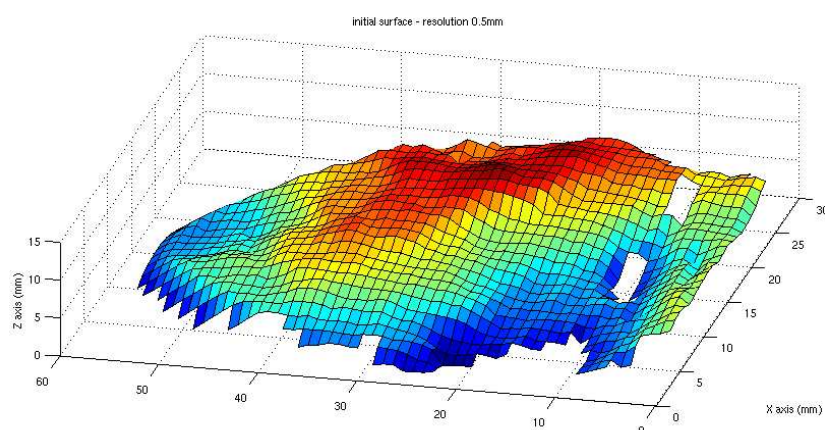


Ποσοτική εκτίμηση της τραχύτητας
ασυνεχειών των πετρωμάτων με την βοήθεια
πειραματικών μεθόδων και της γεωστατιστικής

23 Ιουνίου 2008



ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ
Γ. ΕΞΑΔΑΚΤΥΛΟΣ, Καθηγητής (επιβλέπων)
Μ. ΖΕΡΒΑΚΗΣ, Καθηγητής
Δ. ΧΡΙΣΤΟΠΟΥΛΟΣ, Αν. Καθηγητής

Πατσούλης Γιώργος

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	4
2	Θεωρία	5
2.1	Γενικά για την Γεωστατιστική	5
2.2	Θεωρία του ΉμιΒαριογράμματος	7
2.3	Αντοχή του πετρώματος σε διάτμηση	18
3	Συσχέτιση μεταξύ της μορφολογίας μιας επιφάνειας και των παραμέτρων του ήμιβαριογράμματος με την βοήθεια συνθετικών πειραμάτων	24
3.1	Κατασκευή ημιτονοειδούς επιφάνειας	24
3.2	Υπολογισμός ημιβαριογραμμάτων για τις ημιτονοειδείς επιφάνειες	25
3.3	Παρατηρήσεις	31
4	Προσομοίωση για την μελέτη της επίδρασης της ανάλυσης σάρωσης στις μετρήσεις	32
4.1	Φαινόμενο κλίμακας	32
4.2	Διαδικασία πειράματος	32
4.2.1	Μέτρα θέσης της κατανομής	33
4.2.2	Μέτρα διασποράς	34
4.2.3	Μέτρα συμμετρίας	36
4.2.4	Ήμιβαριόγραμμα	38
4.2.5	Σχολιασμός αποτελεσμάτων	39
5	Χαρακτηρισμός πραγματικής επιφάνειας ασυνέχειας με την βοήθεια του ήμιβαριογράμματος	40
5.1	Τρισδιάστατος σαρωτής λέιζερ	40
5.1.1	Περιγραφή της συσκευής	40
5.1.2	Τεχνολογία :	41
5.1.3	Αναδημιουργία :	41
5.2	Αναδημιουργία των επιφανειών των ασυνεχειών από τα πειραματικά δεδομένα	42

5.3	Στατιστική επεξεργασία πειραματικών δεδομένων και υπολογισμός ήμβριογραμμάτων	44
5.4	Χαρακτηρισμός ανισοτροπίας	52
5.5	Μελέτη αλγορίθμου υπολογισμού ήμβριογράμματος	56
6	Συμπεράσματα - προτάσεις	58

1 Εισαγωγή

Ένα από τα πιο σημαντικά προβλήματα της μηχανικής πετρωμάτων είναι ο ακριβής προσδιορισμός της επιφανειακής τραχύτητας ασυνεχειών. Είναι γνωστό ότι οι υδραυλικές και μηχανικές ιδιότητες της βραχομάζας εξαρτώνται άμεσα από τις μηχανικές και υδραυλικές ιδιότητες των ασυνεχειών που υπάρχουν [1]. Άρα είναι απαραίτητο να γίνεται σωστός χαρακτηρισμός των παραμέτρων της επιφανειακής μορφολογίας των ασυνεχειών του πετρώματος ώστε να επιτύχουμε καλύτερη περιγραφή των παραμέτρων της βραχομάζας.

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι ο προσδιορισμός της επιφανειακής τραχύτητας των ασυνεχειών με την βοήθεια γεωστατιστικών παραμέτρων όπως η οροφή (sill), η μέγιστη απόσταση επιρροής (range) και την κλίση της καμπύλης του ημιβαριογράμματος. Η επιφανειακή τραχύτητα των ασυνεχειών αποτυπώνεται με την βοήθεια ενός τρισδιάστατου σαρωτή και υπολογιστή.

Παίζει σημαντικό ρόλο η διακριτότητα με την οποία θα γίνει η χαρτογράφηση της επιφάνειας καθώς θα πρέπει να αρμόζει στο είδος της επιφάνειας που θέλουμε να μετρήσουμε. Για παράδειγμα σε μια μεταλλική επιφάνεια για το σωστό προσδιορισμό της τραχύτητας θα ήταν αναγκαίο οι μετρήσεις να γίνουν σε κλίμακα νανομέτρων. Οπότε είναι απαραίτητο να εφαρμοστεί η κατάλληλη τεχνική ώστε τα δεδομένα να περιγραφούν σωστά την μικρο-τοπογραφία της επιφάνειας που μελετάμε. Για τον χαρακτηρισμό της τραχύτητας ενός πετρώματος είναι αρκετό η ευκρίνεια να είναι της τάξης των mm . Η συλλογή των δεδομένων μας έγινε με την βοήθεια ενός οπτικού τρισδιάστατου σαρωτή και με αναλύσεις από 0.001 m έως 0.01 m .

Αρχικά θα καταδειχθεί ότι η τραχύτητα μιας επιφάνειας είναι δυνατό να περιγραφεί με την χρήση γεωστατιστικών παραμέτρων, δηλαδή θα αποδείξουμε ότι το ήμιβαριόγραμμα μπορεί να περιγράψει την μεταβολή των ανωμαλιών μιας επιφάνειας.

Στην συνέχεια θα γίνει μια προσπάθεια να δούμε κατά πόσο μεταβολές στην ανάλυση, με την οποία έχουμε σαρώσει τις επιφάνειες, μπορούν να επηρεάσουν τις τιμές που παίρνουμε από τις γεωστατιστικές παραμέτρους, εάν υπάρχουν φαινόμενα κλίμακας και η συσχέτιση τους με τις καμπύλες που παίρνουμε από το ήμιβαριόγραμμα.

Τέλος θα ανακατασκευαστούν τα δεδομένα των επιφανειών που έχουμε σαρώσει. Θα υπολογιστούν οι παράμετροι των ήμιβαριογραμμάτων για διάφορες διευθύνσεις, και θα καταδειχθεί με την βοήθεια χάρτη ισοϋψών η ανισοτροπία που μπορεί να παρουσιάζει κάθε επιφάνεια.

2 Θεωρία

2.1 Γενικά για την Γεωστατιστική

Από την εφαρμογή της στατιστικής σε προβλήματα γεωλογίας και έρευνας μεταλλευτικών κοιτασμάτων που χρονολογείται από τα μέσα του 1960, προέκυψε ο επιστημονικός κλάδος της γεωστατιστικής. Ο κλάδος αυτός έχει παραδοσιακά ως αντικείμενο την εφαρμογή στατιστικών μεθόδων και στοχαστικής ανάλυσης σε θέματα που απασχολούν κυρίως τον υπολογισμό αποθεμάτων στην εκμετάλλευση μεταλλείων. Σήμερα πλέον, η γεωστατιστική χρησιμοποιείται ως πρακτικό εργαλείο στην υδρογεωλογία, στην επιδημιολογία, στην στατιστική, στις επιστήμες της ατμόσφαιρας, στην γεωγραφία, στην γεωπονία κ.ά.

Η γεωστατιστική απαρτίζεται από ένα σύνολο τεχνικών μοντελοποίησης της χωρικής κατανομής φυσικών μεγεθών που θεωρούνται ως τυχαίες μεταβλητές. Η διαδικασία αυτή γίνεται σε δύο στάδια κυρίως, όπως:

1. Στατιστική ανάλυση των δειγματοληπτικών μετρήσεων κάποιου φυσικού μεγέθους που έχουν περισυλλεγεί από μια περιοχή
2. Παρεμβολή των τιμών των μεγεθών αυτών μεταξύ των σημείων ή περιοχών δειγματοληψίας, με χρήση διαφόρων τεχνικών όπως του πλησιέστερου γείτονα (Nearest neighbor), της δύναμης της αντίστροφης απόστασης (inverse distance), και του Kriging, οι οποίες είναι και οι πλέον διαδεδομένες.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η μελέτη της χωρικής κατανομής μιας ποσότητας με τη χρήση μόνο κλασσικών στατιστικών μεθόδων θα γινόταν με την κατασκευή στατιστικών $Z(x) - Z(x + h)$ κατανομών των διαφορών για δεδομένο μέτρο του και h προσανατολισμό του διανύσματος που ενώνει τα δύο σημεία δειγματοληψίας, με τη χρήση στατιστικών παραμέτρων που περιγράφουν το ιστόγραμμα, και αυτή η διαδικασία να συνεχιστεί για πολλές αποστάσεις δειγματοληψίας και προσανατολισμούς στο χώρο. Τα ιστογράμματα αυτά περι-

γράφονται από τις παραμέτρους:

$$* \text{ ο μέσος όρος (mean): } \bar{x} = \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^{\nu} x_i$$

$$* \text{ η διασπορά (variance): } \sigma^2 = \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^{\nu} (x_i - \bar{x})^2$$

Για να αποφευχθεί αυτή η χρονοβόρος διαδικασία, η γεωστατιστική χρησιμοποιεί δύο επιπλέον παραδοχές για την περιγραφή της συμπεριφοράς των χωρικών μεταβλητών. Οτιδήποτε γράφεται στην συγκεκριμένη εργασία είναι βασισμένο στις παραδοχές αυτές, που περιγράφονται αναλυτικότερα στην συνέχεια:

Θεώρηση της Στασιμότητας δευτέρου βαθμού: υποθέτει πως όλα τα δείγματα προέρχονται από την ίδια συνάρτηση κατανομής (λογαριθμοκανονική/κανονική). Μία χωρική συνάρτηση είναι τέτοια όταν:

1. η μέση τιμή $E\{Z(x)\}$ υπάρχει και δεν εξαρτάται από το σημείο x του χώρου, αλλά $E\{Z(x)\} = m, \forall x$
2. για κάθε ζευγάρι τυχαίων μεταβλητών $Z(x+h), Z(x)$, η συν-διασπορά υπάρχει και εξαρτάται από την απόσταση h , $C(h) = EZ(x+h)Z(x) - m^2 \forall x$

Θεώρηση Ενδογενούς (stationary increments) Υπόθεσης (Intrinsic hypothesis): δέχεται πως είναι σημαντικές μόνο οι τιμές του μέσου όρου και της διασποράς των διαφορών των μεταβλητών:

1. όπως η πρώτη προϋπόθεση της παραδοχής της στασιμότητας, και
2. για όλα τα διανύσματα h , το διάστημα $[Z(x) - Z(x+h)]$ έχει πεπερασμένη και είναι διασπορά που είναι ανεξάρτητη του $Var Z(x+h) - Z(x) = E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} = 2\gamma(h)$

Λόγω της πρώτης θεώρησης κατά την γεωστατιστική ανάλυση αν $Z(x_1)$ και $Z(x_2)$ αποτελούν δύο διαφορετικές τιμές μιας ιδιότητας, σε δύο διαφορετικά σημεία x_1, x_2 στο χώρο, τότε οι τιμές αυτές εξαρτώνται μόνο από την απόσταση μεταξύ των σημείων, και την διεύθυνση τους. Η προϋπόθεση αυτή σημαίνει ότι δείγματα που βρίσκονται σε μικρότερη απόσταση $h = |h| = |x_1 - x_2|$ μεταξύ τους συσχετίζονται καλύτερα από ότι όταν βρίσκονται σε μεγαλύτερες αποστάσεις.

2.2 Θεωρία του ΉμιΒαριόγραμματος

Στην στατιστική η διασπορά περιγράφει ποσοτικά την απόσταση ή διαφορά των τιμών από την μέση τιμή μιας κατανομής. Αντιστοίχως στη γεωστατιστική το ήμιβαριόγραμμα περιγράφει την «απόσταση ή διαφορά» των τιμών συναρτήσει της απόστασης και της διεύθυνσης, συνεπώς έχει τρισδιάστατο χαρακτήρα.

Αν θεωρηθούν δύο αριθμητικές τιμές $Z(x)$ και $Z(x+h)$ σε δύο σημεία x και $x+h$ που ορίζονται από ένα διάνυσμα h , τότε η διαφοροποίηση μεταξύ των τιμών περιγράφεται ποσοτικά από την συνάρτηση $2\gamma(x, h)$, που ορίζεται ως η μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής $[Z(x) - Z(x+h)]^2$, δηλαδή:

$$2\gamma(x, h) = E\{[Z(x) - Z(x+h)]^2\} \quad (2.3)$$

Η συνάρτηση γ ονομάζεται «ήμι-βαριόγραμμα».

Στο σημείο αυτό ορίζεται ένα νέο μέγεθος που περιγράφει το βαθμό συσχέτισης δύο χωρικών μεταβλητών, και ονομάζεται «συμμεταβλητότητα (covariance)». Αν δύο χωρικές μεταβλητές $Z(x)$ και $Z(x+h)$ εμφανίζουν διασπορά στα σημεία x και $x+h$ τότε εμφανίζουν και συμμεταβλητότητα στα x και $x+h$ η οποία είναι συνάρτηση της μεταξύ τους απόστασης και ισούται με:

$$C(x, x+h) = E\{[Z(x) - m(x)][Z(x+h) - m(x+h)]\} \Rightarrow \quad (2.5)$$

$$C(h) = E[Z(x+h)Z(x)] - m^2 \quad (2.6)$$

Λόγω της χωρικής φύσης της συμμεταβλητότητας, της διασποράς και του ήμιβαριόγραμματος, είναι δυνατό να καταδειχθεί πως ισχύουν οι κάτωθι σχέσεις:

$$Var\{Z(x)\} = E\{[Z(x) - m]^2\} = C(0), \forall x \quad (2.7)$$

και

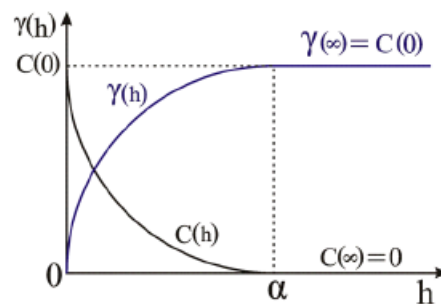
$$\gamma(h) = E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} = C(0) - C(h), \forall x \quad (2.8)$$

Στην φύση, η συσχέτιση μεταξύ δύο χωρικών μεταβλητών, $Z(x)$ και $Z(x+h)$, απομειώνεται μέχρι μηδενισμού, όταν το μέτρο του διανύσματος τείνει στο άπειρο ($h \rightarrow \infty$). Στην πράξη θεωρείται πως το $C(h) = 0$, όταν η απόσταση $h \geq a$. Η απόσταση αυτή, στην οποία το $C(h) = 0$ καλείται «απόσταση συσχέτισης» (range ή correlation length) και περιγράφει την μετάβαση από μία κατάσταση στην οποία υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών ($h < a$), σε μία κατάσταση όπου δεν είναι δυνατή καμία συσχέτιση. Από την εξίσωση (2.8) σε συνδυασμό με το γεγονός ότι το ήμιβαριόγραμμα περιγράφει την διασπορά μεταξύ των θέσεων στο χώρο (x και $x+h$), είναι δυνατό να εξαχθούν τα

παρακάτω συμπεράσματα:

1. $\gamma(0) = 0$ και
2. $\gamma(h) = \gamma(-h) \geq 0$

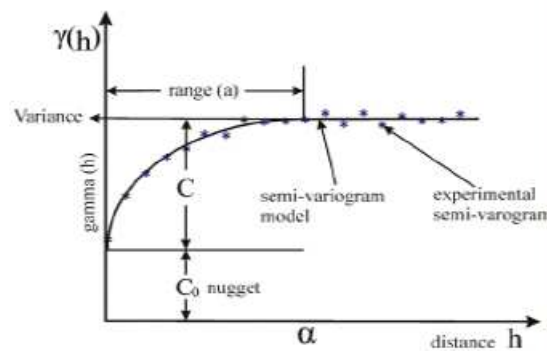
Το ήμι-βαριόγραμμα αναπαρίσταται γραφικά την εξάρτηση της διασποράς από την απόσταση μεταξύ των δειγμάτων, ενώ ένα σύνολο από ήμιβαριόγραμμα προς διάφορες κατευθύνσεις περιγράφει την ανισοτροπία του πληθυσμού. Ένα κλασικό ήμιβαριόγραμμα και η συμμεταβλητότητα του απεικονίζονται παρακάτω (Σχ. 2.1).



Σχήμα 2.1: Απεικόνιση του ήμιβαριογράμματος, της συμμεταβλητότητας και των βασικών παραμέτρων τους.

Το ήμιβαριόγραμμα (Σχ. 2.1), παύει να αυξάνει μετά από μία συγκεκριμένη απόσταση α , και πλησιάζει το όριο $\gamma(\infty)$ που ονομάζεται «οροφή» (sill), του ήμιβαριογράμματος και αποτελεί την a priori διασπορά της χωρικής μεταβλητής: $\gamma(\infty) = \text{Var}\{Z(x)\} = C(0)$. Τέτοια ήμιβαριόγραμμα που εμφανίζουν «οροφή» και «απόσταση» ονομάζονται μεταβατικά (transitional) μοντέλα. Σε ένα μεταβατικό φαινόμενο, οποιαδήποτε τιμή της μεταβλητής θα συσχετιστεί με οποιαδήποτε άλλη η οποία απέχει το πολύ απόσταση α . Όπως προαναφέρθηκε, η συσχέτιση αυτή και η ακτίνα επιρροής του ενός δείγματος επάνω στο άλλο μειώνεται καθώς η απόσταση μεταξύ των δειγμάτων αυξάνει, μέχρι η τελευταία να φτάσει την οριακή τιμή α , όπου οι χωρικές μεταβλητές $Z(x)$ και $Z(x+h)$ είναι πλήρως ασυσχέτιστες μεταξύ τους. Στο Σχ.2.2 παρουσιάζονται τα βασικά χαρακτηριστικά των ήμιβαριογραμμάτων όπως είναι η οροφή, το φαινόμενο κοκκου (Nugget) και η μέγιστη απόσταση επιρροής. Όπως φαίνεται η οροφή είναι το άθροισμα

του nugget και του C. Ως nugget ορίζεται ως η διασπορά μεταξύ δύο δειγμάτων των οποίων η απόσταση είναι μηδενική. Κανονικά η διασπορά αυτή πρέπει να είναι μηδέν, κάτι όμως που δεν συμβαίνει στη φύση και οφείλεται κυρίως σε σφάλματα κατά τη δειγματοληψία και στην ετερογένεια της μεταβλητής που δεν είναι δυνατό να εντοπιστεί στην κλίμακα που γίνεται η δειγματοληψία. Οι μικροδιαφορές αυτές είναι ένας τύπος «λευκού θορύβου» (white noise) και ισχύει πως $C(t_1, t_2) = 0, (t_1 \neq t_2)$ [13].



Σχήμα 2.2: Απεικόνιση του πειραματικού (σημεία) και της συνάρτησης (συνεχής καμπύλη) ήμιβαριογράμματος.

Οι βασικές διαφορές μεταξύ των ήμιβαριογραμμάτων που παρουσιάζονται παραπάνω, Σχ.2.2 είναι ότι:

- * το πειραματικό ήμιβαριόγραμμα (μπλε σημεία) είναι διακριτή συνάρτηση, ενώ
- * το μοντελοποιημένο ήμιβαριόγραμμα (συνεχής γραμμή) χρησιμοποιεί μαθηματικές εξισώσεις για να περιγράψει τη χωρική μεταβλητότητα του πειραματικού και χρησιμοποιείται από τον αλγόριθμο του Kriging.

Ο αριθμός των μαθηματικών συναρτήσεων που μπορούν να βαθμονομηθούν πάνω σε πειραματικά ήμιβαριογράμματα, είναι περιορισμένος. Αυτό συμβαίνει επειδή οι εξισώσεις του Kriging για να έχουν μοναδική και σταθερή λύση πρέπει ο πίνακας των συμμεταβλητοτήτων:

$$K = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{00} & \tilde{C}_{01} & \cdots & \tilde{C}_{0n} \\ \tilde{C}_{10} & \tilde{C}_{11} & \cdots & \tilde{C}_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}_{n0} & \tilde{C}_{n1} & \cdots & \tilde{C}_{nn} \end{bmatrix}$$

να είναι θετικά ορισμένος. Ένας συμμετρικός $n \times n$ πίνακας A είναι θετικά ορισμένος, $(A \succ 0)$, αν το γινόμενο $X^t A X$ (όπου ο υπερυψωμένος δείκτης «t» συμβολίζει την πράξη της αναστροφής πινάκων) είναι μεγαλύτερο του μηδενός, δηλαδή: $X^t A X \succ 0$, για κάθε $X = [x_1, \dots, x_n]$ (όπου τα x_i δεν είναι όλα μηδενικά), ο A είναι θετικά ορισμένος εάν όλες οι ορίζουσες των υποπινάκων του είναι μεγαλύτερες του μηδέν: $|\Lambda_i| > 0$, $i = (1, \dots, n)$. Μη θετικά ορισμένες συναρτήσεις οδηγούν σε πίνακες που δεν έχουν λύσεις ή είναι μαθηματικά ασταθείς. Οι συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται είναι περιορισμένες σε αριθμό αλλά αρκετές για να περιγράψουν ικανοποιητικά το σύνολο των περιπτώσεων που μπορούν να συναντηθούν στην πράξη. Η επιλογή της κατάλληλης συνάρτησης εξαρτάται από το σχήμα του πειραματικού ήμιβαριόγραμματος και από τον τύπο των αρχικών δεδομένων. Οι συνηθέστερες συναρτήσεις από αυτές (Σχ. 2.3), είναι η εκθετική, η σφαιρική, η κανονική (normal - Gaussian), η γραμμική, η γραμμική με οροφή. Ένα μεγάλο πρόβλημα που ανακύπτει με την χρήση των συναρτήσεων αυτών σχετίζεται κυρίως με τον ορισμό της απόστασης συσχέτισης α . Η απόσταση αυτή στο σφαιρικό ήμιβαριόγραμμα είναι ίση με την μέγιστη απόσταση στην οποία τα δείγματα μπορούν να συσχετιστούν μεταξύ τους. Στο εκθετικό μοντέλο

$$\gamma(h) = 1 - \exp\left(\frac{-|h|}{\alpha}\right), h \geq 0$$

η πραγματική απόσταση συσχέτισης α' είναι ίση με τρεις φορές το α , καθώς η συνάρτηση τείνει ασυμπτωτικά για να προσεγγίσει την μονάδα στο άπειρο, για αυτό το λόγο το α υπολογίζεται προσεγγιστικά ως η απόσταση εκείνη στην οποία το ήμιβαριόγραμμα φτάνει το 95% της διασποράς [1], δηλ. $\alpha' = 3\alpha$, όπου $\gamma(\alpha') = 1 - e^{-3} = 0.95 \cong 1$

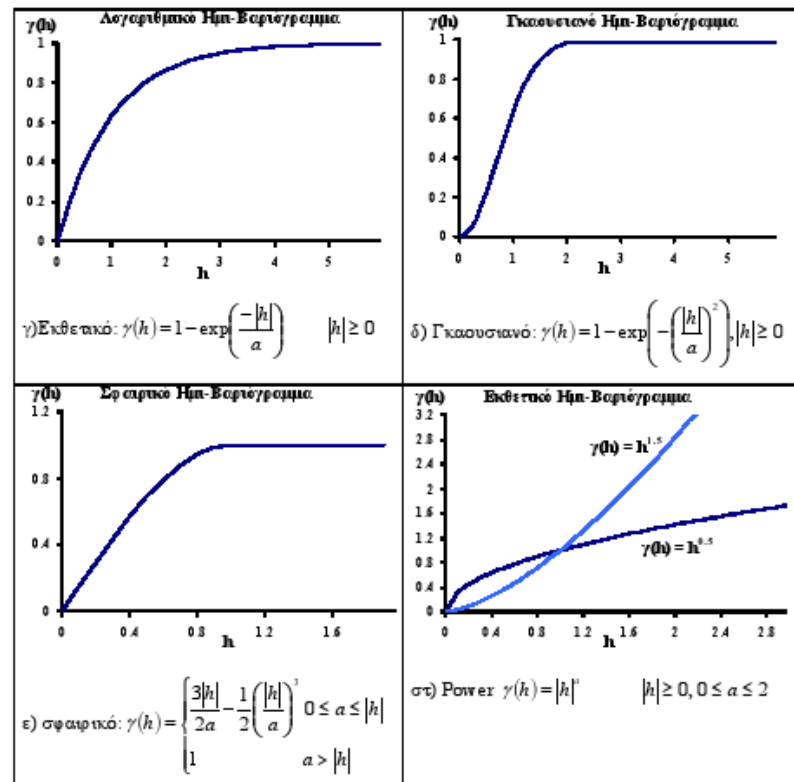
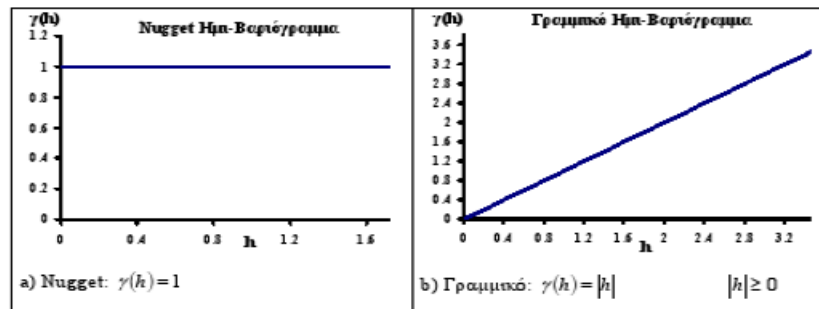
Η κυριότερη διαφορά μεταξύ του σφαιρικού και του εκθετικού μοντέλου είναι η απόσταση στην οποία οι εφαπτόμενες τους στο σημείο 0 τέμνονται με την οροφή. Για το σφαιρικό $|h| = 2\alpha/3$, δηλ. δύο τρίτα της απόστασης α , ενώ για το εκθετικό $|h| = \alpha = \alpha'/3$, δηλ. το ένα τρίτο της πραγματικής απόστασης

α'.

Ομοίως με το εκθετικό μοντέλο, στο Γκαουσιανό μοντέλο που περιγράφεται από τη σχέση

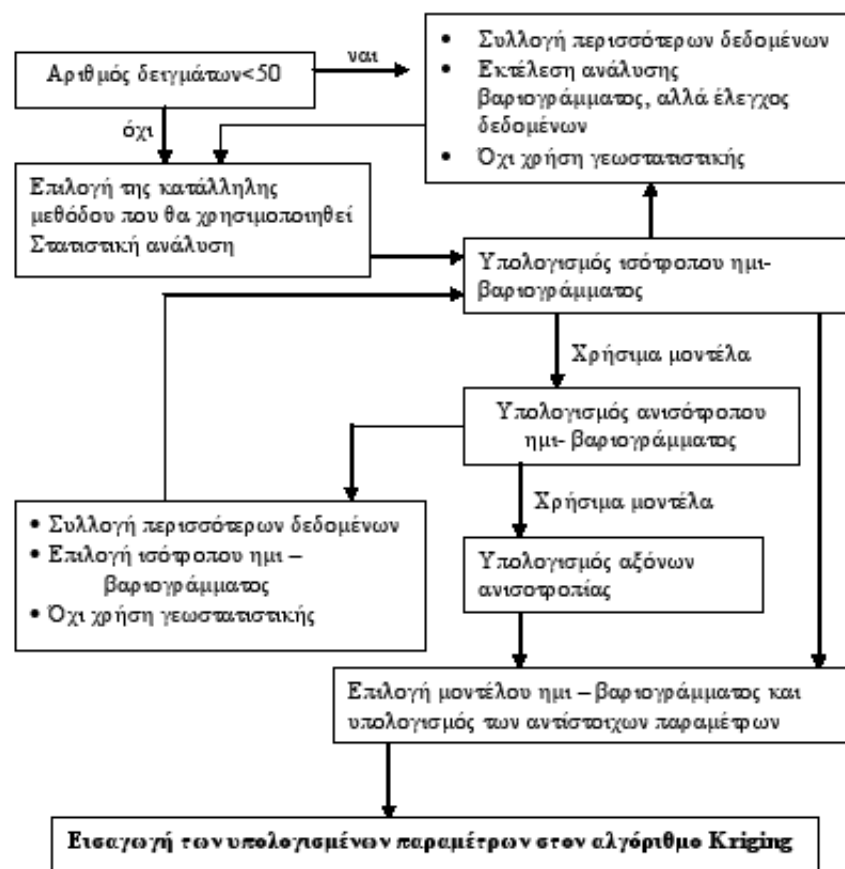
$$\gamma(h) = 1 - \exp\left(\frac{-|h|^2}{a^2}\right)$$

η μέγιστη απόσταση α' βρίσκεται από την προσεγγιστική σχέση [1] α' = $\sqrt{3a}$, όπου $\gamma(\alpha') = 0.95 \cong 1$



Σχήμα 2.3: Είδη μοντέλων ήμβριογραμμμάτων

Η σωστή επιλογή του μοντέλου του ημιβαριογράμματος που περιγράφει ακριβέστερα τις πειραματικές παρατηρήσεις, καθώς και ο καθορισμός της ποιότητας του τελευταίου ακολουθείται ένας αλγόριθμος που παρουσιάζεται στο Σχ. 2.4. Η πρόβλεψη άλλωστε της συμπεριφοράς μεταβλητών σε άγνωστες περιοχές δεν είναι απλή διαδικασία.



Σχήμα 2.4: Διάγραμμα ροής των βημάτων που ακολουθούνται κατά την γεωστατιστική ανάλυση.

Ένας βασικός παράγοντας που εξετάζεται στην αρχή, είναι το ελάχιστο μέγεθος του διαθέσιμου δείγματος, καθώς από αυτό εξαρτάται και η ποιότητα του θεωρητικού μοντέλου. Όταν το δείγμα αποτελείται από λιγότερες από 50 μετρήσεις δεν είναι δυνατό να παραχθούν αξιόπιστα θεωρητικά αποτελέσματα, χωρίς αυτό να σημαίνει πως μια αρκετά μεγαλύτερη ποσότητα μπορεί. Το πλεο-

νέκτημα όμως, είναι πως στην δεύτερη περίπτωση τα αποτελέσματα της ανάλυσης θα είναι περισσότερα και ο βαθμός «υποστήριξης» του κάθε πειραματικού σημείου του ήμιβαριογράμματος θα είναι μεγαλύτερος. Σε περιπτώσεις λοιπόν που τα δεδομένα είναι λίγα, τότε γίνεται συλλογή νέων ή συνεχίζεται η ανάλυση, λαμβάνοντας υπόψιν όμως πως τα αποτελέσματα δεν θα είναι αξιόπιστα.

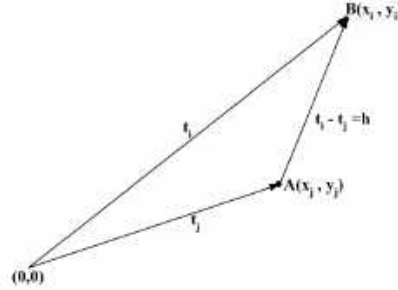
Στην συνέχεια ακολουθεί η προσαρμογή του καταλληλότερου θεωρητικού μοντέλου που περιγράφει το πειραματικό ήμιβαριόγραμμα. Το μοντέλο αυτό και η χρησιμότητα του ως εργαλείου πρόβλεψης εξαρτάται κυρίως από τον αριθμό των δειγμάτων, την απόσταση μεταξύ τους, τον βαθμό ανομοιογένειας κ.λπ. Π.χ. αν τα δεδομένα που υπάρχουν δεν είναι καλής ποιότητας, τότε τα αποτελέσματα της ανάλυσης Kriging (που περιγράφεται παρακάτω στο Κεφ.3) δεν θα δώσουν αξιόπιστες προβλέψεις. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιας συμπεριφοράς είναι τα «Μοντέλα καθαρού Nugget» (Σχ. 2.4α) [2]. Στα μοντέλα αυτά οι τιμές του ήμιβαριογράμματος είναι ίσες ή μεγαλύτερες της διασποράς και είναι χρήσιμα μόνο για τον καθορισμό της μέσης τιμής της ιδιότητας στο χώρο, καθώς δεν ενδείκνυται η χρήση τους στην ανάλυση του Kriging.

Κατά την γεωστατιστική ανάλυση κατασκευάζεται σε αρχικό στάδιο ένα ήμιβαριόγραμμα του οποίου η ανοχή στην διεύθυνση είναι τόσο μεγάλη, ώστε η κατεύθυνση οποιουδήποτε διανύσματος που ενώνει δύο πειραματικά σημεία να μην είναι σημαντική. Ο συνδυασμός όλων των δυνατών διευθύνσεων σε ένα ήμιβαριόγραμμα, καθιστά πλέον σημαντικό μόνο το μέτρο του h_{ij} , ενώ το ήμιβαριόγραμμα μπορεί να θεωρηθεί ως ο μέσος όρος των ήμιβαριογραμμάτων διαφόρων διευθύνσεων. Η χρήση τέτοιων ήμιβαριογραμμάτων συνεπάγεται άμεσα την ύπαρξη ισοτροπίας, αλλά βοηθά στον προσδιορισμό παραμέτρων που χρειάζονται για τον υπολογισμό άλλων ήμιβαριογραμμάτων. Καθώς η διεύθυνση πλέον δεν παίζει σημαντικό ρόλο, γίνεται ευκολότερη η εύρεση παραμέτρων όπως ο αριθμός των διαστημάτων και το εύρος της απόστασης ανοχής που ορίζεται σε επόμενη παράγραφο.

Υπολογισμός απόστασης και γωνίας ανοχής

Σε ένα σύνολο δεδομένων παρατηρείται το φαινόμενο σημεία με χαμηλές τιμές μιας χωρικής μεταβλητής να είναι συγκεντρωμένα σε μια περιοχή, ενώ σημεία με υψηλές τιμές της ίδιας μεταβλητής να βρίσκονται σε άλλη. Δύο σημεία Α και Β αναπαρίσταται στο χώρο με την μορφή διανυσμάτων (Σχ. 2.5)

με μέτρο $|h|$ και διεύθυνση α .

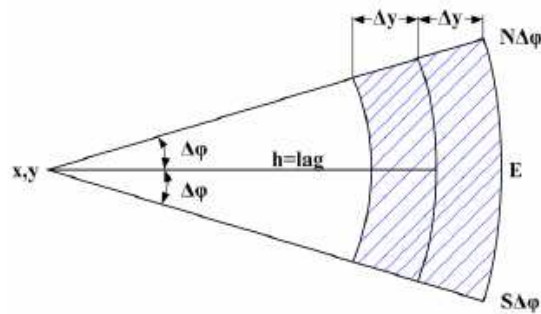


Σχήμα 2.5: Απεικόνιση του διανύσματος h , που συνδέει δύο σημεία A και B , στα οποία είναι γνωστή η τιμή της υπό μελέτη μεταβλητής [2].

Σαν t_j και t_i ορίζονται τα διανύσματα που σχηματίζονται από τα σημεία $A(x_j, y_j)$ και $B(x_i, y_i)$ με την αρχή των αξόνων, αντίστοιχα. Το διάνυσμα h είναι η διαφορά $t_i - t_j$ των δύο σημείων, η οποία μπορεί να περιγραφεί και από το ζευγάρι συντεταγμένων, $(x_i - x_j, y_i - y_j)$. Συνήθως όταν στο ημιβαριόγραμμα γίνεται αναφορά σε ένα τέτοιο i διάνυσμα, χρησιμοποιούνται τα ζεύγη σημείων τα οποία απέχουν απόσταση περίπου ίση με το μέτρο του h . Στην πράξη αντί της απόστασης h , επιλέγεται ένα εύρος τιμών $h' = h \pm \Delta h$, επειδή τα δεδομένα σπάνια βρίσκονται σε κανονικό κάναβο δειγματοληψίας. Για το λόγο αυτό, αντί της εξίσωσης (2.8) χρησιμοποιείται η εξίσωση (2.9).

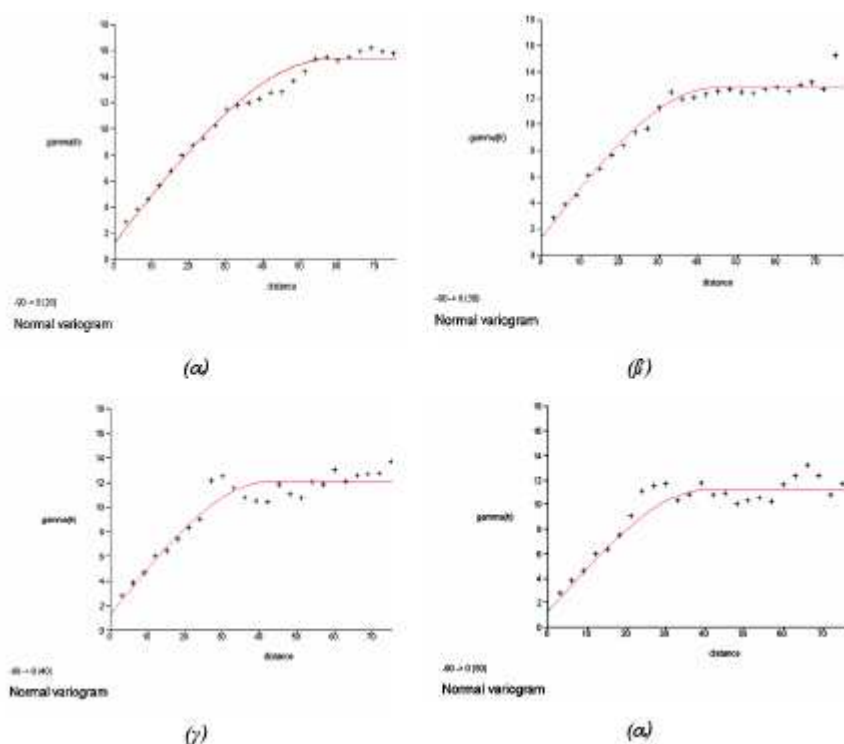
$$2\hat{\gamma}(x, h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} ([Z(x_i) - Z(x_i + h')])^2 \quad (2.9)$$

Ο τρόπος με τον οποίο προσεγγίζεται το Δh εξαρτάται κυρίως από τον αριθμό των δεδομένων. Η πιο συνηθισμένη προσέγγιση είναι αυτή που παρουσιάζεται στο σχήμα (Σχ. 2.6) όπου η τιμή του $\gamma(h)$ υπολογίζεται μεταξύ του (x, y) και όλων των σημείων που περικλείονται στην γραμμοσκιασμένη περιοχή:



Σχήμα 2.6: Στο σχήμα φαίνεται οι ανοχές της απόστασης (h) και της γωνίας (φ) ανίχνευσης των ζευγών των δεδομένων για την κατασκευή του ήμιβαριογράμματος.

Η γωνία $\Delta\varphi$ (Σχ. 2.6), που εκτείνεται γύρω από τη διεύθυνση έρευνας του ήμιβαριογράμματος καλείται γωνία ανοχής και παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, κυρίως κατά τον υπολογισμό ήμιβαριογραμμάτων προς διάφορες κατευθύνσεις για τον έλεγχο ανισοτροπίας της μεταβλητής. Θα ήταν ιδανική η χρήση όσο το δυνατό μικρότερης γωνίας ανοχής, ώστε ο υπολογισμός αυτών των ήμιβαριογραμμάτων να μην γίνεται από σημεία που βρίσκονται σε διαφορετικές κατευθύνσεις. Δυστυχώς όμως, κάτι τέτοιο έχει σαν αποτέλεσμα τη χρήση πολύ μικρού αριθμού ζευγαριών και τελικώς περιορισμένη υποστήριξη κάθε πειραματικού σημείου του ήμιβαριογράμματος. Για το λόγο αυτό υπολογίζονται ήμιβαριογράμματα για διαφορετικές γωνίες ανοχής και τελικά χρησιμοποιείται η μικρότερη από εκείνες που δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα.



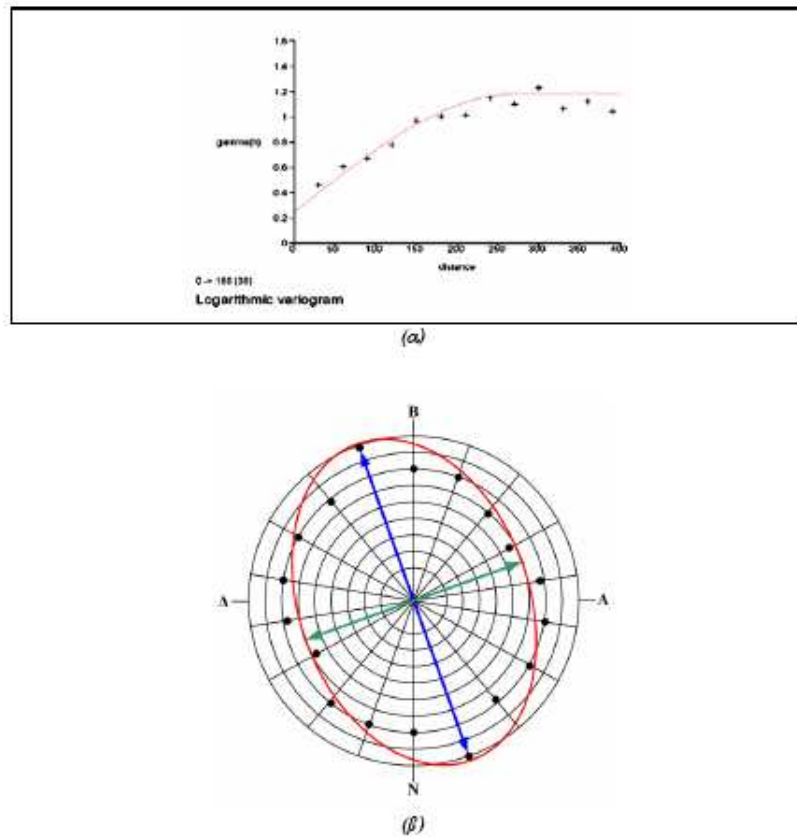
Σχήμα 2.7: Απεικόνιση βαριογραμμάτων με γωνίες ανοχής 20°, 30°, 40° και 50° μοίρες.

Για οποιαδήποτε απόσταση $h(\text{lag})$, ο αριθμός των ζευγαριών που συμμετέχουν στους υπολογισμούς του ήμιβαριογράμματος, αυξάνει όσο η γωνία ανοχής μεγαλώνει. Όταν ο αριθμός αυτός γίνει αρκετά μεγάλος ώστε να δώσει ένα καλά σχηματισμένο ήμιβαριόγραμμα, τότε γίνεται και η επιλογή της γωνία ανοχής, που πρέπει να είναι όσο το δυνατό μικρότερη.

Ανισοτροπία χωρικής κατανομής μιας μεταβλητής

Η μελέτη ήμιβαριογραμμάτων σε διάφορες διευθύνσεις είναι δυνατό να οδηγήσει στον εντοπισμό πιθανής ανισοτροπίας μιας χωρικής τυχαίας μεταβλητής (Σχ.2.7α). Ο άξονας ανισοτροπίας, περιλαμβάνει πληροφορίες για το αίτιο ή το μηχανισμό που παρήγαγε τη δεδομένη χωρική κατανομή ενός φυσικού μεγέθους (π.χ. περιεκτικότητα σε ορυκτό, βαθμός τεκτονισμού, αντοχή κ.α.. Για παράδειγμα σε ένα στρωσιγενές κοιτάσμα, η διεύθυνση της μέγιστης απόστασης συσχέτισης μεταξύ ζευγών δειγμάτων θα είναι κατά πάσα πιθανότητα κατά την παράταξη του κοιτάσματος.

Ένας απλός και αποτελεσματικός τρόπος για τον έλεγχο ανισοτροπίας γίνεται με την μελέτη ήμιβαριογραμμάτων σε διάφορες διευθύνσεις, διαδικασία που απαιτεί όμως μεγάλο αριθμό δεδομένων, πράγμα που την καθιστά πολλές φορές αδύνατη. Τα ήμιβαριογράμματα αυτά, συνήθως εμφανίζουν την ίδια οροφή αλλά διαφορετική απόσταση συσχέτισης. Ο τύπος αυτός ανισοτροπίας ονομάζεται γεωμετρική, ενώ σε περιπτώσεις που συμβαίνει το αντίθετο, καλείται ζωνώδης [2]. Κατασκευάζονται, λοιπόν ήμιβαριογράμματα, ανά 10° ή 20° μοίρες (Σχ. 2.8α) των οποίων τα αποτελέσματα αυτά – ήτοι η μέγιστη απόσταση επιρροής ή η οροφή, αντίστοιχα - παρουσιάζονται με τη μορφή ροδογραμμάτων. Τα ροδογράμματα είναι πολικά διαγράμματα, κάθε σημείο των οποίων έχει σαν συντεταγμένες (h, θ) την μέγιστη ακτίνα επιρροής του ήμιβαριογράμματος και την γωνία στην οποία έχει υπολογιστεί αυτή. Από τα ροδογράμματα αυτά (Σχ.2.8) υπολογίζονται οι κλίσεις και το μήκος των αξόνων ανισοτροπίας που χρειάζονται για την περαιτέρω ανάλυση με την μέθοδο kriging.



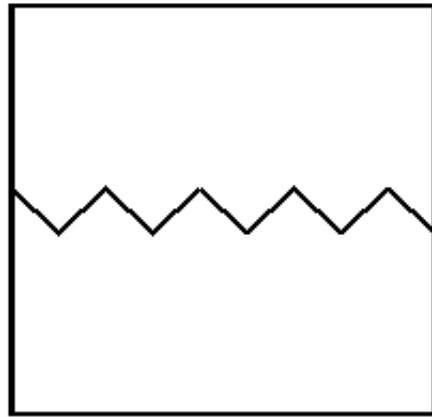
Σχήμα 2.8: (α)απεικόνιση ήμιβαριογραμμάτων ανά 20ο και (β)του ελλειψοειδούς ανισοτροπίας που προκύπτει από την απεικόνιση των αποστάσεων επιρροής σε ροδόγραμμα (rose diagram) [18].

2.3 Αντοχή του πετρώματος σε διάτμηση

Το ποιο αποδεκτό κριτήριο ως τώρα για τον προσδιορισμό της διατμητικής αντοχής ασυνέχειας μιας βραχομάζας αναπτύχθηκε από τον Barton και Choubey (1977). στο μοντέλο του Barton για τον προσδιορισμό τις διατμητικής αντοχής χρησιμοποιήθηκε η βασική γωνία τριβής καθώς και η ενεργή ορθή τάση που εφαρμόστηκε στο πείραμα διατμητικής αντοχής.

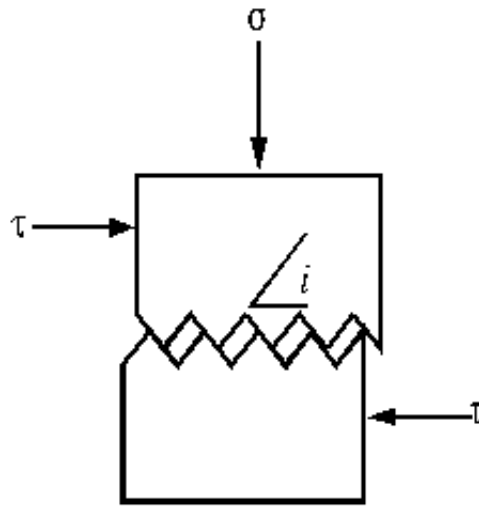
Το πρώτο βήμα για την ανάπτυξη του μοντέλου ήταν να γίνουν κατανοητοί οι παράγοντες που επηρεάζουν την διατμητικής αντοχή και πως αυτοί αλληλεπιδρούν. Η πρώτη περιγραφή για την συμπεριφορά μη επιπέδων συνεχειών δόθηκε από τον Patton (1966), ο οποίος έδειξε την διασταλτική συμπεριφορά

ασυνεχειών μιας βραχομάζας όπως φαίνεται στο σχήμα 2.9. Η ασυνέχεια περιγράφεται σαν δυο σειρές από δόντια πριονιού που εφαρμόζουν τέλεια μεταξύ τους.



Σχήμα 2.9: Βασικό μοντέλο οδοντωτής ασυνέχειας [6]

Αποτέλεσμα ενός πειράματος αντοχής σε διάτμηση όπου εφαρμόζουμε ορθή και διατμητική τάση είναι ότι για μικρά φορτία της ορθής τάσης οι ανωμαλίες της επιφάνειας δεν παίζουν ρόλο λόγω της διασταλτικότητας, δηλαδή έχουμε μια μικρή αύξηση του όγκου του δοκιμίου λόγω της υπερπήδησης των ανωμαλιών. Στην περίπτωση αυτή έχουμε τριβή ολίσθησης κατά μήκος της ασυνέχειας όπως φαίνεται στο σχήμα 2.10.



Σχήμα 2.10: Διαστολή λόγω υπερπήδησης τραχείας ασυνέχειας [6]

Η ολίσθηση δεν πραγματοποιείται στο ίδιο επίπεδο με αυτό που εφαρμόζεται η δύναμη διάτμησης αλλά σε ένα επίπεδο με κλίση i ως προς το επίπεδο διάτμησης. για τον λόγο αυτό κατά τον προσδιορισμό της ορθής και της διατμητικής τάσης που επιδρούν στο δοκίμιο πρέπει να λάβουμε υπόψη μας και την γωνία I .

Η εξίσωση (2.10) δείχνει ότι η δύναμη διάτμησης κατά μήκος της ασυνέχειας εξαρτάται από την ορθή τάση που εφαρμόζουμε (σ_n), τη βασική γωνία τριβής του υλικού κατά την διεύθυνση τις οποίας λαμβάνει χώρα η μετατόπιση (Φ_b), και την μέγιστη γωνία τραχύτητας (i). με την αύξηση της ορθής τάσης έχουμε μείωση της διασταλτικότητας.

$$\tau = \sigma_n(\Phi_b + i) \quad (2.10)$$

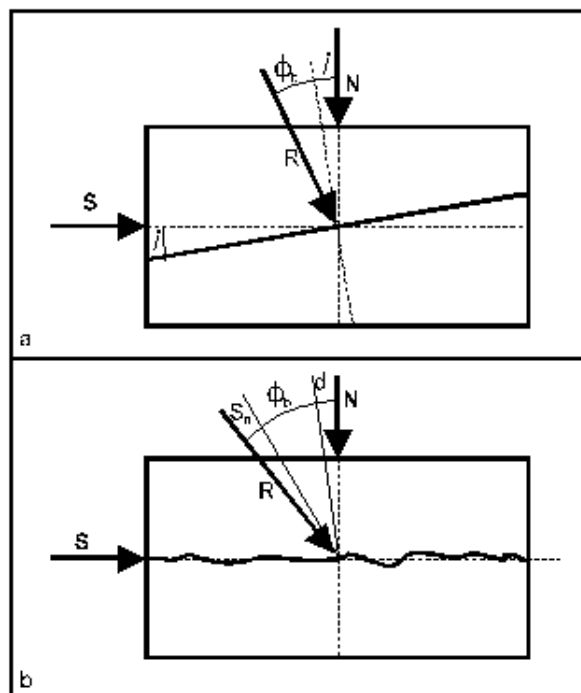
Σε αρκετά μεγάλες τιμές της ορθής τάσης οι μικρές ανωμαλίες πρέπει να σπάσουν έτσι ώστε να έχουμε μετατόπιση στο επίπεδο της διάτμησης. Σε αυτή την περίπτωση η εξίσωση παίρνει την παρακάτω μορφή όπου c είναι η συνοχή που υπάρχει λόγω των ανωμαλιών στο επίπεδο διάτμησης.

$$\tau = c + \sigma_n(\Phi_b + i) \quad (2.11)$$

Τα δυο παραπάνω μοντέλα ισχύουν μόνο για τις περιπτώσεις όπου η ορθή τάση είναι είτε πολύ μεγάλη είτε πολύ μικρή καθώς η μετάβαση από τη κατάσταση όπου έχουμε υπερπήδησεις σε αυτή όπου πραγματοποιείται διάτμησης

δεν είναι ξεκάθαρο. Τέλος είναι πρακτικά αδύνατο να υπολογιστεί η διατμητικής αντοχή ενός πετρώματος με το μοντέλο του Patton αφού η μέγιστη γωνία τραχύτητας όπως και η συνοχή δεν είναι δυνατόν να υπολογιστούν χωρίς να πραγματοποιηθούν εργαστηριακές δοκιμές αντοχής σε διάτμηση. υπάρχει ωστόσο μια απλή σχέση που προκύπτει από τα δυο αυτά μοντέλα.

Στο σχήμα 2.11 βλέπουμε μια απλοποιημένη περιγραφή ενός πειράματος διάτμησης μιας επίπεδης ασυνέχειας το οποίο περιγράφεται από το μοντέλο του Patton. το επίπεδο της ασυνέχειας έχει κλίση κατά γωνία i με το οριζόντιο επίπεδο. Η κλίση προκύπτει από την συνισταμένη γωνία R προσθέτοντας τις γωνίες Φ_b και i . Έτσι ο λόγος της δύναμης διάτμησης προς την ορθή τάση είναι $(\frac{S}{N})_f = \tan(\Phi_b + i)$.(3) στο σχήμα 2.11 η τιμή της μέγιστης γωνίας τραχύτητας μπορεί να υπολογιστεί απευθείας αλλά αυτό δεν θα είχε καμία πρακτική εφαρμογή όταν η επιφάνεια παρουσιάζει μεγάλες ανωμαλίες όπως είναι η επιφάνεια ασυνέχειας μιας βραχομάζας.



Σχήμα 2.11: Αλλαγή κλίσης λόγω επίδρασης της τραχύτητας

Για να περιγράψουμε την πολύ μεγάλη πολυπλοκότητα που παρουσιάζει μια ασυνέχεια στην φύση είναι απαραίτητο να εισάγουμε δυο νέες μεταβλητές. Τη μέγιστη γωνία διαστολής a_n , που είναι η ακαριαία κλίση κατά μήκος του επιπέδου διάτμησης όταν η δύναμη διάτμησης είναι μέγιστη. Αυτή είναι μια παρά πολύ σημαντική παράμετρος αφού για μια δοσμένη ορθή τάση η μέγιστη γωνία διαστολής εκφράζει την διαδρομή ελάχιστης ενέργειας μεταξύ υπερπήδησης και διάτμησης των ανωμαλιών της επιφάνειας. Άλλος ένας σημαντικός παράγοντας της μέγιστης γωνίας διαστολής είναι ότι συμβαίνει ακαριαία μόλις εφαρμοστεί η μέγιστη δύναμη διάτμησης. Αυτή η μοναδική τιμή είναι αντιπροσωπευτική για το είδος της ασυνέχειας σε μέγιστη διατμητικής τάση. Η γωνία S_n εκφράζει την αστοχία των ανωμαλιών στην επιφάνεια διάτμησης

$$\left(\frac{S}{N}\right)_f = \tan(\Phi_b + d_n + S_n) \quad (2.12)$$

Από το σχήμα (3b) και την εξίσωση (2.12) του Barton πως οι δυο νέοι όροι a_b και S_n καθώς και η βασική γωνία τριβής συνδυάζονται για να δώσουν την συνισταμένη γωνία R . Με την βοήθεια των δυο νέων μεταβλητών όσο η ορθή τάση αυξάνει ο γωνιακός παράγοντας της διαστολής a_n μειώνεται ενώ η γωνία λόγω διάτμησης S_n αυξάνει.

Μετά από αρκετές εργαστηριακές δοκιμές αντοχής σε διάτμηση προέκυψε η παρακάτω σχέση που συνδέει την μέγιστη διατμητική τάση, τη μέγιστη γωνία διαστολής και την ορθή τάση που εφαρμόστηκε.

$$\frac{\tau}{\sigma_n} = \tan(2d_n + \Phi_b) \quad (2.13)$$

Ακόμα από λογαριθμικό διάγραμμα της ορθής τάσης με την διατμητική τάση προέκυψε η παρακάτω σχέση,

$$d_n = (10) \log_{10}(\sigma_c/\sigma_n) \quad (2.14)$$

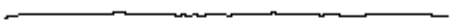
Η παραπάνω εξίσωση δείχνει ότι σε πολύ μικρές ορθές τάσεις υπάρχει μεγάλη διαστολή του δοκιμίου, ενώ για ορθή τάση ίση με την διατμητική δεν θα υπάρχει διαστολή αλλά μόνο διάτμηση. Από τον συνδυασμό των δυο παραπάνω εξισώσεων προκύπτει το μοντέλο που περιγράφει το μοντέλο για την περίπτωση που έχουμε διάτμηση.

$$\tau/\sigma_n = \tan[(20) \log(\sigma_c/\sigma_n) + \Phi_b] \quad (2.15)$$

Η σταθερή τιμή 20 στην παραπάνω εξίσωση αντικαταστάθηκε από τον όρο JRC που είναι ο συντελεστής τραχύτητας της επιφάνειας και η εξίσωση (2.15) παίρνει την παρακάτω μορφή.

$$\tau/\sigma_n = \tan[(JRC) \log(\sigma_c/\sigma_n) + \Phi_b] \quad (2.16)$$

Η τιμή για το JRC δίνεται ύστερα από σύγκριση με πρότυπα προφίλ επιφανειών όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Typical Roughness Profiles		
Profile Number	100 mm	JRC Range
1		0-2
2		2-4
3		4-6
4		6-8
5		8-10
6		10-12
7		12-14
8		14-16
9		16-18
10		18-20

Σχήμα 2.12: Πρότυπα προφίλ επιφανειών ασυνεχειών [6], με τον αντίστοιχο δείκτη τραχύτητας ασυνεχειών J.R.C. (Joint Roughness Coefficient)

Το παραπάνω μοντέλο μπορεί να εφαρμοστεί και στην περίπτωση αποσαθρωμένων ασυνεχειών. Η διατμητική αντοχή μιας αποσαθρωμένης επιφάνειας θα είναι μικρότερη από αυτή μιας επιφάνειας που δεν έχει υποστεί αποσάθρωση ακόμα και εάν οι δύο επιφάνειες έχουν την ίδια τραχύτητα. Η αντοχή σε ανεμ-

πρόδιστη θλίψη της βραχομάζας μπορεί να υπολογιστεί με διάφορους τρόπους, όπως με εργαστηριακές δοκιμές σε ανεμπόδιστη θλίψη. Σε περίπτωση όμως που οι επιφάνειες έχουν αποσπασθεί τότε δεν υπάρχει αξιόπιστη μέθοδος για τον προσδιορισμό της. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος ο Barton ανέπτυξε ένα καινούργιο όρο JCS που είναι η αντοχή σε θλίψη των τοιχωμάτων της ασυνέχειας, και έτσι η τροποποιημένη εξίσωση που προκύπτει είναι η παρακάτω.

$$\tau/\sigma_n = \tan[(JRC) \log(JCS/\sigma_n) + \Phi_b] \quad (2.17)$$

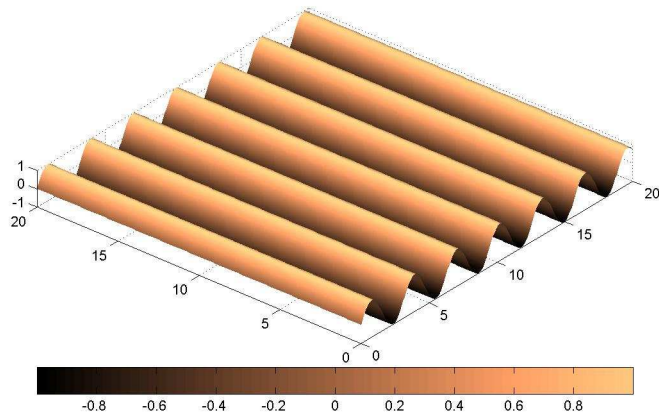
Για μια επιφάνεια που δεν έχει υποστεί αποσάθρωση ο όρος JCS είναι ίσος με την αντοχή του πετρώματος σε ανεμπόδιστη θλίψη, ενώ για αποσπασμένη επιφάνεια παίρνει κατάλληλες τιμές για την συγκεκριμένη ασυνέχεια.

3 Συσχέτιση μεταξύ της μορφολογίας μιας επιφάνειας και των παραμέτρων του ήμι-βαριογράμματος με την βοήθεια συνθετικών πειραμάτων

3.1 Κατασκευή ημιτονοειδούς επιφάνειας

Για την συσχέτιση μεταξύ των παραμέτρων του ήμιβαριογράμματος και της τοπολογίας μιας επιφάνειας θα χρησιμοποιήσουμε πέντε πρότυπες επιφάνειες που δημιουργήσαμε χρησιμοποιώντας την παραμετρική ημιτονοειδή αρμονική συνάρτηση $z = a \sin(\omega x)$, όπου a : είναι το πλάτος της ταλάντωσης και ω : είναι η κυκλική συχνότητα.

Οι επιφάνειες που θέλουμε να δημιουργήσουμε παράγονται μεταβάλλοντας το πλάτος και τη κυκλική συχνότητα για κάθε μια όπως φαίνεται και από το σχήμα 3.13 κατ' αυτόν τον τρόπο παράγονται διαφορετικές ομαλές κυματοειδείς επιφάνειες.

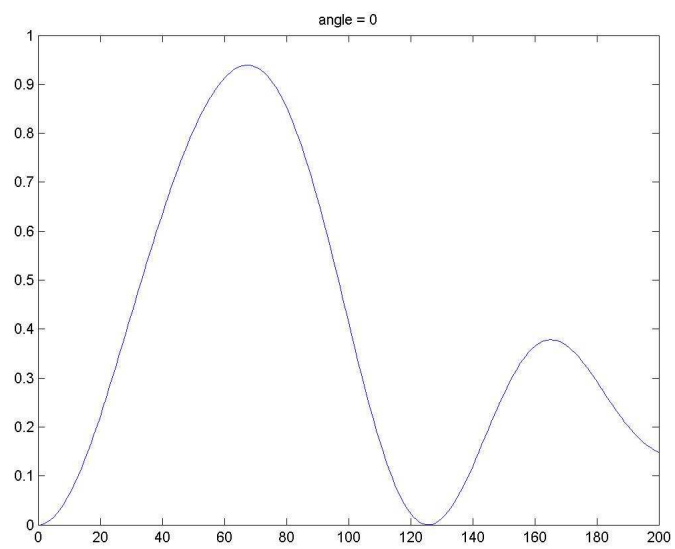
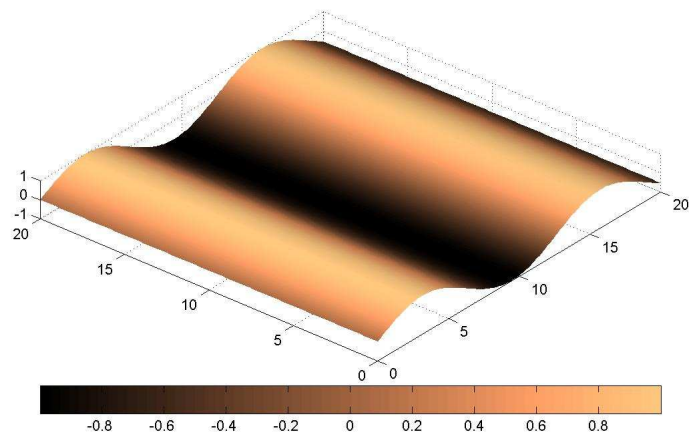


Σχήμα 3.13: Αρμονική ημιτονοειδής επιφάνεια

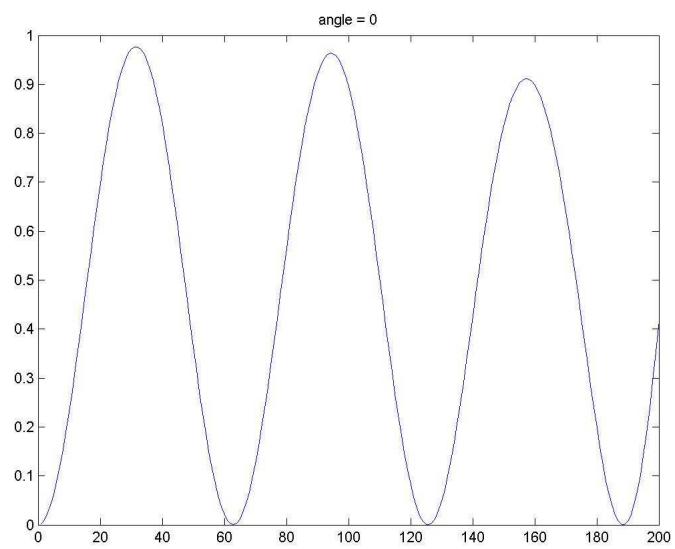
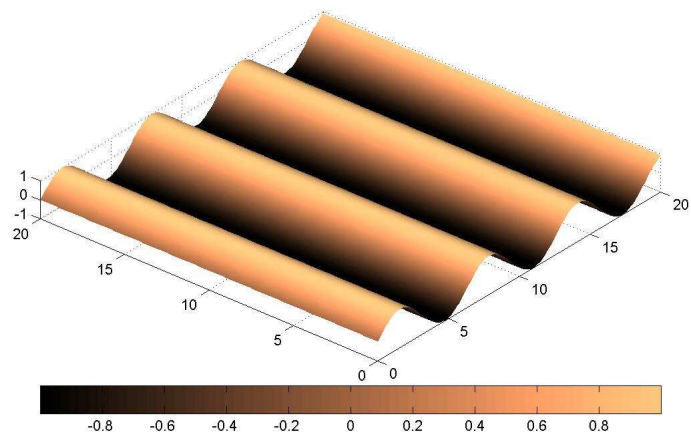
Ο σκοπός της ανάλυσης που θα κάνουμε με την χρήση του ήμιβαριογράμματος είναι να πετύχουμε την συσχέτιση ανάμεσα στην τραχύτητα που παρουσιάζει η κάθε επιφάνεια και των παραμέτρων του ήμιβαριογράμματος όπως η οροφή, η μέγιστη απόσταση επιρροής και την κλίση της καμπύλης του ήμιβαριογράμματος.

3.2 Υπολογισμός ημιβαριογραμμάτων για τις ημιτονοειδείς επιφάνειες

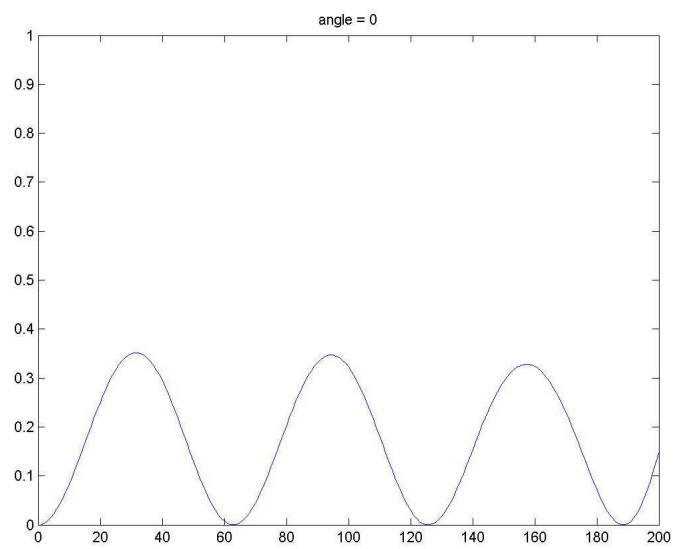
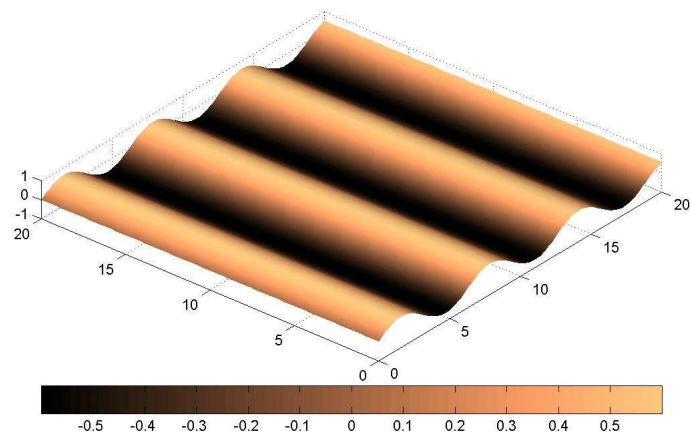
Για να εντοπίσουμε την ανισοτροπία της κάθε επιφάνειας υπολογίζουμε τα ήμιβαριογράμματα για κάθε μια από της παρακάτω διευθύνσεις ($0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$). Η ανάλυση θα γίνει μόνο στο πρώτο τεταρτημόριο αφού η επιφάνεια είναι συμμετρική. Για γωνιά 90° μοιρών (άξονας $O\Psi$) δεν υπάρχει διακύμανση στην πρότυπη επιφάνεια οπότε το $\gamma(h)$ είναι ίσο με μηδέν. κατά τον υπολογισμό του ήμιβαριογράμματος για τις υπόλοιπες διευθύνσεις που έχουμε ορίσει παρατηρούμαι στο αρχικό κομμάτι της καμπύλης και για κάθε επιφάνεια ότι το $\gamma(h)$ αυξάνει όσο αυξάνει και το h .



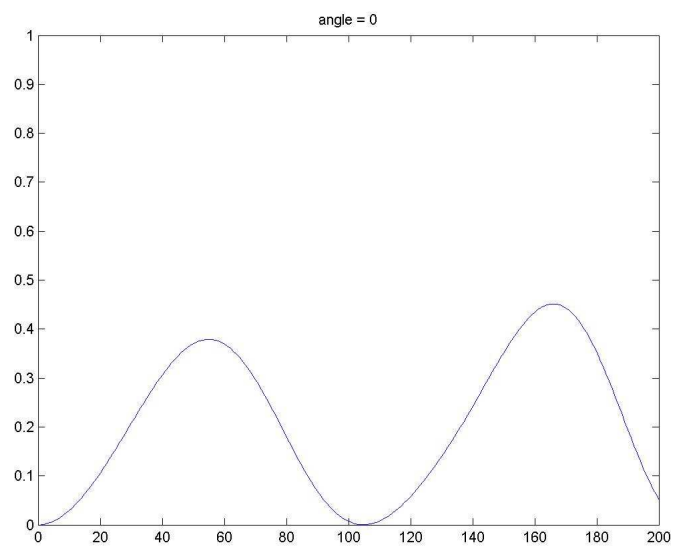
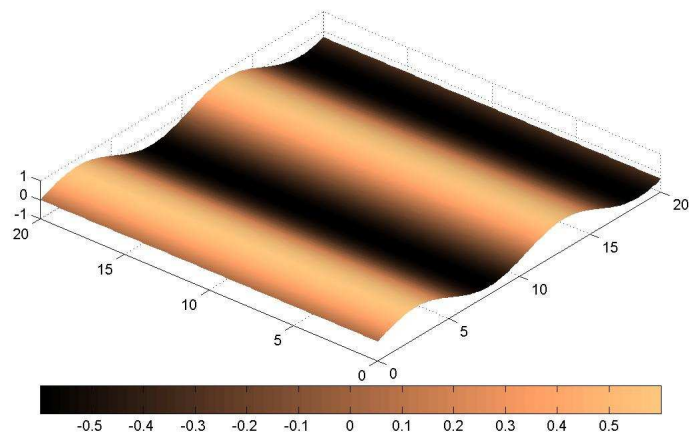
Σχήμα 3.14: Τρισδιάστατη απεικόνιση ημιτονοειδούς επιφάνειας $z=0.9*\sin(0.5*x)$, και το ημβαριόγραμμα που αντιστοιχεί στην επιφάνεια αυτή για 0° .



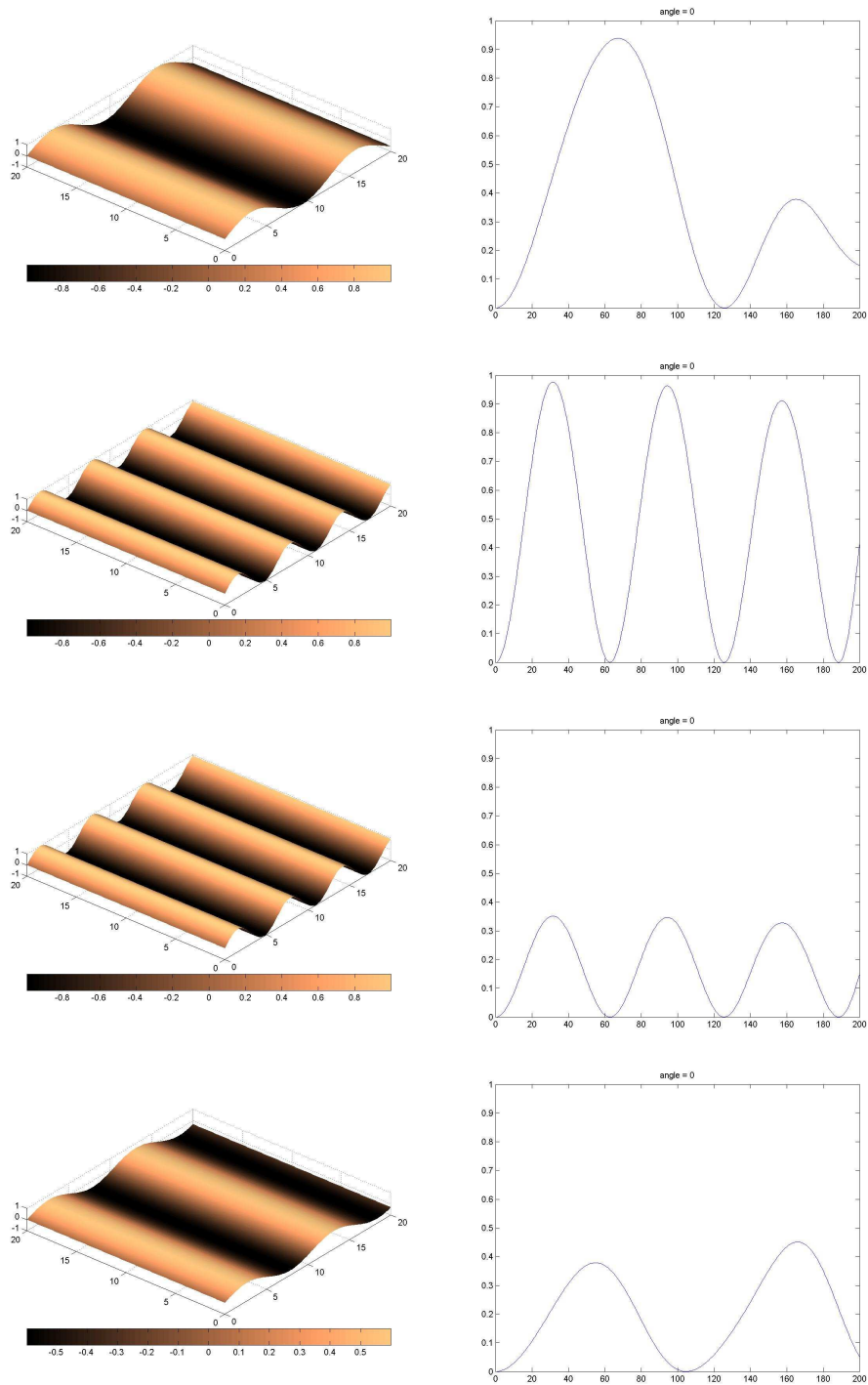
Σχήμα 3.15: τρισδιάστατη απεικόνιση ημιτονοειδούς επιφάνειας $z=0.9*\sin(1.6*x)$ και το ημibaριόγραμμα που αντιστοιχεί στην επιφάνεια αυτή για 0° .



Σχήμα 3.16: Τρισδιάστατη απεικόνιση ημιτονοειδούς επιφάνειας $z=0.3*\sin(1.6*x)$ και το ημιβαρόγραμμα που αντιστοιχεί στην επιφάνεια αυτή για 0° .



Σχήμα 3.17: Τρισδιάστατη απεικόνιση ημιτονοειδούς επιφάνειας $z=0.3*\sin(0.5*x)$ και το ημιβαριόγραμμα που αντιστοιχεί στην επιφάνεια αυτή για 0° .



Σχήμα 3.18: Συγκριτικά διαγράμματα συσχέτισης μεταξύ της τοπολογίας της επιφάνειας και των χαρακτηριστικών του ημιβαριογράμματος.

3.3 Παρατηρήσεις

Ανάλογα με την διεύθυνση κατά την οποία υπολογίζουμε το ημιβαριόγραμμα για μια επιφάνεια κάθε φορά, εντοπίζουμε διαφορές στα χαρακτηριστικά του ημιβαριογράμματος. Ακόμα διαφορετικές επιφάνειες, στην συγκεκριμένη περίπτωση ημιτονοειδείς επιφάνειες διαφορετικών συχνοτήτων, παρουσιάζουν έντονες διαφορές στις καμπύλες που προκύπτουν από τα ημιβαριογράμματα.

Έτσι βλέπουμε ότι όσο αυξάνει η συχνότητα, αυξάνει ανάλογα και η κλίση στο αρχικό τμήμα της καμπύλης του ημιβαριογράμματος, και αντίστοιχα όσο μειώνεται η συχνότητα έχουμε ανάλογη μείωση στην κλίση τις καμπύλης του ημιβαριογράμματος.

Αν τώρα εξετάσουμε τις καμπύλες των ημιβαριογραμμάτων που προκύπτουν από δυο διαφορετικές επιφάνειες και για συγκεκριμένη διεύθυνση τότε θα παρατηρήσουμε ότι όσο μεγαλύτερο είναι το $\gamma(h)$ για δεδομένο lag τόσο πιο τραχειά είναι η επιφάνεια. Όταν το lag παραμένει σταθερό τότε το $\gamma(h)$ αυξάνει ανάλογα με την διεύθυνση ως προς την οποία γίνεται ο υπολογισμός του ημιβαριογράμματος. Η αύξηση αυτή συμφωνεί με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της επιφάνειας που μελετάμε.

Το ημιβαριόγραμμα 'συλλαμβάνει' την περιοδικότητα στην τραχύτητα που υπάρχει σε κάθε ημιτονοειδή επιφάνεια, όπως μπορούμε να δούμε από τα σχήματα 3.18. Στην πρώτη περίπτωση η συχνότητα της ημιτονοειδούς επιφάνειας είναι $\omega=0.9$, ενώ στην περίπτωση του σχήματος 3.15, η συχνότητα είναι $\omega=1.9$. Άλλη μια παρατήρηση που μπορούμε να κάνουμε είναι ότι όσο το πλάτος του κύματος ελαττώνεται τότε ελαττώνεται και η κλίση στο αρχικό κομμάτι της καμπύλης του ημιβαριογράμματος το οποίο γίνεται εμφανές και από την επιφάνεια του σχήματος 3.17 σε σχέση με την επιφάνεια του σχήματος 3.14.

Έτσι από τις παραπάνω παρατηρήσεις προκύπτει ότι το ημιβαριόγραμμα μπορεί να μας δώσει ασφαλές συμπεράσματα για την τραχύτητα κατά μήκος μιας τομής της επιφάνειας που εξετάζουμε.

4 Προσομοίωση για την μελέτη της επίδρασης της ανάλυσης σάρωσης στις μετρήσεις

4.1 Φαινόμενο κλίμακας

Σαν φαινόμενο κλίμακας ορίζουμε την επίδραση της ανάλυσης, με την οποία γίνετε η σάρωση των επιφανειών, στα δεδομένα μας και κατά πόσο η κλίμακα αυτή επηρεάζει τις στατιστικές μεταβλητές που χρησιμοποιούμε για να ποσοτικοποιήσουμε την τραχύτητα των επιφανειών.

Επιλογή ανάλυσης σάρωσης : Η ανάλυση που χρησιμοποιούμε για να σαρώσουμε τα δοκίμια εξαρτάται από την διακριτότητα της οπτικής συσκευής που διαθέτουμε. Ακόμα η επεξεργασία των δεδομένων σε πολύ μεγάλες αναλύσεις είναι αρκετά χρονοβόρες οπότε μια χαμηλότερη ανάλυση μπορεί να προτιμηθεί σε κάποιες περιπτώσεις.

4.2 Διαδικασία πειράματος

Η αρχική επιφάνεια που χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή των δοκιμαστικών επιφανειών προέρχεται από δοκίμιο μαρμάρου, το οποίο είχε θραυστεί σε πείραμα μονοαξονικής θλίψης. Το δοκίμιο σαρώθηκε από τον τρισδιάστατο σαρωτή και από τα δεδομένα αυτά κατασκευάστηκε μια τρισδιάστατη επιφάνεια που αντιστοιχεί στην πραγματική. Η αρχική ανάλυση της επιφάνειας είναι 0.1 mm .

Από την αρχική επιφάνεια κατασκευάζουμε επιφάνειες με ίδιες διαστάσεις και αναλύσεις που ξεκινούν από 0.1 mm που είναι και η αρχική ανάλυση, έως 2 mm με βήμα 0.1 mm οπότε θα έχουμε συνολικά είκοσι επιφάνειες. Αφού κατασκευάσουμε τις επιφάνειες θα προσπαθήσουμε να ποσοτικοποιήσουμε, με τη βοήθεια στατιστικών παραμέτρων τις διαφορές που είναι δυνατών να υπάρχουν στις επιφάνειες διαφορετικών αναλύσεων.

Με την βοήθεια του υπολογιστικού προγράμματος MATLAB κατασκευάστηκαν αλγόριθμοι με τους οποίους γίνεται κλασική στατιστική ανάλυση των πρωτογενών δεδομένων, για κάθε μια από τις επιφάνειες. Τα αριθμητικά μέτρα που θα χρησιμοποιήσουμε για την κατανομή των συχνοτήτων είναι τα ακόλουθα

:

Τα μέτρα θέσης της κατανομής: η μέση τιμή, ο διάμεσος του δείγματος

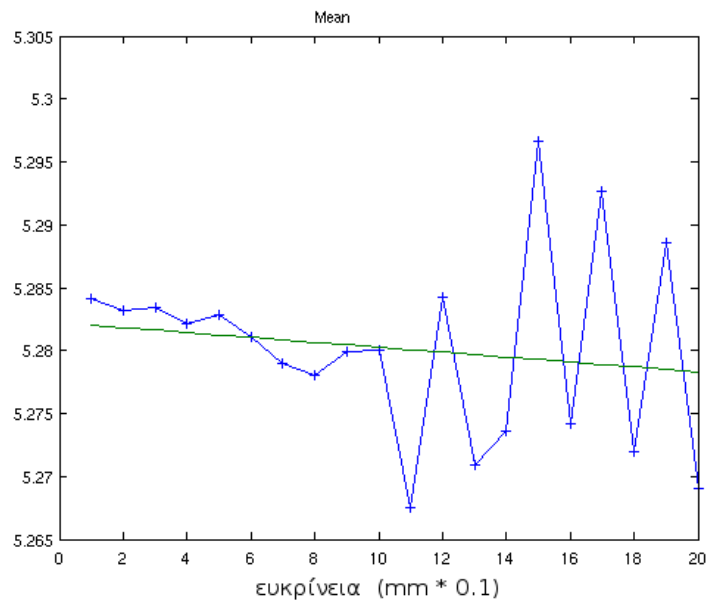
Τα μέτρα διασποράς: η διακύμανσή, τυπική απόκλιση, εύρος

Τα μέτρα συμμετρίας: ο συντελεστής μεταβλητότητας, ο συντελεστής ασυμμετρίας

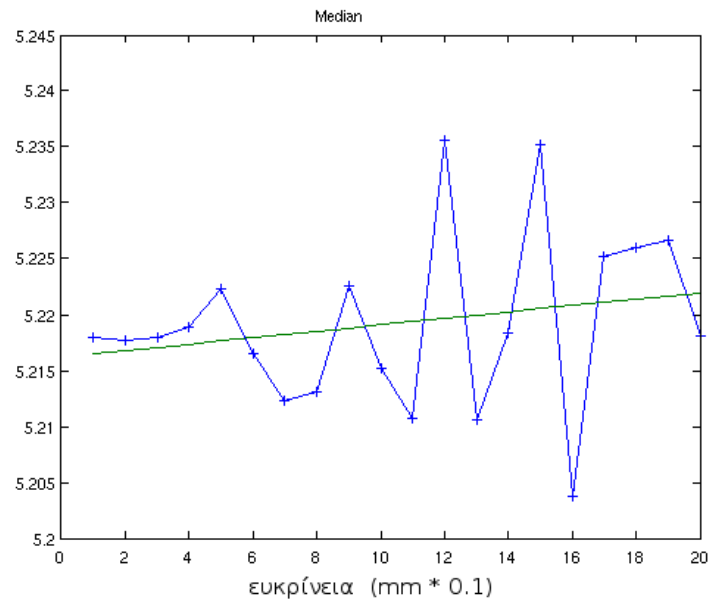
Αφού υπολογίσουμε όλες τις παραπάνω μεταβλητές, καθώς και τα ήμβριογράμματα για όλες τις επιφάνειες, γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων και κατασκευάζονται τα ανάλογα γραφήματα.

4.2.1 Μέτρα θέσης της κατανομής

* μέση τιμή:
$$\bar{x} = \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^{\nu} x_i$$



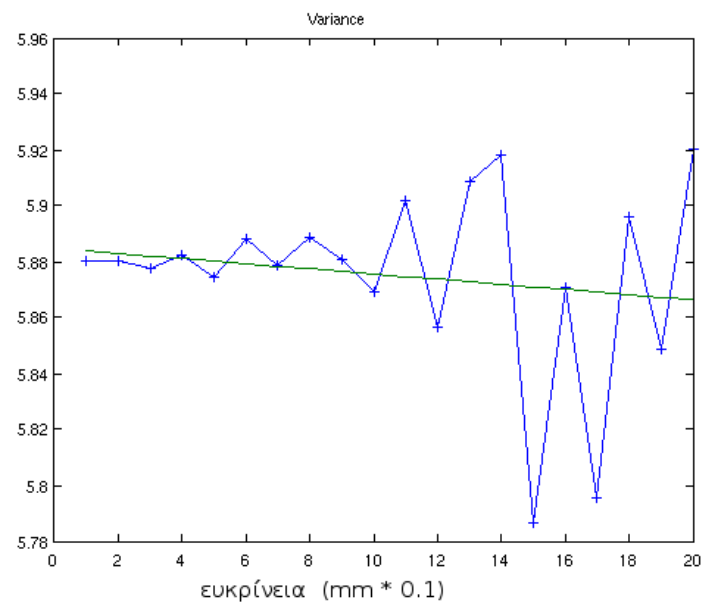
* ο διάμεσος του δείγματος



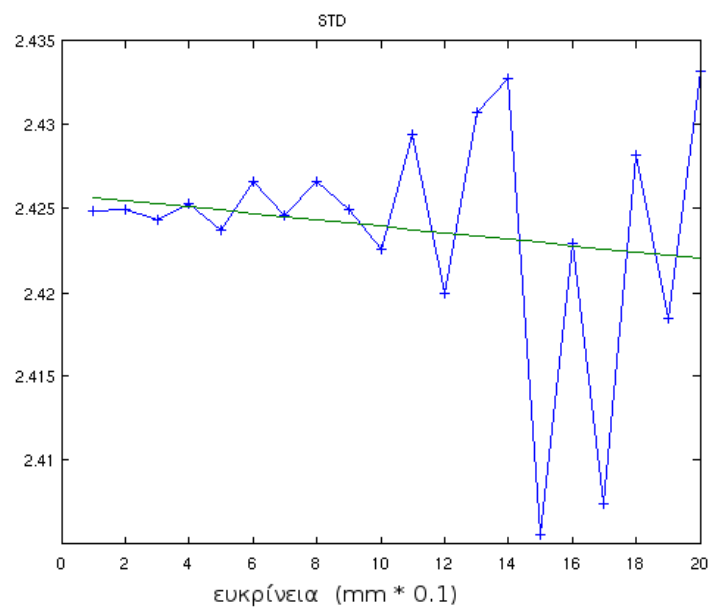
4.2.2 Μέτρα διασποράς

* διακύμανση:
$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^{\nu} (x_i - \bar{x})^2$$

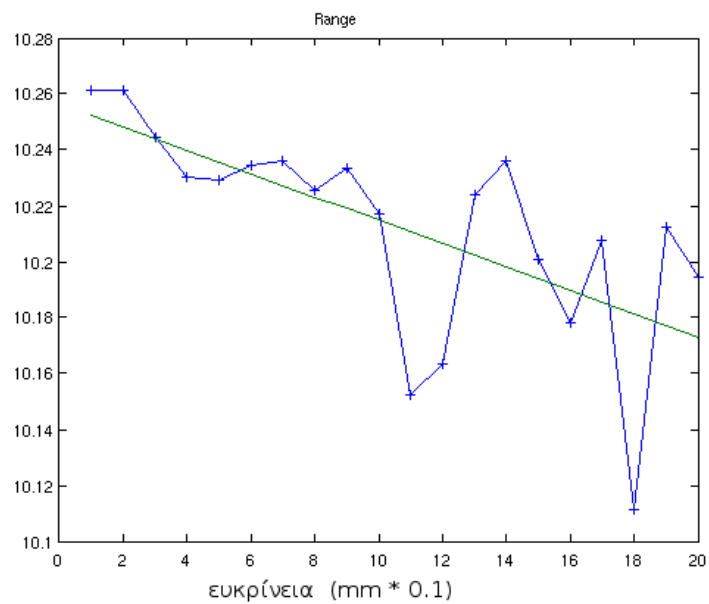
Η διακύμανση είναι η μέση τετραγωνική διαφορά των τιμών από την μέση τιμή τους, λόγω του ότι εξαρτάστε από τη τετραγωνική διαφορά, παρουσιάζει μεγάλη ευαισθησία σε τυχαίες ψηλές τιμές.



* τυπική απόκλιση: $\hat{\sigma} = \sqrt{\sigma^2}$



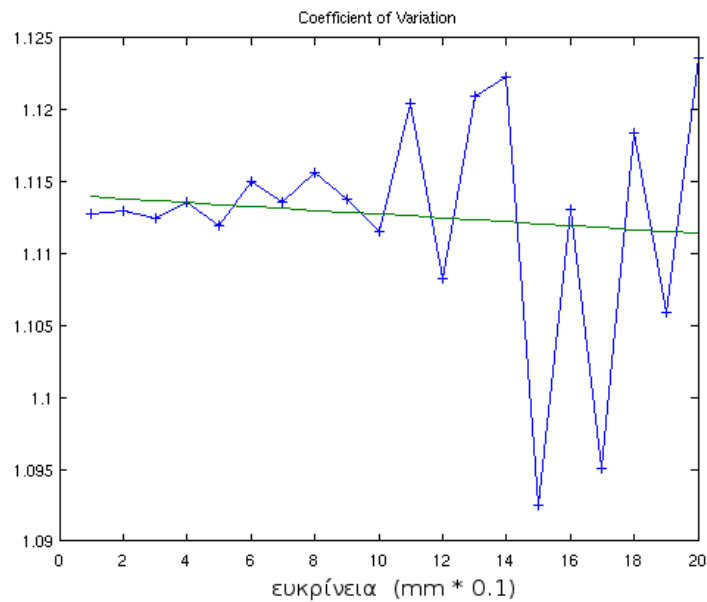
* εύρος: $R = x_{\max} - x_{\min}$



4.2.3 Μέτρα συμμετρίας

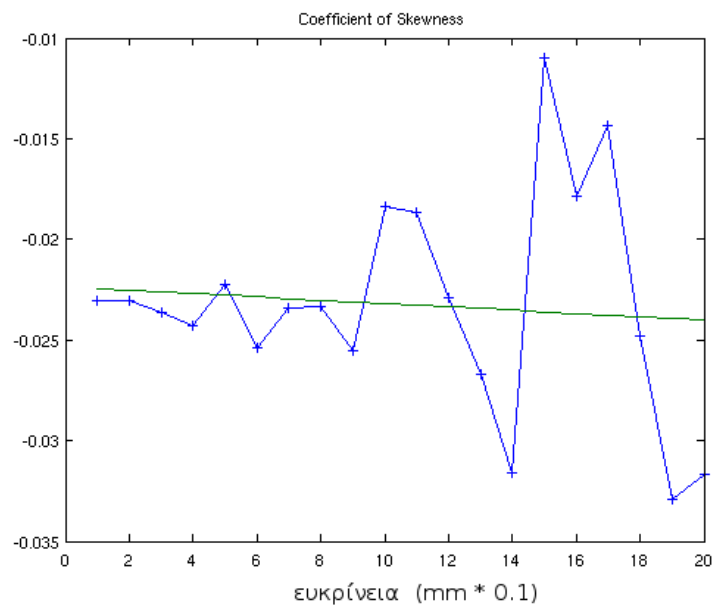
* Ο συντελεστής μεταβλητότητας: $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$

Ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι ένα στατιστικό μέγεθος που πολλές φορές χρησιμοποιείται σαν εναλλακτικό του συντελεστή ασυμμετρίας για να περιγράψει το σχήμα της κατανομής. Όταν ο συντελεστής μεταβλητότητας παίρνει τιμές πάνω από ένα είναι ένδειξη ότι στο δείγμα μας υπάρχουν μερικές μεγάλες τυχαίες τιμές που είναι δυνατό να επηρεάσουν τις μετρήσεις.



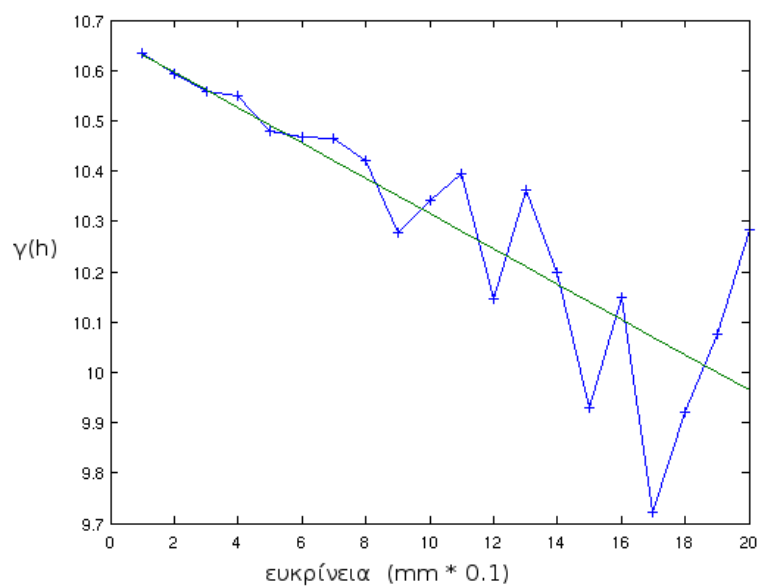
* Ο συντελεστής ασυμμετρίας: $\frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^3}{\sigma^3}$

Ο συντελεστής συμμετρίας μας δίνει μια εικόνα για την συμμετρία που παρουσιάζει το ιστόγραμμα των τιμών, η μεταβλητή αυτή παρουσιάζει ακόμα μεγαλύτερη ευαισθησία από τη διακύμανση σε τυχαίες μεγάλες τιμές, ακόμα και μια πολύ μεγάλη τιμή μπορεί να επηρεάσει σημαντικά τον συντελεστή συμμετρίας. Στην συγκεκριμένη περίπτωση η τιμές του συντελεστή ασυμμετρίας είναι πολύ κοντά στο μηδέν που είναι ένδειξη ότι το ιστόγραμμα των τιμών μας είναι συμμετρικό και ο μέσος πλησιάζει την τιμή τις μέσης τιμής, πράγμα που φαίνεται και στα αντίστοιχα διαγράμματα.



4.2.4 Ήμιβαριόγραμμα

Τέλος γίνεται ο υπολογισμός των ήμιβαριογραμμάτων σε διεύθυνση 0° και υπολογίζεται η οροφή για κάθε μια από τις επιφάνειες, που αντιστοιχούν σε διαφορετικές ευκρίνειες.



Σχήμα 4.19: Υπολογισμός ήμβριογραμμμάτων για διεύθυνση 0° και απεικόνιση της οροφής για κάθε μια από τις επιφάνειες

4.2.5 Σχολιασμός αποτελεσμάτων

Από τις γραφικές παραστάσεις φαίνεται ότι υπάρχει σαφής αναλογία μεταξύ των στατιστικών μέτρων που χρησιμοποιήθηκαν και των διαφορετικών αναλύσεων των επιφανειών. Παρατηρούμε ακόμα ότι για αναλύσεις κάτω από το 1mm οι διαδοχικές μεταβολές είναι πολύ πιο ομαλές και ποσοτικά μικρότερες ενώ πάνω από το 1mm οι διακυμάνσεις στις τιμές γίνονται εντονότερες.

Στον πίνακα 4.1 φαίνεται η σχέση μεταξύ ανάλυσης και του αριθμού των σημείων που αποτελούν την κάθε επιφάνεια.

Ανάλυση σε mm	Αριθμός σημείων	Ανάλυση σε mm	Αριθμός σημείων
0.1	598500	1.1	4992
0.2	149910	1.2	4180
0.3	66500	1.3	3608
0.4	37620	1.4	3116
0.5	23940	1.5	2660
0.6	16720	1.6	2376
0.7	12225	1.7	2108
0.8	9438	1.8	1920
0.9	7493	1.9	1680
1	6042	2	1539

Πίνακας 4.1: Αριθμός σημείων από τα οποία αποτελείται μια επιφάνεια για κάθε ανάλυση σάρωσης

5 Χαρακτηρισμός πραγματικής επιφάνειας ασυνέχειας με την βοήθεια του ήμιβαριογράμματος

5.1 Τρισδιάστατος σαρωτής λέιζερ

5.1.1 Περιγραφή της συσκευής

Ένας τρισδιάστατος σαρωτής είναι μια συσκευή που αναλύει ένα πραγματικό αντικείμενο ή ένα περιβάλλον για να συλλέξει τα στοιχεία όσον αφορά τη μορφή της και ενδεχομένως την εμφάνισή της (δηλ. χρώμα). Τα συλλεχθέντα στοιχεία μπορούν έπειτα να χρησιμοποιηθούν για να κατασκευάσουν ψηφιακά τρισδιάστατα μοντέλα χρήσιμα για μια ευρεία ποικιλία των εφαρμογών.

Αυτές οι συσκευές χρησιμοποιούνται εκτενώς από τη βιομηχανία ψυχαγωγίας στην παραγωγή ταινιών και ηλεκτρονικών παιχνιδιών. Άλλες κοινές εφαρμογές αυτής της τεχνολογίας περιλαμβάνουν το βιομηχανικό σχέδιο, την αντίστροφη εφαρμοσμένη μηχανική, τη διαμόρφωση πρωτοτύπων και την τεχνητή όραση υπολογιστών.

Πολλές διαφορετικές τεχνολογίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να κατασκευαστούν αυτές οι τρισδιάστατες συσκευές ανίχνευσης, κάθε τεχνολογία έρχεται με τους περιορισμούς, τα πλεονεκτήματα και το ανάλογο κόστος.

Πρέπει να αναφερθεί ότι υπάρχουν ακόμα πολλοί περιορισμοί στο είδος των αντικειμένων που μπορεί να ψηφιοποιηθούν είναι ακόμα παρόντες, παραδείγματος χάριν οι οπτικές τεχνολογίες συναντούν πολλές δυσκολίες με τα λαμπρά, διαφανή και με έντονες αντανακλάσεις αντικείμενα. Υπάρχουν εντούτοις μέθοδοι για τα λαμπρά αντικείμενα, όπως η κάλυψη τους με ένα λεπτό στρώμα άσπρης σκόνης που θα βοηθήσει ώστε περισσότερα φωτόνια να ανακλαστούν πίσω στον σαρωτή.

Οι σαρωτές λέιζερ μπορούν να στείλουν τρισεκατομμύρια φωτονίων προς ένα αντικείμενο και να λάβουν μόνο ένα μικρό ποσοστό εκείνων των φωτονίων πίσω μέσω των οπτικών που χρησιμοποιούν. Μια λευκή επιφάνεια θα ανακλάσει μεγάλο μέρος της φωτεινής ακτινοβολίας, μια μαύρη επιφάνεια θα ανακλάσει ένα μικρό ποσοστό, ενώ τα διαφανή αντικείμενα όπως το γυαλί θα διαθλάσουν το φως και θα δώσουν ψεύτικες τρισδιάστατες πληροφορίες.

5.1.2 Τεχνολογία :

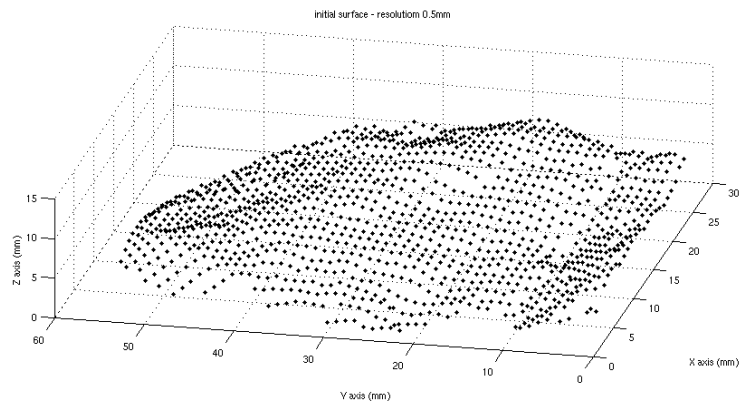
Οι δύο τύποι τρισδιάστατων σαρωτών είναι επαφής και μη-επαφής.

- * επαφής: Οι τρισδιάστατοι σαρωτές επαφής εξετάζουν το αντικείμενο μέσω της φυσικής αφής.
- * μη-επαφής: Οι σαρωτές μη-επαφής εκπέμπουν κάποιο είδος ακτινοβολίας π.χ. φως και ανιχνεύουν την αντανάκλαση του προκειμένου να εξεταστούν ένα αντικείμενο.

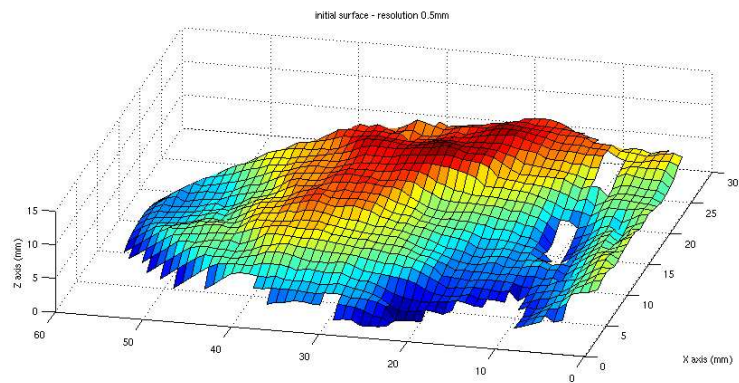
5.1.3 Αναδημιουργία :

Τα σύννεφα σημείων που παράγονται από τους τρισδιάστατους σαρωτές (σχήμα 5.20) συνήθως δεν χρησιμοποιούνται άμεσα, και αυτό γιατί οι περισσότερες εφαρμογές δεν χρησιμοποιούν τα σύννεφα σημείων, αλλά αντί αυτού χρησιμοποιούν τρισδιάστατα μοντέλα με πολύγωνα (σχήμα 5.21).

Η διαδικασία ανακατασκευής ενός σύννεφου σημείων σε ένα τρισδιάστατο μοντέλο καλείται αναδημιουργία και πραγματοποιείται βρίσκοντας και συνδέοντας γειτονικά σημεία, προκειμένου να δημιουργηθεί μια συνεχής επιφάνεια.



Σχήμα 5.20: Σύννεφα σημείων όπως προκύπτουν από τον τρισδιάστατο σαρωτή



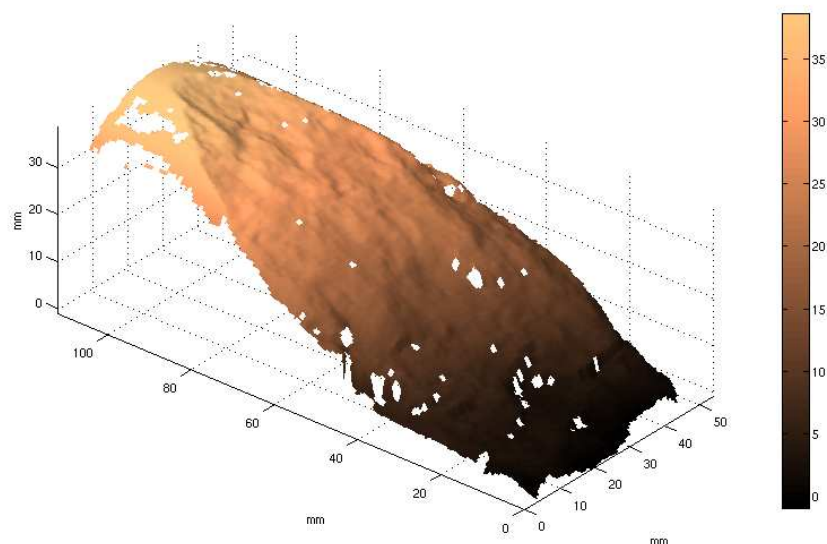
Σχήμα 5.21: Ανακατασκευασμένη τρισδιάστατη επιφάνεια

5.2 Αναδημιουργία των επιφανειών των ασυνεχειών από τα πειραματικά δεδομένα

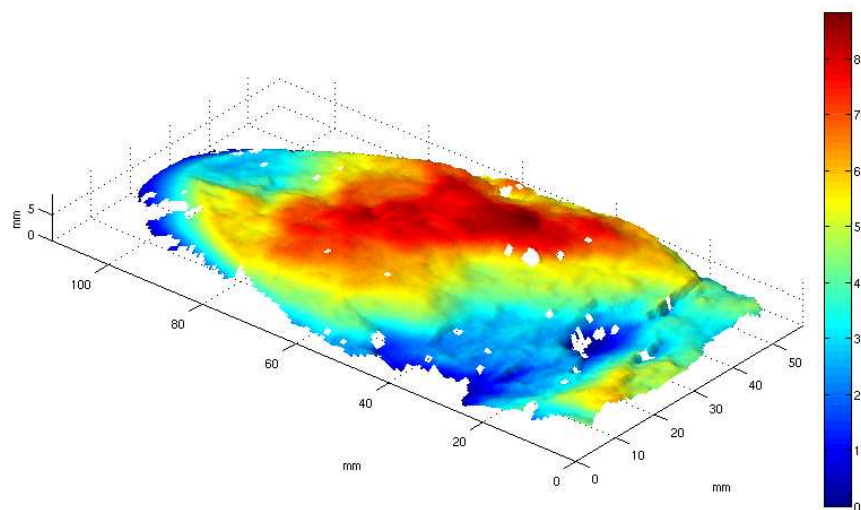
Το πρώτο στάδιο της επεξεργασίας των δεδομένων αφορά την αναδημιουργία των επιφανειών που έχουμε σαρώσει, έτσι ώστε να είναι δυνατή η περαιτέρω επεξεργασία των δεδομένων από τον υπολογιστή καθώς και η οπτικοποίηση των δεδομένων μας. Κατασκευάστηκε κώδικας σε matlab το οποίο μορφοποιεί τα δεδομένα έτσι να γίνει ευκολότερη η επεξεργασία τους, στη συνέχεια γίνεται ανακατασκευή του σύννεφο σημείων σε ένα τρισδιάστατο μοντέλο, βρίσκοντας και συνδέοντας γειτονικά σημεία, προκειμένου να δημιουργηθεί μια συνεχής επιφάνεια όπως φαίνεται στο σχήμα 5.22.

Η αρχική επιφάνεια που λαμβάνεται από των σαρωτή περιέχει κάποιες α-

τέλειες, όπως σημεία εκτός της επιφάνειας που μελετάται, καθώς και λανθασμένο προσανατολισμό. Έτσι αφού γίνουν οι κατάλληλες διορθώσεις το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι η επιφάνεια του σχήματος 5.23.



Σχήμα 5.22: Αρχική επιφάνεια

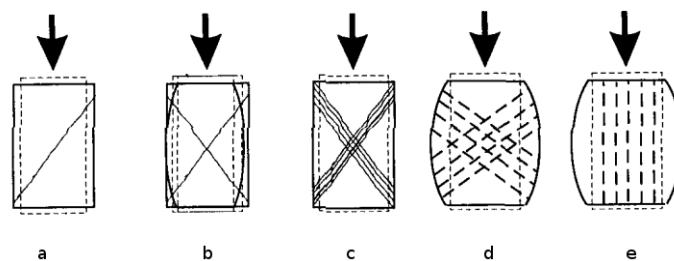


Σχήμα 5.23: Τελική επιφάνεια

5.3 Στατιστική επεξεργασία πειραματικών δεδομένων και υπολογισμός ημιβαριογραμμάτων

Οι επιφάνειες των ασυνεχειών που εξετάστηκαν έχουν προκύψει από πειράματα αντοχής σε μονοαξονική θλίψη. Η αστοχία σε διάτμηση για τα συγκεκριμένα δοκίμια είναι αποτέλεσμα εξωτερικών θλιπτικών τάσεων οι οποίες έμμεσα δημιουργούν τις συνθήκες αστοχίας. Στην περίπτωση των επιφανειών που εξετάζουμε ο τρόπος αστοχίας φαίνεται στο σχήμα 5.24. Εξετάστηκαν δοκίμια μαρμάρου τα οποία σαρώθηκαν σε αναλύσεις της τάξης των 0.1mm , 0.5mm και 1mm . Σημαντικός παράγοντας για την επιλογή μαρμάρου είναι το λευκό χρώμα, το οποίο βοηθά στην καλύτερη ανάκλαση των ακτίνων λέιζερ του σαρωτή.

Κατά την διαδικασία του υπολογισμού των ημιβαριογραμμάτων έγιναν τα παρακάτω βήματα.



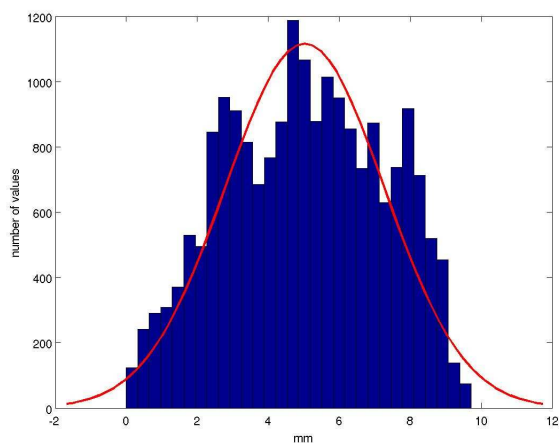
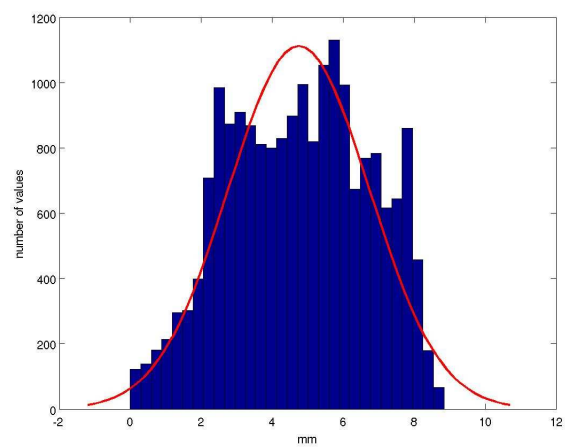
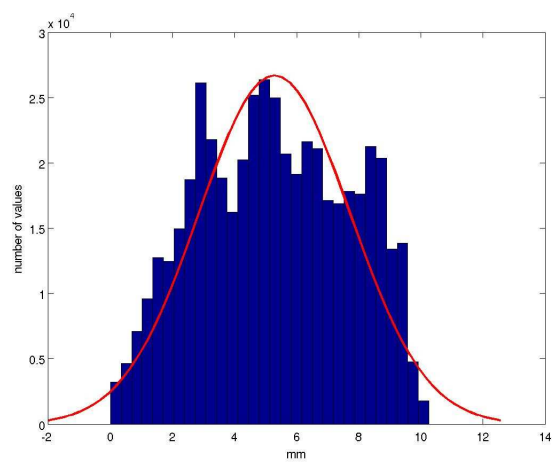
Σχήμα 5.24: Διάφοροι τρόποι αστοχίας πετρωμάτων σε μονοαξονική θλίψη, (α) μια διατμητική ρωγμή, (β) συζυγείς διατμητικές ρωγμές, (γ) συζυγείς ζώνες διατμησης, (δ) συζυγείς διαχόμενες ζώνες διάτμησης, (ε) αξονική κατάκλαση[10]

* Υπολογισμός των στατιστικών παραμέτρων για κάθε δοκίμιο.

επιφάνεια α		επιφάνεια β	
Mean	5.2841	Mean	5.0295
Median	5.218	Median	5.0255
Variance	5.88	Variance	4.9946
STD	2.4249	STD	2.2348
Range	10.2615	Range	9.7229
Coefficient of Variation	1.1128	Coefficient of Variation	0.993
Coefficient of Skewness	-0.023	Coefficient of Skewness	-0.073
επιφάνεια γ			
Mean	4.7506		
Median	4.8255		
Variance	3.9209		
STD	1.98		
Range	8.84		
Coefficient of Variation	0.8253		
Coefficient of Skewness	-0.105		

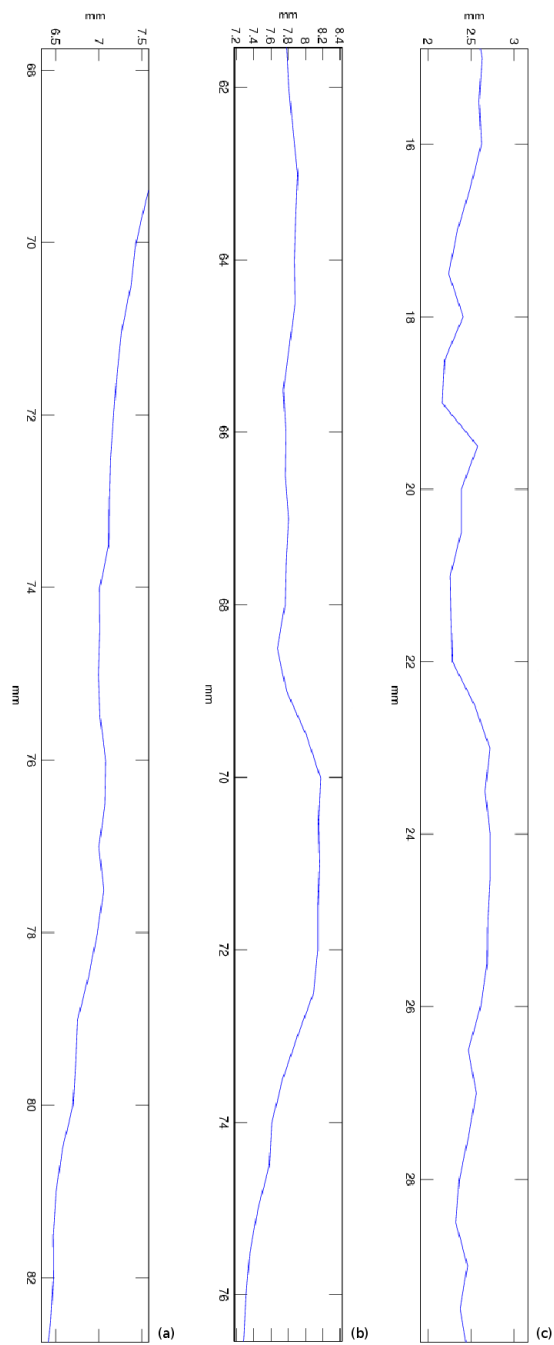
Σχήμα 5.25: Στατιστικές παράμετροι, επιφανεια ασυνέχειας μαρμάρου, ανάλυση σάρωσης 0.1mm

* Εύρεση της κατανομής των υψομέτρων της επιφάνειας προς μελέτη, παρατηρούμε ότι αυτή προσεγγίζει την κανονική κατανομή.



Σχήμα 5.26: Υπολογισμός της κατανομής των υψομετρικών διαφορών, επιφάνεια ασυνέχειας μαρμάρου, ανάλυση σάρωσης 0.1 mm

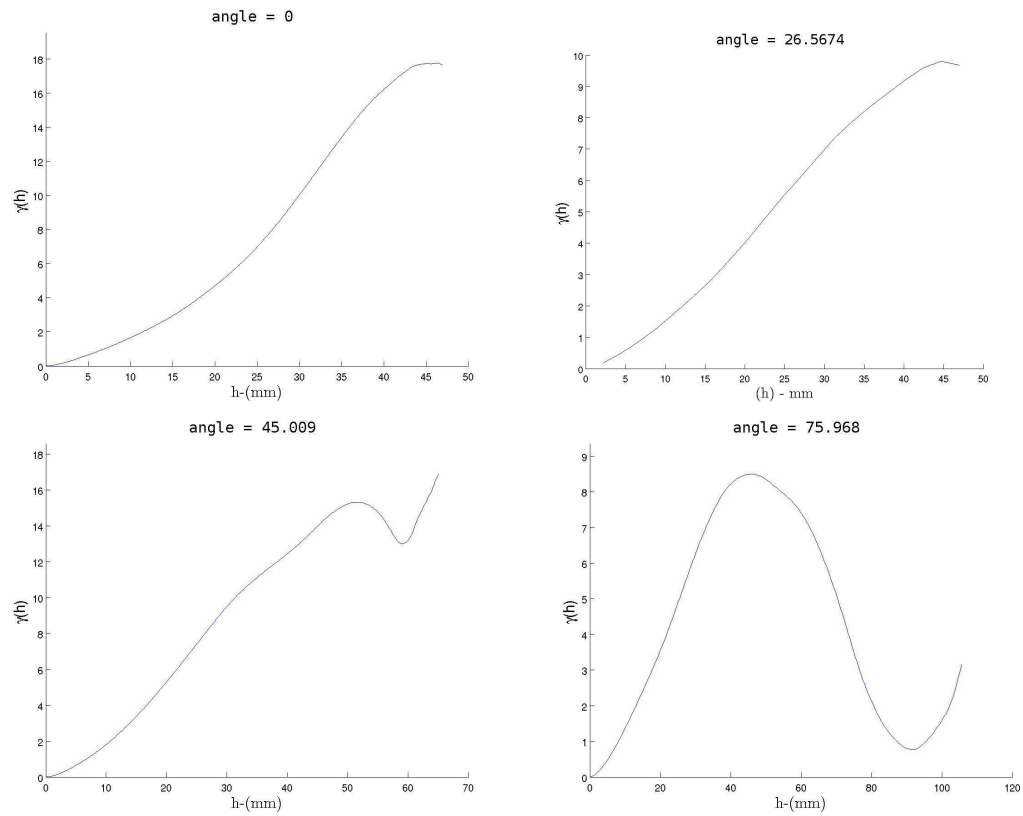
- * Για κάθε μια από τις επιφάνειες που εξετάζουμε, παίρνουμε το προφίλ, το οποίο στην συνέχεια συγκρίνεται με τα πρότυπα προφίλ επιφανειών 2.12, από τα οποία γίνεται υπολογισμός του συντελεστή τραχύτητας (JRC).



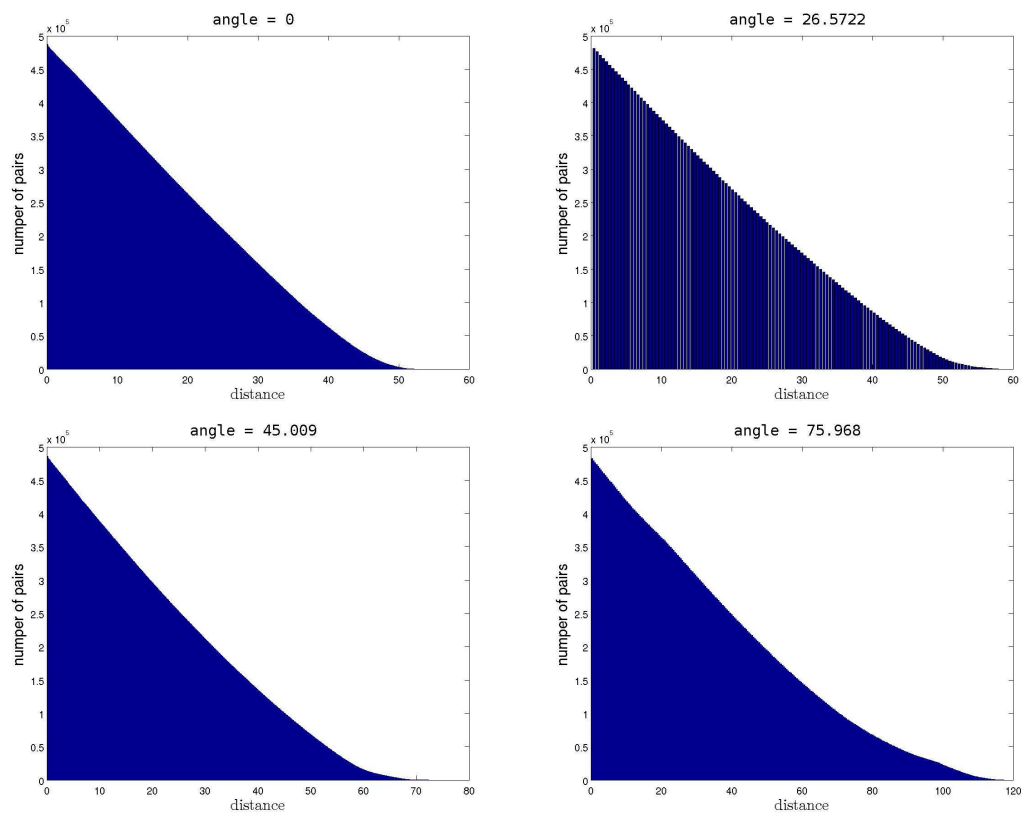
Σχήμα 5.27: Οριζόντιες τομές, επιφάνεια ασυνέχειας μαρμάρου, ανάλυση σάρωσης 0.1mm

* Γίνεται υπολογισμός των ήμιβαριογραμμάτων σε διάφορες διευθύνσεις, και

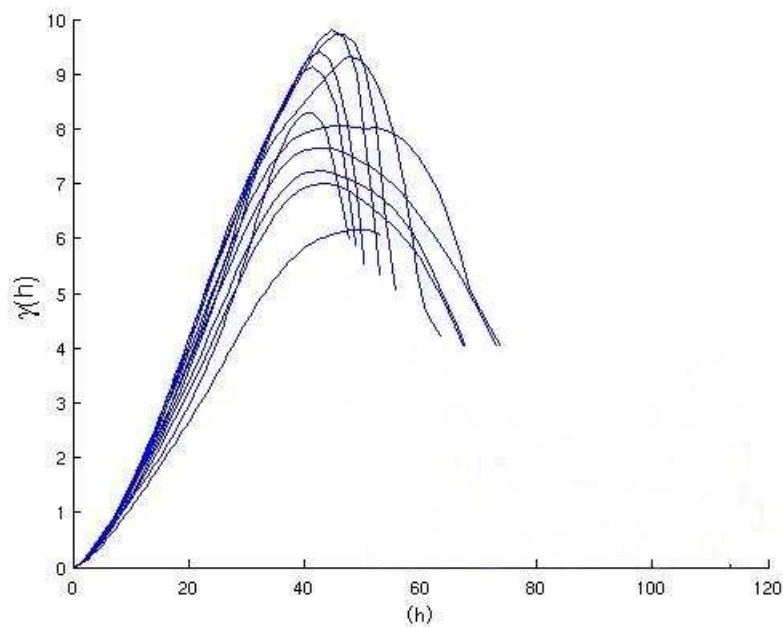
παίρνουμε μια εικόνα της ανισοτροπίας που είναι δυνατόν να παρουσιάζει κάθε επιφάνεια.



Σχήμα 5.28: Τα ήμβαρδιογράμματα που αντιστοιχούν στις διευθύνσεις 0° , $26.^\circ$, 45° και 75° μοίρες, επιφάνεια ασυνέχειας μαρμάρου, ανάλυση σάρωσης 0.1 mm

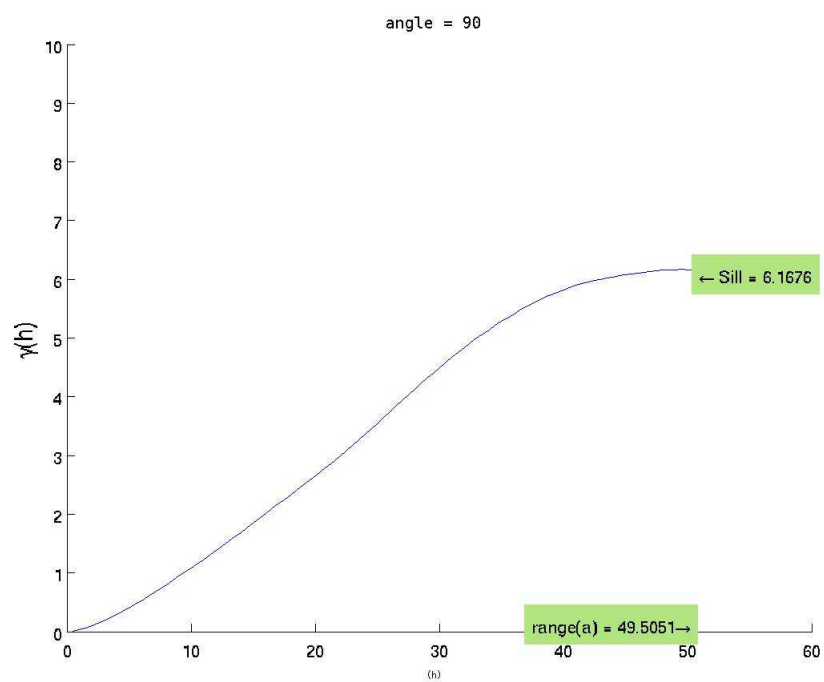


Σχήμα 5.29: Αριθμός ζευγών για κάθε κλάση, επιφάνεια ασυνέχειας μαρμάρου, ανάλυση σάρωσης 0.1mm

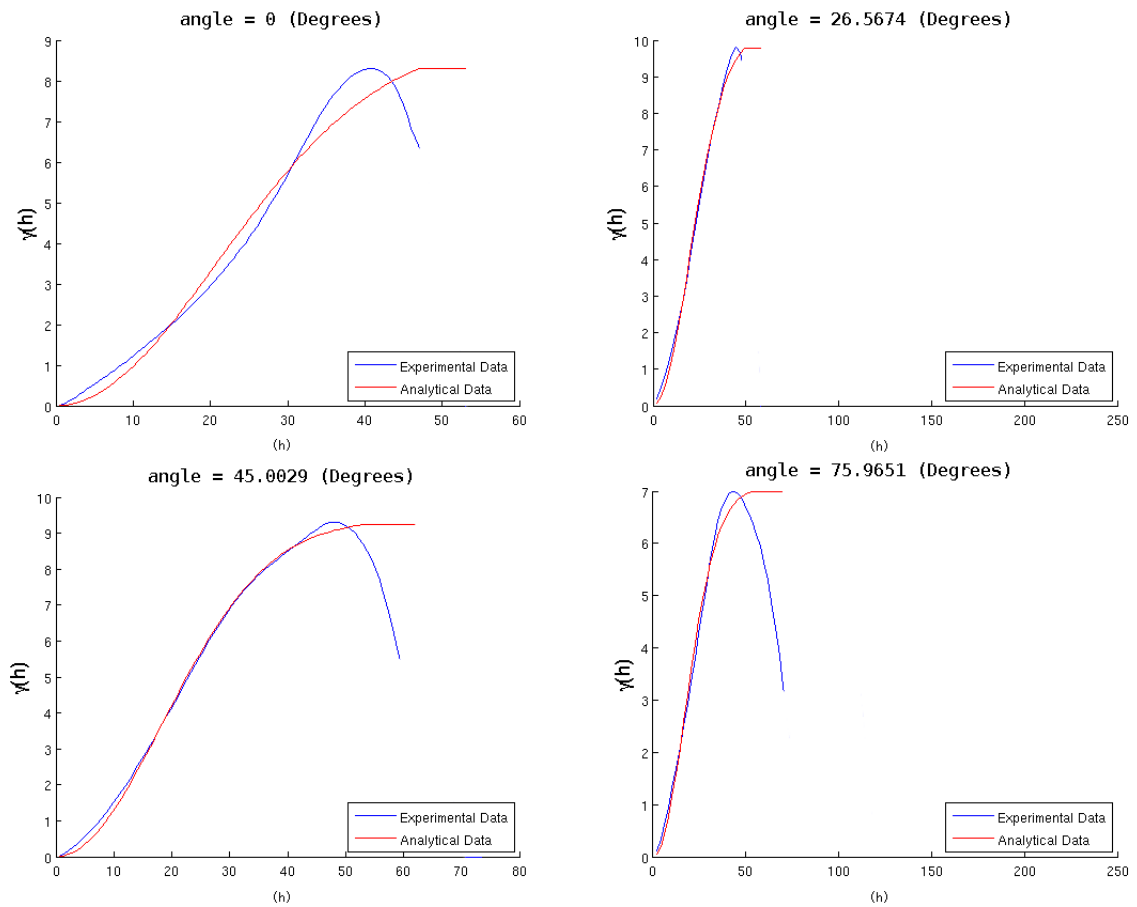


Σχήμα 5.30: Συνθετική απεικόνιση των ήμιβαριογραμμάτων σε διάφορες διευθύνσεις, επιφάνεια ασυνέχειας μαρμάρου, ανάλυση σάρωσης 0.1mm

- * Υπολογίζονται για κάθε ήμιβαριόγραμμα οι τιμές της οροφής, η μέγιστη απόσταση επιρροής και βρίσκουμε τα θεωρητικά μοντέλα των ήμιβαριογραμμάτων. Για τις επιφάνειες μαρμαρου το θεωρητικό μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε είναι το γκαουσιανό, $\gamma(h) = 1 - e^{-h^2/a^2}$.



Σχήμα 5.31: Υπολογισμός των παραμέτρων (οροφή, μέγιστη απόσταση επιρροής) για κάθε ήμβαριόγραμμα



Σχήμα 5.32: Εφαρμογή θεωρητικών συναρτήσεων στα πειραματικά δεδομένα, επιφάνεια ασυνέχειας μαρμάρου, ανάλυση σάρωσης 0.1mm

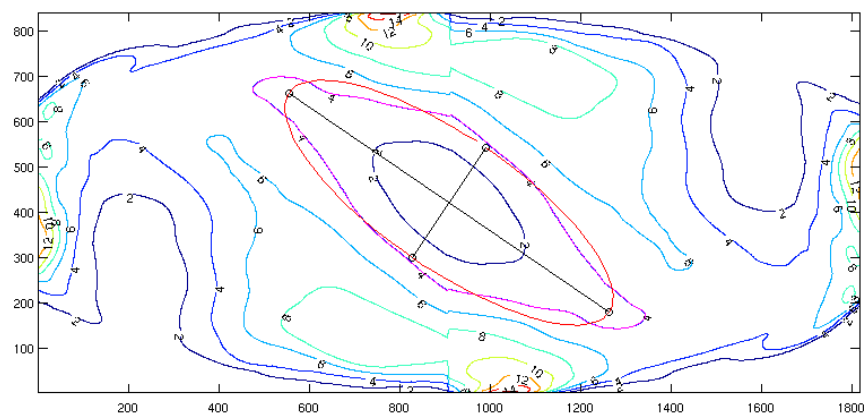
5.4 Χαρακτηρισμός ανισοτροπίας

Αφού έχουμε υπολογίσει τα ήμιβαριογράμματα για την επιφάνεια που μελετάμε, θα κατασκευάσουμε την ανισοτροπική επιφάνεια (σχήμα 5.34) και τον χάρτη ισοϋψών της (σχήμα 5.33), έτσι ώστε να προσδιορίσουμε την ανισοτροπία για την συγκεκριμένη επιφάνεια.

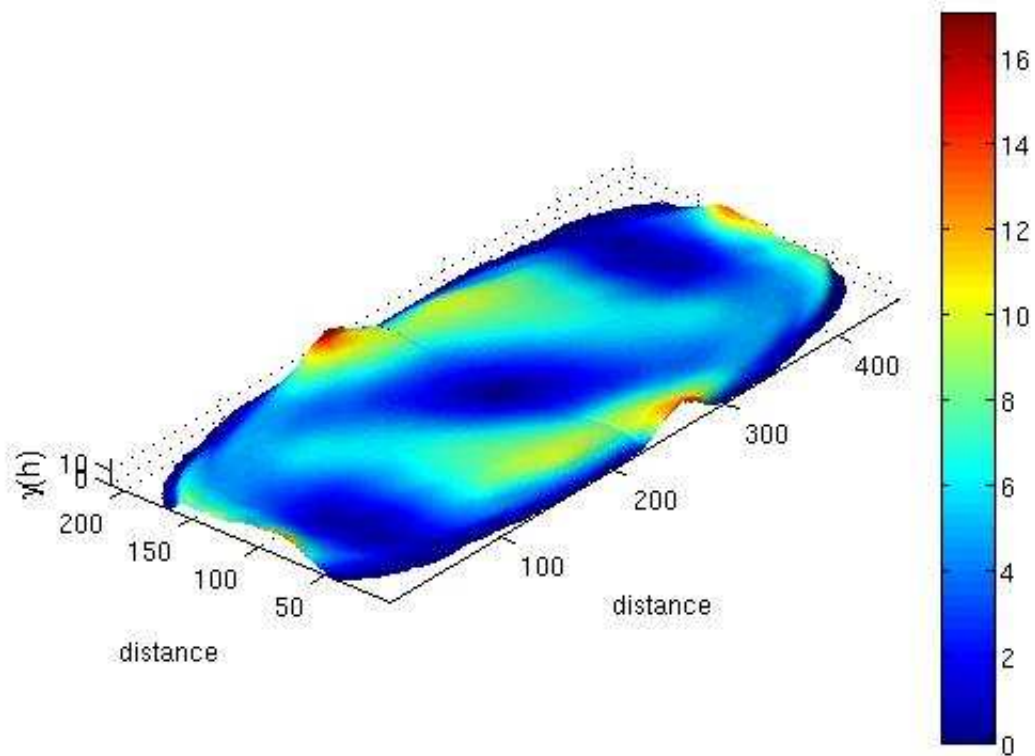
Η ανισοτροπική επιφάνεια είναι μια απεικόνιση του ήμιβαριογράμματος για κάθε διεύθυνση. Ο τρόπος αυτός θα μας επιτρέψει να βρούμε ευκολότερα τον κατάλληλο κύριο άξονα για να προσδιορίσουμε την ανισοτροπία της επιφάνειας.

Για να καταλάβουμε καλύτερα τι είναι μια ανισοτροπική επιφάνεια θα περι-

γράφουμε δυο από τα κυρία χαρακτηριστικά της, μια οποιαδήποτε τομή κατά μήκος της ανισοτροπικής επιφάνειας ισούται με το ήμβαριόγραμμα στην διεύθυνση της τομής, και το κέντρο της ανισοτροπικής επιφάνειας αντιστοιχεί στην αρχή κάθε ήμβαριογράμματος και για οποιαδήποτε κατεύθυνση.



Σχήμα 5.33: Χάρτης ισοϋψών ανισοτροπικής επιφάνεια, κύριοι άξονες ανισοτροπίας, επιφάνεια (α)



Σχήμα 5.34: Ανισοτροπική επιφάνεια, επιφάνεια (α)

Τα χαρακτηριστικά της επιφάνειας (α) σχημ.5.34 είναι :

Υλικό:μάρμαρο

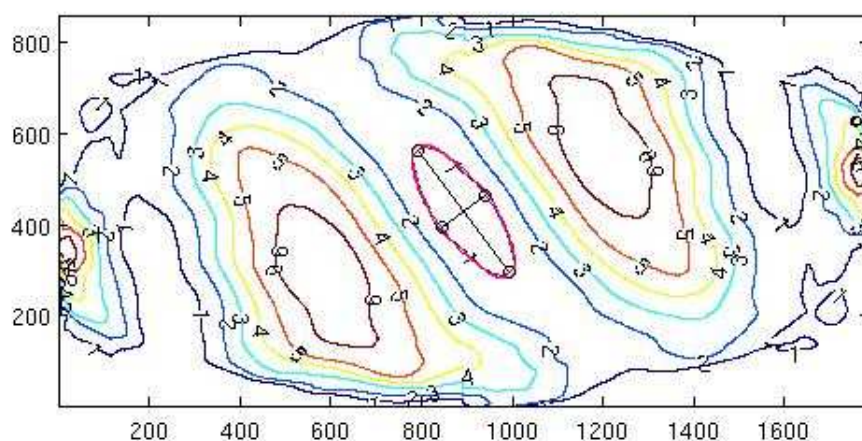
Ανάλυση: $0.5mm^2$

Στην επιφάνεια (α) παρατηρείται γεωμετρική ανισοτροπία, από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του ελλειψοειδούς μπορούμε να υπολογίσουμε τους άξονες της ανισοτροπίας. Ο κύριος άξονας έχει γωνία $\varphi=124^\circ$ ενώ ο δεύτερος άξονας βρίσκεται σε γωνία $\varphi=56^\circ$.

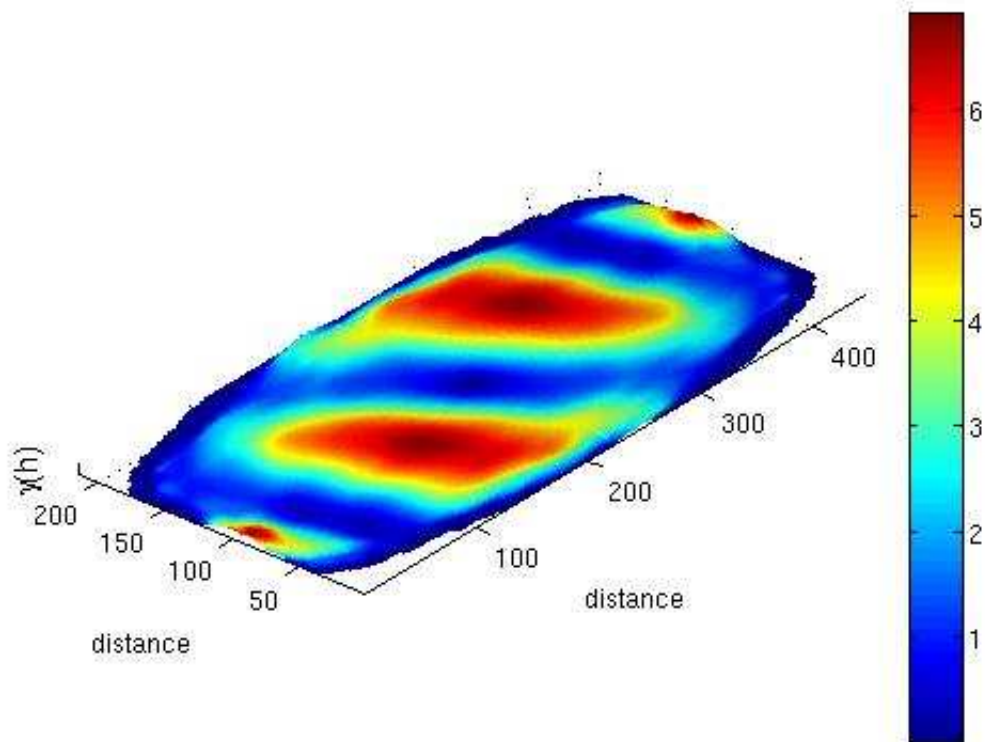
Παρατηρώντας το δοκίμιο βλέπουμε ότι ο δευτερεύων άξονας ανισοτροπίας

του δοκιμίου είναι παράλληλος με την διεύθυνση κατά την οποία κινήθηκε το δοκίμιο κατά την διαδικασία της θραύσης. Δηλαδή οι διαφορές στην τραχύτητα στα σημεία της επιφάνειας που βρίσκονται παράλληλα στην διεύθυνση της κίνησης είναι μικρότερες από αυτές που βρίσκονται κάθετα σε αυτή.

Τις ίδιες παρατηρήσεις κάνουμε και στην επιφάνεια (β) σχήμα 5.36, επίσης τα χαρακτηριστικά και για τις δυο επιφάνειες είναι παρόμοια που είναι κάτι αναμενόμενο γιατί οι επιφάνειες αποτελούνται από το ίδιο υλικό μάρμαρο και έχουν προκύψει με τον ίδιο τρόπο.



Σχήμα 5.35: Χάρτης ισοϋψών ανισοτροπικής επιφάνεια, κύριοι άξονες ανισοτροπίας, επιφάνεια (α)



Σχήμα 5.36: Ανισοτροπική επιφάνεια, επιφάνεια (β)

Τα χαρακτηριστικά της επιφάνειας (β) σχημ.5.36 είναι :

Υλικό:μάρμαρο

Ανάλυση: $0.5mm^2$

5.5 Μελέτη αλγορίθμου υπολογισμού ήμιβαριογράμματος

Για την επιβεβαίωση της ορθής λειτουργίας του αλγόριθμου που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των ήμιβαριογραμμάτων κατά την διαδικασία των πειραμάτων γίνεται η χρήση του ακόλουθου παραδείγματος.

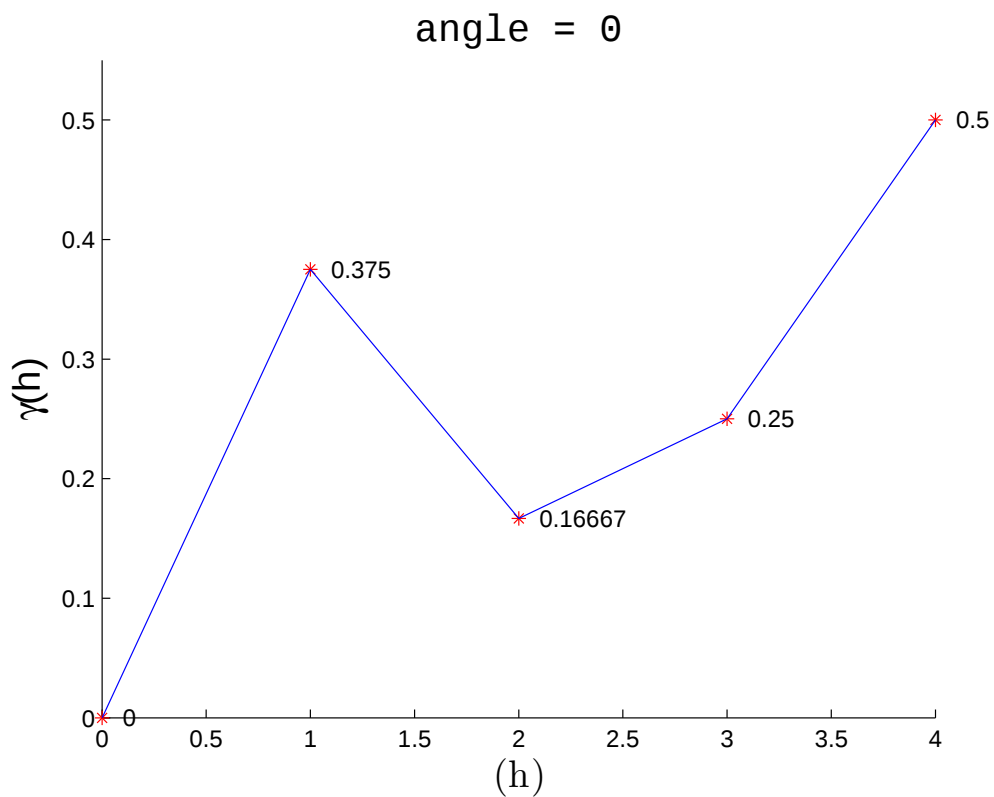
Έστω οι μετρήσεις $X=(0, 1, 0, 1, 1)$ σε σημεία με συντεταγμένες $(1, 2, 3, 4, 5)$, ο υπολογισμός του ήμιβαριογράμματος θα γίνει σύμφωνα με την ακόλουθη

διαδικασία:συμβολίζουμε με $u_{ij}^2 = [X(s_i) - X(s_j)]^2$ το τετράγωνο της διαφοράς ενός ζεύγους σημείων. Σχηματίζουμε τον επόμενο πίνακα τετραγωνικών διαφορών και υπολογίζουμε το μονοδιάστατο ήμιβαριόγραμμα χρησιμοποιώντας την αντίστοιχη εξίσωση [8].

$r, \hat{\gamma}_x$	Τιμές X	0	1	0	1	1
Τιμές X	Θέση ς	1	2	3	4	5
0	1	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{11}^2=0 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=1 \\ u_{12}^2=1 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=2 \\ u_{13}^2=0 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=3 \\ u_{14}^2=1 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=4 \\ u_{15}^2=1 \end{smallmatrix}$
1	2	$\begin{smallmatrix} r=1 \\ u_{21}^2=1 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{22}^2=0 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{23}^2=1 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{24}^2=1 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{25}^2=1 \end{smallmatrix}$
0	3	$\begin{smallmatrix} r=2 \\ u_{31}^2=0 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{32}^2=1 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{33}^2=0 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{34}^2=1 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{35}^2=1 \end{smallmatrix}$
1	4	$\begin{smallmatrix} r=3 \\ u_{41}^2=1 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{42}^2=1 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{43}^2=1 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{44}^2=0 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{45}^2=1 \end{smallmatrix}$
1	5	$\begin{smallmatrix} r=4 \\ u_{51}^2=1 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{52}^2=1 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{53}^2=1 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{54}^2=1 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} r=0 \\ u_{55}^2=0 \end{smallmatrix}$

Σχήμα 5.37: Ζεύγη σημείων ανά δυο, οι μεταξύ τους απόσταση r και οι συνεισφορές τους u_{ij}^2 στον υπολογισμό του ήμιβαριογράμματος

$$\begin{aligned}\hat{\gamma}_x(0) &= 0 \\ \hat{\gamma}_x(1) &= \frac{1}{2 \times 8}(1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 0 + 0) = \frac{3}{8} = 0.375 \\ \hat{\gamma}_x(2) &= \frac{1}{2 \times 6}(0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 1) = \frac{1}{6} = 0.166 \\ \hat{\gamma}_x(3) &= \frac{1}{2 \times 4}(1 + 0 + 1 + 0 + 1) = \frac{1}{4} = 0.25 \\ \hat{\gamma}_x(4) &= \frac{1}{2 \times 2}(1 + 1) = \frac{1}{2} = 0.5\end{aligned}$$



Σχήμα 5.38: Υπολογισμός του ημιβαριογράμματος από τον αλγόριθμο που χρησιμοποιήσαμε κατά την διεργασία των πειραμάτων

Όπως φαίνεται στο σχήμα 5.38 υπάρχει ταύτιση των τιμών όπως υπολογίστηκαν από τον αλγόριθμο που χρησιμοποιήσαμε κατά την διαδικασία των πειραμάτων και της μεθόδου του παραπάνω παραδείγματος.

6 Συμπεράσματα - προτάσεις

Τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την εργασία παρουσιάζονται συνοπτικά παρακάτω.

- * Είναι δυνατή η περιγραφή της επιφανειακής τραχύτητας ασυνέχειας με την βοήθεια του ημιβαριογράμματος.

Η ανάλυση της τραχύτητας σε επιφάνειες ασυνεχειών δείχνει ότι τα χαρακτηριστικά της τραχύτητας μπορούν να ποσοτικοποιηθούν και να περιγράφουν με

την βοήθεια του ημιβαριογράμματος. Όσο μικρότερη είναι η κλίση του ημιβαριογράμματος τόσο πιο ομαλή είναι η επιφάνεια. Για μια καθορισμένη καμπύλη όσο μεγαλύτερη είναι η οροφή και η απόσταση επιρροής τόσο μεγαλύτερη είναι χωρική μεταβλητότητα. Κοντά στην αρχή των αξόνων, σχεδόν όλα τα ημιβαριογράμματα φαίνεται να ακολουθούν μια γκαουσιανή μορφή, και παρουσιάζουν μηδενικό φαινόμενο κόκκου γεγονός το οποίο δείχνει την απουσία απότομων αλλαγών η ασυνεχειών στην επιφάνεια που εξετάζουμε.

- * Έγινε μελέτη της ανισοτροπίας που παρουσίασαν οι επιφάνειες μαρμάρου και παρατηρήθηκε ότι η ανισοτροπία αυτή ήταν αποτέλεσμα της κίνησης των ασυνεχειών κατά την θραύση.

Η ανάλυση που έγινε για να βρούμε την ανισοτροπία των επιφανειών που μελετήθηκαν δείχνει ότι η οροφή και η κλίση των ημιβαριογραμμάτων είναι ανάλογες με την διεύθυνση κατά την οποία γίνεται ο υπολογισμός τους. Ακόμα είναι δυνατό να παρατηρηθεί κάποια περιοδικότητα πέραν της απόστασης επιρροής που είναι αποτέλεσμα όμως φαινομένων κλίμακας. Η ανισοτροπία που παρατηρήθηκε κατά την ανάλυση δοκιμίων μαρμάρου ήταν σε όλες τις περιπτώσεις γεωμετρική.

Κατά την ανάλυση της ανισοτροπίας των δοκιμίων παρατηρήθηκε ότι η διεύθυνση εκείνη κατά την οποία η οροφή ήταν μικρότερη, ταυτιζόταν με τον άξονα της κίνησης της επιφάνειας κατά την θραύση, δηλαδή την διεύθυνση με την μικρότερη αντίσταση στην κίνηση και άρα μικρότερη τραχύτητα, σε αντίθεση με την διεύθυνση όπου η οροφή γινόταν μέγιστη και εκεί είχαμε την μεγαλύτερη αντίσταση.

- * Έγινε μελέτη φαινομένων κλίμακας και η επίδραση τους στην επεξεργασία των μετρήσεων.

Κατασκευάστηκαν τεχνητές επιφάνειες διαφορετικών αναλύσεων και έγινε μελέτη της επίδρασης της ανάλυσης σάρωσης καθώς και η ύπαρξη φαινομένων κλίμακας στις επιφάνειες μαρμάρου. Η μεγαλύτερη ανάλυση που χρησιμοποιήθηκε ήταν της τάξης των 0.1 mm και η μικρότερη ήταν 2.0 mm.

Αναφορές

- [1] Cook N.G.W. Jaeger Memorial Dedication Lecture Natural Joints in Rock : Mechanical, Hydraulic and Seismic Behavior and Properties under Normal Stress Int. J. Rock Mech. Min Sci. & Geomech. Abstr. Vol. 29, No. 3, pp. 198-223, 199
- [2] Isaaks E.H., Srivastava R.M., Applied geostatistics, Oxford University Press, New York, 1989
- [3] Roko R.O., Daemen J.J.K., Myers D.E., Variogram characterization of joint morphology and asperity deformation during shearing, Int. J. Mech. Sci. Vol 34, No1, pp. 71-84, 1997
- [4] Fardin N., Stephanson O., Jing Lanru, The scale dependence of rock joint surface roughness, Int. J. of Rock Mech. & Mining Sci. 38(2001) pp.659-669
- [5] Develi K., Babadagli T., Comlekci C., A new computer-controlled surface-scanning device for measurment of fracture surface roughness, Computers & Geosciences 27(2001) pp.265-277
- [6] Maerz N.H., Franklin J.A., Roughness scale effects and fractal dimension, Scale effects in rock masses, Pinto da Cunha 1990 Balkema Rotterdam, ISBN 90 6191 126 5
- [7] Barton N., Choubey V., The shear strength of rock joints in theory and in practice. Rock Mech. 10:1-54 (1977)
- [8] Χριστόπουλος Δ., Εφαρμοσμένη γεωστατιστική, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις, Πολυτεχνείο Κρήτης, ΜΗ.Χ.Ο.Π. (2006)
- [9] Σαράτσης Γ., Συζευγμένη γεωστατιστική - μηχανική ανάλυση σηράγγων, Μεταπτυχιακή Διατριβή Πολυτεχνείο Κρήτης, ΜΗ.Χ.Ο.Π. (2004)
- [10] Αγιουτάντης Ζ., Στοιχεία γεωμηχανικής - Μηχανική Πετρωμάτων, Εκδόσεις ΙΩΝ, Αθήνα, (2002)