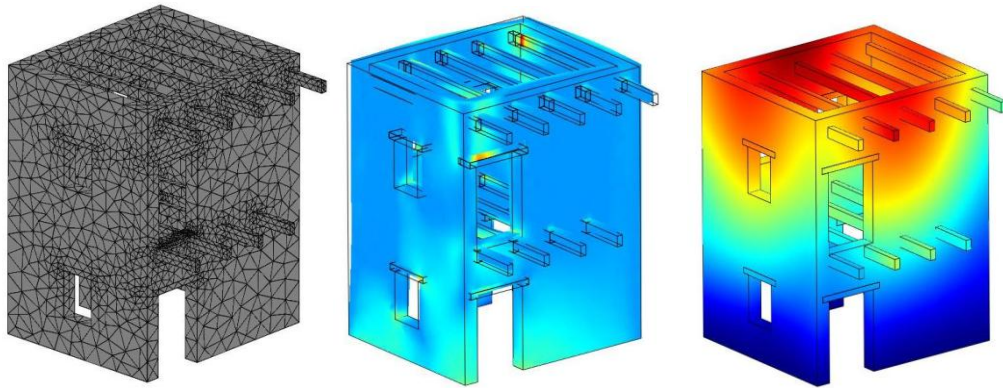


Μελέτη Σεισμικής Συμπεριφοράς σε Κτήρια από Λιθοδομή

Ορφανίδης Κυριάκος
Χανιά, 2013



Επιβλέπων: Σταυρουλάκης Γεώργιος

Περιεχόμενα

Πίνακας Σχημάτων	1
1 Περίληψη	1
2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	2
2.1 Τοιχοποιία	2
2.1.1 Κατηγορίες τοιχοποιιών	3
2.1.2 Ειδικές κατασκευές σε Κτίρια Τοιχοποιίας	5
2.2 Η Μηχανική της Τοιχοποιίας	6
2.2.1 Θλιπτική αντοχή	7
2.2.2 Παραμορφωσιακές ιδιότητες τοιχοποιίας	8
2.2.3 Εφελκυστική αντοχή	8
2.2.4 Αντοχή σε Διάτμηση	9
2.3 Πεπερασμένα στοιχεία	10
2.3.1 Σύντομη Ιστορική ανασκόπηση	11
2.3.2 Παραδειγμα Εφαρμογής σε Μονοδιάστατο Πρόβλημα	11
2.3.3 Πεπερασμένα στοιχεία – Το πρόβλημα τάσεων-παραμορφώσεων	20
2.3.4 Εφαρμογή της μεθόδου σε λογισμικά προσομοίωσης	21
2.4 Στάθμη των Γνώσεων	23
2.4.1 Μοντέλα λιθοδομής με χρήση FEM	23
2.4.2 Στατικά μοντέλα	24
2.4.3 Δυναμικά μοντέλα	24
2.5 Προσομοίωση των σεισμικών δράσεων που ασκούνται στον φορέα - Αντισεισμικός Κανονισμός	25
2.5.1 Απλοποιημένη Φασματική Μέθοδος	25
2.5.2 Ιδιομορφική ανάλυση	26
2.5.3 Ισοδύναμα σεισμικά φορτία	26
2.5.4 Ομοιόμορφη τριγωνική κατανομή την τέμνουσας βάσης $\nu\theta$ μεταβαλλόμενη καθ' ύψος του κτιρίου	29
2.6 Ελαστοπλαστική Ανάλυση	30
2.6.1 Κριτήριο αστοχίας κατά Drucker-Prager	31
3 Κτήριο Εφαρμογής	33
3.1 Κτίριο Λιθοδομής: Σχέδιο - Χαρακτηριστικά	33

3.2	Ιδιότητες Υλικών	34
3.3	Συνοριακές Συνθήκες / Δυνάμεις-Στηρίξεις	35
4	Μοντελοποίηση.....	36
4.1	Λογισμικό Comsol Multiphysics - Έκδοση 3.4.....	36
4.1.1	Διαδικασία Μοντελοποίησης - Model Navigator	37
4.1.2	Εισαγωγή - Σχεδίαση Γεωμετρίας.....	38
4.1.3	Εισαγωγή Υλικών -Συνοριακών Συνθηκών.....	41
4.1.4	Ελαστοπλαστική Ανάλυση	42
4.1.5	Εφαρμογή Φορτίσεων	44
4.1.6	Διακριτοποίηση (Mesh)	44
4.1.7	Επίλυση (Solve)	46
4.1.8	Επεξεργασία Αποτελεσμάτων (Postprocessing)	48
5	Αποτελέσματα	50
5.1	Δυναμικά χαρακτηριστικά.....	50
5.2	Ελαστοπλαστική Ανάλυση	52
5.2.1	Πλαστικές Παραμορφώσεις	53
5.2.2	Ολική Μετατόπιση.....	55
5.2.3	Αναπτυσσόμενες Τάσεις-Παραμορφωμένη Κατάσταση.....	58
6	Συμπεράσματα.....	61
7	Βιβλιογραφία	62

Πίνακας Σχημάτων

Σχήμα 2.1: μια διαίρεση του χώρου $0 \leq x \leq 1$ σε τέσσερα πεπερασμένα στοιχεία με κόμβους τις αρχές και τα τέλη των στοιχείων αυτών	16
Σχήμα 2.2: οι τμηματικές βασικές συναρτήσεις και οι παράγωγοί τους	18
Σχήμα 2.3: ένα γενικό πεπερασμένο στοιχείο με γραμμικές shape functions	18
Σχήμα 3.1: πειραματικό προσομοίωμα κτηρίου που δημιουργήθηκε κατά την εκτέλεση του Έργου TREMA.....	33
Σχήμα 3.2: Πρόσοψη και αριστερή πλάγια όψη.....	34
Σχήμα 4.1: Πλοηγός μοντελοποίησης - Comsol.....	37
Σχήμα 4.2: Περιβάλλον σχεδίασης του Comsol.....	38
Σχήμα 4.3: Περιβάλλον σχεδίασης ProEngineer.....	39
Σχήμα 4.4: Εισαγωγή του φορέα στο περιβάλλον σχεδίασης του Comsol.....	40
Σχήμα 4.5: Δημιουργία Identity Pairs	40
Σχήμα 4.6: Εισαγωγή υλικών	41
Σχήμα 4.7: Σχέσεις έκφρασης του κριτηρίου Drucker-Prager.....	42
Σχήμα 4.8: Φυσικές παράμετροι στοιχείου	42
Σχήμα 4.9: Επιλογή της συμπεριφοράς του υλικού	43
Σχήμα 4.10: Ρυθμίσεις ελαστοπλαστικού υλικού	43
Σχήμα 4.11: Εισαγωγή των φορτίσεων κατά άξονα	44
Σχήμα 4.12: Διακριτοποίηση - πλέγμα του κτηρίου εφαρμογής	45
Σχήμα 4.13: Στατιστικά στοιχεία του πλέγματος	45
Σχήμα 4.14: Ρύθμιση παραμέτρων του πλέγματος	46
Σχήμα 4.15: Ρύθμιση παραμέτρων για την επίλυση του προβλήματος.....	47
Σχήμα 4.16: Πρόοδος επίλυσης του προβλήματος.....	48
Σχήμα 4.17: Ρύθμιση παραμέτρων για την επεξεργασία αποτελεσμάτων	49
Σχήμα 5.1: Παραμορφωμένη κατάσταση για ιδιοσυχνότητα 18.35 Hz.....	50
Σχήμα 5.2: Παραμορφωμένη κατάσταση για ιδιοσυχνότητα 19.17 Hz.....	51
Σχήμα 5.3: Παραμορφωμένη κατάσταση για ιδιοσυχνότητα 30.77 Hz.....	51
Σχήμα 5.4: Περιοχές πλαστικής παραμόρφωσης - οριζόντιο φορτίο στον άξονα x ...	53
Σχήμα 5.5: Περιοχές πλαστικής παραμόρφωσης - οριζόντιο φορτίο στον άξονα Z...	54
Σχήμα 5.6: Περιοχές πλαστικής παραμόρφωσης για φορτίο υπό γωνία 45°	55
Σχήμα 5.7: Ολική μετατόπιση - οριζόντια φόρτιση στον άξονα X	56
Σχήμα 5.8: Ολική μετατόπιση - οριζόντια φόρτιση στον άξονα.....	57
Σχήμα 5.9: Ολική μετατόπιση για φόρτιση υπό γωνία 45°	57
Σχήμα 5.10: Τάσεις, παραμορφωμένη κατάσταση - οριζόντιο φορτίο στον άξονα Z	58
Σχήμα 5.11: Τάσεις, παραμορφωμένη κατάσταση-οριζόντια φόρτιση στον άξονα X	59
Σχήμα 5.12: Τάσεις, παραμορφωμένη κατάσταση-οριζόντια υπό γωνία 45°	59

1 Περίληψη

Η παρούσα εργασία αφορά στη μελέτη δομικών κατασκευών φέρουσας λιθοδομής, υπό την επίδραση σεισμικής καταπόνησης, με την χρήση αριθμητικών μεθόδων ανάλυσης. Σκοπός της εργασίας είναι η μοντελοποίηση και προσομοίωση ενός λιθόκτιστου κτίσματος σε μία δεδομένη σεισμική φόρτιση η οποία εφαρμόστηκε πειραματικά σε μια εργαστηριακή μελέτη στην Ιταλία ώστε να εξεταστούν οι τεχνικές μείωσης των σεισμικών επιπτώσεων στις αρχιτεκτονικές κατασκευές. Η ανάλυση πραγματοποιήθηκε με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και η εκτέλεση της προσομοίωσης στο λογισμικό πακέτο Comsol Multiphysics, έκδοση 3.4.

Στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας, γίνεται μια βιβλιογραφική ανασκόπηση στα κατασκευαστικά στοιχεία και στη μαθηματική μοντελοποίηση. Έτσι, αρχικά περιγράφεται το υλικό δόμησης από το οποίο αποτελείται το κτίσμα που μελετήθηκε, γίνεται μια ιστορική αναδρομή για τη χρήση του, ενώ αναφέρονται διάφορα είδη τοιχοποιίας και διατυπώνονται οι φυσικές ιδιότητες του δομικού υλικού, καθώς και τα κύρια μηχανικά χαρακτηριστικά του. Στη συνέχεια, γίνεται μια αναφορά στη βασική ιδέα των πεπερασμένων στοιχείων, στις αρχές και τις εξισώσεις βάσει των οποίων γίνεται η επίλυση ενός προβλήματος με τη μέθοδο αυτή. Τέλος, παρατίθεται η μεθοδολογία για τον καθορισμό των σεισμικών φορτίων, όπως αναλύεται από τον Ελληνικό Αντισεισμικό Κανονισμό 2000.

Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφεται πλήρως η γεωμετρία του φορέα και παρατίθενται αναλυτικά οι εργαστηριακές τιμές των φυσικών ιδιοτήτων της δεδομένης τοιχοποιίας.

Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται μια συνοπτική παρουσίαση του λογισμικού επίλυσης Comsol, όπως και η διαδικασία με την οποία όλα τα απαραίτητα στοιχεία για την ανάλυση μοντελοποιούνται σε αυτό. Τέλος, υπολογίζονται τα μεγέθη και η κατανομή των δυνάμεων που ασκούνται στο δόμημα.

Ακολουθούν στο πέμπτο κεφάλαιο τα αποτελέσματα της ανάλυσης, στα οποία φαίνεται η ελαστοπλαστική ανάλυση του κτηρίου.

Στο έκτο κεφάλαιο αναφέρονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την μελέτη και κάποιες προτάσεις για μελλοντικές κατευθύνσεις, όσον αφορά την αξιοποίηση των αποτελεσμάτων για περαιτέρω διερεύνηση.

2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο θα παρουσιαστεί η βιβλιογραφική ανασκόπηση, που αφορά τα υλικά της τοιχοποιίας και τα μηχανικά χαρακτηριστικά που την διακρίνουν. Θα αναφερθούν ορισμένα στοιχεία για τον υπολογισμό της σεισμικής απόκρισης των κατασκευών και ιδιαίτερα για τον προσδιορισμό των φορτίων ενός σεισμού. Επίσης θα αναλυθεί το θεωρητικό υπόβαθρο της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, καθώς και τα διαθέσιμα λογισμικά πακέτα, που βρίσκονται σε κυκλοφορία και χρησιμοποιούν την συγκεκριμένη μέθοδο.

2.1 Τοιχοποιία

Για πολλά χρόνια η λιθοδομή αποτέλεσε το μοναδικό στοιχείο δόμησης για την κατασκευή όλων των έργων παγκοσμίως. Η πρώτη μορφή της τοιχοποιίας αποτελούνταν από ένα πλέγμα κλαδιών και κορμών δέντρων, το οποίο γέμιζαν από τις δύο πλευρές του με πεταχτή λάσπη. Η ανακάλυψη από τον άνθρωπο εργαλείων για την κατεργασία της πέτρας, είχε σαν αποτέλεσμα την εμφάνιση των πρώτων κτιστών τοίχων από ακατέργαστες ή λαξευτές πέτρες. Χαρακτηριστικά παραδείγματα της χρήσης πέτρας συναντάμε στην Αίγυπτο σε μνημεία που χρονολογούνται το 3000 π. Χ. αλλά και στην Αρχαία Ελλάδα. Οι λίθοι γενικά αν και χαρακτηρίζονταν από ανθεκτικότητα, σε ορισμένες περιοχές ήταν δυσεύρετοι και η κατεργασία τους ήταν επίπονη και χρονοβόρα. Αυτό έφερε την ανάγκη δημιουργίας ενός τεχνητού τοιχοσώματος που να είναι εξίσου ανθεκτικό και σχετικά εύκολο στην παραγωγή του, ώστε να καλύψει τις ανάγκες που απαιτούνταν στις κατασκευές. Το πρώτο χειροποίητο δομικό υλικό ήταν η πλίνθος, πλάθονταν από άργιλο και αφού έπαιρνε μια συγκεκριμένη μορφή στέγνωνε στον ήλιο. Η χρήση της πλίνθου καθιερώθηκε στην κατασκευή κατοικιών λόγω των πλεονεκτημάτων που προσέφερε, ενώ από πολύ νωρίς παρατηρήθηκε η προσπάθεια να τυποποιηθούν οι διαστάσεις της σε πολύ απλά καλούπια. Μετά τα τεχνητά τοιχοσώματα, σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη της τοιχοποιίας αποτέλεσε η ανακάλυψη και εφαρμογή των τόξων και των θόλων που εμφανίζονται από το 1400 π Χ στην Βαβυλώνα και αναπτύσσονται έντονα στους Ρωμαϊκούς χρόνους. Αξιοσημείωτη είναι επίσης η ανάπτυξη της τεχνικής τοιχοποιίας με κονίαμα από πηλό, αποτελούμενο από χώμα ή άμμο που παρατηρήθηκε κατά Βυζαντινούς χρόνους. Φυσικά, δεν θα μπορούσε να παραληφθεί η ανακάλυψη του Ρωμαϊκού σκυροδέματος τον 1^ο π Χ με 1^ο μ χ αιώνα, το οποίο αν και δεν ήταν το σκυρόδεμα με την έννοια που γνωρίζουμε σήμερα, αποτέλεσε μια τεχνολογική επανάσταση και καθιέρωσε την τοιχοποιία, ως το κύριο δομικό στοιχείο για τους επόμενους είκοσι αιώνες.

Παρά την προοδευτική πορεία που είχε η λιθοδομή μέχρι την Αναγέννηση, με τον ερχομό την Βιομηχανικής Επανάστασης εμφανίστηκαν δύο νέα υλικά, που

εκτόπισαν σχεδόν εξολοκλήρου τη λιθοδομή από τις κατασκευές. Η αρχή έγινε με την εμφάνιση του χάλυβα, στα μέσα περίπου του 19^{ου} αιώνα, ο οποίος αντικατέστησε τη λιθοδομή στην κατασκευή γεφυρών. Έπειτα, η ανακάλυψη του τσιμέντου Πόρτλαντ το 1824 , δηλαδή του σύγχρονου σκυροδέματος, περιόρισε την χρήση της στο ρόλο του οργανισμού πλήρωσης του σκελετού των οικοδομών. Οι λόγοι φυσικά ήταν ότι τα νέα υλικά, ως πιο εύπλαστα, εύχρηστα και ισχυρά παρουσίαζαν μεγαλύτερες δυνατότητες για πολλές κατασκευές, ιδιαίτερα για υψηλά κτίρια, ενώ παράλληλα μειωνόταν σημαντικά το κόστος κατασκευής [22].

2.1.1 Κατηγορίες τοιχοποιιών

Όπως αναφέρθηκε πριν η τοιχοποιία είναι μια σύνθετη κατασκευή, αποτελούμενη από τα τοιχοσώματα και το συνδετικό κονίαμα. Υπάρχουν διάφοροι τύποι τοιχοποιίας, οι οποίοι διαχωρίζονται συνήθως ως προς το τοιχόσωμα που χρησιμοποιείται, ως προς τον τύπο δόμησης και ως προς την λειτουργία που έχει η τοιχοποιία στο δόμημα.

2.1.1.1 Κατάταξη τοιχοποιιών με κριτήριο το είδος των τοιχοσωμάτων τους

Λιθοδομές: Από τις αρχαιότερες μεθόδους δόμησης αποτελεί αυτή της κατασκευής τοιχωμάτων με φυσική πέτρα. Οι λίθοι που χρησιμοποιούνται είναι ορυκτοί και συνήθως προέρχονται από εξορύξεις. Αφού υποστούν ανάλογη επεξεργασία είναι έτοιμοι να χρησιμοποιηθούν σε διάφορα έργα. Οι κατασκευές από λιθοδομές χαρακτηρίζονται από υψηλή ανθεκτικότητα και αρκετά μεγάλο βάρος. Στην Ελλάδα η δόμηση λιθοδομών αποτέλεσε αντικείμενο τέχνης και μάλιστα υπήρχαν περιοχές φημισμένες για τους τεχνίτες της πέτρας. Σήμερα, αν και δεν χρησιμοποιείται αυτού του είδους η δόμηση ευρέως, υπάρχουν ορισμένες περιοχές όπου είναι απαραίτητη η χρήση πέτρας, έστω και σαν υλικό επένδυσης, ώστε να διατηρείται ο παραδοσιακός χαρακτήρας τους. Χαρακτηριστικά είδη λιθοδομών, που μπορεί κάποιος να συναντήσει, είναι οι Ξηρολιθοδομές , οι Αργολιθοδομές και οι Λαξευτές λιθοδομές, οι οποίες χρησιμοποιούνταν για να κτιστούν σημαντικά μνημεία [23].

Πλινθοδομές: Η πλίνθος η αλλιώς με την σημερινή της μορφή, το τούβλο, ήταν ένα υλικό το οποίο αντικατέστησε σχετικά νωρίς την πέτρα στα κτιριακά έργα. Το κύριο χαρακτηριστικό ενός τεχνητού τοιχοσώματος είναι το συγκεκριμένο σχήμα και οι σταθερές διαστάσεις του. Οι φυσικές πρώτες ύλες για την δημιουργία των τούβλων είναι ο άργιλος, η άμμος και το νερό, ενώ η παραγωγή τους στην σύγχρονη εποχή γίνεται με συγκεκριμένες μεθόδους, ώστε να επιτυγχάνονται οι επιθυμητές ιδιότητες που απαιτούνται. Τα κύρια είδη πλινθοδομών είναι οι ωμοπλινθοδομές οι οπτοπλινθοδομές (τούβλα) και οι τσιμεντοπλινθοδομές [22].

Μικτές τοιχοποιίες: Η μικτές τοιχοποιίες αποτελούνται από δύο ή περισσότερα είδη τοίχων και υλικών, η δόμηση των οποίων συνήθως γίνεται ταυτόχρονα. Διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες, τις μικτές τοιχοποιίες κατά μήκος, κατά πλάτος και καθ' ύψος. Έχει διαπιστωθεί ότι είναι προτιμότερο να αποφεύγεται ο

συγκεκριμένος τρόπος δόμησης, διότι η χρήση διαφορετικών υλικών δυσχεραίνει τον προσδιορισμό των μηχανικών χαρακτηριστικών του τοιχώματος και η συμπεριφορά του, υπό σεισμική δράση, κρίνεται ανομοιόμορφη, καθώς εξαρτάται από τις διαφορετικές ιδιότητες των υλικών. Χαρακτηριστικά παραδείγματα μεικτής καθ' ύψος τοιχοποιίας, όπου εναλλάσσονται μια η δυο στρώσεις από λίθους και μια στρώση από τούβλα συναντάμε σε μεγάλο βαθμό στα βυζαντινά και μεταβυζαντινά κτίσματα και κυρίως σε εκκλησίες [22, 23].

2.1.1.2 Κατάταξη τοιχοποιιών με κριτήριο τον τύπο δόμησης :

Αοπλη : Είναι η κοινή τοιχοποιία από φυσικούς ή τεχνητούς λίθους η οποία μπορεί να διακριθεί σε συμπαγή και σε ψαθωτή. Στην ψαθωτή τοιχοποιία παρατηρούμε μια εξωτερική και μία εσωτερική στρώση τοιχοσωμάτων και ανάμεσά τους έναν πυρήνα είτε κενό, είτε πληρωμένο με κάποιο είδος κονιάματος. Συνήθως οι δύο στρώσεις στην ψαθωτή τοιχοποιία συνδέονται μεταξύ τους με μεταλλικούς συνδέσμους, αλλά αυτό εξαρτάτε από την λειτουργία που θα επιτελέσει η τοιχοποιία στο δόμημα [21].

Διαζωματική : Στην συγκεκριμένη δομή η τοιχοποιία περικλείεται από οριζόντια και κατακόρυφα δομικά στοιχεία. Τα στοιχεία αυτά μπορεί να είναι από οπλισμένο σκυρόδεμα, μεταλλικά ή ξύλινα. Τα οριζόντια διαζώματα τοποθετούνται συνήθως στις στάθμες των δαπέδων και των παραθύρων και σκοπό έχουν να συνδέουν τους φέροντες τοίχους μεταξύ τους, ώστε η κατασκευή να λειτουργήσει ενιαία στην περίπτωση οριζόντιων δυνάμεων. Σε περιοχές με υψηλή σεισμικότητα, εφαρμόζεται συνδυασμός οριζόντιων και κατακόρυφων διαζωμάτων και έτσι εξασφαλίζεται η αύξηση της αντοχής και της πλαστιμότητας των κτιρίων [22].

Δρομική και Μπατική: Εάν το πάχος της τοιχοποιίας είναι όσο είναι το πάχος του τοιχοσώματος, τότε η τοιχοποιία ονομάζεται δρομική. Αντίστοιχα εάν το πάχος του τοίχου είναι ίσο με το μήκος του λιθοσώματος τότε η τοιχοποιία ονομάζεται μπατική.

Οπλισμένη: Η τοποθέτηση οπλισμού στην τοιχοποιία είναι ένας τρόπος με τον οποίο μπορεί να αυξηθεί σημαντικά η αντοχή και η πλαστιμότητα της κατασκευής. Ο οπλισμός ουσιαστικά αποτελείται από κατακόρυφες και οριζόντιες μεταλλικές ράβδους, οι οποίες για ψαθωτή τοιχοποιία τοποθετούνται μέσα στον πυρήνα και ο πυρήνας γεμίζεται με ισχυρό τσιμεντοκονίαμα. Στην περίπτωση συμπαγούς τοιχοποιίας ο οπλισμός τοποθετείται διάσπαρτα στις οπές των ειδικών πλίνθων, συγκεκριμένα ο κατακόρυφος οπλισμός τοποθετείται στις οπές , ενώ ο οριζόντιος στους αρμούς. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζετε σημαντική βελτίωση στην αντοχή του δομήματος καθώς τα οριζόντια φόρτια παραλαμβάνονται με ελάχιστη παραμόρφωση και μέγιστη απόσβεση της σεισμικής ενέργειας [22].

Θα πρέπει να τονιστεί επίσης ότι όταν κατασκευάζεται μια τοιχοποιία έχει στόχο να επιτελέσει μια συγκεκριμένη λειτουργία. Όταν λοιπόν προορίζεται για να

μεταφέρει στο έδαφος κατακόρυφα η και οριζόντια φορτία του δομήματος, τότε μιλάμε για φέρουσα τοιχοποιία. Αντίστοιχα όταν προορίζεται απλά για την διαμόρφωση ενός φέροντα οργανισμού, αποτελεί τοιχοποιία πληρώσεως. Υπάρχουν επίσης οι τοιχοποιίες αντιστήριξης και επένδυσης που κατασκευάζονται σήμερα περισσότερο για αισθητικούς λόγους [23].

2.1.2 Ειδικές κατασκευές σε Κτίρια Τοιχοποιίας

Δάπεδα

Ένα σημαντικό στοιχείο κατά τη δημιουργία κτιρίων φέρουσας τοιχοποιίας αποτελούν τα δάπεδα. Αυτό συμβαίνει διότι τα υλικά και ο τρόπος που θα κατασκευαστούν και θα προσαρτηθούν σε ένα δόμημα επηρεάζουν άμεσα τη συμπεριφορά του σε κατακόρυφα και κυρίως σε οριζόντια φορτία.

Οι συνηθέστεροι τύποι πατώματων είναι οι έξης:

- Πλάκες οπλισμένου σκυροδέματος
- Πατώματα επί σιδηροδοκών με πλινθοπλήρωση
- Ξύλινα πατώματα (Ισχυρές ξύλινες δοκοί με καρφωμένο ξύλινο πέτωμα)
- Κτιστά πατώματα μονής η διπλής καμπυλότητας

Τα βασικά χαρακτηριστικά των δαπέδων που επηρεάζουν την συμπεριφορά του κτιρίου είναι το βάρος τους, ο βαθμός διαφραγματικής λειτουργίας που αναπτύσσουν, ο ισότροπος η μη χαρακτήρας της απόκρισης τους και η άσκηση η μη οριζόντιων ωθήσεων, υπό κατακόρυφα φορτία, στους τοίχους όπου εδράζονται. Οι πλάκες οπλισμένου σκυροδέματος εξασφαλίζουν την πιο μεγάλη διαφραγματική λειτουργία στο κτίριο, ενώ παράλληλα το βάρος τους θεωρείται μέσο σε σχέση με τους άλλους τύπους. Μεγάλη διαφραγματική λειτουργία δίνουν και τα κτιστά πατώματα, αν και έχουν το μειονέκτημα ότι είναι πολύ βαριά και προκαλούν την εμφάνιση οριζόντιων δυνάμεων υπό κατακόρυφα φορτία, για αυτό το λόγο, απαιτείται μεγάλο πάχος φερουσών τοιχοποιιών, κατά την εφαρμογή τους. Τα πιο ελαφριά πατώματα είναι τα ξύλινα, τα οποία όμως δεν μπορεί να θεωρηθεί ότι εξασφαλίζουν σημαντική διαφραγματική λειτουργία, παρά μόνο εάν ενισχυθούν με κάποιον τρόπο σύνδεσης και έχουν διπλό σανίδωμα [24].

Ανώφλια (Πρέκια)

Τα ανώφλια είναι φορείς που τοποθετούνται πάνω από ανοίγματα, όπως πόρτες και παράθυρα και έχουν σκοπό να συγκρατούν την υποκείμενη τοιχοποιία. Συνήθως είναι οριζόντια και στηρίζονται σε κατακόρυφα στοιχεία. Το υλικό κατασκευής τους μπορεί να είναι το σκυρόδεμα, ο χάλυβας, η πέτρα και το ξύλο. Είναι σημαντικό να τοποθετούνται με προσοχή διότι υπόκεινται σε θλίψη, κάμψη και διάτμηση και πολλές φορές παρατηρούνται ρηγματώσεις στην τοιχοποιία

πάνω από τα ανοίγματα, λόγω μεγάλου βέλους κάμψης η υποχώρησης του πρεκιού [22].

2.2 Η Μηχανική της Τοιχοποιίας

Παρ' ότι η λιθοδομή αποτέλεσε το αρχαιότερο και μέχρι την ανακάλυψη του σκυροδέματος, το κυριότερο δομικό υλικό, η έρευνα για την μηχανική συμπεριφορά και την απόκριση κτιρίων από τοιχοποιία ξεκινά πολύ μετέπειτα. Παράγοντες όπως η εκτεταμένη χρήση του χάλυβα και του σκυροδέματος, η αδυναμία χρήσης της τοιχοποιίας σε πολυώροφα κτίρια αλλά και οι βλάβες που παρουσιάστηκαν σε υπάρχοντα κτίρια, δημιούργησαν την εικόνα της ακαταλληλότητας ως προς την αξιοπιστία της, στην μέθοδο της τοιχοποιίας, με αποτέλεσμα να θεωρείται παρελθόν για τις κατασκευές. Η έρευνα λοιπόν επικεντρώθηκε στα νέα υλικά ενώ ουσιαστική μελέτη για την τοιχοποιία δεν υπήρξε μέχρι τη δεκαετία του '70 [22, 23].

Την δεκαετία αυτή όμως, ξεκινά ένα έντονο ερευνητικό ενδιαφέρον σε πολλές χώρες, καθώς παρατηρείται ιδιαίτερη ευαισθητοποίηση για την συντήρηση και ανάδειξη μνημείων και διατηρητέων κτισμάτων, τα οποία στην πλειοψηφία τους έχουν κατασκευαστεί από φέρουσα τοιχοποιία και αποτελούν έργα της οικιστικής πολιτιστικής κληρονομιάς κάθε λαού. Στην συνέχεια η έρευνα επεκτάθηκε στην μελέτη και βελτίωση της τοιχοποιίας σε νέες κατασκευές, καθώς άρχισαν να ανακαλύπτονται ξανά κάποια ξεχασμένα προτερήματα της πέτρας όπως η θερμομόνωση, η πυρασφάλεια η αισθητική υπεροχή και κυρίως η αντοχή στο χρόνο. Δεν μπορεί να θεωρηθεί τυχαίο βέβαια, πως η στροφή αυτή γίνεται παράλληλα με την ανάπτυξη των υπολογιστικών συστημάτων, τα οποία έδωσαν την δυνατότητα μελέτης ανισότροπων υλικών και κατασκευών που δημιουργούνταν από αυτά [23, 24].

Όσον αφορά τώρα τις μηχανικές ιδιότητες, η τοιχοποιία δεν αποτελεί ένα ομογενές και ισότροπο υλικό και παράλληλα δεν είναι βιομηχανικό προϊόν με σταθερή και ελεγχόμενη ποιότητα. Εξαιτίας αυτής της ιδιαιτερότητας, ανακύπτουν πολλές δυσκολίες στον προσδιορισμό της αντοχής της σε θλίψη, εφελκυσμό και διάτμηση και παρ' ότι έχουν αναπτυχθεί αξιόλογες ερευνητικές προσπάθειες για να υπολογιστούν οι μηχανικές της ιδιότητες, εξακολουθούν οι εργαστηριακοί προσδιορισμοί να συγκρίνονται με θεωρητικές σχέσεις, που έχουν προταθεί [23].

Σαν ένα γενικό συμπέρασμα για το υλικό της τοιχοποιίας θα μπορούσε να ειπωθεί, ότι χαρακτηρίζεται από σχετικά υψηλή αντοχή σε θλίψη, ιδιαίτερα χαμηλή αντοχή σε εφελκυσμό και ικανοποιητική αντοχή σε διάτμηση. Είναι φανερό βέβαια πως εκτός από την θλιπτική αντοχή, τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά αποτελούν τις κύριες αδυναμίες του. Στην συνέχεια παρουσιάζονται αναλυτικότερα κάθε ένα από τα παραπάνω χαρακτηριστικά, καθώς και οι παράγοντες από τους οποίους εξαρτώνται.

2.2.1 Θλιπτική αντοχή

Όπως αναφέρθηκε πριν, η τοιχοποιία διακρίνεται από αρκετά υψηλή θλιπτική αντοχή, σε σχέση με τα υπόλοιπα μηχανικά χαρακτηριστικά της. Αυτός ήταν και ο λόγος που καθόρισε την χρήση της, ως κυρίως θλιβόμενου φέροντος στοιχείου. Για τον υπολογισμό της θλιπτικής αντοχής έχει προταθεί ένας μεγάλος αριθμός σχέσεων από αρκετούς ερευνητές, οι οποίοι έχουν καταλήξει σε κάποια κοινά συμπεράσματα όσον αφορά τους παράγοντες που καθορίζουν τελικά το συγκεκριμένο χαρακτηριστικό. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η τοιχοποιία αποτελεί ένα σύνθετο υλικό προκύπτει ότι αυτοί οι παράγοντες σχετίζονται με τις παρακάτω μεταβλητές:

- ✓ Τα χαρακτηριστικά των τοιχοσωμάτων, την αντοχή, τον τύπο και την γεωμετρία του πλίνθου.
- ✓ Τα χαρακτηριστικά του κονιάματος, την αντοχή και σύνθεση του μείγματος, το σχετικό πάχος του κονιάματος σε σχέση με το τοιχόσωμα και την σχετική παραμόρφωση των δύο υλικών.
- ✓ Οι συνθήκες που επικρατούν στην ίδια την τοιχοποιία, ο τρόπος εμπλοκής των τοιχοσωμάτων, η διεύθυνση φόρτισης και ο τρόπος επιβολής του φορτίου.
- ✓ Το υλικό του αρμού αλλά και το πάχος του σε σχέση με το ύψος του λιθοσώματος.
- ✓ Την υδροαπορροφητικότητα των λιθοσωμάτων.
- ✓ Την Ποιότητα της κατασκευής.

Σύμφωνα με εργαστηριακές δοκιμές η αστοχία τοιχοποιίας στην οποία ασκείτε ομοιόμορφη θλίψη προκαλείτε είτε από εφελκυστικές ρωγμές παράλληλες στο φορτίο είτε από ένα είδος διατμητικής αστοχίας, ο τύπος της οποίας εξαρτάτε από το εάν το τοιχόσωμα είναι πιο ισχυρό από το κονίαμα η και αντίστροφα. Επίσης ένα εξίσου σημαντικό συμπέρασμα είναι ότι η αντοχή της τοιχοποιίας είναι μικρότερη από την ονομαστική αντοχή του τοιχοσώματος.

Κατά τον Ευρωκώδικα [20] για τον υπολογισμό της θλιπτικής αντοχής προτείνονται οι παρακάτω σχέσεις.

Για κονίαμα γενικής χρήσης:

$$f_{w,k} = K \cdot f_{bc}^{0,7} \cdot f_{mc}^{0,3} \text{ (MPa)}$$

Για κονίαμα λεπτής στρώσης:

$$f_{w,k} = K \cdot f_{bc}^{0,85} \text{ (MPa)}$$

όπου f_{bc} , f_{mc} η αντοχή σε θλίψη πλίνθου, κονιάματος αντίστοιχα

Το K είναι μια σταθερά που εξαρτάτε από την ομάδα του λιθοσώματος, του κονιάματος και του τρόπου δόμησης της τοιχοποιίας. Είναι εύκολο να προσδιοριστεί μέσω πίνακα και συνήθως παίρνει τιμές από 0,40 έως 0,60.

2.2.2 Παραμορφωσιακές ιδιότητες τοιχοποιίας

Οι παραμορφωσιακές ιδιότητες της τοιχοποιίας εξαρτώνται από τις ίδιες παραμέτρους που καθορίζουν την θλιπτική της αντοχή.

Μέτρο Ελαστικότητας

Το μέτρο ελαστικότητας συνδέει τις ορθές τάσεις με τις αναπτυσσόμενες αξονικές παραμορφώσεις. Για τον θεωρητικό προσδιορισμό του μέτρου ελαστικότητας της τοιχοποιίας έχουν προταθεί διάφορες σχέσεις με επικρατούσες αυτές που το ορίζουν ως πολλαπλάσιο της θλιπτικής αντοχής της . Γενικά το μέτρο ελαστικότητας επηρεάζεται έντονα από τον τρόπο επιβολής του φορτίου και τις τοπικές συνθήκες. Κατά τον Ευρωκώδικα 6, σε περίπτωση απουσίας πειραματικών αποτελεσμάτων συνιστάται ο υπολογισμός του βραχυχρονίου τέμνοντος μέτρου ελαστικότητας να υπολογίζεται από την σχέση:

$$E = 1000 \cdot f_{wk}$$

Συντελεστής Poisson ν

Ο συντελεστής Poisson εκφράζει τον λόγο της παραμόρφωσης κάθετα στην δύναμη προς την παραμόρφωση παράλληλα σε αυτήν. Το εύρος τιμών του είναι 0.12-0.35 ενώ η συνηθέστερη τιμή του είναι 0.20.

Μέτρο διάτμησης

Το μέτρο διάτμησης συνδέει τις διατμητικές τάσεις με τις αναπτυσσόμενες διατμητικές παραμορφώσεις και υπολογίζεται από την γνωστή σχέση:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

2.2.3 Εφελκυστική αντοχή

Η εφελκυστική αντοχή της τοιχοποιίας κρίνεται, στις περισσότερες περιπτώσεις, χαμηλή και παρουσιάζει μεγάλη αναξιοπιστία, λόγω της μεγάλης διασποράς των τιμών της. Διαφοροποιείται έντονα από την γωνία της διεύθυνσης των τάσεων , ως προς την διεύθυνση των αρμών, που θεωρούνται τα ασθενή επίπεδα και συνήθως εκφράζετε είτε κάθετα, είτε παράλληλα σε αυτούς. Ορισμένοι από τους παράγοντες που επηρεάζουν την εφελκυστική αντοχή είναι:

- ✓ Η σύνθεση του κονιάματος και ειδικότερα ο λόγος άμμος/τοιμέντο, ο λόγος τοιμέντο/νερό, η περιεκτικότητα σε νερό και η ύπαρξη τυχών προσθέτων.

- ✓ Το είδος του τοιχοσώματος και ειδικότερα το πορώδες, η υγρασία, η μορφή διεπιφάνειας και η μακροσκοπική μορφή του (μορφή, ύπαρξη και μέγεθος οπών και εγκοπών).
- ✓ Η συνοχή του κονιάματος με τα τοιχοσώματα, επίπεδο συνάφειας μεταξύ των δύο υλικών.

Εφελκυστικές περιοχές στα τοιχώματα μιας κατασκευής δημιουργούνται συνήθως είτε λόγω εκκεντρότητας των κατακόρυφων φορτίων εντός ή εκτός του επιπέδου, είτε λόγω ύπαρξης οριζόντιων δυνάμεων, εγκάρσιων στο επίπεδο τους (δυνάμεις σεισμού ή ανέμου). Για τον λόγο αυτό, οι κανονισμοί δεν χρησιμοποιούν την καθαρά εφελκυστική αντοχή της τοιχοποιίας για τον σχεδιασμό, αλλά δίνουν έμφαση στον προσδιορισμό της καμπτικής εφελκυστικής αντοχής. Ο Ευρωκώδικας 6 αναφέρει ότι τόσο η καθαρά εφελκυστική αντοχή, όσο και η καμπτική αντοχή θα πρέπει να προσδιορίζονται πειραματικά. Επιπλέον η τιμή της καμπτικής εφελκυστικής αντοχής παράλληλα στους αρμούς έχει αποδειχθεί υπερδιπλάσια συγκρινόμενη με την καμπτική αντοχή κάθετα σε αυτούς.

2.2.4 Αντοχή σε Διάτμηση

Θα πρέπει αρχικά να ξεκαθαριστεί ότι καθαρή διάτμηση στην τοιχοποιία δεν υφίσταται, καθώς εκτός από τις διατμητικές τάσεις αναπτύσσονται παράλληλα και ορθές τάσεις εξαιτίας του ίδιου βάρους της κατασκευής. Με πιο απλά λόγια αναφερόμαστε σε μια κατάσταση όπου ορθές και διατμητικές τάσεις συνυπάρχουν. Η διατμητική αντοχή στην περίπτωση της άοπλης τοιχοποιίας σχετίζεται κατά κύριο λόγο με την συνοχή μεταξύ κονιάματος και τοιχοσωμάτων, με την γεωμετρία της τοιχοποιίας και με το είδος των ασκούμενων φορτίων. Όσον αφορά την συνοχή, είναι άμεσα εξαρτώμενη από τις ιδιότητες και τα μηχανικά χαρακτηριστικά του κονιάματος και των τοιχοσωμάτων.

Οι μορφές θραύσης του τοίχου στην συγκεκριμένη περίπτωση φόρτισης είναι οι εξής :

- ✓ Καμπτική θραύση, συνήθως εμφανίζεται σε τοίχους με μεγάλες τιμές του λόγου ύψους/ πλάτους.
- ✓ Θραύση από ολίσθηση του τοίχου ως προς τη βάση του, συνήθως εμφανίζεται σε τοίχους με μικρές τιμές του συντελεστή τριβής.
- ✓ Διαγώνιες ρωγμές οι οποίες διευρύνονται με την αύξηση των παραμορφώσεων, συνήθως εμφανίζονται σε τοίχους με μικρό λόγο ύψους/ πλάτους.

Κατά την επικρατούσα θεωρία για την συμπεριφορά της τοιχοποιίας υπό τέμνουσες δυνάμεις, η αστοχία από τον συνδυασμό δεδομένης ορθής τάσης σχεδιασμού σ_d και μέγιστης διατμητικής τάσης $\tau_{max} = \xi \cdot \tau_{u,m}$ θα προκύψει όταν η κύρια εφελκυστική τάση σ_1 , που αναπτύσσεται λόγω του συγκεκριμένου συνδυασμού, πάρει την τιμή της χαρακτηριστικής εφελκυστικής αντοχής της

τοιχοποιίας $f_{w,t}$. Έτσι λοιπόν προκύπτει ότι η σχέση μέσης διατμητικής τάσης $\tau_{u,m}$ στην κατάσταση αστοχίας είναι:

$$\tau_{u,m} = \frac{f_{w,t}}{\xi} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_d}{f_{w,t}} + 1}$$

Όπου ξ είναι ο συντελεστής κατανομής της διατμητικής τάσης και αναφερόμενοι σε ορθογωνική διατομή, ισούται με 1.5 για λεπτούς τοίχους και με 1 για πλατείς τοίχους.

2.3 Πεπερασμένα στοιχεία

Για την επίλυση προβλημάτων τάσεων-παραμορφώσεων σε δύο ή περισσότερες διαστάσεις, η εύρεση αναλυτικών λύσεων της μερικής διαφορικής εξίσωσης μετατοπίσεων καθίσταται πολύ δύσκολη και περιορίζεται σε απλές γεωμετρίες. Σε πολύπλοκες γεωμετρίες, όπως αυτές που περιγράφουν κτηριακές εγκαταστάσεις, η εύρεση του πεδίου τάσεων-παραμορφώσεων υλοποιείται με τη χρήση αριθμητικών μεθόδων. Συχνά χρησιμοποιούμενες μέθοδοι είναι η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών και των πεπερασμένων στοιχείων.

Κατά τη χρήση αριθμητικών μεθόδων, η διαφορική εξίσωση μετατρέπεται σε ένα σύνολο αριθμητικών εξισώσεων. Η λύση του συστήματος των αριθμητικών εξισώσεων δίνει την τιμή του αγνώστου (μετατοπίσεις) σε συγκεκριμένα σημεία και όχι σε όλα τα σημεία του χώρου. Τα σημεία αυτά είναι τα διακριτά σημεία και η μετατροπή της διαφορικής εξίσωσης σε ένα σύνολο αριθμητικών εξισώσεων καλείται διακριτοποίηση. Η διακριτοποίηση της διαφορικής εξίσωσης πραγματοποιείται με τη χρήση ενός πλέγματος (mesh), οι κόμβοι του οποίου είναι τα διακριτά σημεία.

Καθώς η διαφορική εξίσωση δεν περιγράφεται πλέον αναλυτικά αλλά, με ένα σύνολο αριθμητικών εξισώσεων, αναμένεται το αποτέλεσμα της λύσης να διαφέρει από το αποτέλεσμα της αναλυτικής επίλυσης. Συνεπώς, η ακρίβεια της λύσης εξαρτάται σημαντικά από την πυκνότητα των κόμβων του πλέγματος. Όσο πιο πυκνό είναι το πλέγμα τόσο μεγαλύτερη είναι η ακρίβεια της λύσης. Απαιτείται λοιπόν, κάθε φορά να αυξάνουμε (π.χ. διπλασιάζουμε) σταδιακά το πλήθος των κόμβων του πλέγματος. Αν σε δυο διαδοχικές αυξήσεις δεν μεταβληθεί η ακρίβεια της λύσης τότε έχει επιτευχθεί το βέλτιστο αποτέλεσμα της αριθμητικής προσέγγισης.

Η επίλυση των διαφορικών εξισώσεων, σε δύο ή περισσότερες διαστάσεις με τη χρήση κάποιας αριθμητικής μεθόδου είναι αδύνατο να επιτευχθεί χωρίς τη χρήση υπολογιστή. Επιπλέον, η εξίσωση της διάχυσης αποτελεί την ιδανική διαφορική εξίσωση για την εισαγωγή στην αριθμητική επίλυση διαφορικών εξισώσεων που συναντώνται σε προβλήματα μετάδοσης της θερμότητας και μηχανικής των ρευστών. Αυτός είναι και ο λόγος που στην αγορά είναι διαθέσιμα ανεπτυγμένα

λογισμικά που υλοποιούν της αριθμητική επίλυση αυτής της διαφορικής εξίσωσης. Μάλιστα, η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι η βάση των περισσότερων προγραμμάτων που υπάρχουν για μηχανικούς υπολογισμούς. Ένα από αυτά τα προγράμματα που βασίζονται στην χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι το Comsol το οποίο και χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία.

2.3.1 Σύντομη Ιστορική ανασκόπηση

Η ιδέα της ανάπτυξης της μεθόδου γεννήθηκε στην αεροναυπηγική από την ανάγκη εύρεσης λύσης στα δύσκολα προβλήματα που έπρεπε να αντιμετωπιστούν στην κατασκευή των αεροσκαφών. Η παρουσίαση της σε μαθηματικό επίπεδο έγινε από τον Courant το 1943, ο οποίος μελετώντας ένα πρόβλημα στρέψης, εισήγαγε την ιδέα της αντικατάστασης μιας συνεχούς συνάρτησης με συναρτήσεις κατά διαστήματα συνεχείς. Η εφαρμογή της μεθόδου σε τεχνολογικό επίπεδο πραγματοποιήθηκε από τον Ιωάννη Αργύρη τη διετία 1955-1956, ο οποίος επινόησε την χρήση τριγωνικών στοιχείων και κατάφερε να δώσει μέγιστη δυνατότητα χειρισμού αλγεβρικών εξισώσεων μέχρι 64 αγνώστους. Το 1960 ο Clough, καθηγητής Πανεπιστημίου της Καλιφόρνια, στο Μπέρκλεϋ της Αμερικής χρησιμοποίησε για πρώτη φορά το όνομα 'Πεπερασμένα Στοιχεία' και έτσι καθιερώθηκε η συγκεκριμένη ονομασία. Το πρώτο βιβλίο για τα πεπερασμένα στοιχεία κυκλοφόρησε το 1967, ενώ το 1972 η ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων εφαρμόστηκε σε μη γραμμικά προβλήματα και για μεγάλες παραμορφώσεις.

Ένας απι τους βασικότερους λόγους που η μέθοδος παρέμενε στάσιμη ήταν η απουσία του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Παρ' όλα αυτά η συνεχής και γρήγορη ανάπτυξη των υπολογιστικών συστημάτων συντέλεσαν στο να γίνει, η μέχρι πρότινος περιορισμένη σε εφαρμογή μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων, ένα σύγχρονο και ευρέως διαδεδομένο εργαλείο κάθε μηχανικού. Έτσι, αν και ξεκίνησε να εφαρμόζεται για την στατική ανάλυση φορέων πλέον χρησιμοποιείτε σε μια ευρύτερη κατηγορία προβλημάτων της μηχανικής όπως τα ρευστά, την θερμοδυναμική, την υδροδυναμική, τον ηλεκτρισμό και την κατεργασία μετάλλων.

2.3.2 Παράδειγμα Εφαρμογής σε Μονοδιάστατο Πρόβλημα

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων είναι μια γενική τεχνική για την κατασκευή προσεγγιστικών λύσεων μιας εξίσωσης. Η μέθοδος περιλαμβάνει τη διαίρεση του χώρου στον οποίο επιλύεται η εξίσωση σε ένα πεπερασμένο πλήθος απλών χώρων, τα πεπερασμένα στοιχεία, και τη χρήση διαφόρων concepts για τον υπολογισμό της λύσης υπό τη συλλογή των λύσεων που προκύπτουν στα πεπερασμένα στοιχεία.

Στην παράγραφο αυτή θα ερμηνεύσουμε τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων μέσω ενός απλού μονοδιάστατου προβλήματος που περιγράφεται στη συνέχεια.

$$-u'' + u = x, \text{ όπου}$$

$$0 < x < 1$$

$$u(0) = 0$$

$$u(1) = 0$$

Ένα πρόβλημα αυτής της μορφής προκύπτει και κατά την μελέτη της κατανομής θερμοκρασίας σε μια ράβδο.

Τα δεδομένα του προβλήματος αποτελούν:

- Ο χώρος στον οποίο επιθυμούμε να λύσουμε τη διαφορική εξίσωση
- Το μη ομογενές τμήμα της διαφορικής εξίσωσης (αναπαριστάται με μια δεδομένη συνάρτηση $f(x)$ στο δεξί μέλος της εξίσωσης)
- Οι συντελεστές του αριστερού μέλους της διαφορικής εξίσωσης
- Οι οριακές συνθήκες.

Σημειώνεται το γεγονός ότι στις περισσότερες τεχνικές εφαρμογές εμφανίζεται ένα από τα παρακάτω προβλήματα:

- Δεν υπάρχει λύση της κλασικής μοντελοποίησης του προβλήματος καθώς κάποια δεδομένα δεν είναι ομαλά.
- Ακόμα και όταν μια λύση υπάρχει δεν μπορεί να βρεθεί στο κλειστό διάστημα λόγω της πολύπλοκης γεωμετρίας, των συντελεστών και των οριακών συνθηκών.

Προκειμένου να ξεπεραστούν αυτά τα προβλήματα, επαναμοντελοποιούμε το πρόβλημα έτσι ώστε να δεχόμαστε ασθενέστερους περιορισμούς. Αυτή η επαναμοντελοποίηση καλείται *weak formulation*. Ακόμα και όταν μια ομαλή λύση του προβλήματος υπάρχει και μπορεί να βρεθεί χωρίς την *weak formulation*, η λύση αυτή αποτελεί και τη λύση του επαναμοντελοποιημένου προβλήματος. Συνεπώς, δεν χάνουμε τίποτα με την επαναμοντελοποίηση του προβλήματος.

Η ασθενής μοντελοποίηση του αρχικού προβλήματος περιγράφεται ως εξής: Βρείτε τη συνάρτηση u έτσι ώστε η διαφορική εξίσωση μαζί με τις οριακές συνθήκες να ικανοποιούνται υπό την έννοια των σταθμισμένων μέσων. Αυτή η πρόταση, για το πρόβλημα που μελετάμε, μαθηματικά εκφράζεται ως εξής:

$$\begin{aligned}\int_0^1 (-u'' + u) v dx &= \int_0^1 x v dx, \text{ υπό} \\ u(0) &= 0 \\ u(1) &= 0\end{aligned}\tag{α}$$

Εκφράζοντας με H το σύνολο των συναρτήσεων που έχουν μηδενικές τιμές στα όρια του x , το πρόβλημα πλέον είναι:

$$\begin{aligned}\int_0^1 (-u'' + u - xv) v dx &= 0 \quad \forall v \in H \\ u(0) &= 0 \\ u(1) &= 0\end{aligned}$$

Θεωρώντας συμμετρία του προβλήματος ισχύει η ακόλουθη ισότητα:

$$\int_0^1 -u'' v dx = \int_0^1 u' v' dx$$

Έτσι, η weak formulation ορίζεται να είναι η εξής:

$$\text{βρες το } u \in H_0^1 \text{ έτσι ώστε } \int_0^1 (u' v + uv) dx = \int_0^1 x v dx \quad \forall v \in H_0^1 \tag{2.3.1}$$

Υπάρχουν 2 θεμελιώδεις ιδιότητες του H_0^1 . Πρώτον, το H_0^1 είναι ένας γραμμικός χώρος των συναρτήσεων v , και δεύτερον, το H_0^1 είναι άπειρης διάστασης. Με τον όρο γραμμικός χώρος εννοούμε ότι οι γραμμικοί συνδυασμοί των συναρτήσεων του H_0^1 είναι και αυτές μέλη του H_0^1 . Με τον όρο άπειρης διάστασης εννοούμε ότι είναι απαραίτητο να ορίσουμε άπειρο πλήθος παραμέτρων έτσι ώστε να ορίσουμε μοναδικά μια αυθαίρετη v του H_0^1 .

Ας υποθέσουμε λοιπόν, ότι μας δίνεται ένα άπειρο πλήθος συναρτήσεων $\{\phi_1(x), \phi_2(x), \dots\}$ του H_0^1 οι οποίες έχουν την ιδιότητα κάθε test function v στο H_0^1 να μπορεί να εκφραστεί ως γραμμικός συνδυασμός των ϕ_i :

$$v(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i \phi_i(x)$$

Οι συναρτήσεις ϕ_i καλούνται basis functions και οι β_i είναι σταθερές. Έτσι, όταν εμείς πάρουμε ένα πεπερασμένο πλήθος N των όρων της σειράς $v(x)$ τότε θα προκύψει μια προσέγγιση v_N του v :

$$v(x) = \sum_{i=1}^N \beta_i \phi_i(x) \tag{2.3.2α}$$

Οι N basis functions $\{\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_N(x)\}$ που επιλέχθηκαν ορίζουν ένα N -διάστατο υποχώρο $H_0^{(N)}$ του H_0^1 . Έτσι, προσεγγίζουμε το πρόβλημα (α) με το πρόβλημα:

$$\text{Βρες το } u_N \in H_0^1 \text{ έτσι ώστε } \int_0^1 (u'_N v'_N + u_N v_N) dx = \int_0^1 x v_N dx \quad \forall v_N \in H_0^{(N)} \quad (2.3.3)$$

Η λύση θα είναι της μορφής

$$u_N(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \phi_i(x) \quad (2.3.2\beta)$$

Οι συντελεστές α_i καλούνται βαθμοί ελευθερίας της προσέγγισης. Οι α_i είναι άγνωστοι και καλούμαστε στη συνέχεια να τους υπολογίσουμε.

Εισάγουμε την (2.3.2α) και (2.3.2β) στην (2.3.3) και έχουμε:

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \left(\frac{d}{dx} \left[\sum_{i=1}^N \beta_i \phi_i(x) \right] \frac{d}{dx} \left[\sum_{j=1}^N \alpha_j \phi_j(x) \right] + \left[\sum_{i=1}^N \beta_i \phi_i(x) \right] \left[\sum_{j=1}^N \alpha_j \phi_j(x) \right] - \left[\sum_{i=1}^N \beta_i \phi_i(x) \right] \right) dx = 0 \\ & \Rightarrow \sum_{i=1}^N \beta_i \left(\sum_{j=1}^N \left\{ \int_0^1 [\phi'_i(x) \phi'_j(x) + \phi_i(x) \phi_j(x)] dx \right\} \alpha_j - \int_0^1 \phi_i(x) x dx \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

Θέτουμε

$$K_{ij} = \int_0^1 [\phi'_i(x) \phi'_j(x) + \phi_i(x) \phi_j(x)] dx$$

$$F_i = \int_0^1 \phi_i(x) x dx$$

Συνεπώς, εξίσωση (2.3.4) γίνεται:

$$\sum_{i=1}^N \beta_i \left(\sum_{j=1}^N K_{ij} \alpha_j - F_i \right) = 0 \quad (2.3.5)$$

Ο $N \times N$ τετραγωνικός πίνακας K είναι γνωστός ως πίνακας ακαμψίας (stiffness matrix), ενώ το $N \times 1$ διάνυσμα F είναι γνωστό ως διάνυσμα βαρών (load vector) για τις συγκεκριμένες basis functions.

Τώρα έστω ότι:

- $\beta_1 = 1$ και $\beta_i = 0$ για κάθε $i \neq 1$, τότε η (1.5) γίνεται:

$$\sum_{j=1}^N K_{1j} \alpha_j = F_1$$

- $\beta_2 = 1$ και $\beta_i = 0$ για κάθε $i \neq 2$, τότε η (1.5) γίνεται:

$$\sum_{j=1}^N K_{2j} \alpha_j = F_2$$

-
- $B_N = 1$ και $\beta_i = 0$ για κάθε $i \neq N$, τότε η (1.5) γίνεται:

$$\sum_{j=1}^N K_{Nj} \alpha_j = F_N$$

Παρατηρούμε ότι η εξίσωση (2.3.5) ένα σύστημα N εξισώσεων που ικανοποιούνται από τα α_j . Καθώς οι συναρτήσεις $\phi_i(x)$ έχουν επιλεγεί να είναι ανεξάρτητες, οι N εξισώσεις της (2.3.5) θα είναι ανεξάρτητες και έτσι ο πίνακας K θα είναι αντιστρέψιμος. Έτσι, οι συντελεστές α_j θα δίνονται από την σχέση:

$$\alpha_j = \sum_{i=1}^N K^{-1}_{ji} F_i \quad (2.3.6)$$

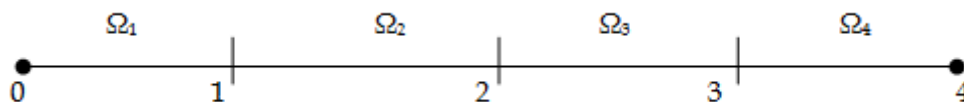
Αντικαθιστώντας την (2.3.6) στην (2.3.4) έχουμε υπολογίσει την u_N .

Η μέθοδος η οποία περιγράφηκε παραπάνω είναι η προσέγγιση Galerkin. Όπως αναφέραμε η μέθοδος αυτή επιλέγει μια συμμετρική weak formulation του προβλήματος. Αποτέλεσμα τούτου είναι ο πίνακας K να είναι συμμετρικός. Αυτή η συμμετρία έχει ως αποτέλεσμα την μείωση του υπολογιστικού κόστους. Αποδεικνύεται μάλιστα ότι, εάν έχουμε συμμετρική formulation του προβλήματος ή προσέγγιση Galerkin αποδίδει τη βέλτιστη δυνατή προσέγγιση της λύσης u στο $H_0^{(N)}$.

Οι basis functions όπως είδαμε προηγουμένως θεωρούνται γνώστες και επιλέγονται αυθαίρετα ως ανεξάρτητες συναρτήσεις του H_0^1 . Δεδομένου ότι η αυθαίρετη επιλογή των basis functions καθίσταται δύσκολη για προβλήματα περισσότερων διαστάσεων και γνωρίζοντας ότι η προσεγγιστική λύση εξαρτάται από την επιλογή των basis functions η κλασική μέθοδος Galerkin έχει περιορισμένη χρήση.

Αυτές οι σημαντικές δυσκολίες μπορούν να επιλυθούν χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων παρέχει μια γενική και συμμετρική τεχνική για τη δημιουργία των basis functions της προσέγγισης Galerkin. Η βασική ιδέα είναι ότι οι basis functions μπορούν να οριστούν τμηματικά σε υποχώρους γνωρίζοντας ότι σε κάθε υποχώρο οι basis functions μπορούν να επιλεγούν ως πολύ απλές συναρτήσεις, όπως πολυώνυμα μικρού βαθμού. Χωρίζουμε λοιπόν το χώρο στο οποίο ορίζεται το πρόβλημα σε ένα πεπερασμένο πλήθος στοιχείων.

Στην περίπτωση του παραδείγματος που μελετάμε, χωρίζουμε το χώρο σε 4 στοιχεία $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$. Τα τμήματα αυτά έχουν μήκος h (βλέπετε σχήμα 2.3.1).



Σχήμα 2.1: μια διαίρεση του χώρου $0 \leq x \leq 4$ σε τέσσερα πεπερασμένα στοιχεία με κόμβους τις αρχές και τα τέλη των στοιχείων αυτών

Στον χώρο του προβλήματος ορίζονται τα κομβικά σημεία. Κομβικά σημεία είναι τα σημεία που αποτελούν τα όρια κάθε στοιχείου. Στο Σχήμα 2.3.1 τα σημεία αυτά είναι τα 0, 1, 2, 3 και 4. Συλλέγοντας τα κομβικά σημεία και τα στοιχεία δημιουργούμε τη προσέγγιση του χώρου στον οποίο ορίζεται το πρόβλημα. Ο προσεγγιστικός αυτός χώρος είναι γνωστός ως πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων.

Στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων το N της προσέγγισης Galerkin αντικαθίσταται από το h .

Έχοντας πλέον περιγράψει το αρχικό πλέγμα μπορούμε να δημιουργήσουμε ένα αντίστοιχο set basis functions σε αυτό που περιγράφηκε στη Galerkin, πληρώντας τα ακόλουθα 3 θεμελιώδη κριτήρια.

- Οι βασικές συναρτήσεις παράγονται από απλές συναρτήσεις που ορίζονται τμηματικά - στοιχείο - πάνω στο πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων.
- Οι βασικές συναρτήσεις είναι αρκετά ομαλές ώστε να είναι μέλη των test functions του H_0^1 .
- Οι βασικές συναρτήσεις επιλέγονται έτσι ώστε οι συντελεστές α_i που ορίζουν την προσεγγιστική λύση να είναι οι ακριβείς λύσεις στα κομβικά σημεία.

Για το πρόβλημα που μελετάμε βασιζόμενοι στα κριτήρια αυτά ορίζουμε τις ϕ_i ως

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_i(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{i-1}}{h_i} & \text{εάν } x_{i-1} \leq x \leq x_i \\ \frac{x_{i+1} - x}{h_{i+1}} & \text{εάν } x_i \leq x \leq x_{i+1} \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \\ \\ \left\{ \begin{array}{l} \phi'_i(x) = \begin{cases} \frac{1}{h_i} & \text{εάν } x_{i-1} < x < x_i \\ -\frac{1}{h_{i+1}} & \text{εάν } x_i < x < x_{i+1} \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \end{array} \right.$$

Όπως είδαμε στη κλασική Galerkin μέθοδο για να βρω την προσεγγιστική λύση αρκεί να βρω την $u_h \in H_0^h$ έτσι ώστε $\int_0^1 (u'_h v'_h + u_h v_h) dx = \int_0^1 x v_h dx \quad \forall v_h \in H_0^h$,

όπου $u_h(x) = \sum_{i=1}^N u_i \phi_i(x)$ και u_i είναι οι τιμές του u_h στα κομβικά σημεία του πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων. Έτσι, οδηγούμαστε στο σύστημα των γραμμικών εξισώσεων:

$$\sum_{j=1}^N K_{ij} u_j = F_i$$

Προσοχή! Σε αυτές τις εξισώσεις το N είναι ίσο με το πλήθος των κομβικών σημείων. Επιπλέον, ο πίνακας K και το διάνυσμα F ορίστηκαν παραπάνω. Στη συνέχεια παρουσιάζονται κάποιες σημαντικές ιδιότητες του πίνακα K και του διανύσματος F .

Ας θεωρήσουμε ότι μας δίνεται το πλέγμα πεπερασμένων και οι βασικές συναρτήσεις του σχήματος που ακολουθεί

$$\begin{aligned} K_{ij} &= \int_0^1 [\phi'_i(x) \phi'_j(x) + \phi_i(x) \phi_j(x)] dx \\ &= \int_0^h [\phi'_i(x) \phi'_j(x) + \phi_i(x) \phi_j(x)] dx + \int_h^{2h} [\phi'_i(x) \phi'_j(x) + \phi_i(x) \phi_j(x)] dx \\ &\quad + \int_{2h}^{3h} [\phi'_i(x) \phi'_j(x) + \phi_i(x) \phi_j(x)] dx + \int_{3h}^{4h} [\phi'_i(x) \phi'_j(x) + \phi_i(x) \phi_j(x)] dx \\ &= \sum_{e=1}^4 \int_{\Omega_e} [\phi'_i(x) \phi'_j(x) + \phi_i(x) \phi_j(x)] dx \end{aligned}$$

όπου $\int_{\Omega_e}$ εκφράζει την ολοκλήρωση στο στοιχείο Ω_e του πεπερασμένου πλέγματος.

Έτσι, ορίζω

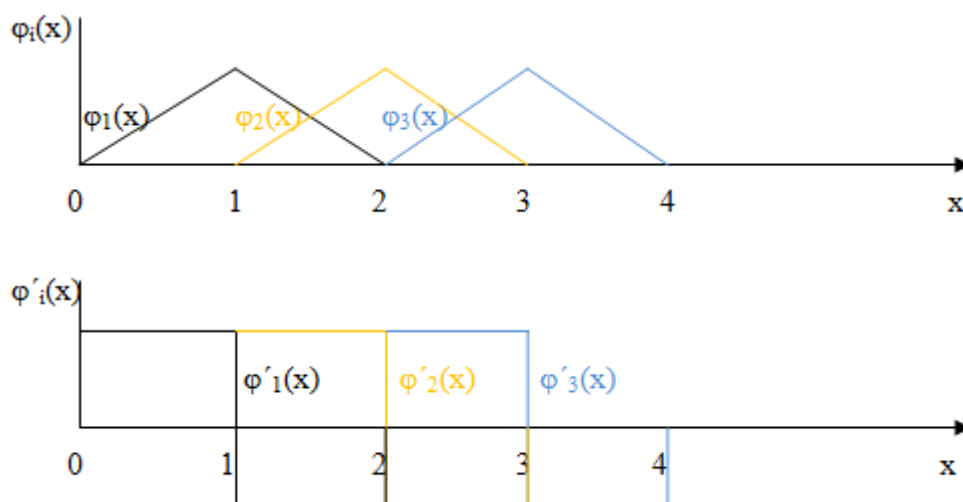
$$\begin{aligned} K^e_{ij} &= \int_{\Omega_e} [\phi'_i(x) \phi'_j(x) + \phi_i(x) \phi_j(x)] dx \\ F^e_i &= \int_{\Omega_e} x \phi_i(x) dx \end{aligned}$$

Το γεγονός ότι ο stiffness matrix και ο load vector μπορούν να υπολογιστούν ως αθροίσματα του αντίστοιχο πινάκων και vector για κάθε ένα πεπερασμένο στοιχείο μας δίνει τη δυνατότητα να παράγουμε τα K και F υπολογίζοντας τα K^e και F^e για κάθε ένα στοιχείο Ω_e και έπειτα να δημιουργώ τους πίνακες K και F .

Στο σχήμα που ακολουθεί παρατηρούμε ότι $\phi_1(x)$ και $\phi'_1(x)$ είναι διάφορες του μηδέν μόνο στα στοιχεία Ω_1 και Ω_2 . Όμοια, οι $\phi_2(x)$ και $\phi'_2(x)$ είναι διάφορες του

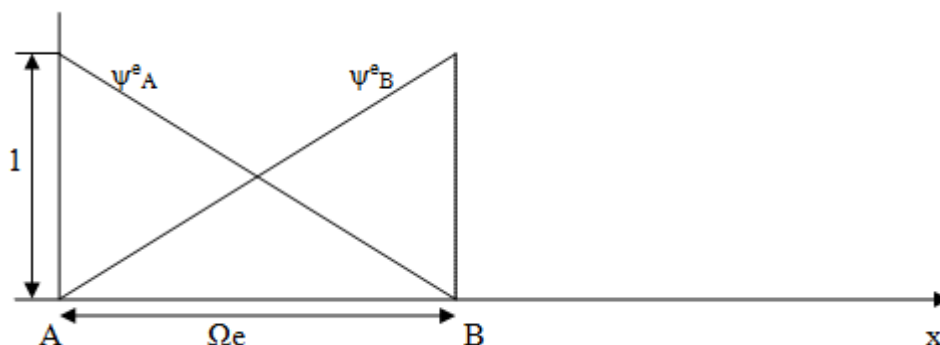
μηδέν μόνο στα στοιχεία Ω_2 και Ω_3 κλπ. Συνεπώς, τα γινόμενα $\phi'_i(x)\phi'_j(x)$ και $\phi_i(x)\phi_j(x)$ είναι μη μηδενικά μόνο όπου οι συναρτήσεις ϕ_i και ϕ_j μερικώς επικαλύπτονται. Για παράδειγμα $\phi'_1(x)\phi'_2(x)$ και $\phi_1(x)\phi_2(x)$ είναι μη μηδενικά στο στοιχείο Ω_2 ενώ $\phi'_1(x)\phi'_3(x)$ και $\phi_1(x)\phi_3(x)$ είναι μηδέν παντού. Έτσι, τα ολοκληρώματα K_{12} και K_{21} είναι μη μηδενικά ενώ $K_{13} = K_{31} = 0$. Αυτή η παρατήρηση γενικεύεται ως εξής, αν τα i και j δεν ανήκουν στο ίδιο στοιχείο τότε $K_{ij} = 0$. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το ότι, αν αριθμήσουμε τα κομβικά σημεία διαδοχικά, τα μη μηδενικά στοιχεία εμφανίζονται κοντά στη διαγώνιο. Έκτος αυτής της ζώνης μη μηδενικών στοιχείων, όλα τα στοιχεία είναι μηδενικά.

Μια σημαντική ιδιότητα του πίνακα K , η οποία αναφέρθηκε και παραπάνω είναι ότι ο πίνακας K είναι συμμετρικός.



Σχήμα 2.2: οι τμηματικές βασικές συναρτήσεις και οι παράγωγοί τους

Ας μελετήσουμε τώρα τη συμβαίνει σε ένα πεπερασμένο στοιχείο. Παρατηρείστε το σχήμα που ακολουθεί.



Σχήμα 2.3: ένα γενικό πεπερασμένο στοιχείο με γραμμικές shape functions

Η ξ είναι μια τοπική συντεταγμένη. Έτσι,

$$\begin{aligned} K_{AA}^e &= \int_0^h [\psi_A'(\xi)\psi_A'(\xi) + \psi_A(\xi)\psi_A(\xi)]d\xi \\ &= \int_0^h \left[\frac{1}{h^2} + \left(1 - \frac{\xi}{h}\right)^2 \right] d\xi = \frac{1}{h} + \frac{h}{3} \end{aligned}$$

Όμοια υπολογίζω και τα $K_{AB}^e, K_{BA}^e, K_{BB}^e, F_A^e, F_B^e$ και παίρνω τα ακόλουθα αποτελέσματα:

$$\begin{aligned} K_{AB}^e &= K_{BA}^e = -\frac{1}{h} + \frac{h}{6}, \quad K_{BB}^e = \frac{1}{h} + \frac{h}{3} \text{ και} \\ F_A^e &= \frac{h}{6}(x_B + 2x_A), \quad F_B^e = \frac{h}{6}(x_A + 2x_B). \end{aligned}$$

Τα x_A και x_B αποτελούν τις τιμές της συνάρτησης $f(x) = x$ στους κόμβους Α και Β. Έτσι ο πίνακας K^e και το διάνυσμα F^e προκύπτουν να είναι

$$K^e = \begin{bmatrix} \frac{1}{h} + \frac{h}{3} & -\frac{1}{h} + \frac{h}{6} \\ -\frac{1}{h} + \frac{h}{6} & \frac{1}{h} + \frac{h}{3} \end{bmatrix} \quad F^e = \begin{bmatrix} \frac{h}{6}(x_B + 2x_A) \\ \frac{h}{6}(x_A + 2x_B) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Για το πρόβλημα που έχουμε ορίσει από την αρχή αυτής της παραγράφου το συνολικό μήκος είναι ίσο με 1. Άρα $h = 1/4$.

Έτσι βάσει του σχήματος 3.1 και των σχέσεων (3.7) προκύπτουν:

- για το στοιχείο Ω_1 :

$$K^1 = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} 98 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad F^1 = \frac{1}{96} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- για το στοιχείο Ω_2 :

$$K^2 = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} 98 & -95 & 0 \\ -95 & 98 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad F^2 = \frac{1}{96} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- για το στοιχείο Ω_3 :

$$K^3 = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 98 & -95 \\ 0 & -95 & 98 \end{bmatrix} \quad F^3 = \frac{1}{96} \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \\ 8 \end{bmatrix}$$

- για το στοιχείο Ω_4 :

$$K^4 = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} 98 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad F^4 = \frac{1}{96} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}$$

και εφόσον για τους K και F ισχύει η αθροιστική ιδιότητα τότε:

$$K = K^1 + K^2 + K^3 + K^4 = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} 196 & -95 & 0 \\ -95 & 196 & -95 \\ 0 & -95 & 196 \end{bmatrix}$$

$$F = F^1 + F^2 + F^3 + F^4 = \frac{1}{96} \begin{bmatrix} 6 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix}$$

όποτε το τελικό σύστημα εξισώσεων είναι το εξής

$$\frac{1}{24} \begin{bmatrix} 196 & -95 & 0 \\ -95 & 196 & -95 \\ 0 & -95 & 196 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{96} \begin{bmatrix} 6 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix}$$

όπου u_1, u_2, u_3 αποτελούν τις λύσεις του προβλήματος σου κόμβους 1, 2 και 3.

2.3.3 Πεπερασμένα στοιχεία – Το πρόβλημα τάσεων-παραμορφώσεων

Κατά την ανάπτυξη της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων έχουμε τη δυνατότητα να επιλέξουμε σαν βασικές μεταβλητές του προβλήματος τις κομβικές μετατοπίσεις ή τις κομβικές δυνάμεις. Συνεπώς, υπάρχουν δύο μοντέλα ανάπτυξης της μεθόδου, το μοντέλο των μετατοπίσεων ή κινηματικό μοντέλο και το μοντέλο των δυνάμεων ή στατικό μοντέλο, μεταξύ των οποίων προτιμάται το μοντέλο των μετατοπίσεων. Η προτίμηση αυτή έχει να κάνει με την προγραμματιστική ευκολία της μεθόδου. Στη μέθοδο των μετατοπίσεων κάνουμε χρήση του μητρώου δυσκαμψίας του φορέα, σε αντίθεση με τη μέθοδο των δυνάμεων όπου γίνεται χρήση του μητρώου ευκαμψίας. Η όλη διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι το μητρώο ευκαμψίας είναι πλήρες ώστε για την αποθήκευση των δεικτών ευκαμψίας απαιτείται περισσότερη μνήμη σε σχέση με το μητρώο δυσκαμψίας το οποίο έχει αρκετά μηδενικά στοιχεία οπότε για την αποθήκευση των δεικτών δυσκαμψίας απαιτείται πολύ λιγότερη μνήμη. Μάλιστα, λαμβάνοντας υπόψη πως σε προσομοιώματα αληθινών κατασκευών με πολλούς βαθμούς ελευθερίας τα μηδενικά στοιχεία μπορεί να αντιστοιχούν μέχρι και στο 99% του συνολικού αριθμού των δεικτών δυσκαμψίας του μητρώου σίγουρα γίνεται κατανοητό γιατί προτιμάται η μέθοδος των μετατοπίσεων. Επίσης, η διάρθρωση του μητρώου δυσκαμψίας ευνοεί τον προγραμματισμό της μεθόδου

των μετατοπίσεων και την άμεση γενίκευση της σε οποιοδήποτε τύπο φορέα. Αντίθετα, η μέθοδος των δυνάμεων λόγω της πλήρους διάρθρωσης του μητρώου ευκαμψίας απαιτεί προσοχή στη δημιουργία του θεμελιώδους φορέα προκειμένου να εφαρμοστεί η μέθοδος του μοναδιαίου φορτίου. Κατά την εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, μια κατασκευή διακριτοποιείται σε μικρότερα τμήματα πεπερασμένου μεγέθους που αποκαλούνται πεπερασμένα στοιχεία. Επομένως, η κατασκευή μπορεί να θεωρηθεί σαν το σύνολο αυτών των στοιχείων με ένα πεπερασμένο αριθμό ενώσεων που ονομάζονται κόμβοι. Ενδεικτικά, η διαδικασία ανάλυσης μιας κατασκευής με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα:

1. Επιλογή *συναρτήσεων σχήματος*, ώστε να προσεγγίσουμε τη μεταβολή των μετατοπίσεων μέσα στο στοιχείο και να τη συσχετίσουμε με τις μετατοπίσεις στους κόμβους του στοιχείου.
2. Έκφραση των παραμορφώσεων και τάσεων εντός του στοιχείου σε σχέση με τις επικόμβιες μετατοπίσεις μέσω κατάλληλων μητρώων.
3. Χρήση της αρχής των δυνατών έργων, ώστε να διατυπωθεί η εξίσωση ισορροπίας κάθε στοιχείου (άγνωστες μεταβλητές είναι οι επικόμβιες μετατοπίσεις).
4. Συνδυασμός των επιμέρους εξισώσεων ισορροπίας κάθε στοιχείου με σκοπό να καταλήξουμε στη γενική εξίσωση ισορροπίας για όλο το φορέα, αλλά κατά τέτοιο τρόπο ώστε να διασφαλίζεται η συνέχεια των μετατοπίσεων σε κάθε κόμβο.

Επίλυση των εξισώσεων ισορροπίας ώστε να προκύψουν οι άγνωστες επικόμβιες μετατοπίσεις, και να οδηγηθούμε στον υπολογισμό των τάσεων και των παραμορφώσεων λαμβάνοντας υπόψη τα χαρακτηριστικά των στοιχείων.

2.3.4 Εφαρμογή της μεθόδου σε λογισμικά προσομοίωσης

Για να εφαρμοστεί η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων σε λογισμικά που ενσωματώνουν τη μεθοδολογία επίλυσης των πεπερασμένων στοιχείων, απαιτούνται τα εξής στάδια:

1. Εισαγωγή της γεωμετρίας της κατασκευής σε ένα πρόγραμμα CAD και δημιουργείται το τρισδιάστατο μοντέλο.
2. Διακριτοποίηση του μοντέλου σε πεπερασμένα στοιχεία και αφού ετοιμαστεί το πλέγμα, επιλογή του είδους επίλυσης και εισαγωγή των απαιτούμενων δεδομένων. Παραδείγματος χάριν, αν επιλεγεί να λυθεί το μοντέλο σε στατική καταπόνηση θα πρέπει να δοθούν τα δεδομένα για τις δυνάμεις και τις στηρίξεις. Αυτή η διαδικασία γίνεται με προγράμματα που αποκαλούνται προ-επεξεργαστές (pre processor).

3. Έπειτα από τη συλλογή των δεδομένων προς επίλυση, εισαγωγή τους σε ένα πρόγραμμα το οποίο θα πραγματοποιήσει την επίλυση του προβλήματος. Τέτοιου είδους προγράμματα λέγονται επιλύτες - solver - και εμπεριέχουν τη μαθηματική διατύπωση της επίλυσης των αριθμητικών μεθόδων.
4. Όταν τελειώσει η επίλυση, τα αποτελέσματα πρέπει να χρησιμοποιήσουν ένα πρόγραμμα που αποκαλείται μετά-επεξεργαστές (post processor), για να μπορέσει ο μελετητής να δει τα αποτελέσματα.

Έτσι και ο στατικός υπολογισμός ενός φορέα υπό την επίδραση οποιασδήποτε μορφής φόρτισης με χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων, ακολουθεί μια συγκεκριμένη μεθοδολογία η οποία περιλαμβάνει τα παρακάτω βήματα:

- *Περιγραφή του προβλήματος:*
Στο στάδιο αυτό καλείται ο μελετητής να διατυπώσει πλήρως το φυσικό πρόβλημα. Θα πρέπει να καθοριστούν τα δεδομένα και οι μεταβλητές ως προς τις οποίες επιζητάτε μια λύση.
- *Εισαγωγή της γεωμετρίας:*
Η μόρφωση του φέροντος οργανισμού βάσει των αρχιτεκτονικών σχεδίων αποτελεί ένα σημαντικό στάδιο της μεθόδου για την προσομοίωση της πραγματικής συμπεριφοράς της κατασκευής.
- *Διακριτοποίηση του φορέα*
Στην συνέχεια η κατασκευή διαιρείται σε έναν πεπερασμένο αριθμό γεωμετρικών στοιχείων . Τα στοιχεία αυτά ενώνονται σε συγκεκριμένα σημεία που ονομάζονται κόμβοι . Για τον κάθε κόμβο υπάρχει ένα καθορισμένο πλήθος βαθμών ελευθερίας. Έτσι κάνοντας την διακριτοποίηση της κατασκευής το συνεχές πρόβλημα με τους άπειρους βαθμούς ελευθερίας ανάγεται σε ένα διακριτό προσομοίωμα με πεπερασμένους βαθμούς ελευθερίας και πλέον γίνεται εφικτή η επίλυση του με την χρήση αλγεβρικών εξισώσεων.
- *Εισαγωγή Ιδιοτήτων Υλικού και Συνοριακών συνθηκών*
Οι ιδιότητες των υλικών αφορούν τα μηχανικά χαρακτηριστικά της κατασκευής και προσδιορίζουν την μηχανική συμπεριφορά του φορέα . Οι συνοριακές συνθήκες αντιπροσωπεύουν τις στηρίξεις και της δυνάμεις που εφαρμόζονται στο σώμα , καθώς και τις αρχικές συνθήκες όταν αυτό είναι απαραίτητο . Θα πρέπει να λαμβάνεται ιδιαίτερη μέριμνα στον καθορισμό όλων των δυνάμεων και του τρόπου εφαρμογής τους . Όσον αφορά τα σεισμικά φορτία ο Αντισεισμικός Κανονισμός καθορίζει σαφώς το μέγεθος και την κατανομή τους.
- *Αριθμητική Επίλυση*
Αφού έχουν καθοριστεί οι ιδιότητες των υλικών και οι συνοριακές συνθήκες προχωράμε στην αριθμητική επίλυση του προβλήματος.

Κάθε λογισμικό το οποίο αναπτύχθηκε για την επίλυση μερικών διαφορικών εξισώσεων, προσφέρει εργαλεία τα οποία δίνουν την δυνατότητα στον χρήστη:

- Να ορίσει ένα πρόβλημα μερικών διαφορικών εξισώσεων (PDE), δηλαδή, να ορίσει την διοδιάστατη επιφάνεια στην οποία η μερική διαφορική εξίσωση θα επιλυθεί, τις συνοριακές συνθήκες, τους συντελεστές του PDE.
- Να επιλύσει αριθμητικά το πρόβλημα, δηλαδή, να δημιουργήσει ένα πλέγμα που περιγράφει την επιφάνεια, να προχωρήσει σε διακριτοποίηση της εξίσωσης και να παράγει μια προσέγγιση της λύσης.
- Να παρουσιάσει εικονικά το αποτέλεσμα της λύσης.

2.4 Στάθμη των Γνώσεων

Για πολλά χρόνια οι ερευνητές έχουν επικεντρώσει την προσοχή τους σε αναλυτικές και πειραματικές μελέτες για τη συμπεριφορά της τοιχοποιίας από λιθοδομή που υπόκειται σε στατικά ή δυναμικά φορτία. Η μοντελοποίηση ενός τέτοιου προβλήματος κρίνεται ιδιαίτερα δύσκολη λόγω των πολλών παραμέτρων που επηρεάζουν τη συμπεριφορά του κτηρίου. Οι διαφορετικές διαστάσεις, η ανισοτροπία των λίθων, το πλάτος των αρμών και η τοπομορφία τους και οι ιδιότητες των υλικών και των συνδετικών μέσων είναι μερικές από τις παραμέτρους που επηρεάζουν τα αποτελέσματα της προσομοίωσης. Η απουσία ενός κατάλληλου μοντέλου που θα λαμβάνει υπόψη αυτές τις παραμέτρους έχουν οδηγήσει τους ερευνητές στο παρελθόν στην υπόθεση ενός ισότροπου ελαστικού μοντέλου.

2.4.1 Μοντέλα λιθοδομής με χρήση FEM

Διάφοροι ερευνητές [1, 2] προσομοιώνουν τη λιθοδομή ως μια συναρμολόγηση λίθων και κονιάματος με μέσους όρους ιδιοτήτων και ελαστική-ισοτροπική συμπεριφορά. Η υπόθεση αυτή δίνει καλά αποτελέσματα όταν υπάρχουν χαμηλά επίπεδα τάσεων, αλλά αποτυγχάνει στις πολύ μεγάλες παραμορφώσεις, όπου δηλαδή παίζει ιδιαίτερο ρόλο η μη γραμμική συμπεριφορά των υλικών και οι τοπικές αστοχίες. Στη συνέχεια προστέθηκε από διάφορους ερευνητές η δυνατότητα τοπικής αστοχίας στους αρμούς της λιθοδομής [3, 4].

Ο Dhanasekar και άλλοι πρότειναν ένα μη γραμμικό μοντέλο το οποίο μπορούσε να αναπαράγει τη μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού και την τοπική αστοχία αλλά παρόλα αυτά θεωρούσε ομοιόμορφη κατανομή των ιδιοτήτων των υλικών και έτσι δεν μπορούσε να προσομοιώσει με ακρίβεια περιπτώσεις συγκεντρωμένων φορτίων.

Η πλειοψηφία των προτεινόμενων καταστατικών μοντέλων για λιθοδομή μπορεί να χωριστεί σε δύο κατηγορίες, στα μοντέλα υλικών μίας φάσης και στα μοντέλα υλικών δύο φάσεων. Τα μοντέλα υλικών μίας φάσης λαμβάνουν τη λιθοδομή ως

ιδανικό ομογενές υλικό με καταστατικές εξισώσεις που διαφέρουν από τα υλικά που απαρτίζεται. Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν τα μοντέλα όπου λαμβάνουν ξεχωριστά τα υλικά και μελετούν την μεταξύ τους επίδραση. Τα μοντέλα της πρώτης κατηγορία είναι γενικά πιο απλά και απαιτούν λιγότερα δεδομένα εισόδου. Τα μοντέλα δύο φάσεων είναι πολύ πιο κοστοβόρα κυρίως εξαιτίας των πολλών βαθμών ελευθερίας, ενώ το κριτήριο αστοχίας είναι πολύ πιο περίπλοκο λόγω της αλληλεπίδρασης των λίθων με το συνδετικό υλικό. Οι Lourenco και Rots εισήγαγαν 2 νέους όρους για τις προσομοιώσεις που αναφέρονται στις δύο παραπάνω κατηγορίες. Έτσι η μακροσκοπική μοντελοποίηση αναφέρεται στα μοντέλα μίας φάσης, ενώ η μικροσκοπική μοντελοποίηση αναφέρεται στα μοντέλα δύο φάσεων.

2.4.2 Στατικά μοντέλα

Η αστοχία της λιθοδομής σε μονοαξονική θλίψη, διάτμηση και εφελκυσμό έχει μελετηθεί από πολλούς ερευνητές στο παρελθόν [5, 6, 7, 8]. Η ανάπτυξη ενός γενικού μοντέλου αστοχίας για λιθοδομή είναι δύσκολη λόγω της δυσκολίας ανάπτυξης διαξονικών δοκιμών. Οι Hamid και άλλοι [9] μελέτησαν την επίδραση και την κατεύθυνση των τάσεων που αναπτύσσονται στους αρμούς και πρότειναν ένα κριτήριο αστοχίας σε μια γενικευμένη μορφή η οποία λάμβανε τη λιθοδομή ως σύνθετο υλικό. Οι Ganz και Thurlimann [10] πρότειναν ένα μοντέλο αστοχίας της επιφάνειας του λίθου στις τάσεις που αναπτύσσονται παράλληλα και κάθετα στην αρμολόγηση.

Οι Asteris και Tzamtzis [11] ανέπτυξαν μια μεθοδολογία για μη-γραμμική μακροσκοπική ανάλυση λιθοδομής με χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Ένα από τα πλεονεκτήματα της μεθόδου είναι πως τα μοντέλα υλικών που προτάθηκαν έχουν μέσες ιδιότητες για τους λίθους και το συνδετικό υλικό. Έτσι μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα αραιό πλέγμα για τη διακριτοποίηση της κατασκευής, δίνοντας έτσι τη δυνατότητα προσομοίωσης μεγάλων κατασκευών λιθοδομής.

Οι Lourenco και Rots [12] πρότειναν ένα ανισότροπο κριτήριο αστοχίας για λιθοδομή, κατάλληλο για αριθμητική εφαρμογή. Οι παράμετροι του κριτηρίου εκτιμήθηκαν ενώ έγινε και η αντίστοιχη επαλήθευση.

2.4.3 Δυναμικά μοντέλα

Η συμπεριφορά της τοιχοποιίας από λιθοδομή κάτω από την επίδραση των δυνάμεων του σεισμού είναι ένα πολύ σημαντικό πεδίο μελέτης για την αντισεισμική προστασία των κτηρίων. Οι εκτεταμένες ζημιές που έχουν υποστεί κτήρια αυτού του είδους από σεισμούς έχουν προκαλέσει τους μηχανικούς να μελετήσουν τα σημεία αδυναμίας σε αυτή την περίπτωση τοιχοποιίας. Τα τελευταία πενήντα χρόνια έχει γίνει σημαντική πρόοδος στον τομέα αυτό αφού έχουν εκπονηθεί σειρά πειραματικών και αναλυτικών μελετών. Τα συμπεράσματα

των μελετών αυτών έχουν οδηγήσει στην βελτίωση της απόδοσης των κτηρίων σε σεισμούς μέσω της ενίσχυσης της αντοχής των κτηρίων σε εφελκυσμό, ο οποίος αποτελεί και την κύρια αιτία αστοχίας των ψαθυρών υλικών.

Παρόλο που η κυριότερη παράμετρος για την αύξηση της απόδοσης των κτηρίων σε σεισμούς είναι η αντοχή τους σε διάτμηση, εντούτοις, υπάρχει πολύ λιγότερη γνώση και εμπειρία σε σχέση με την απόδοση των κτηρίων σε θλιπτικά δυναμικά φορτία. Ο Atkinson [13] και άλλοι μελέτησαν την αντοχή σε διάτμηση υπό την εφαρμογή στατικού και κυκλικού φορτίου. Οι Mayes και άλλοι [14, 15] μελέτησαν τη αντοχή τμημάτων της λιθοδομής, τις μορφές αστοχίας και τη διάτμηση κάτω από κυκλική φόρτιση, ενώ ο Hidalgo και άλλοι [16, 17] μελέτησαν τη συμπεριφορά σε κυκλική φόρτιση αλλά με αναστροφή της φοράς του φορτίου.

Ο Gulkan και άλλοι [18, 19] πειραματίστηκαν με κτήρια από λιθοδομή σε μια κατασκευή κινούμενου τραπεζιού και μελέτησαν τη συμπεριφορά τους σε σεισμικές διεγέρσεις. Οι Kariotis και άλλοι [20, 21] κατέληξαν μέσω πειραμάτων στο συμπέρασμα ότι η συγκεκριμένη τοιχοποιία μπορεί να αντέξει επίπεδα διέγερσης πολύ μεγαλύτερα από τους προβλεπόμενους θεωρητικούς υπολογισμούς.

2.5 Προσομοίωση των σεισμικών δράσεων που ασκούνται στον φορέα - Αντισεισμικός Κανονισμός

Ο προσδιορισμός της σεισμικής απόκρισης ενός κτιρίου, προϋποθέτει να έχει υπολογισθεί το μέγεθος και η κατανομή των δυνάμεων του σεισμού. Αρχικά εξαιτίας της έλλειψης λεπτομερειακής γνώσης για την δυναμική απόκριση των κατασκευών, τα φορτία προέκυπταν από την στατική θεώρηση του φαινομένου και υπολογίζονταν μια συνολική δύναμη ανάλογη της μάζας του κτιρίου, η οποία ασκούνταν σε όλα τα στοιχεία του δομήματος. Σύντομα, έγινε φανερό, ότι σε πολλές περιπτώσεις η στατική θεώρηση των δυνάμεων ήταν ανεπαρκής, για να εξασφαλίσει την αξιοπιστία της κατασκευής και έτσι υιοθετήθηκε η δυναμική ανάλυση των φορτίων. Σημαντικός παράγοντας στην εξέλιξη αυτή ήταν η εμφάνιση και διάθεση των επιταχυνσιογραφημάτων που έδιναν λεπτομερείς πληροφορίες για την εδαφική επιτάχυνση.

Στην συγκεκριμένη εργασία για να υπολογιστούν τα σεισμικά φορτία ακολουθήθηκε η Απλοποιημένη φασματική μέθοδος, τα βήματα της οποίας περιγράφονται στον Ελληνικό Αντισεισμικό Κανονισμό 2000 και αναλύονται για την δεδομένη περίπτωση παρακάτω.

2.5.1 Απλοποιημένη Φασματική Μέθοδος

Η απλοποιημένη φασματική μέθοδος προκύπτει από την δυναμική φασματική μέθοδο με προσεγγιστική θεώρηση μόνο της θεμελιώδους ιδιομορφής ταλάντωσης

για κάθε διεύθυνση. Οι παραδοχές στις οποίες στηρίζεται για την απλοποίηση της δυναμικής φασματικής ανάλυσης είναι οι εξής:

- Οι δύο οριζόντιες και κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες του σεισμού εκλέγονται παράλληλες προς τις κύριες διευθύνσεις x, z .
- Για τον υπολογισμό του μεγέθους των σεισμικών φορτίων θεωρείται η ασύζευκτη μεταφορική ταλάντωση του κτιρίου κατά x, z , αγνοώντας την σύζευξη μεταφορικών – στρεπτικών ταλαντώσεων. Τα αντίστοιχα σεισμικά φορτία F_x, F_z καθορίζονται με βάση την θεμελιώδη ιδιοπερίοδο και ιδιομορφή ταλάντωσης κάθε κύριας διεύθυνσης, η οποία όμως προικίζεται με την συνολική μάζα του κτιρίου για να ληφθεί υπόψη η συμβολή των ανώτερων ιδιομορφών ταλάντωσης.

Έτσι γίνεται άμεσα εφικτός ο υπολογισμός της σεισμικής απόκρισης με την βοήθεια ισοδύναμων σεισμικών δυνάμεων, οι οποίες εφαρμόζονται σαν στατικά φορτία επάνω στην κατασκευή. Όσον αφορά την θέση στην οποία θα ασκηθεί η δύναμη έγινε μια προσεγγιστική θεώρηση ότι αυτή θα κατανεμηθεί ομοιόμορφα μεταβαλλόμενη, καθ' ύψος του κτιρίου.

2.5.2 Ιδιομορφική ανάλυση

Ο υπολογισμός των ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών μιας κατασκευής αποτελεί το πρώτο στάδιο, για την προσέγγιση δυναμικών προβλημάτων. Οι ιδιοσυχνότητες αποτελούν τις συχνότητες στις οποίες μια κατασκευή τείνει να ταλαντωθεί εάν υποστεί οποιαδήποτε διαταραχή, ενώ οι ιδιομορφές υποδεικνύουν την παραμόρφωση που αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη ιδιοσυχνότητα. Τα μεγέθη αυτά εξαρτώνται άμεσα από τα μηχανικά χαρακτηριστικά (ιδιότητες υλικών) του φορέα αλλά και από τις συννοριακές συνθήκες που έχουν οριστεί. Στην δεδομένη περίπτωση, λοιπόν που μελετάται ένα κτίριο υπό σεισμική φόρτιση είναι απαραίτητη προϋπόθεση η πραγματοποίηση της ιδιομορφικής ανάλυσης καθώς προσδιορίζονται τα ποιοτικά και ποσοτικά χαρακτηριστικά της κατασκευής για τις επιβαλλόμενες μετακινήσεις/παραμορφώσεις που θα προκύψουν στο σύστημα, άρα και για τις δυνάμεις/τάσεις που θα αναπτυχθούν. Με την ιδιομορφική ανάλυση επίσης μπορούν να εντοπισθούν τυχόν λάθη στην μόρφωση του μοντέλου. Πρακτικά δηλαδή μας βοηθά στο να εντοπίσουμε τυχόν λάθη που έχουμε κάνει στην μοντελοποίηση αφού μπορούμε να δούμε πως παραμορφώνετε ο φορέας.

2.5.3 Ισοδύναμα σεισμικά φορτία

Για κάθε κύρια διεύθυνση του κτιρίου το συνολικό μέγεθος των σεισμικών φορτίων η αλλιώς η τέμνουσα βάσης υπολογίζεται από την σχέση:

$$V_o = M \cdot \Phi_d(T)$$

Όπου M είναι η συνολική ταλαντούμενη μάζα της κατασκευής.

$\Phi_d(T)$ είναι η τιμή της φασματικής επιτάχυνσης σχεδιασμού και θα αναλυθεί παρακάτω ο τρόπος υπολογισμού της.

T είναι η θεμελιώδης ασύζευκτη ιδιοπερίοδος, μεταφορικής ταλάντωσης της κατασκευής και προκύπτει από την ιδιομορφική ανάλυση παίρνοντας για κάθε διεύθυνση την μικρότερη ιδιοσυχνότητα f .

Ισχύει ότι $T = \frac{1}{f}$

Το ανελαστικό φάσμα σχεδιασμού χρησιμοποιείται για την μελέτη στην μετελαστική περιοχή συμπεριφοράς των κατασκευών και δίνεται από τις εξισώσεις:

Για $0 < T < T_1$ $\Phi_d(T) = \gamma_1 \cdot A \cdot [1 + \frac{T}{T_1} \cdot (\frac{\eta \cdot \theta \cdot \beta_0}{q} - 1)]$

Για $T_1 < T < T_2$ $\Phi_d(T) = \gamma_1 \cdot A \cdot \frac{\eta \cdot \theta \cdot \beta_0}{q}$

Για $T_2 < T$ $\Phi_d(T) = \gamma_1 \cdot A \cdot \frac{\eta \cdot \theta \cdot \beta_0}{q} \cdot (\frac{T_2}{T})^{\frac{2}{3}}$

- Το γ_1 είναι ο συντελεστής σπουδαιότητας του κτιρίου. Τα κτίρια κατατάσσονται σε τέσσερις κατηγορίες σπουδαιότητας ανάλογα με τον κίνδυνο που συνεπάγεται για τον άνθρωπο και τις κοινωνικοοικονομικές συνέπειες που προκύπτουν από την ενδεχόμενη καταστροφή τους. Οι τιμές για κάθε κατηγορία δίνονται ως εξής:

Κατηγορία Σπουδαιότητας		γ_1
Σ1	Κτίρια μικρής σπουδαιότητας ως προς την ασφάλεια του κοινού, π.χ. αγροτικά οικήματα, υπόστεγα, στάβλοι κλπ.	0.85
Σ2	Συνήθη κτίρια κατοικιών και γραφείων, βιομηχανικά κτίρια, ξενοδοχεία κλπ.	1.00
Σ3	Εκπαιδευτικά κτίρια, κτίρια δημόσιων συναθροίσεων, αίθουσες αεροδρομίων και γενικών κτίρια στα οποία ευρίσκονται πολλοί άνθρωποι κατά μεγάλο μέρος του 24ώρου. Κτίρια τα οποία στεγάζουν εγκαταστάσεις πολύ μεγάλης οικονομικής σημασίας (π.χ. κτίρια που στεγάζουν υπολογιστικά κέντρα, ειδικές βιομηχανίες) κλπ.	1.15
Σ4	Κτίρια των οποίων η λειτουργία, τόσο κατά την διάρκεια του σεισμού, όσο και μετά τους σεισμούς, είναι ζωτικής σημασίας, όπως κτίρια τηλεπικοινωνίας, παραγωγής ενέργειας, νοσοκομεία, πυροσβεστικοί σταθμοί, κτίρια δημόσιων επιτελικών υπηρεσιών. Κτίρια που στεγάζουν έργα μοναδικής καλλιτεχνικής αξίας (π.χ. μουσεία κλπ.).	1.30

- Το η είναι ο διορθωτικός συντελεστής απόσβεσης και η τιμή του καθορίζεται από την τιμή του συντελεστή απόσβεσης της κατασκευής $\eta = \sqrt{\frac{7}{2+\zeta}}$.
- T_1 και T_2 είναι οι χαρακτηριστικές περίοδοι του φάσματος και υπολογίζονται, αφού πρώτα γίνει η κατάταξη της κατηγορίας του εδάφους

στο οποίο βρίσκεται το υπό μελέτη δόμημα. Τα εδάφη κατατάσσονται σε πέντε κατηγορίες, ανάλογα με την σεισμική επικινδυνότητα, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ
A	Βραχώδεις ή ημιβραχώδεις σχηματισμοί εκτεινόμενοι σε αρκετή έκταση και βάθος, με τη προϋπόθεση ότι δεν παρουσιάζουν έντονη αποσάθρωση Στρώσεις πυκνού κοκκώδους υλικού με μικρό ποσοστό ιλυοαργιλικών προσμίξεων, πάχους μικρότερου των 70μ. Στρώσεις πολύ σκληρής προσυμπιεσμένης αργίλου πάχους μικρότερου των 70μ.
B	Εντόνως αποσασθρωμένα βραχώδη ή εδάφη που από μηχανική άποψη μπορούν να εξομοιωθούν με κοκκώδη. Στρώσεις κοκκώδους υλικού μέσης πυκνότητας πάχους μεγαλύτερου των 5μ. ή μεγάλης πυκνότητας πάχους μεγαλύτερου των 70μ. Στρώσεις σκληρής προσυμπιεσμένης αργίλου πάχους μεγαλύτερου των 70μ.
Γ	Στρώσεις κοκκώδους υλικού μικρής σχετικής πυκνότητας πάχους μεγαλύτερου των 5μ. ή μέσης πυκνότητας πάχους μεγαλύτερου των 70μ. Ιλυοαργιλικά εδάφη μικρής αντοχής σε πάχος μεγαλύτερο των 5μ.
Δ	Έδαφος με μαλακές αργίλους υψηλού δείκτη πλασιμότητας ($I_p > 50$) συνολικού πάχους μεγαλύτερου των 10μ.
X	Χαλαρά λεπτόκοκκα αμμοίλιωδη εδάφη υπό τον υδάτινο ορίζοντα, που ενδέχεται να ρευστοποιηθούν (εκτός αν ειδική μελέτη αποκλείσει τέτοιο κίνδυνο, ή γίνει βελτίωση των μηχανικών τους ιδιοτήτων) Εδάφη που βρίσκονται δίπλα σε εμφανή τεκτονικά ρήγματα. (Βλπ. και παρ. 5.1[3]). Απότομες κλιτείς καλυπτόμενες με προϊόντα χαλαρών πλευρικών κορημάτων. Χαλαρά κοκκώδη ή μαλακά ιλυοαργιλικά εδάφη, εφόσον έχει αποδειχθεί ότι είναι επικίνδυνα από άποψη δυναμικής συμπεκνώσεως ή απώλειας αντοχής. Πρόσφατες χαλαρές επιχωματώσεις (μπάζα). Οργανικά εδάφη. Εδάφη κατηγορίας Γ με επικινδύνως μεγάλη κλίση.

Κατηγορία Εδάφους	A	B	Γ	Δ
T1	0.10	0.15	0.20	0.20
T2	0.40	0.60	0.80	1.20

- Τα θ είναι ο συντελεστής επιρροής της θεμελίωσης και γενικά εξαρτάτε από το βάθος και την δυσκαμψία της θεμελίωσης . Στα εδάφη κατηγορίας A η B λαμβάνει την τιμή 1.
- Το β_0 είναι ο συντελεστής φασματικής ενίσχυσης και ορίζεται ίσος με 2,5.
- Το $A = a \cdot g$ εκφράζει την σεισμική επιτάχυνση εδάφους και δίνεται συνήθως συναρτήσει της επιτάχυνσης της βαρύτητας. Η τιμή του a προσδιορίζεται από την ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας της περιοχής που υπάρχει το δόμημα.
- Το q είναι ο συντελεστής συμπεριφοράς της κατασκευής . Ο συντελεστής αυτός εισάγει την μείωση των σεισμικών επιταχύνσεων της πραγματικής κατασκευής λόγω μετελαστικής συμπεριφοράς, σε σχέση με τις επιταχύνσεις που προκύπτουν σε απεριόριστα ελαστικό σύστημα. Καθορίζεται από το είδος του υλικού κατασκευής και τον τύπο του δομικού συστήματος.

ΥΛΙΚΟ	ΔΟΜΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ	q
1. ΟΠΛΙΣΜΕΝΟ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ	α. Πλαίσια ή μικτά συστήματα	3.50
	β. Συστήματα τοιχωμάτων που λειτουργούν σαν πρόβολοι	3.00
	γ. Συστήματα στα οποία τουλάχιστον το 50% της συνολικής μάζας βρίσκεται στο ανώτερο 1/3 του ύψους.	2.00
2. ΧΑΛΥΒΑΣ	α. Πλαίσια	4.00
	β. Δικτυωτοί σύνδεσμοι με εκκεντρότητα *	4.00
	γ. Δικτυωτοί σύνδεσμοι χωρίς εκκεντρότητα:	
	• διαγώνιοι σύνδεσμοι	3.00
	• σύνδεσμοι τύπου V ή L	1.50
	• σύνδεσμοι τύπου K (όπου επιτρέπεται*)	1.00
	* Βλέπε Παράρτημα Γ.	
3. ΤΟΙΧΟΠΟΙΙΑ	α. Με οριζόντια διαζώματα	1.50
	β. Με οριζόντια και κατακόρυφα διαζώματα	2.00
	γ. Οπλισμένη (κατακόρυφα και οριζόντια)	2.50
4. ΞΥΛΟ	α. Πρόβολοι	1.00
	β. Δοκοί – Τόξα – Κολλητά πετάσματα	1.50
	γ. Πλαίσια με κοχλιώσεις	2.00
	δ. Πετάσματα με ηλώσεις	3.00

Οι τιμές όλων των συντελεστών που επιλέχθηκαν για το κτίριο που μελετήθηκε δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Συντελεστής σπουδαιότητας γ_1	1
Εδαφική επιτάχυνση A	0,25g
Συντελεστής φασματικής ενίσχυσης β_0	2,5
Απόσβεση ζ	5%
Διορθωτικός συντελεστής απόσβεσης η	1,84
Κατηγορία εδάφους	A
Συντελεστής επιρροής Θεμελίωσης θ	1
Χαρακτηριστικές Περίοδοι T1-T2	0,10-0,40
Συντελεστής συμπεριφοράς q	1,5

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα αυτά προέκυψε ότι η τέμνουσα βάσης είναι :

$$V_0 = 103975,08 \text{ N}$$

2.5.4 Ομοιόμορφη τριγωνική κατανομή της τέμνουσας βάσης V_0 μεταβαλλόμενη καθ' ύψος του κτιρίου.

Θεωρούμε ότι η δύναμη αυτή είναι $F = A \cdot y + B$, όπου y αντιστοιχεί στην μεταβλητή του ύψους.

Για $y = 0$ ισχύει ότι $F = 0$ άρα $F = A \cdot y$

Το σύνολο της δύναμης αυτής εκφραζόμενο σε όλο το ύψος h δίνεται από το ολοκλήρωμα:

$$\int_0^h F dy = \int_0^h A \cdot y dy$$

Ισχύει ότι

$$\int_0^h A \cdot y dy = V_o$$

οπότε

$$A = \frac{2 \cdot V_o}{h^2}$$

Άρα η δύναμη εκφράζεται από την σχέση:

$$F = \frac{2 \cdot V_o}{h^2} \cdot y$$

2.6 Ελαστοπλαστική Ανάλυση

Η μη γραμμική ανάλυση, της δυναμικής απόκρισης, πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας κατάλληλα μοντέλα προσομοίωσης της μηχανικής συμπεριφοράς του υλικού, όπως το ελαστοπλαστικό. Όπως είναι γνωστό η λιθοδομή δεν παρουσιάζει πλαστική συμπεριφορά. Όντας ψαθυρό υλικό με πολύ καλή αντοχή σε θλίψη αλλά σχεδόν μηδενική αντοχή σε εφελκυσμό, μόλις ξεπεράσει την ελαστική περιοχή συμπεριφοράς αστοχεί χωρίς να αναπτύσσονται πλαστικές παραμορφώσεις.

Παρόλα αυτά μοντελοποιώντας την σαν ένα ελαστοπλαστικό υλικό και υπολογίζοντας, με την χρήση των πεπερασμένων στοιχείων, τις πλαστικές παραμορφώσεις που προκύπτουν λόγω των σεισμικών φορτίων, γίνεται εφικτός ο προσδιορισμός του βαθμού των αστοχιών που θα αναπτυχθούν άλλα και ο εντοπισμός των περιοχών της κατασκευής που πλήττονται περισσότερο. Παρ' ότι η προσέγγιση αυτή παρουσιάζει το βασικό μειονέκτημα του υπολογισμού θεωρητικών και μη ρεαλιστικών πλαστικών παραμορφώσεων, αποδεικνύεται αρκετά χρήσιμη ειδικότερα σε περιπτώσεις που ελέγχονται διαφορές τεχνικές ενίσχυσης του δομήματος [25].

Για να πραγματοποιηθεί η Ελαστοπλαστική ανάλυση μιας κατασκευής θα πρέπει να έχουν καθοριστεί οι ελαστικές σταθερές του υλικού καθώς και το κριτήριο διαρροής. Η συνάρτηση διαρροής περιγράφει τις εντατικές συνθήκες κάτω από τις οποίες ένα υλικό θα μεταβεί από την ελαστική στην πλαστική περιοχή. Γενικά το ελαστικό όριο που καθορίζει την μετάβαση αυτή είναι συνάρτηση της εντατικής κατάστασης. Έχουν αναπτυχθεί διάφορα κριτήρια διαρροής ανάλογα με τις

ιδιότητες και την φύση του υλικού. Στην συγκεκριμένη εργασία, καθώς μελετάται ένα ψαθυρό υλικό, εφαρμόστηκε το κριτήριο Drucker-Prager το οποίο αναλύεται παρακάτω.

2.6.1 Κριτήριο αστοχίας κατά Drucker-Prager

Το κριτήριο Drucker-Prager αποτελεί μια μετατροπή του κριτηρίου Von Mises, σύμφωνα με το οποίο λαμβάνεται υπόψη η επίδραση της υδροστατικής τάσης στην αστοχία του υλικού. Χρησιμοποιείται για την μελέτη ψαθυρών υλικών όπως το σκυρόδεμα, η πέτρα και το χώμα. Ο μαθηματικός τύπος που περιγράφει την επιφάνεια αστοχίας F για ένα πρόβλημα τριών διαστάσεων αναλύεται παρακάτω:

$$F = 3 \cdot \alpha \cdot \sigma_m + \sigma_{eqv} - K$$

Όπου

$$\alpha = \frac{2 \cdot \sin \varphi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin \varphi)}$$

και

$$K = \frac{6 \cdot c \cdot \cos \varphi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin \varphi)}$$

Στις σχέσεις αυτές το c είναι η συνοχή (*cohesion*) και το φ είναι η γωνία εσωτερικής τριβής (*internal friction angle*). Οι δύο αυτές παράμετροι αποτελούν σταθερές του υλικού και υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τις πειραματικές τιμές των ορίων αντοχής του υλικού. Γνωρίζοντας λοιπόν το όριο αντοχής σε θλίψη σ_c και το όριο αντοχής σε εφελκυσμό σ_t έχουμε ότι:

$$\varphi = \arcsin \frac{3 \cdot (\sigma_c - \sigma_t)}{3 \cdot \sigma_c + \sigma_t}$$

και

$$c = \frac{2 \cdot \sigma_c \cdot \sigma_t}{3 \cdot \sigma_c + \sigma_t} \cdot \frac{1}{\cos \varphi}$$

Το σ_m είναι η υδροστατική τάση (η μέση τάση) και την ορίζουμε χρησιμοποιώντας τις συνιστώσες των κανονικών τάσεων σ_{ii} .

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$$

Ενώ το σ_{eqv} είναι η ισοδύναμη αποκλίνουσα τάση και την ορίζουμε χρησιμοποιώντας τις συνιστώσες των αποκλίνουσων τάσεων s_{ij} .

$$\sigma_{eqv} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot s_{ij} \cdot s_{ji}} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (s_x^2 + s_y^2 + s_z^2) + s_{xy}^2 + s_{yz}^2 + s_{zx}^2}$$

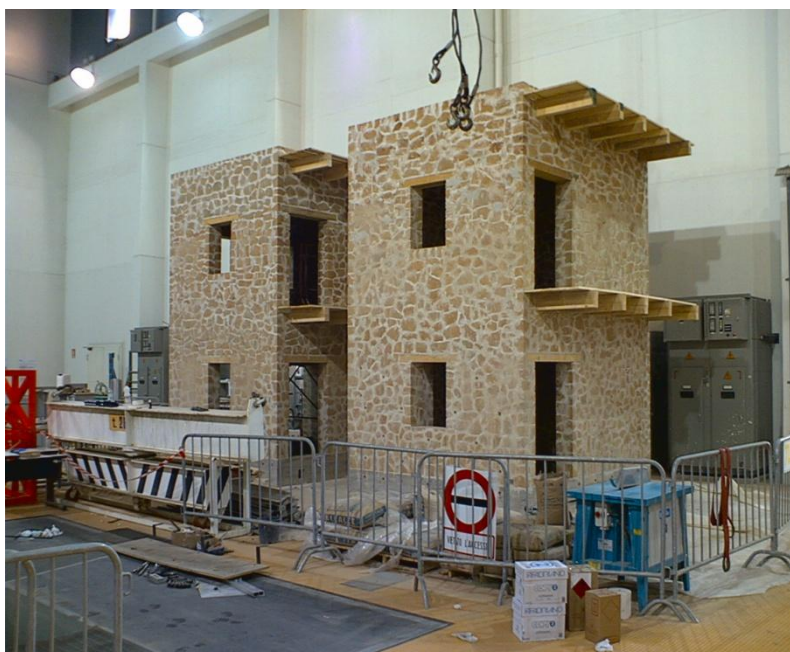
Όπου $s_x = \sigma_x - \sigma_m$ και $s_{xy} = \tau_{xy}$

$$s_y = \sigma_y - \sigma_m \quad s_{yz} = \tau_{yz}$$

$$s_z = \sigma_z - \sigma_m \quad s_{zx} = \tau_{zx}$$

3 Κτήριο Εφαρμογής

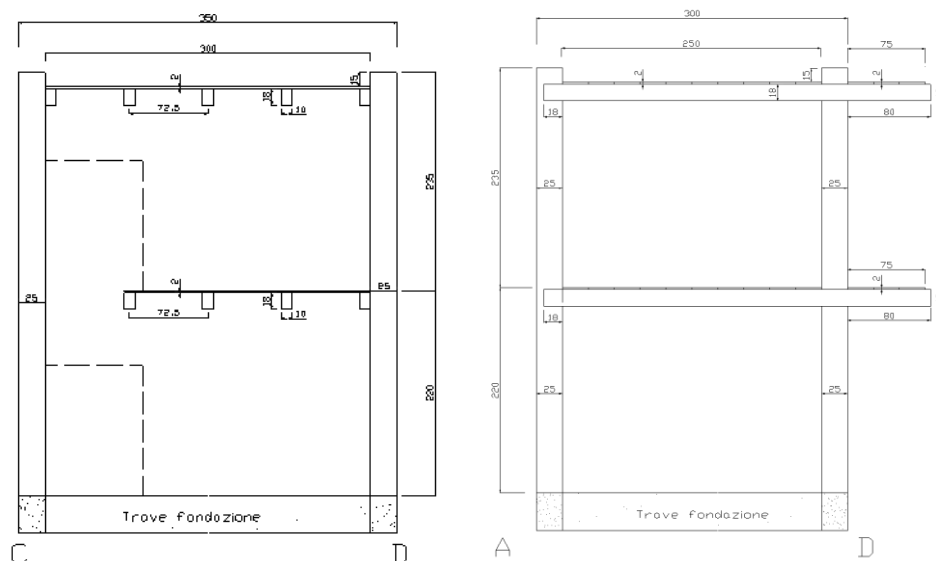
Ο φορέας που αναλύεται στην εργασία, αποτελεί ένα πειραματικό προσομοίωμα κτηρίου, που δημιουργήθηκε κατά την εκτέλεση του Έργου TREMA. Το συγκεκριμένο πρότζεκτ αφορά την έρευνα τεχνολογιών, για την μείωση των σεισμικών επιπτώσεων στις Αρχιτεκτονικές κατασκευές και οργανώθηκε από το Ιταλικό υπουργείο ερευνών σε συνεργασία με τις εταιρείες UNIBAS, DPS και TIS. Στο πλαίσιο, των εργαστηριακών δοκιμών κατασκευάστηκαν κάποια χαρακτηριστικά μοντέλα κτιριακών δομών, τα οποία συναντώνται πολύ συχνά, σε ορεινές περιοχές της Νότιας Ιταλίας.



Σχήμα 3.1: πειραματικό προσομοίωμα κτηρίου που δημιουργήθηκε κατά την εκτέλεση του Έργου TREMA

3.1 Κτίριο Λιθοδομής: Σχέδιο - Χαρακτηριστικά

Παρακάτω παρουσιάζονται οι κύριες όψεις της κατασκευής στις οποίες μπορούμε να διακρίνουμε τις σχεδιαστικές λεπτομέρειες, καθώς και τις διαστάσεις όλων των στοιχείων που την συνθέτουν.



Σχήμα 3.2: Πρόσοψη και αριστερή πλάγια όψη

Όπως φαίνεται, πρόκειται για ένα δόμημα σε κλίμακα 2:3 αποτελούμενο από φέρουσα τοιχοποιία, ξύλινα πατώματα-οροφές και ανώφλια πάνω από όλα τα ανοίγματα. Το πάτωμα και η οροφή έχει δημιουργηθεί χρησιμοποιώντας ξύλινες δοκούς διαστάσεων 10x18 εκατοστά, τοποθετημένες παράλληλα σε απόσταση 72,5 εκατοστών η μια από την άλλη. Πάνω από αυτή τη διάταξη δοκών καρφώθηκε ξύλινη επένδυση πάχους 2 εκατοστών.

Όσον αφορά την Τοιχοποιία, οι εξωτερικές της διαστάσεις είναι 300x350 εκατοστά, συνολικό ύψος 455 εκατοστά και πάχος τοίχων 25 εκατοστά. Στην πρόσοψη του κτιρίου υπάρχουν δύο ανοίγματα, που αντιστοιχούν στις πόρτες του ισόγειου και του πρώτου ορόφου. Στην αριστερή πλάγια όψη υπάρχουν δύο ανοίγματα παραθύρων, ένα στο ισόγειο και ένα στον όροφο. Τέλος στην πίσω όψη υπάρχουν δύο ανοίγματα παραθύρων στον πρώτο όροφο και δυο ανοίγματα για πόρτες στο ισόγειο.

3.2 Ιδιότητες Υλικών

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα στοιχεία που συνθέτουν το μοντέλο και οι φυσικές τους ιδιότητες. Τα υλικά θεωρούνται ισότροπα και ομογενή ενώ το κριτήριο διαρροής για την τοιχοποιία είναι το Drucker-Prager .

Πίνακας 3.1: φυσικές ιδιότητες των στοιχείων του κτηρίου

Υλικό	Λιθοδομή	Ξύλινες Δοκοί	Ξύλινα Ανώφλια	Επένδυση Ξύλου
Μέτρο Ελαστικότητας E (MPa)	3000	10000	10000	8000
Λόγος Poisson ν	0,2	0,2	0,2	0,2

Φαινομενική Πυκνότητα $\rho \left(\frac{kg}{m^3}\right)$	1700	700	700	700
Αντοχή σε Εφελκυσμό σ_t (MPa)	0,1			
Αντοχή σε Θλίψη σ_c (MPa)	8,5			
Συνοχή c (MPa)	0,246			
Γωνία Εσωτερικής τριβής φ	77,241			

3.3 Συνοριακές Συνθήκες /Δυνάμεις-Στηρίξεις

Τα φορτία που υφίσταται η δομή της τοιχοποιίας χωρίζονται σε κάθετα φορτία, εξαιτίας του βάρους της κατασκευής και σε οριζόντια φορτία, λόγω σεισμού. Οι οριζόντιες δυνάμεις εκφράστηκαν συναρτήσει του συνολικού ύψους του κτιρίου από την σχέση:

$$F = \frac{2 \cdot V_o}{h^2} \cdot y \left[\frac{N}{m} \right]$$

η οποία μετά από υπολογισμούς μας δίνει και για τις δυο διευθύνσεις μια δύναμη, που ασκείται στον όγκο της λιθοδομής ίση με :

$$3350 \cdot y \left[\frac{N}{m^3} \right]$$

Οι κάθετες δυνάμεις εκφράζονται ως ειδικά βάρη και παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα για κάθε στοιχείο της δομής.

Πίνακας 3.2: ειδικά βάρη των στοιχείων του κτηρίου

Στοιχείο	$\gamma = \rho \cdot g \left(\frac{N}{m^3}\right)$
Λιθοδομή	16677
Ξύλινη Δοκός	6867
Πρέκι	6867
Επένδυση Ξύλου	6867

Όσον αφορά τις στηρίξεις, το κτήριο θεωρήθηκε πακτωμένο στην βάση του οπότε οι κόμβοι της βάσης είναι δεσμευμένοι (μηδενικοί βαθμοί ελευθερίας στη βάση). Επιπλέον το σύστημα των δοκών που αποτελεί το πάτωμα, θεωρείται ενωμένο με το σώμα των τοίχων με αποτέλεσμα να υπάρχει εξάρτηση της παραμόρφωσης του από τον τρόπο παραμόρφωσης της λιθοδομής. Το ίδιο συμβαίνει και με τα ανώφλια που τοποθετούνται πάνω από τα ανοίγματα των τοίχων.

4 Μοντελοποίηση

Η μοντελοποίηση ενός προβλήματος σε οποιοδήποτε λογισμικό πακέτο περιλαμβάνει κάποια βασικά βήματα. Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο θα πραγματοποιηθεί αρχικά μια σύντομη παρουσίαση του λογισμικού που εφαρμόστηκε και έπειτα θα παρουσιαστούν αναλυτικά όλα τα στάδια της διαδικασίας μοντελοποίησης στο περιβάλλον του Comsol με εικόνες. Με λίγα λόγια το κεφάλαιο αυτό θα αποτελέσει έναν σύντομο οδηγό χρήσης του προγράμματος για το δεδομένο πρόβλημα που μελετάμε.

4.1 Λογισμικό Comsol Multiphysics - Έκδοση 3.4

Το Comsol Multiphysics είναι ένα ισχυρό, διαδραστικό περιβάλλον για την μοντελοποίηση και επίλυση επιστημονικών και τεχνικών προβλημάτων, τα οποία εκφράζονται μαθηματικά, με την χρήση μερικών διαφορικών εξισώσεων. Η βασική ιδέα του προγράμματος είναι η εισαγωγή και προσομοίωση ενός φυσικού φαινομένου με όσο το δυνατόν ευκολότερο και απλοποιημένο τρόπο. Πάρα το γεγονός ότι για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων ακολουθείται η Μέθοδος των Πεπερασμένων στοιχείων, χάρη στα εργαλεία που παρέχονται από το Comsol δεν απαιτείται από τον χρήστη να έχει εις βάθος γνώση των μαθηματικών και αριθμητικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται. Επιπλέον για την δημιουργία, ενός μοντέλου, αρκεί να εισαχθούν οι σχετικές, φυσικές παράμετροι του προβλήματος, όπως οι ιδιότητες των υλικών, οι συνοριακές συνθήκες και οι φορτίσεις, χωρίς να είναι απαραίτητη η διατύπωση των εξισώσεων που διέπουν το πρόβλημα.

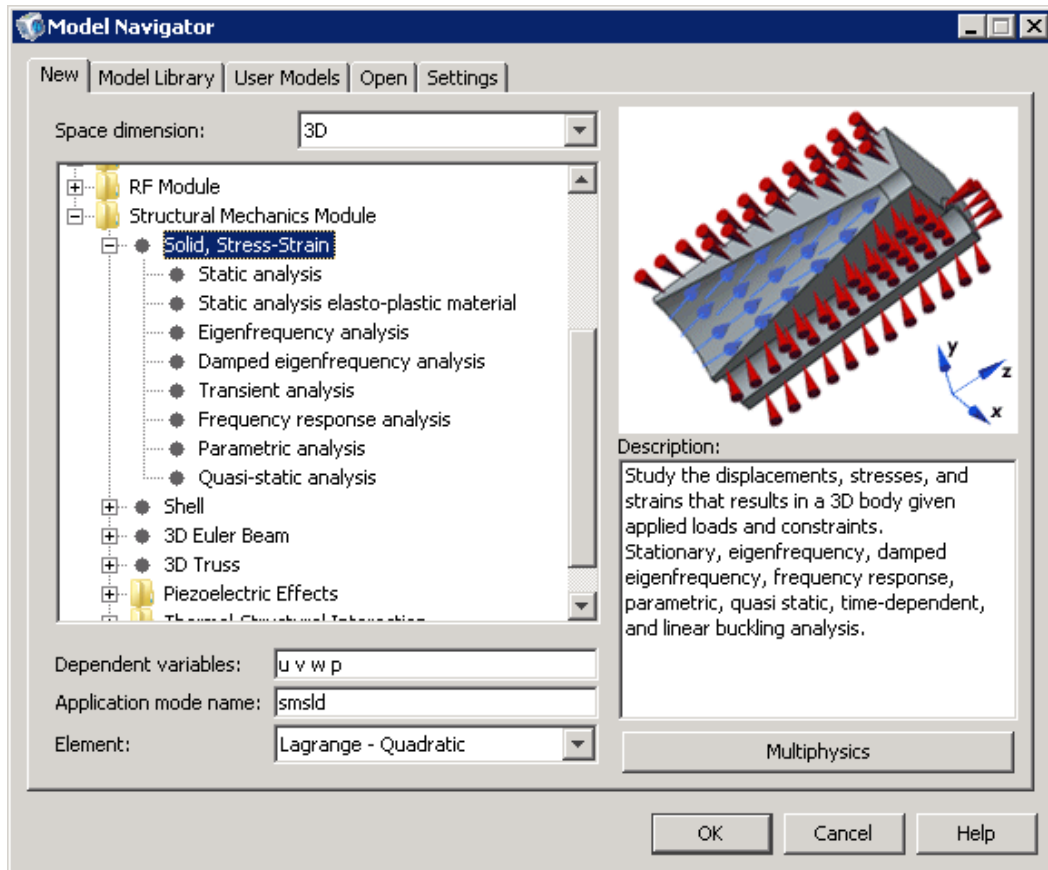
Χρησιμοποιώντας τις εφαρμογές του προγράμματος μπορούν να πραγματοποιηθούν διάφοροι τύποι ανάλυσης όπως στατική ή χρονικά μεταβαλλόμενη ανάλυση, γραμμική ή μη γραμμική και ανάλυση δυναμικών χαρακτηριστικών, ιδιοσυχνοτήτων-ιδιομορφών.

Το Comsol όπως και η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων, στην οποία στηρίζεται βρίσκει εφαρμογή σχεδόν σε όλων των ειδών τα προβλήματα. Γι' αυτό το λόγο διαθέτει έτοιμες ενότητες με κάποια κλασσικά προβλήματα που μπορεί ο χρήστης άμεσα, να επιλέξει. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αυτών είναι:

- Η ενότητα AC/DC
- Η Ακουστική
- Η Μετάδοση θερμότητας
- Η Μηχανική των κατασκευών
- Η Ενότητα Χημικής Μηχανικής
- Η Ενότητα των Επιστημών της Γης
- Η Ενότητα RF και
- Η ενότητα Multiphysics

4.1.1 Διαδικασία Μοντελοποίησης - Model Navigator

Ξεκινώντας το πρόγραμμα εμφανίζεται στην οθόνη ο οδηγός πλοήγησης της μοντελοποίησης (**Model Navigator**). Το σημείο αυτό αποτελεί την αρχή δημιουργίας ενός μοντέλου και θα πρέπει να ορίσουμε τις παραμέτρους για το είδος της μελέτης που θα ακολουθήσει.



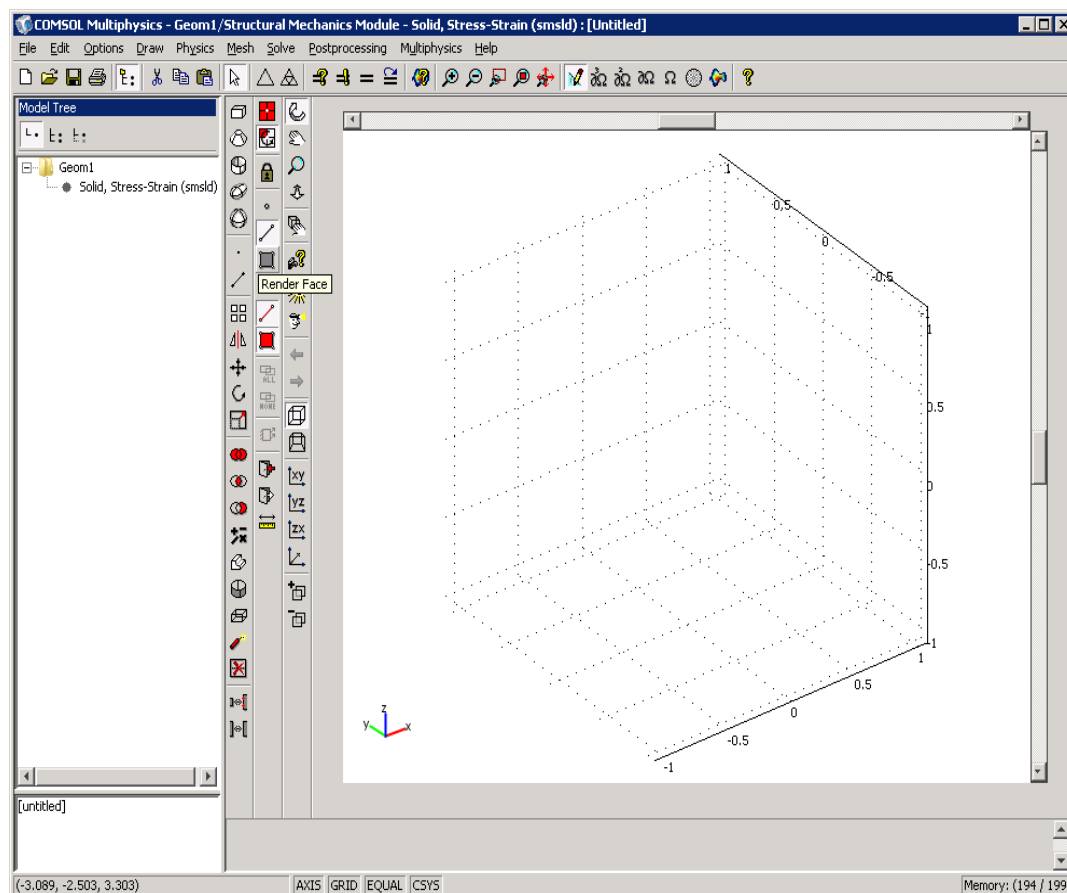
Σχήμα 4.1: Πλοηγός μοντελοποίησης - Comsol

Αρχικά ορίζουμε ότι το μοντέλο θα βρίσκεται στον τριδιάστατο χώρο και έπειτα επιλέγουμε την ενότητα της Μηχανικής των Κατασκευών (**Structural Mechanics Module**). Ο φορέας που μελετάμε θα εισαχθεί σαν ένα στερεό σώμα, οπότε επιλέγουμε τον τύπο **Solid, Stress-Strain**. Δεν είναι απαραίτητο στο σημείο αυτό να ορίσουμε και το είδος της ανάλυσης καθώς μας δίνεται η δυνατότητα να το κάνουμε αργότερα στο στάδιο της επίλυσης.

Ο τύπος του στοιχείου για την διακριτοποίηση επιλέγεται αυτόματα ως **Quadratic**, και οι εξαρτημένες μεταβλητές που αντιστοιχούν σε κάθε κόμβο είναι οι μετατοπίσεις **u**, **v**, **w** στους άξονες **x**, **y**, **z** αντίστοιχα και το διάνυσμα της φόρτισης **p**.

Πιέζοντας το τετράγωνο **Multiphysics** και την εντολή **Add**, προσθέτουμε στην λίστα επεξεργασίας το μοντέλο, με τα χαρακτηριστικά και τις παραμέτρους που

επιλέχθηκαν. Έτσι, με το πάτημα της εντολής **OK** δημιουργείται το περιβάλλον στο οποίο θα γίνει η προσομοίωση.



Σχήμα 4.2: Περιβάλλον σχεδίασης του Comsol

Όπως φαίνεται παραπάνω το περιβάλλον του προγράμματος, χωρίζεται σε τρία βασικά μέρη. Δεξιά βρίσκεται ο χώρος που θα σχεδιαστεί η θα εισαχθεί η γεωμετρία του φορέα, ενώ αριστερά υπάρχει το δέντρο μοντελοποίησης, όπου θα βρεθεί το υπό μελέτη μοντέλο. Οι βασικές εντολές βρίσκονται στο επάνω μέρος της οθόνης. Σε αυτές περιλαμβάνονται το σχέδιο (**Draw**), οι φυσικές ιδιότητες (**Physics**), η Διακριτοποίηση (**Mesh**), η επίλυση (**Solve**) και η επεξεργασία των αποτελεσμάτων (**Postprocessing**).

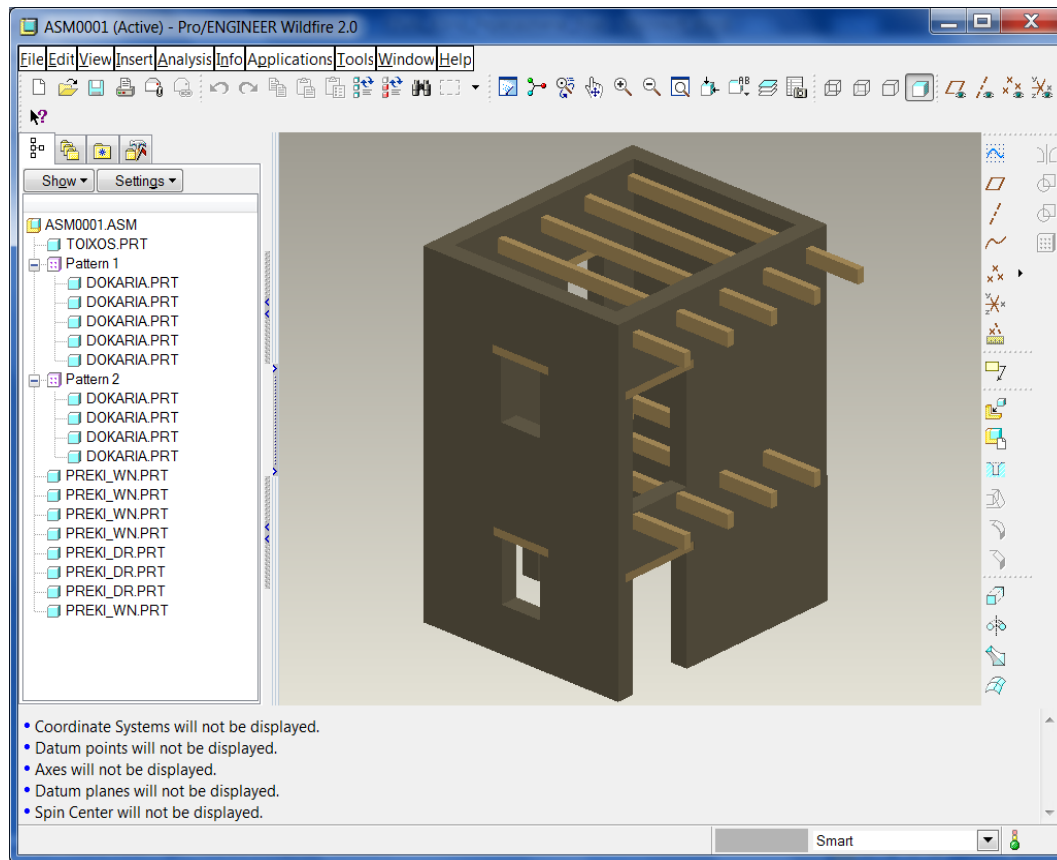
Για την διευκόλυνση του χρήστη, υπάρχουν οι συντομεύσεις των περισσότερων εντολών με τα ανάλογα σύμβολα.

4.1.2 Εισαγωγή - Σχεδίαση Γεωμετρίας

Το Comsol παρέχει την δυνατότητα στον χρήστη, είτε να σχεδιάσει τον υπό μελέτη φορέα εντός του περιβάλλοντος του, είτε να γίνει η σχεδίαση σε κάποιο άλλο λογισμικό Cad και έπειτα να εισαχθεί, με τις απαραίτητες διορθώσεις. Για την εργασία αυτή το Κτήριο σχεδιάστηκε στο Λογισμικό Pro Engineer και μέσω

της ακολουθίας εντολών **File→Import→CAD Data From File** εισήχθη στο περιβάλλον του Comsol.

4.1.2.1 Σχεδίαση στο ProEngineer

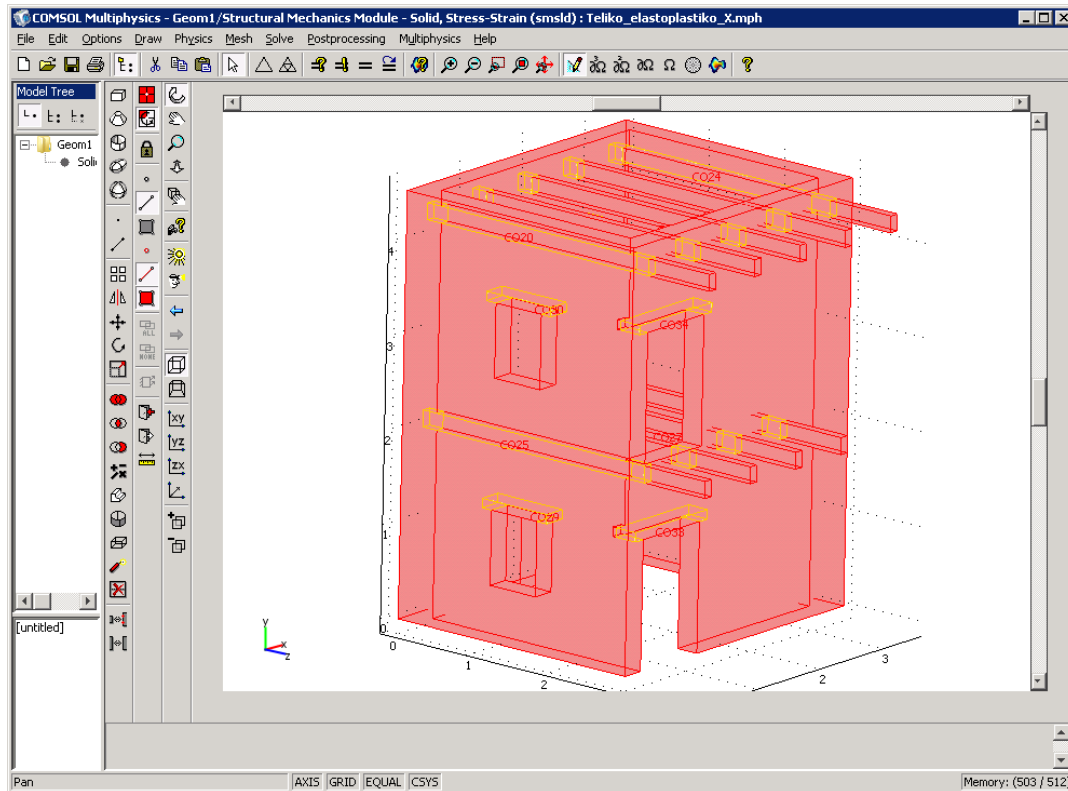


Σχήμα 4.3: Περιβάλλον σχεδίασης ProEngineer

Όπως φαίνεται στην εικόνα η κατασκευή αποτελεί την συναρμολόγηση ορισμένων στοιχείων. Αρχικά σχεδιάστηκε το τετράεδρο τοίχωμα, στο οποίο δημιουργήθηκαν τα ανοίγματα και οι υποδοχές, για κάθε στοιχείο, στις διαστάσεις και τα σημεία που παρουσίαζαν τα σχέδια του κτιρίου. Έπειτα, δημιουργήθηκαν οι δοκοί και τα ανώφλια, τα οποία συνδέθηκαν στις κατάλληλες θέσεις.

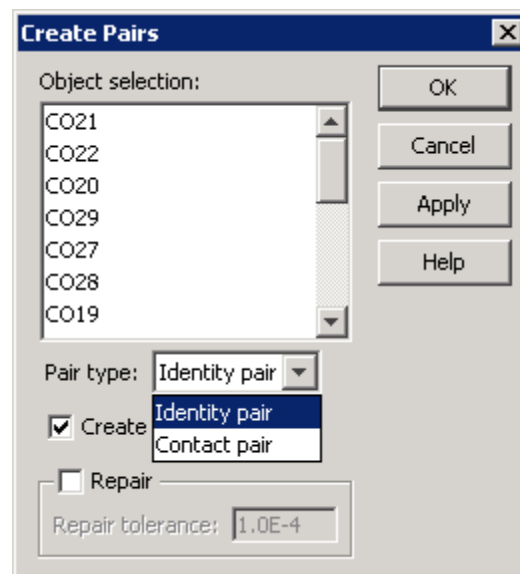
Θα πρέπει να σημειωθεί πως για να μπορέσει το Comsol να μεταφράσει το αρχείο του Cad και να το εισάγει στο δικό του περιβάλλον, είναι απαραίτητο να υπάρχει ο φάκελος του σχεδίου και να περιλαμβάνει όλα τα στοιχεία της δομής.

Μετά την μετάφραση και την διόρθωση των σχεδίων, του Cad αρχείου, ο φορέας παρουσιάζεται στον τρισδιάστατο χώρο του Comsol όπως φαίνεται παρακάτω.



Σχήμα 4.4: Εισαγωγή του φορέα στο περιβάλλον σχεδίασης του Comsol

Από το μενού **Draw** θα πρέπει να οριστούν οι επιφάνειες στις οποίες το σώμα της τοιχοποιίας θεωρείται ενωμένο με τα υπόλοιπα στοιχεία. Επιλέγοντας την ακολουθία εντολών **Draw→Create Pairs** εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο.



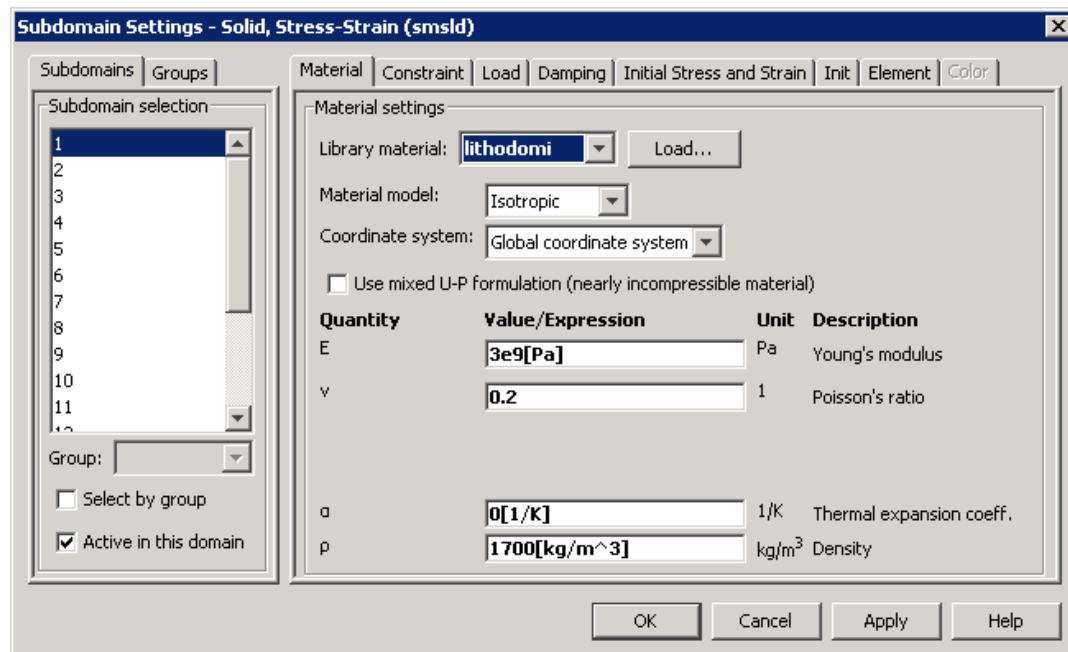
Σχήμα 4.5: Δημιουργία Identity Pairs

Για να δημιουργηθεί μια σχέση που αντιστοιχεί στην ένωση δυο στοιχείων, θα πρέπει αυτά να επιλεγθούν από την λίστα και να χαρακτηριστούν ως **Identity Pairs**. Με αυτό τον τρόπο το πρόγραμμα εισάγει τις απαραίτητες σχέσεις,

ανάλογα με τα υλικά των στοιχείων, ώστε αυτά να θεωρούνται ενωμένα, καθ' όλη την διάρκεια της προσομοίωσης.

4.1.3 Εισαγωγή Υλικών -Συνοριακών Συνθηκών

Το επόμενο στάδιο είναι η εισαγωγή των υλικών, των φορτίσεων και των στηρίξεων της κατασκευής. Για να γίνει η μετάβαση στην παρακάτω εικόνα επιλέγεται από το μενού **Physics→Subdomain Settings**.



Σχήμα 4.6: Εισαγωγή υλικών

Στο δεξί μέρος της εικόνας φαίνεται η λίστα με όλα τα στοιχεία που συνθέτουν την κατασκευή, ενώ αριστερά βρίσκονται όλες οι παράμετροι που θα πρέπει να καθοριστούν. Από το **Material** στο πεδίο **Library material** επιλέγεται η εντολή **Load** για να γίνει η μετάβαση στην βιβλιοθήκη όλων των υλικών. Έπειτα το υλικό λιθοδομή, από την λίστα **User Defined Materials**, εισάγεται στο στοιχείο του τοίχου. Να σημειωθεί ότι η λίστα αυτή δημιουργήθηκε από τον χρήστη, με τα συγκεκριμένα υλικά και τις ιδιότητες, που δόθηκαν. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται για τα υπόλοιπα μέλη της κατασκευής, με τα αντίστοιχα υλικά.

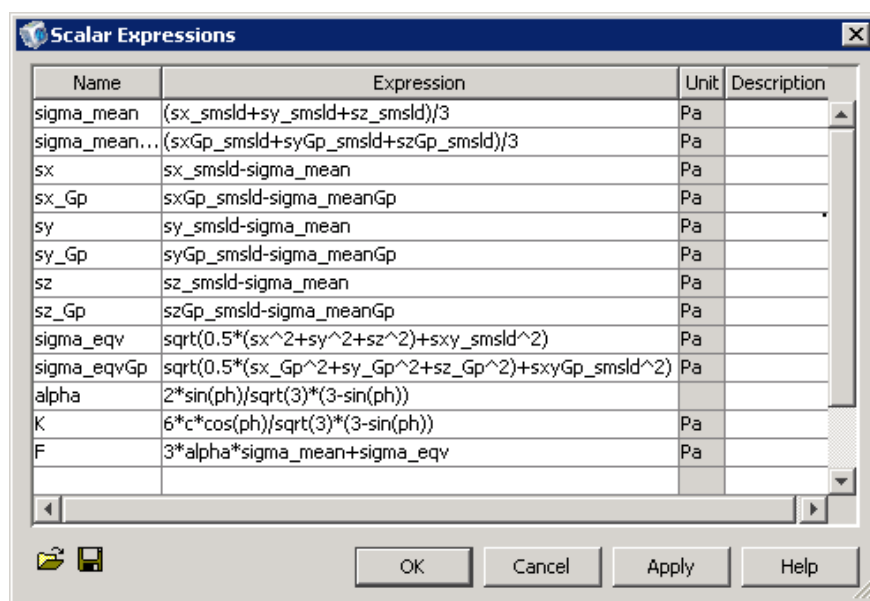
Για να οριστούν οι στηρίξεις του φορέα από το μενού **Physics→Boundary Settings** επιλέγονται οι επιφάνειες τις βάσης και από το **Constraints** ορίζονται ως **Fixed**.

Τα φορτία εισάγονται στην περιοχή **Load** και μπορούν να είναι σημειακά, επιφανειακά ή να ασκούνται στον όγκο ενός στοιχείου. Για την ανάλυση που πραγματοποιείται, τα φορτία εισάγονται στον όγκο της κατασκευής από το **Subdomain Settings**.

Για την ιδιομορφική ανάλυση τα δεδομένα που θα πρέπει να εισαχθούν στο πρόγραμμα, είναι τα υλικά των μελών και οι στηρίξεις, όπου υπάρχουν. Όσον αφορά την Ελαστοπλαστική ανάλυση παρακάτω παρουσιάζεται αναλυτικά η διαδικασία που ακολουθείται.

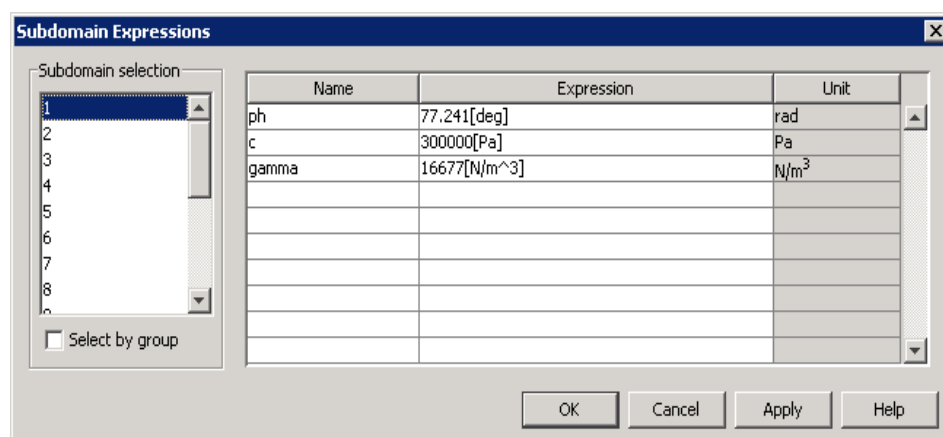
4.1.4 Ελαστοπλαστική Ανάλυση

Για να πραγματοποιηθεί μια ανάλυση με την υπόθεση Ελαστοπλαστικού υλικού, για την τοιχοποιία, θα πρέπει πρώτα να οριστούν οι συναρτήσεις διαρροής. Επιλέγοντας από το μενού **Options→Expressions→Scalar Expressions** εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο, στο οποίο γράφονται οι σχέσεις που εκφράζουν το κριτήριο αστοχίας κατά Drucker-Prager, με την δεδομένη μορφή.



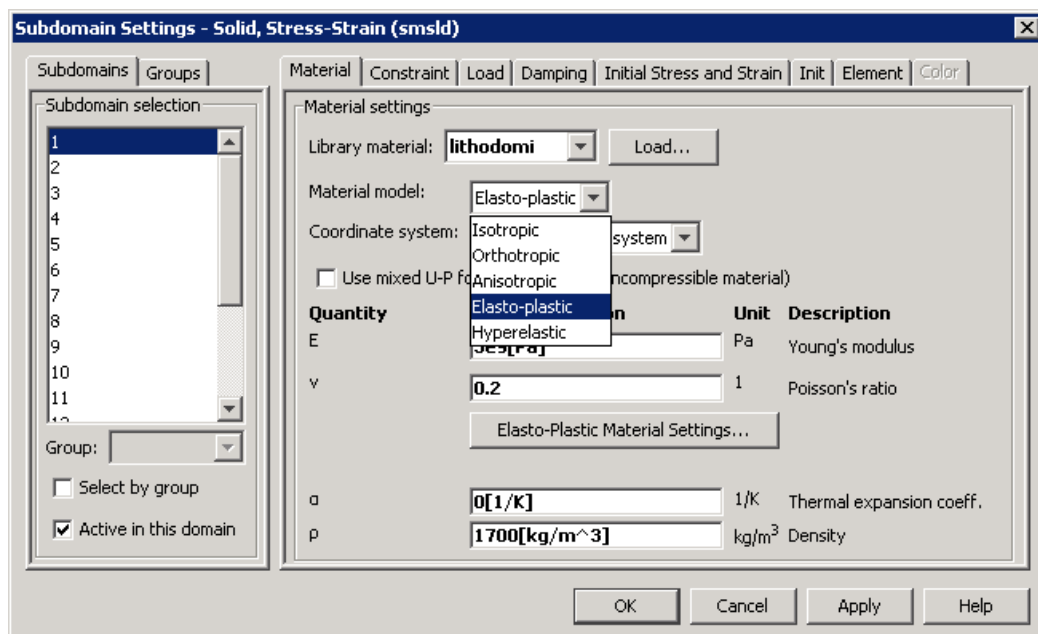
Σχήμα 4.7: Σχέσεις έκφρασης του κριτηρίου Drucker-Prager

Επίσης από το **Options→Expressions→Subdomain Expressions** εισάγονται τα ειδικά βάρη κάθε στοιχείου και οι σταθερές του Ελαστοπλαστικού υλικού για την λιθοδομή (Γωνία εσωτερικής τριβής ϕ και συνοχή c).



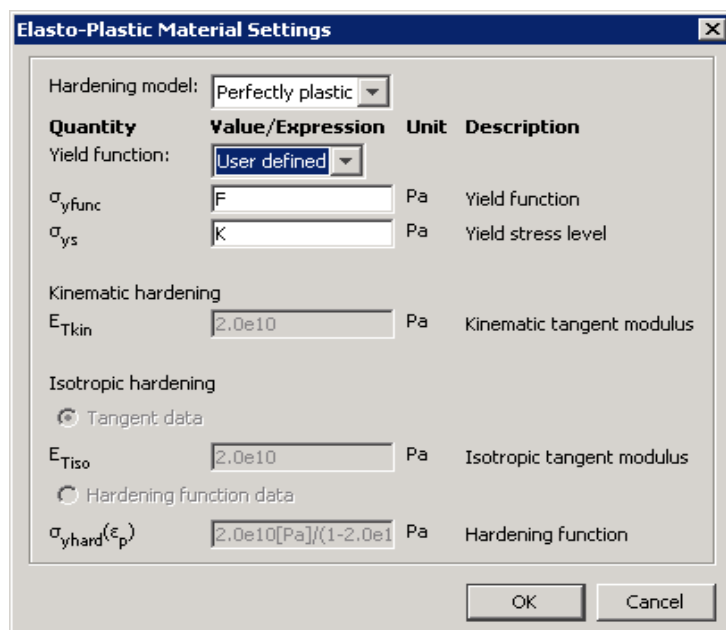
Σχήμα 4.8: Φυσικές παράμετροι στοιχείου

Στην συνέχεια από το **Physics→Subdomain Settings** επιλέγοντας την τοιχοποιία θα πρέπει να δηλωθεί στο πεδίο **Material model** η ύπαρξη Ελαστοπλαστικού υλικού (**Elasto-plastic**).



Σχήμα 4.9: Επιλογή της συμπεριφοράς του υλικού

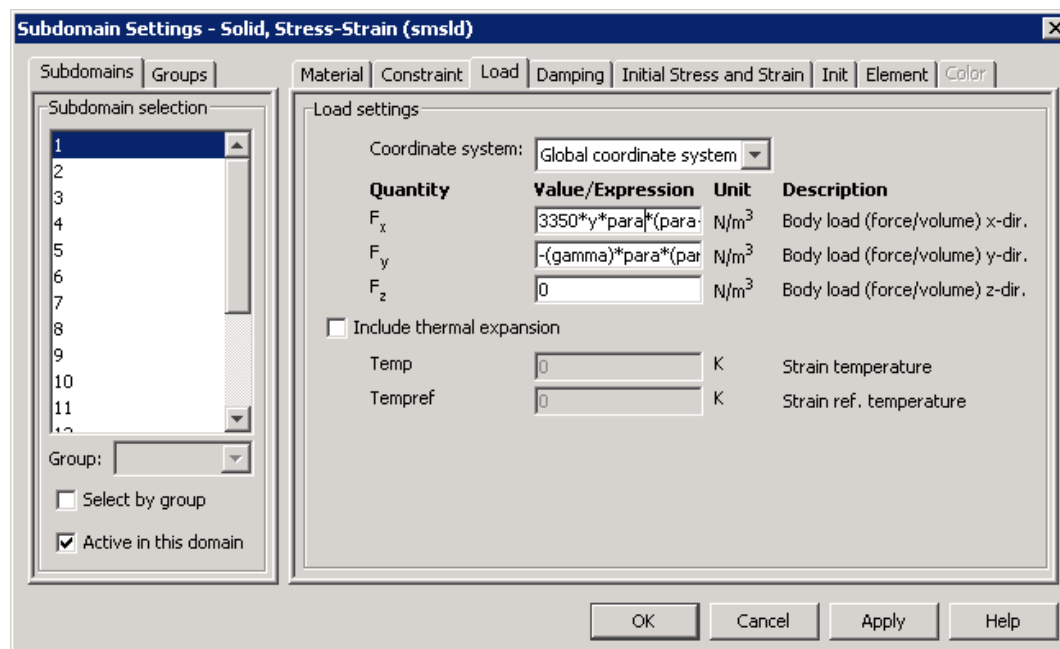
Επιλέγοντας το ελαστοπλαστικό υλικό δίνεται η δυνατότητα ρύθμισης των παραμέτρων για την συγκεκριμένη περίπτωση, από το πεδίο **Elasto-plastic Material Settings**. Έτσι λοιπόν, εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο, όπου στο πεδίο **Hardening model** εισάγεται **Perfectly Plastic**, στο πεδίο **Yield function** εισάγεται **User Defined** και από κάτω στο πεδίο ορισμού της συνάρτησης διαρροής εισάγεται η τιμή **F** και για το όριο διαρροής η τιμή **K**.



Σχήμα 4.10: Ρυθμίσεις Ελαστοπλαστικού υλικού

4.1.5 Εφαρμογή Φορτίσεων

Για να πραγματοποιηθεί η Ελαστοπλαστική ανάλυση, θα πρέπει τα φορτία που εισάγονται στην κατασκευή, να εφαρμοστούν σταδιακά. Γι' αυτό το λόγο όλες οι δυνάμεις θα εισαχθούν παραμετρικά, με την μορφή $F \cdot \text{para}^*(\text{para} \leq 1)$, όπου το εύρος τιμών της μεταβλητής **para** θα οριστεί στον **Solver**.

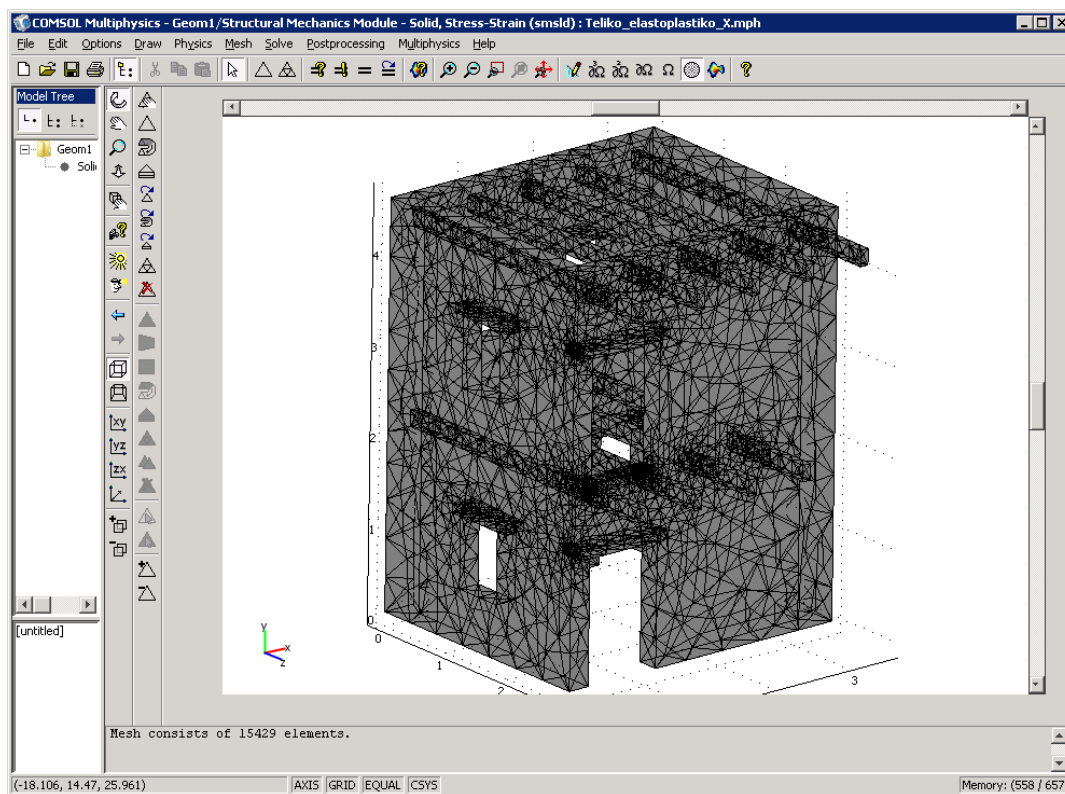


Σχήμα 4.11: Εισαγωγή των φορτίσεων κατά άξονα

Στην πρώτη περίπτωση που θεωρήθηκε οριζόντια φόρτιση για τον **x** άξονα, στο πεδίο **F_x** εισήχθη η σχέση $3350 \cdot y \cdot \text{para}^*(\text{para} \leq 1)$. Αντίστοιχα για την φόρτιση στον άξονα **z** εισάγεται η ίδια σχέση στο πεδίο **F_z**. Επιπλέον για όλα τα στοιχεία το φορτίο του ειδικού βάρους ορίζεται στον άξονα **y** με αρνητικό πρόσημο, οπότε στο πεδίο **F_y** εισάγεται η σχέση $-\gamma \cdot \text{para}^*(\text{para} \leq 1)$.

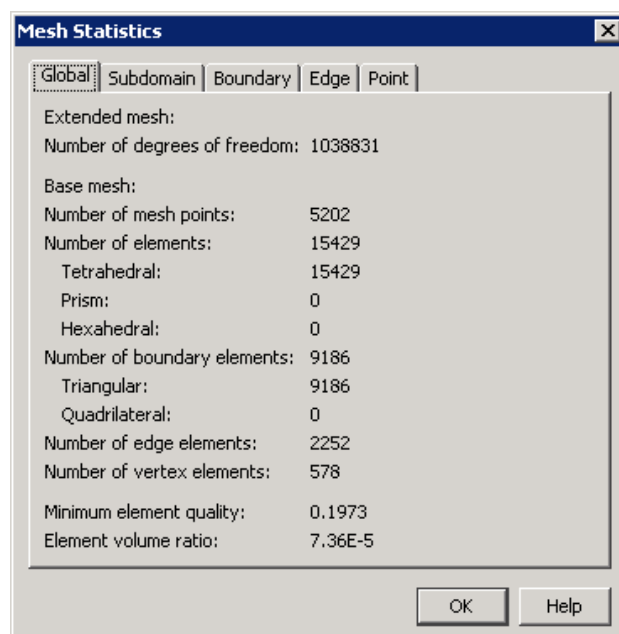
4.1.6 Διακριτοποίηση (Mesh)

Η δημιουργία του πλέγματος διακριτοποίησης στον φορέα πραγματοποιείται με την εντολή **Mesh**. Η διαδικασία αυτή μπορεί να γίνει είτε αυτόματα, είτε χειροκίνητα, κάτι το οποίο απαιτεί απ τον χρήστη αρκετά καλή εμπειρία και γνώση σε παρόμοιες εφαρμογές. Στην συγκεκριμένη εργασία επιλέχθηκε αυτόματα η δημιουργία του πλέγματος με την ακολουθία εντολών **Mesh→Mesh mode**.



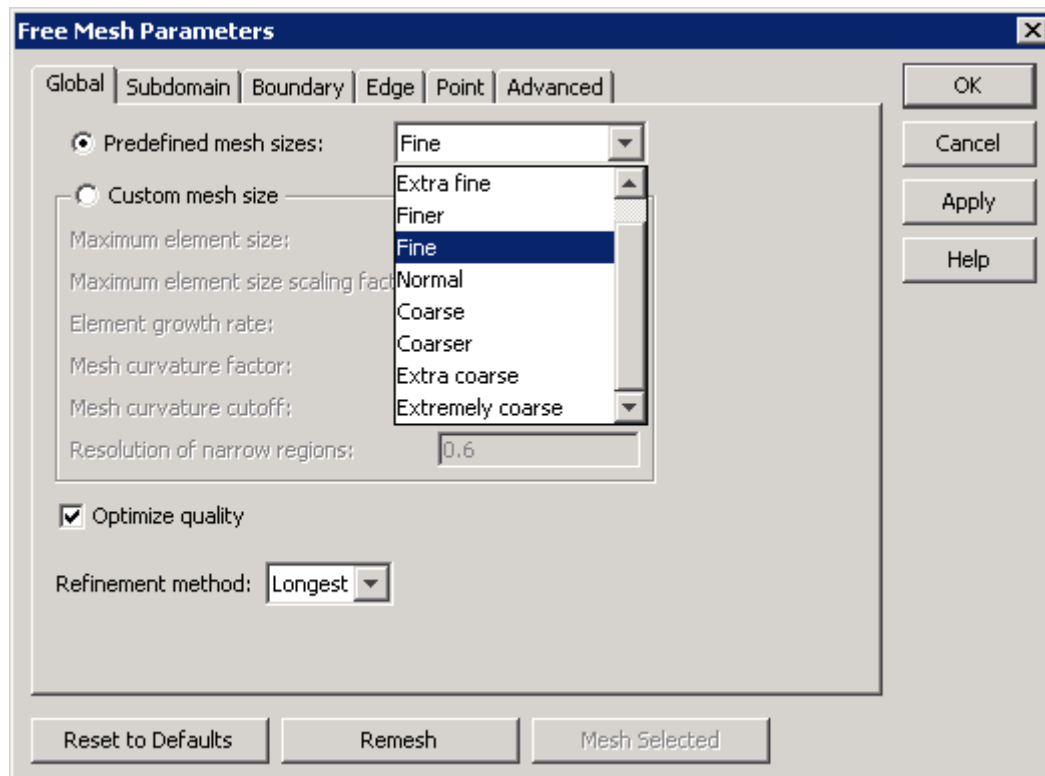
Σχήμα 4.12: Διακριτοποίηση - πλέγμα του κτηρίου εφαρμογής

Επιλέγοντας **Mesh** και **Mesh Statistics** από το μενού μπορούν να αντληθούν πληροφορίες για το πλέγμα που δημιουργήθηκε. Όπως φαίνεται παρακάτω παρουσιάζονται τα δεδομένα που αφορούν τον αριθμό και το είδος των στοιχείων που δημιουργήθηκαν, τους βαθμούς ελευθερίας και άλλες πληροφορίες, είτε για ολόκληρη την κατασκευή είτε για κάποιο μέλος της.



Σχήμα 4.13: Στατιστικά στοιχεία του πλέγματος

Επίσης δίνεται η δυνατότητα επιλογής λεπτότερου πλέγματος ώστε να προκύψουν πιο αξιόπιστα αποτελέσματα. Αυτό φυσικά θα αυξήσει το υπολογιστικό κόστος, καθώς θα χρειαστεί περισσότερος χώρος στην μνήμη του υπολογιστή και επιπλέον χρόνος για την ανάλυση. Η ιδανικότερη επιλογή είναι να γίνει, σε πρώτη φάση πιο λεπτή η διακριτοποίηση και εάν τα αποτελέσματα συγκλίνουν με του πιο αραιού πλέγματος, τότε να θεωρηθεί η συγκεκριμένη λύση αποδεκτή χωρίς να πραγματοποιηθεί περαιτέρω αύξηση των στοιχείων. Από το μενού **Mesh -> Free Mesh Parameters** επιλέγεται **Fine** για το πλέγμα του φορέα.

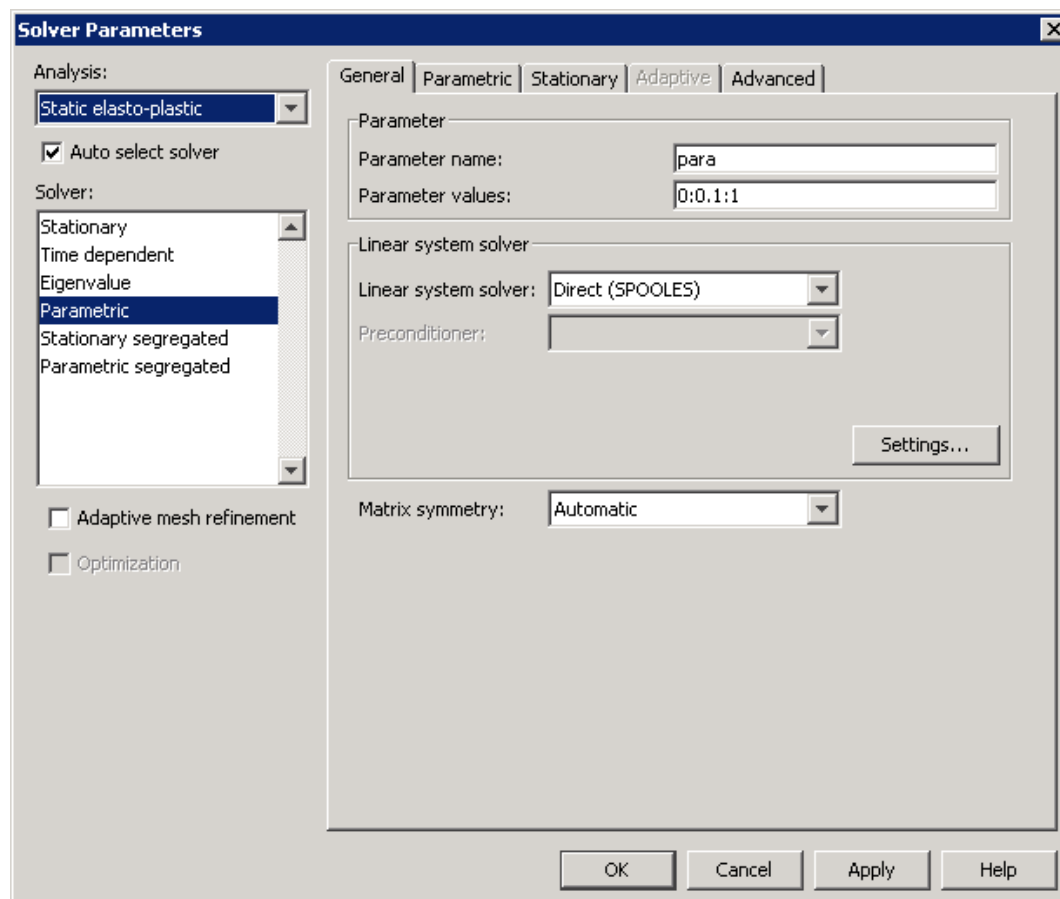


Σχήμα 4.14: Ρύθμιση παραμέτρων του πλέγματος

Το λεπτότερο πλέγμα περιλαμβάνει 21108 στοιχεία.

4.1.7 Επίλυση (Solve)

Στο σημείο αυτό θα πρέπει καθοριστεί ο τύπος της ανάλυσης και ο τρόπος επίλυσης. Από το μενού Solve επιλέγεται το Solver Parameters και εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο.

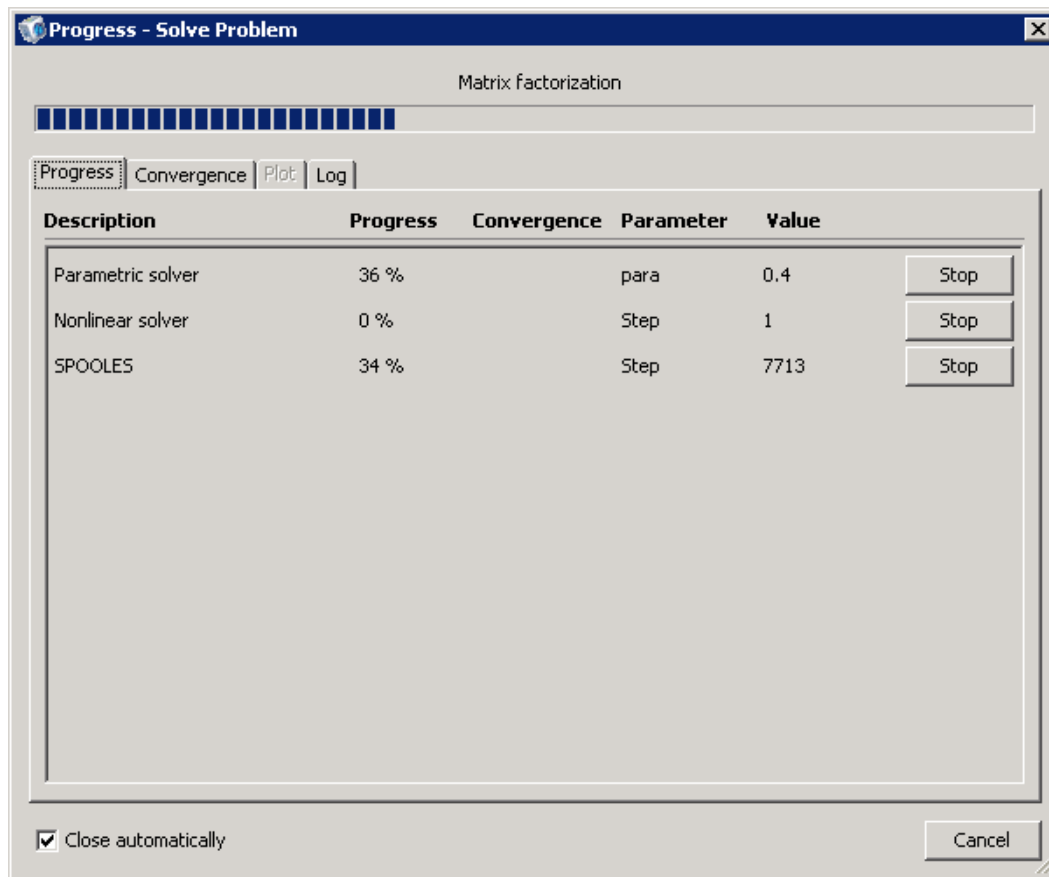


Σχήμα 4.15 Ρύθμιση παραμέτρων για την επίλυση του προβλήματος

Στο πεδίο Analysis για την ανάλυση Ελαστοπλαστικού υλικού θα πρέπει να επιλεγεί Static-Elastoplastic και στο πεδίο Solver Parametric. Επίσης θα πρέπει να οριστεί το όνομα της παραμέτρου για το οποίο θα επιλυθεί η ανάλυση, για την δεδομένη περίπτωση χρησιμοποιήθηκε το όνομα para και στην συνέχεια εισήχθη στο πεδίο parameter values, το εύρος των τιμών που θα έχει η παράμετρος αυτή, δηλαδή 0:0.1:1. Τέλος πατάμε OK και Solve->Solve Problem.

Για την ιδιομορφική ανάλυση στο πεδίο Analysis και στο πεδίο Solver επιλέγεται Eigenfrequency. Επίσης καθορίζεται και ο αριθμός των ιδιοσυχνοτήτων-ιδιομορφών που επιθυμεί ο χρήστης να υπολογιστούν.

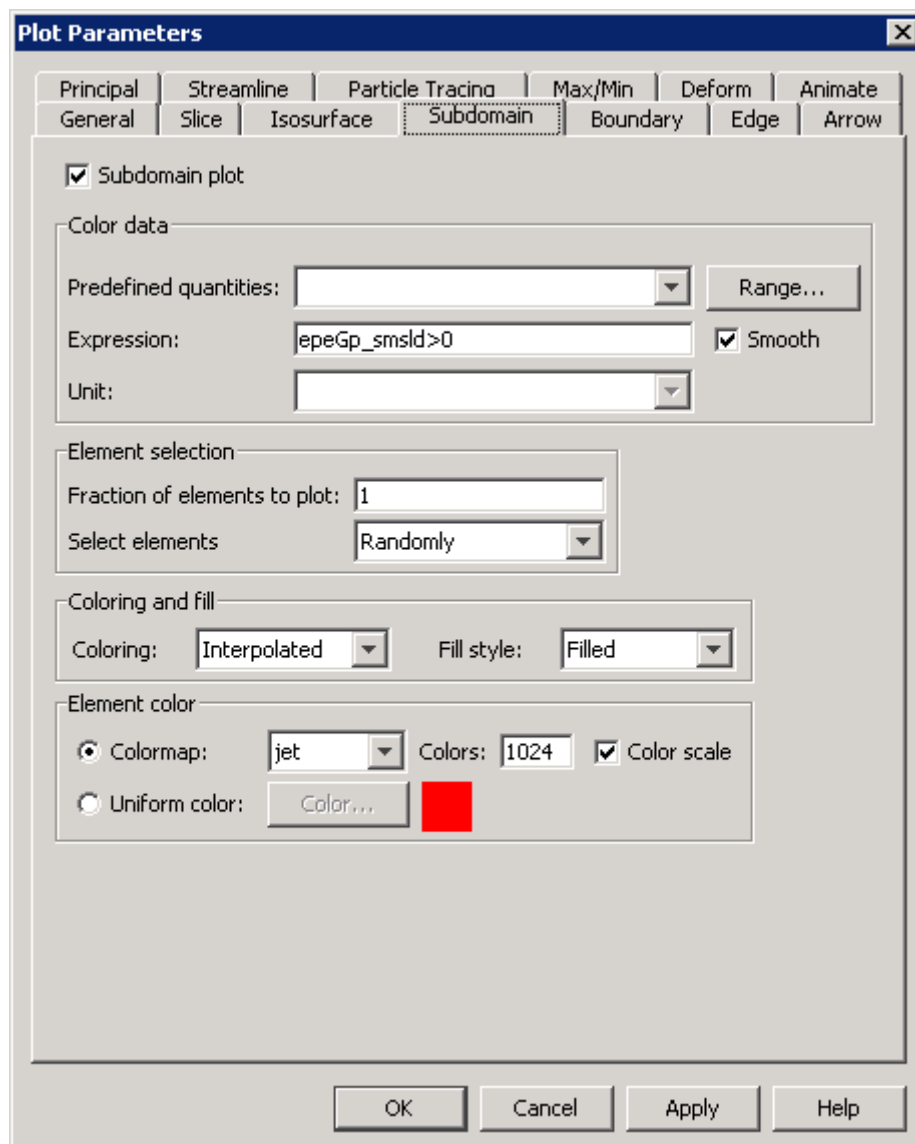
Ακολουθεί η διαδικασία της προόδου της επίλυσης όπως φαίνεται παρακάτω.



Σχήμα 4.16: Πρόοδος επίλυσης του προβλήματος

4.1.8 Επεξεργασία Αποτελεσμάτων (Postprocessing)

Η επεξεργασία των αποτελεσμάτων πραγματοποιείται από τον χρήστη επιλέγοντας από το μενού **Postprocessing** την εντολή **Plot Parameters**. Με αυτόν τον τρόπο δίνεται η δυνατότητα στον χρήστη να παρουσιάσει την μορφή και τις παραμέτρους που αφορούν το πρόβλημα.



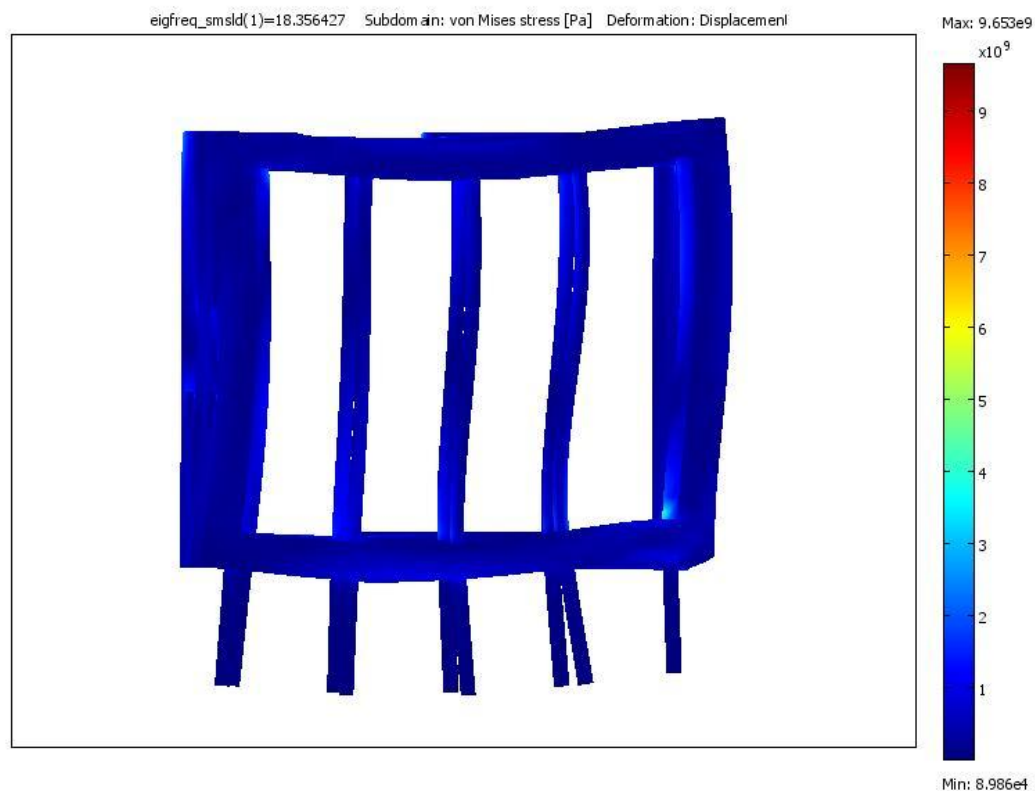
Σχήμα 4.17: Ρύθμιση παραμέτρων για την επεξεργασία αποτελεσμάτων

Για να εμφανιστούν οι πλαστικές παραμορφώσεις στο κτήριο, στο πεδίο Expression εισάγεται η σχέση **epe_smsld>0**, η οποία εκφράζει τις περιοχές της τοιχοποιίας, στις οποίες η πλαστική παραμόρφωση ξεπέρνα την τιμή μηδέν. Από το πεδίο **Predefined quantities** είναι δυνατόν να επιλεγθούν και άλλες μεταβλητές που είναι χρήσιμο να παρουσιαστούν στην μελέτη, όπως η ολική μετατόπιση (**Total Displacement**) και οι αναπτυσσόμενες τάσεις στο κτήριο (**First Principal Stress**).

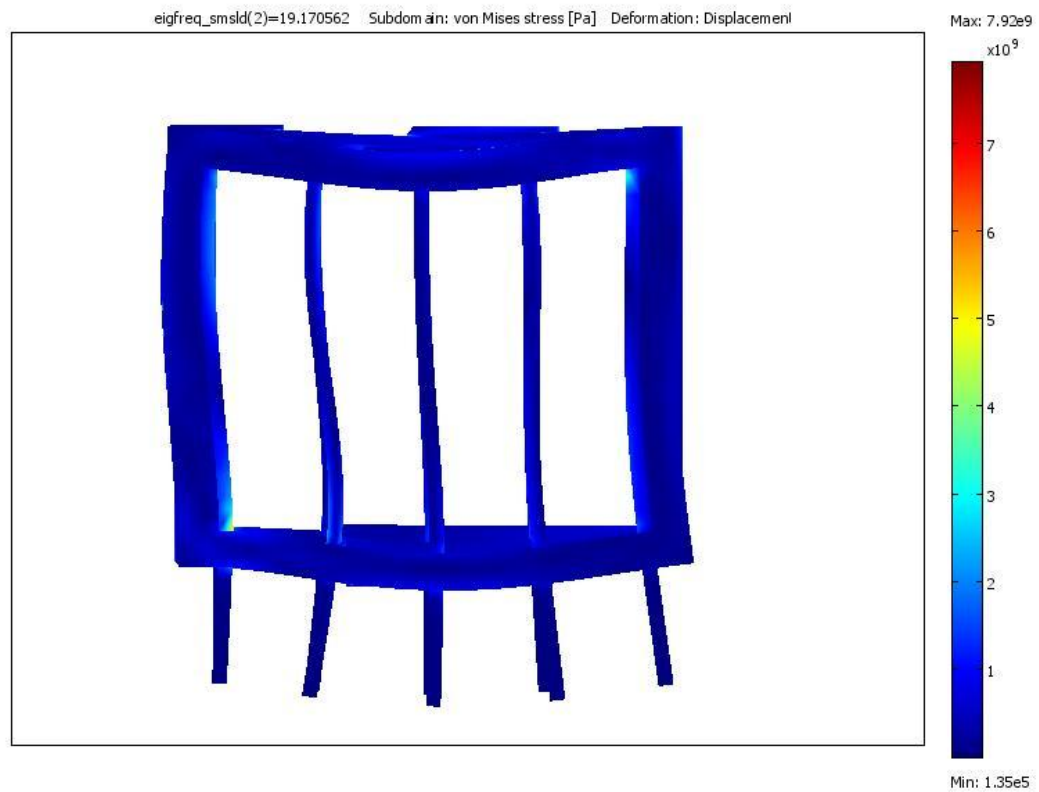
5 Αποτελέσματα

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την μοντελοποίηση και επίλυση του φορέα, που πραγματοποιήθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Αρχικά παρουσιάζονται τα δυναμικά χαρακτηριστικά του φορέα, τα οποία προέκυψαν από την ιδιομορφική ανάλυση. Στην συνέχεια αναλύονται τα αποτελέσματα της ελαστοπλαστικής ανάλυσης και απεικονίζονται οι πλαστικές παραμορφώσεις, οι ολικές μετατοπίσεις και οι τάσεις που αναπτύσσονται στο κτήριο.

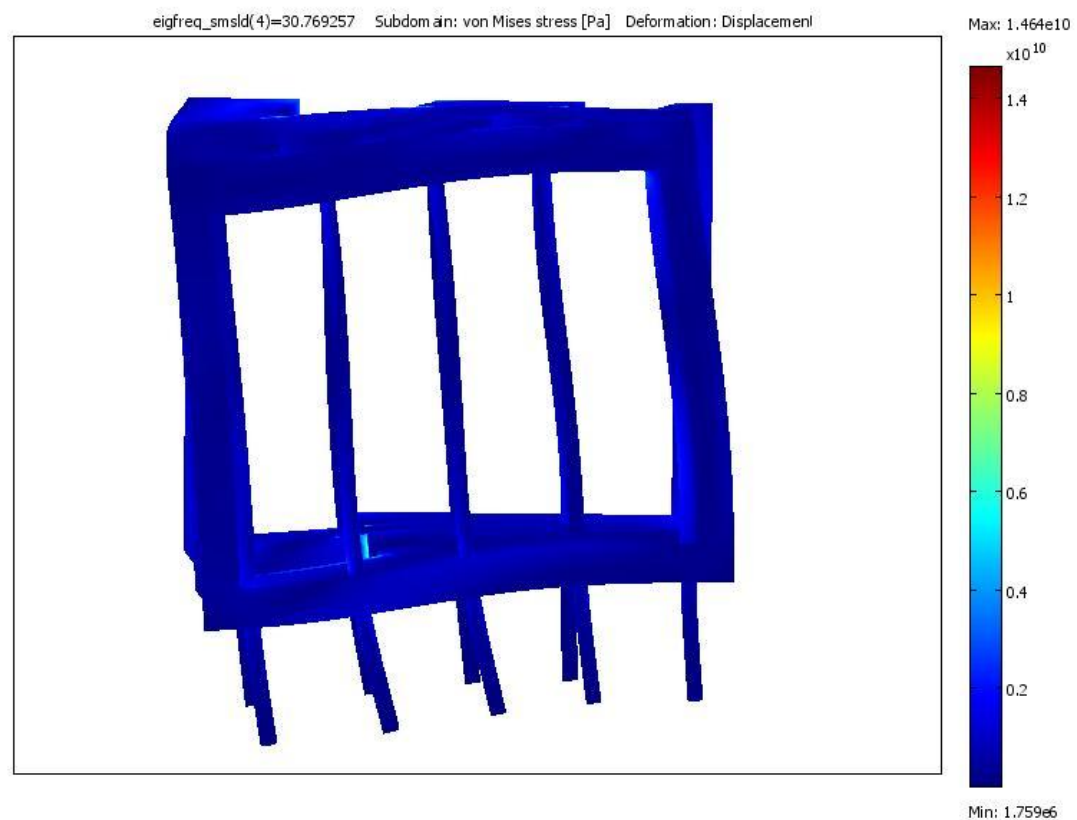
5.1 Δυναμικά χαρακτηριστικά



Σχήμα 5.1: Παραμορφωμένη κατάσταση για ιδιοσυχνότητα 18.35 Hz

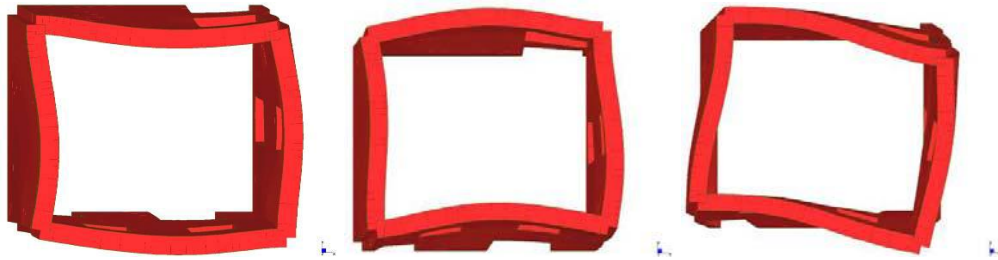


Σχήμα 5.2: Παραμορφωμένη κατάσταση για ιδιοσυχνότητα 19.17 Hz



Σχήμα 5.3: Παραμορφωμένη κατάσταση για ιδιοσυχνότητα 30.77 Hz

Παρόμοια αποτελέσματα προέκυψαν από την πραγματοποίηση ανάλογης μελέτης για το συγκεκριμένο Κτήριο, όπως φαίνεται παρακάτω:

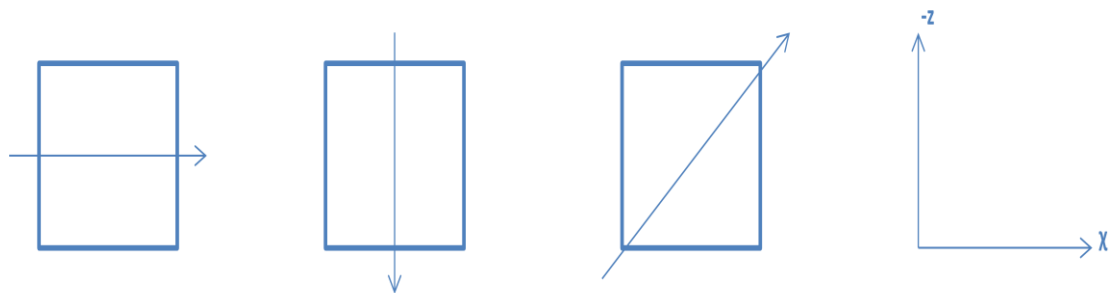


Σχήμα 5.4: ιδιομορφική ανάλυση κτιρίου σύμφωνα με [26] α) 18,22Hz, β) 19 Hz, γ) 30,99Hz

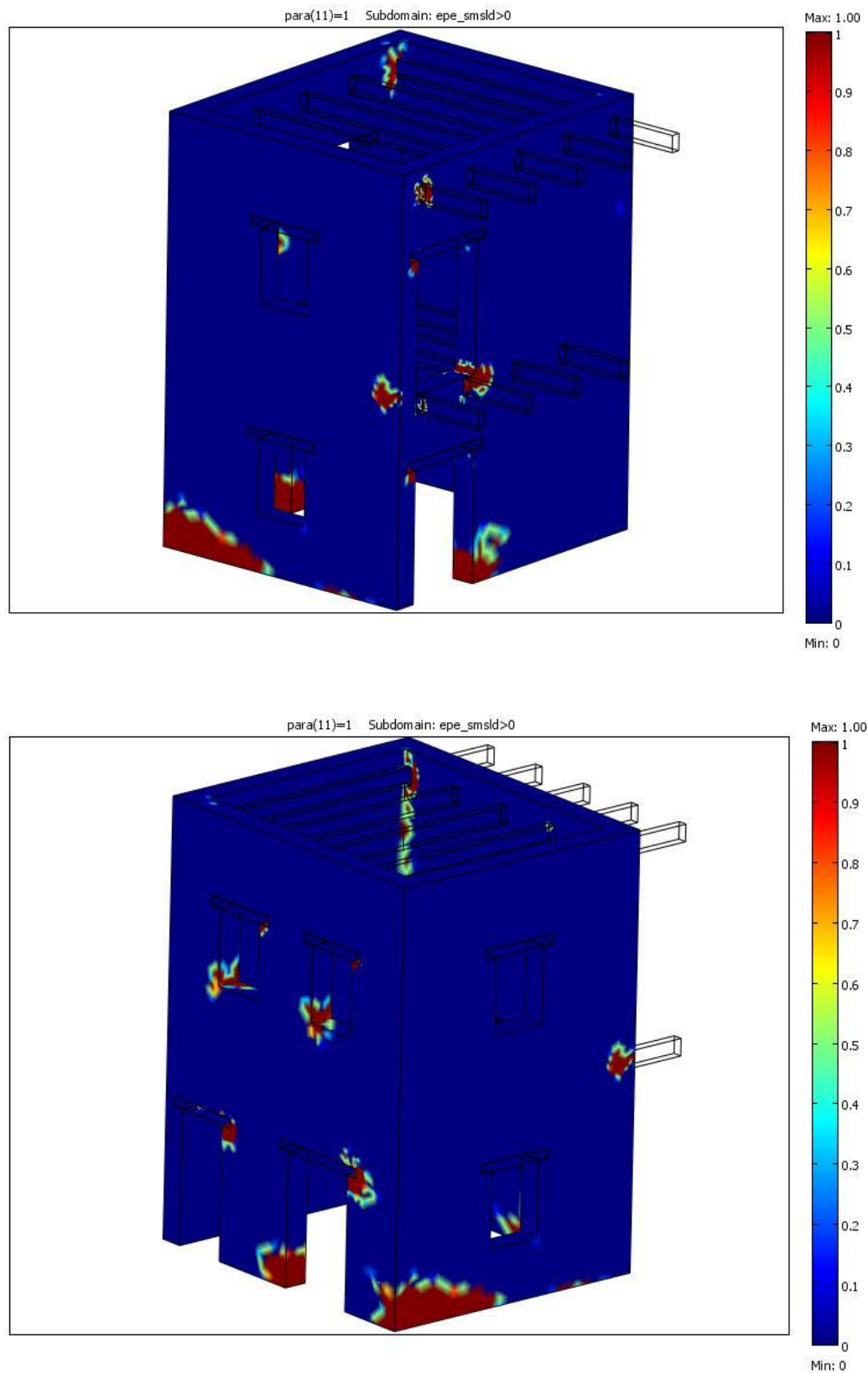
Ιδιομορφές	Ιδιοσυχνότητες [Hz]	
	Μοντέλο	Μοντέλο σύγκρισης
1	18,35	18,22
2	19,17	19
3	21,64	23,17
4	30,78	30,99
5	35,39	32,55
6	36,68	35,72

5.2 Ελαστοπλαστική Ανάλυση

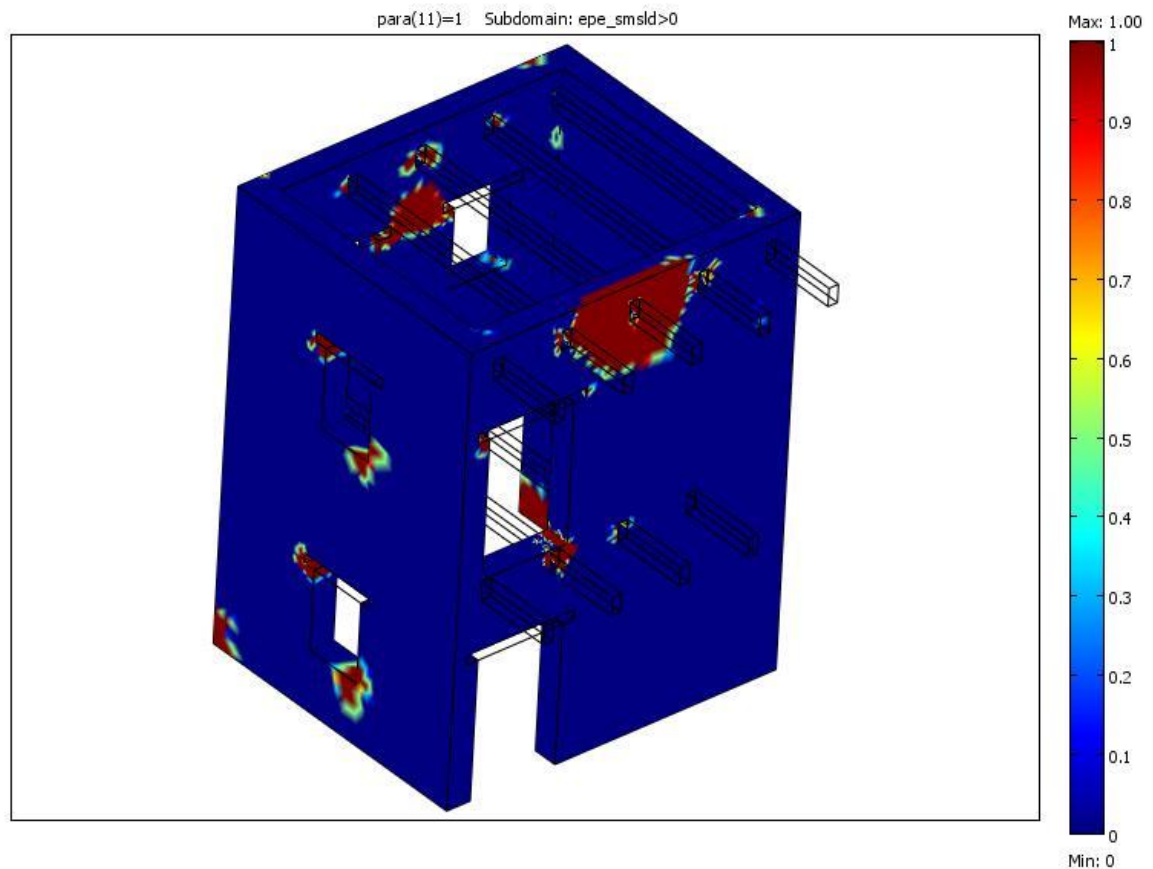
Παρακάτω θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα της ελαστοπλαστικής ανάλυσης για τις τρεις διευθύνσεις των φορτίσεων, όπως φαίνονται στα επόμενα σχήματα:



5.2.1 Πλαστικές Παραμορφώσεις

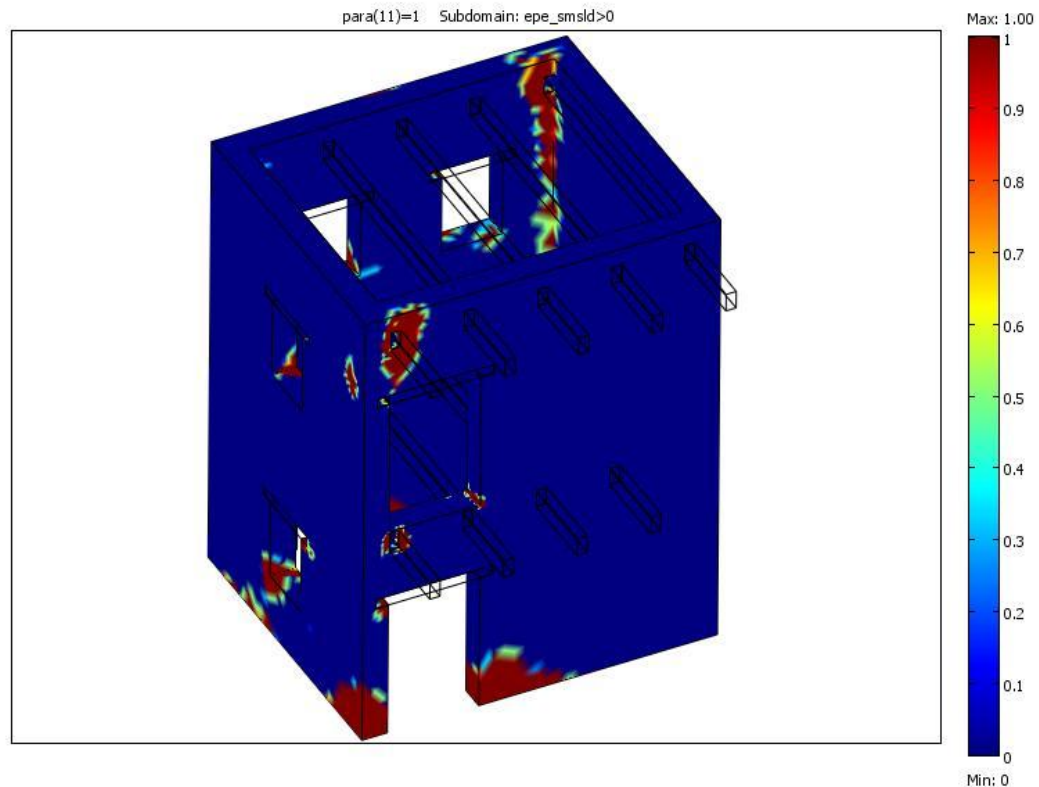


Σχήμα 5.5: Περιοχές πλαστικής παραμόρφωσης - οριζόντιο φορτίο στον άξονα x,
Συνολικό φορτίο $3350 \cdot y \left[\frac{N}{m^3} \right]$



Σχήμα 5.6: Περιοχές πλαστικής παραμόρφωσης - οριζόντιο φορτίο στον άξονα Z,
Συνολικό φορτίο $3350 \cdot y \left[\frac{N}{m^3} \right]$

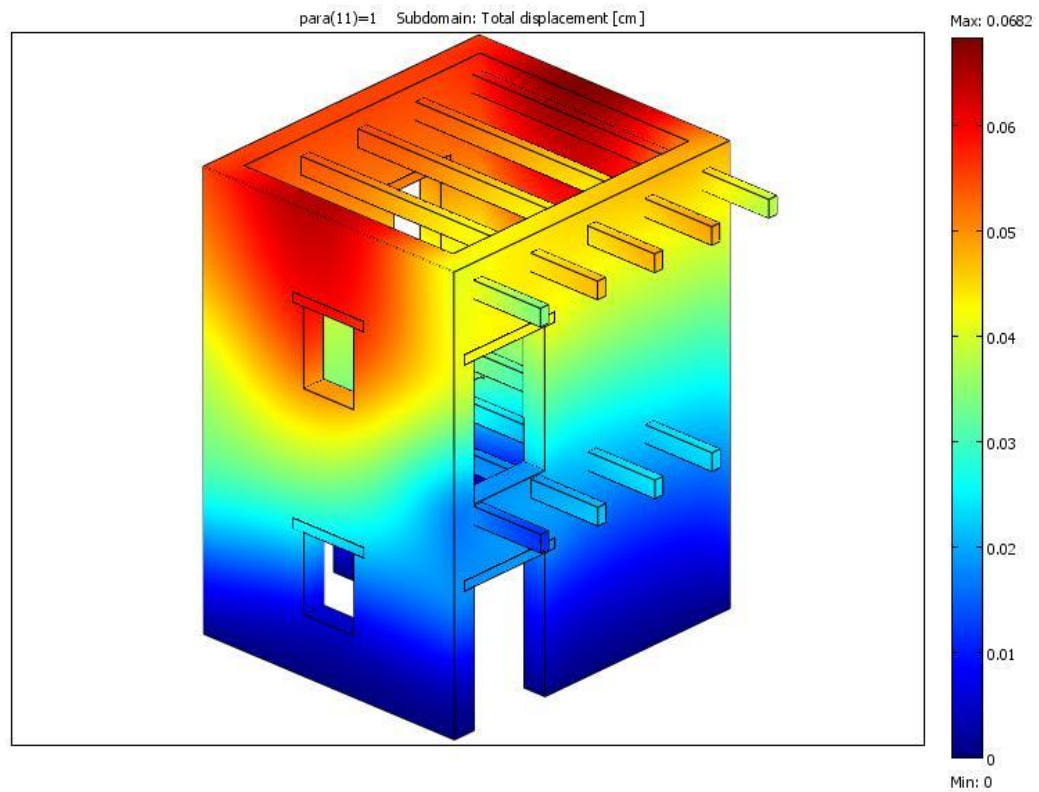
Στις παραπάνω εικόνες μπορούμε να παρατηρήσουμε την ανάπτυξη των πλαστικών παραμορφώσεων, οι οποίες τονίζονται με έντονο κοκκινο χρώμα για τις περιοχές που λαμβάνουν την μέγιστη τιμή τους. Για την κάθε διεύθυνση παρατηρούνται κάποιες διαφορές στην ανάπτυξη των πλαστικών περιοχών, καθώς αυτές εξαρτώνται από την διεύθυνση και την ένταση των φορτίων.



Σχήμα 5.7: Περιοχές πλαστικής παραμόρφωσης για φορτίο υπό γωνία 45° , Συνιστώσες Δυνάμεων $F_x = 3350 \cdot y \cdot \cos 45^\circ \left[\frac{N}{m^3} \right]$, $F_y = 3350 \cdot y \cdot \sin 45^\circ \left[\frac{N}{m^3} \right]$

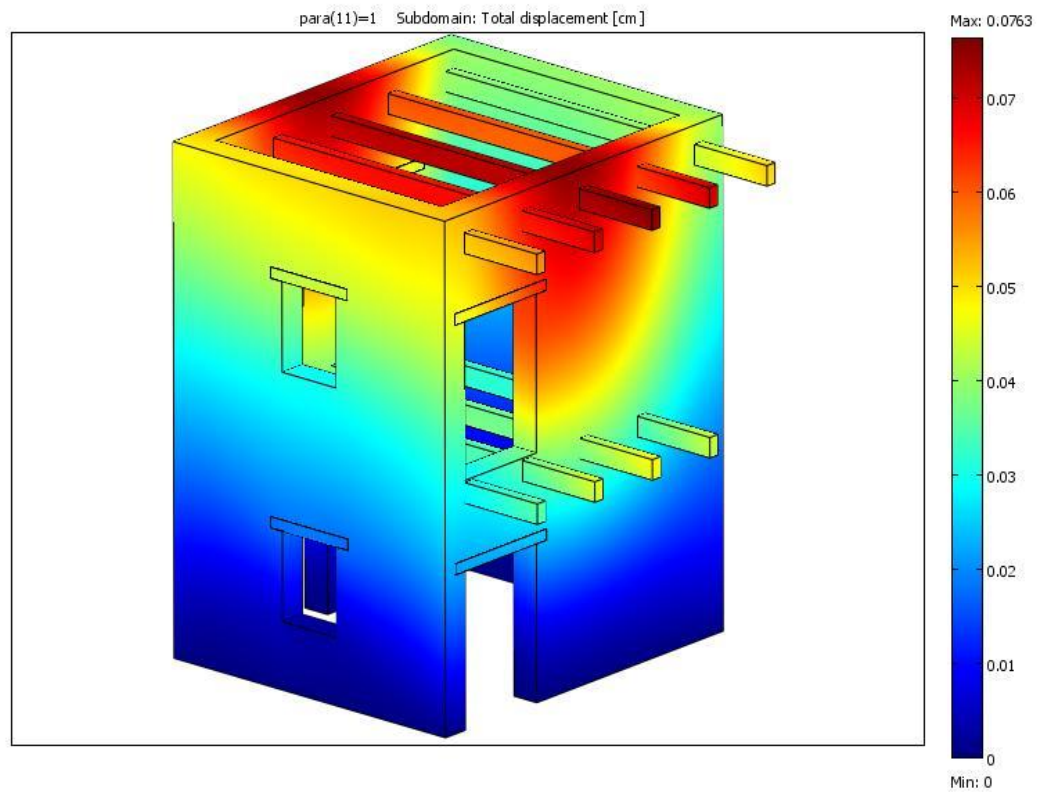
5.2.2 Ολική Μετατόπιση

Στις επόμενες εικόνες θα παρουσιαστούν οι ολικές μετατοπίσεις όπως προέκυψαν από την ελαστοπλαστική ανάλυση του κτηρίου. Η μέγιστη τιμή της ολικής μετατόπισης για οριζόντια φόρτιση $3350 \cdot y \left[\frac{N}{m^3} \right]$ στον Χ-άξονα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα είναι **0,0682 cm**.

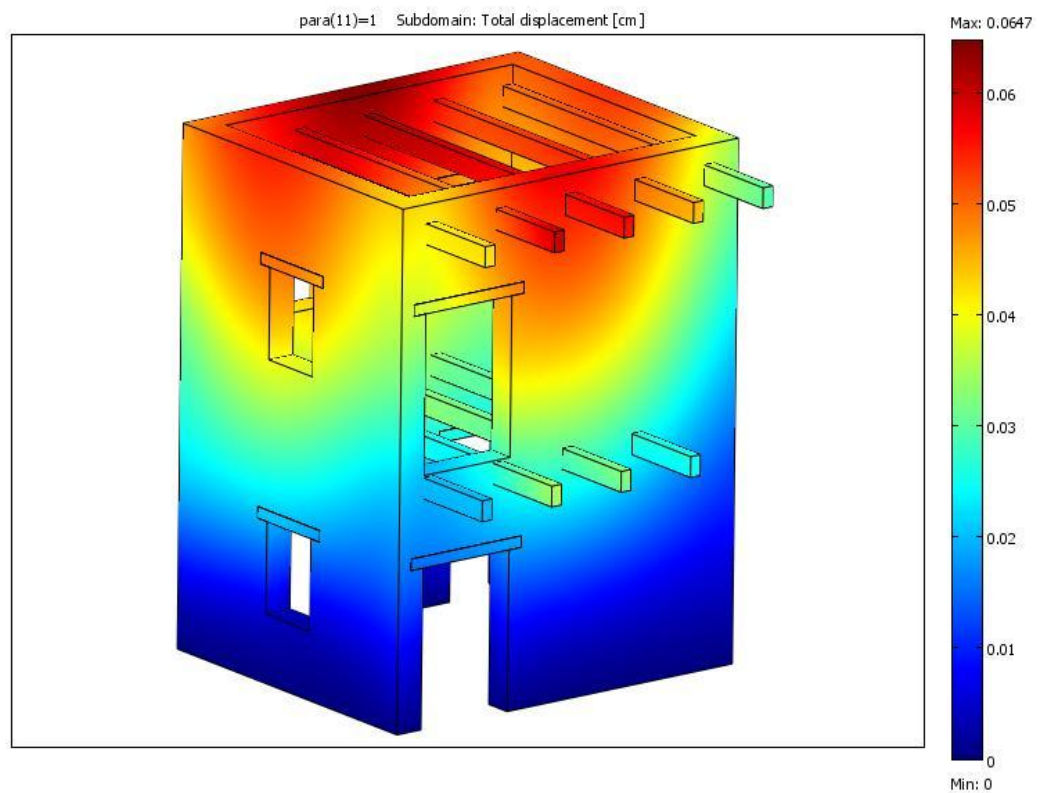


Σχήμα 5.8: Ολική μετατόπιση - οριζόντια φόρτιση στον άξονα X

Η μέγιστη τιμή της ολικής μετατόπισης για οριζόντια φόρτιση $3350 \cdot y \left[\frac{N}{m^3} \right]$ στον Z-άξονα, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα είναι **0,0763 cm**.



Σχήμα 5.9: Ολική μετατόπιση - οριζόντια φόρτιση στον άξονα Z



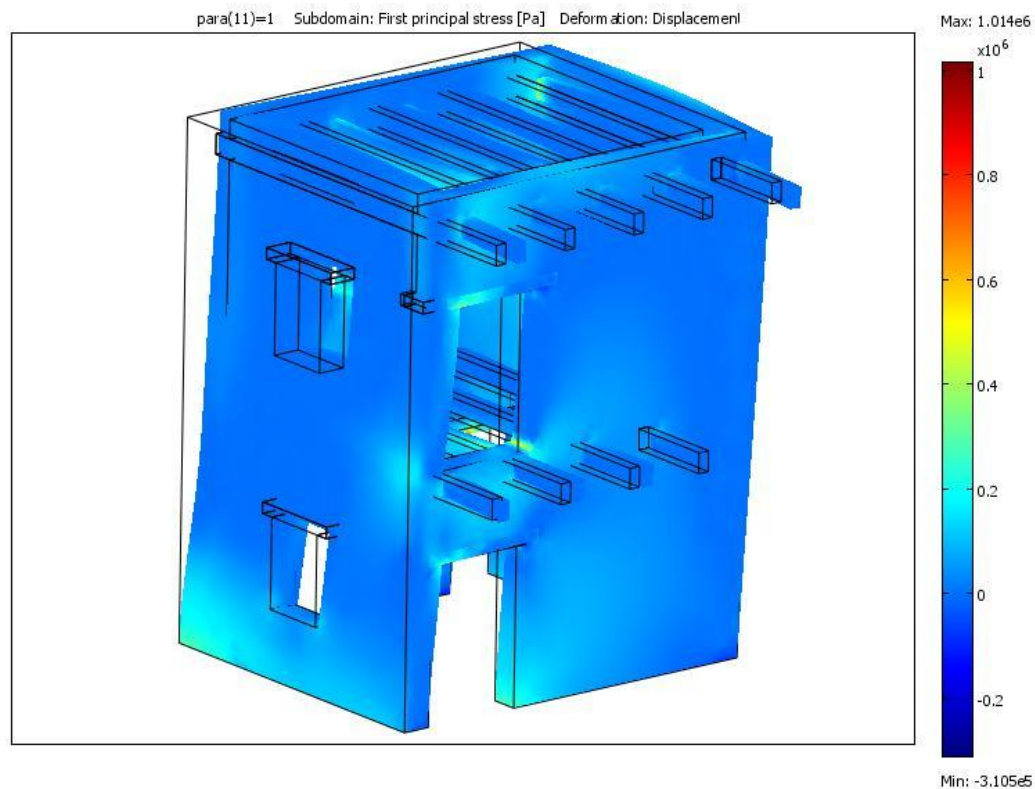
Σχήμα 5.10: Ολική μετατόπιση για φόρτιση υπό γωνία 45°

Για φόρτιση υπο γωνία 45 , η τιμή της μέγιστης ολικής μετατόπισης είναι **0,0647 cm** .

Οι μέγιστες τιμές της ολικής μετατόπισης παρουσιάζονται στους ορόφους τις κατασκευής, όπως ήταν αναμενόμενο, καθώς γίνεται η υπόθεση ότι το κτήριο παρουσιάζει συμπεριφορά διατμητικού προβόλου.

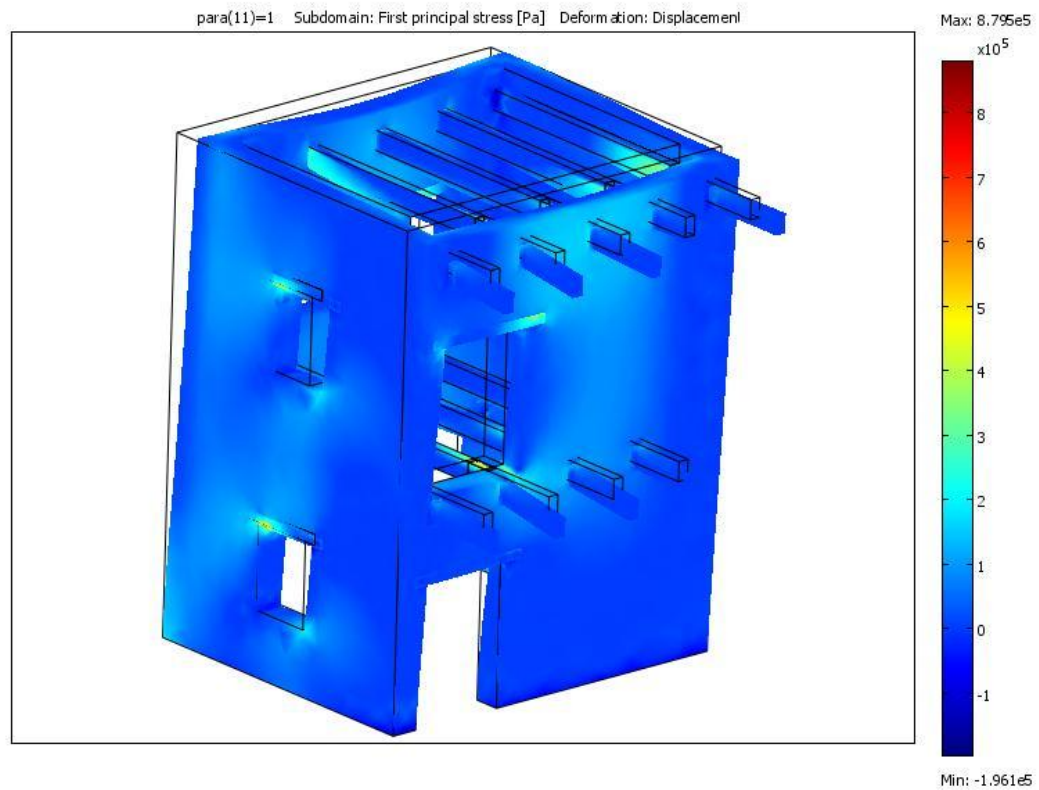
5.3 Αναπτυσσόμενες Τάσεις-Παραμορφωμένη Κατάσταση

Η μέγιστη τιμή κυρίων τάσεων για οριζόντια φόρτιση στην Χ- διεύθυνση, όπως φαίνεται στο σχήμα προκύπτει **1,014 Mpa**.

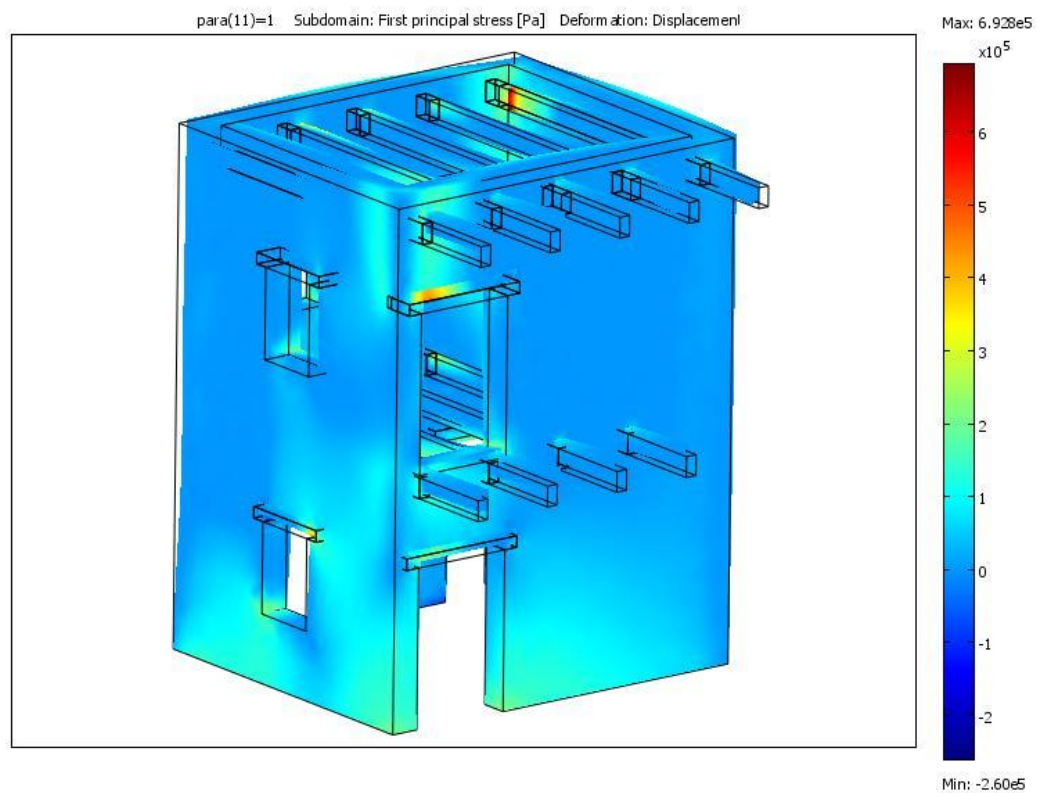


Σχήμα 5.11: Τάσεις, παραμορφωμένη κατάσταση – οριζόντιο φορτίο στον άξονα Χ

Αντίστοιχα για οριζόντιο φορτίο παράλληλο στην διεύθυνση-Z η μέγιστη τιμή κυρίας τάσης είναι **0,895 Mpa**.



Σχήμα 5.12: Τάσεις, παραμορφωμένη κατάσταση-οριζόντια φόρτιση στον άξονα Z



Σχήμα 5.13: Τάσεις, παραμορφωμένη κατάσταση-οριζόντια υπό γωνία 45°

Για φόρτιση υπο γωνία 45° με συνιστώσες της δύναμεις στον X,Z άξονα , η μέγιστη τιμή κύριας τάσης όπως φαίνεται, προκύπτει **0,693 Mpa**.

6 Συμπεράσματα

Από τα αποτελέσματα που προέκυψαν, μπορούν να αντληθούν κάποια συμπεράσματα για την συμπεριφορά της κατασκευής, σε οριζόντια φορτία, όπως είναι αυτά του σεισμού.

Γενικά στον φορέα παρατηρούνται έντονες πλαστικές παραμορφώσεις κοντά στα ανοίγματα και τις γωνίες, κάτι που ήταν αναμενόμενο.

Επιπλέον οι περιοχές των πλαστικών παραμορφώσεων, είναι εμφανές ότι επηρεάζονται από την διεύθυνση και την ένταση των εφαρμοζόμενων φορτίων.

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν αν και αφορούν στατικά φορτία, σε γενικές γραμμές φαίνεται να συμπίπτουν με τις εργαστηριακές δοκιμές, που έγιναν κατά την διάρκεια του έργου TREMA. Διαπιστώθηκε ότι οι περιοχές που αστοχούν για πρώτη φορά στο κτήριο, είναι οι ίδιες περιοχές που παρατηρούνται να έχουν την μεγαλύτερη πλαστική παραμόρφωση στην ανάλυση.

Γίνεται άμεσα κατανοητό ότι, η ελαστοπλαστική ανάλυση θα ήταν μια πολύ καλή μέθοδος, για την αποτίμηση της αποτελεσματικότητας διαφόρων επεμβάσεων για την ενίσχυση του κτιρίου, πριν αυτές εφαρμοστούν πρακτικά. Αυτό κρίνεται πολύ χρήσιμο σε περιπτώσεις που μελετώνται μνημεία ή ευαίσθητες κατασκευές, στις οποίες πριν γίνει κάποια επέμβαση θα πρέπει να μελετηθεί λεπτομερώς η αποτελεσματικότητά της. Ένα αντικείμενο περαιτέρω έρευνας λοιπόν, θα ήταν η μελέτη διαφόρων τρόπων ενίσχυσης της κατασκευής και κατά πόσο επηρεάζουν την αντοχή του δομήματος.

Τέλος, ένα πολύ σημαντικό συμπέρασμα είναι ότι η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων στηρίζεται σε πολύ μεγάλο βαθμό, στις παραδοχές και εξιδανικεύσεις που θα γίνουν από τον χρήστη κατά το στάδιο της μοντελοποίησης. Έτσι λοιπόν καθοριστικό ρόλο στην ανάλυση παίζει η εμπειρία και η γνώση για την συμπεριφορά της κατασκευής σε θεωρητικό επίπεδο.

7 Βιβλιογραφία

- [1] Rosenhaupt 1965: Rosenhaupt, S., Y. Sokal, "Masonry Walls on Continuous Beams", J. Structural Division, ASCE, Vol. 91, No ST1, 1965, pp. 155-171.
- [2] Saw 1974: Saw, C. B., "Linear Elastic Finite Element Analysis of Masonry Walls on Beams", Building Science, Vol. 9, 1974, pp. 299-307.
- [3] Ganju 1977: Ganju, T. N., "Nonlinear Finite Element Analysis of Clay Brick Masonry", Proc. 6th Australasian Conf. on Mech. of Structures and Materials, 1977, pp. 59-65.
- [4] Samarasinghe 1982: Samarasinghe, W., A. W. Page, A. W. Hendry, "A Finite Element Model for the In-Plane Behavior of Brickwork", Proc. Inst. of Civil Engineers, Vol. 73, 1982, pp. 171-178.
- [5] Lourenco 1993: Lourenco, P. B., J. S. Rots, "On the use of micro-modelling for the analysis of masonry shear-walls", Proceedings of the Second International Symposium on Computer Methods in Structural Masonry, Wales, U. K., 6-8 April 1993, pp. 14-26.
- [6] Khoo 1973: Khoo, C. L., A. W. Hendry, "Strength Tests on Brick and Mortar under Complex Stresses for the Development of a Failure Criterion for Brickwork in Compression", Proc. British Ceramic Society, Load Bearing Brickwork (4), 1973, pp. 51-66.
- [7] Grimm 1975: Grimm, C. T., "Strength and Related Properties of Brick Masonry", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 101, No ST1, 1975, pp. 217-231.
- [8] Hendry 1978: Hendry, A. W., "A Note on the Strength of brickwork in Combined Racking Shear and Compression", Proc. British Ceramic Soc., 1978, Load Bearing Brickwork (6), pp. 47-52.
- [9] Smith 1970: Smith, B. S., C. Carter, "Distribution of Stresses in Masonry Walls subjected to Vertical Loading", Proc. 2nd Int. Brick Masonry Conference, 1970, pp. 119-124.
- [10] Ganz 1983: Ganz, H. R., B. Thurlimann, "Strength of Brick Walls under Normal Force and Shear", Proc. 8th int. Symp. on Load Bearing Brickwork, London, 1983.

- [11] Asteris 2002: Asteris, P.G, A. D. Tzamtzis, "Non-linear FE Analysis of Masonry Shear Walls", Proceedings, Sixth International Masonry Conference, London, 2002.
- [12] Lourenco 1993: Lourenco, P. B., J. S. Rots, "On the use of micro-modelling for the analysis of masonry shear-walls", Proceedings of the Second International Symposium on Computer Methods in Structural Masonry, Wales, U. K., 6-8 April 1993, pp. 14-26.
- [13] Atkinson 1989: Atkinson, R. H., et ai., "Response of Masonry Bed Joints in Direct Shear", Journal of Structural Engineering, Vol. 115, No 9, 1989, pp. 2276-2296.
- [14] Mayes 1976: Mayes, R. L., Y. Omote, R. W. Clough, "Cyclic Shear Tests of Masonry Piers, Voi. i -Test Results", EERC Report No. 76/8, University of California, Berkeley, California, 1976.
- [15] Mayes 1976: Mayes, R. L., Y. Omote, R. W. Clough, "Cyclic Shear Tests of Masonry Piers, Vol. II -Analysis of Test Results", EERC Report No. 76/16, University of California, Berkeley, California, 1976.
- [16] Hidalgo 1978: Hidalgo, P. A., et ai., "Cyclic Loading Tests on Masonry Piers, Voi. I -Height to Width Ratio of 2", EERC Report No. 78/27, University of California, Berkeley, California, 1978.
- [17] Hidalgo 1978: Hidalgo, P. A., et al., "Cyclic Loading Tests on Masonry Piers, Vol. Iil - Height to Width Ratio of 0.5", EERC Report No. 79/12, University of California, Berkeley, California, 1979.
- [18] Guikan 1979: Gulkan, P., R. L. Mayes, R. W. Clough, "Shaking Table Study of Single- Story Masonry Houses, Voi. I-Test Structures 1 and 2", EERC Report No. 79/23, University of California, Berkeley, California, 1979.
- [19] Gulkan 1979: Gulkan, P., R. L. Mayes, R. W. Clough, "Shaking Table Study of Single- Story Masonry Houses, Vol. II-Test Structures 3 and 4", EERC Report No. 79/24, University of California, Berkeley, California, 1979.
- [20] ΕΑΚ2000, Ελληνικός Αντισεισμικός Σχεδιασμός, Τμήμα Εκδόσεων ΑΠΘ, Θεσσαλονίκη 2002.
- [21] Αβραμίδη Ι.Ε., Αριθμητικές Μέθοδοι Ανάλυσης Κατασκευών, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις, Θεσσαλονίκη 2001.
- [22] Παπαϊωάννου Κυριάκος, Η Τεχνολογία της Τοιχοποιίας, Εκδόσεις Επιστημονικών Βιβλίων και Περιοδικών, Θεσσαλονίκη 2005.
- [23] Φυλλίτσα Καραντώνη, Κατασκευές από Τοιχοποιία, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα 2004.

- [24] Σεμινάριο μικρής διάρκειας, Κατασκευές από φέρουσα τοιχοποιία-Κανονισμός Βλάβες Αποκατάσταση, Θεσσαλονίκη
- [25] Maria E. Stavroulaki, Vaggelis B. Liarakos, "Dynamic analysis of a masonry wall with reinforced concrete lintels or tie-beams", *Journal of Engineering Structures*, No 44, 2012, pp. 23-33.
- [26] C. Modena, M.R. Valluzzi, F. da Porto, F. Casarin, M. Grendene, E. Garbin, F. Mosele, S. Guadagnin, M. Munari, M. Dalla Benetta, "SCHEDA RISULTATI NUMERICI PROGETTO TreReM", 2006.