ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Συνδυασμένες πολιτικές ελέγχου ποιότητας, παραγωγής και προληπτικής συντήρησης

Καλλιμάνη Γεωργία

Επιβλέπων Καθηγητής:

Ευστράτιος Ιωαννίδης

Χανιά, 2021

Ευχαριστίες

Θα ήθελα καταρχήν να ευχαριστήσω όλους όσους συνέβαλαν με οποιονδήποτε τρόπο στην επιτυχή εκπόνηση αυτής της διπλωματικής εργασίας. Θα πρέπει να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή κ. Ευστράτιο Ιωαννίδη για την επίβλεψη αυτής της εργασίας και για την ευκαιρία που μου έδωσε να την εκπονήσω σε βάθος χρόνου. Θέλω αρχικά να ευχαριστήσω τις φίλες μου από το σχολείο, που ήταν, και ελπίζω να είναι δίπλα μου και στο μέλλον, παρά τη μεγάλη απόσταση που, ή θα μας χωρίζει. Έπειτα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους και τις φίλες των φοιτητικών μου χρόνων, που έκαναν τα χρόνια αυτά μία πραγματικά αξέχαστη εμπειρία. Ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στην οικογένεια μου και κυρίως στις αδελφές μου, των οποίων η πίστη στις δυνατότητες μου αποτέλεσε αρωγός σε όλους τους στόχους και τα όνειρα μου.

Περιεχόμενα

Περίληψη

Η παρούσα εργασία εξετάζει ένα στοχαστικό σύστημα παραγωγής ενός σταδίου του οποίου η λειτουργία διέρχεται από διάφορα στάδια υποβάθμισης μέχρι την ολοκληρωτική βλάβη. Το σύστημα ακολουθεί διαδικασία προληπτικής συντήρησης και επανέρχεται στην αρχική του λειτουργική κατάσταση. Προτείνονται μια σειρά πολιτικών ελέγχου παραγωγής, ποιότητας και προληπτικής συντήρησης. Αναπτύχθηκαν αριθμητική μοντέλα που περιγράφουν τη λειτουργία του συστήματος και επιτρέπουν την εκτίμηση του κέρδους για κάθε εξεταζόμενη πολιτική. Στόχος είναι η αριθμητική διερεύνηση και η σύγκριση των εξεταζόμενων πολιτικών ως προς το αναμενόμενο κέρδος του συστήματος.

1. Εισαγωγή

Η εξέλιξη της τεχνολογίας του αυτοματισμού και των διαδικασιών ελέγχου έχει οδηγήσει στο καλύτερο έλεγχο της παραγωγικής διαδικασία. Κάθε επιχείρηση έχει τη δυνατότητα να μετρά ή να ελέγχει με ακρίβεια το επίπεδο αποθέματος και τη ποιότητα των προϊόντων. Βέβαια η βέλτιστη λειτουργία της επιχείρησης βασίζεται και στο σχεδιασμό της συντήρησης. Με αποτέλεσμα να γίνεται επιτακτική η ανάγκη συνδυασμένου ελέγχου παραγωγής, ποιότητας και προληπτικής συντήρησης.

Το στάδιο του ποιοτικού ελέγχου γίνεται πλέον με τη διαδικασία του εξαντλητικού ελέγχου, στην οποία τα παραγόμενα προϊόντα ελέγχονται όλα, και αποτελεί μια ταχύτερη και οικονομικότερη διαδικασία. Πλέον οι περισσότερες επιχειρήσεις προτιμούν αυτή τη διαδικασία, εγκαταλείποντας τον δειγματοληπτικό έλεγχο. Τα παραγόμενα προϊόντα μετά τον έλεγχο ή απορρίπτονται ή κατηγοριοποιούνται βάση των χαρακτηριστικών της ποιότητας τους [βλ. 1-4].

Σημαντική επίδραση στην ποιότητα των προϊόντων έχει η κατάσταση του συστήματος. Κάθε υποβάθμιση της κατάστασης του συστήματος λόγω φθοράς, με τη σειρά της επηρεάζει την ποιότητα των τελικών προϊόντων. Οι δραστηριότητες της συντήρησης βασίζονται σε ad-hoc σχεδιασμό. Σύμφωνα με έναν ad-hoc σχεδιασμό, η διαδικασία παραγωγής συχνά προγραμματίζεται με βάση τις γνώσεις ή την εμπειρία των ειδικών προγραμματισμού παραγωγής, ενώ η στρατηγική συντήρησης σχεδιάζεται χωρίς να λαμβάνεται υπόψη οποιαδήποτε αντικρουόμενη λειτουργία, όπως ο έλεγχος ποιότητας προϊόντος. Μόλις τα τελευταία χρόνια έχει ξεκινήσει μια προσπάθεια συντονισμού των διαφόρων λειτουργιών μιας επιχείρησης. Αρχικά διερευνήθηκαν οι δυνατότητες συνδυασμού του ελέγχου παραγωγής και ποιότητας [1-4], ο συντονισμός του ελέγχου παραγωγής και προληπτικής συντήρησης [5] και πολύ πρόσφατα μελετήθηκε ο συνδυασμός και των τριών λειτουργιών που εξετάζουμε σε αυτή την εργασία [6].

Στη παρούσα εργασία θα εξετάσουμε συνδυασμένες πολιτικές παραγωγής, ποιότητας και προληπτικής συντήρησης. Σκοπός είναι να οδηγηθούμε σε καλές πολιτικές σε ένα σύστημα παραγωγής ενός σταδίου σε συνάρτηση με το κέρδος.

Η περιγραφή του συστήματος παραγωγής που μελετάμε γίνεται στο κεφάλαιο 2. Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζουμε τη μαθηματική περιγραφή του συστήματος, με τη χρήση αλυσίδων Markov συνεχούς χρόνου. Στο κεφάλαιο 4 περιγράφουμε τις πολιτικές που θα συγκρίνουμε και ευρίσκουμε τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων ελέγχου. Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζουμε τα αριθμητικά αποτελέσματα από τη σύγκριση των πολιτικών. Τέλος στο κεφάλαιο 6 καταγράφονται τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την εργασία.

2. Περιγραφή του συστήματος

Θεωρούμε ένα σύστημα παραγωγής ενός σταδίου που παράγει ένα προϊόν και διαθέτει μονάδα αποθήκευσης μέχρι την πώληση των προϊόντων. Οι αφίξεις των πελατών στο σύστημα είναι τυχαίες και εκθετικές μεταβλητές με μέσο ρυθμό άφιξης ίσο με λ. Με τη πάροδο του χρόνου, το σύστημα φθείρεται και εφαρμόζεται προληπτική συντήρηση ανάλογα με το επίπεδο φθοράς i που βρίσκεται το σύστημα πριν την ολική φθορά του. Συνολικά υπάρχουν d+1 επίπεδα φθοράς του συστήματος, όπου 0 είναι το επίπεδο βέλτιστης λειτουργίας και d το επίπεδο ολικής φθοράς που το σύστημα παύει να λειτουργεί και πρέπει να προχωρήσουμε σε επισκευή. Οι χρόνοι μετάβασης από το επίπεδο φθοράς i στο επόμενο επίπεδο i + 1 είναι τυχαίοι και εκθετικά κατανεμημένοι με μέσο ρυθμό φ_i. Προτείνουμε μια πολιτική κατωφλίου, όπου ξεκινάει προληπτική συντήρηση πριν την τελική φθορά του συστήματος όταν το επίπεδο φθοράς είναι $i \geq b$. Το σύστημα επισκευάζεται σε τυχαίους και εκθετικά κατανεμημένους χρόνους με μέσο ρυθμό σ και υποθέτουμε ότι έχουμε πλήρη επισκευή, δηλαδή από την κατάσταση b επιστρέφουμε στην κατάσταση βέλτιστης λειτουργίας 0.

Τα παραγόμενα προϊόντα αξιολογούνται ποιοτικά βάση ενός χαρακτηριστικού ποιότητας Y που έχει ιδανική τιμή t. Η τιμή Y είναι τυχαία και ακολουθεί την κανονική κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f(y), μέση τιμή α και διασπορά σ^2. Όσο μεγαλύτερη η απόκλιση από την ιδανική τιμή t τόσο χειρότερη η ποιότητα του προϊόντος, η απόσταση από την ιδανική τιμή οριοθετείται από το κατώφλι διαλογής δ. Όταν η απόκλιση από την ιδανική τιμή είναι ίση ή μικρότερη από δ τότε τα προϊόντα έχουν αποδεκτή ποιότητα για να πουληθούν στους πελάτες, αλλιώς απορρίπτονται. Υποθέτουμε ότι η πιθανότητα παραγωγής αποδεκτού κομματιού είναι γνωστή και η τιμή της μειώνεται καθώς αυξάνεται το επίπεδο φθοράς.

Οι χρόνοι παραγωγής των προϊόντων είναι τυχαίες και εκθετικές μεταβλητές με μέσο ρυθμό παραγωγής ίσο με μ. Το σύστημά μας ακολουθεί τη πολιτική Βασικού Αποθέματος, η οποία είναι μια απλή πολιτική κατωφλίου στην οποία η παραγωγή σταματάει όταν το απόθεμα γίνει ίσο με το βασικό απόθεμα s. Επίσης, το σύστημα δεν επιδέχεται εκκρεμείς παραγγελίες, που σημαίνει ότι αν το απόθεμα είναι 0 οι πελάτες δεν μπορούν να εξυπηρετηθούν και χάνονται.

3. Μαθηματική περιγραφή προβλήματος

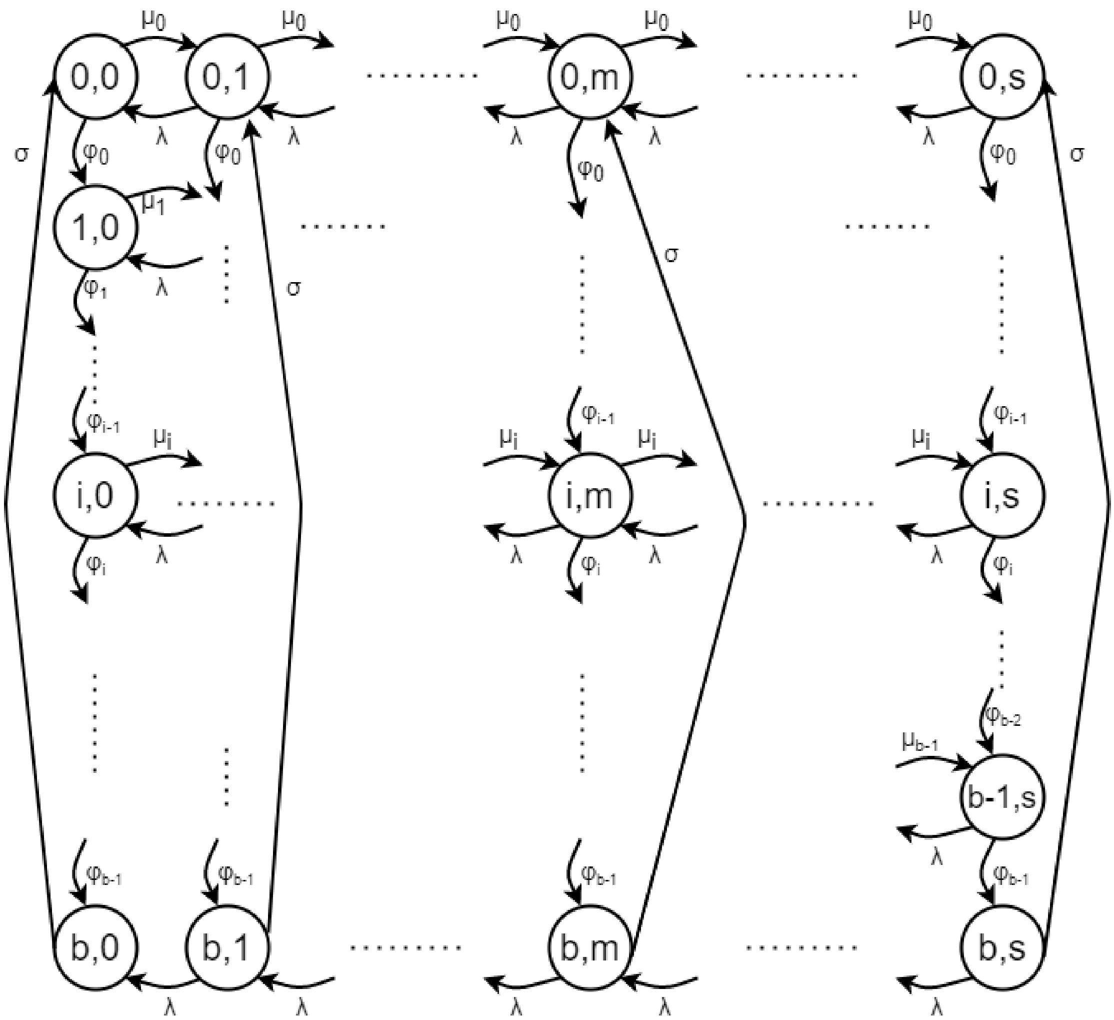
Σε αυτό το κεφάλαιο θα εκτιμήσουμε τις πιθανότητες μόνιμης κατάστασης του συστήματος καθώς και όλα τα μέτρα απόδοσης.

3.1 Εκτίμηση πιθανοτήτων μόνιμης κατάστασης

Όπως έχουμε δει οι χρόνοι εκτέλεσης όλων των γεγονότων είναι τυχαίοι και εκθετικά κατανεμημένοι, συνεπώς το σύστημά μας μπορεί να περιγραφεί ως μια αλυσίδα Markov συνεχούς χρόνου.

Η κατάσταση του συστήματος περιγράφεται από το ζεύγος μεταβλητών (i,m), όπου η μεταβλητή m εκφράζει το απόθεμα των προϊόντων και κινείται στο διάστημα [0,s] και η μεταβλητή i εκφράζει το επίπεδο φθοράς του συστήματος και κινείται στο διάστημα [0,b].

Στο σχήμα παρουσιάζονται οι πιθανότητες του συστήματος καθώς και οι πιθανές μεταβάσεις.



Σχήμα: Διάγραμμα πιθανοτήτων μόνιμης κατάστασης

Στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας του συστήματος οι πιθανότητες αυτές ικανοποιούν τις εξισώσεις Chapman-Kolmogorov (C-K), σύμφωνα με τις οποίες η ροή εξόδου από κάθε κατάσταση είναι ίση με την ροή εισόδου στην κατάσταση:

P(k) × (ρυθμός εξόδου από την κατάσταση k) = $\sum_{i \neq k}$ P(i) × (ρυθμός μετάβασης από i σε k).

Οι εξισώσεις Chapman-Kolmogorov για το σύστημα που εξετάζουμε είναι οι εξής:

$P(0,0)(\varphi_0+\mu_0) = \lambda P(0,1) + \sigma P(b,0),$ (1)

$P(b,0)\sigma = \varphi_{b-1}P(b-1,0) + \lambda P(b,1),$ (2)

$P(i,0)(\mu_i+\varphi_i) = \varphi_{i-1}P(i-1,0) + \lambda P(i, 1),\ 1 \le i \le b-1$ (3)

$P(0,m)(\mu_0+\lambda+\varphi_0) = \mu_0 P(0,m-1) + \lambda P(0,m+1) + \sigma P(b,m),\ 1 \le m \le s-1,$ (4)

$P(b,m)(\sigma + \lambda) = \varphi_{b-1}P(b-1,m) + \lambda P(b,m+1),\ 1 \le m \le s-1,$ (5)

$P(i,m)(\lambda+\varphi_i+\mu_i) = \varphi_{i-1}P(i-1,m) + \lambda P(i,m+ 1) + \mu_i P(i,m-1),\ 1 \le m \le s-1,\ 1 \le i \le b-1,$ (6)

$P(0,s)(\lambda+\varphi_0) = \mu_0 P(0,s-1) + \sigma P(b,s),$ (7)

$P(i,s)(\lambda+\varphi_i) = \mu_i P(i,s-1) + \varphi_{i-1}P(i-1,s),\ 1 \le i \le b-1,$ (8)

$P(b,s)(\sigma + \lambda) = \varphi_{b-1}P(b-1,s).$ (9)

Οι πιθανότητες μόνιμης κατάστασης του συστήματος υπολογίζονται από την επίλυση των παραπάνω εξισώσεων Chapman-Kolmogorov μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας που περιγράφουμε στη συνέχεια.

Έστω τα διανύσματα στήλης της μορφής $\mathbf{P_m}=[P(0,m),\ P(1,m),\ \ldots,\ P(b,m)]^T$, που είναι το διανύσματα των καταστάσεων που αντιστοιχούν σε απόθεμα m. Οι εξισώσεις Chapman-Kolmogorov (1) - (9) μπορούν να εκφραστούν ως εξής:

$A_m\mathbf{P_m} = B_m \mathbf{P_{m-1}} + C_m \mathbf{P_{m+1}}$, $0<m<s$ (10)

$A_s\mathbf{P_s} = B_s \mathbf{P_{s-1}}$, m=s (11)

$A_0\mathbf{P_0} = C_0 \mathbf{P_1}$, m=0 (12)

όπου A_m, B_m και C_m είναι οι πίνακες που περιέχουν τις μεταβάσεις από και προς τις καταστάσεις. Το παραπάνω σύστημα εξισώσεων επιλύεται με τον ακόλουθο τρόπο:

Βήμα 1: Από την εξίσωση (12) έχουμε $\mathbf{P_0} = G_1\mathbf{P_1}$, με $G_1 = A_0^{-1}C_1$.

Βήμα 2: Χρησιμοποιούμε την σχέση του βήματος 1 και επιλύουμε την εξίσωση (10) ως προς $\mathbf{P_m} = G_{m+1}\mathbf{P_{m+1}}$, με $G_{m+1} = (A_m - B_mG_m)^{-1} C_m$ και $1 \le m \le s-1$.

Βήμα 3: Η εξίσωση (11) γράφεται ως $\mathbf{P_{s-1}} = G_s\mathbf{P_s}$, με $G_s = A_s^{-1}B_s$.

Βήμα 4: Η σχέση $\mathbf{P_m} = G_m \mathbf{P_{m-1}}$ ισχύει για όλα τα διανύσματα πιθανοτήτων, συνεπώς συνδυάζοντας αυτή τη σχέση με την εξίσωση (12) προκύπτει η σχέση $A_0\mathbf{P_0} = C_1(G_1\mathbf{P_0})$, οπότε έχουμε $(A_0 - C_1G_1)\mathbf{P_0} = \mathbf{0}$, με $\mathbf{0}$ το μηδενικό διάνυσμα. Υπολογίζουμε το διάνυσμα $\mathbf{P_0}$ χρησιμοποιώντας την εξίσωση κανονικοποίησης,

$$\sum_{m=0}^{s} 1^{T}\mathbf{P_m} = 1,$$

όπου το **1** είναι διάνυσμα στήλης με όλα τα στοιχεία του ίσα με την μονάδα. Έχουμε ότι $P_m = F_m\mathbf{P_0}$, με $F_m = G_mG_{m-1} \dots G_0$, οπότε προκύπτει

$$\sum_{m=0}^{s} \mathbf{1^T} F_m \mathbf{P_0} = 1 \quad =>$$

$$\mathbf{P_0} = [\sum_{m=0}^{s} \mathbf{1^T} F_m]^{-1}.$$

Βήμα 5: Αφού έχουμε βρει το $\mathbf{P_0}$, βρίσκουμε διαδοχικά όλα τα υπόλοιπα διανύσματα πιθανοτήτων $\mathbf{P_m}$ από τη σχέση $\mathbf{P_m} = F_m\mathbf{P_0}$.

Οι πίνακες A_m, B_m και C_m διαμορφώνονται ως εξής:

$$A_0 = \begin{bmatrix} \varphi_0 + \mu_0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & -\sigma \\ -\varphi_0 & \mu_1 + \varphi_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & & & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & -\varphi_{b-2} & & & \mu_{b-1} + \varphi_{b-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & & -\varphi_{b-1} & \sigma \end{bmatrix},$$

$$A_m = \begin{bmatrix} \varphi_0 + \mu_0 + \lambda & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & -\sigma \\ -\varphi_0 & \lambda + \mu_1 + \varphi_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & & & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & -\varphi_{b-2} & & & \mu_{b-1} + \varphi_{b-1} + \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & & -\varphi_{b-1} & \sigma + \lambda \end{bmatrix}, 0 < m < s$$

$$
A_s = \begin{bmatrix}
\varphi_0 + \lambda & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & -\sigma \\
-\varphi_0 & \lambda + \varphi_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\
0 & \ddots & \ddots & & \ddots & & 0 \\
\vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & & \vdots \\
\vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & & 0 \\
0 & 0 & -\varphi_{b-2} & & \lambda + \varphi_{b-1} & & 0 \\
0 & 0 & 0 & & -\varphi_{b-1} & & \sigma + \lambda
\end{bmatrix},
$$

$$
B_m = \begin{bmatrix}
\mu_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & \mu_1 & & 0 & 0 \\
\vdots & & \ddots & \vdots & \\
0 & 0 & \cdots & \mu_{b-1} & 0 \\
0 & 0 & & 0 & 0
\end{bmatrix}, 0 < m \leq s
$$

$$
C_m = \begin{bmatrix}
\lambda & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & \lambda & & 0 & 0 \\
\vdots & & \ddots & \vdots & \\
0 & 0 & \cdots & \lambda & 0 \\
0 & 0 & & 0 & \lambda
\end{bmatrix}, 0 \leq m < s.
$$

3.2 Συνάρτηση Κέρδους

Το βασικό κριτήριο για την απόδοση του συστήματος είναι η συνάρτηση μέσου κέρδους. Το συνολικό αναμενόμενο κέρδος προκύπτει από τις παρακάτω συνιστώσες:

r: κέρδος από την πώληση μιας μονάδας

h: μοναδιαίο κόστος αποθέματος ανά μονάδα προϊόντος και ανά μονάδα χρόνου

r_c: μοναδιαίο κόστος απόρριψης προϊόντος

k: μοναδιαίο κόστος ποιότητας

Q_c: το συνολικό αναμενόμενο κόστος ποιότητας

Q_i: αναμενόμενο κόστος ποιότητας από την πώληση ενός προϊόντος, όταν το σύστημα είναι στην κατάσταση φθοράς i.

TH: μέσος ρυθμός πώλησης προϊόντων

H: μέσο απόθεμα προϊόντων

R: μέσο πλήθος προϊόντων που απορρίπτονται στην μονάδα του χρόνου

μ^i_α: μέσος ρυθμός παραγωγής αποδεκτών προϊόντων όταν το σύστημα είναι στην κατάσταση i.

Ο μέσος ρυθμός πώλησης των προϊόντων είναι το γινόμενο του ρυθμού άφιξης πελατών επί την πιθανότητα το απόθεμα να είναι διάφορο του μηδενός:

$$\mathrm{TH} = \lambda\left[1 - \sum_{i=0}^{b} P(i, 0)\right]$$

Το μέσο απόθεμα προϊόντων είναι το γινόμενο των προϊόντων επί την πιθανότητά τους:

$$H = \sum_{m=1}^{s} m1^{T}P_{m} = \sum_{m=1}^{s} m \sum_{i=0}^{b} P(i, m)$$

Το μέσο πλήθος προϊόντων που απορρίπτονται στην μονάδα χρόνου είναι:

$$R = \sum_{i=0}^{b-1} \sum_{m=0}^{s-1} P(i, m)(\mu - \mu_{i}),$$

όπου $\mu_i = \mu q_i$ και q_i είναι η πιθανότητα παραγωγής ενός προϊόντος αποδεκτής ποιότητας στην κατάσταση φθοράς i.

Το συνολικό μέσο κόστος ποιότητας είναι:

$$Q_{c} = \sum_{i=0}^{b-1} \mu_{\alpha}^{i} Q_{i} = \sum_{i=0}^{b-1} Q_{i}\mu_{i} \sum_{m=0}^{s-1} P(i, m).$$

Όπως έχουμε αναφέρει τα παραγόμενα προϊόντα αξιολογούνται ποιοτικά βάση ενός χαρακτηριστικού Y. Αυτό μας οδηγεί στην εξέταση του κόστους ποιότητας. Το κόστος ποιότητας εκφράζει τη χρηματική απώλεια της επιχείρησης λόγω της δυσαρέσκεια του πελάτη από την ποιότητα του προϊόντος που αγόρασε.

Το κόστος ποιότητας ορίζεται ως $Q_i = kE[(Y-t)^2 \mid \text{επίπεδο φθοράς } i]$, με k το μοναδιαίο κόστος ποιότητας, είναι διαφορετικό για κάθε προϊόν που πωλείται, αφού για κάθε προϊόν είναι διαφορετική η τιμή $|Y-t|$ κι εκφράζει το κόστος από την πώληση προϊόντος σε πελάτη.

Στην συνέχεια θα υπολογίσουμε το κόστος ποιότητας για την περίπτωση που το χαρακτηριστικό ποιότητας είναι κανονικά κατανεμημένη τυχαία μεταβλητή. Το Q_i

είναι το μέσο κόστος ποιότητας για προϊόντα που παράγονται όταν το σύστημα είναι σε επίπεδο φθοράς i [1-3]:

$Q_i = kE[(Y\text{-}t)^2] = k\int_{t-\delta}^{t+\delta}(y-t)^2 f_i(y)dy,\ y\in[t-\delta, t+\delta]$ με

$(y-t)^2 = (y-\bar{y}+\bar{y}-y)^2 = (y-\bar{y})^2+(\bar{y}-t)^2+2(y-\bar{y})(\bar{y}-t)$ και

$f_i(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}}e^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}}$. Επίσης έχουμε $(y-\bar{y})e^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}}dy = -\sigma^2 d\left(e^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}}\right)$, επομένως:

$$Q_i = k\left\{\int_{t-\delta}^{t+\delta}(y-\bar{y})^2 f_i(y)dy + \int_{t-\delta}^{t+\delta}(\bar{y}-t)^2 f_i(y)dy + \int_{t-\delta}^{t+\delta}2(y-\bar{y})(\bar{y}-t)f_i(y)dy\right\},$$

όπου:

- $\int_{t-\delta}^{t+\delta}(y-\bar{y})^2 f_i(y)dy = \int_{t-\delta}^{t+\delta}(y-\bar{y})(y-\bar{y})\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}}e^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}}dy = -\frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}}\int_{t-\delta}^{t+\delta}(y-\bar{y})de^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}}$
- $\int_{t-\delta}^{t+\delta}(\bar{y}-t)^2 f_i(y)dy = (\bar{y}-t)^2\int_{t-\delta}^{t+\delta}f_i(y)dy = (\bar{y}-t)^2 q_i$
- $\int_{t-\delta}^{t+\delta}2(y-\bar{y})(\bar{y}-t)f_i(y)dy = 2(\bar{y}-t)\int_{t-\delta}^{t+\delta}(y-\bar{y})f_i(y)dyq$
  $= 2(\bar{y}-t)\int_{t-\delta}^{t+\delta}(y-\bar{y})\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}}e^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}}dy = -\frac{2(\bar{y}-t)\sigma^2}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}}\int_{t-\delta}^{t+\delta}de^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}}$

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
Q_i &= k\int_{t-\delta}^{t+\delta}(y-t)^2 f_i(y)dy \\
&= k\left\{-\frac{\sigma_i^2}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}}\int_{t-\delta}^{t+\delta}(y-\bar{y})de^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}} + (\bar{y}-t)^2 q - \frac{2(\bar{y}-t)\sigma_i^2}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}}\int_{t-\delta}^{t+\delta}de^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}}\right\} \\
&= -\frac{\sigma_i^2 k}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}}\left[(t+\delta-\bar{y})e^{-\frac{(t+\delta-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}} - (t-\delta-\bar{y})e^{-\frac{(t-\delta-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}} - \int_{t-\delta}^{t+\delta}e^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}}dy\right] \\
&\quad -\frac{2(\bar{y}-t)\sigma_i^2 k}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}}\left[e^{-\frac{(t+\delta-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}} - e^{-\frac{(t-\delta-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}}\right] + (\bar{y}-t)^2 q_i k \\
&= -\frac{\sigma_i k}{\sqrt{2\pi}}\left[(t+\delta-\bar{y})e^{-\frac{(t+\delta-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}} - (t-\delta-\bar{y})e^{-\frac{(t-\delta-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}}\right] \\
&\quad -\frac{2(\bar{y}-t)\sigma_i k}{\sqrt{2\pi}}\left[e^{-\frac{(t+\delta-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}} - e^{-\frac{(t-\delta-\bar{y})^2}{2\sigma_i^2}}\right] + (\bar{y}-t)^2 q_i k + \sigma^2 q_i k \\
&= q_i[(\bar{y}-t)^2+\sigma_i] - \frac{\sigma_i}{\sqrt{2\pi}}\left[(\bar{y}-t+\delta)e^{-\frac{(\bar{y}-t-\delta)^2}{2\sigma_i^2}} - (\bar{y}-t-\delta)e^{-\frac{(\bar{y}-t+\delta)^2}{2\sigma_i^2}}\right].
\end{aligned}$$

Τελικά το μέσο κέρδος είναι:

$$J = rTH - hH - r_c R - Q_c.$$

4. Πολιτικές υπό εξέταση

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε διάφορες πολιτικές, με σκοπό την επιλογή της καταλληλότερης για το σύστημα μας. Για κάθε πολιτική θα εκτιμήσουμε τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων ελέγχου, s, b και δ, για ένα κοινό παράδειγμα, ώστε να μεγιστοποιήσουμε το κέρδος. Ακόμη επιχειρήσαμε να διερευνήσουμε την κοιλότητα της συνάρτησης κέρδους ως προς τις μεταβλητές ελέγχου της κάθε εξεταζόμενης πολιτικής. Οι υπολογισμοί αυτοί προκύπτουν από κώδικα, που έχει υλοποιηθεί σε περιβάλλον προγραμματισμού Matlab και παρατίθεται στο παράρτημα.

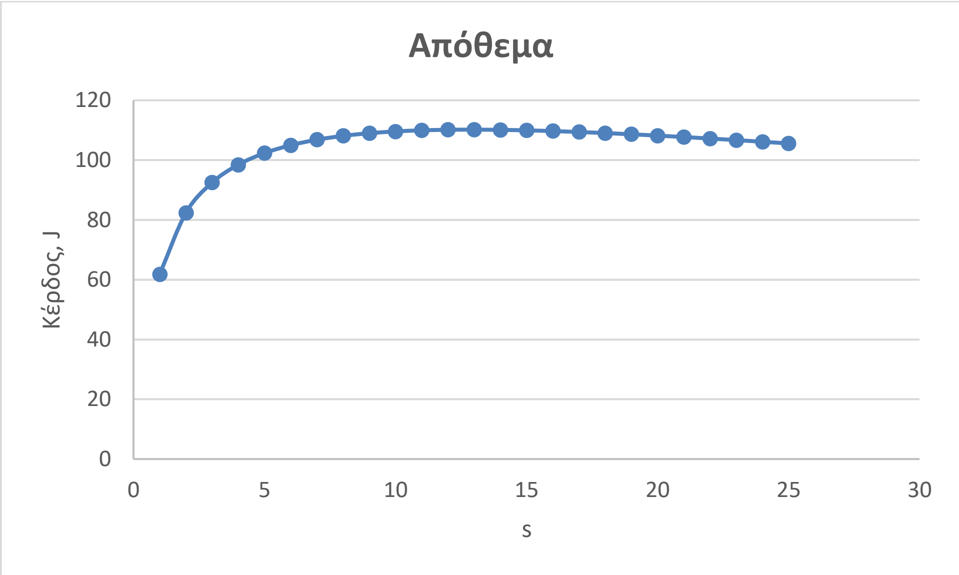
4.1 Πολιτική 1 - Προτεινόμενη πολιτική

Η πολιτική αυτή αναφέρεται στο σύστημα που έχουμε παρουσιάσει στα προηγούμενα κεφάλαια. Εξετάζουμε το σύστημα για να βρούμε τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων ελέγχου, μεταβάλλοντας τα s, b και δ ενώ οι υπόλοιπες μεταβλητές παραμένουν σταθερές. Αναζητούμε τις βέλτιστες τιμές των μεταβλητών ελέγχου για τις ακόλουθες τιμές των παραμέτρων λειτουργίας του συστήματος, λ=4, μ=6, T=10, Y=10, σ_y =1, σ=1, α=0,1, r=50, r_c=20, h=2 και k=25. Ο χώρος αναζήτησης των βέλτιστων τιμών των μεταβλητών ελέγχου είναι s=[1, 25], b=[1, 5] και δ=[1,3 , 1,4]. Παρακάτω παρουσιάζονται οι τιμές της συνάρτησης του κέρδους και των βέλτιστων παραμέτρων ελέγχου. Να σημειωθεί ότι για κάθε τιμή του s παρουσιάζονται οι βέλτιστες τιμές των b και δ. Σύμφωνα με το Πίνακα 1, οι βέλτιστες τιμές της Πολιτικής 1 είναι s=13, b=3 και δ=1,4 με μέγιστο κέρδος J=110,3002.

Πίνακας 1: Μέσο κέρδος και βέλτιστες τιμές παραμέτρων ελέγχου

s	**b**	**δ**	**J**
11	3	1,4	109,9554
12	3	1,4	109,8591
12	4	1,4	109,8662
12	3	1,4	110,1404
13	**3**	**1,4**	**110,1831**
14	3	1,4	110,1112
14	3	1,3	110,0237
15	3	1,3	109,971
15	3	1,4	109,9458

Στο Σχήμα 1, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση το μέσου κέρδους συναρτήσει του βασικού αποθέματος s. Η συνάρτηση είναι κοίλη και έχει μοναδικό τοπικό και ολικό μέγιστο στο σημείο s=13 με J=110,1831, όπου βρίσκεται η βέλτιστη τιμή. Παρατηρούμε ότι, το κέρδος πριν και μετά το μέγιστο σημείο να αυξάνεται και να μειώνεται αντίστοιχα με αργό ρυθμό.



Σχήμα 1: Μέσο κέρδος συναρτήσει του βασικού αποθέματος s

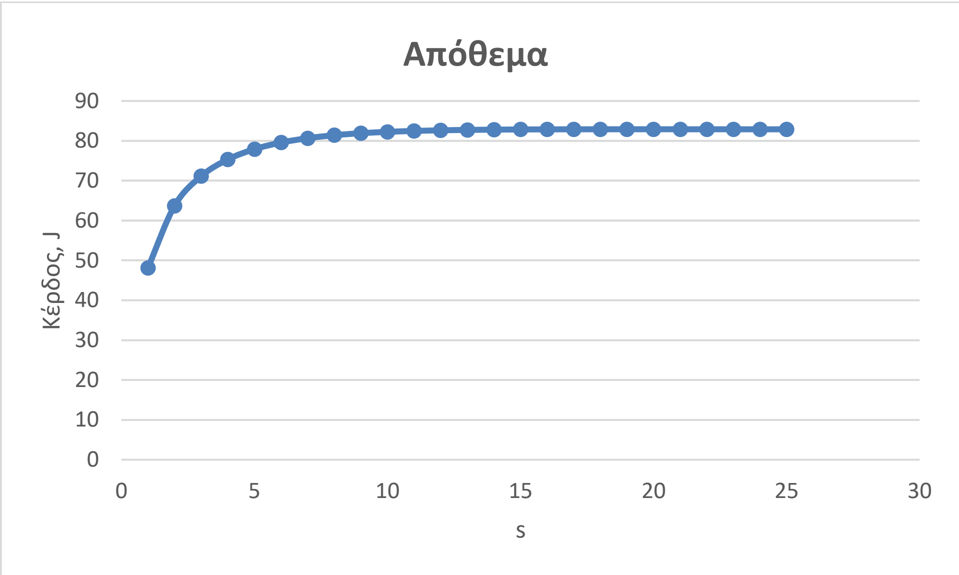
4.2 Πολιτική 2 - Απλοϊκή πολιτική

Θωρούμε ένα σύστημα παραγωγής με τα ίδια χαρακτηριστικά όπως στην Πολιτική 1. Η διαφορά είναι ότι δεν κάνουμε προληπτική συντήρηση, το σύστημα φτάνει στην ολική βλάβη για να επισκευαστεί. Επομένως έχουμε σ ρυθμό επισκευής και b=d+1. Η πολιτική ελέγχου που ακολουθείτε καθορίζεται από το τμήμα ποιοτικού ελέγχου, λαμβάνοντας υπόψη μόνο το κόστος ποιότητας με $\delta = \sqrt{r_c/k}$ [1]. Σκοπός μας είναι να βρούμε το βέλτιστο κατώφλι s, έτσι ώστε να μεγιστοποιείτε το κέρδος J με σταθερές τις τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων. Επομένως, οι τιμές των παραμέτρων λειτουργίας του συστήματος είναι λ=4, μ=6, T=10, Y=10, σ_y =1, δ=2,5, σ=1, α=0,1, b=5, r=50, r_c=20, h=2 και k=25. Αναζητούμε την βέλτιστη τιμή του βασικού αποθέματος s στο διάστημα [1,25].

Στον Πίνακα 2 και στο Σχήμα 2, παρουσιάζεται η εξέλιξη της τιμής της συνάρτησης του κέρδους συναρτήσει του βασικού αποθέματος s. Παρατηρούμε ότι στο Σχήμα 2, η συνάρτηση είναι κοίλη και έχει μοναδικό τοπικό και ολικό μέγιστο στο σημείο s=20 και J=82,89898. Επίσης, όπως και στην Πολιτική 1 η συνάρτηση παρουσιάζει αργή αύξηση του κέρδος όπως και μείωση από ένα σημείο και μετά.

Πίνακας 2: Μέσο κέρδος συναρτήσει του s και βέλτιστες τιμές

s	**J**
16	82,87148
17	82,88702
18	82,89518
19	82,89857
20	**82,89898**
21	82,89762
22	82,89529
23	82,89251
24	82,88963
25	82,88684



Σχήμα 2: Μέσο κέρδος συναρτήσει του βασικού αποθέματος s

4.3 Πολιτική 3 - Μερική βελτιστοποίηση ως προς την προληπτική συντήρηση και την πολιτική παραγωγής

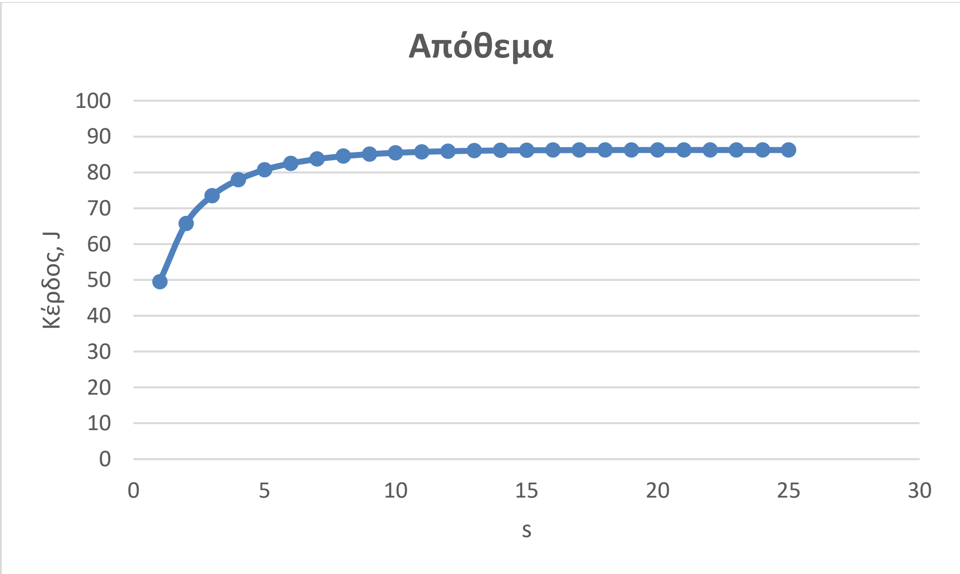
Θωρούμε ένα σύστημα παραγωγής με τα ίδια χαρακτηριστικά όπως στην Πολιτική 1. Η διαφορά είναι στη πολιτική ελέγχου που ακολουθείτε, η οποία καθορίζεται από το τμήμα ποιοτικού ελέγχου, λαμβάνεται υπόψη μόνο το κόστος ποιότητας με $\delta = \sqrt{r_c/k}$ [1]. Σκοπός μας είναι να βρούμε τα βέλτιστα κατώφλια s και b, έτσι ώστε να μεγιστοποιείτε το κέρδος J με σταθερές τις τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων. Επομένως, έχουμε τις ίδιες τιμές των παραμέτρων λειτουργίας του συστήματος με τις προηγούμενες περιπτώσεις δηλαδή, λ=4, μ=6, T=10, Y=10, σ_y =1, σ=1, α=0,1, r=50, r_c=20, h=2 και k=25. Αναζητούμε τις βέλτιστες τιμές των s και b, για $s \in [1\,, 25]$ και $b \in [1\,, 5]$.

Στο Πίνακα 3, παρουσιάζεται η εξέλιξη της τιμής του μέσου κέρδους συναρτήσει των βέλτιστων τιμών των παραμέτρων s και b. Επομένως, βρίσκουμε και τα βέλτιστα κατώφλια s=21 και b=3 με μέσο κέρδος J=86,24829.

Στο Σχήμα 3, βλέπουμε τη συνάρτηση του μέσου κέρδους συναρτήσει του βασικού αποθέματος s. Όπως και στις προηγούμενες πολιτικές, η συνάρτηση είναι κοίλη και παρουσιάζει μοναδικό τοπικό και ολικό μέγιστο στο σημείο s=21 και J=86,24829, με ελάχιστες αυξομειώσεις του κέρδους από το σημείο s=9.

Πίνακας 3: Μέσο κέρδος και βέλτιστες τιμές παραμέτρων ελέγχου s και b

s	b	J
16	3	86,20411
17	3	86,22586
18	3	86,23857
19	3	86,24527
20	3	86,24802
21	**3**	**86,24829**
22	3	86,24707
23	3	86,24501
24	3	86,24255
25	3	86,23999



Σχήμα 3: Μέσο κέρδος συναρτήσει του βασικού αποθέματος s

4.4 Πολιτική 4 - Μερική βελτιστοποίηση ως προς την πολιτική παραγωγής και τον έλεγχο ποιότητας

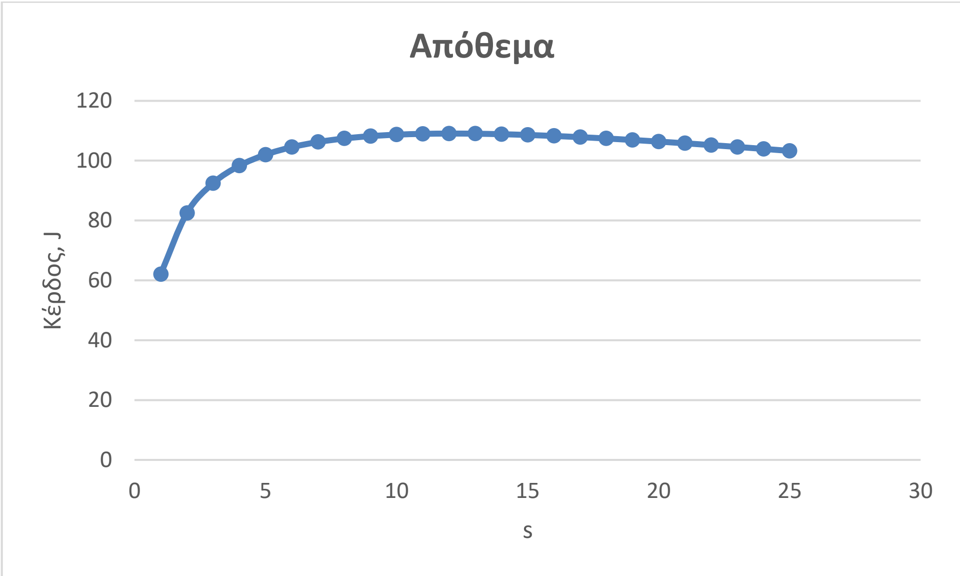
Θωρούμε ένα σύστημα παραγωγής με τα ίδια χαρακτηριστικά όπως στις προηγούμενες πολιτικές. Η διαφορά είναι ότι δεν κάνουμε προληπτική συντήρηση, το σύστημα φτάνει στην ολική βλάβη και μετά σταματά για να επέλθει επισκευή. Επομένως έχουμε σ ρυθμό επισκευής και b = d+1. Σκοπός μας είναι να βρούμε τα βέλτιστα κατώφλια s και δ, έτσι ώστε να μεγιστοποιείτε το κέρδος J με σταθερές τις τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων. Επομένως, όπως και στις προηγούμενες πολιτικές λ=4, μ=6, T=10, Y=10, σ_y =1, σ=1, α=0,1, b=5, r=50, r_c=20, h=2 και k=25. Αναζητούμε τις βέλτιστες τιμές των s και δ, για $s \in [1\,,25]$ και $\delta \in [1\,,2]$.

Στο Πίνακα 4, παρουσιάζεται η εξέλιξη της τιμής του μέσου κέρδους συναρτήσει των βέλτιστων τιμών των παραμέτρων s και δ. Επομένως, βρίσκουμε και τα βέλτιστα κατώφλια s=12 και δ=1,4 με μέσο κέρδος J=109,0601.

Πίνακας 4: Μέσο κέρδος και βέλτιστες τιμές παραμέτρων ελέγχου s και δ

s	**δ**	**J**
7	1,4	106,2365
8	1,4	107,4145
9	1,4	108,202
10	1,4	108,6969
11	1,4	108,9667
12	**1,4**	**109,0601**
13	1,4	109,0126
14	1,4	108,8512
15	1,4	108,5966
16	1,4	108,2648

Στο Σχήμα 4, βλέπουμε τη συνάρτηση του μέσου κέρδους συναρτήσει του βασικού αποθέματος s. Όπως και στις προηγούμενες πολιτικές, η συνάρτηση είναι κοίλη και παρουσιάζει μοναδικό τοπικό και ολικό μέγιστο στο σημείο s=12 και J=109,0601, που είναι και η βέλτιστη τιμή.



Σχήμα 4: Μέσο κέρδος συναρτήσει του βασικού αποθέματος s

5. Αριθμητικά Αποτελέσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο θα συγκρίνουμε τις πολιτικές για την εύρεση της βέλτιστης στρατηγικής για το σύστημα μας. Το κριτήριο για την επιλογή της καλύτερης πολιτικής αποτελεί το κέρδος, δηλαδή η πολιτική με το μεγαλύτερο κέρδος θα προτιμηθεί. Θα ακολουθήσει ανάλυση ευαισθησίας στις διάφορες παραμέτρους του συστήματος για κάθε πολιτική, όπως οι μέσοι ρυθμοί λ, μ, σ και φ αλλά και τα μοναδιαία κόστη r, r_c, h και k. Σκοπός αυτής της ανάλυσης είναι να εξεταστεί η επίδραση του μέσου κέρδους από τις διάφορες αλλαγές των παραμέτρων. Επίσης, για κάθε μεταβλητή και κάθε πολιτική θα βρεθούν και οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων ελέγχου, s, b και δ.

Ο υπολογισμός των αποτελεσμάτων προκύπτει από κώδικα που υλοποιήθηκε σε περιβάλλον προγραμματισμού Matlab. Ο κώδικας υπολογίζει τις πιθανότητες μόνιμης κατάστασης καθώς και τη συνάρτηση μέσου κέρδους, που παρουσιάζεται στο παράρτημα.

Οι τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιήσαμε κατά την διεξαγωγή των αριθμητικών πειραμάτων είναι λ=4, μ=6, T=10, Y=10, σ_y =1, σ=1, α=0,1, b=5, r=50, r_c=20, h=2 και k=25.

5.1 Μεταβολή κέρδους συναρτήσει του ρυθμού παραγωγής μ

Εξετάζουμε τη περίπτωση μεταβολής του ρυθμού παραγωγής μ και την επίδραση της συνάρτησης μέσου κέρδους. Διατηρώντας τις υπόλοιπες παραμέτρους αμετάβλητες, προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες του μέσου κέρδους και των τιμών των παραμέτρων ελέγχου όλων των πολιτικών.

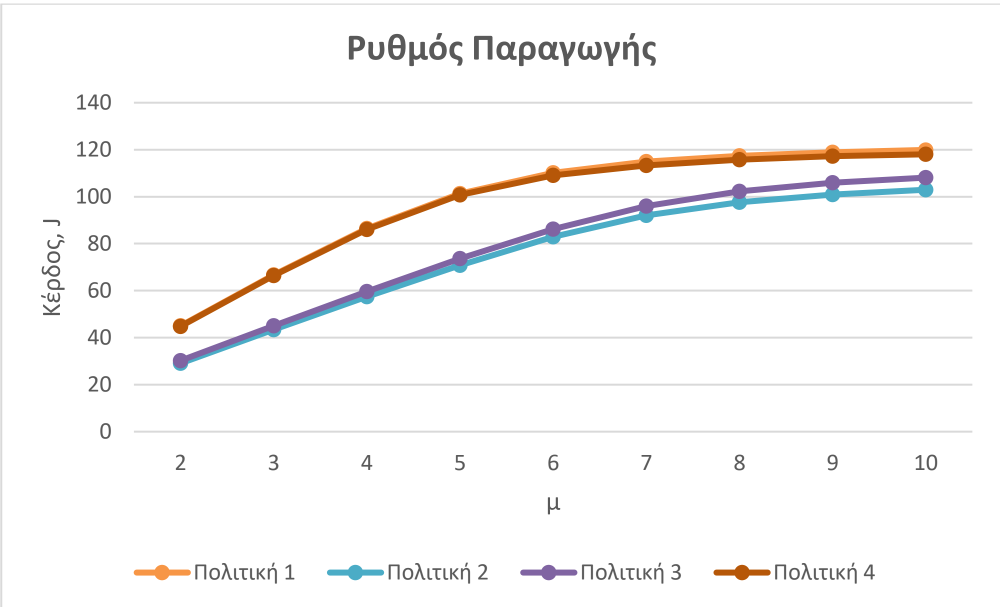
Πίνακας 1: Μέσο κέρδος πολιτικών συναρτήσει του ρυθμού παραγωγής μ

μ	**Πολιτική 1**	**Πολιτική 2**	**Πολιτική 3**	**Πολιτική 4**
	J	**J**	**J**	**J**
2	45,008738	29,0684187	30,223762	44,8064645
3	66,713283	43,3818304	45,10946	66,4103198
4	86,503272	57,3957964	59,688049	86,0902912
5	101,35804	70,8206542	73,661451	100,741067
6	110,18314	82,8989839	86,248295	109,060055
7	114,94943	92,0569639	95,943518	113,340579
8	117,44779	97,691098	102,23015	115,801744
9	118,87589	100,957841	105,90585	117,201068
10	119,90451	102,959831	108,11041	118,037303

Πίνακας 2: Βέλτιστες τιμές παραμέτρων ελέγχου συναρτήσει του ρυθμού παραγωγής μ

μ	Πολιτική 1			Πολιτική 2		Πολιτική 3		Πολιτική 4	
	s	b	δ	s	δ	s	b	s	δ
2	25	4	1,6	25	0,894427	25	3	25	2
3	25	4	1,6	25	0,894427	25	3	25	2
4	21	4	1,6	25	0,894427	25	3	21	2
5	15	4	1,5	25	0,894427	25	3	15	2
6	13	3	1,4	20	0,894427	21	3	12	1
7	11	3	1,3	15	0,894427	17	2	11	1
8	10	3	1,3	12	0,894427	14	2	9	1
9	9	3	1,3	10	0,894427	12	2	8	1
10	9	2	1,2	9	0,894427	11	2	7	1

Συμπληρώνουμε ότι, οι τιμές του δ στις πολιτικές 2 και 3 είναι ίδιες. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται ο ρυθμός παραγωγής μ τόσο αυξάνεται το κέρδος και στις τέσσερεις πολιτικές. Οι πολιτικές 1 και 4 παρουσιάζουν μεγαλύτερο κέρδος από τις πολιτικές 2 και 3, με επικρατέστερη με μικρή διαφορά τη Πολιτική 1. Επομένως, η καλύτερη πολιτική με βάση τη μεταβολή του ρυθμού παραγωγής είναι η Πολιτική 1, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1.



Σχήμα 1: Μέσο κέρδος πολιτικών συναρτήσει του ρυθμού παραγωγής μ

5.2 Μεταβολή κέρδους συναρτήσει του ρυθμού άφιξης πελατών λ

Εξετάζουμε τη περίπτωση μεταβολής του ρυθμού άφιξης πελατών λ και την επίδραση της συνάρτησης μέσου κέρδους. Διατηρώντας τις υπόλοιπες παραμέτρους αμετάβλητες, προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες του μέσου κέρδους και των τιμών των παραμέτρων ελέγχου όλων των πολιτικών.

Πίνακας 3: Μέσο κέρδος πολιτικών συναρτήσει του ρυθμού άφιξης πελατών λ

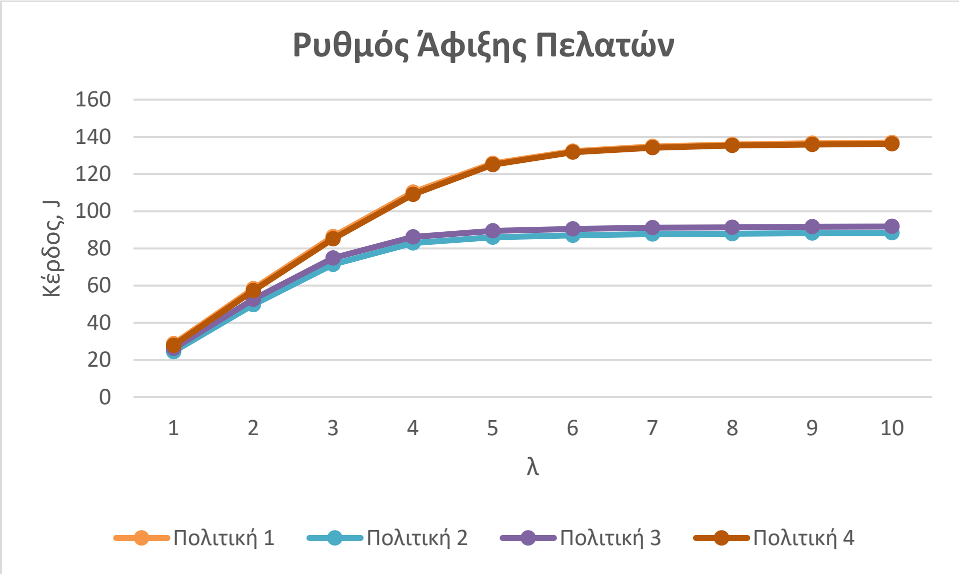
λ	Πολιτική 1	Πολιτική 2	Πολιτική 3	Πολιτική 4
	J	J	J	J
1	28,63127	24,4770571	26,0590258	27,82339
2	58,286822	49,7310389	52,5516922	57,2220861
3	86,385225	71,3058663	74,7756299	85,0837607
4	110,18314	82,8989839	86,2482946	109,060055
5	125,76481	85,9866444	89,4029607	125,033739
6	132,33064	87,0805026	90,5194723	131,737133
7	134,76658	87,6276746	91,077622	134,175337
8	135,87001	87,9524153	91,4087216	135,276757
9	136,4884	88,1662399	91,6265558	135,893165
10	136,88	88,3172639	91,7802397	136,283188

Πίνακας 4: Βέλτιστες τιμές παραμέτρων ελέγχου συναρτήσει του ρυθμού άφιξης πελατών λ

λ	Πολιτική 1			Πολιτική 2		Πολιτική 3		Πολιτική 4	
	s	b	δ	s	δ	s	b	s	δ
1	3	2	1,2	3	0,894	3	2	2	1
2	5	2	1,2	5	0,894	6	2	5	1
3	8	3	1,3	10	0,894	11	2	8	1
4	13	3	1,4	20	0,894	21	3	12	1
5	20	4	1,5	25	0,894	25	3	20	2
6	25	4	1,6	25	0,894	25	3	25	2
7	25	4	1,6	25	0,894	25	3	25	2
8	25	4	1,6	25	0,894	25	3	25	2
9	25	4	1,6	25	0,894	25	3	25	2
10	25	4	1,6	25	0,894	25	3	25	2

Συμπληρώνουμε ότι, οι τιμές του δ στις πολιτικές 2 και 3 είναι ίδιες. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται ο ρυθμός άφιξης πελατών τόσο αυξάνεται το κέρδος και στις τέσσερεις πολιτικές. Οι πολιτικές 1 και 4 παρουσιάζουν μεγαλύτερο κέρδος από τις πολιτικές 2 και 3, με επικρατέστερη με μικρή διαφορά τη Πολιτική 1.

Επομένως, η καλύτερη πολιτική με βάση τη μεταβολή του ρυθμού άφιξης πελατών είναι η Πολιτική 1, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2: Μέσο κέρδος πολιτικών συναρτήσει του ρυθμού άφιξης πελατών λ

5.3 Μεταβολή κέρδους συναρτήσει του ρυθμού συντήρησης σ

Εξετάζουμε τη περίπτωση μεταβολής του ρυθμού συντήρησης σ και την επίδραση της συνάρτησης μέσου κέρδους. Διατηρώντας τις υπόλοιπες παραμέτρους αμετάβλητες, προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες του μέσου κέρδους και των τιμών των παραμέτρων ελέγχου όλων των πολιτικών.

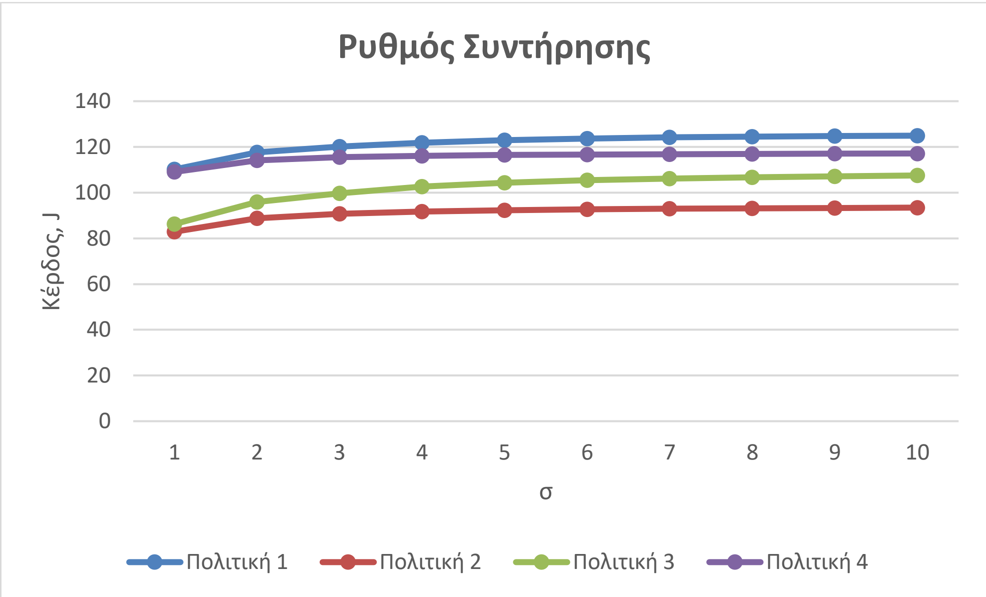
Πίνακας 5: Μέσο κέρδος πολιτικών συναρτήσει του ρυθμού συντήρησης σ

σ	**Πολιτική 1**	**Πολιτική 2**	**Πολιτική 3**	**Πολιτική 4**
	J	**J**	**J**	**J**
1	110,18314	82,8989839	86,2482946	109,060055
2	117,59476	88,7585061	95,9631473	114,060747
3	120,18322	90,7535034	99,7040068	115,474378
4	121,87312	91,736332	102,582881	116,134309
5	122,98911	92,3169737	104,281073	116,483763
6	123,65209	92,6995617	105,389172	116,695888
7	124,1417	92,9693139	106,161943	116,84193
8	124,48316	93,1694499	106,733807	116,966317
9	124,73297	93,3237035	107,168777	117,059579
10	124,92269	93,44616	107,509864	117,131967

Πίνακας 6: Βέλτιστες τιμές παραμέτρων ελέγχου συναρτήσει του ρυθμού συντήρησης σ

σ	Πολιτική 1			Πολιτική 2		Πολιτική 3		Πολιτική 4	
	s	b	δ	s	δ	s	b	s	δ
1	13	3	1,4	20	0,894	21	3	12	1,4
2	11	2	1,3	17	0,894	18	2	10	1,4
3	10	2	1,3	16	0,894	17	1	9	1,4
4	10	1	1,3	16	0,894	16	1	9	1,4
5	10	1	1,3	15	0,894	15	1	9	1,4
6	9	1	1,3	15	0,894	15	1	9	1,4
7	9	1	1,3	15	0,894	14	1	9	1,3
8	9	1	1,3	15	0,894	14	1	9	1,3
9	9	1	1,3	15	0,894	14	1	9	1,3
10	9	1	1,3	15	0,894	14	1	9	1,3

Συμπληρώνουμε ότι, οι τιμές του δ στις πολιτικές 2 και 3 είναι ίδιες. Παρατηρούμε ότι, η αύξηση του ρυθμού συντήρησης οδηγεί σε αύξηση του μέσου κέρδους με αργό ρυθμό. Σύμφωνα με το Σχήμα 3, η βέλτιστη πολιτική με το μεγαλύτερο κέρδος είναι η Πολιτική 1.



Σχήμα 3: Μέσο κέρδος πολιτικών συναρτήσει του ρυθμού συντήρησης σ

5.4 Μεταβολή κέρδους συναρτήσει του ρυθμού φθοράς φ

Εξετάζουμε τη περίπτωση μεταβολής του ρυθμού φθοράς φ και την επίδραση της συνάρτησης μέσου κέρδους. Διατηρώντας τις υπόλοιπες παραμέτρους αμετάβλητες, προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες του μέσου κέρδους και των τιμών των παραμέτρων ελέγχου όλων των πολιτικών.

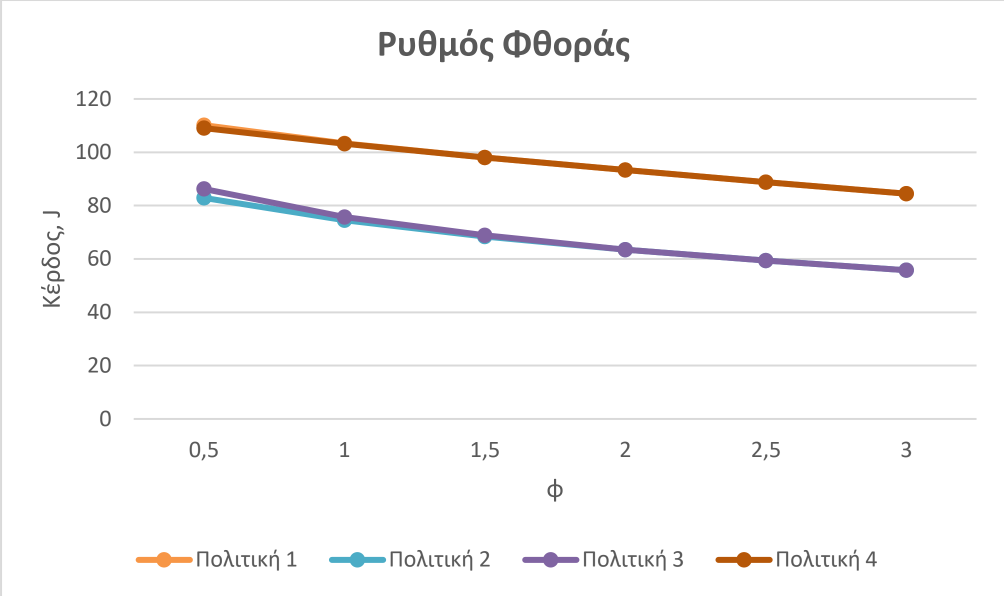
Πίνακας 7: Μέσο κέρδος πολιτικών συναρτήσει του ρυθμού φθοράς φ

φ	Πολιτική 1	Πολιτική 2	Πολιτική 3	Πολιτική 4
	J	J	J	J
0,5	110,18314	82,8989839	86,2482946	109,060055
1	103,27907	74,5124995	75,6875599	103,16723
1,5	98,014644	68,4520697	68,8554009	98,0146441
2	93,37187	63,5378154	63,5378154	93,3718696
2,5	88,831975	59,3775495	59,3775495	88,8319753
3	84,473714	55,774774	55,774774	84,4737141

Πίνακας 8: Βέλτιστες τιμές παραμέτρων ελέγχου συναρτήσει του ρυθμού φθοράς φ

φ	Πολιτική 1			Πολιτική 2		Πολιτική 3		Πολιτική 4	
	s	b	δ	s	δ	s	b	s	δ
1	13	3	1,4	20	0,894	21	3	12	1,4
1	15	4	1,4	23	0,894	24	4	15	1,4
2	16	5	1,5	25	0,894	25	4	16	1,5
2	18	5	1,5	25	0,894	25	5	18	1,5
3	20	5	1,5	25	0,894	25	5	20	1,5
3	22	5	1,5	25	0,894	25	5	22	1,5

Συμπληρώνουμε ότι, οι τιμές του δ στις πολιτικές 2 και 3 είναι ίδιες. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται ο ρυθμός φθοράς φ τόσο μειώνεται το κέρδος και στις τέσσερεις πολιτικές. Οι πολιτικές 1 και 4 παρουσιάζουν μικρότερη μείωση του κέρδους από τις πολιτικές 2 και 3, με επικρατέστερη με μικρή διαφορά τη Πολιτική 1. Επομένως, η καλύτερη πολιτική με βάση τη μεταβολή του ρυθμού φθοράς είναι η Πολιτική 1, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.



Σχήμα 4: Μέσο κέρδος πολιτικών συναρτήσει του ρυθμού φθοράς φ

5.5 Μεταβολή κέρδους συναρτήσει του μοναδιαίου κέρδους πώλησης r

Εξετάζουμε τη περίπτωση μεταβολής του κέρδους από την πώληση μιας μονάδας προϊόντος r και την επίδραση της συνάρτησης μέσου κέρδους. Διατηρώντας τις υπόλοιπες παραμέτρους αμετάβλητες, προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες του μέσου κέρδους και των τιμών των παραμέτρων ελέγχου όλων των πολιτικών.

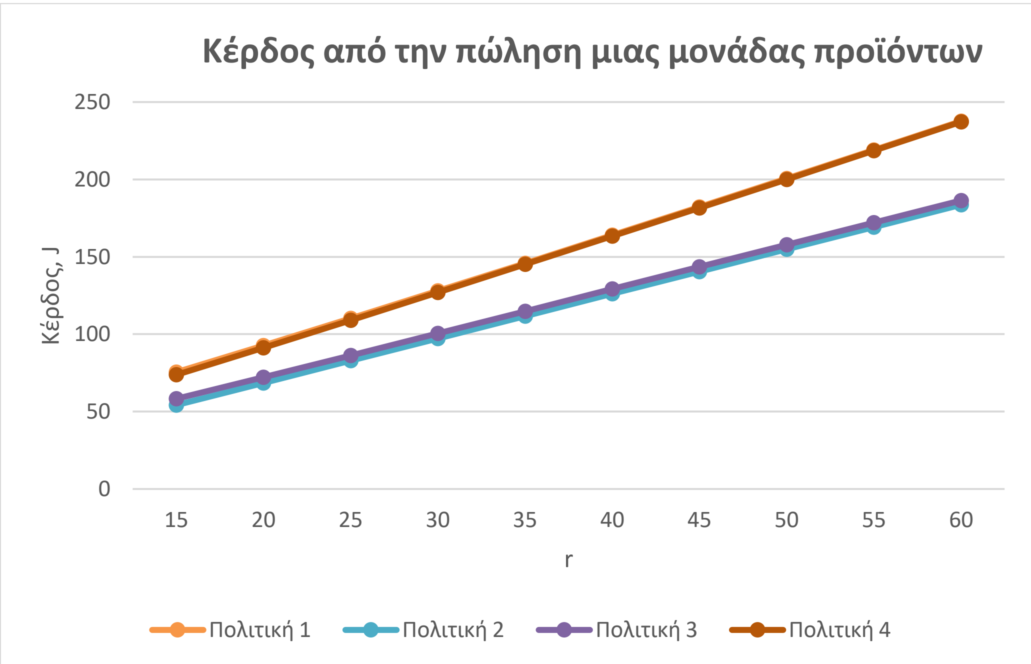
Πίνακας 9: Μέσο κέρδος πολιτικών συναρτήσει του μοναδιαίου κέρδους πώλησης r

r	**Πολιτική 1**	**Πολιτική 2**	**Πολιτική 3**	**Πολιτική 4**
	J	**J**	**J**	**J**
15	75,47942	54,2124971	58,2840445	73,7559102
20	92,65028	68,5371942	72,1385159	91,2643702
25	110,18314	82,8989839	86,2482946	109,060055
30	127,97793	97,278152	100,548696	127,012824
35	145,89727	111,665615	114,856054	145,093043
40	163,96687	126,055005	129,164084	163,278081
45	182,20326	140,444395	143,472113	181,550407
50	200,51468	154,833784	157,780143	199,896251
55	218,95702	169,223174	172,088172	218,52974
60	237,6122	183,612564	186,396202	237,211501

Πίνακας 10: Βέλτιστες τιμές παραμέτρων ελέγχου συναρτήσει του μοναδιαίου κέρδους πώλησης r

r	Πολιτική 1			Πολιτική 2		Πολιτική 3		Πολιτική 4	
	s	b	δ	s	δ	s	b	s	δ
40	11	3	1,3	14	0,894	16	2	11	1,3
45	13	3	1,3	17	0,894	19	2	11	1,4
50	13	3	1,4	20	0,894	21	3	12	1,4
55	14	3	1,4	22	0,894	23	3	13	1,4
60	15	3	1,4	25	0,894	25	3	14	1,4
65	15	4	1,4	25	0,894	25	3	15	1,4
70	16	4	1,4	25	0,894	25	3	16	1,4
75	17	4	1,4	25	0,894	25	3	17	1,4
80	16	4	1,5	25	0,894	25	3	16	1,5
85	17	4	1,5	25	0,894	25	3	17	1,5

Συμπληρώνουμε ότι, οι τιμές του δ στις πολιτικές 2 και 3 είναι ίδιες. Γενικά γνωρίζουμε ότι όσο αυξάνεται το μοναδιαίο κέρδος πώλησης, αυξάνεται και το μέσο κέρδος της επιχείρησης, κάτι που συμπεραίνουμε κι από τα αποτελέσματα μας και ειδικά στο Σχήμα 5. Επομένως, η συνάρτηση μέσου κέρδους αυξάνεται σε όλες τις πολίτικες με την Πολιτική 1 να καταλήγει στο μεγαλύτερο κέρδος με ελάχιστη διαφορά από τη Πολιτική 4.



Σχήμα 5: Μέσο κέρδος πολιτικών συναρτήσει του μοναδιαίου κέρδους πώλησης r

5.6 Μεταβολή κέρδους συναρτήσει του κόστους αποθέματος h

Εξετάζουμε τη περίπτωση μεταβολής του κόστους αποθέματος h και την επίδραση της συνάρτησης μέσου κέρδους. Διατηρώντας τις υπόλοιπες παραμέτρους αμετάβλητες, προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες του μέσου κέρδους και των τιμών των παραμέτρων ελέγχου όλων των πολιτικών.

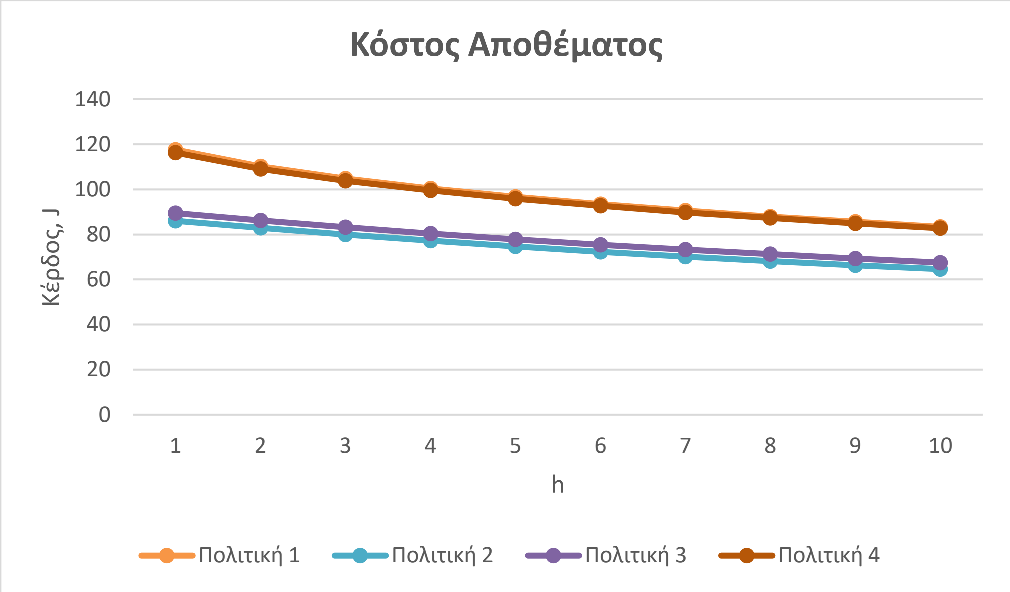
Πίνακας 11: Μέσο κέρδος πολιτικών συναρτήσει του κόστους αποθέματος h

h	Πολιτική 1	Πολιτική 2	Πολιτική 3	Πολιτική 4
	J	J	J	J
1	117,59982	86,0178534	89,4253004	116,285022
2	110,18314	82,8989839	86,2482946	109,060055
3	104,75399	79,9209351	83,2022684	103,731373
4	100,36454	77,1655552	80,3789415	99,4756765
5	96,652386	74,6378587	77,7901052	95,8401929
6	93,434469	72,3103833	75,4213807	92,6820434
7	90,604983	70,1699524	73,2352689	89,7588176
8	87,92988	68,1885619	71,2085081	87,3067121
9	85,632879	66,2936964	69,3317986	84,8546066
10	83,335878	64,6074792	67,5010552	82,734152

Πίνακας 12: Βέλτιστες τιμές παραμέτρων ελέγχου συναρτήσει του κόστους αποθέματος h

h	Πολιτική 1			Πολιτική 2		Πολιτική 3		Πολιτική 4	
	s	b	δ	s	δ	s	b	s	δ
1	19	3	1,4	25	0,894	25	3	18	1,4
2	13	3	1,4	20	0,894	21	3	12	1,4
3	10	3	1,4	14	0,894	14	3	9	1,4
4	9	3	1,3	11	0,894	11	3	8	1,4
5	7	3	1,4	9	0,894	10	2	7	1,4
6	7	3	1,4	8	0,894	8	2	6	1,4
7	6	3	1,3	7	0,894	7	2	5	1,4
8	5	3	1,3	6	0,894	7	2	5	1,4
9	5	3	1,3	6	0,894	6	2	5	1,4
10	5	3	1,3	5	0,894	6	2	4	1,4

Συμπληρώνουμε ότι, οι τιμές του δ στις πολιτικές 2 και 3 είναι ίδιες. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται το κόστος αποθέματος h τόσο μειώνεται το κέρδος και στις τέσσερεις πολιτικές. Οι πολιτικές 1 και 4 παρουσιάζουν μικρότερη μείωση του κέρδους από τις πολιτικές 2 και 3, με επικρατέστερη με μικρή διαφορά τη Πολιτική 1. Επομένως, η καλύτερη πολιτική με βάση τη μεταβολή του κόστους αποθέματος είναι η Πολιτική 1, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 6.



Σχήμα 6: Μέσο κέρδος πολιτικών συναρτήσει του κόστους αποθέματος h

5.7 Μεταβολή κέρδους συναρτήσει του κόστους απόρριψης προϊόντος r_c

Εξετάζουμε τη περίπτωση μεταβολής του κόστους απόρριψης προϊόντος r_c και την επίδραση της συνάρτησης μέσου κέρδους. Διατηρώντας τις υπόλοιπες παραμέτρους αμετάβλητες, προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες του μέσου κέρδους και των τιμών των παραμέτρων ελέγχου όλων των πολιτικών.

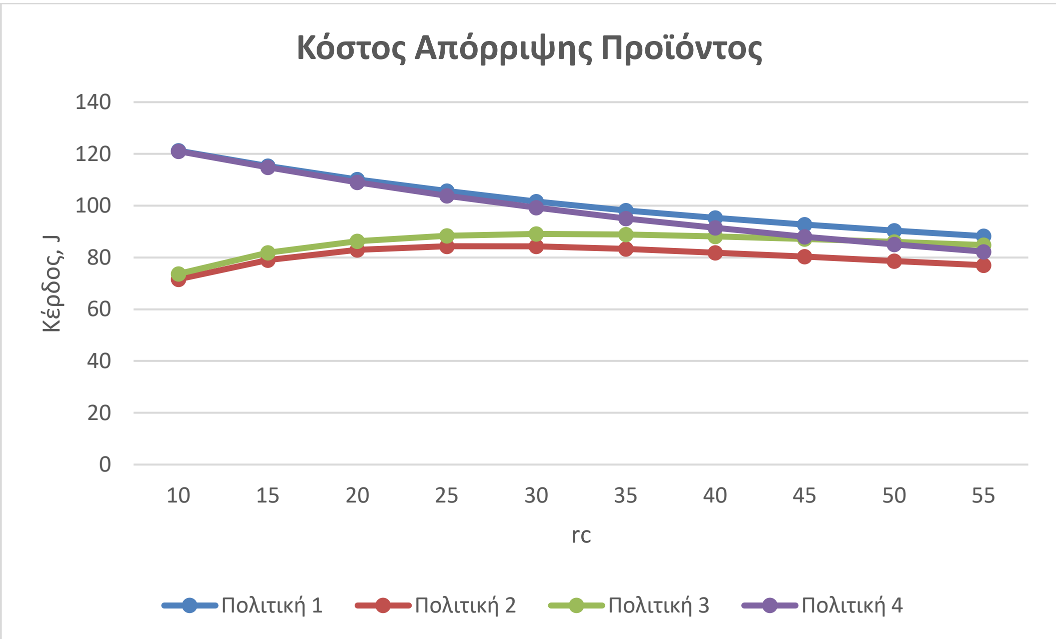
Πίνακας 13: Μέσο κέρδος πολιτικών συναρτήσει του κόστους απόρριψης προϊόντος r_c

rc	Πολιτική 1	Πολιτική 2	Πολιτική 3	Πολιτική 4
	J	J	J	J
10	121,26961	71,5943763	73,6568751	121,065625
15	115,39544	79,0350737	81,7958627	114,823346
20	110,18314	82,8989839	86,2482946	109,060055
25	105,73328	84,3501757	88,3605465	103,836076
30	101,67208	84,2563856	89,1077768	99,3293983
35	98,216947	83,2923984	88,8968639	95,0842915
40	95,337851	81,8962522	88,1509169	91,4498385
45	92,682938	80,3125292	87,1356124	88,0402025
50	90,398462	78,6623804	85,992061	85,0340877
55	88,252049	76,9879436	84,7888782	82,2683158

Πίνακας 14: Βέλτιστες τιμές παραμέτρων ελέγχου συναρτήσει του κόστους απόρριψης προϊόντος r_c

rc	**Πολιτική 1**			**Πολιτική 2**		**Πολιτική 3**		**Πολιτική 4**	
	s	**b**	**δ**	**s**	**δ**	**s**	**b**	**s**	**δ**
10	16	4	1,2	25	0,6325	25	3	14	1,3
15	14	4	1,3	25	0,7746	25	3	14	1,3
20	13	3	1,4	20	0,8944	21	3	12	1,4
25	13	3	1,4	16	1	19	2	12	1,4
30	12	3	1,5	14	1,0954	16	2	11	1,5
35	12	2	1,5	13	1,1832	15	2	10	1,6
40	12	2	1,6	11	1,2649	14	2	10	1,6
45	12	2	1,6	11	1,3416	13	2	9	1,7
50	11	2	1,7	10	1,4142	12	2	9	1,7
55	11	2	1,7	10	1,4832	12	2	9	1,8

Συμπληρώνουμε ότι, οι τιμές του δ στις πολιτικές 2 και 3 είναι ίδιες. Παρατηρούμε ότι στη μεταβολή του κόστους απόρριψης προϊόντος r_c οι συναρτήσεις των πολιτικών ακολουθούν διαφορετικές πορείες. Στις πολιτικές 1 και 4, όσο αυξάνεται το κόστος απόρριψης προϊόντος τόσο μειώνεται το μέσω κέρδος, ενώ στις πολιτικές 2 και 3 η συνάρτηση του κέρδους είναι κοίλη και παρουσιάζει τοπικό και ολικό μέγιστο. Αυτή η διαφορά στις συναρτήσεις του κέρδους οφείλεται στη διαφορετική πολιτική ελέγχου που ακολουθούν οι πολιτικές μας. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 7, η πολιτική με το μεγαλύτερο κέρδος είναι η Πολιτική 1.



Σχήμα 7: Μέσο κέρδος πολιτικών συναρτήσει του κόστους απόρριψης προϊόντος r_c

5.8 Μεταβολή κέρδους συναρτήσει του μοναδιαίου κόστους ποιότητας k

Εξετάζουμε τη περίπτωση μεταβολής του μοναδιαίου κόστους ποιότητας k και την επίδραση της συνάρτησης μέσου κέρδους. Διατηρώντας τις υπόλοιπες παραμέτρους αμετάβλητες, προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες του μέσου κέρδους και των τιμών των παραμέτρων ελέγχου όλων των πολιτικών.

Πίνακας 15: Μέσο κέρδος πολιτικών συναρτήσει του μοναδιαίου κόστους ποιότητας k

k	**Πολιτική 1**	**Πολιτική 2**	**Πολιτική 3**	**Πολιτική 4**
	J	**J**	**J**	**J**
10	137,57046	131,707287	132,862873	137,136693
15	126,55425	113,471773	115,588633	125,813679
20	117,61123	97,0249294	99,8696371	116,692694
25	110,18314	82,8989839	86,2482946	109,060055
30	103,83567	71,0409564	74,9191742	102,477362
35	98,040574	61,068653	65,5454906	96,3654283
40	93,029184	52,5883207	57,5415473	91,4239596
45	88,144588	45,2837979	50,6234006	86,4832515
50	84,221124	38,9156882	44,5746694	82,2896106
55	80,311579	33,3039797	39,2314918	78,4398082

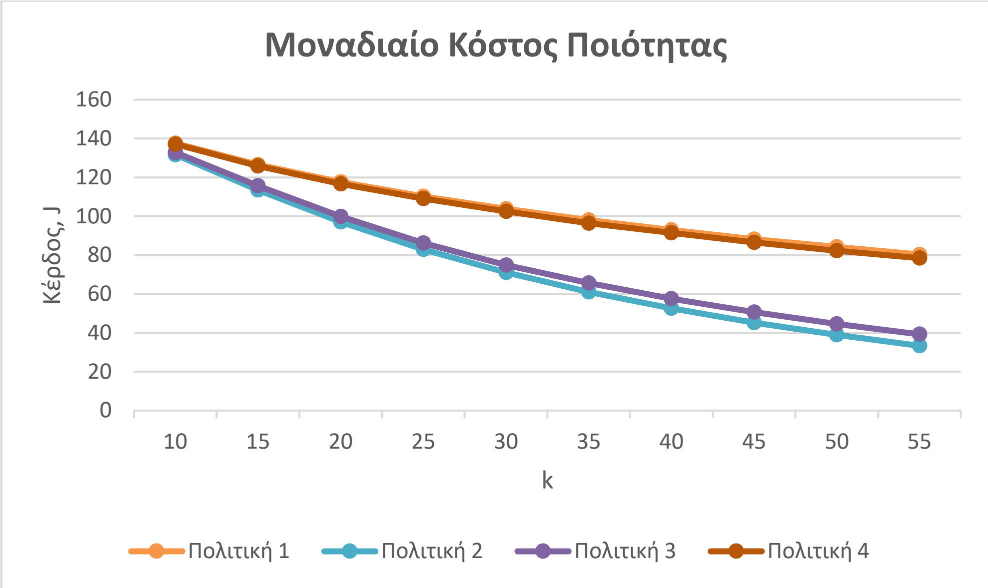
Πίνακας 16: Βέλτιστες τιμές παραμέτρων ελέγχου συναρτήσει του μοναδιαίου κόστους ποιότητας k

k	**Πολιτική 1**			**Πολιτική 2**		**Πολιτική 3**		**Πολιτική 4**	
	s	**b**	**δ**	**s**	**δ**	**s**	**b**	**s**	**δ**
10	11	4	1,8	13	1,4142	14	3	11	1,8
15	12	3	1,6	16	1,1547	17	3	12	1,6
20	13	3	1,5	18	1	19	3	12	1,5
25	13	3	1,4	20	0,8944	21	3	12	1,4
30	13	3	1,3	21	0,8165	23	2	13	1,3
35	14	3	1,2	21	0,7559	24	2	14	1,2
40	14	3	1,2	20	0,7071	23	2	13	1,2
45	15	3	1,1	20	0,6667	23	2	13	1,2
50	14	3	1,1	19	0,6325	22	2	14	1,1
55	14	3	1,1	18	0,603	21	2	13	1,1

Συμπληρώνουμε ότι, οι τιμές του δ στις πολιτικές 2 και 3 είναι ίδιες.

Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται το μοναδιαίο κόστος ποιότητας k τόσο μειώνεται το κέρδος και στις τέσσερεις πολιτικές. Οι πολιτικές 1 και 4 παρουσιάζουν μικρότερη μείωση του κέρδους από τις πολιτικές 2 και 3, με επικρατέστερη με μικρή διαφορά τη

Πολιτική 1. Επομένως, η καλύτερη πολιτική με βάση τη μεταβολή του κόστους αποθέματος είναι η Πολιτική 1, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 8.



Σχήμα 8: Μέσο κέρδος πολιτικών συναρτήσει του μοναδιαίου κόστους ποιότητας k

6. Συμπεράσματα

Στη παρούσα διπλωματική εργασία εξετάστηκε η χρήση συνδυασμένου ελέγχου παραγωγής, ποιότητας και προληπτικής συντήρησης σε ένα σύστημα παραγωγής ενός σταδίου. Η πολιτική ελέγχου που προτείναμε βασίστηκε σε απλές πολιτικές κατωφλίου, όπως του βασικού αποθέματος και της προληπτικής συντήρησης. Το σύστημα μας αναπτύχθηκε μαθηματικά ως μια αλυσίδα Markov συνεχούς χρόνου, χρησιμοποιήσαμε τις εξισώσεις Chapman-Kolmogorov για να υπολογίσουμε τις πιθανότητες μόνιμης κατάστασης για να καταλήξουμε στη συνάρτηση μέσου κέρδους.

Στη συνέχεια παρουσιάσαμε άλλες τρεις πολιτικές ελέγχου με σκοπό να καταλήξουμε στη βέλτιστη στρατηγική για το σύστημά μας. Για κάθε πολιτική βρέθηκαν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων ελέγχου.

Τελικά, πραγματοποιήθηκε μια σειρά αριθμητικών πειραμάτων, συγκρίνοντας όλες τις πολιτικές ώστε να βρεθεί η βέλτιστη πολιτική. Πραγματοποιήθηκε ανάλυση ευαισθησίας για όλες τις παραμέτρους του συστήματος. Τα αριθμητικά αποτελέσματα έδειξαν ότι η προτεινόμενη Πολιτική 1 παρουσιάζει το μεγαλύτερο μέσο κέρδος για τις περισσότερες μεταβολές των παραμέτρων. Η Πολιτική 4 αποφέρει μέσο κέρδος σχεδόν ίδιο με τη Πολιτική 1 με οριακές διαφορές. Οι πολιτικές 2 και 3 είχαν πολύ μικρότερα κέρδη από τις άλλες πολιτικές. Από τα αριθμητικά αποτελέσματα φαίνεται ότι η πολιτική που προσπαθεί να συνδυάσει τον έλεγχο και των τριών λειτουργιών (Πολιτική 1), που μας απασχόλησαν σε αυτή την εργασία (έλεγχος παραγωγής, ποιοτικός έλεγχος, προληπτική συντήρηση) είναι αυτή που επιτυγχάνει και την καλύτερη απόδοση.

Βιβλιογραφία

[1] Kouikoglou, V.S. and Phillis, Y.A., Design of product specifications and control policies in a single-stage production system. *IIE Transactions*, **34**, 591–600, 2001.

[2] Λοΐζος Γ., Συντονισμένες πολιτικές ελέγχου ποιότητας και παραγωγής σε εργοστάσια με ποικιλία αγοραστών, Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης, 2005.

[3] Γιαννακοπούλου Α., Βέλτιστος έλεγχος παραγωγής και διάθεσης αποθεμάτων σε συστήματα παραγωγής με ποικιλία πελατών και κόστος ποιότητας, Μεταπτυχιακή Διατριβή, Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Αιγίου, 2008.

[4] Ioannidis S., Joint production and quality control in production systems with two customer classes and lost sales, *IIE Transactions*, **45**, 605–616, 2013.

[5] Xanthopoulos A.S., Kiatipis A., Koulouriotis D.E., Stieger S., Reinforcement Learning-Based and Parametric Production-Maintenance Control Policies for a Deteriorating Manufacturing System, *IEEE Access*, **6**, 2169-3536, 2017.

[6] Paraschos P.D., Koulinas G.K., Koulouriotis D.E., Reinforcement learning for combined production-maintenance and quality control of a manufacturing system with deterioration failures. *Journal of Manufacturing Systems*, **56**, 470-483, 2020.

Παράρτημα

```
clear all
s =input('Δώσε τη τιμή του αποθέματος s: \n');
b =input('Δώσε τη τιμή της κατάστασης φθοράς b: \n');
sigma =input('Δώσε τη τιμή του ρυθμού συντήρησης σ: \n');
lamda =input('Δώσε τη τιμή του ρυθμού άφιξης πελατών λ: \n');
mr =input('Δώσε τη τιμή του μ: \n');
r =input('Δώσε τη τιμή του κέρδους από την πώληση μιας μονάδας r:
\n');
h =input('Δώσε τη τιμή του μοναδιαίου κόστους αποθέματος h: \n');
kp =input('Δώσε τη τιμή του μοναδιαίου κόστους ποιότητας k: \n');
rc=input('Δώσε τη τιμή του κόστους απόρριψης προϊόντος rc: \n');
Y=9.8;
T=10;
delta=2.5;
a=0.1;
f=[0.5 0.75 1 1.25 1.5];
sY(1)=1;

%Υπολογισμός των πιθανοτήτων παραγωγής μη ελαττωματικών και της
διασποράς
q(1)= normcdf(T+delta,Y,sY(1))-normcdf(T-delta,Y,sY(1));
for i=1:b-1
    sY(i+1)=sY(1)+i*a*sY(1);
    q(i+1)= normcdf(T+delta,Y,sY(i+1))-normcdf(T-delta,Y,sY(i+1));
end

%Υπολογισμός του πίνακα A
for m=0:s
    if m==0
        for i=1:b
            Am(i,i)= f(i)+mr*q(i);
            if i>1
                Am(i,i-1)= -f(i-1);
            end
        end
        Am(b+1,b)= -f(b);
        Am(1,b+1)=-sigma;
        Am(b+1,b+1)= sigma;
        A(:,:,1)=Am;
    end
    if (m>0) && (m<s)
        for i=1:b
            Am(i,i)= f(i)+mr*q(i)+lamda;
            if i>1
                Am(i,i-1)= -f(i-1);
            end
        end
        Am(b+1,b)= -f(b);
        Am(1,b+1)=-sigma;
        Am(b+1,b+1)= sigma+lamda;
        A(:,:,m+1)=Am;
    end
    if m==s
        for i=1:b
            Am(i,i)= f(i)+lamda;
            if i>1
                Am(i,i-1)= -f(i-1);
            end
        end
```

```
        Am(b+1,b)= -f(b);
        Am(1,b+1)=-sigma;
        Am(b+1,b+1)= sigma+lamda;
        A(:,:,s+1)=Am;
    end

end

%Υπολογισμών των πινάκων B και C
for i=1:b
    B(i,i)= mr*q(i);
    C(i,i)= lamda;
end
B(b+1,b+1)=0;
C(b+1,b+1)=lamda;
A;
B;
C;

%Υπολογισμός των βοηθητικών πινάκων G και F
G3=(inv(A(:,:,1)))*C;
G=zeros(b+1,b+1);
for i=1:b+1
    for j=1:b+1
        G(i,j)=G3(i,j);
    end
end
F=zeros(b+1,b+1,m+1);
for i=1:b+1
    for j=1:b+1
        F(i,j,1)=G(i,j);
    end
end
for n=2:s

    G0=B*G;
    G1=zeros(b+1,b+1);
    for i=1:b+1
        for j=1:b+1
            G1(i,j)=A(i,j,n)-G0(i,j);
        end
    end
    G3=(inv(G1))*C;

    for i=1:b+1
        for j=1:b+1

            G(i,j)=G3(i,j);
        end
    end

    for i=1:b+1
        for j=1:b+1
            F(i,j,n)=0;
        end
        F(i,i,n)=1;
    end
    F0=zeros(b+1,b+1);
    for k=1:n
        for i=1:b+1
            for j=1:b+1
```

```
                F0(i,j)=F(i,j,k);
            end
        end

        F1=F0*G;
        for i=1:b+1
            for j=1:b+1
                F(i,j,k)=F1(i,j);
            end
        end
    end
end
for i=1:b+1
    F(i,i,s+1)=1;
end
G0=B*G;
G1=zeros(b+1,b+1);
for i=1:b+1
    for j=1:b+1
        G1(i,j)=A(i,j,s+1)-G0(i,j);
    end
end
F0=zeros(b+1,b+1);
for k=1:s+1
    for i=1:b+1
        for j=1:b+1

            F0(i,j)=F0(i,j)+F(i,j,k);
        end
    end
end
for j=1:b+1
    G1(b+1,j)=0;
    for i=1:b+1
        G1(b+1,j)=G1(b+1,j)+F0(i,j);
    end
end
G5=zeros(b+1,1);
G5(b+1,1)=1;
G2=(inv(G1))*G5;

%Υπολογισμός των πιθανοτήτων μόνιμης κατάστασης
P=zeros(b+1,s+1);
for i=1:b+1
    P(i,s+1)=G2(i,1);
end
for k=s:-1:1
    for i=1:b+1
        P(i,k)=0;
        for j=1:b+1
            P(i,k)=P(i,k)+F(i,j,k)*P(j,s+1);
        end
    end
end

%Υπολογισμός των μέτρων απόδοσης
for i=1:b
    Q(i)=q(i)*((Y-T)^2+sY(i)^2)-sY(i)/(sqrt(2*pi()))*((Y-
T+delta)*exp(-(((Y-T-delta)^2)/(2*(sY(i)^2))))-(Y-T-delta)*exp(-(((Y-
T+delta)^2)/(2*(sY(i)^2)))));
end
```

```
x=ones(1,b+1);
x1=ones(s,1);
TH=lamda*(1-x*P(:,1));
L=lamda*x*P(:,1);

H=0;
for m=1:s
    H=H+m*x*P(:,m+1);
end
R=0;
Qc=0;
for i=1:b
    R=R+P(i,1:s)*x1*(1-q(i))*mr;
    Qc=Qc+Q(i)*mr*q(i)*P(i,1:s)*x1;
end

%Υπολογισμός της συνάρτησης κέρδους
J=r*TH-h*H-rc*R-kp*Qc;
```