ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ &
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Αλγόριθμοι καθολικής βελτιστοποίησης για τον προσδιορισμό βιο-οπτικών παραμέτρων που σχετίζονται με την ανάπτυξη της επιθηλιακής νεοπλασίας.

Σταματιάδου Μαρία

Επιβλέπων Καθ. : Μπάλας Κων/νος
Επιτροπή : Σταυρακάκης Γεώργιος
Καλαϊτζάκης Κων/νος

ΧΑΝΙΑ 2010

Technical University of Crete

Department of Electronic & Computer Engineering

Diploma Thesis

'In vivo Estimation of Functional and Structural Characteristics in Epithelial Neoplasia'

(Αλγόριθμοι καθολικής βελτιστοποίησης για τον προσδιορισμό βιο-οπτικών παραμέτρων που σχετίζονται με την ανάπτυξη της επιθηλιακής νεοπλασίας)

1. Background

Dynamic Spectral Imaging (DSI) is a novel imaging modality based on the in vivo measurement of spatial-spectral and dynamic optical characteristics induced by biomarkers [1]. In an attempt to correlate the in vivo measured dynamic back-scattering (DBS) signal with the actual functional and structural characteristics of the neoplastic epithelium, we have developed and validated a multi-compartmental pharmacokinetic model, with the aid of which the experimental data are fitted [2]. Model-based fitting of the in vivo measured DBS characteristics enables the assessment and the mapping of a series of metabolic and micro-structural diagnostic targets of great clinical importance, through the solution of the inverse problem. In this paper we present a method for estimating a series of functional and structural characteristics related with neoplasia growth based on the global optimization methods.

2. Materials and Methods

The developed pharmacokinetic model that fits the experimental DBS characteristics has the following input variables: the intracellular buffering power, the number of dysplastic layers, the extracellular volume, the extracellular buffering power, the intracellular volume, the drainance rate of AA to stroma and the ion pumping rate. The goal of this study is the solution of the inverse problem, which is defined as the estimation of the above mentioned set of biological parameters using as model input the measured DBS data. As it is well understood the solution of the inverse problem is meaningful only if the employed optimizer converges adequately and estimates the parameters in a reproducible manner. On the basis of this criterion we evaluate the performance of number of global optimizers. Particularly, a test signal is best fitted with the model and a set of parameters is returned. The procedure is repeated several times and the reproducibility of the estimations is evaluated. Prior to doing this and for the purpose of reducing the dimensionality of the problem Global Sensitivity Analysis (GSA) has been performed.

3. Results and Discussion

GSA has shown that the drainance rate of the biomarker to stroma and the ion pumping rate play a negligible role in DBS characteristics and for this reason they have been omitted from global optimization analysis. It was shown that the Shuffled Complex Evolution (SCE) algorithm demonstrated the best performance using the normalized root mean squared deviation (NRMSD) as convergence metric. Particularly, by fitting the experimental data with the SCE algorithm, an average NRMSD=6% was recorded for examined parameters. This result is of great significance since it indicates that both functional and structural parameters associated with neoplasia growth can be estimated unambiguously for every image pixel and with adequate accuracy. As such, the described method has great potential for improving the in vivo diagnostic accuracy, for obtaining a better insight to the biological mechanisms involved in neoplasia development and for developing and evaluating novel treatment approaches.

Περιεχόμενα

Εικόνες

Σχήματα

Πίνακες

1 Εισαγωγή

1.1 Καρκίνος του τραχήλου της μήτρας

Ο καρκίνος του τραχήλου της μήτρας (ΚΤΜ) είναι ο δεύτερος συχνότερος καρκίνος των γυναικείων γενετικών οργάνων μετά από τον καρκίνο της ωοθήκης. Μετά από αυτόν ακολουθεί ο καρκίνος του ενδομητρίου που έχει λίγο χαμηλότερη συχνότητα. Ο μέσος όρος ηλικίας στην οποία παρατηρείται είναι γύρω στα 52 χρόνια αλλά έχει παρουσιαστεί μια αύξηση σε γυναίκες μικρότερης ηλικίας. Μπορεί να προληφθεί και να ιαθεί εάν ανιχνευθεί έγκαιρα. Παλαιότερα, ο καρκίνος αυτός αποτελούσε έναν από τους κύριους λόγους θνησιμότητας των γυναικών εξ' αιτίας καρκίνου. Σήμερα χάρις στα προγράμματα ανίχνευσης και θεραπείας των καταστάσεων εκείνων που μπορούν να οδηγήσουν στον καρκίνο αυτό, η θνησιμότητα έχει μειωθεί σημαντικά.

1.2 Δυναμική Φασματική Απεικόνιση DSI

Η Δυναμική Φασματική Απεικόνιση (DSI), είναι μία καινοτόμος μέθοδος οπτικής που βασίζεται στην *in vivo*[1] μέτρηση δυναμικών οπτικών χαρακτηριστικών που προκαλούνται από βιοδείκτες[2] [22, 23]. Προσπαθώντας να αντιστοιχήσουμε το *in vivo* μετρούμενο δυναμικό οπισθοσκεδαζόμενο (DBS) σήμα με τα λειτουργικά και δομικά χαρακτηριστικά του νεοπλαστικού επιθηλίου, αναπτύξαμε ένα πολύ-διαμερισματικό μοντέλο, με τη βοήθεια του οποίου προσεγγίζονται τα πειραματικά δεδομένα.

1.3 Περιγραφή ανάπτυξης του κειμένου

Σε αυτή τη μελέτη παρουσιάζουμε μία μέθοδο για την εκτίμηση μιας σειράς λειτουργικών και δομικών χαρακτηριστικών που σχετίζονται με την ανάπτυξη της νεοπλασίας, βασισμένη σε μεθόδους καθολικής βελτιστοποίησης. Μια τέτοια έρευνα δεν έχει συμβεί ξανά ποτέ στο παρελθόν, κάτι που κάνει τη μελέτη αυτή εξαιρετικά σημαντική.

Στο κεφάλαιο 2 αναπτύσσουμε τις βασικές αρχές του μοντέλου ώστε να γίνει κατανοητός ο διαμερισματικός χωρισμός του κυττάρου και ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η μεταφορά υλικών ανάμεσα στα διαμερίσματα αυτά. Επίσης αναλύουμε το φαινόμενο της λεύκανσης. Δεδομένου λοιπόν ότι υπάρχει νεοπλασία, μπορούμε να καταλάβουμε γιατί μετά την έγχυση διαλύματος οξικού οξέος στον τράχηλο, παρατηρείται λεύκανση του ιστού. Συνεχίζουμε εξηγώντας το βιολογικό και το μαθηματικό μοντέλο.

[1] *Η Λατινογενής έκφραση **in vivo**, και που ελληνικά αποδίδεται "**εν ζωή**", αναφέρεται σε ότι λαμβάνει χώρα μέσα σε έναν έμβιο οργανισμό. Ιδιαίτερα στη Βιολογία ο όρος αναφέρεται σε πειράματα που πραγματοποιούνται σε ιστούς εντός ζώντος οργανισμού σε αντιδιαστολή με τον όρο in vitro (= "σε δοκιμαστικό σωλήνα"), που αναφέρεται σε αντίστοιχα πειράματα αποσπασμένων μερών εκτός, του ζωντανού οργανισμού. Η in vivo διαδικασία προσφέρεται για μελέτες περισσότερο από την in vitro, λόγω του ότι δίνει ασφαλή και αξιόπιστα σε χρήση αποτελέσματα σε ένα πείραμα.*

[2] Βιοδείκτες είναι διάφορα χαρακτηριστικά που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον εντοπισμό της εξέλιξης μιας ασθένειας ή πάθησης. Εκτεταμένες μελέτες αυτών των χαρακτηριστικών έχουν επιτρέψει στους επιστήμονες να τα χρησιμοποιούν πολύ αντικειμενικά για ένα ευρύ φάσμα των πραγμάτων, που κυμαίνονται από τις δοκιμές για την έκθεση σε τοξίνες πρώτα προειδοποιητικά σημάδια του καρκίνου.

Στο κεφάλαιο 3 αναλύουμε το σκοπό της μελέτης μας που είναι να βρεθεί η λύση του αντίστροφου προβλήματος, που ορίζεται ως η εκτίμηση ενός συνόλου βιολογικών παραμέτρων χρησιμοποιώντας σαν είσοδο του μοντέλου τα μετρούμενα DBS δεδομένα. Το σύνολο αυτών των βιολογικών παραμέτρων είναι: Kp ο ρυθμός αποβολής ιόντων υδρογόνου από το κυτταρόπλασμα μέσω των αντλιών, Kv ο συντελεστής απορροής στο κυτταρικό στρώμα, bi και be η κατανάλωση υδρογόνου εσωκυτταρικά και εξωκυτταρικά αντίστοιχα, τα a και b που σχετίζονται με τις διαστάσεις του εσωκυττάριου και εξωκυττάριου χώρου και n ο αριθμός των νεοπλαστικών επιπέδων. Είναι κατανοητό ότι η λύση του αντίστροφου προβλήματος έχει νόημα μόνο εάν ο εκάστοτε βελτιστοποιητής συγκλίνει ικανοποιητικά και εκτιμά τις παραμέτρους με επαναληψιμότητα. Βασισμένοι σε αυτό το κριτήριο αξιολογούμε την απόδοση 5 καθολικών βελτιστοποιητών: Controlled Random Search (CRS), Shuffled Complex Evolution (SCE), Genetic Algorithm (GA), Differential Evolution (DE) and Adaptive Simulated Annealing (ASA). Συγκεκριμένα ένα δοκιμαστικό σήμα προσεγγίζεται από το μοντέλο και επιστρέφεται ένα σύνολο παραμέτρων.

Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα με κριτήρια το χρόνο, τις τιμές που έδωσε κάθε αλγόριθμος για κάθε παράμετρο ξεχωριστά και το μέσο Normalized Root Mean Square Deviation (NRMSD) των παραμέτρων κάθε αλγόριθμου.

Στο κεφάλαιο 5 θέλοντας να μειώσουμε τις διαστάσεις του προβλήματος ώστε να πετύχουμε βελτίωση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιήσαμε Σφαιρική Ανάλυση Ευαισθησίας (Global Sensitivity Analysis). Η GSA έδειξε ότι ο ρυθμός αποβολής ιόντων υδρογόνου από το κυτταρόπλασμα μέσω των αντλιών και ο συντελεστής απορροής στο κυτταρικό στρώμα παίζουν ασήμαντο ρόλο στα DBS χαρακτηριστικά και γι'αυτό το λόγο εξαιρέθηκαν από τη διαδικασία της καθολικής βελτιστοποίησης.

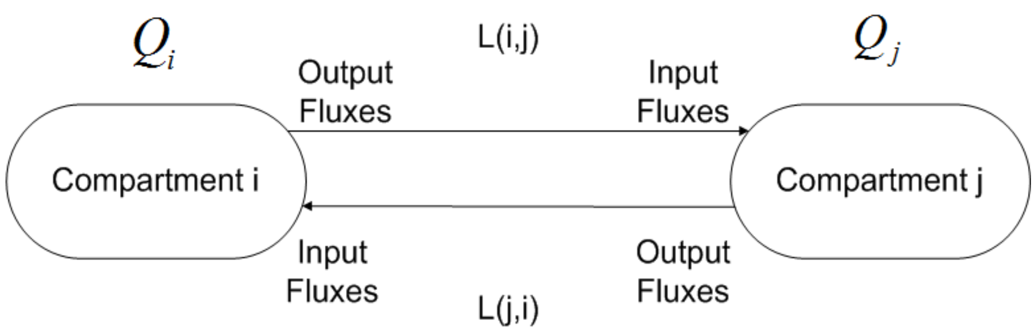
Στο κεφάλαιο 6 παρουσιάζονται τα συμπεράσματά μας. Εφόσον έχουμε επαναλάβει τη διαδικασία κάθε αλγορίθμου αρκετές φορές μπορούμε να αξιολογήσουμε την επαναληψιμότητα των εκτιμήσεων. Χρησιμοποιώντας λοιπόν το NRMSD σαν μετρητή σύγκλισης, αποδείχθηκε ότι ο SCE αλγόριθμος έδειξε την καλύτερη απόδοση. Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται επίσης και περαιτέρω έρευνα που μπορεί να γίνει για να καταλήξουμε σε ακόμη καλύτερα αποτελέσματα.

2 Μαθηματικά μοντέλα βιολογικών διεργασιών

2.1 Βασικές αρχές

Η πιο κοινή περιγραφή των μεταφορικών διεργασιών χημικών και υλικών στοιχείων στα βιολογικά συστήματα είναι βασισμένη στην έννοια του διαμερίσματος. Η έννοια αυτή αναφέρεται στο διαμερισματικό διαχωρισμό των διαφόρων υλικών που εντοπίζονται στα βιολογικά συστήματα και στη μοντελοποίηση τους.

Γενικά, ένα διαμέρισμα αναπαρίσταται με ένα κύκλο ή ένα κουτί και οι μεταφορές των υλικών από αυτό με βέλη. Έστω ότι έχουμε δύο διαμερίσματα τα οποία συνδέονται με ένα βέλος. Κάθε βέλος χαρακτηρίζεται με το αντίστοιχο συντελεστή μεταφοράς ενός μικρού τμήματος της ουσίας από το ένα διαμέρισμα στο άλλο.(Σχήμα 1)



Q_i : Ποσότητα ουσίας στο διαμέρισμα i

Q_j : Ποσότητα ουσίας στο διαμέρισμα j

L(i,j) : Συντελεστής μεταφοράς που δηλώνει τη μεταφορά ουσίας από το διαμέρισμα i στο διαμέρισμα j τη χρονική στιγμή t

Σχήμα 1. Διαμερισματική περιγραφή

Η μεταφορά υλικού ανάμεσα σε δύο διαμερίσματα πραγματοποιείται είτε λόγω φυσικής μεταφοράς από μια περιοχή στην άλλη, είτε από μια χημική αντίδραση. Αυτό σημαίνει ότι στο σύστημα έχει επέλθει μια αλλαγή στις προκείμενες ποσότητες του συστήματος μέσω διαδρομών, οι οποίες βασίζονται στις σταθερές μεταβλητές του συστήματος. Μια αλλαγή σε ένα τέτοιο σύστημα κατά τη πάροδο του χρόνου, συνήθως εκφράζεται με διαφορικές εξισώσεις. Έτσι, η διαμερισματική ανάλυση είναι ένας γεωμετρικός τρόπος για να εκπροσωπηθεί ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων.

Κάθε μοντέλο μπορεί να χαρακτηριστεί ως γραμμικό ή μη. Στη περίπτωση που τουλάχιστον ένας συντελεστής μεταφοράς είναι συνάρτηση μεγέθους ενός τουλάχιστον διαμερίσματος το μοντέλο χαρακτηρίζεται ως μη γραμμικό.

2.2 Το φαινόμενο της λεύκανσης

Οξικό οξύ (ΑΑ), διαχέεται στον επιθηλιακό ιστό και ιοντίζεται, κάτι που έχει ως αποτέλεσμα να παράγεται άλας και κατιόν υδρογόνου :

$$CH_3COOH \longleftrightarrow CH_3COO^- + H^+$$

Το να διατηρηθεί το pH ουδέτερο (7-7.5) μέσα στο κύτταρο, είναι η σημαντικότερη δραστηριότητα του κυττάρου. Αντιδρώντας σε μία έγχυση οξικού οξέος, το κύτταρο αρχικά επιστρατεύει διάφορους σχετικά γρήγορους και αντιστρεπτούς μηχανισμούς που καταναλώνουν ή αποβάλουν τα παραγόμενα από τη διάσταση κατιόντα υδρογόνου, έτσι ώστε να αποκατασταθεί το pH. Επομένως, το pH επιστρέφει σταδιακά στην κανονική του τιμή.

Έχει βρεθεί πως η ένταση της λεύκανσης αυξάνεται ανάλογα με τη σοβαρότητα της νεοπλασίας (I,II,III). Επίσης, όσο μεγαλύτερο βαθμό νεοπλασίας έχουμε, τόσα περισσότερα κυτταρικά νεοπλαστικά κύτταρα έχουμε. Άρα, η ένταση της λεύκανσης εξαρτάται από το ποσοστό των νεοπλασματικών κυττάρων που υπάρχουν στο επιθήλιο.

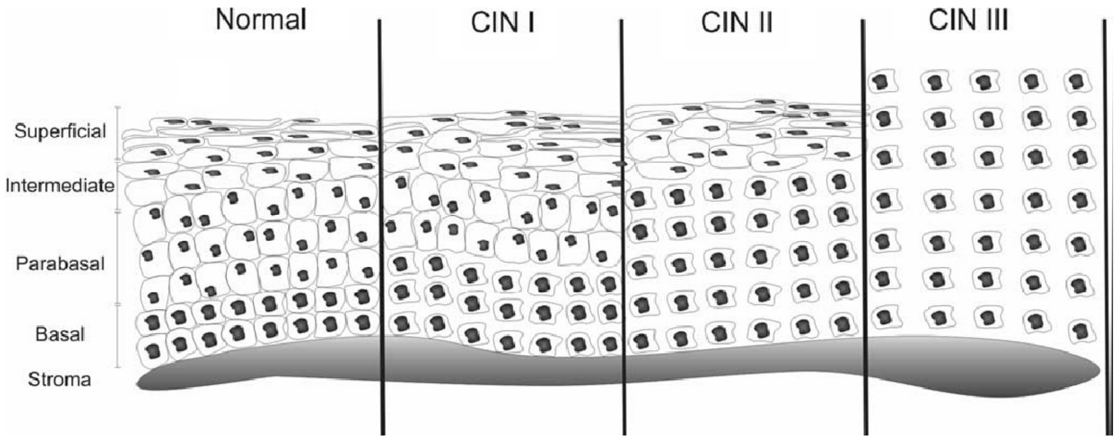
Τα νεοπλασματικά κύτταρα ζουν σε ένα χαμηλότερο εξωκυτταρικό pH συγκριτικά με τα υγιή κύτταρα, ενώ το αντίστοιχο εσωκυτταρικό είναι το ίδιο και διατηρείται σε ουδέτερα επίπεδα.

Η νεοπλασία προκαλεί πολλές δομικές και λειτουργικές διαφοροποιήσεις στους ιστούς. Χαρακτηριστικά, μία ανισορροπία του pH εμφανίζεται μεταξύ εσωκυττάριου και εξωκυττάριου χώρου, κυρίως λόγω της αυξημένης παραγωγής γαλακτικού οξέος από τα καρκινικά κύτταρα. Έτσι, ενώ το κυτταροπλασματικό pH διατηρείται ουδέτερο, το εξωκυτταρικό μειώνεται. Αυτή η κατάσταση επιτρέπει τη συγκέντρωση ασθενών οξέων εσωκυτταρικά, όπου και ιοντίζονται εκτενώς. Την ίδια στιγμή, λόγω του ότι η κυτταρική μεμβράνη είναι αδιαπέραστη σε φορτισμένα σωματίδια, τα ιόντα παγιδεύονται μέσα στο κύτταρο (“ion trapping”) όπου και αλληλεπιδρούν με το περιβάλλον. Για το λόγο αυτό, η συγκέντρωση του ΑΑ εσωκυτταρικά αυξάνεται “ανώμαλα”. Την ίδια στιγμή, η διάχυσή του μέσα στον ιστό και η διάστασή του σε ιόντα Ac^- και H^+, προκαλούν μορφολογικές αλλαγές στις πρωτεΐνες του πυρήνα. Κάτι τέτοιο μεταβάλλει το δείκτη διάθλασης του πυρήνα, μετατρέποντας το επιθήλιο από διαφανές σε αδιαφανές ενεργοποιώντας το in vivo, κλινικά μετρήσιμο, σκεδαζόμενο οπτικό σήμα. Όπως προαναφέρθηκε, για να διαχειριστεί το επιπλέον φορτίο από ιόντα, το κύτταρο επιστρατεύει μικρής και μεγάλης διάρκειας μηχανισμούς και το φαινόμενο αντιστρέφεται . Επειδή όμως, το τραχηλικό επιθήλιο είναι στρωματοποιημένο, το ΑΑ διαχέεται επίσης κατά μήκος του ιστού cross-section(Εγκάρσια τομή), που σημαίνει ότι αυτές οι διαδικασίες επαναλαμβάνονται στα παρακάτω νεοπλαστικά επιθηλιακά επίπεδα, αυξάνοντας τον αριθμό των σκεδαζόμενων φωτονίων. Τελικά, το ΑΑ καταναλώνεται ή αποβάλλεται στο στρώμα.

2.3 Εξήγηση του βιολογικού μοντέλου

Τα επιθήλια είναι μία ομάδα ιστών η οποία με σπάνιες εξαιρέσεις, καλύπτει όλη την επιφάνεια του σώματος, τις κοιλότητες και τα αγγεία. Επίσης, τα επιθήλια, λειτουργούν ως σύνδεσμος μεταξύ διαφορετικών βιολογικών διαμερισμάτων. Με αυτόν τον τρόπο παίρνουν μέρος σε πολλές διαφορετικές δραστηριότητες όπως στην επιλεκτική διάχυση, στην απορρόφηση ή στην έκκριση και στη φυσική προστασία. Κατηγοριοποιούνται σύμφωνα με το κυτταρικό τους σχήμα, τον αριθμό των επιπέδων, το κυτταρικό περίβλημα και την περιεκτικότητα σε κερατίνη. Επίσης, όλα τα επιθήλια έχουν μία μεμβράνη στο κάτω μέρος τους, της οποίας το πάχος δεν είναι σταθερό, η οποία τα διαχωρίζει από τους ιστούς που βρίσκονται πιο κάτω από αυτά.

Ο τράχηλος της μήτρας είναι το κομμάτι της μήτρας το οποίο βρίσκεται στο πάνω μέρος του κόλπου. Καλύπτεται από δύο ειδών επιθηλιακούς ιστούς : από το στρωματοποιημένο λεπιδώδες επιθήλιο και από το κιονοειδές επιθήλιο.



Εικόνα 1. Βασική δομή τραχηλικού επιθηλίου και δομικές αλλαγές κατά την εξέλιξη CIN I, II, III

Η παραπάνω εικόνα (Εικόνα 1), παρουσιάζει τη βασική δομή του τραχηλικού επιθηλίου μαζί με τις δομικές αλλαγές που προκαλούνται κατά τη διάρκεια της εξέλιξης της ασθένειας [21]. Στον υγιή ιστό, ο ρυθμός παραγωγής και πολλαπλασιασμού των κυττάρων είναι ελεγχόμενος, ενώ εκεί που παρουσιάζεται όγκος, οι μηχανισμοί ελέγχου διαταράσσονται και τα κύτταρα μπορεί να μεγαλώνουν με αφύσικα γρήγορους ρυθμούς ή να υποβάλλονται σε αφύσικες διαδικασίες διαφοροποίησης. CIN είναι ένα συνεχές φάσμα αλλαγής, σύμφωνα με το οποίο το επιθήλιο μπορεί να γίνει προοδευτικά πιο ανώμαλο στην εμφάνιση ή νεοπλασματικό. Επίσης, η ανάπτυξη νεοπλασίας συνδέεται με την έλλειψη διαφοροποίησης και διαστρωμάτωσης το οποίο έχει σαν αποτέλεσμα να ομογενοποιείται ο ιστός σε όλο του το πάχος, όσο αναφορά το κυτταρική κατανομή μεγέθους και το σχήμα. Το μέγεθος των κυττάρων μειώνεται, ενώ το μέγεθος του πυρήνα αυξάνεται, έχοντας σαν αποτέλεσμα την αύξηση της αναλογίας κυττάρου-πλάσματος και του εξωκυττάριου χώρου. Δεν υπάρχουν ποσοτικές περιγραφές των βαθμών CIN και επίσης, η ιστολογική διάγνωση είναι σε μεγάλο βαθμό υποκειμενική. Γενικά, η ιστολογική διαβάθμιση του CIN σχετίζεται σε μικρό βαθμό με το τμήμα του συνολικού πάχους του επιθηλίου που έχει προσβληθεί από νεοπλασία. Για παράδειγμα, ιστός ο οποίος θα διαγνωστεί ότι εμφανίζει CIN I θα είναι φυσιολογικός στα δύο τρίτα του πάχους του στο πάνω μέρος του, αλλά μεγεθυμένα κύτταρα μπορεί να είναι ορατά στο ένα τρίτο που μένει. Τα χαμηλότερα δύο τρίτα του επιθηλίου που παρουσιάζει CIN II μπορεί να παρουσιάζουν ανωμαλίες, ενώ στην περίπτωση του CIN III, μπορεί να παρουσιάζονται ανωμαλίες στην κυτταρική δομή σε όλο το πάχος του επιθηλίου.

Σφιχτοί δεσμοί και χασμοδεσμοί

Μεμονωμένα κύτταρα συνθέτουν επιθήλια και άλλοι οργανωμένοι ιστοί κολλάνε μεταξύ τους και στο περιβάλλον εξωκυτταρικό στρώμα, χρησιμοποιώντας συγκεκριμένου τύπου δομές οι οποίες ονομάζονται δεσμοί. Αυτοί οι δεσμοί παίζουν σημαντικό ρόλο στον έλεγχο της κίνησης των ιόντων και μικρών μορίων μεταξύ των κυττάρων.

Οι σφιχτοί δεσμοί συνδέουν διπλανά επιθηλιακά κύτταρα και ελέγχουν τις παρακυτταρικές διαδρομές μεταφοράς. Οι πόροι των σφιχτών δεσμών είναι δυναμικοί και συμπεριφέρονται ως κανάλια ιόντων. Έχει βρεθεί ότι το νεοπλαστικό επιθήλιο παρουσιάζει διαρρέοντα βιολογικά εμπόδια, οι σφιχτοί δεσμοί μειώνονται και τα δεσμοσώματα χαλαρώνουν κατά την καρκινογένεση. Σαν αποτέλεσμα, η δομή του επιθηλίου παρουσιάζει κενά, επιτρέποντας μεγαλύτερη διάχυση ιόντων και μορίων.

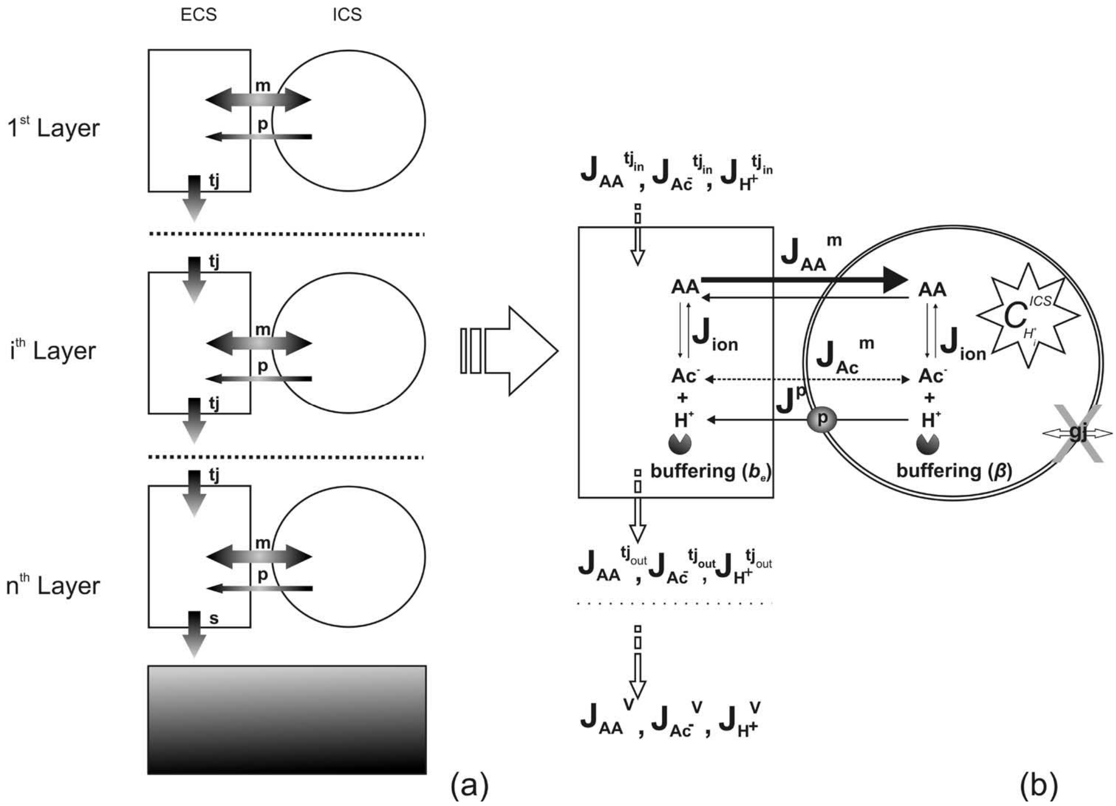
Οι χασμοδεσμοί ελέγχουν τις εσωκυτταρικές διαδρομές μεταφοράς μέσα στο επιθήλιο. Αυτοί οι δεσμοί βοηθούν στην ενσωμάτωση των μεταβολικών δραστηριοτήτων όλων των κυττάρων σε έναν ιστό (μεταβολική συνεργασία) επιτρέποντας την απευθείας διέλευση ιόντων και μικρών μορίων από το κυτταρόπλασμα του ενός κυττάρου σε ένα άλλο.

Διαμερισματική μοντελοποίηση του τραχηλικού επιθηλίου

Το τραχηλικό επιθήλιο, μπορεί να περιγραφεί σαν ένα πολυεπίπεδο επιθήλιο, που αλλάζει και δομικά και λειτουργικά όταν παρουσιαστεί CIN. Λογικά υποθέτουμε ότι κάθε κύτταρο συνιστά ένα σύστημα με δύο διαμερίσματα. Το πρώτο διαμέρισμα σχετίζεται με το κύτταρο αυτό καθεαυτό (εσωκυτταρικό) και το δεύτερο διαμέρισμα με τον αντίστοιχο εξωκυττάριο χώρο (εξωκυτταρικό). Ακολουθώντας μία ομοιόμορφη κατανομή κυττάρων σε ένα δισπλαστικό επίπεδο και έχοντας υπ’ όψιν ότι η ανάπτυξη του CIN είναι ανάλογη του αριθμού των επιπέδων, μοντελοποιούμε μαθηματικά μία στοίβα από συστήματα που αποτελούνται από κύτταρα με δύο διαμερίσματα, ο ακριβής αριθμός των οποίων προκύπτει από τα επίπεδα που καθορίζονται από το βαθμό CIN.

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 3, πραγματοποιείται ανταλλαγή μάζας με παθητική διάχυση, μεταξύ των εσωκυττάριων και εξωκυττάριων διαμερισμάτων, διαμέσου της κυτταρικής μεμβράνης (m) και ενεργή ροή πρωτονίων (p). Η επικοινωνία μεταξύ των επιπέδων πραγματοποιείται με παθητική ηλεκτροοσμωτική διάχυση, μέσω της μεμβράνης των σφιχτών δεσμών (tj), στις ανώτερες και κατώτερες περιοχές του κάθε εξωκυττάριου χώρου. Όταν τα μόρια περάσουν από το τελευταίο επίπεδο, διαχέονται στο στρώμα (s). Στην Εικόνα 2, παρουσιάζεται μία πιο λεπτομερής ανάλυση ενός συστήματος από ένα επίπεδο, δύο διαμερισμάτων. Στο σχήμα αυτό περιγράφονται όλες οι ροές του συστήματος αυτού (J).

Οξικό οξύ, Ac^- και πρωτόνια (H^+), εισέρχονται (in) στον εξωκυττάριο χώρο του i-οστού επιπέδου, αφού περάσουν από του σφιχτούς δεσμούς ($J_{AA_i}^{tj_{in}}, J_{Ac_i}^{tj_{in}}, J_{II_i}^{tj_{in}}$). Εδώ το οξικό οξύ διίσταται (J_{ion}), ανάλογα με το εξωκυτταρικό pH (pH_{ECS}) και την ικανότητα κατανάλωσης υδρογόνου εξωκυτταρικά (b_{ECS}). Έπειτα, μόρια οξικού οξέος διαπερνούν παθητικά την κυτταρική μεμβράνη. Το pH στον εξωκυττάριο χώρο πέφτει και μπαίνουν σε εφαρμογή οι μηχανισμοί κατανάλωσης υδρογόνου. Τα ιόντα Ac^- και H^+ ενώνονται και δίνουν πάλι μόρια οξικού οξέος.



Εικόνα 2. Σύστημα από ένα επίπεδο, δύο διαμερισμάτων

Το οξικό οξύ που πέρασε από τον εξωκυττάριο χώρο μέσω της κυτταρικής μεμβράνης στο σχεδόν ουδέτερο εσωκυττάριο περιβάλλον, διίσταται. Πέφτει, λοιπόν και το pH στον εσωκυττάριο χώρο και μπαίνουν σε λειτουργία οι μηχανισμοί κατανάλωσης υδρογόνου. Λόγω της διαφοράς των τιμών του pH μεταξύ εσωκυττάριου και εξωκυττάριου χώρου, παράγεται ένα χαμηλό πεδίο αγωγιμότητας το οποίο επιτρέπει διάχυση Ac^- ($J_{Ac_i}^{m}$). Λόγω της αύξησης της συγκέντρωσης H^+ εσωκυτταρικά ($C_{II_i}^{ICS}$), η οποία θεωρείται ότι συνδέεται με το φαινόμενο της λεύκανσης, μπαίνουν σε λειτουργία οι αντλίες του κυττάρου(J^p), από τις οποίες ιόντα υδρογόνου περνάνε στον εξωκυττάριο χώρο. Τα ιόντα Ac^- και H^+ που έχουν μείνει στον εσωκυττάριο χώρο, ενώνονται και δίνουν πάλι μόρια οξικού οξέος. Επίσης, ενεργοποιούνται οι αντλίες του κυττάρου που μεταφέρουν το οξικό οξύ από τον εσωκυττάριο στον εξωκυττάριο χώρο και το εσωκυττάριο pH επανέρχεται στα φυσιολογικά του επίπεδα. Από την άλλη πλευρά, το μη ιονισμένο οξικό οξύ του εξωκυττάριου χώρου, που δεν πέρασε στον εσωκυττάριο μειώνεται καθώς περνάει στα επόμενα επίπεδα. Τα μόρια και τα ιόντα που υπάρχουν εξωκυτταρικά μαζί με αυτά που βγήκαν από το κύτταρο μεταφέρονται στα επόμενα δισπλαστικά επίπεδα ($J_{AA_i}^{tj_{out}}, J_{Ac_i}^{tj_{out}}, J_{II_i}^{tj_{out}}$). Αφού συνεχιστεί η ίδια βιολογική διαδικασία και στα επόμενα επίπεδα του επιθηλίου, το οξικό οξύ καταναλώνεται κυρίως λόγω του buffering και η ποσότητα που μένει (αν μείνει κάποια), αφού φτάσει στο στρώμα, αφαιρείται από το επιθήλιο ($J_{AA}^{V}, J_{Ac}^{V}, J_{II}^{V}$).

2.4 Εξήγηση του Μοντέλου Μαθηματικά

Εκτίμηση επιθηλιακών νεοπλαστικών επιπέδων και του αριθμού των αντίστοιχων διαμερισμάτων

Έχει βρεθεί ότι το μέσο τραχηλικό επιθηλιακό βάθος είναι 360μm. Υποθέτοντας ότι όλα τα τμήματα (του επιθηλίου) καλύπτουν ίσες περιοχές, καταλήγουμε στο ότι το ύψος του κάθε ενός είναι 360/4=90μm. Ο συνολικός αριθμός επιθηλιακών επιπέδων για κάθε βαθμό CIN εκτιμάται από την ακόλουθη σχέση :

$$n = \sum_{i=1}^{4} \frac{90}{h_i} \qquad (1)$$

όπου n είναι ο συνολικός αριθμός των επιπέδων και h_i είναι το ύψος του κυττάρου για κάθε επιθηλιακό τμήμα.

Ιοντισμός Οξικού Οξέος (J_{ion})

Το AA διασπάται σύμφωνα με την χημική εξίσωση $CH_3COOH \underset{k_2}{\overset{k_1}{\rightleftarrows}} CH_3COO^- + H^+$, όπου k_1, k_2 είναι οι ρυθμοί διάστασης. Ο ρυθμός ιοντισμού του AA είναι $J_{ion} = -k_1 C_{AA}(t) + k_2 C_{Ac^-}(t) C_{H^+}(t)$, όπου C(t) είναι η συγκέντρωση της ουσίας που διαλύεται σε μία δοθείσα στιγμή. Εξ' αιτίας της έντονης φύσης του ιοντισμού του AA, θεωρούμε ότι το AA βρίσκεται συνεχώς σε χημική ισορροπία. Επίσης, στη σταθερή κατάσταση J_{ion}=0, η τιμή του βαθμού διάστασης K_α δίνεται από τη σχέση :

$$K_\alpha = k_1/k_2 = C_{Ac^-}(t) C_{H^+}(t) / C_{AA}(t), \quad (2)$$

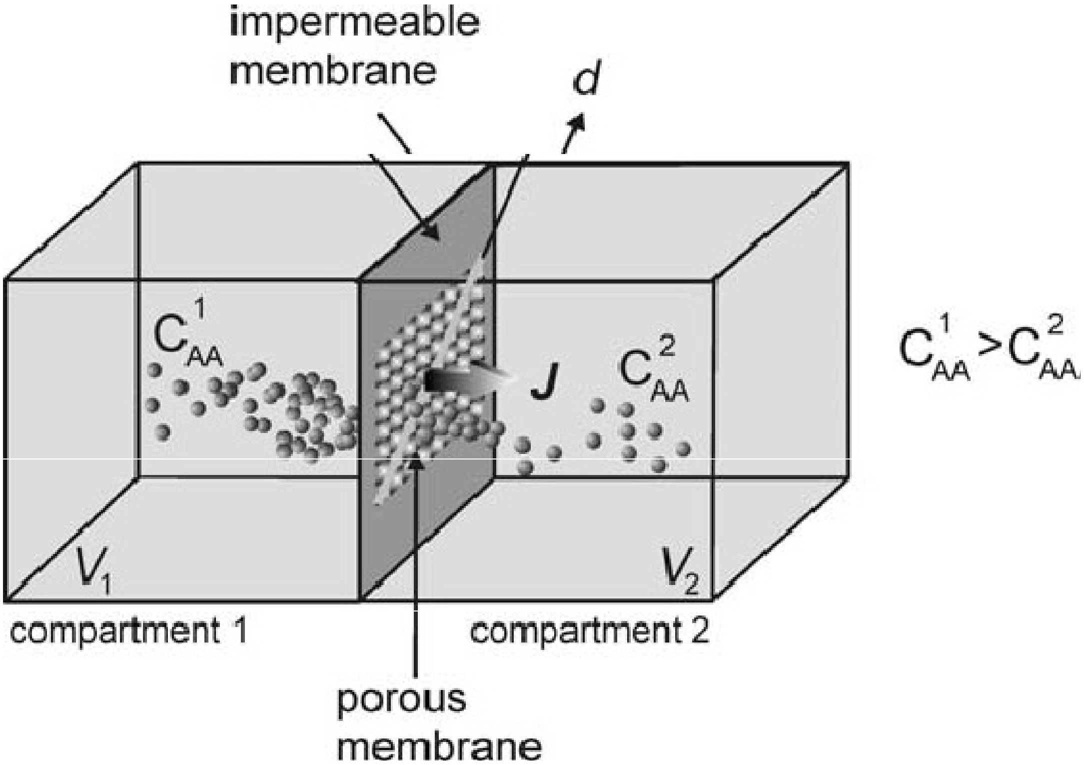
Όπου K_α είναι η σταθερά διάστασης του AA.

Ρυθμός αλλαγής συγκέντρωσης λόγω παθητικής διάχυσης οξικού οξέως, διαμέσου της κυτταρικής μεμβράνης και των σφιχτών δεσμών (J_{AA}^{m}, J_{AA}^{tj})

Υποθέτοντας ότι η κινητική του AA βρίσκεται σε ισορροπία διαρκώς, η σταθερή κατάσταση (ss) παθητικής διάχυσης μεταξύ δύο διαμερισμάτων με όγκους V_1, V_2 χωρισμένων με μία πορώδη μεμβράνη (p_m) επιφάνειας A_{pm}, διέπεται από το νόμο του Fick περί διάχυσης της μεμβράνης (μεμβρανικής διάχυσης):

$$J_{AA}^{pm_{1\to 2}} = -\frac{Dk_S}{d} \cdot C_{AA}^{1} \overset{ss}{=} P_{AA}^{pm}(C_{AA}^{1} - C_{AA}^{2}) \Leftrightarrow -C_{AA}^{1} = \rho_1 P_{AA}^{pm}(C_{AA}^{1} - C_{AA}^{2}) \qquad (3)$$

όπου D είναι ο συντελεστής διάχυσης του AA, k_S είναι ο συντελεστής AA σε υδάτινο περιβάλλον, d το μήκος των πόρων, P_{AA}^{pm} η διαπερατότητα διαμέσου της πορώδους μεμβράνης και ρ_1 ο λόγος επιφάνεια/όγκος (A_{pm}/V_1).



Εικόνα 3. Παθητική διάχυση διαμέσου πορώδους μεμβράνης μεταξύ δύο διαμερισμάτων σε σταθερή κατάσταση.

Από την (3) οι ρυθμοί αλλαγής συγκέντρωσης λόγω διάχυσης της κυτταρικής μεμβράνης στον εσωκυττάριο και εξωκυττάριο χώρο δίνονται από δύο εξισώσεις :

$$\dot{C}_{AA_i}^{ICS} = -\rho_{ICS} J_{AA_i}^m = -\rho_{ICS} P_{AA}^m \left(C_{AA_i}^{ECS} - C_{AA_i}^{ICS}\right) \quad (4)$$

$$\dot{C}_{AA_i}^{ECS} = -\rho_{ECS} J_{AA_i}^m = -\rho_{ECS} P_{AA}^m \left(C_{AA_i}^{ICS} - C_{AA_i}^{ECS}\right) \quad (5)$$

όπου ρ_{ICS} , ρ_{ECS} είναι οι λόγοι επιφάνεια/όγκος του εσωκυττάριου και εξωκυττάριου χώρου και P_{AA}^m η διαπερατότητα της μεμβράνης στο AA ή αλλιώς ο συντελεστής διάχυσης του AA μέσω της κυτταρικής μεμβράνης.

Γενικότερα, αν οι διαστάσεις των πόρων είναι αρκετά μικρές, ο συντελεστής διάχυσης σε ένα πόρο είναι μικρότερος από τον αντίστοιχο στην ελεύθερη διάχυση. Έτσι, μία τέτοια διάχυση ονομάζεται εμποδιζόμενη διάχυση (hindered diffusion). Δεδομένου ότι οι διαστάσεις ενός πόρου ενός σφιχτού δεσμού κυμαίνεται μεταξύ 4.9-7$\hat{A}$ και η μοριακή διάσταση του AA έχει μέγεθος 3$\hat{A}$, ο προφανής συντελεστής διάχυσης είναι πολύ μικρότερος απ'ότι στη μαζική λύση (bulk solution). Χρησιμοποιώντας την εξίσωση του Renkin, μπορούμε να περιγράψουμε τη διαπερατότητα μίας τέτοιας διαδικασίας εμποδιζόμενης διάχυσης ως εξής :

$$P_{AA}^H = N\pi r^2 D_{AA}^{bulk} F(\alpha/r)/d \cdot (1-\alpha/r^2)/(1-\alpha_W/r^2) \qquad (6)$$

όπου P_{AA}^H είναι η εμποδιζόμενη διαπερατότητα του AA, N είναι ο αριθμός των πόρων, D_{AA}^{bulk} ο συντελεστής διάχυσης του AA στη μαζική λύση, d το μήκος του πόρου, α_W η μοριακή διάμετρος του νερού και $F(\alpha/r) \approx 1-2.1044(\alpha/r)+2.089(\alpha/r)^3-0.948(\alpha/r)^5$ είναι ένας συντελεστής, μεταξύ AA και των τοιχωμάτων των σφιχτών δεσμών.

Για το i-οστό επίπεδο, ο ρυθμός αλλαγής συγκέντρωσης οξικού οξέος στον εξωκυττάριο χώρο $C_{AA_i}^{ECS}$, λόγω διάχυσης από το προηγούμενο επίπεδο $C_{AA_{i-1}}^{ECS}$ και προς το επόμενο $C_{AA_{i+1}}^{ECS}$ είναι :

$$\dot{C}\,{}^{ECS}_{AA_{tj}i} = \rho_{ECS}\left(J_{AA_i}^{tj_{in}} - J_{AA_i}^{tj_{out}}\right) = \rho_{ECS}P_{AA}^{H}\left(C_{AA_{i-1}}^{ECS} - 2C_{AA_i}^{ECS} + C_{AA_{i+1}}^{ECS}\right),$$

(7)

όπου P_{AA}^{H} είναι η εμποδιζόμενη διαπερατότητα οξικού οξέως, διαμέσου των σφιχτών δεσμών.

Ρυθμός αλλαγής συγκέντρωσης των ιόντων λόγω διάχυσης ($J_{H^+}^{tj}$, $J_{Ac^-}^{tj}$)

Είναι προφανές ότι η διάχυση των ιόντων οφείλεται στους χημικούς βαθμούς και στα ηλεκτρικά δυναμικά. Θεωρώντας ότι το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των δύο πλευρών μίας μεμβράνης είναι σταθερό (ΔV), η εξίσωση ηλεκτροδιάχυσης Goldman-Hodgkin-Katz καταλήγει:

$$J_S^{I\to II} = \frac{z_S F\Delta V}{RT} P_S \frac{C_S^{I} - C_S^{II} e^{z_S F\Delta V/RT}}{1 - e^{z_S F\Delta V/RT}} \Leftrightarrow \dot{C}\,{}^{II}_{S} = \rho J_S^{I\to II} \quad (8)$$

όπου z είναι το σθένος, F είναι η σταθερά Faraday, R είναι η σταθερά αερίου, T είναι η θερμοκρασία, ο δείκτης S επισημαίνει το ιόν που διαχέεται (H^+ ή Ac^-), ρ είναι ο λόγος επιφάνεια/όγκος του διαχεόμενου διαμερίσματος και C^I, C^{II} είναι οι συγκεντρώσεις των διαμερισμάτων I και II αντίστοιχα (οι ροές από το I στο II είναι θετικές). Αν και υπάρχει μία διάκριση υπέρ της διάχυσης των κατιόντων σε σχέση με τα ανιόντα στους πόρους των σφιχτών δεσμών, εμείς θεωρούμε ότι και τα δύο ιόντα δέχονται την ίδια αντίσταση καναλιού, ενώ, η διάχυση Ac^- θεωρείται εμποδισμένη, λόγω των μοριακών της διαστάσεων. Χρησιμοποιώντας την (8) περιγράφουμε το ρυθμό αλλαγής της συγκέντρωσης H^+ και Ac^- στον εξωκυττάριο χώρο, για κάθε κυτταρικό επίπεδο, λόγω του ότι περνάνε από τους σφιχτούς δεσμούς, χρησιμοποιώντας την :

$$\dot{C}\,{}^{ECS}_{S_{tj}\ i} = \rho_{tj}\left(J_{S\ \ i}^{tj_{in}} - J_{S\ \ i}^{tj_{out}}\right) =$$

$$= \rho_{tj}\frac{z_S F\Delta V_{tj}}{RT} P_S^{H}\left(\frac{C_S^{i-1} - C_S^{i} e^{z_S F\Delta V_{tj}/RT}}{1 - e^{z_S F\Delta V_{tj}/RT}} - \frac{C_S^{i} - C_S^{i+1} e^{z_S F\Delta V/RT}}{1 - e^{z_S F\Delta V/RT}}\right) \quad (9)$$

Μπορούμε να υποθέσουμε ότι παρόμοια διατύπωση εφαρμόζεται και στην παθητική διάχυση ιόντων διαμέσου της κυτταρικής μεμβράνης. Σε αυτήν την περίπτωση, οι ρυθμοί αλλαγής συγκέντρωσης Ac^- στον εσωκυττάριο και εξωκυττάριο χώρο λόγω της ηλεκτροδιάχυσης της μεμβράνης δίνονται από το σύστημα :

$$\dot{C}\,{}^{ICS}_{Ac^-} = \rho_{ICS} J_{Ac^-\ i}^{m} = \rho_{ICS}\frac{z_{Ac^-} F\Delta V_m}{RT} P_{Ac^-}^{m} \frac{C_{Ac^-}^{ECS} - C_{Ac^-}^{ICS} e^{z_{Ac^-} F\Delta V_m/RT}}{1 - e^{z_{Ac^-} F\Delta V_m/RT}} \quad (10)$$

$$\dot{C}\,{}^{ECS}_{Ac^-} = \rho_{ECS} J_{Ac^-\ i}^{m} = \rho_{ECS}\frac{z_{Ac^-} F\Delta V_m}{RT} P_{Ac^-}^{m} \frac{C_{Ac^-}^{ICS} - C_{Ac^-}^{ECS} e^{z_{Ac^-} F\Delta V_m/RT}}{1 - e^{z_{Ac^-} F\Delta V_m/RT}} \quad (11)$$

Το κλάσμα (α) του συνολικού μη ιοντισμένου οξικού οξέως ($C_{AA_T}^{ICS}$) δίνεται από τον τύπο :

$$\alpha = C_{H^+\,i}^{ICS} / (C_{H^+\,i}^{ICS} + |K_\alpha) \qquad (14)$$

Μπορούμε λοιπόν να μειώσουμε τον αριθμό των μεταβλητών στη (12) αντικαθιστώντας τη συγκέντρωση Ac^- εσωκυτταρικά ($C_{Ac^-}^{ICS}$), με $C_{Ac^-}^{ICS} = (1-\alpha)\, C_{AA_T}^{ICS}$.

Ενεργώς ροή πρωτονίων και αγγειακή ροή ($J_{H^+}^{P}, J_{AA}^{V}, J_{Ac^-}^{V}, J_{H^+}^{V}$)

Η εξαγωγή H^+ μέσω των αντλιών και η εξαγωγή μέσω της διάχυσης στο στρώμα είναι μονοκατευθυντικές ροές. Και οι δύο είναι ανάλογες προς τη συγκέντρωση της εγγενούς διαχεόμενης διαλυμένης ουσίας και του ποσοστού που περνά διαμέσου της μεμβράνης. Στην απλή περίπτωση και οι δύο ροές μπορούν να περιγραφούν από την εξίσωση $J=kC_S$, όπου k είναι μία σταθερά αναλογικότητας που έχει μονάδες διαπερατότητας (cm/s) και C_S είναι η συγκέντρωση της μεταφερόμενης διαλυμένης ουσίας. Για αυτό το λόγο, ο ρυθμός αλλαγής της συγκέντρωσης εξαιτίας μίας γενικής αντλίας $\dot{C}_{H^+\,p}$ και της διάχυση μέσω του στρώματος $\dot{C}_{S_V}^{ECS}$ περιγράφεται από τις εξισώσεις :

$$\dot{C}_{H^+\,p} = \rho_P J_{H^+}^{P} = k_P C_{H^+}^{ICS} \qquad (13)$$

$$\dot{C}_{S_V}^{ECS} = \rho_V J_S^{V} = k_V C_S^{ECS} \qquad (14)$$

Όπου k_P, k_V είναι οι σταθερές αναλογικότητας που περιγράφικαν πριν, ρ_P και ρ_V είναι οι λόγοι επιφάνεια/όγκος της αντλίας και του στρώματος αντίστοιχα και S είναι η διαχεόμενη διαλυμένη ουσία (μπορεί να είναι AA, Ac^-, H^+).

Σύστημα διαφορικών εξισώσεων του μοντέλου

Τα δυναμικά χαρακτηριστικά του AW αναμένεται να είναι ανάλογα με τα δυναμικά του pH_{ICS}. Για αυτό το λόγο, οι εξισώσεις του μοντέλου αναπτύσσονται με σκοπό να δώσουν το pH_{ICS} σαν την έξοδο του μοντέλου. Τα χαρακτηριστικά του χρόνου του pH_{ICS} ($\dot{C}_{H^+\,i}^{ICS}$) και της συνολικής συγκέντρωσης AA ($\dot{C}_{AA^T\,i}^{ICS}$) στο i-οστό επίπεδο διέπονται από το ακόλουθο διαφορικό σύστημα :

$$\dot{C}_{H^+\,i}^{ICS} = -\frac{\ln 10^{C_{H^+\,i}^{ICS}}}{\beta_{ICS}} \rho_{ICS} \left((1-a_i) J_{AA_i}^{m} - a_i J_{Ac^-\,i}^{m} \right) - J_{H^+}^{P} \qquad (15)$$

$$\dot{C}_{AA^T\,i}^{ICS} = \rho_{ICS} J_{AA_i}^{m} + \rho_{ICS} J_{Ac^-\,i}^{m} \qquad (16)$$

όπου $\ln 10^{C_{H^+\,i}^{ICS}}$ είναι ο παράγοντας μετατροπής της συγκέντρωσης του pH σε H^+, ρ_{ICS} είναι ο λόγος επιφάνεια/όγκος (A_{cell}/V_{cell}) του εσωκυττάριου χώρου και β_{ICS} είναι η δύναμη κατανάλωσης H^+ στο εσωτερικό του κυττάρου και ορίζεται μαθηματικά από τον τύπο

$\beta_{ICS} = -d\, C_{H^+\,i}^{ICS} / dpH_{ICS}$. Το αντίστοιχο διαφορικό σύστημα εξισώσεων για τον εξωκυττάριο χώρο είναι το παρακάτω :

$$\dot{C}_{AA\,i}^{\,ECS} = \rho_{tj}\left(J_{AA_i}^{tj_{in}} - J_{AA_i}^{tj_{out}} \right) + \rho_{ECS} J_{AA_i}^{m} + J_{ion} \qquad (17)$$

$$\dot{C}_{Ac^-\,i}^{\,ECS} = \rho_{tj}\left(J_{Ac_i^-}^{tj_{in}} - J_{Ac_i^-}^{tj_{out}} \right) + \rho_{ECS} J_{Ac_i^-}^{m} - J_{ion} \qquad (18)$$

$$b_{ECS}\dot{C}_{H^+\,i}^{\,ECS} = \rho_{tj}\left(J_{H_i^+}^{tj_{in}} - J_{H_i^+}^{tj_{out}} \right) + J_{H_i^+}^{P} - J_{ion} \qquad (19)$$

Όπου ρ_{ECS} και ρ_{tj} είναι οι λόγοι επιφάνεια/όγκος για τον εξωκυττάριο χώρο και τους σφιχτούς δεσμούς αντίστοιχα και b_{ECS} είναι μία ποσοτική σταθερά που καθορίζεται από το κλάσμα τα ιονισμένα / τα μη-καταναλωμένα πρωτόνια, στον εξωκυττάριο χώρο. Για το τελευταίο επίπεδο, οι όροι $\rho_{tj}J_{AA}^{tj_{out}}$, $\rho_{tj}J_{Ac^-}^{tj_{out}}$, $\rho_{tj}J_{H^+}^{tj_{out}}$, αντικαθιστούνται από τους όρους $k_V J_{AA}^{V}$, $k_V J_{Ac^-}^{V}$ και $k_V J_{H^+}^{V}$ αντίστοιχα.

Προσέγγιση του μοντέλου

Το ακριβές μοντέλο αποτελείται από πέντε μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα αυξημένο υπολογιστικό κόστος. Αν θέλουμε το υπολογιστικό κόστος να μειωθεί, χωρίς να χάσουμε σε αριθμητική ακρίβεια, θα ήταν επιθυμητό να μπορούσαμε να έχουμε ένα πιο απλοποιημένο μοντέλο. Μία πιο αυστηρή παρακολούθηση στις παραμέτρους του μοντέλου, αποκαλύπτει ότι οι κινητικές διαδικασίες που λαμβάνουν μέρος στο AW φαινόμενο μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες: τις γρήγορες και τις αργές διαδικασίες. Για παράδειγμα η διάσταση οξικού οξέως είναι μία πολύ γρήγορη διαδικασία, ενώ η έξοδος των πρωτονίων είναι αργή. Στο παρόν μοντέλο, χρησιμοποιήσαμε τη μέθοδο Rapid Equilibrium Approximation (REA), με το οποίο απαλείψαμε τον όρο J_{ion} από τις διαφορικές εξισώσεις, ενώ ταυτόχρονα μειώσαμε τον αριθμό τους κατά μία.

Θέτοντας $X_i = C_{AA_i}^{ECS} + C_{Ac_i^-}^{ECS}$ και $Y_i = C_{H_i^+}^{ECS} - C_{Ac_i^-}^{ECS}$, η διαφοροποιημένη προηγούμενη μορφή είναι ίση με το άθροισμα των (19),(20), ενώ η διαφοροποιημένη μορφή του τελευταίου είναι ίση με τη διαφορά των (20),(21). Έτσι το μειωμένο σύστημα είναι το :

$$\dot{X}_\iota = \rho_{tj}\left(J_{AA_i}^{tj_{in}} - J_{AA_i}^{tj_{out}} \right) + \rho_{ECS} J_{AA_i}^{m} + \rho_{tj}\left(J_{Ac_i^-}^{tj_{in}} - J_{Ac_i^-}^{tj_{out}} \right) + \rho_{ECS} J_{Ac_i^-}^{m}$$

(20)

$$\dot{Y}_\iota = \rho_{tj}\left(J_{H_i^+}^{tj_{in}} - J_{H_i^+}^{tj_{out}} \right) + J_{H_i^+}^{P} - \rho_{tj}\left(J_{Ac_i^-}^{tj_{in}} - J_{Ac_i^-}^{tj_{out}} \right) + \rho_{ECS} J_{Ac_i^-}^{m}$$

(21)

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (2), η συγκέντρωση της διαλυμένης ουσίας μπορεί να υπολογιστεί από τις εξισώσεις :

$$C_{AA_i}^{ECS} = \frac{(2X_i - Y_i + K_a b_{ECS}) - \sqrt{(Y_i + K_a b_{ECS})^2 + 4X_i K_a b_{ECS}}}{2}$$

(24)

$$C_{Ac_i^-}^{ECS} = X_i - C_{AA_i}^{ECS} \qquad (22)$$

$$C_{H_i^+}^{ECS} = \frac{X_i + Y_i - C_{AA_i}^{ECS}}{b_{ECS}} \qquad (23)$$

Οι εξισώσεις (17), (18), (22) και (23) αποτελούν τώρα το ακριβές μοντέλο διαφορικών εξισώσεων, το οποίο θα χρησιμοποιηθεί για να μοντελοποιήσει τα επιθηλιακά μεταφορικά φαινόμενα.

Παράμετροι του μοντέλου

Πίνακας 1. Παράμετροι του μαθηματικού μοντέλου

Παράμετρος	Τιμή	Μονάδα Μέτρησης	Περιγραφή
pH_{ECS}	7.2		pH του εξωκυττάριου χώρου
pH_{ICS}	6.8		pH του εσωκυττάριου χώρου
ICS volume	3375	μm^3	Όγκος εσωκυττάριου χώρου
ECS volume	90	μm^3	Όγκος εξωκυττάριου χώρου
Cell area (A_{cell})	225	μm^2	Εμβαδό κυτταρικής μεμβράνης
TJ area (A_{tj})	0.45	μm^2	Εμβαδό μεμβράνης σφιχτών δεσμών (tight junctions)
P_{AA}^{m}	70	μm/s	Ταχύτητα με την οποία το AA διαπερνά την μεμβράνη
P_{Ac}^{m}	67	pm/s	Ταχύτητα με την οποία το Ac^- διαπερνά την μεμβράνη
P_{AA}^{tj}	0.97	μm/s	Ταχύτητα με την οποία το AA διαπερνά τους σφιχτούς δεσμούς (tight junctions)
P_{Ac}^{tj}	1.1	μm/s	Ταχύτητα με την οποία το Ac^- διαπερνά τους σφιχτούς δεσμούς (tight junctions)
P_{H}^{tj}	25	μm/s	Ταχύτητα με την οποία το H^+ διαπερνά τους σφιχτούς δεσμούς (tight junctions)
Intracellular buffering (*β*)	-10 - -50	mM	Δύναμη με την οποία καταναλώνονται τα H^+ στον εσωκυττάριο χώρο[3]
Pumping rate (k_p)	50 - 150	μM/s	Ρυθμός αποβολής ιόντων υδρογόνου από το κυτταρόπλασμα

			μέσω των αντλιών
ΔV_m , ΔV_{tj}	-50	mV	Τάση ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των δύο πλευρών της μεμβράνης και αντίστοιχα για τους σφιχτούς δεσμούς (tight junctions)
AA ionization constant at 37^{o}C (K_{α})	$10^{-5.1}$		Βαθμός διάστασης του AA
F	9.648×10^{4}	$C.mol^{-1}$	Σταθερά του Faraday
R	8.314	$J.mol^{-1}K^{-1}$	Σταθερά αερίου
T	310	K	Θερμοκρασία
z_{Ac}	-1		Σθένος του Ac
z_H	1		Σθένος του H

[3]H ποσότητα από οξύ ή βάση που πρέπει να εισαχθεί στον εσωκυττάριο χώρο για να μειώσει ή να αυξήσει την τιμή του pH_{ICS}, κατά μία μονάδα. Αυξάνεται, όσο μειώνεται το pH_{ICS}.

3 Το αντίστροφο πρόβλημα

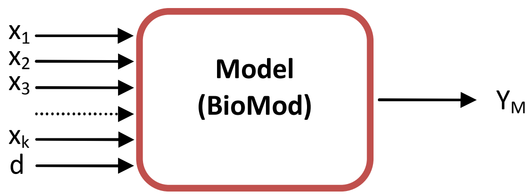
Το αντίστροφο πρόβλημα αποτελεί ένα στόχο που εμφανίζεται συχνά σε πολλούς κλάδους της επιστήμης και των μαθηματικών. Σύμφωνα με το αντίστροφο πρόβλημα οι τιμές κάποιας πρότυπης παραμέτρου, πρέπει να ληφθούν από τα παρατηρηθέντα στοιχεία:

Παρατηρηθέντα στοιχεία → Πρότυπες παράμετροι στοιχείων

Στην περίπτωση που μελετάμε, έχουμε κάποιες βιολογικές σταθερές που μπορούμε να πούμε ότι αποτελούν τις πρότυπες παραμέτρους και δυναμικές καμπύλες που αποτελούν τα παρατηρηθέντα στοιχεία. Στην προσπάθειά μας να λύσουμε το αντίστροφο πρόβλημα αναπτύξαμε ένα μοντέλο το οποίο προσομοιώνει τα δυναμικά χαρακτηριστικά της καμπύλης έχοντας ως παραμέτρους εισόδου τα λειτουργικά και δομικά χαρακτηριστικά του ιστού. Στόχος μας είναι λοιπόν, να μπορέσουμε να εκτιμήσουμε τα παραπάνω λειτουργικά και δομικά χαρακτηριστικά του ιστού χρησιμοποιώντας σαν είσοδο στο μοντέλο μία δυναμική καμπύλη. Είναι σημαντικό να μπορούμε να εκτιμούμε σωστά τα παραπάνω χαρακτηριστικά γιατί έτσι καταφέρνουμε να βελτιώσουμε την *in vivo* διαγνωστική ακρίβεια. Έτσι, μπορούμε να συνεχίσουμε με στοχευμένες θεραπείες της ασθενούς, αλλά επίσης σημαντικό είναι ότι η διάγνωση μπορεί να γίνει άμεσα, χωρίς χρονοβόρες εργαστηριακές εξετάσεις και χωρίς να χρειάζεται η ασθενής να υποβάλλεται σε επίπονες και αγχώδεις διαδικασίες.

3.1 Θεωρία Ελέγχου

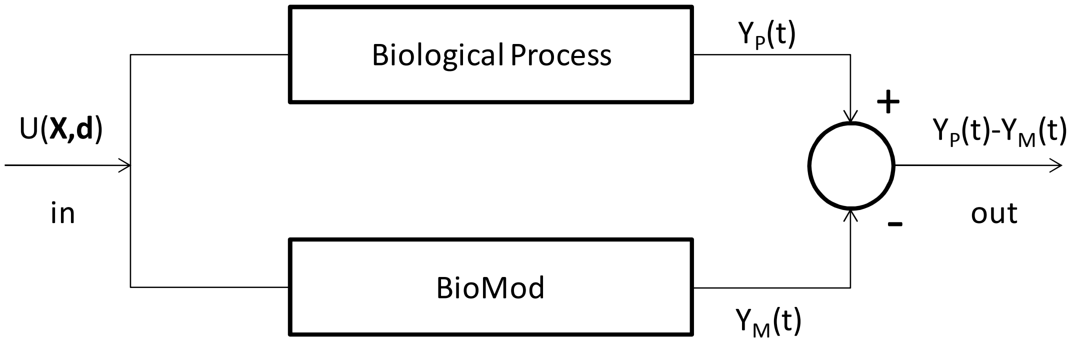
Η θεωρία ελέγχου είναι ένας διεπιστημονικός κλάδος της εφαρμοσμένης μηχανικής και των μαθηματικών, ο οποίος εξετάζει τη συμπεριφορά των δυναμικών συστημάτων. Υποθέτοντας ότι έχουμε ένα ντετερμινιστικό μοντέλο Y_M=BioMod(**x,d**), όπου Y_M είναι η έξοδος του μοντέλου, **X**=(x_1, x_2,…, x_k) είναι ένα διάνυσμα από αβέβαιες εισόδους του μοντέλου ανεξάρτητες μεταξύ τους (k είναι ο αριθμός των διαστάσεων του χώρου) και **d** είναι ένα διάνυσμα από γνωστές εισόδους(Σχήμα 2).



Σχήμα 2. Ντετερμινιστικό Μοντέλο

Έχουμε και τη βιολογική διαδικασία Y_P=f(**X,d**), όπου Y_P είναι η έξοδος της διαδικασίας και παίρνει την ίδια είσοδο όπως και το μοντέλο παραπάνω, **X**=(x_1, x_2,…, x_k) και **d.**

Προσπαθήσαμε να προσομοιώσουμε το πρόβλημά μας χρησιμοποιώντας ένα σύστημα όπου U(**X,d**) είναι η είσοδος, ίδια για το μοντέλο και τη βιολογική διαδικασία, $Y_P(t)$ είναι η έξοδος της διαδικασίας, $Y_M(t)$ η έξοδος του μοντέλου και $f(t)$ η έξοδος του συστήματος. Η $f(t)$, που αποτελεί την αντικειμενική μας συνάρτηση, εκφράζει τη συνολική τετραγωνική διαφορά του μοντέλου από τη διαδικασία στο χρόνο (συγκεκριμένα από 0 έως 250 sec). Το σύστημα ελέγχου έχει τη παρακάτω μορφή.(Σχήμα 3)

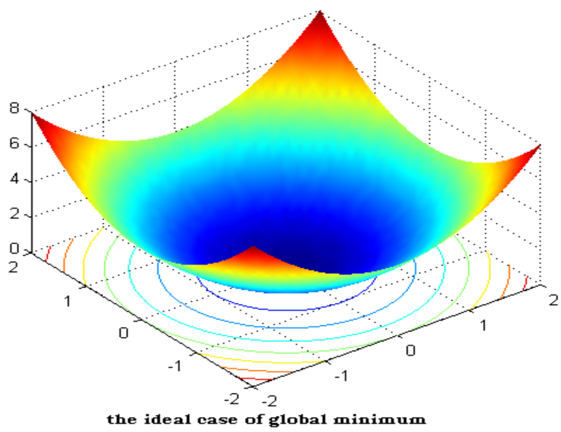


Σχήμα 3. Σύστημα ελέγχου που προσομοιώνει το πρόβλημά μας

$$objective\_function = f(t) = \|Y_P(t) - Y_M(t)\|_2 = \sum_{t=0}^{250}\big(Y_P(t) - Y_M(t)\big)^2$$

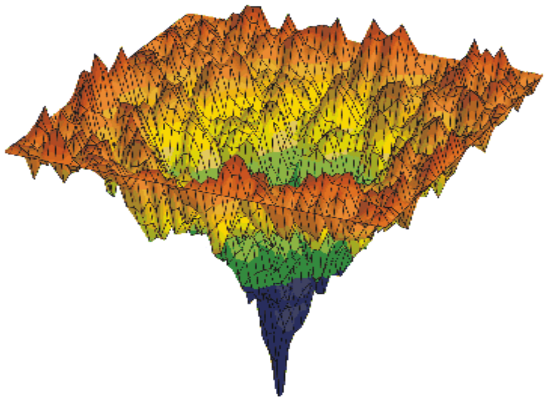
Στόχος μας είναι η έξοδος του μοντέλου να πλησιάσει τα πειραματικά μας δεδομένα όσο το δυνατόν περισσότερο.

Αυτό λοιπόν που θα πρέπει να κάνουμε είναι να ελαχιστοποιήσουμε τη μη γραμμική αντικειμενική συνάρτηση του συστήματος $\sum_{t=0}^{250}\big(Y_P(t) - Y_M(t)\big)^2$, έτσι ώστε στην ιδανική περίπτωση να πετύχουμε η $f(t) = 0$.Με αυτόν τον τρόπο θα έχουμε βρει το σωστό συνδυασμό τιμών των παραμέτρων του **X**=(X_1,X_2,…X_k). Στην ιδανική περίπτωση λοιπόν, η αντικειμενική συνάρτηση του συστήματός μας θα έχει ένα ολικό ελάχιστο. (Εικόνα 4)



Εικόνα 4. Ιδανική περίπτωση αντικειμενικής συνάρτησης με ένα ολικό ελάχιστο

Εμείς όμως δεν έχουμε να αντιμετωπίσουμε τη ιδανική περίπτωση, έχουμε να διαχειριστούμε μία συνάρτηση με αρκετά τοπικά ελάχιστα. Αυτό που πρέπει εμείς να βρούμε ουσιαστικά είναι το ελάχιστο όλων των ελαχίστων. Διαφορετικά, αν δεν μπορέσουμε να βρούμε ένα ολικό ελάχιστο, θα πάρουμε την τιμή που βρίσκεται όσο το δυνατόν πιο κοντά σε αυτή του ολικού ελαχίστου. Στη ρεαλιστική περίπτωση λοιπόν, η συνάρτηση του συστήματός μας θα έχει την παρακάτω μορφή. (Εικόνα 5)



Εικόνα 5. Ρεαλιστική περίπτωση αντικειμενικής συνάρτησης με πολλά τοπικά ελάχιστα

3.2 Fitting

Όπως αναφέραμε και πριν, πρέπει να βρούμε μία καμπύλη, ίδια με αυτή της πειραματικής διαδικασίας. Για να πετύχουμε fitting των καμπυλών αυτών, καθώς το μοντέλο που έχουμε να διαχειριστούμε είναι αρκετά πολύπλοκο, είναι πολύ σημαντικό να διατηρήσουμε τις μη γραμμικότητες που εμπεριέχονται σε αυτό.

3.3 Παράμετροι του μοντέλου και μη γραμμικοί συνδυασμοί αυτών (theta's)

Σύμφωνα με την περιγραφή του μαθηματικού μοντέλου διεργασιών(2.1), διαχωρίσαμε το κύτταρο σε δύο διαμερίσματα-χώρους. Ο πρώτος σχετίζεται με το ίδιο το κύτταρο και είναι ο εσωκυττάριος χώρος (ICS) και ο δεύτερος με τον αντίστοιχο εξωκυττάριο χώρο (ECS). Οι παράμετροι ενός τέτοιου μοντέλου μπορούν να χωριστούν σε δομικές και λειτουργικές. Οι δομικές έχουν να κάνουν με τις γεωμετρικές ιδιότητες του ιστού και οι λειτουργικές με τις κινητικές ιδιότητες και την αντίδραση του ιστού μετά από μία διάχυση οξικού οξέος. Έχουμε επιλέξει τις πιο σημαντικές παραμέτρους για να επεξεργαστούμε, οι οποίες και βασίζονται σε απόλυτους και σαφείς περιορισμούς. Επομένως οι λειτουργικές παράμετροι, είναι ο ρυθμός αποβολής ιόντων υδρογόνου από το κυτταρόπλασμα μέσω των αντλιών (K_p), ο συντελεστής απορροής στο κυτταρικό στρώμα (K_v) και η κατανάλωση υδρογόνου εσωκυτταρικά και εξωκυτταρικά (β_i, β_e) ενώ οι δομικές τα είναι a και b που σχετίζονται με τις διαστάσεις του εσωκυττάριου και εξωκυττάριου χώρου αντίστοιχα, καθώς και ο αριθμός νεοπλασματικών επιπέδων (layers n). Στο δικό μας μαθηματικό μοντέλο ο αριθμός των επιπέδων αλλάζει το μαθηματικό σύστημα, π.χ. τον αριθμό των διαφορικών εξισώσεων που πρέπει να λυθούν. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, ο αριθμός των επιπέδων να είναι μία έμμεση παράμετρος που χρησιμοποιείται στο σύστημα εξισώσεών μας και έτσι θα δουλέψουμε με αυτή ξεχωριστά.

Πρέπει να τονίσουμε επίσης, τη μη γραμμικότητα των συντελεστών του συστήματος. Από μία καθαρά μαθηματική οπτική γωνία, οι παράμετροι οι οποίες αναφέρθηκαν πριν, δεν αποτελούν τους μαθηματικούς συντελεστές του μοντέλου. Οι μη γραμμικοί συνδυασμοί αυτών των παραμέτρων (theta's), είναι στην πραγματικότητα οι συντελεστές του.

3.3.1 Παράμετροι

$$a = \frac{1}{th(1)}$$

$$b = \frac{1}{th(2)}$$

$$K_p = \frac{th(5)}{th(4)} \quad and \quad K_p = \frac{th(8)}{th(7)}$$

$$K_v = \frac{th(9)}{th(1)} \quad and \quad K_v = \frac{th(10)}{th(3)}$$

$$b_e = \frac{th(1)}{th(3)} \quad and \quad b_e = \frac{th(2)}{th(4)}$$

$$b_i = \frac{th(6)}{th(7)}$$

$$n = number\ of\ layers$$

3.3.2 Theta's

$$th(1) = \frac{A_{tj}}{V_e} = \frac{a*b}{a*a*b} = \frac{1}{a}$$

$$th(2) = \frac{A_{mem}}{V_e} = \frac{a*a}{a*a*b} = \frac{1}{b}$$

$$th(3) = \frac{A_{tj}}{b_e V_e} = \frac{a*b}{b_e*a*a*b} = \frac{1}{b_e*a}$$

$$th(4) = \frac{A_{mem}}{b_e V_e} = \frac{a*a}{b_e*a*a*b} = \frac{1}{b_e*b}$$

$$th(5) = \frac{A_{mem}}{b_e V_e} K_p = \frac{a*a}{b_e*a*a*b} * K_p = \frac{1}{b_e*b} * K_p$$

$$th(6) = \frac{A_{mem}}{V_i} = \frac{a*a}{a*a*a} = \frac{1}{a} \quad => \quad th(1) = th(6)$$

$$th(7) = \frac{A_{mem}}{V_i b_i} = \frac{a*a}{a*a*a*b_i} = \frac{1}{a*b_i}$$

$$th(8) = \frac{A_{mem}}{V_i b_i} K_p = \frac{a*a}{a*a*a*b_i} * K_p = \frac{1}{a*b_i} * K_p$$

$$th(9) = \frac{A_{tj}}{V_e} K_v = \frac{a*b}{a*a*b} * K_v = \frac{1}{a} * K_v$$

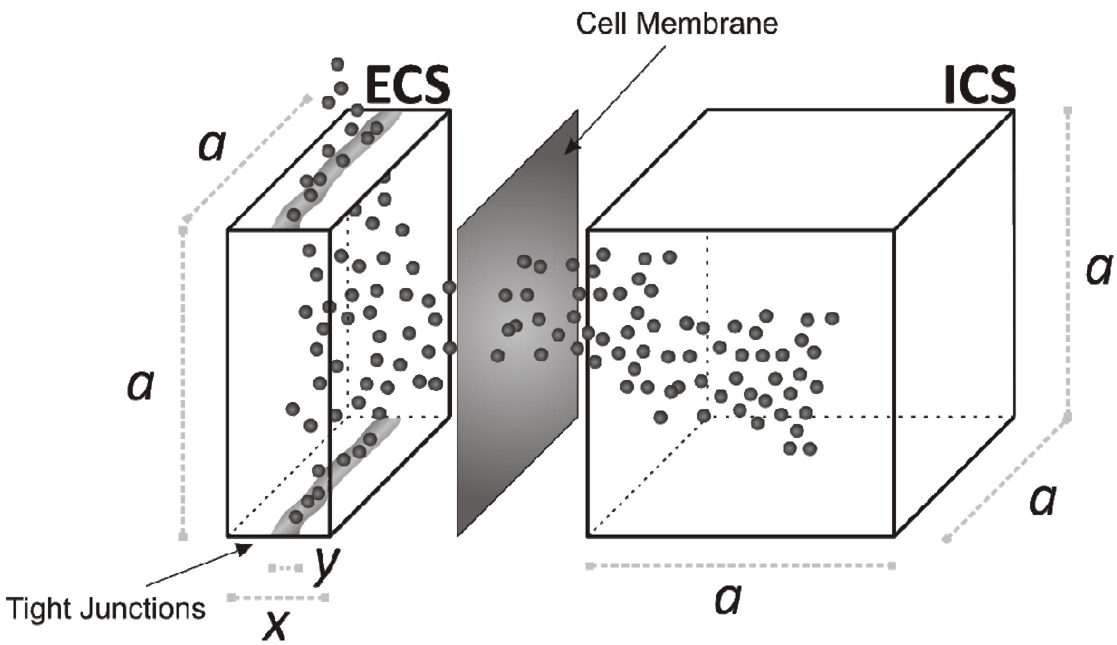
$$th(10) = \frac{A_{tj}}{V_e b_e} K_v = \frac{a*b}{a*a*b*b_e} * K_v = \frac{1}{a*b_e} * K_v$$

Έτσι, οι πραγματικοί συντελεστές του συστήματος αντιπροσωπεύουν περίπλοκες σχέσεις των παραπάνω φυσικών παραμέτρων. Αυτό σημαίνει ότι οι παράμετροι του μοντέλου εισέρχονται όχι ανεξάρτητα, αλλά μη γραμμικά στο μαθηματικό σύστημα.

3.3.3 Περιορισμοί

Όλες οι μέθοδοι που περιγράφονται χρησιμοποιούν τυχαία επιλεγμένες τιμές πειραματικών διανυσμάτων μέσα σε κάποια συγκεκριμένα όρια. Για να συμβεί αυτό, είναι απαραίτητο οι περιορισμοί να είναι προκαθορισμένοι, διαφορετικά θα υπάρχει πολύ μικρή πιθανότητα να συγκλίνει σωστά ο αλγόριθμος, μετά από ένα εύλογο αριθμό επαναλήψεων. Αν και ενδεικτικές τιμές περιορισμών, όπως το άνω και κάτω όριο, αναφέρονται στη βιβλιογραφία, δεν είναι σαφώς καθορισμένες. Εξαιτίας της φύσης του προβλήματος, δεν έχει βρεθεί ακόμα καμία φυσική ή βιολογική σχέση μεταξύ των παραμέτρων του μοντέλου. Παρ' όλ' αυτά, σαφώς καθορισμένοι περιορισμοί μπορεί να προκύψουν λόγω των γεωμετρικών υποθέσεων του μοντέλου. Συνοψίζοντας, όλες οι παράμετροι είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, αλλά εξαρτώνται από ενδεικτικούς περιορισμούς και μόνο οι δομικές εξαρτώνται από σαφώς καθορισμένους.

Βασισμένοι σε μετρήσεις που έγιναν, κάτω από φυσιολογικές συνθήκες, σε διάφορους ιστούς παρόμοιους με το τραχηλικό νεοπλαστικό επιθήλιο, γνωρίζουμε ότι η κατανάλωση υδρογόνων στον εσωκυττάριο και εξωκυττάριο χώρο κυμαίνεται μεταξύ -0.1 και -0.01 M/s , ενώ ο συντελεστής απορροής στο κυτταρικό στρώμα και ο συντελεστής αναλογικότητας πρωτονίων παίρνουν τιμές από 10^{-7} έως $8*10^{-7}$ M/s και από 10^{-5} έως 10^{-2} M/s, αντίστοιχα. Από την άλλη πλευρά, όσον αφορά τις δομικές παραμέτρους, πολλές ομάδες παρατήρησαν ότι αυτός ο ιστός τείνει να ομογενοποιεί δομικά όμοια σχηματικά αναπτυσσόμενα κύτταρα. Θεωρούμε ότι τα νεοπλασματικά κύτταρα έχουν κυβική μορφή. Έτσι το ύψος του εσωκυττάριου χώρου θεωρούμε ότι είναι μεταξύ 10 και 20μm και λόγω της κυβικής του μορφής και το μήκος του θα έχει την ίδια τιμή. Από την άλλη, το μήκος του εξωκυττάριου χώρου κυμαίνεται μεταξύ 0.1 και 0.8μm, ενώ το ύψος είναι ίδιο με του εσωκυττάριου, όπως φαίνεται και παρακάτω (Εικόνα 3). Στην εικόνα αυτή βλέπουμε επίσης και τους σφιχτούς δεσμούς (tight junctions) στον εξωκυττάριο χώρο. Καταλαβαίνουμε εύκολα, παρατηρώντας το σχήμα, ότι το μήκος τους δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο από αυτό του αντίστοιχου εξωκυττάριου χώρου, δηλαδή 20μm και θεωρούμε ότι η μικρότερη περιοχή που μπορούν να καλύψουν σε μήκος είναι 0.025μm.



Εικόνα 6. Διαμερισματικός διαχωρισμός κυττάρου σε εσωκυττάριο και εξωκυττάριο χώρο

Στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 1), είναι συγκεντρωμένες όλες οι παράμετροι του μοντέλου που μας ενδιαφέρουν, με τα αντίστοιχα όριά τους.

Πίνακας 2. Όρια παραμέτρων

parameters	Low Limit	High Limit
a	1e-5	2e-5
b	1e-7	8e-7
Kp	1e-5	1e-2
Kv	1e-7	1e-4
be	-1e-1	-1e-2
bi	-1e-1	-1e-2
n	1	10

Σύμφωνα με τις σχέσεις που περιγράψαμε παραπάνω για τα theta's και τις τιμές που ξέρουμε ότι παίρνουν οι παράμετροι, υπολογίσαμε και τα αντίστοιχα όρια των theta's (Πίνακας 2).

Πίνακας 3. Όρια thetas

thetas	Low Limit	High Limit
th(1)	5e4	1e5
th(2)	1.25e6	1e7
th(3)	-1e7	-5e5
th(4)	-1e9	-1.25e7
th(5)	-1e7	-125
th(6)	5e4	1e5
th(7)	-1e7	-5e5
th(8)	-1e5	-5
th(9)	5e-3	10
th(10)	-1e3	-5e-2

3.3.4 Μηχανισμός εύρεσης τυχαίων τιμών παραμέτρων

Στην περιγραφή των αλγορίθμων που θα ακολουθήσει παρακάτω, κάνουμε αναφορά, συνήθως στο βήμα της αρχικοποίησης, για "τυχαία" εύρεση τιμών των παραμέτρων. Μπορούμε να πούμε όμως, ότι αυτές οι τιμές δεν παράγονται ακριβώς τυχαία π.χ. με απλή χρήση της συνάρτησης rand() στη Matlab. Οι παράμετροι δεν έχουν όλες το ίδιο φάσμα τιμών και επίσης δεν υπάρχει κάποια αφ' εαυτού μέθοδος που να παράγει απόλυτα περιορισμένους αριθμούς μικρότερους της μονάδας. Έτσι, δημιουργήσαμε συναρτήσεις οι οποίες παράγουν αυτούς τους τυχαίους αριθμούς, χρησιμοποιώντας τη μαθηματική παράσταση των πραγματικών αριθμών. Χωρίσαμε λοιπόν, την τιμή της κάθε παραμέτρου σε δύο διαφορετικές τιμές. Η μία είναι μια βάση και η άλλη μια δύναμη του 10. Στη συνέχεια, χρησιμοποιήσαμε τη rand() για να παράγουμε τυχαίους πραγματικούς και ακέραιους αριθμούς, για να αποτελέσουν τη βάση a και τη δύναμη b και τις δύο σαφώς περιορισμένες. Τέλος, πολλαπλασιάζοντας τη βάση με 10 εις τη δύναμη, $a * 10^b$, παίρνουμε έναν τυχαίο πραγματικό αριθμό μέσα στο επιτρεπτό, για κάθε παράμετρο διάστημα. Στην περίπτωση που έχουμε σταθερή τιμή στην παράμετρο των επιπέδων (layers), απλά καθορίζουμε τον αριθμό αυτό, εφ' όσον δεν χρειάζεται να χρησιμοποιήσουμε την παραπάνω τεχνική. Στην περίπτωση των theta's έχοντας βρει και τα δικά τους όρια(Πίνακας 2), τα παράγουμε με τον ίδιο τρόπο όπως και τις παραμέτρους.

3.4 Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης

Λαμβάνοντας υπόψη τις μη γραμμικότητες που περιέχονται στο μοντέλο, το σύστημα διαφορικών εξισώσεων που το εκπροσωπεί και τη μη γραμμική αντικειμενική συνάρτηση που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί, αποφασίσαμε ότι καταλληλότεροι για την επίλυση του προβλήματός μας, είναι οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης. Οι αλγόριθμοι αυτοί μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες:

1. Στις μεθόδους που βασίζονται σε πληθυσμούς. Η γενική περιγραφή των οποίων έχει ως εξής:

- Τυχαία παραγωγή του αρχικού συνόλου S μέσα στο Ω.
- Αντικατάσταση, μέσω επανάληψης, σημείων μέσα στο S με καλύτερα σημεία.
- Τερματισμός όταν ικανοποιείται η συνθήκη τερματισμού.

Σε αυτήν την κατηγορία ανήκουν και οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι, που περιγράφουμε παρακάτω.

2. Στις μεθόδους σημείο προς σημείο, στις οποίους ανήκει η Simulated Annealing.

3.4.1 Εισαγωγή στους Εξελικτικούς Αλγόριθμους

Οι **ΕΑ** είναι μία ομάδα αλγορίθμων **άμεσης αναζήτησης**. Οι μέθοδοι άμεσης αναζήτησης είναι μη γραμμικές μέθοδοι βελτιστοποίησης, οι οποίες δεν απαιτούν παραγώγους για να λύσουν προβλήματα. Αυτό που κάνουν είναι ότι, σε κάθε επανάληψη παράγεται ένα σύνολο δοκιμαστικών σημείων και η τιμή που παίρνει η συνάρτηση για το σύνολο αυτό κάθε φορά, συγκρίνεται με τη βέλτιστη λύση που βρέθηκε πριν. Αυτή η πληροφορία χρησιμοποιείται για να προσδιοριστεί το νέο σύνολο δοκιμαστικών σημείων.

Μία κατηγορία direct search αλγορίθμων είναι και οι **greedy αλγόριθμοι** (άπληστοι αλγόριθμοι). Ένας greedy αλγόριθμος χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης, που κατά κανόνα εκτελούν μία ακολουθία βημάτων, καθένα από τα οποία χαρακτηρίζεται από ένα σύνολο επιλογών. Ο άπληστος αλγόριθμος κάνει πάντοτε την επιλογή που φαίνεται καλύτερη τη δεδομένη στιγμή. Κάνει δηλαδή, μία τοπικά βέλτιστη επιλογή με την ελπίδα ότι η επιλογή αυτή θα οδηγήσει σε μία καθολικά βέλτιστη λύση. Οι αλγόριθμοι αυτοί συγκλίνουν γρήγορα, αλλά παρουσιάζουν το μειονέκτημα ότι μπορούν να παγιδευτούν σε ένα τοπικό ελάχιστο. Στην περίπτωσή μας λοιπόν, επιλέγουμε κάθε φορά ένα υποσύνολο σημείων από το χώρο αναζήτησης που έχουμε ορίσει και υποθέτουμε ότι αυτά τα σημεία θα δώσουν την βέλτιστη λύση στο πρόβλημά μας. Βέλτιστη λύση θεωρούμε αυτήν που έχει ως αποτέλεσμα την μικρότερη τιμή της αντικειμενικής μας συνάρτησης.

3.4.1.1 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι και Αναζήτηση Με Περιορισμούς

Οι ΕΑ εφαρμόζονται σε ένα μεγάλο εύρος εφαρμογών, ωστόσο συνήθως εκτελούν αναζήτηση χωρίς περιορισμούς. Για την εφαρμογή τους σε προβλήματα με περιορισμούς, απαιτείται η εισαγωγή μηχανισμών για τον χειρισμό αυτών των περιορισμών.

Υπάρχουν τέσσερις κατηγορίες μεθόδων χειρισμού περιορισμών από εξελικτικούς αλγορίθμους: 1. Διατήρηση πραγματοποιήσιμων λύσεων, 2. Συναρτήσεις ποινής, 3. Διαχωρισμός μεταξύ πραγματοποιήσιμων και μη λύσεων και 4. Άλλες υβριδικές μέθοδοι. Η πιο κοινή προσέγγιση για το χειρισμό των περιορισμών είναι η χρήση των συναρτήσεων ποινής. Ωστόσο αυτή η λύση έχει αρκετούς περιορισμούς. Απαιτείται ακριβής καθορισμός του προβλήματος για την επιλογή των κατάλληλων παραγόντων ποινής. Επίσης τείνουν να μη λειτουργούν καλά όταν το βέλτιστο βρίσκεται στα όρια της περιοχής μεταξύ πραγματοποιήσιμων και μη λύσεων, ή όταν η περιοχή πραγματοποιήσιμων δεν είναι συνεχής.

Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης με περιορισμούς συνήθως γράφεται ως ένα μη γραμμικό πρόβλημα προγραμματισμού της ακόλουθης μορφής:

$$\text{Minimize: } f(x), x = (x_1, x_2, .., x_n) \quad and \quad x \in S$$

$$\text{Subject to: } \begin{array}{l} g_i(x) \le 0, i = 1, \ldots, q \\ h_j(x) = 0, j = q+1, \ldots, m \end{array}$$

Όπου S είναι ολόκληρος ο χώρος αναζήτησης, q ο αριθμός των περιορισμών ανισότητας και m-q ο αριθμός των περιορισμών ισότητας. Για ευκολία οι περιορισμοί ισότητας πάντοτε μετασχηματίζονται σε μορφή ανισότητας και έτσι μπορούν να συνδυαστούν όλοι οι περιορισμοί σε ένα σχήμα της μορφής:

$$G_i(x) = \begin{cases} \max\{g_i(x), 0\} & i = 1, \ldots, q \\ |h_i(x)| & i = q+1, \ldots, m \end{cases}$$

Έτσι ο σκοπός του αλγορίθμου είναι η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης αντικειμένων f(x), συγχρόνως με την ανάγκη οι βέλτιστες λύσεις να ικανοποιούν τους περιορισμούς $G_i(x)$.

Οι πιο δημοφιλείς ΕΑ είναι οι γενετικοί αλγόριθμοι (GA). Στους ΕΑ ανήκουν επίσης η Διαφορική Εξέλιξη (DE), οι Controlled Random Search (CRS) αλγόριθμοι και ο αλγόριθμος Shuffled Complex Evolution (SCE).

3.4.2 Genetic Algorithm (Γενετικός Αλγόριθμος)

Εισαγωγή

Σε αρκετές περιπτώσεις το μέγεθος ενός προβλήματος, καθιστά απαγορευτική τη χρήση κλασικών μεθόδων αναζήτησης για την επίλυσή του. Στις περιπτώσεις αυτές, βρίσκουν εφαρμογή **πιθανοκρατικοί αλγόριθμοι** (αλγόριθμοι των οποίων το αποτέλεσμα ή ο τρόπος με τον οποίον αποκτάται αυτό, βασίζεται στην τύχη), οι οποίοι αν και δεν εγγυώνται ότι θα βρουν τη βέλτιστη λύση, είναι ικανοί να επιστρέψουν μια αρκετά καλή λύση σε εύλογο χρονικό διάστημα. Μία κατηγορία τέτοιων αλγορίθμων επίλυσης είναι οι γενετικοί αλγόριθμοι, των οποίων ο βασικός μηχανισμός είναι εμπνευσμένος από τη θεωρία της εξέλιξης.

Ο μηχανισμός των ΓΑ, ως μηχανή αναζήτησης λύσεων, είναι απλός. Χρησιμοποιεί κωδικοποιημένες αναπαραστάσεις του χώρου λύσεων των προβλημάτων με τη μορφή συμβολοσειρών. Εξελίσσει πληθυσμούς λύσεων, διασταυρώνει τις καλύτερες και δημιουργεί νέες με το γενετικό υλικό τους, ελπίζοντας στην καλύτερη ποιότητά τους. Καθώς η μία γενιά διαδέχεται την άλλη, τα αδύναμα μέλη τείνουν να πεθαίνουν χωρίς να δημιουργούν απογόνους, ενώ αντιθέτως τα δυνατότερα επιβιώνουν και μεταδίδουν στις νέες γενιές τα χαρακτηριστικά τους [2, 3].

Ο φυσικός νόμος της επικράτησης του ισχυρότερου αποτελεί κεντρική ιδέα των ΓΑ. Στον κόσμο της τεχνητής γενετικής, οι ΓΑ χρησιμοποιούν την ονομαζόμενη συνάρτηση καταλληλότητας για να αποδώσουν και να μετρήσουν συγκριτικά την ποιότητα κάθε λύσεως. Η έννοια της συνάρτησης καταλληλότητας, είναι στη πραγματικότητα μια εκδοχή της γενικότερης έννοιας της αντικειμενικής συνάρτησης.

Βασικές έννοιες

- Δημιουργία αρχικού πληθυσμού

Είναι ένα σύνολο χρωμοσωμάτων, το οποίο συνήθως δημιουργείται τυχαία.

- Χρωμόσωμα

Μέσα στον πυρήνα του κάθε κυττάρου υπάρχουν 23 ζευγάρια δομών που είναι όμοια μεταξύ τους ανά ζεύγος και λέγονται χρωματοσώματα. Αυτά αποτελούνται από μια ουσία που λέγεται DNA και που μέσα της είναι γραμμένα με τάξη όλα τα χαρακτηριστικά ενός ανθρώπου. Κάθε περιοχή του DNA που αναφέρεται σε ένα συγκεκριμένο χαρακτηριστικό ονομάζεται γονίδιο.

- Αναπαράσταση υποψήφιων λύσεων

Στην κλασική προσέγγιση των γενετικών αλγορίθμων, κάθε υποψήφια λύση αναπαρίσταται με μία συμβολοσειρά ενός πεπερασμένου αλφάβητου. Κατ' αναλογία με τη βιολογία, η συμβολοσειρά συνήθως αναφέρεται και σαν αυτό που περιγράψαμε παραπάνω ως χρωμόσωμα. Συνήθως χρησιμοποιείται το δυαδικό αλφάβητο, οπότε και οι συμβολοσειρές ονομάζονται δυαδικές συμβολοσειρές (bit-strings). Στα περισσότερα όμως προβλήματα οι λύσεις περιγράφονται με μεταβλητές διαφόρων τύπων δεδομένων, επομένως η διαδικασία κωδικοποίησης περιλαμβάνει τη μετατροπή αυτών των μεταβλητών στις αντίστοιχες δυαδικές. Υπάρχουν όμως και άλλες εκδόσεις γενετικού αλγορίθμου, στις οποίες δεν χρειάζεται να γίνει κωδικοποίηση των τιμών των μεταβλητών στο δυαδικό σύστημα και επομένως μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην αρχική τους μορφή, ακέραια ή δεκαδική.

- Συνάρτηση καταλληλότητας

Δέχεται ως είσοδο ένα χρωμόσωμα και επιστρέφει έναν αριθμό, που υποδηλώνει το πόσο κατάλληλο είναι.

Η αξιολόγηση αυτή, χρησιμοποιείται είτε από τη συνθήκη τερματισμού ή από τη διαδικασία της πιθανοκρατικής επιλογής τους, για να συμπεριληφθούν ή όχι στον πληθυσμό της νέας γενιάς.

Στην περίπτωσή μας, η συνάρτηση καταλληλότητας είναι η αντικειμενική συνάρτηση. Δέχεται λοιπόν ως είσοδο ένα σημείο και επιστρέφει έναν αριθμό, την τιμή δηλαδή της αντικειμενικής συνάρτησης στο σημείο αυτό. Όσο μικρότερη είναι αυτή η τιμή, τόσο καλύτερο είναι το συγκεκριμένο σημείο για την επίλυση του προβλήματος μας.

- Γονέας

Ένα χρωμόσωμα το οποίο επιλέγεται μία ή και περισσότερες φορές, για να συμμετέχει (μαζί με έναν ακόμα γονέα), στη διαδικασία της αναπαραγωγής. Η διαδικασία αυτή, έχει σαν αποτέλεσμα την παραγωγή ενός τρίτου χρωμοσώματος, το οποίο ονομάζουμε απόγονο.

- Επιλογή γονέων

Κάποιοι γονείς με μεγάλη καταλληλότητα, ενδέχεται να επιλεγούν προς αναπαραγωγή περισσότερες από μία φορές, ενώ κάποιοι γονείς με μικρή καταλληλότητα ενδέχεται να μην επιλεγούν καθόλου. Κατά τη διαδικασία επιλογής, αντιγράφονται σε μια δεξαμενή ζευγαρώματος μέλη του αρχικού πληθυσμού, με πιθανότητα ανάλογη της καταλληλότητάς τους. Για την επιλογή των χρωμοσωμάτων που θα αντιγραφούν στη δεξαμενή ζευγαρώματος, χρησιμοποιούνται τεχνικές όπως η τεχνική τις ρουλέτας και η επιλογή Αναλογικής Καταλληλότητας.

- Αναπαραγωγή

Αναπαραγωγή είναι η διαδικασία δημιουργίας απογόνων. Σε αυτήν εμπλέκονται ένα σύνολο από τελεστές, οι οποίοι αντιστοιχούν σε διαδικασίες της βιολογικής εξέλιξης.

Οι πιο συνηθισμένοι τελεστές είναι:

- Διασταύρωση ενός σημείου
- Διασταύρωση δύο σημείων
- Ομοιόμορφη διασταύρωση
- Μετάλλαξη σημείου

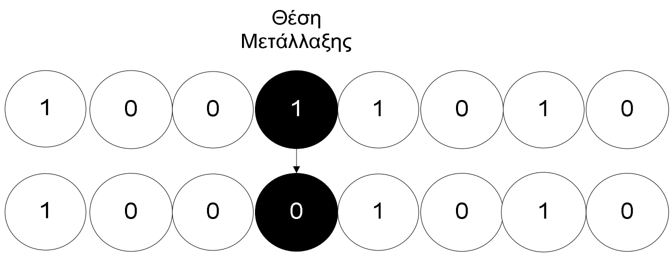
- Διασταύρωση

Οι δύο γονείς επιλέγονται τυχαία από την ομάδα υποψηφίων και δεν είναι απαραίτητο να είναι διαφορετικοί. Το χρωμόσωμα του απογόνου αποτελεί μίξη του γενετικού κώδικα των γονέων. Εάν αποφασιστεί να μην πραγματοποιηθεί διασταύρωση οι υποψήφιοι γονείς αντιγράφονται πλήρως στην επόμενη γενιά. Σε αντίθετη περίπτωση επιλέγονται με τυχαίο τρόπο τα σημεία διασταύρωσης (τα οποία μπορεί να είναι ένα ή περισσότερα) στα οποία κόβονται τα χρωμοσώματα των γονέων. Τα κομμάτια κάθε γονέα ανταλλάσσονται και δημιουργούν δύο (πιθανώς) νέα χρωμοσώματα τα οποία και εισάγονται στο νέο πληθυσμό.

Η διαδικασία διασταύρωσης συνεχίζεται έως ότου συμπληρωθεί ο αριθμός των ατόμων του πληθυσμού.

- Μετάλλαξη

Ανάλογα με τον τυχαία δημιουργούμενο αρχικό πληθυσμό, είναι δυνατό να μην υπάρχει αρκετά μεγάλη ποικιλία χρωμοσωμάτων, αρά και ικανοποιητική εποπτεία του χώρου λύσεων. Στην περίπτωση αυτή, ο ΓΑ εγκλωβίζεται σε ένα μόνο υποχώρο του συνολικού χώρου λύσεων. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να αντιμετωπισθεί εν μέρει με την εισαγωγή του τελεστή μετάλλαξης. Ο ΓΑ χρησιμοποιεί την παράμετρο της πιθανότητας μετάλλαξης η οποία ορίζει τη συχνότητα εισαγωγής νέου γενετικού υλικού και σε τυχαία επιλεγμένες θέσεις και έτσι μεταβάλλει τον κώδικα του χρωμοσώματος. Σε δυαδικές αναπαραστάσεις, η μετάλλαξη ισοδυναμεί με την μεταβολή των σημείων με γονότυπο 1 σε 0 και το αντίθετο.



Σχήμα 4. Παράδειγμα μετάλλαξης

Η πιθανότητα (αρά και ο ρυθμός) μετάλλαξης θα πρέπει να διατηρείται σε χαμηλά επίπεδα (της τάξης 0.001-0.1) καθώς υψηλοί ρυθμοί μετάλλαξης τείνουν να καταστρέφουν τμήματα πληροφορίας χρήσιμα για την εξέλιξη του ΓΑ και μεταβάλλουν τη διαδικασία σε τυχαία αναζήτηση.

Επαναληπτική διαδικασία αλγορίθμου

Γενετικός_Αλγόριθμος(Καταλληλότητα, Όριο_Καταλληλότητας, N, r, m)

1. Αρχικοποίησε τον Πληθυσμό: Π<-Τυχαία παραγωγή Ν χρωμοσωμάτων
2. Αξιολόγησε: $\forall x \in \Pi$ υπολόγισε την ποσότητα Καταλληλότητα(x)
3. Επανέλαβε: Όσο max(Καταλληλότητα(x), $\forall x \in \Pi$)< Όριο_Καταλληλότητας
   - i. Επέλεξε πιθανοκρατικά (1-r)N μέλη του Π και πρόσθεσέ τα στο Πs.

     Η πιθανότητα $P(x_i)$ να επιλεγεί ένα χρωμόσωμα x από το Π δίνεται από τη σχέση :

$$P(x_i) = \frac{\mathrm{K}\alpha\tau\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\acute{o}\tau\eta\tau\alpha(x_i)}{\sum_{j=1}^{N}\mathrm{K}\alpha\tau\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\acute{o}\tau\eta\tau\alpha(x_j)}$$

   - ii. Διασταύρωση: Πιθανοκρατικά επέλεξε rN/2 ζεύγη χρωμοσωμάτων από το Π σύμφωνα με την πιθανότητα $P(x_i)$.

     $\forall$ ζεύγος (x_1, x_2), παρήγαγε δύο απογόνους με εφαρμογή του τελεστή διασταύρωσης. Πρόσθεσε τους απογόνους στο Πs.

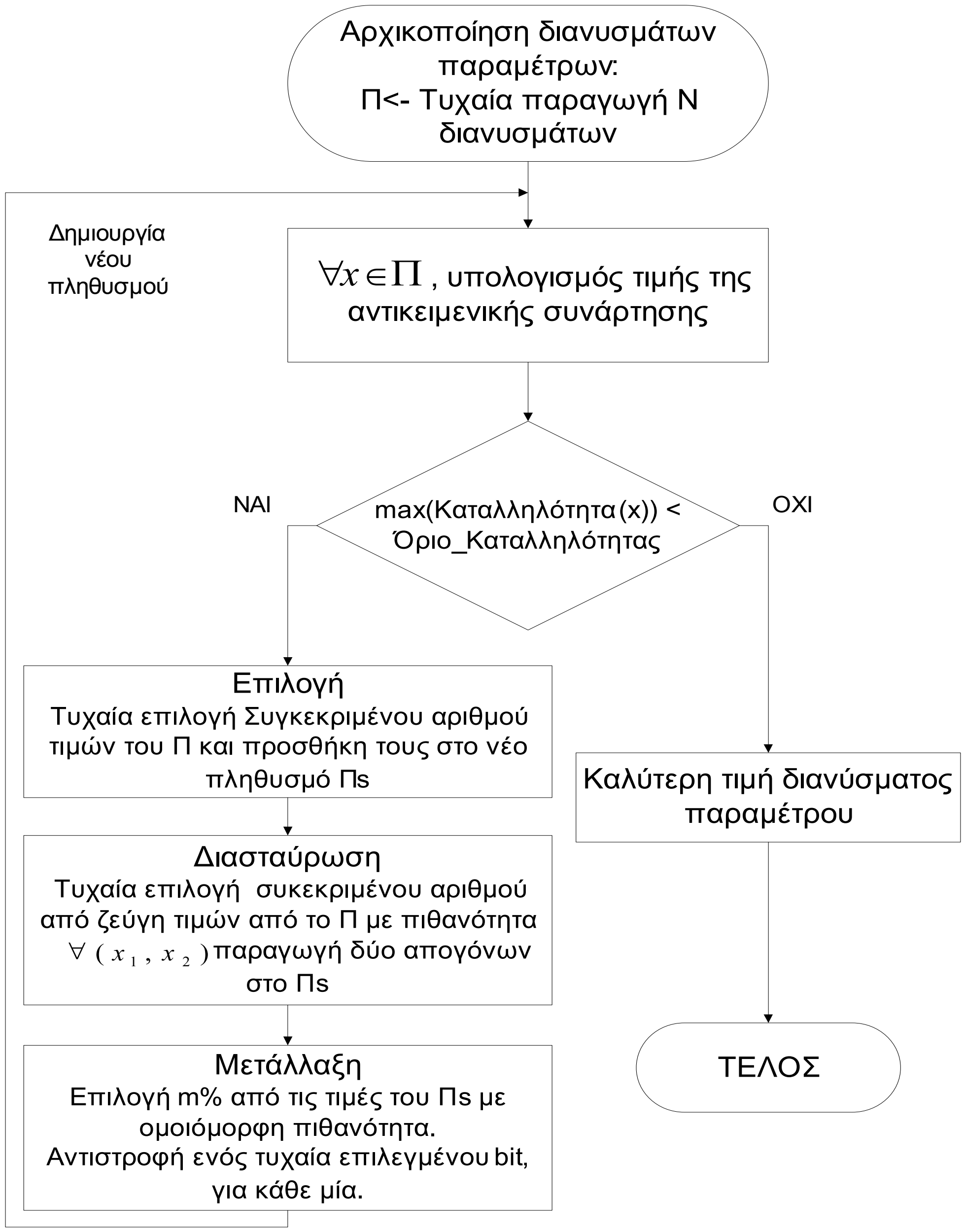
iii. Μετάλλαξη: Επέλεξε m% από τα μέλη του Πs με ομοιόμορφη πιθανότητα. Για κάθε ένα, αντέστρεψε ένα τυχαία επιλεγμένο bit.

iv. Ενημέρωσε: Π<-Πs.

v. $\forall x \in \Pi$ υπολόγισε την ποσότητα Καταλληλότητα(x)

4. Επέστρεψε το χρωμόσωμα με τη μεγαλύτερη Καταλληλότητα

Flow Diagram



Σχήμα 5. Διάγραμμα ροής Genetic Algorithm

Αναλυτική Περιγραφή

Πιο συγκεκριμένα, στον παραπάνω αλγόριθμο, σε κάθε επανάληψη παράγεται μια νέα γενιά χρωμοσωμάτων Πs, που προκύπτει μέσω δεδομένης διαδικασίας από τον αρχικό πληθυσμό Π. Αρχικός και τελικός πληθυσμός έχουν μέγεθος N, αλλά ποσοστό r του αρχικού πληθυσμού αντικαθίσταται σε κάθε κύκλο. Πρώτα επιλέγεται ένας συγκεκριμένος αριθμός χρωμοσωμάτων του υπάρχοντα πληθυσμού, για να συμπεριληφθεί απευθείας στην επόμενη γενιά. Στη συνέχεια, παράγονται επιπλέον μέλη μέσω μίας διαδικασίας διασταύρωσης. Στο σημείο αυτό, επιλέγεται τυχαία, ένα ποσοστό m του πληθυσμού αυτού στο οποίο θα συμβούν τυχαίες μεταλλάξεις.

Αριθμός πληθυσμού και τιμή ρυθμού μετάλλαξης

Επειδή η αναζήτηση του βέλτιστου συνδυασμού των δύο αυτών τιμών, για να πάρουμε όσο καλύτερα αποτελέσματα γίνεται, είναι απαγορευτικός από χρονικής άποψης, λάβαμε υπόψη μας κάποιες δημοσιεύσεις που υπάρχουν για την επίλυση αυτού του προβλήματος [4, 5]. Παρατηρώντας, ότι και οι δύο, καταλήγουν ότι οι γενετικοί αλγόριθμοι δίνουν καλύτερα αποτελέσματα όταν τους δίνουμε μικρό αρχικό πληθυσμό και μεγάλο ρυθμό μετάλλαξης, επιλέξαμε να έχουμε πληθυσμό 8 σημείων και mutrate=0.15.

Πλεονεκτήματα γενετικών αλγορίθμων

- Μπορούν να λύσουν προβλήματα που χρησιμοποιούν μεγάλο αριθμό μεταβλητών.
- Βελτιστοποιούν προβλήματα που χρησιμοποιούν σύνθετες συναρτήσεις κόστους.
- Δουλεύουν με αριθμητικά δεδομένα, πειραματικά δεδομένα ή αναλυτικές συναρτήσεις.
- Μπορούν να λύσουν προβλήματα γρήγορα και αξιόπιστα.
- Μπορούν να συνεργαστούν με άλλα συστήματα. Εξαιτίας της απλότητας τους μπορούν εύκολα να συνεργαστούν με άλλα πολύπλοκα μοντέλα επιταχύνοντας τη λύση ενός προβλήματος και βελτιώνοντας την ποιότητα της λύσης.
- Είναι εύκολα επεκτάσιμοι. Διαφορετικοί προγραμματιστές μπορούν να επιλέξουν διαφορετική υλοποίηση που να ταιριάζει περισσότερο στα δικά τους προβλήματα.
- Μπορούν εύκολα να παραλληλιστούν. Για παράδειγμα ο υπολογισμός της αντικειμενικής συνάρτησης μπορεί να γίνει σε διαφορετικούς επεξεργαστές.

- Εφαρμόζονται σε περισσότερα πεδία από άλλες μεθόδους. Η ευελιξία των γενετικών αλγορίθμων και οι μικρές απαιτήσεις που έχουν, τους καθιστούν ικανούς να εφαρμοστούν σε μία μεγάλη γκάμα υπολογιστικών προβλημάτων.

Μειονεκτήματα γενετικών αλγόριθμων

- Αργός χρόνος σύγκλισης
- Τείνουν να εγκλωβίζονται σε τοπικά ελάχιστα της αντικειμενικής συνάρτησης.

Εφαρμογές γενετικού αλγόριθμου

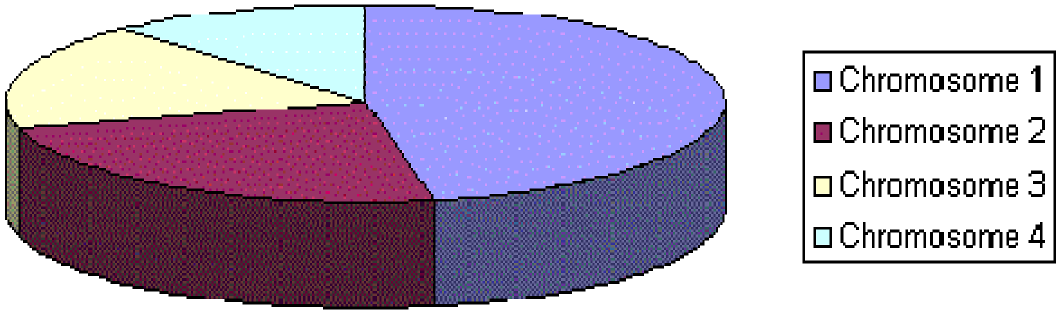
- Γραφικά υπολογιστών
- Σύνθεση μουσικής
- Κατασκευή νευρωνικών δικτύων
- Επεξεργασία σήματος (επεξεργασία βιοιατρικού σήματος, επεξεργασία εικόνας)
- Ρομποτική

Επιλογή Ρουλέτας

Η επιλογή ρουλέτας είναι το απλούστερο σχήμα επιλογής. Αποκαλείται επίσης και Στοχαστική Δειγματοληψία με Αντικατάσταση ή και Επιλογή ανάλογη της Καταλληλότητας. Η ρουλέτα είναι ένας στοχαστικός αλγόριθμος, με βασικό χαρακτηριστικό του ότι κάθε στοιχείο επιλέγεται με πιθανότητα :

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^{M} f_j}$$

όπου f_i είναι η καταλληλότητα του μέλους i. Σχηματικά μπορεί να αναπαρασταθεί με μία ρουλέτα, στην οποία κάθε μέλος έχει ανάλογο με την καταλληλότητά του χώρο στο δίσκο της.



Εικόνα 7. Επιλογή ρουλέτας

Αρχικά, όλα τα σημεία ταξινομούνται σε ένα πίνακα, ανάλογα με την καταλληλότητά τους. Τότε παράγεται ένας τυχαίο αριθμός και το σημείο που βρίσκεται στη θέση του πίνακα που αντιστοιχεί σε αυτόν τον αριθμό, επιλέγεται. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να επιλεγεί ο επιθυμητός αριθμός σημείων που θα συμμετέχουν στην παραγωγή νέων σημείων.

3.4.2.1 Continuous Genetic Algorithm ή Real-Valued Genetic Algorithm

Εισαγωγή

Ο Continuous γενετικός αλγόριθμος είναι μία εκδοχή γενετικού αλγορίθμου, που χρησιμοποιεί πραγματικούς αριθμούς. Σκοπός αυτού του αλγόριθμου είναι η εύρεση του ολικού μεγίστου-ελαχίστου κάποιας συνάρτησης. Στην περίπτωσή μας, τον χρησιμοποιούμε για να βρούμε το ολικό ελάχιστο της αντικειμενικής μας συνάρτησης [6].

Εφόσον δεν χρησιμοποιούμε κωδικοποίηση σε δυαδικό σύστημα, δουλεύουμε ως εξής :

Το χρωμόσωμα καθορίζεται σαν ένα διάνυσμα παραμέτρων που πρέπει να βελτιστοποιηθεί. Αν το χρωμόσωμα έχει N μεταβλητές $p_1, p_2, \dots, p_N$, τότε δίνεται σαν ένα διάνυσμα 1XN στοιχείων :

$$chromosome = [\, p_1, p_2, \dots, p_N \,]$$

Κάθε χρωμόσωμα έχει μία αντίστοιχη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης f :

$$cost = f(chromosome) = f(p_1, p_2, \dots, p_N)$$

Επαναληπτική διαδικασία αλγορίθμου

1. Αρχικοποίηση. Επιλέγεται ένας αρχικός πληθυσμός μεγέθους popsize χρωμοσωμάτων. Ένας πίνακας αντιπροσωπεύει τον πληθυσμό, με κάθε γραμμή του να είναι ένα διάνυσμα 1xN (χρωμόσωμα) και οι στήλες να είναι ο αριθμός των χρωμοσωμάτων.
2. Δημιουργία αρχικού πληθυσμού. Ο αρχικός πληθυσμός επιλέγεται τυχαία, σύμφωνα με τους περιορισμούς και αποθηκεύεται σε ένα πίνακα P.

3. Ταξινόμηση. Για κάθε χρωμόσωμα του πληθυσμού υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Ο πίνακας P ταξινομείται σε αύξουσα σειρά αντικειμενικής συνάρτησης. Δηλαδή το χρωμόσωμα που δίνει τη μικρότερη τιμή, μπαίνει στην κορυφή του πίνακα και αυτό που δίνει τη μεγαλύτερη τιμή, στο τέλος. Αυτό καθιστά το πρώτο χρωμόσωμα του πίνακα τον καταλληλότερο γονέα και το τελευταίο τον χειρότερο. Έτσι, τα μέλη του πληθυσμού που βρίσκονται στην αρχή του πίνακα είναι αυτά που θα συμμετέχουν περισσότερο στη διαδικασία της αναπαραγωγής, ενώ τα υπόλοιπα κατά τη διάρκεια του αλγορίθμου θα “πεθαίνουν” (θα αντικαθίστανται από “απογόνους” που δίνουν μικρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης).

4. Υπολογίζεται ο αριθμός από γονείς που θα συμμετέχουν στη δημιουργία απογόνων :

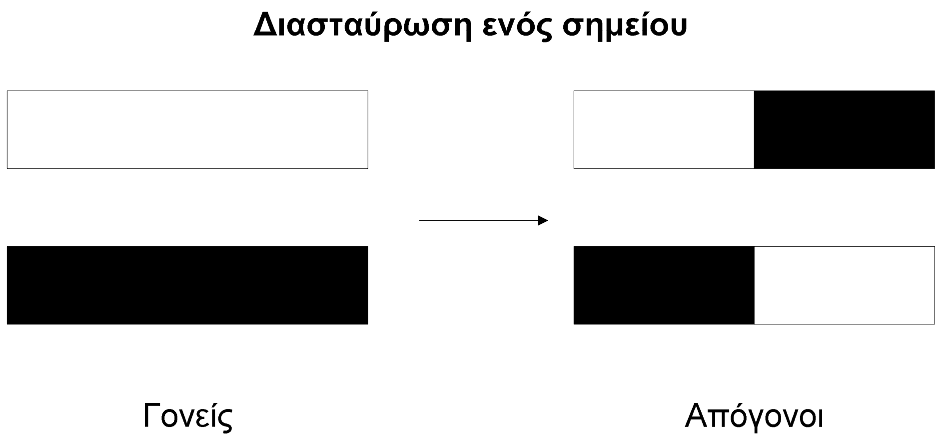
$$keep = selection * popsize,$$

όπου popsize είναι ο αριθμός των χρωμοσωμάτων στον πληθυσμό και selection είναι ένας αριθμός που καθορίζει πόσα μέλη του πληθυσμού θα επιλεγούν για να γίνουν γονείς. Έτσι αν popsize=8 και selection=0.5, θα επιλεγούν keep=4 μέλη.

Το ποιοί θα είναι οι γονείς επιλέγεται βάση μίας κατανομής πιθανότητας, που δημιουργήθηκε αναλογικά με την καταλληλότητά τους. Όσο καταλληλότεροι είναι, τόσο μεγαλύτερη πιθανότητα έχουν να επιλεγούν για γονείς.

Κάθε ζευγάρι θα παράγει δύο απογόνους, συνολικά δύο ζευγαρώματα άρα τέσσερις απόγονοι, που θα περιέχουν στοιχεία από τον κάθε γονέα. Επίσης, οι γονείς αυτοί παίρνουν μέρος και στον νέο πληθυσμό που δημιουργείται.

5. Διασταύρωση. Η απλούστερη μέθοδος είναι η διασταύρωση ενός σημείου (η επιλογή ενός σημείου στο χρωμόσωμα, ως σημείο διασταύρωσης). Έτσι οι μεταβλητές των διανυσμάτων, που αποτελούν τους δύο γονείς, αριστερά και δεξιά από αυτό το σημείο, αντιμετατίθενται.



Σχήμα 6. Παράδειγμα διασταύρωσης ενός σημείου

$$parent_1 = [p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_{1,4}, p_{1,5}, p_{1,6}, p_{1,7}]$$

$$parent_2 = [p_{2,1}, p_{2,2}, p_{2,3}, p_{2,4}, p_{2,5}, p_{2,6}, p_{2,7}]$$

Μετά από τυχαία επιλογή σημείου διασταύρωσης :

$$offspring_1 = [p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, \boldsymbol{p_{2,4}}, \boldsymbol{p_{2,5}}, \boldsymbol{p_{2,6}}, \boldsymbol{p_{2,7}}]$$

$$offspring_2 = [\boldsymbol{p_{2,1}}, \boldsymbol{p_{2,2}}, \boldsymbol{p_{2,3}}, p_{1,4}, p_{1,5}, p_{1,6}, p_{1,7}]$$

6. Μετάλλαξη. Όπως αναφέραμε και πιο πάνω (Σχήμα 4), στην περίπτωση που είχαμε κωδικοποιημένες τιμές στο δυαδικό σύστημα, αυτό που θα κάναμε θα ήταν απλά να αλλάξουμε ένα τυχαία επιλεγμένο bit του χρωμοσώματος, από 1 σε 0 ή και το αντίθετο. Τώρα όμως λειτουργούμε διαφορετικά.

Αρχικά, επιλέγουμε ένα ρυθμό μετάλλαξης mutrate. Το πόσες μεταλλάξεις θα γίνουν στον πληθυσμό, δίνεται από τον τύπο :

$$nmut = (popsize - 1) * N * mutrate \,,$$

Όπου nmut είναι ο αριθμός των μεταλλάξεων, popsize ο αριθμός του πληθυσμού και N ο αριθμός των παραμέτρων κάθε διανύσματος-χρωμοσώματος.

Στη συνέχεια επιλέγονται αριθμοί τυχαία, για τις στήλες και τις σειρές των παραμέτρων που θα περάσουν από μετάλλαξη.

$$mrow = [\,1 \quad 3 \quad 5\,]$$
$$mcol = [\,2 \quad 5 \quad 7\,]$$

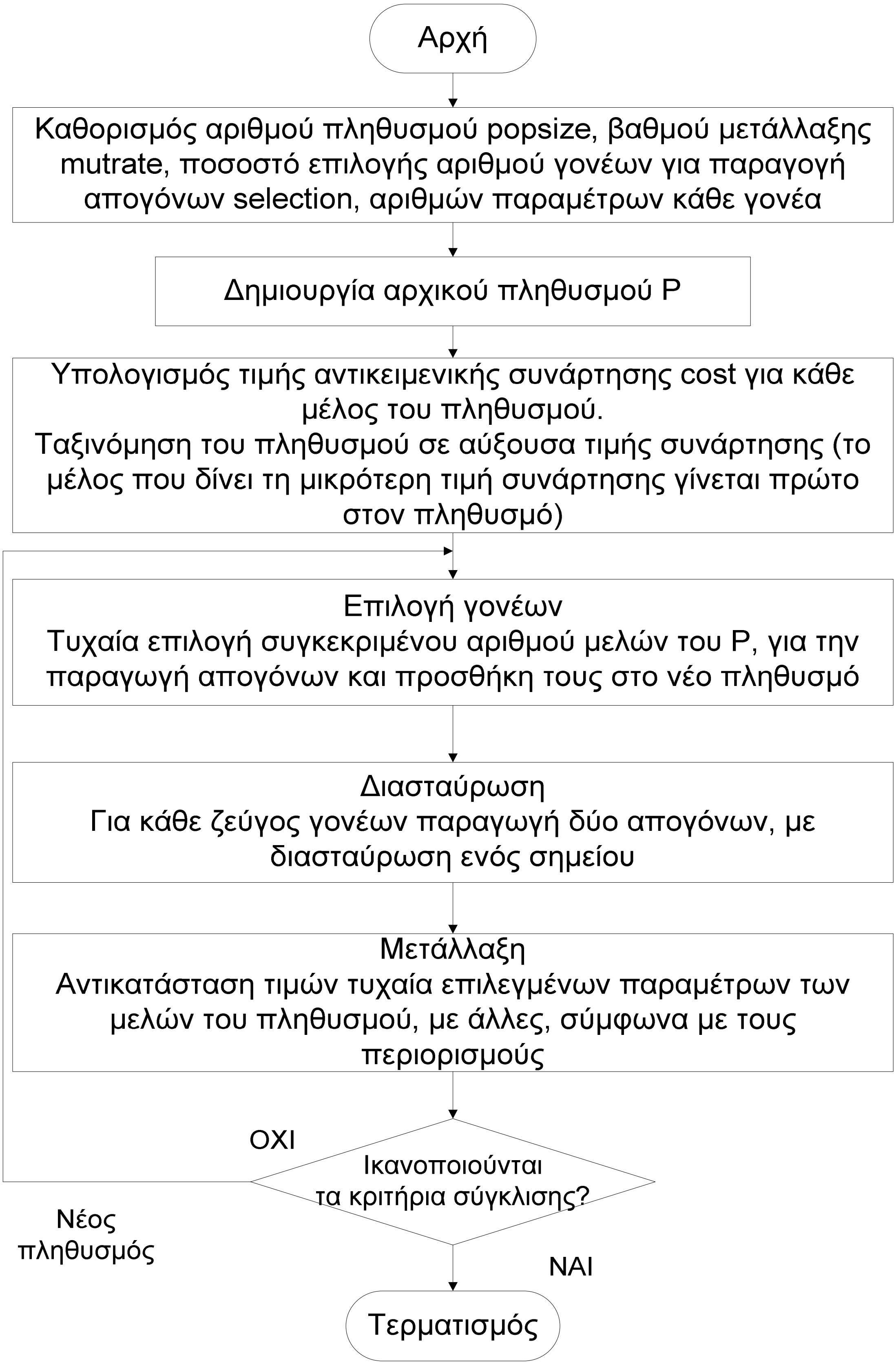
$$\begin{array}{ccccccc} x_{1,1} & \boldsymbol{x_{1,2}} & x_{1,3} & x_{1,4} & x_{1,5} & x_{1,6} & x_{1,7} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & x_{2,3} & x_{2,4} & x_{2,5} & x_{2,6} & x_{2,7} \\ x_{3,1} & x_{3,2} & x_{3,3} & x_{3,4} & \boldsymbol{x_{3,5}} & x_{3,6} & x_{3,7} \\ x_{4,1} & x_{4,2} & x_{4,3} & x_{4,4} & x_{4,5} & x_{4,6} & x_{4,7} \\ x_{5,1} & x_{5,2} & x_{5,3} & x_{5,4} & x_{5,5} & x_{5,6} & \boldsymbol{x_{5,7}} \end{array}$$

Αυτές λοιπόν οι παράμετροι $x_{1,2}$, $x_{3,5}$, $x_{5,7}$, θα υποστούν μετάλλαξη. Επειδή όμως, όπως είπαμε, δεν δουλεύουμε με δυαδικές τιμές αλλά με πραγματικές, το μόνο που κάνουμε είναι απλά να αντικαταστήσουμε τις τιμές των επιλεγμένων αυτών παραμέτρων με άλλες νέες τυχαίες τιμές, σύμφωνες με τα όρια τους.

Έτσι δημιουργείται ο νέος πληθυσμός, στον οποίο παραμένουν τα χρωμοσώματα που επιλέχθηκαν για γονείς και αντικαθίστανται τα πιο ακατάλληλα για γονείς χρωμοσώματα, από τους νέους απόγονους.

7. Τέλος, γίνεται έλεγχος των κριτηρίων σύγκλισης του αλγορίθμου.

Flow Diagram



Σχήμα 7. Διάγραμμα ροής Continuous Genetic Algorithm

3.4.3 Differential Evolution (Διαφορική Εξέλιξη)

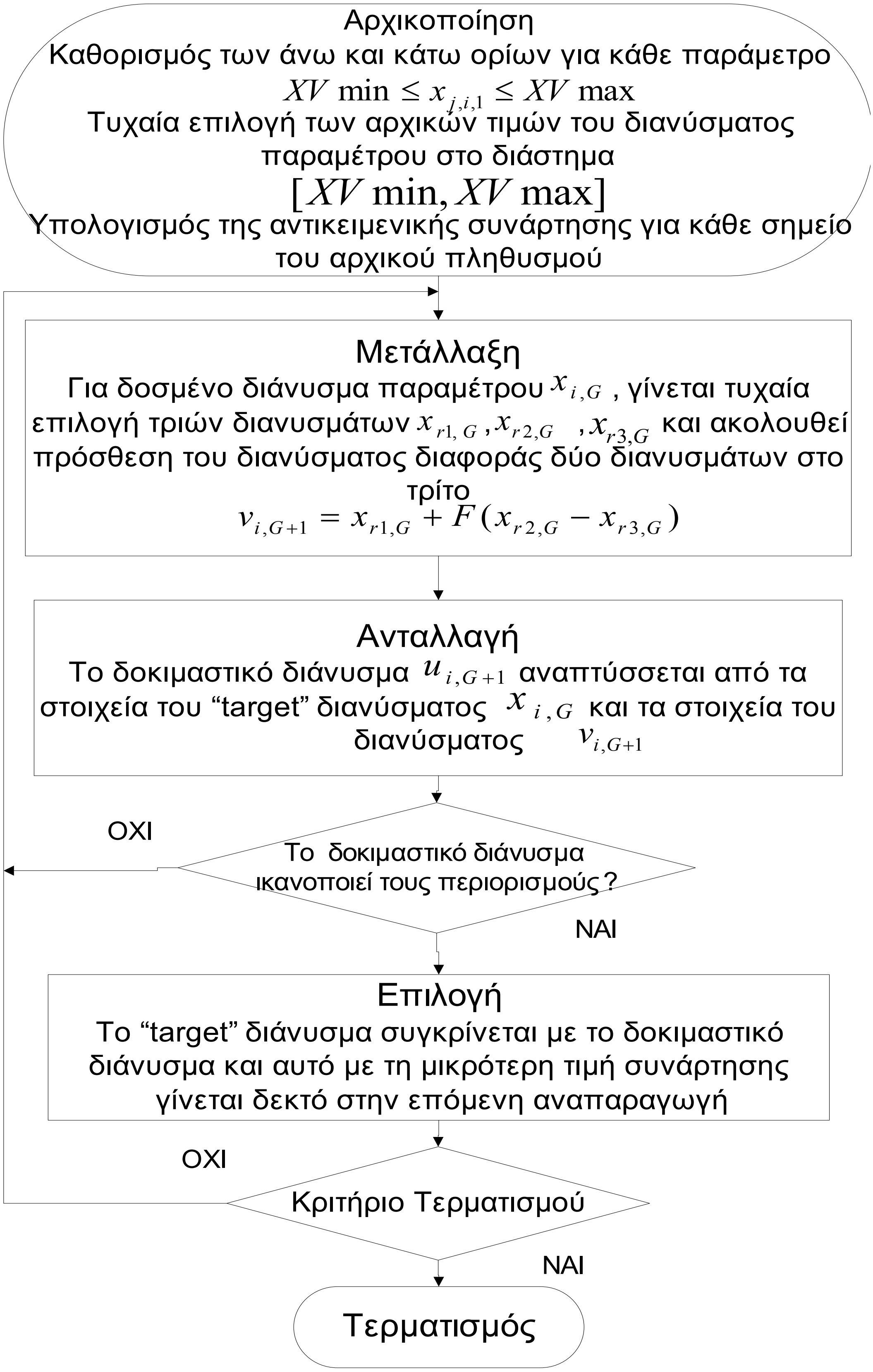
Εισαγωγή

Οι Price και Storn ανέπτυξαν την Διαφορική Εξέλιξη έτσι ώστε να είναι ένας αξιόπιστος και ευέλικτος αλγόριθμος βελτιστοποίησης συνάρτησης, ο οποίος θα είναι και απλός στη χρήση. Η πρώτη γραπτή έκδοση ΔΕ εμφανίστηκε το 1995 (Storn and Prince 1995) [7, 8].

Ο αλγόριθμος της Διαφορικής Εξέλιξης αποτελεί μία στοχαστική μέθοδο βελτιστοποίησης, για την ελαχιστοποίηση μίας αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία μπορεί να μοντελοποιήσει τα αντικείμενα του προβλήματος σεβόμενη τυχόν περιορισμούς.

Επαναληπτική διαδικασία αλγορίθμου

Όπως σχεδόν όλοι οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι, η ΔΕ είναι μία μέθοδος που βασίζεται σε πληθυσμούς. Ξεκινά να λύνει το πρόβλημα με το να υπολογίζει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησής του, σε πολλαπλά, τυχαία επιλεγμένα αρχικά σημεία. Προκαθορισμένα όρια παραμέτρων καθορίζουν το χώρο από τον οποίο επιλέγονται τα σημεία του αρχικού πληθυσμού. Όπως και άλλες μέθοδοι που βασίζονται σε πληθυσμούς, η ΔΕ παράγει νέα σημεία τα οποία είναι διαταραχές σημείων που ήδη υπάρχουν. Η ΔΕ διαταράσσει τα διανύσματα με τη διαφορά δύο τυχαία επιλεγμένων διανυσμάτων παραμέτρων του πληθυσμού. Για να κατασκευάσει το trial (δοκιμαστικό) διάνυσμα προσθέτει την τυχαία διαφορά δύο διανυσμάτων σε ένα τρίτο τυχαία επιλεγμένο διάνυσμα. Στο στάδιο της επιλογής, το δοκιμαστικό διάνυσμα συγκρίνεται με το διάνυσμα πληθυσμού με το οποίο έχουν την ίδια θέση. Στη συνέχεια το αυτό που δίνει τη μικρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης μαρκάρεται σαν μέλος της επόμενης γενιάς. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι όλα τα διανύσματα να έχουν συγκριθεί με ένα τυχαία παραγόμενο trial διάνυσμα. Όταν θα ελεγχθεί και το τελευταίο σημείο, τα διανύσματα που επιβίωσαν των συγκρίσεων γίνονται “γονείς” για την επόμενη παραγωγή.



Σχήμα 8. Διάγραμμα ροής Differential Evolution

Αναλυτική περιγραφή

- Αρχικοποίηση

Πριν από την αρχικοποίηση του πληθυσμού, πρέπει να καθοριστούν τα πάνω και κάτω όρια για κάθε μία από τις παραμέτρους του μοντέλου μας. Αυτές τις τιμές τις βάζουμε σε δύο διανύσματα XVmax και XVmin αντίστοιχα.

Όταν καθοριστούν τα όρια, επιλέγονται τυχαία οι αρχικές τιμές των παραμέτρων των διανυσμάτων, μέσα στα όρια που προαναφέρθηκαν και αποθηκεύονται στο πίνακα pop. Δημιουργούμε δηλαδή, για τον συγκεκριμένο αλγόριθμο 20 σημεία που απαρτίζουν τον αρχικό μας πληθυσμό.

Στη συνέχεια υπολογίζεται η αντικειμενική συνάρτηση val, για κάθε διάνυσμα παραμέτρων και καθορίζεται το καλύτερο διάνυσμα, αυτό δηλαδή που δίνει τη μικρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης.

- Μετάλλαξη

Μετά την αρχικοποίηση, η ΔΕ μεταλλάσει και ανασυνδυάζει τον πληθυσμό για την παραγωγή ενός νέου πληθυσμού, ui. Συγκεκριμένα, η διαφορική μετάλλαξη προσθέτει τη διαφορά δύο τυχαία επιλεγμένων διανυσμάτων σε ένα τρίτο.

Έτσι, για δοσμένο διάνυσμα παραμέτρου $x_{i,G}$, γίνεται τυχαία επιλογή τριών διανυσμάτων $x_{r1,G}$, $x_{r2,G}$ και $x_{r3,G}$, τέτοια ώστε τα i, r1, r2 και r3 να είναι διαφορετικά και ακολουθεί πρόσθεση του διανύσματος διαφοράς των δύο στο τρίτο :

$$v_{i,G+1} = x_{r1,G} + F(x_{r2,G} - x_{r3,G})$$

Ο παράγοντας F της μετάλλαξης είναι ένας σταθερός πραγματικός αριθμός, που ελέγχει το βαθμό στον οποίο ο πληθυσμός εξελίσσεται στο διάστημα [0,2].

- Crossover (ανταλλαγή)

Η ανταλλαγή, ενσωματώνει επιτυχημένες λύσεις της προηγούμενης γενιάς, στην επόμενη. Το δοκιμαστικό διάνυσμα $u_{i,G+1}$ αναπτύσσεται από τα στοιχεία του “target” διανύσματος $x_{i,G}$ και τα στοιχεία του διανύσματος $v_{i,G+1}$.Στοιχεία του διανύσματος $v_{i,G+1}$, μπαίνουν στο δοκιμαστικό διάνυσμα με πιθανότητα CR.

$$u_{j,i,G+1} = \begin{cases} v_{j,i,G+1} & if \quad rand_{j,i} \leq CR \quad or \quad j = I_{rand} \\ x_{j,i,G} & if \quad rand_{j,i} > CR \quad and \quad j \neq I_{rand} \end{cases}$$

i=1,2,…,N j=1,2,…,D $rand_{j,i} \sim U[0,1], I_{rand}$ είναι ένας τυχαίος ακέραιος από [1,2,…,D]

- Έλεγχος

Όλα τα 20 νέα δοκιμαστικά σημεία που δημιουργήθηκαν μετά τη μετάλλαξη και την ανταλλαγή ελέγχονται, για το αν είναι εντός των προκαθορισμένων περιορισμών. Στην περίπτωση που είναι, υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για το καθένα και περνάνε στο επόμενο βήμα, αυτό της επιλογής. Ενώ αυτά που δεν είναι εντός των περιορισμών, δεν λαμβάνουν μέρος στην υπόλοιπη διαδικασία του αλγορίθμου και απλά χάνονται στην επόμενη επανάληψη.

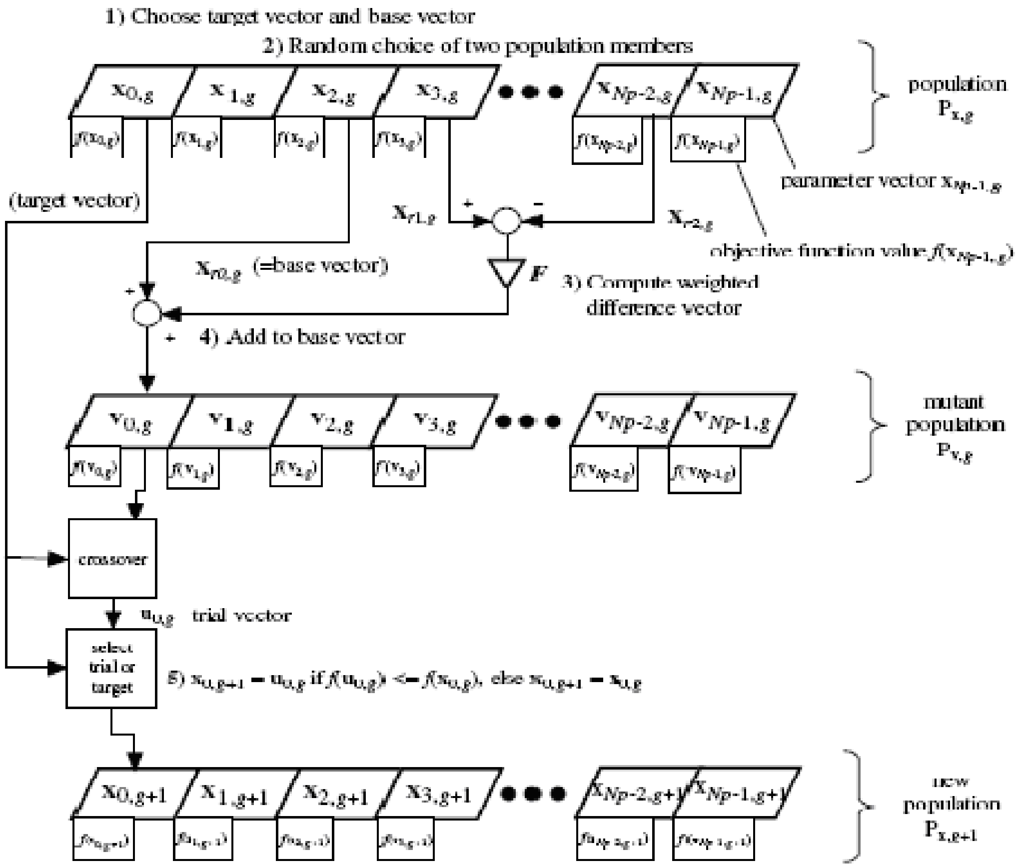
- Επιλογή

Το “target” διάνυσμα $x_{i,G}$ συγκρίνεται με το δοκιμαστικό διάνυσμα $u_{i,G+1}$ και αυτό με τη μικρότερη τιμή συνάρτησης, αντικαθιστά το άλλο στον αρχικό πληθυσμό pop. Έτσι το νέο αυτό σημείο, γίνεται δεκτό στην επόμενη παραγωγή :

$$x_{i,G+1} = \begin{cases} u_{i,G+1} & \text{if} \quad f(u_{i,G+1}) \le f(x_{i,G}) \\ x_{i,G} & \text{otherwise} \end{cases} \qquad i = 1,2,\ldots,N$$

Η μετάλλαξη, η ανταλλαγή και η επιλογή συνεχίζονται μέχρι να επιτευχθεί το κριτήριο τερματισμού.

Παρακάτω (Εικόνα 5) μπορούμε να δούμε σχηματικά τα βήματα της μετάλλαξης, ανταλλαγής και η επιλογής [9].



Εικόνα 8. Differential Evolution: Mutation, Crossover, Selection

Σύγκριση με άλλους αλγόριθμους

Σε μία σύγκριση από τους Storn και Price η Διαφορική Εξέλιξη ήταν πιο αποδοτική από την Simulated Annealing και τους Γενετικούς Αλγόριθμους.

Οι Ali και Torn απέδειξαν ότι η ΔΕ μπορεί να είναι και πιο ακριβής και πιο αποδοτική από την CRS (που περιγράφεται παρακάτω) και οποιονδήποτε γενετικό αλγόριθμο.

Οι Lampinen και Storn έδειξαν ότι η ΔΕ ήταν πιο σωστή από πολλές άλλες μεθόδους βελτιστοποίησης, συμπεριλαμβανομένων τεσσάρων γενετικών αλγορίθμων, Simulated Annealing και του Evolutionary Programming.

Πλεονεκτήματα

- Βρίσκει το πραγματικό ελάχιστο ανεξαρτήτως των αρχικών τιμών των παραμέτρων.
- Παρουσιάζει γρήγορη σύγκλιση.
- Κάνει χρήση λίγων παραμέτρων για τον έλεγχό του.
- Είναι απλός, εύκολος και γρήγορος αλγόριθμος.

Εφαρμογές

- General Optimization Framework "Mystic" by Mike McKerns, Caltech.
- Multiprocessor synthesis.
- Neural network learning.
- Chrystallographic characterization.
- Synthesis of modulators.
- Heat transfer parameter estimation in a trickle bed reactor.
- Scenario-Integrated Optimization of Dynamic Systems.
- Optimal Design of Shell-and-Tube Heat Exchangers.
- Optimization of an Alkylation Reaction.
- Optimization of Thermal Cracker Operation.
- Optimization of Non-Linear Chemical Processes.
- Optimum planning of cropping patterns.
- Optimization of Water Pumping System .
- Optimal Design of Gas Transmission Network .
- Differential Evolution for Multi-Objective Optimization
- Physiochemistry of Carbon Materials.
- Radio Network Design.
- Reflectivity Curve Simulation.
- Design of digital filters
- Optimization of strategies for checkers
- Maximisation of profit in a model of a breef property
- Optimisation of fermentation of alcohol

3.4.4 Controlled Random Search algorithm (CRS) - with competing heuristics

Εισαγωγή

Η Controlled Random Search (CRS) διαδικασία , αποτελεί μία random search διαδικασία, η οποία είναι αποτελεσματική στην εύρεση ολικού ελαχίστου σε πολυακρότατες συναρτήσεις , με ή χωρίς περιορισμούς. Η CRS υλοποιήθηκε από τον W.L.Price το 1976 [10]. Είναι μία direct, random μέθοδος, η οποία δεν απαιτεί η συνάρτηση να είναι διαφορική ή οι μεταβλητές να είναι συνεχής και η οποία μπορεί να εφαρμοστεί και με την παρουσία περιορισμών. Συνδυάζει τις random search και εύρεσης ακρότατων ρουτίνες, σε μία συνεχή διαδικασία. Ο CRS είναι ένας αλγόριθμος ο οποίος είναι σχεδιασμένος για πληρότητα αναζήτησης, παρά για ταχύτητα σύγκλισης. Γι'αυτό και ορισμένες φορές χρησιμοποιείται για τη βελτίωση των αποτελεσμάτων άλλων αλγορίθμων (καλύτερων όσο αναφορά την ταχύτητα σύγκλισης), με εξάλειψη των ελαχίστων που έχουν βρεθεί από αυτούς τους αλγόριθμους.

Ο CRS είναι ένας απλός στοχαστικός αλγόριθμος ο οποίος αναζητά το ολικό ελάχιστο σε προβλήματα όπως αυτό που περιγράφετε παρακάτω:

Για μία δοθείσα αντικειμενική συνάρτηση $f: D \to R, D \subset R^d$, το σημείο x* πρέπει να βρεθεί έτσι ώστε x*=arg $min_{x\epsilon D} f(x)$. Το σημείο x* ονομάζεται ολικό ελάχιστο, D είναι ο χώρος αναζήτησης που ορίζεται ως D=$\Pi_{i=1}^{d}[a_i, b_i], a_i < b_i, i = 1,2, \dots d$ και η αντικειμενική συνάρτηση είναι υπολογίσιμη, δηλαδή υπάρχει ένας αλγόριθμος ικανός να προσδιορίσει την τιμή της f(x) με αρκετή ακρίβεια σε κάθε σημείο x ϵ D.

Ο CRS αλγόριθμος προτάθηκε από τον Prince το 1976. Υπάρχουν πολλές παραλλαγές του CRS αλγορίθμου οι οποίες χρησιμοποιούνται επιτυχώς για την επίλυση προβλημάτων ολικής βελτιστοποίησης [11]. Ο αλγόριθμος αυτός μπορεί να δοθεί σε ψευδοκώδικα ως εξής :

1 Παραγωγή P (πληθυσμός N σημείων στο χώρο αναζήτησης D τυχαία)
2 Εύρεση του x_{max} (το σημείο μέσα στο P που δίνει τη μεγαλύτερη τιμή στη συνάρτηση)
3 **επανέλαβε**
4 Παραγωγή ενός νέου δοκιμαστικού σημείου y ∈ D σύμφωνα με κάποιον από τους ευρετικούς μηχανισμούς
5 **if** $f(y) < f(x_{max})$ **then**
6     $x_{max} := y;$
7   find new x_{max} ;
8 **endif**
9 **μέχρι** να ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού

Ο ευρετικός μηχανισμός που χρησιμοποιείται στο βήμα 4 είναι ένας μη ντετερμινιστικός κανόνας ο οποίος παράγει ένα νέο δοκιμαστικό σημείο y ∈ D. Στην περίπτωσή μας έχουμε h=4 ευρετικούς μηχανισμούς και σε κάθε επανάληψη επιλέγεται ένας από αυτούς τυχαία, με πιθανότητα q_i, i=1,2,…h.

Οι πιθανότητες αλλάζουν σύμφωνα με την επιτυχία των ευρετικών στη διαδικασία αναζήτησης. Ο ευρετικός θεωρείται επιτυχημένος αν παράγει ένα δοκιμαστικό σημείο y τέτοιο ώστε $f(y) < f(x_{max})$, $f_{max} = f(x_{max})$. Όταν δηλαδή με το μηχανισμό αυτό βρούμε ένα σημείο, το οποίο δίνει μικρότερη τιμή συνάρτησης, από τη μεγαλύτερη που έχουμε βρει στο βήμα 2. Η πιθανότητα q_i μπορεί να καθοριστεί απλά από τη συχνότητα επιτυχίας εύρεσης νέου δοκιμαστικού σημείου, για το οποίο ισχύουν τα παραπάνω.

Τέσσερις ευρετικοί μηχανισμοί χρησιμοποιήθηκαν στην εφαρμογή του συγκεκριμένου αλγόριθμου. Οι τρεις από αυτούς λειτουργούν ως εξής :

Ένα νέο δοκιμαστικό σημείο y παράγεται από το υποσύνολο S (d+1 σημεία επιλεγμένα από τον αρχικό πληθυσμό P), σύμφωνα με τη σχέση

$$y = g + U(g - x_H),$$

όπου $x_H = \arg max_{x \in S} f(x)$και g είναι το "κεντροειδές" των d σημείων που απομένουν στο υποσύνολο S. Ο παράγοντας U με τον οποίο πολλαπλασιάζουμε είναι μία τυχαία μεταβλητή ομοιόμορφα κατανεμημένη στο [s,α-s), όπου α>0 και s είναι παράμετροι εισόδου του κάθε ευρετικού μηχανισμού, 0<s<α/2. Όλα τα d+1 σημεία του υποσυνόλου επιλέγονται τυχαία από το P στους δύο ευρετικούς οι οποίοι αναφέρονται ως REFL1 με α=2 και s=0.5 και REFL25 με α=5 και s=1.5. Με α ορίζουμε την απόσταση του κάθε σημείου, που επιλέγουμε για να φτιάξουμε το υποσύνολο S, από το "κεντροειδές" και s είναι το πόσο μειώνουμε την απόσταση αυτή σε περίπτωση που το δοκιμαστικό σημείο που βρίσκουμε δεν δίνει μικρότερη τιμή συνάρτησης από την υπάρχουσα μεγαλύτερη.

Στον τρίτο ευρετικό ο οποίος αναφέρεται ως REFLB, για τη δημιουργία κάθε υποσυνόλου S, επιλέγονται τυχαία d σημεία από τον αρχικό πληθυσμό P. Επιλέγεται επίσης και το σημείο του πληθυσμού αυτού, που δίνει τη μικρότερη τιμή συνάρτησης. Οι παράμετροι εισόδου αυτού του μηχανισμού είναι α=2 και s=0.5.

Ο τέταρτος μηχανισμός βασίζεται στη διαφορική εξέλιξη, την οποία έχουμε περιγράψει αναλυτικά σαν ξεχωριστό αλγόριθμο στο 3.4.3. Ένα σημείο u παράγεται σύμφωνα με την :

$$u = r_1 + F(r_2 - r_3),$$

Όπου r_1 ,r_2 και r_3 είναι τρία διακριτά σημεία επιλεγμένα τυχαία από το P και F>0 είναι μία παράμετρος εισόδου. Τα στοιχεία y_j , j=1,2,…,d του δοκιμαστικού σημείου y κατασκευάζονται από την ανταλλαγή (crossover) τυχαία επιλεγμένων x και χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο κανόνα :

$$y_j = \begin{cases} u_j & if\ U_j \le C \quad or \quad j = l \\ x_j & if\ U_j > C \quad and \quad j \ne l, \end{cases}$$

όπου l είναι ένας τυχαία επιλεγμένος ακέραιος από {1,2,…d}, οι U_1, U_2, … , U_d είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές ομοιόμορφα κατανεμημένες στο [0,1), και C ∈ [0,1] είναι παράμετρος εισόδου που επηρεάζει τον αριθμό των στοιχείων που ανταλλάσονται στη διαδικασία του crossover . Οι Ali και Torn συνέστησαν την προσαρμογή της τιμής του παράγοντα F μέσα στη διαδικασία αναζήτησης σύμφωνα με τη σχέση :

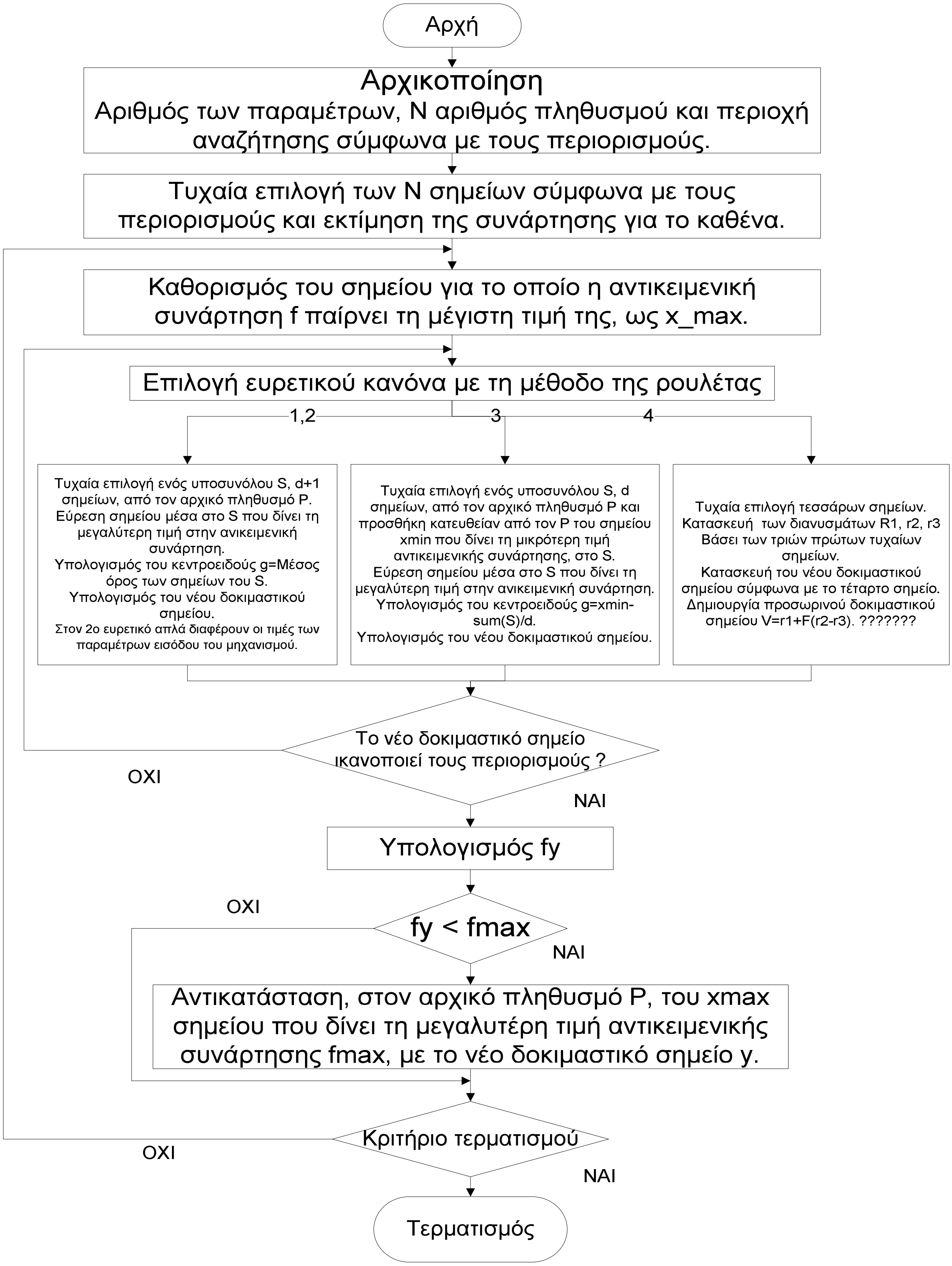
$$F = \begin{cases} \max\left(F_{min}, 1 - \left|\frac{f_{max}}{f_{min}}\right|\right) & if\ \left|\frac{f_{max}}{f_{min}}\right| < 1 \\ \max\left(F_{min}, 1 - \left|\frac{F_{min}}{F_{max}}\right|\right) & otherwise, \end{cases}$$

όπου f_{min}, f_{max} είναι αντίστοιχα η ελάχιστη και η μέγιστη τιμή συνάρτησης του πληθυσμού και F_{min} είναι μία παράμετρος εισόδου που εξασφαλίζει $F \in [F_{min}, 1)$. Ο ευρετικός που χρησιμοποιεί την παραπάνω σχέση για τον καθορισμό του F με F_{min}=0.4 και C=0.9 είναι ο DERADP.

Επαναληπτική διαδικασία αλγορίθμου

1. Είσοδος αλγορίθμου :
   n- Αριθμός των μεταβλητών, N- Αριθμός των σημείων για αποθήκευση, a και b το άνω και το κάτω όριο της κάθε μεταβλητής, αντίστοιχα .
2. Τυχαία επιλογή N σημείων, σύμφωνα με τους περιορισμούς και εκτίμηση της συνάρτησης για το καθένα . Αποθήκευση των συντεταγμένων και των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης σε έναν πίνακα P μεγέθους Nx(n+1).
3. Καθορισμός του αποθηκευμένου σημείου x_{max}, το οποίο είναι αυτό για το οποίο η συνάρτηση f παίρνει τη μέγιστη τιμή της, f_M .
4. Τυχαία επιλογή, με τη μέθοδο της ρουλέτας, μεταξύ τεσσάρων ευρετικών μηχανισμών .
5. Έλεγχος για το αν η θέση του y ικανοποιεί τους περιορισμούς .
   - Αν όχι, επιστροφή στο 4^o βήμα του αλγορίθμου.
   - Αν ικανοποιούνται οι περιορισμοί (6)
6. Εκτίμηση της τιμής της συνάρτησης στο σημείο y (f_y).
7. Σύγκριση τιμών των συναρτήσεων f_y και $f_{\max}$.
   - Αν $f_y > f_{\max}$, επιστροφή στο 4^o βήμα.
   - Αν $f_y < f_{\max}$ (8)
8. Αντικατάσταση , στον πίνακα P, των συντεταγμένων και της τιμής της συνάρτησης του x_{max}, $f_{\max}$, με αυτήν του y.
9. Έλεγχος για το αν ικανοποιείται το κριτήριο τερματισμού.
   - Αν όχι, επιστροφή στο 3^o βήμα .
   - Αν ναι (10)
10. Τερματισμός αλγορίθμου.

Flow diagram



Σχήμα 9. Διάγραμμα ροής CRS αλγόριθμου

Αναλυτική περιγραφή

Έχοντας καθορίσει τα όρια των παραμέτρων, βρίσκουμε 20 τυχαία σημεία (αναφέρουμε αναλυτικά παρακάτω, την επιλογή κατάλληλης τιμής N για τον πληθυσμό), με τα οποία δημιουργούμε τον αρχικό πληθυσμό P.

Στη συνέχεια, βρίσκουμε την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε σημείο του αρχικού πληθυσμού και καθορίζουμε το σημείο x_{max}, το οποίο είναι αυτό για το οποίο η αντικειμενική συνάρτηση f παίρνει τη μέγιστη τιμή της f_{max}.

Στο επόμενο βήμα, επιλέγουμε με τη μέθοδο της ρουλέτας[1] , μεταξύ των τεσσάρων ευρετικών μηχανισμών:

1ος , 2ος : Τυχαία επιλογή οποιονδήποτε d+1 διακριτών σημείων $y_1, y_2,\dots, y_{d+1}$ από τα N αποθηκευμένα σημεία του αρχικού πληθυσμού P, για τη δημιουργία του υποσυνόλου S. Καθορισμός του "κέντρου" g των d+1 $y_1, y_2,\dots, y_{d+1}$ σημείων και του νέου δοκιμαστικού σημείου y, το οποίο δίνεται από τον τύπο: $\overline{y}=2*\overline{g}-\overline{y}_{n+1}$, όπου τα $\overline{y},\overline{g}$ και $\overline{y}_{n+1}$ αντιπροσωπεύουν τα διανύσματα θέσης των αντίστοιχων σημείων.

3ος : Τυχαία επιλογή οποιονδήποτε d διακριτών σημείων $y_1, y_2,\dots, y_d$ από τα N αποθηκευμένα και προσθήκη του σημείου x_{min} σ'αυτά, το οποίο είναι το σημείου του αρχικού πληθυσμού P που δίνει τη μικρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης. Καθορισμός του "κέντρου" g των d σημείων $y_1, y_2,\dots, y_d$, σύμφωνα με τη σχέση $g=(x_{min}+sum(S))/d$ και υπολογισμός του νέου δοκιμαστικού σημείου.

4ος : Τυχαία επιλογή τεσσάρων σημείων από τον αρχικό πληθυσμό P. Προσδιορισμός των διανυσμάτων r_1, r_2, r_3 σύμφωνα με τα πρώτα τρία τυχαία σημεία. π.χ. Αν το πρώτο σημείο είναι το 4, επιλέγει το 4ο διάνυσμα παραμέτρων του αρχικού πληθυσμού και το βάζει στο r_1. Δημιουργία του νέου δοκιμαστικού σημείου y, χρησιμοποιώντας το τέταρτο σημείο που έχει βρεθεί, με τον ίδιο τρόπο όπως και τα άλλα τρία διανύσματα r_1, r_2 και r_3. Δημιουργία προσωρινού δοκιμαστικού σημείου σύμφωνα με τη σχέση $v = r_1 + F(r_2 - r_3)$. Crossover (ανταλλαγή) των παραμέτρων του v με αυτές του y και δημιουργία ενός νέου δοκιμαστικού σημείου y.

Το νέο δοκιμαστικό σημείο y, που παρήγαγε κάποιος από τους παραπάνω τέσσερις ευρετικούς μηχανισμούς, ελέγχεται από τον αλγόριθμο για το αν ικανοποιεί τους περιορισμούς. Αν δηλαδή κάθε τιμή παραμέτρου του (ή theta αντίστοιχα), είναι μέσα στα όρια των τιμών της. Στην περίπτωση που δεν είναι, γυρνάμε στο προηγούμενο βήμα, επιλέγουμε πάλι τυχαία ευρετικό μηχανισμό και βρίσκουμε νέο δοκιμαστικό σημείο. Στην περίπτωση όμως, που το νέο δοκιμαστικό αυτό σημείο y, ικανοποιεί τους περιορισμούς, βρίσκουμε την τιμή που δίνει στην αντικειμενική συνάρτηση f_y.

Ελέγχουμε αν η f_y είναι μικρότερη της f_{max}. Αν είναι, τότε αντικαθιστούμε το x_{max} με το νέο δοκιμαστικό σημείο y, στον πίνακα του αρχικού πληθυσμού P και αυξάνουμε το ποσοστό επιτυχίας του ευρετικού μηχανισμού, από τον οποίο προέκυψε το επιτυχημένο σημείο.

Εάν η f_y είναι μεγαλύτερη της f_{max}, γυρνάμε στο προηγούμενο βήμα, επιλέγουμε τυχαία ευρετικό μηχανισμό και βρίσκουμε νέο δοκιμαστικό σημείο.

Τέλος, ελέγχουμε αν ικανοποιούνται τα κριτήρια τερματισμού του αλγορίθμου και όταν γίνει αυτό τυπώνουμε το καλύτερο σημείο (σετ παραμέτρων ή theta's), όπως επίσης και την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για αυτό.

Επιλογή κατάλληλης τιμής για το N

Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του N, τόσο πιο πλήρης είναι η αναζήτηση και μεγαλύτερη η πιθανότητα εύρεσης του ολικού ελαχίστου. Προτιμότερο είναι N=2*(n+1), όπου n είναι ο αριθμός των παραμέτρων του προβλήματος. Από την άλλη πλευρά όμως, όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του N τόσο μεγαλύτερη είναι και η απαίτηση χώρου αποθήκευσης στον υπολογιστή, αλλά και πιο αργή η σύγκλιση του αλγορίθμου. Η καταλληλότερη τιμή για το N λοιπόν είναι θέμα εμπειρίας, αλλά όταν υπάρχει αμφιβολία είναι προτιμότερο το N να έχει μεγάλη τιμή, σύμφωνα με την υπόθεση ότι η πληρότητα στην αναζήτηση, παίρνει προβάδισμα έναντι της ταχύτητα σύγκλισης. Επιλέξαμε λοιπόν ο πληθυσμός μας να αποτελείται από 20 σημεία, 20>2*(n+1), εφόσον το πρόβλημά μας αποτελείται από 7 παραμέτρους.

Περιορισμοί

Η διαδικασία θεωρεί όλα τα προβλήματα ολικής βελτιστοποίησης ως constrained, με την έννοια ότι η αναζήτηση είναι περιορισμένη μέσα στον αρχικό χώρο (αν το y είναι έξω από τον αρχικό χώρο, απορρίπτεται). Όταν επιβάλλονται επιπρόσθετοι περιορισμοί, τότε εξαρτώμενος από τον αριθμό και την πολυπλοκότητα αυτών των περιορισμών, ένας επαρκής αριθμός από N πρέπει να επιλεχθεί για να εξασφαλίσει ότι όλα τα N σημεία της τρέχουσας διάταξης, ικανοποιούν απαραίτητα τους περιορισμούς.

Συμπεράσματα

Η CRS διαδικασία επιτυγχάνει ένα λογικό συμβιβασμό μεταξύ των αντιφατικών απαιτήσεων της αναζήτησης και της σύγκλισης, με τον καθορισμό του συνόλου των πιθανών (επόμενων) δοκιμαστικών σημείων, αναφορικά με τη διάταξη των N σημείων που είναι ήδη αποθηκευμένα.

Ο αλγόριθμος έχει τα πλεονεκτήματα της απλότητας και της αντικειμενικότητας. Ένα ακόμα πιο δελεαστικό χαρακτηριστικό του είναι ότι για ένα δεδομένο N, ο αριθμός των πιθανών δοκιμαστικών σημείων αυξάνεται πολύ γρήγορα. Επίσης το γεγονός της ύπαρξης πολλών διαστάσεων δεν απαιτεί υπερβολικά μεγάλη αποθήκευση, εφόσον είναι αρκετό το N να αυξάνεται γραμμικά (παρά εκθετικά).

Νέοι τύποι CRS αλγορίθμων

Υπάρχουν πολλές μετατροπές που έχουν γίνει στον αρχικό Controlled Random Search αλγόριθμο. Μέχρι τώρα έχουν δημιουργηθεί 5 ακόμα εκδόσεις του CRS αλγορίθμου CRS2, CRS3, CRS4, CRS5 και CRS6 [12]. Οι αλγόριθμοι αυτοί διαφέρουν από τον αρχικό, στο ότι κάνουν μία τυχαία επιλογή n σημείων στο S και περιλαμβάνουν το τρέχον καλύτερο σημείο αυξάνοντας τον αριθμό των σημείων σε n+1. Έτσι, η μετατροπή που γίνεται είναι στο 3ο βήμα του αρχικού αλγορίθμου στον τύπο που βρίσκουμε το centroid G.

- CRS : G= $\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} R_j$ (1)
- CRS2-6 : G=$\frac{1}{n}\left(R_{\min} + \sum_{j=2}^{n} R_j \right)$ (2)

Και μετά υπολογίζουν το δοκιμαστικό σημείο χρησιμοποιώντας την $\overline{P} = 2 * \overline{G} - R_{n+1}$. (3)

Ο CRS γίνεται CRS2 απλά αντικαθιστώντας την (1) με τη (2) [13].

Οι CRS3-5 απλά προσθέτουν ο καθένας ένα χαρακτηριστικό στον CRS2.

Ο CRS3 αντικαθιστά την (1) με τη (2), αλλά κάθε φορά που η (3) βρίσκει το νέο $R_{\min}$ στο 3ο βήμα του αρχικού αλγορίθμου, ο CRS3 ενσωματώνει μία τοπική αναζήτηση Nelder-Mead τύπου, από τα n+1 καλύτερα σημεία του συνόλου S.

Ο CRS4 εκτιμά τη συνάρτηση f σε r σημεία, από τη β-κατανομή χρησιμοποιώντας το τρέχον $R_{\min}$ ως τη μέση τιμή και την απόσταση μεταξύ $R_{\min}$ και $R_{\max}$ ως δεδομένη απόκλιση.

Ο CRS5 χρησιμοποιεί μέθοδο τοπικής αναζήτησης gradient-based.

Ο CRS6 χρησιμοποιεί δευτεροβάθμια παρεμβολή η οποία λειτουργεί ως εξής:

Υποθέτουμε α= $R_{\min}$ και δύο άλλα τυχαία επιλεγμένα από το S σημεία {b,c} για να αποφασίσουν τις συντεταγμένες του δοκιμαστικού σημείου $P = (P^1, \ldots, P^n)$, όπου

$$P^i = \frac{1}{2}\frac{\left(b^{i^2} - c^{i^2}\right)f(\alpha) + \left(c^{i^2} - \alpha^{i^2}\right)f(b) + \left(\alpha^{i^2} - b^{i^2}\right)f(c)}{\left(b^i - c^i\right)f(\alpha) + \left(c^i - \alpha^i\right)f(b) + \left(a^i - b^i\right)f(c)}.$$

Όμως μόλις το δοκιμαστικό σημείο P γίνεται το καλύτερο σημείο στο S, ο CRS3 χρησιμοποιεί β-κατανομή όπως και ο CRS4.

3.4.5 Shuffled Complex Evolution

Εισαγωγή

Η μέθοδος SCE είναι βασισμένη σε μία σύνθεση τεσσάρων “ιδεών” που έχουν αποδειχθεί πετυχημένες για ολική βελτιστοποίηση [14]:

1. Συνδυασμός από τυχαίες και ντετερμινιστικές προσεγγίσεις.

Η χρήση ντετερμινιστικών στρατηγικών, επιτρέπει στον SCE αλγόριθμο να χρησιμοποιήσει αποδοτικά τις πληροφορίες για να οδηγήσει την αναζήτηση, ενώ με το να περιλαμβάνει τυχαία σημεία βοηθά να γίνει ο αλγόριθμος πιο ευέλικτος και αποδοτικός. Η αναζήτηση ξεκινά με ένα τυχαία επιλεγμένο σύνολο σημείων μέσα στον χώρο Ω. Ένας αρκετά μεγάλος αριθμός από σημεία θα βοηθήσει να βεβαιωθεί ότι το σύνολο περιέχει πληροφορίες σχετικά με τον αριθμό, τη θέση και το μέγεθος των περιοχών που παρουσιάζουν μεγαλύτερο ενδιαφέρον.

2. Systematic Evolution ενός συνόλου από σημεία που εκτείνονται στο χώρο, με σκοπό την ολική βελτιστοποίηση.

Η χρήση μιας Systematic Evolution στρατηγικής βοηθά στη βεβαίωση ότι η αναζήτηση οδηγείται από τη δομή της αντικειμενικής συνάρτησης.

3. Competitive Evolution.

Η εφαρμογή της στρατηγικής Competitive Evolution, έχει αποδειχθεί χρήσιμη στη βελτίωση της σύγκλισης στο ολικό μέγιστο/ελάχιστο.

4. Complex shuffling.

Οι τρεις πρώτες ιδέες δημιουργήθηκαν από προϋπάρχουσες προσεγγίσεις που έχουν αποδειχθεί επιτυχημένες στο παρελθόν (Holland 1975, Price 1978, Manetsch 1990, Wang 1991) και η τελευταία ιδέα παρουσιάστηκε το 1993 (Duan, Sorooshian). Ο συνδυασμός αυτός των στοιχείων είναι που κάνει την SCE μέθοδο αποτελεσματική και ευέλικτη.

Επαναληπτική διαδικασία αλγορίθμου SCE

Η SCE μέθοδος συνδυάζει τις δυνατότητες του αλγορίθμου CRS με την ιδέα του Competitive Evolution και την έννοια του Complex Shuffling [15].

Βήματα :

1. Παραγωγή δείγματος : Ο αλγόριθμος αρχικά παράγει, σύμφωνα με τους περιορισμούς που έχουμε καθορίσει, 20 τυχαία σημεία, τα οποία απαρτίζουν έναν πληθυσμό x. Για κάθε ένα από αυτά τα σημείο υπολογίζει την τιμή της αντικειμενικής του συνάρτησης xf .

2. Ταξινόμηση σημείων : Ταξινομεί τα 20 αυτά σημεία σε αύξουσα σειρά, έτσι ώστε το πρώτο σημείο να είναι αυτό που έχει τη μικρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης και το τελευταίο σημείο τη μεγαλύτερη.

3. Διαχωρισμός σε σύνολα : Διαχωρίζει τα σημεία σε p σύνολα[3], το καθένα από τα οποία περιέχει m σημεία. Τα σύνολα χωρίζονται με τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε το πρώτο σύνολο να περιέχει κάθε p(k-1)+1 ταξινομημένο σημείο, το δεύτερο σύνολο να περιέχει κάθε p(k-1)+2 ταξινομημένο σημείο, όπου k= 1, 2, … , m.

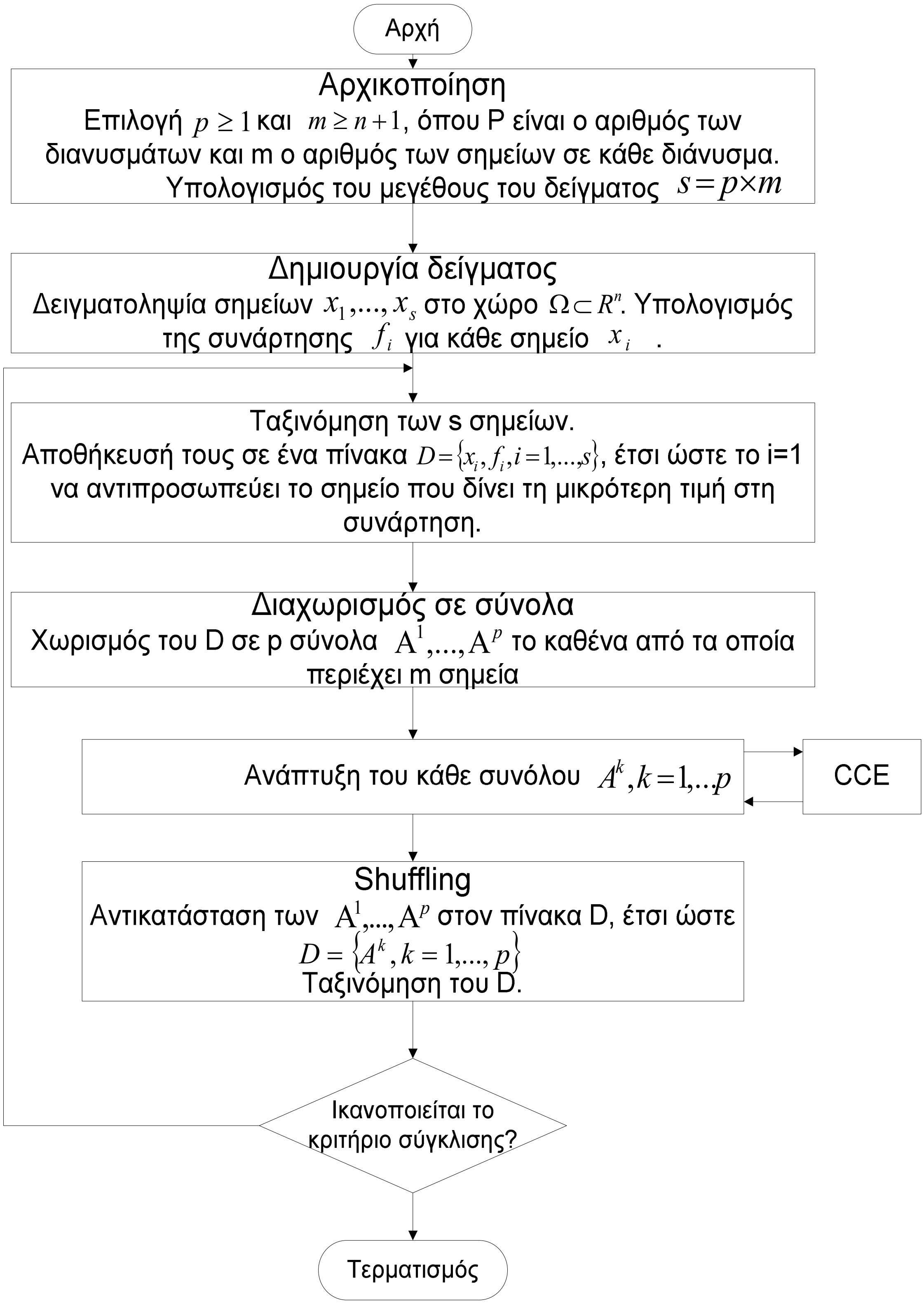
4. Ανάπτυξη του κάθε συνόλου : Αναπτύσσει το κάθε σύνολο σύμφωνα με τον αλγόριθμο CCE (Competitive Complex Evolution).

5. Αναδιάταξη των συνόλων : Συνδυάζει τα σημεία, μέσα στα σύνολα που εξελίχθηκαν, σε ένα μοναδικό δείγμα πληθυσμού. Ταξινομεί το δείγμα αυτό σε αύξουσα σειρά αντικειμενικής συνάρτησης. Αναδιατάσσει το δείγμα πληθυσμού σε p σύνολα, σύμφωνα με τη διαδικασία που ακολουθείται στο Βήμα 3.

6. Έλεγχος σύγκλισης : Αν κάποιο από τα κριτήρια τερματισμού ικανοποιείται ο αλγόριθμος τερματίζει. Διαφορετικά, επιστρέφει στο Βήμα 3.

[3] Μετά από δοκιμές διαπιστώσαμε, ότι πολύ καλά αποτελέσματα σε αρκετά καλό χρόνο, παίρνουμε όταν το p να είναι ίσο με 4. Οπότε τρέξαμε τον αλγόριθμο για p=4 σύνολα, των m=5 σημείων.

Flow Diagram SCE

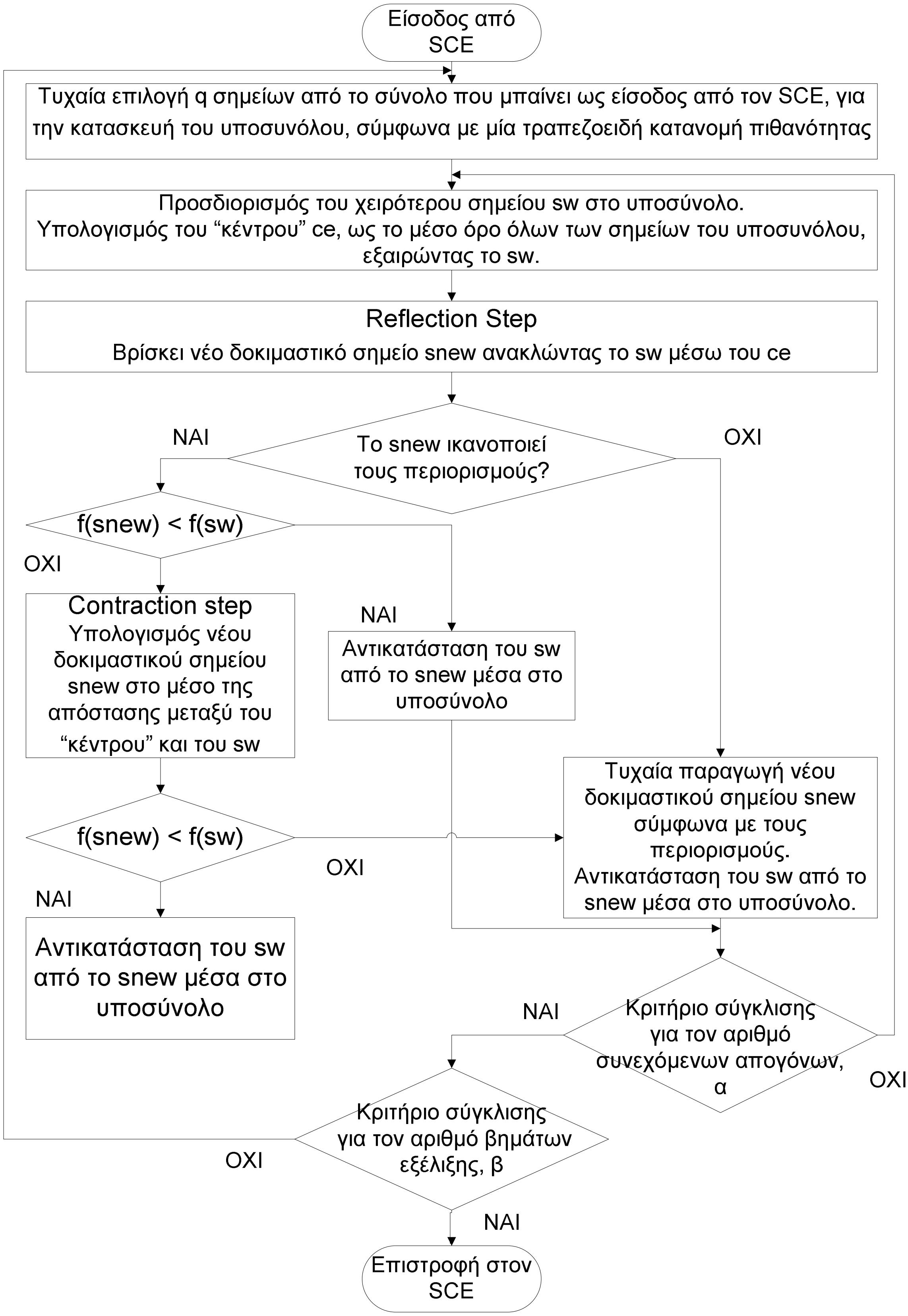


Σχήμα 10. Διάγραμμα ροής SCE αλγόριθμου

Επαναληπτική διαδικασία αλγορίθμου CCE

a. Κατασκευή ενός υποσυνόλου επιλέγοντας τυχαία n σημεία από το σύνολο, με μια τραπεζοειδή κατανομή πιθανότητας. Αυτή η κατανομή πιθανότητας προσδιορίζεται έτσι ώστε το καλύτερο σημείο (αυτό δηλαδή που δίνει τη μικρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης) να έχει τις περισσότερες πιθανότητες να επιλεγεί ώστε να μπει στο υποσύνολο και το χειρότερο (αυτό που δίνει τη μεγαλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης) τις λιγότερες.
b. Προσδιορισμός του χειρότερου σημείου μέσα στο υποσύνολο και υπολογισμός του "κεντρικού" σημείου του υποσυνόλου. Στον υπολογισμό αυτό ο αλγόριθμος εξαιρεί το χειρότερο σημείο.
c. Προσπάθεια ενός reflection step , ανακλώντας το χειρότερο σημείο μέσω του "κέντρου". Αν ο νέο αυτό σημείο είναι σύμφωνο με τους περιορισμούς, συνέχεια στο d. Διαφορετικά, συνέχεια στο f.
d. Αν το νέο σημείο που δημιουργήθηκε είναι καλύτερο από το χειρότερο σημείο, αντικατάσταση του χειρότερου σημείου από το καινούριο και συνέχεια στο g. Διαφορετικά συνέχεια στο e.
e. Προσπάθεια ενός contraction step, υπολογίζοντας ένα σημείο στο μέσο του "κεντρικού" και του χειρότερου σημείου. Αν το contraction σημείο είναι καλύτερο από το χειρότερο σημείο, αντικατάσταση του χειρότερου από το νέο καλύτερο και συνέχεια στο g. Διαφορετικά συνέχεια στο f.
f. Τυχαία παραγωγή ενός νέου σημείου σύμφωνα με τους περιορισμούς. Αντικατάσταση του χειρότερου σημείου από το νέο αυτό σημείο.
g. Επανάληψη των βημάτων b-e, α φορές, όπου $α \geq 1$ είναι ο αριθμός των συνεχομενων απογόνων που παράγονται από το ίδιο υποσύνολο.
h. Επανάληψη των βημάτων a-g, β φορές, όπου $β \geq 1$ είναι ο αριθμός των βημάτων εξέλιξης του κάθε συνόλου, προτού τα σύνολο αναδιαταχθούν.

Flow Diagram CCE



Σχήμα 11. Διάγραμμα ροής CCE αλγόριθμου

Αναλυτική περιγραφή

Τα τυχαία δειγματοληπτούμενα σημεία, npt σε αριθμό, απαρτίζουν έναν πληθυσμό x. Ο πληθυσμός χωρίζεται σε πολλές κοινωνίες-σύνολα, καθένα από τα οποία είναι επιτρεπτό να αναπτύσσεται αυτόνομα. Μετά από ένα συγκεκριμένο αριθμό από παραγωγές, οι κοινωνίες αναγκάζονται να συνδυαστούν και νέες κοινωνίες διαμορφώνονται μέσω της διαδικασίας του shuffling (της αναδιάταξης). Αυτή η διαδικασία ενισχύει την επιβιωσιμότητα, με το να μοιράζει τις πληροφορίες οι οποίες έχουν αποκτηθεί ξεχωριστά από κάθε κοινωνία.

Κάθε μέλος της κοινωνίας είναι ένας πιθανός γονέας με την ικανότητα να συμμετέχει στη διαδικασία της αναπαραγωγής. Ένα υποσύνολο επιλεγμένο από το σύνολο είναι σαν ένα ζεύγος γονέων, μόνο που ένα υποσύνολο μπορεί να αποτελείται από περισσότερα των δύο μελών. Για την εγγύηση ότι η διαδικασία της εξέλιξη είναι ανταγωνιστική, υπάρχει η απαίτηση ότι η πιθανότητα να συνεισφέρουν οι καλύτεροι γονείς στη δημιουργία απογόνων είναι υψηλότερη από αυτήν των χειρότερων γονέων. Επιπρόσθετα, απόγονοι παρουσιάζονται σε τυχαίες θέσεις στο χώρο κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες, με σκοπό να διασφαλίσουν ότι η διαδικασία της εξέλιξης δεν εγκλωβίζεται σε “μη ελπιδοφόρες” περιοχές. Κάθε μετάλλαξη επίσης, βοηθά στην αύξηση της ποσότητας των πληροφοριών που είναι αποθηκευμένες στο δείγμα. Τέλος, κάθε νέος απόγονος αντικαθιστά το χειρότερο σημείο του τρέχοντος υποσυνόλου και όχι το χειρότερο σημείο ολόκληρου του πληθυσμού. Αυτό διασφαλίζει ότι κάθε γονέας έχει τουλάχιστον μία ευκαιρία να συνεισφέρει στην αναπαραγωγική διαδικασία, πριν να αντικατασταθεί ή να απορριφθεί. Επίσης, καμία πληροφορία που περιέχεται στο δείγμα δεν αγνοείται.

Competitive Evolution και Complex Shuffling διασφαλίζουν ότι η πληροφορία που περιέχεται στο δείγμα, είναι πλήρως αξιοποιήσιμη. Εξασφαλίζουν επίσης, ότι η πληροφορία αυτή δεν εκφυλίζεται.

Επιλογή τιμών για τις παραμέτρους του αλγόριθμου

Οι παράμετροι του αλγορίθμου είναι : npt ο αριθμός των σημείων σε ένα σύνολο, q ο αριθμός των σημείων σε ένα υποσύνολο, p ο αριθμός των συνόλων, α ο αριθμός των συνεχόμενων απογόνων που παράγονται από κάθε υποσύνολο, β ο αριθμός των βημάτων εξέλιξης που κάνει το κάθε σύνολο.

Θεωρητικά, ο αριθμός των σημείων κάθε συνόλου, m, μπορεί να πάρει κάθε τιμή μεγαλύτερη ή ίση του 2. Ωστόσο, εάν είναι πολύ λίγα τα σημεία σε κάθε σύνολο, η αναζήτηση θα προχωρήσει με ένα τρόπο παρόμοιο με αυτό της Simplex μεθόδου, και η ικανότητα ολικής αναζήτησης θα υπονομευτεί. Από την άλλη πλευρά, εάν το m είναι πολύ μεγάλο, μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα την υπερβολική χρήση CPU, χωρίς κανένα όφελος στην αποτελεσματικότητα. Μετά από πειραματισμό, θέτοντας npt=2n+1, όπου n είναι ο αριθμός των παραμέτρων, ο αλγόριθμος δείχνει καλύτερες επιδόσεις.

Ο αριθμός των σημείων σε κάθε υποσύνολο, q, μπορεί να κυμαίνεται μεταξύ 2 και m.

Ο αριθμός των απογόνων α, που κάθε υποσύνολο παράγει πριν να μπει πίσω στο σύνολο, μπορεί να είναι οποιοσδήποτε αριθμός ίσος ή μεγαλύτερος του 1. Εάν α=1, μόνο ένας από τους αρχικούς γονείς θα αντικατασταθεί.

Ο αριθμός των βημάτων εξέλιξης , β, μπορεί να είναι οποιοσδήποτε θετικός ακέραιος. Εάν ο β είναι μικρός, τα σύνολα θα αναδιατάσσονται συχνότερα, αλλά δεν θα είναι ικανά να διενεργήσουν τόσο ανεξάρτητη έρευνα του χώρου των παραμέτρων. Εάν το β είναι μεγάλο, κάθε σύνολο θα συρρικνωθεί γρήγορα σε μία μικρή ομάδα σημείων και η αποτελεσματικότητα της ολικής αναζήτησης μπορεί να χαθεί.

Ο απαιτούμενος αριθμός συνόλων, p, είναι άμεσα συνδεδεμένος με τη φύση του προβλήματος. Όσο μεγαλύτερος είναι ο βαθμός δυσκολίας, τόσο περισσότερα σύνολα χρειάζονται για να βρεθεί το ολικό ελάχιστο.

Σύγκριση CRS και SCE

Η μέθοδος CRS συμπεριφέρεται στην κάθε περιοχή του δειγματοληπτούμενου χώρου με έναν μη-προνομιακό τρόπο και η σύγκλιση μπορεί να είναι αργή. Επίσης, η στρατηγική της συνεχούς αντικατάστασης του τωρινού χειρότερου σημείου του πληθυσμού, με κάθε νέο σημείο που δημιουργείται, έχει σαν αποτέλεσμα τη συρρίκνωση του πληθυσμού σε μία μικρή περιοχή πολύ γρήγορα. Έλεγχοι έχουν δείξει ότι υπάρχει μεγάλη πιθανότητα ο πληθυσμός να ξεκινήσει να περιέχει επαναλαμβανόμενα σημεία, έτσι θα εκφυλιστεί και θα προκαλέσει τον οριστικό τερματισμό της αναζήτησης. Στη μέθοδο SCE αυτό το πρόβλημα δεν εμφανίζεται.

3.4.6 Adaptive Simulated Annealing

Simulated Annealing

Η Simulated Annealing είναι μία γενική πιθανοκρατική ευρετική μέθοδος, κατάλληλη για προβλήματα ολικής βελτιστοποίησης. Χρησιμοποιείται για να βρεθεί μία καλή προσέγγιση στο ολικό ελάχιστο μίας δοθείσας συνάρτησης, σε ένα μεγάλο χώρο αναζήτησης. Χρησιμοποιείται κυρίως όταν η αναζήτηση είναι διακριτή. Είναι μία προσαρμογή Metropolis-Hasting algorithm, μία μέθοδος Monte Carlo που χρησιμοποιείται σε θερμοδυναμικά συστήματα. Αυτή η μέθοδος μπορεί να :

- Επεξεργάζεται αντικειμενικές συναρτήσεις, οι οποίες μπορούν να είναι και μη-γραμμικές, ασυνεχείς ή στοχαστικές.
- Δέχεται όρια και περιορισμούς, πάνω στις αντικειμενικές συναρτήσεις.
- Εφαρμοστεί αρκετά εύκολα, με σχετικά μικρό βαθμό δυσκολίας από πλευρά κώδικα σε αντίθεση με άλλους αλγόριθμους μη-γραμμικής βελτιστοποίησης.

Ο αλγόριθμος πρώτα δημιουργήθηκε Metropolis, Rosenbluth, Teller& Teller 1953. Ήταν όμως ο Kirkpatrick, Jr. & Vecchi 1983 οι οποίοι κατάλαβαν την εφαρμογή του αλγορίθμου σε γενικότερα προβλήματα βελτιστοποίησης [16].

Adaptive Simulated Annealing

Επιλέξαμε να δουλέψουμε με τον Adaptive Simulated Annealing από όλους του τύπου Simulated Annealing αλγόριθμους. Αυτό έγινε γιατί μετά από έρευνα στη βιβλιογραφία βρήκαμε ότι έχει αποδειχθεί ότι ο ASA είναι πιο ικανός να φτάνει σε ολικά ελάχιστα, από ότι άλλοι Annealing αλγόριθμοι [17].

Ο ASA είναι ένας κώδικας προγραμματισμένος σε C. Αναπτύχθηκε για να βρίσκει το καλύτερο ολικό ταίριασμα (fit), μίας μη-γραμμικής, περιορισμένης συνάρτησης κόστους, σε ένα D-διάστατο χώρο. Αναλογικά με τη φυσική διαδικασία, η θερμοκρασία μειώνεται αργά, έχοντας ως αποτέλεσμα τη μείωση της πιθανότητας αποδοχής ενός κακού σημείου. Ο τρόπος με τον οποίο μειώνεται η θερμοκρασία ονομάζεται cooling schedule και είναι πολύ σημαντικό στην επιτυχία του ASA. Δύο σημαντικοί παράμετροι ελέγχουν το cooling schedule, το step size και η θερμοκρασία.

Βοηθάει να σκεφτόμαστε το πρόβλημά μας σαν γεωγραφική περιοχή. Για παράδειγμα υποθέτουμε ότι υπάρχει μία σειρά από βουνά, με δύο παραμέτρους π.χ. τις κατευθύνσεις Βορράς-Νότος και Ανατολή-Δύση. Αυτό που επιθυμούμε είναι να βρούμε τη χαμηλότερη κοιλάδα μέσα στην περιοχή αυτή. Ο ASA προσεγγίζει το πρόβλημα σαν να χρησιμοποιεί μία μπάλα η οποία μπορεί να αναπηδήσει πάνω από βουνά από κοιλάδα σε κοιλάδα. Ξεκινά από μία υψηλή “θερμοκρασία”, όπου η θερμοκρασία είναι μία παράμετρος του ASA που μιμείται το αποτέλεσμα της γρήγορης κίνησης ενός μορίου μέσα σε ένα ζεστό αντικείμενο, όπως μία ζεστή μεταλλική σφαίρα. Έτσι επιτρέπει στην μπάλα να κάνει μεγάλα άλματα και να μπορεί να περάσει πάνω από κάθε βουνό και να φτάσει σε κάθε κοιλάδα, αν της δοθεί αρκετός αριθμός από άλματα. Καθώς η θερμοκρασία πέφτει, η μπάλα δεν μπορεί να αναπηδήσει τόσο ψηλά όσο πριν και μπορεί να "παγιδευτεί", σε σχετικά μικρότερες περιοχές από κοιλάδες.

Σκεφτόμαστε ότι τη γεωγραφική περιοχή μας μπορεί να περιγραφεί από μία αντικειμενική συνάρτηση. Έτσι, καθορίζονται οι κατανομές πιθανότητας των δύο παραμέτρων κατεύθυνσης, που ονομάζονται generating distributions, αφού παράγουν πιθανά σημεία για τα οποία θα υπολογιστεί η αντικειμενική συνάρτηση. Καθορίζεται και μία άλλη κατανομή, που ονομάζεται acceptance distribution, η οποία είναι βασισμένη στη διαφορά των συναρτήσεων κόστους του τρέχοντος σημείου και του τελευταίου καλύτερου (αυτό που δίνει τη μικρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης) αποθηκευμένου σημείου. Αυτή η κατανομή αποφασίζει πιθανοκρατικά, αν θα πρέπει να δεχτεί αυτό το νέο σημείο ή να βρει ένα καινούριο. Οι δύο generating distributions και η acceptance distribution, βασίζονται σε θερμοκρασίες.

Ο ASA κώδικας αναπτύχθηκε το 1987 ως Very Fast Simulated Reannealing (VFSR), για να αντιμετωπίσει την ανάγκη ολικής βελτιστοποίησης σε μη γραμμικά συστήματα πολλών μεταβλητών [18].

Επαναληπτική διαδικασία αλγορίθμου ASA

Ο αλγόριθμος δουλεύει ως εξής :

Αρχικά υπολογίζεται η αντικειμενική συνάρτηση σε ένα διάνυσμα παραμέτρων (σημείο) το οποίο δίνεται σαν είσοδος από το χρήστη.

Στη συνέχεια, παράγεται ένα τυχαίο σύνολο από άλλα τέτοια σημεία, βασισμένα στο παραπάνω πρώτο διάνυσμα:

Ο ASA θεωρεί ότι έχει μία παράμετρο a_k^i, όπου i είναι η διάσταση και k είναι ο annealing-χρόνος, μέσα στα όρια

$$a_k^i \in [A_i, B_i].$$

Η παράμετρος αυτή υπολογίζεται με την τυχαία μεταβλητή y^i,

$$a_{k+1}^i = a_k^i + y^i(B_i - A_i), y^i \in [-1,1].$$

Το y^i παράγεται από ένα u^i, από την κανονική κατανομή $u^i \in U[0,1]$,

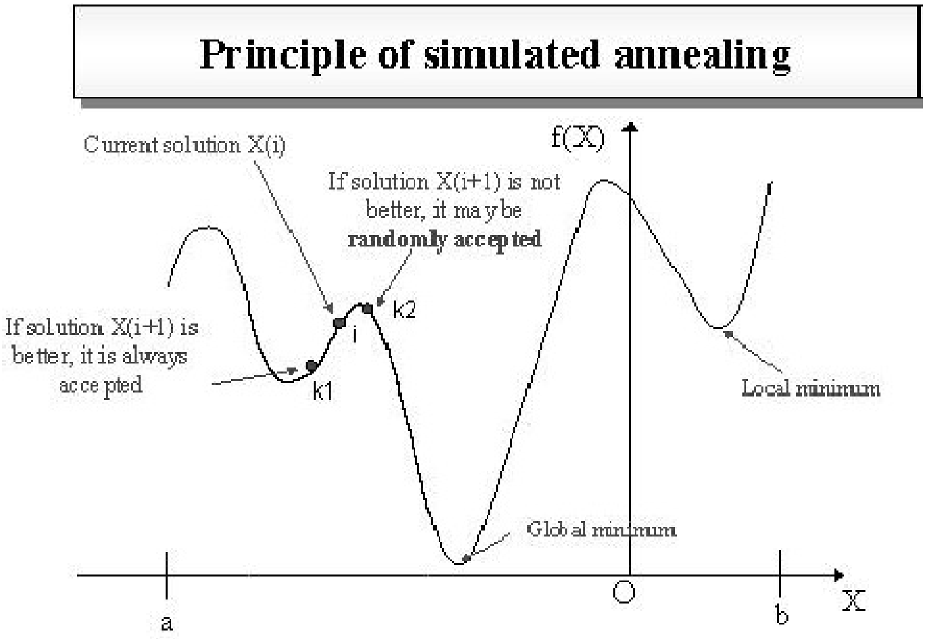
$$y^i = sgn\left(u^i - \frac{1}{2}\right) T_i \left[\left(1 + {}^{1}/_{T_i}\right)^{|2u^i - 1|} - 1\right]$$

και T είναι η θερμοκρασία.

Αν η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του νέου σημείου είναι μικρότερη από αυτή του πρώτου σημείου, τότε αποδέχεται την τιμή του νέου σημείου, διαφορετικά το διάνυσμα παραμέτρων γίνεται δεκτό με μία πιθανότητα $e^{\left\{-\frac{\delta f}{T_k}\right\}}$, όπου δf είναι η διαφορά μεταξύ των αντικειμενικών συναρτήσεων στα παραπάνω σημεία 1 και 2 και T_k είναι η παράμετρος της θερμοκρασία την k-οστή επανάληψη, η οποία καθορίζεται από τον αλγόριθμο.

Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται, με την παράμετρο θερμοκρασία να μειώνεται σε κάθε επανάληψη, μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο σύγκλισης (το οποίο συνήθως είναι μία συγκεκριμένη τιμή θερμοκρασίας).

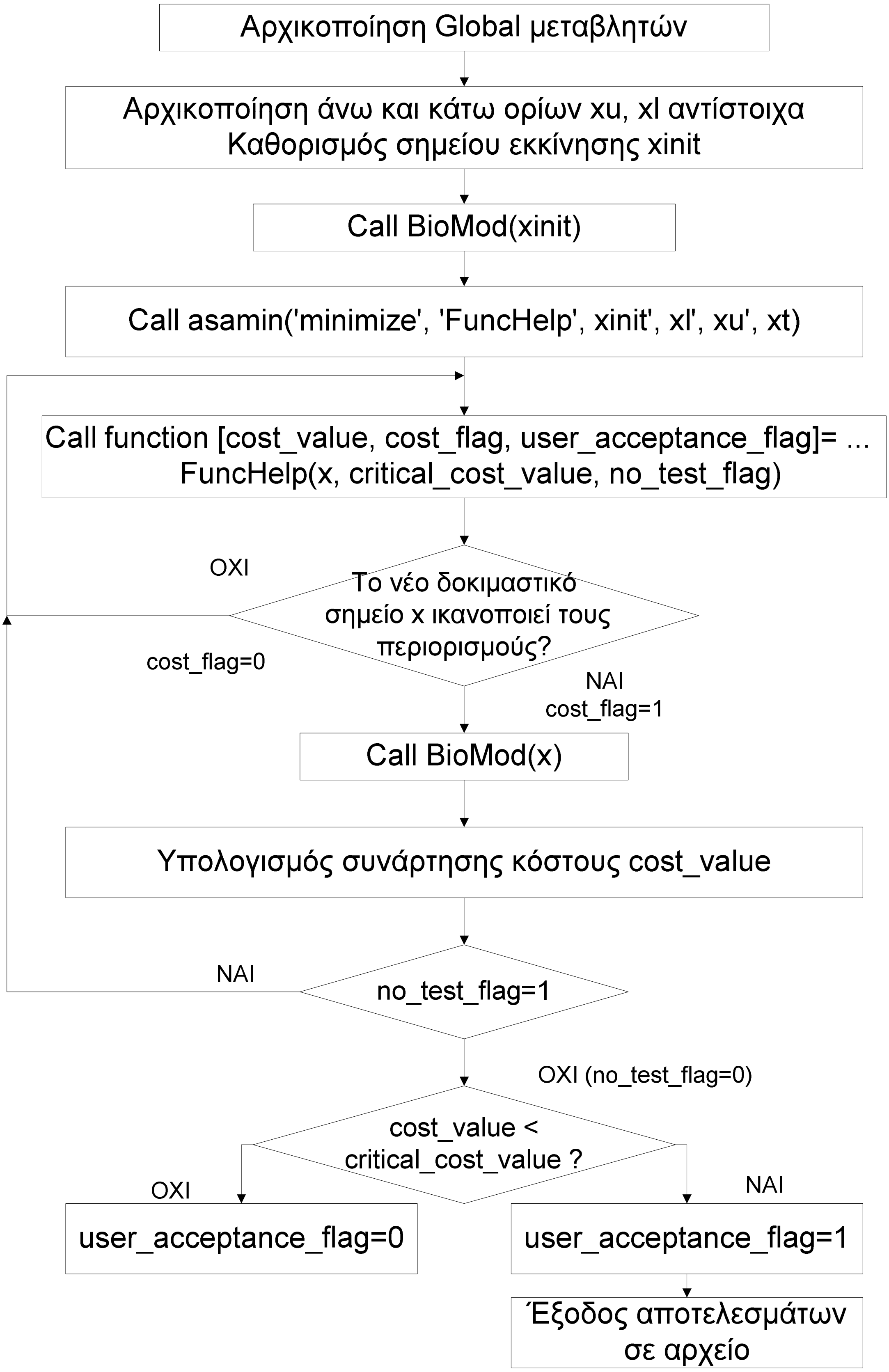
Ο παραπάνω αλγόριθμος δεν δέχεται μόνο διανύσματα παραμέτρων που μειώνουν την αντικειμενική συνάρτηση, αλλά και αυτά που την αυξάνουν. Για παράδειγμα, ξεκινώντας από ένα σημείο i, το νέο σημείο k1 γίνεται δεκτό, αλλά το καινούριο σημείο k2 μπορεί μόνο να γίνει δεκτό με μία συγκεκριμένη πιθανότητα. Η πιθανότητα αποδοχής ενός χειρότερου σημείου είναι μεγάλη στο ξεκίνημα και μειώνεται καθώς μειώνεται η θερμοκρασία. Για κάθε θερμοκρασία, το σύστημα πρέπει να φτάσει σε ισορροπία, π.χ. πρέπει να δοκιμαστεί ένας αριθμός από νέα σημεία πριν να μειωθεί κατά 10% η θερμοκρασία. Μπορεί να αποδειχθεί ότι ο αλγόριθμος θα βρει, κάτω από συγκεκριμένες προϋποθέσεις, το ολικό ελάχιστο και δεν θα κολλήσει σε ένα τοπικό ελάχιστο.



Εικόνα 9. Αναπαράσταση επιλογής λύσης, από τον Simulated Annealing αλγόριθμο

Ο αλγόριθμος απαιτεί μόνο την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για ένα δοσμένο διάνυσμα παραμέτρων. Δεν χρειάζεται να έχει τη μορφή της. Αυτό κάνει την αντικειμενική συνάρτηση να μοιάζει με ένα “μαύρο κουτί” και οι περιορισμοί των τιμών των παραμέτρων, είναι μέσα σε αυτό το κουτί. Αυτό σημαίνει, ότι η αντικειμενική συνάρτηση πρέπει να είναι ικανή να δείξει στη μέθοδο αν το κάθε σημείο που παράγεται ικανοποιεί τους περιορισμούς και επίσης, να οριοθετεί το χώρο αναζήτησης [19].

Flow diagram



Σχήμα 12. Διάγραμμα ροής ASA αλγόριθμου

Σύγκριση ASA και GA

Έχει γίνει μία άμεση σύγκριση μεταξύ του ASA και ενός δημοσιευμένου κώδικα GA αλγόριθμου, χρησιμοποιώντας ένα πρόβλημα ήδη προσαρμοσμένο και επιλεγμένο για τον GA (Schraudolph and Grefenstette, 1991). Σε κάθε περίπτωση ο ASA έδειξε καλύτερα αποτελέσματα από τον GA.

Οι GA αλγόριθμοι αρχικά δεν δημιουργήθηκαν σαν αλγόριθμοι βελτιστοποίησης (De Jong, 1992) και ο βασικός GA αλγόριθμος δεν εγγυάται στατιστικά ολική σύγκλιση σε ένα βέλτιστο σημείο (Forrest, 1993). Παρ' όλ' αυτά, πρέπει να αναμένεται ότι ο GA θα ταιριάζει περισσότερο για στην επίλυση κάποιων προβλημάτων, απ' όσο ταιριάζει ο ASA.

Εφαρμογές ASA αλγορίθμου

- Σχεδιασμός κυκλωμάτων
- Μαθηματικά/ Συνδυαστική
- Ανάλυση δεδομένων
- Επεξεργασία εικόνας
- Νευρωνικά συστήματα
- Βιολογία / Φυσική / Γεωφυσική
- Οικονομικά
- Στρατιωτικά προγράμματα

3.4.7 Διαφορές GA, DE, CRS, SCE και ASA

Όπως αναφέραμε και στο 3.4 οι GA, DE, CRS και SCE αλγόριθμοι ανήκουν στους αλγόριθμους βελτιστοποίησης που βασίζονται σε πληθυσμούς. Όμως αυτοί οι αλγόριθμοι διαφέρουν σε κάποια σημεία. Ενώ ο CRS και ο SCE σε κάθε επανάληψη προσπαθούν να αντικαταστήσουν ένα σημείο, το χειρότερο, του υποσυνόλου S με ένα καλύτερο σημείο και ο GA αντικαθιστά τα χειρότερα σημεία της γενιάς με νέους απόγονους, η DE προσπαθεί να αντικαταστήσει όλα τα σημεία του S με καινούρια. Ο ASA από την άλλη είπαμε ότι ανήκει στους αλγόριθμους βελτιστοποίησης σημείο-προς-σημείο. Αυτός ο αλγόριθμος διαφέρει από τους υπόλοιπους τέσσερις γιατί δεν παίρνει από τον αρχικό χώρο ένα υποσύνολο S για να ξεκινήσει την αναζήτησή του, αλλά διαλέγει τυχαία μόνο ένα σημείο. Χρησιμοποιώντας αυτό, βρίσκει στην πρώτη επανάληψη το επόμενο. Επίσης στον ASA αλγόριθμο, κανένα σημείο δεν απορρίπτεται. Ακόμα και όταν είναι χειρότερο από το προηγούμενο, γίνεται δεκτό με κάποια πιθανότητα [20].

4 Αποτελέσματα

Εφαρμόσαμε τους παραπάνω αλγόριθμους θεωρώντας κάθε φορά ότι κάθε σημείο είναι ένα διάνυσμα που αποτελείται από :

- 7 παραμέτρους, 6 από τις οποίες παίρνουν τυχαίες τιμές εντός των ορίων και η τελευταία 7η παράμετρος, που αντιστοιχεί στον αριθμό των επιπέδων (layers), έχει σταθερή τιμή ίση με 5,
- 7 παραμέτρους με τυχαίες τιμές εντός των ορίων (και η παράμετρος των επιπέδων παίρνει τυχαία τιμή),
- 10 theta's τα οποία παίρνουν τυχαίες τιμές εντός των ορίων. Εδώ η τιμή των layers αποτελεί παράμετρο εισόδου του μοντέλου στην οποία δίνουμε σταθερή τιμή ίση με 5,
- 10 theta's τα οποία παίρνουν τυχαίες τιμές εντός των ορίων. Εδώ η τιμή των layers παίρνει τυχαία τιμή από 1 έως 10.

Τρέξαμε τον κάθε αλγόριθμο για κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις, 10 φορές. Εφαρμόσαμε τους αλγόριθμους θεωρώντας ότι γνωρίζουμε τις τιμές των παραμέτρων του $\mathbf{X}_{initial}$, του διανύσματος δηλαδή που σχηματίζει την πειραματική καμπύλη. Θέλουμε να βρούμε ποιος αλγόριθμος μπορεί να δώσει ένα άλλο διάνυσμα $\mathbf{X}_{best}$, με τιμές πιο κοντά στο αρχικό. Συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα που πήραμε, για την 2η περίπτωση, όπου **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10, φαίνονται στους παρακάτω πίνακες. Όλα τα αποτελέσματα των αλγορίθμων για κάθε περίπτωση ξεχωριστά βρίσκονται στο Παράρτημα.

4.1 Αποτελέσματα χρόνου

Στον πίνακα 4 βλέπουμε τα αποτελέσματα χρόνου σε sec για κάθε αλγόριθμο στην περίπτωση όπου **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10.

Πίνακας 4. Μέσος όρος χρόνου για κάθε αλγόριθμο (σε sec)

Algorithms	CRS	SCE	DE	GA	ASA
X=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n), n =5	60000	17000	22400	26600	16000
X=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n), n =1 έως 10	51100	24200	26000	25000	20000
X=(th1,th2,…,th10), n =5	71000	18500			
X=(th1,th2,…,th10), n =1 έως 10	90000	19000			

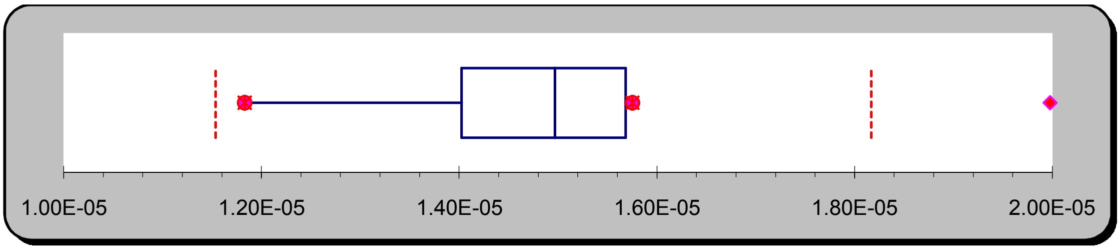
Ο ASA αλγόριθμος είναι αυτός που συγκλίνει κατά μέσο όρο (10 runs) πιο γρήγορα από τους υπόλοιπους. Αυτό βέβαια δεν σημαίνει ότι και τα αποτελέσματά του είναι τα καλύτερα. Μία πιο ξεκάθαρη εικόνα για τον καλύτερο αλγόριθμο παίρνουμε μελετώντας τα αποτελέσματα ανά παράμετρο.

4.2 Αποτελέσματα παραμέτρου a

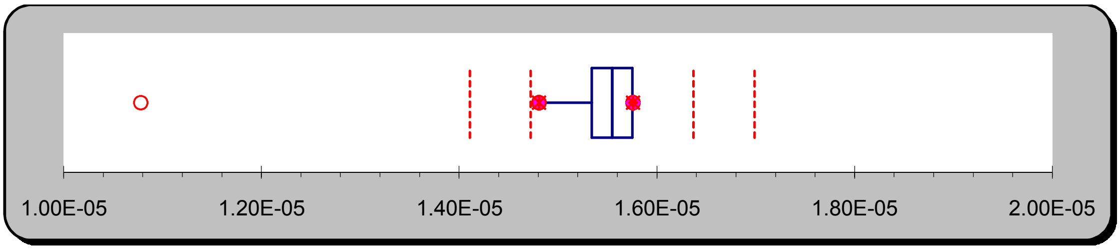
Πίνακας 5. Αποτελέσματα για την παράμετρο a, για X=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10

Parameter a	Mean	Standard Deviation	Standard Error
CRS	1,49562E-05	2,08711E-06	6,60003E-07
SCE	1,50499E-05	1,45E-06	4,58751E-07
DE	1,4078E-05	7,83E-07	2,47545E-07
GA	1,36136E-05	1,79E-06	5,6536E-07
ASA	1,32642E-05	1,71905E-06	5,43612E-07

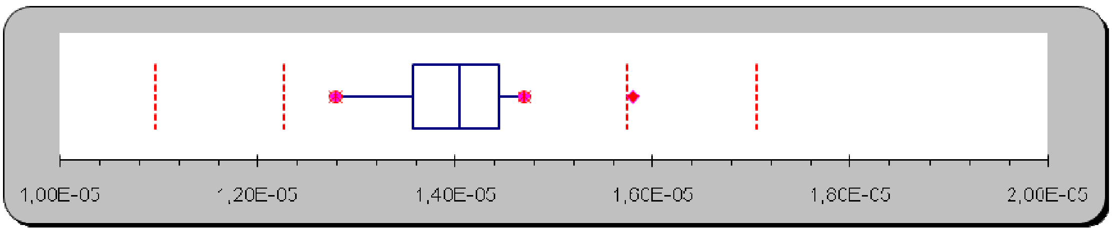
Σχήμα 13. Box plots για την παράμετρο a, CRS *(α)*, SCE *(β)*, DE *(γ)*, GA *(δ)*, *ASA (ε)*. Υποθέτουμε ότι η τιμή της κλινικής μέτρησης είναι a=1,5E-5.



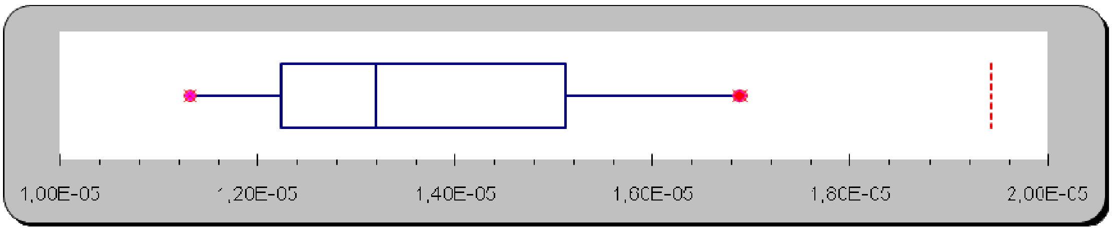
(α)



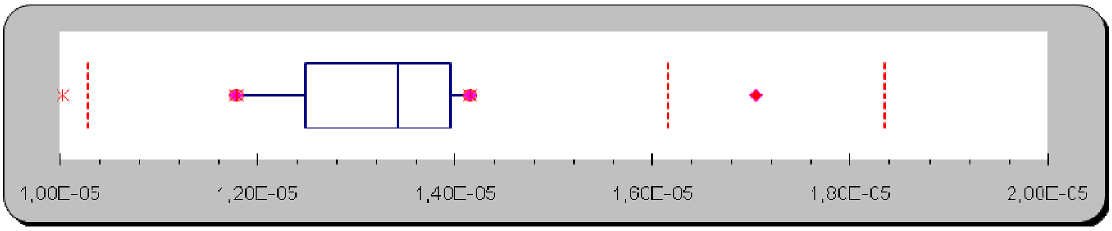
(β)



(γ)



(δ)



(ε)

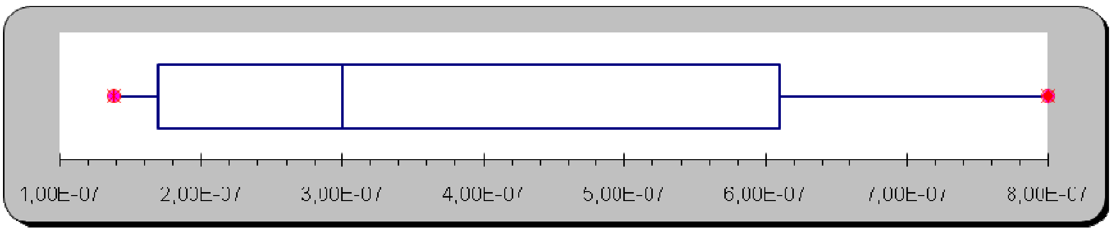
Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, οι τιμές που έχει δώσει ο SCE αλγόριθμος για την παράμετρο a είναι πιο κοντά στην τιμή που έχουμε θεωρήσει ότι ψάχνουμε.

4.3 Αποτελέσματα παραμέτρου b

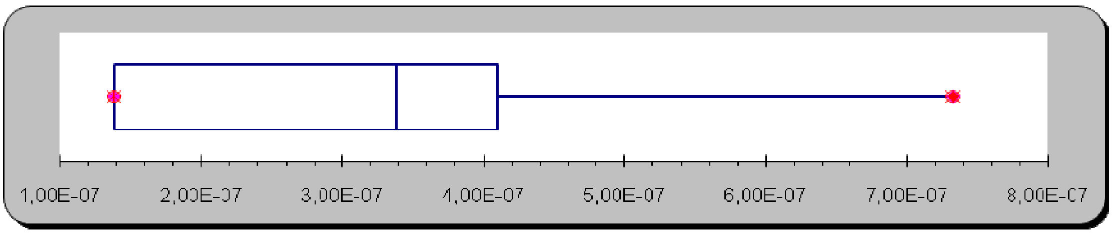
Πίνακας 6. Αποτελέσματα για την παράμετρο b, για X=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10

Parameter b	Mean	Standard Deviation	Standard Error
CRS	3,92256E-07	2,55127E-07	8,06783E-08
SCE	3,21994E-07	1,83E-07	5,79071E-08
DE	6,87906E-07	5,49E-08	1,73657E-08
GA	5,40792E-07	1,55E-07	4,9017E-08
ASA	6,40139E-07	8,73245E-08	2,76144E-08

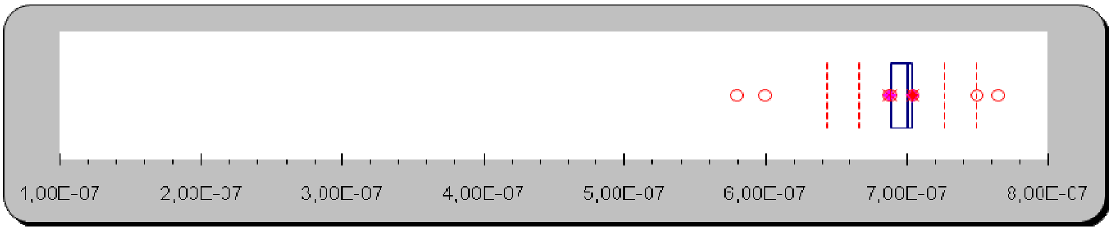
Σχήμα 14. Box plots για την παράμετρο b, CRS *(α)*, SCE *(β)*, DE *(γ)*, GA *(δ)* , *ASA (ε)*. Υποθέτουμε ότι η τιμή της κλινικής μέτρησης είναι b=4,0E-7.



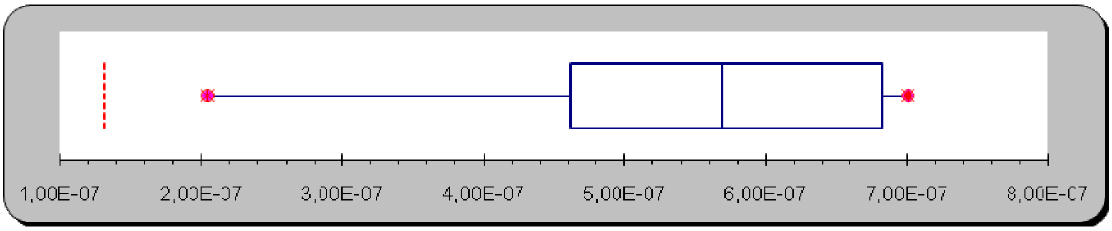
(α)



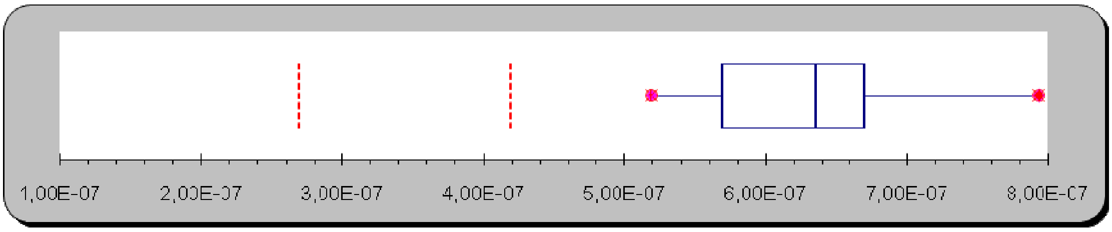
(β)



(γ)



(δ)



(ε)

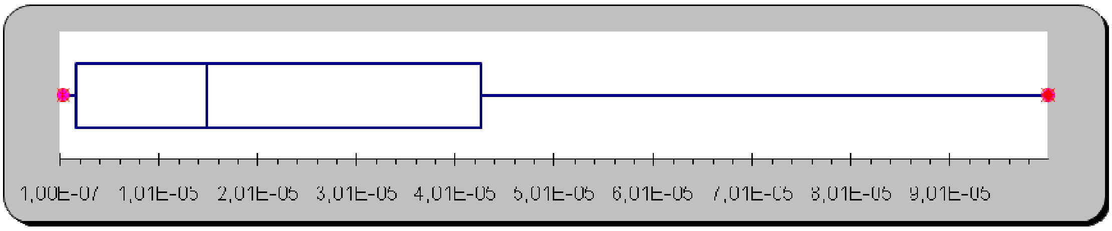
Παρατηρώντας το *(β)* box plot, φαίνεται ότι ο SCE και πάλι έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να δώσει μία τιμή στην παράμετρο b κοντά στην 4,0E-7.

4.4 Αποτελέσματα παραμέτρου Kv

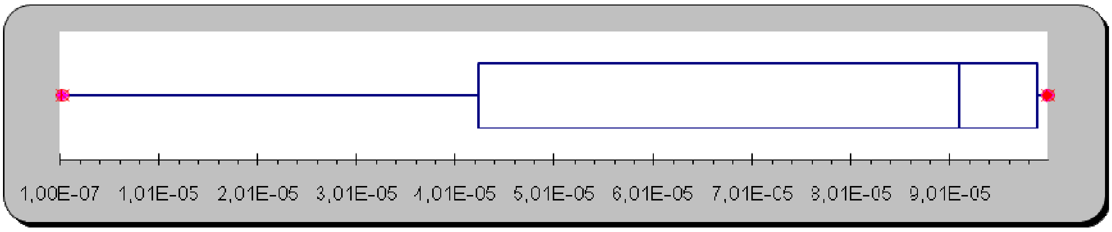
Πίνακας 7. Αποτελέσματα για την παράμετρο Kv, για X=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10

Parameter Kv	Mean	Standard Deviation	Standard Error
CRS	3,1332E-05	3,68559E-05	1,16549E-05
SCE	6,71703E-05	3,89E-05	1,23128E-05
DE	9,39766E-05	9,65E-06	3,05203E-06
GA	6,9428E-06	1,78E-05	5,61832E-06
ASA	2,57199E-05	3,87503E-05	1,22539E-05

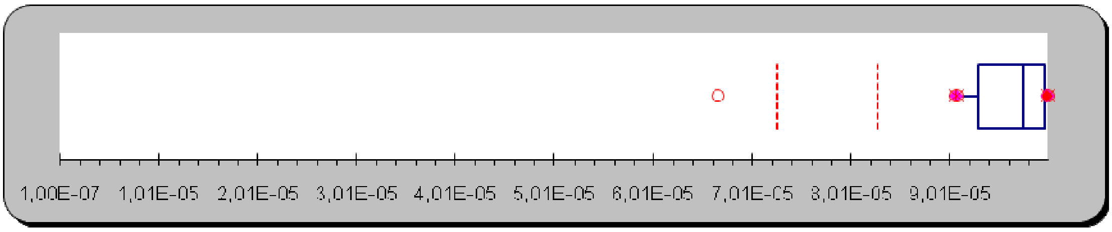
Σχήμα 15. Box plots για την παράμετρο Kv, CRS *(α)*, SCE *(β)*, DE *(γ)*, GA *(δ)* , *ASA (ε)*. Υποθέτουμε ότι η τιμή της κλινικής μέτρησης είναι Kv=1,0E-6.



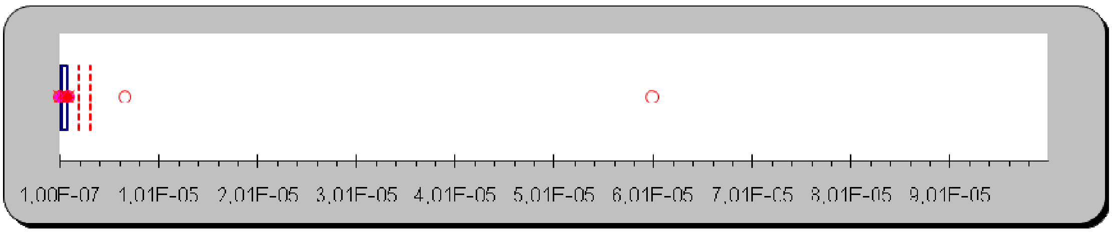
(α)



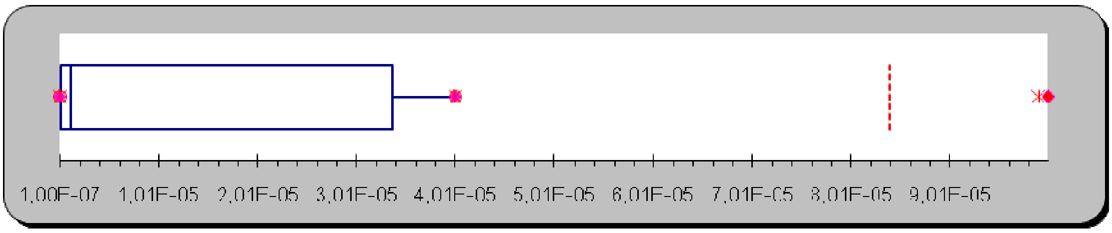
(β)



(γ)



(δ)



(ε)

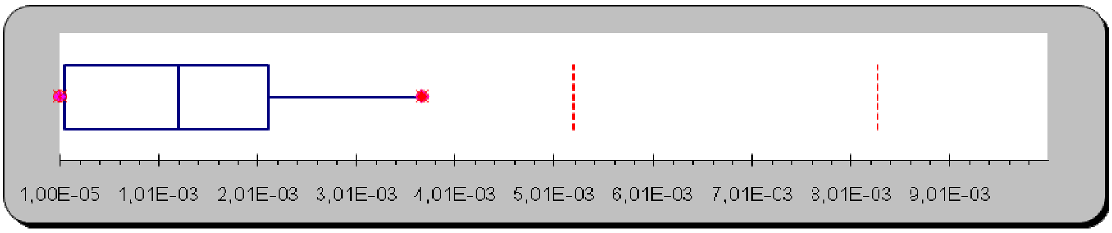
Δεν λαμβάνουμε τα αποτελέσματα της παραμέτρου Kv υπόψη μας στην τελικά αξιολόγηση, γιατί οι τιμές που δίνουν όλοι αλγόριθμοι σε σχέση με αυτή που θέλουμε εμείς να προσεγγίσουμε είναι έξω από τα όρια του στατιστικού λάθους error>>100%.

4.5 Αποτελέσματα παραμέτρου Kp

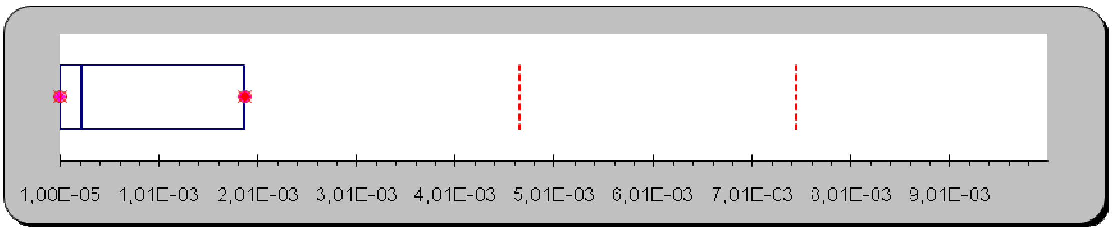
Πίνακας 8. Αποτελέσματα για την παράμετρο Kp, για X=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10

Parameter Kp	Mean	Standard Deviation	Standard Error
CRS	0,001333651	0,001289702	0,00040784
SCE	0,000797623	0,000885199	0,000279925
DE	0,009032941	0,0017741	0,00056102
GA	0,00298259	0,002609337	0,000825145
ASA	0,00545117	0,003707974	0,001172564

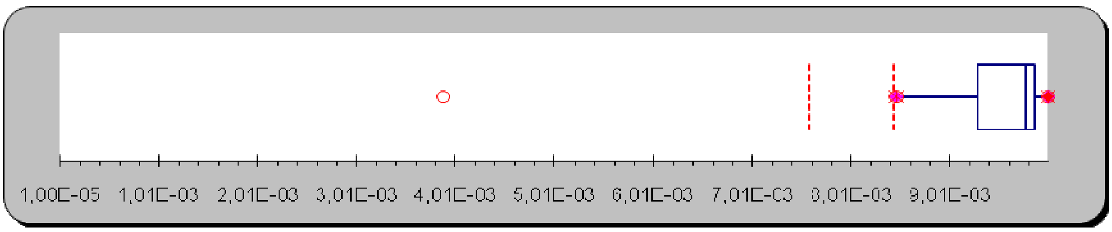
Σχήμα 16. Box plots για την παράμετρο Kp, CRS *(α)*, SCE *(β)*, DE*(γ)*, GA*(δ)* , *ASA (ε)*. Υποθέτουμε ότι η τιμή της κλινικής μέτρησης είναι Kp=1,5E-3.



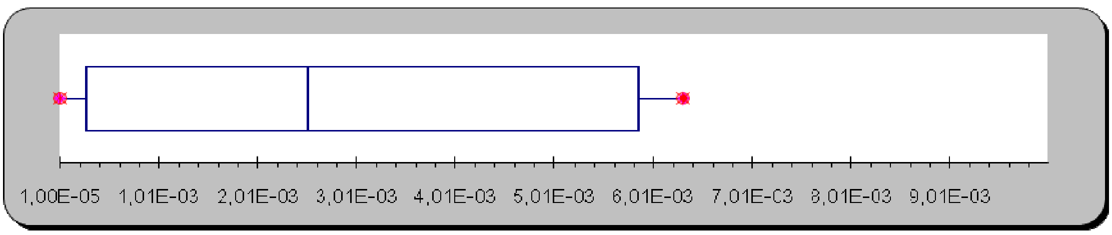
(α)



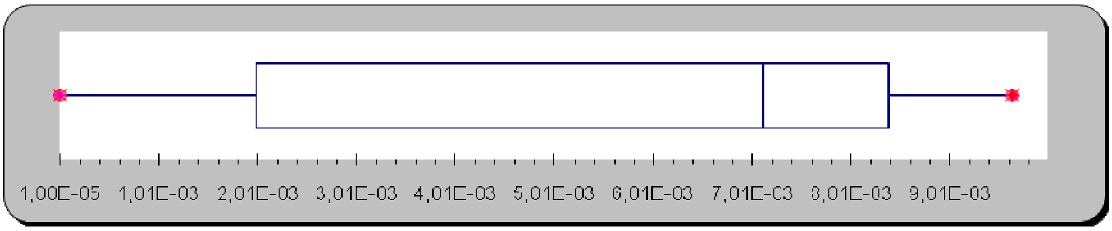
(β)



(γ)



(δ)



(ε)

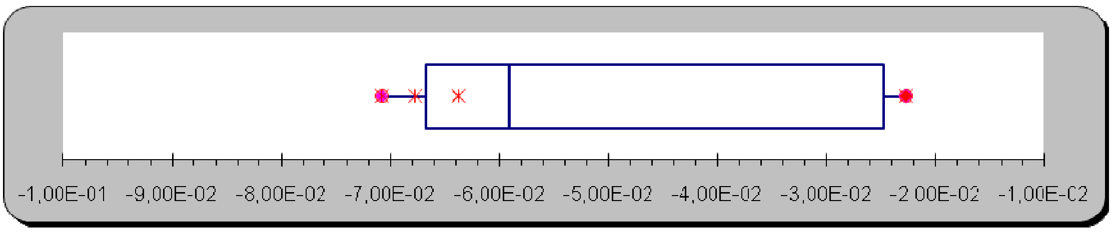
Στην περίπτωση του SCE αλγορίθμου, όπως φαίνεται και στο *(β)*, κανένα από τα αποτελέσματα που έχει δώσει, δεν ξεπερνά μία τιμή σχετικά κοντά στην τιμή που θέλουμε να βρούμε. Αυτό κάνει τον κάνει καλύτερο και στην εύρεση τιμής για την παράμετρο Kp.

4.6 Αποτελέσματα παραμέτρου be

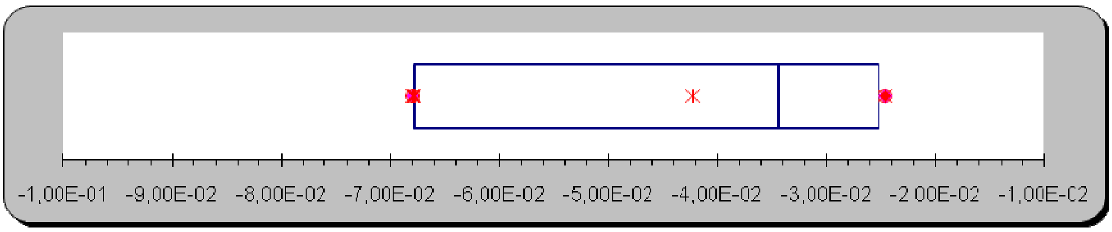
Πίνακας 9. Αποτελέσματα για την παράμετρο be, για X=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10

Parameter be	Mean	Standard Deviation	Standard Error
CRS	-0,048365412	0,020425882	0,006459231
SCE	-0,04410608	0,02007388	0,006347918
DE	-0,091980137	0,007308296	0,002311086
GA	-0,052904671	0,015438721	0,004882152
ASA	-0,062714034	0,01825428	0,00577251

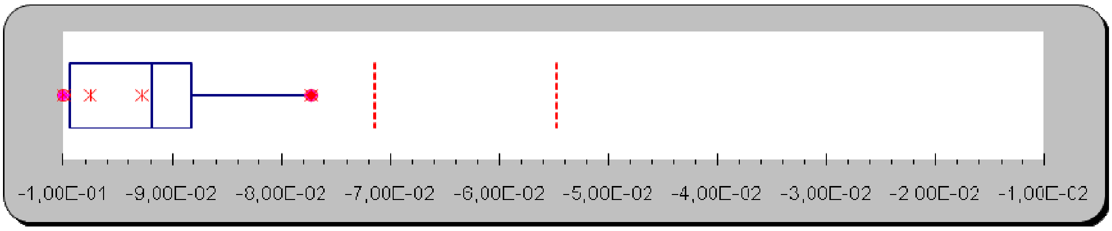
Σχήμα 17. Box plots για την παράμετρο be, CRS *(α)*, SCE *(β)*, DE *(γ)*, GA *(δ)* , *ASA (ε)*. Υποθέτουμε ότι η τιμή της κλινικής μέτρησης είναι be=-2,8E-2.



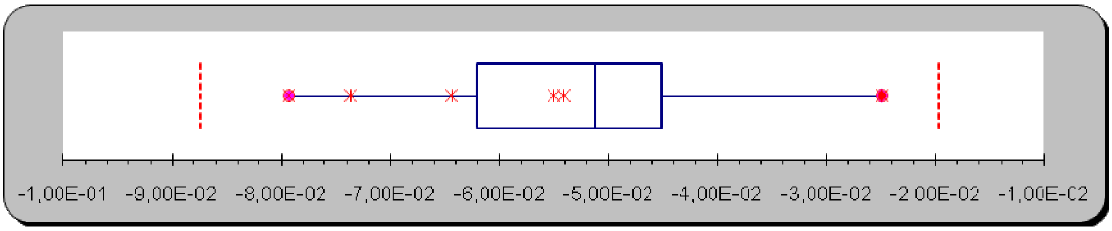
(α)



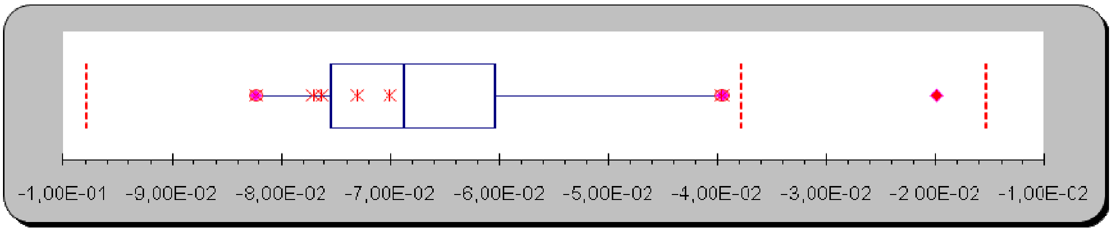
(β)



(γ)



(δ)



(ε)

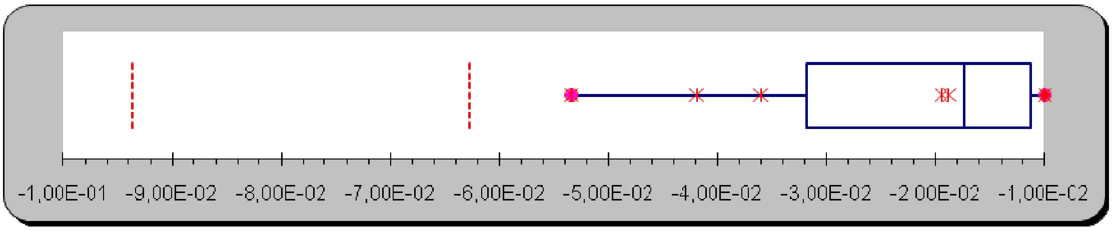
Στην περίπτωση της παραμέτρου be, ο SCE *(β)* με τον CRS *(α)*, δίνουν αποτελέσματα σε ένα παρόμοιο εύρος τιμών, αλλά και πάλι ο SCE αποδεικνύεται καλύτερος στην προσέγγιση της τιμής be=-2,8E-2.

4.7 Αποτελέσματα παραμέτρου bi

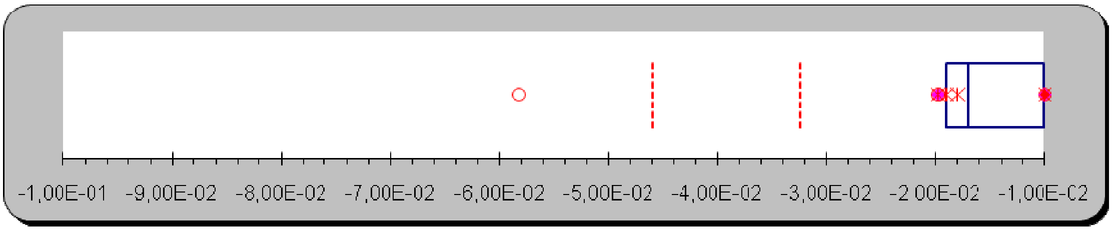
Πίνακας 10. Αποτελέσματα για την παράμετρο bi, για X=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10

Parameter bi	Mean	Standard Deviation	Standard Error
CRS	-0,022856841	0,014621996	0,004623881
SCE	-0,01901319	0,013690423	0,004329292
DE	-0,050644873	0,003454926	0,001092543
GA	-0,036411941	0,010503796	0,003321592
ASA	-0,046338158	0,013239517	0,004186703

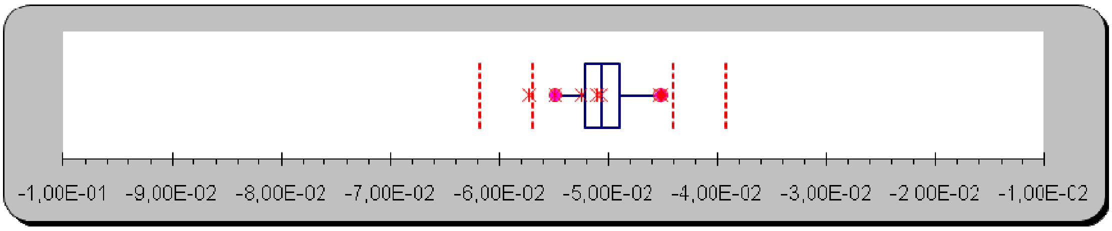
Σχήμα 18. Box plots για την παράμετρο bi, CRS *(α)*, SCE *(β)*, DE *(γ)*, GA *(δ)* , *ASA (ε)*. Υποθέτουμε ότι η τιμή της κλινικής μέτρησης είναι bi=-2,0E-2.



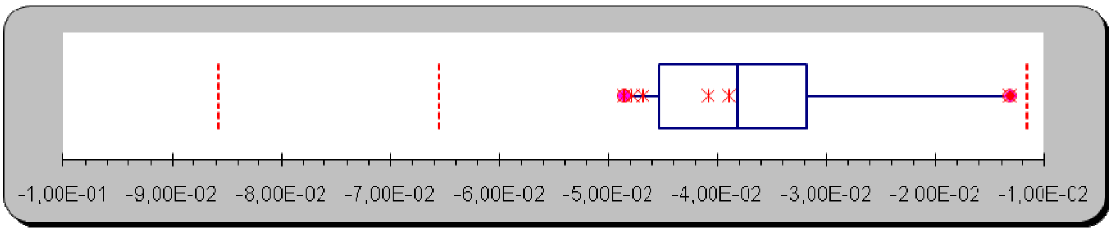
(α)



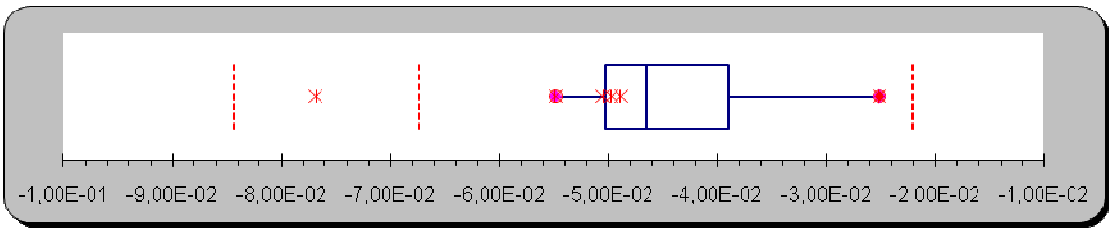
(β)



(γ)



(δ)



(ε)

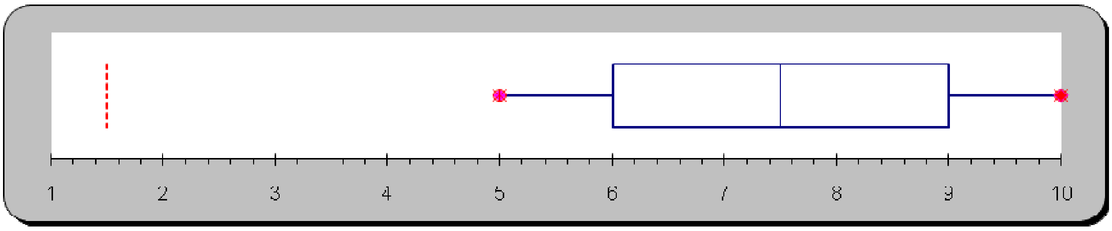
Παρατηρώντας το box plot *(α)*, βλέπουμε ότι ο CRS μπορεί να βρει την τιμή -2,0E-2 που θέλουμε. Όμως όπως επίσης βλέπουμε, ο ίδιος αλγόριθμος μπορεί να δώσει και τιμές χαμηλότερες από υποδιπλάσιες της τιμής που ψάχνουμε. Από την άλλη ο SCE *(β)*, μπορεί να μη φτάνει την τιμή που θέλουμε, αλλά δεν δίνει και τιμές μικρότερές της. Εφόσον λοιπόν οι τιμές που δίνουν οι δύο αλγόριθμοι για την παράμετρο bi έχουν το ίδιο πάνω όριο, μπορούμε να πούμε, λαμβάνοντας υπόψη και τα παραπάνω ότι καλύτερος για την προσέγγιση αυτής της παραμέτρου είναι ο SCE.

4.8 Αποτελέσματα παραμέτρου n

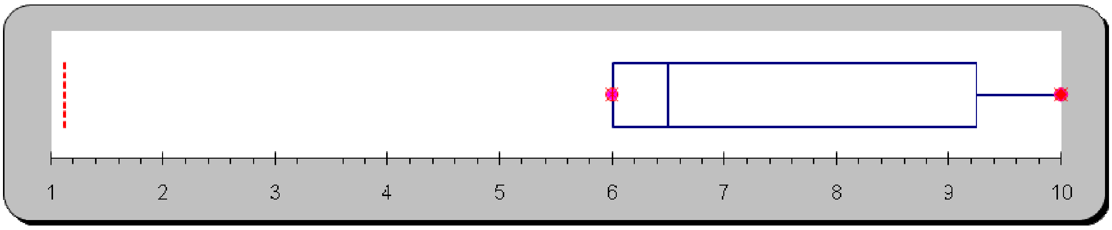
Πίνακας 11. Αποτελέσματα για την παράμετρο n, για X=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10

Parameter n	Mean	Standard Deviation	Standard Error
CRS	7,4	1,743559577	0,55136195
SCE	7,4	1,743559577	0,55136195
DE	9,6	1,2	0,379473319
GA	6	2,19089023	0,692820323
ASA	7,9	2,256102835	0,713442359

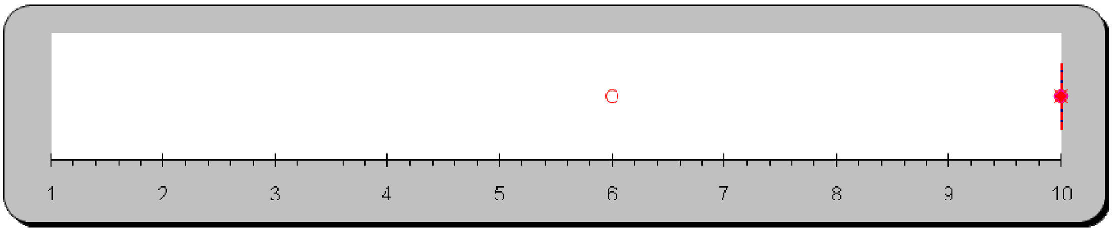
Σχήμα 19. Box plots για την παράμετρο n, CRS *(α)*, SCE *(β)*, DE *(γ)*, GA *(δ)* , *ASA (ε)*. Υποθέτουμε ότι η τιμή της κλινικής μέτρησης είναι n=5.



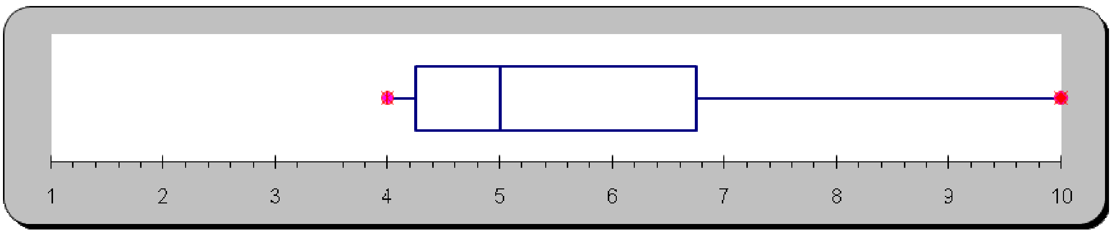
(α)



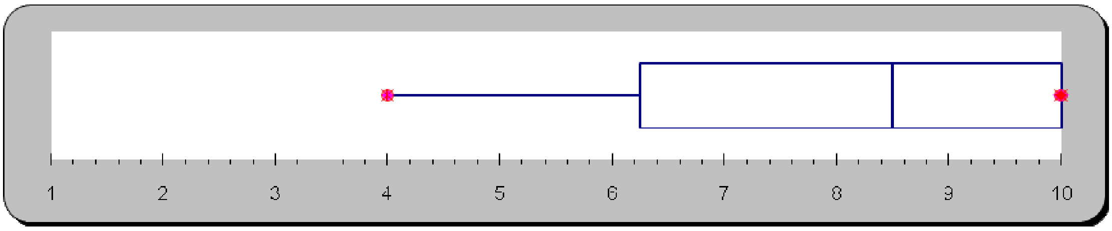
(β)



(γ)



(δ)



(ε)

Ο Γενετικός Αλγόριθμος δίνει μία σχετικά καλή προσέγγιση στην τιμή των επιπέδων n=5. Αυτή είναι και η μόνη περίπτωση παραμέτρου, που ο SCE αλγόριθμος δεν δίνει καλύτερα αποτελέσματα. Υποθέτουμε όμως, ότι τα αποτελέσματα ίσως να ήταν καλύτερα αν είχαμε μεγαλύτερο δείγμα σημείων για τον SCE, άνω των 10.

4.9 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα – NRMSD

Συγκρίναμε τα αποτελέσματα μας με βάση το μέσο Normalized Root Mean Square Deviation που δίνει κάθε αλγόριθμος.

Root mean square deviation είναι μία ποσότητα που χρησιμοποιείται συχνά και αντιπροσωπεύει τις διαφορές μεταξύ των τιμών που προβλέπονται από ένα μοντέλο και των τιμών που πραγματικά παρατηρούνται από το πρόβλημα που μοντελοποιείται. Στη δική μας περίπτωση, έχουμε τις διαφορές μεταξύ των τιμών των παραμέτρων που περιμένουμε να πάρουμε και των τιμών που πραγματικά πήραμε, τις 10 φορές που τρέξαμε κάθε αλγόριθμο.

Normalized Root Mean Square Deviation είναι η ποσότητα RMSD προς το εύρος των τιμών, το οποίο στη δικιά μας περίπτωση είναι το άνω μείον το κάτω όριο της κάθε παραμέτρου. Η τιμή αυτή εκφράζεται σαν ποσοστό, όπου χαμηλότερες τιμές δείχνουν μικρότερη διακύμανση.

Στον Πίνακα 12 φαίνονται τα συγκριτικά αποτελέσματα των αλγορίθμων σύμφωνα με αυτήν την ποσότητα.

Πίνακας 12. Μέσο NRMSD για κάθε αλγόριθμο, για X=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10

Algorithms	CRS	SCE	DE	GA	ASA
NRMSD	17,20%	6,04%	31,38%	28,98%	22,86%

Ο SCE δίνει το μικρότερο μέσο NRMSD, περίπου 6%, ποσοστό αρκετά ικανοποιητικό για τις μετρήσεις που κάναμε.

Έχοντας καταλάβει πλέον, ότι ο SCE είναι ο αλγόριθμος που δίνει την καλύτερη λύση στο πρόβλημά μας, θελήσαμε να βελτιώσουμε ακόμα περισσότερο το ποσοστό αυτό του 6%. Προσπαθώντας να πετύχουμε όσο το δυνατό καλύτερη σύγκλιση τιμών των παραμέτρων, σκεφτήκαμε να αφαιρέσουμε κάποιες από αυτές από τη μελέτη μας. Οι παράμετροι που θα αφαιρεθούν θα είναι φυσικά αυτές των οποίων οι αλλαγές των τιμών τους, δεν επηρεάζουν σε απαγορευτικό βαθμό την έξοδο του συστήματος. Για να βρούμε ποιές είναι αυτές οι παράμετροι και αν φυσικά υπάρχουν τέτοιες στο μοντέλο μας, σκεφτήκαμε να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο του Sensitivity Analysis (Ανάλυση Ευαισθησίας).

5 Ανάλυση Ευαισθησίας

Η ανάλυση ευαισθησίας του συστήματός μας, μας βοηθά να προσδιορίσουμε το πόσο ευαίσθητη είναι η έξοδος του συστήματος μας, σε αλλαγές των τιμών των παραμέτρων του.

Η ευαισθησία του συστήματος στις παραμέτρους του, αναφέρεται σε μία σειρά δοκιμών που κάνουμε εμείς θέτοντας διαφορετικές τιμές σε μία παράμετρο κάθε φορά, ώστε να δούμε αν και κατά πόσο αυτή η αλλαγή επηρεάζει την έξοδο του συστήματος.

Χρησιμοποιούμε την ανάλυση ευαισθησίας, για να μπορέσουμε να προσδιορίσουμε τη δυναμική των παραμέτρων. Αυτό γίνεται παρατηρώντας το κατά πόσο και με ποιόν τρόπο η κάθε μία επιδρούν στην έξοδο του μοντέλου. Αυτές, οι οποίες οι αλλαγές στην τιμή τους, δεν διαφοροποιούν ή διαφοροποιούν ελάχιστα (εμείς το καθορίζουμε αυτό) την έξοδο του μοντέλου μας, μπορούν να απορριφθούν. Εκείνες οι οποίες επιφέρουν αλλαγή μπορούν να ταξινομηθούν, ώστε να έχουμε μία ιεραρχία επιρροής αυτών στα κρίσιμα σημεία της καμπύλης εξόδου του μοντέλου.

Κρίσιμα σημεία είναι :

Το μέγιστο ύψος της καμπύλης (peak).

Η χρονική στιγμή που εμφανίζεται το peak.

Η κλίση ανόδου της γραφικής.

Η κλίση καθόδου της γραφικής η οποία αλλάζει σε κάποια χρονική στιγμή και έτσι τη διαχωρίζουμε σε πρώτη και δεύτερη κλίση καθόδου.

Είναι σημαντικό να δούμε ποιες παράμετροι δεν επηρεάζουν το μοντέλο γιατί μπορούμε να τις απορρίψουμε και αυτό να έχει ως αποτέλεσμα την απλοποίηση του συστήματός μας. Η ανάλυση ευαισθησίας έχει επίσης και βιολογική σημασία, επειδή οι μαθηματικές παράμετροι του συστήματός μας αντιστοιχούν σε βιολογικά δεδομένα.

Από το βιοφυσικό μας μοντέλο έχουμε εξάγει την καμπύλη που εκφράζει τη συγκέντρωση υδρογόνων στο εσωτερικό του κυττάρου. Η καμπύλη αυτή έχουμε αποφασίσει ότι θα έχει την ίδια μορφή με μία καμπύλη συνολικής συγκέντρωσης υδρογόνων στο εσωτερικό του κυττάρου όταν το επιθήλιο είναι σε δυσπλασία 1^{ου} ή 2^{ου} βαθμού. (CIN I,II)

Έχοντας αυτή ως καμπύλη αναφοράς, θέλουμε να δούμε πως επηρεάζεται η έξοδος του μοντέλου στις αλλαγές των τιμών των παραμέτρων. Παίρνουμε συγκεκριμένο αριθμό τιμών για κάθε παράμετρο, τέτοιες ώστε οι τιμές αναφοράς να βρίσκονται περίπου στο μέσο του διαστήματος αυτών των τιμών. Κάθε φορά αλλάζουμε την τιμή μόνο μιας παραμέτρου και οι υπόλοιπες μένουν σταθερές.

5.1 Global Sensitivity Analysis (Σφαιρική Ανάλυση Ευαισθησίας)

Οι μέθοδοι ανάλυσης ευαισθησίας παραμέτρων GSA εξετάζουν την μεταβλητότητα παραμέτρων εξαγωγής ενός μαθηματικού μοντέλου, ως συνάρτηση της μεταβλητότητας όλων των παραμέτρων εισαγωγής του, οι οποίες παίρνουν τιμές που κυμαίνονται εντός των ορίων όλης της περιοχής αβεβαιότητάς τους.

Η τυπική μέθοδος Global Sensitivity Analysis περιλαμβάνει :

1. Την επιλογή των ορίων και των κατανομών της κάθε παραμέτρου εισόδου.
2. Τη δημιουργία ενός τυχαίου δείγματος από το προκαθορισμένο εύρος.
3. Την εκτίμηση του μοντέλου για το κάθε στοιχείο του δείγματος.
4. Τον υπολογισμό της επιρροής που έχει η κάθε παράμετρος στην έξοδο του μοντέλου.

Στη μέθοδο αυτή, επιλέγεται μία γειτονιά εναλλακτικών υποθέσεων και καθορίζεται το αντίστοιχο διάστημα συμπερασμάτων. Τα συμπεράσματα κρίνονται ως στέρεα μόνο εάν η γειτονιά των υποθέσεων είναι αρκετά μεγάλη ώστε να είναι αξιόπιστη και το αντίστοιχο διάστημα συμπερασμάτων να είναι αρκετά μικρό ώστε να είναι χρήσιμο.

Μερικές αποτελεσματικές μέθοδοι είναι τα βασισμένα στη (αριθμητική) διαφορά μέτρα, μέθοδος Morris, φιλτράρισμα Monte Carlo, αλγόριθμος RS-HDMR (Random Sampling—High Dimensional Model Representation), κ.α. Μία ενδελεχής εξέταση των διαθέσιμων μεθόδων GSA και των εφαρμογών τους έχει γίνει για παράδειγμα από τους Saltelli et al. (2004).

5.2 Local Sensitivity Analysis (Τοπική Ανάλυση Ευαισθησίας)

Ενώ λοιπόν, η σφαιρική ανάλυση ευαισθησίας εξετάζει την ευαισθησία αναφορικά με ολόκληρη την κατανομή των παραμέτρων, η τοπική ανάλυση ευαισθησίας απευθύνεται στην ευαισθησία αναφορικά με εκτιμήσεις ενός συγκεκριμένου σημείου, στο σύνολο των τιμών των παραμέτρων. Η Τοπική ανάλυση ευαισθησίας χρησιμοποιείται στη βιοχημεία και στη μελέτη της Μεταβολικής Ανάλυσης Ελέγχου (Metabolic Control Analysis) καθώς και στη Βιοχημική Θεωρία Συστημάτων (Biochemical System Theory).

Η μέθοδος αυτή, ερευνά τις αλλαγές στις εξόδου του μοντέλου ή τη συμπεριφορά όσο αναφορά τις παραλλαγές των παραμέτρων, των οποίων η ποσότητα προσδιορίζεται από το συντελεστή ευαισθησίας S. Έστω ότι έχουμε να μελετήσουμε την τοπική ευαισθησία του συστήματος σε μία παράμετρο p. Διαταράσσουμε την αρχική της τιμή και έστω ότι έχουμε κάποια αλλαγή στην έξοδο του συστήματος. Βρίσκουμε λοιπόν το συντελεστή ευαισθησίας S_p, για να δώσουμε μία τιμή στην αλλαγή αυτή. Μαθηματικά, οι συντελεστές ευαισθησίας είναι οι πρώτες παράγωγοι των εξόδων όσο αναφορά τις παραμέτρους του συστήματος :

$$S_{ij} = \frac{\partial y_i}{\partial p_j} ,$$

όπου y_i είναι η i-οστή έξοδος και p_j είναι η j-οστή παράμετρος . Όταν το μοντέλο περιγράφεται από μία κανονική διαφορική εξίσωση:

$$\dot{x} = f(x,t) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = f(x,t).$$

ο πίνακας ευαισθησίας S μπορεί να βγαίνει από το μοντέλο σύμφωνα με τον τύπο :

$$\dot{S} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) S + \frac{\partial f}{\partial p}$$

5.3 Αποτελέσματα μετά την Ανάλυση Ευαισθησίας

Η παρούσα εργασία δεν περιελάμβανε Sensitivity Analysis. Η συγκεκριμένη μελέτη γινόταν ταυτόχρονα στα πλαίσια μίας άλλης εργασίας και έτσι πήραμε τα αποτελέσματά της και τα εφαρμόσαμε εδώ. Αποδείχθηκε λοιπόν, ότι οι παράμετροι Kv και Kp, ο συντελεστής απορροής στο κυτταρικό στρώμα και ο συντελεστής αναλογικότητας πρωτονίων αντίστοιχα, είναι αυτές των οποίων οι αλλαγές των τιμών τους δεν έχουν μεγάλη επίδραση στην έξοδο του συστήματος. Έτσι μπορέσαμε να τις αφαιρέσουμε από τη μελέτη μας, ελπίζοντας σε καλύτερη προσέγγιση των τιμών των υπόλοιπων παραμέτρων. Τρέξαμε πάλι τον καλύτερο αλγόριθμο SCE 26 φορές χωρίς αυτές τις παραμέτρους και τα αποτελέσματα που πήραμε είναι στον Πίνακα 13.

Πίνακας 13 Συγκριτικά αποτελέσματα μετά το Sensitivity Analysisis για τον SCE αλγόριθμο

Algorithms	SCE (NRMSD)	SCE after Sensitivity Analysis (NRMSD)
a	14,52%	31,43%
b	28,43%	32,21%
be	28,60%	44,81%
bi	15,25%	28,62%
n	32,96%	9,30%

6 Συμπεράσματα – Μελλοντική εργασία

Τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν παραπάνω, δεν είναι τα τελικά αποτελέσματα. Θα έπρεπε να γίνουν τουλάχιστον 30 επαναλήψεις κάθε αλγορίθμου, για κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις, για να καταλήξουμε σε τελικά και σίγουρα πιο σωστά συμπεράσματα. Κάτι τέτοιο όμως δεν ήταν εφικτό, λόγω χρονοβόρας διαδικασίας των επαναλήψεων των αλγορίθμων.

Δε μπορέσαμε να τρέξουμε το Γενετικό Αλγόριθμο, τον αλγόριθμο της Διαφορικής Εξέλιξης και τον ASA αλγόριθμο για τις παραπάνω δύο περιπτώσεις που αναφέρονται στους μη γραμμικούς συνδιασμούς των παραμέτρων. Για να μπορέσουμε να εκτιμήσουμε σωστά τις τιμές των theta's, έπρεπε να συμπεριλάβουμε στη διαδικασία των αλγορίθμων εκτός των περιορισμών των ορίων και περιορισμούς ισότητας. Οι περιορισμοί αυτοί στην περίπτωση των theta's αποδείχθηκαν αναγκαίοι, γιατί χωρίς αυτούς δεν μπορούσε να τρέξει το μοντέλο μας. Οι εκδόσεις όμως των αλγορίθμων τις οποίες χρησιμοποιήσαμε δεν προέβλεπαν δυνατότητα χειρισμού περιορισμών ισότητας.

Παρ'όλ'αυτά τρέχοντας τους αλγόριθμους 10 φορές καταλήγουμε, από τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα παραπάνω αλλά και από όλα τα αποτελέσματα στο Παράρτημα, ότι καλύτερη μέθοδος είναι ο SCE. Ο αλγόριθμος αυτός καταφέρνει να μας δώσει σε όλες τις περιπτώσεις, ένα πιο ακριβές διάνυσμα **X,** είτε από παραμέτρους είτε από theta's. Είναι σημαντικό ότι στην περίπτωση όπου **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =5, είναι η μόνη φορά που συναντήσαμε αλγόριθμο ο οποίος να τερματίζει σε περίπου τις μισές φορές που τον τρέξαμε, λόγω του ότι έφτασε σε μία πολύ μικρή τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (περίπου 1,0E-20) και τα peak των δύο γραφικών, της βιολογικής διαδικασίας και του μοντέλου, ταυτίστηκαν. Αντίθετα, οι άλλοι τέσσερις αλγόριθμοι τερμάτισαν απλά λόγω μέγιστου αριθμού επαναλήψεων. Επίσης παρατηρήσαμε ότι ο SCE είναι ο δεύτερος πιο γρήγορος αλγόριθμος. Για ακόμα καλύτερα αποτελέσματα από άποψη χρόνου, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε παράλληλο προγραμματισμό.

Μετά το Sensitivity Analysis παρατηρήσαμε ότι αυτό που περιμέναμε, δηλαδή να προσεγγίσουμε με μεγαλύτερη ακρίβεια τις παραμέτρους, δεν έγινε. Παρατηρούμε βέβαια ότι δίνοντας στον αλγόριθμο προβάδισμα αυτός καταφέρνει να προσεγγίσει με πολύ μεγαλύτερη ακρίβεια την παράμετρο των επιπέδων. Αυτό είναι αρκετά σημαντικό γιατί όπως αναφέραμε και σε προηγούμενο κεφάλαιο η παραμέτρος των επιπέδων παίζει σημαντικό ρόλο στο μαθηματικό μας μοντέλο, εφόσον αλλαγές στην τιμή του αλλάζουν το μαθηματικό σύστημα π.χ. των αριθμό των διαφορικών εξισώσεων του μοντέλου. Οι υπόλοιπες παρμάτροι, όπως βλέπουμε στον Πίνακα 13 προσεγγίζονται χειρότερα απ'ότι πριν.

Συνολικά τα αποτελέσματα δείχνουν, ότι για το πρόβλημα που καλούμαστε να αντιμετωπίσουμε, ο SCE είναι ο πιο αποτελεσματικός και πιο αποδοτικός αλγόριθμος από αυτούς που μελετήσαμε. Το αποτέλεσμά του είναι μεγάλης σημασίας γιατί δείχνει ότι και οι δομικές και οι λειτουργικές παράμετροι που σχετίζονται με την ανάπτυξη της νεοπλασίας μπορούν να εκτιμηθούν για κάθε pixel της εικόνας και με αρκετή ακρίβεια. Σαν αποτέλεσμα, η μέθοδος που περιγράψαμε έχει μεγάλες δυνατότητες να βελτιώσει την *in vivo* διαγνωστική ακρίβεια, για να αποκτήσουμε περισσότερη γνώση για τους βιολογικούς μηχανισμούς που περιέχονται στην ανάπτυξη της νεοπλασίας.

Σαν μελλοντική εργασία, θα μπορούσαμε να πούμε ότι θα ήταν καλό να γίνουν περισσότερες επαναλήψεις των αλγορίθμων, ώστε να έχουμε πιο σωστά στατιστικά αποτελέσματα και να μπορούμε να κρίνουμε τα αποτελέσματα αυτά ποσοτικά πλέον και όχι ποιοτικά. Επίσης, μπορεί να γίνει περαιτέρω μελέτη μέσω του Sensitivity Analysis, για το αν μπορούν να εξαιρεθούν και άλλες παράμετροι από τη διαδικασία της βελτιστοποίησης. Αυτό θα μειώσει ακόμα περισσότερο τις διαστάσεις του προβλήματός μας και γίνεται εξαιρετικά πιθανό να καταφέρουμε να εκτιμήσουμε τις παραμέτρους του μοντέλου με ακόμα μεγαλύτερη ακρίβεια. Τέλος, μπορεί να γίνει αναζήτηση στη βιβλιογραφία τρόπων, ή ακόμα και για άλλες εκδόσεις Γενετικών Αλγορίθμων, Διαφορικής Εξέλιξης και Simulated Annealing, οι οποίοι να λύνουν το πρόβλημα των theta’s που αντιμετωπίσαμε.

7 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Thomas Weise Version (2009), Global Optimization Algorithms – Theory and Application , http://it-weise.de/

[2] K. F. Man, K. S. Tang, and S. Kwong (1996), Genetic Algorithms: Concepts and Applications

[3] Ιωάννης Γ. Τσούλος (2008), Γεννετικοί Αλγόριθμοι, Ιωάννινα

[4] Alden H. Wright (1991), Genetic Algorithms for Real Parameter Optimization, University of Montana

[5] Randy L. Haupt (2000), Optimum Population Size and Mutation Rate for a Simple Real Genetic Algorithm that Optimizes Array Factors, Utah State University

[6] Randy L. Haupt, Sue Ellen Haupt (2004), Practical Genetic Algorithms (second edition)

[7] R. Storn, and K. Price (1996), Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces

[8] Kenneth V. Price, Rainer M. Storn, Jouni A. Lampinen (2005), Differential evolution: a practical approach to global optimization

[9] Παππάς Δημήτριος (2010), Σχεδίαση κεραιών χοάνης με χρήση διαφορικής εξέλιξης, Θεσσαλονίκη

[10] W. L. Price (1976), A controlled random search procedure for global optimization, Leicester, England

[11] Josef Tvrdik, Ivan Krivy and Ladislav Misik (2007), Adaptive population-based algorithm for global optimization, University of Ostrava, Czech Republic

[12] M. Ali, A. Torn, S. Viitanen (1997), A numerical Comparison of Some Modified Controlled Random Search Algorithms

[13] W. L. Price (1983), Global Optimization by Controlled Random Search, Leicester, England

[14] Qingyun Duan, Soroosh Sorooshian, Vijai K. Gupta (1993), Shuffled Complex Evolution Approach for Effective and Efficient Global Minimization, The University of Arizona, Tucson

[15] Qingyun Duan, Soroosh Sorooshian, Vijai K. Gupta (1994), Optimal use of the SCE-UA global optimization method for calibrating watershed models, The University of Arizona, Tucson

[16] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, Jr., M. P. Vecchi (1983), Optimization by Simulated Annealing

[17] Lester Ingber (1995), Adaptive Simulated Annealing (ASA): Lessons learned, USA

[18] Lester Ingber (1987-2010), Adaptive Simulated Annealing (ASA), http://www.ingber.com/

[19] Stephane Moins (2002), Implementation of a simulated annealing algorithm for Matlab, Linkoping Institute of Technology

[20] M.M. Ali, A. Torn (2003), Population set-based global optimization algorithms: some modifications and numerical studies, University of Minnesota, USA

[21] Costas Balas, George Papoutsoglou, and Antonis Potirakis (2008), In Vivo Molecular Imaging of Cervical Neoplasia Using Acetic Acid as Biomarker, Technical Educational Institute of Crete, Chania

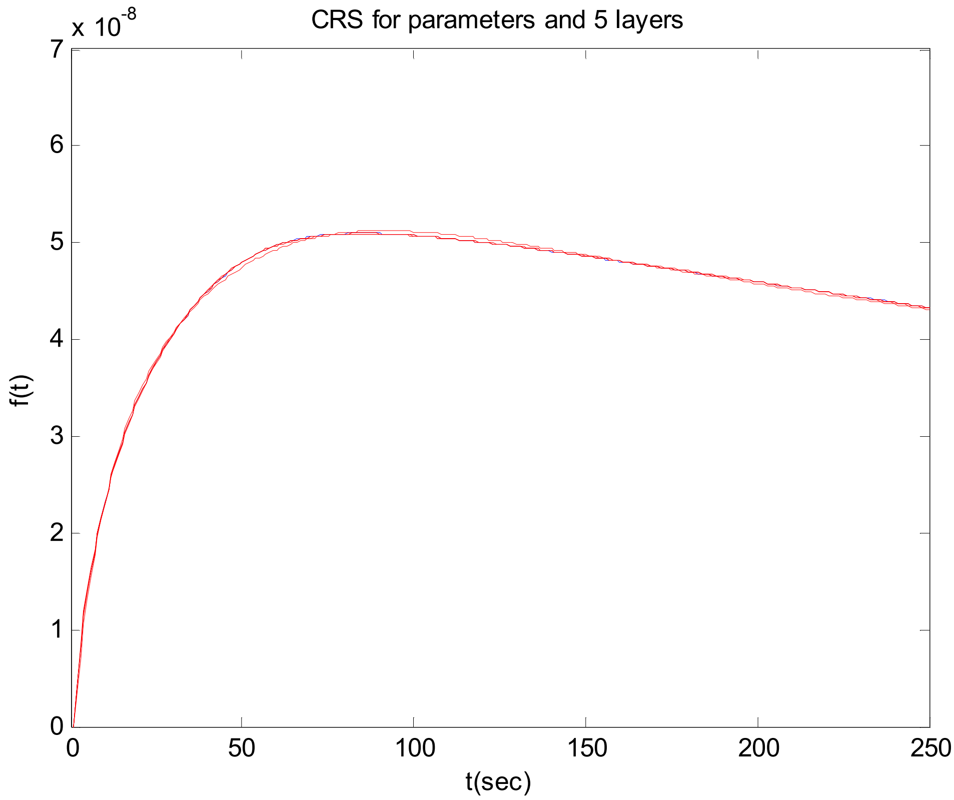
[22] Costas Balas (2001), A Novel Optical Imaging Method for the Early Detection, Quantitative Grading, and Mapping of Cancerous and Precancerous Lesions of Cervix

[23] William P. Soutter, Emmanuel Diakomanolis, Deirdre Lyons, Sadaf Ghaem-Maghami, Tosin Ajala, Dimitrios Haidopoulos, Dimitrios Doumplis, Costas Kalpaktsoglou, Gerasimos Sakellaropoulos, Suzan Soliman, Karen Perryman, Vicky Hird, C. Hilary Buckley, Kitty Pavlakis, SofiaMarkaki, Roberto Dina, Vourneen Healy and Costas Balas (2009), Dynamic Spectral Imaging: Improving Colposcopy

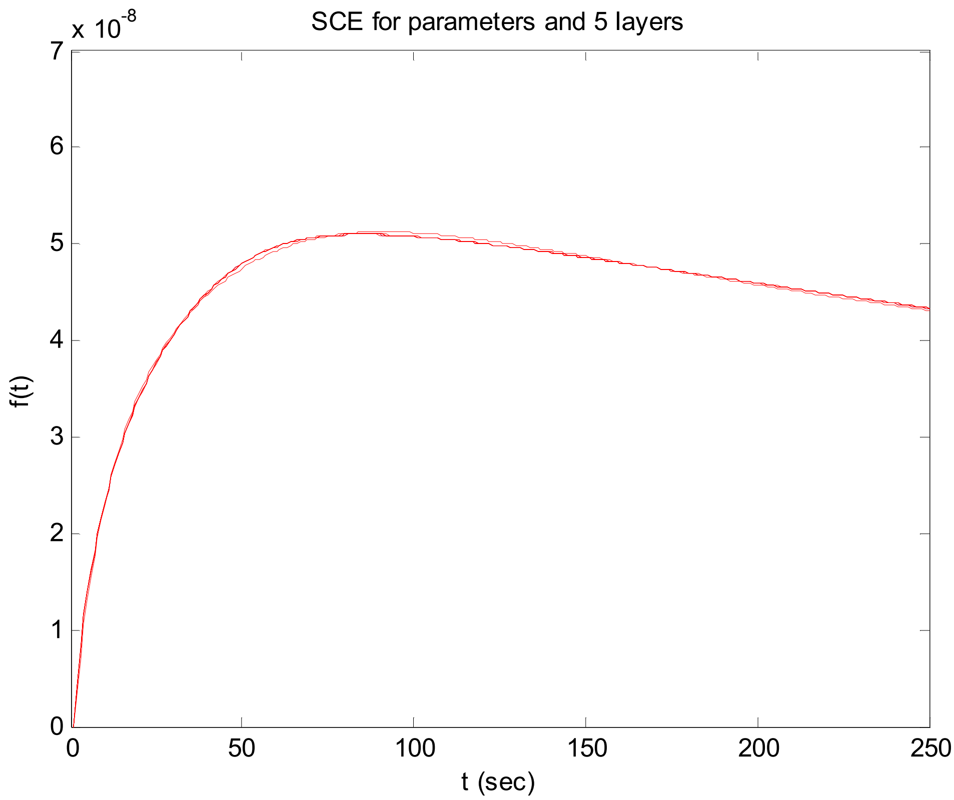
8 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Για **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =5, CRS(a), SCE(b), DE(c), GA(d), ASA(e)

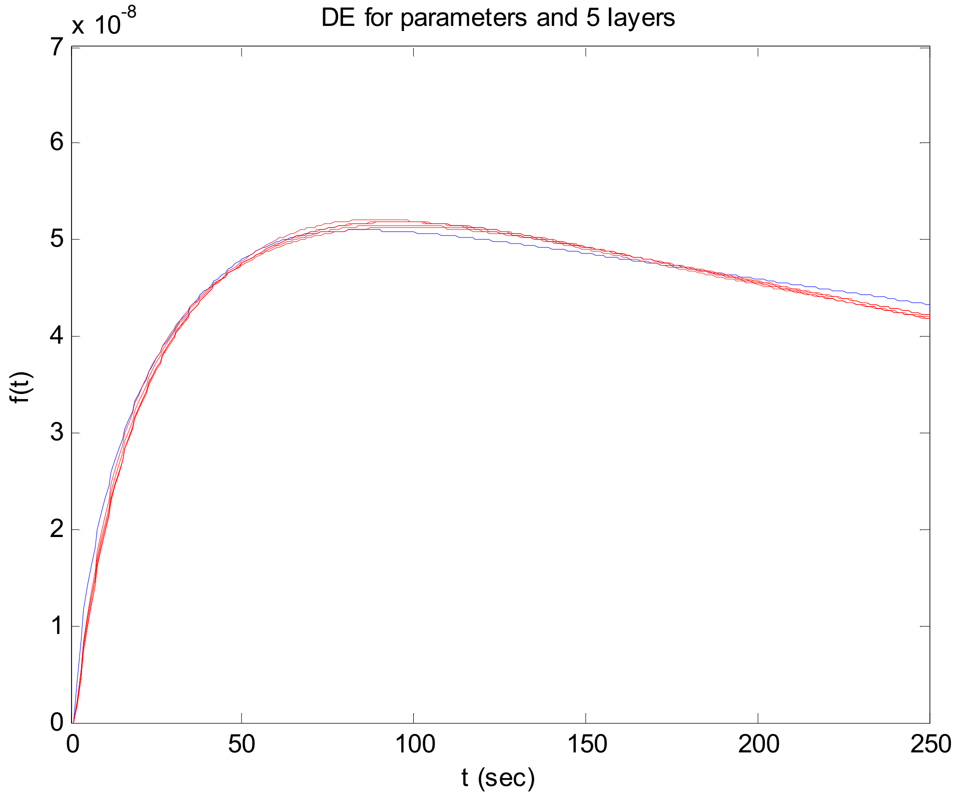
(a)



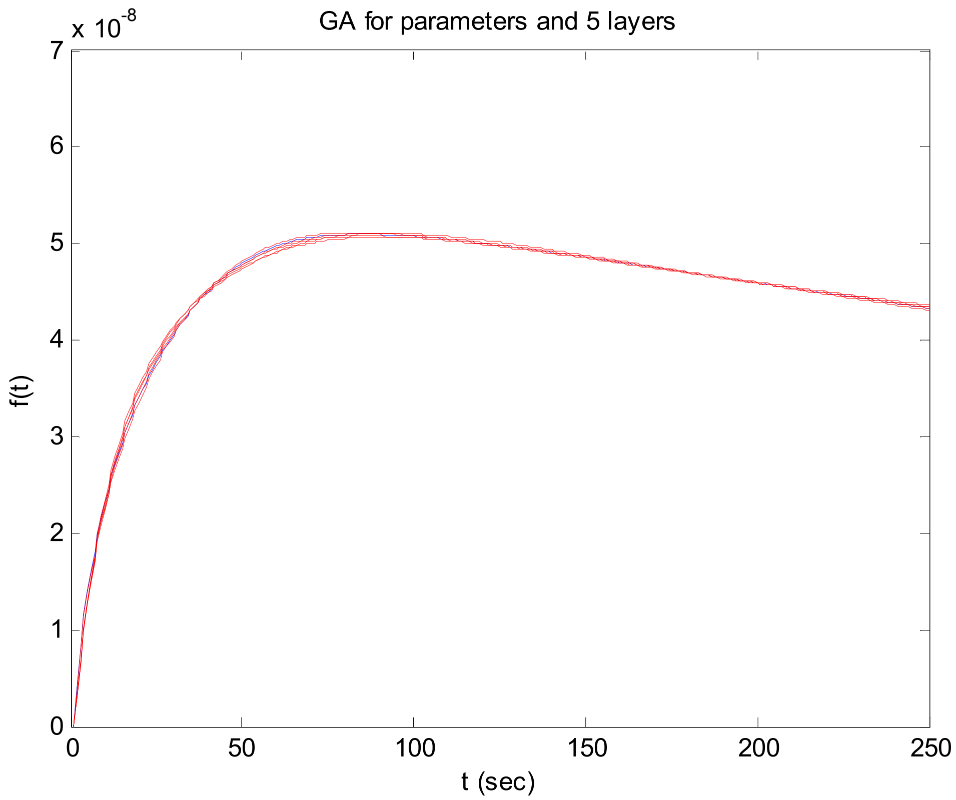
(b)



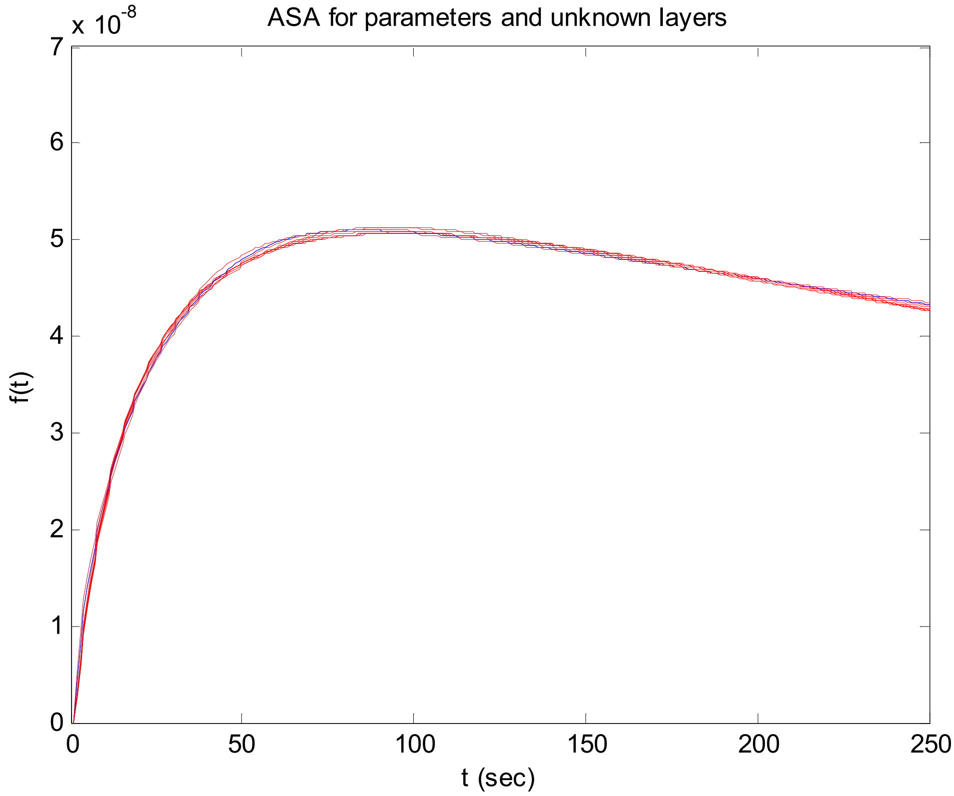
(c)


DE for parameters and 5 layers
x 10^-8
7
6
5
4
3
2
1
0
f(t)
0
50
100
150
200
250
t (sec)

(d)

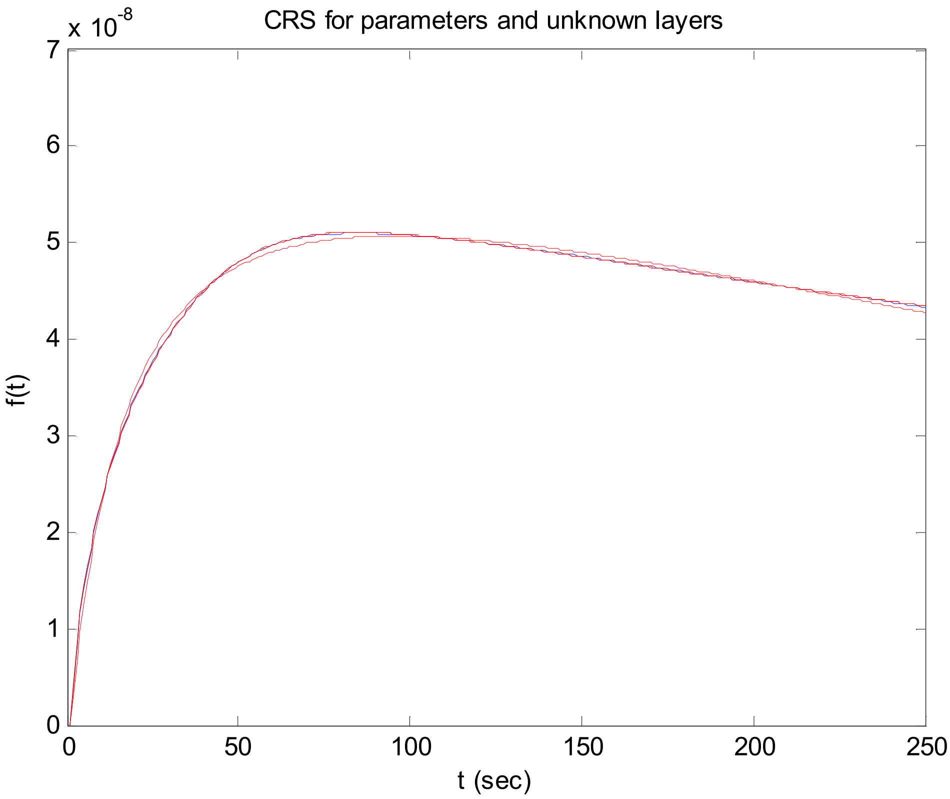

GA for parameters and 5 layers
x 10^-8
7
6
5
4
3
2
1
0
f(t)
0
50
100
150
200
250
t (sec)

(e)



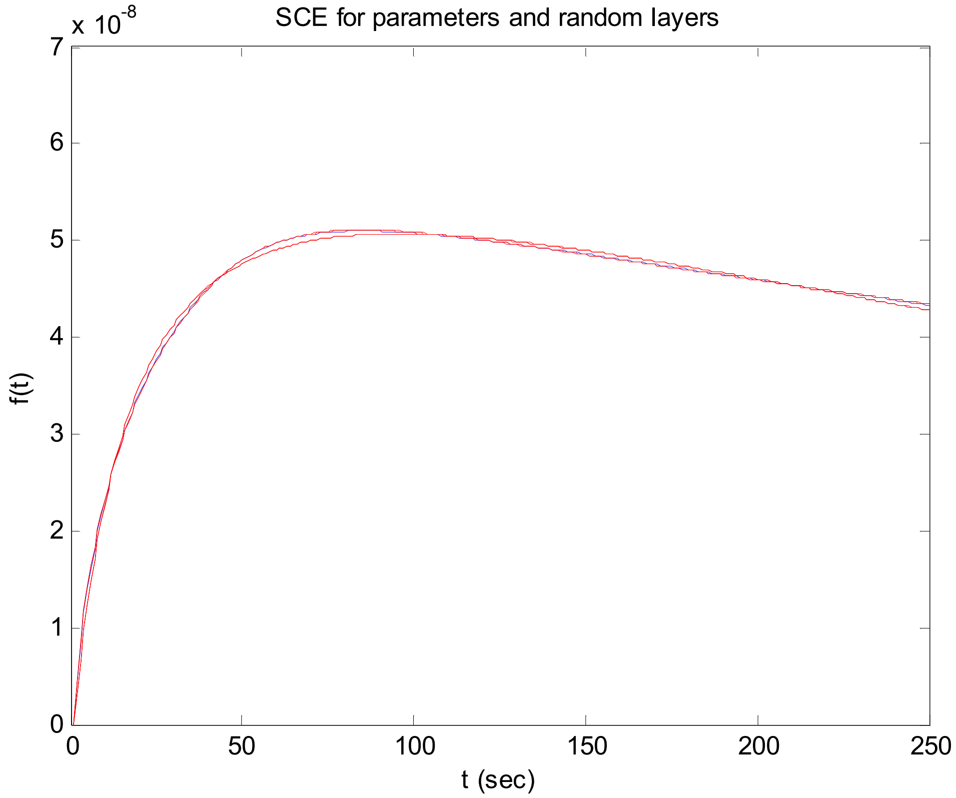
Για **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10, CRS(a), SCE(b), DE(c), GA(d), ASA(e)

(a)

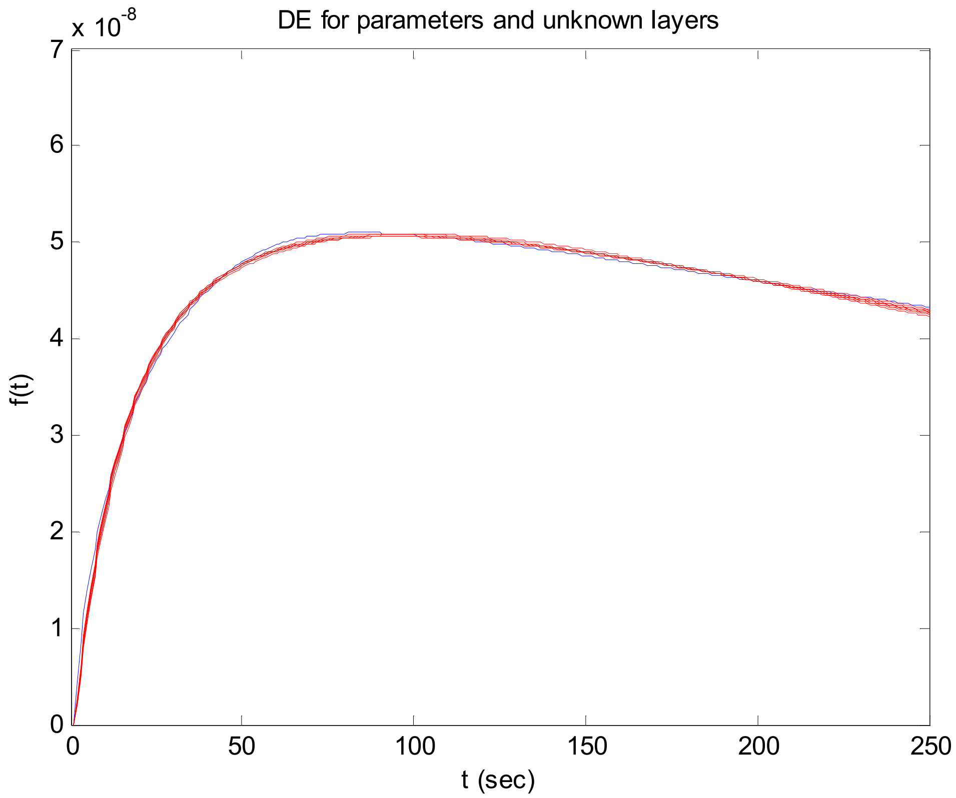


(b)

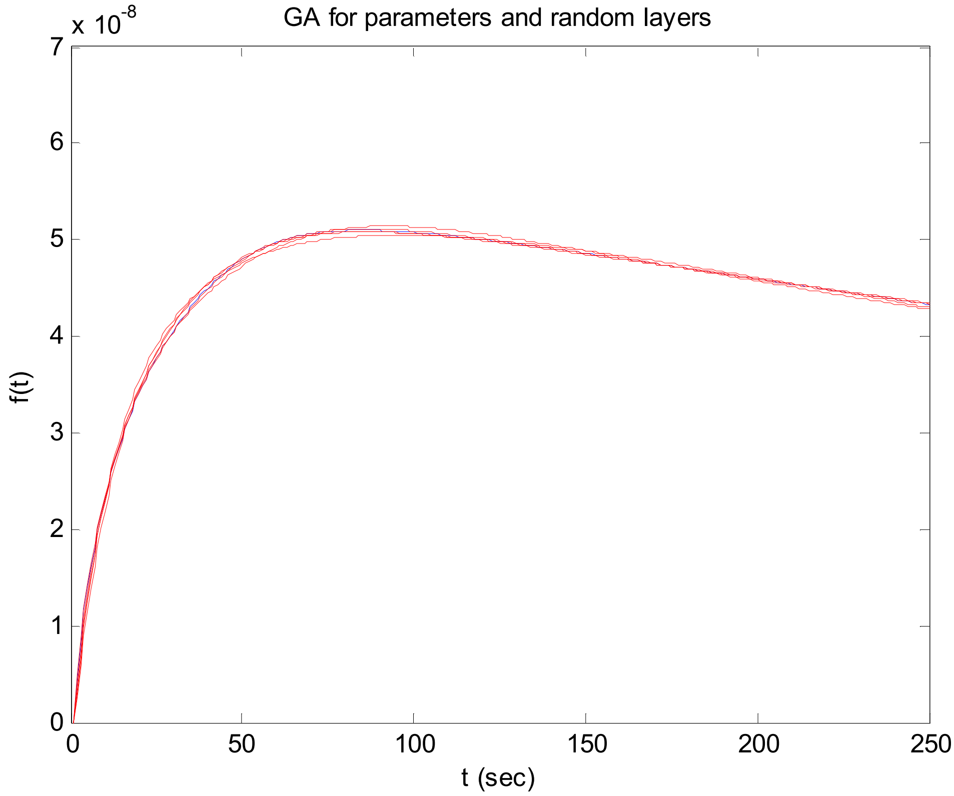
(b)


SCE for parameters and random layers
x 10^-8
7
6
5
4
3
2
1
0
f(t)
0
50
100
150
200
250
t (sec)

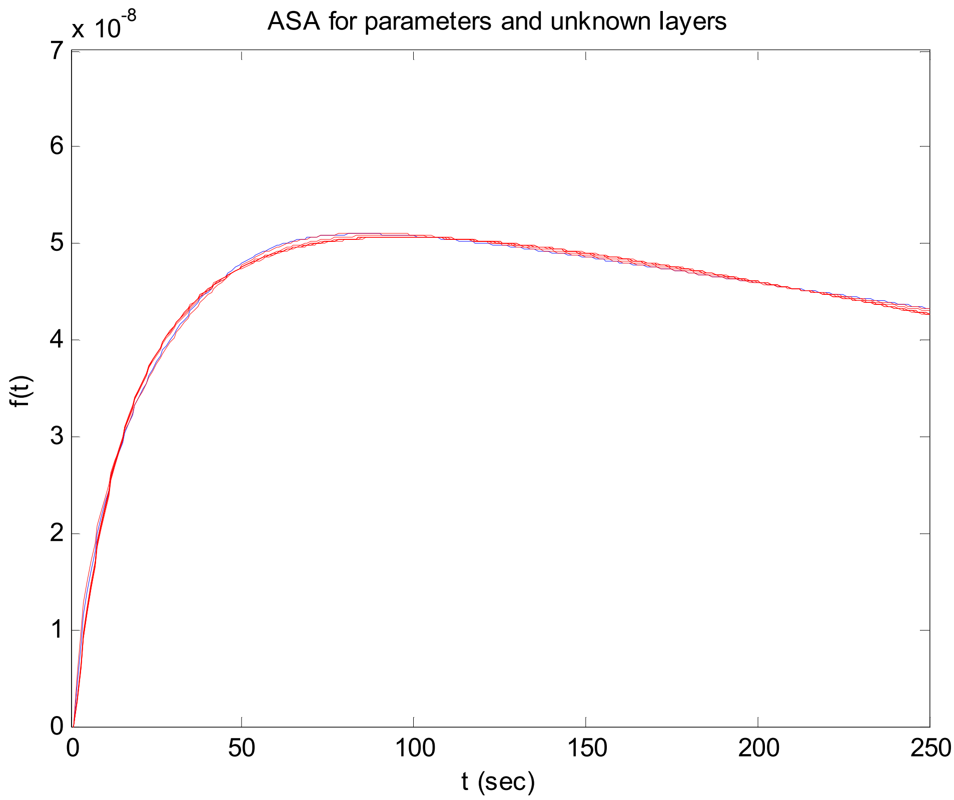
(c)


DE for parameters and unknown layers
x 10^-8
7
6
5
4
3
2
1
0
f(t)
0
50
100
150
200
250
t (sec)

(d)

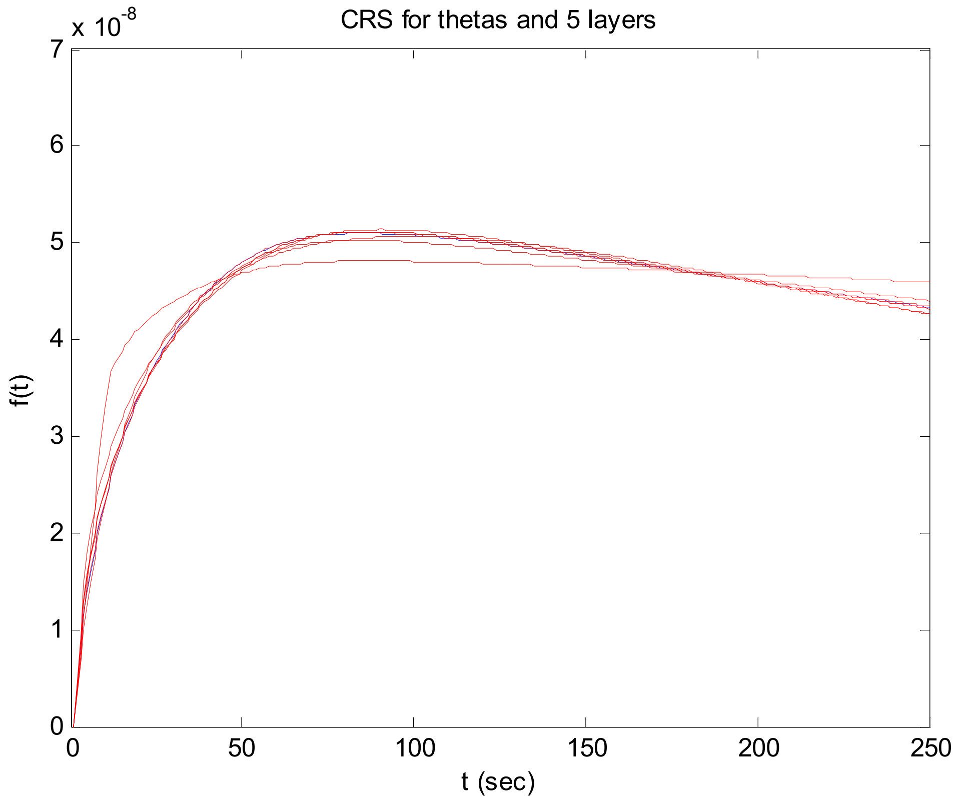

GA for parameters and random layers
x 10^-8
7
6
5
4
3
2
1
0
f(t)
0
50
100
150
200
250
t (sec)

(e)

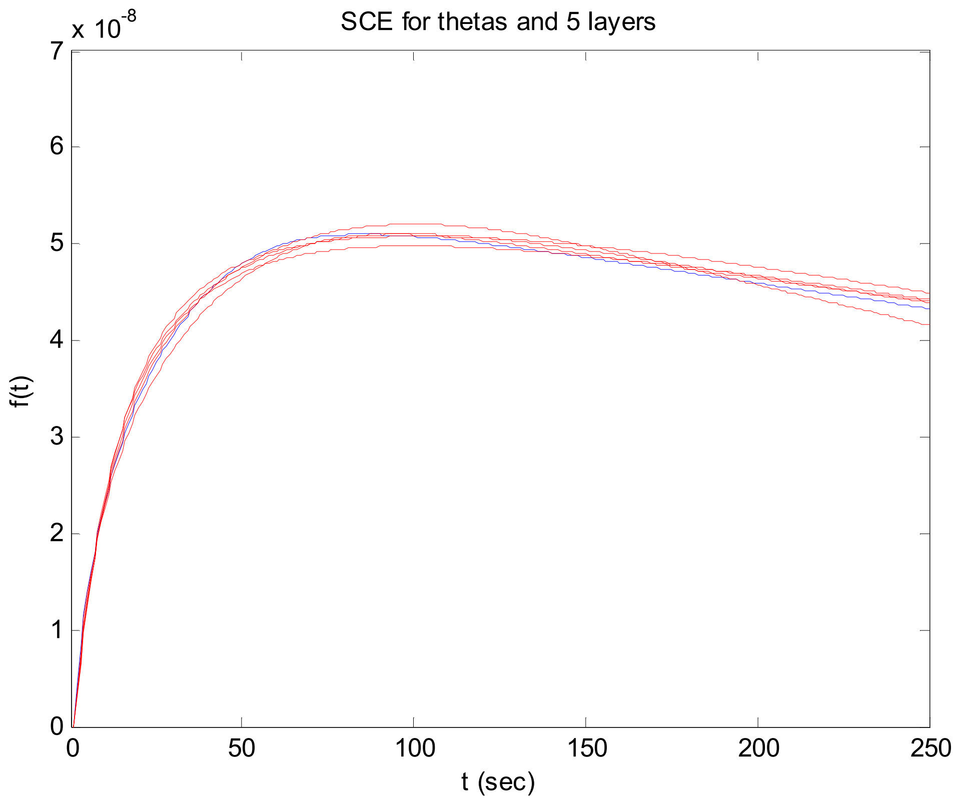

ASA for parameters and unknown layers
x 10^-8
7
6
5
4
3
2
1
0
f(t)
0
50
100
150
200
250
t (sec)

Για **X**=(th1, th2,…, th10) και n =5, CRS(a), SCE(b)

(a)

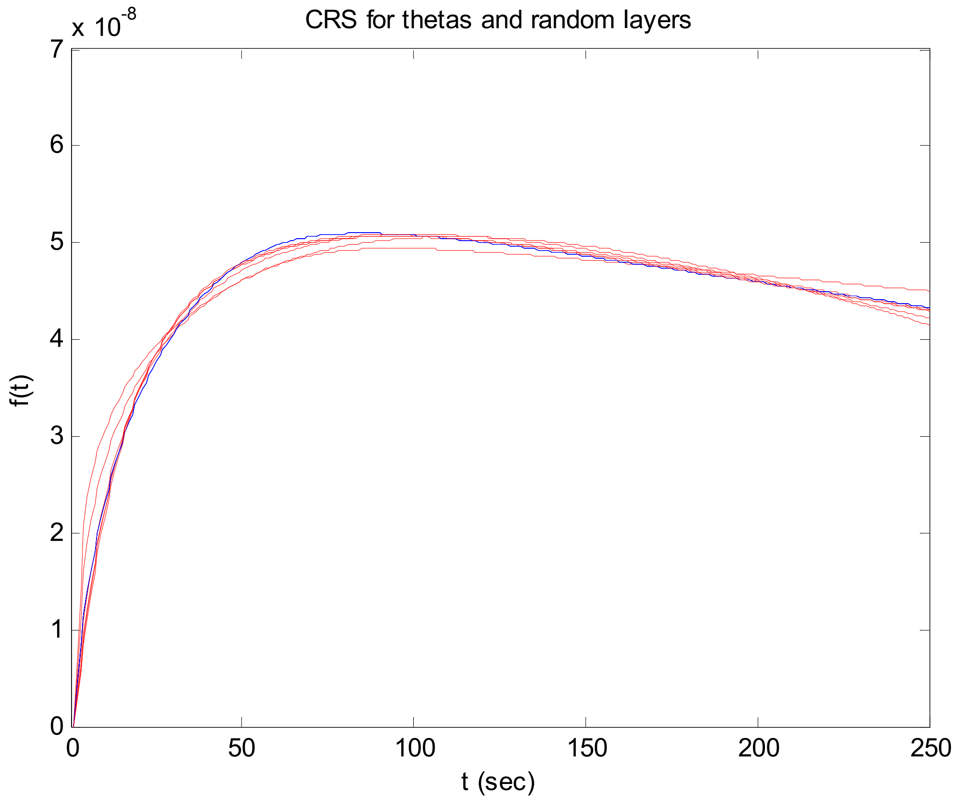


(b)

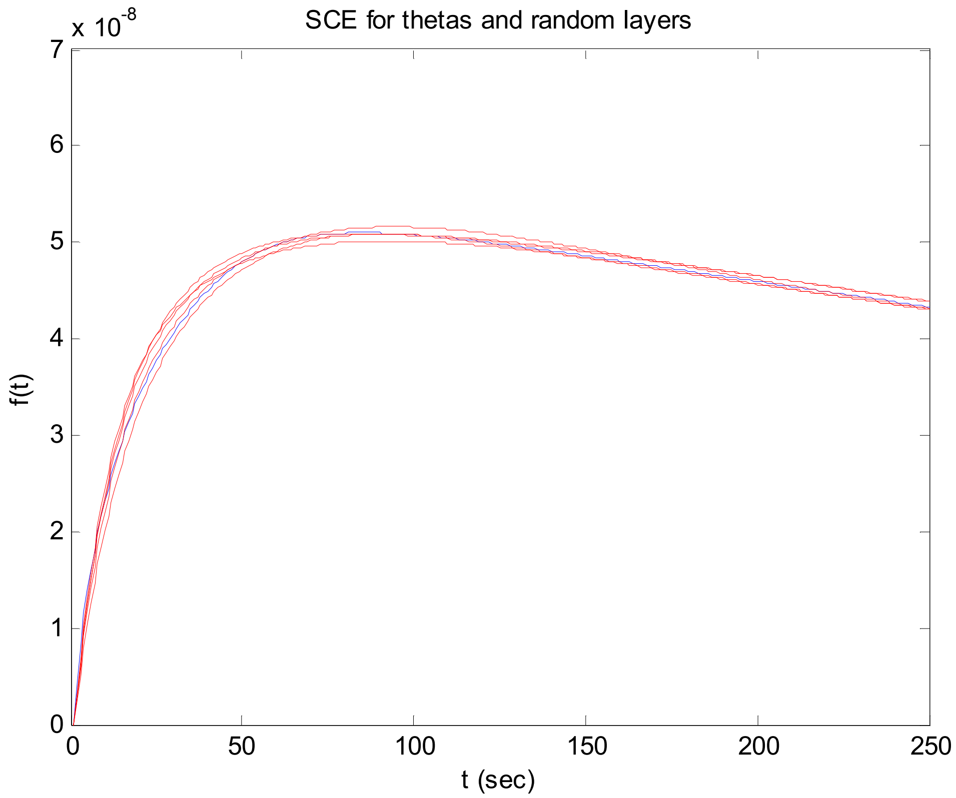


Για **X**=(th1, th2,…, th10) και n =1 έως 10, CRS(a), SCE(b)

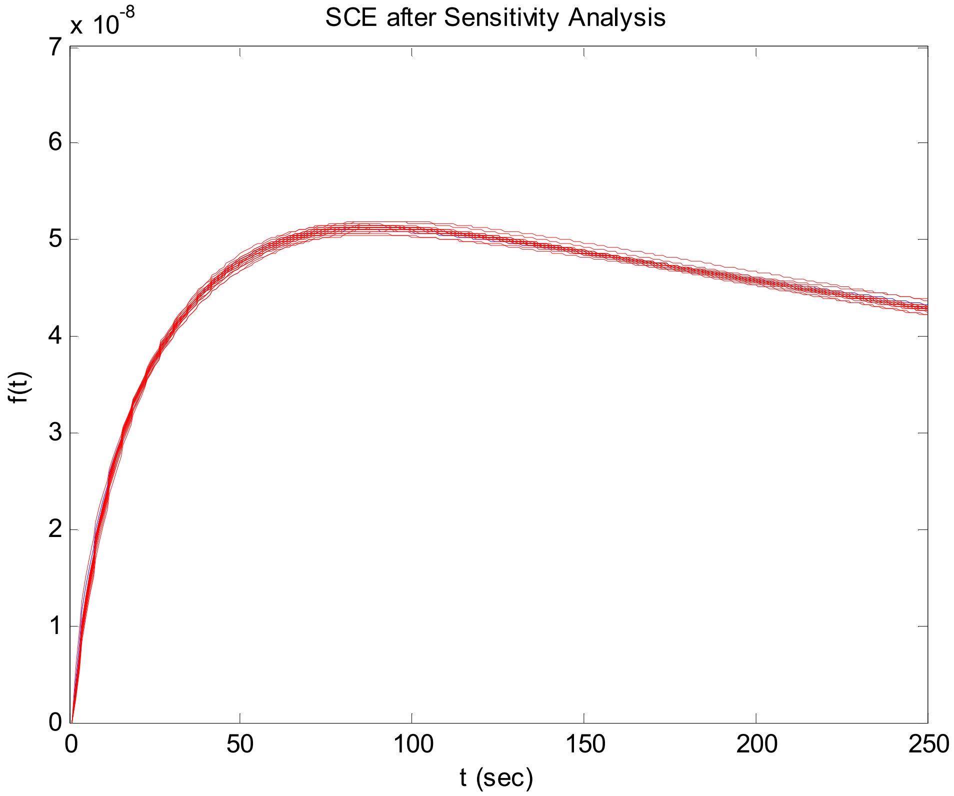
(a)



(b)



SCE μετά την Ανάλυση Ευαισθησίας, για **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10



Αποτελέσματα αλγορίθμου CRS, για την περίπτωση **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =5

data	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
1,50E-05	1,57E-05	1,71E-05	1,40E-05	1,51E-05	1,53E-05	1,66E-05	1,40E-05	1,39E-05	1,47E-05	1,50E-05
4,00E-07	6,25E-07	6,86E-07	1,21E-07	4,17E-07	4,47E-07	7,10E-07	1,21E-07	1,20E-07	4,29E-07	2,63E-07
1,00E-06	3,91E-07	9,58E-07	1,00E-04	9,14E-07	8,88E-07	6,46E-07	1,00E-04	7,11E-05	8,22E-07	2,26E-06
0,0015	0,00509273	0,003364537	1,00E-05	0,001766535	0,001968259	0,004479797	1,00E-05	1,00E-05	0,001854576	0,000295025
-0,028	-0,026446881	-0,022411137	-0,054983504	-0,027643832	-0,027069808	-0,02347101	-0,054983487	-0,053956513	-0,028994662	-0,02850808
-0,02	-0,026615559	-0,024520159	-0,01	-0,020431512	-0,021140689	-0,026385059	-0,01	-0,01	-0,021922042	-0,014237964
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

	error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
	-4,46%	-13,87%	6,55%	-0,67%	-1,91%	-10,87%	6,55%	7,51%	1,70%	-0,04%
	-56,36%	-71,47%	69,67%	-4,32%	-11,75%	-77,42%	69,67%	69,89%	-7,37%	34,33%
	60,88%	4,23%	-9900,00%	8,59%	11,20%	35,43%	-9900,00%	-7011,70%	17,76%	-126,26%
	-239,52%	-124,30%	99,33%	-17,77%	-31,22%	-198,65%	99,33%	99,33%	-23,64%	80,33%
	5,55%	19,96%	-96,37%	1,27%	3,32%	16,17%	-96,37%	-92,70%	-3,55%	-1,81%
	-33,08%	-22,60%	50,00%	-2,16%	-5,70%	-31,93%	50,00%	50,00%	-9,61%	28,81%
	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
func_evals	28000	28000	28000	28000	28000	28000	28000	28000	28000	28000

theta_data	theta_x1	theta_x2	theta_x3	theta_x4	theta_x5	theta_x6	theta_x7	theta_x8	theta_x9	theta_x10
66666,66667	63822,66095	58546,38238	71339,6561	66225,73174	65416,18471	60132,42611	71339,65595	72083,75759	67819,05936	66642,00726
2500000	1598908,32	1458020,914	8241751,53	2396564,133	2237113,879	1409052,266	8241750,228	8301609,511	2328374,125	3807026,574
-2380952,381	-2413239,64	-2612378,945	-1297473,804	-2395678,437	-2416573,692	-2561987,131	-1297474,201	-1335960,278	-2339018,775	-2337653,27
-89285714,29	-60457349,83	-65057873,45	-149894985,4	-86694353,79	-82642400,66	-60033728,99	-149895007,9	-153857414,2	-80303543,64	-133542017,8
-133928,5714	-307892,9536	-218889,5939	-1498,949856	-153148,5993	-162661,6848	-268938,9334	-1498,950092	-1538,574148	-148929,0376	-39398,2701
66666,66667	63822,66095	58546,38238	71339,6561	66225,73174	65416,18471	60132,42611	71339,65595	72083,75759	67819,05936	66642,00726
-3333333,333	-2397945,558	-2387683,665	-7133965,606	-3241352,495	-3094326,038	-2279033,23	-7133965,594	-7208375,759	-3093647,052	-4680585,506
-5000	-12212,08906	-8033,448991	-71,33965615	-5725,962221	-6090,43642	-10209,60677	-71,33965656	-72,08375785	-5737,404071	-1380,891011
0,066666667	0,024967967	0,056071469	7,133965596	0,060533759	0,058088314	0,038824524	7,133965581	5,12637872	0,055773443	0,150784083
-2,380952381	-0,944079833	-2,501946648	-129,7473802	-2,189774541	-2,145870954	-1,654147977	-129,7474198	-95,00945246	-1,923576243	-5,289169998

	error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
	4,27%	12,18%	-7,01%	0,66%	1,88%	9,80%	-7,01%	-8,13%	-1,73%	0,04%
	36,04%	41,68%	-229,67%	4,14%	10,52%	43,64%	-229,67%	-232,06%	6,87%	-52,28%
	-1,36%	-9,72%	45,51%	-0,62%	-1,50%	-7,60%	45,51%	43,89%	1,76%	1,82%
	32,29%	27,14%	-67,88%	2,90%	7,44%	32,76%	-67,88%	-72,32%	10,06%	-49,57%
	-129,89%	-63,44%	98,88%	-14,35%	-21,45%	-100,81%	98,88%	98,85%	-11,20%	70,58%
	4,27%	12,18%	-7,01%	0,66%	1,88%	9,80%	-7,01%	-8,13%	-1,73%	0,04%
	28,06%	28,37%	-114,02%	2,76%	7,17%	31,63%	-114,02%	-116,25%	7,19%	-40,42%
	-144,24%	-60,67%	98,57%	-14,52%	-21,81%	-104,19%	98,57%	98,56%	-14,75%	72,38%
	62,55%	15,89%	-10600,95%	9,20%	12,87%	41,76%	-10600,95%	-7589,57%	16,34%	-126,18%
	60,35%	-5,08%	-5349,39%	8,03%	9,87%	30,53%	-5349,39%	-3890,40%	19,21%	-122,15%

Αποτελέσματα αλγορίθμου SCE, για την περίπτωση **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =5

data	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
1,50E-05	1,48E-05	1,55E-05	1,49E-05	1,49E-05	1,48E-05	1,49E-05	1,40E-05	1,49E-05	1,48E-05	1,49E-05
4,00E-07	3,38E-07	4,45E-07	3,80E-07	3,91E-07	3,81E-07	3,80E-07	1,21E-07	3,79E-07	3,87E-07	3,86E-07
1,00E-06	1,27E-06	9,80E-07	1,05E-06	9,82E-07	1,04E-06	1,06E-06	9,96E-05	1,08E-06	9,98E-07	1,05E-06
0,0015	0,000920537	0,00185436	0,001332989	0,001486159	0,001336167	0,001317127	1,00E-05	1,28E-03	0,001403781	0,001341451
-0,028	-0,028814798	-0,026365371	-0,028318964	-0,028408532	-0,028538276	-0,028297108	-5,51E-02	-2,83E-02	-0,028672259	-0,028353335
-0,02	-0,017938353	-0,020496921	-0,01943101	-0,019900462	-0,019619392	-0,019368743	-1,00E-02	-1,94E-02	-0,019929135	-0,019661552
5	5	5	5	5	5	5	5,00E+00	5,00E+00	5	5

	error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
	1,52%	-3,45%	0,67%	0,75%	1,08%	0,60%	6,70%	0,65%	1,28%	0,59%
	15,45%	-11,26%	4,88%	2,31%	4,66%	5,12%	69,75%	5,22%	3,35%	3,50%
	-26,95%	2,03%	-5,33%	1,77%	-3,65%	-6,24%	-9859,64%	-7,80%	0,16%	-5,21%
	38,63%	-23,62%	11,13%	0,92%	10,92%	12,19%	99,33%	14,36%	6,41%	10,57%
	-2,91%	5,84%	-1,14%	-1,46%	-1,92%	-1,06%	-96,84%	-1,19%	-2,40%	-1,26%
	10,31%	-2,48%	2,84%	0,50%	1,90%	3,16%	50,00%	3,14%	0,35%	1,69%
	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

theta_data	theta_x1	theta_x2	theta_x3	theta_x4	theta_x5	theta_x6	theta_x7	theta_x8	theta_x9	theta_x10
66666,66667	67698,43374	64446,19991	67116,79114	67172,11064	67391,22488	67067,7694	71453,36596	67099,70496	67532,10408	67061,90574
2500000	2956817,229	2247002,075	2628245,805	2559207,474	2622097,239	2634924,468	8264952,921	2637800,581	2586603,21	2590807,609
-2380952,381	-2349432,857	-2444350,246	-2370029,891	-2364504,81	-2361432,937	-2370128,051	-1296469,248	-2368174,716	-2355311,592	-2365221,097
-89285714,29	-102614538,7	-85225507,21	-92808684,89	-90085875,29	-91880015,47	-93116387,33	-149961547	-93096871,97	-90212745,61	-91375763,14
-133928,5714	-94460,49199	-158038,7728	-123712,9567	-133881,9461	-122767,0128	-122646,1388	-1503,040766	-119591,3042	-126638,8983	-122576,0807
66666,66667	67698,43374	64446,19991	67116,79114	67172,11064	67391,22488	67067,7694	71453,36596	67099,70496	67532,10408	67061,90574
-3333333,333	-3773949,229	-3144189,352	-3454107,176	-3375404,638	-3434929,346	-3462680,532	-7145143,065	-3463577,822	-3388611,907	-3410814,393
-5000	-3474,060356	-5830,459013	-4604,286894	-5016,388423	-4589,638051	-4560,791172	-71,614634	-4449,277191	-4756,867512	-4575,439327
0,066666667	0,085939933	0,063140066	0,070695941	0,065980566	0,069852301	0,07125263	7,116500362	0,072332644	0,067425154	0,070553243
-2,380952381	-2,982492976	-2,394810486	-2,496416935	-2,322561604	-2,447670682	-2,518018112	-129,1237124	-2,552862758	-2,351581519	-2,488357842

	error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
	-1,55%	3,33%	-0,68%	-0,76%	-1,09%	-0,60%	-7,18%	-0,65%	-1,30%	-0,59%
	-18,27%	10,12%	-5,13%	-2,37%	-4,88%	-5,40%	-230,60%	-5,51%	-3,46%	-3,63%
	1,32%	-2,66%	0,46%	0,69%	0,82%	0,45%	45,55%	0,54%	1,08%	0,66%
	-14,93%	4,55%	-3,95%	-0,90%	-2,91%	-4,29%	-67,96%	-4,27%	-1,04%	-2,34%
	29,47%	-18,00%	7,63%	0,03%	8,33%	8,42%	98,88%	10,71%	5,44%	8,48%
	-1,55%	3,33%	-0,68%	-0,76%	-1,09%	-0,60%	-7,18%	-0,65%	-1,30%	-0,59%
	-13,22%	5,67%	-3,62%	-1,26%	-3,05%	-3,88%	-114,35%	-3,91%	-1,66%	-2,32%
	30,52%	-16,61%	7,91%	-0,33%	8,21%	8,78%	98,57%	11,01%	4,86%	8,49%
	-28,91%	5,29%	-6,04%	1,03%	-4,78%	-6,88%	-10574,75%	-8,50%	-1,14%	-5,83%
	-25,26%	-0,58%	-4,85%	2,45%	-2,80%	-5,76%	-5323,20%	-7,22%	1,23%	-4,51%

Αποτελέσματα αλγορίθμου DE, για την περίπτωση **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =5

data		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
1,50E-05		1,58E-05	1,76E-05	1,56E-05	1,82E-05	1,71E-05	1,54E-05	1,72E-05	1,64E-05	1,62E-05	1,34E-05
4,00E-07		6,20E-07	3,52E-07	6,18E-07	4,56E-07	7,12E-07	5,41E-07	5,33E-07	7,72E-07	7,59E-07	7,29E-07
1,00E-06		1,00E-04	9,41E-05	1,00E-04	9,93E-05	5,00E-07	1,00E-04	1,00E-04	7,99E-05	6,32E-05	5,05E-06
0,0015		0,001896261	0,003747122	0,001561081	0,00448814	0,009869412	0,001730301	0,001028614	0,002753157	0,002617694	0,00159728
-0,028		-0,09999994	-0,099999994	-0,099999999	-0,09999966	-0,099999984	-0,1	-0,064338068	-0,09999997	-0,099999999	-0,099999954
-0,02		-0,043426885	-0,022701139	-0,043989531	-0,02777416	-0,042919399	-0,039519875	-0,030027648	-0,050013149	-0,049951388	-0,059941579
5		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
func_evals		19149	22825	19262	23713	22125					

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		-5,22%	-17,45%	-3,95%	-21,13%	-13,89%	-2,86%	-14,97%	-9,46%	-8,25%	10,55%
		-55,03%	11,89%	-54,58%	-14,07%	-77,96%	-35,24%	-33,28%	-93,03%	-89,83%	-82,30%
		-9900,00%	-9306,30%	-9900,00%	-9829,97%	49,98%	-9900,00%	-9899,46%	-7887,16%	-6224,12%	-405,29%
		-26,42%	-149,81%	-4,07%	-199,21%	-557,96%	-15,35%	31,43%	-83,54%	-74,51%	-6,49%
		-257,14%	-257,14%	-257,14%	-257,14%	-257,14%	-257,14%	-129,78%	-257,14%	-257,14%	-257,14%
		-117,13%	-13,51%	-119,95%	-38,87%	-114,60%	-97,60%	-50,14%	-150,07%	-149,76%	-199,71%
		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

theta_data		theta_x1	theta_x2	theta_x3	theta_x4	theta_x5	theta_x6	theta_x7	theta_x8	theta_x9	theta_x10
66666,66667		63356,44468	56762,96072	64130,88823	55037,30583	58537,04755	64814,1737	57986,47145	60904,98139	61585,33371	74528,10825
2500000		1612610,408	2837340,425	1617237,191	2191558,23	1404822,599	1848596,244	1875755,017	1295108,411	1316987,293	1371349,285
-2380952,381		-633564,8279	-567629,6412	-641308,8862	-550374,9306	-585370,5685	-648141,7375	-901277,788	-609049,9988	-615853,3439	-745281,4233
-89285714,29		-16126113,78	-28373405,94	-16172372,01	-21915656,85	-14048228,22	-18485962,46	-29154668,16	-12951088,04	-13169873,08	-13713499,12
-133928,5714		-30579,32292	-106318,6076	-25246,37591	-98360,54225	-138647,7532	-31986,28309	-29988,89592	-35656,38487	-34474,70246	-21904,29855
66666,66667		63356,44468	56762,96072	64130,88823	55037,30583	58537,04755	64814,1737	57986,47145	60904,98139	61585,33371	74528,10825
-3333333,333		-1458922,148	-2500445,522	-1457867,061	-1981601,099	-1363883,222	-1640039,935	-1931102,675	-1217779,369	-1232905,351	-1243345,768
-5000		-2766,497378	-9369,473891	-2275,84796	-8893,70371	-13460,72554	-2837,763073	-1986,358988	-3352,738375	-3227,369381	-1985,97139
0,066666667		6,335644151	5,33929522	6,413088798	5,465189052	0,029281734	6,481417367	5,798335989	4,864580356	3,894730492	0,376580119
-2,380952381		-63,35647962	-53,3929554	-64,13088837	-54,65207643	-0,292817383	-64,81417373	-90,12294254	-48,64581833	-38,94730535	-3,765802914

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		4,97%	14,86%	3,80%	17,44%	12,19%	2,78%	13,02%	8,64%	7,62%	-11,79%
		35,50%	-13,49%	35,31%	12,34%	43,81%	26,06%	24,97%	48,20%	47,32%	45,15%
		73,39%	76,16%	73,07%	76,88%	75,41%	72,78%	62,15%	74,42%	74,13%	68,70%
		81,94%	68,22%	81,89%	75,45%	84,27%	79,30%	67,35%	85,49%	85,25%	84,64%
		77,17%	20,62%	81,15%	26,56%	-3,52%	76,12%	77,61%	73,38%	74,26%	83,64%
		4,97%	14,86%	3,80%	17,44%	12,19%	2,78%	13,02%	8,64%	7,62%	-11,79%
		56,23%	24,99%	56,26%	40,55%	59,08%	50,80%	42,07%	63,47%	63,01%	62,70%
		44,67%	-87,39%	54,48%	-77,87%	-169,21%	43,24%	60,27%	32,95%	35,45%	60,28%
		-9403,47%	-7908,94%	-9519,63%	-8097,78%	56,08%	-9622,13%	-8597,50%	-7196,87%	-5742,10%	-464,87%
		-2560,97%	-2142,50%	-2593,50%	-2195,39%	87,70%	-2622,20%	-3685,16%	-1943,12%	-1535,79%	-58,16%

Αποτελέσματα αλγορίθμου GA, για την περίπτωση **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =5

data		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
1,50E-05		1,16E-05	1,13E-05	1,07E-05	1,86E-05	1,26E-05	1,33E-05	1,24E-05	1,07E-05	1,39E-05	1,66E-05
4,00E-07		5,09E-07	6,27E-07	6,13E-07	6,28E-07	6,33E-07	5,76E-07	4,66E-07	7,92E-07	4,73E-07	7,34E-07
1,00E-06		1,60E-06	7,71E-07	8,78E-07	6,54E-06	7,24E-07	2,05E-06	8,30E-06	9,55E-07	4,37E-05	5,86E-07
0,0015		1,02E-05	3,46E-05	7,90E-05	1,01E-05	0,001514834	2,57E-05	1,02E-05	0,000413605	1,05E-05	0,00497533
-0,028		-0,068742884	-0,055693428	-0,073470684	-0,023188044	-0,046060307	-0,053247541	-0,096597598	-0,092399456	-0,093156485	-0,0243965
-0,02		-0,04663251	-0,053107865	-0,060951804	-0,021114179	-0,043883777	-0,040875371	-0,044380011	-0,08037614	-0,039055511	-0,02766068
5		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		22,63%	24,74%	28,91%	-23,84%	15,73%	11,43%	17,62%	28,50%	7,54%	-10,72%
		-27,34%	-56,86%	-53,25%	-56,95%	-58,25%	-44,00%	-16,42%	-98,01%	-18,25%	-83,62%
		-59,75%	22,87%	12,17%	-553,85%	27,64%	-104,89%	-729,75%	4,53%	-4274,58%	41,43%
		99,32%	97,69%	94,73%	99,33%	-0,99%	98,28%	99,32%	72,43%	99,30%	-231,69%
		-145,51%	-98,91%	-162,40%	17,19%	-64,50%	-90,17%	-244,99%	-230,00%	-232,70%	12,87%
		-133,16%	-165,54%	-204,76%	-5,57%	-119,42%	-104,38%	-121,90%	-301,88%	-95,28%	-38,30%
		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

theta_data		theta_x1	theta_x2	theta_x3	theta_x4	theta_x5	theta_x6	theta_x7	theta_x8	theta_x9	theta_x10
66666,66667		86161,17972	88587,13921	93783,706	53832,54409	79108,81861	75271,99406	80927,1681	93243,96566	72101,19928	60211,09267
2500000		1963220,66	1593826,763	1631287,175	1592845,705	1579768,407	1736052,774	2147444,809	1262593,13	2114197,365	1361522,478
-2380952,381		-1253383,26	-1590621,066	-1276477,914	-2321564,662	-1717505,226	-1413623,847	-837776,1957	-1009139,771	-773979,3858	-2468021,721
-89285714,29		-28558892,98	-28617860,88	-22203239,11	-68692542,07	-34297825,98	-32603435,47	-22230830,32	-13664508,3	-22695117,34	-55808106,11
-133928,5714		-291,1809794	-990,7165302	-1753,806113	-691,1604041	-51955,52629	-839,2187905	-226,2059167	-5651,70569	-238,9860808	-277664,0895
66666,66667		86161,17972	88587,13921	93783,706	53832,54409	79108,81861	75271,99406	80927,1681	93243,96566	72101,19928	60211,09267
-3333333,333		-1847663,337	-1668060,637	-1538653,488	-2549592,046	-1802689,384	-1841499,971	-1823504,895	-1160095,093	-1846120,986	-2176775,055
-5000		-18,83841998	-57,74628837	-121,5363163	-25,65310609	-2730,775874	-47,40056857	-18,55475438	-479,8208539	-19,44018233	-10830,18769
0,066666667		0,137645946	0,068329209	0,082371964	0,351985959	0,057241006	0,154224875	0,671489518	0,089023098	3,154125935	0,035264904
-2,380952381		-2,002330116	-1,226881008	-1,121154162	-15,17963118	-1,242740426	-2,896375522	-6,951410102	-0,963459111	-33,85836128	-1,445490289

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		-29,24%	-32,88%	-40,68%	19,25%	-18,66%	-12,91%	-21,39%	-39,87%	-8,15%	9,68%
		21,47%	36,25%	34,75%	36,29%	36,81%	30,56%	14,10%	49,50%	15,43%	45,54%
		47,36%	33,19%	46,39%	2,49%	27,86%	40,63%	64,81%	57,62%	67,49%	-3,66%
		68,01%	67,95%	75,13%	23,06%	61,59%	63,48%	75,10%	84,70%	74,58%	37,49%
		99,78%	99,26%	98,69%	99,48%	61,21%	99,37%	99,83%	95,78%	99,82%	-107,32%
		-29,24%	-32,88%	-40,68%	19,25%	-18,66%	-12,91%	-21,39%	-39,87%	-8,15%	9,68%
		44,57%	49,96%	53,84%	23,51%	45,92%	44,76%	45,29%	65,20%	44,62%	34,70%
		99,62%	98,85%	97,57%	99,49%	45,38%	99,05%	99,63%	90,40%	99,61%	-116,60%
		-106,47%	-2,49%	-23,56%	-427,98%	14,14%	-131,34%	-907,23%	-33,53%	-4631,19%	47,10%
		15,90%	48,47%	52,91%	-537,54%	47,80%	-21,65%	-191,96%	59,53%	-1322,05%	39,29%

Αποτελέσματα αλγορίθμου ASA, για την περίπτωση **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =5

data		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
1,50E-05		1,48E-05	1,29E-05	1,84E-05	1,21E-05	1,26E-05	1,93E-05	1,72E-05	1,15E-05	1,37E-05	1,31E-05
4,00E-07		4,75E-07	4,01E-07	6,83E-07	4,53E-07	5,81E-07	5,70E-07	4,35E-07	6,31E-07	4,79E-07	4,12E-07
1,00E-06		2,00E-06	3,21E-07	6,76E-06	2,38E-06	1,06E-06	1,25E-05	2,32E-05	1,68E-06	5,62E-05	2,96E-05
0,0015		1,75E-05	0,004261455	1,43E-05	1,63E-05	0,000457613	1,47E-05	1,00E-05	0,000203697	1,03E-05	1,02E-05
-0,028		-0,03207656	-0,070676148	-0,024795911	-0,0669433	-0,048011684	-0,022984903	-0,040561755	-0,084834142	-0,099997385	-0,098047449
-0,02		-0,02491381	-0,032988348	-0,023447573	-0,03984481	-0,041776647	-0,018441947	-0,021383225	-0,060464191	-0,040791677	-0,037542034
5		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		1,22%	13,93%	-22,65%	19,03%	15,89%	-28,97%	-14,51%	23,63%	8,72%	12,88%
		-18,79%	-0,30%	-70,68%	-13,36%	-45,30%	-42,38%	-8,79%	-57,81%	-19,65%	-3,02%
		-99,75%	67,92%	-575,86%	-138,13%	-5,89%	-1150,57%	-2223,09%	-67,64%	-5523,08%	-2855,71%
		98,84%	-184,10%	99,05%	98,91%	69,49%	99,02%	99,33%	86,42%	99,31%	99,32%
		-14,56%	-152,41%	11,44%	-139,08%	-71,47%	17,91%	-44,86%	-202,98%	-257,13%	-250,17%
		-24,57%	-64,94%	-17,24%	-99,22%	-108,88%	7,79%	-6,92%	-202,32%	-103,96%	-87,71%
		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

theta_data		theta_x1	theta_x2	theta_x3	theta_x4	theta_x5	theta_x6	theta_x7	theta_x8	theta_x9	theta_x10
66666,66667		67488,66491	77457,80993	54354,67633	82331,1631	79262,72344	51689,65458	58216,60522	87295,78977	73032,75503	76526,93542
2500000		2104615,802	2492450,368	1464692,584	2205332,22	1720631,698	1755911,299	2298106,183	1584224,98	2089512,85	2426650,567
-2380952,381		-2103986,988	-1095954,043	-2192082,21	-1229864,134	-1650904,876	-2248852,444	-1435258,55	-1029017,184	-730346,6476	-780509,195
-89285714,29		-65612266,44	-35265792,58	-59069923,19	-32943285,37	-35837770,1	-76394115	-56656971,58	-18674379,75	-20895674,88	-24749757,33
-133928,5714		-1145,003962	-150283,5896	-842,7392634	-538,2203767	-16399,81266	-1122,229221	-569,0496978	-3803,909198	-214,7958541	-252,6380366
66666,66667		67488,66491	77457,80993	54354,67633	82331,1631	79262,72344	51689,65458	58216,60522	87295,78977	73032,75503	76526,93542
-3333333,333		-2708885,714	-2348035,409	-2318136,609	-2066295,807	-1897297,378	-2802830,654	-2722536,253	-1443760,149	-1790383,717	-2038433,409
-5000		-47,27294216	-10006,04734	-33,07241034	-33,75870059	-868,2270538	-41,17357028	-27,34453305	-294,0891523	-18,40414353	-20,80771166
0,066666667		0,134808693	0,024851488	0,367361826	0,196057588	0,083932067	0,646417224	1,352425956	0,146342257	4,10669019	2,261913131
-2,380952381		-4,202716665	-0,35162483	-14,81541934	-2,928711159	-1,748159196	-28,12355715	-33,34239275	-1,725039634	-41,06797575	-23,06957658

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		-1,23%	-16,19%	18,47%	-23,50%	-18,89%	22,47%	12,68%	-30,94%	-9,55%	-14,79%
		15,82%	0,30%	41,41%	11,79%	31,17%	29,76%	8,08%	36,63%	16,42%	2,93%
		11,63%	53,97%	7,93%	48,35%	30,66%	5,55%	39,72%	56,78%	69,33%	67,22%
		26,51%	60,50%	33,84%	63,10%	59,86%	14,44%	36,54%	79,08%	76,60%	72,28%
		99,15%	-12,21%	99,37%	99,60%	87,75%	99,16%	99,58%	97,16%	99,84%	99,81%
		-1,23%	-16,19%	18,47%	-23,50%	-18,89%	22,47%	12,68%	-30,94%	-9,55%	-14,79%
		18,73%	29,56%	30,46%	38,01%	43,08%	15,92%	18,32%	56,69%	46,29%	38,85%
		99,05%	-100,12%	99,34%	99,32%	82,64%	99,18%	99,45%	94,12%	99,63%	99,58%
		-102,21%	62,72%	-451,04%	-194,09%	-25,90%	-869,63%	-1928,64%	-119,51%	-6060,04%	-3292,87%
		-76,51%	85,23%	-522,25%	-23,01%	26,58%	-1081,19%	-1300,38%	27,55%	-1624,85%	-868,92%

Αποτελέσματα αλγορίθμου CRS, για την περίπτωση **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10

data		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
1,50E-05		1,58E-05	1,55E-05	2,00E-05	1,46E-05	1,18E-05	1,58E-05	1,42E-05	1,27E-05	1,53E-05	1,40E-05
4,00E-07		1,38E-07	4,03E-07	3,37E-07	2,63E-07	6,78E-07	1,38E-07	2,11E-07	8,00E-07	1,56E-07	7,99E-07
1,00E-06		3,70E-07	9,89E-05	3,21E-05	4,61E-05	8,10E-07	1,35E-05	1,64E-05	1,00E-04	9,61E-07	4,19E-06
0,0015		0,001870824	1,00E-05	2,00E-04	0,003672106	0,000531887	0,001871391	0,002967664	1,10E-05	0,00219154	1,00E-05
-0,028		-0,067738118	-0,025055122	-0,022948874	-0,070800017	-0,054452045	-0,067749935	-0,06373706	-0,024683518	-0,06376073	-0,022728705
-0,02		-0,010000582	-0,018757401	-0,011509743	-0,019501275	-0,05341727	-0,010003765	-0,01612067	-0,041921518	-0,011286111	-0,036050077
5		9	6	5	10	5	9	9	7	8	6

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		-5,01%	-3,19%	-33,19%	2,65%	21,12%	-5,01%	5,48%	15,49%	-2,27%	6,84%
		65,48%	-0,67%	15,77%	34,29%	-69,60%	65,46%	47,25%	-99,98%	61,00%	-99,64%
		62,96%	-9786,27%	-3107,47%	-4512,76%	18,97%	-1253,21%	-1539,07%	-9899,53%	3,86%	-319,49%
		-24,72%	99,33%	86,66%	-144,81%	64,54%	-24,76%	-97,84%	99,26%	-46,10%	99,33%
		-141,92%	10,52%	18,04%	-152,86%	-94,47%	-141,96%	-127,63%	11,84%	-127,72%	18,83%
		50,00%	6,21%	42,45%	2,49%	-167,09%	49,98%	19,40%	-109,61%	43,57%	-80,25%
		-80,00%	-20,00%	0,00%	-100,00%	0,00%	-80,00%	-80,00%	-40,00%	-60,00%	-20,00%

theta_data		theta_x1	theta_x2	theta_x3	theta_x4	theta_x5	theta_x6	theta_x7	theta_x8	theta_x9	theta_x10
66666,66667		63485,04322	64605,96209	50054,72464	68482,17075	84516,36337	63484,78682	70535,06969	78886,84003	65189,80517	71561,98699
2500000		7241287,163	2483476,19	2967981,112	3804500,293	1474069,847	7238992,703	4739317,363	1250113,664	6409697,124	1252266,807
-2380952,381		-937212,9789	-2578553,12	-2181140,804	-967262,0607	-1552124,683	-937045,7198	-1106657,103	-3195931,782	-1022413,097	-3148529,007
-89285714,29		-106901215,9	-99120500,23	-129330143,3	-53735866,62	-27070973,04	-106848702,9	-74357326,71	-50645684,25	-100527348,9	-55096267,34
-1,34E+05		-199993,3778	-991,2065337	-25871,506	-197323,7843	-14398,70414	-199955,6657	-220667,5893	-558,9953294	-220309,6929	-551,8768919
6,67E+04		63485,04322	64605,96209	50054,72464	68482,17075	84516,36337	63484,78682	70535,06969	78886,84003	65189,80517	71561,98699
-3,33E+06		-6348134,689	-3444291,826	-4348900,344	-3511676,577	-1582191,754	-6346089,348	-4375442,84	-1881774,405	-5776108,952	-1985071,703
-5000		-11876,24376	-34,44297148	-869,9642516	-12895,24772	-841,5475472	-11876,01239	-12984,84583	-20,76984681	-12658,57305	-19,88365554
0,066666667		0,023517727	6,387122025	1,605491187	3,158918618	0,068486871	0,8590794	1,156119545	7,888316259	0,062674435	0,300193984
-2,380952381		-0,347186007	-254,9228105	-69,95947664	-44,61748363	-1,25774653	-12,68015087	-18,13889051	-319,5782798	-0,98296295	-13,20770294

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		4,77%	3,09%	24,92%	-2,72%	-26,77%	4,77%	-5,80%	-18,33%	2,22%	-7,34%
		-189,65%	0,66%	-18,72%	-52,18%	41,04%	-189,56%	-89,57%	50,00%	-156,39%	49,91%
		60,64%	-8,30%	8,39%	59,37%	34,81%	60,64%	53,52%	-34,23%	57,06%	-32,24%
		-19,73%	-11,01%	-44,85%	39,82%	69,68%	-19,67%	16,72%	43,28%	-12,59%	38,29%
		-49,33%	99,26%	80,68%	-47,34%	89,25%	-49,30%	-64,77%	99,58%	-64,50%	99,59%
		4,77%	3,09%	24,92%	-2,72%	-26,77%	4,77%	-5,80%	-18,33%	2,22%	-7,34%
		-90,44%	-3,33%	-30,47%	-5,35%	52,53%	-90,38%	-31,26%	43,55%	-73,28%	40,45%
		-137,52%	99,31%	82,60%	-157,90%	83,17%	-137,52%	-159,70%	99,58%	-153,17%	99,60%
		64,72%	-9480,68%	-2308,24%	-4638,38%	-2,73%	-1188,62%	-1634,18%	-11732,47%	5,99%	-350,29%
		85,42%	-10606,76%	-2838,30%	-1773,93%	47,17%	-432,57%	-661,83%	-13322,29%	58,72%	-454,72%

Αποτελέσματα αλγορίθμου SCE, για την περίπτωση **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10

data		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
1,50E-05		1,58E-05	1,58E-05	1,55E-05	1,53E-05	1,58E-05	1,48E-05	1,58E-05	1,55E-05	1,56E-05	1,08E-05
4,00E-07		1,38E-07	1,38E-07	4,11E-07	3,72E-07	1,38E-07	3,04E-07	1,38E-07	4,09E-07	4,38E-07	7,33E-07
1,00E-06		5,06E-05	3,25E-07	9,89E-05	9,99E-05	9,76E-05	9,88E-05	1,72E-06	1,00E-04	8,44E-05	3,96E-05
0,0015		0,001873112	0,001870771	1,03E-05	1,02E-05	0,00186955	1,01E-05	0,001870669	1,07E-05	1,00E-05	0,00044083
-0,028		-0,067794207	-0,067934472	-0,024958254	-0,025613117	-0,068028279	-0,026738996	-0,068032307	-0,025068038	-0,024614547	-0,042278584
-0,02		-0,010012301	-0,010011407	-0,018979668	-0,017972204	-0,010020296	-0,016046629	-0,010024519	-0,018974756	-0,019834106	-0,058256019
5		10	7	6	6	10	6	10	6	6	7

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		-5,02%	-5,06%	-3,47%	-1,92%	-5,03%	1,28%	-5,06%	-3,35%	-3,83%	28,13%
		65,43%	65,44%	-2,68%	7,01%	65,44%	23,88%	65,41%	-2,28%	-9,49%	-83,15%
		-4961,51%	67,54%	-9790,10%	-9888,55%	-9659,67%	-9775,16%	-71,99%	-9896,56%	-8338,23%	-3856,12%
		-24,87%	-24,72%	99,31%	99,32%	-24,64%	99,32%	-24,71%	99,29%	99,33%	70,61%
		-142,12%	-142,62%	10,86%	8,52%	-142,96%	4,50%	-142,97%	10,47%	12,09%	-50,99%
		49,94%	49,94%	5,10%	10,14%	49,90%	19,77%	49,88%	5,13%	0,83%	-191,28%
		-100,00%	-40,00%	-20,00%	-20,00%	-100,00%	-20,00%	-100,00%	-20,00%	-20,00%	-40,00%

theta_data		theta_x1	theta_x2	theta_x3	theta_x4	theta_x5	theta_x6	theta_x7	theta_x8	theta_x9	theta_x10
66666,66667		63479,22204	63458,20145	64431,46001	65407,63294	63475,63785	67533,20883	63456,45919	64502,8227	64205,45528	92764,22511
2500000		7232361,795	7234591,175	2434784,119	2688510,383	7233042,928	3284453,46	7227772,435	2444194,29	2283227,164	1365009,089
-2380952,381		-936351,7111	-934108,9965	-2581569,157	-2553677,155	-933077,2241	-2525644,904	-932740,0779	-2573110,11	-2608435,378	-2194118,521
-89285714,29		-106681117,4	-106493669	-97554262,87	-104966152,1	-106324061,4	-122833836,7	-106240296,3	-97502415,79	-92759259,87	-32286064,16
-133928,5714		-199825,6698	-199225,2932	-1005,236291	-1070,101255	-198778,1479	-1246,343751	-198740,4212	-1038,512569	-928,0563794	-14232,6614
66666,66667		63479,22204	63458,20145	64431,46001	65407,63294	63475,63785	67533,20883	63456,45919	64502,8227	64205,45528	92764,22511
-3333333,333		-6340122,92	-6338589,6	-3394762,314	-3639377,429	-6334707,006	-4208560,515	-6330125,334	-3399401,964	-3237123,656	-1592354,354
-5000		-11875,75964	-11858,05112	-34,98092421	-37,10245902	-11843,05142	-42,70250966	-11841,56878	-36,20753024	-32,38742163	-701,9573596
0,066666667		3,21300905	0,020600781	6,372335282	6,533272026	6,195013909	6,669010682	0,109139491	6,448060375	5,417802205	3,669866093
-2,380952381		-47,3935632	-0,30324489	-255,3197494	-255,0752377	-91,06527445	-249,4114101	-1,604230347	-257,2223764	-220,1057042	-86,80200967

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		4,78%	4,81%	3,35%	1,89%	4,79%	-1,30%	4,82%	3,25%	3,69%	-39,15%
		-189,29%	-189,38%	2,61%	-7,54%	-189,32%	-31,38%	-189,11%	2,23%	8,67%	45,40%
		60,67%	60,77%	-8,43%	-7,25%	60,81%	-6,08%	60,82%	-8,07%	-9,55%	7,85%
		-19,48%	-19,27%	-9,26%	-17,56%	-19,08%	-37,57%	-18,99%	-9,20%	-3,89%	63,84%
		-49,20%	-48,75%	99,25%	99,20%	-48,42%	99,07%	-48,39%	99,22%	99,31%	89,37%
		4,78%	4,81%	3,35%	1,89%	4,79%	-1,30%	4,82%	3,25%	3,69%	-39,15%
		-90,20%	-90,16%	-1,84%	-9,18%	-90,04%	-26,26%	-89,90%	-1,98%	2,89%	52,23%
		-137,52%	-137,16%	99,30%	99,26%	-136,86%	99,15%	-136,83%	99,28%	99,35%	85,96%
		-4719,51%	69,10%	-9458,50%	-9699,91%	-9192,52%	-9903,52%	-63,71%	-9572,09%	-8026,70%	-5404,80%
		-1890,53%	87,26%	-10623,43%	-10613,16%	-3724,74%	-10375,28%	32,62%	-10703,34%	-9144,44%	-3545,68%

Αποτελέσματα αλγορίθμου DE, για την περίπτωση **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10

data		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
1,50E-05		1,47E-05	1,39E-05	1,45E-05	1,42E-05	1,34E-05	1,35E-05	1,28E-05	1,58E-05	1,39E-05	1,41E-05
4,00E-07		7,03E-07	6,88E-07	7,64E-07	7,03E-07	5,99E-07	7,50E-07	5,79E-07	7,04E-07	6,98E-07	6,91E-07
1,00E-06		9,64E-05	9,87E-05	9,99E-05	6,66E-05	9,07E-05	1,00E-04	9,19E-05	9,95E-05	1,00E-04	9,60E-05
0,0015		0,009862905	0,009492784	0,009999999	0,009715163	0,008466255	0,01	0,003878971	0,009858565	0,009224847	0,009829917
-0,028		-0,09104989	-0,087744894	-0,099999984	-0,089679357	-0,077289725	-0,092817147	-0,1	-0,099999965	-0,097567202	-0,083653203
-0,02		-0,048846764	-0,050628599	-0,054870781	-0,050694579	-0,045202999	-0,057248472	-0,051065983	-0,046284505	-0,052507315	-0,049098734
5		10	10	10	10	10	10	6	10	10	10
func_evals		24898	28939	14084	33361	33306	21864	24463	19488	27170	32324

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		2,01%	7,46%	3,12%	5,57%	10,81%	10,24%	14,73%	-5,30%	7,03%	5,79%
		-75,77%	-72,04%	-91,07%	-75,64%	-49,83%	-87,39%	-44,76%	-76,04%	-74,53%	-72,70%
		-9538,78%	-9770,92%	-9887,93%	-6563,86%	-8973,94%	-9897,70%	-9094,39%	-9847,37%	-9897,37%	-9504,39%
		-557,53%	-532,85%	-566,67%	-547,68%	-464,42%	-566,67%	-158,60%	-557,24%	-514,99%	-555,33%
		-225,18%	-213,37%	-257,14%	-220,28%	-176,03%	-231,49%	-257,14%	-257,14%	-248,45%	-198,76%
		-144,23%	-153,14%	-174,35%	-153,47%	-126,01%	-186,24%	-155,33%	-131,42%	-162,54%	-145,49%
		-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-20,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%

theta_data		theta_x1	theta_x2	theta_x3	theta_x4	theta_x5	theta_x6	theta_x7	theta_x8	theta_x9	theta_x10
66666,66667		68033,67127	72037,70259	68816,48163	70600,15387	74745,33997	74270,98899	78186,80371	63313,59908	71704,38719	70767,4149
2500000		1422329,266	1453143,445	1308443,277	1423400,514	1668594,792	1334095,325	1726994,904	1420130,87	1432382,549	1447591,725
-2380952,381		-747213,1112	-820990,2496	-688164,9246	-787250,8917	-967079,9056	-800186,0787	-781868,0372	-633136,2144	-734923,0692	-845961,8062
-89285714,29		-15621427,68	-16561002,87	-13084434,83	-15872108,8	-21588830,75	-14373371,37	-17269949,04	-14201313,71	-14680984,26	-17304677,75
-133928,5714		-154072,6643	-157210,0174	-130844,3308	-154200,1241	-182776,5441	-143733,7118	-66989,62957	-140004,5755	-135429,8342	-170103,5442
66666,66667		68033,67127	72037,70259	68816,48163	70600,15387	74745,33997	74270,98899	78186,80371	63313,59908	71704,38719	70767,4149
-3333333,333		-1392797,921	-1422865,801	-1254155,322	-1392656,884	-1653548,246	-1297344,469	-1531093,684	-1367922,15	-1365607,583	-1441328,702
-5000		-13737,03421	-13506,95722	-12541,55155	-13529,88862	-13999,36094	-12973,44451	-5939,067827	-13485,74954	-12597,52107	-14168,14136
0,066666667		6,5576137	7,110780831	6,873339398	4,704697218	6,782344538	7,425389791	7,188800245	6,298040622	7,168550755	6,796778068
-2,380952381		-72,02220376	-81,03925471	-68,73340481	-52,46131739	-87,75221463	-80,00019416	-71,88800245	-62,98042846	-73,47295652	-81,24946572

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		-2,05%	-8,06%	-3,22%	-5,90%	-12,12%	-11,41%	-17,28%	5,03%	-7,56%	-6,15%
		43,11%	41,87%	47,66%	43,06%	33,26%	46,64%	30,92%	43,19%	42,70%	42,10%
		68,62%	65,52%	71,10%	66,94%	59,38%	66,39%	67,16%	73,41%	69,13%	64,47%
		82,50%	81,45%	85,35%	82,22%	75,82%	83,90%	80,66%	84,09%	83,56%	80,62%
		-15,04%	-17,38%	2,30%	-15,14%	-36,47%	-7,32%	49,98%	-4,54%	-1,12%	-27,01%
		-2,05%	-8,06%	-3,22%	-5,90%	-12,12%	-11,41%	-17,28%	5,03%	-7,56%	-6,15%
		58,22%	57,31%	62,38%	58,22%	50,39%	61,08%	54,07%	58,96%	59,03%	56,76%
		-174,74%	-170,14%	-150,83%	-170,60%	-179,99%	-159,47%	-18,78%	-169,71%	-151,95%	-183,36%
		-9736,42%	-10566,17%	-10210,01%	-6957,05%	-10073,52%	-11038,08%	-10683,20%	-9347,06%	-10652,83%	-10095,17%
		-2924,93%	-3303,65%	-2786,80%	-2103,38%	-3585,59%	-3260,01%	-2919,30%	-2545,18%	-2985,86%	-3312,48%

Αποτελέσματα αλγορίθμου GA, για την περίπτωση **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10

data	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
1,50E-05	1,13E-05	1,42E-05	1,30E-05	1,23E-05	1,22E-05	1,69E-05	1,57E-05	1,54E-05	1,34E-05	1,16E-05
4,00E-07	3,84E-07	6,83E-07	4,62E-07	7,01E-07	6,92E-07	5,61E-07	2,04E-07	6,81E-07	4,62E-07	5,78E-07
1,00E-06	6,64E-06	1,20E-07	1,47E-07	5,99E-05	6,85E-07	5,45E-07	1,09E-07	1,51E-07	1,59E-07	9,35E-07
0,0015	1,01E-05	6,04E-03	6,17E-03	2,37E-05	0,00086344	1,76E-03	3,26E-03	0,006307403	5,31E-03	7,78E-05
-0,028	-0,045181249	-0,073680312	-0,0793166	-0,024944895	-0,045130456	-0,03896891	-0,054087693	-0,064373774	-0,04833874	-0,055024077
-0,02	-0,032969301	-0,046848271	-0,037564007	-0,038948969	-0,048593032	-0,025820025	-0,013186036	-0,040853882	-0,031488074	-0,047847814
5	6	4	10	7	5	4	10	4	5	5

	error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
	24,53%	5,25%	13,17%	17,72%	18,65%	-12,50%	-4,96%	-2,76%	10,91%	22,41%
	3,94%	-70,75%	-15,56%	-75,16%	-72,95%	-40,21%	48,96%	-70,24%	-15,46%	-44,57%
	-563,78%	87,99%	85,34%	-5893,98%	31,53%	45,51%	89,10%	84,88%	84,12%	6,49%
	99,32%	-302,75%	-311,63%	98,42%	42,44%	-17,30%	-117,53%	-320,49%	-253,68%	94,81%
	-61,36%	-163,14%	-183,27%	10,91%	-61,18%	-39,17%	-93,17%	-129,91%	-72,64%	-96,51%
	-64,85%	-134,24%	-87,82%	-94,74%	-142,97%	-29,10%	34,07%	-104,27%	-57,44%	-139,24%
	-20,00%	20,00%	-100,00%	-40,00%	0,00%	20,00%	-100,00%	20,00%	0,00%	0,00%

theta_data	theta_x1	theta_x2	theta_x3	theta_x4	theta_x5	theta_x6	theta_x7	theta_x8	theta_x9	theta_x10
66666,66667	88340,61928	70361,53454	76780,52731	81027,61038	81953,6481	59258,68998	63513,67896	64876,07112	74826,71186	85923,88019
2500000	2602616,94	1464137,042	2163441,075	1427284,507	1445525,318	1783023,184	4898412,5	1468557,878	2165252,332	1729292,107
-2380952,381	-1955249,602	-954957,0627	-968025,9473	-3248264,258	-1815927,754	-1520665,826	-1174272,297	-1007802,825	-1547965,708	-1561568,779
-89285714,29	-57603917,4	-19871482,6	-27276018,67	-57217499,43	-32029929,16	-45755017,92	-90564272	-22812984,08	-44793313,46	-31427916,87
-133928,5714	-584,0496784	-120048,4338	-168414,4905	-1354,38407	-27655,93189	-80504,86976	-295511,2715	-143890,6903	-237640,4243	-2445,500503
66666,66667	88340,61928	70361,53454	76780,52731	81027,61038	81953,6481	59258,68998	63513,67896	64876,07112	74826,71186	85923,88019
-3333333,333	-2679481,091	-1501902,491	-2043991,94	-2080353,13	-1686530,877	-2295067,107	-4816737,75	-1588002,611	-2376350,886	-1795774,404
-5000	-27,16742437	-9073,356297	-12620,5318	-49,24362595	-1456,218739	-4038,116188	-15717,01804	-10016,17286	-12607,17257	-139,7345941
0,066666667	0,586383194	0,00844902	0,011252287	4,856778263	0,056113908	0,032291962	0,006921946	0,009810076	0,011886178	0,080349129
-2,380952381	-12,97846355	-0,114671344	-0,141865468	-194,7002901	-1,243371159	-0,828659604	-0,127976361	-0,152392436	-0,245893421	-1,460254013

	error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
	-32,51%	-5,54%	-15,17%	-21,54%	-22,93%	11,11%	4,73%	2,69%	-12,24%	-28,89%
	-4,10%	41,43%	13,46%	42,91%	42,18%	28,68%	-95,94%	41,26%	13,39%	30,83%
	17,88%	59,89%	59,34%	-36,43%	23,73%	36,13%	50,68%	57,67%	34,99%	34,41%
	35,48%	77,74%	69,45%	35,92%	64,13%	48,75%	-1,43%	74,45%	49,83%	64,80%
	99,56%	10,36%	-25,75%	98,99%	79,35%	39,89%	-120,65%	-7,44%	-77,44%	98,17%
	-32,51%	-5,54%	-15,17%	-21,54%	-22,93%	11,11%	4,73%	2,69%	-12,24%	-28,89%
	19,62%	54,94%	38,68%	37,59%	49,40%	31,15%	-44,50%	52,36%	28,71%	46,13%
	99,46%	-81,47%	-152,41%	99,02%	70,88%	19,24%	-214,34%	-100,32%	-152,14%	97,21%
	-779,57%	87,33%	83,12%	-7185,17%	15,83%	51,56%	89,62%	85,28%	82,17%	-20,52%
	-445,10%	95,18%	94,04%	-8077,41%	47,78%	65,20%	94,62%	93,60%	89,67%	38,67%

Αποτελέσματα αλγορίθμου ASA, για την περίπτωση **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10

data		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
1,50E-05		1,24E-05	1,35E-05	1,28E-05	1,36E-05	1,34E-05	1,41E-05	1,41E-05	1,00E-05	1,18E-05	1,70E-05
4,00E-07		6,62E-07	5,95E-07	6,49E-07	5,61E-07	6,72E-07	5,19E-07	7,80E-07	7,93E-07	6,22E-07	5,49E-07
1,00E-06		1,04E-07	1,60E-07	1,84E-07	5,62E-07	1,80E-06	1,49E-05	9,90E-05	1,00E-04	4,01E-05	4,65E-07
0,0015		0,007032941	0,008473904	0,009616226	0,008133387	0,009638458	0,007201925	0,001792853	1,00E-05	1,04E-05	0,002601549
-0,028		-0,061106003	-0,076258159	-0,067458377	-0,07304488	-0,077121747	-0,082334897	-0,019943793	-0,060214643	-0,070068217	-0,039589628
-0,02		-0,050537988	-0,044416518	-0,04884594	-0,041352072	-0,049754421	-0,038227013	-0,033351774	-0,076880597	-0,054861369	-0,025153887
5		5	10	10	10	10	10	7	7	6	4

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		17,49%	10,26%	14,78%	9,60%	10,81%	5,68%	6,15%	33,15%	21,42%	-13,63%
		-65,55%	-48,68%	-62,34%	-40,21%	-67,93%	-29,75%	-94,95%	-98,32%	-55,46%	-37,17%
		89,59%	84,01%	81,60%	43,78%	-79,63%	-1385,95%	-9799,98%	-9899,96%	-3906,85%	53,45%
		-368,86%	-464,93%	-541,08%	-442,23%	-542,56%	-380,13%	-19,52%	99,33%	99,31%	-73,44%
		-118,24%	-172,35%	-140,92%	-160,87%	-175,43%	-194,05%	28,77%	-115,05%	-150,24%	-41,39%
		-152,69%	-122,08%	-144,23%	-106,76%	-148,77%	-91,14%	-66,76%	-284,40%	-174,31%	-25,77%
		0,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-40,00%	-40,00%	-20,00%	20,00%

theta_data		theta_x1	theta_x2	theta_x3	theta_x4	theta_x5	theta_x6	theta_x7	theta_x8	theta_x9	theta_x10
66666,66667		80796,21863	74292,40974	78233,10063	73748,84793	74749,30252	70679,9192	71038,32287	99724,48405	84838,4977	58668,53117
2500000		1510159,95	1681505,101	1539979,85	1782979,841	1488718,365	1926854,483	1282355,133	1260618,172	1608112,457	1822616,747
-2380952,381		-1322230,473	-974222,4418	-1159724,019	-1009637,472	-969237,6736	-858444,2574	-3561926,48	-1656150,038	-1210798,58	-1481916,702
-89285714,29		-24713774,22	-22050166,51	-22828593,08	-24409374,64	-19303483,45	-23402646,53	-64298459,21	-20935408,72	-22950669,02	-46037733,43
-133928,5714		-173810,5041	-186851,0032	-219524,904	-198530,8883	-186055,8231	-168544,1035	-115277,7166	-210,1901499	-239,1060515	-119769,4063
66666,66667		80796,21863	74292,40974	78233,10063	73748,84793	74749,30252	70679,9192	71038,32287	99724,48405	84838,4977	58668,53117
-3333333,333		-1598722,502	-1672630,201	-1601629,549	-1783437,799	-1502365,031	-1848952,208	-2129971,328	-1297134,621	-1546415,98	-2332384,258
-5000		-11243,72027	-14173,70843	-15401,63127	-14505,38966	-14480,48292	-13316,015	-3818,726515	-13,02314772	-16,11096473	-6067,811274
0,066666667		0,008413584	0,011877462	0,014392742	0,041463611	0,134270163	1,050267156	7,032781275	9,972412205	3,399354001	0,027307421
-2,380952381		-0,137688331	-0,155753329	-0,213357371	-0,567645687	-1,741015576	-12,75603904	-352,6300853	-165,6144026	-48,51492082	-0,689761994

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		-21,19%	-11,44%	-17,35%	-10,62%	-12,12%	-6,02%	-6,56%	-49,59%	-27,26%	12,00%
		39,59%	32,74%	38,40%	28,68%	40,45%	22,93%	48,71%	49,58%	35,68%	27,10%
		44,47%	59,08%	51,29%	57,60%	59,29%	63,95%	-49,60%	30,44%	49,15%	37,76%
		72,32%	75,30%	74,43%	72,66%	78,38%	73,79%	27,99%	76,55%	74,30%	48,44%
		-29,78%	-39,52%	-63,91%	-48,24%	-38,92%	-25,85%	13,93%	99,84%	99,82%	10,57%
		-21,19%	-11,44%	-17,35%	-10,62%	-12,12%	-6,02%	-6,56%	-49,59%	-27,26%	12,00%
		52,04%	49,82%	51,95%	46,50%	54,93%	44,53%	36,10%	61,09%	53,61%	30,03%
		-124,87%	-183,47%	-208,03%	-190,11%	-189,61%	-166,32%	23,63%	99,74%	99,68%	-21,36%
		87,38%	82,18%	78,41%	37,80%	-101,41%	-1475,40%	-10449,17%	-14858,62%	-4999,03%	59,04%
		94,22%	93,46%	91,04%	76,16%	26,88%	-435,75%	-14710,46%	-6855,80%	-1937,63%	71,03%

Αποτελέσματα αλγορίθμου CRS, για την περίπτωση **X**=(th1,th2,…,th10) και n =5

theta_data		theta_x1	theta_x2	theta_x3	theta_x4	theta_x5	theta_x6	theta_x7	theta_x8	theta_x9	theta_x10
66666,66667		50041,60848	50029,19056	50244,3172	50566,18056	74382,17069	50244,3172	63993,14968	55623,92819	64194,15183	64244,18335
2500000		4761285,47	7277910,511	5190590,764	5115462,233	6703025,271	5190590,764	2499025,161	7009217,999	3570510,805	7972824,23
-2380952,381		-3271878,248	-6240442,424	-2520459,874	-1935130,742	-1056417,102	-2520459,874	-2180341,221	-3355340,523	-2882994,477	-2785426,192
-89285714,29		-313722810,9	-871504994,5	-270761961,9	-193513497,7	-98345469,24	-270761961,9	-87381894,91	-439720948,9	-166754180,6	-359494280,8
-133928,5714		-315438,1855	-789635,5828	-324941,7819	-42159,9163	-122303,6487	-324941,7819	-25319,43213	-588143,0286	-33873,31835	-441962,1047
66666,66667		50133,09314	50000,16145	50000,2975	50000,00129	50020,35931	50000,2975	93599,58816	51645,55816	88482,82218	50000,07563
-3333333,333		-7256207,686	-7958844,405	-7408824,513	-6463916,124	-5478511,55	-7408824,513	-3487803,975	-9977401,048	-5196461,621	-9637200,15
-5000		-7015,418287	-6933,843825	-8592,136636	-1354,100385	-6557,324756	-8592,136636	-1052,710713	-12834,31894	-1099,521566	-12341,60306
0,066666667		0,380630269	2,634402077	0,388090475	7,829689087	0,938562314	0,388090475	0,108051197	0,097308107	0,058198793	0,03798492
-2,380952381		-24,25929271	-327,6687019	-19,51551847	-288,1192486	-13,49897588	-19,51551847	-3,668909692	-5,913632324	-2,718047973	-1,711457038

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		24,94%	24,96%	24,63%	24,15%	-11,57%	24,63%	4,01%	16,56%	3,71%	3,63%
		-90,45%	-191,12%	-107,62%	-104,62%	-168,12%	-107,62%	0,04%	-180,37%	-42,82%	-218,91%
		-37,42%	-162,10%	-5,86%	18,72%	55,63%	-5,86%	8,43%	-40,92%	-21,09%	-16,99%
		-251,37%	-876,09%	-203,25%	-116,74%	-10,15%	-203,25%	2,13%	-392,49%	-86,76%	-302,63%
		-135,53%	-489,59%	-142,62%	68,52%	8,68%	-142,62%	81,09%	-339,15%	74,71%	-230,00%
		24,80%	25,00%	25,00%	25,00%	24,97%	25,00%	-40,40%	22,53%	-32,72%	25,00%
		-117,69%	-138,77%	-122,26%	-93,92%	-64,36%	-122,26%	-4,63%	-199,32%	-55,89%	-189,12%
		-40,31%	-38,68%	-71,84%	72,92%	-31,15%	-71,84%	78,95%	-156,69%	78,01%	-146,83%
		-470,95%	-3851,60%	-482,14%	-11644,53%	-1307,84%	-482,14%	-62,08%	-45,96%	12,70%	43,02%
		-918,89%	-13662,09%	-719,65%	-12001,01%	-466,96%	-719,65%	-54,09%	-148,37%	-14,16%	28,12%

data		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
1,50E-05		1,99834E-05	1,99883E-05	1,99027E-05	1,97761E-05	1,34441E-05	1,99027E-05	1,56267E-05	1,79779E-05	1,55777E-05	1,55656E-05
4,00E-07		2,10027E-07	1,37402E-07	1,92656E-07	1,95486E-07	1,49186E-07	1,92656E-07	4,00156E-07	1,42669E-07	2,80072E-07	1,25426E-07
1,00E-06		7,61E-06	8,71E-04	1,16E-03	2,09E-04	1,20E-03	1,16E-03	3,02E-04	1,29E-03	2,12E-04	1,28E-03
0,0015		0,001005468	0,00090606	0,001200101	0,000217866	0,001243612	0,001200101	0,000289756	0,001337537	0,000203133	0,0012294
-0,028		-0,015294459	-0,00801693	-0,019934583	-0,026130627	-0,070409851	-0,019934583	-0,029350062	-0,01657773	-0,022266484	-0,0230644
-0,02		-0,006908994	-0,006282339	-0,006748749	-0,007735249	-0,009130283	-0,006748749	-0,026836253	-0,005176254	-0,017027514	-0,005188237
5		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		-33,22%	-33,26%	-32,68%	-31,84%	10,37%	-32,68%	-4,18%	-19,85%	-3,85%	-3,77%
		47,49%	65,65%	51,84%	51,13%	62,70%	51,84%	-0,04%	64,33%	29,98%	68,64%
		-660,63%	-87021,24%	-115871,66%	-20848,61%	-119591,72%	-115871,66%	-30082,62%	-128533,89%	-21059,04%	-127962,12%
		32,97%	39,60%	19,99%	85,48%	17,09%	19,99%	80,68%	10,83%	86,46%	18,04%
		45,38%	71,37%	28,81%	6,68%	-151,46%	28,81%	-4,82%	40,79%	20,48%	17,63%
		65,46%	68,59%	66,26%	61,32%	54,35%	66,26%	-34,18%	74,12%	14,86%	74,06%
		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Αποτελέσματα αλγορίθμου SCE, για την περίπτωση **X**=(th1,th2,…,th10) και n =5

theta_data	theta_x1	theta_x2	theta_x3	theta_x4	theta_x5	theta_x6	theta_x7	theta_x8	theta_x9	theta_x10
66666,66667	77507,22899	73801,38465	63145,43181	72482,38795	56932,53917	59015,61578	81102,15638	68126,51034	72511,68013	72605,1827
2500000	8778207,699	7820280,278	8447225,904	6888635,518	7363583,219	7542151,318	6924811,123	4969674,31	6991965,809	7052508,554
-2380952,381	-2160132,87	-3888486,014	-626221,5453	-1554780,057	-2595932,518	-1930050,124	-960202,8279	-1296200,826	-690709,5708	-858977,613
-89285714,29	-242347611,4	-409698982,9	-81847922,69	-142931174,9	-344843770	-247939004,7	-83756132,59	-96770698,91	-66323667,75	-85784335,78
-133928,5714	-72812,74286	-8296,049673	-79890,66071	-9155,618341	-3073,209595	-5493,52729	-5905,981504	-188347,8709	-53076,85402	-109619,7149
66666,66667	77507,22899	73801,38465	63145,43181	72482,38795	56932,53917	59015,61578	81102,15638	68126,51034	72511,68013	72605,1827
-3333333,333	-8397008,231	-9952629,772	-6410374,074	-6487678,097	-9298376,266	-8067365,973	-5402664,51	-4856298,699	-5341148,813	-5660438,794
-5000	-2562,879411	-207,5337467	-6150,265008	-417,2976925	-84,6685221	-173,3001754	-371,3501826	-9717,700781	-4379,117232	-7513,181253
0,066666667	0,096439958	0,090853757	8,755355686	4,765547019	1,180460557	0,966785324	6,785811099	0,163193193	8,247506756	0,083195784
-2,380952381	-2,590163507	-4,697849596	-86,86427634	-99,65354649	-53,98919826	-31,78114992	-80,78295674	-3,13127392	-75,92622665	-0,979353935

	error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
	-16,26%	-10,70%	5,28%	-8,72%	14,60%	11,48%	-21,65%	-2,19%	-8,77%	-8,91%
	-251,13%	-212,81%	-237,89%	-175,55%	-194,54%	-201,69%	-176,99%	-98,79%	-179,68%	-182,10%
	9,27%	-63,32%	73,70%	34,70%	-9,03%	18,94%	59,67%	45,56%	70,99%	63,92%
	-171,43%	-358,86%	8,33%	-60,08%	-286,23%	-177,69%	6,19%	-8,38%	25,72%	3,92%
	45,63%	93,81%	40,35%	93,16%	97,71%	95,90%	95,59%	-40,63%	60,37%	18,15%
	-16,26%	-10,70%	5,28%	-8,72%	14,60%	11,48%	-21,65%	-2,19%	-8,77%	-8,91%
	-151,91%	-198,58%	-92,31%	-94,63%	-178,95%	-142,02%	-62,08%	-45,69%	-60,23%	-69,81%
	48,74%	95,85%	-23,01%	91,65%	98,31%	96,53%	92,57%	-94,35%	12,42%	-50,26%
	-44,66%	-36,28%	-13033,03%	-7048,32%	-1670,69%	-1350,18%	-10078,72%	-144,79%	-12271,26%	-24,79%
	-8,79%	-97,31%	-3548,30%	-4085,45%	-2167,55%	-1234,81%	-3292,88%	-31,51%	-3088,90%	58,87%

data	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
1,50E-05	1,2902E-05	1,35499E-05	1,58365E-05	1,37965E-05	1,75646E-05	1,69447E-05	1,23301E-05	1,46786E-05	1,37909E-05	1,37731E-05
4,00E-07	1,13918E-07	1,27873E-07	1,18382E-07	1,45167E-07	1,35803E-07	1,32588E-07	1,44408E-07	2,0122E-07	1,43021E-07	1,41794E-07
1,00E-06	1,24427E-06	1,23106E-06	0,000138654	6,57477E-05	2,07344E-05	1,63819E-05	8,36699E-05	2,39544E-06	0,00011374	1,14587E-06
0,0015	0,000300448	2,02491E-05	0,000976087	6,40561E-05	8,91189E-06	2,21568E-05	7,0514E-05	0,001946332	0,00080027	0,001277852
-0,028	-0,035880769	-0,018979465	-0,10083561	-0,046619062	-0,02193144	-0,030577245	-0,084463568	-0,052558607	-0,104981432	-0,084525116
-0,02	-0,009230339	-0,007415265	-0,009850507	-0,011172316	-0,006122847	-0,007315351	-0,015011511	-0,014028484	-0,013576046	-0,012826776
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

	error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
	13,99%	9,67%	-5,58%	8,02%	-17,10%	-12,96%	17,80%	2,14%	8,06%	8,18%
	71,52%	68,03%	70,40%	63,71%	66,05%	66,85%	63,90%	49,69%	64,24%	64,55%
	-24,43%	-23,11%	-13765,38%	-6474,77%	-1973,44%	-1538,19%	-8266,99%	-139,54%	-11274,04%	-14,59%
	79,97%	98,65%	34,93%	95,73%	99,41%	98,52%	95,30%	-29,76%	46,65%	14,81%
	-28,15%	32,22%	-260,13%	-66,50%	21,67%	-9,20%	-201,66%	-87,71%	-274,93%	-201,88%
	53,85%	62,92%	50,75%	44,14%	69,39%	63,42%	24,94%	29,86%	32,12%	35,87%
	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Αποτελέσματα αλγορίθμου CRS, για την περίπτωση **X**=(th1,th2,…,th10) και n =1 έως 10

data_theta		theta_x1	theta_x2	theta_x3	theta_x4	theta_x5	theta_x6	theta_x7	theta_x8	theta_x9	theta_x10
66666,66667		91878,16006	89796,83377	58137,1618	65440,73241	53916,02105	70427,13327	64867,51083	64217,61915	78168,81425	87198,21501
2500000		3738852,16	8495610,842	9184363,476	5973692,837	5566926,997	6062122,807	8135328,781	7646700,698	6576956,03	3774592,52
-2380952,381		-3723525,701	-3148351,235	-618836,8675	-947844,4389	-3257803,549	-7806361,746	-1560447,733	-540779,6167	-505771,0081	-9802759,174
-89285714,29		-157569776,6	-309611001,8	-101262385	-83069553,42	-349824582,8	-698819754,1	-195276982	-66958892,66	-40852307,12	-441306398,9
-133928,5714		-59617,97306	-663787,4207	-131952,9825	-184087,0405	-1488124,282	-627984,9574	-373522,7367	-25093,93031	-14615,3623	-147336,2112
66666,66667		86669,39908	53026,88756	99999,80161	51253,23858	98157,19262	50214,76587	51473,14511	51148,14974	50348,53082	50000,11676
-3333333,333		-4629997,959	-8864613,557	-7733974,192	-5104501,33	-9032881,197	-9175007,125	-7954374,72	-5604613,726	-4333973,433	-5898540,813
-5000		-1824,770902	-18280,30233	-10497,86517	-10876,81469	-38541,21841	-8588,460269	-15848,96093	-2019,761314	-1615,122068	-1894,005638
0,066666667		1,097828092	1,536953402	1,696545971	7,020955715	0,182958767	0,714823928	0,436051661	8,438896791	0,007741433	2,297206175
-2,380952381		-44,42268169	-53,96652943	-18,59480029	-101,5145008	-11,0459128	-82,39109276	-10,85316793	-73,52860502	-0,050008685	-260,3411352

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		-37,82%	-34,70%	12,79%	1,84%	19,13%	-5,64%	2,70%	3,67%	-17,25%	-30,80%
		-49,55%	-239,82%	-267,37%	-138,95%	-122,68%	-142,48%	-225,41%	-205,87%	-163,08%	-50,98%
		-56,39%	-32,23%	74,01%	60,19%	-36,83%	-227,87%	34,46%	77,29%	78,76%	-311,72%
		-76,48%	-246,76%	-13,41%	6,96%	-291,80%	-682,68%	-118,71%	25,01%	54,25%	-394,26%
		55,49%	-395,63%	1,48%	-37,45%	-1011,13%	-368,90%	-178,90%	81,26%	89,09%	-10,01%
		-30,00%	20,46%	-50,00%	23,12%	-47,24%	24,68%	22,79%	23,28%	24,48%	25,00%
		-38,90%	-165,94%	-132,02%	-53,14%	-170,99%	-175,25%	-138,63%	-68,14%	-30,02%	-76,96%
		63,50%	-265,61%	-109,96%	-117,54%	-670,82%	-71,77%	-216,98%	59,60%	67,70%	62,12%
		-1546,74%	-2205,43%	-2444,82%	-10431,43%	-174,44%	-972,24%	-554,08%	-12558,35%	88,39%	-3345,81%
		-1765,75%	-2166,59%	-680,98%	-4163,61%	-363,93%	-3360,43%	-355,83%	-2988,20%	97,90%	-10834,33%

data		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
1,50E-05		1,0884E-05	1,11363E-05	1,72007E-05	1,5281E-05	1,85474E-05	1,41991E-05	1,5416E-05	1,55721E-05	1,27928E-05	1,14681E-05
4,00E-07		2,67462E-07	1,17708E-07	1,08881E-07	1,67401E-07	1,79632E-07	1,64959E-07	1,22921E-07	1,30775E-07	1,52046E-07	2,64929E-07
1,00E-06		1,19487E-05	1,71159E-05	2,91818E-05	0,000107287	3,3934E-06	1,01498E-05	6,72219E-06	0,000131411	9,90348E-08	2,63446E-05
0,0015		0,000378359	0,00214394	0,00130308	0,002216059	0,004253916	0,000898637	0,001912784	0,000374766	0,000357761	0,000333864
-0,028		-0,023728232	-0,027439628	-0,090698668	-0,071911941	-0,015913481	-0,008674802	-0,041660459	-0,114199928	-0,160993503	-0,008553224
-0,02		-0,018719101	-0,005981861	-0,012929937	-0,010040792	-0,010866654	-0,005472995	-0,006471049	-0,009126079	-0,011617176	-0,008476693
5		7	10	6	7	10	7	8	4	6	8

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		27,44%	25,76%	-14,67%	-1,87%	-23,65%	5,34%	-2,77%	-3,81%	14,71%	23,55%
		33,13%	70,57%	72,78%	58,15%	55,09%	58,76%	69,27%	67,31%	61,99%	33,77%
		-1094,87%	-1611,59%	-2818,18%	-10628,72%	-239,34%	-914,98%	-572,22%	-13041,09%	90,10%	-2534,46%
		74,78%	-42,93%	13,13%	-47,74%	-183,59%	40,09%	-27,52%	75,02%	76,15%	77,74%
		15,26%	2,00%	-223,92%	-156,83%	43,17%	69,02%	-48,79%	-307,86%	-474,98%	69,45%
		6,40%	70,09%	35,35%	49,80%	45,67%	72,64%	67,64%	54,37%	41,91%	57,62%
		-40,00%	-100,00%	-20,00%	-40,00%	-100,00%	-40,00%	-60,00%	20,00%	-20,00%	-60,00%

Αποτελέσματα αλγορίθμου SCE, για την περίπτωση **X**=(th1,th2,…,th10) και n =1 έως 10

theta_data		theta_x1	theta_x2	theta_x3	theta_x4	theta_x5	theta_x6	theta_x7	theta_x8	theta_x9	theta_x10
66666,66667		54294,20253	68125,83573	66492,15834	83056,7174	66851,43459	68578,25496	74516,97218	72673,8926	74599,41867	71347,01196
2500000		6325020,01	7489087,645	8171863,775	7088847,668	5675962,884	6090382,273	8855745,858	3236667,642	4160729,102	2210205,578
-2380952,381		-608434,3715	-663019,4692	-793420,0466	-701243,639	-695911,3114	-3259753,897	-790714,48	-1465053,868	-1961896,822	-830054,7379
-89285714,29		-73603048,94	-70706749,13	-95638397,5	-60337563,34	-61448991,84	-294156332,3	-90965806,36	-63268964,26	-112157765,3	-25971846,94
-133928,5714		-2738,580797	-92840,61594	-127032,0432	-8229,162867	-3858,069032	-941,3622976	-101098,0883	-1477,454258	-218160,8842	-7129,272178
66666,66667		54294,20253	68125,83573	66492,15834	83056,7174	66851,43459	68578,25496	74516,97218	72673,8926	74599,41867	71347,01196
-3333333,333		-5158156,217	-5897776,925	-6670148,726	-5147091,54	-4531209,184	-7477984,778	-6705660,338	-3225785,565	-4876887,541	-1929270,757
-5000		-192,3362148	-8010,6119	-9108,001806	-704,2523046	-288,2183343	-23,9658486	-7723,700975	-74,04336111	-9240,423844	-515,4872192
0,066666667		0,094925973	0,090770101	0,012294822	0,526394563	0,685555386	1,318853113	0,071076715	0,338384942	0,017523276	0,745829434
-2,380952381		-1,098769744	-0,881214738	-0,143050375	-4,557094329	-7,194609908	-64,51668016	-0,747069206	-6,763009412	-0,457738481	-8,639217092

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		18,56%	-2,19%	0,26%	-24,59%	-0,28%	-2,87%	-11,78%	-9,01%	-11,90%	-7,02%
		-153,00%	-199,56%	-226,87%	-183,55%	-127,04%	-143,62%	-254,23%	-29,47%	-66,43%	11,59%
		74,45%	72,15%	66,68%	70,55%	70,77%	-36,91%	66,79%	38,47%	17,60%	65,14%
		17,56%	20,81%	-7,12%	32,42%	31,18%	-229,46%	-1,88%	29,14%	-25,62%	70,91%
		97,96%	30,68%	5,15%	93,86%	97,12%	99,30%	24,51%	98,90%	-62,89%	94,68%
		18,56%	-2,19%	0,26%	-24,59%	-0,28%	-2,87%	-11,78%	-9,01%	-11,90%	-7,02%
		-54,74%	-76,93%	-100,10%	-54,41%	-35,94%	-124,34%	-101,17%	3,23%	-46,31%	42,12%
		96,15%	-60,21%	-82,16%	85,91%	94,24%	99,52%	-54,47%	98,52%	-84,81%	89,69%
		-42,39%	-36,16%	81,56%	-689,59%	-928,33%	-1878,28%	-6,62%	-407,58%	73,72%	-1018,74%
		53,85%	62,99%	93,99%	-91,40%	-202,17%	-2609,70%	68,62%	-184,05%	80,77%	-262,85%

data		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
1,50E-05		1,84182E-05	1,46787E-05	1,50394E-05	1,204E-05	1,49585E-05	1,45819E-05	1,34198E-05	1,37601E-05	1,34049E-05	1,4016E-05
4,00E-07		1,58102E-07	1,33528E-07	1,22371E-07	1,41067E-07	1,76182E-07	1,64193E-07	1,12921E-07	3,0896E-07	2,40342E-07	4,52447E-07
1,00E-06		1,74836E-06	1,33239E-06	1,84906E-07	6,33777E-06	1,02549E-05	1,92314E-05	9,53833E-07	4,65621E-06	2,34898E-07	1,04535E-05
0,0015		3,72074E-05	0,001313038	0,001328254	0,000136385	6,27849E-05	3,20021E-06	0,001111386	2,3352E-05	0,001945125	0,0002745
-0,028		-0,089235923	-0,102750883	-0,083804485	-0,118442026	-0,096063153	-0,021037863	-0,09424005	-0,049604929	-0,038024129	-0,085954587
-0,02		-0,010525893	-0,011551104	-0,009968617	-0,016136631	-0,014753553	-0,009170687	-0,011112548	-0,022529053	-0,015296522	-0,036981337
5		3	5	7	4	4	6	10	5	4	5

		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10
		-22,79%	2,14%	-0,26%	19,73%	0,28%	2,79%	10,53%	8,27%	10,63%	6,56%
		60,47%	66,62%	69,41%	64,73%	55,95%	58,95%	71,77%	22,76%	39,91%	-13,11%
		-74,84%	-33,24%	81,51%	-533,78%	-925,49%	-1823,14%	4,62%	-365,62%	76,51%	-945,35%
		97,52%	12,46%	11,45%	90,91%	95,81%	99,79%	25,91%	98,44%	-29,68%	81,70%
		-218,70%	-266,97%	-199,30%	-323,01%	-243,08%	24,86%	-236,57%	-77,16%	-35,80%	-206,98%
		47,37%	42,24%	50,16%	19,32%	26,23%	54,15%	44,44%	-12,65%	23,52%	-84,91%
		40,00%	0,00%	-40,00%	20,00%	20,00%	-20,00%	-100,00%	0,00%	20,00%	0,00%

Συγκεντρωτικά CRS: parameters 5 layers(a), parameters unknown layers(b), thetas 5 layers(c), thetas unknown layers(d)

(a)

CRSparam,5layers	xinit	Mean	Relative Error	Standard Deviation (10runs)	Standard Error (10runs)	Confidence	relative standard deviation	coefficient of dispersion	Root Mean Square Deviation	NRMSD
a	1,50E-05	1,51E-05	-0,95%	1,03E-06	3,25E-07	6,38E-07	6,80%	7,77E-08	1,04E-06	10,39%
b	4,00E-07	3,94E-07	1,49%	2,20E-07	6,96E-08	1,36E-07	55,82%	1,36E-07	2,20E-07	31,43%
Kv	1,00E-06	2,78E-05	-2679,99%	4,16E-05	1,32E-05	2,58E-05	149,78%	6,93E-05	4,95E-05	49,57%
Kp	1,50E-03	1,89E-03	-25,68%	1,80E-03	5,68E-04	1,11E-03	95,35%	1,90E-03	1,84E-03	18,40%
be	-2,80E-02	-3,48E-02	-24,45%	1,31E-02	4,14E-03	8,12E-03	-37,61%	-5,48E-03	1,48E-02	16,43%
bi	-2,00E-02	-1,85E-02	7,37%	6,49E-03	2,05E-03	4,02E-03	-35,05%	-2,53E-03	6,66E-03	7,40%
n	5,00E+00	5,00E+00	0,00%	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00%	0,00E+00	0,00E+00	0,00%
th(1)	6,67E+04	6,63E+04	0,49%	4,38E+03	1,38E+03	2,71E+03	6,60%	3,21E+02	4,39E+03	8,78%
th(2)	2,50E+06	4,00E+06	-60,08%	2,86E+06	9,05E+05	1,77E+06	71,53%	2,27E+06	3,23E+06	36,94%
th(3)	-2,38E+06	-2,10E+06	11,77%	5,24E+05	1,66E+05	3,25E+05	-24,95%	-1,45E+05	5,94E+05	6,26%
th(4)	-8,93E+07	-1,02E+08	-14,51%	3,77E+07	1,19E+07	2,34E+07	-36,86%	-1,54E+07	3,99E+07	4,04%
th(5)	-1,34E+05	-1,30E+05	2,61%	1,09E+05	3,44E+04	6,75E+04	-83,47%	-1,01E+05	1,09E+05	1,09%
th(6)	6,67E+04	6,63E+04	0,49%	4,38E+03	1,38E+03	2,71E+03	6,60%	3,21E+02	4,39E+03	8,78%
th(7)	-3,33E+06	-4,27E+06	-27,95%	2,00E+06	6,33E+05	1,24E+06	-46,92%	-1,04E+06	2,21E+06	23,24%
th(8)	-5,00E+03	-4,96E+03	0,79%	4,20E+03	1,33E+03	2,60E+03	-84,71%	-3,95E+03	4,20E+03	4,20%
th(9)	6,67E-02	1,98E+00	-2875,90%	2,98E+00	9,42E-01	1,85E+00	150,16%	4,97E+00	3,54E+00	35,44%
th(10)	-2,38E+00	-3,71E+01	-1458,84%	5,38E+01	1,70E+01	3,34E+01	-145,02%	-8,67E+01	6,41E+01	6,41%

(b)

CRSparam,unknov	xinit	Mean	Relative Error	Standard Deviation (10runs)	Standard Error (10runs)	Confidence	relative standard deviation	coefficient of dispersion	Root Mean Square Deviation	NRMSD
a	1,50E-05	1,50E-05	0,29%	2,09E-06	6,60E-07	1,29E-06	13,95%	3,24E-07	2,09E-06	20,88%
b	4,00E-07	3,92E-07	1,94%	2,55E-07	8,07E-08	1,58E-07	65,04%	1,84E-07	2,55E-07	36,46%
Kv	1,00E-06	3,13E-05	-3033,20%	3,69E-05	1,17E-05	2,28E-05	117,63%	4,82E-05	4,77E-05	47,78%
Kp	1,50E-03	1,33E-03	11,09%	1,29E-03	4,08E-04	7,99E-04	96,70%	1,39E-03	1,30E-03	13,02%
be	-2,80E-02	-4,84E-02	-72,73%	2,04E-02	6,46E-03	1,27E-02	-42,23%	-9,58E-03	2,88E-02	32,05%
bi	-2,00E-02	-2,29E-02	-14,28%	1,46E-02	4,62E-03	9,06E-03	-63,97%	-1,04E-02	1,49E-02	16,55%
n	5,00E+00	7,40E+00	-48,00%	1,74E+00	5,51E-01	1,08E+00	23,56%	4,56E-01	2,97E+00	0,00%
th(1)	6,67E+04	6,81E+04	-2,12%	8,90E+03	2,82E+03	5,52E+03	13,08%	1,29E+03	9,02E+03	18,03%
th(2)	2,50E+06	3,89E+06	-55,45%	2,28E+06	7,22E+05	1,41E+06	58,74%	1,49E+06	2,67E+06	30,52%
th(3)	-2,38E+06	-1,76E+06	25,97%	8,85E+05	2,80E+05	5,49E+05	-50,21%	-4,94E+05	1,08E+06	11,36%
th(4)	-8,93E+07	-8,04E+07	9,99%	3,11E+07	9,83E+06	1,93E+07	-38,69%	-1,34E+07	3,23E+07	3,28%
th(5)	-1,34E+05	-1,08E+05	19,31%	1,00E+05	3,17E+04	6,21E+04	-92,66%	-1,03E+05	1,03E+05	1,03%
th(6)	6,67E+04	6,81E+04	-2,12%	8,90E+03	2,82E+03	5,52E+03	13,08%	1,29E+03	9,02E+03	18,03%
th(7)	-3,33E+06	-3,96E+06	-18,80%	1,71E+06	5,42E+05	1,06E+06	-43,27%	-8,24E+05	1,82E+06	19,20%
th(8)	-5,00E+03	-6,41E+03	-28,16%	6,07E+03	1,92E+03	3,76E+03	-94,68%	-6,38E+03	6,23E+03	6,23%
th(9)	6,67E-02	2,15E+00	-3126,49%	2,67E+00	8,45E-01	1,66E+00	124,30%	3,69E+00	3,39E+00	33,92%
th(10)	-2,38E+00	-7,36E+01	-2989,91%	1,10E+02	3,47E+01	6,80E+01	-149,24%	-1,82E+02	1,31E+02	13,09%

(c)

CRSthetas,5layers	xinit	Mean	Relative Error	Standard Deviation (10runs)	Standard Error (10runs)	Confidence	relative standard deviation	coefficient of dispersion	Root Mean Square Deviation	NRMSD
a	1,50E-05	1,78E-05	-18,50%	2,26E-06	7,13E-07	1,40E-06	12,69%	3,50E-07	3,65E-06	36,46%
b	4,00E-07	2,03E-07	49,36%	7,87E-08	2,49E-08	4,88E-08	38,87%	3,40E-08	2,13E-07	30,36%
Kv	1,00E-06	7,69E-04	-76750,32%	4,95E-04	1,57E-04	3,07E-04	64,41%	3,54E-04	9,13E-04	914,18%
Kp	1,50E-03	8,83E-04	41,11%	4,39E-04	1,39E-04	2,72E-04	49,73%	2,43E-04	7,57E-04	7,58%
be	-2,80E-02	-2,51E-02	10,36%	1,61E-02	5,10E-03	9,99E-03	-64,22%	-1,15E-02	1,64E-02	18,20%
bi	-2,00E-02	-9,78E-03	51,11%	6,55E-03	2,07E-03	4,06E-03	-67,00%	-4,88E-03	1,21E-02	13,49%
n	5,00E+00	5,00E+00	0,00%	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00%	0,00E+00	0,00E+00	0,00%
th(1)	6,67E+04	5,74E+04	13,97%	8,28E+03	2,62E+03	5,13E+03	14,44%	1,33E+03	1,25E+04	24,92%
th(2)	2,50E+06	5,53E+06	-121,16%	1,63E+06	5,16E+05	1,01E+06	29,50%	5,35E+05	3,44E+06	39,32%
th(3)	-2,38E+06	-2,87E+06	-20,75%	1,29E+06	4,08E+05	8,00E+05	-44,88%	-6,43E+05	1,38E+06	14,54%
th(4)	-8,93E+07	-3,07E+08	-244,06%	2,16E+08	6,83E+07	1,34E+08	-70,27%	-1,69E+08	3,07E+08	31,06%
th(5)	-1,34E+05	-3,01E+05	-124,65%	2,43E+05	7,67E+04	1,50E+05	-80,64%	-2,17E+05	2,95E+05	2,95%
th(6)	6,67E+04	5,84E+04	12,42%	1,64E+04	5,18E+03	1,01E+04	28,04%	5,10E+03	1,83E+04	36,69%
th(7)	-3,33E+06	-7,03E+06	-110,82%	1,88E+06	5,94E+05	1,16E+06	-26,74%	-5,58E+05	4,14E+06	43,63%
th(8)	-5,00E+03	-6,64E+03	-32,75%	4,11E+03	1,30E+03	2,54E+03	-61,86%	-2,82E+03	4,42E+03	4,42%
th(9)	6,67E-02	1,29E+00	-1829,15%	2,30E+00	7,28E-01	1,43E+00	179,10%	4,58E+00	2,61E+00	26,08%
th(10)	-2,38E+00	-7,07E+01	-2867,68%	1,19E+02	3,77E+01	7,39E+01	-168,67%	-2,23E+02	1,37E+02	13,74%

(d)

CRSthetas,unkno	xinit	Mean	Relative Error	Standard Deviation (10runs)	Standard Error (10runs)	Confidence	relative standard deviation	coefficient of dispersion	Root Mean Square Deviation	NRMSD
a	1,50E-05	1,42E-05	5,00%	2,38E-06	7,52E-07	1,47E-06	16,69%	4,85E-07	2,61E-06	26,05%
b	4,00E-07	1,68E-07	58,08%	5,40E-08	1,71E-08	3,35E-08	32,19%	1,93E-08	2,39E-07	34,07%
Kv	1,00E-06	3,44E-05	-3336,54%	4,37E-05	1,38E-05	2,71E-05	127,21%	6,18E-05	5,50E-05	55,05%
Kp	1,50E-03	1,42E-03	5,51%	1,19E-03	3,77E-04	7,39E-04	84,09%	1,11E-03	1,19E-03	11,96%
be	-2,80E-02	-5,64E-02	-101,35%	4,90E-02	1,55E-02	3,04E-02	-86,95%	-4,74E-02	5,66E-02	62,93%
bi	-2,00E-02	-9,97E-03	50,15%	3,74E-03	1,18E-03	2,32E-03	-37,55%	-1,56E-03	1,07E-02	11,90%
n	5,00E+00	7,30E+00	-46,00%	1,73E+00	5,49E-01	1,08E+00	23,77%	4,58E-01	2,88E+00	0,00%
th(1)	6,67E+04	7,24E+04	-8,61%	1,29E+04	4,07E+03	7,97E+03	17,77%	2,54E+03	1,41E+04	28,18%
th(2)	2,50E+06	6,52E+06	-160,62%	1,78E+06	5,62E+05	1,10E+06	27,27%	5,38E+05	4,39E+06	50,18%
th(3)	-2,38E+06	-3,19E+06	-34,03%	3,06E+06	9,69E+05	1,90E+06	-96,00%	-3,27E+06	3,17E+06	33,36%
th(4)	-8,93E+07	-2,44E+08	-173,79%	1,97E+08	6,25E+07	1,22E+08	-80,79%	-1,77E+08	2,51E+08	25,43%
th(5)	-1,34E+05	-3,72E+05	-177,47%	4,34E+05	1,37E+05	2,69E+05	-116,85%	-5,64E+05	4,95E+05	4,95%
th(6)	6,67E+04	6,42E+04	3,66%	2,04E+04	6,44E+03	1,26E+04	31,73%	7,19E+03	2,05E+04	41,05%
th(7)	-3,33E+06	-6,83E+06	-105,00%	1,82E+06	5,74E+05	1,13E+06	-26,58%	-5,36E+05	3,94E+06	41,51%
th(8)	-5,00E+03	-1,10E+04	-119,97%	1,08E+04	3,43E+03	6,72E+03	-98,64%	-1,19E+04	1,24E+04	12,40%
th(9)	6,67E-02	2,34E+00	-3414,49%	2,79E+00	8,84E-01	1,73E+00	119,25%	3,70E+00	3,60E+00	36,06%
th(10)	-2,38E+00	-6,57E+01	-2658,18%	7,25E+01	2,29E+01	4,50E+01	-110,46%	-8,90E+01	9,63E+01	9,63%

Συγκεντρωτικά SCE: parameters 5 layers(a), parameters unknown layers(b), thetas 5 layers(c), thetas unknown layers(d)

(a)

SCEparam,5layers	xinit	Mean	Relative Error	Standard Deviation (10runs)	Standard Error (10runs)	Confidence	relative standard deviation	coefficient of dispersion	Root Mean Square Deviation	NRMSD
a	1,50E-05	1,48E-05	1,04%	3,46E-07	1,09E-07	2,14E-07	2,33%	8,96E-09	3,79E-07	3,79%
b	4,00E-07	3,59E-07	10,30%	8,29E-08	2,62E-08	5,14E-08	23,11%	2,13E-08	9,26E-08	13,23%
Kv	1,00E-06	1,09E-05	-991,09%	2,96E-05	9,35E-06	1,83E-05	270,94%	8,90E-05	3,12E-05	31,21%
Kp	1,50E-03	1,23E-03	18,09%	4,60E-04	1,45E-04	2,85E-04	37,43%	1,91E-04	5,34E-04	5,34%
be	-2,80E-02	-3,09E-02	-10,43%	8,09E-03	2,56E-03	5,01E-03	-26,16%	-2,35E-03	8,60E-03	9,56%
bi	-2,00E-02	-1,86E-02	7,14%	2,92E-03	9,25E-04	1,81E-03	-15,74%	-5,11E-04	3,25E-03	3,62%
n	5,00E+00	5,00E+00	0,00%	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00%	0,00E+00	0,00E+00	0,00%
th(1)	6,67E+04	6,74E+04	-1,11%	1,60E+03	5,07E+02	9,94E+02	2,38%	4,24E+01	1,76E+03	3,53%
th(2)	2,50E+06	3,17E+06	-26,91%	1,70E+06	5,39E+05	1,06E+06	53,74%	1,02E+06	1,83E+06	20,95%
th(3)	-2,38E+06	-2,26E+06	4,89%	3,24E+05	1,02E+05	2,01E+05	-14,29%	-5,14E+04	3,44E+05	3,62%
th(4)	-8,93E+07	-9,80E+07	-9,80%	1,78E+07	5,62E+06	1,10E+07	-18,14%	-3,59E+06	1,98E+07	2,01%
th(5)	-1,34E+05	-1,13E+05	15,94%	3,98E+04	1,26E+04	2,47E+04	-35,38%	-1,57E+04	4,52E+04	0,45%
th(6)	6,67E+04	6,74E+04	-1,11%	1,60E+03	5,07E+02	9,94E+02	2,38%	4,24E+01	1,76E+03	3,53%
th(7)	-3,33E+06	-3,81E+06	-14,16%	1,12E+06	3,55E+05	6,96E+05	-29,50%	-3,68E+05	1,22E+06	12,82%
th(8)	-5,00E+03	-4,19E+03	16,14%	1,48E+03	4,67E+02	9,16E+02	-35,26%	-5,79E+02	1,68E+03	1,68%
th(9)	6,67E-02	7,75E-01	-1063,05%	2,11E+00	6,68E-01	1,31E+00	272,61%	6,40E+00	2,23E+00	22,30%
th(10)	-2,38E+00	-1,52E+01	-537,05%	3,80E+01	1,20E+01	2,35E+01	-250,44%	-1,06E+02	4,01E+01	4,01%

(b)

SCEparam,unknown_lay	xinit	Mean	Relative Error	Standard Deviation (10runs)	Standard Error (10runs)	Confidence	relative standard deviation	coefficient of dispersion	Root Mean Square Deviation	NRMSD
a	1,50E-05	1,50E-05	-0,33%	1,45E-06	4,59E-07	8,99E-07	9,64%	1,55E-07	1,45E-06	14,52%
b	4,00E-07	3,22E-07	19,50%	1,83E-07	5,79E-08	1,13E-07	56,87%	1,16E-07	1,99E-07	28,43%
Kv	1,00E-06	6,72E-05	-6617,03%	3,89E-05	1,23E-05	2,41E-05	57,97%	2,51E-05	7,68E-05	76,85%
Kp	1,50E-03	7,98E-04	46,83%	8,85E-04	2,80E-04	5,49E-04	110,98%	1,09E-03	1,13E-03	11,31%
be	-2,80E-02	-4,41E-02	-57,52%	2,01E-02	6,35E-03	1,24E-02	-45,51%	-1,02E-02	2,57E-02	28,60%
bi	-2,00E-02	-1,90E-02	4,93%	1,37E-02	4,33E-03	8,49E-03	-72,00%	-1,10E-02	1,37E-02	15,25%
n	5,00E+00	7,40E+00	-48,00%	1,74E+00	5,51E-01	1,08E+00	23,56%	4,56E-01	2,97E+00	32,96%
th(1)	6,67E+04	6,73E+04	-0,91%	8,58E+03	2,71E+03	5,32E+03	12,76%	1,22E+03	8,60E+03	17,21%
th(2)	2,50E+06	4,34E+06	-73,71%	2,40E+06	7,59E+05	1,49E+06	55,26%	1,47E+06	3,03E+06	34,58%
th(3)	-2,38E+06	-1,88E+06	21,15%	7,78E+05	2,46E+05	4,82E+05	-41,44%	-3,58E+05	9,27E+05	9,76%
th(4)	-8,93E+07	-9,74E+07	-9,05%	2,30E+07	7,27E+06	1,43E+07	-23,63%	-6,04E+06	2,44E+07	2,47%
th(5)	-1,34E+05	-8,16E+04	39,07%	9,60E+04	3,04E+04	5,95E+04	-117,68%	-1,26E+05	1,09E+05	1,09%
th(6)	6,67E+04	6,73E+04	-0,91%	8,58E+03	2,71E+03	5,32E+03	12,76%	1,22E+03	8,60E+03	17,21%
th(7)	-3,33E+06	-4,48E+06	-34,45%	1,64E+06	5,18E+05	1,01E+06	-36,52%	-6,64E+05	2,00E+06	21,04%
th(8)	-5,00E+03	-4,83E+03	3,39%	5,74E+03	1,81E+03	3,56E+03	-118,80%	-7,57E+03	5,74E+03	5,74%
th(9)	6,67E-02	4,46E+00	-6597,22%	2,48E+00	7,84E-01	1,54E+00	55,56%	1,53E+00	5,05E+00	50,52%
th(10)	-2,38E+00	-1,46E+02	-6050,07%	1,05E+02	3,33E+01	6,52E+01	-71,86%	-8,40E+01	1,78E+02	17,84%

(c)

SCEthetas,5layers	xinit	Mean	Relative Error	Standard Deviation (10runs)	Standard Error (10runs)	Confidence	relative standard deviation	coefficient of dispersion	Root Mean Square Deviation	NRMSD
a	1,50E-05	1,45E-05	3,22%	1,56E-06	4,94E-07	9,69E-07	10,77%	2,06E-07	1,71E-06	17,09%
b	4,00E-07	1,40E-07	64,90%	2,27E-08	7,19E-09	1,41E-08	16,20%	4,09E-09	2,61E-07	37,23%
Kv	1,00E-06	4,45E-05	-4349,45%	4,94E-05	1,56E-05	3,06E-05	111,01%	6,09E-05	6,58E-05	65,88%
Kp	1,50E-03	5,49E-04	63,42%	6,41E-04	2,03E-04	3,97E-04	116,76%	8,31E-04	1,15E-03	11,48%
be	-2,80E-02	-5,81E-02	-107,63%	3,11E-02	9,83E-03	1,93E-02	-53,49%	-1,85E-02	4,33E-02	48,11%
bi	-2,00E-02	-1,07E-02	46,73%	2,98E-03	9,42E-04	1,85E-03	-27,96%	-9,25E-04	9,81E-03	10,90%
n	5,00E+00	5,00E+00	0,00%	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00%	0,00E+00	0,00E+00	0,00%
th(1)	6,67E+04	6,97E+04	-4,58%	7,45E+03	2,35E+03	4,62E+03	10,68%	8,84E+02	8,05E+03	16,10%
th(2)	2,50E+06	7,28E+06	-191,12%	9,86E+05	3,12E+05	6,11E+05	13,55%	1,48E+05	4,88E+06	55,76%
th(3)	-2,38E+06	-1,66E+06	30,44%	9,72E+05	3,07E+05	6,02E+05	-58,69%	-6,34E+05	1,21E+06	12,76%
th(4)	-8,93E+07	-1,80E+08	-101,85%	1,17E+08	3,71E+07	7,27E+07	-65,05%	-8,47E+07	1,48E+08	15,02%
th(5)	-1,34E+05	-5,36E+04	60,00%	5,79E+04	1,83E+04	3,59E+04	-108,09%	-6,95E+04	9,90E+04	0,99%
th(6)	6,67E+04	6,97E+04	-4,58%	7,45E+03	2,35E+03	4,62E+03	10,68%	8,84E+02	8,05E+03	16,10%
th(7)	-3,33E+06	-6,99E+06	-109,62%	1,71E+06	5,42E+05	1,06E+06	-24,54%	-4,67E+05	4,04E+06	42,49%
th(8)	-5,00E+03	-3,16E+03	36,85%	3,39E+03	1,07E+03	2,10E+03	-107,45%	-4,05E+03	3,86E+03	3,86%
th(9)	6,67E-02	3,11E+00	-4570,27%	3,45E+00	1,09E+00	2,14E+00	110,74%	4,24E+00	4,60E+00	46,03%
th(10)	-2,38E+00	-4,40E+01	-1749,66%	3,79E+01	1,20E+01	2,35E+01	-85,98%	-3,62E+01	5,63E+01	5,63%

(d)

SCEthetas,unknown_laye	xinit	Mean	Relative Error	Standard Deviation (10runs)	Standard Error (10runs)	Confidence	relative standard deviation	coefficient of dispersion	Root Mean Square Deviation	NRMSD
a	1,50E-05	1,44E-05	3,79%	1,67E-06	5,28E-07	1,03E-06	11,56%	1,93E-07	1,68E-06	16,81%
b	4,00E-07	2,01E-07	49,75%	1,07E-07	3,37E-08	6,61E-08	53,05%	5,66E-08	2,23E-07	31,89%
Kv	1,00E-06	5,54E-06	-453,88%	6,19E-06	1,96E-06	3,84E-06	111,81%	6,92E-06	7,42E-06	7,43%
Kp	1,50E-03	6,24E-04	58,43%	7,24E-04	2,29E-04	4,49E-04	116,13%	8,41E-04	1,11E-03	11,15%
be	-2,80E-02	-7,79E-02	-178,27%	3,11E-02	9,84E-03	1,93E-02	-39,93%	-1,24E-02	5,80E-02	64,43%
bi	-2,00E-02	-1,58E-02	20,99%	8,44E-03	2,67E-03	5,23E-03	-53,41%	-4,51E-03	9,04E-03	10,05%
n	5,00E+00	5,30E+00	-6,00%	2,00E+00	6,33E-01	1,24E+00	37,79%	7,57E-01	1,92E+00	0,00%
th(1)	6,67E+04	7,01E+04	-5,08%	7,42E+03	2,35E+03	4,60E+03	10,59%	7,86E+02	7,81E+03	15,62%
th(2)	2,50E+06	5,93E+06	-137,22%	2,16E+06	6,82E+05	1,34E+06	36,35%	7,84E+05	3,99E+06	45,64%
th(3)	-2,38E+06	-1,18E+06	50,57%	8,50E+05	2,69E+05	5,27E+05	-72,20%	-6,14E+05	1,45E+06	15,25%
th(4)	-8,93E+07	-9,48E+07	-6,20%	7,39E+07	2,34E+07	4,58E+07	-77,91%	-5,76E+07	7,03E+07	7,12%
th(5)	-1,34E+05	-5,64E+04	57,92%	7,52E+04	2,38E+04	4,66E+04	-133,54%	-1,00E+05	1,05E+05	1,05%
th(6)	6,67E+04	7,01E+04	-5,08%	7,42E+03	2,35E+03	4,60E+03	10,59%	7,86E+02	7,81E+03	15,62%
th(7)	-3,33E+06	-5,16E+06	-54,86%	1,67E+06	5,30E+05	1,04E+06	-32,44%	-5,43E+05	2,42E+06	25,50%
th(8)	-5,00E+03	-3,59E+03	28,24%	4,27E+03	1,35E+03	2,65E+03	-119,08%	-5,09E+03	4,29E+03	4,29%
th(9)	6,67E-02	3,90E-01	-485,24%	4,29E-01	1,36E-01	2,66E-01	110,00%	4,72E-01	5,20E-01	5,20%
th(10)	-2,38E+00	-9,50E+00	-298,99%	1,96E+01	6,20E+00	1,21E+01	-206,26%	-4,04E+01	1,99E+01	1,99%

Συγκεντρωτικά DE: parameters 5 layers(a), parameters unknown layers(b)

(a)

DEparam,5layers	xinit	Mean	Relative Error	Standard Deviation (10runs)	Standard Error (10runs)	Confidence	relative standard deviation	coefficient of dispersion	Root Mean Square Deviation	NRMSD
a	1,50E-05	1,63E-05	-8,66%	1,29E-06	4,07E-07	7,98E-07	7,90%	1,13E-07	1,83E-06	18,30%
b	4,00E-07	6,09E-07	-52,34%	1,32E-07	4,17E-08	8,17E-08	21,64%	3,17E-08	2,47E-07	35,35%
Kv	1,00E-06	7,42E-05	-7320,23%	3,75E-05	1,19E-05	2,32E-05	50,52%	2,10E-05	8,22E-05	82,32%
Kp	1,50E-03	3,13E-03	-108,59%	2,46E-03	7,79E-04	1,53E-03	78,78%	2,16E-03	2,95E-03	29,57%
be	-2,80E-02	-9,64E-02	-244,41%	1,07E-02	3,38E-03	6,63E-03	-11,09%	-1,32E-03	6,93E-02	76,96%
bi	-2,00E-02	-4,10E-02	-105,13%	1,08E-02	3,42E-03	6,71E-03	-26,38%	-3,17E-03	2,36E-02	26,28%
n	5,00E+00	5,00E+00	0,00%	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00%	0,00E+00	0,00E+00	0,00%
th(1)	6,67E+04	6,18E+04	7,35%	5,25E+03	1,66E+03	3,26E+03	8,51%	4,97E+02	7,19E+03	14,37%
th(2)	2,50E+06	1,74E+06	30,51%	4,58E+05	1,45E+05	2,84E+05	26,35%	1,34E+05	8,90E+05	10,17%
th(3)	-2,38E+06	-6,50E+05	72,71%	9,81E+04	3,10E+04	6,08E+04	-15,10%	-1,65E+04	1,73E+06	18,25%
th(4)	-8,93E+07	-1,84E+07	79,38%	5,79E+06	1,83E+06	3,59E+06	-31,46%	-2,03E+06	7,11E+07	7,20%
th(5)	-1,34E+05	-5,53E+04	58,70%	4,00E+04	1,27E+04	2,48E+04	-72,40%	-3,22E+04	8,82E+04	0,88%
th(6)	6,67E+04	6,18E+04	7,35%	5,25E+03	1,66E+03	3,26E+03	8,51%	4,97E+02	7,19E+03	14,37%
th(7)	-3,33E+06	-1,60E+06	51,92%	3,96E+05	1,25E+05	2,46E+05	-24,73%	-1,09E+05	1,78E+06	18,69%
th(8)	-5,00E+03	-5,02E+03	-0,31%	3,83E+03	1,21E+03	2,38E+03	-76,43%	-3,26E+03	3,83E+03	3,83%
th(9)	6,67E-02	4,50E+00	-6649,72%	2,28E+00	7,19E-01	1,41E+00	50,56%	1,28E+00	4,98E+00	49,85%
th(10)	-2,38E+00	-4,82E+01	-1924,91%	2,63E+01	8,33E+00	1,63E+01	-54,65%	-1,60E+01	5,29E+01	5,29%

(b)

DEparam,unknown_l	xinit	Mean	Relative Error	Standard Deviation (10runs)	Standard Error (10runs)	Confidence	relative standard deviation	coefficient of dispersion	Root Mean Square Deviation	NRMSD
a	1,50E-05	1,41E-05	6,15%	7,83E-07	2,48E-07	4,85E-07	5,56%	4,84E-08	1,21E-06	12,09%
b	4,00E-07	6,88E-07	-71,98%	5,49E-08	1,74E-08	3,40E-08	7,98%	4,87E-09	2,93E-07	41,87%
Kv	1,00E-06	9,40E-05	-9297,66%	9,65E-06	3,05E-06	5,98E-06	10,27%	1,10E-06	9,35E-05	93,57%
Kp	1,50E-03	9,03E-03	-502,20%	1,77E-03	5,61E-04	1,10E-03	19,64%	3,87E-04	7,74E-03	77,47%
be	-2,80E-02	-9,20E-02	-228,50%	7,31E-03	2,31E-03	4,53E-03	-7,95%	-6,45E-04	6,44E-02	71,55%
bi	-2,00E-02	-5,06E-02	-153,22%	3,45E-03	1,09E-03	2,14E-03	-6,82%	-2,62E-04	3,08E-02	34,27%
n	5,00E+00	9,60E+00	-92,00%	1,20E+00	3,79E-01	7,44E-01	12,50%	1,67E-01	4,75E+00	0,00%
th(1)	6,67E+04	7,12E+04	-6,87%	3,88E+03	1,23E+03	2,40E+03	5,44%	2,34E+02	6,00E+03	12,00%
th(2)	2,50E+06	1,46E+06	41,45%	1,26E+05	3,98E+04	7,81E+04	8,61%	1,21E+04	1,04E+06	11,93%
th(3)	-2,38E+06	-7,81E+05	67,21%	8,64E+04	2,73E+04	5,35E+04	-11,06%	-1,06E+04	1,60E+06	16,87%
th(4)	-8,93E+07	-1,61E+07	82,02%	2,26E+06	7,15E+05	1,40E+06	-14,08%	-3,54E+05	7,33E+07	7,42%
th(5)	-1,34E+05	-1,44E+05	-7,17%	2,96E+04	9,36E+03	1,83E+04	-20,62%	-6,78E+03	3,11E+04	0,31%
th(6)	6,67E+04	7,12E+04	-6,87%	3,88E+03	1,23E+03	2,40E+03	5,44%	2,34E+02	6,00E+03	12,00%
th(7)	-3,33E+06	-1,41E+06	57,64%	1,08E+05	3,41E+04	6,69E+04	-7,64%	-9,16E+03	1,92E+06	20,26%
th(8)	-5,00E+03	-1,26E+04	-152,96%	2,29E+03	7,26E+02	1,42E+03	-18,15%	-4,63E+02	7,98E+03	7,99%
th(9)	6,67E-02	6,69E+00	-9935,95%	7,32E-01	2,32E-01	4,54E-01	10,94%	8,90E-02	6,66E+00	66,68%
th(10)	-2,38E+00	-7,32E+01	-2972,72%	9,71E+00	3,07E+00	6,02E+00	-13,27%	-1,43E+00	7,14E+01	7,14%

Συγκεντρωτικά GA: parameters 5 layers(a), parameters unknown layers(b)

(a)

GAparam,5layers	xinit	Mean	Relative Error	Standard Deviation (10runs)	Standard Error (10runs)	Confidence	relative standard deviation	coefficient of dispersion	Root Mean Square Deviation	NRMSD
a	1,50E-05	1,32E-05	12,25%	2,46E-06	7,79E-07	1,53E-06	18,73%	5,13E-07	3,07E-06	30,75%
b	4,00E-07	6,05E-07	-51,29%	1,00E-07	3,17E-08	6,21E-08	16,56%	1,84E-08	2,28E-07	32,62%
Kv	1,00E-06	6,61E-06	-561,42%	1,26E-05	4,00E-06	7,83E-06	191,11%	2,68E-05	1,38E-05	13,84%
Kp	1,50E-03	7,08E-04	52,77%	1,49E-03	4,71E-04	9,24E-04	210,37%	3,48E-03	1,69E-03	16,89%
be	-2,80E-02	-6,27E-02	-123,91%	2,56E-02	8,10E-03	1,59E-02	-40,84%	-1,16E-02	4,31E-02	47,91%
bi	-2,00E-02	-4,58E-02	-129,02%	1,58E-02	4,99E-03	9,79E-03	-34,47%	-6,05E-03	3,03E-02	33,61%
n	5,00E+00	5,00E+00	0,00%	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00%	0,00E+00	0,00E+00	0,00%
th(1)	6,67E+04	7,83E+04	-17,48%	1,27E+04	4,01E+03	7,87E+03	16,21%	2,29E+03	1,72E+04	34,47%
th(2)	2,50E+06	1,70E+06	32,07%	2,81E+05	8,89E+04	1,74E+05	16,55%	5,17E+04	8,50E+05	9,71%
th(3)	-2,38E+06	-1,47E+06	38,42%	5,46E+05	1,73E+05	3,38E+05	-37,24%	-2,26E+05	1,07E+06	11,21%
th(4)	-8,93E+07	-3,29E+07	63,11%	1,60E+07	5,05E+06	9,89E+06	-48,46%	-8,59E+06	5,86E+07	5,93%
th(5)	-1,34E+05	-3,40E+04	74,59%	8,26E+04	2,61E+04	5,12E+04	-242,77%	-2,23E+05	1,30E+05	1,30%
th(6)	6,67E+04	7,83E+04	-17,48%	1,27E+04	4,01E+03	7,87E+03	16,21%	2,29E+03	1,72E+04	34,47%
th(7)	-3,33E+06	-1,83E+06	45,24%	3,46E+05	1,10E+05	2,15E+05	-18,97%	-7,30E+04	1,55E+06	16,29%
th(8)	-5,00E+03	-1,43E+03	71,30%	3,23E+03	1,02E+03	2,00E+03	-225,18%	-8,08E+03	4,81E+03	4,81%
th(9)	6,67E-02	4,80E-01	-620,26%	9,10E-01	2,88E-01	5,64E-01	189,55%	1,92E+00	1,00E+00	10,00%
th(10)	-2,38E+00	-6,69E+00	-180,93%	9,99E+00	3,16E+00	6,19E+00	-149,31%	-1,66E+01	1,09E+01	1,09%

(b)

GAparam,unknown_l	xinit	Mean	Relative Error	Standard Deviation (10runs)	Standard Error (10runs)	Confidence	relative standard deviation	coefficient of dispersion	Root Mean Square Deviation	NRMSD
a	1,50E-05	1,36E-05	9,24%	1,79E-06	5,65E-07	1,11E-06	13,13%	2,61E-07	2,26E-06	22,62%
b	4,00E-07	5,41E-07	-35,20%	1,55E-07	4,90E-08	9,61E-08	28,66%	4,94E-08	2,09E-07	29,91%
Kv	1,00E-06	6,94E-06	-594,28%	1,78E-05	5,62E-06	1,10E-05	255,90%	5,05E-05	1,87E-05	18,75%
Kp	1,50E-03	2,98E-03	-98,84%	2,61E-03	8,25E-04	1,62E-03	87,49%	2,54E-03	3,00E-03	30,04%
be	-2,80E-02	-5,29E-02	-88,95%	1,54E-02	4,88E-03	9,57E-03	-29,18%	-5,01E-03	2,93E-02	32,56%
bi	-2,00E-02	-3,64E-02	-82,06%	1,05E-02	3,32E-03	6,51E-03	-28,85%	-3,37E-03	1,95E-02	21,65%
n	5,00E+00	6,00E+00	-20,00%	2,19E+00	6,93E-01	1,36E+00	36,51%	8,89E-01	2,41E+00	0,00%
th(1)	6,67E+04	7,47E+04	-12,03%	9,42E+03	2,98E+03	5,84E+03	12,62%	1,32E+03	1,24E+04	24,75%
th(2)	2,50E+06	2,11E+06	15,41%	1,00E+06	3,16E+05	6,20E+05	47,31%	5,26E+05	1,07E+06	12,25%
th(3)	-2,38E+06	-1,58E+06	33,83%	6,51E+05	2,06E+05	4,04E+05	-41,34%	-2,99E+05	1,04E+06	10,90%
th(4)	-8,93E+07	-4,29E+07	51,91%	2,03E+07	6,43E+06	1,26E+07	-47,35%	-1,07E+07	5,06E+07	5,13%
th(5)	-1,34E+05	-1,08E+05	19,51%	9,92E+04	3,14E+04	6,15E+04	-91,97%	-1,01E+05	1,03E+05	1,03%
th(6)	6,67E+04	7,47E+04	-12,03%	9,42E+03	2,98E+03	5,84E+03	12,62%	1,32E+03	1,24E+04	24,75%
th(7)	-3,33E+06	-2,29E+06	31,41%	9,15E+05	2,89E+05	5,67E+05	-40,01%	-4,07E+05	1,39E+06	14,64%
th(8)	-5,00E+03	-6,57E+03	-31,49%	5,78E+03	1,83E+03	3,58E+03	-87,92%	-5,65E+03	5,99E+03	5,99%
th(9)	6,67E-02	5,66E-01	-749,04%	1,44E+00	4,55E-01	8,93E-01	254,43%	4,07E+00	1,52E+00	15,25%
th(10)	-2,38E+00	-2,12E+01	-790,37%	5,80E+01	1,83E+01	3,59E+01	-273,38%	-1,76E+02	6,09E+01	6,09%

Συγκεντρωτικά ASA: parameters 5 layers(a), parameters unknown layers(b)

(a)

ASAparam,5layers	xinit	Mean	Relative Error	Standard Deviation (10runs)	Standard Error (10runs)	Confidence	relative standard deviation	coefficient of dispersion	Root Mean Square Deviation	NRMSD
a	1,50E-05	1,45626E-05	2,92%	2,63626E-06	8,33658E-07	1,63394E-06	18,10%	5,30266E-07	2,67229E-06	26,72%
b	4,00E-07	5,12026E-07	-28,01%	9,24798E-08	2,92447E-08	5,73185E-08	18,06%	1,85592E-08	1,45267E-07	20,75%
Kv	1,00E-06	1,35718E-05	-1257,18%	1,71727E-05	5,43049E-06	1,06436E-05	126,53%	2,41434E-05	2,12827E-05	21,30%
Kp	1,50E-03	0,000501604	66,56%	0,001260799	0,0003987	0,000781437	251,35%	0,003521178	0,001608231	16,10%
be	-2,80E-02	-0,058892924	-110,33%	0,027793517	0,008789082	0,017226284	-47,19%	-0,014574088	0,041555413	46,17%
bi	-2,00E-02	-0,034159426	-70,80%	0,01203986	0,003807338	0,007462245	-35,25%	-0,004715088	0,01858622	20,65%
n	5,00E+00	5	0,00%	0	0	0	0,00%	0	0	0,00%
th(1)	6,67E+04	70765,67777	-6,15%	11677,99154	3692,905177	7237,961146	16,50%	2141,268523	12376,4849	24,75%
th(2)	2,50E+06	2014212,855	19,43%	341987,2061	108145,8502	211961,9715	16,98%	64516,65548	594091,2382	6,79%
th(3)	-2,38E+06	-1449677,627	39,11%	545369,8754	172461,0974	338017,5396	-37,62%	-227965,0895	1079213,124	11,36%
th(4)	-8,93E+07	-42609993,62	52,28%	19223363,71	6078961,361	11914545,33	-45,11%	-9636177,412	50479308,75	5,11%
th(5)	-1,34E+05	-17517,19879	86,92%	44501,75554	14072,69074	27581,96701	-254,05%	-125616,6246	124627,5007	1,25%
th(6)	6,67E+04	70765,67777	-6,15%	11677,99154	3692,905177	7237,961146	16,50%	2141,268523	12376,4849	24,75%
th(7)	-3,33E+06	-2213659,51	33,59%	424819,0423	134339,5767	263300,732	-19,19%	-90584,65197	1197556,132	12,61%
th(8)	-5,00E+03	-1139,019755	77,22%	2966,40039	938,0581684	1838,560226	-260,43%	-8583,922205	4868,952631	4,87%
th(9)	6,67E-02	0,932080042	-1298,12%	1,255427393	0,397001	0,778107662	134,69%	1,878829986	1,524807611	15,26%
th(10)	-2,38E+00	-15,13751731	-535,78%	14,42872692	4,562764079	8,942853265	-95,32%	-15,28124947	19,25923438	1,93%

(b)

Aparam,unknown_lay	xinit	Mean	Relative Error	Standard Deviation (10runs)	Standard Error (10runs)	Confidence	relative standard deviation	coefficient of dispersion	Root Mean Square Deviation	NRMSD
a	1,50E-05	1,32642E-05	11,57%	1,71905E-06	5,43612E-07	1,06546E-06	12,96%	2,47546E-07	2,44299E-06	24,43%
b	4,00E-07	6,40139E-07	-60,03%	8,73245E-08	2,76144E-08	5,41233E-08	13,64%	1,3236E-08	2,55524E-07	36,50%
Kv	1,00E-06	2,57199E-05	-2471,99%	3,87503E-05	1,22539E-05	2,40172E-05	150,66%	6,48691E-05	4,59637E-05	46,01%
Kp	1,50E-03	0,00545117	-263,41%	0,003707974	0,001172564	0,002298184	68,02%	0,002802471	0,005418562	54,24%
be	-2,80E-02	-0,062714034	-123,98%	0,01825428	0,00577251	0,011313912	-29,11%	-0,005903671	0,03922095	43,58%
bi	-2,00E-02	-0,046338158	-131,69%	0,013239517	0,004186703	0,008205787	-28,57%	-0,004203035	0,029478524	32,75%
n	5,00E+00	7,9	-58,00%	2,256102835	0,713442359	1,398321329	28,56%	0,715893108	3,674234614	40,82%
th(1)	6,67E+04	76676,96344	-15,02%	10135,22051	3205,038139	6281,759322	13,22%	1488,534788	14245,30576	28,49%
th(2)	2,50E+06	1590390,01	36,38%	208756,9418	66014,74136	129386,5155	13,13%	30446,38282	933257,6252	10,67%
th(3)	-2,38E+06	-1420428,814	40,34%	751941,6194	237784,8185	466049,6803	-52,94%	-442289,1278	1219844,958	12,84%
th(4)	-8,93E+07	-29093030,88	67,42%	13744074,7	4346258,038	8518509,223	-47,24%	-7214388,679	61741871,73	6,25%
th(5)	-1,34E+05	-136881,3645	-2,20%	74847,61477	23668,89401	46390,17982	-54,68%	-45474,62166	74905,83705	0,75%
th(6)	6,67E+04	76676,96344	-15,02%	10135,22051	3205,038139	6281,759322	13,22%	1488,534788	14245,30576	28,49%
th(7)	-3,33E+06	-1731364,348	48,06%	291500,8962	92180,6772	180670,8074	-16,84%	-54531,67139	1628274,364	17,14%
th(8)	-5,00E+03	-9303,661945	-86,07%	5897,055633	1864,812729	3654,965786	-63,38%	-4153,115591	7300,463771	7,30%
th(9)	6,67E-02	2,169253962	-3153,88%	3,384257249	1,070196109	2,097545831	156,01%	5,866429109	3,984227712	39,86%
th(10)	-2,38E+00	-58,30206701	-2348,69%	109,6836949	34,68502979	67,9814092	-188,13%	-229,2755174	123,1165463	12,31%

Αποτελέσματα μετά το Sensitivity Analysis για τον SCE για την περίπτωση **X**=(a, b, Kv, Kp, be, bi, n) και n =1 έως 10

data		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12
1,50E-05		1,60E-05	1,33E-05	1,30E-05	1,33E-05	1,38E-05	1,33E-05	1,27E-05	1,28E-05	1,34E-05	1,33E-05	1,45E-05	1,96E-05
4,00E-07		4,99E-07	3,57E-07	4,14E-07	5,26E-07	5,39E-07	5,67E-07	5,62E-07	5,43E-07	5,90E-07	4,90E-07	4,08E-07	4,60E-07
1,00E-06		1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06
0,0015		0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015
-0,028		-0,065953035	-0,042918423	-0,050460734	-0,044762018	-0,040092063	-0,043639972	-0,021917928	-0,050787182	-0,043316255	-0,04281597	-0,07467119	-0,0316672
-0,02		-0,03086673	-0,025109981	-0,030648871	-0,035121331	-0,03288314	-0,036836182	-0,029785432	-0,039513158	-0,037850199	-0,032422823	-0,029844197	-0,0170651
5		4	5	5	5	5	5	6	5	5	5	4	4
		error1	error2	error3	error4	error5	error6	error7	error8	error9	error10	error11	error12
		-6,34%	11,66%	13,58%	11,25%	7,71%	11,12%	15,21%	14,38%	10,86%	11,35%	3,02%	-30,78%
		-24,70%	10,82%	-3,48%	-31,39%	-34,71%	-41,87%	-40,41%	-35,79%	-47,54%	-22,44%	-1,99%	-14,94%
		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
		-135,55%	-53,28%	-80,22%	-59,86%	-43,19%	-55,86%	21,72%	-81,38%	-54,70%	-52,91%	-166,68%	-13,10%
		-54,33%	-25,55%	-53,24%	-75,61%	-64,42%	-84,18%	-48,93%	-97,57%	-89,25%	-62,11%	-49,22%	14,67%
		20,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	-20,00%	0,00%	0,00%	0,00%	20,00%	20,00%

x13	x14	x15	x16	x17	x18	x19	x20	x21	x22	x23	x24	x25	x26
1,28E-05	1,33E-05	1,31E-05	1,34E-05	1,30E-05	1,56E-05	1,30E-05	1,31E-05	1,30E-05	1,64E-05	1,47E-05	1,31E-05	1,33E-05	1,21E-05
4,04E-07	5,13E-07	4,35E-07	4,30E-07	5,48E-07	5,36E-07	5,34E-07	4,86E-07	5,72E-07	6,54E-07	3,35E-07	4,11E-07	4,80E-07	7,92E-07
1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06	1,00E-06
0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015
-0,048256214	-0,044234367	-0,043685479	-0,043350267	-0,04853791	-0,061580024	-0,049136578	-0,046003994	-0,054610787	-0,063932858	-0,07500704	-0,04607969	-0,049153327	-0,070002888
-0,030147343	-0,034108882	-0,030060916	-0,029233021	-0,038632487	-0,032533352	-0,03794954	-0,033882024	-0,042593486	-0,037500155	-0,024968835	-0,029443649	-0,034122709	-0,064774945
5	5	5	5	5	4	5	5	5	4	4	5	5	5

error13	error14	error15	error16	error17	error18	error19	error20	error21	error22	error23	error24	error25	error26
14,57%	11,18%	12,44%	10,68%	13,60%	-4,17%	13,43%	12,65%	13,63%	-9,39%	1,89%	12,51%	11,07%	19,30%
-1,05%	-28,24%	-8,84%	-7,53%	-36,92%	-33,98%	-33,45%	-21,51%	-42,95%	-63,51%	16,14%	-2,80%	-19,89%	-98,05%
0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
-72,34%	-57,98%	-56,02%	-54,82%	-73,35%	-119,93%	-75,49%	-64,30%	-95,04%	-128,33%	-167,88%	-64,57%	-75,55%	-150,01%
-50,74%	-70,54%	-50,30%	-46,17%	-93,16%	-62,67%	-89,75%	-69,41%	-112,97%	-87,50%	-24,84%	-47,22%	-70,61%	-223,87%
0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	20,00%	0,00%	0,00%	0,00%	20,00%	20,00%	0,00%	0,00%	0,00%

mean	standard deviation	standard error	relative standard deviation	variance	coefficient of dispersion	Root Mean Square Deviation	low	high	NRMSD
1,38E-05	1,54295E-06	3,02598E-07	1,12E-01	2,47594E-12	1,79E-07	3,14267E-06	1,00E-05	2,00E-05	31,43%
5,03E-07	9,43201E-08	1,84977E-08	1,87E-01	9,25213E-15	1,84E-08	2,25477E-07	1,00E-07	8,00E-07	32,21%
1,00E-06	4,23516E-22	8,30584E-23	4,24E-16	1,86541E-43	1,87E-37	0	1,00E-06	1,00E-06	0,00%
1,50E-03	4,33681E-19	8,50518E-20	2,89E-16	1,95602E-37	1,30E-34	0	0,0015	0,0015	0,00%
-4,99E-02	0,012138599	0,002380575	-2,43E-01	0,000153239	-3,07E-03	0,040329479	-0,1	-0,01	44,81%
-3,38E-02	0,008101707	0,001588876	-2,40E-01	6,82632E-05	-2,02E-03	0,02575494	-0,1	-0,01	28,62%
4,81E+00	0,481921696	0,09451262	1,00E-01	0,241538462	5,02E-02	0,836660027	1	10	9,30%