ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΕΔΑΦΙΚΩΝ ΠΡΑΝΩΝ ΚΑΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (Μ.Π.Σ.)

ΚΑΤΣΕΛΗΣ Γ. ΙΩΑΝΝΗΣ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ :	Ζ. ΑΓΙΟΥΤΑΝΤΗΣ	επικ. καθηγητής (επιβλέπων)
	Γ. ΕΞΑΔΑΚΤΥΛΟΣ	επικ. καθηγητής
	Β. ΛΕΥΘΕΡΗΣ	καθηγητής

ΧΑΝΙΑ
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 1993

224

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΕΔΑΦΙΚΩΝ ΠΡΑΝΩΝ ΚΑΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (Μ.Π.Σ.)

ΚΑΤΣΕΛΗΣ Γ. ΙΩΑΝΝΗΣ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ :	Ζ. ΑΓΙΟΥΤΑΝΤΗΣ	επικ. καθηγητής (επιβλέπων)
	Γ. ΕΞΑΔΑΚΤΥΛΟΣ	επικ. καθηγητής
	Β. ΛΕΥΘΕΡΗΣ	καθηγητής

ΧΑΝΙΑ
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 1993

ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑ ΜΟΥ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Στην παρούσα εργασία επιχειρείται η μελέτη της συμπεριφοράς επίπεδης επιφάνειας λόγω τριγωνικής φόρτισης που κατά την έννοια ενός άξονα εκτείνεται στο άπειρο, μιας ορθογωνικής δομής και ενός πρανούς με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα επίκουρο καθηγητή κ. Ζ. Αγιουτάντη για την τεράστια βοήθεια και εμπιστοσύνη που μου έδειξε κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Πιστεύω, ότι χωρίς την βοήθεια του η παρούσα εργασία δεν θα μπορούσε να φτάσει στο σημείο στο οποίο έφτασε.

Ευχαριστώ επίσης τον επίκουρο καθηγητή κ. Γ. Εξαδάκτυλο για τις ορθολογικές παρατηρήσεις του επί των θεμάτων της εργασίας.

Επίσης αισθάνομαι την υποχρέωση να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Β. Λευθέρη για την παραχώρηση του προγράμματος Cosmos το οποίο χρησιμοποιήθηκε στην εκπόνηση της παρούσας εργασίας. Ευχαριστώ επίσης τους επιστημονικούς συνεργάτες του κ. Λευθέρη, δ. Μ. Σταυρουλάκη και δ. Ε. Τζανάκη για τη βοήθεια που μου προσέφεραν στην επεξεργασία του προγράμματος Cosmos.

Τέλος θέλω να ευχαριστήσω την δ. Ε. Γαβαλάκη και τον κ. Σ. Κλεφτάκη για τις εύστοχες ορθολογικές παρατηρήσεις τους επί των θεμάτων της εργασίας καθ'όλη την διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας εργασίας.

Χανιά, Σεπτέμβριος 1993.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Σελίδα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙ ΟΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΤΙΣ ΓΕΩΕΠΙΣΤΗΜΕΣ

2.1 Βασικά στοιχεία συμπεριφοράς των γεωλογικών υλικών 1
2.2 Εισαγωγή των αριθμητικών μεθόδων στις γεωεπιστήμες 2
2.3 Βασικός στόχος των αριθμητικών μεθόδων 3
2.4 Οι κυριότερες αριθμητικές μέθοδοι που εφαρμόζονται στις γεωεπιστήμες 4
2.4.1 Μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων 5
2.4.2 Μέθοδος των συνοριακών στοιχείων 5
2.4.3 Μέθοδος των διακριτών στοιχείων 6
2.4.4 Υβριδικές μέθοδοι 7
2.4.5 Επιλογή της κατάλληλης μεθόδου 7
2.5 Αλλοι τομείς εφαρμογής των αριθμητικών μεθόδων 8

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙΙ ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

3.1 Γενικά στοιχεία της μεθόδου 9
3.2 Βασικά βήματα της μεθόδου 10
3.3 Βασικές εξισώσεις στη γεωμηχανική 17
3.4 Είδη στοιχείων 20
3.5 Δισδιάστατα προβλήματα τάσης-μετατόπισης επιπέδου 24
3.6 Μη γραμμική ανάλυση 26

ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΕ ΦΟΡΤΙΣΕΙΣ ΓΕΩΛΟΓΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

4.1 Χαρακτηριστικά εφαρμογών 31
4.1.1 Ορθογωνική δομή 31
4.1.2 Πρανές 32
4.2 Ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων 33

4.3 Μοντέλα συμπεριφοράς 35
4.4 Περιπτώσεις μελέτης 36
4.4 Αποτελέσματα μελέτης 36

ΚΕΦΑΛΑΙΟ V ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

5.1 Στοιχεία παραμετρικής ανάλυσης 40

ΚΕΦΑΛΑΙΟ VI ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

6.1 Συμπεράσματα 46

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΡΧΕΙΩΝ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥ FEADAM84

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΝΤΟΛΩΝ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ GENERAT

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΡΧΕΙΩΝ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥ GENERAT

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1. Εισαγωγή

Ενα από τα σημαντικότερα προβλήματα που παρουσιάζονται στη μελέτη και κατασκευή γεωτεχνικών έργων είναι ο υπολογισμός των τάσεων και μετατοπίσεων που δημιουργούνται σαν αποτέλεσμα της μεταβολής του εντατικού και παραμορφωσιακού πεδίου του γεωλογικού υλικού. Παλαιότερα η επίλυση του προβλήματος αυτού γινόταν με τη χρήση εμπειρικών μεθόδων οι οποίες όμως είχαν συχνά υψηλό ποσοστό σφάλματος. Τα τελευταία χρόνια εφαρμόζονται ορισμένες αριθμητικές μέθοδοι οι οποίες στοχεύουν στη γρηγορότερη και συγχρόνως αποτελεσματικότερη αντιμετώπιση με τη βοήθεια υπολογιστών, αυτών των προβλημάτων. Μια από αυτές τις μεθόδους αυτές, είναι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (ΜΠΣ).

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη του εντατικού και παραμορφωσιακού πεδίου, που δημιουργείται σαν συνέπεια της φόρτισης γεωλογικών υλικών, με χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων.

Στο αρχικό μέρος της εργασίας γίνεται παρουσίαση των κυριοτέρων αριθμητικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται στις γεωεπιστήμες. Αναφέρονται τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της κάθε μιάς και γίνεται η μεταξύ τους σύγκριση.

Στη συνέχεια γίνεται εκτεταμένη ανάλυση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Δίνονται τα βασικά βήματα που πρέπει να ακολουθηθούν για τη μελέτη ενός προβλήματος και αναφέρονται ορισμένα στοιχεία για τη μελέτη, δισδιάστατων προβλημάτων και προβλημάτων μη γραμμικής συμπεριφοράς, με τη ΜΠΣ.

Κατόπιν γίνεται εφαρμογή της ΜΠΣ σε φόρτιση γεωλογικών υλικών. Για την εφαρμογή αυτή χρησιμοποιούνται μια ορθογωνική δομή και ένα πρανές ενώ η φόρτιση γίνεται με πεπερασμένο ημιάπειρο κατανεμημένο φορτίο. Τέλος γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν με εφαρμογή της ΜΠΣ στις δύο παραπάνω δομές, μεταξύ του πρόγραμματος Feadam84 το οποίο αποτελεί εφαρμογή της ΜΠΣ αποκλειστικά και μόνο για γεωλογικά υλικά και ενός προγράμματος ευρείας εφαρμογής της ΜΠΣ, το Cosmos.

Στο τελευταίο τμήμα της παρούσας εργασίας έγινε παραμετρική ανάλυση του μοντέλου της ορθογωνικής δομής. Η παραμετρική ανάλυση που έγινε συνίσταται στη μελέτη της σταθερότητας του μοντέλου όταν μεταβάλλεται η διακριτοποίηση της μελετούμενης δομής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2. ΟΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΤΙΣ ΓΕΩΕΠΙΣΤΗΜΕΣ

2.1 Βασικά στοιχεία συμπεριφοράς των γεωλογικών υλικών

Οποιαδήποτε μεταβολή της εντατικής κατάστασης των γεωλογικών υλικών είτε λόγω της διαμόρφωσης νέων επιφανειών, είτε λόγω μετατόπισης μαζών έχει σαν συνέπεια την ανακατανομή του εντατικού πεδίου και τη δημιουργία ενός πεδίου παραμόρφωσης (ή μετατόπισης) στα σημεία του υλικού.

Η μελέτη της απόκρισης των γεωλογικών υλικών σε τέτοιες καταπονήσεις είναι ένα σύνθετο πρόβλημα λόγω του ότι τα υλικά αυτά συμπεριφέρονται περισσότερο ως ασυνεχή, ανομοιογενή και ανισότροπα μέσα παρά ως συνεχή. Ετσι οι παράμετροι που υπεισέρχονται στην μελέτη του προβλήματος περιλαμβάνουν αφενός μεν τις ιδιότητες του άρρηκτου υλικού, αφετέρου δε τις ιδιότητες του υλικού επι τόπου. Ανάλογα με το πρόβλημα που εξετάζεται κάθε φορά, ορισμένοι παράγοντες είναι δυνατόν να έχουν μεγαλύτερη ή μικρότερη επίδραση στον υπολογισμό ή την εκτίμηση της συμπεριφοράς των υλικών. Η συνήθης μέθοδος είναι ο διαχωρισμός των παραγόντων αυτών σε αυτούς που επηρεάζουν σημαντικά τη συμπεριφορά των πετρωμάτων και σε αυτούς των οποίων η επίδραση είναι μικρή. Με αυτό το σκεπτικό, οι μεν πρώτοι εξετάζονται με λεπτομέρεια ενώ για τους υπόλοιπους χρησιμοποιούνται μέσες τιμές (Hoek et al, 1991).

Ενας απο τους κύριους παράγοντες που επηρεάζουν τη συμπεριφορά των γεωλογικών υλικών είναι η συνέχεια τους. Γενικά τα φυσικά υλικά διακρίνονται σε συνεχή και ασυνεχή. Ο διαχωρισμός αυτός είναι εντονώτερος στα πετρώματα παρά στα εδαφικά υλικά. Στα συνεχή υλικά η μάζα αντιδρά ομοιόμορφα στην επιβολή οποιουδήποτε φορτίου, ενώ στα ασυνεχή η συμπεριφορά της μάζας κατά την διάρκεια της επιβολής φορτίου, εξαρτάται απο τις ασυνέχειες που υπάρχουν στο εσωτερικό της. Είναι λοιπόν απαραίτητος ο διαχωρισμός των υλικών σε περιοχές που παρουσιάζουν συνεχή συμπεριφορά και σε περιοχές που παρουσιάζουν μη συνεχή συμπεριφορά. Η περιγραφή της συμπεριφοράς των υλικών γίνεται με τη χρήση ανάλογων κάθε φορά καταστατικών εξισώσεων (constitutive relationships).

Η σύσταση των γεωλογικών υλικών επηρεάζει επίσης κατά ενα τρόπο την συμπεριφορά τους. Διακρίνονται τα ομοιογενή (homogeneous) υλικά, που αποτελούνται απο ένα συστατικό, και τα ετερογενή που αποτελούνται απο περισσότερα του ενός συστατικά και τα οποία παρουσιάζουν διαφορετική συμπεριφορά σε ενδεχόμενη φόρτιση (Hoek et al, 1991).

Αλλος παράγοντας επίδρασης είναι οι φυσικές ιδιότητες των γεωλογικών υλικών (material properties). Διακρίνονται τα ισότροπα και τα ανισότροπα Στά ισότροπα οι ιδιότητες των υλικών μεταβάλλονται ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις ενώ στα ανισότροπα μεταβάλονται ανομοιόμορφα σε διάφορες κατευθύνσεις, εντός της μάζας. Οι συνήθεις καταστατικές εξισώσεις θεωρούν υλικά με ισοτροπικές ιδιότητες (Hoek et al, 1991).

Η συμπεριφορά ενός γεωλογικού υλικού στη μεταβολή του εντατικού πεδίου εξαρτάται απο τον τύπο του υλικού και συγκεκριμένα απο το αν χαρακτηρίζεται σαν ελαστικό, πλαστικό, ψαθυρό κλπ. Χαρακτηριστικά αναφέρεται ότι στην περίπτωση ελαστικής συμπεριφοράς το υλικό δεν παρουσιάζει μόνιμες παραμορφώσεις κατά την διάρκεια εξωτερικής φόρτισης, ενω επανέρχεται στην αρχική του μορφή, όταν το εξωτερικό αίτιο παύει να ενεργεί. Η ελαστική συμπεριφορά διακρίνεται σε γραμμική (που είναι και η απλούστερη περίπτωση) και σε μη γραμμική. Οταν το υλικό έχει εισέλθει στην πλαστική περιοχή τότε αποκτά μόνιμες παραμορφώσεις καθώς το εξωτερικά επιβαλλόμενο φορτίο :

- είτε αυξάνεται
- είτε παραμένει σταθερό
- είτε μειώνεται

Στην περίπτωση ψαθυρής συμπεριφοράς ένα υλικό είναι δυνατόν να μεταπηδήσει πολύ γρήγορα απο την ελαστική περιοχή στην περιοχή αστοχίας (Αγιουτάντης, 1993).

2.2 Εισαγωγή των αριθμητικών μεθόδων στις γεωεπιστήμες

Είναι προφανές ότι η οποιαδήποτε επέμβαση στα γεωλογικά υλικά έχει σαν συνέπεια τη μεταβολή του εντατικού πεδίου των περιβαλλόντων σχηματισμών. Συνεπώς για την ασφαλή κατασκευή των διαφόρων τεχνικών έργων, είναι απαραίτητη η όσο το δυνατόν ακριβέστερη γνώση των τάσεων, παραμορφώσεων και μετατοπίσεων. Αυτές οι συνθήκες πρέπει να πληρούνται τόσο κατά τη διάρκεια της κατασκευής του έργου, όσο και για ένα χρονικό διάστημα μετά την περάτωση αυτού. Η ποσοτικοποίηση της συμπεριφοράς των γεωλογικών υλικών είναι δυνατόν να γίνει με τη χρήση ορισμένων δεικτών όπως π.χ. του συντελεστή ασφάλειας, της φέρουσας ικανότητας, κλπ. Για το σκοπό αυτό αρχικά χρησιμοποιήθηκαν μέθοδοι οριακής ισορροπίας (limit equilibrium methods) οι οποίες με βάση την ισορροπία τάσεων ή δυνάμεων υπολογίζουν την συμπεριφορά διακριτών τεμαχίων (π.χ. σφηνών πετρώματος σε πρανές) και κατόπιν προσεγγίζουν τη συμπεριφορά της γεωλογικής μάζας. Ιδανικά τα παραπάνω μπορούν να επιτευχθούν και με τη χρήση μεθόδων αναλυτικής επίλυσης (closed form solutions) των διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν την εντατική κατάσταση των γεωλογικών υλικών (Αγιουτάντης, 1993).

Η εύρεση αναλυτικής λύσης είναι δυνατή μόνο σε απλοποιημένα προβλήματα συνοριακών τιμών. Στις περιπτώσεις αυτές διατυπώνονται μαθηματικές εξισώσεις, που μπορούν να δώσουν τιμές στις άγνωστες ποσότητες σε οποιοδήποτε σημείο του σώματος. Η μεγάλη δυσκολία στην εύρεση αναλυτικής λύσης στα προβλήματα των γεωεπιστημών είχε σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη μεθόδων αριθμητικής επίλυσης (numerical methods). Αυτές τυγχάνουν ευρείας αποδοχής τα τελευταία χρόνια. Σε αυτό συνέβαλε και η αλματώδης ανάπτυξη των υπολογιστών μέσω των οποίων είναι δυνατόν να εκτελεστούν πολύωρες πράξεις σε λίγα δέκατα του δευτερολέπτου. Ετσι, στις περισσότερες περιπτώσεις όπου υπάρχουν περίπλοκες ιδιότητες υλικών και συνοριακές συνθήκες (boundary conditions), χρησιμοποιούνται αριθμητικές μέθοδοι, οι οποίες μπορεί να δώσουν προσεγγιστικές αλλά συγχρόνως, αποδεκτές λύσεις. Συνήθως στις αριθμητικές μεθόδους υπολογίζονται προσεγγιστικές τιμές για τις άγνωστες ποσότητες σε διακριτά (discrete) σημεία του σώματος και κατόπιν μέσω αυτών, τιμές που αντιστοιχούν σε ποσότητες για οποιοδήποτε τυχαίο σημείο του σώματος (Desai, 1972).

Στα συνήθη προβλήματα υπολογισμού της εντατικής - παραμορφωσιακής κατάστασης των γεωλογικών υλικών, οι άγνωστες ποσότητες είναι οι τάσεις και οι παραμορφώσεις, που προκύπτουν σαν συνέπεια της μεταβολής του εντατικού πεδίου, λόγω κάποιας αλλαγής στην αρχική μορφή της μάζας των γαιών (π.χ. όρυξη στοάς). Σε πολλές περιπτώσεις τα προβλήματα αυτά εξετάζονται σε δύο διαστάσεις θεωρώντας οτι υπάρχει συμμετρία ως προς επίπεδο ή άξονα (π.χ μετά από επαρκή προχώρηση μιας σήραγγος). Ιδανικά θα έπρεπε να εξετάζονται στις τρεις διαστάσεις (π.χ κατά το αρχικό στάδιο της προχώρησης μιας σήραγγος), έτσι ώστε να λαμβάνονται υπόψιν όλοι οι γεωμετρικοί και φυσικοί παράμετροι του προβλήματος. Σημειώνεται οτι αυξάνοντας την πολυπλοκότητα του προβλήματος αυξάνεται σημαντικά και ο χρόνος επεξεργασίας (Αγιουτάντης, 1993).

2.3 Βασικός στόχος των αριθμητικών μεθόδων

Ο βασικός στόχος των αριθμητικών μεθόδων είναι η προσομοίωση συμπεριφοράς ενός συστήματος. Αυτή επιτυγχάνεται με τον συνυπολογισμό της συμπεριφοράς επιμέρους υποσυστημάτων, τα οποία έχουν προκύψει απο την διαίρεση του αρχικού συστήματος. Οι υπολογισμοί αυτοί επιτυγχάνονται από την επίλυση σειράς από εξισώσεις, πού περιγράφουν τη συμπεριφορά του συστήματος. Συνήθως η λύση προκύπτει σαν διάνυσμα ενός γραμμικού ή μη γραμμικού συστήματος πινάκων οι οποίοι περιλαμβάνουν το σύνολο των εξισώσεων. Η επίλυση τέτοιων συστημάτων σκόμα και σε πολύ απλοποιημένες περιπτώσεις είναι πολύ δύσκολη και χρονοβόρα (Hoek et al, 1991).

Οι αριθμητικές μέθοδοι οι οποίες χρησιμοποιούνται στα γεωτεχνικά προβλήματα διακρίνονται σε δυο μεγάλες κατηγορίες :

- Διαφορικές μεθόδους (differential methods)
- Ολοκληρωτικές μεθόδους (integral methods)

Οι διαφορικές μέθοδοι οδηγούν στην επίλυση του προβλήματος μέσω μιας αριθμητικής προσέγγισης των εξισώσεων. Οι ολοκληρωτικές μέθοδοι επιλύουν ένα πρόβλημα χρησιμοποιώντας, επιφανειακές (surface) τιμές για ορισμένες μεταβλητές (π.χ. μετατόπισης). Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να μειώνονται οι διαστάσεις του προβλήματος και να επιτυγχάνεται αυξημένη υπολογιστική ικανότητα (Brady, 1985).

2.4 Οι κυριότερες αριθμητικές μέθοδοι που εφαρμόζονται στις γεωεπιστήμες

Τα τελευταία χρόνια έχει αναπτυχθεί ένας μεγάλος αριθμός αριθμητικών μεθόδων με σκοπό την χρήση τους στις γεωεπιστήμες. Αυτό συνέβη για δυο κυρίως λόγους. Πρώτον γιατί έχει γίνει επιτακτικότερη η ανάγκη για ασφαλή κατασκευή τεχνικών έργων και δεύτερον γιατί επιζητείται ελαχιστοποίηση του χρόνου επίλυσης των προβλημάτων αυτών. Πρέπει να σημειωθεί οτι η χρήση των αριθμητικών μεθόδων είναι βοηθητική και πρέπει να συνδυασθεί με τη χρήση των θεωρητικών και εμπειρικών γνώσεων του μηχανικού. Μόνο τότε μπορεί να επιτευχθεί άρτιο αποτέλεσμα. Μερικές απο τις κυριότερες αριθμητικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται στις γεωεπιστήμες είναι οι παρακάτω :

- Μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method)
- Μέθοδος των συνοριακών στοιχείων (Boundary Element Method)
- Μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών (Finite Difference Method)
- Μέθοδος των διακριτών στοιχείων (Distinct Element Method)
- Υβριδικές μέθοδοι (Hybrid Methods)

Φυσικά, καμμία από αυτές τις μεθόδους δεν είναι ιδανική για τη λύση όλων των προβλημάτων που παρουσιάζονται στις γεωεπιστήμες. Κάθε μια από αυτές παρουσιάζει θετικά και αρνητικά στοιχεία ως προς την επίλυση ενός συγκεκριμένου προβλήματος. Ετσι πολλές φορές είναι απαραίτητος ο συνδυασμός περισσοτέρων απο μιας μεθόδων για την επίτευξη του καλύτερου αποτελέσματος (Αγιουτάντης, 1993).

2.4.1 Μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (ΜΠΣ) αποτελεί το κύριο αντικείμενο της παρούσας εργασίας και συνεπώς θα αναπτυχθεί εκτενέστερα σε επόμενα κεφάλαια. Κρίνεται πάντως απαραίτητο να δοθούν, στο σημείο αυτό, κάποια γενικά στοιχεία για τη μέθοδο. Παρόλο που η μεθοδος αυτή αρχικά αναπτύχθηκε για εφαρμογές στην αεροναυπηγική και σε θέματα δομικής ανάλυσης (structural analysis), τα τελευταία χρόνια με κατάλληλους μετασχηματισμούς, έγινε δυνατή η χρήση της και σε προβλήματα εφαρμοσμένης γεωμηχανικής. Οι μετασχηματισμοί αυτοί είναι απαραίτητοι έτσι ώστε να ληφθούν υπόψη παράγοντες που δεν περιλαμβάνονται σε άλλου είδους προβλήματα.

Το κυριότερο πλεονέκτημα της μεθόδου είναι η δυνατότητα εφαρμογής της σε περιπτώσεις σωμάτων με μη γραμμική συμπεριφορά. Επισης όταν χρησιμοποιηθούν κάποιες ειδικές τεχνικές επίλυσης (π.χ. explicit solution technique) απαιτείται λιγότερη προσπάθεια απο την πλευρά του χρήστη για την επίτευξη αριθμητικής σύγκλισης (Hoek et al, 1991).

Τα σημαντικότερα μειονεκτήματα της μεθόδου είναι τα εξής :

α) απαιτείται μεγάλος αριθμός μεταβλητών, λόγω της διαίρεσης του πεδίου προς ανάλυση σε μικρά τμήματα.

β) απαιτείται αυξημένος αριθμός στοιχείων για την περιγραφή του προβλήματος σε σχέση με τις άλλες αριθμητικές μεθόδους. Το τελευταίο συνεπάγεται εκθετική αύξηση του χρόνου επεξεργασίας του προβλήματος (Αγιουτάντης, 1993).

2.4.2 Μέθοδος των συνοριακών στοιχείων

Το χαρακτηριστικό της μεθόδου των συνοριακών στοιχείων είναι ότι μελετά το εξεταζόμενο σώμα μόνο στην περιοχή στην οποια υπάρχει αλλαγή της αρχικής εντατικής κατάστασης του. Η μελέτη γίνεται με διαίρεση των συνόρων του μέσου σε στοιχεία (element). Απο την μελέτη τους εξάγονται συμπεράσματα για τη συνολική εντατική κατάσταση του σώματος αυτού. Ουσιαστικά η μέθοδος μπορεί να διακριθεί σε τρείς ομάδες μεθόδων :

- στην άμεση μέθοδο (direct)
- στην έμμεση μέθοδο (indirect)

Η έμμεση μέθοδο διακρίνεται στη μέθοδο των εικονικών τάσεων και τη μέθοδο των ασυνεχών μετατοπίσεων. Απο αυτές, η άμεση μέθοδος παρουσιάζει το πλεονέκτημα της εύκολης διαχείρισης όσον αφορά την κωδικοποίηση σε πρόγραμμα (Hoek et al, 1991).

Το σημαντικότερο πλεονέκτημα της μεθόδου των συνοριακών στοιχείων είναι ο μικρός αριθμός των στοιχείων τα οποία απαιτούνται για την επίλυση, αφού όπως αναφέρθηκε μελετάται μόνο ένα μέρος της συνολικής μάζας του σώματος.

Το κυριότερο μειονέκτημα της μεθόδου προκύπτει από το γεγονός ότι η κατάσταση ενος στοιχείου το οποίο θεωρητικά βρίσκεται στο άπειρο, καθορίζεται απο την κατάσταση των συνοριακών στοιχείων της δομής. Ετσι η μέθοδος δεν μπορεί να εφαρμοσθεί σε ετερογενή υλικά δηλαδή σε υλικά, τα οποία αποτελούνται, απο πεπερασμένες περιοχές διαφορετικών ιδιοτήτων. Ορισμένες τεχνικές που έχουν αναπτυχθεί τα τελευταία χρόνια μπορούν να ξεπεράσουν το συγκεκριμένο πρόβλημα, αλλά μόνο σε απλοποιημένες περιπτώσεις. Ενα άλλο μειονέκτημα της μεθόδου αφορά το χρόνο επεξεργασίας του προβλήματος, ο οποίος αυξάνει εκθετικά με την αύξηση του αριθμού των στοιχείων του συνόρου (Hoek et al, 1991).

2.4.3 Μέθοδος των διακριτών στοιχείων

Η μέθοδος των διακριτών στοιχείων εφαρμόζεται συνήθως σε ασυνεχεις μάζες υλικών, δηλαδή μάζες οι οποίες μπορεί να περιέχουν ρήγματα (faults), διακλάσεις (joints) κλπ. Οι μάζες αυτές παρουσιάζουν μη γραμμική συμπεριφορά και για τον λόγο αυτό δεν μπορούν να περιγραφούν με τις προηγούμενες μεθόδους. Το πρόβλημα επιλύεται, διαιρώντας τη μάζα του πετρώματος σε ορισμένο αριθμό διακριτών στοιχείων. Το καθένα απο τα στοιχεία αυτά είναι δυνατόν να περιγραφεί από ανεξάρτητες ομάδες παραμέτρων, έτσι ώστε να είναι όσο το δυνατόν καλύτερη η προσομοίωση της συμπεριφοράς του υλικού.

Το σημαντικότερο πλεονέκτημα της μεθόδου είναι η ικανότητα της να εφαρμόζεται σε υλικά μη γραμμικής συμπεριφοράς. Ενα άλλο πλεονέκτημα αφορά την αύξηση του χρόνου επίλυσης γραμμικά σε σχέση με τα εξεταζόμενα στοιχεία (Hoek et al, 1991).

Το κυριότερο μειονέκτημα της μεθόδου είναι ο σχετικά μεγάλος χρόνος επίλυσης των προβλημάτων, κάτι που όμως είναι απολύτως φυσικό αφού επιχειρείται επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων (Αγιουτάντης, 1993).

2.4.4 Υβριδικές μέθοδοι

Κύριος σκοπός των υβριδικών μεθόδων είναι ο συνδυασμός δυο ή περισσότερων μεθόδων που χρησιμοποιούνται στις γεωεπιστήμες. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την αύξηση των πλεονεκτημάτων και συγχρόνως την απαλειφή των μειονεκτημάτων τους. Ετσι για παράδειγμα είναι δυνατόν να συνδυασθούν οι μέθοδοι των πεπερασμένων, διακριτών και συνοριακών στοιχείων, έτσι ώστε να μπορεί να μελετηθεί η συμπεριφορά των στοιχείων της βραχόμαζας, είτε με γραμμική είτε με μη γραμμική συμπεριφορά (Hoek et al, 1991).

2.4.5 Επιλογή της κατάλληλης μεθόδου

Τα προβλήματα που εμφανίζονται στις γεωεπιστήμες μπορούν να διακριθούν σε τέσσερις κατηγορίες, όσον αναφορά την ποσότητα των δεδομένων που διατίθενται και τον βαθμό της κατανόησης του μηχανισμού συμπεριφοράς του υλικού του προβλήματος. Οι πιθανότητες να αντιμετωπιστούν προβλήματα τα οποία έχουν μεγάλη ποσότητα δεδομένων και μικρό βαθμό κατανόησης τους, είναι πολύ μικρές. Το ίδιο ισχύει και για τα προβλήματα στα οποία υπάρχει μεγάλη ποσότητα δεδομένων και μεγάλος βαθμός κατανόησης. Αντίθετα, πιο συχνή είναι η περίπτωση προβλημάτων, με μικρή ποσότητα δεδομένων και υψηλό βαθμό κατανόησης. Η συνηθέστερη περίπτωση, ωστόσο, είναι εκείνη στην οποία υπάρχει μικρή ποσότητα δεδομένων αλλά συγχρόνως και μικρός βαθμός κατανόησης. Αυτό συνεπάγεται, δυσκολία εύρεσης ένος κατάλληλου μοντέλου το οποίο μπορεί να περιγράψει λεπτομερώς τα προβλήματα αυτού του είδους.

Στη συνέχεια δίνονται ορισμένοι βασικοί κανόνες για την επιλογή της κατάλληλης αριθμητικής μεθόδου, οι οποίοι προτάθηκαν απο τους Starfield and Cundall (Hoek et al, 1991).

- Η μέθοδος θα πρέπει να είναι όσο το δυνατόν πιο απλοποιημένη απεικόνιση της πραγματικότητας

- Ο σχεδιασμός του μοντέλου θα πρέπει να είναι τέτοιος ώστε να είναι δυνατή η επίλυση του βασικού μέρους του προβλήματος

- Πολλές φορές, για την καλύτερη μελέτη του προβλήματος είναι πιο σωστή η δημιουργία πολλών απλοποιημένων μοντέλων παρά η δημιουργία ενος πολύπλοκου μοντέλου

- Το μοντέλο θα πρέπει να είναι έτσι διαμορφωμένο ώστε να μπορεί να κατανοηθεί και να επεξεργαστεί απο κάποιον που δεν είναι ιδιαίτερα ειδικός στο συγκεκριμένο θέμα

2.5 Αλλοι τομείς εφαρμογής των αριθμητικών μεθόδων

Εκτός απο τα θέματα γεωμηχανικής και γεωεπιστημών ενας απο τους σημαντικότερους τομείς εφαρμογής των αριθμητικών μεθόδων είναι η μηχανική των δομικών υλικών (structural engineering). Τα προβλήματα αυτά διακρίνονται σε προβλήματα ισορροπίας (equilibrium), προβλήματα ιδιοτιμών (eigenvalue) και σε προβλήματα διάδοσης (propagation). Προβλήματα αυτών των κατηγοριών είναι οι αναλύσεις δοκών-πλακών, η μελέτη σταθερότητας μιας δομής και της δυναμικής αντίδρασης της σε μη περιοδική φόρτιση κ.α. (Desai, 1972).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3. Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων

3.1 Γενικά στοιχεία της μεθόδου

Τα προβλήματα που εμφανίζονται στις γεωεπιστήμες με τη ευρύτερη έννοια τους μπορούν να θεωρηθούν σαν προβλήματα φυσικών φαινομένων (physical phenomena). Οι μεταβλητές σε τέτοιου είδους προβλήματα διακρίνονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες :

- εξαρτημένες μεταβλητές
- ανεξάρτητες μεταβλητες

Οι μεταβλητές οι οποίες μπορούν να περιγράψουν απο μόνες τους τη συμπεριφορά ενός συστήματος ονομάζονται ανεξάρτητες μεταβλητές. Ο αριθμός των ανεξάρτητων μεταβλητών αποτελεί και τον αριθμό των βαθμών ελευθερίας του συστήματος. Οι υπόλοιπες μεταβλητές οι οποίες εξαρτώνται από διάφορες παραμέτρους του συστήματος χαρακτηρίζονται σαν εξαρτημένες. Πολλές φορές επιβάλλονται στο σύστημα κάποιοι περιορισμοί (constraints) έτσι ώστε να μειωθεί ο αριθμός των ανεξάρτητων μεταβλητών.

Τα προβλήματα των φυσικών φαινομένων διακρίνονται σε :

- συνεχή (continuous)
- διακριτά (discrete)

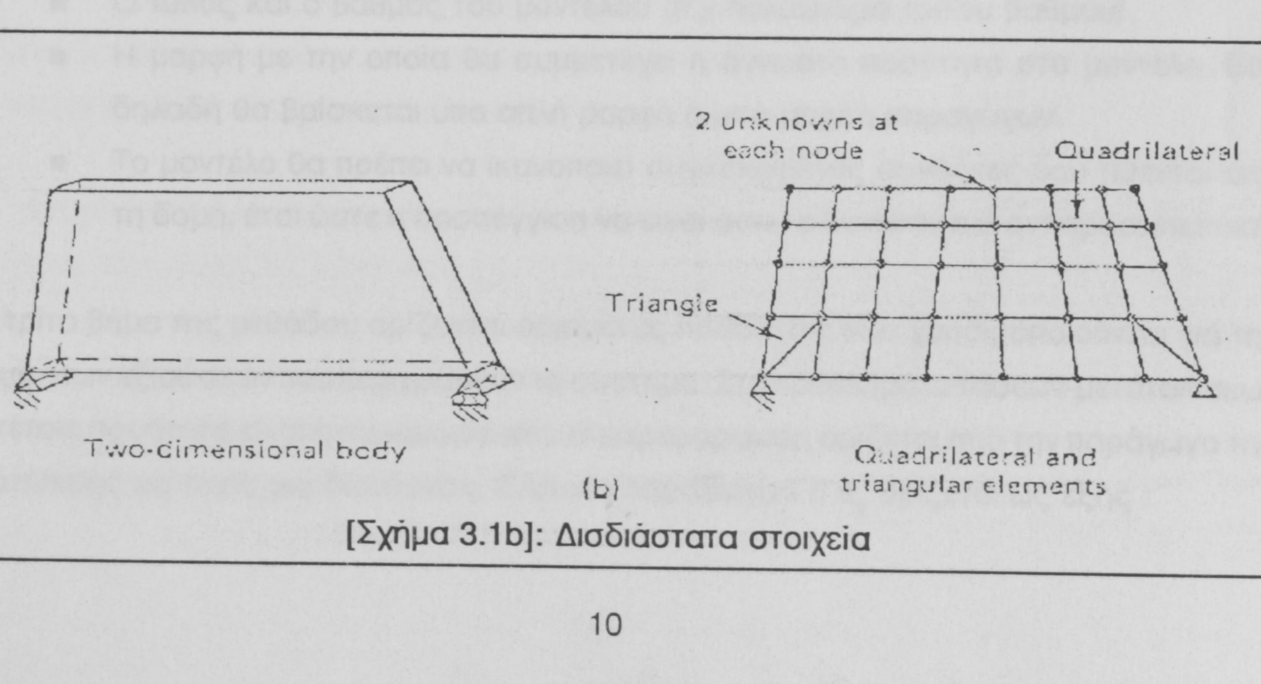
Στα προβλήματα συνεχών φαινομένων προκύπτει άπειρος αριθμός βαθμών ελευθερίας αφού απαιτείται η γνώση των τιμών των αγνώστων σε κάθε σημείο. Αντίθετα στα προβλήματα των διακριτών φαινομένων απαιτείται η γνώση των τιμών των αγνώστων σε ορισμένα μόνο σημεία, συνεπώς ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας είναι περιορισμένος. Η συνήθης τακτική που ακολουθείται για την επίλυση προβλημάτων συνεχών συστημάτων είναι η προσομοίωση τους σε διακριτά (Norrie, 1973).

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιήται για την προσέγγιση των συνεχών φαινομένων απο διακριτά. Οπως αναφέρθηκε η μέθοδος αυτή είναι μια αριθμητική μέθοδος που βρίσκει εφαρμογές στον τομέα των γεωεπιστημών. Προσοχή πάντως πρέπει να δοθεί στη διαίρεση της δομής έτσι ώστε να προσεγγίζεται η συμπεριφορά του συνόλου. Τα στοιχεία απο τα οποία αποτελείται μια δομή συνδέονται σε σημεία τα οποία ονομάζονται κόμβοι (nodes) ή κομβικά σημεία (node points). Η ανάπτυξη της μεθόδου οφείλεται κατα ένα μεγάλο μέρος στην ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Αυτό σχετίζεται με το ότι για την επίλυση της μεθόδου απαιτείται η επίλυση υψηλού βαθμού γραμμικών και μη γραμμικών συστημάτων. Κατι τέτοιο θα ήταν αδύνατο χωρίς τη χρήση αναπτυγμένων υπολογιστικών συστημάτων. Επίσης η μέθοδος έχει τη δυνατότητα επίλυσης προβλημάτων με ανομοιογενή υλικά (nonhomogeneous materials), περίπλοκες συνοριακές συνθήκες καθώς και προβλημάτων με μη γραμμική συμπεριφορά (Desai, 1972).

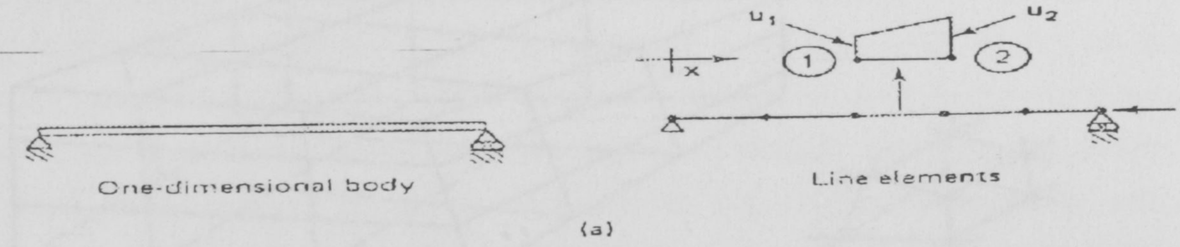
3.2 Βασικά βήματα της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων

Το πρώτο και βασικότερο βήμα της μεθόδου, όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι η διαίρεση της δομής σε μικρά διακριτά τμήματα που ονομάζονται στοιχεία (elements). Τα χαρακτηριστικά των πεπερασμένων στοιχείων που επιλέγονται για το χωρισμό της δομής εξαρτώνται απο το είδος της δομής. Ετσι για μια δομή που θεωρείται μονοδιάστατη χρησιμοποιούνται "γραμμικά" στοιχεία (σχήμα 3.1α).

Αντίθετα σε δισδιάστατες δομές, χρησιμοποιούνται τριγωνικά (triangles) ή τετραγωνικά (quadrilaterals) στοιχεία (σχήμα 3.1b). Τέλος, σε τρισδιάστατες δομές είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν εξαεδρικά στοιχεία (σχήμα 3.1c). Στις δομές με ακανόνιστα όρια προτιμάται η χρήση στοιχείων διαφοροποιημένης γεωμετρίας, για την περιγραφή των ορίων, με στόχο την πλέον αντιπροσωπευτική διαίρεση τους. Αλλα χαρακτηριστικά των στοιχείων που πρέπει να προσδιοριστούν είναι το μέγεθος τους, ο συνολικός αριθμός τους οι βαθμοί ελευθερίας κλπ. Η επιλογή αυτών των παραμέτρων έχει πολύ μεγάλη επίδραση στα τελικά αποτελέσματα της μεθόδου.



[Σχήμα 3.1b]: Δισδιάστατα στοιχεία



[ΣΧΗΜΑ 3.1α]: Μονοδιάστατα στοιχεία

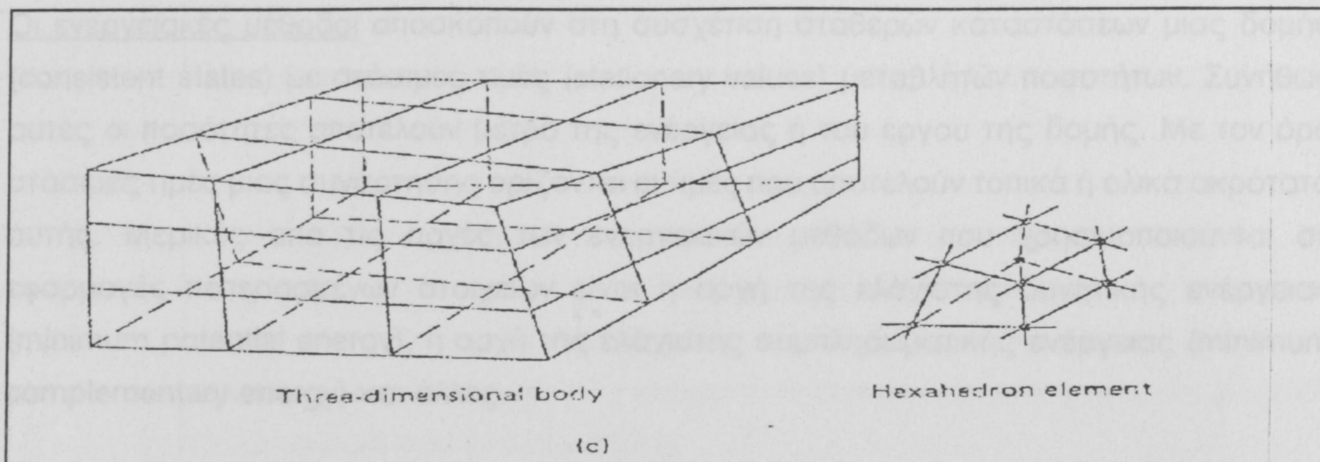
Στο δεύτερο βήμα της μεθόδου επιλέγονται το είδος και η μορφή του μοντέλου κατανομής της κύριας άγνωστης ποσότητας (π.χ μετατόπιση). Τα κομβικά σημεία των στοιχείων χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία των συναρτήσεων που περιγράφουν τις άγνωστες ποσότητες στην περιοχή κάθε στοιχείου. Είναι προφανές ότι οι συναρτήσεις αυτές, απλώς προσεγγίζουν τις κατανομές των αγνώστων ποσοτήτων και σε καμμία περίπτωση δεν περιγράφουν την πραγματική κατάσταση. Συνήθως χρησιμοποιούνται γραμμικές συναρτήσεις διότι παρουσιάζουν μεγαλύτερη ευκολία στην διαχείριση τους. Μια γραμμική συνάρτηση m-οστού βαθμού με άγνωστη ποσότητα τη "u" φαίνεται παρακάτω :

$$u = N_1 u_1 + N_2 u_2 + \dots N_m u_m \qquad [3.1]$$

όπου $u_1, u_2, \dots, u_m$ είναι οι τιμές των αγνώστων ποσοτήτων στους κόμβους και $N_1, N_2, \dots, N_m$ είναι οι συναρτήσεις παρεμβολής (interpolation function). Για την επιλογή του μοντέλου κατανομής της άγνωστης ποσότητας απαιτούνται τα έξής :

- Ο τύπος και ο βαθμός του μοντέλου (π.χ πολυώνυμο τρίτου βαθμού).
- Η μορφή με την οποία θα συμμετέχει η άγνωστη ποσότητα στο μοντέλο. Εάν δηλαδή θα βρίσκεται υπο απλή μορφή ή υπό μορφή παραγώγων.
- Το μοντέλο θα πρέπει να ικανοποιεί συγκεκριμένες συνθήκες που τίθενται από τη δομή, έτσι ώστε η προσέγγιση να είναι όσο το δυνατόν πιο αντιπροσωπευτική.

Στο τρίτο βήμα της μεθόδου ορίζονται ορισμένες ποσότητες που χρησιμοποιούνται για την επίλυση των εξισώσεων που περιγράφουν το σύστημα. Στα προβλήματα τάσεων-μετατοπίσεων μια τέτοια ποσότητα είναι η παραμόρφωση. Η παραμόρφωση ορίζεται από την παράγωγο της μετατόπισης ως προς μια διεύθυνση. Ετσι για παράδειγμα η ε_y ορίζεται ως εξής :



[Σχήμα 3.1c]: Τρισδιάστατα στοιχεία

$$e_y = \frac{du}{dy} \qquad [3.2]$$

όπου u είναι η μετατόπιση του σώματος στη διεύθυνση y. Μια άλλη ποσότητα που πρέπει να ορισθεί είναι η τάση. Αυτή ορίζεται μέσω καταστατικών εξισώσεων σαν συνάρτηση της παραμόρφωσης. Η απλούστερη μορφή αυτών των εξισώσεων είναι ο νόμος του Hooke :

$$\sigma_y = E_y\, \varepsilon_y \qquad [3.3]$$

Οπως φαίνεται απο την σχέση (3.3), η τάση στην διεύθυνση y, ορίζεται σαν το γινόμενο της παραμόρφωσης σε αυτή τη διεύθυνση, με το μέτρο ελαστικότητας του Young E_y. Απο τις σχέσεις (3.2), (3.3) προκύπτει επίσης η σχέση μεταξύ τάσης-μετατόπισης :

$$\sigma_y = E_y \frac{du}{dy} \qquad [3.4]$$

Παρόμοιες σχέσεις ισχύουν και για άλλου είδους προβλήματα που μελετώνται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (π.χ προβλήματα ροών).

Στο τέταρτο βήμα διατυπώνονται οι εξισώσεις που χαρακτηρίζουν τη συμπεριφορά των στοιχείων. Οι κυριότερες κατηγορίες μεθόδων που χρησιμοποιούνται για τη διαδικασία αυτή είναι :

- Οι ενεργειακές μέθοδοι (energy methods)
- Οι μέθοδοι των υπολοίπων (residual methods)

Οι ενεργειακές μέθοδοι αποσκοπούν στη συσχέτιση σταθερών καταστάσεων μιας δομής (consistent states) με στάσιμες τιμές (stationary values) μεταβλητών ποσοτήτων. Συνήθως αυτές οι ποσότητες αποτελούν μέτρο της ενέργειας ή του έργου της δομής. Με τον όρο στάσιμες τιμές μιας συνάρτησης ορίζονται οι τιμές που αποτελούν τοπικά ή ολικά ακρότατα αυτής. Μερικές απο τις αρχές των ενεργειακών μεθόδων που χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων είναι η αρχή της ελάχιστης δυνητικής ενέργειας (minimum potential energy), η αρχή της ελάχιστης συμπληρωματικής ενέργειας (minimum complementary energy) και άλλες.

- Η αρχή της ελάχιστης δυνητικής ενέργειας ορίζει ότι, απο όλες τις δυνατές μετατοπίσεις που μπορεί να υποστεί ένα σώμα, λόγω της εφαρμογής κάποιου φορτίου, αυτή που ικανοποιεί την ισορροπία του σώματος και τις συνοριακές του συνθήκες είναι εκείνη στην οποία το σώμα έχει ελάχιστη δυνητική ενέργεια (potential energy). Ετσι μια δοκός που αποτελείται απο γραμμικά ελαστικό υλικό που δέχεται μονοαξονικό φορτίο θα βρίσκεται σε ισορροπία όταν έχει ελάχιστη δυνητική ενέργεια. Η συνολική δυνητική ενέργεια Π_p που μπορεί να έχει ένα σώμα είναι :

$$\Pi_p = U + W_p \qquad [3.5]$$

όπου U είναι η ενέργεια παραμόρφωσης ενώ W_p είναι το δυναμικό του εξωτερικού φορτίου. Απο την αρχή της ελάχιστης δυνητικής ενέργειας προκύπτει ότι η παράγωγος της (3.5) είναι ίση με το μηδέν δηλαδή

$$d\Pi_p = dU - dW_p = 0 \qquad [3.6]$$

Σημειώνεται οτι η παραγώγιση γίνεται θεωρώντας οτι το φορτίο παραμένει σταθερό. Το αρνητικό πρόσημο στη σχέση (3.6) οφείλεται στο γεγονός της μείωσης του W_p κατά τη διάρκεια της εφαρμογής του εξωτερικού φορτίου. Εαν παραγωγισθεί η σχέση (3.6) προκύπτει ότι

$$d^2\Pi_p = d^2U - d^2W_p > 0 \qquad [3.7]$$

Πράγμα που αποδεικνύει ότι η συνάρτηση της δυνητικής ενέργειας ενός σώματος σε ισορροπία είναι ελάχιστη.

- Η αρχή της ελάχιστης συμπληρωματικής ενέργειας ορίζει ότι απο όλες τις δυνατές καταστάσεις τάσεων ή δυνάμεων, αυτή που ικανοποιεί την ισορροπία και τις συνοριακές συνθήκες ενος σώματος είναι εκείνη που κάνει την συμπληρωματική ενέργεια (Π_c) ελάχιστη. Η συνολική συμπληρωματική ενέργεια που μπορεί να έχει ένα σώμα είναι

$$\Pi_c = U_c + W_{pc} \qquad [3.8]$$

Οπου U_c είναι η συμπληρωματική ενέργεια παραμόρφωσης ενώ W_{pc} είναι το συμπληρωματικό δυναμικό του εξωτερικού φορτίου. Παραγωγίζοντας την σχέση (3.8) προκύπτει

$$d\Pi_c = dU_c + dW_{pc} \qquad [3.9]$$

Επειδή όμως οι μετατοπίσεις κατά τη διάρκεια της παραγώγισης θεωρούνται σταθερές προκύπτει ότι

$$dW_{pc} = -dW_{pc} \qquad [3.10]$$

Αρα απο τις σχέσεις (3.9), (3.10) προκύπτει η τελική μορφή του κριτηρίου που είναι η παρακάτω

$$d\Pi_c = dU_c - dW_c = 0 \qquad [3.11]$$

<u>Οι μέθοδοι των υπολοίπων</u> αποσκοπούν στην ελαχιστοποίηση του υπολοίπου που παραμένει μετά την εφαρμογή προσεγγιστικών λύσεων στις εξισώσεις που διέπουν το πρόβλημα. Οι κυριότερες απο τις μεθόδους που ανήκουν σε αυτή τη κατηγορία είναι

α) Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων (least squares)

β) Η μέθοδος του Galerkin.

Απο αυτές η τελευταία χρησιμοποιείται στις περισσότερες εφαρμογές των πεπερασμένων στοιχείων. Εστω για παράδειγμα μια εξίσωση της παρακάτω μορφής

$$\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^2}-\frac{\partial u^*}{\partial t}=f(x) \qquad [3.12]$$

όπου u^* είναι η άγνωστη ποσότητα, x είναι η συντεταγμένη, t είναι ο χρόνος και f(x) η συνάρτηση του επιβαλλόμενου φορτίου. Εστω επίσης ότι θεωρείται μια προσεγγιστική λύση

$$u=\sum_{i=1}^{n} a_i \phi_i \qquad [3.13]$$

με $\alpha_1 = 1$ και $\varphi_1 = \varphi_0$

όπου φ_i είναι συναρτήσεις που ικανοποιούν τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος. Ενω α_i είναι παράμετροι ή σταθερές που θέτονται. Σε αυτή τη περίπτωση το υπόλοιπο της πρώτης προσέγγισης θα είναι το παρακάτω

$$R(x)=\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial u}{\partial t}\right)-f(x) \qquad [3.14]$$

είναι προφανές πως εάν $u = u^*$ τότε $R(x) = 0$

Η γενική μορφή της συνάρτησης ελαχιστοποίησης του υπολοίπου είναι

$$\int_D R(x)W_i(x)\,dx=0 \qquad i=1,2,\ldots,n \qquad [3.15]$$

όπου D είναι η περιοχή της δομής στην οποία λαμβάνει χώρα η προσέγγιση ενώ $W_i(x)$ είναι συναρτήσεις βάρους που τίθενται στις διάφορες μεθόδους της κατηγορίας έτσι ώστε να επιτευχθεί όσο το δυνατόν πιο γρήγορα η ελαχιστοποίηση του υπολοίπου.

Και απο τις δυο κατηγορίες μεθόδων επίλυσης προκύπτουν τελικά οι εξισώσεις που περιγράφουν τη συμπεριφορά ενός στοιχείου. Στη γενική τους μορφή είναι ως εξής :

$$[K]\{q\}=\{Q\} \qquad [3.16]$$

όπου [K] είναι ο πίνακας του στοιχείου, {q} είναι το διάνυσμα των αγνώστων ποσοτήτων στους κόμβους του στοιχείου και {Q} είναι η διάνυσμα των παραμέτρων του φορτίου στους κόμβους.

Στο πέμπτο βήμα γίνεται μια συνάθροιση όλων των εξισώσεων που περιγράφουν τη συμπεριφορά του κάθε στοιχείου. Ετσι συγκεντρώνεται ο συνολικός αριθμός των εξισώσεων που διέπουν τη συμπεριφορά της δομής. Επίσης γίνεται αναφορά στις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος. Για να γίνει η συνάθροιση των εξισώσεων απαιτείται η ύπαρξη της συνέχειας του σώματος. Αυτό με άλλα λόγια σημαίνει ότι τα γειτονικά σημεία της δομής πριν απο την εφαρμογή του φορτίου, πρέπει να παραμένουν γειτονικά και μετά την εφαρμογή αυτού. Πάντως πρέπει να σημειωθεί ότι ανάλογα με τον τύπο και τη μορφή του προβλήματος πολλές φορές είναι απαραίτητη η ενίσχυση των συνθηκών συνεχειας με χρήση της πρώτης παραγώγου της μετατόπισης (εκτός απο την ίδια τη μετατόπιση) μεταξύ γειτονικών σημείων. Η γενική μορφή των εξισώσεων συνάθροισης μπορεί να εκφρασθεί από την παρακάτω σχέση

$$[K]\{r\}=\{R\} \qquad [3.17]$$

όπου [K] είναι ο ολικός πίνακας ιδιοτήτων, {r} είναι το ολικό διάνυσμα των κομβικών αγνώστων και {R} το ολικό διάνυσμα των κομβικών παραμέτρων φόρτισης. Οι παραπάνω εξισώσεις δεν μπορούν να επιλυθούν χωρίς να ληφθούν υπόψιν κάποιες συνοριακές συνθήκες της δομής. Με τον όρο συνοριακές συνθήκες εννοούνται κάποιοι φυσικοί περιορισμοί που μπορεί να υπάρχουν. Οι συνθήκες αυτές χρησιμοποιούνται σαν γνωστές τιμές των αγνώστων ποσοτήτων του προβλήματος.

Στο έκτο βήμα γίνεται επίλυση των εξισώσεων της σχέσης (3.17) για την εύρεση των ανεξάρτητων μεταβλητών. Η επίλυση του γίνεται ως επί το πλείστον με χρήση της μεθόδου εξάλειψης του Gauss (Gaussian elimination method) ή με άλλες αντίστοιχες μεθόδους. Σε προβλήματα τάσης-μετατόπισης οι άγνωστες ποσότητες είναι οι μετατοπίσεις στους κόμβους του πεδίου.

Στο έβδομο βήμα υπολογίζονται κάποιες δευτερεύουσες εξαρτημένες ποσότητες οι οποίες χρησιμοποιούνται στην επίλυση του προβλήματος. Ετσι για παράδειγμα σε προβλήματα τάσης-μετατόπισης τέτοιες ποσότητες είναι οι παραμορφώσεις, οι ορθές και οι διατμητικές τάσεις.

Στο όγδοο και τελευταίο βήμα της μεθόδου γίνεται αξιολόγηση των αποτελεσμάτων που λαμβάνονται μετά την επίλυση του προβλήματος. Επίσης γίνεται παρουσίαση των αποτελεσμάτων σε τέτοια μορφή ώστε να είναι δυνατός ο περαιτέρω σχεδιασμός και η ανάλυση του προβλήματος (Desai, 1979)

3.3 Βασικές εξισώσεις στη γεωμηχανική

Δύο απο τις κυριότερες παραμέτρους που χρησιμοποιούνται στα προβλήματα της γεωμηχανικής είναι η τάση (σ) και η παραμόρφωση (ε). Η τάση στη γενική της περίπτωση ορίζεται ως εξής

$$\{\sigma\}^T=[\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{zx}] \qquad [3.18]$$

όπου σ_x,σ_y,σ_z είναι οι ορθές τάσεις ενώ τ_{xy}, τ_{yz}, τ_{zx} οι διατμητικές τάσεις. Οταν οι άξονες συντεταγμένων ταυτιστούν με τους άξονες των κύριων τάσεων η τάση δίνεται απο τη παρακάτω σχέση

$$\{\sigma\}^T=[\sigma_1 \ \sigma_2 \ \sigma_3 \ 0 \ 0 \ 0] \qquad [3.19]$$

Οπως στις τάσεις έτσι και στις παραμορφώσεις υπάρχουν οι ορθές παραμόρφωσεις ε_x, ε_y, ε_z και οι διατμητικές παραμορφώσεις γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{zx}. Συνεπώς η γενική σχέση που δίνει τη παραμόρφωση είναι

$$\{\varepsilon\}^T=[\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}] \qquad [3.20]$$

Ενώ οι κύριες παραμορφώσεις παριστάνονται ως εξής

$$\{\epsilon\}^T = [\epsilon_1 \ \epsilon_2 \ \epsilon_3 \ 0 \ 0 \ 0] \qquad [3.21]$$

Θεωρώντας μόνο τις συνιστώσες της μετατόπισης u, υ, w και τις πρώτες παραγώγους τους $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial \upsilon}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}$, αγνοώντας τις παραγώγους μεγαλύτερης τάξης, προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις μεταξύ παραμόρφωσης και μετατόπισης :

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \upsilon}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right]$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial \upsilon}{\partial y} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \upsilon}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right] \qquad [3.22]$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \upsilon}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2\right]$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial \upsilon}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon}{\partial x}\frac{\partial \upsilon}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \upsilon}{\partial y}\frac{\partial \upsilon}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial w}{\partial z} \qquad [3.23]$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \upsilon}{\partial z}\frac{\partial \upsilon}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial x}$$

Μια μορφή γραμμικών καταστατικών εξισώσεων είναι και ο Νόμος του Hooke. Η γενικευμένη μορφή του στις τρείς διαστάσεις είναι

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\,\epsilon_{kl} \qquad [3.24]$$

όπου c_{ijkl} είναι ένας τανυστής τέταρτης τάξης. Ο c_{ijkl} εξαρτάται απο τις ελαστικές σταθερές του σώματος. Λόγω συμμετρίας ($c_{ijkl} = c_{klij}$) από τους 81 όρους που περιέχει μόνο οι 36 είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους. Η απλούστερη μορφή του Νόμου του Hooke εμφανίζεται όταν αυτός εφαρμόζεται σε ένα γραμμικό ισότροπο ελαστικό υλικό και είναι

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu}\left[\epsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu}\epsilon_{\kappa\kappa}\,\delta_{ij}\right] \qquad [3.25]$$

όπου E είναι το μέτρο ελαστικότητας του Young, δ_{ij} είναι ο μοναδιαίος τανυστής δεύτερης τάξης και ν ο λόγος του Poisson που ορίζεται $v=-\varepsilon_y/\varepsilon_x$, με ε_y την εγκάρσια και ε_x την αξονική παραμόρφωση.

Σε περιπτώσεις προβλημάτων στις τρείς διαστάσεις ή σε δυο διαστάσεις η συνήθης τακτική για την επίλυση τους είναι η αναγωγή τους σε προβλήματα επίπεδης τάσης (plane stress) ή επίπεδης παραμόρφωσης (plane strain). Στα προβλήματα επίπεδης τάσης η τρίτη (z) διάσταση του σώματος είναι πολύ μικρότερη απο τις άλλες και συνεπώς μπορεί να θεωρηθεί οτι οι τάσεις σε αυτή τη διάσταση είναι μηδέν. Σε αυτή τη περίπτωση ο Νόμος του Hooke παριστάνεται ώς εξής:

$$\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{bmatrix} = \frac{E}{(1-v^2)}\begin{bmatrix}1 & v & 0\\ v & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-v^2}{2(1+v)}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix} \qquad [3.26]$$

Στη περίπτωση προβλημάτων επίπεδης παραμόρφωσης η τρίτη διάσταση είναι πολύ μεγαλύτερη από τις άλλες δυο και έτσι μπορεί να θεωρηθεί ότι οι παραμορφώσεις στη τρίτη διάσταση είναι μηδενικές. Συνεπώς ο Νόμος του Hooke εμφανίζεται ώς εξής :

$$\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{bmatrix} = \frac{E}{(1+v)(1-2v)}\begin{bmatrix}1-v & v & 0\\ v & 1-v & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-2v}{2}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \tau_{xy}\end{Bmatrix} \qquad [3.27]$$

Στη περίπτωση σωμάτων που παρουσιάζουν μη γραμμική ελαστική συμπεριφορά, η εύρεση των εξισώσεων μεταξύ τάσης-παραμορφωσης είναι πολύ πιο δύσκολη. Αυτό οφείλεται στο ότι οι ιδιότητες των υλικών εξαρτώνται απο το τρόπο φόρτισης. Η συνήθης τακτική που ακολουθείται για τέτοιου είδους προβλήματα είναι η διαίρεση της καμπύλης τάσης-παραμόρφωσης σε μικρά διαστήματα στα οποία θεωρείται γραμμική συμπεριφορά. Σε καθένα απο αυτά τα διαστήματα υπολογίζονται οι ιδιότητες των υλικών και οι ελαστικές τους σταθερές. Ετσι υπολογίζονται σε ένα σημείο P της καμπύλης που ανήκει στο επιλεγόμενο διάστημα το εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας Etp ή το τέμνον μέτρο ελαστικότητας Esp ως εξής (Αγιουτάντης, 1992).

$$E_{tp} = \left. \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\varepsilon}} \right|_p \qquad [3.28]$$

$$E_{sp} = \left. \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}} \right|_p \qquad [3.29]$$

Ενώ ο λόγος του Poisson ορίζεται ώς εξής

$$\nu_t = -\frac{\partial \overline{\varepsilon_\upsilon}}{\partial \bar{\varepsilon}} \approx -\frac{\Delta \overline{\varepsilon_\upsilon}}{\Delta \bar{\varepsilon}} \qquad [3.30]$$

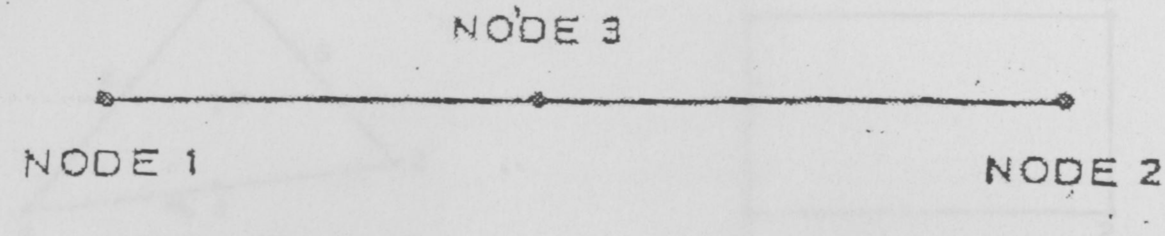
όπου $\overline{\varepsilon_\upsilon}$ - πλευρική παραμόρφωση

3.4 Είδη στοιχείων

Ανάλογα με το πρόβλημα που καλείται να επιλύσει η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων, επιλέγεται και η μορφή των στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν. Η επιλογή της μορφής και του είδους του στοιχείου (ή των στοιχείων) που θα χρησιμοποιηθούν είναι πολύ σημαντική διότι σχετίζεται άμεσα με την ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Στις περισσότερες περιπτώσεις, η επιλογή αυτή γίνεται με βάση:

- Τη γεωμετρία της δομής
- Τον αριθμό των διαστάσεων της δομής δηλαδή μονοδιάστατα, δισδιάστατα, τρισδιάστατα.

Τα μονοδιάστατα στοιχεία παριστάνονται με ένα ευθύγραμμο τμήμα όπως φαίνεται στο σχήμα (3.2). Τα άκρα του χαρακτηρίζονται σαν εξωτερικοί κόμβοι. Πολλές εφαρμογές πάντως απαιτούν περισσότερους κόμβους και έτσι εισάγονται κάποιοι εσωτερικοί κόμβοι μέσα σε κάθε ευθύγραμμο τμήμα.

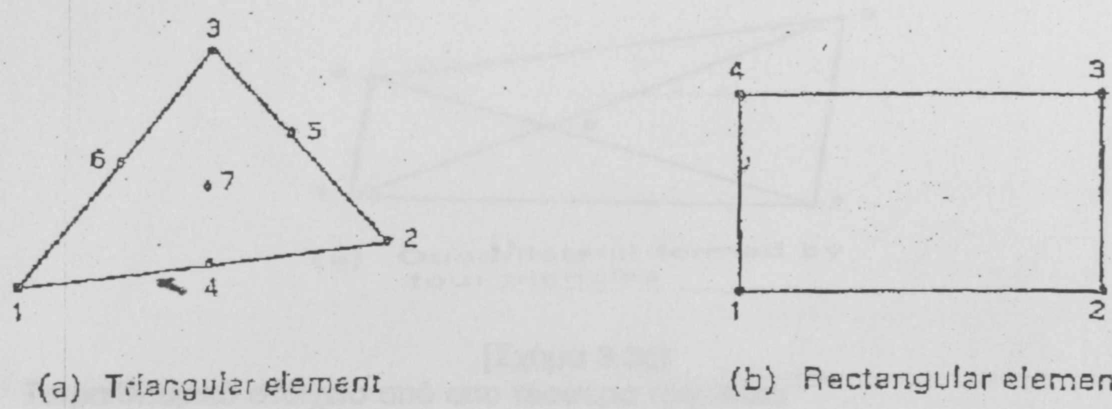


[Σχήμα 3.2]
Μονοδιάστατο στοιχείο

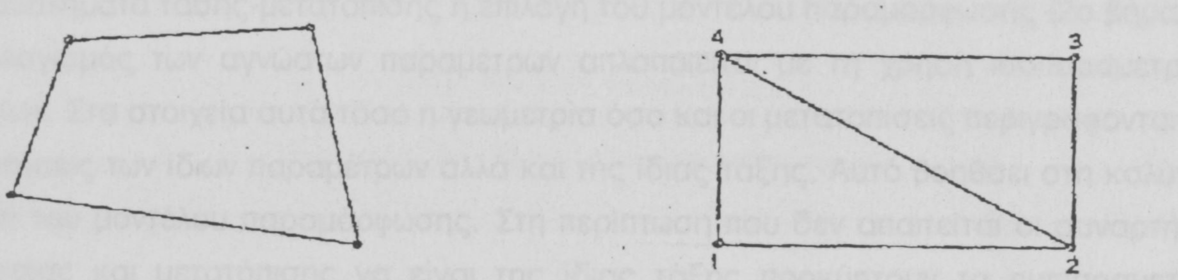
Τα δισδιάστατα στοιχεία είναι αυτά που κυρίως χρησιμοποιούνται διότι αφενός η μελέτη τους είναι σχετικά απλή και αφετέρου προσεγγίζουν αρκετά ικανοποιητικά τις μελετούμενες δομές. Διακρίνονται στις εξής κατηγορίες ανάλογα με τη μορφή τους (σχήμα 3.3a - σχήμα 3.3b)

- Τριγωνικά (triangular)
- Ορθογωνικά (rectangular)
- Τετραεδρικά (quadrilateral)

Και σε αυτού του είδους τα στοιχεία μπορούν να υπάρξουν εξωτερικά και εσωτερικά κομβικά σημεία. Επίσης τα ορθογωνικά και τετραπλευρικά μπορούν να προκύψουν απο συνδυασμό τριγωνικών στοιχείων (σχήμα 3.3c).



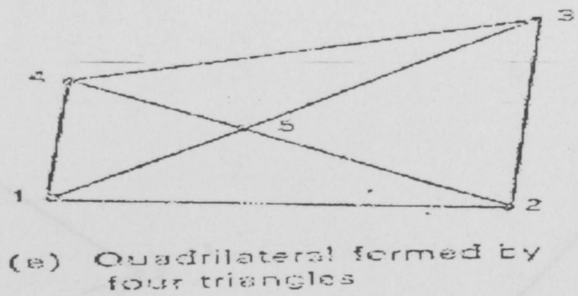
[Σχήμα 3.3a]
Τριγωνικό στοιχείο (a) - Ορθογωνικό στοιχείο (b)



[Σχήμα 3.3b]: Τετραπλευρικά στοιχεία

Τα τρισδιάστατα στοιχεία δε χρησιμοποιούνται ιδιαίτερα λόγω των δυσκολιών που παρουσιάζει η μαθηματική τους μελέτη στο χώρο. Διακρίνονται ανάλογα με τη μορφή τους (σχήμα 3.4) σε :

- Τετράεδρα (tetrahedra)
- Ορθογωνικά πρίσματα (rectangular prisms)
- Εξάεδρα (hexahedron)



[Σχήμα 3.3c]
Τετραπλευρικό στοιχείο από απο τέσσερα τριγωνικά

Και εδώ μπορούν επίσης να ορισθούν εσωτερικά και εξωτερικά κομβικά σημεία. Επίσης τα εξάεδρα μπορούν να προκύψουν απο συνδιασμό τετραέδρων (σχήμα 3.5).

Σημειώνεται οτι πολλές φορές χρησιμοποιούνται στοιχεία απο περισσότερες της μιάς κατηγορίες, έτσι ώστε να επιτευχθεί ο ακριβέστερος διαχωρισμός της μελετούμενης δομής.

Στα προβλήματα τάσης-μετατόπισης η επιλογή του μοντέλου παραμόρφωσης (2ο βήμα) και ο υπολογισμός των αγνώστων παραμέτρων απλοποιείται με τη χρήση ισοπαραμετρικών στοιχείων. Στα στοιχεία αυτά τόσο η γεωμετρία όσο και οι μετατοπίσεις περιγράφονται απο συναρτήσεις των ίδιων παραμέτρων αλλά και της ίδιας τάξης. Αυτό βοηθάει στη καλύτερη επιλογή του μοντέλου παραμόρφωσης. Στη περίπτωση που δεν απαιτείται οι συναρτήσεις γεωμετρίας και μετατόπισης να είναι της ίδιας τάξης προκύπτουν τα ημιπαραμετρικά στοιχεία. Σε αυτά η τάξη της συνάρτησης γεωμετρίας είναι μικρότερη απο αυτή της μετατόπισης. Σε περίπτωση που ισχύει το ακριβώς αντίθετο τα στοιχεία χαρακτηρίζονται σαν υπερπαραμετρικά (Desai, 1979).

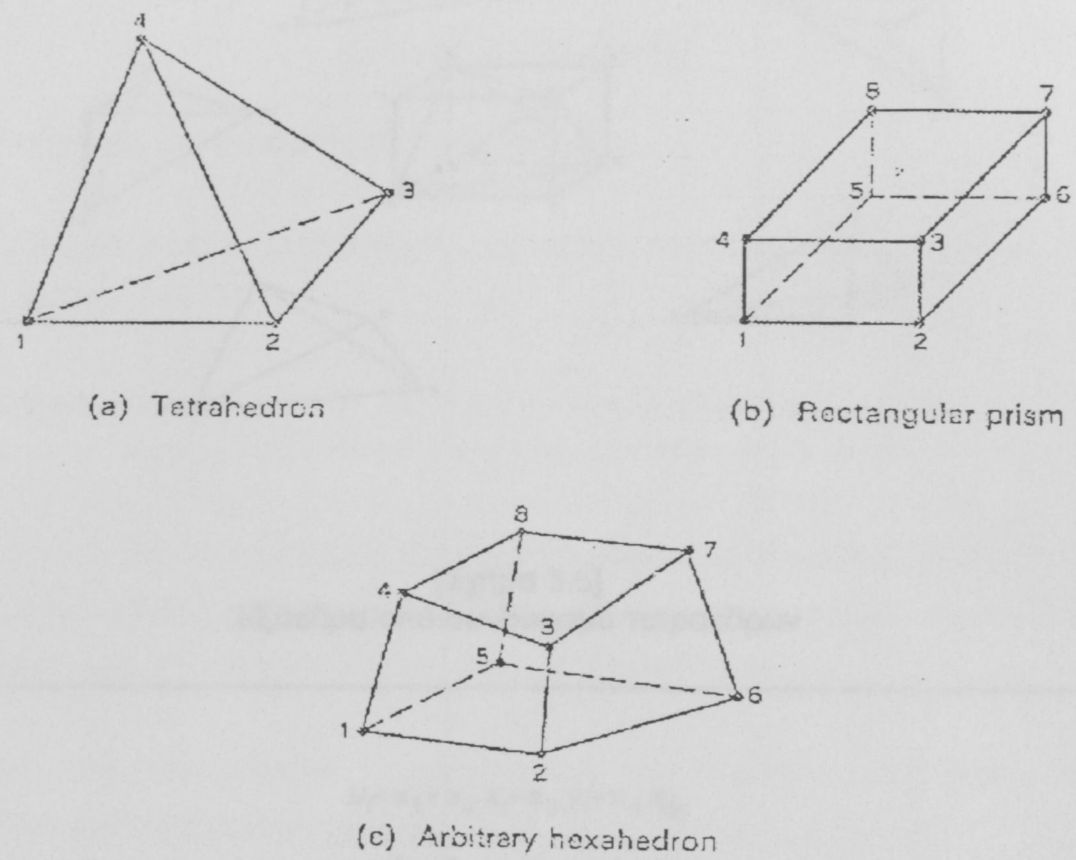
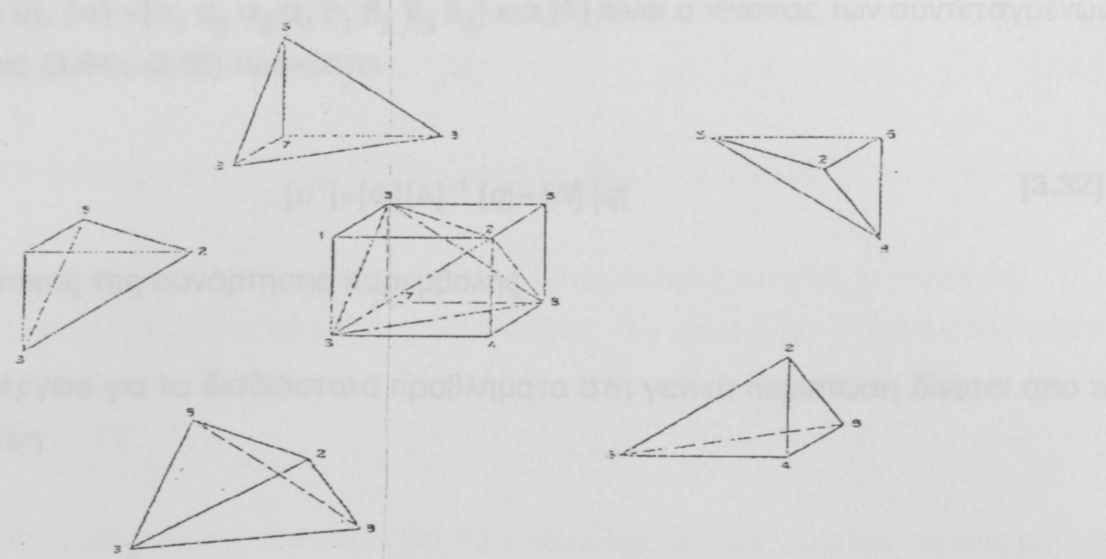


Figure 5-3 Three-dimensional elements.

[Σχήμα 3.4]
Είδη τρισδιάστατων στοιχείων

3.5 Δισδιάστατα προβλήματα τάσης-μετατόπισης

Στη περίπτωση των δύο διαστάσεων κάθε σημείο μπορεί να κινείται τόσο στη x όσο και στη y κατεύθυνση. Παρουσιάζει δηλαδή δυο βαθμούς ελευθερίας. Οπως έχει αναφερθεί, τα δισδιάστατα προβλήματα μπορούν να επιλυθούν με τη θεώρηση επίπεδης τάσης ή με τη θεώρηση επίπεδης παραμόρφωσης. Τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται συνήθως σε τέτοιου είδους προβλήματα είναι είτε τριγωνικά είτε τετραπλευρικά. Για καθένα απο τα τέσσερα κομβικά σημεία ενος τετραπλευρικού στοιχείου, ένα απλοποιημένο μοντέλο μετατόπισης είναι το παρακάτω



[Σχήμα 3.5]
Εξάεδρα απο συνδυασμό τετραέδρων

$$u_i = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i + \alpha_4 x_i y_i$$

$$\upsilon_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 y_i + \beta_4 x_i y_i$$

$$\text{για} \quad i = 1,2,3,4 \qquad [3.30]$$

ή

$$\{q\} = [A]\{\alpha\}$$

όπου $\{q\}^T = [u_1\ u_2\ u_3\ u_4\ \upsilon_1\ \upsilon_2\ \upsilon_3\ \upsilon_4]$ είναι το διάνυσμα κομβικών μετατοπίσεων, [A] είναι ένας πίνακας που περιέχει τις συντεταγμένες των κομβικών σημείων και $\{\alpha\}^T = [\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3\ \alpha_4\ \beta_1\ \beta_2\ \beta_3\ \beta_4]$ είναι το διάνυσμα των συντελεστών των εξισώσεων (3.64)

Η σχέση που δίνει τη μετατόπιση ενός σημείου υπό μορφή πινάκων είναι η εξής

$$\underset{2x1}{\{u^*\}} = \underset{2x8}{[\Phi]}\ \underset{8x1}{\{\alpha\}} \qquad [3.31]$$

όπου $\{u^*\} = [u\ \upsilon]$, $\{a\} = [a_1\ a_2\ a_3\ a_4\ \beta_1\ \beta_2\ \beta_3\ \beta_4]$ και $[\Phi]$ είναι ο πίνακας των συντεταγμένων. Απο τις σχέσεις (3.64), (3.65) προκύπτει

$$\{u^*\} = [\Phi][A]^{-1}\{q\} = [N]\{q\} \qquad [3.32]$$

όπου [N] ο πίνακας της συνάρτησης παρεμβολής

Η δυνητική ενέργεια για τα δισδιάστατα προβλήματα στη γενική περίπτωση δίνεται απο τη παρακάτω σχέση

$$\Pi_p = \frac{h}{2}\iint\{\varepsilon\}^T[C]\{\varepsilon\}\,dx\,dy - \iint\{u\}^T\{\bar{x}\}\,dx\,dy - h\int_{s_1}\{u\}^T\{T\}\,dS \qquad [3.33]$$

όπου $\{x\}^T = [x\ y]$ είναι οι συνιστώσες δυνάμεις που επιδρούν στο σώμα, $\{T\}^T = [T_x\ T_y]$ είναι το διάνυσμα των συνισταμένων επιφανειακών τάσεων στο x και το y, h είναι το πάχος του κάθε στοιχείου, [C] είναι ο πίνακας των μέτρων ελαστικότητας

Οι εξισώσεις που περιγράφουν τη συμπεριφορά των στοιχείων προκύπτουν απο την παραγώγιση της παραπάνω εξίσωσης ως προς {q}

$$\frac{\partial \Pi_p}{\partial\{q\}} = 0 \qquad [3.34]$$

Στην περίπτωση των προβλημάτων σε δύο διαστάσεις η επίλυση των εξισώσεων που προκύπτουν είναι πρακτικά αδύνατη, χωρίς τη χρήση υπολογιστών.

3.7 Μη γραμμική ανάλυση

Η προσομοίωση της συμπεριφοράς των γεωλογικών υλικών με γραμμικά ελαστικά πρότυπα αποτελεί μια απλοποιημένη παραδοχή. Τα μη γραμμικά μοντέλα πλησιάζουν περισσότερο την πραγματική συμπεριφορά των γεωλογικών υλικών. Η μη γραμμική ανάλυση είναι πολύ πιο δύσκολη από τη γραμμική τόσο στο τομέα της κατανόησης της όσο και στο τομέα της ανάπτυξης των εξισώσεων. Επίσης η μη γραμμική ανάλυση απαιτεί πολύ μεγάλο χρόνο επεξεργασίας έστω και εαν χρησιμοποιούνται μεγάλα υπολογιστικά συστήματα. Ετσι, στην περίπτωση που η απαίτηση για ακρίβεια των τελικών αποτελεσμάτων δεν είναι μεγάλη, η συνήθης τακτική είναι η προσομοίωση της μη γραμμικής συμπεριφοράς σε γραμμική. Σε αντίθετη περίπτωση τα μη γραμμικά προβλήματα επιλύονται χρησιμοποιώντας προσομοιώσεις μιας σειράς απο γραμμικά βήματα (Cook, 1981).

Η μη γραμμική συμπεριφορά των γεωλογικών υλικών μπορεί να διακριθεί σε τρείς κατηγορίες

- Μη γραμμική συμπεριφορά του γεωλογικού υλικού (material nonlinearity)
- Μη γραμμική συμπεριφορά της γεωμετρίας του υλικού (geometric nonlinearity)
- Μη γραμμική συμπεριφορά λόγω της γεωμετρίας και του υλικού (mixed nonlinearity)

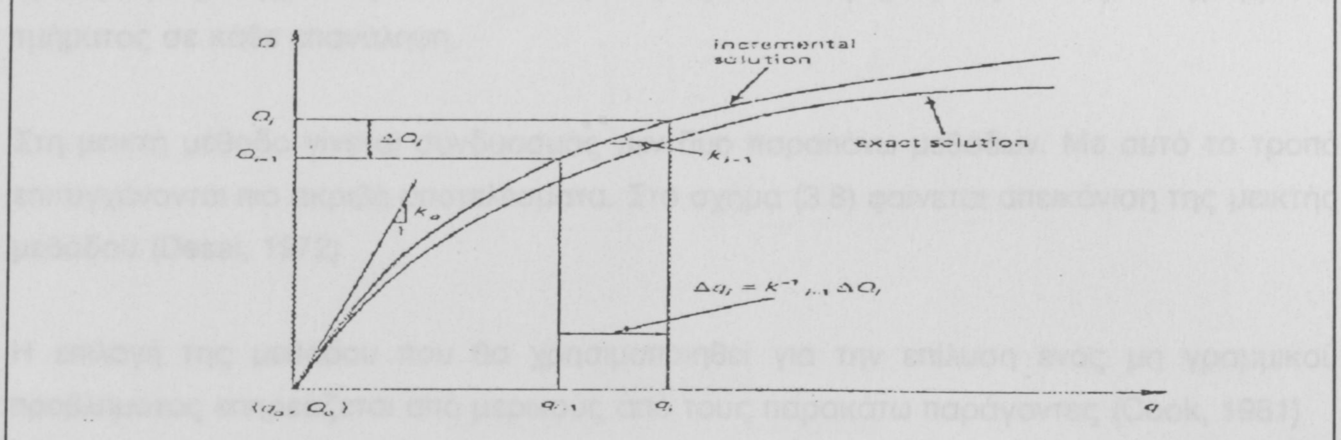
Στη πρώτη κατηγορία ανήκουν τα υλικά για τα οποία δεν ισχύει γραμμική σχέση μεταξύ τάσης και παραμόρφωσης. Στη δεύτερη κατηγορία, ενώ ισχύει η γραμμική σχέση μεταξύ τάσης παραμόρφωσης, δεν ισχύει γραμμική σχέση μεταξύ μετατόπισης παραμόρφωσης. Αυτό δημιουργεί σημαντικά προβλήματα στην επίλυση, γιατί κάθε φορά οι εξισώσεις ισορροπίας θα πρέπει να επιλύονται με βάση την καινούργια γεωμετρία που προκύπτει. Η καινούργια γεωμετρία όμως είναι δύσκολο να περιγραφεί αφού δεν μεταβάλλεται γραμμικά με την παραμόρφωση.

Η τρίτη κατηγορία είναι συνδυασμός των δύο πρώτων. Σε αυτή την περίπτωση η επίλυση των προβλημάτων γίνεται ακόμη πιο δύσκολη αφού ισχύουν μη γραμμικές σχέσεις τόσο μεταξύ τάσης-παραμόρφωσης όσο και μεταξύ παραμόρφωσης-μετατόπισης (Desai, 1972).

Οι βασικές αρχές των μεθόδων που χρησιμοποιούνται για την επίλυση των μη γραμμικών προβλημάτων είναι ίδιες και για τις τρείς παραπάνω κατηγορίες μη γραμμικής ανάλυσης (Cook, 1981). Ετσι για λόγους απλότητας η αναφορά στις μεθόδους επίλυσης θα γίνει μόνο ως προς την πρώτη κατηγορία. Αντίστοιχες παρατηρήσεις ισχύουν και για τις άλλες κατηγορίες. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την επίλυση των μη γραμμικών προβλημάτων μπορούν να διακριθούν σε τρείς κατηγορίες

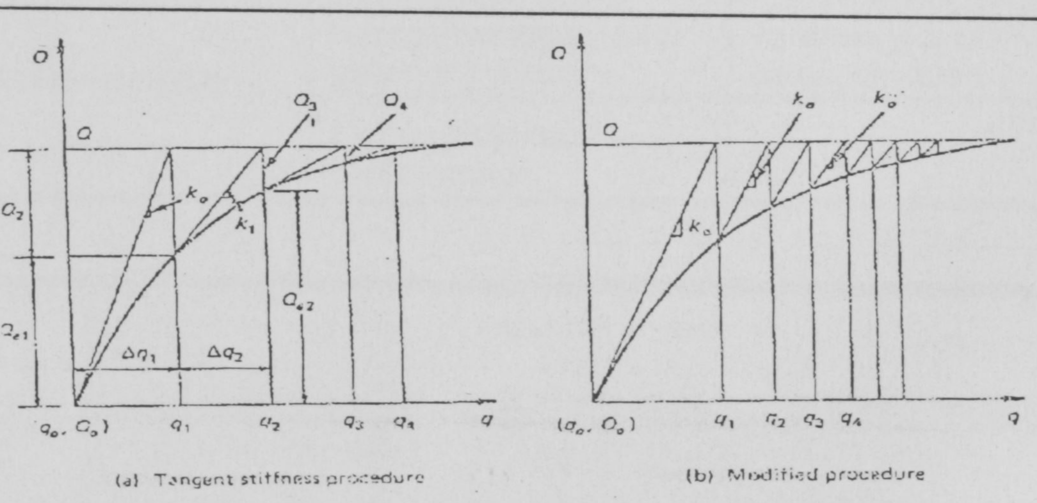
- Μέθοδος προσαυξήσεων (incremental method)
- Μέθοδος επαναλήψεων (iterative method)
- Μεικτή μέθοδος (mixed method)

Στη μέθοδο των προσαυξήσεων το φορτίο το οποίο εξασκείται στην υπό μελέτη δομή χωρίζεται σε επιμέρους φορτία. Για κάθε φορτίο επιλύεται το πρόβλημα υποθέτοντας γραμμική συμπεριφορά του υλικού της δομής. Σε κάθε φορτίο η συμπεριφορά του υλικού δεν είναι απαραίτητα η ίδια. Αφού υπολογιστούν τα αποτελέσματα για καθένα βήμα υπολογίζεται τελικά η συνολική συμπεριφορά της δομής. Στο σχήμα (3.6) φαίνεται σε ένα διάγραμμα φορτίου (Q) μετατόπισης (q) η σχέση μεταξύ πραγματικής λύσης και λύσης που επιτυγχάνεται με τη μέθοδο των προσαυξήσεων.



[Σχήμα 3.6]
Σύγκριση μεθόδου προσαυξήσεων με τη πραγματική λύση

Στη μέθοδο των επαναλήψεων γίνεται μια σειρά απο επαναλήψεις υποθέτοντας κατα τμήματα γραμμική συμπεριφορά και ολική φόρτιση έως ότου αποκατασταθεί η ισορροπία της μελετούμενης δομής. Η κλίση του γραμμικού τμήματος που προσπαθεί να προσεγγίσει τη μη γραμμική συμπεριφορά σε κάθε επανάληψη, μπορεί να προκύψει με δυο τρόπους. Είτε απο την εφαπτομένη της καμπύλης μη γραμμικής συμπεριφοράς στο σημείο στο οποίο



[Σχήμα 3.7]
Κατηγορίες μεθόδου επαναλήψεων

σταμάτησε η προηγούμενη επανάληψη (tangent stiffness procedure) (σχήμα 3.7a) είτε απο την εφαπτομένη που προκύπτει απο τις αρχικές αυνθήκες (modified procedure) (σχήμα 3.7b). Είναι προφανές οτι στη δεύτερη περίπτωση απαιτούνται περισσότερες επαναλήψεις απο την πρώτη. Ομως συγχρόνως δεν είναι απαραίτητος ο υπολογισμός της κλίσης του γραμμικού τμήματος σε κάθε επανάληψη.

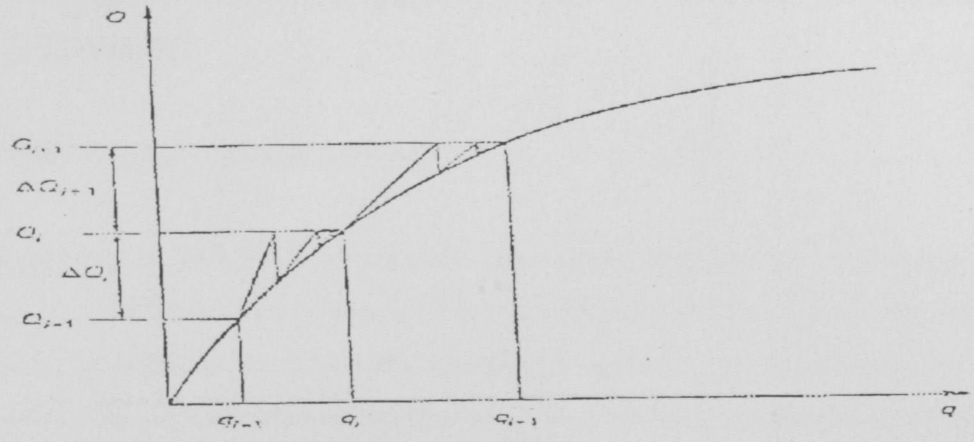
Στη μεικτή μέθοδο γίνεται συνδυασμός των δυο παραπάνω μεθόδων. Με αυτό το τροπό επιτυγχάνονται πιο ακριβή αποτελέσματα. Στο σχήμα (3.8) φαίνεται απεικόνιση της μεικτής μεθόδου (Desai, 1972)

Η επιλογή της μεθόδου που θα χρησιμοποιηθεί για την επίλυση ενός μη γραμμικού προβλήματος επηρεάζεται από μερικούς από τους παρακάτω παράγοντες (Cook, 1981)

- Το είδος του μη γραμμικού προβλήματος
- Το μέγεθος του προβλήματος
- Το βαθμό της μη γραμμικότητας
- Τη απαιτούμενη ακρίβεια των αποτελεσμάτων

Μια σύγκριση των δυο βασικών μεθόδων επίλυσης μη γραμμικών προβλημάτων γίνεται στο πίνακα 3.1, όπου φαίνονται τα βασικότερα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα τους

Σημειώνεται οτι η μεικτή μέθοδος συνδυάζει τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των δυο παραπάνω μεθόδων με αποτέλεσμα να δίνει καλύτερα αποτελέσματα απο οτι η κάθε μια απο τι μεθόδους απο μόνη της (Desai,1973).



[Σχήμα 3.8]
Απεικόνηση μεικτής μεθόδου

Πίνακας 3.1
Σύγκριση μεθόδων πρασαυξήσεων και επαναλήψεων

ΜΕΘΟΔΟΣ	ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ	ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ
ΠΡΟΣΑΥΞΗΣΕΩΝ	Μπορεί να επιλύσει οποιαδήποτε τύπο μη γραμμικής συμπεριφορας	Απαιτεί σχετικά μεγάλο χρόνο επεξεργασίας
	Παρέχει σχετικά ακριβή περιγραφή της σχέσης μεταξύ φορτίου και μετατόπισης	
ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΩΝ	Είναι πιο εύκολος ο προγραμματισμός και η χρήση της μεθόδου	Πολλές φορές δε μπορεί να επιτευχθεί σύγκλιση σε ακριβή λύση
	Εχει μικρό χρόνο επεξεργασίας	

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΕ ΦΟΡΤΙΣΕΙΣ ΓΕΩΥΛΙΚΩΝ

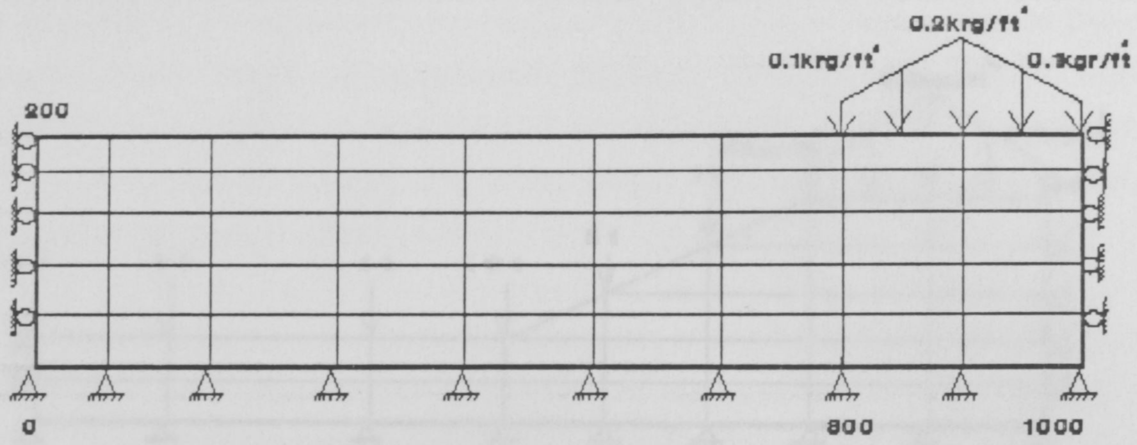
4.1 Χαρακτηριστικά εφαρμογών

Στην παρούσα εργασία έγινε μελέτη δυο χαρακτηριστικών προβλημάτων υπολογισμού τάσεων και μετατοπίσεων σε γεωυλικά με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Το πρώτο πρόβλημα αναφέρεται στη φόρτιση επίπεδης επιφάνειας με τριγωνική φόρτιση που κατά την έννοια ενός άξονα εκτείνεται στο άπειρο. Το δεύτερο πρόβλημα αναφέρεται σε φόρτιση κορυφής πρανούς με τριγωνική φόρτιση που κατά την έννοια ενός άξονα εκτείνεται στο άπειρο. Η μελέτη και των δύο προβλημάτων μπορεί να γίνει σε δύο διαστάσεις, εξετάζοντας τη συμπεριφορά μιάς στενής λωρίδας υλικού μοναδιαίου πάχους σε συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης. Επίσης λαμβάνοντας υπόψη τη συμμετρία του φορτίου είναι δυνατόν να απλοποιηθεί περαιτέρω το μοντέλο και να μελετηθεί το πρόβλημα σαν πρόβλημα φόρτισης ημιεπιπέδου. Τα υπο μελέτη δικτυώματα ονομάζονται δομές. Η μελέτη της εντατικής και παραμορφωσιακής κατάστασης των δύο υπο μελέτη δομών έγινε με τη χρήση δισδιάστατων διαγραμμάτων τάσεων και μετατοπίσεων. Συγκεκριμένα δημιουργήθηκαν διαγράμματα σx, σy, σ1, σ2, dx, dy. Οι τάσεις υπολογίζονται στα κέντρα των στοιχείων στα οποία διαιρείται η δομή. Αντίθετα, οι μετατοπίσεις υπολογίζονται σε κάθε κομβικό σημείο της δομής.

4.1.1 Ορθογωνική δομή

Η πρώτη δομή είναι ορθογωνικού σχήματος, διαστάσεων 1000 ft (x) επι 200 ft (y) (σχήμα 4.1). Η επιλογή των παραπάνω διαστάσεων έγινε για δύο λόγους :

- Η διάσταση στον x-άξονα να είναι αρκετά μεγαλύτερη από τη διάσταση στο y-άξονα.
- Το αρχικό κομμάτι της δομής να είναι μακριά απο την περιοχή φόρτισης έτσι ώστε να μην επηρεάζεται από τη φόρτιση

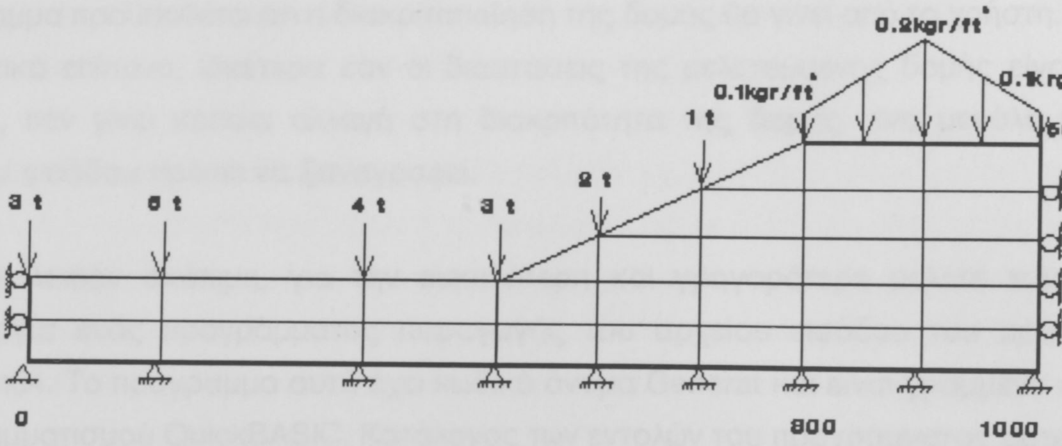


Σχήμα 4.1 Ορθογωνική δομή

Διακρίνονται η υποδομή που έχει ύψος 40 ft και η αναδομή που καλύπτει τα υπόλοιπα 160 ft. Αναδομή και υποδομή αποτελούνται από διαφορετικά υλικά (materials). Η φόρτιση της δομής γίνεται μέσω συνεχούς φορτίου το οποίο ξεκινάει απο 0.1 kgr/ft^2 στο σημείο (800,200), φτάνει στα 0.2 kgr/ft^2 στο (900,200) και καταλήγει στα 0.1 kgr/ft^2 στο (1000,200). Οι συνοριακές συνθήκες που εμφανίζονται στη δομή είναι κυλίσεις και εδράσεις. Οι κυλίσεις ορίζονται στις κατακόρυφες πλευρές της δομής και επιτρέπουν κίνηση των κόμβων της δομής μόνο κατά τον άξονα y. Οι εδράσεις ορίζονται στο κάτω μέρος της δομής και δεν επιτρέπουν κίνηση των κόμβων της δομής προς οποιαδήποτε κατεύθυνση. Ο αριθμός των κυλίσεων και των εδράσεων αντιστοιχεί στον αριθμό των κομβικών σημείων που εμφανίζονται στις πλευρές στις οποίες ορίζονται.

4.1.2 Πρανές

Η δεύτερη δομή είναι ένα πρανές διαστάσεων 1000 ft (x) επί 55 ft (y) (σχήμα 4.2). Η επιλογή των διαστάσεων έγινε για αντίστοιχους λόγους με αυτούς της ορθογωνικής δομής. Η υποδομή φτάνει σε ύψος 25 ft και η αναδομή καλύπτει τα υπόλοιπα 30 ft. Οπως στην ορθογωνική δομή έτσι και στο πρανές, υποδομή και αναδομή αποτελούνται απο διαφορετικά υλικά. Το πόδι του πρανούς βρίσκεται στο σημείο (500,25) ενώ η κορυφή του στο (800,55). Η φόρτιση της δομής γίνεται τόσο μέσω συνεχούς φορτίου όσο και μέσω σημειακών φορτίων (σχήμα 4.2). Τα σημειακά φορτία εξασκούνται σε έξι επιφανειακά κομβικά σημεία όπως φαίνεται στο σχήμα 4.2, ενω το συνεχές φορτίο είναι ανάλογο αυτού της ορθογωνικής δομής. Οι συνοριακές συνθήκες είναι αντίστοιχες αυτών που ορίζονται στην ορθογωνική δομή.



Σχήμα 4.2 Πρανές

4.2 Ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (ΜΠΣ)

Για τη μελέτη της συμπεριφοράς των δομών αυτών χρησιμοποιήθηκαν δύο διαφορετικά προγράμματα στα οποία η ανάλυση πραγματοποιείται με τη ΜΠΣ.

Το πρώτο πρόγραμμα ονομάζεται Feadam84 (Duncan et al, 1984) και δημιουργήθηκε κυρίως για τη μελέτη γεωυλικών και ιδιαίτερα εδαφών. Το πρόγραμμα αυτό τροποποιήθηκε κατάλληλα μέσα στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας ώστε να υπολογίζει τα απαιτούμενα στοιχεία για τη συγκριτική ανάλυση των δύο δομών. Με αυτό μπορούν να υπολογιστούν τάσεις, παραμορφώσεις και μετατοπίσεις που οφείλονται σε δόμηση με αλλεπάλληλες στρώσεις αναχωμάτων (δηλαδή φόρτιση λόγω βαρυτικού πεδίου) ή/και σε φόρτιση της δομής. Το αρχείο εισαγωγής του Feadam84 απαιτεί μια σειρά απο πληροφορίες που μπορούν να ομαδοποιηθούν στις εξής κατηγορίες:

- στοιχεία διαίρεσης δομής
- στοιχεία υλικών δομής
- στοιχεία φόρτισης

Αναλυτική περιγραφή των αρχείων εισόδου για τις δυο δομές που μελετήθηκαν δίνεται στο Παράρτημα 1 όπου για λόγους απλότητας χρησιμοποιούνται δομές μικρότερων διαστάσεων.

Οπως φαίνεται απο το Παράρτημα Α, το μεγαλύτερο μέρος του αρχείου εισόδου καλύπτεται απο τα στοιχεία που αναφέρονται στη διαίρεση της δομής. Αυτό οφείλεται στο οτι το πρόγραμμα προϋποθέτει οτι η διακριτοποίηση της δομής θα γίνει από το χρήστη. Αυτό είναι εξαιρετικά επίπονο, ιδιαίτερα εάν οι διαστάσεις της μελετούμενης δομής είναι μεγάλες. Επισης, εάν γίνει κάποια αλλαγή στη διακριτότητα της δομής, ένα μεγάλο μέρος του αρχείου εισόδου πρέπει να ξαναγραφεί.

Κρίθηκε λοιπόν σκόπιμη, για την ευκολότερη και γρηγορότερη μελέτη των δομών, η δημιουργία ενός προγράμματος παραγωγής του αρχείου εισόδου του προγράμματος Feadam84. Το πρόγραμμα αυτό έχει κωδικό όνομα Generat και είναι γραμμένο σε γλώσσα προγραμματισμού QuickBASIC. Κατάλογος των εντολών του προγράμματος αυτού φαίνεται στο Παράρτημα Β. Επισης στο Παράρτημα Γ φαίνονται τα αρχεία εισόδου του προγράμματος Generat απο τα οποία προκύπτουν αντίστοιχα αρχεία με αυτά του Παραρτήματος Α.

Τα πλεονεκτήματα που προκύπτουν απο τη χρήση του προγράμματος Generat για την παραγωγή του αρχείου εισόδου του προγράμματος Feadam84 είναι τα εξής :

- Τα στοιχεία που απαιτούνται για τη δημιουργία του αρχείου εισόδου του προγράμματος Feadam84 είναι πολύ λιγότερα με τή χρήση του προγράμματος Generat.
- Το αρχείο εισόδου του Generat είναι γραμμένο σε ελεύθερη μορφή (unformatted). Αντίθετα το αρχείο εισόδου στο πρόγραμμα Feadam84 πρέπει να είναι γραμμένο σε συγκεκριμένη μορφή (formatted), πράγμα που μεγαλώνει ακόμα περισσότερο το χρόνο δημιουργίας του.
- Σε οποιαδήποτε μεταβολή της διακριτότητας της δομής το μόνο που αλλάζει στο αρχείο εισόδου του προγράμματος Generat είναι τα διαστήματα διακριτοποίησης. Αντίθετα στο αρχείο εισόδου του προγράμματος Feadam84 θα πρέπει να αλλάξουν οι αριθμοί των στοιχείων, των κόμβων κ.λ.π.

Το δεύτερο πρόγραμμα εφαρμογής ονομάζεται Cosmos και είναι ένα ολοκληρωμένο πακέτο της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Μπορεί να επιλύσει γραμμικά, μη γραμμικά, στατικά και δυναμικά προβλήματα. Επισης προβλήματα μεταφοράς θερμότητας, ηλεκτρομαγνητισμού, ροής ρευστών. Τέλος μπορεί να εφαρμοστεί και σε γεωυλικά.

Το κυριότερο και πιο εξελιγμένο πρόγραμμα του Cosmos είναι το Geostar. Με αυτό δημιουργούνται τρισδιάστατες απεικονίσεις της γεωμετρίας του μελετούμενου μοντέλου. Επίσης κάνει αυτόματη διακριτοποίηση της δομής, όπως και επεξεργασία της δομής τόσο πριν όσο και μετά τη φόρτιση.

Σημειώνεται ότι επειδή το πρόγραμμα Feadam84 εφαρμόζεται σε γεωυλικά και εδάφη, χρησιμοποιεί τη σύμβαση προσήμων της Γεωμηχανικής: οι θλιπτικές τάσεις είναι θετικές και οι εφελκυστικές τάσεις είναι αρνητικές. Αντίθετα, επειδή το Cosmos χρησιμοποιείται για εφαρμογές της ΜΠΣ στη Μηχανική η σύμβαση των προσήμων είναι αυτή της Μηχανικής δηλαδή οι θλιπτικές τάσεις είναι αρνητικές και οι εφελκυστικές θετικές.

4.3 Μοντέλα συμπεριφοράς υλικού

Η συμπεριφορά των υλικών μπορεί να θεωρηθεί είτε γραμμική είτε μη γραμμική και μπορεί να περιγραφεί με δύο τρόπους :

- με χρήση συνάρτησης
- με χρήση διακριτών σημείων

Στη πρώτη περίπτωση η συμπεριφορά του υλικού περιγράφεται από μια συνάρτηση και έτσι μπορεί να βρεθεί η τιμή της άγνωστης ποσότητας σε όποιο σημείο απαιτείται. Στη δεύτερη περίπτωση η συμπεριφορά περιγράφεται από διακριτά σημεία που είναι δυνατόν να προκύψουν από πειράματα. Σε αυτή την περίπτωση είναι δυνατόν να υπολογισθεί με ακρίβεια η τιμή της άγνωστης ποσότητας σε ορισμένα σημεία, όχι όμως σε όλα.

Τα εδαφικά υλικά σχεδόν ποτέ δεν συμπεριφέρονται γραμμικά. Εάν συνέβαινε αυτό θα έπρεπε η καμπύλη τάσης - παραμόρφωσης να ήταν γραμμή με σταθερή κλίση. Στη γενική περίπτωση χρησιμοποιείται πρόσομοίωση της συμπεριφοράς του υλικού σε ένα μικρό διάστημα, με γραμμική συμπεριφορά.

Η συμπεριφορά των εδαφικών υλικών προσομοιάζεται ορθότερα από μη γραμμικά μοντέλα. Υπάρχουν πολλά μοντέλα που προσπαθούν να προσεγγίσουν τη μη γραμμική συμπεριφορά των εδαφικών υλικών. Δύο από τα συνηθέστερα είναι τα εξής :

- με κατά τμήματα γραμμική συμπεριφορά
- με χρήση υπερβολικής συνάρτησης

Επίσης πολλές φορές γίνεται συνδυασμός των δύο παραπάνω τρόπων προσέγγισης για καλύτερα αποτελέσματα.

4.4 Περιπτώσεις μελέτης

Με καθένα απο τα παραπάνω προγράμματα μελετήθηκαν η ορθογωνική δομή και το πρανές για δύο κύριες περιπτώσεις μελέτης, που είναι οι εξής:

- Γραμμική συμπεριφορά (linear)
- Μη γραμμική συμπεριφορά (non-linear)

Στην περίπτωση του Feadam84 η επιλογή μεταξύ γραμμικής και μη γραμμικής συμπεριφοράς γίνεται με βάση τη τιμή ενός συντελεστή στο αρχείο εισόδου. Ο συντελεστής αυτός ονομάζεται ρυθμός αστοχίας rf (failure ratio). Στη περίπτωση που rf=0 το υλικό αυτό θεωρείται ότι συμπεριφέρεται γραμμικά. Σε αντίθετη περίπτωση θεωρείται ότι συμπεριφέρεται μη γραμμικά. Η μη γραμμική συμπεριφορά του Feadam84 προσεγγίζεται απο ένα υπερβολικό μοντέλο το οποίο έχει δημιουργηθεί απο τους Duncan και Seed για τη καλύτερη προσέγγιση της συμπεριφοράς των εδαφικών υλικών.

Στο Cosmos αντίθετα η μη γραμμική συμπεριφορά προσεγγίζεται είτε απο ένα διγραμμικό μοντέλο (bilinear) είτε από ένα υπερβολικό μοντέλο που περιγράφεται με μία σειρά γραμμικών κλάδων. Στην προκειμένη περίπτωση χρησιμοποιήθηκε ένα διγραμμικό μοντέλο το οποίο προσέγγιζε κατά το δυνατόν το υπερβολικό μοντέλο του Feadam84. Χρησιμοποιήθηκαν μέτρα ελαστικότητας παρόμοια με αυτά που προκύπτουν από το υπερβολικό μοντέλο του Feadam84 ενώ χρησιμοποιήθηκε λόγος του Poisson ίσος με 0.33

Κάθε μια απο τις κύριες περιπτώσεις μελέτης διακρίνεται σε δύο υποπεριπτώσεις που σχετίζονται με τη φόρτιση των δομών. Στην πρώτη υποπερίπτωση η φόρτιση είναι 0.1 kgr/ft^2 - 0.2 kgr/ft^2, ενώ στην δεύτερη είναι εκατονταπλάσια της πρώτης, δηλαδή 10 kgr/ft^2 - 20 kgr/ft^2.

4.5 Αποτελέσματα μελέτης

Για τη μελέτη της συμπεριφοράς των δομών σε επιφανειακά φορτία δημιουργήθηκε μια σειρά διαγραμμάτων τάσεων και μετατοπίσεων. Από αυτά παρατίθενται μόνο τα διαγράμματα σ1 και dx απο τα οποία μπορούν να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το πρόγραμμα Feadam84 δίνονται σε μορφή αρχείου όπου φαίνονται αναλυτικά οι τάσεις/παραμορφώσεις κάθε τμήματος του κανάβου και οι μετατοπίσεις των κόμβων. Για την εποπτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων και τη δημιουργία ισοπαχών καμπύλων χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα Surfer. Οι ισοπαχείς που δημιουργούνται βασίζονται σε δεδομένα X, Y, Z που περιγράφουν την κατανομή της παραμέτρου Y στο πεδίο X, Y.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το πρόγραμμα Cosmos είναι δυνατόν να παρασταθούν γραφικά από πρόγραμμα του ίδιου του πακέτου.

Η μελέτη και των δύο περιπτώσεων με τα προαναφερθέντα προγράμματα έγινε έτσι ώστε:

α) να μελετηθεί η αξιοπιστία του μοντέλου συμπεριφοράς του γεωλογικού υλικού

β) να εκτιμηθεί η ευαισθησία των μοντέλων στη μεταβολή των φορτίων

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη μελέτη των δομών είναι τα παρακάτω:

Η κατανομή των μετατοπίσεων στο σχήμα 4.3 οφείλεται στον τρόπο της φόρτισης αλλά και στους περιορισμούς στο οριζόντιο και τα δύο κατακόρυφα σύνορα του ημιεπιπέδου που βρίσκονται σε πεπερασμένη απόσταση απο τα σημεία επιβολής του φορτίου. Αμέσως κάτω από το φορτίο, το υλικό μετατοπίζεται προς τα δεξιά ενώ πιο μακριά από αυτό μετατοπίζεται προς τα αριστερά λόγω του περιορισμού των συνόρων και της επιβολής του φορτίου. Το υλικό αυτό επάγει μετατοπίσεις στο υλικό που βρίσκεται αριστερά και μακριά από την περιοχή επιβολής της φόρτισης. Το διάγραμμα μετατοπίσεων του σχήματος 4.4 είναι συγκρίσιμο με το διάγραμμα του σχήματος 4.3.

Τα διαγράμματα κατανομής της μέγιστης κύριας τάσης σ1 που φαίνονται στα σχήματα 4.5 και 4.6 προσομοιάζουν αυτό του βαρυτικού πεδίου λόγω του ότι η φόρτιση είναι μικρή. Στα σχήματα αυτά φαίνεται πάλι η επίδραση των συνοριακών συνθηκών εγγύς της φόρτισης, στο ότι η σ1 στο κατώτατο μέρος του υλικού είναι πολύ μεγαλύτερη (περίπου 70 φορές) από αυτήν στην ελεύθερη επιφάνεια που δέχεται τη φόρτιση. Εφόσον στην ελεύθερη επιφάνεια η σ1 είναι διάφορη από το μηδέν και η μόνη τάση που είναι διάφορη από το μηδέν στην ελεύθερη επιφάνεια είναι η σx (τxy=σy=0) συνεπάγεται ότι η σ1 είναι περίπου ίση με τη σx. Η αύξηση του φορτίου δεν έχει ουσιαστικά επίδραση στην κατανομή των μετατοπίσεων dx όπως φαίνεται από τη σύγκριση των διαγραμμάτων 4.7 και 4.8 με 4.3 και 4.4 αλλά μόνο στο μέγεθος των μετατοπίσεων αυτών. Το τελευταίο είναι αναμενόμενο καθώς σε ένα γραμμικώς ελαστικό υλικό οι μετατοπίσεις είναι ανάλογες του φορτίου. Ομως, η αύξηση της φόρτισης αλλάζει το μέγεθος και την διανομή της σ1 στο γεωλογικό υλικό όπως φαίνεται στα σχήματα 4.9 και 4.10. Αμέσως αριστερά της περιοχής της φόρτισης εμφανίζεται περιοχή δράσεως εφελκυστικών τάσεων λόγω του ότι το υλικό κάτω από την επιφάνεια φόρτισης μετατοπίζει το υλικό αριστερά αυτού προς την αρνητική διευθυνση του άξονα Οx. Αυτό οφείλεται στο φαινόμενο του Poisson (v) όταν v είναι μικρότερο του 1/3. Και τα δύο προγράμματα δίνουν συγκρίσιμα αποτελέσματα.

Για επιβολή μικρού φορτίου και αλλαγή της γεωμετρίας από ημι-επίπεδο σε πρανές οι διανομές των οριζόντιων μετατοπίσεων και σ1 φαίνονται στα διαγράμματα 4.11, 4.12, 4.13, 4.14. Από τα διαγράμματα 4.11 και 4.12 φαίνεται ότι το υλικό τείνει να μετατοπισθεί προς τα αριστερά με μεγαλύτερες τιμές της βαθμίδας (gradient) και του μεγέθους των μετατοπίσεων στο "πόδι" του πρανούς, προφανώς γιατί εκεί εμφανίζεται απότομη αλλαγή της γεωμετρίας και συνεπώς συγκέντρωση τάσεων. Το Feadam84 δεν δίνει τέτοια διανομή μετατοπίσεων στο "πόδι" του πρανούς. Αυτό εξηγείται λόγω του ότι στο Feadam84 η φόρτιση εξασκείται διαδοχικά από στρώμα σε στρώμα. Οι κατανομές των τάσεων σ1 στα διαγράμματα 4.13 και 4.14 είναι συγκρίσιμες, μπορεί δε να παρατηρηθεί ότι προσομοιάζουν την κατανομή σ1 λόγω βαρυτικού πεδίου, με περιοχή εφελκυστικών τάσεων αριστερά του "ποδιού" του πρανούς. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στην προς την αριστερά μετατόπιση του υλικού κοντά στην βάση του πρανούς η οποία προκαλείται απο την φόρτιση στην κορυφή αυτού.

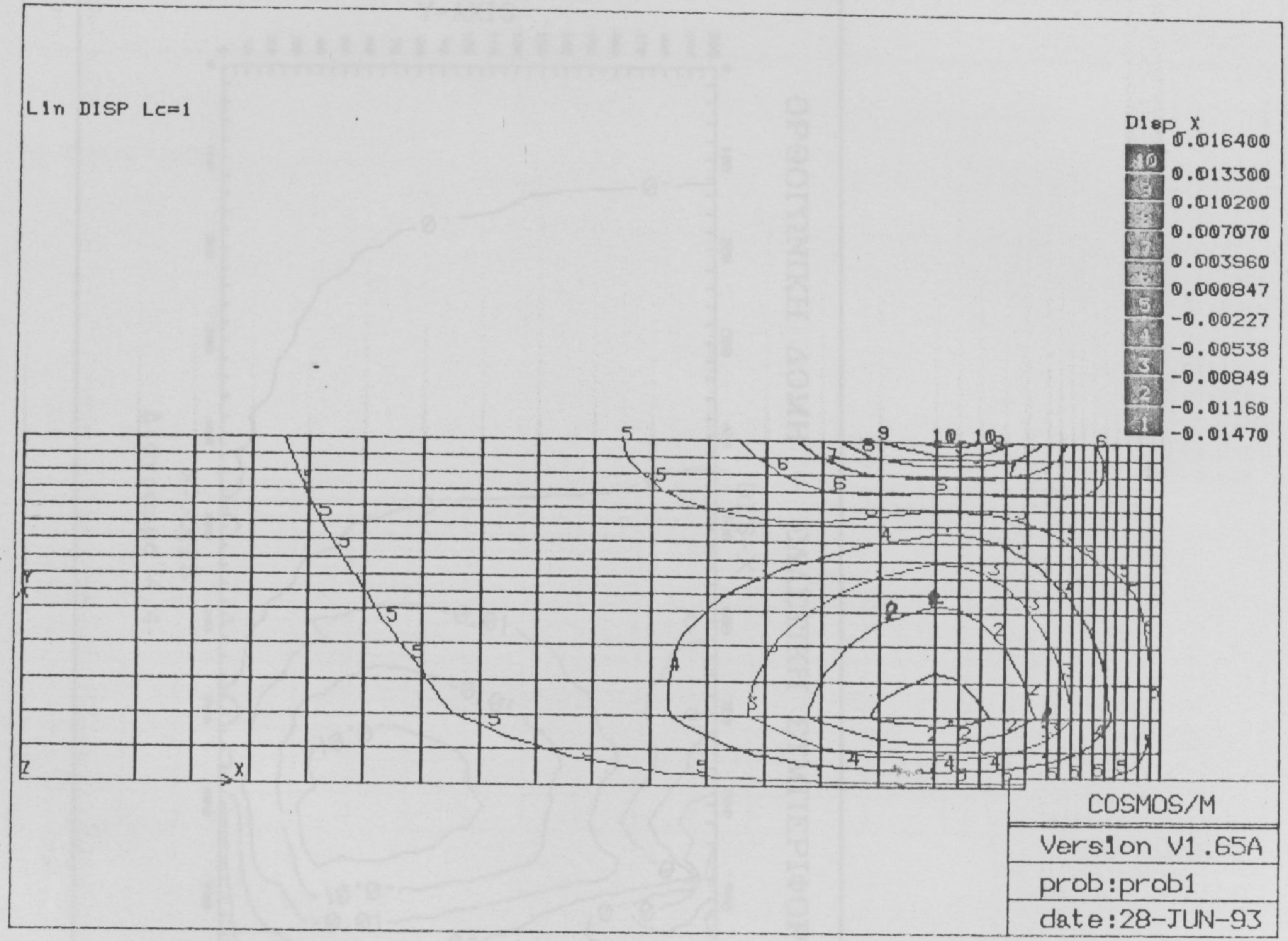
Στο σχήμα 4.15 η αύξηση του φορτίου που εξασκείται στο πρανές έχει ως αποτέλεσμα υψηλές τιμές μετατοπίσεως προς τα δεξιά της περιοχής εγγύς στο φορτίο. Οι μετατοπίσεις αυτές επάγουν στα χαμηλότερα σημεία μετατοπίσεις προς το κεκλιμένο τμήμα του πρανούς οι οποίες χαρακτηρίζονται και από υψηλή βαθμίδα (gradient). Η διαφορά με την κατανομή των μετατοπίσεων που διδει το Feadam84 έγκειται στο ότι στην περιοχή κάτω και δεξιά της περιοχής φορτίσης υπάρχει τμήμα με θετικές μετατοπίσεις προφανώς λόγω των περιορισμών στο σύνορο και στον τρόπο υπολογισμού των dx από το πρόγραμμα. Στην περίπτωση της κατανομής της σ1 όπως φαίνεται στο σχήμα 4.17 έχουμε υψηλή συγκέντρωση και βαθμίδα εφελκυστικών τάσεων στην άνω γωνία του πρανούς, προφανώς γιατί εκεί έχει ασυνέχεια η παράγωγος της επιφάνειας, ενώ η περιοχή αριστερά του πρανούς χαρακτηρίζεται από σταθερή θλιπτική τάση σ1. Το Feadam84 (σχήμα 4.18) δίδει τρείς περιοχές ισχυρής βαθμίδας θλιπτικής τάσης σ1, μια στην αριστερή γωνία, μια στην περιοχή της μέγιστης φόρτισης και μια στη δεξιά γωνία όπου έχουμε περιορισμό στο σύνορο.

Για μή ελαστική συμπεριφορά του γεωυλικού και για μικρά φορτία οι κατανομές των μετατοπίσεων και των κύριων τάσεων σ1 που φαίνονται στα σχήματα 4.19, 4.20, 4.21, 4.22 αντίστοιχα όπως θα αναμένετο είναι συγκρίσιμες με αυτές για γραμμική συμπεριφορά και ίδιο τρόπο φόρτισης. Για πολύ υψηλότερο φορτίο (100 φορές μεγαλύτερο) το Feadam84 δίνει (σχήμα 4.23) ιδιόμορφες μετατοπίσεις (ισχυρή βαθμίδα και υψηλές τιμές) στην περιοχή εγγύς της φόρτισης, που για συνήθη γεωυλικά συνεπάγεται πλαστικές παραμορφώσεις. Αντίθετα το Cosmos (σχήμα 4.24) δείχνει μεν πολύ υψηλές μετατοπίσεις αλλά πεπερασμένη και μικρή βαθμίδα μετατοπίσεως. Συνεπώς τα αποτελέσματα σε αυτήν την περίπτωση δεν είναι συγκρίσιμα και αυτό διότι το πρώτο μοντέλο είναι υπερβολικού τύπου ενώ το δεύτερο διγραμμικό.

Οι κατανομές της κύριας τάσης σ1 για υψηλή φόρτιση που φαίνονται στα σχήματα 4.25 και 4.26 είναι συγκρίσιμες και θλιπτικές, ενώ για το Feadam84 (σχήμα 4.27) δεν παρατηρείται μεγάλη περιοχή ιδιομορφίας όπως προηγουμένως παρατηρήθηκε για το αντίστοιχο διάγραμμα των μετατοπίσεων. Αυτό οφείλεται στον υπερβολικό νόμο τάσεων-μετατοπίσεων, που για ορισμένες υψηλές αλλά πεπερασμένες τάσεις δίδει δυσανάλογα μεγάλες μετατοπίσεις. Για την περίπτωση του πρανούς το Cosmos δίδει την κατανομή των μετατοπίσεων που φαίνεται στο σχήμα 4.28. Το υλικό "ρέει" προς τη θετική φορά του άξονα Οχ ενώ το υπόλοιπο υλικό "ρέει" προς τα αριστερά, προφανώς πάλι λόγω της φορτίσης και των περιορισμών στο σύνορο της δομής. Στην άνω γωνία του πρανούς εμφανίζονται επίσης μετατοπίσεις προς τη θετική φορά του άξονα Οχ λόγω απότομής αλλαγής του συνόρου στο σημείο εκείνο.

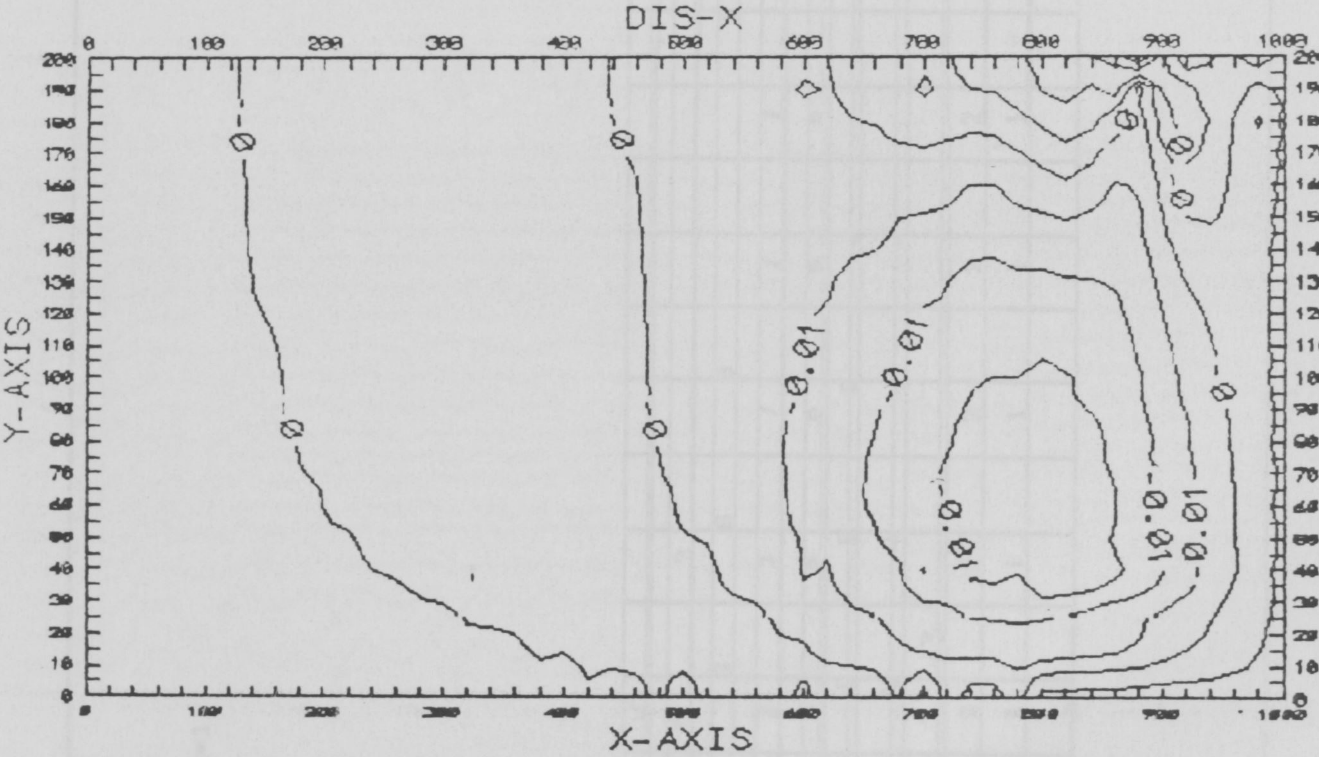
Η κατανομή των μετατοπίσεων που δίδει το Feadam84 στο σχήμα 4.27 είναι διαφορετική από τα προηγούμενα και δεν δίδει μετατοπίσεις προς τα δεξιά του διαγράμματος. Οι κατανομές των τάσεων που δίδουν τα δύο προγράμματα και φαίνονται στα σχήματα 4.29 και 4.30 δεν είναι συγκρίσιμες, αλλά έχουν τα εξής κοινά χαρακτηριστικά α) ότι δίδουν μόνο θλιπτικές τάσεις β) προς τα κάτω αυξάνουν οι τιμές της κύριας τάσης σ1, προφανώς λόγω της επίδρασης της βαρύτητας. Οπως και στην περίπτωση φορτίσης του ημι-επιπέδου για μη ελαστικό υλικό και υψηλή εξασκούμενη τάση (σχήμα 4.23). Το Feadam84 δίδει ιδιόμορφες μετατοπίσεις εγγύς της περιοχής της φορτίσης και στην περίπτωση του πρανούς (σχήμα 4.31) παρατηρείται το ίδιο φαινόμενο.

Η κατανομή της οριζόντιας μετατοπίσεως που προβλέπει το Cosmos (σχήμα 4.32) προσομοιάζει αυτήν του σχήματος 4.28 για χαμηλή φόρτιση. Οι κατανομές των μετατοπίσεων που δίδουν τα 2 μοντέλα δεν είναι συγκρίσιμες. Στο σχήμα 4.33 της κατανομής της σ1 που δίδει το Feadam84 παρουσιάζονται τρεις ιδιομορφίες, μια στην άνω γωνία του πρανούς, μια ακριβώς κάτω από το μέγιστο φορτίο και μια στην άνω δεξιά γωνία του μοντέλου λόγω του περιορισμού στο σημείο εκείνο. Η κατανομή αυτή προσομοιάζει με την κατανομή για μικρό φορτίο του σχήματος 4.29. Το Cosmos δίδει διαφορετική κατανομή της σ1 όπως φαίνεται στο σχήμα 4.34 και από το Feadam84 (σχήμα 4.33) αλλά και από το σχήμα 4.30 για μικρή τιμή εξασκούμενου φορτίου.

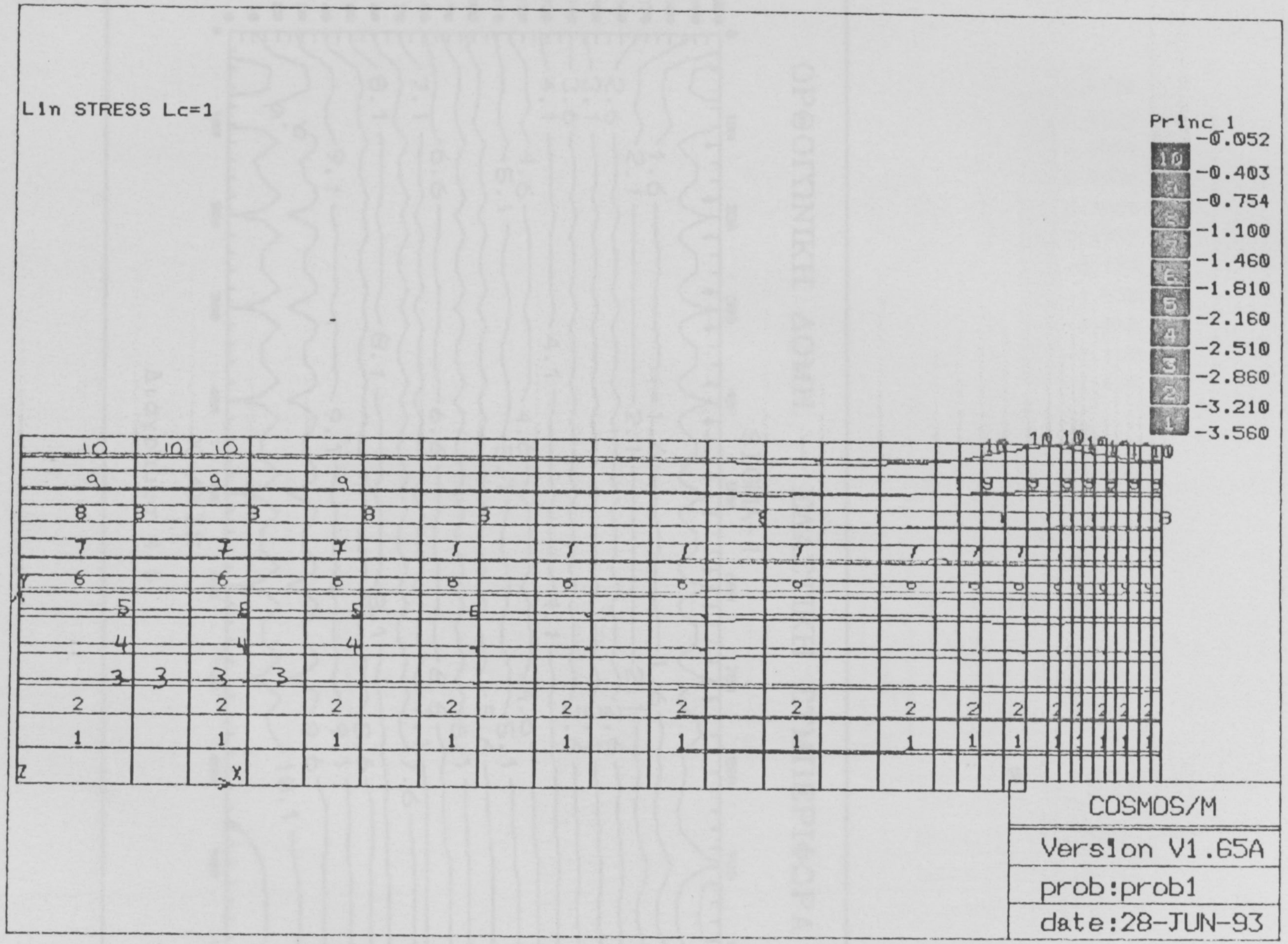


Σχήμα 4.3 Γραμμική συμπεριφορά-dx Ορθογωνική δομή-μικρό φορτίο

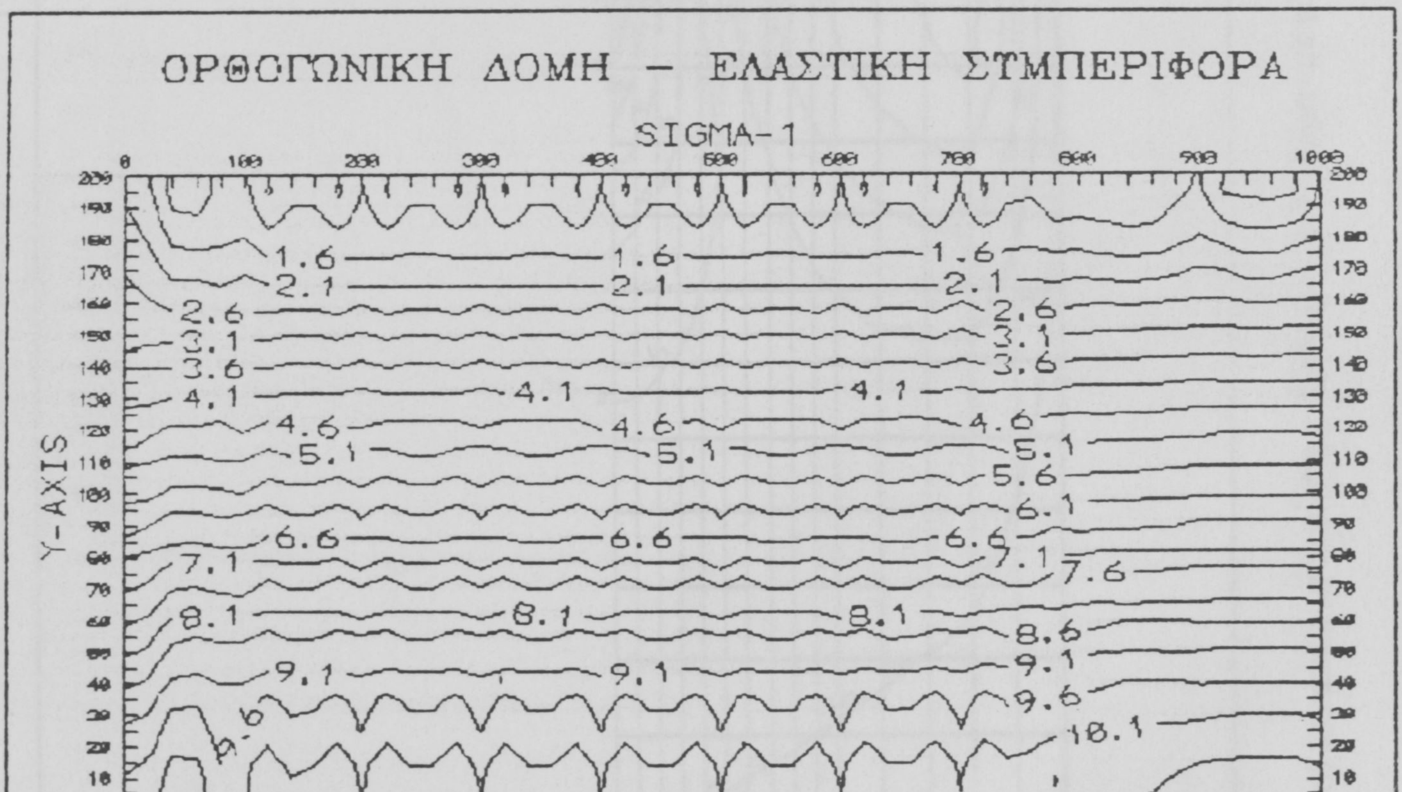
ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗ ΔΟΜΗ - ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ



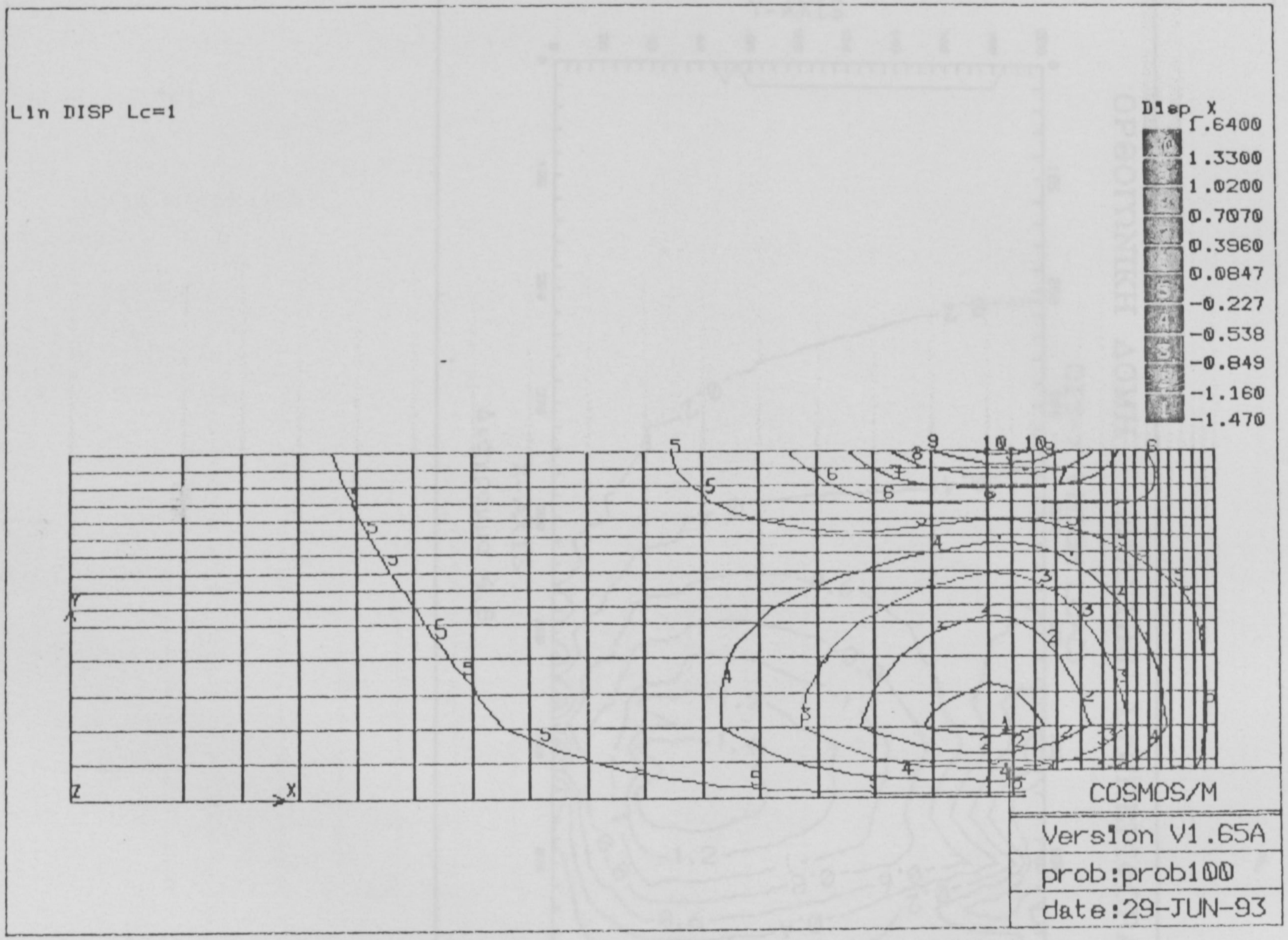
Διάγραμμα 4.4



Σχήμα 4.5 Γραμμική συμπεριφορά-σ1 Ορθογωνική δομή-μικρό φορτίο

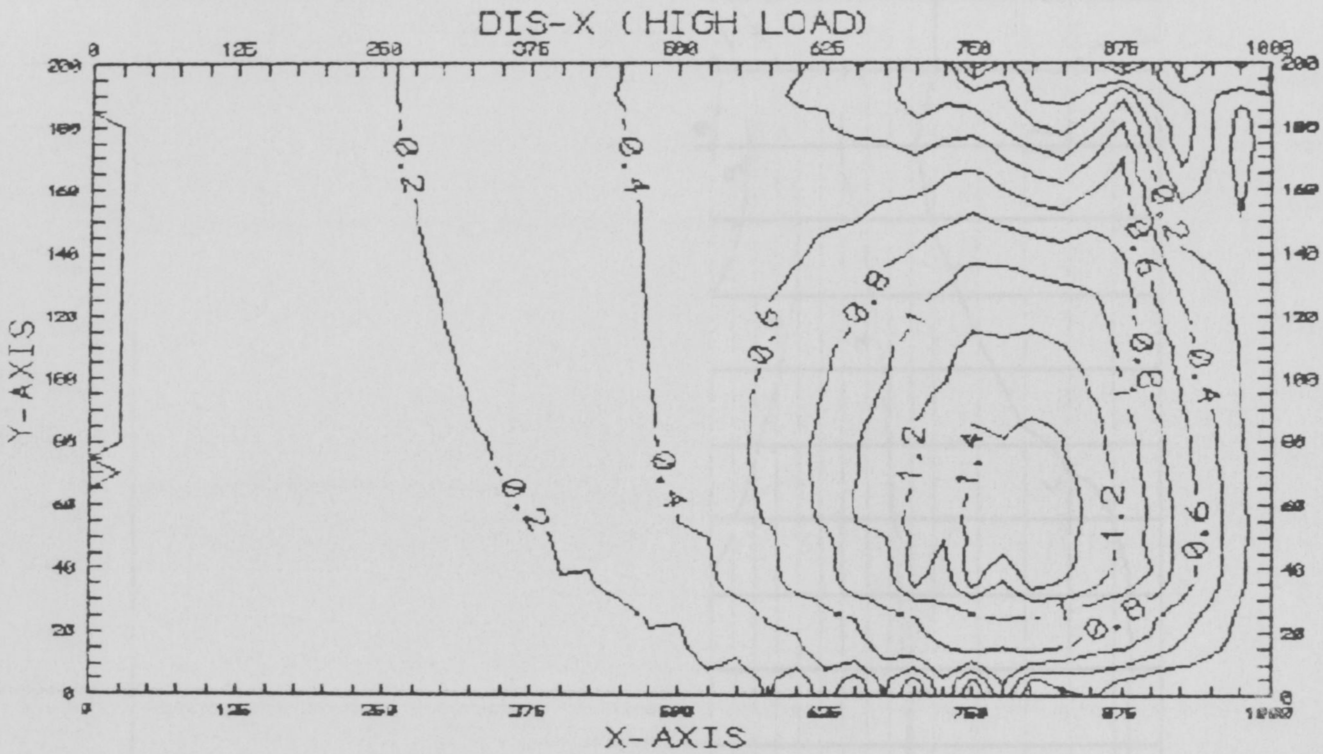


Διάγραμμα 4.6

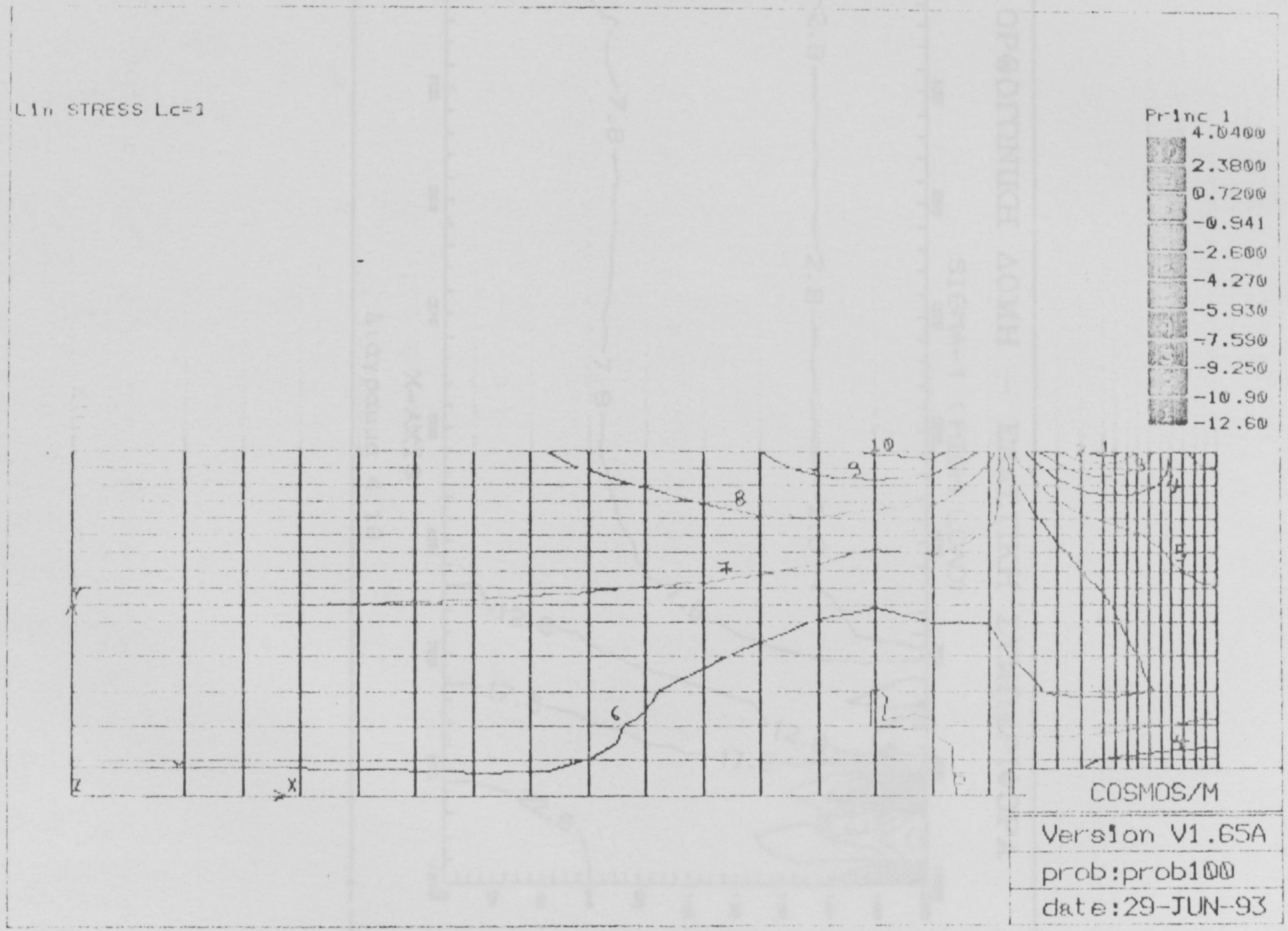


Σχήμα 4.7 Γραμμική συμπεριφορά-dx Ορθογωνική δομή-μεγάλο φορτίο

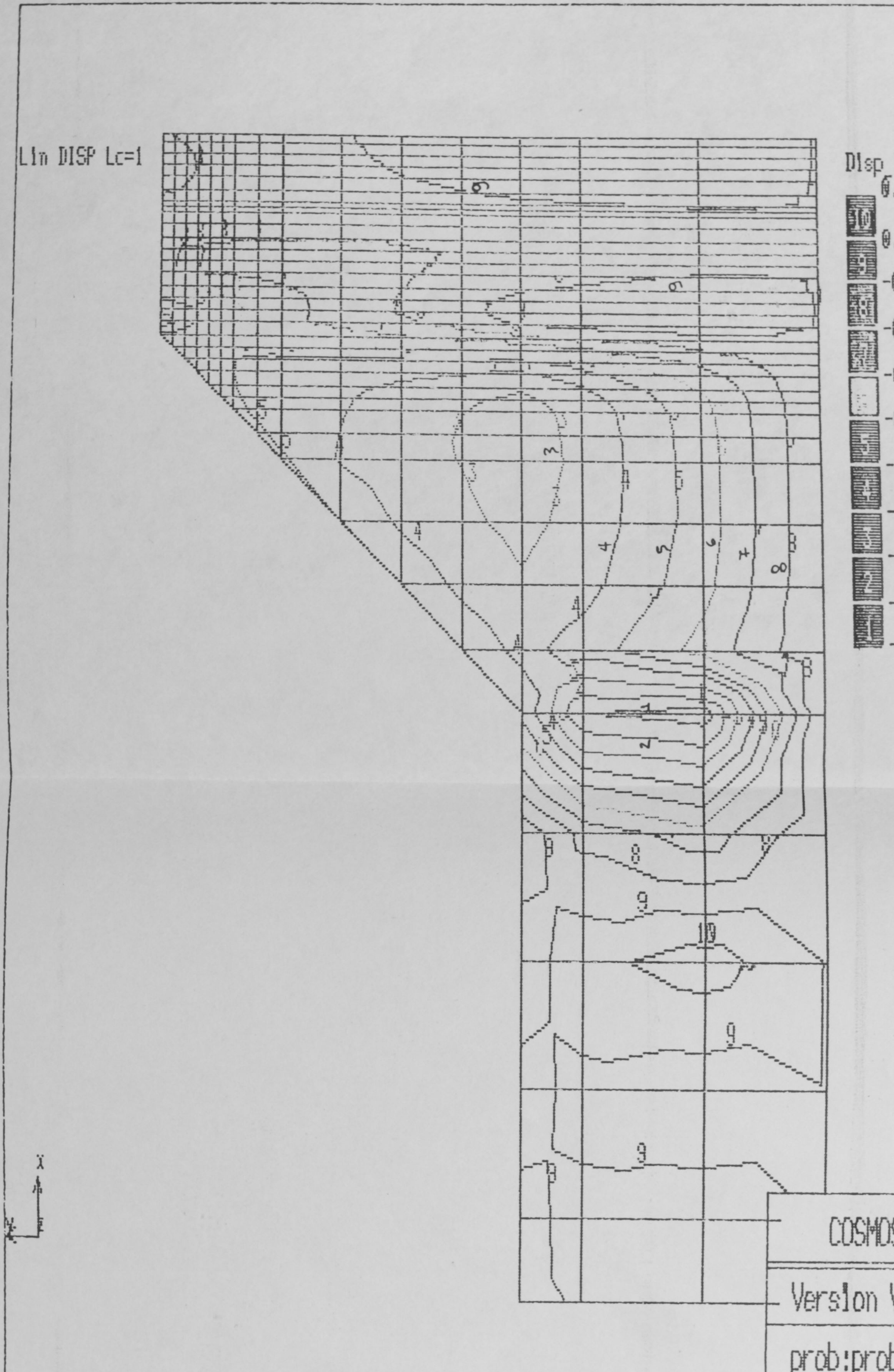
ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗ ΔΟΜΗ – ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ



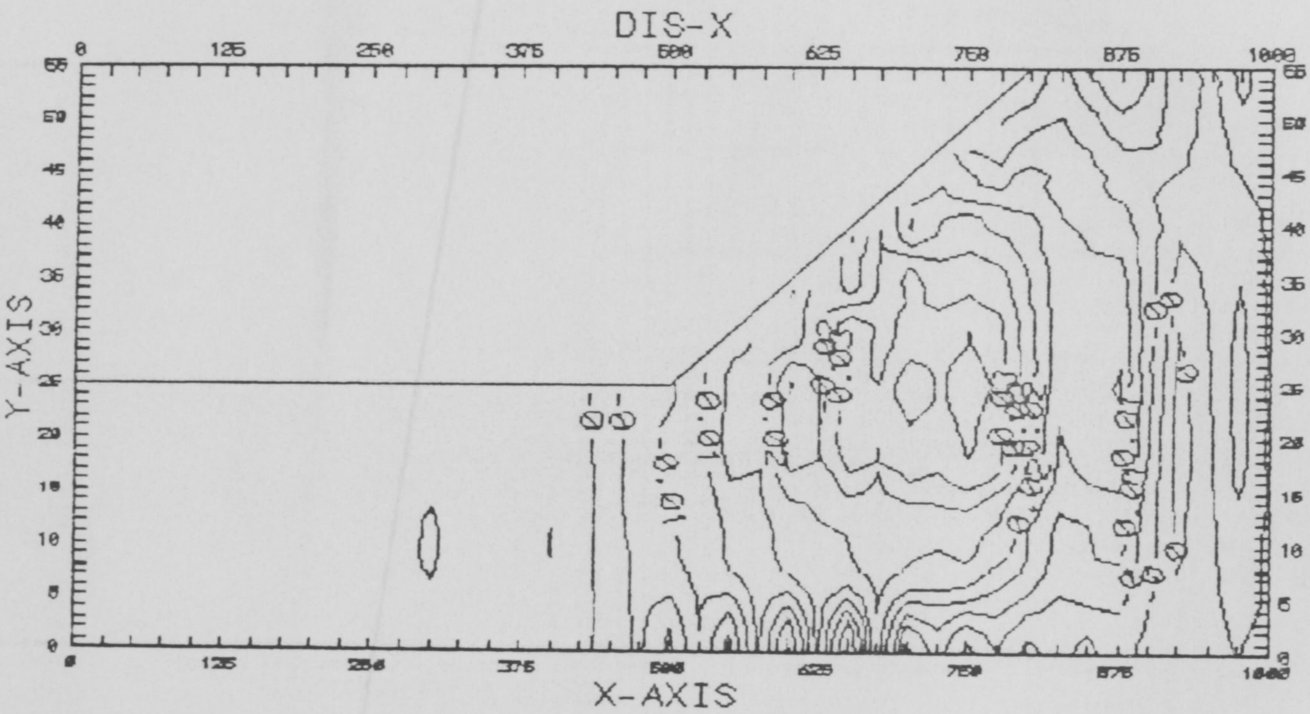
Διάγραμμα 4.8



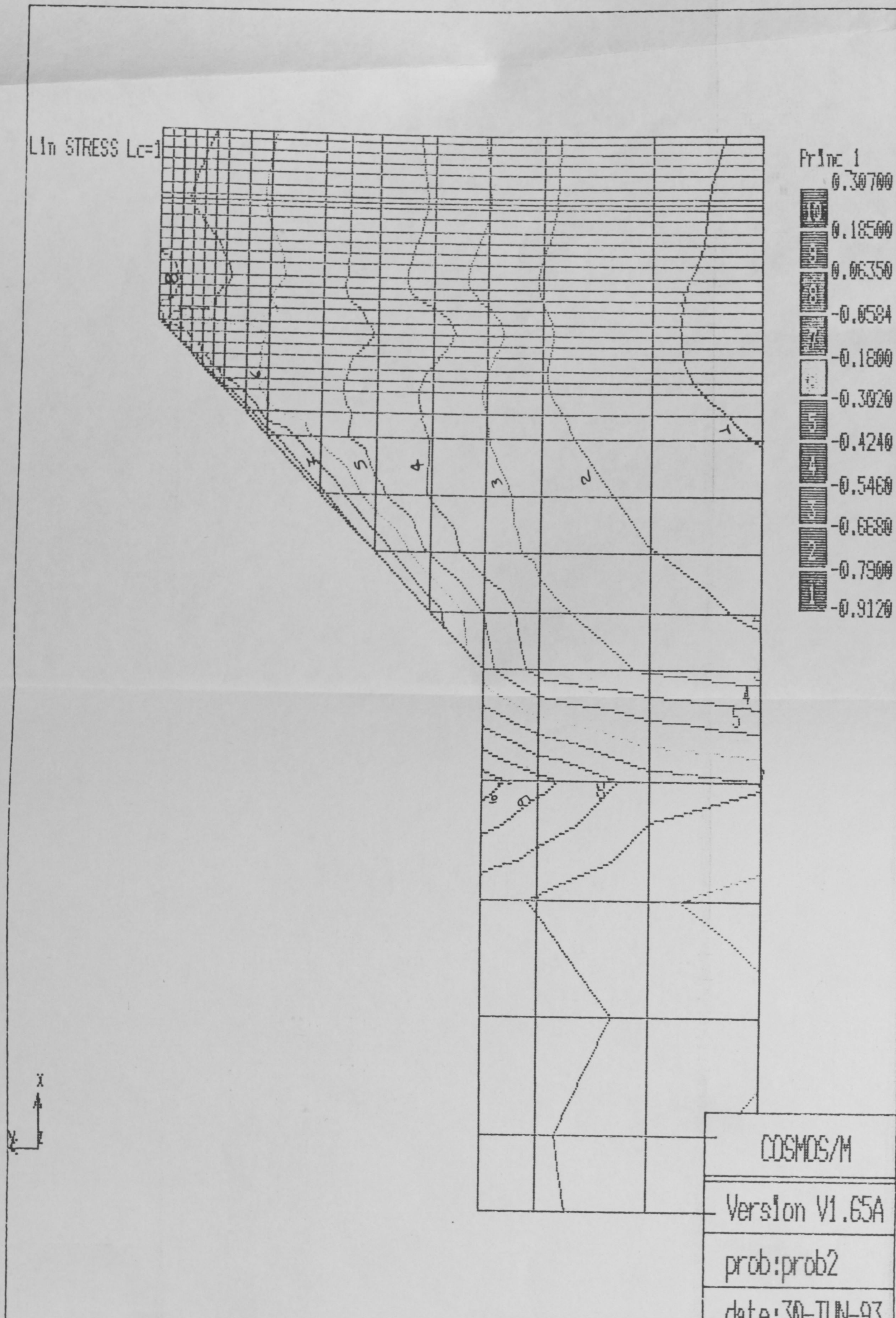
Σχήμα 4.9 Γραμμική συμπεριφορά-σ1 Ορθογωνική δομή με [illegible] φορτίο


Lin DISP Lc=1
Disp

ΠΡΑΝΕΣ - ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ

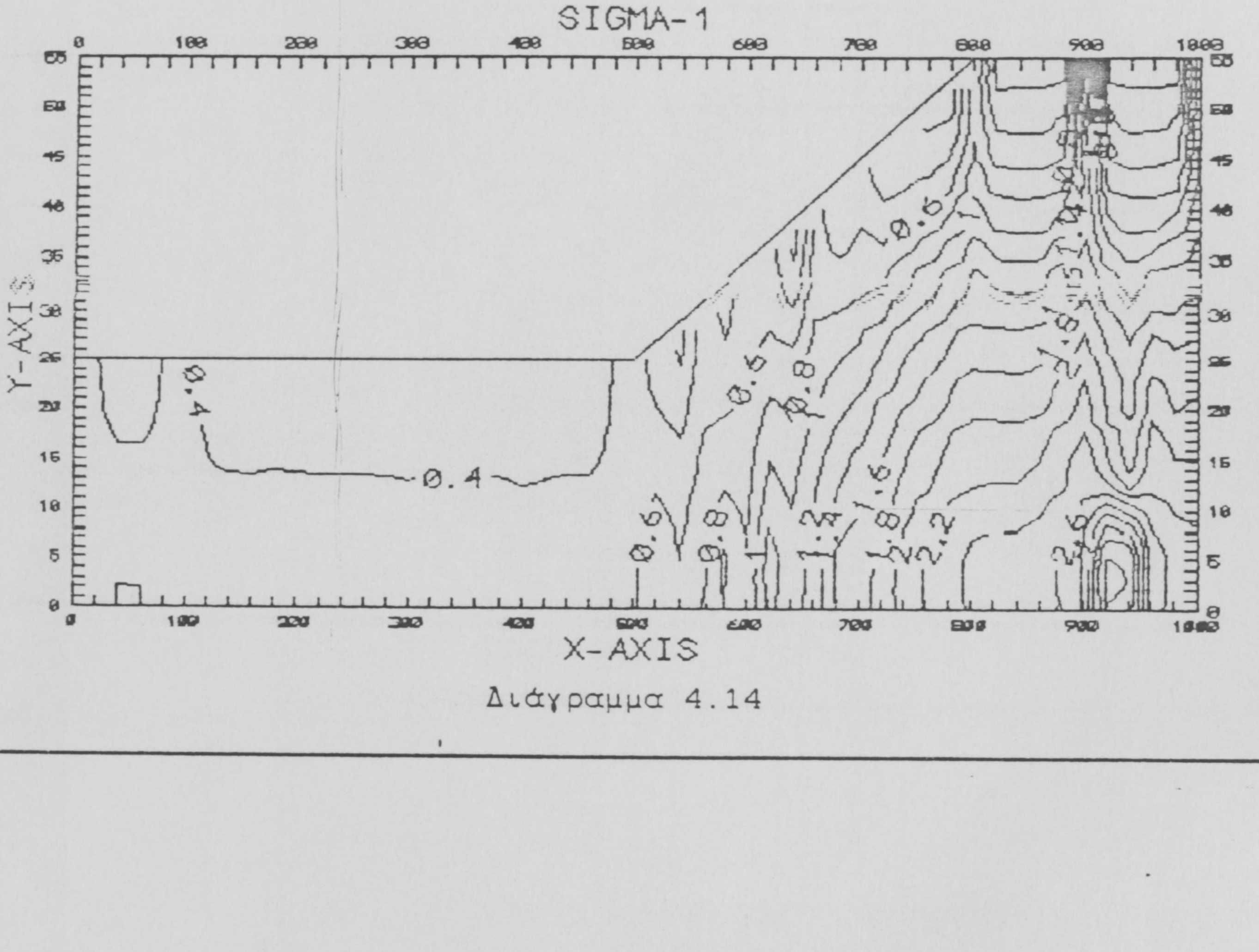


Διάγραμμα 4.12

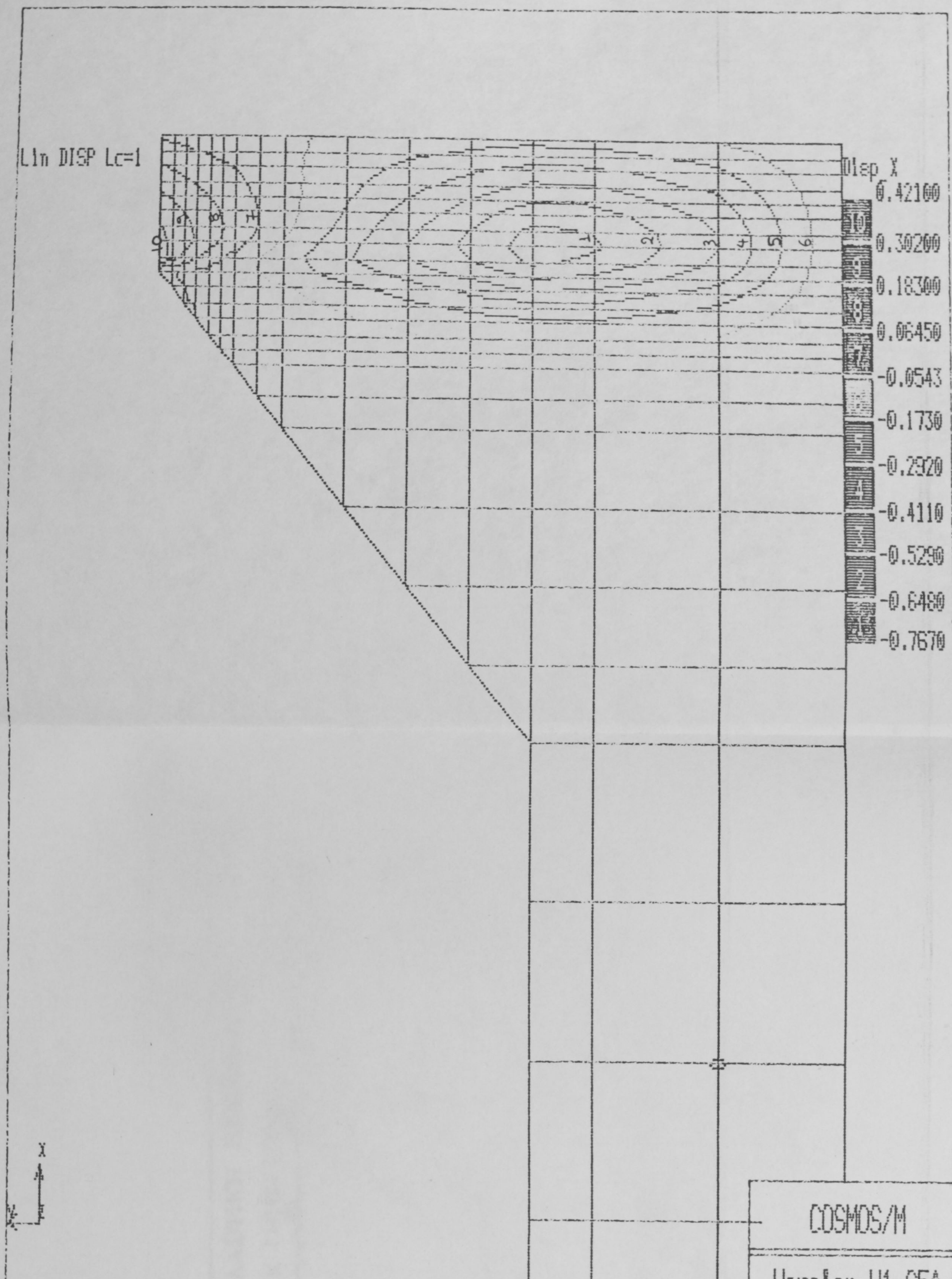


Lin STRESS Lc=1
Princ 1
0.30700
0.18500
0.06350
-0.0584
-0.1800
-0.3020
-0.4240
-0.5460
-0.6680
-0.7900
-0.9120
COSMOS/M
Version V1.65A
prob:prob2
date:30-JUN-93

ΠΡΑΝΕΣ - ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ

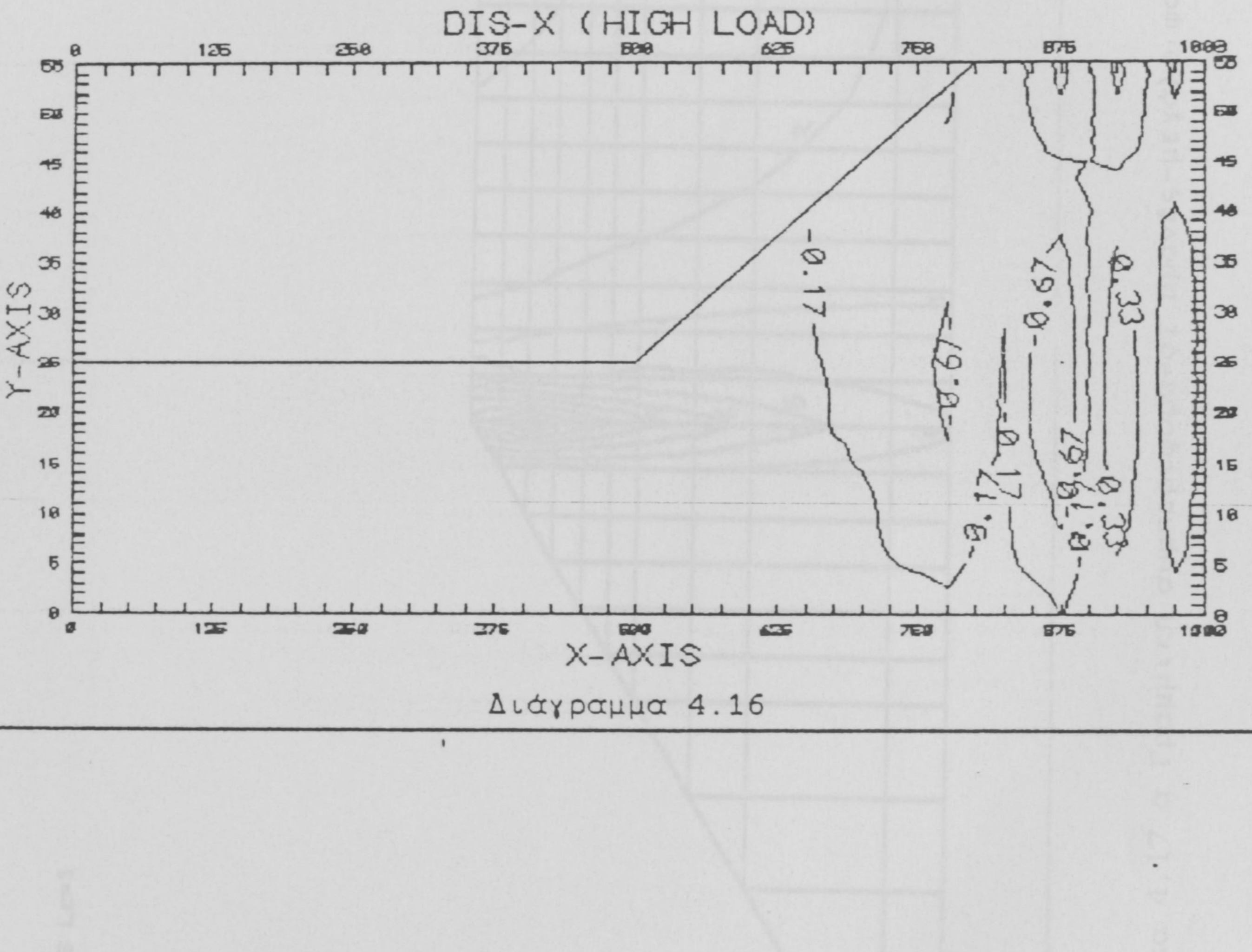


Διάγραμμα 4.14

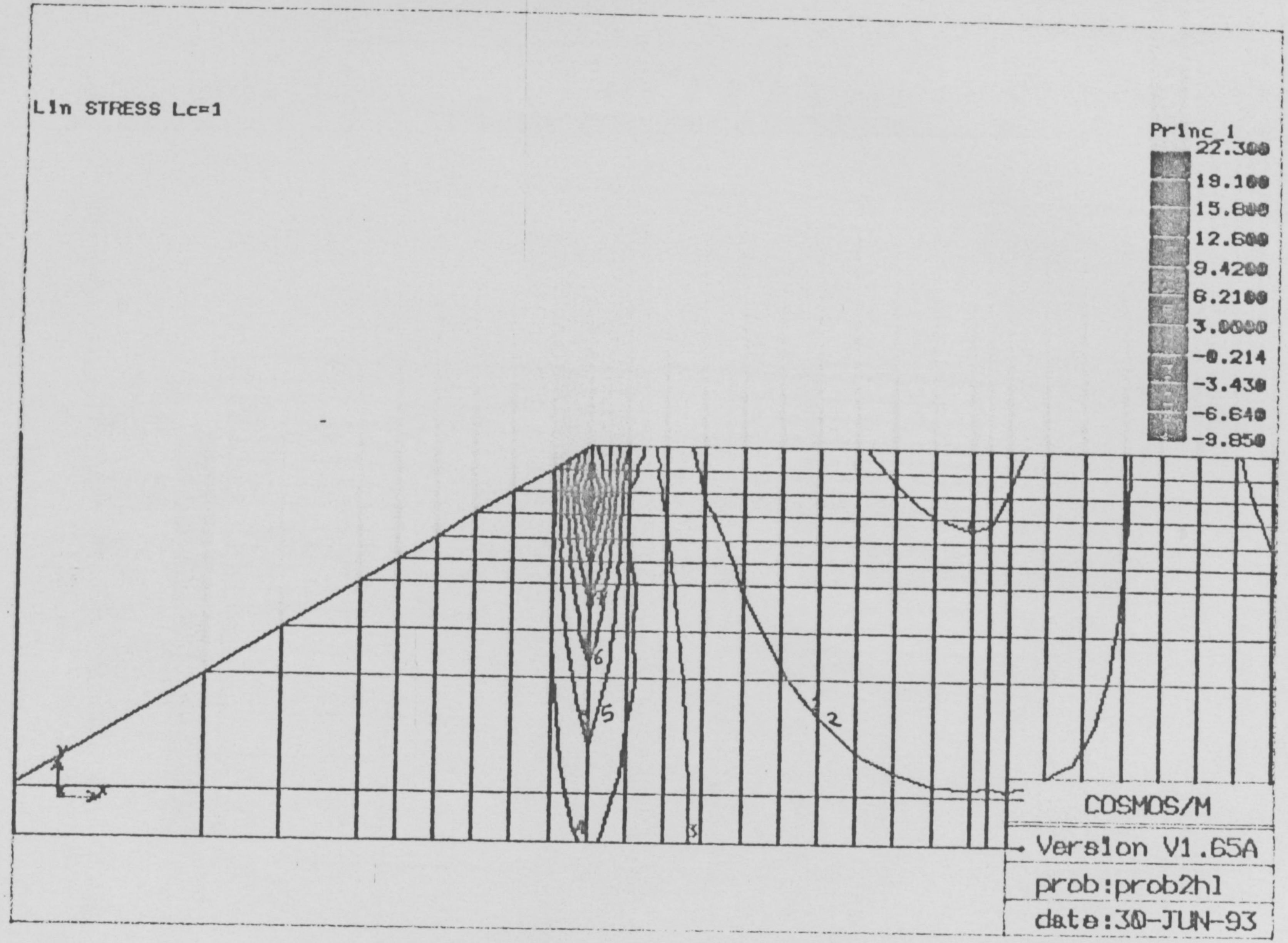


Lin DISP Lc=1
Disp X
0.42100
0.30200
0.18300
0.06450
-0.0543
-0.1730
-0.2920
-0.4110
-0.5290
-0.6480
-0.7670
COSMOS/M
Version V1.65A
prob:PROB2HL
date:30-JUN-93

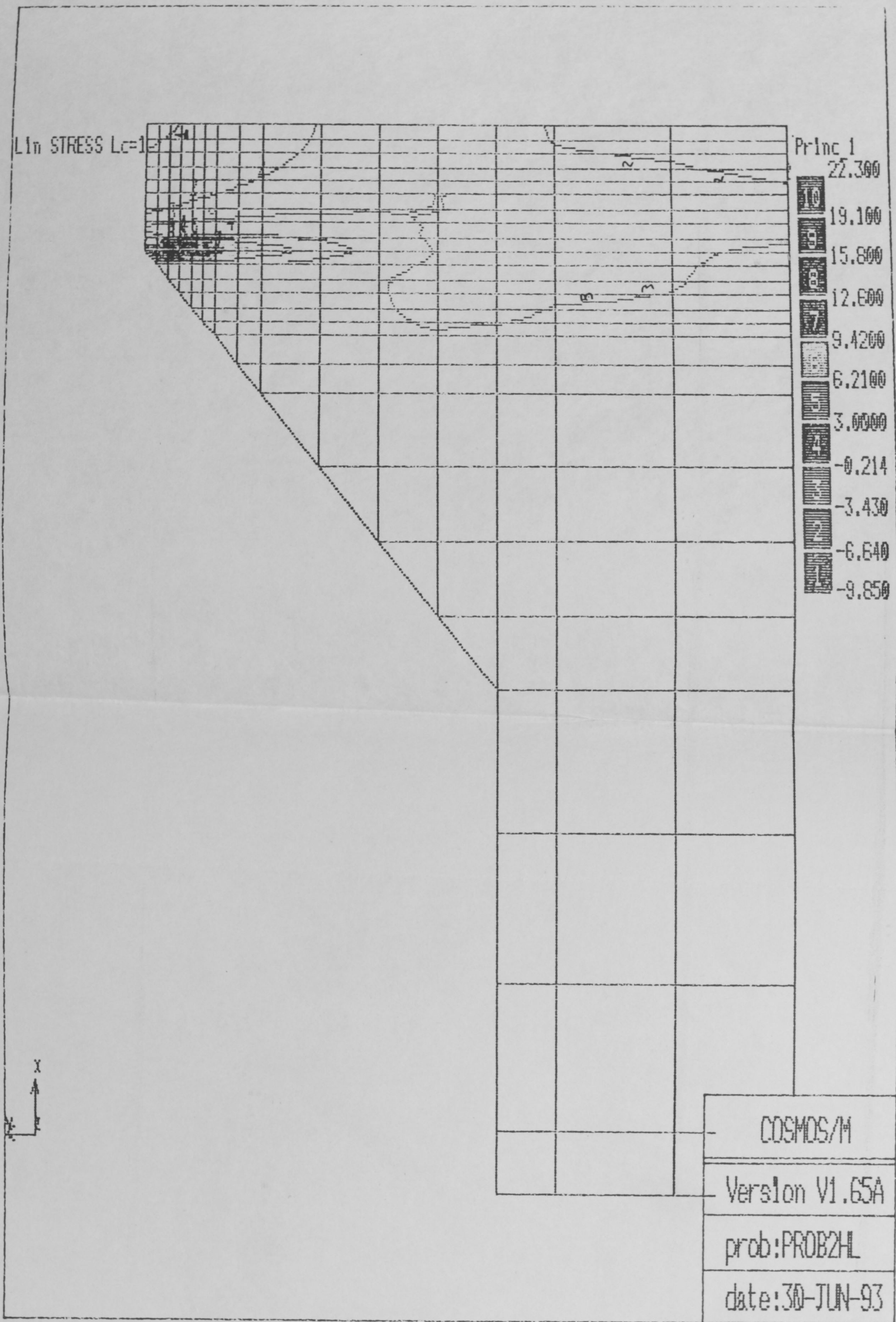
ΠΡΑΝΕΣ – ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΤΜΠΕΡΙΦΟΡΑ

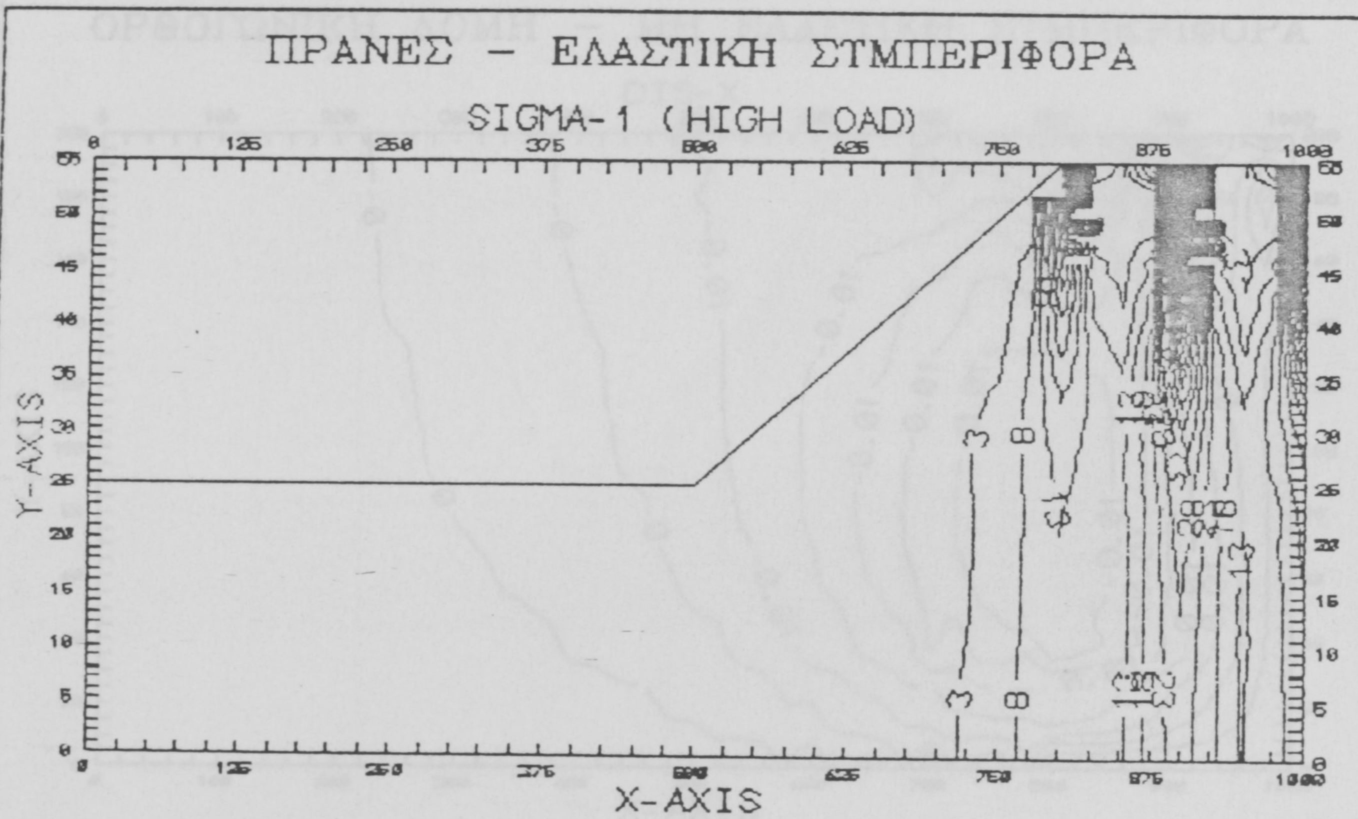


Διάγραμμα 4.16



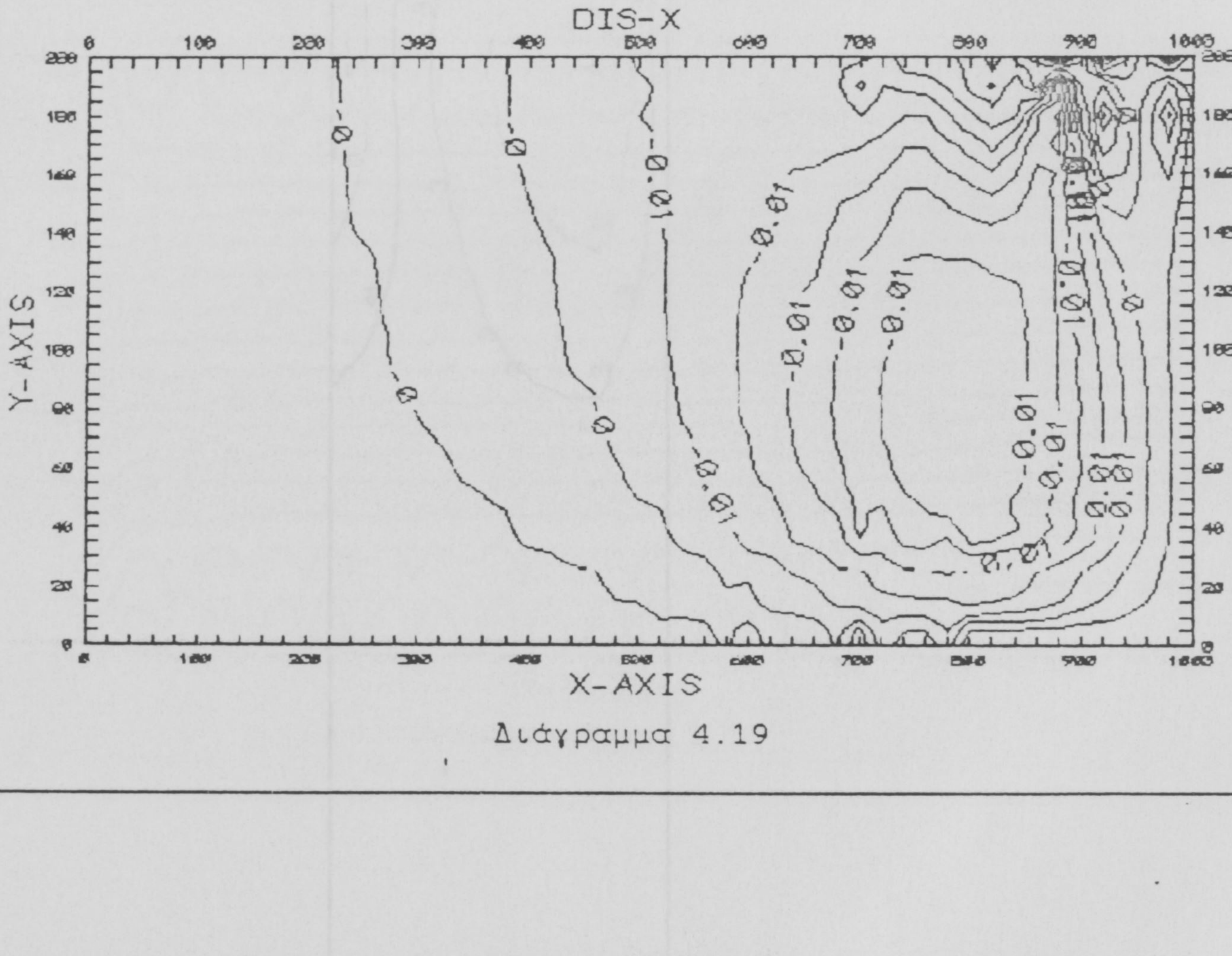
Σχήμα 4.17.α Γραμμική συμπεριφορά-σ1 Πρανές-μεγάλο φορτίο


Lin STRESS Lc=1
Princ 1
22.300
19.100
15.800
12.600
9.4200
6.2100
3.0000
-0.214
-3.430
-6.640
-9.850
X
COSMOS/M
Version V1.65A
prob:PROB2HL
date:30-JUN-93

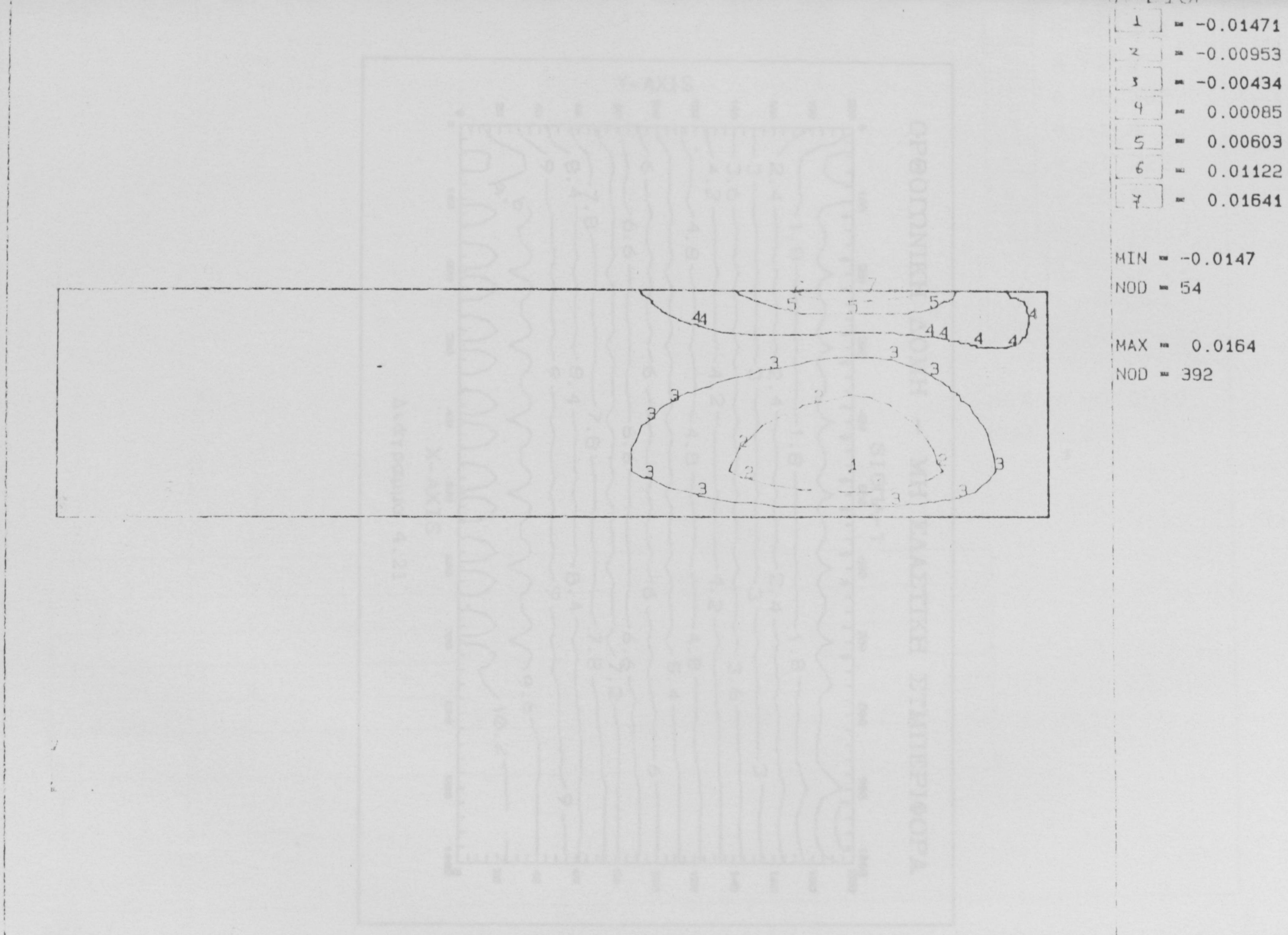


Διάγραμμα 4.18

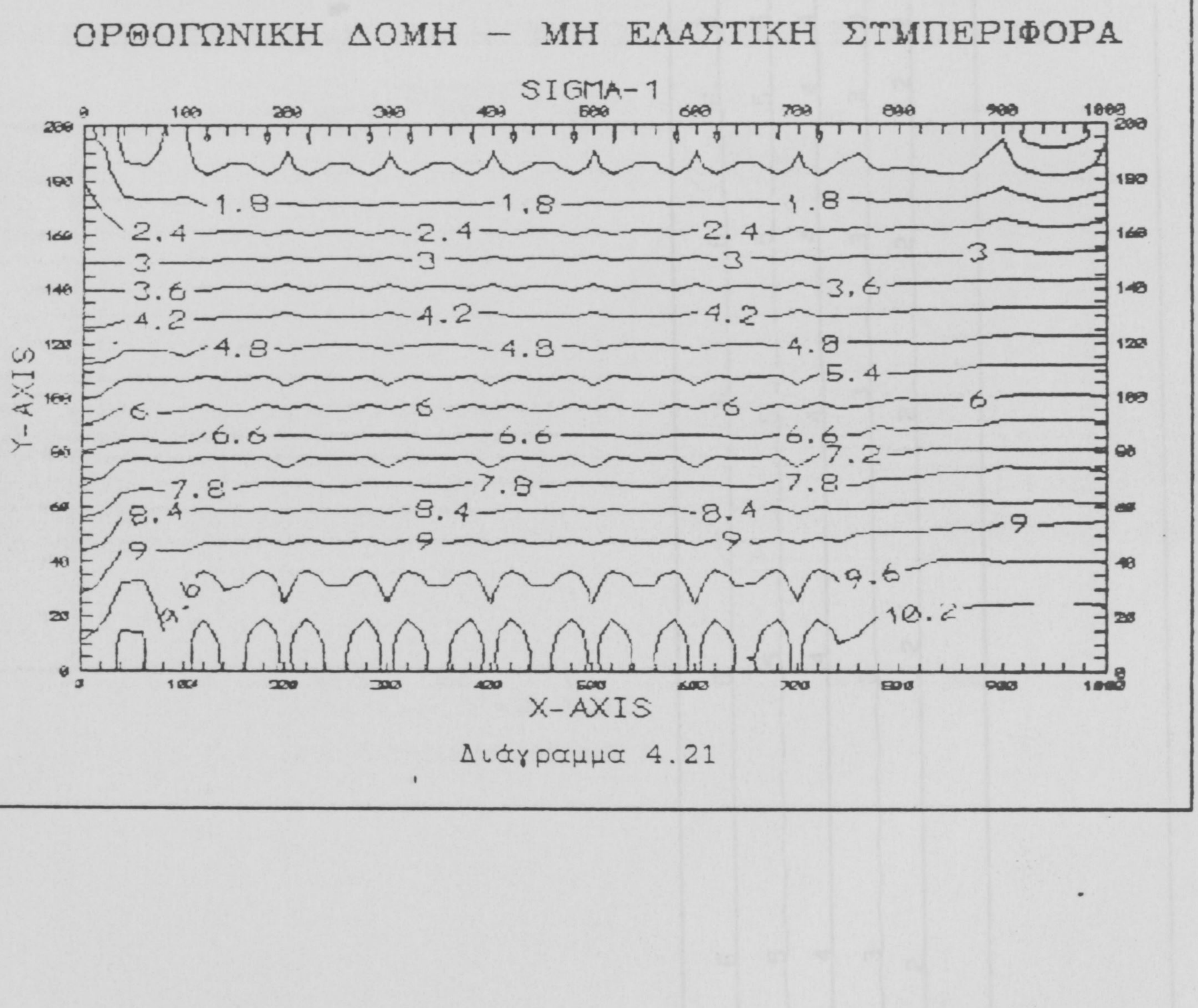
ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗ ΔΟΜΗ - ΜΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ



Διάγραμμα 4.19

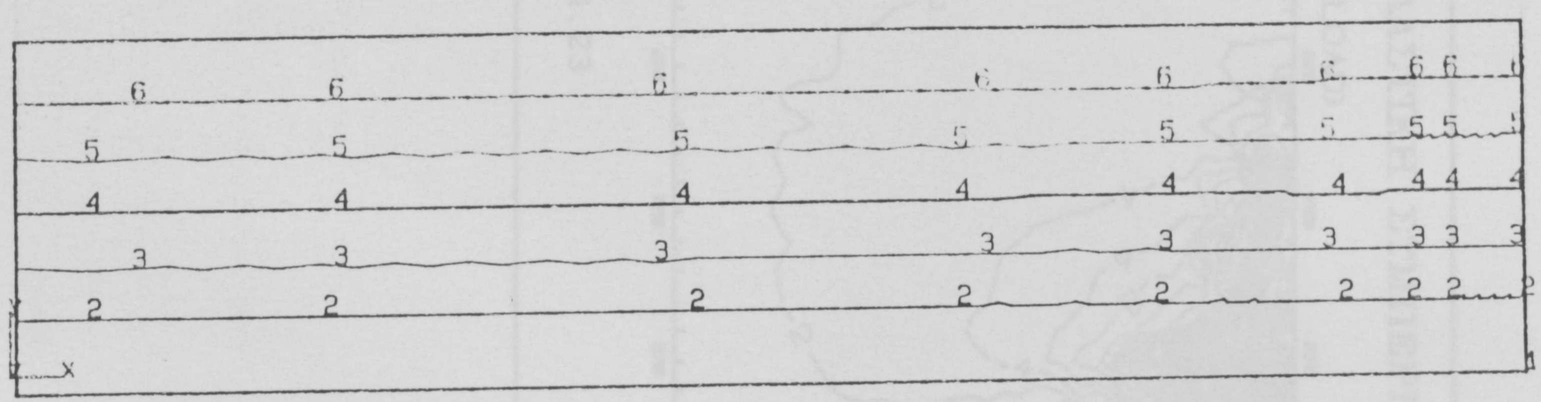


Σχήμα 4.20 Μη γραμμική συμπεριφορά - dz. Ορθογωνική δοκός - μικρό φορτίο



Διάγραμμα 4.21

PRINC2



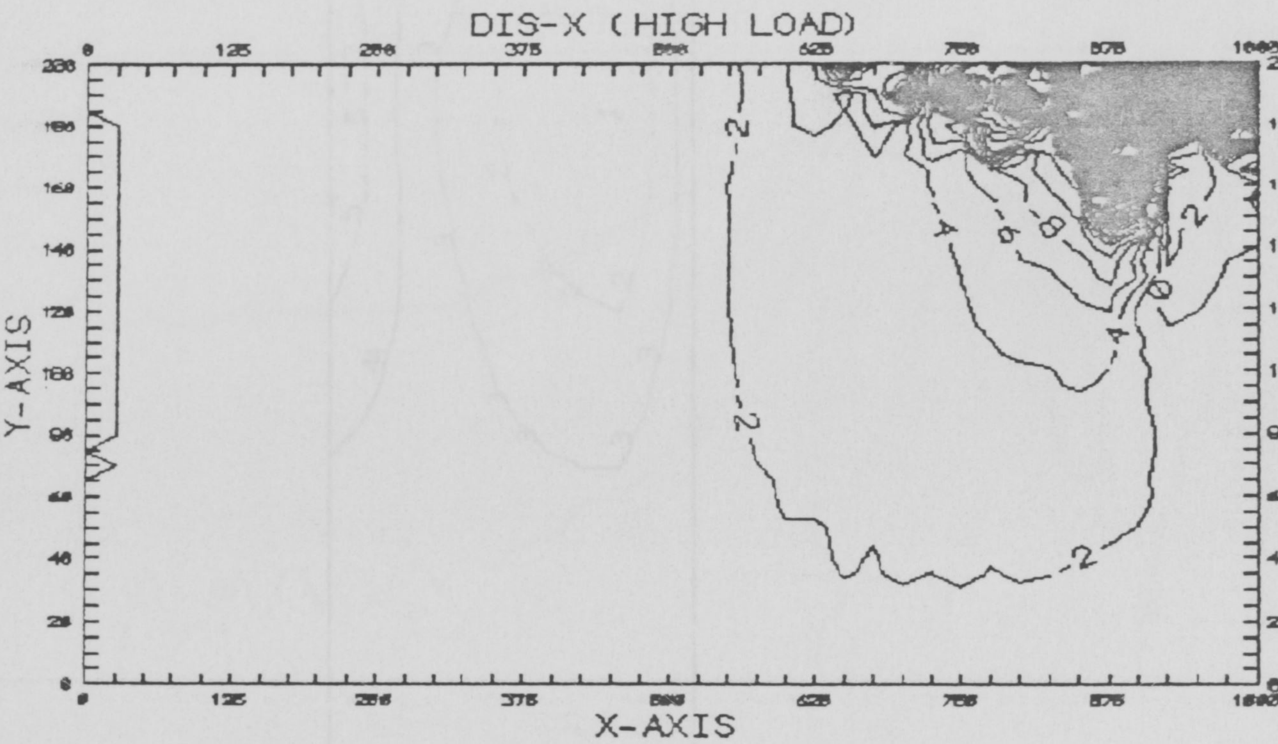
1	= -3.561
2	= -2.977
3	= -2.392
4	= -1.807
5	= -1.222
6	= -0.6368
7	= -0.0519

MIN = -3.561
NOD = 136

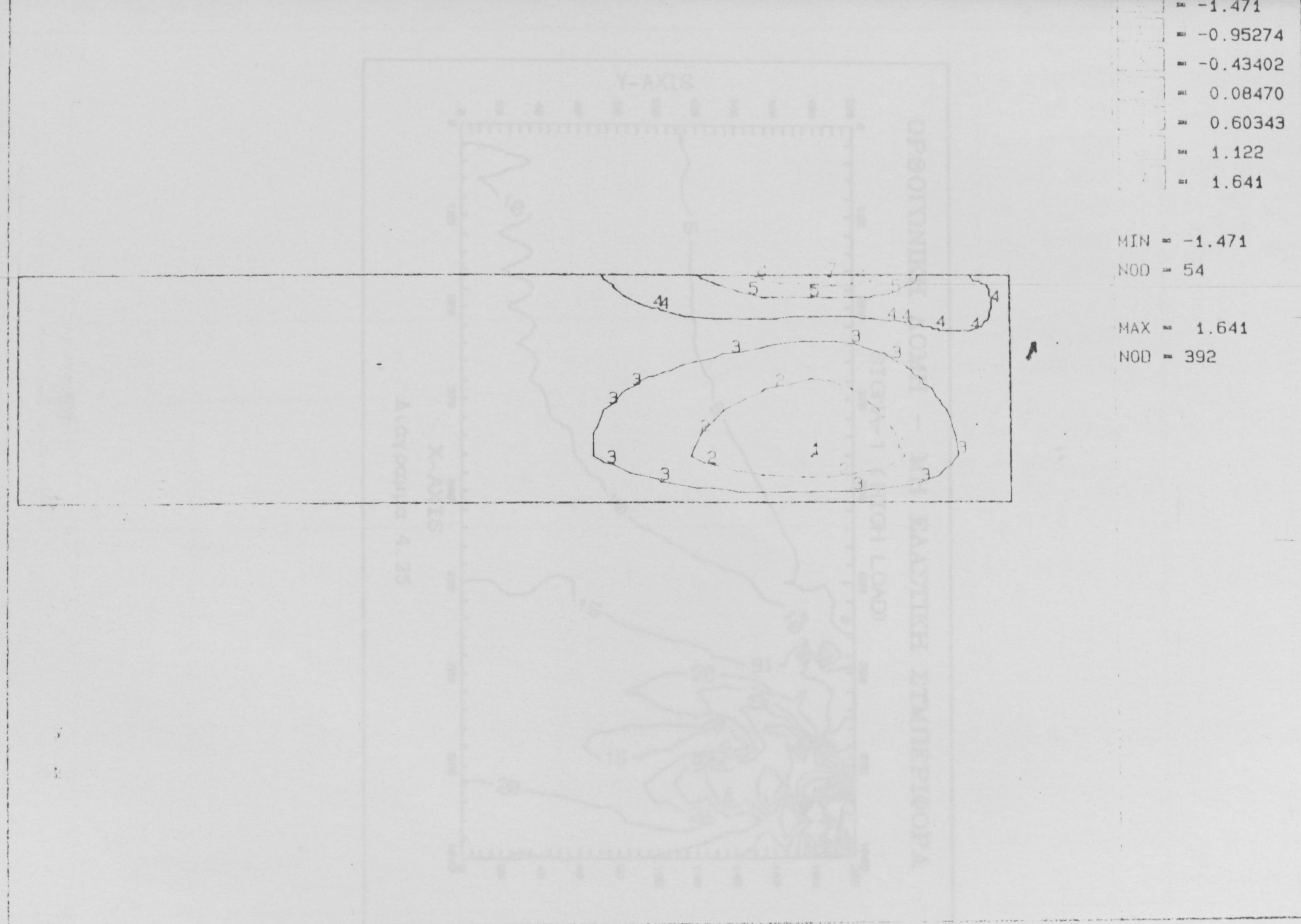
MAX = -0.0519
NOD = 345

Σχήμα 4.22 Μη γραμμική συμπεριφορά-σ1 Ορθογωνική δομή - μικρό

ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗ ΔΟΜΗ - ΜΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ

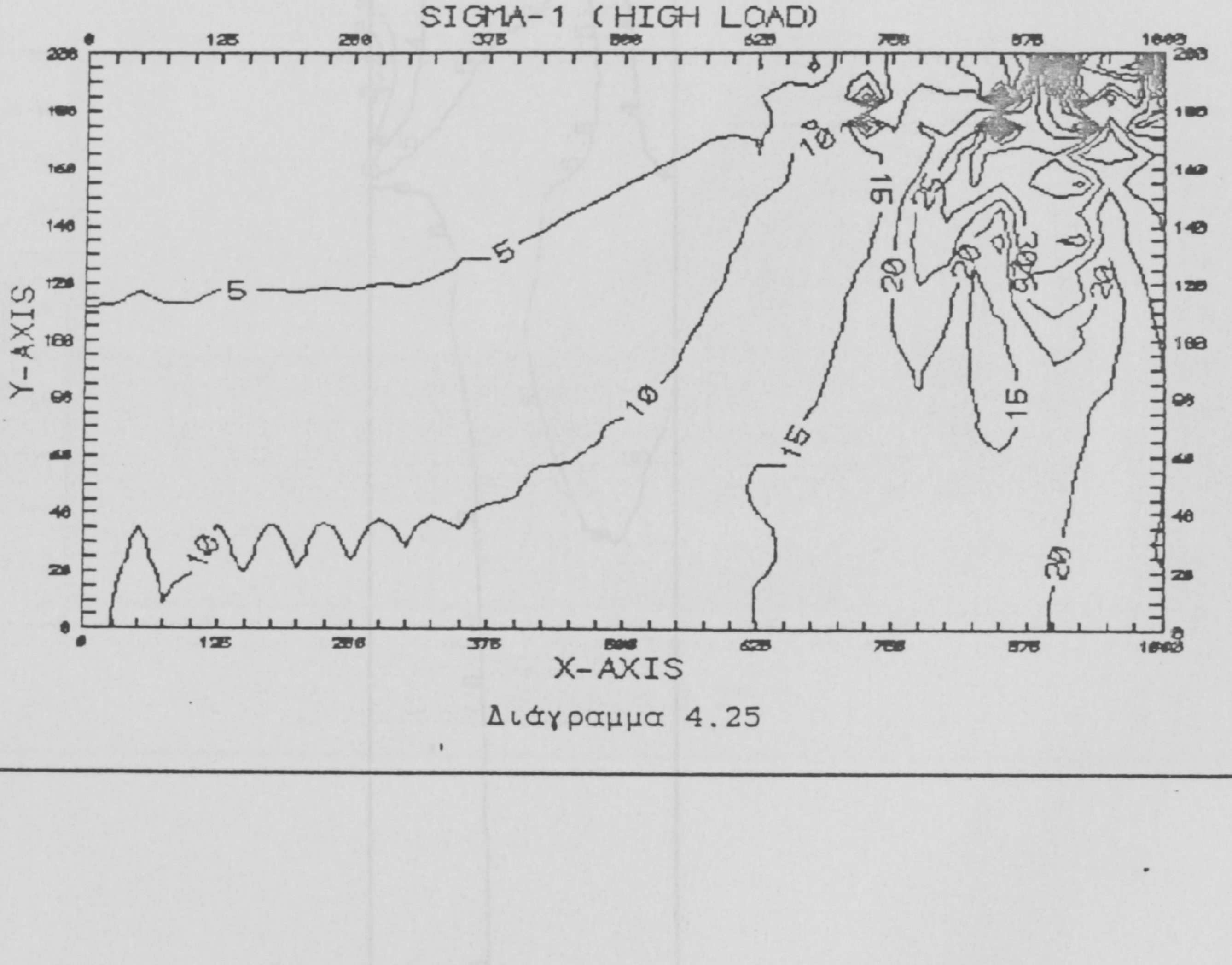


Διάγραμμα 4.23

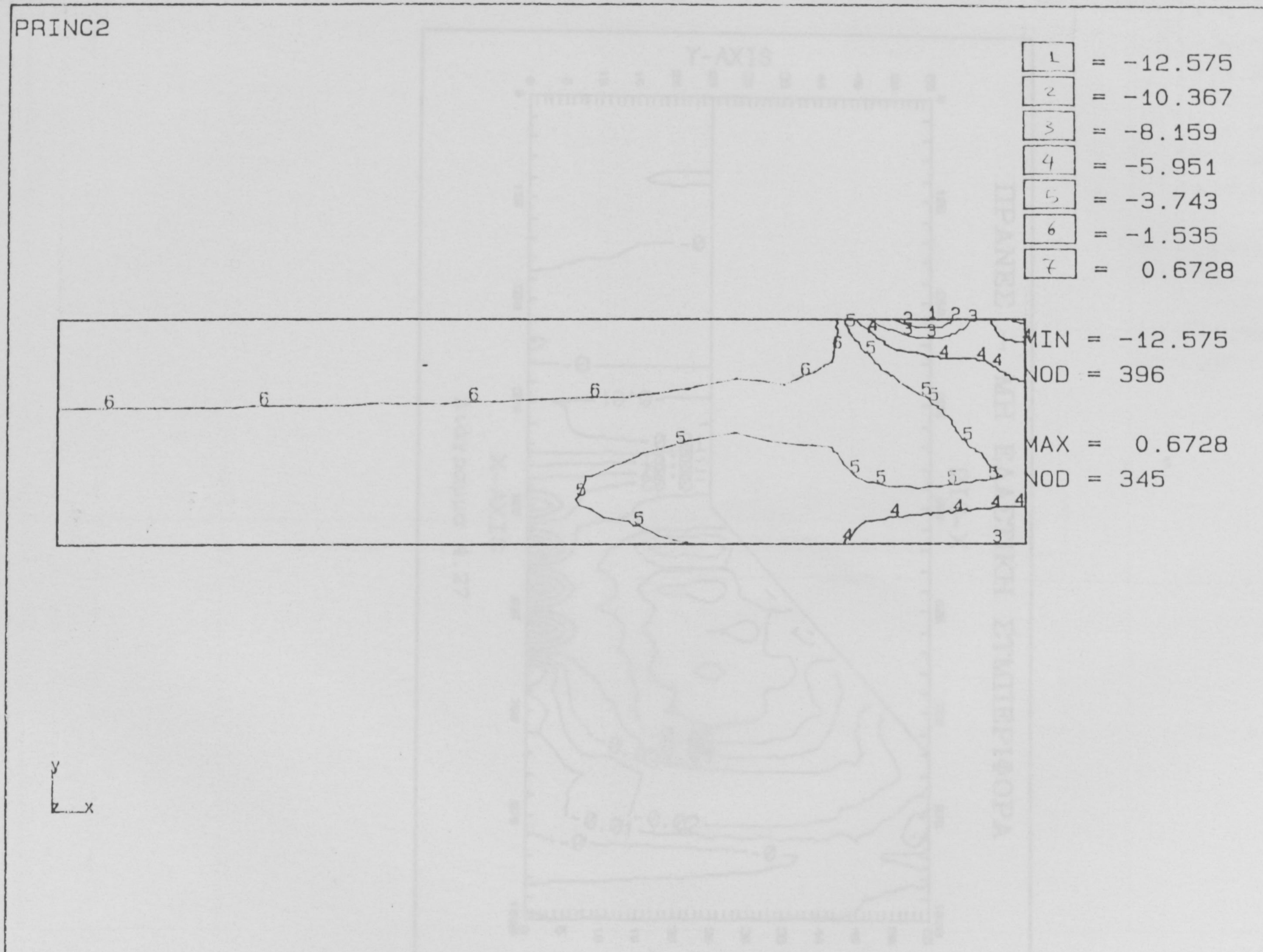


Σχήμα 4.24 Μη γραμμική συμπεριφορά-dx Ορθογωνική δομή - μεγάλο φορτίο

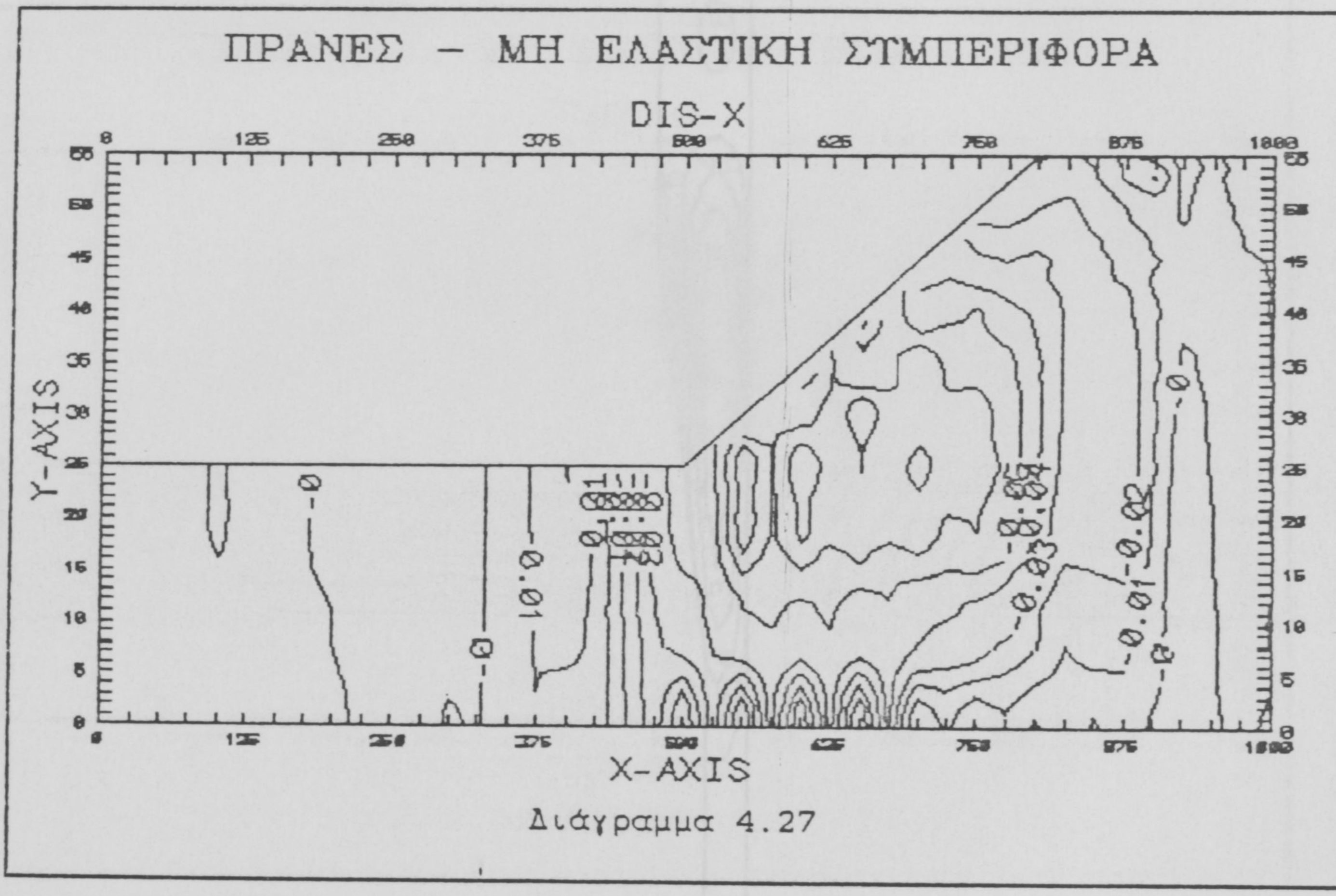
ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗ ΔΟΜΗ - ΜΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ



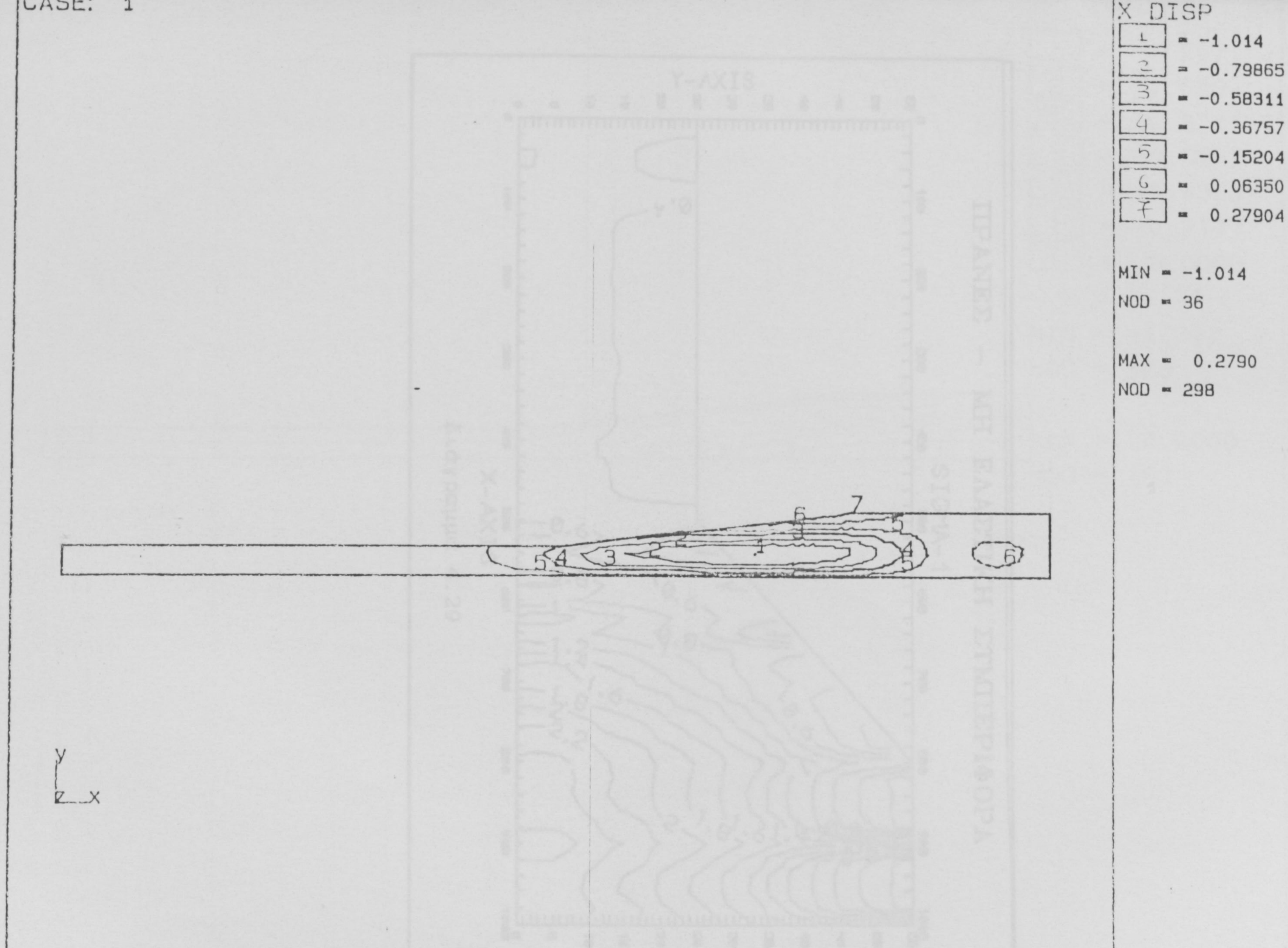
Διάγραμμα 4.25



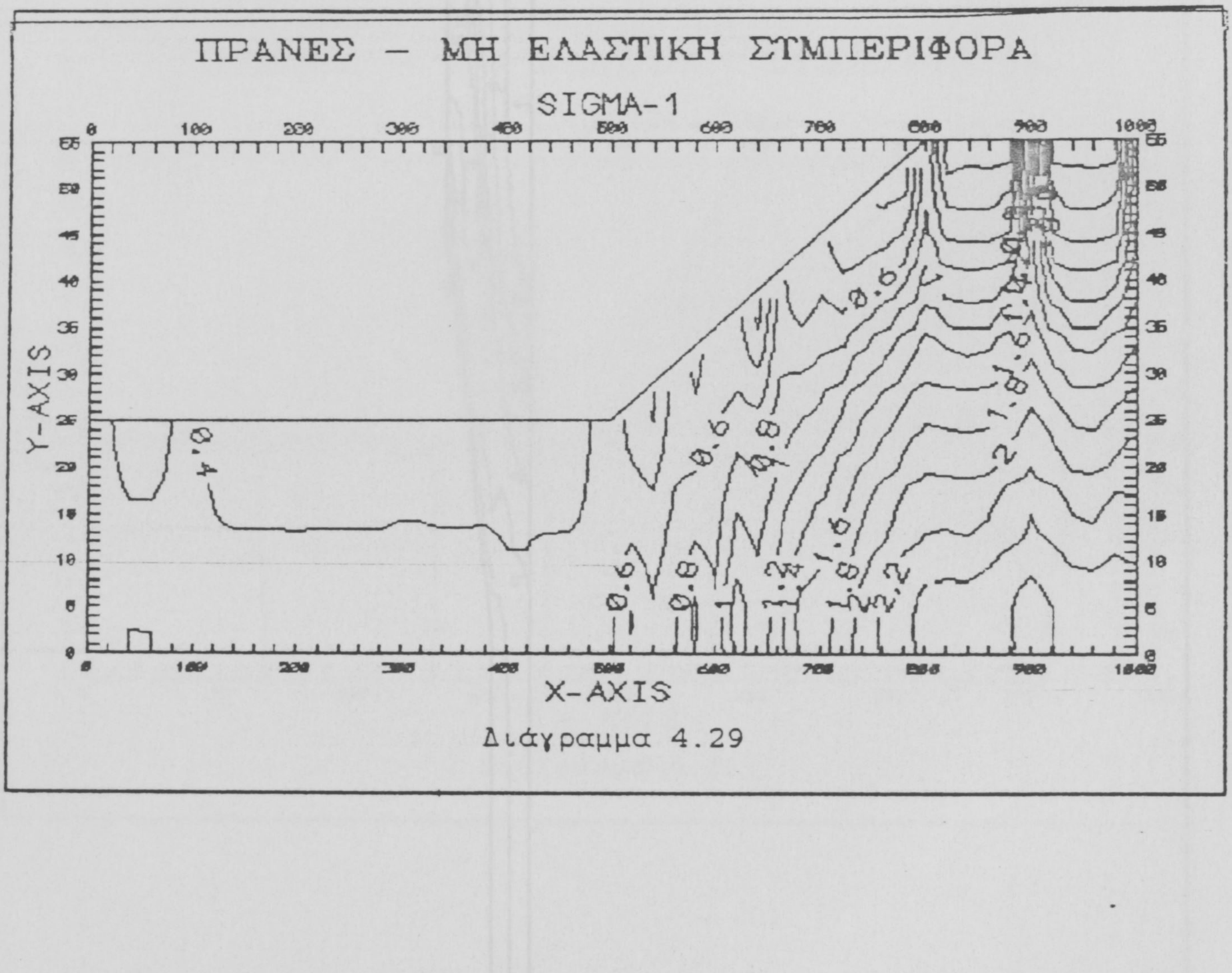
Σχήμα 4.26 Μη γραμμική συμπεριφορά-σ1 Ορθογωνική δομή - μεγάλο



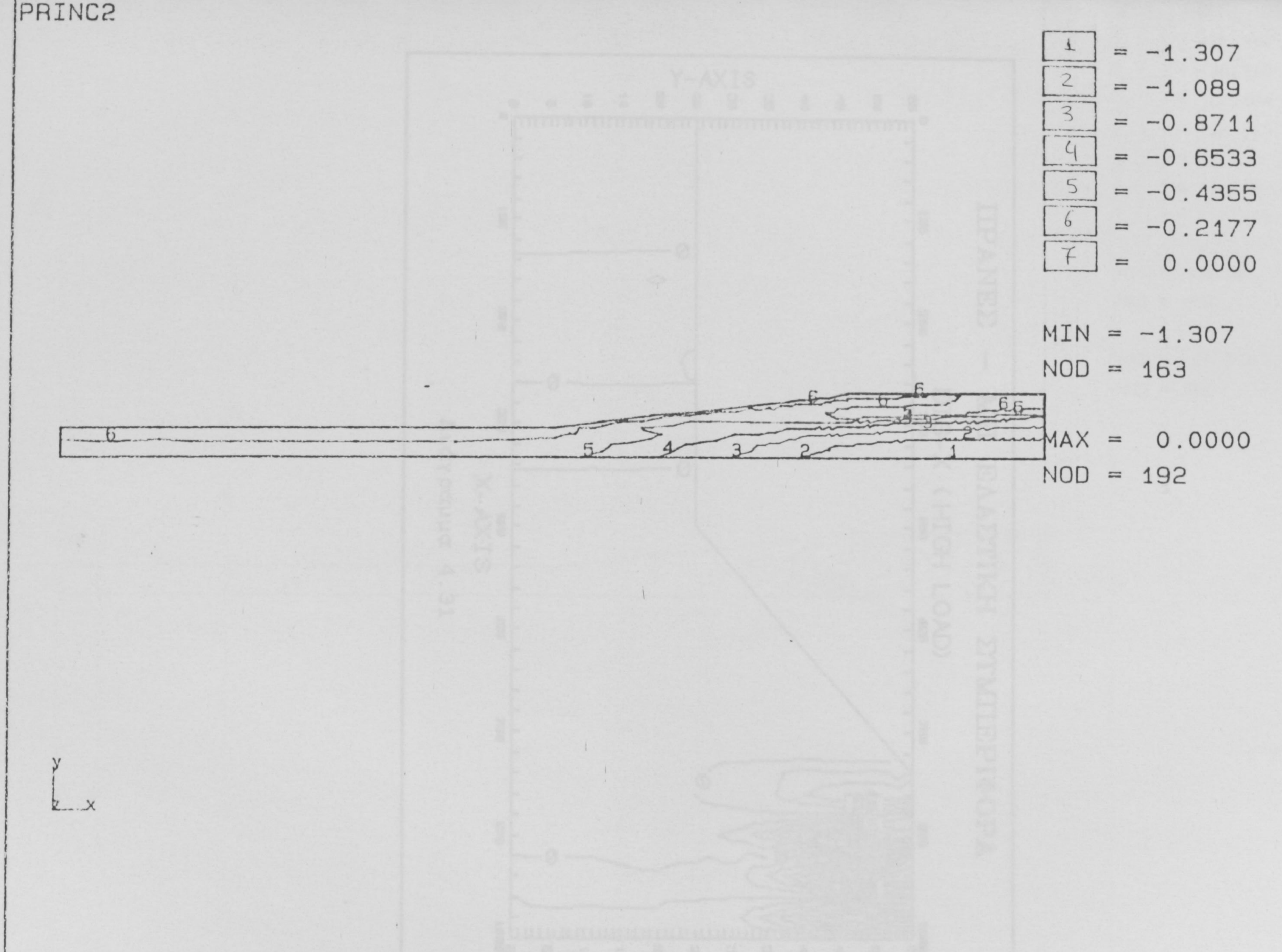
Διάγραμμα 4.27



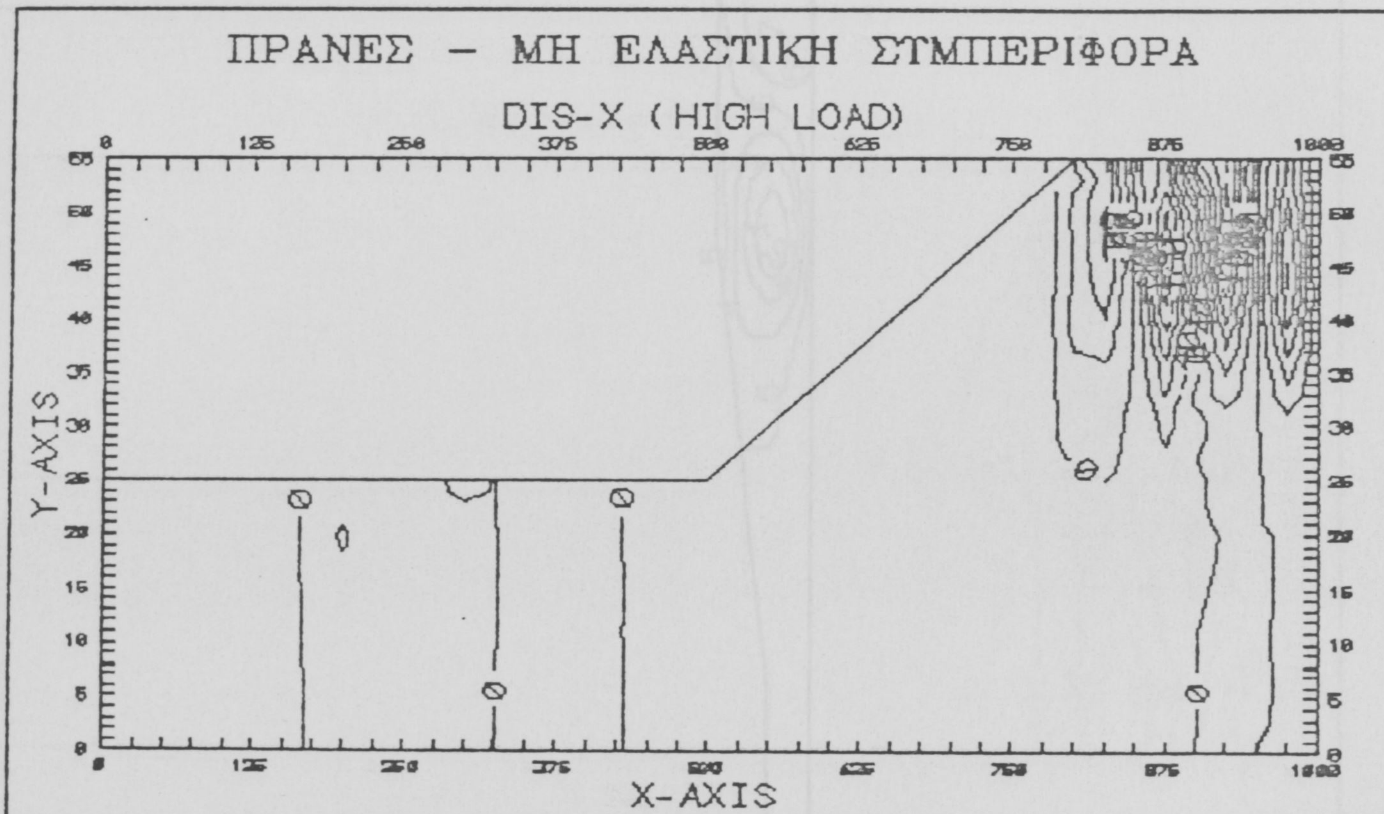
Σχήμα 4.28 Μη γραμμικη συμπεριφορά-dx Πρανές - μικρό φορτίο



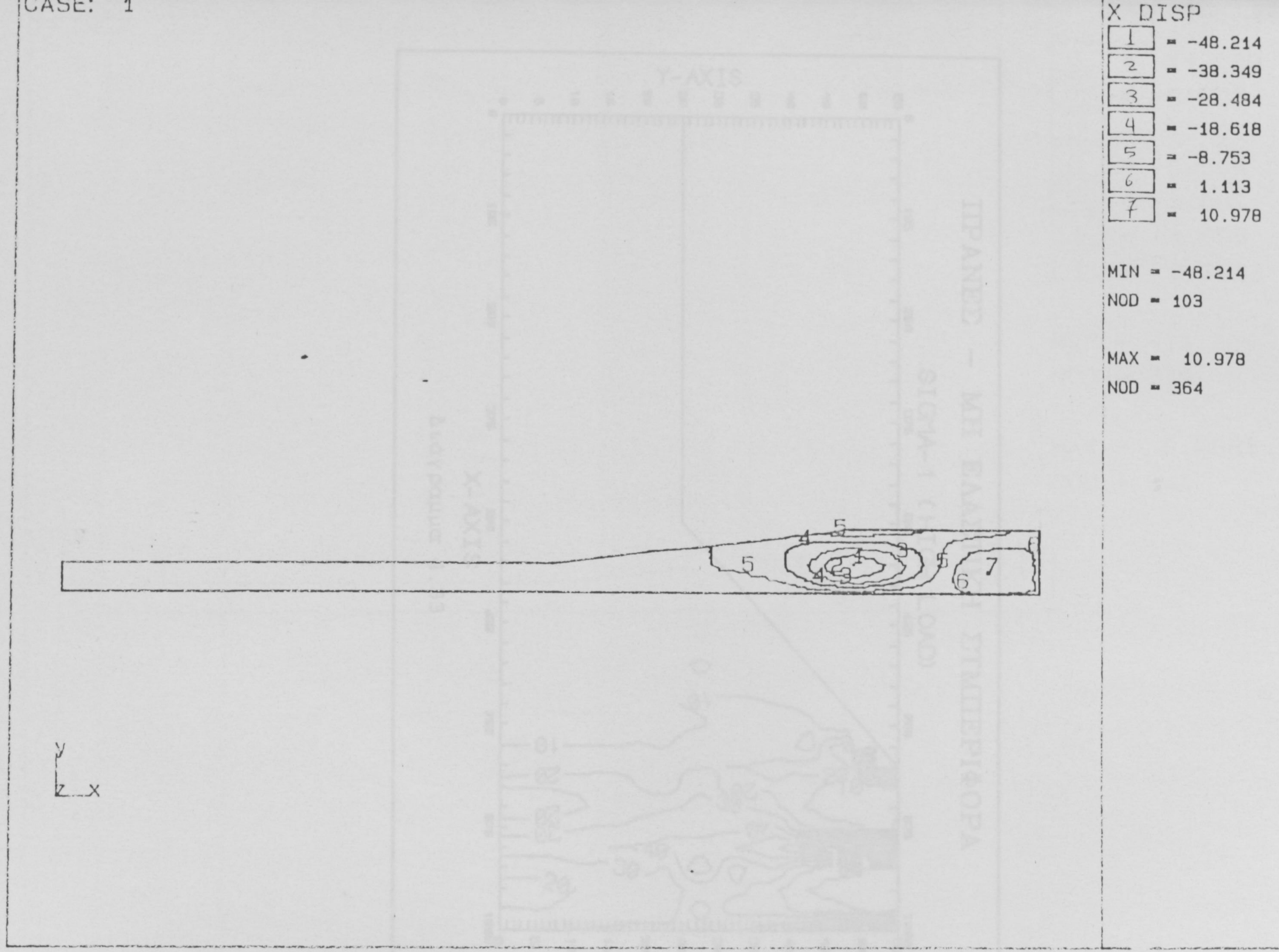
Διάγραμμα 4.29



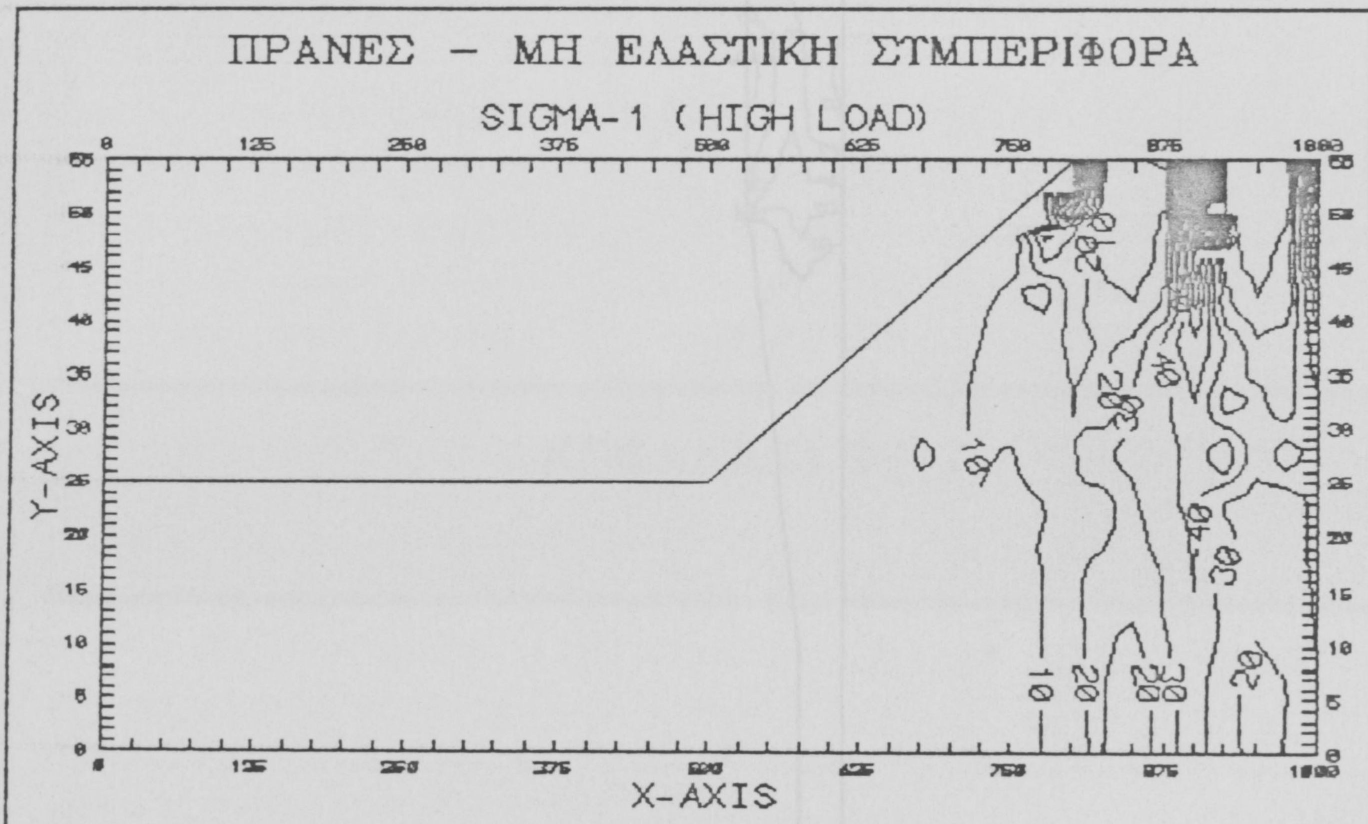
Σχήμα 4.30 Μη γραμμικη συμπεριφορά-σ1 Πρανές - μικρό φορτίο



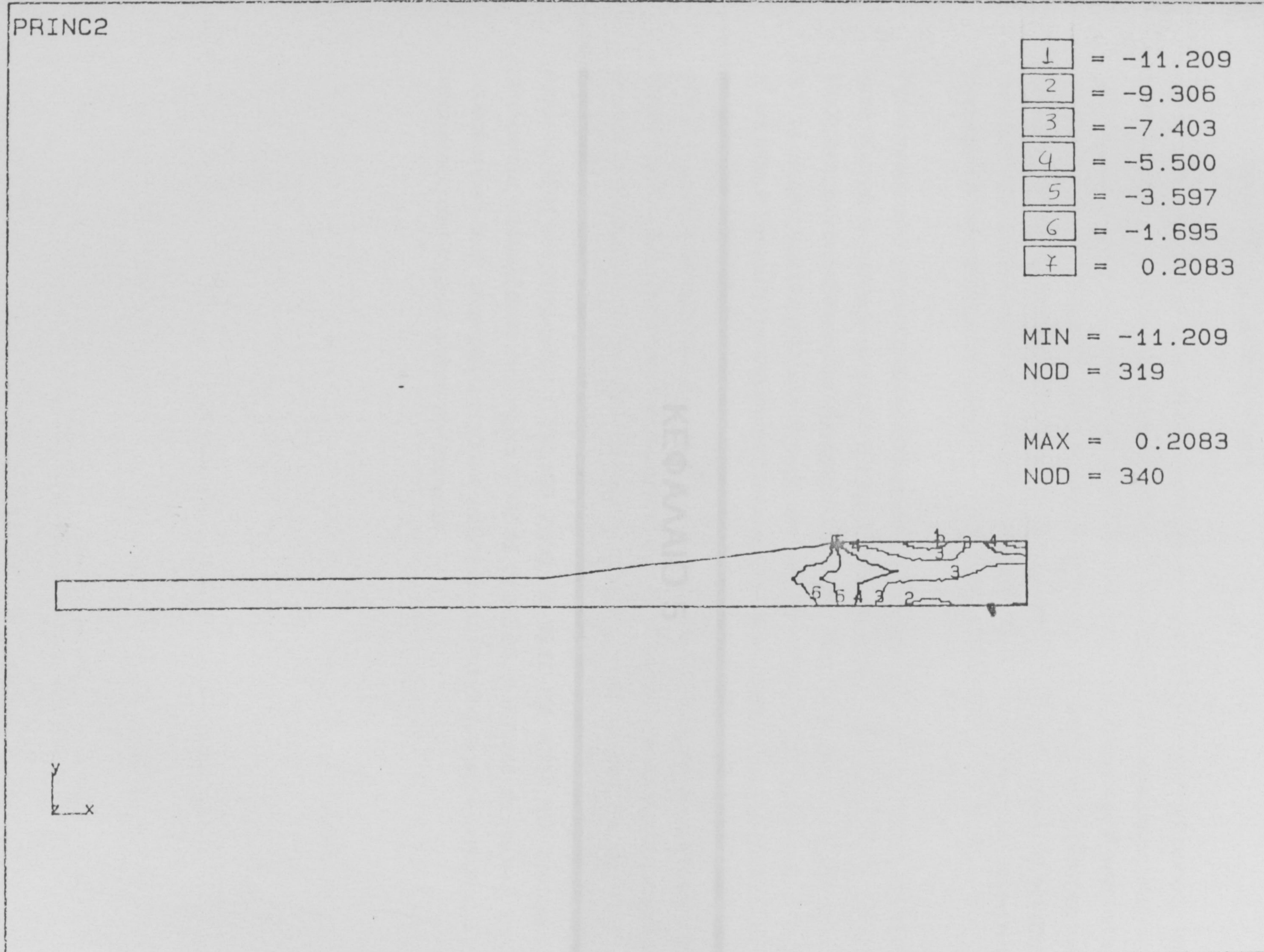
Διάγραμμα 4.31



Σχήμα 4.32 Μη γραμμικη συμπεριφορά-dx Πρανές - μεγάλο φορτίο



Διάγραμμα 4.33



Σχήμα 4.34 Μη γραμμικη συμπεριφορά-σ1 Πρανές - μεγάλο φορτίο

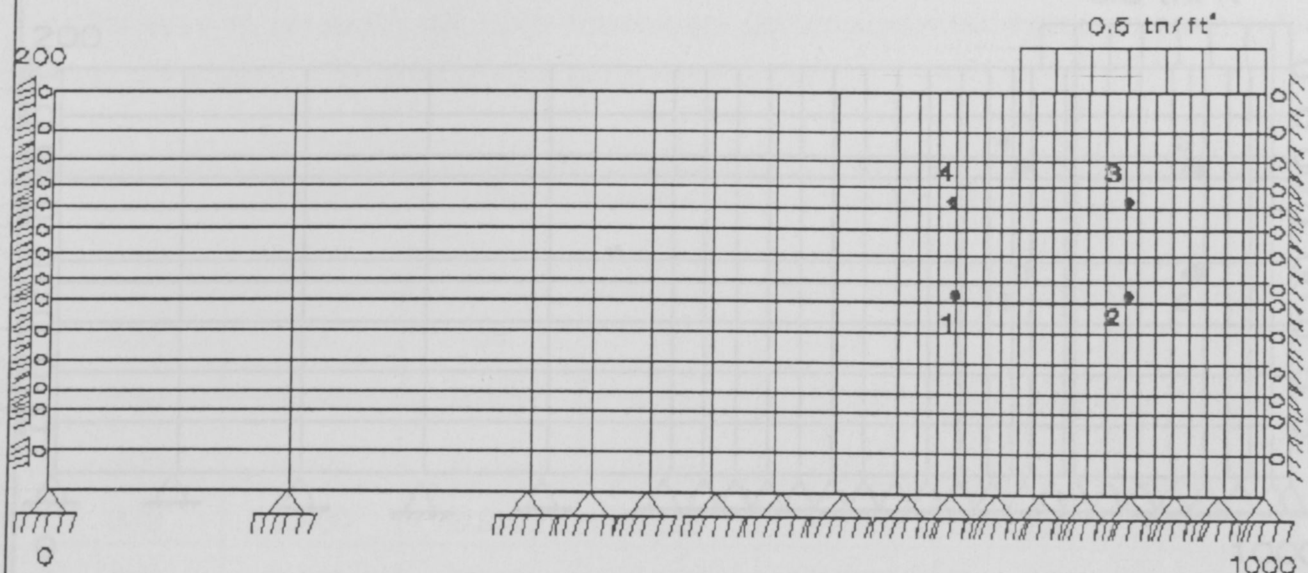
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

5. Παραμετρική ανάλυση

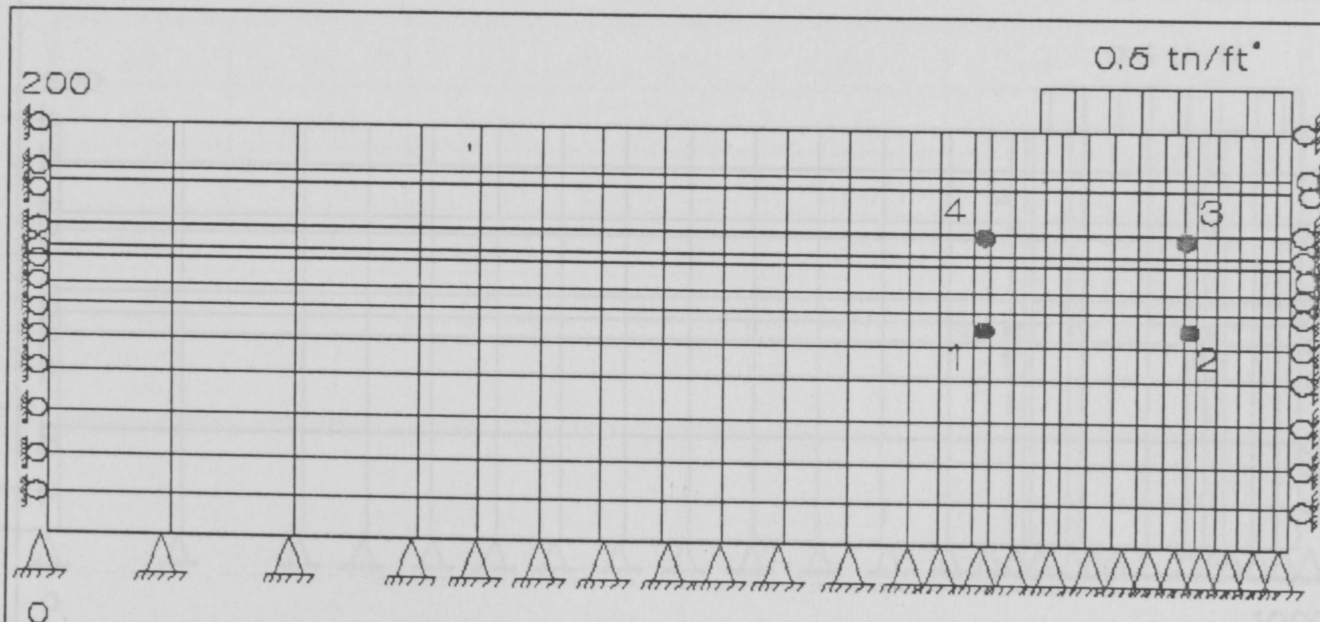
5.1 Στοιχεία παραμετρικής ανάλυσης

Με τον όρο παραμετρική ανάλυση εννοείται η μελέτη της μεταβολής της συμπεριφοράς του μοντέλου καθώς μεταβάλλονται μια ή περισσότερες παράμετροι του προβλήματος. Μερικές από τις παραμέτρους που μπορούν να μεταβάλλονται είναι, οι δυνάμεις που εξασκούνται, η γεωμετρία του προβλήματος, η διακριτοποίηση του καννάβου, οι μηχανικές ιδιότητες των υλικών κ.λ.π. Η παραμετρική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε στην παρούσα εργασία συνίσταται στη μελέτη της σταθερότητας του μοντέλου όταν μεταβάλλεται το μέγεθος των στοιχείων στα οποία διαιρείται η δομή.

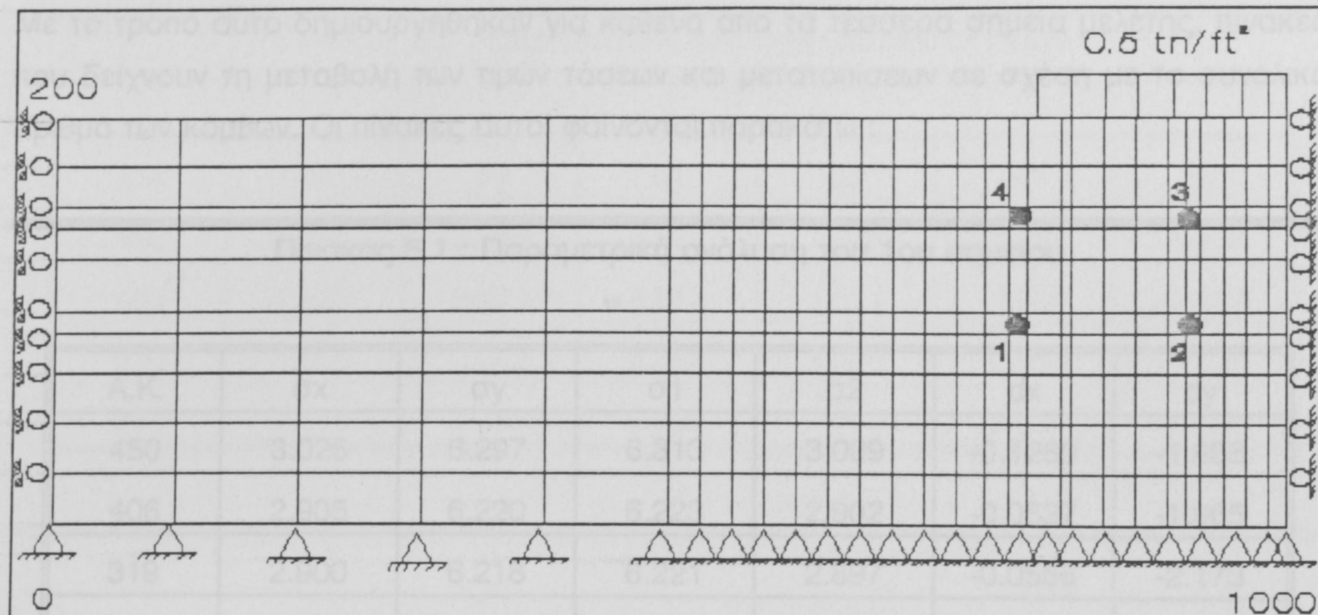
Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε ορθογωνική δομή διαστάσεων 1000 ft x 200 ft. Στη δομή αυτή εξασκείται ομοιόμορφο φορτίο 0.5 kgr/ft^2 από το σημείο (800,200) εως το σημείο (1000,200). Δημιουργήθηκαν τέσσερα αρχεία εισαγωγής του Feadam84. Στο πρώτο (σχήμα 5.1) το μέγεθος των στοιχείων στη περιοχή κάτω από την επιφάνεια φόρτισης είναι 15 x 15 ft^2 και η δομή συνολικά έχει 450 κομβικά σημεία. Στο δεύτερο (σχήμα 5.2) το μέγεθος των στοιχείων είναι 20 x 20 ft^2 ενώ η δομή έχει συνολικά 406 κομβικά σημεία. Στο τρίτο (σχήμα 5.3) τα στοιχεία έχουν μέγεθος 25 x 25 ft^2 ενώ προκύπτουν 319 κομβικά σημεία τέλος στο τέταρτο (σχήμα 5.4) τα στοιχεία έχουν μέγεθος 30 x 30 ft^2 με τη δομή να έχει 336 κομβικά σημεία. Οι παράμετροι που μελετούνται είναι οι τάσεις και οι μετατοπίσεις (σx, σy, σ1, σ2, dx, dy). Οι τάσεις υπολογίζονται στις κορυφές ενός ορθογωνίου, οι κορυφές του οποίου έχουν τις εξής συντεταγμένες : 1) 750,100, 2)900,100, 3)900,150, 4)750,150. Αντίθετα οι μετατοπίσεις υπολογίζονται στα σημεία 1) 745,95, 2) 895,95, 3) 895,145, 4) 745,145. Αυτό συμβαίνει γιατί όπως αναφέρθηκε οι τάσεις υπολογίζονται στα κέντρα των στοιχείων ενώ οι μετατοπίσεις στα κομβικά σημεία των στοιχείων.



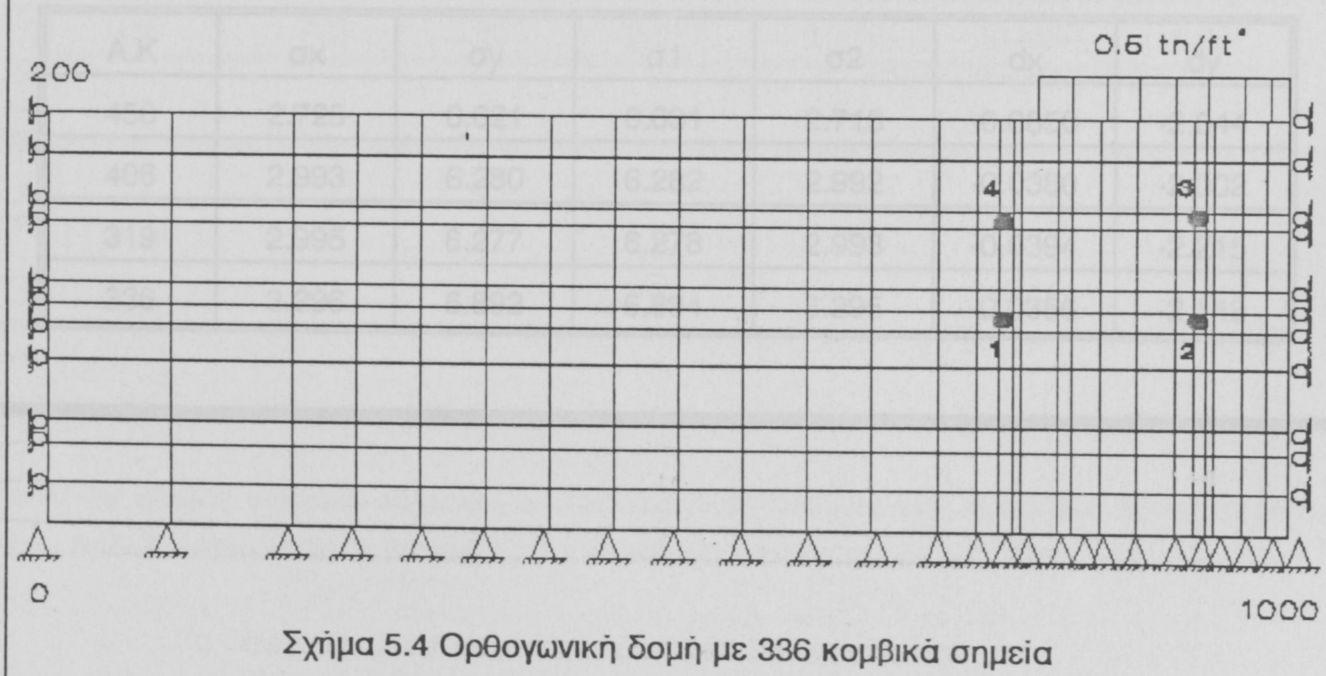
Σχήμα 5.1 Ορθογωνική δομή με 450 κομβικά σημεία



Σχήμα 5.2 Ορθογωνική δομή με 406 κομβικά σημεία



Σχήμα 5.3 Ορθογωνική δομή με 319 κομβικά σημεία



Σχήμα 5.4 Ορθογωνική δομή με 336 κομβικά σημεία

Με το τρόπο αυτό δημιουργήθηκαν για καθένα από τα τέσσερα σημεία μελέτης, πίνακες που δείχνουν τη μεταβολή των τιμών τάσεων και μετατοπίσεων σε σχέση με το συνολικό αριθμό των κόμβων. Οι πίνακες αυτοί φαίνονται παρακάτω :

Πίνακας 5.1 : Παραμετρική ανάλυση του 1ου σημείου

Α.Κ.	σx	σy	σ1	σ2	dx	dy
450	3.025	6.297	6.313	3.009	-0.1280	-1.988
406	2.905	6.220	6.223	2.902	-0.0537	-1.965
319	2.900	6.218	6.221	2.897	-0.0556	-2.173
336	3.204	6.817	6.819	3.202	-0.0500	-2.108

Πίνακας 5.2 : Παραμετρική ανάλυση του 2ου σημείου

Α.Κ	σx	σy	σ1	σ2	dx	dy
450	2.725	6.621	6.631	2.715	-0.0850	-2.044
406	2.993	6.280	6.282	2.992	-0.0380	-2.002
319	2.995	6.277	6.278	2.993	-0.0394	-2.215
336	3.296	6.892	6.894	3.295	-0.0356	-2.148

Πίνακας 5.3 : Παραμετρική ανάλυση του 3ου σημείου

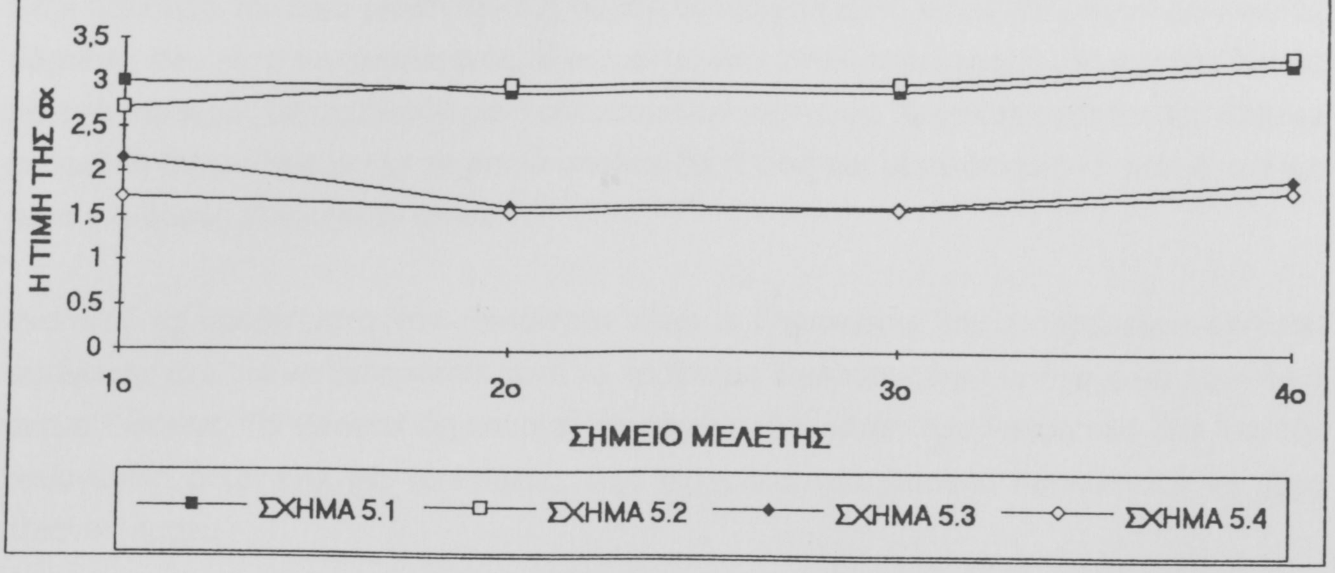
Α.Κ	σx	σy	σ1	σ2	dx	dy
450	2.160	3.516	3.801	1.875	-0.249	-1.528
406	1.623	3.071	3.073	1.621	-0.036	-1.429
319	1.608	3.062	3.064	1.606	-0.032	-1.535
336	1.919	3.701	3.702	1.918	-0.031	-1.639

Πίνακας 5.4 : Παραμετρική ανάλυση 4ου σημείου

Α.Κ	σx	σy	σ1	σ2	dx	dy
450	1.718	3.195	3.235	1.677	-0.155	-1.425
406	1.558	3.183	3.203	1.537	-0.057	-1.399
319	1.585	3.212	3.243	1.554	-0.057	-1.502
336	1.793	3.800	3.817	1.776	-0.054	-1.607

Δίνονται επίσης για κάθε σημείο μελέτης γραφικές απεικονίσεις των τιμών των τάσεων σx καθώς αυξάνεται η διακριτοποίηση της περιοχής κάτω απο την επιφάνεια φόρτισης

Σχήμα 5.5 Μεταβολή της σχ για τα 4 σημεία μελέτης



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

6. Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε η συμπεριφορά επίπεδης επιφάνειας λόγω τριγωνικής φόρτισης που κατά την έννοια ενός άξονα εκτείνεται στο άπειρο, μιας ορθογωνικής δομής και ενός πρανούς με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Χρησιμοποιήθηκε πρόγραμμα με κωδικό όνομα Feadam84 το οποίο υπολογίζει τάσεις και μετατοπίσεις αποκλειστικά και μόνο για δομές γεωλογικών υλικών.

Ενα από τα προβλήματα του Feadam84 είναι η δημιουργία του εκτεταμένου αρχείου εισαγωγής του. Για να ξεπεραστεί αυτό το πρόβλημα δημιουργήθηκε πρόγραμμα με κωδικό όνομα Generat. Το Generat δημιουργεί το αρχείο εισαγωγής του Feadam84 είτε για την ορθογωνική δομή είτε για το πρανές. Από τη χρήση του Generat προκύπτουν τα εξής πλεονεκτήματα :

- Τα στοιχεία του αρχείου εισαγωγής του Generat είναι αισθητά λιγότερα από τα στοιχεία του αρχείου εισαγωγής του Feadam84. Επίσης το αρχείο εισαγωγής του Generat είναι γραμμένο σε ελεύθερη μορφή (unformatted) σε αντίθεση με το αντίστοιχο του Feadam84 που πρέπει να είναι γραμμένο σε συγκεκριμένη μορφή (formatted). Συνεπώς ο χρόνος δημιουργίας του αρχείου εισαγωγής του Feadam84 είναι πολύ λιγότερος από το χρόνο δημιουργίας μέσω κάποιου επεξεργαστή (editor) κατευθείαν από το χρήστη.
- Δίνεται η δυνατότητα μελέτης των δομών για διαφορετικά μεγέθη στοιχείων (διακριτοποίηση) σε μεγαλύτερη κλίμακα αφού τα αρχεία εισαγωγής δημιουργούνται πολύ πιο εύκολα και πολύ πιο γρήγορα.

Από τη μελέτη των σx, dx γιά τις δύο μελετούμενες δομές και τη σύγκριση των αποτελεσμάτων του Feadam84 και ενός προγράμματος ευρείας εφαρμογής της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (Cosmos) προέκυψαν τα ακόλουθα συμπεράσματα. Σημειώνεται ότι τα μοντέλα συμπεριφοράς των γεωυλικών καθώς και η διακριτοποίηση των δομών ήταν παρόμοια για τα δύο προγράμματα.

1. Γραμμική συμπεριφορά

   Στην περίπτωση της ορθογωνικής δομής τόσο για μικρό όσο και για μεγάλο φορτίο υπάρχει πλήρης αντιστοιχία μεταξύ των αποτελεσμάτων που δίνει το Feadam84 και αυτών που δίνει το Cosmos. Στην περίπτωση του πρανούς, για εφαρμογή μικρού φορτίου προκύπτει μικρή αντιστοιχία μεταξύ των αποτελεσμάτων του Feadam84 και του Cosmos. Η αντιστοιχία αυτή περιορίζεται μόνο στη γενική μορφή των καμπυλών. Για εφαρμογή μεγάλου φορτίου η αντιστοιχία που εμφανίζεται είναι ακόμα πιο μικρή. Οι διαφορές αυτές προκύπτουν από την γεωμετρία των δομών καθώς και από το ότι στο Feadam84 η φόρτιση είναι διαδοχική.

2. Μη γραμμική συμπεριφορά

Στην περίπτωση της ορθογωνικής δομής, για εφαρμογή μικρού φορτίου προκύπτει πλήρης αντιστοιχία μεταξύ των αποτελεσμάτων του Feadam84 και του Cosmos. Αντίθετα για εφαρμογή μεγάλου φορτίου ο βαθμός αντιστοιχίας είναι σημαντικά μικρότερος. Αυτό συμβαίνει γιατί στην περίπτωση μεγάλου φορτίου η συμπεριφορά του γεωλογικού υλικού αποκλίνει σημαντικά από τη γραμμική συμπεριφορά την οποία μπορεί να προσεγγίζει το γεωλογικό υλικό στην περίπτωση μικρού φορτίου. Στην περίπτωση του πρανούς, για εφαρμογή μικρού φορτίου προκύπτει πολύ μικρή αντιστοιχία ως προς τη μορφή των καμπυλών του Feadam84 και του Cosmos. Ενώ για εφαρμογή μεγάλου φορτίου δεν προκύπτει κάποια ουσιαστική αντιστοιχία μεταξύ των καμπυλών. Οι διαφορές αυτές προκύπτουν από την γεωμετρία των δομών καθώς και από το ότι στο Feadam84 η φόρτιση είναι διαδοχική.

Στο τελευταίο μέρος της παρούσας εργασίας έγινε παραμετρική ανάλυση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν απο τη φόρτιση ορθογωνικής δομής καθώς μεταβάλλεται το μέγεθος των στοιχείων στα οποία διαιρείται η δομή. Σε περίπτωση εφαρμογής της παραμετρικής ανάλυσης σε ένα γραμμικό υλικό θα εμφανιζόταν μια μονοτονική (αύξουσα ή φθίνουσα) μεταβολή των παραμέτρων του προβλήματος. Αντίθετα, η συμπεριφορά του γεωλογικού υλικού στη περίπτωση που μελετήθηκε ήταν μη γραμμική. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να υπάρχει μια σχετικά μονοτονική μεταβολή των παραμέτρων του προβλήματος. Ενας άλλος παράγοντας που συμβάλει στη μη μονοτονική μεταβολή, είναι το ότι η διακριτοποίηση κάτω από την επιφάνεια φόρτισης δεν είναι εντελώς ομοιόμορφη. Αυτό συμβαίνει διότι για να μπορέσει να επιτευχθεί μελέτη της δομής σε συγκεκριμένα σημεία έπρεπε να χρησιμοποιηθούν στοιχεία διαφορετικών διαστάσεων από αυτά της εκάστοτε διακριτοποίησης.

Πρέπει να σημειωθεί πάντως ότι σε σχετικά απλά προγράμματα όπως το Feadam84 η αριθμητική διαμόρφωση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων ανταποκρίνεται σε μελέτη μικρών τάσεων και μετατοπίσεων (small strains-displacements). Σε περίπτωση που εξασκούνται μεγάλα φορτία η ακρίβεια της μεθόδου μειώνεται. Ετσι, είναι πολύ πιθανόν η μη μονοτονική μεταβολή να οφείλεται και στην ύπαρξη σχετικά υψηλών φορτίων. Παρ' όλα αυτά πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι όπως φαίνεται και από τη μελέτη των πινάκων 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, υπάρχει μια σχετική σταθερότητα (μικρή μεταβολή) των τιμών των παραμέτρων. Αυτό δίνει τη δυνατότητα υπολογισμού των μέσων τιμών της κάθε παραμέτρου ανεξάρτητα απο τη διακριτοποίηση της δομής.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Desai, C.S., (1979), "Elementary Finite Element Method", Van Nostrand Reinhold, New York.

Desai, C.S., and F. Abel, (1972), "Introduction to the Finite Element Method", Van Nostrand, New York.

Strang, G., and G.J. Fix, (1973), "An Analysis of the Finite Element Method", Cambridge, Massachusetts.

Norrie, D.H. and G. de Vries, (1973), "The Finite Element Method - Fundamentals and Applications", Calgary, Alberta.

Hinton, E., and D.R.J. Owen, (1977), "Finite Element Programming", Swansea, U.K.

Αγιουτάντης, Ζ., (1993), "Μηχανική Πετρωμάτων", Σημειώσεις Παραδόσεων, Χανιά, Κρήτη, σελίδες 117-123.

Duncan, J.M., R.B. Seed, K.S. Wong, and Y. Ozawa, (1984), "Feadam84: A Computer Programm for Finite Element Analysis of Dams", Blacksburg, Virginia.

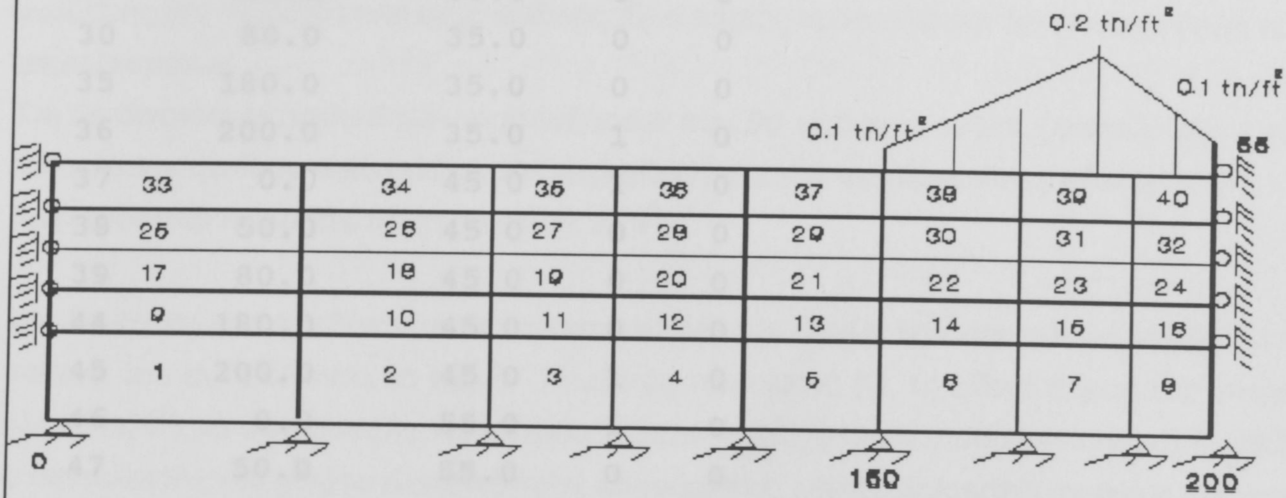
Hoek, E., M.W. Grabinsky and M.S. Diederichs, (1991), "Numerical modelling for underground excavation design", Transactions, Institution of Mining and Metallurgy, Section A, Vol 100, pp. A22-A30.

Cook, D.R. (1974), "Concepts and Applications of Finite Element Analysis", Wisconsin, Madison, U.S.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΡΧΕΙΩΝ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥ FEADAM84

Το αρχείο εισόδου του Feadam για ορθογωνική δομή (σχήμα 1) διαστάσεων 200 (x) x 55 (y) είναι το παρακάτω :



Σχήμα 1 Ορθογωνική δομή

****

```
1  FEADAM EXAMPLE NUMBER 2
2   40    54    16    27     0     0     2     3     1     4     0
3    1     2     3     4
4      1.058
5    1      0.035       120.0       180.0        0.5        0.7   110.0
      0.2         0.1        30.0         0.0        0.5
6    2      0.060       400.0       600.0        0.4        0.7   200.0
      0.5         0.5        33.0         0.0        0.5
7   1       0.0        0.0    1    1
    2      50.0        0.0    1    1
    3      80.0        0.0    1    1
    9     200.0        0.0    1    1
    10      0.0       15.0    1    0
    11     50.0       15.0    0    0
    12     80.0       15.0    0    0
    17    180.0       15.0    0    0
    18    200.0       15.0    1    0
```

```
     19        0.0        25.0     1    0
     20       50.0        25.0     0    0
     21       80.0        25.0     0    0
     26      180.0        25.0     0    0
     27      200.0        25.0     1    0
     28        0.0        35.0     1    0
     29       50.0        35.0     0    0
     30       80.0        35.0     0    0
     35      180.0        35.0     0    0
     36      200.0        35.0     1    0
     37        0.0        45.0     1    0
     38       50.0        45.0     0    0
     39       80.0        45.0     0    0
     44      180.0        45.0     0    0
     45      200.0        45.0     1    0
     46        0.0        55.0     1    0
     47       50.0        55.0     0    0
     48       80.0        55.0     0    0
     53      180.0        55.0     0    0
     54      200.0        55.0     1    0
8    1     1     2     11     10     1
     9    10    11     20     19     1
    17    19    20     29     28     2
    25    28    29     38     37     2
    33    37    38     47     46     2
    40    44    45     54     53     2
9    1    17    24     28     36    19    28    36    27
     2    25    32     37     45    28    37    45    36
     3    33    40     46     54    37    46    54    45
10   2     0.0
11   1     1     1      8      15.0
     2     1     9     16      25.0
12   0     2
13  52    53          0.1       0.2
    53    54          0.2       0.1

*****************************************************************
```

Στή 1η γραμμή δίνεται ένα κωδικό όνομα στο αρχείο εισόδου (π.χ. feadam example 2)
Στη 2η δίνονται ο συνολικός αριθμός στοιχείων (40) και κόμβων (54) της δομής. Ο συνολικός αριθμός στοιχείων (16) και κόμβων (27) της υποδομής. Ο συνολικός αριθμός στοιχείων (0) και κόμβων (0) του προϋπάρχοντος μέρους της δομής (pre-existing part).Ο αριθμός των υλικών που αποτελούν τη δομή (2). Ο συνολικός αριθμός των στρωμάτων της αναδομής (3). Ο αριθμός των φορτίσεων (1). Ο συνολικός αριθμός των στρωμάτων και των φορτίσεων της αναδομής (4). Τέλος δίνεται ενας κωδικός (0) ο οποίος καθορίζει εαν θα γίνει σύνδεση των αποτελεσμάτων.
Στη 3η δίνονται οι αριθμοί των προσαυξήσεων που θα γίνουν οι οποίοι ξεκινούν απο 1 και καταλήγουν στο συνολικό αριθμό των στρωμάτων και των φορτίσεων της αναδομής (4).
Στη 4η δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση σε tn/ft^2.

Στη 5η και 6η γραμμή δίνονται τα χαρακτηριστικά των υλικών που αποτελούν τη δομή. Για καθένα απο αυτά δίνονται τα εξής : Ο κωδικός του υλικού (1), το ειδικό βάρος του υλικού (0.035 tn/ft^3) , ο συντελεστής του μέτρου ελαστικότητας (elastic modulus number) K (120), ο συντελεστής του μέτρου ελαστικότητας αποφόρτισης (elastic unloading modulus number) Kur (180), ο εκθέτης του μέτρου n (0.5), ο ρυθμός αστοχίας rf (0,7), ο συντελεστής του μέτρου όγκου (bulk modulus number) K_b (110), ο εκθέτης του K_b (0.2), η συνοχή του υλικού c (0.13), η γωνία εσωτερικής τριβής φ_0 (30), η μεταβολή της γωνίας εσωτερικής τριβής δφ (0) και ο συντελεστής πίεσης του εδάφους (earth pressure coefficient) K_0 (0.5).

Στην 7η γραμμή και μέχρι την 8η δίνονται ο αριθμός κάθε κόμβου της δομής (π.χ. 1), οι συντεταγμένες του (0.0 , 0.0) και οι συνοριακές συνθήκες του στη x και τη y κατεύθυνση. Η τιμή των συνοριακών συνθηκών μπορεί να είναι είτε 1 είτε 0. Οταν είναι 0 το κομβικό σημείο είναι ελεύθερο να κινείται ενώ όταν είναι 1 δεν μπορεί να κινηθεί. Σημειώνεται οτι είναι απαραίτητο να δίνονται ο πρώτος ο προτελευταίος και ο τελευταίος κάτω κόμβος κάθε στρώματος . Επίσης κάθε κόμβος που απέχει απο τον επόμενο διαφορετικό διάστημα απο αυτό που απέχει ο προηγούμενος απο αυτόν.
Απο τη 8η γραμμή εως τη 9η δίνονται ο αριθμός κάθε στοιχείου της δομής (π.χ. 9), οι κόμβοι που αποτελούν το στοιχείο ξεκινώντας απο κάτω αριστερά και ακολουθώντας αριστερόστροφη φορά (10, 11, 20, 19) και ο κωδικός του υλικού στο οποίο ανήκει το στοιχείο (1). Σημειώνεται οτι είναι απαραίτητο να δίνονται το πρώτο στοιχείο κάθε στρώματος καθώς και το τελευταίο στοιχείο του τελευταίου στρώματος της δομής.

Στην 8η γραμμή και μέχρι την 9η δίνονται πληροφορίες για τα στρώμματα της αναδομής. Δίνονται ο αριθμός του στρώματος (π.χ 3), το πρώτο (απο αριστερά) στοιχείο (33) και το τελευταίο (40), το πάνω αριστερά κομβικό σημείο του πρώτου στοιχείου (46) το πάνω δεξιά κομβικό σημείο του τελευταίου στοιχείου (54), το κάτω αριστερά κομβικό σημείο του πρώτου στοιχείου (37), το πάνω αριστερά κομβικό σημείο του πρώτου στοιχείου (46), το πάνω δεξιά κομβικό σημείο του τελευταίου στοιχείου (54), το κάτω δεξιά κομβικό σημείο του τελευταίου στοιχείου (45).

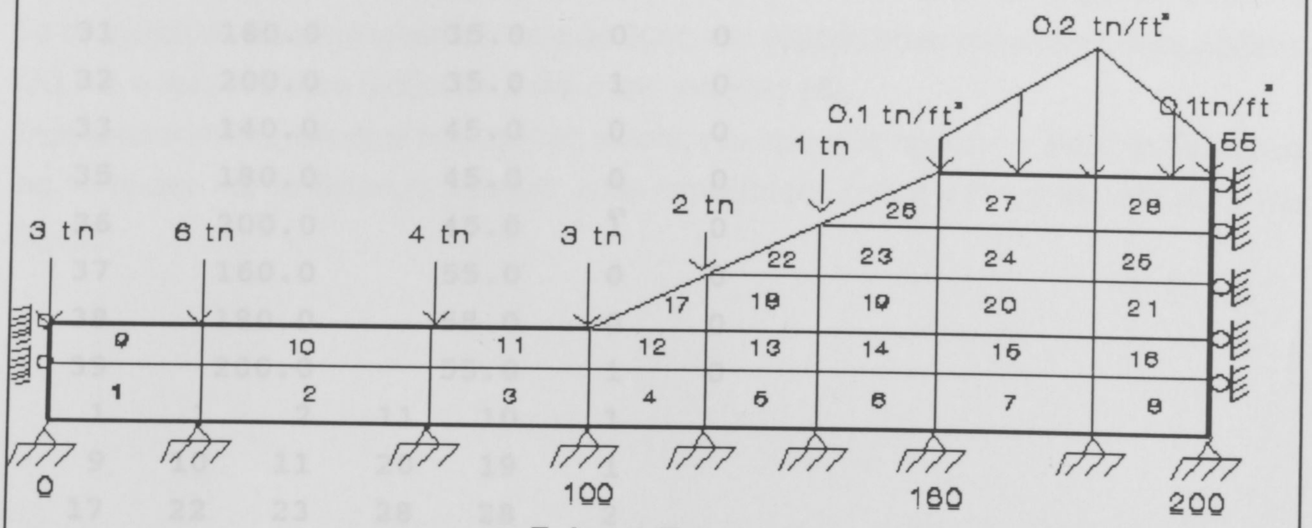
Στη 10η γραμμή δίνονται ο αριθμός των στρωμάτων της υποδομής (2) και η αρχική τους ανύψωση (0).

Στην 11η γραμμή δίνονται ο αριθμός του στρώματος της υποδομής (2)
ο κωδικός του υλικού του στρώματος (1), το πρώτο στοιχείο (9), το τελευταίο στοιχείο (16) και η ανύψωση απο την επιφάνεια (25).

Στη 12η γραμμή δίνονται ο αριθμός των σημειακών φορτίσεων (0) και ο αριθμός των συνεχών φορτίσεων (2).

Στη 13η γραμμή δίνονται το κομβικό σημείο απο το οποίο ξεκινά (52) και στο οποίο σταματά (53) το συνεχές φορτίο καθώς και τη τιμή που έχει στην αρχή (0.1) και στο τέλος (0.2).

Το αρχείο εισόδου του feadam για πρανές (σχήμα 2) διαστάσεων 200 ft (x) x 55 ft (y) είναι το παρακάτω :



Σχήμα 2 Πρανές

```
*******************************************************************

FEADAM EXAMPLE NUMBER 2
   28    39    16    27     0     0     2     3     1     4     0
    1     2     3     4
     1.058
    1      0.035       120.0       180.0         0.5         0.7       110.0
      0.2          0.1          30.0          0.0          0.5
    2      0.060       400.0       600.0         0.4         0.7       200.0
      0.5          0.5          33.0          0.0          0.5
    1        0.0          0.0     1     1
    2       50.0          0.0     1     1
    3       80.0          0.0     1     1
    9      200.0          0.0     1     1
   10        0.0         15.0     1     0
   11       50.0         15.0     0     0
   12       80.0         15.0     0     0
   17      180.0         15.0     0     0
   18      200.0         15.0     1     0
   19        0.0         25.0     1     0
   20       50.0         25.0     0     0
   21       80.0         25.0     0     0
   26      180.0         25.0     0     0
   27      200.0         25.0     1     0
```

```
 28    120.0     35.0    0    0
 31    180.0     35.0    0    0
 32    200.0     35.0    1    0
 33    140.0     45.0    0    0
 35    180.0     45.0    0    0
 36    200.0     45.0    1    0
 37    160.0     55.0    0    0
 38    180.0     55.0    0    0
 39    200.0     55.0    1    0
  1    1    2   11   10    1
  9   10   11   20   19    1
 17   22   23   28   28    2
 18   23   24   29   28    2
 22   28   29   33   33    2
 23   29   30   34   33    2
 26   33   34   37   37    2
 27   34   35   38   37    2
 28   35   36   39   38    2
  1   17   21   28   32   22   28   32   27
  2   22   25   33   36   28   33   36   32
  3   26   28   37   39   33   37   39   36
  2      0.0
  1    1    1    8      15.0
  2    1    9   16      25.0
  6    2
 19      0.0     -3.0
 20      0.0     -6.0
 21      0.0     -4.0
 22      0.0     -3.0
 28      0.0     -2.0
 33      0.0     -1.0
 37   38      0.1       0.2
 38   39      0.2       0.1
```

****

Η βασική διαφορά από το προηγούμενο αρχείο είναι ότι εδώ υπάρχει και σημειακή φόρτιση. Τα στοιχεία που δίνονται γι'αυτή είναι ο αριθμός του κόμβου πάνω στον οποίο εφαρμόζεται (20) και η τιμή του στον x-άξονα (0) και στον y-άξονα (-6).

Σημειώνεται επίσης οτι στην περιοχή της κλίσης του πρανούς πρέπει να δίνονται δεδομένα για το πρώτο και το δεύτερο στοιχείο κάθε στρώματος, καθώς και για το τελευταίο της δομής.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

****ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΝΤΟΛΩΝ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ GENERAT****

```
DECLARE FUNCTION eqy! (eqx, a, b)
DECLARE SUB DrawFrame (TopSide, BottomSide, LeftSide, RightSide) DIM xnp(1000),
ynp(1000), disy(200), disx(200), id(1000, 2), f1np(200) DIM npdl(1000), npdr(1000),
npul(1000), npur(1000), lel(5), cod(5), code(1000) DIM flel(1500), llel(1500), lev(5), xsload(15),
ysload(15), asd(15), asdn(15) DIM fmele(10), lmele(10), smload(10), lmload(10), selem(15),
asdk(15), asd1(15) DIM unw(10), k1(10), kur(10), n(10), rf(10), kb(10), m(10), c(10), fo(10),
df(10), ko(10) DIM x(200), y(200), f2np(100), f3np(100)
CLS
'μεχρι 100np  και 20 κατω elem
LOCATE 12, 5: INPUT "ΔΩΣΤΕ ΤΟ ΟΝΟΜΑ ΤΟΥ ΑΡΧΕΙΟΥ ΕΙΣΟΔΟΥ  : ",
INP$ OPEN INP$ FOR INPUT AS #1
LOCATE 14, 5: INPUT "ΔΩΣΤΕ ΤΟ ΟΝΟΜΑ ΤΟΥ ΑΡΧΕΙΟ ΕΞΟΔΟΥ    : ",
OUT$ CLS
CALL DrawFrame(5, 20, 15, 62)
i = 1
x(0) = 0
y(0) = 0
D = 0
'******διαβάζει τις συντεταγμένες του χ μέχρι να βρεί κάποιο αρνητικό*********
  DO
    INPUT #1, D
    IF D < 0 THEN EXIT DO
    disx(i) = D
    x(i) = x(i - 1) + disx(i)
    i = i + 1
  LOOP
li = i - 1
j = 1
D = 0
'********διαβαζει τις συντεταγμενες του y μέχρι να βρεί κάποιο αρνητικό******
```

```
    DO
      INPUT #1, D
      IF D < 0 THEN EXIT DO
      disy(j) = D
      y(j) = y(j - 1) + disy(j)
      j = j + 1
    LOOP
  lj = j - 1
'***********tln ο συνολικό αριθμός στρωμάτων******************
 10 LOCATE 8, 35: COLOR 0, 7: PRINT " MENU ": COLOR 7, 0
 LOCATE 10, 30: COLOR 15, 0: PRINT "1."; : COLOR 7, 0: PRINT " TRIANGULAR "
 LOCATE 12, 30: COLOR 15, 0: PRINT "2."; : COLOR 7, 0: PRINT " RECTANGULAR "
 LOCATE 14, 30: COLOR 15, 0: PRINT "3."; : COLOR 7, 0: PRINT " QUIT "
 LOCATE 17, 50: COLOR 0, 7: PRINT "   ": COLOR 7, 0
 LOCATE 17, 30: INPUT "GIVE ME YOUR CHOICE "; cd
 IF 3 < cd OR cd < 1 THEN
    GOTO 10
    CLS
 ELSE
    GOTO 20
 END IF
 20 CLS
 IF cd = 3 THEN GOTO 1000
 LOCATE 14, 30: COLOR 0, 7: PRINT " PLEASE WAIT.... ": COLOR 7, 0
 tln = lj
 np = 1
 xnp(np) = 0
 ynp(np) = 0
 id(np, 1) = 1
 id(np, 2) = 1
 k = 0
 telem = 0
'************************************************************

IF cd = 1 THEN
  INPUT #1, xf, yf, xl, yl
  FOR j = 0 TO lj
```

```
    IF y(j) = yf THEN
        fsl = j
    END IF
  NEXT
 ' ευρεση εξίσωσης*****************
  a = (yl - yf) / (xl - xf)
  b = yf - xf * a
  np = 0
  id(np, 1) = 1
  id(np, 2) = 1
  k = 0
  telem = 0
  FOR j = 0 TO fsl
     FOR i = 0 TO li
          IF j = fsl THEN GOTO 30
          IF i = 0 THEN GOTO 30
          telem = telem + 1
30         np = np + 1
          xnp(np) = x(i)
          ynp(np) = y(j)

'για την πρώτη ανακύκλωση***********************
  IF k = 0 THEN
              id(np, 1) = 1
              id(np, 2) = 1
          ELSE
              IF i = 0 THEN
                  id(np, 1) = 1
                  id(np, 2) = 0
                  GOTO 150
              END IF
              id(np, 1) = 0
              id(np, 2) = 0
          END IF

150   NEXT
```

```
    id(np, 1) = 1
        ' μόλις αλλάζει γραμμή παίρνει 1********
      k = k + 1
  NEXT
     FOR ii = 0 TO li
        IF x(ii) = xf THEN
          s1 = ii + 1
        END IF
      NEXT
   IF s1 = 0 THEN
  LOCATE 10, 10: PRINT "Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΚΕΚΛΙΜΕΝΟΥ ΠΡΑΝΟΥΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΣΥΜΠΗΠΤΕΙ
  ΜΕ NP "
  LOCATE 24, 1: PRINT "ΔΙΟΡΘΩΣΤΕ ΤΟ ΛΑΘΟΣ ΣΤΟ ΑΡΧΕΙΟ ΚΑΙ ΕΠΑΝΑΛΑΒΑΤΑΙ "
  INPUT TU$
      GOTO 1000
   END IF
   j = fsl
   DO
     FOR i = s1 TO li
       np = np + 1
       ynp(np) = eqy(x(s1), a, b)
       y(j) = ynp(np)
       xnp(np) = x(i)
       telem = telem + 1
       IF i = s1 THEN
          f2np(j + 1) = xnp(np)
          f3np(j + 1) = ynp(np)
       END IF
     NEXT
     id(np, 1) = 1
     id(np, 2) = 0
     IF ynp(np) = yl THEN EXIT DO
     j = j + 1
     s1 = s1 + 1
  LOOP

  llj = j + 1
```

```
' lnp είναι το τελευταίο κομβικό σημείο της δομής******
     lnp = np
    FOR np = 1 TO lnp

 NEXT
i= 1
'Διαβάζει τα κ.σ για τα οποία έχουμε αλλαγή γραμμής δηλαδή χ=0
 FOR np = 1 TO lnp
  IF xnp(np) = 0 AND i < = fsl THEN
     f1np(i) = np
     i = i + 1
  END IF
        IF xnp(np) = xf AND ynp(np) = yf THEN
            f1np(i) = np
            i = i +1
        END IF
IF xnp(np) = f2np(i - 1) AND ynp(np) = f3np(i - 1) AND i > fsl THEN
   f1np(i) = np
     i = i + 1
END IF
NEXT
lli = llj + 1
END IF
'*************************************************************
'Υπολογίζει τις συντ\νες καθε κομβικού σημείου (κ.σ) ως εξής" 'Το πρώτο κ.σ έχει (0,0) έτσι διαβάζει τα κ.σ της πρώτης γραμμής 'προσθέτοντας κάθε φορά στο χ του κ.σ -1 το δχ για σταθερό y=0 'επίσης οι συνοριακές συνθήκες είναι συνεχώς 1 για την κάτω γραμμή 'Αλλάζοντας γραμμή δίνουμε χ=0 και y ισο με το y του προηγούμενου 'ενώ τώρα μόνο στη αρχη και στο τέλος της γραμμής οι σ.θ είναι 1
'*************************************************************

IF cd = 2 THEN
FOR j = 1 TO lj + 1
     FOR i = 1 TO li
        IF j = lj + 1 THEN
```

```
 ' γιατί στο τελευταίο δεν θέλουμε να προσθέτουμε el
                  GOTO 50
              ELSE
                telem = telem + 1
              END IF
50             np = np + 1
              xnp(np) = xnp(np - 1) + disx(i)
' για την πρώτη ανακύκλωση****************************
                  IF k = 0 THEN
                      ynp(np) = 0
                      id(np, 1) = 1
                      id(np, 2) = 1
                  ELSE
                      ynp(np) = ynp(np - 1)
                      id(np, 1) = 0
                      id(np, 2) = 0
                  END IF
   NEXT
  id(np, 1) = 1
  IF j = lj + 1 THEN EXIT FOR
  np = np + 1
  xnp(np) = 0
' μόλις αλλάζει γραμμή παίρνει 1**********************
  id(np, 1) = 1
  k = k + 1
  ynp(np) = ynp(np - 1) + disy(j)
NEXT
'lnp είναι το τελευταίο κομβικό σημείο της δομής
lnp = np
i = 1
'Διαβάζει τα κ.σ για τα οποία έχουμε αλλαγή γραμμής δηλαδή χ=0

FOR np = 1 TO lnp
 IF xnp(np) = 0 THEN
   f1np(i) = np
   i = i + 1
```

```
END IF
NEXT
lli = i - 1
INPUT #1, xf, yf, xl, yl
END IF
'διαβάζει το αριθμό των υλικών που υπάρχουν στην δομή μετά 'το τελευταίο στοιχείο (στ) για
το οποίο έχουμε το υλικό 1 καθως και τον κωδικό του
INPUT #1, numat
FOR i = 1 TO numat
  INPUT #1, lay(i), cod(i)
NEXT
npur(1) = 0
npdr(1) = 0
el = 1
help = 1
'Για κάθε στρώμα υπολογίζει το στ. καθώς και τα κ.σ που το αποτελούν 'επίσης ανάλογα
με τον αριθμό του στ. βρίσκεται και ο κωδικός του υλικού
'*************************************************************
'Αρα πρέπει να γνωρίζουμε τον αριθμό των στρωμάτων και το διανυσμα με τα 'στοιχεια στα
οποία αλλάζει το στρώμα
w = 0
FOR i = 1 TO lli - 1
    IF i = 1 THEN flel(i) = 1
  DO
'Στην πρώτη ανακύκλωση το κάτω αριστερό κ.σ (κ.σ.κ.α) είναι ισο 'με το πρώτο στοιχείο του
διανύσματος των κ.σ με χ=0 f1np(i)
IF help = 1 THEN
        npdl(el) = f1np(i)
    ELSE
Σε επόμενη ανακύκλωση, το κσκα είναι είτε ισο με αυτό του        προηγούμενου στ.+1 είτε
ισο με αυτό του ίδιου στ.-1                   αυτό γιατί το πρόγραμμα αλλάζει στ. υπολογίζει το
επόμενο     κ.σ.κ.α και μετά εάν το κ.σ.κ.δεξιό είναι ισο με τό επόμενο       στοιχείο του
διανύσματος με χ=0 αλλάζει γραμμή και θέτει               το κ.σ.κ.α = με το στοιχείο του
διανύσματος αυτού

        npdl(el) = npdl(el - 1) + 1
    END IF
```

```
45      IF npdr(el) = f1np(i) THEN npdl(el) = f1np(i)
        npdr(el) = npdl(el) + 1
'εάν ισχύει η συνθήκη αλλαγής γραμμής τότε το αρχικό στ του      κάθε στρώματος γίνεται
ισο με το στ της ανακύκλωσης
      IF cd = 1 THEN
          IF i = fsl + 1 AND w = 0 THEN
          w = 1
           DO
            IF npdr(el) = f1np(i) THEN
              flel(i) = el
                        EXIT DO
            END IF
            npdr(el) = npdr(el) + 1
           LOOP
           GOTO 45
          END IF
     IF npdr(el) = f1np(i + 1) OR xnp(npdr(el)) = 0 THEN
             flel(i + 1) = el
             EXIT DO
       END IF
      ELSE
          IF npdr(el) = f1np(i + 1) THEN
             flel(i + 1) = el
             EXIT DO
          END IF
      END IF
'Στην πρώτη ανακύκλωση το κ.σ.πάνω.αριστερά γίνεται ισο με το        ι+1 στοιχείο του
διανύσματος με χ=0

     IF help = 1 THEN
       npul(el) = f1np(i + 1)
     ELSE
'αλλιώς το κ.σ.π.α είναι ισο με αυτό του προηγουμένου σ.τ+1
       IF cd = 1 AND w1 = 1 THEN
        IF w2 = 1 THEN GOTO 63
        npul(el) = npul(el - 1)
```

```
        w2 = 1
        GOTO 60
        END IF
63        npul(el) = npul(el - 1) + 1
       END IF
'Το κ.σ.π.δεξιά είναι ισο με το κ.σ του ιδιου +1****
60     npur(el) = npul(el) + 1
```

'Εάν το κ.σ.π.δ είναι ισο με το επόμενο στοιχείο του διανύσματος f1np (αφου έχει βγεί για πρώτη φορά από την ανακύκλωση) τότε το κ.σ.π.δ γίνεται ισο με αυτό και το κ.σ.π.α ισο με αυτό +1

```
   IF cd = 1 THEN
      IF npur(el) = f1np(i + 1) OR xnp(npur(el)) = 0 THEN
        IF i > fsl THEN
              npul(el) = f1np(i + 1)
              npur(el) = npul(el)
              w1 = 1
           ELSE
              IF i = fsl THEN
                 IF npur(el) = f1np(i + 1) THEN GOTO 65
           npul(el) = npul(el) + 1
              ELSE
                npul(el) = f1np(i + 1)
              END IF
              npur(el) = npul(el) + 1
           END IF
      END IF
 ELSE

    IF npur(el) = f1np(i + 1) THEN
      npul(el) = f1np(i + 1)
      npur(el) = npul(el) + 1
    END IF
65  END IF
```

'Ανακύκλωση για τον συνολικό αριθμό των υλικών. Εάν το τρέχον στοιχείο είναι μικρότερο απο το τελευταίο στ. του πρώτου υλικού τότε αυτό παίρνει τον κωδικό αυτού και βγαίνει απο την ανακυκλ. αλλιώς ελενχει εάν ισχύει η συνθήκη για το επόμενο υλικό κ.τ.λ.

```
    FOR ki = 1 TO numat
        IF i <= lay(ki) THEN
            code(el) = cod(ki)
            EXIT FOR
        END IF
    IF i > lay(ki) AND code(el - 1)= 0 THEN
        CLS
        LOCATE 10, 15: PRINT "ΤΟ ΤΕΛΕΥΤΑΙΟ ΣΤΡΩΜΑ ΤΗΣ ΔΟΜΗΣ ΕΙΝΑΙ"; lli - 1
        LOCATE 11, 10: PRINT "ΚΑΙ ΕΙΝΑΙ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ ΑΠΟ ΤΟ ΤΕΛΙΚΟ ΤΟΥ ΑΡΧΕΙΟΥ"
        LOCATE 24, 1: PRINT "ΔΙΟΡΘΩΣΤΕ ΤΟ ΛΑΘΟΣ ΣΤΟ ΑΡΧΕΙΟ ΚΑΙ ΕΠΑΝΑΛΑΒΑΤΑΙ "
        INPUT STO1$
            GOTO 1000
            END IF
    NEXT
    IF el = telem THEN EXIT DO
    el = el + 1
    help = help + 1
  210 LOOP
    w2 = 0
    w1 = 0
  NEXT
'****************************************************************
'Διαβάζει τον αριθμό των στρωμάτων της υποδομής και την ανύψωση τους

INPUT #1, tnf, nflev
ncincr = lli - 1 - tnf
FOR i2 = tnf + 1 TO lli - 1
    llel(i2) = flel(i2 + 1) - 1
    IF i2 = lli - 1 THEN llel(i2) = telem
NEXT
l = 1
'Για κάθε στρώμα της υποδομής διαβάζει την αντίστοιχη ανύψωση
FOR i = 1 TO tnf
  IF nflev = 0 THEN
```

```
        IF i = 1 THEN lev(i) = nflev + disy(i): GOTO 200
lev(i) = lev(i - 1) + disy(i)
   ELSE
        IF i = 1 THEN lev(i) = nflev + disy(i): GOTO 200
lev(i) = lev(i - 1) + disy(i)
        END IF
'Υπολογίζει το τελευταίο στ. για καθε στρώμα της υποδομής και 'τον κωδικό υλικού για κάθε ένα από τα στρώματα αυτά

200     llel(i) = flel(i + 1) - 1
       IF i < = lay(l) THEN
        llel(i), lev(i)
      ELSE
         l = l + 1
          IF i < = lay(l) THEN
      END IF
   END IF
IF i = tnf THEN tfelem = llel(i): tfnp = npur(llel(i))
NEXT
INPUT #1, nelpr, nnppr, nload, npunch
nprint = ncincr + nload
INPUT #1, press
FOR i = 1 TO numat
INPUT #1, unw(i), k1(i), kur(i), n(i), rf(i), kb(i), m(i), c(i), fo(i), df(i), ko(i)
NEXT

INPUT #1, sload, mload
FOR i = 1 TO sload
z = 0
INPUT #1, asd(i), asd1(i), xsload(i), ysload(i)
IF cd = 1 THEN
   FOR np = 1 TO lnp
    IF xf < = xnp(np) < xl THEN
     IF xnp(np) = asd(i) AND ynp(np) = eqy(asd(i), a, b) THEN
       selem(i) = np
        z = z + 1
```

```
        END IF
     END IF
        IF xnp(np) = asd(i) AND ynp(np) = asd1(i) THEN
           selem(i) = np
            z = z + 1
        END IF

155     IF np = lnp AND z = 0 THEN
          CLS
LOCATE 10, 10: PRINT "TO"; i; "ΦΟΡΤΙΟ ΔΕΝ ΕΞΑΣΚΕΙΤΑΙ ΣΤΟ ΣΗΜΕΙΟ ΠΟΥ ΔΩΣΑΤΕ"
LOCATE 24, 1: PRINT "ΔΙΟΡΘΩΣΤΕ ΤΟ ΛΑΘΟΣ ΣΤΟ ΑΡΧΕΙΟ ΚΑΙ ΞΑΝΑΤΡΕΞΤΕ ΤΟ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ"
          INPUT stop$
           GOTO 1000
        END IF
     NEXT
   ELSE
    FOR np = 1 TO lnp
       IF ynp(np) = ynp(lnp) THEN
            IF xnp(np) = asd(i) THEN
               selem(i) = np
               z = z + 1
            END IF
       END IF
       IF np = lnp AND z = 0 THEN
          CLS
LOCATE 10, 10: PRINT "TO"; i; "ΦΟΡΤΙΟ ΔΕΝ ΕΞΑΣΚΕΙΤΑΙ ΣΤΟ ΣΗΜΕΙΟ ΠΟΥ ΔΩΣΑΤΕ"
LOCATE 24, 1: PRINT "ΔΙΟΡΘΩΣΤΕ ΤΟ ΛΑΘΟΣ ΣΤΟ ΑΡΧΕΙΟ ΚΑΙ ΞΑΝΑΤΡΕΞΤΕ ΤΟ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ"
INPUT stop$
          GOTO 1000
        END IF
   NEXT
  END IF
NEXT
```

```
FOR i = 1 TO mload
z1 = 0
z = 0
INPUT #1, asdk(i), asdn(i), smload(i), lmload(i)
   FOR np = 1 TO lnp
      IF ynp(np) = ynp(lnp) THEN
         IF xnp(np) = asdk(i) THEN
            fmele(i) = np
            z = z + 1
         END IF
         IF xnp(np) = asdn(i) THEN
            lmele(i) = np
            z1 = z1 + 1
         END IF
      END IF
      IF np = lnp AND (z = 0 OR z1 = 0) THEN
      IF z = 0 THEN
      CLS
LOCATE 10, 10: PRINT "ΣΤΟ"; i; "ΖΕΥΓΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΤΟ"; asdk(i); "ΔΕΝ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΕΙ ΣΕ
ΚΑΠΟΙΟ ΝΡ"
LOCATE 24, 1: PRINT "ΔΙΟΡΘΩΣΤΕ ΤΟ ΛΑΘΟΣ ΣΤΟ ΑΡΧΕΙΟ ΚΑΙ ΞΑΝΑΤΡΕΞΤΕ ΤΟ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ"
INPUT stop$
      GOTO 1000
      ELSE
      CLS
LOCATE 10, 10: PRINT "ΣΤΟ"; i; "ΖΕΥΓΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΤΟ"; asdn(i); "ΔΕΝ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΕΙ ΣΕ
ΚΑΠΟΙΟ ΝΡ"
LOCATE 24, 1: PRINT "ΔΙΟΡΘΩΣΤΕ ΤΟ ΛΑΘΟΣ ΣΤΟ ΑΡΧΕΙΟ ΚΑΙ ΞΑΝΑΤΡΕΞΤΕ ΤΟ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ"
INPUT stop$
      GOTO 1000
      END IF
   END IF
   NEXT
NEXT
INPUT #1, title$
```

```
'*****************εκτύπωση αποτελεσμάτων*******************
'**********************************************************
OPEN OUT$ FOR OUTPUT AS #2
PRINT #2, USING "&"; title$
PRINT #2, USING "#####"; telem; lnp; tfelem; tfnp; nelpr; nnppr; numat; ncincr;
PRINT #2, USING "#####"; nload; nprint; npunch
FOR j = 1 TO nprint
IF j = nprint THEN
      PRINT #2, USING "#####"; j
      EXIT FOR
END IF
PRINT #2, USING "#####"; j;
NEXT
PRINT #2, USING "######.###"; press
FOR i = 1 TO numat
PRINT #2, USING "#####"; cod(i);
PRINT #2, USING "######.###"; unw(i);
PRINT #2, USING "########.#"; k1(i); kur(i); n(i); rf(i); kb(i); m(i)
PRINT #2, USING "########.#"; c(i); fo(i); df(i); ko(i)
NEXT
FOR np = 1 TO lnp
PRINT #2, USING "#####"; np;
PRINT #2, USING "########.#"; xnp(np); ynp(np);
PRINT #2, USING "#####"; id(np, 1); id(np, 2)
NEXT
FOR el = 1 TO telem
PRINT #2, USING "#####"; el; npdl(el); npdr(el); npur(el); npul(el); code(el)
NEXT
FOR i = tnf + 1 TO lli - 1
llel(i) = flel(i + 1) - 1
IF i = lli - 1 THEN llel(i) = telem
PRINT #2, USING "#####"; i - tnf; flel(i); llel(i); npul(flel(i)); npur(llel(i)); npdl(flel(i));
PRINT #2, USING "#####"; npul(flel(i)); npur(llel(i)); npdr(llel(i))
NEXT
PRINT #2, USING "#####"; tnf;
PRINT #2, USING "########.#"; nflev
FOR i = 1 TO tnf
```

```
 llel(i) = flel(i + 1) - 1
 IF i <= lay(l) THEN
   PRINT #2, USING "#####"; i; code(llel(i)); flel(i); llel(i);
    PRINT #2, USING "#######.#"; lev(i)
 ELSE
    l = l + 1
    IF i <= lay(l) THEN
    PRINT #2, USING "#####"; i; code(llel(i)); flel(i); llel(i);
    PRINT #2, USING "#######.#"; lev(i)
    END IF
 END IF
 NEXT
 PRINT #2, USING "#####"; sload; mload
 FOR i = 1 TO sload
 PRINT #2, USING "#####"; selem(i);
 PRINT #2, USING "#######.#"; xsload(i); ysload(i)
 NEXT
 FOR j = 1 TO mload
 PRINT #2, USING "#####"; fmele(j); lmele(j);
 PRINT #2, USING "#######.#"; smload(j); lmload(j)

 NEXT
 CLS
 1000 END
 'DEFINT A-Z
 ' =================== DrawFrame ========================
 '
```

Draws a rectangular frame using the high-order ASCII characters ╔ (201) , ' ╗ (187) , ╚ (200) , ╝ (188) , ║ (186) , and ═ (205). The parameters ' TopSide, BottomSide, LeftSide, and RightSide are the row and column ' arguments for the upper-left and lower-right corners of t h e f r a m e . '
== '
SUB DrawFrame (TopSide, BottomSide, LeftSide, RightSide) STATIC CONST ULEFT = 201, URIGHT = 187, LLEFT = 200, LRIGHT = 188 CONST VERTICAL = 186, HORIZONTAL = 205

```
  FrameWidth = RightSide - LeftSide - 1
```

```
   LOCATE TopSide, LeftSide
   PRINT CHR$(ULEFT); STRING$(FrameWidth, HORIZONTAL); CHR$(URIGHT);
   FOR Row = TopSide + 1 TO BottomSide - 1
     LOCATE Row, LeftSide
     PRINT CHR$(VERTICAL); SPC(FrameWidth); CHR$(VERTICAL);    NEXT Row
   LOCATE BottomSide, LeftSide
   PRINT CHR$(LLEFT); STRING$(FrameWidth, HORIZONTAL); CHR$(LRIGHT);
 END SUB
'**********************************************************
FUNCTION eqy (eqx, a, b)
 eqy = a * eqx + b
END FUNCTION
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ : ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΡΧΕΙΩΝ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ GENERAT

Το αρχείο εισαγωγής του Generat απο το οποίο δημιουργείται το αρχείο εισαγωγής του Feadam για την ορθογωνική δομή είναι το παρακάτω :

```
*************************************************************
50,30,20,20,20,20,20,20,-1
15,10,10,10,10,-1
100,25,160,55
2,2,1,18,2
2,0
0,0,1,0
1.058
0.035,120.0,180.0,0.5,0.7,110.0,0.2,0.13,30.0,0.0,0.5
0.060,400.0,600.0,0.400,0.7,200.0,0.5,0.5,33.0,0.0,0.5
0,2
160,180,0.10,0.20
180,200,0.20,0.10
FEADAM EXAMPLE NUMBER 2
*************************************************************
```

Στις δυο πρώτες γραμμές δίνονται τα διαστήματα του x και y άξονα στα οποία χωρίζεται η δομή. Σημειώνεται οτι τα διαστήματα διαβάζονται απο το πρόγραμμα έως ότου συναντηθεί το -1.

Η επόμενη γραμμή χρησιμοποιείται όταν το αρχείο δημιουργεί αρχείο εισαγωγής για πρανές και είναι οι συντεταγμένες της αρχής και του τέλους του κεκλιμένου κομματιού της δομής.

Κατόπιν δίνονται ο αριθμός των υλικών (2), ο αριθμός του τελευταίου στρώματος (2) με τον πρώτο κωδικό του υλικού (1), ο αριθμός του τελευταίου στρώματος (18) με το δεύτερο κωδικό (2). Εαν τα στρώματα που δημιουργηθούν είναι περισσότερα απο αυτά που αναμένονται τότε το πρόγραμμα ειδοποιεί για την αλλαγή που πρέπει να γίνει.

Υστερα δίνονται ο αριθμός των στρωμάτων της υποδομής και η αρχική ανύψωση απο την επιφάνεια.

Μετά δίνονται ο αριθμός των στοιχείων (0) και των κομβικών σημείων (0) του προυπάρχοντος τμήματος της δομής, ο αριθμος των φορτίσεων (1) και ο κωδικός για σύνδεση (punch) των αποτελεσμάτων (0).

Δίνεται επίσης η ατμοσφαιρική πίεση σε tn/ft^2

Οι επόμενες δύο γραμμές δίνουν τα χαρακτηριστικά των υλικών που αποτελούν τη δομή.

Κατόπιν δίνονται ο αριθμός των σημειακών (0) και των συνεχών φορτίων (2).

Για το συνεχές φορτίο δίνονται οι x-συντεταγμένες του αρχικού (160) και του τελικού σημείου (180) καθώς και το αρχικό (0.1) και το τελικό φορτίο (0.2).

Τέλος δίνεται το χαρακτηριστικό όνομα για το αρχείο εισαγωγής.

Το αρχείο εισαγωγής του Generat απο το οποίο δημιουργείται το αρχείο εισαγωγής του Feadam για το πρανές είναι το παρακάτω :

****

```
50,30,20,20,20,20,20,20,-1
15,10,10,10,10,-1
100,25,160,55
2,2,1,18,2
2,0
0,0,1,0
1.058
0.035,120.0,180.0,0.5,0.7,110.0,0.2,0.13,30.0,0.0,0.5
0.060,400.0,600.0,0.400,0.7,200.0,0.5,0.5,33.0,0.0,0.5
6,2
0,25,0,-3
50,25,0,-6
80,25,0,-4
100,25,0,-3
120,35,0,-2
140,45,0,-1
160,180,0.10,0.20
```

```
180,200,0.20,0.10
FEADAM EXAMPLE NUMBER 2
```

****

Οπως είναι προφανές από τη σύγκριση των δυο παραπάνω αρχείων η μόνη διαφορά τους είναι η ύπαρξη σημειακών φορτίων. Για τα σημειακά φορτία δίνονται οι συντεταγμένες του σημείου που γίνεται η φόρτιση (π.χ. 50,25) και η φόρτιση στον x (0) και τον y άξονα (-6).