ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Αναγνώριση Του Μοντέλου Του Απλού Εκκρεμούς Με Τη Χρήση Ασαφών Γνωστικών Χαρτών (FCM: Fuzzy Cognitive Maps)

Γεώργιος Πάττας

Διπλωματική Εργασία

Εξεταστική Επιτροπή:

Ε. Χριστοδούλου (Καθηγητής, Επιβλέπων)

Π. Σταυρουλάκης (Καθηγητής)

Ι. Μπούταλης (Καθηγητής)

Χανιά 2009

Πρόλογος

Στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε ένα σύστημα αναγνώρισης (identification system), το οποίο έχει σκοπό την επίτευξη της προσομοίωσης των χαρακτηριστικών εξισώσεων ταλάντωσης της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης του απλού εκκρεμούς. Το σύστημα αναγνώρισης βασίζεται στην χρησιμοποίηση ενός RBF (Radial Basis Function – Τροχιακής Συνάρτησης Βάσης) Νευρωνικού Δικτύου. Οφείλω να ευχαριστήσω τον καθηγητή κύριο Εμμανουήλ Χριστοδούλου που μου ανέθεσε αυτή την εργασία, για τις συμβουλές αλλά και για την βοήθεια που μου παρείχε κατά τη διάρκεια της εκπόνησής της και τους καθηγητές κυρίους Σταυρουλάκη Πέτρο και Μπούταλη Ιωάννη για το χρόνο που διέθεσαν για να την μελετήσουν. Επίσης θέλω να ευχαριστήσω ιδιαιτέρως τον διδακτορικό φοιτητή του εργαστηρίου Γιώτη Θωμά, για τη συνεχή βοήθεια που μου προσέφερε σε όλη τη διάρκεια της εργασίας. Τέλος δεν θα μπορούσα να μην ευχαριστήσω την οικογένεια και τους φίλους μου για τη διαρκή υποστήριξη και συμπαράσταση που μου προσέφεραν σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία αναπτύσσεται το θεωρητικό πλαίσιο και η πλήρης υλοποίηση ενός συστήματος αναγνώρισης (identifier). Ο κύριος προσανατολισμός της εργασίας έγκειται στην επίτευξη των χαρακτηριστικών κίνησης του απλού εκκρεμούς. Η υλοποίηση των τελευταίων έχει λάβει χώρα στο αναπτυξιακό περιβάλλον του Simulink της Mat Lab τα πλεονεκτήματα του οποίου εγγυώνται για την ικανοποίηση των παραπάνω απαιτήσεων. Το σύστημα υποβλήθηκε σε μια σειρά προσομοιώσεων προκειμένου να αξιολογηθεί η αποδοτικότητα και η αξιοπιστία του. Εφαρμόστηκαν διαφορετικές τιμές στις επιμέρους παραμέτρους του συστήματος προκειμένου να ελεγχθεί η ακρίβεια και η διακύμανση που παρουσιάζει το σύστημα αναγνώρισης για κάθε μία από αυτές τις εκάστοτε τιμές πριν καταλήξουμε στις ιδανικότερες για την υλοποίηση του συστήματος μας.

Περιεχόμενα

1 Εισαγωγή 8
2 Απλό Εκκρεμές 9
2.1 Εισαγωγή 9
2.2 Είδη Εκκρεμών 9
2.2.1 Σύνθετα Εκκρεμή 9
2.2.2 Επιστημονικά Εκκρεμή 11
2.2.3 Εκκρεμή Σταθερού Μήκους 14
2.2.4 Εκκρεμή Μέτρησης Χρόνου 17
2.2.5 Το Ανεστραμμένο Εκκρεμές 20
2.3 Το Απλό Εκκρεμές 22
2.3.1 Γενική Περιγραφή Του Απλού Εκκρεμούς 22
2.3.2 Περίοδος Ταλάντωσης Του Απλού Εκκρεμούς 23
2.3.3 Χαρακτηριστική Ταλάντωσης Του Απλού Εκκρεμούς 25
2.3.3.1 Προσέγγιση Μικρής Γωνίας Ταλάντωσης 27
2.3.3.2 Κανόνας Του Αντίχειρα 28
2.3.4 Χαρακτηριστική Γωνιακής Ταχύτητας 29
3 Ασαφής Γνωστικοί Χάρτες 30
3.1 Εισαγωγή 30
3.2 Ορισμοί Ασαφών Γνωστικών Χαρτών 32
3.3 Α.Γ.Χ – Ιδιότητες και Μοντέλα 37
3.4 Α.Γ.Χ – Παραδείγματα 43
3.4.1 Α.Γ.Χ – Σύστημα Υποστήριξης Αποφάσεων 43
3.4.2 Α.Γ.Χ – Ένας Νέος Βαθμός Ισορροπίας 48
4 Radial Basis Function 53
4.1 Εισαγωγή 53
4.2 Είδη Radial Basis Functions 54
4.3 Προσεγγίσεις Συναρτήσεων 55

4.4 Radial Basis Functions Δίκτυα 55
4.4.1 Αρχιτεκτονική Δικτύου.....56
4.4.2 Κανονικοποιημένη Αρχιτεκτονική 58
4.4.3 Θεωρητικά Κίνητρα για Κανονικοποίηση Της Αρχιτεκτονικής του Δικτύου 59
4.4.4 Τοπικά Γραμμικά Μοντέλα 62
4.4.5 Εκπαίδευση Μοντέλου 65
5 Identification Without Control.....67
5.1 Εισαγωγή 67
5.2 Αρχικοποίηση και Θεώρηση του Προβλήματος 68
5.2.1 Προσέγγιση με Gaussian RBF Δίκτυο 68
5.2.2 Κύρια Θεωρητικά Αποτελέσματα 72
5.3 Σχεδίαση και Υλοποίηση του Συστήματος.....75
5.4 Προσομοίωση του Συστήματος.....80
6 Συμπεράσματα – Μελλοντικές επεκτάσεις.....103
7 Βιβλιογραφία 104

1 Εισαγωγή

Με την πάροδο των ετών και καθώς η βιομηχανία των συστημάτων σημειώνει ιδιαίτερη άνθιση, νέες απαιτήσεις διαμορφώνονται στον χώρο των συστημάτων αυτοματισμού. Νέες μέθοδοι επεξεργασίας και επίλυσης προβλημάτων εντοπίζονται. Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα παρουσιάσουμε τα RBF συστήματα , τις ιδιότητες τους και τα κίνητρα πίσω από την χρησιμοποίηση τους καθώς και κάποιες εφαρμογές τους , κλείνοντας με την υλοποίηση του συστήματός μας και την προσομοίωση με την χρήση του μοντέλου του απλού εκκρεμούς .

Ξεκινώντας την θέση μας, στο Κεφάλαιο 2 θα κάνουμε μια ιστορική αναδρομή στην δημιουργία και χρήση των εκκρεμών , στα είδη των εκκρεμών , καταλήγοντας να παρουσιάσουμε τις χαρακτηριστικές κίνησης του απλού εκκρεμούς , τις εξισώσεις της γωνιακής ταχύτητας και επιτάχυνσης και τη εξίσωση της περιόδου κίνησης .

Στο Κεφάλαιο 3 θα κάνουμε μία εισαγωγή στη θεωρία των ασαφών γνωστικών χαρτών (Fuzzy Cognitive Maps – FCM’s) , θα δώσουμε κάποιους ορισμούς που διέπουν τους ΑΓΧ , κάποιες ιδιότητες , και κάποια παραδείγματα μοντέλων στα οποία βρίσκουν εφαρμογή.

Στο Κεφάλαιο 4 θα αναφερθούμε στα RBF συστήματα και γιατί είναι τόσο εύχρηστα σε πολλά μαθηματικά θέματα , θα παραθέσουμε μερικά είδη RBF συστημάτων , θα παρουσιάσουμε διάφορες αρχιτεκτονικές RBF Δικτύων , κλείνοντας με διάφορες εφαρμογές των συστημάτων αυτών .

Στο Κεφάλαιο 5 τέλος θα παρουσιάσουμε θεωρητικά την δομή του RBF Νευρωνικού Δικτύου που κατασκευάσαμε , και στην συνέχεια θα αναλύσουμε την υλοποίηση , στην οποία προβήκαμε με το εργαλείο Simulink της Matlab . Εν συνεχεία θα παραθέσουμε τις προσομοιώσεις στις οποίες προβήκαμε , για να αποδείξουμε την ορθότητα της λειτουργίας του συστήματος μας, με την βοήθεια του μοντέλου του Απλού Εκκρεμούς. Εν κατακλείδι παρουσιάζουμε τα συμπεράσματα και τις μελλοντικές επεκτάσεις στο τομέα των RBF Νευρωνικών Δικτύων .

2 Απλό Εκκρεμές

2.1 Εισαγωγή

Το εκκρεμές, αναλύοντας το ως οντότητα, αποτελείται από ένα αντικείμενο οποιουδήποτε σχήματος και μάζας, το οποίο αιωρείται από ένα σταθερό σημείο και ταλαντώνεται μπρος και πίσω, υπό την επήρεια της βαρύτητας

Τα εκκρεμή χρησιμοποιούνται σε διάφορα είδη μηχανικών συσκευών όπως πχ σε κάποιους τύπους ρολογιών. Ο βασικότερος τύπος εκκρεμούς είναι το απλό εκκρεμές , το οποίο και θα μελετήσουμε στην παρούσα διπλωματική εργασία. Σε ένα απλό εκκρεμές , το οποίο ταλαντώνεται μπρος και πίσω υπό έναν σταθερό άξονα , η μάζα του αντικειμένου μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη στο αιωρούμενο αντικείμενο.

Η κίνηση των εκκρεμών , όπως αυτών που χρησιμοποιούνται σε ρολόγια, αναπαριστά σχεδόν ιδανικά την κίνηση του απλού εκκρεμούς. Ένα παρεμφερές μοντέλο εκκρεμούς με το Απλό, είναι και το Σφαιρικό Εκκρεμές. Η ταλάντωση ενός σφαιρικού εκκρεμούς δεν περιορίζεται γύρω από μια απλή βάση, κάτι που έχει σαν αποτέλεσμα να έχει πολύ πιο πολύπλοκη κίνηση.

Η Θεμελιώδης Αρχή του Εκκρεμούς ανακαλύφθηκε από τον ιταλό φυσικό και αστρονόμο Γαλιλαίο, ο οποίος εδραίωσε την αρχή, κατά την οποία η περίοδος της ελεύθερης ταλάντωσης ενός εκκρεμούς δεδομένου μήκους, παραμένει σταθερή και ανεξάρτητη από το ύψος και την γωνία ταλάντωσης (Αν η γωνία ταλάντωσης είναι πάρα πολύ μεγάλη, τότε η περίοδος εξαρτάται από την γωνία.). Το φαινόμενο αυτό αποκαλείται Ισοχρονισμός και ο Γαλιλαίο τόνισε τις πιθανές εφαρμογές του στις χρονοκαθυστερήσεις. Λαμβάνοντας υπόψη μας τον καθοριστικό ρόλο που διαδραματίζει η βαρύτητα, στην αρχή κίνησης ενός εκκρεμούς, η περίοδος , είναι στενά συσχετισμένη με την γεωγραφική θέση καθώς η δύναμη της βαρύτητας μεταβάλλεται συνάρτηση του ύψους και του πλάτους. Για παράδειγμα , η περίοδος ταλάντωσης θα είναι μεγαλύτερη στη κορυφή ενός βουνού σε αντίθεση με τη

επιφάνεια της θάλασσας .Για τον λόγο αυτόν τα εκκρεμή χρησιμοποιούνται γεωγραφικά, για την εύρεση και τον ακριβή προσδιορισμό της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

2.2 Είδη Εκκρεμών

Ανάλογα με τις ανάγκες κάθε εποχής, έχουν χρησιμοποιηθεί και τα εκκρεμή σε διαφορετικές εφαρμογές. Υπάρχουν είδη εκκρεμών που κατασκευάστηκαν για τον ακριβή υπολογισμό της ώρας , άλλα κατασκευάστηκαν για την καταγραφή της περιστροφικής κίνησης της Γής, όπως επίσης έχουμε εντοπίσει την χρησιμοποίηση εκκρεμών σε συσκευές για τον υπολογισμό της θερμοκρασίας κ.λπ.

2.2.1 Σύνθετα Εκκρεμή

Το μήκος του ιδανικού απλού εκκρεμούς , το οποίο χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της περιόδου , είναι η απόσταση από το σημείο περιστροφής μέχρι το κέντρο βάρους της οντότητας . Ένα πραγματικό εκκρεμές το οποίο αποτελείται από έναν περιστρεφόμενο άκαμπτο σώμα , ονομάζεται σύνθετο εκκρεμές , του οποίου το μήκος, είναι πολύ δύσκολο να προσδιοριστεί.

Ένα πραγματικό εκκρεμές ταλαντώνεται με την ίδια περίοδο όπως το απλό εκκρεμές , με μήκος ίσο με την απόσταση από το σημείο περιφοράς μέχρι το σημείο στο εκκρεμές που ονομάζεται κέντρο της ταλάντωσης . Το σημείο αυτό βρίσκεται κάτω από το κέντρο βάρους του σώματος , σε μία απόσταση που αποκαλείται ακτίνα περιστροφής και εξαρτάται από την κατανομή της μάζας κατά μήκος του εκκρεμούς. Παραταύτα, για το σύνηθες είδος εκκρεμούς , κατά το οποίο η μεγαλύτερη ποσότητα της μάζας είναι συγκεντρωμένη στο αντικείμενο , το κέντρο της ταλάντωσης ταυτίζεται με το κέντρο βάρους του αντικειμένου.

Το 1673 ο Christiaan Huygens απέδειξε ότι το σημείο περιφοράς και το κέντρο της ταλάντωσης είναι αμοιβαία συσχετιζόμενα [1] , κάτι που σημαίνει ότι αν κάποιο εκκρεμές στραφεί τα πάνω κάτω , και τεθεί σε ταλάντωση από κάποιο σημείο

του κέντρου ταλάντωσης, τότε αυτό θα έχει την ιδία περίοδο με πριν και το νέο κέντρο ταλάντωσης θα είναι το παλιό σημείο περιφοράς.

2.2.2 Επιστημονικά Εκκρεμή

Τα εκκρεμή χρησιμοποιούνται σε πολλούς και διαφορετικούς τύπους επιστημονικών εργαλείων όπως το εκκρεμές Bifilar , το εκκρεμές Foucault και το εκκρεμές Torsion.

Τα εκκρεμή Bifilar αποτελούνται από δύο νήματα ή σύρματα , και χρησιμοποιούνται για να καταγράφεται η ακανόνιστη περιστροφή της Γής καθώς και για να εντοπίζονται σεισμικές ανωμαλίες. Τα εκκρεμή Foucault χρησιμοποιούνται επίσης για να παρουσιάζεται η κίνηση περιστροφής της Γής. Ονομάστηκε προς τιμήν του Γάλλου φυσικού Jean Bernard Leon Foucault.

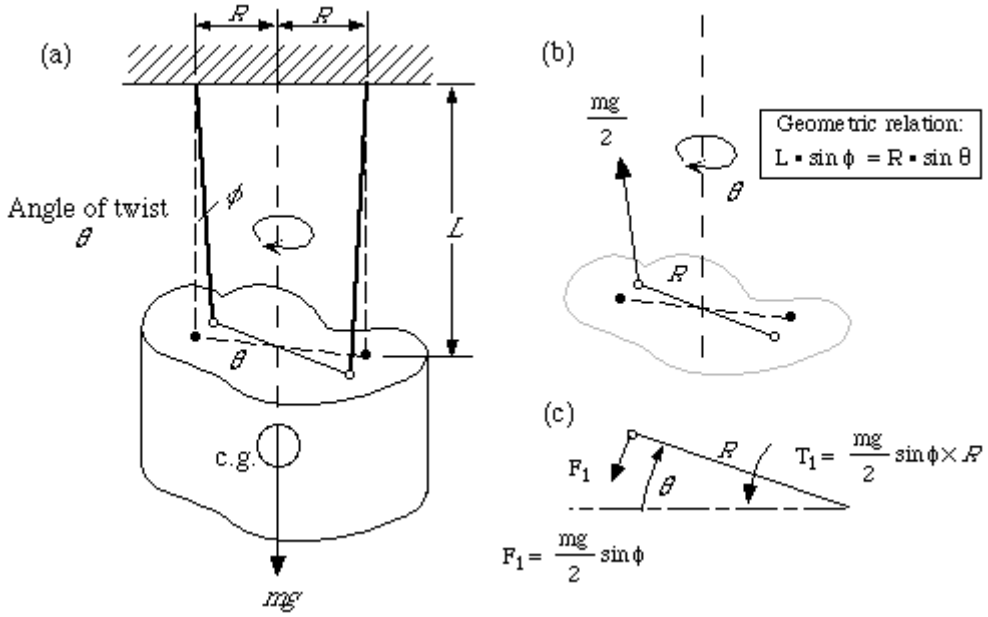
Το εκκρεμές αποτελείται από μία ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα προσδεμένη σε ένα πολύ μακρύ σύρμα . Ο Foucault χρησιμοποίησε μάζα είκοσι-οκτώ κιλών προσδεμένη σε ένα σύρμα 67 μέτρων . Εν συνεχεία, το εκκρεμές θέτετε σε κίνηση, έτσι ώστε να βάλλεται σε ελεύθερη ταλάντωση μπρός πίσω. Η κίνηση της Γής προκαλεί τον προσανατολισμό των μπρος και πίσω κινήσεων του εκκρεμούς να τείνουν σιγά σιγά να περιστρέφονται με προοπτική το έδαφος κάτω από το εκκρεμές

.Το φαινόμενο είναι περισσότερο εμφανές στον Βόρειο Πόλο όπου το εκκρεμές περιστρέφεται μία φορά κάθε είκοσι τέσσερις ώρες . Το ποσοστό της περιστροφής του εκκρεμούς με προοπτική το έδαφος , μειώνεται ανάλογα με το γεωγραφικό πλάτος που τοποθετείται.. Στον ισημερινό το εκκρεμές δεν περιστρέφεται καθόλου [2] .

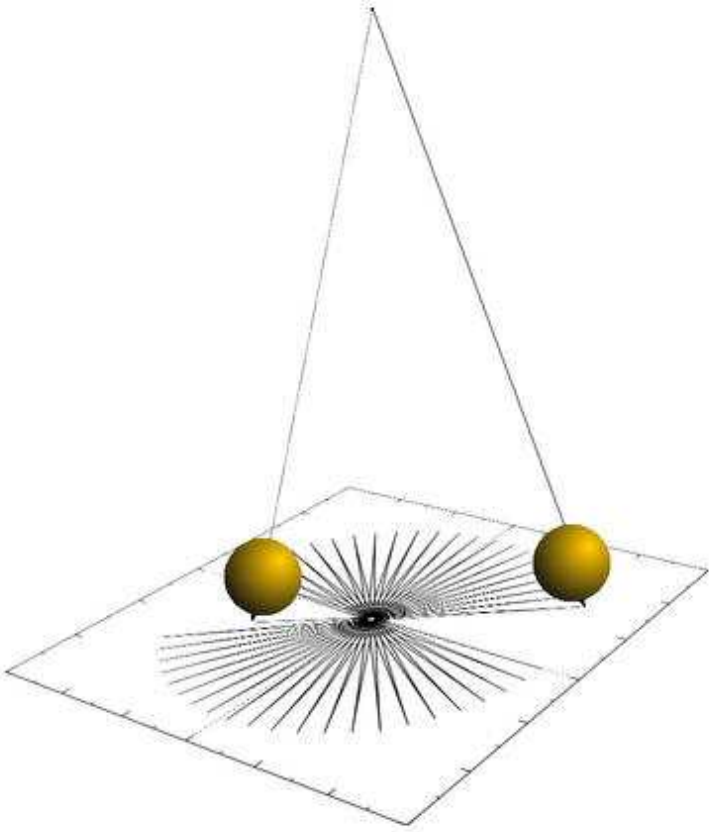
Το εκκρεμές Torsion αποτελείται από ένα σύρμα. Το εκκρεμές ταλαντώνεται επανειλημμένα με στροβιλισμούς γύρω από τον άξονα του κέντρου του σύρματος , σε αντίθεση με το απλό εκκρεμές το οποίο κάνει απλή ταλάντωση. Η δύναμη του περιστρεφόμενου ελάσματος αντιστρέφει την κατεύθυνση περιστροφής και έτσι το εκκρεμές Torsion ταλαντώνεται αργά, τόσο με την ίδια φορά με τους δείκτες του ρολογιού όσο και με την αντίθετη.

Ενώ δεν θεωρείται αυστηρά έναν εκκρεμές, καθώς δεν ταλαντώνεται λόγω της επιρροής της δύναμης της βαρύτητας , οι μαθηματικές αρχές που προσδιορίζουν την κίνηση ενός εκκρεμούς Torsion είναι παρεμφερείς με τις εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση του απλού εκκρεμούς [3] .

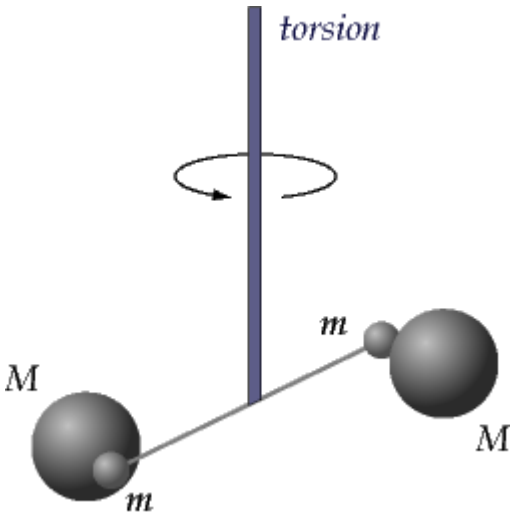
Παρακάτω παραθέτουμε σχηματικά τα τρία εκκρεμή στα οποία αναφερόμαστε στην ενότητα αυτή :



Σχήμα 2.2.2.1 : *(a) Το εκκρεμές Bifilar (b) Λεπτομέρειες μίας Filar ταλάντωσης γεωμετρικά και δυναμικά. (c) η Filar στρεπτική ροπή επαναφοράς που εφαρμόζεται στο κεντρικό άξονα του σωμάτιο.*



Σχήμα 2.2.2.2 : *Το εκκρεμές Foucault*



Σχήμα 2.2.2.3 : *Το εκκρεμές Torsion*

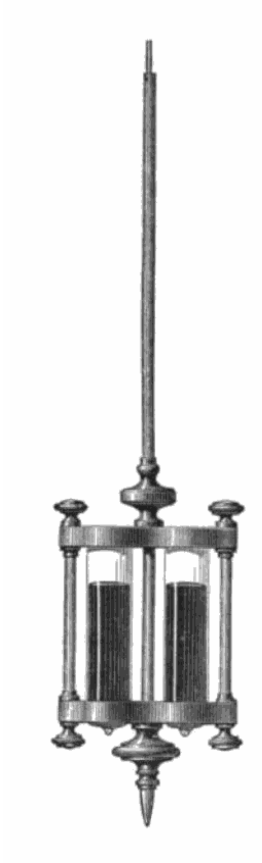
2.2.3 Εκκρεμή Σταθερού Μήκους

Το απλό εκκρεμές , το οποίο χρησιμοποιείται για την μέτρηση χρόνου είναι ακριβές σαν ρυθμιστικό στοιχείο στην μέτρηση αυτή αν διατηρείται το κατάλληλο μήκος της ράβδου. Με το πέρασμα των χρόνων όμως παρατηρήθηκε ότι την χειμερινή περίοδο τα ρολόγια πήγαιναν πολύ γρήγορα και την καλοκαιρινή πολύ αργά , καθώς η μεταβολή στις καιρικές συνθήκες και το κρύο προκαλούσαν την σμίκρυνση της μεταλλικής ράβδου και η ζέστη την μεγέθυνση της . Για να αποφευχθεί το παραπάνω πρόβλημα , καταλήξαμε στα εκκρεμή σταθερού μήκους τα οποία φέρουν ράβδο άκαμπτη και σταθερού μήκους. Τα δυο πιο γνωστά είδη εκκρεμών σταθερού μήκους είναι τα εκκρεμή Mercury και τα εκκρεμή Gridiron.

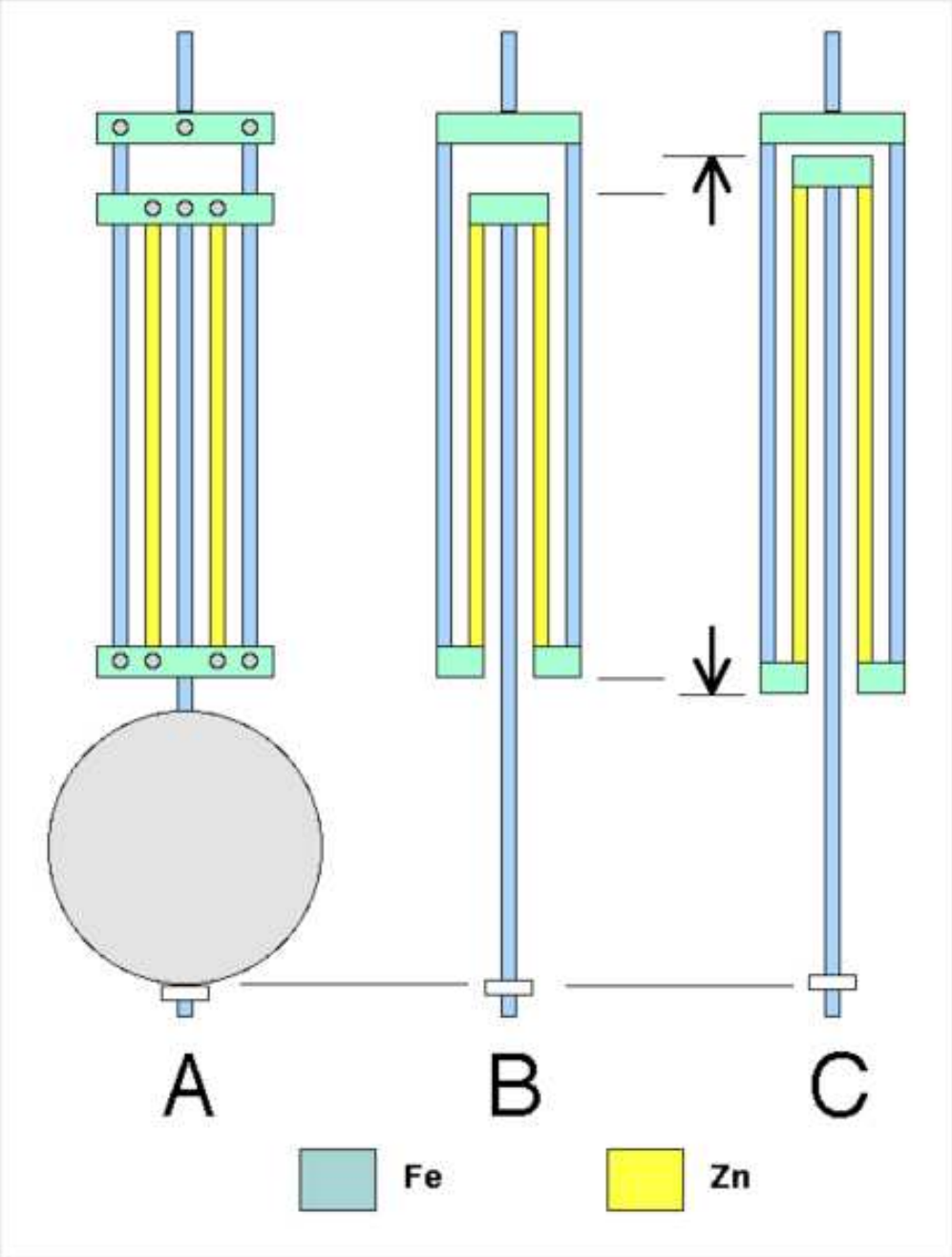
Τα εκκρεμή Mercury αποτελούνται από έναν γυάλινο κύλινδρο σχεδόν γεμάτο με υδράργυρο .Όταν το εκκρεμές επεκτείνεται κάτωθεν εξαιτίας της θερμότητας , οι αλλαγές αντισταθμίζονται από την άνωθεν επέκταση του υδραργύρου μέσα στον σωλήνα . Τα εκκρεμή Gridiron αποτελούνται από μια σειρά κάθετων μεταλλικών ράβδων , συνήθως κατασκευασμένοι από ατσάλι ή χαλκό , έχοντας διαφορετική σύσταση και για τον λόγο αυτόν και διαφορετικούς συντελεστές θερμαγώγημης διαστολής .

Εάν τα σχετικά μήκη των σωλήνων αυτών ρυθμιστούν προσεκτικά , τότε η οποιαδήποτε αλλαγή στην θερμοκρασία δεν θα έχει καμία επιρροή στην μέτρηση του χρόνου από το εκκρεμές [4] .

Παρακάτω παραθέτουμε με εικόνες και διαγράμματα τα δύο εκκρεμή στα οποία αναφερόμαστε στην ενότητα αυτή :



Σχήμα 2.2.3.1 : *Το εκκρεμές Mercury Παρατηρούμε τα δύο γυάλινα φιαλίδια να είναι γεμάτα με υδράργυρο , ο οποίος διαστέλλεται με την αύξηση της θερμοκρασίας ..*



Σχήμα 2.2.3.2 : *(A) Το εκκρεμές Gridiron .(B) Η σχηματική αναπαράσταση του εκκρεμούς σε κανονική θερμοκρασία . (C) Η σχηματική αναπαράσταση σε υψηλότερη θερμοκρασία .*

2.2.4 Εκκρεμή Μέτρησης Χρόνου

Το εκκρεμές ήταν , μέχρι να ανακαλυφθούν τα ρολόγια χαλαζία , η παγκόσμια σταθερά για τον ακριβή υπολογισμό της ώρας . Εκτός των ωρολογιακών εκκρεμών , τα ελεύθερης ταλάντωσης εκκρεμή δευτερόλεπτων , χρησιμοποιούνταν ευρέως ως χρονομέτρες ακριβείας σε επιστημονικά πειράματα τον δέκατο έβδομο και τον δέκατο όγδοο αιώνα . Τα εκκρεμή απαιτούν μεγάλη μηχανική σταθερότητα . μια αλλαγή στο μήκος του εκκρεμούς μόνο κατά 0.02 % θα προκαλέσει σφάλμα ενός λεπτού ανά επτά ημέρες .Τα εκκρεμή σε ρολόγια φτιάχνονται συνήθως από μία μάζα κρεμασμένη σε μία ράβδο από ξύλο ή μέταλλο .

Για να μειωθεί η αντίσταση του αέρα , η οποία είναι υπαίτια για το μεγαλύτερο ποσοστό απώλειας ενέργειας στα ρολόγια , το σωμάτιο είναι παραδοσιακά ένας δίσκος μαζί με έναν σταυρό σε σχήμα φακού , παρότι τα παλαιά ρολόγια είχαν συνήθως διακοσμήσεις συγκεκριμένες , ανάλογα με τον τύπο του ρολογιού. Σε ρολόγια υψηλής ποιότητας το σωμάτιο είναι κατασκευασμένο τόσο βαρύ , όσο το αιώρημα του μηχανισμού μπορεί να αντέξει .και να πραγματοποιείται η κίνηση , καθώς κάτι τέτοιο βελτιώνει τη ρύθμιση του ρολογιού . Ένα σύνηθες βάρος για το σωμάτιο των εκκρεμών υπολογισμού των δεύτερων της ώρας είναι τα 6.8 κιλά . Αντί να κρέμονται από ένα σημείο ταλάντωσης, τα εκκρεμή μέτρησης χρόνου υποβοηθούνται συνήθως από ένα κοντό ευθύ έλασμα από μία ελαστική μεταλλική ταινία .

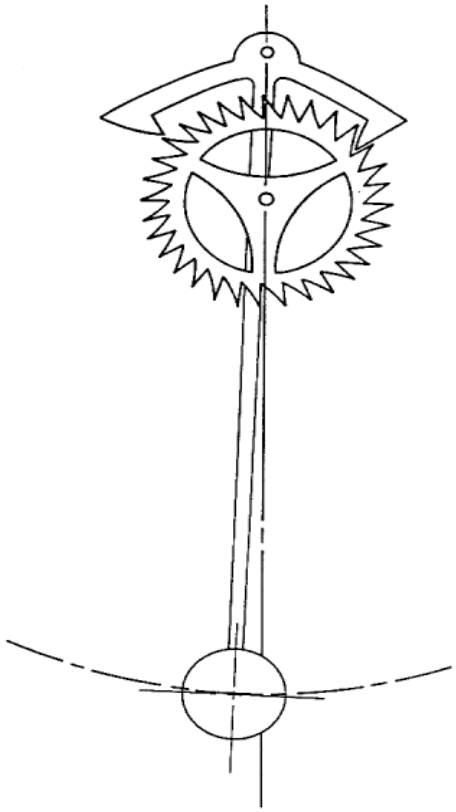
Αυτή η κατασκευή εξαλείφει τις τριβές που προκαλούνται στο σημείου ταλάντωσης και η ελαφριά κύρτωση του ελάσματος απλώς προσθέτει στο εκκρεμές αποθηκευμένη δύναμη. Κάποια ρολόγια ακριβείας χρησιμοποιούν αιχμηρές λεπίδες για σωμάτια ταλάντωσης . Η ώθηση για να διατηρείται το εκκρεμές σε ταλάντωση παράγεται από ένα χέρι το οποίο κρέμεται πίσω από το εκκρεμές και αποκαλείται crutch , το οποίο καταλήγει σε ένα πιρούνι, του οποίου τα δόντια εναγκαλίζουν την ράβδο του εκκρεμούς . Το crutch ωθείται μπρος και πίσω από την αντεπιστροφή άγκυρα του ωρολογιακού μηχανισμού.

Κάθε φορά το εκκρεμές ταλαντώνεται προς τη κεντρική θέση του και ελευθερώνει ένα δόντι από τον τροχό διαφυγής . Ο τροχός γυρίζει και το δόντι πιέζει αντίθετα σε μία από τις παλέτες , παρέχοντας στο εκκρεμές μια μικρή ώθηση .

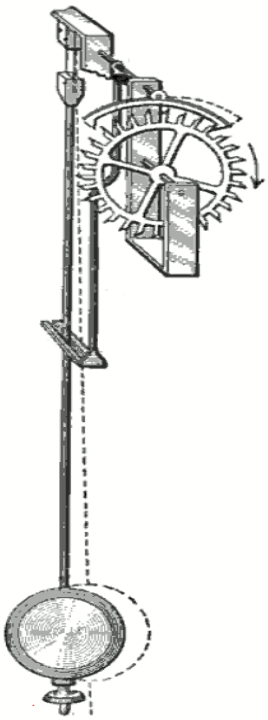
Οι τροχοί του ρολογιού προσαρμοσμένοι στον τροχό διαφυγής, κινούν έμπροσθεν ένα συγκεκριμένο αριθμό με κάθε ταλάντωση του εκκρεμούς , βελτιώνοντας τα χέρια του ρολογιού . Το εκκρεμές έχει πάντα έναν τρόπο ρύθμισης της περιόδου , συνήθως με χρησιμοποίηση ενός προσαρμοστικού περικοχλίου κάτω από το σωμάτιο, το οποίο το κινεί πάνω – κάτω στη ράβδο . Μετακινώντας το σωμάτιο πάνω μειώνεται το μήκος του εκκρεμούς , προκαλώντας ταυτόχρονα το εκκρεμές να ταλαντώνεται γρηγορότερα και το ρολόι κερδίζει χρόνο κατά την μέτρηση .

Κάποια ρολόγια ακριβείας , έχουν ένα μικρό, βοηθητικό και συνάμα ρυθμιστικό βάρος στο σπειρωτό άξονα του σωμάτιου για να διευκολύνει τη καλύτερη προσαρμογή. Κάποια ρολόγια ακριβείας χρησιμοποιούν ένα δίσκο προσδεμένο στη ράβδο του εκκρεμούς , στον οποίον μπορούν να προστεθούν ή να αφαιρεθούν μικρά βάρη , έτσι ώστε να επιτρέπεται η ρύθμιση της περιστροφής χωρίς να χρειάζεται να σταματά το ρολόι .

Το εκκρεμές πρέπει να κρεμαστεί από μια άκαμπτη βάση . Κατά την διάρκεια της επιχείρησης , οποιουδήποτε είδους ελαστικότητα υπάρξει στη βάση , θα οδηγήσει σε απειροελάχιστη και ανεπαίσθητη πλευρική κίνηση της βάσης , η οποία θα επηρεάσει την περίοδο του ρολογιού καταλήγοντας σε λάθος . Τα ρολόγια που έχουν στους μηχανισμούς τους σχετικά εκκρεμή θα έπρεπε να στηρίζονται σταθερά σε τείχους . Το πιο κοινό μήκος της ράβδου του εκκρεμούς σε ποιοτικά ρολόγια , είναι περίπου ένα μέτρο .Μόνο σε κάποια ρολόγια-πύργους χρησιμοποιούνται μακρύτερα εκκρεμή που μπορεί να φτάνουν και τα τέσσερα μέτρα [5] .



Σχήμα 2.2.4.1 : *Ωρολογιακό εκκρεμές που χρησιμοποιεί μηχανισμό διαφυγής .*



Σχήμα 2.2.4.2: *Ωρολογιακό εκκρεμές που φέρει σταυρό κάτωθεν του σωμάτιου ταλάντωσης*

2.2.5 Το Ανεστραμμένο Εκκρεμές

Το ανεστραμμένο εκκρεμές , είναι ένα εκκρεμές το οποίο έχει το σωμάτιο πάνω από το σημείο περιφοράς . Συνήθως η κατασκευή και υλοποίησή του φέρουν το σημείο περιφοράς προσδεμένο σε έναν καροτροχό που μπορεί να κινείται οριζόντια και αποκαλείται καρότροχος και πόλος . Ενώ ένα κανονικό εκκρεμές είναι σταθερό όταν κρέμεται προς τα κάτω ,ένα ανεστραμμένο εκκρεμές είναι εγγενώς ασταθές και πρέπει να ισορροπήσει ενεργώς με σκοπό να διατηρηθεί κατακόρυφα , είτε εφαρμόζοντας μία στρεπτική ροπή στο σημείο περιστροφής ,είτε μετακινώντας το σημείο περιφοράς οριζόντια ως τμήμα ενός συστήματος ανάδρασης.

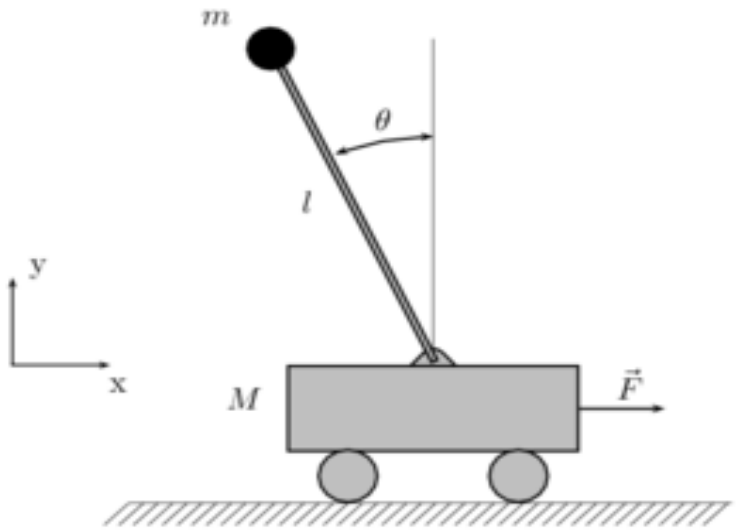
Το ανεστραμμένο εκκρεμές είναι ένα κλασσικό πρόβλημα στην δυναμική και στην θεωρεία ελέγχου και χρησιμοποιείται ευρέως σαν μέτρο σύγκρισης για να ελεγκτικούς μηχανισμούς σε αλγορίθμους (ελεγκτές PID, νευρωνικά δίκτυα , fuzzy control, γενετικοί αλγόριθμοι, κλπ). Παραλλαγές στο παραπάνω πρόβλημα εμπεριέχει πολύπλοκους συνδέσμους , που επιτρέπουν η κίνηση του καρότροχου να ελέγχεται καθώς διατηρείται το εκκρεμές και ισορροπεί το σύστημα εκκρεμούς – καρότροχου .Το ανεστραμμένο εκκρεμές σχετίζεται με τη ρουκέτα ή τον χειρισμό βλημάτων ,όπου η ώθηση ενεργοποιείται στο κατώτατο σημείο ενός ψηλού οχήματος. Η κατανόηση ενός παρεμφερούς προβλήματος έχει κατασκευαστεί στην τεχνολογία Segway, μια αυτό-ισορροπούμενη συσκευή μεταφοράς.

Η πιο ευρεία εφαρμοστική χρήση του , εντοπίζεται σε τεράστιους γερανούς ανύψωσης σε λιμάνια . Όταν μετακινούνται έμπροσθεν και πίσω μεγάλα φορτία , οι γερανοί μετακινούν τα φορτία ανάλογα έτσι ώστε ποτέ να μην ταλαντωθούν και αναποδογυρίσουν . Μένουν πάντα σε τέλεια θέση κάτω από τον χειριστή ακόμη και όταν κινούνται και σταματούν βιαστικά .

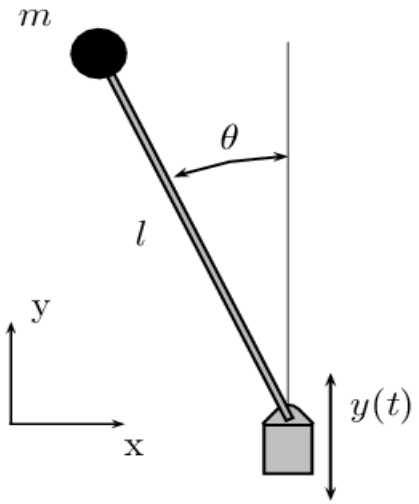
Ένας άλλος τρόπος να σταθεροποιηθεί ένα ανεστραμμένο εκκρεμές χωρίς ελεγκτικούς ή αναδραστικούς μηχανισμούς είναι θέτοντας τη βάση σε γρήγορη ταλάντωση πάνω κάτω .Αν η ταλάντωση είναι αρκετά ισχυρή (από την άποψη της επιτάχυνσης και του πλάτους) τότε το ανεστραμμένο εκκρεμές μπορεί να επανέλθει από διαταράξεις με έναν εντυπωσιακά αντιδραστικό τρόπο. Αν το μετακινούμενο σημείο κινείται σε απλή αρμονική κίνηση τότε η κίνηση του εκκρεμούς περιγράφεται από την εξίσωση του Mathieu .

Πειραματικά , το ανεστραμμένο εκκρεμές ,κατασκευάζεται συχνά από μια λωρίδα αλουμινίου , τοποθετημένη σε ένα σφαιρικό σωμάτιο, με την δύναμη ταλάντωσης να παρέχει με μια σέγα (jigsaw) [6].

Παρακάτω παραθέτουμε 2 σχήματα από είδη ανεστραμμένων εκκρεμών .



Σχήμα 2.2.5.1: *Ανεστραμμένο εκκρεμές πάνω σε καρότροχο. Ο καρότροχος φέρει μάζα M , το σφαιρικό σωμάτιο μάζα m και η ράβδος μήκος l.*



Σχήμα 2.2.5.2: *Ανεστραμμένο εκκρεμές με ταλαντώμενη βάση. Η ράβδος θεωρείται ότι έχει αμελητέα μάζα. Το σφαιρικό σωμάτιο φέρει μάζα m και η ράβδος μήκος l .*

2.3 Το Απλό Εκκρεμές

2.3.1 Γενική Περιγραφή Του Απλού Εκκρεμούς

Το μοντέλο του απλού εκκρεμούς είναι το αντικείμενο μελέτης της παρούσας διπλωματικής εργασίας . Ένα εκκρεμές είναι ένα σωμάτιο συγκεκριμένης μάζας και βάρους , το οποίο αιωρείται από ένα σημείο περιφοράς έτσι ώστε να μπορεί να ταλαντώνεται ελεύθερα [7] .

Όταν το εκκρεμές μετατοπίζεται από την ηρεμία στην οποία βρίσκεται στο σημείο ισορροπίας , είναι υποκείμενο σε μία δύναμη επαναφοράς εξαιτίας της βαρύτητας, η οποία το επιταχύνει να επανέλθει στο σημείο ισορροπίας . όταν αφήνεται ελεύθερο , η δύναμη επαναφοράς προκαλεί την ελεύθερη ταλάντωση γύρω από το σημείο ισορροπίας , κάνοντας ταλάντωση επανειλημμένα προς πίσω .Ο χρόνος που χρειάζεται να για πραγματοποιηθεί ένας πλήρης κύκλος, δηλαδή μια δεξιά και μια αριστερή ταλάντωση ως προς το σημείο ισορροπίας ονομάζεται περίοδος .

Από την αρχή της ανακάλυψής του περίπου στα 1602 από τον Γαλιλαίο , η κανονική κίνηση των εκκρεμών χρησιμοποιούταν για την μέτρηση του χρόνου και η ήταν παγκοσμίως , η πιο ακριβής τεχνολογία μέτρησης του χρόνου μέχρι και τα 1930 . Τα εκκρεμή χρησιμοποιούνται για να ελέγχουν την ακριβή λειτουργία των ρολογιών . και χρησιμοποιούνται σε πολλά επιστημονικά όργανα και εργαλεία όπως σε επιταχυντές και σεισμομετρητές .

Από ιστορικής πλευράς τα εκκρεμή χρησιμοποιούνταν στο παρελθόν ως μετρητές της βαρύτητας και πιο συγκεκριμένα για να μετρούν την επιτάχυνση της βαρύτητας σε γεωφυσικές τοπογραφήσεις όπως επίσης και ως σταθερές του μήκους . Η διεθνείς ορολογία pendulum για το εκκρεμές . είναι νεολατινική και προέρχεται από τη Λατινική λέξη pendulous που σημαίνει κρεμάμενο [8] .

Το απλό βαρυντικό εκκρεμές ή αλλιώς απλό εκκρεμές είναι ένα εξιδανικευμένο μαθηματικό μοντέλο [9][10][11] .Έχει ένα σωμάτιο με συγκεκριμένο βάρος και μάζα στο τέλος μιας ράβδου ,με μάζα αμελητέα , το οποίο ταλαντώνεται από ένα σημείο περιφοράς χωρίς την επίδραση τριβών και εξωτερικών δυνάμεων. Όταν του δοθεί μία αρχική ώθηση τότε θα βάλλεται σε ελεύθερη ταλάντωση με σταθερό πλάτος . Τα πραγματικά εκκρεμή φυσικά και επηρεάζονται από τριβές και την αντίσταση του αέρα ,έτσι το πλάτος της ταλάντωσης τους σταδιακά μειώνεται .

2.3.2 Περίοδος Ταλάντωσης Του Απλού Εκκρεμούς

Η περίοδος ταλάντωσης ενός απλού εκκρεμούς εξαρτάται από το μήκος της ράβδου , την επιτάχυνση της βαρύτητας και σε ένα μικρό βαθμό από την μέγιστη γωνία ταλάντωσης , θ_0 , που θα απομακρυνθεί το εκκρεμές από τον οριζόντιο άξονα που καλείται πλάτος . Είναι ανεξάρτητη από τη μάζα του σωμάτιου που βρίσκεται στην άκρη της ράβδου . Αν το πλάτος είναι περιορισμένο σε μικρές ταλαντώσεις , τότε η περίοδος T του απλού εκκρεμούς είναι χρόνος που διαρκεί για να πραγματοποιηθεί ένας πλήρης κύκλος και ισούται με [12] :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad , \quad \theta_0 \ll 1 \qquad (1)$$

Όπου το L είναι το μήκος του εκκρεμούς και το g είναι η τοπική επιτάχυνση της βαρύτητας .

Για μικρής γωνίας ταλαντώσεις , η περίοδος ταλάντωσης είναι ακριβώς ίδια , ανεξαρτήτου του μεγέθους της γωνίας ταλάντωσης και για τον λόγο αυτόν η περίοδος είναι ανεξάρτητη του πλάτους ταλάντωσης . Η ιδιότητα αυτή ονομάζεται ισοχρονισμός και είναι η αιτία που τα εκκρεμή είναι τόσο χρήσιμα στη μέτρηση του

χρόνου . Οι επιτυχημένες ταλαντώσεις του εκκρεμούς ακόμα και όταν μεταβάλλεται το πλάτος διαρκούν τον ίδιο ακριβώς χρόνο .

Η μέθοδος είναι επακριβής μόνο για απειροελάχιστου πλάτους ταλαντώσεις . Για μεγαλύτερα πλάτη , η περίοδος αυξάνει εκθετικά συναρτήσει του πλάτους και έτσι είναι πολύ διαφορετική από την παραπάνω εξίσωση . Για παράδειγμα , αν η γωνία $\theta_0 = 22°$ τότε η περίοδος είναι 1 % μεγαλύτερη από την τιμή που μας δίνει η (1) .

Η πραγματική περίοδος δεν μπορεί να παρασταθεί από κλειστή μέθοδο αλλά δίνεται από την παρακάτω σειρά απείρων όρων [13][14] :

$$\mathrm{T} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\left(1+\frac{1}{16}\theta_0^{\,2}+\frac{11}{3072}\theta_0^{\,4}+\ldots\right)$$

Η διαφορά μεταξύ της πραγματικής περιόδου και της περιόδου για μικρές γωνίες (1) ονομάζεται κυκλικό σφάλμα .Από μαθηματική σκοπιά , για μικρές ταλαντώσεις το εκκρεμές προσεγγίζει έναν αρμονικό ταλαντωτή και η ταλάντωση του προσεγγίζει την απλή αρμονική εξίσωση :

$$\theta(t) = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{g}{L}}t\right) \quad , \quad \theta_0 \ll 1$$

2.3.3Χαρακτηριστική Ταλάντωσης Του Απλού Εκκρεμούς

Τα μαθηματικά στα εκκρεμή είναι συνήθως αρκετά πολύπλοκα . Υποθέσεις που απλοποιούν τις χαρακτηριστικές μπορούν να γίνουν ,και στην περίπτωση ενός απλού εκκρεμούς επιτρέπει στις εξισώσεις κίνησης να επιλύονται αναλυτικά , για μικρή γωνία ταλάντωσης .

Ένα απλό εκκρεμές είναι μια εξιδανίκευση , η οποία βασίζεται στην εξής θεώρηση :

- Η ράβδος πάνω στην οποία ταλαντώνεται το σωμάτιο έχει αμελητέα μάζα , σταθερού μήκους και διατηρεί την κατάστασή της πάντα σταθερή και τεντωμένη
- Η κίνηση πραγματοποιείται σε 2 – διαστάσεων άξονα , το εκκρεμές δηλαδή δεν μπορεί να κινηθεί σε έλλειψη ..
- Η κίνηση του εκκρεμούς δεν επηρεάζεται από εξωτερικούς παράγοντες όπως η τριβή και η αντίσταση του αέρα.

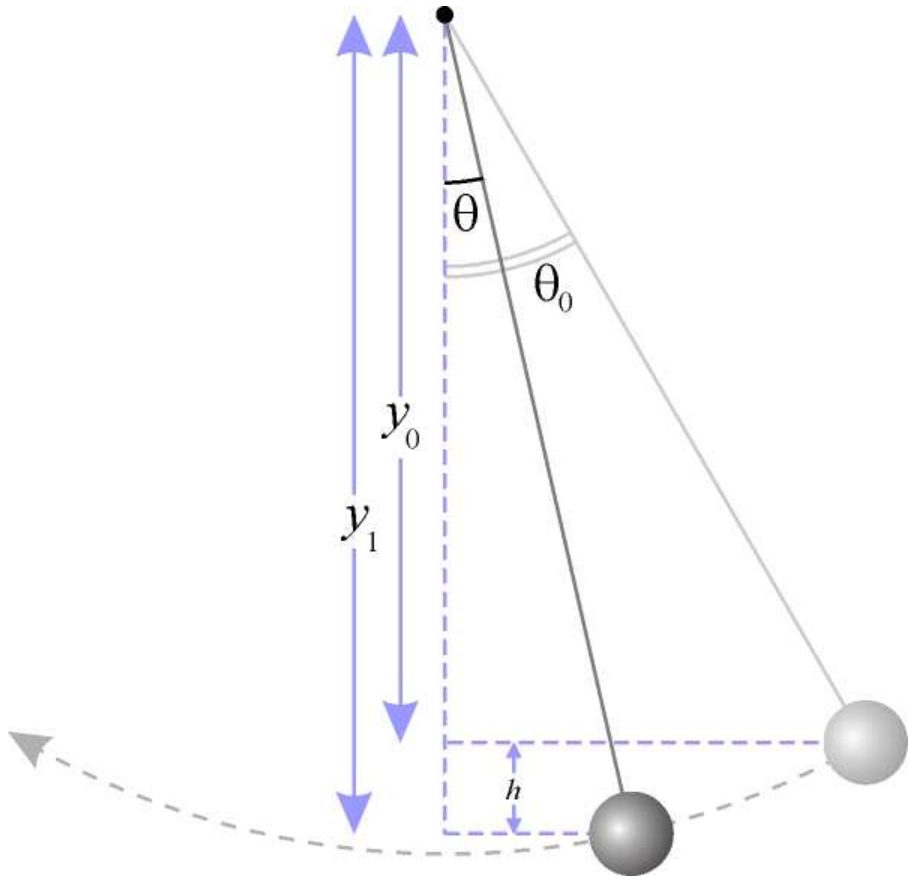
Η διαφορική εξίσωση που χαρακτηρίζει την κίνηση του εκκρεμούς είναι :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0 \qquad (1)$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι γνωστή και ως η εξίσωση Mathieu’s . Μπορεί να παραγωγιστεί χρησιμοποιώντας την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας .Σε κάθε σημείο της ταλάντωσης η κινητική ενέργεια του σωμάτιου είναι ίση με δυναμική ενέργεια που έχασε πέφτοντας από το ψηλότερο σημείο στο τέλος της ταλάντωσης .Και μέσω της κινητικής ενέργειας μπορεί να υπολογιστεί η ταχύτητα . Η ταχύτητα γνωρίζουμε ότι είναι η πρώτη παράγωγος της μετατόπισης οπότε και την υπολογίζουμε ως δείχνουμε κάτωθεν :

$$\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{\frac{2g}{L}\left(\cos\theta - \cos\theta_0\right)} \qquad (2)$$

Η εξίσωση (2) μας δίνει την ταχύτητα συναρτήσει της γωνίας και περιέχει την αρχική μετατόπιση θ_0 σαν μια ενσωματωμένη σταθερά .



Σχήμα 2.3.3.1: *Τριγωνομετρική αναπαράσταση της κίνησης του Απλού Εκκρεμούς.*

2.3.3.1 Προσέγγιση Μικρής Γωνίας Ταλάντωσης

Η διαφορική εξίσωση που παραθέσαμε στην παράγραφο **2.3.3** δεν είναι επιλύσιμη σε στοιχειώδη εξισώσεις . Μια περεταίρω υπόθεση στην οποία οδηγούμεθα ,είναι ότι το εκκρεμές βάλλεται σε μία πολύ μικρή γωνία , κατά την οποία ισχύει :

$$\theta \ll 1$$

Και το οποίο είναι αρκετό ώστε να επιτρέπει στο σύστημα να επιλύεται επακριβώς .Προβαίνοντας σε αυτή τη θεώρηση της μικρής γωνίας ταλάντωσης , μας επιτρέπεται να προβούμε και σε άλλη μια θεώρηση κατά την οποία θεωρούμε ότι :

$$\sin\theta \approx \theta$$

Στη πρωτο-τάξια , το σφάλμα κατά την προσέγγιση είναι ανάλογο με το θ^3 (υπολογίζεται από τη σειρά Maclaurin για sin) .Αντικαθιστώντας την προσέγγιση αυτήν στην εξίσωση (1) της παραγράφου **2.3.3 ,** παράγεται η εξίσωση για την αρμονική ταλάντωση :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0$$

Και θεωρώντας για αρχικές τιμές $\theta(0) = \theta_0$ και $d\theta/dt\ (0) = 0$,τότε η λύση είναι η :

$$\theta(t) = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{g}{L}}t\right) \qquad \theta \ll 1$$

Η κίνηση είναι απλή αρμονική κίνηση όπου το θ_0 είναι η μισή γωνία της ταλάντωσης (αυτή είναι η μέγιστη γωνία μεταξύ της ράβδου του εκκρεμούς και του οριζόντιου άξονα) .Η περίοδος της κίνησης ,ο χρόνος δηλαδή για μια πλήρη ταλάντωση (προς τα έξω και πίσω) είναι :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad \theta_0 \ll 1$$

που είναι και ο νόμος του Christian Huygen για την περίοδο. Εδώ σημειώνουμε ότι όταν θεωρήσουμε μικρή γωνία , η περίοδος είναι ανεξάρτητη της γωνίας θ_0;κάτι που είναι γνωστό ως η ιδιότητα του ισοχρονισμού .

2.3.3.2 Κανόνας Του Αντιχειρα

Μπορούμε να κάνουμε την παρακάτω θεώρηση :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightleftarrows L = \frac{g}{\pi^2}\frac{\mathrm{T}_0^{\,2}}{4}$$

Αν χρησιμοποιούμε μονάδες του SI και υποθέσουμε ότι το πείραμα γίνεται στην επιφάνεια της Γής τότε θα έχουμε : $g \approx 9.81\,\mathrm{m/s^2}$ και $g/\pi^2 \approx 1$.

Αντικαθιστώντας λοιπόν παίρνουμε :

$$L \approx \frac{T_0^{\,2}}{4}$$

Καταλήγουμε δηλαδή ότι στην επιφάνεια της Γης το μήκος ενός εκκρεμούς είναι ακριβώς το ένα τέταρτο του τετραγώνου της τιμής της περιόδου ταλάντωσης .

2.3.4 Χαρακτηριστική Γωνιακής Ταχύτητας

Στα πλαίσια του μοντέλου που υλοποιήσαμε οδηγηθήκαμε στην χρησιμοποίηση και της εξίσωσης της γωνιακής ταχύτητας του σωμάτιου του εκκρεμές κατά την διάρκεια της ταλάντωσης που την παρουσιάζουμε και στο ***Σχήμα2.3.3.1.*** και η χαρακτηριστική είναι η :

$$\frac{d\theta}{dt} - \frac{g}{L}\cos\theta = 0$$

Ή διαφορετικά σε μια πιο γενικευμένη μορφή η χαρακτηριστική θα μπορούσε να εκφραστεί ως :

$$\omega(t) = 2gL(1-\cos\theta)$$

3 Ασαφείς Γνωστικοί Χάρτες

3.1 Εισαγωγή

Οι Γνωστικοί Χάρτες (όπως και οι νοητικοί χάρτες , τα γνωστικά μοντέλα ή τα νοητικά μοντέλα) είναι ένα είδος νοητικών διαδικασιών , αποτελούμενων από μια σειρά από ψυχολογικούς μετασχηματισμούς κατά τους οποίους ένα άτομο μπορεί να αφομοιώνει , να κωδικοποιεί , να απομνημονεύει , να θυμάται και να αποκωδικοποιεί πληροφορίες που έχουν να κάνουν με σχετικές τοποθεσίες και χαρακτηριστικά φαινομένων της καθημερινότητας τους και του χωρικού περιβάλλοντος στο οποίο ζουν [15].

Η δημιουργία τους έχει πιστωθεί στον Edward Tolman [16]. Οι Γνωστικοί Χάρτες έχουν μελετηθεί σε διάφορα πεδία όπως η ψυχολογία , η εκπαίδευση , η αρχαιολογία , η γεωγραφία , η αρχιτεκτονική , οι αστικές εμφυτεύσεις και η διοίκηση . Σαν αποτέλεσμα , τα νοητικά αυτά μοντέλα αναφέροντα αρκετά συχνά ως γνωστικοί χάρτες ,νοητικοί χάρτες , σχήματα και πλαίσια αναφοράς .

Για να το θέσουμε απλούστερα, οι γνωστικοί χάρτες είναι μια μέθοδος που χρησιμοποιείται για να χαράσσεται και να συγκεντρώνεται χωρική γνώση επιτρέποντας στον εγκέφαλο να συλλαμβάνει νοερά εικόνες , με απώτερο σκοπό να ελαττώσει γνωστικές πληροφορίες και να ενισχύσει την απομνημόνευση και την αποστήθιση της πληροφορίας .Αυτό το είδος χωρικής σκέψης μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ως μεταφορά μη-χωρικής ενέργειας , όπου οι άνθρωποι βάλλονται σε μη-χωρικές ενέργειες ,χρησιμοποιώντας την μνήμη και την απεικόνιση και χρησιμοποιούν την χωρική γνώση για να βοηθήσουν στην συνέχιση της ενέργειας [17]. Η παλαιότερη , γνωστή , τυπική μέθοδος όπου χρησιμοποιούνται οι χωρικές τοποθεσίες για απομνημόνευση δεδομένων είναι η μέθοδος loci .Η μέθοδος αυτή πρωτοχρησιμοποιήθηκε από φοιτητές της ρητορείας στην Αρχαία Ρώμη όπου απομνημόνευαν ομιλίες .Για την χρησιμοποιήσει κάποιος πρέπει αρχικά να αποστηθίσει την εμφάνιση μιας φυσικής περιοχής (για παράδειγμα , την συχνότητα των δωματίων σε ένα κτίριο.). Όταν μια λίστα λέξεων ,για παράδειγμα , χρειάζεται

να απομνημονευθεί , ο μαθητευόμενος σχηματίζει νοερά την εικόνα ενός αντικειμένου που αναπαριστά την λέξη , σε μία από τις τοποθεσίες που είχε απομνημονεύσει νωρίτερα .

Για να θυμηθεί λοιπόν την λίστα , ο μαθητευόμενος νοητά διαβαίνει τις τοποθεσίες που είχε απομνημονεύσει , διακρίνοντας τα αντικείμενα που είχε τοποθετήσει εκεί στην φάση της απομνημόνευσης .

Ένας Ασαφής Γνωστικός Χάρτης είναι ένας Γ.Χ στον οποίον , οι σχέσεις μεταξύ των στοιχείων (π.χ υποθέσεις , γεγονότα) μίας νοητικής τοποθεσίας , μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να υπολογιστεί η δύναμη σύγκρουσης των στοιχείων αυτών . Η θεωρία πίσω από τους υπολογισμούς αυτούς είναι ασαφής λογική. Οι Ασαφείς γνωστικοί χάρτες είναι ανεπιφύλακτα ασαφή διαγράμματα . Μπορεί με μία πρώτη ματιά να μοιάζουν με διαγράμματα Hasse , αλλά δεν είναι . Χρησιμοποιούνται πίνακες για να εισαχθούν οι Α.Γ.Χ σε υπολογιστικές στήλες για περεταίρω υπολογισμούς .

Οι εφαρμογές στις κοινωνικές επιστήμες εισήγαγαν τους Α.Γ.Χ στο κοινό , ενώ χρησιμοποιούνται και σε πολλές άλλες εφαρμογές , οι οποίες έχουν να κάνουν με την δημιουργία και την χρήση μοντέλων , ασαφών και πολύπλοκων διεργασιών και συστημάτων .

Στο κεφάλαιο αυτό θα παραθέσουμε τον ορισμό και τις βασικές ιδιότητες των Ασαφών Γνωστικών Χαρτών .Στη συνέχεια θα παραθέσουμε τις ιδιότητες και διάφορα μοντέλα των Α.Γ.Χ και θα παρουσιάσουμε μερικές εκ των εφαρμογών σε προβλήματα όπως η μέγιστη χρησιμοποίηση δρομολογίων , κοινωνικό-οικονομικά προβλήματα και ιατρικά προβλήματα . Τέλος στην τελευταία ενότητα του κεφαλαίου θα παρουσιάσουμε μια γενική απεικόνιση των Α.Γ.Χ .

3.2 Ορισμοί Ασαφών Γνωστικών Χαρτών

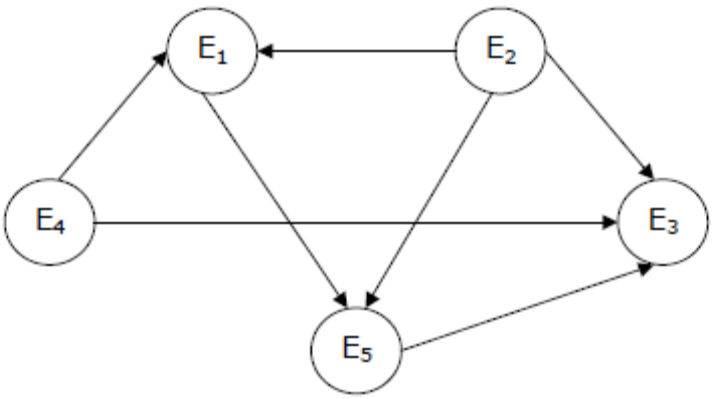
Στην ενότητα αυτή θα παραθέσουμε την έννοια των Ασαφών Γνωστικών Χαρτών (Α.Γ.Χ), που παρουσιάστηκε από τον Bart Kosko το 1986 .Θα δώσουμε επίσης ορισμένους σχετικούς ορισμούς με το αντικείμενο μελέτης μας στο υπάρχον κεφάλαιο .Οι Α.Γ.Χ διαδραματίζουν έναν πολύ σημαντικό ρόλο κυρίως, όταν τα μελετώμενα δεδομένα είναι ακαθόριστα . Τέλος η μέθοδος αυτή είναι πολύ απλή και συνάμα αποτελεσματική καθώς μπορεί να αναλύσει δεδομένα απευθείας μέσω γραφημάτων και πινάκων διασύνδεσης .

ΟΡΙΣΜΟΣ 3.1.1 : Ένας Α.Γ.Χ είναι συνεχής γράφος με έννοιες όπως μεθοδεύσεις, γεγονότα κ.λ.π όπου παραθέτονται ως κόμβοι και οι αιτιότητες αυτών ως ακμές .

Παράδειγμα 3.1.1 : Στην Ταμίλ Ναντού (μια νότια πολιτεία της Ινδίας) την τελευταία δεκαετία , νέα ιδρύματα για μηχανικούς εγκρίθηκαν και ξεκίνησαν την λειτουργία τους .Σαν αποτέλεσμα είχαμε την αύξηση των αποφοίτων μηχανικών ,που όμως ήταν δυσανάλογη με την απαίτηση σε εργατικό δυναμικό . Αυτό οδήγησε σε εκατοντάδες ανέργων και ημιενασχολούμενων νέων μηχανικών .Λαμβάνοντας υπόψη μας την γνώμη ενός ειδικού , μελετήσαμε την επίδραση αυτών των ατόμων στην κοινωνία . Ο ειδικός μας παρουσίασε τις πέντε κύριες έννοιες συσχετίζοντας τες με τους άνεργους μηχανικούς ως :

E1 - Απογοήτευση
E2 - Ανεργία
E3 - Αύξηση των μορφωμένων κακοποιών
E4 - Ημιαπασχόληση
E5 - Χρήση Ναρκωτικών κ.λ.π

Ο γράφος όπου τα E1,E2,…,E5 λαμβάνονται ως κόμβοι και οι αιτιότητες ως ακμές παραθέτεται στο Σχήμα 3.1.1.



Σχήμα 3.1.1

Σύμφωνα με το μοντέλο , η αύξηση της ανεργίας προκαλεί αύξηση στην απογοήτευση .Αύξηση στην ανεργία προκαλεί αύξηση στους μορφωμένους .Η απόγνωση προκαλεί τους νέους να καταλήξουν στην χρήση ναρκωτικών ουσιών κ.λ.π . Η ανεργία προκαλεί επίσης την αύξηση των ατόμων που κάνουν χρήση ναρκωτικών ουσιών κλπ , για να ξεχνούν τις ανησυχίες τους και την ανεργία .Η ημιαπασχόληση οδηγεί σε πράξεις βίας όπως κλοπές .Μπορεί να μας παρέχονται στατιστικά δεδομένα μέσω του μοντέλου όμως μας δίνεται μια άποψη της καταστάσεως . Είναι απλά μία απεικόνιση, για να καταλάβουμε πως οι Α.Γ.Χ περιγράφονται μέσω του γράφου .

Εάν η αύξηση (ή η μείωση αντίστοιχα) σε μια έννοια οδηγεί στην αύξηση (ή την μείωση) σε μίαν άλλη τότε θέτουμε την τιμή 1 .Εάν δεν υπάρχει καμία σχέση μεταξύ δύο εννοιών τότε δίνουμε την τιμή 0 .Εάν η αύξηση (ή η μείωση) σε μια έννοια δίνει μείωση (ή αύξηση) σε μίαν άλλη τότε δίνουμε την τιμή -1 . Οι Α.Γ.Χ περιγράφονται όπως παρουσιάσαμε παραπάνω .

ΟΡΙΣΜΟΣ 3.1.2 : Όταν οι κόμβοι του Α.Γ.Χ είναι ασαφή σύνολα τότε καλούνται ασαφή κόμβοι .

ΟΡΙΣΜΟΣ 3.1.3 : Οι Α.Γ.Χ στους οποίους τα βάρη των ακμών ή των αιτιοτήτων τους παίρνουν τιμές από το κλειστό σύνολο τιμών {-1 , 0 , 1} καλούνται Απλοί Ασαφείς Γνωστικοί Χάρτες .

ΟΡΙΣΜΟΣ 3.1.4 : Θεωρούμε τους κόμβους K1,K2,…,Kn ενός Α.Γ.Χ .Υποθέτουμε ότι το γράφημα έχει σχεδιαστεί , χρησιμοποιώντας τις ακμές βαρών

$e_{ij} \in \{-1,0,1\}$.

Ο πίνακας Ε σχηματίζεται ως : $a_i = 0$ $E = \{e_{ij}\}$, όπου τα e_{ij} είναι τα βάρη των ακμών K_j, K_i . Ο πίνακας Ε καλείται γειτονικός πίνακας του Α.Γ.Χ ,γνωστός και ως συνδετικός πίνακας του Α.Γ.Χ. Είναι σημαντικό να σημειώσουμε ότι όλοι οι πίνακες που σχετίζονται με έναν Α.Γ.Χ είναι πάντα τετραγωνικοί πίνακες με την διαγώνιο να είναι μηδενική.

ΟΡΙΣΜΟΣ 3.1.5 : Έστω ότι K1,K2,…,Kn είναι οι κόμβοι ενός Α.Γ.Χ.

$$A = (a_1, a_2, ..., a_n)$$

Όπου το a_i ανήκει στο {0 , 1} .Ο Α καλείται στιγμιαίος παράγοντας κατάστασης και παρέχει την on-off κατάσταση του κόμβου σε μια στιγμή :

$a_i = 0$ εάν a_i είναι off και

$a_i = 1$ εάν a_i είναι on. , όπου I = 1,2,…,n .

ΟΡΙΣΜΟΣ 3.1.6 : Έστω ότι K1,K2,…,Kn είναι οι κόμβοι ενός Α.Γ.Χ με

$$\overrightarrow{K_1K_2}, \overrightarrow{K_2K_3}, \overrightarrow{K_3K_4}, ..., \overrightarrow{K_iK_j}$$

Να είναι οι ακμές του Α.Γ.Χ $(i \neq j)$.και τις ακμές να σχηματίζουν έναν συνεχή κύκλο .Ένας Α.Γ.Χ καλείται κυκλικός αν σχηματίζει έναν συνεχή κύκλο . Ένας Α.Γ.Χ καλείται μη – κυκλικός αν δεν σχηματίζει κανέναν συνεχή κύκλο .

ΟΡΙΣΜΟΣ 3.1.7 : Ένας Α.Γ.Χ με σχηματισμένους κύκλους έχει προβολές .

ΟΡΙΣΜΟΣ 3.1.8 : Όταν υπάρχουν προβολές ενός Α.Γ.Χ και οι αιτιώδεις συσχετίσεις ρέουν διαμέσου ενός κύκλου με σταθερό τρόπο , τότε ο Α.Γ.Χ καλείται δυναμικό σύστημα .

ΟΡΙΣΜΟΣ 3.1.9 : Έστω τα $K_1K_2, K_2K_3, ..., K_{n-1}K_n$ σχηματίζουν κύκλο . Όταν το $E = E_1 + E_2 + ... + E_p$ ενεργοποιείται και η αιτιότητα κινείται μέσω των ακμών ενός κύκλου και προκαλέσει ξανά την ενεργοποίηση του K_i ,τότε λέμε ότι το δυναμικό σύστημα κινείται κυκλικά . Αυτό αληθεύει για κάθε κόμβο K_i όπου i=1,2,…,n.Το σημείο ισορροπίας του δυναμικού συστήματος ονομάζεται κρυφό πρότυπο .

ΟΡΙΣΜΟΣ 3.1.10 : Εάν μια κατάσταση ισορροπίας ενός δυναμικού συστήματος είναι ένα μοναδικό διάνυσμα κατάστασης , τότε καλείται αμετάβλητο σημείο .

Παράδειγμα 3.1.2 : Θεωρούμε Α.Γ.Χ με K1,K2,..,Kn να είναι οι κόμβοι .Ας ξεκινήσουμε το δυναμικό σύστημα ενεργοποιώντας το K1. Ας θεωρήσουμε ότι ο Α.Γ.Χ καταλήγει στους K1 και Kn οπότε και το διάνυσμα κατάστασης παραμένει ως (1,0,0,…,0,1) ,το οποίο και καλείται αμετάβλητο σημείο .

ΟΡΙΣΜΟΣ 3.1.11 : Εάν ο Α.Γ.Χ καταλήγει σε ένα διάνυσμα κατάστασης με επαναλαμβανόμενο σχήμα της μορφής :

$$A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow ... \rightarrow A_i \rightarrow A_1$$

Τότε η ισορροπία αυτή καλείται περιορισμένος κύκλος .Μέθοδοι για τον εντοπισμό των κρυμμένων παραμέτρων θα παρατεθούν παρακάτω .

ΟΡΙΣΜΟΣ 3.1.12 : Έστω ότι πεπερασμένος αριθμός από Α.Γ.Χ μπορεί να συνδυαστεί για να παραχθεί το κοινό αποτέλεσμα όλων των Α.Γ.Χ . Έστω $E_1, E_2, ..., E_p$ ότι είναι οι γειτονικοί πίνακες των Α.Γ.Χ με ακμές K1,K2,…,Kn και ο συνδυαζόμενος Α.Γ.Χ παράγεται προσθέτοντας όλους τους γειτονικούς πίνακες $E_1, E_2, ..., E_p$.Ο συνδυαζόμενος Α.Γ.Χ δίδεται ως :

$$E = E_1 + E_2 + ... + E_p$$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ : Υποθέτουμε Α = (α1, … , αn) ότι είναι ένα άνυσμα το οποίο εισάγεται σε ένα δυναμικό σύστημα Ε . Θεωρούμε ΑΕ = (α'1, … , α'n) ενημερώνοντας το διάνυσμα και θεωρούμε ότι λαμβάνουμε (b1, … , bn) .υποδηλώνοντας ότι αυτό συμβαίνει μέσω της σχέσης (a'1, a'2, … , a'n) → (b1, b2, … , bn) .

Έτσι το σύμβολο '→' δηλώνει ότι το τελικό διάνυσμα έχει ενημερωθεί .

Οι Ασαφείς Γνωστικοί Χάρτες έχουν διάφορα πλεονεκτήματα καθώς και μειονεκτήματα .Το κύριο πλεονέκτημα τους είναι ότι η μέθοδος αυτή είναι απλή . Λειτουργεί καθαρά με γνώμονα την προσωπική κρίση του κατασκευαστή .Όταν τα δεδομένα τυχαίνει να κυμαίνονται σε λογικά πλαίσια τότε ο Α.Γ.Χ μας πέφτει βολικός .Οι Α.Γ.Χ είναι η μόνη Ασαφής τεχνολογία που αναδίδει τον κρυμμένο παράγοντα της εκάστοτε κατάστασης .Καθώς έχουμε μία πολύ γνωστή θεωρία , η οποία υποδηλώνει ότι

η δύναμη των δεδομένων εξαρτάται από το νούμερο των γνωμών των ειδικών που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ,συνδυάζοντας Α.Γ.Χ με διάφορων γνώμες ειδικών .

Ταυτόχρονα το μεγάλο μειονέκτημα των συνδυασμένων Α.Γ.Χ εμφανίζεται όταν οι τιμές των βαρών είναι 1 και -1 για τα ίδια Ki , Kj και έτσι λαμβάνουμε το αποτέλεσμα προσθέτοντας το μηδέν, καθώς όλες τις φορές οι συνδετικοί πίνακες E1,…,Ek μπορεί να μην είναι σύμφωνοι με την πρόσθεση .Συνδυασμένες συγκρουόμενες απόψεις τείνουν να ακυρώνουν το μοντέλο και υποβοηθούμενες από τους ισχυρούς νόμους των μεγάλων αριθμών , αναδεικνύουν μία γενική παραδοχή , καθώς η δειγματική άποψη προσεγγίζει την υποκείμενη πληθυσμιακή άποψη . Αυτό το πρόβλημα μπορεί εύκολα να ξεπεραστεί εάν οι είσοδοι στον Α΄Γ΄Χ είναι μόνο 0 και 1 .

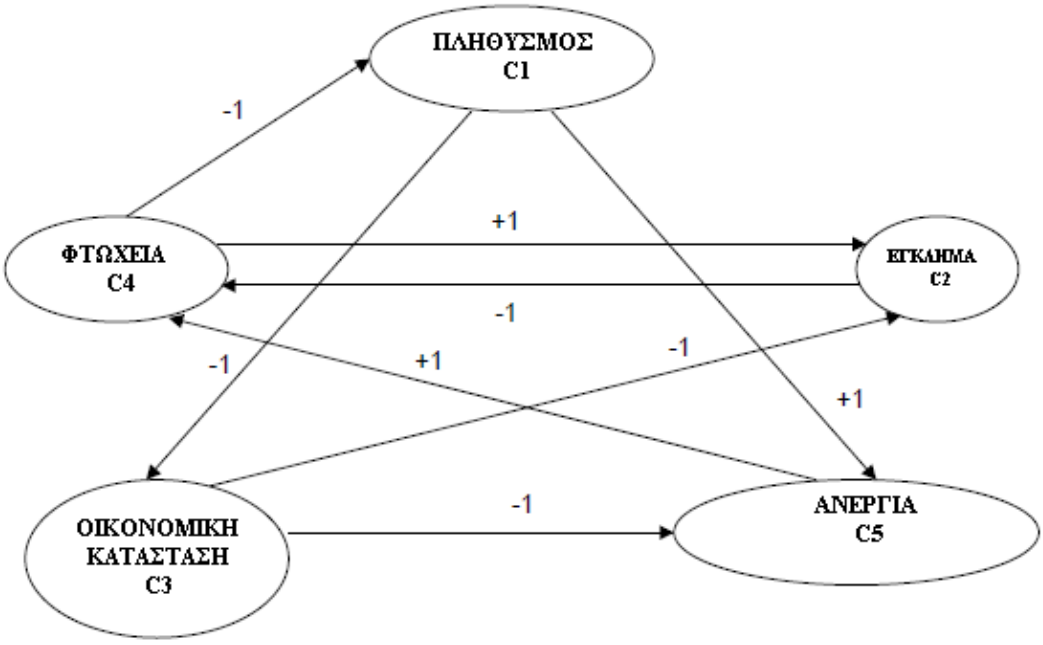
3.3 Ασαφείς Γνωστικοί Χάρτες – Ιδιότητες και Μοντέλα

Οι Ασαφείς Γνωστικοί Χάρτες (Α.Γ.Χ) είναι περισσότερο εφαρμόσιμοι , όταν τα αρχικά δεδομένα είναι υποκειμενικά .Οι Α.Γ.Χ εφαρμόζονται στην γνώμη των ειδικών. Οι Α.Γ.Χ μοντελοποιούν τον κόσμο σαν μία συλλογή κλάσσεων και αιτιωδών σχέσεων μεταξύ κλάσσεων .

Οι Α.Γ.Χ είναι ασαφώς σχεδιασμένα ,άμεσα γραφήματα με προβολές . Η άμεση ακμή e_{ij} από το αιτιώδες σενάριο C_i στο σενάριο C_j μετρά το ποσοστό που επηρεάζει το σενάριο C_i το C_j . Το σενάριο της συνάρτησης του μεταβαλλόμενου χρόνου μετρά το μη – αρνητικό συμβάν μερικών ασαφών γεγονότων , πιθανόν την δύναμη μίας πολιτικής αντίληψης , μιας ιστορικής τάσης ή ενός στρατιωτικού αντικειμένου . Οι Α.Γ.Χ χρησιμοποιούνται για να μοντελοποιήσουμε μερικούς τύπους προβλημάτων που ποικίλλουν, από την στομαχική συμπεριφορά ενός ατόμου μέχρι την ανάπτυξη πολιτικών τάσεων κ.λ.π. Οι Α.Γ.Χ χρησιμοποιούνται επίσης στην ρομποτική ως ελεγκτικός μηχανισμός .

Οι ακμές eij παίρνουν τιμές στο ασαφές αιτιώδες διάστημα [-1,1] .Το eij = 0 δεν υποδηλώνει καμία αιτιότητα, το eij > 0 υποδηλώνει αιτιατή αύξηση του C_j όσο αυξάνει
το C_i (αντίστοιχα και στην μείωση ισχύει το ίδιο) , το eij < 0 υποδηλώνει αιτιατή μείωση ή αρνητική αιτιατότητα. του C_j όσο αυξάνεται C_i .

Οι ακμές των απλών Α.Γ.Χ παίρνουν μεταξύ των τιμών {-1,0,1}. Τότε , αν η αιτιότητα συμβεί, θα συμβεί σε ένα μέγιστα θετικό ή αρνητικό βαθμό .Οι απλοί Α.Γ.Χ προκαλούν μια γρήγορη αρχική προσέγγιση σε μία ειδική αντιμετώπιση ή στην αιτιατή γνώση .Το παρουσιάζουμε αυτό με τα ακόλουθα , τα οποία δίνουν έναν απλό Α.Γ.Χ ενός κοινωνικό-οικονομικού μοντέλου .Ένα τέτοιο μοντέλο φτιάχνεται βασισμένο στον πληθυσμό , το έγκλημα , την οικονομική κατάσταση της κοινωνίας , τη φτώχεια και την ανεργία ως κόμβους ή σενάρια .Παρακάτω παραθέτουμε το απλό , τρισθενές , άμεσο γράφο όπως φαίνεται στο σχήμα 3.3.1 και είναι η γνώμη του ειδικού .



Σχήμα 3.3.1

Οι αιτιατές προβολές κινούνται περιφερειακά στον Α.Γ.Χ με παχιές γραμμές .Οι προβολές αποκλείουν τις τεχνικές που βασίζονται σε αναζητήσεις πάνω στο γράφο που χρησιμοποιούνται σε ειδικευμένα συστήματα τεχνικής νοημοσύνης .Οι προβολές των Α.Γ.Χ επιτρέπουν στους ειδικούς να σχηματίζουν αιτιατές εικόνες των προβλημάτων , και επιτρέπει αιτιατούς προσαρμοστικούς κανόνες , συμπεραίνοντας αιτιατές συνδέσεις από τα απλά δεδομένα .Οι προβολές των Α.Γ.Χ επιβάλουν να εγκαταλειφτεί η αναζήτηση πάνω στους γράφους .Αντιθέτως μελετούμε τον Α.Γ.Χ σαν ένα δυναμικό σύστημα και παίρνουμε την συμπεριφορά ισορροπίας σαν ένα βελτιωμένο αποτέλεσμα. Οι σύγχρονοι Α.Γ.Χ συμπεριφέρονται σαν Προσωρινές Σχεσιακές Μνήμες (Π.Σ.Μ). Μπορούμε πάντα , σε περίπτωση ενός μοντέλου , να προσθέσουμε δύο ή περισσότερους Α.Γ.Χ για να παραχθεί ένας νέος . Ο ισχυρός νόμος των μεγάλων αριθμών μας παρέχει την σιγουριά σε ένα βαθμό , ότι η γνωστική αξιοπιστία θα αυξάνει .

Αναλύουμε λογικά τους Α.Γ.Χ. Εισάγουμε διανύσματα κατάστασης Κ επανειλημμένα στους Α.Γ.Χ μέσω του πίνακα διασύνδεσης Ε , μετασχηματίζοντας μη γραμμικά το αποτέλεσμα μετά από κάθε πέρασμα .Ανεξάρτητο από το μέγεθος του Α.Γ.Χ ,μπορεί γρήγορα να καταλήξει γρήγορα σε έναν περιορισμένο κύκλο , ή . σταθερό σημείο ενός Π.Σ.Μ το οποίο σε κάθε περίπτωση θα είναι ο κρυμμένος παράγοντας του συστήματος για το συγκεκριμένο διάνυσμα κατάστασης Κ . Η διαδικασία του περιορισμένου κύκλου ή του σταθερού σημείου ,συνοψίζει τα συνδυαζόμενα αποτελέσματα όλης της αλληλεπιδρόμενης ασαφής γνώσης .

Παράδειγμα 3.3.1 : Θεωρούμε έναν αιτιατό 5 x 5 πίνακα διασύνδεσης Ε ο οποίος αναπαριστά το κοινωνικό οικονομικό μοντέλο χρησιμοποιώντας Α.Γ.Χ ως δίνονται στο σχήμα 3.3.1 .

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Οι Ακμές των σεναρίων αντιπροσωπεύουν διεργασίες , γεγονότα ,τιμές ή πολιτικές. Θεωρούμε την πρώτη ακμή K1=1 . Διατηρούμε την K1 στην διαδικασία ανάκλησης της Π.Σ.Μ. Οι συναρτήσεις των οριακών σημάτων ,ενημερώνουν συγχρονισμένα κάθε σενάριο , μετά από κάθε πέρασμα μέσω του πίνακα διασύνδεσης Ε. Ξεκινούμε με τον πληθυσμό $K1 = (10000)$.

Το βέλος υποδεικνύει την διαδικασία του threshold .

$$K1E = (00-101) \rightarrow (10001) = K2$$
$$K2E = (00-111) \rightarrow (10011) = K3$$
$$K3E = (-11-111) \rightarrow (11011) = K4$$
$$K4E = (-11-101) \rightarrow (11001) = K5$$
$$K5E = (00-101) \rightarrow (10001) = K6 = K2$$

Έτσι η αύξηση στον πληθυσμού οδηγεί στο πρόβλημα της ανεργίας ,το οποίο και είναι ένας οριακός κύκλος . Αυτό το παράδειγμα παραθέτει τα προτερήματα και τις αδυναμίες της ανάλυσης των Α.Γ.Χ, Οι Α.Γ.Χ επιτρέπουν στον ειδικό να αναπαριστά αντικειμενικά και αποτιμημένα σενάρια σε ένα συμμετοχικό πλαίσιο .Οι ειδικοί μπορούν εύκολα να σχεδιάσουν τους Α.Γ.Χ ή να απαντήσουν σε ερωτήματα .Οι ειδικοί μπορούν να συμφωνήσουν ή να διαφωνήσουν σε μια τοπική αιτιατή δομή και πιθανότατα στην παγκόσμια ισορροπία. Η γνωστική αναπαραστατική δομή και παρέμβαση των Α.Γ.Χ μειώνεται σε μια απλές διεργασίες διανυσμάτων και πινάκων και ολοκληρωμένες κυκλωματικές εφαρμογές που επιτρέπουν την επέκταση σε νευροστατιστικές ή δυναμικές τεχνικές συστημάτων . Ακόμα ένας Α.Γ.Χ κωδικοποιεί την γνώση ή την άγνοια ενός ειδικού , την σοφία ή την προκατάληψη .Αρνητικό

βέβαια είναι ότι διαφορετικοί ειδικοί έχουν άλλη αντίληψη στο πως ορίζουν αιτιατές δυνάμεις στις ακμές και σε ποια σενάρια προσδίδουν σχετική αιτιατότητα .Ο Α.Γ.Χ φαίνεται αποκλειστικά να κωδικοποιεί την προκατάληψη του δημιουργού του και μπορεί να μην την περιγράφει και ακριβέστατα . Ο συνδυασμός Α.Γ.Χ παρέχει μια μερική επίλυση στο παραπάνω πρόβλημα. Επιπρόσθετα , μπορούμε να τοποθετήσουμε κάθε έναν Α.Γ.Χ σε συνδυαστικό μνημονικό τρόπο , ακόμα και αν η σύνδεση των πινάκων E_1, …, E_K μπορεί να μην είναι συμβατή για πρόσθεση. Συνδυάζοντας συγκρουόμενες γνώμες που τείνουν να ακυρώνουν το μοντέλο και βοηθούμενες και από τη θεωρία των μεγάλων αριθμών , μια ομοφωνία αναδύεται καθώς η δειγματική γνώμη προσεγγίζει την υποκείμενη πληθυσμιακή γνώμη .

Ο συνδυασμός των Α.Γ.Χ επιτρέπει τους γνωστικούς ερευνητές να κατασκευάσουν Α.Γ.Χ μέσω επαναλαμβανόμενων συνεντεύξεων ή αποστέλλοντας ερωτηματολόγια .

Η θεωρία των μεγάλων αριθμών απαιτεί ότι τα τυχαία δείγματα πρέπει να είναι πανομοιότυπα ανεξάρτητα , προσφέροντας τυχαίες μεταβλητές με πεπερασμένο εύρος .Η ανεξαρτησία μοντελοποιεί κάθε ειδικό ατομικά .Πανομοιότυπες συνεισφορές μοντελοποιούν μια συγκεκριμένη τομεακή εστίαση .

Συνδυάζουμε αυθαιρέτους συνδετικούς πίνακες F_1, F_2, …, F_K προσθέτοντας τους αυξητικούς πίνακες F_1, F_2, …, F_K . Κάθε αυξητικός πίνακας F_i αποτελείται από n –στήλες και n –γραμμές ,όπου το n ισούται με το συνολικό αριθμό των διαφορετικών σεναρίων που χρησιμοποιούνται από τους ειδικούς .Μεταβάλλουμε τις γραμμές και τις στήλες των πινάκων για να τους οδηγήσουμε σε αμοιβαία συγκυρία .Τέλος προσθέτουμε το F_i σημείο σοφά, για να παραχθεί τελικά ο συνδυαζόμενος πίνακας F του Α.Γ.Χ .

$$F = \sum_i F_i$$

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την F για να κατασκευάσουμε τον συνδυαζόμενο ευθύ γράφο του Α.Γ.Χ . Ακόμα και αν οι ειδικοί δώσουν την τρισθενή περιγραφή τους στο σύνολο τιμών {-1,0,1}, η συνδυαζόμενη και κανονικοποιημένη

είσοδος fij τείνει να είναι στο {-1,1} .Η θεωρία των μεγάλων αριθμών εξασφαλίζει ότι το fij θα παρέχει μια λογική προσέγγιση στο άγνωστη, υποκειμενική γνώμη του πληθυσμού στο κατά πόσο το Ki επηρεάζει το Kj. Μπορούμε να κανονικοποιήσουμε το fij με τον αριθμό κ των ειδικών .Οι ειδικοί τείνουν να δίνουν τρισθενείς εκτιμήσεις πιο πρόθυμα και με μεγαλύτερη ακρίβεια από το να δώσουν στατιστικές εκτιμήσεις . Όταν αντιγράφουμε συνεντεύξεις ή έγγραφα , ένας νοητικός μηχανικός μπορεί να προσδιορίσει με πολύ μεγαλύτερη αξιοπιστία το γνώρισμα μιας ακμής παρά το μέγεθος της. Μερικοί ειδικοί μπορεί να είναι πιο πιστευτοί από άλλους .Μπορούμε να μετρήσουμε κάθε ειδικό με ένα μη αρνητικό βάρος αξιοπιστίας μετρώντας τον αυξητικό πίνακα του Α.Γ.Χ,

$$F = \sum w_i F_i$$

Τα βάρη πρέπει να είναι στο διάστημα [0,1] . η μόνη συνθήκη είναι ότι πρέπει να είναι μη αρνητικά . Διαφορετικά βάρη μπορεί να παράγουν διαφορετικούς οριακούς κύκλους ισορροπίας ή σταθερά σημεία ως κρυμμένα σχήματα . Μπορούμε επίσης να μετρήσουμε χωριστά κάθε Υποπίνακα, κάθε αυξητικού πίνακα του Α.Γ.Χ,

Οι αυξητικοί πίνακες υποδηλώνουν ότι κάθε ειδικός ,συζητά αιτιατά , κάθε σενάριο K1,K2,…,Kn . Εάν ένας ειδικός δεν περιλαμβάνει Kj στο Α.Γ.Χ μοντέλο του, τότε αυτόματα λέει ότι το Kj δεν είναι αιτιατά συσχετισμένο .Έτσι η j-οστή στήλη και η j-οστή γραμμή του αυξητικού συνδετικού πίνακα περιέχει μόνο μηδενικά .

Το μοναδικό μειονέκτημα που έπεσε στην αντίληψη μας ενώ εφαρμόζαμε τους Α.Γ.Χ σε διάφορα μοντέλα είναι ότι δεν έχουμε κανέναν τρόπο να πούμε ή να εκφράσουμε εάν η σχέση μεταξύ δύο αιτιατών σεναρίων Ki και Kj είναι ακαθόριστη .

3.4 Ασαφείς Γνωστικοί Χάρτες – Παραδείγματα

Σε αυτήν την ενότητα θα παρουσιάσουμε δύο παραδείγματα μοντέλων Α.Γ.Χ διάφορων ερευνητών με σκοπό να δείξουμε το μεγάλο εύρος όπου μπορούν οι Α.Γ.Χ να βρουν εφαρμογές .

3.4.1 Α.Γ.Χ – Σύστημα Υποστήριξης Αποφάσεων

Καθώς η τεχνολογία στους υπολογιστές εξελίσσεται ραγδαία , και οι απειλές του ηλεκτρονικού εγκλήματος αυξάνονται , η ανησυχία και η πρόληψη τέτοιων παραβιάσεων γίνεται όλο και δυσκολότερη αλλά και προκλητική .Με το πέρασμα των χρόνων , ο εντοπισμός παράνομων εισβολών έχει γίνει ένα μεγάλο κεφάλαιο ερευνών στην επιστήμη υπολογιστών . Τα συστήματα εντοπισμού εισβολών συνήθως χαρακτηρίζονται βασισμένα σε δύο απόψεις :

- τη πηγή δεδομένων (από host / από multi-host / από δίκτυο)
- στο μοντέλο εντοπισμού εισβολής .(εντοπισμός ανωμαλιών και σφαλμάτων)

Υπάρχουν μεγάλο εύρος παραλλαγών στις τεχνικές που χρησιμοποιούνται από τα συστήματα εντοπισμού εισβολής .

Το νοήμων σύστημα εντοπισμού εισβολών (ΝΣΕΕ) είναι ένα πρωτότυπο , σχεδιαζόμενο ως μέρος μιας ερευνητικής προσπάθειας στον εντοπισμό εισβολών στο τμήμα της επιστήμης υπολογιστών του πανεπιστήμιου του Μισσισσιππή . Τα παρακάτω χαρακτηριστικά προσδιορίζουν το ΝΣΕΕ .

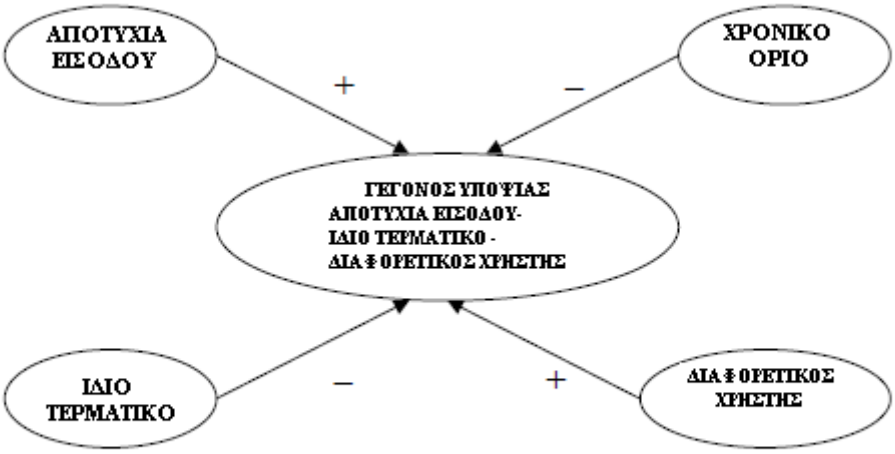
- Πραγματικού χρόνου και δικτυακά βασισμένη αρχιτεκτονική .

- Ενσωμάτωση τόσο του εντοπισμού ανωμαλιών όσο και του εντοπισμού των σφαλμάτων (για παράδειγμα στον εντοπισμός σφαλμάτων ψάχνουμε για γνωστά πρότυπα επίθεσης ,ενώ στον εντοπισμό ανωμαλιών ψάχνουμε για αποκλίσεις από φυσιολογικά πρότυπα συμπεριφοράς.)
- Ενσωμάτωση αλγορίθμων με ασαφή λογική και χρήση γενετικών αλγορίθμων για βελτιστοποίηση λειτουργιών .
- Χρησιμοποίηση μηχανής επιλογής ,με σκοπό να συνδέει πληροφορία από διαφορετικούς τύπους μοντέλων εντοπισμού , με σκοπό να παίρνει αποφάσεις για την συνολική υγεία του δικτύου .

Θα παραθέσουμε ξανά την περιγραφή ενός μοντέλου με μηχανή επιλογής ενσωματωμένο σε αρχιτεκτονική νοήμονος συστήματος εντοπισμού εισβολών, το οποίο χρησιμοποιεί αιτιατή γνώση μαζί με Α.Γ.Χ .Μια πρωταρχική λειτουργία της μηχανής επιλογής είναι να αναλύει τα παραγόμενα αποτελέσματα από τον εντοπισμό σφαλμάτων που αντιστοιχούσαν σε γνωστές επιθέσεις . Για εντοπισμό σφαλμάτων το ΝΣΕΕ χρησιμοποιεί μηχανισμούς εντοπισμού βασισμένους στον κανόνα , ότι ο μηχανισμός θα λειτουργεί σε κάθε χρήστη του δικτύου . Η έξοδος από τα πρότυπα εντοπισμού σφαλμάτων μπορεί να είναι σαφέστατη ή ασαφής . Για κάποια είδη επιθέσεων η υπογραφή ελέγχου μπορεί να είναι είτε παρούσα είτε απούσα και έτσι η έξοδος του προτύπου είναι δυαδική .Για άλλους τύπους επιθέσεων όπως ο αριθμός αποτυχημένων συνδέσεων , η έξοδος του προτύπου εντοπισμού σφαλμάτων είναι μία ασαφής μέτρηση του ποσοστού υποψίας . Ο μηχανισμός επιλογής πρέπει να εξακριβώσει τα αποτελέσματα των πολλαπλών προτύπων εντοπισμού σφαλμάτων , με σκοπό να υπολογίσει τη κατάσταση κινδύνου για κάθε μηχάνημα και για κάθε λογαριασμό χρήστη.

Το παρακάτω παράδειγμα παρουσιάζει πως ένας Α.Γ.Χ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να απεικονίσει το γεγονός υποψίας .

Θεωρούμε το εξής σενάριο : ο εισβολέας προσπαθεί να βρει πρόσβαση στο δίκτυο μπαίνοντας σε ένα συγκεκριμένο τερματικό .Ο εισβολέας προσπαθεί να κάνει εισαγωγή με διάφορους κωδικούς χρηστών και αποτυγχάνει . Κάποιος μπορεί να αναγνωρίσει ένα τέτοιο σενάριο επίθεσης , παρατηρώντας τον αριθμό αποτυχημένων εισόδων , το χρήστη και το τερματικό στους οποίους λαμβάνει μέρος το σενάριο , και την ημέρα και ώρα του συμβάντος . Τέτοιου είδους επίθεση θα έπρεπε να ενεργοποιεί μία κατάσταση επαγρύπνησης για κάθε τερματικό και για κάθε λογαριασμό χρήστη .

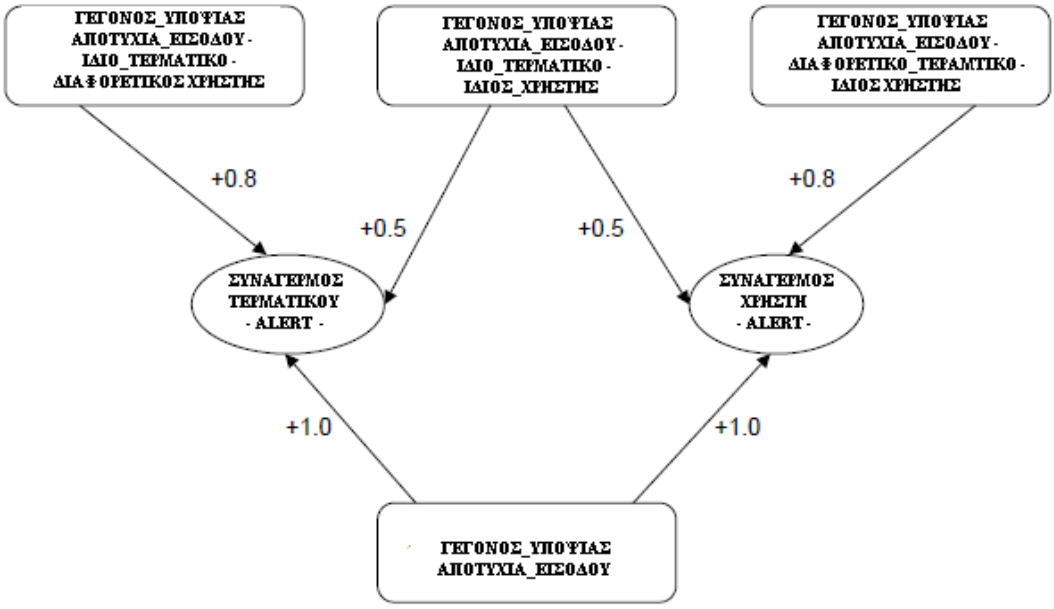


Σχήμα 3.4.1

Το σχήμα 3.4.1 δείχνει έναν Α.Γ.Χ να απεικονίζει το σενάριο του παραδείγματος. Η ενεργοποίηση του σεναρίου ΕΙΣΟΔΟΣ_ΙΔΙΟ_ΤΕΡΜΑΤΙΚΟ_ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟΣ_ΧΡΗΣΤΗΣ από τα άλλα σενάρια , μπορεί να εκτελεστεί χρησιμοποιώντας μία ασαφή αρχή του κανόνα .Οι ασαφής κανόνες χρησιμοποιούνται για να απεικονίσουν τα πολλαπλά σενάρια εισόδου (τις αιτίες) μέχρι το σενάριο εξόδου (το αποτέλεσμα) .Πολλαπλοί ασαφής κανόνες μπορεί να χρησιμοποιηθούν για να αντιστοιχίσουν τη γνώση που περιγράφεται σε έναν αυτούσιο
Α.Γ.Χ .

Ο Α.Γ.Χ του σχήματος 3.4.1 μπορεί να εκτελεστεί με έναν απλό ασαφή κανόνα : Εάν ο αριθμός των αποτυχημένων προσπαθειών εισόδου είναι φυσιολογικός , το χρονικό όριο μικρό και αυτό έχει συμβεί στο ίδιο τερματικό δοκιμάζοντας διαφορετικούς λογαριασμούς χρηστών , τότε το σενάριο ΕΙΣΟΔΟΣ_ΙΔΙΟ_ΤΕΡΜΑΤΙΚΟ_ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟΣ_ΧΡΗΣΤΗΣ ενεργοποιείται αυτόματα .

Το είδος ασαφής γνωστικής μοντελοποίησης ,όπου οι ασαφής κανόνες χρησιμοποιούνται για υποστηρίξουν τον Α.Γ.Χ , έχει βρει εφαρμογές για την εκτίμηση κινδύνου στην υγειονομική περίθαλψη .Η υποστήριξη ασαφών κανόνων , κάνει τους Α.Γ.Χ συμβατούς και επιτρέπει την ποιοτική μοντελοποίηση .

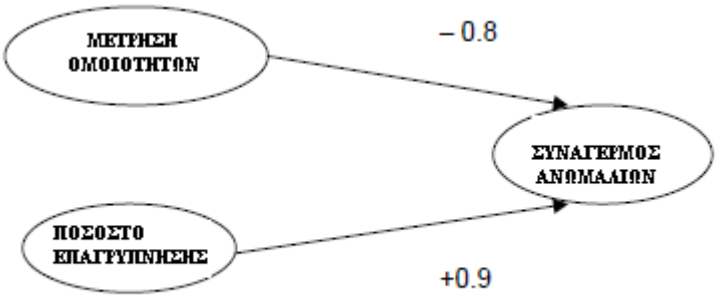


Σχήμα 3.4.2

Ένας γειτονικός πίνακας χρησιμοποιείται για να πινακογραφίσουμε τις συσχετίσεις, αιτίας και αποτελέσματος μεταξύ των κόμβων .Ο χρόνος εκτέλεσης εντοπίζεται απλά προσδιορίζοντας την επόμενη τιμή κάθε σεναρίου από το εκάστοτε

σενάριο ,συνδέοντας τις τιμές των ακμών ,κάτι που μπορεί να για κάθε σενάριο C_i την χρονική στιγμή t_{n+1} .

Τα πρότυπα εντοπισμού ανωμαλιών μετρούν τις ανομοιότητες μεταξύ λογικών και μη δεδομένων ,από τη σκοπιά του ποσοστού επαγρύπνησης και της μέτρησης των ομοιοτήτων . Με σκοπό να εκτιμήσουμε τα συνδυαζόμενα αποτελέσματα των εξόδων , των πρότυπων εντοπισμού ανωμαλιών του δικτύου , η μηχανή επιλογής χρησιμοποιεί αιτιατή ανάλυση μέσω του Α.Γ.Χ. Το σχήμα 3.4.1 δείχνει ένα παράδειγμα ενός τέτοιου Α.Γ.Χ που να μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να συμπεράνουμε το επίπεδο επαγρύπνησης του δικτύου .

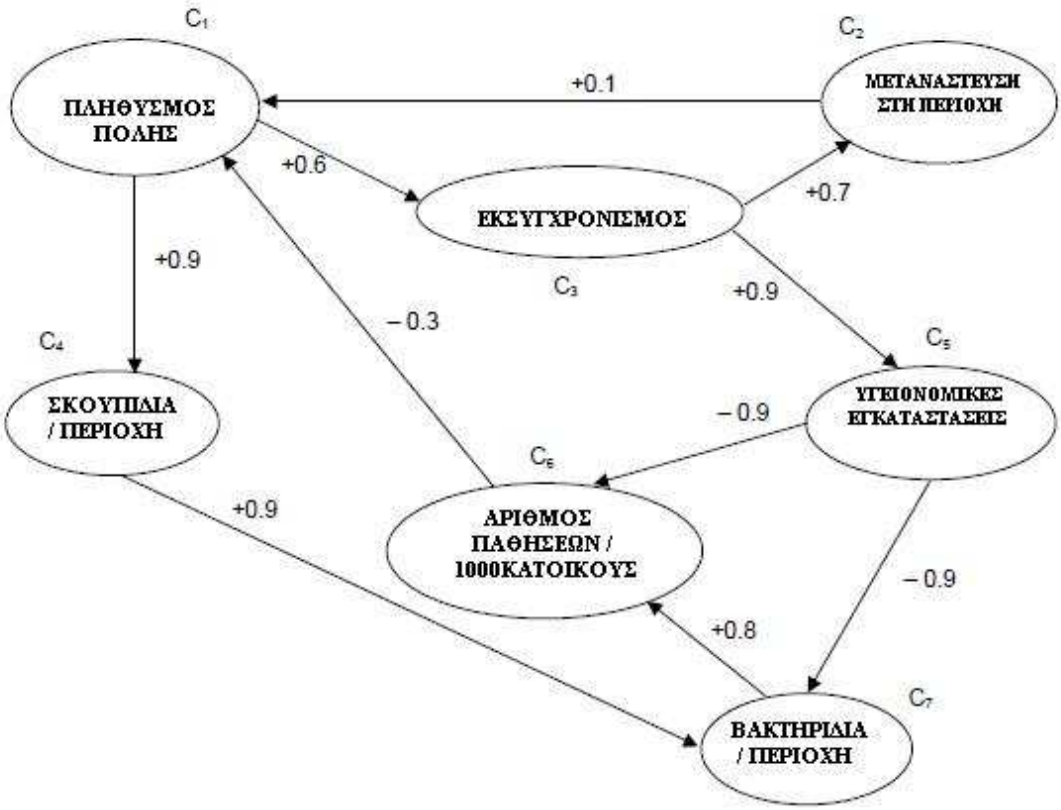


Σχήμα 3.4.3

Αιτιατές συσχετίσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να αποδώσουμε μία σειρά ασαφών Α.Γ.Χ κανόνων . Καθώς η μέτρηση ομοιοτήτων αυξάνεται , μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το επίπεδο επαγρύπνησης ανωμαλιών μειώνεται με 0.8 αιτιατότητα . Διαισθητικά αυτό σημαίνει ότι όταν η μέτρηση ομοιοτήτων είναι πολύ υψηλή , η επαγρύπνηση ανωμαλιών είναι πολύ χαμηλή και αντίστροφα , όταν η μέτρηση ομοιοτήτων είναι χαμηλή , ο επαγρύπνηση ανωμαλιών είναι υψηλή.

3.4.2 Α.Γ.Χ – Ένας Νέος Βαθμός Ισορροπίας

Στην ενότητα αυτή θα παραθέσουμε το σενάριο βαθμών ισορροπίας στους Α.Γ.Χ και τα σημαντικά αποτελέσματα στα οποία καταλήξαμε .Θεωρούμε έναν Α.Γ.Χ που αναφέρεται στην δημόσια υγεία με επτά κόμβους C_1, C_2, …, C_7 και έστω το σενάριο C_1 (πληθυσμός πόλης) στο σχήμα 3.4.4 είναι συνδεδεμένο με το σενάριο C_7 (βακτηρίδια) μέσω δύο δρόμων .Ο πρώτος είναι ο : C_1 (+)→ C_4 (+)→ C_7 και υποδηλώνει έμμεση αιτιατή σχέση και ο δεύτερος είναι ο : C_1 (+)→ C_3 (+)→ C_5 (+)→ C_7 που υποδηλώνει επίσης έμμεση αιτιατή σχέση . Στην περίπτωση αυτή δεν μπορούμε να συμπεράνουμε εάν το τελικό αποτέλεσμα του σεναρίου $C_1 \rightarrow C_7$ είναι θετικό ή αρνητικό , ή με άλλα λόγια εάν η αύξηση του πληθυσμού της πόλης θα αυξήσει ή θα μειώσει τα βακτηρίδια .



Σχήμα 3.4.4

Ένας Α.Γ.Χ είναι μη ευσταθής εάν μπορούμε να βρούμε δύο διαδρομές μεταξύ των ίδιων δύο ακμών που δημιουργούν αιτιατές σχέσεις διαφορετικού πρόσημου . Στην αντίθετη περίπτωση ο Α.Γ.Χ είναι ευσταθής . Τον όρος “ευσταθής“ τον έχουμε πάρει από την Θεωρία Γραφημάτων (Graph Theory) . Σε έναν μη ευσταθή Α.Γ.Χ δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε το πρόσημο της συνολικής επίδρασης ενός σεναρίου πάνω σε ένα άλλο . Χρησιμοποιώντας την άποψη ότι όσο το μήκος της διαδρομής αυξάνει , η έμμεση αιτιατή σχέση γίνεται αδύναμη .Υπάρχουν διάφορες εκτιμήσεις ανάλογα με τον ερευνητή . Υπάρχει η θέση κατά την οποία , η συνολική επίδραση θα έπρεπε να έχει το πρόσημο της μικρότερης διαδρομής μεταξύ των κόμβων . Από την άλλη υπάρχει η άποψη ότι το πρόσημο της συνολικής επίδρασης θα έπρεπε να είναι το πρόσημο της πιο σημαντικής διαδρομής , όπου η πιο σημαντική διαδρομή , είναι αυτή η οποία διέρχεται από τους σημαντικότερους κόμβους .

Ο βαθμός κατά τον οποίο ένα διάγραμμα ενός Α.Γ.Χ είναι ευσταθές ή όχι ,δίνεται από τον Βαθμό Ισορροπίας του διαγράμματος .Διάφοροι τύποι Βαθμών Ισορροπίας έχουν προταθεί , κάθε ένας εκ των οποίων είναι κατάλληλος για συγκεκριμένους τύπους προβλημάτων .Για παράδειγμα, για μία σειρά προβλημάτων έχει προταθεί ο ακόλουθος βαθμός ισορροπίας :

$$\overline{a} = p / t$$

Όπου p είναι ο αριθμός των θετικών ημικυκλίων του διαγράμματος και t είναι ο συνολικός αριθμός των ημικυκλίων (ημικύκλιος καλείται ένας κύκλος σε διάγραμμα το οποίο μπορεί να δημιουργηθεί χωρίς να λαμβάνουμε υπόψη μας την διαδρομή των τόξων) .Ο πιο κοντινός στη μονάδα είναι ο δείκτης a , ο κοντινότερος για να ισορροπήσει το διάγραμμα .

$$\overline{a} = \frac{\sum_m p_m f(m)}{\sum_m t_m f(m)} \quad , \text{ αλλιώς } , \quad \overline{a} = \frac{\sum_m p_m f(m)}{\sum_m n_m f(m)}$$

Όπου p_m είναι ο αριθμός των θετικών ημικύκλων στον γράφο που έχουν μήκος m, n_m είναι ο αριθμός των αρνητικών ημικύκλων στον γράφο που έχουν μήκος m , t_m είναι ο συνολικός αριθμός των ημίκυκλων στον γράφο που έχουν μήκος m , και f(m) μια μονοτονικά αυξανόμενη συνάρτηση ,για παράδειγμα : f(m) = 1/ m, f(m) = 1 /m^2 ή f(m) = 1/2^m.

Παραθέσαμε έναν Νέο Βαθμό Ισορροπίας r ο οποίος ελέγχει αυστηρά την ισορροπία του διαγράμματος και είναι πολύ χρήσιμο για τους Α.Γ.Χ. Ο βαθμός αυτός μπορεί να πάρει τιμή σε όλο το σύνολο [0, 1]. Όσο περισσότερο τείνει στο μηδέν ο r , τόσο περισσότερο τείνει σε ένα εξ ‘ ολοκλήρου ισορροπημένο διάγραμμα το διάγραμμά μας .Για να υπολογίσουμε τον νέο βαθμό , ελέγχουμε τα πρόσημα όλων των έμμεσων αιτιατών σχέσεων που υπάρχουν ανάμεσα σε κάθε ζεύγος σεναρίων C_i και C_j .Ας υποθέσουμε τώρα ότι υπάρχουν p_{ij} θετικές διαδρομές από τα σενάρια C_i στο σενάριο C_j και ότι n_{ij} είναι ο αριθμός των αρνητικών διαδρομών από τα σενάρια C_i στο σενάριο C_j . Τώρα υπάρχουν δύο περιπτώσεις :

- Περίπτωση 1 : $p_{ij} + n_{ij} = 2k$.

Στην περίπτωση αυτή ο συνολικός αριθμός διαδρομών μεταξύ δύο σεναρίων είναι άρτιος .Εάν i = j τότε αναφερόμαστε στους κύκλους . Η περίπτωση ενός εξ ‘ ολοκλήρου ισορροπημένου διαγράμματος (r = 0) συμβαίνει όταν έχουμε , είτε $p_{ij} = 0$ και $n_{ij} = 2k$ είτε $p_{ij} = 2k$ και $n_{ij} = 0$.Η περίπτωση ενός εξ ‘ ολοκλήρου μη ισορροπημένου Α.Γ.Χ συμβαίνει όταν $p_{ij} = n_{ij} = k$. Το κλάσμα :

$$\frac{\min\left\{ p_{ij} n_{ij} \right\}}{k}$$

Δίνει μια μέτρηση της ισορροπίας βασισμένο στα παραπάνω .Εάν έχουμε θετικό αριθμό

k + x, x > 0 (αρνητικό) διαδρομών και k – x αρνητικό αριθμό (θετικό) διαδρομών, τότε το παραπάνω κλάσμα μας δίνει (k – x) /k , το οποίο είναι η σωστή μέτρηση για την ισορροπία του Α.Γ.Χ.

- Περίπτωση 2 : $p_{ij} + n_{ij} = 2k + 1$

Σε αυτή τη περίπτωση ο συνολικός αριθμός διαδρομών μεταξύ δύο σεναρίων είναι περιττός .Η περίπτωση ενός εξ 'ολοκλήρου ισορροπημένου διαγράμματος (r = 0) συμβαίνει όταν έχουμε είτε $p_{ij} = 0$ και $n_{ij} = 2k +1$, είτε $p_{ij} = 2k + 1$ και $n_{ij} = 0$.Η περίπτωση ενός εξ' ολοκλήρου μη ισορροπημένου διαγράμματος Α.Γ.Χ (r = 1) συμβαίνει όταν $p_{ij} = k$ και $n_{ij} = k + 1$ ή όταν $p_{ij} = k + 1$ και $n_{ij} = k$.Το κλάσμα :

$$\frac{\min\left\{p_{ij}n_{ij}\right\}}{k+1}$$

Δίνει μια μέτρηση της ισορροπίας βασισμένο στα παραπάνω . Εάν έχουμε θετικό αριθμό k - x, x > 0 (αρνητικό) διαδρομών και k + x +1 αρνητικό αριθμό (θετικό) διαδρομών , τότε το παραπάνω κλάσμα μας δίνει (k – x) / (k+1) , το οποίο είναι η σωστή μέτρηση για την ισορροπία του Α.Γ.Χ.

Οι βαθμοί ,οι οποίοι προτείνονται από τις δύο παραπάνω περιπτώσεις είναι διαφορετικοί στον παρανομαστή .Μπορούμε να ενοποιήσουμε τις δύο περιπτώσεις σε μία χρησιμοποιώντας το κλάσμα :

$$\frac{\min\left\{p_{ij}n_{ij}\right\}}{\operatorname{int}\left[\dfrac{p_{ij}+n_{ij}+1}{2}\right]}$$

Όπου η συνάρτηση int() επιστρέφει το ακέραιο μέρος ενός δεκαδικού .Ο νέος βαθμός ισορροπίας είναι χρήσιμος , επειδή μας παρέχει μία επακριβή ένδειξη του αριθμού συγκρούσεων που υπάρχουν στο διάγραμμα ενός Α.Γ.Χ.

Από αυτό μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για την δυναμική συμπεριφορά που αναμένουμε από τον Α.Γ.Χ. Αυτό είναι σημαντικό καθώς η προβλεπόμενη διαδικασία του Α.Γ.Χ απαιτεί την μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς του μοντέλου του Α.Γ.Χ.

4 Radial Basis Function – RBF

4.1 Εισαγωγή

Μια radial basis συνάρτηση (radial basis function - RBF) είναι μια συνάρτηση που παίρνει πραγματικές τιμές . Οι τιμές εξαρτώνται μόνο από την απόσταση από την αρχή των αξόνων , έτσι ώστε :

$$\varphi(x) = \varphi(\|x\|) \qquad (1)$$

Εναλλακτικά , εξαρτάται από την απόσταση από κάποιο άλλο σταθερό σημείο c , το οποίο καλούμε κέντρο έτσι ώστε :

$$\varphi(x, c) = \varphi(\|x - c\|)$$

Οποιαδήποτε συνάρτηση φ ικανοποιεί την ιδιότητα **(1)** είναι συνάρτηση radial (ακτινοειδής) . Η νόρμα είναι συνήθως η Ευκλείδεια απόσταση , αν και , άλλες συναρτήσεις απόστασης είναι επίσης πιθανό να χρησιμοποιούνται .

Για παράδειγμα , εάν χρησιμοποιηθεί η μετρική Lukaszyk-Karmowski , είναι πιθανό για κάποιες ακτινοειδείς συναρτήσεις [18] ,να αποφευχθούν προβλήματα με τον πίνακα επίλυσης , που καθορίζει τους συντελεστές w_i , καθώς το $\|x\|$ είναι πάντα μεγαλύτερο του μηδενός .Αθροίσεις μεταξύ radial basis συναρτήσεων ,χρησιμοποιούνται για να προσεγγίζουμε δοσμένες συναρτήσεις . Αυτή η διαδικασία προσέγγισης μπορεί επίσης να ερμηνευτεί ως ένα απλοϊκού είδος νευρωνικού δικτύου .

4.2 Είδη Radial Basis Functions

Οι ευρέως χρησιμοποιούμενοι τύποι συναρτήσεων radial basis της μορφής $(r = \|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|)$ είναι οι παρακάτω :

- Gaussian :

$$\varphi(r) = \exp(-\beta r^2)$$, για τυχαίο β > 0

- Multiquadric :

$$\varphi(r) = \sqrt{r^2 + \beta^2}$$, για τυχαίο β > 0

- Polyharmonic Spline :

$$\varphi(r) = r^k, k = 1, 3, 5, \ldots$$

$$\varphi(r) = r^k \ln(r), k = 2, 4, 6, \ldots$$

- Thin Plate Spline :

$$\varphi(r) = r^2 \ln(r)$$

4.3 Προσεγγίσεις Συναρτήσεων

Οι Radial Basis συναρτήσεις χρησιμοποιούνται για τη κατασκευή προσεγγίσεων συναρτήσεων της μορφής :

$$y(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N} w_i \, \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|),$$

Όπου η προσεγγιστική συνάρτηση $y(\boldsymbol{x})$ αναπαριστάται ως το άθροισμα των N radial basis συναρτήσεων , καθεμία συσχετιζόμενη με διαφορετικό κέντρο $\boldsymbol{c}_i$,και σταθμισμένη με έναν κατάλληλο συντελεστή w_i. Τα βάρη w_i μπορούν να εκτιμηθούν , χρησιμοποιώντας τη μέθοδο πινάκων των γραμμικών ελαχίστων τετραγώνων , καθώς η προσεγγιστική συνάρτηση είναι γραμμική για τα βάρη .

Τα προσεγγιστικά σχήματα τέτοιου είδους , έχουν κατά κόρον χρησιμοποιηθεί σε μεθόδους πρόβλεψης χρόνου , ελέγχου μη-γραμμικών συστημάτων , τα οποία παρουσιάζουν εμφανέστατα χαοτική συμπεριφορά , 3-D ανακατασκευή υπολογιστικών γραφικών .

4.4 Radial Basis Function Δίκτυα

Ένα Radial Basis Function Δίκτυο είναι ένα νοητικό νευρωνικό δίκτυο , το οποίο χρησιμοποιεί radial basis συναρτήσεις ως συναρτήσεις ενεργοποίησης .Είναι ένας γραμμικός συνδυασμός radial basis συναρτήσεων .Χρησιμοποιούνται σε προσεγγίσεις συναρτήσεων , προβλέψεις χρόνου και ελέγχους [19].

4.4.1 Αρχιτεκτονική Δικτύου

Τυπικά τα RBF Δίκτυα έχουν τρία επίπεδα ιεραρχίας .Το επίπεδο εισόδου , ένα κρυφό επίπεδο με μη – γραμμική RBF συνάρτηση ενεργοποίησης και ένα γραμμικό επίπεδο εξόδου . Η έξοδος ,

$\varphi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, του δικτύου δίνεται από τον τύπο :

$$\varphi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N} a_i \rho(\| \mathbf{x} - \mathbf{c}_i \|)$$

Όπου N είναι ο αριθμός των νευρώνων στο κρυμμένο επίπεδο , $\mathbf{c}_i$ είναι ο

κεντρικός παράγοντας για το νευρώνιο i και a_i είναι τα βάρη της γραμμικής εξόδου του νευρωνίου . Στη βασική μορφή του , όλες οι είσοδοι είναι συνδεδεμένοι σε κάθε κρυμμένο νευρώνιο .

Η νόρμα συνήθως υπολογίζεται από την Ευκλείδεια απόσταση και η συνάρτησης βάσης από την Gaussian :

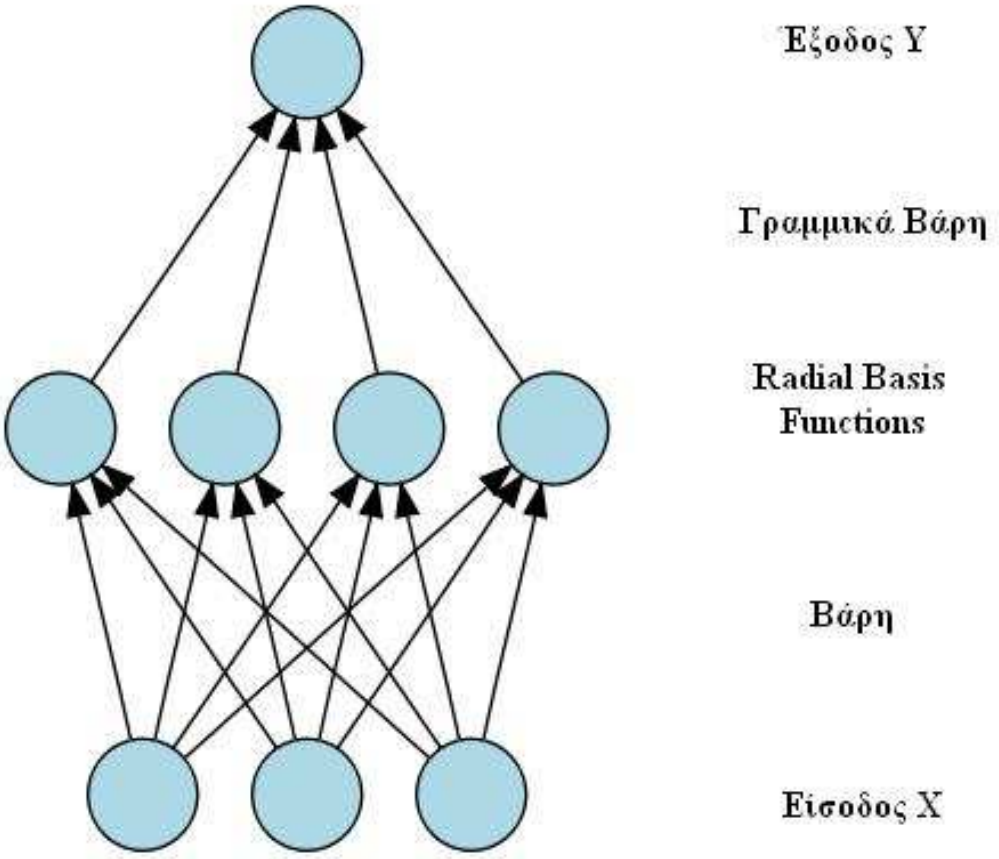
$$\rho\left(\left\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\right\|\right) = \exp\left[-\beta\left\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\right\|^2\right]$$

Η Gaussian συναρτήσεις βάσης είναι βασισμένες στην θέση ότι :

$$\lim_{\|x\| \to \infty} \rho(\left\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\right\|) = 0$$

Για παράδειγμα εάν αλλάξουμε τις παραμέτρους ενός νευρωνικού , έχει μόλις μια μικρή επίδραση στις τιμές εισόδου που απέχουν πολύ από το κέντρο του νευρωνικού .

Τα RBF Δίκτυα είναι καθολικοί προσεγγιστές σε ένα υποσύνολο του $\mathbb{R}^n$. Κάτι τέτοιο σημαίνει ότι ένα RBF Δίκτυο με αρκετούς κρυμμένους νευρώνες μπορεί να προσεγγίσει οποιαδήποτε συνεχή συνάρτηση με αυθαίρετη ακρίβεια . Τα βάρη a_i, $\mathbf{c}_i$ και β προσδιορίζονται με έναν τρόπο που βελτιστοποιεί το ταίριασμα μεταξύ της φ και των δεδομένων .



Σχήμα 4.4.1.1: *Η αρχιτεκτονική ενός RBF Δικτύου. Χρησιμοποιείται ένας παράγοντας εισόδου ως είσοδο σε όλες τις RBF ,σε καθεμία με διαφορετική παράμετρο. Η έξοδος του Δικτύου είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των εξόδων των RBF.*

4.4.2 Κανονικοποιημένη Αρχιτεκτονική

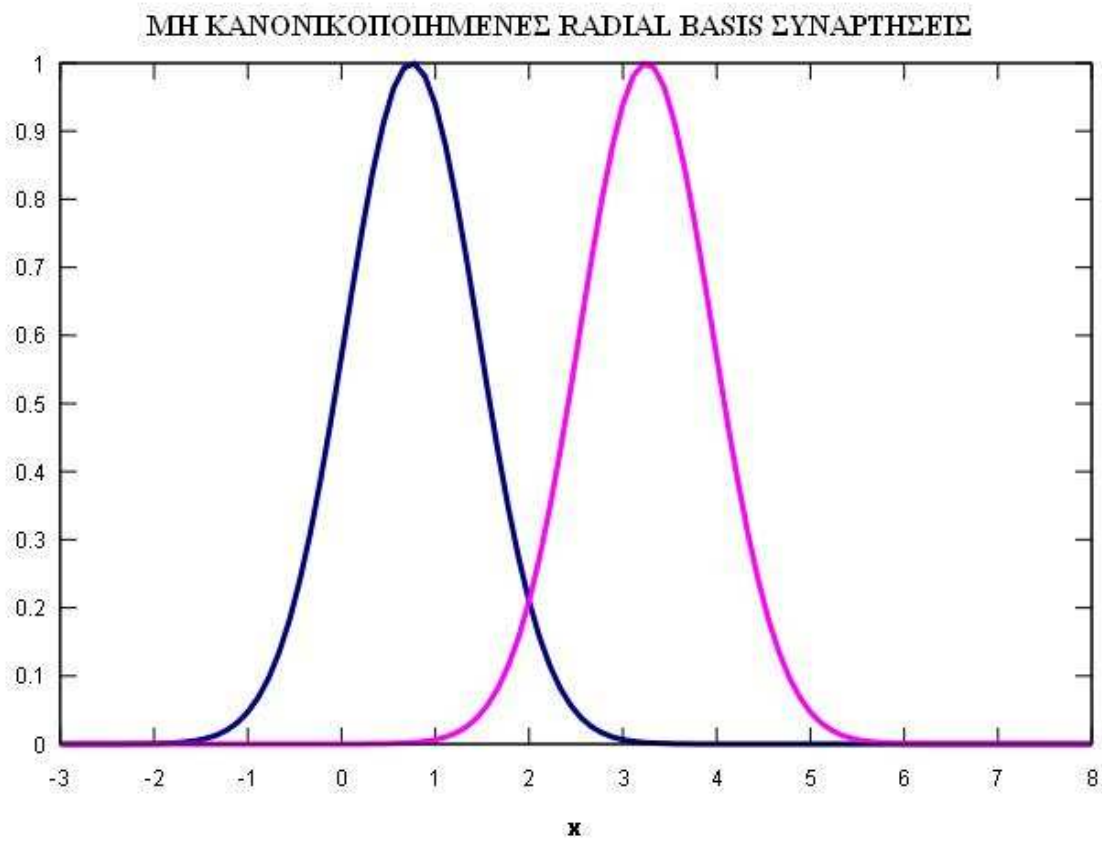
Πέραν της παραπάνω μη - κανονικοποιημένης αρχιτεκτονικής , τα RBF Δίκτυα μπορούν να κανονικοποιηθούν . Σε αυτή τη περίπτωση έχουμε :

$$\varphi(\mathbf{x}) \overset{\text{def}}{=} \frac{\sum_{i=1}^{N} a_i \rho\left(\left\|\mathbf{x}-\mathbf{c}_i\right\|\right)}{\sum_{i=1}^{N} \rho\left(\left\|\mathbf{x}-\mathbf{c}_i\right\|\right)} = \sum_{i=1}^{N} a_i u\left(\left\|\mathbf{x}-\mathbf{c}_i\right\|\right)$$

όπου,

$$u\left(\left\|\mathbf{x}-\mathbf{c}_i\right\|\right) \overset{\text{def}}{=} \frac{\rho\left(\left\|\mathbf{x}-\mathbf{c}_i\right\|\right)}{\sum_{i=1}^{N} \rho\left(\left\|\mathbf{x}-\mathbf{c}_i\right\|\right)}$$

Και η οποία είναι γνωστή ως κανονικοποιημένη Radial Basis συνάρτηση [20] .



Σχήμα 4.4.2.1: Δύο μη-κανονικοποιημένες RBFs σε διάσταση μιας εισόδου .Τα κέντρα της συνάρτησης βάσης είναι τα $c_1 = 0.75$ και $c_2 = 3.25$.

4.4.3 Θεωρητικό Κίνητρο Για Κανονικοποίηση Αρχιτεκτονικής Δικτύου

Υπάρχει θεωρητική αιτιολόγηση για την αρχιτεκτονική αυτή στην περίπτωση ροής στοχαστικών δεδομένων .Θεωρούμε μια προσέγγιση στοχαστικής διαδικασίας για τη συνδυαστική πυκνότητα πιθανότητας :

$$P(\mathbf{x} \wedge y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \rho\left(\left\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\right\|\right) \sigma\left(\left|y - e_i\right|\right)$$

όπου τα βάρη c_i και e_i είναι τυχαίες τιμές από τα δεδομένα και απαιτούμε οι πυρήνες να είναι κανονικοποιημένοι .

$$\int \rho\left(\left\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\right\|\right) d^n\mathbf{x} = 1$$

και

$$\int \sigma\left(\left|y - e_i\right|\right) dy = 1$$

Οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας στα διαστήματα των εισόδων και των εξόδων είναι :

$$P(\mathbf{x}) = \int P(\mathbf{x} \wedge y) dy = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \rho\left(\left\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\right\|\right)$$

και το προσδοκώμενο y δοσμένης εισόδου **x** είναι :

$$\varphi(\mathbf{x}) \overset{\text{def}}{=} E(y \mid \mathbf{x}) = \int y\, P(y \mid \mathbf{x}) dy$$

όπου ,

$$P(y \mid \mathbf{x})$$

είναι η εξαρτημένη πιθανότητα του y με δοσμένο το **x .** Η εξαρτημένη πιθανότητα συσχετίζεται με τη συνδυασμένη πιθανότητα μέσω του Θεωρήματος του Baves :

$$P(y \mid \mathbf{x}) = \frac{P(\mathbf{x} \wedge y)}{P(\mathbf{x})}$$

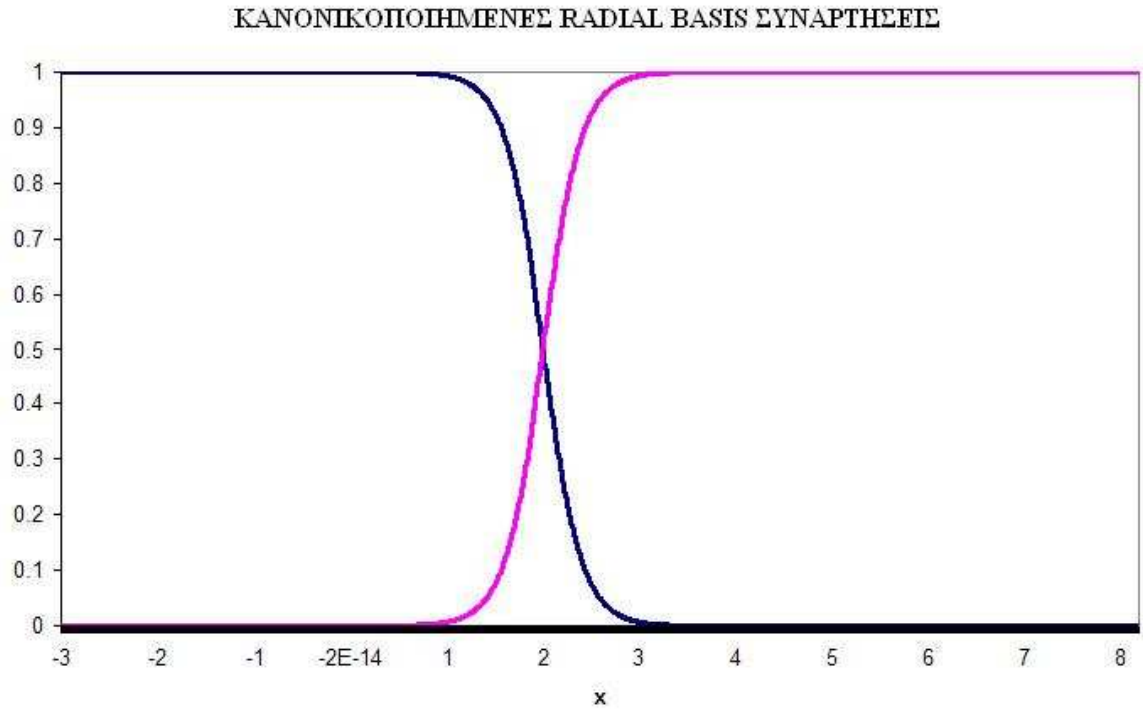
Το οποίο τελικά μας δίνει :

$$\varphi(\mathbf{x}) = \int y \frac{P(\mathbf{x} \wedge y)}{P(\mathbf{x})} dy \,,$$

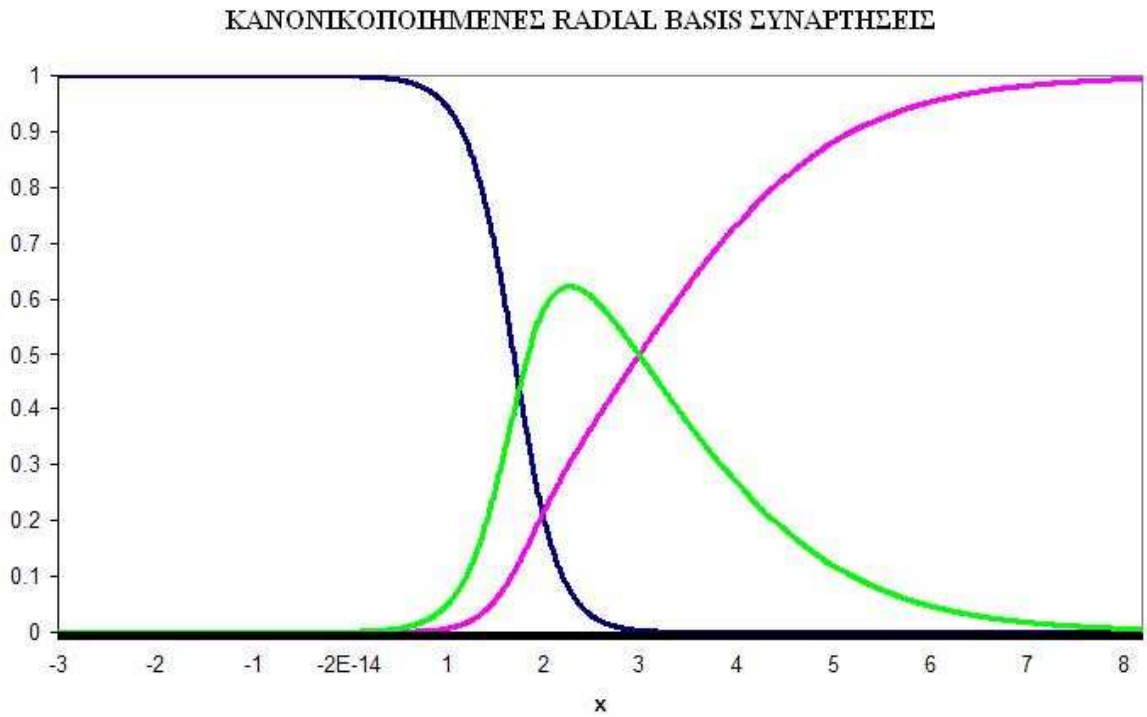
και τελικά παίρνουμε :

$$\varphi(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{i=1}^{N} e_i \rho\left(\left\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\right\|\right)}{\sum_{i=1}^{N} \rho\left(\left\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\right\|\right)} = \sum_{i=1}^{N} e_i u\left(\left\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\right\|\right)$$

Όταν εκτελεστεί η αντικατάσταση .



Σχήμα 4.4.3.1: *Δύο κανονικοποιημένες RBFs σε διάσταση μιας εισόδου .Τα κέντρα της συνάρτησης βάσης είναι τα c_1 = 0.75 και c_2 = 3.25.*



Σχήμα 4.4.3.2: *Τρεις κανονικοποιημένες RBFs σε διάσταση μιας εισόδου .Τα κέντρα της συνάρτησης βάσης είναι τα c_1 = 0.75 και c_2 = 3.25 και c_3 = 2.75.*

4.4.4 Τοπικά Γραμμικά Μοντέλα

Κάποιες φορές μας διευκολύνει να επεκτείνουμε την αρχιτεκτονική με σκοπό να συμπεριλάβουμε τοπικά γραμμικά μοντέλα . Στην περίπτωση αυτή οι αρχιτεκτονικές τροποποιούνται σε πρώτης τάξης :

$$\varphi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N} \left(a_i + \mathbf{b}_i \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{c}_i)\right) \rho\left(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|\right)$$

και

$$\varphi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N} \left(a_i + \mathbf{b}_i \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{c}_i)\right) u\left(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|\right)$$

στην μη – κανονικοποιημένη περίπτωση και στην κανονικοποιημένη περίπτωση αντίστοιχα . Εδώ τα $\mathbf{b}_i$ είναι βάρη που πρέπει να καθοριστούν .Υψηλότερου βαθμού γραμμικοί παράγοντες είναι επίσης πιθανοί .

Το αποτέλεσμα μπορεί να γραφεί ως :

$$\varphi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{2N} \sum_{j=1}^{n} e_{ij} v_{ij}(\mathbf{x} - \mathbf{c}_i)$$

όπου

$$e_{ij} = \begin{cases} a_i, & \text{if } i \in [1, N] \\ b_{ij}, & \text{if } i \in [N+1, 2N] \end{cases}$$

και

$$v_{ij}(\mathbf{x} - \mathbf{c}_i) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \delta_{ij} \rho\left(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|\right), & \text{if } i \in [1, N] \\ \left(x_{ij} - c_{ij}\right) \rho\left(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|\right), & \text{if } i \in [N+1, 2N] \end{cases}$$

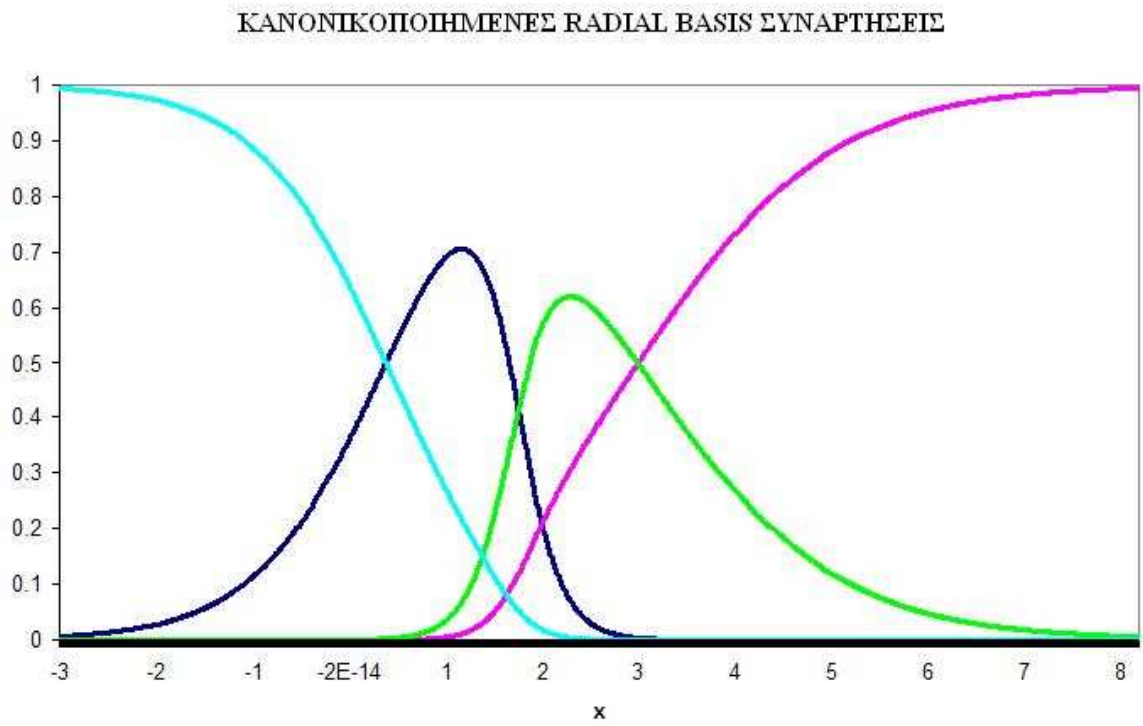
στην μη κανονικοποιημένη περίπτωση και

$$v_{ij}(\mathbf{x} - \mathbf{c}_i) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \delta_{ij} u\left(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|\right), & \text{if } i \in [1, N] \\ \left(x_{ij} - c_{ij}\right) u\left(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|\right), & \text{if } i \in [N+1, 2N] \end{cases}$$

στην κανονικοποιημένη περίπτωση .

Στην περίπτωση μας το είναι μια δέλτα συνάρτηση ορισμένοι ως :

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } i = j \\ 0, & \text{if } i \neq j \end{cases},$$



Σχήμα 4.4.4.1: *Τέσσερις κανονικοποιημένες RBFs σε διάσταση μιας εισόδου .Τα κέντρα της συνάρτησης βάσης είναι τα c_1 = 0.75 και c_2 = 3.25 και c_3 = 2.75 . Η τέταρτη έχει το κέντρο της στο c_4 = 0 .Παρατηρούμε ότι η πρώτη συνάρτηση βάσης (σκούρο μπλε) έχει εντοπιστεί .*

4.4.5 Εκπαίδευση Δικτύου

Σε ένα RBF Δίκτυο υπάρχουν τρεις τύποι παραμέτρων που πρέπει να επιλεχθούν για να προσαρμόσουμε το δίκτυο για ένα συγκεκριμένο σκοπό : ο κεντρικός παράγοντας c_i , τα βάρη εξόδου w_i και οι παράμετροι πλάτους του RBF β_i . Στην επαναλαμβανόμενη εκπαίδευση τα βάρη ενημερώνονται σε κάθε χρονικό βήμα , καθώς τα δεδομένα αναλύονται [21] .

Για κάποια θέματα , έχει νόημα να προσδιορίσουμε μια αντικειμενική συνάρτηση και να επιλέξουμε τις τιμές των παραμέτρων που ελαχιστοποιούν την τιμή του .

Η πιο κλασσική αντικειμενική συνάρτηση , είναι η συνάρτηση των ελαχίστων τετραγώνων :

$$K(\mathbf{w}) \overset{\text{def}}{=} \sum_{t=1}^{\infty} K_t(\mathbf{w})$$

όπου ,

$$K_t(\mathbf{w}) \overset{\text{def}}{=} \left[y(t) - \varphi\left(\mathbf{x}(t), \mathbf{w}\right) \right]^2$$

Κατηγορηματικά , έχουμε συμπεριλάβει την εξάρτηση στα βάρη . Η ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης ελαχίστων τετραγώγων από βέλτιστη επιλογή των βαρών , βελτιστοποιεί την ακρίβεια στο ταίριασμα .

Υπάρχουν περιπτώσεις , κατά τις οποίες , πολλαπλές αντικειμενικές , όπως η ομαλότητα ή η ακρίβεια , πρέπει να βελτιστοποιηθούν . Σε αυτή τη περίπτωση , είναι χρήσιμο να βελτιστοποιήσουμε μια κανονικοποιημένη αντικειμενική συνάρτηση όπως η:

$$H(\mathbf{w}) \overset{\text{def}}{=} K(\mathbf{w}) + \lambda S(\mathbf{w}) \overset{\text{def}}{=} \sum_{t=1}^{\infty} H_t(\mathbf{w})$$

όπου

$$S(\mathbf{w}) \overset{\text{def}}{=} \sum_{t=1}^{\infty} S_t(\mathbf{w})$$

και

$$H_t(\mathbf{w}) \overset{\text{def}}{=} K_t(\mathbf{w}) + \lambda S_t(\mathbf{w})$$

Όπου η βελτιστοποίηση των S μεγιστοποιημένων ομαλότητων και το λ είναι γνωστό ως παράμετρος κανονικοποίησης .

5 Identification Without Control

5.1 Εισαγωγή

Στο παρών κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε το πειραματικό κομμάτι ης διπλωματικής εργασίας μας . Θα παραθέσουμε την σχεδίαση , υλοποίηση και προσομοίωση της μεθοδολογίας που ακολουθήσαμε , για ντετερμινιστική εκμάθηση ενός μη γραμμικού δυναμικού συστήματος χωρίς έλεγχο . με το εργαλείο Simulink της Mat lab . Η κύρια ιδέα της εργασίας μας είναι να προσεγγίσουμε τις αποκλίσεις του διανύσματος κατάστασης σε ένα πεπερασμένο χρονικό διάστημα , μέσω ενός Νευρωνικού Δικτύου (ΝΔ) με αναδρομική κλήση , χρησιμοποιώντας το ολοκλήρωμα μίας Radial Basis Function (RBF) με Gaussian αναδρομικό διάνυσμα .

Η διαφορά των δύο αυτών όρων , των αποκλίσεων του διανύσματος κατάστασης και του RBF Νευρωνικού Δικτύου , συνιστά το διάνυσμα σφάλματος , το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εκπαιδεύσουμε το IRBF (integral radial basis function) Νευρωνικό Δίκτυο με έναν συνήθη κανόνα ανανέωσης . Με σκοπό να αποδείξουμε τα αποτελέσματα σύγκλισης , η διατήρησης της χαρακτηριστικής της διέγερσης (persistence of excitation property - PE) εγκαθιδρύεται για το ολοκλήρωμα πεπερασμένου χρόνου του ενεργοποιημένου ανάδρομου RBF υποδιανύσματος . Χρησιμοποιώντας την χαρακτηριστική PE , μια λεπτομερής ανάλυση σταθερότητας μας δείχνει ότι , τα βάρη του ΝΔ συγκλίνουν σε ένα γειτονικό προς το βέλτιστο διανυσματικό βάρος αντιστοιχίζοντας το στη βέλτιστη προσέγγιση της μη – γραμμικότητας του συστήματος του ΝΔ , μέσα στη περιοχή όπου οι τροχιές κατάστασης αναπτύσσονται . Στη μελέτη μας για το παραπάνω σύστημα έχει προσομοιωθεί το μοντέλο του ταλαντωτή του Απλού Εκκρεμούς , επαληθεύοντας την αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης σχεδίασης .

Τα Νευρωνικά Δίκτυα έχουν χρησιμοποιηθεί εκτενώς για την αναγώριση (identification) και τον έλεγχο (control) μη – γραμμικών συστημάτων [22] . Όπως αναφέραμε και παραπάνω στην ενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε μία προσέγγιση

ντετερμινιστικής εκμάθησης χωρίς έλεγχο . Η προτεινόμενη μεθοδολογία προσδιορίζει παραλλαγές του χωρικού διανύσματος κατάστασης .

5.2 Αρχικοποίηση Και Θεώρηση Του Προβλήματος

Θεωρούμε ένα γενικό μη – γραμμικό σύστημα της μορφής :

$$\dot{x} = f(x) \qquad \textbf{(1)}$$

Όπου $f(x) = [f_1(x), f_2(x), ..., f_n(x)]^T$ και $x = [x_1, x_2, ..., x_n]^T$ το διάνυσμα κατάστασης και $f_i(\bullet) : \Re^n \to \Re (i = 1, 2, ..., n)$ οι άγνωστες μη – γραμμικότητες του συστήματος . Θεωρούμε ότι οι καταστάσεις του συστήματος τείνουν να συγκλίνουν στο πέρασμα του χρόνου , με κάποια περιοδική τροχιά . Το πρόβλημα της αναγνώρισης των άγνωστων μη – γραμμικοτήτων $f_i(x)$ του συστήματος , από τις μετρήσεις κατάστασης , προσπαθούμε να επιλύσουμε στην υπάρχουσα εργασία . Τα συστήματα με σχέση , εισάγουν την επιλογή ενός ΝΔ ελεγκτή με βάρη εκπαιδευμένα από το σφάλμα εντοπισμού που πηγάζει από το διάνυσμα σφάλματος .

5.2.1 Προσέγγιση με Gaussian RBF Δίκτυο

Στην υπάρχουσα διπλωματική εργασία οδηγηθήκαμε στη χρησιμοποίηση των RBF Νευρωνικών Δικτύων [23] , λόγω της πολύ καλής ικανότητάς τους να προσεγγίζουν άγνωστες μη – γραμμικότητες και της ακρίβεια τους στην εύρεση του κανόνα ανανέωσης [24]. Τα RBF Δίκτυα ανήκουν στην κατηγορία των γραμμικά παραμετροποιημένων δικτύων της εξής μορφής :

$$f_{nn}(Z) = \sum_{i=1}^{N} w_i s_i(Z) = W^T S(Z) \qquad \textbf{(2)}$$

Όπου $Z \in \Omega_Z \subset \Re^q$ είναι το διάνυσμα εισόδου , $W := [w_1, w_2, ..., w_N]^T$ είναι το διανυσματικό βάρος , **N** είναι ο αριθμός σύγκλισης του Νευρωνικού Δικτύου και $S(Z) := [s_1(\|Z - \xi_1\|), s_2(\|Z - \xi_2\|), ..., s_n(\|Z - \xi_n\|)]^T$ με $s_i(\cdot)$ να είναι η RBF και $\xi_i (i = 1, 2, ..., N)$ να είναι διακριτά , χωρικά , σημεία κατάστασης (τα κέντρα των αριθμών σύγκλισης) .

Η Gaussian RBF που χρησιμοποιούμε είναι η :

$$s_i(\|Z - \xi_i\|) := \exp\left[-\frac{(Z - \xi_i)^{\mathrm{T}} (Z - \xi_i)}{\eta_i^2} \right], i = 1, 2, ..., N \qquad \textbf{(3)}$$

Όπου $\xi_i := [\xi_{i1}, \xi_{i2}, ..., \xi_{iq}]^T$, η_i είναι τα κέντρα και τα πλάτη του δεκτικού πεδίου . Τα Gaussian RBF Νευρωνικά Δίκτυα είναι χωρικά δίκτυα , υπό την έννοια ότι κάθε συνάρτηση βάσης μπορεί να επηρεάσει το δίκτυο τοπικά . Ένα RBF Δίκτυο , με αρκετά μεγάλο αριθμό σύγκλισης και κατάλληλα τοποθετημένα κέντρα σύγκλισης και διαστάσεις , μπορεί να προσεγγίσει οποιαδήποτε συνεχή συνάρτηση $f(Z) : \Omega_Z \to \Re$ μέσα στο κλειστό σύνολο τιμών $\Omega_Z \subset \Re^q$ με ακρίβεια :

$$f(z) = W^{*T} S(Z) + \varepsilon(Z), \forall Z \in \Omega_Z \qquad \textbf{(4)}$$

Όπου W^* είναι το ιδανικό σταθερό διανυσματικό βάρος και ε(Z) είναι το προσεγγιστικό σφάλμα του Νευρωνικού Δικτύου . Το ιδανικό σταθερό διανυσματικό βάρος ορίζεται ως η τιμή του W που ελαχιστοποιεί το |ε| για όλα τα $Z \in \Omega_Z \subset \Re^q$,π.χ. ,

$$W^* := \arg_{W \in \Re^N} \min_{Z \in \Omega_Z} \sup \left| f(Z) - W^T S(Z) \right| \quad \textbf{(5)}$$

Και θεωρούμε και μια άγνωστη , θετική , σταθερά ε*>0 ως $|\varepsilon(Z)| \le \varepsilon^*, \forall Z \in \Omega_Z$.

Η χωρική αναπαράσταση των Gaussian RBF Νευρωνικών Δικτύων ορίζει ότι για οποιαδήποτε φραγμένη τροχιά $Z(t)(\forall t \ge 0)$ μέσα στο σύνολο Ω_Z, η $f(Z)$ μπορεί να προσδιοριστεί χρησιμοποιώντας νευρώνες τοποθετημένους τοπικά (π.χ. σε μια ε- περιοχή) κατά μήκος της τροχιάς

$$f(Z) = W_\zeta^{*T} S_\zeta(Z) + \varepsilon_\zeta(Z) \quad \textbf{(6)}$$

Όπου ε_ζ είναι το σφάλμα προσέγγισης , με $|\varepsilon_\zeta - \varepsilon|$ μικρό , $S_\zeta(Z) := [s_{j1}(Z), ..., s_{jz}(Z)]^T \in \Re^{N\zeta}$, $W_\zeta^* := [w_{j1}^*, w_{j2}^*, ..., w_{jn}^*]^T \in \Re^{N\zeta}$, με $N_\zeta < N$, και οι ακέραιοι j_i ορίζονται από το $|s_{j_i}(Z_p)| > \varpi, Z_p \in \Re^{N_\zeta}$. Το παραπάνω είναι αληθές εάν $\left\| Z(t) - \xi_{j_i} \right\| < \varepsilon$ για t>0 . Ένα πάνω όριο δίνεται στην νόρμα από το διάνυσμα βάσης του Gaussian RBF Νευρωνικού Δικτύου από το παρακάτω κανόνα .

ΚΑΝΟΝΑΣ 5.2.1.1 : Θεωρούμε το Gaussian RBF Δίκτυο (1) , (3) . Έστω $h := (1/2) \min_{i \ne j} \left\| \xi_i - \xi_j \right\|$ και θεωρούμε ότι q και η , ορίζονται όπως στις (1) και (3) .Εν συνεχεία παίρνουμε ένα άνω όριο $\|S(Z)\|$ ως

$$\|S(Z)\| \le \sum_{k=1}^{\infty} 3q(k+2)^{q-1} e^{-2h^2k^2/\eta^2} := s^* \quad \textbf{(7)}$$

Ακόμα μια σημαντική ιδιότητα στην ικανότητα εκμάθησης των Νευρωνικών Δικτύων είναι η ακρίβεια στην χαρακτηριστική διέγερσης .

ΟΡΙΣΜΟΣ 5.2.1.1 : Μια συνεχής, ομοιόμορφα κατανεμημένη, συνάρτηση $S:[0,\infty]\rightarrow\Re^m$ λέγετε ότι ικανοποιεί την συνεχή χαρακτηριστική διέγερσης , εάν υπάρχουν θετικές σταθερές a_1, a_2 και T_0 τέτοιες ώστε :

$$a_2 I \geq \int_{t_0}^{t_0+T_0} S(\tau)S(\tau)^T d\tau \geq \alpha_1 I, \forall t_0 \geq 0 \qquad \textbf{(8)}$$

Όπου $I \in \Re^{m*m}$ είναι ο ταυτόσημος πίνακας.

Ο ακόλουθος ορισμός της κατάστασης της χαρακτηριστικής διέγερσης είναι ταιριαστός για αναγνώριση (identification) RBF Νευρωνικών Μοντέλων.

ΟΡΙΣΜΟΣ 5.2.1.2 : Έστω μ, μία θετική, Σ-πεπερασμένη , ποσότητα Borel στο $[0,\infty)$. Μια συνεχής, ομοιόμορφα κατανεμημένη, συνάρτηση $S:[0,\infty]\rightarrow\Re^m$ υπάρχει διαρκώς, εάν υπάρχουν θετικές σταθερές a_1, a_2 και δ τέτοιες ώστε :

$$a_2 \|c\|^2 \geq \int_{t_0}^{t_0+\delta} \left|S(\tau)^T c\right| d\mu(\tau) \geq \alpha_1 \|c\|^2, \forall t_0 \succ 0 \qquad \textbf{(9)}$$

Να ισχύει $\forall t_0 \geq 0$ και κάθε σταθερό παράγοντα $c \in \mathbb{R}^m$.

Το ακόλουθο θεώρημα [25] αποδείχθηκε ότι χαρακτηρίζει την διατήρηση της χαρακτηριστικής διέγερσης, για κάθε περιοδική τροχιά που εισάγεται σε ένα RBF Δίκτυο κατασκευασμένο σε κανονικό δικτύωμα.

ΘΕΩΡΗΜΑ 5.2.1.1 : Θεωρούμε μια περιοδική συνάρτηση Z(t) με περίοδο T_0. Υποθέτουμε ότι η Z(t) είναι ένας συνεχής χάρτης από το διάστημα $[0,\infty)$ στο $\Re^q$, και η Z(t) παραμένει κλειστή σε ένα υποσύνολο $\Omega \subset \Re^q$. Τότε για το RBF Δίκτυο $W^T S(Z)$, με κέντρα τοποθετημένα σε κανονικό δικτύωμα (αρκετά μεγάλα για να καλύπτουν το σύνολο Ω), ο αναδρομικός υποπαράγοντας $S_\zeta(Z)$,ως θεωρήθηκε στην (7), διεγείρεται συνεχώς με βάση την (10).

Ακόμα θα βασιστούμε στον παρακάτω κανόνα:

ΚΑΝΟΝΑΣ 5.2.1.2 : Θεωρούμε μια περιοδική συνάρτηση Z(t) με περίοδο T_0. Υποθέτουμε ότι η Z(t) είναι ένας συνεχής χάρτης από το διάστημα $[0,\infty)$ στο $\Re^q$, και η Z(t) παραμένει κλειστή σε ένα υποσύνολο $\Omega \subset \Re^q$. Τότε για το RBF Δίκτυο $W^T S(Z)$, με κέντρα τοποθετημένα σε κανονικό δικτύωμα (αρκετά μεγάλα για να καλύπτουν το σύνολο Ω), ο αναδρομικός υποπαράγοντας $\int_{t-T}^{t} S_\zeta(Z(s))ds$ ως θεωρήθηκε στην (7), διεγείρεται συνεχώς με βάση την (10).

5.2.2 Κύρια Θεωρητικά Αποτελέσματα

Εντάσσοντας την (1) στο χρονικό διάστημα [t-τ,t] καταλήγουμε στην σχέση :

$$x_i(t) - x_i(t-\tau) = \int_{t-\tau}^{t} f_i(x(s))ds \qquad \textbf{(10)}$$

όπως στην (4), ένα Gaussian RBF Νευρωνικό Δίκτυο S(x) μπορεί να χρησιμοποιηθεί να προσεγγίσουμε καθεμία εκ των συναρτήσεων $f_i(x)$ στην (10) σε κάποιο υποσύνολο $\Omega \subset \Re^q$ (όπου το διάνυσμα κατάστασης x εξελίσσεται). Για παράδειγμα :

$$f_i(x) = W_i^{*T} S(x) + \varepsilon_i(x) \qquad \textbf{(11)}$$

Με βέλτιστο διάνυσμα βάρους $W_i^* := \arg\min_{W_i \in \Re^N} \sup_{x\in\Omega} \left| f_i(x) - W_i^T S(x) \right|$ και εγκλεισμένο λάθος προσέγγισης $\left|\varepsilon_i(x)\right| \le \varepsilon_i^*, \forall x \in \Omega \subset \Re^n (i = 1,2,...,n)$. Εν συνεχεία, η (10) μπορεί να γραφεί ως :

$$x_i(t) - x_i(t-\tau) = W_i^{*T} \int_{t-\tau}^{t} S(x(s))ds + \bar{\varepsilon}_i(t) \tag{12}$$

Όπου το $\bar{\varepsilon}_i(t)$ ορίζεται ως :

$$\bar{\varepsilon}_i(t) = \int_{t-\tau}^{t} \varepsilon_i(x(s))ds \tag{13}$$

Για το σφάλμα $\bar{\varepsilon}_i(t)$ αληθεύει ότι :

$$\left|\bar{\varepsilon}_i(t)\right| = \left|\int_{t-\tau}^{t} \varepsilon_i(x(s))ds\right| \le \int_{t-\tau}^{t} \left|\varepsilon_i(x(s))\right| ds \le \varepsilon_i^{*}\tau \tag{14}$$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ 5.2.2.1 : Από την (12) μπορούμε να δούμε ότι οι i-οστες διακυμάνσεις κατάστασης $x_i(t) - x_i(t-\tau)$ μπορούν να προσεγγιστούν από ένα IRBF Gaussian ΝΔ $W_i^{*T} \int_{t-\tau}^{t} S(x(s))ds$ όπου το W_i^{*} είναι το διάνυσμα βάρους που αντιστοιχεί στη βέλτιστη προσέγγιση των $f_i(x)$ στο Ω.

Ένας συνήθης κανόνας ανανέωσης της μορφής

$$\dot{\hat{W}}_i(t) = -y_i \frac{\partial E_i(t)}{\partial \hat{W}_i(t)} \tag{15}$$

Με προσαρμοστική ισχύ $y_i \succ 0$ και συνάρτηση ενέργειας

$$E_i(t) := \left(x_i(t) - x_i(t-\tau) - \hat{W}_i^T(t) \int_{t-T}^{t} S(x(s))ds \right)^2 \tag{16}$$

Που μπορεί να χρησιμοποιηθεί το Gaussian RBF Νευρωνικό Δίκτυο. Έτσι ο προσαρμοστικός κανόνας ασκείται στη παρακάτω μορφή :

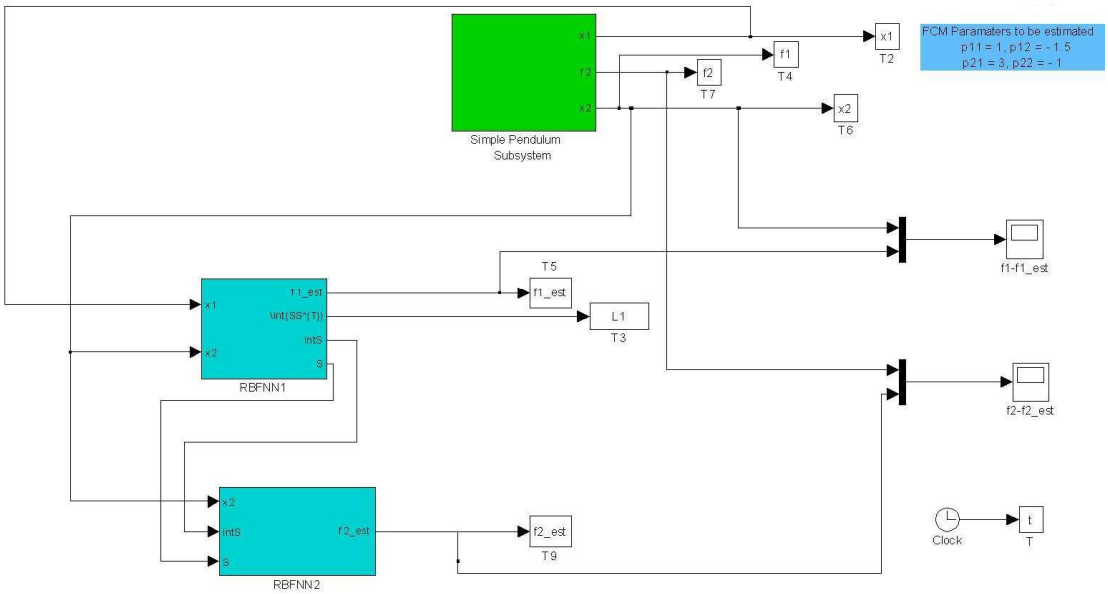
$$\dot{\hat{W}}_i(t) = y_i \left(x_i(t) - x_i(t-\tau) - \hat{W}_i^T(t) \int_{t-T}^{t} S(x(s))ds \right) \int_{t-T}^{t} S(x(s))ds \qquad \textbf{(17)}$$

Στην επόμενο παράγραφο , αποδεικνύεται ότι αν χρησιμοποιηθεί ένας επαρκής και μεγάλος αριθμός τομών από Νευρωνικά Δίκτυα, τότε ο αλγόριθμος εκπαίδευσης εξασφαλίζει ότι τα βάρη $\dot{\hat{W}}_i(t)$ των ΝΔ συγκλίνουν προς κάποια γειτονικά των βέλτιστων βαρών W_i^* δίνοντας αύξηση στην βέλτιστη προσέγγιση $W_i^{*T} S(x)$ του ΝΔ των $f_i(x)$ στο διάστημα Ω. Τότε το Gaussian RBF ΝΔ $\dot{\hat{W}}_i^T S(x)$ θα το ακολουθήσει το $W_i^{*T} S(x)$ το οποίο σε περιφορά, παράγει μια αποδοτική προσέγγιση των άγνωστων δυναμικών $f_i(x)$ του συστήματος.

5.3 Σχεδίαση Και Υλοποίηση Συστήματος

Στην ενότητα αυτή θα παραθέσουμε την σχεδίαση και υλοποίηση του συστήματός μας με την χρήση του εργαλείου Simulink της Matlab . Το γενικευμένο μοντέλο του συστήματος μας φαίνεται στο σχήμα 5.3.1.

Σε αυτό μπορούμε να δούμε τα τρία υποσυστήματα στα οποία λαμβάνει μέρος όλη η θεωρία στην οποία βασιζόμαστε , το Simple Pendulum, το RBFNN1 και το RBFNN2.



Σχήμα 5.3.1: *Το Υλοποιημένο Σύστημα. Παρατηρούμε τα τρία υποσυστήματα του μοντέλου μας, το Simple Pendulum, το RBFNN1 και το RBFNN2.*

- **Simple Pendulum Subsystem :**

Στο υποσύστημα του Απλού Εκκρεμούς υλοποιούμε τις δύο συναρτήσεις κίνησης του μοντέλου που περιγράψαμε στο κεφάλαιο 2 ,τη συνάρτηση της γωνίας και τη συνάρτηση της γωνιακής ταχύτητας. Αυτές είναι οι δύο περιοδικές συναρτήσεις με τις οποίες θα αποδείξουμε ότι εκπαιδεύεται το σύστημα μας. Παρατηρούμε ότι η μία είναι η παράγωγος της άλλης. Οι έξοδοι x1 και x2 θα είναι αυτές που θα εισάγουμε στο RBF Gaussian Νευρωνικό Δίκτυο μας ενώ οι f1 και f2 θα είναι αυτές με τις οποίες θα συγκρίνουμε τις εξόδους του Νευρωνικού μας Δικτύου.

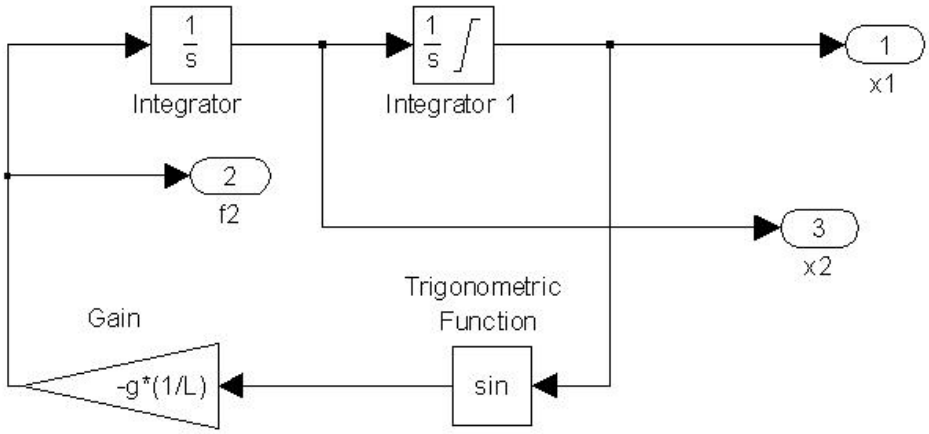
Οι συναρτήσεις που υλοποιούμε είναι αυτή της γωνίας η οποία είναι η :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0$$

και της γωνιακής ταχύτητας η οποία είναι η :

$$\frac{d\theta}{dt} - \frac{g}{L}\cos\theta = 0$$

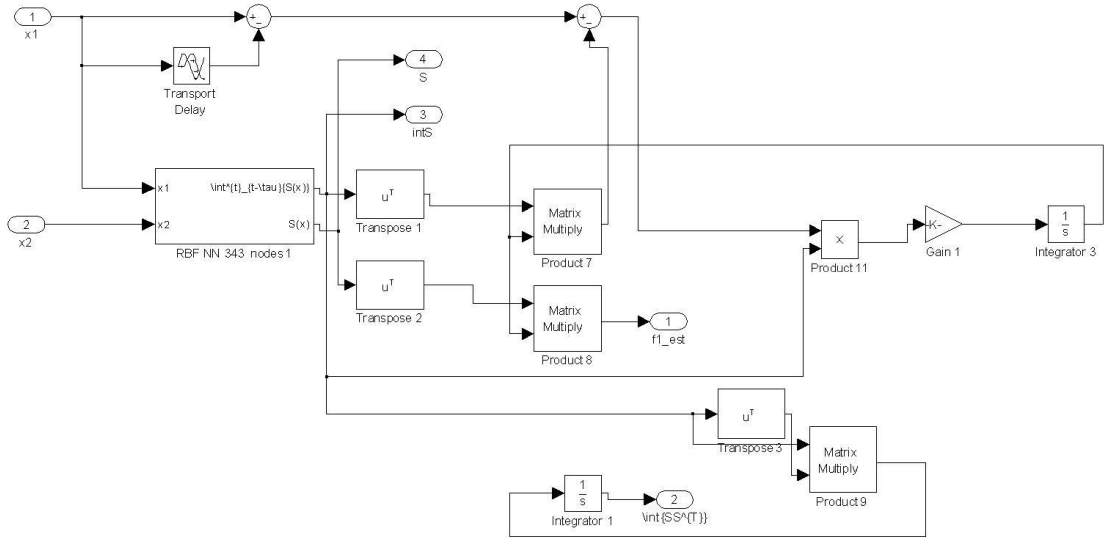
Παρακάτω στο σχήμα 5.3.2 παραθέτουμε το σύστημα του Απλού Εκκρεμούς υλοποιημένο στο Simulink της Matlab.



Σχήμα 5.3.2: *Το υποσύστημα του Απλού Εκκρεμούς*

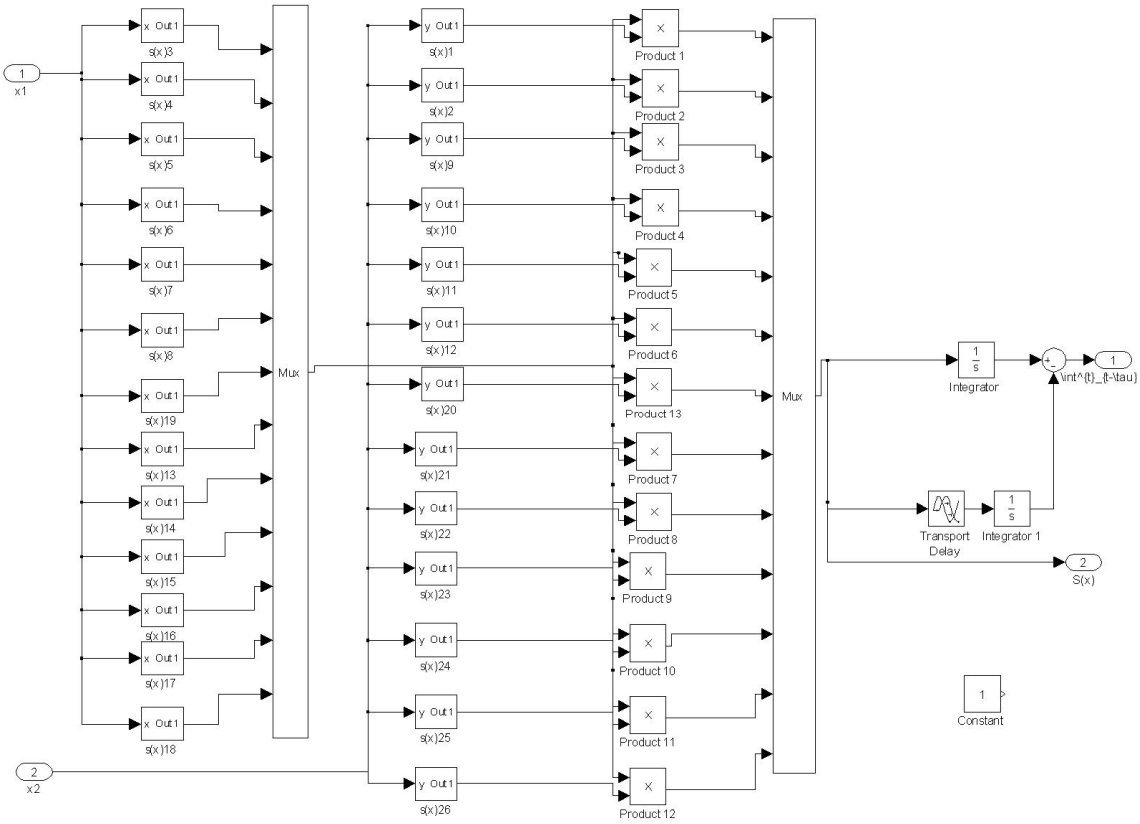
- **RBFNN1 Subsystem :**

Στο υποσύστημα RBFNN1 υλοποιούμε το RBF Gaussian Νευρωνικο Δίκτυο όπως το περιγράψαμε στην ενότητα 5.2.1. Το υποσύστημα δέχεται ως εισόδους, τις εξόδους x1,x2 του υποσυστήματος του Απλού Εκκρεμούς. Αυτές εισάγονται στο RBF NN το οποίο με βάση τον τύπο (2) της 5.2.1,το θέτουμε σε λειτουργία για N=13. Παρατηρούμε ότι το υποσύστημα μας δίνει τέσσερις εξόδους. Η πρώτη είναι η προσεγγιστική f1_est από το RBF NN την οποία και θα συγκρίνουμε με την f1 του υποσυστήματος του Simple Pendulum, η δεύτερη είναι η ολοκλήρωση της παράστασης $S(\tau)S(\tau)^{T}$,την οποία και αιτούμαστε με βάση τον τύπο (8) της ενότητας 5.2.1, η τρίτη είναι το S(x) που μας δίνει το RBF Νευρωνικό Δίκτυο , και τέλος η τέταρτη είναι το ολοκλήρωμα της παράστασης του S(x) .



Σχήμα 5.3.3: *Το Υποσύστημα RBFNN1*

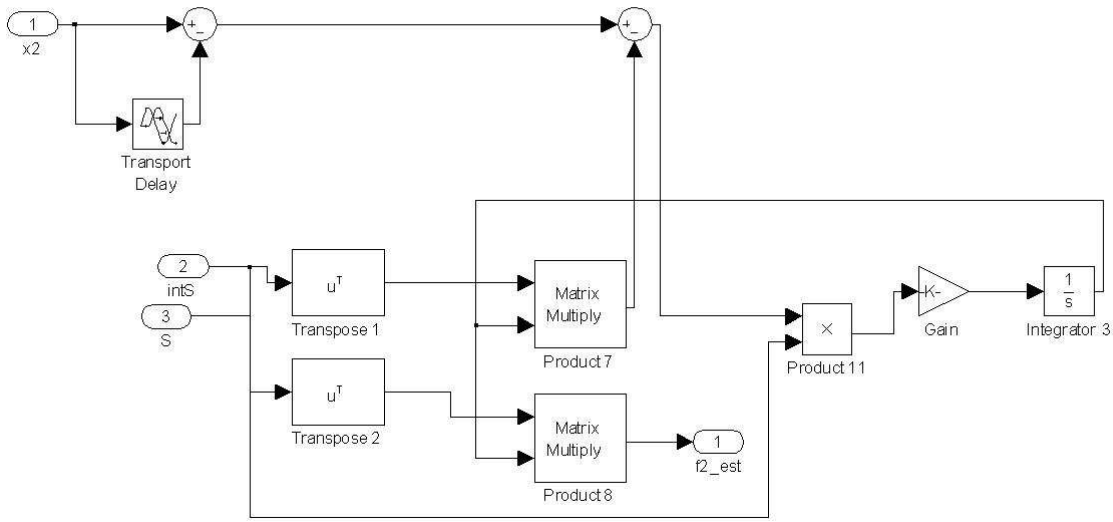
Στο RBF Δίκτυο υλοποιούμε τη σχέση (7) της ενότητας 5.2.1. Σκοπός μας είναι να παράξουμε το s*.



Σχήμα 5.3.4: *Το Υποσύστημα RBF NN*

- **RBFNN2 Subsystem :**

Το υποσύστημα RBFNN2 δέχεται τρείς εισόδους. Την έξοδο x2 του υποστήματος του Απλού Εκκρεμούς, και τις δύο εξόδους του RBF Δικτύου, την S(x) και την integrated S(x). Η έξοδος του υποσυστήματος είναι η προσεγγιστική τιμή της τιμής εξόδου της δεύτερης συνάρτησης f2, δηλαδή η f2_est.



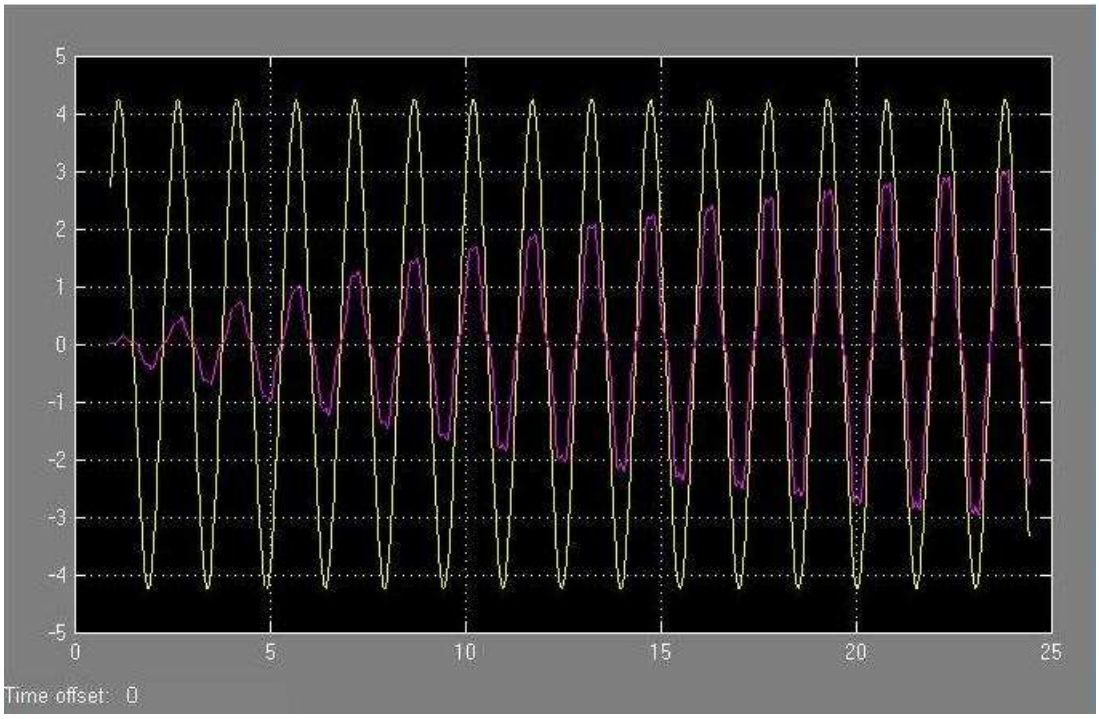
Σχήμα 5.3.4: *Το Υποσύστημα RBFNN2*

Εν κατακλείδι, κατασκευάσαμε ένα σύστημα αναγνώρισης (identifier) χρησιμοποιώντας ένα RBF Gaussian Νευρωνικό Δίκτυο για να μπορέσουμε να κάνουμε αναγνώριση στο Μοντέλο του Απλού Εκκρεμούς που παρουσιάσαμε στο κεφάλαιο 2. Το σύστημα μας έχει τρείς παραμέτρους για κάθε μία εκ των εισοδων που του δίνουμε. Οι παράμετροι είναι οι sx,xmin,varx και sy,ymin,vary αντίστοιχα για κάθε εξίσωση του εκκρεμούς. Τα xmin και ymin τα θέτουμε αφού παρατηρήσουμε την ελάχιστη τιμή των x1 και x2 του συστήματος. Τα sx και sy είναι το βήμα του συστήματος μας και τα varx και vary είναι το εύρος των x1 και x2 αντίστοιχα. Τέλος έχουμε ακόμα δύο παραμέτρους, το d (distortion-παραμόρφωση) και το gain, για τις οποίες καταλήξαμε πειραματικά στις τιμές d=0.2 και gain=1μετά από πολλές δοκιμές .

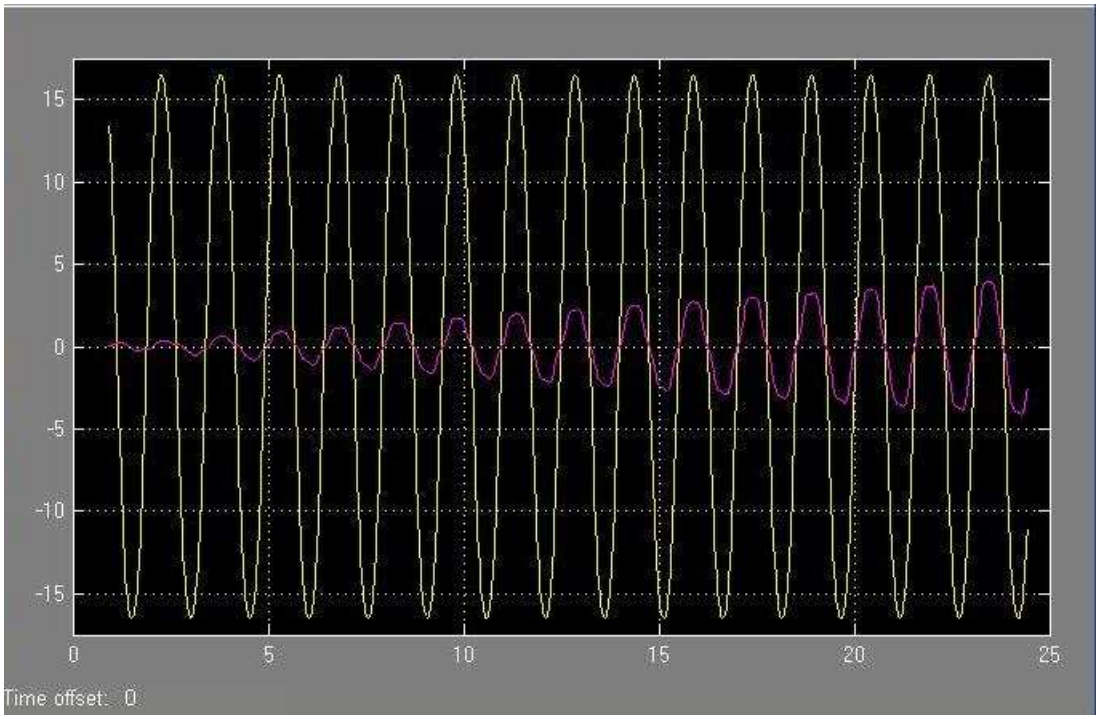
5.4 Προσομοίωση Του Συστήματος

Παρακάτω θα παραθέσουμε τα αποτελέσματα της προσομοίωσης του συστήματός μας με το εργαλείο Simulink της Matlab. Θα παρουσιάσουμε διαδοχικές χρονικές απόψεις της αναγνώρισης των εξισώσεων του μοντέλου του Απλού Εκκρεμούς από το σύστημά μας. Θα δούμε την σταδιακή βελτίωση και την εν τέλει οριακή ταυτοποίηση των χαρακτηριστικών του συστήματος μας με αυτές του Απλού εκκρεμούς.

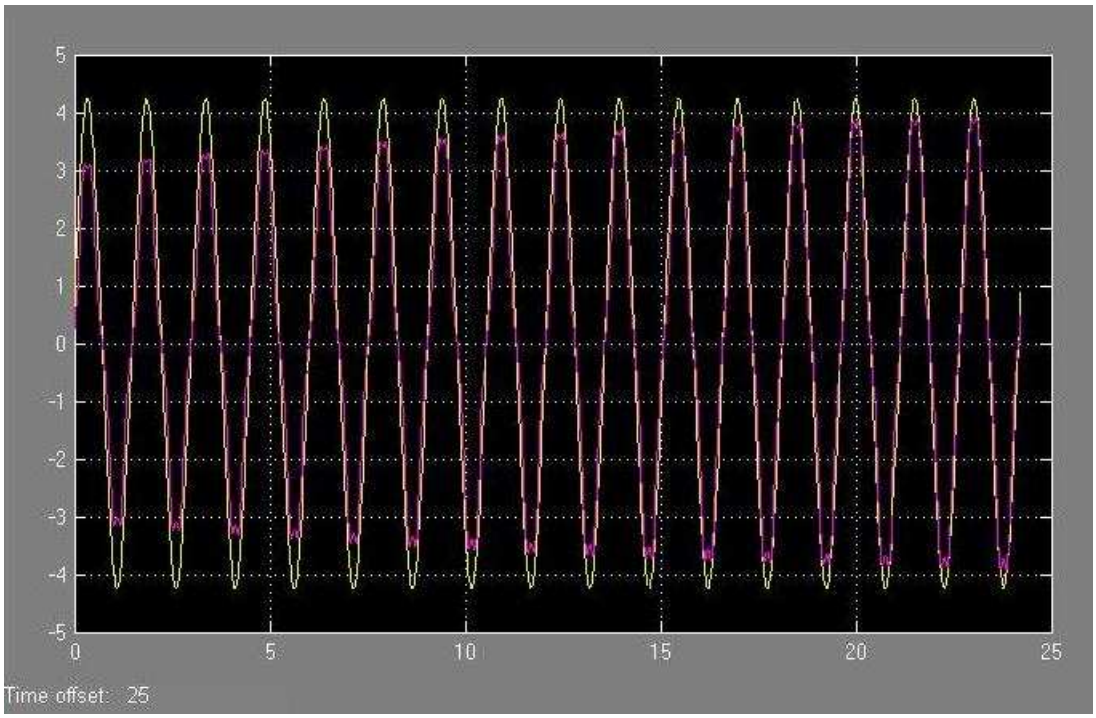
Με λευκό χρώμα είναι οι παραγώμενες ταλαντώσεις από το υποσύστημα του απλού εκκρεμούς και με το μώβ χρώμα οι παραγώμενοι παλμοί από το RBF Δίκτυο μας.



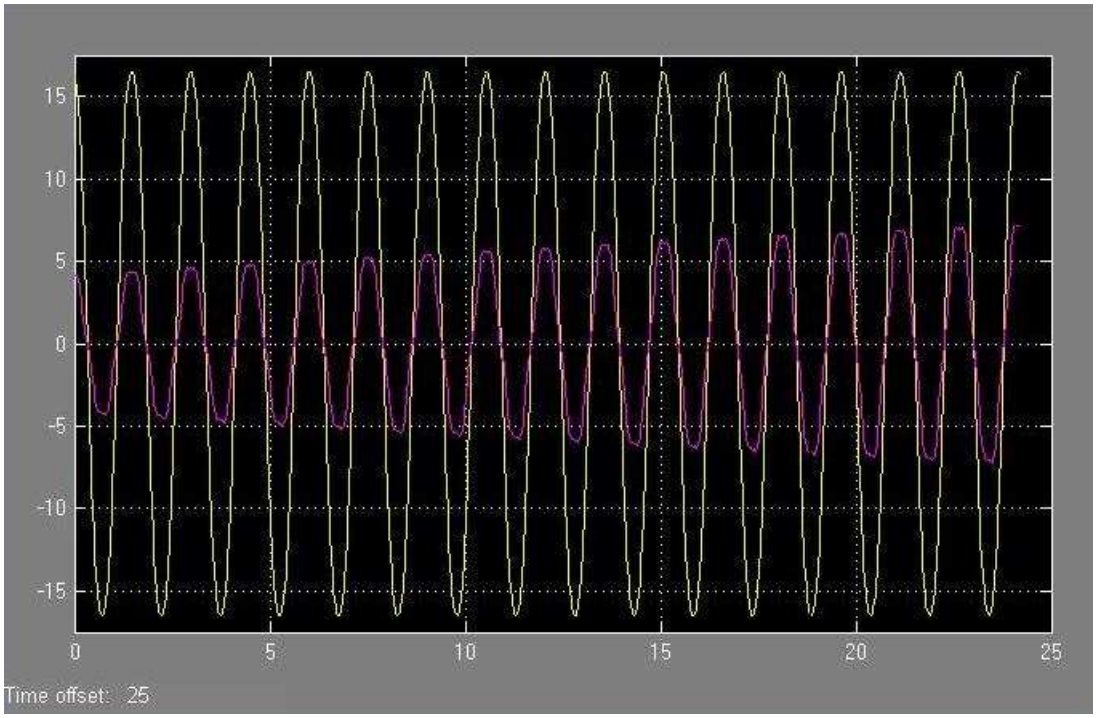
f1 και f1_est για 0-25 sec



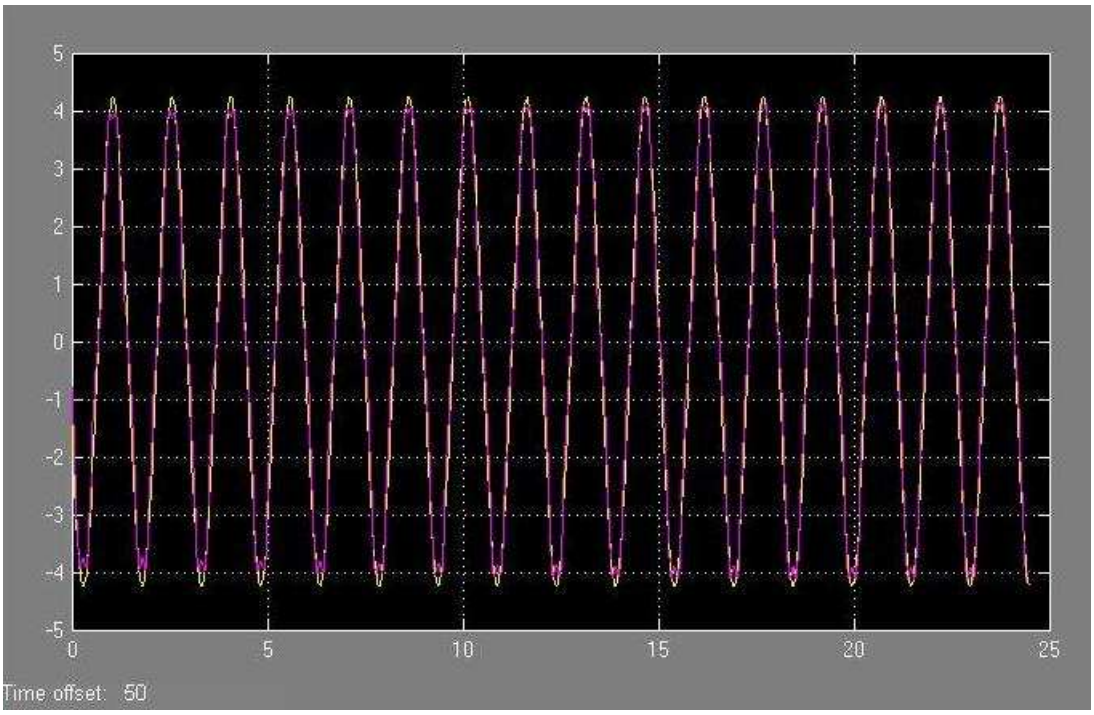
f2 και f2_est για 0-25 sec



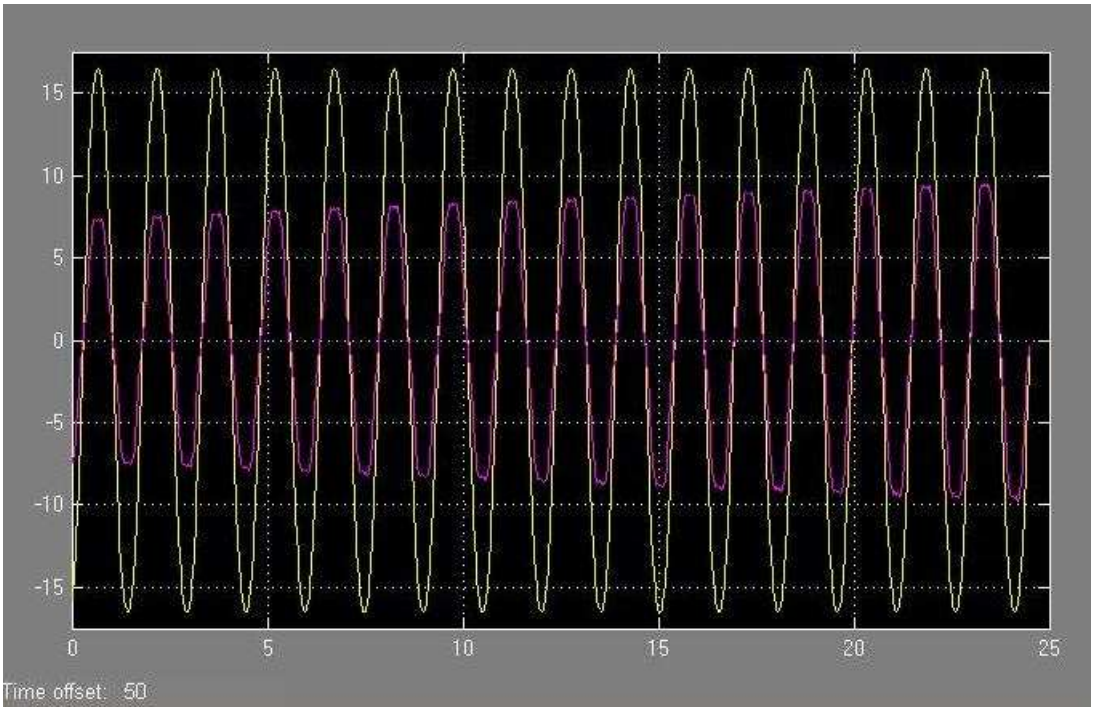
f1 και f1_est για 25-50 sec



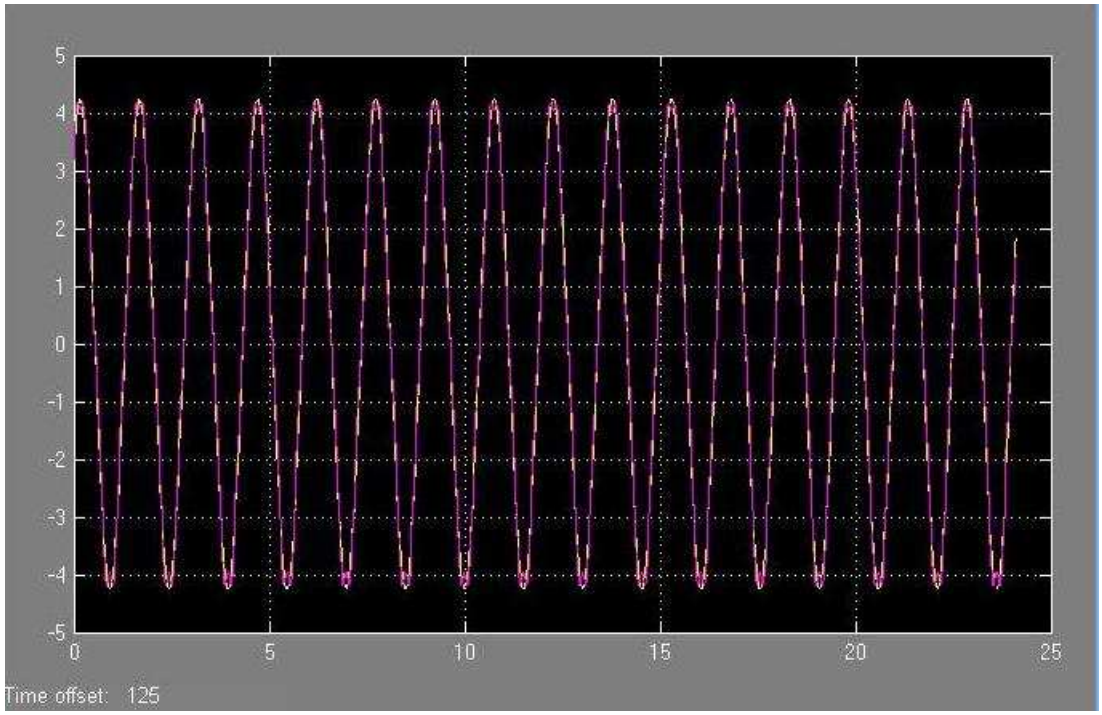
f2 και f2_est για 25-50 sec



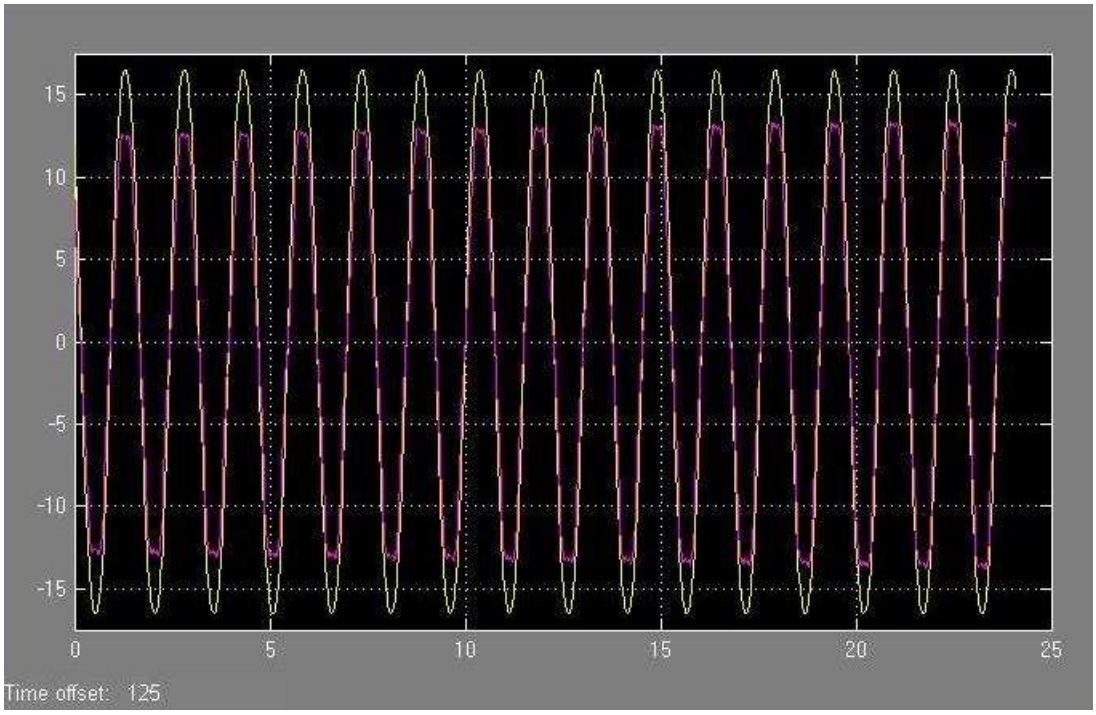
f1 και f1_est για 50-75 sec



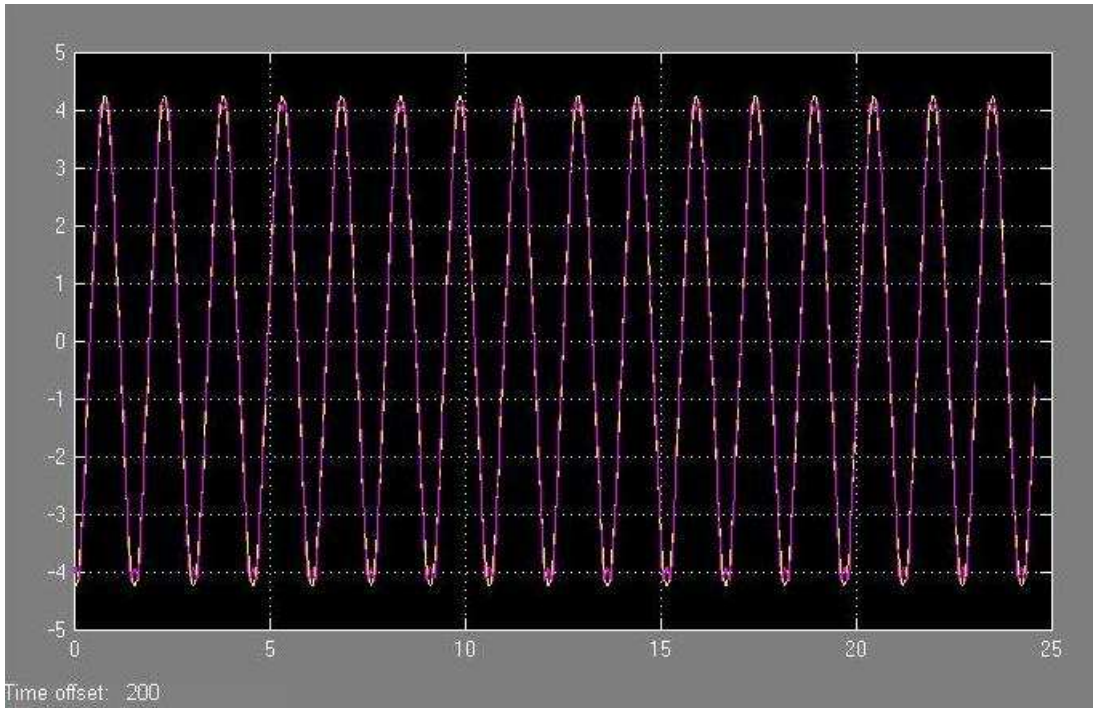
f2 και f2_est για 50-75 sec



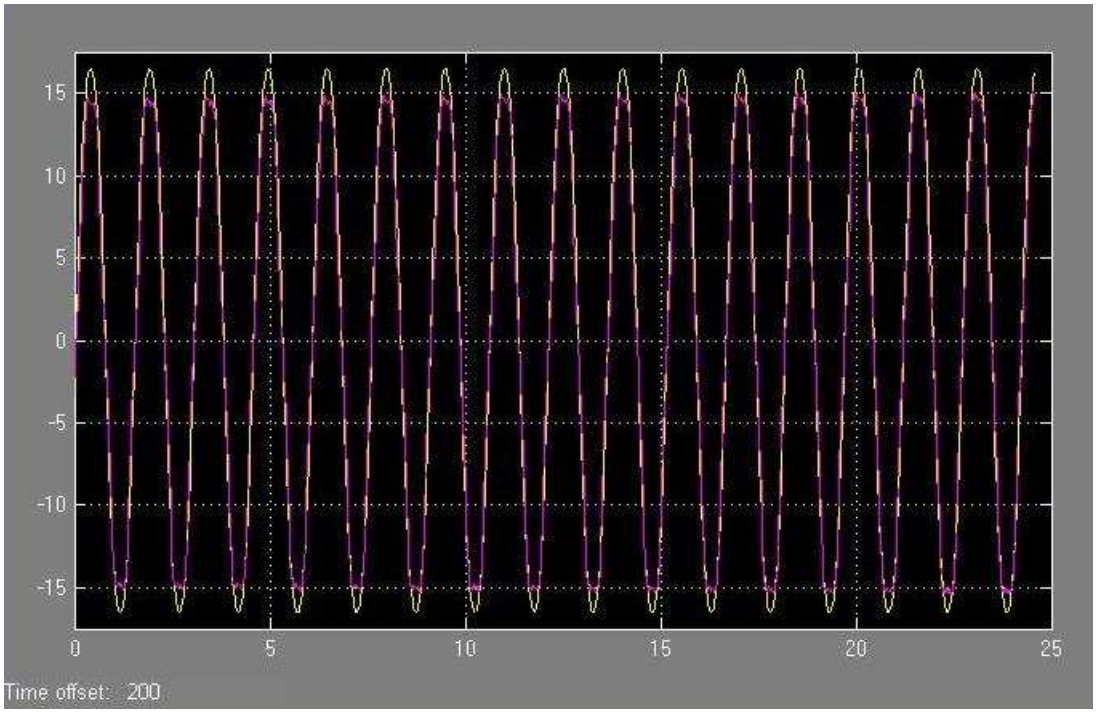
f1 και f1_est για 125-150 sec



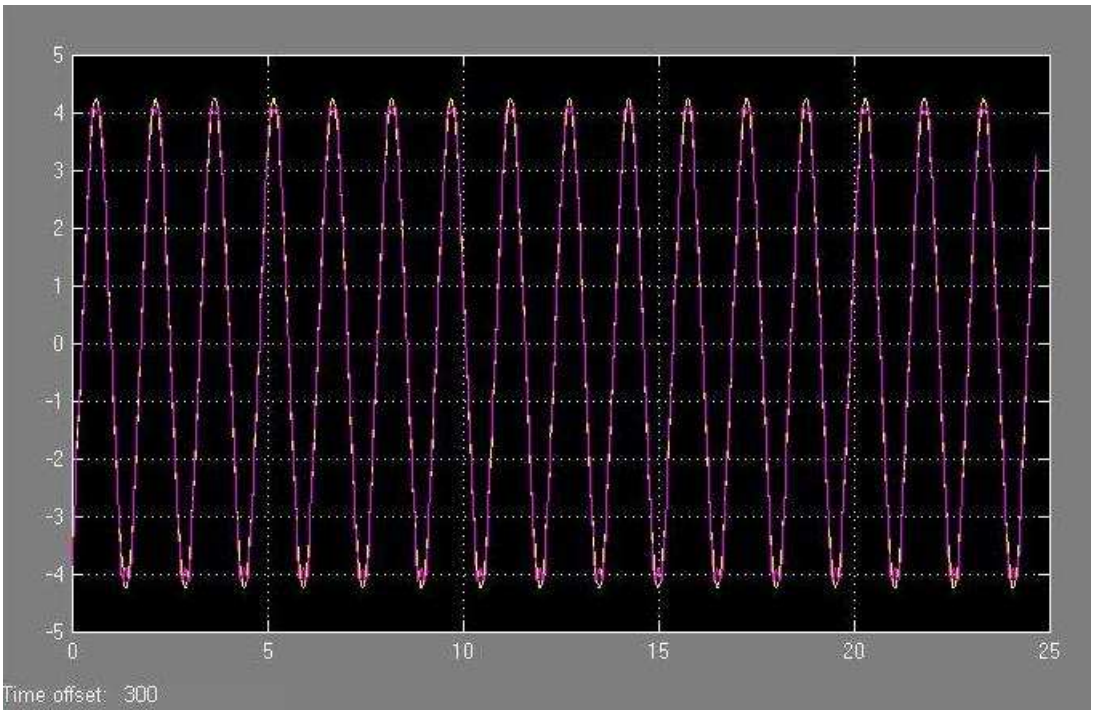
f2 και f2_est για 125-150 sec



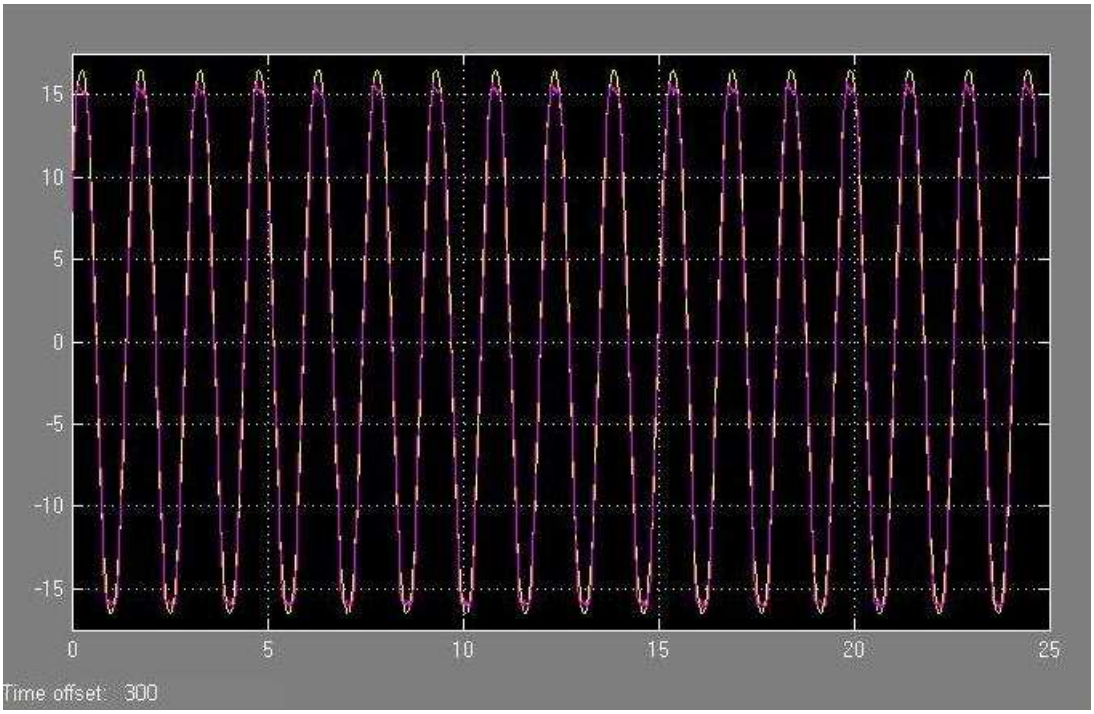
f1 και f1_est για 200-225 sec



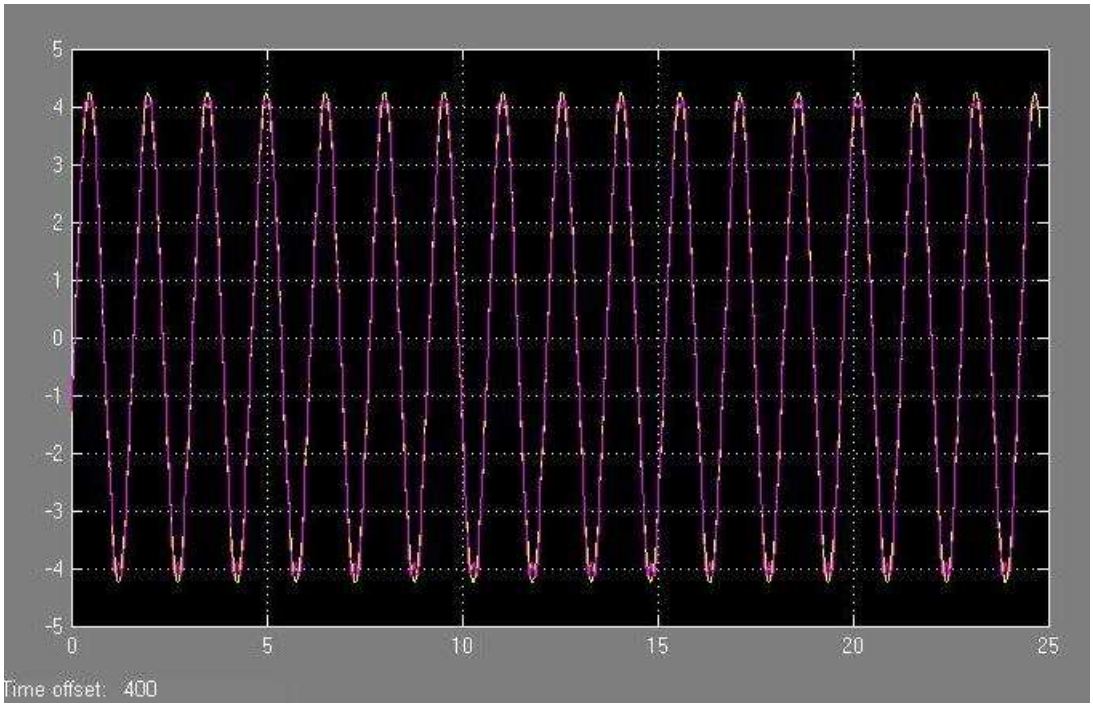
f2 και f2_est για 200-225 sec



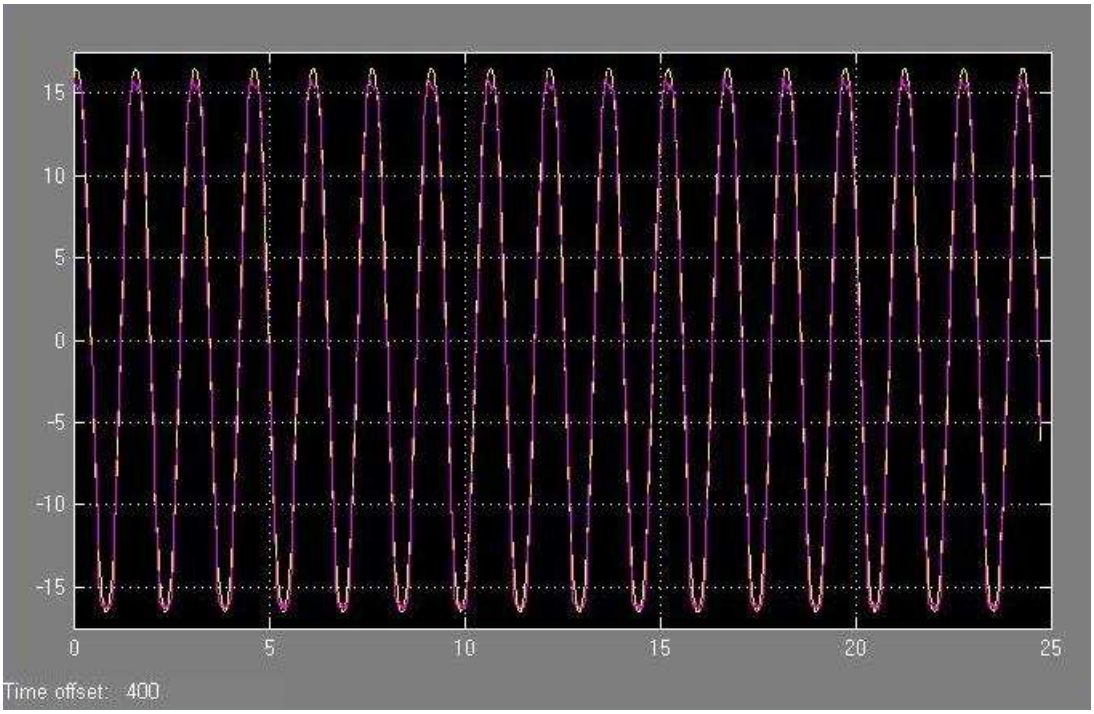
f1 και f1_est για 300-325 sec



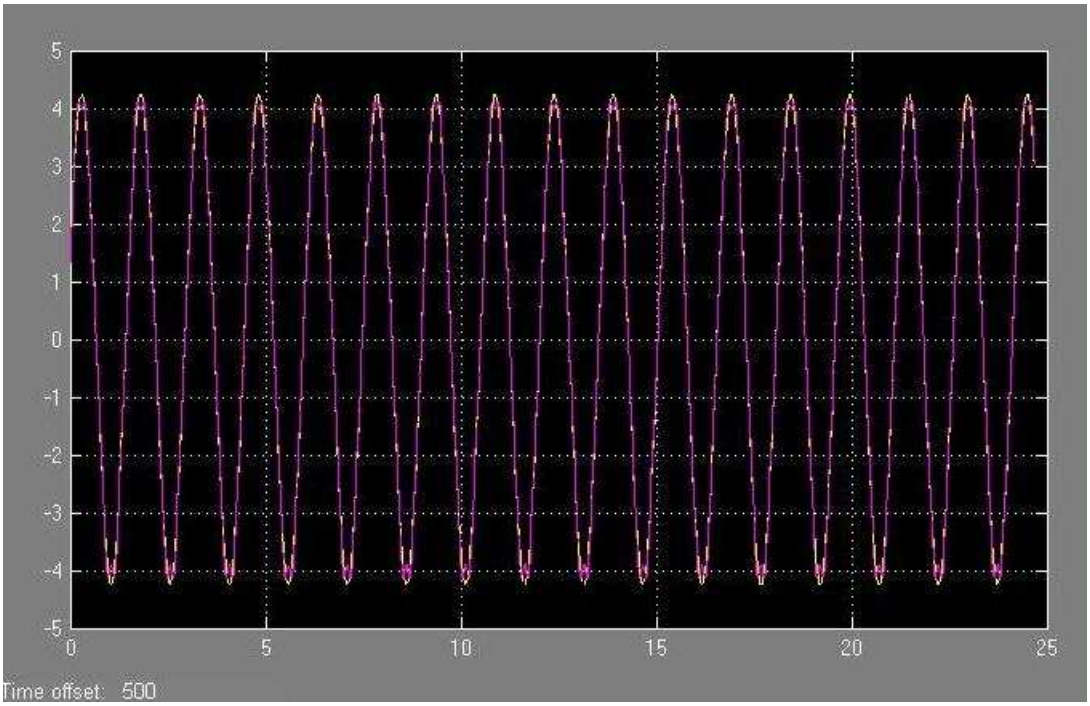
f2 και f2_est για 300-325 sec



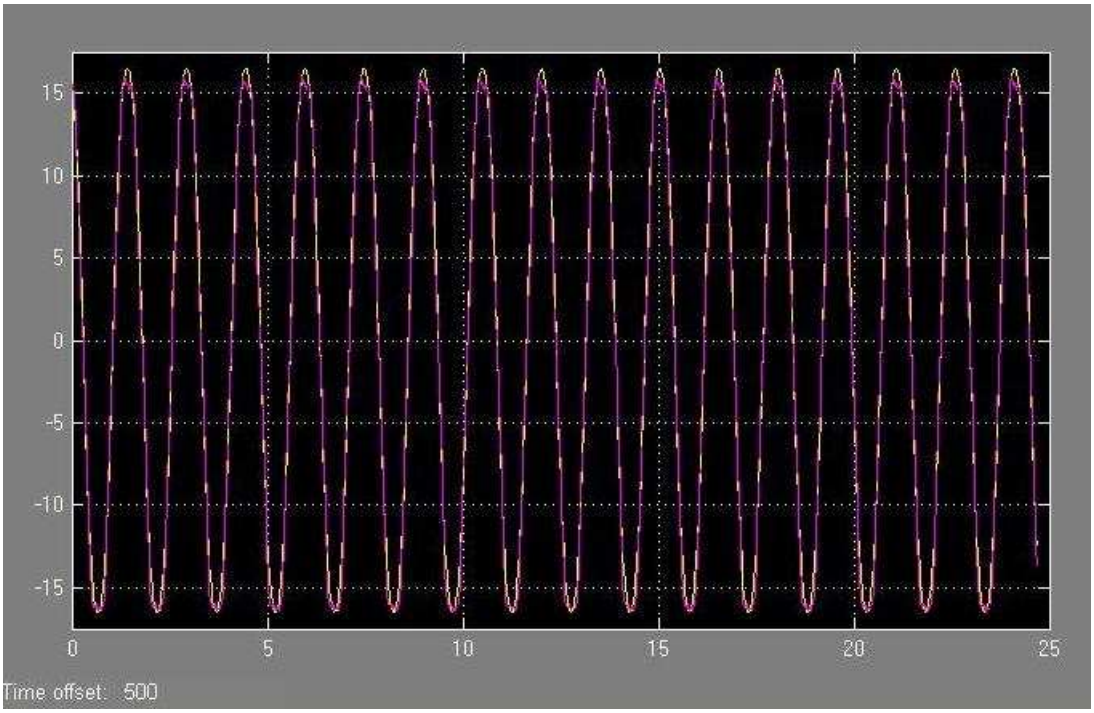
f1 και f1_est για 400-425 sec



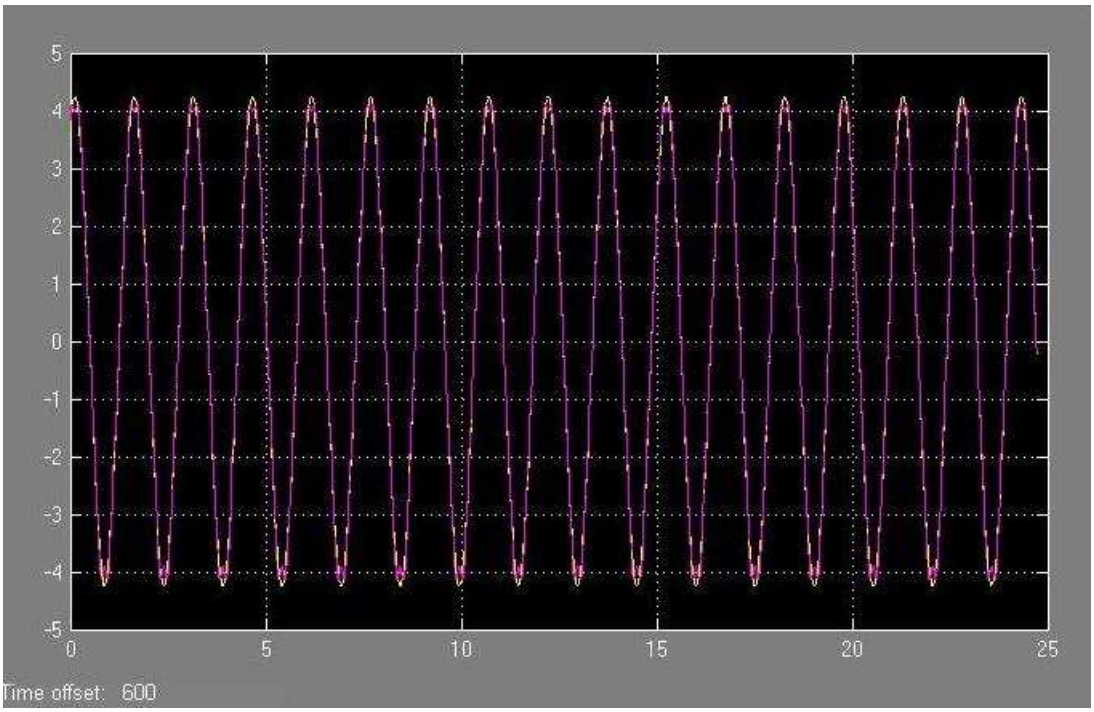
f2 και f2_est για 400-425 sec



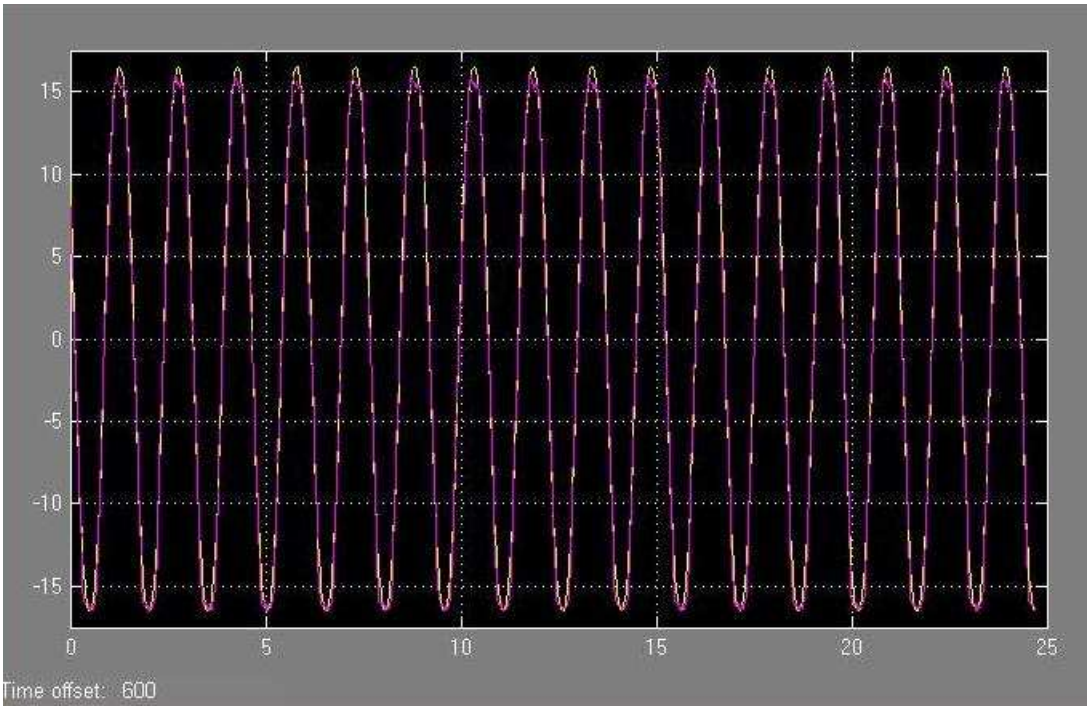
f1 και f1_est για 500-525 sec



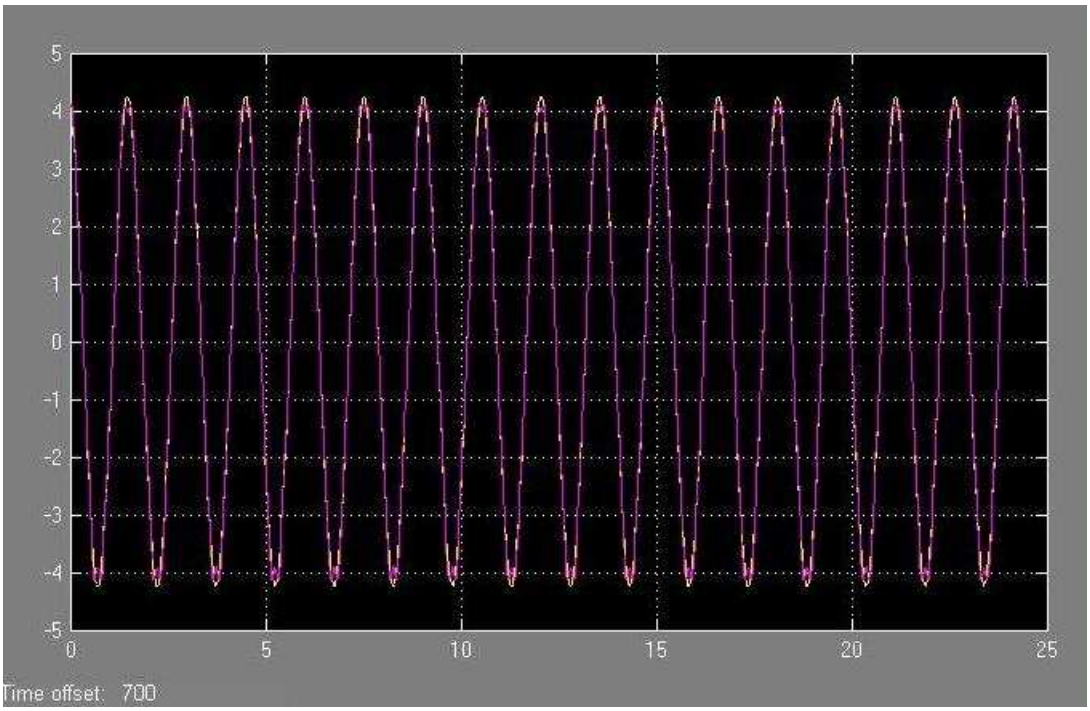
f2 και f2_est για 500-525 sec



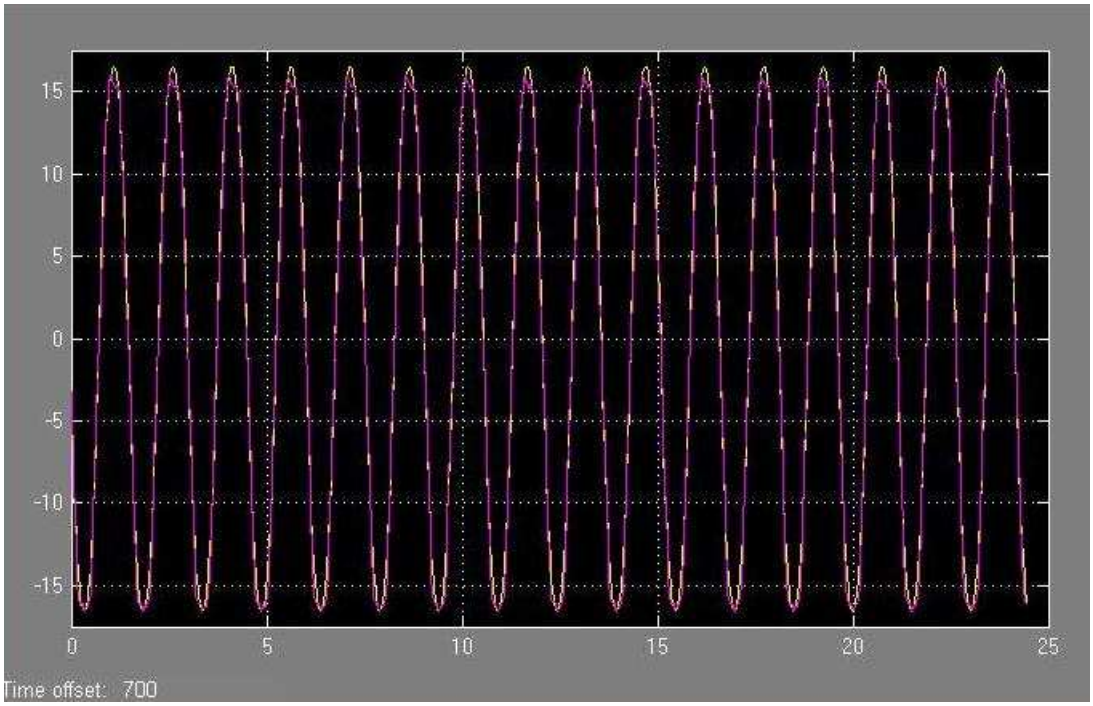
f1 και f1_est για 600-625 sec



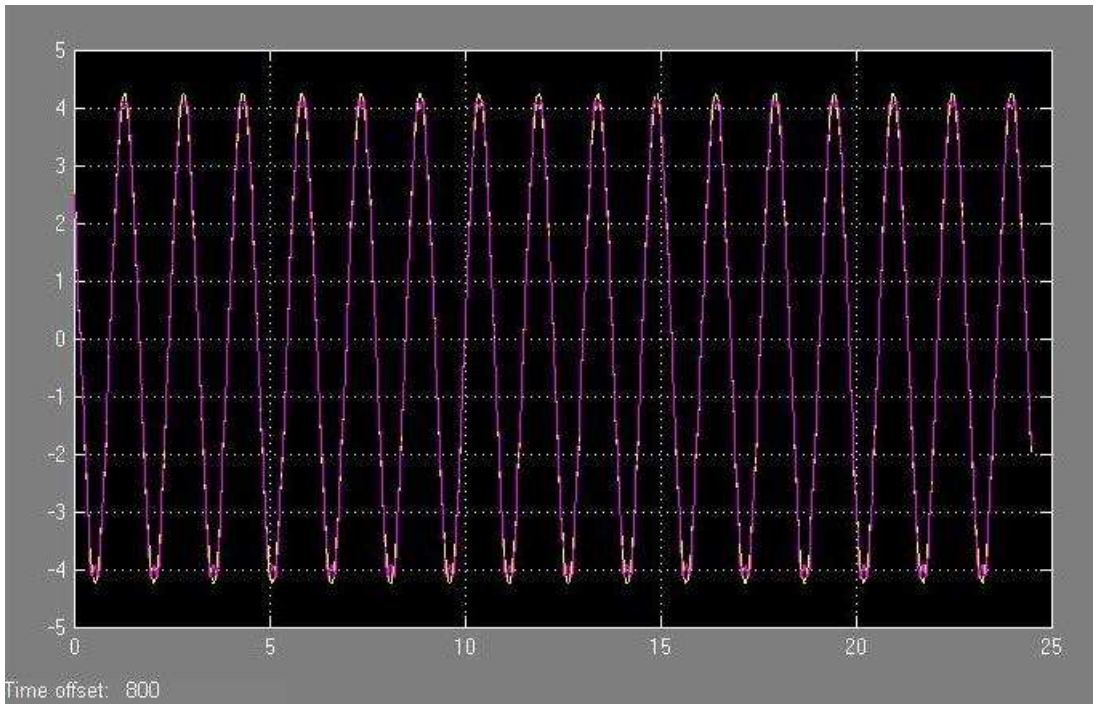
f2 και f2_est για 600-625 sec



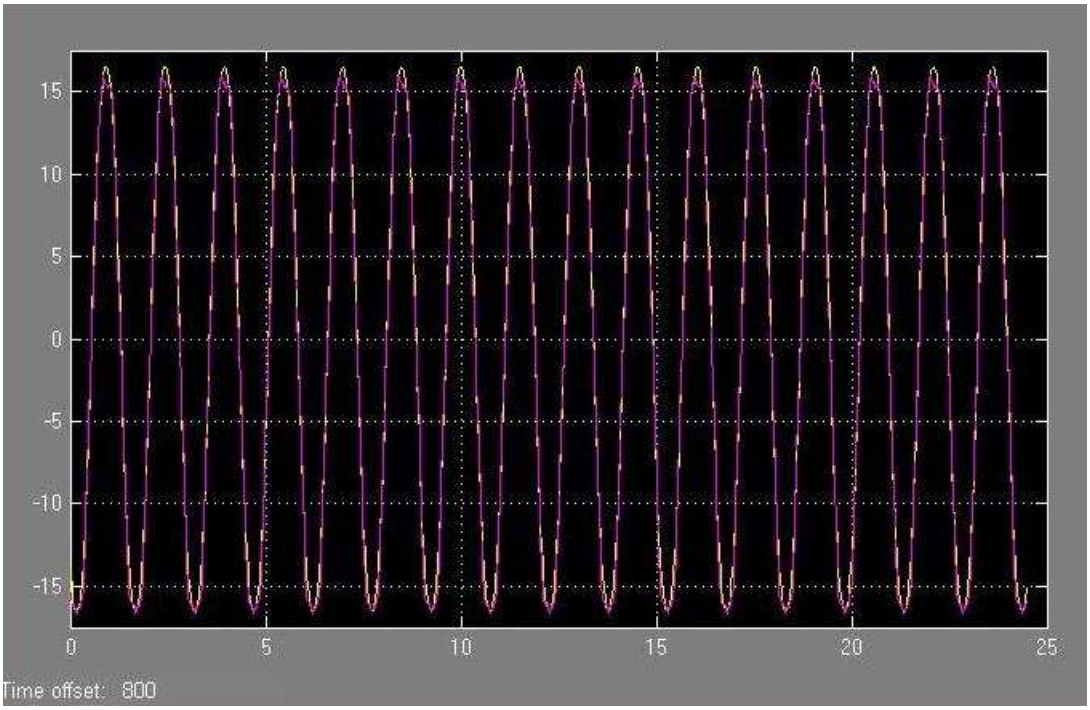
f1 και f1_est για 700-725 sec



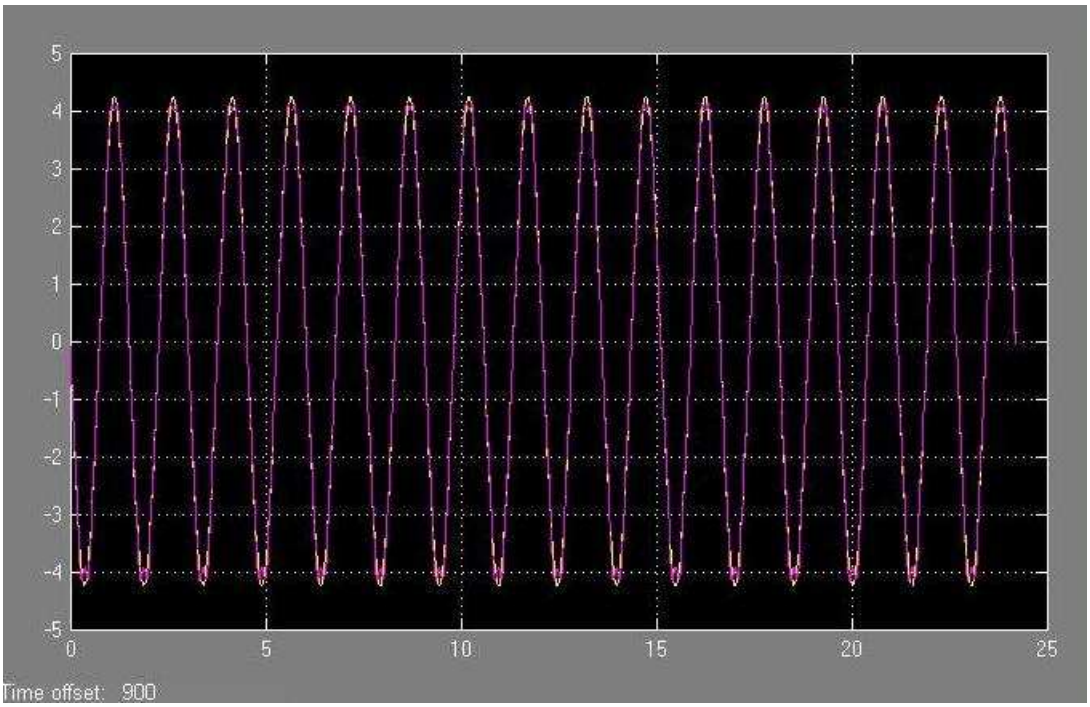
f2 και f2_est για 700-725 sec



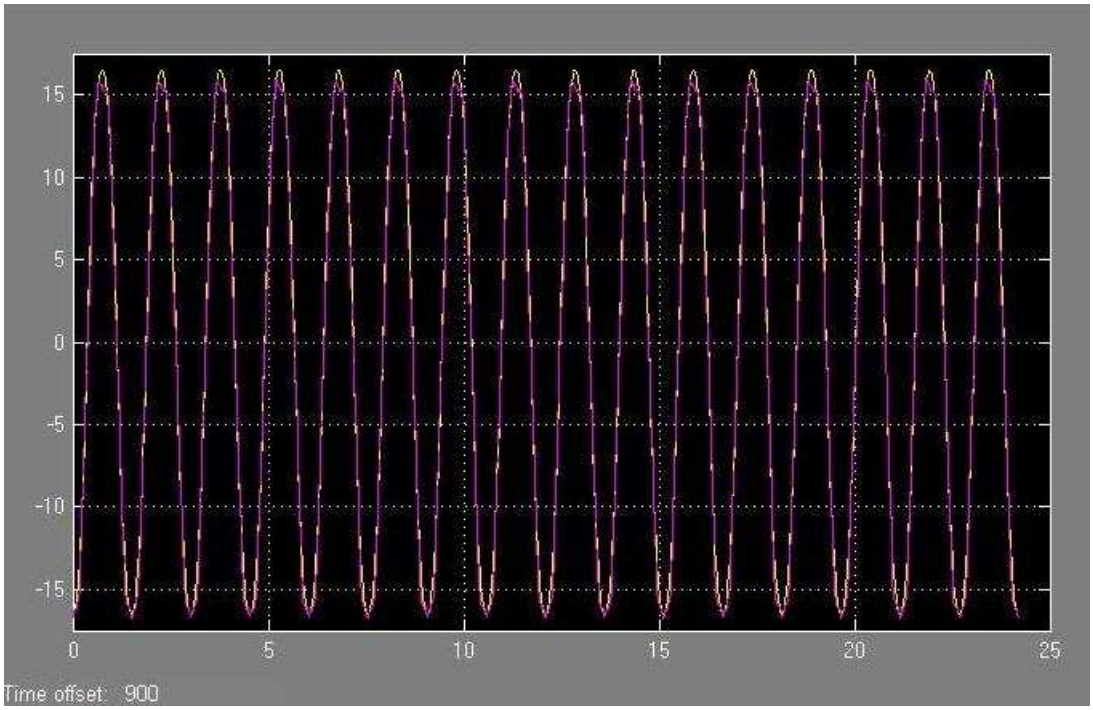
f1 και f1_est για 800-825 sec



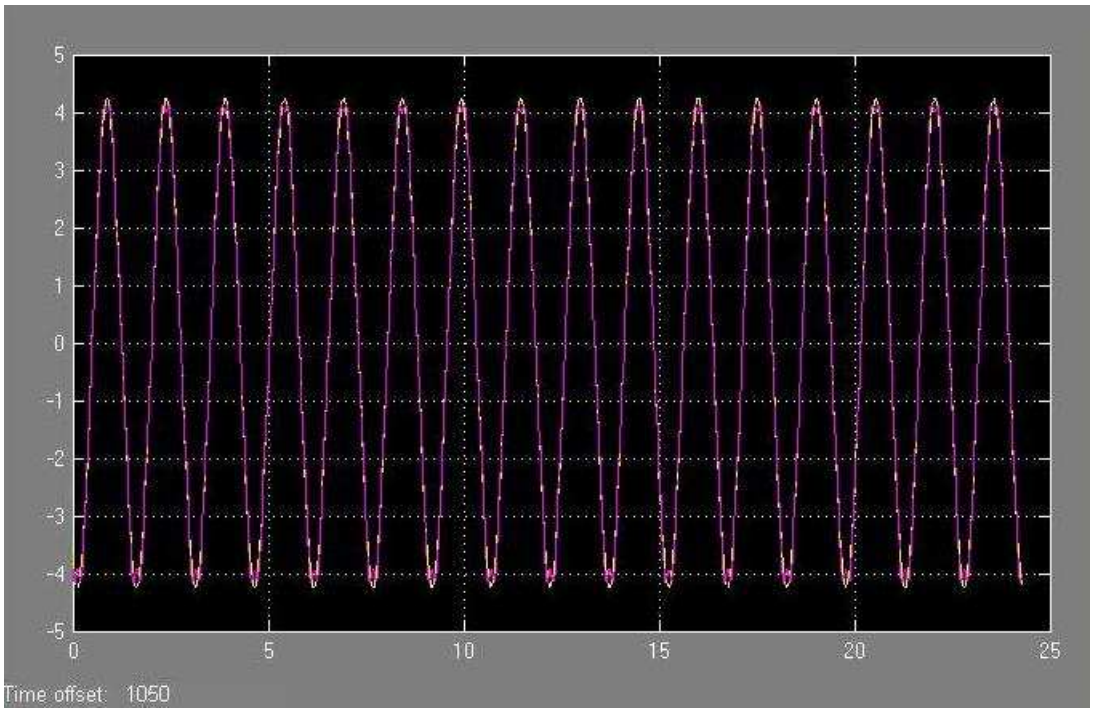
f2 και f2_est για 800-825 sec



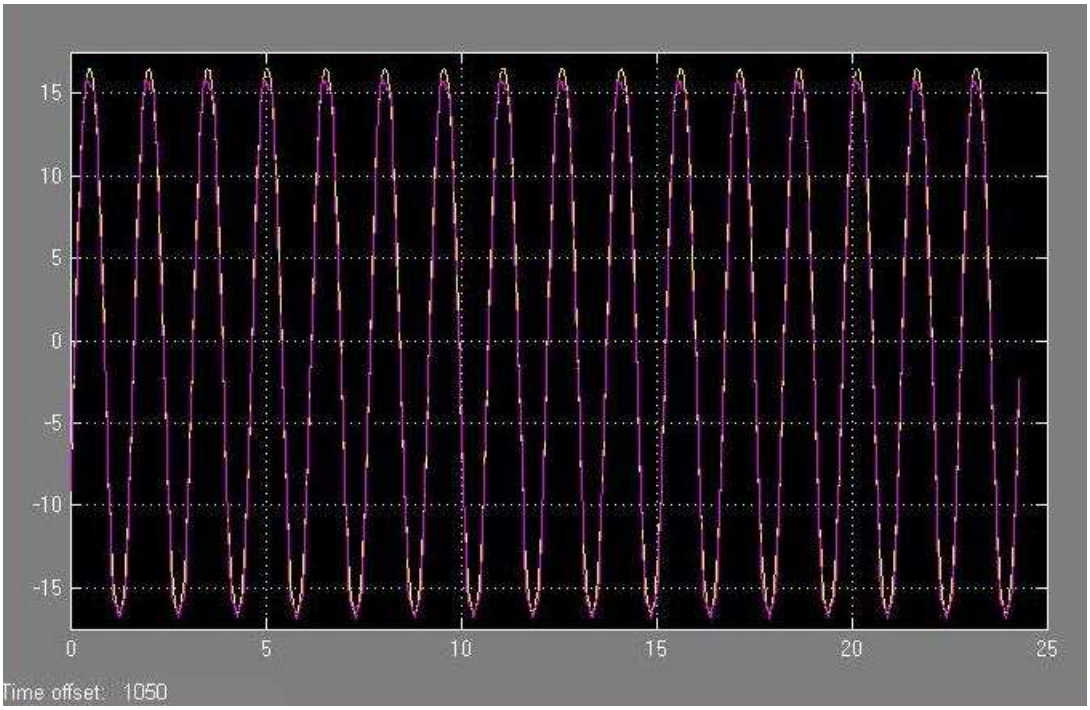
f1 και f1_est για 900-025 sec



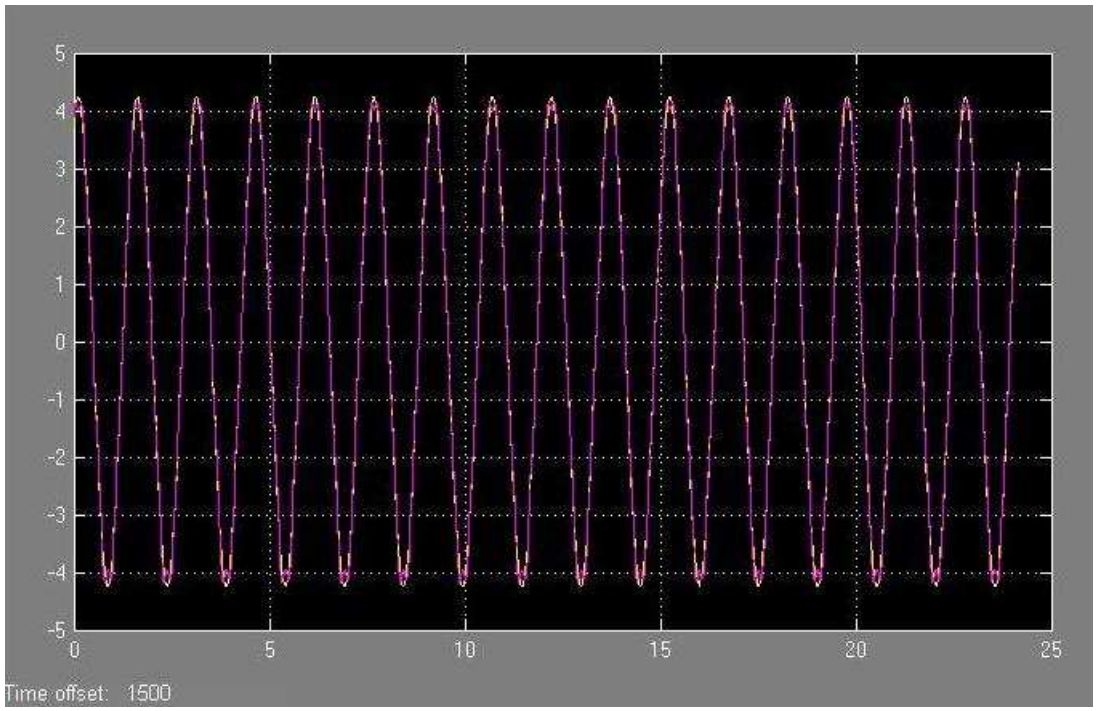
f2 και f2_est για 900-025 sec



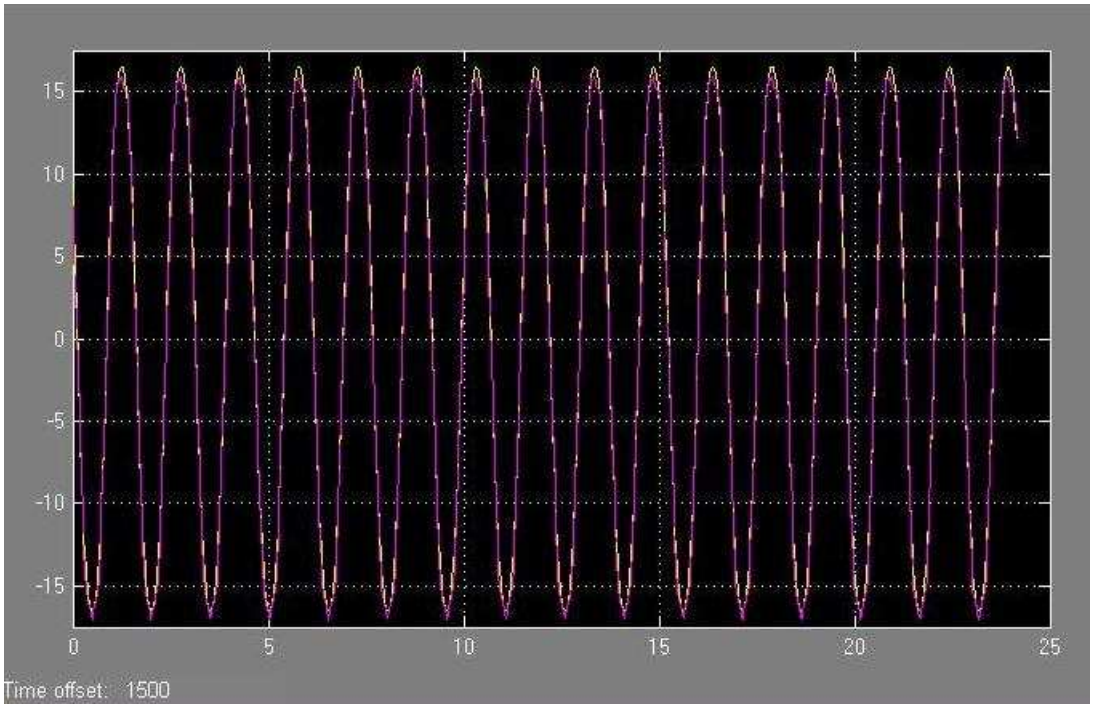
f1 και f1_est για 1050-1075 sec



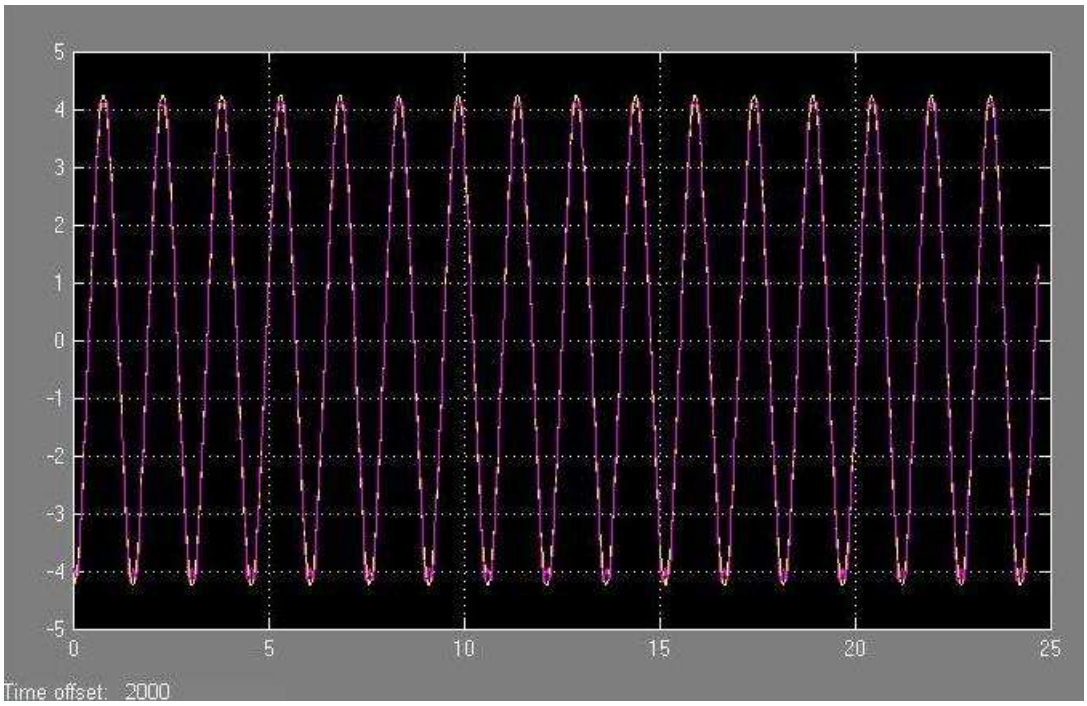
f2 και f2_est για 1050-1075 sec



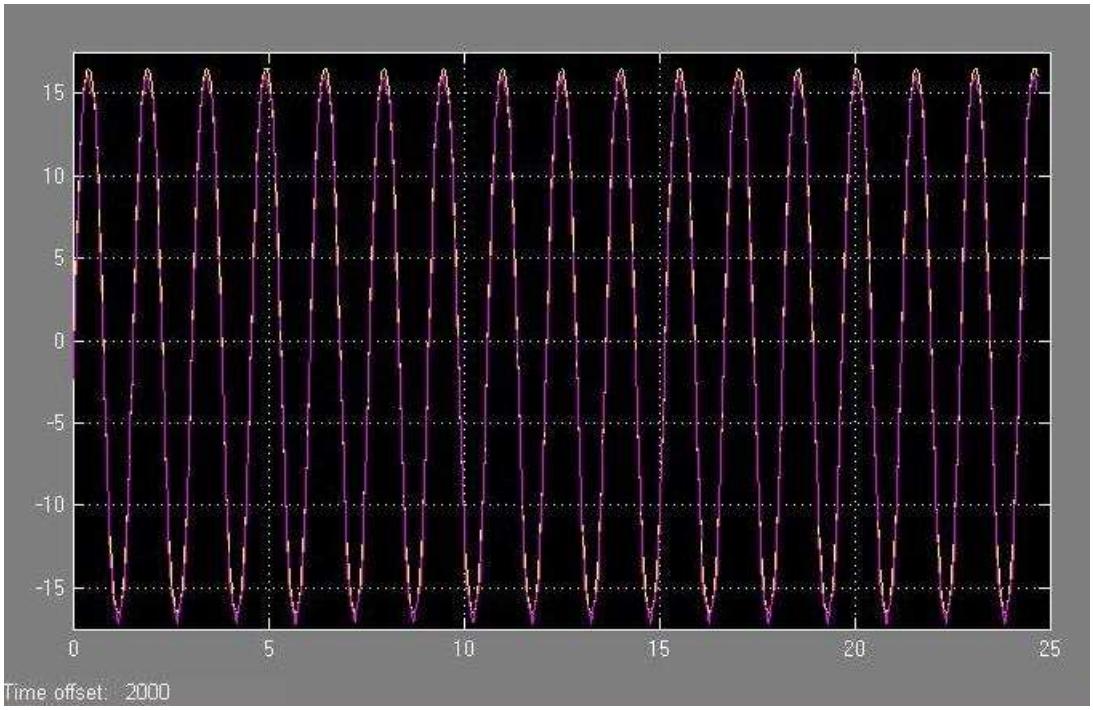
f1 και f1_est για 1500-1525 sec



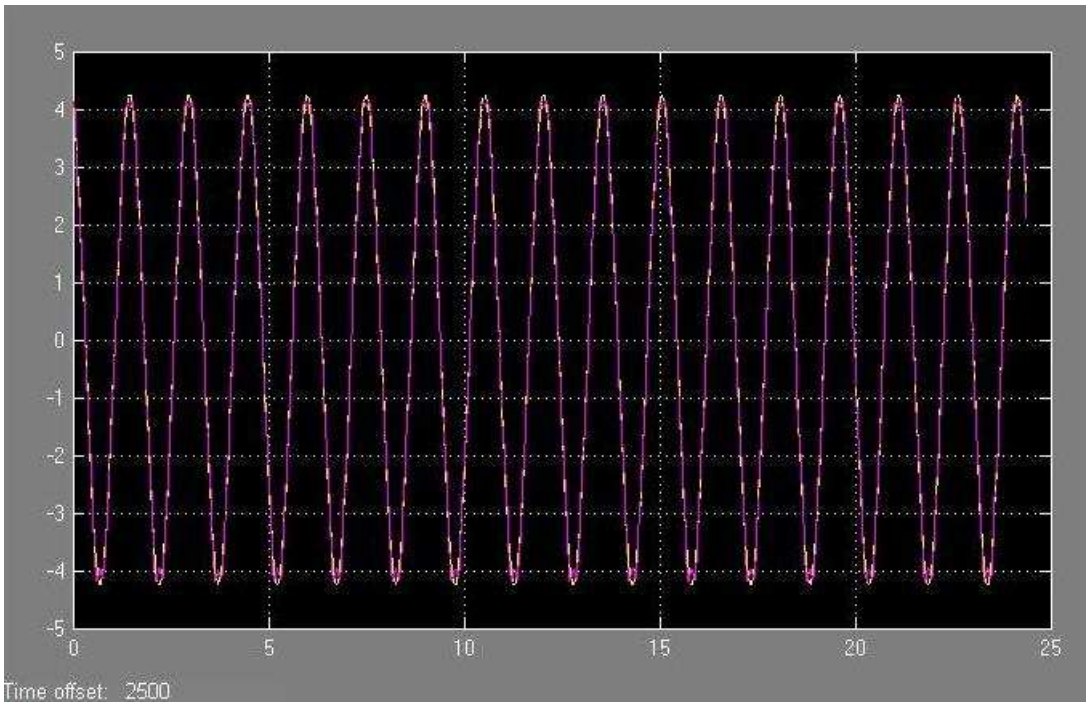
f2 και f2_est για 1500-1525 sec



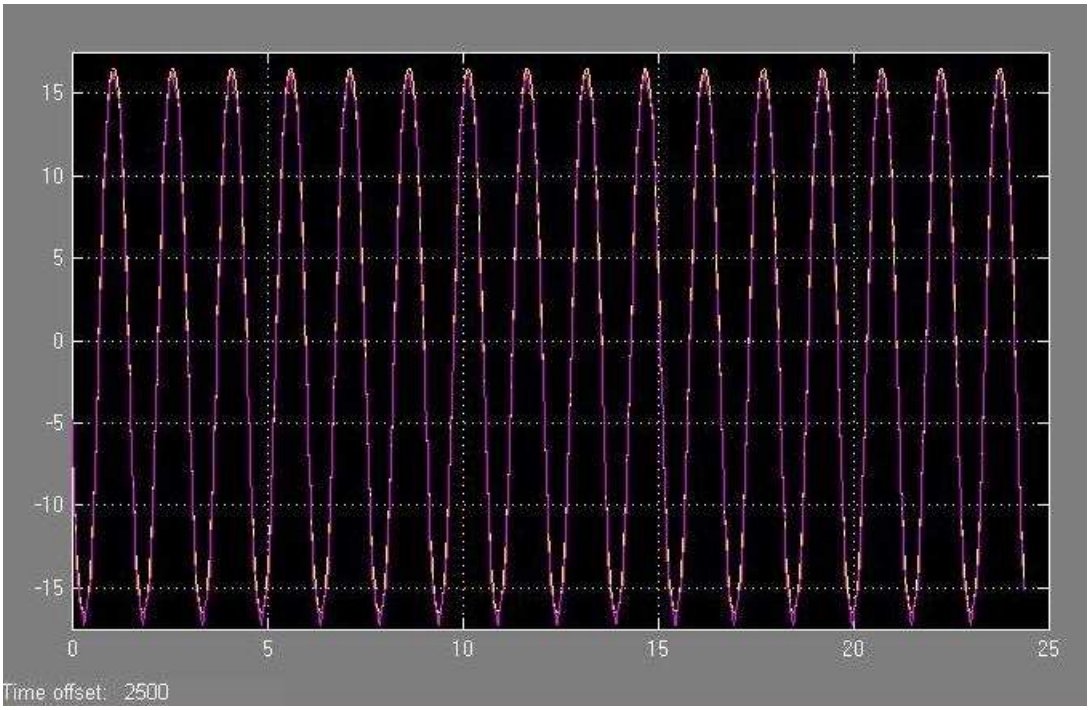
f1 και f1_est για 2000-2025 sec



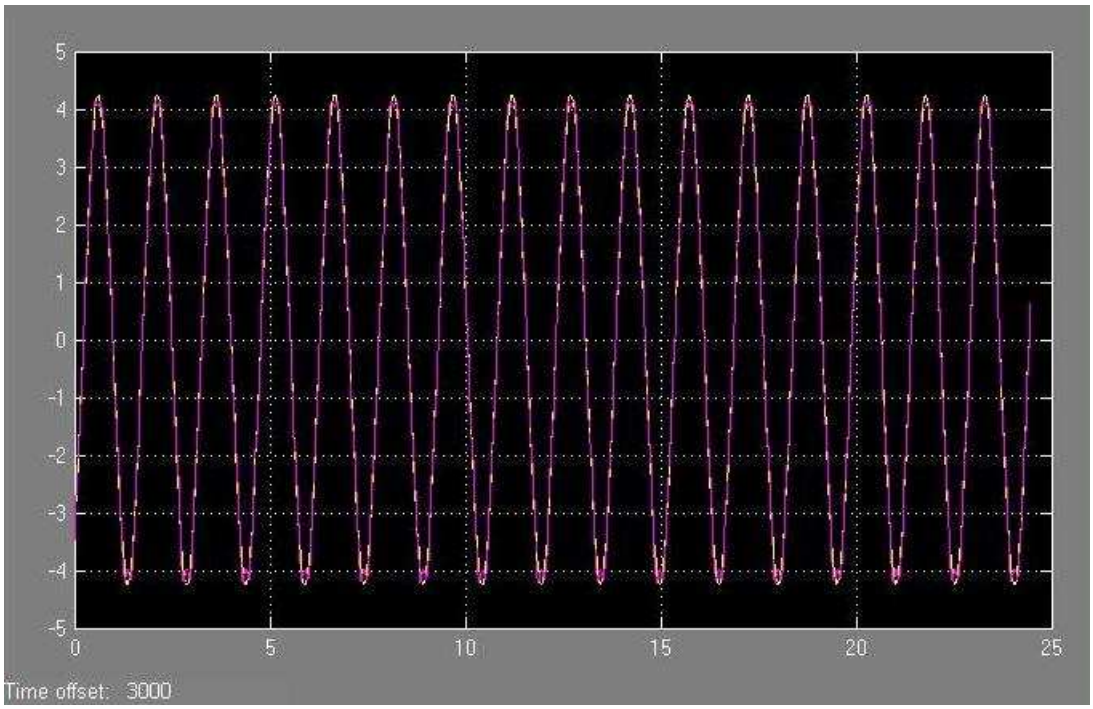
f2 και f2_est για 2000-2025 sec



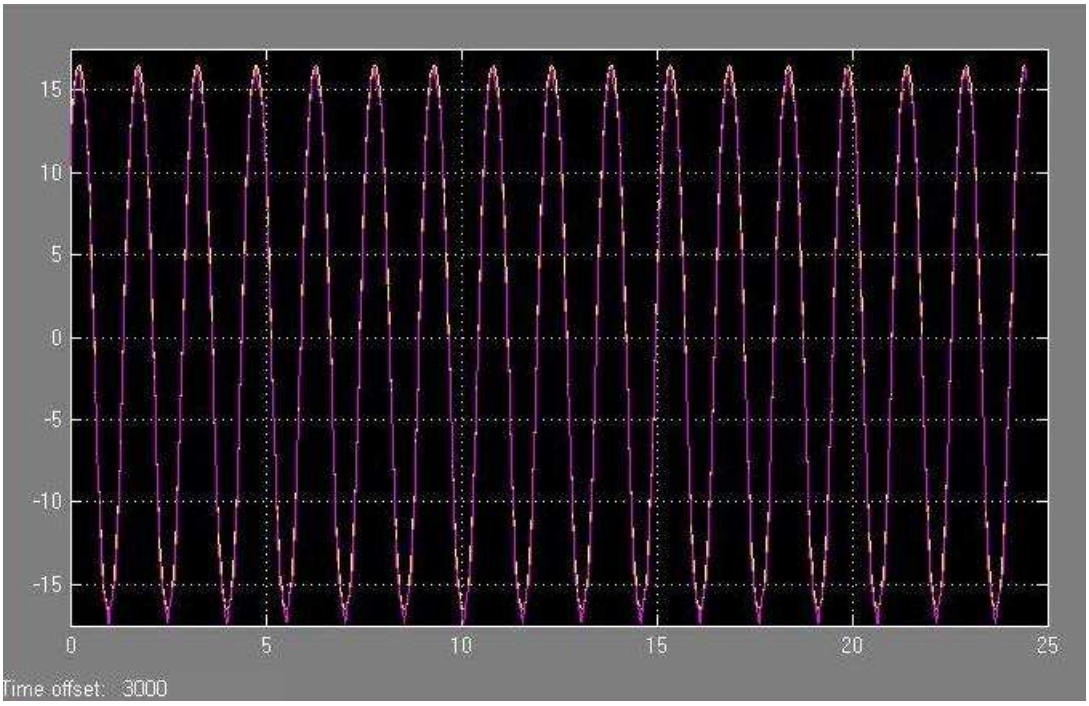
f1 και f1_est για 2500-2525 sec



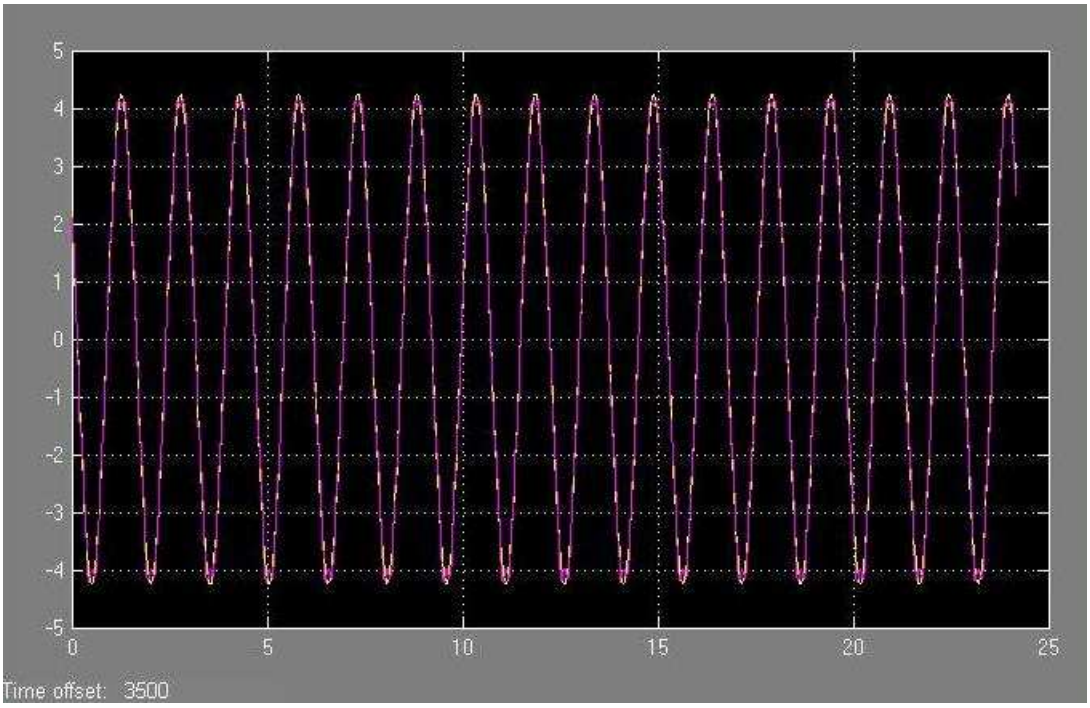
f2 και f2_est για 250-2525 sec



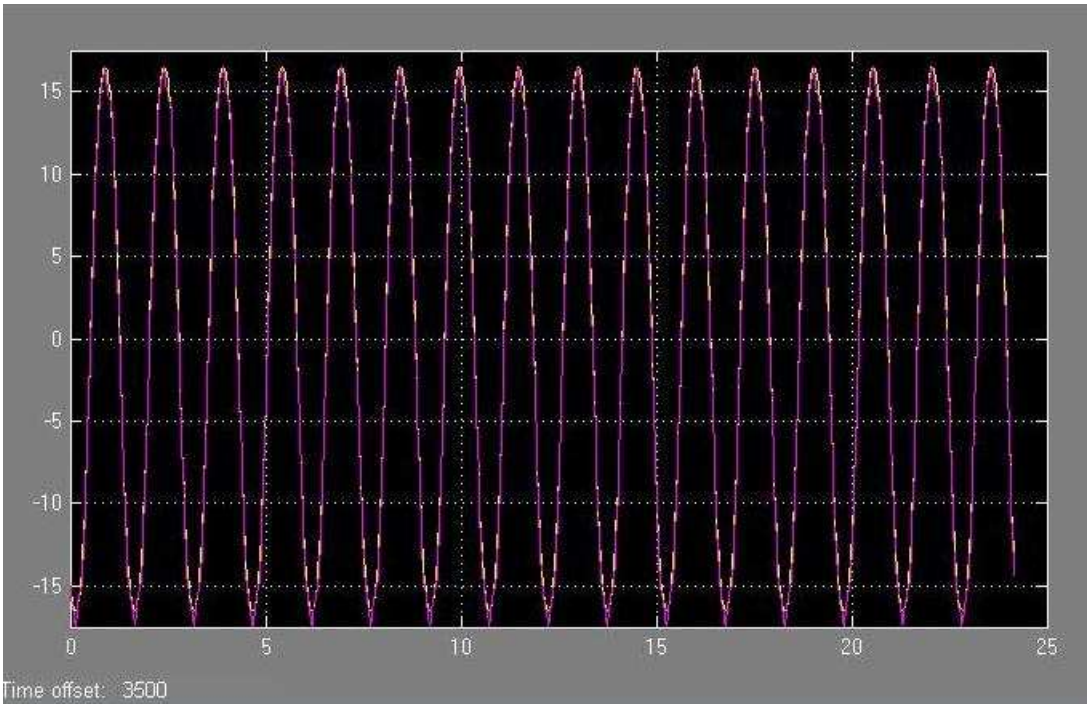
f1 και f1_est για 3000-3025 sec



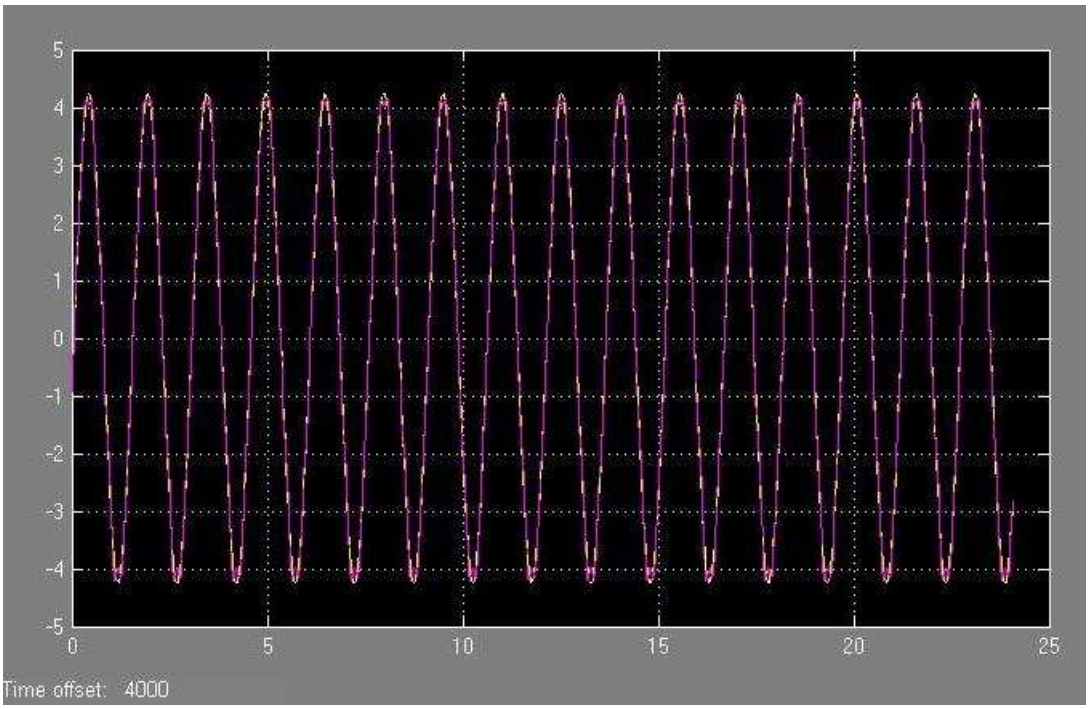
f2 και f2_est για 3000-3025 sec



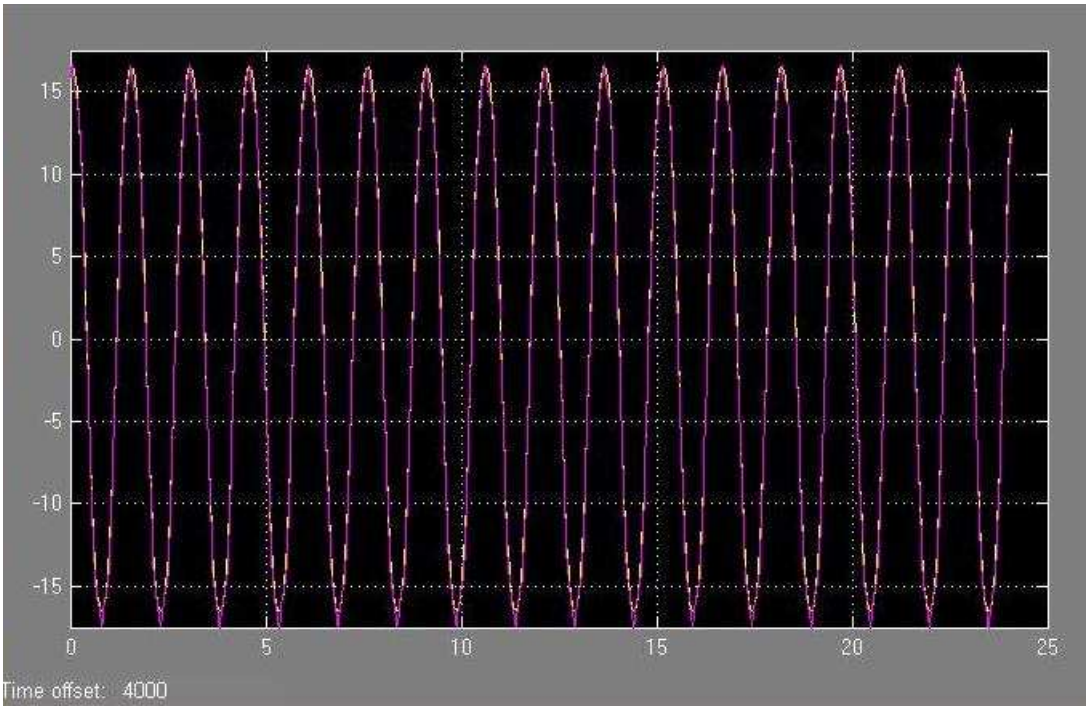
f1 και f1_est για 3500-3525 sec



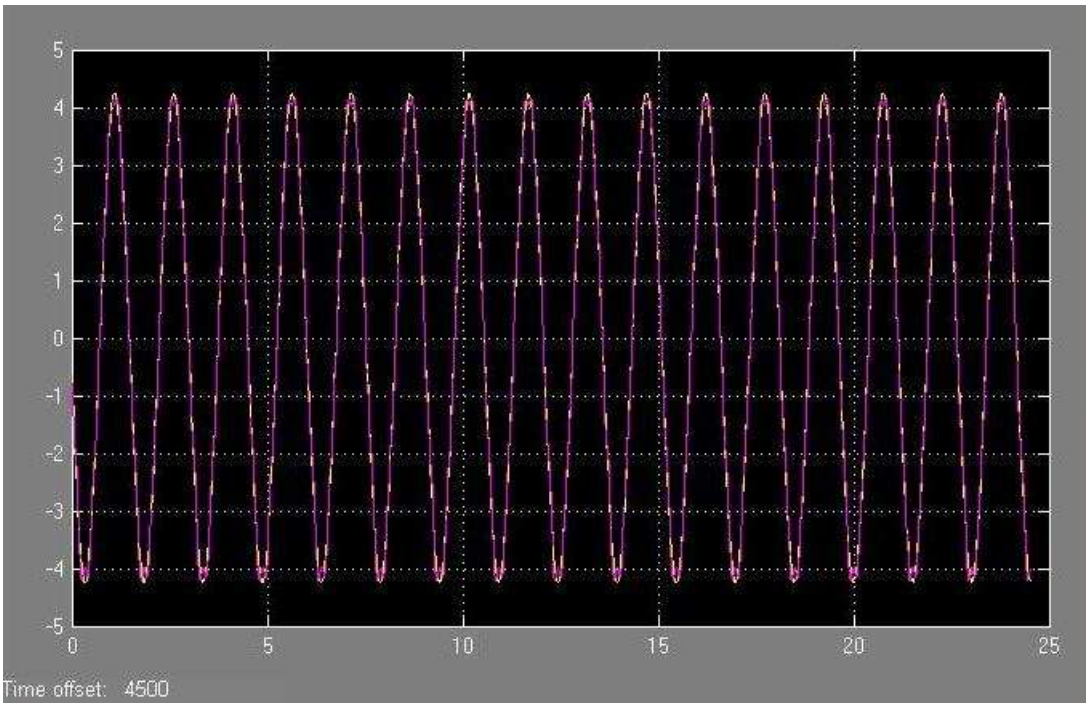
f2 και f2_est για 350-3525 sec



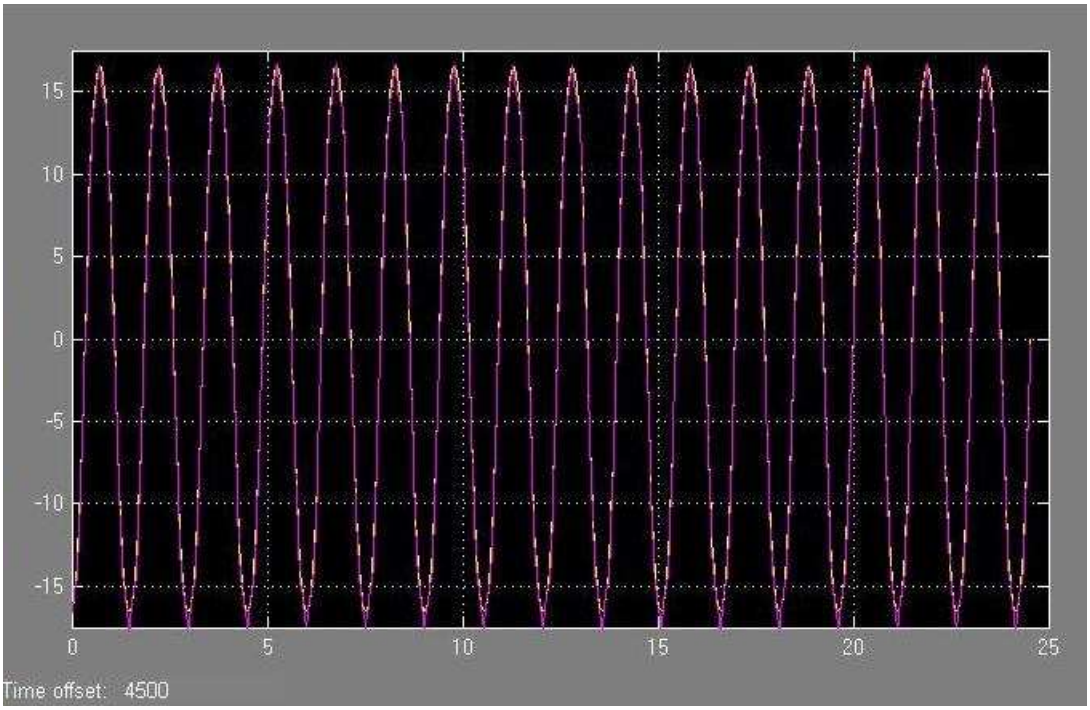
f1 και f1_est για 4000-4025 sec



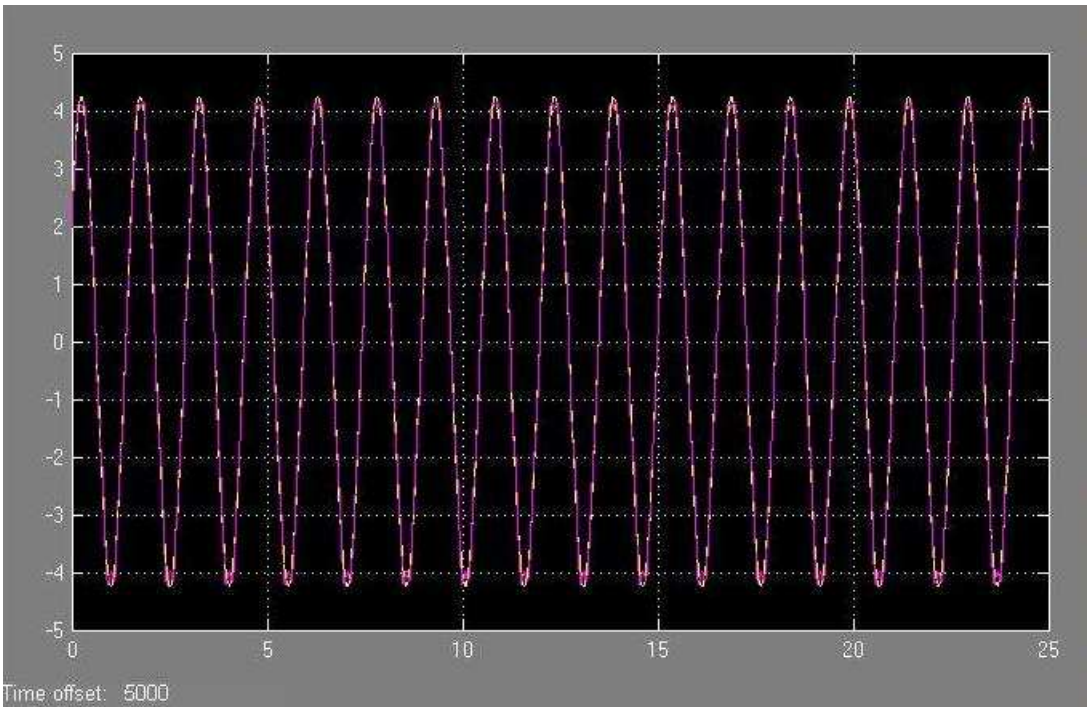
f2 και f2_est για 4000-4025 sec



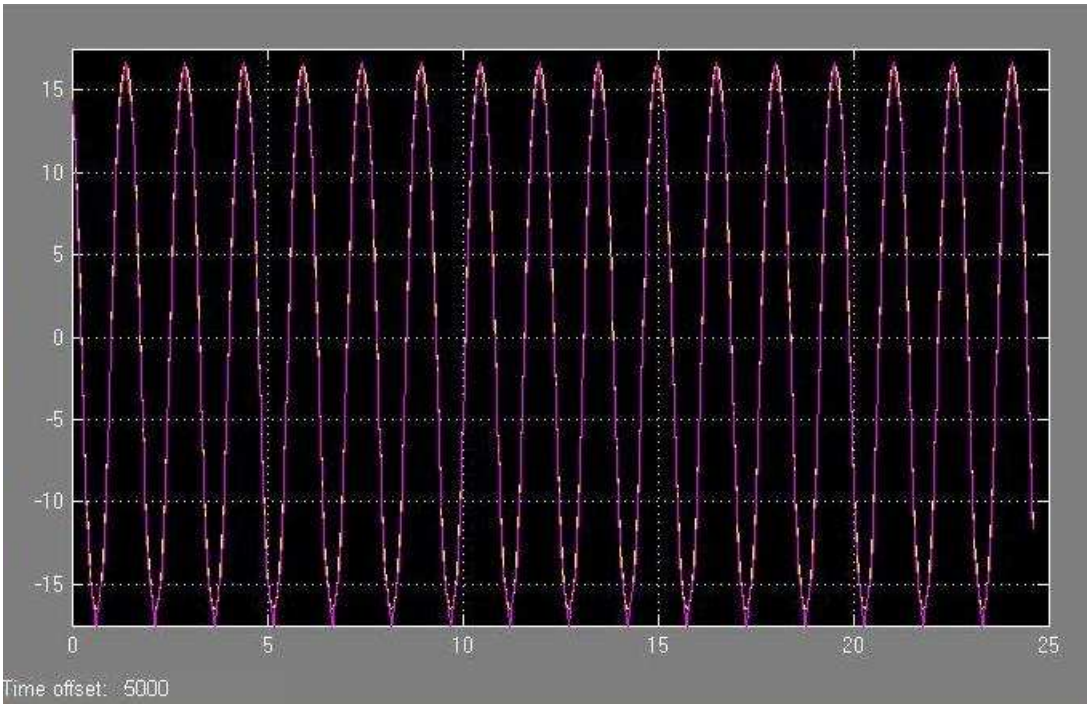
f1 και f1_est για 4500-4525 sec



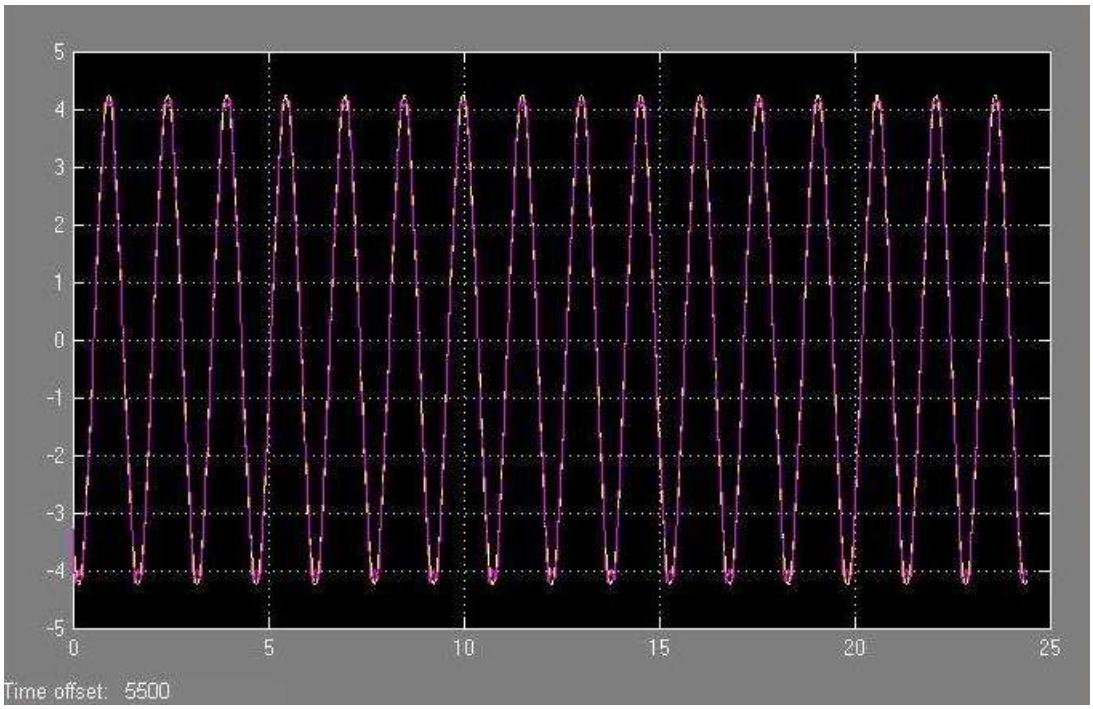
f2 και f2_est για 4500-4525 sec



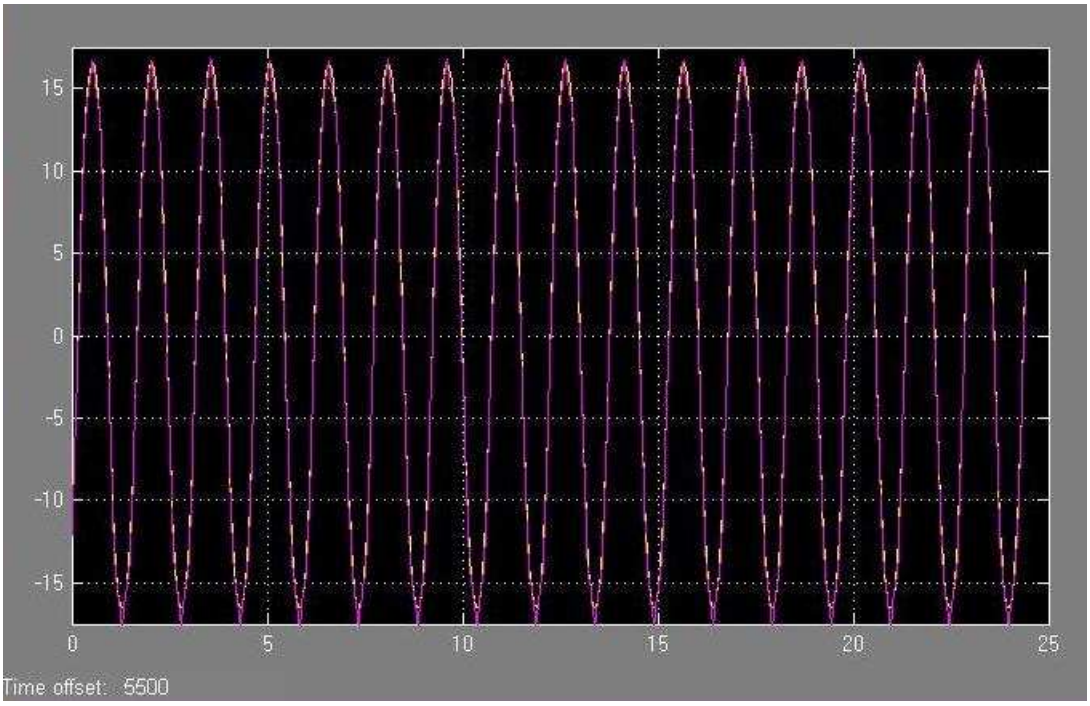
f1 και f1_est για 5000-5025 sec



f2 και f2_est για 5000-5025 sec



f1 και f1_est για 5500-5525 sec



f2 και f2_est για 5500-5525 sec

6 Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάσαμε μια μεθοδολογία μοντελοποίησης και αναγνώρισης των χαρακτηριστικών της Γωνιακής Ταχύτητας και της Γωνιακής Επιτάχυνσης του Απλού Εκκρεμούς. Σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε ένα σύστημα αναγνώρισης (identification system), το οποίο έχει σκοπό την επίτευξη της προσομοίωσης των χαρακτηριστικών εξισώσεων του απλού εκκρεμούς που αναφέραμε παραπάνω . Το σύστημα αναγνώρισης βασίζεται στην χρησιμοποίηση ενός RBF (Radial Basis Function – Τροχιακής Συνάρτησης Βάσης) Νευρωνικού Δικτύου. Η χρήση ενός RBF ΝΔ είναι μια νέα μέθοδος σε Νοήμονα Νευρωνικά Δίκτυα που χρησιμοποιείται για βέλτιστες εκτιμήσεις δυναμικών συστημάτων. Έχει το πλεονέκτημα του ότι χρειάζεται πολύ λιγότερο υπολογιστικό χρόνο συγκριτικά με άλλα ΝΔ κατά την εκπαίδευση του Δικτύου χάρις στον πολύ χαμηλό χρόνο εκπαίδευσης. Αφού υλοποιήσαμε και προσομοιώσαμε το σύστημα καταλήξαμε σε πολύ θετικά πειραματικά αποτελέσματα αποδεικνύοντας ότι το σύστημα μας λειτουργεί πολύ σωστά. Κάτι τέτοιο μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι κάλλιστα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο συγκεκριμένος identifier ως τμήμα ενός controller παρέχοντας πολύ θετικές επιδόσεις.

7 Βιβλιογραφία

1. Huygens, **Christian.** *Horologium Oscillatorium, Part 4, Proposition 20, 1673.*

2. Michael R., Colin F. Gauld, Arthur Stinner. *The Pendulum: Scientific, Historical, Educational, and Philosophical Perspectives.* Springer. pp. 177. ISBN 140203525X , 2005.

3. Connolly, John. *History of Torsion Suspension Clocks*. Clocks Canada. Retrieved 2008-06-01, 2007.

4. Milham, Willis I. *Time and Timekeepers*. MacMillan., p.188-194, 1945.

5. Matthys, Robert J. *Accurate Pendulum Clocks.* UK: Oxford Univ. Press. pp. 4. ISBN 0198529716 , 2004.

6. Franklin; et al. *Feedback Control of Dynamic Systems, 5, Prentice Hall.* ISBN 0-13-149930-0 , 2005.

7. "Pendulum". *Miriam Webster's Collegiate Encyclopedia*. Miriam Webster , pp. 1241. ISBN 0877790175 , 2000.

8. Morris, William, Ed. *The American Heritage Dictionary, New College Ed.* , New York: Houghton-Mifflin. pp. 969. ISBN 0395203600 , 1979.

9. Nave, Carl R. *"Simple pendulum". Hyperphysics.* Georgia State Univ.. Retrieved 2008-12-10 , 2006.

10. Xue, Linwei. *"Pendulum Systems". Seeing and Touching Structural Concepts.* Civil Engineering Dept., Univ. of Manchester, UK. Retrieved 2008-12-10 , 2008.

11. Weisstein, Eric W. *"Simple Pendulum". Eric Weisstein's world of science.* Retrieved 2009-03-09 , 2007.

12. Halliday, David; Robert Resnick, Jearl Walker. *Fundamentals of Physics, 5th Ed.*. New York: John Wiley & Sons. pp. 381, ISBN 0471148547 , 1997.

13. Nelson, Robert; M. G. Olsson, *"The pendulum - Rich physics from a simple system". American Journal of Physics* **54** (2): 112–121. Retrieved 2008-10-29. February 1986 .

14. "Clock" *Encyclopaedia Britannica, 11th Ed.*. **6**. The Encyclopaedia Britannica Publishing Co.. 1910. pp. 538. Retrieved 2009-03-04. includes a derivation.

15. Bart Kosko. *Fuzzy Cognitive Maps*, International Journal of Man-Machine Studies, 24(1986) 65-75 (first introduction of FCMs).

16. Tolman, E.C. Cognitive Maps in Rats and Men, *Psychological Review*, **55** (1948) 189-208.

17. Kitchin RM. "Cognitive Maps: What Are They and Why Study Them*?" Journal of Environmental Psychology* **14**: 1–19, 1994.

18. Lukaszyk, S. *A new concept of probability metric and its applications in approximation of scattered data sets.* Computational Mechanics, 33, 299-3004, 2004.

19. J. Moody and C. J. Darken. *"Fast learning in networks of locally tuned processing units,"*, Neural Computation, 1, 281-294, 1989.

20. Yee, Paul V. and Haykin, Simon. *Regularized Radial Basis Function Networks: Theory and Applications*. John Wiley. ISBN 0-471-35349-3, 2001.

21. T. Poggio and F. Girosi, *"Networks for approximation and learning,"* Proc. IEEE 78(9), 1484-1487 (1990).

22. R. D. Nussbaum, "Some remarks on the conjecture in parameter adaptive control,*" Syst. & Contr. Lett.*, vol. 3, pp. 243-246, 1983.

23. X. Ye and J. Jiang, "Adaptive nonlinear design without a priori knowledge of control directions, *" IEEE Trans. Automat.Control*, vol. 43, no. 11, pp. 1617-1621, Nov, 1998.

24. S. S. Ge and J. Wang, "Robust adaptive neural control for a class of perturbed strict feedback nonlinear systems, *" IEEE Trans. Neural Netw.*, vol. 13, no. 6, pp. 1409-1419, Nov. 2002.

25. S. S. Ge, F. Hong and T. H. Lee, "Adaptive neural control of nonlinear time-delay systems with unknown virtual control coefficients, *" IEEE Trans. on Syst., Man & Cybern.-Part B: Cybern.*, vol. 34, no. 1, pp. 499-516, Feb. 2004.