Γιαννης Κωνσταντινος

Υπολογιστικη ομογενοποιηση συνθετων υλικων

με την χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Διπλωματικη Εργασια

Επιβλεπων: Γεώργιος Σταυρουλάκης

Πολυτεχνείο Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης
Χανιά, 19 Φλεβάρη 2014

Στην οικογενεία μου

Σταματία, Πέτρο,

Αλέξανδρο,

που με στηρίζουν

και με αγαπούν

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστώ θερμά τον κ. Σταυρουλάκη Γεώργιο, για την ανάθεση του θέματος και την συνεχή καθοδήγηση σε όλα τα στάδια της εργασίας. Τον κ. Δρ. Γεώργιο Δροσόπουλο, για την υποστήριξη, πρακτική βοήθεια και για το δημοσιευμένο του υλικό που αξιοποιείται εδώ. Την κ. Σταυρουλάκη Μαρία, για την ελαστικοπλαστική ανάλυση του προβλήματος και την επίλυση της γραμμικής ομογενοποίησης. Στους προαναφερθέντες ένα ακόμα ευχαριστώ για την κοινή δημοσίευση της ολικής ομογενοποίησης.

Σε όλους εκείνους, που με τον έναν ή τον άλλον τρόπο συνέδραμαν στην ανάπτυξη της προσωπικότητάς μου, τους ευχαριστώ που στάθηκα στο πλάι τους.

Abstract

Numerical homogenization is based on the usage of finite elements for the description of average properties of materials with heterogeneous microstructure. The practical steps of the method and representative examples related to masonry structures are presented in this work. The non-linear Representative Volume Element (RVE) of the masonry is created and solved within COMSOL Multiphysics. Parametric analysis has been chosen and used for the description of the loading. Thus, several RVE models with gradually increasing loading are solved. Results concerning the average stress and strain in the RVE domain are then calculated, by using the subdomain integration of COMSOL. In addition, the tangent stiffness is estimated for each loading path and loading level. Finally, two databases for the tangent stiffness and the stress are created, metamodels based on MATLAB interpolation are used, and an overall non-linear homogenization procedure of masonry macroscopic structures, in a FEM^2 approach, is considered. Results are compared with direct heterogeneous macro models.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η υπολογιστική ομογενοποίηση βασίζεται στην χρήση των πεπερασμένων στοιχείων για την περιγραφή των μέσων ιδιοτήτων υλικών με ετερογενή μικροδομή. Τα πρακτικά βήματα της μεθόδου και αντιπροσωπευτικά παραδείγματα σχετικά με την κατασκευή τοιχοποιίας παρουσιάζονται σε αυτή την εργασία. Ο μη-γραμμικός αντιπροσωπευτικός όγκος του φορέα της τοιχοποιίας δημιουργείται και επιλύεται με το Comsol Multiphysics. Επιλέγεται παραμετρική ανάλυση για την περιγραφή των φορτίσεων. Έτσι, διάφορα μοντέλα RVE με σταδιακά αυξανόμενα φορτία επιλύονται. Τα αποτελέσματα σχετικά με τις μέσες τάσεις-τροπές στον αντιπροσωπευτικό φορέα, υπολογίζονται χρησιμοποιώντας την επιλογή Subdomain integration του Comsol. Επιπρόσθετα το εφαπτομενικό μητρώο ακαμψίας εκτιμάται για κάθε επίπεδο και δρόμο φόρτισης. Τελικά, δύο βάσεις δεδομένων δημιουργούνται, μία για την ακαμψία και μία για την τάση, μεταμοντέλα βασιζόμενα στο matlab interpolation χρησιμοποιούνται, δίνοντας μας την συνολική ομογενοποιημένη διαδικασία της μακροσκοπικής κατασκευής τοιχοποιίας . Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με τα ετερογενή μακρό μοντέλα.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η υπολογιστική ομογενοποίηση, χρησιμοποιείται για την μηχανική συμπεριφορά, πολύπλοκων, ανομοιογενών κατασκευών, θεωρώντας ένα αντιπροσωπευτικό μικροσκοπικό δείγμα του υλικού, στην συνέχεια προβάλλοντας την μέση τιμή των χαρακτηριστικών του υλικού στην μακροσκοπική κλίμακα. Άλλες μέθοδοι που εφαρμόζονται απευθείας στην μακροσκοπική ανάλυση μπορούν να βρεθούν στην βιβλιογραφία [1,2].

Διάφορα υλικά, όπως η τοιχοποιία και σύνθετα μπορούν να προσομοιωθούν χρησιμοποιώντας την υπολογιστική ομογενοποίηση.

Στην βιβλιογραφία συναντάμε διάφορες προσεγγίσεις ομογενοποίησης. Μεταξύ αυτών περιλαμβάνονται αναλυτικές και αριθμητικές μέθοδοι. Οι αναλυτικές μέθοδοι μπορεί να είναι ποιο ακριβής στην περιγραφή της μικροκατασκευής [3] και συνήθως εφαρμόζονται σε απλά μοντέλα. Από την άλλη μεριά οι αριθμητικές μέθοδοι ή στρατηγικές προσομοίωσης, μπορούν να προσομοιώνουν περίπλοκα μοτίβα των μικρο μοντέλων, μέσω στατιστικού προσδιορισμού αντιπροσωπευτικών ποσοτήτων του υλικού.

Για τους παραπάνω λόγους, υπάρχει μια επιτακτική ανάγκη για την ανάπτυξη εξειδικευμένων στρατηγικών προσομοίωσης, των μεθόδων πολλαπλών κλιμάκων.

Τις τελευταίες δεκαετίες, έχει αναπτυχθεί ένας μεγάλος αριθμός μεθόδων προσομοίωσης σε πολλαπλές κλίμακες μέσα στα πλαίσια της ελαστικότητας ή της ελαστοπλαστικής θεωρίας για τα ετερογενή/ανομοιογενή υλικά (HETEROGENEOUS MATERIALS) . Η μακροσκοπική απόκριση είναι δυνατόν να προβλεφθεί ως αποτέλεσμα της λύσης, αναλυτικής ή αριθμητικής, ενός προβλήματος συνοριακών τιμών στο μικροσκοπικό επίπεδο.

Για την αναλυτική προσέγγιση, ο ESHELBY εξέτασε το σχήμα της ανομοιογένειας μέσω του τανυστή ESHELBY και πρότεινε μια ισοδύναμη μέθοδο ενσωμάτωσης. Η μέθοδος αυτή αναπτύχθηκε περεταίρω και από άλλους συγγραφείς. Αν και τα αναλυτικά προσομοιώματα μπορούν να προβλέψουν με αρκετή ακρίβεια τις ισοδύναμες ιδιότητες των υλικών για κατασκευές που έχουν σχετικά απλές γεωμετρίες, δύσκολα μπορούν να περιγράψουν την εξέλιξη των μικροσκοπικών τάσεων και ανηγμένων παραμορφώσεων σε πιο πολύπλοκες κατασκευές, στις οποίες είναι απαραίτητη η γνώση των μικροσκοπικών αυτών μεγεθών. Για να παρακαμφθούν αυτές οι δυσκολίες, έχουν προταθεί διάφορες αριθμητικές μέθοδοι ομογενοποίησης, όπως:

a) NUMERICAL HOMOGENIZATION: Θεώρηση αντιπροσωπευτικού όγκου αναφοράς (Representative Volume Element, RVE) ο οποίος περιγράφει το ετερογενές, μη γραμμικό υλικό. Με επίλυση του RVE, βρίσκονται οι μέσες ιδιότητες (τάση-ακαμψία), οι οποίες στη συνέχεια λαμβάνονται κατάλληλα σε μακροσκοπικό καταστατικό νόμο που περιγράφει την μακροδομή του υλικού.

b) MULTI-LEVEL COMPUTATIONAL HOMOGENIZATION (FEM^2): Ο αντιπροσωπευτικός όγκος αναφοράς λαμβάνεται υπ΄ όψιν σε κάθε σημείο ολοκλήρωσης Gauss του μακροσκοπικού μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων. Στο πλαίσιο της μεθόδου λύνονται παράλληλα δύο προβλήματα, αυτό της μικροδομής (RVE) και αυτό της μακροδομής. Οι ιδιότητες της μακροδομής (τάση-ακαμψία) προκύπτουν από τις επιλύσεις της μικροδομής.

1.1 Αριθμητικη/Υπολογιστική Ομογενοποιήση

Οι Αριθμητικές/υπολογιστικές ομογενοποιήσεις μπορούν να επεκταθούν καλύπτοντας και μη – γραμμικά αποτελέσματα, όπως επαφή, αποκόλληση, αστοχία και πλαστικότητα.

Σύμφωνα με την υπολογιστική ομογενοποίηση: Ένα μοναδιαίο κελί επιλύεται ρητά και τα αποτελέσματα του αξιοποιούνται για να προσδιορίσουν τις παραμέτρους του μακροσκοπικού καταστατικού νόμου [6]. Με μια άλλη ματιά, η υπολογιστική ομογενοποίηση ενσωματώνει την ταυτόχρονη ανάλυση τόσο σε μακροσκοπικό όσο και μικροσκοπικό επίπεδο, είναι μια τεχνική που ανήκει στην ευρύτερη ομάδα των μεθόδων πολλαπλών κλιμάκων. Με αυτήν την μέθοδο, η μακροσκοπική καταστατική συμπεριφορά καθορίζεται κατά την διάρκεια της προσομοίωσης, αφού πρώτα επιλύσουμε το μικροσκοπικό πρόβλημα και μεταφέρουμε – προβάλουμε την πληροφορία σε μακροσκοπική κλίμακα. Αυτή η προσέγγιση καλείται FEM^2 προσφέροντας την ευελιξία της προσομοίωσης πολύπλοκων μικροδομών περιοδικότητας, με κάθε είδους μη γραμμικότητας.

Στην παρούσα εργασία, παρουσιάζεται η μελέτη τοιχοποιίας με μη-γραμμικότητα με την χρήση του Comsol Multiphysics. Στο πλαίσιο της μεθόδου, λαμβάνεται κατάλληλος RVE, και διαφορετικοί δρόμοι φόρτισης επιλέγονται. Σε κάθε δρόμο φόρτισης , οι συνοριακές συνθήκες των γραμμικών μετατοπίσεων, εφαρμόζονται επαυξητικά στα σύνορα του RVE. Μετά την επίλυση της μικροσκοπικής κατασκευής, οι μέσες τάσεις υπολογίζονται. Αποτέλεσμα αυτού είναι η δημιουργία strain-stress βάσης δεδομένων. Επιπλέον, για κάθε δρόμο και επίπεδο φόρτισης τρεις δοκιμαστικές επαυξημένες φορτίσεις εφαρμόζονται στο RVE. Κατά συνέπεια, ένα εφαπτομενικό μητρώο ακαμψίας εξάγεται από κάθε συγκεκριμένο επίπεδο και δρόμο φόρτισης και μια δεύτερη strain – stiffness βάση δεδομένων δημιουργείται.

Βασισμένοι σε αυτά τα δεδομένα και κάνοντας παρεμβολή με την χρήση Matlab, δημιουργούμε ένα μεταμοντέλο, ένα ομογενοποιημένο μοντέλο, που μας δίνει πληροφορίες για την μακροσκοπική ανάλυση της τοιχοποιίας.

Η σύγκριση του με απευθείας επίλυση ετερογενών μακροσκοπικών μοντέλων δείχνει ότι η στρατηγική που εφαρμόσαμε οδήγησε σε επιτυχή αποτελέσματα.

Κεφάλαιο 2

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΟΜΟΓΕΝΟΠΟΙΗΣΗ

2.1 Περιγραφή υπολογιστικής ομογενοποίησης

Η υπολογιστική ομογενοποίηση χρησιμοποιείται για την προσομοίωση πολύπλοκων, μη -γραμμικών κατασκευών που αποτελούνται από σύνθετα ετερογενή υλικά. Η προσέγγιση που θα χρησιμοποιήσουμε ενσωματώνει την επίλυση σε μακροσκοπικό και μικροσκοπικό επίπεδο. Σύμφωνα με μια κλασική τυποποίηση της μεθόδου, δύο προβλήματα συνοριακών τιμών επιλύονται ταυτόχρονα. Η αρχική ετερογενή μακροδομή αντικαθίσταται από μια ομογενή, για κάθε Gauss point που αντιστοιχεί στο RVE. Αυτό ο αντιπροσωπευτικός όγκος εμπεριέχει την ετερογένεια και την μη γραμμικότητα του υλικού.

Συνθήκη Hill-Mandel ή θεώρημα μέσης ενέργειας:

$$\sigma^M : \epsilon^M = \frac{1}{V_m} \int_{V_m} \sigma^m : \epsilon^m \quad dV_m$$

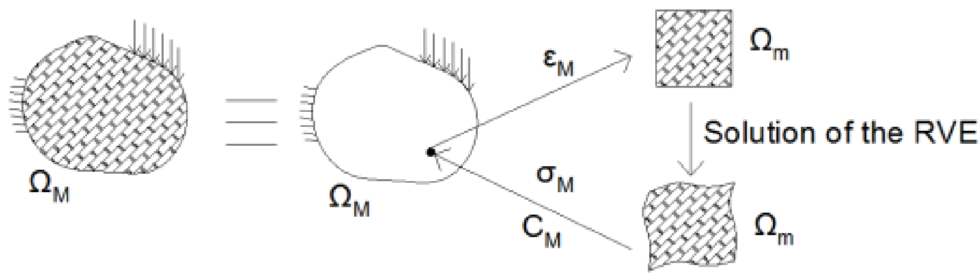
Παρατηρούμε την σχέση ανάμεσα στις μακροσκοπικές τάσεις-τροπές και στις μικροσκοπικές τάσεις-τροπές στον RVE.

Τρεις τύποι φορτίσεων, που ικανοποιούν την παραπάνω συνθήκη μπορούν να εφαρμοστούν στο RVE:

α) Επιβαλλόμενες γραμμικές μετατοπίσεις (Linear displacement boundary conditions)
β) Επιβαλλόμενες τάσεις (Constant tractions)
γ) Επιβαλλόμενες περιοδικές μετατοπίσεις (Periodic Boundary Conditions)

Ειδικότερα, σύμφωνα με την παραπάνω αρχή μία μακροσκοπική τροπή είναι η φόρτιση στον RVE μέσα από γραμμικές ή περιοδικές συνοριακές συνθήκες. Μετά την ανάλυση και την σύγκλιση για κάθε RVE σε κάθε Gauss point, τα α-ποτελέσματα σχετικά με την μέση τάση και την συνεπή δυσκαμψία μεταφέρονται στη μακροσκοπική κατασκευή, Εικόνα 1. Με αυτόν τον τρόπο, η μακροσκοπική καταστατική συμπεριφορά λαμβάνεται αριθμητικά. Έτσι, καμιά παραδοχή για τον καταστατικό νόμο της μακροσκοπικής δομής δεν απαιτείται αρχικά.

Ένα σημαντικό στάδιο της όλης διαδικασίας έχει να κάνει με την εκτίμηση της μέσης τιμής των ποσοτήτων της μικροσκοπικής τάσης και τροπής. Γενικά δίνονται από τις σχέσεις (2.1-2.2).



Εικόνα 1: Σχηματική αναπαράσταση της ταυτόχρονης ομο-

γενοποίησης πολλαπλών κλιμάκων.

$$\prec \epsilon \succ_{V_m} = \frac{1}{V_m} \int_{V_m} \epsilon^m dV_m \tag{2.1}$$

$$\prec \sigma \succ_{V_m} = \frac{1}{V_m} \int_{V_m} \sigma^m dV_m \tag{2.2}$$

Κεφάλαιο 3

ΧΡΗΣΗ Comsol Multiphysics

3.1 Σύντομη περιγραφή στόχου και των βημάτων που ακολουθήθηκαν.

Σκοπός είναι να αντικατασταθεί, η μικροσκοπική προσομοίωση του RVE, με δύο βάσεις δεδομένων που θα περιέχουν πληροφορίες για την τάση και την δυσκαμψία του μακρομοντέλου. Στην ουσία να λάβουμε πληροφορίες για την μακροσκοπική δομή.

Έτσι αντί να λύνουμε το RVE για κάθε Gauss point και χρονικό βήμα, η οποία είναι μια χρονοβόρα διαδικασία, κάνουμε παρεμβολή σε μια κατάλληλα επιλεγμένη ποσότητα , από τις βάσεις δεδομένων που έχουμε δημιουργήσει.

Για να το πετύχουμε αυτό ακολουθούμε τα εξής βήματα:

α) Δημιουργία ενός αντιπροσωπευτικού όγκου από την τοιχοποιία (RVE). Το οποίο συνίσταται από τούβλα και κονίαμα, το υλικό το οποίο ενώνει τα τούβλα. Η μη γραμμικότητα του παρόντος μοντέλου συγκεντρώνεται στο κονίαμα, από το comsol επιλέγουμε perfect plasticity law. Η περιοχή που έχει να κάνει με τα τούβλα είναι γραμμική.

β) Διάφοροι δρόμοι φόρτισης επιλέχθηκαν και επιβλήθηκαν στο RVE. Για να γίνει αυτό εφικτό, επιλέξαμε παραμετρική ανάλυση. Κάθε δρόμο φόρτισης αποτελείται από έναν αριθμό προσαυξήσεων. Γραμμικές συνοριακές συνθήκες επιβάλλονται σαν φόρτιση στα σύνορα του RVE. Επιλέγουμε →Boundary settings→ Prescribed displacement

γ) Μετά την ολοκλήρωση της ανάλυσης για κάθε RVE, υπολογίζεται η μέση τάση.

δ) Τα βήματα β) και γ) επαναλαμβάνονται για κάθε δρόμο και επίπεδο φόρτισης, αλλά τώρα τρία δοκιμαστικά προσαυξημένα φορτία επιβάλλονται στο RVE. Εδώ μπορούμε να εξάγουμε,μέσω της επαυξημένης επίλυσης και τον νόμο του Hooke, το μητρώο δυσκαμψίας για κάθε δρόμο και επίπεδο φόρτισης.

ε) Δύο βάσεις δεδομένων δημιουργήθηκαν, μία που έχει να κάνει με την strain to stresses και η άλλη που συνδέει strains to stiffness. Αυτές ενσωματώνονται σε ένα σχέδιο υπολογιστικής ομογενοποίησης FEM^2 το οποίο αναπτύσσεται σε matlab, για την προσομοίωση της μακροσκοπικής δομής της τοιχοποιίας.

ζ) Συγκρίνουμε τα αποτελέσματα με τα ετερογενή μακροσκοπικά μοντέλα

3.2 Λεπτομερή περιγραφή στόχου και βημάτων

Σημαντικό ρόλο για την επιτυχή έκβαση της διαδικασίας, διαδραματίζει η ακριβής δημιουργία των βάσεων δεδομένων. Η δυνατότητα που παρέχεται από το cosmol για παραμετρική επίλυση προσφέρει την ευκαιρία για την δημιουργία ενός μεγάλου αριθμού μοντέλων, γρήγορα και εύκολα. Η φόρτιση της γραμμική μετατόπισης γενικά δίνεται από τον τύπο:

$$\mathrm{u} \mid_{\partial V_m} = \epsilon^M \mathrm{x} \tag{3.1}$$

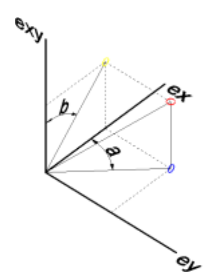
όπου η φόρτιση της τροπής $\mathrm{e}^{\mathrm{M}} = [e_{xx} \;\; e_{yy} \;\; e_{xy}]^T$ επιβάλλεται στα σύνορα ∂Vm του RVE .

Όπου με x συμβολίζεται ο πινάκας με τις μη παραμορφωμένες συντεταγμένες των συνοριακών κόμβων. Η σχέση (3.1) μπορεί να ξαναγραφεί [12], για κάθε συνοριακό κόμβο του RVE:

$$u_x = (e_{xx})\,x + (0.5e_{xy})\,y \tag{3.2}$$

$$u_y = (e_{yy})\,y + (0.5e_{xy})\,x \tag{3.3}$$

Για να προσομιώσουμε, κάθε δυνατό συνδυασμό ανάμεσα e_{xx} e_{yy} e_{xy} του τρισδιάστατου χώρου, και επειδή στο comsol (έκδοση 3.4) μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μόνο μία παράμετρο. Εισάγουμε δύο γωνίες (α, β) ανάμεσα στις ποσότητες αυτές που θα μας βοηθήσουν στην σάρωση του τρισδιάστατου χώρου, όπως βλέπουμε και στην εικόνα 2.



Εικόνα 2: Τρισδιάστατη σάρωση του χώρου των τροπών.

Συνεπώς μια παράμετρος έχει ενσωματωθεί στις σχέσεις (3.4,3.5), μαζί με τις επιβληθείσες προκαθορισμένες μετατοπίσεις στα σύνορα. Η παράμετρος παίρνει αρνητικές και θετικές τιμές μεταξύ, μέσα σε να εύρος τιμών 0.1:12:2940.1 και 2940.1:12:-0.1. Αυτή η παράμετρος μαζί με τις γωνίες (a,b), αντικαθιστούν την σχέση (4) οδηγώντας στις εξισώσεις (5). Αυτές είναι οι τελικές εξισώσεις που εισάγονται στο Comsol, όπου τα k1, k2,k3 είναι αριθμοί που χρησιμοποιούνται για να διορθώσουν τις μετατοπίσεις, σύμφωνα με τα επιθυμητά όρια.

$$R_x = u_x = (cos\,(b)\,sin\,(a)\,(k_1 param))\,x + (sin\,(b)\,(0.5 k_3 param))\,y \tag{3.4}$$

$$R_y = u_y = (cos\,(b)\,cos\,(a)\,(k_2 param))\,y + (sin\,(b)\,(0.5 k_3 param))\,x \tag{3.5}$$

Τώρα είναι εφικτό να ληφθεί ένας ικανοποιητικός αριθμός συνδυασμών μεταξύ των τροπών που ανήκουν στο ε^{M}, ανάλογο με τους διαφορετικούς συνδυασμούς μεταξύ των γωνίων (a,b). Οι συνδυασμοί που ακολουθήθηκαν για τις γωνίες είναι οι εξής: . Εν προκειμένω 7×13=91 διαφορετικοί συνδυασμοί των γωνίων έχουν εξεταστεί:

$$\Big\{(a,b) = (a,90),(a,60),(a,30),(a,0),(a,-30),(a,-60),(a,-90)$$

όπου, a=0:30:360

Η κάθε ανάλυση τόσο στις αρχικές επιλύσεις, όσο και στην σάρωση του τρισδιάστατου χώρου, πραγματοποιήθηκε μέσω comsol script, αξιοποιώντας την δυνατότητα να τρέξουμε m-files αρχεία.

Η όλη διαδικασία επαναλήφθηκε δύο φορές: Πρώτα για να εξάγουμε τις μέσες μακροσκοπικές τάσεις, για να δημιουργηθεί η stain-stress βάση δεδομένων, με την δεύτερη για την strain-stiffness.

Για να εξαχθούν οι μέσες μακροσκοπικές τάσεις για κάθε χρονικό βήμα και δρόμο φόρτισης, επιλέγουμε στο comsol subdomain intregration για να γίνει η μεταεπεξεργασία των λύσεων. Σε αυτό το εργαλείο εστιάσαμε στις τιμές των "normal stress global sys ", " normal stress global sys ", " shear stress global sys ", ταυτόχρονα έχει επιλεχθεί όλος ο φορέας του RVE. Οι εντολές που εμπεριέχουν τις πληροφορίες στις οποίες εστιάσαμε, προστέθηκαν στο τέλος του comsol script. Όπου για να βρούμε τις μέσες τάσεις, έπρεπα να εισάγουμε την σχέση (2).

Την ίδια διαδικασία και σχέση αξιοποιήσαμε για να βρούμε και τις μέσες τροπές,"ex normal strain global sys.", "ey normal strain global sys." , "exy shear strain global sys."

Εδώ, θα πρέπει να σημειώσουμε ότι σύμφωνα με την θεωρία της ομογενοποίησης και στην συγκεκριμένη περίπτωση, φόρτιση με τροπές και γραμμικές συνοριακές συνθήκες στα σύνορα του RVE, συνεπάγεται ότι οι μέσες τροπές του ομογενοποιημένου φορέα είναι ακριβώς ίσες με τις τροπές που αποτελούν την φόρτιση. Άρα οι μέσες τροπές είναι a priori γνωστές.

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για να εξαχθεί και το μητρώο ακαμψίας του μακροσκοπικού μοντέλου. Για αυτό τον λόγο, για κάθε επίπεδο και δρόμο φόρτισης (τροπή), θεωρούμε τρεις δοκιμαστικές επαυξητικές τροπές , και στην συνέχεια υπολογίζουμε τρεις επαυξητικές μέσες τάσεις.

Οι εξισώσεις που χρησιμοποιήσαμε σε κάθε επίπεδο φόρτισης-τροπής :

Κεντρική επίλυση :
Rx=Ux= 0.01*param*x + 0.5*y*(param*0.03)
Ry=Uy=(param*0.02)*y + 0.5*x*(param*0.03)

1^{η} Προσαύξηση :
Rx=Ux=((0.01*param)+0.001)*x + 0.5*y*(param*0.03)
Ry=Uy=(param*0.02)*y + 0.5*x*(param*0.03)

2^{η} Προσαύξηση :
Rx=Ux=(0.01*param)*x + 0.5*y*(param*0.03)
Ry=Uy=((param*0.02)+0.001)*y + 0.5*x*(param*0.03)

3^{η} Προσαύξηση :
Rx=Ux=(0.01*param)*x + 0.5*y*((param*0.03)+0.001)
Ry=Uy=(param*0.02)*y + 0.5*x*((param*0.03)+0.001)

Επίπεδα φόρτισης που ακολουθήσαμε είναι:

a) Load path 1: =[0.1;0;0]
b) Load path 2: =[0;0.1;0]
g) Load path 3: =[0;0;0.1]

Στην συνέχεια σύμφωνα με τις σχέσεις (6) υπολογίζουμε των τανυστη ελαστικότητας που είναι το μητρώο ακαμψίας για το μακροσκοπικό μοντέλο.

$$[\delta\epsilon^{\mathrm{M}}] = [\delta_{\varepsilon_1^{\mathrm{M}}}\delta_{\varepsilon_2^{\mathrm{M}}}\delta_{\varepsilon_3^{\mathrm{M}}}] \tag{3.6}$$

$$[\delta\sigma^{\mathrm{M}}] = [\delta_{\sigma_1^{\mathrm{M}}}\delta_{\sigma_2^{\mathrm{M}}}\delta_{\sigma_3^{\mathrm{M}}}] \tag{3.7}$$

$$[\delta\sigma^{M}] = C^{M}[\delta\epsilon^{M}] \Rightarrow C^{M} = [\delta\sigma^{M}][\delta\epsilon^{M}]^{-1} \tag{3.8}$$

Στην περίπτωση της επίπεδης εντατικής κατάστασης που χαρακτηρίζεται από την πολύ μικρότερη z- διάσταση του σώματος σε σχέση με τις x,y διαστάσεις του. Επίσης, οι εφαρμοσμένες δυνάμεις στα σύνορα του σώματος, είναι παράλληλες προς το επίπεδο (x,y) και επιπλέον είναι συμμετρικά κατανεμημένες ως προς το μέσο επίπεδό του. Οπότε, ισχύει :

$$\sigma\ \mathrm{zz} = \sigma\ \mathrm{zx} = \sigma\ \mathrm{zy} = 0$$

Σε αυτήν τη περίπτωση ο τανυστής ελαστικότητας C^M :

$$C^M = \Big\{ \text{τανυστής} \quad 3 \times 3,$$

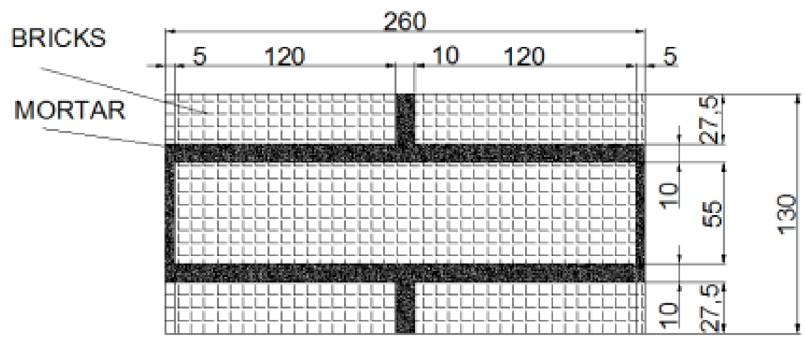
Άρα, τα $\delta_{\varepsilon^{\mathrm{M}}}$ και $\delta_{\sigma^{\mathrm{M}}}$ είναι:

$$\delta_{\varepsilon_1^{\mathrm{M}}} \ldots, \delta_{\sigma_1^{\mathrm{M}}} \ldots = \Big\{ \text{τανυστές} \quad 3 \times 1$$

Όταν όλη ανάλυση με το comsol ολοκληρωθεί τα αποτελέσματα ενσωματώνονται σε ένα FEM^2 ομογενοποιημένο μοντέλο για την μελέτη κατασκευών τοιχοποιίας, σύμφωνα με τα παρακάτω κεφάλαια.

3.3 Ο Αντιπροσωπευτικός Όγκος (RVE)

Πριν ξεκινήσει η διαδικασία της ομογενοποίησης , θα παρουσιαστεί ο αντιπροσωπευτικός όγκος. Η γεωμετρία του RVE απεικονίζετε στην εικόνα 3.



εικόνα 3: Γεωμετρία του αντιπροσωπευτικού όγκου αναφοράς(RVE). Διαστάσεις σε mm.

Οι μηχανικές ιδιότητες των 2 υλικών :

Material	E(N/mm^2)	ν
Brick	4865	0,09
Mortar	1180	0,06

Με ν συμβολίζεται ο λόγος Poisson.

Τετραγωνικά στοιχεία επιλέγονται για την προσομοίωση του μοντέλου, εικόνα 4. Το πάχος είναι 70 mm. Κάνουμε την παραδοχή perfect plasticity για το κονίαμα, με αντοχή εφελκυσμού 0.9 N/mm^2. Το τούβλο θεωρείται γραμμικό.

Εικόνα 4: Πλέγμα του αντιπροσωπευτικού όγκου αναφοράς της τοιχοποιίας

Κεφάλαιο 4

Συνολικό σχέδιο υπολογιστικής ομογενοποίησης πολλαπλής κλιμάκας

Ένα πολλαπλής-κλίμακας ομογενοποιημένο μοντέλο δημιουργήθηκε στην Matlab, για την προσομοίωση μερικών εκ των μακροσκοπικών κατασκευών τοιχοποιίας.

Η κύρια ιδέα που παρουσιάζεται σε αυτή την εργασία, είναι η αντικατάσταση της μακροσκοπικής προσομοίωσης ενός RVE για κάθε σημείο Gauss και για κάθε χρονικό βήμα, με την χρήση των δύο βάσεων δεδομένων που δημιουργήθηκαν στα προηγούμενα βήματα. Υιοθετώντας αυτήν την διαδικασία, η μέθοδος θα πρέπει να γίνει γρηγορότερη, γιατί αντί για την επίλυση ενός FEM σε μικροσκοπικό επίπεδο για κάθε Gauss point, οι βάσεις δεδομένων και μέθοδοι παρεμβολής μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να καθορίσουν την μακροσκοπική τάση και την ακαμψία της μέθοδου Newton-Raphson.

Για κάθε τρέχουσα της μακροσκοπικής τροπής, η τάση και η ακαμψία θα πρέπει να βρεθούν από τις βάσεις δεδομένων που έχουν δημιουργηθεί. Έτσι μία μέθοδος πρεμβολής πρέπει να χρησιμοποιηθεί για να αποκτήσουμε αυτές τις ποσότητες από την βάση δεδομένων. Στην παρούσα εργασία η συνάρτηση του matlab "TriScatteredInterp" χρησιμοποιείται, ωστόσο άλλες πιθανές λύσεις για την δημιουργία του μεταμοντέλου(παρεμβολή) μπορούν να χρησιμοποιηθούν όπως είναι τα νευρωνικά δίκτυα.

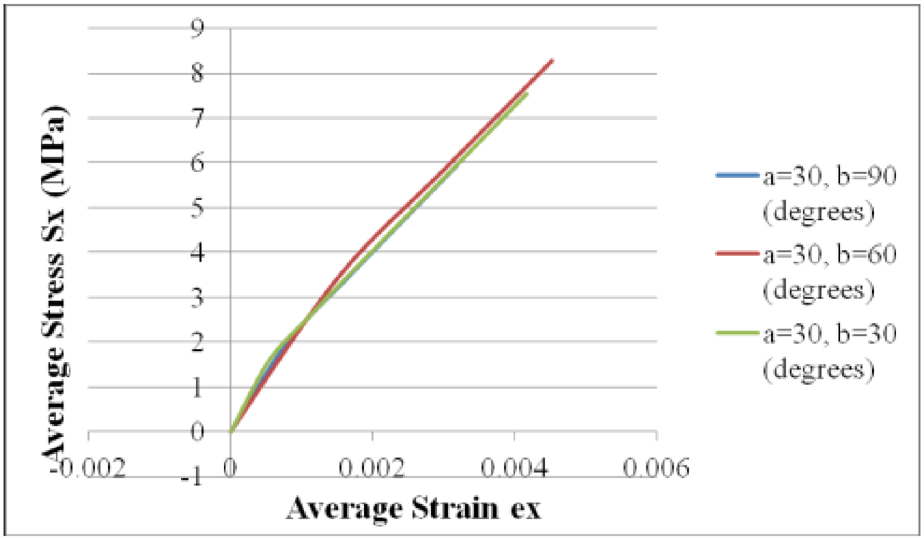
Κεφάλαιο 5

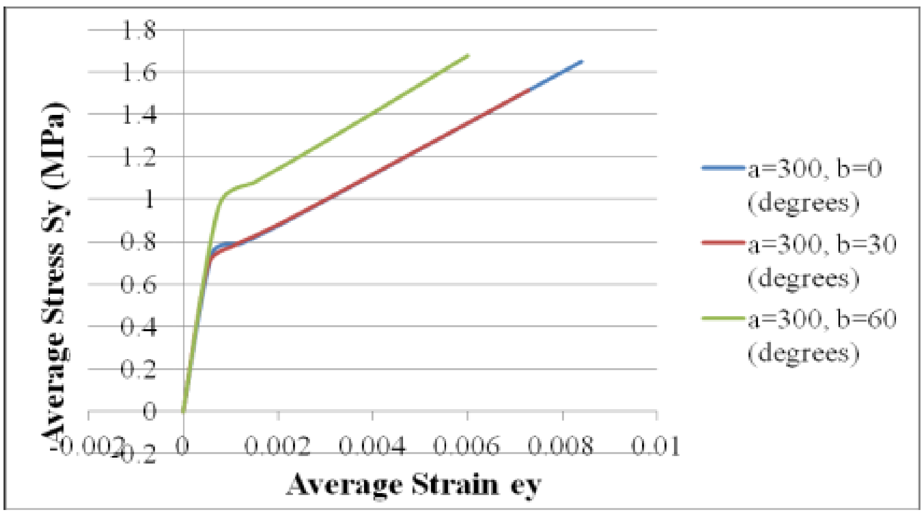
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

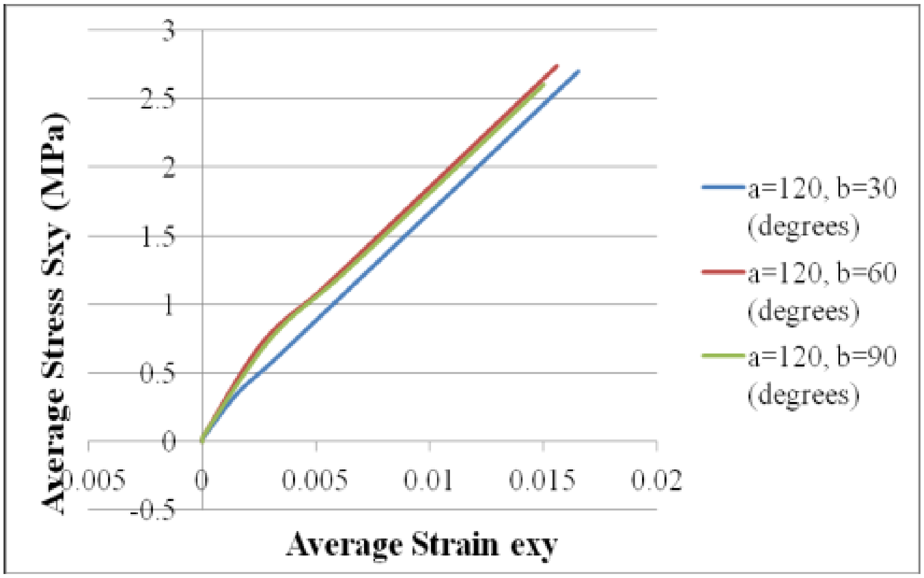
5.1 Ανάλυση σε Comsol

Σε αυτήν την ενότητα μερικά από τα αποτελέσματα που αφορούν τις μέσες τάσεις-τροπές παρουσιάζονται

Ποιο συγκεκριμένα τα αποτελέσματα, από την παραμετρική ανάλυση στην εξέλιξη της μη-γραμμικής σχέσης τάσεων-τροπών, κατά την σάρωση του τρισδιάστατου χώρου για διαφορετικές γωνίες a,b, απεικονίζονται στην εικόνα 5.

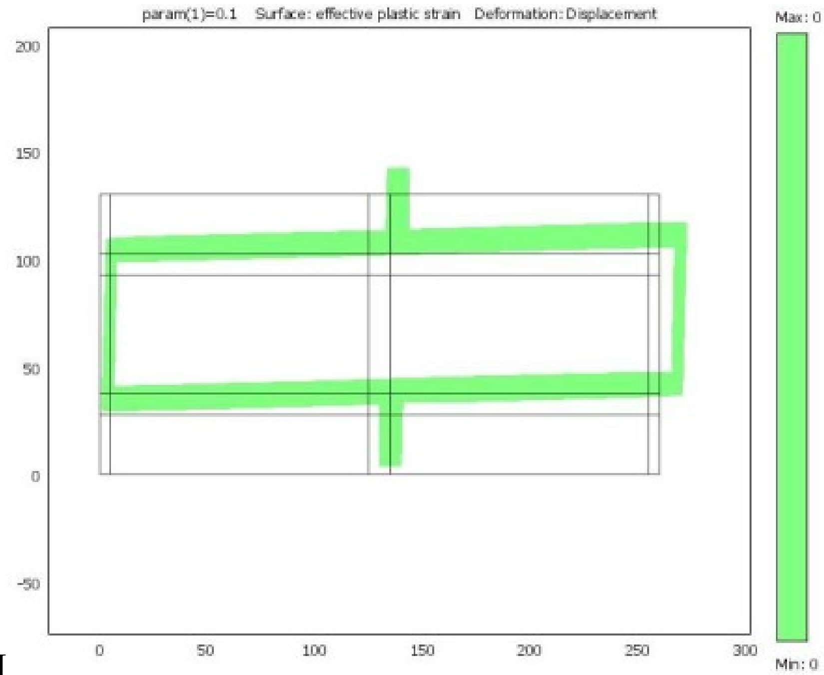

Average Stress Sx (MPa)
Average Strain ex
a=30, b=90 (degrees)
a=30, b=60 (degrees)
a=30, b=30 (degrees)


Average Stress Sy (MPa)
Average Strain ey
a=300, b=0 (degrees)
a=300, b=30 (degrees)
a=300, b=60 (degrees)



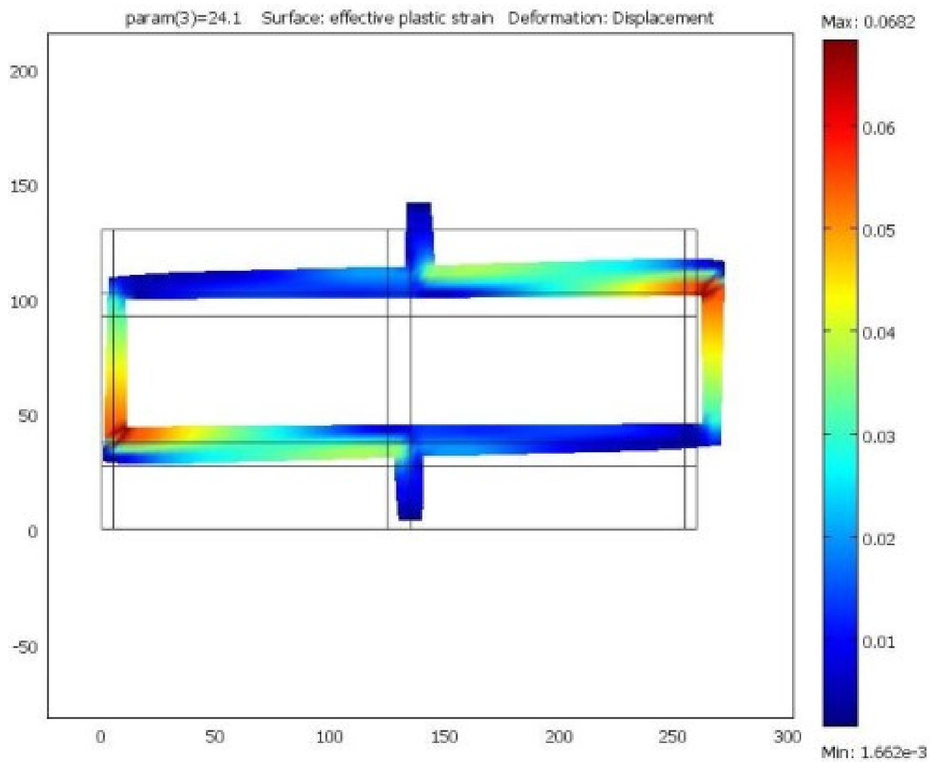
Εικόνα 5: Διαγράμματα μέσων τάσεων - μέσων τροπών

Ο τρόπος αστοχίας για μερικά RVEs φαίνεται στις εικόνες 6. Σύμφωνα με αυτές τις εικόνες, πλαστικές παραμορφώσεις αναπτύχθηκαν μόνο στο κονίαμα. Επιπρόσθετα, όσο η τιμή της παραμέτρου αυξάνεται, οι πλαστικές παραμορφώσεις αυξάνουν και αυτές, λαμβάνοντας τιμές από μηδέν μέχρι μια μέγιστη τιμή.

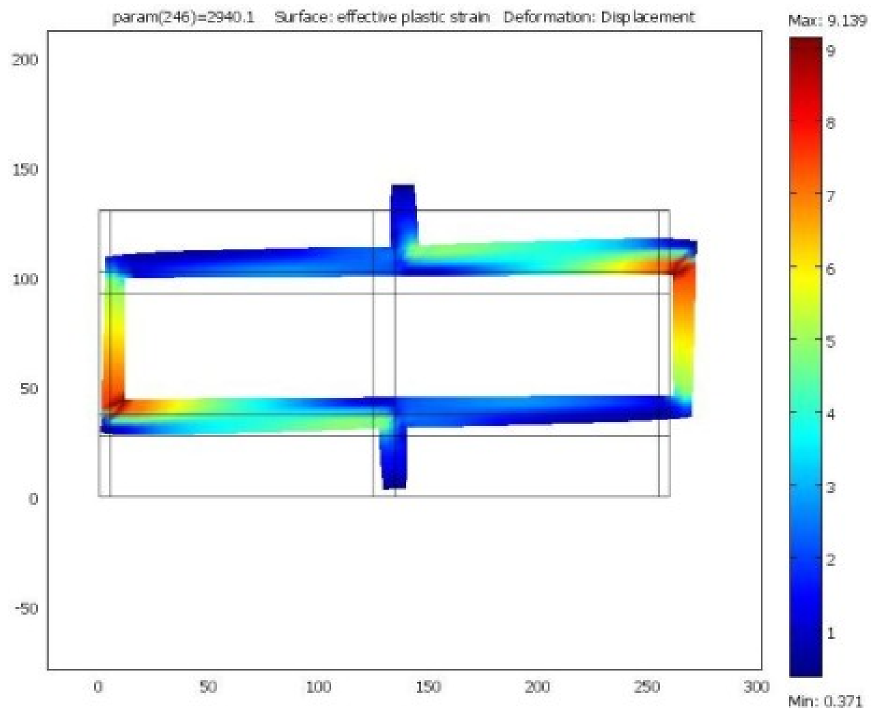


ΠΑΡΑΡΤΗ 2940.1:12:-
0.1

Εικόνα 6-1: Πλαστική παραμόρφωση για την πρώτη τιμή της παραμέτρου.



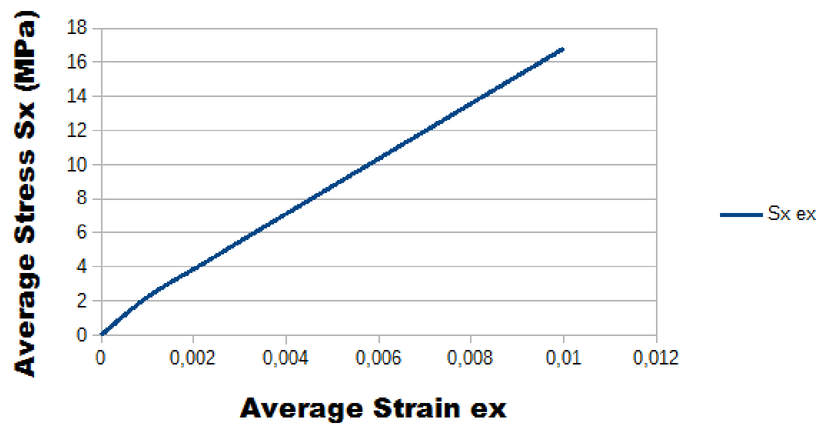
Εικόνα 6-2: Πλαστική παραμόρφωση για αυξανόμενη τιμή της παραμέτρου.

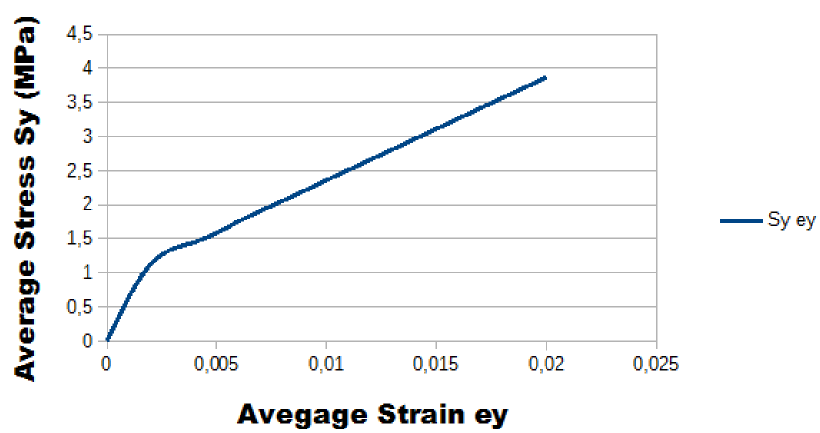


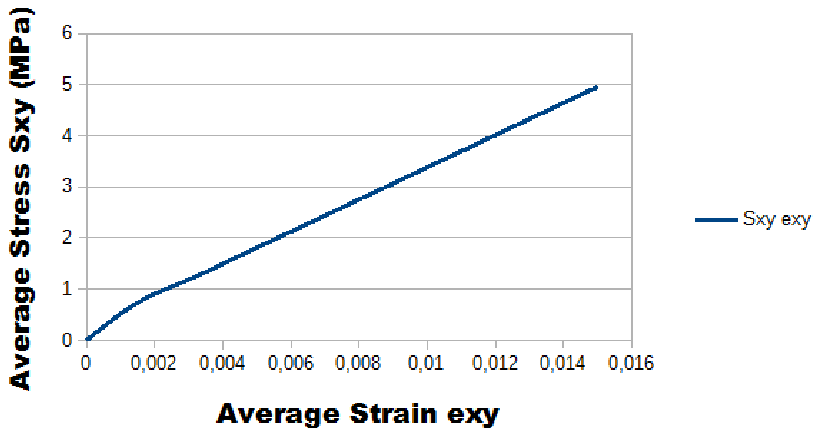
Εικόνα 6-3: Πλαστική παραμόρφωση για τελική τιμή της παραμέτρου.

Στη συνέχεια παραθέτουμε Εικόνες 7, τα αποτελέσματα για τα διάφορα επίπεδα και δρόμου φόρτισης που ακολουθήσαμε. Πρώτα θα δούμε την κεντρική επίλυση και στις συνέχεια τις τρεις επαυξητικές φορτίσεις.

Διαγράμματα κεντρικής επίλυσης:

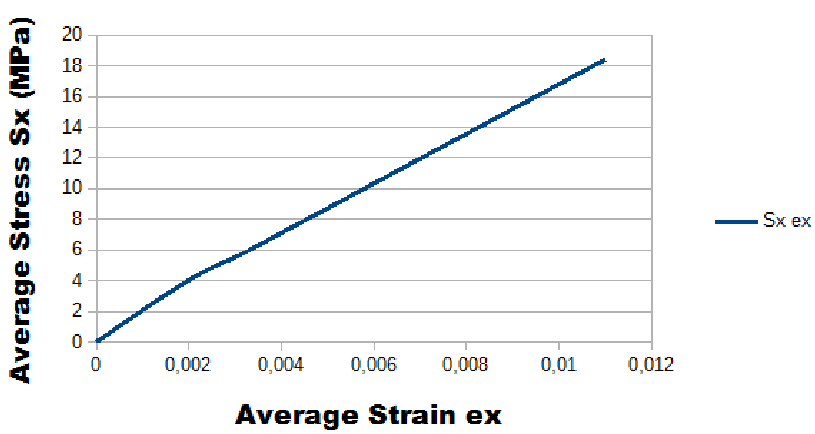






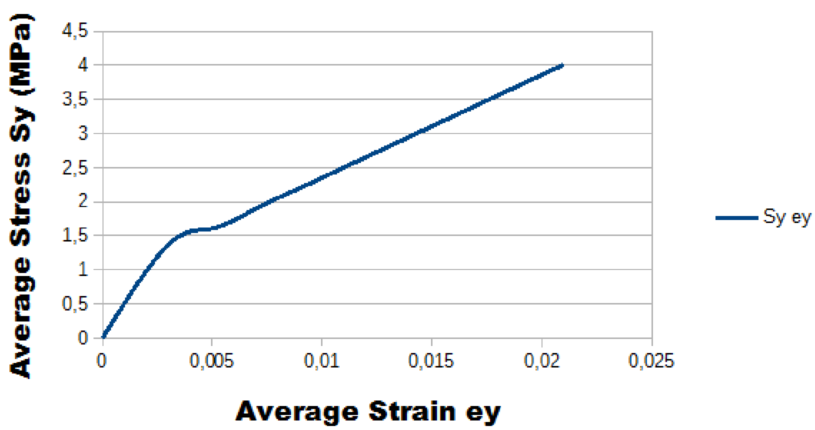
Διάγραμμα 1ης Προσαύξησης :

Load path 1: =[0.1;0;0]



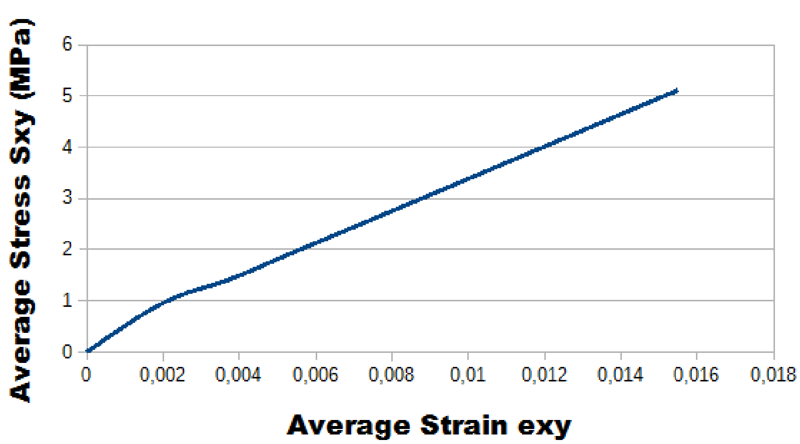
Διάγραμμα 2^{ης} Προσαύξησης :

Load path 2: =[0;0.1;0]



Διάγραμμα 3^{ης} Προσαύξησης :

Load path 3: =[0;0;0.1]

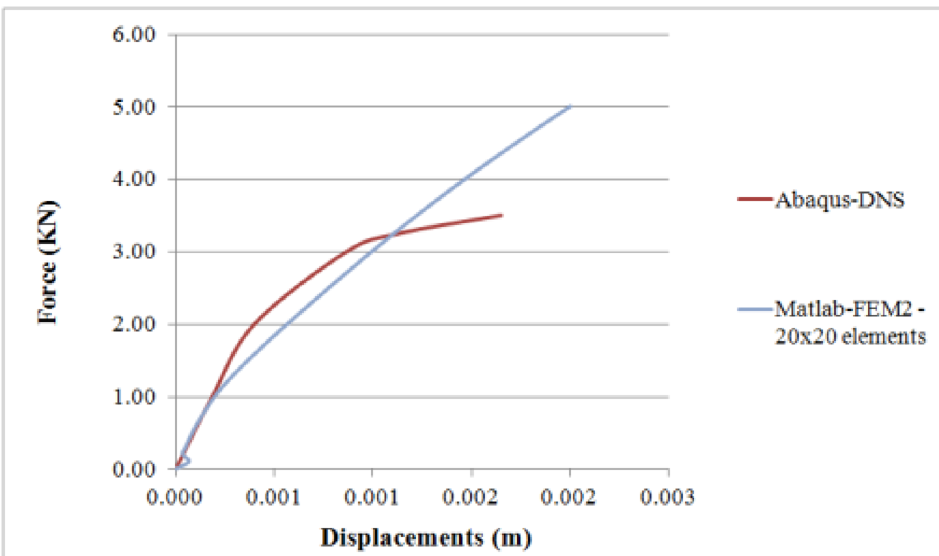


5.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων

Στο τελευταίο βήμα της προτεινόμενης προσέγγισης γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων, ανάμεσα στο ολικό ομογενοποιημένο μοντέλο FEM^2 που παρουσιάστηκε, και στην επίλυση ετερογενών δομών τοιχοποιίας με ABAQUS και MARC.

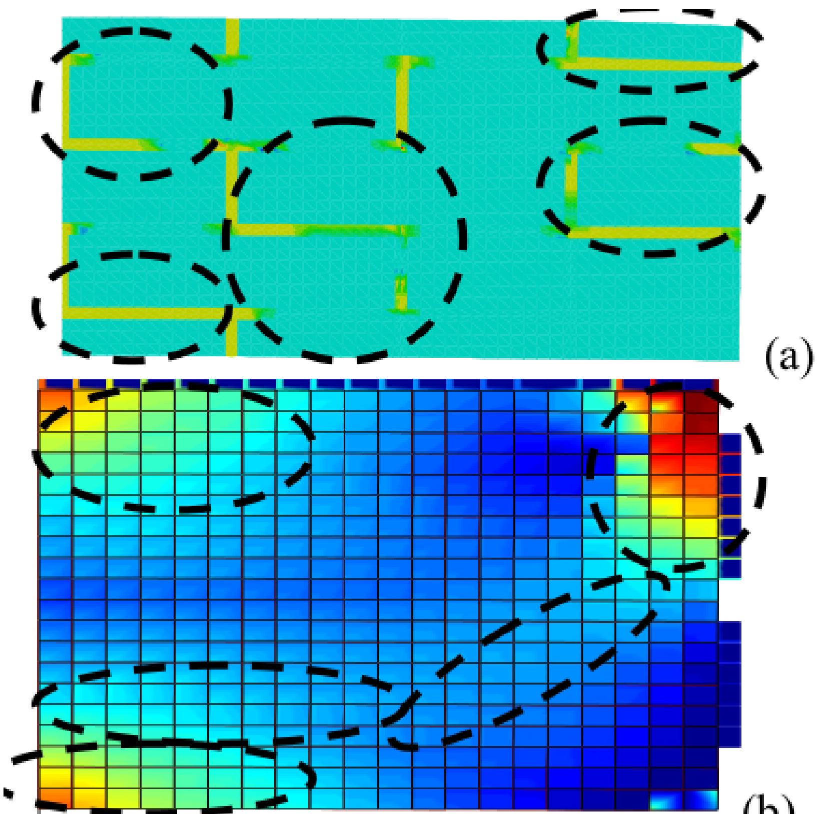
Το πρώτο μοντέλο που παρουσιάζεται είναι ένα ορθογώνιο δείγμα από τοιχοποιία, με διαστάσεις 0.52×0.26 m. Η φόρτιση είναι ένα συγκεντρωμένο κατακόρυφο φορτίο στην πάνω-δεξιά γωνία του μοντέλου, ενώ fixed boundary conditions εφαρμόζονται στην αριστερή κάθετη ακμή.

Στο διάγραμμα force-displacement της εικόνας 7 βλέπουμε τις δύο μεθόδους.



Εικόνα 7: Force-displacement διάγραμμα από την προτεινόμενη μέθοδο και την απευθείας αριθμητική μακροσκοπική προσομοίωση.

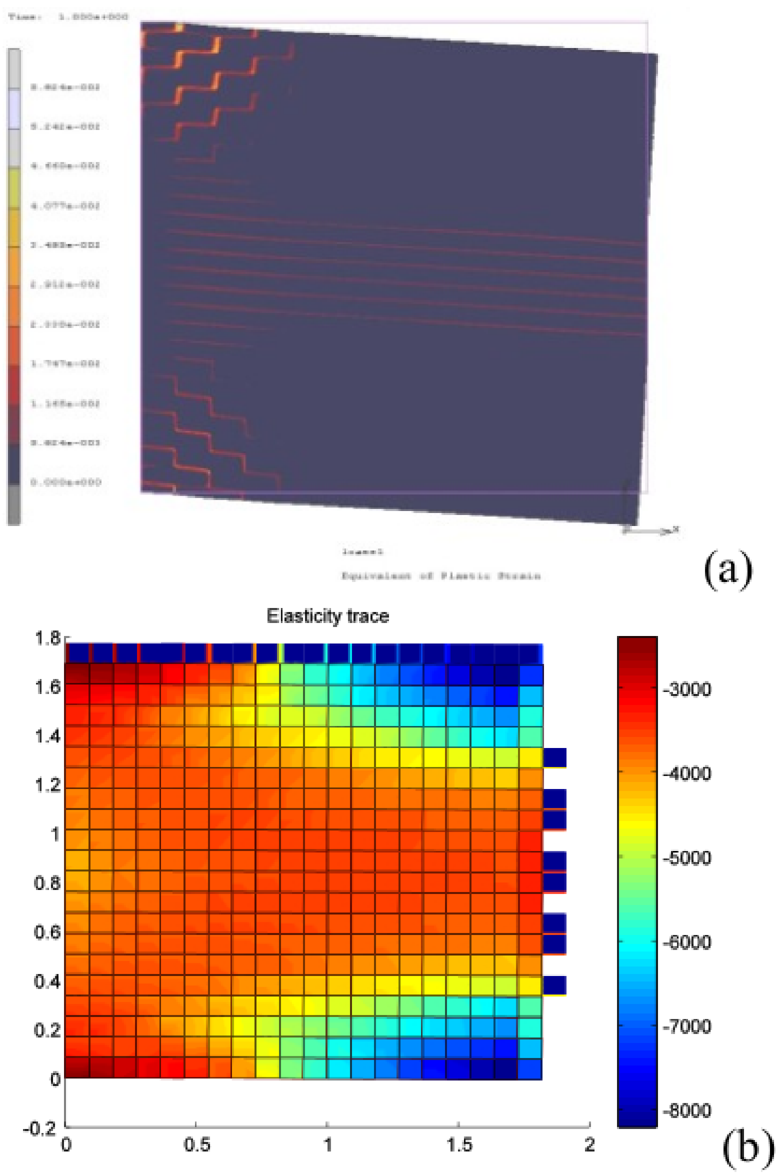
Στην εικόνα 8 δίνεται η σύγκριση ανάμεσα στην πλαστική παραμόρφωση από τις δύο προσεγγίσεις.



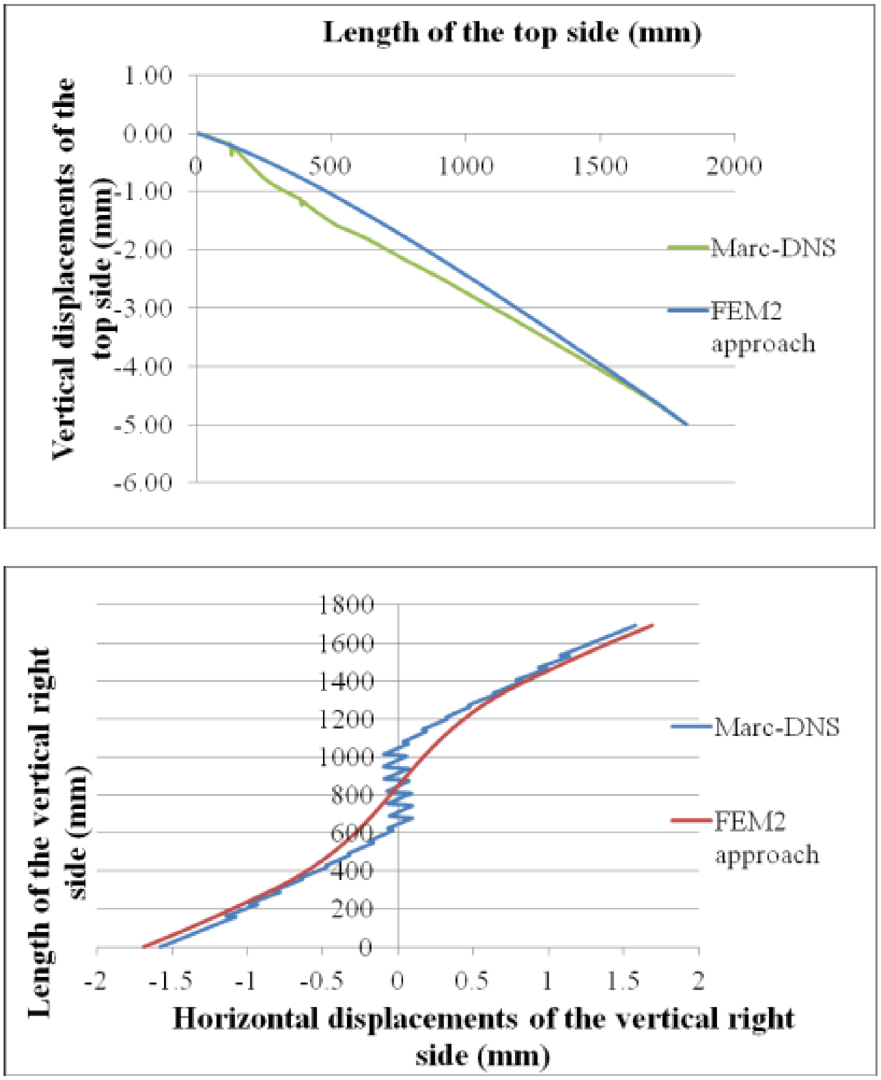
Εικόνα 8: Πλαστική παραμόρφωση (a) ABAQUS, (b) FEM^2

Το βαθύ μπλε αντιστοιχεί σε μεγαλύτερες τιμές του ίχνους του μητρώου ελαστικότητας, το κόκκινο όπου εκεί παρατηρείται και η αστοχία, το ίχνος του μητρώου ελαστικότητας παίρνει τις ελάχιστες τιμές.

Στην εικόνα 9 μια τοιχοποιία με μεγαλύτερες διαστάσεις παρουσιάζεται 1.82×1.69 m, όπου η φόρτιση είναι κατανεμημένες μετατοπίσεις 5 mm στα δεξιά κατακόρυφη ακμή, ενώ η αριστερή κατακόρυφη είναι πακτωμένη.



Εικόνα 9: Πλαστική παραμόρφωση για τις νέες διαστάσεις (a) Marc, (b) FEM^2



Εικόνα 10: (a) Κατακόρυφες μετατοπίσεις, (b) οριζόντιες μετατοπίσεις.

Σύμφωνα με αυτά τα διαγράμματα η σύγκριση μεταξύ των δύο μοντέλων οδηγεί σε επιτυχή αποτελέσματα, υποδεικνύοντας ότι η προτεινόμενη προσέγγιση δύναται να χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση μη-γραμμικών, ετερογενών δομών.

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα

Μία μέθοδος για την μελέτη ετερογενών δομών συμπεριλαμβανομένης της μη-γραμμικής συμπεριφοράς προτείνεται σε αυτήν την εργασία. Το Comsol Multiphysics χρησιμοποιήθηκε για την παραμετρική ανάλυση μη-γραμμικού αντιπροσωπευτικού όγκο (RVE) τοιχοποιίας. Στη συνέχεια, οι μέσες τροπές, τάσεις και ακαμψία, με τις οποίες δημιουργήσαμε τις δύο βάσεις δεδομένων, αξιοποιήθηκαν για την προσέγγιση FEM^2 για να μπορούν να προσομοιωθούν τοίχοι τοιχοποιίας μεγαλύτερων διαστάσεων.

Τα αποτελέσματα δείχνουν καλή σύγκλιση σε σχέση με τα αποτελέσματα που έχουμε με την απευθείας επίλυση ετερογενών μακροσκοπικών μοντέλων, που επιλύθηκαν από άλλα προγράμματα ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία, υποδεικνύοντας ότι η προτεινομένη μέθοδος δύναται να χρησιμοποιηθεί για την ανίχνευση ετερογενών μη-γραμμικών υλικών.

Εν τέλη, μπορεί να χρησιμοποιηθεί με περισσότερους μη-γραμμικούς καταστατικούς νόμους στο RVE και να εφαρμοστεί σε ποιο πολύπλοκες δομές τοιχοποιίας, πιθανών και στις τρεις διαστάσεις.

Παράρτημα Α΄

Α΄.1 Τοιχοποιία .

Τοιχοποιία: Μια σύνθεση λιθοσωμάτων τοποθετημένων κατά καθορισμένη διάταξη και συνδεδεμένων μεταξύ τους με κονίαμα

Οπλισμένη τοιχοποιία: Η τοιχοποιία στην οποία τοποθετούνται ράβδοι ή πλέγματα (συνήθως χαλύβδινα). Ο οπλισμός τοποθετείται στο κονίαμα ή στο σκυρόδεμα, έτσι ώστε όλα τα υλικά να συνεργάζονται για την ανάληψη δυνάμεων.

Προεντεταμένη τοιχοποιία: Τοιχοποιία στη οποία εισάγονται σκοπίμως εσωτερικές θλιβόμενες τάσεις, μέσω εφελκυόμενου οπλισμού.

Διαζωματική τοιχοποιία: Τοιχοποιία κατασκευαζόμενη ώστε να περιβάλλεται και από τις τέσσερις πλευρές της από υποστυλώματα και δοκούς Ο.Σ. ή Ο.Τ. Αυτά τα περιβάλλοντα στοιχεία δεν μελετούνται ώστε να αποτελούν πλαίσια.

Εμπλοκή λιθοσωμάτων: Η κανονική διάταξη των λιθοσωμάτων ώστε να εξασφαλίζεται η από κοινού λειτουργία τους.

Α΄.2 Αντοχή της τοιχοποιίας.

Χαρακτηριστική αντοχή της τοιχοποιίας: Η τιμή της αντοχής για την οποία ισχύει ότι ποσοστό 5% των μετρήσεων αντοχής της τοιχοποιίας δίνουν τιμές υπολειπόμενες αυτής.

Θλιπτική αντοχή της τοιχοποιίας: Η αντοχή της τοιχοποιίας σε θλίψη απαλλαγμένη από την επιρροή της τριβής στις πλάκες φορτίσεως, από τη λυγηρότητα ή από την εκκεντρότητα του φορτίου.

Διατμητική αντοχή της τοιχοποιίας: Η αντοχή της τοιχοποιίας υποβαλλόμενης σε τέμνουσες δυνάμεις.

Καμπτική αντοχή της τοιχοποιίας: Η αντοχή της τοιχοποιίας σε καθαρή κάμψη.

Αντοχή συνάφειας: Η ανά μονάδα επιφανείας αντοχή συνάφειας, μεταξύ οπλισμού σκυροδέματος ή κονιάματος, όταν ο οπλισμός υποβάλλεται σε εφελκυστικές ή θλιπτικές δυνάμεις.

Α΄.3 Κονίαμα.

Κονίαμα: Μίγμα ανόργανων συνδετικών υλικών, αδρανών και ύδατος, με προσθήκη πρόσθετων πρόσμικτων, εφόσον απαιτείται.

Κονίαμα γενικής εφαρμογής: Κονίαμα το οποίο χρησιμοποιείται σε αρμούς πάχους μεγαλύτερου των 3 mm και στο οποίο χρησιμοποιούνται μόνον βαριά αδρανή.

Κονίαμα λεπτής στρώσεως: Κονίαμα μελετημένο ώστε να χρησιμοποιείται σε αρμούς πάχους μεταξύ 1 mm και 3 mm.

Ελαφροκονίαμα: Κονίαμα συνθέσεως τέτοιας ώστε η πυκνότητα του (σκληρυμένου και ξηρού) να είναι μικρότερο από 1500 kg/m^3.

Κονίαμα ειδικής συνθέσεως: Κονίαμα κατάλληλης συνθέσεως και παρασκευασμένο ώστε να πληροί προκαθορισμένες ιδιότητες, των οποίων η ικανοποίηση ελέγχεται μέσω δοκιμών.

Προδιαγεγραμμένο κονίαμα: Κονίαμα παρασκευαζόμενο βάσει προκαθορισμένης συνθέσεως. Οι ιδιότητες του κονιάματος θεωρούνται δεδομένες βάσει της αναλογίας των συνιστώντων υλικών.

Εργοστασιακό κονίαμα: Κονίαμα παρασκευαζόμενο (σύνθεση και ανάμιξη σε εργοστάσιο και αποστελλόμενο σε εργοτάξιο.

Προδοσολογημένο κονίαμα: Υλικό αποτελούμενο από τα συνιστώντα υλικά δοσολογημένα σε μια εγκατάσταση. Τα συνιστώντα υλικά αναμιγνύονται στο εργοτάξιο υπό αναλογίες και συνθήκες προδιαγεγραμμένες από το εργοστάσιο συσκευασίας τους.

Εργοταξιακό κονίαμα: Κονίαμα αποτελούμενο από υλικά των οποίων οι αναλογίες καθορίζονται και η ανάμιξη πραγματοποιείται στο εργοτάξιο.

Θλιπτική αντοχή του κονιάματος Η μέση θλιπτική αντοχή προδιαγεγραμμένου πλήθους μετά τη συντήρησή τους για 28 ημέρες.

Βιβλιογραφία

[1] Leftheris, B., Sapounaki, A., Stavroulaki, M.E., Stavroulakis, G.E., Computational Mechanics for Herritage Structures, WIT Press (2006)

[2] Drosopoulos, G.A., Stavroulakis, G.E., Massalas, C.V., FRP Reinforcement of Stone Arch Bridges: Unilateral Contact Models and Limit Analysis, Comp. Part B: Eng., 38, 144-151 (2007)

[3] Sanchez-Palencia, E., Non-Homogeneous Media and Vibration Theory, Springer (1978)

[4] Zohdi, T.I., Wriggers, P., An Introduction to Computational Micromechanics, Springer, The Netherlands (2008)

[5] Nguyen, V.P., Stroeven, M. Sluys, L.J., Multiscale Continuous and Discontinuous Modeling of Heterogeneous Materials: A Review on Recent Developments, J. of Multiscale Modelling, 3, 1–42 (2011)

[6] Dascalu, C., Bilbie, G., Agiasofitou, E.K., Damage and Size Effects in Elastic Solids: A Homogenization Approach, Int. J. Solids Struct., 45, 409–430 (2008)

[7] Smit, R.J.M., Brekelmans, W.A.M., Meijer, H.E.H., Prediction of the Mechanical Behaviour of Non-linear Heterogeneous Systems by Multilevel Finite Element Modeling, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 155, 181–192 (1998)

[8] Kouznetsova, V.G., Computational Homogenization for the Multi-Scale Analysis of Multi-Phase Materials, PhD thesis, Technical University Eindhoven, The Netherlands (2002)

[9] Drosopoulos, G.A., Wriggers, P., Stavroulakis, G.E., Contact Analysis in Multi- Scale Computational Homogenization, CFRAC Conference proceedings, Prague (2013)

[10] Drosopoulos, G.A., Wriggers, P., Stavroulakis, G.E., Incorporation of Contact Mechanics in Multi-level Computational Homogenization for the Study of Composite Materials, ICCM Conference proceedings, Lecce, Italy (2013)

[11] Hill, R., Elastic Properties of Reinforced Solids: Some Theoretical Principles, J. Mech. Phys. Solids, 11, 357–372 (1963)

[12] Miehe, C., Koch, A., Computational Micro- to-Macro Transitions of Discretized Microstructures Undergoing Small Strains, Arch. Appl. Mech., 72, 300 – 317 (2002)