

# ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Διπλωματική Εργασία

# Προσομοίωση και παραμετρική ανάλυση παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών συστημάτων με χρήση μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων

Υπό

# ΜΑΡΙΑ ΣΤΥΛΙΑΝΗ Ι. ΔΑΡΑΚΗ

AM: 2017010182

Επιβλέπων Καθηγητής: Γεώργιος Ε. Σταυρουλάκης

1ο μέλος εξεταστικής επιτροπής: Αριστομένης Αντωνιάδης

20 μέλος εξεταστικής επιτροπής: Παναγιώτης Αλευράς

Χανιά, Ιούλιος 2022

Η παρούσα διπλωματική εργασία αφιερώνεται στην οικογένειά μου. Στη μνήμη του θείου μου Δημήτρη Δαράκη, Ηλεκτρολόγος Μηχανικός ΕΜΠ. Στη μνήμη της γιαγιάς μου Αγγελική Σηφοδασκαλάκη-Κουφού. Στους γονείς μου , στα αδέλφια μου και κυρίως στη μικρή αδελφή μου Γωγώ, ευχόμενη μια καλή αρχή στο νέο της ζεκίνημα.

# ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ

Γενικότερα, στις σημερινές μέρες είναι επιτακτική ανάγκη η εύρεση μεθόδων και τεχνικών για τη παραγωγή ενέργειας και την απόσβεση των ταλαντώσεων, χωρίς την υπέρμετρη εκμετάλλευση των πόρων καθώς και την καταπόνηση των κατασκευών. Από παλαιότερες έρευνες έχει διαπιστωθεί πόσο σπουδαία είναι η χρήση των πιεζοηλεκτρικών υλικών. Υλικά τα οποία κανείς μπορεί να εκμεταλλευτεί είτε σαν αισθητήρες είτε ως διεγέρτες είτε με εναλλασσόμενους ρόλους.

Στη παρούσα διπλωματική εργασία περιγράφεται η τοποθέτηση πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων σε δομικές κατασκευές (π.χ. δοκό) και έπειτα η σύνδεση τους με κυκλώματα παραδιακλάδωσης, έτσι ώστε να επιτευχθεί η καταστολή των ταλαντώσεων καθώς και η μείωση των κραδασμών όπου έχουν προκληθεί από εξωτερικές αιτίες όπως δονήσεις, θόρυβοι, παλμοί κλπ. Στη συνέχεια με τη χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων για πολλά συνδυασμένα πεδία πραγματοποιείται η μοντελοποίηση της κατασκευής καθώς και η προσομοίωση της σε επίπεδο ιδιομορφικής ανάλυσης. Πρόκειται για πρόβλημα συνδυασμένων πεδίων και στη δική μας περίπτωση γίνεται μελέτη στο πεδίο συχνοτήτων για την εύρεση μιας ή περισσότερων ιδιοσυχνοτήτων του συστήματος.

Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη διαφορετικών περιπτώσεων και η διερεύνηση των τιμών των παραμέτρων ώστε να αξιολογηθεί η επίδραση των κυκλωμάτων πάνω στο σύστημα. Ακολούθως τα αποτελέσματα, που προέκυψαν, συγκρίνονται με δημοσιευμένα αποτελέσματα. Δοκιμάστηκαν παραδιακλαδωμένα κυκλώματα, τα οποία μειώνουν τη ταλάντωση σε μια ή περισσότερες ιδιομορφές. Όσον αφορά τις πρακτικές εφαρμογές η συγκεκριμένη έρευνα στοχεύει στην εκμετάλλευση των δυνατοτήτων των προαναφερόμενων τεχνικών (ηλεκτρονικά κυκλώματα, πιεζοηλεκτρικά υλικά κλπ.) για την ανάπτυξη συστημάτων απόσβεσης ταλαντώσεων ή εξαγωγής ενέργειας από το σύνθετο σύστημα και εφαρμογή σε κατασκευές.

# ABSTRACT

Nowadays is imperative to find methods and techniques for energy production and damping of oscillations without excessive exploitation of resources and stress on structures. Earlier research has established how important is the use of piezoelectric materials. These materials can exploit as sensors, actuators, or alternative roles.

This thesis describes the placement of piezoelectric patches in structures (e.g. beam) and then connecting them with shunt circuits to achieve the suppression of oscillations as well as the reduction of vibrations where they have caused by external causes such as vibrations, noises, pulsations, etc. Then, using a finite element program for several combined fields, the structure is modeled and simulated at the level of frequency analysis. It is an integrated field problem where in our case, a study is done in the frequency domain to find one or more eigenfrequencies of the system.

This thesis aims to study different cases and investigate the parameter values to evaluate the effect of the circuits on the system. Furthermore, the results of the analysis are compared with published results. Shunt circuits can reduce the oscillation at one or more eigenmodes. In terms of practical applications, this research aims to exploit the potentials of the mentioned techniques (electronic circuits, piezoelectric materials, etc.) to develop systems for damping oscillations or extracting energy from the hybrid system and apply them to structures.

# ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία υλοποιήθηκε με την ύπαρξη ενός συνόλου ανθρώπων στους οποίους θα ήθελα να εκφράσω τις θερμότερες ευχαριστίες μου. Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή και επιβλέποντα της εργασίας κ. Γεώργιο Σταυρουλάκη του οποίου χωρίς τη πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση θα ήταν αδύνατη η διεκπεραίωση και ολοκλήρωση της. Ευχαριστώ για το ενδιαφέρον και τη πρόθεση του για περαιτέρω συνεργασία.

Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαιτέρως τον κ. Κωνσταντίνο Μαρακάκη, διδάκτορα της Σχολής Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης, για το προσωπικό χρόνο που έχει αφιερώσει από τη πρώτη στιγμή συνεργασία μας, την εμπιστοσύνη, τη θέληση και στήριξη σε κάθε στιγμή, αλλά και στα επόμενα βήματα καθώς και τη βοήθεια και τις γνώσεις που έχω αποκτήσει κατά τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας. Σε αυτό το στάδιο της ζωής μου, η συμβολή του έχει καθοριστικό ρόλο.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω επίσης και τον Παναγιώτη Κουτσιανίτη, διδάκτορα της Σχολής Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης, ο οποίος αφιέρωσε χρόνο για επίλυση αποριών, εκμάθηση και εξοικείωση στο περιβάλλον του προγράμματος προσομοίωσης. Η βοήθεια του ήταν απαραίτητη για τη διεξαγωγή του υπολογιστικού μέρους της εργασίας.

Ακόμα θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου (Λουλίβλα, Αγγελική, Σαράντο, Στέλιο και Ανδρέα), οι οποίοι με στήριξαν ο καθένας ξεχωριστά στη πορεία της φοιτητικής ζωής μου και ελπίζοντας ότι έπειτα θα υπάρχει το κλίμα αγάπης.

Τέλος, οφείλω να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στην οικογένεια μου για την μεγάλη της υποστήριξη και βοήθεια που μου έχει προσφέρει κατά τη διάρκεια της ζωής μου τόσο για να μπορέσω να πετύχω τους στόχους μου όσο και να πιστεύω στον εαυτό μου. Δεν θα ήμουν το άτομο που είμαι τώρα και δεν θα είχα πετύχει όσα είχα πετύχει αν δεν ήταν εκείνοι.

Μαρία-Στέλλα Δαράκη Χανιά, Ιούλιος 2022

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

$\Pi EPI \Lambda H\Psi H \Delta I\Pi \Lambda \Omega MATIKH\Sigma \dots iv$
ABSTRACTv
ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣνι
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑvii
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ
1.1 ANTIKEIMENO TH $\Sigma$ ΕΡΓΑΣΙΑΣ1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ - ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ
2.2 ПІЕΖОНЛЕКТРІКА ҮЛІКА
2.2.1 ΟΡΙΣΜΟΣ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ
2.2.2 IΣTOPIKH ANAΔPOMH
2.2.3 ΓΕΝΙΚΗ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΓΙΑ ΤΑ ΥΛΙΚΑ4
2.2.4 ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΕΣ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ6
2.3 ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΜΕΝΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ
2.3.1 ΓΕΝΙΚΗ ΙΣΧΥΣ
2.3.2 ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΜΕΝΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ
2.4 ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΜΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ9
2.4.1 ΓΕΝΙΚΕΣ ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ9
2.5 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ11
2.5.1 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ11
2.5.2 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΜΕΝΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ11
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΜΕ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ16
3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ
3.2 ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ 17
3.3 ПОЛУ   ΣΤΡΩΜΑΤΙΚΗ ΔΟΚΟΣ ΜΕ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΕΠΙΘΕΜΑΤΑ19
3.4 ΚΥΚΛΩΜΑ ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΣΗΣ «ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ-ΠΗΝΙΟΥ» (R-L) ΓΙΑ ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΜΙΑΣ ΙΔΙΟΜΟΡΦΗΣ
3.5 ΚΥΚΛΩΜΑ ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΣΗΣ «ΡΟΗΣ ΡΕΥΜΑΤΟΣ» (CURRENT FLOWING) ΓΙΑ ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΠΟΛΛΩΝ ΙΔΙΟΜΟΡΦΩΝ
3.6 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΠΟΛΥΣΤΡΩΜΑΤΙΚΗΣ ΔΟΚΟΥ ΜΕ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΕΠΙΘΕΜΑΤΑ
3.7 ΙΔΙΟΜΟΡΦΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΔΟΝΗΣΗΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΟΝΤΕΛΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ30
4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ
4.2 ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΜΕΝΑ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΟΝ ΕΛΕΓΧΟ ΜΙΑΣ ΔΙΟΜΟΡΦΗΣ
4.2.1 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΤΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ COMSOL MULTIPHYSICS
4.2.2 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ
4.2.3 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ
4.3 ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΜΕΝΑ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΟΝ ΕΛΕΓΧΟ ΠΟΛΛΩΝ ΔΙΟΜΟΡΦΩΝ
4.3.1 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΤΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ COMSOL MULTIPHYSICS
4.3.2 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ
4.3.3 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ
κεφαλαίο 5: Συμπερασματά και προτάσεις για μελλοντική ερεύνα69
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ-ΑΝΑΦΟΡΕΣ</b>

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

# ΕΙΣΑΓΩΓΗ

#### 1.1 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Όπως είναι γνωστό όταν η κατασκευή υπόκειται σε ισχυρή μηχανική φόρτιση τότε εμφανίζονται και δημιουργούνται ανεπιθύμητοι κραδασμοί. Η παρουσία δονήσεων μπορεί να μειώσει την ευαισθησία των μετρητικών οργάνων ή μπορεί να προκαλέσει σοβαρά σφάλματα σε εφαρμογές όπου υψηλή ακρίβεια είναι απαραίτητη. Συνεπώς, σε πολλές μηχανολογικές εφαρμογές είναι ζωτικής σημασίας ο έλεγχος αυτών των ανεπιθύμητων δονήσεων.

Οι πιεζοηλεκτρικοί μετατροπείς έχουν χρησιμοποιηθεί σε πολυάριθμες περιπτώσεις κατά τη διάρκεια των τελευταίων δεκαετιών ως αισθητήρες, ενεργοποιητές ή και τα δύο. Όταν οι παραδοσιακές τεχνικές ελέγχου των δονήσεων αποτυγχάνουν να ικανοποιήσουν τις απαιτήσεις, οι πιεζοηλεκτρικοί μετατροπείς μπορούν να προσφέρουν μια ελαφριά και χαμηλού κόστους εναλλακτική λύση.

Η σύνδεση παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων με πιεζοηλεκτρικά υλικά έχει όφελος. Η ενέργεια που παράγεται από τις ταλαντώσεις της κατασκευής μετατρέπεται σε ηλεκτρική μέσω των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων και στη συνέχεια μεταφέρεται στο ηλεκτρονικό κύκλωμα όπου καταναλώνεται και με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται η απόσβεση.

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας έγινε μια προσπάθεια να σχεδιαστεί μια απλή λύση χαμηλού κόστους που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη κατανόηση θεμάτων που σχετίζονται με την απόσβεση των ταλαντώσεων, την εξαγωγή και την αποθήκευση ενέργειας σε ευφυής κατασκευές. Έτσι δίνεται η δυνατότητα στον εμπλεκόμενο να ασχοληθεί με ένα μεγάλο πλήθος αντικειμένων όπως είναι ο σχεδιασμός και η υλοποίηση παθητικών παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών συστημάτων, τα ηλεκτρονικά μέρη τους, τη μηχανική και δυναμική συμπεριφορά των κατασκευών.

Το αντικείμενο της πρότασης έγκειται στον περιορισμό των ταλαντώσεων που προκαλούνται από εξωτερικές αιτίες (δονήσεις, θόρυβο κλπ.), ο οποίος επιτυγχάνεται μέσω του σχεδιασμού και της προσομοίωσης ενός παθητικού συστήματος ελέγχου – απόσβεσης βασισμένου σε κυκλώματα παραδιακλάδωσης συνδεδεμένων πάνω σε πιεζοηλεκτρικά στοιχεία. Έτσι αναπτύσσονται, δοκιμάζονται και συγκρίνονται ορισμένες από τις παθητικές μέθοδοι απόσβεσης που έχουν βρεθεί στη βιβλιογραφία (τόσο κυκλώματα μιας όσο και περισσότερων ιδιομορφών).

Η διπλωματική εργασία δομείται ως εξής:

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται μια βιβλιογραφική έρευνα, όπου στην αρχή γίνεται περιγραφή του πιεζοηλεκτρισμού και μια ιστορική αναδρομή για την ανακάλυψη του φαινομένου. Στη συνέχεια περιγράφεται ο ρόλος των παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων και δίνεται έμφαση στη χρήση και ύπαρξη των πιεζοηλεκτρικών παραδιακλαδωμένων συστημάτων. Επίσης παρουσιάζεται το βασικό μαθηματικό υπόβαθρο. Τέλος το κεφάλαιο κλείνει με την ανασκόπηση ορισμένων εφαρμογών ελέγχου των κραδασμών μέσω παθητικών τεχνικών απόσβεσης. Στο τρίτο κεφάλαιο, περιγράφεται το υπό εξέταση μοντέλο δομής με ενσωματωμένα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία. Εκτός από αυτό δίδεται η κυριότερη θεωρία των ηλεκτρικά παθητικών κυκλωμάτων. Στο κεφάλαιο 4 γίνεται η προσομοίωση του συστήματος υπό μελέτη και εφαρμόζεται μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων στο πεδίο των συχνοτήτων. Ακόμη παρατίθενται αποτελέσματα από τη συγκεκριμένη ανάλυση εκ των οποίων είτε συγκρίνονται με αντίστοιχα δημοσιευμένα είτε μεταξύ τους, ώστε να επιβεβαιωθεί η επιθυμητή λειτουργία τους. Κλείνοντας στο τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται κάποια σχόλια και σκέψεις για περαιτέρω μελέτη.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

# ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ - ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

## 2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ξεκινώντας την ανάλυση στο συγκεκριμένο κεφάλαιο θα γίνει μια επισκόπηση των θεμάτων που θα μας απασχολήσουν. Πιο συγκεκριμένα πρόκειται για:

- · Πιεζοηλεκτρικά Υλικά
- · Παραδιακλαδωμένα Κυκλώματα
- · Πιεζοηλεκτρικά Παραδιακλαδωμένα Συστήματα
- · Μαθηματική Διατύπωση Ηλεκτρομηχανολογικής Σύζευξης
- · Τεχνολογικές Εφαρμογές

#### 2.2 ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΥΛΙΚΑ

#### 2.2.1 ΟΡΙΣΜΟΣ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ

Πιεζοηλεκτρισμός ή Πιεζοηλεκτρικό Φαινόμενο ορίζεται ως η μετατροπή της μηχανικής ενέργειας σε ηλεκτρική ενέργεια (ευθύ φαινόμενο) ή η μετατροπή της ηλεκτρικής ενέργειας σε μηχανική ενέργεια (αντίστροφο φαινόμενο). Η παρακάτω εικόνα (Εικόνα 2.1) απεικονίζει σχηματικά ένα πιεζοηλεκτρικό πρόβολο. [1]



Εικόνα 2.1: Πιεζοηλεκτρικό Πρόβολο

Αυτό το φαινόμενο παρατηρείται σε ορισμένα στερεά υλικά (όπως οι κρύσταλλοι, ορισμένα κεραμικά και βιολογικές ύλες όπως τα οστά, το DNA και διάφορες πρωτεΐνες) όταν υποστούν μηχανική καταπόνηση. Η λέξη πιεζοηλεκτρισμός (piezoelectricity) υποδηλώνει ηλεκτρική ενέργεια που προκύπτει από πίεση. Προέρχεται από την ελληνική λέξη πιέζω και την λέξη ήλεκτρον που σημαίνει κεχριμπάρι, μία αρχαία πηγή ηλεκτρικού φορτίου.

Η φύση του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου μπορεί να αποδοθεί στην ύπαρξη ηλεκτρικού δίπολου στην κρυσταλλική δομή των στερεών. Πρόκειται για κρυστάλλους που δεν έχουν κέντρο συμμετρίας. Αυτό γίνεται αντιληπτό από τα επιμέρους μόρια. Κάθε ένα έχει μια πολικότητα καθώς το ένα άκρο του είναι περισσότερο αρνητικά φορτισμένο , δηλαδή είναι συσσωρευμένα σε αυτό περισσότερα ηλεκτρόνια. Το άλλο άκρο είναι θετικά φορτισμένο και έτσι δημιουργείται ένα δίπολο.

#### 2.2.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο ανακαλύφθηκε από τους αδελφούς Jacques και Pierre Curie στα τέλη του δέκατου ένατου αιώνα. Το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο ήταν αποτέλεσμα από την διεξαγωγή πειραμάτων σε κρυσταλλικά υλικά όπου εφαρμόζοντας μηχανική πίεση παρατηρήθηκε πως πολώνονται ηλεκτρικά καθώς και ο βαθμός πόλωσης είναι ανάλογος με την εφαρμοζόμενη πίεση. Αυτή η πειραματική απόδειξη δημοσιεύθηκε το 1880 και πρόκειται για το ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο. Ωστόσο οι αδελφοί Κιουρί (Curies) δεν προέβλεψαν ότι οι κρύσταλλοι που εμφανίζουν το άμεσο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο (ηλεκτρισμός από εφαρμοζόμενη τάση) θα εμφάνιζαν επίσης το αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο (τάση ως απόκριση σε εφαρμοζόμενο ηλεκτρικό πεδίο). Η ιδιότητα αυτή προέκυψε μαθηματικά σύμφωνα με θεμελιώδεις θερμοδυναμικές αρχές από τον Lippmann το 1881. Οι Κιουρί (Curies) επιβεβαίωσαν αμέσως την ύπαρξη του "αντίστροφου φαινομένου" και συνέχισαν για να αποκτήσουν ποσοτική απόδειξη της πλήρους αντιστρεψιμότητας των ηλεκτρο-μηχανικών παραμορφώσεων σε πιεζοηλεκτρικούς κρυστάλλους. [2]

#### 2.2.3 ΓΕΝΙΚΗ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΓΙΑ ΤΑ ΥΛΙΚΑ

Γενικά υπάρχουν αρκετά υλικά που παρουσιάζουν πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες και είτε προέρχονται από τη φύση είτε είναι τεχνητά. Οι πιο διαδομένοι κρύσταλλοι είναι ο χαλαζίας, το άλας Rochelle και ο τουρμαλίνης. Σήμερα τα πολυκρυσταλλικά κεραμικά σαν το BaTiO3 και PZT, ανήκουν στα περισσότερο χρησιμοποιούμενα πιεζοηλεκτρικά υλικά. Αυτό συμβαίνει λόγω του χαμηλού κόστους κατασκευής και των σχεδόν αυθαίρετων πιθανών μορφών που μπορούν να πάρουν, σε σύγκριση με τα μονοκρυσταλλικά πιεζοηλεκτρικά υλικά. Επιπλέον, τα συγκεκριμένα υλικά έχουν πολύ καλές πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες γεγονός που τα καθιστά ιδιαιτέρα χρήσιμα στο πεδίο των πιεζοηλεκτρικών.

Όπως γίνεται κατανοητό τα πιεζοηλεκτρικά υλικά διακρίνονται για τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά τους. Επεξηγηματικά κατά την εφαρμογή μηχανικής παραμόρφωσης δημιουργούνται αντίθετα ηλεκτρικά φορτία σε αντίθετες κρυσταλλικές επιφάνειες, οι οποίες είναι ανάλογες με το μέγεθος της μηχανικής παραμόρφωσης. Αυτό το φαινόμενο καλείται ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο. Ωστόσο, όταν εφαρμόζεται ένα ηλεκτρικό πεδίο στο υλικό τότε προκαλείται μηχανική παραμόρφωση. Έτσι το φαινόμενο αυτό ονομάζεται αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο. Στην εικόνα 2.2 απεικονίζονται τα φαινόμενα που περιεγράφηκαν προηγουμένως.



Εικόνα 2.2: Ευθύ και Αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο [3]

Επιπρόσθετα σε μια μακροσκοπική κρυσταλλική δομή που περιλαμβάνει πολλές μοναδιαίες κυψέλες, τα δίπολα βρίσκονται εξ ορισμού τυχαία προσανατολισμένα. Όταν το υλικό υποβάλλεται σε μηχανική καταπόνηση, κάθε δίπολο περιστρέφεται από τον αρχικό του προσανατολισμό προς μια κατεύθυνση που ελαχιστοποιεί τη συνολική ηλεκτρική και μηχανική ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο δίπολο. Κατά την πόλωση, το υλικό υποβάλλεται σε πολύ υψηλό ηλεκτρικό πεδίο που προσανατολίζει όλα τα δίπολα βροσανατολισμό του πεδίου. Κατά την απενεργοποίηση του ηλεκτρικού πεδίου, τα περισσότερα δίπολα δεν επιστρέφουν στον αρχικό τους προσανατολισμό. Αξίζει να σημειωθεί ότι το υλικό μπορεί να αποπολωθεί εάν υποβληθεί σε πολύ υψηλό ηλεκτρικό πεδίο προσανατολισμένα αντίθετα προς τη διεύθυνση πόλωσης ή εάν εκτεθεί σε θερμοκρασία υψηλότερη από τη θερμοκρασία Curie του υλικού.



Εικόνα 2.3: Στάδια Πόλωσης [4]

## 2.2.4 ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΕΣ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία ως τμήματα δομής σύνθετων κατασκευών μπορούν να λειτουργούν είτε ως αισθητήρες (sensors) σύμφωνα με το ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο είτε ως ενεργοποιητές ή διεγέρτες (actuators) με βάση το αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο. Ένα σημαντικό στοιχείο που πρέπει να αναφερθεί είναι πως έχουν τη δυνατότητά να λειτουργούν ταυτόχρονα ως αισθητήρες και ως διεγέρτες, λόγω της φύσης του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου. Επιγραμματικά, οι αισθητήρες χρησιμοποιούνται για την ανίχνευση δομικών ελαττωμάτων, τη παρακολούθηση ταλαντώσεων καταστολή δονήσεων κλπ.

Αξίζει να αναφερθεί ότι λόγω της ηλεκτρομηχανικής συμπεριφοράς σύζευξης, τα πιεζοηλεκτρικά υλικά είναι ιδανικά για εφαρμογές ανίχνευσης και ενεργοποίησης.

Από μηχανική άποψη, τα πιεζοηλεκτρικά υλικά συμπεριφέρονται όπως ένα άκαμπτο ελατήριο, ενώ από ηλεκτρική φύση συμπεριφέρονται ως πυκνωτές. Συγκεκριμένα στον ηλεκτρικό τομέα, το πιεζοηλεκτρικό υλικό μοντελοποιείται ως πυκνωτής με χωρητικότητα  $C_p$  και είναι συνδεμένος σε σειρά με μια πηγή τάσης  $V_p$ , η οποία εξαρτάται από τη παραμόρφωση.

Παρακάτω απεικονίζεται σχηματικά η λειτουργία των αισθητήρων [5] και των ενεργοποιητών [6].



Εικόνα 2.4: Αισθητήρας



Εικόνα 2.5: Ενεργοποιητής

Η παραμόρφωση που ασκείται στη κρυσταλλική δομή θα μπορούσε να οδηγήσει είτε σε εφελκυστικές είτε σε θλιπτικές τάσεις και παραμορφώσεις στο υλικό και είναι ανάλογη με τη διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου, τη προτιμώμενη διεύθυνση της πόλωσης στο υλικό και τον τρόπο με τον οποίο το υλικό συνδέεται με άλλες γειτονικές δομές. Στη παρακάτω εικόνα παρατίθεται μερικές πιθανές αντιδράσεις που μπορεί να αναπτύξει ένας πιεζοηλεκτρικός κρύσταλλος. [7]



Εικόνα 2.6: Συμπεριφορά πιεζοηλεκτρικού υλικού σε διαφορετικά ερεθίσματα (a)-(d)

## 2.3 ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΜΕΝΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

## 2.3.1 ΓΕΝΙΚΗ ΙΣΧΥΣ

Τα συστήματα παραδιακλάδωσης, επίσης γνωστά ως πιεζοηλεκτρικά συστήματα παραδιακλάδωσης, είναι ηλεκτρικά κυκλώματα που συνδέονται με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία (π.χ. επιθέματα PZT, πιεζοηλεκτρικοί μορφοτροπείς (transducers) κλπ.). Αυτά τα συστήματα είναι ως επί το πλείστων παθητικά, ωστόσο πρόσφατα έχουν προταθεί επίσης ημι-παθητικά ή και ενεργά συστήματα.

Κατά τη διάρκεια του παθητικού ελέγχου παραδιακλάδωσης, είναι απαραίτητος ένας πιεζοηλεκτρικός μετατροπέας για να μετατρέψει τη μηχανική ενέργεια που παράγεται από τη ταλάντωση της δομής σε ηλεκτρική ενέργεια. Αυτή η ενέργεια μεταφέρεται στα ηλεκτρικά στοιχεία του παραδιακλαδωμένου κυκλώματος προκειμένου να μετασχηματιστεί και έτσι να κατασταλούν οι δονήσεις. [8] [9]

## 2.3.2 ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΜΕΝΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Σε γενικές γραμμές, τα κυκλώματα παραδιακλάδωσης μπορούν να ταξινομηθούν κατά προσέγγιση σε παθητικά και ενεργά. Μια άλλη κατηγοριοποίηση αυτών των κυκλωμάτων μπορεί να είναι σε γραμμικά και σε μη γραμμικά. Στη παρούσα μελέτη χρησιμοποιούνται παθητικά γραμμικά κυκλώματα συντονισμού. Αναλυτικότερα γίνεται χρήση των κυκλωμάτων μιας ιδιομορφής καθώς και των πολλών ιδιομορφών.

- Για της μιας ιδιομορφής ο έλεγχος επιτυγχάνεται με κύκλωμα «αντίστασης-πηνίου» (R-L)
- Για περισσότερες από μια ιδιομορφές, ο έλεγχος επιτυγχάνεται με κύκλωμα «ροής ρεύματος» ή διαφορετικά Hollkamp Current-flow

Σχετικά με την επιθυμητή απόσβεση των κατασκευών, τα κυκλώματα συντονισμού μπορούν επίσης να είναι πολύ χρήσιμα τόσο για τον έλεγχο μίας ιδιόμορφής όσο και περισσότερων ιδιομορφών των συστημάτων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το παθητικό σύστημα ελέγχου χρησιμοποιεί την αρχή των δυναμικών αποσβεστήρων ρυθμίζοντας τη συχνότητα συντονισμού του κυκλώματος παραδιακλάδωσης στη φυσική συχνότητα του δομικού συστήματος που θέλουμε να καταστείλουμε. Αυτά τα κυκλώματα είναι ισοδύναμα με αποσβέστηρες ταλαντώσεων εντός ενός περιορισμένου εύρους συχνοτήτων.

Τα πιο συνηθισμένα κυκλώματα παραδιακλάδωσης παρουσιάζονται στην Εικόνα 2.7 [3]. Για λόγους κατανόησης γίνονται επισημάνσεις στο σχήμα που ακολουθεί ώστε να είναι φανερό ποια κυκλώματα χρησιμοποιούνται στη συγκεκριμένη εργασία.



Εικόνα 2.7: : Κατηγορίες διάφορων κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης

#### 2.4 ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΜΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

#### 2.4.1 ΓΕΝΙΚΕΣ ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Η μεθοδολογία είναι ίδια με αυτή που περιγράφεται στη δημοσίευση του Jeon, 2009. [10]

Οι γενικές ηλεκτρομηχανικές εξισώσεις που περιγράφουν τη συμπεριφορά των πιεζοηλεκτρικών υλικών καθορίζονται στο Πρότυπο ΙΕΕΕ για τον Πιεζοηλεκτρισμό (IEEE Standard on Piezoelectricity, 1987):

T: Διάνυσμα Τάσης [N/m<sup>2</sup>]

D : Διάνυσμα Ηλεκτρικής Μετατόπισης [C/m<sup>2</sup>]

S : Διάνυσμα Παραμόρφωσης

όπου

 $c^{E}$ : Πίνακας Ελαστικής Ακαμψίας που υπολογίζεται σε σταθερό ηλεκτρικό πεδίο

e : Πίνακας Πιεζοηλεκτρικής Τάσης

Ε : Διάνυσμα Ηλεκτρικού Πεδίου [V/m]

ε<sup>s</sup>: Διηλεκτρικός Πίνακας που υπολογίζεται σε σταθερή μηχανική παραμόρφωση

Μετά την εφαρμογή της αρχής του Hamilton και τη διακριτοποίηση πεπερασμένων στοιχείων για συζευγμένα ηλεκτρομηχανολογικά συστήματα [11] έχουμε:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{w} \\ \ddot{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & \Theta \\ \Theta^t & -C_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ q \end{bmatrix}$$
(2.4.2)

<u>όπου</u> [M], [C], [K] και [Θ] αποτελούν τους καθολικούς πίνακες μάζας, απόσβεσης, ακαμψίας και της ηλεκτρομηχανικής σύζευξής ολόκληρης της κατασκευής και των πιεζοηλεκτρικών υλικών, ξεχωριστά, [C<sub>P</sub>] είναι ο πίνακας της πιεζοηλεκτρικής χωρητικότητας, [F] είναι το διάνυσμα της εφαρμοζόμενης μηχανικής δύναμης, [q] το διάνυσμα του ηλεκτρικού φορτίου, [w] η γενικευμένη μηχανική συντεταγμένη και [v] είναι η γενικευμένη ηλεκτρική συντεταγμένη και [v] είναι η γενικευμένη ηλεκτρική συντεταγμένη που είναι η φυσική τάση στο πιεζοηλεκτρικό

Η εξίσωση κίνησης του συζευγμένου πιεζοηλεκτρικού ηλεκτρομηχανικού συστήματος, όπως περιγράφεται στην εξίσωση (2.4.2), είναι ένα σύνολο δύο συζευγμένων εξισώσεων [10] [12]:

$$[M]\{\ddot{w}\} + [C]\{\dot{w}\} + [K]\{w\}] + [\Theta]\{v\} = \{F\} (2.4.3)$$
$$[\Theta]^{t}\{w\} - [C_{p}]\{v\} = \{q\} \qquad (2.4.4)$$

Στο συζευγμένο σύνολο εξισώσεων (2.4.3), (2.4.4) η πρώτη σειρά εξισώσεων περιγράφει την κατάσταση ισορροπίας των μηχανικών δυνάμεων και η δεύτερη δίνει τη ηλεκτροδυναμική εξίσωση του ηλεκτρικού δυναμικού. Αυτές οι δύο σειρές εξισώσεων μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να εξαχθεί η πιεζοηλεκτρική παθητική δύναμη απόσβεσης μέσω κυκλωμάτων απόσβεσης παραδιακλάδωσης, που συνδέουν την κατασκευή με τα ηλεκτρόδια του πιεζοηλεκτρικού.

Η ηλεκτρική τάση απόσβεσης κατά μήκος του δικτύου απόσβεσης παραδιακλάδωσης μπορεί να αναπαρασταθεί από τη σχέση ρεύματος-τάσης στο πεδίο Laplace ως:

$$V_{sh}(s) = Z_{sh}(s) \cdot I_{sh}(s) \tag{2.4.5}$$

Αν στην εξίσωση (2.4.5) αντικαταστήσουμε την ένταση του ρεύματος  $I_{sh}(s)$  με την παράγωγο του φορτιού  $\dot{q}(s)$  της εξίσωσης (2.4.4) τότε έχουμε τη σχέση :

$$V_{sh}(s) = Z_{sh}(s) \cdot \dot{q}(s) = Z_{sh}(s) \cdot ([\Theta]^t \{w\}s - [C_p]V_{sh}(s)s)$$
(2.4.6)

Λύνοντας την εξίσωση (2.4.6) ως προς  $V_{sh}(s)$  παίρνουμε την εξίσωση :

$$V_{sh}(s) = \frac{Z_{sh}(s)[\Theta]^t \{w\}s}{1 + Z_{sh}(s)[C_p]s}$$
(2.4.7)

όπου s ο τελεστής Laplace.

Εισάγοντας την εξίσωση (2.4.7) στην εξίσωση (2.4.3) παίρνουμε τη σχέση του παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού λαμβάνοντας υπόψη την πρόσθετη παθητική πιεζοηλεκτρική δύναμη απόσβεσης:

$$[M]\{\ddot{w}\} + ([C] + Z_{total}[\Theta][\Theta]^t)\{\dot{w}\} + [K]\{w\} = \{F\}$$
(2.4.8)

Όπου η συνολική ηλεκτρική εμπέδηση  $Z_{\text{total}}$  εμπεριέχει την εσωτερική χωρητικότητα  $C_p$  του πιεζοηλεκτρικού ως εξής :

$$Z_{total} = \frac{Z_{sh}}{1 + Z_{sh}[C_p]s}$$
(2.4.9)

Η εξίσωση (2.4.7) μετασχηματίζεται σε ανάλυση ιδιόμορφών με τις ακόλουθες ιδιομορφικές συντεταγμένες μεταφοράς:

$$\{w\} = [\Phi]\{\xi\} \tag{2.4.10}$$

Εισάγοντας την εξίσωση (2.4.10) στην εξίσωση (2.4.8) και στη συνέχεια μετασχηματίζοντάς στο πεδίο των συχνοτήτων, παίρνουμε τις μη συζευγμένες εξισώσεις κίνησης των αρμονικών εξαναγκασμένων ταλαντώσεων στον τομέα των ιδιόμορφών :

$$-\omega^{2}[m]\{\xi\} + j\omega([c] + Z_{total}[\theta]) + [\kappa]\{\xi\} = \{f\} \qquad (2.4.11)$$
$$\{\xi\} = (-\omega^{2}[m] + j\omega([c] + Z_{total}[\theta]) + [\kappa])^{-1}\{f\} \qquad (2.4.12)$$

## 2.5 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

#### 2.5.1 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Τα έξυπνα υλικά, όπως πιεζοηλεκτρικά και πιεζοκεραμικά μπορούν να ενσωματωθούν σε δομικά μοντέλα για να τους παρέχουν την «έξυπνη συμπεριφορά». Καταρχήν, η αρχική τάση ή καταπόνηση που παράγεται από κάποιο έξυπνο στοιχείο μπορεί να ελεγχθεί και να οδηγηθεί σε ελεγχόμενη συμπεριφορά ολόκληρης της σύνθετης κατασκευής και συνεπώς να της προσδώσει την ιδιότητα της «έξυπνης κατασκευής».

Τα πιεζοηλεκτρικά αποτελούν την κατάλληλη τεχνολογία για την εξέταση έξυπνων δομών, αφού έχουν σχεδόν στιγμιαίο χρόνο αντίδρασης χωρίς υστέρηση και λειτουργούν στις περισσότερες περιπτώσεις εντός του εύρους γραμμικότητας. Πέρα από όμως από τη χρήση τους σε "ευφυής" κατασκευές ο πιεζοηλεκτρισμός επεκτείνεται σε πάρα πολλές εφαρμογές και δεδομένης της ταχύτατης ανάπτυξης αυτών, στο μέλλον η χρήση του θα είναι ακόμη πιο διαδεδομένη.

Επιγραμματικά μερικές χρήσεις του πιεζοηλεκτρισμού είναι οι εξής:

- 1. Μετατροπείς ήχου
- 2. Ελεγκτές συχνοτήτων
- 3. Έλεγχος και συλλογή ενέργειας
- 4. Έλεγχος , αίσθηση και μείωση δονήσεων και ταλαντώσεων σε δομές
- 5. Αισθητήρες επιτάχυνσης και γυροσκόπια

## 2.5.2 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΜΕΝΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Υπάρχουν διάφορες εφαρμογές συστημάτων παραδιακλάδωσης, μεταξύ άλλων, ο έλεγχος δομικού θορύβου, ο έλεγχος ταλαντώσεων, η εφαρμογή σε σκληρούς δίσκους, σε έξυπνα πάνελ κλπ. Εκτός από αυτό πιεζοηλεκτρικά παραδιακλαδωμένα συστήματα μπορούν να εφαρμοστούν για τον έλεγχο θορύβου και των κραδασμών σε αεροκατασκευές, σε εξαρτήματα αυτοκινήτων, σε στροβιλομηχανές και σε ηλεκτρονικά εξαρτήματα ακριβείας. Επιπρόσθετα βρίσκονται σε ευρεία εφαρμογή πάνω σε πατέντες όπου μάλιστα έχουν υλοποιήσει σε πολλές χώρες. Ένα φαινόμενο που έχει αυξηθεί ιδιαίτερα το τελευταίο διάστημα. [13]

Παρακάτω παρουσιάζονται εν συντομία μερικές από τις πολυάριθμες εφαρμογές πιεζοηλεκτρικών παραδιακλαδωμένων συστημάτων, δίνοντας περισσότερη έμφαση σε επιτεύγματα μηχανολογικού τομέα.

#### Δισκόφρενο [14]

Οι Neubauer και Wallacheck χρησιμοποιήσαν παραδιακλαδωμένα πιεζοκεραμικά υλικά για τη μείωση του θορύβου και την καταστολή των ταλαντώσεων σε εν λειτουργία δισκόφρενο. Η δυναμική συμπεριφορά του δισκόφρενου περιγράφεται με το μοντέλο εύκαμπτου δίσκου.



Εικόνα 2.8: Μοντέλο φρένου και ιδιομορφή δίσκου



Εικόνα 2.9: Σώμα και μέρη δισκόφρενού

#### Κοπτικά Εργαλεία- Τόρνευση [15]

Χρήση παθητικών πιεζοηλεκτρικών παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων για την εξάλειψη των ταλαντώσεων και τη μείωση των δονήσεων.



Εικόνα 2.10: Προκαθορισμένο σύστημα: Κομμάτι, Κοπτικό εργαλείο, Πιεζοηλεκτρικά επιθέματα και Καθολικό Σύστημα Αζόνων



Εικόνα 2.11: Παραδιακλαδωμένο Κύκλωμα

#### Κοπτικά Εργαλεία – Εργαλείο Πριονίσματος [16]

Χρήση παθητικών πιεζοηλεκτρικών παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων για τη μείωση των δονήσεων.



Εικόνα 2.12: Σχεδιασμός κυκλικού εργαλείου πριονίσματος με παραδιακλαδωμένο κύκλωμα

#### Αυτοκινητοβιομηχανία – Κάθισμα Οχήματος [17]

Ενδιαφέρουσα μελέτη έχει αναπτυχθεί σε κάθισμα οχήματος όπου εσωτερικά τοποθετείται μια πλάκα αλουμινίου πάνω στη οποία προσάπτονται πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Η καταστολή των δονήσεων της πλάκας αλουμινίου εντός του καθίσματος επιτυγχάνεται με τη χρήση κυκλώματος πολλών ιδιομορφών.



Εικόνα 2.13: Δοκιμαστικό Τεστ και Σχηματικό Διάγραμμα πειράματος σε κάθισμα αυτοκινήτου (a). (b)

#### Πτερύγιο Στροβιλοκινητήρα [18]

Ο επιστήμονας Sénéchal ασχολήθηκε με τη μείωση κραδασμών σε πεδίο χαμηλής συχνότητας. Έκανε πειραματική δοκιμή σε πτερύγιο στροβιλοκινητήρα CFM56-7B κάνοντας χρήση παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών μορφομετατροπέων RL.



Εικόνα 2.14: Τοποθέτηση χρήση παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών μορφομετατροπέων RL

#### Πτερύγια Στροβίλου [14]

Οι Neubauer και Wallacheck χρησιμοποιήσαν παραδιακλαδωμένα πιεζοκεραμικά υλικά για τη απόσβεση δονήσεων σε πτερύγια στροβίλου.



Εικόνα 2.15: Φωτογραφία και σκίτσο της δοκιμαστικής διάταζης με προσαρτημένα πιεζοκεραμικά

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

# ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΜΕ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

## 3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα πιεζοηλεκτρικά συστήματα παραδιακλάδωσης αποτελούνται από μια ηλεκτρική εμπέδηση, η οποία με τη σειρά της αποτελείται από αντίσταση, επαγωγή (πηνίο) ή χωρητικότητα (πυκνωτή) σε κάθε πιθανό συνδυασμό. Επίσης αποκαλούνται παθητικά στοιχεία και είναι τα εξαρτήματα που καταναλώνουν (αλλά δεν παράγουν) ενέργεια, αποθηκεύοντάς τη (σε ηλεκτρικό ή μαγνητικό πεδίο) ή μετατρέποντάς τη σε άλλες μορφές (από ηλεκτρική σε κινητική, θερμική κτλ), χωρίς να ενισχύουν την ισχύ στην έξοδό τους. [19] Συνοπτικά τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, μαζί με ενσωματωμένα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα συντονισμού, εξετάζονται για τη καταστολή των ταλαντώσεων του συζευγμένου συστήματος. Πρόκειται να χρησιμοποιηθούν κυκλώματα παραδιακλάδωσης για τον έλεγχο μιας και αντίστοιχα πολλών ιδιομορφών. Στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 3.1) παρουσιάζονται τα πλεονεκτήματα των υπό εξέταση κυκλωμάτων.

Συστήματα Παραδιακλάδωσης	Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Μιας Ιδιόμορφής	Εύκολη εφαρμογή και ρύθμιση	Περιορισμένης δυνατότητας και εφαρμογής, μέτριας απόδοσης
Πολλών Ιδιομορφών	Ευρύ φάσμα εφαρμογών, εύκολο στην εφαρμογή και αυξημένη απόδοση	Αυξημένης πολυπλοκότητας, δύσκολο στη ρύθμιση

Οι κατασκευές είναι γενικά τρισδιάστατα πιεζοηλεκτρικά σώματα, τα οποία ακολουθούν τους κανόνες της μηχανικής του στερεού σώματος. Κάνοντας την υπόθεση ότι το μοντέλο που χρησιμοποιείται είναι λεπτό και μακρύ σώμα και τηρώντας τους απαραίτητους κανόνες, τότε η θεωρία του ελαστικού παραμορφώσιμου σώματος δύναται να απλοποιηθεί σε θεωρία δοκού σύμφωνα με τις αρχές της τεχνικής μηχανικής.

Είναι ανάγκη να αναφερθεί ότι για να είναι τα αποτελέσματα συγκρίσιμα, σύμφωνα με τη δεδομένη βιβλιογραφία, εξετάζονται δύο επιπλέον γενικότερες περιπτώσεις κυκλωμάτων. Τα κυκλώματα (αντιστατών) που ελκύουν το ενδιαφέρον είναι, το Βραχυκύκλωμα (short circuit) και το Ανοιχτό κύκλωμα (open circuit). Πιο συγκεκριμένα ορίζονται ως εξής:

Το βραχυκύκλωμα είναι ένας αντιστάτης με μηδενική αντίσταση (R = 0) και άπειρη αγωγιμότητα (G→∞), άρα προκύπτει μηδενική διαφορά δυναμικού στα άκρα του. Το ρεύμα βραχυκυκλώματος (short-circuit) I<sub>sc</sub> έχει αυθαίρετη τιμή, που σημαίνει ότι η τιμή του καθορίζεται από τα υπόλοιπα στοιχεία και τη δομή του κυκλώματος. Τρόπος εφαρμογής βραχυκυκλώματος είναι η σύνδεση των καλωδίων του κυκλώματος.

Το ανοιχτό κύκλωμα είναι ένας αντιστάτης με άπειρη αντίσταση ( $\mathbf{R} \to \infty$ ) και μηδενική αγωγιμότητα ( $\mathbf{G} = 0$ ), μέσα από τον οποίο διέρχεται ρεύμα που εξαρτάται από το μέγεθος της διαφοράς δυναμικού που εφαρμόζεται στα άκρα του. Η τάση στα άκρα του αντιστάτη έχει αυθαίρετη τιμή, δηλαδή καθορίζεται από τα υπόλοιπα στοιχεία και τη δομή του κυκλώματος. Τρόπος εφαρμογής ανοιχτού κυκλώματος είναι η αποσύνδεση των καλωδίων του κυκλώματος.

## 3.2 ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ

Ο έλεγχος με πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα συντονισμού διαμορφώνεται από καθαρά μηχανικά συστήματα και τα ανάλογα ηλεκτρικά κυκλώματά τους. Βέλτιστες τιμές επαγωγής και αντίστασης βρίσκονται από την ελαχιστοποίηση της μετατόπισης σε περιοχές γύρω από συχνότητες ενδιαφέροντος (ιδιοσυχνότητες). Η μέγιστη ροή ρεύματος μέσω της παραδιακλάδωσης είναι επίσης ποσοτικοποιημένη για μεταγενέστερο σχεδιασμό των ηλεκτρικών εξαρτημάτων. Ωστόσο, ένα παράδειγμα πειραματικής ρύθμισης δείχνει ότι οι απαιτούμενες τιμές επαγωγής δεν μπορούν να ικανοποιηθούν με τα τυπικά παθητικά

Σύμφωνα με το πρότυπο ΙΕΕΕ για τον Πιεζοηλεκτρισμό (ΙΕΕΕ Standard on Piezoelectricity, 1987) ΙΕΕΕ για το πιεζοηλεκτρισμό [20], οι καταστατικές εξισώσεις για 3D γραμμική πιεζοηλεκτρικότητα μπορούν να γραφτούν ως:

$$\varepsilon_{ij} = s^{E}_{ijkl}\sigma_{kl} + d_{kij}E_{k}$$

$$\varepsilon_{i} = d_{ikl}\sigma_{kl} + \epsilon^{\sigma}_{ik}E_{k}$$
(3.2.1)

<u>όπου</u> ε<sub>ij</sub>, σ<sub>ij</sub>, D<sub>i</sub> και E<sub>k</sub> αντιπροσωπεύουν αντίστοιχα την ένταση (strain) [m/m], η τάση (stress)[N/m<sup>2</sup>], ηλεκτρική μετατόπιση ή πυκνότητα ηλεκτρικής ροής και εξαρτήματα ηλεκτρικού πεδίου. Οι σταθερές  $s_{ijkl}^{E}$  αναφέρονται στην ελαστικότητα υπό σταθερό ηλεκτρικό πεδίο, το d<sub>kij</sub> αντιπροσωπεύει τις πιεζοηλεκτρικές σταθερές και  $\in_{ik}^{\sigma}$  είναι η ηλεκτρική διαπερατότητα (Permitivity) υπό σταθερή τάση.

Μελετάμε την περίπτωση ενός εγκάρσιου ισοτροπικού πιεζοηλεκτρικού, που σημαίνει ότι το κεραμικό είναι ισότροπο στο επίπεδο κάθετο προς την κατεύθυνση της πόλωσης. [6] [21]

Χρησιμοποιώντας το συμβολισμό Voigt (Voigt notation) η Εξ. (3.2.1) γράφεται υπό μορφή μήτρας, που παρουσιάζεται ως:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{3} \\ \varepsilon_{4} \\ \varepsilon_{5} \\ \varepsilon_{6} \\ D_{1} \\ D_{2} \\ D_{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^{E} s_{12}^{E} s_{13}^{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{12}^{E} s_{22}^{E} s_{23}^{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{32} \\ s_{13}^{E} s_{23}^{E} s_{33}^{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^{E} & 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^{E} & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \in_{11}^{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \in_{22}^{\sigma} & 0 \\ d_{31}d_{32}d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \in_{33}^{\sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{3} \\ \sigma_{4} \\ \sigma_{5} \\ \varepsilon_{6} \\ E_{1} \\ E_{2} \\ E_{3} \end{bmatrix}$$
(3.2.2)

όταν το κεραμικό ΡΖΤ πολώνεται κατά μήκος της κατεύθυνσης '3'.

Τα κανονικά κεραμικά PZT είναι ισότροπα στο επίπεδο κάθετα στην κατεύθυνση πόλωσης οπότε  $(d_{31} = d_{32}, d_{15} = d_{24})$ , αλλά τα πιεζοηλεκτρικά σύνθετα μπορούν να έχουν ορθοτροπικές ιδιότητες. [21]

Λαμβάνοντας υπόψη ότι το μόνο μη μηδενικό στοιχείο του ηλεκτρικού πεδίου είναι κατά μήκος του '3' και ότι το PZT είναι ελεύθερο κατά μήκος '2' και '3', δηλαδή  $\sigma 2 = \sigma 3 = 0$  ( $\sigma y = \sigma z = 0$ ), τότε

$$\varepsilon_{1} = s_{11}^{E} \sigma_{1} + d_{31} E_{3}$$

$$D_{3} = d_{31} \sigma_{1} + \epsilon_{33}^{\sigma} E_{3}$$
(3.2.3)

Οπότε ο πίνακας 3.2.2 γίνεται:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{3} \\ \varepsilon_{4} \\ \varepsilon_{5} \\ \varepsilon_{6} \\ D_{1} \\ D_{2} \\ D_{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^{E} s_{12}^{E} s_{13}^{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{12}^{E} s_{11}^{E} s_{13}^{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{13}^{E} s_{13}^{E} s_{33}^{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^{E} & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^{E} & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & \varepsilon_{11}^{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 & \varepsilon_{22}^{\sigma} & 0 \\ d_{31}d_{31}d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}^{\sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{3} \\ \sigma_{4} \\ \sigma_{5} \\ \sigma_{6} \\ E_{1} \\ E_{2} \\ E_{3} \end{bmatrix}$$
(3.2.2.1)

#### 3.3 ΠΟΛΥΣΤΡΩΜΑΤΙΚΗ ΔΟΚΟΣ ΜΕ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΕΠΙΘΕΜΑΤΑ

Στη παρούσα ενότητα παρουσιάζεται συνοπτικά η θεωρία της πολυστρωματικής δοκού που αποτελείται από ελαστικά και πιεζοηλεκτρικά στρώματα (Εικόνα 3.1). Στηρίζεται στη γενικότερη διατύπωση, περιγράφεται στις δύο διαστάσεις (2Δ) με τις παραδοχές της τεχνικής μηχανικής που οδηγούν σε μοντέλα μειωμένης τάξεως (δοκού). Βασιζόμαστε σε μελέτες που έχουν γίνει [22], επειδή υπάρχει η ανάγκη σύγκρισης με τα δημοσιευμένα πειραματικά αποτελέσματα που είναι δοκός.

#### Παραδοχές μηχανικού μοντέλου και ηλεκτρικού πεδίου

Η δοκός μοντελοποιείται χρησιμοποιώντας την κλασσική πολυστρωματική θεωρία που βασίζεται στις παραδοχές του Euler-Bernoulli [11]. Το πεδίο μηχανικής μετατόπισης μπορεί στη συνέχεια να γραφτεί ως εξής:

$$u_x(x,z,t) = u(x,t) + z\theta(x,t)$$
 (3.3.1)

$$u_z(x,z,t) = w(x,t)$$
 (3.3.2)



Εικόνα 3.1: Πιεζοηλεκτρική πολυστρωματική δοκός [11]

όπου  $\mathbf{u}_x$  και  $\mathbf{u}_z$  είναι οι αξονικές και εγκάρσιες μετατοπίσεις,  $\mathbf{u}$  είναι η αξονική μετατόπιση της κεντρικής γραμμής της δέσμης, w η εγκάρσια μετατόπιση και  $\boldsymbol{\theta}$  η περιστροφή των ινών που ορίζεται από το:

$$\theta = -\frac{\partial w}{\partial x} \tag{3.3.3}$$

Από τη σχέση κλίσης μεταξύ του γραμμικοποιημένου τανυστή παραμόρφωσης (strain tensor)  $\varepsilon_{kl}$  και της μετατόπισης  $u_k$  και τη παραπάνω περιγραφόμενη κινηματική, η αξονική παραμόρφωση μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\varepsilon_1 = e + zk \tag{3.3.4}$$

όπου η παραμόρφωση του στρώματος e και k η καμπυλότητα ορίζονται ως:

$$e = \frac{\partial u}{\partial x}$$
  $\kappa \alpha \iota \quad k = -\frac{\partial^2 w}{\partial^2 x}$  (3.3.5)

Όσον αφορά τις ηλεκτροστατικές παραδοχές, όλες οι υποθέσεις διατηρούνται έτσι ώστε το ηλεκτρικό πεδίο να είναι κανονικό ως προς τα ηλεκτρόδια και ομοιόμορφο στο p<sup>ιοστο</sup> επίθεμα.

#### • Καταστατικές Εξισώσεις Πιεζοηλεκτρικού

Οι πιεζοηλεκτρικές στρώσεις της συγκεκριμένης κατηγορίας είναι πολωμένες στη κατεύθυνση πάχους (z, 3) με ένα ηλεκτρικό πεδίο που εφαρμόζεται παράλληλα σε αυτή την πόλωση. Μία τέτοια διαμόρφωση χαρακτηρίζεται ειδικότερα από την ηλεκτρομηχανική σύζευξη μεταξύ της αξονικής παραμόρφωσης και του εγκάρσιου ηλεκτρικού πεδίου.

Για χάρη απλότητας στη παρούσα μελέτη γίνονται οι παραδοχές για επίπεδη τάση (σ2=σ3=σy=σz=0) που αφορούν τη θεωρία δοκών. Σε αυτή την περίπτωση, οι γραμμικές πιεζοηλεκτρικές καταστατικές εξισώσεις περιορίζονται μόνο στις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\sigma_1^k = c_{11}^{-k} \varepsilon_1 - e_{31}^{-k} E_3$$
(3.3.6)  
$$D_3^k = e_{31}^{-k} \varepsilon_1 + \varepsilon_{33}^{-k} E_3$$
(3.3.7)

<u>όπου</u>  $\sigma_1^k$  και  $D_3^k$  είναι η αξονική τάση και η εγκάρσια ηλεκτρική μετατόπιση μέσα στο k<sup>100τ0</sup> στρώμα. Εξίσου  $c_{11}^{-k}$  είναι η τροποποιημένη ελαστική δυσκαμψία σε σταθερό ηλεκτρικό πεδίο,  $e_{31}^{-k}$  είναι η τροποποιημένη σταθερά πιεζοηλεκτρικού και  $\in_{33}^{-k}$  είναι η τροποποιημένη διηλεκτρική διαπερατότητα σε σταθερή παραμόρφωση. Πιο αναλυτικά ορίζονται από:

$$\bar{c}_{11}^{k} = \gamma_{1}^{k} = c_{11} + \frac{c_{12}^{2}c_{33} + c_{13}^{2}c_{11} - 2c_{12}c_{13}c_{23}}{\Delta}$$
(3.3.8)

$$\bar{e}_{31}^{k} = e_{31} - \frac{c_{12}c_{33} - c_{13}c_{23}}{\Delta} e_{31} - \frac{c_{13}c_{11} - c_{12}c_{23}}{\Delta} e_{33}$$
(3.3.9)

$$\overline{\mathsf{e}}_{33}^{k} = \mathsf{e}_{33}^{k} + \frac{c_{33}e_{31}^{2} + c_{11}e_{33}^{2} - 2c_{23}e_{31}e_{33}}{\Delta} \tag{3.3.10}$$

$$\mu\epsilon \quad \Delta = c_{11}c_{33} - c_{23}^2 \tag{3.3.11}$$

και  $Y_1^k$  ο συντελεστής Young του k<sup>ιοστου</sup> στρώματος στο επίπεδο (1,2). Οι παραπάνω εξισώσεις λαμβάνονται εισάγοντας την υπόθεση της επίπεδης τάσης στις εξισώσεις μαζί με την εγκάρσια ισοτροπία του υλικού στο επίπεδο (1,2).

## 3.4 ΚΥΚΛΩΜΑ ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΣΗΣ «ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ-ΠΗΝΙΟΥ» (R-L) ΓΙΑ ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΜΙΑΣ ΙΔΙΟΜΟΡΦΗΣ

Όσον αφορά την επιθυμητή απόσβεση των κατασκευών, τα κυκλώματα συντονισμού (αντίστασηεπαγωγή) μπορούν επίσης να είναι πολύ χρήσιμα για τον έλεγχο μίας ιδιόμορφής των συστημάτων.

Επεξηγηματικά όταν ένα κύκλωμα συντονισμού πιεζοηλεκτρικού RL συνδέεται με ένα μηχανικό μοντέλο, η απόδοση του συστήματος μπορεί να βελτιστοποιηθεί με την κατάλληλη επιλογή των τιμών για την επαγωγή και την αντίσταση. Υπάρχουν αρκετές μέθοδοι στη βιβλιογραφία για τον ορισμό αυτών των τιμών με παρόμοια αποτελέσματα και σχετικά μικρές τιμές του συντελεστή σύζευξης [11], [22], [23].

Πιο συγκεκριμένα παρακάτω παρατίθενται λεπτομέρειες. Στη πορεία γίνεται διερεύνηση των τιμών της αντίστασης και της επαγωγής. Η μεθοδολογία που ακολουθείται είναι με βάση τις δημοσιεύσεις των Jeon, 2009, Deü, 2014 και Lossouarn, 2017. [12], [24], [25]

Ο συντελεστής σύζευξης δίνεται ως :  $k_{\rm C} = \sqrt{{\rm e}^2/({\rm K}^{\rm E}{\rm C}^{\rm e})}$ 

Επίσης ότι η ιδιοσυχνότητα παραδιακλάδωσης συντονισμού είναι:

$$\omega_{\rm e} = 1/\sqrt{\rm LC^{\epsilon}}$$

και εξίσου η ιδιοσυχνότητα του ανοικτού κυκλώματος είναι :

$$\omega_{\rm o} = \sqrt{K^{\rm D}/m}$$

όπου  $K^D = K^E + e^2/C^{\epsilon}$  είναι η δυσκαμψία της δομής όταν το κύκλωμα παραδιακλάδωσης είναι ανοικτό.

Αντίστοιχα η ιδιοσυχνότητα του βραχυκυκλώματος είναι :  $\omega_s = \sqrt{K^E/m}$ 

και ο συντελεστής απόσβεσης είναι  $\xi_e = (R/2)\sqrt{C^{\epsilon}/L}$ .

Συμπερασματικά, ο συντελεστής σύζευξης μπορεί να καθοριστεί από τις φυσικές συχνότητες του ανοιχτού και του κλειστού κυκλώματος όπως φαίνεται στην εξίσωση (3.4.1):

$$k_{\rm C} = \sqrt{\frac{{\rm e}^2}{{\rm K}^E {\rm C}^\varepsilon}} = \sqrt{\frac{{\rm K}^{D} - {\rm K}^E}{{\rm K}^E}} = \sqrt{\frac{{\omega_o}^2 - {\omega_s}^2}{{\omega_s}^2}} \quad (3.4.1)$$

Η βελτιστοποίηση της συντονισμένης παράκαμψης προτείνεται από τους Thomas et al. (2012) [22].

Θεωρώντας ότι η διέγερση εισόδου είναι μια δύναμη F, είναι επιθυμητή η ελαχιστοποίηση της μέγιστης μετατόπισης της συνάρτησης μεταφοράς H(ω). Στη συνέχεια το μηχανικό και ηλεκτρικό μοντέλο μπορεί να αναδιατυπωθεί ως εξής:

$$m\ddot{U} + K^D U = F + \frac{e}{C^{\varepsilon}}q$$

 $\underline{\acute{o}\pi ov} K^D = K^E + \frac{e^2}{c^{\varepsilon}} (3.4.2)$ 

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C^{\varepsilon}}q = \frac{e}{C^{\varepsilon}}U$$

 $K^D$ είναι η ακαμψία της κατασκευής όταν τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα είναι ανοιχτό κυκλωμένα, q=0

Έτσι η εξίσωση (3.4.2) μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\frac{1}{\omega_o^2} \ddot{U} + U = \frac{F}{K^D} + \frac{e}{K^D C^{\varepsilon}} q$$

$$\frac{1}{\omega_{\varepsilon}^2} \ddot{q} + \frac{2\xi_e}{\omega_{\varepsilon}} \dot{q} + q = eU$$
(3.4.3)

Σε συνθήκες αρμονικής διέγερσης, με βάση τη εξίσωση (3.4.2) προκύπτει ότι:

$$\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_o^2}\right)U - \frac{e}{\kappa^D c^\varepsilon}q = \frac{F}{\kappa^D} \operatorname{kon} q = \frac{e}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_e^2} + 2j\xi_e\frac{\omega}{\omega_e}}U$$
(3.4.4)

Τετραγωνίζοντας την εξίσωση (3.4.1), δηλαδή  $e^2/(K^D C^{\varepsilon}) = (\omega_o^2 - \omega_s^2)/\omega_s^2$  τότε η αδιάστατη μορφή της συνάρτησης μεταφοράς H(ω) μπορεί να γραφτεί χρησιμοποιώντας την εξίσωση (3.4.4) ως εξής:

$$H(\omega) = \frac{U}{\frac{F}{K^{D}}} = \frac{1 - \frac{\omega^{2}}{\omega_{e}^{2}} + 2j\xi_{e}\frac{\omega}{\omega_{e}}}{\frac{\omega_{s}^{2}}{\omega_{o}^{2}} - \left(\frac{1}{\omega_{o}^{2}} + \frac{1}{\omega_{e}^{2}}\right)\omega^{2} + \frac{\omega^{4}}{\omega_{o}^{2}\omega_{e}^{2}} + 2j\xi_{e}\frac{\omega}{\omega_{e}}(1 - \frac{\omega^{2}}{\omega_{o}^{2}})}$$
(3.4.5)

Επομένως, η τελειοποίηση του συστήματος σχετίζεται με τον προσδιορισμό του ο  $\omega_e$  και  $\xi_e$  που ελαχιστοποιούν το μέγιστο της ποσότητας  $|H(\omega)|$ . Μετά από υπολογισμούς προκύπτει ότι:

$$ω_e = ω_o$$
και  $\xi_e = \sqrt{\frac{3}{8}} k_c$ (3.4.6)

Η παραπάνω εξίσωση σε συνδυασμό με αυτές που δίνουν τα  $\omega_e$ ,  $\omega_o$ ,  $\xi_e$  και  $k_c$  οδηγούν στις βέλτιστες τιμές επαγωγής και αντίστασης :

$$L = \frac{1}{C^{\varepsilon}\omega_o^2}, R = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{k_c}{C^{\varepsilon}\omega_o}$$

Επιπλέον η ηλεκτρική εμπέδηση Ζ για το κύκλωμα παραδιακλάδωσης RL ορίζεται ως:

$$Z = Ls + R \qquad (3.4.7)$$

Στη συνέχεια εισάγοντας την εξίσωση (3.4.7) στην εξίσωση (2.4.9) τότε η συνολική ηλεκτρική εμπέδηση της πιεζοηλεκτρικής παραδιακλάδωσης δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$Z_{total} = \frac{Ls+R}{LC^{\varepsilon}s^2 + RC^{\varepsilon}s + 1}$$
(3.4.8)

Σχηματικά το κύκλωμα απεικονίζεται ως εξής:



Εικόνα 3.2: Κύκλωμα παραδιακλάδωσης «αντίστασης-πηνίου» (R-L) για μια ιδιομορφή

Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το παθητικό σύστημα ελέγχου χρησιμοποιεί την αρχή των δυναμικών αποσβεστήρων ρυθμίζοντας τη συχνότητα συντονισμού του κυκλώματος παραδιακλάδωσης στη φυσική συχνότητα του δομικού συστήματος που θέλουμε να καταστείλουμε. Αυτά τα κυκλώματα είναι ισοδύναμα με αποσβέστηρες ταλαντώσεων, οι οποίοι ενεργοποιούνται γύρω από τις συχνότητες συντονισμού.

# 3.5 ΚΥΚΛΩΜΑ ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΣΗΣ «ΡΟΗΣ ΡΕΥΜΑΤΟΣ» (CURRENT FLOWING) ΓΙΑ ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΠΟΛΛΩΝ ΙΔΙΟΜΟΡΦΩΝ

Η μέθοδος "Current-flow" "έντασης κλάδου–ιδιόμορφής", μια μέθοδος για την απόσβεση πιεζοηλεκτρικών διακλαδώσεων πολλών ιδιομορφών, θα παρουσιαστεί σε αυτή την ενότητα. Ο υπό μελέτη ελεγκτής παραδιακλάδωσης «έντασης κλάδου–ιδιόμορφής» (current-flowing) πλεονεκτεί ιδιαιτέρως σε σύγκριση με προηγούμενα συστήματα απόσβεσης παραδιακλάδωσης, αφού έχει απλή εφαρμογή και απαιτεί μικρό αριθμό στοιχείων παθητικών κυκλωμάτων.

Αρχικά είναι ένα πιο σύνθετο κύκλωμα και αποτελείται από αντιστάσεις, πηνία και πυκνωτές. Μια πρώτη απλή μορφή του παρουσιάζεται στην εικόνα 3.3.



Εικόνα 3.3: Σχηματική απεικόνιση για μια ιδιομορφή

Έστω ότι γίνεται διερεύνηση για μια ιδιομορφή. Το εν σειρά κύκλωμα  $C_1 - \hat{L}_1$  έχει ρυθμιστεί στη συχνότητα συντονισμού  $\omega_1$ , και ο κλάδος του κυκλώματος παραδιακλάδωσης  $\tilde{L}_1 - C_1$  είναι επίσης ρυθμισμένος για τη συχνότητα  $\omega_1$ . Όταν συνδέσουμε το κύκλωμα "έντασης κλάδου-ιδιόμορφής" (current flowing) με τον απαιτούμενο κλάδο παραδιακλάδωσης τότε μπορούμε να προσδιορίσουμε τη συνολική επαγωγή του αντίστοιχου κλάδου.

Έχοντας "n" ιδιόμορφες, ορίζονται ως εξής:

$$\tilde{L}_1 = \frac{1}{\omega_1^2 c_p}, \tilde{L}_2 = \frac{1}{\omega_2^2 c_p}, \dots, \dots, \tilde{L}_n = \frac{1}{\omega_n^2 c_p}$$
 (3.5.1)

<u>όπου</u> οι επαγωγές  $\tilde{L}_1$  ως  $\tilde{L}_n$  είναι ρυθμισμένες σύμφωνα με την χωρητικότητα  $C_p$  του πιεζοηλεκτρικού στοιχείου. Η χωρητικότητα  $C_p$  είτε αναγράφεται στον πίνακα προδιαγραφών του είτε μετράται πειραματικά.

Για τις συχνότητες  $ω_1$ ,  $ω_2$  μέχρι  $ω_n$ , οι οποίες είναι οι ιδιοσυχνότητες υπό έλεγχο και κάνοντας απόσβεση με παθητικά στοιχεία, γίνεται η υπόθεση ότι  $ω_1 < ω_2 < ... < \omega_n$ .

Επιπλέον ορίζονται οι τιμές για  $C_1, C_2, \ldots, C_n$  οπότε προκύπτει :

$$\hat{L}_1 = \frac{1}{\omega_1^2 c_1}, \hat{L}_2 = \frac{1}{\omega_2^2 c_2}, \dots, \dots, \hat{L}_n = \frac{1}{\omega_n^2 c_n}$$
 (3.5.2)

Συνδυάζοντας τις ενεργές τιμές αυτεπαγωγής των (10) και (11) έχουμε :

$$L_{1} = \frac{c_{1} + c_{p}}{\omega_{1}^{2} c_{1} c_{p}}, L_{2} = \frac{c_{2} + c_{p}}{\omega_{2}^{2} c_{2} c_{p}}, \dots, L_{n} = \hat{L}_{n} + \tilde{L}_{n} = \frac{c_{n} + c_{p}}{\omega_{n}^{2} c_{n} c_{p}} \quad (3.5.3)$$

Σχηματικά το κύκλωμα απεικονίζεται ως εξής:



Εικόνα 3.4: Κύκλωμα παραδιακλάδωσης (current flow) «έντασης κλάδου-ιδιόμορφης» πολλών (n) ιδιομορφών

Αθροίζοντας της επαγωγές που ήταν σε σειρά σε κάθε κλάδο  $(L_n = \hat{L}_n + \tilde{L}_n)$ , η συνολική εμπέδηση  $Z_n$  του κλάδου απλοποιήθηκε. Το νέο ή τροποποιημένο κύκλωμα παραδιακλάδωσης όπως φαίνεται στην εικόνα 3.5, έχει ένα παθητικό ηλεκτρικό στοιχείο (ένα πηνίο) λιγότερο σε κάθε κλάδο του κυκλώματος.

Για παράδειγμα η εμπέδηση Ζ<sub>n</sub> παραδιακλάδωσης του κλάδου είναι:

$$Z_1(s) = \frac{s^2 + \frac{R_1}{L_1}s + \frac{1}{L_1C_1}}{\frac{1}{L_1}s}, Z_2(s) = \frac{s^2 + \frac{R_2}{L_2}s + \frac{1}{L_2C_2}}{\frac{1}{L_2}s}, \dots, Z_n(s) = R_n + L_ns + \frac{1}{C_ns} = \frac{s^2 + \frac{R_n}{L_n}s + \frac{1}{L_nC_n}}{\frac{1}{L_n}s}$$
(3.5.4)

και η αγωγιμότητα  $Y_n(s)$  είναι

$$Y_1(s) = \frac{\frac{1}{L_1}s}{s^2 + \frac{R_1}{L_1}s + \frac{1}{L_1}c_1}, Y_2(s) = \frac{\frac{1}{L_2}s}{s^2 + \frac{R_2}{L_2}s + \frac{1}{L_2}c_2}, \dots, Y_n(s) = \frac{1}{Z_n(s)} = \frac{\frac{1}{L_n}s}{s^2 + \frac{R_n}{L_n}s + \frac{1}{L_n}c_n}$$
(3.5.5)

Η αποτελεσματική τροποποιημένη παραδιακλαδωμένη αγωγιμότητα, της εικόνας 3.5 είναι:

$$Y(s) = \frac{1}{Z(s)} = \frac{1}{Z_1(s)} + \frac{1}{Z_2(s)} + \dots + \frac{1}{Z_n(s)}$$
(3.5.6)

οπότε έχουμε

$$Y(s) = \frac{\frac{1}{L_1}s}{s^2 + \frac{R_1}{L_1}s + \frac{1}{L_1C_1}} + \frac{\frac{1}{L_2}s}{s^2 + \frac{R_2}{L_2}s + \frac{1}{L_2C_2}} + \dots + \frac{\frac{1}{L_n}s}{s^2 + \frac{R_n}{L_n}s + \frac{1}{L_nC_n}}$$
(3.5.7)





Εικόνα 3.5: Ισοδύναμο τροποποιημένο κύκλωμα παραδιακλάδωσης (current flow) «έντασης κλάδου-ιδιόμορφης» πολλών (n) ιδιομορφών

#### 3.6 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΠΟΛΥΣΤΡΩΜΑΤΙΚΗΣ ΔΟΚΟΥ ΜΕ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΕΠΙΘΕΜΑΤΑ

Σύμφωνα με τη διακριτοποίηση του γενικευμένου μοντέλου και λαμβάνοντας υπόψη ένα συγκεκριμένο αξονικό τμήμα της ελασματοποιημένης δέσμης (μήκους x<sup>+</sup> - x<sup>-</sup> και με σύνολο των K στρωμάτων συμπεριλαμβανομένων των P πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων), το συζευγμένο ηλεκτρομηχανικό σύστημα μπορεί να ξαναγραφεί με την ακόλουθη μορφή:

$$\sum_{k=1}^{K} \int_{\Omega^{k}} \rho^{\kappa} (\ddot{u}_{x} \delta u_{x} + \ddot{u}_{z} \delta u_{z}) d\Omega + \sum_{k=1}^{K} \int_{\Omega^{k}} \bar{c}_{11}^{\kappa} \varepsilon_{1} \delta \varepsilon_{1} d\Omega + \sum_{p=1}^{P} \frac{V^{(p)}}{h^{(p)}} \int_{\Omega^{(p)}} \bar{e}_{31}^{(p)} \delta \varepsilon_{1} d\Omega$$

$$= \sum_{k=1}^{K} \int_{\Gamma_{t}^{k}} (t_{x}^{k} \delta u_{x} + t_{z}^{k} \delta u_{z}) dS + \sum_{k=1}^{K} \int_{\Omega^{k}} (f_{x}^{\kappa} \delta u_{x} + f_{z}^{\kappa} \delta u_{z}) d\Omega \quad (3.6.1)$$
$$- \sum_{p=1}^{P} \frac{\delta V^{(p)}}{h^{(p)}} \int_{\Omega^{(p)}} \bar{e}_{31}^{(p)} \varepsilon_{1} d\Omega + \sum_{p=1}^{P} V^{(p)} C^{(p)} \delta V^{(p)} = \sum_{p=1}^{P} Q^{(p)} \delta V^{(p)} \quad (3.6.2)$$

όπου ρ<sup>k</sup> και Ω<sup>k</sup> είναι η πυκνότητα μάζας και η περιοχή που καταλαμβάνεται από το k<sup>10στο</sup> στρώμα και η χωρητικότητα του p<sup>10στου</sup> επιθέματός είναι:

$$C(p) = \frac{bl^{(p)}}{h^{(p)}} \overline{\mathsf{e}}_{33}^{(p)} \tag{3.6.3}$$

με b και l<sup>(p)</sup> είναι το πλάτος της δοκού και το μήκος του p<sup>ιοστου</sup> επιθέματός. Σημείωση ότι η δοκός υποβάλλεται σε επιφανειακές αξονικές και εγκάρσιες δυνάμεις στα όρια κάθε «προσώπου» υποστρώματος (face sublayer) και στα «σωματικά» (body). Αυτή η παραλλαγή στη διαμόρφωση είναι η διακριτοποίηση χρησιμοποιώντας ένα πεπερασμένο στοιχείο δύο κόμβων.

Παρακάτω δίνεται η γενική μορφή των πινάκων  $M_{\rm m},\,K_{\rm m},\,K_{\rm e}$  και F.

Όσον αφορά τη στοιχειώδη μήτρα μάζας έχουμε:

$$M_m^e = \int_0^{L_e} (N_u^T N_w^T - N_w'^T) \begin{pmatrix} I_O & 0 & I_1 \\ 0 & I_0 & 0 \\ I_1 & 0 & I_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_u \\ N_w \\ -N_w' \end{pmatrix} dx$$

όπου Ν: δείκτες παρεμβολής και Ι: ροπή αδράνειας

Αντίστοιχα για τη στοιχειώδη μήτρα ακαμψίας έχουμε:

$$K_m^e = \int_0^{L_e} (N_u^{\prime T} - N_w^{\prime \prime T}) \begin{pmatrix} A & B \\ B & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_u^{\prime} \\ -N_w^{\prime \prime} \end{pmatrix} dx$$

Ομοίως ο πίνακας  $\mathbf{K}_{\mathbf{e}}$  δίνεται ως εξής:  $K_e = \begin{pmatrix} \mathcal{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathcal{C} \end{pmatrix}$ 

Τέλος το στοιχειώδες διάνυσμα γενικευμένων μηχανικών δυνάμεων έχει ως:

$$F^{e} = [NN_{u}^{T} + TN_{u}^{T} + MN_{u}^{\prime T}]_{0}^{L_{e}} + \int_{0}^{L_{e}} (nN_{u}^{T} + tN_{w}^{T} + mN_{w}^{\prime T})d$$

Περισσότερες λεπτομέρειες και αναλυτικότερη περιγραφή των πινάκων  $M_m$ ,  $K_m$ ,  $K_e$  και F μπορεί να συναντήσει κανείς στη δημοσίευση των Thomas, Deü, & Ducarne, 2009. [11]

Επιπλέον στοιχείο στην ανάλυση προστίθεται η μήτρα σύζευξης **K**<sub>c</sub>. Υπενθυμίζεται ότι αυτός ο πίνακας, μεγέθους N × P, συνδέει τους N μηχανικούς βαθμούς ελευθερίας (d.o.f.) που περιέχονται στο U στις διαφορές δυναμικού ηλεκτρικού δυναμικού **P** που περιέχονται στο **V**. Έτσι, το **K**<sub>c</sub> μπορεί να γραφτεί με την ακόλουθη μορφή:

$$\boldsymbol{K}_{c} = \boldsymbol{K}_{c}^{(1)} \boldsymbol{K}_{c}^{(2)} \dots \boldsymbol{K}_{c}^{(P)}$$
(3.6.4)

όπου το  $\mathbf{K}_{c}^{(P)}$  είναι ένα διάνυσμα στήλης που συνδέει το μηχανικό βαθμό ελευθερίας (d.o.f.) μόνο με τη διαφορά δυναμικού του  $p^{0000}$  επιθέματος.

Ένα ενιαίο επίθεμα είναι γενικά διακριτοποιημένο από περισσότερα από ένα πεπερασμένα στοιχεία έτσι ώστε το  $K_c^{(P)}$  λαμβάνεται με το συνδυασμό των στοιχειωδών διανυσμάτων  $K_c^{e(p)}$  μεγέθους (6 × 1).

Κατά συνέπεια με αντίστοιχο τρόπο γίνεται διακριτοποίηση στο συζευγμένο ηλεκτρομηχανολογικό σύστημα. Παρακάτω παρουσιάζονται οι εξισώσεις στις οποίες εφαρμόζεται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Όμως στα πλαίσια της συγκεκριμένης εργασίας δεν αναλύεται περαιτέρω.

$$\mathbf{M}_{\mathbf{m}}\ddot{\boldsymbol{U}} + \mathbf{K}_{\mathbf{m}}\,\boldsymbol{U} + \mathbf{K}_{\mathbf{c}}\,\boldsymbol{V} = \mathbf{F}$$
(3.6.5)  
$$\mathbf{K}_{\mathbf{e}}\,\boldsymbol{V} - \mathbf{Q} - \mathbf{K}_{\mathbf{C}}^{T}\,\boldsymbol{U} = \mathbf{0}$$
(3.6.6)

#### 3.7 ΙΔΙΟΜΟΡΦΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΔΟΝΗΣΗΣ

#### Ιδιομορφική ανάλυση

Δεδομένου ότι το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στη μελέτη των δυναμικών χαρακτηριστικών του συστήματος, εξετάζονται μόνο οι κανονικές ιδιόμορφές βραχυκυκλώματος. Συμβολίζονται με (ω<sub>i</sub>, Φ<sub>i</sub>) και υπολογίζονται από τη παρακάτω εξίσωση (3.7.1).

Οι φυσικές συχνότητες ω<sub>i</sub> και τα σχήματα των ιδιομορφών Φ<sub>i</sub> (κάθε Φ<sub>i</sub> είναι ένα διάνυσμα στήλης μήκους N) είναι οι N ιδιοτιμές του ακόλουθου προβλήματος:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{m}}\boldsymbol{\Phi} - \boldsymbol{\omega}^{2}\mathbf{M}_{\mathbf{m}}\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{0} \qquad (3.7.1)$$

όπου εξαρτάται μόνο από τις μηχανικές ιδιότητες του συστήματος.

Ομοίως οι συντελεστές σύζευξης  $x_i^{(p)}$ , p=1,2, ορίζονται ως

$$x_i^{(p)} = \mathbf{\Phi}_i^{(p)} \mathbf{K}_{\mathbf{p}}, \quad p=1,2,...,N$$
 (3.7.2)

Στη συνέχεια, δεδομένου ότι οι  $\Phi_i$  είναι οι ιδιόμορφές κάμψης, έχουν μηδενικά στοιχεία στις γραμμές που αντιστοιχούν στους βαθμούς ελευθερίας *u*, που αποδεικνύει ότι  $x_i^{(1)} = x_i^{(2)} = x_i$ .
Επιπλέον, εξαλείφοντας τα V, V<sub>1</sub> και V<sub>2</sub>, η διατύπωση του ιδιομορφικού προβλήματος μειώνεται σε  $\tilde{N}$  ιδιόμορφες κάμψης γίνονται στη συγκεκριμένη περίπτωση:

$$U(t) = \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \Phi_{iqi}(t) \quad (3.7.3)$$

$$\ddot{q}_{i} + \omega_{i}^{2} q_{i} + \sum_{j=1}^{\tilde{N}} \frac{2x_{i} x_{j}}{c} q_{j} + \frac{2x_{i}}{c} Q = F_{i} \quad \forall i \in \{1...\tilde{N}\}$$
(3.7.4)

$$L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{2}{c}Q + \sum_{j=1}^{\tilde{N}} \frac{2\chi_j}{c}q_j = 0 \quad (3.7.5)$$

Η παρούσα ιδιομορφική διατύπωση εξαρτάται μόνο από τις  $\tilde{N}$  ιδιόμορφες βραχυκυκλώματος ( $\omega_i, \Phi_i$ ) που διατηρούνται και από την χωρητικότητα των επιθεμάτων C. Ακολούθως ορίζονται οι συντελεστές

σύζευξης: 
$$k_{eff,i}^2 = \frac{\omega_i^2 - \omega_i^2}{\omega_i^2}$$
,  $k_i = \sqrt{\frac{2}{c}} \frac{\chi_i}{\omega_i}$  (3.7.6)

όπου  $\hat{\omega}_i$  είναι η  $i^{io\sigma\tau\eta}$  φυσική συχνότητα του ανοιχτού κυκλώματος του συστήματος, δηλαδή με μια αποσυνδεδεμένη παραδιακλάδωση που επιβάλλει Q=0 και επομένως μηδενικά ηλεκτρικά φορτία και στα δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Στη συνέχεια, η εξίσωση (3.7.6) δείχνει ότι:

$$k_{eff,i} \simeq k_i \tag{3.7.7}$$

που δίνει έναν άλλο τρόπο για την αξιολόγηση του  $\chi_i$ .

Οι φυσικές συχνότητες (σε Hz) ορίζονται ως συναρτήσεις των γωνιακών συχνοτήτων (σε rad/s) ως:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}, \ \hat{f}_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \tag{3.7.8}$$

#### Απόκριση στο χώρο των συχνοτήτων

Η δονητική απόκριση του συστήματος που υπόκειται σε αρμονική δύναμη μπορεί να αξιολογηθεί όταν ισχύει  $F = F_0 cos\Omega t$ . Εκτός από αυτό καθορίζεται το σύνθετο πλάτος <u>X</u> με βάση τη μαθηματική εξίσωση  $X = \Re(Xe^{j\Omega t})$ , η οποία οδηγεί στο σχηματισμό συχνότητας:

$$\mathbf{Z}(\Omega)\underline{\mathbf{X}} = \mathbf{F}_0 \tag{3.7.8}$$

Παράλληλα ο πίνακας σύνθετης αντίστασης ορίζεται από:

$$\mathbf{Z}(\Omega) = -\Omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{j} \Omega \mathbf{D} + \mathbf{K}$$
(3.7.9)

Κλείνοντας, ένα από τα κυριότερα στοιχεία της ανάλυσης είναι το σήμα εξόδου του συστήματος. Έτσι ο προσδιορισμός της συνάρτησης απόκρισης του συστήματος (FRF) στο *i*<sup>-οστό</sup> βαθμό ελευθερίας κατά την εφαρμογή δύναμης, στο *j*<sup>-οστό</sup> βαθμό ελευθερίας (d.o.f.) για κάθε συχνότητα δύναμης Ω είναι :

$$H_{ij}(\Omega) = \frac{X_i}{F_{0j}} = Z_{ij}^{-1}(\Omega)$$
(3.7.10)

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

# ΜΟΝΤΕΛΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

## 4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στη παρούσα ενότητα μοντελοποιείται και προσομοιώνεται το υπό εξέταση σύστημα, στο περιβάλλον του εμπορικού προγράμματος COMSOL Multiphysics. Μετά από τη πραγματοποίηση υπολογιστικών πειραμάτων παρουσιάζονται τα αποτελέσματα προσομοίωσης σε δισδιάστατο και τρισδιάστατο επίπεδο σχεδίασης και στη συνέχεια συγκρίνονται με εκείνα της δημοσίευσης Thomas, Deü & Ducarne, 2009.[11]

Συμπληρωματικά χρησιμοποιούνται δύο είδη παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων. Πιο συγκεκριμένα τα λεγόμενα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα μιας ιδιομορφής και αντίστοιχα πολλών ιδιομορφών. Σκοπός είναι η απόσβεση μιας ή περισσότερων ιδιοσυχνοτήτων σε συνθήκες συντονισμού.

Συνοπτικά τα βήματα εκτέλεσης που υλοποιήθηκαν στο πρόγραμμα COMSOL Multiphysics για τη μοντελοποίηση πιεζοηλεκτρικών παραδιακλαδωμένων συστημάτων είναι :

- · Εισαγωγή Γεωμετρίας
- · Δημιουργία Πίνακα Παραμέτρων με μηχανικές και ηλεκτρικές ιδιότητες
- · Εισαγωγή Υλικών σε κάθε μέρος της κατασκευής
- · Ορισμός Μηχανικού Μοντέλου
- · Ορισμός Ηλεκτρικού Μοντέλου
- · Εδραίωση Ηλεκτρομηχανολογικής Σύζευξης
- · Προσθήκη Παραδιακλαδωμένου Κυκλώματος
- · Δημιουργία πλέγματος διακριτοποίησης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων
- · Ανάλυση του προβλήματος συνδυασμένων πεδίων, για παράδειγμα στο πεδίο συχνοτήτων
- · Εξαγωγή Αποτελεσμάτων

# 4.2 ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΜΕΝΑ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΟΝ ΕΛΕΓΧΟ ΜΙΑΣ ΙΔΙΟΜΟΡΦΗΣ

# 4.2.1 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΤΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ COMSOL MULTIPHYSICS

Το σύστημα, το οποίο μελετάται απαρτίζεται από:

- · 1 Δοκό Πρόβολο Αλουμινίου
- · 2 Πιεζοηλεκτρικά Υλικά Τύπου PIC 151
- · 1 Κύκλωμα Παραδιακλάδωσης «αντίστασης-πηνίου» R-L



Εικόνα 4.1: Απεικόνιση Συστήματος

Αρχικά γίνεται εισαγωγή της γεωμετρίας στο πρόγραμμα. Παρακάτω δίνονται οι αριθμητικές τιμές των παραμέτρων του συστήματος, εκ των οποίων είτε αντλούνται από πίνακες κατασκευαστικής εταιρίας είτε πραγματοποιούνται υπολογισμοί.

		1			1
Μονάδες	Παράμετροι	Δοκός	Μέγεθος	PZT	Μέγεθος
mm	Μήκος	lb	170	lp	25
mm	Πάχος	hb	2	hp	0.5
mm	Πλάτος	b	20	b	20
mm	Θέση επιθέματος			X_	0.5

Πίνακας 4.1: Αριθμητικές Τιμές Παραμέτρων Συστήματος



Εικόνα 4.2: Μηχανολογικό Σχέδιο Κατασκευής

Στη συνέχεια δημιουργείται πίνακας παραμέτρων με τις μηχανικές και ηλεκτρικές ιδιότητες του συστήματος. Ακολούθως οι τιμές εισάγονται στο σύστημα και χρησιμοποιούνται ονομαστικά.

👻 Parame	eters		
Name	Expression	Value	Description
lb	170	170	
hb	2	2	
Ь	20	20	
rb	2800	2800	
Yb	72*10^9	7.2E10	
lp	25	25	
hp	0.5	0.5	
rp	8500	8500	
Yp	66.7*10^9	6.67E10	
e31t	-14	-14	
e33t	2068*8.854*10^-12	1.831E-8	
×_	.5	0.5	
vb	0.34	0.34	
vp	0.34	0.34	
s11	15e-12	1.5E-11	
s12	-4.5e-12	-4.5E-12	
s13	-5.7e-12	-5.7E-12	
s33	19e-12	1.9E-11	
s44	5.096e-11	5.096E-11	
d31	-210e-12	-2.1E-10	
d33	500e-12	5E-10	
d15	610e-12	6.1E-10	
E11	1980	1980	
E33	2400	2400	

Εικόνα 4.3: Πίνακας Παραμέτρων

Προχωρώντας γίνεται προσθήκη των υλικών ξεχωριστά για τη δοκό και αντίστοιχα των πιεζοηλεκτρικών.

- 🔺 📑 Materials
  - Ead Zirconate Titanate (PZT-4) *(mat4)*
  - Aluminum [solid,bulk] (mat6)

Εικόνα 4.4: Προσθήκη Υλικών

Κατ' επέκταση επίκεντρο της προσοχής αποτελεί η παρουσίαση των παρακάτω μοντέλων:

- Μηχανικό Μοντέλο
- Ηλεκτρικό Μοντέλο
- Συζευγμένο Ηλεκτρομηχανολογικό Σύστημα

## Μηχανικό Μοντέλο (Solid Mechanics)

Για τη σύσταση του μηχανικού μοντέλου ορίζονται οι παρακάτω παράμετροι. Αφορά το είδος στήριξης, το φορτίο καθώς και σημειακή μάζα. Ειδικότερα στην εικόνα 4.5 φαίνονται σχηματικά οι θέσεις των παραμέτρων που προστέθηκαν στο σύστημα.



Εικόνα 4.5: Μηχανικό Μοντέλο

Μια εξίσου σημαντική παράμετρος που πρέπει να οριστεί στο μοντέλο είναι οι ιδιότητες των πιεζοηλεκτρικών υλικών. Παρακάτω δίνονται περισσότερες λεπτομέρειες για τον ορισμό της συγκεκριμένης παραμέτρου.

Piez	oelectric I	Material					
<b>•</b> C	oordinate	System Sel	ection				
Coord	linate system	n:					
Mat	terial X7-Plar	 ne System (co	mni vz svs)				
- Had		ie byseein (eo	mp1_x2_3737				-
▼ P	iezoelectri	c Material P	roperties				
Consti	itutive relati	on:					
Stra	ain-charge fi	orm					•
Compl	liance matrix	, Voigt notatio	on:				
s <sub>E</sub>	User def	ined					•
	c11	c12	c12	0	0	0	
	c12	512	513	0	0	0	
	s12 c13	c13	513	0	0	0	
	515	515	555	-11	0	0	1/Pa
	0	0	0	544	-11	0	
	0	0	0	0	544	U antic s s a b	
	U	U	U	U	U	2*(\$11-\$12)	
d <sub>ET</sub>	User def	oigt notation: ined					•
	0	0	0	0	d15	0	
	0	0	0	d15	0	0	CIN
	d31	d31	d33	0	0	0	
Relativ	ve permittivi	ty:					
$\epsilon_{\rm rT}$	User def	ined					•
	E11		0		0		
	0		E11		0	0	
	0		0		E33		
	Diagonal						•
Use m	ixed formula	tion:					
Nor	ne						•
Remar	nent electric	displacement	:				
	0					×1	
Dr	0					x2	C/m
	0					×3	
Densit	:y:						
ρ	User def	ined					•
	rp						kain
	1.6						

Εικόνα 4. 6: Ιδιότητες Πιεζοηλεκτρικών Υλικών

Σύμφωνα με τη θεωρία για τα πιεζοηλεκτρικά υλικά ισχύει ότι (παραδοχές της εφαρμογής):

- Είναι ομοιογενείς και παρουσιάζουν εγκάρσιες ιδιότητες στο xy επίπεδο
- Η κατεύθυνση πόλωσης είναι κατά μήκος του άξονα z
- Η ταλάντωση πραγματοποιείται ως προς τον άξονα y

Εκτός από αυτό οι μαθηματικές εξισώσεις που διέπουν τον πιεζοηλεκτρισμό είναι:

 $S = s_E \, T \! + d^T \, E$ 

## $D=dT+\epsilon_T \; E$

με επεξήγηση συμβολισμών:

S=mechanical strain / μηχανική παραμόρφωση		
T=mechanical stress $[N/m^2] / μηχανική τάση$		
s <sub>E</sub> =elastic compliance [Pa <sup>-1</sup> ] / ελαστική ενδοτικότητα		
d=piezoelectric coefficient [C/N] / πιεζοηλεκτρική παράμετρος		
D=electric displacement $[C/m^2]$ / ηλεκτρική μετατόπιση		
E=electric field [V/m] / ηλεκτρικό πεδίο		
$ε_T$ =dielectric permittivity [F/m] / διηλεκτρική διαπερατότητα		

## Ηλεκτρικό Μοντέλο (Electrostatics)

Με αντίστοιχο τρόπο καθιερώνεται το ηλεκτρικό μοντέλο. Παρόμοια με προηγουμένως για τον ορισμό του μοντέλου εισάγονται οι κατάλληλες παράμετροι. Βασικότερες αποτελούν η γείωση καθώς και οι ακροδέκτες έτσι ώστε, στη πορεία να προσαρμοστεί το κύκλωμα.





## Συζευγμένο Ηλεκτρομηχανολογικό Σύστημα (Multiphysics)

Εδώ είναι εμφανές το Πιεζοηλεκτρικό Φαινόμενο. Πρακτικά είναι η σύζευξη του δισδιάστατου μηχανικού μοντέλου με το μονοδιάστατο ηλεκτρικό μοντέλο και αποτελεί τον τρίτο και βασικότερο παράγοντα του συστήματος.

Piezo	electric Effect		
Label:	Piezoelectric Effect 1		
Name:	pze1		
▼ Do	main Selection		
Selectio	n: All domains		
	1 (not applicable) 2 3	موم ا ب	+  *20
▼ Co	upled Interfaces		
Solid me	chanics:		
Solid	Mechanics (solid)	•	11
Electros	tatics:		
Elect	rostatics (es)	*	1

Εικόνα 4.8: Πιεζοηλεκτρικό Φαινόμενο

Στη λειτουργία του συστήματος συμπεριλαμβάνεται και η ύπαρξη του ηλεκτρικού κυκλώματος. Η μορφή που μελετάμε προέρχεται από κλασσικές προσεγγίσεις για μείωση ταλαντώσεων σε μία ή περισσότερες ιδιομορφές και εξαρτάται από την υπό εξέταση περίπτωση. Εφόσον όμως υπάρχει περιβάλλον ανάλυσης προβλήματος συνδυασμένων πεδίων, μπορεί κάποιος να μελετήσει κυκλώματα με μεγαλύτερη πολυπλοκότητα.

Παρακάτω παρουσιάζεται και αναλύεται ο τρόπος ορισμού και εισαγωγής του κυκλώματος στο πρόγραμμα. Επιπλέον, χρησιμοποιείται πιεζοηλεκτρικά παραδιακλαδωμένο κύκλωμα R-L για την απόσβεση μιας ιδιομορφής. Οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων R, L διερευνώνται και στόχος είναι η εξασθένιση της 2<sup>ης</sup> ιδιοσυχνότητας.



Εικόνα 4.9: Ηλεκτρικό Παραδιακλαδωμένο Κύκλωμα «αντίστασης-πηνίου» (R-L) μιας ιδιομορφής

Αρίθμηση Κόμβων του Ηλεκτρικού Μοντέλου			
Γείωση	Κόμβος 0		
External I–Terminal (εξωτερικός ακροδέκτης)	Κόμβος 1		
Τάση στα άκρα ΡΖΤ	Σύνδεση Κόμβων 0, 1		
<i>External I</i> Vs. U (γέφυρα σύνδεσης PZT)	Σύνδεση Κόμβων 1, 2		
Αντίσταση	Σύνδεση Κόμβων 2, 3		
Πηνίο	Σύνδεση Κόμβων 3, 0		

Πίνακας 4.2: Αρίθμηση Κόμβων Ηλεκτρικού Μοντέλου

Ωστόσο για να γίνει επίλυση του συστήματος γίνεται διακριτοποίηση με χρήση πεπερασμένων στοιχείων. Παρακάτω φαίνεται η διακριτοποίηση που πραγματοποιήθηκε στη κατασκευή και δημιουργήθηκε από τις προεπιλογές του προγράμματος. Είναι σκόπιμο να σημειωθεί ότι, το πλέγμα διακριτοποίησης παρουσιάζεται ξεχωριστά για τη δισδιάστατη σχεδίαση και όμοια για τη τρισδιάστατη.



Επίπεδο δισδιάστατης σχεδίασης

Εικόνα 4. 10: Πλέγμα Διακριτοποίησης σε δύο διαστάσεις

## Επίπεδο τρισδιάστατης σχεδίασης



Εικόνα 4. 11: Πλέγμα Διακριτοποίησης σε τρεις διαστάσεις

## 4.2.2 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Τα αποτελέσματα προκύπτουν έπειτα από την εφαρμογή της μελέτης ανάλυσης στο χώρο των συχνοτήτων. Τα βέλτιστα βρέθηκαν αφού εφαρμόστηκαν αρκετά υπολογιστικά τρεξίματα. Πρόκειται για τρία είδη αποτελεσμάτων, τα οποία αρχικά αναφέρονται ονομαστικά και στη πορεία παρουσιάζονται αναλυτικά. Αντίστοιχη ανάλυση πραγματοποιείται τόσο στο χώρο των δύο διαστάσεων όσο και στο χώρο των τριών διαστάσεων.

Ξεκινώντας, οι κατηγορίες των αποτελεσμάτων είναι οι εξής:

- Βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος παραδιακλάδωσης «αντίστασης-πηνίου» (RL) μιας ιδιόμορφής
- Γραφήματα απόκρισης σήματος εξόδου του συστήματος
- Φυσικές ιδιομορφές και ιδιοσυχνότητες του συστήματος

### Αποτελέσματα εφαρμογής στο χώρο των δύο διαστάσεων (2Δ)

Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL – Alumin PIC 151, FEM 2D			
Παράμετροι	Μέγεθος	Μονάδες	
Αντίσταση R	7900	Ohm	
Πηνίο L	22	Н	

Πίνακας 4.3: Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL



Εικόνα 4.12: Γράφημα Απόκρισης Σήματος Εξόδου

Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Προσομοίωση ΜΕΠΕΣ 2Δ			
	Βραχυκύκλωμα (Short)	Ανοιχτό κύκλωμα (Open)	
Ιδιοσυχνότητα 1	48.66	49.079	
Ιδιοσυχνότητα 2	334.32	337.48	
Ιδιοσυχνότητα 3	941.39	948.97	

Πίνακας 4.4: Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα (Hz)

Σε συνθήκες ενεργού αποσβεστήρα RL, οι ιδιομορφές της κατασκευής απεικονίζονται ως εξής:



### <u>1<sup>η</sup> Ιδιομορφή</u>

Εικόνα 4.13: 1<sup>η</sup> Ιδιομορφή Κατασκευής

## <u>2<sup>η</sup> Ιδιομορφή</u>



Εικόνα 4.14: 2<sup>η</sup> Ιδιομορφή Κατασκευής

### 3η Ιδιομορφή







Εικόνα 4.16: 4η Ιδιομορφή Κατασκευής

### <u>5η Ιδιομορφή</u>



Εικόνα 4. 17: 5<sup>η</sup> Ιδιομορφή Κατασκευής

#### <u>6η Ιδιομορφή</u>



Εικόνα 4.18: 6η Ιδιομορφή Κατασκευής

Διακριτοποίηση Κατασκευής με χρήση Πεπερασμένων Στοιχείων

- Χρήση 869 Τετραγωνικών Πεπερασμένων Στοιχείων Εντός Επιπέδου (Plane Stress), 2D MODEL COMSOL
- Εφαρμογή θεωρίας δισδιάστατης ελαστικότητας



Εικόνα 4.19: Τελική Εικόνα Διακριτοποίησης

Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL – Alumin PIC 151, FEM 3D			
Παράμετροι	Μέγεθος	Μονάδες	
Αντίσταση R	7900	Ohm	
Πηνίο L	24.3	Н	

## Αποτελέσματα εφαρμογής στο χώρο των τριών διαστάσεων (3Δ)

Πίνακας 4.5: Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL



Εικόνα 4. 20: Γράφημα Απόκρισης Σήματος Εξόδου

Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Προσομοίωση ΜΕΠΕΣ 3Δ				
	Βραχυκύκλωμα (Short) Ανοιχτό κύκλωμα (Open)			
Ιδιοσυχνότητα 1	49.396	49.958		
Ιδιοσυχνότητα 2	340.54	345.29		
Ιδιοσυχνότητα 3	964.03	977.21		

Πίνακας 4.6: Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα (Hz)

Σε συνθήκες ενεργού αποσβεστήρα RL, οι ιδιομορφές της κατασκευής απεικονίζονται ως εξής:



#### <u>1η Ιδιομορφή</u>

Εικόνα 4.21: 1<sup>η</sup> Ιδιομορφή Κατασκευής

## <u>2η Ιδιομορφή</u>



Εικόνα 4.22: 2<sup>η</sup> Ιδιομορφή Κατασκευής

## <u>3η Ιδιομορφή</u>





#### <u>4η Ιδιομορφή</u>



Εικόνα 4.24: 4<sup>η</sup> Ιδιομορφή Κατασκευής

## <u>5η Ιδιομορφή</u>





## <u>6η Ιδιομορφή</u>





Διακριτοποίηση Κατασκευής με χρήση Πεπερασμένων Στοιχείων

- Χρήση 468 Εξάπλευρων Πεπερασμένων Στοιχείων, 3D MODEL COMSOL
- Εφαρμογή θεωρίας τρισδιάστατης ελαστικότητας



Εικόνα 4.27: Τελική Εικόνα Διακριτοποίησης

Παραμετρική Ανάλυση για τον έλεγχο μιας ιδιομορφής στις τρεις διαστάσεις (3Δ)

Βασιζόμενοι στη βιβλιογραφία διεκπεραιώνεται παραμετρική ανάλυση του κυκλώματος συντονισμού RL για τη μελέτη επιρροής κάθε ηλεκτρικού στοιχείου πάνω σ'αυτό. Αρχικά παρουσιάζεται το γράφημα σήματος εξόδου για τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων. (Εικόνα 4.28)



Εικόνα 4.28: Βέλτιστες Τιμές Παραμέτρων R= 7900 Ohm, L= 24.3 H

Γίνεται παραμετρική διερεύνηση της επιρροής κάθε παραμέτρου τόσο της αντίστασης όσο και του πηνίου. Πιο συγκεκριμένα διατηρούμε σταθερό το βέλτιστο πηνίο L<sub>opt</sub> και μελετάμε την επίδραση της αντίστασης αυξάνοντας τη στο 105% της βέλτιστης και μειώνοντας τη στο 95% της βέλτιστης. Όμοια διαδικασία ακολουθείται κρατώντας ίδια τη βέλτιστη αντίσταση και μεταβάλλοντας τις τιμές του πηνίου αντίστοιχα. Δημιουργούνται δύο διαφορετικοί πίνακες όπου παρουσιάζουν λεπτομερώς τις υπό εξέταση τιμές. Άλλη μια περίπτωση που εξετάζεται και έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον είναι ο μηδενισμός των τιμών των παραμέτρων του κυκλώματος συντονισμού. Εμφανίζονται δύο ξεχωριστές καταστάσεις, που αξίζει κάποιος να μελετήσει. Στις εικόνες 4.29, 4.30, 4.31 και 4.32 φαίνεται οι αλλαγές των τιμών καθώς και η επιρροή στην απόκριση του σήματος.



**Εικόνα 4.29:** Βέλτιστη Τιμή Πηνίου L= 24.3 Η, Δοκιμάζοντας R<sub>1</sub> = 8295 Ohm, R<sub>2</sub> = 7505 Ohm

$L_{opt} = 24.3 \text{ H}$	
7900 Ohm	
8295 Ohm	
7505 Ohm	
0	
	L <sub>opt</sub> = 24.3 H 7900 Ohm 8295 Ohm 7505 Ohm 0



Πίνακας 4.7: Παραμετρική Διερεύνηση Επιρροή Αντίστασης





Εικόνα 4.31: Βέλτιστη Τιμή Αντίστασης R= 7900 Ohm , Δοκιμάζοντας  $L_1$ = 25.515 H,  $L_2$ = 23.085 H

R <sub>opt</sub> = 7900 Ohm				
L <sub>opt</sub>	24.3 H			
$L_1 = L_{opt} * 105\%$	25.515 H			
$L_2 = L_{opt} *95\%$	23.085 H			
$L_3$	0			



Πίνακας 4.8: Παραμετρική Διερεύνηση Επιρροής Πηνίου



## Καταπονήσεις Κατασκευής στη 2η Ιδιοσυχνότητα, COMSOL





Εικόνα 4.33: Καταπονήσεις Κατασκευής με Ενεργό Αποσβεστήρα



#### Τάσεις σε λειτουργία ανοιχτού κυκλώματος

Εικόνα 4.34: Καταπονήσεις Κατασκευής Ανοιχτού Κυκλώματος

Άμεσα συγκρίσιμα αποτελέσματα προκύπτουν από τις εικόνες 4.33 και 4.34. Μέτρο σύγκρισης αποτελούν οι μετακινήσεις των κόμβων. Παρατηρείται ότι το δεξιότερο άκρο της δοκού, όταν είναι ενεργός ο αποσβεστήρας, ότι δεν μετακινείται. (Εικόνα 4.33) Αντιθέτως όταν έχουμε κατάσταση ανοιχτού κυκλώματος τότε γίνεται αισθητή η μετακίνηση του δεξιότερου άκρου της δοκού. (Εικόνα 4.34)

#### 4.2.3 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Αντίστοιχη μελέτη και ερεύνα έχει πραγματοποιηθεί στη δημοσίευση των Thomas, Deü, & Ducarne, 2009 [11] κατά την οποία μοντελοποιείται και προσομοιώνεται συναφές σύστημα με αυτό της παρούσας περίπτωσης σε δισδιάστατο επίπεδο σχεδίασης. Πιο ειδικά πρόκειται για ένα σύστημα το οποίο εμπεριέχει μια δοκό πρόβολο αλουμινίου και πάνω της προσάπτονται 2 πιεζοηλεκτρικά επιθέματα τύπου PIC 151. Τα υπολογιστικά αποτελέσματα είναι αντίστοιχα καθώς και συγκρίσιμα με αυτά της συγκεκριμένης εργασίας. Παρακάτω θα παρουσιαστούν ξεχωριστά τα γραφήματα απόκρισης καθώς και οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων, όπως μπορεί να συναντήσει κανείς στη συγκεκριμένη δημοσίευση.

Οι συναρτήσεις απόκρισης στο άκρο τις δοκού, απεικονίζονται παρακάτω:



Εικόνα 4.35: Γραφική απεικόνιση των 3ων πρώτων ιδιοσυχνοτήτων του συστήματος σε βραχυκύκλωμα



Εικόνα 4.36 : Συναρτήσεις απόκρισης του σήματος για βραχυκύκλωμα και ενεργό αποσβεστήρα γύρω από τη 2η ιδιομορφή

Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Δημοσίευση Thomas, Deü & Ducarne, 2009				
	Βραχυκύκλωμα (Short) Ανοιχτό κύκλωμα (Oper			
Ιδιοσυχνότητα 1	48.96	49.42		
Ιδιοσυχνότητα 2	337.1	340.7		
Ιδιοσυχνότητα 3	951.8	960.6		

Παράλληλα παρουσιάζονται οι φυσικές συχνότητες από την εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Αφορά για ανοιχτό και βραχυκυκλωμένο σύστημα.

Πίνακας 4.9: Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα (Hz)

Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι για να επιβεβαιωθεί η σωστή και η ορθή λειτουργία του μοντέλου που δημιουργήθηκε στο περιβάλλον του προγράμματος COMSOL χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές των παραμέτρων R, L που προέκυψαν έπειτα από υπολογιστικά πειράματα στη δημοσίευση των Thomas, Deü & Ducarne, 2009 [11]. Έχοντας τις συγκεκριμένες τιμές των στοιχείων ως σήμα κατατεθέν, πραγματοποιήθηκαν δοκιμές ώστε να βρεθούν οι αντίστοιχες βέλτιστες τιμές των παραμέτρων στα υπό εξέταση συστήματα καθώς και να προκύψει συναφές γράφημα απόκρισης του σήματος εξόδου.

Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL – Alumin PIC 151				
	Δημοσίευση Thomas, Deü & Ducarne, 2009	Προσομοίωση ΜΕΠΕΣ σε επίπεδο δισδιάστατης σχεδίασης	Προσομοίωση ΜΕΠΕΣ σε επίπεδο τρισδιάστατης σχεδίασης	
Παράμετροι	Μέγεθος	Μέγεθος	Μέγεθος	Μονάδες
Αντίσταση R	7900	7900	7900	Ohm
Πηνίο L	21.8	22	24.3	Н



Πίνακας 4.10: Τιμές παραμέτρων κυκλώματος RL

Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Alumin PIC 151						
	B	ραχυκύκλωμα (Sh	ort)	Av	Ανοιχτό κύκλωμα (Ο	
	Δημοσίευση Thomas, Deü & Ducarne, 2009	Προσομοίωση ΜΕΠΕΣ σε επίπεδο δισδιάστατης σχεδίασης	Προσομοίωση ΜΕΠΕΣ σε επίπεδο τρισδιάστατης σχεδίασης	Δημοσίευση Thomas, Deü & Ducarne, 2009	Προσομοίωση ΜΕΠΕΣ σε επίπεδο δισδιάστατης σχεδίασης	Προσομοίωση ΜΕΠΕΣ σε επίπεδο τρισδιάστατης σχεδίασης
Ιδιοσυχνότητα 1	48.96	48.66	49.396	49.42	49.079	49.958
Ιδιοσυχνότητα 2	337.1	334.32	340.54	340.7	337.48	345.29
Ιδιοσυχνότητα 3	951.8	941.39	964.03	960.6	948.97	977.21

Πίνακας 4.11: Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα (Hz)

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Παρατηρείται μια καλή αντιστοιχία μεταξύ των αποτελεσμάτων, πράγμα που δείχνει τη καλή λειτουργία των μοντέλων μεταξύ αποτελεσμάτων προσομοίωσης και τα δημοσιευμένα. Μέτρο επιβεβαίωσης του παραπάνω συμπεράσματος είναι το ποσοστιαίο σφάλμα μεταξύ των ιδιοσυχνοτήτων. Με βάση τους υπολογισμούς η τιμή του σφάλματος για την 2<sup>η</sup> Ιδιοσυχνότητα, που θέλουμε να καταστείλουμε, ανοιχτού κυκλώματος και είναι ίση με 2.26%. Αφορά σφάλμα μεταξύ των αποτελεσμάτων προσομοίωσης, ενώ το σφάλμα σύγκρισης με τα δημοσιευμένα είναι 1.33%. Είναι αρκετά μικρό όποτε φαίνεται ότι ο σωστός τρόπος σχεδιασμού.

# 4.3 ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΜΕΝΑ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΟΝ ΕΛΕΓΧΟ ΠΟΛΛΩΝ ΙΔΙΟΜΟΡΦΩΝ

# 4.3.1 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΤΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ COMSOL MULTIPHYSICS

Οπως έχει αναφερθεί από το προηγούμενο κεφάλαιο (Κεφάλαιο 3) είναι εξίσου εφικτή η απόσβεση δύο ή και περισσότερων ιδιοσυχνοτήτων. Αυτό γίνεται με τη χρήση πιεζοηλεκτρικού κυκλώματος παραδιακλάδωσης πολλών ιδιομορφών. Το σύστημα που μοντελοποιείται και προσομοιώνεται είναι αντίστοιχο με εκείνο που περιεγράφηκε παραπάνω. Στην ουσία το παρόν σύστημα υπό μελέτη αποτελεί επέκταση του προηγούμενου. Εκτός από αυτό οι παράμετροι του προβλήματος είναι περισσότερες, οπότε αυξάνεται η πολυπλοκότητα του. Συνεπώς η επίλυση του προβλήματος, το καθιστά δύσκολο. Όμως εφαρμόζοντας υπολογιστικά πειράματα, κάνοντας απλουστεύσεις και παραδοχές προκύπτει το επιθυμητό αποτέλεσμα, δηλαδή η εξασθένιση της 2<sup>ης</sup> (ω<sub>2</sub>) και 3<sup>ης</sup> (ω<sub>3</sub>) ιδιοσυχνότητας ή διαφορετικά η μείωση των ταλαντώσεων επί το σύνολο της κατασκευής.

Παρακάτω θα γίνει μια σύντομη περιγραφή του προβλήματος καθώς και θα παρουσιαστούν τα κυριότερα αποτελέσματα της ανάλυσης σε δισδιάστατο και σε τρισδιάστατο επίπεδο σχεδίασης.

Τα δομικά μέρη του υπό εξέταση συστήματος είναι:

- · 1 Δοκό Πρόβολο από ατσάλι
- · 1 Πιεζοηλεκτρικό Επίθεμα Τύπου PIC 255
- · 1 Κύκλωμα Παραδιακλάδωσης (current flow) «έντασης κλάδου-ιδιομορφής» πολλών ιδιόμορφών (n=2)



Εικόνα 4.37: Απεικόνιση Συστήματος

17 / /	C/	,	,	,
Κ ατα αντιστοινια	δινονται τα νεω	Πετοικά ναοάκ	$\tau$ $\eta$	$\sigma u \sigma \tau n u \sigma \tau n c$
				000000

Μονάδες	Παράμετροι	Δοκός	Μέγεθος	PZT	Μέγεθος
mm	Μήκος	lb	170	lp	20
mm	Πάχος	hb	2	hp	0.5
mm	Πλάτος	b	20	b	20
mm	Θέση επιθέματος			X_	0.5

Πίνακας 4.12: Αριθμητικές Τιμές Παραμέτρων Συστήματος

Η διαδικασία που ακολουθείται είναι όμοια με προηγουμένως και γι' αυτό δεν θα παρουσιαστεί με ιδιαίτερη λεπτομέρεια. Κι εδώ γίνεται προσθήκη υλικών, ρυθμίζονται οι παράμετροι για το μηχανικό, ηλεκτρικό και συζευγμένο ηλεκτρομηχανολογικό μοντέλο. Εκτός από αυτό προστίθεται στην ανάλυση το ηλεκτρικό κύκλωμα καθώς και δημιουργείται πλέγμα διακριτοποίησης τόσο σε επίπεδο δύο διαστάσεων όσο και σε τρεις διαστάσεις.

Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι παρατηρείται διαφοροποίηση στο κύκλωμα παραδιακλάδωσης. Με βάση τη θεωρία, η οποία έχει ήδη αναλυθεί, εισάγεται και προσαρμόζεται στο σύστημα. Οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων R, L, C διερευνώνται και στόχος είναι η εξασθένιση της 2<sup>ης</sup> και 3<sup>ης</sup> ιδιοσυχνότητας. Παρακάτω απεικονίζεται το κύκλωμα και ο τρόπος ορισμού του.



Εικόνα 4. 38: Ηλεκτρικό Παραδιακλαδωμένο Κύκλωμα «έντασης κλάδου-ιδιόμορφης» (current flow) πολλών (n) ιδιομορφών

Αρίθμηση Κόμβων του Ηλεκτρικού Μοντέλου		
Γείωση	Κόμβος θ	
External I–Terminal (εξωτερικός ακροδέκτης)	Κόμβος 1	
Τάση στα άκρα PZT	Σύνδεση Κόμβων 0, 1	
Πυκνωτής 3 (C <sub>3</sub> )	Σύνδεση Κόμβων 1, 2	
Πηνίο 3 (L3)	Σύνδεση Κόμβων 2, 3	
Αντίσταση 3 (R3)	Σύνδεση Κόμβων 3, 0	
Πυκνωτής 2 (C <sub>2</sub> )	Σύνδεση Κόμβων 1, 5	
Πηνίο 2 (L2)	Σύνδεση Κόμβων 5, 6	
Αντίσταση 2 (R2)	Σύνδεση Κόμβων 6, 0	

Πίνακας 4.13: Αρίθμηση Κόμβων Ηλεκτρικού Μοντέλου

Η επίλυση του προβλήματος γίνεται με τη χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων. Πιο συγκεκριμένα δημιουργείται πλέγμα τις διακριτοποίησης εφαρμόζοντας προεπιλεγμένες εντολές του προγράμματος. Κατά συνέπεια η διακριτοποίηση πραγματοποιείται και παρουσιάζεται ξεχωριστά τόσο για δισδιάστατη σχεδίαση (2Δ) όσο και για τρισδιάστατη (3Δ).



Επίπεδο δισδιάστατης σχεδίασης



## Επίπεδο τρισδιάστατης σχεδίασης



Εικόνα 4. 40: Πλέγμα Διακριτοποίησης σε τρεις διαστάσεις

## 4.3.2 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Με αντίστοιχο τρόπο, εφαρμόζοντας μελέτη ανάλυσης στο χώρο των συχνοτήτων, εξάγονται τα αποτελέσματα. Πραγματοποιήθηκαν αρκετές αριθμητικές δοκιμές ώστε να βρεθούν τα βέλτιστα. Επεξηγηματικά πρόκειται για τρεις κατηγορίες αποτελεσμάτων, τα οποία αρχικά αναφέρονται ονομαστικά και στη πορεία παρουσιάζονται λεπτομερώς. Τέλος γίνεται ανάλυση τόσο στο χώρο των δύο διαστάσεων όσο και στο χώρο των τριών διαστάσεων.

Ξεκινώντας, οι κατηγορίες των αποτελεσμάτων είναι οι εξής:

- Βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος παραδιακλάδωσης «έντασης κλάδουιδιομορφής» (current flow) πολλών ιδιόμορφών (n=2)
- Γραφήματα απόκρισης σήματος εξόδου του συστήματος
- Φυσικές ιδιομορφές και ιδιοσυχνότητες του συστήματος

Αποτελέσματα εφαρμογής στο χώρο των δύο διαστάσεων (2Δ)

Βέλτιστες τιμές παραμέτρων κυκλώματος - Steel PIC 255		
	FEM 2D MODEL	
2η ιδιομορφή		
	C2= 1.14999e-8 F	
	R2= 4e3 Ohm	
	L2tot= 34.35 H	
$L_{2tot=}\widetilde{L}_2 + \widehat{L}_2 \qquad \Rightarrow \qquad$	<i>L</i> <sub>2</sub> =20.60166Η (σταθερό)	
$\widetilde{L}_2 = L_{2tot} - \widehat{L}_2$	<i>L̃</i> <sub>2</sub> =13.74834H	
3η ιδιομορφή		
	C3= 4.45186e-9 F	
	R3= 2.75e3 Ohm	
	L3tot= 9.42 H	
$L_{3tot=} \widetilde{L}_3 + \widehat{L}_3 \Rightarrow$		
$\widetilde{L}_3 = L_{3tot} - \widehat{L}_3$	<i>L̃</i> ₃ =2.728H	

Πίνακας 4.14: Τιμές παραμέτρων κυκλώματος Current Flow



Εικόνα 4. 41: Γράφημα Απόκρισης Σήματος Εξόδου

Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Προσομοίωση ΜΕΠΕΣ 2Δ				
	Βραχυκύκλωμα (Short)	Ανοιχτό κύκλωμα (Open)		
Ιδιοσυχνότητα 1	51.118	51.348		
Ιδιοσυχνότητα 2	325.87	326.98		
Ιδιοσυχνότητα 3	918.98	921.05		

Πίνακας 4.15: Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα (Hz)

Σε συνθήκες ενεργού κυκλώματος (current flowing) , οι ιδιομορφές της κατασκευής απεικονίζονται ως εξής:

### <u>1η Ιδιομορφή</u>



Εικόνα 4.42: 1<sup>η</sup> Ιδιομορφή Κατασκευής

### <u>2η Ιδιομορφή</u>



Εικόνα 4.43: 2<sup>η</sup> Ιδιομορφή Κατασκευής

#### 3η Ιδιομορφή



Εικόνα 4.44: 3<sup>η</sup> Ιδιομορφή Κατασκευής

## <u>4η Ιδιομορφή</u>



Εικόνα 4.45: 4η Ιδιομορφή Κατασκευής

#### <u>5η Ιδιομορφή</u>



Εικόνα 4.46: 5<sup>η</sup> Ιδιομορφή Κατασκευής

#### <u>6η Ιδιομορφή</u>



Εικόνα 4.47: 6<sup>η</sup> Ιδιομορφή Κατασκευής

Διακριτοποίηση Κατασκευής με χρήση Πεπερασμένων Στοιχείων

- Χρήση 723 Τετραγωνικών Πεπερασμένων Στοιχείων Εντός Επιπέδου (Plane Stress), 2D MODEL COMSOL
- Εφαρμογή θεωρίας δισδιάστατης ελαστικότητας



Εικόνα 4.48: Τελική Εικόνα Διακριτοποίησης

Βέλτιστες τιμές παραμι	έτρων κυκλώματος - Steel PIC 255		
	FEM 3D MODEL		
2η ιδιομορφή			
	C2= 1.14999e-8 F		
	R2= 4.2e3 Ohm		
	L2tot= 35.35 H		
$L_{2tot=} \widetilde{L}_2 + \widehat{L}_2 \qquad \Rightarrow \qquad$			
$\widetilde{L}_2 = L_{2tot} - \widehat{L}_2$	μ̃=14.74834Η		
3η ιδιομορφή			
	C3= 4.45186e-9 F		
	R3= 3e3 Ohm		
	L3tot= 9.8 H		
$L_{3tot=} \widetilde{L}_3 + \widehat{L}_3 \Rightarrow$	$\widehat{L_3}$ =6.707055H(σταθερό)		
$\widetilde{L}_3 = L_{3tot} - \widehat{L}_3$	<i>L</i> <sub>3</sub> =3.09295H		

Αποτελέσματα εφαρμογής στο χώρο των τριών διαστάσεων (3Δ)

Πίνακας 4.16:	Τιμές πο	αραμέτρων	κυκλώματος	Current Flow
---------------	----------	-----------	------------	--------------



Εικόνα 4.49: Γράφημα Απόκρισης Σήματος Εξόδου

Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Προσομοίωση ΜΕΠΕΣ 3Δ					
	Βραχυκύκλωμα (Short) Ανοιχτό κύκλωμα (Open)				
Ιδιοσυχνότητα 1	51.602	51.942			
Ιδιοσυχνότητα 2	329.24	331.02			
Ιδιοσυχνότητα 3	930.5	934.17			

Πίνακας 4.17: Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα (Hz)

Σε συνθήκες ενεργού κυκλώματος (current flowing), οι ιδιομορφές της κατασκευής απεικονίζονται ως εξής:

## <u>1η Ιδιομορφή</u>



Εικόνα 4.50: 1<sup>η</sup> Ιδιομορφή Κατασκευής

## <u>2<sup>η</sup> Ιδιομορφή</u>





### <u>3η Ιδιομορφή</u>



Εικόνα 4.52: 3<sup>η</sup> Ιδιομορφή Κατασκευής
## <u>4η Ιδιομορφή</u>





## <u>5η Ιδιομορφή</u>





### <u>6η Ιδιομορφή</u>



Εικόνα 4.55: 6<sup>η</sup> Ιδιομορφή Κατασκευής

Διακριτοποίηση Κατασκευής με χρήση Πεπερασμένων Στοιχείων

- Χρήση 396 Εξάπλευρων Πεπερασμένων Στοιχείων, 3D MODEL COMSOL
- Εφαρμογή θεωρίας τρισδιάστατης ελαστικότητας



Εικόνα 4.56: Τελική Εικόνα Διακριτοποίησης

#### 4.3.3 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σύμφωνα με την παραπάνω ανάλυση παρατηρείται πως τα υπολογιστικά αποτελέσματα είναι συγκρίσιμα. Στη πορεία παρουσιάζονται συγκεντρωτικά καθώς και παρατίθονται συμπεράσματα.

Βέλτιστες τιμές παραμέτρων κυκλώματος - Steel PIC 255					
	FEM 2D MODEL FEM 3D MODEL				
2η ιδιομορφή					
	C2= 1.14999e-8 F	C2= 1.14999e-8 F			
	R2= 4e3 Ohm	R2= 4.2e3 Ohm			
	L2tot= 34.35 H	L2tot= 35.35 H			
$L_{2tot} = \widetilde{L}_2 + \widehat{L}_2$	$\hat{L}_2$ =20.60166H (σταθερό)				
$\widetilde{L}_2 = L_{2tot} - \widehat{L}_2$	$\tilde{L}_2$ =13.74834H	$\tilde{L}_{2}$ =14.74834H			
3η ιδιομορφή					
	C3= 4.45186e-9 F	C3= 4.45186e-9 F			
	R3= 2.75e3 Ohm	R3= 3e3 Ohm			
	L3tot= 9.42 H	L3tot= 9.8 H			
$L_{3tot=} \widetilde{L}_3 + \widehat{L}_3$	$\hat{L}_{3}$ =6.707055H(σταθερό)	$\hat{L}_{3}$ =6.707055H(σταθερό)			
$\widetilde{L}_3 = L_{3tot} - \widehat{L}_3$	$\tilde{L}_{3} = 2.728 \text{H}$	$\tilde{L}_{3}$ =3.09295H			

Πίνακας 4.18 : Τιμές παραμέτρων κυκλώματος Current Flow



Εικόνα 4.58: Γράφημα Απόκρισης Σήματος Εζόδου





Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων (Hz) – Steel PIC 255						
	Βραχυκύκλωμα (Short)		Ανοιχτό κύκλωμα(Open)			
	Προσομοίωση ΜΕΠΕΣ σε επίπεδο δισδιάστατης σχεδίασης	Προσομοίωση ΜΕΠΕΣ σε επίπεδο τρισδιάστατης σχεδίασης	Προσομοίωση ΜΕΠΕΣ σε επίπεδο δισδιάστατης σχεδίασης	Προσομοίωση ΜΕΠΕΣ σε επίπεδο τρισδιάστατης σχεδίασης		
Ιδιοσυχνότητα 1	51.118	51.602	51.348	51.942		
Ιδιοσυχνότητα 2	325.87	329.24	326.98	331.02		
Ιδιοσυχνότητα 3	918.98	930.5	921.05	934.17		

Πίνακας 4.19: Τιμές Ιδιοσυχνοτήτων για βραχυκύκλωμα και ανοιχτό κύκλωμα (Hz)

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΔΙΣΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΚΑΙ ΤΡΙΣΔΙΑΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΓΙΑ ΤΟ ΠΑΡΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ

Η σύγκριση δισδιάστατου και τρισδιάστατου μοντέλου είναι καλή. Αντίστοιχα με προηγουμένως γίνεται σύγκριση των τιμών υπολογίζοντας το ποσοστιαίο σφάλμα. Η μεγαλύτερη τιμή που προέκυψε είναι μεταξύ της διαφοράς στην τρίτη ιδιοσυχνότητα (ω<sub>3</sub>) ανοιχτού κυκλώματος. Είναι ίση με 1.40% πράγμα που μας δείχνει τη σωστή λειτουργία του συστήματος.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

# ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Η παρούσα εργασία επικεντρώθηκε στη χρήση πιεζοηλεκτρικών μετατροπέων και παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων σε εφαρμογές ελέγχου ταλαντώσεων. Συγκεκριμένα, μελετήθηκαν πιεζοηλεκτρικά παραδιακλαδωμένα συστήματα απόσβεσης ως εναλλακτική λύση των κλασικών μεθόδων για τη καταστολή μιας ή πολλών συχνοτήτων συντονισμού μιας δομής. Τα πιεζοηλεκτρικά παραδιακλαδωμένα συστήματα έχουν το χαρακτηριστικό σύζευξης μηχανικού και ηλεκτρικού μοντέλου, κάτι που τα καθιστά ιδιαίτερα αποτελεσματικά στην εφαρμογή τους. Το σύστημα προσάπτεται σε μια δομική κατασκευή και έχουντας τα εργαλεία προσομοιώθηκε σε κατάλληλο υπολογιστικό πρόγραμμα. Δοκιμάζουμε ένα περιβάλλον συνδυασμένων πεδίων το οποίο μας δίνει τη δυνατότητα συνδυασμού μηχανικής και ηλεκτρικής συμπεριφοράς με χρήση μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων. Η προσέγγιση συνδυασμένων αλληλεπιδρώντων πεδίων έχει το πλεονέκτημα ότι μπορεί εξ αρχής να κοιτάει μαζί αυτά τα δύο μοντέλα.

Μετά από υπολογιστικά πειράματα, στα πλαίσια ανάλυσης συχνοτήτων, μας επιτρέπει να πάρουμε αποτελέσματα όπως βέλτιστες τιμές στοιχείων του κυκλώματος, γράφημα απόκρισης σήματος εξόδου καθώς και φυσικές ιδιομορφές και ιδιοσυχνότητες της κατασκευής. Αφορούν αποτελέσματα ελέγχου μιας ιδιομορφής και αντίστοιχα περισσότερων ιδιομορφών. Ανάλογα τη χρήση και το είδος του κυκλώματος μας βοηθά να επιτευχθεί ο έλεγχος. Για τις απλές μορφές κατασκευών και ένα πιεζοηλεκτρικό στοιχείο, η μορφή του κυκλώματος που μελετάμε προέρχεται από κλασικές προσεγγίσεις για μείωση ταλαντώσεων σε μία ή περισσότερες ιδιομορφές. Εφόσον όμως υπάρχει περιβάλλον ανάλυσης προβλήματος συνδυασμένων πεδίων, μπορεί κάποιος να μελετήσει κυκλώματα με μεγαλύτερη πολυπλοκότητα.

Στη συνέχεια τα αποτελέσματα συγκρίνονται με δημοσιευμένα, έτσι ώστε να επιβεβαιωθεί η λειτουργία τους σύμφωνα με τις απαιτήσεις σχεδιασμού. Τα αποτελέσματα κατά τη σύγκριση τους έχουν καλή συμφωνία. Ένας δείκτης είναι οι ιδιοσυχνότητες όπου παρατηρείται ότι είναι κοντά οι τιμές τους. Παράλληλα σημειώνεται ελάχιστη διαφορά στις τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος. Εκτός από αυτό διαπιστώνεται ότι έχοντας ενεργό το παραδιακλαδωμένο κύκλωμα τότε επιτυγχάνεται απόσβεση σ 'ένα ικανοποιητικό βαθμό. Ενδεικτικά αξίζει να γίνει αναφορά σε κάποια από τα αποτελέσματα προσομοίωσης. Πιο συγκεκριμένα σε συνθήκες ανοιχτού κυκλώματος για τον έλεγχο της 2<sup>ης</sup> ιδιομορφής το ποσοστιαίο σφάλμα που προκύπτει είναι μόλις ίσο με 2.26%. Με αντίστοιχο τρόπο για την εξασθένιση δύο ιδιομορφών όπως μελετήθηκε, το ποσοστιαίο σφάλμα γύρω από την 3<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα (ω<sub>3</sub>) ανοιχτού κυκλώματος είναι ίσο με 1.40%.

Το μοντέλο έχει πολύ καλή συμπεριφορά γύρω από τις συχνότητες συντονισμού. Επίσης είναι σπουδαίο να αναφερθεί ότι με τη εφαρμογή των βέλτιστων τιμών παραμέτρων R,L προκύπτει γράφημα μορφής οροπεδίου με τις δύο κορυφές να είναι ισοϋψείς. Χαρακτηριστικά ακόμη σημειώνεται ότι η διαφορά μεταξύ των μέγιστων αιχμών του βραχυκυκλώματος και παραδιακλαδωμένου κυκλώματος γύρω από τη 2<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα στις δύο διαστάσεις, κατά απόλυτη τιμή, είναι ίση με 32.85 dB. Εξίσου από το γράφημα απόκρισης εξόδου για την απόσβεση πολλών ιδιομορφών σε δύο διαστάσεις γύρω από τη 3<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα η διαφορά μεταξύ των μέγιστων αιχμών του βραχυκυκλώματος και παραδιακλαδωμένου κυκλώματος, κατά απόλυτη τιμή, ισούται με 31.66 dB. Οπότε όπως παρατηρείται, θα μπορούσε να συμπεράνει κάποιος ότι πρόκειται για αποτελεσματική απόσβεση. Ένα στοιγείο που αξίζει να προστεθεί είναι ότι με το μοντέλο που αναπτύχθηκε δύναται να έχουμε οπτική απεικόνιση πριν και μετά από την εφαρμογή του ελέγχου. Τέλος όσο αφορά τη παραμετρική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε στα στοιχεία του κυκλώματος RL, προέκυψε ότι το πηνίο έχει καθοριστικό ρόλο στη μέγιστη μείωση της ταλάντωσης της κατασκευής κατά την εφαρμογή του ελέγχου. Ειδικότερα αυξομειώνοντας τις τιμές της επαγωγής, ανεβοκατεβαίνουν αντίστοιχα οι κορυφές των δύο "λόφων" του "οροπεδίου". Ιδιαίτερα σημαντικός είναι και ο ρόλος της αντίστασης στην εφαρμογή των κυκλωμάτων RL, η οποία βοηθάει να καταναλωθεί το μέγιστο ποσό ηλεκτρικής ενέργειας οπότε ο αποσβεστήρας προσδίδει καλύτερη απόδοση αλλά και διατηρεί το συνολικό σύστημα ευσταθές. Επομένως απουσία της αντίστασης οδηγεί σε αποσυντονισμό της κατασκευής.

## Μελλοντικές Επεκτάσεις

Όπως γίνεται κατανοητό η προτεινόμενη τεχνολογία μπορεί να έχει πολλές μελλοντικές επεκτάσεις. Μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι για εφαρμογές υψηλής συχνότητας-ακουστική και σε ενεργά κυκλώματα. Ακόμη υπάρχουν επιπλέον προτάσεις όπως:

- 1. Χρήση συνδυασμένων κυκλωμάτων τόσο σε παράλληλη σύνδεση όσο και σε σειρά.
- 2. Εφαρμογή βελτιστοποίησης για την εύρεση βέλτιστης θέσης καθώς και διαστάσεων των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων σε διαφορετικές ιδιοσυχνότητες.
- 3. Χρήση αυξητικών υλικών για την απόσβεση μιας ή περισσότερων συχνοτήτων σε συνθήκες συντονισμού.

# ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ-ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] Z. Chen, B. Guo, Y. Xiong, C. Cheng, and Y. Yang, 'Melnikov-method-based broadband mechanism and necessary conditions of nonlinear rotating energy harvesting using piezoelectric beam', *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 27, no. 18, pp. 2555–2567, Nov. 2016, doi: 10.1177/1045389X16635844.
- [2] 'History of Piezoelectricity | PIEZO.COM'. https://piezo.com/pages/history-of-piezoelectricity (accessed Jun. 29, 2022).
- [3] K. Marakakis, G. K. Tairidis, P. Koutsianitis, and G. E. Stavroulakis, 'Shunt Piezoelectric Systems for Noise and Vibration Control: A Review', *Front. Built Environ.*, vol. 5, p. 64, May 2019, doi: 10.3389/fbuil.2019.00064.
- [4] 'Piezoelectric Materials: Crystal Orientation and Poling Direction', COMSOL. https://www.comsol.com/blogs/piezoelectric-materials-crystal-orientation-poling-direction/ (accessed Jul. 04, 2022).
- [5] 'Piezoelectric sensor', *Wikipedia*. May 20, 2022. Accessed: Jul. 04, 2022. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Piezoelectric\_sensor&oldid=1088865067
- [6] 'Principles of Piezoelectric Actuators | Actuator', Murata Manufacturing Co., Ltd. https://www.murata.com/en-global/products/mechatronics/actuator/overview/basic (accessed Jul. 04, 2022).
- [7] R. Deweert, 'Multimodal vibration damping with piezoelectric shunts.', Master's dissertation, Ghent University, 2019. [Online]. Available: https://lib.ugent.be/catalog/rug01:002786371
- [8] L. R. Corr and W. W. Clark, 'A Novel Semi-Active Multi-Modal Vibration Control Law for a Piezoceramic Actuator', *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 125, no. 2, pp. 214–222, Apr. 2003, doi: 10.1115/1.1547682.
- [9] S. O. R. Moheimani, A. J. Fleming, and S. Behrens, 'Dynamics, Stability, and Control of Multivariable Piezoelectric Shunts', *IEEE/ASME Trans. Mechatron.*, vol. 9, no. 1, pp. 87–99, Mar. 2004, doi: 10.1109/TMECH.2004.823882.
- [10] J.-Y. Jeon, 'Z. Chen, B. Guo, Y. Xiong, C. Cheng, and Y. Yang, "Melnikov-method-based broadband mechanism and necessary conditions of nonlinear rotating energy harvesting using piezoelectric beam", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, vol. 27, no. 18, pp. 2555–2567, Nov. 2016, doi: 10.1177/1045389X16635844.', J Mech Sci Technol, vol. 23, no. 5, pp. 1435–1445, May 2009, doi: 10.1007/s12206-009-0402-8.
- [11] O. Thomas, J.-F. Deü, and J. Ducarne, 'Vibrations of an elastic structure with shunted piezoelectric patches: efficient finite element formulation and electromechanical coupling coefficients', *Int. J. Numer. Meth. Engng*, vol. 80, no. 2, pp. 235–268, Oct. 2009, doi: 10.1002/nme.2632.
- [12] J.-Y. Jeon, 'Passive acoustic radiation control for a vibrating panel with piezoelectric shunt damping circuit using particle swarm optimization algorithm', *J Mech Sci Technol*, vol. 23, no. 5, pp. 1446–1455, May 2009, doi: 10.1007/s12206-009-0349-9.
- [13] J. A. B. Gripp and D. A. Rade, 'Vibration and noise control using shunted piezoelectric transducers: A review', *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 112, pp. 359–383, Nov. 2018, doi: 10.1016/j.ymssp.2018.04.041.
- [14] M. Neubauer and J. Wallaschek, 'Vibration damping with shunted piezoceramics: Fundamentals and technical applications', *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 36, no. 1, pp. 36–52, Mar. 2013, doi: 10.1016/j.ymssp.2011.05.011.
- [15] M. M. da Silva, G. S. Venter, P. S. Varoto, and R. T. Coelho, 'Experimental results on chatter reduction in turning through embedded piezoelectric material and passive shunt circuits', *Mechatronics*, vol. 29, pp. 78–85, Aug. 2015, doi: 10.1016/j.mechatronics.2015.06.002.

- [16] M. Pohl and M. Rose, 'Piezoelectric shunt damping of a circular saw blade with autonomous power supply for noise and vibration reduction', *Journal of Sound and Vibration*, vol. 361, pp. 20–31, Jan. 2016, doi: 10.1016/j.jsv.2015.09.021.
- [17] N. Zhang, M. Fard, J. L. Davy, J. Sabu, and K. Kato, 'Advanced seating comfort: suppression of vibration using multi-mode piezoelectric shunt damping', *IJVNV*, vol. 17, no. 3/4, p. 221, 2021, doi: 10.1504/IJVNV.2021.123443.
- [18] A. Sénéchal, 'Réduction de vibrations de structure complexe par shunts piézoélectriques: application aux turbomachines', PhD dissertation, Conservatoire National des Arts et Métiers, 2011. [Online]. Available: https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00862517
- [19] 'Παθητικό στοιχείο', Βικιπαίδεια. Aug. 11, 2021. Accessed: Jul. 05, 2022. [Online]. Available: https://el.wikipedia.org/w/index.php?title=%CE%A0%CE%B1%CE%B8%CE%B7%CF%84%CE%B9% CE%BA%CF%8C\_%CF%83%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%CE%AF%CE%BF&oldid=898 5347
- [20] 'IEEE Standard on Piezoelectricity', IEEE. doi: 10.1109/IEEESTD.1988.79638.
- [21] 'Piezoelectric module SDTools'. https://www.sdtools.com/sdt/piezo/ (accessed Jul. 05, 2022).
- [22] O. Thomas, J. Ducarne, and J.-F. Deü, 'Performance of piezoelectric shunts for vibration reduction', *Smart Mater. Struct.*, vol. 21, no. 1, p. 015008, Jan. 2012, doi: 10.1088/0964-1726/21/1/015008.
- [23] J. Ducarne, O. Thomas, and J.-F. Deü, 'Placement and dimension optimization of shunted piezoelectric patches for vibration reduction', *Journal of Sound and Vibration*, vol. 331, no. 14, pp. 3286–3303, Jul. 2012, doi: 10.1016/j.jsv.2012.03.002.
- [24] J.-F. Deü, W. Larbi, R. Ohayon, and R. Sampaio, 'Piezoelectric Shunt Vibration Damping of Structural-Acoustic Systems: Finite Element Formulation and Reduced-Order Model', *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 136, no. 3, p. 031007, Jun. 2014, doi: 10.1115/1.4027133.
- [25] B. Lossouarn, 'Multimodal vibration damping of structures coupled to their analogous piezoelectric networks', PhD dissertation, Conservatoire National des Arts et Métiers, 2016. [Online]. Available: https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01507059