

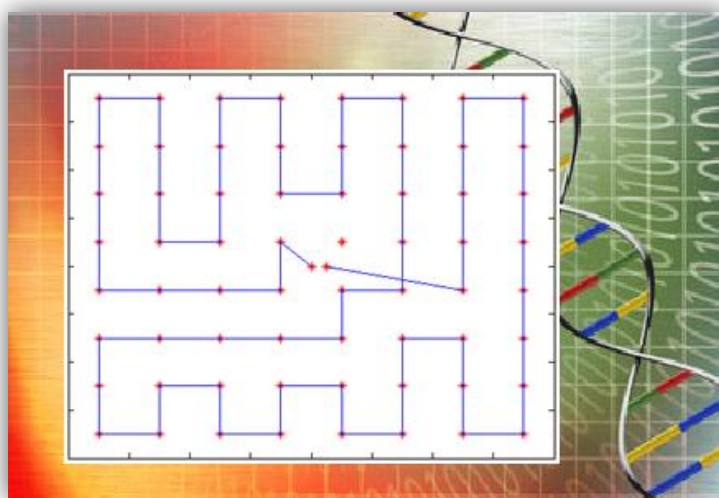


Πολυτεχνείο Κρήτης

Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης

Διπλωματική Εργασία

Εξελικτικός Αλγόριθμος για το Επιλεκτικό Πρόβλημα του
Πλανόδιου Πωλητή



Εισηγητής: Πολίτης Μιχαήλ

A.M.: 2007010088

Επιβλέπων Καθηγητής: Μαρινάκης Ιωάννης

Χανιά 2012

Ευχαριστίες

Για την ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Ιωάννη Μαρινάκη καθώς με την πολύτιμη βοήθεια του, κατάφερα να αποπερατώσω με επιτυχία τον Εξελικτικό Αλγόριθμο για το Επιλεκτικό Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή.

Ακόμα θα ήθελα να ευχαριστήσω τους Φίλους και Συμφοιτητές μου, που με στήριξαν καθ' όλη την διάρκεια της συγγραφής της παρούσας εργασίας.

Τέλος ένα μεγάλο ευχαριστώ απευθύνεται στους γονείς μου Ηλία και Ελένη καθώς και στην αδελφή μου Τίνα που με στήριξαν τόσο ηθικά όσο και υλικά καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου και συνέβαλαν στην πραγματοποίηση των στόχων μου, που χωρίς αυτούς θα φάνταζαν ανέφικτη.

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, θα ασχοληθούμε με ένα κλασσικό πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή. Στο πρόβλημα αυτό προσπαθούμε, ο πωλητής μας (ένα όχημα για παράδειγμα) να επισκεφτεί ένα σύνολο κόμβων μέσω ορισμένων μονοπατιών, με το βέλτιστο (μικρότερο) δυνατό κόστος. Έτσι λοιπόν ο πωλητής ξεκινώντας από έναν σταθμό – αφετηρία, προσπαθεί να επισκεφτεί ένα σταθερό αριθμό πελατών ακριβώς μια φορά και να επιστρέψει στην αφετηρία του. Πιο συγκεκριμένα θα ασχοληθούμε με το αντίστοιχο επιλεκτικό πρόβλημα, στο οποίο ο κάθε κόμβος – πελάτης μας δίνει συγκεκριμένο κέρδος ή θεωρούμε ότι έχει κάποια παραπάνω βαρύτητα η επίσκεψη αυτού. Σε αυτή την περίπτωση ο πωλητής μας έχει περιορισμένη μέγιστη απόσταση που μπορεί να διανύσει (π.χ. η βενζίνη ενός οχήματος), έτσι εμείς καλούμαστε μέσω ορισμένων αλγορίθμων να μεγιστοποιήσουμε το κέρδος από την επίσκεψη μας στους πελάτες (ή την βαρύτητα) μειώνοντας όσο το δυνατό την διανυόμενη απόσταση. Στην συνέχεια θα δρομολογήσουμε την επίσκεψη – εξυπηρέτηση των κόμβων – πελατών με περισσότερους από έναν πωλητές. Αυτό θα το επιχειρήσουμε μέσω ενός εξελικτικού αλγορίθμου, ο οποίος θα μας δώσει το βέλτιστο μονοπάτι που θα πρέπει να ακολουθήσει ο/οι πωλητής/ές μας για ένα συγκεκριμένο σύνολο πελατών. Στον αλγόριθμο που θα κατασκευάσουμε, θα μιμηθούμε την εξελικτική διαδικασία όπως αυτή γίνεται στην φύση. Οι βασικοί τελεστές μας, θα είναι ο τελεστής μετάλλαξης και ο τελεστής διασταύρωσης με στόχο να διαφοροποιείται όσο περισσότερο γίνεται ο πληθυσμός μας. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος είναι μια διαδικασία εντελώς ανταγωνιστική, όπου οι γονείς μαζί με τους απογόνους τους μάχονται με βάση την τιμή καταλληλότητας τους να επιβιώσουν, συγκρινόμενοι είτε μεταξύ τους είτε με μια ομάδα από άλλα μέλη του πληθυσμού και έτσι περνάει ο καλύτερος για την επόμενη γενιά. Η αποπεράτωση της παρούσας εργασίας, μπορεί να βρει αρκετές πρακτικές εφαρμογές όπως σε προβλήματα σχεδιασμού και βελτιστοποίησης της εφοδιαστικής αλυσίδας, τον προγραμματισμό γερανών σε αποθήκες, δρομολόγηση φορτηγών και πλήθος άλλων.

Πίνακας περιεχομένων

Περίληψη.....	3
1. Εισαγωγή.....	6
1.1 Επισκόπηση της Βιβλιογραφίας.....	7
1.2 Εφαρμογές.....	9
2. Μεταφορές και Διανομή	10
2.1 Πρόβλημα Πλανόδιου Πωλητή (traveling salesman problem – TSP).....	10
2.1.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση του Προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή (TSP).....	10
2.1.2 Επεκτάσεις του Προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή (TSP).....	14
2.2 Το Επιλεκτικό Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή (The selective TSP).....	15
2.2.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση για το Επιλεκτικό Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή	15
3. Περιγραφή του Επιλεκτικού Προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή	16
4. Εξελκτικές Στρατηγικές και Γενετικοί Αλγόριθμοι.....	19
4.1 Γενική Περιγραφή Εξελκτικών Αλγορίθμων.....	21
4.2 Γενετικοί Αλγόριθμοι (Genetic Algorithms)	22
5. Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης Προβλημάτων της εφοδιαστικής αλυσίδας	28
5.1 Απλοί Ευρετικοί Αλγόριθμοι.....	28
5.1.1 Αλγόριθμος Απληστίας (greedy algorithm)	29
5.1.2 Αλγόριθμος Πλησιέστερου Γείτονα.....	29
5.2 Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης.....	34
5.2.1 Αλγόριθμος 2 – Opt	35
5.2.2 Αλγόριθμος 1-1 Ανταλλαγή (1-1 Exchange).....	40
5.2.3 Αλγόριθμος 1-0 Επανατοποθέτηση (1-0 Relocate)	44
5.3 Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι	45
5.3.1 Διαδικασία Άπληστης Τυχοποιημένης Προσαρμοστικής Αναζήτησης (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure - GRASP)	45
5.3.2 Δημιουργία Αρχικών Λύσεων με την Μέθοδο GRASP	46

6. Περιγραφή και Ανάλυση Μεθόδων	50
7. Αποτελέσματα (Orienteering Problem)	56
7.1 Πρόβλημα Τσιλιγκιρίδη 1	56
7.2 Πρόβλημα Τσιλιγκιρίδη 2	62
7.3 Πρόβλημα Τσιλιγκιρίδη 3	67
7.4 Πρόβλημα Diamond Shap (n=64)	74
7.5 Πρόβλημα Diamond Shap (n=66)	80
8. Αποτελέσματα (Team Orienteering Problem)	86
8.1 Πρόβλημα Set p1	86
8.5 Πρόβλημα Set p5	93
8.6 Πρόβλημα Set p7	103
9. Συμπεράσματα	113
10. Βιβλιογραφία	115

1. Εισαγωγή

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζουμε ένα κλασσικό πρόβλημα της εφοδιαστικής αλυσίδας, το επιλεκτικό πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (Selective Traveling Salesman Problem). Το πρόβλημα αυτό αναφέρεται στην δρομολόγηση ενός ή περισσοτέρων οχημάτων με σκοπό την επίσκεψη κόμβων που δίνουν όσο το δυνατόν μεγαλύτερο άθροισμα κέρδους, τηρώντας πάντα τον περιορισμό της απόστασης.

Η επίλυση του παραπάνω προβλήματος καθώς και η εύρεση βέλτιστης και εφικτής λύσης δυσκολεύει ιδιαίτερα όταν οι κόμβοι και ο αριθμός των αυτοκινήτων αυξάνεται. Σε αυτές τις περιπτώσεις εφαρμόζουμε διάφορες μεθόδους βελτιστοποίησης προκειμένου να προσεγγίσουμε το ολικό βέλτιστο, όπως:

Αλγόριθμους Απληστίας (Greedy Algorithms)

Αλγόριθμους Τοπικής Αναζήτησης (Local Search Algorithms)

Διαδικασία Άπληστης Τυχοποιημένης Προσαρμοστικής Αναζήτησης (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure - GRASP)

Γενετικό Αλγόριθμο (Genetic Algorithm)

Με την βοήθεια, λοιπόν, των παραπάνω μεθόδων βελτιστοποίησης προγραμματίσαμε έναν Γενετικό Αλγόριθμο ο οποίος καλείται για να επιλύσει προβλήματα επιλεκτικού πλανόδιου πωλητή.

1.1 Επισκόπηση της Βιβλιογραφίας

Το πρόβλημα του Επιλεκτικού πλανόδιου πωλητή (Selective Travelling Salesman Problem ή Orienteering Problem), προσελκύει το ενδιαφέρον πλήθος ερευνητών για τα τελευταία περίπου πενήντα χρόνια. Πλήθος εργασιών και βιβλίων έχουν γραφτεί κατά την διάρκεια αυτών των χρόνων για το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή και ειδικότερα του επιλεκτικού πλανόδιου πωλητή. Πλήθος διαφόρων τεχνικών και αλγορίθμων χρησιμοποιήθηκαν από ερευνητές που προσπαθούν να δώσουν απαντήσεις στα προβλήματα αυτά. Μία περιγραφή και ανάλυση τέτοιων μεθόδων μπορεί κανείς να βρει στα βιβλία [1], [2].

Πολλά και διαφορετικά δεδομένα έχουν δοθεί προς έρευνα για την εύρεση βέλτιστης διαδρομής για κόμβους διαφορετικών βαρών σε έναν δισδιάστατο χώρο. Τέτοια δεδομένα είναι αυτά που διατυπώθηκαν από τον Τσιλιγκιρίδη στη δημοσίευσή του [3] καθώς και αυτά του I-Ming Chao στην αντίστοιχη δημοσίευσή του [5]. Ακόμα για το πρόβλημα με πολλά οχήματα (Team Orienteering) δόθηκαν δεδομένα επίσης από τον I-Ming Chao στην δημοσίευσή του [11], όπου παρουσιάστηκαν 353 διαφορετικά πακέτα προβλημάτων για επίλυση, για 2,3 και 4 οχήματα.

Για την επίλυση των πρώτων δεδομένων (Orienteering Problem), παρουσιάστηκαν διαφορετικού τύπου τρόποι όπως ο ευρετικός Tabu Search αλγόριθμος [6], ο multiobjective vending problem (MVP), ο S-algorithm (S(R-I)), ο D-algorithm (D(R-I)) και ο Knapsack algorithm [7].

Τέλος για την επίλυση των δεύτερων δεδομένων (Team Orienteering) έγιναν διάφορες μελέτες όπως για παράδειγμα η καθοδηγούμενη τοπική αναζήτηση (guided local search metaheuristic) [10], η βελτιστοποίηση της αποικίας των μυρμηγκιών (ant colony optimization) [12], ο ευρετικός Tabu Search αλγόριθμος [13], τα χρονικά παράθυρα (time windows) [14] και η επανασύνδεση της πορείας προσέγγισης (path relinking approach) [15]. Πιο συγκεκριμένα οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν είναι: TMH (tabu search by Tang and Miller-Hooks), GTP (tabu search with penalty strategy by Archetti et al), FVF (fast Variable Neighbourhood Search by Archetti et al), SVF (slow Variable Neighbourhood Search by Archetti et al), GLS (Guided Local Search by Vansteenwegen et al), ASe (sequential ant colony optimisation by Ke et al), ADC (deterministic concurrent ant colony optimisation by

Keetal), ARC (random concurrent ant colony optimisation by Keetal), Asi (simultaneous ant colony optimisation by Keetal), SVNS (Skewed Variable Neighbourhood Search by Vansteenwegen), FPR (Fast Path Relinking) και SPR (Slow Path Relinking) [15]. Τέλος άλλες τρεις μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν είναι: η Deterministic – Concurrent, η Random – Concurrent και η Simultaneous [12].

1.2 Εφαρμογές

Μεγάλο μέρος του έργου για το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (TSP) υποκινείται από τη χρήση του ως πλατφόρμα για τη μελέτη γενικών μεθόδων που μπορούν να εφαρμοστούν σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων βελτιστοποίησης. Αυτό δεν σημαίνει, ωστόσο, ότι το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (TSP) δεν βρίσκει εφαρμογές σε πολλούς τομείς. Πράγματι, οι πολυάριθμες άμεσες εφαρμογές του TSP δίνουν ζωή στο χώρο της έρευνας και μπορούν να κατευθύνουν τις μελλοντικές έρευνες και εργασίες.

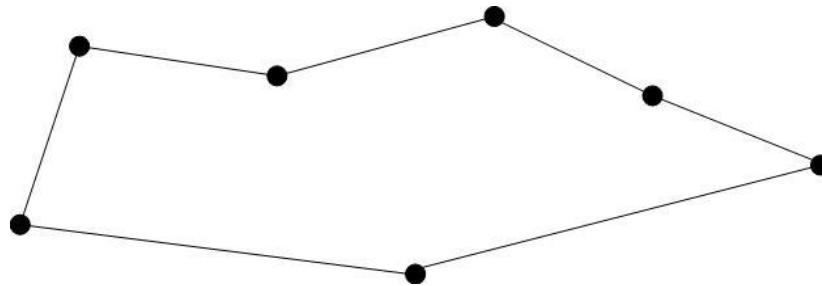
Το TSP προκύπτει ως ένα υποπρόβλημα σε πολλές εφαρμογές της εφοδιαστικής αλυσίδας, των μεταφορών και στα logistics, όπως για παράδειγμα το πρόβλημα της δρομολόγησης ενός σχολικού λεωφορείου ώστε να μεταφέρει τα παιδιά μιας περιοχής σε ένα σχολείο. Αυτή η εφαρμογή του λεωφορείου έχει σημαντική ιστορική σημασία για το TSP, δεδομένου ότι έδωσε κίνητρο στον Merrill Flood, έναν από τους πρωτοπόρους στην έρευνα για το TSP στη δεκαετία του 1940. Μια δεύτερη εφαρμογή του TSP από το 1940 αφορούσε τη μεταφορά εξοπλισμού καλλιέργειας από το ένα σημείο στο άλλο με σκοπό να εξεταστεί το χώμα, η ανάγκη αυτή οδήγησε σε μαθηματικές μελέτες στη Βεγγάλη από τον P. C. Mahalanobis και στην Αϊόβα από τον R. J. Jessen. Οι πιο πρόσφατες εφαρμογές περιλαμβάνουν τον προγραμματισμό των τηλεφωνικών κλήσεων σε υπηρεσίες τηλεπικοινωνιακών επιχειρήσεων, την παράδοση γευμάτων σε ανθρώπους καθηλωμένους στο σπίτι, τον προγραμματισμό των γερανών στοίβαξης σε αποθήκες, την δρομολόγηση φορτηγών για την παραλαβή ταχυδρομικών δεμάτων και σε ένα πλήθος άλλων εφαρμογών.

Μολονότι ο τομέας της μεταφοράς είναι το πιο φυσικό περιβάλλον για το TSP, η απλότητα του μοντέλου έχει οδηγήσει σε πολλές ενδιαφέρουσες εφαρμογές σε άλλους τομείς. Ένα κλασικό παράδειγμα, είναι ο προγραμματισμός μιας μηχανής για τη διάνοιξη οπών σε ένα κυκλικό πλαίσιο ή σε άλλο αντικείμενο. Στην περίπτωση αυτή, οι τρύπες που πρέπει ανοίξουμε αντιστοιχούν στις πόλεις, και το κόστος του ταξιδιού είναι ο χρόνος που χρειάζεται για να μετακινηθεί το τρυπάνι από την μία τρύπα στην άλλη. Η τεχνολογία που αφορά τις γεωτρήσεις ποικίλει ανάλογα με την βιομηχανία, αλλά κάθε φορά που ο χρόνος διαδρομής του συστήματος γεώτρησης είναι ένα σημαντικό μέρος της συνολικής διαδικασίας κατασκευής, τότε το TSP μπορεί να διαδραματίσει σημαντικό ρόλο στη μείωση του κόστους.

2. Μεταφορές και Διανομή

2.1 Πρόβλημα Πλανόδιου Πωλητή (traveling salesman problem – TSP)

Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (traveling salesman problem – TSP) αφορά την εύρεση της συντομότερης (σε χρόνο, απόσταση ή άλλο κόστος) διαδρομής για ένα όχημα (ή πωλητή) με αφετηρία κάποιο σημείο, π.χ. ένα κέντρο διανομής και επιστροφή στο ίδιο σημείο αφού επισκεφθεί έναν σταθερό αριθμό πελατών ακριβώς μια φορά τον καθένα. Η αντίληψη που έχουμε επομένως για αυτήν την διαδρομή είναι ένας κύκλος που διέρχεται από τους κόμβους που αντιστοιχούν στο σημείο αφετηρίας και στους πελάτες ακριβώς μια φορά όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



2.1.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση του Προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή (TSP)

Για τη διαμόρφωση ενός μαθηματικού προτύπου υποθέτουμε ότι οι κόμβοι ανήκουν σε ένα μη-διατεταγμένο γράφημα που είναι πλήρες. Ας είναι $i=2, \dots, n$ οι κόμβοι των πελατών και $i=1$ ο κόμβος της αφετηρίας. Από την υπόθεση, κάθε μη-διατεταγμένο ζεύγος $\{i,j\}$ με $i \neq j$, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, n$, αντιστοιχεί σε ένα σύνδεσμο ή ακμή του γραφήματος. Σε κάθε τέτοιο σύνδεσμο αντιστοιχίζουμε ένα σταθμό c_{ij} που είναι ίσο με το κόστος (όπως και αν νοείται αυτό) της διαδρομής του οχήματος από το i στο j ή αντίστροφα. Επειδή ένας τέτοιος σύνδεσμος δεν αντιστοιχεί πάντοτε σε κάποιο φυσικό τμήμα δρόμου θα υποθέσουμε ότι τα σταθμά έχουν υπολογιστεί έτσι ώστε να αντιστοιχούν στη διαδρομή ελαχίστου κόστους μεταξύ των δυο κόμβων, οπότε ικανοποιούν τις δυο συνθήκες που ακολουθούν:

1. Συμμετρία: $c_{ij} = c_{ji}$ $i \neq j, i=1, \dots, n, j=1, \dots, n$

2. Τριγωνική ανισότητα: $c_{ij} \leq c_{ik} + c_{kj}$, $i \neq j \neq k, i=1, \dots, n, j=1, \dots, n, k=1, \dots, n$

οι οποίες υπό αυτές τις συνθήκες είναι φυσιολογικές, καθώς η μεν πρώτη απεξαρτεί το κόστος του απευθείας ταξιδιού μεταξύ i και j από την κατεύθυνση, ενώ η δεύτερη διατυπώνει ότι ο συντομότερος δρόμος μεταξύ δυο σημείων είναι ο απευθείας.

Αν ορίσουμε τις δυαδικές μεταβλητές:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{εάν το όχημα κάνει χρήση του συνδέσμου } \{i,j\} \\ 0, & \text{αλλιώς, για κάθε } i, j \text{ όπου } i \neq j \end{cases}$$

Τότε το πρότυπο διαμορφώνεται ως εξής:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, i \neq j}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{υπό } \sum_{j=1}^n x_{ij} = 2, i=1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in \bar{C}} x_{ij} \geq 1, \forall C \subset \{1, \dots, n\}, C \neq \emptyset \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \forall i, \forall j, i \neq j \quad (4)$$

Οι περιορισμοί (2) επιβάλλουν στη λύση να έχει δυο συνδέσμους σε κάθε κόμβο έτσι ώστε το όχημα να εισέλθει κατά μήκος του ενός και να εξέλθει κατά μήκος του άλλου. Οι περιορισμοί (3) αποβλέπουν στην εξάλειψη κυκλικών διαδρομών (υποκύκλων) που δεν διέρχονται απ' όλους τους κόμβους απαιτώντας από κάθε εν δυνάμει υποκύκλο, που αντιπροσωπεύεται από ένα κατάλληλο μη κενό υποσύνολο C των κόμβων, να διαθέτει στην λύση τουλάχιστον ένα σύνδεσμο που οδηγεί στο συμπληρωματικό του υποσύνολο $\bar{C} = \{1, \dots, n\} \setminus C$

Όταν η φορά του οχήματος, εάν δηλαδή κινείται από το i στο j ή από το j στο i , παίζει ρόλο, τότε το γράφημα αποτελείται από τόξα που αντιστοιχούν στα διατεταγμένα ζεύγη (i, j) και (j, i) αντίστοιχα και ως τέτοια $(i, j) \neq (j, i)$. Υπό αυτές τις συνθήκες η συνθήκη συμμετρίας δεν ισχύει οπότε $c_{ij} \neq c_{ji}$ τουλάχιστον για κάποια i και j . Το μαθηματικό πρότυπο σε αυτήν την περίπτωση διαμορφώνεται από το (1) έως (4), αντικαθιστώντας όμως τον περιορισμό (2) με δύο νέους περιορισμούς:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i=1, \dots, n \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j=1, \dots, n \quad (6)$$

Όπου ο μεν πρώτος εγγυάται ότι το όχημα εξέρχεται από τον κόμβο i χρησιμοποιώντας ένα ακριβώς τόξο προς κάποιον άλλο κόμβο j , ενώ ο δεύτερος εγγυάται ότι το όχημα εισέρχεται στον κόμβο j χρησιμοποιώντας ένα ακριβώς τόξο από κάποιον άλλο κόμβο i .

Αμφότερα τα πρότυπα έχουν ένα μειονέκτημα: ο αριθμός των περιορισμών (3) αυξάνει εκρηκτικά με τον αριθμό των κόμβων. Υπάρχει η δυνατότητα διατύπωσης προτύπου με περιορισμένο αριθμό περιορισμών. Για τον λόγο αυτό θα θεωρήσουμε ότι στην αφετηρία παράγεται μία μονάδα κάποιου αγαθού για κάθε πελάτη και ότι τα αγαθά αυτά δεν αναμειγνύονται. Επιπρόσθετα θα δημιουργήσουμε έναν ακόμη πελάτη $n_0 = n+1$ δημιουργώντας ένα αντίγραφο τη αφετηρίας (μαζί με τα τόξα που τους ανήκουν). Έτσι για κάθε τόξο (i, j) ορίζουμε τις μεταβλητές y_{ij}^k που αναφέρει την ποσότητα (από την μία μονάδα) που διακινείται στο τόξο με προορισμό τον πελάτη $k, k=2, \dots, n_0$. Το πρότυπο δύναται τότε να διατυπωθεί ως ακολούθως:

$$\min \quad \sum_{i=1}^{n_o} \sum_{j=1, i \neq j}^{n_o} c_{ij} x_{ij} \quad (7)$$

$$\text{υπό} \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (9)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^{n_o} y_{ij}^k - \sum_{j=1, j \neq i}^{n_o} y_{ji}^k = \begin{cases} 1, & \text{εάν } i = 1 \\ -1, & \text{εάν } i = k, \forall i, \forall k \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (10)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i, \quad \forall j, \quad i \neq j \quad (11)$$

$$y_{ij}^k \leq x_{ij}, \quad \forall i, \quad \forall j, \quad i \neq j, \quad \forall k \quad (12)$$

$$y_{ij}^k \geq 0, \quad \forall i, \quad \forall j, \quad i \neq j, \quad \forall k \quad (13)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i, \quad \forall j, \quad i \neq j \quad (14)$$

2.1.2 Επεκτάσεις του Προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή (TSP)

Αξίζει εδώ να αναφερθούν επιγραμματικά ορισμένες σημαντικές επεκτάσεις του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή:

1. Το χρονικώς εξαρτώμενο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (time dependent TSP)
2. Το εκτεταμένο χρονικού ορίζοντα πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (period TSP)
3. Μετακινούμενου στόχου πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (moving target TSP)
4. Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή με χρήση χρονικών περιθωρίων (TSP with time windows)
5. Το πρόβλημα της επικάλυψης χώρου από τον πωλητή (covering salesman TSP)
6. Το πρόβλημα της ταξινομημένης ομαδοποίησης του πλανόδιου πωλητή (ordered cluster TSP)
7. Το μαύρο και λευκό πρόβλημα του περιπλανώμενου πωλητή (the black and white TSP)
8. Το περιορισμένων πόρων πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (resource constrained TSP)
9. Το επιλεκτικό πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (The selective TSP)
10. Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή μέγιστου κόστους (the maximum TSP)
11. Το πολλαπλό πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (the multiple TSP)
12. Το στοχαστικό πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (the stochastic TSP)

2.2 Το Επιλεκτικό Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή (The selective TSP)

Για κάθε κόμβο $i \in G$ δίνεται ένα βάρος w_{ij} . Το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι να βρεθεί ένας κύκλος που μεγιστοποιεί το συνολικό άθροισμα των βαρών στους κόμβους και ελαχιστοποιεί τη συνολική διαδρομή.

2.2.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση για το Επιλεκτικό Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή

Ας θεωρήσουμε το ολοκληρωμένο γράφημα $G=(V,A)$ με κορυφές V και τόξα A , κάθε κορυφή διαθέτει ορισμένο κέρδος p_i και η απόσταση (ή το κόστος) ανάμεσα σε δύο κορυφές είναι c_{ij} . Αν θεωρήσουμε ότι x_{ij} μας δίνει την ύπαρξη ή όχι ενός τόξου ανάμεσα στους κόμβους i και j , η μεταβλητή x_{ij} παίρνει την τιμή 1 μόνο όταν οι κορυφές i και j ενώνονται. Έτσι η μαθηματική μοντελοποίηση του επιλεκτικού προβλήματος του πλανόδιου πωλητή δίνεται:

$$\text{Συνάρτηση Μεγιστοποίησης : } p_1 + p_n + \sum_{i=2}^{n-1} p_i \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{Υπό τους περιορισμούς: } \sum_{j=2}^n x_{1j} = \sum_{i=1}^{n-1} x_{in} = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ik} = \sum_{j=1}^n x_{kj} \leq 1, \quad k = 2 \dots (n-1) \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} c_{ij} \leq c \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \forall i, \forall j, i \neq j$$

Η αντικειμενική μας συνάρτηση έχει ως σκοπό την αύξηση του κέρδους από τους κόμβους που θα επισκεφτούμε, τα κέρδη από τον κόμβο έναρξης και τερματισμού τα συνυπολογίζουμε στο συνολικό μας κέρδος. Ο περιορισμός (1) μας διασφαλίζει την ύπαρξη των τόξων από και προς την έναρξη και τον τερματισμό, αντίστοιχα. Παράλληλα ο επόμενος περιορισμός (3) αναφέρεται στους υπόλοιπους κόμβους του γραφήματος, για τους οποίους θέλουμε αν υπάρχει τόξο εισόδου σε αυτόν, να υπάρχει και τόξο εξόδου. Ακόμα, στον ίδιο περιορισμό διασφαλίζουμε ότι η κορυφές δέχονται και εκβάλλουν σε το πολύ ένα τόξο.

3. Περιγραφή του Επιλεκτικού Προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή

Το πρόβλημα του Επιλεκτικού Πλανόδιου Πωλητή αποτελεί μια παραλλαγή του κλασσικού προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή. Η κύρια διαφορά είναι ότι στην παραλλαγή αυτή το όχημα δεν είναι υποχρεωμένο να επισκεφτεί όλους τους κόμβους αλλά να διασφαλίσει το μεγαλύτερο δυνατό κέρδος από τους κόμβους που επισκέπτεται. Το όχημα όμως περιορίζεται καθώς κάθε φορά πρέπει να διανύσει μια συγκεκριμένη απόσταση, δηλαδή έχει κάποιον περιορισμό ανώτατου ορίου απόστασης.

Πιο συγκεκριμένα λοιπόν, έχουμε να αντιμετωπίσουμε προβλήματα με ένα ή και περισσότερα Οχήματα – Πλανόδιους Πωλητές οι οποίοι πρέπει να επισκεφτούν κόμβους που θα τους προσφέρουν όσο το δυνατό μεγαλύτερο συνολικό κέρδος.

Ο κάθε κόμβος χαρακτηρίζεται από ένα κέρδος – βάρος το οποίο και διαθέτει στο συνολικό κέρδος αν και μόνο αν επισκεφτεί από τον εκάστοτε Πλανόδιο Πωλητή.

Το πρόβλημα αυτό αναφέρεται επίσης ως Orienteering Problem (OP) για την περίπτωση του ενός οχήματος ή Team Orienteering Problem (TOP) για πολλαπλές διαδρομές – οχήματα. Τέλος το πρόβλημα αυτό λύνει ένα εύρος διαφόρων προβλημάτων όπως αυτό του μουσείου ή του σχεδιασμού ενός τουριστικού ταξιδιού (Tourist Trip Planning) που θα αναλύσουμε παρακάτω.

Πολλοί τουρίστες επισκέπτονται μια περιοχή ή μια πόλη για μία ή περισσότερες ημέρες. Δεν είναι δυνατόν να επισκεφθούν κάθε τουριστικό αξιοθέατο ή τοποθεσία πολιτιστικής κληρονομιάς κατά τη διάρκεια μιας περιορισμένης χρονικής περιόδου, έτσι ο εκάστοτε τουρίστας πρέπει να κάνει μια επιλογή από ότι πιστεύει ότι είναι πιο πολύτιμο να επισκεφτεί, χαρακτηρίζοντάς το ως Σημείο Ενδιαφέροντος. Αυτή η προσωπική επιλογή βασίζεται σε πληροφορίες από ιστοσελίδες, άρθρα σε περιοδικά ή από εξειδικευμένους οδηγούς από βιβλιοπωλεία και βιβλιοθήκες. Όταν η επιλογή γίνεται, ο τουρίστας αποφασίζει για μία διαδρομή, έχοντας κατά νου τις ώρες λειτουργίας των σημείων ενδιαφέροντος και τον διαθέσιμο του χρόνο.

Οι τουρίστες έχουν την δυνατότητα να συνδυάζουν τις πληροφορίες από διάφορες πηγές και να αποφασίσουν ποιες πληροφορίες είναι οι πιο αξιόπιστες. Επιπλέον, η επιλογή του πιο πολύτιμου σημείου ενδιαφέροντος, δηλαδή εκείνο με το μεγαλύτερο ενδιαφέρον για τον τουρίστα, δεν είναι εύκολη. Συνήθως οι τουρίστες είναι ευτυχής εάν επινοούν ένα κάπως ελκυστικό και εφικτό πρόγραμμα, αλλά δεν έχουν ιδέα αν κάποιο καλύτερο πρόγραμμα είναι δυνατό.

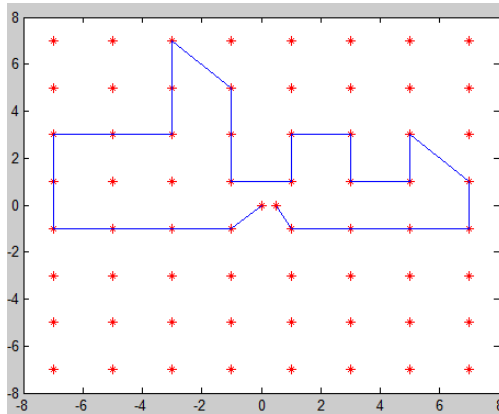
Μερικοί οδηγοί αναγνωρίζουν αυτά τα προβλήματα και προτείνουν γενικές οδηγίες περιηγήσεις μέσα σε μια πόλη ή περιοχή. Φυσικά αυτές οι εκδρομές είναι κατασκευασμένες έτσι ώστε να ικανοποιούν τα συμφέροντα της πλειοψηφίας και όχι τα συμφέροντα και τα δεδομένα του κάθε τουρίστα, π.χ. η θέση έναρξης και λήξης, ο διαθέσιμος χρόνος, η τρέχουσα ώρα, οι καιρικές συνθήκες, κλπ.

Διαδικτυακές εφαρμογές υποστήριξης αποφάσεων είναι εξαιρετικά βοηθήματα για τους τουρίστες που θέλουν πραγματική στήριξη για το πρόβλημα σχεδιασμού του τουριστικού τους προγράμματος. Βασισμένο σε ένα ενδιαφέρον προφίλ, προσφέρουν ενημερωμένες πληροφορίες για κάθε σημείο ενδιαφέροντος και μια σχεδόν βέλτιστη και εφικτή επιλογή της διαδρομής και η επίσκεψη σημείων ενδιαφέροντος μπορεί να προταθεί.

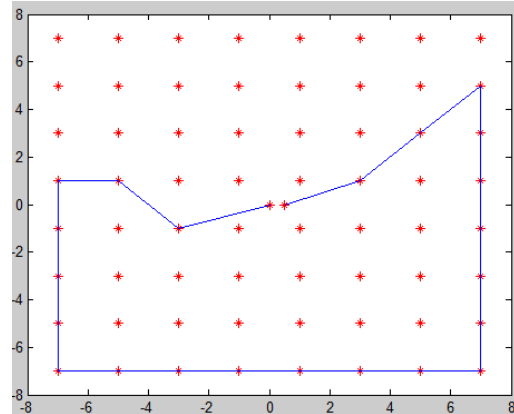
Το Επιλεκτικό Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή (Selective TSP) χρησιμοποιείται ως βάση για να σχεδιαστούν ταξίδια και διαδρομές που να καλύπτουν τα παραπάνω. Το STSP επιλέγει αυτόματα τα σημεία ενδιαφέροντος και την διαδρομή έτσι ώστε να ελαχιστοποιεί τα έξοδα μεταφοράς και διαμονής ταυτόχρονα.

Στις παρακάτω εικόνες βλέπουμε δύο διαφορετικά σχεδιαγράμματα για τα ίδια δεδομένα. Στην πρώτη περίπτωση (εικόνα 1) δίνεται η λύση για το TSP ενώ στη δεύτερη (εικόνα 2) για το αντίστοιχο Selective TSP.

Βλέπουμε λοιπόν μια τελείως διαφορετική συμπεριφορά του οχήματός μας, εφόσον η πρώτη (εικόνα 1) δίνει έμφαση στην εύρεση διαδρομής για την επίσκεψη όσο το δυνατόν περισσότερων κόμβων στα πλαίσια του περιορισμού απόστασης και η δεύτερη (εικόνα 2) σκοπεύει στην αύξηση του κέρδους, επισκεπτόμενος τους κόμβους που συνολικά θα του δώσουν το καλύτερο κέρδος.



Εικόνα 1



Εικόνα 2

Τέλος παρατηρούμε ότι στην περίπτωση του TSP (εικόνα 1), προτιμούνται οι πιο σύντομες διαδρομές αφού σκοπός είναι να αξιοποιήσουμε την διαδρομή για περισσότερους κόμβους, ενώ στο STSP (εικόνα 2) πραγματοποιούνται μετακινήσεις που μπορεί να είναι ασύμφορες για λόγους απόστασης αλλά εν τέλει να μας δίνουν μεγαλύτερο κέρδος.

4. Εξελικτικές Στρατηγικές και Γενετικοί Αλγόριθμοι

Η ανάγκη εύρεσης καλύτερων λύσεων, οδήγησαν στην ανάπτυξη του πεδίου των Γενετικών Αλγορίθμων. Οι γενετικοί αλγόριθμοι στηρίχθηκαν στην μίμηση της εξελικτικής διαδικασίας, όπως την διατύπωσε ο Κάρολος Δαρβίνος (Charles Darwin). Αν και ο Δαρβίνος δεν ήταν ο πρώτος που συνέλαβε την ιδέα της εξέλιξης, με αφετηρία την περίφημη μελέτη ‘Περί της καταγωγής των ειδών (1859)’, προσέφερε μια ολοκληρωμένη σύνθεση της θεωρίας της φυσικής επιλογής, με ισχυρά επιχειρήματα. Κατά την περίοδο 1936-47 και τη συνένωση δαρβινισμού και στοιχείων γενετικής, οικολογίας, συστηματικής και παλαιοντολογίας, ωρίμασε η σύγχρονη θεωρία της εξέλιξης, γνωστή και ως εξελικτική σύνθεση, η οποία ερευνά και εξηγεί τη βιοποικιλότητα της Γης.

Ο Κάρολος Δαρβίνος, ωστόσο, θεωρείτε ο θεμελιωτής της θεωρίας των ειδών στην βιολογία. Στο βιβλίο του ‘Η Καταγωγή των Ειδών’ (The Origin of Species) , χρησιμοποιήθηκε ο όρος ‘Απόγονοι με Τροποποίησης’ (Descent with Modifications) προκειμένου να μελετηθεί η εξέλιξη των έμβιων όντων αλλά και γενικότερα η μετατροπή – διαφοροποίηση που αυτά παρουσίασαν κατά το πέρασ χιλιάδων ετών, δημιουργώντας απογόνους καλύτερους και προσαρμοσμένους κατάλληλα στο περιβάλλον τους.

Στην επιστήμη της βιολογίας, με τον όρο εξέλιξη εννοείται η αλλαγή στις ιδιότητες ενός πληθυσμού οργανισμών στο πέρασμα του χρόνου, μεταξύ διαφορετικών γενεών. Η εξέλιξη αποτελεί φαινόμενο που υλοποιείται σταδιακά και σε μεγάλο βάθος χρόνου. Με λίγες εξαιρέσεις, απαιτείται το πέρασμα αρκετών γενεών για εξελικτικές αλλαγές μεγάλης κλίμακας, όπως για παράδειγμα η εξέλιξη των πτηνών από τα ερπετά. Λαμβάνει επίσης χώρα με διαφορετικούς ρυθμούς ανάλογα με το είδος και το περιβάλλον του.

Ο Κάρολος Δαρβίνος όρισε ως κινητήρια δύναμη της εξελικτικής διαδικασίας την μάχη για επιβίωση του είδους απέναντι στο εχθρικό περιβάλλον που αντιμετωπίζει. Το όπλο των ειδών για την αντιμετώπιση των διαφόρων καταστάσεων καθώς και για την επιβίωσή του, είναι η δυνατότητα μετασχηματισμού και αλλαγής με σκοπό την δημιουργία απογόνων με αυξημένες πιθανότητες επιβίωσης.

Σήμερα η θεωρία του Δαρβίνου για την εξέλιξη των ειδών μέσω της φυσικής επιλογής φαίνεται εξαιρετικά απλή. Ο Δαρβίνος, όμως, ο πρώτος που την διατύπωσε, στηρίχθηκε στις εξής παρατηρήσεις:

- Σχεδόν όλα τα είδη γεννούν περισσότερους απογόνους από όσους θα ήταν απαραίτητη για την αντικατάσταση των γονέων τους
- Κατά μέσο όρο, ο πληθυσμός κάθε είδους παραμένει σταθερός στη πάροδο του χρόνου.
- Οι διαθέσιμοι πόροι για το κάθε είδος είναι περιορισμένοι, με αποτέλεσμα να υπάρχει έντονος ανταγωνισμός μεταξύ των μελών ενός είδους για επιβίωση

Ο Δαρβίνος συνδύασε τα παραπάνω στοιχεία με δύο ακόμη:

- Οι μεμονωμένοι εκπρόσωποι ενός είδους δεν είναι ακριβώς όμοιοι, αλλά ποικίλλουν ως προς τα μεμονωμένα χαρακτηριστικά. Αυτές οι παραλλαγές προκύπτουν συμπτωματικά. Επομένως, τα άτομα ενός πληθυσμού διαφέρουν μεταξύ τους ως προς την πιθανότητα επιβίωσης (φυσική επιλογή).
- Με την αναπαραγωγή, τα μεμονωμένα χαρακτηριστικά των γονέων περνούν στους απογόνους τους.

Αναζητώντας μια εξήγηση για αυτά τα φαινόμενα, ο ερευνητής ανακάλυψε την αρχή της φυσικής επιλογής. Η φύση, σαν αόρατος κτηνοτρόφος, επιλέγει μεμονωμένα ζώα που διαθέτουν θετικά χαρακτηριστικά ώστε να μπορούν να επιβιώσουν και να προσαρμοστούν στο περιβάλλον. Τα περισσότερα φαινόμενα στη φύση θα μπορούσαν να εξηγηθούν μέσω της θεωρίας της φυσικής επιλογής. Όχι όμως όλα, καθώς κάποια χαρακτηριστικά που ανέπτυξαν τα αρσενικά μερικών ειδών φαίνεται ότι στάθηκαν εμπόδιο στον αγώνα για επιβίωση. Αυτό συνέβη για παράδειγμα στα κέρατα των ελαφιών που περιορίζουν την κίνηση τους ή στα αρσενικά παγώνια των οποίων η φανταχτερή ουρά προσελκύει τους θηρευτές τους. Τα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά διατηρήθηκαν επειδή τα θηλυκά δείχνουν προτίμηση σε αυτά κατά την επιλογή συντρόφου. Ο Δαρβίνος ονόμασε «σεξουαλική επιλογή» αυτή τη διαδικασία που μαζί με τη φυσική επιλογή οδηγεί στην εξέλιξη των ειδών.

4.1 Γενική Περιγραφή Εξελικτικών Αλγορίθμων

Ο πρώτος Εξελικτικός Αλγόριθμος αναπτύχθηκε την δεκαετία του 1960 από τον H.Holland, για να δώσει τη δυνατότητα στους υπολογιστές να παράγουν λύσεις σε δύσκολα προβλήματα αναζήτησης και συνδυαστικής βελτιστοποίησης, όπως η ελαχιστοποίηση συναρτήσεων και η μηχανική μάθηση. Ένας εξελικτικός αλγόριθμος προσπαθεί να μιμηθεί την διαδικασία της εξέλιξης, όπως διατυπώθηκε και παραπάνω. Οι γενετικοί – εξελικτικοί αλγόριθμοι χρησιμοποιούν πληροφορίες από ένα πληθυσμό λύσεων, που ονομάζονται άτομα (individuals) και αποτελούν μια στοχαστική επαναληπτική διαδικασία όπου διατηρείται το μέγεθος του πληθυσμού σταθερό σε κάθε επανάληψη, η οποία ονομάζεται γενιά (generation).

Η βασική λειτουργία των εξελικτικών αλγορίθμων είναι ο συνδυασμός δύο λύσεων με στόχο την δημιουργία απογόνων – λύσεων. Για την δημιουργία των λύσεων απαιτούνται δύο τελεστές, ένας δυαδικός που ονομάζεται διασταύρωση (Crossover), και ένας μοναδιαίος που ονομάζεται μετάλλαξη (Mutation). Η διασταύρωση παίρνει δύο άτομα που ονομάζονται γονείς (Parents) και παράγει με ανταλλαγή τμημάτων των γονέων δύο νέα άτομα που ονομάζονται απόγονοι (Offspring).

Το γεγονός ότι οι γενετικοί αλγόριθμοι έχουν προσαρμόσει στρατηγικές βιολογικής εξέλιξης οδηγεί στο να μην υπάρχει μόνο μία αλλά ένας πληθυσμός (population) από αρχικές λύσεις. Αυτό σημαίνει ότι ένας πληθυσμός αναπαριστάται από ξεχωριστά άτομα (individuals). Αντίθετα με τους βιολογικούς οργανισμούς όπου κάθε κύτταρο ενός συγκεκριμένου είδους μεταφέρει ένα συγκεκριμένο αριθμό από χρωμοσώματα, τα ξεχωριστά άτομα στους γενετικούς αλγορίθμους αποτελούνται από ένα χρωμόσωμα, και για αυτό το λόγο οι όροι ξεχωριστά άτομα και χρωμόσωμα χρησιμοποιούνται χωρίς ιδιαίτερη εννοιολογική διαφορά. Κάποια χρωμοσώματα, τα οποία ονομάζονται γονείς, επιλέγονται από τον τρέχων πληθυσμό για αναπαραγωγή. Στο αποτέλεσμα που παίρνουμε εφαρμόζεται στη συνέχεια τοπική αναζήτηση, η φάση μετατροπής (alteration) και η λύση που παίρνουμε είναι αυτή που επιστρέφουμε ξανά στον πληθυσμό, ο απόγονος (offspring). Οι απόγονοι προκύπτουν, στην ουσία από δυο διαδικασίες, την διασταύρωση και την μετάλλαξη, και σε κάθε απόγονο υπολογίζεται μια συνάρτηση που ονομάζεται ποιότητα απογόνου (fitness)

4.2 Γενετικοί Αλγόριθμοι (Genetic Algorithms)

Οι Γενετικοί αλγόριθμοι ανήκουν στο κλάδο της επιστήμης υπολογιστών και αποτελούν μια μέθοδο αναζήτησης βέλτιστων λύσεων σε συστήματα που μπορούν να περιγραφούν ως μαθηματικό πρόβλημα. Είναι χρήσιμοι σε προβλήματα που περιέχουν πολλές παραμέτρους/διαστάσεις και δεν υπάρχει αναλυτική μέθοδος που να μπορεί να βρει το βέλτιστο συνδυασμό τιμών για τις μεταβλητές ώστε το υπό εξέταση σύστημα να αντιδρά με όσο το δυνατόν με το επιθυμητό τρόπο. Οι γενετικοί αλγόριθμοι ανήκουν στην ευρύτερη κατηγορία των εξελικτικών αλγορίθμων, οι οποίοι παράγουν λύσεις σε προβλήματα βελτιστοποίησης και χρησιμοποιούν τεχνικές που εμπνέονται από την φυσική εξέλιξη, όπως η κληρονομικότητα, η μετάλλαξη, η επιλογή, και η διασταύρωση.

Οι αρχικοί βασικοί παράγοντες που υπάρχουν σε κάθε γενετικό αλγόριθμο και γενικότερα σε κάθε εξελικτικό αλγόριθμο είναι:

1. η κωδικοποίηση (encoding) των λύσεων έτσι ώστε να αντιστοιχούν σε κάποιο χρωμόσωμα,
2. μια συνάρτηση που να εκτιμά την ποιότητα (καταλληλότητα) (fitness) του κάθε ενός από τα άτομα του πληθυσμού,
3. αρχικοποίηση του πληθυσμού,
4. τελεστές αναπαραγωγής.

Το πρώτο πράγμα που μας ενδιαφέρει στους γενετικούς αλγορίθμους είναι η σωστή κωδικοποίηση των λύσεων. Κάθε ένα μέλος του πληθυσμού (individuals) αντιπροσωπεύει μια λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Κάθε μεταβλητή ονομάζεται γονίδιο (gene) και είναι η μικρότερη ποσότητα πληροφορίας. Η ανάθεση μια τιμής από την επιτρεπόμενη περιοχή της αντίστοιχης μεταβλητής αναφέρεται σαν αλληλομορφή (allele). Τα χαρακτηριστικά των ατόμων μπορούν να διαιρεθούν σε δύο κλάσεις πληροφοριών: στον γονότυπο (genotype) και στον φαινότυπο (phenotype). Ο γονότυπος περιγράφει την γενετική σύνθεση των ατόμων όπως κληρονομούνται από τους γονείς τους. Ο φαινότυπος δείχνει πως το άτομο μοιάζει, δηλαδή δείχνει μόνο τα κληρονομούμενα χαρακτηριστικά που βασίζονται στην συμπεριφορά των γονιών τους. Ένα πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό στον σχεδιασμό ενός γενετικού αλγορίθμου είναι η εύρεση της κατάλληλης αναπαράστασης της υποψήφιας λύσης.

Αναπαράσταση πληθυσμού

Μια αναπαράσταση της λύσης θα μπορούσε να είναι ένα διάνυσμα, όπου κάθε στοιχείο του να αντιπροσωπεύει ένα διαφορετικό αντικείμενο, και η τιμή του στοιχείου (0 ή 1) είναι κατά πόσον ή όχι το στοιχείο βρίσκεται σε λειτουργία. Η καταλληλότητα της λύσης είναι το άθροισμα των αξιών όλων των στοιχείων που είναι ενεργά. Σε κάποια προβλήματα, είναι δύσκολο ή και αδύνατο να προσδιορισθεί η έννοια καταλληλότητα. Σε αυτές τις περιπτώσεις, χρησιμοποιούνται διαδραστικού τύπου γενετικοί αλγόριθμοι.

Για παράδειγμα αν έχουμε διάνυσμα 10 μεταβλητών μια λύση θα μπορούσε να κωδικοποιηθεί στην παρακάτω μορφή:

$I1 | 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1$

Φυσικά υπάρχουν αρκετοί τρόποι για να αναπαρασταθεί μία λύση, για παράδειγμα αν είχαμε το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή εκτός από την παραπάνω μορφή θα μπορούσε να κωδικοποιηθεί ως ακολούθως, που αναπαριστά ένα κύκλο και κάθε μεταβλητή θα είναι ένας κόμβος (μία πόλη που θα πρέπει να περάσει ο πωλητής) και στην ουσία η λύση θα είναι η σειρά με την οποία θα επισκεφτεί ο πλανόδιος πωλητής τις πόλεις:

$I1 | 2 \ 4 \ 3 \ 7 \ 6 \ 5 \ 8 \ 1 \ 9 \ 10$

Όταν η γενετική αντιπροσώπευση και η συνάρτηση καταλληλότητας καθορίζονται, ο γενετικός αλγόριθμος, προχωρά στην προετοιμασία του πληθυσμού των λύσεων (συνήθως τυχαία) και στη συνέχεια σε βελτίωση μέσω της επαναληπτικής εφαρμογής της μετάλλαξης και της διασταύρωσης.

Επιλογή Αρχικού Πληθυσμού

Το πρώτο πράγμα που πρέπει να γίνει είναι να γίνει η επιλογή του αρχικού πληθυσμού. Ο πιο συνηθισμένος τρόπος για να δώσουμε τιμές σε κάθε άτομο του πληθυσμού είναι με την χρήση της τυχαίας επιλογής τιμών για κάθε μεταβλητή του ατόμου. Ο στόχος της τυχαίας επιλογής είναι να εξασφαλιστεί ότι ο αρχικός πληθυσμός είναι ομοιόμορφα κατανεμημένος σε ολόκληρο τον χώρο των λύσεων. Η δομή των γενετικών αλγορίθμων είναι τέτοια ώστε αν δεν καλυφθεί ολόκληρος ο χώρος λύσεων με την δημιουργία των αρχικών λύσεων τότε τα μέρη του χώρου

λύσεων που δεν θα καλυφθούν δεν θα υπάρχει δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν κατά την διάρκεια της αναζήτησης. Δύο βασικά ερωτήματα προκύπτουν που πρέπει να απαντηθούν για να προχωρήσει ο αλγόριθμος. Το πρώτο ερώτημα είναι το μέγεθος του πληθυσμού και το δεύτερο πως θα επιλέγονται τα άτομα για να παίζουν το ρόλο των γονέων. Όσον αφορά το πρώτο ερώτημα αν ο πληθυσμός είναι μικρός δεν θα είναι αντιπροσωπευτικός όλων των δυνατών λύσεων του προβλήματος, έτσι η αναζήτηση θα περιοριστεί αναγκαστικά πολύ και με αυτό τον τρόπο η λύση που θα βρεθεί μπορεί να μην είναι ικανοποιητική. Αν τώρα ο πληθυσμός είναι πολύ μεγάλος καμία μέθοδος βελτιστοποίησης δεν μπορεί να ψάξει αποτελεσματικά και γρήγορα (όσον αφορά τον υπολογιστικό χρόνο) μέσα σε αυτόν.

Αρχικά πολλές ατομικές λύσεις (συνήθως) δημιουργούνται τυχαία με στόχο να σχηματιστεί ο αρχικός πληθυσμός. Το μέγεθος του πληθυσμού εξαρτάται από τη φύση του προβλήματος, αλλά συνήθως περιλαμβάνει αρκετές εκατοντάδες ή χιλιάδες πιθανές λύσεις. Παραδοσιακά, ο πληθυσμός παράγεται τυχαία, επιτρέποντας όλο το φάσμα των πιθανών λύσεων (από το χώρο αναζήτησης). Περιστασιακά, οι λύσεις μπορούν να «σπαρθούν» σε περιοχές όπου βέλτιστες λύσεις είναι πιθανό να βρεθούν.

Ποιότητα της Λύσης

Για τον υπολογισμό της ποιότητας της κάθε λύσης, πρέπει να αναπτυχθεί μια συνάρτηση καταλληλότητας (ποιότητας) (fitness function) που μετράει πόσο κατάλληλο είναι κάθε μέλος του πληθυσμού. Ο συνηθέστερος τρόπος είναι ότι η συνάρτηση καταλληλότητας να αντιστοιχεί στην συνάρτηση κόστους του προβλήματος, και ανάλογα αν έχουμε πρόβλημα μεγιστοποίησης όσο πιο μεγάλη τιμή έχει η συνάρτηση καταλληλότητας τόσο καλύτερο είναι το συγκεκριμένο άτομο ενώ αν έχουμε πρόβλημα ελαχιστοποίησης όσο πιο μικρή είναι η τιμή τόσο πιο ισχυρό είναι το άτομο.

Επιλογή γονέων

Κατά τη διάρκεια κάθε γενιάς, ένα ποσοστό του υπάρχοντος πληθυσμού έχει επιλεγεί για να αναπαραγάγουν τη νέα γενιά. Οι μεμονωμένες λύσεις επιλέγονται μέσω συνάρτησης ποιότητας, όπου εφαρμόσιμες λύσεις (όπως μετράται από μια συνάρτηση καταλληλότητας) συνήθως είναι πιο πιθανό να επιλεγούν. Ορισμένες

μέθοδοι επιλογής αξιολογούν την καταλληλότητα της κάθε λύσης και κατά προτίμηση γίνεται επιλογή των καλύτερων λύσεων. Άλλες μέθοδοι είναι ένα ποσοστό τυχαίου δείγματος του πληθυσμού, καθώς η προηγούμενη διαδικασία μπορεί να είναι πολύ χρονοβόρα.

Πιο συγκεκριμένα η τυχαία επιλογή υποψήφιων γονέων δεν μπορεί να δώσει πολύ καλά αποτελέσματα. Ο λόγος που αυτή η μέθοδος εγκαταλείφτηκε γρήγορα είναι ότι πολλές φορές για γονείς επιλέγονταν τα χειρότερα άτομα του πληθυσμού με αποτέλεσμα οι απόγονοι να είχαν πολύ κακή συνάρτηση ποιότητας (fitness). Από τη στιγμή που ενδιαφερόμαστε για την ποιότητα των απογόνων αυτό που θα μπορούσε να γίνει είναι οι γονείς να επιλέγονται οι καλύτεροι. Έτσι μια πρώτη προσέγγιση που αναπτύχθηκε ήταν η κατάταξη της ποιότητας των γονέων από τον καλύτερο στον χειρότερο και με αυτό τον τρόπο να επιλέγονται από τους καλύτερους οι γονείς. Μια άλλη διαδικασία είναι η επιλογή με βάση μιας διαδικασίας σύγκρισης της ποιότητας μιας ομάδας υποψηφίων γονέων και της επιλογής των καλύτερων από αυτούς. Αυτή η διαδικασία ονομάζεται επιλογή από μια ομάδα λύσεων (tournament selection) και λειτουργεί ως εξής: Αρχικά επιλέγεται τυχαία ένα σύνολο m_1 άτομα (μικρότερο από το συνολικό αριθμό ατόμων στον πληθυσμό). Το καλύτερο μέλος του πληθυσμού, το μέλος του πληθυσμού με την καλύτερη συνάρτηση καταλληλότητας, επιλέγεται σαν ο ένας από τους δύο γονείς. Καθώς στον τελεστή διασταύρωσης δύο γονείς χρειάζονται, η διαδικασία επαναλαμβάνεται δύο φορές για να επιλεγούν δύο γονείς. Σε αυτόν τον τελεστή πολύ σημαντικό ρόλο παίζει το μέγεθος του τουρνουά, γιατί αν σε κάθε τουρνουά επιλεγεί πολύ μεγάλος αριθμός από άτομα είναι πολύ πιθανό ένα πολύ ισχυρό άτομο να κυριαρχήσει στις επιλογές οπότε να υπάρχει πολύ γρήγορη σύγκλιση και συνήθως όχι και τόσο καλή τιμή αλγορίθμου.

Από την άλλη μεριά αν ένα πολύ μικρό μέγεθος ατόμων επιλεγεί τότε είναι πολύ πιθανό τα καλά άτομα να μην επιλέγονται ποτέ, οπότε να κυριαρχήσουν μέτριες λύσεις.

Ίσως, η πιο εξελιγμένη διαδικασία επιλογής γονέων γίνεται με τη χρήση του κανόνα της ρουλέτας (Roulette Wheel Selection). Φυσικά, η επιλογή δεν είναι τυχαία αλλά όσο καλύτερη είναι η ποιότητα κάποιου ατόμου τόσο μεγαλύτερη πιθανότητα αυτός ο γονέας να επιλεγεί.

Δημιουργία Απογόνων

Το επόμενο βήμα είναι να δημιουργηθεί μια δεύτερη γενιά του πληθυσμού ως λύσεις αυτών που έχουν επιλεγεί μέσω της γενετικής διαδικασίας. Για την παραγωγή νέας λύσης, οι γονείς που επιλέχθηκαν αναπαράγονται χρησιμοποιώντας τις μεθόδους διασταύρωση και μετάλλαξη. Η νέα λύση συνήθως μοιράζεται πολλά από τα χαρακτηριστικά των γονέων του, η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου ένας νέος πληθυσμός κατάλληλου μεγέθους παράγεται.

Οι διαδικασίες αυτές τελικά οδηγούν στην επόμενη γενιά του πληθυσμού των χρωμοσωμάτων που είναι διαφορετική από την αρχική. Γενικά, η μέση συνάρτηση ποιότητας θα έχει αυξηθεί κατά τη διαδικασία αυτή για τον πληθυσμό, δεδομένου ότι μόνο τα καλύτερα άτομα από την πρώτη γενιά που έχουν επιλεγεί για αναπαραγωγή, μαζί με ένα μικρό ποσοστό των λιγότερο κατάλληλων λύσεων, για λόγους που ήδη αναφέρθηκαν παραπάνω.

Διασταύρωση (Crossover)

Διασταύρωση είναι η δημιουργία δύο ή περισσότερων απογόνων χρησιμοποιώντας γενετικό υλικό από δύο ή περισσότερους γονείς. Υπάρχουν τριών ειδών από τελεστές διασταύρωσης, σε εκείνο όπου ο απόγονος δημιουργείται από ένα μόνο γονέα (asexual), σε εκείνο όπου δύο γονείς χρησιμοποιούνται για την δημιουργία δύο ή περισσότερων απογόνων (sexual) και σε εκείνο όπου περισσότεροι από δύο γονείς χρησιμοποιούνται για την δημιουργία δύο ή περισσότερων απογόνων (multi-recombination).

Οι τρεις πιο γνωστοί τελεστές διασταύρωσης που εμφανίζονται συνήθως όταν έχουμε δυαδική αναπαράσταση των λύσεων, χωρίς να αποκλείει να χρησιμοποιούνται και στην περίπτωση που έχουμε αναπαράσταση πραγματικών τιμών, είναι ο τελεστής διασταύρωσης ενός σημείου (1 – point crossover), δύο σημείων (2 – point crossover) και ο τελεστής ομοιόμορφης διασταύρωσης (uniform crossover).

Δηλαδή έστω ότι έχουμε δύο γονείς P1 και P2, έχουν και οι δύο από εφτά μεταβλητές και οι τιμές των μεταβλητών είναι οι ακόλουθες:

P1 | 1 0 1 0 0 1 0

P2 | 0 1 1 1 0 0 1

Επιλέγεται ένα σημείο που θα γίνει η διασταύρωση για παράδειγμα το σημείο τρία και έτσι προκύπτουν οι δύο απόγονοι, ο O1 και ο O2:

O1 | 1 0 1 | 1 0 0 1

O2 | 0 1 1 | 0 0 1 0

Το γεγονός ότι η διασταύρωση έγινε σε ένα σημείο ονομάζεται διασταύρωσης ενός σημείου (1 – point crossover). Εκτός από τη διασταύρωση ενός σημείου μπορεί να γίνει διασταύρωση σε δύο ή και περισσότερα σημεία. Στην περίπτωση του τελεστή ομοιόμορφης διασταύρωσης (uniform crossover), κάθε ένα γονίδιο που θα χρησιμοποιηθεί στους απογόνους επιλέγεται τυχαία είτε από τον ένα είτε από τον άλλο.

Μετάλλαξη (Mutation)

Η μετάλλαξη είναι η διαδικασία όπου ένα υποσύνολο από μεταβλητές (γονίδια) επιλέγονται τυχαία και οι τιμές τους αλλάζουν. Ο κύριος στόχος της μετάλλαξης είναι η εισαγωγή νέου γενετικού υλικού στον πληθυσμό. Ο τελεστής μετάλλαξης πρέπει να εφαρμόζεται με προσοχή ώστε να μην καταστρέφεται πολύ καλές λύσεις και γι 'αυτό το λόγο συνήθως εφαρμόζεται σε ένα πολύ μικρό ποσοστό του πληθυσμού.

Οι δύο πιο συνηθέστεροι τελεστές μετάλλαξης είναι ο ομοιόμορφος τελεστής (uniform mutation), όπου ο αριθμός και οι θέσεις των γονιδίων που θα γίνει μετάλλαξη επιλέγονται τυχαία και ο τελεστής κατά τον οποίο μόνο δύο γονίδια επιλέγονται και σε αυτά θα γίνει τυχαία μετάλλαξη (in order mutation). Σε αυτή την περίπτωση ψάχνουμε να βρούμε μόνο τις θέσεις των γονιδίων μέσα στο χρωμόσωμα.

Για παράδειγμα, στον απόγονο O2

O2 | 0 1 1 | 0 0 1 | 1

η μετάλλαξη θα μπορούσε να εφαρμοστεί στα σημεία 2 και 6 οπότε οι τιμές τους θα άλλαζαν και θα γίνονταν:

O2 | 0 0 1 0 0 0 1

5. Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης Προβλημάτων της εφοδιαστικής αλυσίδας

5.1 Απλοί Ευρετικοί Αλγόριθμοι

Η επίλυση ενός προβλήματος συνδυαστικής βελτιστοποίησης γίνεται ολοένα και δυσκολότερη όσο αυξάνει το μέγεθος του προβλήματος και πολλές φορές το να προσπαθούμε να βρούμε την ολικά βέλτιστη λύση είναι πρακτικά αδύνατο. Για να επιλύσουμε προβλήματα αυτής της μορφής συχνά καταφεύγουμε σε διαφορετικές τεχνικές που μας οδηγούν σε μια σχεδόν βέλτιστη, αλλά ικανοποιητική λύση.

Μία λύση ενός ευρετικού αλγορίθμου γίνεται αποδεκτή αν ικανοποιεί κάποια κριτήρια όπως η ποιότητα της λύσης, δηλαδή η απόκλιση της από την βέλτιστη, η ευκολία απόκτησης μιας λύσης, η λογική πάνω στην οποία στηρίζονται οι κανόνες του ευρετικού αλγορίθμου που χρησιμοποιήθηκαν για να οδηγηθούμε στη λύση.

Για κάποιο πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης δεν υπάρχει μονάχα ένας ευρετικός αλγόριθμος που να δίνει τη βέλτιστη λύση αλλά έχουν αναπτυχθεί αρκετοί αλγόριθμοι οι οποίοι συγκρινόμενοι μεταξύ τους μας οδηγούν σε ολοένα και καλύτερες λύσεις.

Υπάρχουν διάφορες κατηγορίες ευρετικών αλγορίθμων και η κάθε μια έχει κάποια ιδιαίτερα χαρακτηριστικά. Οι κατηγορίες των αλγορίθμων είναι:

1. Προσεγγιστικοί Αλγόριθμοι
2. Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης
3. Αλγόριθμοι Απληστίας

5.1.1 Αλγόριθμος Απληστίας (greedy algorithm)

Η λογική των αλγορίθμων απληστίας είναι πολύ απλή: κάποιος ξεκινάει από μια μερική μη-εφικτή λύση και σε κάθε βήμα καθορίζει μια ή περισσότερες μεταβλητές μέχρι να βρεθεί μια εφικτή λύση, όπου αυτή είναι η ζητούμενη λύση του προβλήματος.

Γενικά η αρχή απληστίας είναι η αρχή ανάπτυξης μυωπικών κατασκευαστικών αλγορίθμων, αλγορίθμων δηλαδή που κατασκευάζουν μια εφικτή λύση για δεδομένο πρόβλημα σε χρόνο πολυωνυμικό ως προς το μέγεθος των δεδομένων. Στην ουσία ακολουθούν την ιδέα: ό, τι φαίνεται προς στιγμή καλύτερο ως επιλογή υποθέτουμε ότι είναι και συνολικά η καλύτερη επιλογή.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιου αλγορίθμου είναι ο αλγόριθμος του πλησιέστερου γείτονα.

5.1.2 Αλγόριθμος Πλησιέστερου Γείτονα

Ο αλγόριθμος πλησιέστερου γείτονα ανήκει στην κατηγορία των αλγορίθμων απληστίας και θα χρησιμοποιηθεί προκειμένου να δώσει μια καλή αρχική λύση στον γενετικό αλγόριθμο, ο οποίος ως αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης χρειάζεται μια ποιοτική αρχική λύση για να καταλήξει πιο εύκολα και πιο γρήγορα στο τοπικό ελάχιστο.

Στην παρούσα εργασία τροποποιήσαμε το απλό αλγόριθμο του πλησιέστερου γείτονα προκειμένου να τον προσαρμόσουμε στο Επιλεκτικό Πρόβλημα του Επιλεκτικού Πλανόδιου Πωλητή.

Το σκεπτικό της μεθόδου είναι πάρα πολύ απλό κ παρουσιάζεται παρακάτω.

Έστω ένα πλήθος κόμβων n

Βήμα 1

Επιλέγεται ο αρχικός μας κόμβος σαν η έναρξη του μονοπατιού.

Βήμα 2

Βρίσκουμε τον κόμβο που μας δίνει το μεγαλύτερο κέρδος αλλά και παράλληλα είναι και πλησιέστερος στον προηγούμενο κόμβο. Ελέγχουμε εάν ικανοποιεί τον περιορισμό μέγιστη απόστασης (μαζί με την επιστροφή στον τελικό κόμβο). Αν η λύση είναι εφικτή τότε ο κόμβος αυτός τοποθετείται στο μονοπάτι.

Βήμα 3

Επαναλαμβάνουμε το βήμα 2 μέχρις ότου όλες οι κορυφές να έχουν εξεταστεί ως πιθανοί επόμενοι κόμβοι και η απόσταση που έχουμε διανύσει να είναι εντός ορίων.

Βήμα 4

Τοποθετούμε τον τελικό κόμβο στο μονοπάτι.

Παράδειγμα

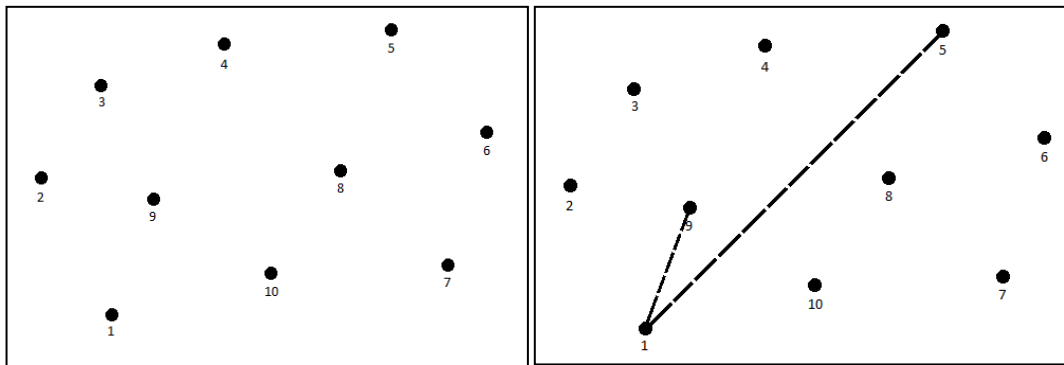
Έστω οι 10 κόμβοι του παρακάτω σχήματος, με κέρδος κάθε ενός όπως φαίνεται στον πίνακα που ακολουθεί και μέγιστη απόσταση 10.

Κόμβος:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Κέρδος:	0	5	10	5	15	10	5	5	15	0

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι αποστάσεις για όλες τις δυνατές μετακινήσεις:

Πίνακας d	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	∞	2,2	3,2	4	5,5	6	5	4	1,7	2,4
2	2,2	∞	1,7	3,2	5,4	6,3	6	4,3	1,5	3,5
3	3,2	1,7	∞	1,9	4,2	5,5	5,6	3,6	1,8	3,5
4	4	3,2	1,9	∞	2,5	4	4,5	2,5	2,4	3,2
5	5,5	5,4	4,2	2,5	∞	2	3,5	2,1	4,2	3,9
6	6	6,3	5,5	4	2	∞	2	2,1	4,9	3,7
7	5	6	5,6	4,5	3,5	2	∞	2	4,4	2,5
8	4	4,3	3,6	2,5	2,1	2,1	2	∞	2,7	1,8
9	1,7	1,5	1,8	2,4	4,2	4,9	4,4	2,7	∞	2
10	2,4	3,5	3,5	3,2	3,9	3,7	2,5	1,8	2	∞

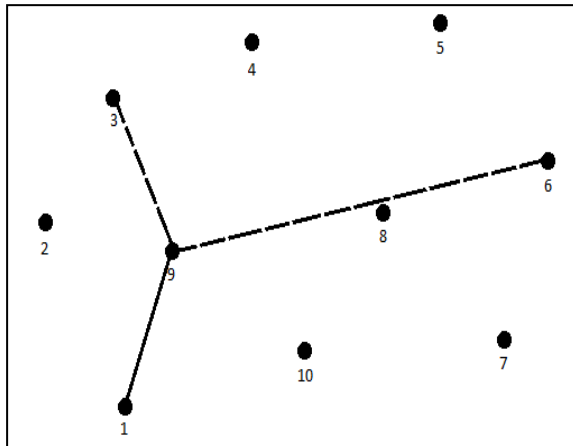
Σαν αφετηρία του μονοπατιού παίρνω τον κόμβο 1 και εξετάζω όλους τους πιθανούς προορισμούς (2,3,4,5,6,7,8,9), τελικός κόμβος είναι ο 10.



Εικόνα 3

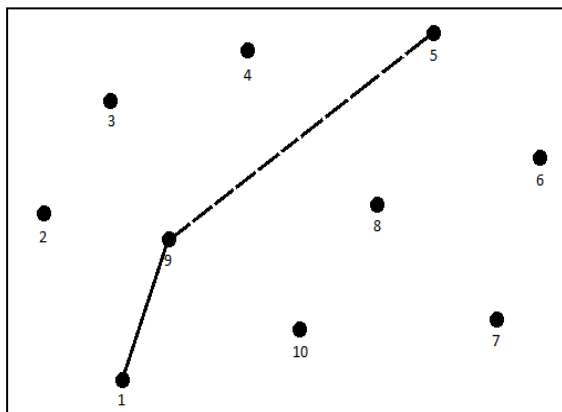
Εικόνα 4

Αρχικά βλέπουμε ότι οι κόμβοι με το μεγαλύτερο κέρδος είναι οι 5 και 9, ωστόσο, όπως φαίνεται στην εικόνα 3 ο κόμβος 9 είναι πλησιέστερος του 5 και θεωρούμε ότι ικανοποιεί τον περιορισμό απόστασης. Άρα το μονοπάτι μας είναι: [1,2] με κέρδος 15.



Εικόνα 5

Συνεχίζοντας ομοίως παρατηρούμε ότι ο επόμενος κόμβος που μπορεί να μπει στο μονοπάτι μας είναι ο 9. Η απόσταση όμως που πρέπει να διανύσουμε είναι μεγαλύτερη από την επιτρεπόμενη άρα ο κόμβος δεν εισάγεται στο μονοπάτι.



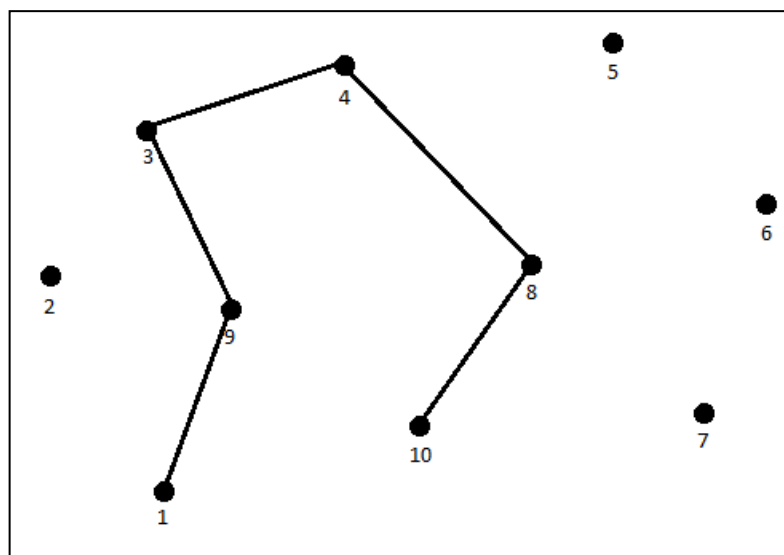
Εικόνα 6

Ο αλγόριθμος του πλησιέστερου γείτονα συνεχίζει ομοίως να ελέγχει όλους τους κόμβους του σχήματος.

Οπότε το μονοπάτι μας γίνεται $[1, 9, 3]$ με κέρδος 25.

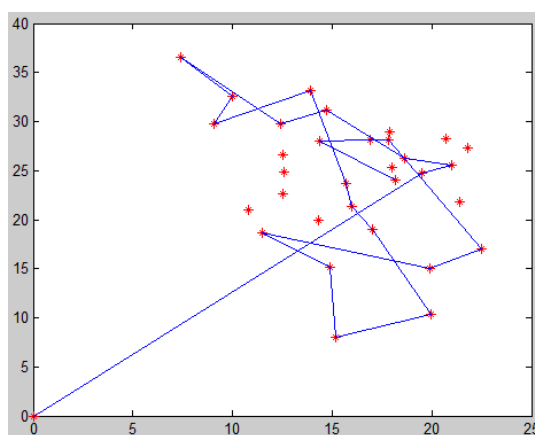
Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να μείνει κενή η λίστα πιθανών προορισμών ή δεν μπορεί να εισαχθεί κάποιος άλλος κόμβος λόγω του περιορισμού της απόστασης.

Όταν γίνει αυτό, ο κόμβος που προστέθηκε τελευταίος στο μονοπάτι συνδέεται με τον τελικό κόμβο για να ολοκληρωθεί ο κύκλος.

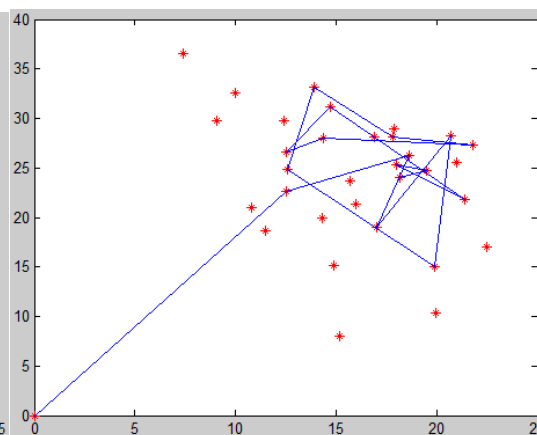


Εικόνα 7

Οπότε το τελικό μονοπάτι μας είναι : [1, 9, 3, 4, 8, 10] με κέρδος 35 και διανυόμενη απόσταση 9,7.



Εικόνα 8



Εικόνα 9

Η πρώτη (εικόνα 8) έχει επιτευχθεί με τη μέθοδο του πλησιέστερου γείτονα , ενώ για τη δεύτερη (εικόνα 9) έχουν τοποθετηθεί οι κόμβοι απλά σε τυχαία σειρά. Είναι εύκολα κατανοητό ότι μια καλή αρχική λύση όπως η πρώτη θα βοηθήσει τον αλγόριθμο τοπικής αναζήτησης να συγκλίνει ταχύτερα και αποτελεσματικότερα.

5.2 Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης

Η τοπική αναζήτηση βασίζεται στην αρχαιότερη μέθοδο βελτιστοποίησης, στην μέθοδο δοκιμής και σφάλματος. Η ιδέα πάνω στην οποία βασίζονται οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης είναι πάρα πολύ απλή. Εφαρμόζεται αναζήτηση σε μια γειτονιά κόμβων προκειμένου να βρεθεί κάποια λύση με κόστος μικρότερο από αυτό που έχουμε αυτή τη στιγμή. Για όσο χρονικό διάστημα μια καλύτερη λύση υπάρχει, αντικαθιστούμε την υπάρχουσα και συνεχίζουμε την αναζήτηση μέχρι το σημείο που θα βρούμε κάποιο τοπικό ελάχιστο και η λύση που έχουμε δε βελτιώνεται παραπάνω.

Ένα πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό της τοπικής αναζήτησης είναι ότι μπορεί να εκτελείται από πολλά διαφορετικά αρχικά σημεία και να επιλέγεται το καλύτερο σαν βέλτιστη λύση. Σε αυτές τις περιπτώσεις μια άλλη απόφαση που πρέπει να παρθεί είναι πόσα θα είναι τα αρχικά σημεία που θα επιλέξουμε. Το επόμενο πρόβλημα που πρέπει να επιλυθεί για να είμαστε σε θέση να πούμε ότι η τοπική αναζήτηση που εφαρμόζουμε οδηγεί σε ικανοποιητικά αποτελέσματα είναι το ότι θα πρέπει να γίνει σωστή επιλογή της γειτονιάς που θα πραγματοποιηθεί η αναζήτηση.

Τέλος το σημαντικότερο ίσως στοιχείο για την επιτυχία της διαδικασίας είναι η επιλογή της μεθόδου που θα χρησιμοποιηθεί για την αναζήτηση. Οι σημαντικότερες από αυτές τις μεθόδους είναι η μέθοδος 2-opt, 3-opt, ο αλγόριθμος των Lin Kernighan, η περιορισμένη αναζήτηση.

Τα σημαντικότερα προβλήματα που πρέπει να αντιμετωπιστούν κατά τη διάρκεια της φάσης σχεδίασης ενός αλγορίθμου τοπικής αναζήτησης είναι:

1. Η επιλογή της γειτονιάς, που σχετίζεται με την ανησυχία που υπάρχει για το αν είναι εφικτή η λύση ή όχι
2. Η ποιότητα της αρχικής λύσης. Είναι ένα πάρα πολύ σημαντικό στοιχείο γιατί όσο καλύτερη είναι η αρχική λύση τόσο περισσότερες πιθανότητες υπάρχουν να οδηγηθούμε ευκολότερα και γρηγορότερα σε βελτίωση της λύσης με χρήση τοπικής αναζήτησης.
3. Η μέθοδος που θα χρησιμοποιηθεί για να βελτιώσει την αρχική λύση.

5.2.1 Αλγόριθμος 2 – Opt

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήσαμε διάφορους αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης, έχοντας πρώτα δημιουργήσει κάποια μονοπάτια προσπαθήσαμε μέσα από γνωστές διαδικασίες να τα βελτιώσουμε.

Η μέθοδος 2-Opt είναι από τις πιο γνωστές μεθόδους, ωστόσο εμείς τον τροποποιήσαμε αρκετά έτσι ώστε να είναι εφαρμόσιμος και αποτελεσματικός για το δικό μας πρόβλημα του επιλεκτικού πλανόδιου πωλητή.

Ο κλασικός τρόπος λειτουργίας του 2-Opt είναι η διαγραφή 2 ακμών και η επανασύνδεση δύο μονοπατιών με διαφορετικό τρόπο για να καθορίσουμε μια καινούργια διαδρομή. Ο παραπάνω τρόπος είναι ένας ιδιαίτερα αποτελεσματικός τρόπος βελτιστοποίησης για περιπτώσεις διαδρομών που επισκέπτονται όλους τους διαθέσιμους κόμβους ενός σχεδιαγράμματος και σκοπός του προβλήματος είναι η μείωση της διανυόμενης διαδρομής.

Στην περίπτωση του Επιλεκτικού Πλανόδιου Πωλητή, όμως, το ζητούμενο είναι η αύξηση του κέρδους που παίρνουμε από την επίσκεψη κόμβων τηρώντας κάποιο ανώτατο όριο απόστασης της διαδρομής. Συμπερασματικά η παραπάνω διαδικασία του 2-Opt δεν είναι ιδιαίτερα χρήσιμη έτσι η τροποποίηση είναι απαραίτητη.

Η διαδικασία που ακολουθήσαμε ήταν η επιλογή ενός τόξου και η αφαίρεσή του, με σκοπό την τοποθέτηση ανάμεσα σε 2 κόμβους ακόμα έναν τρίτο. Η διαδικασία της μεθόδου είναι η ακόλουθη:

Βήμα 1

Έστω T η τρέχουσα διαδρομή

Βήμα 2

Για κάθε τόξο: Εξετάζουμε την αφαίρεσή του και την πρόσθεση κάποιου νέου κόμβου που δεν υπάρχει στην διαδρομή T . Εάν η ένωση του νέου κόμβου με τους κόμβους που ένωνε το τόξο που αφαιρέσαμε είναι εφικτή, τότε ο κόμβος τοποθετείτε στο μονοπάτι.

Βήμα 3

Ελέγχονται όλες οι πιθανές αλλαγές του βήματος 2 και επιλέγεται η πιο κερδοφόρα.

Βήμα 4

Αν δεν μπορούμε να βρούμε επιπλέον βελτίωση, σταματάμε.

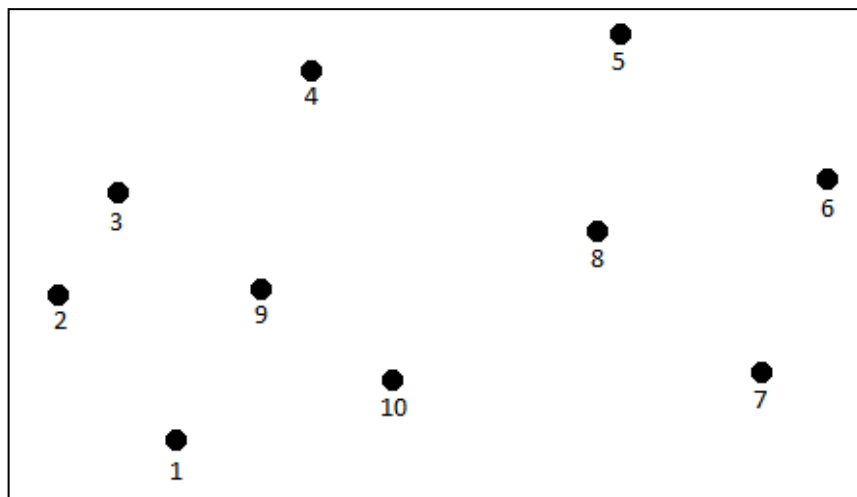
Έστω οι 10 κόμβοι του παρακάτω σχήματος, με κέρδος κάθε ενός όπως φαίνεται στον πίνακα που ακολουθεί και μέγιστη απόσταση 15.

Κόμβος:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Κέρδος:	0	5	10	5	15	10	5	5	15	0

Σαν αφετηρία του μονοπατιού παίρνω τον κόμβο 1 και εξετάζω όλους τους πιθανούς προορισμούς (2,3,4,5,6,7,8,9), τελικός κόμβος είναι ο 10.

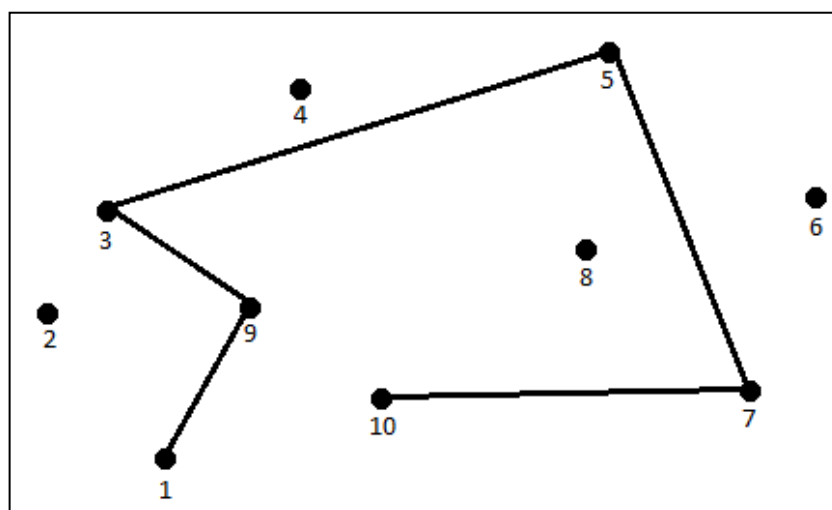
Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι αποστάσεις για όλες τις δυνατές μετακινήσεις:

Πίνακας d	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	∞	2,2	3,2	4	5,5	6	5	4	1,7	2,4
2	2,2	∞	1,7	3,2	5,4	6,3	6	4,3	1,5	3,5
3	3,2	1,7	∞	1,9	4,2	5,5	5,6	3,6	1,8	3,5
4	4	3,2	1,9	∞	2,5	4	4,5	2,5	2,4	3,2
5	5,5	5,4	4,2	2,5	∞	2	3,5	2,1	4,2	3,9
6	6	6,3	5,5	4	2	∞	2	2,1	4,9	3,7
7	5	6	5,6	4,5	3,5	2	∞	2	4,4	2,5
8	4	4,3	3,6	2,5	2,1	2,1	2	∞	2,7	1,8
9	1,7	1,5	1,8	2,4	4,2	4,9	4,4	2,7	∞	2
10	2,4	3,5	3,5	3,2	3,9	3,7	2,5	1,8	2	∞



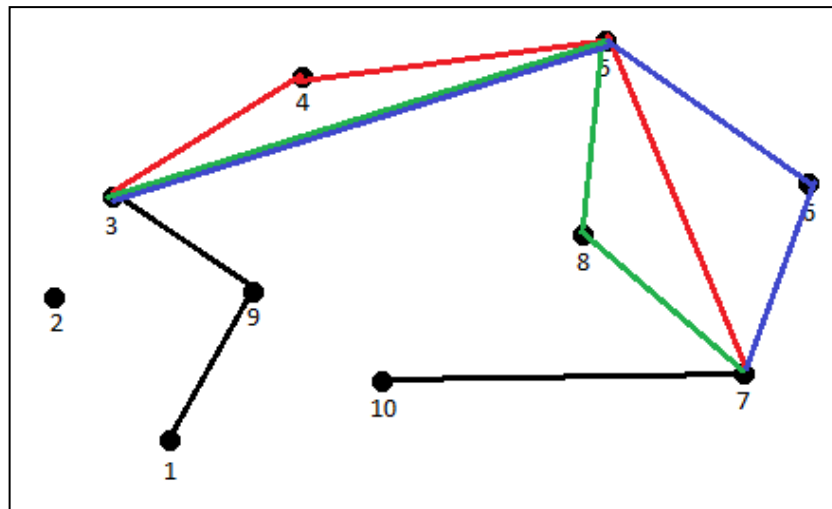
Εικόνα 10

Έτσι έστω ότι έχουμε μια αρχική τυχαία λύση: [1, 9, 3, 5, 7, 10] με κέρδος 45 μονάδες και απόσταση μικρότερη του 15 και ίση με 13,7.



Εικόνα 11

Εφαρμόζοντας το αλγόριθμο τοπικής αναζήτησης 2-Opt, βλέπουμε ότι πιθανές αφαιρέσεις (που πληρούν την προϋπόθεση της απόστασης) είναι η αφαίρεση του τόξου 3-5 με την ένταξη του κόμβου 4 (κόκκινη διαδρομή) και η αφαίρεση του 5-7 με την πρόσθεση είτε του κόμβου 8 (πράσινη διαδρομή) είτε του κόμβου 6 (μπλε διαδρομή).



Εικόνα 12

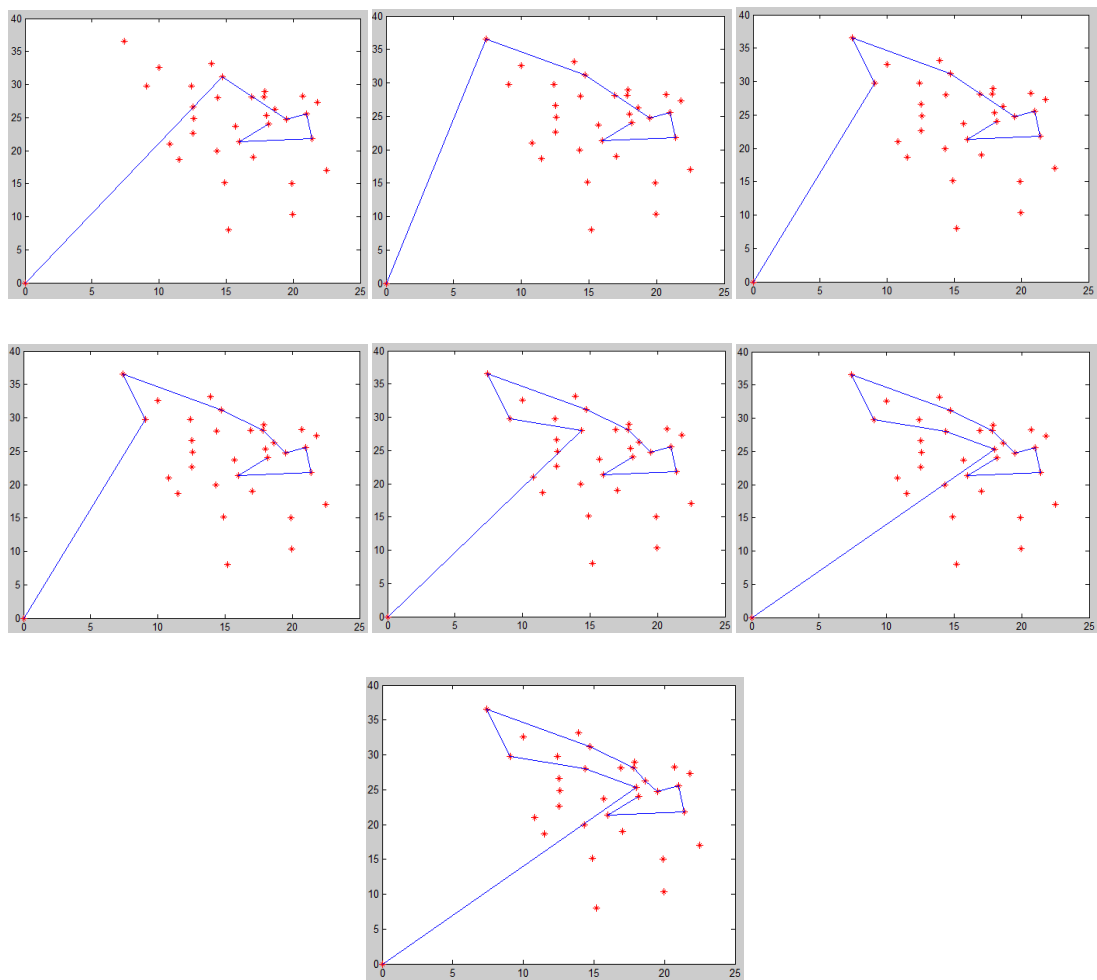
Από τις παραπάνω διαδρομή, λοιπόν, η πιο κερδοφόρα είναι εκείνη που προσθέτει τον κόμβο 6 (μπλε διαδρομή). Άρα το νέο μας μονοπάτι είναι: [1, 9, 3, 5, 6, 7, 10] με κέρδος 55 μονάδες και απόσταση μικρότερη του 15 και ίση με 14,2. Η διαδικασία συνεχίζεται όμοια μέχρι να μην έχουμε κάποια αλλαγή.

Παρακάτω (Πίνακας 1) έχουμε ένα πραγματικό παράδειγμα εφαρμογής του αλγορίθμου 2-Opt σε μια μόνο εφαρμογή του σε μονοπάτι που δημιουργήσαμε από τον γενετικό αλγόριθμο.

Μονοπάτι	Απόσταση	Κέρδος
1 21 25 23 26 27 2	30,5060	130
1 22 21 25 23 26 27 2	48,2471	180
1 16 22 21 25 23 26 27 2	49,6686	220
1 16 22 21 15 25 23 26 27 2	49,7737	250
1 4 16 22 21 15 25 23 26 27 2	49,9400	270
1 24 4 16 22 21 15 25 23 26 27 2	49,9449	280
1 24 4 16 22 21 15 28 25 23 26 27 2	49,9492	290

Πίνακας 1

Στον πίνακα 1, βλέπουμε ότι το μονοπάτι αυξάνεται αρκετά και το κέρδος υπερδιπλασιάζεται από 130 μονάδες αρχικά στις 290 μετά το τέλος του 2-Opt



Τέλος στις παραπάνω εικόνες βλέπουμε τις αλλαγές που επιφέρει ο 2-Opt στο μονοπάτι μας.

5.2.2 Αλγόριθμος 1-1 Ανταλλαγή (1-1 Exchange)

Ένας άλλος πολύ γνωστός αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης που χρησιμοποιήσαμε για την επίλυση του επιλεκτικού προβλήματος πλανόδιου πωλητή είναι και ο αλγόριθμος 1-1 ανταλλαγή (1-1 exchange). Στο συγκεκριμένο αλγόριθμο 2 κόμβοι αλλάζουν θέση μεταξύ τους.

Έτσι για το αρχικό τυχαίο παράδειγμα:

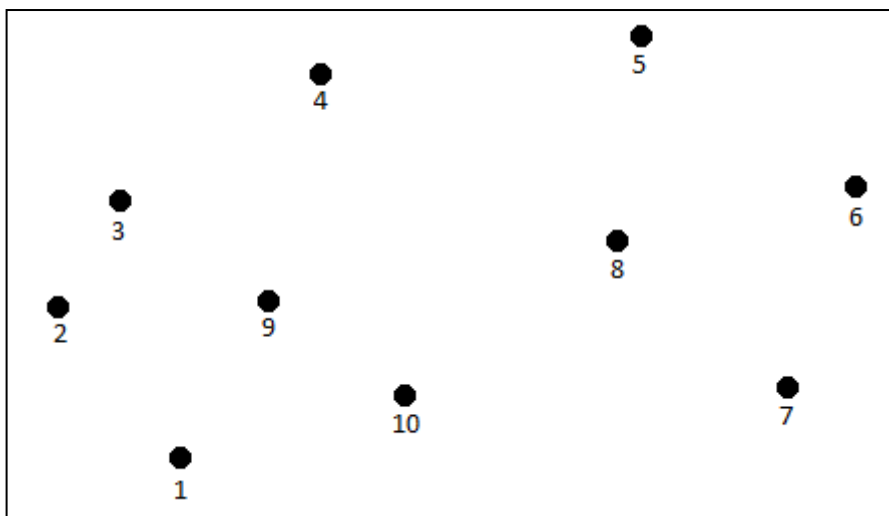
Έστω οι 10 κόμβοι του παρακάτω σχήματος, με κέρδος κάθε ενός όπως φαίνεται στον πίνακα που ακολουθεί και μέγιστη απόσταση 17.

Κόμβος:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Κέρδος:	0	5	10	5	15	10	5	5	15	0

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι αποστάσεις για όλες τις δυνατές μετακινήσεις:

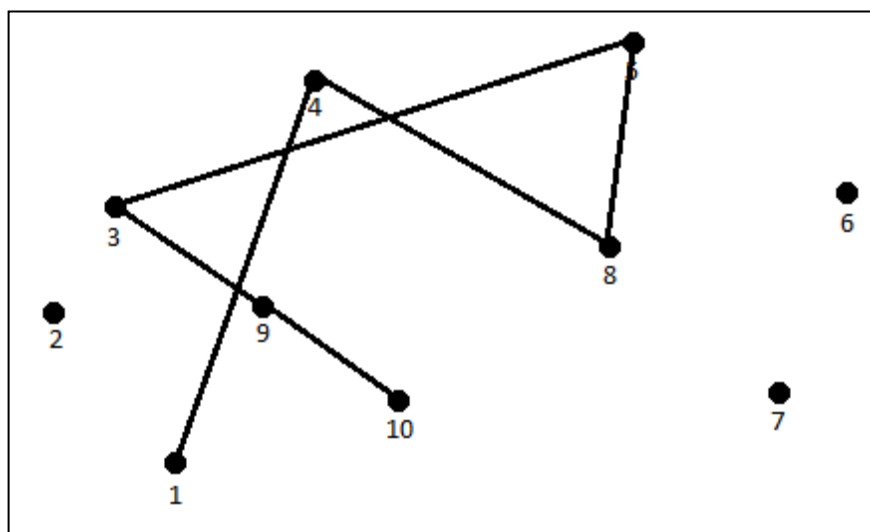
Πίνακας d	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	∞	2,2	3,2	4	5,5	6	5	4	1,7	2,4
2	2,2	∞	1,7	3,2	5,4	6,3	6	4,3	1,5	3,5
3	3,2	1,7	∞	1,9	4,2	5,5	5,6	3,6	1,8	3,5
4	4	3,2	1,9	∞	2,5	4	4,5	2,5	2,4	3,2
5	5,5	5,4	4,2	2,5	∞	2	3,5	2,1	4,2	3,9
6	6	6,3	5,5	4	2	∞	2	2,1	4,9	3,7
7	5	6	5,6	4,5	3,5	2	∞	2	4,4	2,5
8	4	4,3	3,6	2,5	2,1	2,1	2	∞	2,7	1,8
9	1,7	1,5	1,8	2,4	4,2	4,9	4,4	2,7	∞	2
10	2,4	3,5	3,5	3,2	3,9	3,7	2,5	1,8	2	∞

Σαν αφετηρία του μονοπατιού παίρνω τον κόμβο 1 και εξετάζω όλους τους πιθανούς προορισμούς (2,3,4,5,6,7,8,9), τελικός κόμβος είναι ο 10.



Εικόνα 13

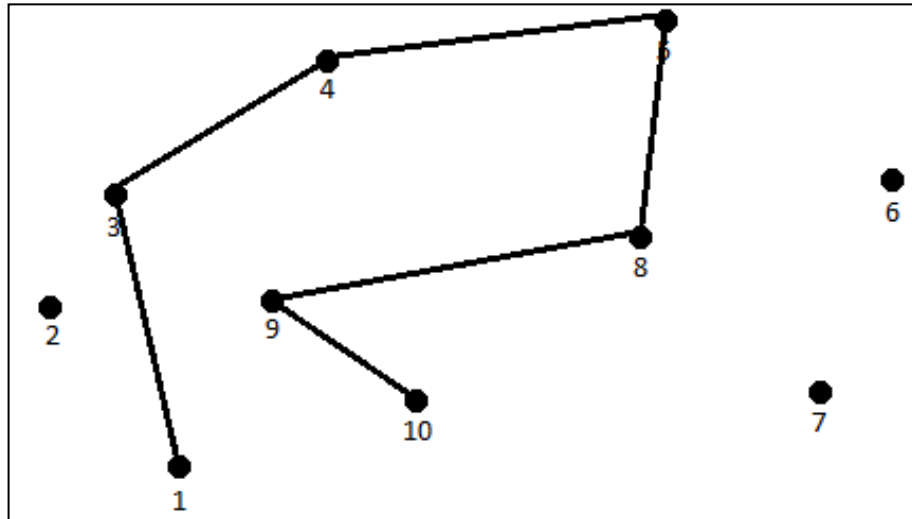
Έτσι έστω ότι έχουμε μια αρχική τυχαία λύση: [1, 4, 8, 5, 3, 9, 10] με κέρδος 50 μονάδες και απόσταση μικρότερη του 17.



Εικόνα 14

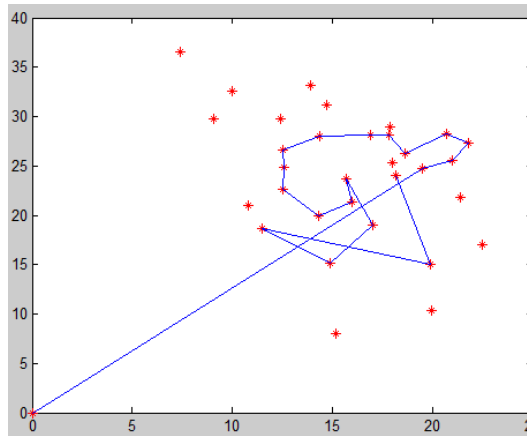
Στην εικόνα 14 παρατηρούμε το μονοπάτι που μας δίνεται από μια λύση του προβλήματος. Οι αποστάσεις, ωστόσο, σε κάποια σημεία είναι υπερβολικά μεγάλες συνεπώς είναι απαραίτητη η εφαρμογή του 1-1 exchange.

Έστω λοιπόν ότι επιλέγουμε και αφαιρούμε τα τόξα που συνδέονται με τους κόμβους 4 και 3, οπότε τα τόξα: 1-4, 4-8, 5-3 και 3-9 ενώ παράλληλα προσθέτουμε τα τόξα: 1-3, 3-4, 4-5 και 8-9, οπότε το μονοπάτι μας γίνεται: [1, 3, 4, 5, 8, 9, 10]

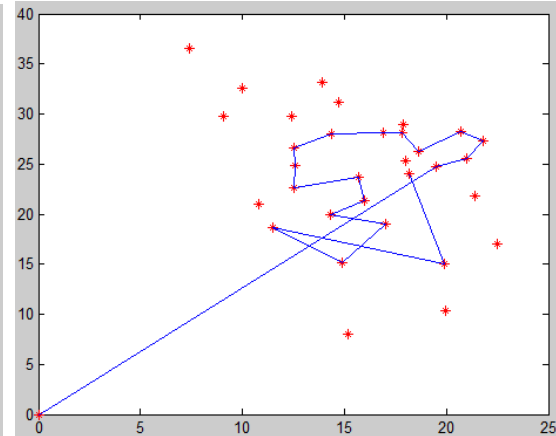


Εικόνα 15

Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι η διαφορά της απόστασης είναι: $c_{14} + c_{48} + c_{63} + c_{39} - c_{13} - c_{34} - c_{45} - c_{89} \geq 0$ άρα από τη στιγμή που έχουμε θετικό πρόσημο σημαίνει ότι έχουμε βελτίωση της λύσης, όσον αφορά την απόσταση καθώς το κέρδος δεν αυξάνεται στον συγκεκριμένο αλγόριθμο και παραμένει 50 μονάδες ενώ η απόσταση από 16,6 γίνεται 14,4.



Εικόνα 16



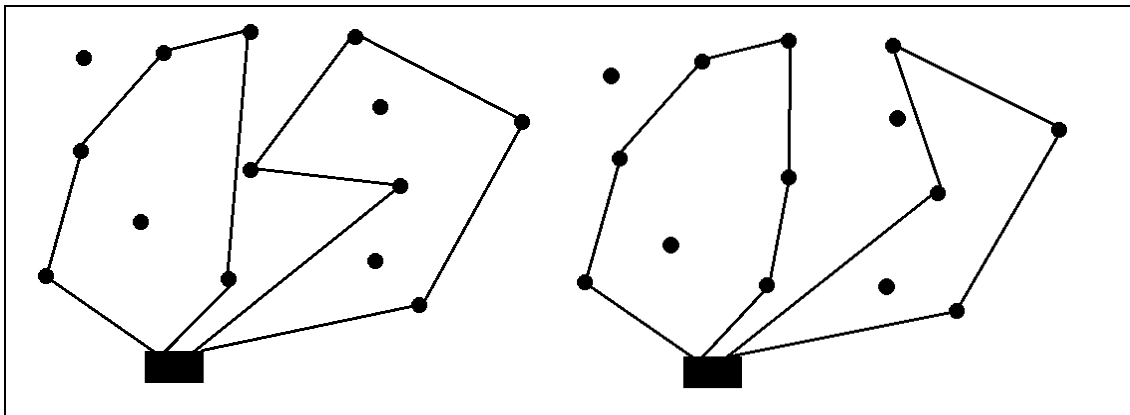
Εικόνα 17

Στις δύο παραπάνω εικόνες, βλέπουμε την εφαρμογή του 1-1 exchange σε ένα πραγματικό πρόβλημα. Το κέρδος και στις δύο περιπτώσεις είναι ίδιο και ίσο με 390 μονάδες αλλά η διανυόμενη απόσταση βελτιώθηκε – μειώθηκε από 60,6846 σε 58,7929 μονάδες. Η βελτίωση αυτή μπορεί εκ πρώτης όψεως να μην μας δίνει κάποιο σημαντικό πλεονέκτημα για το παρόν πρόβλημα, αλλά η μείωση της απόστασης θα επιφέρει μεγαλύτερες πιθανότητες πρόσθεσης κάποιου νέου κόμβου στην συνέχεια του γενετικού αλγορίθμου.

5.2.3 Αλγόριθμος 1-0 Επανατοποθέτηση (1-0 Relocate)

Την μέθοδο 1-0 Επανατοποθέτηση (1-0 Relocate), την χρησιμοποιούμε στην περίπτωση των πολλών οχημάτων – πλανόδιων πελατών.

Η μέθοδος Relocate βασίζεται στην απλή ιδέα της διαγραφής ενός πελάτη από μια διαδρομή και επανατοποθέτησή του σε μια άλλη διαδρομή με καλύτερο κόστος. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται Relocate 1-0 και ένα παράδειγμα φαίνεται παρακάτω:



Relocate 1-0

Προκειμένου να αποφασιστεί αν θα γίνει ή όχι η ανάθεση του πελάτη (η των πελατών) σε άλλο όχημα ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία

Βήμα 1: Υπολογισμός της απόστασης που διανύει ο κάθε πωλητής - όχημα που θέλουμε να επανατοποθετήσουμε κόμβο που επισκέπτεται καθώς και της διαδρομής που πρόκειται να αποσταλεί ο κόμβος αυτός.

Βήμα 2: Στη συνέχεια υπολογίζουμε τις νέες αποστάσεις αφού τοποθετήσουμε τον κόμβο στο νέο μονοπάτι και τον αφαιρέσουμε από τον παλιό.

Βήμα 3: Ελέγχουμε αν οι νέες αποστάσεις είναι μικρότερες από τις προηγούμενες και αν είναι τότε τοποθετούμε τον κόμβο στην διαδρομή του νέου οχήματος.

Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία από το Βήμα 1 έως ότου δεν υπάρχει κάποια αλλαγή

Βήμα 5: Τερματίζουμε τον αλγόριθμο 1-0 Επανατοποθέτηση (1-0 Relocate) και επιστρέφουμε τα νέα μονοπάτια.

5.3 Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι

Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι είναι μέθοδοι επίλυσης που συνδυάζουν διαδικασίες τοπικής αναζήτησης και υψηλότερου επιπέδου στρατηγικές για να δημιουργήσουν μια διαδικασία που είναι ικανή να ξεφύγει από κάποιο τοπικό ελάχιστο. Τα τελευταία χρόνια οι αλγόριθμοι που έχουν αναπτυχθεί για την επίλυση των προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης ανήκουν σε αυτήν την κατηγορία.

Ένας Μεθευρετικός Αλγόριθμος είναι η Διαδικασία Άπληστης Τυχοποιημένης Προσαρμοστικής Αναζήτησης (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure - GRASP)

5.3.1 Διαδικασία Άπληστης Τυχοποιημένης Προσαρμοστικής Αναζήτησης (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure - GRASP)

Η Άπληστη Τυχοποιημένη Προσαρμοστική Αναζήτηση (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure – GRASP) είναι μια επαναληπτική διαδικασία και χρησιμοποιείται για την εύρεση προσεγγιστικών λύσεων. Η συγκεκριμένη μέθοδος παρέχει μια εφικτή λύση σε κάθε επανάληψη και συνεχίζεται έως ότου φτάσουμε σε κάποιο σημείο όπου η λύση δεν μπορεί να βελτιωθεί άλλο, είτε όταν πραγματοποιηθεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων, είτε όταν ικανοποιηθεί κάποιο άλλο κριτήριο λήξης. Το τελικό αποτέλεσμα είναι απλά η καλύτερη λύση σε όλες τις επαναλήψεις. Κάθε επανάληψη αποτελείται από δυο φάσεις, μια φάση κατασκευής μιας αρχικής λύσης (construction phase) και μια διαδικασία τοπικής αναζήτησης (local search phase) για βελτιστοποίηση αυτής της λύσης. Στην φάση κατασκευής, μια τυχοποιημένη συνάρτηση απληστίας χρησιμοποιείται για την κατασκευαστεί μια αρχική λύση. Αυτή η αρχική λύση στη συνέχεια βελτιώνεται με τη χρήση της διαδικασίας τοπικής αναζήτησης.

5.3.2 Δημιουργία Αρχικών Λύσεων με την Μέθοδο GRASP

Η μέθοδος GRASP χρησιμοποιήθηκε για τη δημιουργία μιας δεξαμενής πολύ καλών αρχικών λύσεων οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν από τον γενετικό αλγόριθμο. Μοιάζει πάρα πολύ με τη μέθοδο του πλησιέστερου γείτονα με τη βασική διαφορά ότι κάθε κόμβος δε συνδέεται απαραίτητα με τον πλησιέστερο του, αλλά ο επόμενος επιλέγεται τυχαία μέσα από μια λίστα πλησιέστερων κόμβων.

Η λύση που δημιουργείται στην φάση κατασκευής δεν εγγυάται ότι είναι τοπικό ελάχιστο, και για αυτό το λόγο μια φάση τοπικής αναζήτησης εφαρμόζεται για να παράγει μια λύση που να περιέχει τοπικό ελάχιστο. Ένας αλγόριθμος που μπορεί να περιγράψει την παραπάνω διαδικασία είναι ο ακόλουθος:

Επιλογή κόμβου αφετηρίας

Όσο δεν έχουν εξεταστεί όλοι οι κόμβοι, Επανάλαβε:

Κατασκευή λίστας πιο κερδοφόρων και κοντινότερων κόμβων

Τυχαία επιλογή κόμβου από την λίστα

Πρόσθεση κόμβου στη λύση

Διαγραφή κόμβου από την λίστα

Εξέταση επόμενου κόμβου

Τέλος επανάληψης

Η φάση κατασκευής μπορεί να περιγραφεί ως η επαναληπτική πρόσθεση ενός στοιχείου στην μη ολοκληρωμένη λύση σε κάθε επανάληψη. Η στρατηγική επιλογής του επόμενου στοιχείου βασίζεται στην τυχαία επιλογή από μια λίστα υποψηφίων, που ονομάζεται λίστα περιορισμού των υποψηφίων (Restricted Candidate List) για εισαγωγή στη λύση στην οποία κάθε στοιχείο κατατάσσεται βάσει μιας συνάρτησης απληστίας. Η τυχαία επιλογή του στοιχείου σημαίνει ότι δεν είναι ανάγκη να επιλεγεί το πρώτο στοιχείο στη λίστα. Ο ευρετικός αλγόριθμος είναι προσαρμοστικός με την έννοια ότι η συνάρτηση επιλογής προσαρμόζεται για να προσμετρήσει τα στοιχεία που έχουν ήδη επιλεγεί.

Η κατασκευή της λίστας περιορισμού των υποψηφίων είναι ίσως το πιο σημαντικό κομμάτι της μεθόδου, αφού από αυτό ελέγχεται η διασπορά των λύσεων που θα παραχθούν. Αν, για παράδειγμα, η λίστα είναι πολύ μικρή τότε οι λύσεις που θα παράγονται θα είναι σχεδόν όμοιες μεταξύ τους. Από την άλλη μεριά αν η λίστα είναι πολύ μεγάλη τότε θα πρόκειται πλέον για αλγόριθμο που κατασκευάζεται με τυχαίο τρόπο. Έχουν παρουσιαστεί δύο τρόποι για την κατασκευή της λίστας περιορισμού των υποψηφίων. Στον πρώτο τρόπο η λίστα πάντα έχει ένα καθορισμένο μήκος. Στη δεύτερη περίπτωση για να μπει κάποιο στοιχείο στη λίστα πρέπει η τιμή του να είναι μικρότερη από κάποια τιμή κατωφλίου.

Τέλος αυτό που θα πρέπει να προσέξει κανείς είναι ότι κατά τη δημιουργία της λίστας, ως πιθανοί προορισμοί δεν επιλέγονται κόμβοι που έχουν ήδη τοποθετηθεί στη λύση προκειμένου να αποφευχθούν οι διπλές εγγραφές και να δημιουργηθεί λύση που θα είναι εφικτή.

Παράδειγμα

Έστω το πρόβλημα που αναλύσαμε και παραπάνω, έχουμε 10 κόμβους όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήματος, με κέρδος κάθε ενός όπως φαίνεται στον πίνακα που ακολουθεί και μέγιστη απόσταση 20.

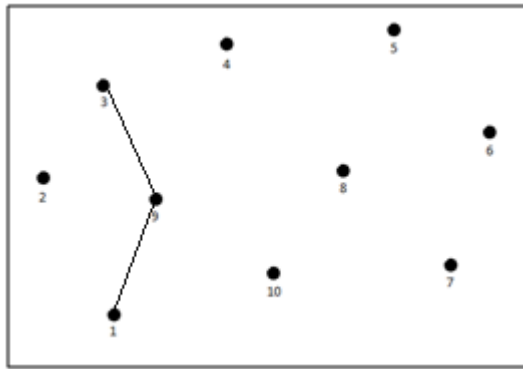
Κόμβος:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Κέρδος:	0	5	10	5	15	10	5	5	15	0

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι αποστάσεις για όλες τις δυνατές μετακινήσεις:

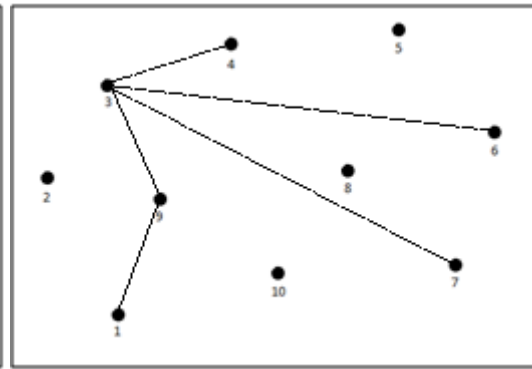
Πίνακας d	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	∞	2,2	3,2	4	5,5	6	5	4	1,7	2,4
2	2,2	∞	1,7	3,2	5,4	6,3	6	4,3	1,5	3,5
3	3,2	1,7	∞	1,9	4,2	5,5	5,6	3,6	1,8	3,5
4	4	3,2	1,9	∞	2,5	4	4,5	2,5	2,4	3,2
5	5,5	5,4	4,2	2,5	∞	2	3,5	2,1	4,2	3,9
6	6	6,3	5,5	4	2	∞	2	2,1	4,9	3,7
7	5	6	5,6	4,5	3,5	2	∞	2	4,4	2,5
8	4	4,3	3,6	2,5	2,1	2,1	2	∞	2,7	1,8
9	1,7	1,5	1,8	2,4	4,2	4,9	4,4	2,7	∞	2
10	2,4	3,5	3,5	3,2	3,9	3,7	2,5	1,8	2	∞

Σαν αφετηρία του μονοπατιού παίρνω το μονοπάτι που κατασκευάσαμε με τον αλγόριθμο του πλησιέστερου γείτονα ($[1, 9, 3, 4, 8, 10]$), κόβοντας το μονοπάτι τυχαία στον κόμβο 3. Οπότε καλούμε τον αλγόριθμο GRASP να κατασκευάσει εκ νέου το μονοπάτι, έχοντας σαν αφετηρία του μονοπατιού το $[1, 9, 3]$

Στην λίστα περιορισμού των υποψηφίων έχουμε τους ακόλουθους κόμβους: (6, 4, 7)



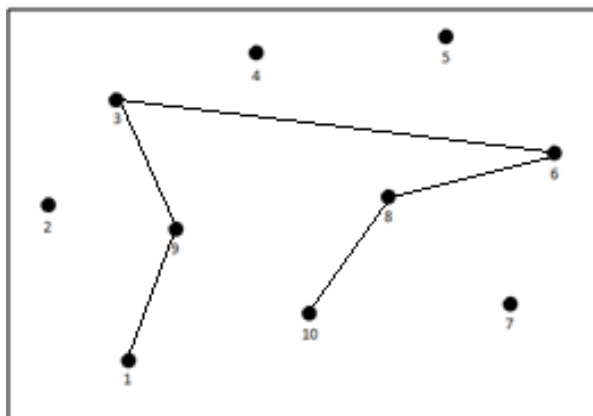
Εικόνα 18



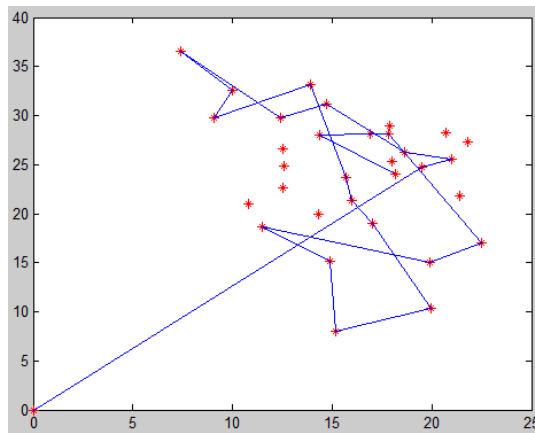
Εικόνα 19

Τυχαία, λοιπόν, διαλέγουμε από την λίστα περιορισμού των υποψηφίων τον κόμβο 6. Ο κόμβος αυτός είναι εντός των περιορισμών άρα μας δίνεται το μονοπάτι $[1, 9, 3, 6]$ με κέρδος 35

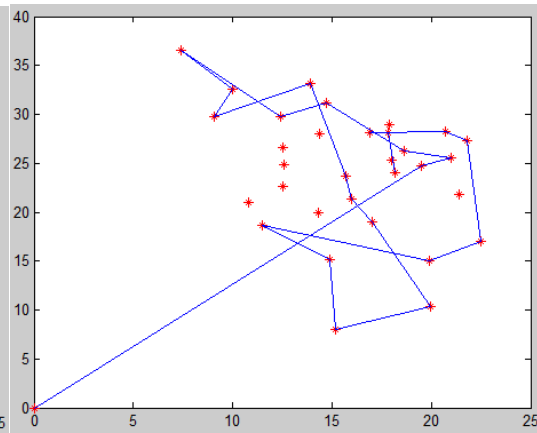
Συνεχίζουμε ομοίως με την νέα λίστα περιορισμού των υποψηφίων (8, 7, 4). Με τυχαία επιλογή διαλέγουμε τον κόμβο 8, οπότε και κλείνει το μονοπάτι μας με κέρδος 40 με μονοπάτι $[1, 9, 3, 6, 8, 10]$



Εικόνα 20



Εικόνα 21



Εικόνα 22

Η εικόνα 21 απεικονίζει το μονοπάτι του πλησιέστερου γείτονα ενώ η εικόνα 22 ένα αποτέλεσμα της μεθόδου GRASP. Το πρώτο μονοπάτι μας δίνει κέρδος 630 ενώ το δεύτερο 650, συνεπώς η μέθοδος GRASP που έχτισε το καινούργιο μονοπάτι χρησιμοποιώντας αυτό του πλησιέστερου γείτονα μας έδωσε καλύτερο αποτέλεσμα.

Συνεπώς η Διαδικασία Άπληστης Τυχοποιημένης Προσαρμοστικής Αναζήτησης μας δίνει καλά αποτελέσματα τα οποία θα βοηθήσουν τον αλγόριθμο τοπικής αναζήτησης να συγκλίνει ταχύτερα και αποτελεσματικότερα.

6. Περιγραφή και Ανάλυση Μεθόδων

Στην συνέχεια θα παρουσιάσουμε αναλυτικά την διαδικασία που ακολουθήσαμε για την δημιουργία του γενετικού αλγορίθμου :

Είσοδος Δεδομένων

Αρχικά, τα δεδομένα που χρησιμοποιήσαμε για τον έλεγχο της αποτελεσματικότητας του Γενετικού Αλγορίθμου ήταν αποθηκευμένα σε αρχεία μορφής “.txt”, τα αρχεία αυτά αποτελούνταν από τρεις στήλες οι οποίες χαρακτηρίζανε τους κόμβους. Για κάθε κόμβο είχαμε τις συντεταγμένες (x,y) καθώς επίσης και το κέρδος του.

Έτσι λοιπόν, διαβάσαμε τα δεδομένα αυτά και με την ευκλείδεια απόσταση βρήκαμε τις αποστάσεις ανάμεσα σε κάθε κόμβο, έτσι δημιουργήσαμε τον πίνακα των αποστάσεων. Τέλος κατασκευάσαμε ένα διάνυσμα το οποίο περιέχει τα βάρη – κέρδη κάθε κόμβου.

Εφαρμογή Άπληστου Αλγόριθμου

Στην συνέχεια εφαρμόσαμε τον άπληστο αλγόριθμο, δημιουργώντας ένα αρχικό μονοπάτι το οποίο πρόκειται να χρησιμοποιήσουμε για να δημιουργήσουμε και άλλα αρχικά άτομα για τον πληθυσμό μας. Για να είναι πιο αποτελεσματικός ο γενετικός αλγόριθμος, είναι σημαντικό να έχουμε ένα καλό αρχικό πληθυσμό γι’ αυτό μετά την εφαρμογή του άπληστου αλγορίθμου εφαρμόσαμε στο μονοπάτι τους αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης 2-Opt και 1-1 exchange όπως τους παρουσιάσαμε και παραπάνω.

Δημιουργία του Πληθυσμού

Για την αποπεράτωση του Γενετικού Αλγορίθμου είναι ιδιαίτερα σημαντικό να δημιουργήσουμε ένα κατάλληλο πληθυσμό για το εκάστοτε πρόβλημα. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήσαμε δύο διαφορετικούς τρόπους δημιουργίας ατόμων – μονοπατιών.

Αρχικά κατασκευάσαμε άτομα με μια τυχαία διαδικασία, δηλαδή με μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών προσθέταμε κόμβους στο μονοπάτι μέχρις ότου να μην ισχύει ο περιορισμός της απόστασης (πάντα υπολογισμένη και η επιστροφή στον τελικό κόμβο).

Επιπλέον, με την μέθοδο GRASP δημιουργήσαμε τον υπόλοιπο πληθυσμό, χρησιμοποιώντας το μονοπάτι που κατασκευάσαμε με την βοήθεια του άπληστου αλγορίθμου. Η διαδικασία που ακολουθήσαμε αναφέρεται σε προηγούμενο κεφάλαιο (5.3.2)

Ακόμα, βελτιώνουμε τα άτομα του πληθυσμού μας με τους αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης 2-Opt και 1-1 exchange, έτσι ώστε να έχουμε ένα αρκετά καλό αρχικό πληθυσμό.

Τέλος ελέγχω εάν στον πληθυσμό μας έχουν μπει μονοπάτια – άτομα τα οποία έχουν ακριβώς ίδια αλληλουχία χρωμοσωμάτων – κόμβων. Σε περίπτωση που βρεθούν όμοια μονοπάτια μηδενίζουμε το ένα από τα δύο καθώς επιθυμούμε τα μονοπάτια μας να είναι κάθε ένα μοναδικό.

Παράδειγμα Πληθυσμού:

i	Μονοπάτι	Κέρδος
i=0	1 27 31 11 10 25 23 28 21 22 17 16 14 18 15 5 4 2	480
i=1	1 23 28 15 5 21 18 17 22 16 32 30 31 27 11 26 25 2	450
i=2	1 25 23 28 4 16 22 18 21 17 32 30 31 10 11 2	430
i=3	1 23 28 15 18 21 5 4 29 25 27 33 14 16 17 3 7 24 2	420
i=4	1 25 23 8 6 29 5 4 21 22 17 16 14 18 15 28 24 2	400
i=5	1 25 8 23 28 21 22 17 16 14 18 15 5 24 2	400
i=6	1 25 23 28 4 14 18 21 7 3 33 26 15 5 24 10 31 27 2	390
i=7	1 25 23 15 5 21 33 31 11 19 10 26 28 24 4 27 2	350
i=8	1 25 23 28 4 14 16 21 5 24 11 10 2	300
i=9	1 25 28 15 5 21 18 14 27 31 11 19 2	290
i=10	1 24 28 15 25 23 26 11 20 19 10 2	260

Πίνακας 2

Επιλογή Γονέων

Η επιλογή των γονέων έγινε με μια από τις πιο εξελιγμένες διαδικασίες επιλογής δηλαδή με τη χρήση του κανόνα της ρουλέτας (Roulette Wheel Selection). Φυσικά, η επιλογή δεν είναι τυχαία αλλά όσο καλύτερη είναι η ποιότητα κάποιου ατόμου τόσο μεγαλύτερη πιθανότητα αυτός ο γονέας να επιλεγεί.

Πιο συγκεκριμένα η διαδικασία έχει ως εξής:

Βήμα 1

Ταξινομούμε τον πίνακα του πληθυσμού και στην συνέχεια δημιουργούμε ένα διάνυσμα στο οποίο καταγράφουμε τα κέρδη κάθε ατόμου σε άθροισμα με αυτά των προηγούμενων του.

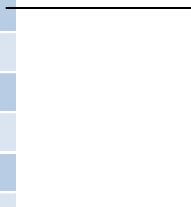
Βήμα 2

Με μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών παράγουμε έναν αριθμό ανάμεσα στο 0 και το συνολικό άθροισμα των κερδών. Σε όποιο διάστημα τιμών αναφέρεται ο τυχαίος αριθμός αυτό το άτομο επιλέγεται.

Βήμα 3

Επαναλαμβάνουμε το Βήμα 2 έως ότου βρούμε και τον δεύτερο γονέα και τερματίζουμε την διαδικασία.

i	Κέρδος
i=0	480
i=1	450
i=2	430
i=3	420
i=4	400
i=5	400
i=6	390
i=7	350
i=8	300
i=9	290
i=10	260

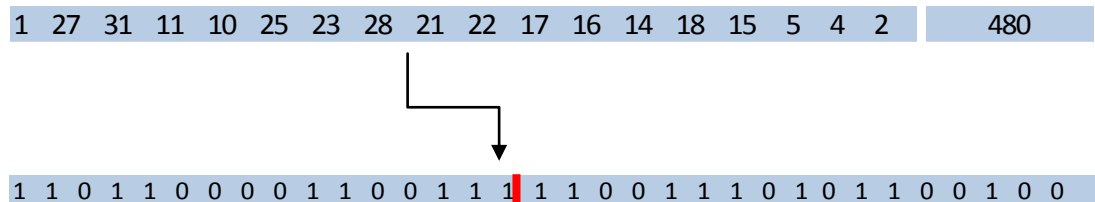


Γονείς (Επιλεγμένοι από την
Roulette Wheel Selection)

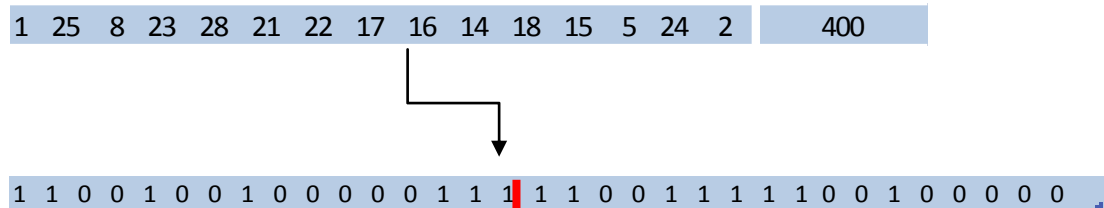
Διασταύρωση (Crossover) Γονέων

Εφόσον επιλέχθηκαν οι παραπάνω γονείς με $i=0$ και $i=5$, τους μετατρέπουμε σε διανύσματα τύπου 0 ή 1. Κάθε στοιχείο του νέου διανύσματος μας δείχνει τον κάθε κόμβο αν είναι 1 σημαίνει ότι τον επισκεπτόμαστε αλλιώς όχι.

1^{ος} Γονιός

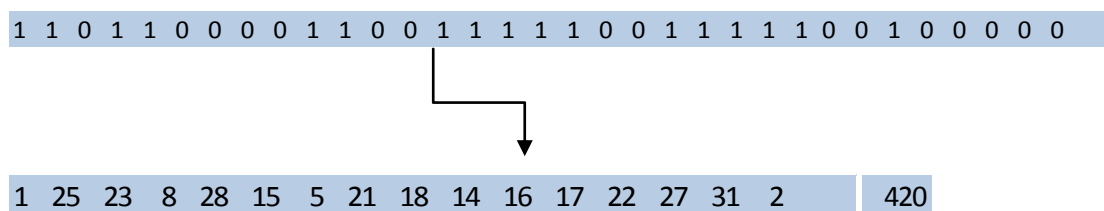


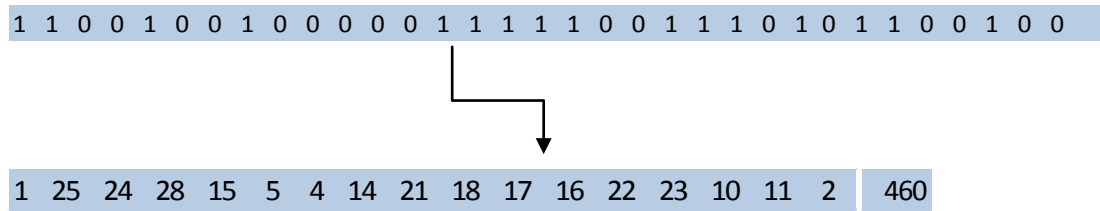
2^{ος} Γονιός



Έτσι κόβοντας τα δύο διανύσματα με 0 και 1 στην μέση, δημιουργούμε δύο καινούργια τα οποία θα αποτελούν την βάση για να φτιάξουμε τους απογόνους. Όπως φαίνεται και παρακάτω, από τα διανύσματα 0 και 1, χρησιμοποιώντας για ακόμη μια φορά τον αλγόριθμο του πλησιέστερου γείτονα κατασκευάζουμε τους απογόνους οι οποίοι ωστόσο μπορεί να μην πληρούν την προϋπόθεση της μέγιστης απόστασης.

1^{ος} Απόγονος



2^{ος} Απόγονος

Ακόμη τους δύο απογόνους τους βελτιώνουμε χρησιμοποιώντας τον 2-opt και τον 1-1 exchange. Έτσι λοιπόν έχουμε τους δύο απογόνους τους οποίου στην συνέχεια θα τους τροποποιήσουμε με την διαδικασία της μετάλλαξης.

Μετάλλαξη (Mutation) Απογόνων

Τους απογόνους που δεχόμαστε μετά την διασταύρωση τους χωρίζουμε σε τρεις κατηγορίες, στους φυσιολογικούς (που πληρούν όλες τις προϋποθέσεις), σε αυτούς που ξεπερνάνε το όριο της απόστασης για ένα μικρό ποσοστό και σε αυτούς που ξεπερνούν το όριο της απόστασης για κάποιο μεγαλύτερο ποσοστό αλλά μας δίνουν κάποιο πολύ καλό κέρδος σε σχέση με τα άλλα άτομα του πληθυσμού.

Σε αυτούς της δεύτερης κατηγορίας, αφαιρούμε κόμβους (με προτεραιότητα τους λιγότερο κερδοφόρους) μέχρις ώστε να πληρούν την προϋπόθεση της απόστασης. Τέλος τους απογόνους που εντάσσονται στην τρίτη κατηγορία, τους τοποθετούμε στον πληθυσμό μας χωρίς καμία αλλαγή με σκοπό να δώσουν κάποιο θετικό τους στοιχείο τους, στους μελλοντικούς απογόνους. Η αποδοχή όμως απογόνων με μεγαλύτερη απόσταση από την μέγιστη δυνατή πρέπει να γίνεται με προσοχή αλλά και με μέτρο, ώστε να μην συγκλίνουν όλοι οι απόγονοι σε διαδρομές μεγαλύτερες από το αποδεκτό.

Νέος Πληθυσμός

Στην συνέχεια τοποθετούμε τους απογόνους στον πληθυσμό, ελέγχοντας αρχικά εάν υπάρχει ακριβώς ίδιο άτομο στον υπάρχων πληθυσμό, στην περίπτωση αυτή ο απόγονος δεν μπαίνει στον πληθυσμό. Στην συνέχεια ελέγχουμε το κέρδος του απογόνου και τον τοποθετούμε έτσι ώστε ο πίνακας του νέου πληθυσμού να είναι και αυτός με την σειρά του ταξινομημένος κατά φθίνουσα σειρά.

Γενετικός Αλγόριθμος

Στην ουσία ο γενετικός αλγόριθμος καλεί όλες τις παραπάνω συναρτήσεις και αλγορίθμους με τρόπο τέτοιο που να μιμείται την εξελικτική διαδικασία της φύσης. Έτσι λοιπόν η διαδικασία που αναφέραμε προηγουμένως επαναλαμβάνεται αρκετές φορές μέχρις ότου πάρουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα.

Τέλος για την δική μας ευκολία δημιουργήσαμε έναν επιπλέον αλγόριθμο με την βοήθεια του οποίου τρέχουμε όλα τα πειραματικά δεδομένα που διαθέτουμε, η διαδικασία αυτή χωρίς αυτόν τον αλγόριθμο θα ήταν αρκετά χρονοβόρα.

Παράδειγμα εμφάνισης αποτελεσμάτων

Gia megisti apostasi 5

1 25 28 24 2

// 30 //

Elapsed time is 8.901065 seconds.

Gia megisti apostasi 10

1 25 23 8 28 24 2

// 100 //

Elapsed time is 7.707478 seconds.

Gia megisti apostasi 15

1 25 23 8 6 29 15 5 24 2

// 170 //

Elapsed time is 8.810672 seconds.

Εικόνα 23

7. Αποτελέσματα (Orienteering Problem)

7.1 Πρόβλημα Τσιλιγκιρίδη 1

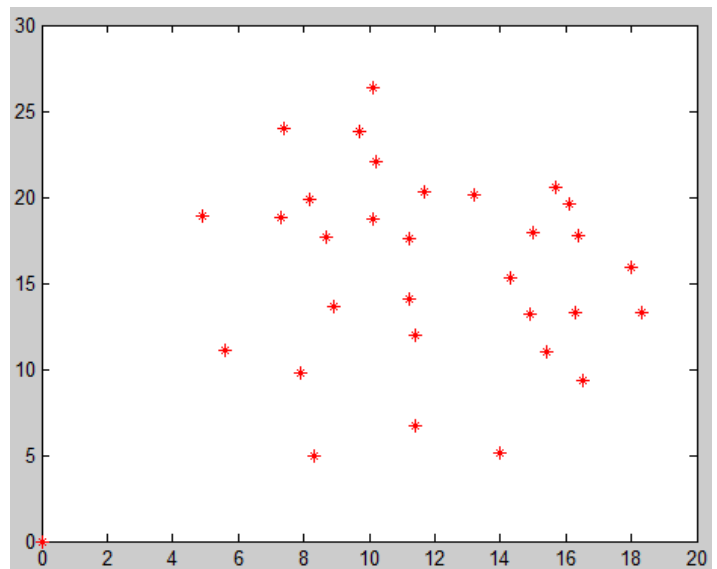
Τα δεδομένα μας, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

85	1	
10.5	14.4	0
11.2	14.1	0
18	15.9	10
18.3	13.3	10
16.5	9.3	10
15.4	11	10
14.9	13.2	5
16.3	13.3	5
16.4	17.8	5
15	17.9	5
16.1	19.6	10
15.7	20.6	10
13.2	20.1	10
14.3	15.3	5
14	5.1	10
11.4	6.7	15
8.3	5	15
7.9	9.8	10
11.4	12	5
11.2	17.6	5
10.1	18.7	5
11.7	20.3	10
10.2	22.1	10
9.7	23.8	10
10.1	26.4	15
7.4	24	15
8.2	19.9	15
8.7	17.7	10
8.9	13.6	10
5.6	11.1	10
4.9	18.9	10
7.3	18.8	10

Πίνακας 3

Τα δεδομένα που φαίνονται στον διπλανό πίνακα, αποτελούν αντικείμενο μελέτης πολλών μελετών και είναι γνωστά ως το πρόβλημα του Τσιλιγκιρίδη 1.

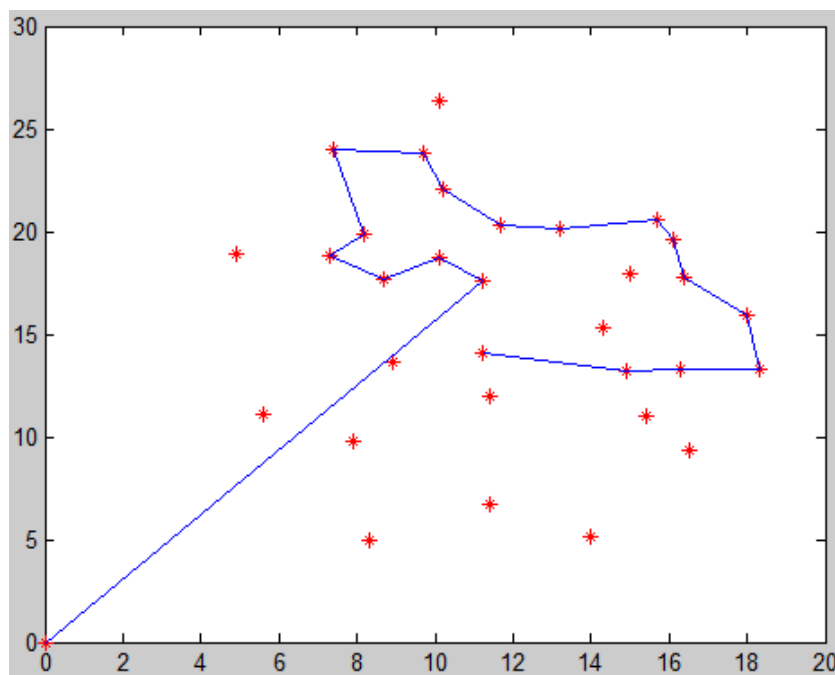
Το σχεδιάγραμμα αποτελείται από 32 διαφορετικούς κόμβους με συντεταγμένες χ και ψ όπως αναγράφονται στις στήλες ένα και δύο αντίστοιχα και με κέρδος όπως φαίνεται στην τρίτη στήλη.



Εικόνα 24

Για μέγιστη απόσταση: 40

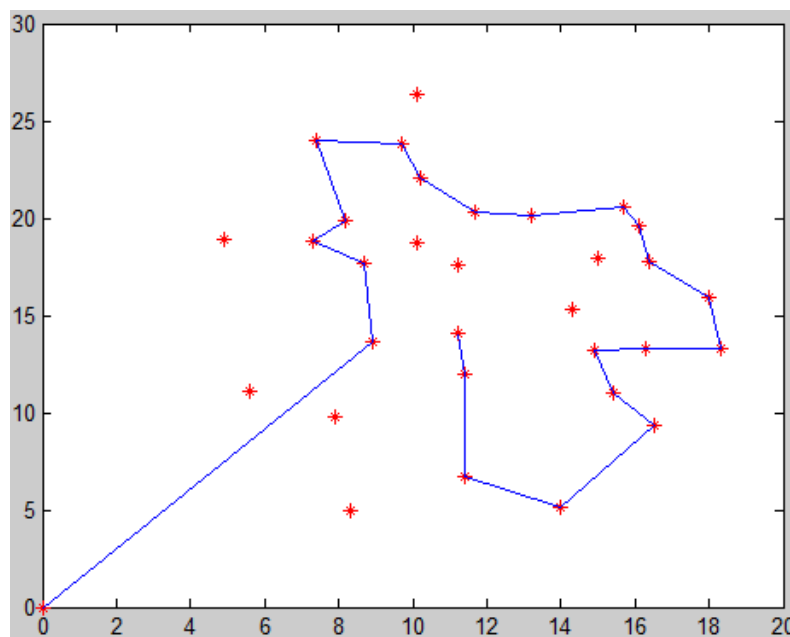
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 20 21 28 32 27 26 24 23 22 13 12 11 9 3 4 8 7 2



Εικόνα 25

Για μέγιστη απόσταση: 55

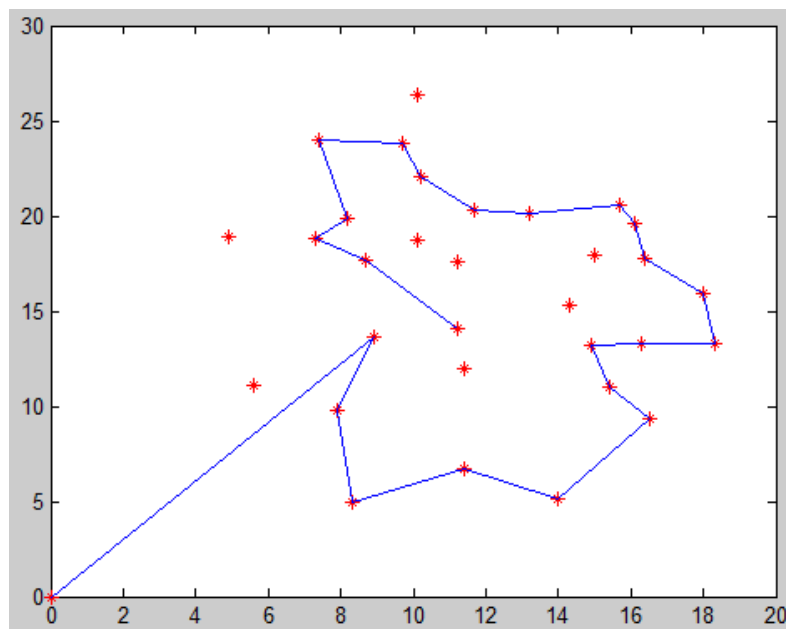
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 29 28 32 27 26 24 23 22 13 12 11 9 3 4 8 7 6 5 15
16 19 2



Εικόνα 26

Για μέγιστη απόσταση: 60

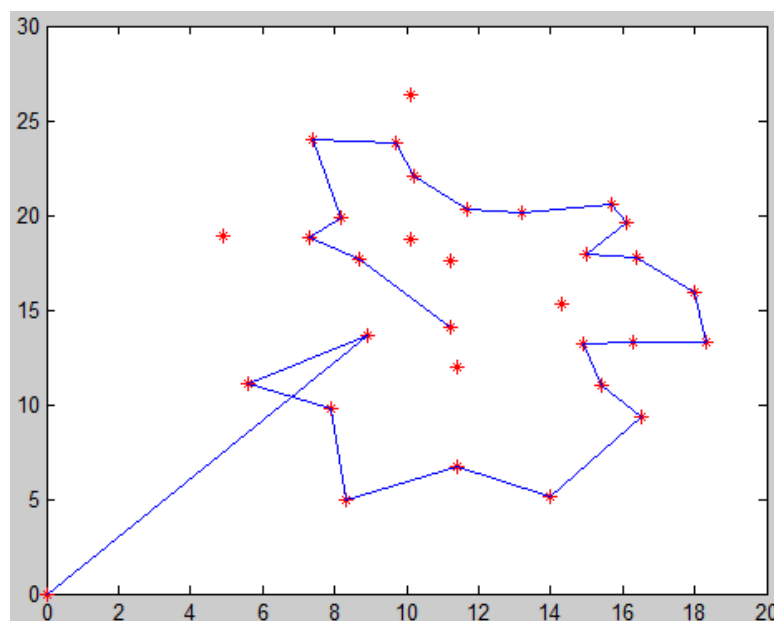
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 29 18 17 16 15 5 6 7 8 4 3 9 11 12 13 22 23 24 26
27 32 28 2



Εικόνα 27

Για μέγιστη απόσταση: 65

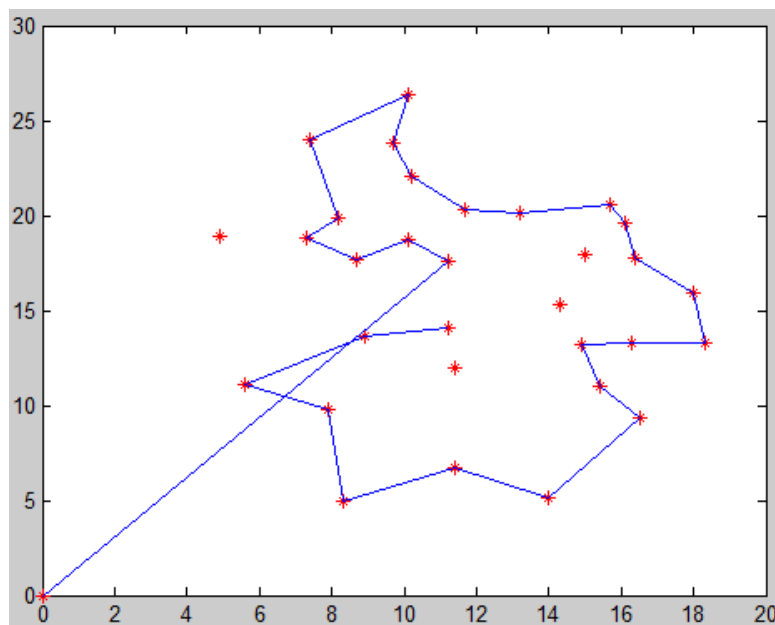
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 29 30 18 17 16 15 5 6 7 8 4 3 9 10 11 12 13 22 23
24 26 27 32 28 2



Εικόνα 28

Για μέγιστη απόσταση: 70

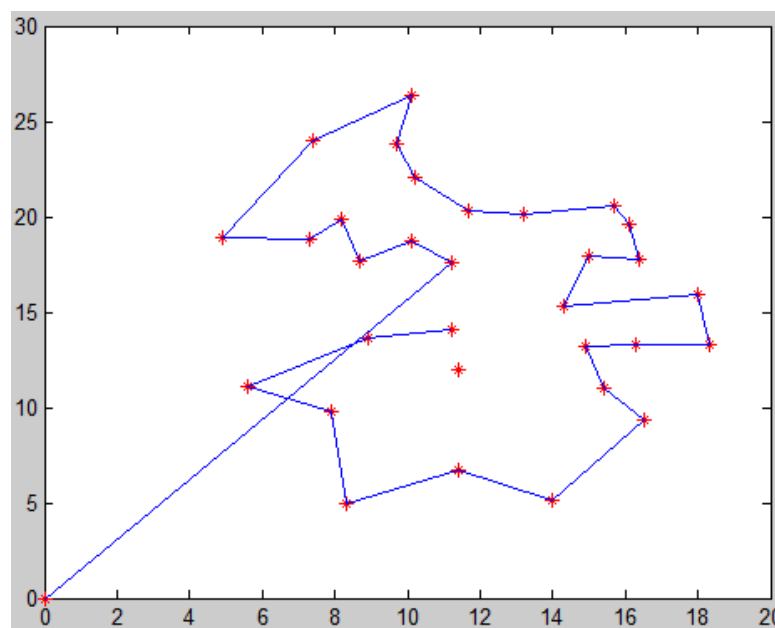
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 20 21 28 32 27 26 25 24 23 22 13 12 11 9 3 4 8 7
6 5 15 16 17 18 30 29 2



Εικόνα 29

Για μέγιστη απόσταση: 80

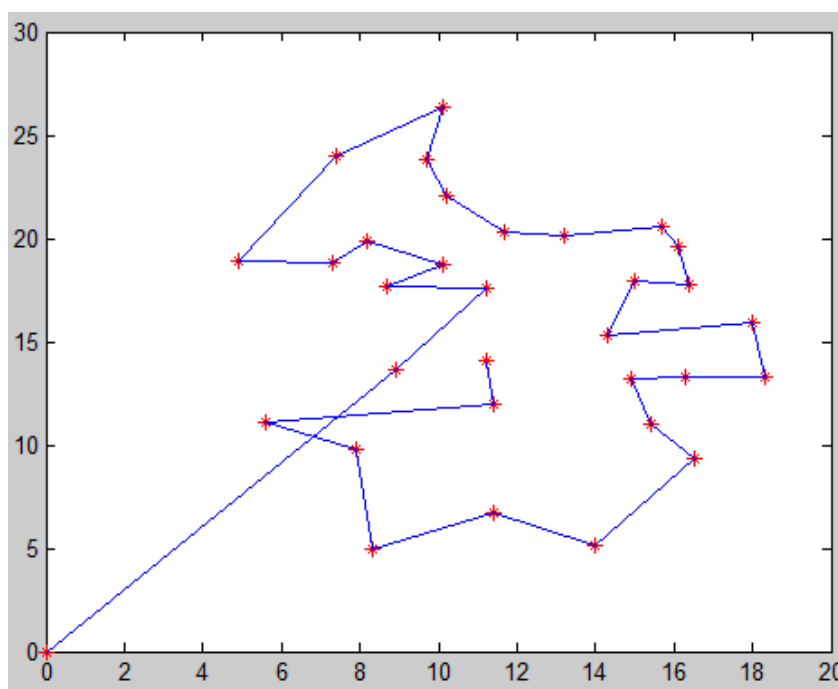
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 20 21 28 27 32 31 26 25 24 23 22 13 12 11 9 10 14
3 4 8 7 6 5 15 16 17 18 30 29 2



Εικόνα 30

Για μέγιστη απόσταση: 85

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 29 20 28 21 27 32 31 26 25 24 23 22 13 12 11 9 10
14 3 4 8 7 6 5 15 16 17 18 30 19 2



Εικόνα 31

Dmax	Path
5	1 29 2
10	1 28 20 2
15	1 20 21 27 32 28 2
20	1 29 28 32 27 21 22 20 2
25	1 28 32 27 23 22 13 12 11 10 2
30	1 29 28 32 27 26 25 24 23 22 20 2
35	1 28 32 27 26 25 24 23 22 13 12 11 10 14 2
40	1 20 21 28 32 27 26 24 23 22 13 12 11 9 3 4 8 7 2
46	1 29 28 32 27 26 24 23 22 13 12 11 9 3 4 5 6 7 14 2
50	1 29 20 21 28 32 27 26 25 24 23 22 13 12 11 10 9 3 4 8 7 14 2
55	1 29 28 32 27 26 24 23 22 13 12 11 9 3 4 8 7 6 5 15 16 19 2
60	1 29 18 17 16 15 5 6 7 8 4 3 9 11 12 13 22 23 24 26 27 32 28 2
65	1 29 30 18 17 16 15 5 6 7 8 4 3 9 10 11 12 13 22 23 24 26 27 32 28 2
70	1 20 21 28 32 27 26 25 24 23 22 13 12 11 9 3 4 8 7 6 5 15 16 17 18 30 29 2
73	1 20 21 28 31 32 27 26 25 24 23 22 13 12 11 10 9 3 4 8 7 6 5 15 16 17 18 29 2
75	1 20 21 28 27 32 31 26 25 24 23 22 13 12 11 10 9 3 4 8 6 5 15 16 17 18 30 29 2
80	1 20 21 28 27 32 31 26 25 24 23 22 13 12 11 9 10 14 3 4 8 7 6 5 15 16 17 18 30 29 2
85	1 20 21 28 31 32 27 26 25 24 23 22 13 12 11 10 9 14 7 8 4 3 6 5 15 16 17 18 30 29 19 2

Πίνακας 4

Dmax	Genetic	GLS	OPT	D (R - I)	S (R - I)	Knapsack	MVP
5	10	10	10			10	10
10	15	15	15			15	15
15	45	45	45			45	45
20	65	55	65	65	65	65	65
25	90	90	90	90	90	90	90
30	110	80	110	110	110	110	110
35	135	135	135	135	135	125	130
40	155	145	155	150	150	140	155
46	175	175	175	175	175	165	175
50	190	180	190	190	190	180	185
55	205	200	205	200	205	200	200
60	225	220	225	220	220	205	225
65	240	240	240	240	240	220	240
70	260	260	260	260	245	245	260
73	265	265	265	265	265	255	265
75	270	270	270	275	275	265	270
80	280	280	280	280	280	275	280
85	285	285	285	285	285	285	285

Πίνακας 5

Παραπάνω παρουσιάστηκαν ορισμένα σχεδιαγράμματα που πέτυχαν αρκετά καλά αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα στον πίνακα 4 παρουσιάζονται όλα τα μονοπάτια τα οποία μας έδωσε ο γενετικός αλγόριθμος που αναπτύξαμε, ενώ στον πίνακα 5 έχουμε για κάθε διαφορετική μέγιστη απόσταση το κέρδος που δίνει ο γενετικός αλγόριθμος σε σύγκριση με άλλες παλαιότερες μελέτες.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον γενετικό αλγόριθμο, είναι πολύ καλά συγκριτικά με άλλες μεθόδους. Έτσι, για όλες τις δοκιμές τα κέρδη ήταν τουλάχιστον ίσα με αυτά των άλλων μελετών, πλην της δοκιμής για μέγιστη απόσταση 75 όπου είχαμε μία πολύ μικρή απόκλιση.

7.2 Πρόβλημα Τσιλιγκιρίδη 2

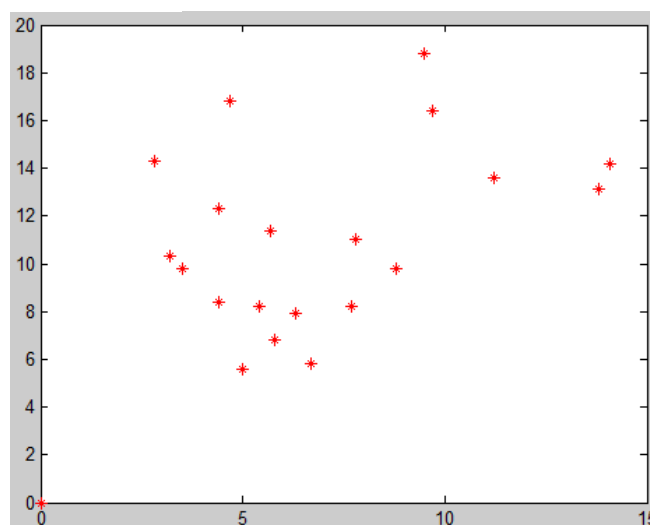
Τα δεδομένα μας, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

15	1	
4.6	7.1	0
5.0	5.6	0
5.7	11.4	20
4.4	12.3	20
2.8	14.3	30
3.2	10.30	15
3.5	9.8	15
4.4	8.4	10
7.8	11.0	20
8.8	9.8	20
7.7	8.2	20
6.3	7.9	15
5.4	8.2	10
5.8	6.8	10
6.7	5.8	25
13.8	13.1	40
14.1	14.2	40
11.2	13.6	30
9.7	16.4	30
9.5	18.8	50
4.7	16.8	30

Πίνακας 6

Τα δεδομένα που φαίνονται στον διπλανό πίνακα, αποτελούν αντικείμενο μελέτης πολλών μελετών και είναι γνωστά ως το πρόβλημα του Τσιλιγκιρίδη 2.

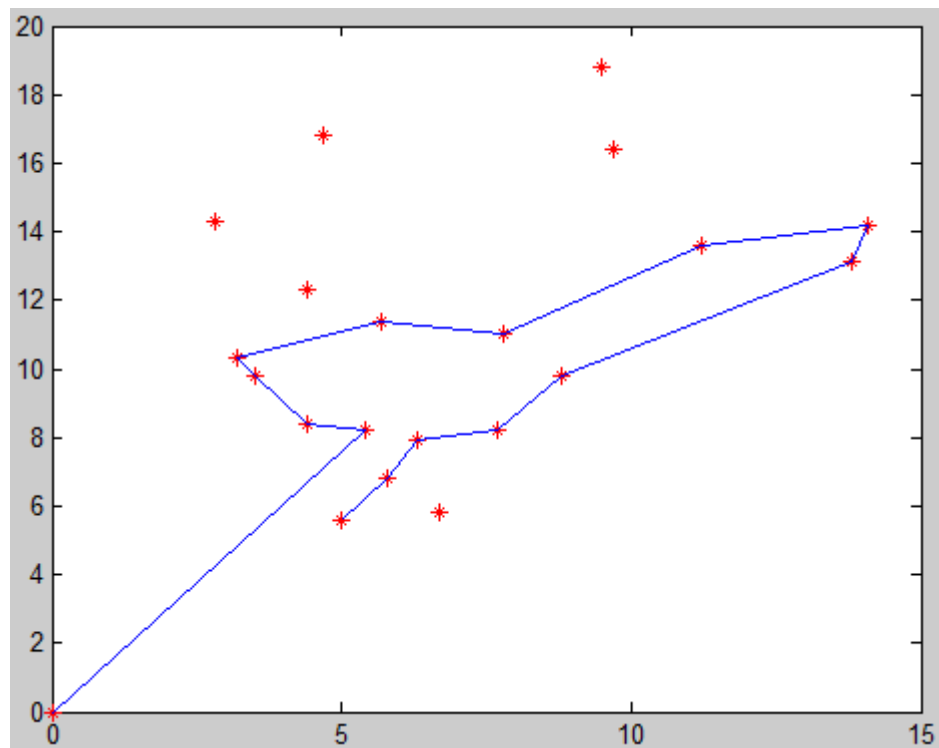
Το σχεδιάγραμμα αποτελείται από 22 διαφορετικούς κόμβους με συντεταγμένες x και y όπως αναγράφονται στις στήλες ένα και δύο αντίστοιχα και με κέρδος όπως φαίνεται στην τρίτη στήλη.



Εικόνα 32

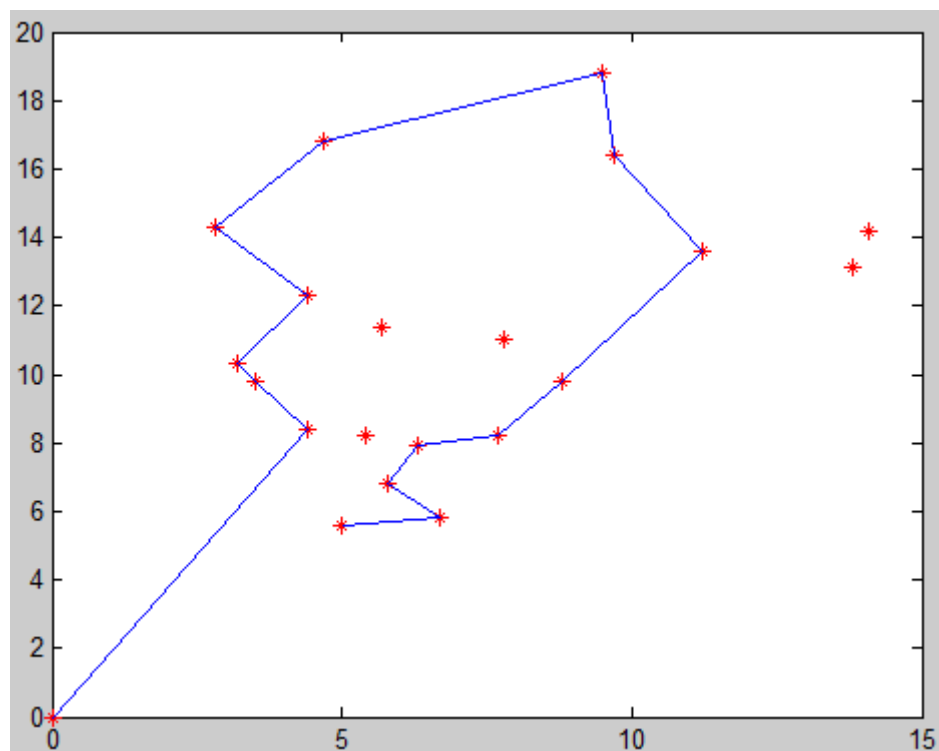
Για μέγιστη απόσταση: 30

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 13 8 7 6 3 9 18 17 16 10 11 12 14 2



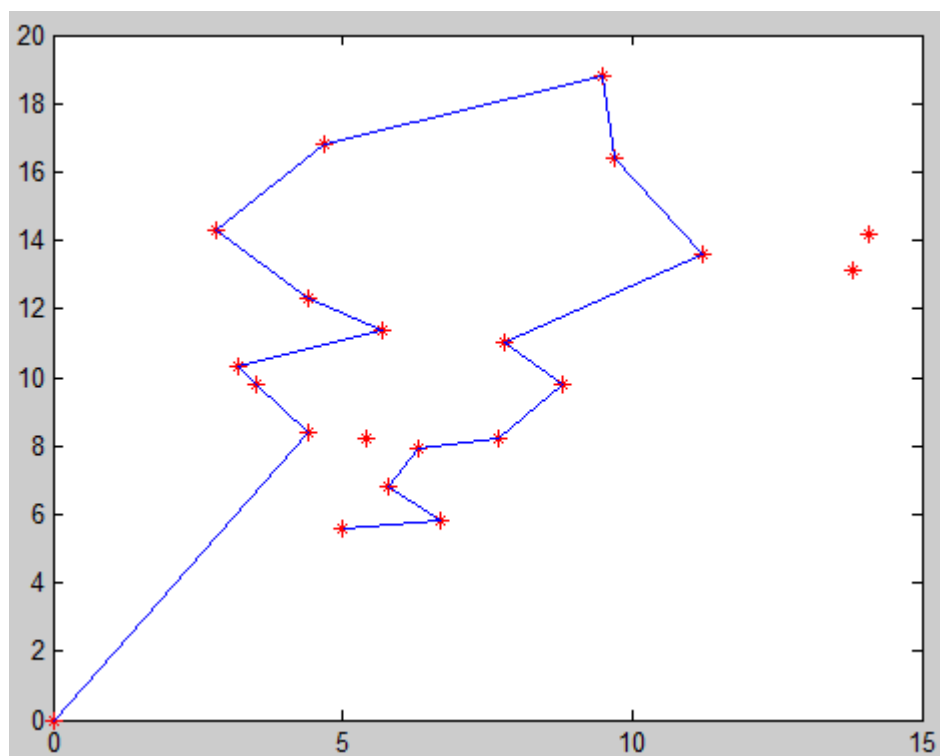
Για μέγιστη απόσταση: 35

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 8 7 6 4 5 21 20 19 18 10 11 12 14 15 2



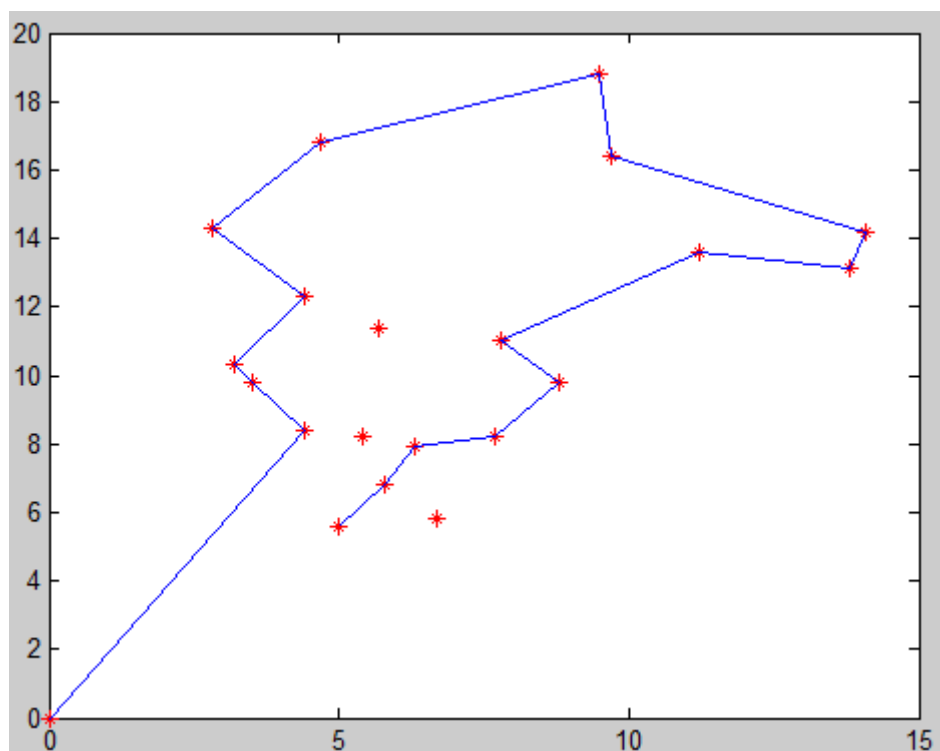
Για μέγιστη απόσταση: 38

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 8 7 6 3 4 5 21 20 19 18 9 10 11 12 14 15 2



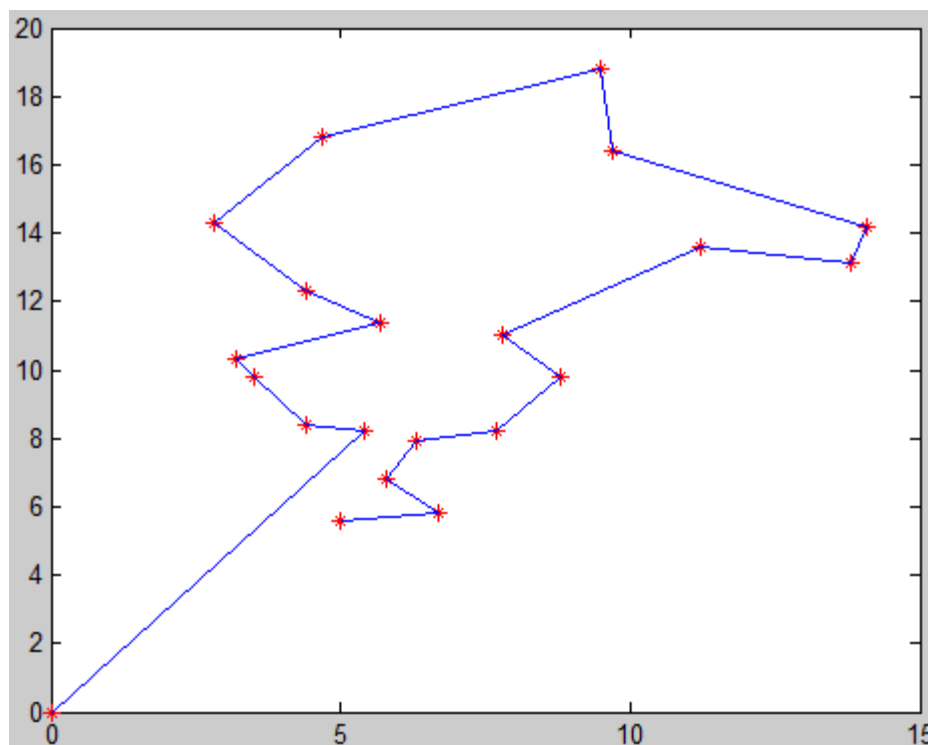
Για μέγιστη απόσταση: 40

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 8 7 6 4 5 21 20 19 17 16 18 9 10 11 12 14 2



Για μέγιστη απόσταση: 45

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 13 8 7 6 3 4 5 21 20 19 17 16 18 9 10 11 12 14 15
2



Dmax	Path
15	1 14 13 12 9 10 11 15 2
20	1 13 8 7 6 4 3 9 10 11 12 14 15 2
23	1 8 7 6 5 4 3 9 10 11 12 15 2
25	1 13 8 7 6 4 5 3 9 10 11 12 14 15 2
27	1 13 8 7 6 5 4 3 10 9 11 12 14 15 2
30	1 13 8 7 6 3 9 18 17 16 10 11 12 14 2
32	1 8 7 6 4 3 9 18 17 16 10 11 12 14 15 2
35	1 8 7 6 4 5 21 20 19 18 10 11 12 14 15 2
38	1 8 7 6 3 4 5 21 20 19 18 9 10 11 12 14 15 2
40	1 8 7 6 4 5 21 20 19 17 16 18 9 10 11 12 14 2
45	1 13 8 7 6 3 4 5 21 20 19 17 16 18 9 10 11 12 14 15 2

Πίνακας 7

Dmax	Genetic	GLS	OPT	D (R - I)	S (R - I)	Knapsack	MVP
15	120	120	120	120	120	120	120
20	200	200	200	200	200	200	200
23	210	210	210	210	210	210	210
25	230	230	230	230	230	230	230
27	230	220	230	230	230	230	230
30	265	260	265	265	260	260	260
32	300	300	300	300	300	275	300
35	320	305	320	320	320	305	320
38	360	360	360	355	355	355	360
40	395	380	395	385	395	380	380
45	450	450	450	450	450	450	450

Πίνακας 8

Παραπάνω παρουσιάστηκαν ορισμένα σχεδιαγράμματα που πέτυχαν αρκετά καλά αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα στον πίνακα 7 παρουσιάζονται όλα τα μονοπάτια τα οποία μας έδωσε ο γενετικός αλγόριθμος που αναπτύξαμε, ενώ στον πίνακα 8 έχουμε για κάθε διαφορετική μέγιστη απόσταση το κέρδος που δίνει ο γενετικός αλγόριθμος σε σύγκριση με άλλες παλαιότερες μελέτες.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον γενετικό αλγόριθμο, είναι πολύ καλά συγκριτικά με άλλες μεθόδους. Έτσι, για όλες τις δοκιμές τα κέρδη ήταν τουλάχιστον ίσα με αυτά των άλλων μελετών.

7.3 Πρόβλημα Τσιλιγκιρίδη 3

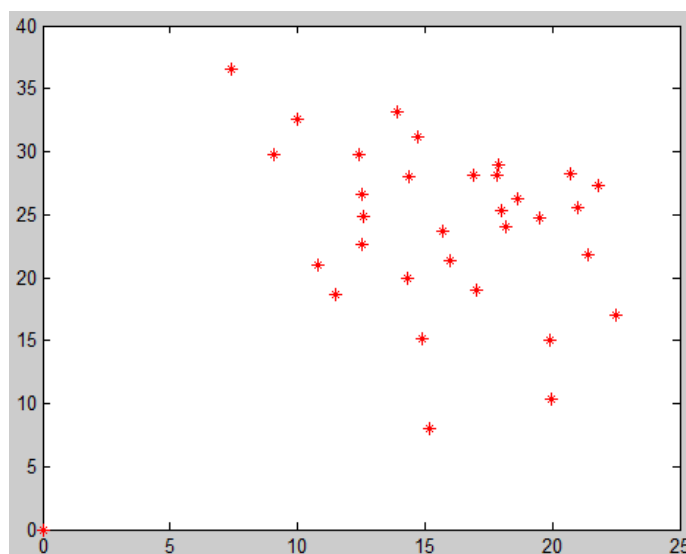
Τα δεδομένα μας, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

15	1	
19.1	24.3	0
18.2	24.0	0
12.6	24.9	20
14.4	28.0	20
16.9	28.1	20
20.7	28.2	20
12.5	26.6	20
21.8	27.3	20
12.5	22.6	20
22.5	17.0	30
19.9	15.0	30
14.9	15.1	30
11.5	18.6	30
12.4	29.8	30
17.8	28.1	30
9.1	29.8	40
10.0	32.6	40
13.9	33.1	40
19.95	10.3	40
15.2	8.0	40
14.7	31.2	50
7.4	36.5	50
21.0	25.5	50
18.0	25.3	10
19.5	24.7	10
21.4	21.8	10
16.0	21.4	10
18.65	26.2	10
17.9	28.9	10
14.3	19.9	20
17.0	19.0	20
10.80	21.0	20
15.7	23.7	10

Πίνακας 9

Τα δεδομένα που φαίνονται στον διπλανό πίνακα, αποτελούν αντικείμενο μελέτης πολλών μελετών και είναι γνωστά ως το πρόβλημα του Τσιλιγκιρίδη 3.

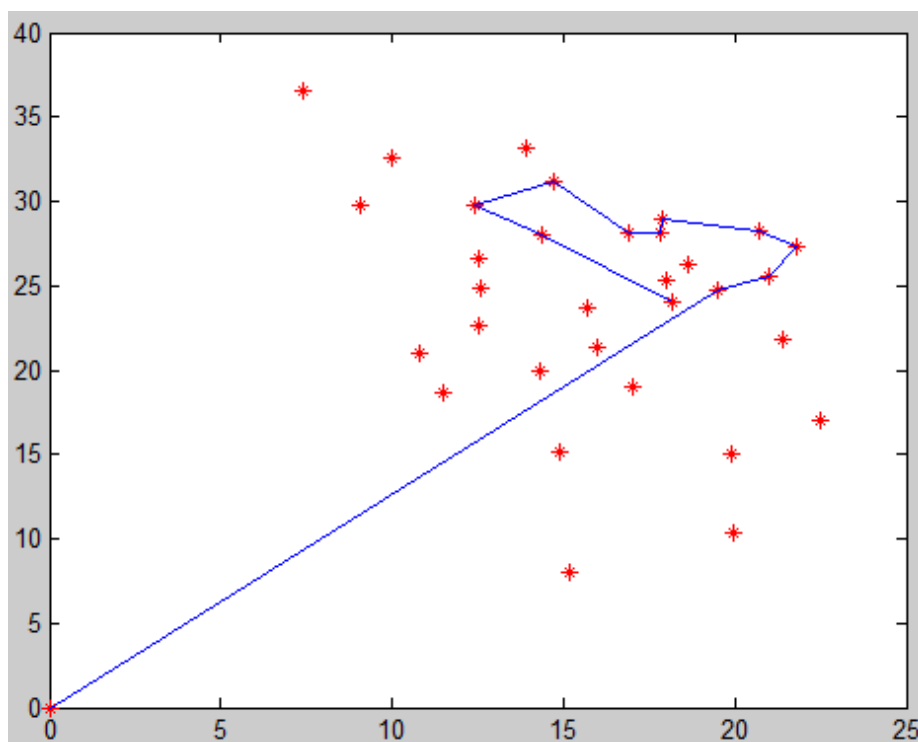
Το σχεδιάγραμμα αποτελείται από 34 διαφορετικούς κόμβους με συντεταγμένες χ και ψ όπως αναγράφονται στις στήλες ένα και δύο αντίστοιχα και με κέρδος όπως φαίνεται στην τρίτη στήλη.



Εικόνα 33

Για μέγιστη απόσταση: 25

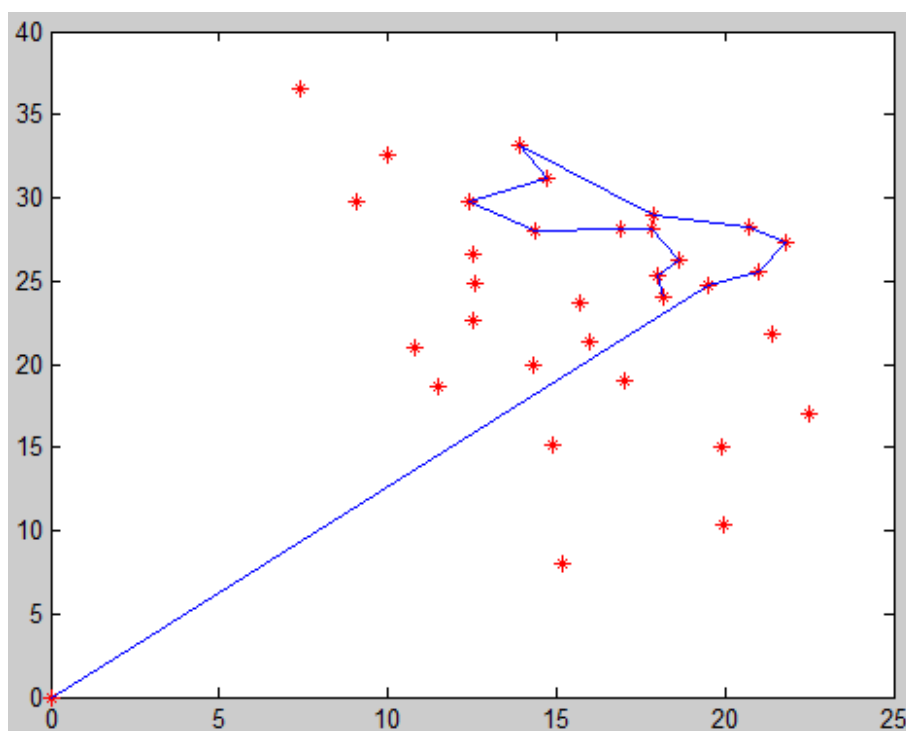
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 25 23 8 6 29 15 5 21 14 4 2



Εικόνα 34

Για μέγιστη απόσταση: 30

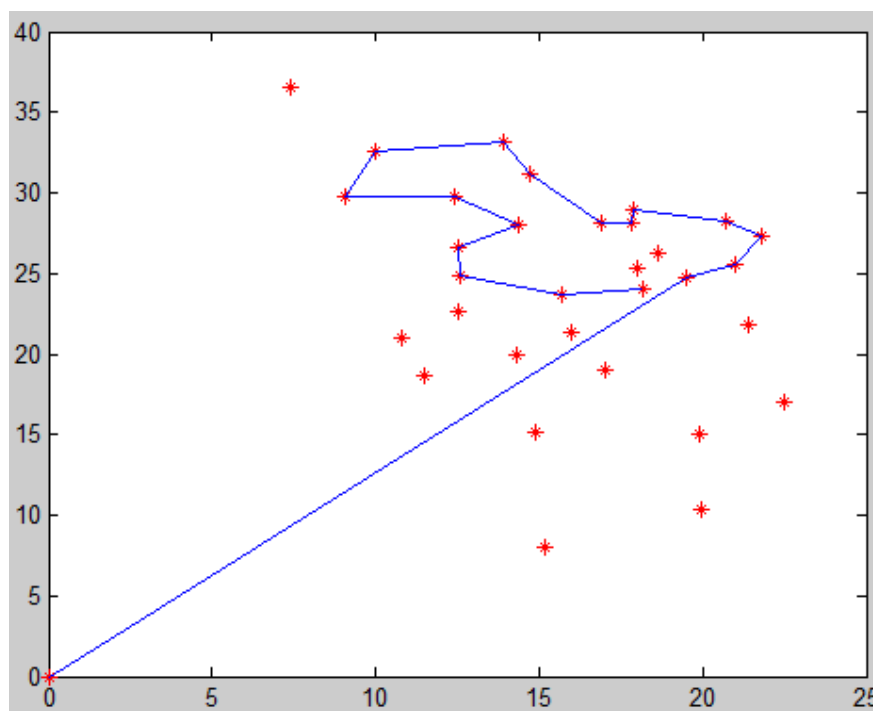
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 25 23 8 6 29 18 21 14 4 5 15 28 24 2



Εικόνα 35

Για μέγιστη απόσταση: 40

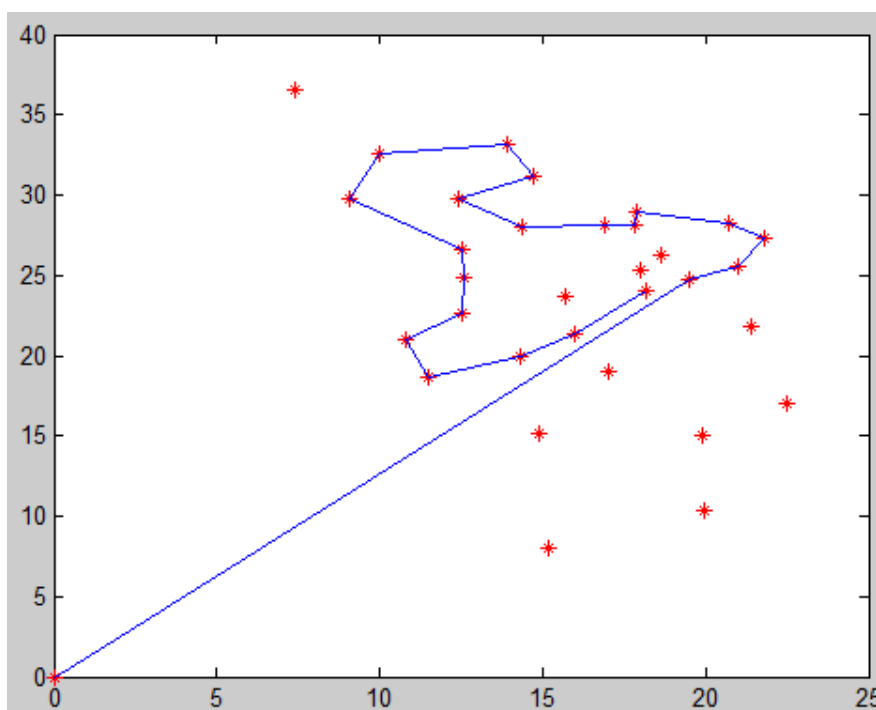
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 25 23 8 6 29 15 5 21 18 17 16 14 4 7 3 33 2



Εικόνα 36

Για μέγιστη απόσταση: 50

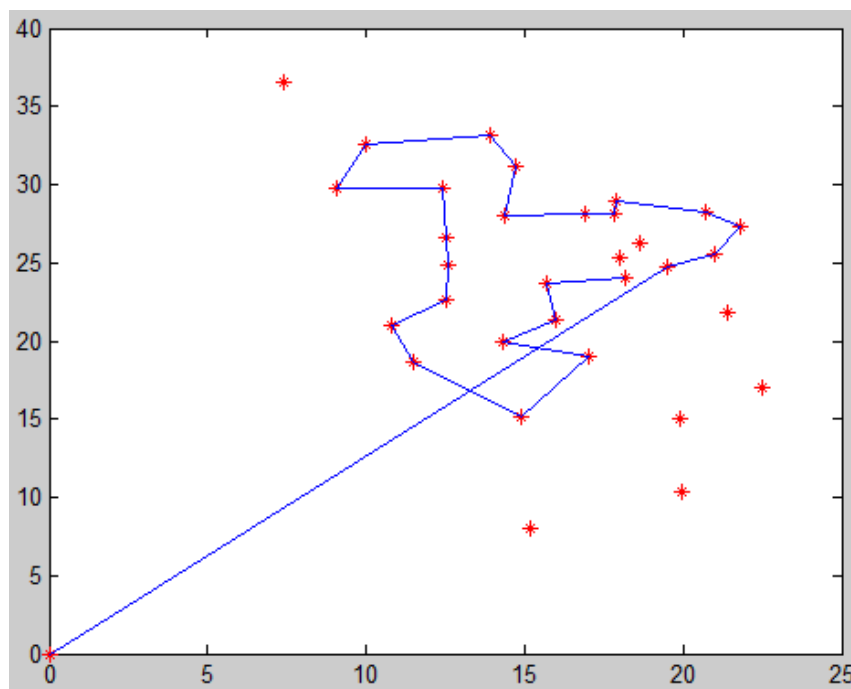
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 25 23 8 6 29 15 5 4 14 21 18 17 16 7 3 9 32 13 30 27 2



Εικόνα 37

Για μέγιστη απόσταση: 60

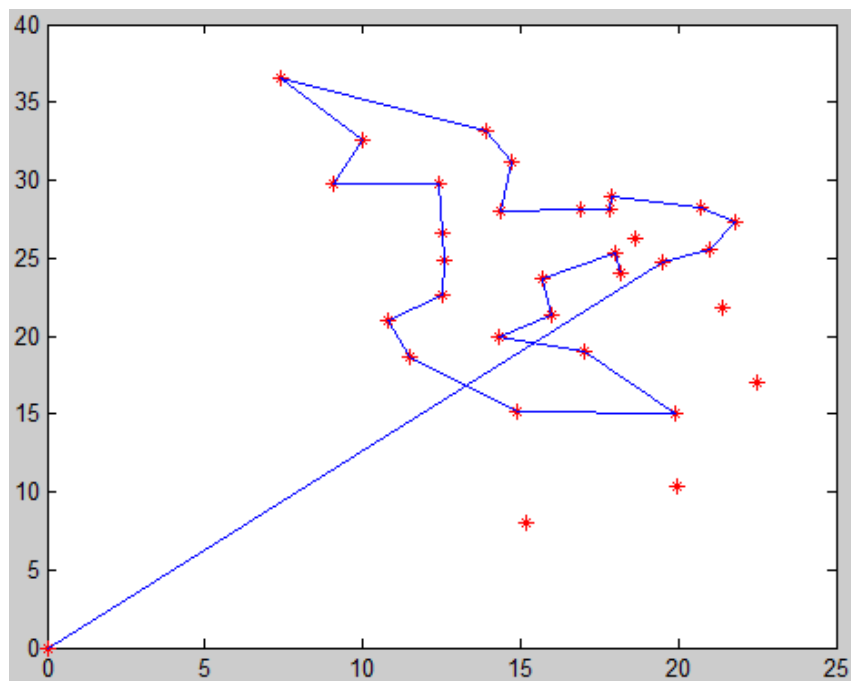
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 25 23 8 6 29 15 5 4 21 18 17 16 14 7 3 9 32 13 12
31 30 27 33 2



Εικόνα 38

Για μέγιστη απόσταση: 75

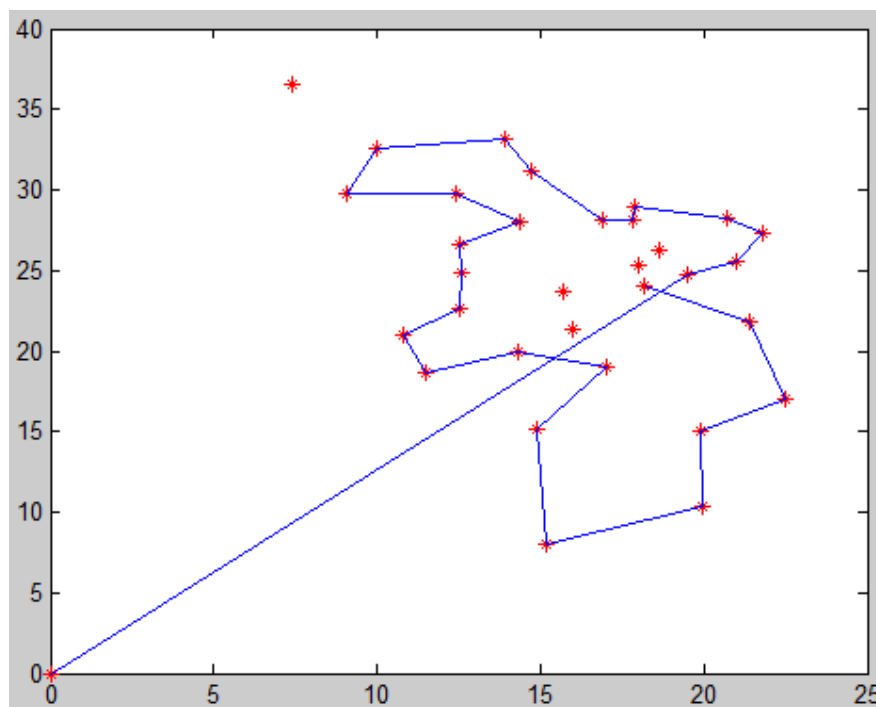
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 25 23 8 6 29 15 5 4 21 18 22 17 16 14 7 3 9 32 13
12 11 31 30 27 33 24 2



Εικόνα 39

Για μέγιστη απόσταση: 80

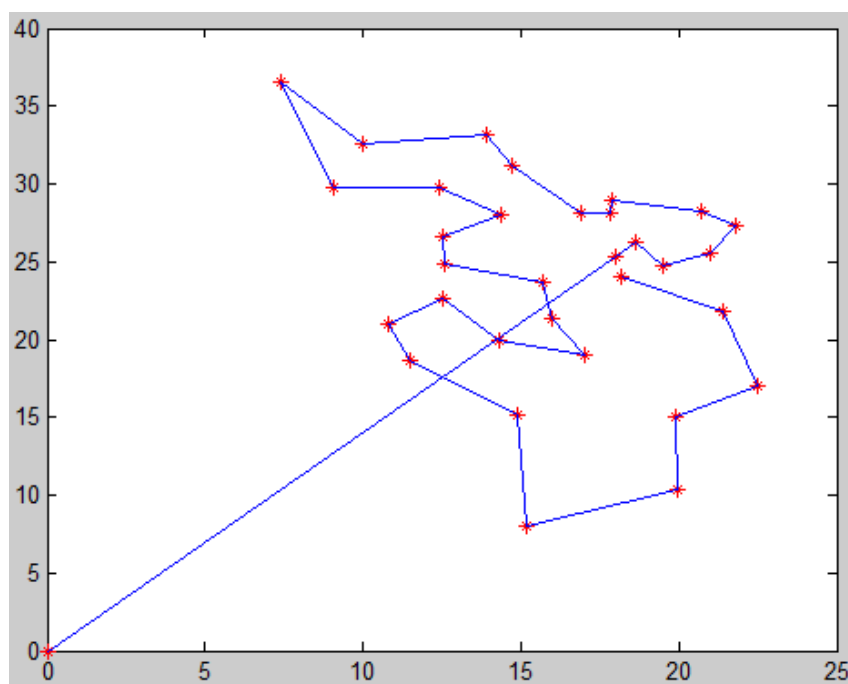
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 25 23 8 6 29 15 5 21 18 17 16 14 4 7 3 9 32 13 30
31 12 20 19 11 10 26 2



Εικόνα 40

Για μέγιστη απόσταση: 100

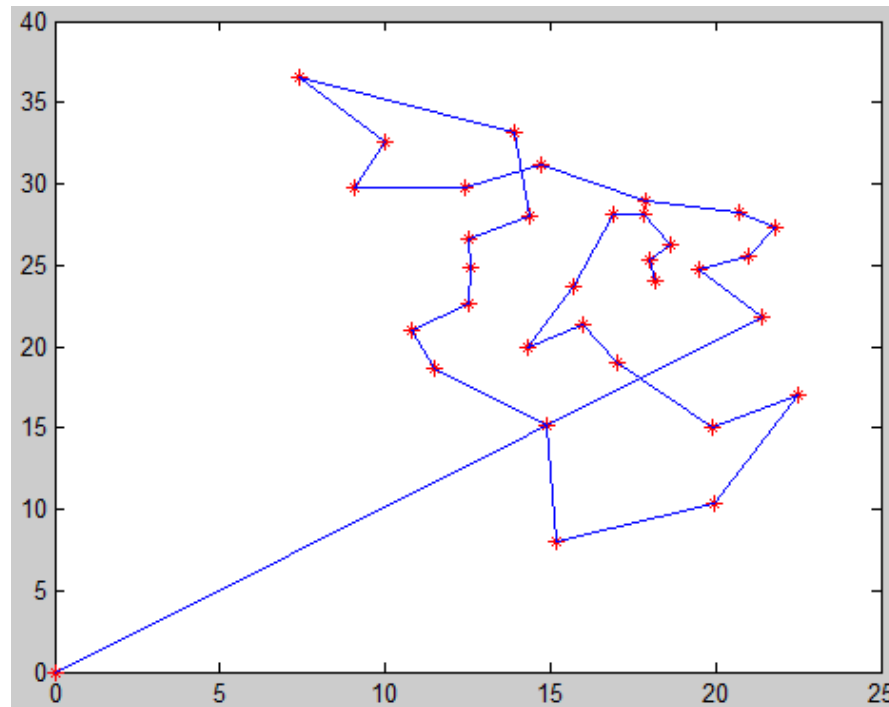
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 24 28 25 23 8 6 29 15 5 21 18 17 22 16 14 4 7 3
33 27 31 30 9 32 13 12 20 19 11 10 26 2



Εικόνα 41

Για μέγιστη απόσταση: 110

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 26 25 23 8 6 29 21 14 16 17 22 18 4 7 3 9 32 13
12 20 19 10 11 31 27 30 33 5 15 28 24 2



Εικόνα 42

Dmax	Path
15	1 25 23 8 6 29 5 15 24 2
20	1 25 23 8 6 29 15 5 4 28 24 2
25	1 25 23 8 6 29 15 5 21 14 4 2
30	1 25 23 8 6 29 18 21 14 4 5 15 28 24 2
35	1 25 23 8 6 29 21 18 17 16 14 4 5 15 24 2
40	1 25 23 8 6 29 15 5 21 18 17 16 14 4 7 3 33 2
45	1 25 23 8 6 15 5 21 18 17 16 7 3 9 32 13 30 27 2
50	1 25 23 8 6 29 15 5 4 14 21 18 17 16 7 3 9 32 13 30 27 2
55	1 24 28 25 23 8 6 29 15 5 21 18 17 16 14 4 7 3 9 32 13 30 27 33 2
60	1 25 23 8 6 29 15 5 4 21 18 17 16 14 7 3 9 32 13 12 31 30 27 33 2
65	1 25 24 28 23 8 6 15 29 5 21 18 22 17 16 14 4 7 3 9 32 13 30 31 27 2
70	1 24 25 23 8 6 29 15 5 4 21 18 17 22 16 14 7 3 9 32 13 30 12 31 27 2
75	1 25 23 8 6 29 15 5 4 21 18 22 17 16 14 7 3 9 32 13 12 11 31 30 27 33 24 2
80	1 25 23 8 6 29 15 5 21 18 17 16 14 4 7 3 9 32 13 30 31 12 20 19 11 10 26 2
85	1 25 23 8 6 24 28 15 29 5 4 14 21 18 17 16 7 3 9 32 13 30 31 12 20 19 11 10 26 2
90	1 28 24 25 23 8 6 29 15 5 4 21 18 22 17 16 14 7 3 9 32 13 12 20 19 11 10 31 27 2
95	1 24 28 25 23 8 6 29 15 5 4 14 21 18 22 17 16 7 3 9 32 13 30 27 31 12 20 19 11 10 26 2
100	1 24 28 25 23 8 6 29 15 5 21 18 17 22 16 14 4 7 3 33 27 31 30 9 32 13 12 20 19 11 10 26 2
105	1 25 28 23 8 6 15 5 29 21 18 22 17 16 14 33 27 31 26 10 11 19 20 12 30 13 32 9 3 7 4 24 2
110	1 26 25 23 8 6 29 21 14 16 17 22 18 4 7 3 9 32 13 12 20 19 10 11 31 27 30 33 5 15 28 24 2

Πίνακας 10

Dmax	Genetic	GLS	OPT	D (R - I)	S (R - I)	Knapsack	MVP
15	170	170	170	100	100	170	170
20	200	200	200	140	140	200	200
25	260	250	260	190	190	250	260
30	320	310	320	240	240	320	320
35	390	390	390	280	290	380	370
40	430	430	430	340	330	420	430
45	460	470	470	370	370	450	460
50	520	520	520	420	420	500	520
55	550	540	550	440	460	520	550
60	580	570	580	500	500	580	570
65	610	610	610	530	530	600	610
70	630	630	640	560	560	640	640
75	670	670	670	600	590	650	670
80	710	710	710	640	640	700	700
85	730	740	740	670	670	720	740
90	760	770	770	700	700	770	760
95	790	790	790	740	730	790	790
100	800	800	800	770	760	800	800
105	800	800	800	790	790	800	800
110	800	800	800	800	800	800	800

Πίνακας 11

Παραπάνω παρουσιάστηκαν ορισμένα σχεδιαγράμματα που πέτυχαν αρκετά καλά αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα στον πίνακα 10 παρουσιάζονται όλα τα μονοπάτια τα οποία μας έδωσε ο γενετικός αλγόριθμος που αναπτύξαμε, ενώ στον πίνακα 11 έχουμε για κάθε διαφορετική μέγιστη απόσταση το κέρδος που δίνει ο γενετικός αλγόριθμος σε σύγκριση με άλλες παλαιότερες μελέτες.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον γενετικό αλγόριθμο, είναι πολύ καλά συγκριτικά με άλλες μεθόδους. Έτσι, για όλες τις δοκιμές τα κέρδη ήταν τουλάχιστον ίσα με αυτά των άλλων μελετών πλην των μέγιστων αποστάσεων 90, 85, 70 και 45 όπου είχαμε μία πολύ μικρή απόκλιση.

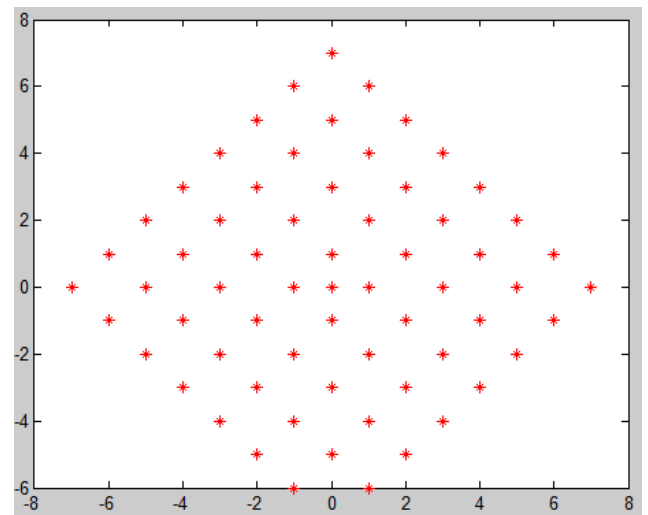
7.4 Πρόβλημα Diamond Shap (n=64)

15	1	
0.000	-7.000	0
0.000	7.000	0
-1.000	-6.000	6
1.000	-6.000	6
-2.000	-5.000	12
0.000	-5.000	6
2.000	-5.000	12
-3.000	-4.000	18
-1.000	-4.000	12
1.000	-4.000	12
3.000	-4.000	18
-4.000	-3.000	24
-2.000	-3.000	18
0.000	-3.000	12
2.000	-3.000	18
4.000	-3.000	24
-5.000	-2.000	30
-3.000	-2.000	24
-1.000	-2.000	18
1.000	-2.000	18
3.000	-2.000	24
5.000	-2.000	30
-6.000	-1.000	36
-4.000	-1.000	30
-2.000	-1.000	24
0.000	-1.000	18
2.000	-1.000	24
4.000	-1.000	30
6.000	-1.000	36
-7.000	0.000	42
-5.000	0.000	36
-3.000	0.000	30
-1.000	0.000	24
1.000	0.000	24
3.000	0.000	30
5.000	0.000	36
7.000	0.000	42
-6.000	1.000	36
-4.000	1.000	30
-2.000	1.000	24
0.000	1.000	18
2.000	1.000	24
4.000	1.000	30
6.000	1.000	36
-5.000	2.000	30
-3.000	2.000	24
-1.000	2.000	18
1.000	2.000	18
3.000	2.000	24
5.000	2.000	30
-4.000	3.000	24
-2.000	3.000	18
0.000	3.000	12
2.000	3.000	18
4.000	3.000	24
-3.000	4.000	18
-1.000	4.000	12
1.000	4.000	12
3.000	4.000	18
-2.000	5.000	12
0.000	5.000	6
2.000	5.000	12
-1.000	6.000	6
1.000	6.000	6

Πίνακας 12

Τα δεδομένα που φαίνονται στον διπλανό πίνακα, αποτελούν αντικείμενο μελέτης πολλών μελετών και είναι γνωστά ως το πρόβλημα του Diamond Shap (n=64).

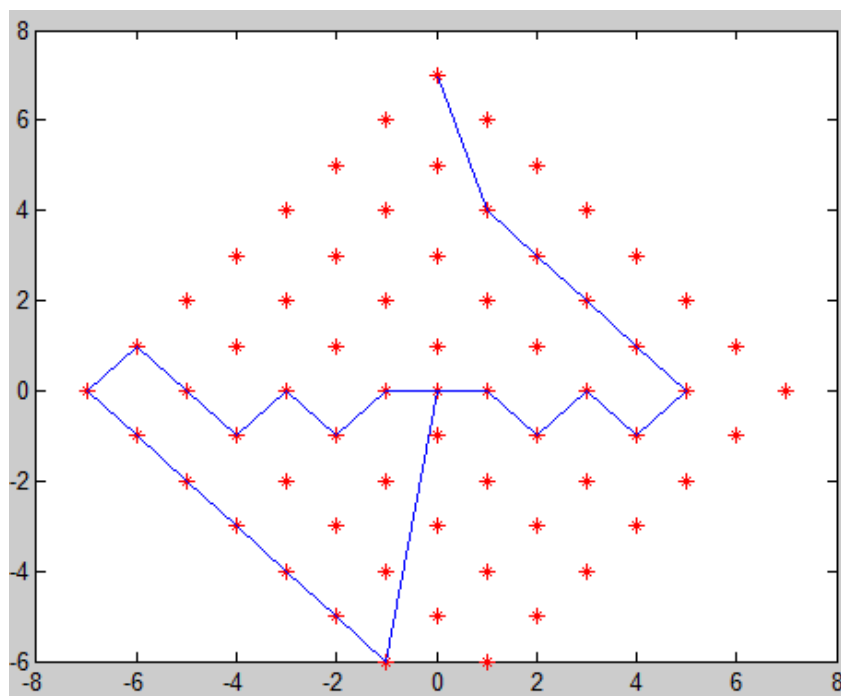
Το σχεδιάγραμμα αποτελείται από 64 διαφορετικούς κόμβους με συντεταγμένες x και y όπως αναγράφονται στις στήλες ένα και δύο αντίστοιχα και με κέρδος όπως φαίνεται στην τρίτη στήλη.



Εικόνα 43

Για μέγιστη απόσταση: 35

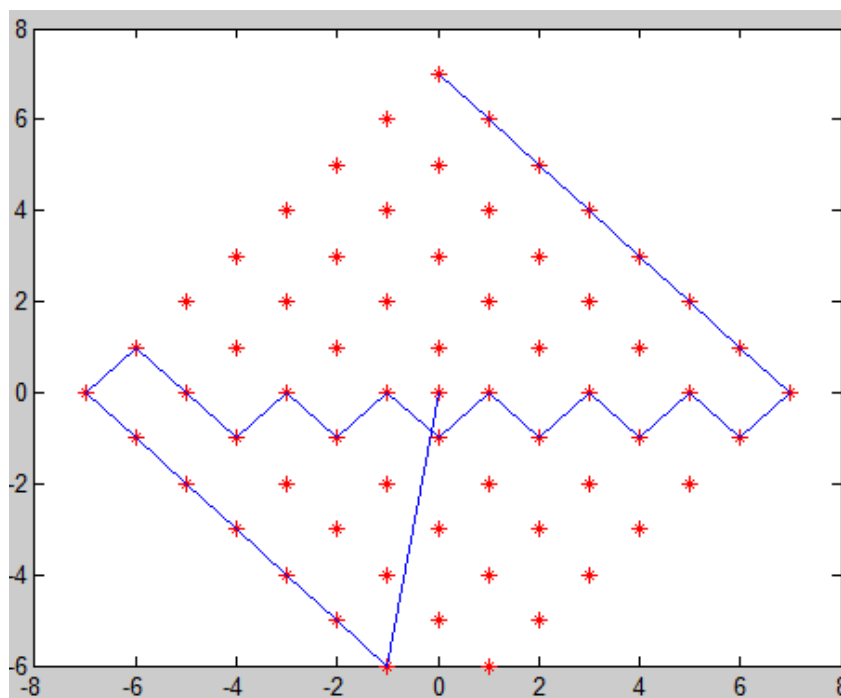
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 3 5 8 12 17 23 30 38 31 24 32 25 33 34 27 35 28
36 43 49 54 58 2



Εικόνα 44

Για μέγιστη απόσταση: 40

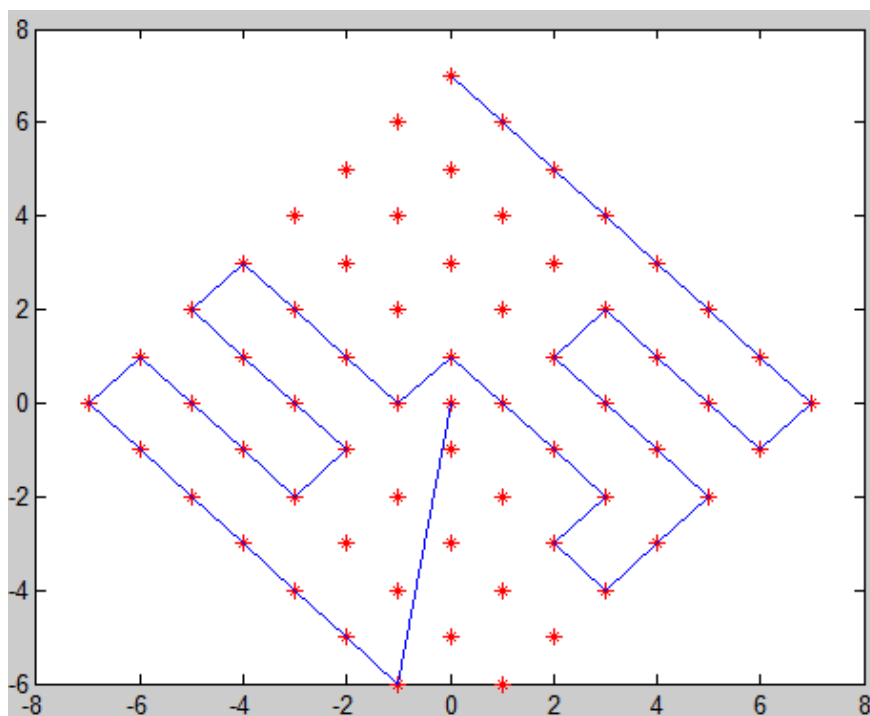
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 3 5 8 12 17 23 30 38 31 24 32 25 33 26 34 27 35
28 36 29 37 44 50 55 59 62 64 2



Εικόνα 45

Για μέγιστη απόσταση: 60

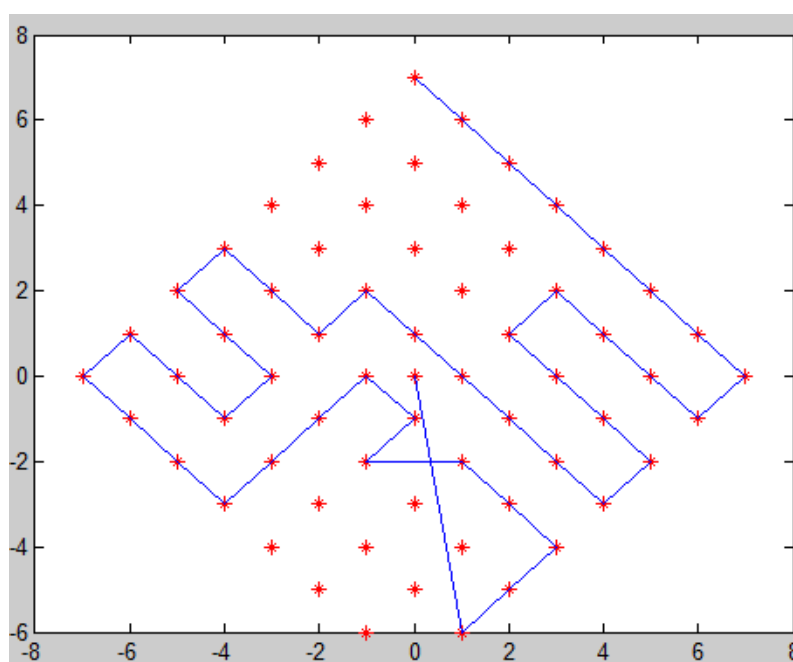
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 3 5 8 12 17 23 30 38 31 24 18 25 32 39 45 51 46
40 33 41 34 27 21 15 11 16 22 28 35 42 49 43 36 29 37 44 50 55 59 62
64 2



Εικόνα 46

Για μέγιστη απόσταση: 65

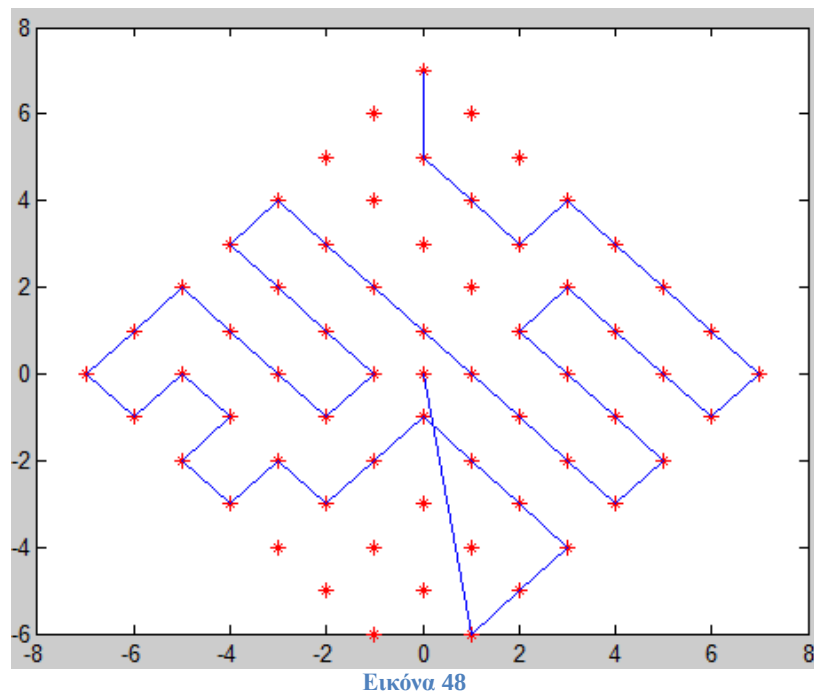
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 4 7 11 15 20 19 26 33 25 18 12 17 23 30 38 31 24
32 39 45 51 46 40 47 41 34 27 21 16 22 28 35 42 49 43 36 29 37 44 50
55 59 62 64 2



Εικόνα 47

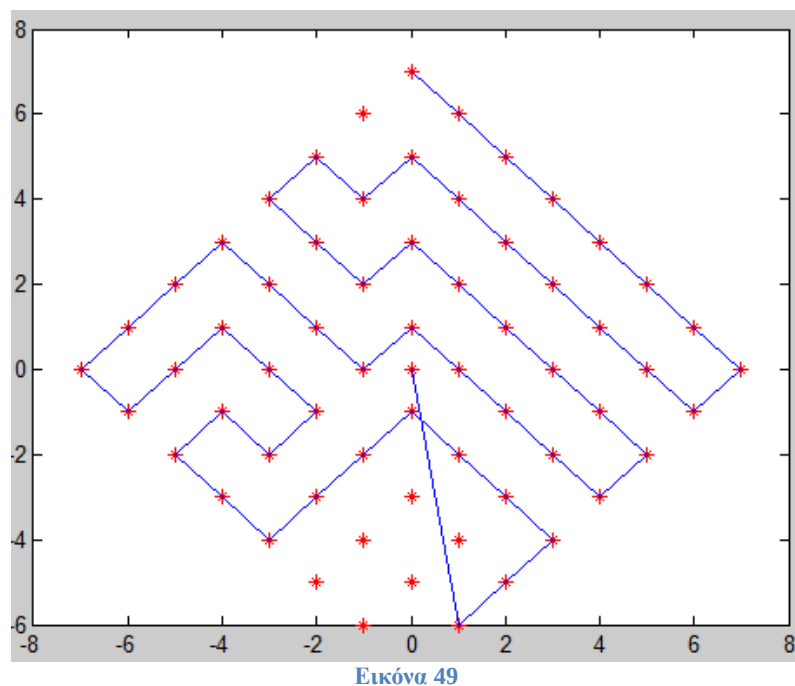
Για μέγιστη απόσταση: 70

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 4 7 11 15 20 26 19 13 18 12 17 24 31 23 30 38 45
39 32 25 33 40 46 51 56 52 47 41 34 27 21 16 22 28 35 42 49 43 36 29
37 44 50 55 59 54 58 61 2



Για μέγιστη απόσταση: 80

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 4 7 11 15 20 26 19 13 8 12 17 24 18 25 32 39 31
23 30 38 45 51 46 40 33 41 34 27 21 16 22 28 35 42 48 53 47 52 56 60
57 61 58 54 49 43 36 29 37 44 50 55 59 62 64 2



Dmax	Path
15	1 6 9 19 33 47 57 63 2
20	1 3 5 8 12 17 23 30 38 45 51 56 60 63 2
25	1 3 5 8 12 17 23 30 38 31 24 39 45 51 56 60 63 2
30	1 3 5 8 12 17 24 31 23 30 38 45 39 32 25 33 40 46 52 2
35	1 3 5 8 12 17 23 30 38 31 24 32 25 33 34 27 35 28 36 43 49 54 58 2
40	1 3 5 8 12 17 23 30 38 31 24 32 25 33 26 34 27 35 28 36 29 37 44 50 55 59 62 64 2
45	1 3 5 8 12 17 23 30 38 45 39 31 24 32 40 33 34 27 35 28 22 29 37 44 36 43 50 55 59 62 64 2
50	1 3 5 8 12 17 23 30 38 31 24 32 39 46 40 33 41 34 42 35 27 21 16 22 28 36 29 37 44 50 43 49 54 58 2
55	1 3 5 8 12 17 23 30 38 45 31 24 18 25 32 39 40 33 26 34 27 21 16 22 28 35 42 49 43 36 29 37 44 50 55 59 62 64 2
60	1 3 5 8 12 17 23 30 38 31 24 18 25 32 39 45 51 46 40 33 41 34 27 21 15 11 16 22 28 35 42 49 43 36 29 37 44 50 55 59 62 64 2
65	1 4 7 11 15 20 19 26 33 25 18 12 17 23 30 38 31 24 32 39 45 51 46 40 47 41 34 27 21 16 22 28 35 42 49 43 36 29 37 44 50 55 59 62 64 2
70	1 4 7 11 15 20 26 19 13 18 12 17 24 31 23 30 38 45 39 32 25 33 40 46 51 56 52 47 41 34 27 21 16 22 28 35 42 49 43 36 29 37 44 50 55 59 62 64 2
75	1 3 5 8 12 17 23 30 38 31 24 18 25 19 13 14 20 26 33 40 32 39 45 51 46 52 47 41 34 27 21 15 11 16 22 28 35 42 49 43 36 29 37 44 50 55 59 62 64 2
80	1 4 7 11 15 20 26 19 13 8 12 17 24 18 25 32 39 31 23 30 38 45 51 46 40 33 41 34 27 21 16 22 28 35 42 48 53 47 52 56 60 57 61 58 54 49 43 36 29 37 44 50 55 59 62 64 2

Πίνακας 13

Dmax	Genetic	GLS	Chao
15	96	96	96
20	294	294	294
25	390	390	390
30	474	474	474
35	576	552	570
40	714	702	714
45	816	780	816
50	894	888	900
55	978	972	984
60	1062	1062	1044
65	1116	1110	1116
70	1188	1188	1176
75	1230	1236	1224
80	1278	1260	1272

Πίνακας 14

Παραπάνω παρουσιάστηκαν ορισμένα σχεδιαγράμματα που πέτυχαν αρκετά καλά αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα στον πίνακα 13 παρουσιάζονται όλα τα μονοπάτια τα οποία μας έδωσε ο γενετικός αλγόριθμος που αναπτύξαμε, ενώ στον πίνακα 14 έχουμε για κάθε διαφορετική μέγιστη απόσταση το κέρδος που δίνει ο γενετικός αλγόριθμος σε σύγκριση με άλλες παλαιότερες μελέτες.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον γενετικό αλγόριθμο, είναι πολύ καλά συγκριτικά με άλλες μεθόδους. Έτσι, για όλες τις δοκιμές τα κέρδη ήταν τουλάχιστον ίσα με αυτά των άλλων μελετών. Καλύτερα αποτελέσματα παίρνουμε στην περίπτωση για μέγιστη απόσταση 35 και 80. Λιγότερο καλά αποτελέσματα έχουμε για μέγιστες αποστάσεις 50, 55 και 75 όπου είχαμε μία πολύ μικρή απόκλιση μόνο σε μία από τις δύο άλλες μεθόδους.

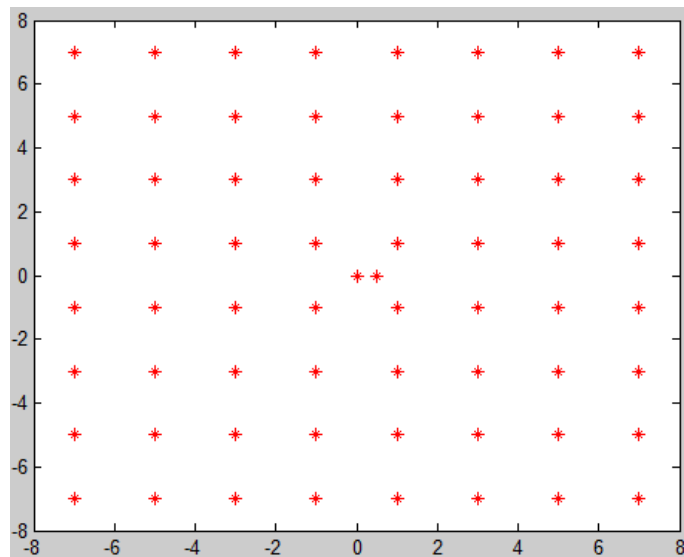
7.5 Πρόβλημα Diamond Shap (n=66)

5	1	
-0.500	0.000	0
0.500	0.000	0
-7.000	-7.000	35
-7.000	-5.000	35
-7.000	-3.000	35
-7.000	-1.000	35
-7.000	1.000	35
-7.000	3.000	35
-7.000	5.000	35
-7.000	7.000	35
-5.000	-7.000	35
-5.000	-5.000	25
-5.000	-3.000	25
-5.000	-1.000	25
-5.000	1.000	25
-5.000	3.000	25
-5.000	5.000	25
-5.000	7.000	35
-3.000	-7.000	35
-3.000	-5.000	25
-3.000	-3.000	15
-3.000	-1.000	15
-3.000	1.000	15
-3.000	3.000	15
-3.000	5.000	25
-3.000	7.000	35
-1.000	-7.000	35
-1.000	-5.000	25
-1.000	-3.000	15
-1.000	-1.000	5
-1.000	1.000	5
-1.000	3.000	15
-1.000	5.000	25
-1.000	7.000	35
1.000	-7.000	35
1.000	-5.000	25
1.000	-3.000	15
1.000	-1.000	5
1.000	1.000	5
1.000	3.000	15
1.000	5.000	25
1.000	7.000	35
3.000	-7.000	35
3.000	-5.000	25
3.000	-3.000	15
3.000	-1.000	15
3.000	1.000	15
3.000	3.000	15
3.000	5.000	25
3.000	7.000	35
5.000	-7.000	35
5.000	-5.000	25
5.000	-3.000	25
5.000	-1.000	25
5.000	1.000	25
5.000	3.000	25
5.000	5.000	25
5.000	7.000	35
7.000	-7.000	35
7.000	-5.000	35
7.000	-3.000	35
7.000	-1.000	35
7.000	1.000	35
7.000	3.000	35

Πίνακας 15

Τα δεδομένα που φαίνονται στον διπλανό πίνακα, αποτελούν αντικείμενο μελέτης πολλών μελετών και είναι γνωστά ως το πρόβλημα του Diamond Shap (n=64).

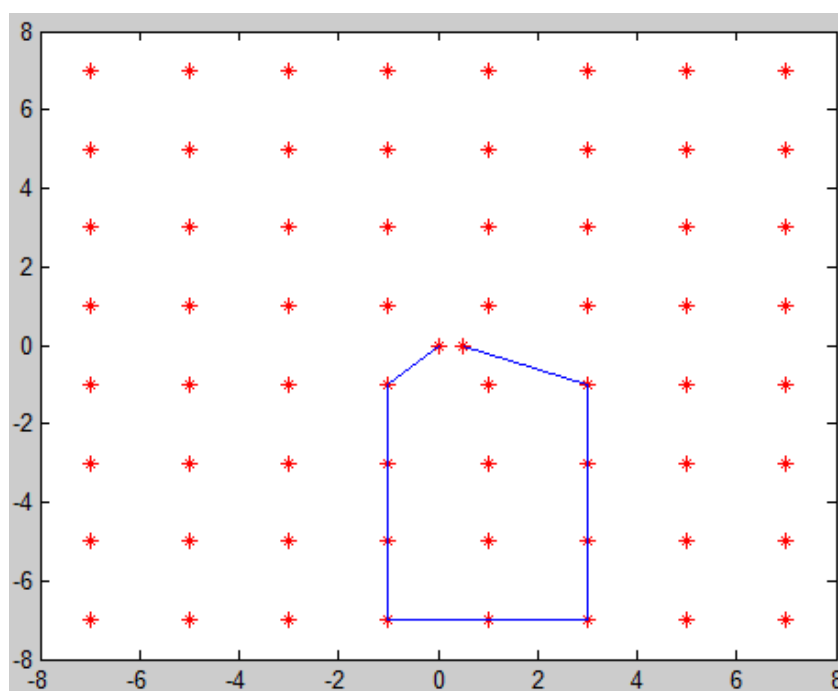
Το σχεδιάγραμμα αποτελείται από 64 διαφορετικούς κόμβους με συντεταγμένες x και y όπως αναγράφονται στις στήλες ένα και δύο αντίστοιχα και με κέρδος όπως φαίνεται στην τρίτη στήλη.



Εικόνα 50

Για μέγιστη απόσταση: 20

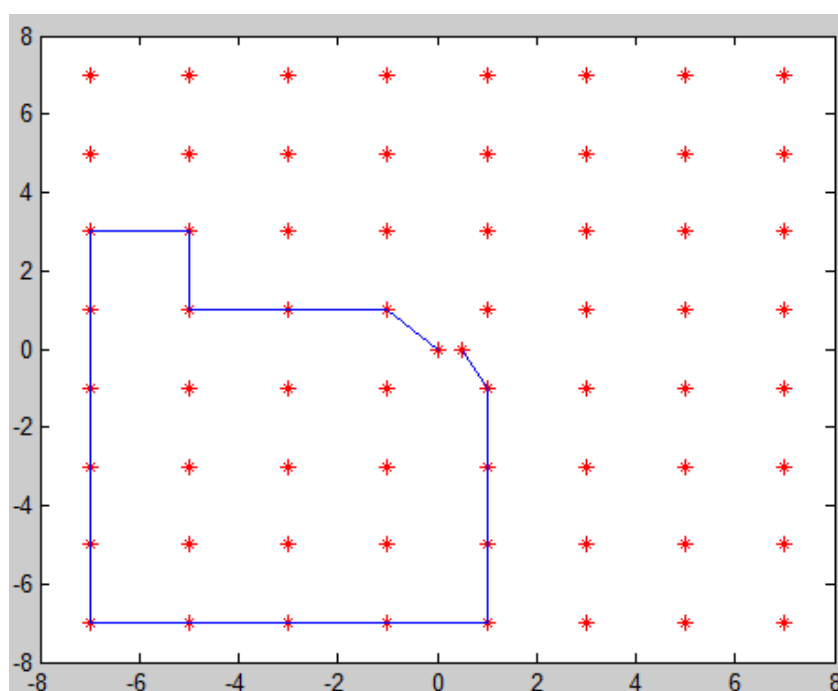
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 30 29 28 27 35 43 44 45 46 2



Εικόνα 51

Για μέγιστη απόσταση: 35

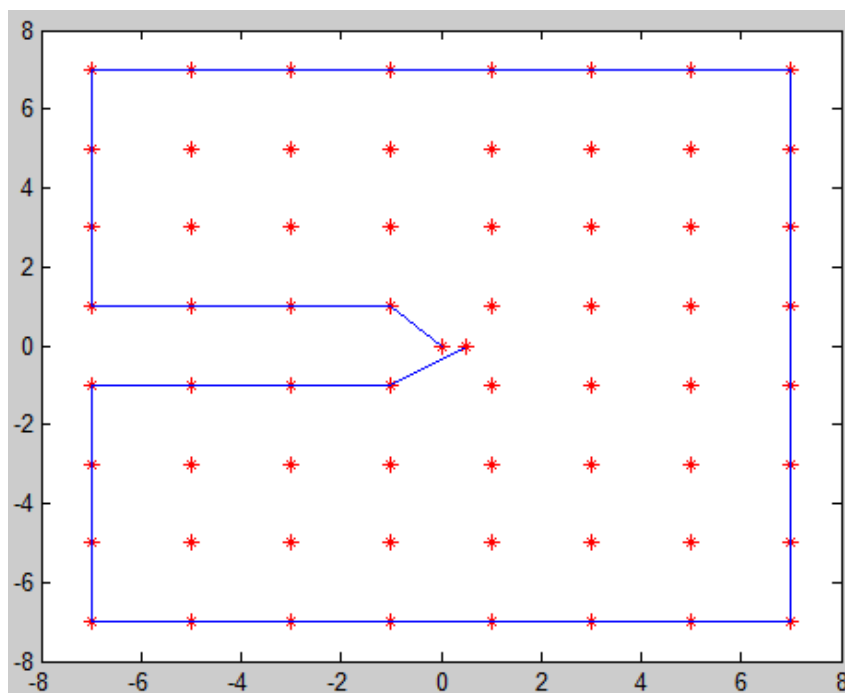
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 31 23 15 16 8 7 6 5 4 3 11 19 27 35 36 37 38 2



Εικόνα 52

Για μέγιστη απόσταση: 70

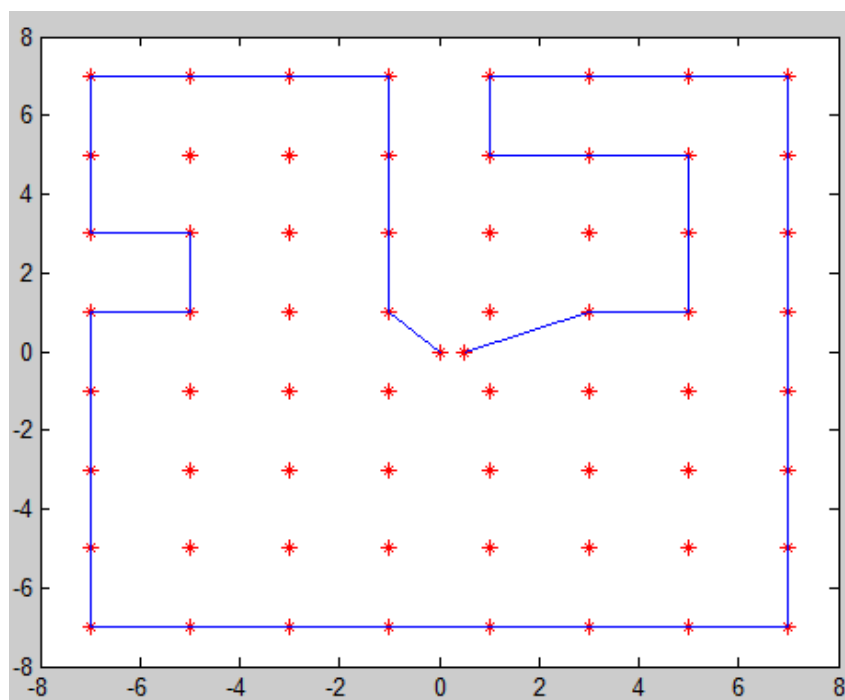
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 31 23 15 7 8 9 10 18 26 34 42 50 58 66 65 64 63
62 61 60 59 51 43 35 27 19 11 3 4 5 6 14 22 30 2



Εικόνα 53

Για μέγιστη απόσταση: 80

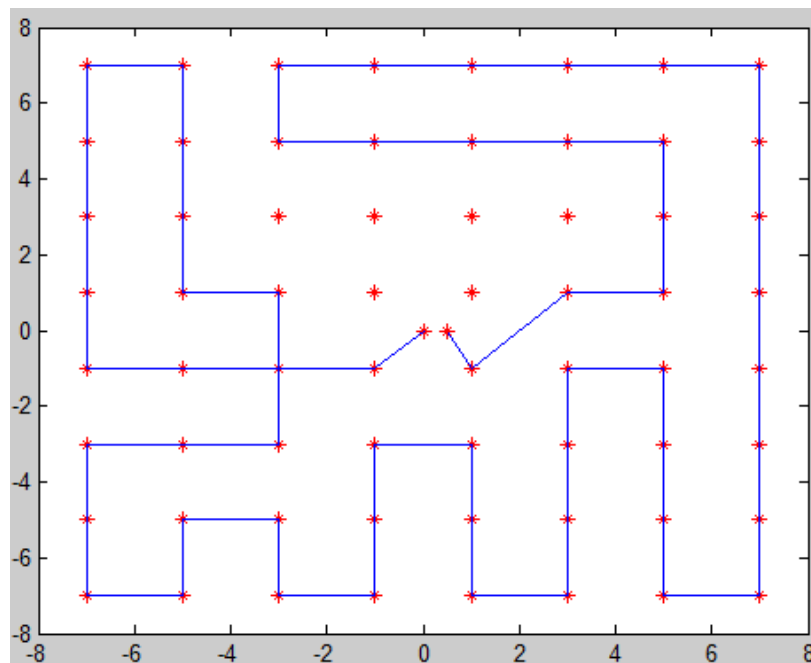
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 31 32 33 34 26 18 10 9 8 16 15 7 6 5 4 3 11 19 27
35 43 51 59 60 61 62 63 64 65 66 58 50 42 41 49 57 56 55 47 2



Εικόνα 54

Για μέγιστη απόσταση: 120

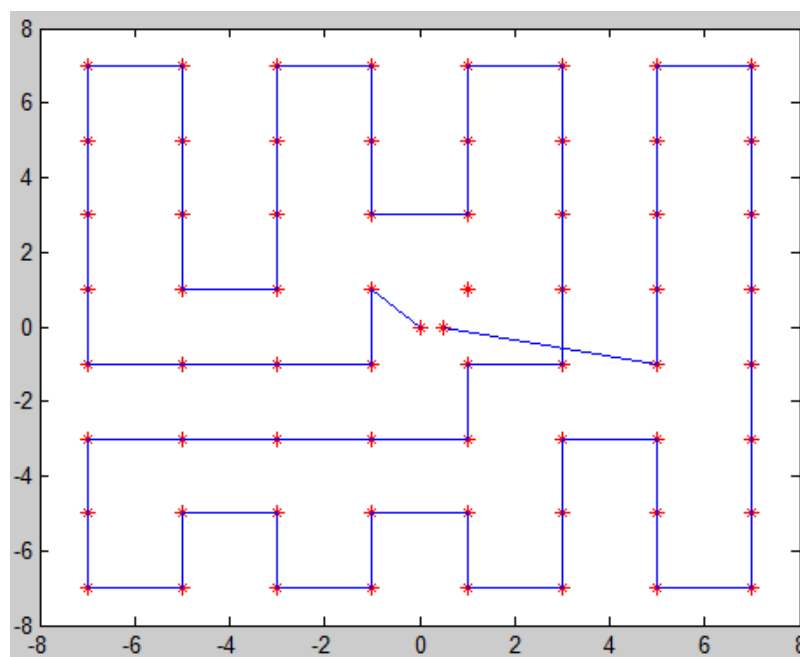
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 30 22 14 6 7 8 9 10 18 17 16 15 23 21 13 5 4 3 11
12 20 19 27 28 29 37 36 35 43 44 45 46 54 53 52 51 59 60 61 62 63 64
65 66 58 50 42 34 26 25 33 41 49 57 56 55 47 38 2



Εικόνα 55

Για μέγιστη απόσταση: 130

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 31 30 22 14 6 7 8 9 10 18 17 16 15 23 24 25 26 34
33 32 40 41 42 50 49 48 47 46 38 37 29 21 13 5 4 3 11 12 20 19 27 28
36 35 43 44 45 53 52 51 59 60 61 62 63 64 65 66 58 57 56 55 54 2



Εικόνα 56

Dmax	Path
5	1 39 38 2
10	1 30 37 45 38 2
15	1 30 29 28 35 36 37 2
20	1 30 29 28 27 35 43 44 45 46 2
25	1 23 16 8 9 10 18 26 34 33 32 2
30	1 31 32 33 34 42 50 58 66 65 64 63 62 54 46 2
35	1 31 23 15 16 8 7 6 5 4 3 11 19 27 35 36 37 38 2
40	1 31 23 15 7 8 9 10 18 26 34 42 50 58 66 65 64 63 55 47 2
45	1 31 32 33 34 42 50 58 66 65 64 63 62 61 60 59 51 43 35 27 28 29 30 2
50	1 30 22 14 15 7 6 5 4 3 11 19 27 35 43 51 59 60 61 62 63 64 56 55 47 2
55	1 30 22 14 6 5 4 3 11 19 27 35 43 51 59 60 61 62 63 64 65 66 58 50 42 41 40 39 2
60	1 31 32 33 34 26 18 10 9 8 7 6 5 4 3 11 19 27 35 43 51 59 60 61 62 63 64 56 55 47 2
65	1 39 40 41 49 50 42 34 26 18 10 9 8 7 6 5 4 3 11 19 27 35 43 51 59 60 61 62 63 55 54 46 38 2
70	1 31 23 15 7 8 9 10 18 26 34 42 50 58 66 65 64 63 62 61 60 59 51 43 35 27 19 11 3 4 5 6 14 22 30 2
75	1 31 23 15 16 8 7 6 5 4 3 11 19 27 35 43 51 59 60 61 62 63 64 65 66 58 50 42 34 26 18 10 9 17 25 33 32 2
80	1 31 32 33 34 26 18 10 9 8 16 15 7 6 5 4 3 11 19 27 35 43 51 59 60 61 62 63 64 65 66 58 50 42 41 49 57 56 55 47 2
85	1 40 33 41 42 34 26 18 10 9 8 7 6 5 4 3 11 12 20 19 27 28 36 35 43 51 59 60 61 62 63 64 65 66 58 50 49 57 56 55 47 2
90	1 31 23 15 16 8 7 6 5 4 3 11 19 20 28 27 35 43 51 59 60 61 62 63 64 65 66 58 50 42 34 26 18 10 9 17 25 33 41 49 57 56 55 54 46 2
95	1 30 29 37 36 28 20 12 4 3 11 19 27 35 43 51 59 60 61 62 63 55 56 64 65 66 58 50 42 34 26 18 10 9 8 7 6 5 13 14 15 16 17 25 33 41 40 39 2
100	1 30 21 13 5 4 3 11 12 20 19 27 28 36 35 43 44 52 51 59 60 61 62 63 64 65 66 58 50 42 34 26 18 10 9 8 7 6 14 15 16 17 25 33 41 49 57 56 48 39 2
105	1 30 22 14 13 5 4 3 11 12 20 19 27 28 36 35 43 44 52 51 59 60 61 53 62 63 64 65 66 58 50 42 34 26 18 10 9 8 7 6 15 16 17 25 33 41 49 57 56 55 47 2
110	1 30 22 14 6 7 8 9 10 18 17 16 15 13 5 4 3 11 12 20 19 27 28 36 35 43 44 45 46 54 53 52 51 59 60 61 62 63 64 65 66 58 50 42 34 26 25 33 41 49 57 56 55 47 2
115	1 31 23 22 14 6 5 4 3 11 12 13 21 20 19 27 28 36 35 43 44 52 51 59 60 61 53 64 65 66 58 50 42 34 26 18 10 9 8 7 15 16 17 25 24 32 33 41 49 57 56 55 47 2
120	1 30 29 21 13 5 4 3 11 12 20 19 27 28 36 35 43 44 45 37 46 54 53 52 51 59 60 61 62 63 64 65 66 58 50 42 34 26 18 10 9 17 16 8 7 6 14 15 24 25 33 32 40 41 49 57 56 55 47 39 2
125	1 39 40 32 24 16 8 9 10 18 17 25 26 34 33 41 42 50 49 48 47 46 45 44 52 53 54 55 56 57 58 66 65 64 63 62 61 60 59 51 43 35 27 19 11 3 4 5 6 7 15 14 13 12 20 28 36 29 21 22 23 31 2
130	1 31 30 22 14 6 7 8 9 10 18 17 16 15 23 24 25 26 34 33 32 40 41 42 50 49 48 47 46 38 37 29 21 13 5 4 3 11 12 20 19 27 28 36 35 43 44 45 53 52 51 59 60 61 62 63 64 65 66 58 57 56 55 54 2

Dmax	Genetic	GLS	Chao
5	10	10	10
10	40	40	40
15	120	120	120
20	205	175	195
25	290	290	290
30	400	400	400
35	465	465	460
40	575	575	650
45	650	640	730
50	730	710	825
55	825	825	915
60	915	905	980
65	980	935	1070
70	1070	1070	1070
75	1140	1140	1140
80	1215	1195	1215
85	1260	1265	1270
90	1340	1300	1340
95	1385	1385	1380
100	1445	1445	1435
105	1515	1505	1510
110	1545	1560	1550
115	1590	1580	1595
120	1610	1635	1635
125	1655	1665	1655
130	1675	1680	1680

Πίνακας 17

Παραπάνω παρουσιάστηκαν ορισμένα σχεδιαγράμματα που πέτυχαν αρκετά καλά αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα στον πίνακα 16 παρουσιάζονται όλα τα μονοπάτια τα οποία μας έδωσε ο γενετικός αλγόριθμος που αναπτύξαμε, ενώ στον πίνακα 17 έχουμε για κάθε διαφορετική μέγιστη απόσταση το κέρδος που δίνει ο γενετικός αλγόριθμος σε σύγκριση με άλλες παλαιότερες μελέτες.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον γενετικό αλγόριθμο, είναι πολύ καλά συγκριτικά με άλλες μεθόδους. Έτσι, για όλες τις δοκιμές τα κέρδη ήταν τουλάχιστον ίσα με αυτά των άλλων μελετών. Καλύτερα αποτελέσματα παίρνουμε στην περίπτωση για μέγιστη απόσταση 20 και 105. Παράλληλα, ενδιάμεσα αποτελέσματα ενδιάμεσα στις άλλες δύο μεθόδους έχουμε για τις μέγιστες αποστάσεις 40, 45, 50, 55, 60, 65, 115 και 125. Λιγότερο καλά αποτελέσματα έχουμε για μέγιστες αποστάσεις 110, 120 και 130 όπου είχαμε μία πολύ μικρή απόκλιση από τις δύο άλλες μεθόδους.

8. Αποτελέσματα (Team Orienteering Problem)

8.1 Πρόβλημα Set p1

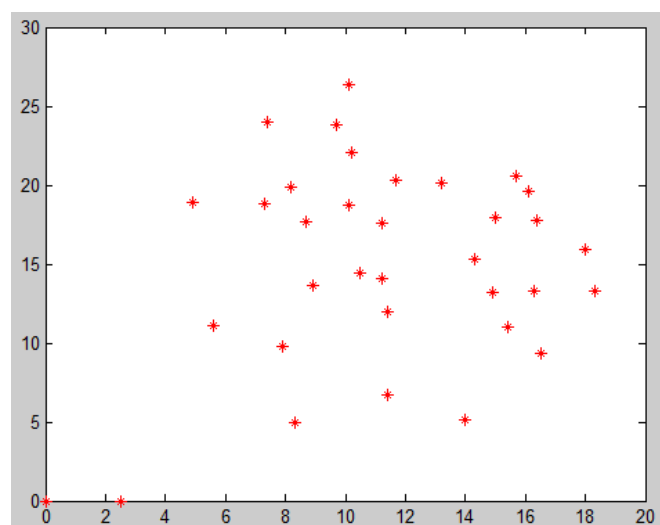
Τα δεδομένα μας, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

32		
2		
2.5		
10.500	14.400	0
18.000	15.900	10
18.300	13.300	10
16.500	9.300	10
15.400	11.000	10
14.900	13.200	5
16.300	13.300	5
16.400	17.800	5
15.000	17.900	5
16.100	19.600	10
15.700	20.600	10
13.200	20.100	10
14.300	15.300	5
14.000	5.100	10
11.400	6.700	15
8.300	5.000	15
7.900	9.800	10
11.400	12.000	5
11.200	17.600	5
10.100	18.700	5
11.700	20.300	10
10.200	22.100	10
9.700	23.800	10
10.100	26.400	15
7.400	24.000	15
8.200	19.900	15
8.700	17.700	10
8.900	13.600	10
5.600	11.100	10
4.900	18.900	10
7.300	18.800	10
11.200	14.100	0

Πίνακας 18

Τα δεδομένα που φαίνονται στον διπλανό πίνακα, αποτελούν αντικείμενο μελέτης πολλών μελετών και είναι γνωστά ως το πρόβλημα του Team Orienteering p1.

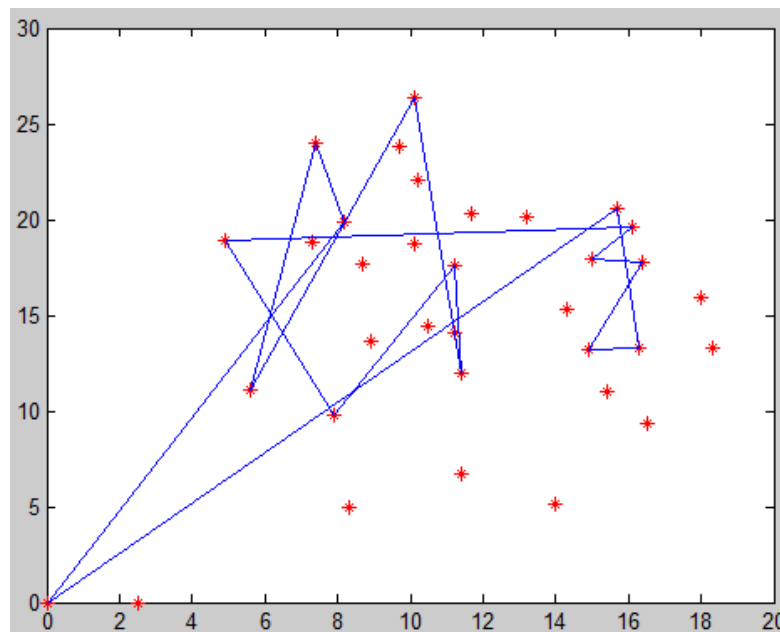
Το σχεδιάγραμμα αποτελείται από 32 διαφορετικούς κόμβους με συντεταγμένες x και y όπως αναγράφονται στις στήλες ένα και δύο αντίστοιχα και με κέρδος όπως φαίνεται στην τρίτη στήλη. Τέλος όπως φαίνεται στην δεύτερη γραμμή του πίνακα, στο παρών παράδειγμα έχουμε 2 οχήματα. Αντίστοιχα για το ίδιο παράδειγμα έχουμε για 3 και για 4 οχήματα όπως θα δούμε παρακάτω.



Εικόνα 57

Για μέγιστη απόσταση: 20

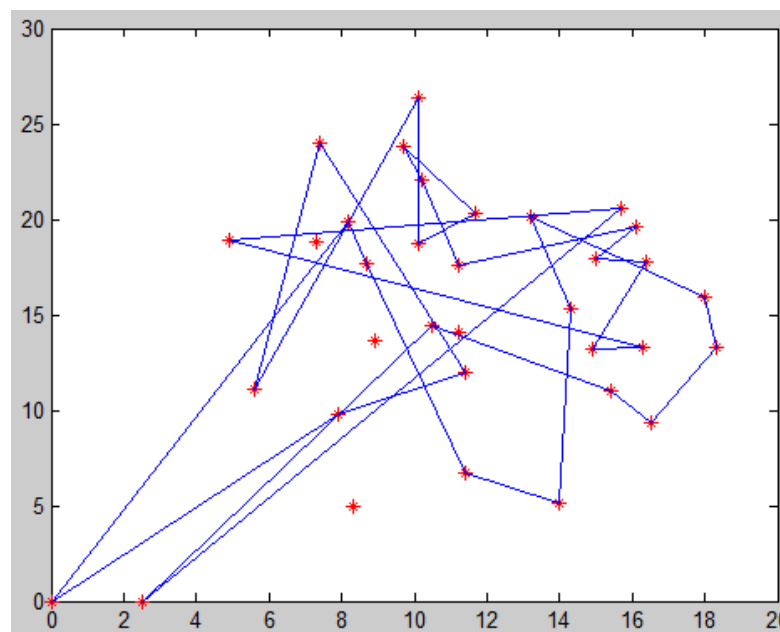
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 28 27 31 26 20 21 19 32 \ 1 13 9 8 10 11 12 32



Εικόνα 58

Για μέγιστη απόσταση: 42.5

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 28 29 17 16 15 14 4 5 6 7 3 2 13 32 \ 1 19 20 27 31 26 22 23 25 24 21 12 11 10 8 9 32



Εικόνα 59

Dmax	Path
7,5	1 13 32 \ 1 28 18 32
10	1 28 18 32 \ 1 27 19 32
12,5	1 28 17 18 32 \ 1 19 20 27 32
15	1 28 29 17 18 32 \ 1 27 31 26 20 19 32
17,5	1 17 15 18 32 \ 1 19 20 26 31 27 28 32
20	1 28 27 31 26 20 21 19 32 \ 1 13 9 8 10 11 12 32
23	1 27 26 25 23 22 21 19 32 \ 1 18 15 16 17 28 32
25	1 28 18 6 7 2 3 5 32 \ 1 27 31 26 22 21 12 11 10 9 32
27,5	1 28 29 17 15 16 18 32 \ 1 27 31 26 22 21 12 11 10 9 8 13 32
30	1 18 5 7 3 2 8 10 11 12 21 19 32 \ 1 27 20 22 23 25 26 31 30 28 32
32,5	1 28 17 29 16 15 4 5 6 32 \ 1 27 31 26 22 23 25 21 12 11 10 9 32
35	1 28 17 29 16 15 14 4 5 6 32 \ 1 19 27 31 26 22 23 25 21 12 11 10 9 13 32
36,5	1 28 18 5 4 14 15 16 17 29 32 \ 1 19 20 27 31 26 22 23 25 21 12 11 10 9 13 32
37,5	1 28 18 6 7 5 4 14 15 16 17 32 \ 1 19 20 27 31 26 25 23 22 21 12 11 10 8 2 13 32
40	1 19 20 27 31 26 22 23 25 24 21 12 11 10 9 13 32 \ 1 28 17 29 16 15 14 4 5 3 7 6 32
42,5	1 28 29 17 16 15 14 4 5 6 7 3 2 13 32 \ 1 19 20 27 31 26 22 23 25 24 21 12 11 10 8 9 32

Πίνακας 19

Dmax	Genetic	Best
7,5	20	20
10	30	30
12,5	45	45
15	80	80
17,5	85	90
20	110	110
23	130	135
25	145	155
27,5	165	175
30	185	195
32,5	200	215
35	220	235
36,5	225	240
37,5	235	250
40	255	265
42,5	270	280

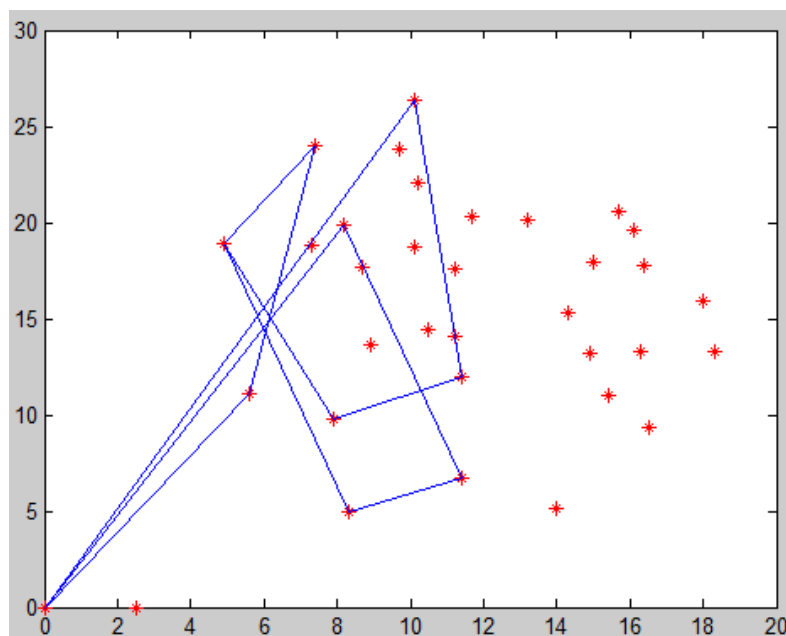
Πίνακας 20

Παραπάνω παρουσιάστηκαν ορισμένα σχεδιαγράμματα που πέτυχαν αρκετά καλά αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα στον πίνακα 19 παρουσιάζονται όλα τα μονοπάτια τα οποία μας έδωσε ο γενετικός αλγόριθμος που αναπτύξαμε, ενώ στον πίνακα 20 έχουμε για κάθε διαφορετική μέγιστη απόσταση το κέρδος που δίνει ο γενετικός αλγόριθμος σε σύγκριση με άλλες παλαιότερες μελέτες. Παρατηρούμε λοιπόν ότι τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον γενετικό αλγόριθμο, είναι καλά συγκριτικά με άλλες μεθόδους (Στον πίνακα παρουσιάζονται τα καλύτερα αποτελέσματα από διάφορες μεθόδους).

Έτσι, για όλες τις δοκιμές τα κέρδη ήταν τουλάχιστον ίσα με αυτά των άλλων μελετών. Λιγότερο καλά αποτελέσματα έχουμε για μέγιστες αποστάσεις 17,5, 23 και 25 καθώς και για τα επόμενες μέγιστες αποστάσεις όπου είχαμε μία πολύ μικρή απόκλιση από τις άλλες μεθόδους.

Για μέγιστη απόσταση: 13.3

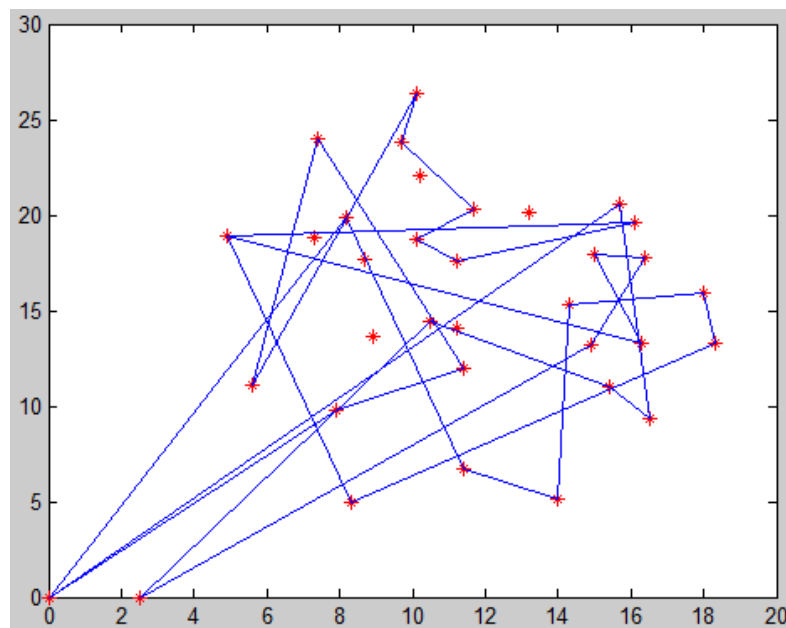
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 28 17 18 32 \ 1 26 20 19 32 \ 1 31 27 32



Εικόνα 60

Για μέγιστη απόσταση: 28.3

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 13 6 7 3 2 8 10 11 9 32 \ 1 19 20 27 31 26 25 23 22 21 12 32 \ 1 28 17 16 15 4 5 18 32



Εικόνα 61

Dmax	Path
5	1 28 32 \ 1 18 32 \ 1 32
6,7	1 28 32 \ 1 18 32 \ 1 32
8,3	1 27 32 \ 1 19 32 \ 1 28 18 32
10	1 13 6 32 \ 1 27 19 32 \ 1 28 18 32
11,7	1 28 17 32 \ 1 19 20 27 32 \ 1 6 13 32
13,3	1 28 17 18 32 \ 1 26 20 19 32 \ 1 31 27 32
15,3	1 27 26 31 32 \ 1 28 29 17 18 32 \ 1 19 20 21 12 32
16,7	1 28 27 31 26 20 32 \ 1 18 5 6 7 32 \ 1 19 21 12 9 13 32
18,3	1 28 17 15 18 32 \ 1 9 10 11 12 32 \ 1 27 31 26 21 20 19 32
20	1 28 27 26 31 30 32 \ 1 6 7 3 2 8 13 32 \ 1 19 20 21 12 11 10 9 32
21,7	1 28 17 16 15 18 32 \ 1 8 9 10 11 12 21 19 32 \ 1 20 22 23 26 31 27 32
23,3	1 6 5 7 3 2 8 13 32 \ 1 27 31 26 21 12 11 10 9 32 \ 1 28 17 16 15 18 32
24,3	1 28 13 9 8 10 11 12 32 \ 1 27 31 26 25 23 22 21 19 32 \ 1 6 5 4 14 15 18 32
25	1 6 7 5 4 3 2 13 32 \ 1 27 31 26 21 12 11 10 8 9 32 \ 1 28 29 17 16 15 18 32
26,7	1 13 6 7 3 2 8 11 10 9 32 \ 1 27 31 26 25 23 22 21 12 32 \ 1 28 17 15 14 4 5 18 32
28,3	1 13 6 7 3 2 8 10 11 9 32 \ 1 19 20 27 31 26 25 23 22 21 12 32 \ 1 28 17 16 15 4 5 18 32

Πίνακας 21

Dmax	Genetic	Best
5	15	15
6,7	15	15
8,3	30	30
10	40	40
11,7	50	50
13,3	70	70
15,3	100	105
16,7	110	115
18,3	130	135
20	150	155
21,7	170	175
23,3	185	190
24,3	195	205
25	205	220
26,7	225	230
28,3	240	250

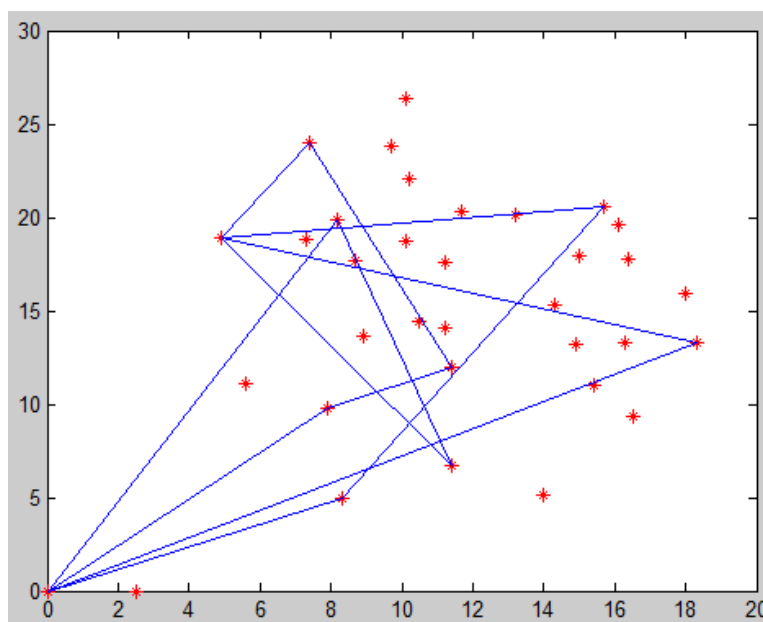
Πίνακας 22

Παραπάνω παρουσιάστηκαν ορισμένα σχεδιαγράμματα που πέτυχαν αρκετά καλά αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα στον πίνακα 21 παρουσιάζονται όλα τα μονοπάτια τα οποία μας έδωσε ο γενετικός αλγόριθμος που αναπτύξαμε, ενώ στον πίνακα 22 έχουμε για κάθε διαφορετική μέγιστη απόσταση το κέρδος που δίνει ο γενετικός αλγόριθμος σε σύγκριση με άλλες παλαιότερες μελέτες. Παρατηρούμε λοιπόν ότι τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον γενετικό αλγόριθμο, είναι καλά συγκριτικά με άλλες μεθόδους (Στον πίνακα παρουσιάζονται τα καλύτερα αποτελέσματα από διάφορες μεθόδους). Έτσι, για όλες τις δοκιμές τα κέρδη ήταν τουλάχιστον ίσα με αυτά των άλλων μελετών. Λιγότερο καλά αποτελέσματα έχουμε

για μέγιστες αποστάσεις 15.3, 16.7, 18.3 καθώς και για τα επόμενες μέγιστες αποστάσεις όπου είχαμε μία πολύ μικρή απόκλιση από τις άλλες μεθόδους.

Για μέγιστη απόσταση: 11.5

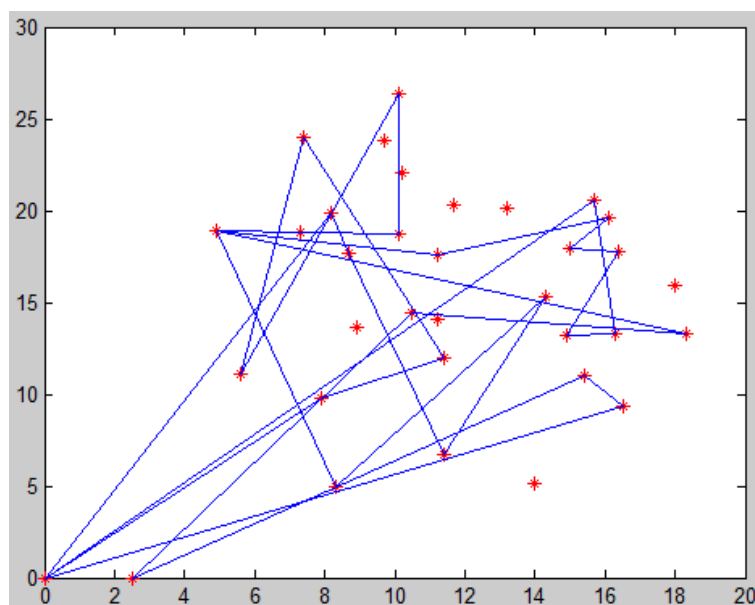
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 18 13 32 \ 1 19 20 27 32 \ 1 28 17 32 \ 1 5 32



Εικόνα 62

Για μέγιστη απόσταση: 21.2

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 6 7 2 3 5 32 \ 1 19 20 27 31 26 22 32 \ 1 13 9 8 10
11 12 21 32 \ 1 28 29 17 15 18 32



Εικόνα 63

Dmax	Path
5	1 28 32 \ 1 18 32 \ 1 32 \ 1 32
6,2	1 28 32 \ 1 18 32 \ 1 32 \ 1 32
7,5	1 19 32 \ 1 32 \ 1 13 32 \ 1 28 18 32
8,8	1 13 32 \ 1 27 32 \ 1 6 32 \ 1 18 28 32
10	1 28 18 32 \ 1 13 6 32 \ 1 20 19 32 \ 1 27 32
11,5	1 18 13 32 \ 1 19 20 27 32 \ 1 28 17 32 \ 1 5 32
12,5	1 28 17 18 32 \ 1 27 31 32 \ 1 26 32 \ 1 6 5 32
13,8	1 13 6 5 32 \ 1 19 21 20 32 \ 1 28 17 18 32 \ 1 27 31 26 32
15	1 18 5 7 6 32 \ 1 20 26 31 27 32 \ 1 17 29 28 32 \ 1 19 21 12 32
16,2	1 28 27 31 26 20 32 \ 1 19 21 12 9 32 \ 1 18 4 5 32 \ 1 13 3 7 6 32
17,5	1 27 31 26 28 32 \ 1 19 20 21 12 9 13 32 \ 1 17 15 18 32 \ 1 6 7 3 5 32
18,2	1 28 17 15 18 32 \ 1 27 31 26 20 21 19 32 \ 1 6 7 5 4 32 \ 1 9 10 11 12 32
18,8	1 28 17 15 18 32 \ 1 27 31 26 22 21 19 32 \ 1 6 7 3 5 32 \ 1 13 9 10 11 12 32
20	1 17 15 28 32 \ 1 13 9 8 10 11 12 32 \ 1 27 31 26 22 21 20 19 32 \ 1 5 4 3 7 6 32
21,2	1 6 7 2 3 5 32 \ 1 19 20 27 31 26 22 32 \ 1 13 9 8 10 11 12 21 32 \ 1 28 29 17 15 18 32

Πίνακας 23

Dmax	Genetic	Best
5	15	15
6,2	15	15
7,5	25	25
8,8	35	35
10	45	45
11,5	60	60
12,5	75	75
13,8	100	100
15	120	120
16,2	130	130
17,5	145	155
18,2	160	165
18,8	170	175
20	185	190
21,2	200	200

Πίνακας 24

Παραπάνω παρουσιάστηκαν ορισμένα σχεδιαγράμματα που πέτυχαν αρκετά καλά αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα στον πίνακα 23 παρουσιάζονται όλα τα μονοπάτια τα οποία μας έδωσε ο γενετικός αλγόριθμος που αναπτύξαμε, ενώ στον πίνακα 24 έχουμε για κάθε διαφορετική μέγιστη απόσταση το κέρδος που δίνει ο γενετικός αλγόριθμος σε σύγκριση με άλλες παλαιότερες μελέτες. Παρατηρούμε λοιπόν ότι τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον γενετικό αλγόριθμο, είναι καλά συγκριτικά με άλλες μεθόδους (Στον πίνακα παρουσιάζονται τα καλύτερα αποτελέσματα από διάφορες μεθόδους). Έτσι, για όλες τις δοκιμές τα κέρδη

ήταν τουλάχιστον ίσα με αυτά των άλλων μελετών. Λιγότερο καλά αποτελέσματα έχουμε για μέγιστες αποστάσεις 17.5 καθώς και για τα επόμενες μέγιστες αποστάσεις εκτός από την 21.2 όπου είχαμε μία πολύ μικρή απόκλιση από τις άλλες μεθόδους.

8.5 Πρόβλημα Set p5

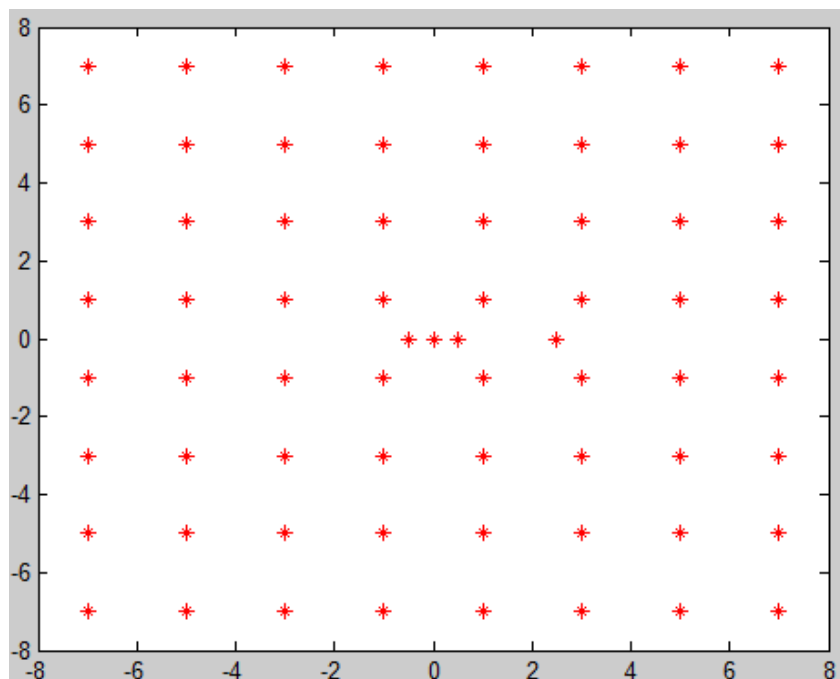
Τα δεδομένα μας, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

66		
2		
2.5		
-0.500	0.000	0
-7.000	-7.000	35
-7.000	-5.000	35
-7.000	-3.000	35
-7.000	-1.000	35
-7.000	1.000	35
-7.000	3.000	35
-7.000	5.000	35
-7.000	7.000	35
-5.000	-7.000	35
-5.000	-5.000	25
-5.000	-3.000	25
-5.000	-1.000	25
-5.000	1.000	25
-5.000	3.000	25
-5.000	5.000	25
-5.000	7.000	35
-3.000	-7.000	35
-3.000	-5.000	25
-3.000	-3.000	15
-3.000	-1.000	15
-3.000	1.000	15
-3.000	3.000	15
-3.000	5.000	25
-3.000	7.000	35
-1.000	-7.000	35
-1.000	-5.000	25
-1.000	-3.000	15
-1.000	-1.000	5
-1.000	1.000	5
-1.000	3.000	15
-1.000	5.000	25
-1.000	7.000	35
1.000	-7.000	35
1.000	-5.000	25
1.000	-3.000	15
1.000	-1.000	5
1.000	1.000	5
1.000	3.000	15
1.000	5.000	25
1.000	7.000	35
3.000	-7.000	35
3.000	-5.000	25
3.000	-3.000	15
3.000	-1.000	15
3.000	1.000	15
3.000	3.000	15
3.000	5.000	25
3.000	7.000	35
5.000	-7.000	35
5.000	-5.000	25
5.000	-3.000	25
5.000	-1.000	25
5.000	1.000	25
5.000	3.000	25
5.000	5.000	25
5.000	7.000	35
7.000	-7.000	35
7.000	-5.000	35
7.000	-3.000	35
7.000	-1.000	35
7.000	1.000	35
7.000	3.000	35
7.000	5.000	35
7.000	7.000	35
0.500	0.000	0

Πίνακας 25

Τα δεδομένα που φαίνονται στον διπλανό πίνακα, αποτελούν αντικείμενο μελέτης πολλών μελετών και είναι γνωστά ως το πρόβλημα του Team Orienteering p5.

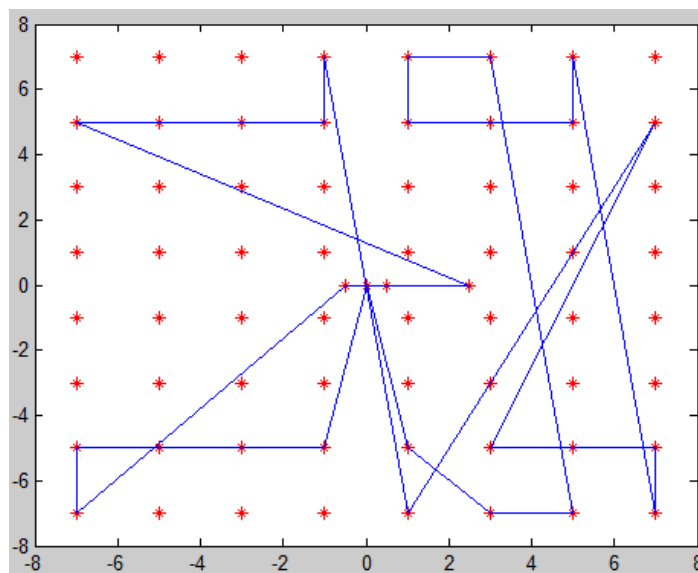
Το σχεδιάγραμμα αποτελείται από 66 διαφορετικούς κόμβους με συντεταγμένες x και y όπως αναγράφονται στις στήλες ένα και δύο αντίστοιχα και με κέρδος όπως φαίνεται στην τρίτη στήλη. Τέλος όπως φαίνεται στην δεύτερη γραμμή του πίνακα, στο παρών παράδειγμα έχουμε 2 οχήματα. Αντίστοιχα για το ίδιο παράδειγμα έχουμε για 3 και για 4 οχήματα όπως θα δούμε παρακάτω.



Εικόνα 64

Για μέγιστη απόσταση: 30

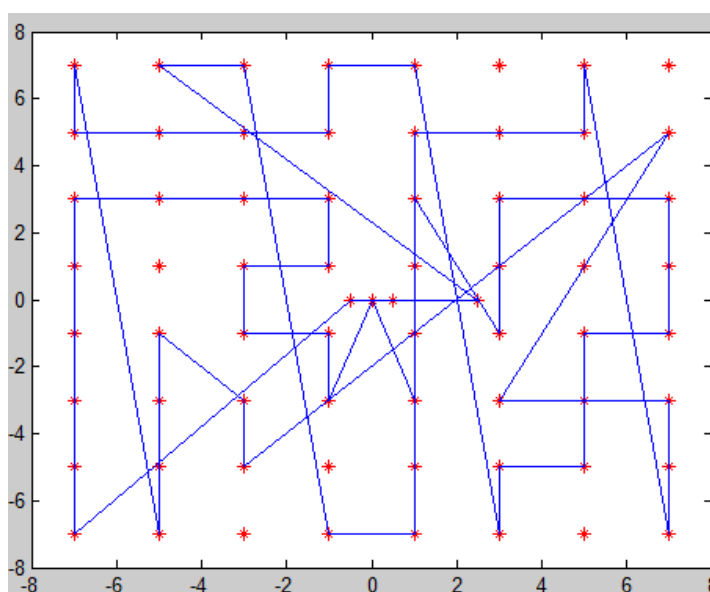
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 29 21 13 5 4 3 2 10 18 26 34 35 36 66 \ 1 37 44 52
51 43 42 50 58 59 60 61 53 45 66



Εικόνα 65

Για μέγιστη απόσταση: 65

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 38 39 40 41 47 48 49 57 65 64 63 55 54 53 45 44
43 35 34 26 18 10 11 12 13 14 15 22 21 66 \ 1 30 31 23 24 32 33 25 17
9 8 7 6 5 4 3 2 19 27 28 36 42 50 58 59 60 61 62 46 66



Εικόνα 66

Dmax	Path
20	1 22 23 24 25 33 41 40 39 38 66\1 46 54 62 63 64 55 66
25	1 30 39 40 32 25 33 41 49 48 47 38 66\1 37 45 53 61 62 63 64 56 55 54 46 66
27,5	1 29 28 27 26 34 42 50 58 59 60 52 37 66\1 38 39 40 41 49 57 64 63 62 61 53 45 66
30	1 29 21 13 5 4 3 2 10 18 26 34 35 36 66\1 37 44 52 51 43 42 50 58 59 60 61 53 45 66
32,5	1 30 31 32 33 25 41 49 57 65 64 63 55 47 39 38 66\1 37 36 35 27 26 34 42 50 58 59 60 61 62 54 46 66
35	1 46 54 53 61 62 63 64 65 57 49 48 40 41 39 38 66\1 29 21 13 14 15 7 6 5 4 3 2 10 18 26 27 66
37,5	1 37 36 44 52 51 59 60 61 62 63 64 56 57 49 41 40 39 66\1 21 13 5 4 3 12 6 7 8 9 17 25 33 32 31 66
40	1 30 38 47 48 56 57 49 41 33 25 17 9 8 7 6 5 13 21 66\1 29 28 20 12 4 3 2 10 18 26 34 42 50 58 59 60 61 53 66
42,5	1 29 28 27 26 34 42 50 58 59 60 61 62 63 64 65 57 49 48 40 39 38 66\1 21 20 19 10 11 3 4 5 6 7 8 9 17 25 33 41 32 66
45	1 30 38 47 48 49 57 65 64 63 55 54 62 61 60 59 58 50 42 34 35 36 66\1 29 28 27 26 18 19 10 2 3 4 5 6 7 8 9 17 25 33 41 40 39 66
47,5	1 21 13 5 6 14 15 7 8 9 17 25 33 41 49 57 65 64 63 55 53 45 66\1 29 20 12 4 3 2 10 18 19 28 27 26 34 42 50 58 59 60 61 62 54 46 66
50	1 30 22 14 7 8 9 17 25 33 41 40 48 49 57 65 64 63 55 54 62 61 53 46 38 66\1 39 31 32 24 16 15 6 5 4 3 2 10 18 26 34 42 50 58 59 60 45 66
52,5	1 21 22 14 13 12 4 5 6 7 8 9 17 25 33 41 49 57 65 64 63 55 54 37 36 35 27 19 11 12 13 14 22 66\1 30 23 15 16 17 9 8 7 6 5 4 3 2 10 18 26 34 42 50 58 59 60 61 62 46 66
55	1 31 32 24 25 33 41 49 57 65 64 63 55 54 53 45 37 36 35 27 19 11 12 13 14 22 66\1 30 23 15 16 17 9 8 7 6 5 4 3 2 10 18 26 34 42 50 58 59 60 61 62 46 66
57,5	1 29 21 13 5 4 3 11 10 2 18 26 34 35 43 42 50 58 59 51 52 60 61 62 63 55 47 38 66\1 37 36 28 27 19 20 12 14 6 7 8 9 17 25 33 32 40 48 56 64 65 57 49 41 39 66
60	1 29 21 22 14 6 7 8 16 17 9 25 33 41 49 48 47 46 54 55 56 57 65 64 63 62 61 53 66\1 30 31 39 40 32 24 23 15 13 5 4 3 2 10 18 26 34 35 36 43 42 50 58 59 60 52 44 37 66
62,5	1 29 21 22 15 16 24 31 39 40 48 57 49 41 33 32 25 17 9 8 7 6 13 12 20 19 27 28 36 37 66\1 30 23 14 5 4 3 2 10 11 18 26 34 42 50 58 59 51 52 60 61 62 63 64 65 56 55 47 38 66
65	1 38 39 40 41 47 48 49 57 65 64 63 55 54 53 45 44 43 35 34 26 18 10 11 12 13 14 15 22 21 66\1 30 31 23 24 32 33 25 17 9 8 7 6 5 4 3 2 19 27 28 36 42 50 58 59 60 61 62 46 66

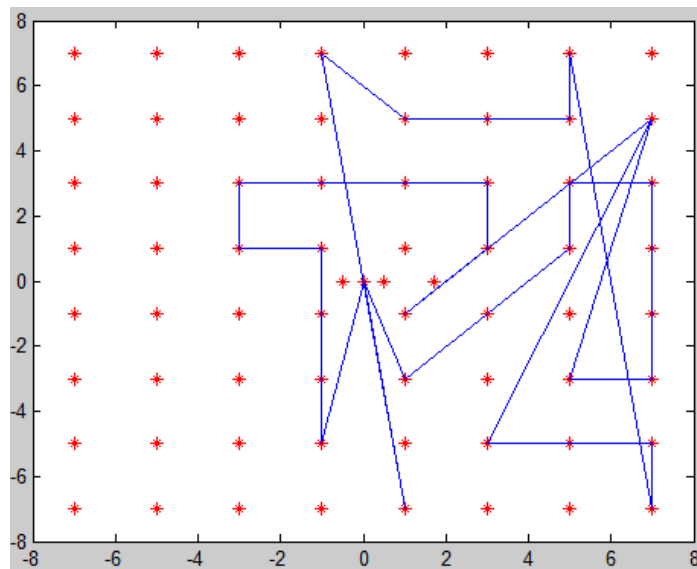
Dmax	Genetic	Best
20	375	410
25	530	580
27,5	650	670
30	710	800
32,5	810	860
35	850	925
37,5	920	1020
40	1040	1150
42,5	1130	1195
45	1230	1260
47,5	1285	1340
50	1315	1400
52,5	1360	1460
55	1430	1505
57,5	1460	1565
60	1505	1610
62,5	1535	1645
65	1555	1680

Πίνακας 27

Παραπάνω παρουσιάστηκαν ορισμένα σχεδιαγράμματα που πέτυχαν αρκετά καλά αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα στον πίνακα 26 παρουσιάζονται όλα τα μονοπάτια τα οποία μας έδωσε ο γενετικός αλγόριθμος που αναπτύξαμε, ενώ στον πίνακα 27 έχουμε για κάθε διαφορετική μέγιστη απόσταση το κέρδος που δίνει ο γενετικός αλγόριθμος σε σύγκριση με άλλες παλαιότερες μελέτες. . Παρατηρούμε λοιπόν ότι τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον γενετικό αλγόριθμο, δεν είναι τόσο καλά συγκριτικά με άλλες μεθόδους όσο για το πρόβλημα με ένα όχημα. (Στον πίνακα παρουσιάζονται τα καλύτερα αποτελέσματα από διάφορες μεθόδους). Έτσι, για όλες τις δοκιμές τα κέρδη ήταν τουλάχιστον ίσα με αυτά των άλλων μελετών. Λιγότερο καλά αποτελέσματα έχουμε για όλες τις μέγιστες αποστάσεις σε σύγκριση με άλλες μεθόδους.

Για μέγιστη απόσταση: 25

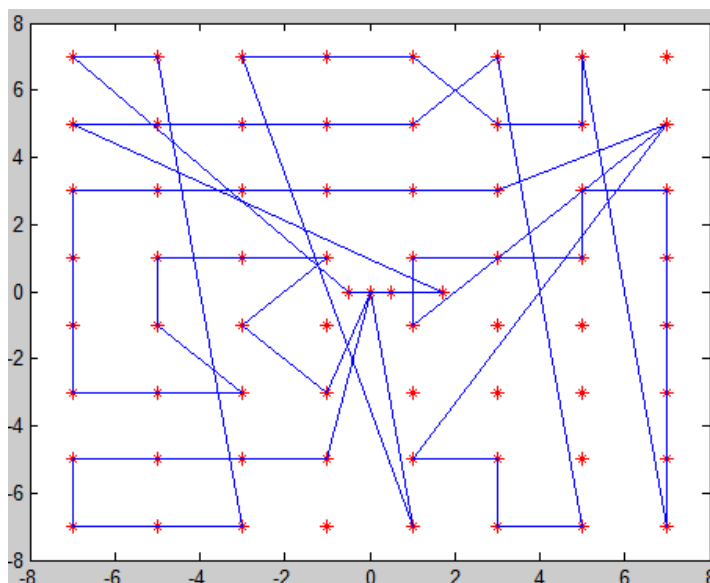
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 29 30 31 32 24 25 33 41 49 48 39 66 \ 1 38 47 56
57 65 64 63 62 54 66 \ 1 36 35 42 50 58 59 60 61 53 45 66



Εικόνα 67

Για μέγιστη απόσταση: 43.3

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 29 21 13 5 4 12 20 19 11 3 2 10 18 26 34 42 51 52
44 45 37 66 \ 1 36 27 35 43 50 58 59 60 61 62 63 64 65 57 56 48 40 39
66 \ 1 30 23 32 24 16 15 22 14 6 7 8 9 17 25 33 41 49 66



Εικόνα 68

Dmax	Path
18,3	1 31 32 41 49 48 47 38 66\1 37 45 53 61 62 55 46 66\1 30 23 24 25 33 40 39 66
20	1 29 21 13 4 5 6 14 22 30 66\1 46 54 62 63 64 55 66\1 39 40 33 41 49 48 66
23,3	1 30 22 15 16 17 25 33 41 40 39 66\1 37 45 44 51 59 60 61 62 54 46 66\1 38 47 48 49 57 65 64 56 66
25	1 29 30 31 32 24 25 33 41 49 48 39 66\1 38 47 56 57 65 64 63 62 54 66\1 36 35 42 50 58 59 60 61 53 45 66
28,3	1 29 28 27 35 34 42 50 58 59 60 52 44 36 37 66\1 30 22 14 6 7 8 16 17 25 33 41 40 39 38 66\1 46 47 48 49 57 64 55 63 62 54 66
30	1 30 31 24 32 40 48 49 57 65 64 63 55 66\1 21 13 5 6 7 15 16 17 25 33 41 39 66\1 29 19 18 26 34 43 52 60 61 62 54 46 66
31,7	1 21 13 5 6 7 8 9 17 25 33 41 48 39 38 66\1 30 31 32 40 49 57 65 64 63 62 54 53 45 46 66\1 29 28 36 35 27 26 34 42 50 58 59 60 61 66
33,3	1 29 21 13 5 4 12 11 3 2 10 18 26 34 35 36 37 66\1 30 39 40 32 33 41 49 48 56 57 64 63 55 38 66\1 45 53 52 51 43 42 50 58 59 60 61 62 54 46 66
35	1 38 46 54 47 48 49 57 65 64 63 62 61 52 44 36 66\1 29 28 27 19 18 26 34 42 50 51 59 58 60 53 66\1 30 22 14 13 4 5 6 7 8 9 17 25 33 41 40 39 66
36,7	1 21 13 12 3 4 5 6 7 8 9 17 25 33 41 40 39 38 66\1 30 31 24 32 48 49 57 65 64 63 55 54 53 52 44 45 66\1 29 28 27 19 11 10 18 26 34 42 50 59 60 61 62 46 66
38,3	1 29 28 27 35 34 26 18 10 2 3 4 5 6 7 8 15 30 66\1 31 32 24 16 9 17 25 33 41 49 57 65 64 56 55 46 66\1 37 36 44 52 51 43 42 50 58 59 60 61 62 63 48 39 38 66
40	1 29 28 27 35 34 26 18 10 2 3 4 12 13 5 6 7 15 23 30 66\1 22 14 8 9 17 25 24 32 33 41 49 57 55 54 46 45 66\1 36 44 42 43 50 58 59 60 61 62 63 64 65 56 47 38 66
41,7	1 21 20 12 11 10 2 3 4 5 6 7 8 9 17 25 33 32 31 30 66\1 38 46 47 39 40 41 49 48 56 57 65 64 63 55 54 53 45 44 36 37 66\1 29 28 27 26 18 19 35 34 42 43 51 50 58 59 60 61 62 66
43,3	1 29 21 13 5 4 12 20 19 11 3 2 10 18 26 34 42 51 52 44 45 37 66\1 36 27 35 43 50 58 59 60 61 62 63 64 65 57 56 48 40 39 66\1 30 23 32 24 16 15 22 14 6 7 8 9 17 25 33 41 49 66

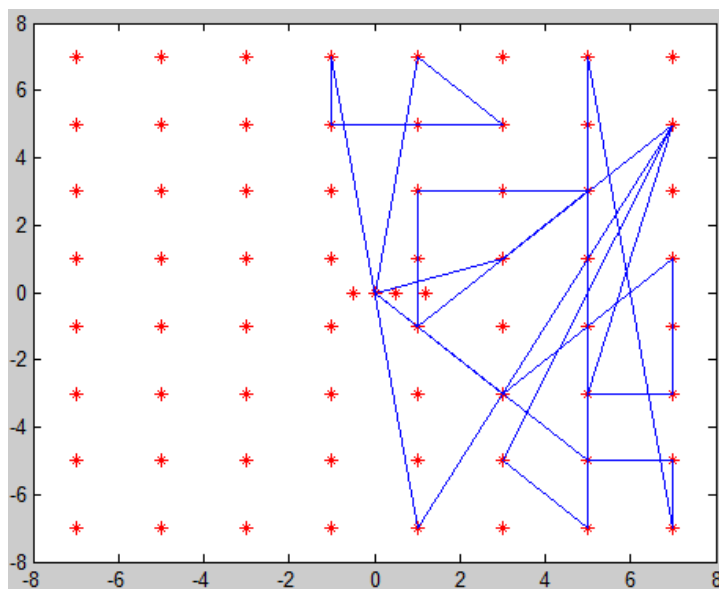
Dmax	Genetic	Best
18,3	465	495
20	535	595
23,3	700	755
25	790	870
28,3	980	1070
30	1000	1125
31,7	1125	1190
33,3	1180	1260
35	1245	1345
36,7	1355	1425
38,3	1390	1485
40	1415	1555
41,7	1500	1595
43,3	1540	1635

Πίνακας 29

Παραπάνω παρουσιάστηκαν ορισμένα σχεδιαγράμματα που πέτυχαν αρκετά καλά αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα στον πίνακα 28 παρουσιάζονται όλα τα μονοπάτια τα οποία μας έδωσε ο γενετικός αλγόριθμος που αναπτύξαμε, ενώ στον πίνακα 29 έχουμε για κάθε διαφορετική μέγιστη απόσταση το κέρδος που δίνει ο γενετικός αλγόριθμος σε σύγκριση με άλλες παλαιότερες μελέτες. . Παρατηρούμε λοιπόν ότι τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον γενετικό αλγόριθμο, δεν είναι τόσο καλά συγκριτικά με άλλες μεθόδους όσο για το πρόβλημα με ένα όχημα. (Στον πίνακα παρουσιάζονται τα καλύτερα αποτελέσματα από διάφορες μεθόδους). Έτσι, για όλες τις δοκιμές τα κέρδη ήταν τουλάχιστον ίσα με αυτά των άλλων μελετών. Λιγότερο καλά αποτελέσματα έχουμε για όλες τις μέγιστες αποστάσεις σε σύγκριση με άλλες μεθόδους.

Για μέγιστη απόσταση: 20

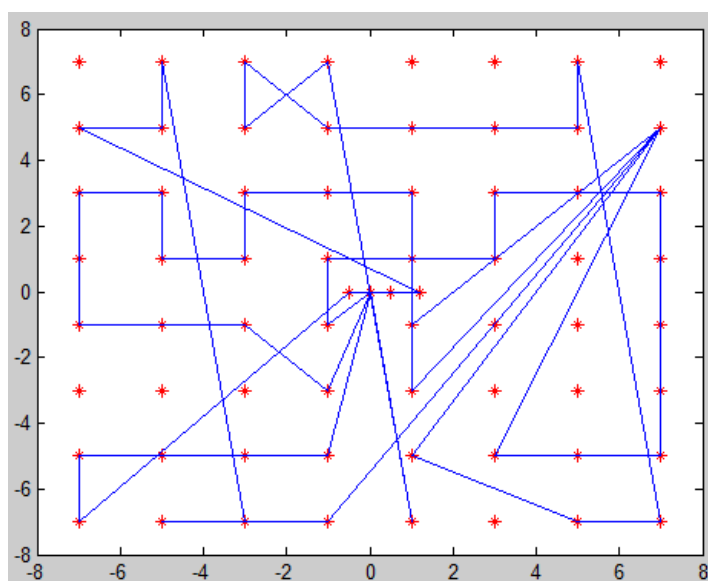
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 46 55 64 63 62 54 66 \ 1 53 61 60 59 52 45 66 \ 1 48
57 49 41 40 39 66 \ 1 43 50 42 34 35 36 66



Εικόνα 69

Για μέγιστη απόσταση: 31.2

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 29 21 13 5 4 3 2 10 18 19 20 12 28 66 \ 1 31 32 48
49 57 65 64 63 62 61 53 45 66 \ 1 36 35 26 27 34 42 50 58 59 60 52 37
66 \ 1 30 23 15 7 8 9 17 16 24 25 33 41 40 39 38 66



Εικόνα 70

Dmax	Path
16,2	1 29 28 27 26 34 35 36 66\1 37 38 46 55 47 66\1 30 31 32 33 41 40 39 66\1 53 61 62 54 66
18,8	1 29 21 13 5 4 12 20 28 66\1 30 31 32 24 25 33 66\1 37 45 53 61 60 52 44 66\1 46 47 48 49 41 40 39 38 66
20	1 46 55 64 63 62 54 66\1 53 61 60 59 52 45 66\1 48 57 49 41 40 39 66\1 43 50 42 34 35 36 66
21,2	1 29 28 36 27 26 35 43 44 37 66\1 22 15 16 17 25 33 32 31 66\1 46 54 62 61 60 52 53 45 66\1 30 39 48 49 57 56 55 47 38 66
22,5	1 29 21 20 12 11 10 18 26 27 28 66\1 30 31 32 24 25 33 41 48 47 38 66\1 37 45 44 43 51 52 60 61 53 66\1 46 54 55 56 57 49 40 39 66
23,8	1 29 28 36 35 27 26 34 42 43 44 37 66\1 30 22 23 24 16 17 25 33 32 31 66\1 39 40 41 49 57 48 47 55 38 66\1 45 53 52 60 61 62 63 54 46 66
25	1 29 21 13 12 11 10 18 26 34 35 36 37 66\1 30 31 32 40 41 33 25 17 24 23 66\1 39 48 49 57 65 64 63 55 38 66\1 45 53 52 51 59 60 61 62 54 46 66
26,2	1 29 21 13 5 4 3 10 18 26 27 28 37 66\1 30 31 32 40 48 49 41 33 25 24 66\1 36 44 43 42 50 58 59 60 61 53 45 66\1 38 54 55 47 56 64 63 62 46 66
27,5	1 29 28 27 35 34 42 50 58 59 60 52 44 37 66\1 30 22 14 6 5 4 3 2 10 18 19 66\1 38 46 47 40 41 33 25 17 24 32 31 66\1 39 48 49 57 65 64 63 62 61 53 45 66
28,8	1 29 21 13 5 4 3 2 10 18 26 34 35 36 37 66\1 30 31 32 40 41 33 25 17 8 16 24 23 66\1 46 54 53 61 60 59 58 50 42 43 44 45 66\1 47 55 63 62 64 65 57 49 48 39 38 66
30	1 30 22 14 5 6 7 15 24 25 33 41 40 39 38 66\1 45 44 52 53 61 60 59 58 50 42 43 37 66\1 46 54 62 63 64 65 57 49 48 56 55 66\1 29 20 12 4 3 2 10 11 18 26 34 35 66
31,2	1 29 21 13 5 4 3 2 10 18 19 20 12 28 66\1 31 32 48 49 57 65 64 63 62 61 53 45 66\1 36 35 26 27 34 42 50 58 59 60 52 37 66\1 30 23 15 7 8 9 17 16 24 25 33 41 40 39 38 66
32,5	1 21 13 5 4 3 11 10 18 26 34 35 43 44 36 37 66\1 31 41 33 25 17 9 16 8 7 6 14 22 66\1 29 28 20 19 27 42 50 51 52 60 61 62 54 46 66\1 30 23 24 32 40 48 49 57 56 55 63 64 47 38 66

Dmax	Genetic	Best
16,2	495	555
18,8	635	690
20	680	765
21,2	770	860
22,5	855	960
23,8	925	1030
25	1040	1160
26,2	1080	1300
27,5	1230	1320
28,8	1305	1390
30	1335	1450
31,2	1410	1520
32,5	1435	1620

Πίνακας 31

Παραπάνω παρουσιάστηκαν ορισμένα σχεδιαγράμματα που πέτυχαν αρκετά καλά αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα στον πίνακα 30 παρουσιάζονται όλα τα μονοπάτια τα οποία μας έδωσε ο γενετικός αλγόριθμος που αναπτύξαμε, ενώ στον πίνακα 31 έχουμε για κάθε διαφορετική μέγιστη απόσταση το κέρδος που δίνει ο γενετικός αλγόριθμος σε σύγκριση με άλλες παλαιότερες μελέτες. Παρατηρούμε λοιπόν ότι τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον γενετικό αλγόριθμο, δεν είναι τόσο καλά συγκριτικά με άλλες μεθόδους όσο για το πρόβλημα με ένα όχημα. (Στον πίνακα παρουσιάζονται τα καλύτερα αποτελέσματα από διάφορες μεθόδους). Έτσι, για όλες τις δοκιμές τα κέρδη ήταν τουλάχιστον ίσα με αυτά των άλλων μελετών. Λιγότερο καλά αποτελέσματα έχουμε για όλες τις μέγιστες αποστάσεις σε σύγκριση με άλλες μεθόδους.

8.6 Πρόβλημα Set p7

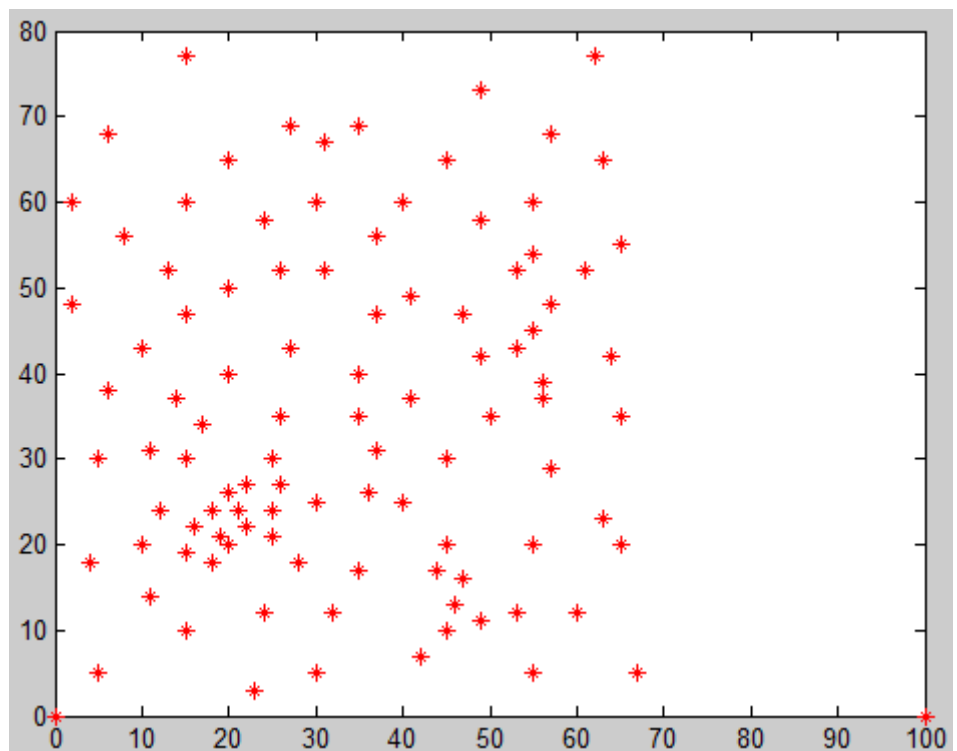
Τα δεδομένα μας, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

102		
2		
10.0		
35.000	35.000	0
15.000	30.000	26
55.000	5.000	29
31.000	52.000	27
60.000	12.000	31
8.000	56.000	27
13.000	52.000	36
6.000	68.000	30
21.000	24.000	28
56.000	39.000	36
55.000	54.000	26
16.000	22.000	41
4.000	18.000	35
28.000	18.000	26
26.000	27.000	27
55.000	45.000	13
55.000	20.000	19
55.000	60.000	16
30.000	60.000	16
20.000	65.000	12
50.000	35.000	19
30.000	25.000	23
15.000	10.000	20
10.000	20.000	19
20.000	40.000	12
15.000	60.000	17
45.000	20.000	11
45.000	10.000	18
45.000	30.000	17
35.000	40.000	16
41.000	37.000	16
40.000	60.000	21
35.000	69.000	23
53.000	52.000	11
65.000	55.000	14
5.000	5.000	16
11.000	14.000	18
6.000	38.000	16
47.000	47.000	13
37.000	31.000	14
57.000	29.000	18
36.000	26.000	18
12.000	24.000	13
24.000	58.000	19
62.000	77.000	20
49.000	73.000	25
67.000	5.000	25
57.000	68.000	15
47.000	16.000	25
49.000	11.000	18
49.000	42.000	13
53.000	43.000	14
57.000	48.000	23
15.000	47.000	16
14.000	37.000	11
26.000	35.000	15
18.000	24.000	22
25.000	24.000	20
22.000	27.000	11
25.000	21.000	12
18.000	18.000	17
41.000	49.000	10
35.000	17.000	7
25.000	30.000	3
20.000	50.000	5
10.000	43.000	9
30.000	5.000	8
5.000	30.000	2
45.000	65.000	9
65.000	35.000	3
65.000	20.000	6
64.000	42.000	9
63.000	65.000	8
2.000	60.000	5
20.000	20.000	8
40.000	25.000	9
42.000	7.000	5
24.000	12.000	5
23.000	3.000	7
2.000	48.000	1
49.000	58.000	10
27.000	43.000	9
63.000	23.000	2
53.000	12.000	6
32.000	12.000	7
17.000	34.000	3
27.000	69.000	10
15.000	77.000	9
37.000	47.000	6
37.000	56.000	5
44.000	17.000	9
46.000	13.000	8
61.000	52.000	3
56.000	37.000	6
11.000	31.000	7
26.000	52.000	9
31.000	67.000	3
15.000	19.000	1
22.000	22.000	2
19.000	21.000	10
20.000	26.000	9
35.000	35.000	0

Πίνακας 32

Τα δεδομένα που φαίνονται στον διπλανό πίνακα, αποτελούν αντικείμενο μελέτης πολλών μελετών και είναι γνωστά ως το πρόβλημα του Team Orienteering p7.

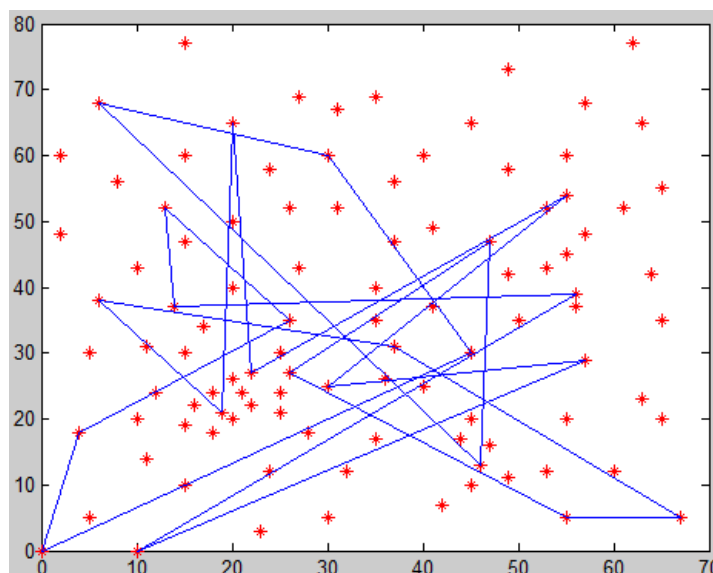
Το σχεδιάγραμμα αποτελείται από 102 διαφορετικούς κόμβους με συντεταγμένες x και y όπως αναγράφονται στις στήλες ένα και δύο αντίστοιχα και με κέρδος όπως φαίνεται στην τρίτη στήλη. Τέλος όπως φαίνεται στην δεύτερη γραμμή του πίνακα, στο παρών παράδειγμα έχουμε 2 οχήματα. Αντίστοιχα για το ίδιο παράδειγμα έχουμε για 3 και για 4 οχήματα όπως θα δούμε παρακάτω.



Εικόνα 71

Για μέγιστη απόσταση: 90

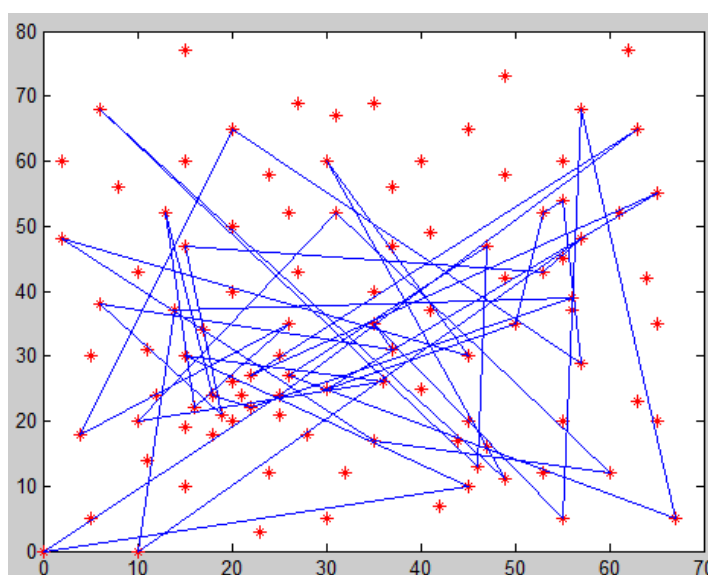
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 15 58 9 57 12 2 43 24 13 61 22 102 \ 1 31 21 10 94
41 17 5 49 42 40 102



Εικόνα 72

Για μέγιστη απόσταση: 200

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 30 4 44 26 6 7 65 82 31 21 51 52 10 94 41 17 49
50 5 3 42 40 102 \ 1 60 75 61 37 24 23 36 13 43 22 15 58 14 9 59 101
12 57 2 55 54 56 102



Εικόνα 73

Dmax	Path
50	1 15 59 101 57 12 9 58 22 102 \ 1 31 51 10 94 21 29 102
60	1 56 64 59 101 57 12 100 9 58 15 22 42 102 \ 1 21 94 10 41 29 31 102
70	1 58 57 12 9 15 60 14 22 42 40 102 \ 1 31 21 10 52 16 53 11 30 102
80	1 64 59 101 57 12 24 13 43 9 58 22 42 40 102 \ 1 31 21 10 53 11 4 30 102
90	1 15 58 9 57 12 2 43 24 13 61 22 102 \ 1 31 21 10 94 41 17 5 49 42 40 102
100	1 22 15 58 9 57 12 2 55 54 7 44 4 30 102 \ 1 31 21 94 10 41 17 5 3 49 42 102
110	1 64 15 59 101 57 12 2 55 54 7 25 9 58 22 40 102 \ 1 30 31 21 94 10 41 17 5 3 28 49 29 102
120	1 56 2 55 54 7 44 96 4 62 39 52 10 21 31 102 \ 1 40 42 60 99 58 14 15 64 59 101 57 24 13 12 9 22 30 102
130	1 30 4 96 7 54 55 2 101 9 57 12 61 37 13 24 43 59 64 102 \ 1 31 29 21 94 10 41 17 5 3 50 49 14 22 15 58 102
140	1 31 21 94 10 52 16 53 34 11 62 4 44 6 7 54 55 25 56 102 \ 1 40 64 60 14 75 61 98 24 13 43 2 101 9 12 22 15 58 57 100 102
150	1 31 21 94 10 52 16 53 11 81 32 90 4 44 26 6 7 54 55 2 101 59 64 102 \ 1 40 42 23 24 13 98 61 14 22 15 58 37 12 57 9 100 102
160	1 30 10 21 31 51 52 16 39 32 90 4 96 65 54 7 55 2 56 102 \ 1 76 27 49 91 40 42 14 23 37 13 24 12 99 60 22 58 59 101 57 75 100 9 15 64 102
170	1 31 29 51 10 94 41 5 84 50 28 63 14 75 61 12 24 13 43 2 55 56 102 \ 1 30 4 19 44 20 26 6 8 7 40 22 60 9 59 57 58 15 102
180	1 40 76 91 92 50 3 5 41 94 10 21 31 51 39 34 11 81 32 90 4 96 44 1 102 \ 17 49 27 42 56 86 2 43 24 13 55 54 7 22 15 58 9 12 57 101 59 64 102
190	1 30 31 21 10 52 39 34 11 18 48 46 33 19 4 44 20 26 6 7 54 55 2 56 102 \ 1 22 14 63 91 49 50 3 47 5 13 101 12 61 9 57 58 15 102
200	1 30 4 44 26 6 7 65 82 31 21 51 52 10 94 41 17 49 50 5 3 42 40 102 \ 1 60 75 61 37 24 23 36 13 43 22 15 58 14 9 59 101 12 57 2 55 54 56 102

Πίνακας 33

Dmax	Genetic	Best
50	288	290
60	339	387
70	394	459
80	419	521
90	473	580
100	529	646
110	549	705
120	593	767
130	661	827
140	669	888
150	712	945
160	723	1002
170	737	1044
180	779	1094
190	827	1136
200	860	1179

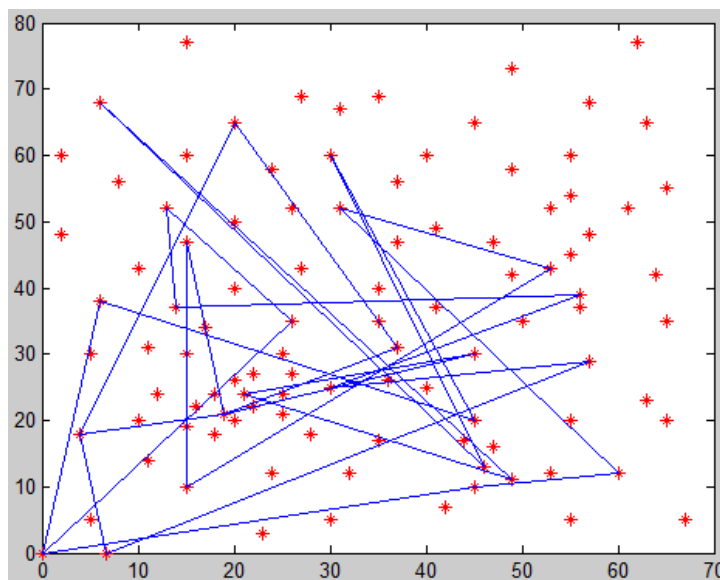
Πίνακας 34

Παραπάνω παρουσιάστηκαν ορισμένα σχεδιαγράμματα που πέτυχαν καλά αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα στον πίνακα 33 παρουσιάζονται όλα τα μονοπάτια τα οποία μας έδωσε ο γενετικός αλγόριθμος που αναπτύξαμε, ενώ στον πίνακα 34 έχουμε για κάθε διαφορετική μέγιστη απόσταση το κέρδος που δίνει ο γενετικός αλγόριθμος σε σύγκριση με άλλες παλαιότερες μελέτες.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον γενετικό αλγόριθμο, δεν είναι τόσο καλά συγκριτικά με άλλες μεθόδους όσο για το πρόβλημα με ένα όχημα. Λιγότερο καλά αποτελέσματα έχουμε για σχεδόν όλες τις μέγιστες αποστάσεις ενώ παρατηρούμε το γεγονός ότι όσο αυξάνεται η μέγιστη δυνατή απόσταση τόσο μεγαλώνει η απόκλιση.

Για μέγιστη απόσταση: 73.3

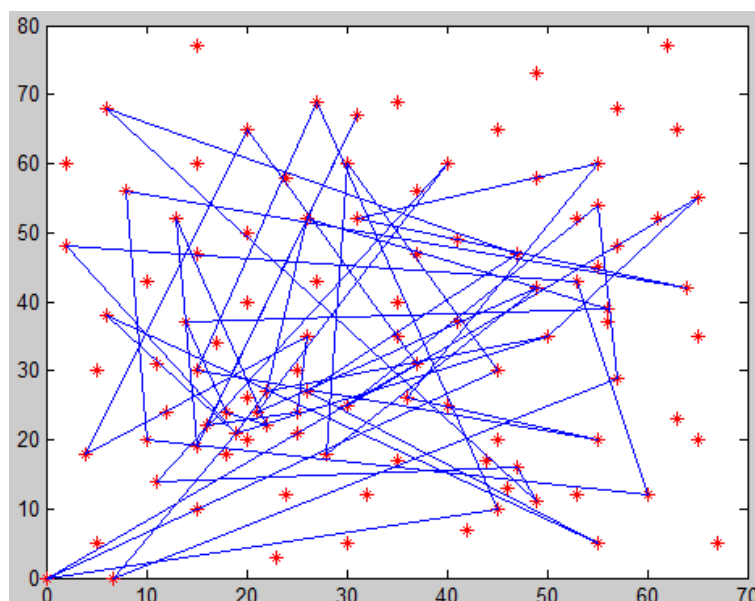
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 58 9 57 12 24 43 2 15 22 42 102 \ 1 40 29 21 94 10
52 11 31 102 \ 1 30 7 6 54 25 56 102



Εικόνα 74

Για μέγιστη απόσταση: 133.3

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 42 22 15 58 60 14 99 100 9 101 59 57 12 98 61 23
37 24 13 43 2 102 \ 1 31 21 16 53 11 34 39 51 52 10 41 17 5 40 102 \ 1
30 89 4 19 44 20 6 74 8 26 7 54 82 102



Εικόνα 75

Dmax	Path
53,3	1 64 59 101 57 12 100 9 58 15 22 102 \ 1 31 51 52 10 21 29 40 102 \ 1 4 44 30 102
60	1 40 42 76 29 94 10 21 31 102 \ 1 30 4 44 96 82 56 102 \ 1 15 58 59 9 57 12 14 22 102
66,7	1 64 59 101 57 12 9 15 14 22 42 40 102 \ 1 21 10 53 11 34 39 31 102 \ 1 56 54 7 4 30 102
73,3	1 58 9 57 12 24 43 2 15 22 42 102 \ 1 40 29 21 94 10 52 11 31 102 \ 1 30 7 6 54 25 56 102
80	1 40 29 21 10 16 11 53 52 39 31 102 \ 1 42 22 58 15 9 100 12 59 101 57 2 64 56 102 \ 1 25 6 7 54 96 30 102
86,7	1 42 22 14 60 99 75 100 2 12 57 101 59 9 58 15 64 102 \ 1 21 10 52 51 31 29 27 49 40 102 \ 1 30 4 96 65 54 7 66 86 55 56 102
93,3	1 40 22 15 64 2 55 54 7 44 4 30 102 \ 1 29 21 94 10 41 17 5 49 42 102 \ 1 56 58 59 101 57 13 12 9 14 60 102
100	1 15 58 59 101 57 2 55 7 6 54 25 30 102 \ 1 29 21 10 94 41 5 3 50 49 42 40 102 \ 1 56 43 24 13 37 23 12 9 14 60 22 102
106,7	1 40 42 22 15 64 59 101 9 57 12 24 13 23 14 60 58 56 102 \ 1 31 29 41 21 94 10 52 16 53 11 34 39 62 4 102 \ 1 25 7 38 2 54 65 96 30 102
113,3	1 40 42 14 60 58 22 15 59 9 101 57 12 43 24 37 13 2 102 \ 1 31 76 27 49 29 21 51 52 10 16 53 34 11 102 \ 1 30 25 7 4 19 44 54 55 86 56 102
120	1 40 42 22 58 15 64 2 59 101 9 57 12 43 24 13 37 23 78 14 102 \ 1 31 29 27 49 84 5 41 10 21 94 52 39 62 30 102 \ 1 56 25 65 54 6 8 7 26 44 96 4 102
126,7	1 42 22 15 58 60 14 99 100 9 101 59 57 12 98 61 23 37 24 13 43 2 102 \ 1 31 21 16 53 11 34 39 51 52 10 41 17 5 40 102 \ 1 30 89 4 19 44 20 6 74 8 26 7 54 82 102
133,3	1 40 42 76 22 99 9 57 12 43 24 37 13 2 55 66 7 54 102 \ 1 56 64 15 58 60 14 63 91 92 50 3 49 17 5 41 102 \ 1 30 4 19 97 33 32 46 11 52 53 10 94 21 102

Πίνακας 35

Dmax	Genetic	TMH	GTP	GTF	FVF	SVF	GLS	Ase	ADC	ARC	Asi	SVNS	FPR	SPR
53,3	385	416	425	425	425	425	418	425	425	425	425	425	425	425
60	428	481	487	487	487	487	480	487	487	486	487	480	485	487
66,7	476	563	564	564	562	564	539	564	564	564	564	543	560	564
73,3	507	632	633	633	632	633	586	633	632	633	633	633	633	633
80	560	681	683	679	681	681	668	684	683	684	684	681	684	684
86,7	598	756	749	755	745	762	735	762	762	762	762	743	762	762
93,3	626	789	810	811	814	820	789	820	819	819	820	804	813	820
100	714	874	873	865	871	874	833	874	874	874	874	841	859	874
106,7	728	922	917	923	926	927	912	929	925	926	925	918	825	927
113,3	766	966	976	987	978	987	945	987	987	987	987	966	970	987
120	829	1011	1018	1022	1024	1022	1015	1026	1024	1021	1022	1009	1017	1026
126,7	865	1061	1081	1081	1079	1079	1054	1081	1081	1081	1077	1070	1076	1081
133,3	848	1098	1114	1116	1112	1115	1008	1118	1117	1103	1117	1109	1111	1118

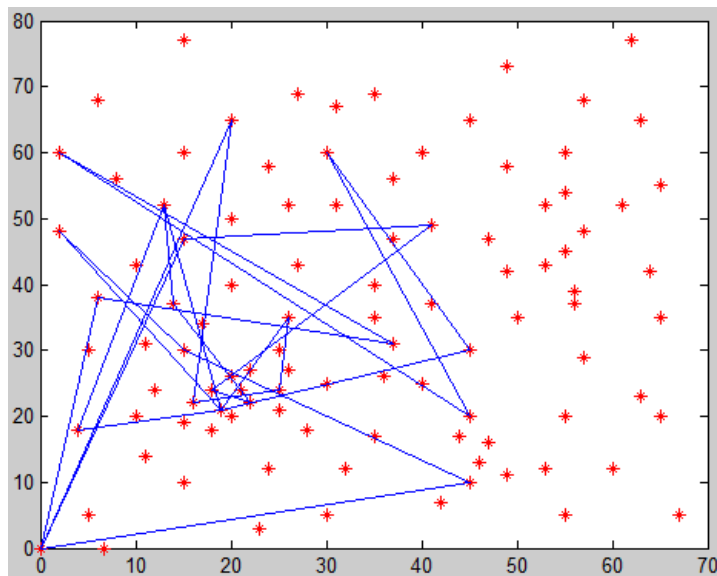
Πίνακας 36

Παραπάνω παρουσιάστηκαν ορισμένα σχεδιαγράμματα που πέτυχαν καλά αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα στον πίνακα 35 παρουσιάζονται όλα τα μονοπάτια τα οποία μας έδωσε ο γενετικός αλγόριθμος που αναπτύξαμε, ενώ στον πίνακα 36 έχουμε για κάθε διαφορετική μέγιστη απόσταση το κέρδος που δίνει ο γενετικός αλγόριθμος σε σύγκριση με άλλες παλαιότερες μελέτες.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον γενετικό αλγόριθμο, δεν είναι τόσο καλά συγκριτικά με άλλες μεθόδους όσο για το πρόβλημα με ένα όχημα. Λιγότερο καλά αποτελέσματα έχουμε για σχεδόν όλες τις μέγιστες αποστάσεις ενώ παρατηρούμε το γεγονός ότι όσο αυξάνεται η μέγιστη δυνατή απόσταση τόσο μεγαλώνει η απόκλιση.

Για μέγιστη απόσταση: 45

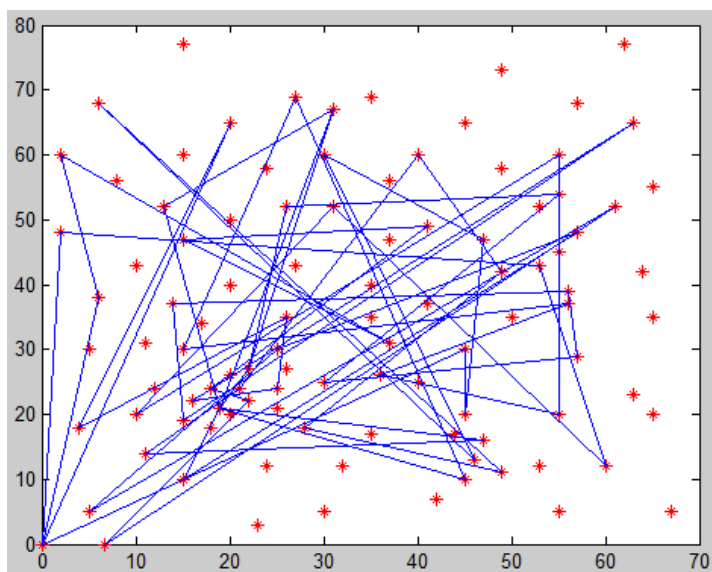
Βέλτιστη Διαδρομή: 1 40 42 76 29 21 31 102 \ 1 30 4 82 102 \ 1 22 14 60
58 102 \ 1 56 64 59 101 57 9 15 102



Εικόνα 76

Για μέγιστη απόσταση: 100

Βέλτιστη Διαδρομή: 1 22 15 58 60 14 75 100 57 12 43 24 13 98 61 99 9
102 \ 1 31 29 41 21 94 10 52 16 53 34 11 39 51 102 \ 1 40 76 42 56 64
59 101 2 95 38 66 55 25 102 \ 1 82 54 7 6 26 20 19 44 96 4 89 30 102



Εικόνα 77

Dmax	Path
35	1 40 76 42 22 102 \ 1 30 82 56 102 \ 1 31 21 29 102 \ 1 15 58 59 64 102
40	1 40 42 22 58 15 1 102 \ 1 30 31 21 29 102 \ 1 56 64 101 59 102 \ 14 60 75 100 57 12 9 102
45	1 40 76 29 21 31 1 102 \ 56 15 58 60 99 59 64 102 \ 1 22 14 63 42 102 \ 2 57 100 61 12 101 9 102
55	1 64 59 101 9 57 12 2 56 102 \ 1 51 52 10 94 21 29 31 102 \ 1 4 96 44 30 102 \ 1 40 42 22 14 58 15 102
60	1 40 42 76 29 21 10 52 51 31 1 102 \ 1 30 82 25 56 102 \ 1 22 14 60 75 61 100 99 9 101 59 64 102 \ 2 43 24 13 57 12 58 15 102
65	1 40 42 76 27 91 49 63 14 22 102 \ 1 30 31 21 94 10 16 53 102 \ 1 15 58 101 9 100 24 57 59 64 102 \ 1 56 2 43 12 61 75 99 60 102
70	1 40 42 58 9 57 12 100 61 75 60 14 22 102 \ 1 31 29 21 16 52 51 10 102 \ 1 56 64 43 24 2 101 59 15 102 \ 1 30 4 7 82 102
75	1 40 42 22 58 60 61 57 43 2 64 102 \ 1 31 29 21 94 10 53 52 16 39 102 \ 1 56 25 54 7 4 89 30 102 \ 1 14 23 37 24 12 9 15 102
80	1 40 42 76 29 21 51 52 16 53 94 10 31 102 \ 1 30 89 62 4 96 44 7 82 102 \ 1 15 58 99 100 61 24 13 12 9 101 59 64 102 \ 1 56 2 57 75 14 60 22 102
85	1 40 42 22 58 60 23 14 75 100 9 1 102 \ 1 31 29 21 16 53 94 10 52 51 39 102 \ 1 30 4 96 6 7 54 55 102 \ 56 64 2 37 13 43 24 12 57 101 59 15 102
90	1 58 60 14 75 100 57 12 2 43 24 98 61 9 15 102 \ 1 31 21 41 94 10 52 16 53 34 11 39 62 30 102 \ 1 4 96 7 54 56 64 59 101 22 102 \ 1 29 17 5 84 50 49 28 92 91 27 76 42 40 102
95	1 22 15 58 60 14 75 99 9 101 57 12 98 61 100 59 2 86 56 102 \ 1 31 29 41 21 94 10 52 16 53 34 11 102 \ 1 82 25 54 7 26 6 44 4 30 102 \ 1 40 76 17 5 27 49 50 42 102
100	1 22 15 58 60 14 75 100 57 12 43 24 13 98 61 99 9 102 \ 1 31 29 41 21 94 10 52 16 53 34 11 39 51 102 \ 1 40 76 42 56 64 59 101 2 95 38 66 55 25 102 \ 1 82 54 7 6 26 20 19 44 96 4 89 30 102

Dmax	Genetic	TMH	GTP	GTF	FVF	SVF	GLS	Ase	ADC	ARC	Asi	SVNS	FPR	SPR
35	217	217	217	217	217	217	209	217	217	217	217	217	217	217
40	329	285	285	285	285	285	285	285	285	285	285	283	285	285
45	366	359	366	366	366	366	359	366	366	366	366	364	366	366
55	475	503	520	520	518	520	511	520	520	520	520	518	518	518
60	534	576	590	588	588	590	573	590	590	590	590	575	581	590
65	554	643	644	646	646	646	638	646	644	646	646	639	646	646
70	578	726	723	721	715	730	698	730	725	725	726	723	723	730
75	632	776	772	778	770	781	761	781	778	781	778	778	780	780
80	684	832	841	839	846	846	803	846	846	838	842	841	842	846
85	719	905	902	898	899	906	899	909	909	909	909	896	902	907
90	825	966	970	969	970	970	937	970	970	970	970	964	961	970
95	824	1019	1021	1020	1021	1022	1005	1022	1019	1021	1019	1019	1022	1022
100	883	1067	1071	1071	1077	1077	1020	1077	1072	1077	1077	1073	1066	1077

Πίνακας 38

Παραπάνω παρουσιάστηκαν ορισμένα σχεδιαγράμματα που πέτυχαν καλά αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα στον πίνακα 37 παρουσιάζονται όλα τα μονοπάτια τα οποία μας έδωσε ο γενετικός αλγόριθμος που αναπτύξαμε, ενώ στον πίνακα 38 έχουμε για κάθε διαφορετική μέγιστη απόσταση το κέρδος που δίνει ο γενετικός αλγόριθμος σε σύγκριση με άλλες παλαιότερες μελέτες.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον γενετικό αλγόριθμο, δεν είναι τόσο καλά συγκριτικά με άλλες μεθόδους όσο για το πρόβλημα με ένα όχημα. Ωστόσο, καλύτερα αποτελέσματα παίρνουμε στην περίπτωση για μέγιστη απόσταση 40 και 45. Λιγότερο καλά αποτελέσματα έχουμε για σχεδόν όλες τις μέγιστες αποστάσεις ενώ παρατηρούμε το γεγονός ότι όσο αυξάνεται η μέγιστη δυνατή απόσταση τόσο μεγαλώνει η απόκλιση.

9. Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία αναπτύχθηκε γενετικός αλγόριθμος, ο αλγόριθμος αυτός είναι εξολοκλήρου εμπνευσμένος από την φύση και κατάλληλα διαμορφωμένος για την επίλυση του επιλεκτικού προβλήματος του πλανόδιου πωλητή (Selective Travelling Salesman Problem) τόσο για έναν όσο και για περισσότερους πωλητές – οχήματα.

Για την περίπτωση του ενός οχήματος (Orienteering Problem) ο γενετικός αλγόριθμος βελτιώνει κατά πολύ τα αποτελέσματα σε συγκεκριμένα πειραματικά δεδομένα που ελέχθησαν, σε σύγκριση με παλαιότερες μελέτες, όπως φαίνεται στους παραπάνω πίνακες. Ακόμα πρέπει να αναφερθεί ότι οι χρόνοι αποπεράτωσης του αλγορίθμου ήταν αρκετά ικανοποιητικοί καθώς ο μέσος χρόνος (Average CPU Time) ήταν 44 δευτερόλεπτα με ελάχιστο χρόνο τα 7 δευτερόλεπτα και μέγιστο τα 164 δευτερόλεπτα για το μεγαλύτερο πρόβλημα που είχαμε να αντιμετωπίσουμε. Παράλληλα τα αποτελέσματα είναι κατά μέσο ποσοστό 1,084% καλύτερα από τις παλαιότερες προσπάθειες επίλυσης του επιλεκτικού προβλήματος του πλανόδιου πωλητή, οι μέθοδοι αυτοί ήταν η GLS, η OPT, η D(R-I), η S(R-I), η Knapsack και η MVP.

Για την περίπτωση των πολλών οχημάτων (Team Orienteering Problem) ο γενετικός αλγόριθμος δεν παράγει τόσο καλά αποτελέσματα όσο στην εφαρμογή του για ένα όχημα. Παρατηρούμε, επίσης, ότι όσο αυξάνονται τα οχήματα αλλά και οι κόμβοι στα πειράματα τόσο λιγότερο καλά αποτελέσματα παίρνουμε ενώ παράλληλα ο χρόνος αποπεράτωσης των πειραμάτων αυξάνεται δραματικά. Στο πρόβλημα αυτό προσθέσαμε τον 1-0 Επανατοποθέτηση (1-0 Relocate) ο οποίος αν και βοήθησε στην βελτίωση των αποτελεσμάτων δεν μας έφερε τα αναμενόμενα αποτελέσματα. Τέλος είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι παραπάνω παρουσιάστηκαν τρία από τα επτά διαφορετικά πακέτα πειραματικών δεδομένων, αυτά που θεωρήσαμε πιο αντιπροσωπευτικά (στα πακέτα 2 έως 4 τα αποτελέσματα ήταν ελαφρώς καλύτερα ενώ στο πακέτο 6 ήταν λίγο λιγότερα καλά από το πακέτο 5). Η αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου είχε φθίνουσα πορεία ενώ ελέγχουμε από το πρώτο έως και το έβδομο πακέτο δεδομένων.

Συνεπώς ο γενετικός αλγόριθμος που αναπτύξαμε και στην συνέχεια τροποποιήσαμε για το ίδιο πρόβλημα με πολλαπλά οχήματα παράγει βέλτιστα μονοπάτια για την περίπτωση του ενός οχήματος αλλά όχι για περισσότερα από δύο. Το γεγονός αυτό οφείλετε κατ' αρχάς στην πολυπλοκότητα των διαδρομών για πολλαπλά οχήματα και κατά δεύτερων στο γεγονός ότι ο αλγόριθμος δίνει βαρύτητα στην βελτίωση της κάθε μιας διαδρομής για κάθε όχημα ξεχωριστά και όχι στην βελτίωση του συνόλου των διαδρομών.

Επιπροσθέτως, η γλώσσα προγραμματισμού που χρησιμοποιήθηκε ήταν η MATLAB (έκδοση: 7.10.0. (R2010a)), μια γλώσσα σχετικά εύχρηστη αλλά με αργούς χρόνους υπολογισμών σε σχέση με άλλες γλώσσες προγραμματισμού. Όλα τα αποτελέσματα δόθηκαν με την βοήθεια υπολογιστή Intel Pentium D στα 3,40 GHz και με μνήμη RAM 2,00 GB.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι αν γινόταν χρήση ταχύτερης γλώσσας προγραμματισμού και ταχύτερου υπολογιστή ο αλγόριθμος θα απέδιδε καλύτερα καθώς θα μας επιτρεπόταν να πραγματοποιήσουμε μεγαλύτερο εύρος επαναλήψεων.

Τέλος, αντικείμενα μελλοντικής έρευνας θα μπορούσαν να είναι η ανάπτυξη παρόμοιων αλγορίθμων για προβλήματα πλανόδιου πωλητή και προεκτάσεών του καθώς και η βελτίωση του αλγορίθμου για περισσότερους από έναν πωλητές – οχήματα (Team Orienteering Problem).

10. Βιβλιογραφία

- [1] Ιωάννης Μαρινάκης / Αθανάσιος Μυγδαλάς. Σχεδιασμός και βελτιστοποίηση της εφοδιαστικής αλυσίδας. *Εκδόσεις Σοφία* (2008)
- [2] Ιωάννης Μαρινάκης / Μαγδαληνή Μαρινάκη / Νικόλαος Φ. Ματσατσίνης / Κωνσταντίνος Ζοπουνίδης. Μεθευρετικοί και Εξελκτικοί Αλγόριθμοι σε προβλήματα Διοικητικής Επιστήμης. *Εκδόσεις Σοφία* (2008)
- [3] T. Tsiligirides, Heuristic methods applied to orienteering, J. Oper. Sco. 35 (1984) 797 – 809
- [4] Gilbert Laporte / Silvano Martello, The Selective Travelling Salesman Problem. Discrete Applied Mathematics 26 (1990) 193 - 207
- [5] I-Ming Chao / Bruce L. Golden / Edward A. Wasil, A fast and effective heuristic for the Orienteering Problem. European Journal of Operational Research 88 (1996) 475 – 489
- [6] Michel Gendreau / Gilbert Laporte / Frederic Semet, A tabu search heuristic for the undirected selective travelling salesman problem. European Journal of Operational Research 106 (1998) 539 -545
- [7] C. Peter Keller, Algorithms to solve the orienteering problem A comparison. European Journal of Operational Research 41 (1989) 224 – 231
- [8] Adrienne C. Leifer / Moshe B. Rosenwein, Strong linear programming relaxations for the orienteering problem. European Journal of Operational Research 73 (1994) 517 – 523
- [9] Hansen p. Mladenovic, Variable neighborhood search: Principles and applications. European Journal of Operational Research 130 (2001) 449 - 467
- [10] P. Vansteenwegen / W. Souffriau / G. V. Berghe / D. Van Oudheusden, A guided local search metaheuristic for the team orienteering problem. European Journal of Operational Research 196 (2009) 118 – 127

- [11] I-Ming Chao / Bruce L. Golden / Edward A. Wasil, The team orienteering problem, *European Journal of Operational Research* 88 (1996) 464 – 474
- [12] Liangjun Ke / Claudia Archetti / Zuren Feng, Ants can solve the team orienteering problem. *Computer & Industrial Engineering* 54 (2008) 648 – 665
- [13] Hao Tang / Elise Miller – Hooks, A TABU search heuristic for the team orienteering problem. *Computer & Industrial Engineering* 32 (2005) 1379 – 1407
- [14] Renata Mansini / Nacima Labadie / Jan Melechovsky / Roberto Wofler Calvo, The team orienteering problem with time windows: An LP – based granular variable neighborhood search. *European Journal of Operational Research* (2011)
- [15] Wouter Souffriau / Pieter Vansteenwegen / Greet Vanden Berghe / Dirk Oudheusden, A path relinking approach for the team orienteering problem. *Computers & Operations Research* 37 (2010) 1853 – 1850
- [16] Shih-Wei Lin / Vicent F. Yu, A simulated annealing heuristic for the team orienteering problem with time windows. *European Journal of Operational Research* 217 (2012) 94 – 107