

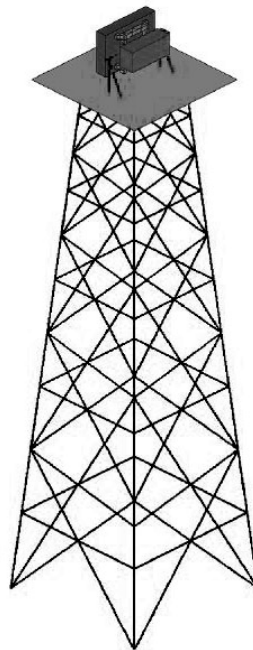


ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΥΡΓΟΥ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΜΕ ΜΑΖΕΣ ΚΑΘΗΣΥΧΑΣΗΣ



Κουτελός Κωνσταντίνος, 2005010070
Τσάτσος Βασίλης, 2005010047

Επιβλέπων: Γεώργιος Ε. Σταυρουλάκης

ΧΑΝΙΑ, 2013

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	4
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	5
1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	6
1.1 Φύση του Σεισμικού κύματος	6
1.2 Ανθρώπινη παρέμβαση – Αντισεισμική προστασία	8
1.3 Πεδία ενδιαφέροντος και ζητούμενα	10
1.4 Μεθοδολογία και δομή της εργασίας.....	12
2 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ	15
2.1 Μονοβάθμια Συστήματα	15
2.1.1 Εξίσωση Κίνησης	15
2.1.2 Ελεύθερη Ταλάντωση.....	17
2.2 Πολυβάθμια Συστήματα.....	20
2.2.1 Ελεύθερη ταλάντωση.....	20
2.2.2 Ιδιομορφική Ανάλυση.....	23
2.3 Δυναμική Ανάλυση	30
2.3.1 Εισαγωγή	30
2.3.2 Σεισμική απόκριση	32
2.4 Μέθοδοι αριθμητικής ολοκλήρωσης στην Δυναμική Ανάλυση Κατασκευών	
34	
2.4.1 Μέθοδος Κεντρικής Διαφοράς	35
2.4.2 Μέθοδος Γραμμικής Επιτάχυνσης.....	36
2.4.3 Newmark- β Μέθοδος.....	37
3 ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	39
3.1 Εισαγωγή.....	39
3.2 Δομικά στοιχεία – Υλικά κατασκευής	40

3.3	Μοντελοποίηση Πεπερασμένων Στοιχείων με το Abaqus.....	45
3.3.1	Επιλογή στοιχείων μοντελοποίησης	45
3.3.2	Επιλογή πλέγματος (mesh)	46
3.3.3	Περιορισμοί κίνησης – Συνοριακές συνθήκες	50
4	ΙΔΙΟΜΟΡΦΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ	51
4.1	Στατική ανάλυση	51
4.2	Εξαγωγή Ιδιομορφών	52
5	ΕΠΙΛΟΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΕΙΣΟΔΟΥ	54
5.1	Εισαγωγή	54
5.1.1	Πιθανολογική Ανάλυση Σεισμικής Επικυνδινότητας.....	55
5.1.2	Φάσμα Απόκρισης (Response Spectrum)	57
5.2	Επιλογή δεδομένων εδαφικής κίνησης (ground motion data)	59
5.2.1	Ελαστικά Φάσματα Σχεδιασμού	61
5.3	Προσέγγιση Φάσματος Σχεδιασμού.....	67
5.3.1	Επιλογή και κλιμάκωση (Bispec)	68
5.3.2	Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (PEER Database)	70
5.4	Αλγόριθμος επιλογής Jayaram et al (2011).....	77
5.4.1	Μεθοδολογία του αλγορίθμου	77
5.4.2	Εκτέλεση του αλγορίθμου	80
5.4.3	Συμπεράσματα	89
6	ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ.....	91
6.1	Αποτελέσματα δυναμικής ανάλυσης χωρίς απόσβεση	91
6.1.1	Πεδίο Χρόνου	91
6.2	Συμπεράσματα	94
6.3	Αποτελέσματα δυναμικής ανάλυσης με απόσβεση	96
6.3.1	Απόσβεση μηχανικών δονήσεων με μάζες καθυσύχασης	96
6.3.2	Βελτιστοποίηση απόδοσης και χαρακτηριστικά μαζών καθυσύχασης	101

6.3.3	Απόκριση στο πεδίο του χρόνου.....	104
6.3.4	Απόκριση στο πεδίο της συχνότητας.....	105
7	ΣΥΝΟΨΗ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.....	109
8	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ	112
	A. Ιστότοποι με ελεύθερη είσοδο σε βάσεις δεδομένων σεισμικών δονήσεων.....	112
	B. Βιβλιογραφία	113

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια της απόκτησης του Διπλώματος του «Μηχανικού Παραγωγής και Διοίκησης» του Πολυτεχνείου Κρήτης και αναπτύχθηκε με σκοπό τη σφαιρική κάλυψη του αντικειμένου καθώς και τη βελτιστοποίηση όλων των τεχνικών παραμέτρων παραμέτρων.

Ευχαριστούμε ιδιαίτερα τον Καθηγητή κ. Γεώργιο Σταυρουλάκη που μας έδωσε την ευκαιρία να ασχοληθούμε με ένα τόσο ενδιαφέρον αντικείμενο και να επεκτείνουμε τις γνώσεις μας, καθώς και για την συνεχή συμβολή και βοήθειά του σε κάθε μέρος δημιουργίας της εργασίας. Επίσης, ευχαριστούμε τον κ. Αντώνη Κανελλόπουλο για την πολύτιμη βοήθειά του στην κατανόηση των πολύπλοκων, για έναν Μηχανικό Παραγωγής και Διοίκησης, εννοιών της Σεισμικής Μηχανικής.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ένα βασικό ζήτημα στην εξέλιξη των ηλεκτρονικών κατασκευών είναι η ευαισθησία τους σε απότομες αλλαγές τις κινητικής τους κατάστασης, γεγονός που δημιουργεί την ανάγκη ανάπτυξης μεθοδολογιών και έρευνας με σκοπό την εξασφάλιση της ομαλής τους λειτουργίας. Παράλληλα, μείζονα ρόλο παίζει και το μεγάλο κόστος κατασκευής τους.

Μία κατασκευή υποβάλλεται κατά τη διάρκεια ζωής της σε διάφορα φυσικά φαινόμενα, μερικά εκ των οποίων είναι ο άνεμος, οι χιονοπτώσεις και οι σεισμοί. Η ισχυρή εδαφική κίνηση, όπως ορίζεται ένας σεισμός, μπορεί να προκαλέσει σοβαρές συνέπειες όπως απώλειες ανθρώπινων ζωών αλλά και κόπωση ή καταστροφή κατασκευών. Μία τέτοια κατασκευή είναι και ο πύργος τηλεπικοινωνιών ο οποίος αναλύουμε στην παρούσα εργασία.

Σκοπός της εργασίας είναι η εκτίμηση της σεισμικής απόκρισης ενός πύργου, στην κορυφή του οποίου τοποθετείται ένα Ραντάρ Διάταξης Φάσης (Phased Array Radar). Λόγω μεγάλης ευαισθησίας του εξοπλισμού, μελετάται ο περιορισμός της απόκρισης με την προσθήκη στο σύστημα μαζών καθυσύχασης (Tuned Mass Dampers). Εργαλεία στη μελέτη αυτή είναι το *Abaqus*, ένα υπολογιστικό πρόγραμμα Πεπερασμένων Στοιχείων που χρησιμοποιείται σε ένα ευρύ φάσμα μηχανικών αναλύσεων και η *Matlab*

Την κατασκευή του μοντέλου ακολουθεί η ιδιομορφική ανάλυσή του. Ιδιαίτερο βάρος δίνεται στα κριτήρια επιλογής των δεδομένων εισόδου, καθώς αποτελούν την βάση των συμπερασμάτων, ενώ η μελέτη ολοκληρώνεται με την παρουσίαση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης με και δίχως της μάζας καθυσύχασης. Τα συμπεράσματα είναι ενδεικτικά της αποδοτικότητας που εμφανίζει η τοποθέτηση μαζών καθυσύχασης στην απόσβεση της κατασκευής.

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

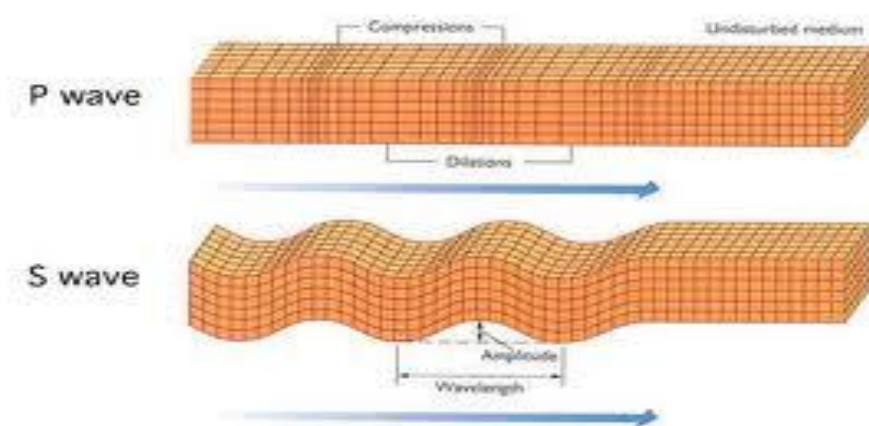
1.1 Φύση του Σεισμικού κύματος

Παρατηρώντας την καταγραφή ενός σειсмоγράφου, έχουμε μία ένδειξη πως το έδαφος διεγείρεται από σεισμικά κύματα, διαδιδόμενες δηλαδή δονήσεις που μεταφέρουν ενέργεια από την πηγή προς όλες τις εξωτερικές διευθύνσεις.

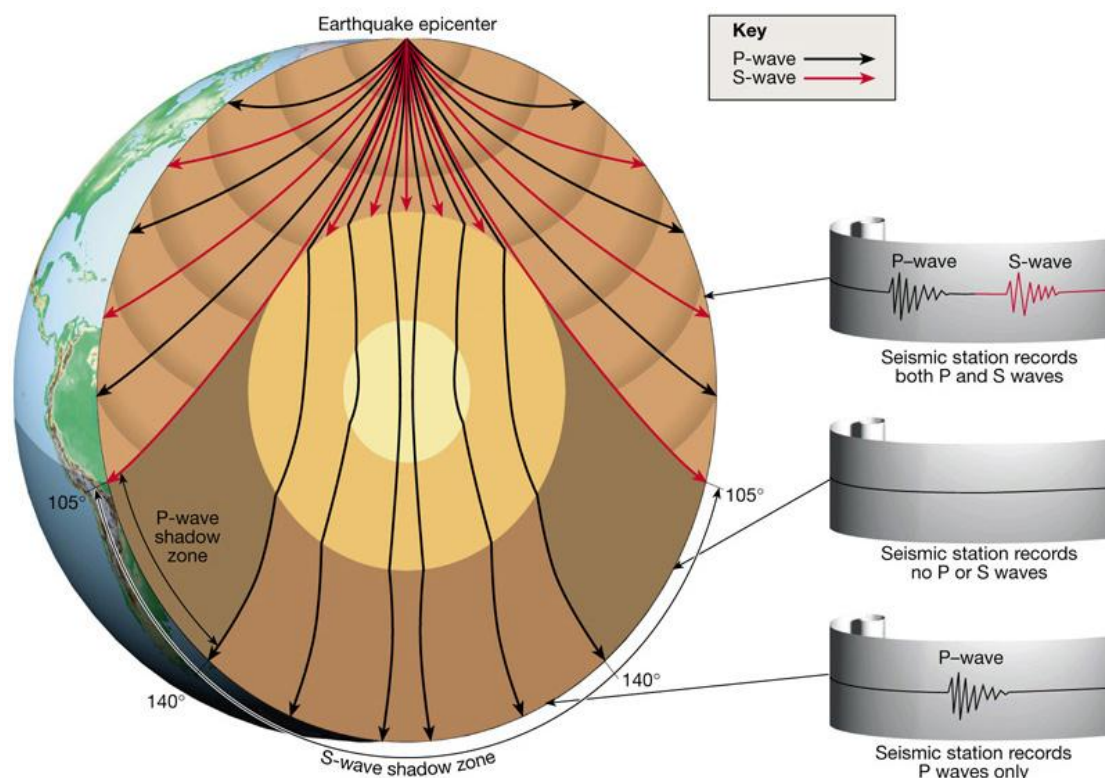
Για να γίνει εύκολα κατανοητή η έννοια ενός σεισμικού κύματος, μπορούμε να φανταστούμε τα κυκλικά κύματα που εξαπλώνονται στην επιφάνεια ενός ρευστού, αν αυτό έλθει σε επαφή με κάποιο αντικείμενο. Ένας σεισμός βέβαια, είναι μία πολύπλοκη διαδικασία καθώς τα κύματα που τον συνιστούν ποικίλουν ως προς τη μορφή, την ένταση, τη διεύθυνση που ταξιδεύουν κ.α. Στην συνέχεια γίνεται ένας συνοπτικός διαχωρισμός των κυμάτων βάση των χαρακτηριστικών τους.

- Κύμα διαδιδόμενων πυκνωμάτων (Compressional, P)
- Εγκάρσιο κύμα (Transverse, S)
- Κύματα Love
- Κύματα Rayleigh

Τα κύματα S και P καλούνται μαζικά κύματα, καθώς ταξιδεύουν και διαδίδονται στο εσωτερικό της γης, ενώ το αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης τους με την επιφάνεια της, δημιουργεί τα επιφανειακά κύματα Love και Rayleigh.



Εικόνα 1.1-1 Μορφή και διάδοση κυμάτων τύπου S και P



Εικόνα 1.1-2 Αναπαράσταση της διάδοσης των κυμάτων από το επίκεντρο ενός σεισμού

Κοντά στο επίκεντρο ενός σεισμού, η δόνηση χαρακτηρίζεται από ισχυρά επιφανειακά κύματα μικρής περιόδου τα οποία ευθύνονται, κατά κύριο λόγο, για φθορές και καταστροφές στις ανθρώπινες κατασκευές. Η μέση τους διάρκεια είναι μερικά δέκατα του δευτερολέπτου, όμως σε εξαιρετικά ισχυρούς σεισμούς, διαρκούν ακόμα και ολόκληρα λεπτά, συνήθως με ολέθριες συνέπειες. Όσο η απόσταση από το επίκεντρο μεγαλώνει, τόσο μειώνεται και το πλάτος το σεισμικού κύματος λόγω της μεταφοράς ενέργειας σε μεγάλο όγκο του υπεδάφους, αλλά και των διαφορετικών ταχυτήτων που κινούνται τα P και S κύματα.

Η συχνότητα της εμφάνισης ενός σεισμού είναι μία στοχαστική διαδικασία επηρεαζόμενη από δεκάδες παράγοντες. Η αδυναμία πλήρους μοντελοποίησης και πρόβλεψης τέτοιων γεγονότων, σε συνδυασμό με τις επικίνδυνες για τον άνθρωπο συνέπειές τους, έχουν οδηγήσει τους μηχανικούς σε εκτεταμένη έρευνα σε στο πεδίο αυτό, με την ανάπτυξη της Σεισμικής Μηχανικής.

1.2 Ανθρώπινη παρέμβαση – Αντισεισμική προστασία

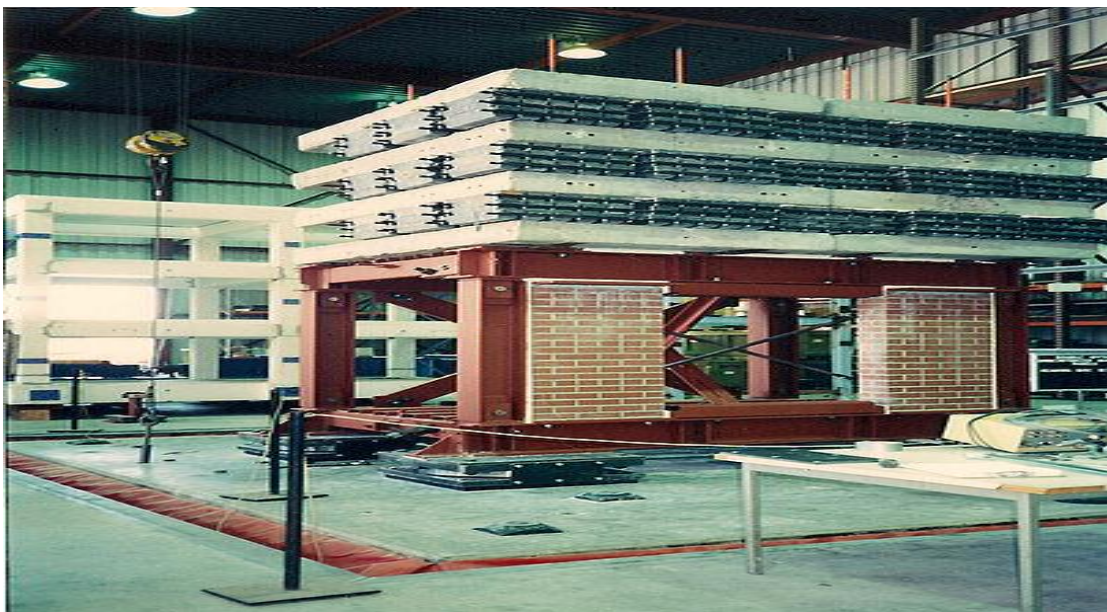
Σεισμική Μηχανική (Earthquake Engineering) είναι η επιστήμη που ασχολείται με την προστασία της κοινωνίας, του φυσικού και ανθρώπινου περιβάλλοντος από τις επιπτώσεις της σεισμικής δραστηριότητας, περιορίζοντας το κοινωνικό-οικονομικό κόστος της σε ορισμένα αποδεκτά επίπεδα. Παραδοσιακά, ορίζεται ως η μελέτη της συμπεριφοράς των κατασκευών που υπόκεινται σε σεισμικά φορτία και θεωρείται κατά αυτόν τον τρόπο ως υποσύνολο της γεωτεχνικής μηχανικής και της μηχανικής των κατασκευών. Παρόλα αυτά, κυρίως λόγω των εξαιρετικά υψηλών απωλειών που παρατηρούνται τα τελευταία χρόνια, σε υλικά αγαθά και κυρίως σε ανθρώπινες ζωές, (ακραίο παράδειγμα ο σεισμός και το επακόλουθο τσουνάμι στην Μεσίνα της Ιταλίας το 1908 όπου κόστισε τη ζωή σε 200.000 ανθρώπους) το πεδίο δράσης της αμβλύνηκε ώστε να περιλαμβάνει αρχές της επιστήμης των πολιτικών μηχανικών αλλά και της κοινωνιολογίας. Οι στόχοι και το περιεχόμενο της σεισμικής μηχανικής συνοψίζονται στα εξής:

- Δυνητική πρόβλεψη των επιπτώσεων ισχυρών σεισμικών δονήσεων κυρίως σε αστικές περιοχές και υποδομές
- Σχεδιασμός, κατασκευή και συντήρηση (βελτίωση) κατασκευών ώστε να ανταποκρίνονται σύμφωνα με τα προσδοκώμενα και σε συμμόρφωση με τους κατασκευαστικούς και σεισμικούς κώδικες.

Οι μηχανικοί του εν λόγω πεδίου, ενδιαφέρονται για την εκτίμηση της συμπεριφοράς και σεισμικής απόδοσης των κατασκευών σε ποσοτικό επίπεδο, κυρίως αναφορικά με την ασφάλεια και την επισκευασιμότητά τους, κατά την διάρκεια αλλά και μετά το πέρας μίας σεισμικής δόνησης.

Προς την κατεύθυνση αυτή έχουν αναπτυχθεί μέθοδοι εκτίμησης της συμπεριφοράς μίας κατασκευής υπό δυναμική διέγερση, είτε εκπονώντας πειράματα υπό κλίμακα, είτε εκτελώντας αναλυτικές/αριθμητικές προσομοιώσεις. Οι τελευταίες, συνδυάζουν την λεπτομερή μοντελοποίηση και τις έννοιες και αρχές της δομικής μηχανικής, ώστε να προβλέπει με ακρίβεια την απόκριση μίας κατασκευής. Στην πραγματικότητα, τέτοιες διαδικασίες είναι εξαιρετικά χρήσιμες και ακριβείς όταν μελετούμε γραμμικά-

ελαστικά συστήματα, αλλά αδυνατούν να παράξουν αξιόλογα αποτελέσματα όταν στο πρόβλημα εμφανίζονται μη γραμμικότητες που προκύπτουν κυρίως από ζημιές ή φθορές στην κατασκευή (για την αντιμετώπιση τέτοιων ρεαλιστικών καταστάσεων χρησιμοποιούνται αναλυτικές βηματικές μέθοδοι ολοκλήρωσης). Εφόσον η εργασία υλοποιείται με υπολογιστικό και όχι με πραγματικό μοντέλο, παραθέτονται ενδεικτικά στην Εικόνα 1.2-1 δύο εργαστηριακές πλατφόρμες σεισμικών μελετών υπό κλίμακα.



Εικόνα 1.2-1 Πραγματικά πειραματικά μοντέλα μελέτης σεισμικών επιπτώσεων σε κατασκευές

1.3 Πεδία ενδιαφέροντος και ζητούμενα

Η παρούσα διπλωματική εργασία μελετάει την απόκριση μίας κατασκευής σε σεισμική διέγερση και τους παράγοντες που την επηρεάζουν. Στόχος είναι η εκτίμηση της επίδρασης των παραγόντων αυτών στα αποτελέσματα της διαδικασίας και η ευρωστία της ως ολοκληρωμένο σύστημα σεισμικών αναλύσεων.

Για έναν Μηχανικό Παραγωγής και Διοίκησης, ο τομέας της Δομικής Μηχανικής και κυρίως αυτός της Σεισμικής Μηχανικής, είναι πεδία που απουσιάζουν από τις επιστημονικές/τεχνικές του γνώσεις. Με γνώμονα αυτό και υποθέτοντας πως ο κύριος αναγνώστης αυτής της εργασίας είναι ένας Μηχανικός Παραγωγής και Διοίκησης, γίνεται προσπάθεια να αποτυπωθεί το θεωρητικό υπόβαθρο της σεισμικής ανάλυσης με κατανοητό τρόπο. Το περιεχόμενο της παρούσης, εκτείνεται από την διαδικασία της μοντελοποίησης μίας κατασκευής με την μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων, ως την εκτίμηση της απόκρισής της σε σεισμική είσοδο, υπό και χωρίς την παρουσία απόσβεσης. Πιο συγκεκριμένα, τα ζητήματα ενδιαφέροντος είναι τα εξής:

- Επιλογή της υπό μελέτη διάταξης
- Διαδικασία μοντελοποίησης και χρήσιμα εργαλεία προτυποποίησης
- Συνθήκες φόρτισης και κατασκευαστικές παραδοχές
- Εντοπισμός και διαμόρφωση των κατάλληλων δεδομένων εισόδου στην ανάλυση
- Επιλογή της δυναμικής διαδικασίας που θα επιλύσει το πρόβλημα
- Εξαγωγή δεδομένων απόκρισης
- Μελέτη επίδρασης της απόσβεσης στην εκτίμηση της ευαισθησίας του ηλεκτρονικού εξοπλισμού.

Θεωρώντας ότι ο αναγνώστης διαθέτει μία πρότερη γνώση της μοντελοποίησης με Πεπερασμένα Στοιχεία (Finite Element Modeling, FEM), ιδιαίτερη βαρύτητα δίνεται στην ορθή επιλογή των σεισμικών δεδομένων (καταγραφών/ ιστορικών) που θα χρησιμοποιηθούν ως είσοδος στην ανάλυση, επιτρέποντάς μας κατά αυτόν τον τρόπο να εκτιμήσουμε τη συμπεριφορά της κατασκευής. Πιο συγκεκριμένα, επειδή η κατασκευή περιλαμβάνει ηλεκτρονικό εξοπλισμό υψηλής ευαισθησίας (ραντάρ),

είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε την επίδραση της εδαφικής κίνησης στο σημείο αυτό και να εκτιμήσουμε την ασφάλεια του.

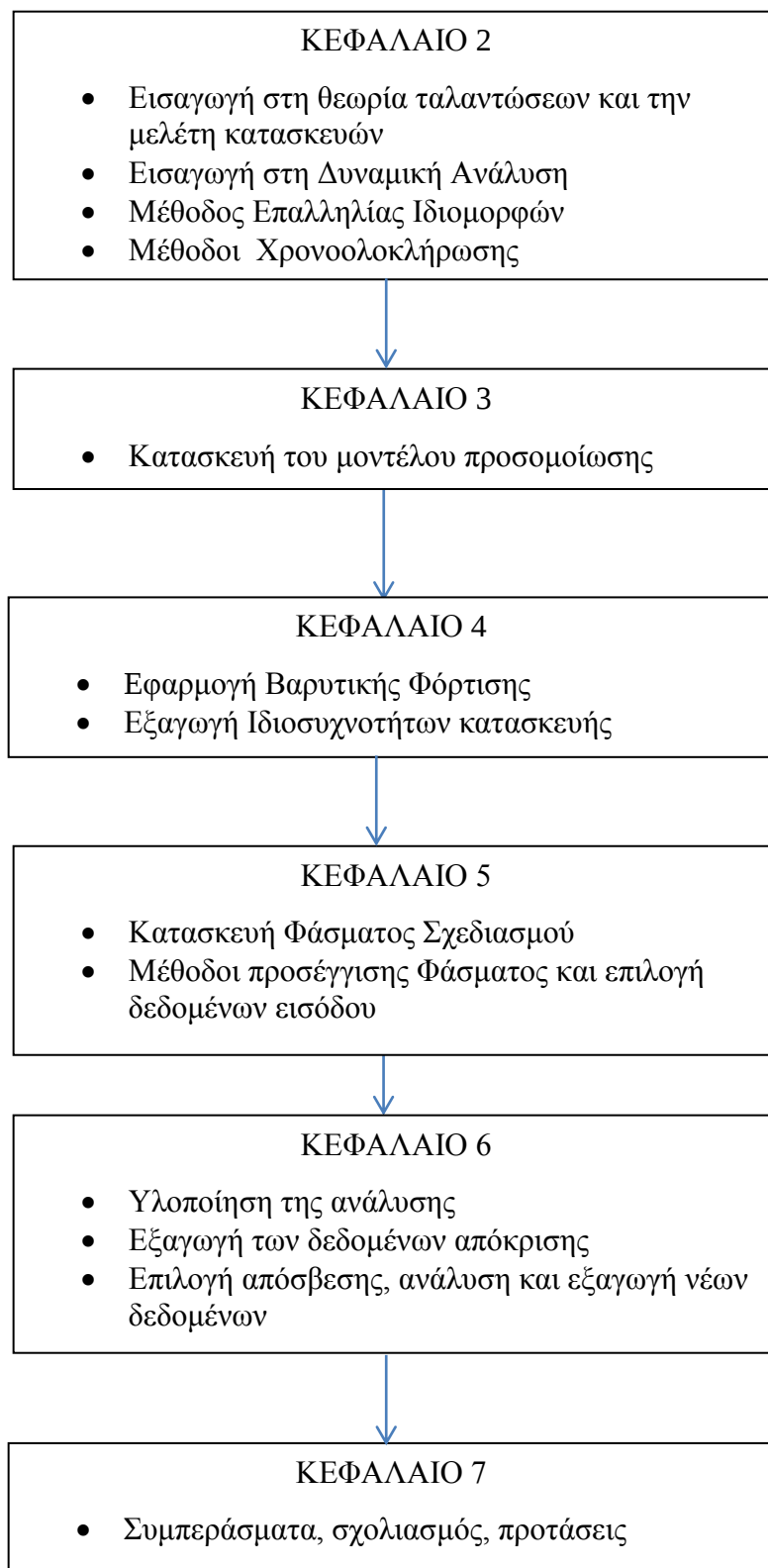
Συνοψίζοντας, η παρούσα μελέτη παρουσιάζει μία ολοκληρωμένη διαδικασία ελέγχου της απόκρισης μιας κατασκευής σε σεισμικές δονήσεις, υποδεικνύοντας τις επιδράσεις σε αυτήν από:

- τη γεωμετρία, τα υλικά και τις διαστάσεις της κατασκευής
- τον τρόπο επιλογής των δεδομένων εισόδου
- τη δυναμική μέθοδο που ακολουθείται
- την εισαγωγή διατάξεων απόσβεσης

Η εκτέλεση αναλύσεων με διαφορετικές τιμές για τις προαναφερθείσες παραμέτρους παρέχει τη δυνατότητα σύγκρισης των αποτελεσμάτων, διευκολύνοντας έτσι την εξαγωγή έγκυρων συμπερασμάτων.

1.4 Μεθοδολογία και δομή της εργασίας

Στο παρόν υποκεφάλαιο, παρουσιάζεται βηματικά και σε σχεδιάγραμμα η δομή ανάπτυξης του θέματος και συνοψίζονται τα περιεχόμενα κάθε κεφαλαίου.



Στο 2ο Κεφάλαιο γίνεται μία εισαγωγή στη θεωρία των ελεύθερων ταλαντώσεων και στις χαρακτηριστικές παραμέτρους που περιγράφουν ένα δυναμικό σύστημα. Στη συνέχεια, αναλύεται η συμπεριφορά μονοβάθμιου και πολυβάθμιου ταλαντωτή υπό σεισμική δράση και επεξηγείται ο Νόμος της Δυναμικής Απόκρισης ως αποτέλεσμα των νόμων των Newton, Rayleigh και Hook. Γίνεται αναφορά στην μέθοδο της Επαλληλίας των Ιδιομορφών (Modal Superposition) και στην μέθοδο της Χρονοολοκλήρωσης (Time Integration), ως εργαλεία απόκτησης των αποκρίσεων (επιταχύνσεων, ταχυτήτων, μετατοπίσεων) ενός ταλαντευόμενου συστήματος.

Στο 3ο Κεφάλαιο περιγράφεται η διαδικασία μοντελοποίησης της κατασκευής. Η πραγματική γεωμετρία, τα υλικά και οι παράμετροί τους, η σύνδεση των μελών και άλλα απαραίτητα χαρακτηριστικά εισάγονται στο Abaqus και η εγκυρότητα της κατασκευής δοκιμάζεται από στατικές αναλύσεις.

Στο 4ο Κεφάλαιο εφαρμόζεται η δύναμη της βαρύτητας σε ολόκληρο το μοντέλο και επιλύεται το πρόβλημα των ιδιοτιμών, ώστε να εξαχθούν οι φυσικές τιμές των παραμέτρων του (φυσικές συχνότητες ταλάντωσης και αντίστοιχες ιδιομορφές).

Στο 5ο Κεφάλαιο, εισάγεται η έννοια της Ισχυρής Εδαφικής Κίνησης και άλλων βασικών χαρακτηριστικών της σεισμικής ανάλυσης και της μελέτης σχεδιασμού, όπως η Ανάλυση Σεισμικής Επικινδυνότητας και το Ελαστικό Φάσμα Απόκρισης. Εν συνεχεία, (και σε συμμόρφωση με τους απαραίτητους κανονισμούς) κατασκευάζεται το Φάσμα Σχεδιασμού της πόλης του Πύργου, στον Νομό Ηλείας. Οι πραγματικές χρονοϊστορίες σεισμικών γεγονότων που θα χρησιμοποιηθούν ως είσοδος στο μοντέλο, πρέπει να παράγουν φάσματα όμοια με το καθορισθέν φάσμα-στόχο, ώστε να δύναται να προβλεφθεί η συμπεριφορά της κατασκευής όταν θα τοποθετηθεί στην συγκεκριμένη περιοχή. Για την προσέγγιση του εν λόγω φάσματος παρουσιάζονται τρεις μέθοδοι. Τα αποτελέσματα δύο εξ' αυτών θα συγκριθούν μεταξύ τους και θα χρησιμοποιηθούν για την υλοποίηση δύο ξεχωριστών αναλύσεων.

Στο Κεφάλαιο 6, υλοποιούνται αναλύσεις για όλες τις διαφορετικές παραμέτρους που έχουμε υιοθετήσει και παρουσιάζονται τα συγκεντρωτικά γραφήματα απόκρισης του συστήματος. Η ίδια διαδικασία εκτελείται αφού καθορισθεί η απόσβεση και τα χαρακτηριστικά της. Συμπεραίνεται η ωφελιμότητα του τρόπου επιλογής εδαφικών δεδομένων και της επίδρασης της απόσβεσης στην κατασκευή.

Στο Κεφάλαιο 7 συγκεντρώνονται όλα τα συμπεράσματα και η γνώση που παράχθηκε από το σύνολο της διαδικασίας, ενώ επισημαίνονται οι ελλείψεις της παρούσας εργασίας και προτείνονται κατευθύνσεις για μελλοντική μελέτη

2 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

2.1 Μονοβάθμια Συστήματα

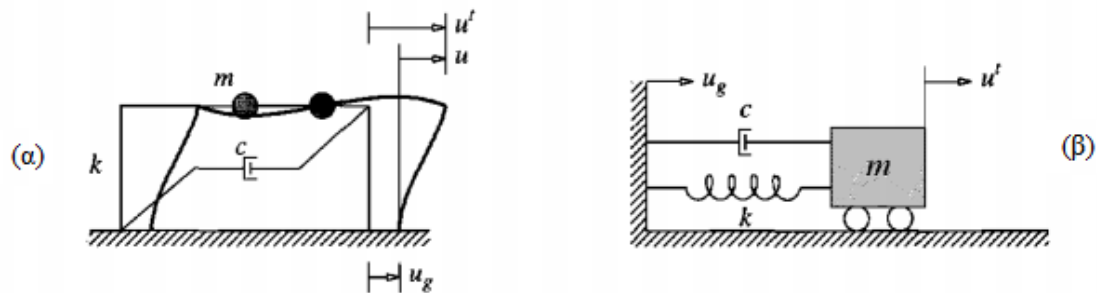
2.1.1 Εξίσωση Κίνησης

Ο νόμος της δυναμικής απόκρισης [38] ενός μονοβάθμιου γραμμικού ελαστικού ταλαντωτή με ιξώδη απόσβεση (Σχήμα 2.1-1α, β) στον οποίο εφαρμόζεται ένα εξωτερικό φορτίο $p(t)$ δίδεται από τον τύπο:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad \text{Εξ. 2.1-1}$$

όπου:

- m μάζα του ταλαντωτή
- $\ddot{u}$ επιτάχυνση της μάζας ως προς το έδαφος
- $\dot{u}$ ταχύτητα της μάζας ως προς το έδαφος
- c συντελεστής ιξώδους απόσβεσης
- k δυσκαμψία του ταλαντωτή
- u μετακίνηση της μάζας ως προς το έδαφος



Σχήμα 2.1-1 Συστήματα ενός βαθμού ελευθερίας

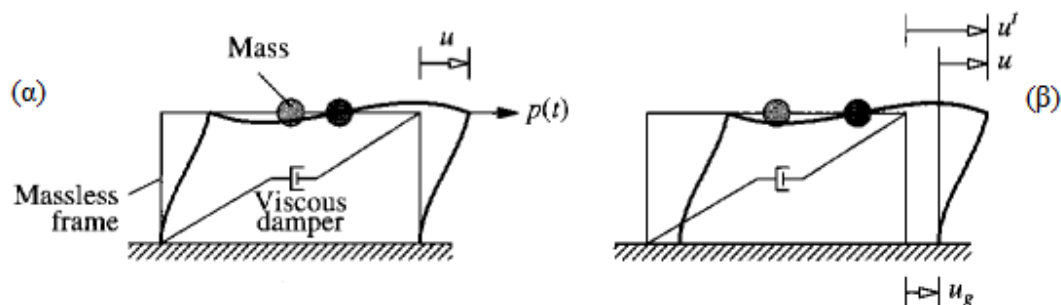
Ο πρώτος όρος της παραπάνω εξίσωσης δυναμικής ισορροπίας εκφράζει τη δύναμη αδράνειας, λόγω της επιτάχυνσης $\ddot{u}$ που δέχεται η μάζα m του ταλαντωτή ως προς ένα ακίνητο σύστημα αναφοράς (Νόμος του Newton).

Ο δεύτερος όρος εκφράζει την αντίσταση που αναπτύσσεται στην κίνηση λόγω ιξώδους απόσβεσης c και είναι ανάλογη της σχετικής ταχύτητας κίνησης $\dot{u}$ της μάζας

m ως προς το έδαφος (ανάλογη της ταχύτητας παραμόρφωσης - Νόμος του Rayleigh). Η απόσβεση θεωρείται ιξώδης για λόγους μαθηματικής διαχείρισης του προβλήματος και δεν ανταποκρίνεται ακριβώς στο μηχανισμό απόσβεσης μιας πραγματικής κατασκευής.

Ο τρίτος όρος εκφράζει την ελαστική αντίσταση λόγω δυσκαμψίας K του ταλαντωτή, που είναι ανάλογη της σχετικής μετακίνησης u της μάζας m ως προς το έδαφος. (ανάλογη της παραμόρφωσης - Νόμος του Hooke).

Δεδομένης της μάζας, της δυσκαμψίας (για γραμμικό-ελαστικό σύστημα), του συντελεστή απόσβεσης και της δυναμικής διέγερσης υπό την μορφή εξωτερικής δύναμης $p(t)$ (Σχήμα 2.1-2.α) ή εδαφικής επιτάχυνσης $\ddot{u}_g(t)$ (Σχήμα 2.1-2.β), το θεμελιώδες πρόβλημα της δυναμικής των κατασκευών συνίσταται στον προσδιορισμό της απόκρισης ενός συστήματος στις διεγέρσεις αυτές. Ο όρος απόκριση χρησιμοποιείται σε ένα ευρύ πλαίσιο ώστε να περιλαμβάνει οποιοδήποτε μέγεθος, όπως μετατόπιση, ταχύτητα, επιτάχυνση της μάζας ή/και εσωτερικές δυνάμεις και τάσεις των μελών της κατασκευής.



Σχήμα 2.1-2 Μονοβάθμια συστήματα: (α) εξασκούμενη δύναμη $p(t)$
(β) σεισμική διέγερση του εδάφους.

Η Εξ. 2.1-1 είναι μία δευτέρου βαθμού συνήθης διαφορική εξίσωση και για την επίλυσή της απαιτείται ο προσδιορισμός δύο αρχικών συνθηκών, της μετατόπισης $u(0)$ και της ταχύτητας $\dot{u}(0)$. Στην πράξη, μία κατασκευή βρίσκεται σε πλήρη ηρεμία πριν την ενεργοποίηση των μηχανισμών διέγερσης, ώστε οι αρχικές συνθήκες να είναι μηδενικές.

2.1.2 Ελεύθερη Ταλάντωση

Όταν μία κατασκευή μετακινηθεί από τη θέση στατικής ισορροπίας της και αφεθεί να ταλαντώνεται δίχως την επιβολή εξωτερικού δυναμικού φορτίου, λέμε ότι εκτελεί ελεύθερη ταλάντωση. Η συγκεκριμένη περιοδική κίνηση οφείλεται στην βαθμιαία αποκατάσταση της ενέργειας ισορροπίας της κατασκευής, με το πλάτος της ταλάντωσης να μειώνεται σε κάθε κύκλο λόγω της απόσβεσης του σώματος. Η μελέτη της απόκρισης ελεύθερης ταλάντωσης ενός μονοβάθμιου συστήματος παρέχει σημαντικές πληροφορίες για την δυναμική συμπεριφορά του, καθώς μας εισάγει στις έννοιες της φυσικής συχνότητας ταλάντωσης και του συντελεστή απόσβεσης. Όπως αναφέρθηκε και στο υποκεφάλαιο 2.1.1, η απόσβεση σε πραγματικές κατασκευές οφείλεται σε διάφορους μηχανισμούς διάχυσης της ενέργειας που δρουν ταυτόχρονα.

2.1.2.1 Ελεύθερη ταλάντωση χωρίς απόσβεση

Η κίνηση ενός μονοβάθμιου γραμμικού συστήματος υπό την απουσία εξωτερικής διέγερσης και απόσβεσης περιγράφεται από την Εξ. 2.1-1, αν σε αυτήν εισάγουμε $p(t) = c = 0$. Έτσι έχουμε:

$$m\ddot{u} + ku = 0 \quad \text{Εξ. 2.1-2}$$

Οι αρχικές συνθήκες που απαιτούνται για την περιγραφή της κίνησης είναι η μετατόπιση και η ταχύτητα την στιγμή $t=0$

$$\dot{u} = \dot{u}(0) \quad u = u(0) \quad \text{Εξ. 2.1-3}$$

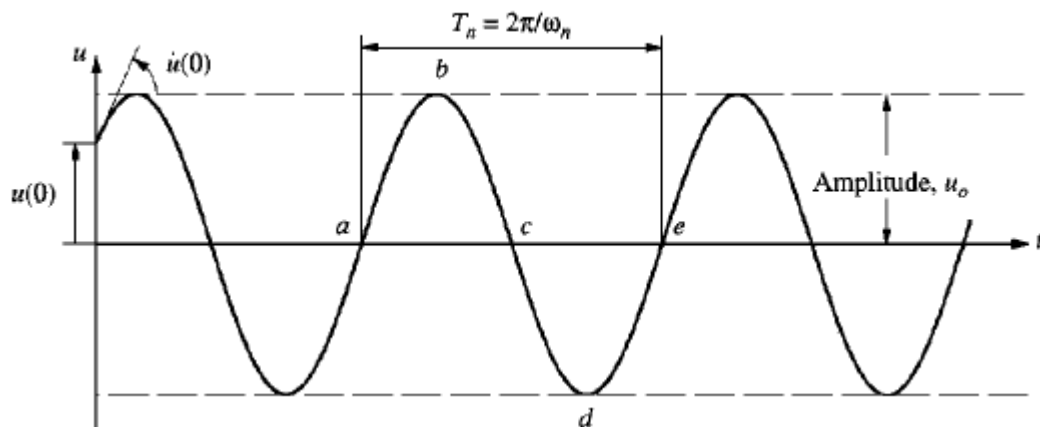
Με τα παραπάνω δεδομένα, η λύση της ομογενούς διαφορικής εξίσωσης θα είναι :

$$u(t) = u(0)\cos\omega_n t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega} \sin\omega t \quad \text{Εξ. 2.1-4}$$

Όπου:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{Εξ. 2.1-5}$$

Η κίνηση που περιγράφεται από την Εξ. 2.1-4 και φαίνεται στο Σχήμα 2.1-3 είναι γνωστή ως απλή αρμονική κίνηση.



Σχήμα 2.1-3 Ελεύθερη ταλάντωση συστήματος χωρίς απόσβεση

Στο παραπάνω σχήμα μπορεί να γίνει αντιληπτή η επανάληψη της κίνησης κάθε $\frac{2\pi}{\omega_n}$ δευτερόλεπτα. Πιο συγκεκριμένα η κατάσταση της μάζας σε δύο διαδοχικές χρονικές στιγμές t_1 και $t_1 + \frac{2\pi}{\omega_n}$ θα είναι $u(t_1) = u\left(t_1 + \frac{2\pi}{\omega_n}\right)$ και $\dot{u}(t_1) = \dot{u}\left(t_1 + \frac{2\pi}{\omega_n}\right)$. Το κομμάτι του γραφήματος από το σημείο a ως και το e απεικονίζει έναν πλήρη κύκλο της ταλάντωσης. Πιο συγκεκριμένα, από το σημείο στατικής ισορροπίας a , η μάζα κινείται δεξιά προς το σημείο b , φτάνοντας τη μέγιστη μετατόπιση όπου η ταχύτητά της μηδενίζεται. Έπειτα, το μέτρο της μετατόπισης αρχίζει να μειώνεται, φτάνοντας στο αρνητικά ορισμένο μέγιστο d , καταλήγοντας πάλι σε σημείο ισορροπίας (e). Την χρονική στιγμή $t = e$, $\frac{2\pi}{\omega_n}$ δευτερόλεπτα μετά την παρουσία της στο σημείο a , η κατάσταση της μάζας (μετατόπιση και ταχύτητα) θα είναι όμοια με αυτή στο σημείο a και θα είναι έτοιμη να ξεκινήσει ένα νέο κύκλο ταλάντωσης..

Ο χρόνος που απαιτείται ώστε ένα σύστημα χωρίς απόσβεση να ολοκληρώσει ένα κύκλο ελεύθερης ταλάντωσης ονομάζεται *φυσική περίοδος ταλάντωσης του συστήματος* T_n και σχετίζεται με τη *φυσική κυκλική συχνότητα του συστήματος* ω_n μέσω της σχέσης:

$$T_n = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad \text{Εξ. 2.1-6}$$

μονάδες συχνότητας σε Hz (κύκλοι ανά δευτερόλεπτο)

Οι φυσικές αυτές παράμετροι του συστήματος εξαρτώνται μόνο από την μάζα και την δυσκαμψία του. Η κατανόηση αυτών των ιδιοτήτων είναι απαραίτητη για την

συνέχεια, όπου θα μιλήσουμε για πολυβάθμια συστήματα και θα εισάγουμε τις έννοιες της ιδιοπεριόδου και της ιδιοσυχνότητας.

2.1.2.2 Ελεύθερη ταλάντωση με ιξώδη απόσβεση

Εάν στην Εξ. 2.1-1 θέσουμε $p(t) = 0$ παίρνουμε την διαφορική εξίσωση που διέπει την ελεύθερη ταλάντωση ενός μονοβάθμιου συστήματος

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad \text{Εξ. 2.1-7}$$

Διαιρώντας με τη μάζα:

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega_n\dot{u} + \omega_n^2 u = 0 \quad \text{Εξ. 2.1-8}$$

όπου $\omega_n = \sqrt{k/m}$, όπως ορίσαμε παραπάνω και

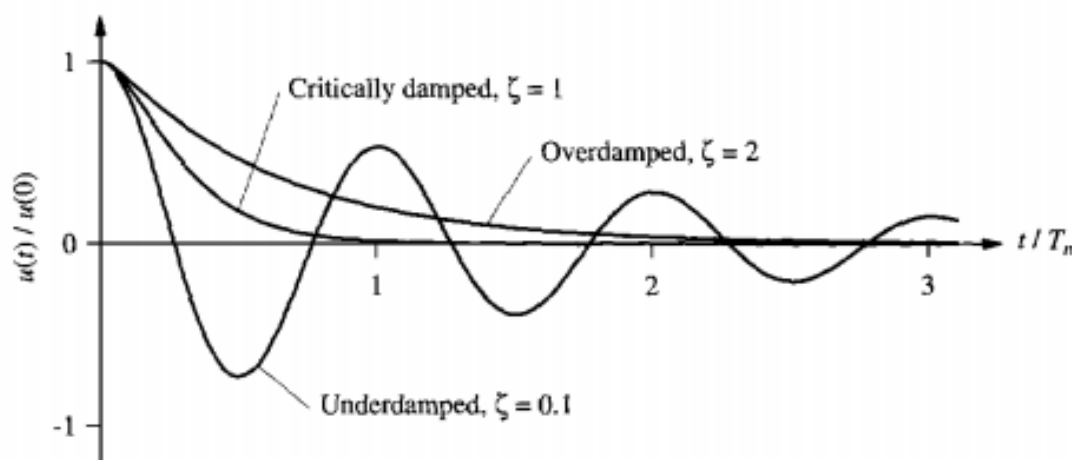
$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{c_{cr}} \quad \text{Εξ. 2.1-9}$$

Στο εξής θα αναφερόμαστε στο

$$c_{cr} = 2m\omega_n = 2\sqrt{km} = \frac{2k}{\omega_n} \quad \text{Εξ. 2.1-10}$$

ως συντελεστή κρίσιμης απόσβεσης και στο ζ ως ποσοστό απόσβεσης ή κλάσμα της κρίσιμης απόσβεσης. Η σταθερά απόσβεσης c συμβολίζει το μέτρο της ενέργειας που διαχέεται από το σύστημα σε έναν κύκλο της ταλάντωσης. Παρόλα αυτά, το ποσοστό απόσβεσης (αδιάστατο μέγεθος) είναι ιδιότητα του συστήματος που επίσης εξαρτάται μόνο από τη μάζα και τη δυσκαμψία του. Η Εξ. 2.1-7 μπορεί να λυθεί για δεδομένες αρχικές συνθήκες μετατόπισης και ταχύτητας.

Εξετάζοντας το πρόβλημα ποιοτικά:



Σχήμα 2.1-4 Ελεύθερη ταλάντωση συστήματος με υπεραπόσβεση, κρίσιμη απόσβεση και υποαπόσβεση.

Στο Σχήμα 2.1-4 φαίνεται το γράφημα της κίνησης λόγω αρχικής μετατόπισης $u(0)$ όπου διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις. Για $c = c_r$ ή $\zeta = 1$, το σύστημα επιστρέφει στην κατάσταση ισορροπίας του χωρίς να ταλαντωθεί, όπως και στην περίπτωση της υπεραπόσβεσης $\zeta = 2$. Για $\zeta < 1$ το σύστημα ταλαντώνεται γύρω από την θέση ισορροπίας του με προοδευτικά μειούμενο πλάτος. Ο ρυθμός με τον οποίο προκύπτει αυτή η μείωση εξαρτάται άμεσα από τον συντελεστή απόσβεσης. Όπως είναι φανερό, στην συνέχεια της ανάλυσης θα μιλούμε μόνο για συστήματα με $\zeta < 1$ που καλύπτουν εν γένει το εύρος των συστημάτων που μας ενδιαφέρουν (κτίρια, γέφυρες και άλλες κατασκευές).

2.2 Πολυβάθμια Συστήματα

2.2.1 Ελεύθερη ταλάντωση

Η εξίσωση που περιγράφει την κίνηση ενός πολυβάθμιου συστήματος στο οποίο εφαρμόζεται εξωτερική δυναμική διέγερση είναι (κατ' αναλογία με τα μονοβάθμια συστήματα)

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{p}(t) \quad \text{Εξ. 2.2-1}$$

Η ελεύθερη ταλάντωση γραμμικών συστημάτων χωρίς απόσβεση περιγράφεται από την εξίσωση:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = 0 \quad \text{Εξ. 2.2-2}$$

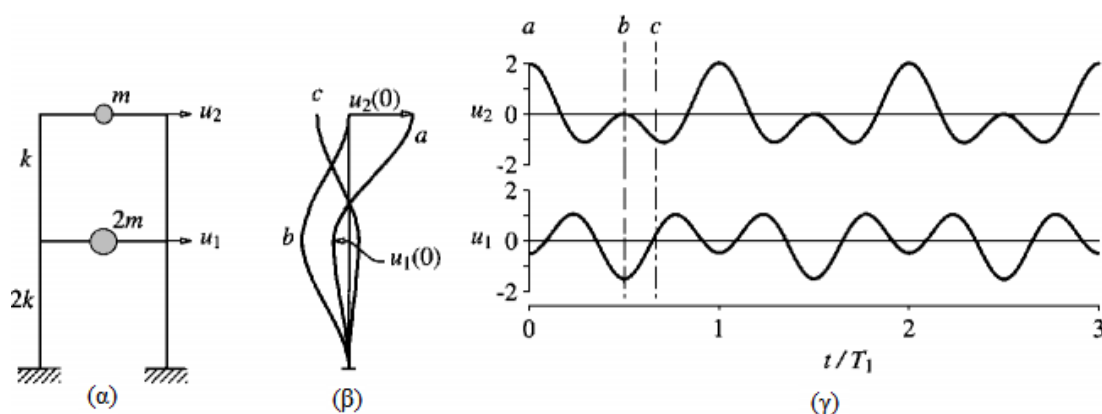
Η Εξ. 2.2-1 αντιπροσωπεύει N ομογενείς διαφορικές εξισώσεις, δεσμευμένες μέσω των μητρώων μάζας και δυσκαμψίας, όπου N , οι βαθμοί ελευθερίας του συστήματος.

Το ζητούμενο είναι να ευρεθεί η λύση $\mathbf{u}(t)$ που ικανοποιεί τις αρχικές συνθήκες

$$\dot{\mathbf{u}} = \dot{\mathbf{u}}(0) \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}(0) \quad \text{Εξ. 2.2-3}$$

για $t = 0$.

Για να κατανοήσουμε την συμπεριφορά ενός πολυβάθμιου συστήματος που υπόκειται σε ελεύθερη ταλάντωση θα μελετήσουμε το παράδειγμα ενός πλαισίου δύο επιπέδων με κατανεμημένες μάζες, όπως αυτό του Σχήματος 2.2-1. Εάν στο ακίνητο σύστημα εφαρμόσουμε αρχικές μετατοπίσεις $u_1(0)$ και $u_2(0)$ όπως φαίνεται από την καμπύλη α του 2.2-1.β και αφήσουμε το σύστημα να ταλαντωθεί ελεύθερα, οι μετατοπίσεις των δύο επιπέδων θα έχουν την παρακάτω χρονική εξέλιξη (2.2-1.γ):

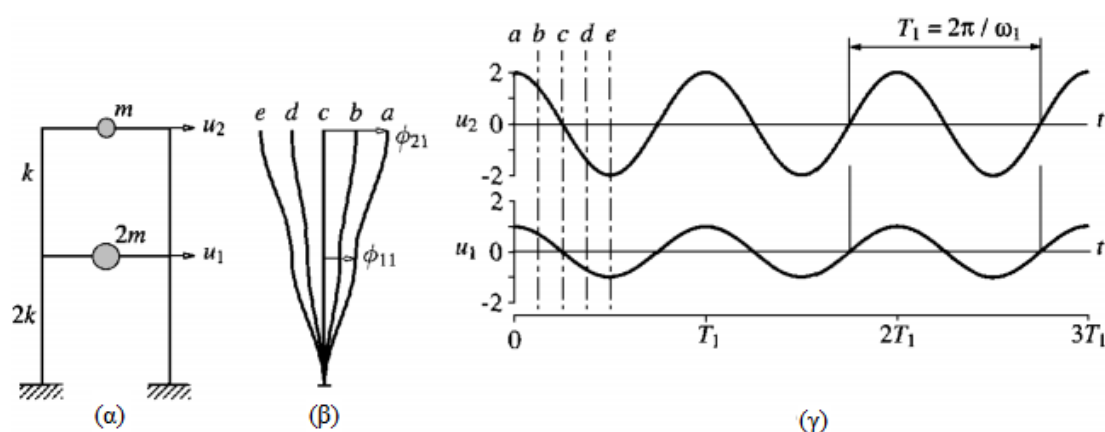


Σχήμα 2.2-1 Ελεύθερη ταλάντωση συστήματος χωρίς απόσβεση εξαιτίας τυχαίας αρχικής μετατόπισης

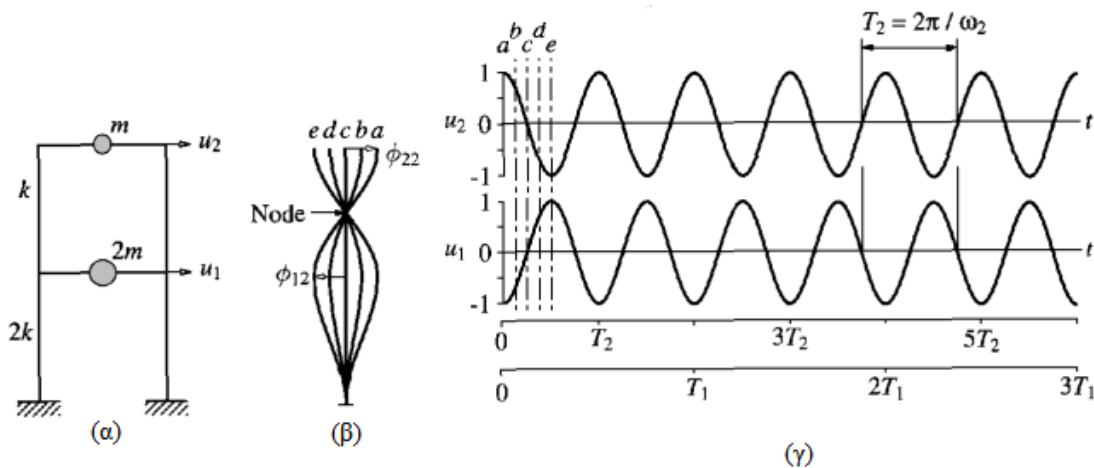
Σε αντίθεση με τις παρατηρήσεις που κάναμε όταν μελετούσαμε ένα μονοβάθμιο σύστημα, η κίνηση της μάζας δεν είναι απλή αρμονική και η συχνότητα δε μπορεί να καθορισθεί. Επιπλέον, η εκτρεπόμενη μορφή (η αναλογία u_1/u_2) μεταβάλλεται με το

χρόνο, όπως γίνεται φανερό από τις διαφορετικές μορφές που αναπαριστούν οι καμπύλες b και c .

Παρόλα αυτά, το ίδιο σύστημα είναι εφικτό να ταλαντωθεί με ελεύθερη απλή αρμονική ταλάντωση, αν εφαρμοσθούν κατάλληλες αρχικές μετατοπίσεις στους διάφορους βαθμούς ελευθερίας του. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε από τα Σχήματα 2.2-2 και 2.2-3 υπάρχουν δύο χαρακτηριστικές μορφές για το σύστημα του παραδείγματος μας, ώστε αν διεγερθεί σε μία από αυτές και αφεθεί σε ταλάντωση θα κινηθεί χωρίς αλλαγή του σχήματός του. Τα δύο επίπεδα αγγίζουν την θέση μέγιστης μετατόπισης και διέρχονται της θέσης ισορροπίας την ίδια ακριβώς στιγμή. Κάθε τέτοια χαρακτηριστική μορφή ονομάζεται *φυσική μορφή ταλάντωσης* ή *ιδιομορφή* ενός πολυβάθμιου συστήματος. Η φυσική περίοδος της ταλάντωσης T_n ή *ιδιοπερίοδος* είναι συνεπώς ο χρόνος που απαιτείται για την ολοκλήρωση ενός κύκλου σε μία από αυτές τις μορφές, με την ιδιοσυχνότητα να δίνεται από την Εξ. 2.1-5. Στα Σχήματα 2.2-3 και 2.2-3 μπορούμε να παρατηρήσουμε τις δύο φυσικές περιόδους ($n = 1, 2$) του πλαισίου του παραδείγματος ταλαντευόμενου στη φυσική του μορφή $\varphi_n = \{\varphi_{1n}, \varphi_{2n}\}$. Υπενθυμίζουμε στο σημείο αυτό πως οι ιδιότητες αυτές εξαρτώνται αποκλειστικά από το ίδιο το υπο μελέτη σύστημα, ήτοι, τη μάζα και την δυσκαμψία του. Εξ'ού χρησιμοποιείται και το πρόθεμα –ίδιο.



Σχήμα 2.2-2 Ελεύθερη ταλάντωση χωρίς απόσβεση στην πρώτη φυσική μορφή του συστήματος.



Σχήμα 2.2-3 Ελεύθερη ταλάντωση χωρίς απόσβεση στην δεύτερη φυσική μορφή του συστήματος.

Στο σημείο αυτό είμαστε έτοιμοι να εισάγουμε το γενικευμένο πρόβλημα των ιδιομορφών. Οι φυσικές ιδιότητες του συστήματος (ιδιομορφές, ιδιοσυχνότητες) που προκύπτουν ως λύση του συγκεκριμένου προβλήματος είναι απαραίτητες, όπως έχουμε αναφέρει και παραπάνω, για την κατανόηση της συμπεριφοράς του συστήματος.

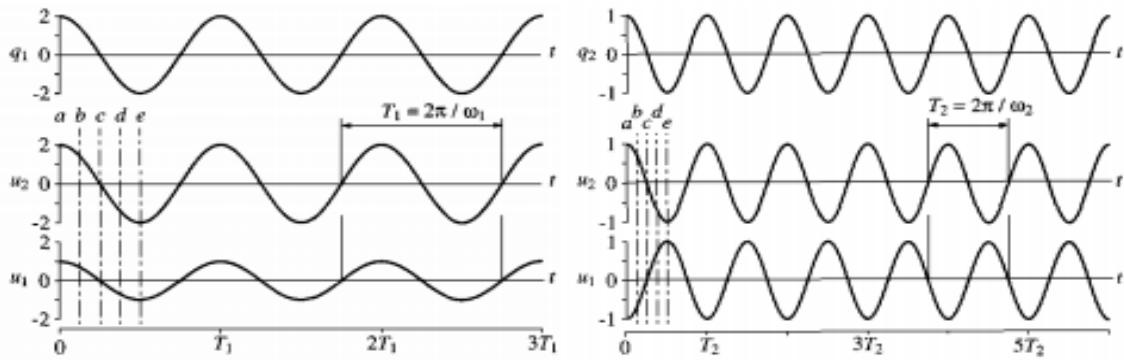
2.2.2 Ιδιομορφική Ανάλυση

Ας επανέλθουμε στο παράδειγμα του πλαισίου του προηγούμενου υποκεφαλαίου. Η μετατόπιση της κατασκευής μπορεί να διατυπωθεί σε όρους κομβικών συντεταγμένων q ως:

$$\mathbf{u}(t) = q_n(t) \varphi_n \quad \text{Εξ. 2.2-4}$$

όπου οι κομβικές συντεταγμένες δίνονται από την απλή αρμονική συνάρτηση:

$$q_n(t) = A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t \quad \text{Εξ. 2.2-5}$$



Σχήμα 2.2-4 Κομβικές συντεταγμένες q_1 και q_2 για τις δύο φυσικές μορφές ταλάντωσης του πλαισίου.

με τις σταθερές A_n, B_n να καθορίζονται από τις αρχικές συνθήκες της κίνησης. Συνδυάζοντας τις δύο παραπάνω εξισώσεις έχουμε για την μετατόπιση:

$$\mathbf{u}(t) = \varphi_n(A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \quad \text{Εξ. 2.2-6}$$

όπου τα ω_n και φ_n είναι άγνωστα. Αν αντικαταστήσουμε αυτήν τη μορφή του $\mathbf{u}(t)$ στη Εξ. 2.2-2 παίρνουμε:

$$(-\omega_n^2 \mathbf{m} \varphi_n + \mathbf{k} \varphi_n) q_n(t) = \mathbf{0} \quad \text{Εξ. 2.2-7}$$

η παρακάτω αλγεβρική εξίσωση (αποφεύγουμε την τετριμμένη λύση $q = 0$) συνιστά το πραγματικό πρόβλημα των ιδιοτιμών.

$$\mathbf{k} \varphi_n = \omega_n^2 \mathbf{m} \varphi_n \quad \text{Εξ. 2.2-8}$$

Με γνωστούς του πίνακες μάζας και δυσκαμψίας, το πρόβλημα περιορίζεται στον προσδιορισμό των ω και φ . Η Εξ. 2.2-8 υπό την μορφή:

$$[\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}] \varphi_n = \mathbf{0} \quad \text{Εξ. 2.2-9}$$

αποτελεί ένα σύνολο N ομογενών αλγεβρικών εξισώσεων. Η μη τετριμμένη λύση της Εξ. 2.2-9 προκύπτει αν η ορίζουσα είναι ίση με το 0.

$$\det [\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}] = 0 \quad \text{Εξ. 2.2-10}$$

Η Εξ. 2.2-10 είναι γνωστή ως χαρακτηριστική εξίσωση ή εξίσωση συχνοτήτων και οι N πραγματικές θετικές ρίζες της καθορίζουν τις N ιδιοσυχνότητες ω_n ($n = 1, 2, \dots, N$) της ταλάντωσης. Είναι επίσης γνωστές ως *ιδιοτιμές*, *χαρακτηριστικές* ή *κανονικές τιμές*. Όταν μία φυσική συχνότητα ω_n είναι γνωστή, η Εξ. 2.2-9 μπορεί να

λυθεί για το αντίστοιχο διάνυσμα φ_n . Κατ'αντιστοιχία με τις ιδιοσυχνότητες, ένα σύστημα N βαθμών ελευθερίας έχει N ιδιοδιανύσματα φ_n που ονομάζονται *ιδιομορφές* ή *κανονικές μορφές της ταλάντωσης*.

Συνοψίζοντας, ένα ταλαντωμένο N -βάθμιο σύστημα, έχει N ιδιοσυχνότητες ω_n ($n = 1, 2, \dots, N$) ταξινομημένες από την μικρότερη ($\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_N$), αντίστοιχες ιδιοπεριόδους T_n και ιδιομορφές φ_n . Το n συμβολίζει τον αριθμό της ιδιομορφής και θέτοντας $n = 1$ αποκούμε τη θεμελιώδη ιδιομορφή (fundamental mode) του συστήματος.

Να σημειωθεί πως η Εξ. 2.2-8 μπορεί να διατυπωθεί σε μητρωϊκή μορφή, συνδέοντας όλες τις παραμέτρους που αναφέραμε παραπάνω, ως εξής:

$$\mathbf{k}\Phi = \mathbf{m}\Phi\Omega^2 \quad \text{Εξ. 2.2-11}$$

όπου:

$$\Phi = [\varphi_{jn}] = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \cdots & \varphi_{1N} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \cdots & \varphi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{N1} & \varphi_{N2} & \cdots & \varphi_{NN} \end{bmatrix}$$

και

$$\Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_N^2 \end{bmatrix}$$

Η παραπάνω εξίσωση παρέχει μία συμπαγή αναπαράσταση των εξισώσεων που συνδέουν όλες τις ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα.

2.2.2.1 Ορθογωνικότητα

Ιδιομορφές που αντιστοιχούν σε διαφορετικές ιδιοσυχνότητες εμφανίζουν συνθήκες ορθογωνικότητας. Όταν $\omega_n \neq \omega_r$ ισχύει:

$$\varphi_n^T \mathbf{k} \varphi_r = 0 \quad \varphi_n^T \mathbf{m} \varphi_r = 0 \quad \text{Εξ. 2.2-12}$$

Οι παραπάνω ιδιότητες μπορούν να αποδειχθούν ως εξής: Η n - ιοστή ιδιοσυχνότητα και ιδιομορφή ικανοποιούν την Εξ. 2.2-8. Προπολλαπλασιάζοντας την με φ_r^T έχουμε :

$$\varphi_r^T \mathbf{k} \varphi_n = \omega_n^2 \varphi_r^T \mathbf{m} \varphi_n \quad \text{Εξ. 2.2-13}$$

Παρομοίως για την r - ιοστή ιδιοσυχνότητα και ιδιομορφή :

$$\varphi_n^T \mathbf{k} \varphi_r = \omega_r^2 \varphi_n^T \mathbf{m} \varphi_r \quad \text{Εξ. 2.2-14}$$

Εάν αναστρέψουμε και τους δύο όρους της Εξ. 2.2-13 έχουμε

$$\varphi_n^T \mathbf{k} \varphi_r = \omega_n^2 \varphi_n^T \mathbf{m} \varphi_r \quad \text{Εξ. 2.2-15}$$

όπου χρησιμοποιήσαμε την συμμετρικότητα των πινάκων μάζας και δυσκαμψίας. Εάν αφαιρέσουμε την Εξ. 2.2-13 από την Εξ. 2.2-14 καταλήγουμε στην ισότητα

$$(\omega_n^2 - \omega_r^2) \varphi_n^T \mathbf{m} \varphi_r = 0 \quad \text{Εξ. 2.2-16}$$

Από την Εξ. 2.2-16 συμπεραίνουμε πως για να ισχύει $\varphi_n^T \mathbf{m} \varphi_r = 0$ πρέπει $\omega_n^2 \neq \omega_r^2$, όπου για συστήματα με θετικές ιδιοσυχνότητες είναι ισοδύναμο με $\omega_n \neq \omega_r$. Αν αντικαταστήσουμε $\varphi_n^T \mathbf{m} \varphi_r = 0$ στην Εξ. 2.2-14 βλέπουμε επίσης πως $\varphi_n^T \mathbf{k} \varphi_r = 0$, και με αυτό ολοκληρώνεται η απόδειξη της ορθογωνικότητας

2.2.2.2 Ιδιομορφική Επέκταση

Όπως γνωρίζουμε από την διανυσματική ανάλυση, οποιοδήποτε σύνολο από N ανεξάρτητα διανύσματα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως βάση για την περιγραφή οποιουδήποτε άλλου διανύσματος τάξης N (όπως είδαμε και στην Εξ. 2.2-4). Κατά αυτόν τον τρόπο η μετατόπιση εκφράζεται ως:

$$\mathbf{u} = \sum_{r=1}^N \varphi_r q_r = \Phi \mathbf{q} \quad \text{Εξ. 2.2-17}$$

όπου το q εκφράζει τις κομβικές συντεταγμένες.

Μπορούμε να υπολογίσουμε τις κομβικές συντεταγμένες εάν γνωρίζουμε το φ και για ένα δεδομένο $\mathbf{u}$, πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέρη της Εξ. 2.2-17 με $\varphi_n^T \mathbf{m}$ έχουμε:

$$\varphi_n^T \mathbf{m} \mathbf{u} = \sum_{r=1}^N (\varphi_n^T \mathbf{m} \varphi_r) q_r \quad \text{Εξ. 2.2-18}$$

Λόγω της *ορθογωνικότητας των ιδιομορφών* που αποδείξαμε παραπάνω, όλοι οι όροι του αθροίσματος μηδενίζονται εκτός από την περίπτωση $r = n$, οπότε:

$$\varphi_n^T \mathbf{m} \mathbf{u} = (\varphi_n^T \mathbf{m} \varphi_n) q_n \quad \text{Εξ. 2.2-19}$$

Τα μεγέθη της παραπάνω εξίσωσης είναι βαθμωτά, άρα μπορούμε να γράψουμε:

$$q_n = \frac{\varphi_n^T \mathbf{m} \mathbf{u}}{\varphi_n^T \mathbf{m} \varphi_n} = \frac{\varphi_n^T \mathbf{m} \mathbf{u}}{M_n} \quad \text{Εξ. 2.2-20}$$

Για να κατανοήσουμε ποιοτικά την ιδιομορφική επέκταση ενός διανύσματος εξετάζουμε τον ταλαντωτή δύο βαθμών ελευθερίας που αναφέραμε παραπάνω. Αν θέσουμε:

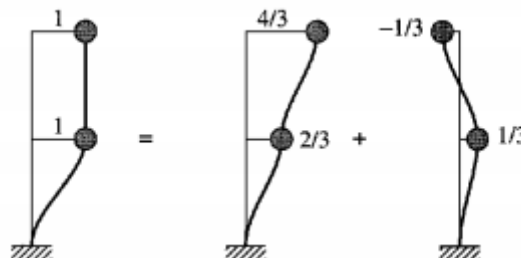
$$\mathbf{u} = \{1 \ 1\}^T \quad \varphi_1 = \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \right\}^T \quad \varphi_2 = \{-1 \ 1\}^T$$

έχουμε για τα q_1 και q_2 :

$$q_1 = \frac{4}{3} \quad q_2 = -\frac{1}{3}$$

Όπως βλέπουμε και από το Σχήμα 2.2-5:

$$\mathbf{u} = \frac{3}{4} \varphi_1 + (-1/3) \varphi_2$$



Σχήμα 2.2-5 Ιδιομορφική επέκταση 2-βάθμιου ταλαντωτή.

2.2.2.3 Ελεύθερη ταλάντωση με ιξώδη απόσβεση

Εάν στην Εξ. 2.2-5 θέσουμε $\mathbf{p}(t) = 0$, τότε έχουμε:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \dot{\mathbf{u}} = \dot{\mathbf{u}}(0) \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}(0) \quad \text{Εξ. 2.2-21}$$

Θα χρησιμοποιήσουμε την ίδια μεθοδολογία που ακολουθήσαμε στα μονοβάθμια συστήματα, για να κατανοήσουμε ποιοτικά την επίδραση της απόσβεσης στην ελεύθερη κίνηση. Για τον σκοπό αυτό εκφράζουμε την μετατόπιση $\mathbf{u}$ σε όρους των ιδιομορφών του συστήματος χωρίς απόσβεση και αντικαθιστούμε την Εξ. 2.2-5 στην 2.2.18 ώστε:

$$\mathbf{m}\Phi\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{c}\Phi\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{k}\Phi\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad \text{Εξ. 2.2-22}$$

Αν πολλαπλασιάσουμε με Φ^T :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad \text{Εξ. 2.2-23}$$

όπου οι διαγώνιοι πίνακες ορίζονται από

και

$$\mathbf{K} = \Phi^T \mathbf{k} \Phi \quad \mathbf{M} = \Phi^T \mathbf{m} \Phi \quad \mathbf{C} = \Phi^T \mathbf{c} \Phi \quad \text{Εξ. 2.2-24}$$

Οι πίνακες $\mathbf{M}$ και $\mathbf{K}$ είναι διαγώνιοι. Το αν ο πίνακας $\mathbf{C}$ είναι διαγώνιος εξαρτάται από την κατανομή της απόσβεσης στο σύστημα. Εάν είναι, τότε η Εξ. 2.2-23 αναπαριστά N μη συζευγμένες διαφορικές εξισώσεις σε κομβικές συντεταγμένες και το σύστημα λέγεται ότι παρουσιάζει κλασσική απόσβεση καθώς μπορούμε να εφαρμόσουμε σε αυτό την κλασσική μέθοδο της επαλληλίας των ιδιομορφών. Κάτι τέτοιο συμβαίνει διότι τέτοια συστήματα εμφανίζουν τις ίδιες ιδιομορφές με τα αντίστοιχα συστήματα χωρίς απόσβεση. Στην αντίθετη περίπτωση, η λύση του συστήματος των συζευγμένων εξισώσεων επιτυγχάνεται με αριθμητικές μεθόδους. Η μελέτη μας περιορίζεται σε κλασσική απόσβεση οπότε το συγκεκριμένο ζήτημα δεν θα αναπτυχτεί περαιτέρω.

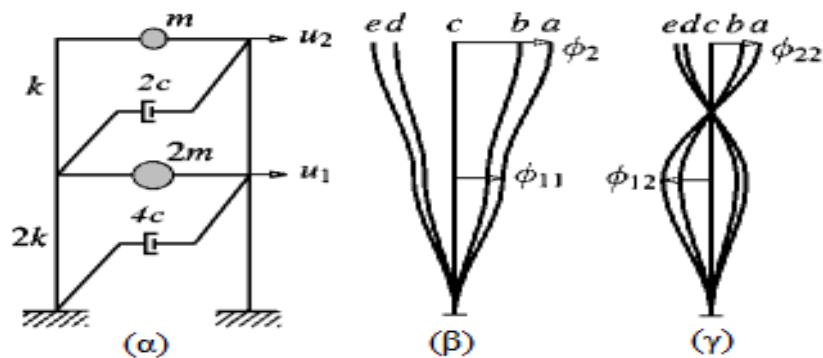
Στο Σχήμα 2.2-6 βλέπουμε τις φυσικές μορφές ταλάντωσης ενός πλαισίου δύο βαθμών ελευθερίας. Για τον υπολογισμό του διανύσματος της μετατόπισης πρέπει να λυθεί η παρακάτω διαφορική εξίσωση για $n = 1, 2$.

$$M_n \ddot{q}_n + C_n \dot{q}_n + K_n q_n = 0 \quad \text{Εξ. 2.2-25}$$

Όπως ήταν αναμενόμενο η μορφή της παραπάνω εξίσωσης είναι όμοια με την Εξ. 2.1-7 για μονοβάθμια συστήματα. Μπορούμε αντίστοιχα να ορίσουμε το ποσοστό απόσβεσης για κάθε ιδιομορφή ως

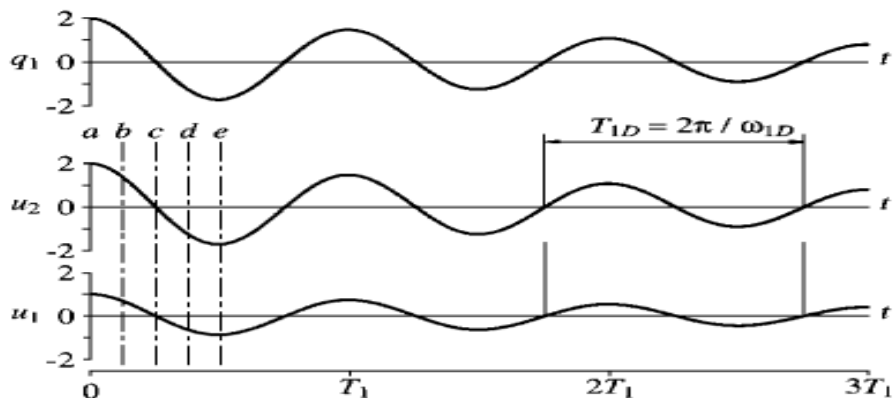
$$\zeta_n = \frac{C_n}{2M_n \omega_n} \quad \text{Εξ. 2.2-26}$$

και η Εξ. 2.2-25 μπορεί να λυθεί ως προς $q_n(t)$

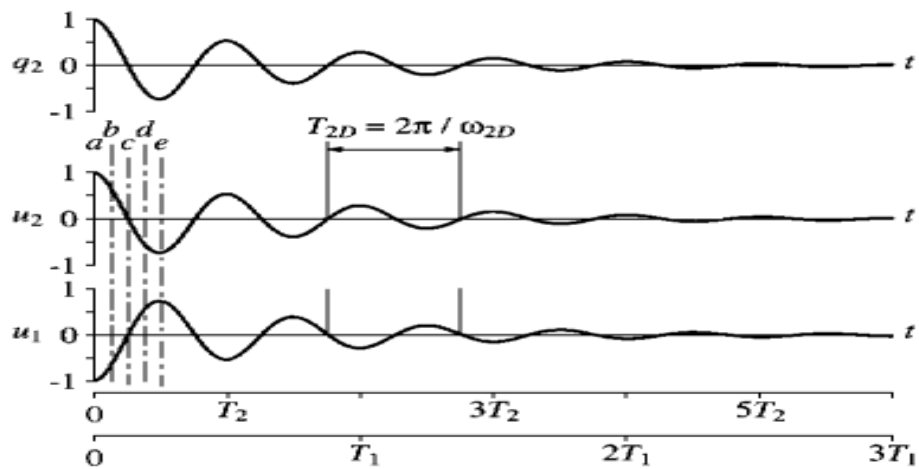


Σχήμα 2.2-6 Πρώτη (β) και δεύτερη (γ) ιδιομορφή του συστήματος (α)

Στα παρακάτω Σχήματα φαίνεται η εξέλιξη της ταλάντωσης για τις δύο ιδιομορφές, έχοντας θεωρήσει κάποια συμβατικά δεδομένα για την κατασκευή.



Σχήμα 2.2-7 Ελεύθερη ταλάντωση συστήματος κλασσικής απόσβεσης στην πρώτη ιδιομορφή του (κομβικές συντεταγμένες και ιστορικό μετατόπισης)



Σχήμα 2.2-8 Ελεύθερη ταλάντωση συστήματος κλασσικής απόσβεσης στην δεύτερη ιδιομορφή του (κομβικές συντεταγμένες και ιστορικό μετατόπισης)

Τα αποτελέσματα των Σχημάτων 2.2-7 και 2.2-8 μας επιτρέπουν να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:

- 1) Το αρχικό παραμορφωμένο σχήμα θα διατηρηθεί όπως ακριβώς και στο σύστημα δίχως απόσβεση, ώστε το φ_n να είναι ιδιομορφή και του αποσβεννύμενου συστήματος.
- 2) Η κίνηση κάθε μάζας είναι όμοια με αυτήν του αποσβεννύμενου συστήματος με τη διαφορά πως το μέτρο της ταλάντωσης ελαττώνεται με το χρόνο
- 3) Η κίνηση κάθε επιπέδου είναι μία αποσβεννόμενη αρμονική ταλάντωση με μοναδική συχνότητα

2.3 Δυναμική Ανάλυση

2.3.1 Εισαγωγή

Όπως γνωρίζουμε, η περιγραφή της κίνησης ενός συστήματος υπό εξωτερική δυναμική διέγερση δίνεται από την εξίσωση

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{p}(t) \quad \text{Εξ. 2.3-1}$$

Χρησιμοποιώντας την Εξ. 2.2-17 εκφράζουμε την παραπάνω εξίσωση σε όρους κομβικών συντεταγμένων ως

$$\sum_{r=1}^N m \varphi_r \ddot{q}_r(t) + \sum_{r=1}^N c \varphi_r \dot{q}_r(t) + \sum_{r=1}^N k \varphi_r q_r(t) = p(t) \quad \text{Εξ. 2.3-2}$$

Προπολλαπλασιάζοντας με φ_n^T :

$$M_n \ddot{q}_n(t) + C_n \dot{q}_n + K_n q_n(t) = P_n(t) \quad \text{Εξ. 2.3-3}$$

για $n = 1$ έως N και σε μητρωϊκή μορφή:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{P}(t) \quad \text{Εξ. 2.3-4}$$

Για να μπορέσει να λυθεί το πρόβλημα της Εξ. 2.3-4 πρέπει οι διαγώνιοι όροι του πίνακα $\mathbf{C}$ να είναι μη μηδενικοί, δηλαδή το σύστημα να παρουσιάζει κλασσική απόσβεση. Για τέτοια συστήματα η εξίσωση της κίνησης μπορεί να διατυπωθεί στην μορφή:

$$M_n \ddot{q}_n + C_n \dot{q}_n + K_n q_n = P(t) \quad \text{Εξ. 2.3-5}$$

Η Εξ 2.3-5, διέπει την κίνηση ενός μονοβάθμιου συστήματος που ταλαντώνεται στη n-ιοστή φυσική ιδιομορφή του πολυβάθμιου συστήματος. Αν τώρα απαλείψουμε την μάζα θα έχουμε:

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \frac{P_n(t)}{M_n} \quad \text{Εξ. 2.3-6}$$

Η παραπάνω εξίσωση περιγράφει την n-ιοστή κομβική τεταγμένη της ταλάντωσης και οι παράμετροι M_n , C_n , K_n και $P_n(t)$ εξαρτώνται αποκλειστικά από την ιδιομορφή φ_n . Συνεπώς αναφερόμαστε πλέον σε N μη συζευγμένες εξισώσεις. Ουσιαστικά έχουμε μετατρέψει το σύνολο των N συζευγμένων διαφορικών εξισώσεων της Εξ. 2.3-4 σε N μη συζευγμένες εξισώσεις ως προς q .

Με δεδομένη την εξωτερική δύναμη $p(t)$ η απόκριση ενός πολυβάθμιου συστήματος μπορεί να βρεθεί λύνοντας τις εξισώσεις για την κομβική συντεταγμένη q_n . Εφ'όσον

έχουν λυθεί οι παραπάνω εξισώσεις και έχουν βρεθεί όλα τα $q_n(t)$ μπορούμε να αποφανθούμε για την συμμετοχή της n -οστής ιδιομορφής στην μετατόπιση $u(t)$:

$$\mathbf{u}_n(t) = \varphi_n q_n(t) \quad \text{Εξ. 2.3-7}$$

και η συνολική μετατόπιση δίνεται από το άθροισμα:

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{n=1}^N \mathbf{u}_n(t) = \sum_{n=1}^N \varphi_n q_n(t) \quad \text{Εξ. 2.3-8}$$

Η συγκεκριμένη διαδικασία ονομάζεται κλασσική ιδιομορφική ανάλυση ή μέθοδος επαλληλίας των ιδιομορφών (*mode superposition method*) διότι ανεξάρτητες (μη συζευγμένες) ιδιομορφικές εξισώσεις επιλύονται ώστε να καθοριστούν οι κομβικές συντεταγμένες $q_n(t)$ και οι αποκρίσεις $u_n(t)$, με τις τελευταίες να συνδυάζονται ώστε να μας δώσουν την συνολική απόκριση. Η συγκεκριμένη μέθοδος εφαρμόζεται αυστηρά σε συστήματα με γραμμική συμπεριφορά και κλασσική απόσβεση.

2.3.2 Σεισμική απόκριση

Η συνολική μετατόπιση ενός κόμβου j ενός πολυβάθμιου συστήματος που υπόκειται σε σεισμική διέγερση (Σχήμα 2.3-1) δίνεται από την παρακάτω εξίσωση

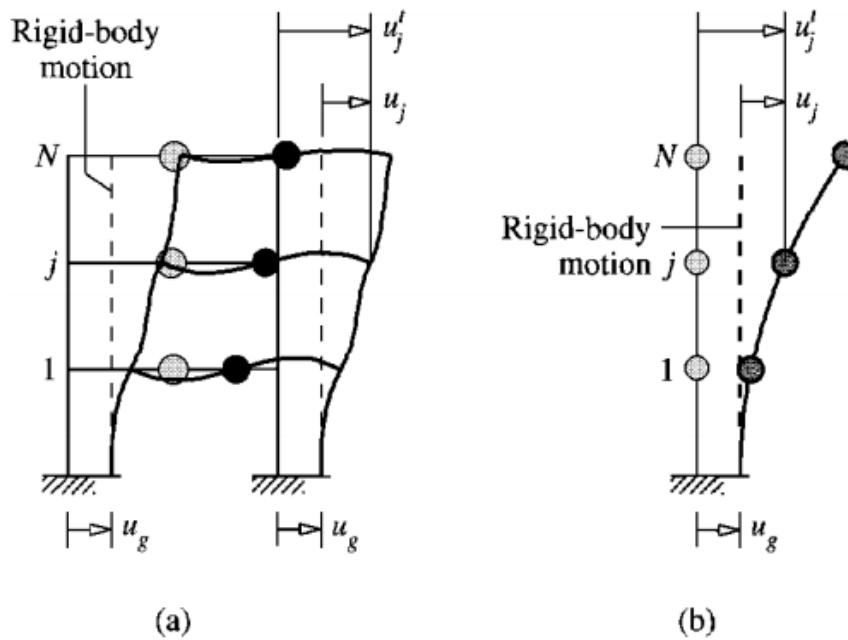
$$u_j^t(t) = u_j(t) + u_g(t) \quad \text{Εξ. 2.3-9}$$

Όπου:

$u_j^t(t)$: συνολική μετατόπιση μάζας m_j

$u_j(t)$: σχετική μετατόπιση μεταξύ μάζας m_j και εδάφους (αρχικής θέσης)

$u_g(t)$: μετατόπιση εδάφους



Σχήμα 2.3-1 Συνιστώσες μετατόπισης ενός κόμβου υποκείμενου σε εδαφική επιτάχυνση

Η παραπάνω εξίσωση για όλες τις N μάζες γράφεται σε διανυσματική μορφή :

$$\mathbf{u}^t(t) = \mathbf{u}(t) + u_g(t)\mathbf{1} \quad \text{Εξ. 2.3-10}$$

όπου $\mathbf{1}$ είναι το μοναδιαίο διάνυσμα N τάξης.

Αν αντικαταστήσουμε τις παραπάνω εξισώσεις στην Εξ. 2.3-1 παίρνουμε

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = -\mathbf{m}\mathbf{1}\ddot{u}_g(t) \quad \text{Εξ. 2.3-11}$$

Η παραπάνω σχέση είναι η θεμελιώδης εξίσωση περιγραφής της κίνησης ενός συστήματος που υπόκειται σε σεισμικές διεγέρσεις στη βάση του. Το αρνητικό πρόσημο προκύπτει από τις δυνάμεις αδράνειας που αντιτίθενται στην κίνηση του συστήματος. Το δεξί σκέλος της παραπάνω σχέσης ορίζεται ως σεισμική δύναμη, ή $p_{eff} = \text{effective earthquake force}$. Η λύση της Εξ. 2.3-11 για δεδομένες αρχικές συνθήκες και ιδιομορφές, παρέχει τις μετατοπίσεις και η μέθοδος της επαλληλίας εφαρμόζεται για τον υπολογισμό της συνολικής απόκρισης.

2.4 Μέθοδοι αριθμητικής ολοκλήρωσης στην Δυναμική Ανάλυση Κατασκευών

Οι αλγόριθμοι χρονολοκλήρωσης (time integration algorithms) βασίζονται σε μεθόδους πεπερασμένων διαφορών, όπου ο χρόνος διακριτοποιείται σε ένα πεπερασμένο πλέγμα με το χρονικό βήμα Δt να είναι η απόσταση μεταξύ των γειτονικών σημείων του πλέγματος. Σε τέτοιες διαδικασίες, με δεδομένες τις τιμές κάποιας παραμέτρου σε χρόνο t είναι δυνατό να υπολογιστεί η παράμετρος αυτή σε χρόνο $t + \Delta t$ μέσω διαδικασιών ολοκλήρωσης

Όπως είδαμε και στο Κεφάλαιο 2.3, η εξίσωση κίνησης για μία κατασκευή με απόσβεση, η οποία διεγείρεται από μία εξωτερική δύναμη $p(t)$ είναι:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = p(t) \quad \text{Εξ. 2.4-1}$$

Όπου M είναι ένας θετικά ορισμένος πίνακας μαζών, C είναι ένας μη αρνητικός πίνακας αποσβέσεων και K είναι ένας μη αρνητικός πίνακας δυσκαμψίας ενώ $p(t)$ είναι το διάνυσμα της εξωτερικά επιβαλλόμενης φόρτισης. Κάθε χρονική στιγμή, $t = t_{i+1} = (i + 1)h$, μπορούμε να υπολογίσουμε την επιτάχυνση ως:

$$\ddot{x}(t_{i+1}) = -M^{-1}[C\dot{x}(t_{i+1}) + Kx(t_{i+1}) - p(t_{i+1})] \quad \text{Εξ. 2.4-2}$$

Γνωρίζοντας την επιτάχυνση, την ταχύτητα, τη μετατόπιση αλλά και τη δύναμη p σε ένα συγκεκριμένο χρόνο t_i , εάν παρεκτείνουμε τις ταχύτητες και τις μετατοπίσεις στον χρόνο $t_{i+1} = t_i + h$, με βήμα h , τότε μπορούμε να υπολογίσουμε τις επιταχύνσεις $\ddot{x}(t_{i+1})$ χρησιμοποιώντας την παραπάνω εξίσωση. Στην συνέχεια θα αναφερθούμε συνοπτικά στους πιο συνηθισμένους βηματικούς αλγόριθμους (time stepping algorithms) ολοκλήρωσης, οι οποίοι διαφέρουν στον τρόπο με τον οποίο υπολογίζουν τα $x(t_{i+1})$ και $\dot{x}(t_{i+1})$ από τα $x(t_i)$, $\dot{x}(t_i)$, $\ddot{x}(t_i)$, $p(t_i)$ και $p(t_{i+1})$

2.4.1 Μέθοδος Κεντρικής Διαφοράς

Οι προσεγγίσεις για την πρώτη και δεύτερη παράγωγο στην Μέθοδο Κεντρικής Διαφοράς είναι:

$$\dot{x}(t_i) = \dot{x}_i \approx \frac{1}{2h}(x_{i+1} - x_{i-1}) \quad \text{Εξ. 2.4-3}$$

$$\ddot{x}(t_i) = \ddot{x}_i \approx \frac{1}{h^2}(x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}) \quad \text{Εξ. 2.4-4}$$

Αντικαθιστώντας τις Εξ. 2.4-3 Εξ. 2.4-4, στην εξίσωση κίνησης θα έχουμε:

$$\left[\frac{1}{h^2}M + \frac{1}{2h}C \right] x_{i+1} = \left[\frac{2}{h^2}M - K \right] x_i + \left[-\frac{1}{h^2}M + \frac{1}{2h}C \right] x_{i-1} + p(t) \quad \text{Εξ. 2.4-5}$$

και σε συμπαγή μορφή γράφουμε:

$$A_0 x_{i+1} = A_1 x_i + A_2 x_{i-1} + p(t) \quad \text{Εξ. 2.4-6}$$

Η αριθμητική σταθερότητα της παραπάνω μεθόδου εξαρτάται από την επιλογή του βήματος h . Για να καταλήξουμε σε μία σταθερή λύση θα πρέπει $h < T_i/\pi$, όπου το T_i είναι η μικρότερη ιδιοπερίοδος του συστήματός μας. Εάν η μέθοδος κεντρικής διαφοράς χρησιμοποιηθεί με βήμα μεγαλύτερο του πηλίκου T_i/π η λύση αυξάνεται εκθετικά. Παρακάτω παρατίθενται βηματικά τα στάδια εκτέλεσης του αλγορίθμου:

1. Εισάγονται οι πίνακες μάζας, απόσβεσης, δυσκαμψίας, M , C , K καθώς και το βήμα h .
2. Δεδομένων των αρχικών συνθηκών x_0 , $\dot{x}_0$, $\ddot{x}_0$ και υπολογίζουμε $x_{-1} = x_0 - h\dot{x}_0 + \frac{h^2}{2}\ddot{x}_0$
3. Σχηματίζουμε τους πίνακες A_0 , A_1 , A_2 και τριγωνικοποιούμε τον πίνακα A_0 χρησιμοποιώντας LDL^T παραγοντοποίηση
4. Από $i = 1$ μέχρι N
 - Επιλύουμε το $A_0 x_i = A_1 x_{i-1} + A_2 x_{i-2} + p_{i-1}(t)$, χρησιμοποιώντας LDL^T προς τα πίσω αντικατάσταση

- Υπολογίζουμε τα $\dot{x}_{i-1}$ και $\ddot{x}_{i-1}$

2.4.2 Μέθοδος Γραμμικής Επιτάχυνσης

Το ανάπτυγμα Taylor της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης αντίστοιχα θα είναι:

$$x(t_{i+1}) = x_{i+1} = x_i + h\dot{x}_i + \frac{h^2}{2!}\ddot{x}_i + \frac{h^3}{3!}x_i^{iii} + \frac{h^4}{4!}x_i^{iv} + \dots \quad \text{Εξ. 2.4-7}$$

$$\dot{x}(t_{i+1}) = \dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + h\ddot{x}_i + \frac{h^2}{2!}x_i^{iii} + \frac{h^3}{3!}x_i^{iv} + \dots \quad \text{Εξ. 2.4-8}$$

$$\ddot{x}(t_{i+1}) = \ddot{x}_{i+1} = \ddot{x}_i + hx_i^{iii} + \frac{h^2}{2!}x_i^{iv} + \dots \quad \text{Εξ. 2.4-9}$$

Η τελευταία εξίσωση γράφεται:

$$hx_i^{iii} = \ddot{x}_{i+1} - \ddot{x}_i - \frac{h^2}{2!}x_i^{iv} - \dots \quad \text{Εξ. 2.4-10}$$

Και εισάγοντας την στις Εξ. 2.4-7 Εξ. 2.4-8 θα έχουμε:

$$x_{i+1} = \dot{x}_i + h\dot{x}_i + \frac{h^2}{2!}\ddot{x}_i + \frac{h^2}{6}\left(\ddot{x}_{i+1} - \ddot{x}_i - \frac{h^2}{2!}x_i^{iv} - \dots\right) + \frac{h^4}{4!}x_i^{iv} + \dots \quad \text{Εξ. 2.4-11}$$

$$\dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + h\ddot{x}_i + \frac{h}{2}\left(\ddot{x}_{i+1} - \ddot{x}_i - \frac{h^2}{2!}x_i^{iv} - \dots\right) + \frac{h^3}{3!}x_i^{iv} + \dots \quad \text{Εξ. 2.4-12}$$

Αγνοώντας τους όρους άνω της τρίτης παραγώγου η πεπερασμένες λύσεις προσεγγίζουν την μορφή :

$$x_{i+1} \approx x_i + h\dot{x}_i + \frac{h^2}{6}(\ddot{x}_{i+1} + 2\ddot{x}_i) \quad \text{Εξ. 2.4-13}$$

και

$$\dot{x}_{i+1} \approx \dot{x}_i + \frac{h}{2}(\ddot{x}_{i+1} + \ddot{x}_i) \quad \text{Εξ. 2.4-14}$$

Οι παραπάνω σχέσεις θεωρούνται πεπλεγμένες διότι για να βρεθούν τα x_{i+1} και $\dot{x}_{i+1}$, το $\ddot{x}_{i+1}$ πρέπει να προσδιοριστεί. Η συγκεκριμένη μέθοδος ονομάζεται γραμμική, διότι η τρίτη παράγωγος του x έχει εξαλειφθεί και η επιτάχυνση θεωρείται γραμμικά μεταβαλλόμενη με τον χρόνο.

2.4.3 Newmark- β Μέθοδος

Οι κατά προσέγγιση πεπερασμένες σχέσεις για την συγκεκριμένη μέθοδο έχουν ως εξής:

$$x_{i+1} \approx x_i + h\dot{x}_i + h^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{x}_i + \beta \ddot{x}_{i+1} \right] \quad \text{Εξ. 2.4-15}$$

Και

$$\dot{x}_{i+1} \approx \dot{x}_i + h[(1 - \gamma)\ddot{x}_i + \gamma\ddot{x}_{i+1}] \quad \text{Εξ. 2.4-16}$$

Εάν $\beta = 1/4$ και $\gamma = 1/2$ η παρούσα μέθοδος θεωρείται πεπλεγμένη και σταθερή. Σε αυτή την περίπτωση η επιτάχυνση εντός του χρονικού διαστήματος $t \in [t_i, t_{i+1})$ θεωρείται συνεχής. Εάν τα $\beta = 1/6$ και $\gamma = 1/2$ τότε η μέθοδος ταυτίζεται την μέθοδο γραμμικής επιτάχυνσης, ενώ εάν $\beta = 0$ και $\gamma = 1/2$ η μέθοδος ταυτίζεται με αυτήν της κεντρικής διαφοράς. Για γραμμικά συστήματα, εάν $2\beta \geq \gamma \geq 1/2$ η μέθοδος θεωρείται ευσταθής ανεξάρτητα από το βήμα h . Γενικότερα, η ευστάθεια του αλγορίθμου της μεθόδου Newmark- β , εξαρτάται από το μέγεθος του βήματος h και θεωρείται ευσταθής εάν $\gamma < 1/2$.

Κατασκευάζοντας τις πεπερασμένες σχέσεις υπό μορφή επαυξημένων μετατοπίσεων ($\delta x_i = x_{i+1} - x_i$), ταχυτήτων ($\delta \dot{x}_i = \dot{x}_{i+1} - \dot{x}_i$) και επιταχύνσεων ($\delta \ddot{x}_i = \ddot{x}_{i+1} - \ddot{x}_i$) έχουμε:

$$\delta \ddot{x}_i = \frac{1}{\beta h^2} \delta x_i - \frac{1}{\beta h} \dot{x}_i - \frac{1}{2\beta} \ddot{x}_i \quad \text{Εξ. 2.4-17}$$

και

$$\delta \dot{x}_i = \frac{\gamma}{\beta h} \delta \dot{x}_i - \frac{\gamma}{\beta} \dot{x}_i + h(1 - \frac{\gamma}{2\beta}) \ddot{x}_i \quad \text{Εξ. 2.4-18}$$

και η εξίσωση της κίνησης διαμορφώνεται ως εξής:

$$M\delta \ddot{x}_i + C\delta \dot{x}_i + Kx_i = p_{i+1} - p_{i-} = \delta p_i \quad \text{Εξ. 2.4-19}$$

και μετά από παραγοντοποίηση:

$$\left[\frac{6}{h^2} M + \frac{3}{h} C + K \right] \delta x_i = \delta p_i + \left[3M + \frac{h}{2} C \right] \ddot{x}_i + \left[\frac{6}{h} M + 3C \right] \dot{x}_i \quad \text{Εξ. 2.4-20}$$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα γραμμικών εξισώσεων ως προς δx_i οι τιμές της απόκρισης για κάθε βήμα είναι

$$x_{i+1} = x_i + \delta x_i \quad \text{Εξ. 2.4-21}$$

$$\dot{x}_{i+1} = -2\dot{x}_i - \frac{h}{2} \ddot{x}_i + \frac{3}{h} \delta x_i \quad \text{Εξ. 2.4-22}$$

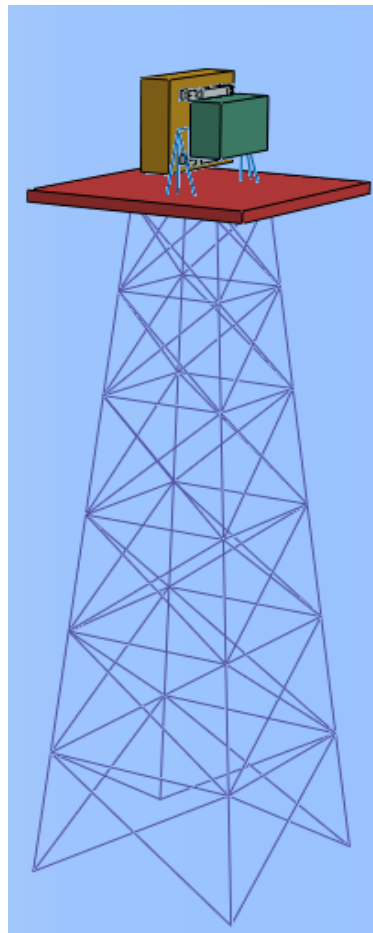
$$\ddot{x}_{i+1} = -M^{-1}[C\dot{x}_{i+1} + Kx_{i+1} - p_{i+1}] \quad \text{Εξ. 2.4-23}$$

Να σημειωθεί πως οι διαδικασίες που παρουσιάστηκαν παραπάνω είναι προσεγγιστικές και ενέχουν σχετικό σφάλμα. Βασική αιτία είναι ο αποκλεισμός ανωτέρων παραγώγων στα αναπτύγματα Taylor, μέσω των οποίων υλοποιούνται τέτοιες μέθοδοι. Η χρησιμοποίηση αλγορίθμων χρονολοκλήρωσης ενδείκνυνται κυρίως για σύνθετα, μη γραμμικά προβλήματα και όχι για γραμμικές αναλύσεις, καθώς απαιτεί υπερβολικά αυξημένο υπολογιστικό φόρτο σε σχέση με τη μέθοδο της επαλληλίας των ιδιομορφών

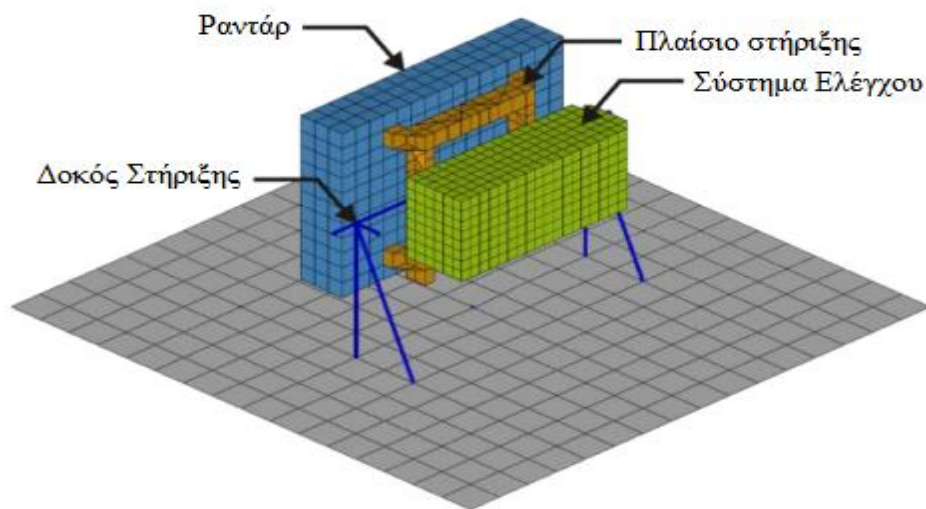
3 ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

3.1 Εισαγωγή

Το μοντέλο που μελετάται στην συγκεκριμένη εργασία αποτελείται από μεταλλικό πύργο πλέγματος τεσσάρων άκρων, τυπικό για εφαρμογές στο πεδίο των τηλεπικοινωνιών. Στην κορυφή του πύργου είναι τοποθετημένο ραντάρ διάταξης φάσης (phased array radar), το οποίο αποτελείται από κυκλώματα τοποθετημένα σε σώμα αλουμινίου και προστατευόμενα από σύνθετο ινοπλισμένο υλικό. Το σύστημα ελέγχου βρίσκεται εγκατεστημένο σε κουτί στο πίσω μέρος του ραντάρ και το αλουμινένιο πλαίσιο στήριξης συνδέει τα δύο αυτά μέρη στην δοκό στήριξης, που με τη σειρά της πακτώνει την διάταξη πάνω σε μεταλλική βάση. Η όψη της κατασκευής καθώς και η λεπτομέρεια στην κορυφή δίνονται στα παρακάτω σχήματα.



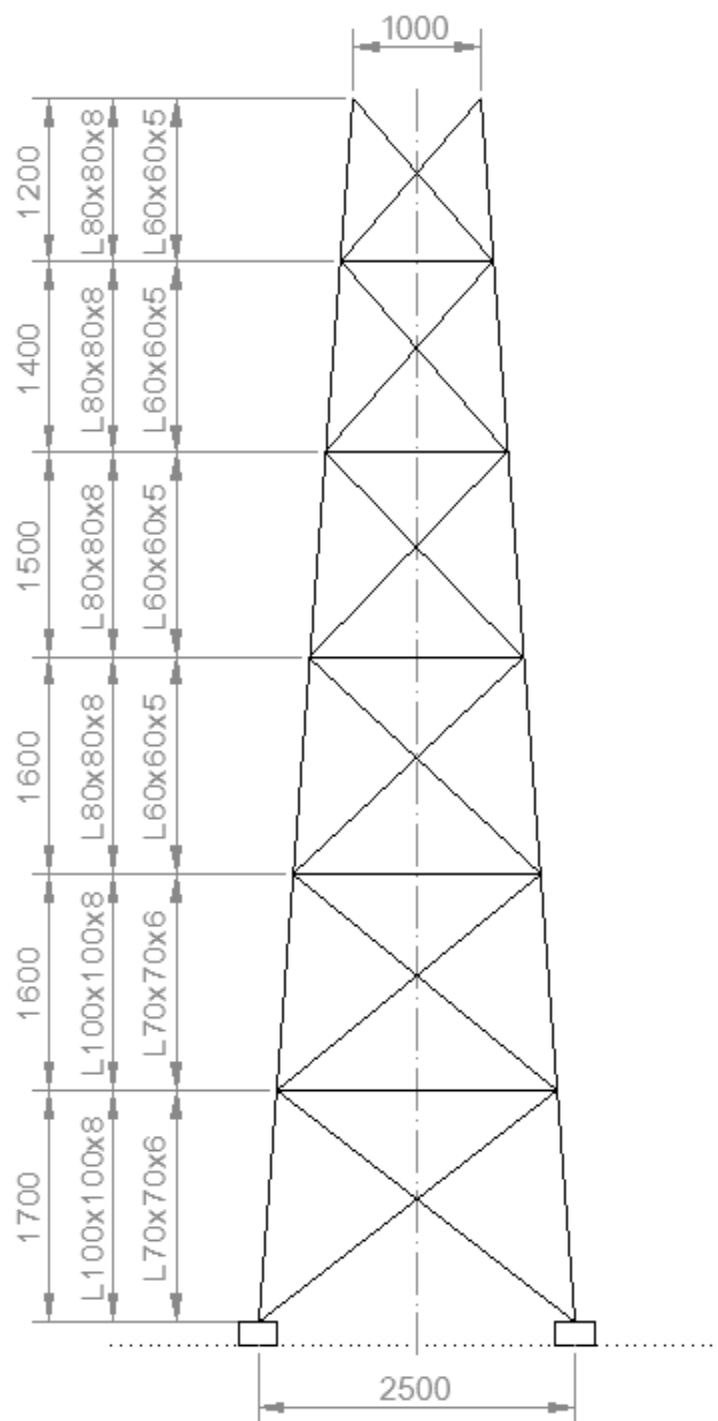
Εικόνα 3.1-1 Πλάγια όψη της υπό μελέτη διάταξης



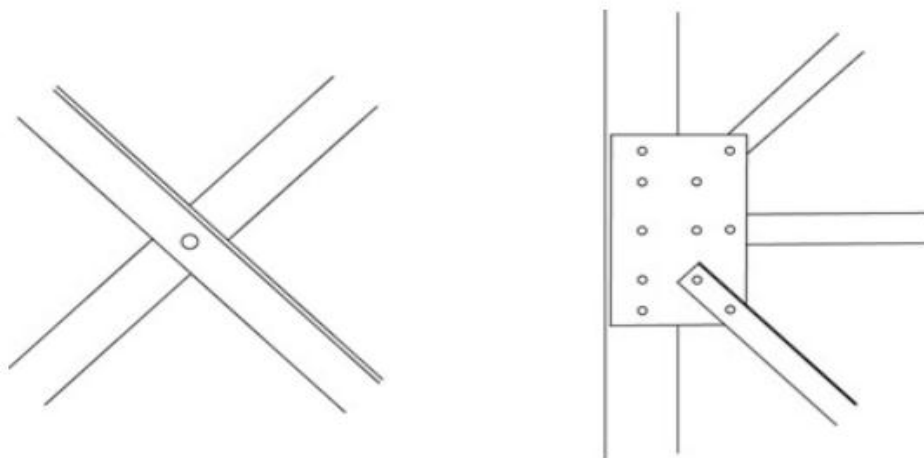
Εικόνα 3.1-2 Συνδεσμολογία στην κορυφή του πλέγματος (πύργου)

3.2 Δομικά στοιχεία – Υλικά κατασκευής

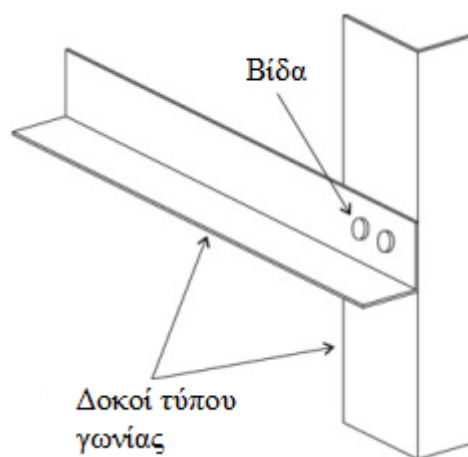
Ο πύργος παρουσιάζει πυραμιδοειδή γεωμετρία ύψους 8 μέτρων και τετραγωνικής βάσης, πλευράς 2.5 μέτρων. Ο κάθε πυλώνας εμφανίζει κλίση 5° ως προς κάθετο άξονα συμμετρίας που περνάει από το κέντρο της κατασκευής, με αποτέλεσμα να δημιουργείται στην κορυφή τετραγωνική διατομή πλευράς ενός μέτρου. Στη πλάγια όψη του Σχήματος 3.2-1 βλέπουμε τη συμβολή κάθε δικτυώματος στο συνολικό ύψος (σε mm) ενώ σημειώνονται ο τύπος και οι διαστάσεις των βασικών και των διαγώνιων μελών, από την αριστερή προς τη δεξιά στήλη αντίστοιχα. Το προφίλ των οριζόντιων μελών είναι παραλληλόγραμμο με διαστάσεις 60 x 5 mm και οι συνδέσεις μεταξύ των μελών είναι κοχλιωτές, όπως φαίνεται στα Σχήματα 3.2-2 και 3.2-3.



Σχήμα 3.2-1 Βασικές διαστάσεις και γεωμετρικά χαρακτηριστικά των μελών του πλέγματος

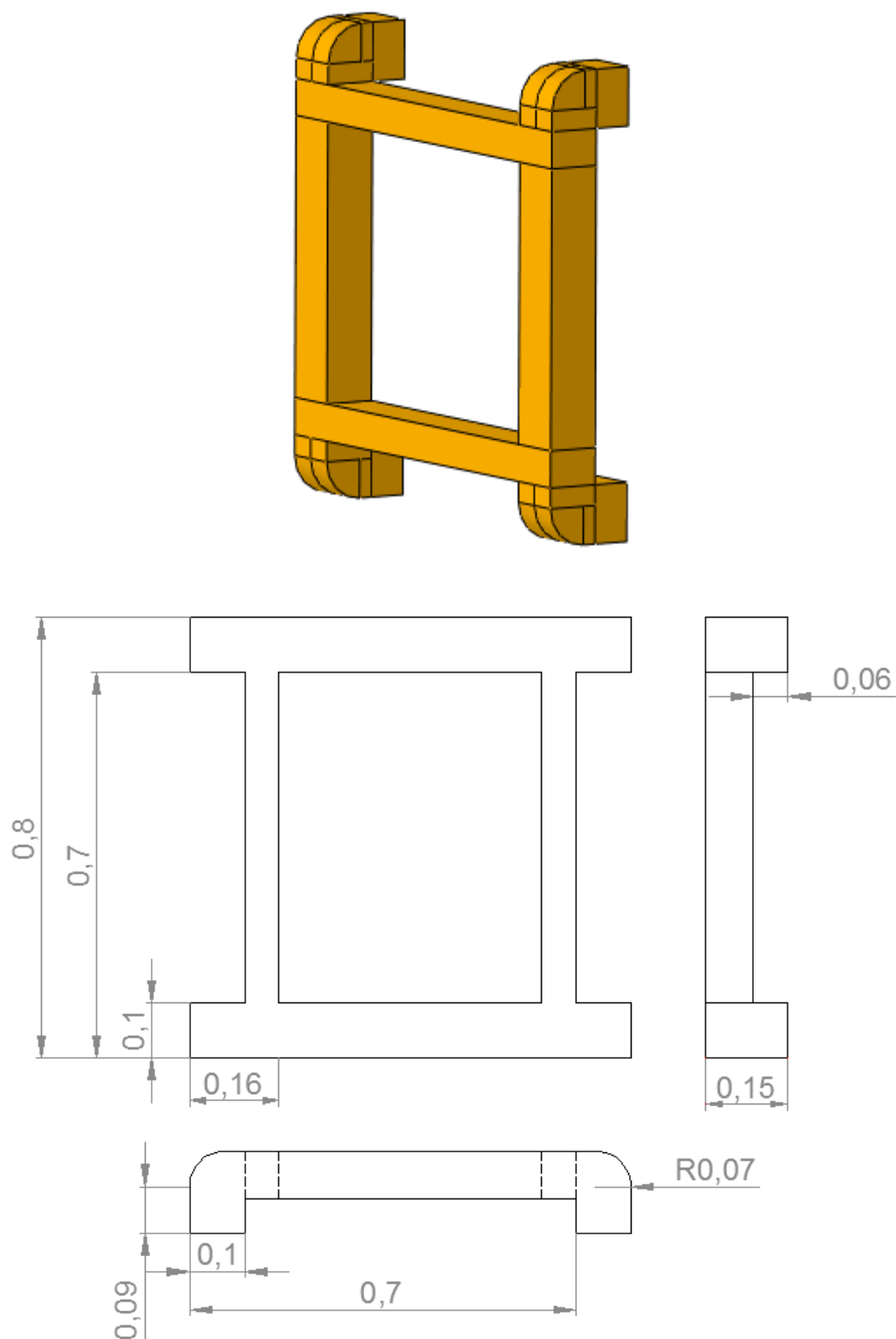


Σχήμα 3.2-2 Συνδεσμολογία διαγώνιων μελών α) μεταξύ τους β) με τα βασικά μέλη

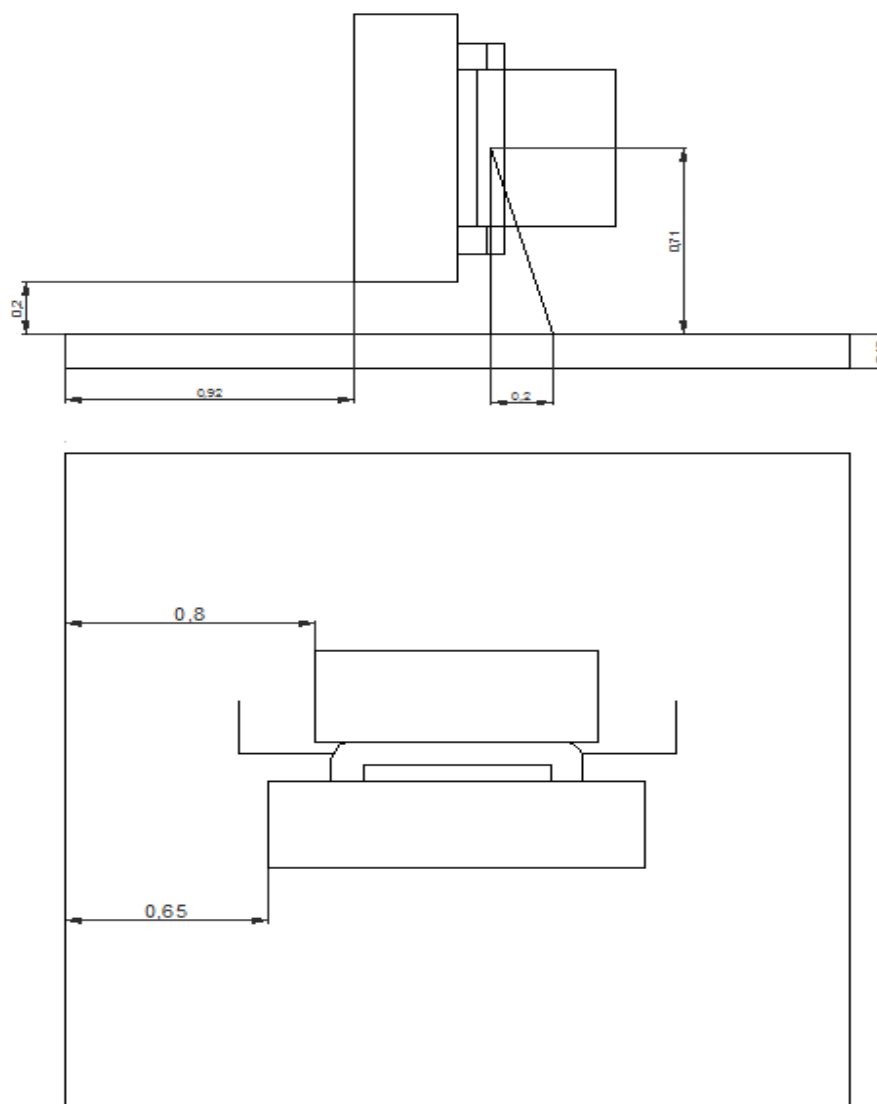


Σχήμα 3.2-3 Τυπική κοχλιωτή σύνδεση μεταξύ μελών τύπου γωνίας

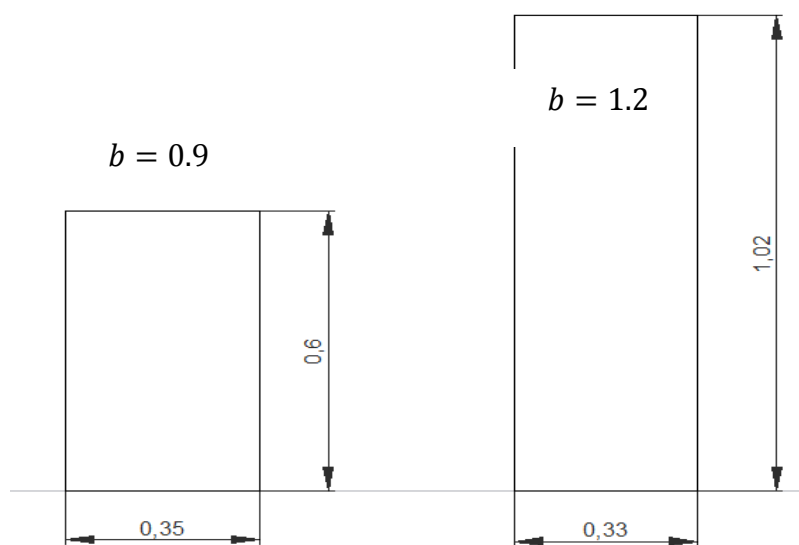
Στα παρακάτω Σχήματα παρατίθεται η διαστασιολόγηση των υπόλοιπων στοιχείων καθώς και ο τρόπος που τοποθετούνται στη βάση.



Σχήμα 3.2-4 Όψεις και διαστάσεις του πλαισίου στήριξης



Σχήμα 3.2-5 Διαστάσεις τοποθέτησης της διάταξης στη μεταλλική βάση



Σχήμα 3.2-6 Διαστάσεις (σε m) συστήματος ελέγχου και ραντάρ αντίστοιχα

Όλα τα μέρη του πύργου είναι κατασκευασμένα από δομικό χάλυβα S355JR με βάση τα Ευρωπαϊκά πρότυπα (EN10025). Ο αριθμός 355 υποδηλώνει το όριο διαρροής του υλικού σε N/m^2 . Όπως είδαμε παραπάνω, το πλαίσιο και οι διαγώνιες ράβδοι αποτελούνται από δοκούς τύπου γωνίας (equal leg angles), ενώ οι οριζόντιες χαρακτηρίζονται από παραλληλόγραμμο προφίλ. Στον επόμενο πίνακα αναφέρονται τα υλικά κατασκευής κάθε μέρους καθώς και οι ιδιότητές τους.

Πίνακας 1 Ιδιότητες των υλικών που θα χρησιμοποιηθούν στην ανάλυση

ΥΛΙΚΟ	ρ (kg/m ³)	E (N/mm ²)	V (—)
Αλουμίνιο	2700	72000	0.3
Ατσάλι	7850	210000	0.3
Ραντάρ	1150	72000	0.3
Σύστημα Ελέγχου	1200	36000	0.3

3.3 Μοντελοποίηση Πεπερασμένων Στοιχείων με το Abaqus.

3.3.1 Επιλογή στοιχείων μοντελοποίησης

Λαμβάνοντας υπ' όψιν τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της κατασκευής όπως αυτά περιγράφονται στο Κεφάλαιο 3.2, κατασκευάζεται το μοντέλο της προσομοίωσης. Πρώτο βήμα προς την κατεύθυνση αυτή είναι η επιλογή των στοιχείων που θα προτυποποιούν κατάλληλα και θα προσεγγίζουν ικανοποιητικά τις πραγματικές συνθήκες της διάταξης. Για τον σκοπό αυτό, το ABAQUS διαθέτει μία πλούσια βιβλιοθήκη από δομικά στοιχεία, η οποία παρέχει στον χρήστη την δυνατότητα επιλογής της κατάλληλης στρατηγικής μοντελοποίησης, ανάλογα με την επιθυμητή ακρίβεια των αποτελεσμάτων, τον διαθέσιμο υπολογιστικό χρόνο, το είδος της ανάλυσης κ.α. Η απόδοση της κατασκευής του πύργου με την μορφή πεπερασμένων στοιχείων γίνεται με Στοιχεία Δοκών (beam elements). Με κυλινδρικό στοιχείο δοκού αποδίδεται επίσης η ράβδος στήριξης. Το ραντάρ, το σύστημα ελέγχου, το πλαίσιο στήριξης και η βάση που συγκρατεί το σύστημα, μοντελοποιούνται με Συνεχή Στοιχεία (solid elements).

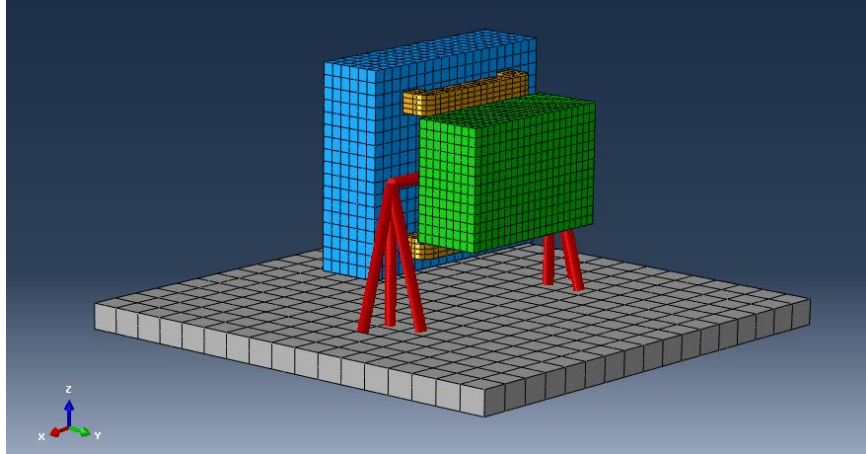
Το κύριο χαρακτηριστικό των στοιχείων δοκών είναι η διάσταση της διατομής τους, η οποία είναι σημαντικά μικρότερη από το μήκος τους κατά την αξονική διεύθυνση. Για τον λόγο αυτό, χρησιμοποιούνται ως τα κατεξοχήν στοιχεία μοντελοποίησης κατασκευών όπως πλαίσια στήριξης, πύργοι τηλεπικοινωνιών, ηλεκτροδότησης κ.α. Επιλέγονται κυρίως για το μικρό υπολογιστικό κόστος τους, αλλά και για την ευελιξία που παρουσιάζουν ως προς τον σχεδιασμό και τον χειρισμό τους. Από την άλλη, σε σύνθετα προβλήματα με μη γραμμικά χαρακτηριστικά εισόδου, γεωμετρίας και υλικών, τα στοιχεία δοκών τείνουν να κριθούν ακατάλληλα. Τα συνεχή στοιχεία χρησιμοποιούνται κατά κανόνα για την περιγραφή συμπαγών ομοιογενών μελών. Η διαχείριση τους είναι χρονοβόρα διαδικασία, παρουσιάζουν δυσκολίες μοντελοποίησης στα σημεία επαφής, όμως επιτυγχάνουν εξαιρετικά μεγάλη ακρίβεια αποτελεσμάτων.

Στην παρούσα ανάλυση, έχουμε κάνει την παραδοχή ότι οι παραμορφώσεις τόσο του ηλεκτρονικού εξοπλισμού, όσο και του πύργου θα είναι μικρές, ώστε να απουσιάζουν φαινόμενα πλαστικής παραμόρφωσης. Συνεπώς όλα τα υλικά εμφανίζουν γραμμικό-ελαστική (linear elastic) συμπεριφορά, οι ιδιότητες των οποίων ορίζονται από τον Πίνακα 1.

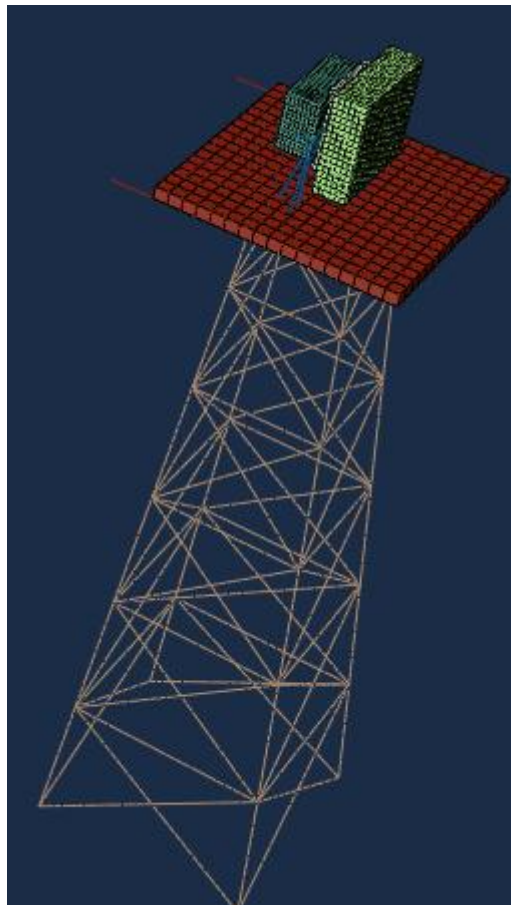
3.3.2 Επιλογή πλέγματος (mesh)

Οι δύο παράγοντες που επηρεάζουν την εκλογή του κατάλληλου πλέγματος είναι η πυκνότητα, καθώς και το είδος των στοιχείων που το απαρτίζουν. Μεγάλη πυκνότητα πλέγματος ισοδυναμεί με μεγάλη ακρίβεια αποτελεσμάτων, αλλά και με σημαντική αύξηση του υπολογιστικού φόρτου. Η βέλτιστη επιλογή φαίνεται να είναι αυτή που ανταποκρίνεται ικανοποιητικά στην επιθυμητή ακρίβεια της ανάλυσης και δεν καθιστά απαγορευτικό τον χρόνο εκτέλεσής της. Η επιλογή του είδους του στοιχείου εξαρτάται από το είδος της ανάλυσης (δυναμική, στατική) και την φύση αυτής (παλινδρόμηση, επαφή, κρούση, θερμότητα κ.α.) και καθορίζεται από συγκεκριμένη βιβλιοθήκη στο ABAQUS. Το βήμα αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό κατά την διαδικασία της ανάλυσης ιδιομορφών, όπου απαιτείται πολύ καλή προσέγγιση των τιμών της συχνότητας του συστήματος. Για τον λόγο αυτό εκτελούνται διαδοχικές προσομοιώσεις, μέχρις ότου η αύξηση της πυκνότητας να μην επιφέρει ωφέλιμη

βελτίωση στις εξαγόμενες τιμές. Τα δύο αυτά χαρακτηριστικά (πυκνότητα, είδος στοιχείου) για κάθε κομμάτι φαίνονται στο παρακάτω Σχήμα και στον πίνακα που ακολουθεί.



Σχήμα 3.3-1 Όψη της διάταξης του ραντάρ με καθορισμένο πλέγμα για κάθε μέλος

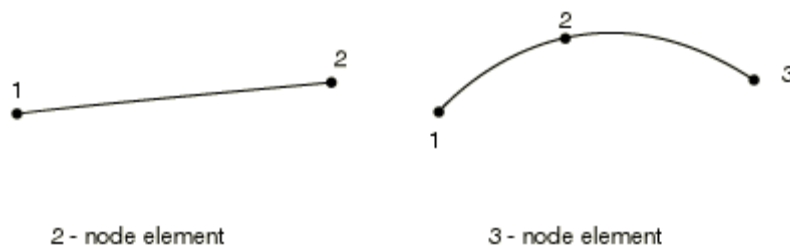


Εικόνα 3.3-1 Συνολική όψη της κατασκευής

Πίνακας 2 Στοιχεία πλέγματος μοντελοποίησης με πεπερασμένα στοιχεία

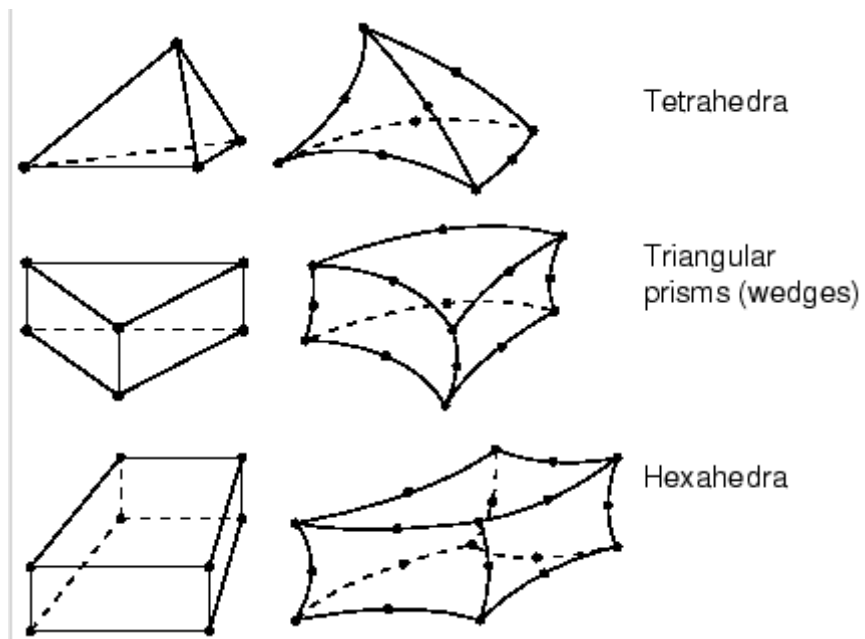
Κομμάτι	Στοιχείο Πλέγματος	Πυκνότητα
Πύργος	Κυβικό στοιχείο 2 κόμβων B33	1704
Βάση	Τετραγωνικό στοιχείο 20 κόμβων C3D20R	289
Σύστημα Ελέγχου	Τετραγωνικό στοιχείο 20 κόμβων C3D20R	2080
Ραντάρ	Τετραγωνικό στοιχείο 20 κόμβων C3D20R	2040
Πλαίσιο Στήριξης	Τετραγωνικό στοιχείο 20 κόμβων C3D20R	536
Δοκός Στήριξης	Τετραγωνικό στοιχείο 3 κόμβων B32	178

Τα στοιχεία B-32 και B-33 (στο τρισδιάστατο χώρο) χρησιμοποιούν τετραγωνική και κυβική παρεμβολή αντίστοιχα για την προσέγγιση της μεταβλητής πεδίου, που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι η μετατόπιση και έχουν έξι ενεργούς βαθμούς ελευθερίας (3 μεταφορικούς και 3 περιστροφικούς).

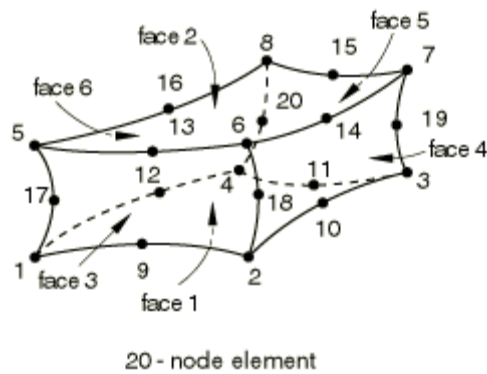


Εικόνα 3.3-2 Γραμμικά στοιχεία δύο και τριών κόμβων αντίστοιχα

Στην Εικόνα 3.3-3 φαίνονται τα τρία στοιχεία μοντελοποίησης συνεχών μελών (τατραεδρικά, πρισματικά, εξαεδρικά) και στην Εικόνα 3.3-4 το εξαεδρικό στοιχείο 20 κόμβων που μοντελοποιεί τα μέλη της κορυφής του πύργου, πλην της ράβδου στήριξης. Κάθε τέτοιο στοιχείο έχει τρεις ενεργούς βαθμούς ελευθερίας (1,2,3). Συνεπώς, για ένα σύνολο 6847 στοιχείων προκύπτει ένα σύστημα 35.376 βαθμών ελευθερίας.,,,



Εικόνα 3.3-3 Οι τρεις τύποι των στοιχείων που αντιστοιχούν σε τρισδιάστατη μοντελοποίηση συνεχών μελών



Εικόνα 3.3-4 Εξαεδρικό στοιχείο C3D20R 20 κόμβων

3.3.3 Περιορισμοί κίνησης – Συνοριακές συνθήκες.

Για τον πλήρη καθορισμό του προβλήματος, απαιτείται επιπλέον ο προσδιορισμός των περιορισμών κίνησης μεταξύ των στοιχείων που εμφανίζουν επαφή. Η αποτύπωση αυτών των σχέσεων είναι μια εξαιρετικά σημαντική διαδικασία και απαιτεί λεπτομερή χειρισμό, ώστε να επιτύχουμε την επιθυμητή συμπεριφορά των συσχετιζόμενων μερών. Οι τρόποι απόδοσης των περιορισμών κίνησης ποικίλλουν στο ABAQUS, από περιορισμούς ενός ή πολλών σημείων, μέχρι γραμμικές συναρτήσεις και ενσωματωμένα στοιχεία. Στην παρούσα ανάλυση θα χρησιμοποιηθούν περιορισμοί δέσμευσης επιφάνειας. Ο τύπος αυτός ‘δένει’ όλους τους μεταφορικούς και περιστροφικούς βαθμούς ελευθερίας των δύο κομματιών σε καθορισμένα σημεία. Για τον καθορισμό του απαιτείται ο προσδιορισμός της κύριας και της δεσμευμένης επιφάνειας (ή συλλογής κόμβων).

Ο συνολικός αριθμός των διαφορετικών περιορισμών που εφαρμόζουμε στην κατασκευή είναι πέντε και καλύπτουν την σύνδεση:

- της μεταλλικής βάσης με την κορυφή του πύργου
- των δύο συστατικών του ραντάρ (κυκλώματα, έλεγχος) με το αλουμινένιο πλαίσιο
- του πλαισίου με την ράβδο στήριξης
- της ράβδου στήριξης με την μεταλλική βάση.

Το σύνολο των συνοριακών συνθηκών στο σημείο επαφής των πυλώνων με το έδαφος, συγκρατεί στο μηδέν τους περιστροφικούς βαθμούς ελευθερίας, ενώ περιορίζει τους μεταφορικούς, εξαιτίας της προδιαγεγραμμένης επιτάχυνσης που θα προκαλέσει η σεισμική διέγερση.

4 ΙΔΙΟΜΟΡΦΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

4.1 Στατική ανάλυση

Έπειτα από την ολοκλήρωση της προτυποποίησης και τον πλήρη έλεγχο κάθε διαδικασίας που εκτελέσαμε, προχωρούμε στο πρώτο (στατικό) βήμα της ανάλυσης. Στην στατική ανάλυση, ορίζουμε φορτία όπως εξαναγκασμένες μετατοπίσεις ή/και συγκεντρωμένες δυνάμεις τα οποία δεν μεταβάλλονται με τον χρόνο και ο αλγόριθμος των πεπερασμένων στοιχείων υπολογίζει μία λύση ισορροπίας. Στην περίπτωση μας, εφαρμόζουμε σε ολόκληρη την κατασκευή βαρυτική δύναμη κατά τον αρνητικό κατακόρυφο άξονα ίση με το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας. Αποκτούμε με τον τρόπο αυτό την κατάσταση ισορροπίας του συστήματος το οποίο στηρίζει το ίδιο του το βάρος. Η ανάλυση αυτή καθίσταται χρήσιμη για δύο κυρίως λόγους. Ο πρώτος είναι διότι εξυπηρετεί στην επιβεβαίωση στην πράξη, της εγκυρότητας της κατασκευής και της επιτυχούς σύνδεσης όλων των επιμέρους μελών. (Εάν επί παραδείγματι δύο γειτονικοί κόμβοι δεν έχουν συμπεριληφθεί σε κάποιον περιορισμό, τα ελεύθερα κομμάτια θα εκτραπούν υπερβολικά). Ο δεύτερος είναι η συμφωνία μεταξύ της βαρυτικής δύναμης και της συνολικής μάζας του συστήματος. Η μάζα επί την επιτάχυνση της βαρύτητας θα πρέπει να ισούται με το σύνολο των κατακόρυφων συστατικών των δυνάμεων των αντιδράσεων στις στηρίξεις. Πιθανή ασυμφωνία μεταξύ αυτών των τιμών είναι ένδειξη λανθασμένου ορισμού της βαρύτητας ή των ιδιοτήτων των υλικών. Οι παραπάνω έλεγχοι ήταν απαραίτητοι για να διασφαλίσουμε πως τα αποτελέσματα περαιτέρω και πιο σύνθετων αναλύσεων θα είναι έγκυρα.

Οι μεταβολές που επιφέρει το στατικό φορτίο αποτυπώνονται στα μητρώα μάζας και ακαμψίας της κατασκευής. Τα νέα μητρώα συμπεριλαμβάνονται στις εξισώσεις του Κεφαλαίου 2 που διαμορφώνουν το πρόβλημα της ανάλυσης των ιδιομορφών.

4.2 Εξαγωγή Ιδιομορφών

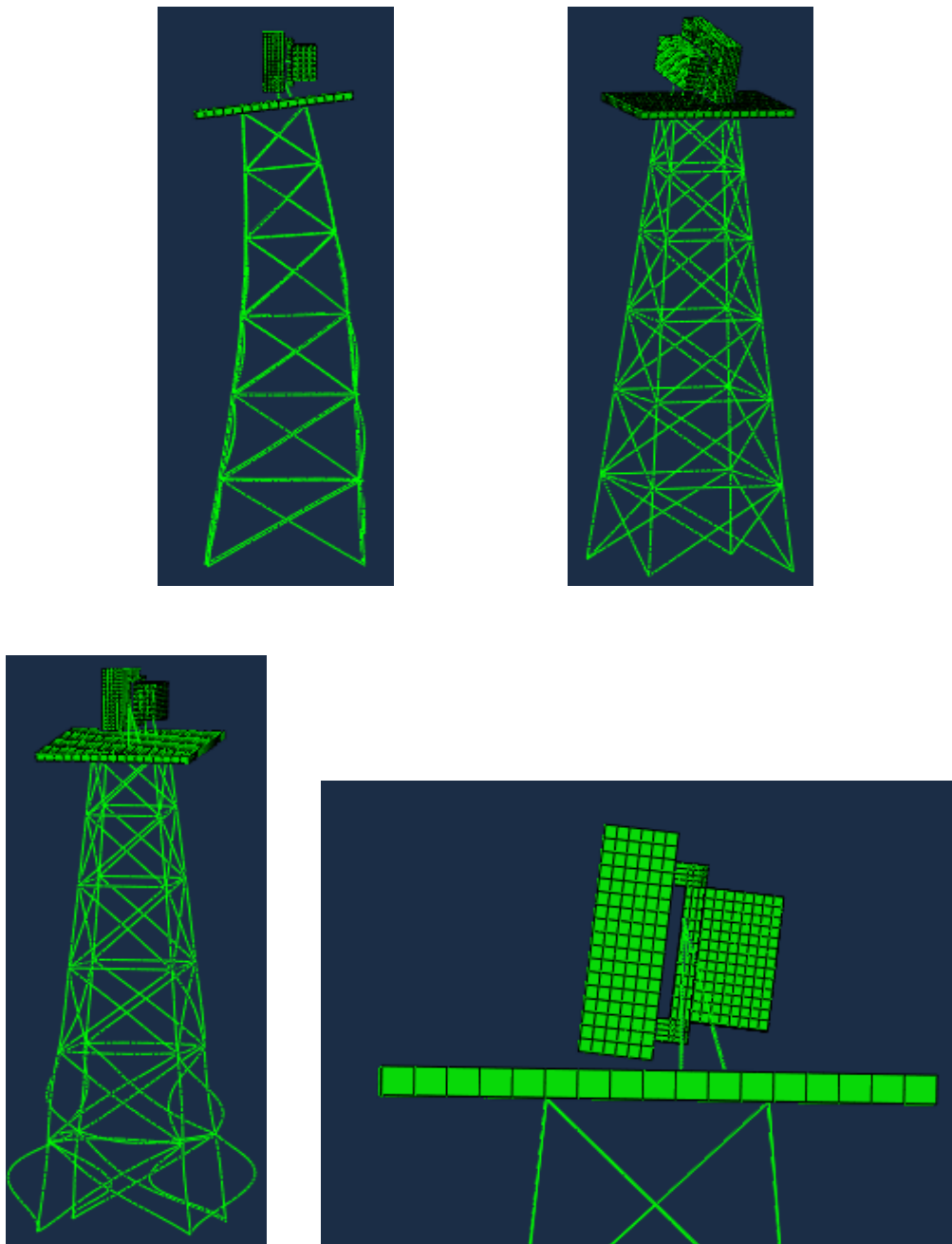
Στο βήμα αυτό, προχωρούμε στον προσδιορισμό των 30 πρώτων φυσικών συχνοτήτων ταλάντωσης της κατασκευής. Για να αποφανθούμε για την ορθότητα των αποτελεσμάτων της ιδιομορφικής ανάλυσης, θα επιβεβαιώσουμε την απαίτηση της συμμετοχής στη διαδικασία σε ποσοστό τουλάχιστον 90% της μάζας της κατασκευής. Για το σκοπό αυτό ανατρέχουμε στο πρότυπο αρχείο εξόδου του Abaqus και βλέπουμε πως για τις δύο οριζόντιες συνιστώσες, το συνολικό ποσοστό συμμετοχής της μάζας ανέρχεται σε 91% και 90% αντίστοιχα. Η μη συμμετοχή του συνόλου της μάζας οφείλεται στην εμφάνιση ορισμένων τοπικών ιδιομορφών από τον αριθμό 10 και έπειτα. Στον Πίνακα 3 παραθέτουμε τις 10 πρώτες ιδιοσυχνότητες του συστήματος

Πίνακας 3 Πρώτες 10 ιδιοσυχνότητες του ελεύθερα ταλαντευόμενου συστήματος

A/A Ιδιομορφής	Κύκλοι/sec	Περίοδος (sec)
1	2.083	0.480
2	2.174	0.460
3	5.025	0.199
4	6.802	0.147
5	9.259	0.108
6	12.5	0.08
7	16.95	0.059
8	21.73	0.046
9	50	0.02
10	71.42	0.014

Παρατηρούμε πως η θεμελιώδης συχνότητα της ταλάντωσης ανέρχεται σε 2.083 Hz, υποδεικνύοντας πως έχουμε μία πλήρη ταλάντωση του συστήματος κάθε 0.48sec. Να αναφέρουμε στο σημείο αυτό πως για πλήρως συμμετρικά συστήματα θα εμφανίζονται δύο όμοιες ιδιοπερίοδοι, που αντιστοιχούν στην ίδια ακριβώς κίνηση στους δύο οριζόντιους άξονες. Στο δικό μας παράδειγμα, λόγω της διάταξης του

ραντάρ στην κορυφή του πύργου που αλλοιώνει τη συμμετρικότητα, βλέπουμε πως η δεύτερη ιδιοπερίοδος ανέρχεται σε 0.46sec που αντιστοιχεί 2.174 κύκλους το δευτερόλεπτο. Στην Εικόνα 4.2-1 παρατηρούμε στιγμιότυπα από τις πρώτες τρεις φυσικές μορφές ταλάντωσης (α,β) και από μικρής περιόδου τοπικές ιδιομορφές (γ,δ)



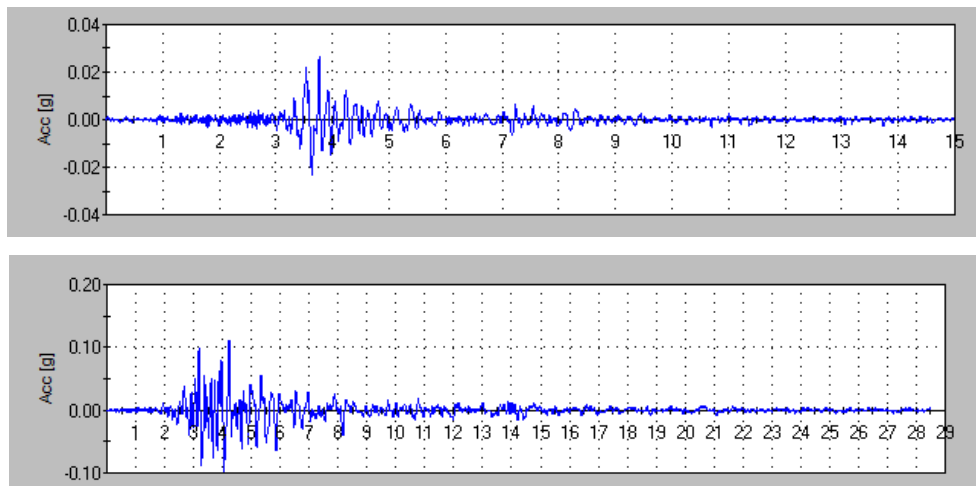
Εικόνα 4.2-1 α) Θεμελιώδης ιδιομορφή ταλάντωσης β) 1^η στρεπτική ιδιομορφή γ) τοπική ιδιομορφή δ) τοπική ιδιομορφή της ράβδου στήριξης

Έχοντας πλέον στην κατοχή μας τις φυσικές ιδιότητες του συστήματος, όπως αυτές περιγράφονται στο Κεφάλαιο 2, προχωρούμε στο επόμενο βήμα της ανάλυσης, την εκλογή των κατάλληλων σεισμικών δεδομένων που θα χρησιμοποιήσουμε στο Κεφάλαιο 6 για να εκτιμήσουμε της απόκριση της κατασκευής.

5 ΕΠΙΛΟΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΕΙΣΟΔΟΥ

5.1 Εισαγωγή

Ως ισχυρή εδαφική κίνηση (strong ground motion) χαρακτηρίζεται η δόνηση του εδάφους που διακρίνεται από μεγάλο πλάτος ταλάντωσης (ή μεγάλη ταχύτητα ή επιτάχυνση) και παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον από άποψη εκτίμησης της επιρροής του σεισμικού κύματος σε τεχνικά έργα. Την κίνηση αυτή καταγράφουν κατάλληλες ηλεκτρονικές διατάξεις που μετρούν την επιτάχυνση ενός σώματος και ονομάζονται επιταχυνσιόμετρα (Accelerometers). Η αρχή λειτουργίας τους στηρίζεται στο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, βάσει του οποίου η δύναμη που προκαλεί την επιτάχυνση του σώματος προκαλεί ανάλογη με αυτήν τάση στα άκρα ενός πιεζοηλεκτρικού κρυστάλλου. Συνεπώς η έξοδος της διάταξης είναι μία τάση ανάλογη με την επιτάχυνση του σώματος. Ο επιταχυνσιογράφος (Accelerograph) είναι ένα είδος επιταχυνσιόμετρου, το οποίο έχει την δυνατότητα να καταγράφει τις τιμές της επιτάχυνσης ενός σημείου της επιφάνειας της γης κατά την διάρκεια μίας σεισμικής δόνησης. Από της μετρήσεις αυτές, ορίζεται το επιταχυνσιογράμμα (Accelerogram), ένα γράφημα που παρουσιάζει την εξέλιξη του μεγέθους της επιτάχυνσης ενός συστατικού του εδάφους κατά την χρονική διάρκεια του σεισμικού γεγονότος. Στην Εικόνα 5.1-1 βλέπουμε δύο τυπικά πραγματικά επιταχυνσιογράμματα από γεγονότα στον Ελλαδικό χώρο.



Εικόνα 5.1-1 Καταγραφές επιτάχυνσης για τους σεισμούς της Αθήνας (1999) και της Λευκάδας (2003) αντίστοιχα

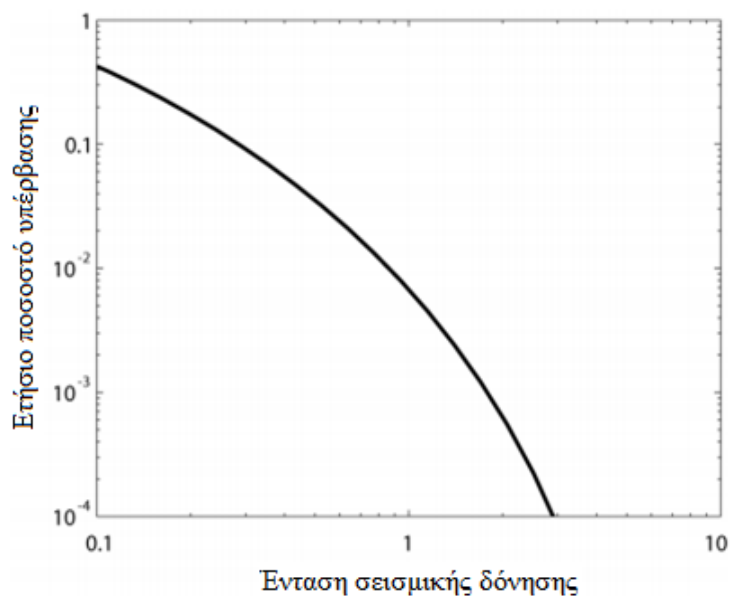
Σεισμικά δεδομένα υπό αυτήν τη μορφή, μπορούμε να αποκτήσουμε από ηλεκτρονικές βάσεις, ορισμένες από τις οποίες είναι προσβάσιμες για χρήστες του διαδικτύου. Στην ανάλυση μας επιλέγεται να χρησιμοποιηθεί η βάση δεδομένων PEER (Pacific Earthquake Engineering Research Center) του Πανεπιστημίου του Berkeley. Στο Παράρτημα Α παρατίθενται οι ελεύθερα προσβάσιμες βάσεις που είναι διαθέσιμες μέσω του διαδικτύου.

Πρωτού προχωρήσουμε σε περαιτέρω ανάλυση, είναι απαραίτητο να εισάγουμε δύο σημαντικές έννοιες στην Αντισεισμική Μελέτη Σχεδιασμού, η χρησιμότητα των οποίων θα γίνει κατανοητή στη συνέχεια.

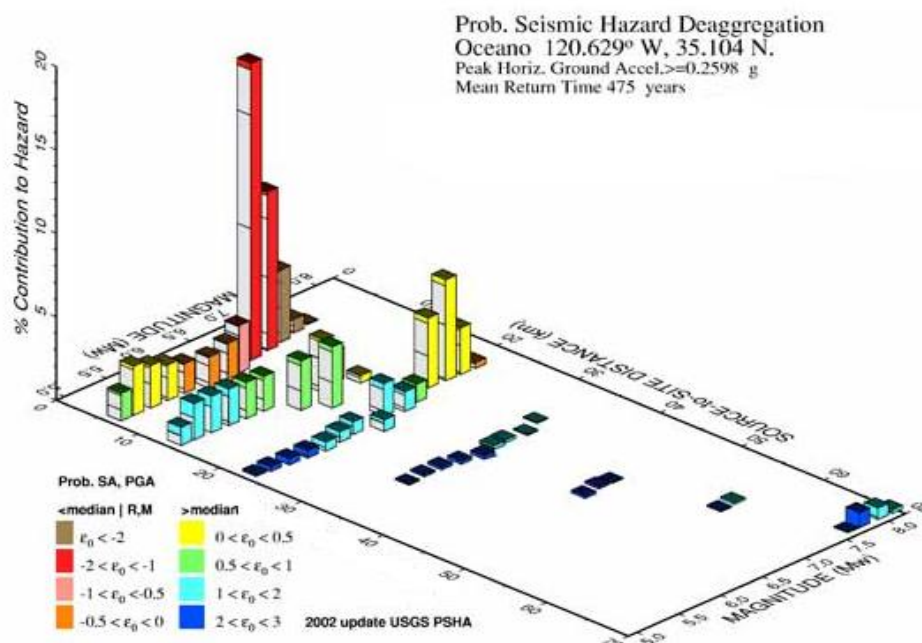
5.1.1 Πιθανολογική Ανάλυση Σεισμικής Επικυνδινότητας

Η ανάλυση σεισμικής επικυνδινότητας (Seismic Hazard Analysis, SHA) περιλαμβάνει την ποσοτική εκτίμηση των κινδύνων της κίνησης του εδάφους σε μία πεπερασμένη γεωγραφική περιοχή και τις πιθανές επιδράσεις της στις φυσικές συνθήκες και τις ανθρώπινες κατασκευές [4]. Αποτελέσματα τέτοιων μελετών εκδίδονται ως χάρτες σεισμικής επικυνδινότητας, που προσδιορίζουν την σχετική κίνηση σε τοπική αλλά και εθνική βάση. Πιο συγκεκριμένα, για να εκτιμήσουμε τον κίνδυνο από μία σεισμική δόνηση προσδιορίζουμε την ετήσια πιθανότητα υπέρβασης ενός επιπέδου της (σε ένα καθορισμένο σημείο), για ένα εύρος έντασης του

σεισμικού κύματος. Πληροφορίες τέτοιου τύπου αποτυπώνονται σε διαγράμματα όπως αυτά των Σχημάτων 5.1-1 και 5.1-2. Η ένταση της σεισμικής δόνησης (που εμφανίζεται στον οριζόντιο άξονα του Σχήματος 5.1-1) είναι διαφορετική παράμετρος από το μέγεθος του σεισμού, που μετρούμε στην κλίμακα Richter. Ενώ το μέγεθος ενός σεισμού σχετίζεται με την εκλυόμενη ενέργεια από το επίκεντρό του, ή ένταση μετράει την δόνηση του εδάφους σε μία συγκεκριμένη τοποθεσία και καθορίζεται από τις επιπτώσεις της στον άνθρωπο, τις κατασκευές και το περιβάλλον. Η τιμή 0.1 αντιστοιχεί σε δονήσεις που γίνονται αντιληπές μόνο από εξειδικευμένους μετρητές ενώ η τιμή 3 σε εξαιρετικά ισχυρούς σεισμούς. Το μέγεθος, η περιοχή και η αντίστοιχη ένταση ενός σεισμικού γεγονότος δεν είναι εύκολα προβλέψιμοι παράγοντες. Η συγκεκριμένη ανάλυση συνδυάζει τα κατάλληλα μαθηματικά μοντέλα ώστε να προβλέπει επαρκώς τα επίπεδα κινδύνου σε μία περιοχή, παρέχοντάς μας πληροφορίες όπως η πιθανότητα εμφάνισης μίας τιμής της εδαφικής επιτάχυνσης δεδομένης της απόστασης από την πηγή και του μεγέθους του σεισμού.



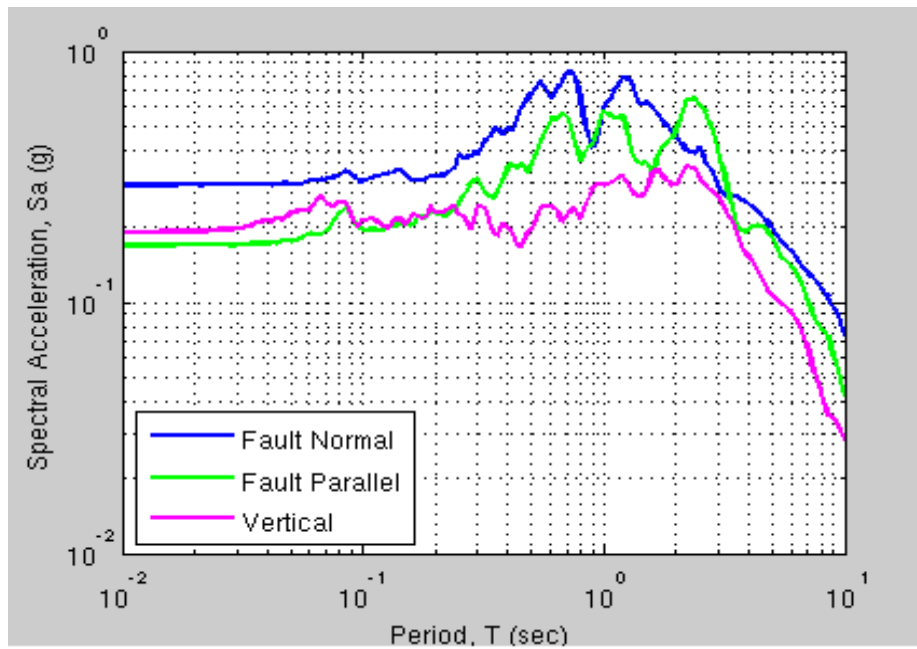
Σχήμα 5.1-1 Ετήσιο ποσοστό υπέρβασης της έντασης μίας σεισμικής δόνησης για δεδομένη περιοχή



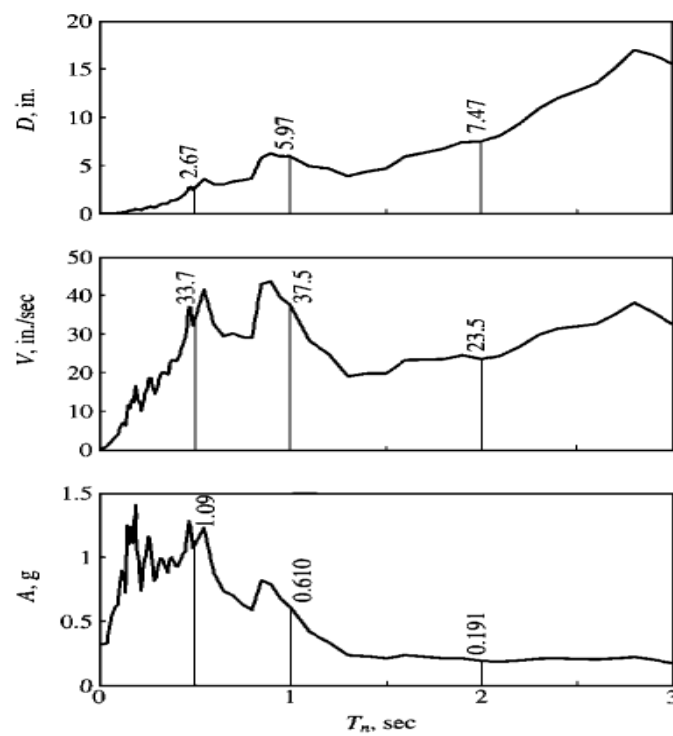
Σχήμα 5.1-2 Συνεισφορά στο ποσοστό επικινδυνότητας ανάλογα με την απόσταση της περιοχής από το επίκεντρο και το μέγεθος του σεισμού. Παρατηρούμε ότι ο μέσος χρόνος εμφάνισης της μέγιστης επιτάχυνσης 0.26g είναι 475 χρόνια

5.1.2 Φάσμα Απόκρισης (Response Spectrum)

Φάσμα απόκρισης είναι το γράφημα της μέγιστης απόκρισης ή της απόκρισης σταθερής κατάστασης (μετατόπιση, ταχύτητα, επιτάχυνση) μίας συστοιχίας ταλαντωτών διαφορετικών συχνοτήτων που διεγείρονται από από την ίδια δόνηση ή παλμό. Η μορφή του αποτελέσματος χρησιμοποιείται έπειτα για να εκτιμηθεί η απόκριση οποιουδήποτε γραμμικού συστήματος, δεδομένης της συχνότητας ταλάντωσής του. Αν η είσοδος που χρησιμοποιείται για να υπολογιστεί το φάσμα είναι είναι περιοδική σταθερής κατάστασης, τότε υπολογίζεται το φάσμα σταθερής κατάστασης με κάποιο ποσοστό απόσβεσης. Για μεταβατική είσοδο, όπως μια σεισμική εδαφική κίνηση, υπολογίζεται η μέγιστη τιμή της απόκρισης. Τέτοια φάσματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για την αξιολόγηση γραμμικών συστημάτων με πολλαπλές μορφές ταλάντωσης, όπως η περίπτωση που μελετούμε. Θα δούμε στην συνέχεια πως χειριζόμαστε τέτοια φάσματα και την λειτουργικότητά τους στην διαδικασία της επιλογής κατάλληλων δεδομένων εδαφικής κίνησης. Στα παρακάτω σχήματα παρουσιάζονται ορισμένα τυπικά φάσματα απόκρισης που έχουν προέλθει από καταγεγραμμένα ιστορικά σεισμικών γεγονότων.



Εικόνα 5.1-2 Φάσματα απόκρισης των τριών συνιστωσών ενός γεγονότος σε λογαριθμική κλίμακα



Σχήμα 5.1-3 Γραμμικά φάσματα απόκρισης για τον σεισμό στο El Centro της Καλιφόρνια (1940). Επιτάχυνση, ταχύτητα και μετατόπιση.

5.2 Επιλογή δεδομένων εδαφικής κίνησης (ground motion data)

Οι τεχνικές σχεδίασης, οι ιδιότητες των υλικών (και του τύπου του εδάφους) και οι σεισμικές διεγέρσεις, εισάγουν μεγάλο βαθμό αβεβαιότητας στα αποτελέσματα δυναμικών αναλύσεων των κατασκευών. Σύμφωνα με πρόσφατες έρευνες, η εδαφική κίνηση παρουσιάζει την μεγαλύτερη τυχαιότητα [2] ενώ επιφέρει σημαντικές επιπτώσεις στην μεταβλητότητα της απόκρισης που παρουσιάζει μία κατασκευή [13]. Στην πραγματικότητα, εδαφικές κινήσεις εμφανίζονται τυχαία στο χώρο και στο χρόνο, εξαιτίας της έμφυτης περιπλοκότητας της διαδρομής που το κάθε σεισμικό κύμα ακολουθεί, καθώς ταξιδεύει από την πηγή στο βραχώδες υπόστρωμα [30] και μέσα από πληθώρα στρωμάτων υλικού, μέχρι το επίπεδο της θεμελίωσης [24]. Δεδομένης της στοχαστικής φύσεως των παραγόντων αυτών και παρόλο που το πεδίο σεισμικού κώδικα και προτύπων είναι πλέον σχετικά απλουστευμένο, το να εντοπιστεί ένας ορθός τρόπος επιλογής κατάλληλων καταγραφών εξακολουθεί να είναι εξολοκλήρου στην ευθύνη του μηχανικού-σχεδιαστή. Από τεχνικής απόψεως η διαδικασία αυτή δεν παρουσιάζει ιδιαίτερες δυσκολίες. Η πολυπλοκότητα εισάγεται στο μέτρο που η ασυμφωνία υπολογισθείσας και πραγματικής απόκρισης ξεπερνά κάποια καθορισμένα χαμηλά επίπεδα. Το να επιτευχθεί κάτι τέτοιο είναι εξαιρετικά σύνθετο και δεν δύναται να πραγματοποιηθεί στην βάση της μεθόδου δοκιμής-σφάλματος, καθώς απαιτείται κατ' ελάχιστο μία πρότερη κατανόηση των βασικών εννοιών που διέπουν την επιλογή και κλιμάκωση δεδομένων για χρήση τους σε σεισμική ανάλυση. Με άλλα λόγια, το ήδη εδραιωμένο πλαίσιο έρευνας και εργασίας γύρω από την επιλογή εδαφικών δεδομένων θεωρείται κατά μία έννοια ελλιπές, αναφορικά με την εν δυνάμει επίδραση της διαδικασίας της επιλογής στο σύνολο της δυναμικής ανάλυσης. Παράγεται έτσι η λανθασμένη εντύπωση πως ***τα αποτελέσματα της δομικής ανάλυσης είναι τόσο εύρωστα, όσο τους επιτρέπει το πρότυπο των πεπερασμένων στοιχείων που τα πλαισιώνει.***

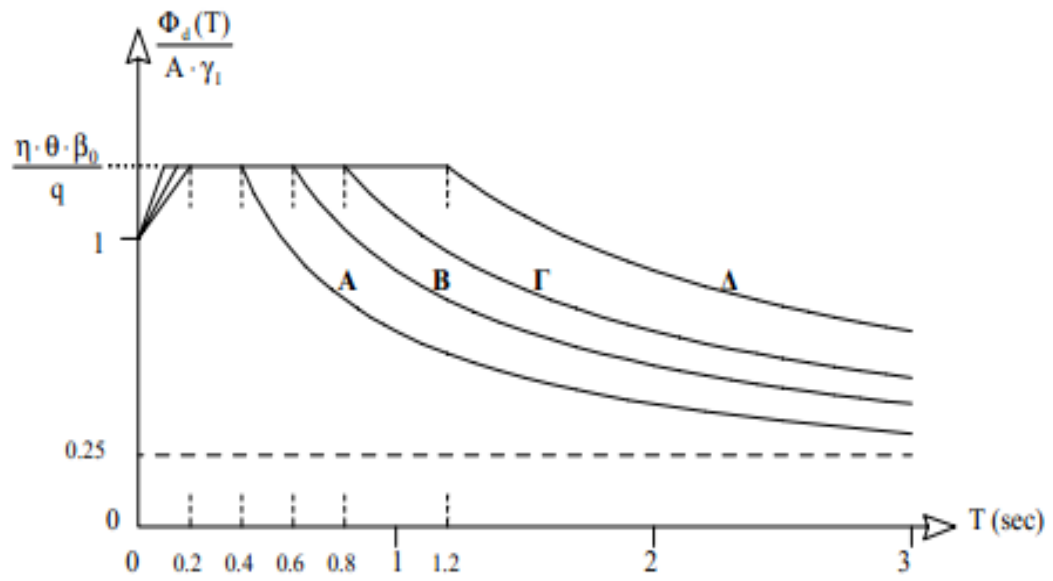
Υπό το πρίσμα αυτό, έχει αναπτυχθεί ένα ευρύ φάσμα μεθόδων και τεχνικής επιλογής εδαφικών δεδομένων για συμμετοχή τους σε δυναμικές διαδικασίες.

Αξίζει να σημειωθεί πως σημαντική εργασία προς την κατεύθυνση αυτή έχει γίνει το 2009 από τους Haselton et al., που μελετούν περισσότερες από δέκα μεθόδους επιλογής και μετασχηματισμού δεδομένων (Ground Motion Selection and Modification, GSM) ώστε να προβλέπουν επαρκώς την μέση μετατόπιση δύο εφαπτόμενων επιπέδων ενός κτιρίου (inter-story drift) και από τον Katsanos (2010) [19], που παρουσιάζει μία σε βάθος διερεύνηση όλων των σύγχρονων μεθόδων επιλογής καθαρά από την σκοπιά της δυναμικής δομικής μηχανικής.

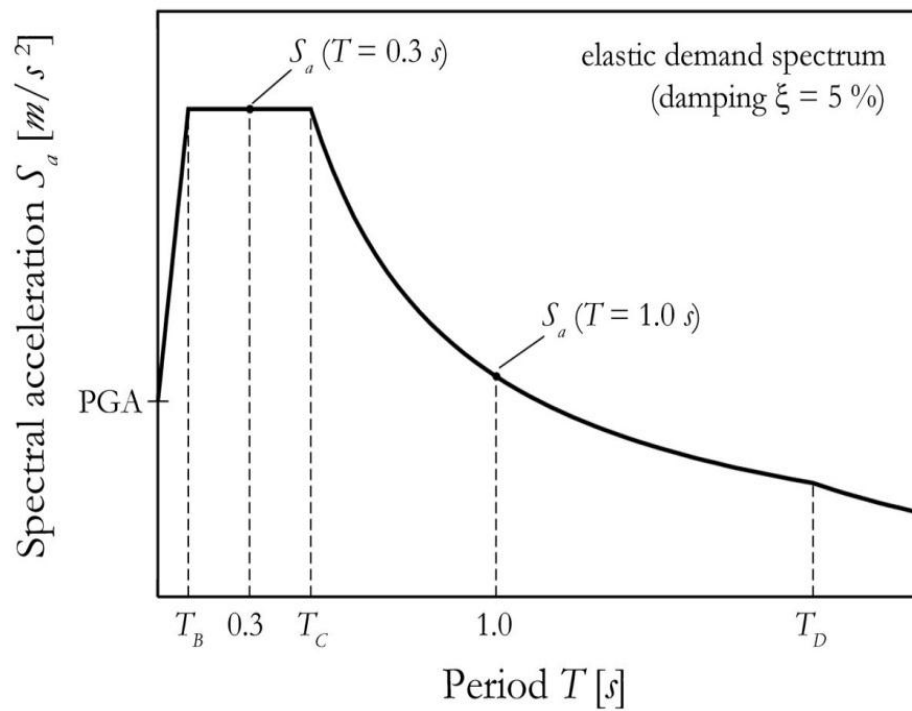
5.2.1 Ελαστικά Φάσματα Σχεδιασμού

Μία κοινώς αποδεκτή προσέγγιση για την επιλογή πραγματικών και προσομοιωμένων επιταχυνσιογραφημάτων, πραγματοποιείται στο πλαίσιο της συμβατότητας των φασματικών τους αποκρίσεων με κάποιο μέσο (αναμενόμενο) φάσμα-στόχο, όπως αυτό προκύπτει από σχεδιαστικές διατάξεις, αναλύσεις σεισμικής επικινδυνότητας (Probabilistic Seismic Hazard Analysis, PSHA) και ευρύτερους διεθνείς κανονισμούς. Στην Ελλάδα χρησιμοποιείται κατά κύριο λόγο ο Ελληνικός Αντισεισμικός Κανονισμός (EAK2000) αλλά και ο Ευρωκώδικας (Eurocode, EC8). Τα ελαστικά φάσματα που εφαρμόζονται κατά των σχεδιασμό των κατασκευών, βάσει τέτοιων κανονισμών, έχουν προκύψει ως περιβάλλουσες των μέγιστων τιμών των επιταχύνσεων (ή ταχυτήτων ή μετακινήσεων) μέσω χρονοολοκλήρωσης πραγματικών καταγραφών/ιστορικών (επιταχυνσιογραφημάτων).

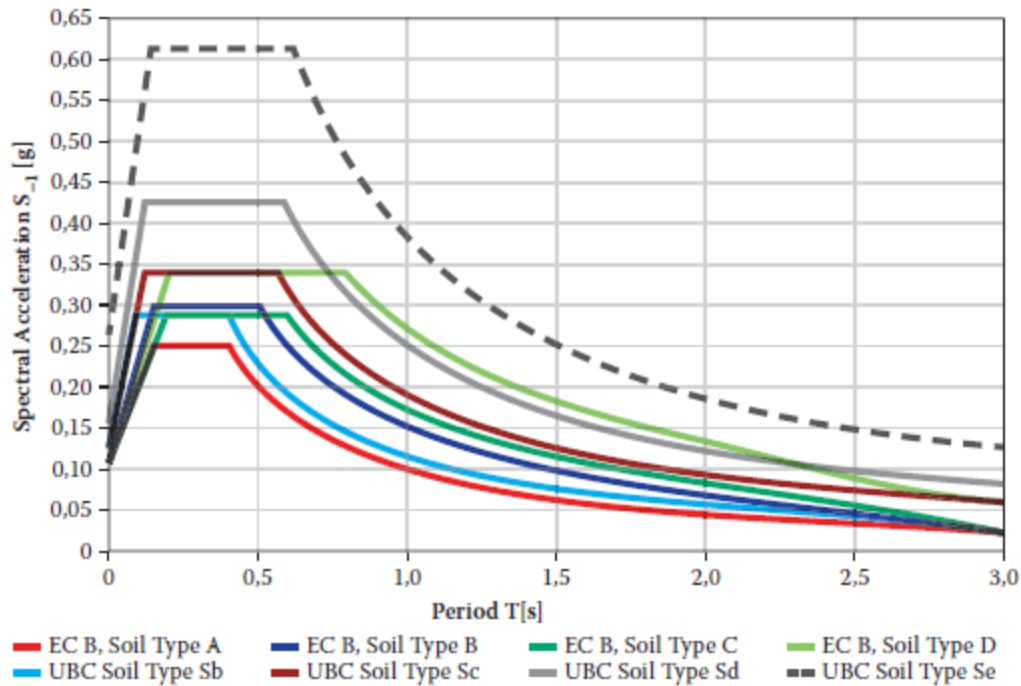
Η χαρακτηριστική μορφή τέτοιων φασμάτων φαίνεται από το Σχήμα 5.2-1 έως το Σχήμα 5.2-3. Πιο συγκεκριμένα, στο Σχήμα 5.2-1 βλέπουμε τα τυπικά φάσματα σχεδιασμού κατά EAK2000 για τους 4 τύπους εδαφών (Α, Β, Γ, Δ) ενώ στο Σχήμα 5.2-2 το αντίστοιχο κατά EC8, όπου αναγνωρίζουμε τις χαρακτηριστικές περιόδους T_B και T_C που οριοθετούν την περιοχή σταθερής επιτάχυνσης. Συμπεραίνουμε ότι οι δύο καθοριστικές παράμετροι του φάσματος για τον σχεδιασμό κτιρίων είναι η ανηγμένη εδαφική επιτάχυνση a και η χαρακτηριστική περίοδος T_C (που εξαρτάται από το είδος του εδάφους). Στις παραμέτρους αυτές, επομένως, θα πρέπει να δίδεται μεγάλη προσοχή κατά την επιλογής τους. Μη ορθή αξιολόγηση του εδάφους θεμελίωσης οδηγεί σε σφάλματα στην επιλογή της παραμέτρου T_C . Να σημειωθεί πως η μέγιστη επιτάχυνση του εδάφους (Peak Ground Acceleration = ag) είναι αυτή που καθορίζει την Ζώνη Σεισμικής Επικινδυνότητας μίας περιοχής.



Σχήμα 5.2-1 Φάσμα σχεδιασμού κατά ΕΑΚ2000 για τους 4 τύπους εδάφους



Σχήμα 5.2-2 Τυπικό φάσμα σχεδιασμού κατά EC8



Σχήμα 5.2-3 Σύγκριση φασμάτων σχεδιασμού κατά EC8 και UBC (Universal Building Code) για τους 4 τύπους εδάφους

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να παρατηρηθεί ότι σε νεότερους κανονισμούς (EC8 κ.α.) γίνεται διαφοροποίηση της μέγιστης επιτάχυνσης του εδάφους ($PGA = ag$) μεταξύ των διαφόρων κατηγοριών εδάφους [34]. Οι τιμές πολλαπλασιάζονται με τον αυξητικό συντελεστή S που κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 1.00 και 1.36. Παρόλα αυτά, στην παρούσα ανάλυση, η χρησιμοποίηση του ΕΑΚ καλύπτει ικανοποιητικά το πεδίο ενδιαφέροντός μας.

Για τις οριζόντιες συνιστώσες της σεισμικής δράσης ορίζονται απλές συναρτήσεις και παράμετροι για τις διάφορες περιοχές ιδιοπεριόδων του ταλαντωτή. Σύμφωνα με τον ΕΑΚ2000 καθορίζονται οι ακόλουθες εκφράσεις.

$$0 \leq T \leq T_B : S_e(T) = \gamma_1 \cdot A \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot \left(\frac{\eta \cdot \theta \cdot \beta_0}{q} - 1 \right) \right] \quad \text{Εξ. 5.2-1}$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_e(T) = \gamma_1 \cdot A \cdot \frac{\eta \cdot \theta \cdot \beta_0}{q} \quad \text{Εξ. 5.2-2}$$

$$T_C \leq T : S_e(T) = \gamma_1 \cdot A \cdot \frac{\eta \cdot \theta \cdot \beta_0}{q} \left(\frac{T_C}{T} \right)^{2/3} \quad \text{Εξ. 5.2-3}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{7}{2 + \zeta}} \quad \text{Εξ. 5.2-4}$$

όπου:

$S_e(T)$	ελαστικό φάσμα απόκρισης
T	περίοδος ταλάντωσης ενός γραμμικού συστήματος μίας ελευθερίας κίνησης
$A = ag$	εδafική επιτάχυνση σχεδιασμού
T_B	περίοδος κάτω ορίου του κλάδου της φασματικής επιτάχυνσης
T_C	περίοδος άνω ορίου του κλάδου της φασματικής επιτάχυνσης
q	συντελεστής συμπεριφοράς της κατασκευής
γ_1	συντελεστής σπουδαιότητας του κτιρίου
θ	συντελεστής επιρροής της θεμελίωσης
β_0	συντελεστής φασματικής ενίσχυσης
ζ	ποσοστό απόσβεσης επί της κρίσιμης απόσβεσης
η	διορθωτικός συντελεστής απόσβεσης με τιμή αναφοράς $\eta = 1$ για 5% ιξώδη απόσβεση.

Στην εργασία μας, επιλέγεται η τοποθέτηση της κατασκευής στην πόλη του Πύργου, στο Νομό Ηλείας. Είναι μία περιοχή υψηλής σεισμικής δραστηριότητας με μεγάλο ιστορικό καταγραφών για ένα εύρος μεγέθους γεγονότων. Από τον Χάρτη Σεισμικής Επικινδυνότητας της Εικόνα 5.2-1 βλέπουμε ότι η περιοχή κατατάσσεται στην Ζώνη III.

Για τις τιμές των παραπάνω παραμέτρων ανατρέχουμε στις σελίδες 57 έως 67 του ΕΑΚ2000 [35] όπου βρίσκονται συγκεντρωμένοι όλοι οι ζητούμενοι πίνακες. Παραδείγματα τέτοιων πινάκων είναι οι Πίνακες 4 και 5 στους οποίους διαβάζουμε το a και το γ_1 αντίστοιχα. Στον Πίνακα 6 συνοψίζονται όλες οι τιμές που επιλέχθηκαν.

Πίνακας 4 Τιμή της μέγιστης επιτάχυνσης του εδάφους ανάλογα με την ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας

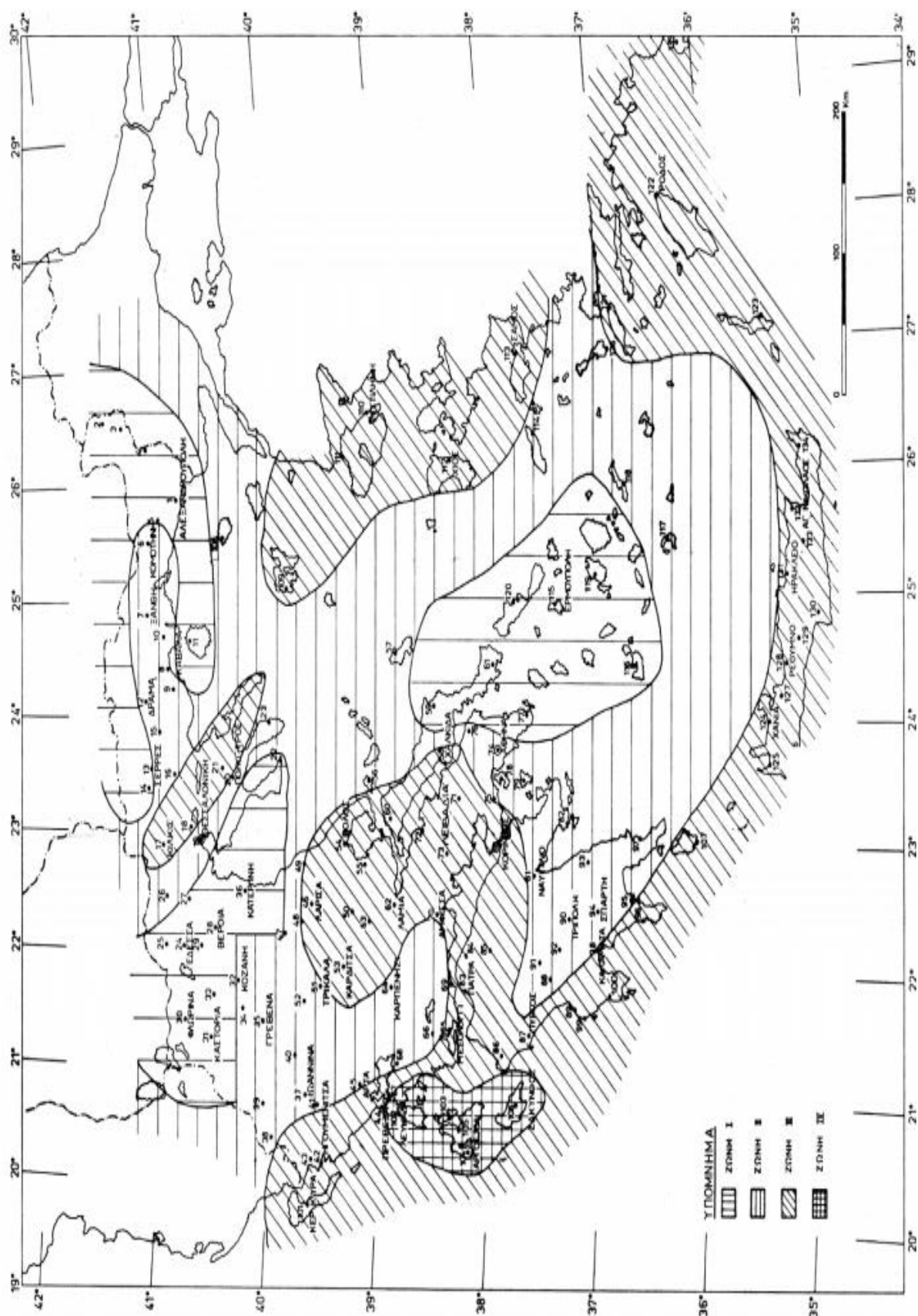
Ζώνη Σεισμικής Επικινδυνότητας	I	II	III	IV
α	0.12	0.16	0.24	0.36

Πίνακας 5 Τιμή του συντελεστή σπουδαιότητας γ ανάλογα με την κατηγορία σπουδαιότητας

Κατηγορία Σπουδαιότητας		γ_i
Σ1	Κτίρια μικρής σπουδαιότητας ως προς την ασφάλεια του κοινού, π.χ. αγροτικά οικήματα, υπόστεγα, στάβλοι κλπ.	0.85
Σ2	Συνήθη κτίρια κατοικιών και γραφείων, βιομηχανικά κτίρια, ξενοδοχεία κλπ.	1.00
Σ3	Εκπαιδευτικά κτίρια, κτίρια δημόσιων συναθροίσεων, αίθουσες αεροδρομίων και γενικώς κτίρια στα οποία ευρίσκονται πολλοί άνθρωποι κατά μεγάλο μέρος του 24ώρου. Κτίρια τα οποία στεγάζουν εγκαταστάσεις πολύ μεγάλης οικονομικής σημασίας (π.χ. κτίρια που στεγάζουν υπολογιστικά κέντρα, ειδικές βιομηχανίες) κλπ.	1.15
Σ4	Κτίρια των οποίων η λειτουργία, τόσο κατά την διάρκεια του σεισμού, όσο και μετά τους σεισμούς, είναι ζωτικής σημασίας, όπως κτίρια τηλεπικοινωνίας, παραγωγής ενέργειας, νοσοκομεία, πυροσβεστικοί σταθμοί, κτίρια δημόσιων επιτελικών υπηρεσιών. Κτίρια που στεγάζουν έργα μοναδικής καλλιτεχνικής αξίας (π.χ. μουσεία κλπ.).	1.30

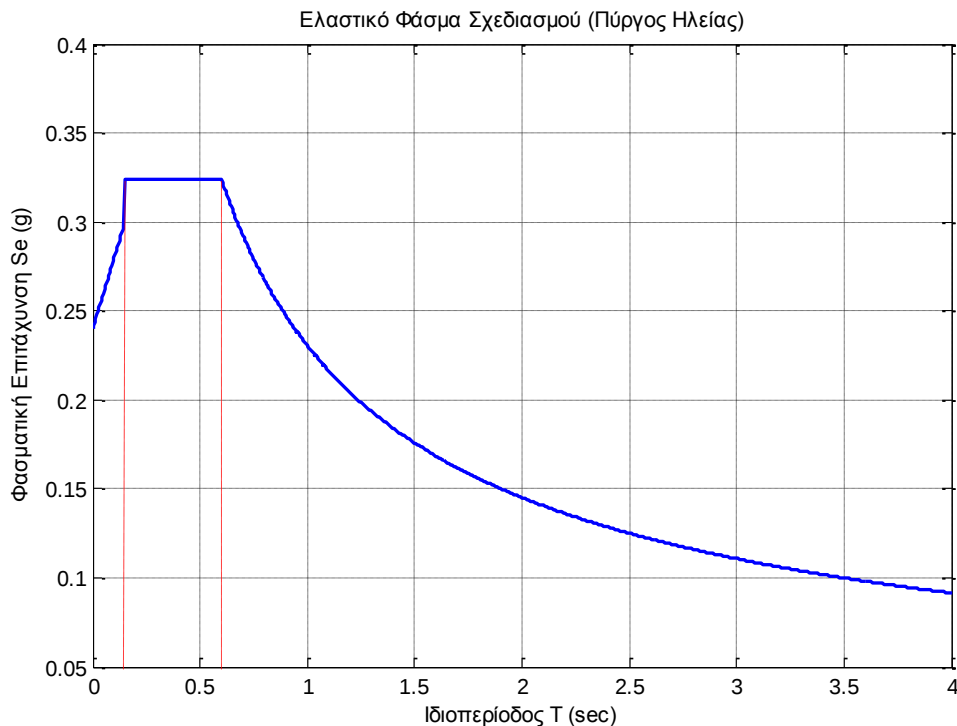
Πίνακας 6 Τιμές παραμέτρων για την κατασκευή του φάσματος σχεδιασμού του Πύργου

α	0.24 (Για ζώνη επικινδυνότητας III)
T_B	0.15 (Για έδαφος τύπου B)
T_C	0.60 (Για έδαφος τύπου B)
q	2
γ_1	1.30 για κατασκευές τηλεπικοινωνιών
θ	1
β_0	2.5
ζ	4
η	1.08



Εικόνα 5.2-1 Χάρτης σεισμικής επικινδυνότητας της Ελλάδας

Συνεπώς, αντικαθιστώντας τις αποκτηθείσες τιμές στις Εξισώσεις 5.2.1 έως 5.2.4 κατασκευάζουμε το φάσμα του Σχήμα 5.2-4 Παρατηρούμε πως για ιδιοπερίοδο $T = 0$, η φασματική επιτάχυνση $S_e(T)$ ισούται με τη μέγιστη ανηγμένη επιτάχυνση του εδάφους $\alpha = 0.24$ ($a = \frac{A}{\gamma_1 g}$)



Σχήμα 5.2-4 Ελαστικό φάσμα σχεδιασμού του Πύργου (οι κόκκινες διακεκομμένες αντιστοιχούν στις χαρακτηριστικές περιόδους)

5.3 Προσέγγιση Φάσματος Σχεδιασμού

Αφού κατασκευάσουμε το φάσμα σχεδιασμού, καλούμαστε να συγκεντρώσουμε δεδομένα που να το προσεγγίζουν ικανοποιητικά. Τα δεδομένα αυτά θα χρησιμοποιηθούν στην συνέχεια ως σήμα εισόδου στην ανάλυση, ώστε να εκτιμηθεί η συμπεριφορά της κατασκευής. Συνεπώς, απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή στην επιλογή τους, ώστε τα αποτελέσματά να είναι έγκυρα και να αντικατοπτρίζουν ικανοποιητικά τις συνθήκες της περιοχής (που ορίσθηκαν στην προηγούμενη ενότητα). Σε αυτή τη διαδικασία (Ground Motion Selection) έχει δοθεί τα τελευταία κυρίως χρόνια, ιδιαίτερη βαρύτητα. Η μέθοδος που ακολουθείται κάθε φορά, επαφίεται στην κρίση του εκάστοτε μελετητή, κυρίως με γνώμονα τη φύση της

μελέτης και τη επιθυμητή μορφή των αποτελεσμάτων. Εξαιτίας των παραπάνω, τέτοια πληροφορία βρίσκεται συγκεχυμένη μέσα στην διεθνή βιβλιογραφία. Στην παρούσα μελέτη θα αναφερθούμε σε τρεις τέτοιες μεθόδους, κυρίως για λόγους συγκρισιμότητας, αλλά και καθαρού επιστημονικού ενδιαφέροντος. Από αυτές, οι δύο θα αναπτυχθούν λεπτομερώς, τα αποτελέσματά τους θα συγκριθούν και θα εκτιμηθεί η επίδρασή τους στην μελέτη της απόκρισης του συστήματος.

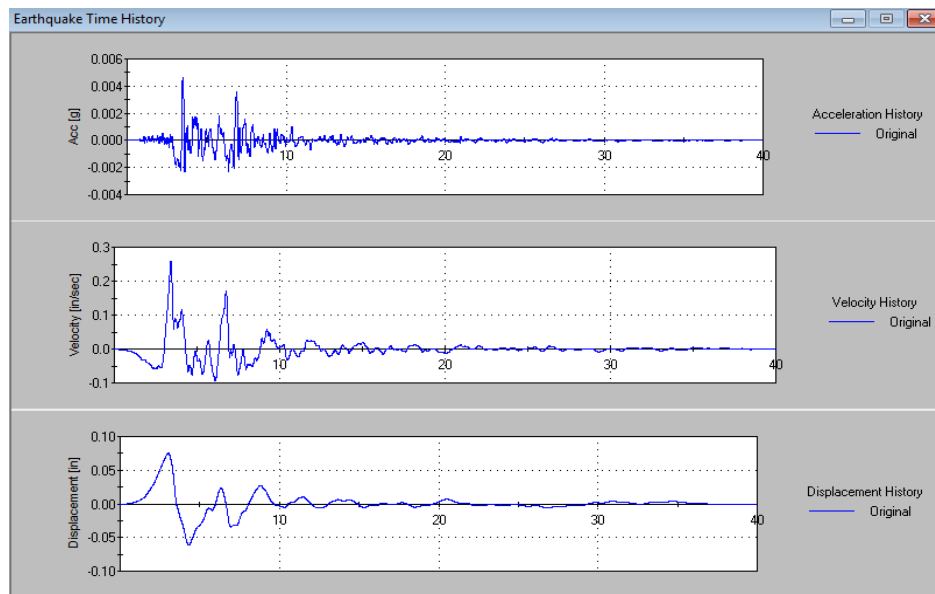
5.3.1 Επιλογή και κλιμάκωση (Bispec)

Η πρώτη διαδικασία συνίσταται στην επιλογή δεδομένων με απλή παρατήρηση/σύγκριση των φασμάτων τους με το φάσμα σχεδιασμού. Να σημειωθεί στο σημείο αυτό πως κριτήριο ομοιότητας είναι το **σχήμα** του φάσματος, καθώς οι τιμές κλιμακώνονται από τον χρήστη κατά το δοκούν. Η διαδικασία αυτή είναι ιδιαίτερα απλή, καθώς απαιτεί πρόσβαση σε οποιαδήποτε βάση σεισμικών δεδομένων (με τα στοιχεία κάθε καταγραφής να συνοδεύονται από το αντίστοιχο φάσμα) και στην συνέχεια κλιμάκωση των τιμών αυτών ώστε να προσεγγίζουν όσο καλύτερα γίνεται τις επιθυμητές. Παρόλο που μία τέτοια μέθοδος είναι καθαρά εμπειρική και η εγκυρότητά της είναι αμφίβολη για τους σκοπούς της παρούσης, θα αναφερθούμε συνοπτικά σε αυτήν καθώς αποδεικνύεται ιδιαίτερα χρήσιμη σε απλά προβλήματα.

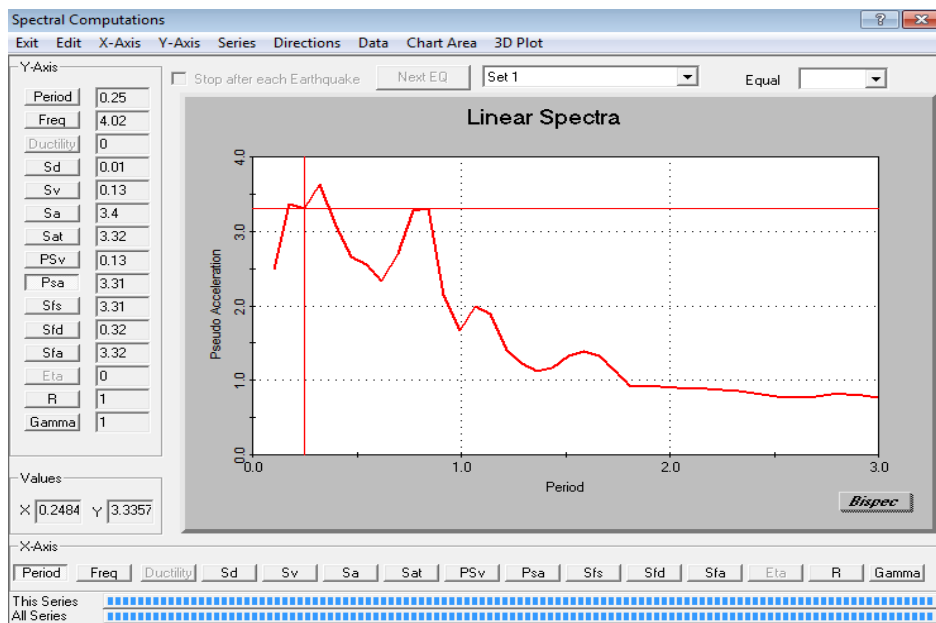
Για την διευκόλυνση της διαδικασίας, θα χρησιμοποιηθεί το λογισμικό Bispec, μία εφαρμογή που αρχικά αναπτύχτηκε από φοιτητές του Berkeley και πλέον είναι ιδιαίτερα διαδεδομένη ανάμεσα σε (νέους κυρίως) μελετητές. Η αλληλουχία που ακολουθείται συνίσταται στα εξής βήματα:

- Εισαγωγή των τιμών της επιτάχυνσης μιας οριζόντιας συνιστώσας ενός σεισμικού γεγονότος
- Καθορισμός του συντελεστή αποσβέσεως για την κατασκευή του φάσματος
- Προαιρετικός καθορισμός μάζας του ταλαντωτή
- Επισκόπηση του παραγόμενου φάσματος
- Ενδεχόμενη αποδοχή και κλιμάκωσή του στα δεδομένα του φάσματος σχεδιασμού.
- Επιστροφή στο πρώτο βήμα

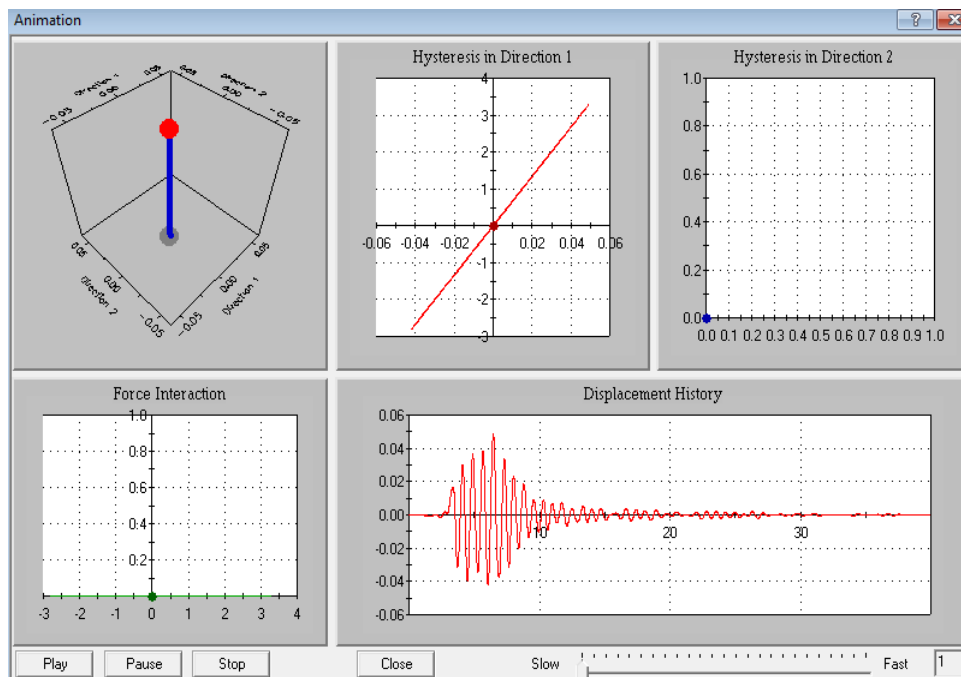
Στις εικόνες που ακολουθούν βλέπουμε συνοπτικά την εκτέλεση της διαδικασίας.



Εικόνα 5.3-1 Καταγεγραμμένη επιτάχυνση, ταχύτητα και μετατόπιση γεγονότος που διαβάστηκε από το Bispec



Εικόνα 5.3-2 Γραμμικό φάσμα απόκρισης της επιτάχυνσης για ποσοστό απόσβεσης 5%



Εικόνα 5.3-3 Περιβάλλον προσομοίωσης της απόκρισης ενός ταλαντωτή συγκεκριμένης ιδιοπεριόδου στην είσοδο της Εικόνας 5.3-1.

Όσο απλή είναι η παραπάνω μέθοδος στην εκτέλεση της, τόσο είναι και χρονοβόρα. Αυτό συμβαίνει διότι το τελευταίο βήμα της έχει το χαρακτήρα δοκιμής-σφάλματος, οδηγώντας πολλές φορές τον χρήστη σε πληθώρα δοκιμών μέχρι να καταλήξει στο ζητούμενο. Ο «υπολογιστικός» φόρτος αυξάνεται περαιτέρω όταν το ζητούμενο είναι όχι ένα, αλλά πολλά γεγονότα.

5.3.2 Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (PEER Database)

Πιο διαδεδομένη και με μικρό υπολογιστικά κόστος, είναι η επιλογή δεδομένων που εμφανίζουν ελάχιστη απόκλιση από τις επιθυμητές τιμές, όπως αυτή προκύπτει από το κριτήριο του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (mean squared error, MSE) μεταξύ των τιμών του καταγεγραμμένου φάσματος απόκρισης και του φάσματος σχεδιασμού (Youngs et al. 2007).

Η συγκεκριμένη διαδικασία, εν αντιθέσει με την προηγούμενη, γίνεται απολύτως αυτοματοποιημένα. Ο υπολογισμός του ΜΤΣ μεταξύ των φασματικών τιμών μπορεί να υλοποιηθεί σε οποιοδήποτε υπολογιστικό πρόγραμμα (αφού προηγουμένως έχουν εντοπιστεί τα φάσματα και οι συντελεστές κλιμάκωσής τους). Όπως αναφέραμε στην

προηγούμενη υποενότητα, μία από τις βάσεις δεδομένων του Παραρτήματος Α, θα αποτελέσει το εργαλείο μας στην προσπάθεια αυτή. Ονομάζεται PEER Strong Ground Motion Database και είναι προϊόν του Πανεπιστημίου του Berkeley. Σε αυτήν την τοποθεσία δίνεται η δυνατότητα στο χρήστη να κατασκευάσει ή να προμηθεύσει το σύστημα με το φάσμα σχεδιασμού που επιθυμεί να προσεγγίσει (μαζί με ορισμένες παραμέτρους, όπως θα δούμε στη συνέχεια) και έπειτα να διαβάσει ως έξοδο τα σεισμικά γεγονότα, με τους συντελεστές κλιμάκωσης και όλα τα χαρακτηριστικά τους, σύμφωνα με το κριτήριο του ΜΤΣ. Στην δική μας περίπτωση, όπου το φάσμα είναι ήδη κατασκευασμένο, αρκεί η επισύναψη ενός αρχείου μορφής .csv (Comma Separated Values). Για την κατανόηση των παραπάνω παραθέτουμε στη συνέχεια, βηματικά αλλά και με εικόνες το σύνολο της διαδικασίας.

1^ο Βήμα: Εισαγωγή των φασματικών τιμών του Σχήμα 5.2-4 ως αρχείο, στο πεδίο της Εικόνα 5.3-4

Target Spectrum

Select Spectrum Model

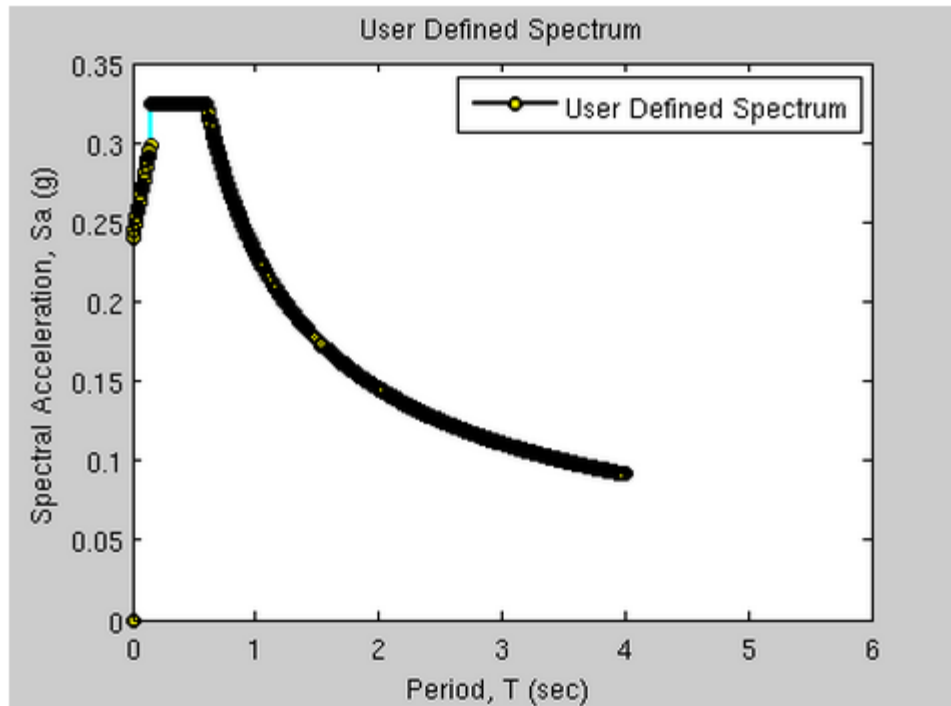
Select models to generate target spectrum : User Defined Spectrum ▼

User Defined Spectrum

Filename: Upload File

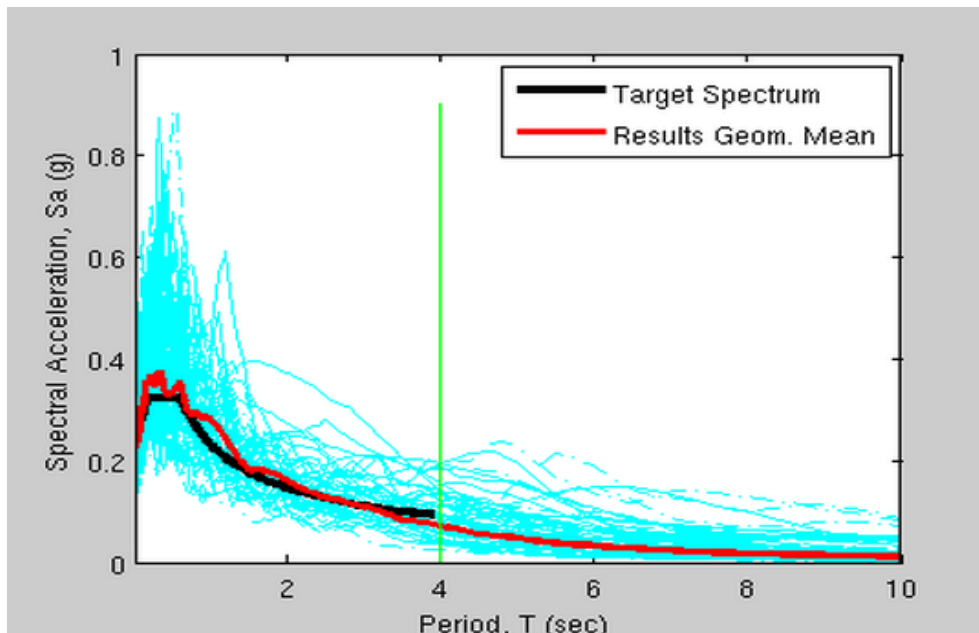
[Download Example file\(.csv\)](#)

Εικόνα 5.3-4 Επιλογή του μοντέλου παραγωγής φάσματος ως καθοριζόμενου από τον χρήστη



Εικόνα 5.3-5 Παραγόμενο φάσμα από την διαδικασία του πρώτου βήματος

2^ο Βήμα: Αναζήτηση δεδομένων με βάρος 1 στο εύρος περιόδων από 0 έως 4. Στην Εικόνα 5.3-6 βλέπουμε τα τριάντα επιλεγμένα φάσματα της διαδικασίας και τον γεωμετρικό μέσο όρο τους. Παρατηρούμε πως το μέσο φάσμα προσεγγίζει πολύ καλά το φάσμα σχεδιασμού, συνεπώς τα σεισμικά αυτά γεγονότα κρίνονται κατάλληλα και ένα υποσύνολό τους θα επιλεγεί για να χρησιμοποιηθεί στην ανάλυση. Στην Εικόνα 5.3-8 βλέπουμε τη γράφημα ενός και μόνο γεγονότος, ακολουθούμενο από τις χρονοϊστορίες του στις τρεις διευθύνσεις. Στην ανάλυσή μας επιλέγεται να μην συμπεριληφθεί η επίδραση της κάθετης συνιστώσας σε καμία διαδικασία. Αυτό προκύπτει γιατί ενώ αυξάνει σημαντικά τους υπολογισμούς, δεν επηρεάζει την φύση των αποτελεσμάτων. Συγκεκριμένα, στη βιβλιογραφία, η επίδραση της κάθετης συνιστώσας προκύπτει ως το 25%-30% των τιμών των οριζοντίων συνιστωσών και στις περισσότερες μελέτες αμελείται, εκτός αν πρόκειται για μελέτη επίδρασης ανέμων ή/και χιονιού σε μία κατασκευή.



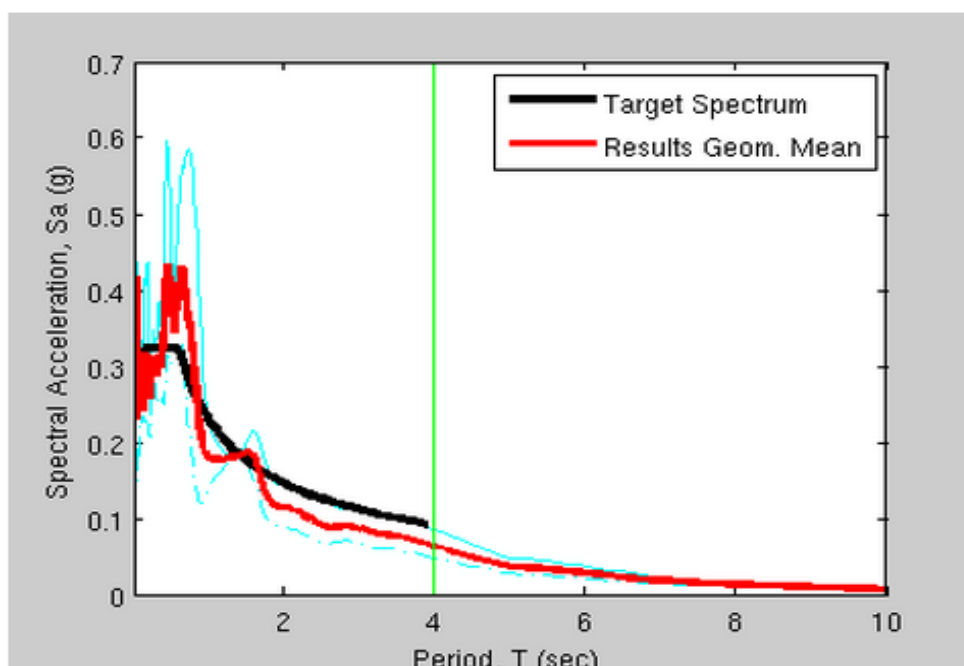
Εικόνα 5.3-6 Επιλεγμένα φάσματα. Με κόκκινο διακρίνουμε το γεωμετρικό μέσο όρο των 30 φασμάτων που εμφανίζονται με γαλάζιο χρώμα

Results

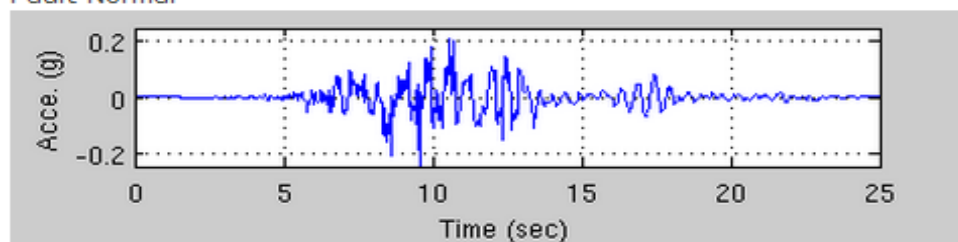
*Click on the record below to display Spectra and Time series ☐ Plot Selected [Refresh](#)

☐	Result#	Comp.	NGA#	MSE	ScaleF	Pulse	Tp(s)	D5-95(s)	Event	Year	Station	Mag	Mechanism
☒	1	GM	179	0.0270	0.5142	1 0	4.6	10.2 6.7	Imperial Valley-06	1979	El Centro Array #4	6.53	Strike-Slip
☒	2	GM	1013	0.0273	0.4573	1 1	1.7 2.8	6.5 6.5	Northridge-01	1994	LA Dam	6.69	Reverse
☒	3	GM	1528	0.0303	0.7983	1 1	10 6.6	18.8 19.7	Chi-Chi, Taiwan	1999	TCU101	7.62	Reverse-Oblique
☒	4	GM	1432	0.0317	3.2504	0 0	-- --	28.6 26.7	Chi-Chi, Taiwan	1999	TAP046	7.62	Reverse-Oblique
☒	5	GM	1503	0.0319	0.3159	1 0	5.7	28.0 28.6	Chi-Chi, Taiwan	1999	TCU065	7.62	Reverse-Oblique
☒	6	GM	3269	0.0324	1.3034	0 0	-- --	13.6 24.9	Chi-Chi, Taiwan-06	1999	CHY029	6.30	Reverse
☒	7	GM	2891	0.0326	6.7652	0 0	-- --	38.6 35.6	Chi-Chi, Taiwan-04	1999	TCU119	6.20	Strike-Slip
☐	8	GM	3271	0.0341	1.5499	0 0	-- --	35.3 28.6	Chi-Chi, Taiwan-06	1999	CHY032	6.30	Reverse

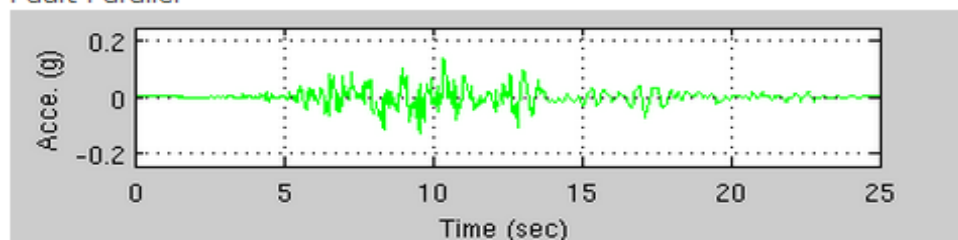
Εικόνα 5.3-7 Μορφή της εξόδου της διαδικασίας. Παρέχονται τα λεπτομερή στοιχεία κάθε γεγονότος



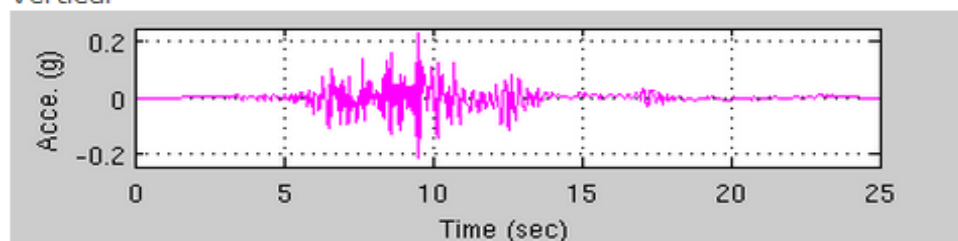
Fault Normal



Fault Parallel



Vertical



Εικόνα 5.3-8 α) Επιλογή και γραφική απεικόνιση φάσματος ενός γεγονότος
β) πραγματικές επιταχύνσεις για τα τρία συστατικά του εδάφους

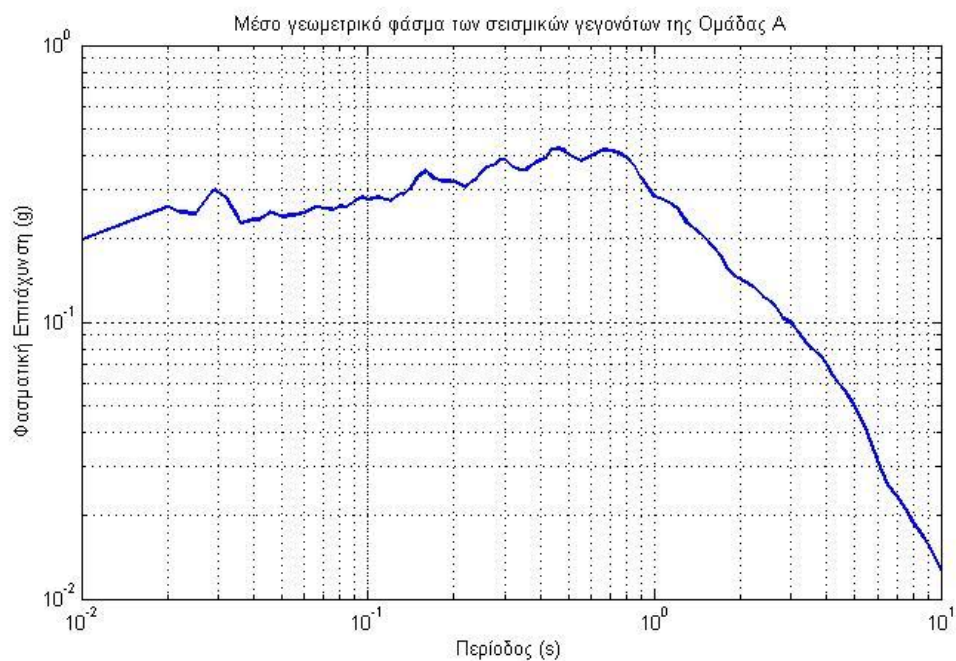
Τα δεδομένα του PEER δίδονται σε μονάδες επιτάχυνσης της βαρύτητας (g), κατανεμημένα σε πέντε στήλες και διαβάζονται από αριστερά προς τα δεξιά (για κάθε γραμμή). Το ABAQUS δέχεται είσοδο δύο στηλών, του χρόνου και της αντίστοιχης

συχνότητας. Συνεπώς, απαιτείται μετατροπή των δεδομένων στην κατάλληλη μορφή, καθώς και αλλαγή των μονάδων σε m/s^2 . Με μία επαναληπτική διαδικασία στη Matlab, δημιουργούμε ένα φάκελο για κάθε εγγραφή, ο οποίος περιέχει τα μετασχηματισμένα δεδομένα των οριζόντιων συνιστωσών, σε μορφή αναγνωρίσιμη από το ABAQUS αλλά και το Bispec (σε περίπτωση που θέλουμε να τα επεξεργαστούμε μεμονωμένα). Επίσης περιέχει τα αντίστοιχα επιταχυνσιογράμματα αλλά και το γράφημα της δεύτερης νόρμας των δύο συνιστωσών. Η τελευταία, χρειάζεται διότι όπως θα αναφερθεί παρακάτω, θα συμμετέχει στην εκτίμηση της απόκρισης ως μέρος της συνάρτησης στόχου που επιθυμούμε να ελαχιστοποιείται. Να σημειωθεί στο σημείο αυτό πως σύμφωνα με την διεθνή βιβλιογραφία, η χρησιμοποίηση τριών έως έξι εγγραφών, κρίνεται ικανοποιητική για να καταστεί έγκυρη μία μελέτη του δικού μας εύρους. Για λόγους ακρίβειας και συγκρισιμότητας θα επιλεγούν έξι εγγραφές με κριτήριο χρησιμότητας τον μικρότερο συντελεστή κλιμάκωσης αλλά και τον χρόνο διάρκειας του γεγονότος, καλύπτοντας ένα εύρος γεγονότων διάρκειας από 20 έως 90 δευτερόλεπτα και μεγέθους από 6.5 έως 7.7 της κλίμακας Richter.

Ονομάζουμε τα 6 γεγονότα που επιλέξαμε με την συγκεκριμένη μέθοδο Ομάδα Α και παραθέτουμε τα στοιχεία της στον παρακάτω πίνακα. Επιπλέον, στο Σχήμα 5.3-1 υπολογίζουμε (κυρίως για λόγους συγκρισιμότητας) τον γεωμετρικό μέσο όρο της.

Πίνακας 7 Ομάδα Α. Σεισμικά γεγονότα που επιλέχθηκαν με βάση το κριτήριο του MSE

Σεισμικό Γεγονός	Αριθμός στη Βάση Δεδομένων	Μέγεθος	Μέγιστη εδαφική επιτάχυνση μετά την κλιμάκωση σε g	Συντελεστής κλιμάκωσης
Loma Prieta (S. Francisco)	779	6.93	0.2296	0.2818
Chi-Chi (Taiwan)	1488	7.62	0.2000	1.1073
Cape Mendocino (California)	827	7.02	0.1311	1.2463
Imp. Valley (El Centro)	192	6.53	0.2207	2.0467
Hector Mine (Mexico)	1823	7.13	0.1534	2.9807
Northridge (California)	1063	6.69	0.4330	1.0012



Σχήμα 5.3-1 Γεωμετρικός μέσος όρος των δύο συνιστωσών των έξι σεισμικών γεγονότων της Ομάδας Α

5.4 Αλγόριθμος επιλογής Jayaram et al (2011)

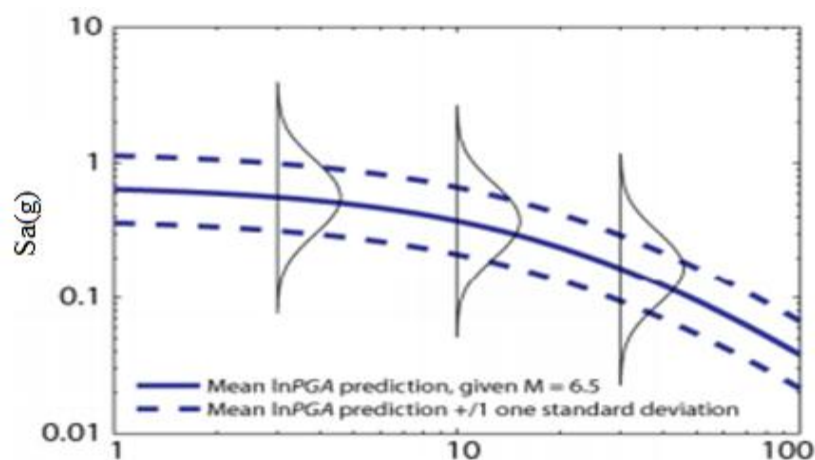
Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, παρουσιάζεται και αναλύεται μία ολοκληρωμένη και σύγχρονη μέθοδος επιλογής εδαφικών δεδομένων, *που λαμβάνει υπ'όψιν όχι μόνο τις εδαφικές παραμέτρους μίας συγκεκριμένης περιοχής αλλά και τις φυσικές ιδιότητες του συστήματος που μελετάται.*

Όπως είδαμε μέχρι τώρα, η αναζήτηση σεισμικών γεγονότων που ικανοποιούν τα κριτήρια μίας περιοχής, κατέληξε στα αποτελέσματα του κεφαλαίου 5.4.3. Κατά την ανάλυση σχεδιασμού όμως, ένα ακόμη κριτήριο επιλογής εδαφικών δεδομένων είναι η *εμφάνιση μίας συγκεκριμένης τιμής της φασματικής επιτάχυνσης σε μία δεδομένη περίοδο*, επιτρέποντας έτσι την εκτίμηση της απόκριση μίας κατασκευής σε αυτήν ακριβώς την τιμή $S_a(T^*)$ (όπου T^* είναι ή θεμελιώδης ιδιοπερίοδος της ταλάντωσης). Ο αλγόριθμος επιλογής των Jayaram et al [18] είναι μία σύνθετη διαδικασία που προσεγγίζει τη *μέση τιμή* και τη *διακύμανση* ενός προσαρμοσμένου (στην στην τιμή $S_a(T^*)$) φάσματος – στόχου. Η τιμή αυτή είναι συνήθως υψηλή καθώς κατά κανόνα αντιστοιχεί σε χαμηλά ποσοστά υπέρβασης, της τάξεως του 5%-10% σε 50 χρόνια. Τα αποτελέσματα της εφαρμογής του αλγορίθμου παρέχουν πληροφορίες για την επίδραση του υπολογισμού της διακύμανσης στο φάσμα, αλλά κυρίως για την εξαναγκασμένη διέγερση που προκαλείται στην θεμελιώδη ιδιομορφή της κατασκευής.

5.4.1 Μεθοδολογία του αλγορίθμου

Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 5.3, φάσμα απόκρισης είναι το γράφημα της μέγιστης απόκρισης (μετατόπιση, ταχύτητα, επιτάχυνση) μίας συστοιχίας ταλαντωτών διαφορετικών συχνοτήτων που διεγείρονται από την ίδια δόνηση. Τέτοια φάσματα απεικονίζουν μέσες τιμές, καθώς είναι αποτέλεσμα μελέτης ενός συνόλου εδαφικών δεδομένων και εδαφικών συνιστωσών και ορίζονται ως *μέσα φάσματα*. Ουσιαστικά αναφερόμαστε σε μία μεταβλητή της οποίας ο μέσος όρος υπολογίζεται κάθε χρονική στιγμή ($t = T$). Η υλοποίηση του αλγορίθμου στηρίζεται στην εμπειρική διαπίστωση, πως *μία συλλογή από λογαριθμικές φασματικές επιταχύνσεις ($\ln S_a$) σε διάφορες περιόδους ακολουθεί πολυμετάβλητη κανονική κατανομή* [19]

(Σχήμα 5.4-1). Οι παράμετροι που μας ενδιαφέρουν είναι η μέση τιμή του $\ln S_a$ για κάθε περίοδο και η συνδιακύμανση του σε όλα τα ζεύγη περιόδων. Διατυπώνεται συνεπώς ο ισχυρισμός πως η προσέγγιση μέσου φάσματος δεν παράγει πάντα ικανοποιητικά αποτελέσματα, καθώς αγνοεί την πιθανή ύπαρξη εγγενούς διακύμανσης στο φάσμα. Σε τέτοιες περιπτώσεις, εκτιμήσεις χρησιμοποιώντας εδαφικά δεδομένα που έχουν επιλεγεί μόνο με βάση το κριτήριο της προσέγγισης μέσου φάσματος, **θα εμφανίζουν διασπορά (λογαριθμική τυπική απόκλιση) μικρότερη της πραγματικής.**



Σχήμα 5.4-1 Πρόχειρη αναπαράσταση της θεωρίας της φασματικής επιτάχυνσης ως τυχαίας μεταβλητής με κανονική κατανομή

Για την αντιμετώπιση αυτού του ζητήματος, ο συγκεκριμένος αλγόριθμος αναζητά φάσματα με καθορισμένη μέση τιμή και διακύμανση και η δομή του έχει ως εξής:

Αρχικά, ο χρήστης καλείται να καθορίσει ένα σεισμικό σενάριο-στόχο, με βάση κάποια εδαφικά κριτήρια. Χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους που ορίστηκαν (μέγεθος, απόσταση από το επίκεντρο), ένα μοντέλο πρόβλεψης εδαφικής κίνησης (ground-motion attenuation equation) υλοποιείται για να καθορίσει τις φασματικές μέσες τιμές και τις αντίστοιχες τυπικές αποκλίσεις. Στην συνέχεια ο χρήστης ορίζει την περίοδο ενδιαφέροντος T^* και εφαρμόζεται η μέθοδος CMS (Conditional Mean Spectrum) [3], για να προσαρμόσει το φάσμα στην επιθυμητή επιτάχυνση. Οι παραπάνω σεισμικές παράμετροι αποκτώνται από αναλύσεις σεισμικής επικινδυνότητας της εκάστοτε περιοχής. Η προσαρμοσμένη μέση τιμή και

συνδιακύμανση, χρησιμοποιούνται στη συνέχεια ως σπόρος για την παραγωγή N φασμάτων μέσω προσομοιώσεων Monte Carlo. (Το N αντιστοιχεί στον αριθμό των ιστορικών που έχουμε ζητήσει ως έξοδο). Για κάθε προσομοιωμένο φάσμα απόκρισης, επιλέγεται στην συνέχεια ένα σεισμικό γεγονός που το προσεγγίζει με βάση το κριτήριο του τετραγωνικού σφάλματος:

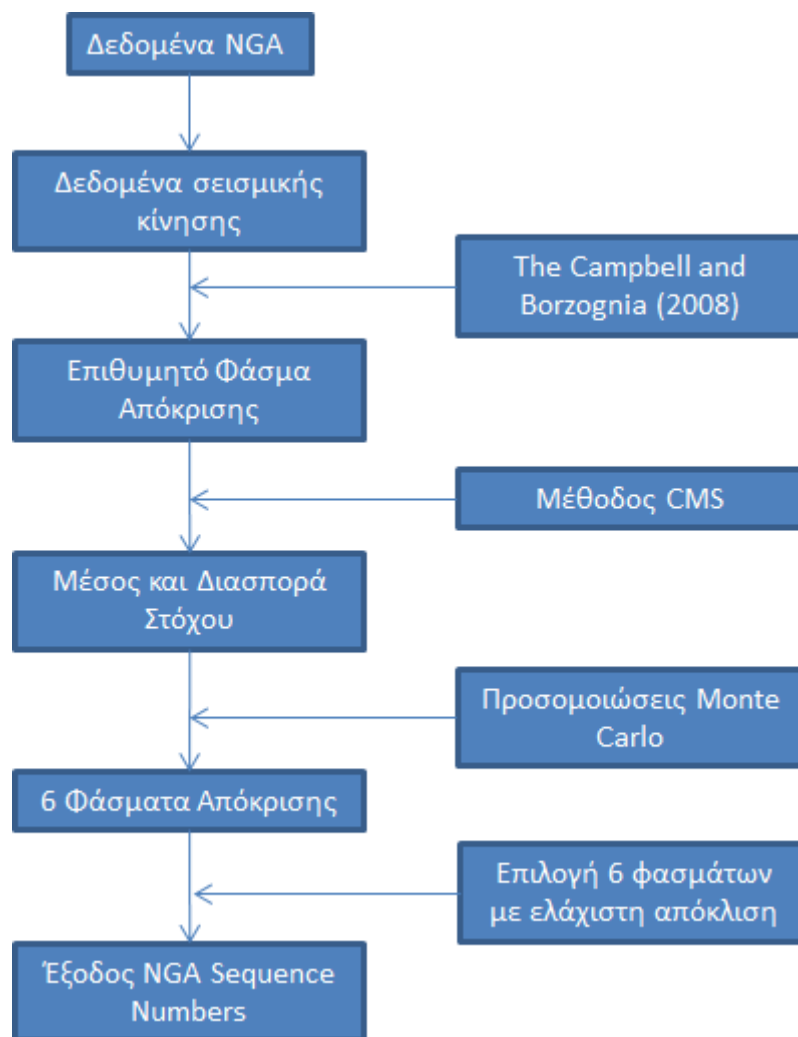
$$SSE = \sum_{j=1}^P [\ln S_a(T_j) - \ln S_a^{(s)}(T_j)]^2 \quad \text{Εξ. 5.4-1}$$

όπου $\ln S_a(T_j)$ είναι η λογαριθμική φασματική επιτάχυνση του εκάστοτε γεγονότος στην περίοδο T_j , $\ln S_a^{(s)}(T_j)$ είναι η επιτάχυνση-στόχος, όπως ορίστηκε από την προσομοίωση και P είναι ο αριθμός της περιόδου. Η μέση τιμή και η διακύμανση των παραγόμενων φασμάτων, όπως θα δούμε στην συνέχεια, θα προσεγγίζουν πολύ ικανοποιητικά τις τιμές του στόχου, καθώς η δειγματοληψία γίνεται από τις παραμέτρους της πολυμετάβλητης κατανομής που ορίζονται από τη μέθοδο CMS. Η διαδικασία υλοποιείται σε περιβάλλον Matlab.

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί πως η προσέγγιση μέσου φάσματος είναι ιδιαίτερα ευέλικτη υπολογιστικά, καθώς ο χρόνος αναζήτησης είναι ευθέως ανάλογος με τον αριθμό των ζητούμενων εδαφικών εγγραφών. Στην περίπτωση που προσεγγίζουμε μέση τιμή και διακύμανση ταυτόχρονα, δεν αρκεί η διαχείριση κάθε δεδομένου ιστορικού ξεχωριστά. Απαιτούνται συγκρίσεις μεταξύ του μέσου και της διακύμανσης μίας ομάδας ιστορικών και των δεδομένων του στόχου. Ορίζεται έτσι η καταλληλότητα ενός και μόνο ιστορικού μέσα στα πλαίσια της ομάδας που ανήκει. Ο εντοπισμός της βέλτιστης συλλογής δεδομένων από ένα κυριολεκτικά τεράστιο αριθμό πιθανών συνδυασμών, καθιστά την διαδικασία αυτή ένα ιδιαίτερα απαιτητικό (υπολογιστικά) πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Στην βιβλιογραφία, δεν παρατηρείται κάποια διαδικασία αυτόματης επιλογής δεδομένων που να προσεγγίζουν και τις δύο παραμέτρους (μέσος και διακύμανση). Μία αξιοσημείωτη εργασία ως προς την κατεύθυνση αυτή έγινε το 2008 από τους Kottke and Rathje, οι οποίοι προτείνουν μία ημιαυτόματη μέθοδο, σύμφωνα με την οποία επιλέγονται πρώτα δεδομένα που προσεγγίζουν το μέσο φάσμα και εν συνεχεία εφαρμόζονται μεμονωμένα συντελεστές κλιμάκωσης για κάθε αποκτηθέν ιστορικό, ώστε να «ταιριάζουν» την διακύμανση του στόχου.

5.4.2 Εκτέλεση του αλγορίθμου

Για την καλύτερη κατανόηση της διαδικασίας, στο Σχήμα 5.4-2 παραθέτουμε την ροή του αλγορίθμου και στην συνέχεια εκτελούμε την διαδικασία βηματικά:



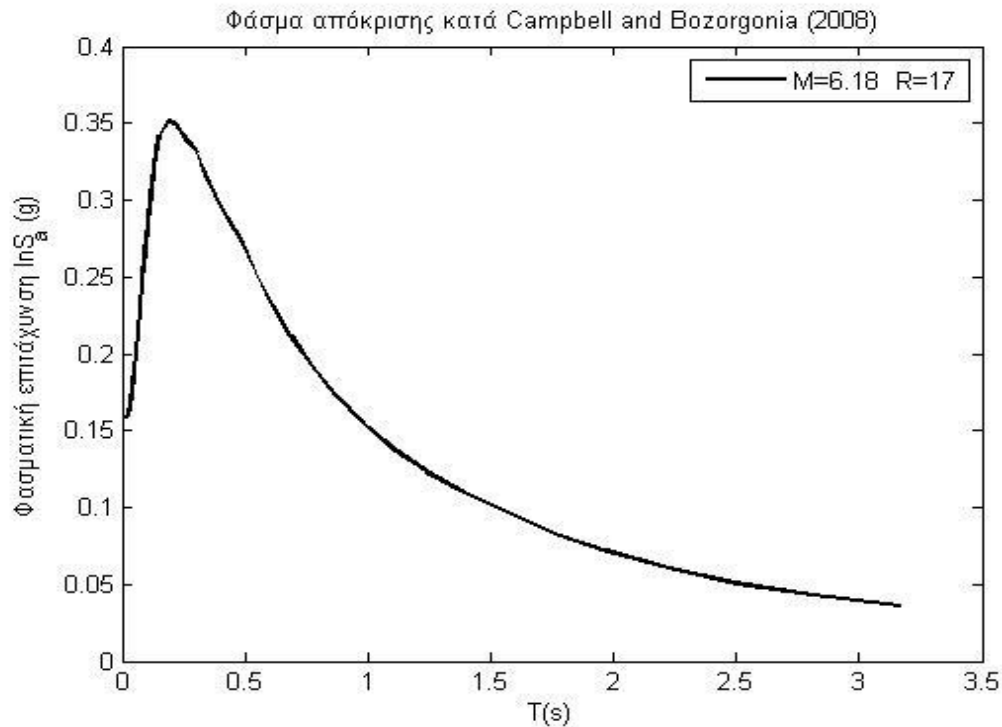
Σχήμα 5.4-2 Γράφημα της εξέλιξης του αλγορίθμου

1^ο βήμα: Εισάγονται τα δεδομένα της βάσης PEER. Ο χώρος εργασίας που δημιουργείται βασίζεται σε προηγούμενη εργασία των Chiou et al. [10] και περιλαμβάνει 3551 καταγεγραμμένα ιστορικά εδαφικής επιτάχυνσης για τα τρία συστατικά του εδάφους καθώς και τα αντίστοιχα φάσματα. Επίσης περιέχει δεδομένα που αφορούν το μέγεθος κάθε γεγονότος, τις σχετιζόμενες με αυτό αποστάσεις (Campbell, επίκεντρο, υπόκεντρο κ.α.) και το σύνολο των περιόδων στις οποίες

υπολογίσθηκαν οι φασματικές τιμές. Το ζήτημα που προκύπτει στο συγκεκριμένο σημείο, είναι η πιθανή συμβατότητα του αλγορίθμου με άλλες βάσεις δεδομένων. Όπως παρατηρούμε, αυτό καθίσταται εφικτό εάν κάποιος παρέχει τα δεδομένα της επιτάχυνσης και το εύρος των περιόδων κατά τις οποίες έγιναν οι υπολογισμοί των φασμάτων. Τέλος, στο βήμα αυτό δηλώνεται η περίοδος πάνω στην οποία θα γίνει η παραμετροποίηση και ο επιθυμητός αριθμός γεγονότων εξόδου.

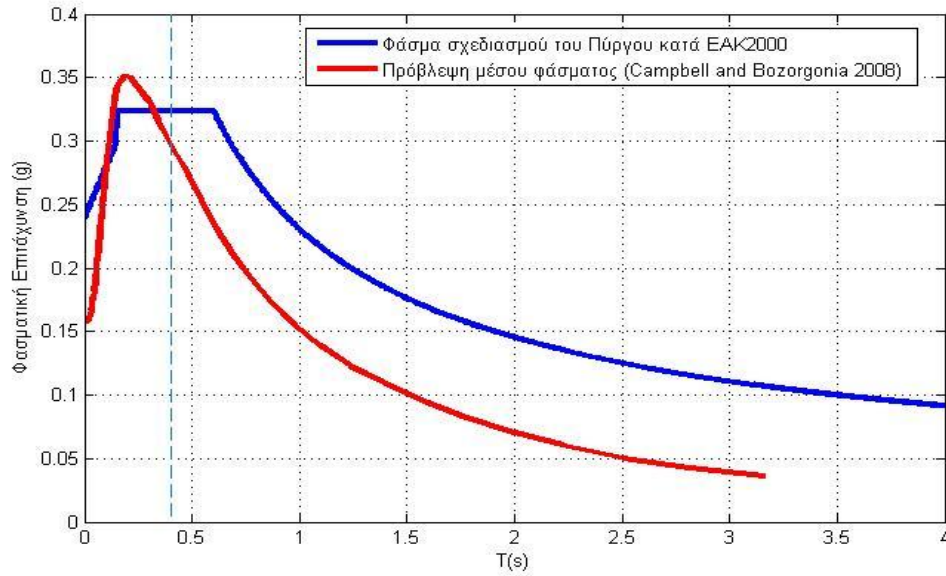
2^ο βήμα: Στο βήμα αυτό καθορίζουμε τις μεταβλητές που περιγράφουν το σεισμικό σενάριο και το φάσμα του οποίου θα χρησιμοποιήσουμε ως στόχο. Για τον σκοπό αυτό, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, θα εφαρμόσουμε το σεισμικό μοντέλο των Campbell and Borzognia [9]. Η έξοδος της διαδικασίας αποτελείται από δύο διανύσματα: Την πρόβλεψη της μέσης φασματικής επιτάχυνσης και την λογαριθμική τυπική της απόκλιση. Αξίζει στο σημείο αυτό να αναφέρουμε πως σε αντιστοιχία με το παραπάνω βήμα, υπάρχει η δυνατότητα να αντικατασταθεί το μοντέλο από οποιοδήποτε άλλο επιθυμεί ο χρήστης (αρκεί να οδηγεί με εγκυρότητα στη συγκεκριμένη έξοδο).

Από την ανάλυση σεισμικής επικινδυνότητας της Ελλάδας, που εκπονήθηκε από τους Tselenitis and Danciu [12], στην περιοχή του Πύργου, η φασματική επιτάχυνση που αντιστοιχεί σε περίοδο 0.48 sec με πιθανότητα υπέρβασης 10% σε 50 χρόνια είναι 0.52g και προκύπτει από το σεισμικό σενάριο $M = 6.18$ $R = 17\ km$ και $\varepsilon = 1.1$, όπου R είναι η απόσταση από το επίκεντρο. Ο συντελεστής ε μετράει τον αριθμό των τυπικών αποκλίσεων που η παράμετρος ενός εξεταζόμενου ιστορικού απέχει από την μέση πρόβλεψη ενός μοντέλου εξασθένησης, όπως αυτό των Campbell and Borzognia [9]. Ουσιαστικά το ε μας πληροφορεί πως για να επιτύχουμε την ζητούμενη επιτάχυνση 0.52g αναζητούμε φάσματα που να απέχουν $\varepsilon * \sigma$ από το φάσμα του Σχήματος 5.4-3



Σχήμα 5.4-3 Φάσμα απόκρισης, όπως προέκυψε από το μοντέλο εξασθένησης των Campbell and Bozorgnia [9] για την περιοχή του Πύργου

Στο Σχήμα 5.4-4 βλέπουμε στο ίδιο γράφημα το φάσμα σχεδιασμού που ορίσαμε στο Κεφάλαιο 5.2.1 και το φάσμα του Σχήματος 5.4-3. Παρατηρούμε πως παρουσιάζουν μεγάλη ομοιότητα τόσο στη μορφή, όσο και στην μέγιστη τιμή, παρόλο που αποκτήθηκαν με δύο διαφορετικές διαδικασίες. Συμπεραίνουμε με αυτό τον τρόπο πως έχουμε με επιτυχία ενσωματώσει τα εδαφικά χαρακτηριστικά της περιοχής του Πύργου στην μελέτη μας.



Σχήμα 5.4-4 Φάσματα απόκρισης του Πύργου, όπως προέκυψαν από τις διαδικασίες του Κεφαλαίου 5

3^ο βήμα: Η μέθοδος CMS μας παρέχει το μέσο φάσμα απόκρισης παραμετροποιημένο στην εμφάνιση μίας συγκεκριμένης τιμής της φασματικής επιτάχυνσης σε μία τιμή περιόδου. Η τιμή αυτή, η οποία δόθηκε ως είσοδος στο 1^ο βήμα, είναι η θεμελιώδης περίοδος ταλάντωσης όπως αυτή προέκυψε από την ανάλυση του προηγούμενου κεφαλαίου, $T^* = 0.48\text{sec}$. Ακολουθούν οι παρακάτω υπολογισμοί:

- Υπολογίζεται η μέση τιμή του συνόλου $(\ln S_a(T_1), \ln S_a(T_2), \dots, \ln S_a(T_n))$ προσαρμοσμένο στο $\varepsilon(T^*)$. Ο πίνακας αυτός (που συμβολίζεται με μ) είναι ο εξής:

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_{\ln S_a(T_1)} + \rho(T_1, T^*) \varepsilon(T^*) \sigma_{\ln S_a(T_1)} \\ \mu_{\ln S_a(T_2)} + \rho(T_2, T^*) \varepsilon(T^*) \sigma_{\ln S_a(T_2)} \\ \vdots \\ \mu_{\ln S_a(T_n)} + \rho(T_n, T^*) \varepsilon(T^*) \sigma_{\ln S_a(T_n)} \end{bmatrix} \quad \text{Εξ. 5.4-2}$$

όπου $\rho(T_j, T^*)$ είναι η συσχέτιση μεταξύ των T_j και T^* .

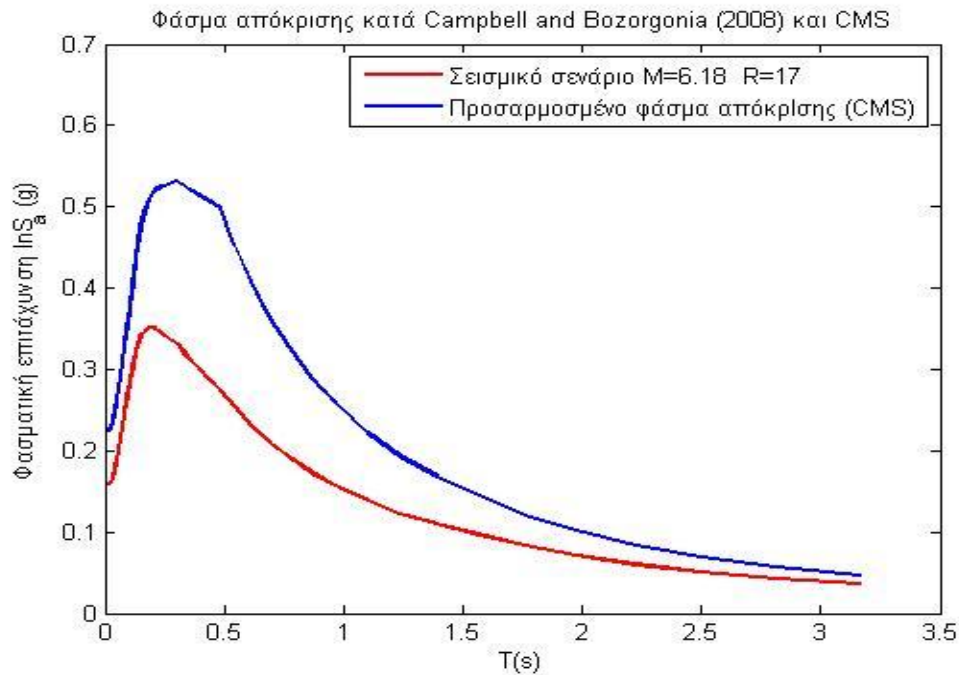
- Υπολογίζει την συνδιακύμανση του συνόλου $(\ln S_a(T_1), \ln S_a(T_2), \dots, \ln S_a(T_n))$ προσαρμοσμένο στο $\varepsilon(T^*)$. Το συγκεκριμένο πίνακα ορίζουμε ως:

$$\begin{aligned} \Sigma_0 = & \begin{bmatrix} \sigma^2_{\ln S_a(T_1)} & \rho(T_1, T_2)\sigma_{\ln S_a(T_1)}\sigma_{\ln S_a(T_2)} & \dots & \rho(T_1, T_n)\sigma_{\ln S_a(T_1)}\sigma_{\ln S_a(T_n)} \\ \rho(T_2, T_1)\sigma_{\ln S_a(T_2)}\sigma_{\ln S_a(T_1)} & \sigma^2_{\ln S_a(T_2)} & \dots & \rho(T_2, T_n)\sigma_{\ln S_a(T_2)}\sigma_{\ln S_a(T_n)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho(T_n, T_1)\sigma_{\ln S_a(T_n)}\sigma_{\ln S_a(T_1)} & \rho(T_n, T_2)\sigma_{\ln S_a(T_n)}\sigma_{\ln S_a(T_2)} & \dots & \sigma^2_{\ln S_a(T_n)} \end{bmatrix} \quad \text{Εξ. 5.4-3} \end{aligned}$$

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} \rho(T_1, T^*)\sigma_{\ln S_a(T_1)}\sigma_{\ln S_a(T^*)} \\ \rho(T_2, T^*)\sigma_{\ln S_a(T_2)}\sigma_{\ln S_a(T^*)} \\ \vdots \\ \rho(T_n, T^*)\sigma_{\ln S_a(T_n)}\sigma_{\ln S_a(T^*)} \end{bmatrix} \quad \text{Εξ. 5.4-4}$$

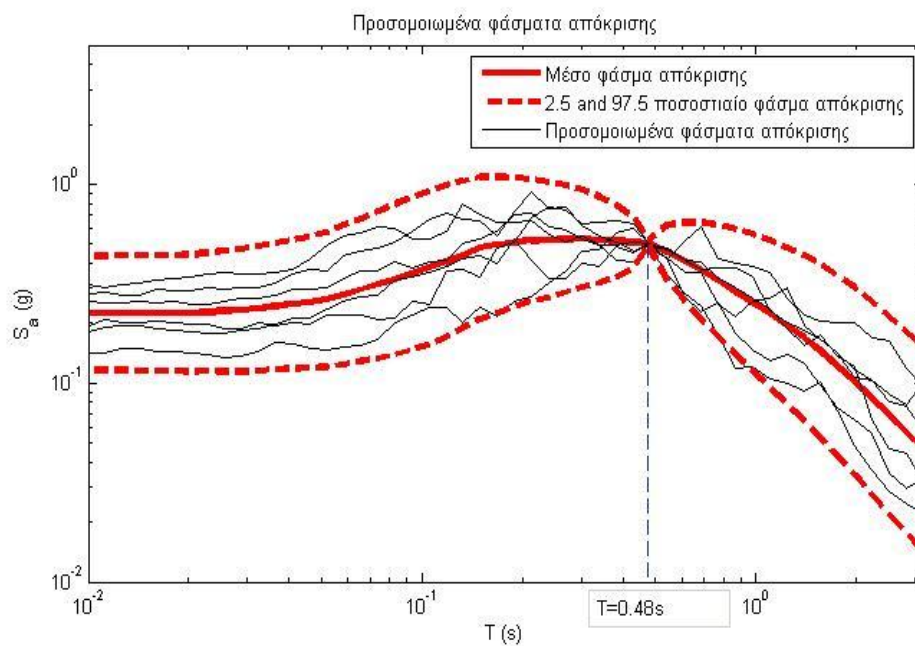
$$\Sigma = \Sigma_0 - \frac{1}{\sigma^2_{\ln S_a(T^*)}} \Sigma_1 \Sigma_1' \quad \text{Εξ. 5.4-5}$$

Το εκθετικό του πίνακα **μ** σχεδιάζεται στη συνέχεια συναρτήσει της περιόδου και προκύπτει το ζητούμενο φάσμα. Η συγκεκριμένη διαδικασία μας εξασφαλίζει πως τα δεδομένα που θα επιλεχθούν στη συνέχεια, **θα εμφανίζουν επιτάχυνση 0.52g σε περίοδο $T \approx 0.50sec$.**

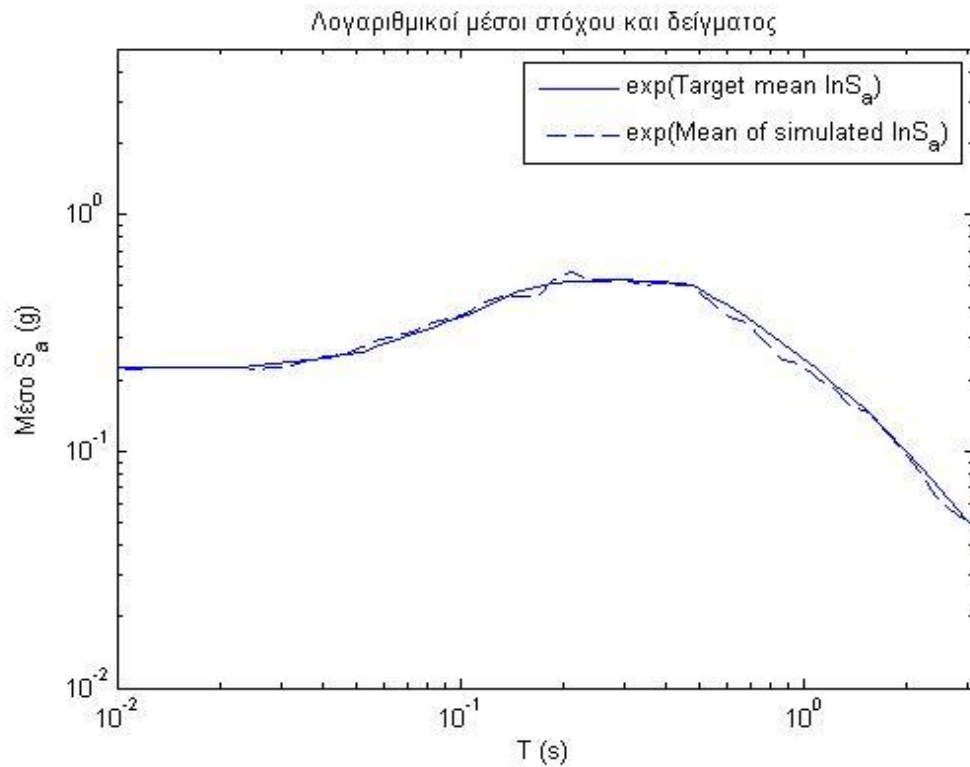


Σχήμα 5.4-5 Πρόβλεψη μέσου φάσματος απόκρισης και φάσμα CMS (όπως προκύπτει από την Εξ. 5.4-4)

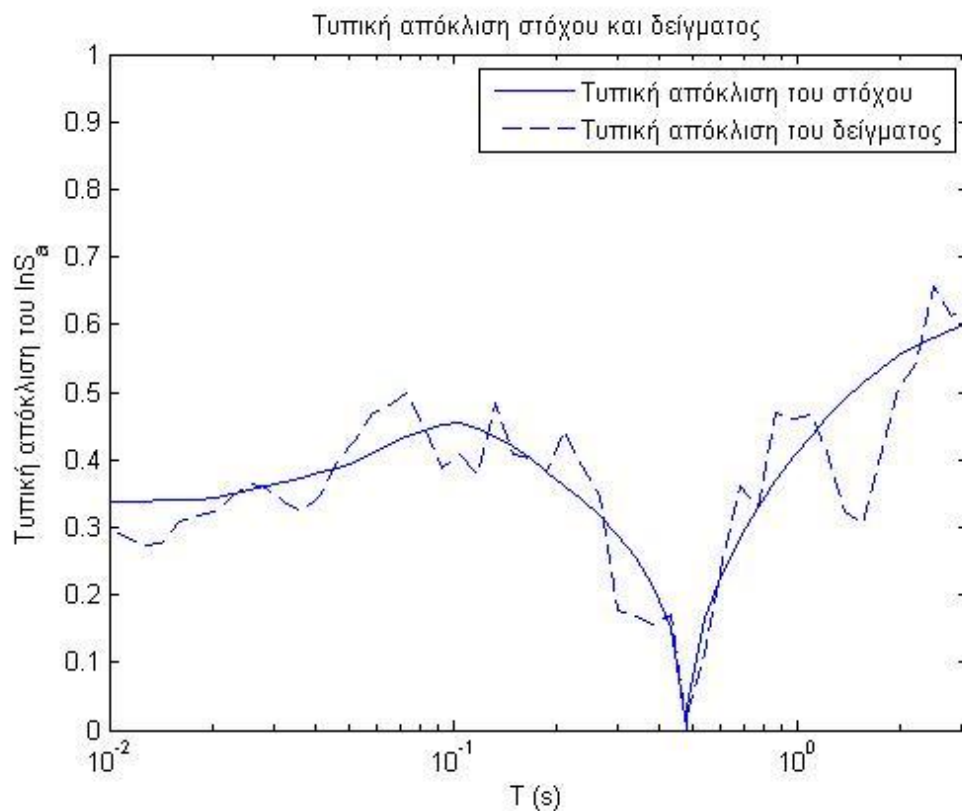
4^ο Βήμα: Με δειγματοληψία από τους πίνακες μ και Σ υλοποιούνται έξι προσομοιώσεις Monte Carlo και με βάση το άθροισμα της διαφοράς των τετραγώνων επιλέγονται έξι σεισμικά γεγονότα, τα φάσματα των οποίων, όπως θα δούμε στην συνέχεια, θα ικανοποιούν την απαίτηση $S_a(0.48) = 0.52g$



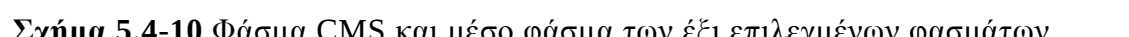
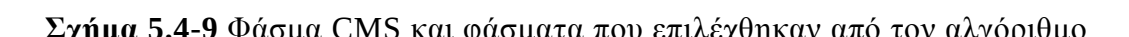
Σχήμα 5.4-6 Φάσμα CMS και αποτελέσματα προσομοιώσεων Monte Carlo

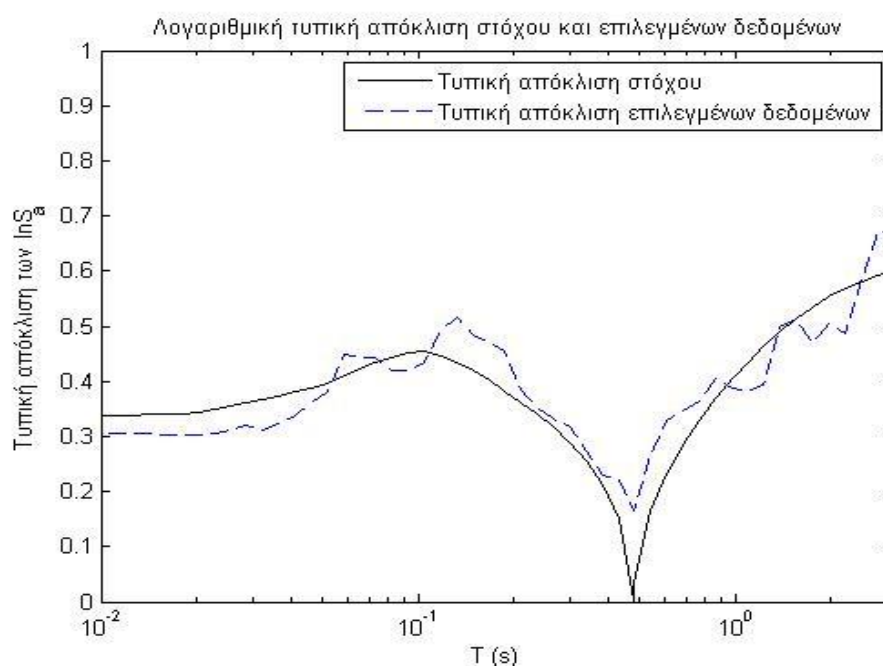


Σχήμα 5.4-7 Φάσμα CMS και μέσο προσομοιωμένο φάσμα



Σχήμα 5.4-8 Τυπική απόκλιση φάσματος πρόβλεψης και φάσματος προσομοίωσης



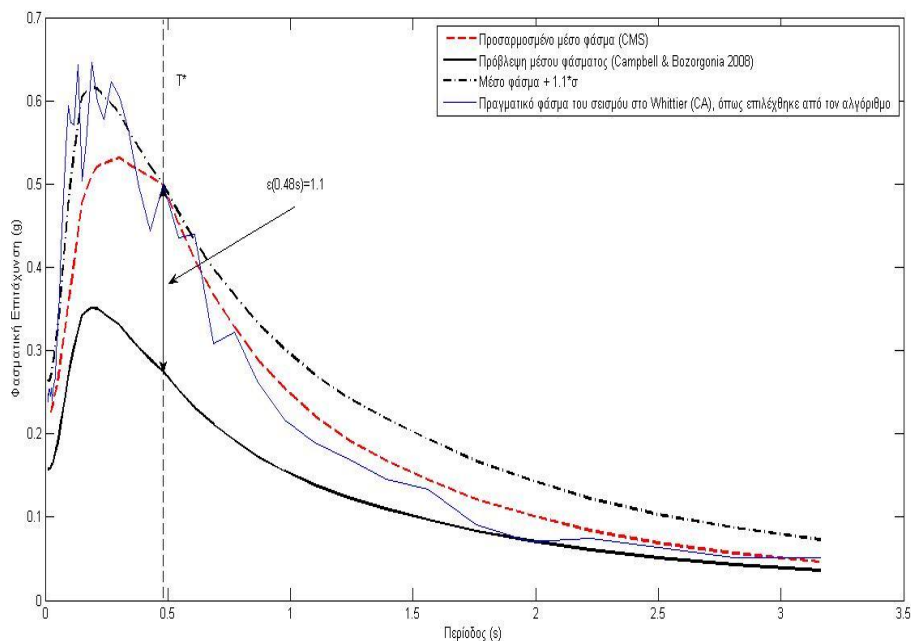


Σχήμα 5.4-11 Τυπική απόκλιση φάσματος πρόβλεψης και επιλεγμένων δεδομένων

Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου φαίνονται στο Σχήμα 5.4-9. Παρατηρούμε πως οι φασματικές τιμές των επιλεγμένων γεγονότων για περίοδο 0.48sec κινούνται στο διάστημα (0.51, 0.55) και συνεπώς επιβεβαιώνουν την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου. Τα σεισμικά δεδομένα που αντιστοιχούν στα συγκεκριμένα φάσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 8 και αποτελούν την δεύτερη ομάδα (Ομάδα Β) σεισμικών δεδομένων που θα χρησιμοποιήσουμε στην ανάλυσή μας

Πίνακας 8 Ομάδα Β. Σεισμικά γεγονότα που επιλέχθηκαν με βάση τον αλγόριθμο Jayaram et al. [19]

Σεισμικό Γεγονός	Αριθμός στη Βάση Δεδομένων	Μέγεθος	Μέγιστη εδαφική επιτάχυνση
Chalfant	2054	6.05	0.289
Kern	995	6.69	0.150
Landers	900	7.28	0.240
Kobe	1107	6.9	0.338
Smart	571	5.99	0.162
Whittier	652	6.54	0.284



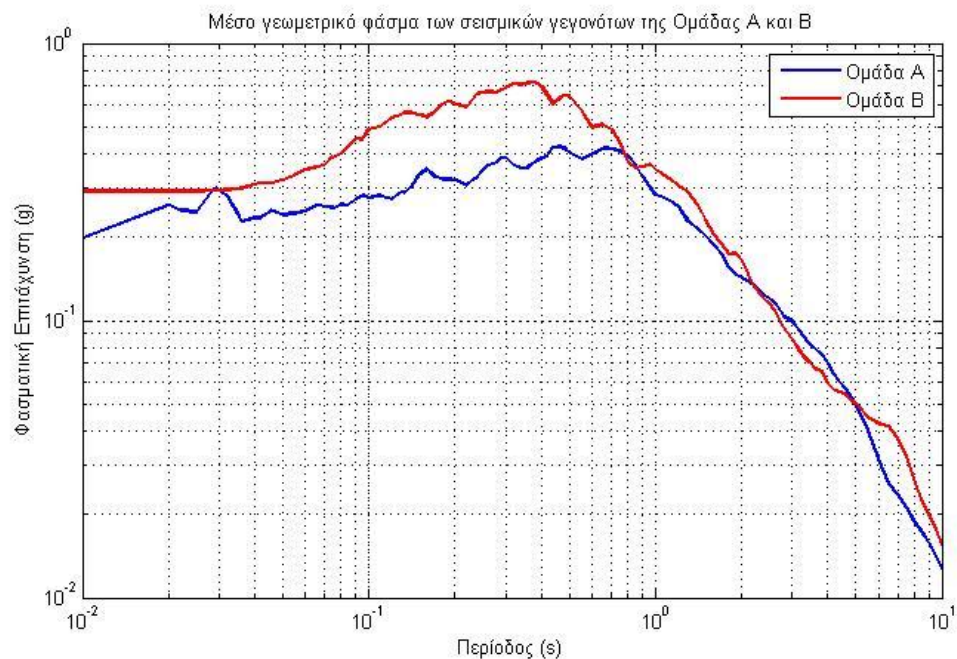
Σχήμα 5.4-12 Γεωμετρική αναπαράσταση της παραμέτρου ε

Στο Σχήμα 5.4-12 συνοψίζονται οι αρχές που ακολουθήθηκαν σε αυτό τον αλγόριθμο. Παρατηρούμε πως το επιλεγμένο φάσμα από τον σεισμό του 1988 στο Whittier των Η.Π.Α (μπλε γραμμή) ικανοποιεί την τιμή 0.52g και αποτελεί σημείο τόσο του φάσματος CMS όσο και του προσαυξημένου κατά $\varepsilon * \sigma$ φάσματος. Παρατηρούμε επίσης την φυσική σημασία της παραμέτρου ε που μεταφέρει την επιτάχυνση του αρχικού γραφήματος από το σημείο A στο σημείο $A = (0.48, 0.52)$.

5.4.3 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο, ασχοληθήκαμε με την επιλογή κατάλληλων σεισμικών εδαφικών δεδομένων, για χρήση τους ως είσοδο στην δυναμική ανάλυση της κατασκευής. Και στις δύο μεθόδους που περιγράψαμε λάβαμε υπ'όψιν τα εδαφικά χαρακτηριστικά της περιοχής του Πύργου και αποκτήσαμε δύο σύνολα από έξι καταγραφές (Πίνακες 7 και 8). Το σύνολο που αποκτήθηκε από τον αλγόριθμο του κεφαλαίου 5.5 αναμένουμε να προκαλέσει μεγαλύτερες αποκρίσεις, καθώς εμφανίζει υψηλές τιμές επιτάχυνσης γύρω από την θεμελιώδη ιδιοπερίοδο. Αυτό θα μας επιτρέψει μία εγκυρότερη εκτίμηση της συμπεριφοράς της κατασκευής καθώς και της επίδρασης της απόσβεσης, ως μέτρο περιορισμού της μέγιστης επιτάχυνσης. Στο

παρακάτω σχήμα συγκρίνονται οι μέσες τιμές των φασμάτων των δύο ομάδων. Όπως ήταν αναμενόμενο, η τιμή της φασματικής επιτάχυνσης κοντά στην περιοχή 0.5sec είναι μεγαλύτερη (κατά 0.2g) για τα φάσματα της Ομάδας Β.



Σχήμα 5.4-13 Σύγκριση μέσων γεωμετρικών φασμάτων απόκρισης για τους σεισμούς των Ομάδων Α και Β

Πλέον, έχει ολοκληρωθεί το ερευνητικό κομμάτι της εργασίας. Διαθέτουμε όλα τα εργαλεία και τα απαραίτητα δεδομένα για εκτελέσουμε δυναμικές αναλύσεις στην κατασκευή μας και να εκτιμήσουμε την απόκρισή της στις εισόδους των δύο ομάδων.

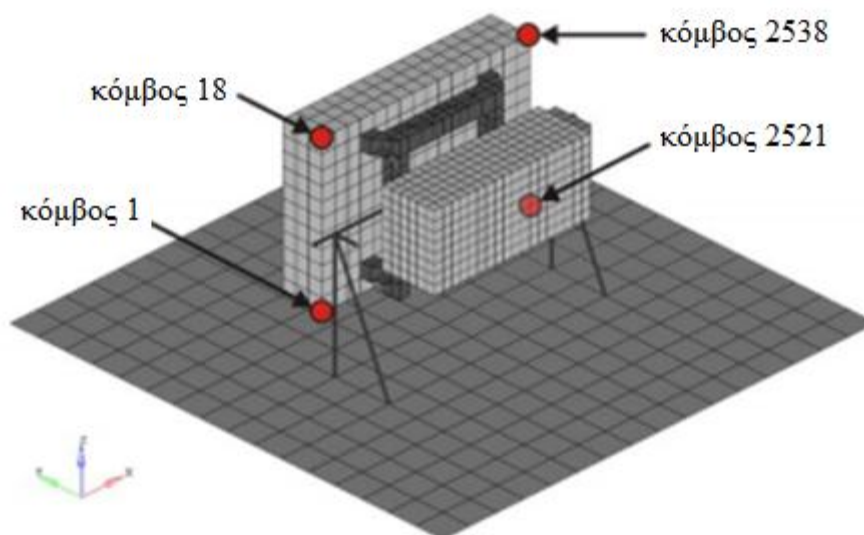
6 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

6.1 Αποτελέσματα δυναμικής ανάλυσης χωρίς απόσβεση

6.1.1 Πεδίο Χρόνου

Για την ποσοτική εκτίμηση της απόκρισης της κατασκευής, πρέπει να κατασκευαστεί συνάρτηση η οποία να μετατρέπει τις αποκρίσεις του συστήματος σε μία βαθμωτή τιμή. Για το σύστημα του ραντάρ, θεωρείται πως η απόλυτη τιμή των επιταχύνσεων των τεσσάρων εξωτερικών σημείων του (Εικόνα 6.1-1) περιγράφει κατάλληλα το πρόβλημα προς ελαχιστοποίηση. Ορίζεται έτσι η Εξ. 6.1-1 (Vogt et al. [33]) ως η μέση τιμή της Ευκλείδειας νόρμας των δύο εδαφικών συνιστωσών των τεσσάρων εξωτερικών κόμβων:

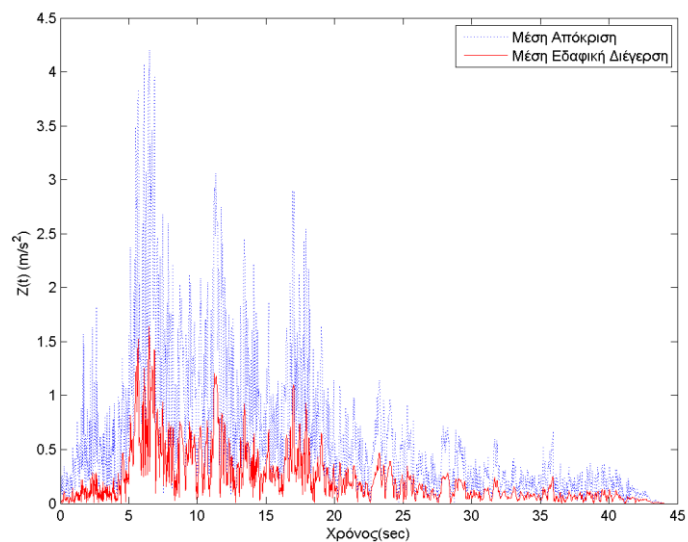
$$Z = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i=1}^4 \sqrt{a_{x,i}(t)^2 + a_{y,i}(t)^2} \quad \text{Εξ. 6.1-1}$$



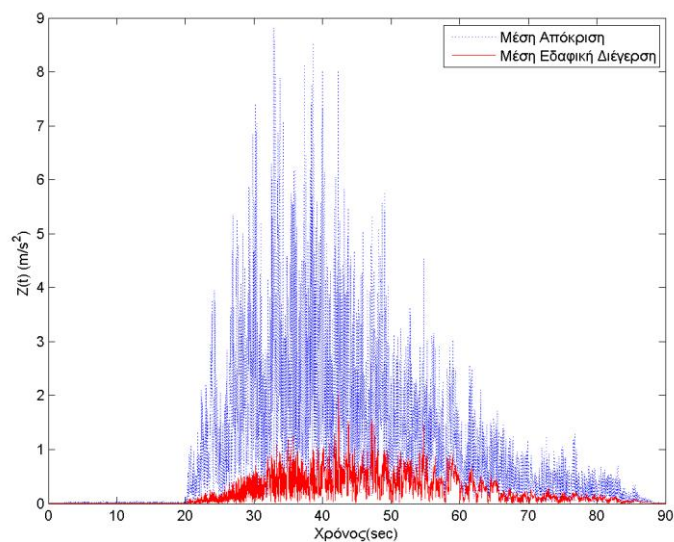
Εικόνα 6.1-1 Οι τέσσερις εξωτερικοί κόμβοι της διάταξης του ραντάρ στο
οποίους υπολογίζεται η απόκριση επιτάχυνσης

Στους πίνακες παρουσιάζεται η τιμή της μεταβλητής Z σε σύγκριση με την εδαφική διέγερση για τους σεισμούς των ομάδων Α και Β.

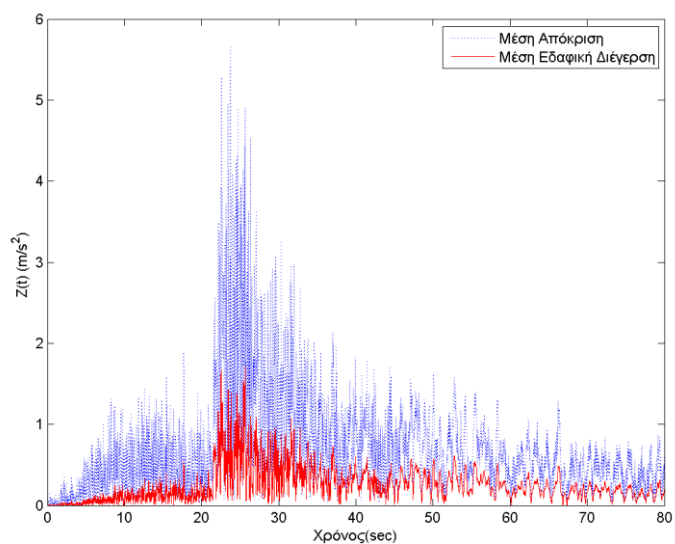
Capemend



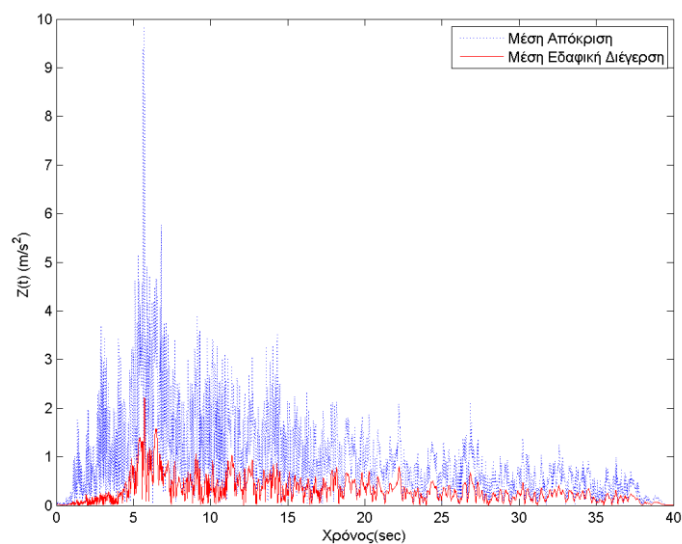
Chi-Chi



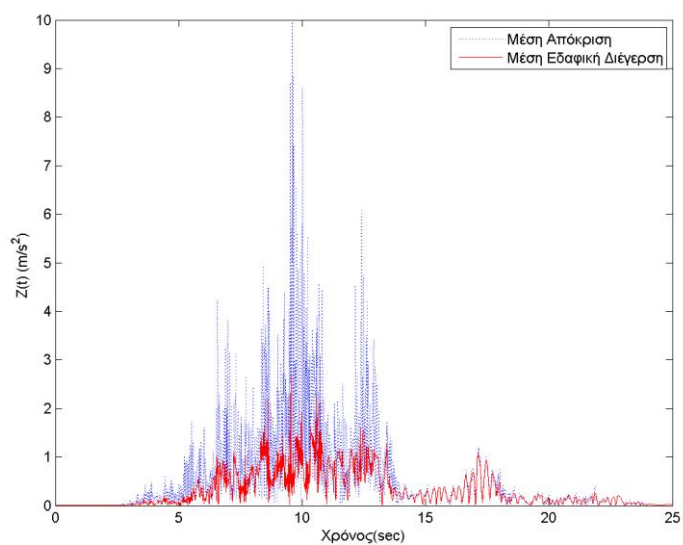
Hector



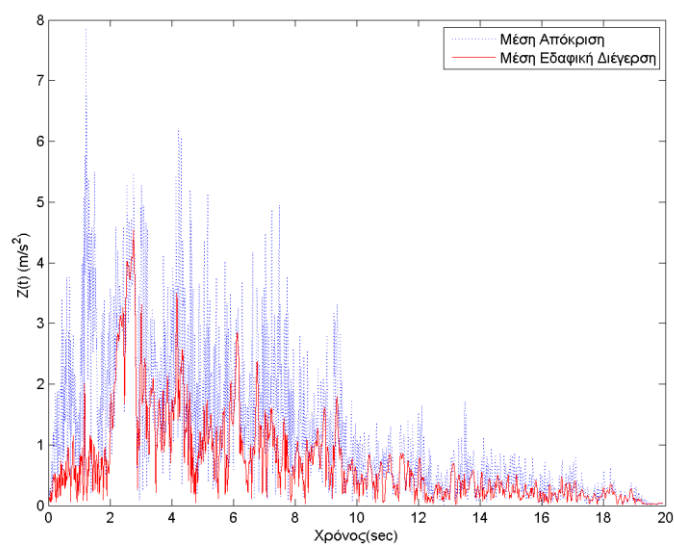
Imperial Valley



Loma Prieta

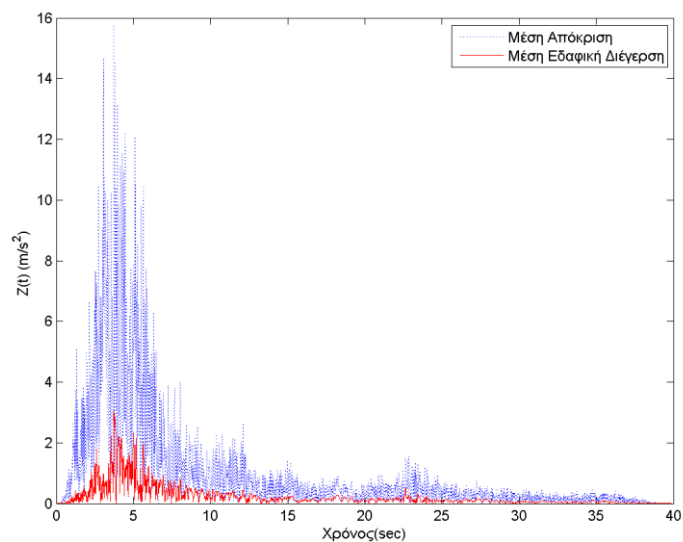


Norhtridge

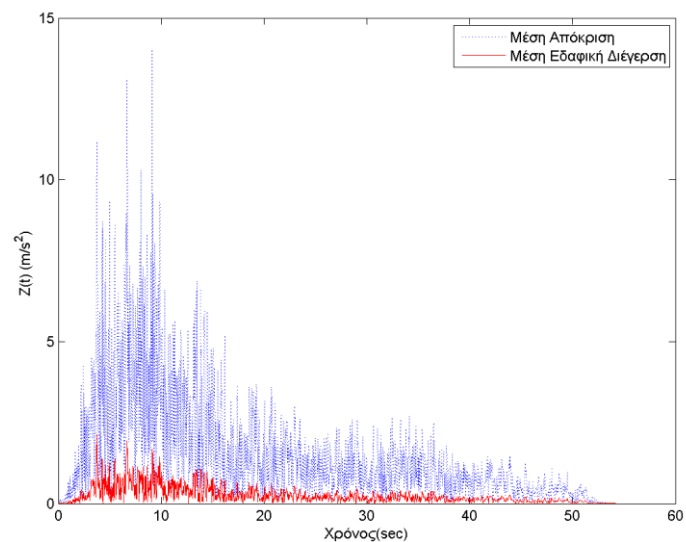


Πίνακας 9 Απόκριση του συστήματος στις διεγέρσεις της Ομάδας Α

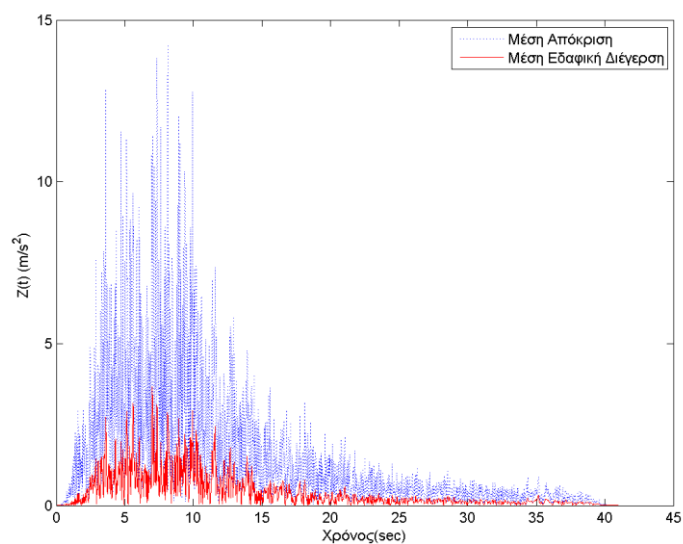
Chalfant Valley



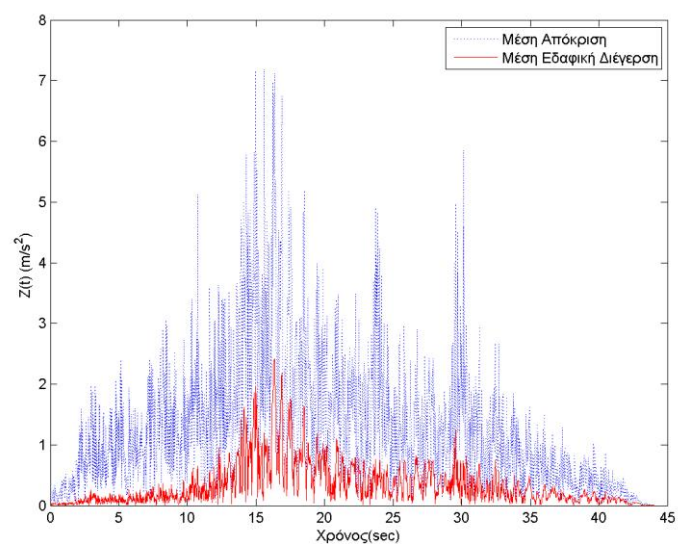
Landers



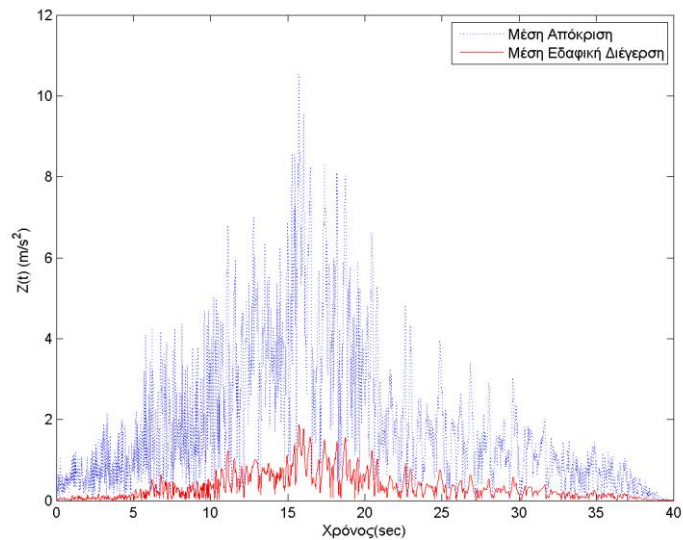
Smart



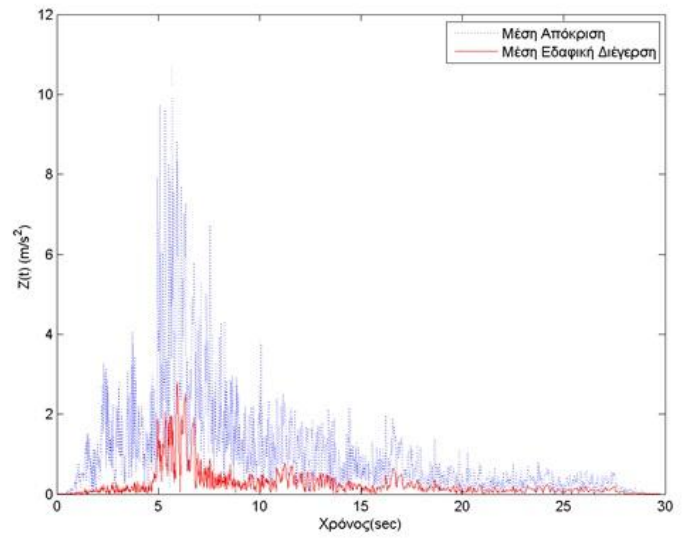
Kern



Kobe



Whittier



Πίνακας 10 Απόκριση του συστήματος στις διεγέρσεις της Ομάδας Β

6.2 Συμπεράσματα

Τα αποτελέσματα στο πεδίο του χρόνου μας παρέχουν μία ποσοτική πληροφορία για την απόκριση της επιτάχυνσης του ραντάρ σε σχέση με την επιτάχυνση της εδαφικής διέγερσης. Κάθε μεμονωμένο γεγονός παρέχει πληροφορίες για την ενίσχυση του σήματος εισόδου και την συμπεριφορά της κατασκευής σε αυτό. Βασικός στόχος στο σημείο αυτό είναι η εκτίμηση της διαφοράς που προκύπτει στην συνολική απόκριση από τα δεδομένα που επιλέχθηκαν με τις μεθόδους του Κεφαλαίου 5, δηλαδή τα δεδομένα των Ομάδων Α και Β. Επειδή οι διάρκειες των σεισμών ποικίλουν, όπως και η διακριτοποίηση του χρονικού βήματος, είναι ιδιαίτερα δύσκολο να απεικονίσουμε την μέση απόκριση της κατασκευής για το σύνολο των διεγέρσεων. Υπολογίζουμε αντ' αυτού την τιμή

$$\max \bar{Z} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \max Z$$

Παρατηρούμε, όπως ήταν αναμενόμενο, πως η μέση μέγιστη επιτάχυνση του ραντάρ από τις σεισμικές διεγέρσεις της Ομάδας Β ξεπερνά αυτήν της Ομάδας Α και μάλιστα σε ποσοστό 53%. καθώς,

$$\max \bar{Z}_A = 7.83 \frac{m}{s^2} \quad \text{και} \quad \max \bar{Z}_B = 12.01 \frac{m}{s^2}$$

Επιβεβαιώνουμε με αυτόν τον τρόπο την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου επιλογής του Κεφαλαίου 5.4 στην επιλογή δεδομένων με υψηλό φασματικό περιεχόμενο στην περιοχή της θεμελιώδους ιδιοπεριόδου. Τα αποτελέσματα μας επιτρέπουν να εκτιμήσουμε πως ένας εξωτερικός κόμβος του ραντάρ υπόκειται σε ιδιαίτερα υψηλές επιταχύνσεις. Μάλιστα σε δύο περιπτώσεις η επιτάχυνση ξεπερνάει οριακά το 1g. Για να κατανοήσουμε τους κινδύνους που προκύπτουν από αυτή την επιτάχυνση πρέπει να λάβουμε υπ' όψιν μας τα παρακάτω:

Το μέγεθος της επιτάχυνσης χρησιμοποιείται κυρίως για να αναδείξει την πιθανή καταστροφική δύναμη ενός σεισμού σε σχέση με μία κατασκευή. Πιο συγκεκριμένα ενδιαφερόμαστε συνήθως για το μέτρο της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με την διάρκεια. Είναι σημαντικό αντιληφθούμε πως είναι πιο επικίνδυνο για μία κατασκευή να υποβληθεί σε έναν υψηλό αριθμό κύκλων μέτριας επιτάχυνσης παρά σε ένα

μέγιστο πολύ μεγαλύτερης τιμής, προκαλώντας κόπωση ή και αστοχία των υλικών. Ενδεικτικά αναφέρουμε πως το επίπεδο της εδαφικής επιτάχυνσης που θεωρείται επαρκές για να προκαλέσει φθορές σε κτίρια χωρίς προστασία είναι το 10% της επιτάχυνσης της βαρύτητας. Οι άνθρωποι αντιλαμβάνονται δονήσεις επιταχύνσεων της τάξεως του 0.001g ενώ για τιμές μέχρι 0.2g έχουμε απώλεια ισορροπίας.

Επειδή στην περίπτωση που μελετούμε χειριζόμαστε ευαίσθητο και δαπανηρό ηλεκτρονικό εξοπλισμό, πρέπει να διασφαλίσουμε την συνεχή και απερίσπαστη λειτουργία του καθώς και να αποφύγουμε φθορές, ώστε να επεκτείνουμε όσο τον δυνατόν περισσότερο το χρόνο ζωής της κατασκευής.

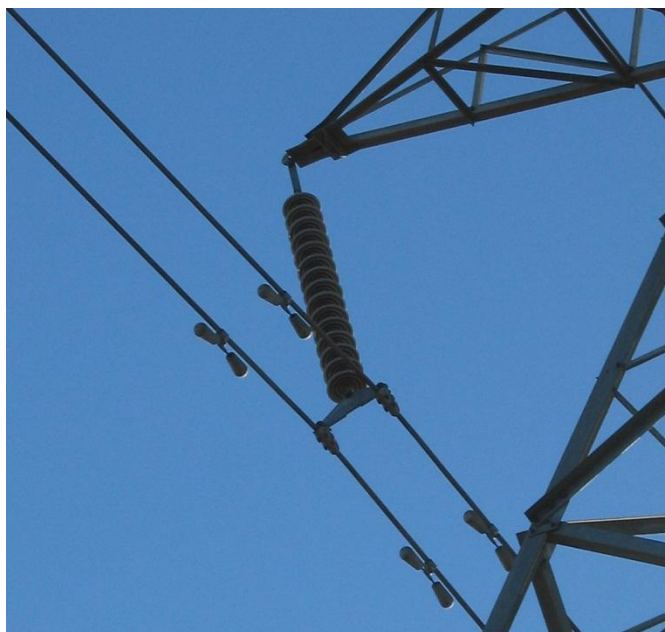
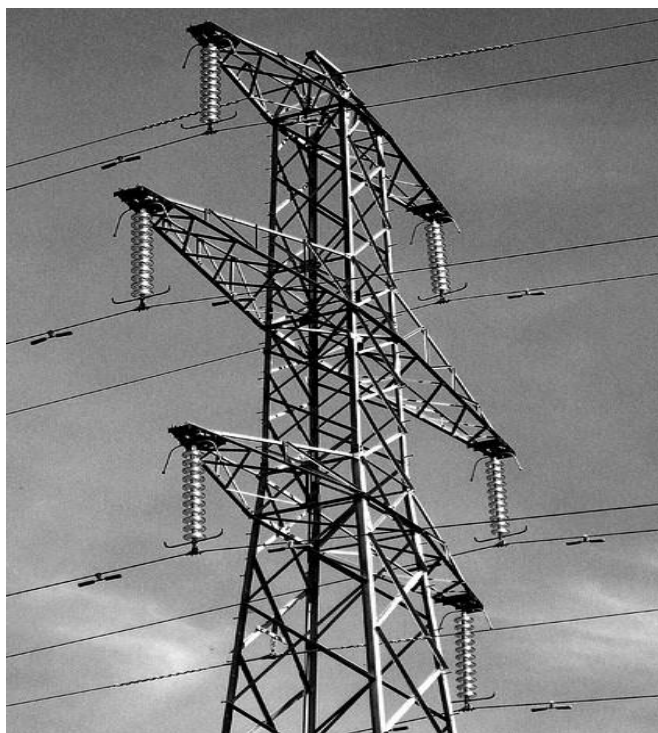
6.3 Αποτελέσματα δυναμικής ανάλυσης με απόσβεση

6.3.1 Απόσβεση μηχανικών δονήσεων με μάζες καθυσύχασης

Μάζα καθυσύχασης, ή συντονισμένη μάζα (tuned mass), είναι μία διάταξη (αποσβεστήρας) που τοποθετείται στις κατασκευές με σκοπό τη μείωση του πλάτους πιθανών ανεπιθύμητων μηχανικών ταλαντώσεων. Ο χαρακτηρισμός συντονισμένη αποδίδεται καθώς ρυθμίζεται να λειτουργεί σε μία συγκεκριμένη συχνότητα ταλάντωσής και παραμένει αποτελεσματική σε ένα στενό φάσμα συχνοτήτων κοντά σε αυτήν. Στις περισσότερες εφαρμογές, η συχνότητα ταλάντωσης του αποσβεστήρα ορίζεται ως η θεμελιώδης ιδιοσυχνότητα της κατασκευής στην οποία τοποθετείται, με σκοπό τον περιορισμό φαινομένων υψηλών αποκρίσεων, στην περίπτωση συντονισμού μεταξύ κατασκευής και εξωτερικής διέγερσης. Τέτοιες διατάξεις απαντώνται σε πληθώρα κατασκευών, όπως γέφυρες, πύργοι ηλεκτροδότησης, και εν γένει σε κτίρια που υπόκεινται σε ισχυρές έντασης ανέμους ή σεισμικές δονήσεις



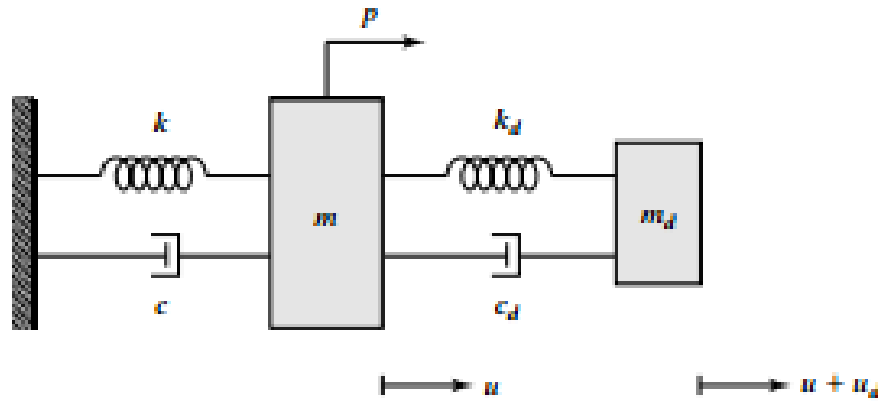
Εικόνα 6.3-1 Αποσβεστήρας υπό την μορφή εκκρεμούς στον ουρανοξύστη του παγκόσμιου κέντρου οικονομίας στην Ταϊπέι.



Εικόνα 6.3-2 α) Τυπικός πύργος ηλεκτροδότησης β) Λεπτομέρεια των διατάξεων απόσβεσης που εμποδίζουν φαινόμενα κόπωσης των καλωδίων.

Ένας κοινός τρόπος μοντελοποίησης τέτοιων αποσβεστήρων είναι θεώρηση της διάταξης ενός συστήματος μάζας-ελατηρίου συνδεδεμένου σε ένα μονοβάθμιο

σύστημα κύριας μάζας m , όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.3-1. Μπορούμε συνεπώς να διατυπώσουμε τις βασικές αρχές που διέπουν την κίνηση ενός τέτοιου συστήματος για να μελετήσουμε την επίδραση που έχει η πρόσθετη μάζα στη συνολική κίνηση και να κατανοήσουμε πώς και με ποια κριτήρια σχεδιάζουμε ένα τέτοιο σύστημα.



Σχήμα 6.3-1 Κύρια μάζα και μάζα καθυσύχρασης ως ένα γραμμικό σύστημα δύο βαθμών ελευθερίας

Από το θεωρητικό υπόβαθρο του Κεφαλαίου 2 γνωρίζουμε ότι:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \text{Εξ. 6.3-1}$$

$$c = 2\zeta\omega m \quad \text{Εξ. 6.3-2}$$

$$\omega_d^2 = \frac{k_d}{m_d} \quad \text{Εξ. 6.3-3}$$

$$c_d = 2\zeta_d\omega_d m_d \quad \text{Εξ. 6.3-4}$$

όπου το d σημειώνει τις παραμέτρους που σχετίζονται με την μάζα καθυσύχρασης

Η αναλογία μάζας ορίζεται ως :

$$\bar{m} = \frac{m_d}{m} \quad \text{Εξ. 6.3-5}$$

ενώ οι εξισώσεις κίνησης είναι:

$$(1 + \bar{m})\ddot{u} + 2\zeta\omega\dot{u} + \omega^2 u = \frac{p}{m} - \bar{m}\ddot{u}_d \quad \text{Εξ. 6.3-6}$$

για την κύρια μάζα και

$$\ddot{u}_d + 2\zeta_d \omega_d \dot{u}_d + \omega_d^2 u_d = -\ddot{u} \quad \text{Εξ. 6.3-7}$$

για την μάζα απόσβεσης.

Συνεπώς, στη συνήθη περίπτωση που ενδιαφερόμαστε για το φαινόμενο του συντονισμού έχουμε:

$$\omega_d = \omega \quad \text{Εξ. 6.3-8}$$

και προφανώς για τις δυσκαμψίες:

$$k_d = \bar{m}k \quad \text{Εξ. 6.3-9}$$

Εάν στη συνέχεια εφαρμόσουμε στην κύρια μάζα μία εξωτερική ημιτονοειδή διέγερση p ,

$$p = \hat{p} \sin \Omega t \quad \text{Εξ. 6.3-10}$$

η απόκριση θα δίδεται από τις κάτωθι εξισώσεις:

$$u = \hat{u} \sin(\Omega t + \delta_1) \quad \text{Εξ. 6.3-11}$$

$$u_d = \hat{u}_d \sin(\Omega t + \delta_1 + \delta_2) \quad \text{Εξ. 6.3-12}$$

Όπου $\hat{u}$ και δ δείχνουν το πλάτος της μετατόπισης και την καθυστέρηση φάσης αντίστοιχα.

Όπως αναφέραμε, το σενάριο που μελετούμε είναι η κατάσταση συντονισμού, όπου $\Omega = \omega$. Λύση των εξισώσεων κίνησης αυτού του συστήματος δίνουν:

$$\hat{u} = \frac{\hat{p}}{k\bar{m}} \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{2\zeta}{\bar{m}} + \frac{1}{2\zeta_d}\right)^2}} \quad \text{Εξ. 6.3-13}$$

$$\hat{u}_d = \frac{1}{2\zeta_d} \hat{u} \quad \text{Εξ. 6.3-14}$$

$$\tan \delta_1 = -\left[\frac{2\zeta}{\bar{m}} + \frac{1}{2\zeta_d}\right] \quad \text{Εξ. 6.3-15}$$

και

$$\tan \delta_2 = -\frac{\pi}{2} \quad \text{Εξ. 6.3-16}$$

Να επισημανθεί ότι η απόκριση της μάζας καθησύχασης έχει διαφορά φάσης 90° με την απόκριση της κύριας μάζας του συστήματος. Αυτή ακριβώς η διαφορά είναι που προκαλεί την απαγωγή ενέργειας λόγω δυνάμεων αδράνειας της πρόσθετης μάζας.

Επιθυμούμε στο σημείο αυτό να συγκρίνουμε το σύστημα του Σχήμα 6.3-1 με αντίστοιχο σύστημα υπό την απουσία της μάζας απόσβεσης

Η απόκριση του συστήματος δίχως αποσβεστή δίνεται ως:

$$\hat{u} = \frac{\hat{p}}{k} \left(\frac{1}{2\zeta} \right) \quad \text{Εξ. 6.3-17}$$

$$\delta_1 = \left(-\frac{\pi}{2} \right) \quad \text{Εξ. 6.3-18}$$

Για τη διευκόλυνση αυτής της διαδικασίας η Εξ εκφράζεται ως

$$\hat{u} = \frac{\hat{p}}{k} \left(\frac{1}{2\zeta_e} \right) \quad \text{Εξ. 6.3-19}$$

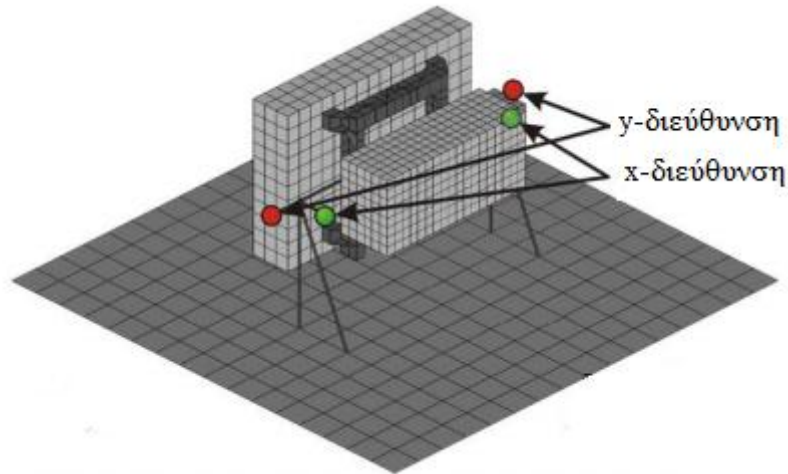
Όπου:

$$\zeta_e = \frac{\bar{m}}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{2\zeta}{\bar{m}} + \frac{1}{2\zeta_d} \right)^2} \quad \text{Εξ. 6.3-20}$$

είναι το **ισοδύναμο ποσοστό απόσβεσης**

Η παραπάνω εξίσωση δείχνει την σχετική συμβολή των παραμέτρων της απόσβεσης ζ και ζ_d στο συνολικό ποσοστό απόσβεσης της κατασκευής. Παρατηρούμε πως αυξάνοντας το $\bar{m}$ μεγιστοποιείται και η απόσβεση. Παρόλα αυτά, εφόσον η συνολική μάζα αυξάνεται, υπάρχει ένας πρακτικός περιορισμός στο πόσο μπορούμε να αυξήσουμε την αναλογία $\bar{m}$. Ελλατώνοντας τον συντελεστή απόσβεσης για τον αποσβεστήρα, επίσης μεγιστοποιούμε τη συνολική απόσβεση. Σε αυτή την περίπτωση, παρατηρούμε από την Εξ. 6.3-14 πως αντίστοιχα αυξάνεται η σχετική μετατόπιση της μάζας του αποσβεστήρα. Για την αναλογία σχετικής μετατόπισης $\bar{u} = u_d/u$ υπάρχει ο ίδιος πρακτικός περιορισμός όπως και στην αναλογία μαζών. **Η επιλογή του βέλτιστου σχεδιασμού του συστήματος απαιτεί ένα συμβιβασμό ανάμεσα στους δύο περιορισμούς της μάζας και της μετατόπισης.**

Για την τοποθέτηση των μαζών καθυσύχασης στην κατασκευή μας, εντοπίζονται οι κρίσιμες συχνότητες της ταλάντωσης. Από την διαδικασία του Κεφαλαίου 4 γνωρίζουμε πως οι μέγιστες συχνότητες για τις δύο οριζόντιες διευθύνσεις αντιστοιχούν στην πρώτη και δεύτερη ιδιομορφή του ελεύθερου συστήματος. Συνεπώς, για το σύστημα του ραντάρ, προτείνεται η τοποθέτηση των μαζών θα γίνει στα σημεία που υποδεικνύονται στην Εικόνα 6.3-3 [33]



Εικόνα 6.3-3 Προτεινόμενη τοποθέτηση διατάξεων απόσβεσης για τις δύο διευθύνσεις της κίνησης που αντιστοιχούν στις δύο πρώτες ιδιομορφές της κατασκευής

6.3.2 Βελτιστοποίηση απόδοσης και χαρακτηριστικά μαζών καθυσύχασης

Για την βελτιστοποίηση της απόδοσης της απόσβεσης αναζητούμε την οριακά αποδεκτή αναλογία μαζών ($\bar{m}$) που οδηγεί σε μεγιστοποίηση του ισοδύναμου συντελεστή απόσβεσης, όπως αυτός ορίζεται από την Εξ. 6.3-20. Για τον σκοπό αυτό θεωρούμε αρχικά την κατασκευή στην πρώτη ιδιομορφή της ταλάντωσης της ως ένα μονοβάθμιο σύστημα ελατηρίου-μάζας με τα εξής χαρακτηριστικά:

$$T = 0.48\text{sec} \quad m = 378.89\text{kg} \quad k = 1644.48 \text{ kg/s}^2$$

Για τον προσδιορισμό των χαρακτηριστικών του αποσβεστήρα μελετούμε το σύστημα της Εικόνας 6-13 ώστε πλέον το πρόβλημα έγκειται στον προσδιορισμό των παραμέτρων:

$$m = m_d \quad k = k_d$$

για σύστημα συντονισμένο στην ιδιοπερίοδο της ταλάντωσης $T = 0.48 \text{sec}$.

Η παραπάνω διαδικασία εμπίπτει στην κατηγορία δοκιμής σφάλματος, καθώς απαιτούνται ορισμένες επαναλήψεις για να επιτύχουμε βέλτιστες τιμές των δυο παραμέτρων ($\bar{m}$ και ζ_e). Για το σκοπό αυτό ξεκινάμε με μια υπόθεση για την τιμή του ζ_e , εκτιμούμε την αναλογία μάζας $\bar{m}$ και αποφασίζουμε εάν το σύστημα επιδέχεται περεταίρω αύξησης της μάζας του ταλαντωτή. Σε αυτή την περίπτωση, ορίζουμε ξανά μία τιμή για τον συντελεστή απόσβεσης, υπολογίζουμε την μάζα κ.ο.κ. Η συγκεκριμένη διαδικασία έχει ως εξής:

Αρχικά κάνουμε μια συντηρητική εκτίμηση για τον ισοδύναμο συντελεστή απόσβεσης $\zeta_e = 0.1$. Επιλέγουμε την τιμή αυτή καθώς είναι προσεγγιστικά διπλάσια του συντελεστή απόσβεσης της κατασκευής. Έχουμε συνεπώς:

$$\zeta_e = \frac{\bar{m}}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{2\zeta}{\bar{m}} + \frac{1}{2\zeta_d} \right)^2} \quad \text{Εξ. 6.3-21}$$

και από την Εξ. 6.3-14 η σχετική μετατόπιση δίνεται:

$$\hat{u}_d = \frac{1}{2\zeta_d} \hat{u}$$

Στο σημείο αυτό κάνουμε μία εκτίμηση για την αναλογία μετατόπισης. Μία τιμή αναφοράς που συχνά χρησιμοποιείται σε αυτή τη διαδικασία είναι $\hat{u}_d = 10\hat{u}$ οπότε ξεκινούμε με αυτήν. Για τιμή $\zeta=0.04$ (ποσοστό απόσβεσης της κατασκευής) και $\zeta_d = 0.05$ η Εξ. 6.3-21 είναι μία δευτεροβάθμια εξίσωση ως προς $\bar{m}$. Για τις συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων η λύση αυτής της δευτεροβάθμιας εξίσωσης δίνει τη θετική ρίζα $\bar{m}=0.011$. Παρατηρούμε πως με την πρόσθεση μόνο του 1.1% (4kg) της κύριας μάζας επιτυγχάνουμε έναν ισοδύναμο συντελεστή απόσβεσης της τάξεως του 10%. Παρόλα αυτά η σχετική μετατόπιση της μάζας καθυστέρησης είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με αυτήν της κύριας μάζας. Οπότε στην δεύτερη επανάληψη

θα προσπαθήσουμε να πετύχουμε μεγαλύτερο συντελεστή απόσβεσης για μεγαλύτερη αναλογία μάζας και μικρότερη αναλογία μετατοπίσεων.

Ξεκινούμε με την υπόθεση $\zeta_e = 0.2$ και $\bar{u} = 5$. Στην περίπτωση αυτή η Εξ. 6.3-21 δίνει $\bar{m} = 0.06$. Παρατηρούμε πως η αναλογία μάζας παραμένει σε αποδεκτά όρια και με μία λογική σχέση μεταξύ των μετατοπίσεων έχουμε επιτύχει ένα υψηλό ποσοστό ισοδύναμης απόσβεσης. Περαιτέρω αύξηση του ισοδύναμου συντελεστή απόσβεσης ή μείωση του $\bar{u}$ οδηγεί σε απαγορευτική αύξηση του $\bar{m}$ οπότε για την ανάλυσή μας θα σχεδιάσουμε μία διάταξη με τα εξής χαρακτηριστικά:

$$T = 0.48 \text{sec} \quad m = 22.68 \text{kg} \quad k_d = \bar{m}k = \frac{98.66 \text{kg}}{\text{s}^2} \quad \zeta_e = 0.2 \quad \zeta_d = 0.05$$

Εκτελώντας ταυτόσημη διαδικασία για την δεύτερη οριζόντια διεύθυνση έχουμε μετά από τρεις επαναλήψεις:

$$T = 0.46 \text{sec} \quad m = 22.90 \text{kg} \quad k_d = \bar{m}k = \frac{108.20 \text{kg}}{\text{s}^2} \quad \zeta_e = 0.2 \quad \zeta_e = 0.05$$

Να σημειωθεί στο σημείο αυτό πως η διαδικασία βέλτιστης τοποθέτησης και συντονισμού ενός αποσβεστήρα απαιτεί μία εξαιρετικά πιο σύνθετη εργασία που περιλαμβάνει εκατοντάδες προσομοιώσεις για μία πληθώρα παραμέτρων σχεδίασης και συνήθως η υλοποίησή της βασίζεται σε διαγράμματα που έχουν προκύψει από διαδικασίες δοκιμής αλλά και μελέτη ήδη εγκατεστημένων διατάξεων απόσβεσης. Μία τέτοια ανάλυση βελτιστοποίησης ξεφεύγει από τα πλαίσια της παρούσας εργασίας και θα μπορούσε να αποτελεί κύριο θέμα διαφορετικής μελέτης.

Στο παρακάτω και τελευταίο κομμάτι της εργασίας θα μελετήσουμε τον πιθανό περιορισμό της απόκρισης με την χρήση των μαζών καθυσύχασης. Για τον σκοπό αυτό η κατασκευή με τις μάζες καθυσύχασης θα υποβληθεί στις σεισμικές διεγέρσεις της Ομάδας Β.

Πρωτού προχωρήσουμε στα τελικά αποτελέσματα, παραθέτουμε σε σύγκριση με τα αποτελέσματα του Κεφαλαίου 4 τις πρώτες 10 φυσικές μορφές ταλάντωσης του

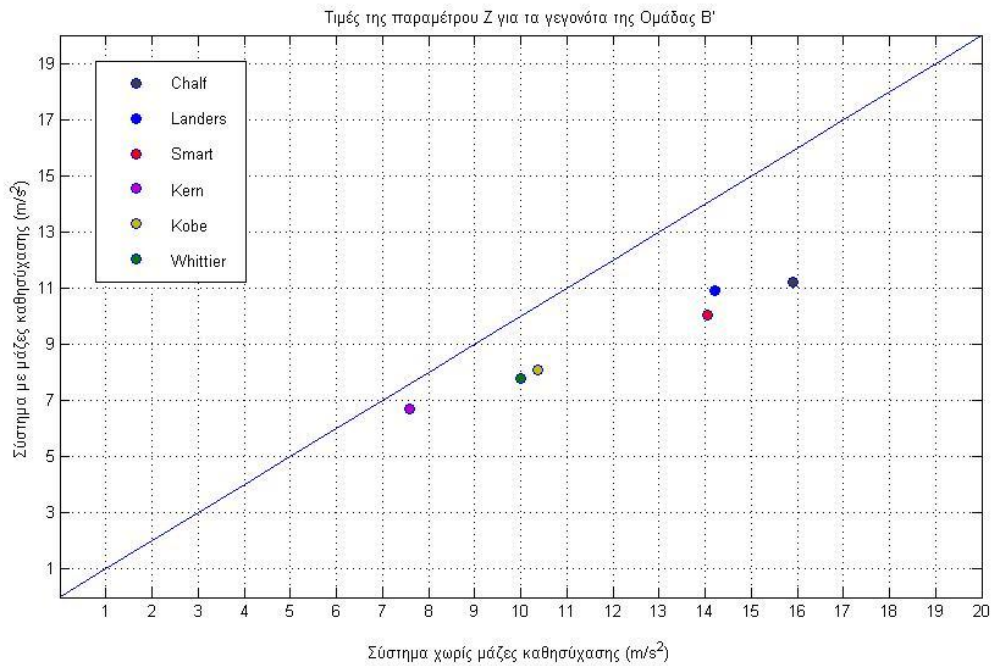
συστήματος με της μάζες καθυσύχασης. Παρατηρούμε μία αναμενόμενη αύξηση της περιόδου ταλάντωσης λόγω αύξησης της συνολικής μάζας του συστήματος. Οι μορφές της ταλάντωσης είναι ταυτόσημες και για τα δύο συστήματα (με και χωρίς μάζες) είναι ταυτόσημες και στο σημείο αυτό παραλείπονται (βλ. Εκόνα 4.2-1).

Frame				
Index	Description			
0	Increment	0: Base State		
1	Mode	1: Value = 122.45	Freq = 1.7611	(cycles/time)
2	Mode	2: Value = 122.49	Freq = 1.7615	(cycles/time)
3	Mode	3: Value = 5841.0	Freq = 12.164	(cycles/time)
4	Mode	4: Value = 6090.0	Freq = 12.420	(cycles/time)
5	Mode	5: Value = 26951.	Freq = 26.128	(cycles/time)
6	Mode	6: Value = 46865.	Freq = 34.455	(cycles/time)
7	Mode	7: Value = 81288.	Freq = 45.377	(cycles/time)
8	Mode	8: Value = 1.47917E+05	Freq = 61.211	(cycles/time)
9	Mode	9: Value = 2.82442E+05	Freq = 84.583	(cycles/time)
10	Mode	10: Value = 3.59264E+05	Freq = 95.395	(cycles/time)

Εικόνα 6.3-4 Πρώτες 10 φυσικές μορφές ταλάντωσης του συστήματος μαζών καθυσύχασης

6.3.3 Απόκριση στο πεδίο του χρόνου

Η συνάρτηση Z για την αναπαράσταση των αποτελεσμάτων στο πεδίο του χρόνου, κατασκευάστηκε κυρίως για να αναδείξει την διαφορά στην απόκριση που αποκτήθηκε από τα δεδομένα εισόδου των δύο ομάδων. Επιπρόσθετα, συμβάλλοντας έτσι στην εκτίμηση της επίδρασης των μαζών καθυσύχασης, κατασκευάζεται το γράφημα του Σχήματος 6.3-2



Σχήμα 6.3-2 Αποδοτικότητα του συστήματος των μαζών στην μείωση της μέγιστης επιτάχυνσης

Στο Σχήμα 6.3-2 οι δύο άξονες αναπαριστούν την τιμή Z και οι έξι κουκκίδες αντιστοιχούν στους έξι σεισμούς της Ομάδας Β. Με τον τρόπο αυτό γίνεται ορατή η διαφορά στις τιμές της απόκρισης του συστήματος με και χωρίς τις μάζες καθυσύχασης. Η διαγώνιος αναπαριστά σημεία στα οποία δεν παρατηρείται αλλαγή τις απόκρισης, ώστε όλα τα σημεία που βρίσκονται από κάτω της αναδεικνύουν πως η χρησιμοποίηση μαζών καθυσύχασης οδήγησε σε μείωση της απόκρισης επιτάχυνσης. Όσο μεγαλύτερη είναι η κάθετη απόσταση από τη διαγώνιο, τόσο πιο έντονη είναι η επίδραση των μαζών. Επιπλέον, διαπιστώνουμε πως η διάταξη με τις μάζες καθυσύχασης είναι αποτελεσματικότερη για πιο ισχυρούς σεισμούς, ενισχύοντας έτσι την ωφελιμότητά που έχει για το σύστημα. Κατά μέσο όρο, το σύστημα με τις μάζες καθυσύχασης οδήγησε σε μείωση της μέγιστης επιτάχυνσης της τάξεως του 21.1%

6.3.4 Απόκριση στο πεδίο της συχνότητας

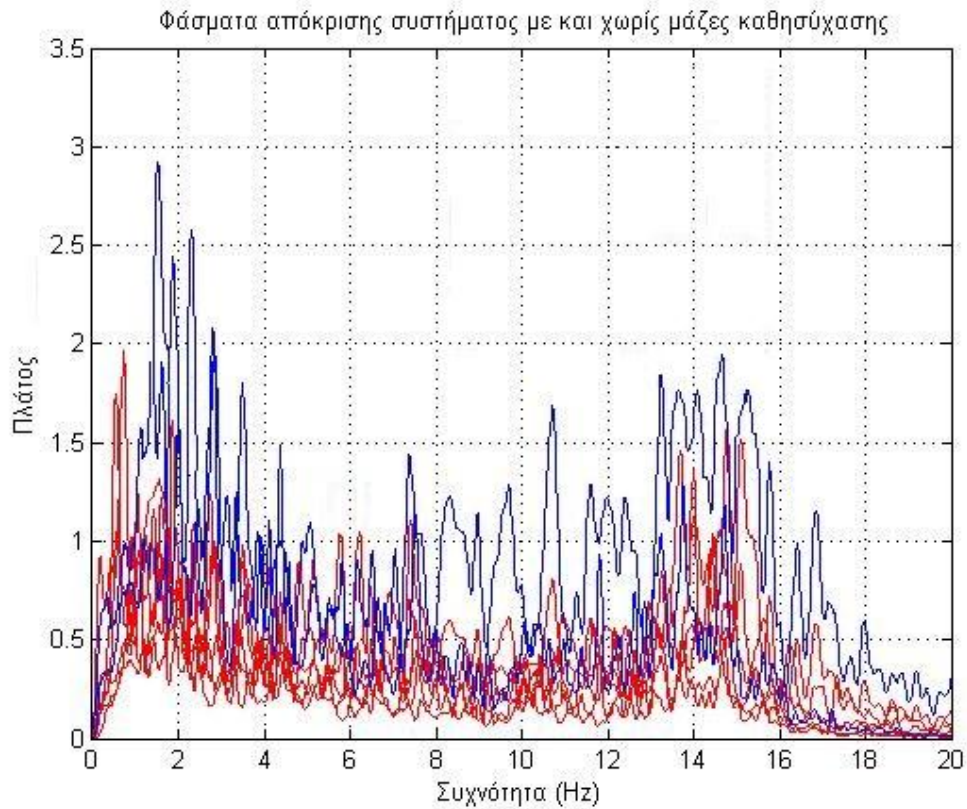
Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων στο πεδίο της συχνότητας παρέχει έναν εναλλακτικό τρόπο συσχετισμού του σήματος εισόδου με αυτό της εξόδου. Από τη μελέτη του φάσματος απόκρισης ενός γραμμικού συστήματος μπορεί κάποιος να

αναγνωρίσει το συχνοτικό περιεχόμενο των κυμάτων που περιέχονται στο σήμα εξόδου και κυρίως τις επικρατούσες συχνότητες που προκαλούν τις υψηλότερες αποκρίσεις.

Σε μία κατασκευή δεδομένης θεμελιώδους συχνότητας ταλάντωσης T^* αναμένουμε να συναντήσουμε μέγιστη απόκριση σε ένα στενό συχνοτικό φάσμα γύρω από την τιμή $\frac{1}{T^*} Hz$. Η αναπαράσταση των δεδομένων στο πεδίο της συχνότητας θα αποδειχθεί χρήσιμο εργαλείο στην σύγκριση των αποκρίσεων του συστήματος με και χωρίς τις μάζες καθυσύχασης.

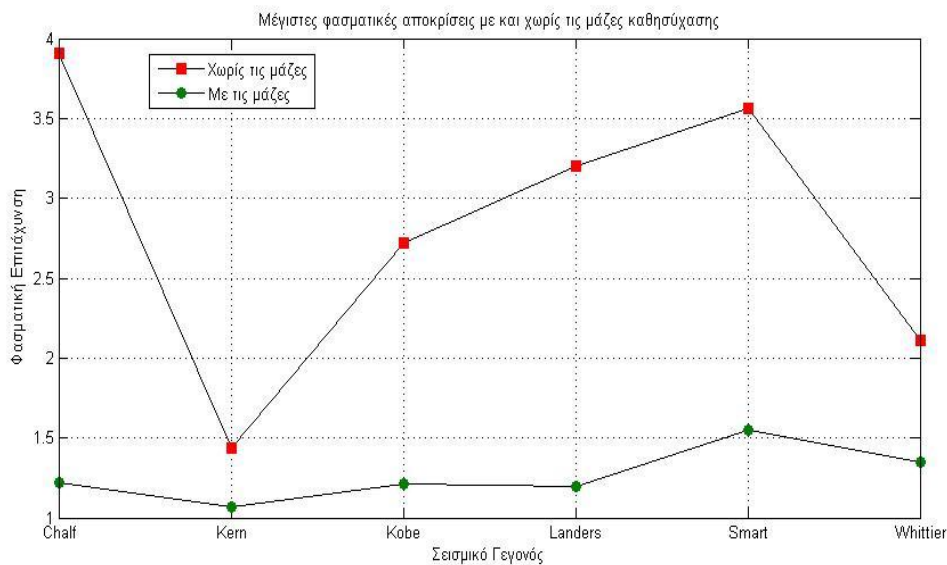
Για την απόκτηση του φάσματος απόκρισης μίας κατασκευής που υπόκειται σε δεδομένη σεισμική είσοδο, το Abaqus δίνει την δυνατότητα αντικατάστασης του βήματος της επαλληλίας των ιδιομορφών με αυτό της ανάλυσης απόκρισης φάσματος (Response Spectrum Analysis). Για την υλοποίηση της συγκεκριμένης ανάλυσης, απαιτείται η εισαγωγή των τιμών της φασματικής επιτάχυνσης του σεισμικού γεγονότος αντί των χρονοϊστοριών επιτάχυνσης. Η μέθοδος του φάσματος απόκρισης είναι μία προσεγγιστική μέθοδος εκτίμησης της απόκρισης μίας κατασκευής, σε αντίθεση με την αναλυτική μέθοδο της επαλληλίας των ιδιομορφών και απαιτεί εν γένει όμοιο υπολογιστικό χρόνο για να υλοποιηθεί.

Ένας ακόμη τρόπος απόκτησης των φασματικών δεδομένων απόκρισης της κατασκευής είναι η απευθείας μεταφορά τους από το πεδίο του χρόνου σε αυτό της συχνότητας. Εφ' όσον μάλιστα έχει προηγηθεί ανάλυση στο πεδίο του χρόνου, με χρήση ταχέως μετασχηματισμού Fourier μπορούμε να αποκτήσουμε τις ακριβείς τιμές της φασματικής επιτάχυνσης συναρτήσει της συχνότητας. Στον παρακάτω συγκεντρωτικό Πίνακα φαίνονται τα έξι φάσματα απόκρισης του συστήματος από τις διεγέρσεις τις Ομάδας Β.



Σχήμα 6.3-3 Φάσματα απόκρισης του συστήματος με και χωρίς μάζες καθυσύχασης

Στο Σχήμα 6.3-4 παρουσιάζονται οι μέγιστες φασματικές αποκρίσεις από τα σεισμικά γεγονότα της Ομάδας Β όπως προκύπτουν τους πίνακες 11 και 12 για το σύστημα χωρίς και με τις μάζες καθυσύχασης. Κατά αναλογία με το Σχήμα 6.3-2 εντοπίζουμε πως η απόδοση του συστήματος με τις μάζες είναι βέλτιστη στους ισχυρότερους σεισμούς.



Σχήμα 6.3-4 Μέγιστες Αποκρίσεις Φασματικής Επιτάχυνσης του συστήματος με και χωρίς μάζες καθυσύχασης στις 6 διεγέρσεις της Ομάδας 'B'

Παρατηρώντας τις αποκρίσεις στο πεδίο της συχνότητας, βλέπουμε τις μέγιστες τιμές του πλάτους να συγκεντρώνονται κοντά στη τιμή 2Hz. Η συγκεκριμένη συμπεριφορά είναι εν γένει αναμενόμενη, αφού η τιμή 2Hz αντιστοιχεί προσεγγιστικά στην τιμή της θεμελιώδους ιδιοπεριόδου του συστήματος $T^* = 0.48sec \approx 1/2Hz$. Διαισθητικά, αυτό σημαίνει πως από τα πρακτικά άπειρα ημιτονοειδή που συνθέτουν το σήμα εισόδου, αυτό που εμφανίζει περίοδο που προσεγγίζει το T^* θα προκαλεί στο σύστημα υψηλότερες αποκρίσεις. Τέλος, αναφέρεται πως οι αιχμές υψηλής απόκρισης που παρατηρούνται στο εύρος 14-15 Hz οφείλονται στις τοπικές ιδιομορφές ταλάντωσης που παρουσιάζει η ράβδος στήριξης. Η φασματική ανάλυση είναι απαραίτητη για ακριβώς αυτόν το σκοπό, δηλαδή να ανιχνεύει τις συχνότητες που δεν είναι ορατές στο σήμα εισόδου και προκαλούν υψηλές αποκρίσεις. Δίνεται έτσι η δυνατότητα αλλαγής των φυσικών χαρακτηριστικών του μέλους ώστε να μετακινηθεί η κρίσιμη συχνότητα ταλάντωσης του και έτσι να αποφευχθούν φαινόμενα συντονισμού.

7 ΣΥΝΟΨΗ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Στη συγκεκριμένη εργασία ασχοληθήκαμε με την ανάλυση της απόκρισης μίας σύνθετης κατασκευής σε δυναμική είσοδο (σεισμική διέγερση). Στόχος ήταν η εκτίμηση της ασφάλειας ηλεκτρονικού εξοπλισμού με την χρήση μαζών καθυσύχασης για τον περιορισμό των μηχανικών δονήσεων. Για το σκοπό αυτό εκτελέστηκε Μελέτη Σχεδιασμού της κατασκευής θεωρώντας τοποθέτησή της σε συγκεκριμένη περιοχή. Η ανάλυση πραγματοποιήθηκε υπό την παραδοχή της πλήρους γραμμικότητας και ελαστικότητας των υλικών, ώστε να μπορούν να εφαρμοσθούν στο μοντέλο μέθοδοι υπολογισμού της απόκρισης με χρήση των ιδιομορφών του συστήματος. Με την υλοποίηση των μαζών καθυσύχασης, και μετά από διαδοχικές προσομοιώσεις οδηγηθήκαμε στο συμπέρασμα πως η χρήση βέλτιστα συντονισμένων μαζών επιφέρει σημαντική μείωση στο μέγεθος της απόκρισης, εξασφαλίζοντας μικρότερες καταπονήσεις και μεγαλύτερο χρόνο ζωής της διάταξης. Μπορούμε να συνοπτικά να διατυπώσουμε τα συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε ως εξής:

- Η συμπεριφορά ενός μοντέλου Πεπερασμένων Στοιχείων επηρεάζεται περισσότερο από τις φυσικές ιδιότητες, τα χαρακτηριστικά των υλικών που το περιγράφουν και τη μοντελοποίηση των ενώσεων και λιγότερο από τα χαρακτηριστικά του πλέγματος.
- Η μέθοδος της Επαλληλίας των Ιδιομορφών είναι μία κατανοητή στη θεωρία και σύντομη στην πράξη διαδικασία απόκτησης της απόκρισης της κίνησης ενός γραμμικού, δυναμικά ταλαντούμενου συστήματος.
- Η επιλογή των παραμέτρων που περιγράφουν τη σεισμική συμπεριφορά που θέλουμε να προσομοιώσουμε έχει στοχαστικό χαρακτήρα καθώς αυτές οι παράμετροι είναι αποτελέσματα πιθανολογικών μελετών και προβλέψεων.
- Το συχνотικό περιεχόμενο μίας σεισμικής διέγερσης επηρεάζει τα αποτελέσματα της ανάλυσης σε μεγαλύτερο βαθμό από τα χαρακτηριστικά του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων. Η επιλογή δεδομένων με συγκεκριμένο συχνотικό περιεχόμενο κοντά στη συχνότητα συντονισμού της κατασκευής προκαλεί μέγιστες αποκρίσεις και συμβάλλει στην ευρωστία της παρατήρησης του συστήματος και της επίδρασης των μαζών καθυσύχασης.

- Η εφαρμογή σε γραμμικό σύστημα, πολύ απλοικών και πρακτικών διατάξεων απόσβεσης όπως οι μάζες καθυσύχασης, επιφέρει σημαντική βελτίωση στην απόκριση του, κυρίως σε διεγέρσεις με μεγάλο πλάτος ταλάντωσης.
- Ακόμα και αν θεωρήσουμε δεδομένη πρότερη γνώση του αντικειμένου της Σεισμικής Μηχανικής, η διαδικασία κατασκευής ενός σύνθετου μοντέλου και η ανάλυση της σεισμικής συμπεριφοράς του αποτελεί μία λεπτομερέστατη και εξαιρετικά χρονοβόρα διαδικασία.

Με βάση τις παραπάνω διαπιστώσεις, τα θέματα και τις ελλείψεις που ανέκυψαν κατά την εξέλιξη της συγκεκριμένης εργασίας, προτείνονται για βελτιστοποίηση και μελλοντική μελέτη τα εξής:

- Αναπαράσταση του μοντέλου με όλα τα στοιχεία μη-γραμμικότητας που απουσίαζαν από τη συγκεκριμένη μελέτη. Η ενσωμάτωση τέτοιων στοιχείων γίνεται αυτομάτως στην εξίσωση κίνησης (δυναμικής απόκρισης) ενός συστήματος η οποία επιλύεται με βηματικές μεθόδους ολοκλήρωσης. Η μελέτη μη γραμμικών συστημάτων απαιτεί μεγαλύτερο υπολογιστικό φόρτο, παράγει όμως δεδομένα μεγάλης ακρίβειας
- Για πιο λεπτομερή/ακριβή αναπαράσταση του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων προτείνεται η κατασκευή των συνδέσεων των μελών από το χρήστη αντί της αυτόματης επιλογής τους από τη βιβλιοθήκη του Abaqus. Η συγκεκριμένη επιλογή είναι βέλτιστη όταν αναφερόμαστε σε στατικές αναλύσεις. Επίσης, προτείνεται η κατασκευή διάταξης θεμελίωσης για την ακριβέστερη αναπαράσταση των πραγματικών συνοριακών συνθηκών του συστήματος.
- Υπό την προϋπόθεση ότι διαθέτουμε μεγάλη υπολογιστική δύναμη, τα βέλτιστα χαρακτηριστικά των μαζών καθυσύχασης θα προκύψουν από διαδοχικές αναλύσεις για αντίστοιχες σεισμικές εισόδους και καταγραφές της απόκρισης του ταλαντωτή. Από τέτοιες διαδικασίες έχουν προκύψει και διατίθενται στη βιβλιογραφία ομαδοποιημένα πειραματικά δεδομένα που για τις φυσικές ιδιότητες ενός συστήματος προτείνουν βέλτιστες τιμές για το συντονισμό των μαζών.
- Η συγκεκριμένη εργασία χειρίζεται ένα γραμμικό σύστημα και μελετά την απόκριση του σε δυναμική είσοδο. Διατηρώντας τις ίδιες αρχές και την ίδια μεθοδολογία, κάποιος μπορεί να εφαρμόσει δυναμικές αναλύσεις με διεγέρσεις διαφορετικών πηγών όπως π.χ επιδράσεις ανέμων.

Τέλος, καθώς γνωρίζουμε πως η Ελλάδα είναι μία από τις πιο δραστήρια σεισμογενείς περιοχές και πως συγκεντρωμένη και αναθεωρημένη σεισμική πληροφορία για την περιοχή δεν είναι εύκολα προσβάσιμη στο διαδίκτυο, προτείνεται

για την διευκόλυνση των μελετητών η κατασκευή μίας συγκεντρωτικής βάσης δεδομένων σεισμικών και εδαφικών χαρακτηριστικών (στη βάση του ΠΤΣΑΚ), που θα χρησιμοποιείται στην ουσία σαν “σύμβουλος” στην πορεία έρευνας κάθε ενδιαφερόμενου.

8 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

A. Ιστότοποι με ελεύθερη είσοδο σε βάσεις δεδομένων σεισμικών δονήσεων.

1. *Earthquake Archive* στο
<http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/search/>
2. *Peer Strong Motion Database* στο
http://peer.berkeley.edu/products/strong_ground_motion_db.html
3. *Earthquake Data and Information* στο
<http://www.ngdc.noaa.gov/hazard/earthqk.shtml>
4. *The European Strong-Motion Database* στο
http://www.isesd.hi.is/ESD_Local/frameset.htm
5. *Ινστιτούτο Τεχνικής Σεισμολογίας και Αντισεισμικών Κατασκευών, Ερευνητικό και Τεχνολογικό Ινστιτούτο* στο
<http://www.itsak.gr/>

B. Βιβλιογραφία

1. Amiri, G.G. and Massah, S.R. (2007). *Seismic response of 4-legged self-supporting telecommunication towers*. IJE Transactions B: Applications/2007, Vol. 20, No. 2, (August 2007.) pp. 107-126.
2. A. Kappos (Ed.), *Dynamic loading and design of structures*, Spon Press, London (2002)
3. Baker, J. W. (2011). *Conditional Mean Spectrum: Tool for ground motion selection*. Journal of Structural Engineering, 137(3), 322-331.
[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000215](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000215)
4. Baker, J.W. (2008). *An Introduction to Probabilistic Seismic Hazard Analysis (PSHA)*.
5. Baker, J.W. and Cornell, C.A. (2006). *Spectral shape, epsilon and record selection*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics. (2006). pp.1077–1095. Published online 12 April 2006 in Wiley InterScience (www.interscience.wiley.com).
6. Burks, L.S. and Baker, J.W. *Occurrence of negative epsilon in seismic hazard analysis deaggregation, and its impact on target spectra computation*. Department of Civil and Environmental Engineering, Stanford University.
7. Butterworth, J. and Lee, J.H. and Davidson, B. (2004). *Experimental determination of modal damping from full scale testing*. 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, Canada, (August 1-6 2004). Paper No. 310.
8. Campbell, K.W. and Bozorgnia, Y. (2006). *Next generation attenuation (NGA) empirical ground motion models: can they be used in Europe?*. First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology (a joint event of the 13th ECEE & 30th General Assembly of the ESC) Geneva, Switzerland, (3-8 September 2006). Paper Number: 458.
9. Campbell, K.W. and Bozorgnia, Y. (2008). *Campbell-Bozorgnia NGA Ground Motion Relations for the Geometric Mean Horizontal Component of Peak and Spectral Ground Motion Parameters*. PEER Report 2007/02, Pacific Earthquake Engineering Research Center College of Engineering, University of California, Berkeley (May 2007).

10. Chiou, B. S.-J. and Youngs R. R. (2008), *An NGA model for the average horizontal component of peak ground motion and response spectra*, Earthquake Spectra, 24(1), pp.173-215
11. Cornell, C. A. (1968). *Engineering seismic risk analysis*. Bulletin of the Seismological Society of America, 58(5), 1583-1606
12. Danciu, L. and Tselentis, G.A. (2010). *Probabilistic seismic hazard assessment in Greece – Part 3: Deaggregation*. Copernicus Publications (on behalf of the European Geosciences Union), Natural Hazards and Earth System Sciences. Published: 12 January 2010
13. Danciu, L. and Sokos, Ef. and Tselentis, G.A. *Deaggregation of the Regional Seismic Hazard: City of Patras, Greece*. Seismological Laboratory, Department of Geology, University of Patras
14. J Padgett, R. Desroches (a, a)
Sensitivity of seismic response and fragility to parameter uncertainty
Journal of Structural Engineering, 133 (12) (2007), pp. 1710–1718
15. Field, E.H. *Probabilistic Seismic Hazard Analysis (PSHA): A Primer*. (available at http://www.relm.org/tutorial_materials)
16. Garcia, D.L. (2001). *A simple method for the design of optimal damper configurations in MDOF structures*. Earthquake Spectra, Vol. 17, No. 3, (August 2001). pp. 387-398
17. Gavin, H.P. (2010). *Numerical Integration in Structural Dynamics*. Duke University, (Spring 2010)
18. Gupta, I.D. (2002). *The state of the art in seismic hazard analysis*. ISET Journal of Earthquake Technology, Paper No. 428, Vol. 39, No. 4 (December 2002). pp. 311-346
19. Jayaram, N. and Lin, T. and Baker, J.W. (2011). *A Computationally Efficient Ground-Motion Selection Algorithm for Matching a Target Response Spectrum Mean and Variance*. Earthquake Spectra, Volume 27, No. 3. pp. 797–815
20. Katsanos, E. and Sextos, A. and Manolis, G. (2010). *Selection of earthquake ground motion records: A state-of-the-art review from a structural engineering perspective*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering / Volume 30, Issue 4 (April 2010). pp. 157–169

21. Krenk, S. and Heggberg, J. (2008). *Tuned mass absorbers on damped structures*. 7th European Conference on Structural Dynamics, Eurodyn, (7-9 July 2008), Southampton.
22. Lee, Ph.S. and McClure, G. (2007). *Elastoplastic large deformation analysis of a lattice steel tower structure and comparison with full-scale tests*. Journal of Constructional Steel Research 63 (2007)
23. Madugula, M.K.S. (2002). *Dynamic Response of Lattice Towers and Guyed Masts*. United States of America: American Society of Civil Engineers
24. Martínez, G.E.S. (2007). *A comparative study of a piping system subjected to earthquake loads using finite element modeling and analysis*. University of Puerto Rico, Mayagüez.
25. GD. Manolis (2002). *Stochastic soil dynamics* Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 22. (2002), pp. 3–15
26. NEHRP Consultants Joint Venture, (2011). *Selecting and Scaling Earthquake Ground Motions for Performing Response-History Analyses*. U.S. Department of Commerce, National Institute of Standards and Technology, Engineering Laboratory, Gaithersburg, Maryland.
27. Nitin, B. and Prabhat, K. and Pandey, A.D. (2012). *Influence of host structure characteristics on response of rooftop telecommunication towers*. International Journal of civil and structural engineering (2012), Vol. 2, No 3. pp. 728-739
28. Oliveira, M.I.R. and Silva, J.G.S. and Vellasco, P.C.G. and Andrade, S.A.L. and Lima, L.R.O. (2007). *Structural Analysis of Guyed Steel Telecommunication Towers for Radio Antennas*. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science & Engineering (2007), Vol. XXIX, No. 2. pp. 185-195
29. Ramirez, O.M. and Constantinou, M.C. and Whittaker, A.S. and Kircher, Ch.A. and Chrysostomou, Ch.Z. (2002). *Elastic and Inelastic Seismic Response of Buildings with Damping Systems*. Earthquake Spectra, Volume 18, No. 3, (August 2002). pp. 531–547
30. Saatcioglu, M. and Humar, J.L. (2003). *Dynamic analysis of buildings for earthquake-resistant design*. NRC Research Press Web site at <http://cjce.nrc.ca>, Vol 30
31. Takewaki, I. and Uetani, K. (1999). *Optimal damper placement for building structures including surface ground amplification*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering / Volume 18, Issue 5, (July 1999). pp. 363–371

32. AS Papageorgiou, K. Aki *A specific barrier model for the quantitative description of inhomogeneous faulting and the prediction of strong ground motion: Description of the model*. Bulletin Seismological Society of America, pp. 693–722
33. Vogt, D. C. (2012) *Dynamic Simulation of a Phased-Array Radar Considering Earthquake Loads*. 5th International Conference from Scientific Computing to Computational Engineering, (July 2012), pp. 170-177
34. Webster, A.C. and Vaicaitis, R. (1992). *Application of Tuned Mass Dampers To Control Vibrations of Composite Floor Systems*. Engineering Journal / American Institute of Steel Construction, 3d Quarter/1992
35. Αθανασιάδου, Χρ. και Κάππος, Αν. και Καρακώστας, Χρ. και Λεκίδης, Β. και Θεοδουλίδης, Ν. και Μάργαρης, Β. και Κλήμης, Ν. (2008). *Αξιολόγηση των φασμάτων σχεδιασμού του ΕΑΚ και του EC8 με βάση τα αποτελέσματα ελληνικών σεισμών*. 3ο Πανελλήνιο Συνέδριο Αντισεισμικής Μηχανικής και Τεχνικής Σεισμολογίας, (5-7 Νοεμβρίου 2008). Άρθρο 2057.
36. EN 1998-6q2005 Eurocode 8 (1998), *Design of structures for earthquake resistance – Part 6 : Towers, Masts and Chimneys*
37. Ελληνικός Αντισεισμικός Κώδικας (ΕΑΚ), (2000). *Greek Code for Seismic Resistant Structures*
38. Κανελλόπουλος Α. (2007). *Αντισεισμικός Σχεδιασμός και Ενίσχυση Κτιρίων από Οπλισμένο Σκυρόδεμα*. Cubus Hellas Ltd (2007) pp. 5