του προϊόντος j . Με αυτό το τρόπο αντιμετωπίζεται το πρόβλημα του εκφυλισμού της βέλτιστης λύσης και κάνοντας χρήση της τιμής προσφοράς του προϊόντος αντί του αθροίσματος των τιμών προσφοράς του κάθε πόρου του προϊόντος διαμορφώνεται μια λύση περισσότερο ερμηνεύσιμη. Σε αριθμητικές συγκρίσεις, η παραλλαγή αυτή φαίνεται ελαφρώς αποδοτικότερη σε σύγκριση με την χρήση των δυϊκών μεταβλητών.

Σαφώς το γεγονός ότι πλέον απαιτείται ο υπολογισμός των τιμών προσφοράς για n προϊόντα αποτελεί ένα σημαντικό μειονέκτημα της μεθόδου καθώς απαιτείται η επίλυση ισάριθμων γραμμικών προβλημάτων.

3.2.3.2 Πιθανοθεωρητικός Μη Γραμμικός Προγραμματισμός

Το μοντέλο Πιθανοθεωρητικού Μη Γραμμικού Προγραμματισμού (ΠΜΓΠ - Probabilistic Nonlinear Programming Model, PNLP) χρησιμοποιεί την παρακάτω προσέγγιση:

$$\begin{aligned}
V_t^{PNLP}(x) = \max \sum_{j=1}^n \mathbf{p}_j E[\min\{D_j, y_j\}] \\
s.t. \quad \mathbf{A}\mathbf{y} \leq \mathbf{x} \\
\mathbf{y} \geq \mathbf{0}
\end{aligned} \tag{26}$$

όπου τα D_j και p_j ορίζονται όπως και στην περίπτωση του ΝΓΠ. Επίσης όπως και στον ΝΓΠ η μεταβλητή απόφασης y_j αναπαριστά τη διαθεσιμότητα που παραχωρείται σε ένα προϊόν j ενώ ο όρος $E[\min\{D_j, y_j\}]$ αναπαριστά τις αναμενόμενες πωλήσεις του προϊόντος j με δεδομένη την παραχωρημένη διαθεσιμότητα y_j . Επίσης με τη βοήθεια της $V_t^{PNLP}(x)$ επιτυγχάνουμε την κάτω φραγή της $V_t(\mathbf{x})$ ([8][36]) για την οποία συνδυάζοντας και τα πορίσματα της προηγούμενης παραγράφου ισχύει ότι:

$$V_t^{PNLP}(\mathbf{x}) \leq V_t(\mathbf{x}) \leq V_t^{LP}(\mathbf{x}) \tag{27}$$

Η διατύπωση (26) αποτελεί ένα μη γραμμικό πρόβλημα, η επίλυσή του όμως είναι σχετικά εύκολη αφού η αντικειμενική συνάρτηση είναι κυρτή (κοίλη για την ακρίβεια) και διαχωρίσιμη στις μεταβλητές y_j ενώ οι περιορισμοί είναι γραμμικοί. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με την ύπαρξη εξειδικευμένων αλγορίθμων για την επίλυση διαχωρίσιμων κοίλων προβλημάτων καθιστά εφικτή τη χρήση μοντέλων ΠΜΓΠ για μεγάλα δίκτυα.

Σε περίπτωση που είναι επιθυμητή η αποφυγή επίλυσης του μη γραμμικού προβλήματος και η ζήτηση είναι διακριτή τότε το μοντέλο μπορεί να μετατραπεί σε ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού το οποίο ωστόσο θα περιέχει πολύ περισσότερες μεταβλητές. Η «γραμμικοποίηση» του μοντέλου επιτυγχάνεται με τον ορισμό μιας νέας μεταβλητής για κάθε προϊόν και κάθε μονάδα διαθεσιμότητας. Ορίζοντας με z_{jd} την $d^{\text{οστή}}$ μονάδα χωρητικότητας που παραχωρείται στο $j^{\text{οστό}}$ προϊόν, η νέα μορφή του προβλήματος γίνεται:

$$\begin{aligned}
V_t^{PNLP}(x) &= \max \sum_{j=1}^n \mathbf{p}_j \sum_{d=1}^{M_j} z_{jd} P(D_j \geq d) \\
s.t. \quad y_j &= \sum_{d=1}^{M_j} z_{jd} \\
\mathbf{A}\mathbf{y} &\leq \mathbf{x} \\
0 \leq z_{jd} &\leq 1, \quad j=1, \dots, n, \quad d=1, \dots, M_j
\end{aligned} \tag{28}$$

όπου M_j είναι το άνω όριο της διαθεσιμότητας των πόρων που διατίθεται στο προϊόν j , το οποίο ουσιαστικά αντιστοιχεί στην ελάχιστη διαθεσιμότητα μεταξύ των πόρων που χρησιμοποιεί το προϊόν j . Δηλαδή αν ένα προϊόν χρησιμοποιεί τους πόρους a , b και c με διαθεσιμότητα 18, 15 και 20 αντίστοιχα το M_j θα είναι ίσο με 15. Η ισοδυναμία των σχέσεων (26) και (28) προκύπτει από το γεγονός ότι για διακριτές κατανομές

$$E[\min\{D_j, y_j\}] = \sum_{d=1}^{y_j} P(D_j \geq d) \text{ και ότι η πιθανότητα } P(D_j \geq d) \text{ μειώνεται στο } d.$$

Ανεξάρτητα από την μορφή που θα έχει το μοντέλο, δηλαδή τη γραμμική ή τη μη γραμμική, ο ορισμός των τιμών προσφοράς γίνεται όπως και στο ΝΓΠ, με τον κίνδυνο του εκφυλισμού της βέλτιστης λύσης να υπάρχει και σε αυτή την περίπτωση.

Βασικό πλεονέκτημα (τουλάχιστον θεωρητικά) του μοντέλου ΠΜΓΠ είναι ότι με τη χρήση του όρου $E[\min\{D_j, y_j\}]$ στην αντικειμενική συνάρτηση επιτρέπει κάποια τυχαιότητα στη ζήτηση. Για παράδειγμα, σε αντίθεση με τον ΝΓΠ, η τιμή προσφοράς ενός πόρου μπορεί να είναι θετική ακόμα και όταν η μέση ζήτηση του πόρου είναι αυστηρά μικρότερη από τη διαθεσιμότητά του. Το γεγονός αυτό αντικατοπτρίζει το ενδεχόμενο η ζήτηση για έναν πόρο να ξεπεράσει τη συνολική του διαθεσιμότητα. Όσον αφορά τα μειονεκτήματα του μοντέλου αυτά έχουν να κάνουν κυρίως με την απόδοσή του, η οποία όπως είδαμε και σε προηγούμενο κεφάλαιο είναι υποδεέστερη από αυτή του ΝΓΠ.

3.2.3.3 Στοχαστικός Γραμμικός Προγραμματισμός

Ο στοχαστικός γραμμικός προγραμματισμός (ΣΓΠ - randomized linear programming, RLP) αποτελεί μια προσέγγιση που επιτρέπει την ενσωμάτωση στοχαστικής πληροφορίας στο γραμμικό μοντέλο της 3.2.3.1. Η βασική διαφορά του μοντέλου έχει να

κάνει με την αντικατάσταση της μέσης τιμής του $\mathbf{D}$, $\boldsymbol{\mu} = E[\mathbf{D}]$ στους περιορισμούς της (25) με το ίδιο το διάνυσμα $\mathbf{D}$. Έτσι η (25), γίνεται:

$$\begin{aligned} V_t^{RLP}(\mathbf{x}) &= E[H_t(\mathbf{x}, \mathbf{D})], \text{ όπου} \\ H_t(\mathbf{x}, \mathbf{D}) &= \max \mathbf{p}^T \mathbf{y} \\ \text{s.t. } \mathbf{A}\mathbf{y} &\leq \mathbf{x} \\ \mathbf{0} &\leq \mathbf{y} \leq \mathbf{D} \end{aligned} \quad (29)$$

Στην παραπάνω διατύπωση σημειώνουμε ότι μια βέλτιστη λύση $H_t(\mathbf{x}, \mathbf{D})$ αποτελεί μια τυχαία μεταβλητή, όπως άλλωστε και το διάνυσμα $\boldsymbol{\pi}(\mathbf{x}, \mathbf{D})$ που αντιστοιχεί στις δυϊκές τιμές των περιορισμών $\mathbf{A}\mathbf{y} \leq \mathbf{x}$, αποτελεί ένα τυχαίο διάνυσμα.

Όπως και στο μοντέλο του ΝΓΠ για τον υπολογισμό των τιμών προσφοράς γίνεται χρήση της κλίσης της συνάρτησης χρησιμότητας ∇f . Έτσι για το μοντέλο που μελετάμε πρέπει να υπολογιστεί η κλίση $\nabla_x E[H_t(\mathbf{x}, \mathbf{D})]$. Καθώς η $H_t(\mathbf{x}, \mathbf{D})$ αποτελεί μια τυχαία μεταβλητή συνήθως ακολουθείται η τεχνική της προσομοίωσης. Σε μια τέτοια περίπτωση, θεωρούνται k ανεξάρτητα δείγματα που περιγράφουν την ζήτηση, $D^{(1)}, \dots, D^{(k)}$, και για κάθε ένα από αυτά λύνεται το πρόβλημα $H_t(\mathbf{x}, \mathbf{D})$. Με την ολοκλήρωση της διαδικασίας, η κλίση υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$\boldsymbol{\pi}^{RLP} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \boldsymbol{\pi}(\mathbf{x}, \mathbf{D}^{(i)}) \quad (30)$$

Στο σημείο αυτό σημειώνουμε ότι η παραπάνω μέθοδος, προϋποθέτει ότι είναι δυνατή η εναλλαγή των όρων ∇ και E στην $\nabla_x E[H_t(\mathbf{x}, \mathbf{D})]$, έτσι ώστε:

$$\nabla_x E[H_t(\mathbf{x}, \mathbf{D})] = E[\nabla_x H_t(\mathbf{x}, \mathbf{D})] \quad (31)$$

Ωστόσο η εναλλαγή αυτή δεν είναι πάντα ορθή και μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα συμπεράσματα. Οι συνθήκες που πρέπει να ισχύουν καθώς και μια πλήρης ανάλυση του μοντέλου ΣΓΠ υπάρχει στην εργασία των Talluri & van Ryzin [37].

Αξιολογώντας το μοντέλο, αξίζει να αναφέρουμε κάποια σημαντικά χαρακτηριστικά του. Πρώτον, το μοντέλο ΣΓΠ αποτελεί μια απλή τροποποίηση του ντετερμινιστικού γραμμικού προγραμματισμού και έτσι είναι εύκολη η ενσωμάτωσή του σε υπάρχοντα

συστήματα ΝΓΠ. Δεύτερον, το γεγονός ότι χρησιμοποιεί προσομοίωση για την προσδιορισμό της ζήτησης το καθιστά ευέλικτο στη μοντελοποίηση πολλαπλών σεναρίων ζήτησης. Τέλος, η ποιότητα και η πολυπλοκότητα του μοντέλου μπορεί να προσαρμοστεί ανάλογα με τις απαιτήσεις του εκάστοτε συστήματος, προσαρμόζοντας κατάλληλα το πλήθος k των δειγμάτων που χρησιμοποιούνται στην προσομοίωση.

3.2.4 Προσεγγίσεις βασισμένες στην αποσύνθεση του προβλήματος

Μια διαφορετική στρατηγική για τη διαχείριση της διαθεσιμότητας σε προβλήματα δικτύου είναι η αποσύνθεση του προβλήματος σε m single-leg προβλήματα (όσα και οι πόροι). Κάθε ένα από τα προβλήματα αυτά, μπορεί να συνυπολογίζει κάποια πληροφορία όσον αφορά το δίκτυο στο οποίο ανήκει, αλλά ουσιαστικά επιλύεται ανεξάρτητα από τα υπόλοιπα υπο-προβλήματα. Η βασικές αρχές των μοντέλων που βασίζονται στην αποδόμηση περιγράφεται ακολούθως.

Αρχικά θεωρούνται m single-leg υποπροβλήματα, όπου m είναι το πλήθος των πόρων. Στη συνέχεια, σε κάθε υποπρόβλημα εφαρμόζεται μια μέθοδος M_i με συνάρτηση χρησιμότητας $V_t^{M_i}(x_i)$ η οποία εξαρτάται από τον χρόνο t και την εναπομένουσα διαθεσιμότητα x_i του αντίστοιχου πόρου i και η οποία μπορεί να περιλαμβάνει και κάποια λογική όσον αφορά το δίκτυο. Στο τέλος, η συνολική συνάρτηση χρησιμότητας $V_t(\mathbf{x})$ προσεγγίζεται από το άθροισμα των συναρτήσεων των επιμέρους υπο-προβλημάτων. Έτσι έχουμε, ότι:

$$V_t(x) = \sum_{i=1}^m V_t^{M_i}(x_i)$$

Ο μηχανισμός ελέγχου της διαθεσιμότητας που επιλέγεται συνήθως είναι οι τιμές προσφοράς

$$\pi_i(t, x) = \Delta V_t^{M_i}(x_i), \quad i = 1, \dots, m$$

όπου $\Delta V_t^{M_i}(x_i) = V_t^{M_i}(x_i) - V_t^{M_i}(x_i - 1)$ είναι η οριακή αναμενόμενη αξία που παράγεται από την μέθοδο M_i που εφαρμόστηκε στον πόρο i .

Πριν προχωρήσουμε στην ανάλυση των σημαντικότερων μοντέλων που βασίζονται στην αποσύνθεση, σημειώνουμε ότι το κυριότερο πλεονέκτημα αυτών των μεθόδων είναι ότι παράγουν δυναμικούς ελέγχους όπως για παράδειγμα οι τιμές προσφοράς που φαίνονται στον Πίνακας 2: Παράδειγμα πίνακα τιμών προσφοράς για έναν πόρο, βάσει της εναπομένουσας διαθεσιμότητας και του χρόνου. και άρα μειώνεται η συχνότητα επανάληψης της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Επίσης το γεγονός ότι η βελτιστοποίηση γίνεται σε επίπεδο πόρων και όχι δικτύου επιτρέπει τη θεώρηση περισσότερο ρεαλιστικών παραδοχών όπως διακριτή ζήτηση και διαθεσιμότητα (χωρητικότητα), τακτική λήψη αποφάσεων και στοχαστική δυναμική ζήτηση.

Το κυριότερο μειονέκτημα των μοντέλων αποσύνθεσης έχει να κάνει με τον κίνδυνο παράληψης σημαντικών πληροφοριών που αφορούν το δίκτυο κατά τη διαδικασία αποδόμησης. Εντούτοις, η χρήση υβριδικών μοντέλων που βασίζονται τόσο σε single-leg όσο και σε δικτυακές προσεγγίσεις, μπορούν να συνδυάσουν αποτελεσματικά τα πλεονεκτήματα και των δύο προσεγγίσεων, επιφέροντας αξιόλογα αποτελέσματα.

3.2.4.1 Συντελεστές ΑΠ

Η μέθοδος συντελεστών αφετηρίας-προορισμού ή συντελεστών ΑΠ (Origin-destination factors, OD factors – heuristic bid price) αποτελεί την απλούστερη τεχνική αποδόμησης. Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο, για κάθε πόρο i επιλύεται ένα single-leg πρόβλημα κάνοντας χρήση της συνολικής τιμής του εκάστοτε προϊόντος. Η μέθοδος μπορεί να είναι είτε ευρετική (πχ EMSR-b), είτε ακριβής (όπως τα δυναμικά μοντέλα της ενότητας 3.1.5).

Έτσι για την αξιολόγηση μιας κράτησης για ένα προϊόν j που χρησιμοποιεί τον πόρο i , η τιμή του προϊόντος p_j συγκρίνεται με την τιμή προσφοράς η οποία προκύπτει από την σχέση

$$\Delta V_t^{ODF_i}(x_i) + \gamma \sum_{l \in A_j, l \neq i} \Delta V_t^{ODF_l}(x_l).$$

Στην παραπάνω σχέση με $V_t^{ODF_i}(x_i)$ συμβολίζεται η συνάρτηση αξίας του single-leg προβλήματος στον πόρο i , το μέγεθος $\Delta V_t^{ODF_i}(x_i)$ συμβολίζει την αντίστοιχη οριακή αξία, ενώ το μέγεθος γ αποτελεί τον συντελεστή ΑΠ και ο λόγος της παρουσίας του

είναι ο συνυπολογισμός των οριακών αξιών των υπόλοιπων πόρων που χρησιμοποιεί το προϊόν (displacement costs). Ο δείκτης γ είναι καθολικός για όλα τα υποπροβλήματα, συνήθως παίρνει τιμές μικρότερες του 1 και προσδιορίζεται με τη βοήθεια προσομοιώσεων. Για να γίνει μια κράτηση για ένα προϊόν j αποδεκτή πρέπει η τιμή του προϊόντος p_j να είναι ίση ή μεγαλύτερη από τη μεγαλύτερη τιμή προσφοράς, ανάμεσα στις τιμές προσφοράς όλων των πόρων που χρησιμοποιεί το προϊόν.

Η λογική αυτού του μοντέλου βασίζεται στην υπερεκτίμηση της τιμής προσφοράς κάθε πόρου, ώστε να συμπεριλάβει και τα κόστη/κέρδη από την εκμετάλλευση των υπολοίπων πόρων που χρησιμοποιεί το προϊόν. Προφανές είναι ότι σε περίπτωση που το προϊόν χρησιμοποιεί μόνο έναν πόρο το πρόβλημα εκφυλίζεται σε single-leg, αφού ο δεύτερος όρος της παραπάνω σχέσης μηδενίζεται.

Βασικό κίνητρο για τη χρήση αυτού του μοντέλου είναι η απλότητά του και η σχετικά απλή και οικονομική υλοποίησή του, σε ένα οργανισμό στον οποίο υπάρχουν ήδη single-leg υποδομές. Όσον αφορά την απόδοση του μοντέλου, με κατάλληλη ρύθμιση του συντελεστή γ το μοντέλο αποδίδει καλύτερα από τα απλά single-leg προβλήματα. Σαφώς κάτι τέτοιο δεν αποτελεί έκπληξη αφού ουσιαστικά το μοντέλο για $\gamma = 0$ εκφυλίζεται σε single-leg πρόβλημα και η επιλογή κάποιου διαφορετικού γ γίνεται κατόπιν μιας διαδικασίας προσομοίωσης για διάφορες τιμές του γ από τις οποίες πράγματι κάποια μπορεί να αποφέρει καλύτερα αποτελέσματα. Γενικά η απόδοση του μοντέλου εξαρτάται σημαντικά από τη σχεδόν αυθαίρετη επιλογή του συντελεστή ΑΠ και τα μοντέλα που θα δούμε στη συνέχεια σχεδόν πάντα αποδίδουν καλύτερα.

3.2.4.2 Prorated EMSR

Μια περισσότερο εξελιγμένη μέθοδος αποδόμησης αποτελεί το μοντέλο prorated EMSR. Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο σε κάθε πόρο αποδίδεται ένα σχετικό βάρος a_i βάσει του οποίου υπολογίζεται η συμμετοχή του πόρου στην τιμή του εκάστοτε προϊόντος. Συγκεκριμένα θεωρείται ένα διάνυσμα $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_m)$ το οποίο αναπαριστά τα βάρη όλων των πόρων. Στη συνέχεια για κάθε πόρο που χρησιμοποιεί ένα προϊόν υπολογίζεται η μερική τιμή του πόρου p_{ij} , σύμφωνα με την σχέση:

$$p_{ij} = \frac{a_i}{\sum_{l \in A_j} a_l} p_j, \quad i \in A_j$$

Κατόπιν, ξεχωριστά για κάθε πόρο i και θεωρώντας ζήτηση D_j ίση με αυτήν του προϊόντος και απόδοση p_{ij} επιλύεται το EMSR πρόβλημα. Έτσι η συνάρτηση αξίας, προσεγγίζεται από το άθροισμα των μερικών συναρτήσεων των πόρων, δηλαδή:

$$V_t^{PEMSR}(x) = \sum_{i=1}^m V_t^{EMSR_i}(x_i, \mathbf{a})$$

όπου με $V_t^{EMSR_i}(x_i, \mathbf{a})$ συμβολίζεται η αναμενόμενη απόδοση του προβλήματος για τον πόρο i , θεωρώντας βάρη $\mathbf{a}$.

Το μοντέλο αρχικά ερευνήθηκε από την Williamson [30], η οποία εξέτασε διάφορες μεθόδους για τον προσδιορισμό των βαρών των πόρων για την περίπτωση των αερομεταφορών (απόσταση διαδρομής, χωρητικότητα αεροσκάφους διαδρομής, κόστος διαδρομής) καταλήγοντας στο συμπέρασμα ότι καμία μέθοδος δεν είναι ικανοποιητικά ευσταθής και ότι η σημαντικότερη παράμετρος για τον προσδιορισμό του βάρους ενός πόρου, είναι η ζήτησή του.

3.2.4.3 Displacement-Adjusted Virtual Nesting (DAVN)

Η μέθοδος DAVN ξεκινάει με ένα σύνολο στατικών τιμών προσφοράς - ή εκτιμήσεων οριακών αξιών - τις οποίες συμβολίζουμε με $\boldsymbol{\pi} = (\pi_1, \dots, \pi_m)$ και οι οποίες συνήθως αντλούνται κάνοντας χρήση κάποιου από τα μοντέλα που είδαμε στην ενότητα 3.2.3. Κατόπιν για κάθε πόρο i επιλύονται single-leg προβλήματα σύμφωνα με την ακόλουθη διαδικασία.

Αρχικά για κάθε ζευγάρι προϊόντος-πόρου υπολογίζεται η καθαρή προσαρμοσμένη απόδοση (displacement adjusted revenue) p_{ij} , σύμφωνα με τη σχέση:

$$p_{ij} = p_j - \sum_{l \in A_j, l \neq i} \pi_l \quad (32)$$

Σύμφωνα με την (32), η απόδοση του προϊόντος j στον πόρο i μειώνεται από τις στατικές τιμές προσφοράς των άλλων πόρων που χρησιμοποιεί το προϊόν. Έτσι το

μέγεθος p_{ij} προσεγγίζει το καθαρό όφελος από τη χρήση του πόρου i για το προϊόν j . Σημειώνουμε ότι το μέγεθος p_{ij} μπορεί και να πάρει αρνητικές τιμές γεγονός που σημαίνει ότι το προϊόν j δεν μπορεί να κάνει χρήση του πόρου i και άρα μια αίτησης κράτησης για το προϊόν j απορρίπτεται πάντα.

Το επόμενο βήμα περιλαμβάνει μια διαδικασία η οποία είναι γνωστή με τον όρο indexing. Σε αυτό το βήμα, για κάθε πόρο ορίζεται ένα πλήθος $\bar{c} + 1$ εικονικών κλάσεων (virtual classes, buckets) στις οποίες ταξινομούνται τα προϊόντα που χρησιμοποιούν τον πόρο. Το πλήθος των εικονικών κλάσεων $\bar{c} + 1$ αποτελεί σχεδιαστική παράμετρο και γενικά κυμαίνεται στην τάξη του 10. Επίσης, το πλήθος των εικονικών κλάσεων σε κάθε πόρο δεν είναι αναγκαίο να είναι ίδιο.

Η ανάθεση ενός προϊόντος σε μία από τις εικονικές κλάσεις του κάθε πόρου που χρησιμοποιεί, μπορεί να επιτευχθεί με πληθώρα αλγορίθμων. Μια απλή προσέγγιση θα μπορούσε να είναι ο ορισμός ενός διαστήματος με κάτω όριο το μικρότερο p_{ij} και άνω όριο το μεγαλύτερο p_{ij} και στη συνέχεια ο χωρισμός αυτού του διαστήματος σε $\bar{c} + 1$ υποδιαστήματα. Τα προϊόντα με p_{ij} εντός του υποδιαστήματος 1 αναθέτονται στην κλάση 1, τα προϊόντα με p_{ij} εντός του υποδιαστήματος 2 αναθέτονται στην κλάση 2 και ομοίως συνεχίζεται η διαδικασία για τα υπόλοιπα υποδιαστήματα. Ωστόσο, αυτή η προσέγγιση είναι αρκετά απλοϊκή και δεν ικανοποιεί την σημασιολογική απαίτηση τα προϊόντα που ανήκουν στην ίδια κλάση να έχουν παρόμοιες καθαρές προσαρμοσμένες αποδόσεις. Όπως και το πλήθος των κλάσεων, έτσι και ο αλγόριθμος indexing που θα επιλεγεί αποτελεί σχεδιαστική παράμετρο του εκάστοτε συστήματος. Στο τέλος της ενότητας θα δούμε έναν εξελιγμένο αλγόριθμο που έχει χρησιμοποιηθεί από την American Airlines (Vinod [38][39]) και κάνει χρήση δυναμικού προγραμματισμού.

Αφού η διαδικασία της ανάθεσης των προϊόντων στις εικονικές κλάσεις ολοκληρωθεί, για κάθε κλάση υπολογίζεται μια αντιπροσωπευτική τιμή, η οποία συνήθως είναι ίση με την σταθμισμένη μέση καθαρή προσαρμοσμένη απόδοση των προϊόντων που περιέχει κάθε κλάση.

Στη συνέχεια, για κάθε κλάση υπολογίζεται η κατανομή της ζήτησης συνδυάζοντας τις μέσες τιμές και τις αποκλίσεις των κατανομών των προϊόντων που περιέχει η εικονική

κλάση. Τέλος, κάνοντας χρήση οποιουδήποτε μοντέλου επιλύεται για κάθε πόρο ένα single-leg πρόβλημα από το οποίο προκύπτει μια πολιτική ελέγχου της διαθεσιμότητας με εμφωλιασμένα επίπεδα προστασίας ή όρια κράτησης (πάνω στις εικονικές κλάσεις).

Έτσι μια αίτηση για ένα προϊόν j , μετατρέπεται σε μια αίτηση για την αντίστοιχη εικονική κλάση κάθε πόρου που χρησιμοποιεί το προϊόν, βάσει της ταξινόμησης που έγινε παραπάνω. Αν για όλους τους πόρους, η αντίστοιχη εικονική κλάση είναι διαθέσιμη τότε η αίτηση γίνεται αποδεκτή. Αν έστω και για ένα πόρο η αντίστοιχη κλάση δεν είναι διαθέσιμη, η αίτηση απορρίπτεται.

Όπως διαφαίνεται από τη διαδικασία που περιγράφεται παραπάνω, από τη στιγμή που ολοκληρωθεί η διαδικασία της ανάθεσης των προϊόντων στις εικονικές κλάσεις, ο έλεγχος μεταφέρεται σε επίπεδο πόρων και εικονικών κλάσεων και εκεί εφαρμόζονται απλές single-leg λογικές.

Παράδειγμα: Indexing με χρήση δυναμικού προγραμματισμού

Έστω ένας πόρος i και n προϊόντα τα οποία για λόγους παρουσίασης αριθμούνται έτσι ώστε $p_{i1} \geq p_{i2} \geq \dots \geq p_{in}$. Σύμφωνα με την αρίθμηση αυτή, με μ_j συμβολίζουμε την μέση ζήτηση για το προϊόν j .

Επίσης θεωρούμε $\bar{c}+1$ εικονικές κλάσεις στις οποίες πρέπει να ταξινομηθούν τα προϊόντα και ότι η ταξινόμηση πρέπει να είναι τέτοια έτσι ώστε να μην υπάρχουν επικαλύψεις μεταξύ των κλάσεων και πιο συγκεκριμένα αν $p_{il} \geq p_{ik}$ και τα προϊόντα l και k ανήκουν στην ίδια εικονική κλάση τότε και τα προϊόντα $l+1, l+2, \dots, k-1$ πρέπει να ανήκουν στην ίδια κλάση.

Για κάθε ζεύγος προϊόντων (l, k) , $l \leq k$ ορίζουμε την τετραγωνική απόκλιση σύμφωνα με τη σχέση

$$c_{lk} = \sum_{j=l}^k \mu_j (p_{ij} - m_{kl})^2,$$

όπου

$$m_{lk} = \frac{\sum_{j=l}^k \mu_j p_{ij}}{\sum_{j=l}^k \mu_j}$$

είναι η σταθμισμένη μέση καθαρή προσαρμοσμένη απόδοση για το ζεύγος προϊόντων (l, k) .

Σκοπός του αλγορίθμου είναι η ταξινόμηση των προϊόντων έτσι ώστε το άθροισμα των αποκλίσεων των κλάσεων να ελαχιστοποιείται. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με τη χρήση ενός μοντέλου δυναμικού προγραμματισμού της ακόλουθης μορφής.

Έστω ότι με $V_c(k)$ συμβολίζεται η ελάχιστη δυνατή απόκλιση κατά την ταξινόμηση των προϊόντων $1, 2, \dots, k$ σε c συνεχόμενες ομάδες. Τότε, η αναδρομική σχέση του δυναμικού προγράμματος έχει ως εξής:

$$V_c(k) = \min_{1 \leq l \leq k} \{c_{lk} + V_{c-1}(l-1)\}$$

και οι οριακές συνθήκες είναι:

$$V_c(0) = 0, \quad c = 0, 1, \dots, \bar{c} + 1$$

$$V_c(k) = 0, \quad c = k, k+1, \dots, \bar{c} + 1$$

$$V_1(k) = c_{1k}, \quad k = 1, \dots, \bar{c} + 1$$

Ξεκινώντας με $c = 1$ εικονικές κλάσεις και αυξάνοντας το c έως ότου $c = \bar{c} + 1$ επιλύεται η αναδρομική σχέση. Το μέγεθος $V_{\bar{c}+1}(n)$ παρέχει την ελάχιστη συνολική τετραγωνική απόκλιση και με οπισθοδρόμηση εξάγεται η βέλτιστη ταξινόμηση των προϊόντων.

Σύμφωνα με αναφορές του [38] αυτή η μέθοδος indexing βελτίωσε (κατά 0,5%) την απόδοση του μηχανισμού εικονικού εμφωλιασμού που χρησιμοποιούσε η American Airlines, η οποία παλιότερα έκανε χρήση μια απλοϊκής μεθόδου indexing.

3.2.4.4 Αποδόμηση Δυναμικού Προγραμματισμού

Η μέθοδος της Αποδόμησης Δυναμικού Προγραμματισμού (ΑΔΠ - Dynamic Programming Decomposition) βασίζεται στην ίδια λογική με τη μέθοδο DAVN. Η κύρια διαφορά των δύο μεθόδων έγκειται στο γεγονός ότι η μέθοδος DAVN συνθέτει σε επίπεδο εικονικών κλάσεων, τις καθαρές προσαρμοσμένες αποδόσεις των πόρων και τη ζήτηση των προϊόντων ενώ αντίθετα η μέθοδος ΑΔΠ χρησιμοποιεί αναλλοίωτα τα δύο μεγέθη.

Όπως και στη μέθοδο DAVN, αρχικά υπολογίζονται οι καθαρές προσαρμοσμένες αποδόσεις για κάθε πόρο και προϊόν, κάνοντας χρήση των στατικών τιμών προσφοράς

$\pi = (\pi_1, \dots, \pi_m)$ οι οποίες μπορούν να παραχθούν κάνοντας χρήση κάποιου από τα μοντέλα της ενότητας 3.2.3.

$$p_{ij} = p_j - \sum_{l \in A_j, l \neq i} \pi_l$$

Στη συνέχεια για κάθε πόρο διαμορφώνεται ένα single-leg πρόβλημα δυναμικού προγραμματισμού (το οποίο μπορεί να είναι της μορφής του προβλήματος της παραγράφου 3.1.5.1) όπου τη θέση της τιμής p_j πλέον παίρνει το μέγεθος p_{ij} . Έτσι συμβολίζοντας με $V_t^{DPD_i}(x_i)$ τη συνάρτηση αξίας για τον πόρο i , η συνολική συνάρτηση αξίας προκύπτει από το άθροισμα των συναρτήσεων αξίας του κάθε πόρου, και δίνεται από τη σχέση:

$$V_t^{DPD}(x) = \sum_{i=1}^m V_t^{DPD_i}(x_i)$$

ενώ οι τιμές προσφοράς του κάθε πόρου δίνονται από τη σχέση:

$$\pi_i^{DPD}(t, x) = \Delta V_t^{DPD_i}(x_i), \quad i = 1, \dots, m$$

Όπως και στις υπόλοιπες μεθόδους αποδόμησης η απόφαση για την αποδοχή ή την απόρριψη μιας αίτησης κράτησης εξαρτάται από το αν το προϊόν περνάει όλους τους ελέγχους σε κάθε πόρο που χρησιμοποιεί.

Η μέθοδος της ΑΔΠ είναι περισσότερο κατάλληλη όταν ο μηχανισμός ελέγχου της διαθεσιμότητας θέλουμε να έχει την μορφή τιμών προσφοράς όπως αυτές του Πίνακα 2: Παράδειγμα πίνακα τιμών προσφοράς για έναν πόρο, βάσει της εναπομένουσας διαθεσιμότητας και του χρόνου.. Αντίθετα η μέθοδος DAVN είναι περισσότερο κατάλληλη όταν ο μηχανισμός ελέγχου της διαθεσιμότητας θέλουμε να έχει τη μορφή εμφωλιασμένων επιπέδων προστασίας ή ορίων κράτησης. Επίσης στη μέθοδο DAVN, η οποία κάνει χρήση single-leg μεθόδων που θεωρούν LBH αφίξεις, ακόμα και αν οι αφίξεις για τα πραγματικά προϊόντα καταφθάνουν με LBH τρόπο, οι πιθανότητες να μην παραβιάζεται η παραδοχή για τις εικονικές κλάσεις είναι σημαντικά περιορισμένες.

3.2.4.5 Επαναληπτικές Μέθοδοι Αποδόμησης

Σε αυτήν την ενότητα θα εξεταστούν δύο βασικές επαναληπτικές μέθοδοι αποδόμησης (Iterative Decomposition Methods) οι οποίες βασίζονται σε δύο μοντέλα που αναλύθηκαν παραπάνω και συγκεκριμένα στα μοντέλα DAVN και Prorated EMSR.

Επαναληπτική DAVN

Στην ενότητα 3.2.4.3 που εξετάστηκε το μοντέλο DAVN είδαμε ότι αρχικά στο μοντέλο παρέχονται κάποιες στατικές τιμές προσφοράς $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_m)$ οι οποίες είναι χρήσιμες για τον υπολογισμό της καθαρής προσαρμοσμένης απόδοσης σύμφωνα με την (32). Στη συνέχεια ακολουθεί η διαδικασία indexing για κάθε πόρο και κατόπιν από την επίλυση του single-leg προβλήματος πάνω σε κάθε πόρο για τις εικονικές κλάσεις προκύπτουν τα επίπεδα προστασίας (ή όρια κράτησης) του ελέγχου. Ωστόσο με την επιλογή του κατάλληλου single-leg προβλήματος ή με τον κατάλληλο μετασχηματισμό των επιπέδων προστασίας, όπως είδαμε στην ενότητα 3.1.2 και τις υποενότητες αυτής, μπορούν να προσδιοριστούν τιμές προσφοράς που οδηγούν σε ίδιες πολιτικές ελέγχου της διαθεσιμότητας. Γενικά για τις τιμές προσφοράς ισχύει ότι:

$$\pi_i^{DAVN}(t, x) = \Delta V_i^{DAVN_i}(x_i), \quad i = 1, \dots, m$$

όπου $V_i^{DAVN_i}(x_i)$ η συνάρτηση αξίας για τον πόρο i .

Για να είναι λογικά συνεπείς οι τιμές προσφοράς που προκύπτουν από την επίλυση του DAVN, πρέπει $\pi \approx \pi^{DAVN}$. Σε αυτό το σημείο αποκτά νόημα η εφαρμογή της μεθόδου επαναληπτικού DAVN, σύμφωνα με την οποία αν οι τιμές προσφοράς που παράγονται αποκλίνουν σημαντικά από τις τιμές προσφοράς τροφοδοσίας, επαναλαμβάνεται η διαδικασία με νέες τιμές προσφοράς τροφοδοσίας τις τιμές προσφοράς που παράχθηκαν στο τελευταίο βήμα.

Συμβολίζοντας με $\pi^{(k)}$ τις τιμές προσφοράς τροφοδοσίας στην επανάληψη k , μια τυπική διαδικασία έχει ως εξής:

ΒΗΜΑ 0 (Αρχικοποίηση):

$k = 1$: Απόδοση κάποιων αρχικών τιμών στο διάνυσμα $\pi^{(k)}$ (για παράδειγμα

μηδενικές τιμές)

Σύγκλιση = FALSE;

MaxIterations = κάποιο μέγιστο πλήθος επαναλήψεων;

WHILE (Σύγκλιση = FALSE και $k \leq \text{MaxIterations}$) {

ΒΗΜΑ 1 (Υπολογισμός νέων καθαρών προσαρμοσμένων αποδόσεων):

FOR ($j = 1, \dots, n$) {

Υπολογισμός των καθαρών προσαρμοσμένων αποδόσεων για κάθε
προϊόν j και κάθε πόρο $i \in A_j$, σύμφωνα με τη σχέση

$$p_{ij} = p_j - \sum_{l \in A_j, l \neq i} \pi_l$$

}

FOR ($i = 1, \dots, m$) {

Ταξινόμηση των προϊόντων που χρησιμοποιούν τον πόρο i στις
εικονικές κλάσεις του πόρου και επίλυση του single-leg
προβλήματος για τον υπολογισμό της συνάρτησης αξίας

$V_t^{DAVN_i}(x_i)$ και των οριακών αξιών

$$\Delta V_t^{DAVN_i}(x_i) = V_t^{DAVN_i}(x_i) - V_t^{DAVN_i}(x_i - 1)$$

}

ΒΗΜΑ 2 (Έλεγχος σύγκλισης):

Σύγκλιση = TRUE;

FOR ($i = 1, \dots, m$) {

IF ($|\Delta V_t^{DAVN_i}(x_i) - \pi_i^{(k)}| \geq \varepsilon$) {

Σύγκλιση = FALSE;

BREAK;

}


```

    }
    IF (Σύγκλιση = FALSE){
         $k = k + 1;$ 
        FOR ( $i = 1, \dots, m$ ){
             $\pi_i^{k+1} = \Delta V_t^{DAVN_i}(x_i)$ 
        }
    }
}

```

Σημειώνουμε ότι η σύγκλιση της μεθόδου δεν είναι δεδομένη επομένως για την αποφυγή ατέρμονου βρόγχου, στον έλεγχο που πραγματοποιείται στην εντολή WHILE, απαιτείται μια δεύτερη συνθήκη η οποία θα εξασφαλίζει την έξοδο του προγράμματος. Στο παραπάνω παράδειγμα σαν δικλείδα ασφαλείας χρησιμοποιήθηκε μια σταθερά που υποδεικνύει το μέγιστο πλήθος επαναλήψεων. Ωστόσο περισσότερο έξυπνες συνθήκες μπορούν να χρησιμοποιηθούν, όπως για παράδειγμα η σχετική βελτίωση που επήλθε στα ζ τελευταία βήματα.

Επαναληπτική Prorated EMSR

Η επαναληπτική Prorated EMSR (IEMSR), είναι σχεδόν ίδια με την επαναληπτική DAVN με τη διαφορά ότι στο βήμα 1 οι μερικές αποδόσεις (καθαρές προσαρμοσμένες αποδόσεις για την μέθοδο DAVN) υπολογίζονται βάσει της διαδικασίας που περιγράφηκε στην ενότητα 3.2.4.2.

Έτσι το βήμα 1 της διαδικασίας έχει ως εξής:

ΒΗΜΑ 1 (Υπολογισμός μερικών αποδόσεων):

```
FOR ( $j = 1, \dots, n$ ){
```

Υπολογισμός των μερικών αποδόσεων για κάθε προϊόν j και κάθε πόρο

$$i \in A_j, \text{ σύμφωνα με την σχέση } p_{ij} = \frac{\pi_i^{(k)}}{\sum_{l \in A_j} \pi_l^{(k)}} p_j, \quad i \in A_j$$

}

FOR ($i = 1, \dots, m$) {

Ταξινόμηση των προϊόντων που χρησιμοποιούν τον πόρο i στις εικονικές κλάσεις και επίλυση του single-leg προβλήματος για τον υπολογισμό της συνάρτησης αξίας $V_t^{IEMSR_i}(x_i)$ και των οριακών αξιών

$$\Delta V_t^{IEMSR_i}(x_i) = V_t^{IEMSR_i}(x_i) - V_t^{IEMSR_i}(x_i - 1)$$

}

Όπως βλέπουμε παραπάνω στο δεύτερο σκέλος του βήματος 1 ακολουθείται μια διαδικασία indexing όπως αυτή της μεθόδου DAVN. Επίσης παρατηρούμε ότι την θέση των συντελεστών $\alpha = (a_1, \dots, a_m)$, δηλαδή των βαρών κάθε πόρου, πλέον καταλαμβάνουν οι τιμές προσφοράς που προκύπτουν από κάθε βήμα. Τέλος, σημειώνουμε ότι για την επίλυση του single-leg προβλήματος συνήθως επιλέγεται ο EMSR-b.

Παρατηρήσεις για τις επαναληπτικές μεθόδους

Ακόμα και αν μια επαναληπτική μέθοδος συγκλίνει, αποδεικνύεται ότι η προσέγγιση που παρέχει δεν αποτελεί πάντοτε μια ικανοποιητική λύση του προβλήματος [8]. Ωστόσο η μελέτες με προσομοιώσεις έχουν αποδείξει ότι οι επαναληπτικές μέθοδοι επιφέρουν ικανοποιητικά πρακτικά αποτελέσματα.

3.2.5 Μέθοδοι στοχαστικών κλίσεων

Μια άλλη ομάδα μεθόδων για την αντιμετώπιση προβλημάτων δικτύων είναι οι μέθοδοι στοχαστικών κλίσεων (stochastic gradient methods). Βασικό χαρακτηριστικό αυτών των μεθόδων είναι ότι με τη χρήση προσομοιώσεων επιτυγχάνουν τη ρύθμιση των παραμέτρων των μηχανισμών ελέγχου της διαθεσιμότητας.

Στην συνέχεια αυτής της ενότητας θα εξεταστεί η περίπτωση ενός μηχανισμού εμφωλιασμένων επιπέδων προστασίας για τις εικονικές κλάσεις των πόρων ενός δικτύου. Η βασική ιδέα είναι, αφού πρώτα προσδιοριστούν οι εικονικές κλάσεις μέσω μιας διαδικασίας indexing και οριστεί η σειρά εμφωλιασμού των εικονικών κλάσεων σε κάθε πόρο (πχ κάνοντας χρήση DAVN), να υπολογιστούν οι τιμές των επιπέδων προστασίας των εικονικών κλάσεων έτσι ώστε να βελτιστοποιηθεί η συνολική απόδοση του δικτύου. Μέσω προσομοιώσεων του δικτύου είναι δυνατόν να κατασκευαστούν δείγματα της ζήτησης και να υπολογιστούν στοχαστικές κλίσεις – δηλαδή εκτιμήσεις των μερικών παραγώγων της απόδοσης του δικτύου ως προς τις παραμέτρους (επίπεδα προστασίας κάθε πόρου) του μηχανισμού ελέγχου. Κατόπιν, αυτές οι κλίσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε έναν αλγόριθμο μέγιστης κατάβασης έτσι ώστε να προσδιοριστεί το σημείο στο οποίο η απόδοση του δικτύου μεγιστοποιείται (τοπικό βέλτιστο).

3.2.5.1 Συνεχές μοντέλο με εκτιμήσεις κλίσεων

Στο μοντέλο αυτό θεωρούμε ότι η ζήτηση και η χωρητικότητα είναι συνεχείς. Επίσης θεωρούνται δείγματα $\omega = \{(j_t, q_t) : t = 1, \dots, N\}$ τα οποία ορίζονται ως η αλληλουχία αιτήσεων από πελάτες. Με N συμβολίζεται το πλήθος των πελατών (τυχαία μεταβλητή), με t συμβολίζεται η σειρά των αιτήσεων, με j_t συμβολίζεται το προϊόν της αίτησης t και τέλος με q_t συμβολίζεται η ποσότητα προϊόντων j_t που ζητήθηκε. Η ποσότητα q_t μπορεί να είναι οποιοσδήποτε μη αρνητικός αριθμός ενώ το ξενοδοχείο διατηρεί το δικαίωμα μερικής ικανοποίησης της αίτησης. Επίσης οι αφίξεις των αιτήσεων μπορούν να έχουν οποιαδήποτε μορφή, δίχως περιορισμούς όσον αφορά την κατανομή, τη διασπορά και τη συσχέτιση μεταξύ των αφίξεων.

Σε κάθε πόρο θεωρούμε $\bar{c} + 1$ εικονικές κλάσεις. Με y_{ic} συμβολίζεται το επίπεδο προστασίας της κλάσης c (και των υψηλότερων στην κατάταξη κλάσεων) στον πόρο i και εξ ορισμού $y_{i0} = 0$. Το σύνολο των επιπέδων προστασίας y_{ic} για όλους τους πόρους και τις κλάσεις, συμβολίζεται με το διάνυσμα $\mathbf{y} = (y_{11}, \dots, y_{1\bar{c}}, \dots, y_{m1}, \dots, y_{m\bar{c}})$ και εφόσον θεωρούμε ότι σε κάθε πόρο οι κλάσεις είναι εμφωλιασμένες προκύπτει ο περιορισμός

$0 \leq y_{i1} \leq y_{i2} \leq \dots \leq y_{ic} \leq x_i$, $i = 1, \dots, m$ όπου x_i είναι η διαθεσιμότητα του πόρου i . Το σύνολο των $\mathbf{y}$ που ικανοποιούν αυτόν το περιορισμό συμβολίζεται με Θ .

Κατά την άφιξη μιας αίτησης για $q_t = q$ ποσότητα του προϊόντος $j_t = j$ από έναν πελάτη t και θεωρώντας $\mathbf{x}(t)$ την εναπομένουσα διαθεσιμότητα των πόρων την εν λόγω στιγμή, η μέγιστη διαθεσιμότητα που είναι δυνατόν να παραχωρηθεί από κάθε πόρο για την ικανοποίηση της αίτησης είναι $(x_i(t) - y_{c_i(j)-1})^+$. Δηλαδή η εναπομένουσα διαθεσιμότητα $x_i(t)$ του πόρου i , μείον το επίπεδο προστασίας των κλάσεων που είναι μεγαλύτερες από την εικονική κλάση που αντιστοιχεί στο προϊόν j . Σε περίπτωση που αυτό το μέγεθος είναι αρνητικό τότε η μέγιστη διαθεσιμότητα που είναι δυνατόν να παραχωρηθεί είναι 0. Έτσι η διαθεσιμότητα $u_j(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}, q)$ που τελικά δεσμεύεται από την πώληση του προϊόντος είναι ίση με την ελάχιστη παραχωρίσιμη διαθεσιμότητα μεταξύ των πόρων που χρησιμοποιεί το προϊόν ή q αν η ποσότητα που ζητάει ο πελάτης είναι μικρότερη από την ελάχιστη παραχωρίσιμη. Τα παραπάνω συνοψίζονται στην ακόλουθη σχέση:

$$u_j(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}, q) = \min \left\{ q, (x_i(t) - y_{i, c_i(j)-1})^+ : i \in A_j \right\}$$

Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί η σημασία της θεώρησης μερικής ικανοποίησης μιας αίτησης, γεγονός που καθιστά την απόδοση του δικτύου $R(\mathbf{y}, \omega)$ μια ομαλής συνάρτηση των επιπέδων προστασίας $\mathbf{y}$, για την οποία αποδεικνύεται ότι είναι συνεχής και γραμμική ως προς τα $\mathbf{y}$ και ότι είναι διαφορίσιμη για κάθε y_{ic} .

Σκοπός του μοντέλου είναι η μεγιστοποίηση της μέσης απόδοσης του δικτύου για τα διάφορα δείγματα που έχουν χρησιμοποιηθεί στην προσομοίωση. Έτσι η αντικειμενική συνάρτηση προς μεγιστοποίηση γίνεται:

$$\max_{\mathbf{y} \in \Theta} E[R(\mathbf{y}, \omega)] \quad (33)$$

Μία επιλογή για την επίλυση αυτού του μοντέλου είναι η χρήση μιας επαναληπτικής μεθόδου προβολής της παραγώγου (gradient projection method) της ακόλουθης μορφής.

$$\mathbf{y}^{(k+1)} = \text{Proj}_{\Theta} \left(\mathbf{y}^{(k)} + \gamma_k \nabla_{\mathbf{y}} E[R(\mathbf{y}^{(k)}, \omega)] \right)$$

όπου το $\text{Proj}_\Theta(\mathbf{x})$ συμβολίζει την προβολή του σημείου $\mathbf{x}$ στο σύνολο Θ , το $\nabla_y E[R(\mathbf{y}, \omega)]$ είναι η παράγωγος της $E[R(\mathbf{y}, \omega)]$ και γ_k είναι το βήμα της κατάβασης (ανάβαση συγκεκριμένα). Με την εναλλαγή των όρων της διαφορίσης και της προσδοκίας, έτσι ώστε:

$$\nabla_y E[R(\mathbf{y}, \omega)] = E[\nabla_y R(\mathbf{y}, \omega)]$$

η κλίση $\nabla_y E[R(\mathbf{y}, \omega)]$ μπορεί να προσεγγιστεί από την *στοχαστική κλίση* $\nabla_y R(\mathbf{y}, \omega)$, δηλαδή από την κλίση της συνάρτησης απόδοσης ως προς $\mathbf{y}$ για ένα δεδομένο τυχαίο δείγμα ω . Έτσι κάλλιστα μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο μέσος όρος των κλίσεων ενός πλήθους δειγμάτων. Σύμφωνα με τα παραπάνω η αναδρομική σχέση που είδαμε νωρίτερα μπορεί να γραφτεί, ως εξής:

$$\mathbf{y}^{(k+1)} = \text{Proj}_\Theta(\mathbf{y}^{(k)} + \gamma_k \nabla_y R(\mathbf{y}^{(k)}, \omega))$$

Αμα τα βήματα της κατάβασης είναι μη αρνητικά και ικανοποιούν τις συνθήκες $\sum_k \gamma_k = +\infty$ και $\sum_k \gamma_k^2 < +\infty$ (πχ $\gamma_k = 1/k$) και η ζήτηση των δειγμάτων παρουσιάζει φραγμένη διασπορά, τότε αποδεικνύεται ότι ο αλγόριθμος συγκλίνει σε τοπικό βέλτιστο [40][41].

Υπολογισμός κλίσης

Για την υλοποίηση του παραπάνω μοντέλου είναι απαραίτητος ο υπολογισμός των κλίσεων $\nabla_y R(\mathbf{y}, \omega)$, ο οποίος επιτυγχάνεται με τη διαφορίση των αναδρομικών συναρτήσεων:

$$R_t(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}, \omega) = p_{j_t} u_{j_t}(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}, q_t) + R_{t+1}(\mathbf{x}(t+1), \mathbf{y}, \omega) \quad (34)$$

και

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{x}(t) - A_{j_t} u_{j_t}(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}, \omega) \quad (35)$$

στις οποίες με $R_t(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}, \omega)$ συμβολίζεται η απόδοση από τις μελλοντικές αφίξεις των πελατών $t, t+1, \dots, N$, με το διάνυσμα $\mathbf{x}(t)$ συμβολίζεται η εναπομένουσα διαθεσιμότητα και με το διάνυσμα $\mathbf{y}$ τα επίπεδα προστασίας. Οι οριακές συνθήκες της

αναδρομής είναι $\mathbf{x}(1) = \mathbf{x}$ και $R_{N+1}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) = 0$ ενώ η συνολική απόδοση για το δίκτυο δίνεται από $R(\mathbf{y}, \omega) = R_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)$. Λεπτομέρειες για την διαδικασία διαφορίσης των (34) και (35) παρέχονται στην εργασία των Talluri & van Ryzin [8].

3.2.5.2 Διακριτό μοντέλο με εκτιμήσεις πρώτων διαφορών

Στην εργασία των Bertsimas και de Boer [42] για πρώτη φορά αντιμετωπίστηκε το πρόβλημα μέσα από ένα περισσότερο ρεαλιστικό πρίσμα το οποίο θεωρούσε διακριτή ζήτηση και διαθεσιμότητα. Ωστόσο η θεώρηση αυτή επιφέρει δύο βασικές αρνητικές συνέπειες. Η πρώτη παρενέργεια είναι ότι η εύρεση τοπικού βέλτιστου δεν είναι εγγυημένη. Η δεύτερη αρνητική συνέπεια έχει να κάνει με τη χρήση πρώτων διαφορών, αντί για κλίσεων, των οποίων η προσέγγιση θέτει σημαντικές υπολογιστικές προκλήσεις. Πέρα από τη θεμελιώδη διαφορά της χρήσης διακριτών μεγεθών, το μοντέλο των Bertsimas και de Boer θεωρεί ότι κάθε αίτηση/άφιξη είναι για ένα και μοναδικό προϊόν (δηλαδή $q_i = 1$) και άρα οι αιτήσεις είτε γίνονται πλήρως αποδεκτές, είτε απορρίπτονται. Επιπρόσθετα, τα επίπεδα προστασίας είναι επίσης διακριτά. Για τον υπολογισμό των πρώτων διαφορών και σε αυτό το μοντέλο γίνεται χρήση των συναρτήσεων (34) και (35). Ωστόσο ο υπολογισμός των πρώτων διαφορών αποτελεί μια υπολογιστικά δαπανηρή διαδικασία, γεγονός που οδήγησε τους ερευνητές στη χρήση πολύπλοκων μεθόδων για την προσέγγισή τους, ώστε να καταστήσουν το μοντέλο εφαρμόσιμο σε ρεαλιστικά δίκτυα.

Παρά την πολυπλοκότητα και τις σημαντικές υπολογιστικές απαιτήσεις που παρουσιάζει το μοντέλο, αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο το οποίο, σύμφωνα με μετρήσεις των ερευνητών, μπορεί να βελτιώσει τα αποτελέσματα του συνεχούς μοντέλου έως και 0.75%.

4 Υπερπλήρωση

Η υπερπλήρωση (overbooking) αν και ασχολείται με τη διαχείριση της διαθεσιμότητας, διαφέρει ουσιαστικά από τις μεθόδους διαχείρισης πόρων (capacity allocation). Όπως είδαμε παραπάνω οι μέθοδοι διαχείρισης των πόρων ασχολούνται κυρίως με την κατανομή της υπάρχουσας διαθεσιμότητας σε διαφορετικές τιμές και σε διαφορετικές χρονικές στιγμές έτσι ώστε να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη. Αντίθετα η υπερπλήρωση ασχολείται με τη μεγιστοποίηση της χρήσης των διαθέσιμων πόρων στις περιπτώσεις που υπάρχει σημαντικός όγκος ακυρώσεων. Με τον όρο ακύρωση αναφερόμαστε στην περίπτωση που ένας πελάτης ενημερώνει την επιχείρηση (ξενοδοχείο, αεροπορική εταιρία) ότι δεν επιθυμεί να ακυρώσει την κράτησή του, πριν την ημερομηνία (ή ώρα) παροχής της υπηρεσίας. Αντίθετα η περίπτωση στην οποία ο πελάτης δεν καταφέρνει να εμφανιστεί την ώρα της υπηρεσίας, δίχως να ενημερώσει την επιχείρηση χαρακτηρίζεται ως no-show. Η βασική διαφορά μεταξύ των δύο περιπτώσεων είναι ότι σε περίπτωση ακύρωσης η επιχείρηση έχει τη δυνατότητα να αξιοποιήσει τους πόρους που περιελάμβανε η ακυρωμένη κράτηση και να τους διαθέσει σε κάποιο άλλο πελάτη. Στην περίπτωση των ξενοδοχείων ωστόσο που μια κράτηση μπορεί να περιλαμβάνει παραπάνω από μία ημέρες διανομής, η επιχείρηση έχει τη δυνατότητα να αξιοποιήσει του πόρους ακόμα και σε περιπτώσεις no-show, με εξαίρεση τον πόρο που αντιστοιχεί στην πρώτη ημέρα διαμονής.

Για τη διαχείριση των ακυρώσεων και των no-shows, οι επιχειρήσεις καταφεύγουν σε ένα συνδυασμό τεχνικών και πολιτικών, που εξαρτώνται από τη φύση των υπηρεσιών/προϊόντων που παρέχουν και από την ισχύουσα νομοθεσία.

Μία από τις συνηθέστερες τεχνικές αποτελεί η χρέωση ακυρωτικών που μπορούν να φτάνουν και το πλήρες αντίτιμο μιας κράτησης, ανάλογα με τη χρονική στιγμή που ενημέρωσε ο πελάτης την επιχείρηση ότι επιθυμεί να ακυρώσει την κράτησή του. Συνήθως στους όρους και προϋποθέσεις μιας κράτησης, αναφέρονται ρητά οι ποινές ακύρωσης που ουσιαστικά αποτελούν χαρακτηριστικό της προσφερόμενης υπηρεσίας. Κατά κανόνα όσο νωρίτερα ενημερώνει ο πελάτης την επιχείρηση τόσο μικρότερη είναι η ποινή που του επιβάλλεται ενώ σε περίπτωση no-show η επιχείρηση αξιώνει πλήρη εξόφληση από τον πελάτη. Συγκεκριμένα, όσον αφορά τα ξενοδοχεία στην Ελλάδα, το

ύψος των ακυρωτικών, καθορίζεται νομοθετικά σύμφωνα με τις διατάξεις του νόμου [1652, άρθρο 3, 1986] ο οποίος προβλέπει ότι για ακυρώσεις 21 ημέρες πριν την καθορισμένη ημερομηνία άφιξης, το ξενοδοχείο δεν δικαιούται αποζημίωσης και υποχρεούται να επιστρέψει όποια προκαταβολή πιθανώς να έχει εισπράξει (μέχρι 25% του συνολικού κόστους της κράτησης, σύμφωνα με τον ίδιο νόμο) ενώ σε περίπτωση που ο πελάτης ακυρώσει την κράτησή του λιγότερο από 21 ημέρες πριν την καθορισμένη άφιξή του, το ξενοδοχείο δικαιούται να αξιώσει αποζημίωση ίση με το 50% του συνολικού κόστους της κράτησης. Ομοίως σε περίπτωση που ο πελάτης περιορίσει τη διαμονή του, υποχρεούται να αποζημιώσει το ξενοδοχείο με το 50% του κόστους των ημερών που υπολείπονται. Στην πράξη αυτή η νομοθεσία δεν εφαρμόζεται και τα ξενοδοχεία ορίζουν αυθαίρετα το ύψος των ακυρωτικών με τη διαφορά ότι σε περίπτωση που ένας καταναλωτής επικαλεστεί την νομοθεσία είναι υποχρεωμένα να υπακούσουν στις επιβολές του νόμου.

Η άλλη τεχνική διαχείρισης των ακυρώσεων και των no-shows είναι η υπερπλήρωση και αποτελεί το αντικείμενο μελέτης αυτού του κεφαλαίου. Η βασική ιδέα της υπερπλήρωσης είναι η προπώληση περισσότερων προϊόντων από όσα διαθέτει η επιχείρηση, με την προσδοκία ότι το ύψος των ακυρώσεων και των no-shows θα ισοσταθμίσει τις τελικές πραγματικές αφίξεις των πελατών με την πραγματική διαθεσιμότητα της επιχείρησης. Για παράδειγμα ένα ξενοδοχείο 100 δωματίων, προπωλεί 110 δωμάτια με την προσδοκία ότι θα γίνουν τουλάχιστον 10 ακυρώσεις.

4.1 Διαχείριση περιπτώσεων υπερπλήρωσης

Σημαντικό ζήτημα σε μια πολιτική υπερπλήρωσης είναι η διαχείριση των κρατήσεων που τελικά δεν θα εξυπηρετηθούν, σε περίπτωση που οι ακυρώσεις είναι λιγότερες από τις προβλεπόμενες. Σε μια τέτοια περίπτωση η επιχείρηση πρέπει αφενός να αντιμετωπίσει την αρνητική άποψη του πελάτη και αφετέρου να αποζημιώσει τον πελάτη. Σε όλες τις περιπτώσεις σημαντικό ρόλο παίζει η ισχύουσα νομοθεσία που μάλιστα στην Ελλάδα προβλέπει την υποβάθμιση του ξενοδοχείου στην αμέσως κατώτερη κατηγορία για ένα έτος.

4.1.1 Αποζημίωση σε περίπτωση υπερπλήρωσης

Στην περίπτωση που η επιχείρηση δεν έχει τη δυνατότητα να ανταποκριθεί στην συμφωνία που έχει συνάψει με τον πελάτη, είναι υποχρεωμένη να τον αποζημιώσει. Η αποζημίωση μπορεί να είναι είτε χρηματική είτε να έχει τη μορφή υποκατάστατων υπηρεσιών. Για παράδειγμα στην περίπτωση που ένα ξενοδοχείο είναι πλήρες και δεν μπορεί να δεχθεί άλλους πελάτες, είναι υποχρεωμένο να διασφαλίσει διαμονή στον πελάτη σε ξενοδοχείο ίδιας ή μεγαλύτερης κατηγορίας και σε σχετικά μικρή απόσταση. Πιθανά επιπλέον κόστη που θα προκύψουν από τις απαιτήσεις του άλλου ξενοδοχείου, είναι υποχρεωμένο να τα καλύψει το ξενοδοχείο. Η μεταφορά του πελάτη σε άλλο ξενοδοχείο μπορεί να είναι για όλες ή μόνο για μερικές ημέρες.

Συχνά η αμιγώς χρηματική αποζημίωση δεν θεωρείται ικανοποιητική από τους πελάτες και γι αυτό το λόγο η παροχή υποκατάστατων υπηρεσιών αποτελεί τον κανόνα. Αυτό είναι πλήρως κατανοητό αν αναλογιστεί κανείς τη ζημία που μπορεί να υποστεί ένας πελάτης σε περίπτωση που του αρνηθεί η διαμονή κατά τη διάρκεια των πολύτιμων καλοκαιρινών διακοπών του.

4.1.2 Κριτήρια επιλογής

Σε περίπτωση που μια επιχείρηση καλείται να λάβει αποφάσεις σχετικά με το ποιοι πελάτες θα εξυπηρετηθούν και ποιοι όχι, η επιλογή πρέπει να γίνει με κριτήρια δίκαια που δεν βασίζονται σε φυλετικές ή άλλες διακρίσεις. Σε κάθε περίπτωση ωστόσο, η επιχείρηση πρέπει να αναλογιστεί πέρα από τη νομοθετική διάσταση του προβλήματος και τις επιπτώσεις στην εικόνα.

Μια συνήθης τακτική αποτελεί η εξυπηρέτηση των πελατών σύμφωνα με μια first-come, first-serve (FCFS) λογική. Ωστόσο στην περίπτωση των ξενοδοχείων αυτή η λογική επιφέρει κάποια σημαντικά προβλήματα καθώς οι πελάτες στους οποίους θα αρνηθεί η διαμονή, είναι αυτοί που θα φθάσουν στο ξενοδοχείο αργά το βράδυ. Το πρώτο πρόβλημα, έχει να κάνει με τον εκνευρισμό του πελάτη που είναι κουρασμένος και απρόθυμος να συνεργαστεί για την εύρεση εναλλακτικής διαμονής και που το μόνο που επιθυμεί είναι να ξεκουραστεί. Επίσης το προχωρημένο της ώρας, δυσχεραίνει της διαδικασία αναζήτησης εναλλακτικής διαμονής. Το δεύτερο σημαντικό πρόβλημα είναι

ότι οι πελάτες που καταφθάνουν το βράδυ, συνήθως είναι άτομα που ταξιδεύουν για επαγγελματικούς λόγους και τα οποία έχουν πληρώσει μεγαλύτερο αντίτιμο για τη διαμονή τους. Έτσι, η μη ικανοποίηση αυτών των πελατών επιφέρει μεγαλύτερη απώλεια κερδών. Για τους λόγους αυτούς η FCFS λογική συχνά δεν εφαρμόζεται στα ξενοδοχεία και σε περίπτωση που ο υπεύθυνος κρατήσεων διαγνώσει ότι πρόκειται να προκληθεί υπερπλήρωση, αναλαμβάνει τη μεταφορά πελατών που κάνουν check-in το πρωί ή το μεσημέρι σε κάποιο άλλο ξενοδοχείο, ώστε να είναι σε θέση να εξυπηρετήσει τις νυχτερινές αφίξεις.

Η FCFS λογική αποτελεί μόνο μία από τις λογικές που χρησιμοποιούνται. Σε άλλες περιπτώσεις, που ωστόσο εφαρμόζονται σπανιότερα στα ξενοδοχεία, η επιλογή γίνεται βάσει του προφίλ του πελάτη. Για παράδειγμα υπάρχουν αεροπορικές εταιρίες που εκπαιδεύουν υπαλλήλους στον εντοπισμό ταξιδιωτών νεαρής ηλικίας (“backpackers”), τους οποίους πείθουν να επιβιβαστούν σε κάποια από τις πτήσεις της επόμενης ημέρας με αντάλλαγμα κάποιο δωρεάν εισιτήριο ή διαμονή σε κάποιο πολυτελές ξενοδοχείο. Σήμερα, η λογική που ακολουθούν οι αεροπορικές εταιρίες προβλέπει τη διενέργεια μιας άτυπης δημοπρασίας κατά τη διάρκεια της οποίας, μερικοί επιβάτες οικειοθελώς παραχωρούν τη θέση τους με αντίτιμο κάποιο αντάλλαγμα. Το βασικό πλεονέκτημα αυτής της διαδικασίας είναι ότι πελάτες που έχουν επείγουσα ανάγκη να ταξιδέψουν, εξασφαλίζουν μια θέση στην πτήση.

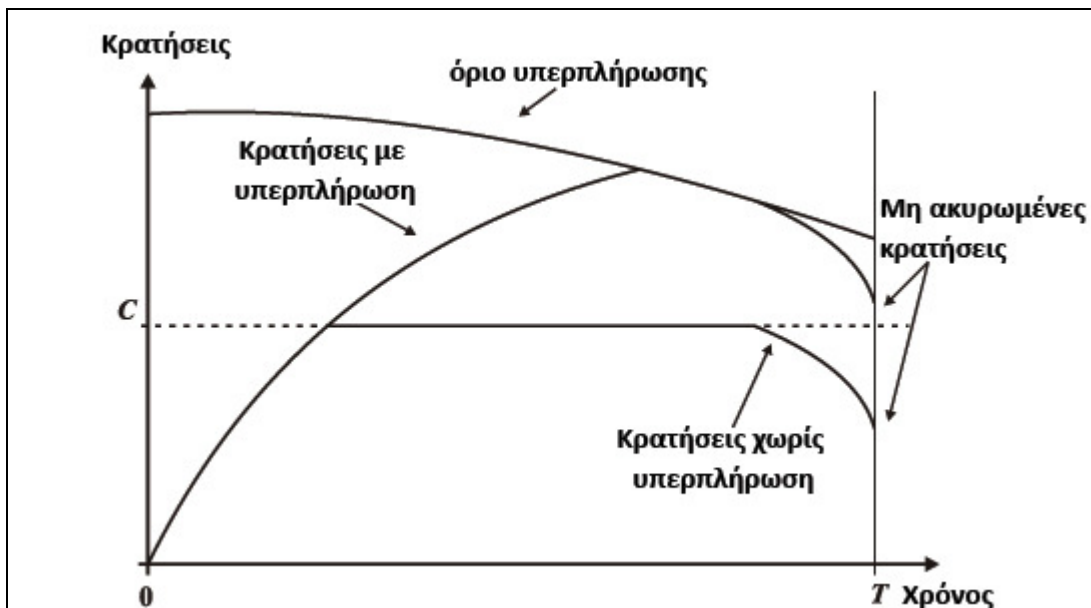
Γενικά η υπερπλήρωση αποτελεί μια ιδιαίτερα διαδεδομένη και εξελεγμένη λειτουργία τόσο στα ξενοδοχεία όσο και στις αεροπορικές εταιρίες, παρά το γεγονός ότι σε κάθε περίπτωση προκαλεί δυσφορία στους καταναλωτές. Έτσι σημαντική πρόκληση αποτελεί η ανάπτυξη τεχνικών και διαδικασιών που θα αμβλύνουν τον εκνευρισμό των πελατών και που θα παρέχουν μια καλή ισορροπία μεταξύ της οικονομικής αποδοτικότητας και της ποιότητας των προσφερόμενων υπηρεσιών.

4.2 Στατικά μοντέλα υπερπλήρωσης

Στη συνέχεια του κεφαλαίου αυτού θα ασχοληθούμε με τη μεθοδολογία λήψης αποφάσεων για το ύψος της υπερπλήρωσης, δηλαδή για το πόσες παραπάνω κρατήσεις να γίνουν αποδεκτές. Σε αυτή την ενότητα θα ασχοληθούμε με τα στατικά μοντέλα υπερπλήρωσης, ενώ στη συνέχεια θα αναλυθούν τα δυναμικά μοντέλα. Η διαφορά

μεταξύ στατικών και δυναμικών μοντέλων έχει να κάνει με το γεγονός ότι τα στατικά μοντέλα δεν λαμβάνουν υπόψη τη συμπεριφορά των ακυρώσεων στο χρόνο και επικεντρώνονται στο συνολικό πλήθος των ακυρώσεων τη στιγμή προσφοράς της υπηρεσίας. Άμεσο αποτέλεσμα αυτής της συμπεριφοράς είναι ότι ακυρώσεις και τα no-shows αντιμετωπίζονται σαν ίδια γεγονότα. Αντίθετα, στα δυναμικά μοντέλα υπάρχει σαφής διαχωρισμός ανάμεσα σε ακυρώσεις και no-shows και επίσης λαμβάνεται υπόψη η χρονική κατανομή των ακυρώσεων.

Από την εφαρμογή ενός μοντέλου υπερπλήρωσης υπολογίζονται τα όρια υπερπλήρωσης τα οποία με τη σειρά τους παρέχονται ως είσοδος στα μοντέλα διαχείρισης της διαθεσιμότητας. Δηλαδή πλέον τα μοντέλα διαχείρισης της διαθεσιμότητας αντί για τη χωρητικότητα C ενός πόρου κάνουν χρήση μιας εικονικής χωρητικότητας $x > C$. Τα όρια υπερπλήρωσης (overbooking limits) συχνά αναφέρονται και σαν εικονικές χωρητικότητες (virtual capacities) ή σαν εξουσιοδοτημένα επίπεδα υπερπλήρωσης (overbooking authorization levels). Επίσης σημειώνουμε ότι συχνά με τους παραπάνω όρους μερικές εργασίες αναφέρονται στη διαφορά $x - C$, δηλαδή το πλήθος των πρόσθετων πόρων που παρέχονται. Σε αυτή την εργασία αναφερόμαστε σε αυτό μέγεθος με τον όρο overbooking pad.



Σχήμα 5: Όρια υπερπλήρωσης και κρατήσεις στην πάροδο του χρόνου

Γενικά τα όρια υπερπλήρωσης υπολογίζονται σε τακτά χρονικά διαστήματα και όσο μεγαλύτερο είναι το διάστημα που υπολείπεται μέχρι την ημερομηνία της υπηρεσίας, τόσο υψηλότερη είναι η τιμή τους. Όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 5, στην περίπτωση χρήσης υπερπλήρωσης, κρατήσεις γίνονται αποδεκτές ακόμα και όταν ξεπεραστεί η πραγματική χωρητικότητα C και μέχρι το πλήθος των κρατήσεων να φθάσει το όριο υπερπλήρωσης. Επίσης παρατηρώντας τη μορφή της καμπύλης που αντιστοιχεί στην μη χρήση υπερπλήρωσης, είναι εμφανές ότι το σύστημα είναι απροστάτευτο στην έλευση ακυρώσεων. Αντίθετα στην περίπτωση χρήσης μιας πολιτικής υπερπλήρωσης, με κατάλληλο σχεδιασμό είναι δυνατόν να αξιοποιηθούν πλήρως οι πόροι της επιχείρησης. Τα σημεία των δύο καμπυλών που αντιστοιχούν στη χρονική στιγμή παροχής της υπηρεσίας T , ονομάζονται ζήτηση εμφάνισης (show demand) και σκοπός των μοντέλων είτε στατικών είτε δυναμικών είναι αυτό το μέγεθος να παρεκκλίνει όσο το δυνατόν λιγότερο από την πραγματική χωρητικότητα C . Σε περίπτωση που η τιμή της ζήτησης εμφάνισης είναι μικρότερη από C σημαίνει ότι κάποιοι πόροι θα παραμείνουν αναξιοποίητοι ενώ σε περίπτωση που είναι μεγαλύτερη από C σημαίνει ότι οι πελάτες θα πρέπει να αποζημιωθούν με κάποιο τρόπο.

4.2.1 Διωνυμικό Μοντέλο

Τα απλούστερο στατικό μοντέλο βασίζεται σε ένα διωνυμικό μοντέλο ακυρώσεων στο οποίο τα no-shows αντιμετωπίζονται επίσης σαν ακυρώσεις που απλώς συμβαίνουν στη χρονική στιγμή T .

Οι παραδοχές του μοντέλου είναι:

- Οι ακυρώσεις των πελατών είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.
- Κάθε πελάτης έχει την ίδια πιθανότητα να ακυρώσει την κράτησή του.
- Η πιθανότητα ακύρωσης μιας κράτησης εξαρτάται από το χρόνο που υπολείπεται μέχρι τη στιγμή T και δεν εξαρτάται από το πότε τοποθετήθηκε η κράτηση. Δηλαδή κάθε φορά που υπολογίζονται τα όρια υπερπλήρωσης όλες οι κρατήσεις που έχουν αφιχθεί έχουν την ίδια πιθανότητα να ακυρωθούν.

Με t συμβολίζεται ο χρόνος που υπολείπεται μέχρι τη στιγμή T , με C συμβολίζεται η πραγματική χωρητικότητα, με y συμβολίζεται το πλήθος των κρατήσεων που έχουν ήδη

αφιχθεί και με q συμβολίζεται η πιθανότητα μια κράτηση που έχει ήδη αφιχθεί να μην ακυρωθεί. Δηλαδή $1-q$ είναι η πιθανότητα μια κράτηση να ακυρωθεί. Στην πραγματικότητα το q εξαρτάται τόσο από το χρόνο t όσο και από το πλήθος των κρατήσεων y , ωστόσο για λόγους παρουσίασης παραβλέπουμε προς το παρόν τις εξαρτήσεις του q .

Σύμφωνα με τις παραπάνω παραδοχές και με δεδομένο το πλήθος των κρατήσεων y , το πλήθος των πελατών που τελικά θα εμφανιστούν συμβολίζεται με $Z(y)$ και ακολουθεί διωνυμική κατανομή με συνάρτηση πιθανότητας:

$$\begin{aligned} P_y(z) &= P(Z(y) = z) \\ &= \binom{y}{z} q^z (1-q)^{y-z}, \quad z = 0, 1, \dots, y \end{aligned}$$

και με αθροιστική συνάρτηση κατανομής:

$$\begin{aligned} F_y(z) &= P(Z(y) \leq z) \\ &= \sum_{k=0}^z \binom{y}{k} q^k (1-q)^{y-k} \end{aligned}$$

με μέση τιμή $E[Z(y)] = yq$ και διασπορά $Var(Z(y)) = yq(1-q)$. Επίσης η συμπληρωματική κατανομή της F_y , η οποία εξυπηρετεί στους υπολογισμούς του μοντέλου και συμβολίζεται με $\bar{F}_y$, ορίζεται ως:

$$\bar{F}_y(z) = P(Z(y) > z) = 1 - F_y(z)$$

4.2.1.1 Κριτήρια ποιότητας προσφερόμενων υπηρεσιών

Θεωρούμε δύο κριτήρια αντιπροσωπευτικά της παρεχόμενης εξυπηρέτησης τα οποία ονομάζουμε κριτήρια τύπου I και τύπου II, αντίστοιχα. Το κριτήριο τύπου I, λαμβάνει υπόψη την πιθανότητα υπερπλήρωσης, δηλαδή την περίπτωση να μην προσφερθεί η συμφωνημένη υπηρεσία σε έναν ή περισσότερους πελάτες. Το κριτήριο τύπου II, λαμβάνει υπόψη το ποσοστό των πελατών στους οποίους πιθανώς να μην προσφερθεί η υπηρεσία. Έτσι, η διατύπωση του προβλήματος, σύμφωνα με το κριτήριο τύπου I, γίνεται: «Ποίο πρέπει να είναι το όριο υπερπλήρωσης ώστε να μην προσφερθεί η

υπηρεσία σε έναν ή περισσότερους πελάτες με πιθανότητα το πολύ 0.1%». Αντίθετα η διατύπωση του προβλήματος, σύμφωνα με το κριτήριο τύπου II, γίνεται: «Ποίο πρέπει να είναι το όριο υπερπλήρωσης ώστε να μην προσφερθεί η υπηρεσία το πολύ στο 0.1% των πελατών που έκαναν κράτηση».

Το κριτήριο τύπου I συμβολίζεται με $s_1(x)$ και υπολογίζεται σύμφωνα με την σχέση:

$$s_1(x) = \bar{F}_x(C) = P(Z(x) > C) \quad (36)$$

Το κριτήριο τύπου II συμβολίζεται με $s_2(x)$ και υπολογίζεται σύμφωνα με την σχέση:

$$\begin{aligned} s_2(x) &= \frac{E[(Z(x) - C)^+]}{E[Z(x)]} \\ &= \frac{\sum_{k=C+1}^x (x - C) P_x(k)}{x(1 - q)} \\ &= \bar{F}_{x-1}(C - 1) - \frac{C}{qx} \bar{F}_x(C) \end{aligned} \quad (37)$$

4.2.1.2 Οικονομικά κριτήρια

Τα οικονομικά κριτήρια λαμβάνουν υπόψη τόσο την απώλεια κερδών από την μη αξιοποίηση όλων των πόρων όσο και τα κόστη υπερπλήρωσης (αποζημίωση πελατών, ποσοτικοποίηση δυσανεξίας, κ.ο.κ.).

Θεωρώντας ότι κάθε ανικανοποίητη κράτηση έχει ένα σταθερό κόστος h και συμβολίζοντας με z το πλήθος των πελατών που τελικά εμφανίζονται και με $c(z)$ το κόστος υπερπλήρωσης, ισχύει ότι:

$$c(x) = h(z - C)^+$$

Ωστόσο, σύμφωνα με μια περισσότερο ρεαλιστική θεώρηση, η οποία λαμβάνει υπόψη και την αρνητική διαφήμιση της επιχείρησης, το μοναδιαίο κόστος των ανικανοποίητων κρατήσεων αυξάνει με το πλήθος τους.

Συμβολίζοντας με p το μοναδιαίο πρόσθετο κέρδος από την αποδοχή μιας πρόσθετης κράτησης και όπως και πριν, με $Z(y)$ το πλήθος των πελατών που τελικά εμφανίζονται, το κέρδος από την αποδοχή y κρατήσεων δίνεται από τη σχέση:

$$V(y) = py - E[c(Z(y))].$$

Για το διωνυμικό μοντέλο αν η συνάρτηση $c(\cdot)$ είναι κυρτή, τότε η συνάρτηση $V(\cdot)$ είναι κοίλη, οπότε προκύπτει ότι είναι βέλτιστο να αποδεχτούμε την $y^{100\pi\eta}$ κράτηση εφόσον το οριακό κέρδος $\Delta V(y) = V(y) - V(y-1)$ είναι θετικό. Έτσι το βέλτιστο όριο υπερπλήρωσης x^* είναι η μεγαλύτερη τιμή του x για την οποία:

$$\Delta V(x) = E[c(Z(x))] - E[c(Z(x-1))] \leq p.$$

Στην περίπτωση σταθερού κόστους που θεωρήσαμε αρχικά, δηλαδή αν $c(\cdot) = h$ (η οποία είναι κυρτή), η παραπάνω σχέση απλοποιείται ακόμα περισσότερο και γίνεται:

$$h q P(Z(x-1) \geq C) \leq p \quad \text{ή} \quad \bar{F}_{x-1}(C-1) \leq \frac{p}{qh}$$

Το βασικό μειονέκτημα των οικονομικών κριτηρίων, αποτελεί η δυσκολία υπολογισμού των μεγεθών που χρησιμοποιούνται και συγκεκριμένα της οριακής απόδοσης και του μοναδιαίου κόστους υπερπλήρωσης.

Όσον αφορά το πρώτο μέγεθος, τα πράγματα είναι απλά σε περίπτωση που η υπηρεσία πωλείται σε μία και μοναδική κλάση. Ωστόσο σε περίπτωση που χρησιμοποιούνται πολλαπλές κλάσεις, οπότε η υπηρεσία πωλείται σε διαφορετικές τιμές - γεγονός που αποτελεί τον κανόνα παρά την εξαίρεση - η μόνη διέξοδος είναι η χρήση του σταθμισμένου μέσου των τιμών. Ωστόσο και σε αυτήν την περίπτωση η εκτίμηση της οριακής απόδοσης θα είναι εσφαλμένη καθώς όπως είδαμε στο κεφάλαιο 3, καθώς η οριακή απόδοση από την πώληση μιας επιπλέον μονάδας ποικίλει και εξαρτάται από την εναπομένουσα διαθεσιμότητα.

Όσον αφορά τον υπολογισμό του κόστους υπερπλήρωσης, σημειώνουμε ότι σε αυτό πρέπει να συνυπολογίζονται ποσοτικά και ποιοτικά κριτήρια. Ωστόσο, ακόμα και ο υπολογισμός των ποσοτικών κριτηρίων δεν είναι εύκολος. Το κόστος αποζημίωσης, όπως για παράδειγμα το κόστος μετακίνησης σε άλλο ξενοδοχείο, δεν είναι πάντα καθορίσιμο και προβλέψιμο. Επίσης, σε περίπτωση που η επιχείρηση χρησιμοποιεί μια πολιτική όπως η παροχή δωρεάν εισιτηρίων για μελλοντικές πτήσεις, στην ουσία υποθηκεύει την απόδοση κάποιων άλλων προϊόντων και παραμένει εκτεθειμένη στο σενάριο σημαντικών αυξήσεων των τιμολογίων της.

4.2.2 Προσεγγίσεις διωνυμικού μοντέλου

Παρά το γεγονός ότι το διωνυμικό μοντέλο είναι αρκετά απλό, συχνά είναι επιθυμητή η χρήση ακόμα απλούστερων μοντέλων για τον υπολογισμό των ορίων υπερπλήρωσης. Στη συνέχεια θα αναφερθούν συνοπτικά ορισμένες τέτοιες προσεγγίσεις.

4.2.2.1 Ντετερμινιστική προσέγγιση

Η ντετερμινιστική προσέγγιση θέτει το όριο υπερπλήρωσης τέτοιο ώστε η μέση ζήτηση εμφάνισης να είναι ίση με την πραγματική χωρητικότητα, δηλαδή:

$$qx^* = C \Rightarrow x^* = C/q$$

Αν και πρόκειται για μια απλοϊκή προσέγγιση, αποτελεί μια ιδιαίτερα διαδεδομένη τεχνική σε πρακτικές εφαρμογές ΔΑ. Μάλιστα η χρήση της θεωρείται ενδεικνυόμενη στις περιπτώσεις που δεν υπάρχουν κάποια στάνταρ παρεχόμενων υπηρεσιών (4.2.1.1) ή ο υπολογισμός του κόστους υπερπλήρωσης και της απόδοσης (4.2.1.2) δεν αποτελεί μια εύκολη ή ακόμα και εφικτή διαδικασία.

4.2.2.2 Κανονική προσέγγιση

Σε πρακτικές εφαρμογές ΔΑ, μια κοινή πρακτική για τη διευκόλυνση των υπολογισμών, είναι η χρήση μιας συνεχούς προσέγγισης της διακριτής διωνυμικής κατανομής. Συνήθως επιλέγεται η κανονική κατανομή με μέση τιμή μ_x και διασπορά σ_x :

$$\begin{aligned}\mu_x &= xq \\ \sigma_x &= xq(1-q)\end{aligned}$$

Έτσι για τα κριτήρια τύπου I και II που αναφέρθηκαν νωρίτερα, οι σχέσεις γίνονται:

$$s_1(x) \approx 1 - \Phi(z_x) \quad (38)$$

και

$$s_2(x) \approx \frac{\sigma_x}{\mu_x} \left[\varphi(z_x) - z_x (1 - \Phi(z_x)) \right] \quad (39)$$

$$\text{όπου } z_x = \frac{C - \mu_x}{\sigma_x}.$$

Αντίστοιχα για το οικονομικό κριτήριο, ισχύει: $\Phi_{x^*}(C) = 1 - \frac{p}{qh}$

4.2.2.3 Προσέγγιση με σειρές Gram-Charlier

Οι σειρές Gram-Charlier [43] αποτελούν μια βελτίωση της κανονικής προσέγγισης, επιτρέποντας ασυμμετρία στην κατανομή (skewness). Έτσι για τη συνάρτηση πυκνότητας της κατανομής, έχουμε:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \left(1 + \frac{1}{6} \beta (z^3 - 3z) \right),$$

όπου

$$\beta^2 = \frac{E^2[(Z - E[Z])^3]}{E^3[(Z - E[Z])^2]}$$

είναι ο τετραγωνισμένος συντελεστής ασυμμετρίας. Αν $\beta = 0$, τότε έχουμε τυπική κανονική κατανομή.

Σύμφωνα με τις παραμέτρους του διωνυμικού μοντέλου, ο συντελεστής ασυμμετρίας προκύπτει ως εξής:

$$\beta = \frac{1-q}{\sqrt{q(1-q)}x}$$

Έτσι θεωρώντας και πάλι $z_x = \frac{C - \mu_x}{\sigma_x}$, το κριτήριο τύπου II, προκύπτει ως εξής:

$$s_2(x) \approx \frac{\sigma_x}{\mu_x} \left[1 + \frac{1}{6} z_x \beta \varphi(z_x) - z_x (1 - \Phi(z_x)) \right] \quad (40)$$

4.2.3 Παράγοντες απόκλισης των μοντέλων

Όπως είδαμε στις προηγούμενες παραγράφους, για την περιγραφή των ακυρώσεων γίνεται χρήση της κανονικής κατανομής. Γενικά αυτή η θεώρηση δεν είναι καταχρηστική και πράγματι οι ακυρώσεις των ξενοδοχείων και των πτήσεων ακολουθούν μια τέτοια

κατανομή. Ωστόσο αυτό ισχύει για μεμονωμένες κρατήσεις και βάσει της θεώρησης ότι σε κάθε πελάτη παρέχονται τα ίδια κίνητρα να ακυρώσει την κράτησή του. Σε περίπτωση που συνυπολογίζονται ομαδικές κρατήσεις τότε παραβιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο της διωνυμικής κατανομής. Αντίστοιχα σε περίπτωση που οι κρατήσεις που ήδη έχει αποδεχθεί η επιχείρηση προέρχονται από διαφορετικές κλάσεις τότε είναι πολύ πιθανόν να έχουν και διαφορετικούς όρους ακύρωσης. Έτσι οι κρατήσεις κάθε κλάσης έχουν την ίδια πιθανότητα να ακυρωθούν, αλλά δεν συμβαίνει το ίδιο μεταξύ των κρατήσεων διαφορετικών κλάσεων.

4.2.3.1 Ομαδικές ακυρώσεις

Όσον αφορά τις ομαδικές ακυρώσεις, το πρόβλημα αγνοείται εφόσον το μέγεθος της ομάδας θεωρείται αμελητέο σε σχέση με τον συνολικό όγκο κρατήσεων. Σε αντίθετη περίπτωση, μία μέθοδος είναι η χρήση ενός συντελεστή προσαρμογής της διασποράς. Για παράδειγμα στην περίπτωση της κανονικής προσέγγισης, θα έχουμε:

$$\sigma_x = kxq(1-q)$$

όπου k ο συντελεστής προσαρμογής.

Μία άλλη περισσότερο εκλεπτυσμένη μέθοδος βασίζεται στην χρήση μιας ροπογεννήτριας συνάρτησης (moment generating function) [43]. Συμβολίζοντας με Z μια τυχαία μεταβλητή, η αντίστοιχη ροπογεννήτρια συνάρτηση θα είναι $\psi_z(t) = E[e^{tz}]$ και για τον υπολογισμό των ροπών μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση:

$$E[Z^n] = \frac{d^n}{dt} \psi_z(t) \Big|_{t=0}$$

Συμβολίζοντας με x το όριο υπερπλήρωσης, και με x_k το πλήθος των ομάδων μεγέθους k , θεωρούμε ότι $x_k = \frac{a_k x}{k}$, όπου a_k είναι το ποσοστό των κρατήσεων που ιστορικά προέρχεται από ομάδες μεγέθους k .

Έτσι η ροπογεννήτρια συνάρτηση, γίνεται:

$$\psi_{z(x)}(t) = \prod_{k=1}^n (1 - q_k + q_k e^{t'})^{x_k} \quad (41)$$

Από την (41) μπορούν να υπολογιστούν οι τρεις πρώτες ροπές

$$E[Z(x)] = \sum_{k=1}^n x_k k q_k$$

$$E\left[\left(Z(x) - E[Z(x)]\right)^2\right] = \sum_{k=1}^n x_k k^2 q_k (1 - q_k)$$

$$E\left[\left(Z(x) - E[Z(x)]\right)^3\right] = \sum_{k=1}^n x_k k^3 q_k (1 - q_k)(1 - 2q_k)$$

οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν είτε στην προσέγγιση σειρών Gram-Charlier (40) είτε στην κανονική προσέγγιση (39) (οι δύο πρώτες ροπές).

4.2.3.2 Πολλαπλές κλάσεις

Όσον αφορά το πρόβλημα που προκύπτει από τη διαφοροποίηση των όρων ακύρωσης στις διάφορες κλάσεις που αντιστοιχούν οι κρατήσεις, ο υπολογισμός των κρατήσεων που τελικά δεν θα ακυρωθούν, παύει να είναι συνάρτηση του συνολικού πλήθους κρατήσεων και πλέον εξαρτάται από ένα διάνυσμα του οποίου κάθε στοιχείο αντιστοιχεί στο πλήθος κρατήσεων συγκεκριμένης κλάσης.

Ωστόσο μια τόσο λεπτομερής προσέγγιση επιφέρει σημαντικές υπολογιστικές δυσκολίες και επίσης περιπλέκει το πρόβλημα. Γι αυτό το λόγο τις περισσότερες φορές επιλέγεται κάποια ευρετική προσέγγιση που θα ισορροπεί την απόδοση με την ευχρηστία του μοντέλου.

4.3 Δυναμικά μοντέλα υπερπλήρωσης

Στα στατικά προβλήματα που μελετήθηκαν στην παράγραφο 4.2, η δυναμική των κρατήσεων και των ακυρώσεων στην πάροδο του χρόνου δεν αποτελούσε μέρος της ανάλυσης. Ωστόσο στα δυναμικά προβλήματα που θα μελετηθούν στη συνέχεια αυτής της παραγράφου η χρονική συμπεριφορά των κρατήσεων και των αφίξεων αποτελεί καθοριστική παράμετρο της ανάλυσης. Στη συνέχεια θα μελετηθεί ένα δυναμικό μοντέλο υπερπλήρωσης και ακολούθως θα εξεταστούν κάποιες ευρετικές προσεγγίσεις. Τα δυναμικά μοντέλα υπερπλήρωσης προέρχονται κυρίως από τις εργασίες του Chatwin [46][48][49].

4.3.1 Δυναμικό μοντέλο υπερπλήρωσης

Το μοντέλο που θα παρουσιαστεί στη συνέχεια αποδίδεται στους Talluri & van Ryzin [8] και αποτελεί απλοποίηση του μοντέλου του Chatwin [46]. Οι μεταβλητές κατάστασης είναι ο χρόνος $t = 1, 2, \dots, T$ και οι επιβεβαιωμένες κρατήσεις y . Με $t = T$ συμβολίζεται ο χρόνος της υπηρεσίας. Με $V_t(y)$ συμβολίζεται το κόστος υπερπλήρωσης το οποίο είναι ίσο με:

$$V_t(y) = \begin{cases} 0 & y \leq C \\ -c(y - C) & y > C \end{cases} \quad (42)$$

όπου C είναι χωρητικότητα, και $c(\cdot)$ είναι μια κυρτή συνάρτηση κόστους η οποία τιμωρεί την άρνηση εξυπηρέτησης σε επιβεβαιωμένες κρατήσεις. Το εισόδημα από κάθε νέα κράτηση την περίοδο t συμβολίζεται με $p(t) \geq 0$. Επίσης σε περίπτωση ακύρωσης μιας κράτησης η επιχείρηση επιστρέφει στον πελάτη ένα ποσό $r(t) \geq 0$. Σημειώνουμε ότι η θεώρηση ότι το ποσό r εξαρτάται αποκλειστικά από την ημερομηνία ακύρωσης είναι μερικώς αληθές, καθώς και η κλάση στην οποία αντιστοιχεί η ακυρωμένη κράτηση παίζει καθοριστικό ρόλο. Καθώς το ποσό που επιστρέφει η επιχείρηση αντιστοιχεί στην επιστροφή του συνόλου ή μέρους του ποσού που έχει εισπράξει από τον πελάτη συνεπάγεται ότι $r(t) \leq p(t)$.

Με $Z_t(y)$ συμβολίζουμε το πλήθος των επιβεβαιωμένων κρατήσεων που δεν έχουν ακυρωθεί στο τέλος της περιόδου t με δεδομένο ότι το πλήθος των επιβεβαιωμένων κρατήσεων είναι y . Το $Z_t(y)$ αποτελεί τυχαία μεταβλητή και αποτελεί το πλήθος των κρατήσεων με το οποίο ξεκινάει η περίοδος $t+1$. Επίσης ακολουθεί διωνυμική κατανομή με πιθανότητα q_t . Τέλος με D_t συμβολίζουμε την ζήτηση την περίοδο t , η οποία είναι ανεξάρτητη στο χρόνο και ανεξάρτητη από το $Z_t(y)$.

Η σειρά των γεγονότων σε μια περίοδο t έχει ως εξής:

1. Υπάρχουν y επιβεβαιωμένες συναρτήσεις και καταφθάνουν D_t νέες αιτήσεις.
2. Αποφασίζεται το νέο επίπεδο υπερπλήρωσης x για το οποίο ισχύει ότι $y \leq x \leq D_t$.

3. Στο τέλος της περιόδου προσμετρούνται οι νέες ακυρώσεις.

Έτσι σύμφωνα με την παραπάνω διαδικασία, προκύπτει η ακόλουθη αναδρομή δυναμικού προγραμματισμού.

$$V_t(y) = E \left[\max_{y \leq x \leq y+D_t} \{u_{t+1}(x) + (x-y)p(t)\} \right] \quad (43)$$

$$\text{όπου } u_{t+1}(x) = E \left[V_{t+1}(Z_t(x)) - (x - Z_t(x))r(t) \right].$$

Σύμφωνα με την αναδρομή (43) και υπό την προϋπόθεση ότι η συνάρτηση $c(\cdot)$ είναι κυρτή προκύπτει ότι υπάρχει ένα βέλτιστο όριο υπερπλήρωσης x^* μέχρι το οποίο πρέπει να αποδεχόμαστε κρατήσεις. Επίσης προκύπτει ότι όσο μεγαλύτερη είναι η μελλοντική ζήτηση τόσο μικρότερο πρέπει να είναι το όριο υπερπλήρωσης. Αυτό το συμπέρασμα είναι και διαισθητικά κατανοητό, καθώς εφόσον με μεγαλύτερη πιθανότητα θα επέλθει πληρότητα από την αποδοχή μελλοντικών κρατήσεων δεν υπάρχει λόγος να αποδεχθούμε πρώιμα περισσότερες κρατήσεις οι οποίες μέχρι τη στιγμή της υπηρεσίας μπορούν και να ακυρωθούν.

Σημαντική διαφορά μεταξύ του δυναμικού και του στατικού μοντέλου είναι ότι το πρώτο λαμβάνει υπόψη του την πιθανότητα το κενό που αφήνει μια ακυρωμένη κράτηση να καλυφθεί από μια μελλοντική αίτηση. Αντίθετα το στατικό μοντέλο θεωρεί ότι από τη στιγμή που το πλήθος των επιβεβαιωμένων κρατήσεων φθάσει το όριο υπερπλήρωσης x , οι κρατήσεις που τελικά δεν θα ακυρωθούν είναι $Z(x)$, δηλαδή από κάποια στιγμή και μετά πραγματοποιούνται μόνο ακυρώσεις. Αποτέλεσμα αυτής της συμπεριφοράς είναι ότι το στατικό μοντέλο παράγει μεγαλύτερα όρια υπερπλήρωσης.

4.3.2 Προσεγγίσεις που βασίζονται στις καθαρές κρατήσεις

Η πολυπλοκότητα του δυναμικού μοντέλου το καθιστά χρήσιμο περισσότερο για την εξαγωγή συμπερασμάτων όσον αφορά τη συνδυασμένη συμπεριφορά επιβεβαιωμένων κρατήσεων, ακυρώσεων και ζήτησης παρά για την πρακτική εφαρμογή του σε συστήματα ΔΑ.

Μια διαδεδομένη προσέγγιση αποτελεί η μελέτη της σχετικής διαφοροποίησης των καθαρών κρατήσεων στον χρόνο. Με τον όρο καθαρές κρατήσεις θεωρούμε τη διαφορά

των κρατήσεων που έχουν γίνει αποδεκτές μείον τις κρατήσεις που έχουν ακυρωθεί. Έτσι η μελέτη της σχετικής διαφοροποίησης των καθαρών κρατήσεων παρέχει ενδείξεις για τον ρυθμό πλήρωσης της χωρητικότητας και επίσης απαλλάσσει τους αναλυτές από την αναζήτηση στοιχείων για την στατιστική συμπεριφορά των πελατών και των προϊόντων.

4.4 Συνδυασμός μηχανισμών διαχείρισης της διαθεσιμότητας και μοντέλων υπερπλήρωσης

Μέχρι αυτό το σημείο, αναλύσαμε το πρόβλημα της υπερπλήρωσης δίχως να λαμβάνουμε υπόψη την αλληλεπίδραση μεταξύ των αποφάσεων υπερπλήρωσης και των μηχανισμών ελέγχου της διαθεσιμότητας. Στη συνέχεια αυτού του κεφαλαίου θα αναλυθούν ακριβείς και προσεγγιστικές μέθοδοι για τη μοντελοποίηση των ακυρώσεων και των no-shows σε συνδυασμό με τη διάθεση των δωματίων στις κλάσεις των μηχανισμών που αναλύθηκαν στο κεφάλαιο 3.

Στις επόμενες παραγράφους θα ασχοληθούμε με την ενσωμάτωση των ακυρώσεων και των no-shows στη μοντελοποίηση single leg προβλημάτων ενώ στο κλείσιμο του κεφαλαίου θα μελετηθεί η μοντελοποίηση προβλημάτων δικτύου.

Η μοντελοποίηση των single-leg προβλημάτων, βασίζεται σε ένα σύνολο παραδοχών [50], το οποίο στο εξής θα αναφέρεται ως «βασικό σύνολο παραδοχών»

Βασικό Σύνολο Παραδοχών

- i. Οι πιθανότητες ακύρωσης ή no-show είναι οι ίδιες για όλους τους πελάτες.
- ii. Οι ακυρώσεις και τα no-shows είναι ανεξάρτητα μεταξύ των πελατών.
- iii. Οι ακυρώσεις και τα no-shows που πραγματοποιούνται σε κάθε περίοδο είναι ανεξάρτητα από την ημερομηνία τοποθέτησης των αντίστοιχων κρατήσεων.
- iv. Τα ακυρωτικά και οι αποζημιώσεις είναι κοινά για όλους τους πελάτες.

Σύμφωνα με τις παραπάνω παραδοχές συνεπάγεται ότι το πλήθος των no-shows και τα κόστη που προκύπτουν, αποτελούν συνάρτηση των επιβεβαιωμένων κρατήσεων. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να χρειαζόμαστε μόνο μία μεταβλητή κατάστασης και έτσι τα δυναμικά προγράμματα που είδαμε στην ενότητα 3.1 και στις υποενότητες αυτής, δεν γίνονται πολύ περισσότερο σύνθετα.

Οι περισσότερο περιοριστικές παραδοχές του βασικού συνόλου παραδοχών είναι οι (i) και (iv), καθώς οι πιθανότητες ακύρωσης και no-show και τα κόστη που προκύπτουν, συνήθως εξαρτώνται άμεσα από την κλάση της κράτησης. Όσον αφορά την παραδοχή (ii), η ρεαλιστικότητά της ελέγχεται σε περίπτωση που συμβαίνουν ομαδικές ακυρώσεις (ακύρωση ομαδικής κράτησης) ενώ τέλος όσον αφορά την παραδοχή (iii) σημειώνουμε ότι ουσιαστικά αποτελεί διαπίστωση της συμπεριφοράς των ακυρώσεων σε σχέση με την ημερομηνία τοποθέτησης των κρατήσεων [47].

4.4.1 Ακριβείς μέθοδοι για no-shows με χρήση του βασικού συνόλου παραδοχών

Στις μεθόδους που θα αναλυθούν σε αυτήν την ενότητα γίνεται η θεώρηση ότι υπάρχουν μόνο no-shows, δηλαδή είτε δεν υπάρχουν ακυρώσεις, είτε οι ακυρώσεις που πραγματοποιούνται λαμβάνονται υπόψη τη χρονική στιγμή της υπηρεσίας και δεν αντιμετωπίζονται διαφορετικά από τα no-shows όσον αφορά τις αποζημιώσεις που απαιτούνται. Επίσης ισχύει το βασικό σύνολο παραδοχών της ενότητας 4.4.

Με q_0 συμβολίζεται η πιθανότητα να μην ακυρωθεί μια επιβεβαιωμένη κράτηση και αντίστοιχα με $1 - q_0$ η πιθανότητα να ακυρωθεί. Με $Z_i = 1$ συμβολίζεται το γεγονός της μη ακύρωσης της κράτησης από τον πελάτη i και με $Z_i = 0$ το γεγονός της ακύρωσης. Με δεδομένη την ύπαρξη y επιβεβαιωμένων κρατήσεων ακριβώς πριν τη στιγμή της υπηρεσίας, οι κρατήσεις που τελικά δεν θα είναι no-show συμβολίζονται με $Z(y)$, όπου:

$$Z(y) = \sum_{i=1}^y Z_i$$

Σύμφωνα με τις παραδοχές του βασικού συνόλου παραδοχών, η $Z_0(y)$ αποτελεί μια τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την διωνυμική (q_0, y) κατανομή, με

$$P(Z_0(y) = z) = \binom{y}{z} q_0^z (1 - q_0)^{y-z}, \quad z = 0, 1, \dots, y$$

Σύμφωνα με την παραδοχή (iv), το κόστος μη ικανοποίησης όλων των κρατήσεων από την επιχείρηση (κόστος υπερπλήρωσης), αποτελεί συνάρτηση των μη ακυρωμένων

κρατήσεων z . Συμβολίζοντας με $c(z)$ τη συνάρτηση του κόστους υπερπλήρωσης, απαιτούμε η συνάρτηση να αυξάνει με το πλήθος των μη ικανοποιημένων κρατήσεων και $c(0)=0$. Λόγω της σχέσης της με το πλήθος των μη ικανοποιημένων κρατήσεων η συνάρτηση αυτή είναι κυρτή και σε περίπτωση που θεωρήσουμε σταθερό μοναδιαίο κόστος h , η συνάρτηση γίνεται $c(z)=h(z-C)^+$ όπου C είναι η συνολική χωρητικότητα. Άρα το αναμενόμενο κόστος υπερπλήρωσης, δίνεται από τη σχέση:

$$V_0(y) = E[-c(Z(y))], \quad y \geq 0 \quad (44)$$

Έτσι η συνάρτηση $V_0(y)$ η οποία είναι κοίλη στο y , εφόσον η $c(\cdot)$ είναι κυρτή [8], αντικαθιστά τις οριακές συνθήκες των δυναμικών προγραμμάτων (βλ. παράγραφο 3.1.3.2, σχέση (3)).

4.4.1.1 Στατικό μοντέλο

Έστω το στατικό μοντέλο της ενότητας 3.1.3 στο οποίο οι κλάσεις είναι διατεταγμένες βάσει της τιμής τους, σε φθίνουσα σειρά, έτσι ώστε $p_1 > p_2 > \dots > p_n$ και οι αφίξεις έρχονται σε LBH σειρά. Συμβολίζοντας με j τον δείκτη κάθε κλάσης και θεωρώντας σαν μεταβλητή κατάστασης τις επιβεβαιωμένες κρατήσεις y , η εξίσωση του Bellman (3) της παραγράφου 3.1.3.2 γίνεται:

$$V_j(y) = E\left[\max_{0 \leq u \leq D_j} \{p_j u + V_{j+1}(y+u)\}\right]$$

με οριακές συνθήκες την (44) και $V_j(0)=0, \forall j$. Σημειώνουμε ότι η $V_j(y)$ πλέον έχει την έννοια του αναμενόμενου καθαρού κέρδους (αναμενόμενες εισπράξεις μείον κόστη υπερπλήρωσης) από το στάδιο j και για τα επόμενα στάδια και με δεδομένο ότι υπάρχουν y επιβεβαιωμένες κρατήσεις.

Η καινούργια διατύπωση του προβλήματος σε συνδυασμό με την κοίλη μορφή της $V_0(y)$, οδηγεί λογικά σε ένα μηχανισμό ορίων κράτησης (booking limits), της μορφής:

$$b_j^* = \min \{y \geq 0 : p_j < \Delta V_{j-1}(y)\}, \quad j = 1, \dots, n-1$$

όπου το $\Delta V_{j-1}(y) = V_{j-1}(y) - V_{j-1}(y+1)$ είναι το οριακό κόστος αποδοχής μιας παραπάνω κράτησης στο στάδιο $j-1$. Έτσι προκύπτει ότι είναι βέλτιστο να αποδεχτούμε μια κράτηση για την κλάση j αν και μόνο αν οι επιβεβαιωμένες κρατήσεις y είναι λιγότερες από b_j^* . Υπενθυμίζουμε ότι τελικά δεν θα ακυρωθούν $Z(y)$ επιβεβαιωμένες κρατήσεις.

4.4.1.2 Δυναμικό μοντέλο

Οι συνθήκες βελτιστότητας του δυναμικού μοντέλου ώστε να λαμβάνουν υπόψη και τα no-show, διαμορφώνονται ως εξής:

Η τροποποίηση της αναδρομικής εξίσωσης βελτιστότητας (10) της παραγράφου 3.1.5, παίρνει τη μορφή:

$$V_t(y) = E \left[\max_{u \in \{0,1\}} \{R(t)u + V_{t+1}(y+u)\} \right]$$

Η παραπάνω σχέση, ουσιαστικά αποτελεί τροποποίηση της σχέσης (10) της ενότητας 3.1.5. Υπενθυμίζουμε ότι $R(t)$ είναι μια τυχαία μεταβλητή η οποία είναι ίση με p_j με πιθανότητα $\lambda_j(t)$. Οι νέες οριακές συνθήκες είναι

$$V_{t+1}(y) = E[-c(Z(y))], \quad y \geq 0 \quad (45)$$

και $V_t(0) = 0, \forall t$. Έτσι προκύπτει ότι είναι βέλτιστο να αποδεχτούμε μια κράτηση για την κλάση j αν και μόνο αν

$$p_j \geq \Delta V_{t+1}(y)$$

4.4.2 Ακριβείς μέθοδοι για ακυρώσεις με χρήση του βασικού συνόλου παραδοχών

Στην ενότητα αυτή θεωρείται η ύπαρξη ακυρώσεων και no-shows και πάλι κάτω από το πρίσμα του βασικού συνόλου παραδοχών.

4.4.2.1 Στατικό μοντέλο

Με q_j συμβολίζεται η πιθανότητα μια επιβεβαιωμένη κράτηση στην έναρξη του σταδίου j να «επιβιώσει» έως την έναρξη του σταδίου $j-1$. Υπενθυμίζουμε ότι στα single-leg στατικά μοντέλα της ενότητας 3.1.3 τα στάδια αριθμούνται αντίστροφα από το N έως το 0. Έτσι η πιθανότητα να ακυρωθεί μία κράτηση κατά το στάδιο j είναι $1-q_j$. Με $Z_j(y)$ συμβολίζουμε τις κρατήσεις που επιβιώνουν στο τέλος του σταδίου j κατά το οποίο υπάρχουν y επιβεβαιωμένες κρατήσεις. Άρα οι ακυρώσεις που πραγματοποιούνται στο στάδιο j είναι $y - Z_j(y)$.

Η εξίσωση του Bellman (3) της παραγράφου 3.1.3.2, τροποποιείται για να συμπεριλάβει τις ακυρώσεις και παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$V_j(y) = E \left[\max_{0 \leq u \leq D_j} \{ p_j u + H_{j-1}(y+u) \} \right],$$

με οριακές συνθήκες την (44) και με το $H_{j-1}(y)$ να περιγράφεται από τη σχέση:

$$H_{j-1}(y) = E[V_{j-1}(Z_j(y))] = \sum_{z=0}^y \binom{y}{z} q_j^z (1-q_j)^{y-z} V_{j-1}(z)$$

και να συμβολίζει το αναμενόμενο κέρδος, μετά την ακύρωση των κρατήσεων στο στάδιο j .

Όπως και στην περίπτωση του στατικού μοντέλου της παραγράφου 4.4.1.1, ο μηχανισμός ελέγχου της διαθεσιμότητας που επιλέγεται είναι αυτός των εμφολιασμένων ορίων κράτησης. Τα όρια κράτησης προκύπτουν από τη σχέση:

$$b_j^* = \min \{ y \geq 0 : p_j < H_{j-1}(y) - H_{j-1}(y+1) \}, \quad j = 1, \dots, n-1$$

σύμφωνα με την οποία είναι βέλτιστο να δεχθούμε μια κράτηση για την κλάση j αν και μόνο αν οι επιβεβαιωμένες κρατήσεις y είναι αυστηρά λιγότερες από b_j^* .

4.4.2.2 Δυναμικό μοντέλο

Με q_t συμβολίζεται η πιθανότητα μια επιβεβαιωμένη κράτηση στην έναρξη της περιόδου t , να επιβιώσει έως την περίοδο $t+1$. Επίσης το πλήθος των κρατήσεων που

επιβιώνουν $Z_t(y)$, αποτελεί μια τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί τη διωνυμική (q_t, y) κατανομή.

Έτσι οι νέες εξισώσεις βελτιστότητας, γίνονται:

$$V_t(y) = E \left[\max_{u \in \{0,1\}} \{R(t)u + H_{t+1}(y+u)\} \right],$$

όπου

$$H_{t+1}(y) = E \left[V_{t+1}(Z_t(y)) \right] = \sum_{z=0}^y q_t^z (1-q_t)^{1-z} V_{t+1}(z)$$

συμβολίζει το αναμενόμενο κέρδος, μετά την ακύρωση των κρατήσεων στην περίοδο t . Οι οριακές συνθήκες είναι ίδιες με αυτές του μοντέλου για no-shows (45).

4.5 Αναπληρώσιμη Χωρητικότητα

Ένα συχνό φαινόμενο στην περίπτωση υπερπλήρωσης είναι η παροχή εναλλακτικών υπηρεσιών κάνοντας χρήση ίδιων πόρων της επιχείρησης, που κανονικά προορίζονται για διαφορετικά προϊόντα ή άλλες κλάσεις από αυτές που έχει αγοράσει ο πελάτης. Για παράδειγμα σε ένα ξενοδοχείο εάν προκύψει υπερπλήρωση σε ένα τύπο δωματίου (πχ Standard Double Room) και υπάρχει διαθεσιμότητα σε κάποιο άλλο ανώτερο τύπο δωματίου (πχ Sea view Double Room) τότε ο πελάτης αναβαθμίζεται στο διαθέσιμο δωμάτιο (complimentary upgrade). Έτσι η χωρητικότητα του ενός δωματίου αναπληρώνεται από τη χωρητικότητα του άλλου.

Αξιοποιώντας τη δυνατότητα αυτή, μια επιχείρηση μπορεί να είναι περισσότερο ελαστική στον ορισμό των ορίων υπερπλήρωσης για πόρους χαμηλότερης αξίας που αφενός είναι αναπληρώσιμοι και αφετέρου δεν προκαλούν τη δυσαρέσκεια του πελάτη.

4.5.1 Μοντελοποίηση

Για τη συνδυασμένη αντιμετώπιση του προβλήματος της υπερπλήρωσης πολλαπλών πόρων (πχ πολλαπλοί τύποι δωματίων) καταστρώνεται ένα πρόγραμμα βελτιστοποίησης δύο περιόδων [51]. Στην πρώτη περίοδο, η οποία αναφέρεται ως «περίοδος κρατήσεων», λαμβάνονται αποφάσεις για την αποδοχή ή όχι των αιτήσεων που καταφθάνουν με γνώμονα τις πιθανότητες ακυρώσεων που έχουν υπολογιστεί. Στην δεύτερη περίοδο, η

οποία αναφέρεται ως «περίοδος υπηρεσίας», προσμετρούνται οι ακυρώσεις και γίνεται ανάθεση των πελατών στους πόρους με κριτήριο τη μεγιστοποίηση των εσόδων και τη μείωση των εξόδων υποβάθμισης ή μεταφοράς των πελατών.

Με n συμβολίζεται το πλήθος των κλάσεων και με m το πλήθος των διαφορετικών πόρων. Η τρέχουσα κατάσταση περιγράφεται από το πλήθος y_j των επιβεβαιωμένων κρατήσεων για κάθε κλάση j ενώ με x_j συμβολίζεται το μέγιστο πλήθος αιτήσεων για κάθε κλάση j , που μπορούν γίνουν αποδεκτές κατά την περίοδο κρατήσεων (όρια υπερπλήρωσης) και αποτελεί τη μεταβλητή απόφασης του προβλήματος.

Περίοδος υπηρεσίας

Κατά την περίοδο υπηρεσίας οι ακυρώσεις και τα no-shows προσμετρούνται, και οι υπεράριθμες κρατήσεις είτε αναθέτονται σε κάποιο πόρο i , είτε δεν ικανοποιούνται και η επιχείρηση πρέπει να αποζημιώσει τον πελάτη. Η ανάθεση των υπεράριθμων πελατών στους m πόρους, μοντελοποιείται σαν ένα αιτιοκρατικό πρόβλημα ροής (deterministic network-flow problem). Έστω λοιπόν τα ακόλουθα στοιχεία:

h_{ji} - Το καθαρό κέρδος από την ανάθεση μιας κράτησης για την κλάση j στον πόρο i

C_i - Η χωρητικότητα του πόρου i

z_j - Το πλήθος των κρατήσεων για την κλάση j που δεν ακυρώνονται

z_{ji} - Το πλήθος των κρατήσεων για την κλάση j που δεν ακυρώνονται και που ανατίθενται στον πόρο i .

Επίσης θεωρείται ένας εικονικός πόρος $i=0$, ο οποίος αντιστοιχεί στην αδυναμία εξυπηρέτησης μιας κράτησης. Αυτός ο πόρος έχει πεπερασμένη αλλά πολύ μεγάλη χωρητικότητα. Έτσι η μη ικανοποίηση μιας κράτησης αντιστοιχεί στην ανάθεση της κράτησης στον εικονικό πόρο και συμβολίζεται με z_{j0} . Αντίστοιχα το καθαρό κέρδος συμβολίζεται με h_{j0} .

Με $\mathbf{z}$ συμβολίζουμε το διάνυσμα n στοιχείων που αντιστοιχεί στις μη ακυρωμένες κρατήσεις κάθε κλάσης και με $\mathbf{C}$ συμβολίζουμε το διάνυσμα $m+1$ στοιχείων που αντιστοιχεί στην χωρητικότητα κάθε πόρου, συμπεριλαμβανομένου του εικονικού.

Το τελικό πρόγραμμα βελτιστοποίησης για την περίοδο υπηρεσίας, αποτελεί ένα πρόβλημα μεταφοράς (transportation problem) το οποίο φαίνεται ακολούθως.

$$V(\mathbf{z}, \mathbf{C}) = \max \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^m h_{ji} z_{ji}$$

$$s.t. \sum_{i=0}^m z_{ji} = z_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (46)$$

$$\sum_{j=1}^n z_{ji} \leq C_i, \quad i = 0, 1, \dots, m \quad (47)$$

$$z_{ji} \geq 0; \quad j = 1, \dots, n; \quad i = 0, 1, \dots, m$$

Περίοδος κρατήσεων

Όσον αφορά την μοντελοποίηση του προβλήματος κατά την περίοδο κρατήσεων ισχύουν τα ακόλουθα.

Με Z_j συμβολίζουμε τις μη ακυρωμένες κρατήσεις της κλάσης j , οι οποίες αποτελούν συνάρτηση των αιτήσεων που έγιναν αποδεκτές, οπότε $Z_j = Z_j(x_j)$. Με q_j συμβολίζεται η πιθανότητα επιβίωσης μιας κράτησης για την κλάση j . Επίσης θεωρούμε ότι η q_j ακολουθεί διωνυμική κατανομή, την οποία εκφυλίζουμε σε Poisson ώστε να είναι δυνατή η αντιμετώπιση των ορίων κράτησης με συνεχείς μεταβλητές.

Με $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)$, $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ και $\mathbf{Z}(\mathbf{x}) = (Z_1(x_1), \dots, Z_n(x_n))$ συμβολίζονται τα αντίστοιχα διανύσματα των μεταβλητών που παρουσιάστηκαν νωρίτερα. Επίσης η τιμή κάθε κλάσης, συμβολίζεται με το διάνυσμα $\mathbf{p}$ και η αποζημίωση κάθε κλάσης, συμβολίζεται με το διάνυσμα $\mathbf{s}$. Θεωρούμε ότι $\mathbf{p} \geq \mathbf{s}$. Τέλος με $G(\mathbf{x})$ συμβολίζουμε το καθαρό αναμενόμενο κέρδος ως συνάρτηση των τελικών ορίων υπερπλήρωσης. Το τελικό πρόγραμμα βελτιστοποίησης για την περίοδο κρατήσεων, διατυπώνεται ως εξής:

$$\max_{\mathbf{x} \geq \mathbf{y}} G(\mathbf{x})$$

όπου

$$G(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T (\mathbf{x} - \mathbf{y}) - E[\mathbf{s}^T (\mathbf{x} - \mathbf{Z}(\mathbf{x}))] - E[V(\mathbf{Z}(\mathbf{x}), \mathbf{C})]$$

4.6 Υπερπλήρωση σε προβλήματα δικτύου

Σε αυτή την ενότητα θα μελετηθεί το πρόβλημα της υπερπλήρωσης σε προβλήματα δικτύου. Όπως είδαμε στην ενότητα 3.2 και στις υποενότητες αυτής, βασική παράμετρος των μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν, ήταν η χωρητικότητα (συνολική διαθεσιμότητα) των πόρων. Αναμενόμενο (και επιθυμητό επίσης) είναι ότι με την χρήση μεθόδων υπερπλήρωσης, η χωρητικότητα των πόρων αυξάνεται και πιο σωστά αντικαθιστάται από μια εικονική χωρητικότητα η οποία είναι μεγαλύτερη ή ίση με την πραγματική χωρητικότητα των πόρων. Ωστόσο αυτή η εικονική αύξηση, επηρεάζει το κόστος ευκαιρίας της χωρητικότητας, το οποίο με την σειρά του αποτελεί βασική παράμετρο για τις μεθόδους υπερπλήρωσης που βασίζονται σε οικονομικά κριτήρια όπως αυτές που είδαμε στην ενότητα 4.2.1.2.

Είναι προφανές ότι η διαχείριση της διαθεσιμότητας και η υπερπλήρωση είναι άρρηκτα συνδεδεμένες και συσχετισμένες, ωστόσο η από κοινού αντιμετώπισή τους παρουσιάζει σημαντικές δυσκολίες μοντελοποίησης και υπολογιστικού φόρτου. Έτσι στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές τα δύο προβλήματα αντιμετωπίζονται ξεχωριστά και για την αντιμετώπιση των συσχετίσεων οι αναλυτές καταφεύγουν σε στοχευόμενες παρεμβάσεις ανάλογα με την περίπτωση.

Στη συνέχεια θα εξεταστεί ένα μοντέλο το οποίο αντιμετωπίζει από κοινού το πρόβλημα της διαχείρισης των πόρων και της υπερπλήρωσης ακολουθώντας μια υβριδική προσέγγιση [52] [53]. Συγκεκριμένα για τη διαχείριση των πόρων βασίζεται στο μοντέλο του ντετερμινιστικού γραμμικού προγραμματισμού της ενότητας 3.2.3.1, αν και οποιοδήποτε άλλο μοντέλο (πχ PNL-3.2.3.2 ή RLP-3.2.3.3) θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί. Όσον αφορά την υπερπλήρωση επιλέγεται ένα απλό μοντέλο οικονομικών κριτηρίων, όπως αυτό της ενότητας 4.2.1.2

Θεωρούμε n προϊόντα και m πόρους. Ο χρονικός ορίζοντας χωρίζεται σε δύο περιόδους, στην «περίοδο κρατήσεων» και στην «περίοδο υπηρεσίας». Η περίοδος κρατήσεων ισχύει στο διάστημα $(0, T]$ και αντιστοιχεί στην περίοδο τοποθέτησης κρατήσεων για οποιοδήποτε από τα n προϊόντα. Η περίοδος υπηρεσίας ακολουθεί χρονικά την περίοδο κρατήσεων και αντιστοιχεί στην περίοδο κατά την οποία προσμετρούνται οι αφίξεις και τα no-shows (οι ακυρώσεις καταγράφονται σαν no-

shows). Επίσης κατά την περίοδο υπηρεσίας, η επιχείρηση μπορεί να αρνηθεί να εξυπηρετήσει (denial of service) κάποιες κρατήσεις λόγω ανεπάρκειας πόρων. Σε αυτή την περίπτωση η επιχείρηση οφείλει να αποζημιώσει τον πελάτη.

Η άφιξη των κρατήσεων κατά το διάστημα $(0, T]$ ακολουθεί μια στοχαστική διαδικασία.

Το διάνυσμα $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n)$ συμβολίζει τις τιμές των προϊόντων και το διάνυσμα

$\mathbf{C} = (C_1, \dots, C_m)$ συμβολίζει τις χωρητικότητες των πόρων. Το διάνυσμα $\mathbf{h} = (h_1, \dots, h_m)$

αντιστοιχεί σε κάθε πόρο ένα κόστος άρνησης εξυπηρέτησης. Το κόστος άρνησης εξυπηρέτησης μπορεί να διαφέρει μεταξύ των πόρων αλλά είναι σταθερό για κάθε πόρο ανεξάρτητα από το προϊόν που αξιοποιεί τον πόρο και τη χρονική στιγμή. Όπως και στην

ενότητα 3.2.2, με $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ ορίζουμε την μήτρα χρήσεων (incidence matrix).

Υπενθυμίζουμε ότι αν ένα στοιχείο a_{ij} είναι ίσο με 1, σημαίνει ότι ο πόρος i χρησιμοποιείται από το προϊόν j . Σε αντίθετη περίπτωση, $a_{ij} = 0$. Με $\mathbf{A}_j$

συμβολίζουμε την $j^{\text{οστή}}$ στήλη της μήτρας $\mathbf{A}$ και αντίστοιχα με $\mathbf{A}^i$ συμβολίζουμε την $i^{\text{οστή}}$ γραμμή της μήτρας $\mathbf{A}$. Το διάνυσμα $\mathbf{A}_j$ ονομάζεται διάνυσμα χρήσεων (incidence

vector). Έτσι το διάνυσμα $\mathbf{A}_j$ αναπαριστά το σύνολο των πόρων που χρησιμοποιεί το

προϊόν j και το διάνυσμα $\mathbf{A}^i$ αναπαριστά το σύνολο των προϊόντων που χρησιμοποιούν

τον πόρο i . Με τις σχέσεις $i \in \mathbf{A}_j$ και $j \in \mathbf{A}^i$, ουσιαστικά αναφερόμαστε στο γεγονός

$a_{ij} = 1$. Τέλος για λόγους απλοποίησης του μοντέλου αγνοούμε πιθανές επιστροφές

χρημάτων (refunds) για τις ακυρώσεις και τα no-shows, που μπορεί να προβλέπουν οι

όροι κράτησης μιας κλάσης. Η θεώρηση επιστροφών μπορεί εύκολα να ενσωματωθεί

αργότερα στο μοντέλο, δίχως να βλάψει την γενικότητά του.

Οι μεταβλητές αποφάσεις του προβλήματος είναι τα διανύσματα $\mathbf{x}$ και $\mathbf{y}$. Το διάνυσμα

$\mathbf{x}$ αντιστοιχεί στις εικονικές χωρητικότητες των πόρων ενώ το διάνυσμα $\mathbf{y}$ αντιστοιχεί

στην διαθεσιμότητα που παραχωρείται σε κάθε ένα από τα n προϊόντα. Τονίζουμε ότι το

$\mathbf{y}$ δεν αντιστοιχεί στις επιβεβαιωμένες κρατήσεις, όπως συνέβαινε στις προηγούμενες

ενότητες του κεφαλαίου 4 και χρησιμοποιείται με την έννοια που είχε στην ενότητα 3.2.

Τελικά η μορφή του μοντέλου διαμορφώνεται ως εξής:

$$\max_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} \quad \mathbf{p}^T \mathbf{y} - E \left[\mathbf{h}^T (\mathbf{Z}(\mathbf{x}) - \mathbf{C})^+ \right] \quad (48)$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & \mathbf{A}\mathbf{y} \leq \mathbf{x} \\ & \mathbf{0} \leq \mathbf{y} \leq E[\mathbf{D}] \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{C} \end{aligned}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (σχέση (48)) αντιστοιχεί στην καθαρή απόδοση, δηλαδή στα έσοδα από την πώληση των μη ακυρωμένων κρατήσεων μείον τα κόστη υπερπλήρωσης.

Σημειώνουμε ότι το πλήθος των μη ακυρωμένων κρατήσεων για κάθε πόρο i , προσεγγίζεται από την τυχαία μεταβλητή $Z_i(x_i)$. Ωστόσο το πραγματικό πλήθος των κρατήσεων που δεν θα ακυρωθούν, θα είναι μικρότερο, με εξαίρεση την περίπτωση που η ζήτηση θα φθάσει (ή ξεπεράσει) το όριο υπερπλήρωσης x_i . Εντούτοις, αυτή η προσέγγιση απλοποιεί σημαντικά το μοντέλο και επίσης σε περιόδους αιχμής δεν απέχει από την πραγματικότητα.

Συμβολίζοντας στη σχέση (48), με $H(\mathbf{x})$ την συνάρτηση του κόστους υπερπλήρωσης και με $F(\mathbf{y})$ την συνάρτηση κέρδους, έχουμε:

$$H(\mathbf{x}) = E \left[\mathbf{h}^T (\mathbf{Z}(\mathbf{x}) - \mathbf{C})^+ \right]$$

και

$$F(\mathbf{y}) = \mathbf{p}^T \mathbf{y}$$

Αν η $Z_i(x_i)$ ακολουθεί την διωνυμική (ή Poisson) κατανομή, τότε η $H(\mathbf{x})$ είναι αύξουσα και κυρτή στο $\mathbf{x}$. Έτσι η αντικειμενική συνάρτηση της σχέσης (48) είναι αρθρωτά κοίλη (jointly concave) στα $\mathbf{y}$ και $\mathbf{x}$ [8].

Για τον προσδιορισμό της βέλτιστης λύσης $(\mathbf{y}^*, \mathbf{x}^*)$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί κάποια γενική μέθοδος επίλυσης μη γραμμικών προγραμμάτων, ωστόσο ενδείκνυται η χρήση του αλγόριθμου εναλλασσομένων διευθύνσεων (alternating-direction method) [8].

Στην εργασία [54] αντιμετωπίζεται το πρόβλημα για την περίπτωση ξενοδοχείων με δύο τύπους δωματίων και με χρήση δυναμικού προγραμματισμού.

5 Πρόβλεψη

Ένα σύστημα ΔΑ απαιτεί προβλέψεις μεγεθών όπως η ζήτηση και οι ακυρώσεις και μάλιστα η απόδοσή του εξαρτάται σημαντικά από την ποιότητα αυτών των προβλέψεων. Πράγματι, σύμφωνα με βιομηχανικές εκτιμήσεις, 20% μείωση του σφάλματος πρόβλεψης μπορεί να επιφέρει 1% αύξηση της απόδοσης ενός συστήματος ΔΑ [57]. Αν και αυτά τα νούμερα είναι δύσκολο να γενικευτούν για όλες τις εφαρμογές συστημάτων ΔΑ, κατά γενική ομολογία η πρόβλεψη αποτελεί μια ζωτικής σημασίας διαδικασία. Μια διαδικασία στην οποία αφιερώνεται ο περισσότερος χρόνος ανάπτυξης, συντήρησης και υλοποίησης.

Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλυθεί το πρόβλημα της πρόβλεψης στο πεδίο της ΔΑ. Θα εξεταστούν ζητήματα όπως η διαθεσιμότητα δεδομένων (τόσο ποσοτικά όσο και ποιοτικά), οι στρατηγικές και μεθοδολογίες πρόβλεψης καθώς και οι παράγοντες που εμπλέκονται στην λειτουργία ενός συστήματος πρόβλεψης στο πλαίσιο ενός ευρύτερου επιχειρησιακού σχεδιασμού.

Παρά το γεγονός ότι επικεντρωνόμαστε στο πρόβλημα της πρόβλεψης στο πεδίο της ΔΑ, οι περισσότερες τεχνικές που θα περιγραφούν δεν εφαρμόζονται αποκλειστικά στην ΔΑ. Αντιθέτως, αποτελούν διαδεδομένες τεχνικές προερχόμενες από το πεδίο της στατιστικής και γενικότερα της επιχειρησιακής νοημοσύνης (Business Intelligence). Σκοπός, της ανάλυσης που θα ακολουθήσει, είναι κυρίως η καταγραφή και η επισκόπηση των μεθοδολογιών που εφαρμόζονται στο χώρο της ΔΑ και όχι η λεπτομερής εξέταση κάθε μεθόδου. Εντούτοις, θα προσφερθούν επαρκείς πληροφορίες για την κατανόηση και τη διαδικασία ενσωμάτωσης κάθε μεθόδου σε ένα ολοκληρωμένο σύστημα ΔΑ.

5.1 Συλλογή πληροφοριών και πρόβλεψη

Στην ενότητα 1.3, στην οποία εξετάστηκε η αρχιτεκτονική των συστημάτων ΔΑ, είδαμε ότι της διαδικασίας πρόβλεψης προηγείται η συλλογή πληροφοριών. Η συλλογή πληροφοριών αποτελεί μια επίπονη διαδικασία κατά την οποία εκτελούνται οι ακόλουθες τρεις βασικές λειτουργίες.

Η πρώτη λειτουργία έχει να κάνει με τη συγκέντρωση των δεδομένων από διάφορες πηγές. Σημαντικό πρόβλημα κατά το στάδιο αυτό είναι η επικοινωνία και η μεταφορά δεδομένων από πολλαπλές τοπικές ή απομακρυσμένες πηγές δεδομένων. Για παράδειγμα σε ένα ξενοδοχείο, σε τακτά χρονικά διαστήματα πρέπει να συλλέγονται πληροφορίες από την τοπική βάση δεδομένων του ξενοδοχείου και να καταφορτώνονται (download) οι νέες κρατήσεις, ακυρώσεις και τροποποιήσεις κρατήσεων από συνεργαζόμενα GDS και ADS συστήματα (όχι πάντα εφικτό), συνήθως μέσω Web Services ή XML feeds. [k]

Η δεύτερη εργασία που πρέπει να εκπονηθεί κατά το στάδιο της συλλογής δεδομένων, είναι η μετατροπή των δεδομένων που συλλέχθηκαν στο προηγούμενο βήμα, ώστε να έχουν όλα την ίδια μορφοποίηση (format) και να είναι κατάλληλα για αποθήκευση στην βάση δεδομένων (warehouse) του συστήματος. Αυτό το στάδιο ίσως να είναι και το περισσότερο επίπονο καθώς είναι πολύ πιθανό τα διαφορετικά συστήματα από τα οποία αντλούνται τα δεδομένα, πρώτον να αναφέρονται σε ίδιες οντότητες με διαφορετικούς δείκτες, δεύτερον να χρησιμοποιούν διαφορετική μορφοποίηση και τρίτον να παρέχουν ελλιπή πληροφόρηση. Για παράδειγμα κατά την καταφόρτωση των κρατήσεων από ένα GDS σύστημα, μπορεί ο κωδικός ενός δωματίου μιας κράτησης να αντιστοιχεί σε κάποιο αύξων δείκτη της βάσης δεδομένων του GDS που να μην έχει καμία σχέση με την τοπική βάση. Επίσης μπορεί οι τιμές να παρέχονται σε κάποια άλλη ισοτιμία (δολάρια αντί για ευρώ ή αντίστροφα). Τέλος πολύ πιθανό είναι το GDS να μην απαιτεί λεπτομερή στοιχεία για τους επισκέπτες, όπως ηλικία και εθνικότητα, γεγονός που αναγκάζει τους αναλυτές να χρησιμοποιούν είτε προεπιλεγμένες τιμές, είτε να μοντελοποιούν με κάποιο άλλο τρόπο την απουσία δεδομένων. Σε όλα τα παραπάνω προβλήματα, έρχεται να προστεθεί και η δίχως προειδοποίηση, αναβάθμιση των μηχανισμών επικοινωνίας που συχνά οδηγεί είτε στην αποτυχία της καταφόρτωσης κατά το πρώτο βήμα είτε στην αδυναμία αντιστοίχισης των δεδομένων και των οντοτήτων.

Η τρίτη και τελευταία εργασία που περιλαμβάνει η συλλογή δεδομένων, προβλέπει την προ-επεξεργασία και την αποθήκευση των δεδομένων που συλλέχθηκαν στα προηγούμενα δύο στάδια. Τυπικές διεργασίες που εκτελούνται σε αυτό το βήμα είναι ο υπολογισμός συγκεντρωτικών στοιχείων (σύνολα, μέσοι όροι) για διάφορα επίπεδα και μορφές σύνθεσης (aggregations), η αρχειοποίηση παλιών δεδομένων και η ανασύνταξη εσωτερικών καταλόγων αναζήτησης (indexes). Για παράδειγμα σε αυτό το στάδιο

υπολογίζονται μεγέθη όπως το κόστος κρατήσεων ανά έτος, τρίμηνο, μήνα, πηγή κράτησης, χώρα προέλευσης πελάτη, tour operators και συνδυασμούς αυτών. Αυτό το βήμα, απαιτεί σημαντικούς υπολογιστικούς πόρους, σπάνια περιλαμβάνει ανθρώπινη παρέμβαση (με εξαίρεση την αρχική υλοποίηση της βάσης) και απαλλάσσει το υποσύστημα πρόβλεψης από χρονοβόρους υπολογισμούς.

Στα παραπάνω τρία βήματα, έχει επικρατήσει να αναφερόμαστε με τα αρχικά ETL τα οποία προέρχονται από τις αγγλικές λέξεις Extract-Transform-Load [h] και τα οποία είναι τυπικά σε όλα τα συστήματα warehousing που κάνουν χρήση OLAP (Online Analytical Processing) [e]. Σημειώνουμε ότι σε συστήματα, στα οποία δεν χρησιμοποιούνται πολλαπλές πηγές δεδομένων, είναι εφικτή η χρήση των δεδομένων απευθείας από τη σχεσιακή βάση (RDBMS - [f]) που λογικά χρησιμοποιείται, οπότε τα δύο πρώτα βήματα ουσιαστικά εκφυλίζονται και το warehouse λειτουργεί κάνοντας χρήση Relational OLAP [g].

5.2 Μεγέθη προς πρόβλεψη και πηγές δεδομένων

Η μέθοδοι και τεχνικές που χρησιμοποιούνται κατά το στάδιο της βελτιστοποίησης, σε μεγάλο βαθμό καθορίζουν τα μεγέθη που πρέπει να προβλεφθούν, τη φύση των δεδομένων που πρέπει να συλλεχθούν καθώς και τη μεθοδολογία πρόβλεψης που πρέπει να χρησιμοποιηθεί. Στη συνέχεια αυτής της ενότητας θα αναφερθούν τα μεγέθη τα οποία συνήθως εκτιμώνται σε συστήματα ΔΑ για ξενοδοχεία καθώς και η προέλευση των δεδομένων που χρησιμοποιούνται.

5.2.1 Μεγέθη προς πρόβλεψη

Όσον αφορά τα μεγέθη που πρέπει να προβλεφθούν, πέρα από μια συνολική εκτίμηση της ζήτησης, ο χαρακτηρισμός του τρόπου άφιξης των αιτήσεων κατά την περίοδο κρατήσεων είναι επίσης σημαντικός. Αυτό συμβαίνει επειδή η περίοδος κρατήσεων μπορεί να διαρκεί έως και ένα ολόκληρο έτος, γεγονός που επιτρέπει στην επιχείρηση να προβαίνει σε ρυθμιστικές κινήσεις όπως η προσαρμογή των τιμών, το άνοιγμα ή κλείσιμο κλάσεων. Ομοίως συμβαίνει και με τις ακυρώσεις και τα no-shows, αφού όπως

είδαμε στο κεφάλαιο 4, όπου εξετάστηκε το θέμα της υπερπλήρωσης, μια πολιτική ελεγχόμενης υπερπλήρωσης μπορεί να επιφέρει σημαντικά οφέλη στην επιχείρηση.

Επιπρόσθετα, στα παραπάνω βασικά μεγέθη, συχνά είναι χρήσιμο να υπολογιστούν μεγέθη όπως οι πιθανότητες buy-up που είδαμε στην ενότητα 3.1.6.1, οι προοπτικές για παράλληλες πωλήσεις (cross-sales) και η μη συνειδητοποιημένη ζήτηση. Με την φράση μη συνειδητοποιημένη ζήτηση, αναφερόμαστε σε αιτήσεις κράτησης που ποτέ δεν έφθασαν στο ξενοδοχείο, επειδή το ξενοδοχείο ήταν πλήρες. Δηλαδή, τη ζήτηση που θα είχε καταγραφεί εάν το ξενοδοχείο είχε «άπειρη» χωρητικότητα. Για παράδειγμα, εάν ένας πελάτης επιθυμεί να κάνει κράτηση για ένα ξενοδοχείο και διαπιστώσει ότι αυτό δεν είναι διαθέσιμο (μέσω της ιστοσελίδας που θα επισκεφθεί ή μέσω του πρακτορείου που θα απευθυνθεί), τότε θα αναζητήσει ένα άλλο κατάλυμα και το ξενοδοχείο δεν θα μάθει ποτέ γι αυτή την ύπαρξη ενδιαφέροντος. Για τον υπολογισμό τέτοιων μεγεθών, συχνά γίνεται «αναγωγή» των συγκεντρωμένων δεδομένων μέσω εξειδικευμένων στατιστικών τεχνικών. Ορισμένες από τις τεχνικές αυτές (data unconstraining methods) είναι η μέθοδος μεγιστοποίησης της προσδοκίας (expectation-maximization method) [67], η μέθοδος δειγματοληψίας Gibbs (Gibbs sampling) [72], ο εκτιμητής Kaplan-Meir (Kaplan-Meir product-limit estimator), η μέθοδος προβολής-αντικατάστασης (projection-detruncation method).

5.2.2 Πηγές δεδομένων

Σε ένα τυπικό σύστημα ΔΑ για ξενοδοχεία, τα βασικά δεδομένα που χρησιμοποιούνται στο στάδιο της πρόβλεψης είναι τα ιστορικά στοιχεία πωλήσεων, τα οποία συνήθως προέρχονται από το PMS του ξενοδοχείου (βλ. ενότητα 2.3). Αν και αυτά τα δεδομένα είναι κατάλληλα και συνήθως αρκετά για την εξαγωγή προβλέψεων που αφορούν την ζήτηση, αξίζει να σημειώσουμε κάποιες σημαντικές αδυναμίες. Η αποκλειστική χρήση ιστορικών στοιχείων πωλήσεων για την εξαγωγή συμπερασμάτων, προϋποθέτει ότι όλες οι παράμετροι που επηρεάζουν τη ζήτηση παραμένουν αμετάβλητες. Έτσι παράμετροι όπως η μεταβολή των τιμών, η πιθανή διαφοροποίηση των υπηρεσιών, η συμπεριφορά του ανταγωνισμού, η γενικότερη κατάσταση της τοπικής και παγκόσμιας οικονομίας, οι τεχνολογικές εξελίξεις και τα ποιοτικά χαρακτηριστικά των πελατών εξαιρούνται από την ανάλυση. Ο βαθμός σημαντικότητας αυτών των παραμέτρων δεν είναι δεδομένος και

εξαρτάται πάντα από το εκάστοτε ξενοδοχείο. Για παράδειγμα ένα ξενοδοχείο το οποίο υποδέχεται επισκέπτες, προερχόμενους κυρίως από Σκανδιναβικές χώρες, εξαρτάται άμεσα από την οικονομική κατάσταση αυτών των χωρών καθώς επίσης και από την στρατηγική των tour operators που κατέχουν τη μερίδα του λέοντος σε αυτές τις αγορές. Επίσης, σημαντικά έκτακτα γεγονότα (πχ τελικός Champions League), μπορούν να αποτελέσουν σημαντική πηγή εσόδων για ένα ξενοδοχείο και επομένως πρέπει επίσης να ληφθούν υπόψη.

Οι παραπάνω αδυναμίες είναι ευρέως αναγνωρισμένες και έτσι όλα τα εξελιγμένα συστήματα ΔΑ, αφενός χρησιμοποιούν και δευτερεύουσες πηγές δεδομένων και αφετέρου τοποθετούν τον ρόλο του αναλυτή σε άρχουσα θέση. Έτσι μιλώντας για το υπό-σύστημα πρόβλεψης ενός συστήματος ΔΑ, δεν αναφερόμαστε σε ένα αμιγώς στατιστικό πακέτο αλλά σε ένα σύστημα υποστήριξης αποφάσεων που παρέχει στην διάθεση του αναλυτή όλα τα κατάλληλα εργαλεία στατιστικής ανάλυσης, εξόρυξης δεδομένων (data-mining) και παρουσίασης αποτελεσμάτων (reporting). Όσον αφορά τις δευτερεύουσες πηγές δεδομένων που αναφέρθηκαν στην αρχή της παραγράφου, ενδεικτικά αναφέρουμε τις εξής:

- CRM (Customer-relationship management): Παρέχει σημαντική πληροφόρηση για κάθε μεμονωμένο πελάτη. Στοιχεία όπως το δημογραφικό προφίλ (ηλικία, οικογενειακή κατάσταση, εθνικότητα, κ.ο.κ.), οι αγοραστικές συνήθειες (κόστος κράτησης, καταναλώσεις σε μπαρ, εστιατόρια κτλ) και οι ιδιαίτερες προτιμήσεις του πελάτη μπορούν να εξαχθούν από αυτή την πηγή. Όλα τα σύγχρονα PMS συστήματα, ουσιαστικά εσωκλείουν CRM υπο-συστήματα τα οποία λειτουργούν άρρηκτα με τα υπο-συστήματα διαχείρισης κρατήσεων.
- Ιστορικό πολιτικής ξενοδοχείου: Καθώς η συμπεριφορά των πωλήσεων εξαρτάται άμεσα από τις πολιτικές του ξενοδοχείου, για την αποδοτικότερη αξιολόγηση των παλαιών και την εκτίμηση των αναμενόμενων κρατήσεων είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε ποια ήταν η πολιτική του ξενοδοχείου για διάφορα ζητήματα όπως η τιμολόγηση, οι ακυρώσεις, οι ομαδικές κρατήσεις, οι συνεργασίες με πρακτορεία, η χρήση του internet κ.α.

- **Ανταγωνισμός:** Η κατάσταση του ανταγωνισμού πρέπει επίσης να ληφθεί σοβαρά υπόψη. Η συμπεριφορά των ανταγωνιστικών ξενοδοχείων (τιμές, διαφήμιση και προβολή), η παρείσφρηση νέων ή παλιών ανταγωνιστών σε αγορές που παραδοσιακά δραστηριοποιείται το ξενοδοχείο και γενικότερα η αλλαγή των ολιγοπωλίων αποτελούν ζητήματα τα οποία αν δεν αξιολογηθούν κατάλληλα μπορούν να οδηγήσουν σε ανεπιθύμητες συνέπειες.
- **Οικονομικοί, κοινωνικοί και πολιτικοί παράγοντες:** Οι οικονομικοί, κοινωνικοί και πολιτικοί παράγοντες σαφώς μπορούν να επηρεάσουν την καταναλωτική συμπεριφορά των πολιτών. Αυτό το γεγονός καθιστά την τουριστική βιομηχανία μια ιδιαίτερα ευαίσθητη αλλά και ευέλικτη συγχρόνως δραστηριότητα. Ευαίσθητη, επειδή παρουσιάζει ίσως τη μεγαλύτερη εξωστρέφεια από όλες τις επιχειρηματικές δραστηριότητες, γεγονός που τη φέρνει άμεσα αντιμέτωπη με καταστάσεις που άλλοι κλάδοι καλούνται να αντιμετωπίσουν με κάποια καθυστέρηση και ευέλικτη επειδή η αγορά στην οποία απευθύνεται είναι πραγματικά παγκόσμια, γεγονός που επιτρέπει την άντληση πελατών από διαφορετικές «δεξαμενές» μέσω στοχευμένων κινήσεων.

5.3 Σχεδιαστικές αποφάσεις

Αφού διαπιστωθούν τα μεγέθη προς πρόβλεψη και οι απαραίτητες πηγές δεδομένων, το επόμενο βήμα περιλαμβάνει τη λήψη κάποιων βασικών σχεδιαστικών αποφάσεων. Στην ενότητα αυτή θα εξεταστούν τα σχεδιαστικά διλήμματα κατά την υλοποίηση ενός συστήματος πρόβλεψης.

5.3.1 Παραμετρικές και μη παραμετρικές προβλέψεις

Όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 5.2.1, στα περισσότερα συστήματα ΔΑ επιθυμούμε να υπολογίσουμε μια κατανομή πιθανότητας για τη μελλοντική ζήτηση ή να εκτιμήσουμε τη μελλοντική ζήτηση ως μια συνάρτηση μεταβλητών όπως η τιμή, τα χαρακτηριστικά του προϊόντος και άλλα δευτερεύοντα στοιχεία. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με δύο τρόπους. Ο πρώτος είναι να θεωρήσουμε ότι το εκάστοτε μέγεθος προς πρόβλεψη, υπακούει σε κάποιο συγκεκριμένο λειτουργικό πρότυπο και κατόπιν να υπολογίσουμε τις

παραμέτρους αυτού του προτύπου. Αυτή η προσέγγιση χαρακτηρίζεται ως παραμετρική εκτίμηση (parametric estimation). Εναλλακτικά, μπορούμε να εκτιμήσουμε την συμπεριφορά του μεγέθους, βασιζόμενοι αποκλειστικά στα ιστορικά στοιχεία και δίχως να είναι απαραίτητες κάποιες a priori παραδοχές. Η προσέγγιση αυτή χαρακτηρίζεται ως μη παραμετρική εκτίμηση (non-parametric estimation).

Οι μη παραμετρικές εκτιμήσεις είναι περισσότερο γενικές, ωστόσο δεν συνιστούν πάντα την καλύτερη επιλογή καθώς φέρουν κάποια σημαντικά μειονεκτήματα. Το γεγονός ότι δεν βασίζονται σε κάποια αρχική θεώρηση για τη συμπεριφορά του μεγέθους, καθιστά απαραίτητη τη συλλογή μεγάλου όγκου δεδομένων ώστε να είναι δυνατή η εξάλειψη του θορύβου (noise) που εμπεριέχεται στα στοιχεία. Επίσης η προβλεπτική ικανότητά τους, θεωρείται ισχνή ακόμα και όταν επιτυγχάνουν ικανοποιητική προσαρμογή στα ιστορικά δεδομένα.

Αντίθετα οι παραμετρικές μέθοδοι, έχουν πιο περιορισμένες απαιτήσεις σε δεδομένα και είναι περισσότερο ικανές στην αφαίρεση των ανωμαλιών που εμφανίζονται στα δεδομένα (smoothing) με αποτέλεσμα να οδηγούν σε περισσότερο εύρωστες προβλέψεις. Το βασικό μειονέκτημα των παραμετρικών μοντέλων είναι ότι η ακρίβειά τους εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τις αρχικές θεωρήσεις. Για παράδειγμα αν για ένα φαινόμενο θεωρηθεί λάθος κατανομή προσέγγισης του φαινομένου (π.χ. κανονική αντί για Poisson) ή λάθος παράμετροι (πχ μέση τιμή, διακύμανση, ασυμμετρία) είναι βέβαιο ότι τα αποτελέσματα που θα παραχθούν, θα είναι εσφαλμένα.

Γενικά, σε πρακτικές εφαρμογές ΔΑ, χρησιμοποιούνται κυρίως παραμετρικοί μέθοδοι, με τις οποίες και θα ασχοληθούμε κυρίως στη συνέχεια του κεφαλαίου. Ωστόσο, αξίζει να σημειώσουμε ότι τα τελευταία χρόνια οι μη παραμετρικές μέθοδοι κερδίζουν έδαφος και έτσι η χρήση υβριδικών μοντέλων (πχ Νευρωνικά Δίκτυα) συνεχώς πυκνώνει.

5.3.2 Επίπεδα σύνθεσης

Οι προβλέψεις μπορούν να γίνουν σε διαφορετικά επίπεδα σύνθεσης (aggregation) και έτσι ο τρόπος σύνθεσης – ή αποσύνθεσης (disaggregation) - των δεδομένων και των προβλέψεων αποτελεί μια σημαντική σχεδιαστική απόφαση.

Σε προηγούμενα κεφάλαια όπου εξετάσαμε το πρόβλημα της διαχείρισης των πόρων είδαμε ότι εμπλέκονται διάφορες έννοιες όπως οι πόροι, τα προϊόντα - τα οποία αποτελούν ένα σύνολο πόρων - και οι κλάσεις οι οποίες αντιπροσωπεύουν διάφορα σενάρια πώλησης και ουσιαστικά αποτελούν συνδυασμούς προϊόντος, τιμής και όρων κράτησης.

Αν οι προβλέψεις που θα παραχθούν, θα είναι σε επίπεδο πόρων, προϊόντων ή κλάσεων εξαρτάται αφενός από τις απαιτήσεις του αλγορίθμου βελτιστοποίησης και αφετέρου από το τρόπο (και τις δυνατότητες) συλλογής και αποθήκευσης ιστορικών δεδομένων. Για παράδειγμα σε ένα ξενοδοχείο το οποίο κάνει χρήση δικτυακών μοντέλων, η πρόβλεψη για τη ζήτηση για κάθε ημέρα και τύπο δωματίου (πόρος) δεν είναι αρκετή, καθώς όπως είδαμε, είναι απαραίτητη η πρόβλεψη της ζήτησης του «δικτυακού» προϊόντος. Για παράδειγμα, πόσες αφίξεις αναμένονται για τις 10 Αυγούστου και για διάρκεια διαμονής 7 ημέρες. Σε αυτό το σημείο εγείρεται ένα σημαντικό ερώτημα. Η προβλέψεις πρέπει να γίνουν σε επίπεδο πόρων και μετά βάσει αυτών των προβλέψεων να προκύψουν οι προβλέψεις για τα προϊόντά ή να εκτιμηθούν πρώτα τα μεγέθη που αφορούν τα προϊόντα και από εκεί να δημιουργηθούν προβλέψεις σε επίπεδο προϊόντων; Δηλαδή να γίνει σύνθεση των δεδομένων ή σύνθεση των προβλέψεων. Όπως και στα περισσότερα ρεαλιστικά προβλήματα, η απάντηση είναι: εξαρτάται. Εξαρτάται από το πρόβλημα, από τα δεδομένα, από το μαθηματικό υπόβαθρο των αναλυτών και από τα διαθέσιμα τεχνολογικά εργαλεία.

5.3.3 Στρατηγικές σύνθεσης Bottom-Up και Top-Down

Για την παρατήρηση όλων των φαινομένων που περιγράφουν τη συμπεριφορά ενός μεγέθους συχνά απαιτούνται προβλέψεις σε διάφορα επίπεδα σύνθεσης. Για παράδειγμα η παρατήρηση εποχικότητας στη ζήτηση απαιτεί προβλέψεις σε επίπεδο έτους. Αντίθετα για την παρατήρηση της διακύμανσης της ζήτησης (καμπύλη ζήτησης) πριν από τις ημερομηνίες ελέγχου, λογικά απαιτούνται εκτιμήσεις σε επίπεδου τριμήνου ή εξαμήνου. Για την εξαγωγή αυτών των προβλέψεων υπάρχουν δύο στρατηγικές. Σύμφωνα με την bottom-up στρατηγική, δημιουργούνται προβλέψεις σε λεπτομερές επίπεδο (π.χ. σε επίπεδο εβδομάδας) και η δημιουργία προβλέψεων για λιγότερο λεπτομερή επίπεδα (π.χ. σε επίπεδο τριμήνου), γίνεται μέσω σύνθεσης των λεπτομερών προβλέψεων. Την

αντίστροφη πορεία προβλέπει η top-down στρατηγική. Σύμφωνα με την top-down στρατηγική, αρχικά δημιουργούνται γενικές «υπερ-προβλέψεις» (πχ σε επίπεδο έτους), και η δημιουργία προβλέψεων για περισσότερο λεπτομερή επίπεδα, γίνεται μέσω αποσύνθεσης της υπερ-πρόβλεψης.

5.4 Μέθοδοι εκτίμησης

Εκτίμηση είναι το πρόβλημα του προσδιορισμού των παραμέτρων ενός μοντέλου το οποίο περιγράφει με τον καλύτερο δυνατό τρόπο τα διαθέσιμα ιστορικά στοιχεία. Αντίθετα, πρόβλεψη είναι το πρόβλημα της πρόγνωσης του μέλλοντος. Η εκτίμηση χρησιμοποιείται για τη ρύθμιση (calibration - tuning) των παραμέτρων των μοντέλων πρόβλεψης και γενικά διενεργείται σπάνια σε σχέση με την πρόβλεψη η οποία διενεργείται σε τακτά χρονικά διαστήματα. Αν και η εκτίμηση και η πρόβλεψη αποτελούν δύο ξεχωριστές λειτουργίες υπάρχουν μέθοδοι (πχ φίλτρο Kalman), οι οποίες ενσωματώνουν και τις δύο λειτουργίες στη λογική τους. Στη συνέχεια αυτής της ενότητας θα εξεταστούν τυπικές μέθοδοι εκτίμησης και θα σχολιαστούν κάποια θεωρητικά και πρακτικά ζητήματα που προκύπτουν.

5.4.1 Εκτιμητές

Με τον όρο εκτιμητές, ουσιαστικά αναφερόμαστε σε «εικασίες» για τις παραμέτρους της υποκείμενης κατανομής από την οποία προέρχεται ένα δείγμα, δηλαδή τα ιστορικά στοιχεία που έχουμε στη διάθεσή μας. Για την παρουσίαση των εκτιμητών στη συνέχεια της ενότητας, θεωρούμε ότι το μέγεθος προς πρόβλεψη είναι η ζήτηση.

5.4.1.1 Μη παραμετρικοί εκτιμητές

Έστω η τυχαία μεταβλητή Z_k , η οποία συμβολίζει την $k^{\text{ιστή}}$ παρατήρηση της ζήτησης και $F(z) = P(Z_k \leq z)$ η κατανομή της Z_k . Οι μη παραμετρικές μέθοδοι εκτίμησης, δεν κάνουν καμία παραδοχή για την κατανομή $F(\cdot)$. Για παράδειγμα για τον υπολογισμό της $F(z)$ θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι

μικρότερες ή ίσες με z . Σε αυτή την περίπτωση, η εμπειρική κατανομή $F(z)$ μπορεί να θεωρηθεί ένας μη παραμετρικός εκτιμητής.

Το πλεονέκτημα των μη παραμετρικών εκτιμητών είναι ότι δεν κάνουν καμία παραδοχή. Ωστόσο, απαιτούν σημαντικό όγκο δεδομένων για να είναι ασφαλείς. Αυτό γίνεται περισσότερο κατανοητό αν επιστρέψουμε στο προηγούμενο παράδειγμα και θεωρήσουμε ότι το δείγμα των παρατηρήσεων είναι μικρό και ότι δεν υπάρχουν παρατηρήσεις οι οποίες είναι μικρότερες ή ίσες από $z = 10$. Σε αυτή την περίπτωση $P(Z_k \leq 10) = 0$, άρα σύμφωνα με τον εμπειρικό εκτιμητή $F(z)$, δεν υπάρχει ενδεχόμενο η ζήτηση να είναι μικρότερη από 10 και γενικότερα δεν υπάρχει ενδεχόμενο η ζήτηση να είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από τη μέγιστη ή ελάχιστη, αντίστοιχα, ζήτηση που έχει καταγραφεί στο δείγμα.

5.4.1.2 Παραμετρικοί εκτιμητές

Για τους παραμετρικούς εκτιμητές θεωρούμε ότι η υποκείμενη κατανομή της Z_k , είναι της μορφής:

$$P(Z_k \leq z | \mathbf{\beta}, \mathbf{y}_k) = F(z, \mathbf{\beta}, \mathbf{y}_k) \quad (49)$$

όπου $\mathbf{y}_k = (y_{k1}, \dots, y_{kM})$ είναι ένα διάνυσμα M ανεξάρτητων μεταβλητών (χρόνος, τιμές, εκδηλώσεις) και $\mathbf{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_M)$ είναι ένα διάνυσμα M παραμέτρων. Αν και η διάσταση των $\mathbf{y}_k$ και $\mathbf{\beta}$, δεν είναι υποχρεωτικά ίδια, για λόγους παρουσίασης θεωρούμε ότι και τα δύο διανύσματα έχουν M στοιχεία.

Επίσης θεωρούμε N παρατηρήσεις $z_1, \dots, z_N$, με τιμές y_{km} , $k = 1, \dots, N$, $m = 1, \dots, M$ που αντιστοιχούν στην περιγραφή κάθε παρατήρησης σε κάθε ανεξάρτητη μεταβλητή. Οι τιμές y_{km} , μπορούν εναλλακτικά να αναπαρασταθούν είτε από ένα σύνολο διανυσμάτων $\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N$, είτε από ένα $N \times M$ πίνακα $Y = [y_{km}]_{k=1, \dots, N, m=1, \dots, M}$.

Έτσι το πρόβλημα της εκτίμησης, ανάγεται στον προσδιορισμό των παραμέτρων $\mathbf{\beta}$, κάνοντας χρήση του δείγματος των N παρατηρήσεων $\{Z_k\}$.

Εκφράζοντας τη ζήτηση ως μια συνάρτηση των ανεξάρτητων μεταβλητών, προκύπτει η σχέση (50).

$$Z_k = \zeta(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{y}_k) + \xi_k \quad (50)$$

Στην παραπάνω σχέση το ξ_k συμβολίζει ένα τυχαίο θόρυβο στα δεδομένα. Αρκετά από τα μοντέλα παλινδρόμησης (regression) και χρονο-σειρών (time-series) που θα δούμε στην συνέχεια, ουσιαστικά είναι ειδικές μορφές της σχέσης (50). Για παράδειγμα ένα τυπικό γραμμικό μοντέλο ζήτησης, είναι της μορφής:

$$Z_k = \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{y}_k + \xi_k, \quad k = 1, \dots, N$$

όπου ξ_k είναι ανεξάρτητες και ιδανικά κατανομημένες $N(0, \sigma^2)$ τυχαίες μεταβλητές.

5.4.1.3 Ιδιότητες εκτιμητών

Αν θεωρήσουμε ότι οι N παρατηρήσεις $\mathbf{z}_N = (z_1, \dots, z_N)$, είναι ανεξάρτητες εκδηλώσεις της ζήτησης $\mathbf{Z}_N = (Z_1, \dots, Z_N)$, τότε ο εκτιμητής που βασίζεται σε αυτές τις παρατηρήσεις αποτελεί συνάρτηση N ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών $\hat{\boldsymbol{\beta}}(\mathbf{Z}_N)$ που κατανέμονται με τον ίδιο τρόπο και άρα αποτελεί με την σειρά του μια τυχαία μεταβλητή. Στην συνέχεια εξετάζουμε τις ιδιότητες που είναι επιθυμητό να έχουν οι (τυχαίοι) εκτιμητές.

Αμεροληψία (bias)

Αν η αναμενόμενη τιμή του εκτιμητή ισούται με την πραγματική τιμή των παραμέτρων, δηλαδή αν:

$$E[\hat{\boldsymbol{\beta}}(\mathbf{Z}_N)] = \boldsymbol{\beta},$$

τότε ο εκτιμητής χαρακτηρίζεται ως αμερόληπτος εκτιμητής. Διαφορετικά χαρακτηρίζεται ως μεροληπτικός εκτιμητής. Αν ο εκτιμητής της $m^{\text{ιστής}}$ παραμέτρου, $\hat{\beta}_m$ έχει μεγαλύτερη τιμή από την πραγματική τιμή β_m , τότε μιλάμε για θετική μεροληψία ενώ αν έχει μικρότερη τιμή, μιλάμε για αρνητική μεροληψία. Αν ο εκτιμητής είναι αμερόληπτος μόνο για μεγάλα δείγματα, δηλαδή ικανοποιεί τη σχέση:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E[\hat{\beta}(\mathbf{Z}_N)] = \beta$$

τότε χαρακτηρίζεται ασυμπτωτικά αμερόληπτος εκτιμητής. Εννοείται ότι οποιοσδήποτε αμερόληπτος εκτιμητής είναι και ασυμπτωτικά αμερόληπτος.

Ικανότητα (Efficiency)

Ένας εκτιμητής $\hat{\beta}(\mathbf{Z})$ χαρακτηρίζεται ικανός αν είναι αμερόληπτος και επίσης παρουσιάζει τη μικρότερη διακύμανση μεταξύ όλων των αμερόληπτων εκτιμητών. Για τον χαρακτηρισμό ενός εκτιμητή ως ικανό, μπορεί να χρησιμοποιηθεί το (κάτω) όριο Cramer-Rao [58]. Ομοίως με την αμεροληψία ένα εκτιμητής μπορεί να είναι ασυμπτωτικά ικανός.

Συνέπεια (Consistency)

Ένας εκτιμητής χαρακτηρίζεται συνεπής αν για κάθε $\delta > 0$, ισχύει ότι:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P(|\hat{\beta}(\mathbf{Z}_N) - \beta| < \delta) = 1,$$

δηλαδή αν καθώς το μέγεθος του δείγματος αυξάνει ο εκτιμητής συγκλίνει στην πραγματική τιμή.

5.4.2 Ελάχιστο Τετραγωνικό Σφάλμα και Εκτιμητές Παλινδρόμησης

Αρκετοί εκτιμητές βασίζονται στο ελάχιστο μέσο τετραγωνικό σφάλμα (minimum square error - MSE) και συχνά χαρακτηρίζονται και ως εκτιμητές παλινδρόμησης (regression estimators). Έτσι δεδομένης μιας σειράς παρατηρήσεων $z_1, \dots, z_N$ και των αντίστοιχων διανυσμάτων $\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N$ (οι τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών), ο εκτιμητής προκύπτει από την λύση του προβλήματος:

$$\min_{\beta} \sum_{k=1}^N [z_k - \zeta(\beta, \mathbf{y}_k)]^2$$

Το παραπάνω πρόβλημα ελαχιστοποίησης μπορεί να επιλυθεί με τη χρήση γενικών μεθόδων μη γραμμικής βελτιστοποίησης (πχ quasi-Newton). Ωστόσο, η επίλυση του

μπορεί να απλοποιηθεί σημαντικά εφόσον η $\zeta(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{y}_k)$ και τα σφάλματα ξ_k της (50), φέρουν συγκεκριμένες ιδιότητες [8].

5.4.3 Εκτιμητές μέγιστης πιθανότητας

Ενώ οι εκτιμητές παλινδρόμησης βασίζονται στο κριτήριο των ελάχιστων τετραγώνων, οι εκτιμητές μέγιστης πιθανότητας (maximum-likelihood - ML), βασίζονται στην εύρεση των παραμέτρων που μεγιστοποιούν την πιθανότητα παρατήρησης των δεδομένων του δείγματος. Πιο συγκεκριμένα, δεδομένης μιας πυκνότητας πιθανότητας f_Z , η οποία είναι συνάρτηση των παραμέτρων $\boldsymbol{\beta}$ και των μεταβλητών $\mathbf{y}_k$, η πιθανότητα παρατήρησης της τιμής z_k στην $k^{\text{οστή}}$ παρατήρηση, δίνεται από την $f_Z(z_k | \boldsymbol{\beta}, \mathbf{y}_k)$. Έτσι η συνολική πιθανότητα για όλες τις N παρατηρήσεις, προκύπτει από το γινόμενο των επί μέρους πιθανοτήτων.

$$L = \prod_{k=1}^N f_Z(z_k | \boldsymbol{\beta}, \mathbf{y}_k) \quad (51)$$

Για τον προσδιορισμό του εκτιμητή, δηλαδή των παραμέτρων $\boldsymbol{\beta}$, πρέπει να επιλυθεί το πρόβλημα μεγιστοποίησης του L . Για την απλοποίηση του προβλήματος, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον λογάριθμο του L , ώστε το παραπάνω γινόμενο να μετατραπεί σε άθροισμα. Έτσι η σχέση (51), γίνεται:

$$\max_{\boldsymbol{\beta}} \sum_{k=1}^N \ln f_Z(z_k | \boldsymbol{\beta}, \mathbf{y}_k).$$

Για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος, και εφόσον η $f_Z(\cdot)$ είναι διαφορίσιμη, μπορεί να χρησιμοποιηθεί κάποια μέθοδος βελτιστοποίησης που βασίζεται σε κλίσεις (πχ Newton).

Γενικά οι εκτιμητές ML, παρουσιάζουν καλή στατιστική συμπεριφορά κάτω από πολύ γενικές συνθήκες και μάλιστα ικανοποιούν (ασυμπτωτικά) και τα τρία κριτήρια που περιγράψαμε στην ενότητα 5.4.1.3.

5.4.4 Μέθοδος Ροπών και Εκτιμητές Ποσοστιαίων Σημείων

Οι επικρατέστεροι εκτιμητές είναι αυτοί της παλινδρόμησης και της μέγιστης πιθανότητας, που είδαμε στις δύο προηγούμενες ενότητες. Ωστόσο, συχνά χρησιμοποιούνται και άλλοι εκτιμητές. Οι δύο πιο συνηθισμένοι είναι η μέθοδος των ροπών (method of moments) και οι εκτιμητές ποσοστιαίων σημείων (quantile estimators).

Η μέθοδος των ροπών, υπολογίζει τις παραμέτρους β , μέσω ενός συστήματος εξισώσεων, οι οποίες προκύπτουν από την εξίσωση των ροπών, μιας θεωρητικής κατανομής, με τις αντίστοιχες μέσες τιμές (ροπές) στα δεδομένα του δείγματος.

Οι εκτιμητές ποσοστιαίων σημείων, επίσης χρησιμοποιούν ένα σύστημα εξισώσεων. Έτσι αν οι παράμετροι β που επιθυμούμε να υπολογίσουμε είναι m , τότε κατασκευάζονται m σχέσεις που εξισώνουν τη μέση τιμή και τη διασπορά της θεωρητικής κατανομής με τις αντίστοιχες τιμές του δείγματος για διάφορα ποσοστιαία σημεία.

5.5 Μέθοδοι πρόβλεψης

Σε αυτή την ενότητα θα εξεταστούν μέθοδοι πρόβλεψης, δηλαδή μέθοδοι που προσπαθούν να παράγουν προγνώσεις για τις μελλοντικές τιμές μιας σειράς δεδομένων. Στην ΔΑ το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στην ζήτηση (συνολική αναμενόμενη ζήτηση και αναμενόμενη ζήτηση για διάφορα επίπεδα σύνθεσης), ωστόσο συχνά και προβλέψεις άλλων μεγεθών όπως οι ακυρώσεις, τα no-shows, το μήκος διαμονής κ.α., είναι απαραίτητες. Στη συνέχεια της ενότητας θα αναφερόμαστε στο μέγεθος της ζήτησης, κυρίως για λόγους συνέπειας μεταξύ των μεθόδων που θα παρουσιαστούν και χωρίς αυτό να σημαίνει ότι οι εν λόγω μέθοδοι δεν είναι κατάλληλες για τα υπόλοιπα μεγέθη.

Πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση των μεθόδων, οφείλουμε να σημειώσουμε ότι σε ένα σύστημα ΔΑ, σημαντική έμφαση δίνεται στην ταχύτητα, την ευρωστία και την απλότητα των αλγορίθμων πρόβλεψης. Αυτό συμβαίνει, όχι επειδή η ακρίβεια των προβλέψεων δεν είναι σημαντική, αλλά επειδή ο όγκος των δεδομένων που πρέπει να επεξεργαστούν και το πλήθος των μεγεθών που πρέπει να προβλεφθούν είναι τεράστιος

ακόμα και για τα σημερινά υπολογιστικά δεδομένα. Για παράδειγμα μια αεροπορική εταιρία μπορεί να διαθέτει 50.000 δρομολόγια (απευθείας πτήσεις ή πτήσεις με ενδιάμεσους σταθμούς) για το καθένα από τα οποία διατίθενται 10 διαφορετικές κλάσεις. Γι αυτό το λόγο, όλη η διαδικασία επεξεργασίας των δεδομένων (ETL), πρόβλεψης, βελτιστοποίησης και μεταφόρτωσης ελέγχων, συνήθως εκτελείται σε ώρες που τα πληροφοριακά συστήματα της επιχείρησης παρουσιάζουν τα χαμηλότερα επίπεδα χρήσης. Για παράδειγμα κατά τη διάρκεια της νύχτας.

Στις ενότητες που θα ακολουθήσουν θα γίνει μια επισκόπηση των αλγορίθμων πρόβλεψης που χρησιμοποιούνται στην ΔΑ, ξεκινώντας με κάποιους ευρετικούς αλγορίθμους και συνεχίζοντας με αλγορίθμους όπως χρονο-σειρές, Bayes, φίλτρο Kalman και νευρωνικά δίκτυα.

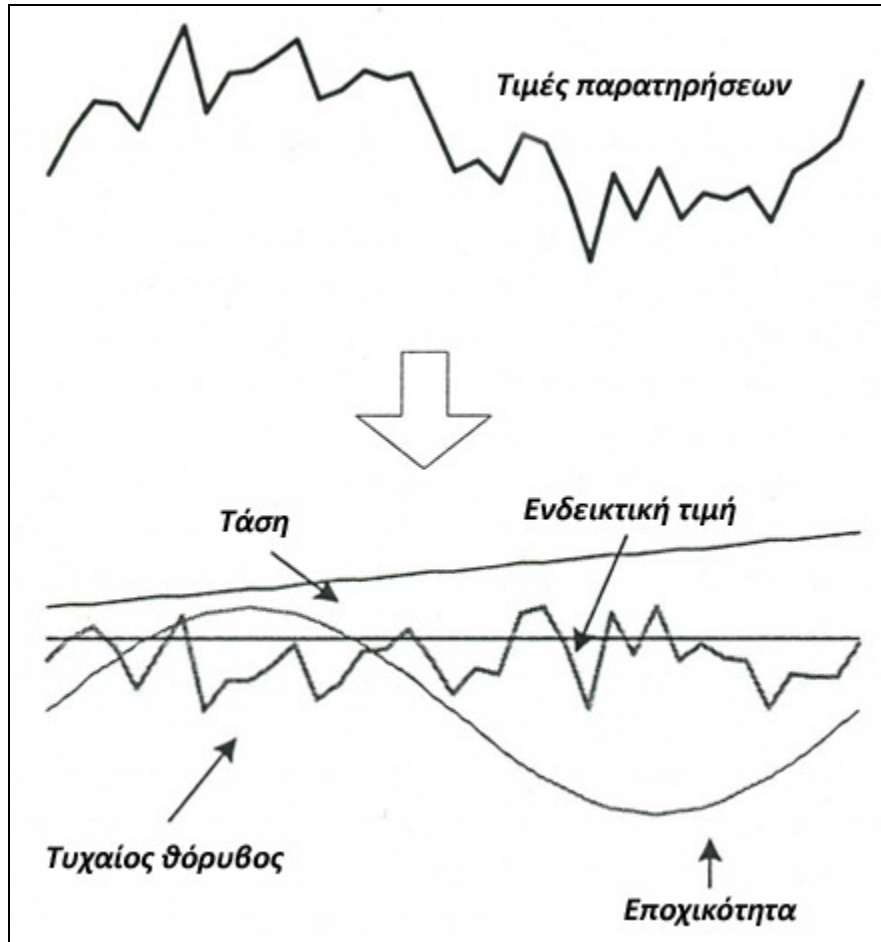
5.5.1 Απλές μέθοδοι πρόβλεψης

Η πρώτη ομάδα μεθόδων που θα εξετάσουμε περιλαμβάνει μεθόδους οι οποίες φέρουν το κοινό χαρακτηριστικό ότι θεωρούν ότι η συμπεριφορά των δεδομένων αποτελεί την συνισταμένη τριών βασικών συνιστωσών (Σχήμα 6), οι οποίες είναι:

- **Ενδεικτική τιμή (Level):** Η ενδεικτική τιμή των δεδομένων. Η ενδεικτική τιμή των δεδομένων μπορεί να αντιστοιχεί στην στατιστική μέση τιμή τους, χωρίς ωστόσο αυτό να είναι υποχρεωτικό.
- **Τάση (Trend):** Η προβλέψιμη μεταβολή της τιμής των δεδομένων στον χρόνο. Συνήθως η τάση μοντελοποιείται ως μια αύξουσα ή φθίνουσα γραμμική συνάρτηση, ωστόσο και άλλες συναρτήσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν.
- **Εποχικότητα (Seasonality):** Το περιοδικό ή απλά επαναλαμβανόμενο μοτίβο των τιμών των δεδομένων στον χρόνο. Για παράδειγμα η αυξημένη ζήτηση κατά τους καλοκαιρινούς μήνες για ξενοδοχεία σε τουριστικούς προορισμούς.

Οι δομικές μέθοδοι πρόβλεψης είναι λογικά συνεπείς, είναι απλές στον προγραμματισμό και στην συντήρησή τους και αποδίδουν ικανοποιητικά σε πρακτικές εφαρμογές. Έτσι αποτελούν ίσως τις περισσότερο διαδεδομένες μεθόδους σε πρακτικές εφαρμογές ΔΑ.

Μια κοινή στρατηγική των μεθόδων αυτών είναι η «εξομάλυνση» (smoothing) των δεδομένων, ώστε να υπολογιστούν οι συνιστώσες του επιπέδου, της τάσης και της εποχικότητας και κατόπιν να εκτιμηθούν οι μελλοντικές τιμές του μεγέθους.



Σχήμα 6: Η συμπεριφορά των μεγεθών στον χρόνο και οι συνιστώσες της.

5.5.1.1 Κινούμενη μέση τιμή M-περιόδων

Έστω t η παρούσα χρονική στιγμή και ότι επιθυμούμε να προβλέψουμε τις τιμές για την στιγμή $t+k$ στο μέλλον. Την πρόβλεψη για τη χρονική στιγμή $t+k$, τη συμβολίζουμε με $\hat{Z}_{t+k}$. Με $z_1, \dots, z_t$ συμβολίζουμε τις παρατηρήσεις και με $\hat{Z}_{t+1}, \dots, \hat{Z}_{t+k}$ συμβολίζουμε τις προβλέψεις για διάφορες μελλοντικές χρονικές στιγμές στο μέλλον.

Σύμφωνα με την μέθοδο Κινούμενης Μέσης Τιμής M-περιόδων (M-Period moving average, KMT), η πρόβλεψη για τις στιγμές $t+k, t+k-1, \dots, t+1$ είναι κοινή και ίση με τον μέσο όρο των τελευταίων M παρατηρήσεων. Δηλαδή:

$$\hat{Z}_{t+1} = \frac{z_t + z_{t-1} + \dots + z_{t-M+1}}{M}$$

ή

$$\hat{Z}_{t+1} = \hat{Z}_t + \frac{z_t - z_{t-M}}{M}$$

Σαφώς, όσο μεγαλύτερο είναι το k τόσο μικρότερη είναι η προβλεπτική ικανότητα τις μεθόδου και γενικά επιλέγονται μικρά k .

Η μέθοδος KMT είναι πολύ απλή και γρήγορη και βασίζεται σε μια ευρετική λογική, σύμφωνα με την οποία οι πιο πρόσφατες παρατηρήσεις παρέχουν καλύτερες προγνώσεις σε σχέση με παλιότερα δεδομένα. Έτσι δεν είναι απαραίτητη η χρήση όλων των παρατηρήσεων, αλλά μόνο των M τελευταίων. Το πλήθος των παρατηρήσεων M που θα χρησιμοποιηθούν αποτελεί βασική σχεδιαστική απόφαση, καθώς όσο μεγαλύτερο είναι το M , τόσο καλύτερα αποσβένεται η επίδραση ακραίων (μη αντιπροσωπευτικών) τιμών του δείγματος. Αντίθετα, μικρότερες τιμές του M παρέχουν καλύτερες προβλέψεις (εφόσον το δείγμα δεν περιέχει σημαντικές ανωμαλίες).

Επίσης, η μέθοδος KMT αποτυγχάνει στην ενσωμάτωση τάσεων. Δηλαδή αν υπάρχει κάποια τάση αύξησης ή μείωσης της ζήτησης αυτή δεν θα καταγραφεί στα αποτελέσματα της ζήτησης.

5.5.1.2 Εκθετική εξομάλυνση

Τα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης (Exponential smoothing - EE) είναι μεταξύ των περισσότερο διαδεδομένων μοντέλων πρόβλεψης, σε συστήματα ΔΑ. Τρία βασικά στοιχεία των μοντέλων EE είναι τα εξής:

A_t . Εκτίμηση της ενδεικτικής (μέσης) τιμής για την περίοδο t

T_t . Εκτίμηση της τάσης για την περίοδο t

S_t . Εκτίμηση ενός συντελεστή εποχικότητας για την περίοδο t

Απλή εκθετική εξομάλυνση (AEE)

Αποτελεί την απλούστερη έκδοση της εκθετικής εξομάλυνσης. Το βασικό χαρακτηριστικό της AEE είναι μία σταθερά $0 < \alpha < 1$, η οποία αποκαλείται σταθερά εξομάλυνσης (smoothing constant) και επηρεάζει την εκτίμηση της ενδεικτικής τιμής.

Η πρόβλεψη για την χρονική στιγμή $t+1$, δίνεται από την σχέση:

$$\hat{Z}_{t+1} = A_t = \alpha z_t + (1-\alpha)\hat{Z}_t \quad (53)$$

και ομοίως με την KMT είναι ίδια και για τις επόμενες μελλοντικές στιγμές, δηλαδή:

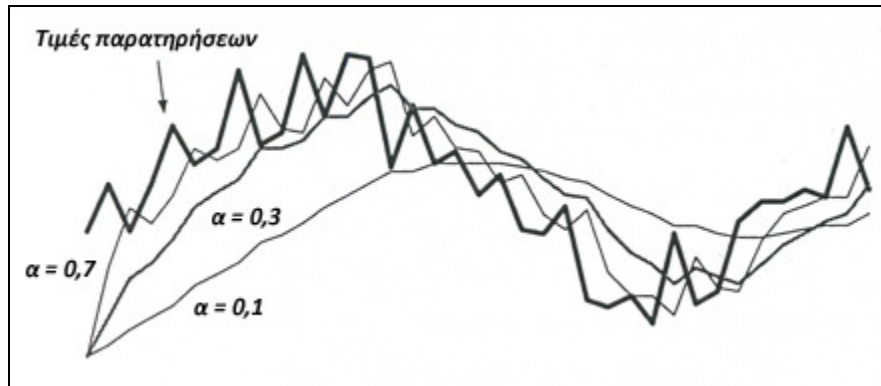
$$\hat{Z}_{t+k} = \hat{Z}_{t+1}, \quad k = 1, \dots, K$$

Η επιλογή του α αποτελεί σχεδιαστική απόφαση και συχνά ρυθμίζεται κατά την παραμετροποίηση του συστήματος πρόβλεψης. Όσο μικρότερο είναι το α , τόσο μεγαλύτερη είναι η εξομάλυνση και έτσι η πρόβλεψη γίνεται περισσότερο σταθερή και ανεξάρτητη του εγγενούς θορύβου των δεδομένων. Ωστόσο, μεγαλύτερες τιμές του α , κάνουν το μοντέλο περισσότερο ευαίσθητο στις πρόσφατες αλλαγές των τιμών των παρατηρήσεων. Σε πρακτικές εφαρμογές ΔΑ, τυπικές τιμές του συντελεστή είναι μεταξύ 0,05 και 0,3 ενώ υπάρχουν και προσαρμοστικές μέθοδοι οι οποίες αυτόματα θέτουν την τιμή του α , ανάλογα με την απόδοση του.

Αναλύοντας την αναδρομική σχέση (53), και αντικαθιστώντας συνεχώς τους όρους $\hat{Z}$, προκύπτει η παρακάτω ακολουθία εξισώσεων και τελικά η σχέση (54).

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{t+1} &= \alpha z_t + (1-\alpha)\hat{Z}_t \\ &= \alpha z_t + (1-\alpha)(\alpha z_{t-1} + (1-\alpha)\hat{Z}_{t-1}) \\ &= \alpha z_t + \alpha(1-\alpha)z_{t-1} + (1-\alpha)^2\hat{Z}_{t-1} \\ &= \vdots \\ &= \alpha \sum_{j=0}^{\infty} (1-\alpha)^j z_{t-j} \end{aligned} \quad (54)$$

Όπως φαίνεται στην σχέση (54), η πρόβλεψη την χρονική στιγμή $t+1$ αποτελεί σταθμισμένο συνδυασμό όλων των προηγούμενων παρατηρήσεων με τα βάρη να μειώνονται «εκθετικά» κατά $(1-\alpha)$. Έτσι όσο μεγαλύτερο είναι το α , τόσο περισσότερο εξαρτάται η πρόβλεψη από τις πρόσφατες παρατηρήσεις. Στο Σχήμα 7, απεικονίζεται αυτή η συμπεριφορά.



Σχήμα 7: Εκθετική εξομάλυνση για διαφορετικές τιμές της σταθεράς εξομάλυνσης

Εκθετική εξομάλυνση με γραμμική τάση

Όπως και πριν με α συμβολίζεται μια σταθερά εξομάλυνσης που αντιστοιχεί στην ενδεικτική τιμή. Επίσης θεωρούμε μια νέα σταθερά εξομάλυνσης, $0 < \beta < 1$, η οποία αντιστοιχεί στην τάση. Η πρόβλεψη για τη χρονική στιγμή $t+1$, δίνεται από τη σχέση:

$$\hat{Z}_{t+1} = A_t + T_t \quad (55)$$

όπου

$$A_t = \alpha z_t + (1 - \alpha)(\hat{Z}_t + T_t) \quad (56)$$

$$T_t = \beta(\hat{Z}_t - \hat{Z}_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (57)$$

Σε αντίθεση με την απλή ΕΕ, για τη χρονική στιγμή $t+k$, η πρόβλεψη δεν θεωρείται ίδια με την πρόβλεψη για $t+1$ και υπολογίζεται από την σχέση:

$$\hat{Z}_{t+k} = A_t + kT_t, \quad k = 1, \dots, K$$

Εκθετική εξομάλυνση με τάση και εποχικότητα (Μέθοδος Holt-Winter)

Η μέθοδος Holt-Winter βρίσκει εφαρμογή όταν το μέγεθος που εξετάζουμε παρουσιάζει εποχικότητα (μηνιαία, ετήσια κ.ο.κ.). Όπως και στην προηγούμενη μέθοδο θεωρούμε τις σταθερές α, β καθώς και μια νέα σταθερά $0 < \gamma < 1$ η οποία αναλαμβάνει την εξομάλυνση της συνιστώσας της εποχικότητας. Επίσης με L , συμβολίζουμε το πλήθος των «εποχών». Δηλαδή αν μιλάμε για μηνιαία εποχικότητα το πλήθος των εποχών είναι $L = 12$. Έτσι η πρόβλεψη για την χρονική στιγμή $t+k$, δίνεται από την σχέση:

$$\hat{Z}_{t+k} = (A_t + kT_t)S_{t+k-L}, \quad k=1, \dots, K$$

και οι τρεις συνιστώσες τροποποιούνται ως ακολούθως:

$$A_t = \alpha \left(\frac{z_t}{S_{t-L}} \right) + (1-\alpha)(\hat{Z}_t + T_t) \quad (58)$$

$$T_t = \beta (\hat{Z}_t - \hat{Z}_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1} \quad (59)$$

$$S_t = \gamma \left(\frac{z_t}{S_t} \right) + (1-\gamma)S_{t-L} \quad (60)$$

Ο παράγοντας S_t συμβολίζει την εποχικότητα για την περίοδο t που όπως φαίνεται στην σχέση (60) εξομαλύνεται μέσω της σταθεράς γ και της τιμής που είχε η συνιστώσα της εποχικότητας στο τελευταία ανακύκλωση, δηλαδή πριν L εποχές. Η σχέση (58), από την οποία προκύπτει ο παράγοντας A_t είναι ίδια με την σχέση (56) της ΕΕ με γραμμική τάση, με την διαφορά ότι ο όρος z_t αντικαθίσταται από τον όρο $\frac{z_t}{S_{t-L}}$, αφαιρώντας έτσι από τον παράγοντα A_t την επίδραση της εποχικότητας, η οποία υπολογίζεται στον παράγοντα S_t .

5.5.2 Μέθοδοι πρόβλεψης με χρονο-σειρές

Το βασικό χαρακτηριστικό των μεθόδων χρονοσειρών (time-series) είναι ότι βασίζονται σε μοντέλα που περιγράφουν τις υποκείμενες χρονοσειρές δεδομένων. Μια συλλογή τυχαίων μεταβλητών $\{Z_t\}$ χαρακτηρίζεται ως χρονοσειρά εάν αναπαριστά διαδοχικές παρατηρήσεις που λαμβάνονται στην πάροδο του χρόνου. Γίνεται η θεώρηση ότι οι τιμές Z_t , παράγονται από ένα δυναμικό σύστημα, το οποίο μπορεί να εξαρτάται από παλιότερες τιμές Z_s (για $s \leq t$) και από τυχαίες διαταραχές $\{\xi_t\}$. Κατά την χρονική στιγμή t , έχουμε παρατηρήσεις για προηγούμενες χρονικές στιγμές και επιθυμούμε να προβλέψουμε είτε την τιμή Z_{t+k} για κάποια μελλοντική στιγμή $t+k$, είτε τις παραμέτρους της κατανομής της Z_{t+k} .

Σε διαδικασίες πρόβλεψης με χρονοσειρές, διακρίνονται δύο βασικά στάδια. Αρχικά γίνεται μια υπόθεση για τον τύπο της διαδικασίας που παράγει τα δεδομένα της χρονοσειράς. Σε αυτό το στάδιο επιστρατεύονται διάφορες τεχνικές προσδιορισμού των μοντέλων που ταιριάζουν καλύτερα στα δεδομένα της χρονοσειράς. Αφού προσδιοριστεί το μοντέλο που θα χρησιμοποιηθεί, εκτιμώνται οι παράμετροί του και κατόπιν επιλέγεται και εφαρμόζεται η μέθοδος πρόβλεψης που είναι κατάλληλη για το μοντέλο.

Βασικό πλεονέκτημα των μεθόδων χρονοσειρών είναι ότι μοντελοποιούν τις συσχετίσεις μεταξύ των δεδομένων και αξιοποιούν πιθανές εξαρτήσεις για να παράγουν καλύτερες προβλέψεις. Σε ποιο βαθμό, θα αξιοποιήσει ο εκάστοτε αναλυτής τις δυνατότητες αυτές, εξαρτάται από τα διαθέσιμα δεδομένα και από το βαθμό που η βελτίωση των αποτελεσμάτων αντισταθμίζει την επιπρόσθετη πολυπλοκότητα.

Στην συνέχεια της ενότητας θα παρουσιαστούν τυπικά μοντέλα χρονοσειρών και μέθοδοι πρόβλεψης. Ωστόσο, πρώτα κρίνεται απαραίτητο να παρουσιαστούν δύο βασικές έννοιες: η στασιμότητα (stationarity) και η αυτοσυσχέτιση (autocorrelation).

5.5.2.1 Στασιμότητα

Η στασιμότητα αποτελεί μια σημαντική ιδιότητα των χρονοσειρών που μπορεί να απλοποιήσει σημαντικά την διαδικασία της πρόβλεψης. Μια χρονοσειρά χαρακτηρίζεται στάσιμη εάν οι στατιστικές της ιδιότητες δεν μεταβάλλονται στον χρόνο. Πιο συγκεκριμένα, αν $Z_t, \dots, Z_{t+k}$ και $Z_{t+m}, \dots, Z_{t+m+k}$ είναι δύο σύνολα k τυχαίων μεταβλητών, τότε η σειρά είναι στάσιμη αν η από κοινού κατανομή των δύο συνόλων είναι ίδια για κάθε t και για κάθε συνδυασμό των k και m .

Ο λόγος που η ιδιότητα της στασιμότητας είναι πολύ σημαντική, μπορεί εύκολα να γίνει κατανοητός αν θεωρήσουμε δύο σειρές N στοιχείων, από τις οποίες η πρώτη δεν παρουσιάζει στασιμότητα, και επιχειρήσουμε να υπολογίσουμε έστω τη μέση τιμή, τη διακύμανση και τη συνδιακύμανση.

Καθώς η πρώτη σειρά δεν παρουσιάζει στασιμότητα σημαίνει ότι για τον υπολογισμό των παραπάνω μεγεθών πρέπει να υπολογιστούν N αναμενόμενες τιμές, N διακυμάνσεις και $N(N-1)/2$ συνδιακυμάνσεις – δηλαδή συνολικά $(N^2 + 3N)/2$ παράμετροι. Αντίθετα, για την δεύτερη σειρά, η οποία ικανοποιεί το κριτήριο της

στασιμότητας, αρκεί ο υπολογισμός $2+(N-1)$ παραμέτρων καθώς υπάρχουν $N-1$ μοναδικές συνδιασπορές (επειδή τα Z_t και Z_{t+k} έχουν ίδια από κοινού κατανομή), μία κοινή μέση τιμή και μία κοινή διακύμανση.

Με μια πρώτη ματιά, η θεώρηση στασιμότητας, φαίνεται μια ιδιαίτερα περιοριστική παραδοχή. Αυτό, ωστόσο, είναι εν μέρει αλήθεια. Πράγματι, οι περισσότερες χρονοσειρές που απαντώνται σε πραγματικές εφαρμογές είναι ξεκάθαρα μη στάσιμες. Για παράδειγμα οι χρονοσειρές των δεδομένων από τις κρατήσεις ενός ξενοδοχείου είναι σίγουρα μη στάσιμες, καθώς σε αυτές εμπλέκονται σημαντικές εποχικότητες καθώς επίσης και πιθανές τάσεις. Παρ' όλα αυτά, αν και οι χρονοσειρές δεν είναι στάσιμες, κατάλληλοι μετασχηματισμοί - όπως η σχετική διαφοροποίηση διαδοχικών παρατηρήσεων - μπορεί να ικανοποιούν το κριτήριο της στασιμότητας. Στην πράξη, αυτή η τεχνική είναι ιδιαίτερα διαδεδομένη και από τις προβλέψεις που προκύπτουν από τις μετασχηματισμένες σειρές, αναδομούνται οι προβλέψεις των αρχικών χρονοσειρών.

5.5.2.2 Αυτοσυσχέτιση

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (autocorrelation function - ACF) και η συνάρτηση επί μέρους αυτοσυσχέτισης (Partial ACF), αποτελούν τα βασικά εργαλεία για το προσδιορισμό της συσχέτισης των τιμών μιας χρονοσειράς. Συγκεκριμένα με τον υπολογισμό της αυτοσυσχέτισης (ή της επί μέρους αυτοσυσχέτισης) για διάφορα βήματα (lags - υστερήσεις) μπορούν να κατασκευαστούν ειδικά διαγράμματα (corellograms), από την μελέτη των οποίων μπορούν να βγουν συμπεράσματα για το αν μια χρονοσειρά περιέχει τάσεις ή εποχικότητες. Επίσης η μελέτη των διαγραμμάτων αυτών μας δίνει πληροφορίες για τα διαστήματα που πρέπει να χρησιμοποιηθούν κατά τη διαφοροποίηση μιας χρονοσειράς που περιέχει εποχικότητες, ώστε η νέα χρονοσειρά που θα προκύψει να είναι στάσιμη.

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης για βήμα j , δίνεται από την σχέση:

$$r_j = \frac{\sum_{t=1}^{N-j} (z_t - \bar{z})(z_{t+j} - \bar{z})}{\sum_{t=1}^N (z_t - \bar{z})^2}$$

όπου με $\bar{z}$ συμβολίζεται ο μέσος όρος του δείγματος.

$$\tilde{z} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N z_j$$

Για τον υπολογισμό της επί μέρους αυτοσυσχέτισης η διαδικασία υπολογισμού είναι αρκετά ποιο σύνθετη και περιλαμβάνει τη χρήση εξειδικευμένων αλγορίθμων [i].

5.5.3 Μοντέλα στάσιμων χρονοσειρών

Τα μοντέλα στάσιμων (stationary) χρονοσειρών βασίζονται στη θεώρηση μιας στοχαστικής διαδικασίας, της μορφής:

$$Z_t = \mu + \xi_t - \psi_1 \xi_{t-1} - \psi_2 \xi_{t-2} - \dots \quad (61)$$

όπου ψ_t και μ είναι σταθερές παράμετροι και ξ_t είναι μια τυχαία ανεξάρτητη μεταβλητή (λευκός θόρυβος) που ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέσο 0 και τυπική απόκλιση σ_ξ για κάθε t .

Στην συνέχεια παρέχεται η τυπική μορφή των τριών σημαντικότερων μοντέλων στάσιμων χρονοσειρών.

Moving average process – MA(q)

Μια διαδικασία MA, τάξης q, δίνεται από την σχέση:

$$Z_t = \mu + \xi_t - \psi_1 \xi_{t-1} - \dots - \psi_q \xi_{t-q}$$

Autoregressive process - AR(p)

Μια διαδικασία AR, τάξης p, δίνεται από την σχέση:

$$Z_t = \delta + \xi_t + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_p Z_{t-p}$$

Η παραπάνω σχέση προκύπτει από κατάλληλους μετασχηματισμούς της σχέσης (61) και με δ και θ_t , συμβολίζεται ένα νέο σύνολο σταθερών που εξαρτάται από τα μ και ψ_t .

Autoregressive moving average process - ARMA(p,q)

Η διαδικασία αυτή ουσιαστικά αποτελεί συνδυασμό των δύο προηγούμενων διαδικασιών και δίνεται από την σχέση:

$$Z_t = \delta + \xi_t + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_p Z_{t-p} - \psi_1 \xi_{t-1} - \dots - \psi_q \xi_{t-q}$$

Η καταλληλότητα κάθε μεθόδου εξαρτάται καθαρά από τα δεδομένα της σειράς και μπορεί να προσδιοριστεί μέσω μιας διαδικασίας Box-Jenkins [8]. Αφού επιλεγθεί ποια μέθοδος θα χρησιμοποιηθεί, αρκεί να προσδιοριστούν οι παράμετροι κάθε μεθόδου $(\delta, \theta_i, \mu, \psi_i)$ κάνοντας χρήση κριτηρίων ML (5.4.3) ή MSE (5.4.2). Τέλος σημειώνουμε ότι σε πρακτικές εφαρμογές οι τάξεις των διαδικασιών, δηλαδή το p και το q , σπάνια υπερβαίνουν το 2.

5.5.4 Μοντέλα μη στάσιμων χρονοσειρών

Οι περισσότερες χρονοσειρές που αντιμετωπίζονται σε πραγματικές εφαρμογές σπάνια ικανοποιούν το κριτήριο της στασιμότητας με αποτέλεσμα η χρήση μοντέλων όπως αυτών της προηγούμενης παραγράφου να οδηγούν σε κακές προβλέψεις. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος έχουν αναπτυχθεί τεχνικές, οι οποίες μέσω κατάλληλων μετασχηματισμών, κατασκευάζουν χρονοσειρές, οι οποίες ικανοποιούν το κριτήριο της στασιμότητας και στις οποίες κάλλιστα μπορούν να εφαρμοστούν οι παραπάνω τεχνικές. Οι προβλέψεις που προκύπτουν από την χρήση των μετασχηματισμένων χρονοσειρών, μπορούν κατόπιν να μετασχηματιστούν ξανά ώστε να αντιπροσωπεύουν τα αυθεντικά δεδομένα.

Η επικρατέστερη τεχνική για την δημιουργία στάσιμων χρονοσειρών, είναι η μέθοδος των διαφορών (differencing). Μη στάσιμες χρονοσειρές οι οποίες μπορούν να μετατραπούν σε στάσιμες, μέσω της μεθόδου των διαφορών ονομάζονται ομογενείς χρονοσειρές (homogenous). Ανάλογα με την φύση των δεδομένων, και άλλες τεχνικές όπως η χρήση του λογάριθμου (σε περίπτωση που οι σχετικές αλλαγές είναι στάσιμες) μπορούν να οδηγήσουν σε στάσιμα παράγωγα. Ωστόσο, για λόγους παρουσίασης, σε αυτή την ενότητα θα επικεντρωθούμε στην μέθοδο των διαφορών.

Δεδομένης μιας χρονοσειράς Z_t , ορίζουμε μια νέα χρονοσειρά $W_t = Z_t - Z_{t-1}$. Η χρονοσειρά W_t χαρακτηρίζεται ως η πρώτη διαφορά (first-difference) της Z_t και μπορεί να αποτελεί μια στάσιμη χρονοσειρά. Για παράδειγμα αν στην Z_t , εντοπίζεται μια γραμμική τάση, η W_t λογικά θα είναι στάσιμη. Σε περίπτωση που η W_t , δεν είναι

στάσιμη, τότε η διαδικασία μπορεί να συνεχιστεί έως ότου η νέα χρονοσειρά ικανοποιεί το κριτήριο της στασιμότητας. Κάθε φορά η μέθοδος των διαφορών, εφαρμόζεται στην τελευταία χρονοσειρά. Έτσι η δεύτερη διαφορά (second-difference) της Z_t , θα προκύψει από την εφαρμογή της μεθόδου των διαφορών στην W_t . Εάν η χρονοσειρά που θα προκύψει μετά από d εφαρμογές της μεθόδου των διαφορών, είναι μια $ARMA(p, q)$ διαδικασία, τότε η Z_t αποτελεί μια $ARIMA(p, d, q)$ διαδικασία. Όπως και για τα p και q , σε πρακτικές εφαρμογές, το d σπάνια παίρνει τιμές μεγαλύτερες του 2.

Για τον προσδιορισμό του πλήθους των διαφορών που πρέπει να εκτελεστούν και γενικότερα αν σε μια σειρά πρέπει να εφαρμοστεί η μέθοδος των διαφορών, απαραίτητη είναι η χρήση του κριτηρίου της αυτοσυσχέτισης (5.5.2.2). Ανάλογα με την τιμή της αυτοσυσχέτισης για διάφορα βήματα, ο αναλυτής μπορεί να προσδιορίσει αν μια σειρά είναι στάσιμη ή όχι και αναλόγως να προχωρήσει στους ανάλογους μετασχηματισμούς.

Η μελέτη της στατιστικής συμπεριφοράς των χρονοσειρών (αυτοσυσχέτιση, στασιμότητα), αφενός απαιτεί δυνατές γνώσεις στατιστικής και αφετέρου περιλαμβάνει αρκετές μη αυτοματοποιημένες εργασίες. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, τα μοντέλα χρονοσειρών να παραχωρούν την θέση τους σε απλούστερα μοντέλα (π.χ. εκθετική εξομάλυνση), παρά το γεγονός ότι με κατάλληλη παραμετροποίηση αποδίδουν σημαντικά καλύτερα από τις άλλες μεθόδους.

5.5.5 Bayesian μέθοδοι πρόβλεψης

Οι Bayesian μέθοδοι αποτελούν μια μεγάλη ομάδα τεχνικών πρόβλεψης, που χρησιμοποιούν Bayes λογική, για να συνδυάσουν υποκειμενικές εκτιμήσεις με πληροφορίες προερχόμενες από ιστορικά δεδομένα. Αυτή η ομάδα μεθόδων είναι ιδιαίτερα χρήσιμη, όταν οι παρατηρήσεις για ένα μέγεθος είναι περιορισμένες, όπως στην περίπτωση ενός νέου ξενοδοχείου. Έτσι κατά την διαδικασία της πρόβλεψης γίνεται μια αρχική εκτίμηση, βασισμένη σε ανθρώπινη κρίση ή άλλες πηγές δεδομένων (πχ ερωτηματολόγια) και καθώς νέα δεδομένα παρατηρούνται, νέες λεπτομερέστερες εκτιμήσεις υπολογίζονται.

5.5.5.1 Βασικές αρχές

Θεωρείται μια διαδικασία $Z_1, Z_2, \dots$, της οποίας κάθε παρατήρηση αποτελεί μια ανεξάρτητη τυχαία μεταβλητή. Επίσης με $f(z|\theta)$ συμβολίζεται η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της Z_t , η οποία εξαρτάται από μία άγνωστη παράμετρο θ . Για παράδειγμα αν η Z_t έχει μια κατανομή Poisson, το θ μπορεί να αντιστοιχεί στον μέσο λ . Η άγνωστη παράμετρος θ , επίσης θεωρείται μια τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $g(\theta)$. Η $g(\theta)$, αναπαριστά την αρχική εκτίμηση για την παράμετρο θ και αποκαλείται prior κατανομή.

Καθώς νέα δεδομένα παρατηρούνται, γίνεται επανεκτίμηση της παραμέτρου θ , σύμφωνα με τον κανόνα του Bayes. Έτσι αν με $g_0(\theta)$, συμβολίζεται η αρχική ($t=0$) εκτίμηση του θ και με z_1 συμβολίζεται η πρώτη παρατήρηση, η καινούργια κατανομή (posterior κατανομή) του θ , δίνεται από την σχέση:

$$g_1(\theta) = \frac{g_0(\theta) f(z_1|\theta)}{\int_{\theta} g_0(\theta) f(z_1|\theta) d\theta} \quad (62)$$

Έτσι η νέα εκτίμηση προκύπτει από την αναμενόμενη τιμή του θ , βάσει της $g_1(\theta)$, δηλαδή:

$$\theta^* = E[\theta] = \int_{\theta} \theta g_1(\theta) d\theta \quad (63)$$

και η νέα πρόβλεψη προκύπτει θέτοντας $\hat{Z}_t = E[Z_t | \theta^*]$ (όπως αναφέρθηκε παραπάνω το Z_t αποτελεί συνάρτηση του θ). Κατά την έλευση νέων δεδομένων $z_2, z_3, \dots$, η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται, έτσι ώστε η πρόβλεψη να περιέχει επίκαιρη πληροφόρηση και λογικά η διασπορά του θ σταδιακά μειώνεται.

Για να είναι πρακτική η χρήση μεθόδων Bayes, είναι χρήσιμο οι τυχαίες μεταβλητές Z_t και θ , να ακολουθούν κάποιες κατανομές οι οποίες οδηγούν σε posterior κατανομές του θ , οι οποίες ικανοποιούν δύο βασικά κριτήρια:

- Έχουν ίδια μορφή κατανομής με την prior κατανομή

- Οι παράμετροί τους, υπολογίζονται άμεσα από τις αρχικές τους τιμές και τις παρατηρήσεις που έχουν συλλεχθεί.

Στην συνέχεια παραθέτουμε ορισμένα γνωστά ζεύγη κατανομών (συζυγείς εκ-των-προτέρων κατανομές – conjugate prior distributions) που ικανοποιούν τα παραπάνω κριτήρια.

Βήτα-Διωνυμική (Beta-Binomial): Οι $Z_1, Z_2, \dots$, είναι 0-1 τυχαίες μεταβλητές από μια Bernoulli κατανομή με $P(Z_i = 1) = \theta$, και η θ είναι μια τυχαία μεταβλητή με κατανομή Βήτα και παραμέτρους α, β . Μετά την παρατήρηση των $z_1, z_2, \dots, z_N$, η θ εξακολουθεί να έχει κατανομή Βήτα με νέες παραμέτρους $\alpha' = \alpha + \sum_{k=1}^N z_k$ και $\beta' = \beta + N - \sum_{k=1}^N z_k$.

Poisson-Γάμμα (Poisson-Gamma): Οι $Z_1, Z_2, \dots$ ακολουθούν κατανομή Poisson με μέσο λ και το λ ακολουθεί κατανομή Γάμμα με παραμέτρους α, β . Μετά την παρατήρηση των $z_1, z_2, \dots, z_N$, η λ εξακολουθεί να έχει κατανομή Γάμμα με νέες παραμέτρους $\alpha' = \alpha + \sum_{k=1}^N z_k$ και $\beta' = \beta + N$.

Κανονική-Κανονική (Normal-Normal): Οι $Z_1, Z_2, \dots$ ακολουθούν κανονική κατανομή με διασπορά σ^2 και άγνωστο μέσο ($\mu = \theta$). Η παράμετρος μ , επίσης ακολουθεί κανονική κατανομή με μέσο n και διασπορά u^2 . Μετά την παρατήρηση των $z_1, z_2, \dots, z_N$, η μ εξακολουθεί να έχει κανονική κατανομή με νέες παραμέτρους:

$$n' = \frac{\sigma^2 n + u^2 \sum_{k=1}^N z_k}{\sigma^2 + N u^2} \quad (64)$$

και

$$u'^2 = \frac{\sigma^2 u^2}{\sigma^2 + N u^2} \quad (65)$$

Γενικά, η διαδικασία, είναι αρκετά απλή και δεν απαιτεί μνήμη καθώς η πληροφορία των παλαιών δεδομένων, περιέχεται στις πιο πρόσφατες εκτιμήσεις. Ωστόσο, αυτή η απλότητα εξανεμίζεται σε περιπτώσεις που οι κατανομές δεν είναι συζυγείς, οπότε οι υπολογισμοί γίνονται σημαντικά πιο περίπλοκοι.

Οι μέθοδοι πρόβλεψης που βασίζονται στον κανόνα του Bayes, είναι επίσης χρήσιμες σε περιπτώσεις που είναι επιθυμητή η σύνθεση δεδομένων από διαφορετικές πηγές. Για παράδειγμα, μια αεροπορική εταιρία μπορεί να εκτιμήσει τη ζήτηση μιας νέας γραμμής, αξιοποιώντας ιστορικά δεδομένα από άλλες πτήσεις που εξυπηρετούν κοινούς προορισμούς με την νέα γραμμή. Σε αυτή την περίπτωση, οι μέθοδοι αποκαλούνται ιεραρχικές (hierarchical Bayes methods). Μια εκτενής περιγραφή των ιεραρχικών μεθόδων Bayes, γίνεται στην εργασία [8].

5.5.6 Μοντέλα χώρου πιθανών καταστάσεων και φίλτρο Kalman

Όπως και στα μοντέλα χρονοσειρών, τα μοντέλα χώρου πιθανών καταστάσεων (state-space models), θεωρούν μια χρονοσειρά $\{Z_t\}$ η οποία παράγεται από ένα υποκείμενο δυναμικό σύστημα. Το σύστημα αυτό ορίζεται από μια κατάσταση και από ένα σύστημα εξισώσεων που από κοινού περιγράφουν πως η κατάσταση και τα εξαγόμενα αποτελέσματα του συστήματος (πχ τα δεδομένα της χρονοσειράς), εξελίσσονται στον χρόνο και σε συνάρτηση με πιθανές τυχαίες εισόδους. Έτσι η μελλοντική συμπεριφορά του συστήματος μπορεί να περιγραφεί πλήρως από την τρέχουσα κατάσταση και τις μελλοντικές εισόδους. Αυτό το χαρακτηριστικό αποκαλείται Μαρκοβιανή αναπαράσταση του συστήματος (Markovian representation). Ωστόσο, συχνά η τρέχουσα κατάσταση ενός συστήματος είναι δύσκολο να προσδιοριστεί και έτσι εναλλακτικά χρησιμοποιούνται εκτιμήσεις που βασίζονται σε παρατηρήσεις.

Στην συνέχεια θα εξετάσουμε μία από τις επικρατέστερες μεθόδους χώρου πιθανών καταστάσεων, το φίλτρο Kalman.

5.5.6.1 Φίλτρο Kalman

Μοντελοποίηση

Έστω $\mathbf{y}_t \in \mathbb{R}^n$ το διάνυσμα που περιγράφει την κατάσταση του συστήματος στη χρονική στιγμή t . Η κατάσταση του συστήματος θεωρείται ότι εξελίσσεται σύμφωνα με ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων:

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}\mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{v}_t \quad (66)$$

όπου $\mathbf{v}_t \in \mathbb{R}^n$ είναι ένα διάνυσμα τυχαίων μεταβλητών, το οποίο αποκαλείται θόρυβος διαδικασίας (process noise) και $\mathbf{A}$ είναι ένας $n \times n$ πίνακας παραμέτρων. Επίσης, θεωρούμε ότι το $\mathbf{v}_t$ αντιστοιχεί σε μια διαδικασία Gauss (λευκός θόρυβος) $N(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$, όπου $\mathbf{Q}$ είναι ένας γνωστός $n \times n$ πίνακας, που αποκαλείται πίνακας συνδιασποράς θορύβου διαδικασίας (process-noise covariance matrix).

Με $\mathbf{z}_t \in \mathbb{R}^m$, συμβολίζονται το διάνυσμα παρατηρήσεων, το οποίο σχετίζεται με την κατάσταση του συστήματος σύμφωνα με τη σχέση:

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{H}\mathbf{y}_t + \xi_t \quad (67)$$

όπου $\mathbf{H}$ είναι ένας γνωστός $m \times n$ πίνακας παραμέτρων και ξ_t είναι ένα m διάνυσμα ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών, που αποκαλείται θόρυβος μέτρησης (measurement noise) και θεωρούμε ότι ακολουθεί κανονική κατανομή $N(0, \mathbf{R})$. Το $\mathbf{R}$, είναι ένας γνωστός $m \times m$ πίνακας και αποκαλείται πίνακας συνδιακύμανσης θορύβου μέτρησης (measurement noise covariance matrix).

Αλγόριθμος πρόβλεψης

Στην ενότητα αυτή θα περιγραφεί ο αλγόριθμος πρόβλεψης του φίλτρου Kalman. Αρχικά θα αναφερθούν τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται και οι αναπαραστάσεις αυτών και κατόπιν θα περιγραφεί η ροή των ελέγχων με χρήση ψευδοκώδικα.

Ως $(\cdot)_{t|t-1}$, συμβολίζεται η τιμή μιας μεταβλητής τη χρονική στιγμή t , βάσει της πληροφορίας που έχει συλλεχθεί μέχρι και την στιγμή $t-1$. Σε κάθε χρονική στιγμή t , υπάρχει ως δεδομένο μια εκτίμηση της κατάστασης $\hat{\mathbf{y}}_{t|t-1}$, η οποία εμπεριέχει όλη την πληροφορία από προηγούμενες παρατηρήσεις. Μετά τη χρονική στιγμή t , λαμβάνεται μια νέα παρατήρηση $\mathbf{z}_t$ και ανανεώνεται η εκτίμηση για την κατάσταση του συστήματος, από $\hat{\mathbf{y}}_{t|t-1}$ σε $\hat{\mathbf{y}}_{t|t}$ σύμφωνα με την σχέση (66). Κατόπιν, γίνεται μια πρόβλεψη για τη χρονική στιγμή $t+1$, δηλαδή $\hat{\mathbf{z}}_{t+1} = \mathbf{H}\hat{\mathbf{y}}_{t+1|t}$ και $\hat{\mathbf{y}}_{t+1|t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}_{t|t}$.

Με $\mathbf{e}_{t|t-1} = \mathbf{y}_t - \hat{\mathbf{y}}_{t|t-1}$ και $\mathbf{e}_{t|t} = \mathbf{y}_t - \hat{\mathbf{y}}_{t|t}$, συμβολίζονται οι αποκλίσεις από την πραγματική κατάσταση πριν και μετά την ενημέρωση της κατάστασης (δηλαδή της παρατήρησης $\mathbf{z}_t$).

Τέλος, με $P_{t|t-1} = E[e_{t|t-1}e_{t|t-1}^T]$ και $P_{t|t} = E[e_{t|t}e_{t|t}^T]$, συμβολίζονται οι αντίστοιχοι πίνακες συνδιασπορών των σφαλμάτων.

Ο αλγόριθμος έχει ως εξής:

Αρχικοποίηση:

Θέτουμε $t = 0$ και θεωρούμε αρχικές τιμές για τα $\mathbf{P}_{0|0}$ (έστω $\mathbf{I}$) και $\hat{\mathbf{y}}_{0|0}$.

Βήμα πρόβλεψης:

Ανανέωση πρόβλεψης, σφαλμάτων και κατάστασης.

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{y}}_{t+1|t} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}_{t|t} \\ \mathbf{P}_{t+1|t} &= \mathbf{A}\mathbf{P}_{t|t}\mathbf{A}^T + \mathbf{Q} \\ \mathbf{z}_{t+1} &= \mathbf{H}\hat{\mathbf{y}}_{t+1|t}\end{aligned}$$

Βήμα ενημέρωσης της μέτρησης:

Μετά την παρατήρηση z_{t+1} , έχουμε:

$$\hat{\mathbf{y}}_{t+1|t+1} = \hat{\mathbf{y}}_{t+1|t} + \mathbf{K}_{t+1}(\mathbf{z}_{t+1} - \hat{\mathbf{z}}_{t+1}), \quad (68)$$

όπου ο πίνακας $\mathbf{K}_{t+1}$ (κέρδος Kalman – Kalman gain), δίνεται από την σχέση:

$$\mathbf{K}_{t+1} = \mathbf{P}_{t+1|t}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{P}_{t+1|t}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}$$

Ενημέρωση της συνδιασποράς των σφαλμάτων:

$$\mathbf{P}_{t+1|t+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{t+1}\mathbf{H})\mathbf{P}_{t+1|t}$$

Ένα ιδιαίτερα ελκυστικό χαρακτηριστικό του αλγορίθμου πρόβλεψης του μοντέλου Kalman, είναι η αναδρομική λειτουργία του. Σε κάθε βήμα, χρειάζεται η διατήρηση δύο μόνο μεταβλητών και συγκεκριμένα η τρέχουσα εκτίμηση της κατάστασης και ο πίνακας συνδιασποράς των σφαλμάτων. Καθώς λαμβάνονται νέες παρατηρήσεις, η ενημέρωση των δύο αυτών μεταβλητών γίνεται σχετικά εύκολα και κυρίως με μικρό υπολογιστικό φόρτο.

Το κέρδος Kalman $\mathbf{K}_t$, ουσιαστικά αποτελεί έναν προσαρμοστικό παράγοντα εξομάλυνσης. Καθώς $t \rightarrow \infty$, αποδεικνύεται ότι το $\mathbf{K}_t$ συγκλίνει σε ένα στατικό πίνακα

Κ και ουσιαστικά η μέθοδος εκφυλίζεται σε απλή εκθετική εξομάλυνση (σχέση (53))[8].

Τέλος, όσον αφορά τους πίνακες **A, H, Q** και **R**, παρά το γεγονός ότι θεωρούνται γνωστοί, στην πράξη εκτιμώνται κατά τη διαδικασία της πρόβλεψης, βάσει των διαθέσιμων δεδομένων και τη χρήση διάφορων μεθόδων. Οι μέθοδοι μέγιστης πιθανότητας (maximum-likelihood methods) και ελάχιστου τετραγωνικού σφάλματος είναι μερικές μόνο από τις δυνατές επιλογές [60][61].

5.5.7 Νευρωνικά δίκτυα

Όλες οι μέθοδοι πρόβλεψης που εξετάστηκαν μέχρι και αυτό το σημείο ακολουθούν μια συγκεκριμένη στρατηγική: προϋποθέτουν μια συγκεκριμένη διαδικασία που παράγει την ζήτηση και κατόπιν προσπαθούν να προσδιορίσουν τις παραμέτρους αυτής της διαδικασίας. Σε αντιδιαστολή, οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης και συγκεκριμένα τα νευρωνικά δίκτυα (ΝΔ) δεν κάνουν κάποιες *a priori* υποθέσεις και επιχειρούν να προσδιορίσουν τη διαδικασία που περιγράφει την ζήτηση. Τα ΝΔ βασίζονται σε μια αρχιτεκτονική δικτύου που επιχειρεί να προσομοιώσει τη λειτουργία των εγκεφαλικών νευρώνων και προέρχονται από τον ευρύτερο χώρο της τεχνητής νοημοσύνης (artificial intelligence). Βασική έννοια σε ένα ΝΔ είναι η εκπαίδευση του δικτύου, δηλαδή η ρύθμιση των παραμέτρων του δικτύου βάσει ιστορικών δεδομένων (δείγμα εκπαίδευσης), έτσι ώστε να προσεγγιστεί στον καλύτερο δυνατό βαθμό η υποκείμενη λειτουργία που παράγει τη ζήτηση.

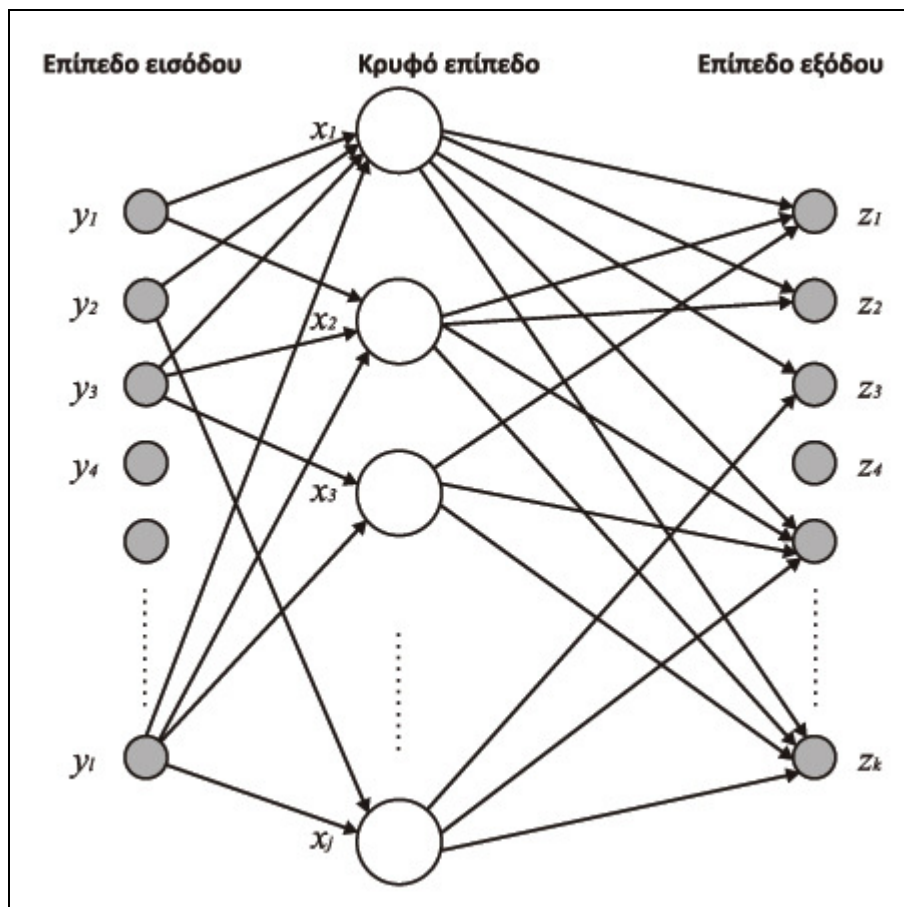
Τα ΝΔ χρησιμοποιούνται ευρέως σε εφαρμογές όπως η αναγνώριση προτύπων (pattern recognition), η ταξινόμηση (classification), η βιολογία, τα ηλεκτρονικά παιχνίδια και η πρόβλεψη χρονοσειρών. Επίσης, τα τελευταία χρόνια χρησιμοποιούνται ευρέως σε επαγγελματικές εφαρμογές στο χρηματοοικονομικό τομέα (πιστωτικός κίνδυνος, πρόβλεψη δεικτών κ.α.) ενώ ορισμένα, λίγα συστήματα ΔΑ περιέχουν υλοποιήσεις νευρωνικών δικτύων [62].

Καθώς η πρόβλεψη με χρήση νευρωνικών δικτύων, περιλαμβάνει μια ευρεία γκάμα αρχιτεκτονικών και αλγορίθμων, στη συνέχεια της ενότητας θα αναλυθούν οι αρχές

λειτουργίας ενός απλού νευρωνικού δικτύου και θα εξεταστούν ορισμένοι βασικοί αλγόριθμοι εκπαίδευσης.

5.5.7.1 Αρχιτεκτονική

Ένα ΝΔ αποτελείται από ένα κατευθυνόμενο γράφο και ένα σύνολο ποσοτήτων που ορίζονται πάνω στο γράφο. Σύμφωνα με την απλούστερη αρχιτεκτονική, οι κόμβοι του γράφου οργανώνονται σε επίπεδα (layers), τα οποία διακρίνονται στο επίπεδο εισόδου (input), στο επίπεδο εξόδου (output) και στα κρυφά επίπεδα (hidden layers). Τα κρυφά επίπεδα μπορούν να είναι ένα ή περισσότερα και οι κόμβοι ενώνονται μεταξύ τους με τόξα με φορά από την είσοδο προς την έξοδο του δικτύου. Συνήθως κάθε τόξο συνδέεται μόνο με κόμβους διαδοχικών επιπέδων. Μια τέτοια αρχιτεκτονική ονομάζεται feed-forward και αποτελεί τη βασική αρχιτεκτονική για εφαρμογές πρόβλεψης.



Σχήμα 8: Ένα feed-forward νευρωνικό δίκτυο τριών επιπέδων.

Μελέτες έχουν δείξει ότι ένα νευρωνικό δίκτυο ενός μόνο κρυφού επιπέδου είναι ικανό να προσεγγίσει τις περισσότερες μη γραμμικές διαδικασίες [63] και έτσι σε πρακτικές εφαρμογές συνήθως υπάρχουν ένα ή δύο κρυφά επίπεδα. Στο Σχήμα 8, παρουσιάζεται ένα feed-forward νευρωνικό δίκτυο με ένα κρυφό επίπεδο.

Σε εφαρμογές πρόβλεψης της ζήτησης, κάθε κόμβος του επιπέδου εισόδου συνήθως αντιστοιχεί σε μία ανεξάρτητη μεταβλητή και κάθε κόμβος του επιπέδου εξόδου αντιστοιχεί σε μια πρόβλεψη. Για παράδειγμα εάν επιθυμούμε να παράγουμε προβλέψεις για τις επόμενες τρεις χρονικές περιόδους κάνοντας χρήση των τελευταίων είκοσι παρατηρήσεων, το επίπεδο εισόδου θα έχει είκοσι κόμβους και το επίπεδο εξόδου θα έχει 3 κόμβους.

Ο προσδιορισμός του πλήθους των κρυφών επιπέδων και του πλήθους των κόμβων σε κάθε επίπεδο, γενικά εξαρτάται από το εκάστοτε πρόβλημα και από τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται. Επίσης υπάρχουν αρχιτεκτονικές, που υποστηρίζουν την αυτόματη συρρίκνωση και επέκταση του δικτύου, ανάλογα την απόδοση του δικτύου στα δεδομένα.

Γενικεύοντας τα παραπάνω, ένα νευρωνικό δίκτυο ορίζεται σαν ένας γράφος $G = (\mathcal{N}, \mathcal{A})$, όπου $\mathcal{N}$ είναι ένα σύνολο κόμβων και $\mathcal{A}$ είναι ένα σύνολο κατευθυνόμενων τόξων. Στο δίκτυο ορίζονται επίσης οι ακόλουθες ποσότητες:

- Μια μεταβλητή κατάστασης s_j , η οποία αντιστοιχεί σε κάθε κόμβο $j \in \mathcal{N}$. Συνήθως η μεταβλητή s_j είναι δυαδική (0 ή 1), συμβολίζοντας εάν ένας κόμβος είναι ενεργός ή παίρνει συνεχείς τιμές μεταξύ 0 και 1. Καθώς η κατάσταση κάθε κόμβου μπορεί να μεταβάλλεται στον χρόνο, η κατάσταση ενός κόμβου j τη χρονική στιγμή t συμβολίζεται $s_j(t)$.
- Ένα βάρος w_{ij} , για κάθε τόξο $(i, j) \in \mathcal{A}$.
- Ένα κατώφλι ενεργοποίησης v_j , το οποίο αντιστοιχεί σε κάθε κόμβο $j \in \mathcal{N}$. Τυπικά, το κατώφλι ενεργοποίησης χρησιμοποιείται για την ενεργοποίηση ή όχι ενός κόμβου. Για παράδειγμα, αν το άθροισμα των βαρών των εισερχόμενων τόξων ενός κόμβου j ,

ξεπερνάει το v_j , τότε ο κόμβος είναι ενεργός. Σε αντίθετη περίπτωση ο κόμβος είναι ανενεργός.

- Μια συνάρτηση ενεργοποίησης (ή συνάρτηση μεταφοράς), η οποία προσδιορίζει την κατάσταση ενός κόμβου ως συνάρτηση της κατάστασης των κόμβων από τους οποίους προέρχονται τα εισερχόμενα τόξα, των βαρών των εισερχόμενων τόξων και του κατωφλιού ενεργοποίησης του κόμβου. Δηλαδή, η συνάρτηση ενεργοποίησης είναι της μορφής: $f_j\left(\{s_i, w_{ij} : (i, j) \in \mathcal{A}\}, v_j\right)$. Η συνάρτηση ενεργοποίησης μπορεί να είναι διαφορετική για κάθε επίπεδο ή και για κάθε κόμβο.

Στην συνέχεια παρέχονται ορισμένα παραδείγματα συναρτήσεων ενεργοποίησης:

- Η γραμμική συνάρτηση της μορφής $f(h) = h$
- Η βηματική συνάρτηση Heavyside. Ουσιαστικά αποτελεί μια απλή σύγκριση μεταξύ $\sum_{(i,j) \in \mathcal{A}} w_{ij} s_i$ και v_j . Έτσι έχουμε:

$$f(h) = \begin{cases} 1 & \text{(ενεργός)} & \text{αν } h \geq 0 \\ 0 & \text{(μη ενεργός)} & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

- Οι σιγμοειδείς λογιστικές συναρτήσεις, οι οποίες αποτελούν μια ομάδα μονότονων, διαφορίσιμων συναρτήσεων $f(h)$, με κοινό χαρακτηριστικό ότι:

$$\lim_{h \rightarrow -\infty} f(h) = 0 \quad \text{και} \quad \lim_{h \rightarrow \infty} f(h) = 1$$

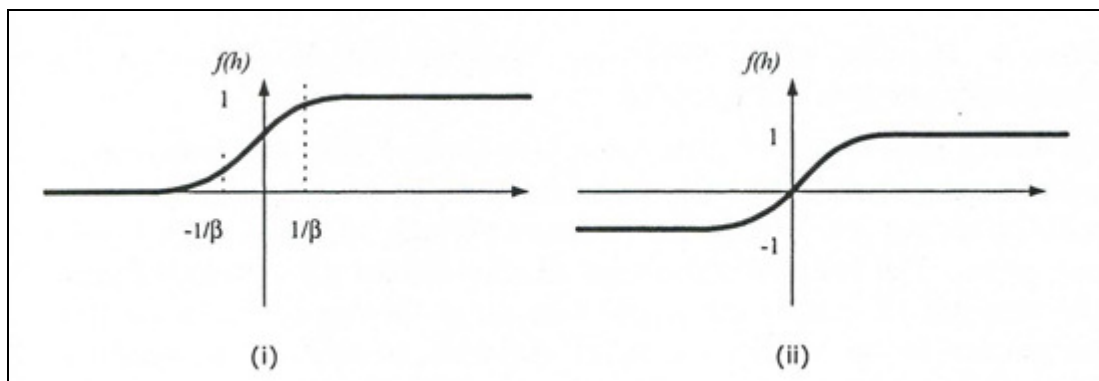
Η συνάρτηση Fermi, ανήκει σε αυτή την ομάδα συναρτήσεων.

$$f(h) = \frac{1}{1 + e^{-2\beta h}}$$

- Η συνάρτηση της υπερβολικής εφαπτομένης (tanh)

$$f(h) = \tanh(\beta h) = \frac{1 - e^{-2\beta h}}{1 + e^{-2\beta h}}$$

Μέσω της συνάρτησης μεταφοράς προκύπτει η κατάσταση του κόμβου, η οποία στην περίπτωση της συνάρτησης Heavyside είναι δυαδική ενώ τις υπόλοιπες περιπτώσεις είναι συνεχής στο διάστημα μεταξύ 0 και 1. Στο Σχήμα 9 δίνεται η μορφή των συναρτήσεων Fermi και tanh.



Σχήμα 9: Η συνάρτηση Fermi (i) και η συνάρτηση υπερβολικής εφαπτομένης (ii)

5.5.7.2 Τοπολογία δικτύου, εκπαίδευση και πρόβλεψη

Η χρήση νευρωνικών δικτύων, περιλαμβάνει τρία βασικά βήματα. Αυτά είναι ο ορισμός της τοπολογίας του δικτύου, η εκπαίδευση και η πρόβλεψη. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η διαδικασία υλοποίησης ενός υποθετικού νευρωνικού δικτύου, ώστε αυτές οι έννοιες να γίνουν πιο κατανοητές.

Ορισμός του δικτύου

Έστω ένα δίκτυο τριών επιπέδων, δηλαδή ενός κρυφού επιπέδου. Η είσοδος του συστήματος, αποτελείται από τις διαθέσιμες παρατηρήσεις και ίσως κάποιες πρόσθετες πληροφορίες (για παράδειγμα η χωρητικότητα ή οι τιμές του ξενοδοχείου) που επηρεάζουν τη ζήτηση. Το πλήθος των δεδομένων εισόδου καθορίζει και το πλήθος των κόμβων του πρώτου επιπέδου, έστω I . Επίσης με K συμβολίζουμε το πλήθος των κόμβων του επιπέδου εξόδου, το οποίο αντιστοιχεί στο πλήθος των περιόδων πρόβλεψης. Τέλος, θεωρούμε ότι το κρυφό επίπεδο, αποτελείται από J κόμβους. Τα τόξα από το επίπεδο εισόδου στο κρυφό επίπεδο, συμβολίζονται με (i, j) και τα τόξα από το κρυφό επίπεδο στο επίπεδο εξόδου συμβολίζονται με (j, k) .

Στη συνέχεια, πρέπει να οριστούν οι συναρτήσεις μεταφοράς για κάθε κόμβο του δικτύου. Έστω, ότι για τους κόμβους των επιπέδων εισόδου και εξόδου θεωρούμε μια γραμμική συνάρτηση $\tilde{f}(h) = h$ και για τους κόμβους του κρυφού επιπέδου χρησιμοποιούμε την $\tanh$ συνάρτηση. Αυτές οι συναρτήσεις καθορίζονται από τα βάρη των τόξων w_{ij}, w_{jk} , από τα κατώφλια των κόμβων v_i και από την παράμετρο β της συνάρτησης υπερβολική εφαπτομένης.

Με y_i συμβολίζεται η κατάσταση των κόμβων εισόδου i , με x_j η κατάσταση των κρυφών κόμβων και με $\hat{Z}_k$ η κατάσταση των κόμβων εξόδου. Θεωρώντας ότι η είσοδος κάθε κόμβου, αποτελείται από τον σταθμισμένο συνδυασμό των εισερχόμενων τόξων, έχουμε για τους κρυφούς κόμβους:

$$h_j = \left(\sum_{i=1}^I w_{ij} y_i \right) - v_j \quad \text{και} \quad x_j = f(h_j).$$

Ομοίως για τους κόμβους εξόδου:

$$h_k = \left(\sum_{j=1}^J w_{jk} x_j \right) - v_k \quad \text{και} \quad \hat{Z}_k = \tilde{f}(h_k)$$

Εκπαίδευση

Σε αυτό το βήμα ρυθμίζονται οι παράμετροι του δικτύου και συγκεκριμένα τα βάρη των τόξων και τα κατώφλια των κόμβων. Για την επίτευξη αυτού του σκοπού, αρκετές τεχνικές είναι διαθέσιμες. Μία από τις πρώτες τεχνικές και ακόμα και σήμερα, αρκετά δημοφιλής, είναι η μέθοδος ανάστροφης μετάδοσης σφάλματος (error back-propagation), η οποία μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας ρυθμίζει τα βάρη έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το τετραγωνική σφάλμα.

Κατά τη διαδικασία της εκπαίδευσης σημαντική προσοχή πρέπει να δοθεί στην αποφυγή υπερπροσαρμογής (overfitting). Υπερπροσαρμογή αποκαλείται το φαινόμενο της υπερεξειδίκευσης του δικτύου στα δεδομένα εκπαίδευσης, που έχει ως αποτέλεσμα την μείωση της προβλεπτικής του ικανότητας.

Πρόβλεψη

Στο βήμα ορισμού του δικτύου, είδαμε πως προκύπτει η κατάσταση των κόμβων εξόδου, που ουσιαστικά αποτελούν τα αποτελέσματα της πρόβλεψης. Έτσι με την ολοκλήρωση του σταδίου της εκπαίδευσης, αρκεί η εκτέλεση του δικτύου με είσοδο πλέον τις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις.

5.5.8 Άλλες μέθοδοι πρόβλεψης

Πέρα από τις μεθόδους πρόβλεψης που εξετάστηκαν στις προηγούμενες ενότητες, αυτού του κεφαλαίου, υπάρχουν και ορισμένες λιγότερο διαδεδομένες τεχνικές που συναντώνται σε συστήματα ΔΑ ή που έχουν προταθεί από την ερευνητική κοινότητα.

Η μέθοδος Delphi, αποτελεί μια τυποποιημένη διαδικασία εκμείευσης της γνώμης των διοικητών και των αναλυτών (αποφασίζοντες), σχετικά με την αναμενόμενη ζήτηση. Χρησιμοποιείται κυρίως σε περιπτώσεις που δεν υπάρχουν ιστορικά δεδομένα, σε περιπτώσεις που παρατηρούνται έντονες ανωμαλίες στη ζήτηση ή σε περιπτώσεις που δεν χρησιμοποιούνται πληροφοριακά συστήματα.

Μέθοδοι ασαφούς λογικής (fuzzy logic)[64] και έμπειρων συστημάτων (expert systems)[65], έχουν προταθεί για την παροχή επικουρικών αυτοματισμών (π.χ. υποκατάσταση αναλυτών). Μοντέλα πρόβλεψης, βασισμένα στην θεωρία του χάους, έχουν επίσης καταγραφεί στη βιβλιογραφία [66], χωρίς ωστόσο να έχουν εφαρμοστεί ακόμα σε κάποιο σύστημα ΔΑ. Τέλος, μια ομάδα στρατηγικών που αποκαλούνται pick-up, αξιοποιούν τις επιβεβαιωμένες κρατήσεις που υπάρχουν πριν από μια ημερομηνία ελέγχου, ώστε να παρέχουν καλύτερες βραχυπρόθεσμες εκτιμήσεις.

5.6 Διαχείριση σφαλμάτων

Ένας καθοριστικός παράγοντας για την επιτυχία ενός μοντέλου πρόβλεψης αποτελεί η κατανόηση και η σωστή αντιμετώπιση των σφαλμάτων που παρουσιάζει. Τα σφάλματα κατά την διαδικασία της πρόβλεψης χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες. Τα σφάλματα εκτίμησης και τα σφάλματα πρόβλεψης.

Τα σφάλματα εκτίμησης, αφορούν λανθασμένες εκτιμήσεις κατά την κατασκευή των μοντέλων. Για παράδειγμα, η θεώρηση μιας ακατάλληλης κατανομής για μια διαδικασία, η παράβλεψη των στατιστικών χαρακτηριστικών των παρατηρήσεων και η θεώρηση καταχρηστικών παραδοχών, αποτελούν μερικά κλασικά σφάλματα εκτίμησης. Τα σφάλματα εκτίμησης, συνήθως μπορούν να διαγνωστούν κατά την υλοποίηση ενός συστήματος.

Τα σφάλματα πρόβλεψης, σχετίζονται με την απόκλιση της πρόβλεψης από τις τιμές που τελικά καταγράφονται. Καθώς μπορούν να διαπιστωθούν μετά το πέρας των

ημερομηνιών ελέγχου, η έγκαιρη διάγνωσή τους είναι πρακτικά αδύνατη. Τα σφάλματα πρόβλεψης επηρεάζονται από τα σφάλματα εκτίμησης, ωστόσο είναι δυνατόν τα αποτελέσματα ενός ορθά υλοποιημένου συστήματος πρόβλεψης να αποκλίνουν. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η υπερ-προσαρμογή ενός μοντέλου στα ιστορικά δεδομένα.

Το σφάλμα πρόβλεψης για μια χρονική στιγμή t , δίνεται από τη σχέση:

$$e_t = z_t - \hat{Z}_t,$$

όπου $\hat{Z}_t$ είναι η πρόβλεψη και z_t είναι η τιμή του μεγέθους που τελικά καταγράφηκε τη χρονική στιγμή t . Από το σφάλμα πρόβλεψης e_t , είναι δυνατόν να κατασκευαστούν ένα σύνολο δεικτών για τον χαρακτηρισμό της απόδοσης της πρόβλεψης για ένα διάστημα N περιόδων. Ενδεικτικά αναφέρουμε τους ακόλουθους:

▪ **Άθροισμα σφαλμάτων:**

$$E_N = \sum_{t=0}^N e_t$$

▪ **Μέσο σφάλμα (mean error):**

$$\tilde{E}_N = \frac{E_N}{N}$$

Το μέσο σφάλμα αποτελεί μια ένδειξη της μεροληψίας της πρόβλεψης.

▪ **Σφάλμα εξομάλυνσης (smoothed error).** Δίνεται από την ακόλουθη αναδρομική σχέση:

$$E_N^a = a e_N + (1-a) E_{N-1}^a, \quad 0 < a < 1$$

όπου a είναι μια σταθερά εξομάλυνσης.

▪ **Μέση απόλυτη απόκλιση (mean absolute deviation - MAD):**

$$MAD_N = \frac{\sum_{t=0}^N |e_t|}{N}$$

▪ **Μέσο τετραγωνικό σφάλμα (mean squared error - MSE):**

$$MSE_N = \frac{\sum_{t=0}^N e_t^2}{N}$$

- **Μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (mean absolute percentage error - MAPE):**

$$MAPE_N = \sum_{t=0}^N \frac{|e_t/z_t|}{N}$$

Ο λόγος e_t/z_t αποκαλείται σχετικό σφάλμα (relative error) και δεν ορίζεται αν $z_t = 0$.

- **Tracking signal (TS):**

$$TS_N = \frac{E_N}{MAD_N}$$

Γενικά σε ένα σύστημα πρόβλεψης η μελέτη των σφαλμάτων είναι πολύ σημαντική και είναι απαραίτητο να εξετάζεται τόσο η απόκλιση του μοντέλου όσο και η μεροληψία του. Αναφορικά με τους δείκτες που παρέχονται παραπάνω, θεωρείται απαραίτητη η χρήση τουλάχιστον ενός από τους δείκτες MAD, MSE ή MAPE καθώς και η χρήση του δείκτη TS που καταγράφει την μεροληψία της πρόβλεψης.

Η επιλογή μεταξύ των MAD, MSE και MAPE εξαρτάται από την φύση της πρόβλεψης. Ο δείκτης MSE, τιμωρεί μεγάλα μεμονωμένα σφάλματα ενώ ο δείκτης MAD είναι καταλληλότερος για την αξιολόγηση της συνολικής απόδοσης των προβλέψεων. Ο δείκτης MAPE, θεωρείται περισσότερο κατάλληλος για την σύγκριση της απόδοσης διαφορετικών χρονοσειρών, καθώς το σφάλμα υπολογίζεται σχετικά με τις τιμές των παρατηρήσεων.

Σε πρακτικές εφαρμογές, κοινή πρακτική αποτελεί ο ορισμός κάποιων επιπέδων συναγερμού, τα οποία προειδοποιούν τους αναλυτές για την ανάγκη λήψης μέτρων (πχ αναπροσαρμογή παραμέτρων, ολική επανεξέταση του μοντέλου κοκ).

6 Συμπεράσματα

Η διοίκηση απόδοσης αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο για τα ξενοδοχεία που αποδεδειγμένα μπορεί να επιφέρει σημαντικά οικονομικά οφέλη. Στην εργασία αυτή οι βασικές επιδιώξεις ήταν τρεις. Πρώτον, να γίνει κατανοητό, τι είναι και τι περιλαμβάνει η έννοια της διοίκησης απόδοσης στα ξενοδοχεία. Δεύτερον, να γίνει μια επισκόπηση των θεωριών, μοντέλων και αλγορίθμων που ασχολούνται και εφαρμόζονται για την αντιμετώπιση των βασικών λειτουργιών σε ένα σύστημα διοίκησης απόδοσης, δηλαδή της διαχείρισης των πόρων, της ελεγχόμενης υπερπλήρωσης και της πρόβλεψης. Τέλος, να επισημανθούν θέματα που προκύπτουν σε πραγματικές εφαρμογές και που καθορίζουν την καταλληλότητα του ενός ή του άλλου μοντέλου για την εκπόνηση μιας εργασίας.

Η διαχείριση της διαθεσιμότητας, η ελεγχόμενη υπερπλήρωση και η πρόβλεψη κατέχουν κυρίαρχο ρόλο στην υλοποίηση συστημάτων διοίκησης απόδοσης. Ωστόσο, ζητήματα όπως ο κατακερματισμός της αγοράς (market segmentation) και η τιμολόγηση των υπηρεσιών (pricing) αποτελούν εξίσου σημαντικά θέματα, τα οποία καθορίζουν την επιτυχία ενός συστήματος διοίκησης απόδοσης και επίσης πρέπει να λαμβάνονται υπόψη.

Μια επίσης ενδιαφέρουσα προοπτική, είναι η εφαρμογή τεχνικών διοίκησης απόδοσης σε διαδικτυακά τουριστικά πρακτορεία, τα οποία παρέχουν τη δυνατότητα δυναμικών ταξιδιωτικών πακέτων (dynamic packaging). Πρακτορεία τα οποία παρέχουν τη δυνατότητα κράτησης ξενοδοχείων, αεροπορικών εισιτηρίων και αυτοκινήτων με μία και μοναδική συναλλαγή, λειτουργούν τα τελευταία 5 χρόνια (πχ expedia.com) και μάλιστα με μεγάλη επιτυχία. Η βελτιστοποίηση του τρόπου διάθεσης των υπηρεσιών τους, αποτελεί μια σημαντική πρόκληση αλλά και μια τεράστια ευκαιρία.

Κλείνοντας, σημειώνουμε ότι η διοίκηση απόδοσης αποτελεί πλέον, ένα αυτόνομο ερευνητικό πεδίο με σημαντική δραστηριότητα. Κάθε χρόνο, διεθνώς αναγνωρισμένοι οργανισμοί (AGIFORS, IATA, INFORMS) διεξάγουν συνέδρια με αποκλειστικό αντικείμενο τη διοίκηση απόδοσης ενώ εξειδικευμένα μαθήματα, μεταπτυχιακά προγράμματα και διδακτορικές διατριβές εκπονούνται σε αρκετά πανεπιστήμια (Cornell

University, Columbia University κ.α). Καθώς η τουριστική βιομηχανία μεταλλάσσεται, αυξημένες υπολογιστικές δυνατότητες γίνονται συνεχώς διαθέσιμες και η αγοραστική συμπεριφορά των πελατών ακολουθεί νέες τάσεις (πχ Internet, οικονομική κρίση), οι προκλήσεις που καλείται να αντιμετωπίσει η διοίκηση απόδοσης αυξάνονται καθημερινά.

7 Βιβλιογραφία – Αναφορές

Έντυπες πηγές

- [1] Lloyd's Aviation Economist. Yield Managers Now Control Tactical Marketing. May 1985, 12-13.
- [2] R. G. Cross. Strategic Selling: Yield Management Techniques to Enhance Revenue. Presented to Shearson-Lehman Brothers 1986 Airline Industry Seminar. Key Largo, Florida, 1986
- [3] J. Z. Bloom. Market Segmentation: A Neural Network Application, Annals of Tourism Research, 32:93-111, 2005
- [4] D. Lee-Ross, N. Johns, Yield management in hospitality SMEs, International Journal of Contemporary Hospitality Management, 9.2: 66-69, 1997
- [5] S. E. Kimes, Yield Management. A Tool for Capacity-Constrained Service Firms. Journal of Operations Management, 8:4, 1989
- [6] J. I. McGill, Garrett J. Van Ryzin, Revenue Management: Research Overview and Prospects, 1999
- [7] Eurostat, Tourism and the Internet in the European Union - Issue number 20/2006, Product code: KS-NP-06-020
- [8] K. T. Talluri, G. J. van Ryzin, The Theory and Practice of Revenue Management, Springer Science and Business Media Inc, ISBN: 1-4020-7701-7, 2005
- [9] K. Littlewood. Forecasting and control of passenger bookings. In Proceedings of the Twelfth Annual AGIFORS Symposium, Nathanya, Israel, 1972
- [10] S. J. Stidham, Socially and individually optimal control of arrivals to a GI/GI/1 queue. Management Science, pages 1598-1610, 1978

- [11]C. J Lautenbacher, S. J. Stidham. The underlying Markov decision process in the single-leg airline yield management problem. *Transportation Science*, 34:136-146, 1999
- [12]P. P. Belobaba. Airline yield management: An overview of seat inventory control. *Transportation Science*, 21:63-43,1987
- [13]P. P. Belobaba. Air Travel Demand and Airline Seat Inventory Management. PhD thesis, Flight Transportation Laboratory, Cambridge, MA, 1987
- [14]P. P. Belobaba. Application of probabilistic decision model to airline seat inventory control. *Operations Research*, 37:183-197, 1989
- [15]P. P. Belobaba. Optimal vs. heuristic methods for nested seat allocation. Presentation at ORSA/TIMS Joint National Meeting, November 1992
- [16]S. Polt. Back to the roots: New results on leg optimization. In 1999 AGIFORS Reservations and Yield Management Study Group Symposium, London, UK, 1999
- [17]T. C. Lee, M. Hersh. A model for dynamic airline seat inventory control with multiple seat bookings. *Transportation Science*, 27:253-265, 1993
- [18]D. Walczak, S. Brumelle. Dynamic airline revenue management with multiple semi-Markov demand. *Operations Research*, 51:137-148, 2003
- [19]A. J. Kleywegt, J. D. Papastavrou. The dynamic and stochastic knapsack problem. *Operations Research*, 46:17-35, 1998
- [20]R. Van Sluke, Y. Young. Finite horizon stochastic knapsacks with applications to yield management. *Operations Research*, 45:155-172, 2000
- [21]P. P. Belobaba, L. R. Weatherford. Comparing decision rules that incorporate customer diversion in perishable asset revenue management situations. *Decision Sciences*, 27:343-363, 1996.

- [22] L. R. Weatherford, S. E. Bodily, P. E. Pfeifer. Modelling the customer arrival process and comparing decision rules in perishable asset revenue management situations. *Transportation Science*, 27:239-251, 1993
- [23] C. H. Bohutinsky, The sell-up potential of airline demand. Master's thesis. Flight Transportation Lab, MIT, Cambridge, MA, 1990
- [24] B. Titze, R. Griesshaber. Realistic passenger booking behaviors and the simple low-fare/high-fare seat allotment model. *Proceedings of the Twenty Third Annual AGIFORS Symposium*, 1983
- [25] K. T. Talluri, G. J. Van Ryzin. Revenue management under a general discrete choice model of consumer behavior. *Management Science*, January 2004.
- [26] M. Ben-Akiva, S. Lerman. *Discrete-choice Analysis: Theory and Applications to Travel Demand*, MIT Press, Cambridge, MA, 1985
- [27] P. P. Belobaba, S. Lee. PODS update. Large network O-D control results. In 2000 AGIFORS Reservations and Yield Management Study Group Symposium Proceedings, New York, 2000
- [28] P. P. Belobaba. Revenue and competitive impacts of O-D control. Summary of PODS results. In First Annual INFORMS Revenue Management Section Meeting, New York, 2001
- [29] E. L. Williamson. Comparison of optimization techniques for origin-destination seat inventory control. Master's thesis, Flight Transportation Laboratory, MIT, Cambridge, MA, 1988
- [30] E. L. Williamson. Airline Network Seat Inventory Control: Methodologies and Revenue Impacts. Master's thesis, Flight Transportation Laboratory, MIT, Cambridge, MA, 1988

- [31] R. W. Simpson. Using network flow techniques to find shadow prices for market and seat inventory control. Technical Report Memorandum, M89-1, Flight Transportation Laboratory, MIT, Cambridge, MA, 1989
- [32] K. T. Talluri, G. J. van Ryzin. An analysis of bid-price controls for network revenue management. *Management Science*, 44:1577-1593, 1999
- [33] R. E. Curry. Real-time revenue management: Bid price strategies for origins/destinations and legs. Scorecard, Aeronomics Inc., Atlanta, 2Q, 1992
- [34] D. J. Bertsimas, I. Popescu. Revenue management in a dynamic network environment. *Transportation Science*, 37:257-277, 2003
- [35] James K. HO. Computing True Shadow Prices in Linear Programming, Institute of Mathematics and Informatics, Vilnius, *INFORMATICA*, Vol. 11, No. 4, 421–434, 2000
- [36] V. C. P. Chen, D. Gunther, E. L. Johnson. A Markov decision problem-based approach to the airline YM problem, Technical report, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, 1998, Working Paper.
- [37] K. T. Talluri, G. J. van Ryzin. A randomized linear programming method for computing network bid-prices, *Transportation Science*, 33:207-216, 1999
- [38] B. Vinod. A set partitioning algorithm for virtual nesting indexing using dynamic programming. Technical report, Internal Technical Report, SABRE Decision Technologies, 1989
- [39] B. Vinod. Origin-and-destination yield management. In D. Jenkins, editor, *The Handbook of Airline Economics*, pages 459-468. McGraw-Hill, New York, NY, 1995
- [40] D. P. Bertsekas, J. N. Tsitsiklis. *Neuro-Dynamic Programming*. Athena Scientific, Belmont, MA, 1996

- [41] Y. Ermoliev. Stochastic quasigradient methods. In Y. Ermoliev, R. J. B. Wets, editors, Numerical Techniques for Stochastic Optimization. Springer-Verlag, New York, NY, 1988
- [42] D. J. Bertsimas, S. de Boer. A stochastic booking limit policy for airline network revenue management. Technical report, Operations Research Center, MIT, Cambridge, MA, 2001
- [43] C. J. Taylor. The determination of passenger booking levels. In Proceedings of the Second AGIFORS Symposium, 1962
- [44] M. J. Beckmann. Decision and team problems in airline reservations. *Econometrica*, 26:134-145, 1958
- [45] M. J. Beckmann, F. Bobkowski. Airline demand: An analysis of some frequency distributions. *Naval research Quarterly*, 43:43-151, 1958
- [46] R. E. Chatwin. Multiperiod airline overbooking with a single fare class. *Operations Research*, 46:805-819, 1999
- [47] H. R. Thompson. Statistical problems in airline reservation control. *Operations Research Quarterly*, 12:167-185, 1961
- [48] R. E. Chatwin. Optimal Airline Overbooking. PhD thesis Stanford University, Palo Alto, CA, 1993
- [49] R. E. Chatwin. Continuous-time airline overbooking with time-dependent fares and refunds. *Transportation Science*, 33:805-819, 1999
- [50] J. Subramanian, S. Stidham Jr., C. Lautenbacher. Airline yield management with overbooking, cancellations and no-shows. *Transportation science*, 33:147-167, 1999
- [51] I. Karaesmen, G. J. van Ryzin. Overbooking with substitutable inventory classes. *Operations Research*, 1998

- [52] I. Karaesmen, G. J. van Ryzin. Combining overbooking and fare class allocation on a network, Technical report, Graduate School of Business, Columbia University, New York, NY, 2001. Working paper
- [53] I. Karaesmen. Three essays in Revenue Management. PhD thesis, Graduate School of Business, Columbia University, New York, NY, 2001
- [54] S. P. Ladany. Dynamic operating rules for motel reservations. *Decision Science*, 7:829-841, 1976
- [55] S. P. Ladany. Bayesian dynamic operating rules for optimal hotel reservations. *Zeitschrift Operations Research*, 21:B165-B176, 1977
- [56] V. Liberman, U. Yechiali. Hotel overbooking problem – Inventory system with stochastic cancellations. *Management Science*, 24:1117-1126, 1977-78
- [57] S. Polt. Forecasting is difficult – especially if it refers to the future. In *Reservations and Yield Management Study Group Annual Meeting Proceedings*, Melbourne, Australia, 1998. AGIFORS
- [58] M. H. DeGroot. *Probability and Statistics*. Addison Wesley, Reading, MA, 2nd edition, 1985
- [59] W. S. Wei. On predictive least squares principles. *Annals of Statistics*, 20:1-42, 1992
- [60] A. C. Harvey. *Times Series Models*. MIT Press, Cambridge, MA, 1993
- [61] A. C. Harvey. *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1989
- [62] S. Sun. The fine-tuned learning enhancement to the standard backpropagation algorithm. In *Reservations and Yield Management Study Group Annual Meeting Proceedings*, Zurich, Switzerland, 1996, AGIFORS
- [63] B. Müller, J. Reinhardt, M. T. Strickland. *Neural Networks: An Introduction*. Springer-Verlag. Berlin, Germany, 1995

- [64] B. Titze, R. Griesshaber. Realistic passenger booking behaviors and the simple low-fare/high-fare seat allotment model. In Proceedings of the Twenty Third Annual AGIFORS Symposium, 1983.
- [65] M. Basgall. Hotel help. Fuzzy thinking helps clear up tradeoffs on hotel reservations. June 1998, Duke University News, News release
- [66] F. J. Mulhern, R. J. Caprara. A nearest neighbor model for forecasting market response. International Journal of Forecasting, 10:191-207, 1994
- [67] J. I. McGill. Censored regression analysis on multiclass demand data subject to joint capacity constraints. Annals of Operations Research, 60:209-240, 1995
- [68] C. Bishop. Neural Networks for Pattern Recognition. Oxford University Press, Oxford, UK, 1995
- [69] I. Poli, R. D. Jones. A neural net model for prediction. Journal of the American Statistical Association, 89:117-121, 1994
- [70] D. C. Montgomery. L. A. Johnson, J. S. Gardiner. Forecasting and Time Series Analysis. McGraw-Hill, New York, NY, 2nd edition, 1990
- [71] G. McLachlan, T. Krishnan. The EM Algorithm and Extensions. Wiley, New York, NY, 1996
- [72] G. Casella, E. George. Explaining the Gibbs sampler. American Statistician, 46:167-174, 1992
- [73] E. L. Kaplan, P. Meier. Nonparametric estimates from incomplete observations. American Statistician Association, Journal, 53:457-481, 1958
- [74] R. Frank, W. Massy, Y. Wind. Market Segmentation. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1972
- [75] M. Wedel, W. Kamakura. Market Segmentation: Conceptual and Methodological Foundations. Kluwer, Norwell, MA, 2nd edition, 2000

Ηλεκτρονικές πηγές

- [a] <http://www.travelclick.net/information-center>
- [b] http://en.wikipedia.org/wiki/Computer_reservations_system
- [c] <http://roundtable.informs.org/public-access/min053b.htm>
INFORMS Roundtable Meeting at San Francisco, CA 12-13 November 2005
- [d] http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Jensen%27s_inequality&oldid=23290183
[0](#) Jensen's inequality
- [e] http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Online_analytical_processing&oldid=238142273 Online analytical processing
- [f] http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Relational_database_management_system&oldid=239564758 Relational database management system
- [g] <http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=ROLAP&oldid=232528720>
Relational Online Analytical Processing
- [h] http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Extract,_transform,_load&oldid=2396342
[76](#) ETL - Extract, transform, load
- [i] http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Partial_correlation&oldid=242083571
Partial Autocorrelation
- [j] http://en.wikipedia.org/wiki/Computer_reservations_system
Computer reservations system
- [k] <http://www.pegs.com/>
Pegasus Solutions
- [l] http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Organic_search&oldid=242738821
Organic Search Results