ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Τίτλος : Έλεγχος αποθεμάτων σε συστήματα παραγωγής, που εξυπηρετούν δυο κατηγορίες πελατών, δεν επιτρέπονται εκκρεμείς παραγγελίες και μπορούν να υποστούν βλάβες.

ΤΣΑΟΥΣΙΔΗΣ ΣΟΦΟΚΛΗΣ

ΧΑΝΙΑ, ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2014

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περίληψη

Σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι να εξετάσουμε ένα σύστημα παραγωγής που παράγει ένα προϊόν το οποίο απευθύνεται σε δυο κατηγορίες πελατών. Οι αφίξεις πελατών είναι τυχαίες και ακολουθούν την κατανομή Poisson, ενώ οι χρόνοι παραγωγής είναι εκθετικά κατανεμημένοι. Η μονάδα παραγωγής μπορεί να υποστεί βλάβες. Οι χρόνοι μεταξύ βλαβών και οι χρόνοι επισκευής είναι επίσης εκθετικοί. Ακόμη δεν επιτρέπονται οι εκκρεμείς παραγγελίες και συνεπώς οι παραγγελίες των πελατών που δεν ικανοποιούνται άμεσα χάνονται. Στόχος είναι η σύγκριση τριών απλών πολιτικών ελέγχου του αποθέματος και των εισερχόμενων παραγγελιών, ώστε να επιλεγούν αυτές που ελαχιστοποιούν το κόστος λειτουργίας του συστήματος. Για το σκοπό αυτό αναπτύσσονται ακριβή μαθηματικά μοντέλα, που περιγράφουν τη λειτουργία του συστήματος για κάθε εξεταζόμενη πολιτική και επιτρέπουν την εκτίμηση του κόστους λειτουργιάς σε κάθε περίπτωση.

1.Εισαγωγή

Η βελτιστοποίηση διάφορων συστημάτων παραγωγής αποτελεί ερευνητικό πεδίο διαχρονικού ενδιαφέροντος. Αυτό οφείλεται στην συνεχή εξέλιξη της τεχνολογίας αλλά και στην αύξηση του ανταγωνισμού της αγοράς στην πορεία του χρόνου. Όλοι οι οργανισμοί στοχεύουν πλέον στην εύρεση της βέλτιστης πολιτικής ώστε να είναι ποιο ανταγωνιστικοί αλλά και να μεγιστοποιήσουν το κέδρος τους.

Η πολυπλοκότητα του εκάστοτε προβλήματος σε συνδυασμό με την τυχαιότητα των διακεκριμένων γεγονότων καθιστούν το κάθε πρόβλημα ελκυστικό και ενδιαφέρον. Η βελτιστοποίηση ενός συστήματος παραγωγής εξαρτάται από πολλούς παράγοντες και μπορεί παρόμοια συστήματα να έχουν διαφορετική βέλτιστη πολιτική.

Συχνά για να περιγραφούν μαθηματικά τα διάφορα συστήματα παραγωγής και να εκτιμηθούν διάφορα μέτρα απόδοσης όπως η μέση παραγωγή του συστήματος και η μέση στάθμη των χώρων αποθήκευσης χρησιμοποιούνται οι αλυσίδες Markov που είναι ακριβή μοντέλα, για προβλήματα μικρών διαστάσεων.

Στην εργασία αυτή αναφερόμαστε σε ένα σύστημα παραγωγής που παράγει ένα προϊόν το οποίο απευθύνεται σε δυο κατηγορίες πελατών. Επιπλέον το εξεταζόμενο σύστημα μπορεί να υποστεί και βλάβες.

Ο στόχος μας είναι να καθοριστεί η πολιτική παραγωγής και αποδοχής παραγγελιών δηλαδή πότε θα σταματάει η παραγωγή και πότε μια παραγγελία θα ικανοποιείται με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του κόστους, λόγω αποθέματος και λόγω απόρριψης των παραγγελιών.

Το πρόβλημα ικανοποίησης παραγγελιών, πελατών διαφορετικών κατηγοριών, από ένα τύπο προϊόντος αποτελεί συχνό πρόβλημα του τομέα των συστημάτων παραγωγής και έχει μελετηθεί αρκετά στην βιβλιογραφία. Μια περίπτωση που συναντάται αυτό το πρόβλημα είναι ο κατασκευαστής να λειτουργεί και σαν έμπορος λιανικής και σαν χονδρέμπορος. Για παράδειγμα μια βιοτεχνία κατασκευής απορρυπαντικών καθαρισμού μπορεί να προμηθεύει με απορρυπαντικά καταστήματα αλλά και να εξυπηρετεί μεμονωμένους πελάτες. Ένα άλλο παράδειγμα συστήματος με πολλές κατηγορίες πελατών είναι όταν το παραγόμενο προϊόν πωλείται σε διαφορετικές χώρες. Σε συστήματα που εξυπηρετούν πολλές κατηγορίες πελατών με ένα τύπο προϊόντος έχει μελετηθεί το πρόβλημα συνδυασμένου ελέγχου αποθεμάτων και αποδοχής παραγγελιών. Στην εργασία [4] εξετάζονται συστήματα που επιτρέπονται εκκρεμείς παραγγελίες ενώ στην εργασία [5] μελετάται το ίδιο πρόβλημα όταν στο σύστημα παραγωγής υπάρχουν χρόνοι προετοιμασίας.

Ο Ha στην εργασία [3] εξετάζει συστήματα με πολλές κατηγορίες πελατών που δεν επιτρέπονται εκκρεμείς παραγγελίες και αποδεικνύει ότι η βέλτιστη πολιτική είναι μορφής κατωφλίου.

Πιο συγκεκριμένα εξετάζεται η χρησιμοποίηση κατωφλίων απόρριψης των λιγότερο σημαντικών κατηγοριών πελατών με σκοπό την ύπαρξη αποθέματος για τις σημαντικότερες κατηγορίες πελατών. Στην εργασία [2] εξετάζεται το ίδιο πρόβλημα σε συστήματα που μπορεί να υποστούν βλάβες. Αποδεικνύεται ότι η βέλτιστη πολιτική είναι επίσης μορφής κατωφλίου. Η πολιτική αυτή διαφέρει στο ότι τα κατώφλια που χρησιμοποιεί, για τον έλεγχο της αποδοχής παραγγελιών, εξαρτώνται από την λειτουργική κατάσταση του συστήματος. Στην εργασία αυτή μελετάμε την βέλτιστη πολιτική και την συγκρίνουμε με άλλες απλούστερες πολιτικές.

Στα επόμενα κεφάλαια γίνεται η μοντελοποίηση του συστήματος παραγωγής ως μια αλυσίδα Markov συνεχούς χρόνου. Έπειτα παρουσιάζεται η διαδικασία επίλυσης των εξισώσεων των πιθανοτήτων μόνιμης κατάστασης. Έχοντας υπολογίσει τις πιθανότητες μόνιμης κατάστασης μπορούμε να υπολογίσουμε τη συνάρτηση κόστους η οποία αποτελεί το μέτρο απόδοσης του συστήματος.

Η περιγραφή του συστήματος παραγωγής που μελετάμε γίνεται στο κεφάλαιο 2. Η μοντελοποίηση του συστήματος παραγωγής και η διαδικασία επίλυσης και εκτίμησης των πιθανοτήτων μόνιμης κατάστασης του συστήματος γίνεται στο κεφάλαιο 3. Ο υπολογισμός της συνάρτησης κόστους γίνεται στο κεφάλαιο 4. Τα αριθμητικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 5. Στο 6 κεφάλαιο καταγράφονται τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την εργασία.

2. Περιγραφή συστήματος παραγωγής και αντικείμενο εργασίας

Το σύστημα παραγωγής που μελετάμε είναι ένα σύστημα, το οποίο παράγει ένα προϊόν, που διατίθεται σε δυο κατηγορίες πελατών. Η κατηγορία πελατών τύπου 1 είναι πιο σημαντική από την κατηγορία τύπου 2 και για αυτό το λόγο αποτελεί προτεραιότητα η εξυπηρέτηση των πελατών τύπου 1.

Οι αφίξεις πελατών τύπου 1 και τύπου 2 είναι τυχαίες και ακολουθούν την κατανομή Poisson με ρυθμούς $\boldsymbol{\lambda_1}$ και $\boldsymbol{\lambda_2}$ αντίστοιχα. Κάθε πελάτης που φτάνει μπορεί να ζητήσει μια μονάδα προϊόντος.

Οι χρόνοι παραγωγής προϊόντων είναι και αυτοί εκθετικά κατανεμημένοι με μέση τιμή $1/\boldsymbol{\mu}$.

Το σύστημα παραγωγής μπορεί να υποστεί βλάβες. Οι χρόνοι μεταξύ των βλαβών είναι εκθετικά κατανεμημένοι με ρυθμό $\boldsymbol{f}$. Οι χρόνοι επισκευής είναι επίσης εκθετικά κατανεμημένοι με ρυθμό $\boldsymbol{r}$. Όταν το σύστημα παραγωγής έχει υποστεί βλάβη δεν παράγει προϊόντα αλλά μπορεί να εξυπηρετεί πελάτες για όσο υπάρχει διαθέσιμο απόθεμα.

Το συγκεκριμένο σύστημα παραγωγής είναι σύστημα χωρίς ουρά αναμονής, δηλαδή δεν δεχόμαστε εκκρεμείς παραγγελίες. Οι πελάτες που θέτουν παραγγελίες εξυπηρετούνται μόνο όταν υπάρχει διαθέσιμο απόθεμα. Στην περίπτωση που το απόθεμα είναι μηδενικό οι παραγγελίες που έρχονται δεν γίνονται δεκτές, με επακόλουθο ένα κόστος απόρριψης για κάθε πελάτη που χάνεται. Το κόστος αυτό είναι διαφορετικό για κάθε τύπο πελατών αφού είναι διαφορετικής βαρύτητας.

Η απόδοση του συστήματος καθορίζεται από το αναμενόμενο κόστος λειτουργίας. Υπάρχουν δύο βασικές συνιστώσες κόστους στην περίπτωση μας, το κόστος αποθέματος και το κόστος απόρριψης πελατών. Το κόστος αποθέματος καθορίζεται από το μοναδιαίο κόστος αποθέματος h, που είναι το κόστος διατήρησης στο απόθεμα μιας μονάδας προϊόντος για μια μονάδα χρόνου. Το κόστος απόρριψης πελάτη εκφράζει την απώλεια κέρδους από την απώλεια μιας παραγγελίας ή ακόμη και την δυσαρέσκεια των πελατών. Όπως έχουμε δει το κόστος απόρριψης πελάτη είναι διαφορετικό για κάθε κατηγορία πελατών και επίσης μπορούμε να υποθέσουμε ότι το κόστος απόρριψης μιας παραγγελίας τύπου 1, r_1 είναι μεγαλύτερο από το μοναδιαίο κόστος απόρριψης πελατών της δεύτερης κατηγορίας r_2, αφού οι πελάτες τύπου 1 έχουν προτεραιότητα.

Για τα συστήματα που μελετάμε η βέλτιστη πολιτική είναι μία απλή πολιτική τύπου κατωφλίου (βλέπε [4]). Ονομάζουμε αυτή την πολιτική *Βασικού Αποθέματος με Εξαρτημένη Απόδοση Προτεραιότητας* (ΒΑΕΠ). Η πολιτική ΒΑΕΠ χαρακτηρίζεται από τρία κατώφλια. Υπάρχει ένα μέγιστο όριο αποθέματος ***S***. Όταν το απόθεμα τελικών προϊόντων στο σύστημα παραγωγής είναι ίσο με *S* σταματά να παράγει και ξαναρχίζει όταν το απόθεμα είναι χαμηλότερο της τιμής *S*. Το κατώφλι αυτό ονομάζεται *βασικό απόθεμα*. Ένα άλλο χαρακτηριστικό της ΒΑΕΠ είναι η απόδοση προτεραιότητας στις παραγγελίες των πελατών της πρώτης κατηγορίας. Αυτό εκφράζεται με την χρήση δύο κατωφλίων απόδοσης προτεραιότητας $\boldsymbol{\sigma_0}$ και $\boldsymbol{\sigma_1}$. Όταν το σύστημα είναι λειτουργικό και το απόθεμα είναι ίσο ή μικρότερο από σ_1 τότε σταματάμε να εξυπηρετούμε τους πελάτες της δεύτερης κατηγορίας. Στην περίπτωση που το σύστημα είναι αδρανές λόγω βλάβης δίνουμε προτεραιότητα στους πελάτες της κατηγορίας 1 όταν το απόθεμα είναι ίσο ή μικρότερο του σ_0. Η λογική της απόδοσης προτεραιότητας είναι ότι σταματάμε να εξυπηρετούμε πελάτες τύπου 2 γιατί έχουμε λίγο απόθεμα και το κρατάμε για πελάτες τύπου 1 ώστε να μην χρειαστεί να τους απορρίψουμε αφού είναι σημαντικότεροι και κατά συνέπεια έχουν υψηλότερο κόστος απόρριψης. Ο λόγος που χρησιμοποιούμε δύο κατώφλια απόδοσης προτεραιότητας είναι ότι σε κατάσταση βλάβης δεν παράγονται προϊόντα με αποτέλεσμα το υπάρχον απόθεμα να καταναλώνεται πιο γρήγορα. Για αυτό το λόγο πρέπει να σταματήσουμε πιο νωρίς να εξυπηρετούμε πελάτες τύπου 2 για να μην χρειαστεί να απορρίψουμε πολλούς πελάτες τύπου 1. Αυτό σημαίνει ότι έχουμε $\sigma_1 \leq \sigma_0$.

Εξετάζουμε δύο ακόμη απλές πολιτικές. Την πολιτική *Βασικού Αποθέματος Απόδοσης Προτεραιότητας* (ΒΑΠ) και την πολιτική *Βασικού Αποθέματος* (ΒΑ). Η πολιτική ΒΑΠ μπορεί να θεωρηθεί ειδική περίπτωση της ΒΑΕΠ καθώς μπορούμε να πούμε ότι είναι η πολιτική ΒΑΕΠ όπου $\sigma_1 = \sigma_0$. Εδώ υπάρχει ένα κατώφλι απόδοσης προτεραιότητας $\boldsymbol{\sigma}$ που είναι ανεξάρτητο της λειτουργικής κατάστασης του συστήματος παραγωγής. Συνεπώς η πολιτική αυτή χαρακτηρίζεται από δύο κατώφλια *s* και σ. Η τελευταία πολιτική που εξετάζουμε είναι η πολιτική βασικού αποθέματος όπου δεν αποδίδεται προτεραιότητα σε καμία κατηγορία πελατών δηλαδή εξυπηρετούμε όλους τους πελάτες αρκεί να υπάρχει απόθεμα προϊόντων. Η πολιτική μπορεί να ειδωθεί ως ειδική περίπτωση της ΒΑΠ όπου $\sigma = 0$.

Σκοπός μας είναι η μελέτη και σύγκριση των τριών απλών πολιτικών ελέγχου του αποθέματος και των εισερχόμενων παραγγελιών για να επιλεγούν αυτές που ελαχιστοποιούν το συνολικό κόστος λειτουργίας του συστήματος.

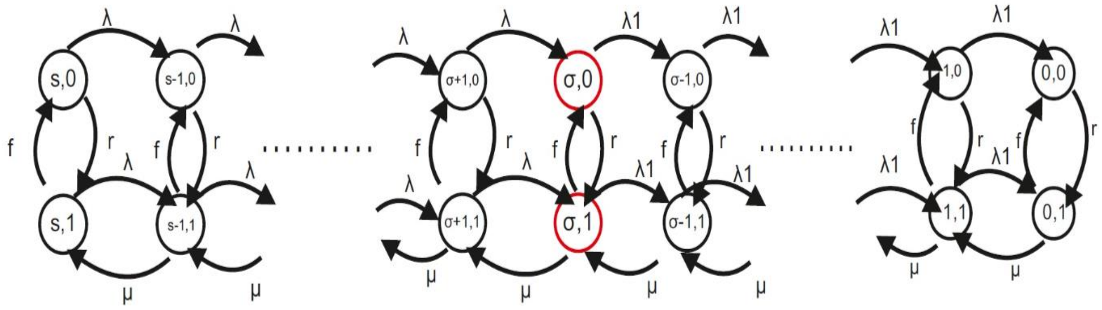
3. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Μιας και οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών γεγονότων είναι εκθετικά κατανεμημένοι το σύστημα μπορεί να περιγραφεί ως μια αλυσίδα Markov συνεχούς χρόνου. Σε αυτή την περίπτωση η κατάσταση του συστήματος περιγράφεται από ένα ζεύγος μεταβλητών (m, i), όπου η πρώτη εκφράζει το ύψος του αποθέματος και συνεπώς ισχύει ότι $0 \leq m \leq s$, ενώ η δεύτερη αναφέρεται στην λειτουργική κατάσταση του συστήματος παραγωγής και είναι 1 όταν αυτό είναι λειτουργικό ή 0 όταν υπάρχει βλάβη.

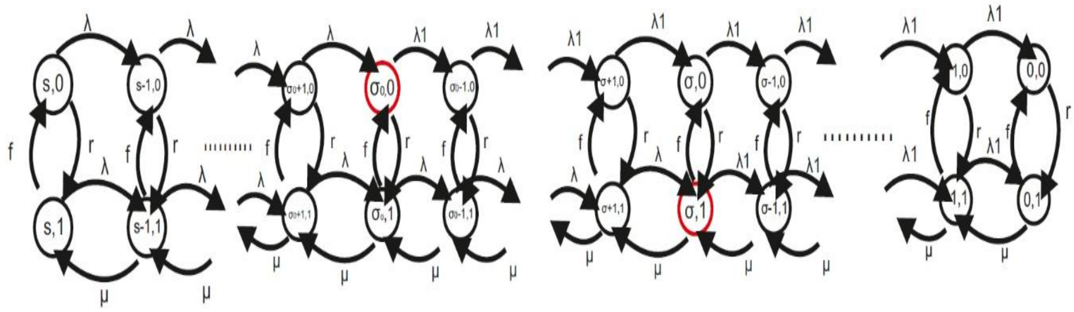
Αφού το σύστημα παραγωγής περιγράφεται ως μια αλυσίδα Markov οι πιθανότητες μόνιμης κατάστασης του συστήματος πρέπει να ικανοποιούν τις εξισώσεις Chapman – Kolmogorov (C-K)

$$P(\boldsymbol{k}) \times (\text{ρυθμός εξόδου από την κατάσταση } \boldsymbol{k}) = \sum_{\substack{\text{Όλες οι καταστάσεις} \\ \boldsymbol{i} \neq \boldsymbol{k}}} P(\boldsymbol{i}) \times (\text{μετάβαση από } \boldsymbol{i} \text{ σε } \boldsymbol{k}).$$

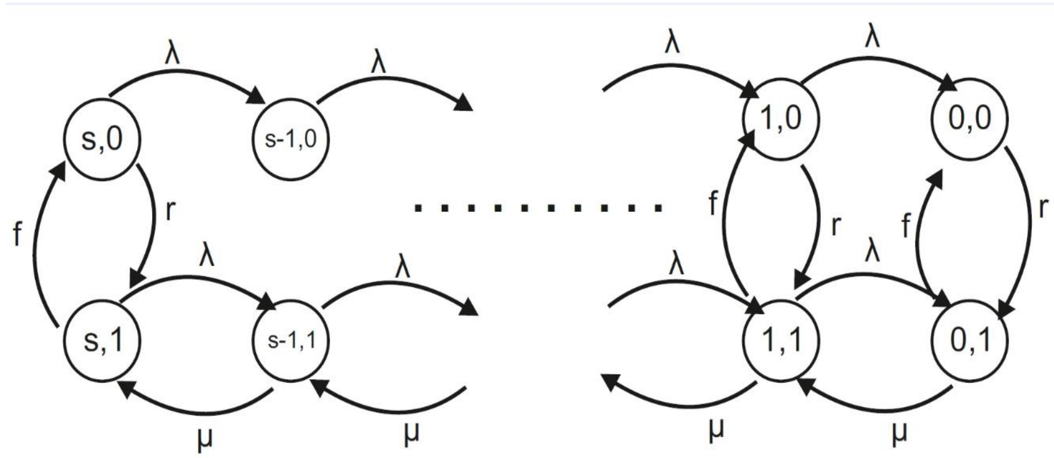
Πιο αναλυτικά για την περίπτωση του συστήματος που μελετάμε και για κάθε μία από τις πολιτικές που εξετάζουμε έχουμε



Γράφημα 1: Διάγραμμα καταστάσεων για την αλυσίδα Markov που περιγράφει την πολιτική ΒΑΠ.



Γράφημα 2: Διάγραμμα καταστάσεων για την αλυσίδα Markov που περιγράφει την πολιτική ΒΑΕΠ.



Γράφημα 3: Διάγραμμα καταστάσεων για την αλυσίδα Markov που περιγράφει την πολιτική ΒΑ.

3.1.ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ CHAPMAN-KOLMOGOROV

1η περίπτωση : πολιτική ΒΑΠ

Λειτουργεί :

$P(S, 1)(\lambda + f) = P(S, 0)r + P(S - 1, 1)\mu$ (1)

$P(m, 1)(\lambda + \mu + f) = P(m + 1, 1)\lambda + P(m - 1, 1)\mu + P(m, 0)r$, $m=\sigma+1, \ldots\ldots, S-1$ (2)

$P(\sigma, 1)(\lambda_1 + \mu + f) = P(\sigma + 1, 1)\lambda + P(\sigma - 1, 1)\mu + P(\sigma, 0)r$ (3)

$P(m, 1)(\lambda_1 + \mu + f) = P(m + 1, 1)\lambda_1 + P(m - 1, 1)\mu + P(m, 0)r$, $m=1, \ldots\ldots, \sigma-1$ (4)

$P(0, 1)(\mu + f) = P(0, 0)r + P(1, 1)\lambda_1$ (5)

όπου $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$.

Δεν λειτουργεί :

$P(S, 0)(\lambda + r) = P(S, 1)f$ (6)

$P(m, 0)(\lambda + r) = P(m, 1)f + P(m + 1, 0)\lambda$, $m = \sigma+1, \ldots, S-1$ (7)

$P(\sigma, 0)(\lambda_1 + r) = P(\sigma, 1)f + P(\sigma + 1, 0)\lambda$ (8)

$P(m, 0)(\lambda_1 + r) = P(m, 1)f + P(m + 1, 0)\lambda_1$, $m = 1, \ldots, \sigma-1$ (9)

$P(0, 0)r = P(1, 0)\lambda_1 + P(0, 1)f$ (10)

<u>2η περίπτωση : πολιτική ΒΑΕΠ</u>

Λειτουργεί :

$P(S, 1)(\lambda + f) = P(S, 0)r + P(S - 1, 1)\mu$ (11)

$P(m, 1)(\lambda + \mu + f) = P(m + 1, 1)\lambda + P(m - 1, 1)\mu + P(m, 0)r$, $m = \sigma_1+1, \ldots, S-1$ (12)

$P(\sigma_1, 1)(\lambda_1 + \mu + f) = P(\sigma_1 + 1, 1)\lambda + P(\sigma_1 - 1, 1)\mu + P(\sigma_1, 0)r$ (13)

$P(m, 1)(\lambda_1 + \mu + f) = P(m + 1, 1)\lambda_1 + P(m - 1, 1)\mu + P(m, 0)r$, $m = 1, \ldots, \sigma_1-1$ (14)

$P(0, 1)(\mu + f) = P(0, 0)\mathrm{r} + P(1, 1)\lambda_1$ (15)

Δεν λειτουργεί :

$P(S, 0)(\lambda + r) = P(S, 1)f$ (16)

$P(m, 0)(\lambda + r) = P(m, 1)f + P(m + 1, 0)\lambda$, $m = \sigma_0+1, \ldots, S-1$ (17)

$P(\sigma_0, 0)(\lambda_1 + r) = P(\sigma_0, 1)f + P(\sigma_0 + 1, 0)\lambda$ (18)

$P(m, 0)(\lambda_1 + r) = P(m, 1)f + P(m + 1, 0)\lambda_1$, $m = 1, \ldots, \sigma_0-1$ (19)

$P(0, 0)r = P(1, 0)\lambda_1 + P(0, 1)f$ (20)

3η περίπτωση : πολιτική BA

Λειτουργεί :

$P(S, 1)(\lambda + f) = P(S, 0)r + P(S - 1, 1)\mu$ (21)

$P(m, 1)(\lambda + \mu + f) = P(m + 1, 1)\lambda + P(m - 1, 1)\mu + P(m, 0)r,\ m = 1, \ldots\ldots., S\text{-}1$ (22)

$P(0, 1)(\mu + f) = P(0, 0)r + P(1, 1)\lambda$ (23)

Δεν λειτουργεί :

$P(S, 0)(\lambda + r) = P(S, 1)f$ (24)

$P(m, 0)(\lambda + r) = P(m, 1)f + P(m + 1, 0)\lambda,\ m = 1, \ldots\ldots., S\text{-}1$ (25)

$P(0, 0)r = P(1, 0)\lambda + P(0, 1)f$ (26)

3.2.ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΜΟΝΙΜΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

Για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων μόνιμης κατάστασης θα χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο διαδοχικών αντικαταστάσεων. Με αυτό τον τρόπο εκφράζουμε όλες τις πιθανότητες μόνιμης κατάστασης συναρτήσει της $P(s, 0)$, δηλαδή

$P(m, i) = C(m, i)P(S, 0)$.

Αφού εκφράσουμε όλες τις πιθανότητες ως γραμμικές συναρτήσεις της $P(S,0)$ χρησιμοποιώντας την εξίσωση κανονικοποίησης $\sum_{m=0}^{s}\sum_{i=0}^{1} P(s,i) = 1$ υπολογίζουμε την $P(S, 0)$ μιας και ισχύει ότι

$P(s,0) = 1/\sum_{m=0}^{s}\sum_{i=0}^{1} C(s,i).$ (27)

$1^{η}$ περίπτωση : πολιτική ΒΑΠ

Προφανώς ισχύει ότι : $C(S, 0) = 1$.

Αρχίζουμε από την εξίσωση (6) η οποία μας δίνει την ακόλουθη έκφραση της P(S,1) ως προς την P(S, 0).

$$P(S, 1) = P(S, 0)[(\lambda + r)/f]. \tag{28}$$

Δηλαδή έχουμε ότι

$$C(S, 1)=(\lambda + r) /f. \tag{29}$$

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε την εξίσωση (1) η οποία με την βοήθεια της (28) μας δίδει

$$P(S-1, 1) = P(S, 0)[((\lambda + r)/f)((\lambda + f)/\mu) - (r/\mu)] \tag{30}$$

δηλαδή έχουμε ότι

$$C(S-1, 1) = [(\lambda + r)/f)((\lambda + f)/\mu] - (r/\mu). \tag{31}$$

Έπειτα χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις (2) και (7) για να εκτιμήσουμε τους συντελεστές $C(m, i)$ για $m= \sigma + 1, \ldots, S$.

Από την (7) προκύπτει η έκφραση της $P(m, 0)$ που αντικαθίσταται στην εξίσωση (2) για να προκύψει η έκφραση για την $P(m-1, 1)$. Έτσι για παράδειγμα η εξίσωση (7) για $m= S-1$ αν αντικαταστήσουμε την έκφραση της $P(S-1, 1)$ καταλήγουμε στην

$$P(S-1, 0) = [C(S-1, 1)(f/(\lambda + r)) + C(S, 0)(\lambda/(\lambda + r))]P(S, 0) \tag{32}$$

Με αντικατάσταση των εξισώσεων (30) και (32) στην εξίσωση (2) για $m= S-1$ προκύπτει ότι

$$P(S-2, 1) = [C(S-1, 1)((\lambda + \mu + f)/\mu) - C(S-1, 0)(r/\mu) - C(S, 1)(\lambda/\mu)]P(S, 0).$$

Γενικότερα αποδεικνύεται ότι για $m= \sigma + 1, \ldots, S-1$ έχουμε

$$C(m, 0) = C(m, 1)[f/(\lambda + r)] + C(m + 1, 0)[\lambda/(\lambda + r)]$$

$$C(m-1, 1) = C(m, 1)((\lambda + \mu + f)/\mu) - C(m, 0)(r/\mu) - C(m + 1, 1)(\lambda/\mu)$$

Οι εξισώσεις (8) και (3) μας δίδουν τους δυο επόμενους συντελεστές οι οποίοι είναι

$$C(\sigma, 0)=C(\sigma+1, 0)(\lambda/(\lambda_1 + r))+C(\sigma, 1)(f/(\lambda_1 + r))$$

$$C(\sigma-1, 1)=C(\sigma, 1)((\lambda_1+\mu+f)/\mu)-C(\sigma+1, 1)(\lambda/\mu)-C(\sigma, 0)(r/\mu).$$

Με όμοιο τρόπο χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (9) και (4) προκύπτουν οι συντελεστές για m= 1 , ….. , σ-1 που είναι :

$C(m, 0) = C(m+1, 0)(\lambda_1/(\lambda_1+r)) + C(m, 1)(f/(\lambda_1+r))$

$C(m-1, 1) = C(m, 1)((\lambda_1+\mu+f)/\mu) - C(m, 0)(r/\mu) - C(m+1, 1)(\lambda_1/\mu)$.

Ο τελευταίος συντελεστής προκύπτει από την εξίσωση (10) και είναι

$C(0, 0) = C(1, 0)(\lambda_1 /r) + C(0, 1)(f/r)$.

Την εξίσωση (5) δεν την χρησιμοποιούμε καθώς υπολογίσαμε όλους τους συντελεστές.

Όπως αναφέραμε παραπάνω με την χρήση της εξίσωσης κανονικοποίησης υπολογίζουμε την πιθανότητα $P(S, 0)$ όπως φαίνεται στην εξίσωση (27). Με αυτό τον τρόπο έχουμε εκτιμήσει όλες τις πιθανότητες μόνιμης κατάστασης και μπορούμε να προχωρήσουμε στην εκτίμηση των διαφόρων μέτρων απόδοσης του συστήματος όταν αυτό χρησιμοποιεί την πολιτική ΒΑΠ.

<u>$2^η$ περίπτωση : πολιτική ΒΑΕΠ</u>

Προφανώς ισχύει ότι $C(S, 0) = 1$.

Αρχίζουμε από την εξίσωση (16) η οποία μας δίνει την ακόλουθη έκφραση της P(S,1) ως προς την P(S, 0).

$P(S, 1) = P(S, 0)[(\lambda+r)/f]$. (33)

Δηλαδή έχουμε ότι

$C(S, 1)=(\lambda+r)/f.$ (34)

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε την εξίσωση (11) η οποία με την βοήθεια της (33) μας δίδει

$P(S-1, 1) = P(S, 0)[((\lambda+r)/f)((\lambda+f)/\mu) - (\mathrm{r}/\mu)]$, (35)

συνεπώς ισχύει ότι

$C(S-1, 1)=((\lambda+r) /f)((\lambda+f)/\mu) - (r/\mu)$. (36)

Έπειτα χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις (12) και (17) για $m=\sigma_0+1$, ……, S-1 για να εκτιμήσουμε τους συντελεστές C(m,i). Από την (17) προκύπτει η έκφραση της P(m,0) που αντικαθίσταται στην εξίσωση (12) για να προκύψει η έκφραση για την P(m-1,1).

Έτσι για παράδειγμα αν αντικαταστήσουμε την έκφραση της $P(S - 1, 1)$ στην εξίσωση (17), όταν $m= S - 1$ καταλήγουμε στην

$$P(S - 1, 0) = [C(S - 1, 1)(f/(\lambda + r)) + C(S, 0)(\lambda/(\lambda + r))]P(S, 0) \qquad (37)$$

Με αντικατάσταση των εξισώσεων (35) και (37) στην (12) για $m= S - 1$ προκύπτει ότι

$$P(S-2, 1) = [C(S-1, 1)((\lambda+\mu+f)/\mu) - C(S-1, 0)(r/\mu) - C(S, 1)(\lambda/\mu)]P(S,0).$$

Γενικότερα αποδεικνύεται ότι για $m=\sigma_0+1, \ldots\ldots, S-1$ έχουμε

$$C(m,0)=C(m+1,0)(\lambda/(\lambda+r)) + C(m,1)(f/(\lambda+r))$$

$$C(m-1,1)=C(m,1)((\lambda +\mu+f)/\mu) - C(m,0)(r/\mu) - C(m+1,1)(\lambda/\mu).$$

Οι εξισώσεις (12) για $m= \sigma_0$ και (18) μας δίδουν τους δυο επόμενους συντελεστές οι οποίοι είναι

$$C(\sigma_0 , 0) = C(\sigma_0+1, 0)[\lambda/(\lambda_1+r)] + C(\sigma_0, 1)[f/(\lambda_1+r)]$$

$$C(\sigma_0-1, 1) = C(\sigma_0, 1)[(\lambda +\mu+f)/\mu] - C(\sigma_0+1, 1)(\lambda/\mu) - C(\sigma_0, 0)(r/\mu).$$

Με όμοιο τρόπο χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (12) και (19) για $m= \sigma_1+1, \ldots\ldots, \sigma_0-1$ μας δίδουν τους συντελεστές για

$m= \sigma_1+1, \ldots\ldots, \sigma_0-1$ ως ακολούθως

$$C(m, 0) = C(m+1, 0)(\lambda_1/(\lambda_1+r)) + C(m, 1)(f/(\lambda_1+r))$$

$$C(m-1, 1) = C(m,1)((\lambda+\mu+f)/\mu) - C(m+1, 1)(\lambda/\mu) - C(m,0)(r/\mu).$$

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (13) και (19) για $m= \sigma_1$ μας δίδουν τους συντελεστές

$$C(\sigma_1, 0) = C(\sigma_1+1, 0)[\lambda_1/(\lambda_1+r)] + C(\sigma_1, 1)[f/(\lambda_1+r)]$$

$$C(\sigma_1-1, 1) = C(\sigma_1, 1)[(\lambda_1 +\mu+f)/\mu] - C(\sigma_1+1,1)(\lambda/\mu) - C(\sigma_1,0)(r/\mu).$$

Έπειτα χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (14) και (19) για $m=1, \ldots.., \sigma_1-1$ προκύπτει ότι οι αντίστοιχοι συντελεστές είναι

$$C(m ,0)= C(m+1 ,0) [\lambda_1/(\lambda_1+r)]+ C(m ,1)[f/(\lambda_1+r)],\ m=1, \ldots.., \sigma_1-1$$

$$C(m-1, 1) = C(m, 1)[(\lambda_1+\mu+f)/\mu] - C(m+1, 1)(\lambda_1/\mu) - C(m, 0)(r/\mu),\ m=1, \ldots.., \sigma_1-1.$$

Ο συντελεστής $C(0, 0) = C(1,0)(\lambda_1/r) + C(0, 1)(f/r)$ προκύπτει από την εξίσωση (20).

Όπως ίσως έχει παρατηρήσει ο προσεκτικός αναγνώστης η εξίσωση (15) δεν χρησιμοποιείται καθώς έχουν υπολογιστεί όλοι οι συντελεστές.

Όπως και στην πολιτική ΒΑΠ με την χρήση της εξίσωσης κανονικοποίησης υπολογίζουμε την πιθανότητα $P(S, 0)$ όπως φαίνεται στην εξίσωση (27). Με αυτό τον τρόπο έχουμε εκτιμήσει όλες τις πιθανότητες μόνιμης κατάστασης και μπορούμε να προχωρήσουμε στην εκτίμηση των διαφόρων μέτρων απόδοσης του συστήματος όταν αυτό χρησιμοποιεί την πολιτική ΒΑΕΠ.

<u>3η περίπτωση : πολιτική ΒΑ</u>

Προφανώς ισχύει ότι $C(S, 0) = 1$.

Αρχίζουμε από την εξίσωση (24) η οποία μας δίνει την ακόλουθη έκφραση της P(S,1) ως προς $P(S,0)$

$P(S, 1) = P(S, 0)((\lambda+r)/f)$. (38)

Άρα σημαίνει ότι

$C(S, 1)=(\lambda+r)/f$.

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε την εξίσωση (21) η οποία με την βοήθεια της (38) μας δίδει

$P(S-1, 1) = P(S, 0)[((\lambda+r)/f)((\lambda+f)/\mu) - (r/\mu)]$.

Δηλαδή έχουμε ότι

$C(S\text{-}1, 1)=((\lambda+r)/f)((\lambda+f)/\mu) - (r/\mu)$.

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις (22) και (25) για να βρούμε τους συντελεστές για m=1, ……, S-1 οι οποίοι είναι

$C(m, 0) = C(m+1, 0)(\lambda/(\lambda+r)) + C(m, 1)(f/(\lambda+r))$

$C(m\text{-}1, 1) = C(m, 1)((\lambda+\mu+f)/\mu) - C(m, 0)(r/\mu) - C(m+1, 1)(\lambda/\mu)$.

Ο συντελεστής $C(0, 0) = C(1,0)(\lambda_1/r) + C(0, 1)(f/r)$ προκύπτει από την εξίσωση (26).

Όπως και στις πολιτικές ΒΑΠ και ΒΑΕΠ με την χρήση της εξίσωσης κανονικοποίησης υπολογίζουμε την πιθανότητα $P(S, 0)$ όπως φαίνεται στην εξίσωση (27). Με αυτό τον τρόπο έχουμε εκτιμήσει όλες τις πιθανότητες μόνιμης κατάστασης και μπορούμε να προχωρήσουμε στην εκτίμηση των διαφόρων μέτρων απόδοσης του συστήματος όταν αυτό χρησιμοποιεί την πολιτική ΒΑ.

4 . ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΚΟΣΤΟΥΣ

Το συνολικό κόστος είναι το μέσο σύγκρισης της κάθε πολιτικής με τον εαυτό της για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων αλλά και για σύγκριση με τις υπόλοιπες πολιτικές. Το συνολικό κόστος στην προκείμενη περίπτωση αναφέρεται στο κόστος λόγω αποθήκευσης έτοιμων προϊόντων αλλά και το κόστος λόγω της απόρριψης των δυο κατηγοριών των πελατών. Επομένως οι κατηγορίες κόστους είναι

1) Κόστος απόρριψης πελατών τύπου j, j=1, 2.
2) Κόστος αποθέματος.

Επειδή οι πελάτες τύπου 1 είναι πιο σημαντικοί από τους πελάτες τύπου 2 το μοναδιαίο κόστος απόρριψης πελάτη τύπου 1 θα είναι μεγαλύτερο από το μοναδιαίο κόστος απόρριψης πελάτη τύπου 2, δηλαδή έχουμε ότι

$r_1 > r_2$.

Κόστος απόρριψης πελατών τύπου 1

Στις περιπτώσεις που εξετάζουμε δεν επιτρέπονται εκκρεμείς παραγγελίες πελατών. Για τους πελάτες της 1ης κατηγορίας αυτό συμβαίνει όταν δεν υπάρχει απόθεμα τελικών προϊόντων. Έστω K_1 το μέσο κόστος απώλειας παραγγελιών τύπου 1. Το K_1 είναι το γινόμενο του μοναδιαίου κόστους απόρριψης πελάτη τύπου 1, r_1 με το μέσο πλήθος πελατών τύπου 1 που χάνονται στη μονάδα του χρόνου. Ο μέσος ρυθμός άφιξης πελατών τύπου 1 είναι λ_1 και αυτοί απορρίπτονται όταν το απόθεμα είναι μηδενικό δηλαδή η πιθανότητα απόρριψης τους είναι ίση με $P(0, 0) + P(0, 1)$. Συνεπώς το μέσο κόστος απώλειας πελατών τύπου 1 δίδεται από την εξίσωση

$$K_1 = r_1\lambda_1[P(0, 0) + P(0, 1) \qquad (39)$$

Κόστος απόρριψης πελατών τύπου 2

Το μέσο κόστος απόρριψης πελατών τύπου 2, K_2 υπολογίζεται διαφορετικά σε κάθε μια από τις τρεις πολιτικές που εξετάζουμε και για αυτό κάθε πολιτική έχει την δική της έκφραση υπολογισμού του K_2.

Πολιτική ΒΑΠ

Στην πολιτική ΒΑΠ απορρίπτουμε πελάτες τύπου 2 όταν το απόθεμα είναι μικρότερο ή ίσο του κατωφλίου *σ,* το οποίο είναι κοινό για λειτουργικές και μη λειτουργικές καταστάσεις. Το άθροισμα όλων των πιθανοτήτων κάτω από το κατώφλι σ ισούται με την πιθανότητα απόρριψης πελατών τύπου 2. Όπως γίνεται αντιληπτό το K_2 είναι το γινόμενο του μοναδιαίου κόστους απόρριψης πελάτη τύπου 2 με το ρυθμό άφιξης πελατών τύπου 2, λ_2, και την πιθανότητα απόρριψης πελατών τύπου 2. Η εξίσωση που ακολουθεί παρουσιάζει την έκφραση του K_2 για την πολιτική ΒΑΠ

$$K_2 = r_2\lambda_2 \sum_{m=0}^{\sigma}[P(m,0) + P(m,1)]. \tag{40}$$

Πολιτική ΒΑΕΠ

Η πολιτική αυτή έχει πιο σύνθετο υπολογισμό απόρριψης πελατών τύπου 2. Αυτό συμβαίνει γιατί τα κατώφλια απόρριψης των πελατών τύπου 2 είναι διαφορετικά για κάθε λειτουργική κατάσταση του συστήματος. Έτσι το κατώφλι απόρριψης για λειτουργικές καταστάσεις είναι σ_1 και για τις καταστάσεις βλάβης σ_0, όπου $\sigma_1 \leq \sigma_0$. Όπως και στην περίπτωση της ΒΑΠ το K_2 είναι το γινόμενο του μοναδιαίου κόστους απόρριψης πελάτη τύπου 2, με το ρυθμό άφιξης πελατών τύπου 2, λ_2, και την πιθανότητα απόρριψης πελάτη τύπου 2. Η έκφραση του κόστους K_2 της ΒΑΕΠ είναι

$$K_2 = r_2\lambda_2\left[\sum_{m=0}^{\sigma_0} P(m,0) + \sum_{m=0}^{\sigma_1} P(m,1)\right] \tag{41}$$

Πολιτική ΒΑ

Σε αυτή την περίπτωση απορρίπτουμε πελάτες τύπου 2 όταν απορρίπτουμε και πελάτες τύπου 1, δηλαδή μόνο όταν έχουμε μηδενικό απόθεμα.

Αυτό συμβαίνει γιατί δεν δεχόμαστε πελάτες σε αναμονή .Το K_2 είναι το γινόμενο του μοναδιαίου κόστους απόρριψης πελάτη τύπου 2 με το ρυθμό άφιξης πελατών τύπου 2, λ_2 και την πιθανότητα να μην έχουμε απόθεμα είτε βρισκόμαστε σε λειτουργική είτε σε μη λειτουργική κατάσταση. Η εξίσωση που αντιστοιχεί στο K_2 είναι

$$K_2 = r_2\lambda_2\,[\mathrm{P}(0,0)+\mathrm{P}(0,1)] \tag{42}$$

Κόστος αποθέματος

Το κόστος αποθέματος K_h είναι ανάλογο του μοναδιαίου κόστους αποθέματος ανά μονάδα προϊόντος και ανά μονάδα χρόνου h αλλά και του μέσου αποθέματος H του συστήματος. Το μέσο απόθεμα H εξ ορισμού είναι το άθροισμα του γινομένου της κάθε τιμής αποθέματος με την αντίστοιχη πιθανότητα. Συνεπώς η έκφραση για το κόστος αποθέματος θα είναι

$$K_h = h\sum_{m=0}^{s} m[P(m,0) + P(m,1)]. \tag{43}$$

Η εξίσωση του κόστους αποθέματος είναι κοινή και για τις τρεις πολιτικές που εξετάζουμε.

Συνολικό μέσο κόστος λειτουργίας

Το συνολικό μέσο κόστος λειτουργίας του συστήματος παραγωγής είναι το άθροισμα των K_1, K_2 και K_h. Το συνολικό μέσο κόστος είναι φυσικά συνάρτηση των μεταβλητών ελέγχου του συστήματος που είναι τα κατώφλια της κάθε πολιτικής. Έτσι η ΒΑΕΠ είναι συνάρτηση τριών μεταβλητών, η ΒΑΠ δύο και η ΒΑ μιας μεταβλητής. Για κάθε πολιτική πρέπει να υπολογισθούν οι τιμές των μεταβλητών ελέγχου που ελαχιστοποιούν το συνολικό κόστος λειτουργίας. Στην περίπτωση μας χρησιμοποιήσαμε εξαντλητική απαρίθμηση όλων των τιμών των μεταβλητών ελέγχου, εντός ενός εύρους τιμών, προκειμένου να υπολογίσουμε τις βέλτιστες τιμές για κάθε πολιτική. Φυσικά αν μπορούσαμε να αποδείξουμε ότι η συνάρτηση μέσου συνολικού κόστους είναι κυρτή ως προς τις μεταβλητές ελέγχου, ο υπολογιστικός φόρτος για τον υπολογισμό των βέλτιστων πολιτικών θα μπορούσε να μειωθεί σημαντικά. Γι' αυτό τον λόγο στο επόμενο κεφάλαιο εξετάσαμε αριθμητικά τις ιδιότητες δεύτερης τάξης της συνάρτησης μέσου κόστους του συστήματος. Οι συνολικές εκφράσεις του μέσου συνολικού κόστους λειτουργίας για κάθε μια από τις εξεταζόμενες πολιτικές είναι

$$K_{BEA\Pi}(s,\sigma_0,\sigma_1) = h\sum_{m=0}^{s} m[P(m,0)+P(m,1)]$$

$$+r_2\lambda_2\left[\sum_{m=0}^{\sigma_0} P(m,0) + \sum_{m=0}^{\sigma_1} P(m,1)\right] + r_1\lambda_1[P(m,0)+P(m,1)],$$

$$K_{BA\Pi}(s,\sigma) = h\sum_{m=0}^{s} m[P(m,0)+P(m,1)]$$

$$+r_2\lambda_2\sum_{m=0}^{\sigma}[P(m,0)+P(m,1)] + r_1\lambda_1[P(m,0)+P(m,1)],$$

$$K_{BA}(s) = h\sum_{m=0}^{s} m[P(m,0)+P(m,1)]$$

$$+(r_2\lambda_2 + r_1\lambda_1)[P(m,0)+P(m,1)].$$

5 . ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Οι εξισώσεις που προέκυψαν από την μοντελοποίηση του συστήματος στο κεφάλαιο 3 επιλύθηκαν σε περιβάλλον matlab, χρησιμοποιώντας την προσέγγιση που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 3. Με αυτό τον τρόπο υπολογίστηκαν όλες οι πιθανότητες μόνιμης κατάστασης καθώς και το συνολικό κόστος σε κάθε περίπτωση και κατ'επέκταση η βέλτιστη λύση. Με την εύρεση της τιμής του συνολικού μέσου κόστους **K** έγινε μελέτη της κάθε πολιτικής αλλά και σύγκριση μεταξύ των τριών πολιτικών. Έγιναν πολλά αριθμητικά πειράματα με διαφορετικές τιμές των παραμέτρων λ_1, λ_2, r, f, μ και θα δούμε στη συνέχεια πως επηρεάζει κάθε μια μεταβλητή το συνολικό μέσο κόστος**.**

Επίσης έγινε μελέτη της κυρτότητας ως προς της παραμέτρους ελέγχου καθώς η κυρτότητα εξασφαλίζει ότι ένα τοπικό βέλτιστο είναι και ολικό βέλτιστο. Στην περίπτωση που μια συνάρτηση είναι κυρτή δεν χρειάζεται εξαντλητική αναζήτηση για την εύρεση της βέλτιστης λύσης αλλά αυτή μπορεί να υπολογιστεί με κάποιο αλγόριθμο βελτιστοποίησης. Με αυτόν τον τρόπο μειώνεται σημαντικά ο υπολογιστικός φόρτος.

Ο κώδικας σε matlab για τον υπολογισμό της βέλτιστης λύσης, την ανάλυση ευαισθησίας και της κυρτότητας παρατίθεται στο Παράρτημα Α.

5.1.Μελέτη της συνάρτησης κόστους για μεταβλητές τιμές των παραμέτρων

Σε αυτό το στάδιο μελετάμε πως μεταβάλλεται το βέλτιστο μέσο συνολικό κόστος καθώς αλλάζουμε τις τιμές των παραμέτρων. Για κάθε συνδυασμό τιμών των διαφόρων παραμέτρων εκτιμούμε τις βέλτιστες τιμές των κατωφλίων ελέγχου που ελαχιστοποιούν το μέσο συνολικό κόστος.

Η βέλτιστη τιμή του μέσου συνολικού κόστους και τα βέλτιστα κατώφλια, που αντιστοιχούν στο συγκεκριμένο συνολικό κόστος παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες ανά πολιτική.

Οι τιμές των παραμέτρων, για το βασικό σενάριο που χρησιμοποιήσαμε κατά την διεξαγωγή των αριθμητικών πειραμάτων είναι $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 1$, $f = 1$, $r = 10$, $\mu = 6$, $h = 1$, r_1=35, r_2=*6.*

5.1.1.Επίδραση στη συνάρτηση κόστους λόγω μεταβολής του λ_1

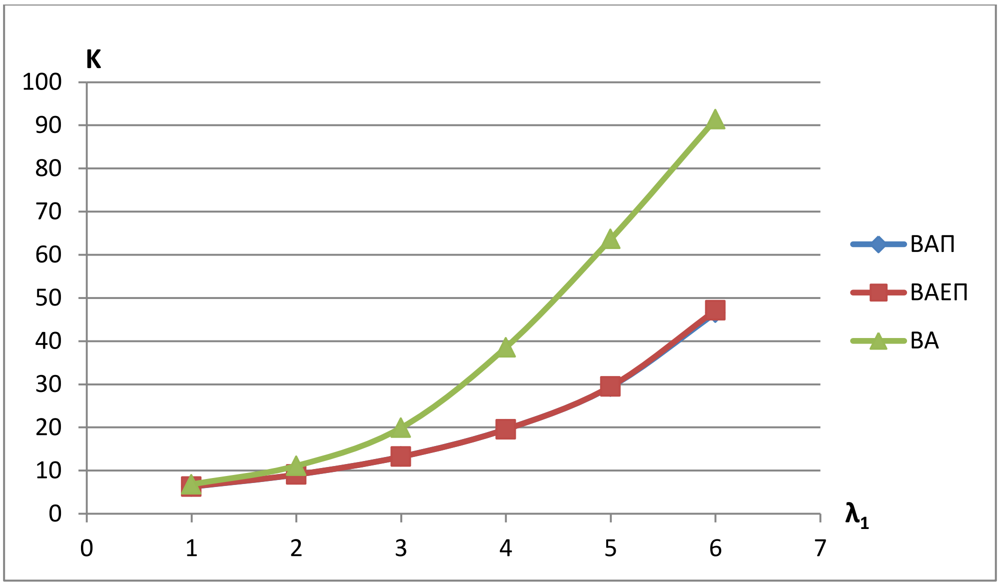
Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε και στον Πίνακα 1, όσο μικρότερο είναι το λ_1 τόσο μικρότερο είναι και το συνολικό κόστος. Αυτό συμβαίνει γιατί όταν έρχονται με μικρό ρυθμό οι πελάτες το σύστημα προλαβαίνει να τους εξυπηρετήσει με αποτέλεσμα να μειώνεται το κόστος απόρριψης. Επίσης το λ_1 όπως φαίνεται και στον πίνακα 1 είναι ανάλογο του βασικού αποθέματος *S*, καθώς όσο μεγαλύτερος είναι ο ρυθμός άφιξης τόσο περισσότερο είναι το διαθέσιμο απόθεμα που χρειαζόμαστε για να μην απορρίπτεται μεγάλος αριθμός πελατών. Είναι γνωστό στην θεωρία συστημάτων παραγωγής ότι η αύξηση του αποθέματος που προκύπτει από την αύξηση του βασικού αποθέματος οδηγεί σε μεγαλύτερους ρυθμούς παραγωγής και μικρότερο πλήθος ανικανοποίητων παραγγελιών.

Πίνακας 1: Επίδραση του λ_1 στην απόδοση του συστήματος.

	πολιτική ΒΑΠ			πολιτική ΒΑΕΠ				πολιτική ΒΑ	
λ_1	K	S	σ	K	S	σ_1	σ_0	K	S
1	6,2665	6	1	6,3101	6	1	2	6,823	6
2	9,0671	9	2	9,0852	9	2	3	11,1176	11
3	13,2311	13	4	13,2214	13	3	4	19,9415	19
4	19,5894	19	6	19,5832	19	6	7	38,5667	38
5	29,4384	29	11	29,5231	29	11	12	63,6389	63
6	46,5272	46	23	47,1558	46	23	24	91,4149	84

Στη συνέχεια με την βοήθεια και του γραφήματος 4 μπορούμε να κάνουμε σύγκριση ανάμεσα στις τρεις πολιτικές. Παρατηρούμε ότι για χαμηλές τιμές του λ_1 οι τρεις πολιτικές έχουν περίπου ίδιο κόστος με καλύτερη την πολιτική ΒΑΠ. Όσο μεγαλώνει το λ_1 τόσο χειρότερη είναι η πολιτική ΒΑ καθώς αυξάνεται πολύ το συνολικό κόστος της.

Οι πολιτικές ΒΑΠ-ΒΑΕΠ έχουν πολύ μικρή διαφορά στο συνολικό κόστος για αυτό και οι καμπύλες τους σχεδόν ταυτίζονται. Αυτό που βλέπουμε εδώ είναι ότι όσο αυξάνει ο ρυθμός άφιξης των πελατών τύπου 1, τόσο δυσκολότερη γίνεται η ικανοποίηση του συνόλου των παραγγελιών και είναι απαραίτητο να δίδεται αυξημένη προτεραιότητα στους πελάτες τύπου 1. Αυτό φαίνεται στον πίνακα 1, όπου βλέπουμε ότι όσο αυξάνει το λ_1, αυξάνουν και οι τιμές των κατωφλίων απόδοσης προτεραιότητας σ.



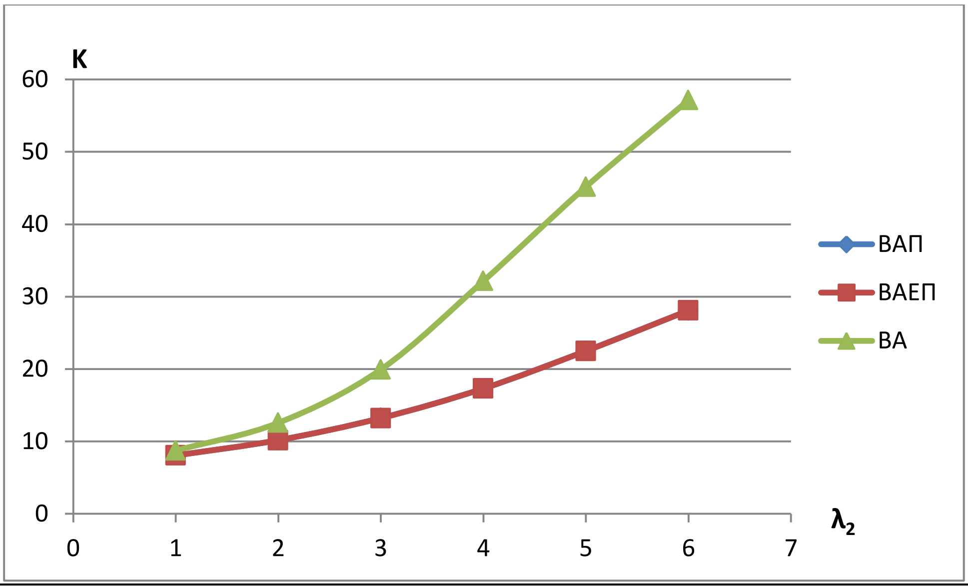
Γράφημα 4: Απόδοση των διαφόρων πολιτικών για διάφορες τιμές του λ_1.

5.1.2.Επίδραση στη συνάρτηση κόστους λόγω μεταβολής του λ_2

Στην περίπτωση του λ_2 ισχύει ότι και στην περίπτωση του λ_1 , δηλαδή όσο μικρότερο το λ_2 τόσο μικρότερο το συνολικό κόστος. Ακόμη το βέλτιστο βασικό απόθεμα *S* γίνεται μεγαλύτερο όσο αυξάνεται το λ_2. Ακόμη βλέπουμε ότι τα κατώφλια απόδοσης προτεραιοτήτων αυξάνουν επίσης όσο αυξάνει το λ_2.

Πίνακας 2: Επίδραση του λ_2 στην απόδοση του συστήματος.

	πολιτική ΒΑΠ			πολιτική ΒΑΕΠ				πολιτική ΒΑ	
λ_2	K	S	σ	K	S	σ_1	σ_0	K	S
1	8,0674	8	2	8,058	8	2	3	8,7382	8
2	10,1719	10	3	10,1774	10	3	4	12,5739	12
3	13,2311	13	4	13,2214	13	3	4	19,9415	19
4	17,309	17	4	17,3093	17	4	5	32,1624	32
5	22,5111	22	4	22,4938	22	4	5	45,1843	45
6	28,0815	28	5	28,092	28	5	6	57,1421	57



Γράφημα 5: Απόδοση των εξεταζόμενων πολιτικών για διάφορες τιμές του λ_2.

5.1.3.Επίδραση στη συνάρτηση κόστους λόγω μεταβολής του *r*

Όσο μεγαλύτερος είναι ο ρυθμός επισκευής *r* τόσο πιο γρήγορα επισκευάζεται το σύστημα παραγωγής, οπότε μειώνεται το ποσοστό του χρόνου που το σύστημα είναι αδρανές και συνεπώς χάνονται λιγότεροι πελάτες άρα έχουμε μικρότερο κόστος απόρριψης πελατών και μικρότερο συνολικό κόστος.

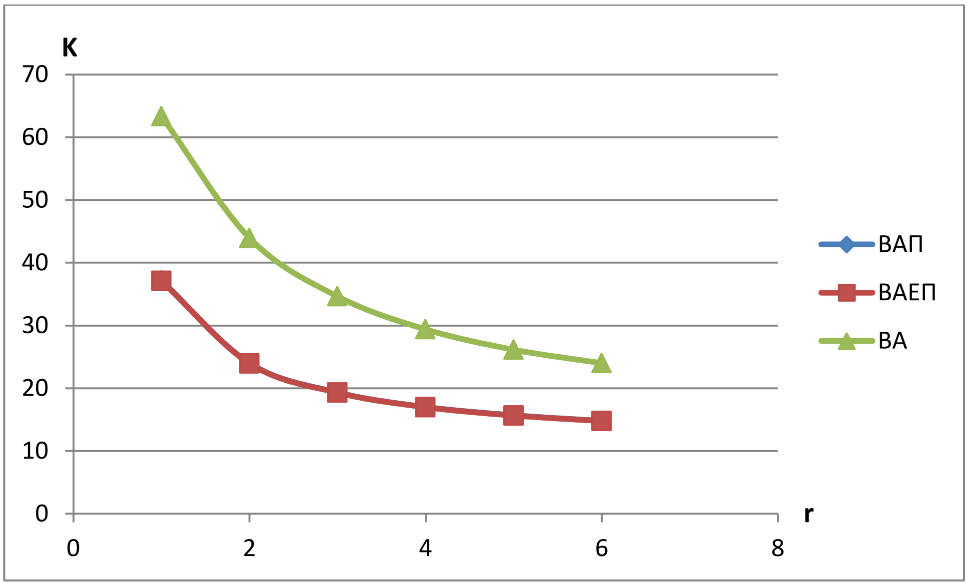
Πίνακας 3: Επίδραση του *r* στην απόδοση του συστήματος.

	πολιτική ΒΑΠ			πολιτική ΒΑΕΠ				πολιτική ΒΑ	
r	K	S	σ	K	S	σ_1	σ_0	K	S
1	37,1319	35	16	37,1018	35	15	18	63,3229	61
2	23,9848	23	8	23,9344	23	8	9	43,9148	43
3	19,3204	18	6	19,2875	18	6	7	34,6194	34
4	17,0003	16	5	16,9769	16	5	6	29,3771	29
5	15,694	15	4	15,6453	15	4	5	26,1331	26
6	14,7835	14	4	14,7681	14	4	5	23,9877	23

Το μέγιστο απόθεμα *S* αυξάνεται όσο το *r* μικραίνει, καθώς όταν αργεί να επισκευαστεί το σύστημα παραγωγής είναι περισσότερος ο χρόνος που δεν παράγονται προϊόντα, οπότε απαιτούνται υψηλότερα επίπεδα αποθέματος για να μην αυξηθεί υπερβολικά το κόστος απόρριψης.

Στο γράφημα παρατηρούμε ότι για μικρές τιμές του *r* η πολιτική ΒΑ είναι πολύ χειρότερη από τις άλλες δυο πολιτικές. Αντίθετα για μεγάλες τιμές του *r* το συνολικό κόστος της πολιτικής ΒΑ πλησιάζει το κόστος των άλλων δυο πολιτικών.

Το συνολικό κόστος των δυο πρώτων πολιτικών και σε αυτή την περίπτωση είναι πολύ κοντά για αυτό και οι δυο καμπύλες σχεδόν ταυτίζονται και σε αυτή την περίπτωση.



Γράφημα 6: Απόδοση των διαφόρων πολιτικών για διάφορες τιμές του *r*.

5.1.4.Επίδραση στη συνάρτηση κόστους λόγω μεταβολής του f

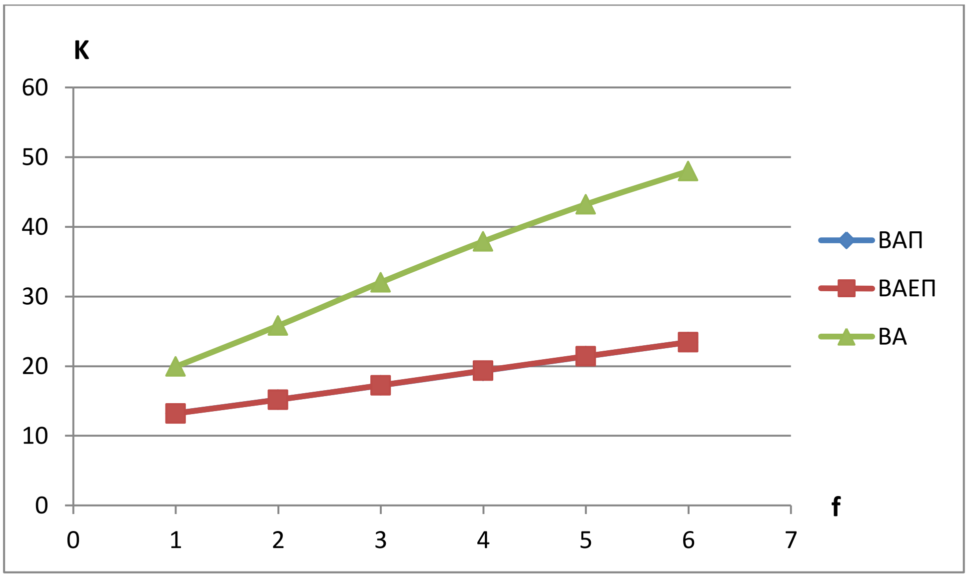
Ο ρυθμός *f* που χαλάει το σύστημα παραγωγής θέλουμε να είναι όσο το δυνατόν μικρότερος. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται το μικρότερο δυνατό μέσο συνολικό κόστος. Αυτό συμβαίνει διότι όταν είναι μικρός ο ρυθμός με τον οποίο χαλάει το σύστημα παραγωγής τόσο λιγότερος είναι ο χρόνος που βρίσκεται το σύστημα σε μη λειτουργικές καταστάσεις οπότε το σύστημα παράγει περισσότερο μειώνοντας με αυτό το τρόπο το κόστος απόρριψης και κατ’επέκταση το μέσο συνολικό κόστος λειτουργίας.

Όσο πιο συχνά χαλάει η μηχανή τόσο μεγαλύτερο απόθεμα *S* χρειάζεται για να μην είναι μεγάλο το κόστος απόρριψης αφού η γραμμή παραγωγής θα είναι μεγαλύτερο χρονικό διάστημα αδρανής.

Πίνακας 4: Επίδραση του *f* στην απόδοση του συστήματος.

	πολιτική ΒΑΠ			πολιτική ΒΑΕΠ				πολιτική ΒΑ	
f	K	S	σ	K	S	σ_1	σ_0	K	S
1	13,2311	13	4	13,2214	13	3	4	19,9415	19
2	15,1941	15	4	15,187	15	4	5	25,8162	25
3	17,246	17	5	17,2583	17	5	6	32,0397	31
4	19,3309	19	6	19,3595	19	6	7	37,9185	37
5	21,4028	21	7	21,4215	21	6	7	43,2383	43
6	23,4428	22	8	23,4373	23	7	8	48	47

Η πολιτική ΒΑ είναι και πάλι η χειρότερη σε σχέση με τις άλλες δυο και γίνεται ακόμα χειρότερη καθώς το *f* αυξάνεται. Επίσης βλέπουμε ότι η αύξηση του *f* δεν αλλάζει πολύ την τιμή του συνολικού κόστους στις πολιτικές ΒΑΠ και ΒΑΕΠ. Οι πολιτικές ΒΑΠ-ΒΑΕΠ έχουν πολύ μικρή διαφορά στο συνολικό κόστος για αυτό και οι καμπύλες τους σχεδόν ταυτίζονται με την πολιτική ΒΑΠ να είναι λίγο καλύτερη σε κάποιες περιπτώσεις. Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι στην περίπτωση της ΒΑΕΠ εξετάζουμε μόνο περιπτώσεις όπου $\sigma_1 < \sigma_0$. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει η ΒΑΠ είναι ειδική περίπτωση της ΒΑΕΠ όπου $\sigma_1 = \sigma_0$.



Γράφημα 7: Απόδοση των διαφόρων πολιτικών για διάφορες τιμές του *f*.

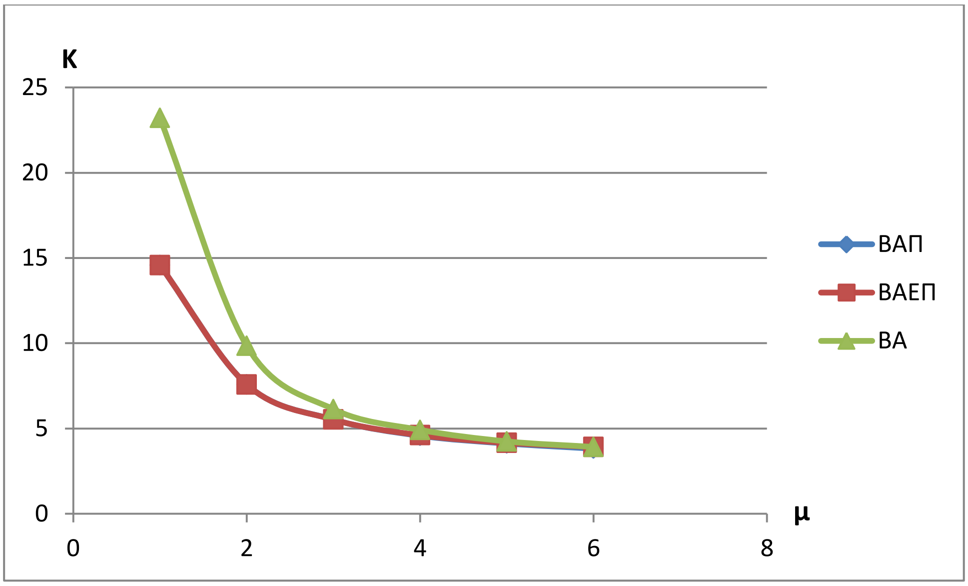
5.1.5.Επίδραση στη συνάρτηση κόστους λόγω μεταβολής του μ

Ο ρυθμός παραγωγής μ πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερος για να είναι μικρότερο το συνολικό κόστος. Για μεγάλες τιμές του ρυθμού παραγωγής είναι λιγότεροι οι πελάτες που απορρίπτονται με αποτέλεσμα να μειώνεται το κόστος απόρριψης άρα και το συνολικό κόστος. Στην περίπτωση που το μ αυξάνεται η τιμή του S μειώνεται καθώς παράγονται προϊόντα με μεγαλύτερο ρυθμό άρα χρειάζεται μικρότερο απόθεμα.

Πίνακας 5: Επίδραση του μ στην απόδοση του συστήματος.

	πολιτική ΒΑΠ			πολιτική ΒΑΕΠ				πολιτική ΒΑ	
μ	K	S	σ	K	S	σ_1	σ_0	K	S
1	14,5757	14	7	14,578	14	7	8	23,2032	23
2	7,5828	7	2	7,5821	7	2	3	9,8497	9
3	5,5262	5	1	5,5243	5	1	2	6,136	6
4	4,5751	4	1	4,6033	4	1	2	4,9191	4
5	4,1232	4	1	4,1605	4	1	2	4,2449	4
6	3,8213	3	1	3,9149	3	1	2	3,922	3

Για μικρές τιμές του μ η πολιτική ΒΑ είναι πολύ χειρότερη από τις άλλες δυο οι οποίες έχουν πολύ μικρές αποκλίσεις και στο γράφημα σχεδόν ταυτίζονται. Όσο το μ αυξάνεται η πολιτική ΒΑ προσεγγίζει τις άλλες δυο. Η απόδοση προτεραιότητας στους πελάτες τύπου 1 έχει νόημα στην περίπτωση που υπάρχει δυσκολία στην ικανοποίηση όλων των παραγγελιών. Όταν η συντριπτική πλειοψηφία των παραγγελιών ικανοποιούνται όπως συμβαίνει για υψηλούς ρυθμούς παραγωγής τότε δεν υπάρχει λόγος απόρριψης παραγγελιών.



Γράφημα 8: Απόδοση των διαφόρων πολιτικών για διάφορες τιμές του *μ*.

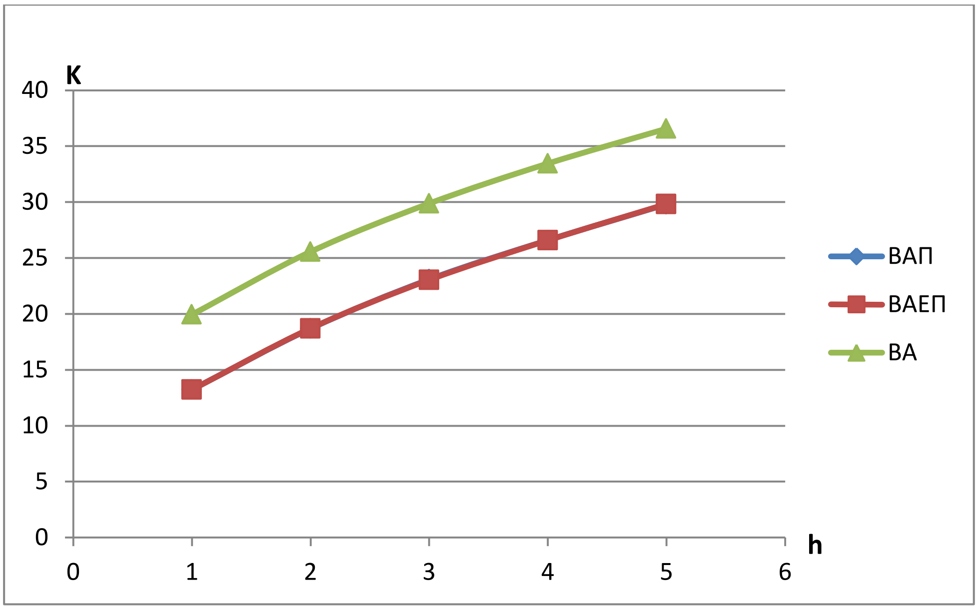
5.1.6.Επίδραση στη συνάρτηση κόστους λόγω μεταβολής των *h* και *r_1*

Με την αύξηση του μοναδιαίου κόστους αποθέματος ανά μονάδα προϊόντος και ανά μονάδα χρόνου *h* αυξάνεται και το κόστος αποθέματος άρα και το συνολικό κόστος. Στην περίπτωση που το *h* αυξάνεται, η τιμή του αποθέματος *S* μειώνεται επειδή όσο πιο μεγάλη είναι η μοναδιαία τιμή αποθήκευσης του προϊόντος τόσο μικρότερος πρέπει να είναι ο αριθμός των προϊόντων που αποθηκεύονται.

Πίνακας 6: Επίδραση του *h* στην απόδοση του συστήματος.

	πολιτική ΒΑΠ			πολιτική ΒΑΕΠ				πολιτική ΒΑ	
h	K	S	σ	K	S	σ_1	σ_0	K	S
1	13,2311	13	4	13,2214	13	3	4	19,9415	19
2	18,6856	9	3	18,7082	9	3	4	25,558	12
3	23,0877	7	2	23,0444	7	2	3	29,8759	9
4	26,5898	6	2	26,5797	6	2	3	33,4467	8
5	29,801	5	2	29,828	5	2	3	36,5628	7

Η πολιτική ΒΑ είναι και πάλι η χειρότερη σε σχέση με τις άλλες δυο για όλες τις τιμές του *h*.



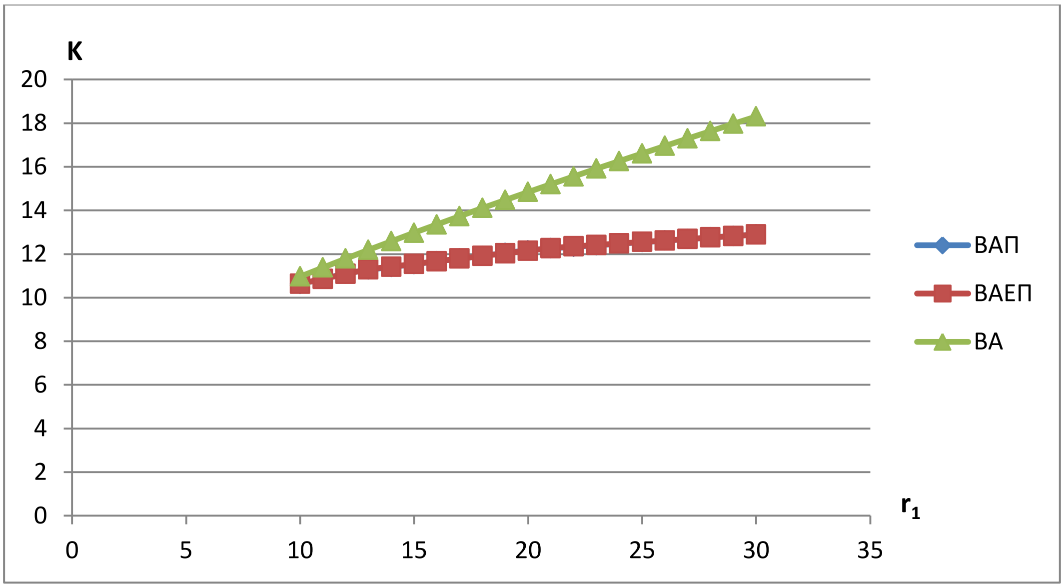
Γράφημα 9: Απόδοση των διαφόρων πολιτικών για διάφορες τιμές του *h*.

Η αύξηση του μοναδιαίου κόστους απόρριψης πελατών τύπου 1 προκαλεί την αύξηση του κόστους απόρριψης πελατών τύπου 1 επομένως και του συνολικού κόστους. Όσο αυξάνεται το r_1 αυξάνεται και το απόθεμα *S* επειδή χρειάζεται να υπάρχει διαθέσιμο απόθεμα για να μην αυξηθεί πολύ το κόστος απόρριψης των πελατών τύπου 1.

Πίνακας 7: Επίδραση του r_1 στην απόδοση του συστήματος.

	πολιτική ΒΑΠ			πολιτική ΒΑΕΠ				πολιτική ΒΑ	
r_1	K	S	Σ	K	S	σ_1	σ_0	K	S
10	10,6268	10	1	10,6345	10	1	2	10,9659	10
11	10,8641	10	1	10,8614	10	1	2	11,3783	11
12	11,0976	11	1	11,0849	11	1	3	11,7879	11
13	11,2759	11	2	11,2971	11	2	3	12,1902	12
14	11,4044	11	2	11,42	11	2	3	12,5827	12
15	11,533	11	2	11,543	11	2	3	12,9752	12
16	11,6616	11	2	11,666	11	2	3	13,3551	13
17	11,7901	11	2	11,789	11	2	3	13,7332	13
18	11,9187	11	2	11,9119	11	2	3	14,1085	14
19	12,0462	12	2	12,0344	12	2	3	14,4743	14
20	12,1684	12	2	12,1513	12	2	3	14,8401	14
21	12,259	12	3	12,2682	12	2	3	15,2007	15
22	12,33	12	3	12,3479	12	3	4	15,556	15
23	12,401	12	3	12,4159	12	3	4	15,9113	15
24	12,472	12	3	12,4839	12	3	4	16,2604	16
25	12,543	12	3	12,5518	12	3	4	16,6066	16
26	12,614	12	3	12,6198	12	3	4	16,9528	16
27	12,685	12	3	12,6877	12	3	4	17,2927	17
28	12,756	12	3	12,7557	12	3	4	17,631	17
29	12,827	12	3	12,8236	12	3	4	17,9693	17
30	12,898	12	3	12,891	12	3	4	18,3018	18

Η πολιτική ΒΑ για μικρές τιμές του r_1 πλησιάζει τις άλλες δυο και γίνεται χειρότερη καθώς το r_1 αυξάνεται. Επίσης βλέπουμε ότι η αύξηση του r_1 δεν αλλάζει πολύ την τιμή του συνολικού κόστους στις πολιτικές ΒΑΠ και ΒΑΕΠ. Οι πολιτικές ΒΑΠ-ΒΑΕΠ έχουν πολύ μικρή διαφορά στο συνολικό κόστος για αυτό και οι καμπύλες τους σχεδόν ταυτίζονται.



Γράφημα 10: Απόδοση των διαφόρων πολιτικών για διάφορες τιμές του r_1.

5.2 Σύγκριση ανάμεσα στις πολιτικές ΒΑΕΠ και ΒΑΠ

Όπως μπορούμε να δούμε από την προηγούμενη παράγραφο 5.1 οι δυο πολιτικές έχουν πολύ μικρές διαφορές στο συνολικό κόστος με αποτέλεσμα πολλές φορές να ταυτίζονται οι καμπύλες τους. Για αυτό το λόγο κάνουμε μια περαιτέρω σύγκριση σε αυτό το κεφάλαιο για να αναλύσουμε γιατί αυτές οι δυο πολιτικές είναι τόσο κοντά.

Καταγράφουμε για δυο παραπλήσια παραδείγματα πολιτικής ΒΑΠ και ΒΑΕΠ τις πιθανότητες μόνιμης κατάστασης και προκύπτουν οι πίνακες 8, 9 και 10.

Οι τιμές των παραμέτρων είναι ίδιες με αυτές που χρησιμοποιήθηκαν στην ενότητα 5.1.

Πίνακας 8: Πιθανότητες μόνιμης κατάστασης της πολιτικής ΒΑΠ

P(n ,i)	S=3 , σ=1	
n\i	0	1
0	0,03281	0,210584
1	0,02939	0,286483
2	0,017859	0,22777
3	0,010843	0,184327

Πίνακας 9 : Πιθανότητες μόνιμης κατάστασης της πολιτικής ΒΑΕΠ

P(n ,i) για S=3 , σ_1=1 , σ_0=2		
n\i	0	1
0	0,03134	0,20711
1	0,02657	0,284
2	0,021994	0,2304
3	0,010997	0,18695

Πίνακας 10: Διαφορά πιθανοτήτων των πολιτικών ΒΑΕΠ και ΒΑΠ

ΒΑΕΠ -ΒΑΠ	
-0,00147	-0,00347
-0,00282	-0,00248
0,004135	0,00263
0,000154	0,002623

Όπως παρατηρούμε η πολιτική ΒΑΕΠ έχει μεγαλύτερες πιθανότητες να έχει περισσότερο απόθεμα από την πολιτική ΒΑΠ. Οπότε μπορούμε να δούμε ότι το κόστος αποθέματος είναι μεγαλύτερο στην πολιτική ΒΑΕΠ από την πολιτική ΒΑΠ. Αυτό συμβαίνει γιατί οι μεγάλες τιμές αποθέματος *n* πολλαπλασιάζονται με μεγαλύτερες τιμές πιθανοτήτων. Είναι φυσιολογικό η πολιτική ΒΑΕΠ η οποία είναι πιο αυστηρή και διώχνει πιο πολλούς πελάτες τύπου 2, να έχει μεγαλύτερο απόθεμα και κόστος αποθέματος.

Όσον αφορά το κόστος απόρριψης πελατών τύπου 1 αυτό εξαρτάται από τις πιθανότητες P(0,1) και P(0,0) οι οποίες όπως παρατηρούμε από τους παραπάνω πίνακες είναι μικρότερες για την πολιτική ΒΑΕΠ αρά έχει μικρότερο K_1.

Είναι φυσιολογικό να έχουμε στην πολιτική ΒΑΕΠ μικρότερο κόστος απόρριψης πελατών τύπου 1 διότι είναι πιο αυστηρή και διώχνει πιο νωρίς πελάτες τύπου 2 για να έχει περισσότερο απόθεμα και να μπορεί να εξυπηρετεί περισσότερους πελάτες υψηλής προτεραιότητας.

Το κόστος απόρριψης πελατών τύπου 2 εξαρτάται από το άθροισμα των πιθανοτήτων που είναι κάτω από τις τιμές των κατωφλιών.

Επειδή αυξάνεται η τιμή των κατωφλιών στην πολιτική ΒΑΕΠ αυξάνεται και το άθροισμα των πιθανοτήτων άρα και το K_2. Είναι λογικό η πολιτική αυτή να έχει μεγαλύτερο K_2 διότι είναι πιο αυστηρή και διώχνει περισσότερους πελάτες τύπου 2.

Συνοψίζοντας η πολιτική ΒΑΠ έχει μικρότερα K_2 και K_h ενώ η πολιτική ΒΑΕΠ έχει μικρότερο K_1. Αυτός είναι ο λόγος που οι δυο πολιτικές έχουν παραπλήσιο συνολικό κόστος. Δηλαδή, όταν αυξάνεται το ένα κόστος στη μια, μειώνονται τα άλλα στην άλλη και το αντίστροφο.

5.3 Σύγκριση του συνολικού κόστους και των 3 πολιτικών με παραδείγματα

Στον πίνακα 11 που ακολουθεί παρουσιάζονται οι βέλτιστες τιμές των κατωφλίων ελέγχου και του μέσου συνολικού κόστους των διαφόρων πολιτικών για τις ίδιες τιμές των παραμέτρων, για να μπορέσουμε να διακρίνουμε ποια έχει το ελάχιστο κόστος σε κάθε περίπτωση και πότε συμβαίνει αυτό.

Πίνακας 11: Παραδείγματα των τριών πολιτικών για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων

	πολιτική ΒΑΠ			πολιτική ΒΑΕΠ			πολιτική ΒΑ		
r=10,f=1, μ=6,	Kmin=1,8679 S=4, σ=1			Kmin=1,9024 S=4, σ_1=1, σ_0=2			Kmin=1,9185 S=4		
λ1=1,λ2=1	K_1 0,238	K_2 0,248	K_h 1,381	K_1 0,217	K_2 0,300	K_h 1,384	K_1 0,466	K_2 0,079	K_h 1,372
r=10,f=1, μ=6,	Kmin=8,5372 S=21, σ=5			Kmin=8,5453 S=21, σ_1=5, σ_0=6			Kmin=15,2394 S=38		
λ1=3,λ2=3	K_1 0,613	K_2 3,945	K_h 3,977	K_1 0,586	K_2 3,957	K_h 4,001	K_1 9,828	K_2 1,685	K_h 3,761
r=10,f=1, μ=2,	Kmin=4,7458 S=11, σ=3			Kmin=4,7478 S=11, σ_1=3, σ_0=4			Kmin=7,0035 S=17		
λ1=1,λ2=1	K_1 0,817	K_2 1,657	K_h 2,270	K_1 0,788	K_2 1,671	K_h 2,288	K_1 3,903	K_2 0,666	K_h 2,431
r=10,f=1, μ=9,	Kmin=1,6222 S=4, σ=1			Kmin=1,6538 S=4, σ_1=1, σ_0=2			Kmin=1,6124 S=4		
λ1=1,λ2=1	K_1 0,065	K_2 0,091	K_h 1,465	K_1 0,056	K_2 0,129	K_h 1,467	K_1 0,127	K_2 0,218	K_h 1,463
r=10,f=3, μ=6,	Kmin=2,0977 S=5, σ=1			Kmin=2,1339 S=5, σ_1=1, σ_0=2			Kmin=2,1732 S=5		
λ1=1,λ2=1	K_1 0,216	K_2 0,187	K_h 1,692	K_1 0,180	K_2 0,254	K_h 1,698	K_1 0,417	K_2 0,072	K_h 1,684
r=20,f=1, μ=6,	Kmin=1,7839 S=4, σ=1			Kmin=1,8011 S=4, σ_1=1, σ_0=2			Kmin=1,8108 S=4		
λ1=1,λ2=1	K_1 0,18	K_2 0,204	K_h 1,399	K_1 0,173	K_2 0,226	K_h 1,400	K_1 0,357	K_2 0,061	K_h 1,393
r=2,f=1, μ=6,	Kmin=3,0161 S=7, σ=2			Kmin=2,9778 S=7, σ_1=1, σ_0=2			Kmin=3,2060 S=7		
λ1=1,λ2=1	K_1 0,337	K_2 0,419	K_h 2,259	K_1 0,388	K_2 0,340	K_h 2,248	K_1 0,839	K_2 0,144	K_h 2,223
r=100,f=1,μ=100	Kmin=0,9201 S=2, σ=1			Kmin=1,1966 S=3, σ_1=1, σ_0=2			Kmin=0,8085 S=2		
λ1=1,λ2=1	K_1 0,007	K_2 0,121	K_h 0,791	K_1 0,0001	K_2 0,004	K_h 1,191	K_1 0,014	K_2 0,003	K_h 0,792
r=10,f=10,μ=6,	Kmin=2,9358 S=7, σ=2			Kmin=2,9285 S=7, σ_1=1, σ_0=2			Kmin=3,2196 S=8		
λ1=1,λ2=1	K_1 0,284	K_2 0,517	K_h 2,134	K_1 0,391	K_2 0,425	K_h 2,113	K_1 0,680	K_2 0,117	K_h 2,423

Από τον πίνακα 11 μπορούμε να βγάλουμε τα εξής συμπεράσματα. Αρχικά παρατηρούμε ότι στις περισσότερες περιπτώσεις και εκεί μάλιστα που έχουμε <<φυσιολογικές τιμές>> (δεν έχουμε πολύ μεγάλη τιμή του μ ή του f και του r) η πολιτική ΒΑΠ είναι καλύτερη από τις άλλες δυο.

Ότι η ΒΑΠ είναι καλύτερη από την πολιτική ΒΑ είναι εμφανές και από την ανάλυση που έγινε στην αρχή του κεφαλαίου. Η ΒΑΠ παρουσιάζεται καλύτερη από την ΒΑΕΠ, αν και η δεύτερη εμφανίζεται ως η βέλτιστη πολιτική, λόγω της ιδιομορφίας του αλγορίθμου βελτιστοποίησης που έχουμε χρησιμοποιήσει. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης εξετάζει μόνο τις περιπτώσεις όπου $\sigma_1<\sigma_0$. Η ΒΑΠ όμως όπως έχουμε δει είναι ειδική περίπτωση στης ΒΑΕΠ όπου $\sigma_1 = \sigma_0$, συνεπώς περιμένει κανείς ότι η ΒΑΕΠ θα πρέπει να είναι εξίσου καλή με την ΒΑΠ ή και καλύτερη. Λόγω όμως του τεχνικού περιορισμού του αλγορίθμου βελτιστοποίησης εμφανίζεται σε κάποιες περιπτώσεις η ΒΑΠ ως ελάχιστα καλύτερη.

Όταν έχουμε πολύ μεγάλο ρυθμό παραγωγής προϊόντων η πολιτική ΒΑ εμφανίζεται να είναι καλύτερη από τις άλλες δυο. Αυτό συμβαίνει διότι η ζήτηση εξυπηρετείται άμεσα λόγω του μεγάλου ρυθμού παραγωγής και δεν χρειάζεται η απόδοση προτεραιότητας στους πελάτες της $1^{ης}$ κατηγορίας. Λόγω παρόμοιου τεχνικού περιορισμού η ΒΑ εμφανίζεται να είναι η καλύτερη πολιτική αν και είναι ειδική περίπτωση των άλλων πολιτικών.

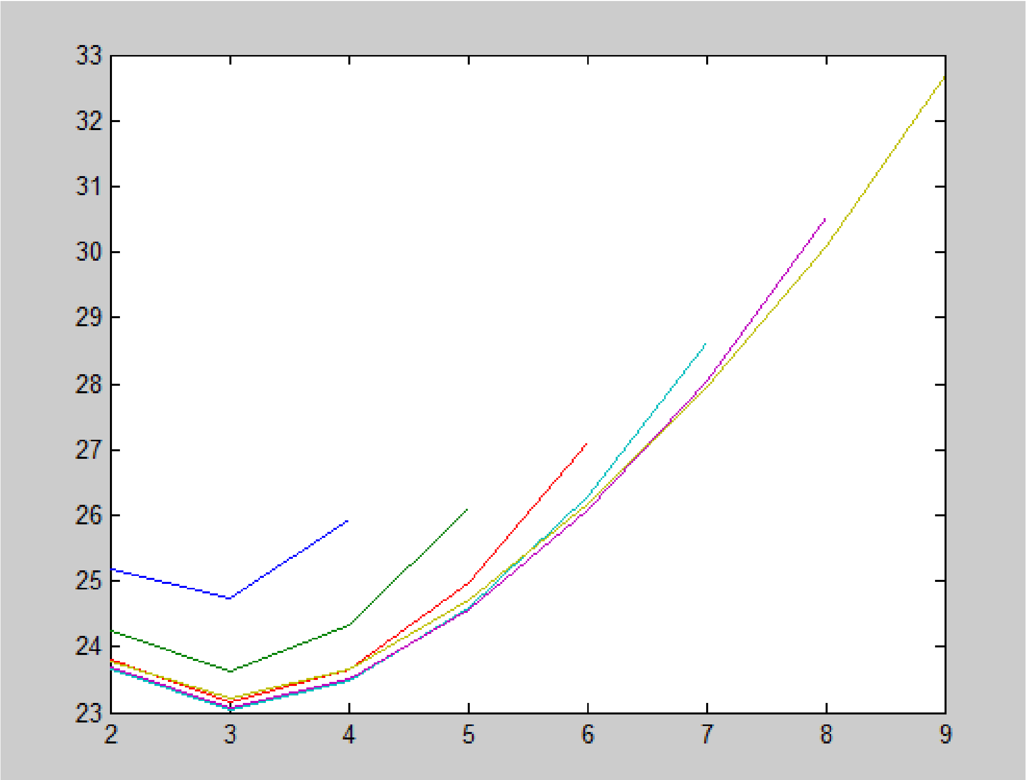
Η ΒΑΕΠ εμφανίζεται να είναι καλύτερη όταν η τιμή του ρυθμού βλάβης f και η τιμή του ρυθμού επισκευής r είναι πολύ κοντα μεταξύ τους. Όταν αυτές οι δυο τιμές είναι πολύ κοντά σημαίνει ότι η γραμμή παραγωγής είναι αρκετό χρονικό διάστημα χαλασμένη και δεν παράγονται προϊόντα. Σε αυτή την περίπτωση το απόθεμα μειώνεται γρήγορα και χάνονται πολλοί πελάτες τύπου 1 άρα αυξάνεται πολύ και το K_1 αλλά και το συνολικό κόστος. Εφαρμόζοντας ένα πιο αυστηρό κατώφλι απόδοσης προτεραιότητας σ_0 στην μη λειτουργική κατάσταση μειώνουμε το K_1 και το συνολικό κόστος εξασφαλίζοντας περισσότερο απόθεμα για τους 1 πελάτες όταν δεν λειτουργεί το σύστημα και για αυτό το λόγο η πολιτική ΒΑΕΠ είναι καλύτερη σε αυτή την περίπτωση.

Σε κάθε περίπτωση οι πολιτικές ΒΑΠ και ΒΑΕΠ εμφανίζονται να έχουν παραπλήσια απόδοση, ενώ στις περισσότερες περιπτώσεις έχουν πολύ καλύτερη απόδοση από την πολιτική ΒΑ. Αυτό δείχνει τη σημασία της απόδοσης προτεραιότητας στους πελάτες τύπου 1.

5.4. Μελέτη Κυρτότητας

Εφαρμόζουμε δυο διαφορετικές μεθόδους για να ελέγξουμε αριθμητικά την κυρτότητα στις πολιτικές ΒΑΠ και ΒΑΕΠ .

Στην πολιτική ΒΑΠ κάθε καμπύλη αντιστοιχεί σε μια τιμή *S* και τα σημεία που είναι στον άξονα X είναι όλα τα δυνατά κατώφλια *σ* που μπορεί να έχει κάθε *S* και στον Y τα αντίστοιχα συνολικά κόστη.



Γράφημα 11: Κυρτότητα πολιτικής ΒΑΠ

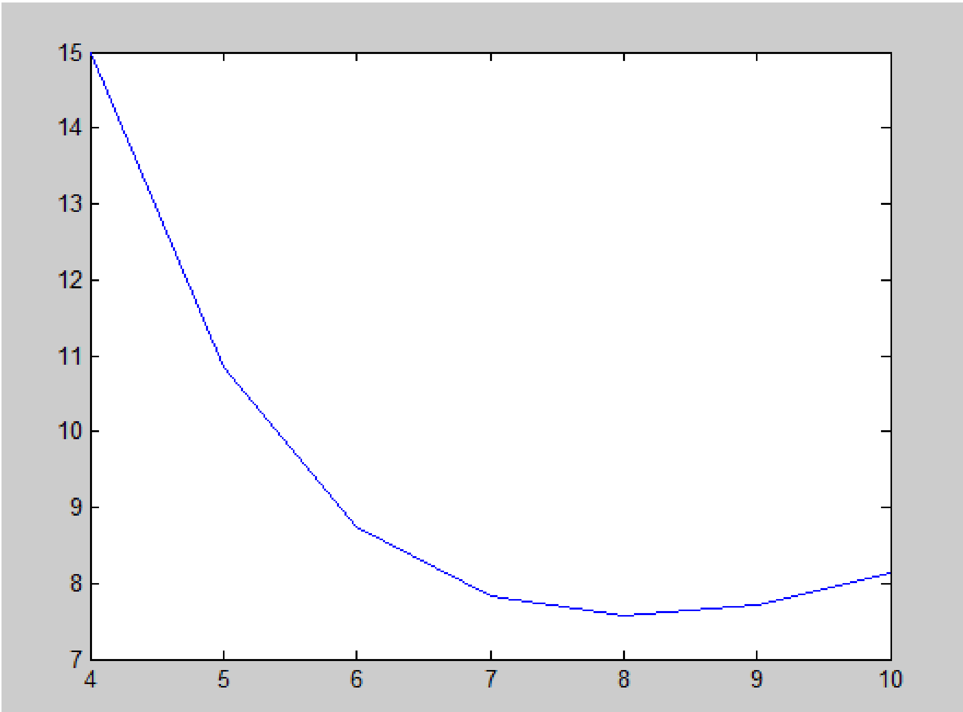
Το γράφημα 11 ισχύει για τις ακολουθες τιμές των παραμέτρων, λ_1=4, λ_2=3, *f*=1, *r*=10, μ=6.

Στην πολιτική ΒΑΕΠ κάθε σημείο της καμπύλης αντιστοιχεί στο ελάχιστο συνολικό κόστος για κάθε τιμή *S*.

Πίνακας 12: Τιμές κόστους και βέλτιστων κατωφλίων της πολιτικής ΒΑΕΠ

S	K	σ_1	σ_0
3	14,9948	1	2
4	10,8375	2	3
5	8,7417	2	3
6	7,8234	2	3
7	7,5668	2	3
8	7,7145	2	3
9	8,1232	2	3

Ο πίνακας 12 ισχύει για τις ακολουθες τιμές των παραμέτρων, λ_1=3, λ_2=2, f=1, r=10, μ=8.



Γράφημα 12: Κυρτότητα πολιτικής ΒΑΕΠ

Όπως παρατηρούμε και στις δυο περιπτώσεις η συνάρτηση είναι κυρτή. Αν και δεν πραγματοποιήσαμε εξαντλητικό έλεγχο σε έναν αριθμό πειραμάτων που πραγματοποιήσαμε η συνάρτηση μέσου συνολικού κόστους ήταν πάντα «μονοκόρυφη» συνάρτηση των παραμέτρων ελέγχου, δηλαδή υπήρχε ένα μοναδικό ολικό και τοπικό ελάχιστο. Στην περίπτωση που η υπόθεση της κυρτότητας ισχύει δεν χρειάζεται εξαντλητικός έλεγχος για την εύρεση της βέλτιστης λύσης και αυτό μπορεί να γίνει με έναν κλασσικό αλγόριθμο βελτιστοποίησης με σημαντικά μικρότερο υπολογιστικό φόρτο.

6.Συμπεράσματα

Σκοπός της εργασίας αυτής ήταν η μελέτη του προβλήματος ελέγχου σε ένα σύστημα παραγωγής που μπορεί να υποστεί βλάβες, παράγει έναν τύπο προϊόντος για δύο κατηγορίες πελατών και δεν επιτρέπονται εκκρεμείς παραγγελίες. Εξετάσθηκαν μια σειρά από απλές πολιτικές τύπου κατωφλίου. Το σύστημα μοντελοποιήθηκε με την χρήση αλυσίδων Markov. Εκτιμήθηκαν οι πιθανότητες μόνιμης κατάστασης και τα διάφορα μέτρα απόδοσης του συστήματος καθώς και το μέσο συνολικό κόστος λειτουργίας του. Η συνάρτηση μέσου συνολικού κόστους ήταν το εργαλείο με το οποίο μπορέσαμε να αξιολογήσουμε αλλά και να συγκρίνουμε τις υπό εξέταση πολιτικές.

Μετά από πολλά αριθμητικά παραδείγματα καταλήξαμε ότι οι πολιτικές ΒΑΕΠ και ΒΑΠ που αποδίδουν προτεραιότητα στους πελάτες της κατηγορίας 1, είναι πολύ καλύτερες από την ΒΑ όπου δεν γίνεται καμία διάκριση μεταξύ των πελατών. Οι πολιτικές ΒΑΠ και ΒΑΕΠ έχουν παραπλήσια απόδοση, ενώ σε κάποιες περιπτώσεις και η ΒΑ έχει ικανοποιητική απόδοση.

Για την πολιτική ΒΑΕΠ είδαμε ότι είναι η καλύτερη, όταν το σύστημα παραγωγής είναι για πολύ χρόνο υπό βλάβη. Ακόμα είδαμε, ότι και η ΒΑ μπορεί να είναι εξίσου καλή με τις άλλες δυο, όταν έχουμε μεγάλη τιμή του ρυθμού παραγωγής μ.

Ακόμη από την αριθμητική διερεύνηση που πραγματοποιήσαμε φαίνεται, ότι η συνάρτηση μέσου συνολικού κόστους, των πολιτικών ΒΑΕΠ και ΒΑΠ, είναι κυρτή ή <<μονοκόρυφη>> ως προς τις μεταβλητές ελέγχου, κάτι που δηλώνει την ύπαρξη ενός τοπικού και συνεπώς ολικού βέλτιστου και την δυνατότητα εύρεσης του με κάποιο απλό αλγόριθμο διακριτής βελτιστοποίησης μειώνοντας τον φόρτο εργασίας.

7.Βιβλιογραφία

1. Adan I. and van der Wal. J. *Difference and differential equations in Stochastic Operations Research*, Department of Mathematics and Computing Science, Eindhoven University of Technology, 1998.
2. Cheng T. C. E., Gao C., and Shen H., ”Production and Inventory Rationing in Make-to-Stock System With a Failure-Prone Machine and Lost Sales”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 56, pp 1176-1180, 2011
3. Ha A. Y., “Inventory rationing in a make-to-stock production system with several demand classes and lost sales”, *Management Science*, vol. 51, pp. 1093-1103, 1997.
4. Ioannidis S., “An inventory and order admission control policy for production systems with two customer classes”, *International Journal* of *Production Economics*, vol. 131, pp. 663-673, 2011.
5. Ioannidis S. and Sarantis I. “Inventory and Order Admission Control in Manufacturing Systems with Two Customer Classes and Setup Times”, 21st Mediterranean Conference on Control & Automation (MED), Platanias-Chania, Crete, Greece, June 25-28, 2013.
6. Φίλης Ι. Α. *Αναμονητικά Συστήματα-Γραμμές Παραγωγής-FMS*, Τμήμα Μ.Π.Δ., Πολυτεχνείο Κρήτης, διδακτικές σημειώσεις, 2003.

Παράρτημα Α. Κώδικας σε περιβάλλον matlab

Α.1.1.Υπολογισμός πιθανοτήτων μόνιμης κατάστασης και βέλτιστου συνολικού κόστους για την πολιτική 1

```
% A(Z,B)=c(Z-1,B-1)
%σ1=4---->A(5,1)=c(4,0)
%u->σ+1
%s=S+1
s=0;              % δήλωση μεταβλητών και αρχικές τιμές παραμέτρων
u=0;
r=10;
 f=1;
  m=6 ;
 L=1;
L2=1;
 l=L+L2;
  Kmin=10000;        % αρχικές τιμές μεταβλητών για εύρεση βέλτιστης λύσης
 smin=0;
 umin=0;
 for s=3:1:10
  for  u=2:1:s-1
        A= zeros(s,2);
   A(s,1)=1;
 A(s,2)=((l+r)/f);
 A(s-1,2)=((l+r)/f)*((l+f)/m)-r/m ;
 if (s==3)&&(u==2)                      % διαφορετικές εξισώσεις συντελεστών
                                         ανάλογα με την θέση του κατωφλίου
    A(u,1)=A(u+1,1)*(l/(L+r))+A(u,2)*(f/(L+r));
  A(u-1,2)=A(u,2)*((L+m+f)/m)-A(u,1)*(r/m)-A(u+1,2)*(l/m);
A(1,1)=A(2,1)*(L/r)+A(1,2)*(f/r);
 else if (s>=4)&&(u==2)
  for n=s-1:-1:u+1
A(n,1)=A(n+1,1)*(l/(l+r))+A(n,2)*(f/(l+r));
A(n-1,2)=A(n,2)*((l +m+ f)/m)-A(n,1)*(r/m)-A(n+1,2)*(l/m);
  end
 A(u,1)=A(u+1,1)*(l/(L+r))+A(u,2)*(f/(L+r));
 A(u-1,2)=A(u,2)*((L+m+f)/m)-A(u+1,2)*(l/m)-A(u,1)*(r/m);
 A(1,1)=A(2,1)*(L/r)+A(1,2)*(f/r);
        else if (s>=4)&&(u==s-1)
```

```
 A(u,1)=A(u+1,1)*(l/(L+r))+A(u,2)*(f/(L+r));
 A(u-1,2)=A(u,2)*((L+m+f)/m)-A(u+1,2)*(l/m)-A(u,1)*(r/m);
 for n=u-1:-1:2
    A(n,1)=A(n+1,1)*(L/(L+r))+A(n,2)*(f/(L+r));
    A(n-1,2)=A(n,2)*((L+m+f)/m)-A(n,1)*(r/m)-A(n+1,2)*(L/m);
 end
A(1,1)=A(2,1)*(L/r)+A(1,2)*(f/r);

      else if (s>=5)&&(u>=3)&&(u<=s-2)
 for n=s-1:-1:u+1
A(n,1)=A(n+1,1)*(l/(l+r))+A(n,2)*(f/(l+r));
A(n-1,2)=A(n,2)*((l+m+f)/m)-A(n,1)*(r/m)-A(n+1,2)*(l/m);
  end
 A(u,1)=A(u+1,1)*(l/(L+r))+A(u,2)*(f/(L+r));
 A(u-1,2)=A(u,2)*((L+m+f)/m)-A(u+1,2)*(l/m)-A(u,1)*(r/m);
 for n=u-1:-1:2
    A(n,1)=A(n+1,1)*(L/(L+r))+A(n,2)*(f/(L+r));
    A(n-1,2)=A(n,2)*((L+m+f)/m)-A(n,1)*(r/m)-A(n+1,2)*(L/m);
 end
A(1,1)=A(2,1)*(L/r)+A(1,2)*(f/r);
      end
end
          end
 end
 A ;
sum_A=sum(sum(A));          % άθροισμα συντελεστών C(m , i)
 P=zeros(s,2);
 P(s,1)=1/sum_A;             %υπολογισμός P(S,0)
 for n=1:1:s
    P(n,1)=A(n,1)*P(s,1);     %υπολογισμός πιθανοτήτων μόνιμης κατάστασης
    P(n,2)=A(n,2)*P(s,1);
 end
 P ;
 sum_P=sum(sum(P));

 %---------κοστος-------
  K=zeros(1,3);
 %K(1) κοστος απωλειας πελατων 1
 %K(2) κοστος απωλειας πελατων 2
 %K(3) κοστος αποθεματος
  %s=S+1 ΛΟΓΩ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ
 %ΑΘΡΟΙΣΜΑ μεσου αποθεματος ΑΠΟ n=2:s
 % H=μεσο αποθεμα
```

```
h=0.4;
H=0;
sum_1=0;
sum_2=0;
for n=2:s
   sum_2=sum((n-1)*(P(n,1)+P(n,2)));              % μέσο απόθεμα
   sum_1=sum_1+sum_2;
end
H=sum_1;
K(3)=h*H;                                          % κόστος αποθέματος
%gia k1
r1=35;
r2=6;
l1=L;
l2=L2;
P1=P(1,1)+P(1,2);                    % πιθανότητα απώλειας πελατών τύπου 1
K(1)=r1*l1*P1;                        % κόστος απόρριψης πελατών τύπου 1
%gia k2
sum_3=0;
sum_4=0;
for n=1:u
   sum_4=sum(P(n,1)+P(n,2));
   sum_3=sum_3+sum_4;
end
P2=sum_3;                        % πιθανότητα απώλειας πελατών τύπου 2
K(2)=r2*l2*P2                     % κόστος απόρριψης πελατών τύπου 2
SK=sum(K)
    if SK<=Kmin                % εύρεση βέλτιστου συνολικού κόστους
   smin=s;
   umin=u;
   Kmin=SK;
end
end
end

Kmin
 smin
 umin
```

A.1.2 Υπολογισμός πιθανοτήτων μόνιμης κατάστασης και βέλτιστου συνολικού κόστους για την πολιτική 2

```
%σ10=v
%σ11=u
%s=S+1
 r=10;    %
 f=1;
 m=6;
 L=1;
L2=1;
 l=L+L2;
  K2min=10000;
s2min=0;
u2min=0;
v2min=0;
for s=4:1:10
   for v=3:1:s-1
    for u=2:1:v-1
 C=zeros(s,2);
C(s,1)=1;
 C(s,2)=((l+r)/f);
 C(s-1,2)=((l+r)/f)*((l+f)/m)-r/m ;

 if (s==4)&&(u==2)&&(v==3)
   C(v,1)=C(v+1,1)*(l/(L+r))+C(v,2)*(f/(L+r));
 C(v-1,2)=C(v,2)*((l+m+f)/m)-C(v,1)*(r/m)-C(v+1,2)*(l/m);
  C(u,1)=C(u+1,1)*(L/(L+r))+C(u,2)*(f/(L+r));
C(u-1,2)=C(u,2)*((L+m+f)/m)-C(u,1)*(r/m)-C(u+1,2)*(l/m);
C(1,1)=C(2,1)*(L/r)+C(1,2)*(f/r);

 else if (s>=5)&&(v==s-1)&&(u==v-1)
 C(v,1)=C(v+1,1)*(l/(L+r))+C(v,2)*(f/(L+r));
 C(v-1,2)=C(v,2)*((l+m+f)/m)-C(v,1)*(r/m)-C(v+1,2)*(l/m);
 C(u,1)=C(u+1,1)*(L/(L+r))+C(u,2)*(f/(L+r));
C(u-1,2)=C(u,2)*((L+m+f)/m)-C(u,1)*(r/m)-C(u+1,2)*(l/m);
for n=u-1:-1:2
 C(n,1)=C(n+1,1)*(L/(L+r))+C(n,2)*(f/(L+r));
C(n-1,2)=C(n,2)*((L+m+f)/m)-C(n,1)*(r/m)-C(n+1,2)*(L/m);
end
```

```
C(1,1)=C(2,1)*(L/r)+C(1,2)*(f/r);

 else if (s>=5)&&(v==s-1)&&(u==2)
    C(v,1)=C(v+1,1)*(l/(L+r))+C(v,2)*(f/(L+r));
 C(v-1,2)=C(v,2)*((l+m+f)/m)-C(v,1)*(r/m)-C(v+1,2)*(l/m);
 for n=v-1:-1:u+1
 C(n,1)=C(n+1,1)*(L/(L+r))+C(n,2)*(f/(L+r));
C(n-1,2)=C(n,2)*((l+m+f)/m)-C(n,1)*(r/m)-C(n+1,2)*(l/m);
 end
 C(u,1)=C(u+1,1)*(L/(L+r))+C(u,2)*(f/(L+r));
C(u-1,2)=C(u,2)*((L+m+f)/m)-C(u,1)*(r/m)-C(u+1,2)*(l/m);
C(1,1)=C(2,1)*(L/r)+C(1,2)*(f/r);

     else if (s>=5)&&(v==3)&&(u==2)
    for n=s-1:-1:v+1
C(n,1)=C(n+1,1)*(l/(l+r))+C(n,2)*(f/(l+r));
C(n-1,2)=C(n,2)*((l+m+f)/m)-C(n,1)*(r/m)-C(n+1,2)*(l/m);
 end
 C(v,1)=C(v+1,1)*(l/(L+r))+C(v,2)*(f/(L+r));
 C(v-1,2)=C(v,2)*((l+m+f)/m)-C(v,1)*(r/m)-C(v+1,2)*(l/m);
 C(u,1)=C(u+1,1)*(L/(L+r))+C(u,2)*(f/(L+r));
C(u-1,2)=C(u,2)*((L+m+f)/m)-C(u,1)*(r/m)-C(u+1,2)*(l/m);
C(1,1)=C(2,1)*(L/r)+C(1,2)*(f/r);


 else if (s>=6)&&(v==s-1)&&(2<u<v-1)
 C(v,1)=C(v+1,1)*(l/(L+r))+C(v,2)*(f/(L+r));
 C(v-1,2)=C(v,2)*((l+m+f)/m)-C(v,1)*(r/m)-C(v+1,2)*(l/m);
 for n=v-1:-1:u+1
 C(n,1)=C(n+1,1)*(L/(L+r))+C(n,2)*(f/(L+r));
C(n-1,2)=C(n,2)*((l+m+f)/m)-C(n,1)*(r/m)-C(n+1,2)*(l/m);
 end
 C(u,1)=C(u+1,1)*(L/(L+r))+C(u,2)*(f/(L+r));
C(u-1,2)=C(u,2)*((L+m+f)/m)-C(u,1)*(r/m)-C(u+1,2)*(l/m);
for n=u-1:-1:2
 C(n,1)=C(n+1,1)*(L/(L+r))+C(n,2)*(f/(L+r));
C(n-1,2)=C(n,2)*((L+m+f)/m)-C(n,1)*(r/m)-C(n+1,2)*(L/m);
end
C(1,1)=C(2,1)*(L/r)+C(1,2)*(f/r);

 else if (s>=6)&&(v<s-1)&&(v-1==u>2)
     for n=s-1:-1:v+1
C(n,1)=C(n+1,1)*(l/(l+r))+C(n,2)*(f/(l+r));
```

```
C(n-1,2)=C(n,2)*((l+m+f)/m)-C(n,1)*(r/m)-C(n+1,2)*(l/m);
 end
 C(v,1)=C(v+1,1)*(l/(L+r))+C(v,2)*(f/(L+r));
 C(v-1,2)=C(v,2)*((l+m+f)/m)-C(v,1)*(r/m)-C(v+1,2)*(l/m);
C(u,1)=C(u+1,1)*(L/(L+r))+C(u,2)*(f/(L+r));
C(u-1,2)=C(u,2)*((L+m+f)/m)-C(u,1)*(r/m)-C(u+1,2)*(l/m);
for n=u-1:-1:2
 C(n,1)=C(n+1,1)*(L/(L+r))+C(n,2)*(f/(L+r));
C(n-1,2)=C(n,2)*((L+m+f)/m)-C(n,1)*(r/m)-C(n+1,2)*(L/m);
end
C(1,1)=C(2,1)*(L/r)+C(1,2)*(f/r);

 else if(s>=6)&&(u+1<v<s-1)&&(u==2)
  for n=s-1:-1:v+1
C(n,1)=C(n+1,1)*(l/(l+r))+C(n,2)*(f/(l+r));
C(n-1,2)=C(n,2)*((l+m+f)/m)-C(n,1)*(r/m)-C(n+1,2)*(l/m);
 end
 C(v,1)=C(v+1,1)*(l/(L+r))+C(v,2)*(f/(L+r));
 C(v-1,2)=C(v,2)*((l+m+f)/m)-C(v,1)*(r/m)-C(v+1,2)*(l/m);
 for n=v-1:-1:u+1
 C(n,1)=C(n+1,1)*(L/(L+r))+C(n,2)*(f/(L+r));
C(n-1,2)=C(n,2)*((l+m+f)/m)-C(n,1)*(r/m)-C(n+1,2)*(l/m);
 end
 C(u,1)=C(u+1,1)*(L/(L+r))+C(u,2)*(f/(L+r));
C(u-1,2)=C(u,2)*((L+m+f)/m)-C(u,1)*(r/m)-C(u+1,2)*(l/m);
C(1,1)=C(2,1)*(L/r)+C(1,2)*(f/r);


 else
 for n=s-1:-1:v+1
C(n,1)=C(n+1,1)*(l/(l+r))+C(n,2)*(f/(l+r));
C(n-1,2)=C(n,2)*((l+m+f)/m)-C(n,1)*(r/m)-C(n+1,2)*(l/m);
 end
 C(v,1)=C(v+1,1)*(l/(L+r))+C(v,2)*(f/(L+r));
 C(v-1,2)=C(v,2)*((l+m+f)/m)-C(v,1)*(r/m)-C(v+1,2)*(l/m);
 for n=v-1:-1:u+1
 C(n,1)=C(n+1,1)*(L/(L+r))+C(n,2)*(f/(L+r));
C(n-1,2)=C(n,2)*((l+m+f)/m)-C(n,1)*(r/m)-C(n+1,2)*(l/m);
 end
 C(u,1)=C(u+1,1)*(L/(L+r))+C(u,2)*(f/(L+r));
C(u-1,2)=C(u,2)*((L+m+f)/m)-C(u,1)*(r/m)-C(u+1,2)*(l/m);
for n=u-1:-1:2
 C(n,1)=C(n+1,1)*(L/(L+r))+C(n,2)*(f/(L+r));
```

```
C(n-1,2)=C(n,2)*((L+m+f)/m)-C(n,1)*(r/m)-C(n+1,2)*(L/m);
end
C(1,1)=C(2,1)*(L/r)+C(1,2)*(f/r);

    end
    end
    end
    end
        end
    end
 end


C ;
sum_C=sum(sum(C));
 Z=zeros(s,2);
 Z(s,1)=1/sum_C;
 for n=1:1:s
     Z(n,1)=C(n,1)*Z(s,1);
     Z(n,2)=C(n,2)*Z(s,1);
 end
 Z ;
 sum_Z=sum(sum(Z));

 %-----κοστος--------
 K2=zeros(1,3);
 h2=0.4;
 H2=0;
 sum_5=0;
 sum_6=0;
 for n=2:s
     sum_6=sum((n-1)*(Z(n,1)+Z(n,2)));
     sum_5=sum_5+sum_6;
 end
 H2=sum_5;
 K2(3)=h2*H2;
 %gia k1
 r1=35;
 r2=6;
 l1=L;
 l2=L2;
 Z1=Z(1,1)+Z(1,2);
 K2(1)=r1*l1*Z1;
```

```
% gia k2
%gia na vrw z2
sum_7=0;
sum_8=0;
for n=1:v
    sum_8=sum(Z(n,1));
    sum_7=sum_7+sum_8;
end
Z2=sum_7;                    % πιθανότητα απόρριψης πελατών τύπου 2
                             για μη    λειτουργικές  καταστάσεις
%gia na vrw z22
sum_9=0;
sum_10=0;
for n=1:u
    sum_10=sum(Z(n,2));
    sum_9=sum_9+sum_10;
end
Z22=sum_9;                   % πιθανότητα απόρριψης πελατών τύπου 2 για
                             λειτουργικές  καταστάσεις

 K2(2)=r2*l2*(Z2+Z22)        % κόστος απόρριψης πελατών τύπου 2
SK2=sum(K2)
   if SK2<=K2min
    s2min=s;
    u2min=u;
    v2min=v;
    K2min=SK2;
   end
    end
   end
end


  K2min
 s2min
 u2min
 v2min
```

A.1.3. Υπολογισμός πιθανοτήτων μόνιμης κατάστασης και βέλτιστου συνολικού κόστους για την πολιτική 3

```
s=0;
 r=10;
 f=1;
 m=6;
  L=1;
 L2=1;
  l=L+L2;
 Kmin=1000;
 smin=0;
for s=2:1:10

D= zeros(s,2);
 D(s,1)=1;
   D(s,2)=((l+r)/f);
 D(s-1,2)=((l+r)/f)*((l+f)/m)-r/m ;
 if s>=3
 for n=s-1:-1:2
D(n,1)=D(n+1,1)*(l/(l+r))+D(n,2)*(f/(l+r));
D(n-1,2)=D(n,2)*((l+m+f)/m)-D(n,1)*(r/m)-D(n+1,2)*(l/m);
 end
 end
 D(1,1)=D(2,1)*(l/r)+D(1,2)*(f/r);
D ;
sum_D=sum(sum(D));
 G=zeros(s,2);
 G(s,1)=1/sum_D;
 for n=1:1:s
     G(n,1)=D(n,1)*G(s,1);
     G(n,2)=D(n,2)*G(s,1);
 end
 G ;
 sum_G=sum(sum(G));

 K3=zeros(1,3);
 %K(1) κοστος απωλειας πελατων 1
 %K(2) κοστος απωλειας πελατων 2
 %K(3) κοστος αποθεματος
 %s=S+1 ΛΟΓΩ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ
 %ΑΘΡΟΙΣΜΑ μεσου αποθεματος ΑΠΟ n=2:s
```

```
% H=μεσο αποθεμα
h3=0.4;
H3=0;
sum_1=0;
sum_2=0;
for n=2:s
    sum_2=sum((n-1)*(G(n,1)+G(n,2)));      % μέσο απόθεμα
    sum_1=sum_1+sum_2;
end
H3=sum_1;
K3(3)=h3*H3;
%gia k1
r1=35;
r2=6;
G1=G(1,1)+G(1,2);
K3(1)=r1*L*G1;
%gia k2
G2=G(1,1)+G(1,2);
K3(2)=r2*L2*G2
SK=sum(K3)
if SK<Kmin
   smin=s;
    Kmin=SK;
   end
end
Kmin
smin
```

A.2.1. Υπολογισμός επίδρασης των παραμέτρων στο συνολικό κόστος για την πολιτική 1

Ο συγκεκριμένος κώδικας αφορά την παράμετρο μ και με αντικατάσταση του μ με τις υπόλοιπες παραμέτρους υπολογίστηκαν όλα τα αριθμητικά αποτελέσματα .

```
w=10;
E=zeros(w,4);
for m=1:1:w
    Kmin=10000;
 smin=0;
 umin=0;
[ κωδικας 7.1.1
                    ]


q=m;
 E(q,1)=m;
 E(q,2)=Kmin;
 E(q,3)=smin;
 E(q,4)=umin;

end

E
plot(E(1:w,1),E(1:w,2))
```

<u>**A.2.2. Υπολογισμός επίδρασης των παραμέτρων στο συνολικό κόστος για την πολιτική 2**</u>

```
w=10;
E=zeros(w,5);
for m=1:1:w
   K2min=10000;
 s2min=0;
 u2min=0;
 v2min=0;
[ κώδικας 7.1.2.

                           ]


q=m;
 E(q,1)=m;
 E(q,2)=K2min;
 E(q,3)=s2min;
 E(q,4)=u2min;
 E(q,5)=v2min;
```

```
end

E
plot(E(1:w,1),E(1:w,2))
```

A.2.3. Υπολογισμός επίδρασης των παραμέτρων στο συνολικό κόστος για την πολιτική 3

```
w=10;
E=zeros(w,3);
for m=1:1:w
    Kmin=10000;
 smin=0;

                [ κώδικας 7.1.3
                              ]

q=m;
 E(q,1)=m;
 E(q,2)=Kmin;
 E(q,3)=smin;

end

E
plot(E(1:w,1),E(1:w,2))
```

A.3.1. Υπολογισμός ύπαρξης κυρτότητας στην πολιτική 1

```
w=33;
 kyr=0;
E=zeros(w,2);
for s=5:1:10
  for  u=2:1:s-1

[ κωδικας 7.1.1
                  ]
```

```
kyr=kyr+1;
 E(kyr,1)=u;
 E(kyr,2)=SK;
   end
  end
E
plot(E(1:3,1),E(1:3,2),E(4:7,1),E(4:7,2),E(8:12,1),E(8:12,2),E(13:18,1),E(13:18,2)
,E(19:25,1),E(19:25,2),E(26:33,1),E(26:33,2))
```

<u>A.3.2. Υπολογισμός ύπαρξης κυρτότητας στην πολιτική 2</u>

```
w=10;
E=zeros(w-3,4);
for s=4:1:w
K2min=10000;
 u2min=0;
 v2min=0;
[ κώδικας 7.1.2.

                                    ]

q=s-3;
 E(q,1)=s;
 E(q,2)=K2min;
 E(q,3)=u2min;
 E(q,4)=v2min

end

E
plot(E(1:w-3,1),E(1:w-3,2))
```