ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΓΑΛΑΚΤΟΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΝΕΥΡΟΑΣΑΦΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ (ANFIS)

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΑΤΣΑΛΑΚΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΦΟΙΤΗΤΡΙΑ: ΠΑΡΑΣΥΡΗ ΜΑΡΙΑ

ΧΑΝΙΑ 2010

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

2. ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

Νευροασαφή συστήματα.....5

2.1 Ασαφής λογική.....6

2.1.1 Συνάρτηση συμμετοχής.....7

2.1.2 Ιδιότητες ασαφών συνόλων.....10

2.1.3 Λογικές πράξεις στα ασαφή σύνολα.....11

2.1.4 Ασαφείς σχέσεις.....15

2.1.5 Ασαφής συλλογιστική.....16

2.2 Συστήματα Ασαφούς Συλλογιστικής (Fuzzy Inference Systems).....17

2.2.1 Κανόνες αν-τότε (If-then rules).....17

2.2.2 Ασαφή συστήματα τύπου Mamdani.....20

2.2.3 Ασαφή συστήματα Τύπου Sugeno.....23

2.3 Νευρωνικά δίκτυα.....27

2.3.1 Νευρωνική δομή.....28

2.3.2 Τοπολογίες πολυστρωματικών δικτύων.....31

2.3.3 Διαδικασία μάθησης.....32

2.3.4 Αλγόριθμοι μάθησης ΤΝΔ.....35

2.4 Νευρό-Ασαφή συστήματα.....36

2.4.1 Ασαφείς νευρώνες.....36

2.4.2 Προσαρμοστικά δίκτυα (Adaptive Networks).....37

2.4.3 Αρχιτεκτονική προσαρμοστικών δικτύων.....38

2.4.4 Καταμερισμός παραμέτρων στο δίκτυο.....39

2.4.5 Παραδείγματα προσαρμοστικών δικτύων.....41

2.5 Γενικά γαλακτοπαραγωγή.....42

3. ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Περιγραφή του ANFIS.....44

3.1 Αρχιτεκτονική του ANFIS.....44

3.2 Εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων (Least-Squares Estimator).....48

3.3 Κανόνας οπισθόδρομης εκμάθησης (Backpropagation Rule).....49

3.4 Υβριδικός αλγόριθμος εκπαίδευσης.....53

3.5 Χρονοσειρές.....56

3.6 Περιορισμοί του ANFIS.....57

3.7 Παράμετροι του ANFIS.....57

3.8 Η Δομή του FIS εισόδου.....59

4. ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ (case study)

4.1 Παράμετροι του ANFIS.....60

4.2 Αποτελέσματα.....61

4.2.1 Παραγωγός1.....62

4.2.2 Παραγωγός2.....65

4.2.3 Παραγωγός3.....68

4.3 Γραφήματα.....71

4.3.1 Παραγωγός1.....71

4.3.2 Παραγωγός2.....77

4.3.3 Παραγωγός3.....82

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

7.ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

7.1 Στατιστικά στοιχεία για παραγωγό1.....93

7.2 Στατιστικά στοιχεία για παραγωγό2.....100

7.3 Στατιστικά στοιχεία για παραγωγό3.....104

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο άνθρωπος δεν είναι ούτε γρήγορος ούτε ακριβής στους υπολογισμούς του, όπως ένας σύγχρονος υπολογιστής. Σε πολλούς τομείς, όμως, η ανθρώπινη ικανότητα υπερτερεί κατά πολύ των ικανοτήτων ενός υπολογιστή. Για παράδειγμα, ο άνθρωπος αναγνωρίζει πολύ εύκολα αντικείμενα και κατανοεί τις σχέσεις μεταξύ τους μέσα στο φυσικό περιβάλλον έστω και αν αυτά είναι παραμορφωμένα ή δεν είναι εξολοκλήρου ορατά.

Η ικανότητα μάθησης μέσω της εμπειρίας συνεπώς είναι από τα κύρια χαρακτηριστικά της ανθρώπινης ευφυΐας. Η ανθρώπινη μνήμη έχει την ικανότητα να αποθηκεύει μεγάλη ποσότητα και ποικιλία γνώσης και να συσχετίζει πληροφορίες πολύ γρήγορα και χωρίς ιδιαίτερη προσπάθεια. Σε αντίθεση, ο υπολογιστής έχει την ικανότητα να απομνημονεύει τεράστιες ποσότητες πληροφοριών αλλά δυσκολεύεται να τις εκμεταλλευθεί.

Τα τελευταία χρόνια έχουν γίνει πολλές προσπάθειες, ανάπτυξης τεχνολογιών για την κατασκευή μηχανών που θα προσομοιώνουν την λειτουργία του ανθρώπινου εγκεφάλου, συνδυάζοντας έτσι την γρηγοράδα ενός υπολογιστή και τον τρόπο συσχετισμού πληροφοριών του ανθρώπου. Αρκετές από αυτές τις προσπάθειες είχαν ως κατάληξη τεχνολογίες όπως τα νευρωνικά δίκτυα, τα ασαφή συστήματα, τους εξελεγκτικούς αλγορίθμους και την τεχνητή νοημοσύνη. Τεχνολογίες που απευθείας χρησιμοποιήθηκαν σε κατασκευή ανώτερων, ταχύτερων αλλά και φθηνότερων προϊόντων, καθώς και σε συστήματα αξιολόγησης και στήριξης αποφάσεων.

Στη παρούσα εργασία πραγματοποιείται πρόβλεψη της γαλακτοπαραγωγής σε τρεις διαφορετικούς παραγωγούς. Έχουν καταγραφεί ημερήσιες ποσότητες γάλακτος από το 2004 έως το 2010. Η συλλογή των στατιστικών στοιχείων των τριών παραγωγών έγινε από την Ε.Α.Σ. Ρεθύμνου, ένωση αγροτικών συνεταιρισμών Ρεθύμνου.

Αυτή η πρόβλεψη, γίνεται με νεύρο-ασαφή λογική και συγκεκριμένα με το προσαρμοστικό νεύρο-ασαφές σύστημα εξαγωγής αποτελεσμάτων ANFIS (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System). Ενώ, έχει προηγηθεί η ανάπτυξη κώδικα που τρέχει στο περιβάλλον της Matlab.

Ακολουθεί η λεπτομερής αναγραφή του θεωρητικού υπόβαθρου της θεωρίας ασαφών συνόλων και νεύρο-ασαφής λογικής και η ακριβής περιγραφή του συστήματος ANFIS.

Τέλος παρατίθενται τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του μοντέλου (γραφήματα και σφάλματα), ο αναλυτικός σχολιασμός τους και η σύγκριση του μοντέλου με τα αντίστοιχα AR και ARMA.

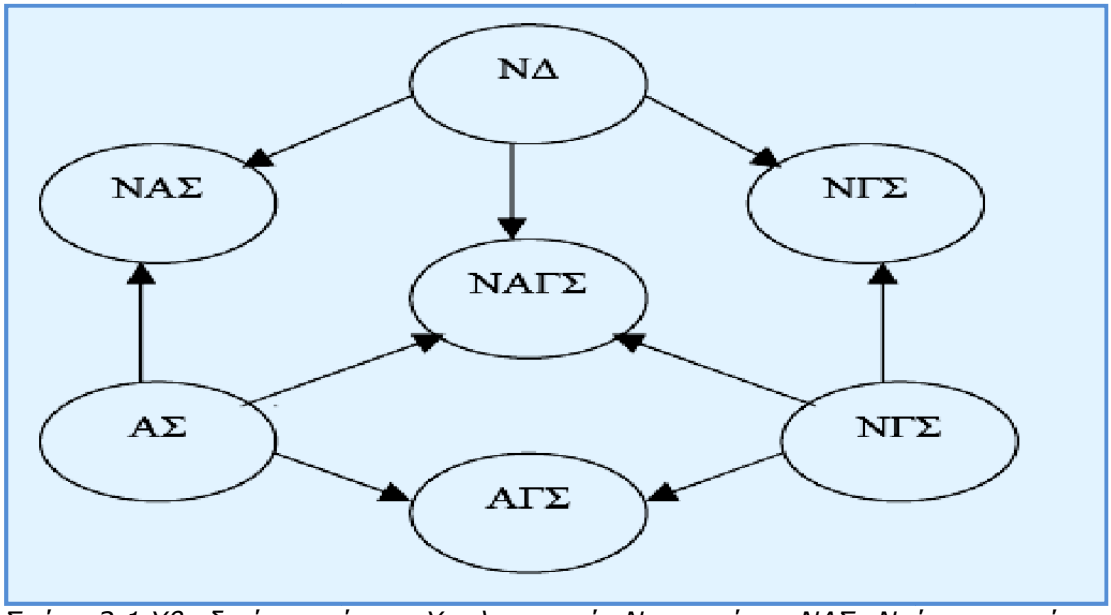
ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

ΝΕΥΡΟ-ΑΣΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Η Υπολογιστική Νοημοσύνη (ΥΝ) είναι η περιοχή της πληροφορικής, η οποία περιλαμβάνει υπολογισμούς και συλλογιστική υπό συνθήκες ανακρίβειας, αβεβαιότητας και μερικής αλήθειας και πετυχαίνει σταθερότητα και χαμηλό κόστος λύσεων. Τα τρία βασικά συστατικά πεδία της, Νευρωνικά Δίκτυα (ΝΔ), Ασαφής Συλλογιστική (ΑΣ) και Γεννητικοί Αλγόριθμοί (ΓΑ) έχουν το καθένα ιδιαίτερες ιδιότητες και πλεονεκτήματα .

- Τα ΝΔ επιτρέπουν στο σύστημα να μαθαίνει.
- Η ΑΣ επιτρέπει την εμφύτευση στο σύστημα εμπειρικής γνώσης.
- Οι ΓΑ καθιστούν το σύστημα ικανό να αυτο-βελτιώνεται.

Συνδυάζοντας τα συστατικά αυτά πεδία μπορούμε να σχεδιάσουμε και να κατασκευάσουμε υβριδικά (μικτά) συστήματα ΥΝ ικανά να επιλύουν με υψηλή απόδοση πολύπλοκα πρακτικά προβλήματα. Τα υβριδικά συστήματα ΥΝ συνδυάζουν τις ιδιότητες καθενός πεδίου και παρακάμπτουν τους περιορισμούς ή τα μειονεκτήματα τους. Οι υβριδικές τεχνικές οδηγούν στην πραγματοποίηση ευφυών συστημάτων τα οποία βρίσκουν ποικίλες εφαρμογές. Οι τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί των ΝΔ, ΑΣ και ΓΑ για την ανάπτυξη υβριδικών τεχνικών και συστημάτων ΥΝ φαίνονται στο σχήμα.



Σχήμα 2.1 Υβριδικά συστήματα Υπολογιστικής Νοημοσύνης ΝΑΣ: Νεύρο-ασαφή συστήματα, ΝΓΣ: Νεύρο-γενετικά συστήματα, ΑΓΣ: Άσοφο-γενετικά συστήματα, ΝΑΓΣ: Νεύρο-άσοφο-γενετικά συστήματα

Τα ΝΔ χρησιμοποιούνται στα ΝΑΣ για να μάθουν τις συναρτήσεις συμμετοχής ή να καθορίζουν τη δομή των ασαφών συστημάτων. Οι ΓΑ χρησιμοποιούνται στα ΑΓΣ για την αναζήτηση μιας βέλτιστης δομής και

ακολούθως για τη ρύθμιση των παραμέτρων. Αντίστροφα, η ασαφής λογική μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη βελτίωση της συμπεριφοράς των ΓΑ. Οι γενετικοί αλγόριθμοι χρησιμοποιούνται στα ΝΓΣ για την αυτοματοποίηση της σχεδίασης νευρωνικών δικτύων μέσω της γενετικής εκπαίδευσης ή μέσω της γενετικής επιλογής της τοπολογίας αυτών ή μέσω της βέλτιστης επιλογής των παραμέτρων μάθησης. Τέλος συνδυάζοντας κατά ποικίλους τρόπους τα ΝΔ, την ΑΣ και τους ΓΑ μπορούμε να σχεδιάσουμε νεύρο-ασαφή-γενετικά συστήματα (ΝΑΓΣ) τα οποία ολοκληρώνουν τα πλεονεκτήματα και τις ιδιότητες όλων αυτών με στόχο τη βελτιστοποίηση της απόδοσης τους.

2.1Ασαφής λογική

Ο θεωρητικός φορέας για την υλοποίηση μιας μεγάλης κατηγορίας ευφυών συστημάτων είναι η Ασαφής Λογική (Fuzzy Logic), που εισήχθη από τον Lotfi A.Zadeh του πανεπιστημίου της Καλιφόρνιας στο Berkley των ΗΠΑ στα μέσα της δεκαετίας του 1960. Η θεωρία των ασαφών συνόλων καθιερώθηκε σαν μια μέθοδος διαχείρισης της ανακρίβειας που αντιμετωπίζεται σε πολλά πρακτικά προβλήματα. Η ανακρίβεια, ή η ασάφεια, είναι ο πυρήνας των ασαφών συνόλων και της ασαφούς λογικής. Τα ασαφή σύνολα ουσιαστικά αποτελούν μια γενίκευση των κλασσικών συνόλων.

Τα λογικά παράδοξα και η αρχή της απροσδιοριστίας του Heisenberg συνέβαλαν στην ανάπτυξη της πλειότιμης λογικής (multi-valued logic) στη δεκαετία του 1920. Το επόμενο βήμα επέτρεψε βαθμούς αβεβαιότητας και θεωρούσε τους χαρακτηρισμούς αλήθειας και ψεύδους ως τις ακραίες τιμές ενός πεδίου μεταβολής της ασάφειας. Το 1937 ο μαθηματικός Max Black εφάρμοσε τη συνεχή λογική σε σύνολα στοιχείων και συμβόλων και ονόμασε τη δομή αυτή αβεβαιότητα. Το 1965, ο Zadeh στη θεμελιώδη δημοσίευσή του με τίτλο “Fuzzy Sets”, παρουσίασε τη θεωρία των ασαφών συνόλων (fuzzy set theory) χρησιμοποιώντας τον όρο Ασαφή Λογική και πρωτοστάτησε σε ένα νέο και σημαντικό κύμα επιστημονικής δραστηριότητας, που συνεχίζεται μέχρι σήμερα. Δεν ήταν λίγοι, όμως, και ειδικά στις ΗΠΑ, που αμφισβήτησαν τη θεωρία του Zadeh. Αντίθετα, η Κομφουκιανή Ιαπωνία έχει ενστερνιστεί τη θεωρία απόλυτα και η χρήση της αποδίδει τεράστια οικονομικά οφέλη.

Οι άνθρωποι σκέπτονται συνήθως όχι με όρους ακριβών συμβόλων και αριθμών αλλά με ασαφείς όρους. Αυτοί οι ασαφείς όροι προσδιορίζουν κατηγορίες όχι όμως απόλυτα διαχωρισμένα και σαφώς καθορισμένα σύνολα. Η μετάβαση από τη μια κατηγορία στην άλλη γίνεται σταδιακά, μεταβαίνοντας από καταστάσεις με περισσότερη ή λιγότερη συσχέτιση με την κατηγορία. Με βάση λοιπόν την πρακτική των ανθρώπων να χρησιμοποιούν ελαστικά σύνολα, ο Zadeh πρότεινε την ιδέα των ασαφών συνόλων.

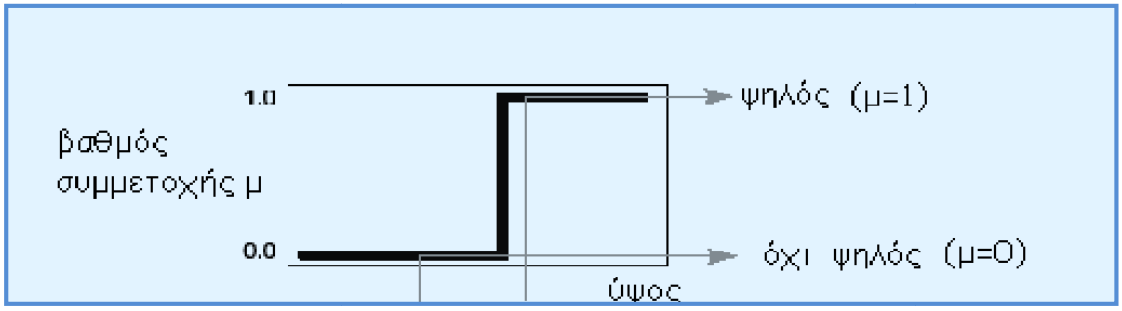
Τα ασαφή σύνολα είναι συναρτήσεις που απεικονίζουν μια τιμή, η οποία μπορεί να είναι μέλος του συνόλου, σε έναν αριθμό από το 0 έως το 1. Ο αριθμός αυτός δηλώνει το βαθμό συσχέτισης της τιμής με το ασαφές σύνολο. Όταν ο βαθμός αυτός είναι 0 τότε αυτό υποδηλώνει ότι η τιμή δεν ανήκει στο σύνολο, ενώ όταν είναι 1 τότε αυτό σημαίνει ότι η τιμή αυτή αντιπροσωπεύει πλήρως το ασαφές σύνολο. Ο βαθμός αυτός καθορίζεται από τη συνάρτηση συμμετοχής του ασαφούς συνόλου.

2.1.1Συνάρτηση συμμετοχής

Ένα ασαφές σύνολο A ορίζεται ως ένα σύνολο διατεταγμένων ζευγών (x, μA(x) όπου x∈X και μA(x)∈[0,1]). Το σύνολο X αποτελεί ένα ευρύτερο σύνολο αναφοράς (universe of discourse) που περιλαμβάνει όλα τα αντικείμενα στα οποία μπορεί να γίνει αναφορά. Η τιμή μA(x) λέγεται βαθμός αλήθειας, συμβολίζει το βαθμό συγγένειας του x στο A και παίρνει τιμές στο διάστημα [0,1]. Τέλος η συνάρτηση μA ονομάζεται συνάρτηση συμμετοχής (membership function).

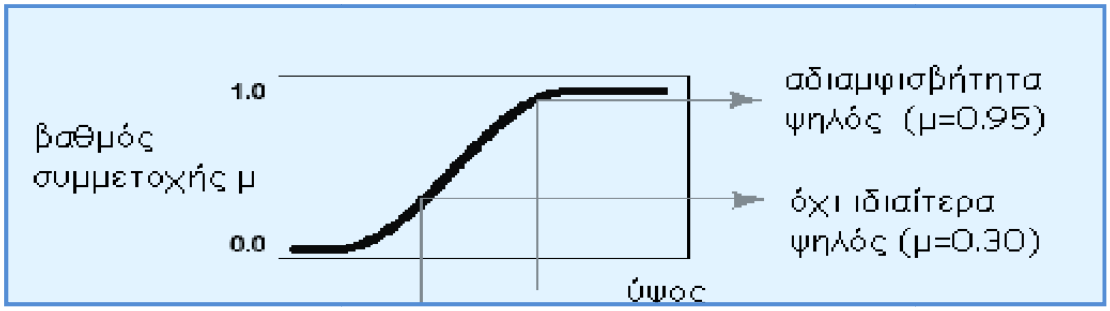
Η διαφορά των ασαφών συνόλων συγκριτικά με την κλασσική θεωρία συνόλων είναι ότι στην κλασσική θεωρία συνόλων ισχύει μA(x)∈{0,1}, δηλαδή το x είτε ανήκει στο A (μA(x)=1) ή δεν ανήκει (μA(x)=0). Άρα η ασαφής θεωρία συνόλων μεταπίπτει στην αντίστοιχη κλασσική, όταν οι δυνατές τιμές της συνάρτησης συμμετοχής είναι μόνο 0 ή 1. Παρακάτω αναπτύσσεται ένα παράδειγμα με το οποίο μπορεί να γίνει περισσότερο κατανοητή η έννοια της συνάρτησης συμμετοχής.

Ας υποθέσουμε ότι ο χώρος αναφοράς X είναι το σύνολο όλων των ανθρώπων. Ένα ασαφές υποσύνολο του χώρου αυτού είναι οι ψηλοί άνθρωποι. Τα πιθανά ύψη έστω ότι κυμαίνονται από 1.20 μέχρι 2.50. Η λέξη ψηλός μπορεί να συσχετισθεί με μια καμπύλη η οποία δείχνει κατά πόσο ένας άνθρωπος είναι ψηλός ή όχι. Αν χρησιμοποιήσουμε τις αρχές των κλασσικών συνόλων τότε για να ορίσουμε το σύνολο των ψηλών ανθρώπων θα πρέπει να ορίσουμε μια συγκεκριμένη τιμή ύψους, η οποία θα διαχωρίζει τους ανθρώπους σε ψηλούς και κοντούς. π.χ. ας υποθέσουμε ότι η τιμή αυτού του ύψους είναι 1.75m, τότε ένας άνθρωπος με ύψος 1.74 θα χαρακτηρίζεται κοντός ενώ ένας άνθρωπος με ύψος 1.76 θα χαρακτηρίζεται ψηλός. Ο παραπάνω διαχωρισμός φαίνεται παράλογος αφού έχουμε αντιστοιχήσει σε δύο ανθρώπους με αμελητέα διαφορά ύψους δύο αντίθετες μεταξύ τους έννοιες.



Σχήμα 2.2 Κλασσική θεωρία των συνόλων.

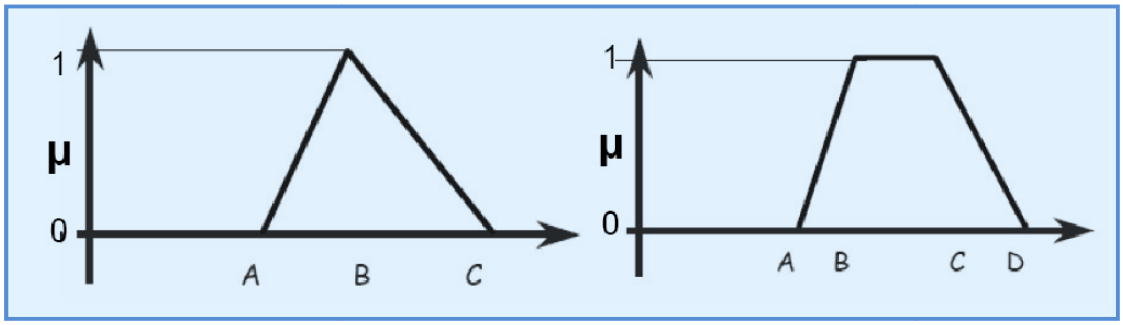
Ένας άλλος τρόπος να ορίσουμε την έννοια ψηλός είναι μέσω μιας καμπύλης που έχει ομαλή διακύμανση και μεταβαίνει από την έννοια κοντός στην έννοια ψηλός. Αυτή η καμπύλη είναι η συνάρτηση συμμετοχής του ασαφούς συνόλου των ψηλών ανθρώπων. Με άλλα λόγια δεχόμαστε ότι όλοι οι άνθρωποι είναι σε κάποιο βαθμό ψηλοί άλλα δεν είναι όλοι στον ίδιο βαθμό ψηλοί.



Σχήμα 2.3 Θεωρία των Ασαφών συνόλων

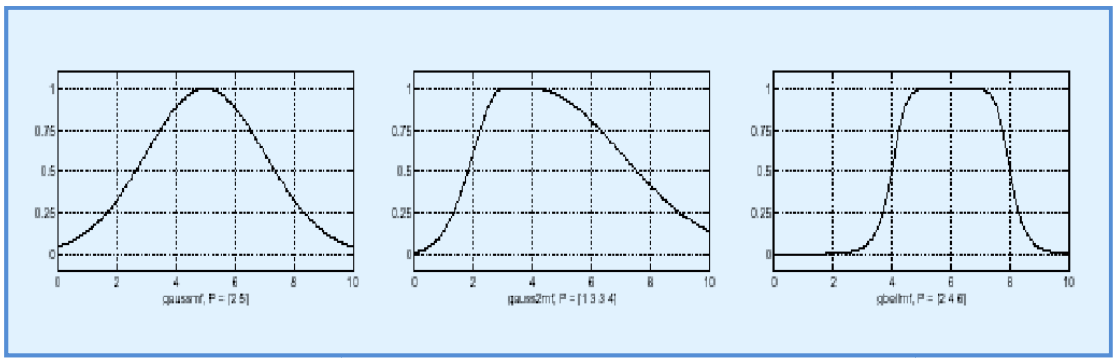
Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι υποκειμενικοί παράγοντες ενυπάρχουν στα χαρακτηριστικά της δομής ενός ασαφούς συνόλου. Η μορφή δηλαδή της καμπύλης δεν μπορεί να είναι η ίδια όταν αναφερόμαστε σε ενήλικες και ανήλικες, σε γυναίκες και άντρες κλπ. Η μορφή επίσης της καμπύλης επιλέγεται αυθαίρετα σύμφωνα με την αντίληψη που έχει κάθε άνθρωπος για την έννοια ψηλός. Η μόνη προϋπόθεση που πρέπει να ικανοποιεί μια συνάρτηση συμμετοχής είναι να βρίσκεται στο διάστημα τιμών [0,1]. Το σχήμα της επιλέγεται μεν αυθαίρετα αλλά και με τρόπο που να διασφαλίζει όσο είναι δυνατό την απλότητα.

Οι απλούστερες συναρτήσεις συμμετοχής είναι αυτές που σχηματίζονται από ευθείες γραμμές. Η απλούστερη από αυτές είναι η τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής, που δεν είναι τίποτα άλλο από ένα τρίγωνο. Στην ίδια κατηγορία ανήκει και η τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής. Αυτές οι δύο συναρτήσεις εξασφαλίζουν την απαίτηση για απλότητα.



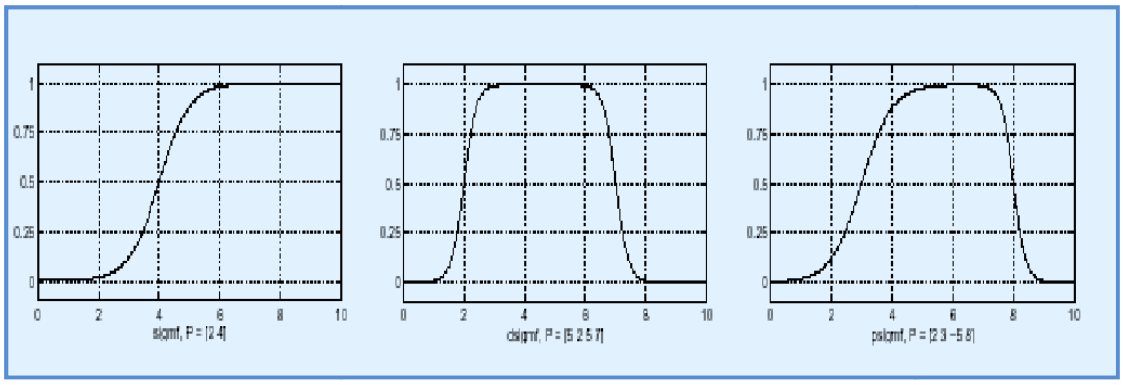
Σχήμα 2.4 Συναρτήσεις συμμετοχής, Τριγωνική και Τραπεζοειδής.

Δύο συναρτήσεις συμμετοχής που είναι δομημένες πάνω στη μορφή της κατανομής Gauss, είναι μια απλή γκαουσιανή και μια σύνθεση δύο διαφορετικών γκαουσιανών. Η γενικευμένη συνάρτηση συμμετοχής με μορφή καμπάνας έχει τρεις παραμέτρους, μια παραπάνω από την γκαουσιανή. Η γκαουσιανή και η καμπάνα μπορούν να χρησιμοποιούνται συχνά στα ασαφή σύνολα λόγο της ομαλότητάς τους. Έχουν δε το πλεονέκτημα να διατηρούν μη μηδενικές τιμές σε όλα τα σημεία.



Σχήμα 2.5 Συναρτήσεις συμμετοχής, Γκαουσιανή, Διπλή Γκαουσιανή, Καμπανοειδής.

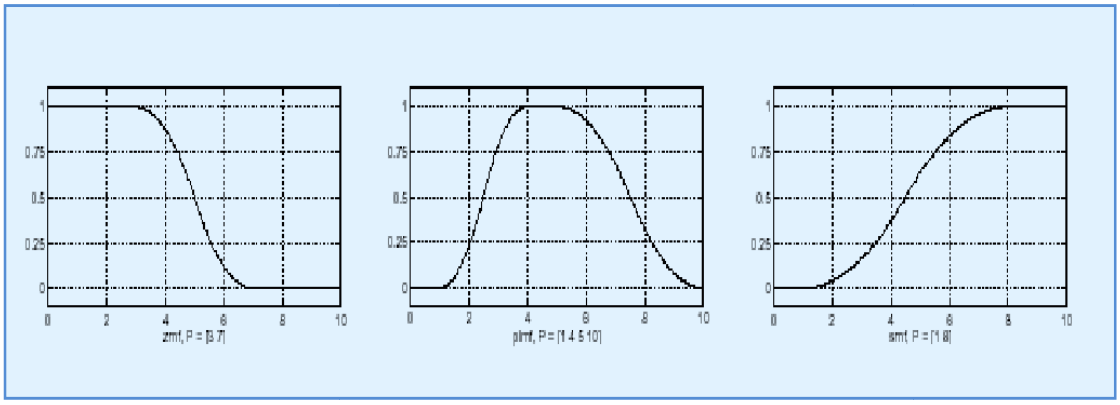
Παρά το γεγονός ότι η γκαουσιανή συνάρτηση συμμετοχής και η συνάρτηση καμπάνας επιτυγχάνουν ομαλή διακύμανση δε μπορούν ωστόσο να ορίσουν ασύμμετρες συναρτήσεις συμμετοχής που είναι χρήσιμες σε πολλά πρακτικά προβλήματα. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιείται η σιγμοειδής συνάρτηση συμμετοχής η οποία είναι ασύμμετρη και ανοικτή είτε προς τα δεξιά είτε προς τα αριστερά. Κλειστές συναρτήσεις συμμετοχής αυτού του τύπου μπορούν να παραχθούν αν συνθέσουμε δύο σιγμοειδείς. Έτσι προκύπτει η διαφορά μεταξύ δύο σιγμοειδών και το άθροισμα τους.



Σχήμα 2.6 Συναρτήσεις συμμετοχής, σιγμοειδής, διαφορά σιγμοειδών, άθροισμα σιγμοειδών

Επίσης υπάρχουν πολλές πολυωνυμικές καμπύλες που τις χρησιμοποιούμε σα συναρτήσεις συμμετοχής. Τρεις από αυτές είναι η Z η S και η Π οι οποίες έχουν ονομασθεί έτσι εξαιτίας του σχήματός τους. Η Z είναι μια ασύμμετρη πολυωνυμική καμπύλη που είναι ανοικτή στα αριστερά, η S

είναι η κατοπτρική της Z και η Π είναι μια ασύμμετρη κλειστή καμπύλη σχήματος Π.



Σχήμα 5.7 Συναρτήσεις συμμετοχής, Z , Π, S .

2.1.2 Ιδιότητες ασαφών συνόλων

Έστω X ένα σύνολο αντικειμένων, του οποίου τα στοιχεία συμβολίζονται με το γράμμα x. Η συμμετοχή σε ένα υποσύνολο A του συνόλου X είναι μια συνάρτηση συμμετοχής μA από το X στο διάστημα [0,1]. Το A είναι ένα ασαφές υποσύνολο του X, το οποίο όμως δεν έχει αυστηρά καθορισμένα σύνορα. Το μA είναι ο βαθμός συμμετοχής του στοιχείου x στο A. Όσο πιο κοντά στο 1 είναι το μA τόσο πιο πολύ ανήκει το x στο A. Το σύνολο A μπορεί να προσδιοριστεί επομένως από το σύνολο των παρακάτω ζευγών: $A=\{(x, \mu A(x)), x\in X\}$

- Κάθε ζευγάρι (x, μA(x)) ονομάζεται μονοσύνολο.
- Χώρος αναφοράς του ασαφούς συνόλου A είναι το σύνολο των στοιχείων του X που έχουν μη μηδενικό βαθμό συμμετοχής στο A.

  $A=\{x\in X \mid \mu A(x)>0\}$.
- Το σύνολο A μπορεί να γραφεί και ως:

  και στο συνεχή χώρο αναφοράς :
- Ασαφές δυναμοσύνολο, F(x), του υπερσυνόλου αναφοράς X, ονομάζεται το σύνολο όλων των ασαφών υποσυνόλων του X.
- Το σύνολο A είναι υποσύνολο του B ($A \subseteq B$) αν και μόνο αν $\mu A(x) \leq \mu B(x), \forall x\in X$. Αν ταυτόχρονα τα A και B δεν είναι ίσα, τότε το A θα ονομάζεται γνήσιο υποσύνολο του B.

- Μια οικογένεια ασαφών υποσυνόλων του Χ, θα λέγεται ασαφής διαμέριση Pn(X) του Χ τάξης n (n∈N) και θα συμβολίζεται με $A^n=\{A_1, A_2,\ldots,A_n\}$, αν και μόνο αν: $A_j \neq A_i$,∀i, j∈N_n (i ≠ j) $0<\sum_{k=i}^{m} Ai(xk) < m, \forall i \in Nn$. Τα στοιχεία A_i ,i∈N_n της A_n θα λέγονται κλάσεις της ασαφούς διαμέρισης.

- Ένα ασαφές σύνολο με χώρο αναφοράς τον Χ, λέγεται κενό αν για κάθε στοιχείο x που ανήκει στον Χ, η συνάρτηση συμμετοχής του Α είναι μηδέν. A□ 0 αν μA(x) = 0 ∀x∈X

- Ένα ασαφές σύνολο Α που ορίζεται στο χώρο αναφοράς Χ, λέγεται κανονικό αν υπάρχει τουλάχιστο ένα στοιχείο x του Χ για το οποίο η συνάρτηση συμμετοχής να παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα.
  ∃x1 :μA(x1)=1

- Δύο ασαφή σύνολα Α και Β που ορίζονται στο χώρο αναφοράς Χ, λέγονται ίσα αν για κάθε στοιχείο x του Χ οι συναρτήσεις συμμετοχής των Α και Β είναι ίσες. Δηλαδή: $\mu_A(x) = \mu_B(x)$ ∀x∈X

- Έστω ασαφές σύνολο Α που ορίζεται στο χώρο αναφοράς Χ. Η συστολή, CON(A) του συνόλου αυτού είναι ένα νέο ασαφές σύνολο με συνάρτηση συμμετοχής που ορίζεται ως εξής:$\mu_{CON(A)(}x) = (\mu_A(x))^2$ Η συστολή του ασαφούς συνόλου αντιστοιχεί στην προσθήκη του όρου πολύ, μπροστά από τη λεκτική μεταβλητή που περιγράφει το ασαφές σύνολο. Δηλαδή η συστολή του ασαφούς συνόλου 'ψηλός' είναι ένα νέο ασαφές σύνολο που αντιστοιχεί στην έννοια 'πολύ ψηλός'.
- Αντιστοίχως η διαστολή ενός ασαφούς συνόλου Α, είναι ένα νέο ασαφές σύνολο που συμβολίζεται με DIL(A) και έχει συνάρτηση συμμετοχής που περιγράφεται από την παρακάτω σχέση:
  $\mu_{DIL(A)}(x) = \sqrt{\mu A(X)}$ Η διαστολή του ασαφούς συνόλου αντιστοιχεί στην προσθήκη του όρου λίγο, μπροστά από τη λεκτική μεταβλητή που περιγράφει το ασαφές σύνολο. Δηλαδή η διαστολή του ασαφούς συνόλου 'ψηλός' είναι ένα νέο ασαφές σύνολο που αντιστοιχεί στην έννοια 'λίγο ψηλός'.

2.1.3 Λογικές πράξεις στα ασαφή σύνολα

Μέχρι τώρα έχουμε αναφερθεί στα ασαφή σύνολα και καθόλου στην ασαφή λογική. Η ασαφής λογική δεν είναι παρά ένα υπερσύνολο της λογικής Boolean. Αν δηλαδή απομονώσουμε τους ακραίους βαθμούς συμμετοχής 0 (πλήρως ψευδές) και 1 (πλήρως αληθές) τότε οι κλασσικοί λογικοί

τελεστές μπορούν να εφαρμοσθούν. Για παράδειγμα ας θεωρήσουμε τον παρακάτω πίνακα αληθείας:

A	B	A and B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

AND

A	B	A or B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

OR

A	not A
0	1
1	0

NOT

Σχήμα 2.8 Πίνακας αληθείας Boolean.

Μεταβαίνοντας στον χώρο της ασαφούς λογικής πρέπει να έχουμε κατά νου ότι οι έννοιες αληθές και ψευδές είναι θέμα βαθμού συμμετοχής. Επομένως ο πίνακας αυτός πρέπει να μετατραπεί με τρόπο που να συμπεριλαμβάνει αυτήν την αρχή. Οι τιμές των εισόδων A και B είναι τώρα πραγματικοί αριθμοί από το 0 μέχρι το 1. Πρέπει λοιπόν να βρεθεί μια συνάρτηση που να διατηρεί τις ιδιότητες της συνάρτησης AND και ταυτόχρονα να μπορεί να επεκτείνεται για πραγματικούς αριθμούς.

Μια πιθανή απάντηση μπορεί να είναι ο τελεστής min(A,B), η ελάχιστη δηλαδή τιμή των εισόδων A και B. Με βάση το ίδιο σκεπτικό μια συνάρτηση που μπορεί να αντικαταστήσει τον τελεστή OR της Boolean λογικής είναι ο τελεστής max(A,B). Τέλος ο τελεστής NOT A μπορεί να αντικατασταθεί με την πράξη 1-A.

A	B	min(A,B)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

AND

A	B	max(A,B)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

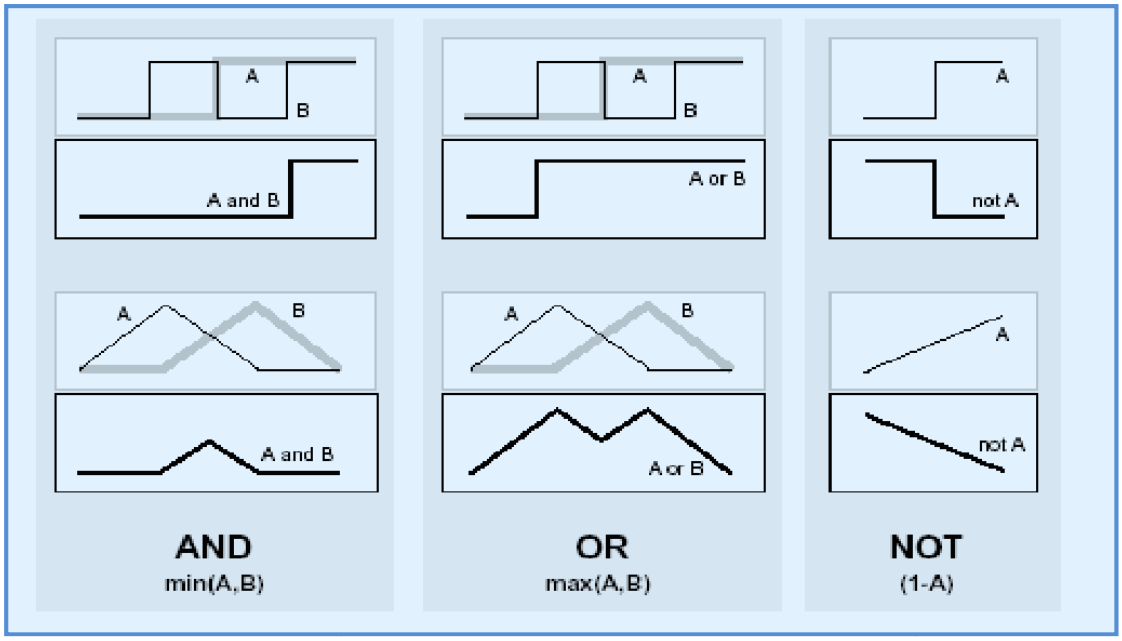
OR

A	1 - A
0	1
1	0

NOT

Σχήμα 2.9 Πίνακας αληθείας ασαφούς λογικής.

Αφού έχουμε ορίσει συναρτήσεις που μπορούν ορίσουν τον πίνακα αληθείας, μπορούμε πλέον να επεκταθούμε και στην περίπτωση πραγματικών αριθμών. Στο παρακάτω σχήμα έχουμε αντικαταστήσει τον πίνακα αληθείας με ένα γράφημα δύο ασαφών συνόλων. Στο πάνω μέρος έχουμε την περίπτωση συνόλων με δύο τιμές ενώ στο κάτω φαίνεται ο τρόπος που φαίνεται πως λειτουργούν οι τελεστές στην περίπτωση που οι τιμές αληθείας A και B μεταβάλλονται συνεχώς από το 0 στο 1.



Σχήμα 2.10 Παραστάσεις two-valued-logic και multivalued-logic .

Δεδομένων των παραπάνω συναρτήσεων μπορούμε να κατασκευάσουμε δομές με βάση ασαφή σύνολα και τους λογικούς κανόνες AND OR και NOT. Βέβαια το γεγονός ότι βρήκαμε συναρτήσεις που να επεκτείνουν τους τελεστές αυτούς από το χώρο της Boolean λογικής στο χώρο της ασαφούς λογικής δε σημαίνει σε καμία περίπτωση ότι οι συναρτήσεις αυτές είναι και οι μοναδικές.

Έχουμε ορίσει την τομή, την ένωση και το συμπλήρωμα ενός ασαφούς συνόλου με τους τελεστές min, max, 1-A οι όποιοι είναι οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενοι. Ωστόσο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και άλλες συναρτήσεις για τον ίδιο σκοπό. Γενικά η τομή δύο ασαφών συνόλων μπορεί να παρασταθεί με μια δυαδική απεικόνιση T που αθροίζει (aggregates) τις δύο συναρτήσεις συμμετοχής ως ακολούθως: $\mu_{A\ \ B} = T(\mu_A(x), \mu_B(x))$

Αυτού του είδους οι τελεστές τομής αναφέρονται συνήθως ως τ-νόρμες (τριγωνική νόρμα, triangular norm) και πρέπει να ικανοποιούν τις παρακάτω προϋποθέσεις:

όρια:	$T(0, 0) = 0$, $T(a, 1) = T(1, a) = a$
μονοτονία:	$T(a, b) \leq T(c, d)$ αν $a \leq c$ και $b \leq d$
αντιμεταθετικότητα:	$T(a, c) = T(c, a)$
συσχέτιση :	$T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c)$

Η πρώτη απαίτηση επιβάλει τη γενίκευση σε σύνολα διακριτών τιμών (crisp sets). Η δεύτερη υπονοεί ότι μια μείωση του βαθμού συμμετοχής στο A ή στο B δεν μπορεί να οδηγήσει σε αύξηση του βαθμού συμμετοχής στην τομή των A και B. Η τρίτη απαίτηση δείχνει ότι ο τελεστής είναι αδιάφορος

στον τρόπο διάταξης με τον οποίο τέμνονται τα δύο σύνολα A και B. Τέλος η τέταρτη απαίτηση μας επιτρέπει να παίρνουμε την τομή οποιουδήποτε αριθμού συνόλων σε οποιαδήποτε διάταξη ζευγών.

Μερικοί από τους πιο γνωστούς τελεστές T-norm είναι:

- Minimum: Tmin (a,b) =min(a,b) = $a \wedge b$
- Αλγεβρικό γινόμενο(algebraic product): Tap (a,b) = ab
- Καθορισμένο γινόμενο(bounded product): Tbp (a,b) = $0 \vee (a + b - 1)$
- Δραστικό γινόμενο(drastic product):

Tdp(a,b)=a,	αν b=1,	όπου $0 \leq a,b \leq 1$
Tdp(a,b)=b,	αν a=1,	όπου $0 \leq a,b \leq 1$
Tdp(a,b)=0,	αν b<1,	όπου $0 \leq a,b \leq 1$

Όπως η ασαφής τομή έτσι και η ασαφής ένωση, προσδιορίζεται με μια δυαδική απεικόνιση S. $\mu A \cup B(x)= S(\mu A(x),\mu B(x))$. Οι ασαφείς τελεστές ένωσης αναφέρονται συνήθως ως σ-νόρμες και πρέπει να πληρούν τις παρακάτω προϋποθέσεις:

όρια:	S(1, 1) = 1, S(0, a) = S(a, 0) = a
μονοτονία:	$S(a, b) \leq S(c, d)$ αν $a \leq c$ και $b \leq d$
αντιμεταθετικότητα:	S(a, b) = S(b, a)
συσχέτιση :	S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c)

Μερικοί από τους πιο γνωστούς τελεστές S-norm είναι:

- Maximum: Smax (a,b) =max(a,b) = $a \vee b$
- Αλγεβρικό άθροισμα(algebraic sum): Sas (a,b) = a +b – ab
- Καθορισμένο άθροισμα (bounded sum): Sbp (a,b) =$1 \wedge (a + b)$
- Δραστικό άθροισμα(drastic sum):

Sdp(a,b)=a,	αν b=1,	όπου $0 \leq a,b \leq 1$
Sdp(a,b)=b,	αν a=1,	όπου $0 \leq a,b \leq 1$
Sdp(a,b)=1,	αν a,b>0,	όπου $0 \leq a,b \leq 1$

Τέλος το συμπλήρωμα A' ενός ασαφούς συνόλου A δίνεται από τη σχέση: όπου $\mu_A(\chi)= c(\mu_A(\chi))$. Και η συνάρτηση c πρέπει να ικανοποιεί τις παρακάτω συνθήκες:

όρια:	c(0)=1 και c(1)=0
μονοτονία:	∀a,b∈[0,1] αν a ≤ b⇒c(a) ≥ c(b)
συνέχεια:	c συνεχής στο [0,1].
επαγωγή:	a∈[0,1] είναι c(c(a))=a

Το σύνηθες συμπλήρωμα δίνεται από τη σχέση: $\mu_A(\chi)=1-\mu_A(\chi)$

2.1.4 Ασαφείς σχέσεις

Οι ασαφείς σχέσεις (fuzzy relations) είναι ασαφή σύνολα ορισμένα σε πεδία αναφοράς ανώτερης διάστασης (π.χ. X x X , X χ Y x Z κλπ). Ποιοτικά, μια ασαφής σχέση R θα μπορούσε να είναι μια έκφραση της μορφής «είναι βαρύτερο από» και η οποία θα συνδέει τα στοιχεία δύο άλλων συνόλων:

R= « x είναι βαρύτερο από y » x∈X, y∈Y και R ∈ X χ Y

Οι ασαφείς σχέσεις μπορεί να εκφραστούν με αναφορά όλων των ζευγών (τιμή, βαθμός συμμετοχής), δηλαδή ζευγών της μορφής [(x, y),μR (x, y)] . Ένας άλλος τρόπος αναπαράστασης, ιδιαίτερα χρήσιμος σε υπολογισμούς είναι σε μορφή πίνακα: $R=\begin{bmatrix} \mu R(\chi 1, y1) & \cdots & \mu R(\chi 1, yn) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu R(\chi m, y1) & \cdots & \mu R(\chi m, yn) \end{bmatrix}$

Οι ασαφείς σχέσεις μπορούν να συνδυαστούν μεταξύ τους μέσω της διαδικασίας της σύνθεσης (composition). Αν για παράδειγμα συνδυαστεί η ασαφής σχέση R1(x,y) ορισμένη στο X χ Y με την ασαφή σχέση R2(y, z) ορισμένη στο Y x Z τότε θα προκύψει μία ασαφής σχέση R(x, z) η οποία θα ορίζεται στο σύνολο X χ Z και θα συσχετίζει άμεσα στοιχεία των συνόλων X και Z. Βέβαια είναι απαραίτητο να προσδιοριστεί επακριβώς η συνάρτηση συμμετοχής μR(X , Z) της R με χρήση των συναρτήσεων συμμετοχής των R1 και R2. Οι βασικές πράξεις που ορίζονται μεταξύ των ασαφών σχέσεων είναι η αντιστροφή και η σύνθεση.

- Αντίστροφη σχέση της R(X,Y) είναι η ασαφής σχέση $R^{-1}(X,Y)$ με τύπο $R^{-1}(x, y) = R(x, y)$ για κάθε x που ανήκει στον X και κάθε y που ανήκει στον Y. Ο πίνακας συμμετοχής που παριστάνει την R^{-1} είναι ο ανάστροφος του R.

- Η σύνθεση είναι πολύ σημαντική διαδικασία καθώς όπως θα δούμε παρακάτω οι κανόνες της μορφής if-then αντιστοιχούν σε ασαφείς σχέσεις και το πρόβλημα της ασαφούς συλλογιστικής είναι μαθηματικά ισοδύναμο με τη σύνθεση.

Αν R1(x,y) και R2(y,z) είναι δύο ασαφείς σχέσεις ορισμένες στα σύνολα X χ Y και Y x Z αντίστοιχα, τότε η σύνθεση τους δίνει μια νέα σχέση $R_1 \circ R_2$. Η sup-t σύνθεση R:X xY →[0,1] δύο ασαφών σχέσεων R1:X x Y→ [0,1] και R2:XxY→[0,1] ορίζεται από την εξίσωση: $R(x,y)=[R_1 \circ R_2](x,y)=\sup t\ [R_1(x,y),R_2(y,z)]$

Οι περισσότερο γνωστές μέθοδοι σύνθεσης ασαφών συνόλων είναι η σύνθεση max-min και η σύνθεση max-product. Η συνάρτηση συμμετοχής για την περίπτωση της max-min σύνθεση δίνεται από τη σχέση: $\mu R1^{\circ}R2(x,z)= \vee[\mu_{R1}(x,y) \wedge \mu_{R2}(y,z)]$. Στην περίπτωση της σύνθεσης max-product έχομε την παρακάτω σχέση: $\mu R1^{\circ}R2(x,z)= \vee[\mu_{R1}(x,y) \cdot \mu_{R2}(y,z)]$. Οι υπολογισμοί στο δεξιό μέρος των παραπάνω σχέσεων είναι παρόμοιοι με του πολλαπλασιασμού των πινάκων.

2.1.5 Ασαφής συλλογιστική

Η βάση στην οποία στηρίζεται η λήψη αποφάσεων είναι η παραγωγή συλλογιστικής. Η ασαφής λογική ασχολείται με την παραγωγή συλλογιστικής σε περιβάλλον αβεβαιότητας. Για το σκοπό αυτό, θεμελιώνεται η δομή και η μαθηματική αναπαράσταση ενός ασαφούς γεγονότος με τον ορισμό των ασαφών συνόλων και καθορίζεται ο τρόπος με τον οποίο συνδυάζουμε τα γεγονότα για να παράγουμε λογικές προτάσεις ή σχέσεις και συνεπώς συμπεράσματα.

Οι συλλογιστικοί τρόποι που κυρίως χρησιμοποιούνται είναι οι εξής:

- Ο modus ponens (MP) παράγει συμπεράσματα από ένα σύνολο υποθέσεων σύμφωνα με το σχήμα: $(A\Rightarrow B)\wedge A\Rightarrow B$ όπου A και B συγκεκριμένα γεγονότα. Ο παραπάνω κανόνας ερμηνεύεται ως εξής: Αν το γεγονός A συνεπάγεται το γεγονός B και επιπλέον έχουμε ως υπόθεση ότι ισχύει το A, τότε το συμπέρασμα που παίρνουμε είναι ότι ισχύει και το B. Όμως σε περιβάλλον ασάφειας τα γεγονότα ισχύουν σε κάποιο βαθμό. Έτσι ο παραπάνω κανόνας πρέπει να τροποποιηθεί για να συμπεριλάβει και την ασάφεια. Καταλήγουμε με αυτό τον τρόπο στο γενικευμένο κανόνα modus ponens (generalized modus ponens) ο οποίος έχει την παρακάτω μορφή: $(A\Rightarrow B)\wedge A'\Rightarrow B'$

- Αντίστοιχα ο γενικευμένος κανόνας modus tolens (generalized modus tolens) διατυπώνεται ως εξής: $(A\Rightarrow B)\wedge B'\Rightarrow A$

Ας εξετάσουμε τώρα την ερμηνεία των παραπάνω κανόνων. Για παράδειγμα ο γενικευμένος κανόνας modus ponens ερμηνεύεται ως εξής: Αν το γεγονός A συνεπάγεται το γεγονός B και έχουμε ως υπόθεση ότι ισχύει το A σε κάποιο βαθμό, τότε θα ισχύει και το B σε κάποιο βαθμό.

Πρέπει, λοιπόν να προσδιοριστεί ο βαθμός στον οποίο πληρείται το γεγονός B. Αυτός εξαρτάται από το βαθμό στον οποίο πληρείται το γεγονός A και από το είδος της συνεπαγωγής που εφαρμόζουμε. Η πράξη της ασαφούς συνεπαγωγής υλοποιεί τη μαθηματική σχέση A ==> B, όταν τα A και B είναι ασαφή γεγονότα. Το σχήμα που προτείνεται από τη θεωρία των ασαφών συνόλων για την εξαγωγή του γεγονότος B’ από τα γεγονότα A ,A’,B περιγράφεται από την παρακάτω σχέση που αποτελεί το συνθετικό κανόνα του Zadeh: $B'(y)=\sup t\ [A'(x),\ \sigma(A(\chi),B(y))]$ όπου σ είναι μια συνάρτηση που υλοποιεί την πράξη της ασαφούς συνεπαγωγής. Επομένως

η επιλογή της συνάρτησης που υλοποιεί την ασαφή συνεπαγωγή έχει ουσιαστικό ρόλο για την ασαφή συλλογιστική που παράγεται με βάση το παραπάνω σχήμα. Ένα από τα κριτήρια που χρησιμοποιείται γι' αυτή την επιλογή είναι το κριτήριο της ανάκλησης (recall), το οποίο διατυπώνεται ως εξής: B(y)=sup t [A(x), σ(A(χ),B(y))]

Το κριτήριο αυτό έχει την εξής ερμηνεία. Η ασαφής συνεπαγωγή πρέπει να είναι τέτοια ώστε όταν η υπόθεση πληρείται ακριβώς, τότε να λαμβάνουμε το συμπέρασμα του κανόνα A=>B, δηλαδή το γεγονός B. Η απαίτηση αυτή είναι εύλογη αφού όταν δεν υπάρχει αβεβαιότητα η ασαφής συλλογιστική οφείλει να ταυτίζεται με την κλασσική συλλογιστική.

2.2 Συστήματα Ασαφούς Συλλογιστικής (Fuzzy Inference Systems)

Στις προηγούμενες παραγράφους μελετήσαμε τα ασαφή σύνολα και τη θεωρία τους. Τώρα θα δούμε τον τρόπο που μπορούν να εφαρμοσθούν τα παραπάνω σε ένα σύστημα λήψης αποφάσεων.

Θα εξετάσουμε ένα απλοϊκό και αρκετά σύνηθες παράδειγμα στην μελέτη της λήψης αποφάσεων και θα δούμε πως μπορεί να λυθεί με τη βοήθεια της ασαφούς λογικής. Εξετάζουμε το πρόβλημα του φιλοδωρήματος, πόσο δηλαδή είναι το φιλοδώρημα που πρέπει να δώσει ένας πελάτης σε ένα εστιατόριο. Οι παράμετροι του προβλήματος είναι η ποιότητα του φαγητού και η εξυπηρέτηση.

Είναι προφανές για παράδειγμα ότι αν το φαγητό είναι άριστης ποιότητας και η εξυπηρέτηση καλή τότε το φιλοδώρημα θα είναι υψηλό. Αντίστοιχα αν η ποιότητα της εξυπηρέτησης είναι χαμηλή και το φαγητό κακό τότε το φιλοδώρημα θα είναι χαμηλό. Τι γίνεται όμως αν έχουμε μια ενδιάμεση κατάσταση, π.χ. μέτριο φαγητό και καλή εξυπηρέτηση. Επιπλέον παραπάνω έχουμε αναφέρει προσδιορισμούς όπως καλό και μέτριο που εμπεριέχουν κάποια ασάφεια.

Αν προσπαθήσουμε να λύσουμε το πρόβλημα γραμμικά θα πρέπει να δώσουμε καθορισμένους κανόνες για κάθε μια περίπτωση. Μέσω όμως της ασαφούς λογικής το πρόβλημα αυτό μπορεί να λυθεί ευκολότερα. Πριν προχωρήσουμε στη λύση του προβλήματος θα δούμε πως μπορούμε να υλοποιήσουμε τους κανόνες αν-τότε (if-then rules) που προαναφέραμε (αν το φαγητό είναι κακό κτλ).

2.2.1 Κανόνες αν-τότε (If-then rules)

Τα ασαφή σύνολα και οι ασαφείς τελεστές είναι τα υποκείμενα και τα ρήματα του ασαφούς λογισμού. Οι προτάσεις if-then χρησιμοποιούνται για να σχηματίσουν τις συνθήκες εκείνες που συνιστούν την ασαφή λογική. Ένας απλός κανόνας if-then έχει τη μορφή: If x is A then y is B, όπου A

και B είναι οι γλωσσικές μεταβλητές που προσδιορίζονται από ασαφή σύνολα με χώρο αναφοράς X και Y αντίστοιχα. Το πρώτο κομμάτι του κανόνα 'if x is A' ονομάζεται υπόθεση (antecedent ή premise) ενώ το δεύτερο κομμάτι 'then y is B' ονομάζεται συνέπεια ή συμπέρασμα (consequent ή conclusion). Ένα παράδειγμα ενός τέτοιου κανόνα μπορεί να είναι το εξής: If service is good then tip is average. Η λέξη good αντιπροσωπεύεται από έναν αριθμό που κυμαίνεται ανάμεσα στο 0 και το 1. Έτσι η υπόθεση είναι μια μετάφραση που επιστρέφει μια τιμή από το 0 έως το 1. Από την άλλη μεριά η λέξη average αποτελεί ένα ασαφές σύνολο και έτσι η συνέπεια του κανόνα είναι μια συσχέτιση της εξόδου y στο ασαφές σύνολο B.

Στους κανόνες if-then η λέξη 'is' έχει διαφορετική έννοια ανάλογα με το αν εμφανίζεται στο πρώτο ή στο δεύτερο μέρος του κανόνα. Έτσι όταν εμφανίζεται στο πρώτο μέρος του κανόνα έχει την έννοια του ελέγχου ισότητας (δηλαδή την ίδια έννοια που δίνουμε στο σύμβολο = =). Αντίθετα όταν εμφανίζεται στο δεύτερο μέρος του κανόνα έχει την έννοια της καταχώρησης (δηλαδή την έννοια που δίνουμε στο σύμβολο =). Ο παραπάνω κανόνας λοιπόν θα μπορούσε να γραφεί συμβολικά και ως εξής: If service = = good then tip = average.

Γενικά η είσοδος σε έναν κανόνα if-then είναι η τρέχουσα τιμή της μεταβλητής εισόδου ενώ η έξοδος του κανόνα είναι ολόκληρο το ασαφές σύνολο. Από αυτό όμως το ασαφές σύνολο θα πρέπει να κρατήσουμε μια τιμή έτσι ώστε να μπορούμε να βγάλουμε κάποια συμπεράσματα. Γι' αυτό πρέπει να γίνει μια διαδικασία που ονομάζεται αποσαφήνιση (defuzzyfication). Για να διερμηνεύσουμε έναν κανόνα if then πρέπει να ακολουθήσουμε κάποια στάδια. Πρώτον πρέπει να υπολογίσουμε την είσοδο. Για να γίνει αυτό όμως πρέπει να γίνει ασαφοποίηση της εισόδου και να εφαρμοσθούν οι κατάλληλοι ασαφείς τελεστές και δεύτερον πρέπει να εφαρμόσουμε το παραπάνω αποτέλεσμα στο δεύτερο μέρος του κανόνα.

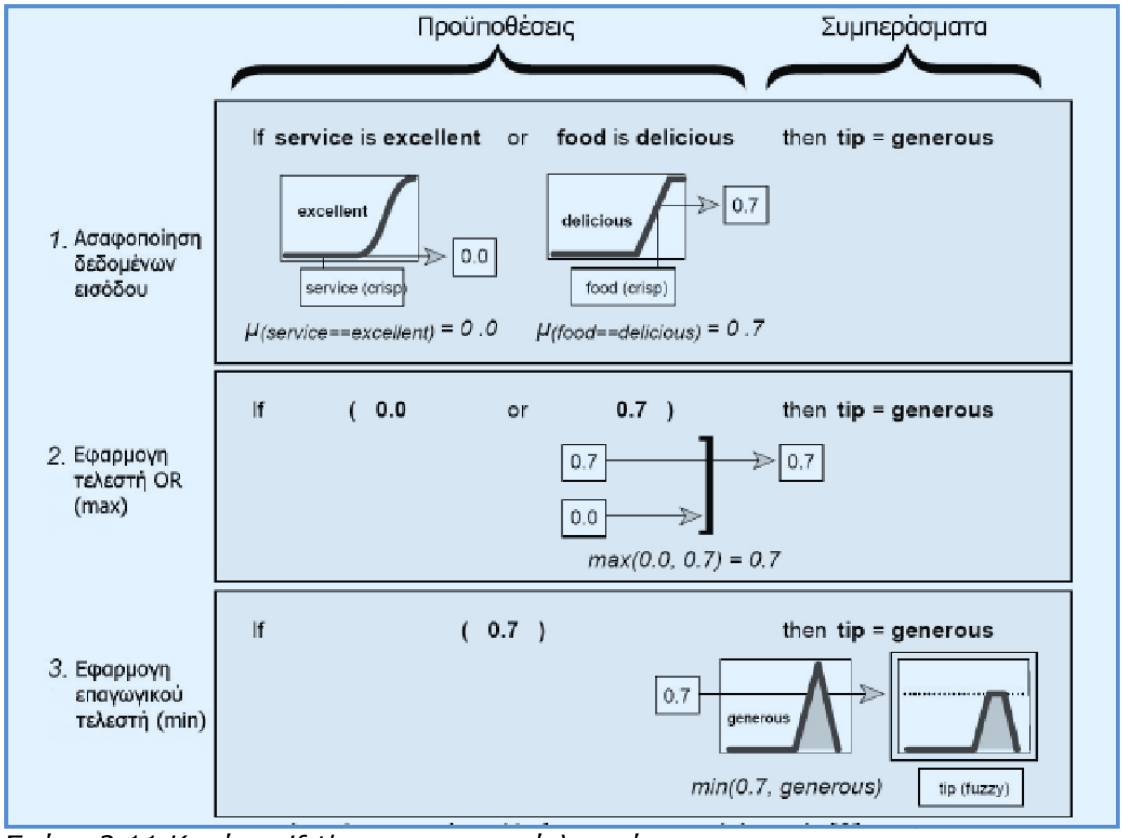
Αν πάρουμε την απλή περίπτωση των δυαδικών τιμών οι κανόνες if-then είναι αρκετά εύκολο να εφαρμοσθούν. Αν η προϋπόθεση είναι αληθής τότε και η συνέπεια θα είναι αληθής. Η παραπάνω συλλογιστική επεκτείνεται για να συμπεριλάβει και ασαφείς τιμές. Όταν η προϋπόθεση είναι αληθής σε κάποιο βαθμό τότε και η συνέπεια είναι αληθής στον ίδιο βαθμό. Με άλλα λόγια:

Δυαδική λογική:	
$p \rightarrow q$	(p και q είναι είτε πλήρως αληθή ή πλήρως ψευδή)
Ασαφής λογική:	
$0.5p \rightarrow 0.5q$	(p και q είναι μερικώς αληθή και μερικώς ψευδή)

Η προϋπόθεση ενός κανόνα μπορεί να αποτελείται από περισσότερα του ενός μέρη. Όπως για παράδειγμα ο παρακάτω κανόνας: If sky is gray and wind is strong and barometer is falling, then….

Σ' αυτή την περίπτωση όλα τα μέρη της προϋπόθεσης υπολογίζονται ταυτόχρονα και καταλήγουμε σε ένα μοναδικό νούμερο ανάλογα με τους λογικούς τελεστές που χρησιμοποιούμε. Η συνέπεια ενός κανόνα μπορεί επίσης να αποτελείται από περισσότερα του ενός μέρη. Για παράδειγμα ο παρακάτω κανόνας: If temperature is cold, then hot water valve is open and cold water valve is shut.

Όλα τα μέρη της συνέπειας του κανόνα επηρεάζονται το ίδιο από το αποτέλεσμα της προϋπόθεσης. Η συνέπεια του κανόνα προσδιορίζει ένα ασαφές σύνολο το οποίο συσχετίζεται με την έξοδο. Η συνάρτηση συνεπαγωγής (implication function) στη συνέχεια τροποποιεί το ασαφές σύνολο στο βαθμό που προσδιορίζεται από την προϋπόθεση του κανόνα. Μια πολύ συνηθισμένη συνάρτηση για να γίνει αυτό είναι η αποκοπή με τη χρήση του τελεστή min. Στο παρακάτω σχήμα βλέπουμε τον τρόπο με τον οποίο εφαρμόζονται οι κανόνες if-then.



Σχήμα 2.11 Κανόνες if-then στην ασαφή λογική .

Γενικά ένας κανόνας από μόνος του δεν επαρκεί για τα περισσότερα πρακτικά προβλήματα. Αυτό που χρειαζόμαστε είναι περισσότεροι του ενός κανόνες οι οποίοι να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Η έξοδος κάθε κανόνα θα είναι ένα ασαφές σύνολο. Τα ασαφή σύνολα που προκύπτουν σα

συνέπεια των κανόνων συγκεντρώνονται για να σχηματίσουν ένα ασαφές σύνολο εξόδου από το οποίο μέσω της διαδικασίας της αποσαφήνισης θα πάρουμε μια μοναδική τιμή.

2.2.2 Ασαφή συστήματα τύπου Mamdani

Η ασαφής συλλογιστική είναι η διαδικασία κατά την οποία σχηματίζεται η απεικόνιση από μια δεδομένη είσοδο σε μια έξοδο, χρησιμοποιώντας τις αρχές της ασαφούς λογικής. Η απεικόνιση αυτή θέτει τις βάσεις με τις οποίες μπορεί να ληφθεί μια απόφαση ή να διακριθούν πρότυπα (patterns). Η διαδικασία αυτή της ασαφούς συλλογιστικής περιλαμβάνει όλα εκείνα τα κομμάτια στα οποία αναφερθήκαμε προηγουμένως. Δηλαδή τις συναρτήσεις συμμετοχής, τους ασαφείς λογικούς τελεστές και τους κανόνες if-then. Υπάρχουν δύο είδη ασαφών συστημάτων παρεμβολής, τα τύπου-Mamdani και τα τύπου Sugeno. Οι διαφορές ανάμεσα στα δύο αυτά συστήματα έγκεινται κυρίως στον τρόπο με τον οποίο σχηματίζεται η έξοδος του συστήματος. Τα συστήματα Mamdani είναι αυτά που συναντώνται συχνότερα. Η μεθοδολογία των συστημάτων Mamdani εισήχθηκε το 1975 από τον Ebrahim Mamdani.

Εφαρμογές των FIS έχουμε σε τομείς όπως ο αυτόματος έλεγχος, η ταξινόμηση δεδομένων, η ανάλυση αποφάσεων, τα έμπειρα συστήματα και η όραση υπολογιστών. Ένα Ασαφές Σύστημα (Fuzzy System) αποτελείται από τις ακόλουθες δομικές μονάδες:

- Μία βάση ασαφών κανόνων της μορφής EAN - TOTE (Ασαφής Βάση Γνώσης)

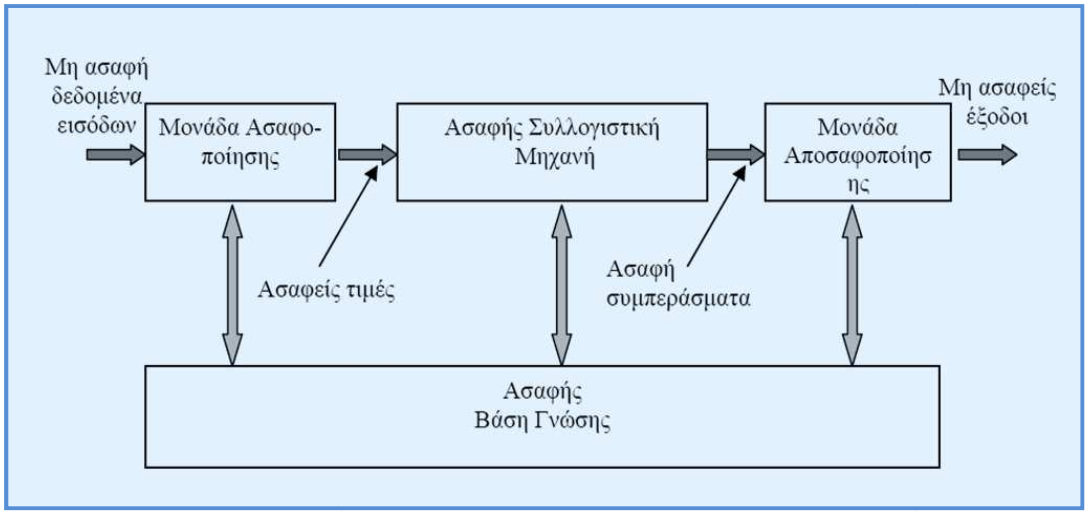
- Μία ασαφή συλλογιστική μηχανή. Αυτή υλοποιεί την εξαγωγή συμπερασμάτων από τις εισόδους του συστήματος με βάση την ασαφή βάση γνώσης

- Μία μονάδα ασαφοποίησης (ασαφοποιητική μονάδα διεπαφής), η οποία μετατρέπει τα δεδομένα εισόδου σε ασαφή σύνολα.

- Μία μονάδα αποασαφοποίησης (αποασαφοποιητική μονάδα διεπαφής), η οποία μετατρέπει τα ασαφή συμπεράσματα σε σαφώς καθορισμένη μορφή.

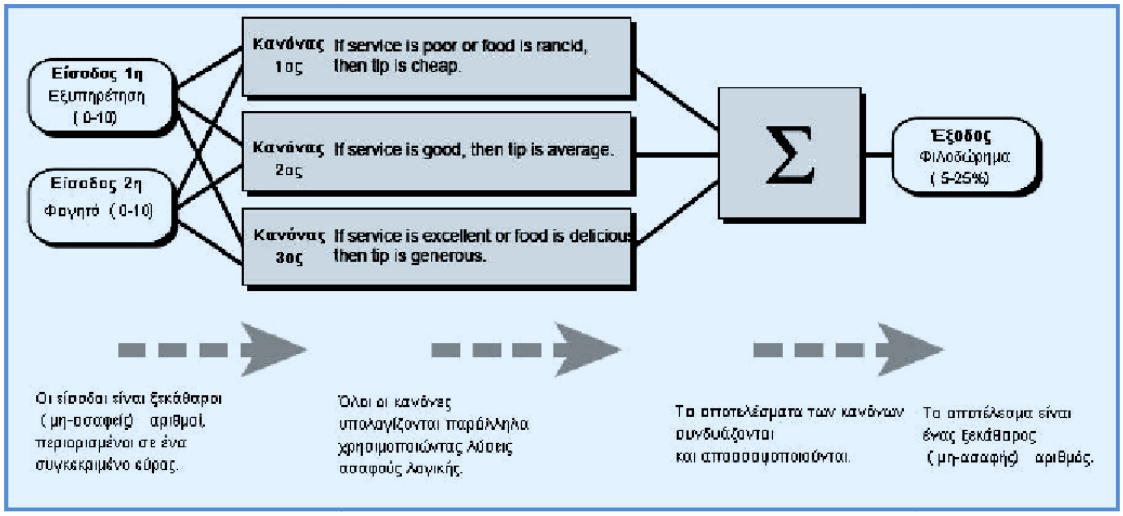
Ένα βασικό FIS μπορεί να πάρει είτε ασαφείς εισόδους, είτε σαφείς (συγκεκριμένες) με τη μορφή ασαφών singletons. Η έξοδος όμως που παράγει είναι πάντα ασαφή σύνολα. Μερικές φορές είναι αναγκαίο να έχουμε σαφή έξοδο, ειδικά όταν το FIS χρησιμοποιείται σαν ελεγκτής. Τότε χρειαζόμαστε μια μέθοδο αποσαφοποίησης, για να εξάγουμε ένα σαφές αποτέλεσμα που να αντιπροσωπεύει με τον καλύτερο τρόπο το ασαφές σύνολο.

Με σαφείς εισόδους και εξόδους, ένα FIS υλοποιεί μια μη-γραμμική αντιστοίχιση, από τον χώρο εισόδου σε αυτόν της εξόδου, με έναν αριθμό κανόνων if-then, καθένας από των οποίων περιγράφει μια τοπική συμπεριφορά της αντιστοίχισης. Ειδικότερα, το μέρος των προϋποθέσεων ενός κανόνα προσδιορίζει μια ασαφή περιοχή στο χώρο της εισόδου, ενώ αυτός των συμπερασμάτων προσδιορίζει την έξοδο σε μια ασαφή περιοχή.



Σχήμα 2.12 Δομή ενός ασαφούς συστήματος εξαγωγής συμπερασμάτων .

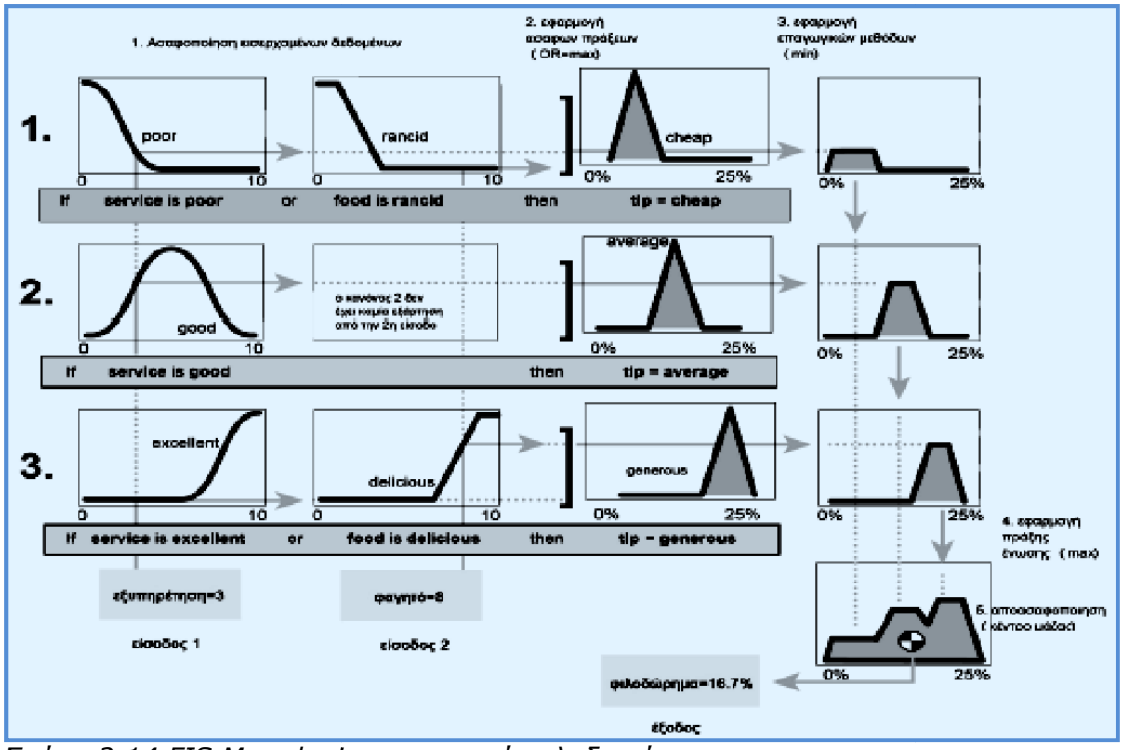
Θα δούμε τώρα διαγραμματικά πως λειτουργεί ένα FIS τύπου Mamdani μέσα από το πρόβλημα του φιλοδωρήματος που αναφέραμε παραπάνω. Το σύστημα έχει δύο εισόδους και τρεις κανόνες. Οι είσοδοι του συστήματος είναι η ποιότητα του φαγητού και η εξυπηρέτηση. Θεωρούμε ότι ο πελάτης βαθμολογεί την ποιότητα του φαγητού και την εξυπηρέτηση με μια κλίμακα από το 0 έως το 10. η έξοδος του συστήματος είναι το φιλοδώρημα που θα δώσει ο πελάτης και το οποίο κυμαίνεται από 5% έως 25% της τιμής του λογαριασμού. Η βασική του δομή του συστήματος φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα:



Σχήμα 2.13 Σύστημα 2 εισόδων, 3 κανόνων, 1 εξόδου.

Η πληροφορία οδεύει από τα αριστερά προς τα δεξιά και καταλήγει σε μία μοναδική έξοδο. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό των συστημάτων ασαφούς λογικήςείναι η παράλληλη εφαρμογή των κανόνων. Στα κλασσικά συστήματα δυαδικής λογικής έχουμε χρήση διακοπτών που ανοίγουν και κλείνουν ανάλογα με τις τιμές των εισόδων. Στα ασαφή συστήματα μεταβαίνουμε ομαλά από περιοχή σε περιοχή ανάλογα με τις συνέπειες των κανόνων. Η διαδικασία της απεικόνισης των εισόδων στις εξόδου μέσα από ένα σύστημα ασαφούς λογικής ακολουθεί πέντε βήματα:

- Ασαφοποίηση των εισόδων
- Εφαρμογή των ασαφών λογικών τελεστών στις προϋπόθεσης των κανόνων
- Καθορισμός των συνεπαγωγών των κανόνων
- Συγκέντρωση όλων των συνεπαγωγών όλων των κανόνων
- Αποσαφήνιση



Σχήμα 2.14 FIS Mamdani για ποσοστό φιλοδωρήματος

Πλεονεκτήματα Mandani

•Είναι πιο διαισθητικά

•Έχουν μεγαλύτερη αποδοχή από την ερευνητική κοινότητα

•Ταιριάζουν καλύτερα στον τρόπο που περιγράφουν οι άνθρωποι τα προβλήματα

2.2.3 Συστήματα ασαφούς συλλογιστικής τύπου Sugeno

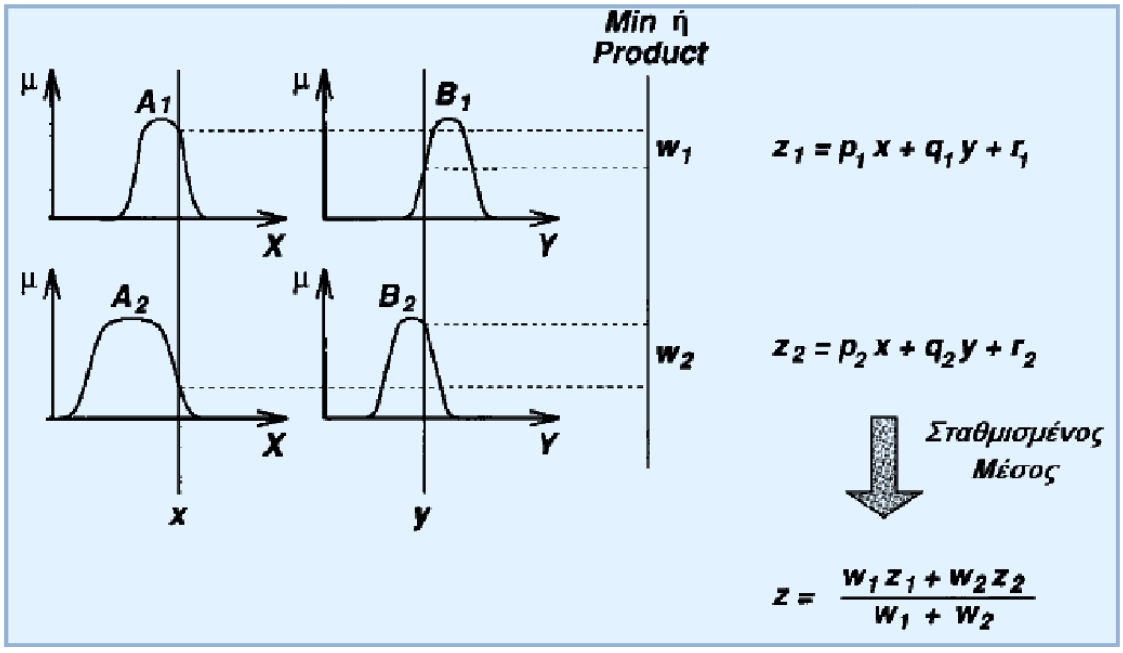
Το ασαφές μοντέλο Sugeno δημιουργήθηκε σε μια προσπάθεια να αναπτυχθεί μια συστηματική προσέγγιση στη γέννηση ασαφών κανόνων από ένα δεδομένο σύνολο δεδομένων εισόδου-εξόδου. Σε πολλές περιπτώσεις είναι περισσότερο αποτελεσματική η χρήση σημείων-αιχμών σαν συναρτήσεις συμμετοχής εξόδου, από ένα συνεχές κατανεμημένο ασαφές σύνολο. Μια τέτοια αιχμή είναι γνωστή με τον αγγλικό όρο συνάρτηση συμμετοχής εξόδου singleton και θα μπορούσε να χαρακτηριστεί σαν προαποσαφοποιημένο ασαφές σύνολο. Η συνάρτηση συμμετοχής ενός singleton είναι μA(x)=1.

Με αυτόν τον τρόπο εμπλουτίζουμε την επάρκεια της διαδικασίας αποσαφοποίησης, διότι απλοποιούμε ιδιαιτέρως τους απαιτούμενους υπολογισμούς σε σχέση με την πιο γενική μέθοδο Mamdani, στην οποία βρίσκουμε το κέντρο μάζας μια δισδιάστατης συνάρτησης. Αντί λοιπόν να βρίσκουμε το κέντρο μάζας, χρησιμοποιούμε τον σταθμικό μέσο μερικών

σημείων. Τα συστήματα τύπου Sugeno υποστηρίζουν αυτόν τον τύπο μοντέλου.

Η μέθοδος Sugeno εισήχθη το 1985 και έχει ομοιότητες με τη μέθοδο των συστημάτων Mamdani. Για παράδειγμα τα 2 πρώτα βήματά της (ασαφοποίηση των εισόδων και εφαρμογή των τελεστών) είναι ακριβώς τα ίδια. Η κύρια διαφορά ανάμεσα στα δύο συστήματα έγκειται στο ότι οι συναρτήσεις συμμετοχής στην έξοδο των συστημάτων Sugeno είναι μόνο γραμμικές ή σταθερές. Ένας κανόνας σε ασαφές μοντέλο Sugeno έχει τη μορφή: If x=A and y=B, then z=f(x, y), όπου A,B είναι τα ασαφή σύνολα των προϋποθέσεων και το z=f(x,y) είναι μια σαφής συνάρτηση στο χώρο των συμπερασμάτων. Συνήθως το f(x,y) είναι ένα πολυώνυμο των μεταβλητών εισόδου x, y, αλλά μπορεί να είναι μια οποιαδήποτε συνάρτηση, αρκεί να μπορεί να περιγράψει κατάλληλα την έξοδο του μοντέλου, μέσα στην ασαφή περιοχή που ορίστηκε από τις προϋποθέσεις των κανόνων. Όταν το f(x,y) είναι πολυώνυμο πρώτου βαθμού το FIS ονομάζεται ασαφές μοντέλο πρώτου βαθμού. Για παράδειγμα: If input-1=x and input-2 =y, then Output is z = ax +by + c

Για ένα Sugeno μηδενικού βαθμού το επίπεδο εξόδου z είναι μια σταθερά (a=b=0) και μπορεί να θεωρηθεί και σαν μια ειδική περίπτωση Mamdani, στο οποίο το συμπέρασμα του κάθε κανόνα προσδιορίζεται από ένα ασαφές singleton (προαποσαφοποιημένο συμπέρασμα). Η έξοδος ενός Sugeno μηδενικού βαθμού είναι μια ομαλή συνάρτηση των μεταβλητών εισόδων του, εφόσον οι γειτονικές συναρτήσεις συμμετοχής στις προϋποθέσεις έχουν αρκετή επικάλυψη.



Σχήμα 2.15 Ασαφές μοντέλο Sugeno πρώτου βαθμού.

Στο παραπάνω σχήμα βλέπουμε ότι το επίπεδο εξόδου Zi για κάθε κανόνα είναι σταθμισμένο με βάρη η αλλιώς με μια δύναμη πυροδότησης (βαθμός

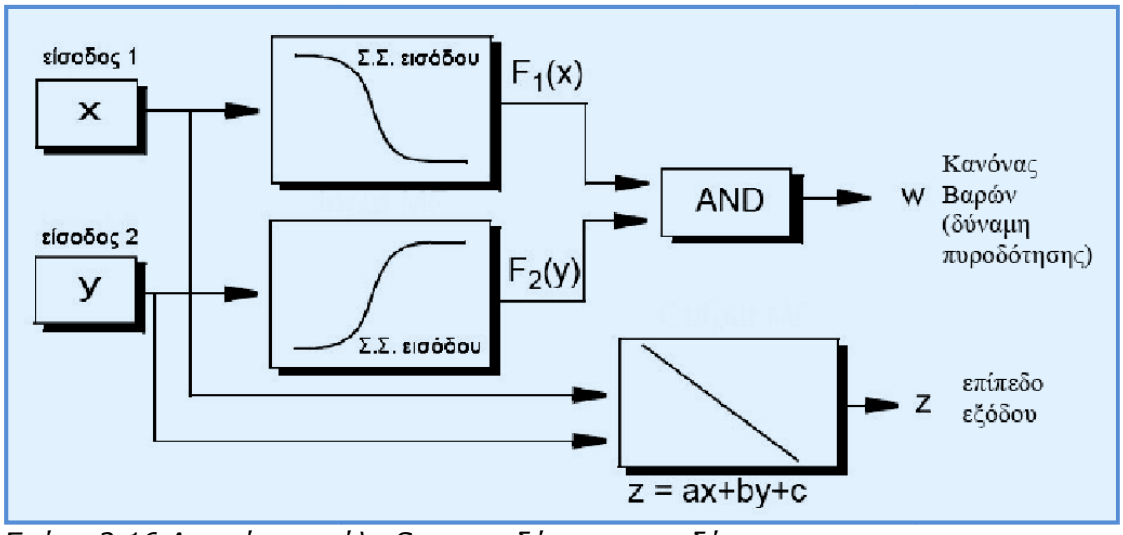
ενεργοποίησης) Wi για κάθε κανόνα. Για παράδειγμα για τον τελεστή AND, με είσοδο-1= x και είσοδο-2= y, η δύναμη πυροδότησης είναι:

Wi= AND (F1(x), F2(x))

όπου F1 και F2 είναι οι συναρτήσεις συμμετοχής για τις αντίστοιχες εισόδους. Η τελική έξοδος του συστήματος είναι ο σταθμισμένος μέσος όλων των εξόδων και δίνεται από τον τύπο:

Τελική έξοδος= /

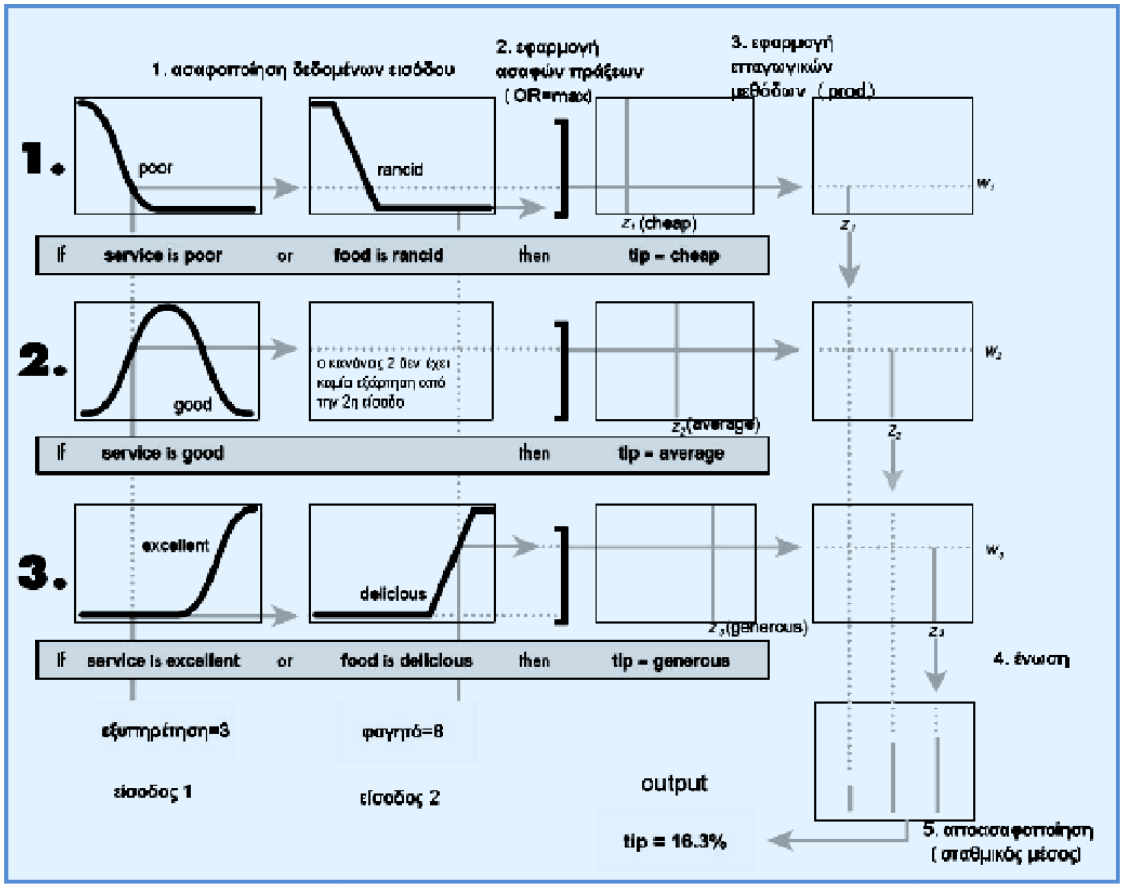
Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η λειτουργεί του Sugeno για το παράδειγμα που αναφέραμε.



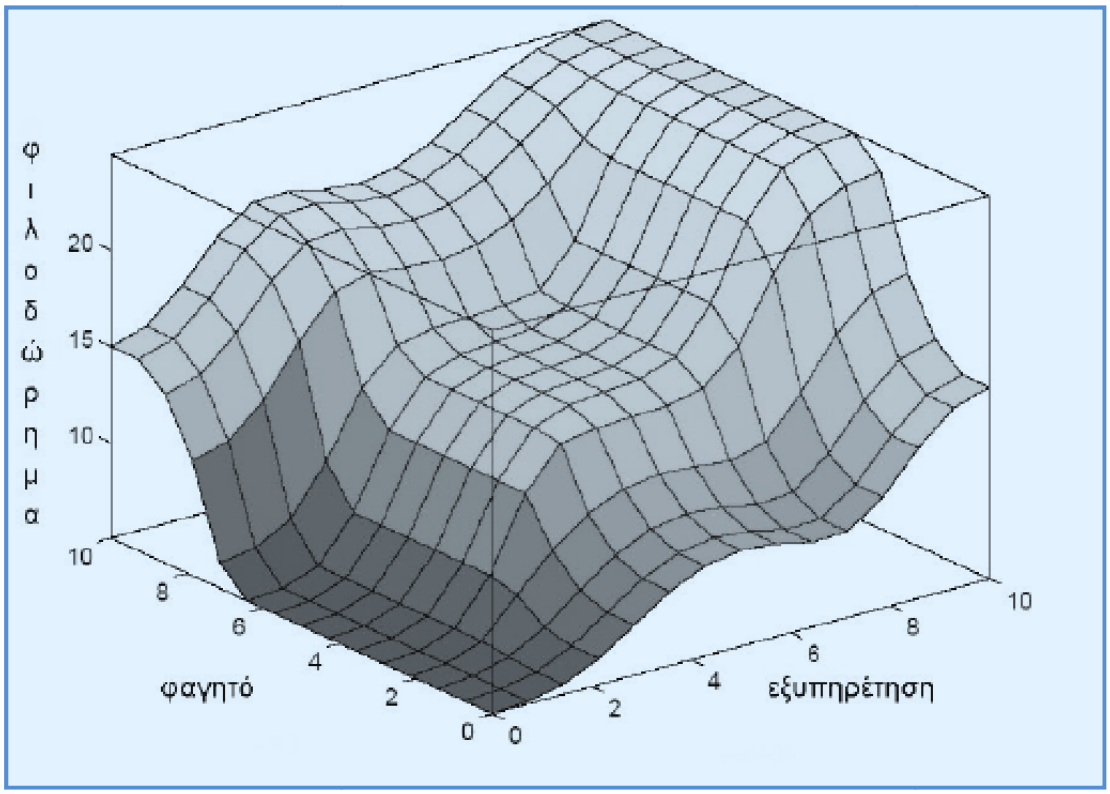
Σχήμα 2.16 Ασαφές μοντέλο Sugeno, δύναμη πυροδότησης.

Στα σχήματα που ακολουθούν παρακάτω φαίνεται σε πλήρη ανάπτυξη το FIS Sugeno για το πρόβλημα με το ποσοστό του φιλοδωρήματος, όπου η χρήση των συναρτήσεων singleton είναι απολύτως επαρκής.

Ο πιο εύκολος τρόπος να κατανοήσουμε τα ασαφή συστήματα Sugeno πρώτου βαθμού, είναι να σκεφτούμε πως ο κάθε κανόνας προσδιορίζει τη θέση ενός 'κινούμενου singleton'. Οι αιχμές δηλαδή των singleton της εξόδου μπορούν να κινηθούν με γραμμικό τρόπο στο χώρο εξόδου, ανάλογα με τις εισόδους.



Σχήμα 2.17 Ασαφές μοντέλο Sugeno, ποσοστό φιλοδωρήματος.



Σχήμα 6.18 Επιφάνεια της λύσης του προβλήματος για το φιλοδώρημα.

Πλεονεκτήματα Sugeno

•Πιο συμπαγής και υπολογιστικά αποδοτική αναπαράσταση.

•Επιδέχεται μηχανικής μάθησης των παραμέτρων.

•Έχει εξασφαλισμένα συνεχή έξοδο.

•Επιδέχεται μαθηματική ανάλυση.

2.3 Νευρωνικά δίκτυα

Γενικά

Ένα Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο είναι ένα μοντέλο επεξεργασίας πληροφοριών, το οποίο έχει εμπνευστεί από τον τρόπο με τον οποίο επεξεργάζονται οι πληροφορίες από βιολογικά νευρικά συστήματα, όπως ο εγκέφαλος. Το βασικό στοιχείο αυτού του μοντέλου είναι η καινοτόμος δομή του συστήματος επεξεργασίας πληροφοριών. Συντίθενται από ένα μεγάλο αριθμό αλληλοσυνδεόμενων, ανεξάρτητων επεξεργαστών (νευρώνες), οι οποίοι εργάζονται ομαδικά για την επίλυση ενός συγκεκριμένου προβλήματος. Τα νευρωνικά δίκτυα, όπως οι άνθρωποι, εκπαιδεύονται μέσω παραδειγμάτων και αναπτύσσονται για εξειδικευμένες εφαρμογές, μέσω μιας διαδικασίας μάθησης. Μερικές εφαρμογές τους περιλαμβάνουν την αναγνώριση προτύπων (pattern recognition) και την ταξινόμηση δεδομένων, εργασίες οι οποίες είναι πολύ πολύπλοκες για να γίνουν από ανθρώπους ή από άλλες τεχνικές. Η μάθηση σε βιολογικά συστήματα περιλαμβάνει προσαρμογή των διασυνδεδεμένων που υπάρχουν μεταξύ των νευρώνων. Αυτό ισχύει και στα νευρωνικά δίκτυα.

Τα νευρωνικά δίκτυα συμπεριφέρονται σαν «μαύρα κουτιά» (black-box-behavior) προς τους χρήστες τους, συνήθως είναι αδύνατη η εξαγωγή σαφούς γνώσης από αυτά. Έχουν δηλαδή τη δυνατότητα να επιλύουν δύσκολα προβλήματα, αλλά δεν μας αποκαλύπτουν τον τρόπο.

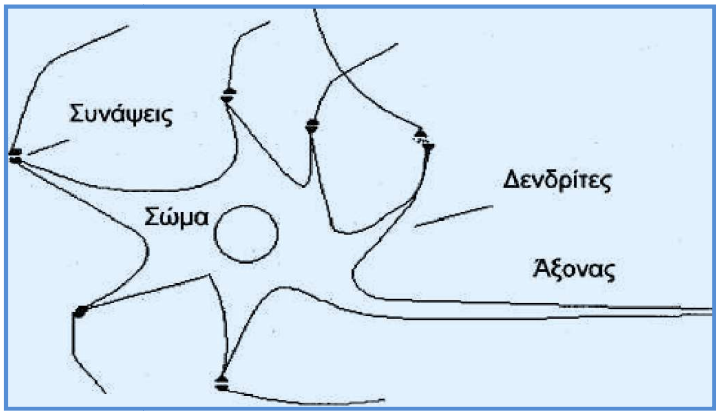
Παρόμοια προβλήματα εμφανίζονται στην περίπτωση που θελήσουμε να χρησιμοποιήσουμε υπάρχουσα γνώση σχετικά με τη διασύνδεση μεταξύ των προτύπων εισόδου και εξόδου. Δεν είναι δυνατή η ενσωμάτωση τέτοιας γνώσης στο δίκτυο προκειμένου να επιταχυνθεί ή να απλοποιηθεί η διαδικασία μάθησης, ένα νευρωνικό δίκτυο πάντα εκπαιδεύεται από την αρχή.

Τα δυνατά σημεία των νευρωνικών δικτύων είναι η δυνατότητα μάθησης από εκπαίδευση και διαμοιραζόμενη δομή, η οποία τους δίνει υψηλές δυνατότητες στην παράλληλη εκτέλεση υλικού ή λογισμικού. Το αδύνατο

σημείο τους, είναι η ανικανότητα τους στην ενσωμάτωση ή εξαγωγή γνώσης. Το πλήθος των νευρώνων και των διασυνδέσεων τους, αλλά και οι παράμετροι της διαδικασίας μάθησης τους, συνήθως επιλέγονται από εμπειρία, ή βασίζονται σε κανόνες χειρισμού.

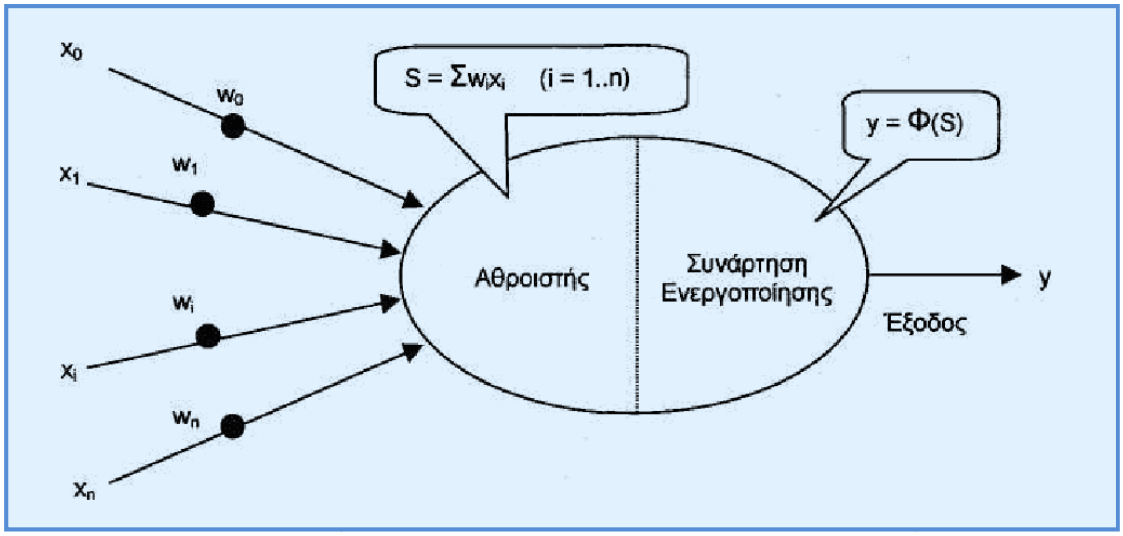
2.3.1 Νευρωνική δομή

Όπως ήδη αναφέραμε και είναι γνωστό από τη βιολογία, η δομική μονάδα του εγκεφάλου είναι ο νευρώνας. Ένας τυπικός βιολογικός νευρώνας αποτελείται, όπως φαίνεται και από το παρακάτω σχήμα, από το σώμα, που περιλαμβάνει τον πυρήνα του, τους δενδρίτες, μέσω των οποίων λαμβάνει σήματα από γειτονικούς νευρώνες (σημεία εισόδου) και τον άξονα που είναι η έξοδος του νευρώνα και το μέσο σύνδεσής του με τους άλλους νευρώνες. Σε κάθε δενδρίτη υπάρχει ένα απειροελάχιστο κενό που ονομάζεται σύναψη. Οι συνάψεις μέσω χημικών διαδικασιών επιταχύνουν ή επιβραδύνουν τη ροή ηλεκτρονίων προς το σώμα του νευρώνα. Η ικανότητα μάθησης και μνήμης που παρουσιάζει ο εγκέφαλος οφείλεται στην ικανότητά των συνάψεων να μεταβάλλουν την αγωγιμότητά τους. Τα ηλεκτρικά σήματα που εισέρχονται στο σώμα του νευρώνα μέσω των δενδριτών συνδυάζονται και αν το αποτέλεσμα ξεπερνά κάποια τιμή κατωφλίου το σήμα διαδίδεται με τη βοήθεια του άξονα και στους άλλους νευρώνες.



Σχήμα 2.19 Δομή βιολογικού νευρώνα

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα είναι εμπνευσμένα από το βιολογικό νευρωνικό σύστημα. Τα στοιχεία που αποτελούν ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο είναι οι νευρώνες οι οποίοι συνδέονται μεταξύ τους μέσω βαρών. Τα βάρη αυτά μπορούν να προσαρμόζονται κατά τη διαδικασία της μάθησης. Μπορούμε να διαχωρίσουμε τα ΤΝΔ σε δύο βασικές κατηγορίες. Στην πρώτη έχουμε τα στατικά νευρωνικά δίκτυα τα οποία δεν περιέχουν στοιχεία με μνήμη αλλά μπορούν να έχουν ως εισόδους προηγούμενες τιμές των εισόδων και στη δεύτερη έχουμε τα δυναμικά νευρωνικά δίκτυα τα οποία διαθέτουν στοιχεία μνήμης και είναι κατάλληλα για την προτυποποίηση μη γραμμικών δυναμικών συστημάτων. Στο παρακάτω σχήμα βλέπουμε τη μορφή ενός τεχνητού νευρώνα:



Σχήμα 5.20 Δομή τεχνητού νευρώνα

Τα ΤΝΔ αποτελούνται από κυκλώματα που περιέχουν κόμβους που αλληλοσυνδέονται με διάφορες αρχιτεκτονικές. Οι συντελεστές διασύνδεσης, ή συναπτικά βάρη (synaptic weights) του δικτύου, είναι αρχικά άγνωστα και στόχος της μάθησης είναι η συστηματική εύρεσή τους ελαχιστοποιώντας κάποιο μέτρο του σφάλματος μεταξύ της επιθυμητής και της πραγματικής εξόδου του δικτύου.

Ένας στατικός νευρώνας χωρίς μνήμη αποτελείται από έναν σταθμισμένο αθροιστή, η έξοδος του οποίου είναι το σταθμισμένο άθροισμα των εισόδων του, δηλαδή: σ = +β = , $X_{n+1}=1$, $\beta=W_{n+1}$ όπου w και x είναι τα συναπτικά βάρη και οι είσοδοι του νευρώνα αντίστοιχα και β είναι η σταθερά της πόλωσης (bias). Θετική τιμή κάποιου βάρους σημαίνει διέγερση της εισόδου ενώ αντίθετα, μια αρνητική τιμή σημαίνει αποδιέγερση. Συνεπώς η απόλυτη τιμή του βάρους καθορίζει την ισχύ της σύνδεσης.

Το σταθμισμένο άθροισμα σ ενεργοποιεί ένα στοιχείο συμπίεσης ή παραμόρφωσης f(.) (compression element) που έχει μη γραμμική σχέση μεταφοράς. Μια πρωτόγονη μορφή του στοιχείου αυτού έχει χαρακτήρα λογικής μονάδας κατωφλίου (threshold logic unit) στην οποία η έξοδος του νευρώνα απότομα αλλάζει κατάσταση όταν το σήμα σ περάσει κάποιο κατώφλι που ορίζεται από την τιμή της πόλωσης β.

Έχουν προταθεί πολλές συναρτήσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για το στοιχείο παραμόρφωσης ή συμπίεσης, μερικές από αυτές είναι οι παρακάτω:

- Γραμμικός νευρώνας (linear neuron) με τη σχέση: f (σ) =σ

- Δυαδικός νευρώνας (binary neuron) με τη σχέση κατωφλίου:

  f (σ) = 1 αν σ>0

f(σ) = 0 αν σ<=0

- Σιγμοειδής νευρώνας (sigmoidal) με τη λογιστική σχέση:
  $f(\sigma)=1/1+e^{-\sigma} \in [0,1]$
  Νευρώνας υπερβολικής εφαπτομένης (hyperbolic tangent) με τη σχέση: $f(\sigma)=1- e^{-\sigma}/1+e^{-\sigma} \in [-1,1]$

- Perceptron με τη σχέση: f (σ) = sgn(σ)

Σε αντίθεση με τους στατικούς νευρώνες που αναφέραμε παραπάνω, ένας δυναμικός νευρώνας συμπεριλαμβάνει και μνήμη. Στην περίπτωση αυτή, η είσοδος του στοιχείου παραμόρφωσης εξαρτάται όχι μόνο από το σταθμισμένο άθροισμα αλλά και από την προηγούμενη τιμή του, δηλαδή έχει επαναληπτική μορφή: $\sigma(\kappa)=\sigma(\kappa-1)+\sum_{i=1}^{n+1} WiXi(\kappa)$, όπου k είναι ο δείκτης του χρόνου δειγματοληψίας. Είναι ευνόητο ότι εδώαπαιτείται αποθήκευση της προηγούμενης τιμής της εισόδου, δηλαδή σ(k-1). Οι δυναμικοί νευρώνες είναι ιδιαίτερα χρήσιμοι για την ταυτοποίηση δυναμικών διαδικασιών και την προσομοίωση δυναμικών συστημάτων.

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα αναπτύχθηκαν ιδιαίτερα κατά τη δεκαετία του 80 και βρίσκουν σήμερα εφαρμογή σε πάρα πολλά προβλήματα. Μερικά από αυτά παρουσιάζονται παρακάτω.

- ο Κατηγοριοποίηση προτύπων. Το έργο της κατηγοριοποίησης έχει να κάνει με την κατάταξη σε κάποια κατηγορία ενός διανύσματος εισόδου που περιλαμβάνει δείγματα ενός πρωτογενούς ή επεξεργασμένου σήματος.

- Διαμόρφωση συναθροίσεων (clustering). Η διαδικασία αυτή μοιάζει με την προηγούμενη με τη μόνη διαφορά ότι στη διαμόρφωση συναθροίσεων δεν είναι εκ των προτέρων γνωστός ο αριθμός των κατηγοριών

- Προσέγγιση συναρτήσεων. Με δεδομένα ζεύγη εισόδων-εξόδων που είναι δείγματα από μια άγνωστη συνάρτηση y = f(x) ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο μπορεί να εκπαιδευτεί ώστε να προσεγγίσει αυτή τη συνάρτηση

- Πρόβλεψη Χρονοσειρών. Μέσω των τεχνητών νευρωνικών δικτύων μπορούν να προβλεφθούν οι μελλοντικές τιμές ενός σήματος, δεδομένων των τιμών του σήματος σε χρονικές τιμές του παρελθόντος.

- Βελτιστοποίηση. Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα εφαρμόζονται σε προβλήματα βελτιστοποίησης.

- Συσχετιστική Μνήμη. Μέσω των τεχνητών νευρωνικών δικτύων μπορούν υλοποιηθούν συστήματα συσχετιστικής μνήμης, στα οποία η ανάκληση υλοποιείται μέσω παρουσίασης του περιεχόμενου της μνήμης

- Αυτόματος έλεγχος. Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα εφαρμόζονται σε ευρεία κλίμακα σε συστήματα αυτομάτου ελέγχου, όπως π.χ. έλεγχο κίνησης μηχανών , έλεγχο ρομποτικών μελών κτλ

Τα βασικά πλεονεκτήματα των ΤΝΔ στην πρόβλεψη έναντι των κλασσικών στατιστικών τεχνικών που αναφέραμε παραπάνω είναι ότι μπορούν να αναγνωρίσουν μη γραμμικές διαχωριστικές επιφάνειες ανάμεσα στις εισόδους και μπορούν ακόμα να λειτουργήσουν ικανοποιητικά με μη πλήρη δεδομένα. Επιπλέον τα νευρωνικά δίκτυα δεν προγραμματίζονται αλλά μαθαίνουν. Έτσι δε χρειάζεται να έχουμε κατανοήσει πλήρως ένα πρόβλημα για να το επιλύσουμε μέσω των νευρωνικών δικτύων. Βέβαια πρέπει να σημειώσουμε ότι τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα δεν μπορούν να δώσουν απάντηση στο πως έφτασαν σε ένα αποτέλεσμα, δεν είναι δηλαδή κατάλληλα για εξαγωγή συμπερασμάτων (extrapolation), αλλά μόνο για παρεμβολή (interpolation)

2.3.2 Τοπολογίες πολυστρωματικών δικτύων

Τα ΤΝΔ είναι συμπλέγματα νευρώνων που έχουν συναρτήσεις μεταφοράς, τις συναρτήσεις που αναφέραμε στην παράγραφο 2.3.1, και είναι δομημένα ιεραρχικά κατά στρώματα. Το χαμηλότερο ή πρώτο στρώμα περιέχει τους κόμβους της εισόδου και το υψηλότερο στρώμα περιέχει τους κόμβους που παράγουν τα αποτελέσματα (ή συμπεράσματα).

Οι νευρώνες ενός πολυστρωματικού δικτύου διατάσσονται σε στρώματα, στιβάδες ή επίπεδα (layers). Στα συνήθη πρότυπα ΤΝΔ πρόσθιας τροφοδότησης (feedforward neural networks) οι έξοδοι κάθε στρώματος συνδέονται με όλους τους νευρώνες του επόμενου στρώματος και η πληροφορία ρέει από τις εισόδους προς τις εξόδους του δικτύου. Τα ενδιάμεσα στρώματα ονομάζονται κρυφά (hidden layers) και δεν επικοινωνούν άμεσα με το περιβάλλον. Αν και θεωρητικά ένα ΤΝΔ μπορεί να έχει πολλά στρώματα, έχει αποδειχτεί ότι οποιαδήποτε σχέση μεταξύ εισόδων και εξόδων μπορεί να υλοποιηθεί με ένα μόνο κρυφό στρώμα.

Ανάλογα με τον τρόπο διασύνδεσης των επιπέδων και τρόπο που επικοινωνούν οι κόμβοι μεταξύ τους, προκύπτουν διάφορες αρχιτεκτονικές ΤΝΔ. Μια κατηγοριοποίηση είναι η εξής:

- Δίκτυα τύπου Hopfield όπου οι κόμβοι ενός επιπέδου επιδρούν με τους κόμβους του ιδίου, του αμέσως επόμενου ή και προηγούμενου επιπέδου.

- Δίκτυα πρόσθιας τροφοδότησης (feedforward networks), στα οποία η πληροφορία μεταδίδεται από τα χαμηλότερα στα υψηλότερα στρώματα.

- Δίκτυα με ανατροφοδότηση (feedback networks), στα οποία υπάρχει τουλάχιστον ένας κλειστός βρόχος.

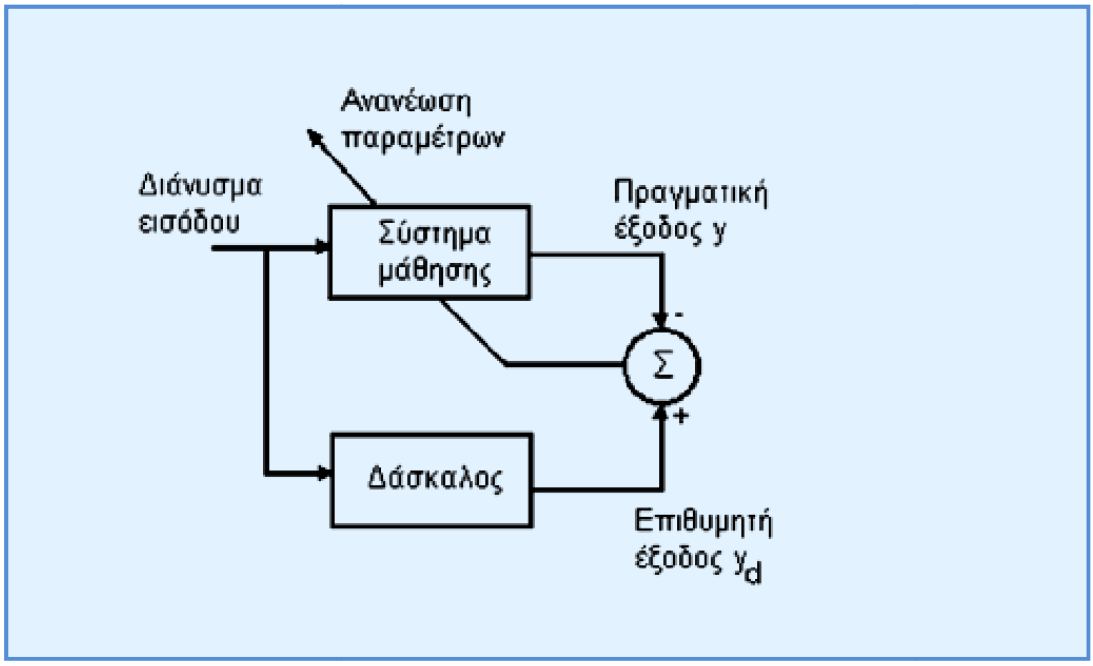
- Συμμετρικά αυτο-συσχετιστικά δίκτυα (symmetric auto-associative networks) όπου τόσο οι συνδέσεις όσο και τα συναπτικά βάρη τους είναι συμμετρικά.

2.3.3 Διαδικασία μάθησης

Η ιδιότητα της προσαρμογής των ΝΔ σε μεταβαλλόμενους χώρους προβλημάτων σχετίζεται με την ικανότητα μάθησης τους. Η μάθηση είναι μια θεμελιακή ικανότητα των νευρωνικών δικτύων η οποία τους παρέχει την ικανότητα να μαθαίνουν από το περιβάλλον τους και να βελτιώνουν τη συμπεριφορά τους με το πέρασμα του χρόνου. Ειδικότερα στα ΝΔ η μάθηση αναφέρεται στην διεργασία επίτευξης μιας επιθυμητής συμπεριφοράς μέσω ενημέρωσης των τιμών των συναπτικών βαρών. Έτσι ένα ΝΔ μαθαίνει για το περιβάλλον του μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας ανανέωσης των συναπτικών βαρών και κατωφλίων. Σε γενικές γραμμές μπορεί να λεχθεί ότι αλγόριθμος μάθησης είναι κάθε προκαθορισμένο σύνολο καλά ορισμένων κανόνων επίλυσης του προβλήματος εκπαίδευσης του νευρωνικού δικτύου. Κάθε αλγόριθμος μάθησης προσφέρει έναν άλλο τρόπο προσαρμογής των συναπτικών βαρών. Γενικά υπάρχουν πολλοί αλγόριθμοι μάθησης στα ΝΔ, καθένας από τους οποίους παρουσιάζει πλεονεκτήματα αλλά και μειονεκτήματα. Τα προβλήματα μάθησης τα οποία επιλύουν οι αντίστοιχοι αλγόριθμοι εξαρτώνται και από το περιβάλλον στο οποίο εργάζεται κάθε ΝΔ. Έτσι διαφορετικά μοντέλα του περιβάλλοντος οδηγούν σε διαφορετικά μοντέλα εκπαίδευσης.

Επιβλεπόμενη Μάθηση: Σχηματικά η δομή της επιβλεπόμενης μάθησης φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Παρατηρείται ότι στην επιβλεπόμενη μάθηση συνυπάρχουν δυο βασικές συνιστώσες, το σύστημα εκμάθησης και ο δάσκαλος. Το κύριο χαρακτηριστικό της επιβλεπόμενης μάθησης είναι η ύπαρξη του εξωτερικού δασκάλου ο οποίος με βάση την γνώση που είναι αποθηκευμένη σε αυτόν είναι σε θέση να διδάξει στο σύστημα μάθησης τις

επιθυμητές εξόδους για το σύνολο εισόδων εκπαίδευσης. Όταν ο δάσκαλος και το ΝΔ λαμβάνουν ένα διάνυσμα εισόδου εκπαίδευσης, ο δάσκαλος δίνει στο νευρωνικό δίκτυο μια επιθυμητή έξοδο η οποία αναπαριστά την βέλτιστη δράση που πρέπει να εμφανίζει το ΝΔ. Οι παράμετροι του ΝΔ ανανεώνονται βάσει του διανύσματος εκπαίδευσης και του διανύσματος σφάλματος (δηλαδή της διαφοράς πραγματικής και επιθυμητής απόκρισης του δικτύου). Η συνάρτηση κόστους ορίζεται ως: $J(w)=1/2*E[(y(t)-y_d(t)^2]$ όπου w είναι το διάνυσμα των προς επιλογή ελεύθερων παραμέτρων του συστήματος μάθησης (δηλαδή του ΝΔ), η ανανέωση των παραμέτρων παίρνει την μορφή του αλγορίθμου διόρθωσης σφάλματος. Η σταδιακή ανανέωση των παραμέτρων κάνει τελικά το ΝΔ μάθησης να μιμείται την δεδομένη επιθυμητή συμπεριφορά. Δύο περιπτώσεις αλγορίθμών επιβλεπόμενης μάθησης είναι ο αλγόριθμος ελαχίστου μέσου τετραγώνου και η γενίκευσή του που είναι γνωστή ως αλγόριθμος ανάστροφης διάδοσης.



Σχήμα 2.21 Δομή Επιβλεπόμενης Μάθησης

Ενισχυτική Μάθηση: Σε αυτή την περίπτωση το ΝΔ τροφοδοτείται και πάλι με δειγματικά πρότυπα εισόδου αλλά δεν τροφοδοτείται με τις επιθυμητές αποκρίσεις σε αυτές τις εισόδους. Σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιείται ένα συνολικό μέτρο της επάρκειας της προκύπτουσας απόκρισης το οποίο μπορεί να οδηγήσει το νευρωνικό δίκτυο στην επιθυμητή συμπεριφορά. Το μέτρο αυτό είναι γνωστό ως ενισχυτικό σήμα (reinforcement signal) και ανατροφοδοτείται στο ΝΔ έτσι ώστε να επιβραβεύσει τις ορθές συμπεριφορές και να τιμωρήσει τις λανθασμένες. Η ενισχυτική μάθηση διακρίνεται σε συσχετιστική και μη συσχετιστική ενισχυτική μάθηση. Στην πρώτη περίπτωση το περιβάλλον τροφοδοτεί πέρα από το ενισχυτικό σήμα

και άλλες μορφές πληροφορίας από τις οποίες το ΝΔ πρέπει να αποτυπώσει μια απεικόνιση συσχέτισης αιτίου-αποτελέσματος. Στην δεύτερη περίπτωση η μόνη πληροφορία που δίδεται από το περιβάλλον είναι το ενισχυτικό σήμα και ο προορισμός του ΝΔ είναι να επιλέξει μια μοναδική βέλτιστη ενέργεια. Επιγραμματικά η ενισχυτική μάθηση λειτουργεί ως εξής:

- Το ΝΔ υπολογίζει τις εξόδους που παράγονται από την τρέχουσα είσοδο με τις παρούσες τιμές των βαρών.

- Το σύστημα αξιολογεί την έξοδο και το ενισχυτικό σήμα τροφοδοτείται στο δίκτυο.

- Τα βάρη ανανεώνονται με βάση το ενισχυτικό σήμα, αυξάνοντας τις τιμές των βαρών που συνέβαλλαν σε ορθή συμπεριφορά ή μειώνοντας τις τιμές των βαρών που προκάλεσαν αποκλίνουσα συμπεριφορά.

- Το νευρωνικό δίκτυο ψάχνει να βρει ένα σύνολο βαρών τα οποία να τείνουν να αποφύγουν αρνητικά ενισχυτικά σήματα.

Η βασική διαφορά ανάμεσα στην ενισχυτική και την επιβλεπόμενη μάθηση είναι ότι στην ενισχυτική μάθηση το σύστημα μάθησης βελτιώνεται χρησιμοποιώντας ένα κριτήριο συμπεριφοράς οι τιμές του οποίου δίνονται από το περιβάλλον, ενώ στην επιβλεπόμενη μάθηση το κριτήριο συμπεριφοράς (συνάρτηση σφάλματος) καθορίζεται εσωτερικά με βάση τις επιθυμητές αποκρίσεις.

Μη Επιβλεπόμενη Μάθηση: Σε αυτό τον τύπο μάθησης που καλείται αυτό-οργανούμενη μάθηση δεν χρησιμοποιείται εξωτερικός δάσκαλος ούτε μια βάση γνώσης για να επιβλέψει την εκπαίδευση του ΝΔ, το μόνο στοιχείο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την υλοποίηση της εκπαίδευσης είναι τα διανύσματα εισόδου. Ένα σύστημα μη επιβλεπόμενης μάθησης εξελίσσεται με τέτοιο τρόπο ώστε να εξάγει χαρακτηριστικά ή κανονικότητες από τα παρουσιαζόμενα πρότυπα, χωρίς ωστόσο να έχει την πληροφορία για το ποιες έξοδοι ή ποιες κατηγορίες συσχετίζονται με τα χαρακτηριστικά εισόδου. Με άλλα λόγια το σύστημα μάθησης εντοπίζει ή κατηγοριοποιεί τα διανύσματα εισόδου χωρίς καμία εκ των προτέρων πληροφόρηση από το περιβάλλον. Εξ' αιτίας αυτών η μη επιβλεπόμενη μάθηση συχνά χρησιμοποιείται σε προβλήματα ομαδοποίησης, εξαγωγής εσωτερικών χαρακτηριστικών και ανίχνευσης συμμετριών.

Τα νευρωνικά δίκτυα μη επιβλεπόμενης μάθησης εκπαιδεύονται έτσι ώστε να αποκρίνονται σε διαφορετικά διανύσματα εισόδου με διαφορετικά τμήματα του δικτύου. Το ΝΔ εκπαιδεύεται με τέτοιο τρόπο ώστε να αυξάνει την πυροδότηση του ως απόκριση σε συχνά εμφανιζόμενες εισόδους, γι'

αυτό και συχνά ονομάζεται εκτιμητής πιθανοτήτων (probability estimator). Κατά αυτό τον τρόπο το νευρωνικό δίκτυο αναπτύσσει συγκεκριμένες εσωτερικές αναπαραστάσεις οι οποίες κωδικοποιούν τα διάφορα διανύσματα εισόδου

2.3.4 Αλγόριθμοι μάθησης ΤΝΔ

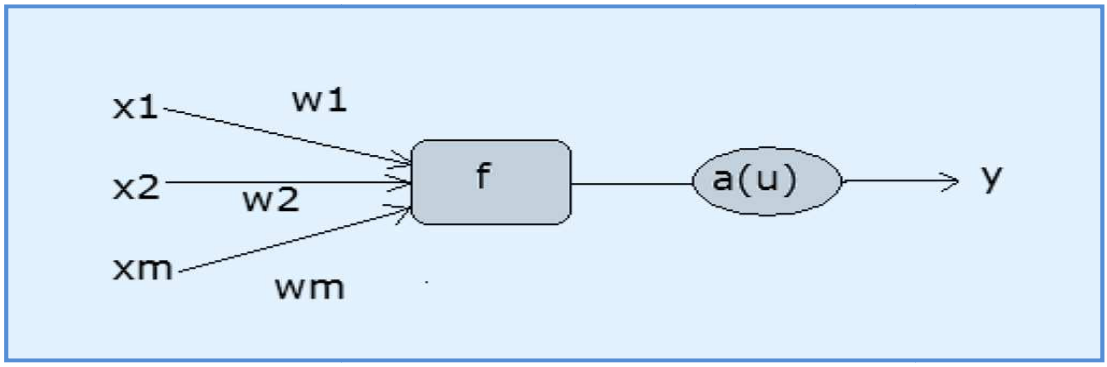
Στόχος των αλγορίθμων μάθησης είναι η συστηματική και ταχεία εύρεση των συναπτικών βαρών του δικτύου ώστε να ελαχιστοποιείται κάποιο μέτρο του σφάλματος μεταξύ των πραγματικών και των επιθυμητών εξόδων του δικτύου. Η δυνατότητα εφαρμογής των διαφόρων αλγορίθμων μάθησης που έχουν αναπτυχθεί, εξαρτάται από τον τύπο του ΤΝΔ και από την κατηγοριοποίηση των διαδικασιών μάθησης, όπως έγινε στην προηγούμενη παράγραφο.

Όπως αναφέραμε, για τη μάθηση χωρίς εποπτεία, στο δίκτυο δεν παρέχεται καμία πληροφορία σχετικά με την επιθυμητή έξοδο που αντιστοιχεί σε κάθε είσοδο. Αντίθετα, το δίκτυο αυτο-οργανώνεται και μαθαίνει να αποκρίνεται ανάλογα με τα χαρακτηριστικά της εισόδου. Παραδείγματα αλγορίθμων μάθησης χωρίς εποπτεία είναι ο αλγόριθμος του Hebb, η ανταγωνιστική μάθηση (competitive learning), οι αυτο-οργανούμενοι χάρτες (self organizing maps) του Kohonen και η θεωρία του προσαρμοστικού συντονισμού (adaptive resonance theory) του Grossberg. Πολλές τοπολογίες ΤΝΔ, όπως τα δίκτυα Hopfield, Hamming και Boltzman επίσης χρησιμοποιούν παρόμοια μέθοδο μάθησης. Γενικά με την ικανότητά τους να υλοποιούν αυθαίρετες σχέσεις εισόδου-εξόδου, τα πρότυπα αυτά χρησιμοποιούνται ως συνδετικές μνήμες (associative memories) ή ταξινομητές προτύπων (classifiers).

Στην πράξη, στις περισσότερες εφαρμογές ΤΝΔ χρησιμοποιείται μάθηση υπό επίβλεψη (supervised learning), για την οποία υπάρχουν αρκετοί αλγόριθμοι. Στον αλγόριθμο που βασίζεται στον κανόνα Δέλτα (Delta rule learning), η διαφορά μεταξύ πραγματικής και επιθυμητής εξόδου ελαχιστοποιείται μέσω μιας διαδικασίας ελαχίστων τετραγώνων. Στον αλγόριθμο ανάστροφης μετάδοσης λάθους (back propagation) η μεταβολή των βαρών βασίζεται στον υπολογισμό της συνεισφοράς κάθε βάρους στο συνολικό σφάλμα. Στην ανταγωνιστική μάθηση (competitive learning) οι τεχνητοί νευρώνες συναγωνίζονται, κατά κάποιο τρόπο, μεταξύ τους και μόνο αυτός με τη μεγαλύτερη απόκριση σε δοθείσα είσοδο τροποποιεί τα βάρη του. Τέλος, στην τυχαία μάθηση (random learning), οι μεταβολές στα βάρη εισάγονται τυχαία και ανάλογα με το αν η έξοδος βελτιώνεται ή όχι με βάση κάποια προκαθορισμένα από το χρήστη κριτήρια, οι μεταβολές αυτές υιοθετούνται ή απορρίπτονται.

2.4 Νευρό-Ασαφή συστήματα

Στην ενότητα αυτή εξετάζουμε τα νευρο-ασαφή συστήματα. Η δομική μονάδα των συστημάτων αυτών είναι οι ασαφείς νευρώνες. Οι ασαφείς νευρώνες έχουν τη μορφή που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 2.22 Ασαφείς Νευρώνες.

Όπου :

x1, x2, ..., xm	οι είσοδοι του νευρώνα
w1, w2, ..., wm	τα βάρη των συνάψεων
f	η συνάρτηση συμμετοχής του νευρώνα
A	η συνάρτηση ενεργοποίηση του νευρώνα
Y	η έξοδος του νευρώνα

Οι ασαφείς νευρώνες διακρίνονται σε νευρώνες συμμετοχής και σε λειτουργικούς νευρώνες. Παρακάτω γίνεται αναφορά στα χαρακτηριστικά κάθε κατηγορίας ασαφών νευρώνων.

2.4.1 Ασαφείς νευρώνες

Νευρώνες Συμμετοχής

Όπως αναφέραμε και σε προηγούμενη παράγραφο, οι συνηθέστερες μορφές συναρτήσεων συμμετοχής είναι η τριγωνική, η γκαουσιανή, η τραπεζοειδής, η κανονική κοκ. Οι παραπάνω συναρτήσεις συμμετοχής μπορούν να υλοποιηθούν με τη χρήση ενός νευρώνα. Αυτό μπορεί να γίνει, θεωρώντας ότι ο νευρώνας δέχεται ως είσοδο το x και δίνει έξοδο A(x) απαιτώντας η συνάρτηση συμμετοχής του να έχει τη μορφή A. Αν δηλαδή υποθέσουμε ότι η συνάρτηση συμμετοχής είναι η κανονική, τότε για να υλοποιηθεί πρέπει η συνάρτηση ενεργοποίησης να είναι: $a(u)=\exp(-(u-m)^2/\sigma^2)$ Όπου m κέντρο της συνάρτησης συμμετοχής και σ το εύρος της.

Λειτουργικοί Νευρώνες

Με τον ίδιο τρόπο μπορούν να υλοποιηθούν οι βασικές πράξεις των ασαφών συνόλων. Οι πράξεις αυτές στηρίζονται σε λειτουργίες όπως η τ-νόρμα η σ-νόρμα, το ασαφές συμπλήρωμα κλπ. Οι παραπάνω λειτουργίες

μπορούν να αντικαταστήσουν τη συνάρτηση ενεργοποίησης του νευρώνα αν θεωρήσουμε ότι οι είσοδοι δεν αθροίζονται πολλαπλασιασμένοι με βάρη όπως στους κλασσικούς νευρώνες. Για να μπορούμε όμως να εφαρμόσουμε τους αλγορίθμους μάθησης (π.χ. τον backpropagation αλγόριθμος αντίστροφης διάδοσης) θα πρέπει οι λειτουργίες να είναι παραγωγίσιμες.

Για την υλοποίηση των ασαφών λειτουργιών μπορούμε να επεκτείνουμε την έννοια της συνάρτησης μεταφοράς του νευρώνα. Στην περίπτωση αυτή ο νευρώνας δεν υλοποιεί το αναλυτικό γινόμενο της εισόδου με το διάνυσμα των βαρών αλλά την πράξη της συγκεκριμένης ασαφούς λειτουργίας θεωρώντας ότι όλα τα βάρη είναι 1, ως συνάρτηση συμμετοχής λαμβάνεται η : a(u)=1, u>1 a(u)=u, 0<=u<=1 a(u)=0, u<0

Συνθετικοί Νευρώνες

Σε προηγούμενη παράγραφο παρουσιάσαμε τη σύνθεση ασαφών σχέσεων. Η πράξη της σύνθεσης αποτελεί μια γενίκευση της πράξης του αναλυτικού γινομένου των διανυσμάτων και υλοποιείται από τη συνάρτηση μεταφοράς f των νευρώνων. Η μορφή του νευρώνα είναι η ίδια και ορίζεται από τις εξισώσεις: f= union t (x_t, w_t) , y= a(u) , όπου union είναι μια σ-νόρμα και t είναι μια τ-νόρμα. Ως συνάρτηση ενεργοποίησης θεωρείται η συνάρτηση αναρρίχησης. Παρατηρούμε ότι ο συνθετικός νευρώνας είναι μια γενίκευση του κλασσικού νευρώνα, αφού η πράξη της φραγμένης άθροισης, η οποία εξασφαλίζεται από τη συνάρτηση ενεργοποίησης, είναι μια ειδική περίπτωση της φραγμένης ένωσης, ενώ το γινόμενο είναι μια ειδική περίπτωση της ασαφούς τομής.

2.4.2 Προσαρμοστικά δίκτυα (Adaptive Networks)

Προσαρμοστικό δίκτυο ονομάζεται το δίκτυο που αποτελείται από έναν αριθμό κόμβων, συνδεδεμένων μέσω κατευθυντικών συνδέσμων. Κάθε κόμβος αναπαριστά μια μονάδα επεξεργασίας. Οι σύνδεσμοι των κόμβων προσδιορίζουν την αιτιολογική σχέση (causal relationship) μεταξύ των συνδεδεμένων κόμβων. Προσαρμοστικός είναι ο κόμβος, όλος ή μέρος του, που οι έξοδοί του εξαρτώνται από προσαρμοζόμενες παραμέτρους που ανήκουν σε αυτόν. Οι κανόνες εκπαίδευσης προσδιορίζουν τον τρόπο με τον οποίο αυτές οι παράμετροι θα πρέπει να αλλάζουν ώστε να ελαχιστοποιείται το προκαθορισμένο μέτρο σφάλματος (error measure).

Τα προσαρμοστικά δίκτυα χρησιμοποιούνται για ταυτοποίηση συστήματος. Σε κάθε περίπτωση στόχος μας είναι να βρούμε μια κατάλληλη αρχιτεκτονική για το δίκτυο και να θέσουμε ένα σύνολο παραμέτρων που μπορούν να μοντελοποιήσουν καλύτερα ένα σύστημα-στόχο. Το σύστημα αυτό περιγράφεται από ένα σύνολο ζευγών δεδομένων εισόδου-εξόδου.

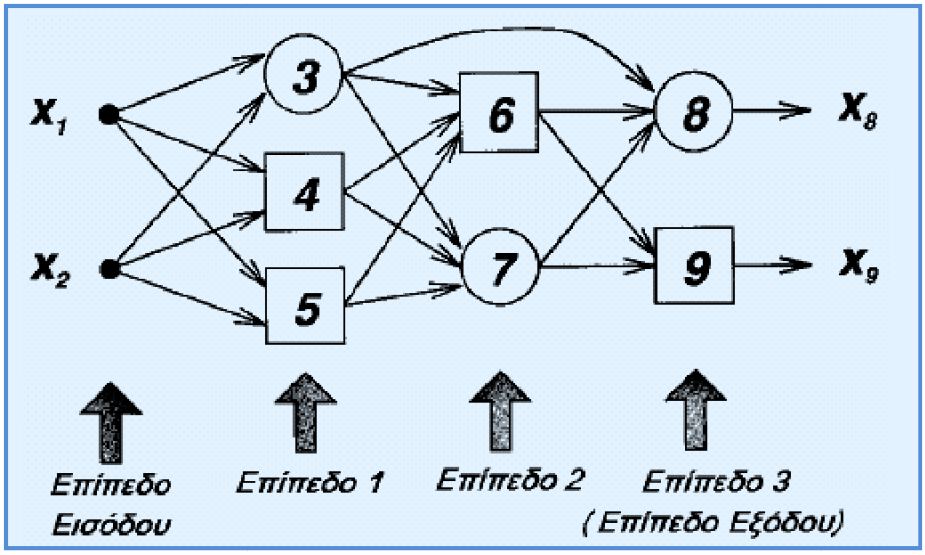
Ο βασικός κανόνας για την εύρεση ενός προσαρμοστικού δικτύου είναι η απότομη φθίνουσα μέθοδος, στην οποία το βαθμωτό διάνυσμα προκύπτει από επιτυχείς επικλήσεις του κανόνα της αλυσίδας. Αυτή η μέθοδος

χρησιμοποιείται και για την εύρεση του βαθμωτού διανύσματος σε ένα νευρωνικό δίκτυο πολλών επιπέδων. Όπως αναφέραμε και σε προηγούμενη παράγραφο, η μέθοδος ονομάζεται κανόνας οπισθοδρόμησης διάδοσης (back propagation learning rule).

Σημειώνουμε πως για να κάνουμε ένα ασαφές σύστημα, προσαρμοστικό, θα πρέπει να γνωρίζουμε τις παραγώγους της Συνάρτησης Συμμετοχής ως προς το όρισμα εισόδου και τις παραμέτρους. Αυτές οι πληροφορίες από τις παραγώγουςπαίζουν σημαντικό ρόλο στη μάθηση και την προσαρμογή ενός ασαφούς συστήματος.

2.4.3 Αρχιτεκτονική προσαρμοστικών δικτύων

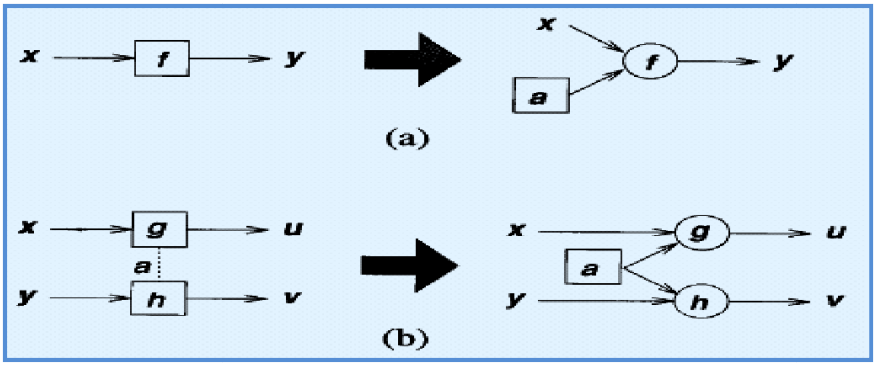
Όπως φανερώνει και η ονομασία, ένα προσαρμοστικό δίκτυο παρουσιάζει τέτοια δομή, ώστε η συνολική συμπεριφορά εισόδου-εξόδου να διαμορφώνεται από ένα σύνολο τροποποιήσιμων παραμέτρων. Πιο συγκεκριμένα ένα προσαρμοστικό δίκτυο αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων συνδεδεμένων με προσανατολισμένους συνδέσμους. Κάθε κόμβος εκτελεί μια συγκεκριμένη λειτουργία στα εισερχόμενα σήματα, για να παράξει μια μονήρη έξοδο. Επιπλέον κάθε σύνδεσμος καθορίζει την κατεύθυνση ροής του σήματος μεταξύ των κόμβων. Συνήθως η συνάρτηση κόμβου είναι μια παραμετρική συνάρτηση με τροποποιήσιμες παραμέτρους. Αλλάζοντας τις παραμέτρους, μπορούμε να αλλάξουμε την λειτουργία κόμβου καθώς και τη συνολική συμπεριφορά του δικτύου.



Σχήμα 2.23 feed-forward προσαρμοστικό δίκτυο με επίπεδα.

Οι σύνδεσμοι σε ένα προσαρμοστικό δίκτυο χρησιμοποιούνται μόνο για να προσδιορίσουν την κατεύθυνση του σήματος εξόδου. Γενικά δεν υπάρχουν βάρη ή παράμετροι σχετιζόμενοι με συνδέσμους. Στο σχήμα 2.23 παρουσιάζεται ένα προσαρμοστικό δίκτυο με δύο εισόδους και δύο εξόδους.

Οι παράμετροι ενός προσαρμοστικού δικτύου είναι κατανεμημένοι στους κόμβους, έτσι κάθε κόμβος περιέχει ένα τοπικό σύνολο των παραμέτρων. Η ένωση αυτών των τοπικών συνόλων είναι το ολικό σύνολο παραμέτρων του δικτύου. Αν το σύνολο παραμέτρων ενός κόμβου δεν είναι κενό, τότε η λειτουργία του κόμβου εξαρτάται από τις τιμές των παραμέτρων. Στα σχήματα, αναπαριστούμε τον προσαρμοστικό κόμβο αυτού του είδους με ένα τετράγωνο. Αντιθέτως, αν ο κόμβος περιέχει κενό σύνολο παραμέτρων, τότε η λειτουργία του είναι καθορισμένη. Αναπαριστούμε τον προκαθορισμένο κόμβο με ένα κύκλο. Κάθε προσαρμοστικός κόμβος μπορεί να διασπαστεί σε ένα προκαθορισμένο κόμβο και ένα ή περισσότερους κόμβους παραμέτρων.



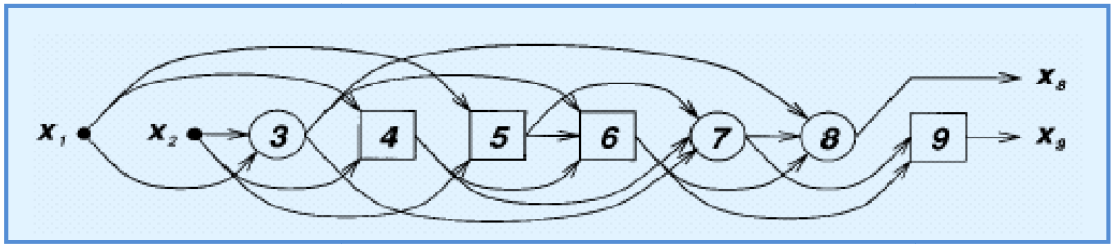
Σχήμα 2.24 (a) ένας μονός κόμβος (b) ένα πρόβλημα έχει κοινές παραμέτρους

2.4.4 Καταμερισμός παραμέτρων στο δίκτυο

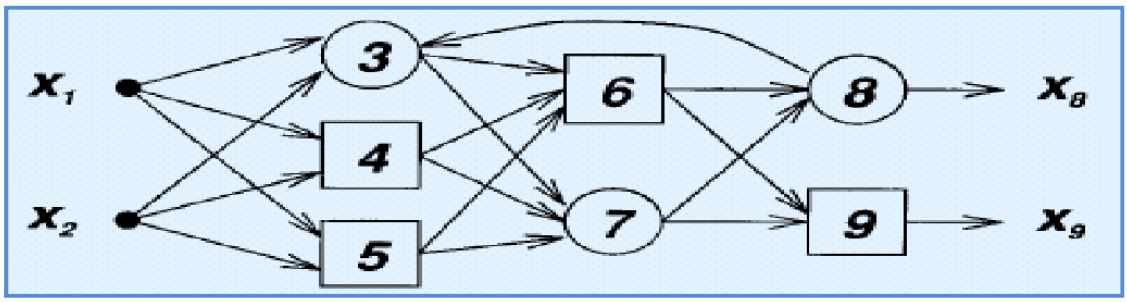
Στο σχήμα 2.24(a) παρουσιάζεται ένα προσαρμοστικό δίκτυο με έναν μόνο κόμβο, το οποίο μπορεί να αναπαρασταθεί σαν $y=f(x,a)$ όπου x, y είναι η είσοδος και έξοδος αντίστοιχα και a η παράμετρος του κόμβου. Μια ισοδύναμη απεικόνιση είναι να μεταφέρουμε την παράμετρο έξω από τον κόμβο και να την τοποθετήσουμε σε έναν κόμβο παράμετρο. Αυτός ο κόμβος είναι μια ειδική περίπτωση ενός προσαρμοστικού κόμβου στον οποίο δεν υπάρχουν είσοδοι και η έξοδος είναι η ίδια η παράμετρος. Ο κόμβος παράμετρος είναι χρήσιμος στην επίλυση συγκεκριμένων αντιπροσωπευτικών προβλημάτων. Στο παράδειγμα καταμερισμού παραμέτρων στο σχήμα 2.24(b) οι δυο προσαρμοστικοί κόμβοι $u=g(x,a)$ και $u=h(y,a)$ μοιράζονται την ίδια παράμετρο a. Βγάζοντας την παράμετρο και τοποθετώντας την μέσα σε έναν κόμβο παράμετρο, μπορούμε να ενσωματώσουμε τις απαιτήσεις του καταμερισμού παραμέτρων μέσα στην αρχιτεκτονική σχεδίαση του δικτύου. Αυτό απλοποιεί την αναπαράσταση του δικτύου καθώς επίσης και την εφαρμογή του σε λογισμικό.

Τα προσαρμοστικά δίκτυα τοποθετούνται σε δύο κύριες κατηγορίες με βάση τον τύπο των διασυνδέσεων που εμφανίζουν: εμπροσθόδρομα δίκτυα (feedward) και επαναληπτικά. Το προσαρμοστικό δίκτυο που παρουσιάζεται στο σχήμα 2.25 είναι εμπροσθόδρομο. Η έξοδος κάθε κόμβου διαδίδεται από την πλευρά της εισόδου (αριστερά) προς την πλευρά της εξόδου (δεξιά). Αν υπάρχει σύνδεσμος ανάδρασης που σχηματίζει κυκλικό

μονοπάτι στο δίκτυο, τότε το δίκτυο είναι επαναληπτικό (Σχ.2.26). Στα γραφήματα, ένα εμπροσθόδρομο δίκτυο αναπαριστάται από ένα κυκλικό κατευθυνόμενο γράφημα που δεν περιέχει κατευθυνόμενους κύκλους, ενώ ένα επαναληπτικό δίκτυο περιέχει τουλάχιστον ένα κατευθυνόμενο κύκλο.



Σχήμα 2.25 Εμπροσθόδρομο προσαρμοστικό δίκτυο (τοπολογική διάταξη)



Σχήμα 2.26 Επαναληπτικό προσαρμοστικό δίκτυο.

Στην αναπαράσταση με επίπεδα του εμπροσθόδρομου προσαρμοστικού δικτύου στο σχήμα 2.24, δεν υπάρχουν σύνδεσμοι μεταξύ κόμβων στο ίδιο επίπεδο, και οι έξοδοι των κόμβων σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο είναι πάντα συνδεδεμένες με κόμβους σε διαδοχικά επίπεδα. Αυτή η αναπαράσταση είναι συνήθως προτιμητέα λόγω της εύκολης διαμόρφωσής της, αφού οι κόμβοι ίδιου επιπέδου έχουν την ίδια λειτουργία ή γεννούν το ίδιο επίπεδο αφαίρεσης όσων αφορά τα διανύσμα.

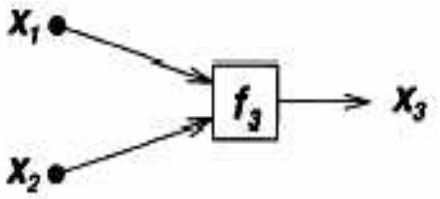
Μια άλλη αναπαράσταση εμπροσθόδρομου δικτύου είναι η αναπαράσταση τοπολογικής ταξινόμησης η οποία παρουσιάζει τους κόμβους σε μια διατεταγμένη ακολουθία 1,2,3, ..., τέτοια που να μην υπάρχουν σύνδεσμοι από τον κόμβο i στον κόμβο j, οποτεδήποτε i≥ j (Σχ.2.25). Αυτή η αναπαράσταση είναι λιγότερο διαμορφώσιμη από ότι η αναπαράσταση με επίπεδα, όμως διευκολύνει τον σχηματισμό κανόνων εκπαίδευσης. Η αναπαράσταση τοπολογικής ταξινόμησης είναι στην πραγματικότητα μια ειδική περίπτωση της αναπαράστασης με επίπεδα, με έναν κόμβο ανά επίπεδο.

Ένα εμπροσθόδρομο προσαρμοστικό δίκτυο είναι στην πραγματικότητα μια στατική αντιστοίχηση μεταξύ των χωρών εισόδου και εξόδου. Αυτή η αντιστοιχία μπορεί να είναι μια απλή γραμμική ή μη γραμμική σχέση, εξαρτώμενη από την δομή του δικτύου (διάταξη κόμβων και συνδέσεων) και τη λειτουργία κάθε κόμβου. Για να κατασκευάσουμε ένα προσαρμοστικό δίκτυο χρησιμοποιούμε ένα σύνολο δεδομένων για εκπαίδευση και κάποιες διαδικασίες όπως οι κανόνες εκπαίδευσης ή οι

προσαρμοστικοί αλγόριθμοι για την τροποποίηση των παραμέτρων με σκοπό τη βελτίωση της απόδοσης του δικτύου. Συνήθως η απόδοση ενός δικτύου μετριέται ως η διαφορά μεταξύ επιθυμητής και πραγματικής εξόδου, κάτω από τις ίδιες συνθήκες.

2.4.5 Παραδείγματα προσαρμοστικών δικτύων

Προσαρμοστικό Δίκτυο με έναν Γραμμικό Κόμβο

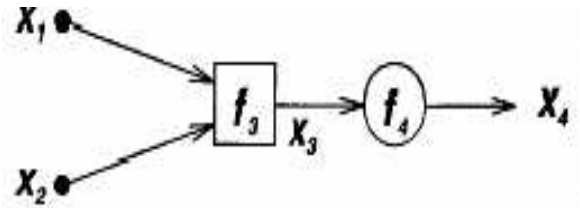


Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζεται ένα προσαρμοστικό δίκτυο με ένα κόμβο. Σε αυτό ορίζεται x3=ƒ3 (x1, x2,; a1, a2, a3)= a1 x1 +a2 x2 + a3 , όπου x1, x2 είναι οι είσοδοι και a1, a2, a3 είναι οι τροποποιήσιμες παράμετροι.

Η συνάρτηση προσδιορίζει ένα επίπεδο σε έναν χώρο x1-x2. Βάζοντας διάφορες τιμές για τις παραμέτρους, μπορούμε να τοποθετήσουμε αυτό το επίπεδο αυθαίρετα όπως εμείς θέλουμε. Χρησιμοποιώντας το τετραφωνικό σφάλμα ως το σφάλμα μέτρησης για το δίκτυο, μπορούμε να αναγνωρίσουμε τις βέλτιστες παραμέτρους μέσω της μεθόδου εκτίμηση των γραμμικών ελαχίστων τετραγώνων.

Δίκτυο Percepton

Εάν στο παραπάνω δίκτυο προσθέσουμε ένα επιπλέον κόμβο, ώστε να επιτρέψουμε στην έξοδο του δικτύου να παίρνει μόνο δυο τιμές 0 και 1, τότε παίρνουμε το μη γραμμικό δίκτυο:



Οι κόμβοι εκφράζονται ως :

x3 =ƒ3 (x1, x2,; a1, a2, a3)= a1 x1 +a2 x2 + a3

x4= f4(x3)= 1 αν χ3>=0 , x4= f4(x3)= 0 αν χ3<0

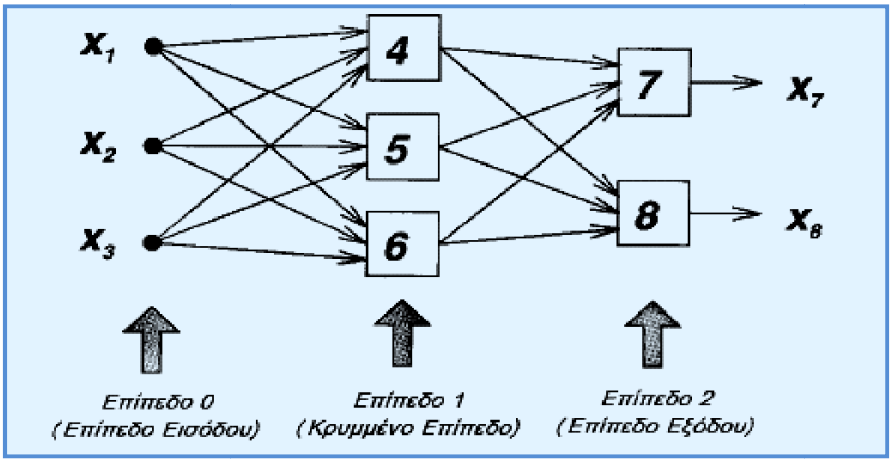
όπου ƒ3 είναι μια γραμμική συνάρτηση και ƒ4 η βηματική συνάρτηση που αντιστοιχεί το x3 είτε στο 0 είτε στο 1.

Την ολική συνάρτηση του δικτύου μπορούμε να την δούμε σαν ένα γραμμικό ταξινομητή. Ό πρώτος κόμβος σχηματίζει ένα όριο απόφασης σαν

μια ευθεία γραμμή στον χώρο των x1-x2,; Και ο δεύτερος κόμβος δείχνει σε ποιο ημιεπίπεδο ανήκει το διάνυσμα εισόδου (x1,x2). Επειδή η βηματική συνάρτηση είναι ασυνεχής σε ένα σημείο και επίπεδη σε όλα τα άλλα σημεία, μια εναλλακτική λύση είναι να χρησιμοποιήσουμε της σιγμοειδή συνάρτηση που παίρνει τιμές από 0 έως 1: $x4= f4(x3)= 1/1+e^{-x3}$

Πολυεπίπεδο Percepton

Στο παρακάτω σχήμα βλέπουμε την αρχιτεκτονική για ένα πολυεπίπεδο percepton με τρεις εισόδους, δυο εξόδους και τρεις κρυμμένους κόμβους που δεν συνδέονται απευθείας ούτε σε είσοδο ούτε σε έξοδο.



Σχήμα 2.27 Πολυεπίπεδο Percepton

Κάθε κόμβος σε ένα δίκτυο αυτού του τύπου έχει την ίδια συνάρτηση κόμβου, που είναι σύνθεση μιας γραμμικής *f*3 και μιας σιγμοειδούς *f*4 . Δηλαδή η συνάρτηση κόμβου στον κόμβο 7 στο παραπάνω σχήμα είναι: $x_7=1/1+ \exp[-(w_{4,7}\ x_4\ w_{5,7}\ x_5+ w_{6,7}\ x_6\ t_7\ )]$, όπου x4 x5 και x6 είναι οι έξοδοι από τους κόμβους 4,5 και 6 αντίστοιχα και το σύνολο των παραμέτρων του κόμβου 7 δηλώνεται με το $\{w_{4,7}\ w_{5,7}\ w_{6,7},\ t_7\}$. Συνήθως το wi, j είναι το βάρος που σχετίζεται με τον σύνδεσμο που ενώνει τον i- οστό κόμβο και τον j-οστό κόμβο, και το t j σαν το κατώφλι (threshold) που συνδέεται με τον κόμβο j. Γενικά, ένας σύνδεσμος δείχνει μόνο την κατεύθυνση της ροής σήματος μεταξύ των συνδεδεμένων κόμβων.

2.5 Γενικά για γαλακτοπαραγωγή

Παράγοντες που επηρεάζουν την γαλακτοπαραγωγή

- Αριθμός γαλουχούμενων αρνιών
- Σωματικό βάρος του αρνιού κατά τη γέννηση
- Σωματικό βάρος της προβατίνας
- Αριθμός γαλακτικής περιόδου
- Διατροφή
- Αριθμός αρμεγμάτων ανά 24ωρο
- Γενότυπος

Παράγοντες που επηρεάζουν τη χημική σύσταση του γάλακτος

- Φυλή
- Διατροφή
- Ηλικία
- Περίοδος γαλακτοπαραγωγής
- Υγεία
- Βαθμός πάχυνσης του ζώου
- Εποχή του έτους
- Θερμοκρασία του περιβάλλοντος

Παράγωγη υγιεινού γάλακτος συμφωνά με τον ελληνικό οργανισμό γάλακτος (ΕΛΟΓ)

Οι διάφορες εκτροφές γαλακτοπαραγωγής πρέπει να είναι απαλλαγμένες από φυματίωση και βρουκέλλωση.

Τα γάλα των άρρωστων ή υπό θεραπεία ζώων απορρίπτεται για όσο χρονικό διάστημα χρειάζεται. Το πρωτόγαλα (κολάστρα) δεν είναι κατάλληλο για ανθρώπινη κατανάλωση. Πρέπει να χορηγείται στα νεογέννητα έγκαιρα και στη σωστή ποσότητα.

Η υγεία των ζώων είναι απαραίτητη προϋπόθεση για την παραγωγή γάλακτος υψηλών ποιοτικών προδιαγραφών. Επίσης είναι σημαντικό να εξασφαλίζουμε στα ζώα άνετες συνθήκες διαβίωσης (θέσεις σίτισης και ανάπαυσης, εξαερισμός, καθαριότητα, σωστή διατροφή).

Η άμελξη είναι η σημαντικότερη εργασία στις μονάδες γαλακτοπαραγωγής. Το γάλα πρέπει να προστατεύεται από τυχόν μολύνσεις που θα συμβούν και την άμελξη. Προς τούτο απαιτείται σχολαστική καθαριότητα (μαστοί, αμελκτικές μηχανές, διάφορα σκεύη). Ζώα με προβλήματα αρμέγονται τελευταία. Ο αμελκτής πρέπει να έχει αρμονική σχέση με τα ζώα και υψηλού επιπέδου προσωπική υγιεινή.

Μετά την άμελξη και μέχρι την παραλαβή το γάλα πρέπει να συντηρείται υπό ψύξη. Έτσι αποτρέπεται ο πολλαπλασιασμός μικροοργανισμών που τυχόν θα φθάσουν στο γάλα. Συνιστάται ανεπιφύλακτα η εμβάπτιση των θηλών σε ειδικό απολυμαντικό διάλυμα. Αυτό σε συνδυασμό με την παράθεση τροφής αμέσως μετά το άρμεγμα περιορίζει την συχνότητα εμφάνισης μαστίτιδων.

Οι διάφορες ζωοτροφές που χορηγούνται πρέπει να είναι απαλλαγμένες από κατάλοιπα φυτοφαρμάκων, μυκοτοξίνες, διοξίνες, βαρέα μέταλλα επειδή αυτά μεταφέρονται στο γάλα. Αλλοιωμένες ζωοτροφές όσον αφορά το χρώμα, την οσμή και/ ή την παρουσία μούχλας πρέπει να

απορρίπτονται. Δεν χορηγούμε σε μηρυκαστικά τροφές ζωικής προέλευσης.

Επιβάλλονται περιοδικοί έλεγχοι καλής λειτουργίας και συντήρησης του αμελκτικού συγκροτήματος πάντοτε σύμφωνα με τις οδηγίες του κατασκευαστή.

Το νερό που χρησιμοποιείτε στις μονάδες παραγωγής γάλακτος πρέπει να έχει προδιαγραφές πόσιμου.

Το γάλα δεν πρέπει να περιέχει υπολείμματα, αντιβιοτικών ή άλλων αντιμικροβιακών ή αντιπαρασιτικών ουσιών. Επίσης δεν πρέπει να περιέχει υπολείμματα φυτοφαρμάκων ή απολυμαντικών ουσιών. Τέλος απαγορεύεται η προσθήκη νερού ή η ανάμειξη δύο ειδών γάλακτος.

Η χρήση εντομοκτόνων ή απολυμαντικών ουσιών στο στάβλο πρέπει να γίνεται πολύ προσεκτικά γιατί ο κίνδυνος μόλυνσης του γάλακτος από κακή χρήση είναι μεγάλος.

3 Περιγραφή του ANFIS

Ο αλγόριθμος ANFIS είναι από τους κυριότερους αλλά και τους πρώτους που εφαρμόστηκαν για την επίλυση προβλημάτων στο πεδίο των νεύρο-ασαφών συστημάτων. Παρακάτω περιγράφεται το δίκτυο, υποθέτοντας ότι το πρόβλημα του οποίου προσπαθούμε να προσεγγίσουμε τη λύση, έχει δύο εισόδους (x,y) και μία έξοδο (z).

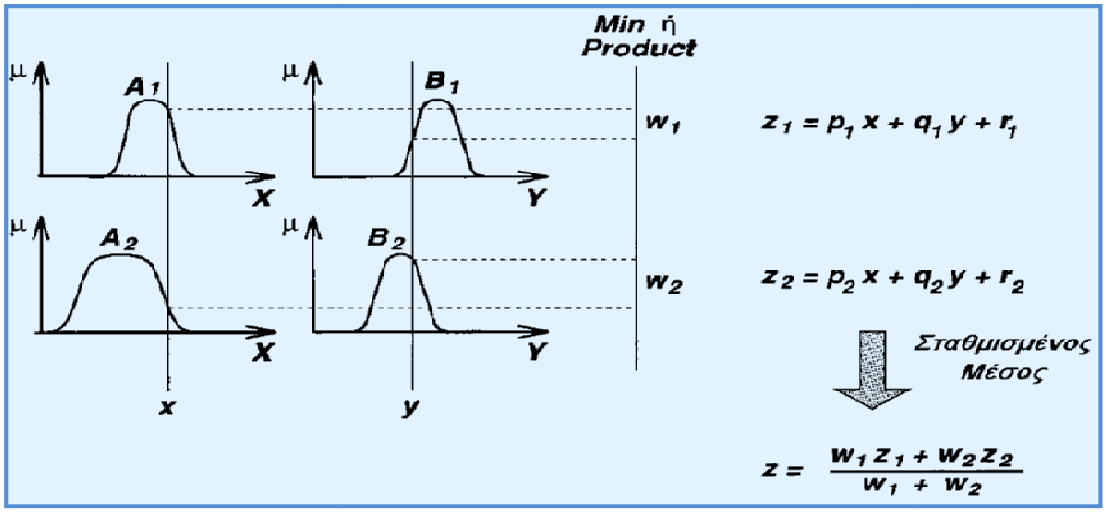
3.1 Αρχιτεκτονική του ANFIS

Υποθέτοντας ότι για ένα πρώτης τάξης μοντέλο Sugeno, μία τυπική βάση κανόνων (rule base) θα μπορούσε να είναι και η εξής:

Κανόνας 1: Εάν x είναι 1 A και y είναι 1 B τότε $f1 = 1 \times x + q1 \times y + r1$

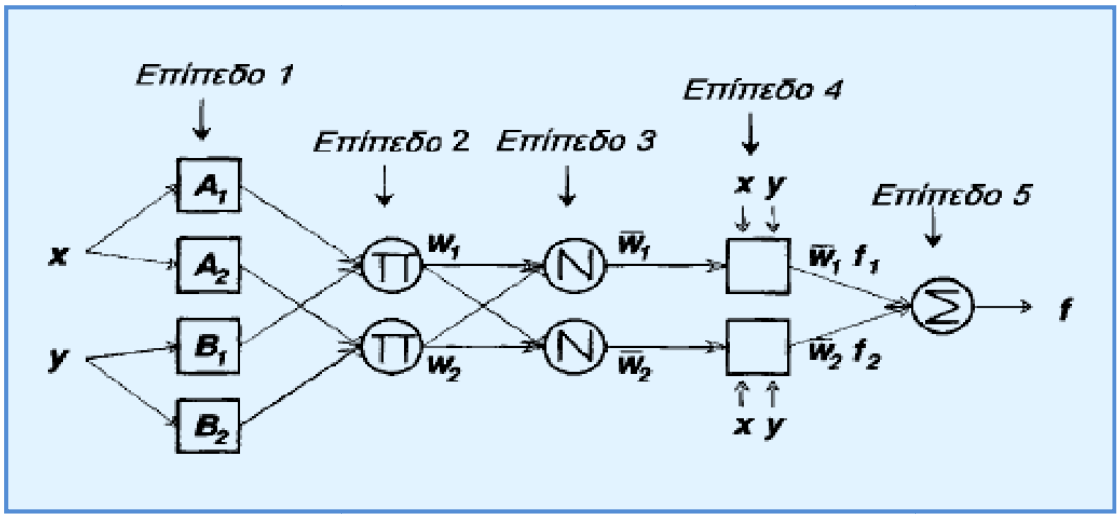
Κανόνας 2: Εάν x είναι 2 A και y είναι 2 B τότε $f2 = p2 \times x + q2 \times y + r2$

Στο παρακάτω σχήμα (3.1) δείχνει με απλό τρόπο τη διαδικασία συμπερασμού (inference procedure) του μοντέλου Sugeno, στην περίπτωση του t-operator έχει επιλεγεί η τομή των ασαφών συνόλων (A,B), οπότε $\mu_{A \cap B}(x) \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$



Σχήμα 3.1 Ασαφής Συλλογιστική (fuzzy reasoning)

Όπως γίνεται φανερό, η έξοδος z του πρωτοβάθμιου μοντέλου Sugeno είναι ένας σταθμικός μέσος όρος. Η αντίστοιχη αναπαράσταση του δικτύου ANFIS παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα (2.2).



Σχήμα 3.2 Αρχιτεκτονική του ANFIS

Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζεται ο συλλογιστικός μηχανισμός (reasoning) για αυτό το μοντέλο Sugeno και η αντίστοιχη αρχιτεκτονική του ANFIS. Παρατηρούμε ότι οι κόμβοι, ίδιου επιπέδου, έχουν παρόμοιες συναρτήσεις. Παρακάτω παρουσιάζεται αναλυτικότερα η διεργασία που εκτελείται σε κάθε επίπεδο.

Επίπεδο 1: Κάθε κόμβος i σε αυτό το επίπεδο είναι ένας προσαρμόσιμος (adaptive) κόμβος με συνάρτηση κόμβου:

$O_{1,i} = \mu_{Ai}(x)$ για i=1,2 ή $O_{1,i} = \mu B_{i-2}(y)$ για i=3,4 ή

όπου x (ή y) η είσοδος στον κόμβο i , Ai (ή B i−2) η γλωσσική μεταβλητή (small, large, κλπ.) που σχετίζεται με αυτή τη συνάρτηση του κόμβου. Με άλλα λόγια, το O1,i είναι ο βαθμός συμμετοχής του A (= A1 , A2 , B1 , B2) και καθορίζει το βαθμό στον οποίο η είσοδος x (ή y)

ικανοποιεί τον ποσοτικοποιητή A . Εδώ η συνάρτηση συμμετοχής για το A μπορεί να είναι οποιαδήποτε κατάλληλη παραμετρική συνάρτηση συμμετοχής .

Καθώς οι τιμές των παραμέτρων αλλάζουν, οι συναρτήσεις διαμορφώνονται ανάλογα, παρουσιάζοντας έτσι διάφορες μορφές της αρχικής συνάρτησης συμμετοχής για το ασαφές σύνολο A . Οι παράμετροι σε αυτό το επίπεδο αναφέρονται ως αρχικοί παράμετροι (premise parameters).

Επίπεδο 2: Κάθε κόμβος σε αυτό το επίπεδο είναι ένας σταθερός (fixed) κόμβος Π, του οποίου η έξοδος είναι το γινόμενο όλων των εισερχόμενων σημάτων:

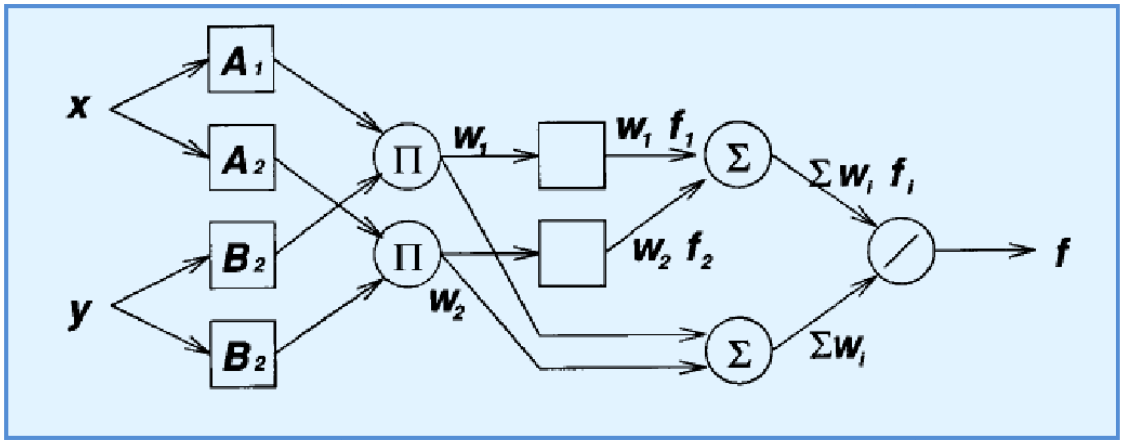
$O_{2,i}=w_i=\mu_{A1}(\chi)*\mu_{Bi}(y)$, για i=1,2 $O_{2,i}=w_i=\mu_{A1}(\chi)*\mu_{Bi-2}(y)$, για i=3,4

Επίπεδο 3: Κάθε κόμβος σε αυτό το επίπεδο είναι ένας σταθερός κόμβος N. Ο i- ιστός κόμβος υπολογίζει τη συμμετοχή του βαθμού ενεργοποίησης (firing strength) του i-οστού κανόνα στο άθροισμα των βαθμών ενεργοποίησης όλων των κανόνων: $O_{3,i}=\overline{w}_i=\frac{w_i}{w_1+w_2}$,i=1,2

Οι έξοδοι αυτού του επιπέδου ονομάζονται κανονικοποιημένοι βαθμοί ενεργοποίησης (normalized firing strengths).

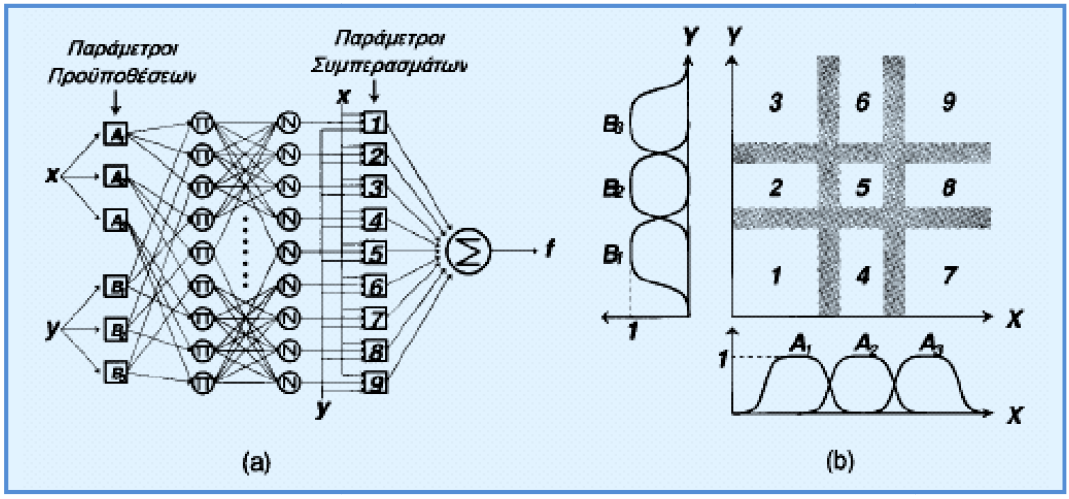
Επίπεδο 4: Κάθε κόμβος i σε αυτό το επίπεδο είναι ένας προσαρμοστικός κόμβος με συνάρτηση κόμβου. $O_{4,i}=\overline{w}_i f_i=\overline{w}_i\left(p_i x+q_i y+r_i\right)$ όπου: i w η έξοδος του επιπέδου 3, { p_i ,q_i , r_i } το σύνολο των παραμέτρων. Οι παράμετροι σε αυτό το επίπεδο αναφέρονται ως επακόλουθοι (consequent parameters).

Επίπεδο 5: Ο μοναδικός κόμβος σε αυτό το επίπεδο είναι ένας σταθερός κόμβος Σ που υπολογίζει τη συνολική έξοδο σαν το ολικό άθροισμα όλων των εισερχόμενων σημάτων: $\text{ολική έξοδος}=O_{5,1}=\sum_i \overline{w}_i f_i=\frac{\sum_i w_i f_i}{\sum_i w_i}$ Αυτό το προσαρμοστικό δίκτυο είναι λειτουργικά ισοδύναμο με το ασαφές μοντέλο Sugeno. Μπορούμε να συνδυάσουμε τα επίπεδα 3 και 4 για να δημιουργήσουμε ένα ισοδύναμο δίκτυο με τέσσερα μόνο επίπεδα. Χρησιμοποιώντας το ίδιο δείγμα μπορούμε να πραγματοποιήσουμε την κανονικοποίηση των βαρών στο τελευταίο επίπεδο. Στο σχήμα 2.3 απεικονίζεται ένα ANFIS τέτοιου τύπου. Σαν ακραία περίπτωση μπορούμε να συρρικνώσουμε όλο το δίκτυο, σε έναν μόνο προσαρμοστικό κόμβο με το ίδιο σύνολο παραμέτρων. Η ανάθεση συναρτήσεων στους κόμβους και η σύνθεση του δικτύου είναι αυθαίρετες. Κάθε κόμβος και κάθε επίπεδο πραγματοποιούν λειτουργίες που είναι σημαντικές και έχουν δυνατότητα να αποτελούνται από επιμέρους τμήματα.



Σχήμα 3.3 Αρχιτεκτονική του ANFIS για ασαφές σύνολο Sugeno, όπου η κανονικοποίηση βαρών πραγματοποιείται στο τελευταίο επίπεδο.

Στο ANFIS μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί το μοντέλο Mamdami. Το Sugeno χρησιμοποιείται περισσότερο συχνά, μιας και διακρίνεται για την διαφάνεια και την αποτελεσματικότητα του.



Σχήμα 3.4 (α) Η αρχιτεκτονική του ANFIS για το ασαφές μοντέλο Sugeno με δύο εισόδους και εννέα κανόνες (β) ο χώρος εισόδου, χωρισμένος σε εννέα ασαφείς περιοχές.

Στο σχήμα 3.4(α) βλέπουμε μια αρχιτεκτονική του ANFIS που είναι ισοδύναμη με ένα ασαφές μοντέλο Sugeno πρώτου βαθμού δυο εισόδων και εννέα κανόνων. Σε κάθε είσοδο θεωρούμε ότι αντιστοιχούν τρεις συναρτήσεις συμμετοχής. Στο σχήμα 3.4(β) φαίνεται πως είναι χωρισμένος ο χώρος εισόδου δύο διαστάσεων, σε εννέα υπέρθετες (overlapping) ασαφείς περιοχές, όπου κάθε μια ελέγχεται από ένα ασαφή κανόνα if-then. Αυτό σημαίνει ότι το μέρος των προϋποθέσεων ενός κανόνα προσδιορίζει μια ασαφή περιοχή, ενώ το μέρος των συμπερασμάτων προσδιορίζει την έξοδο μέσα στην περιοχή.

3.2 Εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων (Least-Squares Estimator)

Στο γενικό πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων, η έξοδος του γραμμικού μοντέλου y δίνεται από τη γραμμικά παραμετροποιημένη έκφραση: $y = \theta_1 f_1(\mathbf{u}) + \theta_2 f_2(\mathbf{u}) + \cdots + \theta_n f_n(\mathbf{u})$, όπου $\mathbf{u} = [u_1, \ldots, u_p]^T$ είναι το διάνυσμα εισόδου του μοντέλου, $f_1, \ldots, f_n$, είναι γνωστές συναρτήσεις του **u**, και $\theta_1, \ldots, \theta_n$ είναι άγνωστοι προς Εκτίμηση παράμετροι. Στην στατιστική, η διαδικασία της προσαρμογής δεδομένων, χρησιμοποιώντας ένα γραμμικό μοντέλο αναφέρεται και ως γραμμική παλινδρόμηση. Γι' αυτό και η εξίσωση (1) ονομάζεται και συνάρτηση παλινδρόμησης και τα θ_i συντελεστές παλινδρόμησης.

Για να προσδιοριστούν οι άγνωστες παράμετροι θ_i , συνήθως πρέπει να εκτελεστούν πειράματα για να βρεθεί ένα σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης που αποτελείται από τα ζευγάρια δεδομένων $\{(\mathbf{u}_i , y_i), i = 1, \ldots, m \}$ τα οποία αντιπροσωπεύουν τα επιθυμητά ζευγάρια εισόδου-εξόδου του συστήματος στόχου που θα μοντελοποιηθεί. Η αντικατάσταση κάθε ζευγαριού στοιχείων στην εξίσωση παράγει ένα σύνολο m γραμμικών εξισώσεων:

$f_1(u_1)\,\theta_1 + f_2(u_1)\,\theta_2 + \cdots + f_n(u_1)\,\theta_n = y_1,$
$f_1(u_2)\,\theta_1 + f_2(u_2)\,\theta_2 + \cdots + f_n(u_2)\,\theta_n = y_2,$
…
$f_1(u_m)\,\theta_1 + f_2(u_m)\,\theta_2 + \cdots + f_n(u_m)\,\theta_n = y_m,$

Σε μορφή πινάκων, οι προηγούμενες εξισώσεις μπορούν να γραφτούν σε συνοπτική μορφή: $A\,\theta = y$, όπου A είναι ένας m× n πίνακας (πίνακας σχεδιασμού): $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{u}_1) & \cdots & f_n(\mathbf{u}_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f_1(\mathbf{u}_m) & \cdots & f_n(\mathbf{u}_m) \end{bmatrix}$ θ είναι ένα n ×1 διάνυσμα άγνωστων παραμέτρων και y είναι ένα m×1 διάνυσμα εξόδου:

$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}$, $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$. Η *i*-οστή σειρά του επαυξημένου πίνακα δεδομένων $[\mathbf{A} \vdots \mathbf{y}]$, που συμβολίζεται με $[\mathbf{a}_i^T \vdots y_i]$, σχετίζεται με το *i*-οστό ζεύγος δεδομένων εισόδου – εξόδου (u_i , y_i) μέσα από τη σχέση: $\mathbf{a}_i^T = [f_1(\mathbf{u}_i), \ldots, f_n(\mathbf{u}_i)]$. Για να αναγνωρίσουμε ένα μοναδικό θ, είναι απαραίτητο να είναι $m \geq n$. Αν ο A είναι τετραγωνικός και με ορίζουσα διάφορη του μηδενός, τότε μπορούμε να βρούμε το θ επιλύνοντας την

εξίσωση $\theta = A^{-1} y$. Συνήθως το m είναι όντως μεγαλύτερο του n, υποδηλώνοντας ότι έχουμε περισσότερα ζεύγη δεδομένων απ' ότι παραμέτρους για προσαρμογή. Σ' αυτήν την περίπτωση η ακριβής λύση που να ικανοποιεί και τις m εξισώσεις δεν είναι πάντα δυνατή, μιας και τα δεδομένα μπορεί να εμπεριέχουν θόρυβο, ή το μοντέλο να μην είναι κατάλληλο για να περιγράψει το σύστημα στόχος. Γι' αυτό και η εξίσωση τροποποιείται έτσι ώστε να ενσωματώνει το διάνυσμα σφάλματος e για να λογαριάσουμε τον τυχαίο θόρυβο ή το σφάλμα του μοντέλου, ως ακολούθως: $A\theta + e = y$. Έτσι αντί να βρίσκουμε την ακριβή λύση της εξίσωσης, ψάχνουμε να βρούμε ένα $\theta = \hat{\theta}$ που να ελαχιστοποιεί το άθροισμα του τετραγωνικού σφάλματος, που προσδιορίζεται από την εξίσωση $E(\theta) = \sum_{i=1}^{m}(y_i - a_i^T \theta)^2 = e^T e = (y - A\theta)^T(y - A\theta)$, όπου $e = y - A\theta$ είναι το διάνυσμα σφάλματος που προκύπτει από μια συγκεκριμένη επιλογή ενός θ. Το $E(\theta)$ είναι πολυώνυμο δευτέρου βαθμού και έχει ένα μοναδικό ελάχιστο στο $\theta = \hat{\theta}$.

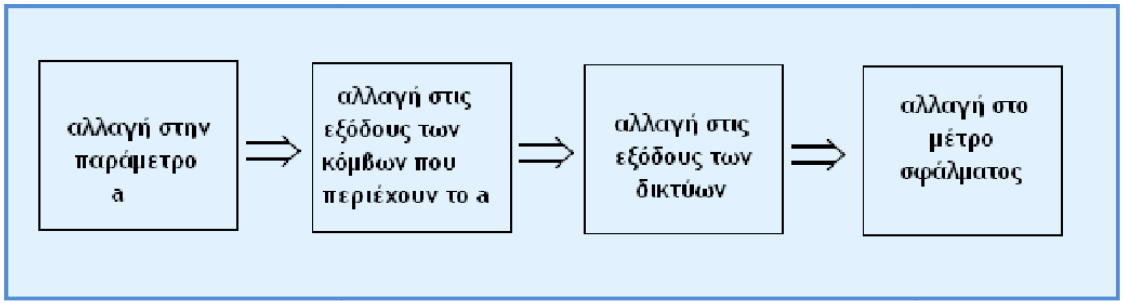
Εκτιμητής Ελαχίστων Τετραγώνων: Το τετραγωνικό σφάλμα στην παραπάνω εξίσωση ελαχιστοποιείται όταν $\theta = \hat{\theta}$ οποίος καλείται εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων (LSE) και ο οποίος ικανοποιεί την κανονική εξίσωση: $A^T A \hat{\theta} = A^T y$. Αν το $A^T A$ έχει ορίζουσα διάφορη του μηδενός, το $\hat{\theta}$ είναι μοναδικό και δίνεται από την εξίσωση $\hat{\theta} = (A^T A)^{-1} A^T y$.

3.3 Κανόνας Οπισθόδρομης Εκμάθησης (Backpropagation Rule)

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζουμε ένα βασικό κανόνα εκμάθησης για προσαρμοστικά δίκτυα, που είναι στην ουσία η πιο απλή μέθοδος βαθμωτής ελαχιστοποίησης. Το κεντρικό μέρος αυτού του κανόνα εκμάθησης αφορά στο πως επιλέγεται ένα διάνυσμα κλίσης στο οποίο κάθε στοιχείο ορίζεται ως η παράγωγος του μέτρου σφάλματος ως προς μια παράμετρο. Αυτό γίνεται με τη βοήθεια του κανόνα αλυσίδας, ενός βασικού τύπου για τη διαφόριση σύνθετων συναρτήσεων. Η διαδικασία εύρεσης ενός διανύσματος κλίσης σε ένα δίκτυο αναφέρεται γενικά σαν οπισθοδρόμηση (backpropagation) επειδή το διάνυσμα κλίσης υπολογίζεται σε κατεύθυνση αντίθετη από τη ροή της εξόδου κάθε κόμβου. Μόλις επιλεγεί η κλίση, διάφορες τεχνικές βελτιστοποίησης και παλινδρόμησης βασισμένες στις παραγώγους είναι διαθέσιμες για την ενημέρωση των παραμέτρων. Ειδικότερα, εάν χρησιμοποιούμε το διάνυσμα κλίσης σε μια απλή μέθοδο βαθμωτής ελαχιστοποίησης, το προκύπτον παράδειγμα εκμάθησης αναφέρεται συχνά ως κανόνας οπισθόδρομης εκμάθησης.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα προσαρμοστικό δίκτυο με L επίπεδα και το επίπεδο l ($l = 0, 1, \ldots, L$; $l = 0$ *είναι το επίπεδο εισόδου)* έχει $N()$ κόμβους. Τότε η έξοδος και η συνάρτηση του κόμβου i [$i = 1, \ldots, N(l)$] στο επίπεδο l μπορεί να αναπαρασταθεί σαν $x_{l,i}$ και $f_{l,i}$, αντιστοίχως. Υποθέτουμε ακόμα ότι δεν υπάρχουν συνδέσεις που να ενώνουν μη συνεχόμενα επίπεδα. Μιας και η έξοδος κάθε κόμβου εξαρτάται από τα εισερχόμενα σήματα και το σύνολο των παραμέτρων του κόμβου, η γενική έκφραση για την συνάρτηση $f_{l,i}$ του κόμβου είναι: $x_{l,i} = f_{l,i}\,(x_{l-1,1}, \ldots, x_{l-1,N(l-1)}, \alpha, \beta, \gamma, \ldots)$, όπου α, β, γ, κλπ. είναι οι παράμετροι αυτού του κόμβου. Υποθέτοντας ότι το συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης έχει P καταχωρήσεις, μπορούμε να προσδιορίσουμε μια μέτρηση σφάλματος για την p-οστή ($1 \leq p \leq P$) καταχώρηση, ως το σύνολο των τετραγωνικών σφαλμάτων: $E_p = \sum_{K=1}^{N(L)} (d_k - x_{L,k})^2$, όπου d_k είναι η k-οστή τιμή του p-οστού επιθυμητού διανύσματος εξόδου και $x_{L,k}$ είναι η k-οστη τιμή του πραγματικού διανύσματος εξόδου ευρισκόμενο, εισάγοντας το p-οστό διάνυσμα εισόδου στο δίκτυο (για λόγους απλότητας παραλήφθηκε ο δείκτης p για το d_k και το $x_{L,k}$). Προφανώς όταν το E_p είναι ίσο με μηδέν, το δίκτυο είναι ικανό να αναπαραγάγει ακριβώς το επιθυμητό διάνυσμα εξόδου στο p-οστό ζεύγος δεδομένων εκπαίδευσης. Γι' αυτό ο σκοπός μας είναι να ελαχιστοποιήσουμε το ολικό σφάλμα μέτρησης, που προσδιορίζεται από το $E_p = \sum_{p=1}^{P} E_p$ (το E_p εδώ εξαρτάται από τους κόμβους εξόδου μόνο).

Για να χρησιμοποιηθεί η βαθμωτή ελαχιστοποίηση ώστε να ελαχιστοποιηθεί το μέτρο σφάλματος, πρέπει πρώτα να βρεθεί το διάνυσμα κλίσης. Πριν υπολογιστεί το διάνυσμα κλίσης, πρέπει να παρατηρηθούν οι ακόλουθες αιτιώδεις σχέσεις:



όπου τα βέλη (⇒) δείχνουν τις αιτιώδεις σχέσεις. Δηλαδή, μια μικρή αλλαγή σε μια παράμετρο a θα επηρεάσει την έξοδο του κόμβου που περιέχει το α. Αυτό με τη σειρά του θα επηρεάσει την έξοδο του τελευταίου επιπέδου και συνεπώς το μέτρο σφάλματος. Η βασική αρχή στον υπολογισμό του διανύσματος κλίσης είναι να περαστούν μια σειρά από πληροφορίες παραγώγων ξεκινώντας από το επίπεδο εξόδου και πηγαίνοντας ανάποδα από επίπεδο σε επίπεδο έως ότου καταλήξει η διαδικασία στο επίπεδο εισόδου.

Σφάλμα σήματος $\varepsilon_{l,i}$ είναι η παράγωγος της μέτρησης σφάλματος E_p ως προς την έξοδο του κόμβου *i στο* επίπεδο *l*, λαμβάνοντας υπόψιν τις άμεσες και έμμεσες συνδέσεις: $\varepsilon_{l,i} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{l,i}}$ αυτός ο τύπος ονομάζεται πεπλεγμένη παράγωγος (ordered derivative) του Werbos. Η διαφορά μεταξύ πεπλεγμένης και κανονικής μερικής παραγώγου είναι η εξής:

Για μια έξοδο ενός εσωτερικού κόμβου $x_{l,i}$, όπου l ≠ L, η μερική παράγωγος $\frac{\partial E_p}{\partial x_{l,i}}$ είναι ίση με μηδέν, μιας και το E_p δεν εξαρτάται από το $x_{l,i}$ άμεσα. Παρ' όλ' αυτά, είναι φανερό ότι το E_p εξαρτάται από το $x_{l,i}$ έμμεσα, καθώς μια αλλαγή στο $x_{l,i}$ θα εξαπλωθεί μέσω εμμέσων διαδρομών στο επίπεδο εξόδου και γι' αυτό έχουμε και αλλαγή στην τιμή τουE_p. Γι' αυτό το $\varepsilon_{l,i}$ μπορεί να χαρακτηριστεί και σαν η αναλογία αυτών των δυο απειροελάχιστων αλλαγών.

Το σήμα σφάλματος για τον i-οστό κόμβο εξόδου (στο επίπεδο L) μπορεί να υπολογιστεί απευθείας $\varepsilon_{L,i} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{L,i}} = \frac{\partial E_p}{\partial x_{L,i}}$ που ισούται με $\varepsilon_{L,i} = -2\,(d_i - x_{L,i})$ αν το E_p υπολογίζεται όπως στην εξίσωση

Για έναν εσωτερικό κόμβο στην i-οστή θέση του επιπέδου *l*, το σήμα σφάλματος μπορεί να υπολογιστεί από τον κανόνα της αλυσίδας (Leibniz):

$$\varepsilon_{l,i} = \underbrace{\frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{l,i}}}_{\substack{\text{σήμα σφάλματος} \\ \text{στο επίπεδο } l}} = \sum_{m=1}^{N(l+1)} \underbrace{\frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{l+1,m}}}_{\substack{\text{σήμα σφάλματος} \\ \text{στο επίπεδο } l+1}} \frac{\partial f_{l+1,m}}{\partial x_{l,i}} = \sum_{m=1}^{N(l+1)} \varepsilon_{l+1,m} \frac{\partial f_{l+1,m}}{\partial x_{l,i}}$$

όπου $0 \le l \le L - 1$. Δηλαδή το σήμα σφάλματος ενός εσωτερικού

κόμβου στο επιπέδου *l*, μπορεί να εκφραστεί σαν γραμμικός συνδυασμός του σήματος σφάλματος των κόμβων στο επίπεδο *l* + 1.

Γι' αυτό για κάθε *l* και *i* [$0 \le l \le L$ και $1 \le i \le N(l)$], μπορούμε να βρούμε το $\varepsilon_{l,i} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{l,i}}$, εφαρμόζοντας πρώτα την εξίσωση για να βρούμε τα σήματα σφάλματος του επιπέδου εξόδου και έπειτα εφαρμόζοντας την (21). Επαναλαμβάνοντας συνεχώς αυτά τα βήματα μπορούμε να φτάσουμε στο επιθυμητό επίπεδο *l*.

Η συνεπαγόμενη διαδικασία ονομάζεται οπισθόδρομη διάδοση (backpropagation), διότι τα σήματα σφάλματος αποκτώνται διαδοχικά από το επίπεδο εξόδου πίσω προς το επίπεδο εισόδου.

Ως βαθμωτό διάνυσμα ορίζεται η παράγωγος της μέτρησης σφάλματος ως προς κάθε παράμετρο, γι' αυτό πρέπει να εφαρμόσουμε τον κανόνα της

αλυσίδας (Leibniz) ξανά, για να βρούμε το βαθμωτό διάνυσμα το οποίο είναι και προαπαιτούμενο για να χρησιμοποιήσουμε την απότομη φθίνουσα μέθοδο (steepest descent). Αν *a* είναι μια παράμετρος του *i*-οστού κόμβου στο επίπεδο *l*, θα έχουμε: $\frac{\partial^+ E_p}{\partial \alpha} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{l,i}} \frac{\partial f_{l,i}}{\partial a} = \varepsilon_{l,i} \frac{\partial f_{l,i}}{\partial \alpha}$

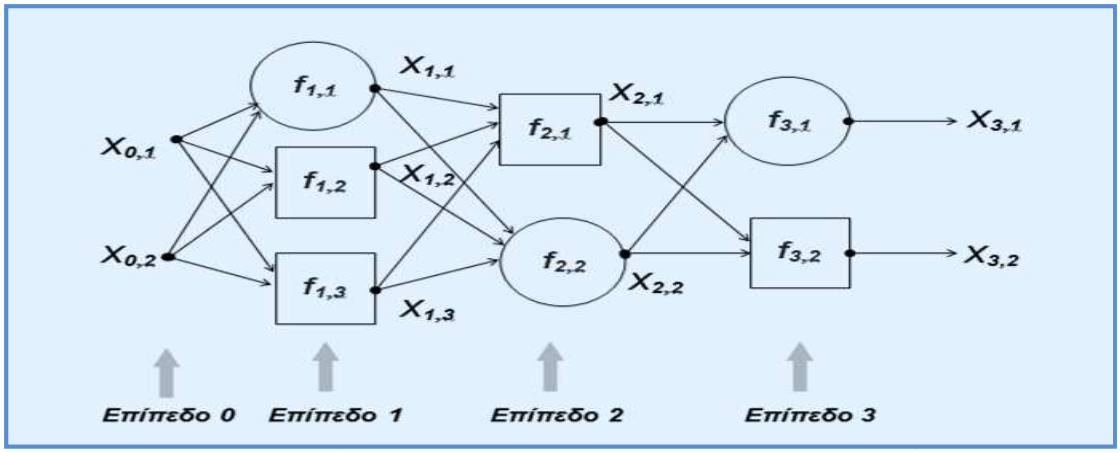
Αν θέλουμε το *a* να είναι κοινό σε διαφορετικούς κόμβους, θα πρέπει η εξίσωση (22) πάρει μια ποιο γενική μορφή: $\frac{\partial^+ E_p}{\partial \alpha} = \sum_{x^* \in S} \frac{\partial^+ E_p}{\partial x^*} \frac{\partial f^*}{\partial a}$

όπου το *S* είναι το σύνολο των κόμβων που περιέχουν το *a* ως παράμετρο, και το x^* είναι η έξοδος και το f^* και η συνάρτηση, ενός γενικού κόμβου στο *S*.

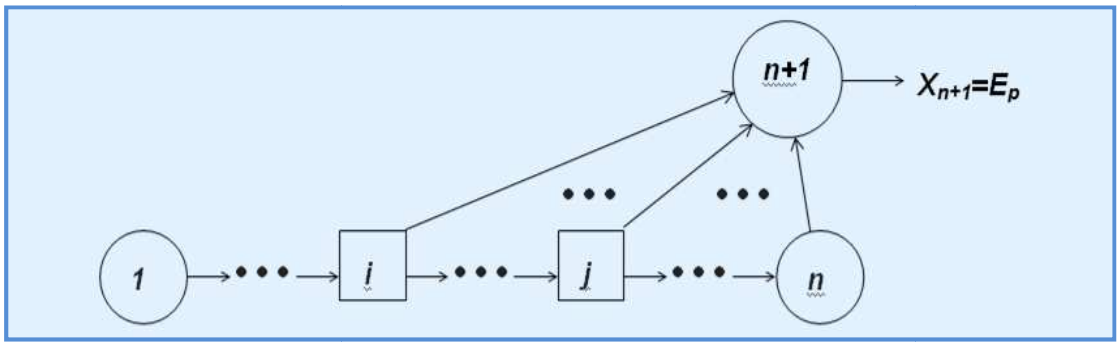
Η παράγωγος της συνολικής μέτρησης σφάλματος *E* ως προς το *a* είναι: $\frac{\partial^+ E}{\partial \alpha} = \sum_{p=1}^{P} \frac{\partial^+ E_p}{\partial a}$ Ο γενικός τύπος ενημέρωσης για την νέα παράμετρο *a* είναι: $\Delta \alpha = -\eta \frac{\partial^+ E}{\partial \alpha}$ στο οποίο το *η* είναι ο ρυθμός εκμάθησης (learning rate), ο οποίος μπορεί να αναλυθεί ως: $\eta = \frac{\kappa}{\sqrt{\sum_a \left(\frac{\partial E}{\partial a}\right)^2}}$

όπου *κ* είναι το μέγεθος βήματος (step size), το μήκος κάθε μετάβασης κατά μήκος της βαθμωτής κατεύθυνσης στον χώρο των παραμέτρων. Αλλάζοντας το μέγεθος βήματος, αλλάζουμε ταχύτητα σύγκλισης.

Όταν ένα δίκτυο χωρίς ανατροφοδότηση *n*-κόμβων αναπαριστάται στην τοπολογική του σειρά μπορούμε να ορίσουμε την μέτρηση σφάλματος E_p ως την έξοδο ενός επιπρόσθετου κόμβου με δείκτη *n* + 1, του οποίου κόμβου η συνάρτηση f_{n+1} μπορεί να οριστεί από τις εξόδους κάθε κόμβου με μικρότερο δείκτη.



Σχήμα 3.5 Αναπαράσταση επιπέδων



Σχήμα 3.6 Αναπαράσταση τοπολογικής σειράς

(Γι' αυτό, το E_p μπορεί να εξαρτάται απ' ευθείας από οποιουσδήποτε κόμβους.) Εφαρμόζοντας τον κανόνα της αλυσίδας ξανά, παίρνουμε τον παρακάτω τύπο για να υπολογίσουμε το σήμα σφάλματος $\varepsilon_i = \frac{\partial E_p}{\partial x_i}$:

$$\frac{\partial^+ E_p}{\partial x_i} = \frac{\partial f_{n+1}}{\partial x_i} + \sum_{i<j\le n} \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_j} \frac{\partial f_j}{\partial x_i}$$

ή

$$\varepsilon_i = \frac{\partial f_{n+1}}{\partial x_i} + \sum_{i<j\le n} \varepsilon_j \frac{\partial f_j}{\partial x_i},$$

όπου η πρώτη έκφραση δείχνει την άμεση επίδραση του x_i στο E_p μέσω της άμεσης σύνδεσης από τον κόμβο i στον κόμβο n+1, και κάθε παραγόμενος όρος στην άθροιση συμβολίζει την έμμεση επίδραση του x_i στο E_p. Αφού βρούμε το σήμα σφάλματος για κάθε κόμβο, το βαθμωτό διάνυσμα για τις παραμέτρους εξάγεται όπως πριν.

3.4 Υβριδικός Αλγόριθμος Εκπαίδευσης

Το ANFIS χρησιμοποιεί έναν υβριδικό αλγόριθμο εκμάθησης για να προσδιορίσει τις παραμέτρους του ασαφούς συστήματος τύπου Sugeno. Εφαρμόζει έναν συνδυασμό της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων (least-squares) και της μεθόδου οπισθόδρομης βαθμωτής ελαχιστοποίησης (backpropagation gradient descent) για την εκπαίδευση παραμέτρων των συναρτήσεων συμμετοχής του FIS ώστε να μιμηθεί ένα δοσμένο σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης.

Η έξοδος ενός προσαρμοστικού δικτύου είναι γραμμική σε μερικές από τις παραμέτρους του δικτύου. Έτσι μπορούν να προσδιοριστούν αυτές οι

γραμμικές παράμετροι με τη γραμμική μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων που περιγράφτηκε παραπάνω. Από την αρχιτεκτονική δομή του ANFIS παρατηρούμε ότι οι τιμές των παραμέτρων από τις προϋποθέσεις είναι προκαθορισμένες (αμετάβλητες), η ολική έξοδος μπορεί να εκφραστεί σαν ο γραμμικός συνδυασμός των παραμέτρων από τα συμπεράσματα. Σε σύμβολα, η έξοδος f ξαναγράφεται:

$$
\begin{aligned}
f &= \frac{w_1}{w_1+w_2} f_1 + \frac{w_2}{w_1+w_2} f_2 \\
&= \overline{w}_1 (p_1 x + q_1 y + r_1) + \overline{w}_2 (p_2 x + q_2 y + r_2) \\
&= (\overline{w}_1 x) p_1 + (\overline{w}_1 y) q_1 + (\overline{w}_1) r_1 + (\overline{w}_2 x) p_2 + (\overline{w}_2 y) q_2 + (\overline{w}_2) r_2
\end{aligned}
$$

Η οποία είναι γραμμική στις παραμέτρους των συμπερασμάτων p1, q1, r1, p2, q2, και r2. Έστω ότι:

S = σύνολο όλων των παραμέτρων,
S_1 = σύνολο των (μη γραμμικών) παραμέτρων από τις προϋποθέσεις,
S_2 = σύνολο των (γραμμικών) παραμέτρων από τα συμπεράσματα

Το προσαρμοστικό δίκτυο έχει μία έξοδο που αναπαριστάται ως: O = F(i,S) όπου i είναι το διάνυσμα των μεταβλητών εισόδου, S είναι το σύνολο των παραμέτρων, και F είναι η συνολική συνάρτηση που εφαρμόζεται από το προσαρμοστικό δίκτυο. S = S1⊕S2

Οι H(.) και F(.) είναι η ταυτοτικές συναρτήσεις και η συνάρτηση του FIS αντιστοίχως στην εξίσωση η H □ F είναι γραμμική στα στοιχεία του S_2 , τότε εφαρμόζοντας την H στην παραπάνω εξίσωση , προκύπτει ότι H(o) = H ° F(Bi, S) . Το ⊕ αντιπροσωπεύει την άμεση άθροιση (direct sum)

Η H(.) είναι η ταυτοτική συνάρτηση και η F(·,·) είναι η συνάρτηση του συστήματος ασαφούς συμπερασμού αντίστοιχα. Κατά συνέπεια, ο υβριδικός αλγόριθμος μάθησης που αναπτύχθηκε παραπάνω μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα. Αναλυτικότερα, όπως συμβαίνει και στα νευρωνικά δίκτυα, θα ξεχωρίσουν δύο φάσεις στη διαδικασία εκπαίδευσης:

- Πέρασμα προς τα εμπρός (forward pass): Στη φάση αυτή το σήμα εισόδου διαδίδεται από το επίπεδο 1 μέχρι το επίπεδο 4 και οι παράμετροι (pi, qi, ri) i = 1,2 εκτιμούνται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

- Πέρασμα προς τα πίσω (backward pass): Στη φάση αυτή έχοντας μία ένδειξη του λάθους πραγματοποιείται μία διόρθωση κατά μία ποσότητα που ορίζεται από τη μέθοδο της βαθμωτής κατάβασης (Gradient Descent), των μεταβλητών ai, bi, ci

Το ANFIS διασπά το σύνολο των παραμέτρων του σε δύο υποσύνολα, εκ των οποίων το ένα αποτελεί γραμμικό σύνολο παραμέτρων και, επομένως, είναι δυνατόν να εκπαιδευτεί με γραμμικούς αλγόριθμους, όπως η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων (least squared). Οι γραμμικοί αλγόριθμοι μάθησης επιτυγχάνουν συνολικά ελάχιστα (global minimums) της συνάρτησης κόστους στο χώρο των παραμέτρων τους και είναι αποδοτικοί από πλευράς απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου. Το δεύτερο υποσύνολο παραμέτρων εκπαιδεύεται με αλγόριθμους που μπορούν να δημιουργήσουν μη-γραμμικές απεικονίσεις, όπως η βαθμωτή κατάβαση (gradient descent). Οι αλγόριθμοι αυτοί είναι απαιτητικοί από πλευράς απαιτούμενου χρόνου εκπαίδευσης και δεν υπάρχει εγγύηση για την πραγματοποίηση του συνολικού ελαχίστου της συνάρτησης κόστους στον χώρο των παραμέτρων τους. Ο αλγόριθμος μάθησης του ANFIS συνδυάζει περάσματα προς τα εμπρός και προς τα πίσω. Στο πέρασμα εμπρός γίνεται η μάθηση του συνόλου των γραμμικών παραμέτρων και στο πέρασμα προς τα πίσω γίνεται η προσαρμογή των μη-γραμμικών αντίστοιχα. Στον παρακάτω πίνακα συνοψίζονται οι δραστηριότητες του κάθε περάσματος.

	Εμπροσθόδρομο πέρασμα	Οπισθόδρομο πέρασμα
Παράμετροι των προϋποθέσεων	Προκαθορισμένες (αμετάβλητες)	Βαθμωτή φθίνουσα μέθοδος
Παράμετροι των συμπερασμάτων	Εκτιμήτρια ελαχίστων τετραγώνων	Προκαθορισμένες (αμετάβλητες)
Σήματα	Έξοδοι των κόμβων	Σήματα σφάλματος

Το πλεονέκτημα της μεθόδου έγκειται στο γεγονός της ύπαρξης τόσο γραμμικών όσο και μη γραμμικών μεθόδων, που την καθιστά ταχύτερη από τα κλασικά νευρωνικά δίκτυα. Οι παράμετροι των συμπερασμάτων που ευρίσκονται με αυτόν τον τρόπο, είναι βέλτιστες υπό την προϋπόθεση ότι οι παράμετροι των προϋποθέσεων είναι προκαθορισμένες (αμετάβλητες). Αναλόγως, η υβριδική προσέγγιση συγκλίνει πολύ γρηγορότερα μιας και μειώνει τις διαστάσεις του διαστήματος αναζήτησης της αρχικής καθαρής μεθόδου οπισθόδρομης διάδοσης.

Μέχρι τώρα χρησιμοποιούσαμε προκαθορισμένες και αυθαίρετα επιλεγμένες συναρτήσεις συμμετοχής. Πολλές φορές έχουμε μια συλλογή από δεδομένα εισόδου / εξόδου και δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα προκαθορισμένο μοντέλο βασισμένο στα στοιχεία αυτά ώστε να ξέρουμε ποιες συναρτήσεις συμμετοχής και με ποιες παραμέτρους να χρησιμοποιήσουμε. Τότε μπορούμε να βοηθηθούμε από το ANFIS, ώστε να βρούμε τις καταλληλότερες συναρτήσεις συμμετοχής.

Οι νεύρο-προσαρμοστικές τεχνικές είναι αρκετά απλές. Έτσι παρέχεται μια μέθοδος ώστε το ασαφές μοντέλο να εκπαιδευτεί με τις πληροφορίες που του δίνει το σύνολο των δεδομένων, ώστε να υπολογιστούν οι παράμετροι των συναρτήσεων συμμετοχής με σκοπό την εύρεση του καλύτερου τρόπο ώστε να επιτρέπει στο σύστημα εξαγωγής συμπερασμάτων να ανιχνεύει τα δεδομένα εισόδου/ εξόδου. Η μέθοδος αυτή είναι παρόμοια με αυτή των νευρωτικών δικτύων.

Ο υπολογισμός των παραμέτρων αυτών, που αλλάζουν κατά τη διάρκεια της διαδικασίας εκμάθησης, διευκολύνεται από ένα βαθμωτό διάνυσμα που μας δείχνει πόσο καλά το FIS μοντελοποιεί τα δεδομένα εισόδου/ εξόδου για το εν λόγο σύνολο παραμέτρων. Μόλις αποκτήσουμε το βαθμωτό διάνυσμα μπορούμε να εφαρμόσουμε κάποιον από τους πολλούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης, για να βελτιώσουμε αυτές τις παραμέτρους, ούτως ώστε να μειώσουμε το μέγεθος του σφάλματος (συνήθως το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών μεταξύ πραγματικών και επιθυμητών τιμών).

3.5 Χρονοσειρές

Κάθε σύνολο δεδομένων που χρησιμοποιούμε στο ANFIS, πρέπει να είναι σε μορφή πίνακα, με τα δεδομένα εισόδου να είναι διατεταγμένα σαν διανύσματα σε όλες τις στήλες, εκτός της τελευταίας την οποία καταλαμβάνει το διανύσματα με τα δεδομένα εξόδου.

Στην πρόβλεψη χρονοσειρών, χρησιμοποιούμε γνωστές τιμές τους μέχρι ένα χρονικό σημείο t, για να προβλέψουμε την τιμή σε ένα σημείο στο μέλλον t + P. Η συνήθης μέθοδος για αυτού του είδους τις προβλέψεις, είναι να δημιουργήσουμε μια αντιστοίχιση από D δειγματικά σημεία δεδομένων, που απέχουν Δ μονάδες χρόνου μεταξύ τους,

$x(t - (D - 1)\Delta)$, $x(t - (D - 2)\Delta)$,…, $x(t - \Delta)$, $x(t)$, για να προβλέψουμε μια μελλοντική τιμή $x(t + P)$.

Πχ. αν $D = 3$, $\Delta = P = 4$, θα δημιουργήσουμε ένα διάνυσμα τριών διαστάσεων για τα δεδομένα εκπαίδευσης στην είσοδο: $w(t) = [\ x(\ t - 8\ )\quad x(\ t - 4\ )\quad x(\ t\ )\ ]$

και η αντίστοιχη έξοδος θα είναι: $s(t) = x(\ t + 4\ )$

Για να έχουμε καλές δυνατότητες γενικοποίησης, είναι σημαντικό να είναι ο αριθμός των δεδομένων προς εκπαίδευση αρκετές φορές μεγαλύτερος απ' ότι ο αριθμός των παραμέτρων που επιδιώκουμε να υπολογίσουμε. Μια καλή αναλογία είναι μεταξύ δεδομένων / παραμέτρων είναι το 5.

Η απόδοση της πρόβλεψης, συγκρίνεται με τα αποτελέσματα μιας προσέγγισης ενός νευρωνικού δικτύου σειριακής συσχέτισης (cascade correlation neural network approach) και ενός συμβατικού μοντέλου αυτοπαλινδρόμησης (auto-regressive AR).

Ένα μέτρο σύγκρισης και ελέγχου των αποτελεσμάτων είναι η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (root mean square error – RMSE). Κατά την διάρκεια της εκπαίδευση συνήθως θα πρέπει το $RMSE_{trn}$ των δεδομένων για εκπαίδευση να είναι μικρότερο του $RMSE_{chk}$ των δεδομένων για έλεγχο ($RMSE_{chk} > RMSE_{trn}$).

3.6Περιορισμοί του ANFIS

Οι κυριότεροι περιορισμοί του ANFIS που αναφέρονται στην διεθνή βιβλιογραφία είναι:.

Η anfis είναι παρουσιάζει μεγάλο βαθμό πολυπλοκότητας και δεν είναι διαθέσιμη για όλες τις επιλογές συστημάτων ασαφούς inference. Ειδικότερα, η anfis υποστηρίζει μόνο συστήματα τύπου Sugeno και αυτά πρέπει να είναι:

- Πρώτης ή μηδενικής τάξης συστήματα
- Μιας εξόδου, που αποκτήθηκε με χρήση αποσαφήνισης ζυγισμένου μέσου όρου (weihgted average defuzzification) (γραμμικές ή σταθερές συναρτήσεις συμμετοχής)
- Μοναδιαίου βάρους για κάθε κανόνα

Επιπλέον, η anfis δεν μπορεί να δεχτεί όλες τις επιλογές παραμετροποίησης τις οποίες επιτρέπει η βασική ασαφής inference. Αυτό σημαίνει ότι δεν μπορούμε να δημιουργήσουμε τις δικές μας συναρτήσεις συμμετοχής και συναρτήσεις αποσαφήνισης, αλλά πρέπει να χρησιμοποιήσουμε αυτές που μας παρέχονται.

3.7 Παράμετροι του Anfis

Η anfis δέχεται ως ορίσματα ορισμένες παραμέτρους εκπαίδευσης με τη μορφή διανύσματος (trnOp) που προσδιορίζει επακριβώς τα κριτήρια, σύμφωνα με τα οποία τερματίζει η διαδικασία εκπαίδευσης, και τη στρατηγική προσαρμογής του διαστήματος βήματος (step-size):

- trnOp(1): αριθμός επαναλήψεων εκπαίδευσης (default:10)
- trnOp(2): ανοχή σφάλματος (error tolerance) (default:0)
- trnOp(3): αρχικό διάστημα βήματος (default:0,01)
- trnOp(4): Μείωση διαστήματος σφάλματος (default:0,9)
- trnOp(5): Αύξηση διαστήματος σφάλματος (default:1,1)

Η διαδικασία εκπαίδευσης τερματίζεται αν ο καθορισμένος αριθμός επαναλήψεων ολοκληρωθεί ή αν ο στόχος σφάλματος (error goal) επιτευχθεί.

Συνήθως θέλουμε η μεταβολή του διαστήματος βήματος να είναι μια καμπύλη που αυξάνει αρχικά, φτάνει κάποιο μέγιστο, και μετά μειώνεται για το εναπομείναν της εκπαίδευσης. Αυτή η ιδανική μεταβολή του διαστήματος βήματος επιτυγχάνεται ρυθμίζοντας το αρχικό διάστημα βήματος και την αύξηση / μείωσή του (trnOp(3)-trnOp(5)). Η default τιμές θέτονται έτσι, ώστε να καλύπτουν ένα μεγάλο μέρος των εργασιών εκμάθησης. Για οποιαδήποτε ιδιαίτερη εφαρμογή μπορούμε να μεταβάλουμε αυτές τις επιλογές ώστε να βελτιστοποιήσουμε την εκπαίδευση. Όταν δεν χρησιμοποιείται η επιλογή για δεδομένα ελέγχου, η δομή της εξόδου του FIS αντιστοιχεί σε ένα ελάχιστο σφάλμα εκπαίδευσης, αλλιώς η έξοδος που σώζεται είναι αυτή που σχετίζεται με το ελάχιστο σφάλμα ελέγχου.

Το σφάλμα εκπαίδευσης (training error) είναι η διαφορά ανάμεσα στην τιμή της εξόδου των δεδομένων εκπαίδευσης, και την έξοδο του συστήματος ασαφούς inference που αντιστοιχεί στην ίδια τιμή της εισόδου των δεδομένων εκπαίδευσης (αυτή που σχετίζεται με εκείνη την τιμή της εξόδου των δεδομένων εκπαίδευσης). Το σφάλμα εκπαίδευσης (διάνυσμα trnError που επιστρέφει η anfis) εγγράφει το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (root mean squared error-RMSE) του συνόλου δεδομένων εκπαίδευσης σε κάΤο μητρώο του διαστήματος βήματος (step-size -ss) εγγράφει το διάστημα βήματος κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης. Η γραφική παράσταση του ss δίνει τη μεταβολή του διαστήματος βήματος, που λειτουργεί σαν μια αναφορά για τη ρύθμιση του αρχικού διαστήματος βήματος και της αντίστοιχης αύξησης / μείωσης. Το διάστημα βήματος μεταβάλλεται σύμφωνα με τις ακόλουθες οδηγίες:

- Αν το σφάλμα υπόκειται σε 4 διαδοχικές μειώσεις, το διάστημα βήματος αυξάνει πολλαπλασιαζόμενο με μια σταθερά μεγαλύτερη της μονάδας (αύξηση διαστήματος βήματος)

- Αν το σφάλμα υπόκειται σε δύο διαδοχικούς συνδυασμούς μιας αύξησης και μιας μείωσης, το διάστημα βήματος μειώνεται πολλαπλασιαζόμενο με μια σταθερά μικρότερη της μονάδας (μείωση διαστήματος βήματος)

Τα δεδομένα ελέγχου, chkData, που εισάγονται μέσω της anfis, χρησιμοποιούνται για έλεγχο της ικανότητας γενίκευσης του συστήματος ασαφούς inference. Αυτά είναι σημαντικά για εργασίες εκμάθησης, για τις οποίες ο αριθμός των εισόδων είναι μεγάλος, και/ ή τα ίδια τα δεδομένα περιέχουν θόρυβο. Αφού η δομή του μοντέλου που δίνει η anfis είναι σταθερή, υπάρχει μια τάση του μοντέλου να φτάνει σε κορεσμό από τα

δεδομένα πάνω στα οποία εκπαιδεύεται, ειδικά για μεγάλο αριθμό επαναλήψεων εκπαίδευσης. Αν συμβαίνει πράγματι κορεσμός, δεν μπορούμε να περιμένουμε το σύστημα ασαφούς inference να ανταποκρίνεται καλά σε άλλα ανεξάρτητα σύνολα δεδομένων, ειδικά αν έχουν υποστεί φθορά από θόρυβο.

Ένα σύνολο δεδομένων ελέγχου μπορεί να είναι χρήσιμο για αυτές τις καταστάσεις. Αυτό το σύνολο δεδομένων χρησιμοποιείται για την επαλήθευση της εγκυρότητας του μοντέλου, εφαρμόζοντας τα δεδομένα ελέγχου σε ένα μοντέλο και παρατηρώντας πόσο καλά ανταποκρίνεται αυτό. Οι παράμετροι των συναρτήσεων συμμετοχής του FIS που υπολογίζονται όταν και τα δεδομένα εκπαίδευσης και αυτά του ελέγχου φορτώνονται σχετίζονται με την επανάληψη εκπαίδευσης που έχει το ελάχιστο σφάλμα ελέγχου. Η χρήση της επανάληψης ελάχιστου σφάλματος δεδομένων ελέγχου για τον προσδιορισμό των παραμέτρων των συναρτήσεων συμμετοχής υποθέτει:

- Τα δεδομένα ελέγχου είναι παρόμοια με τα δεδομένα εκπαίδευσης, έτσι ώστε το σφάλμα δεδομένων ελέγχου θα μειωθεί καθώς η εκπαίδευση αρχίζει

- Τα δεδομένα ελέγχου αυξάνουν ως ένα σημείο στην εκπαίδευση, μετά το οποίο έχει συμβεί κορεσμός

Η έξοδος της anfis είναι η δομή της εξόδου του FIS με το ελάχιστο σφάλμα ελέγχου και αυτή πρέπει να χρησιμοποιηθεί για περαιτέρω υπολογισμό αν δεδομένα ελέγχου χρησιμοποιούνται για επαλήθευση πιστοποίησης. Ας σημειωθεί ότι το σφάλμα ελέγχου είναι η διαφορά ανάμεσα στην τιμή της εξόδου των δεδομένων ελέγχου, και την έξοδο του συστήματος ασαφούς inference που αντιστοιχεί στην τιμή εισόδου ίδιων δεδομένων ελέγχου (αυτή που σχετίζεται με εκείνη την τιμή της εξόδου των δεδομένων ελέγχου).

3.8 Η δομή του FIS εισόδου

Η δομή του FIS εισόδου μπορεί να δοθεί από την συνάρτηση genfis1 του Fuzzy Logic Toolbox. Αυτή η δομή βασίζεται σε έναν καθορισμένο αριθμό συναρτήσεων συμμετοχής των μεταβλητών εισόδου. Αυτό εμπλέκει το πρόβλημα της λεγόμενης κατάρας των διαστάσεων (curse of dimensionality), όταν ο αριθμός των εισόδων είναι μεγάλος, δηλαδή περισσότερες από 4 ή 5 και προκαλεί μια έκρηξη του αριθμού των κανόνων. Το Fuzzy Logic Toolbox προσφέρει μια μέθοδο που παρέχει κάποια μείωση διαστάσεων στο σύστημα ασαφούς inference: Μπορούμε να δημιουργήσουμε μια δομή FIS χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο Clustering (συστάδων).Αυτή και ιδιαίτερα η μέθοδος Subtractive Clustering (αφαιρετική μέθοδος συστάδων) διαχωρίζει τα δεδομένα σε ομάδες που ονομάζονται συστάδες, και δημιουργεί ένα FIS με τον ελάχιστο αριθμό

κανόνων που απαιτούνται για να διαχωριστούν οι ιδιότητες ασάφειας που σχετίζονται με κάθε συστάδα (cluster).

4. ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ (case study)

4.1 Παράμετροι του ANFIS

Κατά την επεξεργασία των δεδομένων μας ακολουθήσαμε την εξής μεθοδολογία: αρχικά χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα του παραγωγού1. Οι αρχικές παράμετροι που τέθηκαν στο μοντέλο μας και είναι n=7 (mf_n=7), μέγεθος βήματος 0.1 (ss=0.1), εποχές = 100 (epochs=100), εποχές = 250 (epochs=250) εποχές = 400 (epochs=400) . Στη συνέχεια τρέξαμε τα δεδομένα μας χρησιμοποιώντας όλες τις διαθέσιμες συναρτήσεις συμμετοχής gaussmf και gauss2mf (γκαουσιανή συνάρτηση συμμετοχής), trimf (συνάρτηση συμμετοχής τριγωνικής μορφής), smf (σιγμοειδής συνάρτηση συμμετοχής), trapmf (τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής), pimf (συνάρτηση συμμετοχής σχήματος Π) και zmf (συνάρτηση συμμετοχής σχήματος Z) και συνάρτηση συμμετοχής γενικευμένη καμπανοειδή (gbellmf). Όλη η παραπάνω διαδικασία επαναλήφθηκε και για τον παραγωγό2 και παραγωγό1. Τα αποτελέσματα καταγράφηκαν αναλυτικά στους παρακάτω πίνακες. Στα πλαίσια της βαθύτερης κατανόησης του τρόπου λειτουργίας του ANFIS, θα παρουσιάσουμε τα κυριότερα γραφήματα που προκύπτουν από το πρόγραμμα της Matlab, κατά την επεξεργασία των δεδομένων από τον παραγωγό1, τον παραγωγό2 και τον παραγωγό3.

Name (Όνομα)	ANFIS
Τύ□ος ασαφούς μηχανισμού συμ□ερασμού	Sugeno

Αριθμός εισόδων	1
Ονομασία εισόδου	(input1)
Αριθμός εξόδων	1
Ονομασία εξόδου	(output1)
Αριθμός συναρτήσεων εξόδου	7
Αριθμός κανόνων	7
And method	Product
Or method	Max
Imp. method	Product
Agg. method	Max
Defuzz. method	Wtaver
Αριθμός κόμβων (nodes)	32
Συνολικός αριθμός παραμέτρων	42
Αριθμός γραμμικών παραμέτρων	14
Αριθμός μη γραμμικών παραμέτρων	28
Number of training data pairs	1096
Number of checking data pairs	0

Πίνακας (1) παράμετροι που τέθηκαν στο ANFIS

4.2 Αποτελέσματα

Ακλουθεί η εξαγωγή τεσσάρων τύπων σφαλμάτων ώστε να γίνει η σύγκριση μεταξύ των μοντέλων AR, ARMA και ANFIS.

Τα σφάλματα αυτά είναι τα:

- Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE)

$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} e_t^2$$

- Η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{N} e_t^2}{N}}$$

- Το μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE)

$$MAE = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} |e_t|$$

- Το μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (MAPE)

$$MAPE = \frac{100}{N}\sum_{t=1}^{N} \left|\frac{F_t - A_t}{A_t}\right|$$

At και Ft είναι πραγματικές τιμές.

4.2.1 Παραγωγός1

EPOCH_250		MSE	RMSE	MAE	MAPE
GAUSS2					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	14.5386	3.8130	2.9394	5.0913
GBELL					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	25.6604	5.0656	3.1113	5.2992
TRI					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	12.5888	3.5481	2.6807	4.7030
GAUSS					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	13.7445	3.7074	2.8201	4.9194
TRAP					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	12.3428	3.5132	2.6553	4.7559
PI					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	12.6263	3.5534	2.6548	4.7613

Πίνακας(2) Σφάλματα στα 3 μοντέλα για όλες τις συναρτήσεις για 250 εποχές

Τα καλύτερα αποτελέσματα τα παρέχει η συνάρτηση TRI και η PI σε συνδυασμό με το μοντέλο πρόβλεψης ANFIS.

EPOCH_100		MSE	RMSE	MAE	MAPE
GAUSS2					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	14.1650	3.7636	2.9074	5.0554
GBELL					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	25.6340	5.0630	3.1073	5.2958
TRI					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	12.5420	3.5415	2.6758	4.6986
GAUSS					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	13.3280	3.6508	2.7758	4.8628
TRAP					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	12.3017	3.5074	2.6506	4.7446
PI					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	12.6103	3.5511	2.6590	4.7471

Πίνακας(3) Σφάλματα στα 3 μοντέλα για όλες τις συναρτήσεις για 100 εποχές

Τα καλύτερα αποτελέσματα τα παρέχει η συνάρτηση TRAP σε συνδυασμό με το μοντέλο πρόβλεψης ANFIS.

EPOCH_400		MSE	RMSE	MAE	MAPE
GAUSS 2					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	15.0251	3.8762	2.9794	5.1376
GBELL					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	23.9721	4.8961	3.0720	5.2640
TRI					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	12.6021	3.5499	2.6833	4.7061
GAUSS					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	13.8912	3.7271	2.8297	4.9123
TRAP					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	12.3444	3.5135	2.6555	4.7565
PI					
	AR	15.6612	3.9574	2.9258	5.3127
	ARMA	15.6616	3.9575	2.9258	5.3126
	ANFIS	12.6743	3.5601	2.6612	4.7686

Πίνακας(4) Σφάλματα στα 3 μοντέλα για όλες τις συναρτήσεις για 400 εποχές

Τα καλύτερα αποτελέσματα τα παρέχει η συνάρτηση TRAP σε συνδυασμό με το μοντέλο πρόβλεψης ANFIS.

4.2.2 Παραγωγός2

EPOCH_100		MSE	RMSE	MAE	MAPE
GAUSS2					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310
	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	139.4244	11.8078	9.3753	19.8296
GBELL					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310
	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	439.9280	20.9745	13.1548	24.8818
TRI					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310
	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	570.6669	23.8886	14.4048	25.4339
GAUSS					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310
	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	135.7821	11.6526	9.2804	19.7112
TRAP					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310
	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	242.3925	15.5690	11.0844	21.4399
PI					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310
	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	241.7669	15.5489	11.0312	21.3894

Πίνακας(5) Σφάλματα στα 3 μοντέλα για όλες τις συναρτήσεις για 100 εποχές

Τα καλύτερα αποτελέσματα τα παρέχει η συνάρτηση GAUSS σε συνδυασμό με το μοντέλο πρόβλεψης ANFIS.

EPOCH_250		MSE	RMSE	MAE	MAPE
GAUSS2					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310

	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	139.7413	11.8212	9.3742	19.8280
GBELL					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310
	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	411.8228	20.2934	13.1276	24.8562
TRI					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310
	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	497.4794	22.3042	13.9092	24.8886
GAUSS					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310
	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	137.5044	11.7262	9.3442	19.7637
TRAP					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310
	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	241.9701	15.5554	11.0044	21.3602
PI					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310
	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	241.3174	15.5344	10.9906	21.3277

Πίνακας(6) Σφάλματα στα 3 μοντέλα για όλες τις συναρτήσεις για 250 εποχές

Τα καλύτερα αποτελέσματα τα παρέχει η συνάρτηση GAUSS σε συνδυασμό με το μοντέλο πρόβλεψης ANFIS.

EPOCH_400		**MSE**	**RMSE**	**MAE**	**MAPE**
GAUS					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310

	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	149.3620	12.2214	9.6768	20.4951
GBELL					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310
	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	454.2040	21.3121	13.4526	25.1085
TRI					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310
	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	490.5568	22.1485	13.8560	24.8282
GAUSS					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310
	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	138.6614	11.7755	9.4007	19.8094
TRAP					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310
	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	241.9707	15.5554	11.0036	21.3554
PI					
	AR	149.2166	12.2154	9.1086	19.8310
	ARMA	156.1433	12.4957	9.3405	20.5687
	ANFIS	241.2300	15.5316	10.9820	21.3134

Πίνακας(7) Σφάλματα στα 3 μοντέλα για όλες τις συναρτήσεις για 400 εποχές

Τα καλύτερα αποτελέσματα τα παρέχει η συνάρτηση GAUSS σε συνδυασμό με το μοντέλο πρόβλεψης ANFIS.

4.2.3 Παραγωγός3

EPOCH_100		MSE	RMSE	MAE	MAPE
GAUSS2					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	80.1399	8.9521	4.1254	4.7787
GBELL					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	80.1239	8.9512	4.0762	4.6632
TRI					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	80.4188	8.9677	4.0347	4.5757
GAUSS					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	80.8961	8.9942	4.1700	4.8802
TRAP					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	79.9558	8.9418	4.0399	4.6049
PI					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	80.8672	8.9926	4.1760	4.8842

Πίνακας(8) Σφάλματα στα 3 μοντέλα για όλες τις συναρτήσεις για 100 εποχές

Τα καλύτερα αποτελέσματα τα παρέχει η συνάρτηση TRAP σε συνδυασμό με το μοντέλο πρόβλεψης ANFIS.

EPOCH_250		MSE	RMSE	MAE	MAPE
GAUSS2					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	80.2507	8.9583	4.1387	4.8057
GBELL					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	80.1888	8.9548	4.0831	4.6767
TRI					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	80.4188	8.9677	4.0347	4.5757
GAUSS					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	81.1839	9.0102	4.2043	4.9459
TRAP					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	80.2314	8.9572	4.1073	4.7437
PI					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	81.4942	9.0274	4.2241	4.9931

Πίνακας(9) Σφάλματα στα 3 μοντέλα για όλες τις συναρτήσεις για 250 εποχές

Τα καλύτερα αποτελέσματα τα παρέχει η συνάρτηση GBELL σε συνδυασμό με το μοντέλο πρόβλεψης ANFIS.

EPOCH_400		MSE	RMSE	MAE	MAPE
GAUSS2					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	80.3372	8.9631	4.1461	4.8205
GBELL					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	80.1907	8.9549	4.0833	4.6771
TRI					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	80.4187	8.9676	4.0347	4.5757
GAUSS					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	81.2266	9.0126	4.2072	4.9510
TRAP					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	80.2839	8.9601	4.1134	4.7574
PI					
	AR	93.5912	9.6743	5.0068	5.7072
	ARMA	93.7654	9.6833	5.0073	5.7072
	ANFIS	81.4266	9.0237	4.2187	4.9820

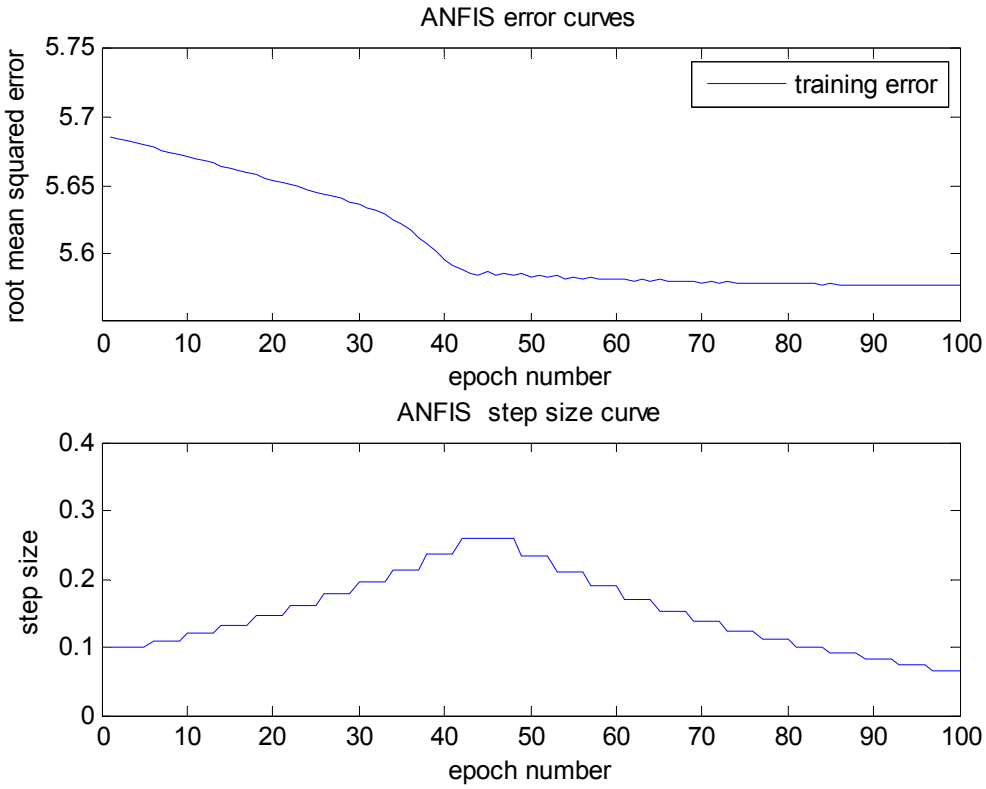
Πίνακας(10) Σφάλματα στα 3 μοντέλα για όλες τις συναρτήσεις για 400 εποχές

Τα καλύτερα αποτελέσματα τα παρέχει η συνάρτηση GBELL σε συνδυασμό με το μοντέλο πρόβλεψης ANFIS.

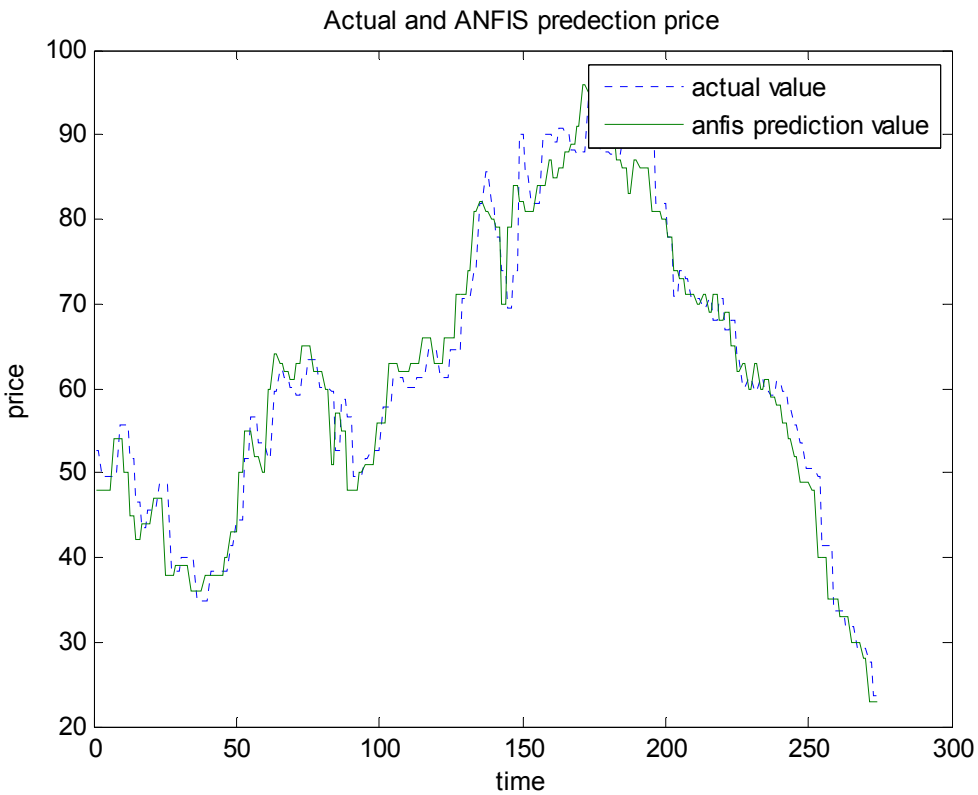
4.3 Γραφήματα

4.3.1 Παραγωγός1

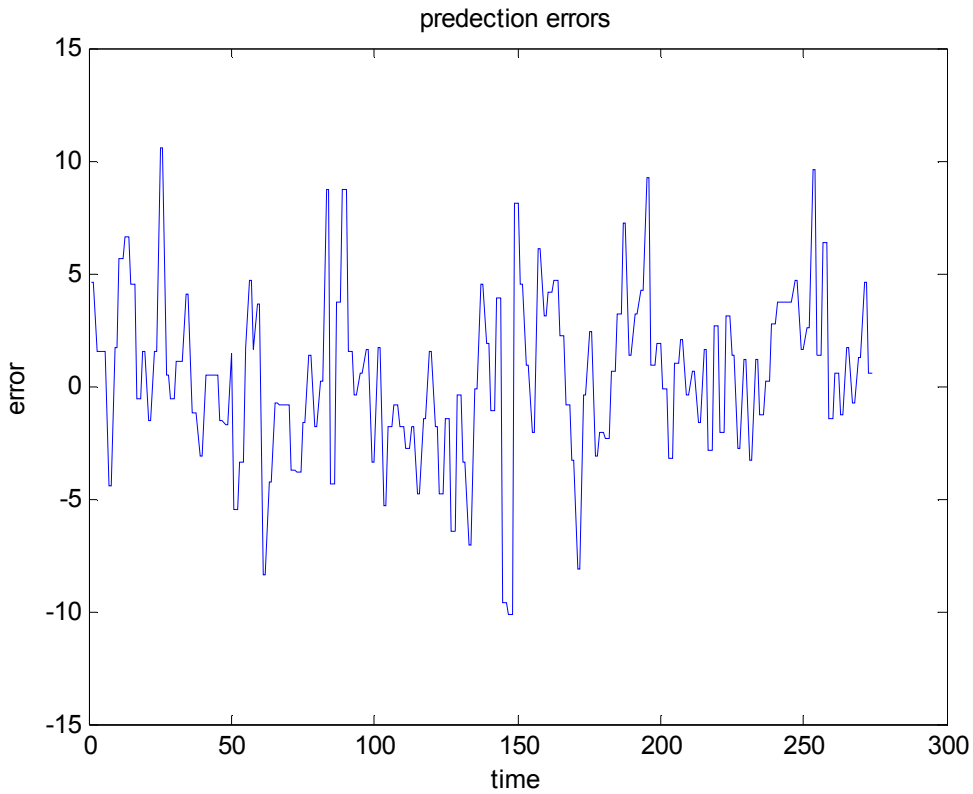
Παρακάτω απεικονίζονται ενδεικτικά κάποια γραφήματα από τα τελικά αποτελέσματα για τις διάφορες δόκιμες που πραγματοποιήσαμε. Συγκεκριμένα, αφορούν την ανάλυση με την gauss_2 συνάρτηση και αριθμό εποχών 100.



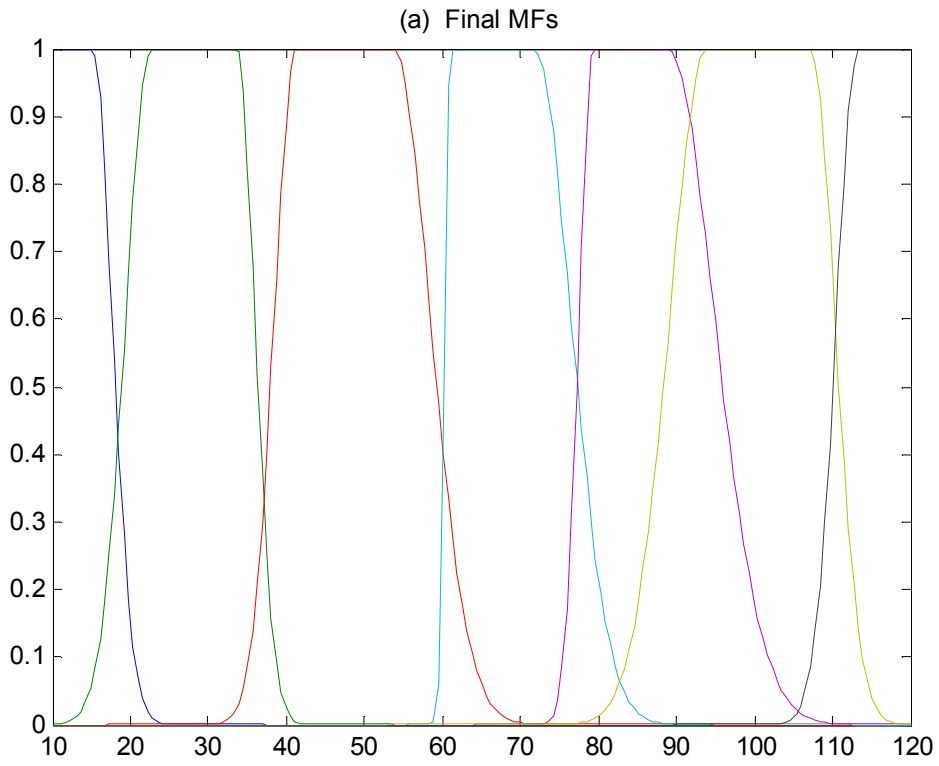
Γράφημα. (1) Καμπύλες σφαλμάτων και καμπύλες μεγέθους βήματος της δοκιμής



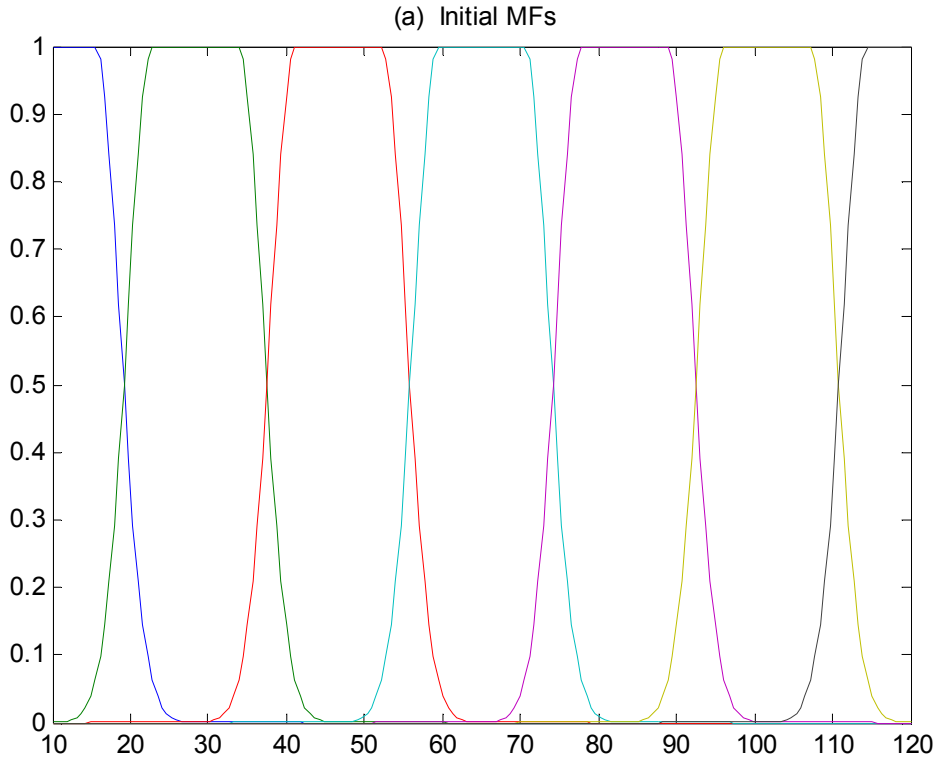
Γράφημα (2). Σύγκριση προβλέψεων του ANFIS έναντι των επιθυμητών τιμών της δοκιμής



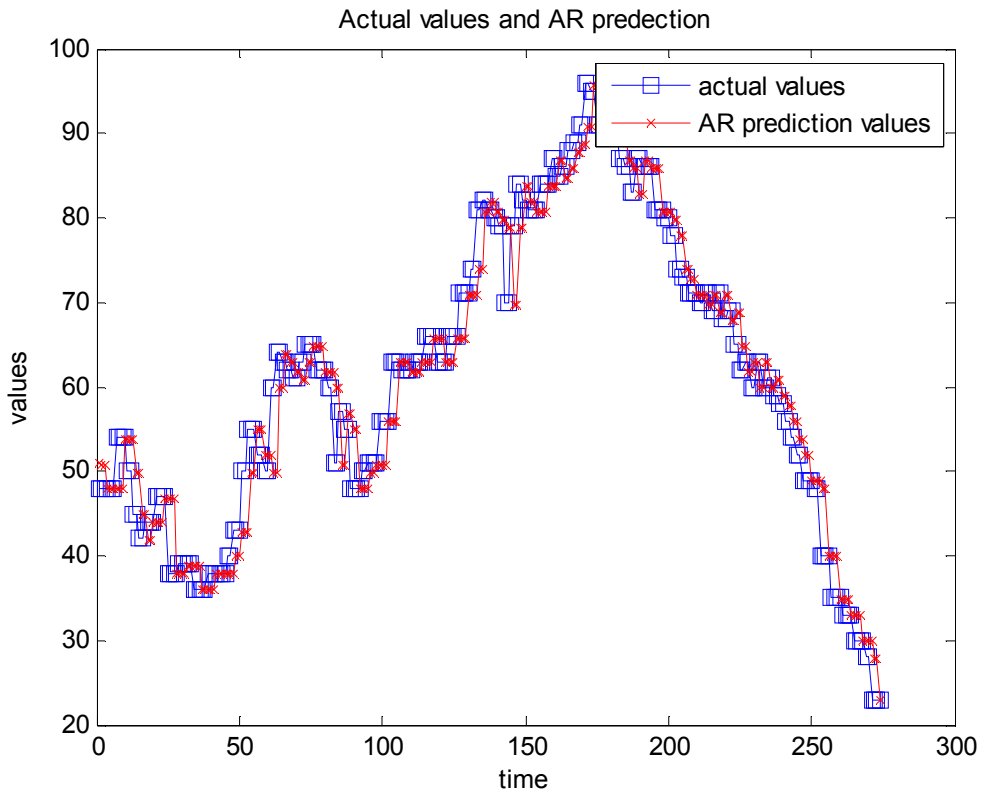
Γράφημα (3). Σφάλματα πρόβλεψης του ANFIS της δοκιμής



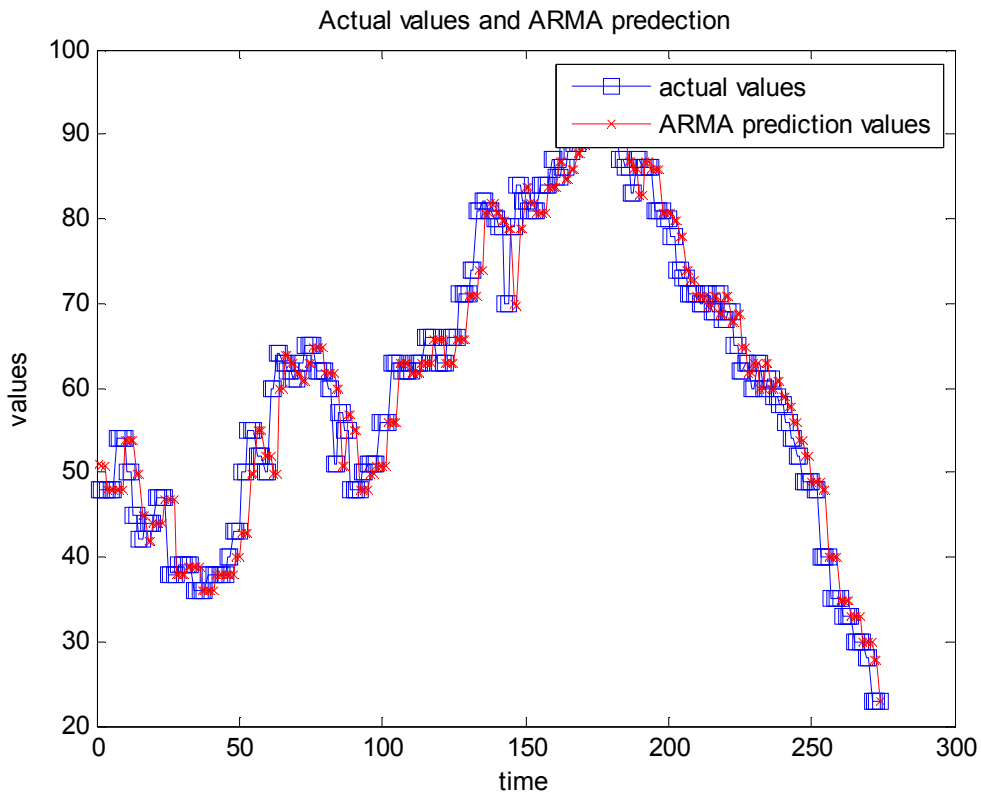
Γράφημα (4). Τελικές συναρτήσεις συμμετοχής της δοκιμής



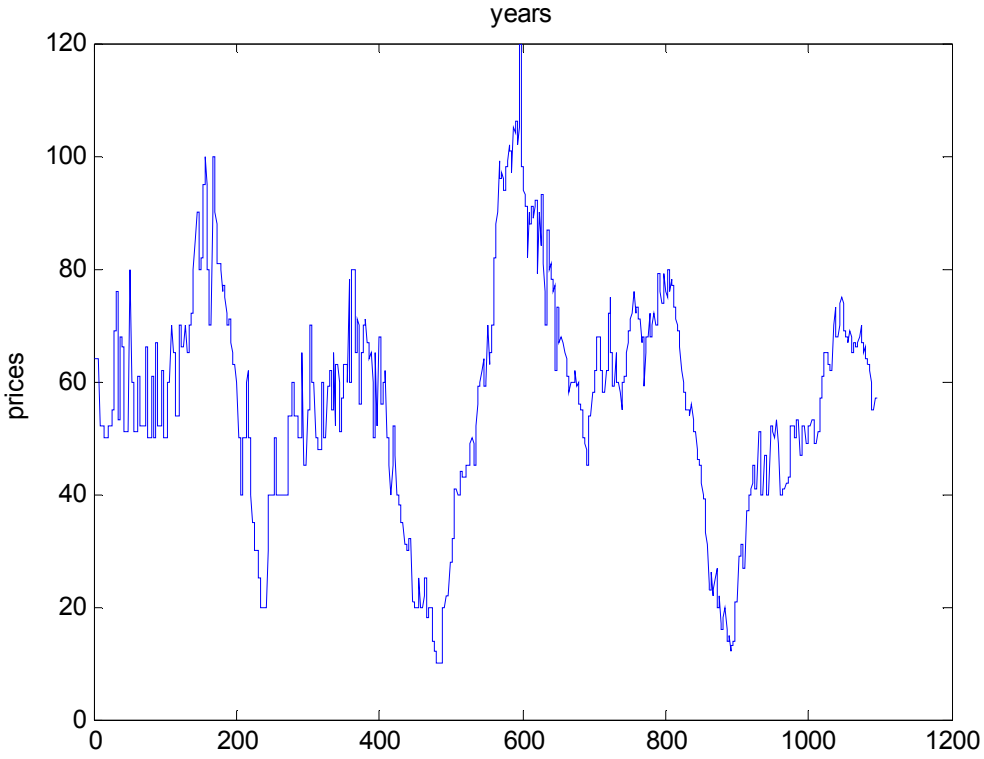
Γράφημα (5). Αρχικές συναρτήσεις συμμετοχής της δοκιμής



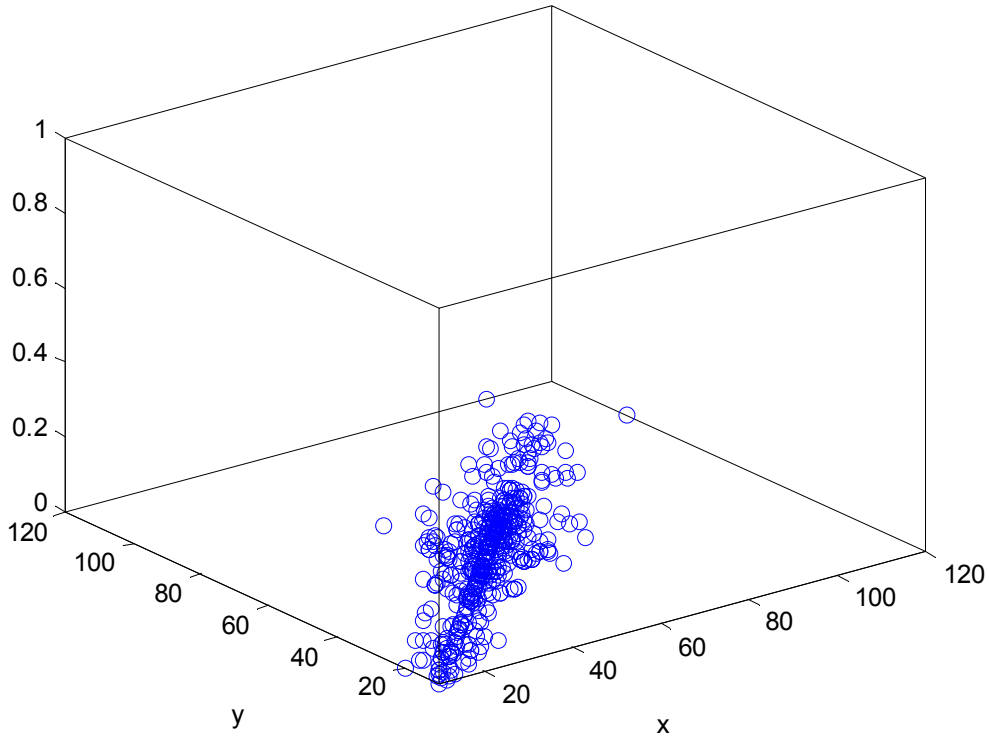
Γράφημα (6). Σύγκριση προβλέψεων του μοντέλου AR έναντι των επιθυμητών τιμών.



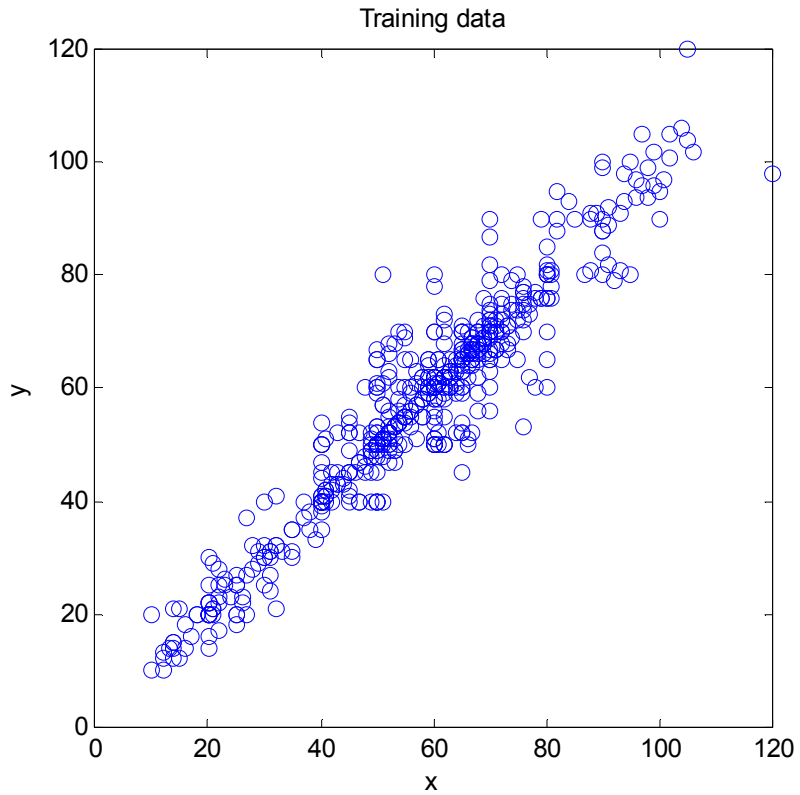
Γράφημα (7). Σύγκριση προβλέψεων του μοντέλου ARMA έναντι των επιθυμητών τιμών



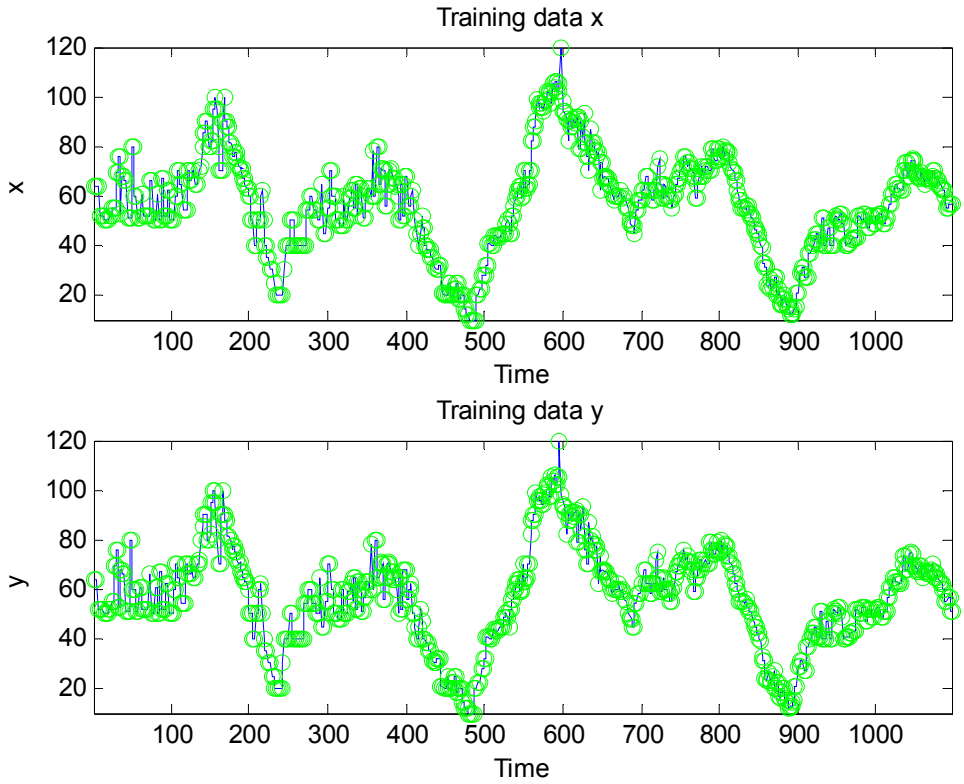
Γράφημα (8). Δεδομένα εκπαίδευσης



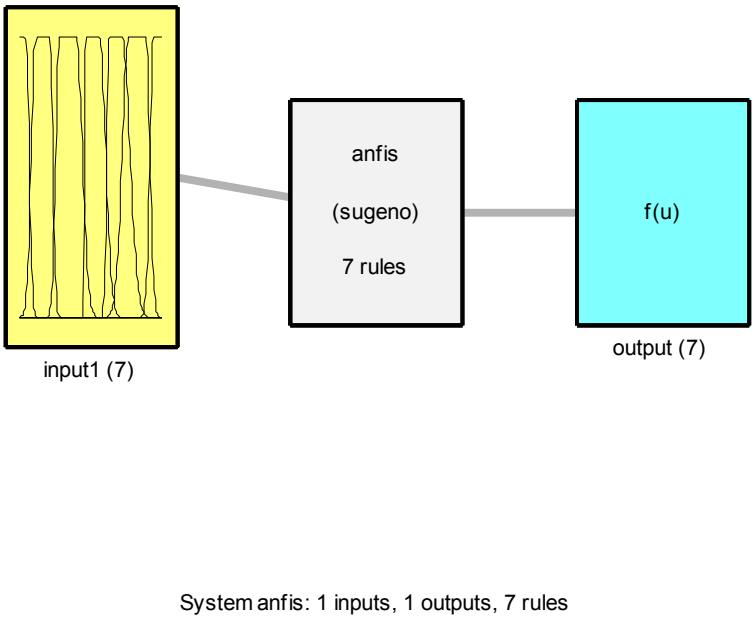
Γράφημα (9). Δεδομένα εκπαίδευσης (διασπορά) σε τρισδιάστατη μορφή



Γράφημα (10). Δεδομένα εκπαίδευσης (διασπορά) σε δισδιάστατη μορφή



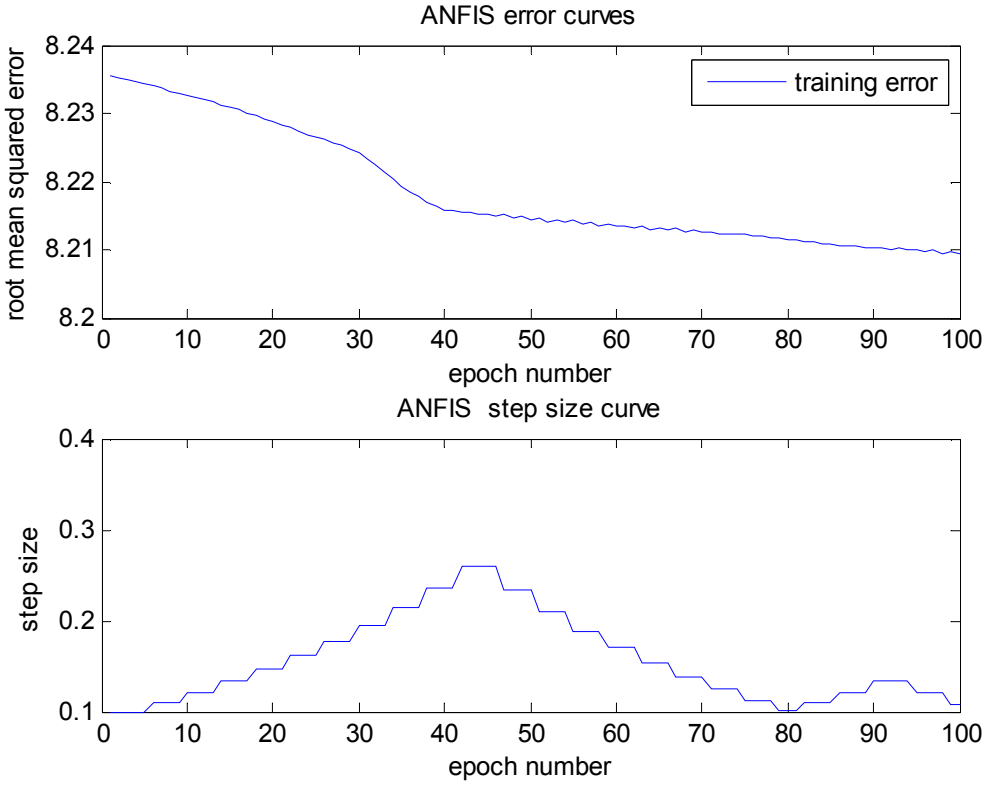
Γράφημα (11). Δεδομένα εκπαίδευσης (διασπορά)



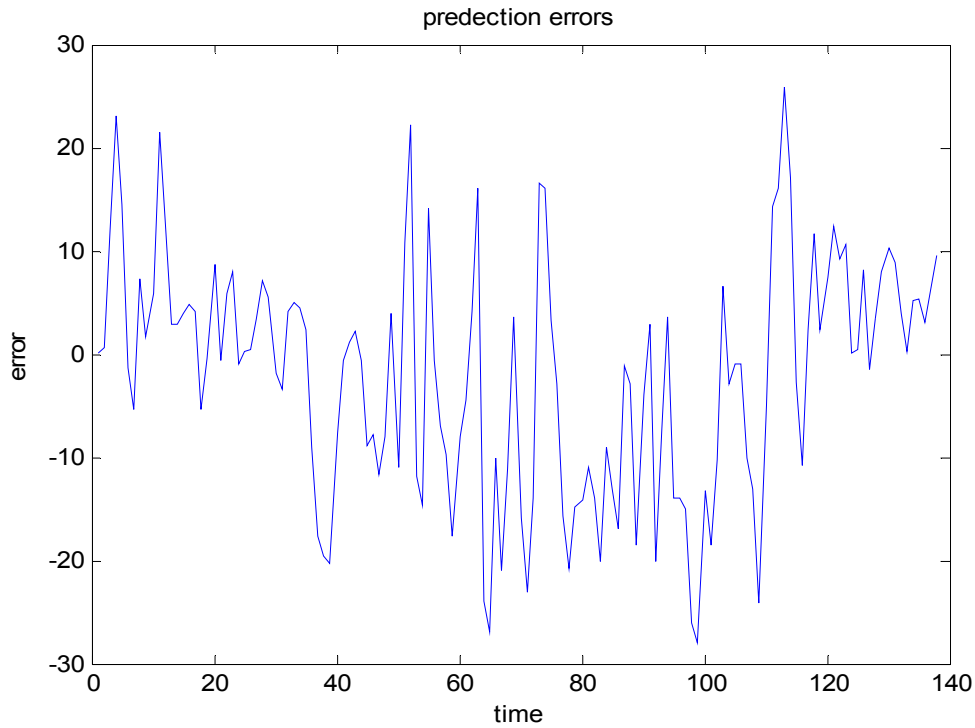
Γράφημα (12). Δομή του ANFIS

4.3.2 Παραγωγός2

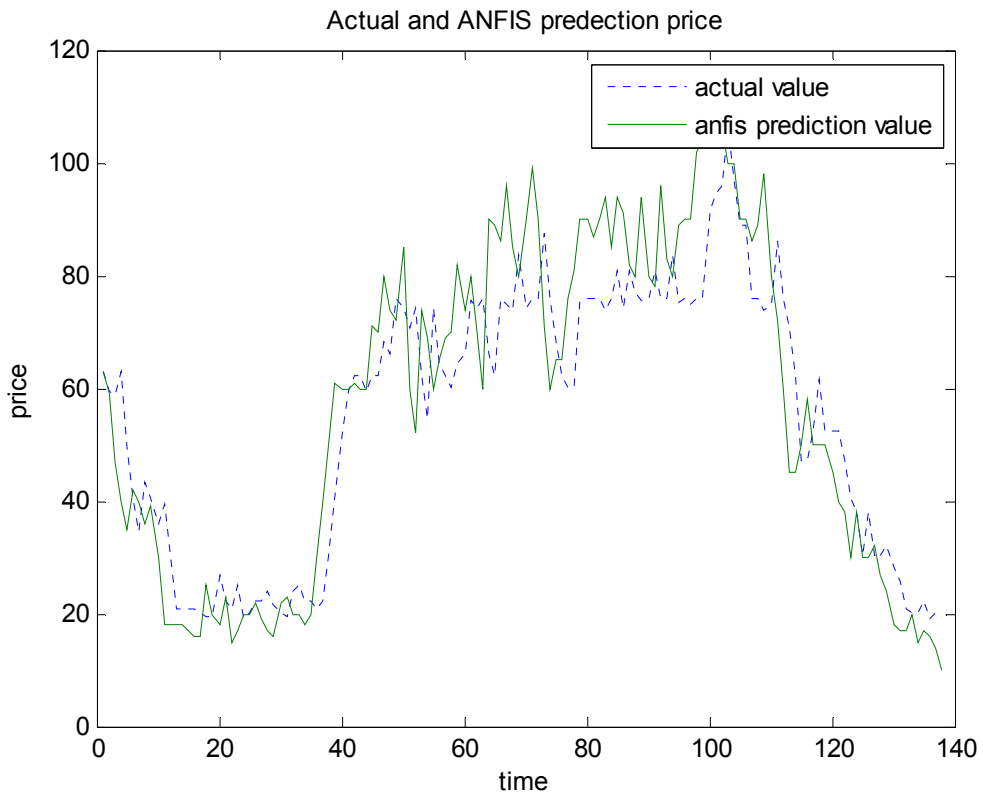
Παρακάτω απεικονίζονται ενδεικτικά κάποια γραφήματα από τα τελικά αποτελέσματα για τις διάφορες δόκιμες που πραγματοποιήσαμε. Συγκεκριμένα, αφορούν την ανάλυση με την gauss συνάρτηση και αριθμό εποχών 100.



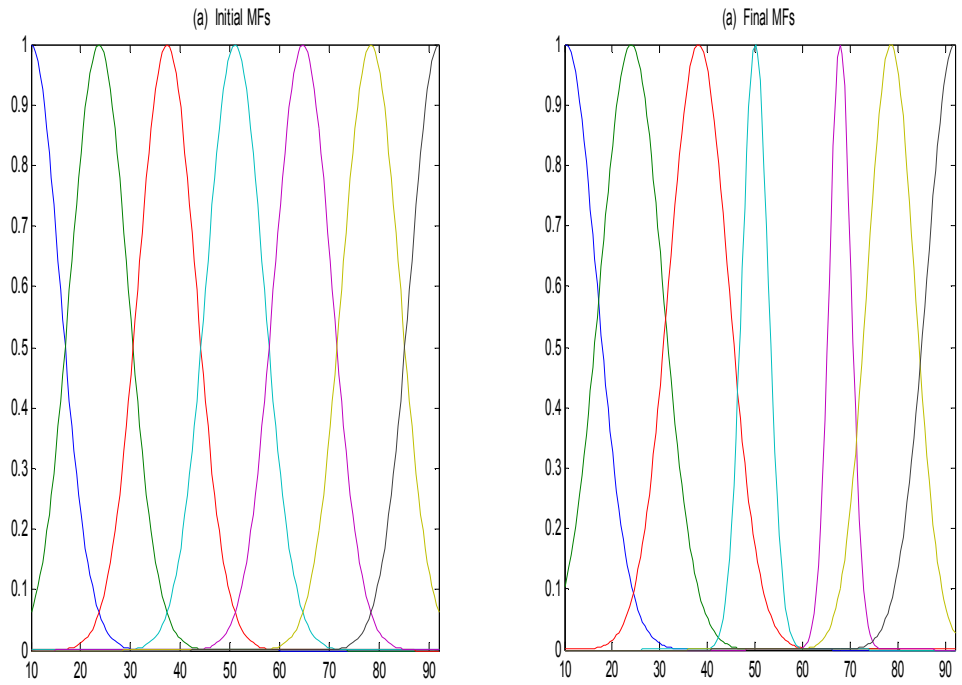
Γράφημα. (13) Καμπύλες σφαλμάτων και καμπύλες μεγέθους βήματος της δοκιμής



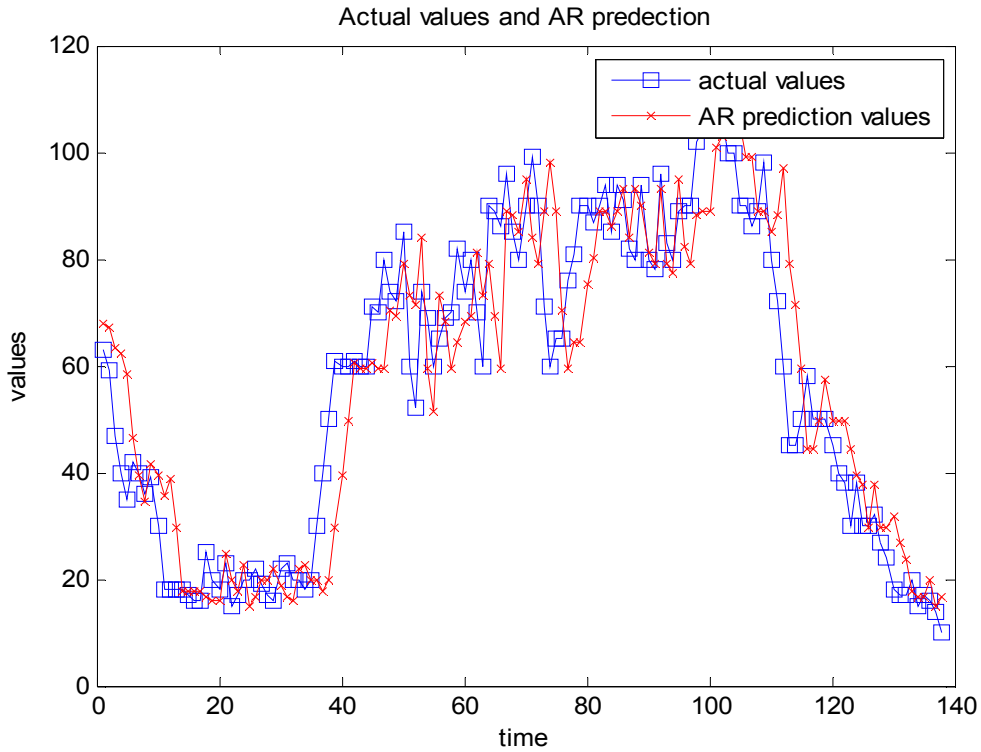
Γράφημα (14). Σφάλματα πρόβλεψης του ANFIS της δοκιμής



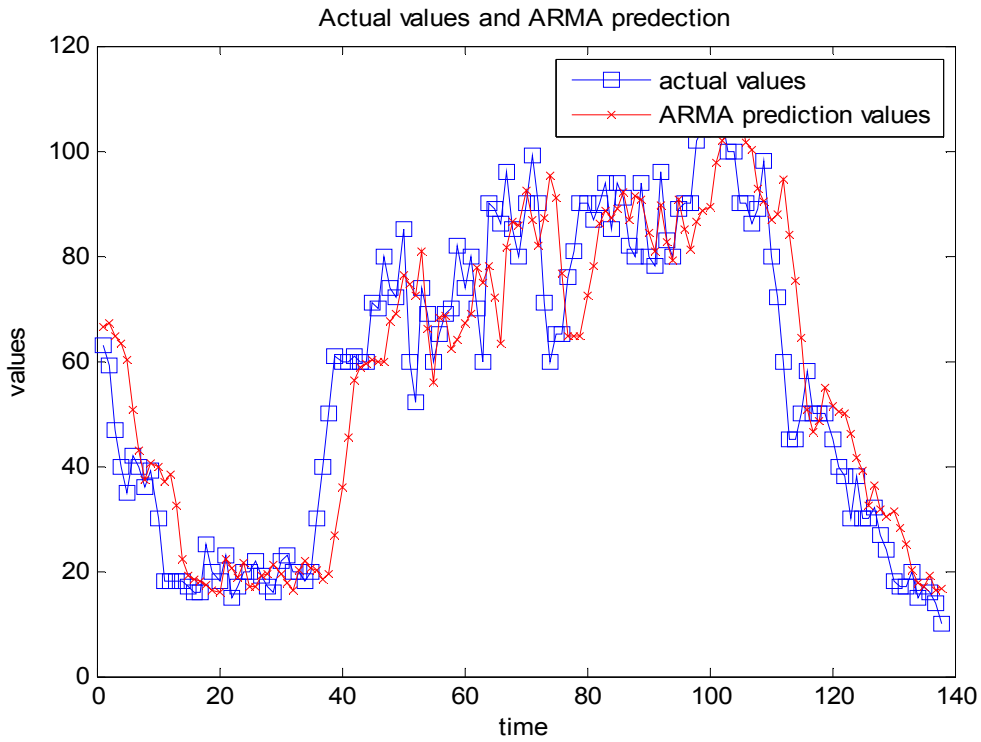
Γράφημα (15). Σύγκριση προβλέψεων του ANFIS έναντι των επιθυμητών τιμών της δοκιμής



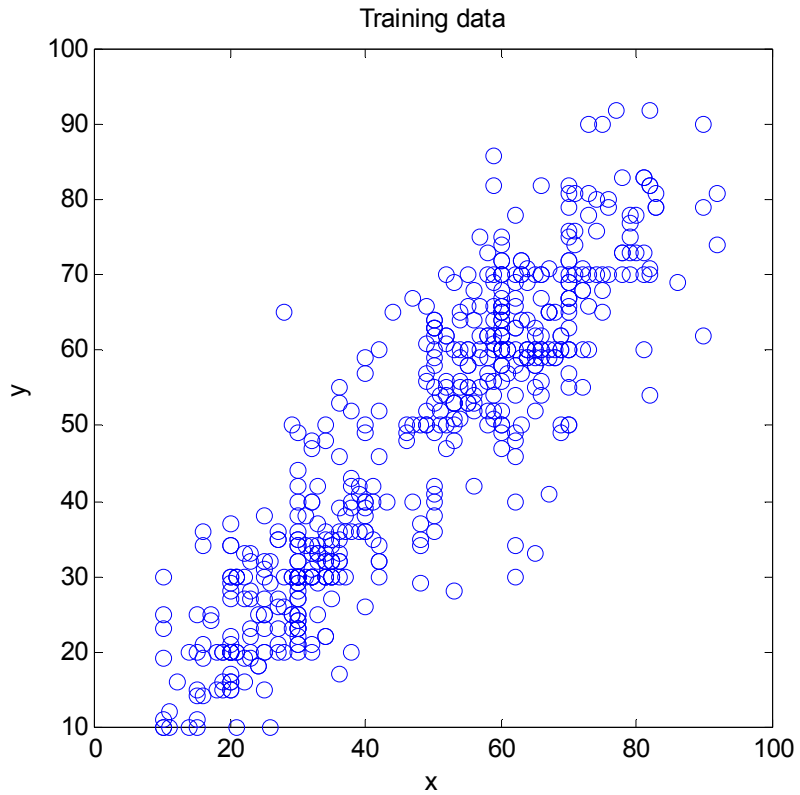
Γράφημα (16). Τελικές συναρτήσεις συμμετοχής της δοκιμής και αρχικές συναρτήσεις συμμετοχής της δοκιμής



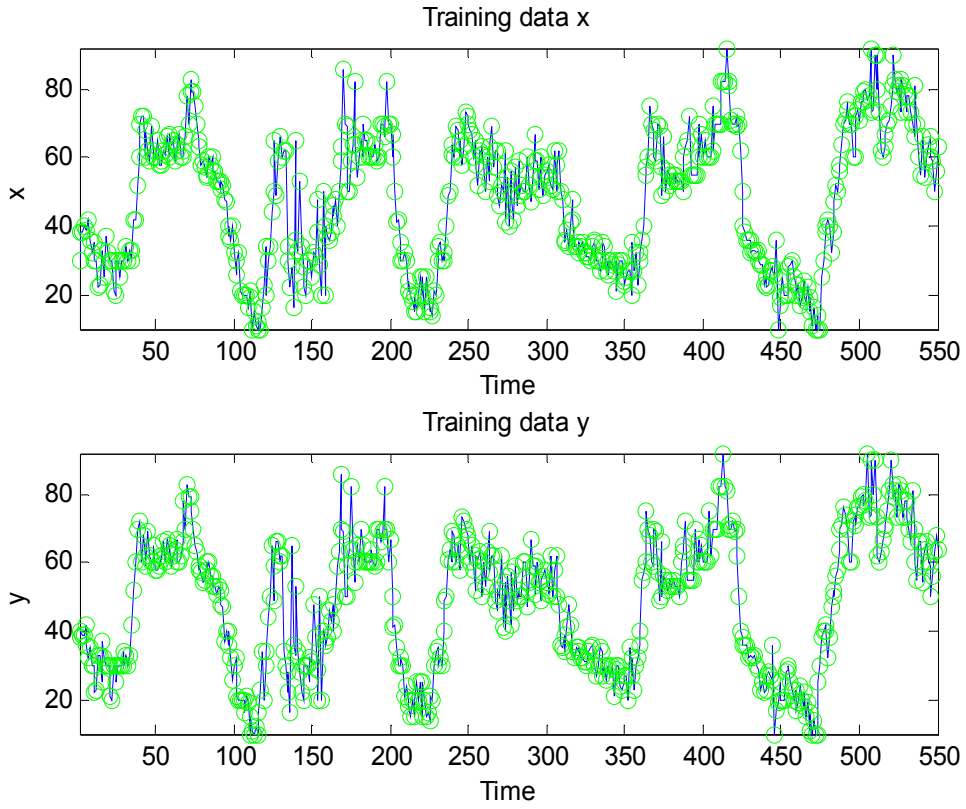
Γράφημα (17). Σύγκριση προβλέψεων του μοντέλου AR έναντι των επιθυμητών τιμών.



Γράφημα (18). Σύγκριση προβλέψεων του μοντέλου ARMA έναντι των επιθυμητών τιμών



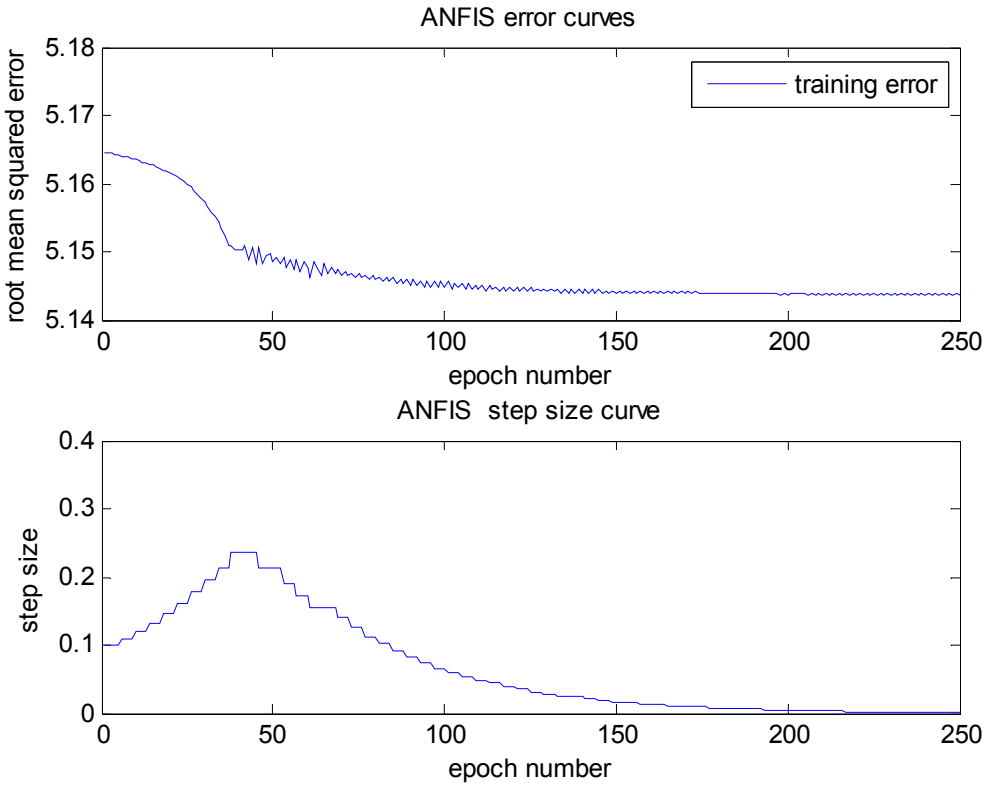
Γράφημα (19). Δεδομένα εκπαίδευσης (διασπορά) σε δισδιάστατη μορφή



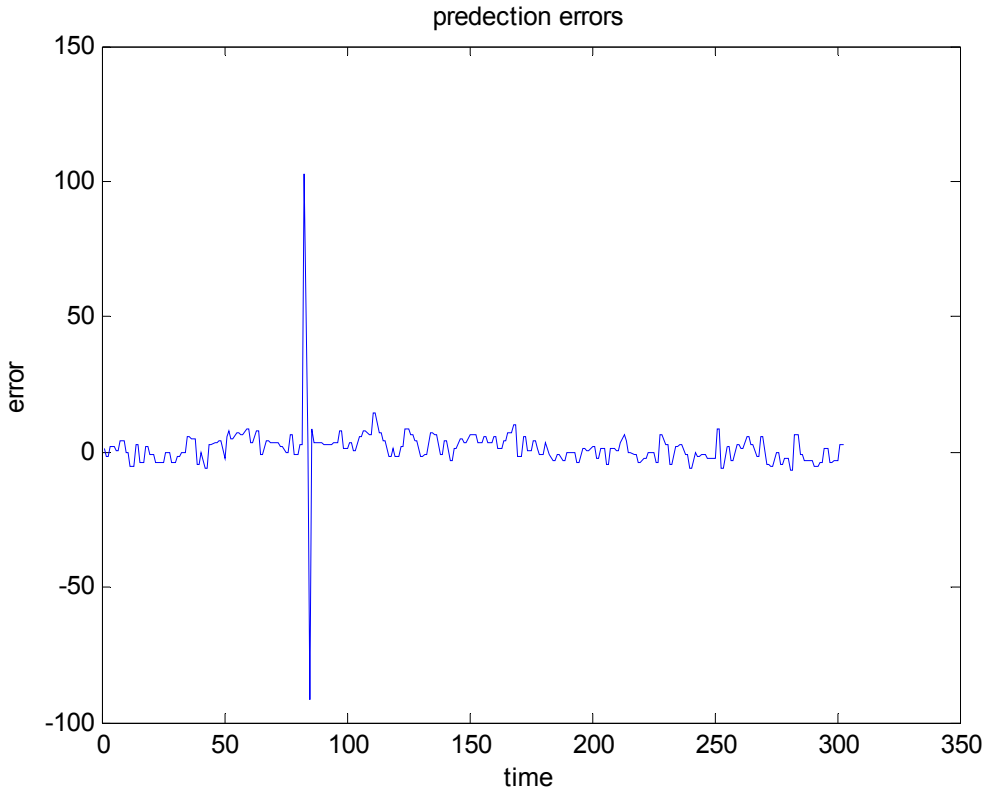
Γράφημα (20). Δεδομένα εκπαίδευσης (διασπορά)

4.3.3 Παραγωγός3

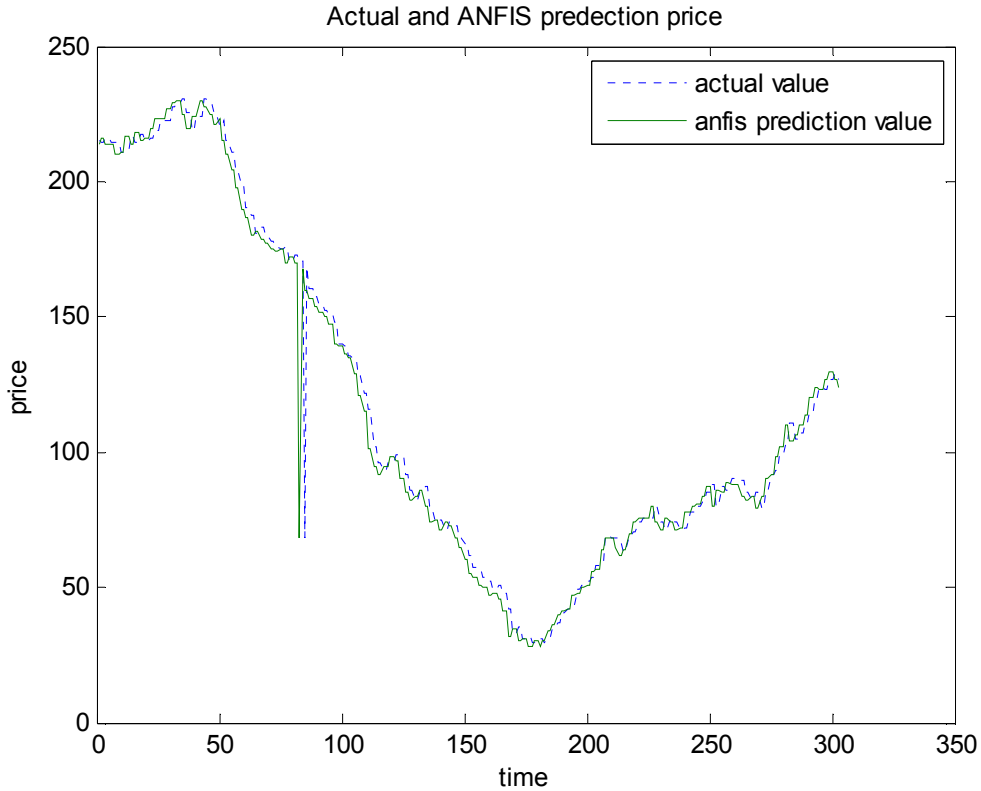
Παρακάτω απεικονίζονται ενδεικτικά κάποια γραφήματα από τα τελικά αποτελέσματα για τις διάφορες δόκιμες που πραγματοποιήσαμε. Συγκεκριμένα, αφορούν την ανάλυση με την gbell συνάρτηση και αριθμό εποχών 250.



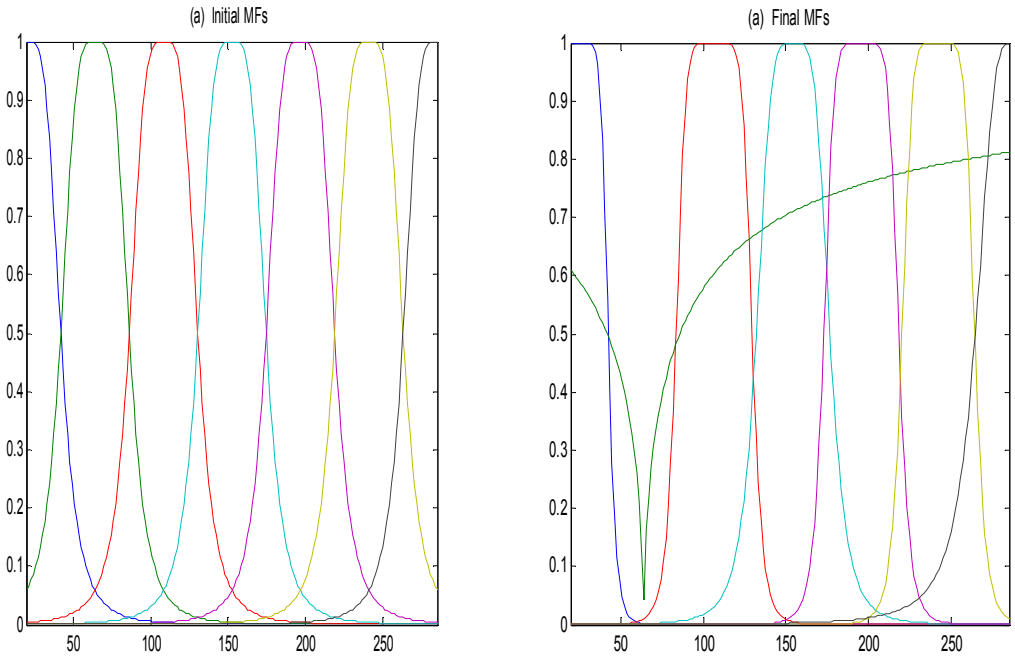
Γράφημα. (21) Καμπύλες σφαλμάτων και καμπύλες μεγέθους βήματος της δοκιμής



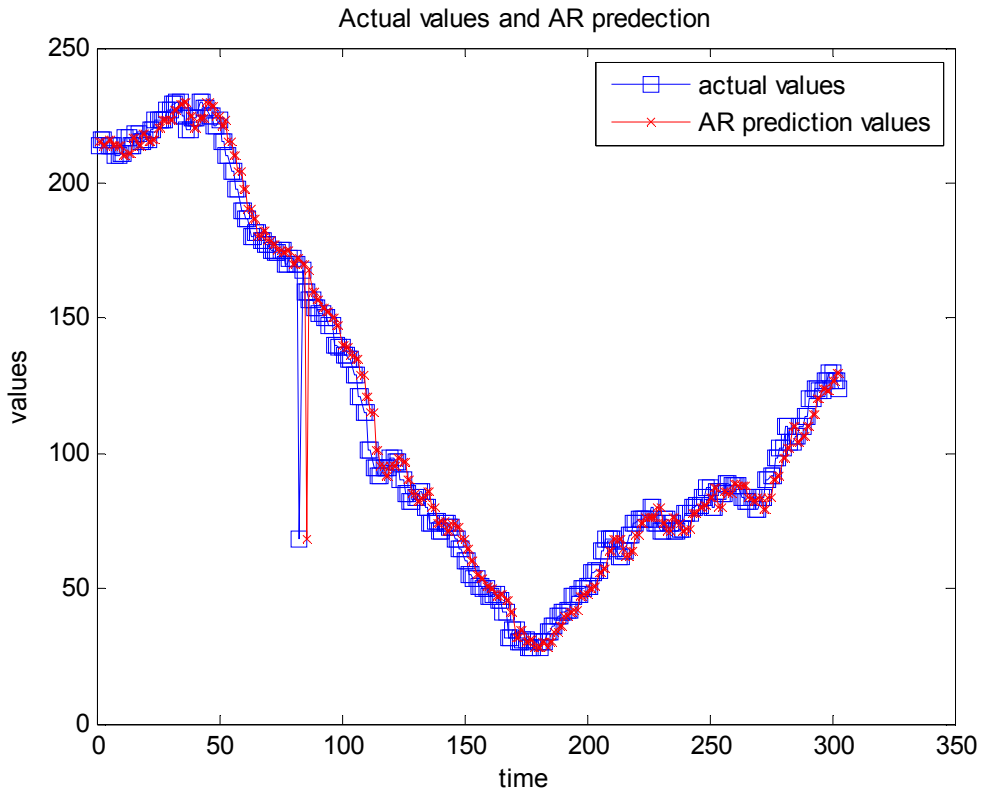
Γράφημα (22). Σφάλματα πρόβλεψης του ANFIS της δοκιμής



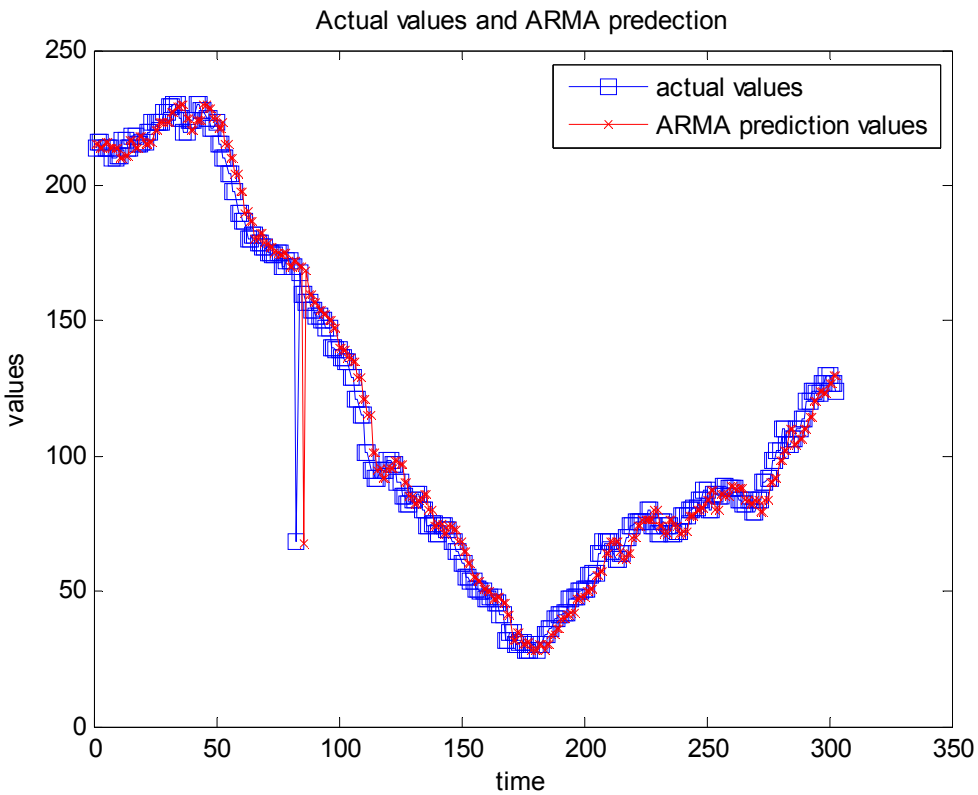
Γράφημα (23). Σύγκριση προβλέψεων του ANFIS έναντι των επιθυμητών τιμών της δοκιμής



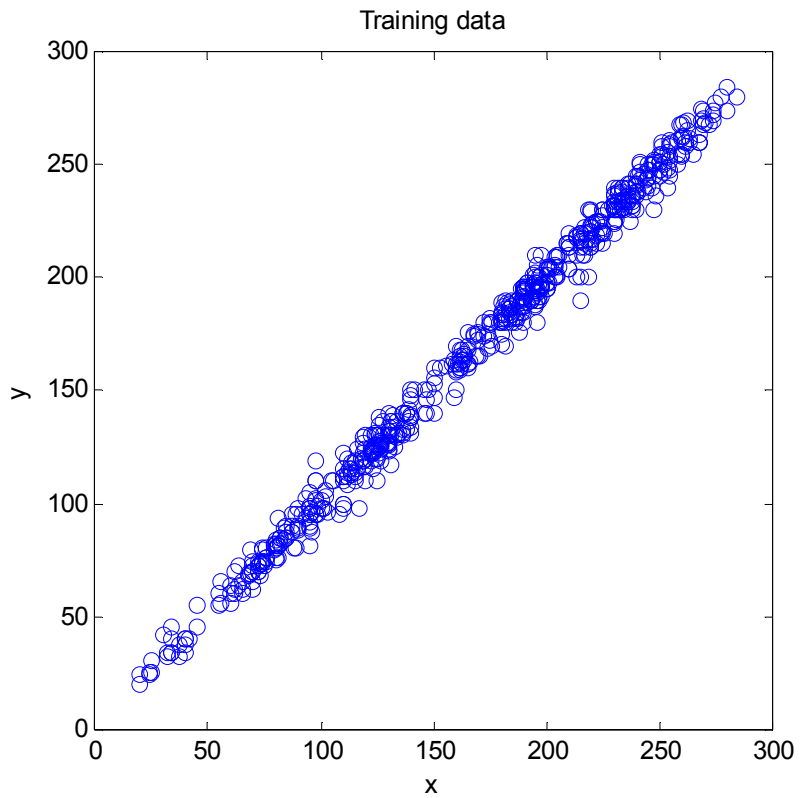
Γράφημα (24). Τελικές συναρτήσεις συμμετοχής της δοκιμής και αρχικές συναρτήσεις συμμετοχής της δοκιμής



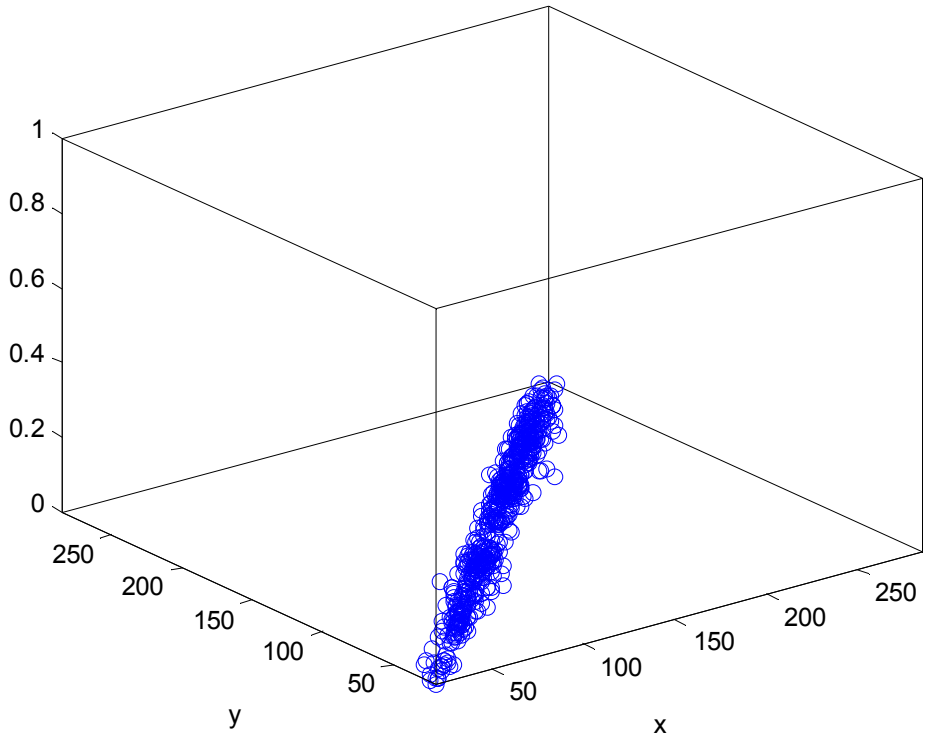
Γράφημα (25). Σύγκριση προβλέψεων του μοντέλου AR έναντι των επιθυμητών τιμών.



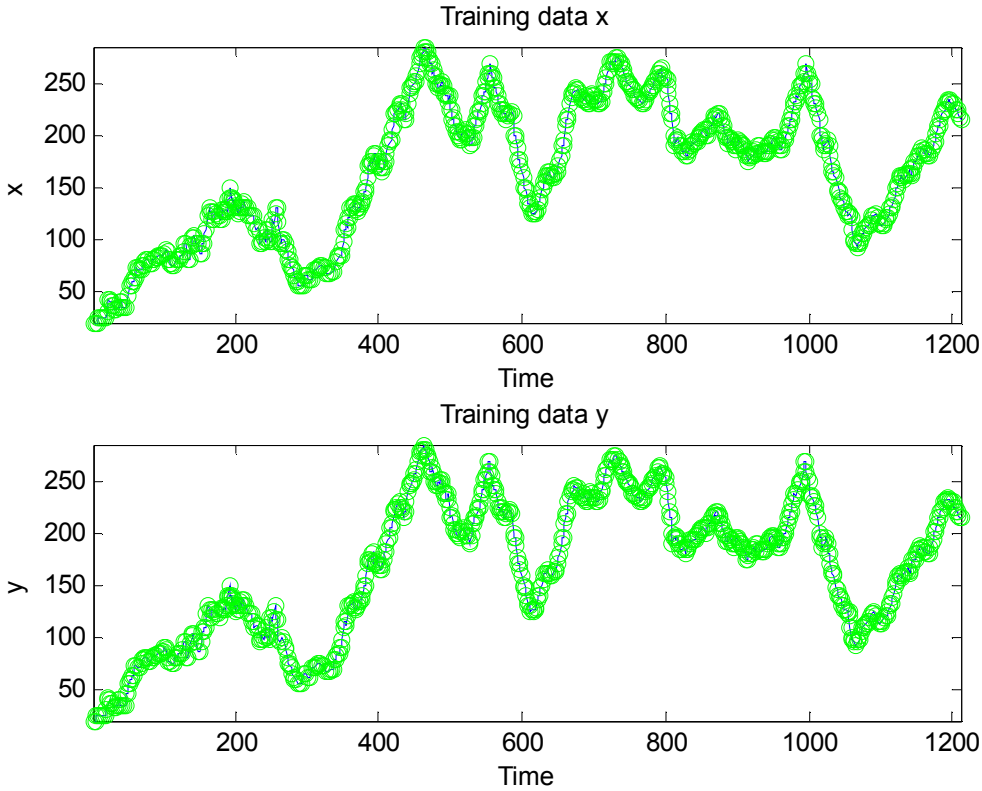
Γράφημα (26). Σύγκριση προβλέψεων του μοντέλου ARMA έναντι των επιθυμητών τιμών



Γράφημα (27). Δεδομένα εκπαίδευσης (διασπορά) σε δισδιάστατη μορφή



Γράφημα (28). Δεδομένα εκπαίδευσης (διασπορά) σε τρισδιάστατη μορφή



Γράφημα (27). Δεδομένα εκπαίδευσης (διασπορά

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Το μοντέλο χρησιμοποιεί ένα τμήμα των δεδομένων (in sample) για την εκπαίδευση του και ένα τμήμα (out of sample) για τον έλεγχο των τιμών πρόβλεψης. Για να γίνει αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του μοντέλου, θα εστιάσουμε την προσοχή μας στα εξαγόμενα διαγράμματα της Matlab όπως επίσης και στις τιμές σφάλματος πού προέκυψαν μετά το πέρας της διαδικασίας. Ο σημαντικότερος δείκτης είναι το RMSE (Root Mean Square Error), η ρίζα δηλαδή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα MSE (Mean Square Error) προκύπτει παίρνοντας μια μέση τιμή του τετραγώνου του σφάλματος δηλαδή της διαφοράς της πραγματικής από τη προβλεπόμενη τιμή κατά μήκος των δυο δειγμάτων είτε είναι το δείγμα εκπαίδευσης είτε το δείγμα πρόβλεψης.

Από τους πίνακες των αποτελεσμάτων του ANFIS, γίνεται αντιληπτό ότι τα αποτελέσματα της πρόβλεψης ήταν αρκετά ακριβή αφού οι τιμές των σφαλμάτων ήταν χαμηλές. Συγκεκριμένα, σε σχέση με τον αριθμό των εποχών, τα καλύτερα αποτελέσματα τα παρέχουν οι 100εποχες με μικρές όμως διαφορές. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι τιμές αρκετών αποτελεσμάτων ήταν κοινές για τις τρείς διαφορετικές εποχές που χρησιμοποιήθηκαν. Ενώ, σε σχέση με τα μοντέλα πρόβλεψης, τα καλύτερα αποτελέσματα τα παρέχει το ANFIS έναντι των AR και ARMA.

Γενικότερα προβλέψεις που πραγματοποιούνται με νευρωνικά δίκτυα είναι πιο αξιόπιστες από αυτές των υπολοίπων κλασικών μεθόδων. Με την απαίτηση όμως τα στατιστικά στοιχεία προς επεξεργασία να είναι μεγάλα σε πλήθος χρονικής περιόδου παρελθόντος. Σε περίπτωση που τα δεδομένα εκπαίδευσης δεν είναι πολλά αυξάνεται ο κίνδυνος μη ασφαλούς πρόβλεψης με υψηλά στατιστικά σφάλματα.

Ακόμα, ένα ANFIS για να μπορέσει να μελετηθεί, απαιτεί από τον χρήστη να έχει ευρείες γνώσεις πάνω, στη γλώσσα προγραμματισμού στη Matlab, σε στατιστικές μεθόδους, σε αριθμητική ανάλυση, στα αλγεβρικά συστήματα και σε πίνακες. Επίσης να γνωρίζει τι είναι τα νευρωτικά δίκτυα και ως μπορούν να εκπαιδευτούν και να γίνουν προσαρμοστικά και τη θεωρία της ασαφούς λογικής.

6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Atsalakis, G., Skiadas, C. and Braimis, I. (2007). Probability of trend prediction of exchange rate by neuro-fuzzy techniques. In Skiadas, C. (Ed) Recent advances in stochastic modeling and data analysis (pp. 414-422). London, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd

- Atsalakis, G., Nezis, D., & Zopounidis, C. (2009). Neuro-fuzzy versus traditional models for forecasting the wind energy production. In Skiadas, C. (Ed), Advances in data analysis, statistics for industry (pp. 279-291). Birkhauser Boston: Springer.

- Atsalakis, G., & Atsalaki, I. (2010). Fruit production forecasting by neuro-fuzzy techniques. In Baourakis G., Mattas K., Zopounidis C., and Dijk van G. (eds), A Resilient European Food Industry in Challenging World Nova Science Publishers, Inc (forthcoming)

- Atsalakis, G., Valavanis K. (2010). Forecasting stock trends using a combined technical analysis and neuro-fuzzy based approach. Accepted in Journal of Financial Decision Making. No impact factor.

- Atsalakis, G., & Zopounidis, C. (2009). Forecasting turning points in stock market prices by applying a neuro-fuzzy model. International Journal of Engineering and Management, 1(1), 19-28. No impact factor.

- Atsalakis, G., & Valavanis, K. (2009). Forecasting stock Market short-term trends using a neuro-fuzzy based methodology. Journal of Expert Systems with Applications, 36, 10696-10707.

- Ucenic, C., & Atsalakis, G. (2006). Forecasting the electricity demand using a neuro- fuzzy approach versus traditional methods.

WSEAS Transactions on Business and Economics, 3(1), 9-17. No impact factor.

- Atsalakis, G., & Ucenic, C. (2006). Forecasting the production level for wind energy using a neuro- fuzzy model. WSEAS Transactions on Environment and Development, 2(6), 823-828. No impact factor.

- Atsalakis, G. (2005). Exchange rate forecasting by neuro-fuzzy techniques. Journal of Financial Decision Making, 1(2), 15-26. No impact factor.

- Atsalakis, (2010). New technology in shopping: Forecasting electronically shopping by a neuro-fuzzy system. Chaotic Modeling and Simulation Conference. Chania. (Accepted).

- Atsalakis, (2010). New technology product demand forecasting by a Fuzzy Inference System. The 9th Special Conference of the Hellenic Operational Research Society (HELORS) Ag Nikolaos Crete. (Accepted).

- Ucenic, C., & Atsalakis, G. (2009). Forecasting CPI using a neural network with fuzzy inference system. 13th International Conference on Applied Stochastic Models and Data Analysis. Vilnius Lithuania.

- Ucenic, C., & Atsalakis, G. (2008). Soft computing methods applied in forecasting of economic indices, case study: Forecasting of Greek, unemployment rate using an artificial neural network with fuzzy inference system. Proceedings of 10th WSEAS International Conference on Mathematical and Computation Methods in Science and Engineering (MACMESE'08), (pp. 233-237). Bucurest:WSEAS

- Atsalakis, G., Skiadas, C., Nezis, D., Mataliotakis, G., & Ucenic, C. (2008). Mortality forecasting by neuro-fuzzy model. XIIrd International Conference on Applied Stochastic Models and Data Analysis. Compiene, France.

- Atsalakis, G., & Minudaki, C. (2007). Prediction of daily irrigation water demand using adaptive neuro-fuzzy inference system (ANFIS), International Conference on Energy, Environment,

Ecosystems and Sustainable Development (pp. 368-373). Ag. Nikolaos, Greece: WSEAS.

- Atsalakis, G., & Ucenic C. (2007). Forecasting the tourism demand using ANFIS for assuring successful strategies in the view of sustainable development in the tourism sector. Proceedings of the 2nd IASME/ WSEAS International Conference on Energy & Environment, (pp. 213-219). Portorose, Slovenia.

- Atsalakis, G., & Ucenic, C. (2005). Time series prediction of the Greek manufacturing index for the non-metallic minerals sector using a neuro-fuzzy approach (ANFIS). International Symposium on Applied Stochastic Models and Data Analysis (pp. 211-218), Brest, France.

- Atsalakis, G., & Ucenic, C. (2005). Time series prediction of water consumption using neuro-fuzzy (ANFIS) approach. International Conference on Water Economics, Statistics and Finance (pp. 94-100). Rethimnon, Chania, Greece.

- Steven P. Schnaars "A comparison of extrapolation models on yearly sales forecasts" International Journal of Forecasting 2 (1986) 71-85, North-Holland

- R.J. Kuo, K.C. Xue "A decision support system for sales forecasting through fuzzy neural networks with asymmetric fuzzy weights" .Decision Support Systems 24 1998 105–126

- Pei-Chann Chang, Chen-Hao Liu, Robert K. Lai "A fuzzy case-based reasoning model for sales forecasting in print circuit board industries". Expert Systems with Applications (2007)

- Xiao Jiwei, Wu Yaohua, Wang Qian, Liao Li and Hu Hongchun "A Hybrid Sales Forecasting Method Based on Stable Seasonal Pattern Models and BPNN". International Conference on Automation and Logistics August 18 - 21, 2007, Jinan, China

- Heidi Winklhofer , Adamantios Diamantopoulos "A model of export sales forecasting behavior and performance:development and testing". International Journal of Forecasting 19 (2003) 271–285

- R.J. Kuo "A sales forecasting system based on fuzzy neural network with initial weights generated by genetic algorithm". European Journal of Operational Research 129 (2001) 496-517

- Hidetaka Sakai, Hideki Nakajima, Minoru Higashihara, Masashi Yasuda, Masato Oosumi "Development of a fuzzy sales forecasting system for vending machines". Computers & Industrial Engineering 36 (1999) 427- 449

- James B. Boulden "Fitting the Sales Forecast to Your Firm"

- V. Kodogiannis and A. Lolis "Forecasting Financial Time Series using Neural Network and Fuzzy System-based Techniques". Neural Comput & Applic (2002)11:90–102

- Michael S Morgan, Pradeep K Chintagunta "Forecasting restaurant sales using self-selectivity models". Journal of Retailing and Consumer Services, Vol. 4, N o. 2, pp. 117-128, 1997

- Ralph Snyder "Forecasting sales of slow and fast moving inventories". European Journal of Operational Research 140 (2002) 684–699

- Frank M. Thiesing and Oliver Vornberger "Forecasting Sales Using Neural Networks". Department of Mathematics and Computer Science University of Osnabriick

- D. SHI, C. QUEK , R. TILANI and J. FU "Product Demand Forecasting with a Novel Fuzzy CMAC". Neural Processing Letters (2007) 25:63–78
- Blair Little and Roger A. More "Sales Forecast Errors for New Product Projects". Industrial Marketing Management 7, 49-53 (1978) 49

- Pei-Chann Chang, Chin-Yuan Fan, Baw-Jhiune Liu, and Cycer Chen "Sales Forecasting for TFT-LCD Products with a Hybrid Neural Network Model". ICIC 2007, CCIS 2, pp. 704–713, 2007.

- Edward W. Frees, Thomas W. Miller "Sales forecasting using longitudinal data models". International Journal of Forecasting 20 (2004) 99–114

- J. Scott Armstrong , Vicki G. Morwitz , V. Kumar "Sales forecasts for existing consumer products and services: Do purchase intentions contribute to accuracy? International Journal of Forecasting 16 (2000) 383–397

- Barry L. Bayus, Saman Hong and Russell P. Labe, Jr. "Developing and Using Forecasting Models of Consumer Durables: The case of color television". JPROD INNOV MAGAZINE 1989:6 5- 19

- Anubhav Tewari "Sales Prediction for Franchise Stores Using Artificial Neural Networks".

- James T.Rothe "Effectiveness of sales forecasting methods". Industrial Marketing Management 7, 114-118 (1978)

- James T. Luxhslj, Jens 0. Riisb, Brian Stensballe "A hybrid econometricneural network modeling approach for sales forecasting". Int. J. Production Economics 43 (1996) 175-192

- Sameh Ghwanmeh, Riyad Al-Shalabi, Ghassan Kana, Luai Alnemi "Enhanced Neural Networks Model Based on a Single Layer Linear Couterpropagation for Prediction and Function Approximation". Information Technology Journal 5(1): 45-50, 2006 ISSN 1812-5638

- Ebrahim Abbasi, and Amir Abouec "Stock Price Forecast by Using Neuro- Fuzzy Inference System". World Academy of Science, Engineering and Technology 46 2008

7.ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

7.1 Στατιστικά στοιχεία για παραγωγό1

Ημερήσια στατιστικά στοιχεία για παραγωγό1:

Τα στατιστικά στοιχεία αφορούν την περίοδο από 13/07/2005 έως 30/07/2010.

Ενώ σε κάθε χρόνο πάνω δεν καταγράφονται ορισμένοι μήνες γιατί σταματάει η γαλακτοπαραγωγή.

Οι ημερομηνίες αυτές είναι:

από 13/07/2005 έως 12/12/2005,
από 31/07/2006 έως 08/01/2007,
από 30/07/2007 έως 09/01/2008,
από 31/07/2008 έως 04/12/2008
απο30/07/2009 έως 07/12/2009.

18/11/2004	64	03/01/2005	51	18/02/2005	52	05/04/2005	72	21/05/2005	75
19/11/2004	64	04/01/2005	51	19/02/2005	52	06/04/2005	80	22/05/2005	72
20/11/2004	64	05/01/2005	51	20/02/2005	52	07/04/2005	80	23/05/2005	72
21/11/2004	64	06/01/2005	80	21/02/2005	62	08/04/2005	85	24/05/2005	70
22/11/2004	64	07/01/2005	80	22/02/2005	62	09/04/2005	85	25/05/2005	70
23/11/2004	64	08/01/2005	80	23/02/2005	62	10/04/2005	90	26/05/2005	71
24/11/2004	64	09/01/2005	60	24/02/2005	50	11/04/2005	90	27/05/2005	71
25/11/2004	64	10/01/2005	60	25/02/2005	50	12/04/2005	90	28/05/2005	67
26/11/2004	52	11/01/2005	60	26/02/2005	50	13/04/2005	90	29/05/2005	67
27/11/2004	52	12/01/2005	60	27/02/2005	50	14/04/2005	80	30/05/2005	65
28/11/2004	52	13/01/2005	51	28/02/2005	50	15/04/2005	80	31/05/2005	65
29/11/2004	52	14/01/2005	51	01/03/2005	50	16/04/2005	80	01/06/2005	63
30/11/2004	52	15/01/2005	51	02/03/2005	60	17/04/2005	80	02/06/2005	63
01/12/2004	52	16/01/2005	51	03/03/2005	60	18/04/2005	82	03/06/2005	63
02/12/2004	52	17/01/2005	51	04/03/2005	60	19/04/2005	82	04/06/2005	63
03/12/2004	50	18/01/2005	61	05/03/2005	70	20/04/2005	95	05/06/2005	60
04/12/2004	50	19/01/2005	61	06/03/2005	70	21/04/2005	95	06/06/2005	60
05/12/2004	50	20/01/2005	61	07/03/2005	70	22/04/2005	100	07/06/2005	50
06/12/2004	50	21/01/2005	52	08/03/2005	65	23/04/2005	100	08/06/2005	50
07/12/2004	50	22/01/2005	52	09/03/2005	65	24/04/2005	95	09/06/2005	50
08/12/2004	50	23/01/2005	52	10/03/2005	65	25/04/2005	95	10/06/2005	50
09/12/2004	52	24/01/2005	52	11/03/2005	65	26/04/2005	80	11/06/2005	40
10/12/2004	52	25/01/2005	52	12/03/2005	54	27/04/2005	80	12/06/2005	40
11/12/2004	52	26/01/2005	52	13/03/2005	54	28/04/2005	70	13/06/2005	40
12/12/2004	52	27/01/2005	52	14/03/2005	54	29/04/2005	70	14/06/2005	40
13/12/2004	55	28/01/2005	52	15/03/2005	54	30/04/2005	70	15/06/2005	50
14/12/2004	55	29/01/2005	52	16/03/2005	54	01/05/2005	70	16/06/2005	50
15/12/2004	55	30/01/2005	66	17/03/2005	54	02/05/2005	90	17/06/2005	50
16/12/2004	55	31/01/2005	66	18/03/2005	70	03/05/2005	90	18/06/2005	50
17/12/2004	69	01/02/2005	66	19/03/2005	70	04/05/2005	100	19/06/2005	60
18/12/2004	69	02/02/2005	50	20/03/2005	70	05/05/2005	100	20/06/2005	60
19/12/2004	69	03/02/2005	50	21/03/2005	66	06/05/2005	90	21/06/2005	62
20/12/2004	76	04/02/2005	50	22/03/2005	66	07/05/2005	90	22/06/2005	62
21/12/2004	76	05/02/2005	50	23/03/2005	66	08/05/2005	88	23/06/2005	50
22/12/2004	53	06/02/2005	50	24/03/2005	66	09/05/2005	88	24/06/2005	50
23/12/2004	53	07/02/2005	61	25/03/2005	70	10/05/2005	81	25/06/2005	40
24/12/2004	68	08/02/2005	61	26/03/2005	70	11/05/2005	81	26/06/2005	40
25/12/2004	68	09/02/2005	61	27/03/2005	65	12/05/2005	81	27/06/2005	35
26/12/2004	68	10/02/2005	50	28/03/2005	65	13/05/2005	81	28/06/2005	35
27/12/2004	66	11/02/2005	50	29/03/2005	65	14/05/2005	80	29/06/2005	35
28/12/2004	66	12/02/2005	50	30/03/2005	65	15/05/2005	80	30/06/2005	35
29/12/2004	66	13/02/2005	67	31/03/2005	65	16/05/2005	76	01/07/2005	30
30/12/2004	66	14/02/2005	67	01/04/2005	70	17/05/2005	76	02/07/2005	30
31/12/2004	51	15/02/2005	67	02/04/2005	70	18/05/2005	77	03/07/2005	30
01/01/2005	51	16/02/2005	52	03/04/2005	70	19/05/2005	77	04/07/2005	30
02/01/2005	51	17/02/2005	52	04/04/2005	72	20/05/2005	75	05/07/2005	30

06/07/2005	25	01/01/2006	54	16/02/2006	50	03/04/2006	71	19/05/2006	40
07/07/2005	25	02/01/2006	60	17/02/2006	50	04/04/2006	71	20/05/2006	40
08/07/2005	25	03/01/2006	60	18/02/2006	50	05/04/2006	70	21/05/2006	40
09/07/2005	20	04/01/2006	60	19/02/2006	50	06/04/2006	70	22/05/2006	45
10/07/2005	20	05/01/2006	60	20/02/2006	59	07/04/2006	56	23/05/2006	45
11/07/2005	20	06/01/2006	54	21/02/2006	59	08/04/2006	56	24/05/2006	52
12/07/2005	20	07/01/2006	54	22/02/2006	59	09/04/2006	56	25/05/2006	52
13/07/2005	20	08/01/2006	54	23/02/2006	59	10/04/2006	65	26/05/2006	47
24/11/2005	20	09/01/2006	54	24/02/2006	62	11/04/2006	65	27/05/2006	47
25/11/2005	20	10/01/2006	54	25/02/2006	62	12/04/2006	70	28/05/2006	40
26/11/2005	20	11/01/2006	50	26/02/2006	62	13/04/2006	70	29/05/2006	40
27/11/2005	20	12/01/2006	50	27/02/2006	55	14/04/2006	71	30/05/2006	40
28/11/2005	20	13/01/2006	50	28/02/2006	55	15/04/2006	71	31/05/2006	38
29/11/2005	30	14/01/2006	50	01/03/2006	65	16/04/2006	67	01/06/2006	38
30/11/2005	30	15/01/2006	50	02/03/2006	65	17/04/2006	67	02/06/2006	38
01/12/2005	40	16/01/2006	65	03/03/2006	52	18/04/2006	67	03/06/2006	38
02/12/2005	40	17/01/2006	65	04/03/2006	52	19/04/2006	67	04/06/2006	35
03/12/2005	40	18/01/2006	45	05/03/2006	63	20/04/2006	64	05/06/2006	35
04/12/2005	40	19/01/2006	45	06/03/2006	63	21/04/2006	64	06/06/2006	35
05/12/2005	40	20/01/2006	45	07/03/2006	63	22/04/2006	65	07/06/2006	35
06/12/2005	40	21/01/2006	45	08/03/2006	60	23/04/2006	65	08/06/2006	31
07/12/2005	40	22/01/2006	45	09/03/2006	60	24/04/2006	60	09/06/2006	31
08/12/2005	50	23/01/2006	55	10/03/2006	51	25/04/2006	60	10/06/2006	31
09/12/2005	50	24/01/2006	55	11/03/2006	51	26/04/2006	50	11/06/2006	30
10/12/2005	50	25/01/2006	55	12/03/2006	51	27/04/2006	50	12/06/2006	30
11/12/2005	50	26/01/2006	55	13/03/2006	57	28/04/2006	65	13/06/2006	30
12/12/2005	40	27/01/2006	70	14/03/2006	57	29/04/2006	65	14/06/2006	30
13/12/2005	40	28/01/2006	70	15/03/2006	63	30/04/2006	52	15/06/2006	32
14/12/2005	40	29/01/2006	70	16/03/2006	63	01/05/2006	52	16/06/2006	32
15/12/2005	40	30/01/2006	60	17/03/2006	63	02/05/2006	52	17/06/2006	32
16/12/2005	40	31/01/2006	60	18/03/2006	63	03/05/2006	68	18/06/2006	32
17/12/2005	40	01/02/2006	60	19/03/2006	63	04/05/2006	68	19/06/2006	21
18/12/2005	40	02/02/2006	60	20/03/2006	60	05/05/2006	68	20/06/2006	21
19/12/2005	40	03/02/2006	50	21/03/2006	60	06/05/2006	68	21/06/2006	21
20/12/2005	40	04/02/2006	50	22/03/2006	78	07/05/2006	56	22/06/2006	21
21/12/2005	40	05/02/2006	50	23/03/2006	78	08/05/2006	56	23/06/2006	20
22/12/2005	40	06/02/2006	50	24/03/2006	60	09/05/2006	56	24/06/2006	20
23/12/2005	40	07/02/2006	50	25/03/2006	60	10/05/2006	60	25/06/2006	20
24/12/2005	40	08/02/2006	48	26/03/2006	60	11/05/2006	60	26/06/2006	20
25/12/2005	40	09/02/2006	48	27/03/2006	80	12/05/2006	62	27/06/2006	20
26/12/2005	40	10/02/2006	48	28/03/2006	80	13/05/2006	62	28/06/2006	25
27/12/2005	54	11/02/2006	48	29/03/2006	80	14/05/2006	50	29/06/2006	25
28/12/2005	54	12/02/2006	48	30/03/2006	80	15/05/2006	50	30/06/2006	20
29/12/2005	54	13/02/2006	60	31/03/2006	65	16/05/2006	50	01/07/2006	20
30/12/2005	54	14/02/2006	60	01/04/2006	65	17/05/2006	45	02/07/2006	20
31/12/2005	54	15/02/2006	50	02/04/2006	65	18/05/2006	45	03/07/2006	20

04/07/2006	20	26/01/2007	41	13/03/2007	63	28/04/2007	98	13/06/2007	77
05/07/2006	22	27/01/2007	41	14/03/2007	63	29/04/2007	98	14/06/2007	77
06/07/2006	22	28/01/2007	40	15/03/2007	65	30/04/2007	94	15/06/2007	62
07/07/2006	25	29/01/2007	40	16/03/2007	65	01/05/2007	94	16/06/2007	62
08/07/2006	25	30/01/2007	40	17/03/2007	65	02/05/2007	93	17/06/2007	73
09/07/2006	25	31/01/2007	40	18/03/2007	70	03/05/2007	93	18/06/2007	73
10/07/2006	18	01/02/2007	44	19/03/2007	70	04/05/2007	91	19/06/2007	67
11/07/2006	18	02/02/2007	44	20/03/2007	70	05/05/2007	91	20/06/2007	67
12/07/2006	20	03/02/2007	44	21/03/2007	82	06/05/2007	82	21/06/2007	68
13/07/2006	20	04/02/2007	44	22/03/2007	82	07/05/2007	82	22/06/2007	68
14/07/2006	20	05/02/2007	43	23/03/2007	88	08/05/2007	90	23/06/2007	68
15/07/2006	20	06/02/2007	43	24/03/2007	88	09/05/2007	90	24/06/2007	67
16/07/2006	20	07/02/2007	43	25/03/2007	90	10/05/2007	88	25/06/2007	67
17/07/2006	14	08/02/2007	43	26/03/2007	90	11/05/2007	88	26/06/2007	67
18/07/2006	14	09/02/2007	45	27/03/2007	99	12/05/2007	91	27/06/2007	65
19/07/2006	14	10/02/2007	45	28/03/2007	99	13/05/2007	91	28/06/2007	65
20/07/2006	12	11/02/2007	45	29/03/2007	96	14/05/2007	89	29/06/2007	64
21/07/2006	12	12/02/2007	45	30/03/2007	96	15/05/2007	89	30/06/2007	64
22/07/2006	12	13/02/2007	45	31/03/2007	97	16/05/2007	91	01/07/2007	61
23/07/2006	12	14/02/2007	45	01/04/2007	97	17/05/2007	91	02/07/2007	61
24/07/2006	10	15/02/2007	49	02/04/2007	96	18/05/2007	92	03/07/2007	58
25/07/2006	10	16/02/2007	49	03/04/2007	96	19/05/2007	92	04/07/2007	58
26/07/2006	10	17/02/2007	50	04/04/2007	94	20/05/2007	79	05/07/2007	60
27/07/2006	10	18/02/2007	50	05/04/2007	94	21/05/2007	79	06/07/2007	60
28/07/2006	10	19/02/2007	49	06/04/2007	98	22/05/2007	90	07/07/2007	60
29/07/2006	10	20/02/2007	49	07/04/2007	98	23/05/2007	90	08/07/2007	60
30/07/2006	10	21/02/2007	45	08/04/2007	99	24/05/2007	84	09/07/2007	60
31/07/2006	10	22/02/2007	45	09/04/2007	99	25/05/2007	84	10/07/2007	60
08/01/2007	20	23/02/2007	52	10/04/2007	102	26/05/2007	93	11/07/2007	62
09/01/2007	20	24/02/2007	52	11/04/2007	102	27/05/2007	93	12/07/2007	62
10/01/2007	20	25/02/2007	56	12/04/2007	101	28/05/2007	81	13/07/2007	59
11/01/2007	20	26/02/2007	56	13/04/2007	101	29/05/2007	81	14/07/2007	59
12/01/2007	22	27/02/2007	59	14/04/2007	97	30/05/2007	76	15/07/2007	59
13/01/2007	22	28/02/2007	59	15/04/2007	97	31/05/2007	76	16/07/2007	60
14/01/2007	22	01/03/2007	60	16/04/2007	105	01/06/2007	70	17/07/2007	60
15/01/2007	22	02/03/2007	62	17/04/2007	105	02/06/2007	70	18/07/2007	56
16/01/2007	22	03/03/2007	62	18/04/2007	104	03/06/2007	87	19/07/2007	56
17/01/2007	28	04/03/2007	62	19/04/2007	104	04/06/2007	87	20/07/2007	55
18/01/2007	28	05/03/2007	64	20/04/2007	106	05/06/2007	80	21/07/2007	55
19/01/2007	28	06/03/2007	64	21/04/2007	106	06/06/2007	80	22/07/2007	55
20/01/2007	28	07/03/2007	59	22/04/2007	102	07/06/2007	81	23/07/2007	50
21/01/2007	32	08/03/2007	59	23/04/2007	102	08/06/2007	81	24/07/2007	50
22/01/2007	32	09/03/2007	60	24/04/2007	105	09/06/2007	78	25/07/2007	49
23/01/2007	32	10/03/2007	60	25/04/2007	105	10/06/2007	78	26/07/2007	49
24/01/2007	41	11/03/2007	70	26/04/2007	120	11/06/2007	76	27/07/2007	48
25/01/2007	41	12/03/2007	70	27/04/2007	120	12/06/2007	76	28/07/2007	48

29/07/2007	45	22/02/2008	58	08/04/2008	72	24/05/2008	55	09/07/2008	22
30/07/2007	45	23/02/2008	58	09/04/2008	72	25/05/2008	55	10/07/2008	22
09/01/2008	54	24/02/2008	55	10/04/2008	72	26/05/2008	55	11/07/2008	17
10/01/2008	54	25/02/2008	55	11/04/2008	70	27/05/2008	55	12/07/2008	17
11/01/2008	54	26/02/2008	60	12/04/2008	70	28/05/2008	55	13/07/2008	16
12/01/2008	54	27/02/2008	60	13/04/2008	70	29/05/2008	54	14/07/2008	16
13/01/2008	58	28/02/2008	61	14/04/2008	70	30/05/2008	54	15/07/2008	18
14/01/2008	58	29/02/2008	61	15/04/2008	79	31/05/2008	56	16/07/2008	18
15/01/2008	58	01/03/2008	65	16/04/2008	79	01/06/2008	56	17/07/2008	20
16/01/2008	58	02/03/2008	65	17/04/2008	76	02/06/2008	53	18/07/2008	20
17/01/2008	58	03/03/2008	67	18/04/2008	76	03/06/2008	53	19/07/2008	16
18/01/2008	62	04/03/2008	67	19/04/2008	74	04/06/2008	51	20/07/2008	16
19/01/2008	62	05/03/2008	69	20/04/2008	74	05/06/2008	51	21/07/2008	14
20/01/2008	62	06/03/2008	69	21/04/2008	74	06/06/2008	51	22/07/2008	14
21/01/2008	68	07/03/2008	71	22/04/2008	74	07/06/2008	51	23/07/2008	15
22/01/2008	68	08/03/2008	71	23/04/2008	79	08/06/2008	48	24/07/2008	15
23/01/2008	68	09/03/2008	72	24/04/2008	79	09/06/2008	48	25/07/2008	12
24/01/2008	68	10/03/2008	72	25/04/2008	76	10/06/2008	46	26/07/2008	12
25/01/2008	62	11/03/2008	76	26/04/2008	76	11/06/2008	46	27/07/2008	13
26/01/2008	62	12/03/2008	76	27/04/2008	75	12/06/2008	45	28/07/2008	13
27/01/2008	62	13/03/2008	76	28/04/2008	75	13/06/2008	45	29/07/2008	14
28/01/2008	62	14/03/2008	72	29/04/2008	80	14/06/2008	42	30/07/2008	14
29/01/2008	58	15/03/2008	72	30/04/2008	80	15/06/2008	42	31/07/2008	15
30/01/2008	58	16/03/2008	73	01/05/2008	76	16/06/2008	40	04/12/2008	21
31/01/2008	58	17/03/2008	73	02/05/2008	76	17/06/2008	40	05/12/2008	21
01/02/2008	58	18/03/2008	71	03/05/2008	78	18/06/2008	39	06/12/2008	21
02/02/2008	62	19/03/2008	71	04/05/2008	78	19/06/2008	39	07/12/2008	21
03/02/2008	62	20/03/2008	71	05/05/2008	77	20/06/2008	33	08/12/2008	29
04/02/2008	62	21/03/2008	71	06/05/2008	77	21/06/2008	33	09/12/2008	29
05/02/2008	62	22/03/2008	67	07/05/2008	73	22/06/2008	31	10/12/2008	29
06/02/2008	72	23/03/2008	67	08/05/2008	73	23/06/2008	31	11/12/2008	29
07/02/2008	72	24/03/2008	68	09/05/2008	71	24/06/2008	24	12/12/2008	31
08/02/2008	75	25/03/2008	68	10/05/2008	71	25/06/2008	24	13/12/2008	31
09/02/2008	65	26/03/2008	59	11/05/2008	70	26/06/2008	23	14/12/2008	31
10/02/2008	65	27/03/2008	59	12/05/2008	70	27/06/2008	23	15/12/2008	27
11/02/2008	65	28/03/2008	65	13/05/2008	69	28/06/2008	26	16/12/2008	27
12/02/2008	59	29/03/2008	65	14/05/2008	69	29/06/2008	26	17/12/2008	27
13/02/2008	59	30/03/2008	68	15/05/2008	66	30/06/2008	22	18/12/2008	27
14/02/2008	59	31/03/2008	68	16/05/2008	66	01/07/2008	23	19/12/2008	37
15/02/2008	65	01/04/2008	68	17/05/2008	62	02/07/2008	23	20/12/2008	37
16/02/2008	64	02/04/2008	72	18/05/2008	62	03/07/2008	25	21/12/2008	37
17/02/2008	60	03/04/2008	72	19/05/2008	60	04/07/2008	25	22/12/2008	37
18/02/2008	60	04/04/2008	68	20/05/2008	60	05/07/2008	27	23/12/2008	40
19/02/2008	60	05/04/2008	68	21/05/2008	58	06/07/2008	27	24/12/2008	40
20/02/2008	60	06/04/2008	70	22/05/2008	58	07/07/2008	20	25/12/2008	41
21/02/2008	58	07/04/2008	70	23/05/2008	55	08/07/2008	20	26/12/2008	41

27/12/2008	42	11/02/2009	41	29/03/2009	51	14/05/2009	68	29/06/2009	54
28/12/2008	42	12/02/2009	42	30/03/2009	51	15/05/2009	68	30/06/2009	54
29/12/2008	45	13/02/2009	42	31/03/2009	51	16/05/2009	65	01/07/2009	54
30/12/2008	45	14/02/2009	42	01/04/2009	57	17/05/2009	65	02/07/2009	54
31/12/2008	45	15/02/2009	42	02/04/2009	57	18/05/2009	67	03/07/2009	50
01/01/2009	41	16/02/2009	43	03/04/2009	57	19/05/2009	67	04/07/2009	50
02/01/2009	41	17/02/2009	43	04/04/2009	61	20/05/2009	67	05/07/2009	45
03/01/2009	41	18/02/2009	43	05/04/2009	61	21/05/2009	67	06/07/2009	45
04/01/2009	41	19/02/2009	43	06/04/2009	61	22/05/2009	66	07/07/2009	42
05/01/2009	51	20/02/2009	52	07/04/2009	61	23/05/2009	66	08/07/2009	42
06/01/2009	51	21/02/2009	52	08/04/2009	65	24/05/2009	67	09/07/2009	44
07/01/2009	51	22/02/2009	52	09/04/2009	65	25/05/2009	67	10/07/2009	44
08/01/2009	51	23/02/2009	52	10/04/2009	65	26/05/2009	68	11/07/2009	44
09/01/2009	40	24/02/2009	50	11/04/2009	65	27/05/2009	68	12/07/2009	44
10/01/2009	40	25/02/2009	50	12/04/2009	63	28/05/2009	70	13/07/2009	47
11/01/2009	40	26/02/2009	50	13/04/2009	63	29/05/2009	70	14/07/2009	47
12/01/2009	40	27/02/2009	50	14/04/2009	63	30/05/2009	67	15/07/2009	47
13/01/2009	47	28/02/2009	53	15/04/2009	63	31/05/2009	67	16/07/2009	47
14/01/2009	47	01/03/2009	53	16/04/2009	62	01/06/2009	65	17/07/2009	38
15/01/2009	47	02/03/2009	53	17/04/2009	62	02/06/2009	65	18/07/2009	38
16/01/2009	47	03/03/2009	53	18/04/2009	62	03/06/2009	66	19/07/2009	38
17/01/2009	40	04/03/2009	47	19/04/2009	62	04/06/2009	66	20/07/2009	38
18/01/2009	40	05/03/2009	47	20/04/2009	70	05/06/2009	64	21/07/2009	39
19/01/2009	40	06/03/2009	47	21/04/2009	70	06/06/2009	64	22/07/2009	39
20/01/2009	40	07/03/2009	47	22/04/2009	73	07/06/2009	63	23/07/2009	39
21/01/2009	50	08/03/2009	52	23/04/2009	73	08/06/2009	63	24/07/2009	39
22/01/2009	50	09/03/2009	52	24/04/2009	68	09/06/2009	62	25/07/2009	39
23/01/2009	52	10/03/2009	52	25/04/2009	68	10/06/2009	62	26/07/2009	36
24/01/2009	52	11/03/2009	52	26/04/2009	68	11/06/2009	60	27/07/2009	36
25/01/2009	51	12/03/2009	49	27/04/2009	68	12/06/2009	60	28/07/2009	36
26/01/2009	51	13/03/2009	49	28/04/2009	70	13/06/2009	55	29/07/2009	36
27/01/2009	50	14/03/2009	49	29/04/2009	70	14/06/2009	55	30/07/2009	36
28/01/2009	50	15/03/2009	49	30/04/2009	74	15/06/2009	55	07/12/2009	38
29/01/2009	53	16/03/2009	52	01/05/2009	75	16/06/2009	55	08/12/2009	38
30/01/2009	53	17/03/2009	52	02/05/2009	75	17/06/2009	57	09/12/2009	38
31/01/2009	53	18/03/2009	52	03/05/2009	74	18/06/2009	57	10/12/2009	38
01/02/2009	49	19/03/2009	52	04/05/2009	74	19/06/2009	57	11/12/2009	38
02/02/2009	49	20/03/2009	53	05/05/2009	69	20/06/2009	57	12/12/2009	38
03/02/2009	49	21/03/2009	53	06/05/2009	69	21/06/2009	51	13/12/2009	38
04/02/2009	40	22/03/2009	53	07/05/2009	69	22/06/2009	51	14/12/2009	40
05/02/2009	40	23/03/2009	53	08/05/2009	68	23/06/2009	48	15/12/2009	40
06/02/2009	40	24/03/2009	49	09/05/2009	68	24/06/2009	48	16/12/2009	43
07/02/2009	40	25/03/2009	49	10/05/2009	67	25/06/2009	48	17/12/2009	43
08/02/2009	41	26/03/2009	49	11/05/2009	67	26/06/2009	48	18/12/2009	43
09/02/2009	41	27/03/2009	49	12/05/2009	69	27/06/2009	48	19/12/2009	50
10/02/2009	41	28/03/2009	51	13/05/2009	69	28/06/2009	48	20/12/2009	50

21/12/2009	55	05/02/2010	56	23/03/2010	79	08/05/2010	86	23/06/2010	59
22/12/2009	55	06/02/2010	56	24/03/2010	79	09/05/2010	86	24/06/2010	59
23/12/2009	55	07/02/2010	56	25/03/2010	84	10/05/2010	86	25/06/2010	58
24/12/2009	52	08/02/2010	56	26/03/2010	84	11/05/2010	86	26/06/2010	58
25/12/2009	52	09/02/2010	63	27/03/2010	82	12/05/2010	81	27/06/2010	56
26/12/2009	52	10/02/2010	63	28/03/2010	82	13/05/2010	81	28/06/2010	56
27/12/2009	50	11/02/2010	63	29/03/2010	81	14/05/2010	81	29/06/2010	54
28/12/2009	50	12/02/2010	63	30/03/2010	81	15/05/2010	81	30/06/2010	54
29/12/2009	60	13/02/2010	62	31/03/2010	81	16/05/2010	80	01/07/2010	52
30/12/2009	60	14/02/2010	62	01/04/2010	81	17/05/2010	80	02/07/2010	52
31/12/2009	64	15/02/2010	62	02/04/2010	84	18/05/2010	78	03/07/2010	49
01/01/2010	64	16/02/2010	62	03/04/2010	84	19/05/2010	78	04/07/2010	49
02/01/2010	63	17/02/2010	63	04/04/2010	84	20/05/2010	74	05/07/2010	49
03/01/2010	63	18/02/2010	63	05/04/2010	84	21/05/2010	74	06/07/2010	49
04/01/2010	62	19/02/2010	63	06/04/2010	87	22/05/2010	73	07/07/2010	48
05/01/2010	62	20/02/2010	63	07/04/2010	87	23/05/2010	73	08/07/2010	48
06/01/2010	61	21/02/2010	66	08/04/2010	85	24/05/2010	71	09/07/2010	40
07/01/2010	61	22/02/2010	66	09/04/2010	85	25/05/2010	71	10/07/2010	40
08/01/2010	63	23/02/2010	66	10/04/2010	86	26/05/2010	71	11/07/2010	40
09/01/2010	63	24/02/2010	66	11/04/2010	86	27/05/2010	71	12/07/2010	40
10/01/2010	65	25/02/2010	63	12/04/2010	88	28/05/2010	70	13/07/2010	35
11/01/2010	65	26/02/2010	63	13/04/2010	88	29/05/2010	70	14/07/2010	35
12/01/2010	65	27/02/2010	63	14/04/2010	89	30/05/2010	71	15/07/2010	35
13/01/2010	65	28/02/2010	63	15/04/2010	89	31/05/2010	71	16/07/2010	35
14/01/2010	62	01/03/2010	66	16/04/2010	91	01/06/2010	69	17/07/2010	33
15/01/2010	62	02/03/2010	66	17/04/2010	91	02/06/2010	69	18/07/2010	33
16/01/2010	62	03/03/2010	66	18/04/2010	96	03/06/2010	71	19/07/2010	33
17/01/2010	62	04/03/2010	66	19/04/2010	96	04/06/2010	71	20/07/2010	33
18/01/2010	60	05/03/2010	71	20/04/2010	95	05/06/2010	68	21/07/2010	30
19/01/2010	60	06/03/2010	71	21/04/2010	95	06/06/2010	68	22/07/2010	30
20/01/2010	51	07/03/2010	71	22/04/2010	91	07/06/2010	69	23/07/2010	30
21/01/2010	51	08/03/2010	71	23/04/2010	91	08/06/2010	69	24/07/2010	30
22/01/2010	57	09/03/2010	74	24/04/2010	91	09/06/2010	65	25/07/2010	28
23/01/2010	57	10/03/2010	74	25/04/2010	91	10/06/2010	65	26/07/2010	28
24/01/2010	55	11/03/2010	81	26/04/2010	90	11/06/2010	62	27/07/2010	23
25/01/2010	55	12/03/2010	81	27/04/2010	90	12/06/2010	62	28/07/2010	23
26/01/2010	48	13/03/2010	82	28/04/2010	90	13/06/2010	63	29/07/2010	23
27/01/2010	48	14/03/2010	82	29/04/2010	90	14/06/2010	63	30/07/2010	23
28/01/2010	48	15/03/2010	81	30/04/2010	87	15/06/2010	60		
29/01/2010	48	16/03/2010	81	01/05/2010	87	16/06/2010	60		
30/01/2010	50	17/03/2010	80	02/05/2010	86	17/06/2010	63		
31/01/2010	50	18/03/2010	80	03/05/2010	86	18/06/2010	63		
01/02/2010	51	19/03/2010	79	04/05/2010	83	19/06/2010	60		
02/02/2010	51	20/03/2010	79	05/05/2010	83	20/06/2010	60		
03/02/2010	51	21/03/2010	70	06/05/2010	87	21/06/2010	61		
04/02/2010	51	22/03/2010	70	07/05/2010	87	22/06/2010	61		

7.2 Στατιστικά στοιχεία για παραγωγό2

Στατιστικά στοιχεία (παραγωγή αν δύο ημέρες) για παραγωγό2:

Τα στατιστικά στοιχεία αφορούν την περίοδο από 20/12/2004 έως 30/07/2010.

Ενώ σε κάθε χρόνο πάνω δεν καταγράφονται ορισμένοι μήνες γιατί σταματάει η γαλακτοπαραγωγή.

Οι ημερομηνίες αυτές είναι:

από 30/07/2005 έως 08/12/2005,
από 01/08/2006 έως 18/12/2006,
από 16/08/2007 έως 12/12/2007,
από 14/08/2008 έως 13/01/2009,
Απο18/08/2009 έως 08/01/2010.

20/12/2004	30	23/03/2005	69	22/06/2005	52	29/01/2006	65	02/05/2006	65
22/12/2004	38	25/03/2005	62	24/06/2005	48	01/02/2006	36	04/05/2006	60
24/12/2004	38	26/03/2005	60	26/06/2005	47	03/02/2006	33	06/05/2006	60
26/12/2004	40	28/03/2005	60	28/06/2005	37	05/02/2006	53	08/05/2006	60
28/12/2004	39	30/03/2005	65	30/06/2005	40	07/02/2006	34	10/05/2006	60
31/12/2004	39	01/04/2005	58	02/07/2005	36	09/02/2006	28	12/05/2006	64
02/01/2005	42	03/04/2005	58	04/07/2005	40	11/02/2006	22	14/05/2006	60
04/01/2005	36	05/04/2005	59	06/07/2005	32	13/02/2006	20	16/05/2006	59
06/01/2005	32	07/04/2005	62	08/07/2005	26	15/02/2006	30	18/05/2006	60
08/01/2005	35	9/04/2005	61	10/07/2005	30	17/02/2006	30	20/05/2006	70
10/01/2005	30	11/04/2005	66	12/07/2005	32	19/02/2006	30	22/05/2006	70
12/01/2005	30	13/04/2005	60	14/07/2005	21	21/02/2006	25	24/05/2006	66
14/01/2005	22	15/04/2005	67	16/07/2005	20	23/02/2006	32	26/05/2006	69
16/01/2005	23	17/04/2005	64	18/07/2005	20	25/02/2006	31	28/05/2006	82
18/01/2005	33	19/04/2005	65	20/07/2005	20	27/02/2006	48	30/05/2006	70
20/01/2005	33	21/04/2005	59	22/07/2005	20	01/03/2006	38	01/06/2006	70
22/01/2005	25	23/04/2005	62	24/07/2005	16	03/03/2006	29	03/06/2006	60
24/01/2005	37	25/04/2005	64	26/07/2005	21	05/03/2006	20	05/06/2006	67
26/01/2005	32	27/04/2005	67	28/07/2005	19	07/03/2006	50	07/06/2006	50
28/01/2005	30	29/04/2005	60	30/07/2005	10	09/03/2006	20	09/06/2006	41
30/01/2005	30	01/04/2005	60	08/12/2005	15	11/03/2006	40	11/06/2006	42
01/02/2005	30	03/05/2005	62	10/12/2005	11	13/03/2006	37	13/06/2006	35
03/02/2005	21	05/05/2005	66	12/12/2005	10	15/03/2006	36	15/06/2006	30
05/02/2005	20	07/05/2005	78	14/12/2005	12	17/03/2006	38	17/06/2006	30
07/02/2005	30	09/05/2005	70	16/12/2005	10	19/03/2006	46	19/06/2006	32
9/02/2005	30	11/05/2005	83	18/12/2005	16	21/03/2006	43	21/06/2006	30
11/02/2005	25	13/05/2005	79	20/12/2005	23	23/03/2006	48	23/06/2006	21
13/02/2005	30	15/05/2005	79	22/12/2005	34	25/03/2006	40	25/06/2006	24
15/02/2005	30	17/05/2005	75	24/12/2005	20	27/03/2006	50	27/06/2006	20
17/02/2005	30	19/05/2005	70	26/12/2005	30	29/03/2006	59	29/06/2006	18
19/02/2005	34	21/05/2005	65	28/12/2005	34	31/03/2006	63	01/07/2006	15
21/02/2005	30	23/05/2005	63	30/12/2005	44	02/04/2006	86	03/07/2006	20
23/02/2005	33	25/05/2005	58	01/12/2005	50	04/04/2006	70	05/07/2006	15
25/02/2005	30	27/05/2005	59	03/01/2006	65	06/04/2006	69	07/07/2006	20
27/02/2005	33	29/05/2005	57	05/01/2006	49	08/04/2006	50	09/07/2006	25
01/03/2005	42	31/05/2005	54	07/01/2006	59	10/04/2006	50	11/07/2006	20
03/03/2005	42	02/06/2005	55	09/01/2006	66	12/04/2006	59	13/07/2006	25
05/03/2005	52	04/06/2005	60	11/01/2006	66	14/04/2006	64	15/07/2006	15
07/03/2005	60	06/06/2005	58	13/01/2006	60	16/04/2006	82	17/07/2006	25
09/03/2005	70	08/06/2005	60	15/01/2006	62	18/04/2006	64	19/07/2006	20
11/03/2005	72	10/06/2005	56	17/01/2006	62	20/04/2006	54	21/07/2006	15
13/03/2005	72	12/06/2005	56	19/01/2006	34	22/04/2006	60	23/07/2006	16
15/03/2005	60	14/06/2005	53	21/01/2006	30	24/04/2006	65	25/07/2006	14
17/03/2005	68	16/06/2005	53	23/01/2006	22	26/04/2006	60	27/07/2006	21
19/03/2005	62	18/06/2005	51	25/01/2006	28	28/04/2006	70	29/07/2006	20
21/03/2005	59	20/06/2005	53	27/01/2006	16	30/04/2006	65	01/08/2006	30

18/12/2006	34	20/03/2007	56	20/06/2007	35	15/01/2008	60	16/04/2008	92
20/12/2006	35	22/03/2007	49	22/06/2007	32	17/01/2008	59	18/04/2008	82
22/12/2006	30	24/03/2007	42	24/06/2007	32	19/01/2008	70	20/04/2008	81
24/12/2006	32	26/03/2007	57	26/06/2007	31	21/01/2008	69	22/04/2008	71
26/12/2006	30	28/03/2007	46	28/06/2007	31	23/01/2008	57	24/04/2008	70
28/12/2006	40	30/03/2007	59	30/06/2007	30	25/01/2008	49	26/04/2008	70
30/12/2006	49	01/04/2007	49	02/07/2007	34	27/01/2008	66	28/04/2008	72
01/01/2007	50	03/04/2007	52	04/07/2007	35	29/01/2008	50	30/04/2008	69
03/01/2007	61	05/04/2007	50	06/07/2007	36	31/01/2008	56	02/05/2008	70
05/01/2007	64	07/04/2007	50	08/07/2007	30	02/02/2008	55	04/05/2008	62
07/01/2007	60	09/04/2007	60	10/07/2007	30	04/02/2008	52	06/05/2008	50
09/01/2007	69	11/04/2007	60	12/07/2007	27	06/02/2008	53	08/05/2008	40
11/01/2007	68	13/04/2007	52	14/07/2007	30	08/02/2008	55	10/05/2008	38
13/01/2007	60	15/04/2007	47	16/07/2007	35	10/02/2008	53	12/05/2008	36
15/01/2007	65	17/04/2007	54	18/07/2007	34	12/02/2008	55	14/05/2008	36
17/01/2007	58	19/04/2007	67	20/07/2007	27	14/02/2008	53	16/05/2008	36
19/01/2007	63	21/04/2007	59	22/07/2007	30	16/02/2008	53	18/05/2008	32
21/01/2007	73	23/04/2007	59	24/07/2007	26	18/02/2008	53	20/05/2008	33
23/01/2007	72	25/04/2007	51	26/07/2007	30	20/02/2008	50	22/05/2008	33
25/01/2007	70	27/04/2007	60	28/07/2007	29	22/02/2008	60	24/05/2008	32
27/01/2007	68	29/04/2007	54	30/07/2007	27	24/02/2008	63	26/05/2008	33
29/01/2007	67	01/05/2007	49	02/08/2007	30	26/02/2008	65	28/05/2008	30
31/01/2007	60	03/05/2007	55	04/08/2007	21	28/02/2008	72	30/05/2008	29
02/02/2007	65	05/05/2007	56	06/08/2007	29	01/03/2008	55	01/06/2008	29
04/02/2007	58	07/05/2007	58	08/08/2007	30	03/03/2008	55	03/06/2008	23
06/02/2007	52	09/05/2007	54	10/08/2007	30	05/03/2008	55	05/06/2008	25
08/02/2007	62	11/05/2007	52	12/08/2007	24	07/03/2008	55	07/06/2008	22
10/02/2007	61	13/05/2007	51	14/08/2007	23	09/03/2008	55	09/06/2008	23
12/02/2007	63	15/05/2007	62	16/08/2007	25	11/03/2008	70	11/06/2008	27
14/02/2007	57	17/05/2007	50	12/12/2007	27	13/03/2008	60	13/06/2008	28
16/02/2007	50	19/05/2007	58	14/12/2007	27	15/03/2008	67	15/06/2008	27
18/02/2007	60	21/05/2007	62	16/12/2007	20	17/03/2008	60	17/06/2008	26
20/02/2007	53	23/05/2007	50	18/12/2007	35	19/03/2008	65	19/06/2008	36
22/02/2007	63	25/05/2007	48	20/12/2007	27	21/03/2008	60	21/06/2008	10
24/02/2007	69	27/05/2007	36	22/12/2007	32	23/03/2008	60	23/06/2008	17
26/02/2007	57	29/05/2007	35	24/12/2007	23	25/03/2008	60	25/06/2008	19
28/02/2007	62	31/05/2007	39	26/12/2007	30	27/03/2008	60	27/06/2008	25
02/03/2007	62	02/06/2007	34	28/12/2007	32	29/03/2008	75	29/06/2008	20
04/03/2007	49	04/06/2007	41	30/12/2007	36	31/03/2008	62	01/07/2008	20
06/03/2007	46	06/06/2007	48	01/01/2008	40	02/04/2008	70	03/07/2008	20
08/03/2007	52	08/06/2007	42	03/01/2008	55	04/04/2008	70	05/07/2008	28
10/03/2007	50	10/06/2007	34	05/01/2008	57	06/04/2008	70	07/07/2008	29
12/03/2007	62	12/06/2007	34	07/01/2008	60	08/04/2008	70	09/07/2008	30
14/03/2007	41	14/06/2007	32	09/01/2008	75	10/04/2008	82	11/07/2008	25
16/03/2007	54	16/06/2007	35	11/01/2008	70	12/04/2008	82	13/07/2008	23
18/03/2007	40	18/06/2007	34	13/01/2008	68	14/04/2008	82	15/07/2008	20

17/07/2008	23	12/03/2009	92	11/06/2009	63	30/01/2010	80	02/05/2010	83
19/07/2008	17	14/03/2009	73	13/06/2009	59	01/02/2010	74	04/05/2010	80
21/07/2008	19	16/03/2009	74	15/06/2009	47	05/02/2010	72	06/05/2010	89
23/07/2008	24	18/03/2009	90	17/06/2009	40	07/02/2010	85	08/05/2010	90
25/07/2008	20	20/03/2009	80	19/06/2009	35	09/02/2010	60	10/05/2010	90
27/07/2008	18	22/03/2009	90	21/06/2009	42	11/02/2010	52	12/05/2010	102
29/07/2008	22	24/03/2009	73	23/06/2009	40	13/02/2010	74	14/05/2010	104
31/07/2008	15	26/03/2009	62	25/06/2009	36	15/02/2010	69	16/05/2010	105
02/08/2008	19	28/03/2009	60	27/06/2009	39	17/02/2010	60	18/05/2010	113
04/08/2008	11	30/03/2009	63	29/06/2009	30	19/02/2010	65	20/05/2010	106
06/08/2008	16	01/04/2009	67	01/07/2009	18	21/02/2010	69	22/05/2010	100
08/08/2008	10	03/04/2009	70	03/07/2009	18	23/02/2010	70	24/05/2010	100
10/08/2008	14	05/04/2009	71	05/07/2009	18	24/02/2010	82	26/05/2010	90
12/08/2008	10	07/04/2009	75	07/07/2009	18	26/02/2010	74	28/05/2010	90
14/08/2008	10	09/04/2009	81	09/07/2009	17	28/02/2010	80	30/06/2010	86
29/01/2009	25	11/04/2009	90	11/07/2009	16	02/03/2010	70	01/06/2010	89
11/01/2009	30	13/04/2009	83	13/07/2009	16	04/03/2010	60	03/06/2010	98
13/01/2009	38	15/04/2009	79	15/07/2009	25	06/03/2010	90	05/06/2010	80
15/01/2009	40	17/04/2009	81	17/07/2009	20	08/03/2010	89	07/06/2010	72
17/01/2009	42	19/04/2009	73	19/07/2009	18	10/03/2010	86	09/06/2010	60
19/01/2009	40	21/04/2009	83	21/07/2009	23	12/03/2010	96	11/06/2010	45
21/01/2009	32	23/04/2009	81	23/07/2009	15	14/03/2010	85	13/06/2010	45
23/01/2009	38	25/04/2009	79	25/07/2009	17	16/03/2010	80	15/06/2010	50
25/01/2009	47	27/04/2009	73	27/07/2009	20	18/03/2010	90	17/06/2010	58
27/01/2009	52	29/04/2009	78	29/07/2009	20	20/03/2010	99	19/06/2010	50
29/01/2009	50	01/05/2009	78	31/07/2009	22	22/03/2010	90	21/06/2010	50
31/01/2009	56	02/05/2009	73	02/08/2009	19	24/03/2010	71	23/06/2010	50
02/02/2009	58	04/05/2009	70	04/08/2009	17	26/03/2010	60	25/06/2010	45
04/02/2009	64	06/05/2009	66	06/08/2009	16	28/03/2010	65	26/06/2010	40
06/02/2009	70	08/05/2009	81	08/08/2009	22	30/03/2010	65	28/06/2010	38
08/02/2009	71	10/05/2009	70	10/08/2009	23	01/03/2010	76	30/06/2010	30
10/02/2009	76	12/05/2009	60	12/08/2009	20	03/04/2010	81	02/07/2010	38
12/02/2009	74	14/05/2009	55	14/08/2009	20	05/04/2010	90	04/07/2010	30
14/02/2009	70	16/05/2009	66	16/08/2009	18	07/04/2010	90	06/07/2010	30
16/02/2009	70	18/05/2009	66	18/08/2009	20	09/04/2010	87	08/07/2010	32
18/02/2009	60	20/05/2009	54	08/01/2010	30	11/04/2010	90	10/07/2010	27
20/02/2009	60	22/05/2009	60	10/01/2010	40	13/04/2010	94	12/07/2010	24
22/02/2009	72	24/05/2009	64	12/01/2010	50	15/04/2010	85	14/07/2010	18
24/02/2009	74	26/05/2009	66	14/01/2010	61	17/04/2010	94	16/07/2010	17
26/02/2009	71	28/05/2009	60	16/01/2010	60	19/04/2010	91	18/07/2010	17
28/02/2009	76	30/05/2009	59	18/01/2010	60	21/04/2010	82	20/07/2010	20
02/03/2009	76	01/06/2009	50	20/01/2010	61	23/04/2010	80	22/07/2010	15
04/03/2009	79	03/06/2009	56	22/01/2010	60	25/04/2010	94	24/07/2010	17
06/03/2009	80	05/06/2009	63	24/01/2010	60	26/04/2010	80	26/07/2010	16
08/03/2009	77	07/06/2009	68	26/01/2010	71	28/04/2010	78	28/07/2010	14
10/03/2009	78	09/06/2009	64	28/01/2010	70	30/04/2010	96	30/07/2010	10

7.3 Στατιστικά στοιχεία για παραγωγό3

Ημερήσια στατιστικά στοιχεία για παραγωγό3:

Τα στατιστικά στοιχεία αφορούν την περίοδο από 25/10/2005 έως 30/07/2010 .

Ενώ σε κάθε χρόνο πάνω δεν καταγράφονται ορισμένοι μήνες γιατί σταματάει η γαλακτοπαραγωγή.

Οι ημερομηνίες αυτές είναι:

από 31/07/2006 έως , 25/10/2006
από 30/07/2007 έως , 01/12/2007
από 31/07/2008 έως , 17/11/2008
από 31/07/2009 έως , 17/11/2008
από 24/07/2010 έως ,13/01/2010

25/10/05	20	10/12/05	34	25/01/06	85	12/03/06	93	27/04/06	127
26/10/05	20	11/12/05	34	26/01/06	85	13/03/06	102	28/04/06	127
27/10/05	20	12/12/05	45	27/01/06	85	14/03/06	102	29/04/06	128
28/10/05	20	13/12/05	45	28/01/06	85	15/03/06	103	30/04/06	126
29/10/05	20	14/12/05	45	29/01/06	85	16/03/06	103	01/05/06	130
30/10/05	20	15/12/05	55	30/01/06	85	17/03/06	96	02/05/06	138
31/10/05	20	16/12/05	55	31/01/06	87	18/03/06	96	03/05/06	140
01/11/05	24	17/12/05	55	01/02/06	87	19/03/06	96	04/05/06	140
02/11/05	24	18/12/05	55	02/02/06	87	20/03/06	96	05/05/06	150
03/11/05	24	19/12/05	60	03/02/06	90	21/03/06	96	06/05/06	138
04/11/05	24	20/12/05	60	04/02/06	90	22/03/06	87	07/05/06	140
05/11/05	24	21/12/05	64	05/02/06	90	23/03/06	87	08/05/06	140
06/11/05	24	22/12/05	64	06/02/06	88	24/03/06	87	09/05/06	131
07/11/05	25	23/12/05	64	07/02/06	88	25/03/06	87	10/05/06	138
08/11/05	25	24/12/05	72	08/02/06	80	26/03/06	87	11/05/06	136
09/11/05	25	25/12/05	72	09/02/06	80	27/03/06	95	12/05/06	133
10/11/05	25	26/12/05	72	10/02/06	76	28/03/06	95	13/05/06	133
11/11/05	25	27/12/05	72	11/02/06	76	29/03/06	105	14/05/06	125
12/11/05	25	28/12/05	70	12/02/06	76	30/03/06	105	15/05/06	130
13/11/05	25	29/12/05	70	13/02/06	74	31/03/06	110	16/05/06	130
14/11/05	30	30/12/05	70	14/02/06	74	01/04/06	110	17/05/06	130
15/11/05	30	31/12/05	70	15/02/06	74	02/04/06	110	18/05/06	126
16/11/05	42	01/01/06	70	16/02/06	74	03/04/06	122	19/05/06	126
17/11/05	42	02/01/06	74	17/02/06	80	04/04/06	122	20/05/06	135
18/11/05	40	03/01/06	74	18/02/06	80	05/04/06	130	21/05/06	135
19/11/05	40	04/01/06	79	19/02/06	80	06/04/06	130	22/05/06	131
20/11/05	40	05/01/06	79	20/02/06	80	07/04/06	127	23/05/06	131
21/11/05	37	06/01/06	81	21/02/06	80	08/04/06	127	24/05/06	136
22/11/05	37	07/01/06	81	22/02/06	80	09/04/06	119	25/05/06	136
23/11/05	37	08/01/06	81	23/02/06	84	10/04/06	119	26/05/06	131
24/11/05	32	09/01/06	81	24/02/06	84	11/04/06	119	27/05/06	131
25/11/05	32	10/01/06	81	25/02/06	84	12/04/06	127	28/05/06	130
26/11/05	32	11/01/06	81	26/02/06	84	13/04/06	127	29/05/06	130
27/11/05	32	12/01/06	76	27/02/06	84	14/04/06	124	30/05/06	123
28/11/05	34	13/01/06	76	28/02/06	89	15/04/06	124	31/05/06	123
29/11/05	34	14/01/06	76	01/03/06	89	16/04/06	123	01/06/06	122
30/11/05	34	15/01/06	76	02/03/06	95	17/04/06	123	02/06/06	122
01/12/05	34	16/01/06	80	03/03/06	95	18/04/06	123	03/06/06	122
02/12/05	40	17/01/06	80	04/03/06	95	19/04/06	122	04/06/06	122
03/12/05	40	18/01/06	80	05/03/06	95	20/04/06	122	05/06/06	123
04/12/05	40	19/01/06	80	06/03/06	81	21/04/06	119	06/06/06	123
05/12/05	34	20/01/06	82	07/03/06	81	22/04/06	119	07/06/06	115
06/12/05	34	21/01/06	82	08/03/06	81	23/04/06	119	08/06/06	115
07/12/05	34	22/01/06	82	09/03/06	81	24/04/06	129	09/06/06	110
08/12/05	34	23/01/06	82	10/03/06	93	25/04/06	129	10/06/06	110
09/12/05	34	24/01/06	82	11/03/06	93	26/04/06	127	11/06/06	112

12/06/06	112	28/07/06	75	07/12/06	73	22/01/07	129	09/03/07	194
13/06/06	112	29/07/06	72	08/12/06	73	23/01/07	126	10/03/07	196
14/06/06	108	30/07/06	72	09/12/06	73	24/01/07	126	11/03/07	196
15/06/06	108	31/07/06	70	10/12/06	73	25/01/07	130	12/03/07	206
16/06/06	95	26/10/06	70	11/12/06	68	26/01/07	130	13/03/07	206
17/06/06	95	27/10/06	65	12/12/06	68	27/01/07	134	14/03/07	210
18/06/06	98	28/10/06	62	13/12/06	68	28/01/07	134	15/03/07	210
19/06/06	98	29/10/06	60	14/12/06	68	29/01/07	136	16/03/07	220
20/06/06	101	30/10/06	60	15/12/06	68	30/01/07	136	17/03/07	220
21/06/06	101	31/10/06	60	16/12/06	68	31/01/07	140	18/03/07	223
22/06/06	98	01/11/06	60	17/12/06	68	01/02/07	140	19/03/07	223
23/06/06	98	02/11/06	56	18/12/06	69	02/02/07	146	20/03/07	225
24/06/06	110	03/11/06	56	19/12/06	69	03/02/07	146	21/03/07	225
25/06/06	110	04/11/06	56	20/12/06	69	04/02/07	150	22/03/07	228
26/06/06	100	05/11/06	56	21/12/06	69	05/02/07	150	23/03/07	228
27/06/06	100	06/11/06	56	22/12/06	69	06/02/07	160	24/03/07	230
28/06/06	101	07/11/06	56	23/12/06	79	07/02/07	160	25/03/07	230
29/06/06	101	08/11/06	56	24/12/06	79	08/02/07	170	26/03/07	225
30/06/06	98	09/11/06	56	25/12/06	79	09/02/07	170	27/03/07	225
01/07/06	98	10/11/06	65	26/12/06	82	10/02/07	175	28/03/07	222
02/07/06	119	11/11/06	65	27/12/06	82	11/02/07	175	29/03/07	222
03/07/06	119	12/11/06	65	28/12/06	85	12/02/07	172	30/03/07	215
04/07/06	116	13/11/06	65	29/12/06	85	13/02/07	172	31/03/07	215
05/07/06	116	14/11/06	65	30/12/06	85	14/02/07	180	01/04/07	220
06/07/06	124	15/11/06	65	31/12/06	85	15/02/07	180	02/04/07	220
07/07/06	124	16/11/06	62	01/01/07	90	16/02/07	182	03/04/07	230
08/07/06	131	17/11/06	62	02/01/07	90	17/02/07	182	04/04/07	230
09/07/06	131	18/11/06	62	03/01/07	98	18/02/07	170	05/04/07	240
10/07/06	117	19/11/06	62	04/01/07	98	19/02/07	170	06/04/07	240
11/07/06	117	20/11/06	62	05/01/07	110	20/02/07	172	07/04/07	245
12/07/06	98	21/11/06	62	06/01/07	110	21/02/07	172	08/04/07	245
13/07/06	98	22/11/06	70	07/01/07	115	22/02/07	174	09/04/07	248
14/07/06	95	23/11/06	70	08/01/07	115	23/02/07	174	10/04/07	248
15/07/06	95	24/11/06	70	09/01/07	112	24/02/07	169	11/04/07	250
16/07/06	95	25/11/06	70	10/01/07	112	25/02/07	169	12/04/07	250
17/07/06	99	26/11/06	70	11/01/07	120	26/02/07	165	13/04/07	251
18/07/06	99	27/11/06	70	12/01/07	120	27/02/07	165	14/04/07	251
19/07/06	99	28/11/06	70	13/01/07	130	28/02/07	168	15/04/07	258
20/07/06	95	29/11/06	72	14/01/07	130	01/03/07	168	16/04/07	258
21/07/06	95	30/11/06	72	15/01/07	130	02/03/07	175	17/04/07	261
22/07/06	90	01/12/06	72	16/01/07	130	03/03/07	175	18/04/07	261
23/07/06	89	02/12/06	74	17/01/07	132	04/03/07	182	19/04/07	269
24/07/06	89	03/12/06	74	18/01/07	132	05/03/07	182	20/04/07	269
25/07/06	80	04/12/06	74	19/01/07	134	06/03/07	190	21/04/07	275
26/07/06	80	05/12/06	74	20/01/07	134	07/03/07	190	22/04/07	275
27/07/06	75	06/12/06	73	21/01/07	129	08/03/07	194	23/04/07	278

24/04/07	278	09/06/07	210	25/07/07	259	10/01/08	165	25/02/08	164
25/04/07	280	10/06/07	204	26/07/07	259	11/01/08	165	26/02/08	164
26/04/07	280	11/06/07	204	27/07/07	268	12/01/08	160	27/02/08	164
27/04/07	285	12/06/07	200	28/07/07	268	13/01/08	160	28/02/08	164
28/04/07	285	13/06/07	200	29/07/07	260	14/01/08	150	29/02/08	165
29/04/07	280	14/06/07	198	30/07/07	260	15/01/08	150	01/03/08	165
30/04/07	280	15/06/07	198	01/12/07	255	16/01/08	147	02/03/08	170
01/05/07	274	16/06/07	195	02/12/07	255	17/01/08	147	03/03/08	176
02/05/07	274	17/06/07	195	03/12/07	245	18/01/08	140	04/03/08	176
03/05/07	272	18/06/07	202	04/12/07	245	19/01/08	140	05/03/08	180
04/05/07	272	19/06/07	202	05/12/07	241	20/01/08	134	06/03/08	180
05/05/07	268	20/06/07	204	06/12/07	241	21/01/08	134	07/03/08	189
06/05/07	268	21/06/07	204	07/12/07	238	22/01/08	130	08/03/08	189
07/05/07	260	22/06/07	205	08/12/07	238	23/01/08	130	09/03/08	195
08/05/07	260	23/06/07	205	09/12/07	230	24/01/08	124	10/03/08	195
09/05/07	262	24/06/07	201	10/12/07	230	25/01/08	124	11/03/08	210
10/05/07	262	25/06/07	201	11/12/07	225	26/01/08	126	12/03/08	210
11/05/07	258	26/06/07	198	12/12/07	225	27/01/08	126	13/03/08	214
12/05/07	258	27/06/07	198	13/12/07	221	28/01/08	125	14/03/08	214
13/05/07	250	28/06/07	197	14/12/07	221	29/01/08	125	15/03/08	219
14/05/07	250	29/06/07	197	15/12/07	224	30/01/08	126	16/03/08	219
15/05/07	245	30/06/07	190	16/12/07	224	31/01/08	126	17/03/08	230
16/05/07	245	01/07/07	192	17/12/07	220	01/02/08	128	18/03/08	230
17/05/07	250	02/07/07	192	18/12/07	220	02/02/08	128	19/03/08	236
18/05/07	250	03/07/07	198	19/12/07	214	03/02/08	136	20/03/08	236
19/05/07	248	04/07/07	198	20/12/07	214	04/02/08	136	21/03/08	240
20/05/07	248	05/07/07	210	21/12/07	218	05/02/08	140	22/03/08	240
21/05/07	252	06/07/07	210	22/12/07	218	06/02/08	140	23/03/08	241
22/05/07	252	07/07/07	215	23/12/07	220	07/02/08	148	24/03/08	241
23/05/07	247	08/07/07	215	24/12/07	220	08/02/08	148	25/03/08	245
24/05/07	247	09/07/07	217	25/12/07	221	09/02/08	150	26/03/08	245
25/05/07	240	10/07/07	217	26/12/07	221	10/02/08	150	27/03/08	244
26/05/07	240	11/07/07	222	27/12/07	222	11/02/08	156	28/03/08	244
27/05/07	238	12/07/07	222	28/12/07	222	12/02/08	156	29/03/08	243
28/05/07	238	13/07/07	225	29/12/07	219	13/02/08	161	30/03/08	243
29/05/07	232	14/07/07	225	30/12/07	219	14/02/08	161	31/03/08	240
30/05/07	232	15/07/07	230	31/12/07	200	15/02/08	162	01/04/08	240
31/05/07	237	16/07/07	230	01/01/08	200	16/02/08	162	02/04/08	236
01/06/07	237	17/07/07	237	02/01/08	195	17/02/08	165	03/04/08	236
02/06/07	225	18/07/07	237	03/01/08	195	18/02/08	165	04/04/08	235
03/06/07	225	19/07/07	242	04/01/08	188	19/02/08	162	05/04/08	235
04/06/07	215	20/07/07	242	05/01/08	188	20/02/08	162	06/04/08	234
05/06/07	215	21/07/07	251	06/01/08	176	21/02/08	160	07/04/08	234
06/06/07	216	22/07/07	251	07/01/08	176	22/02/08	160	08/04/08	238
07/06/07	216	23/07/07	255	08/01/08	170	23/02/08	159	09/04/08	238
08/06/07	210	24/07/07	255	09/01/08	170	24/02/08	159	10/04/08	232

11/04/08	232	27/05/08	268	12/07/08	248	13/12/08	180	28/01/09	221
12/04/08	230	28/05/08	268	13/07/08	251	14/12/08	180	29/01/09	217
13/04/08	230	29/05/08	264	14/07/08	251	15/12/08	185	30/01/09	217
14/04/08	234	30/05/08	264	15/07/08	254	16/12/08	185	31/01/09	214
15/04/08	234	31/05/08	262	16/07/08	254	17/12/08	187	01/02/09	210
16/04/08	240	01/06/08	260	17/07/08	256	18/12/08	187	02/02/09	210
17/04/08	240	02/06/08	260	18/07/08	256	19/12/08	190	03/02/09	204
18/04/08	238	03/06/08	255	19/07/08	260	20/12/08	190	04/02/09	204
19/04/08	238	04/06/08	255	20/07/08	260	21/12/08	193	05/02/09	200
20/04/08	234	05/06/08	252	21/07/08	263	22/12/08	193	06/02/09	200
21/04/08	234	06/06/08	252	22/07/08	263	23/12/08	191	07/02/09	198
22/04/08	235	07/06/08	250	23/07/08	265	24/12/08	191	08/02/09	198
23/04/08	235	08/06/08	250	24/07/08	265	25/12/08	194	09/02/09	192
24/04/08	235	09/06/08	248	25/07/08	255	26/12/08	194	10/02/09	192
25/04/08	235	10/06/08	248	26/07/08	255	27/12/08	194	11/02/09	198
26/04/08	230	11/06/08	245	27/07/08	258	28/12/08	194	12/02/09	198
27/04/08	230	12/06/08	245	28/07/08	258	29/12/08	197	13/02/09	196
28/04/08	230	13/06/08	244	29/07/08	255	30/12/08	197	14/02/09	196
29/04/08	232	14/06/08	244	30/07/08	255	31/12/08	198	15/02/09	193
30/04/08	232	15/06/08	238	31/07/08	254	01/01/09	200	16/02/09	193
01/05/08	240	16/06/08	238	17/11/08	248	02/01/09	201	17/02/09	190
02/05/08	240	17/06/08	236	18/11/08	240	03/01/09	201	18/02/09	190
03/05/08	242	18/06/08	236	19/11/08	230	04/01/09	204	19/02/09	187
04/05/08	242	19/06/08	236	20/11/08	230	05/01/09	204	20/02/09	187
05/05/08	250	20/06/08	236	21/11/08	220	06/01/09	206	21/02/09	190
06/05/08	250	21/06/08	234	22/11/08	220	07/01/09	206	22/02/09	190
07/05/08	255	22/06/08	234	23/11/08	215	08/01/09	205	23/02/09	196
08/05/08	255	23/06/08	235	24/11/08	215	09/01/09	205	24/02/09	196
09/05/08	261	24/06/08	235	25/11/08	200	10/01/09	200	25/02/09	194
10/05/08	261	25/06/08	231	26/11/08	190	11/01/09	200	26/02/09	194
11/05/08	263	26/06/08	231	27/11/08	195	12/01/09	205	27/02/09	192
12/05/08	263	27/06/08	230	28/11/08	195	13/01/09	205	28/02/09	192
13/05/08	270	28/06/08	230	29/11/08	194	14/01/09	210	01/03/09	189
14/05/08	270	29/06/08	232	30/11/08	198	15/01/09	210	02/03/09	189
15/05/08	271	30/06/08	232	01/12/08	196	16/01/09	210	03/03/09	187
16/05/08	271	01/07/08	234	02/12/08	196	17/01/09	210	04/03/09	187
17/05/08	269	02/07/08	234	03/12/08	190	18/01/09	210	05/03/09	185
18/05/08	269	03/07/08	240	04/12/08	190	19/01/09	214	06/03/09	185
19/05/08	270	04/07/08	240	05/12/08	189	20/01/09	214	07/03/09	180
20/05/08	270	05/07/08	242	06/12/08	189	21/01/09	218	08/03/09	180
21/05/08	274	06/07/08	242	07/12/08	185	22/01/09	218	09/03/09	175
22/05/08	274	07/07/08	243	08/12/08	185	23/01/09	217	10/03/09	175
23/05/08	274	08/07/08	243	09/12/08	184	24/01/09	217	11/03/09	179
24/05/08	274	09/07/08	246	10/12/08	184	25/01/09	220	12/03/09	179
25/05/08	270	10/07/08	246	11/12/08	186	26/01/09	220	13/03/09	180
26/05/08	270	11/07/08	248	12/12/08	186	27/01/09	221	14/03/09	180

15/03/09	180	30/04/09	195	15/06/09	220	31/07/09	120	23/12/09	115
16/03/09	180	01/05/09	200	16/06/09	214	08/11/09	110	24/12/09	118
17/03/09	184	02/05/09	200	17/06/09	214	09/11/09	110	25/12/09	118
18/03/09	184	03/05/09	204	18/06/09	200	10/11/09	100	26/12/09	120
19/03/09	186	04/05/09	204	19/06/09	200	11/11/09	98	27/12/09	120
20/03/09	186	05/05/09	209	20/06/09	195	12/11/09	98	28/12/09	120
21/03/09	183	06/05/09	209	21/06/09	195	13/11/09	95	29/12/09	120
22/03/09	183	07/05/09	215	22/06/09	187	14/11/09	95	30/12/09	124
23/03/09	189	08/05/09	215	23/06/09	187	15/11/09	92	31/12/09	124
24/03/09	189	09/05/09	220	24/06/09	190	16/11/09	92	01/01/10	130
25/03/09	190	10/05/09	220	25/06/09	190	17/11/09	95	02/01/10	130
26/03/09	190	11/05/09	229	26/06/09	192	18/11/09	95	03/01/10	132
27/03/09	185	12/05/09	229	27/06/09	192	19/11/09	98	04/01/10	132
28/03/09	185	13/05/09	232	28/06/09	196	20/11/09	98	05/01/10	139
29/03/09	184	14/05/09	232	29/06/09	196	21/11/09	102	06/01/10	139
30/03/09	184	15/05/09	238	30/06/09	190	22/11/09	102	07/01/10	142
31/03/09	182	16/05/09	238	01/07/09	180	23/11/09	106	08/01/10	142
01/04/09	182	17/05/09	236	02/07/09	180	24/11/09	106	09/01/10	150
02/04/09	182	18/05/09	236	03/07/09	171	25/11/09	110	10/01/10	150
03/04/09	184	19/05/09	242	04/07/09	171	26/11/09	110	11/01/10	153
04/04/09	184	20/05/09	242	05/07/09	165	27/11/09	112	12/01/10	153
05/04/09	185	21/05/09	247	06/07/09	165	28/11/09	112	13/01/10	160
06/04/09	185	22/05/09	247	07/07/09	162	29/11/09	114	14/01/10	160
07/04/09	190	23/05/09	250	08/07/09	162	30/11/09	114	15/01/10	162
08/04/09	190	24/05/09	250	09/07/09	159	01/12/09	113	16/01/10	162
09/04/09	191	25/05/09	251	10/07/09	159	02/12/09	113	17/01/10	160
10/04/09	191	26/05/09	251	11/07/09	147	03/12/09	115	18/01/10	160
11/04/09	195	27/05/09	260	12/07/09	147	04/12/09	115	19/01/10	158
12/04/09	195	28/05/09	260	13/07/09	146	05/12/09	119	20/01/10	158
13/04/09	198	29/05/09	268	14/07/09	146	06/12/09	119	21/01/10	162
14/04/09	198	30/05/09	268	15/07/09	140	07/12/09	122	22/01/10	162
15/04/09	197	31/05/09	260	16/07/09	140	08/12/09	122	23/01/10	163
16/04/09	197	01/06/09	260	17/07/09	139	09/12/09	123	24/01/10	163
17/04/09	196	02/06/09	254	18/07/09	139	10/12/09	123	25/01/10	164
18/04/09	196	03/06/09	254	19/07/09	136	11/12/09	124	26/01/10	164
19/04/09	193	04/06/09	249	20/07/09	136	12/12/09	124	27/01/10	166
20/04/09	193	05/06/09	249	21/07/09	130	13/12/09	120	28/01/10	166
21/04/09	190	06/06/09	236	22/07/09	130	14/12/09	120	29/01/10	163
22/04/09	190	07/06/09	236	23/07/09	127	15/12/09	116	30/01/10	163
23/04/09	187	08/06/09	234	24/07/09	127	16/12/09	116	31/01/10	162
24/04/09	187	09/06/09	234	25/07/09	126	17/12/09	115	01/02/10	168
25/04/09	190	10/06/09	231	26/07/09	126	18/12/09	115	02/02/10	168
26/04/09	190	11/06/09	231	27/07/09	122	19/12/09	114	03/02/10	174
27/04/09	196	12/06/09	226	28/07/09	122	20/12/09	114	04/02/10	174
28/04/09	196	13/06/09	226	29/07/09	125	21/12/09	114	05/02/10	175
29/04/09	195	14/06/09	220	30/07/09	125	22/12/09	114	06/02/10	175

07/02/10	180	25/03/10	233	10/05/10	227	25/06/10	175	29/01/10	98
08/02/10	180	26/03/10	233	11/05/10	227	26/06/10	175	30/01/10	97
09/02/10	180	27/03/10	230	12/05/10	229	27/06/10	170	31/01/10	97
10/02/10	180	28/03/10	230	13/05/10	229	28/06/10	170	01/02/10	90
11/02/10	184	29/03/10	230	14/05/10	230	29/06/10	172	02/02/10	90
12/02/10	184	30/03/10	230	15/05/10	230	30/06/10	172	03/02/10	85
13/02/10	188	31/03/10	230	16/05/10	225	01/07/10	170	04/02/10	85
14/02/10	188	01/04/10	224	17/05/10	225	02/07/10	170	05/02/10	82
15/02/10	187	02/04/10	224	18/05/10	220	03/07/10	68	06/02/10	82
16/02/10	187	03/04/10	225	19/05/10	220	04/07/10	168	07/02/10	84
17/02/10	182	04/04/10	225	20/05/10	224	05/07/10	160	08/02/10	84
18/02/10	182	05/04/10	220	21/05/10	224	06/07/10	160	09/02/10	86
19/02/10	186	06/04/10	220	22/05/10	224	07/07/10	157	10/02/10	86
20/02/10	186	07/04/10	217	23/05/10	230	08/07/10	157	11/02/10	80
21/02/10	182	08/04/10	217	24/05/10	230	09/07/10	154	12/02/10	80
22/02/10	182	09/04/10	215	25/05/10	228	10/07/10	154	13/02/10	74
23/02/10	180	10/04/10	215	26/05/10	228	11/07/10	152	14/02/10	74
24/02/10	180	11/04/10	214	27/05/10	225	12/07/10	152	15/02/10	75
25/02/10	181	12/04/10	214	28/05/10	225	13/07/10	150	16/02/10	75
26/02/10	181	13/04/10	216	29/05/10	221	14/07/10	150	17/02/10	71
27/02/10	187	14/04/10	216	30/05/10	221	15/07/10	147	18/02/10	71
28/02/10	187	15/04/10	214	31/05/10	223	16/07/10	147	19/02/10	74
01/03/10	190	16/04/10	214	01/06/10	215	17/07/10	140	20/02/10	74
02/03/10	190	17/04/10	214	02/06/10	215	18/07/10	140	21/02/10	73
03/03/10	194	18/04/10	214	03/06/10	210	19/07/10	139	22/02/10	73
04/03/10	194	19/04/10	210	04/06/10	210	20/07/10	139	23/02/10	68
05/03/10	201	20/04/10	210	05/06/10	204	21/07/10	136	24/02/10	68
06/03/10	201	21/04/10	211	06/06/10	204	22/07/10	136	25/02/10	65
07/03/10	205	22/04/10	211	07/06/10	198	23/07/10	135	26/02/10	65
08/03/10	205	23/04/10	217	08/06/10	198	24/07/10	135	27/02/10	60
09/03/10	209	24/04/10	217	09/06/10	190	13/01/10	129	28/02/10	60
10/03/10	209	25/04/10	214	10/06/10	190	14/01/10	129	01/03/10	55
11/03/10	215	26/04/10	214	11/06/10	187	15/01/10	121	02/03/10	55
12/03/10	215	27/04/10	218	12/06/10	187	16/01/10	121	03/03/10	54
13/03/10	220	28/04/10	218	13/06/10	180	17/01/10	115	04/03/10	54
14/03/10	220	29/04/10	215	14/06/10	180	18/01/10	115	05/03/10	51
15/03/10	222	30/04/10	215	15/06/10	182	19/01/10	101	06/03/10	51
16/03/10	222	01/05/10	216	16/06/10	182	20/01/10	101	07/03/10	50
17/03/10	225	02/05/10	216	17/06/10	179	21/01/10	95	08/03/10	50
18/03/10	225	03/05/10	220	18/06/10	179	22/01/10	95	09/03/10	47
19/03/10	230	04/05/10	220	19/06/10	177	23/01/10	92	10/03/10	47
20/03/10	230	05/05/10	223	20/06/10	177	24/01/10	92	11/03/10	48
21/03/10	232	06/05/10	223	21/06/10	175	25/01/10	95	12/03/10	48
22/03/10	232	07/05/10	223	22/06/10	175	26/01/10	95	13/03/10	46
23/03/10	234	08/05/10	223	23/06/10	174	27/01/10	95	14/03/10	46
24/03/10	234	09/05/10	223	24/06/10	174	28/01/10	98	15/03/10	41

16/03/10	41	01/05/10	62	16/06/10	88
17/03/10	32	02/05/10	62	17/06/10	88
18/03/10	32	03/05/10	64	18/06/10	88
19/03/10	35	04/05/10	64	19/06/10	88
20/03/10	35	05/05/10	70	20/06/10	84
21/03/10	30	06/05/10	70	21/06/10	84
22/03/10	30	07/05/10	74	22/06/10	82
23/03/10	31	08/05/10	74	23/06/10	82
24/03/10	31	09/05/10	76	24/06/10	84
25/03/10	28	10/05/10	76	25/06/10	84
26/03/10	28	11/05/10	76	26/06/10	79
27/03/10	28	12/05/10	76	27/06/10	79
28/03/10	30	13/05/10	76	28/06/10	84
29/03/10	30	14/05/10	80	29/06/10	84
30/03/10	28	15/05/10	80	30/06/10	90
31/03/10	30	16/05/10	74	01/07/10	90
01/04/10	30	17/05/10	74	02/07/10	92
02/04/10	34	18/05/10	71	03/07/10	92
03/04/10	34	19/05/10	71	04/07/10	98
04/04/10	36	20/05/10	76	05/07/10	98
05/04/10	36	21/05/10	76	06/07/10	102
06/04/10	40	22/05/10	74	07/07/10	102
07/04/10	40	23/05/10	74	08/07/10	110
08/04/10	41	24/05/10	71	09/07/10	110
09/04/10	41	25/05/10	71	10/07/10	104
10/04/10	42	26/05/10	72	11/07/10	104
11/04/10	42	27/05/10	72	12/07/10	106
12/04/10	47	28/05/10	78	13/07/10	106
13/04/10	47	29/05/10	78	14/07/10	110
14/04/10	48	30/05/10	78	15/07/10	110
15/04/10	48	31/05/10	80	16/07/10	114
16/04/10	50	01/06/10	80	17/07/10	114
17/04/10	50	02/06/10	81	18/07/10	120
18/04/10	51	03/06/10	81	19/07/10	120
19/04/10	51	04/06/10	84	20/07/10	124
20/04/10	56	05/06/10	84	21/07/10	124
21/04/10	56	06/06/10	87	22/07/10	123
22/04/10	57	07/06/10	87	23/07/10	123
23/04/10	57	08/06/10	80	24/07/10	127
24/04/10	64	09/06/10	80	25/07/10	127
25/04/10	64	10/06/10	86	26/07/10	130
26/04/10	68	11/06/10	86	27/07/10	130
27/04/10	68	12/06/10	85	28/07/10	127
28/04/10	68	13/06/10	85	29/07/10	127
29/04/10	68	14/06/10	89	30/07/10	124
30/04/10	65	15/06/10	89		