

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης

**Δυναμική μοντελοποίηση δεδομένων
επιβίωσης και συγκριτική ανάλυση μεταξύ
προκύπτοντων και σχετικών αιτιοκρατικών
μοντέλων**

Διατριβή που υπεβλήθη για τη μερική ικανοποίηση των απαιτήσεων για
την απόκτηση Διδακτορικού Διπλώματος

Υπό

Γεώργιο Ι. Ματαλλιωτάκη

Χανιά 2011

©Copyright υπό Γεώργιο Ι. Ματαλλιωτάκη

2011

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή.....	8
Περίληψη:	8
1.1 Κίνητρα	9
1.2 Ορισμός του προβλήματος.....	10
1.3 Μεθοδολογία επίλυσης του προβλήματος	12
1.4 Σκοποί της διατριβής	14
1.5 Συνεισφορά και περίληψη αποτελεσμάτων	15
1.6 Διάρθρωση της διατριβής	15
Κεφάλαιο 2: Επισκόπηση προηγούμενων μελετών.....	18
2.1 Τα αιτιοκρατικά μοντέλα των Benjamin Gompertz και Wallodi Weibull	19
2.2 Τα αναλογικά Hazard models και το μοντέλο του Cox.....	26
2.3 Το μοντέλο Lee-Carter.....	28
2.4 Σύγχρονες μελέτες θνησιμότητας	30
2.4 Στοχαστική μοντελοποίηση	31
Κεφάλαιο 3: Η Προτεινόμενη μέθοδος προσέγγισης δεδομένων.....	33
3.1 Η βασική έννοια της κατάστασης υγείας στο χρόνο t (health state)	34
3.2 Αποτελέσματα για τις διαδικασίες διασποράς	37
3.2.1 Η συνάρτηση πυκνότητας χρόνου	38
Κεφάλαιο 4: Το Προτεινόμενο Δυναμικό μοντέλο Quadratic Model	46
4.1 Εισαγωγή.....	46
4.2.1 Το προτεινόμενο μοντέλο Quadratic Model	47
4.2.2 Η εκτεταμένη τετραγωνική συνάρτηση υγείας.....	50
4.3 Τεχνικές στατιστικής εκτίμησης βασικών παραμέτρων	52
4.4 Η Μέθοδος ανάλυσης μη-γραμμικής παλινδρόμησης στα δεδομένα επιβίωσης στο πρόγραμμα στο Excel.....	54
Κεφάλαιο 5^ο: Καταγραφή και συγκριτική ανάλυση δεδομένων επιβίωσης Ευρωπαϊκών χωρών και χωρών εκτός Ευρώπης.....	57
5.1 Εισαγωγή.....	57
Βρεφική θνησιμότητα.....	57
Θνησιμότητα νεαρών ηλικιών	57
Θνησιμότητα ώριμων ενηλίκων	57
5.2 Καταγραφή και συγκριτική ανάλυση δεδομένων επιβίωσης Ευρωπαϊκών χωρών και χωρών εκτός Ευρώπης.....	59
I. Μεσογειακές Χώρες	60
5.2.1 ΕΛΛΑΔΑ	60
5.2.2 ΠΟΡΤΟΓΑΛΙΑ	64
5.2.3 ΙΣΠΑΝΙΑ	68
5.2.4 ΚΥΠΡΟΣ	74
II. Χώρες Ανατολικής Ευρώπης	78
5.2.5 ΡΩΣΙΑ.....	78
III. Χώρες Δυτικής Ευρώπης	83
5.2.6 ΓΑΛΛΙΑ	83
5.2.7 ΟΛΛΑΝΔΙΑ	88

Δημογραφικά Στοιχεία.....	88
IV. Χώρες Κεντρικής Ευρώπης & Σκανδιναβικές χώρες.....	93
5.2.8 NORΒΗΓΙΑ	93
5.2.9 ΣΟΥΗΔΙΑ.....	98
5.2.10 ΙΣΛΑΝΔΙΑ	103
5.2.11 ΔΑΝΙΑ	108
V. Χώρες εκτός Ευρώπης	111
5.2.12 ΚΑΝΑΔΑΣ	111
5.2.13 ΑΥΣΤΡΑΛΙΑ.....	114

Κεφάλαιο 6: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου ανάλυσης δεδομένων

“Quadratic Model” επιβίωσης στα δεδομένα Ευρωπαϊκών χωρών και χωρών

εκτός Ευρώπης	118
6.1 Εισαγωγή.....	118
6.2 Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model.....	119
I. Μεσογειακές χώρες	119
6.2.1 ΕΛΛΑΔΑ.....	119
Στοχαστική μοντελοποίηση, καμπύλες θνησιμότητας και επιβίωσης	123
ΣΚΑΝΔΙΝΑΒΙΚΕΣ Χώρες	132
Εφαρμογή του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών της Κεντρικής Ευρώπης.....	132
6.2.3 ΔΑΝΙΑ	133
Εφαρμογή του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Δανίας.....	133
Χώρες Κεντρικής Ευρώπης	145
6.2.4 ΓΕΡΜΑΝΙΑ	145
Εφαρμογή του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Γερμανίας	145
Χώρες Δυτικής Ευρώπης.....	155
Εφαρμογή του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών της Δυτικής Ευρώπης.....	155
6.2.5 ΟΛΛΑΝΔΙΑ	156
IV. Χώρες εκτός Ευρώπης.....	166
Εφαρμογή του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών εκτός Ευρώπης.....	166
6.2.6 ΗΠΑ.....	167
Εφαρμογή του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού των Ηνωμένων Πολιτειών	167
6.3 Πρόβλεψη θνησιμότητας με τη χρήση των αποτελεσμάτων του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model	177

Κεφάλαιο 7: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model

ανάλυσης δεδομένων επιβίωσης στα δεδομένα Ευρωπαϊκών χωρών και χωρών

εκτός Ευρώπης	188
I. Μεσογειακές χώρες	189
Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) μεσογειακών χωρών.....	189
7.1 ΕΛΛΑΔΑ.....	190
4.2 ΙΣΠΑΝΙΑ	211

III. Χώρες Κεντρικής Ευρώπης	227
Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών της Κεντρικής Ευρώπης	227
7.3 ΔΑΝΙΑ	228
7.4 ΓΕΡΜΑΝΙΑ	248
Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Γερμανίας	248
Χώρες Ανατολικής Ευρώπης	267
Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών της Ανατολικής Ευρώπης	267
7.5 ΡΩΣΙΑ	268
Χώρες Δυτικής Ευρώπης	285
Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών της Δυτικής Ευρώπης	285
4.6 ΟΛΛΑΝΔΙΑ	286
V. Χώρες εκτός Ευρώπης	306
Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών εκτός Ευρώπης	306
7.7 ΗΠΑ	306
Κεφάλαιο 8: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model-IM ανάλυσης δεδομένων επιβίωσης στα δεδομένα Ευρωπαϊκών χωρών και χωρών εκτός Ευρώπης	313
8.1 ΕΛΛΑΔΑ	314
8.2 ΔΑΝΙΑ	320
8.3 ΓΕΡΜΑΝΙΑ	329
8.4 ΗΠΑ	335
8.5 ΟΛΛΑΝΔΙΑ	341
Κεφάλαιο 9: Εφαρμογή του αιτιοκρατικού μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης	346
I. Μεσογειακές χώρες	347
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) Μεσογειακών χωρών	347
9.1 ΕΛΛΑΔΑ	347
9.2 ΙΣΠΑΝΙΑ	356
II. Σκανδιναβικές χώρες	361
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) Σκανδιναβικών χωρών	361
9.3 ΔΑΝΙΑ	361
III. Χώρες Ανατολικής Ευρώπης	367
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) Ανατολικών χωρών τη Ευρώπης	367
9.4 ΡΩΣΙΑ	367
IV. Χώρες Δυτικής Ευρώπης	372
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών της Δυτικής Ευρώπης	372
9.5 ΟΛΛΑΝΔΙΑ	373
V. Χώρες Κεντρικής Ευρώπης	378

Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών της Κεντρικής Ευρώπης.....	378
9.6 ΓΕΡΜΑΝΙΑ	378
VI. Χώρες Εκτός Ευρώπης	384
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών Εκτός Ευρώπης	384
9.7 ΗΠΑ.....	384
 Κεφάλαιο 10: Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων του προτεινόμενου δυναμικού μοντέλου Quadratic Model με το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model και το αιτιοκρατικό Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) Ευρωπαϊκών χωρών και χωρών εκτός Ευρώπης.....	
10.1 ΙΣΠΑΝΙΑ	390
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων Quadratic Model, First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ισπανίας.....	391
10.3 ΔΑΝΙΑ	398
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων Quadratic Model, First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Δανίας.....	398
10.7 ΗΠΑ.....	405
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων Quadratic Model, First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού των ΗΠΑ.....	405
 Κεφάλαιο 11: Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) Ευρωπαϊκών χωρών και χωρών εκτός Ευρώπης.....	
11.1 ΕΛΛΑΔΑ	411
11.4 ΡΩΣΙΑ	418
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ρωσίας.....	418
11.5 ΟΛΛΑΝΔΙΑ	423
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ολλανδίας	423
11.6 ΓΕΡΜΑΝΙΑ	428
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Γερμανίας	428
 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12: Συμπεράσματα-Μελλοντική Έρευνα.....	
12.1 Συμπεράσματα	433
7.2 Μελλοντικές ερευνητικές κατευθύνσεις.....	437
 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13: Βιβλιογραφία	
	438

Ευχαριστίες

Από τη θέση αυτή επιθυμώ να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα αναπληρωτή Καθηγητή του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης κ. Χρήστο Σκιαδά. Η συμβολή του ήταν πολύτιμη και καθοριστική στην σύλληψη του θέματος και στη μεθοδολογία προσέγγισης του προβλήματος. Αμέριστη ήταν η συμπαράσταση του, το ενδιαφέρον του και οι συμβουλές του όλα αυτά τα χρόνια. Ιδιαίτερη μνεία θέλω να κάνω στη συμπεριφορά του ως ανθρώπου, στην υπομονή του, στην αισιοδοξία του, στην αντικειμενικότητα του και στην επιστημονική καθοδήγηση που μου παρείχε.

Αισθάνομαι επίσης την ανάγκη να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στο συν-επιβλέποντα Καθηγητή του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης κ. Ζοπουνίδη Κωνσταντίνο, τόσο για την ενθάρρυνση και τις πολύτιμες συμβουλές που μου παρείχε, όσο και για την ακαδημαϊκή συνεργασία που αναπτύξαμε. Πιστεύω είναι από εκείνους τους δασκάλους που τόσο σπάνια συναντά κανείς στη ζωή, οι οποίοι χαράζουν για πάντα την πορεία του. Είμαι περήφανος και ευγνώμων που συνεργάζομαι μαζί του.

Επίσης ευχαριστώ τον Επίκουρο Καθηγητή του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης κ. Γρηγορούδη Ευάγγελο, για τις εύστοχες συμβουλές του σε θέματα μοντελοποίησης και ανάλυσης δεδομένων.

Ιδιαίτερα, ήθελα να ευχαριστήσω τα λοιπά μέλη της επταμελούς επιτροπής για τον πολύτιμο χρόνο που διέθεσαν και τα εποικοδομητικά τους σχόλια, τις παρατηρήσεις και τις υποδείξεις τους:

κ. Μουστάκη Βασίλειο, Καθηγητή του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης

κ. Δούμπο Μιχαήλ, Επίκουρο Καθηγητή του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης,

κ. Πασιούρα Φώτη Επίκουρο Καθηγητή του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης

κ. Συριόπουλο, Καθηγητή του Πανεπιστημίου Πατρών.

Ξεχωριστές ευχαριστίες θα ήθελα να εκφράσω προς όλους εκείνους τους επώνυμους και ανώνυμους που ίδρυσαν, ανέπτυξαν και αναπτύσσουν το Πολυτεχνείο Κρήτης. Η σημαντική υποδομή, η σύγχρονη τεχνολογία, η άριστα ενημερωμένη βιβλιοθήκη και άλλες δυνατότητες που διαθέτει, δίνουν τη δυνατότητα για μελέτη και βαθιά

εξειδίκευση σε πολλά θέματα. Ιδιαίτερα, ευχαριστώ το προσωπικό της γραμματείας και του τμήματος σπουδών του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης.

Ιδιαίτερη μνεία θέλω να κάνω στην κατανόηση που έδειξαν οι γονείς μου και όλοι οι λοιποί συγγενείς, οι οποίοι στερήθηκαν πολλές φορές την παρουσία μου σε οικογενειακές στιγμές. Τέλος ευχαριστώ ιδιαίτερα τους φίλους μου, που ακούραστα και με υπομονή ανέχθηκαν άπειρες φορές την απουσία μου από χαρούμενες φιλικές εκδηλώσεις.

Περίληψη:

Γίνεται αναλυτική παρουσίαση ενός στοχαστικού μοντέλου (Quadratic Model) και στη συνέχεια εκτιμάται η Συνάρτηση Κατάστασης Υγείας πληθυσμού. Εισάγονται και αναλύονται τα δεδομένα επιβίωσης Ευρωπαϊκών χωρών και χωρών εκτός Ευρώπης κατά τη διάρκεια των ετών. Αξίζει να σημειωθεί ότι το δείγμα για την ανάλυση της θνησιμότητας περιλαμβάνει περίπου 30 χώρες. Αρχικά γίνεται παράθεση ορισμένων δημογραφικών στοιχείων κάθε χώρας ξεχωριστά, ενώ ταυτόχρονα μελετούνται τα διαφορετικά χαρακτηριστικά που παρουσιάζει η θνησιμότητα ανάμεσα στα δύο φύλα.. Ιδιαίτερα αναλύονται τα τοπικά μέγιστα και τα ελάχιστα της ηλικιακής κατανομής της θνησιμότητας και απεικονίζονται σε γραφικές παραστάσεις. Εξάγονται σημαντικά συμπεράσματα για τα διαφορετικά χαρακτηριστικά που παρουσιάζει η θνησιμότητα των δυο φύλων ανάμεσα στον ανδρικό και το γυναικείο πληθυσμό, και δείκτες που αφορούν την αύξηση του μέσου όρου ζωής και την μεταβολή της βρεφικής θνησιμότητας.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν για κάθε χώρα συγκρίνονται και συσχετίζονται με τα δεδομένα που αφορούν ειδικές περιπτώσεις καταχώρησης γεννήσεων στα σχετικά αρχεία ή καταχώρησης πληθυσμών στα δημοτολόγια των χωρών μετά από πολέμους και σημαντικές μετακινήσεις πληθυσμών ή άλλων ιστορικών γεγονότων που έλαβαν χώρα εκείνη την περίοδο.

Έπειτα γίνεται μια εισαγωγή διάφορων επιστημονικών προσεγγίσεων στους τρόπους με τους οποίους τα δεδομένα επιβίωσης μπορούν να μοντελοποιηθούν.

Τέλος, μοντελοποιούμε τα δεδομένα επιβίωσης με διάφορα Δυναμικά μοντέλα που εισάγονται, υπολογίζονται οι παράμετροι των μοντέλων, πραγματοποιείται στοχαστική προσομοίωση και παρουσιάζονται στοχαστικές διαδρομές, ενώ παράλληλα πραγματοποιείται προσαρμογή των δεδομένων σε ένα άλλο αιτιοκρατικό μοντέλο, το μοντέλο Weibull.

Τα αποτελέσματα των τεσσάρων διαφορετικών τρόπων μοντελοποίησης απεικονίζονται γραφικά και συγκρίνονται. Η μελέτη δείχνει ότι όλα τα μοντέλα παρέχουν καλά αποτελέσματα, αλλά και το Quadratic Model παρέχει σημαντικά πλεονεκτήματα έναντι των υπολοίπων μοντέλων και καθίσταται επομένως πιο αξιόπιστο για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης.

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Κίνητρα

Η αναζήτηση αποδοτικών μεθόδων μοντελοποίησης και ανάλυσης δεδομένων επιβίωσης αποτελεί ένα συνεχές διαχρονικό ζήτημα. Η σημαντικότητα της ανάλυσης των δεδομένων επιβίωσης εντοπίζεται σε κάθε εποχή σε αρκετούς επιστημονικούς τομείς όπως στην ασφαλιστική και αναλογιστική επιστήμη, την επιστήμη της δημογραφίας, αλλά και γενικότερα στην επιστήμη των μαθηματικών. Τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί πολλοί διαφορετικοί τρόποι μοντελοποίησης δεδομένων με αρκετούς από αυτούς να αφορούν τα δεδομένα θνησιμότητας του ανθρώπινου πληθυσμού.

Οι πιο δημοφιλείς επιστημονικές προσεγγίσεις μοντελοποίησης δεδομένων επιβίωσης κατά το παρελθόν έγιναν από τους Benjamin Gompertz το 1825 και Waloddi Weibull το 1951, οι οποίοι έδωσαν ικανοποιητικές μεθόδους μοντελοποίησης δεδομένων της ανθρώπινης θνησιμότητας. Το μοντέλο που προτάθηκε από τον Benjamin Gompertz χρησιμοποιήθηκε πολύ από ασφαλιστικές εταιρίες για ασφάλειες ζωής. Ίδια χρήση είχε και το μοντέλο του Waloddi Weibull, ο οποίος μελέτησε την αποτυχία των τεχνικών συστημάτων λόγω χρήσης και φθοράς του χρόνου, η οποία υπονοεί ότι η θνησιμότητα είναι ανάλογη με την ηλικία.

Λόγω της βαθμιαίας μεταβολής της ανθρώπινης ζωής, της αλλαγής και ανόδου του βιοτικού επιπέδου του ανθρώπου και την ανάγκη των πληθυσμών για πρόνοια και ασφάλιση, καθώς και των επενδύσεων στον ασφαλιστικό κλάδο, η μοντελοποίηση, η ανάλυση, αλλά και η πρόβλεψη των δεδομένων επιβίωσης έχει ύψιστη σημασία. Βεβαίως το ζήτημα ορισμένων σημαντικών αποκλίσεων από την πραγματικότητα και ο κίνδυνος εξαγωγής λανθασμένων συμπερασμάτων για την ανθρώπινη θνησιμότητα θεωρούνται πολύ σημαντικά. Είναι απαραίτητη η εισαγωγή ενός μοντέλου το οποίο να έχει μικρές αποκλίσεις, να είναι αρκετά εύχρηστο και κατανοητό στους επιστήμονες σε σχέση με τα υπόλοιπα μοντέλα, ώστε να τους δίνει σημαντικό πλεονέκτημα, να μην παρουσιάζει ιδιαίτερη πολυπλοκότητα κατά την εφαρμογή του στα δεδομένα επιβίωσης και παράλληλα να μπορεί να προβλέψει σε συνδυασμό με άλλες επιστημονικές τεχνικές την εξέλιξη και τη μελλοντική μορφή των δεδομένων επιβίωσης.

Έχουν συνταχθεί αρκετές εργασίες στη μοντελοποίηση δεδομένων επιβίωσης κυρίως χρησιμοποιώντας ντετερμινιστικά μοντέλα. Τα αποτελέσματα των μεθόδων αυτών

δεν κατάφεραν να λύσουν σε ικανοποιητικό βαθμό το πρόβλημα της μοντελοποίησης της ανθρώπινης θνησιμότητας. Κύριος λόγος ήταν ιδιομορφίες της ανθρώπινης ζωής, η αβεβαιότητα η οποία έχει να κάνει με διάφορους παράγοντες, τόσο από το περιβάλλον αλλά και από τον εσωτερικό μηχανισμό και τις πληροφορίες που περιλαμβάνονται στο DNA και τα γονίδια του ανθρώπου. Αρκετοί επιστήμονες χρησιμοποιούν ντετερμινιστικά μοντέλα για να προσαρμόσουν και να αναλύσουν δεδομένα επιβίωσης. Τα τελευταία χρόνια αναπτύχθηκαν ευέλικτα στοχαστικά μοντέλα για τη μοντελοποίηση της ανθρώπινης θνησιμότητας στηριγμένα στη θεωρία της πρώτης χρονικής μετάβασης μιας στοχαστικής διαδικασίας (52). Στη διατριβή αυτή προτείνεται ένα στοχαστικό μοντέλο συνεχούς χρόνου που παρέχεται από μια στοχαστική διαφορική εξίσωση και ταυτόχρονα πραγματοποιείται μοντελοποίηση και μελέτη δεδομένων για αρκετούς πληθυσμούς του κόσμου.

1.2 Ορισμός του προβλήματος

Η ανάπτυξη ενός απλού στοχαστικού μοντέλου με σχετικά μικρό αριθμό παραμέτρων, το οποίο θα είναι εύχρηστο στην εφαρμογή του σε δεδομένα επιβίωσης, εξάγοντας σημαντικά συμπεράσματα και καλύπτοντας ικανοποιητικά το φάσμα της μοντελοποίησης της ανθρώπινης θνησιμότητας απασχολεί αρκετούς επιστήμονες. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω έχουν αναπτυχθεί διάφορα μοντέλα και μεθοδολογίες για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης, για τον υπολογισμό της μέσης διάρκειας ζωής και την πρόβλεψη της ανθρώπινης θνησιμότητας. Οι σημαντικότερες δυσκολίες στην μοντελοποίηση των ανθρώπινων δεδομένων επιβίωσης που αντιμετώπισαν οι επιστήμονες κατά το παρελθόν, αφορούν στις ιδιομορφίες της ανθρώπινης ζωής, στην εξέλιξη της ιστορίας του ανθρώπου, στα γεγονότα που έλαβαν χώρα και επηρέασαν τη θνησιμότητα ορισμένων πληθυσμών, αλλά και στην εξέλιξη και ανάπτυξη της τεχνολογίας και της επιστήμης της ιατρικής, που είχαν ως αποτέλεσμα την άνοδο του βιοτικού επιπέδου των λαών και την αύξηση του μέσου όρου ζωής των ανθρώπων. Η μορφή της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης ή αλλιώς η καμπύλη της ηλικιακής κατανομής των θανάτων, από τα παλαιά χρόνια έως σήμερα, είναι παρόμοια όπως ήταν αναμενόμενο, παρουσιάζοντας όμως αρκετές μεταβολές κυρίως λόγω της εξέλιξης της ιατρικής επιστήμης και της βελτίωσης του συστήματος πρόνοιας των πολιτών.

Οι επιστημονικές προσεγγίσεις μοντελοποίησης δεδομένων επιβίωσης κατά το παρελθόν, π.χ από τους Benjamin Gompertz και Waloddi Weibull, αντιμετώπισαν ως κύρια προβλήματα τη μοντελοποίηση της θνησιμότητας κατά τη βρεφική ηλικία, η οποία ήταν σε υψηλά επίπεδα εκείνη την εποχή, την κρίσιμη περίοδο της εφηβείας και λίγο μετά την ενηλικίωση κυρίως για τους ανδρικούς πληθυσμούς, τη γρήγορη αύξηση του ρυθμού των θανάτων από την ηλικία των 40 ετών περίπου και έπειτα, την προσέγγιση της ηλικίας με το μέγιστο αριθμό θανάτων και την κατανομή των δεδομένων μετά το μέγιστο σημείο της καμπύλης των θανάτων έως την ηλικία των 100 ετών και πάνω. Συνήθως είναι πιο εύκολο να μοντελοποιηθούν τα δεδομένα επιβίωσης για κάποιες ηλικιακές κατηγορίες παρά για όλο το ηλικιακό εύρος τους. Οι λόγοι είναι κυρίως ότι απαιτούνται μοντέλα με λιγότερες παραμέτρους τα οποία όμως παρουσιάζουν σημαντικά σφάλματα αφού στην ουσία δεν καλύπτουν όλο το ηλικιακό εύρος των δεδομένων και περιλαμβάνουν στη μοντελοποίηση ηλικίες κατά τις οποίες η ανθρώπινη θνησιμότητα εξελίσσεται ομαλά χωρίς ιδιαίτερες ανομοιομορφίες. Για παράδειγμα σε αρκετά μοντέλα αγνοείται η βρεφική θνησιμότητα, οι θάνατοι στην εφηβική ηλικία και δεν προσεγγίζεται σωστά η μέση διάρκεια ζωής του πληθυσμού, δίνοντας επισφαλή συμπεράσματα. Η αποτελεσματικότητα της μοντελοποίησης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την μορφή των δεδομένων και το προς εξέταση έτος.

Για το λόγο αυτό η μοντελοποίηση των δεδομένων επιβίωσης σε ολόκληρο το ηλικιακό εύρος της ανθρώπινης ζωής, η μοντελοποίηση της βρεφικής θνησιμότητας, που αποτέλεσε κύριο πρόβλημα μοντελοποίησης στα περισσότερα μοντέλα, ο υπολογισμός του σημείου (ηλικίας) με τον μέγιστο αριθμό θανάτων για κάποιο έτος, η γραφική και εννοιολογική αποτύπωση των καμπύλων θνησιμότητας και επιβίωσης ενός πληθυσμού, η πρόβλεψη της θνησιμότητας, αλλά κυρίως η απλότητα του μοντέλου και η ευκολία στη χρήση του από τους επιστήμονες, είναι τα πλέον χρήσιμα για την ασφαλιστική και αναλογιστική επιστήμη. Η παρούσα διατριβή πραγματεύεται μια μέθοδο (μοντέλο) η οποία είναι βασισμένη στο γεγονός ότι η ανθρώπινη ζωή έχει μια φυσική χρονική εξέλιξη και αυτό που είναι δυνατόν να παρατηρηθεί οποιαδήποτε στιγμή είναι εάν το εξεταζόμενο άτομο είναι νεκρό ή ζωντανό. Με το μοντέλο αυτό Quadratic Model, αντιμετωπίζονται καλύτερα τα προβλήματα μοντελοποίησης των δεδομένων επιβίωσης, μοντελοποιείται ικανοποιητικά η βρεφική θνησιμότητα, υπολογίζεται με μεγαλύτερη ακρίβεια η ηλικία με τους περισσότερους θανάτους,

προβλέπεται η θνησιμότητα και παρουσιάζονται μικρότερα σφάλματα κατά την προσαρμογή των δεδομένων σε ολόκληρο σχεδόν το εύρος της καμπύλης της ηλικιακής κατανομής των θανάτων.

1.3 Μεθοδολογία επίλυσης του προβλήματος

Τα τελευταία χρόνια η χρήση στοχαστικών διαδικασιών εκτείνεται όλο και περισσότερο σε μεθοδολογίες μοντελοποίησης δεδομένων επιχειρήσεων, στον τομέα των οικονομικών, αλλά και στην ανάλυση δεδομένων επιβίωσης. Τα στοχαστικά μοντέλα έχουν τη δυνατότητα να μοντελοποιούν δεδομένα που συνδέονται άμεσα με την αβεβαιότητα η οποία έχει να κάνει με διάφορους παράγοντες, τόσο από το περιβάλλον όσο και από την ίδια φύση τους. Όπως για παράδειγμα τις επιχειρήσεις (Christos Skiadas, Constantin Zopounidis, George Matalliotakis, A probabilistic modeling approach to the analysis of business mortality, 45th Meeting of The Euro Working Group on Financial Modelling, 2009), προϊόντα, αυτοκίνητα και ζωντανοί οργανισμοί. Τα στοχαστικά μοντέλα λόγω της ικανότητας τους να προσαρμόζονται επιτυχώς στις διάφορες μεταβολές και ιδιομορφίες που πιθανόν να παρουσιάζονται στα δεδομένα, παίζουν ένα σημαντικό ρόλο στη μοντελοποίηση και ανάλυση της ανθρώπινης υγείας.

Η μοντελοποίηση γίνεται χρησιμοποιώντας μια μεθοδολογία στοχαστικών διαδικασιών, η οποία μοντελοποιεί την ανθρώπινη υγεία λαμβάνοντας υπόψη ότι η κατάσταση της ανθρώπινης υγείας είναι ένας όρος γενικώς αποδεκτός ως σημαντικός παράγοντας της ανθρώπινης ζωής και συνδέεται, έστω και αν δεν επαληθεύεται ποσοτικά με το προσδόκιμο ζωής.

Η ανθρώπινη υγεία μπορεί να θεωρηθεί ως μια στοχαστική μεταβλητή που συνδέεται άμεσα με την αβεβαιότητα η οποία έχει να κάνει με διάφορους παράγοντες, τόσο από το περιβάλλον αλλά και από τον εσωτερικό μηχανισμό και τις πληροφορίες που περιλαμβάνονται στο DNA και τα γονίδια του ανθρώπου. Η πιθανότητα ξαφνικών αλλαγών στην κατάσταση της υγείας του ανθρώπου λόγω ασθενειών ή ατυχημάτων είναι αρκετά μεγάλη, ενισχύοντας την άποψη ότι η κατάσταση της υγείας του ανθρώπου θα μπορούσε να θεωρηθεί ως μία στοχαστική μεταβλητή.

Είναι γνωστό ότι τα ανθρώπινα χαρακτηριστικά ποικίλουν γύρω από μια μέση τιμή, και οι αποκλίσεις φαίνεται να είναι η φυσική συνέπεια του πιθανολογικού-στοχαστικού χαρακτήρα της διαδικασίας αυτής. Επιπλέον, ο πιθανολογικός ή

καλύτερα ο στοχαστικός χαρακτήρας της κατάστασης της ανθρώπινης υγείας είναι γενικά αποδεκτός και μετριέται τουλάχιστον ποιοτικά.

Το προτεινόμενο στοχαστικό μοντέλο Quadratic Model, το οποίο αναπτύσσεται με βάση την έννοια της κατάστασης ανθρώπινης υγείας, εφαρμόζεται στα δεδομένα επιβίωσης ανθρώπινων πληθυσμών αποδίδοντας ικανοποιητικά αποτελέσματα και σημαντικά συμπεράσματα για τη θνησιμότητα, τόσο σε ζητήματα που αφορούν το παρελθόν όσο και σε μελλοντικά ζητήματα.

Η μέθοδος που προτείνεται στη διατριβή αυτή είναι βασισμένη στο γεγονός ότι η ανθρώπινη ζωή έχει μια φυσική χρονική εξέλιξη και αυτό που είναι δυνατόν να παρατηρηθεί οποιαδήποτε στιγμή είναι εάν το εξεταζόμενο άτομο είναι νεκρό ή ζωντανό. Η έννοια της κατάστασης υγείας τη χρονική στιγμή t , είναι μια τυχαία μεταβλητή $S(t)$, που αντιπροσωπεύει την υγεία του ατόμου τη χρονική στιγμή t , έτσι ώστε εάν αυτή έχει μια πάρα πολύ χαμηλή τιμή, εμφανίζεται το γεγονός θάνατος.

Το προτεινόμενο μοντέλο Quadratic Model είναι ένα στοχαστικό μοντέλο συνεχούς χρόνου και παρέχεται από μια στοχαστική διαφορική εξίσωση. Η $S(t)$ ως μια στοχαστική μεταβλητή που εκφράζει την κατάσταση της υγείας ενός ατόμου υπεισέρχεται στην στοχαστική διαφορική εξίσωση. Επίσης εισάγονται η $\mu(t)$ μια συνάρτηση χρόνου που εκφράζει την απειροστή μεταβολή της κατάστασης της ανθρώπινης υγείας, η απειροστή διαφορά της ανθρώπινης υγείας που υποτίθεται ότι είναι σταθερή στο προτεινόμενο μοντέλο και η $W(t)$ η μεταβλητή της διαδικασίας Wiener.

Το Quadratic Model εφαρμόζεται στα δεδομένα επιβίωσης πραγματοποιώντας μη γραμμική παλινδρόμηση με πρόγραμμα στο Excel. Με την εφαρμογή αυτή αντιμετωπίζονται καλύτερα τα προβλήματα μοντελοποίησης των δεδομένων επιβίωσης, μοντελοποιείται ικανοποιητικά η βρεφική θνησιμότητα, υπολογίζεται με μεγαλύτερη ακρίβεια η ηλικία με τους περισσότερους θανάτους και παρουσιάζονται μικρότερα σφάλματα κατά την προσαρμογή των δεδομένων σε ολόκληρο σχεδόν το εύρος της καμπύλης της ηλικιακής κατανομής των θανάτων.

1.4 Σκοποί της διατριβής

Η μεγάλη βάση δεδομένων επιβίωσης του ανθρώπινου παγκόσμιου πληθυσμού που περιλαμβάνει δεδομένα επιβίωσης αρκετών ετών κατά το παρελθόν, καθιστά εφικτή τη μοντελοποίηση τους και την πρόβλεψη της ανθρώπινης θνησιμότητας. Η παρούσα διατριβή εστιάζεται στην ανάπτυξη ενός στοχαστικού μοντέλου ανάλυσης δεδομένων επιβίωσης το Quadratic Model. Σκοπός είναι εισαγωγή του Quadratic Model και η εφαρμογή του σε αρκετούς ανθρώπινους πληθυσμούς της Ευρώπης αλλά και εκτός αυτής. Γίνεται μοντελοποίηση θνησιμότητας και ανάλυση των αποτελεσμάτων.

Η διατριβή επεκτείνεται και στην πρόβλεψη της θνησιμότητας με τη βοήθεια του Quadratic Model, καθώς αποδεικνύεται ότι η χρήση δεδομένων επιβίωσης προηγούμενων ετών μπορεί να συμβάλλει σημαντικά στην πρόβλεψη της θνησιμότητας. Ο τρόπος προσαρμογής των δεδομένων στο μοντέλο επιβίωσης είναι απλός και δεν χρειάζεται λογαρίθμιση των δεδομένων, έτσι είναι εύκολο, γρήγορο στην εφαρμογή του και αποτελεσματικό για τους ενδιαφερόμενους.

Επιπρόσθετοι σκοποί της διατριβής είναι η ανάλυση της ηλικιακής κατανομής της θνησιμότητας κατά την πάροδο των ετών αρκετών Ευρωπαϊκών χωρών και χωρών εκτός Ευρώπης και η μοντελοποίηση των δεδομένων επιβίωσης με την εφαρμογή τριών άλλων μοντέλων, δύο στοχαστικών και ενός αιτιοκρατικού, ώστε να παρουσιαστεί μια ευρεία μελέτη γύρω από τη ανθρώπινη θνησιμότητα.

Επίσης, στην παρούσα έρευνα πραγματοποιείται σύγκριση των αποτελεσμάτων των στοχαστικών μοντέλων και αιτιοκρατικού, η οποία καταδεικνύει την καλύτερη εφαρμογή των στοχαστικών μοντέλων και την πιο αξιόπιστη ανάλυση που δίνουν σε σχέση με το αιτιοκρατικό μοντέλο Weibull Model.

1.5 Συνεισφορά και περίληψη αποτελεσμάτων

Συνεισφορά:

1. Το προτεινόμενο στοχαστικό μοντέλο εφαρμόζεται για πρώτη φορά σε δεδομένα επιβίωσης και αξιολογείται με την εφαρμογή του στη μοντελοποίηση και ανάλυση της θνησιμότητας.
2. Το Quadratic Model διαθέτει λιγότερες παραμέτρους σε σχέση με τα υπόλοιπα στοχαστικά μοντέλα που αναφέρονται στη διατριβή και δεν απαιτείται λογαρίθμιση των δεδομένων κατά την προσαρμογή τους.
3. Δυνατότητα άμεσης επανάληψης της εφαρμογής του μοντέλου για μοντελοποίηση άλλων δεδομένων.
4. Η συλλογή των δεδομένων, η επεξεργασία τους και η προσαρμογή τους στο Quadratic Model απαιτεί λίγο χρόνο, ώστε το μοντέλο να ολοκληρώσει την εφαρμογή του. Το θετικό αυτό στοιχείο δίνει τη δυνατότητα στους επιστήμονες να εφαρμόσουν το Quadratic Model και σε άλλου είδους δεδομένα τα οποία η κατανομή τους μεταβάλλεται με παρόμοιο τρόπο με αυτόν της ανθρώπινης υγείας, δηλαδή σε έννοιες που παρουσιάζουν αβεβαιότητα η οποία εξαρτάται από το περιβάλλον και άλλα στοιχεία του εσωτερικού μηχανισμού τους, όπως για παράδειγμα η ζωή των αυτοκινήτων, η αστοχία συστημάτων, η αστοχία υλικών, προϊόντα κλπ.
5. Η ευκολία προσαρμογής του Quadratic Model για να προβλέψει τη θνησιμότητα και γενικότερα για να πραγματοποιήσει προβλέψεις που αφορούν τα δεδομένα προσαρμογής.

1.6 Διάρθρωση της διατριβής

Η παρούσα εργασία χωρίζεται σε δεκατρία κεφάλαια.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή διάφορων επιστημονικών προσεγγίσεων στους τρόπους με τους οποίους τα δεδομένα επιβίωσης μπορούν να μοντελοποιηθούν. Ακολουθεί αναφορά ορισμένων ερευνών που έχουν γίνει μέχρι σήμερα και αφορούν στη στοχαστική μοντελοποίηση.

Στο τρίτο αναπτύσσεται ένα δυναμικό μοντέλο ανάλυσης δεδομένων επιβίωσης που βασίζεται στη στοχαστική θεωρία και ιδιαίτερα στη θεωρία της πρώτης μετάβασης και στη συνέχεια εκτιμάται η Συνάρτηση Κατάστασης Υγείας πληθυσμού.

Στο τέταρτο κεφάλαιο αναπτύσσεται και παρουσιάζεται το προτεινόμενο μοντέλο Quadratic Model. Υπολογίζονται οι σχετικές παράμετροι, τα γενικά αποτελέσματα για τις διαδικασίες διασποράς, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, μια τετραγωνική συνάρτηση κατάστασης υγείας και οι τεχνικές στατιστικής εκτίμησης βασικών παραμέτρων υπάρχουν στο κεφάλαιο αυτό. Αναπτύσσεται η μέθοδος της μη γραμμικής παλινδρόμησης σε πρόγραμμα στο EXCEL με την οποία γίνεται προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα ανάλυσης δεδομένων επιβίωσης και αναλύονται οι παράγωγες συναρτήσεις της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρατίθενται από προηγούμενες μελέτες ορισμένες παρατηρήσεις που αφορούν στα χαρακτηριστικά της ανθρώπινης θνησιμότητας (Νεογνική, βρεφική και παιδική θνησιμότητα, Θνησιμότητα ώριμων ενηλίκων και Θνησιμότητα νεαρών ηλικιών). Αναφέρονται οι σημαντικότεροι λόγοι διαχωρισμού του πληθυσμού των χωρών ανάμεσα στα δύο φύλλα όσον αφορά τη μελέτη θνησιμότητας. Γίνεται αναφορά δημογραφικών στοιχείων κάθε χώρας ξεχωριστά, γραφική απεικόνιση και μελέτη των χαρακτηριστικών που παρουσιάζει η θνησιμότητα των πληθυσμών των δύο φύλων. Αναλύονται τα τοπικά μέγιστα και ελάχιστα και απεικονίζονται σε γραφικές παραστάσεις. Εξάγονται σημαντικά συμπεράσματα για τη θνησιμότητα ανάμεσα στον ανδρικό και το γυναικείο πληθυσμό, και δείκτες που αφορούν την αύξηση του μέσου όρου ζωής και την μεταβολή της βρεφικής θνησιμότητας.

Στο έκτο κεφάλαιο μοντελοποιούμε τα δεδομένα επιβίωσης με το δυναμικό μοντέλο Quadratic Model, υπολογίζονται οι παράμετροι του μοντέλου, το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους. Αναλύεται εκτενώς η

προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο για τους πληθυσμούς των δύο φύλων ξεχωριστά κατά τη διάρκεια των ετών. Διαμορφώνεται η καμπύλη θνησιμότητας και επιβίωσης, πραγματοποιείται στοχαστική προσομοίωση και παρουσιάζονται οι στοχαστικές διαδρομές. Στο ίδιο κεφάλαιο παρουσιάζεται η μέθοδος πρόβλεψης της θνησιμότητας σε συνεργασία με τα αποτελέσματα του Quadratic Model, όπου προβλέπεται η μελλοντική ηλικιακή κατανομή των θανάτων βάσει των αποτελεσμάτων του Quadratic Model και υπολογίζονται οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου.

Στο έβδομο κεφάλαιο παρουσιάζεται η μοντελοποίηση των δεδομένων επιβίωσης με το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model, υπολογίζονται οι παράμετροι του μοντέλου και το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους. Διαμορφώνεται η καμπύλη θνησιμότητας και επιβίωσης, πραγματοποιείται στοχαστική προσομοίωση και παρουσιάζονται οι στοχαστικές διαδρομές.

Στο όγδοο κεφάλαιο παρουσιάζεται η μοντελοποίηση των δεδομένων επιβίωσης με το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model-IM, υπολογίζονται οι παράμετροι του μοντέλου, το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους. Απεικονίζεται γραφικά η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο δίνοντας έμφαση στη βρεφική θνησιμότητα. Τέλος διαμορφώνεται η καμπύλη θνησιμότητας και επιβίωσης.

Στο ένατο κεφάλαιο παρουσιάζεται η μοντελοποίηση των δεδομένων επιβίωσης με το μοντέλο Weibull Model, υπολογίζονται οι παράμετροι του μοντέλου και το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους. Αναλύεται εκτενώς η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο για τους πληθυσμούς των δύο φύλων ξεχωριστά κατά τη διάρκεια των ετών.

Στο δέκατο κεφάλαιο παρουσιάζεται η συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων του μοντέλου Quadratic Model και των υπολοίπων μοντέλων. Παρατίθεται πίνακας με τα SSE, SE, R^2 των μοντέλων κατά τη διάρκεια των εξεταζόμενων ετών και απεικονίζονται γραφικά και συγκρίνονται τα SSE των μοντέλων. Τέλος απεικονίζεται γραφικά και αναλύεται η προσαρμογή των δεδομένων στα μοντέλα.

Στο ενδέκατο κεφάλαιο πραγματοποιείται συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model.

Στο δωδέκατο τρίτο κεφάλαιο συγκεντρώνονται τα γενικά συμπεράσματα από τη μοντελοποίηση των δεδομένων επιβίωσης με τα μοντέλα ανάλυσης δεδομένων

επιβίωσης, γίνεται αναφορά στις καμπύλες θνησιμότητας των πληθυσμών των χωρών
όπως αυτές μεταβάλλονται με το χρόνο και παρατίθενται σημαντικά στοιχεία που
έχουν ενδιαφέρον στην ασφαλιστική επιστήμη.

Τέλος, παρουσιάζονται βιβλιογραφικές αναφορές και ακολουθούν τα παραρτήματα.

Κεφάλαιο 2: Επισκόπηση προηγούμενων μελετών

2.1 Τα αιτιοκρατικά μοντέλα των Benjamin Gompertz και Wallodi Weibull

Η κλασσική προσέγγιση στα δεδομένα προσαρμογής και ιδιαίτερα στα δεδομένα επιβίωσης έγκειται στην εφαρμογή μιας θεωρητικής συνάρτησης κατανομής ή συνάρτησης πυκνότητας (22) ή ρυθμού θνησιμότητας σε ένα σύνολο παρατηρήσεων, παραδείγματος χάριν με μια κατανομή Makeham (65,66,67) ή μια κατανομή Gompertz. Η μέθοδος αυτή καλείται στατική. Ο Benjamin Gompertz (42) παρατήρησε ότι η μοντελοποίηση της ανθρώπινης θνησιμότητας δεν ήταν μια απλή ντετερμινιστική αναζήτηση για ένα μοντέλο που μεταβάλλεται με το χρόνο.

“Ακολουθεί ένα κείμενο στην Αγγλική γλώσσα που δεν κρίνεται σκόπιμο να αποδοθεί στα Ελληνικά διότι ανήκει στη φιλοσοφία και στην έκφραση της Αγγλικής γλώσσας παλαιών ετών ”

*Benjamin Gompertz in his famous treatise on the law expressing the human mortality make some very crucial assumptions regarding the inevitable end of the human life. According to his words: ‘It is possible that death may be the consequence of two generally co-existing causes; the one, **chance**, without previous disposition to death or deterioration; the other, **deterioration**, or an increased inability to withstand destruction. If, for instance, there be a number of diseases to which the young and old were equally liable, and likewise which should be equally destructive whether the patient be young or old, it is evident that the deaths among the young and old by such diseases would be exactly in proportion of the number of young to the old; provided those numbers were sufficiently great for chance to have its play; and the intensity of mortality might then be said to be constant; and were there no other diseases but such as those, life of all ages would be of equal value, and the number of living and dying from a certain number living at a given earlier age, would decrease in geometrical progression, as the age increased by equal intervals of time; but if mankind be continually gaining seeds of indisposition, or in other words, an increased liability to death (which appears not to be an unlikely supposition with respect to a great part of life, though the contrary appears to take place at*

certain periods) it would follow that the number of living out of a given number of persons at a given age, at equal successive increments of age, would decrease in a greater ratio than the geometrical progression, and then the chances against the knowledge of any one having arrived to certain defined terms of old age might increase in a much faster progression, notwithstanding there might still be no limit to the age of man. ... ''

Ο Gompertz δήλωσε παραπάνω την πιθανότητα για επιδείνωση ή μια αυξανόμενη ανικανότητα να αντισταθεί στην καταστροφή και την αιτιοκρατία, που στην πιο πρόσφατη σημείωση είναι οι δύο βάσεις της δόμησης ενός μοντέλου σχετικά με τη διατύπωση μιας συνάρτησης που εκφράζει το νόμο της ανθρώπινης θνησιμότητας.

Μετά από την ανωτέρω πιθανότητα και την αιτιοκρατία μοντελοποιείται αμέσως από μια γενική στοχαστική διαφορική εξίσωση ενός συστήματος αύξησης της μορφής:

$$dx(t) = \mu(x, t)dt + \sigma(x, t)dw(t) \quad (2.1)$$

όπου η συνάρτηση αύξησης $x = x(t)$, χωρίς απώλεια γενικότητας, μπορεί να θεωρηθεί ότι ορίζεται μεταξύ $0 \leq x(t) \leq 1$ και $\mu(x, t)$ και $\sigma(x, t)$ είναι συναρτήσεις που καθορίζονται και $W(t)$ είναι η μεταβλητή της διαδικασίας Wiener.

Εντούτοις, η πιθανότητα που μοντελοποιήθηκε με μια στοχαστική διαδικασία δεν ήταν δυνατό να εκφραστεί στην αναλυτική μαθηματική σημείωση στις ημέρες του Gompertz. Άντ' αυτού η ντετερμινιστική περίπτωση διαμορφώθηκε εύκολα από τη μορφή της διαφορικής εξίσωσης:

$$dx(t) = \mu(x, t)dt \quad (2.2)$$

εκτιμώντας ότι η ακόλουθη απλούστερη ντετερμινιστική έκφραση είναι επίσης χρήσιμη σε διάφορες εφαρμογές

$$dx(t) = \mu(x)dt \quad (2.3)$$

Η πιο πρόσφατη εξίσωση υπονοεί ότι το ποσοστό αύξησης

$$\dot{x} = dx / dt \quad (2.4)$$

είναι μια συνάρτηση του μεγέθους x του συστήματος.

Ο Benjamin Gompertz παρατήρησε ότι η μοντελοποίηση της ανθρώπινης θνησιμότητας δεν ήταν μια απλή ντετερμινιστική αναζήτηση για ένα μοντέλο που μεταβάλλεται με το χρόνο. Απέδειξε ότι ο λογάριθμος των δεδομένων που συλλέχθηκαν στους πίνακες επιβίωσης ήταν η βάση για τη δομή του μοντέλου. Η βάση του ήταν το "σχετικό ποσοστό αύξησης" το οποίο είναι το κλάσμα:

$$\dot{x} / x = d \ln x / dt = (\ln x)' = \dot{y} \quad (2.5)$$

Σύμφωνα με τις αρχικές ιδέες του Gompertz, ο νόμος του στη σύγχρονη σημείωση μπορεί να βασιστεί στο σχετικό μέγεθος y που από το σύστημα ορίζεται ως εξής:

$$y = \int \frac{dx}{x} = \ln x \quad (2.6)$$

και προσεγγίζεται από το ακόλουθο:

$$y \approx \sum \frac{\Delta x}{x} \quad (2.7)$$

Δηλαδή το σχετικό μέγεθος y είναι ένα μέτρο όλων των σχετικών μεταβολών του συστήματος από τον αρχικό σχηματισμό μέχρι την πρόσφατη κατάσταση. Σε αυτήν την περίπτωση το τυποποιημένο μέτρο της αύξησης είναι το μέγεθος του συστήματος, το οποίο θεωρείται ως η μετρική κλίμακα του συστήματος.

Αυτή η υπόθεση οδηγεί σε μια κατάλληλη πρότυπη διατύπωση ειδικά όταν συγκρίνονται συστήματα με απολύτως διαφορετικές κλίμακες μέτρου. Η απλούστερη υπόθεση ενός σταθερού σχετικού ποσοστού αύξησης παράγει το εκθετικό μοντέλο αύξησης:

$$\dot{x} / x = b \quad \text{ή} \quad \dot{x} = bx .$$

Όπως είναι λογικό αναμένεται ότι ένα σύστημα έχει τα όρια στην αύξηση, ρεαλιστικότερο είναι να υποθέσει κάποιος ότι μειωμένο σχετικό ποσοστό αύξησης, οδηγεί άμεσα στην απλή διαφορική εξίσωση:

$$\dot{y} = -by \tag{2.8}$$

Αυτός είναι ένας νόμος προτεινόμενος από τον Benjamin Gompertz το 1825. Ο Gompertz στη διάσημη δημοσίευση του “Στη φύση της συνάρτησης έκφρασης του νόμου της ανθρώπινης θνησιμότητας, και σε έναν νέο τρόπο καθορισμού της τιμής των απρόβλεπτων καταστάσεων της ζωής”:

“Στρέφω τώρα την προσοχή του αναγνώστη σε έναν νόμο που παρατηρείται στους πίνακες θνησιμότητας, για τα ίσα διαστήματα των μεγάλων περιόδων και υιοθετώντας τη σημείωση του προηγούμενου εγγράφου μου, θεωρώντας L_x να εκφράζει τον αριθμό διαβίωσης στην ηλικία x , και χρησιμοποιώντας το λ για το χαρακτηριστικό του κοινού λογαρίθμου δηλαδή..., εάν οι διαφορές των λογαρίθμων της διαβίωσης στις ηλικίες $n, n + m, n + 2m, n + 3m + ,$ και τα λοιπά να είναι σταθερές, κατόπιν όταν οι αριθμοί διαβίωσης που αντιστοιχούν σε αυτές τις ηλικίες διαμορφώνουν μια γεωμετρική πρόοδο αυτή που θα είναι η θεμελιώδης αρχή των λογαρίθμων. Αυτός ο νόμος της γεωμετρικής προόδου εισχωρεί, σε έναν κατά προσέγγιση βαθμό, στις μεγάλες αναλογίες των διαφορετικών πινάκων της θνησιμότητας. ”

Η τελευταία διαφορική εξίσωση (2.8) μπορεί να γραφτεί όπως

$$(\ln y)' = -b \quad (2.9)$$

ή

$$(\ln x)' = -b \ln x \quad (2.10)$$

και τελικά το προτεινόμενο μοντέλο από Benjamin Gompertz (1825) έχει ως αποτέλεσμα:

$$\dot{x} = -bx \ln x \quad (2.11)$$

Η ολοκλήρωση της (2.10) δίνει τη *συνάρτηση Gompertz*:

$$x = e^{\ln(x_0)e^{-bt}} \quad (2.12)$$

Μια επέκταση του λογαρίθμου σε μια σειρά δίνει την προσέγγιση $\ln x \approx -1 + x$ που εφαρμόζεται στην τελευταία εξίσωση παράγει το λογιστικό μοντέλο $\dot{x} = bx(1 - x)$. Αυτό το μοντέλο προτάθηκε από τον P. F. Verhulst το 1837 για να εκφράσει έναν νόμο της αύξησης πληθυσμών.

Εντούτοις, το μοντέλο Gompertz είναι ένα μοντέλο που έχει ένα μέγιστο στο $\frac{1}{e} \approx 38,83\%$ της διαδικασίας. Αυτό το αποτέλεσμα είναι σαφώς μη ρεαλιστικό, τουλάχιστον όταν εξετάζονται τα δεδομένα των πρόσφατων πινάκων δεδομένων επιβίωσης.

Αντί αυτού είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί ότι μια συνάρτηση που εκφράζει μια διαδικασία αποσύνθεσης, όπως είναι η κατανομή Weibull, προκύπτει αμέσως από το ανωτέρω μοντέλο Gompertz με το να υποθέσει ότι $x = 1 - x$.

Η προκύπτουσα διαφορική εξίσωση είναι η παρακάτω:

$$[\ln(1-x)]' = -b \ln(1-x) \quad (2.13)$$

Το μέγιστο ποσοστό αύξησης επιτυγχάνεται στο $1 - 1/e \approx 62.3\%$ της διαδικασίας.

Η εξίσωση Weibull έχει το ακόλουθο αποτέλεσμα από την ολοκλήρωση:

$$x = 1 - e^{\ln(1-x_0)e^{-bt}} \quad (2.14)$$

Το σχετικό ποσοστό αύξησης μπορεί επίσης να θεωρηθεί σαν μια συνάρτηση αργής απόκρισης που ποικίλει με το χρόνο. Σε αυτή την περίπτωση η απλούστερη έκφραση είναι η:

$$\dot{y} = (\ln x)' = a - bt \quad (2.15)$$

Όπου: $b > 0$

Η λύση της τελευταίας διαφορικής εξίσωσης οδηγεί σε μια συνάρτηση Gauss που είναι η:

$$x = ce^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.16)$$

όπου $\mu = a/b$, $\sigma^2 = b$ και η σταθερά ολοκλήρωσης c παράγεται μετά από την ομαλοποίηση.

Μια άλλη προσέγγιση είναι να θεωρηθεί το σχετικό ποσοστό αύξησης να ακολουθήσει μια συνάρτηση μείωσης του χρόνου της μορφής με τις παραμέτρους a και λ .

$$\dot{y} = (\ln x)' = a(\ln t)' - \lambda \quad (2.17)$$

όπου a και λ είναι παράμετροι.

Η ολοκλήρωση οδηγεί στη συνάρτηση Gamma (όπου c είναι μια σταθερά ολοκλήρωσης)

$$x = c(\lambda t)^a e^{-\lambda t} \quad (2.18)$$

Μέχρι τώρα αποδείχθηκε παραπάνω ότι οι αρχικές ιδέες Gompertz θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε μια προσέγγιση μοντελοποίησης που ανέρχεται σε μια ποικιλία συναρτήσεων που εκφράζουν το νόμο της ανθρώπινης θνησιμότητας.

Η κατανομή Weibull (17) είναι ένα στατιστικό εργαλείο που χρησιμοποιείται συχνά για την επεξεργασία δεδομένων θνησιμότητας εξαιτίας της ευελιξίας της να μιμείται άλλες κατανομές όπως η εκθετική και η κανονική.

Ο Weibull (18) μελέτησε την αποτυχία των τεχνικών συστημάτων λόγω χρήσης και φθοράς του χρόνου, η οποία υπονοεί ότι η θνησιμότητα είναι ανάλογη με την ηλικία.

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Weibull είναι η εξής:

$$f(x, \kappa, \lambda) = \frac{\kappa}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda} \right)^{\kappa-1} e^{-(x/\lambda)^\kappa} \quad (2.19)$$

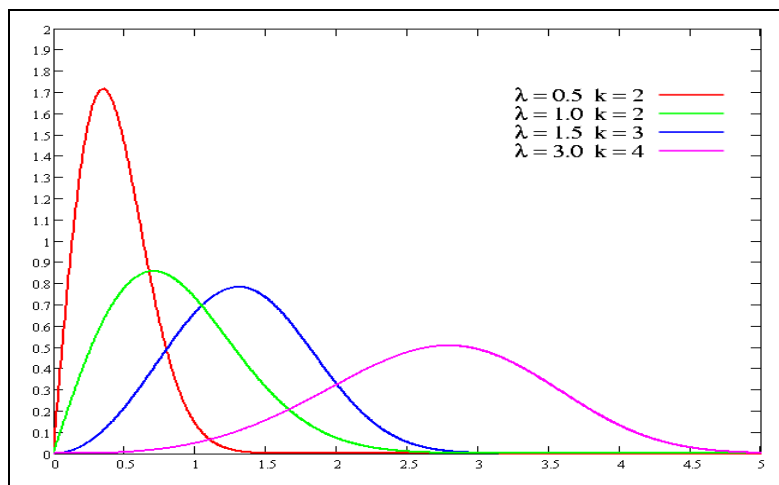
Για $f(x, \kappa, \lambda) = 0$ με $x < 0$, όπου $\kappa > 0$ είναι παράμετρος του σχήματος της κατανομής και $\lambda > 0$ είναι η παράμετρος κλίμακας. Συνήθως αυτό θεωρείται ως μοντέλο 2-παραμέτρων. Εντούτοις, κατά την εφαρμογή του μοντέλου στα

δεδομένα όπως συμβαίνει σε αυτήν την μελέτη παρουσιάζεται μία πρόσθετη παράμετρος. Κατόπιν το μοντέλο παίρνει την ακόλουθη μορφή 3- παραμέτρων:

$$f(x, \kappa, \lambda, c) = c \left(\frac{x}{\lambda} \right)^{\kappa-1} e^{-(x/\lambda)^\kappa} \quad (2.20)$$

όπου η παράμετρος c θα καθοριστεί όταν γίνει εφαρμογή του μοντέλου στα δεδομένα.

Η Weibull παράμετρος κ του σχήματος, δείχνει εάν το ποσοστό αποτυχίας αυξάνεται, σταθερά ή μειούμενα. Αν $\kappa < 1.0$ δείχνει ότι το προϊόν έχει ένα μειούμενο ποσοστό αποτυχίας. Αν $\kappa = 1.0$ δείχνει ένα σταθερό ποσοστό αποτυχίας. Αν $\kappa > 1.0$ δείχνει ένα αυξανόμενο ποσοστό αποτυχίας. Όταν $\kappa = 3.4$ η κατανομή Weibull εμφανίζεται παρόμοια με την κανονική κατανομή. Τέλος όταν $\kappa = 1$, τότε η κατανομή Weibull καταλήγει στην εκθετική κατανομή.



Σχήμα 2.1: Η κατανομή Weibull

2.2 Τα αναλογικά Hazard models και το μοντέλο του Cox

Τα αναλογικά Hazard models (20) είναι μια κατηγορία μοντέλων επιβίωσης στη στατιστική. Τα μοντέλα επιβίωσης αφορούν το χρόνο που περνά πριν να εμφανιστεί κάποιο γεγονός σε μία ή περισσότερες συμμεταβλητές που μπορεί να σχετίζεται με την εν λόγω ποσότητα. Σε ένα αναλογικό μοντέλο κινδύνου, το μοναδικό αποτέλεσμα αύξησης μιας μονάδας στην συμμεταβλητότητα είναι πολλαπλασιαστική σχέση με το ποσοστό κινδύνου (hazard rate). Για παράδειγμα, η λήψη ενός φαρμάκου μπορεί να μειώσει κατά το ήμισυ το συντελεστή κινδύνου ενός ατόμου για ένα εγκεφαλικό επεισόδιο που εμφανίζεται, ή η αλλαγή του υλικού από το οποίο ένα παρασκευαστικό συστατικό έχει κατασκευαστεί, μπορεί να διπλασιάσει τη συχνότητα κινδύνου (hazard rate) του για την αποτυχία. Άλλα είδη μοντέλων επιβίωσης όπως είναι τα μοντέλα επιτάχυνσης του χρόνου αποτυχίας δεν παρουσιάζουν ανάλογους κινδύνους. Τα μοντέλα αυτά θα μπορούσαν να περιγράψουν μια κατάσταση όπως ένα φάρμακο που μειώνει τον άμεσο κίνδυνο για ένα άτομο να εμφανίσει εγκεφαλικό επεισόδιο, αλλά όπου δεν υπάρχει μείωση του ποσοστού κινδύνου μετά από ένα έτος για τα άτομα που δεν έχουν ένα εγκεφαλικό επεισόδιο κατά το πρώτο έτος της ανάλυσης.

Τα μοντέλα επιβίωσης (12) μπορούν να θεωρηθούν ότι αποτελούνται από δύο μέρη: η υποκείμενη συνάρτηση κινδύνου, συμβολίζεται συχνά $\Lambda_0(t)$, αναφέροντας τον τρόπο με τον οποίο ο κίνδυνος μεταβάλλεται διαχρονικά στα αρχικά επίπεδα των συμμεταβλητών. Ένα τυπικό ιατρικό παράδειγμα θα πρέπει να περιλαμβάνει συμμεταβλητές όπως η χορήγηση θεραπείας, καθώς και χαρακτηριστικά των ασθενών όπως είναι ηλικία, το φύλο, και η παρουσία άλλων ασθενειών με στόχο τη μείωση της μεταβλητότητας.

Η αναλογική υπόθεση κινδύνων είναι η υπόθεση ότι οι συμμεταβλητές πολλαπλασιάζουν τους κινδύνους. Στην απλούστερη περίπτωση των σταθερών συντελεστών, για παράδειγμα, μια θεραπεία με ένα φάρμακο μπορεί να μειώσει κατά το ήμισυ τον κίνδυνο ενός ατόμου σε κάθε δεδομένη χρονική στιγμή t , ενώ η βασική γραμμή κινδύνου ενδέχεται να διαφέρει. Σημειώστε ωστόσο, ότι η συμμεταβλητότητα δεν περιορίζεται σε δυαδική πρόβλεψη. Στην περίπτωση συνεχούς συμμεταβλητότητας x , ο κίνδυνος αποκρίνεται λογαριθμικά. Κάθε αύξηση μίας μονάδας στο x οδηγεί σε αναλογική κλίμακα του κινδύνου.

Συνήθως κάτω από το πλήρως γενικό μοντέλο του Cox (21), η γραμμή βάσεως του κινδύνου είναι "integrated out", οι αποκτώμενες εμπειρίες αφαιρούνται από την εκτίμηση, ενώ η υπόλοιπη μερική πιθανότητα μεγιστοποιείται.

Ο Sir David Cox (25) σημείωσε ότι με την αναλογική υπόθεση κινδύνων που κατέχει ή θεωρείται ότι κατέχει, θα είναι δυνατόν να εκτιμηθεί η επίδραση των παραμέτρων χωρίς καμία εξέταση της συνάρτησης κινδύνου. Αυτή η προσέγγιση στα δεδομένα επιβίωσης καλείται εφαρμογή του Cox αναλογικού μοντέλου κινδύνων, μερικές φορές για συντομία καλείται μοντέλο του Cox.

Το μοντέλο του Cox μπορεί να είναι ειδικευμένο εάν υπάρχει λόγος να υποτεθεί ότι η baseline hazard, ακολουθεί μια παραμετρική μορφή. Στην περίπτωση αυτή, η $\lambda_0(t)$ baseline hazard αντικαθίσταται από μια παραμετρική πυκνότητα. Συνήθως μπορεί κανείς να στη συνέχεια να μεγιστοποιήσει την πλήρη πιθανότητα η οποία απλοποιεί σε μεγάλο βαθμό την προσαρμογή δεδομένων στο μοντέλο. Για παράδειγμα, υποθέτοντας ότι η συνάρτηση κινδύνου είναι η συνάρτηση κινδύνου Weibull δίνει το Weibull μοντέλο αναλογικού κινδύνου όπου οι χρόνοι επιβίωσης ακολουθούν μια κατανομή. Παρεμπιπτόντως, η κατανομή Weibull για τη baseline hazard είναι η μόνη υπόθεση σύμφωνα με την οποία ένα μοντέλο ικανοποιεί αμφότερα τους αναλογικούς κινδύνους, και την επιτάχυνση των μοντέλων αστοχίας με βάση το χρόνο.

2.3 Το μοντέλο Lee-Carter

Το μοντέλο Lee-Carter (15) ένας αριθμητικός αλγόριθμος που χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη της θνησιμότητας και την πρόβλεψη του προσδόκιμου ζωής. Η είσοδος για το μοντέλο είναι ένας πίνακας ειδικών κατά ηλικία ποσοστών θνησιμότητας που ταξινομούνται μονότονα στο χρόνο, συνήθως με τις ηλικίες στις στήλες και τα έτη στις σειρές. Το αποτέλεσμα είναι ένας άλλος προβλεπόμενος πίνακας των ποσοστών θνησιμότητας.

Το μοντέλο χρησιμοποιεί την Ανάλυση ιδιομορφίας τιμών (Singular Value Decomposition SVD) για να βρει μια μονομεταβλητή χρονοσειρών διανύσματος " k_t " που αποτυπώνει το 80-90% της τάσης θνησιμότητας (ο

δείκτης " t " αναφέρεται στον χρόνο), ένα διάνυσμα " b_x " που περιγράφει το ύψος της μεταβολής της θνησιμότητας σε ένα δεδομένο για μια μονάδα ετήσιας συνολικής μεταβολής θνησιμότητας (ο δείκτης " x " αναφέρεται στην ηλικία), και μια σταθερή κλίμακα (η οποία αναφέρεται ως s_1 , αλλά είναι χωρίς ονομασία στη βιβλιογραφία). Παραδόξως, η k_t είναι συνήθως γραμμική, πράγμα που σημαίνει ότι η αύξηση του προσδόκιμου ζωής είναι σχετικά σταθερή χρόνο με το χρόνο στους περισσότερους πληθυσμούς. Πριν να χρησιμοποιήσουμε την SVD, τα ειδικά ποσοστά θνησιμότητας μετατρέπονται σε " $a_{x,t}$ " με τη λήψη των λογαρίθμων τους και στη συνέχεια αφαιρώντας την μέση τιμή κάθε ηλικίας.

Ο δείκτης " x, t " αναφέρεται στο γεγονός ότι η $a_{x,t}$ καλύπτει και την ηλικία και το χρόνο. Πολλοί ερευνητές προσαρμόζουν το διάνυσμα k_t τοποθετώντας το στο εμπειρικό προσδόκιμο επιβίωσης για κάθε έτος, με a_x και b_x μόλις να έχουν παραχθεί με τη SVD, όταν ρυθμίζεται με αυτήν την προσέγγιση, η μεταβολή του k_t είναι συνήθως μικρές.

Για να προβλέψει τη θνησιμότητα, το ανωτέρω k_t προβλέπεται στο μέλλον χρήση μεθόδων χρονοσειρών, η αντίστοιχη μελλοντική $a_{x,t+n}$ ανακτάται από τον πολλαπλασιασμό του $k_t + n$ με b_x και το κατάλληλο διαγώνιο στοιχείο του S (όταν $[USV] = SVD (Mort)$), και τους πραγματικούς ρυθμούς θνησιμότητας που ανακτώνται λαμβάνοντας εκθετικές τιμές αυτού του διανύσματος. Λόγω της γραμμικότητας του k_t , γενικά μοντελοποιείται ως ένα τυχαίο περίπατο με τάση. Το προσδόκιμο ζωής και άλλα μέτρα του πίνακα δεδομένων επιβίωσης μπορούν να υπολογιστούν από αυτόν τον προβλεπόμενο πίνακα μετά την προσθήκη των μέσων τιμών λαμβανομένων και των εκθετικών αριθμών αποδίδοντας κανονικά ποσοστά θνησιμότητας.

Στις περισσότερες εφαρμογές (56), τα διαστήματα εμπιστοσύνης για τις προβλέψεις που προκύπτουν από την προσομοίωση πολλαπλών προβλέψεων θνησιμότητας χρησιμοποιούν Monte-Carlo μεθόδους. Μια δέσμη θνησιμότητας μεταξύ 5% και 95% των προσομοιωμένων αποτελεσμάτων θεωρείται έγκυρη πρόβλεψη. Αυτές οι προσομοιώσεις γίνονται με τη διεύρυνση του k_t στο μέλλον χρησιμοποιώντας τυχαιοποίηση με βάση το τυπικό σφάλμα του k_t που προέρχεται από τα δεδομένα εισόδου.

2.4 Σύγχρονες μελέτες θνησιμότητας

Το έτος 1996 πραγματοποιήθηκε μελέτη για τη θνησιμότητα του πληθυσμού της Αυστραλίας για τη δεκαετία του 80 από τον J.H.Pollard. Η μελέτη επικεντρώθηκε στη θνησιμότητα του ανδρικού πληθυσμού στις μικρές ηλικίες, λόγω τροχαίων ατυχημάτων και στις μεταβολές της θνησιμότητας από συγκεκριμένες αιτίες, σ' αυτή τη δεκαετία. Ο J.H.Pollard προσέγγισε τη θνησιμότητα κατά αιτία από μια σειρά δημογραφικών δεικτών για τον ανδρικό και τον γυναικείο πληθυσμό. Παρουσίασε τους πίνακες επιβίωσης (life tables) για τα εξεταζόμενα έτη και έδωσε εξηγήσεις για τις αλλαγές για το προσδόκιμο ζωής κατά τη γέννηση κατά τη γέννηση και τις διαφορές που παρουσιάζει η θνησιμότητα κατά αιτία ανάμεσα στον ανδρικό και γυναικείο πληθυσμό.

Παρόμοια μελέτη πραγματοποιήθηκε από την Leonie Tickle το 1996. Η μελέτη είχε ως θέμα τη θνησιμότητα του πληθυσμού της Μεγάλης Βρετανίας. Η Leonie Tickle προσέγγισε τη θνησιμότητα κατά αιτία από μια σειρά δημογραφικών δεικτών για τον ανδρικό και τον γυναικείο πληθυσμό. Παρουσίασε τους πίνακες επιβίωσης (life tables) για τα εξεταζόμενα έτη και έδωσε εξηγήσεις για τις αλλαγές για το προσδόκιμο ζωής κατά τη γέννηση κατά τη γέννηση και τις διαφορές που παρουσιάζει η θνησιμότητα κατά αιτία ανάμεσα στον ανδρικό και γυναικείο πληθυσμό.

Ο Ch. HOhn και ο J.H.Pollard σε εργασία που πραγματοποιούν το έτος 1991, συγκρίνουν τη θνησιμότητα στην Ανατολική και Δυτική Γερμανία για τα έτη 1978-1989. Τα δεδομένα επιβίωσης όπως και σε άλλες εργασίες κατά το παρελθόν επεξεργάζονται με το υπολογιστικό πακέτο (life time) το οποίο παράγει γρήγορα πίνακες δεδομένων επιβίωσης (life tables data). Το υπολογιστικό πακέτο (life time) υπολογίζει τους δημογραφικούς δείκτες κατά αιτία θανάτου και ηλικία καθώς και τις διαφορές στο προσδόκιμο ζωής για άνδρες και γυναίκες.

Το 2002 αντίστοιχη μελέτη θνησιμότητας πραγματοποιήθηκε από τον Meslé,

F και άλλους ερευνητές, για τον πληθυσμό της Σοβιετικής Ένωσης για τα έτη 1980-1997.

Ο Guang Guo το 2003 σύγκρινε τη θνησιμότητα κατά αιτία στον πληθυσμό της Ανατολικής και Δυτικής Ευρώπης από το έτος 1980-2000. Επιχείρησε να μελετήσει τις αιτίες θανάτου βασιζόμενος στη μέθοδο του J.H.Pollard, της ανάλυσης των αλλαγών στο προσδόκιμο της ζωής, στις ειδικές παραμέτρους για κάθε πληθυσμό και αιτία θανάτου. Ο GuangGuo ισχυρίζεται ότι στη Δυτική Ευρώπη η θνησιμότητα είναι χαμηλότερη στα νεοπλάσματα και τις ασθένειες του αναπνευστικού συστήματος κυρίως στις μεσαίες και στις μεγαλύτερες ηλικίες.

Το 2003 Ο Jeroen Spijker και άλλοι ερευνητές μελέτησαν τις περιφερειακές διαφορές στην ειδική θνησιμότητα κατά αιτία, σε έντεκα χώρες της Ευρώπης κατά τα έτη από το 2000 έως το 2001. Επέλεξαν συγκεκριμένες αιτίες θανάτου και ερεύνησαν τις διαφορές που παρουσιάζει η θνησιμότητα κατά ηλικία στις εξεταζόμενες χώρες τόσο σε εθνικό αλλά σε και περιφερειακό επίπεδο. Οι δημογραφικοί δείκτες που χρησιμοποιούνται και σε αυτή τη μελέτη είναι οι τυποποιημένοι συντελεστές θνησιμότητας που παρέχουν βοήθεια στη σύγκριση μεταξύ των χωρών που έχουν διαφορετική ηλικιακή δομή πληθυσμού.

Το 1995 η Ewa Tabeau, ασχολείται με τη θνησιμότητα κατά αιτία θανάτου στην Ολλανδία. Στην εργασία αυτή επελέγησαν 20 αιτίες θανάτου οι οποίες μελετήθηκαν από το 1950-1990. Παρατίθενται διαγράμματα για κάθε αιτία θανάτου και πληθυσμό (ανδρικό και γυναικείο). Οι τυποποιημένοι συντελεστές θνησιμότητας παρέχουν βοήθεια στον ερευνητή και απεικονίζονται γραφικά και για τον ανδρικό και τον γυναικείο πληθυσμό, για κάθε αιτία θανάτου από το έτος 1950-1990.

2.4 Στοχαστική μοντελοποίηση

Το 1995 οι Janssen and Skiadas είχαν διερευνήσει το πρόβλημα της μοντελοποίησης ανθρώπινης θνησιμότητας βάσει μιας στοχαστικής διαδικασίας

για τη συνάρτηση κατάστασης ανθρώπινης υγείας. Ανέπτυξαν και εφάρμοσαν ένα δυναμικό μοντέλο με βάση τη θεωρία της πρώτης χρονικής μετάβασης. Σε εκείνο το άρθρο η προτεινόμενη πρώτη έξοδος συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$ περιελάμβανε 5 παραμέτρους. Οι δύο επιπλέον παράμετροι που αφορούν στην παιδική θνησιμότητα, κατέστησαν σαφές ότι θα μπορούσε να εισαχθεί ένα ικανοποιητικό μοντέλο με λιγότερες παραμέτρους. Πιο πρόσφατα στα άρθρα (C, Skiadas, C. H. Skiadas, Com. Stat., 39, 444 (2010)) και (C. H. Skiadas, C. Skiadas, A modeling approach to life table data. in Recent Advances in Stochastic Modeling and Data Analysis, C. H. Skiadas, Ed. (World Scientific, Singapore, 2007), 350–359), αναπτύχθηκαν πιο ευέλικτα στοχαστικά μοντέλα για να εκφραστεί η ανθρώπινη θνησιμότητα. Αν και είναι αδύνατο να βρεθεί η στοχαστική διαδρομή για την κατάσταση της υγείας κάθε ατόμου, είναι δυνατό να βρεθεί η μέση τιμή της κατάστασης υγείας ή ζωτικότητα ενός πληθυσμού ως άθροισμα των σχετικών μελών της υγείας του κάθε ατόμου.

Ξεκινώντας με ένα μοντέλο για τη μέση τιμή της συνάρτησης κατάστασης υγείας $H(t)$ υπάρχει η δυνατότητα για τη δημιουργία ενός στοχαστικού μοντέλου για την κατάσταση της ανθρώπινης υγείας, την επίλυσή του, τον υπολογισμό της σχετικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $p(t)$ και στη συνέχεια να εκτιμηθεί η πρώτη χρονική μετάβαση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$ από ένα φράγμα που βρίσκεται στο μηδέν για την στοχαστική διαδικασία που εκφράζει την κατάσταση της υγείας του ανθρώπου.

Οι παράμετροι της συνάρτησης $g(t)$ υπολογίζονται από την προσαρμογή δεδομένων επιβίωσης που συλλέχθηκαν από το γραφείο απογραφής για την ετήσια θνησιμότητα του πληθυσμού της κάθε χώρας.

Η προσέγγισή αυτή ήταν κυρίως για να βρεθούν μοντέλα με επεξηγηματική ισχύ και να είναι σε θέση να προσαρμοστούν τα δεδομένα επιβίωσης, χωρίς να είναι απαραίτητο να μετατραπούν τα δεδομένα σε λογάριθμους όπως συμβαίνει σε πολλές εφαρμογές που αρχίζουν από τον Gompertz το (1825).

Ήταν προφανές ότι οι μέθοδοι για τη γραμμική παλινδρόμηση, δεν ήταν καλά ανεπτυγμένες όταν ο Gompertz εισήγαγε το μοντέλο του και η γραμμικοποίηση μέσω λογαριθμικής μετατροπής ήταν ένα λογικό υποκατάστατο για την εργασία με δεδομένα επιβίωσης. Ωστόσο, θα πρέπει να παρατηρηθεί ότι με τη λήψη των

λογαρίθμων των δεδομένων και στη συνέχεια την προσαρμογή τους στο μοντέλο, τα αποτελέσματα του μοντέλου υποεκτιμούν σε μεγάλο βαθμό τα σφάλματα. Το πραγματικό σφάλμα είναι της τάξεως του εκθέτη που εκτιμάται κατά τη λήψη λογαρίθμων.

Λίγα χρόνια μετά την εργασία των Janssen και Σκιαδά (1995), οι Weitz και Fraser (J. S. Weitz, H. B. Fraser, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 98(26),15383 (2001)), πρότειναν την αντίστροφη Γκαουσιανή ως μοντέλο που εκφράζει την πρώτη χρονική μετάβαση (first exit time) συνάρτηση πυκνότητας για τη μοντελοποίηση της διαδικασίας του χρόνου ζωής της med-fly με βάση τα δεδομένα που συλλέχθηκαν και παρουσιάστηκαν από τον Carey σε μια δημοσίευση στο Science το 1992. Το μοντέλο που πρότειναν οι Weitz και Fraser δεν είναι τίποτα άλλο από το κλασικό μοντέλο που πρότειναν οι Schrödinger (E. Schrödinger, *Phys. Zeit.*, 16, 289 (1915)) και Smolukovsky (M. Smoluchowsky, *Phys. Zeit.* 16, 318 (1915)), στο ίδιο περιοδικό.

Αυτό είναι ένα σωστό επιχείρημα στην περίπτωση μοντελοποίησης με Schrödinger και Smolukovsky επειδή θεωρούσαν την αυθόρμητη εκπομπή σωματιδίων από ραδιενεργό υλικό. Αυτή η υπόθεση δεν είναι κατάλληλη για τη μοντελοποίηση της κατάστασης της ανθρώπινης υγείας. Σύμφωνα με την εμπειρία, η μέση τιμή της ανθρώπινης υγείας θα μπορούσε να είναι σταθερή ή μάλλον να αυξάνεται στις νεαρές ηλικίες και στη συνέχεια να μειώνεται με αργό ρυθμό για τους μεσήλικες καθώς και να μειώνεται γρήγορα σε μεγάλες ηλικίες.

Οι Strehler και Mildvan στη δημοσίευση στο Science το 1960 στο άρθρο (B. L. Strehler, A.S. Mildvan, *Science* 132, 14 (1960)), πρότειναν ως βασική υπόθεση της θεωρίας τους ότι ακόμη και η πιο απλή συνάρτηση πρέπει να είναι μη γραμμική.

Κεφάλαιο 3: Η Προτεινόμενη μέθοδος προσέγγισης δεδομένων

3.1 Η βασική έννοια της κατάστασης υγείας στο χρόνο t (health state)

Η κατάσταση υγείας είναι μια τυχαία μεταβλητή, $S(t)$, που εκφράζει την υγεία ενός ανθρώπου στο χρόνο t έτσι ώστε εάν αυτό έχει μια πάρα πολύ χαμηλή τιμή, εμφανίζεται το γεγονός θάνατος.

Διατυπώνοντας τη με περισσότερη ακρίβεια, το γεγονός "θάνατος" εμφανίζεται όταν για πρώτη φορά, η στοχαστική διαδικασία

$$S = (S(t), t \geq 0) \quad (3.1.1)$$

παίρνει μια κρίσιμη τιμή που αντιπροσωπεύεται από τον αυστηρά θετικό πραγματικό αριθμό α και αποκαλείται τιμή φράγματος.

Όταν το άτομο (άνθρωπος) γεννιέται, ξεκινά με μια αρχική τιμή $S(0)$, φυσικά όσο μεγαλύτερη η τιμή S , τόσο καλύτερα είναι για αυτό το άτομο.

Το μοντέλο που πρότειναν οι Janssen and Skiadas το 1995 είναι ένα στοχαστικό μοντέλο συνεχούς χρόνου με τη σταθερά σ να δίνεται από την παρακάτω στοχαστική διαφορική εξίσωση:

$$dS(t) = \mu(t)dt + \sigma dW(t) \quad (3.1.2)$$

όπου $S(t)$ είναι μια στοχαστική μεταβλητή που αντιπροσωπεύει την κατάσταση της υγείας ενός ατόμου, $\mu(t)$ μια συνάρτηση του χρόνου που εκφράζει την απειροελάχιστη μέση μεταβολή της κατάστασης της ανθρώπινης υγείας, η απειροελάχιστη διαφορά της ανθρώπινης υγείας που υποτίθεται ότι ήταν σταθερή στο προτεινόμενο μοντέλο των Janssen and Skiadas, 1995 και $W(t)$ η μεταβλητή της διαδικασίας Wiener.

Λαμβάνουμε την $S(t)$ εύκολα από την άμεση ολοκλήρωση από την ανωτέρω στοχαστική διαφορική εξίσωση.

Κατόπιν η $S(t)$ δίνεται από:

$$S(t) = S_0 + \int_{t_0}^t \mu(s)ds + \sigma[W(t) - W_0] \quad (3.1.3)$$

όπου $S(0)$ είναι η τιμή $S(t)$ στο χρόνο $t = 0$.

Θεωρήστε ότι η μέση τιμή $S(t)$ είναι μια συνάρτηση $H = H(t)$ που παρέχεται από:

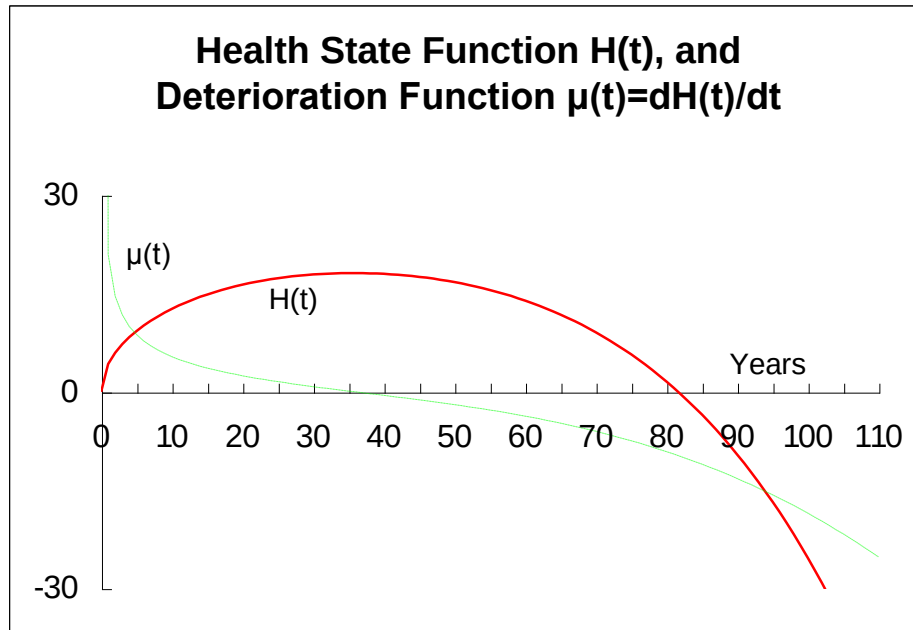
$$H(t) = E\{S(t)\} = S_0 + \int_{t_0}^t \mu(s)ds \quad (3.1.4)$$

Η συνάρτηση $\mu(t)$ συσχετίζεται με $H(t)$ από τον τύπο:

$$\mu(t) = \frac{\partial H(t)}{\partial t} \quad (3.1.5)$$

Η μέση τιμή $H(t)$ ή η μέση κατάσταση της συνάρτησης υγείας κατά τη διάρκεια της διάρκειας ζωής είναι αναμενόμενο να ακολουθήσει μια πορεία της γενικής μορφής που απεικονίζεται στο Σχήμα 3.1. Συμβαίνει μια γρήγορη βελτίωση της κατάστασης της ανθρώπινης υγείας μετά από τη γέννηση του ατόμου όταν η $H(t)$ είναι κοντά σε μια χαμηλή τιμή που παρουσιάζεται από το μηδέν στη γραφική παράσταση και έπειτα ακολουθεί μια περίοδο αργής βελτίωσης και πτώσης.

Η συνάρτηση $\mu(t)$ ως η παράγωγος της $H(t)$ πρέπει να ξεκινάει από πολύ υψηλές τιμές στην αρχή της διάρκειας ζωής για το χρόνο t κοντά στο μηδέν και μειώνεται συνεχώς φθάνοντας στο μηδέν όταν H είναι στο μέγιστο και τότε παίρνει αρνητικές τιμές. Αυτή η συνάρτηση, δεδομένου ότι πρέπει να έχει το αρνητικό παράγωγο ($d\mu / dt < 0$), εκφράζει την αναπόφευκτη μείωση για τον απειροστό μέσο όρο της κατάστασης της ανθρώπινης υγείας και προτείνουμε να καλείται ως συνάρτηση θνησιμότητας.



Σχήμα 3.1. Συνάρτηση Υγείας $H(t)$ και Συνάρτηση Θνησιμότητας $\mu(t)$.

Η βασική υπόθεση σχετικά με τη συνάρτηση $\mu(t)$ είναι ότι η $\mu(t)$ μπορεί να εκφράσει δύο ευδιάκριτες χρόνο-διαδικασίες που έχουν σχέση με την κατάσταση της ανθρώπινης υγείας (38). Η μία διαδικασία αφορά στην πρώτη περίοδο διάρκειας ζωής που μοντελοποιείται από μια συνάρτηση $u = u(1/\sqrt{t})$ που πρέπει να μειώνεται γρήγορα με το χρόνο και να εκφράζει τη γρήγορη βελτίωση της κατάστασης της ανθρώπινης υγείας κατά τη διάρκεια των πρώτων ετών μετά από τη γέννηση.

Η άλλη διαδικασία είναι μια συνάρτηση $v=v(t)$ που εκφράζει τη βαθμιαία αύξηση και έπειτα μείωση της κατάστασης της υγείας κατά τη διάρκεια της συνολικής περιόδου της διάρκειας ζωής.

Ο παρακάτω τύπος αποδίδει τη συνάρτηση $\mu(t)$:

$$\mu(t) = u\left(\frac{1}{\sqrt{t}}\right) + v(t) \quad (3.1.6)$$

Η επιλεγμένη προσέγγιση για $\mu(t)$ έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\mu(t) = 2a_1t + 3a_2t^2 + 4a_3t^3 + \frac{b_1}{2\sqrt{t}} \quad (3.1.7)$$

Βέβαια στις περιπτώσεις που $t(0)=1$ και $S(0)=0$, η μέση τιμή $S(t)$, η $H(t)$ είναι ως εξής:

$$\begin{aligned} H(t) = E\{S(t)\} &= \int_1^t \mu(s)ds \\ &= a_1 t^2 + a_2 t^3 + a_3 t^4 + b_1 \sqrt{t} - c \end{aligned} \quad (3.1.8)$$

Όπου:

$$c = a_1 + a_2 + a_3 + b_1 \quad (3.1.9)$$

Επιλέγουμε το χρόνο $t(0)=1$ επειδή η σειρά των δεδομένων μας στους πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τους θανάτους στην ηλικία μεταξύ x και $x+1$ συμβολίζεται από $d(x)$ που αρχίζει από το πρώτο έτος όταν t είναι ίσο με 1.

3.2 Αποτελέσματα για τις διαδικασίες διασποράς

3.2.1 Η συνάρτηση πυκνότητας χρόνου

Έχοντας λάβει πληροφορίες από τις εργασίες του Daniels (22), (26) , του Durbin (27) και των Buonocore, Nobile και Ricciardi (14) σχετικά με την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας προχωρούμε στα παρακάτω βήματα.

Επιστρέφοντας στη σχέση $dS(t) = \mu(t)dt + \sigma dW(t)$ (3.1.2), λαμβάνεται η μορφή της σχετικής μετάβασης συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας.

Η προτεινόμενη στοχαστική διαφορική εξίσωση (3.1.2) είναι άμεσα ολοκληρώσιμη.

Για την αρχική κατάσταση $S(t=0) = S(0)$, $S(t)$ δίνεται από

$$S = S(0) + \int_0^t \mu(s)ds + \int_0^t \sigma(s)dW(s) \quad (3.2.1)$$

Η εξίσωση παρέχει το επίπεδο της κατάστασης της υγείας S ενός ατόμου στο χρόνο t .

Εισάγουμε τώρα την μεταβατική πιθανότητα συνάρτησης κατανομής P για τη διαδικασία S . Πιο συγκεκριμένα:

$$P(x, t; z, \tau) = P[S(t) \leq x / S(\tau) = z] \quad (3.2.2)$$

Όπου $\tau < t$, $x, z > 0$.

Υπό κανονικές συνθήκες, μπορεί να αποδειχθεί ότι υπάρχει συνάρτησης πυκνότητας p που σχετίζεται με τη συνάρτηση μετάβασης κατανομής P . Η κατανομή της συνάρτησης μετάβασης πυκνότητας P συνδέεται με τη συνάρτηση μετάβασης πυκνότητας πιθανότητας P με τον ακόλουθο τύπο:

$$p(x, t; z, \tau) = P(x, t; z, \tau) \quad (3.2.3)$$

Η συνάρτηση μετάβασης πυκνότητας πιθανότητας πληροί την ακόλουθη εξίσωση των Chapman-Kolmogorov:

$$p(S_0, t_0; S, t) = \int_{-\infty}^{\infty} p(S_0, t_0; y, s) p(y, s; S(t), t) dy \quad (t_0 \leq s \leq t) \quad (3.2.4)$$

όπου θεωρείται ότι:

$$p(S_0, t; S(t), t) = \delta(S(t) - S_0) \quad (3.2.5)$$

$\delta(S)$ είναι η συνάρτηση δέλτα του Dirac.

Για συνεχή χρόνο οι στοχαστικές διαδικασίες, όπως συμβαίνει στην περίπτωση του μοντέλου (α), οι εξισώσεις Chapman-Kolmogorov μεταβάλλονται στην εξίσωση Fokker-Planck για τη συνάρτηση μετάβασης πυκνότητας πιθανότητας:

$$\frac{dp(S, t)}{dt} = -\mu(t) \frac{d[p(S, t)]}{dS} + \frac{1}{2} [\sigma(t)]^2 \frac{d^2[p(S, t)]}{dS^2} \quad (3.2.6)$$

Η παραπάνω εξίσωση (3.2.6) έχει παραχθεί από την αρχική στοχαστική διαφορική εξίσωση υπό τις υποθέσεις ότι η συνάρτηση $p(S, t)$ υπάρχει και ότι οι παράγωγοι της (3.2.6), υπάρχουν και είναι συνεχείς.

Στη δεύτερη περίπτωση, η εξίσωση Fokker-Planck μπορεί να επιλυθεί ρητώς υπό τις κατάλληλες οριακές συνθήκες. Στη συνέχεια, μια λύση της εξίσωσης (3.2.6) προβλέπεται για τις ακόλουθες οριακές συνθήκες.

$$p(S(t), t_0, S_0, t_0) = \delta(S(t) - S_0) \quad (3.2.7)$$

$$\frac{dp(S, (t), t_0; S_0, t)}{dS(t)} \rightarrow 0$$

$$S(t) \rightarrow \pm\infty$$

Για την επίλυση της (3.2.6), χρησιμοποιούμε τη μέθοδο των χαρακτηριστικών συναρτήσεων. Η χαρακτηριστική συνάρτηση $\varphi(s, t)$ της (3.2.6) εισάγεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\varphi(S, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(S, t; S_0, t_0) \exp(isS) dS \quad (3.2.8)$$

Με ολοκλήρωση κατά τμήματα και χρησιμοποιώντας την εξίσωση (3.2.6) φτάσουμε στη διαφορική εξίσωση

$$\frac{d\varphi}{dt} = is\mu(t)\varphi - \frac{1}{2}[\sigma(t)]^2 s^2 \varphi \quad (3.2.9)$$

η οποία, με την αρχική κατάσταση που προκύπτει από την (3.2.7)

$$\varphi(s, t_0) = \exp(isS_0) \quad (3.2.10)$$

λύνεται δίνοντας την ακόλουθη εξίσωση για φ :

$$\varphi = \exp \left[is[S_0 + \mu(t')dt'] - \frac{1}{2} s^2 \int_{t_0}^t [\sigma(t')]^2 dt' \right] \quad (3.2.11)$$

Αυτή είναι η χαρακτηριστική συνάρτηση μιας Γκαουσιανής με μέση τιμή

$$\left[S_0 + \int_{t_0}^t \mu(t') dt' \right] \quad (3.2.12)$$

και διασπορά

(3.2.13)

$$\int_{t_0}^t [\sigma(t')]^2 dt'$$

και έτσι τη λύση της (3.2.6) είναι:

(3.2.14)

$$p(S, t; S_0, t_0) = \frac{1}{\left[2\pi \int_{t_0}^t [\sigma(s)]^2 ds\right]^{1/2}} \exp \left[-\frac{\left[S - S_0 - \int_{t_0}^t \mu(s) ds\right]^2}{2 \int_{t_0}^t [\sigma(s)]^2 ds} \right]$$

Όταν p και σ είναι σταθερές, τότε οι αποδόσεις της (3.2.14) γνωστής
διατύπωσης

$$p(S, t; S_0, t_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \int_{t_0}^t [\sigma(t')]^2 dt'}} \exp \left[-\frac{\left[S - S_0 - \int_{t_0}^t \mu(t') dt'\right]^2}{2 \int_{t_0}^t [\sigma(t')]^2 dt'} \right] \quad (3.2.15)$$

Με την εισαγωγή της συνάρτησης κατάστασης υγείας $H(t)$ η συνάρτηση
μετάβασης πυκνότητας πιθανότητας λαμβάνει τη μορφή:

$$p(S, t; S_0, t_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \int_{t_0}^t [\sigma(t')]^2 dt'}} \exp \left[-\frac{\left[S - S_0 - H(t')\right]^2}{2 \int_{t_0}^t [\sigma(t')]^2 dt'} \right]$$

(3.2.16)

Όταν μ και σ είναι σταθερές τότε η γνωστή έκφραση παράγεται:

$$p(S, t; S_0, t_0) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi(t-t_0)}} \exp \left[-\frac{[S - S_0 - \mu(t-t_0)]^2}{2\sigma^2(t-t_0)} \right] \quad (3.2.17)$$

Την πρώτη φορά που η συνάρτηση υγείας συναντά τον οριζόντιο άξονα, η
χρονική στιγμή T_a η οποία εντοπίζεται σε απόσταση a από την αρχή των
αξόνων, μπορεί να εκφραστεί από τον ακόλουθο τύπο :

$$T = \inf\{t \mid S(t)\} \leq a \quad (3.2.18)$$

και ο κύριος στόχος είναι να διατυπωθεί μια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$ αποκαλούμενη συνάρτηση πυκνότητας του χρόνου της πρώτης μετάβασης (93), (94) με την ακόλουθη ιδιότητα:

$$g(\alpha, t; S_0, t_0) = \frac{\partial}{\partial t} \Pr\{T \leq t\}, \quad t \geq t_0 \quad (3.2.19)$$

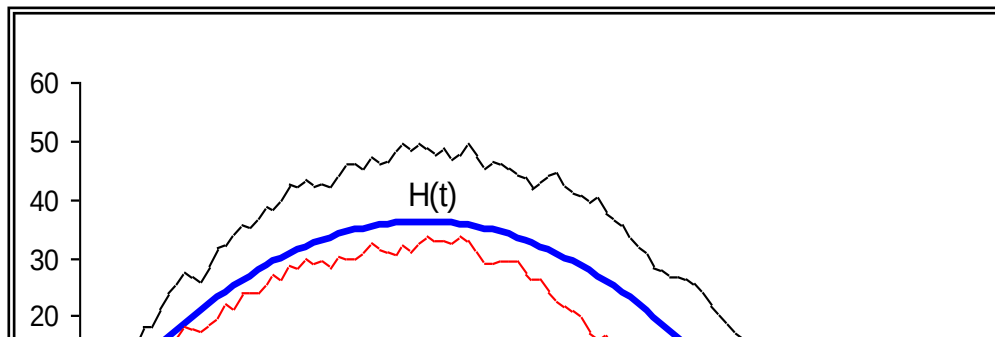
Μετά από την πρωτοποριακή εργασία του Siegert (1951) σχετικά με τις αναλυτικές λύσεις του προβλήματος της πρώτης χρονικής μετάβασης πιθανότητας εμφανίστηκε μια αρκετά εκτενής βιβλιογραφία. Ο στόχος ήταν είτε να παραχθούν οι αναλυτικές λύσεις είτε, όταν αυτό δεν είναι δυνατό, να προσεγγίσει ικανοποιητικά την υπό εξέταση συνάρτηση πυκνότητας της πρώτης χρονικής μετάβασης. Μια προσέγγιση είναι η χρήση μιας "προσέγγισης εφαπτόμενης" στην πρώτη πυκνότητα εξόδων της μορφής:

$$g_a(\lambda(t), t; x_0, t_0) = \frac{\lambda(t) - (t - t_0)\lambda'(t)}{t - t_0} f(\lambda(t), t; x_0, t_0) \quad (3.2.20)$$

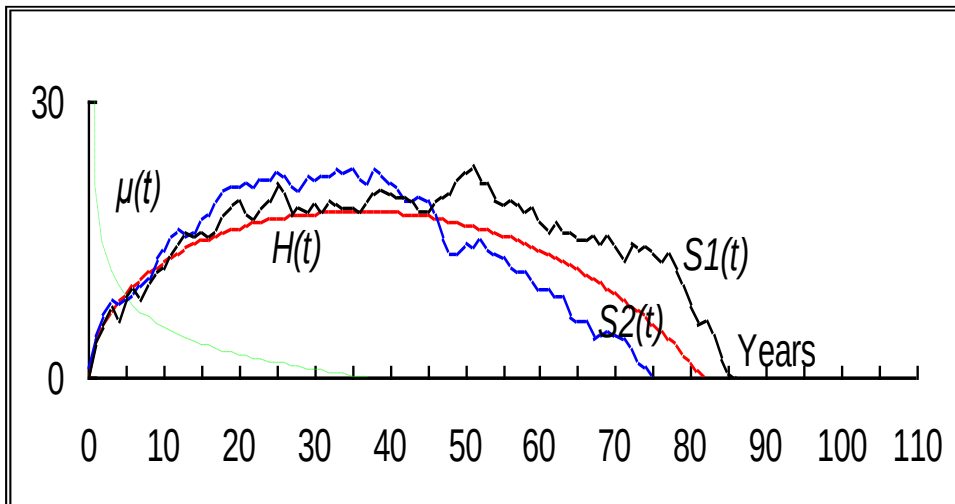
όπου $\lambda(t)$ συμβολίζει μια ομαλή συνάρτηση του χρόνου που κόβει τις στοχαστικές πορείες που παρέχουν τη συνάρτηση πυκνότητας $g(t)$.

Η κυριότερη προϋπόθεση σχετικά με την κατάσταση της ανθρώπινης υγείας είναι ότι ακολουθεί μια στοχαστική διαδικασία που εκφράζεται από την $S(t)$ και ότι το τέλος της διάρκειας ζωής υπεισέρχεται όταν η στοχαστική μεταβλητή $S(t)$ φθάνει σε κατώτατο επίπεδο κατάστασης υγείας που εδώ συμβολίζεται με α .

Αυτό το επίπεδο α σε όρους της θεωρίας της πρώτης χρονικής μετάβασης εκφράζεται από ένα μονοσήμαντο εμπόδιο που βρίσκεται σε απόσταση α από την αρχή. Αυτό απεικονίζεται στο Σχήμα (3.2.1) για ένα άτομο και στο Σχήμα (3.2.2) όπου οι πορείες για δύο άτομα παρουσιάζονται μαζί με την συνάρτηση κατάστασης υγείας $H(t)$.



Σχήμα (3.2.1): Συνάρτηση Κατάστασης Υγείας $H(t)$ και Στοχαστικές διαδρομές.



Σχήμα (3.2.2): Συνάρτηση Κατάστασης Υγείας $H(t)$, $\mu(t)$ και Στοχαστικές
διαδρομές $S_1(t)$ και $S_2(t)$.

Κατόπιν, σύμφωνα με τη θεωρία που παρουσιάζεται παραπάνω, η συνάρτηση πυκνότητας $g(t)$ εκφράζει την κατανομή της πρώτης μετάβασης από το εμπόδιο α , είναι ακριβώς η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που παρέχει τον αριθμό θανάτων μεταξύ του χρόνου t και του χρόνου $t+dt$ όπου t δεν είναι τίποτα άλλο από την ηλικία των ατόμων. Αυτή η συνάρτηση για την περίπτωση της κατάστασης της ανθρώπινης υγείας που μελετάται εδώ έχει την ακόλουθη μορφή:

$$g(t) = k^* \frac{|a^*|}{\sigma \sqrt{2\pi t^3}} \exp\left(-\frac{(a^* - H(t))^2}{2\sigma^2 t}\right) \quad (3.2.21)$$

όπου $a^* = a - H(0)$ και k είναι μια σταθερά ομαλοποίησης που καθορίζεται από τον τύπο:

$$\int_0^\infty g(t) dt = 1 \quad (3.2.22)$$

Μια έρευνα για την ανωτέρω μορφή $g(t)$ δείχνει ότι όλες οι παράμετροι εκτός από k διαιρούνται από σ ή με άλλα λόγια όταν υπολογίζονται, υπολογίζονται σε μονάδες του σ . Κατά συνέπεια μπορεί να τεθεί $\sigma=1$ και να χρησιμοποιηθεί την έκφραση για $H(t)$ να λαμβάνει την τελική μορφή $g(t)$ για να αντικατασταθούν τα δεδομένα του πίνακα επιβίωσης. Αυτή η μορφή $g(t)$ είναι η ακόλουθη:

$$g(t) = k \frac{|a|}{\sqrt{2\pi t^3}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\frac{a+c}{\sqrt{t}} - (b_1 + a_1 t \sqrt{t} + a_2 t^2 \sqrt{t} + a_3 t^3 \sqrt{t}) \right]^2\right\} \quad (3.2.23)$$

Αυτό το μοντέλο εφαρμόστηκε επιτυχώς σε δεδομένα επιβίωσης. Μια σημαντική διαφορά του μοντέλου αυτού από τα υπόλοιπα απλούστερα μοντέλα είναι ότι μοντελοποιεί τη συνολική περίοδο ζωής συμπεριλαμβανομένων των πρώτων σταδίων της ανθρώπινης ζωής. Η εφαρμογή αυτού του μοντέλου δείχνει ότι η μορφή της συνάρτησης κατάστασης υγείας για πολύ καιρό είναι κυρίως οριζόντια και αργά μειούμενη.

Πρέπει να υπογραμμίσουμε τη σημασία του γεγονότος ότι όταν αναπτύξουμε την άγνωστη συνάρτηση κατάστασης υγείας $H(t)$ σε μια σειρά Taylor, το γρήγορα μειούμενο μέρος της συνάρτησης θα μπορούσε να εκφραστεί απλά από έναν όρο που έχει έναν μεγάλο εκθέτη. Αυτό σημαίνει ότι μια συνάρτηση της ακόλουθης μορφής θα μπορούσε να αποτελεί απλή αλλά αρκετά καλή προσέγγιση της πραγματικότητας:

$$H(t) = c - (lt)^b, \quad (3.2.24)$$

όπου c , l και b είναι θετικές παράμετροι.

Για $b > 0$ βλέπουμε ότι η $H(t)$ είναι μια φθίνουσα συνάρτηση. Ειδικά για $b \gg 1$, τότε $H(t)$ είναι μια γρήγορα μειούμενη συνάρτηση. Η εξίσωση (3.2.21) παίρνει την ακόλουθη μορφή εάν αντικαταστήσουμε την παραπάνω έκφραση της $H(t)$:

$$g(t; k, l, a, b) = k(lt)^{-3/2} \exp\left(-\frac{(a - (lt)^b)^2}{2t}\right)$$

όπου $a = a^* + c$, k είναι η νέα σταθερά ολοκλήρωσης και η σ συμπεριλαμβάνεται στις παραμέτρους k , a και l . Χωρίς απώλεια γενικότητας, σε πολλές εφαρμογές θα μπορούσε να υποτεθεί ότι $\sigma = 1$.

Κεφάλαιο 4: Το Προτεινόμενο Δυναμικό μοντέλο Quadratic Model (Η προτεινόμενη τετραγωνική συνάρτηση κατάστασης υγείας)

4.1 Εισαγωγή

Το προτεινόμενο στοχαστικό μοντέλο Quadratic Model είναι βασισμένο στο γεγονός ότι η ανθρώπινη ζωή έχει μια φυσική χρονική εξέλιξη. Με το μοντέλο αυτό μοντελοποιείται ικανοποιητικά η βρεφική θνησιμότητα η οποία μέχρι πριν μια εικοσαετία ήταν σε πολύ υψηλά επίπεδα για αρκετές χώρες του κόσμου. Συνήθως οι μέχρι σήμερα προτεινόμενες μεθοδολογίες μοντελοποίησης δεδομένων επιβίωσης δεν είχαν τη δυνατότητα να συμπεριλάβουν τη θνησιμότητα κατά τη βρεφική και την παιδική ηλικία παρόλο που η ανθρώπινη θνησιμότητα παρουσίαζε αρκετά μεγάλα ποσοστά κατά την περίοδο αυτή. Γεγονός που απέδιδε σημαντικές αποκλίσεις λόγω της αντίφασης που δημιουργούνταν σε σχέση με την μορφή της καμπύλης της ηλικιακής κατανομής της θνησιμότητας και της προτεινόμενης μοντελοποίησης.

Το δυναμικό μοντέλο Quadratic Model έχει μικρές αποκλίσεις από την πραγματικότητα, είναι αρκετά εύχρηστο σε σχέση με τα υπόλοιπα μοντέλα, δεν παρουσιάζει ιδιαίτερη πολυπλοκότητα κατά την εφαρμογή του στα δεδομένα επιβίωσης και παράλληλα να μπορεί να προβλέψει σε συνδυασμό με άλλες επιστημονικές τεχνικές την εξέλιξη και τη μελλοντική μορφή της ηλικιακής κατανομής της θνησιμότητας.

Το προτεινόμενο μοντέλο Quadratic Model είναι ένα στοχαστικό μοντέλο συνεχούς χρόνου και παρέχεται από μια στοχαστική διαφορική εξίσωση. Η $S(t)$ ως μια στοχαστική μεταβλητή που εκφράζει την κατάσταση της υγείας ενός ατόμου υπεισέρχεται στην στοχαστική διαφορική εξίσωση. Έχει σχετικά μικρό αριθμό παραμέτρων και καθίσταται εύχρηστο στην εφαρμογή του σε δεδομένα επιβίωσης.

Το Quadratic Model εφαρμόζεται στα δεδομένα επιβίωσης πραγματοποιώντας μη γραμμική παλινδρόμηση με πρόγραμμα στο Excel. Μοντελοποιείται ικανοποιητικά η βρεφική θνησιμότητα, υπολογίζεται με μεγαλύτερη ακρίβεια η ηλικία με τους με το μέγιστο ποσοστό θνησιμότητας και παρουσιάζονται μικρότερα σφάλματα κατά την προσαρμογή των δεδομένων σε ολόκληρο σχεδόν το εύρος της καμπύλης της ηλικιακής κατανομής των θανάτων. Η εφαρμογή του Quadratic Model στα δεδομένα

επιβίωσης είναι εύκολη. Για την προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν χρειάζεται λογαρίθμιση των δεδομένων. Τα δεδομένα που προσαρμόζονται στο μοντέλο είναι μη επεξεργασμένα (raw data).

4.2.1 Το προτεινόμενο μοντέλο Quadratic Model

Η προτεινόμενη συνάρτηση πυκνότητας για τον αριθμό ετήσιων θανάτων δίνεται παρακάτω από την εξίσωση:

$$g(t) = k \frac{|\alpha|}{\sigma \sqrt{2\pi t^3}} \exp \left[-\frac{[\alpha - H(t)]^2}{2\sigma^2 t} \right] \quad (3.2.21)$$

Χωρίς την απώλεια γενικότητας μπορούμε να προτείνουμε τις ακόλουθες απλοποιήσεις:

Το φράγμα α θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι συμπίπτει με τον X -άξονα υποθέτοντας ότι το επίπεδο θανάτου θα είναι στην τιμή μηδέν για την κατάσταση υγείας, το οποίο είναι $\alpha=0$.

Τίθεται επίσης $\sigma=1$.

Ένας άλλος χρήσιμος μετασχηματισμός γίνεται με την αντικατάσταση της παραμέτρου k από k^* όπου $k=k^*T^{(3/2)}$.

Κατά συνέπεια η προκύπτουσα συνάρτηση πυκνότητας του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model λαμβάνει τη μορφή:

$$g(t) = \frac{k^* (t/T)^{-\frac{3}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{[H(t)]^2}{2t} \right] \quad (4.2.1.1)$$

Η συνάρτηση κατάστασης υγείας $H(t)$ υποτίθεται να είναι κοντά στο μηδέν τη στιγμή της γέννησης και έπειτα ότι αυξάνεται σε ένα μέγιστο επίπεδο υγείας και να μειώνεται βαθμιαία σε ένα μηδενικό επίπεδο τη στιγμή του θανάτου.

Υποθέτοντας ότι η αφετηρία είναι το μηδενικό επίπεδο κατάστασης υγείας, μια πολύ απλή τετραγωνική συνάρτηση θα εκφράσει την συνάρτηση κατάστασης υγείας, η οποία και είναι η ακόλουθη:

$$H(t) = bt(1 - \frac{t}{T}) \quad (4.2.1.2)$$

Όπου T είναι μια κρίσιμη ηλικία που καθορίζεται και b είναι η παράμετρος της κατάστασης υγείας. Η προκύπτουσα μορφή της συνάρτησης πυκνότητας δίνεται από τον τύπο που παρουσιάζεται αμέσως παρακάτω:

$$g(t) = \frac{k^*}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{3}{2} \ln\left(\frac{t}{T}\right) - \frac{1}{2} b^2 t \left(1 - \frac{t}{T}\right)^2 \right] \quad (4.2.1.3)$$

Είναι εύκολο να παρατηρηθεί ότι το ανώτατο όριο για τη συνάρτηση πυκνότητας επιτυγχάνεται όταν $t=T$.

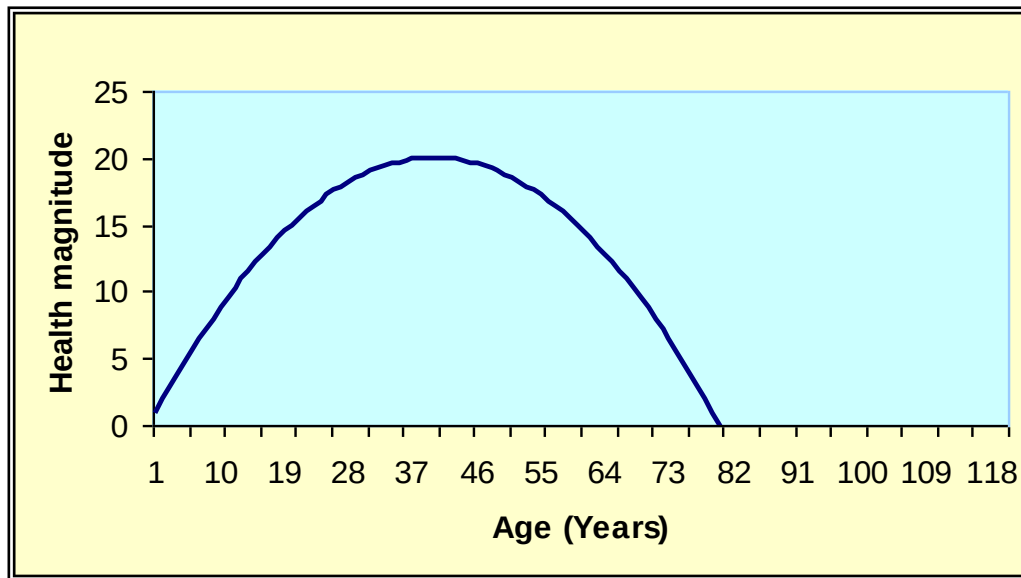
Κατόπιν T είναι η ηλικία με το μέγιστο ποσοστό θανάτων.

Ήδη είναι γνωστό ότι για τα παλαιότερα έτη κυρίως αυτό το επίπεδο είναι πιο υψηλό αλλά κοντά στα 80 έτη για τις γυναίκες και λιγότερο από 80 για τους άνδρες για τους περισσότερους πληθυσμούς.

Η τετραγωνική μορφή για την συνάρτηση κατάστασης υγείας είναι αρκετά απλή και δίνει αμέσως ένα ανώτατο όριο στην ηλικία $t = T/2$. Αυτό το επίπεδο είναι ίσο με $H_{\max} = bT/4$. Δηλαδή η μέγιστη κατάσταση υγείας (103) είναι ανάλογη προς το έτος T όπου υπεισέρχεται το μέγιστο ποσοστό θνησιμότητας.

Η τετραγωνική συνάρτηση κατάστασης υγείας προσομοιώνεται εύκολα και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον επόμενο Σχήμα. Η παράμετρος $T=80$ έτη δίνει ως μέγιστο επίπεδο κατάστασης υγείας $t=T/2=40$ έτη, ένα πολύ λογικό αποτέλεσμα. Το ανώτατο όριο της συνάρτησης κατάστασης υγείας είναι

$$H_{\max} = bT/4=20b$$



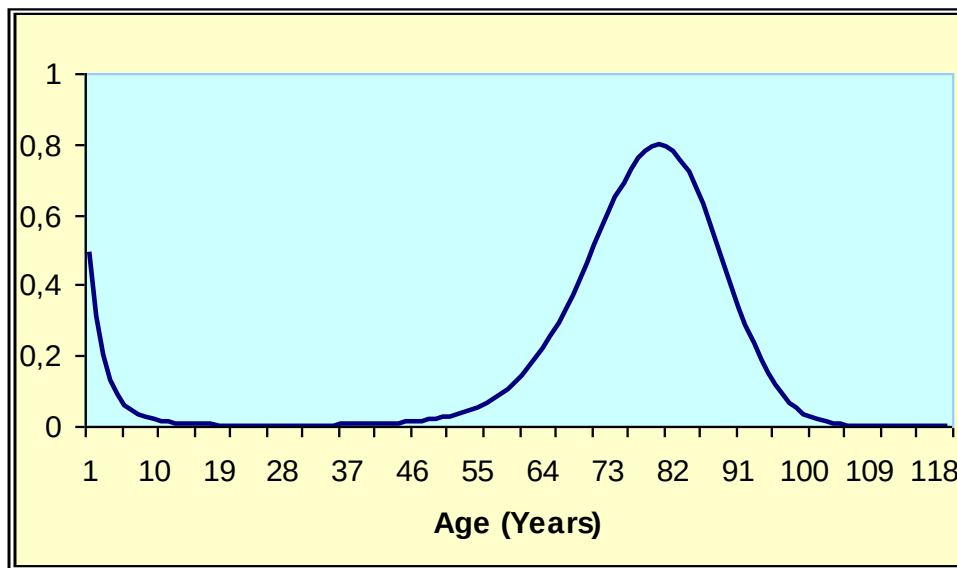
Σχήμα (4.2.1.1): Η τετραγωνική συνάρτηση κατάστασης υγείας.

Η προκύπτουσα συνάρτηση πυκνότητας για μια τετραγωνική συνάρτηση κατάστασης υγείας παρουσιάζεται στο επόμενο σχήμα. Επιλέξαμε το μέγιστο ποσοστό θνησιμότητας $t=T=80$ έτη. Τότε η μορφή της συνάρτησης πυκνότητας περιλαμβάνει επίσης το υψηλό επίπεδο θανάτων που εμφανίζονται στα πρώτα έτη της παιδικής ηλικίας.

Ένα άλλο πολύ ενδιαφέρον χαρακτηριστικό της τετραγωνικής συνάρτησης κατάστασης υγείας είναι ότι η προκύπτουσα συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας θα μπορούσε να εκφράσει αρκετά λογικά τα μη επεξεργασμένα δεδομένα επιβίωσης που διατέθηκαν από το Γραφείο της Στατιστικής Υπηρεσίας. Μεταξύ των άλλων χαρακτηριστικών του μοντέλου είναι επίσης το χαμηλό επίπεδο θνησιμότητας μεταξύ των ετών 10 και 45 το οποίο εκφράζεται (μοντελοποιείται) πολύ καλά, και επίσης τα ποσοστά θνησιμότητας μετά από τα 100 έτη ζωής.

Αρκετοί βρίσκουν αρκετά δύσκολο το χειρισμό της πλήρους θεωρίας συμπεριλαμβανομένης της στοχαστικής και ντετερμινιστικής μοντελοποίησης, της θεωρίας του χρόνου πρώτης μετάβασης, της στοχαστικής προσομοίωσης και της μη γραμμικής ανάλυσης παλινδρόμησης.

Εντούτοις, η προκύπτουσα συνάρτηση πυκνότητας όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.2.1.2 και ο καθορισμός μιας συνάρτησης κατάστασης υγείας βασισμένη στην ισχυρή βάση δεδομένων που υπάρχει είναι αρκετά καλά επιτεύγματα για να εγκριθεί και να χρησιμοποιηθεί η προτεινόμενη θεωρία και η μέθοδος.



Σχήμα (4.2.1.2): Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

4.2.2 Η εκτεταμένη τετραγωνική συνάρτηση υγείας

Η μορφή της τετραγωνικής συνάρτησης υποθέτει έναν μεγάλο αριθμό θανάτων κατά τη διάρκεια της πρώτης περιόδου της ανθρώπινης ζωής και προτείνεται μια εκτεταμένη μορφή της υποθέτοντας μια συνάρτηση κατάστασης υγείας της μορφής:

$$H(t) = \sqrt{t/T} \left(c - (t/T)^{b_1} \right) \quad (4.2.2.1)$$

ή

$$H(t) = \sqrt{lt} \left(c - (lt)^{b_1} \right) \quad (4.2.2.2)$$

Όπου c είναι παράμετρος και $l=1/T$

Η βελτίωση σε αυτή την περίπτωση είναι ότι ο πρώτος όρος της προηγούμενης τετραγωνικής συνάρτησης συμπεριλαμβάνεται σε μια τετραγωνική ρίζα, καθιστώντας έτσι δυνατή την καλύτερη καταγραφή της περιόδου των πρώτων χρόνων της ανθρώπινης ζωής. Ο δεύτερος τετραγωνικός όρος έχει έναν διαφορετικό εκθέτη b παρέχοντας μεγαλύτερη ευελιξία στο μοντέλο επιτρέποντας του να συλλαμβάνει αποτελεσματικά τη μέση και την τελευταία περίοδο της ανθρώπινης ζωής.

Τότε η συνάρτηση πυκνότητας θα είναι:

$$g(t) = k(lt)^{-3/2} e^{-\frac{(lt)(c-(lt)^b)^2}{2t}} \quad (4.2.2.3)$$

ή

$$g(t) = k(lt)^{-3/2} e^{-\frac{(c\sqrt{lt}-(lt)^{(b+1/2)})^2}{2t}} \quad (4.2.2.4)$$

Ένα επιπλέον πολύ ενδιαφέρον χαρακτηριστικό της εκτεταμένης τετραγωνικής συνάρτησης κατάστασης υγείας είναι ότι η προκύπτουσα συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας θα μπορούσε να εκφράσει πολύ λογικά τα μη επεξεργασμένα δεδομένα πινάκων επιβίωσης που παρέχονται από το γραφείο απογραφής. Μεταξύ άλλων χαρακτηριστικών του μοντέλου, το χαμηλό επίπεδο θνησιμότητας μεταξύ 1 και 45 χρόνων εκφράζεται πολύ καλά καθώς και τα ποσοστά θνησιμότητας για τις μεγαλύτερες ηλικίες.

Οι παράμετροι του Δυναμικού μοντέλου Quadratic Model έχουν την εξής εννοιολογική σημασία για τη μοντελοποίηση των δεδομένων επιβίωσης:

- Η παράμετρος b του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model σχετίζεται με το ρυθμό μεταβολής της θνησιμότητας.

- Η παράμετρος l του Quadratic Model σχετίζεται άμεσα με το επίπεδο υγείας του πληθυσμού.
- Η παράμετρος c (εκθέτης) αφορά στην καμπυλότητα της συνάρτησης $g(t)$. Η μεγαλύτερη καμπυλότητα σχετίζεται με τη διάρκεια ζωής στον τομέα της υψηλής ζωτικότητας. Είναι σαφές ότι η καμπυλότητα είναι μεγαλύτερη καθώς λαμβάνει υψηλότερες τιμές η παράμετρος c .

Φυσικά, τα αποτελέσματα του πιο περίπλοκου μοντέλου των Janssen και Σκιαδά (1995), είναι πιο ακριβή για τα πολύ πρόσφατα έτη, αλλά η χρήση ενός απλού τετραγωνικού μοντέλου παρέχει στον ερευνητή ένα πολύ καλό επεξηγηματικό εργαλείο, ειδικά όταν η προτεινόμενη θεωρία δεν είναι ευρέως διαδεδομένη.

Οι χρήστες βρίσκουν αρκετά δύσκολο το χειρισμό της πλήρους θεωρίας συμπεριλαμβανομένης της στοχαστικής και ντετερμινιστικής μοντελοποίησης, τη θεωρία first hitting time (38), (39), (40), τη στοχαστική προσομοίωση και τη μη γραμμική ανάλυση παλινδρόμησης. Ωστόσο, η προκύπτουσα εκταταμένη τετραγωνική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και η δημιουργία μιας συνάρτησης κατάστασης υγείας με βάση την πλέον ισχυρή βάση δεδομένων που διατίθεται και χρησιμοποιείται, αποτελούν αρκετά καλά επιτεύγματα όσον αφορά την επικύρωση και τη χρήση της προτεινόμενης θεωρίας και μεθόδου.

4.3 Τεχνικές στατιστικής εκτίμησης βασικών παραμέτρων

Οι παράμετροι του τύπου $g=g(t)$ υπολογίζονται με τη χρησιμοποίηση μιας μη γραμμικής τεχνικής ανάλυσης παλινδρόμησης. Ο μέσος όρος και η μεταβλητότητα δεν έχουν καμία αναλυτική έκφραση για τη γενική περίπτωση. Εντούτοις, είναι εύκολο να ληφθούν οι στενές προσεγγίσεις με την εκτέλεση των αριθμητικών μεθόδων. Ο μέσος όρος που παρέχει την αναμενόμενη διάρκεια ζωής υπολογίζεται για κάθε περίπτωση κατά τη διάρκεια των εφαρμογών που ακολουθούν. Οι παράμετροι $g=g(t)$ υπολογίζονται με μια επαναληπτική άμεση μη γραμμική μέθοδο ελάχιστων τετραγώνων που οδηγεί στην ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των τετραγωνικών σφαλμάτων.

$$SM = \sum e_t^2 \quad (4.3.1)$$

όπου το $e(t)$ είναι ο όρος του σφάλματος της σχέσης:

$$y_t = g_t + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_t}{\partial a_i} \Delta a_i + e_t, \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (4.3.2)$$

όπου το $Y(t)$ δείχνει τα παρεχόμενα δεδομένα και οι πρώτοι δύο όροι στη δεξιά πλευρά είναι οι πρώτοι όροι μιας σειράς Taylor της μη γραμμικής συνάρτησης $g(t)$ γύρω από ένα δεδομένο σύνολο αρχικών τιμών των παραμέτρων $a(i)$ του $g(t)$. $\Delta a(i)$ είναι μια διαφορά που προστίθεται σε ένα $a(i)$ μετά από κάθε επανάληψη μέχρι μια τελική σύγκλιση του $\Delta a(i)$ σε έναν αρκετά μικρό αριθμό. Με τη χρησιμοποίηση ενός παράγοντα απόσβεσης χ (που συνήθως ποικίλει μεταξύ 0 και 1) οι τιμές των παραμέτρων $a(i)$ υπολογίζονται μετά από κάθε επανάληψη από την εξίσωση

$$a_{i,j+1} = a_{i,j} + h \Delta a_i \quad (4.3.3)$$

Οι τιμές του $\Delta a(i)$ υπολογίζονται από το σύνολο των μη γραμμικών εξισώσεων που προκύπτουν παίρνοντας τις μερικές παραγώγους τους όσον αφορά τις m παραμέτρους $a(i)$ και θέτοντας αυτές ίσες με το μηδέν:

$$\sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^n \left(\frac{\partial g_t}{\partial a_i} \right) \left(\frac{\partial g_t}{\partial a_j} \right) \Delta a_i = u_t \sum_{t=1}^n \left(\frac{\partial g_t}{\partial a_i} \right) \quad (4.3.4)$$

Όπου για την u_t ισχύει:

$$u_t = y_t - g_t \quad (4.3.4)$$

4.4 Η Μέθοδος ανάλυσης μη-γραμμικής παλινδρόμησης στα δεδομένα επιβίωσης στο πρόγραμμα στο Excel.

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε ένα πρόγραμμα Ανάλυσης Γραμμικής Παλινδρόμησης στο Excel για την εκτίμηση των παραμέτρων των μοντέλων προσαρμόζοντας τα δεδομένα επιβίωσης (την ηλικιακή κατανομή των θανάτων) για τους συγκεκριμένους πληθυσμούς.

Πολλές εφαρμογές αφορούν στα δεδομένα που παρείχαν οι Εθνικές Στατιστικές Υπηρεσίες των χωρών ή Στατιστικές Υπηρεσίες Υγείας ή το γραφείο της απογραφής των διαφόρων χωρών ή από ειδικευμένα ιδρύματα

(Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται στις εφαρμογές μας είναι κυρίως από τη βάση δεδομένων για την ανθρώπινη θνησιμότητα (Human Mortality Database, www.mortality.org)

Τα ετήσια δεδομένα ανά ηλικία του θανάτου, συνήθως 0-110 ετών, διαιρούνται με το συνολικό αριθμό τους, ώστε να φαίνεται ότι υπάρχει μια κατανομή πιθανότητας που καθιστά εύκολη τη σύγκριση μεταξύ των διαφόρων χρονικών περιόδων ή των διαφόρων χωρών ή ομάδων του πληθυσμού.

Το πρώτο μοντέλο (Quadratic Model) λαμβάνει υπόψη και τη βρεφική θνησιμότητα και την θνησιμότητα στις μετέπειτα ηλικίες και έχει καλή προσαρμογή σχεδόν σε όλο το εύρος των ηλικιών. Το δεύτερο μοντέλο First Exit Time Model που εφαρμόζουμε στη συνέχεια της διατριβής αγνοεί τη βρεφική θνησιμότητα, ενώ έχει καλή προσαρμογή για το υπόλοιπο μέρος του συνόλου των δεδομένων επιβίωσης. Το τρίτο μοντέλο First Exit Time Model- (IM) λαμβάνει υπόψη τη βρεφική θνησιμότητα.

Επίσης παρέχουμε ένα πρόγραμμα Ανάλυσης μη Γραμμικής Παλινδρόμησης (Nonlinear Regression Analysis) στο Excel για το μοντέλο Weibull για εφαρμογές δεδομένων από πίνακες δεδομένων επιβίωσης (Life Table Data).

Αυτή η μέθοδος για την γραμμική ανάλυση παλινδρόμησης χρησιμοποιεί τη μέθοδο που προτάθηκε από τον κ. Χρήστο Σκιαδά το 1986.

Η μέθοδος «γραμμικοποιεί» μία μη γραμμική συνάρτηση, χρησιμοποιώντας τους όρους πρώτης τάξεως της σειράς Taylor σε σχέση με τις παραμέτρους του μοντέλου.

Τα μοντέλα εφαρμόζονται στα δεδομένα επιβίωσης των πληθυσμών για τους άνδρες και τις γυναίκες.

Για τα εξεταζόμενα έτη αναφέρονται οι αρχικές τιμές των παραμέτρων (b, l, k) της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$, καθώς και ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ που μεταβάλλεται κάθε φορά ώστε να ελαχιστοποιηθεί το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων ή να μεγιστοποιηθεί το R^2 .

Το πρόγραμμα μετατρέπει τα δεδομένα επιβίωσης raw data, έτσι ώστε το άθροισμα των μετασχηματισμένων δεδομένων να είναι ίσο με το ένα. Τα δεδομένα επιβίωσης (raw data) διαιρούνται με το άθροισμα τους δίνοντας έτσι ένα σύνολο δεδομένων, όπως μια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Έτσι, τα δεδομένα επιβίωσης από διάφορες χώρες ή από την ίδια χώρα, αλλά και από διαφορετικές χρονικές περιόδους μπορούν να συγκριθούν.

Η εφαρμογή του μοντέλου στα δεδομένα επιβίωσης με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης πραγματοποιείται εφαρμόζοντας τον τύπο της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Οι παράμετροι (b, l, k) εκτιμώνται από την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των τετραγώνων των σφαλμάτων μετά από μια επαναληπτική διαδικασία η οποία τερματίζεται όταν τα σφάλματα των εκτιμήσεων είναι αρκετά μικρά. Στο πρόγραμμα που έχουμε στο Excel οι 40 επαναλήψεις είναι αρκετές για τα μοντέλα και τα δεδομένα που εφαρμόζονται.

Τα τρία αυτά μοντέλα (Quadratic Model, First Exit Time Model και First Exit Time Model-IM) βασίζονται στην First Exit Time Theory μιας στοχαστικής διαδικασίας η οποία στην προκειμένη περίπτωση είναι η Κατάσταση Ανθρώπινης Υγείας.

Οι εκτιμώμενες τιμές των παραμέτρων (b, l, k) και τα σφάλματα των προβλέψεων παρουσιάζονται μαζί με το τυπικό σφάλμα SE, το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων SSE και το συντελεστή συσχέτισης R^2 .

Η μέθοδος της μη γραμμικής ανάλυσης παλινδρόμησης (99), (100) απαιτεί μια πρώτη "εικασία-υπόθεση" των αρχικών παραμέτρων για να ξεκινήσει "start" η επαναληπτική διαδικασία. Εισάγεται διάγραμμα στο οποίο μπορούμε να δούμε και να αποφασίσουμε για το καλύτερο (καταλληλότερο) σημείο εκκίνησης.

Παρατίθεται διάγραμμα που απεικονίζει την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο (τελική καμπύλη παλινδρόμησης) περιλαμβάνοντας και την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης, έχοντας υπολογίσει το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το αριστερό και το δεξιό σημείο καμπής της.

Η ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης (101), (102) επεκτάθηκε και στην γραφική απεικόνιση της συνάρτησης Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

Σε άλλα διαγράμματα παρέχονται πληροφορίες για την πρώτη και τη δεύτερη παράγωγο της $g(t)$ και τα χαρακτηριστικά τους σημεία ως μέγιστα ή ελάχιστα και σημεία καμπής.

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ για το Quadratic Model είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + c(l - (bt)^c) \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$\text{Όπου } A' = \left\{ (3/2)/t^2 + c(c-1)(l - (bt)^c)b^c t^{c-1} - c^2 b^{2c} t^{2c-2} \right\}$$

$$\text{Και } g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

Στη συνέχεια της ανάλυσης των δεδομένων παρατίθενται διαγράμματα που απεικονίζουν την καμπύλη θνησιμότητας και την καμπύλη επιβίωσης για τα εξεταζόμενα έτη.

Κεφάλαιο 5ο: Καταγραφή και συγκριτική ανάλυση δεδομένων επιβίωσης Ευρωπαϊκών χωρών και χωρών εκτός Ευρώπης

5.1 Εισαγωγή

Βρεφική θνησιμότητα

Ως βρεφική ηλικία θεωρείται η ζωή κατά τους δώδεκα πρώτους μήνες από τη γέννηση. Με δημογραφικούς όρους η βρεφική ηλικία είναι η ηλικία 0 ή το ηλικιακό διάστημα $[0,1)$ έτους. Ως ηλικία μηδέν καλείται η ηλικία τη στιγμή που συμβαίνει η γέννηση ενός ανθρώπου.

Από μελέτες της ανθρώπινης θνησιμότητας, οι περισσότεροι θάνατοι συμβαίνουν το πρώτο έτος ζωής των ανθρώπων και μάλιστα κατά τις πρώτες εβδομάδες. Στις μέρες μας στις περισσότερο αναπτυγμένες χώρες το 40% περίπου των θανάτων που σημειώνονται στη βρεφική ηλικία συμβαίνουν την ημέρα της γέννησης (πρώτη ημέρα ζωής), ενώ το υπόλοιπο ποσοστό των θανάτων σημειώνεται τις τέσσερις πρώτες εβδομάδες ζωής.

Θνησιμότητα νεαρών ηλικιών

Στις ηλικίες μεταξύ των 10 έως 35 ετών περίπου, παρατηρείται ανομοιομορφία στη θνησιμότητα, άλλες φορές μεγάλη και άλλες μικρή. Η ανομοιομορφία στη θνησιμότητα οφείλεται κυρίως στους θανάτους από ατυχήματα λόγω του τρόπου ζωής των νέων και τους κινδύνους στους οποίους εκτίθενται λόγω της κοινωνικής δραστηριότητας τους ή σε διάφορες ασθένειες.

Θνησιμότητα ώριμων ενηλίκων

Η θνησιμότητα στις ώριμες ηλικίες, δηλαδή από την ηλικία των 30 ετών και έπειτα, ακολουθεί αύξουσα εκθετική πορεία. Ο ρυθμός θανάτων σε πολλές περιπτώσεις παρουσιάζει σημαντικές διαφορές κυρίως ανάλογα την χώρα και το φύλο (71). Τα τελευταία έτη ο ρυθμός αύξησης της θνησιμότητας των ωρίμων ενηλίκων είναι υψηλότερος στις γυναίκες και στους πληθυσμούς των αναπτυγμένων χωρών.

Βασικά χαρακτηριστικά της θνησιμότητας των δύο φύλων

Η ανθρώπινη θνησιμότητα παρουσιάζει διαφορές κατά φύλο και ηλικία (19), (41). Διάφοροι άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν τη θνησιμότητα σχετίζονται με το βιοτικό και κοινωνικό επίπεδο, τη φυλή, το σύστημα πρόνοιας, τις συνήθειες του ανθρώπου κ.α. Οι μελέτες θνησιμότητας είναι απαραίτητες για τη δημογραφική έρευνα, την ιατρική, το κράτος και τη δημόσια διοίκηση και για πολλούς άλλους κλάδους επιστημονικούς και μη.

Σημαντικοί πίνακες θνησιμότητας δημοσιεύονται από τις εθνικές στατιστικές υπηρεσίες πολλών κρατών κάθε χρόνο και αφορούν στοιχεία με την ηλικιακή κατανομή της θνησιμότητας, τις αιτίες θανάτων και κ.α.

Η θνησιμότητα από τη στιγμή της γέννησης μέχρι την ηλικία των δέκα ετών περίπου ακολουθεί φθίνουσα εξέλιξη με υψηλό ρυθμό μείωσης. Στη βρεφική ηλικία είναι υψηλή και αντιστοιχεί σε επίπεδα θνησιμότητας των ηλικιών 40-60 ετών στις ανεπτυγμένες χώρες, ενώ σε πληθυσμούς μη ανεπτυγμένων χωρών σε πολλές περιπτώσεις υπερβαίνει τη θνησιμότητα της ηλικίας των 80 ετών.

Κοντά στην ηλικία των 5 ετών η θνησιμότητα ελαχιστοποιείται. Με την πάροδο των ετών το πλήθος των θανάτων ηλικίας 0-4 ετών δείχνει να έχει ελαττώνεται σημαντικά, κυρίως για τα έτη 1985-2006, περίοδος στην οποία η βρεφική και παιδική θνησιμότητα έχουν ελαχιστοποιηθεί.

Στο ηλικιακό διάστημα μεταξύ των 10 έως 30 ετών περίπου, η θνησιμότητα επηρεάζεται από τον τρόπο ζωής, την απασχόληση κ.α και παρουσιάζει σημαντικές διαφοροποιήσεις ανάμεσα στα δύο φύλα. Συγκεκριμένα, η μελέτη θεμάτων θνησιμότητας έχει δείξει ότι το φαινόμενο αυτό εμφανιζόταν εντονότερα στους άνδρες και συναντάται ακόμη και σήμερα στις περισσότερες χώρες. Στο παρελθόν το φαινόμενο αυτό ήταν σχεδόν ανύπαρκτο για τις γυναίκες, ενώ σήμερα εμφανίζεται εντονότερα κυρίως λόγω της ισότητας των δύο φύλων και της ένταξης των γυναικών στην αγορά εργασίας.

Η θνησιμότητα των ωρίμων ενηλίκων, δηλαδή μετά από την ηλικία των 30 ετών περίπου, διαγράφει αύξουσα εκθετική πορεία (57), (59). Η εξέλιξη της ιατρικής επιστήμης και η άνοδος του βιοτικού επιπέδου των σύγχρονων πληθυσμών έχει ως συνέπεια τη μείωση της κατά ηλικία θνησιμότητας με αποτέλεσμα όλο και μεγαλύτερος αριθμός ατόμων να περνούν στη γήρανση. Παρόλα αυτά όμως, δεν έχει αυξηθεί το ανώτατο όριο ζωής. Οπότε όσο πιο

χαμηλά είναι τα επίπεδα της κατά ηλικίας θνησιμότητας σε έναν πληθυσμό, τόσο ταχύτερα αυξάνεται η θνησιμότητα στις μεγαλύτερες ηλικίες.

Η μετατόπιση προς τα δεξιά των καμπύλων θνησιμότητας και για τα δύο φύλα φανερώνει την αύξηση του μέσου όρου ζωής, με τις γυναίκες να ζουν περισσότερο από τους άνδρες. Για τον γυναικείο πληθυσμό παρατηρείται πολύ σημαντική μετατόπιση της καμπύλης θνησιμότητας προς τα δεξιά. Η ανάπτυξη της τεχνολογίας, η πρόοδος της ιατρικής επιστήμης αλλά και η βελτίωση του βιοτικού επιπέδου συνέβαλλαν στην αύξηση του προσδόκιμου ζωής με τις γυναίκες να ζουν παραπάνω από τους άνδρες και αρκετές από αυτές να ξεπερνούν τα 105 χρόνια ζωής σε πολλές χώρες ιδιαίτερα τα τελευταία έτη.

Μελετώντας τις καμπύλες επιβίωσης για τον γυναικείο πληθυσμό των περισσότερων χωρών παρατηρείται ότι στην ηλικία των 60 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) βρίσκεται εν ζωή ένα ποσοστό άνω 75% του πληθυσμού. Ενώ στο ηλικιακό διάστημα από 71-76 ετών περίπου, βρίσκεται εν ζωή συνήθως ο μισός πληθυσμός κάθε χώρας.

Όσον αφορά τους άνδρες παρατηρείται ότι στην ηλικία των 62 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι συνήθως σε ποσοστό άνω του 70% του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 70-75 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

5.2 Καταγραφή και συγκριτική ανάλυση δεδομένων επιβίωσης Ευρωπαϊκών χωρών και χωρών εκτός Ευρώπης

I. Μεσογειακές Χώρες

5.2.1 ΕΛΛΑΔΑ

Δημογραφικά στοιχεία

Το ποσοστό αύξησης του πληθυσμού της χώρας μας το 1961-71 ήταν 4,5%. Στη δεκαετία του 1971-81, όμως με τα στοιχεία της τελευταίας απογραφής, η αύξηση ήταν 7,3%. Κατά τη δεκαετία 1981-91 ο πληθυσμός αυξήθηκε κατά 5,6%. Τη δεκαετία 1971-81 ο πληθυσμός μειώθηκε μόνο σε 14 νομούς, ενώ το 1961-71 σε 43. Το 1961-71 ο πληθυσμός σημείωσε αύξηση σε 6 νομούς, ενώ τη δεκαετία του 1971-81 αυξήθηκε σε 37 νομούς.

Ο αστικός πληθυσμός, δηλαδή αυτός που ζει σε πόλεις με πληθυσμό πάνω από 10.000 κατοίκους, αποτελούσε το 53% του συνολικού πληθυσμού. Και το πιο σπουδαίο και ανησυχητικό, είναι, ότι η αύξηση είναι συνεχής και ραγδαία.

Ο ημιαστικός πληθυσμός, δηλαδή αυτός που διαμένει σε δήμους ή κοινότητες από 2.000 έως 10.000 κατοίκους, αντιπροσωπεύει το 12% περίπου, παρέμεινε σχεδόν στάσιμος και δεν παρατηρήθηκε ουσιαστικής μεταβολής.

Το 1920 ο αγροτικός πληθυσμός αντιπροσώπευε τα 63%, το 1971 όμως έπεσε στα 35%. Οι 7 στους 10 Έλληνες ζουν στις πεδινές περιοχές.

Τα τελευταία χρόνια στη χώρα μας παρατηρούνται μειωμένες γεννήσεις, και σε συνδυασμό με το ότι οι Έλληνες ζουν κατά μέσο όρο όλο και περισσότερα χρόνια, μας οδηγούν στη διαπίστωση ότι ο ελληνικός πληθυσμός στο σύνολό του γερνάει, αφού, σύμφωνα με τα στοιχεία, αναλογικά οι ηλικιωμένοι συνεχώς γίνονται περισσότεροι και ο αριθμός των παιδιών λιγοστεύει, έχουμε δηλαδή μείωση των νεανικών ηλικιών.

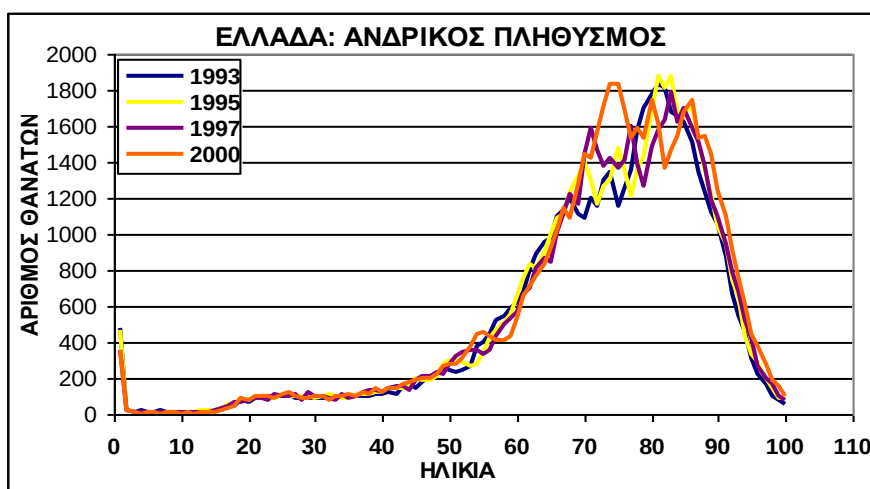
Δεδομένα Επιβίωσης (raw data) για τον πληθυσμό της Ελλάδας

Τα δεδομένα για την ανάλυση της θνησιμότητας του πληθυσμού της Ελλάδας έχουν ληφθεί από την ιστοσελίδα της Διεθνούς Βάσης Δεδομένων για την

Ανθρώπινη Θνησιμότητα (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database), η οποία περιέχει σχετικά στατιστικά στοιχεία για αρκετές χώρες (μεταξύ αυτών και η χώρα μας).

Η ανάλυση και η περιγραφική απεικόνιση των δεδομένων επιβίωσης που ακολουθεί στο παρακάτω σχήμα αφορά τα έτη 1993 έως 2000 για τους άνδρες και τις γυναίκες της Ελλάδας.

Ανδρικός πληθυσμός



Σχήμα 5.2.1.1: Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άνδρες της Ελλάδας

Όπως παρατηρείται στο διάγραμμα η βρεφική θνησιμότητα παρουσιάζει σημαντική μείωση τα τελευταία χρόνια, συνεχίζει αλλά εξακολουθεί να είναι υπαρκτή έστω και σε χαμηλά επίπεδα.

Αύξηση της θνησιμότητας παρατηρείται στις ηλικίες 17-25 ετών κυρίως λόγω των δραστηριοτήτων και του τρόπου ζωής των ανδρών. Στη συνέχεια, η αυξημένη αυτή θνησιμότητα παραμένει σταθερή για κάποια έτη μέχρι την ηλικία των 40-45 ετών και έκτοτε αρχίζει να ακολουθεί πάλι αυξητική πορεία.

Αξιοσημείωτη κρίνεται η απρόσμενη πτώση «βύθιση» στην καμπύλη θνησιμότητας για το 1993 στην ηλικία των 50 ετών περίπου. Οι άνδρες που είχαν ηλικία 50 ετών το 1993 γεννήθηκαν την περίοδο του 'Β Παγκοσμίου Πολέμου. Η απότομη πτώση του αριθμού των θανάτων των ανδρών αυτής της ηλικίας παραθέτει σε μείωση των γεννήσεων την περίοδο του πολέμου σε σχέση με τα υπόλοιπα έτη, με αποτέλεσμα τον μικρότερο αριθμό ατόμων ηλικίας 50 ετών σε σχέση με άλλα έτη, άρα και μικρότερο πλήθος θανάτων

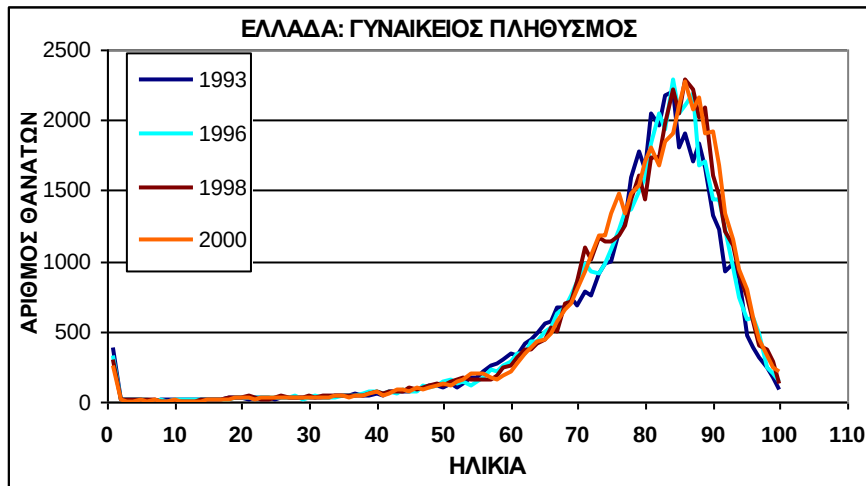
στην ηλικία των 50 για το έτος 1993. Η απότομη αυτή πτώση του αριθμού των θανάτων των ανδρών 50 ετών για το 1993 μετατοπίζεται προς τα δεξιά για τα επόμενα χρόνια και εντοπίζεται και το 1997 και το 2000 σε ηλικίες μεγαλύτερες κατά τέσσερα και επτά χρόνια αντίστοιχα.

Επιπροσθέτως, για το έτος 1993 στις ηλικίες 70-78 ετών, εντοπίζεται ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης με συνέπεια την απόκλιση του μοντέλου και την ύπαρξη σφαλμάτων. Άτομα δηλαδή που γεννήθηκαν την περίοδο 1915-1923 η οποία περιλαμβάνει τον 'Α παγκόσμιο πόλεμο και την ανταλλαγή πληθυσμών λόγω της Μικρασιατικής καταστροφής. Η ανομοιομορφία αυτή στα δεδομένα που προφανώς οφείλεται στην μείωση των γεννήσεων κατά τον πόλεμο και σε δημογραφικά σφάλματα κατά την ανταλλαγή των πληθυσμών, μετατοπίζεται προς τα δεξιά με την πάροδο του χρόνου. Για το έτος 1993 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εντοπίζεται στην ηλικία των 80 ετών και για το έτος 2000 στην ηλικία των 86 ετών.

Γυναικείος πληθυσμός

Στο παρακάτω διάγραμμα παρατηρείται απρόσμενη πτώση «βύθιση» στην καμπύλη θνησιμότητας για το 1993, όπως και για τους άνδρες στην ηλικία των 50 ετών περίπου. Η απότομη αυτή πτώση του αριθμού των θανάτων των ανδρών 50 ετών για το 1993 μετατοπίζεται προς τα δεξιά για τα επόμενα χρόνια και εντοπίζεται και το 1996 και το 2000 σε ηλικίες μεγαλύτερες κατά τρία και επτά χρόνια αντίστοιχα.

Αντίστοιχο φαινόμενο, ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης, για το ίδιο έτος στις ηλικίες 70-78 ετών εντοπίζεται και στις γυναίκες. Άτομα δηλαδή που γεννήθηκαν την περίοδο 1915-1923 η οποία περιλαμβάνει τον 'Α παγκόσμιο πόλεμο και την ανταλλαγή πληθυσμών λόγω της Μικρασιατικής καταστροφής. Η ανομοιομορφία αυτή στα δεδομένα προφανώς οφείλεται στην μείωση των γεννήσεων κατά τον πόλεμο και σε δημογραφικά σφάλματα κατά την ανταλλαγή των πληθυσμών.



Σχήμα 5.2.1.2: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες της Ελλάδας

Συγκριτική ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης ανάμεσα στον ανδρικό και τον γυναικείο πληθυσμό της Ελλάδας.

Ύστερα από μελέτη των δεδομένων επιβίωσης για τη χώρα μας αλλά και το πώς γεγονότα όπως πόλεμοι, σημαντικές ασθένειες ή κοινωνικοοικονομικές αλλαγές επηρέασαν τη πορεία της θνησιμότητας της χώρας μπορούμε να προχωρήσουμε σε μία συγκριτική μελέτη των δεδομένων ανάμεσα στον ανδρικό όσο και τον γυναικείο πληθυσμό.

Είναι προφανές ότι το ποσοστό θνησιμότητας των ανδρών είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο των γυναικών για τις ηλικίες μεταξύ 15-25 και αυτό κυρίως λόγω τροχαίων ατυχημάτων και του τρόπου ζωής των ανδρών. Επίσης, οι δύο παγκόσμιοι πόλεμοι, η ανταλλαγή πληθυσμών λόγω της Μικρασιατικής καταστροφής και η γρίπη του 1918, ήταν αιτίες που μετέβαλλαν σημαντικά τον πληθυσμό, με αποτέλεσμα να παρατηρείται μεγάλη αύξηση των θανάτων ή μείωση των γεννήσεων και των δύο φύλων για εκείνα τα έτη. Επιπροσθέτως, παρατηρείται έντονη, προς τα δεξιά μετατόπιση των καμπύλων θνησιμότητας για τις μεγαλύτερες ηλικίες και των δυο φύλων, γεγονός που δείχνει την βελτίωση βιοτικού επιπέδου και την αύξηση του ορίου ζωής των κατοίκων της χώρας μας.

Ενδιαφέροντα συμπεράσματα εξάγονται ακόμα και για το μέσο όρο ζωής των δύο φύλων. Συγκρίνοντας τα διαγράμματα παρατηρείται ότι ο μέσος όρος ζωής των γυναικών είναι υψηλότερος από τον αντίστοιχο των ανδρών. Αυτό εύκολα διακρίνεται από την καμπύλη της ηλικιακής κατανομής των θανάτων, η οποία για τις γυναίκες βρίσκεται δεξιότερα από την καμπύλη των ανδρών.

5.2.2 ΠΟΡΤΟΓΑΛΙΑ

Δημογραφικά στοιχεία

Σύμφωνα με το Ινστιτούτο Instituto Nacional de Estatística (INE) που είναι ο αρμόδιος φορέας για τη δημοσίευση δημογραφικών στοιχείων στην Πορτογαλία, ο πληθυσμός της Πορτογαλίας είχε ένα αρκετά μέτριο ποσοστό αύξησης μεταξύ των ετών 1864 και 1920 με ετήσιο ρυθμό αύξησης 0,65%. Μετά το έτος 1920, σημειώθηκε απότομη αύξηση του πληθυσμού μέχρι το 1950. Από το 1950 και μετά, ο πληθυσμός αυξήθηκε και πάλι με μέτριους ρυθμούς. Στη συνέχεια μειώθηκε μεταξύ των ετών 1960 και 1970, λόγω των υψηλών ποσοστών της μετανάστευσης και του αποικιακού πολέμου. Τη δεκαετία του 1970 παρατηρούνται τα υψηλότερα ποσοστά αύξησης για ολόκληρο τον αιώνα τα οποία προκύπτουν από το συνδυασμό των ακόλουθων παραγόντων. Η επιστροφή χιλιάδων Πορτογάλων από τις αποικίες, η επιστροφή ενός σημαντικού αριθμού μεταναστών από τη Γαλλία και τη Γερμανία, και οι δυσκολίες για μετανάστευση, λόγω των πολιτικών κατά της μετανάστευσης που ακολουθήθηκαν από τις χώρες που κατά το παρελθόν αποτελούσαν κύριο μεταναστευτικό προορισμό για του Πορτογάλους (INE, 2001).

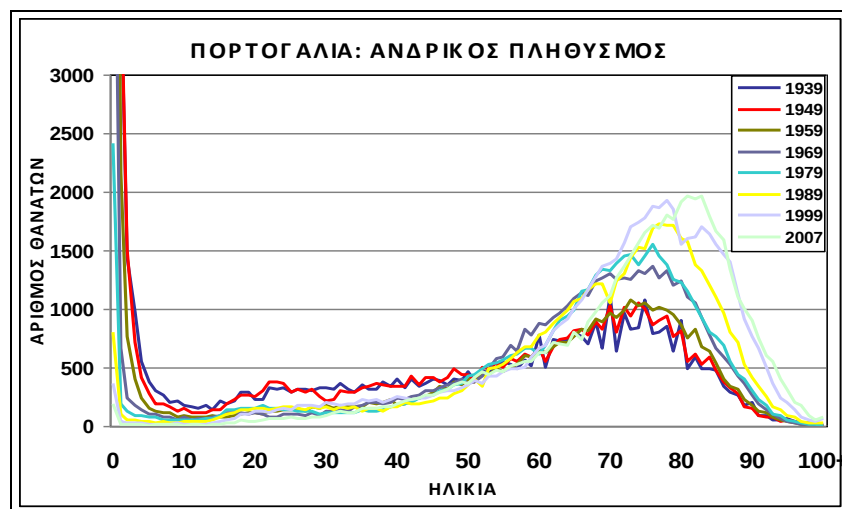
Στη δεκαετία του 1980, ο ετήσιος ρυθμός αύξησης του πληθυσμού της χώρας ήταν πολύ κοντά στο μηδέν. Η γονιμότητα μειώθηκε αρκετά και η μετανάστευση αυξήθηκε ελαφρά. Στις αρχές της δεκαετίας του 1990, η Πορτογαλία έγινε χώρα προσέγγισης από αλλοδαπούς μετανάστες. Σε αυτή την τελευταία δεκαετία του αιώνα, η αύξηση της γονιμότητας, η μεγάλη εισροή μεταναστών από άλλες χώρες και η μείωση της μετανάστευσης εξηγούν την ελαφρά αύξηση του πληθυσμού.

Δεδομένα Επιβίωσης (raw data) για τον πληθυσμό της Πορτογαλίας

Ανδρικός πληθυσμός

Τα δεδομένα για την ανάλυση της θνησιμότητας και του προσδόκιμου επιβίωσης για τον πληθυσμό της Πορτογαλίας έχουν ληφθεί από την ιστοσελίδα της Διεθνούς Βάσης Δεδομένων για την Ανθρώπινη Θνησιμότητα (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database), η οποία περιέχει σχετικά στατιστικά στοιχεία για αρκετές χώρες (μεταξύ αυτών και η Πορτογαλία).

Η ανάλυση και η περιγραφική απεικόνιση των δεδομένων επιβίωσης που ακολουθεί στο παρακάτω σχήμα αφορά τα έτη 1939 έως 2007 για τους άνδρες της Πορτογαλίας.



Σχήμα 5.2.2.1: Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άνδρες της Πορτογαλίας

Από την παράθεση των δεδομένων παρατηρείται ότι η θνησιμότητα των ανδρών στη βρεφική ηλικία είναι αρκετά υψηλή για τα έτη 1939-1949. Η βρεφική θνησιμότητα παρουσιάζει σταδιακή μείωση αλλά συνεχίζει να κυμαίνεται σε υψηλά επίπεδα έως τη δεκαετία του 1980.

Αξιοσημείωτο είναι ότι οι θάνατοι που έχουν καταγραφεί στη βρεφική ηλικία (0-2 ετών) για τα έτη 1939 έως 1979 είναι περισσότεροι από αυτούς στις μεγάλες ηλικίες των 70 έως και 80 ετών.

Η βρεφική θνησιμότητα μειώνεται σημαντικά από το 1989 και έπειτα, ενώ τα τελευταία έτη δεδομένου και της ανόδου του βιοτικού επιπέδου αλλά και της εξέλιξης της ιατρικής επιστήμης, κυμαίνεται σε πολύ χαμηλά επίπεδα.

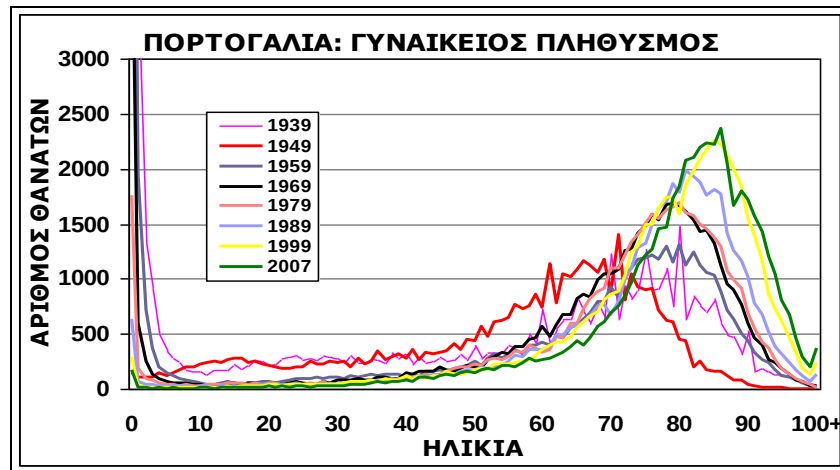
Το ποσοστό θνησιμότητας για τις ηλικίες των 10-15 ετών μοιάζει σχεδόν σταθερό. Αυξημένο πλήθος θανάτων παρατηρείται διαχρονικά στις ηλικίες μεταξύ των 18 και 25 ετών για τους άνδρες. Ωστόσο, για το έτος 1939, παρατηρείται ότι το μεγαλύτερο ποσοστό θνησιμότητας σημειώνεται μεταξύ των ηλικιών 70-80 ετών. Το μέγιστο της καμπύλης για τη χρονολογία αυτή προσδιορίζεται από το διάγραμμα στην ηλικία των 70 ετών. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι σε όλα τα έτη που απεικονίζονται στο διάγραμμα φαίνεται ότι υπάρχει ένας σημαντικός αριθμός ανθρώπων που προσεγγίζουν ή ξεπερνούν την ηλικία των 100 ετών ζωής.

Για το έτος 2007 το υψηλότερο σημείο της γραφικής παράστασης εντοπίζεται στην ηλικία των 85 ετών, στοιχείο που δείχνει ότι το προσδόκιμο ζωής για τους άνδρες της Πορτογαλίας αυξήθηκε αρκετά τα τελευταία χρόνια μετατοπίζοντας προς τα δεξιά το μέγιστο των γραφικών παραστάσεων σταδιακά με την πάροδο των ετών από την ηλικία των 70 που ήταν το 1939 σε 83 έτη κατά το έτος 2007.

Γυναικείος πληθυσμός

Τα δεδομένα για τις γυναίκες της Πορτογαλίας έχουν ληφθεί από την ιστοσελίδα της Διεθνούς Βάσης Δεδομένων για την Ανθρώπινη Θνησιμότητα (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Η ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης για τις γυναίκες της Πορτογαλίας που ακολουθεί στο παρακάτω σχήματα αφορά τα έτη 1939 έως 2007 ανά δεκαετία.



Σχήμα 5.2.2.2: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες της Πορτογαλίας

Ομοίως με τους άνδρες, η βρεφική θνησιμότητα των γυναικών είναι αρκετά υψηλή για τα έτη 1939-1949. Παρατηρείται σταδιακή μείωση αλλά συνεχίζει να κυμαίνεται σε υψηλά επίπεδα έως τη δεκαετία του 1980.

Αξιοσημείωτο και στην περίπτωση του γυναικείου πληθυσμού είναι ότι οι θάνατοι που έχουν καταγραφεί στη βρεφική και παιδική ηλικία (0-2 ετών) για τα έτη 1939 έως 1979 είναι περισσότεροι από αυτούς στις μεγάλες ηλικίες των 70 έως και 80 ετών. Η βρεφική θνησιμότητα μειώνεται σημαντικά κατά τη διάρκεια των εξεταζόμενων ετών.

Το ποσοστό θνησιμότητας των ηλικιών 10-50 ετών είναι χαμηλό και η πρόοδος της κατά τη διάρκεια των ετών φαίνεται φυσιολογική. Το μέγιστο σημείο που παρατηρείται για έτος το 2007 είναι στα 88 περίπου χρόνια. Από την μελέτη των δεδομένων επιβίωσης είναι εμφανές ότι το προσδόκιμο ζωής για τις γυναίκες της Πορτογαλίας αυξήθηκε αρκετά τα τελευταία χρόνια μετατοπίζοντας το μέγιστο των γραφικών παραστάσεων με την πάροδο των ετών σταδιακά από την ηλικία των 79 ετών που ήταν το έτος 1939 σε 88 έτη κατά το έτος 2007.

Συγκριτική ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης ανάμεσα στον ανδρικό και τον γυναικείο πληθυσμό της Πορτογαλίας.

Από τις πληροφορίες που αντλούμε από τα δεδομένα επιβίωσης της Πορτογαλίας εξάγουμε σημαντικά συμπεράσματα για την πορεία της

θνησιμότητα της χώρας που σχετίζονται με ιστορικά γεγονότα π.χ πόλεμοι, αλλά και για την εξέλιξη της διάρκειας ζωής των Πορτογάλων. Τα παλαιότερα έτη το πλήθος των θανάτων ήταν υψηλό μέχρι την ηλικία των 50 ετών για τους άνδρες και μέχρι την ηλικία των 65 ετών για τις γυναίκες, ενώ όσο αυξάνει η ηλικία αυτό μειώνεται και παίρνει πολύ χαμηλές τιμές στην ηλικία των 100 και άνω ετών.

Συγκρίνοντας τα δύο διαγράμματα παρατηρείται ότι οι γυναίκες ζουν περισσότερα έτη από ότι οι άνδρες. Γενικά, η διάρκεια της ζωής στις μέρες μας σε σύγκριση με τα προηγούμενα χρόνια έχει αυξηθεί σημαντικά γεγονός βλέποντας την μετατόπιση των καμπύλων προς τα δεξιά με την πάροδο των ετών. Για παράδειγμα, το ποσό των θανάτων στην ηλικία των 80-90 είναι υψηλότερο το 2007 από τα άλλα έτη.

Επιπλέον, για τις ηλικίες 20-45 ετών, η θνησιμότητα είναι σταθερά μεγαλύτερη για τους άνδρες. Το σημείο στο οποίο παρατηρείται ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας για τους άνδρες είναι 83 ετών, ενώ για τις γυναίκες παρατηρείται σε μεγαλύτερη ηλικία. Οι γυναίκες γενικά ζουν περισσότερα χρόνια και παρουσιάζουν τον μέγιστο αριθμό θανάτων στην ηλικία των 85-90 ετών. Οι άνδρες φτάνουν τα 100 χρόνια ζωής σε μικρότερα ποσοστά από ότι οι γυναίκες.

5.2.3 ΙΣΠΑΝΙΑ

Δημογραφικά Στοιχεία

Η Ισπανία έχει 46.157.822 κατοίκους συμφωνά με την απογραφή του 2008. Στην ηλικιακή ομάδα των 0 έως 14 ετών αντιστοιχεί το 14,4% του συνολικού πληθυσμού με 3.423.861 άνδρες και 3.232.028 γυναίκες. Στις ηλικίες από 15 έως 64 ετών αναλογεί το 69,1% του πληθυσμού και καταγράφηκαν 16.185.5575 άνδρες, ενώ ο αριθμός των γυναικών ανέρχεται σε 15.683.433. Τέλος στην κατηγορία των 65 ετών και άνω ανήκει το 16,5%, το οποίο αντιστοιχεί σε 3.238.301 άνδρες και 4.394.624 γυναίκες.

Επίσης, το ποσοστό των γεννήσεων ανέρχεται σε 10,95 γεννήσεις ανά 1000 άτομα πληθυσμού ενώ η θνησιμότητα αγγίζει τους 8,72 θανάτους ανά 1000 άτομα. Στη δεκαετία του 1860, ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού της Ισπανίας ήταν περίπου 0,3 % ετησίως, ενώ στις αρχές του εικοστού αιώνα, αυτό το ποσοστό είχε αυξηθεί σε περίπου 0,7%. Την ίδια περίοδο όμως παρατηρείται και μείωση του ποσοστού θνησιμότητας, από 8 σε 7/1000 άτομα. Στα μέσα της δεκαετίας του 1980, το προσδόκιμο όριο ζωής είχε φτάσει στα εβδομήντα επτά χρόνια, ενώ το 2007 το προσδόκιμο ζωής, έφτασε τα 77,77 και 84,11 χρόνια για τους άντρες και τις γυναίκες αντίστοιχα.

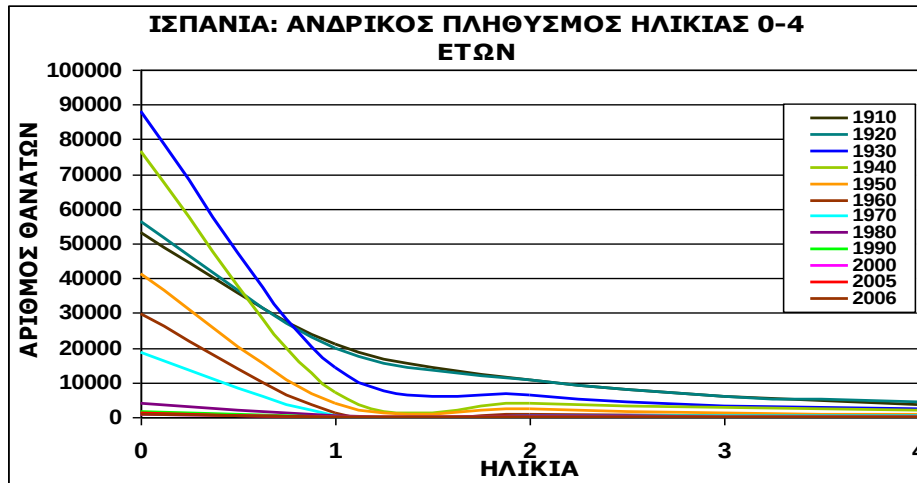
Από το 1960 έως 1980, περίπου 1,3 εκατομμύρια Ισπανοί μετανάστευσαν σε άλλες χώρες της Δυτικής Ευρώπης. Παρόλα αυτά, η αύξηση του πληθυσμού τα τελευταία χρόνια οφείλεται κυρίως στην αύξηση του αριθμού των αλλοδαπών. Στις μέρες μας 5.598.691 μετανάστες ζουν στην Ισπανία και αντιπροσωπεύουν το 12% του συνολικού πληθυσμού της χώρας.

Δεδομένα Επιβίωσης(raw data) για τον πληθυσμό της Ισπανίας

Ανδρικός πληθυσμός ηλικίας 0-4 ετών

Η ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Ισπανίας απεικονίζεται γραφικά στα επόμενα σχήματα. Η μελέτη της θνησιμότητας έγινε έπειτα από το διαχωρισμό των ηλικιών από 0-4 έτη και από 5-110 έτη και για τα δύο φύλα εξίσου.

Στο σχήμα που ακολουθεί απεικονίζονται τα δεδομένα επιβίωσης για τον ανδρικό πληθυσμό της Ισπανίας ηλικίας 0-4 ετών τα έτη 1910-2006.

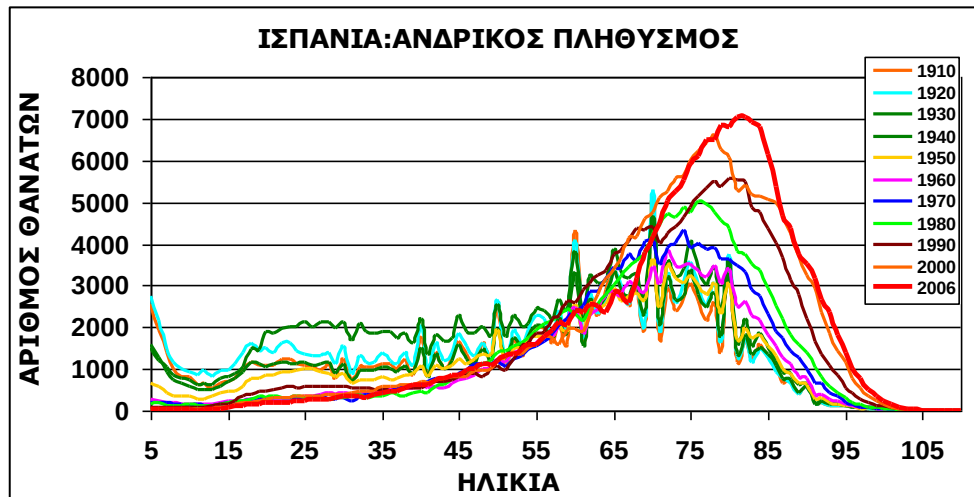


Σχήμα 5.2.3.1 :Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άντρες της Ισπανίας ηλικίας 0-4 ετών

Όπως χαρακτηριστικά απεικονίζεται η θνησιμότητα του ανδρικού πληθυσμού της Ισπανίας από τη βρεφική ηλικία μέχρι και τα 4 έτη παρατηρείται ότι βρίσκεται σε πολύ υψηλά επίπεδα την περίοδο 1910-1970. Ιδιαίτερα, την κρίσιμη περίοδο 1930-1940 η βρεφική θνησιμότητα μέχρι και το πρώτο έτος της ηλικίας τους βρίσκεται σε υψηλότερα επίπεδα από ότι την περίοδο 1910-1920. Η βελτίωση όμως των παροχών υγείας (εμβόλια, φαρμακευτική περίθαλψη) αλλά και των κοινωνικών και οικονομικών συνθηκών της χώρας είχαν ως αποτέλεσμα την κατακόρυφη μείωση του αριθμού των θανάτων. Από τη δεκαετία του 1980 μέχρι και το 2006 η θνησιμότητα για τον ανδρικό πληθυσμό ηλικίας 0-4 ετών έχει φτάσει σε μηδενικά επίπεδα.

Ανδρικός πληθυσμός 5-110 ετών

Στο επόμενο σχήμα απεικονίζεται η θνησιμότητα των ανδρών ηλικίας 5-105 ετών.

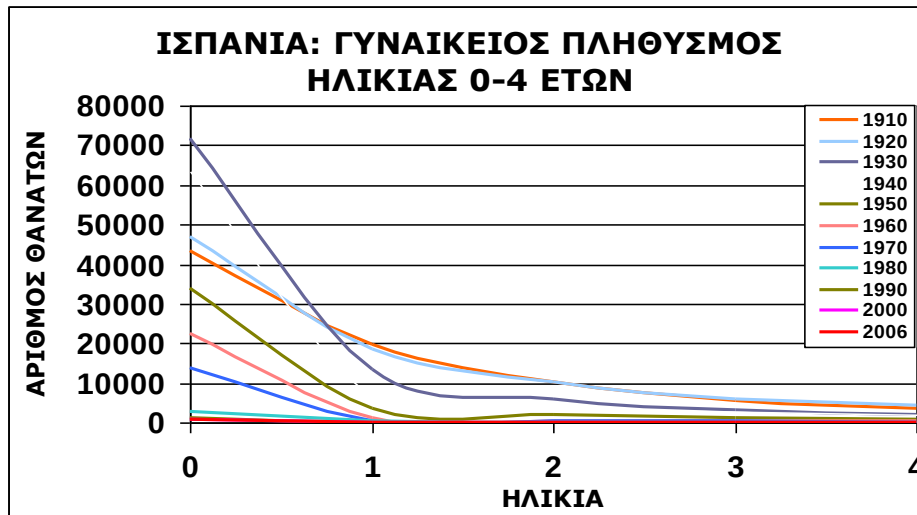


Σχήμα 5.2.3.2 :Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άντρες της Ισπανίας ηλικίας 5-105

Παραθέτοντας τα δεδομένα, παρατηρείται ότι το ποσοστό θνησιμότητας για τις ηλικίες μεταξύ 15-25 ετών είναι αυξημένο συγκριτικά με τις μικρότερες ηλικίες όπως παρουσιάζεται στις καμπύλες θνησιμότητας των ανδρών. Μία εξήγηση που μπορεί να δοθεί είναι η ότι η διαφορά αυτή οφείλεται σε θανάτους από τροχαία ατυχήματα κ.α. Επιπροσθέτως, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η μεγάλη αύξηση στους θανάτους των ανδρών στις ηλικίες 16-55 ετών το 1940. Η έκρυθμη κατάσταση λόγω του εμφυλίου πολέμου είχε ως αποτέλεσμα τη ραγδαία αύξηση της θνησιμότητας κυρίως στον ανδρικό πληθυσμό αλλά και τον σημαντικό περιορισμό στον αριθμό των γεννήσεων. Εμφανές είναι το σημείο στο οποίο παρατηρείται τον μεγαλύτερο αριθμό θανάτων. Αυτό είναι για τους άνδρες ηλικίας περίπου 80 χρονών το έτος 2006. Η μετατόπιση προς τα δεξιά των καμπύλων θνησιμότητας, φανερώνει την αύξηση του προσδόκιμου ζωής και τη βελτίωση του βιοτικού επιπέδου (80).

Γυναικείος πληθυσμός ηλικίας 0-4 ετών

Στο σχήμα που ακολουθεί απεικονίζεται η θνησιμότητα για το γυναικείο πληθυσμό της Ισπανίας από το 1910 έως το 2006 και αφορά τις ηλικίες από 0-4 έτη.

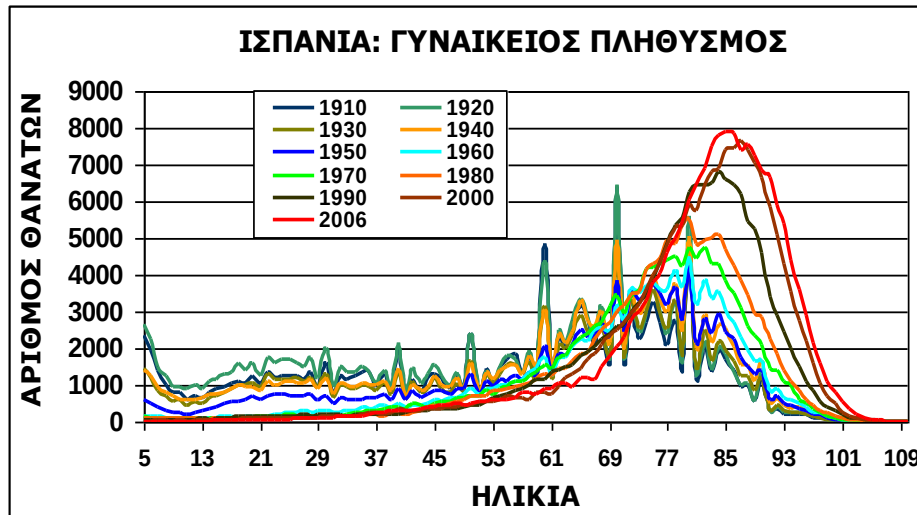


Σχήμα 5.2.3.3: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες της Ισπανίας ηλικίας 0-4 ετών

Όπως αποτυπώνεται η θνησιμότητα των γυναικών κατά τη βρεφική ηλικία βρίσκεται σε πολύ υψηλό επίπεδο κυρίως τα έτη 1910-1930. Ενώ σταδιακά μειώνεται συνεχίζει να παραμένει στα υψηλά επίπεδα. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι από το πρώτο έτος της ηλικίας τους και έπειτα ο αριθμός των θανάτων για την περίοδο 1910-1920 βρίσκεται σε υψηλότερα επίπεδα από εκείνα του 1930. Στις ηλικίες των 2-4 ετών η θνησιμότητα για το γυναικείο πληθυσμό ελαττώνεται σημαντικά, ιδιαίτερα από το 1980 μέχρι και το 2006, όπου φαίνεται να έχει σχεδόν μηδενιστεί.

Γυναικείος πληθυσμός 5-110 ετών

Στο παρακάτω γράφημα αποτυπώνεται η θνησιμότητα των γυναικών από τα 5-110 έτη για τα έτη 1910 έως 2006 ανα δεκαετία.



Σχήμα 5.2.3.4: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες της Ισπανίας ηλικίας 5-

110

Από την παράθεση των δεδομένων παρατηρείται ότι από την ηλικία των 5 χρόνων και έπειτα η θνησιμότητα των γυναικών ελαττώνεται συνεχώς για όλα τα έτη, ενώ από το 15ο έτος της ηλικίας τους μέχρι και το 40ο περίπου φαίνεται να παρουσιάζει σημαντική αύξηση κυρίως για την περίοδο 1910-1920, γεγονός που αιτιολογείται από την Ισπανική γρίπη που ξέσπασε εκείνη την εποχή. Την ίδια περίοδο, σημαντικές και απότομες αυξομειώσεις παρατηρούνται στις γραφικές παραστάσεις που απεικονίζουν τη θνησιμότητα και αυτές αναφέρονται κυρίως στις ηλικίες των 60-70 χρόνων. Μέγιστο αριθμό θανάτων για τις γυναίκες όπως αποτυπώνεται από την καμπύλη του έτους 2006 έχουμε στην ηλικία των 87 χρόνων περίπου.

Αξίζει να σημειωθεί η σημαντική μετατόπιση της καμπύλης των θανάτων προς τα δεξιά για τα έτη 1990- 2006 γεγονός που καταδεικνύει την αύξηση του μέσου όρου ζωής με αρκετές γυναίκες να ξεπερνούν τα 100 χρόνια.

Συγκριτική ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης ανάμεσα στον ανδρικό και τον γυναικείο πληθυσμό της Ισπανίας.

Ύστερα από μελέτη των δεδομένων επιβίωσης για τη χώρα της Ισπανίας αλλά και πώς γεγονότα όπως πόλεμοι, σημαντικές ασθένειες ή κοινωνικοοικονομικές αλλαγές επηρεάζουν τη πορεία της θνησιμότητας της χώρας μπορούμε να

προχωρήσουμε σε μία συγκριτική μελέτη των δεδομένων ανάμεσα στον ανδρικό όσο και τον γυναικείο πληθυσμό.

Είναι προφανές ότι το ποσοστό θνησιμότητας των ανδρών είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο των γυναικών για τις ηλικίες μεταξύ 15-25 και αυτό κυρίως λόγω τροχαίων ατυχημάτων. Επίσης, η Ισπανική γρίπη το 1918 ήταν η αιτία που μείωσε σε σημαντικό βαθμό ένα μεγάλο μέρος του πληθυσμού, με αποτέλεσμα να παρατηρείται μεγάλη αύξηση των θανάτων και των δύο φύλων σε όλες τις ηλικίες. Κυρίως μετά από το 1970 παρατηρείται έντονη προς τα δεξιά μετατόπιση των καμπύλων θνησιμότητας για τις μεγαλύτερες ηλικίες και των δυο φύλων, γεγονός που δείχνει την βελτίωση βιοτικού επιπέδου και την αύξηση του ορίου ζωής των κατοίκων της.

Ενδιαφέροντα συμπεράσματα εξάγονται ακόμα και για το μέσο όρο ζωής των δύο φύλων. Συγκρίνοντας τα διαγράμματα παρατηρείται ότι ο μέσος όρος ζωής των γυναικών είναι υψηλότερος από τον αντίστοιχο των ανδρών. Αυτό εύκολα διακρίνεται από την καμπύλη θνησιμότητας, η οποία για τις γυναίκες βρίσκεται δεξιότερα από την καμπύλη των ανδρών.

5.2.4. ΚΥΠΡΟΣ

Δημογραφικά στοιχεία

Ο πληθυσμός της Κύπρου στα τέλη του εκτιμήθηκε σε 1.054.400 συμπεριλαμβανομένων και των Τουρκοκύπριων. Για το ίδιο έτος ο πληθυσμός στην περιοχή που ελέγχεται από την Δημοκρατία της Κύπρου εκτιμήθηκε σε 789.300 κατοίκους. Σύμφωνα με δεδομένα του 2008, η δομή των ηλικιών ήταν: 17,47% για τις ηλικίες από 0 έως 4 ετών, 70,07% για 15 έως 64 έτη και 12,46% για 65 έτη και άνω.

Το ποσοστό αύξησης πληθυσμού το 2008 ήταν 1,4%, το ποσοστό γεννήσεων 10,9 γεννήσεις ανά 1000 άτομα και το ποσοστό θανάτων 6,8 θάνατοι ανά 1000 ατόμων πληθυσμό. Συγχρόνως, το ποσοστό καθαρής μετανάστευσης ήταν 9,4

μετανάστες ανά 1000 άτομα. Το ποσοστό βρεφικής θνησιμότητας για το έτος 2006 ήταν 3,6 θάνατοι ανά 1000 γεννήσεις ζώντων βρεφών.

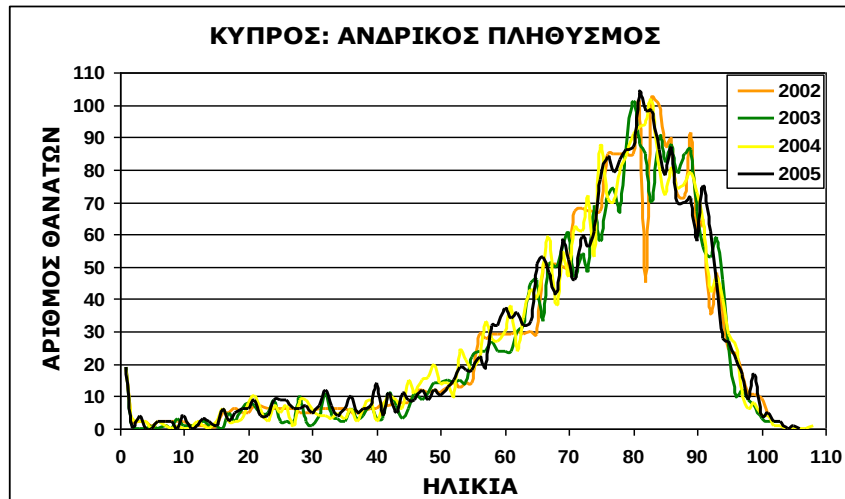
Η υπολογιζόμενη διάρκεια ζωής, το 2006, στη γέννηση για το συνολικό πληθυσμό ήταν τα 79,35 έτη, για του άνδρες τα 77,0 έτη και για τις γυναίκες τα 81,7 έτη. Για το ίδιο έτος το συνολικό ποσοστό γονιμότητας ήταν 1,44 %.

Στην Κύπρο ζουν 76% Ελληνοκύπριοι, το 99,5% ζουν στην ελεύθερη περιοχή και το 0,5% από αυτούς ζουν στην κατεχόμενη περιοχή. Οι Τουρκοκύπριοι είναι το 10% του συνολικού πληθυσμού, το 1,3% ζουν στην ελεύθερη περιοχή και σε ποσοστό 98,7% ζουν στην κατεχόμενη περιοχή. Υπάρχει και ένα ποσοστό της τάξεως του 14% άλλων εθνικών ομάδων οι οποίοι σε ποσοστό 99,2% κατοικούν στην ελεύθερη περιοχή και 0.8% στην κατεχόμενη.

Δεδομένα Επιβίωσης (raw data) για τον πληθυσμό της Κύπρου

Ανδρικός πληθυσμός

Η μελέτη των δεδομένων επιβίωσης περιορίζεται στα έτη 2002 έως 2005. Τα δεδομένα παρουσιάζονται γραφικά και παρουσιάζουν μια σχετική ομοιομορφία. Χαρακτηριστική είναι μια απότομη μείωση «βύθιση» της καμπύλης θνησιμότητας, η οποία αιτιολογείται με έλλειψη πληθυσμού των σχετικών ηλικιών αυτών το συγκεκριμένο έτος. Δηλαδή, κάποια χρόνια στο παρελθόν συνέβη μείωση των γεννήσεων ώστε το 2002 στην ηλικία των 81 ετών δεν υπήρχε αρκετό πλήθος ανδρών για να πεθάνουν, με συνέπεια την απότομη μείωση του αριθμού των θανάτων.



Σχήμα 5.2.4.1 :Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άντρες Κύπρου

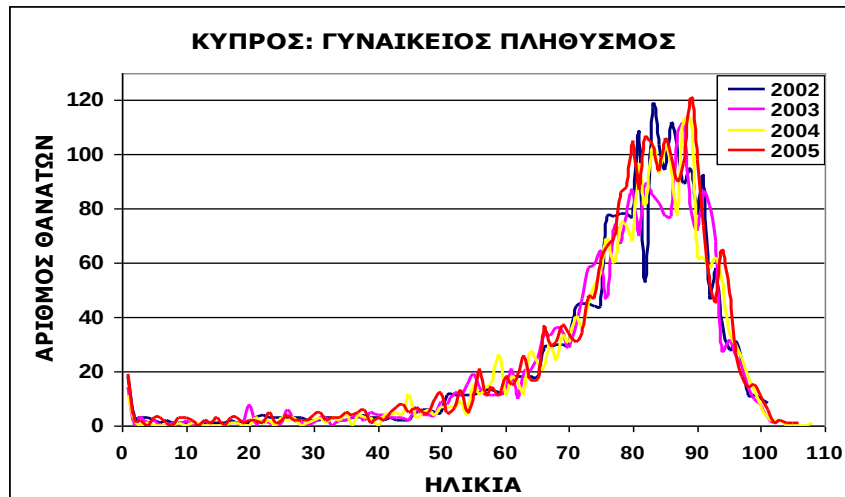
Για όλα τα εξεταζόμενα έτη η βρεφική θνησιμότητα φαίνεται να είναι στα ίδια επίπεδα. Σημαντικός αριθμός παιδιών πεθαίνει είτε στη γέννηση, είτε στα πρώτα τέσσερα έτη ζωής.

Παρατηρούνται συνεχείς αυξομειώσεις στα ποσοστά θνησιμότητας των ανδρών. Από την ηλικία των 18 ετών τα ποσοστά θανάτων των ανδρών αυξάνονται. Στις ηλικίες μεταξύ 20-40 ετών το μεγαλύτερο ποσοστό θανάτων προσδιορίζεται να είναι για το έτος 2005. Μέγιστο αριθμό θανάτων όπως απεικονίζεται στο διάγραμμα εντοπίζεται στις ηλικίες μεταξύ 80-85 ετών για όλα τα εξεταζόμενα έτη, ενώ σύγχρονος σεβαστός αριθμός ανδρών υπερβαίνει τα 100 χρόνια ζωής.

Γυναικείος πληθυσμός

Χαρακτηριστικό στοιχείο των δεδομένων επιβίωσης της Κύπρου που φαίνεται και από τις καμπύλες θνησιμότητας, είναι απότομες αυξομειώσεις της θνησιμότητας για τα περισσότερα εξεταζόμενα έτη. Η απότομη μείωση θνησιμότητας σημαίνει μικρό αριθμό πληθυσμού στην συγκεκριμένη ηλικία για το έτος αυτό. Με απλά λόγια μείωση του αριθμού των γεννήσεων κατά το παρελθόν για κάποιο λόγο. Για παράδειγμα στην ηλικία των 81 ετών εντοπίζεται βύθιση στην καμπύλη για το έτος 2002 και απότομη αύξηση μέχρι την ηλικία των 84 ετών. Αυτό σημαίνει ότι όσοι το 2002 ήταν 81 ετών γεννήθηκαν το 1921. Δηλαδή το 1921 για κάποιο λόγο συνέβη μείωση των

γεννήσεων η οποία δε συνεχίστηκε για τα επόμενα έτη, με αποτέλεσμα στη ηλικία των 81 ετών να παρατηρείται έλλειψη ατόμων, δηλαδή μικρός αριθμός ανθρώπων για να πεθάνουν και να εξελιχθεί ομαλά η καμπύλη θνησιμότητας.



Σχήμα 5.2.4.2 :Διάγραμμα θνησιμότητας για της γυναίκες της Κύπρου

Η βρεφική θνησιμότητα μοιάζει να είναι στα ίδια επίπεδα με εκείνη των ανδρών για την αντίστοιχη περίοδο 2002-2005. Παρατηρούνται συνεχείς αυξομειώσεις στη θνησιμότητα και στην περίπτωση των γυναικών, σε μικρότερη κλίμακα. Όπως για παράδειγμα, τα ποσοστά θανάτων των γυναικών στις ηλικίες 20- 40 έτη είναι αισθητά χαμηλότερα.

Η μετατόπιση της καμπύλης θνησιμότητας προς τα δεξιά όπως αποτυπώνεται από το σχήμα καταδεικνύει την αύξηση του ορίου ζωής για τις γυναίκες από το 2002 έως το 2005. Όπως αποτυπώνεται στην καμπύλη θνησιμότητας πολλές γυναίκες ξεπερνούν τα 100 έτη ζωής. Το μέγιστο πλήθος θανάτων για το 2002 προσδιορίζεται να είναι στα 82 έτη ενώ για το 2005 τα 92 έτη περίπου.

Συγκριτική ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης ανάμεσα στον ανδρικό και τον γυναικείο πληθυσμό της Κύπρου.

Συγκρίνοντας τα δύο διαγράμματα, παρατηρείται ότι κατά τη βρεφική και παιδική ηλικία η θνησιμότητα τόσο για τον ανδρικό όσο και για τον γυναικείο πληθυσμό φαίνεται να είναι στα ίδια επίπεδα για τα έτη 2002-2005. Τα

ποσοστά θνησιμότητας των ανδρών στις ηλικίες ανάμεσα στα 20- 40 έτη είναι υψηλότερα από τα αντίστοιχα των γυναικών.

Η μέση διάρκεια ζωής έχει αυξηθεί και για τα δύο φύλα, δεδομένου ότι έχουμε σημαντική μετατόπιση προς τα δεξιά των καμπύλων θνησιμότητας. Επιπροσθέτως, συμπεραίνουμε ότι οι γυναίκες ζουν περισσότερο καιρό από τους άνδρες.

II. Χώρες Ανατολικής Ευρώπης

5.2.5 ΡΩΣΙΑ

Δημογραφικά στοιχεία

Η Ρωσία σύμφωνα με εκτιμήσεις του 2002 έχει 144.978.573 κατοίκους. Η πλειοψηφία του πληθυσμού της είναι συγκεντρωμένη στον ευρωπαϊκό χώρο, λόγω του κλίματος και των αντίξοων συνθηκών στη Σιβηρία. Η πυκνότητα του πληθυσμού υπολογίζεται σε 9 κατοίκους/km². Το 16,7% των Ρώσων έχουν ηλικία κάτω των 15 ετών, το 70,2% είναι ηλικίας μεταξύ 15 έως 64 ετών, ενώ πάνω από τα 65 είναι το 13,1% του πληθυσμού της χώρας. Το προσδόκιμο ζωής στη Ρωσία το 2002 ήταν 62,29 έτη για τους άνδρες και 72,97 για τις γυναίκες. Ο δείκτης ετήσιας γεννητικότητας εκτιμάται στο 0,97% και της ετήσιας θνησιμότητας στο 1,39%. Επιπρόσθετα, το ποσοστό βρεφικής θνησιμότητας για το ίδιο έτος έφτανε το 1,97% και η ετήσια αύξηση του πληθυσμού ήταν αρνητική (-0,33%).

Το 73,2% των κατοίκων διαμένουν στα αστικά κέντρα, ενώ ο υπόλοιπος πληθυσμός (26,8%) σε αγροτικές περιοχές. Οι Ρώσοι, αποτελούν το 81,5% του συνολικού πληθυσμού της χώρας. Οι υπόλοιποι είναι Τάταροι (3,8%), Ουκρανοί (3%), Τσουβάσιοι (1,2%), Μπασκίροι (1%). Το υπόλοιπο 8,1% του πληθυσμού άλλων εθνικοτήτων όπως Λευκορώσοι, Τσετσένοι κ.α

Δεδομένα Επιβίωσης (raw data) για τον πληθυσμό της Ρωσίας

Τα δεδομένα για την ανάλυση της θνησιμότητας και του προσδόκιμου επιβίωσης για τον πληθυσμό της Ρωσίας (9), (10) έχουν ληφθεί από την ιστοσελίδα της Διεθνούς Βάσης Δεδομένων για την Ανθρώπινη Θνησιμότητα

(<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database), η οποία περιέχει σχετικά στατιστικά στοιχεία για αρκετές χώρες.

Ανδρικός πληθυσμός

Η ανάλυση και η περιγραφική απεικόνιση των δεδομένων επιβίωσης που ακολουθεί στα παρακάτω σχήματα αφορά τα έτη 1946 έως 2006 για τους άνδρες της Ρωσίας.



Σχήμα 5.2.5.1: Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άντρες της Ρωσίας

Από την παράθεση των δεδομένων παρατηρείται ότι η θνησιμότητα των ανδρών στη βρεφική ηλικία είναι αρκετά υψηλή για τα έτη 1946-1994. Η βρεφική θνησιμότητα παρουσιάζει σταδιακή μείωση αλλά συνεχίζει να κυμαίνεται σε υψηλά επίπεδα έως και το 2006.

Αξιοσημείωτο είναι ότι οι θάνατοι που έχουν καταγραφεί στη βρεφική και παιδική ηλικία (0-2 ετών) για τα έτη 1946-1994 είναι περισσότεροι από αυτούς στις μεγάλες ηλικίες των 70 έως και 80 ετών. Για τις ηλικίες 2-10 ετών παρατηρείται για όλα τα έτη ομοιομορφία στις καμπύλες θνησιμότητας με εξαίρεση το 1946, προφανώς λόγω των κακουχιών και των υπόλοιπων συνεπειών του πολέμου. Το ποσοστό θνησιμότητας για τις ηλικίες των 10-15 ετών μοιάζει σχεδόν σταθερό με εξαίρεση το έτος 1946.

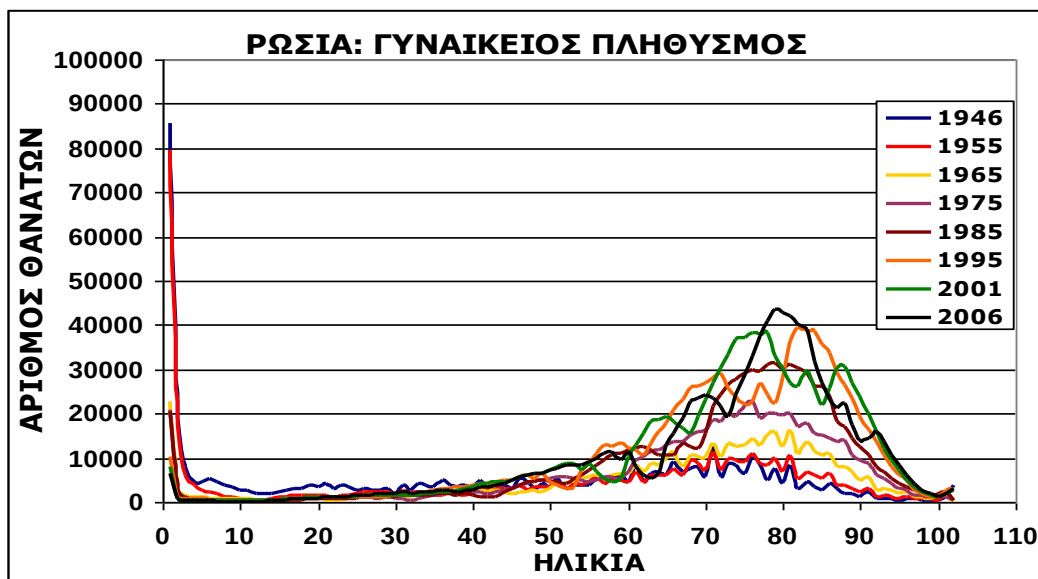
Αυξημένο πλήθος θανάτων παρατηρείται διαχρονικά στις ηλικίες μεταξύ των 18 και 25 ετών για τους άνδρες. Ωστόσο, για το έτος 1946, παρατηρείται ότι το μεγαλύτερο ποσοστό θνησιμότητας για προχωρημένες ηλικίες σημειώνεται μεταξύ των ηλικιών 60-70 ετών. Το μέγιστο της καμπύλης για τη χρονολογία αυτή προσδιορίζεται από το διάγραμμα στην ηλικία των 60 ετών. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι σε όλα τα έτη που απεικονίζονται στο διάγραμμα φαίνεται ότι υπάρχει ένας σημαντικός αριθμός ανθρώπων που προσεγγίζουν και ξεπερνούν την ηλικία των 100 ετών ζωής.

Για το έτος 2006 το υψηλότερο σημείο της γραφικής παράστασης εντοπίζεται στην ηλικία των 68 ετών, στοιχείο που δείχνει ότι το προσδόκιμο ζωής για τους άνδρες της Ρωσίας αυξήθηκε αρκετά τα τελευταία χρόνια μετατοπίζοντας το μέγιστο των γραφικών παραστάσεων σταδιακά με την πάροδο των ετών από την ηλικία των 60 ετών που ήταν το 1946 σε 68 έτη το έτος 2006.

Τέλος όσον αφορά τις βυθίσεις που παρατηρείται στις παραπάνω γραφικές παραστάσεις, αρκεί να συλλογιστούμε ότι το 2006 η βύθιση παρατηρείται στην ηλικία των 54, 55 ετών, δηλαδή αφορά ανθρώπους που γεννήθηκαν το 1940. Η μείωση στους θανάτους σε τέτοια ηλικία 54,55 ετών παραθέτει σε μικρό αριθμό γεννήσεων για το έτος 1940 κυρίως λόγω στρατιωτικών υποχρεώσεων των ανδρών.

Γυναικείος πληθυσμός

Η ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης για τις γυναίκες της Ρωσίας, που ακολουθεί στο παρακάτω σχήματα αφορά τα έτη 1946 έως 2006 ανά δεκαετία περίπου.



Σχήμα 5.2.5.2: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες της Ρωσίας

Ομοίως με τους άνδρες, η θνησιμότητα των ανδρών στη βρεφική ηλικία είναι αρκετά υψηλή για τα έτη 1946-1994. Η βρεφική θνησιμότητα παρουσιάζει σταδιακή μείωση αλλά συνεχίζει να κυμαίνεται σε υψηλά επίπεδα έως και το 2006.

Αξιοσημείωτο είναι ότι οι θάνατοι που έχουν καταγραφεί στη βρεφική και παιδική ηλικία (0-2 ετών) για τα έτη 1946-1985 είναι περισσότεροι από αυτούς στις μεγάλες ηλικίες των 75 έως και 85 ετών. Για τις ηλικίες 2-10 ετών παρατηρείται για όλα τα έτη ομοιομορφία στις καμπύλες θνησιμότητας με εξαίρεση το 1946, προφανώς λόγω των κακουχιών και των υπόλοιπων συνεπειών του πολέμου (10). Το ποσοστό θνησιμότητας για τις ηλικίες των 10-15 ετών μοιάζει σχεδόν σταθερό με εξαίρεση το έτος 1946.

Για το έτος 1946, παρατηρείται ότι το μεγαλύτερο ποσοστό θνησιμότητας για προχωρημένες ηλικίες σημειώνεται μεταξύ των ηλικιών 70-78 ετών. Το μέγιστο της καμπύλης για τη χρονολογία αυτή προσδιορίζεται από το διάγραμμα στην ηλικία των 72 ετών. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι σε όλα τα έτη που απεικονίζονται στο διάγραμμα φαίνεται ότι υπάρχει ένας σημαντικός αριθμός ανθρώπων που προσεγγίζουν ή ξεπερνούν την ηλικία των ετών ζωής.

Για το έτος 2006, το υψηλότερο σημείο της γραφικής παράστασης εντοπίζεται στην ηλικία των 79 ετών, στοιχείο που δείχνει ότι το προσδόκιμο ζωής για τις

γυναίκες της Ρωσίας αυξήθηκε αρκετά τα τελευταία χρόνια μετατοπίζοντας το μέγιστο των γραφικών παραστάσεων σταδιακά με την πάροδο των ετών από την ηλικία των 72 που ήταν το 1946 σε 79 έτη κατά το έτος 2006.

Συγκριτική ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης ανάμεσα στον ανδρικό και τον γυναικείο πληθυσμό της Ρωσίας.

Από τις πληροφορίες που αντλούμε από τη γραφική απεικόνιση των δεδομένων επιβίωσης της Ρωσίας συμπεραίνουμε αρκετά στοιχεία για την πορεία της θνησιμότητας της χώρας, τα οποία σχετίζονται με ιστορικά γεγονότα π.χ πολέμοι, αλλά και για την εξέλιξη της διάρκειας ζωής του πληθυσμού της. Τα παλαιότερα έτη το πλήθος των θανάτων ήταν υψηλό μέχρι την ηλικία των 50-60 ετών για τους άνδρες και μέχρι την ηλικία των 65-75 ετών για τις γυναίκες.. Συγκρίνοντας τα δύο διαγράμματα παρατηρείται ότι οι γυναίκες ζουν περισσότερο από ότι οι άνδρες. Γενικά, η διάρκεια της ζωής στις μέρες μας σε σύγκριση με τα προηγούμενα χρόνια έχει αυξηθεί σημαντικά βλέποντας το από την μετατόπιση των καμπύλων προς τα δεξιά με την πάροδο των ετών. Για παράδειγμα, το ποσό των θανάτων στην ηλικία των 80-90 είναι υψηλότερο το 2007 από τα άλλα έτη.

Επιπλέον, για τις ηλικίες 20-45 ετών, η θνησιμότητα είναι σταθερά μεγαλύτερη για τους άνδρες. Το σημείο στο οποίο παρατηρείται ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας για τους άνδρες είναι 68 ετών, ενώ για τις γυναίκες παρατηρείται σε μεγαλύτερη ηλικία. Οι γυναίκες φτάνουν τα 100 χρόνια ζωής σε μεγαλύτερα ποσοστά από ότι οι άνδρες.

III. Χώρες Δυτικής Ευρώπης

5.2.6 ΓΑΛΛΙΑ

Δημογραφικά στοιχεία

Το προσδόκιμο ζωής στο σύνολο του πληθυσμού της Γαλλίας, ήταν σύμφωνα με εκτιμήσεις, το έτος 2009 τα 80,98 χρόνια (77,79 χρόνια οι άνδρες και 84,33 οι γυναίκες).

Ο πληθυσμός της χώρας είναι 65.447.374 άνθρωποι και είναι 20^η χώρα στον κόσμο σε επίπεδο πληθυσμού. Ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού είναι 0,549% σύμφωνα με εκτιμήσεις του 2009. Το έτος 2006 σημειώθηκαν 830.900 γεννήσεις, ευρωπαϊκό ρεκόρ γεννητικότητας με 2,07 παιδιά ανά οικογένεια. Ο ρυθμός γεννήσεων το 2009 ήταν 12,57 γεννήσεις/1000 πληθυσμό και ο ρυθμός θανάτου 8,48 θάνατοι/1000 πληθυσμό το έτος 2008.

Δεδομένα Επιβίωσης (raw data) για τον πληθυσμό της Γαλλίας

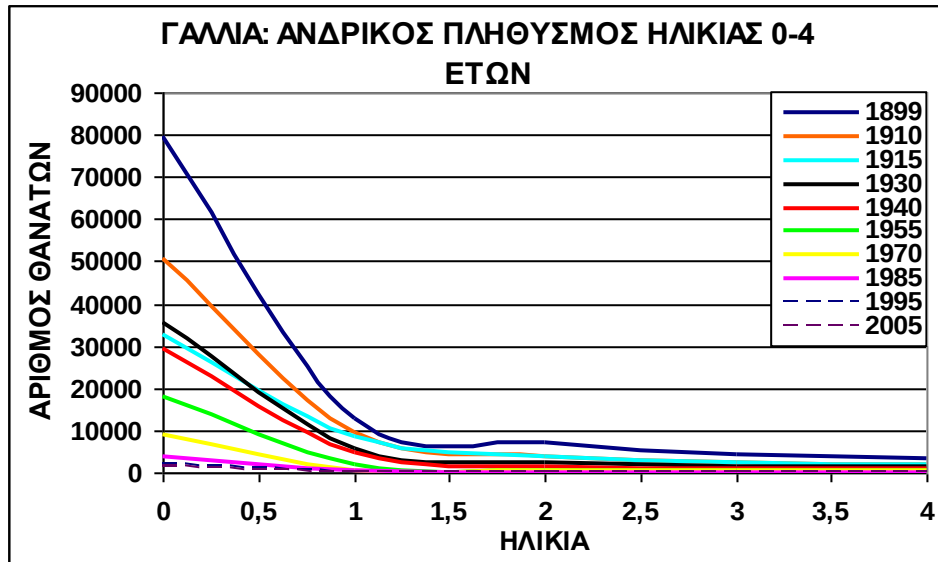
Ανδρικός πληθυσμός

Τα δεδομένα για την ανάλυση της θνησιμότητας και του προσδόκιμου επιβίωσης για τον πληθυσμό της Γαλλίας έχουν ληφθεί από την ιστοσελίδα της Διεθνούς Βάσης Δεδομένων για την Ανθρώπινη Θνησιμότητα (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database), η οποία περιέχει σχετικά στατιστικά στοιχεία για αρκετές χώρες.

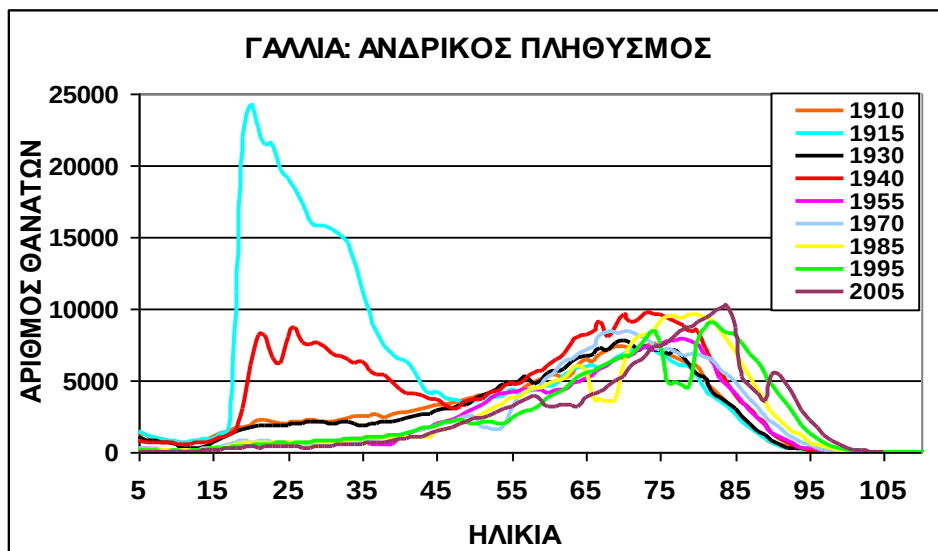
Η ανάλυση και η περιγραφική απεικόνιση των δεδομένων επιβίωσης που ακολουθεί στα παρακάτω σχήματα αφορά τα έτη 1899 έως 2005 για τους άνδρες της Γαλλίας.

Για την καλύτερη απεικόνιση και ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης προβαίνουμε στον διαχωρισμό των θανάτων κατά τη βρεφική ηλικία έως και

την ηλικία των 4 ετών και έπειτα από το 4^ο έτος μέχρι την ηλικία των 100 ετών και άνω.



5.2.6.1: Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άνδρες της Γαλλίας ηλικίας 0-4 ετών



Σχήμα 5.2.6.2: Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άνδρες της Γαλλίας ηλικίας 5-110 ετών

Από την γραφική απεικόνιση των δεδομένων επιβίωσης για τους άνδρες της Γαλλίας παρατηρείται ότι η θνησιμότητα στη βρεφική ηλικία είναι αρκετά υψηλή για τα έτη 1899-1955. Παρουσιάζει σταδιακή μείωση αλλά συνεχίζει να κυμαίνεται σε υψηλά επίπεδα έως τη δεκαετία του 1970. Από το 1955 και μετά

μειώνεται σημαντικά, ενώ τα τελευταία χρόνια δεδομένου και της ανόδου του βιοτικού επιπέδου αλλά και της εξέλιξης της ιατρικής επιστήμης, κυμαίνεται σε πολύ χαμηλά έως μηδενικά επίπεδα.

Το ποσοστό θνησιμότητας για τις ηλικίες των 10-15 ετών μοιάζει να είναι σχεδόν σταθερό. Αυξημένο πλήθος θανάτων παρατηρείται διαχρονικά στις ηλικίες μεταξύ των 18 και 25 ετών για τους άνδρες.

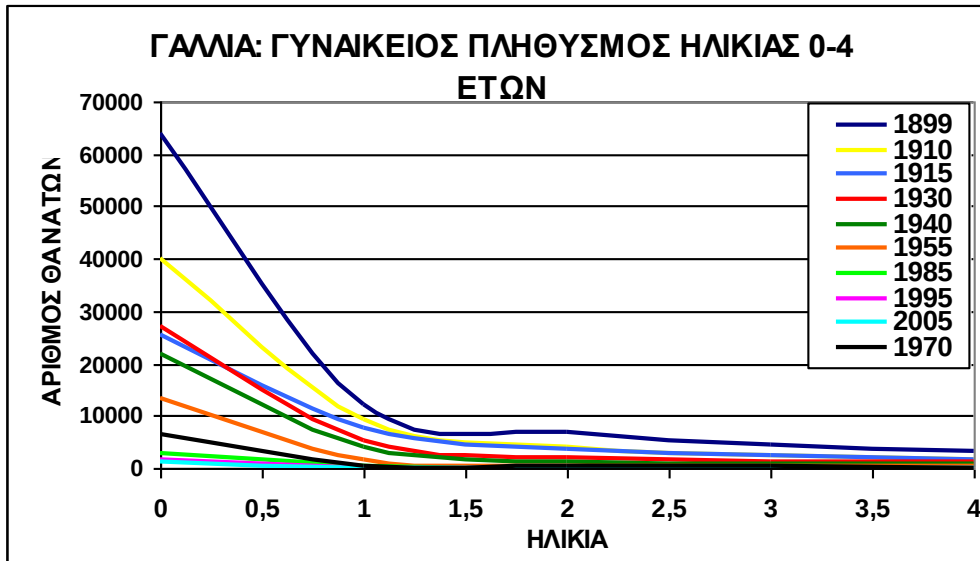
Αξιοσημείωτη είναι η ραγδαία αύξηση του ποσοστού των θανάτων τα έτη 1915 και 1940 που διαδραματίστηκαν οι Α και Β Παγκόσμιος Πόλεμοι στις ηλικίες μεταξύ 18 έως 40 ετών σε σχέση με τις υπόλοιπες ηλικίες εκείνων των ετών αλλά και με τα υπόλοιπα έτη.

Για το έτος 1910, παρατηρείται ότι το μεγαλύτερο ποσοστό θνησιμότητας σημειώνεται στην ηλικία των 68 ετών. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι σε όλα τα έτη που απεικονίζονται στο διάγραμμα φαίνεται ότι υπάρχει ένας σημαντικός αριθμός ανθρώπων που προσεγγίζουν ή ξεπερνούν την ηλικία των 100 ετών ζωής.

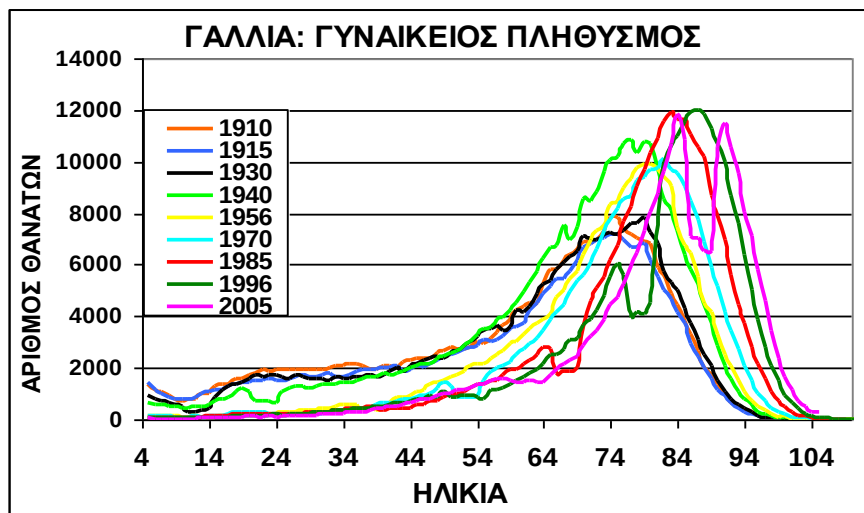
Για το έτος 2005, το μέγιστο της γραφικής παράστασης της θνησιμότητας εντοπίζεται στην ηλικία των 84 ετών, υποδεικνύοντας ότι το προσδόκιμο ζωής για τους άνδρες αυξήθηκε αρκετά τα τελευταία χρόνια μετατοπίζοντας το μέγιστο των καμπύλων σταδιακά με την πάροδο των ετών από την ηλικία των 68 που ήταν το 1910 στα 84 έτη κατά το έτος 2005.

Γυναικείος πληθυσμός

Η ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης για τις γυναίκες της Γαλλίας που ακολουθεί στα παρακάτω σχήματα αφορά τα έτη 1899 έως 2005 ανά δεκαετία.



Σχήμα 5.2.6.3: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες της Γαλλίας ηλικίας 0-4 ετών



Σχήμα 5.2.6.4: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες της Γαλλίας ηλικίας 4-105 ετών

Το φαινόμενο της υψηλής βρεφικής θνησιμότητας κατά τα παλαιότερα έτη είναι εξίσου υπαρκτό και για τις γυναίκες. Ιδιαίτερα για τα έτη 1910-1955, η θνησιμότητα αυτή μειώνεται σταδιακά αλλά είναι υψηλή έως και τη δεκαετία του 1970.

Το ποσοστό θνησιμότητας των ηλικιών 10-50 είναι χαμηλό αλλά σταθερά αυξανόμενο ιδιαίτερα το 1940 λόγω του ΄Β Παγκοσμίου Πολέμου και η

αύξηση της κατά τη διάρκεια των ετών φαίνεται φυσιολογική. Το μέγιστο σημείο που παρατηρείται για έτος το 2005 είναι στα 92 περίπου χρόνια. Το προσδόκιμο ζωής για τις γυναίκες της Γαλλίας είναι εμφανές ότι αυξήθηκε αρκετά τα τελευταία χρόνια μετατοπίζοντας το μέγιστο των γραφικών παραστάσεων με την πάροδο των ετών από την ηλικία των 74 ετών που ήταν το έτος 1910 σε 92 έτη κατά το έτος 2007. Τέλος και στον γυναικείο πληθυσμό της Γαλλίας καταγράφονται αρκετές περιπτώσεις ανθρώπων που ξεπερνούν το 100^ο έτος ζωής.

Συγκριτική ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης ανάμεσα στον ανδρικό και τον γυναικείο πληθυσμό της Γαλλίας.

Στα σχετικά διαγράμματα μπορούμε να παρατηρήσουμε τα καταστροφικά αποτελέσματα των 'Α και 'Β Παγκοσμίων Πολέμων. Από την ανάλυση των δεδομένων ο 'Α Παγκόσμιος Πόλεμος (1914) φαίνεται είχε πολύ πιο καταστροφικά αποτελέσματα από τον 'Β.

Ακόμη και αν οι απώλειες για τους άνδρες ήταν πολύ μεγαλύτερες από εκείνες των γυναικών, υπάρχει ένα ενδιαφέρον συμπέρασμα που μπορεί να προκύψει από τις γραφικές παραστάσεις. Για το έτος 2005, η κατανομή των ανδρών και γυναικών, έχει ένα «δίδυμο» κορυφών. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί από την μείωση των γεννήσεων κατά τη διάρκεια των πολέμων που οδηγούν σε μείωση των θανάτων των αντίστοιχων ηλικιών. Αυτός είναι και ο λόγος που φαίνεται ότι συμβαίνει απότομη μείωση στην παιδική θνησιμότητα, για τα έτη των πολέμων.

Ένα άλλο ενδιαφέρον σημείο είναι ότι μετά και τον Πρώτο και Δεύτερο Παγκόσμιο Πόλεμο, η βρεφική θνησιμότητα είναι σημαντικά υψηλότερη σε σχέση με άλλα χρόνια. Γεγονός που καταδεικνύει ότι το ποσοστό των βρεφών που γεννήθηκαν (και κατά συνέπεια και το ποσοστό που δεν επιβίωσαν), ήταν υψηλότερο από ό, τι σε άλλα έτη, η οποία είναι σύμφωνη με το φαινόμενο της αύξησης των γεννήσεων που παρατηρείται πάντοτε στις μεταπολεμικές περιόδους.

Συγκρίνοντας τα δεδομένα των πληθυσμών των δύο φύλων παρατηρείται ότι οι γυναίκες ζουν περισσότερα έτη από ότι οι άνδρες. Για τις ηλικίες 20-45 ετών, η

θνησιμότητα είναι σταθερά μεγαλύτερη για τους άνδρες τα τελευταία έτη. Το σημείο στο οποίο παρατηρείται ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας για τους άνδρες είναι στα 84 έτη, ενώ για τις γυναίκες παρατηρείται σε μεγαλύτερη ηλικία. Οι γυναίκες παρουσιάζουν τον μέγιστο αριθμό σε θανάτων στην ηλικία των 84-90 ετών.

5.2.7 ΟΛΛΑΝΔΙΑ

Δημογραφικά Στοιχεία

Η έκταση της Ολλανδίας, σύμφωνα με εκτιμήσεις του 2004, είναι 41.526 τετραγωνικά χιλιόμετρα. Το έτος 2009 ο πληθυσμός της υπολογίστηκε περίπου στα 16.491.852 ανθρώπους. Ο πληθυσμός της σχεδόν διπλασιάστηκε, από 5,1 σε 10,0 εκατομμύρια μεταξύ των ετών 1900 και 1950. Από το 1950 έως το 2000, ο πληθυσμός αυξήθηκε περισσότερο από 10,0 σε 15,9 εκατομμύρια. Η γεννητικότητα της χώρας είναι 1,66 παιδιά για κάθε γυναίκα και είναι υψηλό ποσοστό σε σχέση με άλλες Ευρωπαϊκές χώρες. Η διάρκεια ζωής όπως αυτή υπολογίζεται είναι υψηλή: 82 και 77 έτη για τα νεογέννητα κορίτσια και για τα αγόρια αντίστοιχα. Το ποσοστό μετανάστευσης της Ολλανδίας είναι ύψους 2,55 ανά 1.000 κατοίκους.

Οι εθνικότητες των κατοίκων της Ολλανδίας παρουσιάζουν ποικιλομορφία σύμφωνα με τα επίσημα στοιχεία της στατιστικής υπηρεσίας του κράτους. Οι Ολλανδοί καταλαμβάνουν το 80,8% του πληθυσμού. Το 5,6% του πληθυσμού είναι Ευρωπαίοι με το 2,4% από αυτούς να είναι Γερμανοί. Ακολουθούν οι Ινδονήσιοι με 2,4%, οι Τούρκοι 2,2%, 2,0% από το Σουρινάμ. Επιπροσθέτως, υπάρχουν 1,9% Μαροκινοί, 0,8% του πληθυσμού είναι από τις Αντίλλες και την Αρούμπα, καθώς έχουν καταγραφεί και 4,2% κάτοικοι άλλης εθνικότητας. Χαρακτηριστικό των Ολλανδών είναι ο ψηλότερος λαός του κόσμου αφού το μέσο ύψος τους ενήλικες άντρες είναι 1,83 μέτρα για και 1,70 για τις γυναίκες.

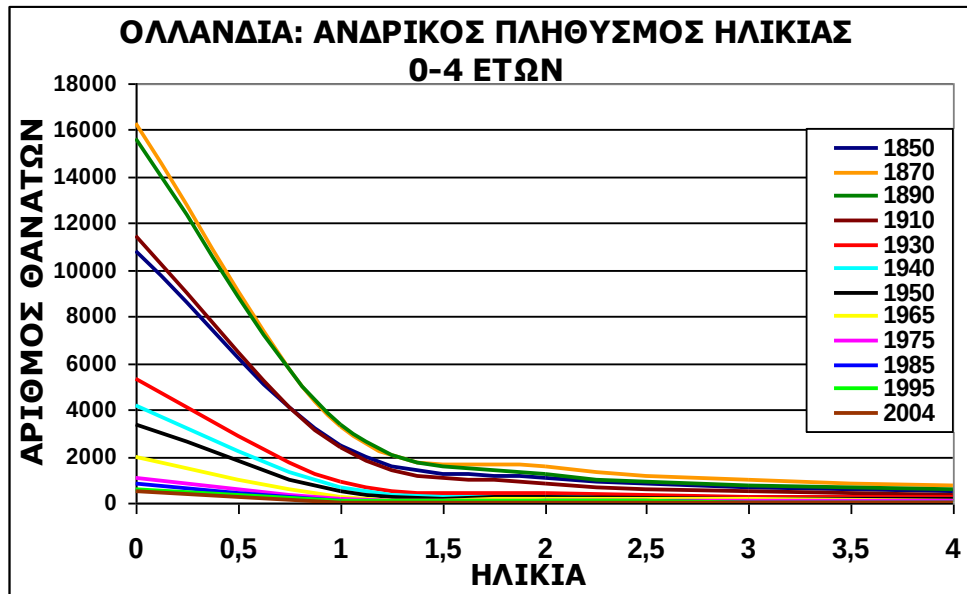
Δεδομένα Επιβίωσης (raw data) για τον πληθυσμό της Ολλανδίας

Η ανάλυση και η περιγραφική απεικόνιση των δεδομένων επιβίωσης που ακολουθεί στα παρακάτω σχήματα αφορά τα έτη 1850 έως 2004 για τους άνδρες της Ολλανδίας. Και σε αυτή την περίπτωση όπως και για τη Γαλλία προβαίνουμε στον διαχωρισμό των θανάτων που έλαβαν χώρα στη βρεφική ηλικία έως και την ηλικία των 4 ετών και έπειτα από το 4^ο έτος μέχρι την ηλικία των 100 ετών και άνω. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database)

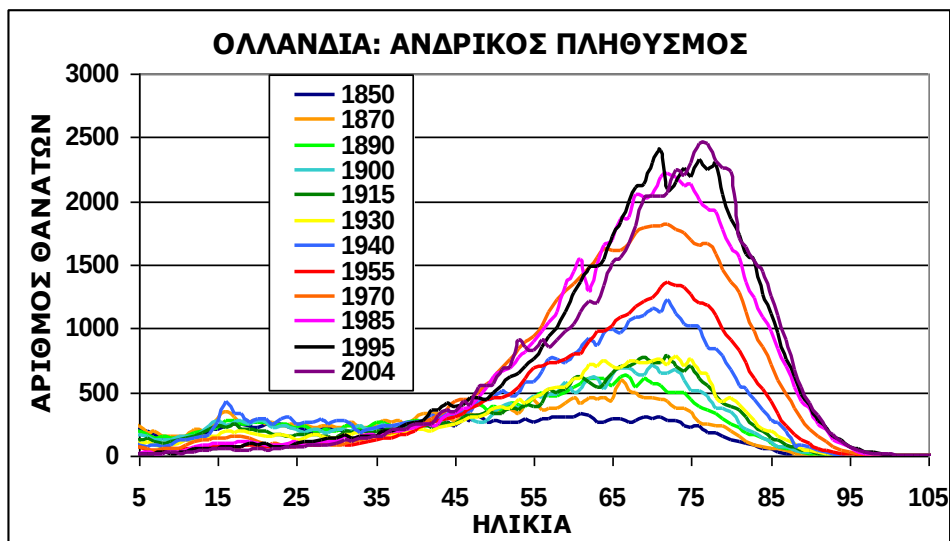
Ανδρικός πληθυσμός

Από την παράθεση των δεδομένων επιβίωσης στο σχήμα 1.2.12.1 παρατηρείται ότι τα ποσοστά θνησιμότητας για τους άνδρες κατά τη βρεφική ηλικία είναι σε ιδιαίτερα υψηλά επίπεδα. Η βρεφική θνησιμότητα για το έτος 1870 κυμαίνεται σε υψηλότερα επίπεδα απ' ότι το έτος 1850 αν και έχουν περάσει 20 χρόνια, φαινόμενο που χρήζει ιστορικής διερεύνησης και ανάλυσης. Με την πάροδο του χρόνου η θνησιμότητα των βρεφών παρουσιάζει σταδιακή μείωση αλλά συνεχίζει να παραμένει σε υψηλά επίπεδα μέχρι και το έτος 1975. Από τη δεκαετία του 1980 και έπειτα τα ποσοστά αυτά θνησιμότητας συνεχώς μειώνονται.

Ένα άλλο ενδιαφέρον σημείο, που φαίνεται από τη μελέτη του σχήματος είναι ότι από την ηλικία του ενός έτους και έπειτα, για όλα τα έτη (διαχρονικά) που αποτυπώνονται στο διάγραμμα η θνησιμότητα των αρσενικών κατά το διάστημα ηλικιών (έως τεσσάρων ετών) έχει ελαχιστοποιηθεί, ιδιαιτέρως μετά το 1995 όπου δείχνει να έχει σχεδόν ελαχιστοποιηθεί.



Σχήμα 5.2.7.1: Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άντρες της Ολλανδίας ηλικίας 0-4 ετών



Σχήμα 5.2.7.2: Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άντρες της Ολλανδίας ηλικία; 5- 105 ετών

Μέχρι και την ηλικία των 15 ετών, το πλήθος των θανάτων των ανδρών μειώνεται αισθητά για όλα τα έτη των οποίων η θνησιμότητα απεικονίζεται στο διάγραμμα. Στις ηλικίες 17-25 ετών για του άνδρες παρατηρείται αυξημένο ποσοστό θανάτων.

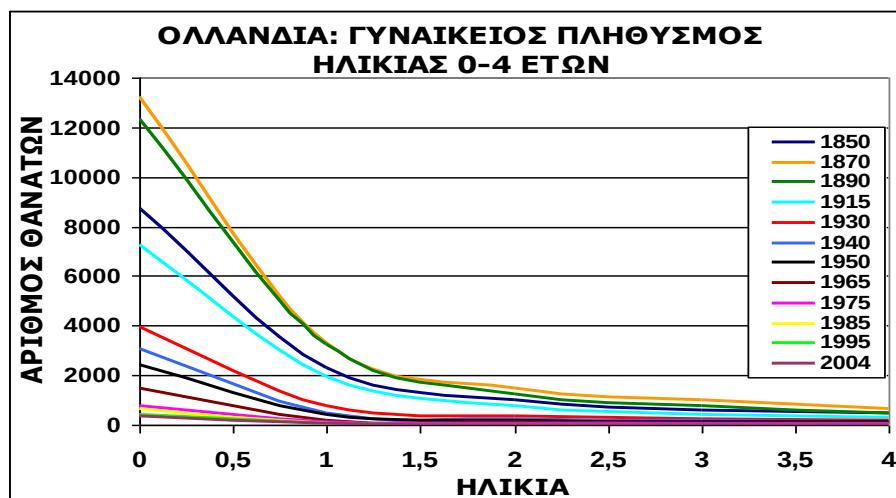
Το ποσοστό θνησιμότητας των ανδρών στις ηλικίες 27-36 ετών μοιάζει σχεδόν σταθερό (σχεδόν ευθύγραμμο τμήμα) για όλες τις χρονιές που απεικονίζονται, ενώ στις αμέσως επόμενες ηλικίες αρχίζει σταδιακή αύξηση της θνησιμότητας, κορύφωση της σε μεγαλύτερες ηλικίες και τέλος συμβαίνει ελαχιστοποίηση της σε ηλικίες μετά τα 80 έτη. Αρκετοί άνδρες φτάνουν και ξεπερνούν τα 100 χρόνια ζωής.

Ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εντοπίζεται το έτος 2004 στην ηλικία των 82 ετών από 63 που ήταν το 1850, υποδεικνύοντας ότι η μέση διάρκεια ζωής για τους άνδρες αυξήθηκε αρκετά τα τελευταία χρόνια, αφού το μέγιστο σημείο (μέγιστος αριθμός θανάτων) των καμπύλων μετατοπίστηκε σταδιακά προς τα δεξιά.

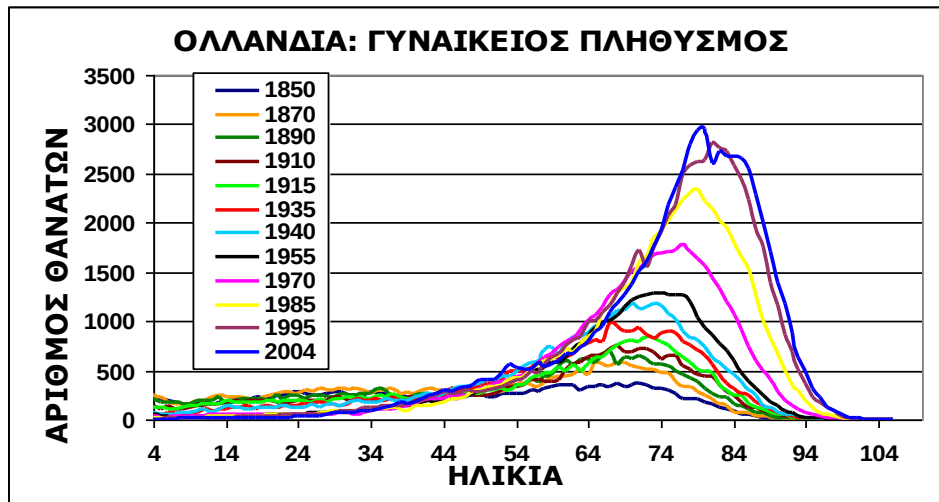
Αίσθηση όμως προκαλούν οι καταστρεπτικές συνέπειες του Β' Παγκοσμίου πολέμου (1940). Στις ηλικίες 18-32 ετών παρατηρείται ιδιαίτερος αυξημένη θνησιμότητα και μάλιστα συγκριτικά μεγαλύτερη από τα έτη που απεικονίζονται στο διάγραμμα.

Γυναικείος πληθυσμός

Τα σχήματα που ακολουθούν αποτυπώνουν τα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ολλανδίας τα έτη 1850-2004 ανά δεκαετία περίπου.



Σχήμα 5.2.7.3: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες της Ολλανδίας ηλικίας 0-4 ετών



Σχήμα 5.2.7.4: Διάγραμμα θνησιμότητας για της γυναίκες της Ολλανδίας ηλικίας 4-105 ετών

Όπως στην περίπτωση των ανδρών, έτσι και στις γυναίκες κατά τη βρεφική ηλικία τα ποσοστά θνησιμότητας είναι πολύ υψηλά.

Η βρεφική θνησιμότητα το 1850 αγγίζει τα υψηλότερα ποσοστά της. Αποτυπώνεται σταδιακή μείωση των ποσοστών θνησιμότητας και μέχρι και το 1975 παραμένει σε υψηλά επίπεδα.

Από το 1985 μέχρι και το 2004, η βρεφική θνησιμότητα των θηλυκών έχει ελαττωθεί σημαντικά, φτάνοντας σχεδόν σε μηδενικά επίπεδα.

Παρατηρείται σταθερότητα στο πλήθος των θανάτων για τις γυναίκες ηλικίας 4-34 ετών. Από την ηλικία των 34 ετών και έπειτα αυξάνονται τα ποσοστά θανάτων για όλα τα εξεταζόμενα έτη.

Η βελτίωση του βιοτικού επιπέδου, η πρόοδος των επιστημών και ειδικότερα της ιατρικής επιστήμης, συμβάλλουν στην αύξηση του ορίου ηλικίας και για τον γυναικείο πληθυσμό της Ολλανδίας μετατοπίζοντας την καμπύλη θνησιμότητας προς τα δεξιά..

Όπως αποτυπώνεται και στην καμπύλη, το μέγιστο πλήθος θανάτων προσδιορίζεται για το έτος 2004 στην ηλικία των 86 ετών περίπου, ενώ το 1850 το μέγιστο της καμπύλης θνησιμότητας ήταν μόλις τα 72 έτη.

Και στον γυναικείο πληθυσμό της Ολλανδίας καταγράφονται αρκετές περιπτώσεις όπου φτάνουν στο 100^ο έτος ζωής.

Συγκριτική ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης ανάμεσα στον ανδρικό και τον γυναικείο πληθυσμό της Ολλανδίας.

Μελετώντας τα διαγράμματα θνησιμότητας του πληθυσμού των δύο φύλων, παρατηρείται ότι η θνησιμότητα κατά τη βρεφική ηλικία είναι ιδιαίτερα αυξημένη και για τους άνδρες και για τις γυναίκες. Διακρίνουμε ότι περισσότερα αρσενικά πέθαναν κατά τη γέννησή τους από ότι θηλυκά. Η θνησιμότητα κατά τη βρεφική και παιδική ηλικία μειώνεται αισθητά με την πάροδο των ετών και για τα δύο φύλα.

Υψηλότερα είναι τα ποσοστά θνησιμότητας για τον ανδρικό πληθυσμό της Ολλανδίας στις ηλικίες 17-34 έτη σε σύγκριση με τις γυναίκες της ίδιας ηλικίας.

Η διάρκεια ζωής των γυναικών φαίνεται να είναι μεγαλύτερη από αυτή των ανδρών. Όπως απεικονίζεται στις καμπύλες θνησιμότητας, το μέγιστο πλήθος θανάτων για τις γυναίκες είναι στα 86 έτη για το 2004, ενώ για το ίδιο έτος το αντίστοιχο ποσοστό στους άνδρες είναι στην ηλικία των 77 ετών.

Τέλος, είναι εμφανής η μετατόπιση των καμπύλων προς τα δεξιά, δηλαδή η αύξηση της διάρκειας των ανθρώπων, με την πάροδο των ετών και για τα δύο φύλα.

IV. Χώρες Κεντρικής Ευρώπης & Σκανδιναβικές χώρες

5.2.8 NORBΗΓΙΑ

Δημογραφικά στοιχεία

Η Νορβηγία έχει πληθυσμό περίπου 4.660.539 εκατομμύρια κατοίκους, ο οποίος σύμφωνα με εκτιμήσεις του 2009 αυξάνεται 0,34% το χρόνο. Οι κάτοικοι στην πλειοψηφία τους είναι Νορβηγικής καταγωγής. Στο βόρειο

τμήμα της χώρας υπάρχουν και αρκετοί Λάπωνες. Τα τελευταία χρόνια έχουν εισρεύσει στη Νορβηγία κυρίως Δανοί, Σουηδοί, Πακιστανοί και Βιετναμέζοι μετανάστες. Με αποτέλεσμα το ποσοστό των μεταναστών το έτος 2003 να φτάνει το 7.3%.

Ο ρυθμός αύξησης πληθυσμού της χώρας σύμφωνα με στοιχεία του 2009 ήταν 0,341% και η βρεφική θνησιμότητα 0,358%. Για το ίδιο έτος, το προσδόκιμο ζωής για τον πληθυσμό της Νορβηγίας ήταν 79,95 έτη με τους άνδρες 77,29 έτη και τις γυναίκες 82,74.

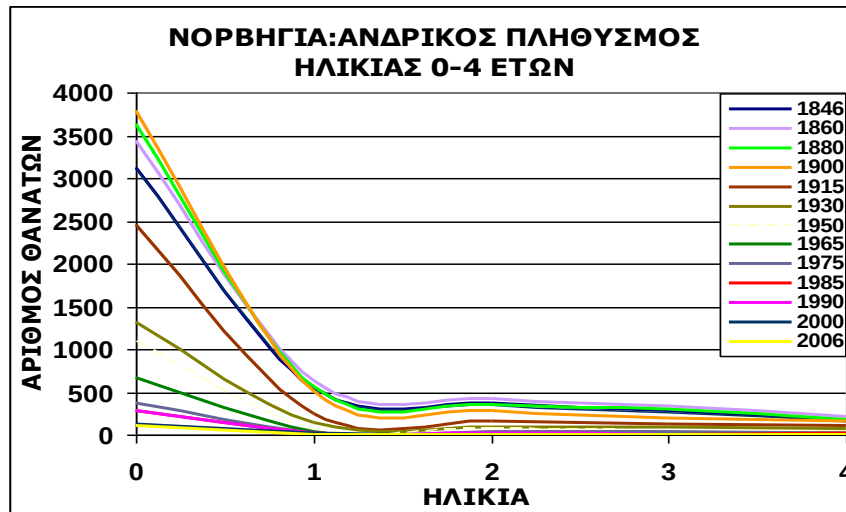
Δεδομένα Επιβίωσης (raw data) για τον πληθυσμό της Νορβηγίας

Τα δεδομένα για την ανάλυση της θνησιμότητας και του προσδόκιμου επιβίωσης για τον πληθυσμό της Νορβηγίας έχουν ληφθεί από την ιστοσελίδα της Διεθνούς Βάσης Δεδομένων για την Ανθρώπινη Θνησιμότητα (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database), η οποία περιέχει σχετικά στατιστικά στοιχεία για αρκετές χώρες (μεταξύ αυτών και η Νορβηγία).

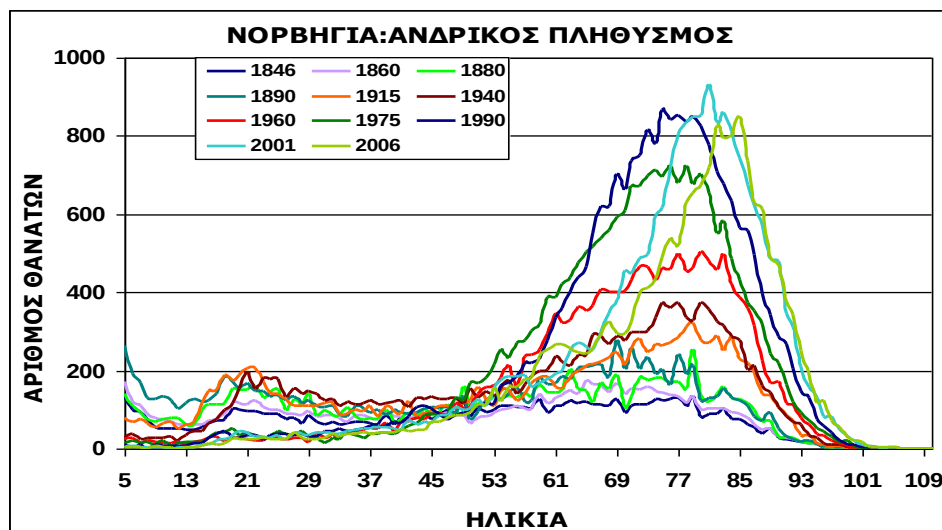
Ανδρικός πληθυσμός

Η ανάλυση και η περιγραφική απεικόνιση των δεδομένων επιβίωσης που ακολουθεί στα παρακάτω σχήματα αφορά τα έτη 1846 έως 2006 για τους άνδρες της Νορβηγίας. Η μελέτη της θνησιμότητας έγινε έπειτα από το διαχωρισμό των ηλικιών από 0-4 έτη και από 5-110 έτη και για τα δύο φύλα εξίσου.

Στο σχήμα που ακολουθεί απεικονίζονται τα δεδομένα επιβίωσης για τον ανδρικό πληθυσμό της Νορβηγίας ηλικίας 0-4 ετών.



Σχήμα 5.2.8.1: Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άνδρες της Νορβηγίας ηλικίας 0-4 ετών



Σχήμα 5.2.8.2: Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άνδρες της Νορβηγίας ηλικίας 5-110 ετών

Από τα παραπάνω σχήματα φαίνεται να υπήρχε ένας μεγάλος αριθμός νεογνών που χάνονταν τα παλαιότερα έτη μέχρι και το 1965. Η βρεφική θνησιμότητα με την πάροδο των ετών μειώνεται συνεχώς και το 2006 παρουσιάζεται σχεδόν μηδενική. Ενδεικτικό είναι το γεγονός ότι τα παλαιότερα χρόνια και για αρκετά μεγάλο διάστημα οι θάνατοι στην βρεφική ηλικία ήταν πολλοί περισσότεροι από αυτούς σε ηλικίες των 60-85 ετών.

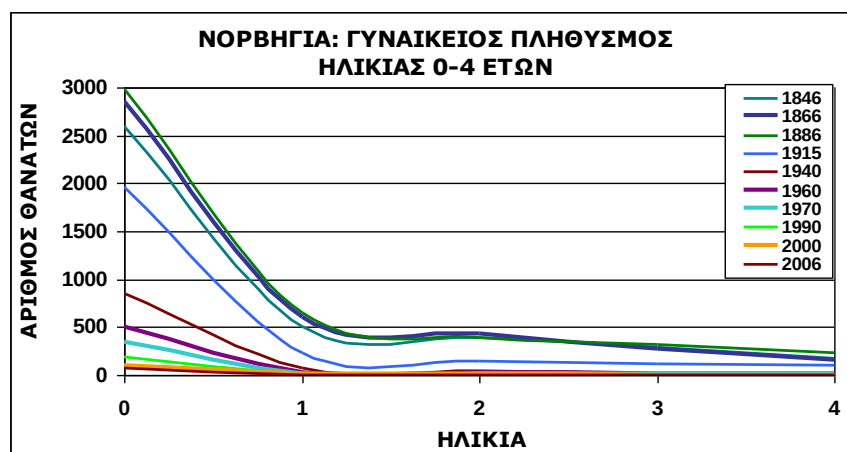
Παρατηρείται επίσης ότι η θνησιμότητα των ατόμων ηλικίας μέχρι 55 ετών κυμαίνεται σε παρόμοια πρότυπα. Αξιοσημείωτη είναι και για τη Νορβηγία η αύξηση των θανάτων που παρουσιάζεται σε άτομα ηλικίας μεταξύ 16 και 24 ετών.

Χαρακτηριστικές είναι οι καταστρεπτικές συνέπειες των δύο Παγκοσμίων πολέμων, 1^{ου} και 2^{ου} στον πληθυσμό της Νορβηγίας, αφού μεγάλος αριθμός ανδρών λόγω στρατιωτικών δραστηριοτήτων έχασε τη ζωή του.

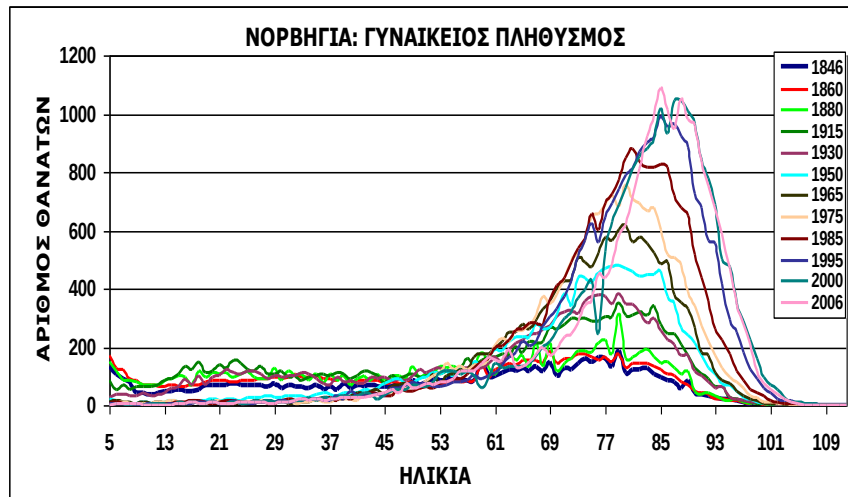
Τέλος για το έτος 2006 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας συμβαίνει στην ηλικία των 87 ετών, ενώ πολλά χρόνια πριν (1846) ο μέγιστος ρυθμός θανάτων εντοπίζεται σε πολύ μικρότερες ηλικίες.

Γυναικείος πληθυσμός

Η παράθεση των δεδομένων επιβίωσης του γυναικείου πληθυσμού της Νορβηγίας και η μελέτη των χαρακτηριστικών τους αφορά στα έτη 1846-2006. Για λόγους καλύτερης ανάλυσης και απεικόνισης των χαρακτηριστικών αυτών διαχωρίσαμε τις ηλικίες των ατόμων στα διαστήματα 0-4 ετών και 5-100+ για όλα τα εξεταζόμενα έτη.



Σχήμα 5.2.8.3: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες της Νορβηγίας ηλικίας 0-4 ετών



Σχήμα 5.2.8.4: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες της Νορβηγίας ηλικίας 5-110 ετών

Το φαινόμενο της υψηλής βρεφικής θνησιμότητας εμφανίζεται και στις γυναίκες της Νορβηγίας. Όπως και για τον ανδρικό πληθυσμό έτσι και για τις γυναίκες, τα παλαιότερα χρόνια και για αρκετά μεγάλο διάστημα οι θάνατοι στην βρεφική ηλικία ήταν πολλοί περισσότεροι από αυτούς στις ηλικίες των 60-85 ετών. Ωστόσο, στο πέρασμα των ετών πλησιάζοντας το έτος 2006, ο αριθμός των θανάτων σε μικρή ηλικία είναι ιδιαίτερα μειωμένος.

Οι καταστρεπτικές συνέπειες των δύο Παγκοσμίων πολέμων, 1^{ου} και 2^{ου} δεν άφησαν ανεπηρέαστο τον γυναικείο πληθυσμό της Νορβηγίας, αφού μεγάλος αριθμός θανάτων σημειώθηκε λόγω εχθροπραξιών και κακουχιών.

Επιπροσθέτως, σημειώνεται ότι μέχρι την ηλικία των 60 ετών περίπου, η θνησιμότητα των γυναικών παρουσιάζει αρκετές ομοιομορφίες για όλα τα εξεταζόμενα έτη εκτός από τις περιόδους των πολέμων.

Είναι εμφανής η μετατόπιση των καμπύλων της θνησιμότητας προς τα δεξιά με την πάροδο των ετών γεγονός που καταδεικνύει την αύξηση του μέσου όρου ζωής των γυναικών της Νορβηγίας.

Συγκριτική ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης ανάμεσα στον ανδρικό και τον γυναικείο πληθυσμό της Νορβηγίας.

Μελετώντας τα διαγράμματα θνησιμότητας του πληθυσμού των δύο φύλων, παρατηρείται ότι η θνησιμότητα κατά τη βρεφική ηλικία είναι ιδιαίτερα αυξημένη και για τους άνδρες και για τις γυναίκες. Διακρίνουμε ότι περισσότερα αρσενικά πέθαναν κατά τη γέννησή τους από ότι θηλυκά. Η θνησιμότητα κατά τη βρεφική και παιδική ηλικία μειώνεται αισθητά με την πάροδο των ετών και για τα δύο φύλα.

Χαρακτηριστική είναι η διαφορά στη μορφή των καμπύλων θνησιμότητας ανάμεσα στους άνδρες και τις γυναίκες. Η θνησιμότητα των ανδρών στις ηλικίες 18-25 ετών παρουσιάζει αύξηση για όλα τα έτη, ενώ η θνησιμότητα των γυναικών εξελίσσεται πιο ομαλά. Η ανοδική πορεία στις καμπύλες θνησιμότητας για τους άνδρες ξεκινάει μετά τα 37 έτη, ενώ στις γυναίκες μετά τα 45 έτη.

Επιπροσθέτως το 2006 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας για τους άνδρες είναι στην ηλικία των 87 ετών, ενώ το ίδιο έτος για τις γυναίκες είναι στα 90 έτη. Τέλος, ο αριθμός των γυναικών που υπερβαίνουν την ηλικία των 100 ετών, είναι μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο αριθμό των ανδρών.

5.2.9 ΣΟΥΗΔΙΑ

Δημογραφικά στοιχεία

Ο πληθυσμός της Σουηδίας σύμφωνα με εκτιμήσεις για το έτος 2009, είναι 9.059.651 κάτοικοι. Ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού της χώρας είναι 0.158%. Ο ρυθμός γεννήσεων για το ίδιο έτος ήταν 10,13 γεννήσεις ανά 1.000 κατοίκους, ενώ ο ρυθμός θανάτων 10,21 θάνατοι ανά 1.000.

Το προσδόκιμο ζωής του πληθυσμού της Σουηδίας είναι τα 80,86 χρόνια από στοιχεία για το έτος 2009. Για τους άνδρες είναι τα 78,59 έτη και τις γυναίκες τα 83,26. Η μέση ηλικία των αντρών της Σουηδίας ήταν τα 40.4 έτη για το έτος

2009, των γυναικών τα 42.6 και τα 41.5 έτη για το συνολικό πληθυσμό της χώρας.

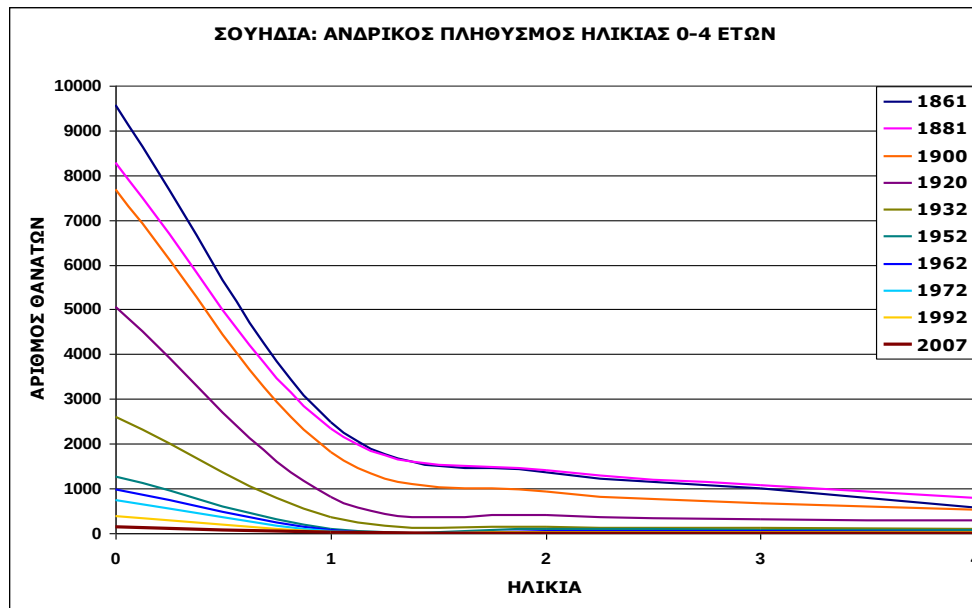
Στη Σουηδία γεννιούνται περισσότερα αρσενικά βρέφη από θηλυκά σε ποσοστό 1,06 αγόρι/ κορίτσι. Στις ηλικίες 15-64 ετών το ποσοστό αυτό ακολουθεί ελαφρά καθοδική πορεία και στις ηλικίες πάνω των 65 ετών αντιστρέφεται, με αποτέλεσμα να αντιστοιχούν 79 άνδρες σε 100 γυναίκες. Είναι προφανές ότι το φαινόμενο αυτό οφείλεται στη μεγαλύτερη θνησιμότητα που παρουσιάζουν οι άνδρες έναντι των γυναικών, ιδιαίτερα στις μεγάλες ηλικίες.

Όσον αφορά στη βρεφική θνησιμότητα του πληθυσμού της Σουηδίας αντιστοιχούν στα αρσενικά 2,91 θάνατοι ανά 1.000 γεννήσεις και 2,58 θάνατοι ανά 1.000 γεννήσεις στα θηλυκά, δηλαδή 2,75 θάνατοι ανά 1.000 γεννήσεις συνολικά. Από τα στοιχεία αυτά φαίνεται ότι η θνησιμότητα των αρσενικών βρεφών είναι ελαφρώς υψηλότερη από αυτή των θηλυκών.

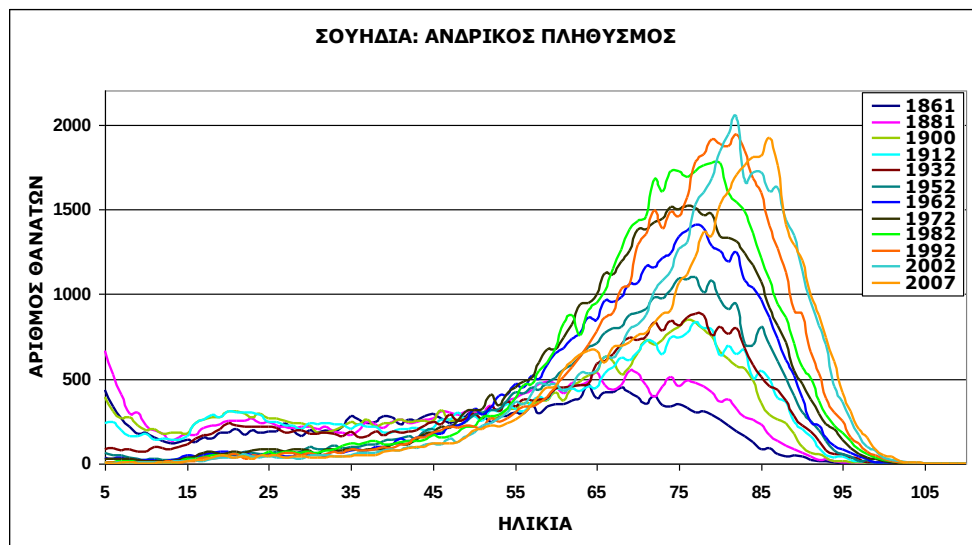
Δεδομένα Επιβίωσης (raw data) για τον πληθυσμό της Σουηδίας

Ανδρικός πληθυσμός

Η ανάλυση και η περιγραφική απεικόνιση των δεδομένων επιβίωσης που ακολουθεί στα παρακάτω σχήματα αφορά τα έτη 1861 έως 2007 για τους άνδρες της Σουηδίας. Η μελέτη της θνησιμότητας έγινε έπειτα από το διαχωρισμό των ηλικιών από 0-4 έτη και από 5-100+ έτη και για τα δύο φύλα εξίσου.



Σχήμα 5.2.9.1: Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άνδρες της Σουηδίας ηλικίας 0-4 ετών



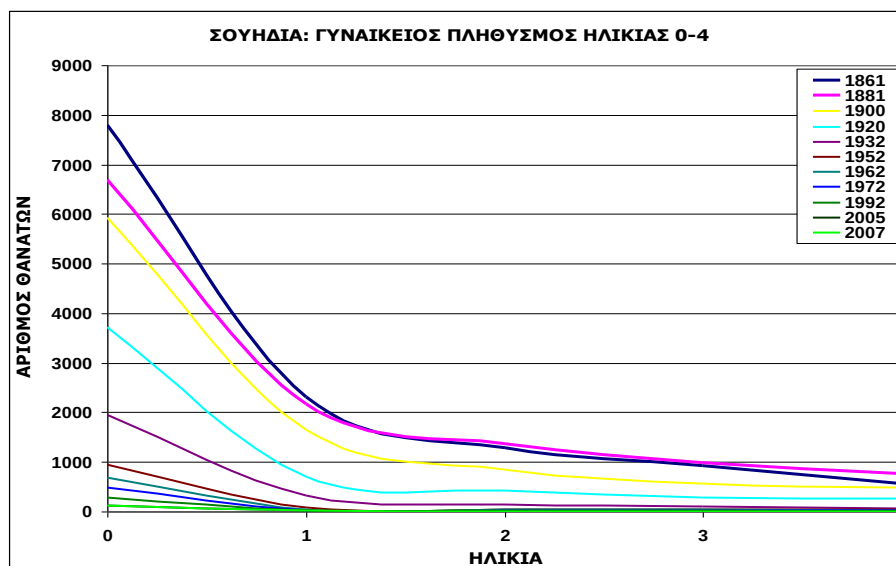
Σχήμα 5.2.9.2: Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άνδρες της Σουηδίας ηλικίας 5-110 ετών

Η μείωση της βρεφικής θνησιμότητας στον ανδρικό πληθυσμό της Σουηδίας παρουσιάζεται θεαματική (από αρχές 19^{ου} αιώνα μέχρι και το 2007). Στις μέρες μας η βρεφική θνησιμότητα είναι σχεδόν αμελητέα. Η θνησιμότητα στην εφηβική και μέση ηλικία παρουσιάζει φθίνουσα πορεία μέχρι σήμερα. Η θνησιμότητα των αντρών στις ηλικίες 18-25 είναι αυξημένη.

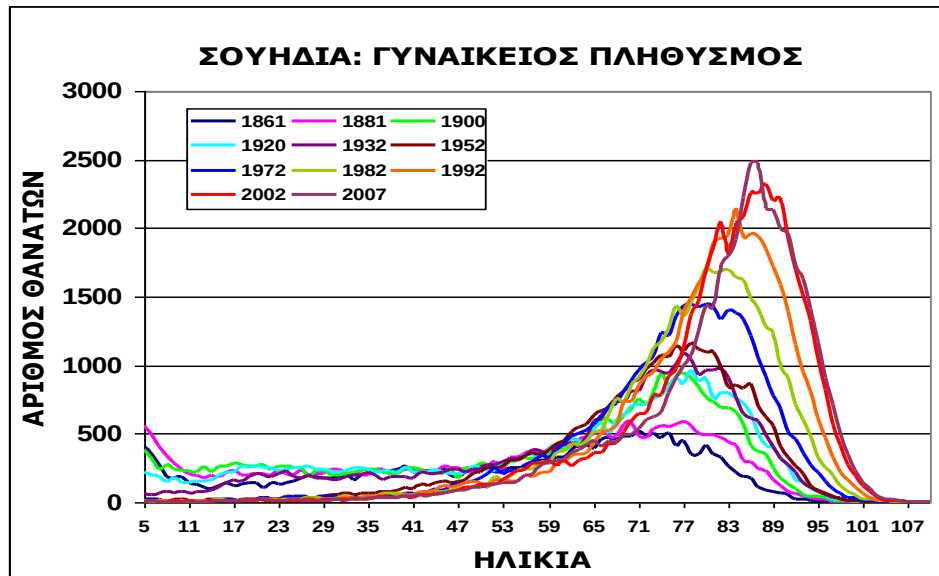
Η μετατόπιση των καμπύλων προς τα δεξιά σηματοδοτεί την βαθμιαία αύξηση της διάρκειας ζωής του ανδρικού πληθυσμού της Σουηδίας. Ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας για το έτος 2007 εντοπίζεται στην ηλικία των 87 ετών, ενώ για παράδειγμα το έτος 1861 εντοπίζεται στην ηλικία 66 ετών. Όπως και στις υπόλοιπες χώρες έτσι και στην Σουηδία παρατηρείται ένας σεβαστός αριθμός ανθρώπων που φτάνουν και υπερβαίνουν τα 100 έτη ζωής.

Γυναικείος πληθυσμός

Η ανάλυση και η περιγραφική απεικόνιση των δεδομένων επιβίωσης που ακολουθεί στα παρακάτω σχήματα αφορά τα έτη 1861 έως 2007 για τις γυναίκες της Σουηδίας.



Σχήμα 5.2.9.3: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες της Σουηδίας ηλικίας
0-4 ετών



Σχήμα 5.2.9.4: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες της Σουηδίας ηλικίας
5-110 ετών

Ομοίως με τους άνδρες, η βρεφική θνησιμότητα των γυναικών είναι αρκετά υψηλή για τα έτη 1861-1952. Παρατηρείται σταδιακή μείωση αλλά συνεχίζει να κυμαίνεται σε υψηλά επίπεδα έως τη δεκαετία του 1972.

Αξιοσημείωτο είναι ότι και στην περίπτωση του γυναικείου πληθυσμού οι θάνατοι που έχουν καταγραφεί στη βρεφική ηλικία για τα παλαιότερα έτη π.χ 1861 είναι περισσότεροι από αυτούς στις μεγάλες ηλικίες των 70 έως και 80 ετών. Η βρεφική θνησιμότητα μειώνεται σημαντικά κατά τη διάρκεια των εξεταζόμενων ετών. Το ποσοστό θνησιμότητας των ηλικιών 10-47 είναι χαμηλό και η εξέλιξη της θνησιμότητας κατά τη διάρκεια των ετών φαίνεται φυσιολογική.

Το μέγιστο σημείο που παρατηρείται για έτος το 2007 είναι στα 89 περίπου χρόνια. Από την μελέτη των δεδομένων επιβίωσης είναι εμφανές ότι το προσδόκιμο ζωής για τις γυναίκες της Σουηδίας αυξήθηκε αρκετά τα τελευταία χρόνια μετατοπίζοντας το μέγιστο των γραφικών παραστάσεων με την πάροδο των ετών σταδιακά από την ηλικία των 71 που ήταν το έτος 1861 σε 89 έτη κατά το έτος 2007. Τέλος και στον γυναικείο πληθυσμό της Σουηδίας εντοπίζονται αρκετά άτομα που ζουν πάνω από 100 έτη.

Συγκριτική ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης ανάμεσα στον ανδρικό και τον γυναικείο πληθυσμό της Σουηδίας.

Από τις πληροφορίες που αντλούμε από τα δεδομένα επιβίωσης της Σουηδίας εξάγουμε σημαντικά συμπεράσματα για την πορεία της θνησιμότητας της χώρας. Τα παλαιότερα έτη το πλήθος των θανάτων είναι υψηλό μέχρι την ηλικία των 65 ετών για τους άνδρες και μέχρι την ηλικία των 71 ετών για τις γυναίκες, ενώ όσο αυξάνει η ηλικία αυτό μειώνεται και παίρνει πολύ χαμηλές τιμές στην ηλικία των 100 και άνω ετών. Συγκρίνοντας τα διαγράμματα των πληθυσμών των δύο φύλων, παρατηρείται ότι οι γυναίκες ζουν περισσότερα έτη από ότι οι άνδρες. Γενικά, η διάρκεια της ζωής στις μέρες μας σε σύγκριση με τα προηγούμενα χρόνια έχει αυξηθεί σημαντικά γεγονός που γίνεται αντιληπτό βλέποντας την μετατόπιση των καμπύλων προς τα δεξιά με την πάροδο των ετών. Για παράδειγμα, το ποσοστό των θανάτων στην ηλικία των 80-90 είναι υψηλότερο το 2007 από τα άλλα έτη. Επιπλέον, για τις ηλικίες 18-45 ετών, η θνησιμότητα είναι σταθερά μεγαλύτερη για τους άνδρες. Το σημείο στο οποίο παρατηρείται ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας για τους άνδρες είναι 87 ετών, ενώ για τις γυναίκες παρατηρείται σε μεγαλύτερη ηλικία. Οι γυναίκες γενικά ζουν περισσότερα χρόνια και παρουσιάζουν τον μέγιστο αριθμό θανάτων στην ηλικία των 85-90 ετών. Οι άνδρες φτάνουν τα 100 χρόνια ζωής σε μικρότερα ποσοστά από ότι οι γυναίκες.

5.2.10 ΙΣΛΑΝΔΙΑ

Δημογραφικά στοιχεία

Ο πληθυσμός της Ισλανδίας είναι 319.368 κάτοικοι και ο ρυθμός αύξησης 0,783% ανά έτος σύμφωνα με την απογραφή του 2009. Η πυκνότητα του πληθυσμού της χώρας είναι 3,1 κάτοικοι ανά km². Το προσδόκιμο όριο ζωής για τους Ισλανδούς φτάνει τα 78,53 έτη και για τις γυναίκες τα 82,9.

Μελετώντας τη θνησιμότητα κατά την περίοδο 1933-1960 διαπιστώνεται μείωση. Το έτος 1920 ήταν 14 θάνατοι, ενώ το 1950, 8 επί 1000 κατοίκων. Την ίδια περίοδο ο δείκτης της βρεφικής θνησιμότητας ήταν 122,73 το 1920,

ενώ το 1960 40,07. Έκτοτε, μέχρι το 2000 ο ακαθάριστος δείκτης θνησιμότητας αυξάνεται σταδιακά, ενώ η βρεφική θνησιμότητα μειώνεται και από στοιχεία για το έτος 2008 ήταν 0,325%.

Δεδομένα Επιβίωσης (raw data) για τον πληθυσμό της Ισλανδίας

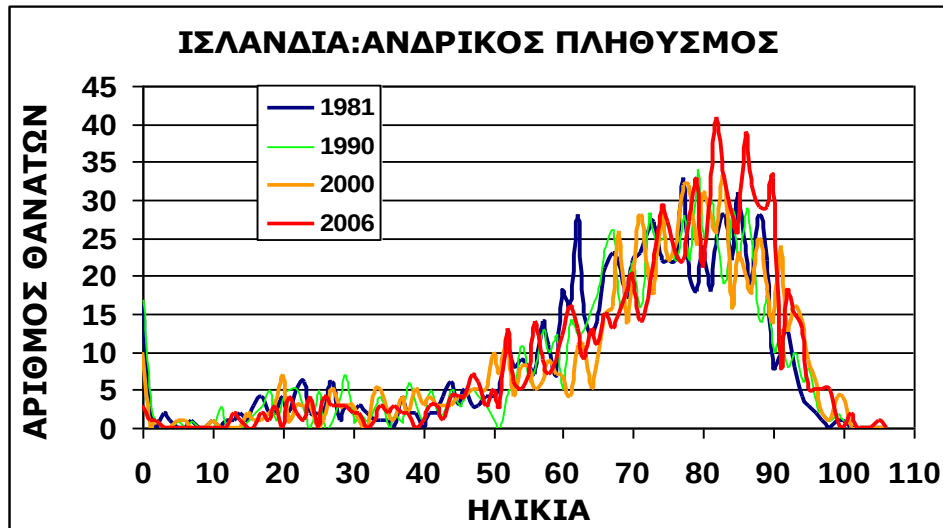
Ανδρικός πληθυσμός

Η ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Ισλανδίας απεικονίζεται γραφικά στα επόμενα σχήματα. Η μελέτη της θνησιμότητας έγινε έπειτα από το διαχωρισμό των ηλικιών από 0-10 και από 11-100+ έτη.

Στα σχήματα που ακολουθούν απεικονίζονται τα δεδομένα επιβίωσης για τον ανδρικό πληθυσμό της Ισλανδίας ηλικίας 0-10 και 11-100+ ετών τα έτη 1855-2006 .



Σχήμα 5.2.10.1: Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άνδρες της Ισλανδίας ηλικίας 0-10 ετών



Σχήμα 5.2.10.2: Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άνδρες της Ισλανδίας

Η βρεφική θνησιμότητα των αντρών στα μέσα του 18ου αιώνα ήταν σε πολύ υψηλά επίπεδα. Η βρεφική θνησιμότητα από το 1855 έως και το 1885 παρουσιάζεται αρκετά υψηλή, στη συνέχεια μέχρι και τις αρχές της δεκαετίας του 1945 μειώνεται, ενώ στα τέλη του 19ου με αρχές του 20ου αιώνα είναι σχεδόν αμελητέα. Το γεγονός αυτό πιθανώς να οφείλεται στις παιδικές ασθένειες που εκείνη την εποχή δεν ήταν αντιμετωπίσιμες φαρμακευτικά σε παγκόσμιο επίπεδο.

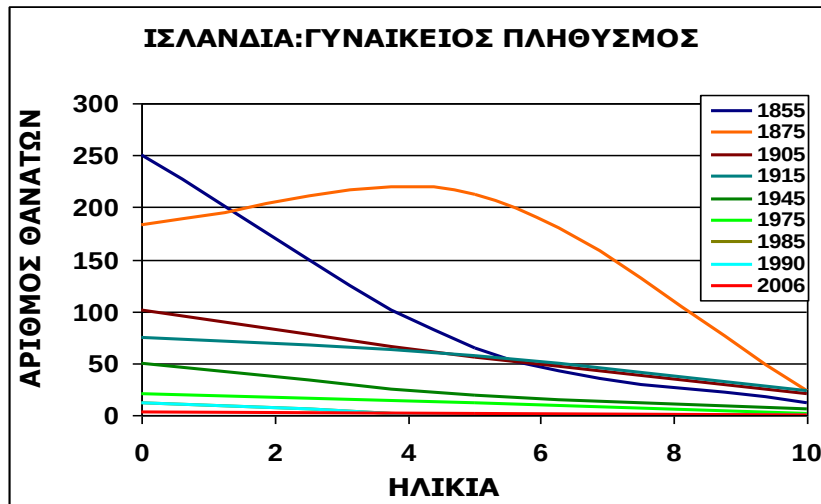
Η θνησιμότητα στην εφηβική και μέση ηλικία παρουσιάζει φθίνουσα πορεία μέχρι σήμερα με μικρή φυσιολογική μεταβολή. Οι ηλικίες των 55-65 παρουσιάζουν την ίδια περίπου συχνότητα θανάτων με εξαίρεση τη δεκαετία 1855-1875. Ο αριθμός των θανάτων στις ηλικίες από 70-95 έτη και μέχρι τη δεκαετία του 1975 αυξάνεται με την πάροδο των χρόνων, ενώ από τη δεκαετία του '80 μέχρι σήμερα το πλήθος των θανάτων σε αυτές τις μεγάλες ηλικίες είναι θεαματικά αυξημένο, απόδειξη της βελτίωσης των όρων ζωής και της μετατόπισης του ορίου ηλικίας.

Στη πενταετία του 2ου Παγκόσμιου Πολέμου 1940-1945 δεν παρουσιάζεται αύξηση θανάτων σε καμία ηλικία που δείχνει ότι η Ισλανδία δεν είχε εμπλακεί σε πόλεμο.

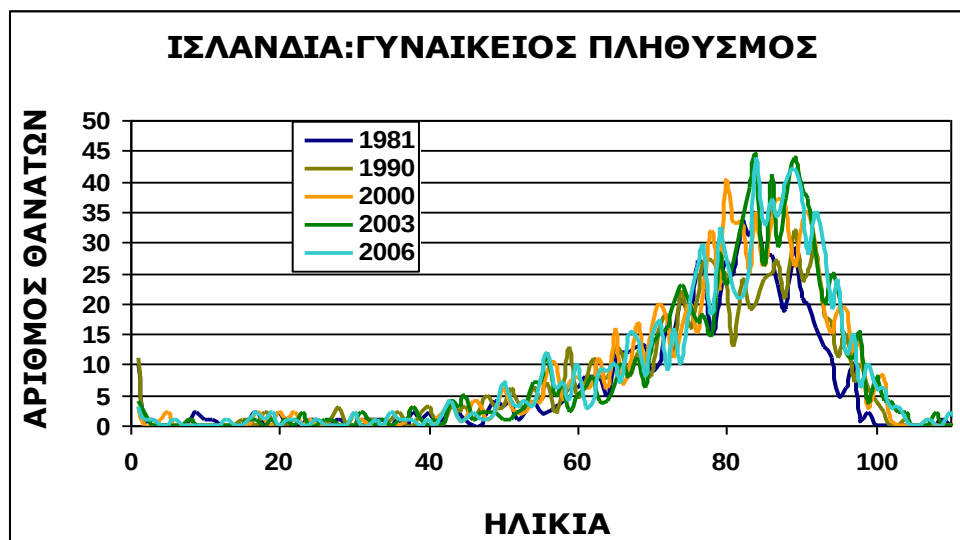
Τέλος οι περισσότεροι θάνατοι αντρών, παρατηρείται ότι συνέβαιναν τα παλαιότερα έτη στην ηλικία των 70 ετών ζωής. Το 2006 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εντοπίζεται στα 82 έτη ζωής.

Γυναικείος πληθυσμός

Στα σχήματα που ακολουθούν απεικονίζονται τα δεδομένα επιβίωσης για τον ανδρικό πληθυσμό της Ισλανδίας ηλικίας 0-10 και 11-100+ ετών τα έτη 1855-2006 .



Σχήμα 5.2.10.3: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες της Ισλανδίας ηλικίας
0-10 ετών



Σχήμα 5.2.10.4: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες της Ισλανδίας

Ομοίως με τους άνδρες, η βρεφική θνησιμότητα των γυναικών είναι αρκετά υψηλή για τα έτη 1855-1985. Παρατηρείται σταδιακή μείωση αλλά συνεχίζει να κυμαίνεται σε υψηλά επίπεδα έως τη δεκαετία του 1985.

Αξιοσημείωτο είναι ότι και στην περίπτωση του γυναικείου πληθυσμού οι θάνατοι που έχουν καταγραφεί στη βρεφική ηλικία (0-1 ετών) για τα παλαιότερα έτη π.χ 1855 είναι περισσότεροι από αυτούς στις μεγάλες ηλικίες των 70 έως και 80 ετών. Η βρεφική θνησιμότητα μειώνεται σημαντικά κατά τη διάρκεια των εξεταζόμενων ετών. Το ποσοστό θνησιμότητας των ηλικιών 10-47 είναι χαμηλό και η εξέλιξη της κατά τη διάρκεια των ετών φαίνεται φυσιολογική.

Το μέγιστο σημείο που παρατηρείται για έτος το 2006 είναι στα 90 περίπου χρόνια. Από την μελέτη των δεδομένων επιβίωσης είναι εμφανές ότι το προσδόκιμο ζωής για τις γυναίκες της Ισλανδίας αυξήθηκε αρκετά τα τελευταία χρόνια μετατοπίζοντας το μέγιστο των γραφικών παραστάσεων σταδιακά από την ηλικία των 71 που ήταν το έτος 1861 σε 89 έτη κατά το έτος 2007. Τέλος και στον γυναικείο πληθυσμό της Ισλανδίας εντοπίζονται αρκετά άτομα που ζουν πάνω από 100 έτη.

Συγκριτική ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης ανάμεσα στον ανδρικό και τον γυναικείο πληθυσμό της Ισλανδίας.

Από τη σύγκριση των δεδομένων επιβίωσης των πληθυσμών των δύο φύλων είναι εμφανές ότι η βρεφική θνησιμότητα των αντρών στα μέσα του 18ου αιώνα ήταν σε πιο υψηλά επίπεδα από ότι στις γυναίκες. Στις ηλικίες των 20-40 η θνησιμότητα των αντρών είναι κατά λίγο υψηλότερη από ότι στις γυναίκες.

Οι παρατηρήσεις είναι κοινές για τα δυο διαγράμματα των θανάτων των αντρών και γυναικών, καθώς οι γραφικές παραστάσεις τους έχουν σχεδόν την ίδια μορφή.

Στις ηλικίες 20-70 ετών, με εξαίρεση την ηλικία των 55 ετών, παντού οι ανδρική θνησιμότητα υπερβαίνει τη γυναικεία, εξαιτίας ίσως της επικινδυνότητας και της φύσης της εργασίας των ανδρών. Οι γυναίκες έχουν μεγαλύτερη διάρκεια ζωής από ότι οι άνδρες με αρκετές να φτάνουν μέχρι και τα 109 χρόνια ζωής το 2006.

5.2.11 ΔΑΝΙΑ

Δημογραφικά στοιχεία

Το 2008, ο πληθυσμός της Δανίας σύμφωνα με στοιχεία της στατιστικής υπηρεσίας, ήταν 5.475.7891 άτομα. Για το ίδιο έτος, η πυκνότητα του πληθυσμού της χώρας ήταν 129,16 κάτοικοι / τετραγωνικό χιλιόμετρο. Η μέση πυκνότητα του πληθυσμού της Δανίας είναι 256,2 κάτοικοι / km².

Η μέση ηλικία του συνολικού πληθυσμού της Δανίας είναι 39,8 έτη και αντιστοιχούν 0,98 άντρες ανά μία γυναίκα. Από την ηλικία των 15 ετών και άνω το 98,2% του πληθυσμού είναι εγγράμματοι.

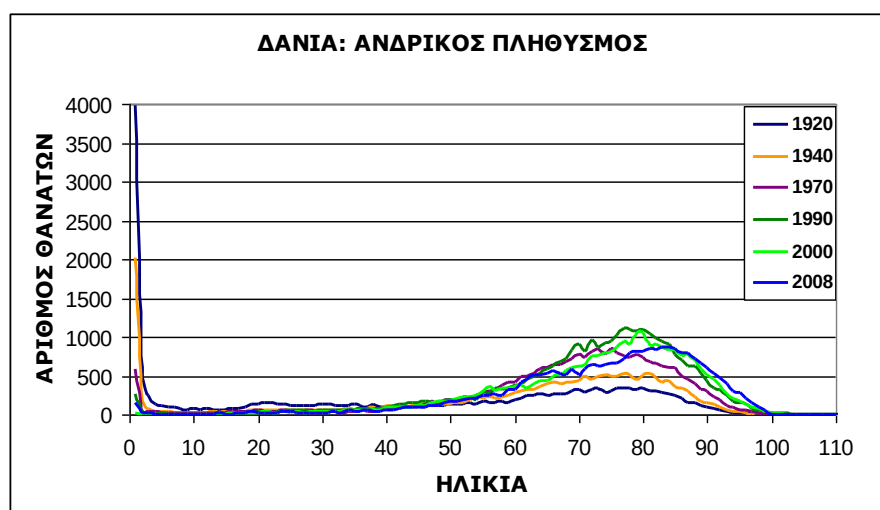
Το ποσοστό γεννήσεων στη χώρα για το 2006 εκτιμάται στα 1,74 παιδιά/γυναίκα. Παρότι το ποσοστό γεννήσεων είναι χαμηλό, ο πληθυσμός της Δανίας συνεχίζει να αυξάνεται με μέσο ετήσιο ρυθμό 0,33%.

Το 2009, 5,4 εκατομμύρια άτομα, αριθμός που αντιστοιχεί στο 90,5% του πληθυσμού της Δανίας, ήταν δανικής καταγωγής. Οι υπολοίποι 9,5 % στην πλειοψηφία τους ήταν μετανάστες.

Δεδομένα Επιβίωσης (raw data) για τον πληθυσμό της Δανίας

Ανδρικός πληθυσμός

Η ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Δανίας για τα έτη 1920-2008 απεικονίζεται γραφικά στα επόμενα σχήματα.



Σχήμα 5.2.11.1: Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άνδρες της Δανίας

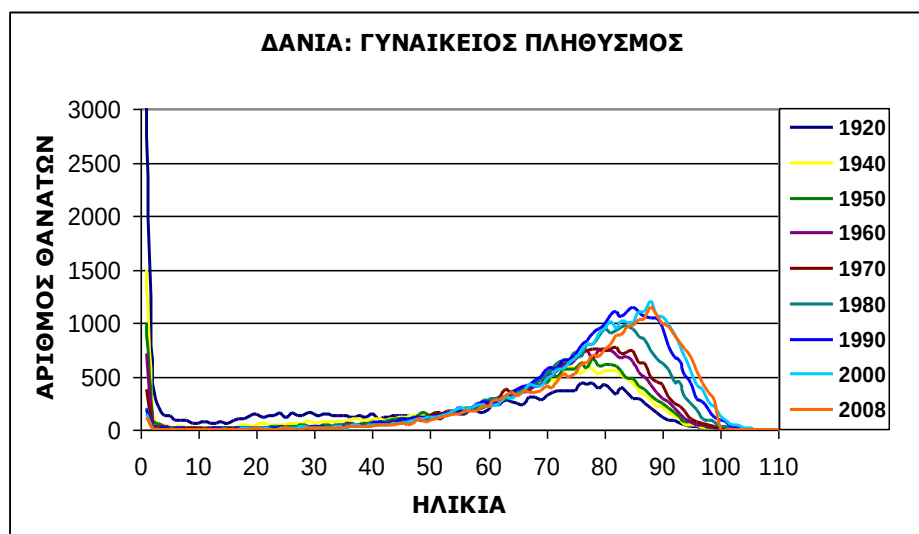
Με βάση το παραπάνω διάγραμμα, διαπιστώνουμε το μέγεθος του προβλήματος της βρεφικής θνησιμότητας ιδιαίτερα τα παλαιότερα έτη. Μάλιστα αξίζει σημειωθεί ότι το πλήθος των βρεφών που έχαναν τη ζωή τους στα πρώτα έτη μετά τη γέννηση τους ήταν πολύ μεγαλύτερο από τους θανάτους που καταγράφηκαν στις μεγαλύτερες ηλικίες 70 και 80 για εκείνα τα έτη.

Χαρακτηριστική είναι βεβαίως η μετατόπιση προς τα δεξιά του μέγιστου αριθμού θανάτων με την πάροδο του χρόνου. Τις τελευταίες δεκαετίες και μάλιστα την πιο πρόσφατη χρονιά ,2008 για την οποία έχουμε δεδομένα, βλέπουμε ότι το μέγιστο των θανάτων είναι μεταξύ 80-90 ετών σε αντίθεση για παράδειγμα με το 1926 όπου το μέγιστο ήταν μεταξύ 70-80 ετών.

Επίσης, παρατηρείται ότι με την πάροδο του χρόνου ο αριθμός θανάτων τις τελευταίες δεκαετίες για νεότερες ηλικίες μεταξύ 0-60 ετών είναι μικρότερος σε σχέση με το παρελθόν.

Γυναικείος πληθυσμός

Στα σχήματα που ακολουθούν απεικονίζονται τα δεδομένα επιβίωσης για τον γυναικείο πληθυσμό της Δανίας για τα έτη 1920-2008 .



Σχήμα 5.2.11.2: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες της Δανίας

Όπως στην περίπτωση των αντρών έτσι και στις γυναίκες της Δανίας οι παρατηρήσεις με βάση τα δεδομένα του παραπάνω διαγράμματος είναι παρόμοιες. Παρατηρείται δηλαδή και στον γυναικείο πληθυσμό μετατόπιση του μέγιστου αριθμού των θανάτων προς τα δεξιά, σε μεγαλύτερες δηλαδή ηλικίες στα πιο πρόσφατα χρόνια σε σχέση με το παρελθόν. Συγκεκριμένα, το 2008 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας για τις γυναίκες παρατηρείται μετά την ηλικία των 80 και συγκεκριμένα μετά τα 85 έτη. Σε αντίθεση με το 1920 που παρατηρείται το μέγιστο θάνατο γύρω στα 70 έτη ηλικίας. Επίσης, και για τις γυναίκες νεότερης ηλικίας μεταξύ 0-70 ετών ο αριθμός θανάτων τα τελευταία χρόνια έχει μειωθεί συγκριτικά με εκείνον που αφορούσε τα παλιότερα έτη.

Συγκριτική ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης ανάμεσα στον ανδρικό και τον γυναικείο πληθυσμό της Δανίας.

Ξεκινώντας από το έτος 1920 και έως το 2006, παρατηρούμαι τη ραγδαία μείωση στο πλήθος θανάτων των νεογνών (ηλικίες κάτω του ενός έτους).

Όπως διακρίνουμε στα παραπάνω διαγράμματα από το 1920 ως το 2008, υπάρχει έντονη κλιμάκωση-διακύμανση του αριθμού θανάτων μεταξύ των 0-30 ετών τόσο για άντρες όσο και για γυναίκες. Μάλιστα, για πιο πρόσφατες δεκαετίες η διακύμανση είναι πιο έντονη σε σχέση με το παρελθόν. Επίσης, σε αυτές τις ηλικίες και για πιο πρόσφατα έτη ο αριθμός θανάτων είναι μικρότερος σε σχέση με το παρελθόν.

Για ηλικίες μεταξύ 30-70 ετών οι γραφικές παραστάσεις που αντιστοιχούν στις δεκαετίες που μελετάμε δεν παρουσιάζουν διακύμανση μάλιστα τείνουν να είναι σχεδόν ευθύγραμμα τμήματα. Μετά την ηλικία των 80 τόσο για άντρες όσο και για γυναίκες παρατηρείται ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας. Γενικότερα, το μέγιστο της καμπύλης θνησιμότητας μετατοπίζεται προς τα δεξιά με την πάροδο των ετών. Αυτό μεταφράζεται, σε αύξηση της μέσης διάρκειας ζωής.

Μετά την ηλικία των 80 ετών για τους άντρες και τις γυναίκες οι γραφικές παραστάσεις παρουσιάζουν έντονη μείωση αφού μειώνεται ο πληθυσμός μετά από αυτές τις ηλικίες.

V. Χώρες εκτός Ευρώπης

5.2.12 ΚΑΝΑΔΑΣ

Δημογραφικά στοιχεία

Ο Καναδάς έχει έκταση 9.976.139 km² και είναι η δεύτερη μετά τη Ρωσία, σε έκταση χώρα του κόσμου και έχει πληθυσμό 27.743.000 κατοίκους. Το 40% του πληθυσμού της χώρας είναι Άγγλοι άποικοι, Γάλλοι σε ποσοστό ύψους 37% αλλά και αρκετοί Έλληνες.

Το μεγαλύτερο μέρος του πληθυσμού, περίπου το 65%, είναι συγκεντρωμένο στις επαρχίες του Οντάριο και του Κεμπέκ που θεωρούνται οι πιο ευνοϊκές από την άποψη των κλιματολογικών συνθηκών.

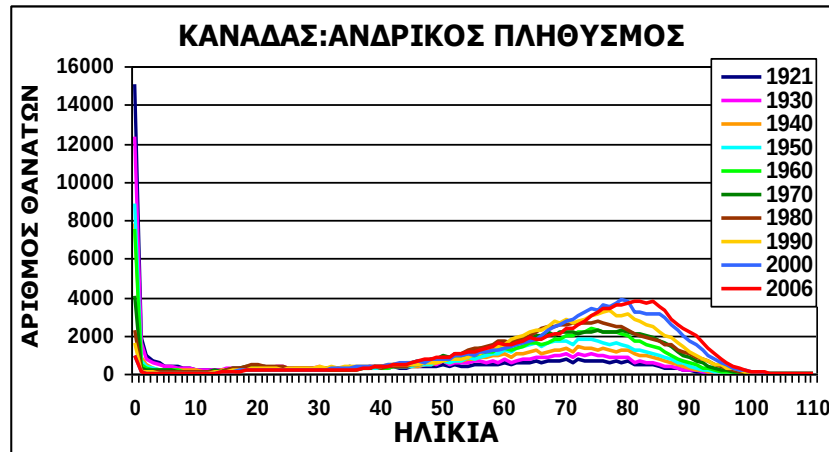
Σύμφωνα με έρευνα που έγινε το 1997 έδειξε ότι το 20% του πληθυσμού ήταν ηλικίας κάτω των 15 ετών ενώ μόλις το 12% ήταν σε ηλικία πάνω από 65 έτη. Το προσδόκιμο ζωής για τις γεννήσεις του 2000 ήταν τα 82.1 έτη για τις γυναίκες και τα 76,3 για τους άντρες.

Σε μια παλαιότερη έρευνα για το έτος 1998 η θνησιμότητα των Καναδών ήταν 6,5 θάνατοι ανά 1000 άτομα. Συγκεκριμένα για τους άντρες ήταν 8,3 και για τις γυναίκες ήταν 5,2.

Δεδομένα Επιβίωσης (raw data) για τον πληθυσμό του Καναδά

Ανδρικός πληθυσμός

Η ανάλυση και η περιγραφική απεικόνιση των δεδομένων επιβίωσης που ακολουθεί στα παρακάτω σχήματα αφορά τα έτη 1921 έως 2006 για τους άνδρες του Καναδά.



Σχήμα 5.2.12.1: Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άντρες του Καναδά

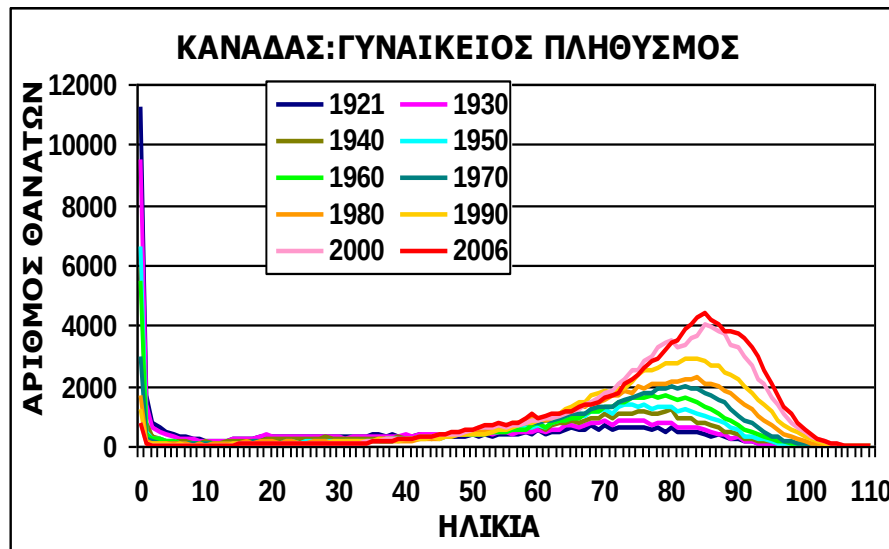
Μελετώντας τα δεδομένα συμπεραίνουμε ότι κατά τη βρεφική ηλικία η θνησιμότητα των ανδρών του Καναδά είναι σε ιδιαίτερα υψηλά επίπεδα για τα έτη 1921-1970. Μέχρι και το 1970 τα ποσοστά της βρεφικής θνησιμότητας είναι υψηλότερα από τα ποσοστά που σημειώνονται στις ηλικίες 70-82 ετών. Από το 1980 η θνησιμότητα των νεογνών παρουσιάζει σταδιακή μείωση και έως το έτος 2006 η θνησιμότητα έχει ελαττωθεί σημαντικά.

Μέχρι και την ηλικία των 15 ετών τα ποσοστά θνησιμότητας κυμαίνονται σχεδόν σε μηδενικά επίπεδα για όλα τα έτη. Από τα 18 μέχρι τα 22 έτη, παρατηρείται παροδική αύξηση του πλήθους θανάτων των ανδρών. Η αύξηση αυτή που διαπιστώνεται διαχρονικά στους άνδρες ηλικίας 18-25 ετών, οφείλεται κυρίως σε θανάτους που προέρχονται από τροχαία ατυχήματα. Σταδιακή αύξηση των ποσοστών θνησιμότητας παρατηρείται από τα 50 έτη και μετά.

Είναι εμφανής η μετατόπιση προς τα δεξιά των καμπύλων θνησιμότητας από το 1921 μέχρι το 2006. Για το έτος 2006 το μέγιστο της γραφικής παράστασης της θνησιμότητας εντοπίζεται στην ηλικία των 82 ετών περίπου, υποδεικνύοντας ότι το προσδόκιμο ζωής για τους άνδρες αυξήθηκε αρκετά τα τελευταία χρόνια μετατοπίζοντας το μέγιστο των καμπύλων με την πάροδο των ετών από την ηλικία των 72 που ήταν το 1921.

Γυναικείος πληθυσμός

Η ανάλυση και η περιγραφική απεικόνιση των δεδομένων επιβίωσης που ακολουθεί στα παρακάτω σχήματα αφορά τα έτη 1921 έως 2006 για τις γυναίκες του Καναδά.



Σχήμα 5.2.12.2: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες του Καναδά

Για τον γυναικείο πληθυσμό του Καναδά διακρίνουμε αυξημένο πλήθος των θανάτων και κατά την βρεφική και παιδική ηλικία. Παρατηρείται ότι την περίοδο 1921-1970 η βρεφική θνησιμότητα είναι σε υψηλότερα επίπεδα από τα ποσοστά που σημειώνονται στις ηλικίες 70-85 ετών την ίδια περίοδο.

Από την ηλικία των 10 ετών μέχρι και τα 50 παρατηρείται ότι η θνησιμότητα για τις γυναίκες έχει σχεδόν μηδενιστεί για όλα τα εξεταζόμενα έτη. Σταθερά αυξανόμενο είναι το ποσοστό θανάτων των γυναικών από το 55^ο έτος της ηλικίας τους και έπειτα.

Το μέγιστο σημείο που παρατηρείται για έτος το 2006 είναι στα 85 περίπου χρόνια. Το προσδόκιμο ζωής για τις γυναίκες του Καναδά είναι εμφανές ότι αυξήθηκε αρκετά τα τελευταία χρόνια μετατοπίζοντας το μέγιστο των γραφικών παραστάσεων με την πάροδο των ετών από την ηλικία των 70 ετών που ήταν το έτος 1921 σε 85 έτη κατά το έτος 2006. Για τον γυναικείο πληθυσμό της Γαλλίας καταγράφονται αρκετές περιπτώσεις όπου ξεπερνούν το 100^ο έτος ζωής.

Συγκριτική ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης ανάμεσα στον ανδρικό και τον γυναικείο πληθυσμό του Καναδά.

Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι τα ποσοστά θνησιμότητας που καταγράφονται κατά τη βρεφική και παιδική ηλικία και των δύο φύλων, την περίοδο 1921-1970 είναι υψηλότερα από αυτά που καταγράφονται στις μεγαλύτερες ηλικίες μεταξύ 70-85 ετών.

Επιπλέον, μεταξύ των ηλικιών 10-50 ετών τα ποσοστά θνησιμότητας μοιάζουν να κινούνται σε σταθερά σχεδόν μηδενικά επίπεδα, τόσο για τον ανδρικό όσο και για τον γυναικείο πληθυσμό του Καναδά.

Η πρόοδος των επιστημών και η βελτίωση του βιοτικού επιπέδου συνέβαλαν στην αύξηση του προσδόκιμου ζωής ανδρών και γυναικών μετατοπίζοντας το μέγιστο των καμπύλων προς τα δεξιά. Οι γυναίκες φαίνεται να ζουν περισσότερο από τους άνδρες, καθώς για όλα τα εξεταζόμενα έτη ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας τους εντοπίζεται σε μεγαλύτερες ηλικίες από ότι στους άνδρες.

5.2.13 ΑΥΣΤΡΑΛΙΑ

Δημογραφικά στοιχεία

Σύμφωνα με στοιχεία του 2009 η Αυστραλία έχει πληθυσμό 21.262.641 άτομα. Ο πληθυσμός της αποτελείται από μετανάστες άποικους και απόγονους τους, οι οποίοι προέρχονται από διάφορες χώρες της Ευρώπης κυρίως Γερμανούς, Βρετανούς, Έλληνες κ.α, με εξαίρεση τους αυτόχθονες Αβοριγίνες.

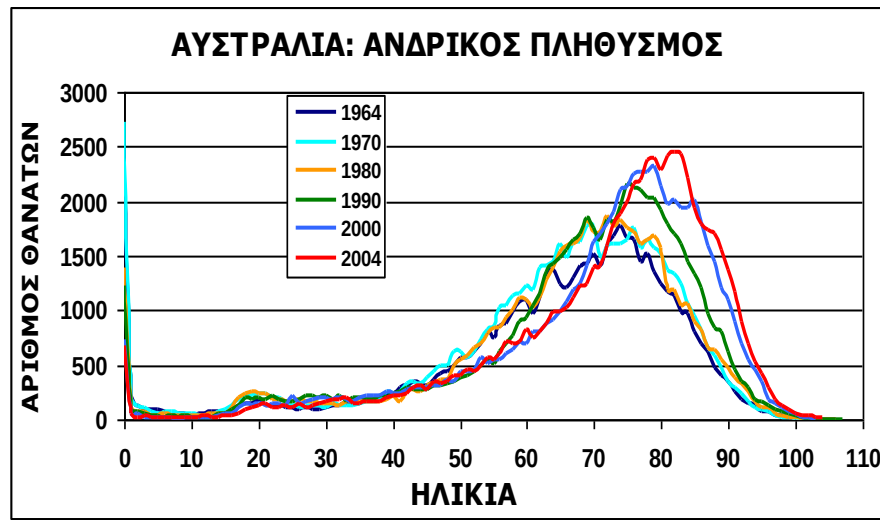
Στην απογραφή του 2006 καταγράφηκαν περίπου 475.000 Έλληνες καθώς και οι ελληνικής καταγωγής Αυστραλοί. Από αυτούς οι 109.988 έχουν γεννηθεί στην Ελλάδα και οι 365.147 στην Αυστραλία. Η έκταση της χώρας φτάνει τα 7.636.513 km²

Το προσδόκιμο ζωής για το συνολικό του πληθυσμό της χώρας είναι τα 81,63 έτη. Συγκεκριμένα για τους άνδρες είναι τα 79,25 έτη και για τις γυναίκες 84,14 με βάση τα στοιχεία του 2009.

Δεδομένα Επιβίωσης (raw data) για τον πληθυσμό της Αυστραλίας

Ανδρικός πληθυσμός

Η ανάλυση και η περιγραφική απεικόνιση των δεδομένων επιβίωσης που ακολουθεί στα παρακάτω σχήματα αφορά τα έτη 1964 έως 2004 για τους άνδρες της Αυστραλίας.



Σχήμα 5.2.13.1: Διάγραμμα θνησιμότητας για τους άντρες της Αυστραλίας

Εξετάζοντας τα δεδομένα επιβίωσης της Αυστραλίας, παρατηρείται τα ιδιαίτερα αυξημένα ποσοστά της βρεφικής θνησιμότητας του ανδρικού πληθυσμού. Το 1970 σημειώθηκαν περισσότεροι θάνατοι στη βρεφική ηλικία από όσοι μεταξύ των ηλικιών 60-80 ετών. Εντύπωση δημιουργεί το γεγονός ότι μέχρι και το 2004 τα ποσοστά αυτά αν και έχουν μειωθεί αισθητά, παραμένουν σε υψηλά επίπεδα για την εποχή δεδομένου και της βελτίωσης του βιοτικού επιπέδου.

Από την ηλικία των 18 σημειώνεται ξαφνική αύξηση στο πλήθος θανάτων των ανδρών συνεχώς αυξάνεται. Το μέγιστο των γραφικών παραστάσεων της θνησιμότητας εντοπίζεται για το έτος 2004 στην ηλικία των 85 ετών. Λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι το 1964 το όριο ηλικίας για τους άνδρες ήταν τα 75 έτη καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι το προσδόκιμο ζωής για τον ανδρικό πληθυσμό της Αυστραλίας έχει αυξηθεί σημαντικά τα τελευταία έτη μετατοπίζοντας έτσι και το μέγιστο των γραφικών παραστάσεων θνησιμότητας.

Επιπλέον, όπως απεικονίζει και το σχήμα 1.2.28.1 για το έτος 2006 αρκετοί άνδρες φαίνεται να ξεπερνούν τα 100 έτη ζωής.

Γυναικείος πληθυσμός

Η ανάλυση και η περιγραφική απεικόνιση των δεδομένων επιβίωσης που ακολουθεί στα παρακάτω σχήματα αφορά τα έτη 1964 έως 2004 για τις γυναίκες τις Αυστραλίας.



Σχήμα 5.2.13.2: Διάγραμμα θνησιμότητας για τις γυναίκες της Αυστραλίας

Ομοίως με την περίπτωση του ανδρικού πληθυσμού, αυξημένα παρουσιάζονται τα ποσοστά βρεφικής θνησιμότητας για τον γυναικείο πληθυσμό της Αυστραλίας από το έτος 1970 μέχρι και το 2004.

Μέχρι και την ηλικία των 30 ετών η θνησιμότητα των γυναικών βρίσκεται σε μηδενικά επίπεδα για όλα τα έτη. Από τα 32 έτη και έπειτα παρατηρείται συνεχώς αυξανόμενο πλήθος θανάτων για όλη την εξεταζόμενη περίοδο από το 1964 έως και το 2004.

Το 2000 εντοπίζεται το μέγιστο πλήθος θανάτων για τις γυναίκες της Αυστραλίας στην ηλικία των 85 ετών. Για το έτος 2004 το υψηλότερο σημείο της γραφικής παράστασης εντοπίζεται στην ηλικία των 81 ετών, στοιχείο που δείχνει ότι το προσδόκιμο ζωής για τις γυναίκες αυξήθηκε τα τελευταία χρόνια μετατοπίζοντας το μέγιστο των γραφικών παραστάσεων σταδιακά με την πάροδο των ετών από την ηλικία των 79 που ήταν το 1970 σε 81 έτη κατά το έτος 2004.

Συγκριτική ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης ανάμεσα στον ανδρικό και τον γυναικείο πληθυσμό της Αυστραλίας.

Ο ανδρικός πληθυσμός σημειώνει υψηλότερα ποσοστά βρεφικής θνησιμότητας από τον γυναικείο μέχρι το 1980. Αίσθηση προκαλεί το γεγονός ότι τα ποσοστά θνησιμότητας κατά τη βρεφική ηλικία είναι σε υψηλά επίπεδα και για τα δύο φύλα μέχρι και το 2004.

Στους άνδρες, η θνησιμότητα παρουσιάζει αύξηση από το 18^ο έτος της ηλικίας τους, ενώ για τις γυναίκες μέχρι και τα 30 έτη, τα ποσοστά θνησιμότητας είναι σταθερά και έχουν ελαχιστοποιηθεί για όλα τα εξεταζόμενα έτη. Για τις ηλικίες 20-45 ετών, η θνησιμότητα είναι σταθερά μεγαλύτερη για τους άνδρες τα τελευταία έτη.

Κεφάλαιο 6: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου ανάλυσης δεδομένων “Quadratic Model” επιβίωσης στα δεδομένα Ευρωπαϊκών χωρών και χωρών εκτός Ευρώπης

6.1 Εισαγωγή

Το δυναμικό μοντέλο Quadratic Model που περιγράψαμε αναλυτικά στο 4^ο κεφάλαιο εφαρμόζεται στα δεδομένα επιβίωσης των πληθυσμών για τους άνδρες και τις γυναίκες. Για τα εξεταζόμενα έτη αναφέρονται οι αρχικές τιμές των παραμέτρων (b , l , k) της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$, καθώς και ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ που μεταβάλλεται κάθε φορά ώστε να ελαχιστοποιηθεί το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων ή να μεγιστοποιηθεί το R^2 .

Το πρόγραμμα στο EXCEL μετατρέπει τα δεδομένα επιβίωσης raw data έτσι ώστε το άθροισμα των μετασχηματισμένων δεδομένων να είναι ίσο με το ένα. Τα δεδομένα επιβίωσης (raw data) διαιρούνται με το άθροισμα τους δίνοντας έτσι ένα σύνολο δεδομένων, όπως μια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Έτσι, τα δεδομένα επιβίωσης από διάφορες χώρες ή από την ίδια χώρα, αλλά και από διαφορετικές χρονικές περιόδους μπορούν να συγκριθούν.

Η εφαρμογή του μοντέλου στα δεδομένα επιβίωσης με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης πραγματοποιείται εφαρμόζοντας τον ακόλουθο τύπο της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$:

$$g(t) = k(t)^{-3/2} e^{-(l-(bt)^c)^2/2}$$

Υπολογίζονται οι τιμές των παραμέτρων (b, l, k) της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$ του μοντέλου, τα σφάλματα SSE, SE και ο συντελεστής συσχέτισης R^2 . Παρατίθεται διάγραμμα που απεικονίζει την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο περιλαμβάνοντας και την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης, έχοντας υπολογίσει το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το αριστερό και το δεξιό σημείο καμπής της. Τέλος, απεικονίζεται γραφικά η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος συνάρτησης της $g(t)$, λαμβάνοντας σημαντικά συμπεράσματα για το ρυθμό της θνησιμότητας στα εξεταζόμενα έτη.

Η ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης επεκτάθηκε και στην γραφική απεικόνιση της συνάρτησης Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων. Παρατίθενται διαγράμματα που απεικονίζουν την καμπύλη θνησιμότητας και την καμπύλη επιβίωσης για τα εξεταζόμενα έτη.

6.2 Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model

Για την εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού των χωρών, και για τον υπολογισμό των σχετικών παραμέτρων του μοντέλου και των σφαλμάτων με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, θέτω τις εξής αρχικές συνθήκες για όλα τα εξεταζόμενα έτη:

Αρχικές τιμές παραμέτρων:

$$b=0,0235, l=3, k=26$$

I. Μεσογειακές χώρες

Εφαρμογή του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) μεσογειακών χωρών

Η Ελλάδα ως μεσογειακή χώρα επελέγη στο κεφάλαιο αυτό για ανάλυση και σχολιασμό το έτος 2000. Η εφαρμογή και τα αποτελέσματα του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης των υπόλοιπων χωρών της μεσογείου, των οποίων τη θνησιμότητα την αναλύσαμε μέσω των δεδομένων επιβίωσης τους σε προηγούμενο κεφάλαιο, βρίσκονται στο Παράρτημα.

6.2.1 ΕΛΛΑΔΑ

Εφαρμογή του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ελλάδας

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Ελλάδας. Για τον ανδρικό και για το γυναικείο πληθυσμό το εξεταζόμενο έτος είναι το 2000. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 2000

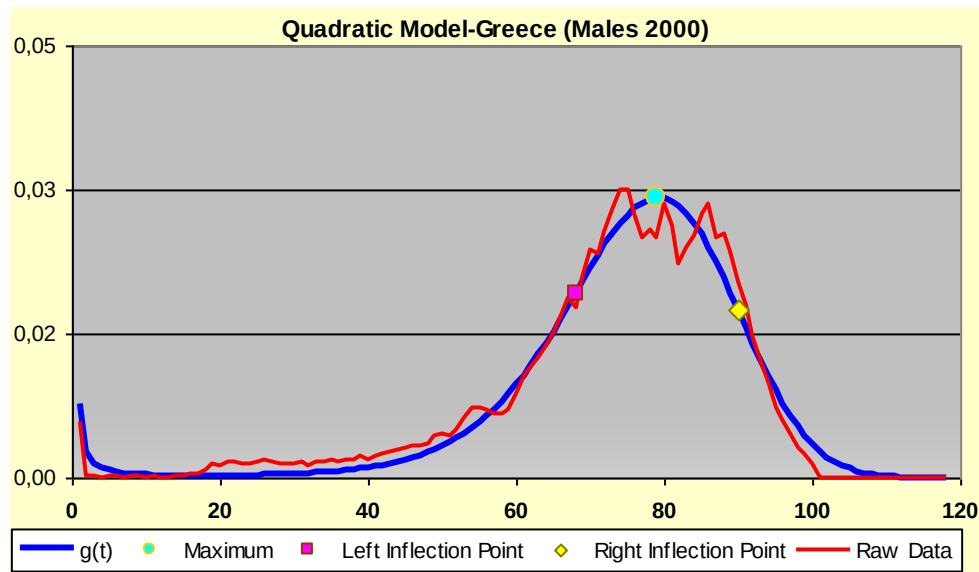
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 1,9 ($c=1,9$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 2000 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 6.1.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
$b=$	0,0254
$l=$	3,98
$k=$	23,22
Sum of Squared Errors=	0,0004031
Standard Error of Estimates=	0,001872
$R^2=$	0,970

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 6.2.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *Quadratic Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ελλάδας (2000).

Η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 κοντά στη μονάδα. Αρκετοί από τους λόγους που προκαλούν τα σφάλματα που υπολογίζονται με την μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, εντοπίζονται με σχετική ευκολία στα σχετικά διαγράμματα. Ένας από του λόγους αυτούς όπως παρατηρείται στα διαγράμματα είναι η βρεφική θνησιμότητα η οποία ενώ παρουσιάζει σημαντική μείωση τα τελευταία χρόνια, συνεχίζει να είναι υπαρκτή έστω και σε χαμηλά επίπεδα.

Το μοντέλο ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ελλάδας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο προσεγγίζεται ικανοποιητικά από το *Quadratic Model*. Μικρές αποκλίσεις παρατηρούνται στις ηλικίες 18-60 και στις ηλικίες των 80-90 ετών. Η πολύ καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα της καμπύλης μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + c(l - (bt)^c) \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$A' = \left\{ (3/2)/t^2 + c(c-1)(l - (bt)^c)b^c t^{c-1} - c^2 b^{2c} t^{2c-2} \right\}$$

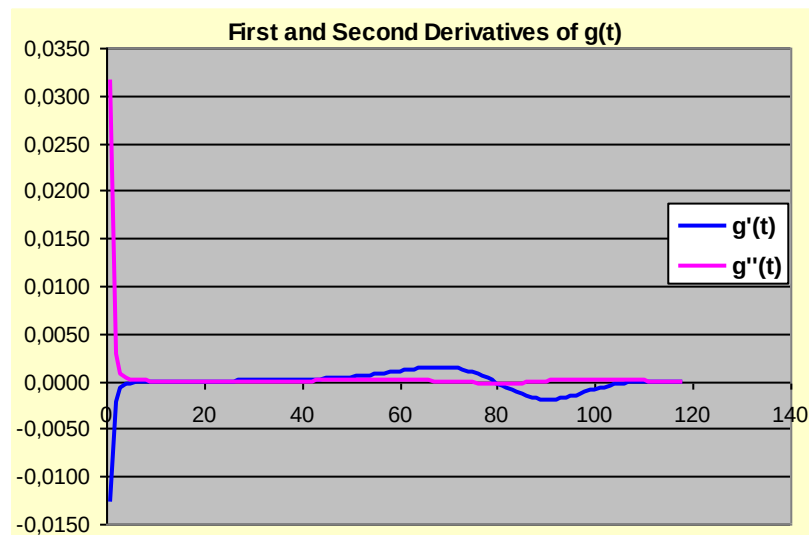
$$g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 6.1.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	79	3,22E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	68	2,120E-02	1,467E-03
Δεξιό σημείο καμπής	90	0,01930622	-1,266E-02

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 79 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 68 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 90 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.



Σχήμα 6.2.2: Η πρώτη $g'(t)$ και η δεύτερη $g''(t)$ παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Στοχαστική μοντελοποίηση, καμπύλες θνησιμότητας και επιβίωσης

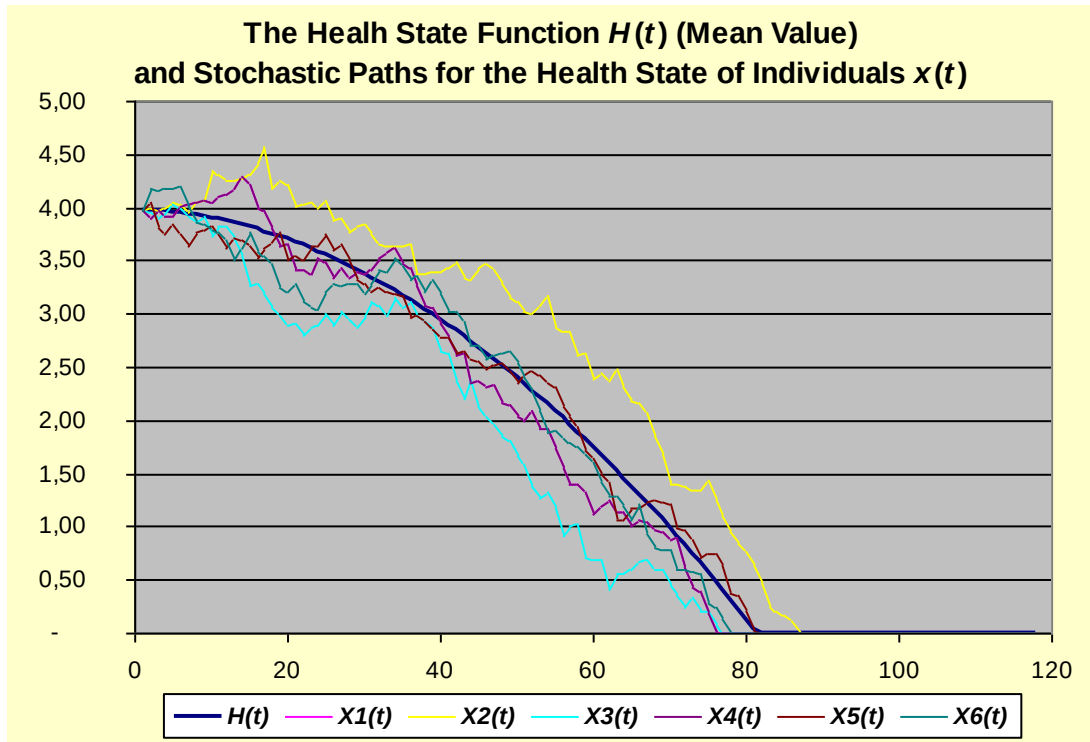
Η στοχαστική μοντελοποίηση καθιστά εφικτό των σχεδιασμό των στοχαστικών διαδρομών της κατάστασης της υγείας ενός ατόμου και τον υπολογισμό μιας συνάρτησης κατανομής για την κατάσταση της υγείας με την πάροδο του χρόνου, για έναν πληθυσμό.

Μοντελοποιώντας την κατάσταση της υγείας με μια στοχαστική διαδικασία μπορούμε να ορίσουμε ένα εμπόδιο, συνήθως ένα ελάχιστο επίπεδο (σε εφαρμογές αυτού του επιπέδου μπορεί να ληφθεί ως το μηδέν). Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$ υπολογίζεται ως μέση τιμή του αριθμού των στοχαστικών διαδρομών που πλησιάζουν για πρώτη φορά το φράγμα.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

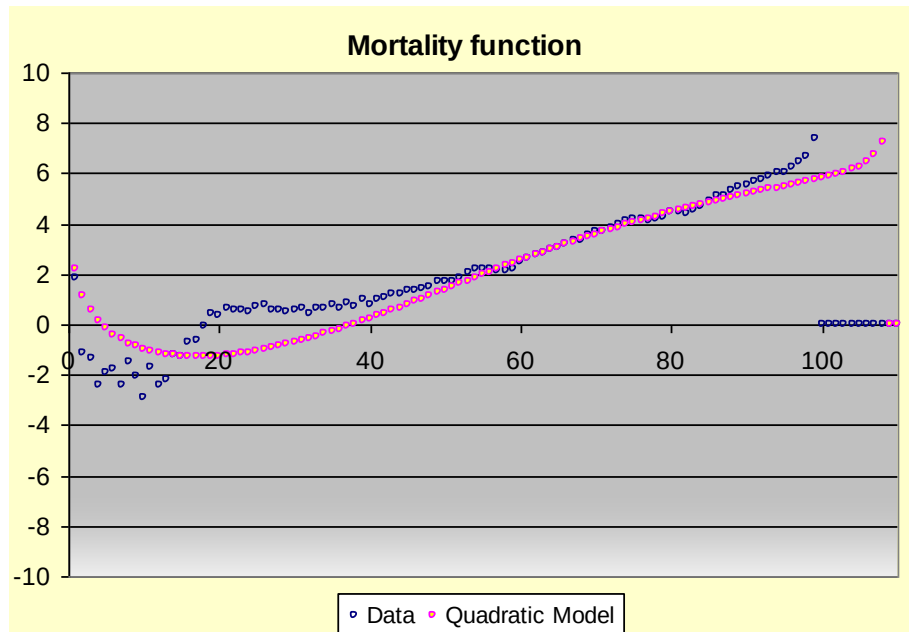
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 0,1$



Σχήμα 6.2.3: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των
στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 2000. Η μέθοδος από την οποία προκύπτουν οι καμπύλες παρουσιάζεται αναλυτικά στη συνέχεια.



Σχήμα 6.2.4: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τους άνδρες της Ελλάδας (2000).

Από το παραπάνω σχήμα είναι εμφανής η καλή εφαρμογή της καμπύλης της συνάρτησης θνησιμότητας, όπως αυτή προκύπτει από τις εκτιμήσεις του Quadratic Model, στην καμπύλη θνησιμότητας των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης (raw data). Η συνάρτηση θνησιμότητας για το Quadratic Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 20 έως 90 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 16-20 ετών.

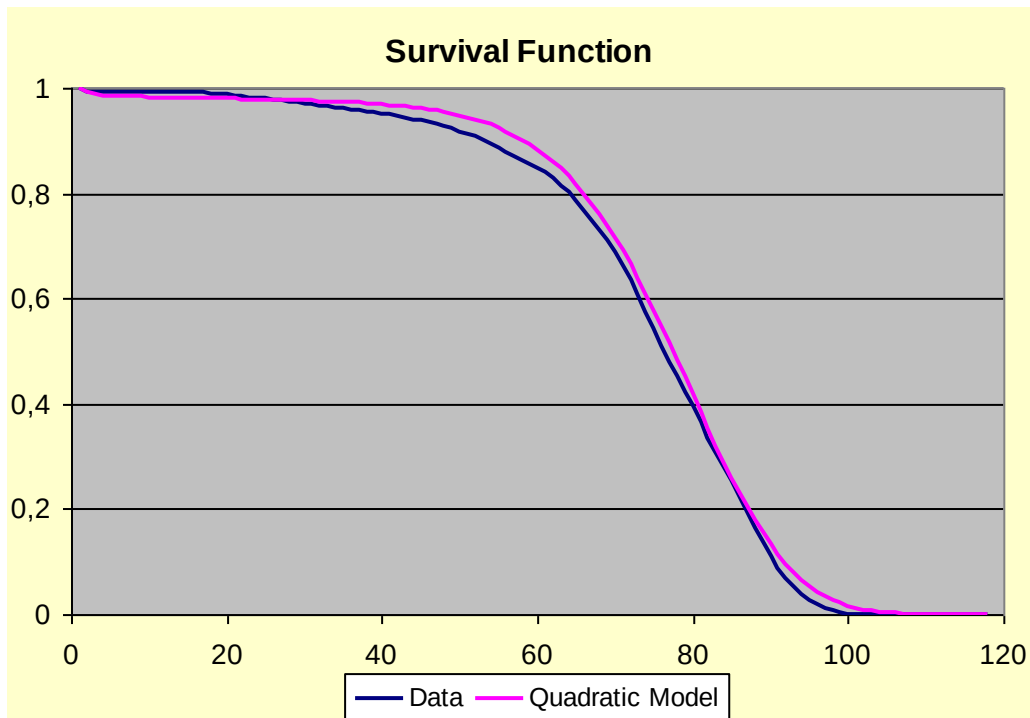
Στο γράφημα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι καμπύλες επιβίωσης των Raw Data και του “Quadratic Model” για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 2000. Παρακάτω παρουσιάζεται αναλυτικά η διαδικασία από την οποία προκύπτουν οι καμπύλες.

παρατηρείται ότι στην ηλικία των 62 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 83 % περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 76 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Στοιχεία με ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την ασφαλιστική επιστήμη (115) αφού αρκετά μεγάλο ποσοστό του πληθυσμού της χώρας βρίσκεται εν ζωή και

συνταξιοδοτείται για μεγάλο χρονικό διάστημα. Απόρροια της ανόδου του βιοτικού επιπέδου και της αύξησης διάρκειας ζωής (βελτίωση της κατάστασης υγείας) του πληθυσμού της χώρας.

Πολύ μικρές αποκλίσεις των εκτιμήσεων του Quadratic Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 34-81 και 89- 100 έτη.



Σχήμα 6.2.5: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τους άνδρες της Ελλάδας (2000).

Γυναικείος πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model για τις γυναίκες της Ελλάδας το έτος 2000

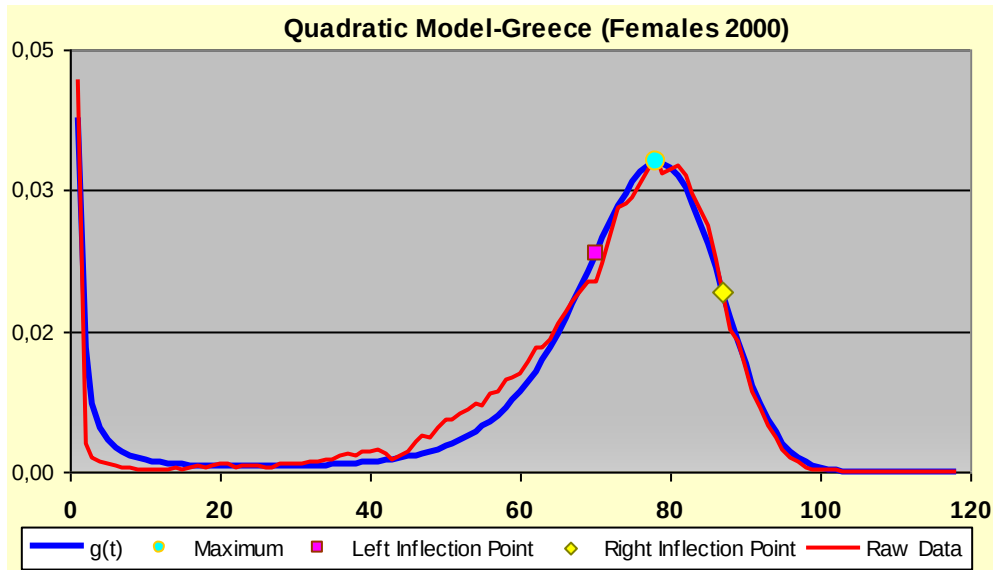
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 2,6 ($c=2,6$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ελλάδας το έτος 2000 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 6.2.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0205
l=	3,58
k=	25,70
Sum of Squared Errors=	0,0004252
Standard Error of Estimates=	0,001923
R²=	0,974

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 6.2.6: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *Quadratic Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ελλάδας (2000).

Η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 κοντά στη μονάδα και μικρά SSE, SE.

Το μοντέλο ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ελλάδας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο υπολογίζεται σωστά για όλα τα εξεταζόμενα έτη από το Quadratic Model. Η πολύ καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + c(l - (bt)^c) \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$A' = \left\{ (3/2)/t^2 + c(c-1)(l - (bt)^c)b^c t^{c-1} - c^2 b^{2c} t^{2c-2} \right\}$$

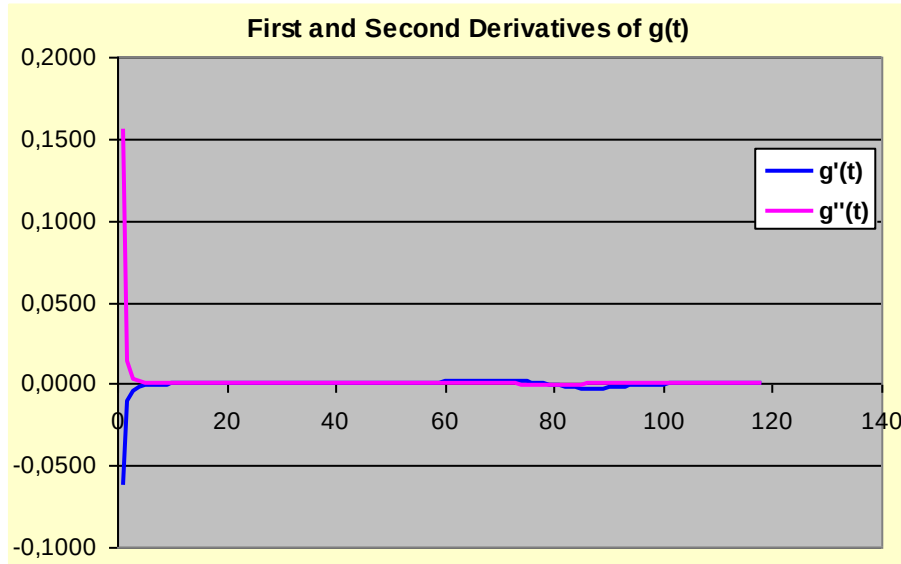
$$g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 6.2.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	78	3,65E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	70	2,565E-02	1,966E-03
Δεξιό σημείο καμπής	87	0,02111842	-6,248E-02

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 78 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 70 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 87 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$. Ακολουθεί σχετικό διάγραμμα.

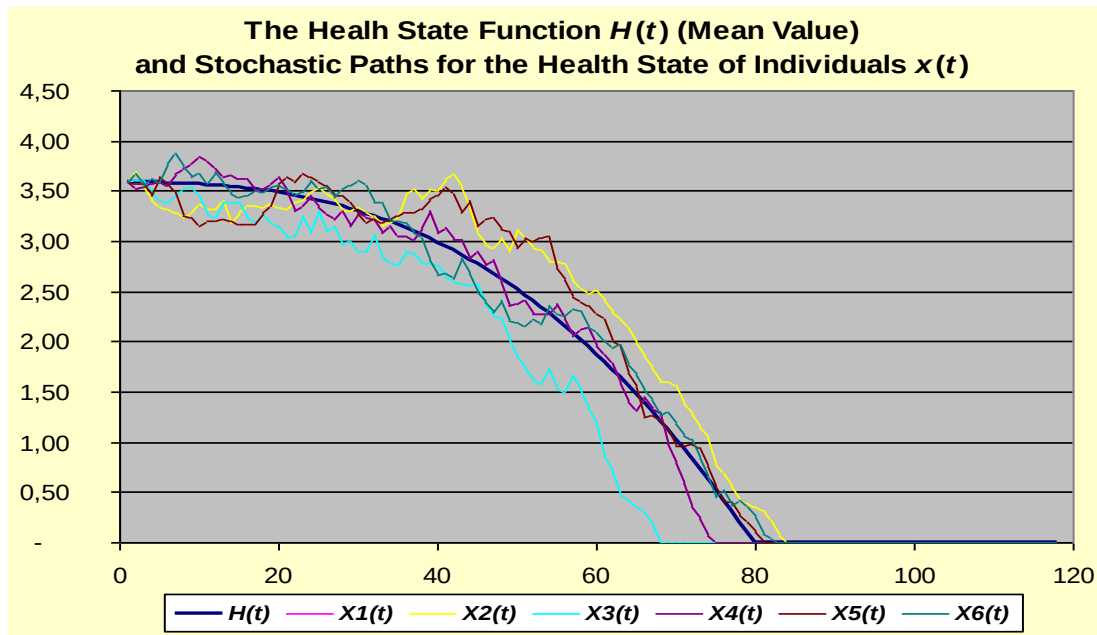


Σχήμα 6.2.7: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

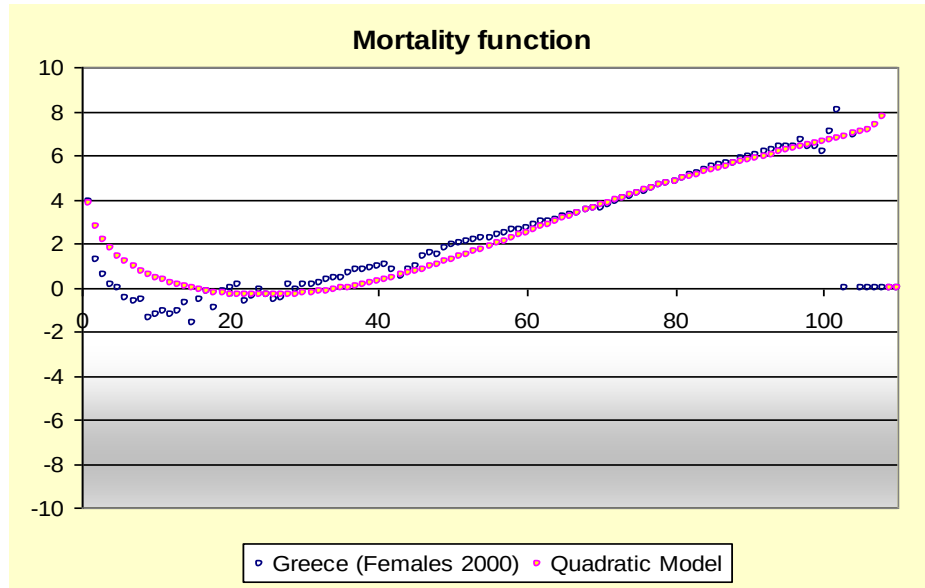
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 0,1$



Σχήμα 6.2.8: H συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες της Ελλάδας το έτος 2000. Η συνάρτηση θνησιμότητας για το Quadratic Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 20 έως 1000 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 17-20 ετών.

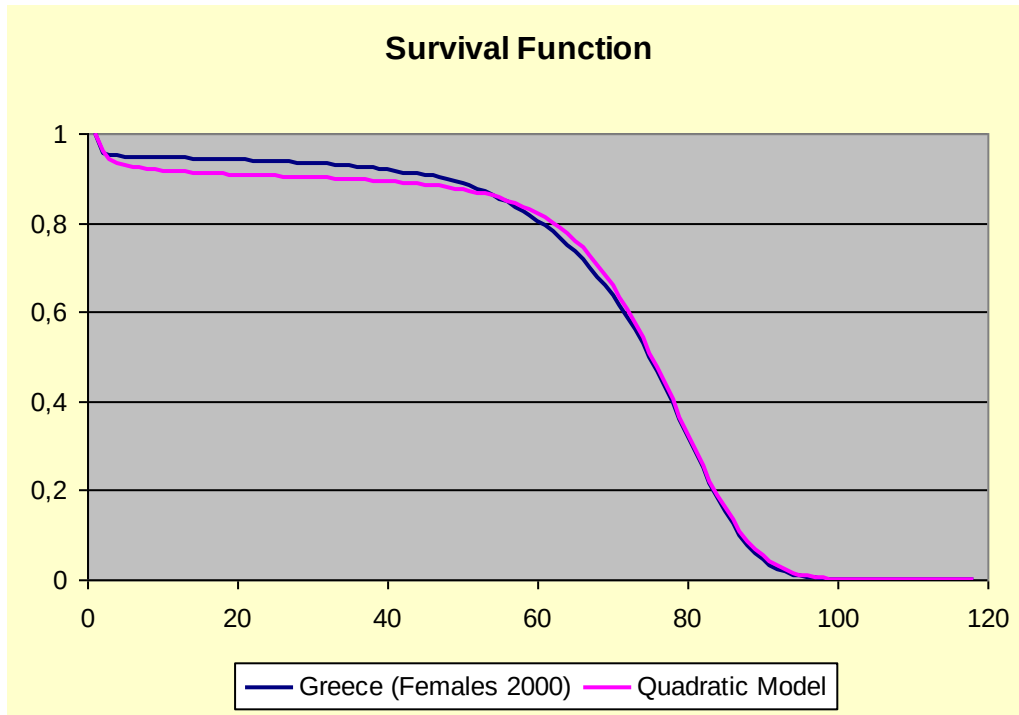


Σχήμα 6.2.9: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες της Ελλάδας (2000).

Στο γράφημα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι καμπύλες επιβίωσης των Raw Data και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες της Ελλάδας το έτος 2000.

Παρατηρείται ότι στην ηλικία των 60 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) βρίσκεται εν ζωή το 80 % του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 75 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Πολύ μικρές αποκλίσεις των εκτιμήσεων του Quadratic Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 3-52 έτη και ταύτιση του Quadratic Model και των Raw Data στο υπόλοιπο διάστημα.



Σχήμα 6.2.10: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες της Ελλάδας (2000).

ΣΚΑΝΔΙΝΑΒΙΚΕΣ ΧΩΡΕΣ

Εφαρμογή του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών της Κεντρικής Ευρώπης.

Οι χώρες της Κεντρικής Ευρώπης που επελέγησαν στο κεφάλαιο αυτό για ανάλυση και σχολιασμό είναι η Δανία για τους άνδρες και για τις γυναίκες το έτος είναι το 2007 και η Γερμανία για το έτος 2004. Η εφαρμογή και τα αποτελέσματα του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης των υπόλοιπων χωρών της Κεντρικής Ευρώπης, των οποίων τη θνησιμότητα την αναλύσαμε μέσω των δεδομένων επιβίωσης τους σε προηγούμενο κεφάλαιο, βρίσκονται στο Παράρτημα.

6.2.3 ΔΑΝΙΑ

Εφαρμογή του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Δανίας

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Δανίας. Για τον ανδρικό και για το γυναικείο πληθυσμό το εξεταζόμενο έτος είναι το 2007. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model για τους άνδρες της Δανίας το έτος 2007.

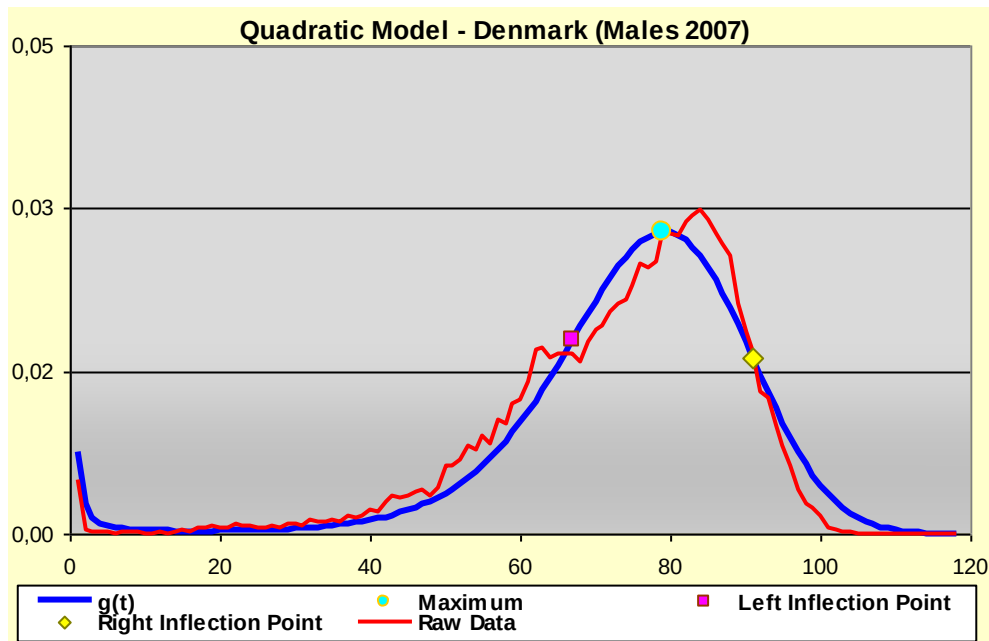
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 1,8 ($c=1,8$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Δανίας το έτος 2007 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 6.2.3.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0263
l=	3,97
k=	22,24
Sum of Squared Errors=	0,0005517
Standard Error of Estimates=	0,002190
R^2 =	0,957

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 6.2.3.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *Quadratic Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Δανίας (2007).

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τους άνδρες της Δανίας στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 (0,957) και μικρά SSE, SE. Το μοντέλο ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Δανίας κατά τη βρεφική ηλικία. Η σχετικά καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα της καμπύλης μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Το έτος 2007 στις ηλικίες των 63-68 ετών, εντοπίζεται μια μικρή σχετικά ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης της Δανίας με συνέπεια την απόκλιση του μοντέλου και την ύπαρξη σφαλμάτων. Στις ηλικίες αυτές (63-68) είναι άτομα που γεννήθηκαν την περίοδο του ΄Β Παγκοσμίου πολέμου. Η ανομοιομορφία αυτή στα δεδομένα που προφανώς οφείλεται στην μείωση των γεννήσεων και στην αύξηση των θανάτων λόγω της εμπόλεμης κατάστασης και των συνθηκών της εποχής.

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + c(l - (bt)^c) \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$A' = \left\{ (3/2)/t^2 + c(c-1)(l - (bt)^c)b^c t^{c-1} - c^2 b^{2c} t^{2c-2} \right\}$$

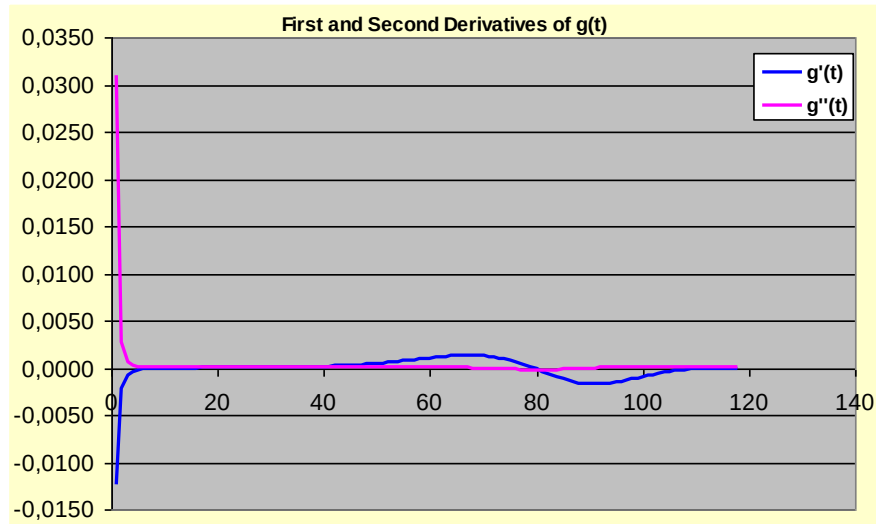
$$g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 6.2.3.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	79	3,08E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	67	1,979E-02	1,325E-03
Δεξιό σημείο καμπής	91	0,01794331	-1,238E-02

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 79 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 67 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 91 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

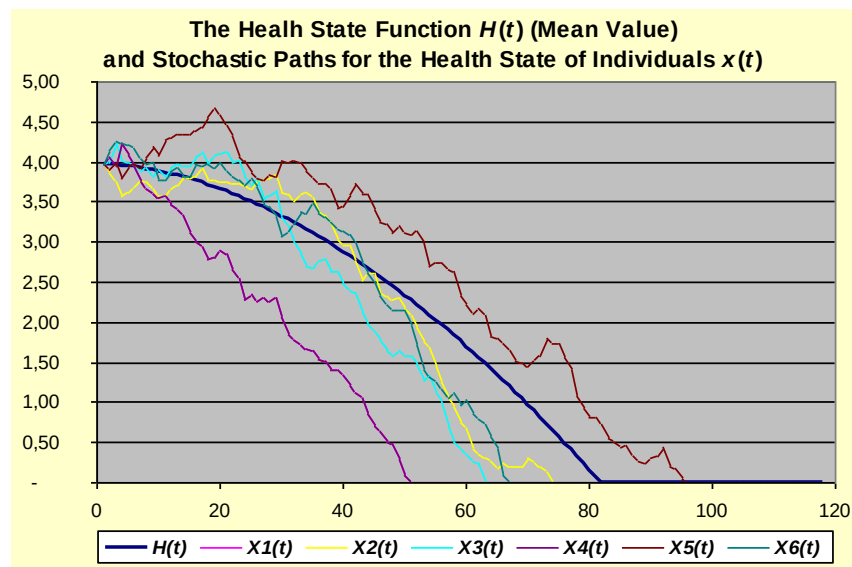


Σχήμα 6.3.2: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

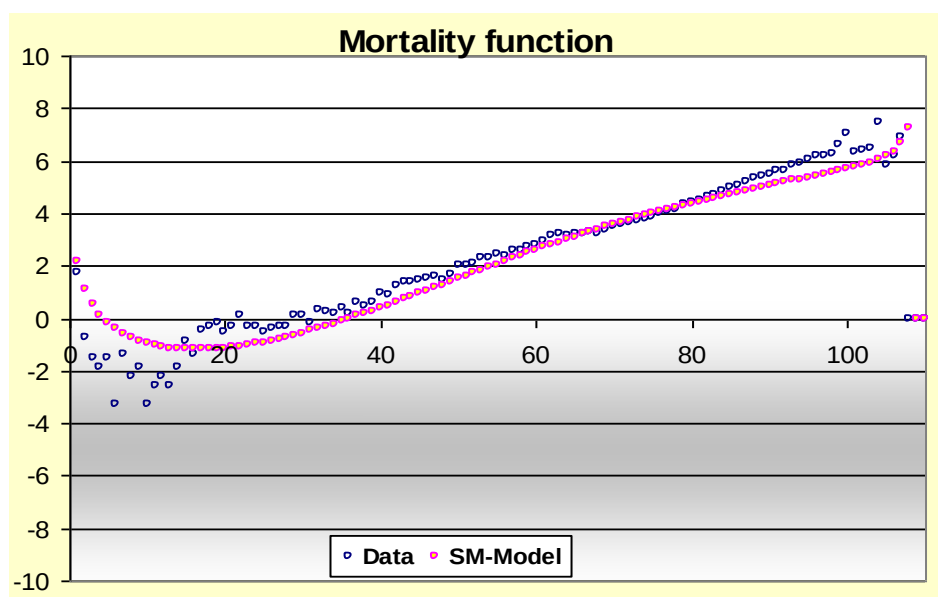
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 0,1$



Σχήμα 6.2.3.3: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τους άνδρες της Δανίας το έτος 2007. Η συνάρτηση θνησιμότητας για το Quadratic Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 20 έως 100 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 17-25 ετών.

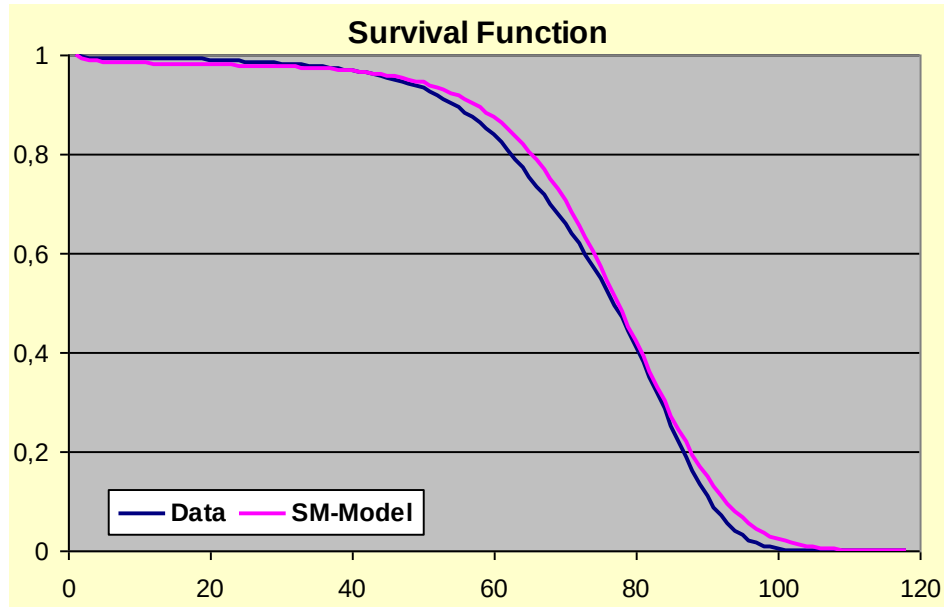


Σχήμα 6.2.3.4: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τους άνδρες της Δανίας (2007).

Στο παρακάτω διάγραμμα που απεικονίζεται η καμπύλη επιβίωσης παρατηρείται ότι στην ηλικία των 62 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 80,8 % περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 77 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Στοιχεία με ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την ασφαλιστική επιστήμη αφού αρκετά μεγάλο ποσοστό του πληθυσμού της χώρας βρίσκεται εν ζωή και συνταξιοδοτείται για μεγάλο χρονικό διάστημα. Απόρροια της ανόδου του βιοτικού επιπέδου και της αύξησης διάρκειας ζωής (βελτίωση της κατάστασης υγείας) του πληθυσμού της χώρας.

Αποκλίσεις των εκτιμήσεων του Quadratic Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 50-75 και 85- 100 έτη.



Σχήμα 6. 2.3.5: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τους άνδρες της Δανίας (2007).

Γυναικείος πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model για τις γυναίκες της Δανίας το έτος 2007

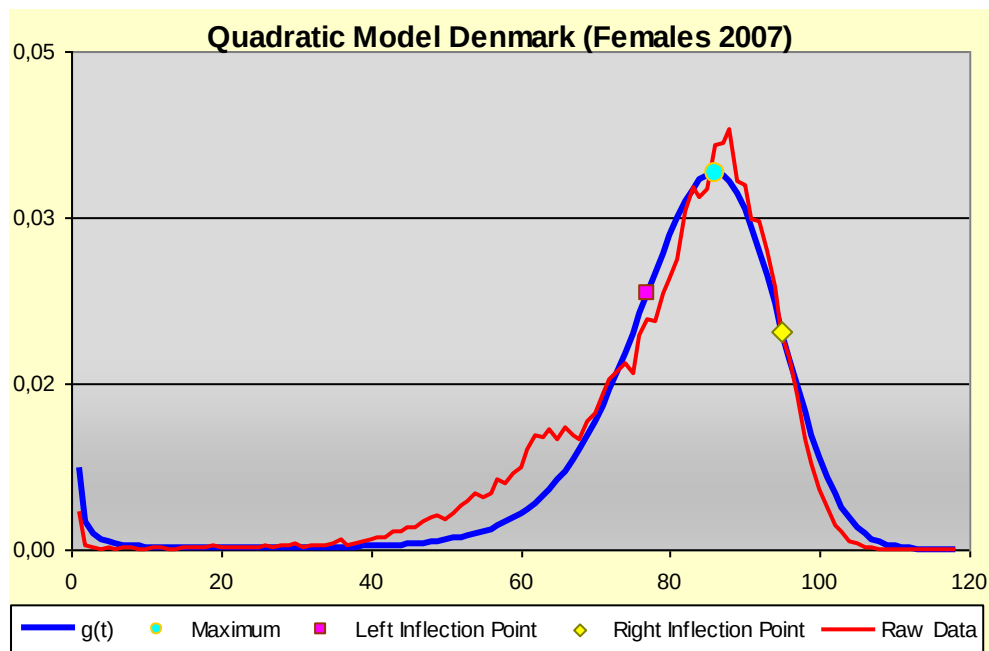
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 2,4 ($c=2,4$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Δανίας το έτος 2007 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 6.2.3.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0205
l=	4,06
k=	30,37
Sum of Squared Errors=	
0,0006515	
Standard Error of Estimates=	
0,002380	
R^2 =	
0,960	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 6.2.3.6: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *Quadratic Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Δανίας (2007).

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τις γυναίκες της Δανίας στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 (0,960) και χαμηλό SSE , SE . Το Quadratic Model υπολογίζει με επιτυχία και την ηλικία (σημείο) που σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι για το εξεταζόμενο έτος.

Δεν παρατηρούνται μεγάλες αποκλίσεις. Για το έτος 2007 στις ηλικίες των 61-67 ετών, εντοπίζεται ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης της Δανίας με συνέπεια την απόκλιση του μοντέλου και την ύπαρξη σφαλμάτων. Στις ηλικίες αυτές (61-67) είναι άτομα που γεννήθηκαν την περίοδο του ΄Β Παγκοσμίου πολέμου και προφανώς οφείλεται στην μείωση των γεννήσεων και στην αύξηση των θανάτων λόγω της εμπόλεμης κατάστασης και των συνθηκών της εποχής. Το μοντέλο ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Δανίας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο υπολογίζεται σωστά από το Quadratic Model. Η σχετικά καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + c(l - (bt)^c) \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$A' = \left\{ (3/2)/t^2 + c(c-1)(l - (bt)^c)b^c t^{c-1} - c^2 b^{2c} t^{2c-2} \right\}$$

$$g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

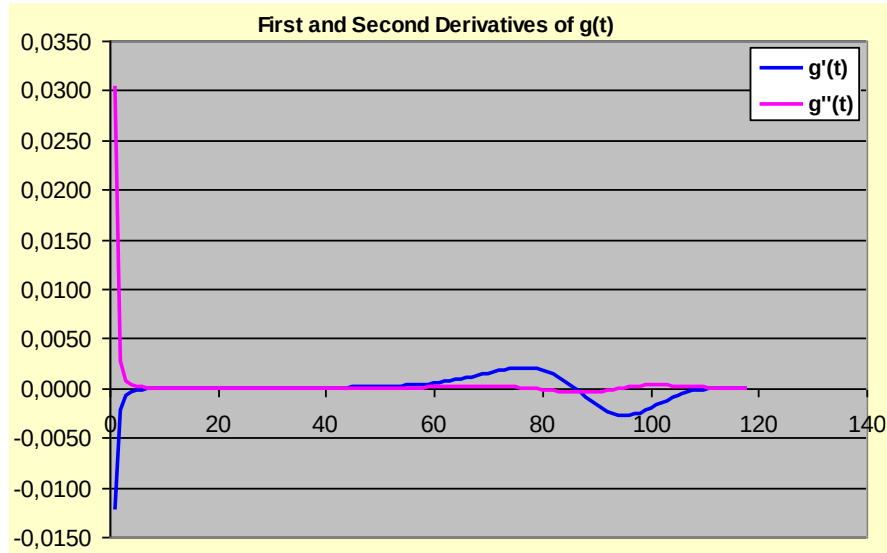
Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 6.2.3.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	86	3,76E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	77	2,558E-02	2,037E-03
Δεξιό σημείο καμπής	95	0,02185795	-1,218E-02

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 86 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων

ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 77 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 95 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

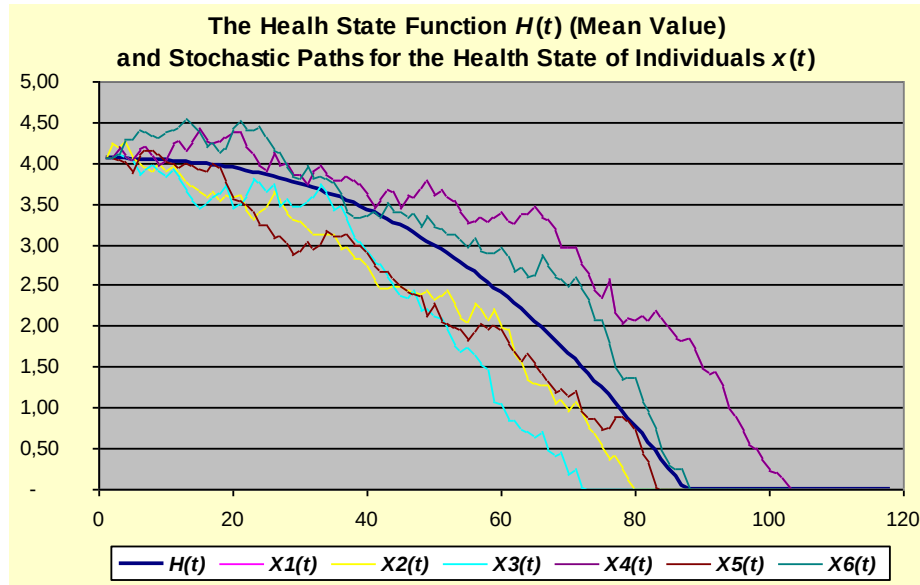


Σχήμα 6.2.3.7: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

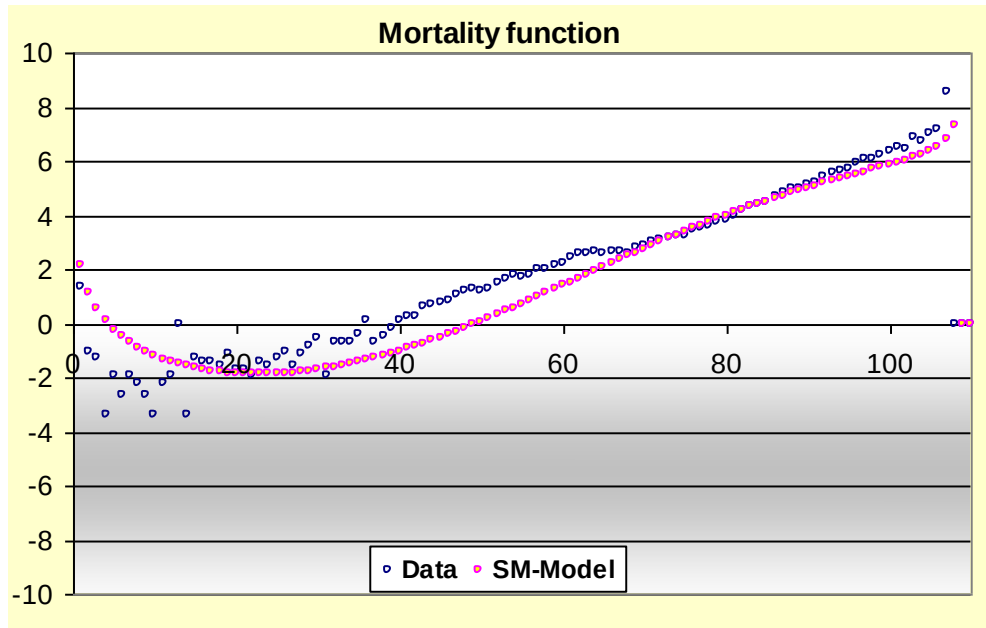
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 0,1$



Σχήμα 6.2.3.8: H συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες της Δανίας το έτος 2007. Η συνάρτηση θνησιμότητας για το Quadratic Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 15 έως 100 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 10-15 ετών και 65-69 ετών.

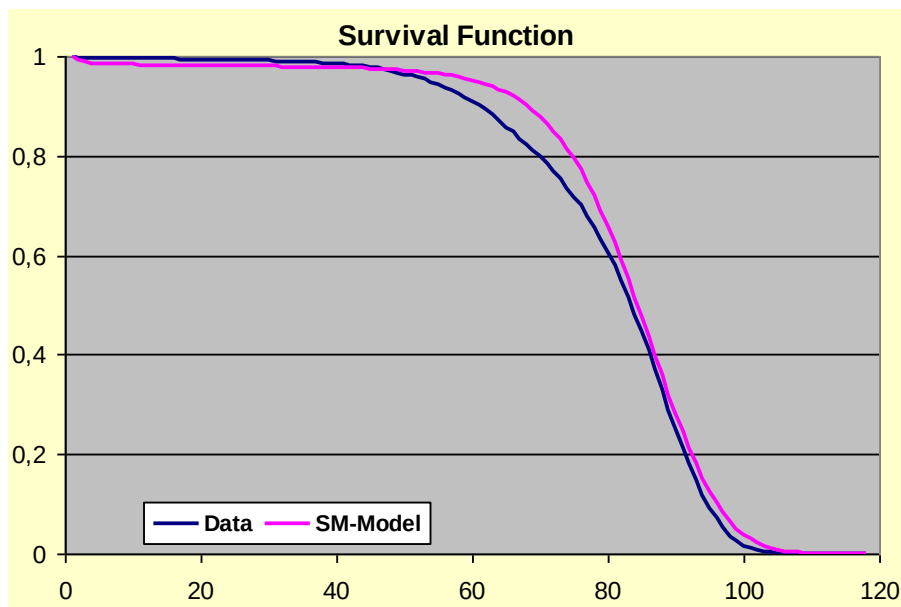


Σχήμα 6.2.3.9: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες της Δανίας (2007).

Στο παρακάτω διάγραμμα που απεικονίζεται η καμπύλη επιβίωσης παρατηρείται ότι στην ηλικία των 60 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 91 % περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 84 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Στοιχεία με ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την ασφαλιστική επιστήμη αφού αρκετά μεγάλο ποσοστό του πληθυσμού της χώρας βρίσκεται εν ζωή και συνταξιοδοτείται για μεγάλο χρονικό διάστημα. Απόρροια της ανόδου του βιοτικού επιπέδου και της αύξησης διάρκειας ζωής (βελτίωση της κατάστασης υγείας) του πληθυσμού της χώρας.

Αποκλίσεις των εκτιμήσεων του Quadratic Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 51-82 ετών.



Σχήμα 6.2.3.10: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες της Δανίας (2007).

Χώρες Κεντρικής Ευρώπης

6.2.4 ΓΕΡΜΑΝΙΑ

Εφαρμογή του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Γερμανίας

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Γερμανίας. Για τον ανδρικό και για το γυναικείο πληθυσμό το εξεταζόμενο έτος είναι το 2004. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 2004.

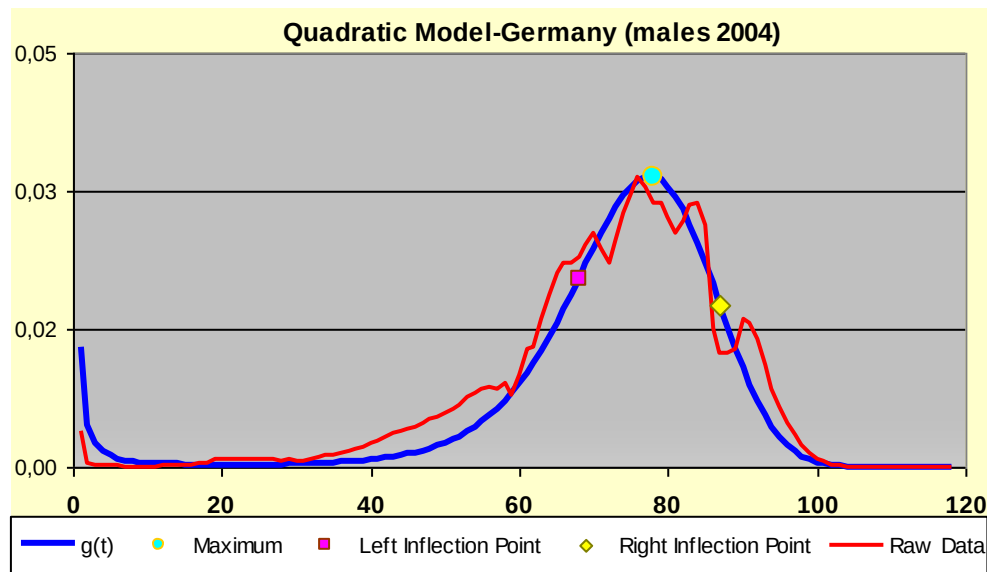
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 2,3 ($c=2,3$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 6.2.4.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters after 40 rounds	
b=	0,0227
l=	3,85
k=	24,25
Sum of Squared Errors=	0,0009774
Standard Error of Estimates=	0,002915
R^2=	0,928

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 6.2.4.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *Quadratic Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Γερμανίας (2004).

Μελετώντας τα αποτελέσματα της εφαρμογής του μοντέλου στα δεδομένα επιβίωσης της Γερμανίας διαπιστώνουμε σε αρκετά σημεία αποκλίσεις λόγω της μεγάλης ανομοιομορφίας των δεδομένων. Είναι εμφανής η μεγάλη έκταση των καταστρεπτικών αποτελεσμάτων του Α και Β παγκοσμίου πολέμου. Πόλεμοι που είχαν ως αποτέλεσμα πολύ μεγάλο αριθμό θανάτων από πολεμικές δραστηριότητες και κακουχίες, αλλά και σημαντική μείωση του αριθμού των γεννήσεων στις περιόδους εκείνες.

Έχοντας υπολογίσει τις σχετικές παραμέτρους του μοντέλου παρατηρείται την παραμέτρου l η οποία σχετίζεται άμεσα με την έννοια του επιπέδου υγείας του πληθυσμού. Η παράμετρος l υπολογίστηκε 19,29 για το έτος 2004. Ένδειξη ότι το επίπεδο υγείας του ανδρικού πληθυσμού της Γερμανίας είναι υψηλό.

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τους άνδρες της Γερμανίας στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 (0,928) και χαμηλά SSE, SE. Το Quadratic Model υπολογίζει με επιτυχία και την ηλικία (σημείο) που σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι για όλα τα εξεταζόμενα έτη.

Αποκλίσεις, παρατηρούνται κυρίως στις ηλικίες 17-25 στις οποίες όπως έχουμε επισημάνει στις περισσότερες χώρες παρατηρείται υψηλή αύξηση της

θνησιμότητας λόγω των δραστηριοτήτων και του τρόπου ζωής των ανδρών. Στη συνέχεια, η αυξημένη αυτή θνησιμότητα παραμένει σταθερή για κάποια έτη μέχρι την ηλικία των 40-45 ετών και έκτοτε αρχίζει να ακολουθεί πάλι αυξητική πορεία.

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + c(l - (bt)^c) \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$A' = \left\{ (3/2)/t^2 + c(c-1)(l - (bt)^c)b^c t^{c-1} - c^2 b^{2c} t^{2c-2} \right\}$$

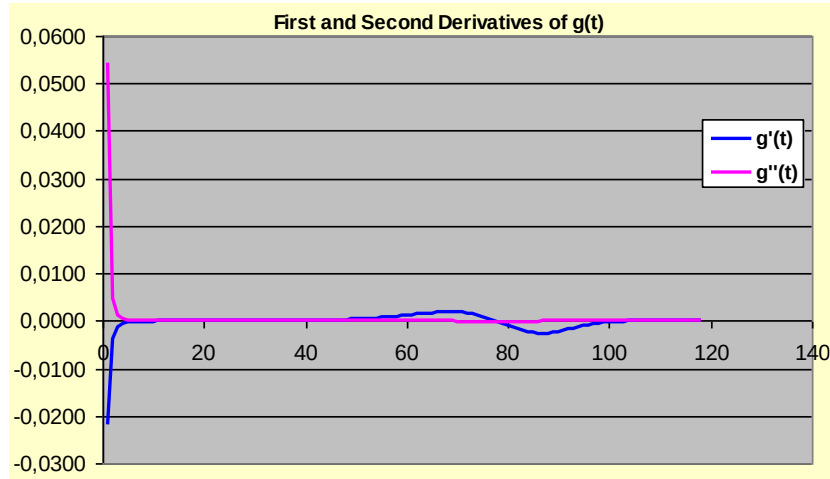
$$g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 6.2.4.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	78	3,49E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	68	2,259E-02	1,864E-03
Δεξιό σημείο καμπής	87	0,01940091	-2,171E-02

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 78 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 68 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 87 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

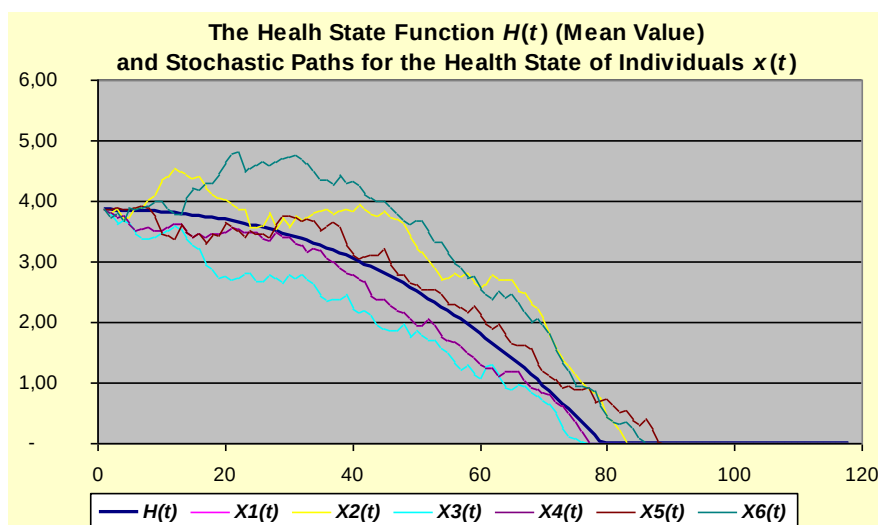


Σχήμα 6.2.4.2: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

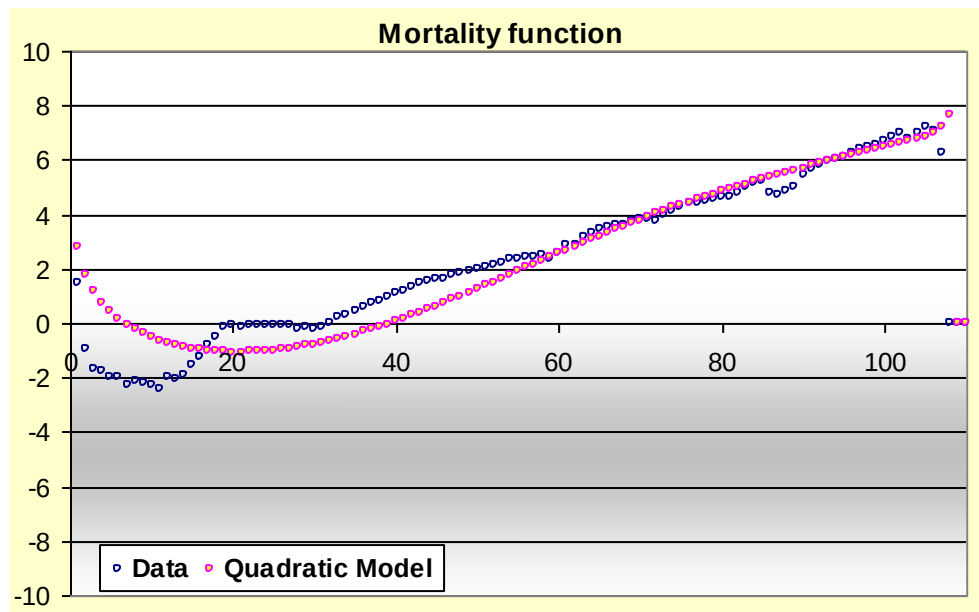
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 0,1$



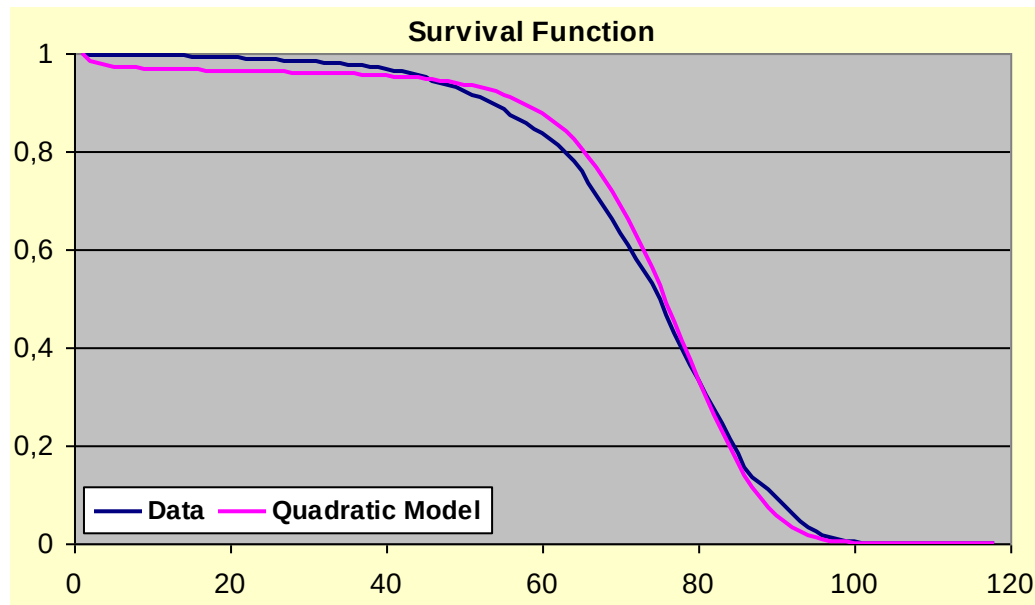
Σχήμα 6.2.4.3: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 2004. Η συνάρτηση θνησιμότητας για το Quadratic Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 20 έως 100 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 13-19 και 33-60 ετών.



Σχήμα 6.2.4.4: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τους άνδρες της Γερμανίας (2004).

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 2004.



Σχήμα 6.2.4.5: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τους άνδρες της Γερμανίας (2004).

Παρατηρείται ότι στην ηλικία των 62 ετών οι ζώντες είναι το 81% περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 75 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Σημαντικές αποκλίσεις των εκτιμήσεων του Quadratic Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 0-75 και από 86-94 έτη.

Γυναικείος πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 2004.

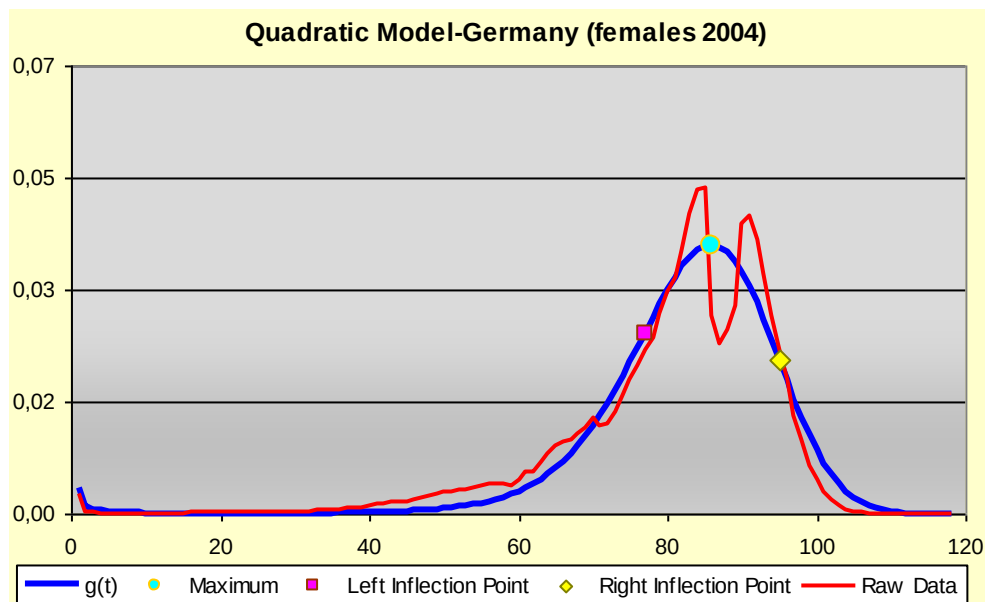
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 2,3 ($c=2,3$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 6.2.4.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
$b=$	0,0215
$l=$	4,26
$k=$	32,03
Sum of Squared Errors=	
0,0013135	
Standard Error of Estimates=	
0,003380	
$R^2=$	
0,932	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 6.2.4.6: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *Quadratic Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Γερμανίας (2004).

Έχοντας υπολογίσει τις σχετικές παραμέτρους του μοντέλου παρατηρείται την παράμετρο l που υπολογίστηκε σε 19,82 για το έτος 2004. Ένδειξη ότι το επίπεδο υγείας του γυναικείου πληθυσμού της Γερμανίας είναι υψηλό. Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τις γυναίκες της Γερμανίας στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 (0,932) και σχετικά μικρό SSE , SE .

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + c(l - (bt)^c) \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$A' = \left\{ (3/2)/t^2 + c(c-1)(l - (bt)^c)b^c t^{c-1} - c^2 b^{2c} t^{2c-2} \right\}$$

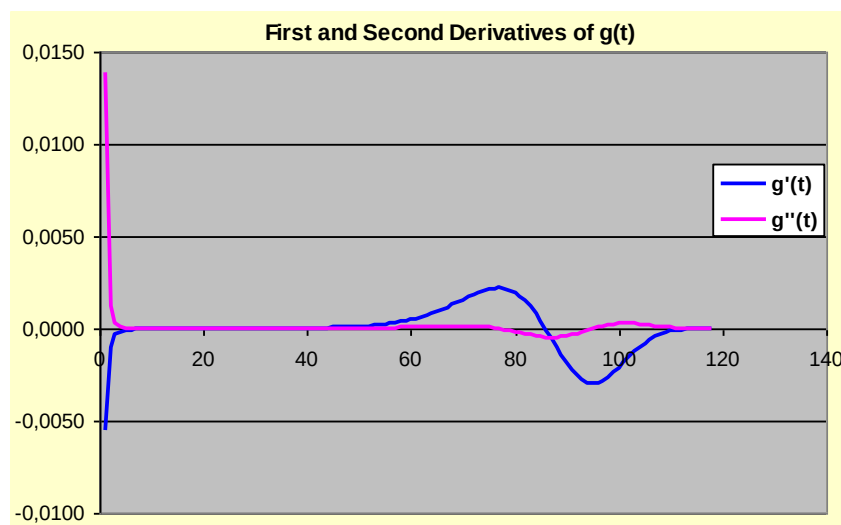
$$g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 6.2.4.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	86	3,97E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	77	2,677E-02	2,204E-03
Δεξιό σημείο καμπής	95	0,0228255	-5,558E-03

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 86 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 77 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 95 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

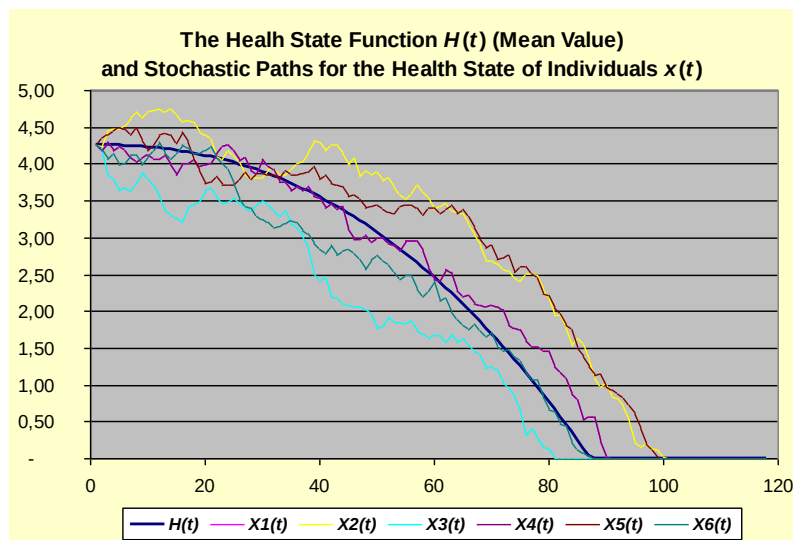


Σχήμα 6.2.4.7: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

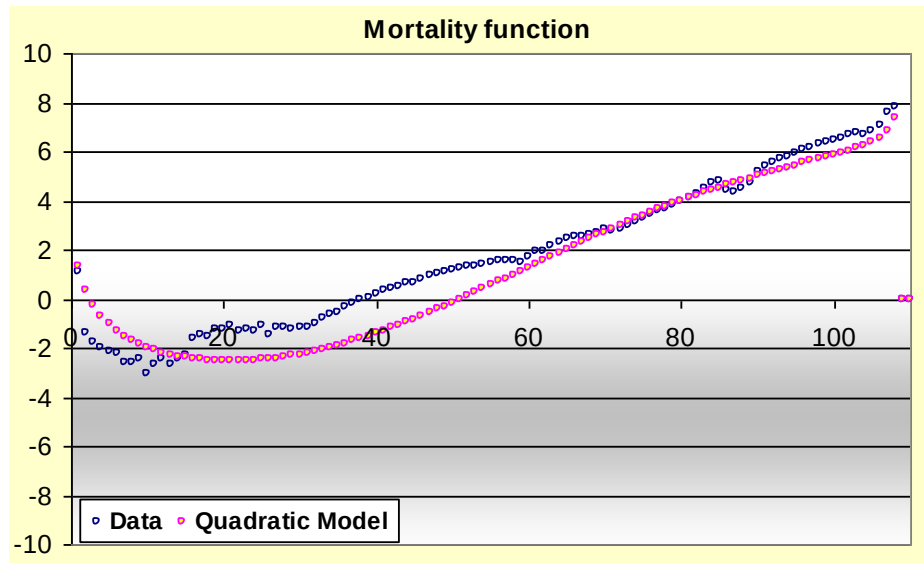
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 0,1$



Σχήμα 6.2.4.8: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 2004. Η συνάρτηση θνησιμότητας για το Quadratic Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 20 έως 100 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 16-20 και 30-60 ετών.

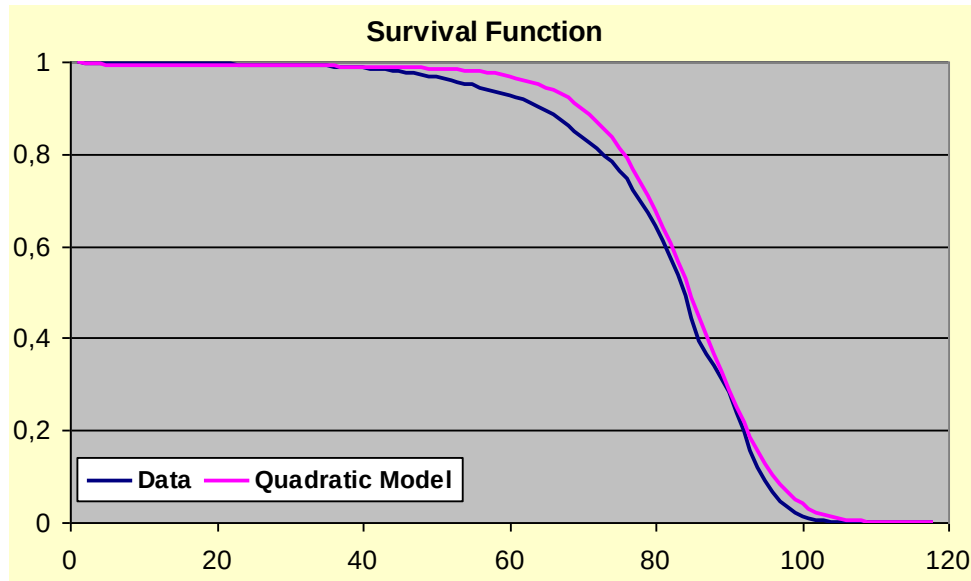


Σχήμα 6.2.4.9: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες της Γερμανίας (2004).

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 2004.

Παρατηρείται ότι στην ηλικία των 60 ετών οι ζώντες είναι το 93% περίπου του πληθυσμού, ενώ στην ηλικία των 84 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Σημαντικές αποκλίσεις των εκτιμήσεων του Quadratic Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 47-79, από 84-88 έτη και από 93-τέλος.



Σχήμα 6.2.4.10: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες της Γερμανίας (2004).

iii. Χώρες Δυτικής Ευρώπης

Εφαρμογή του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών της Δυτικής Ευρώπης.

Η χώρα της Δυτικής Ευρώπης που επελέγη στο κεφάλαιο αυτό για ανάλυση και σχολιασμό είναι η Ολλανδία για τους άνδρες και για τις γυναίκες το έτος είναι το 2004. Η εφαρμογή και τα αποτελέσματα του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης των υπόλοιπων χωρών της Δυτικής Ευρώπης, των οποίων τη θνησιμότητα την αναλύσαμε μέσω των δεδομένων επιβίωσης τους σε προηγούμενο κεφάλαιο, βρίσκονται στο Παράρτημα

6.2.5 ΟΛΛΑΝΔΙΑ

Εφαρμογή του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ολλανδίας

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Ολλανδίας. Για τον ανδρικό και για το γυναικείο πληθυσμό το εξεταζόμενο έτος είναι το 2004. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model για τους άνδρες της Ολλανδίας το έτος 2004.

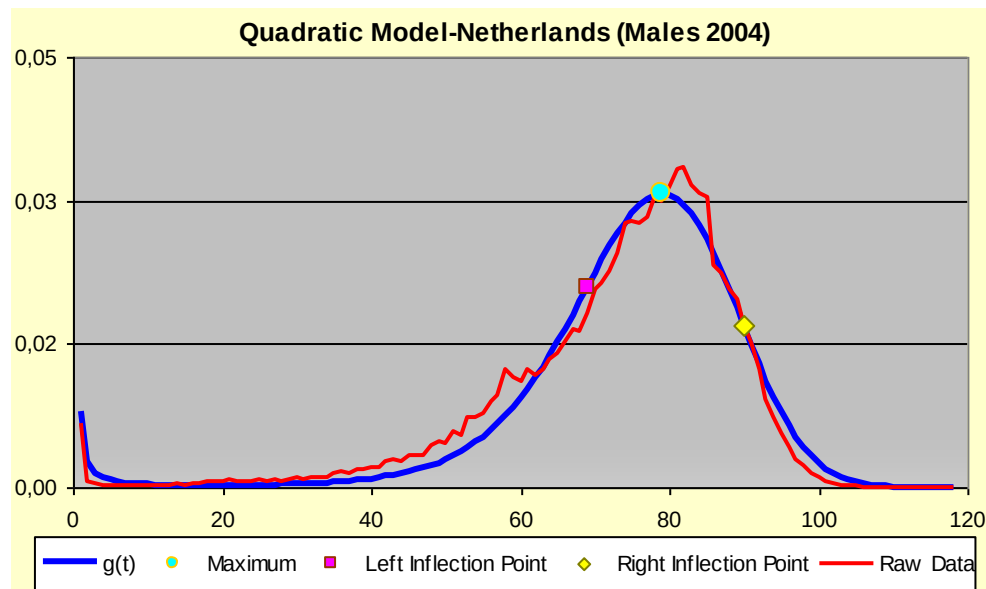
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 2 ($c=2$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ολλανδίας το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 6.2.5.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0246
l=	3,99
k=	24,38
Sum of Squared Errors=	0,0003609
Standard Error of Estimates=	0,001771
R^2 =	0,975

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 6.2.5.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *Quadratic Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ολλανδίας (2004).

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τους άνδρες της Ολλανδίας στο δυναμικό μοντέλο το 2004, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 (0,975) και μικρό SSE, SE. Το μοντέλο ακολουθεί με επιτυχία την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ολλανδίας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο προσεγγίζεται ικανοποιητικά από το Quadratic Model.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι δεν παρατηρούνται μεγάλες αποκλίσεις ούτε ακόμη ακόμα και στις ηλικίες των 17-25 στις οποίες όπως έχουμε επισημάνει στις περισσότερες χώρες παρατηρείται υψηλή αύξηση της θνησιμότητας λόγω των δραστηριοτήτων και του τρόπου ζωής των ανδρών.

Η πολύ καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + c(l - (bt)^c) \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$A' = \left\{ (3/2)/t^2 + c(c-1)(l - (bt)^c)b^c t^{c-1} - c^2 b^{2c} t^{2c-2} \right\}$$

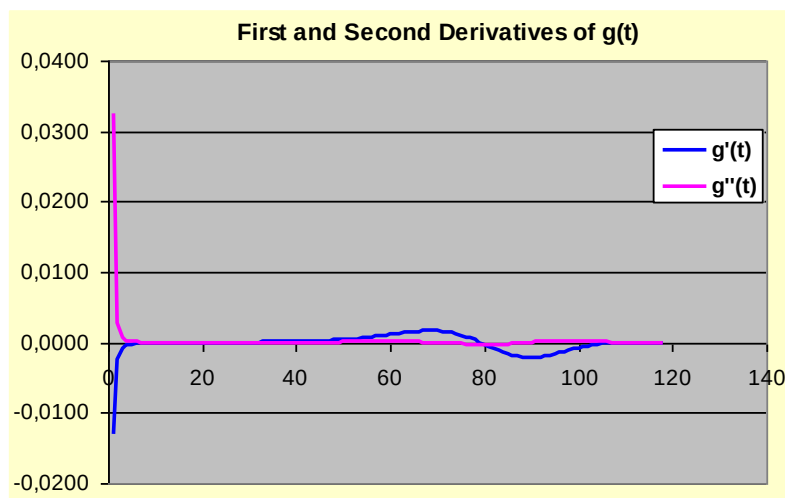
$$g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 6.2.5.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	79	3,40E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	69	2,322E-02	1,632E-03
Δεξιό σημείο καμπής	90	0,01865672	-1,300E-02

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 79 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 69 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 90 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

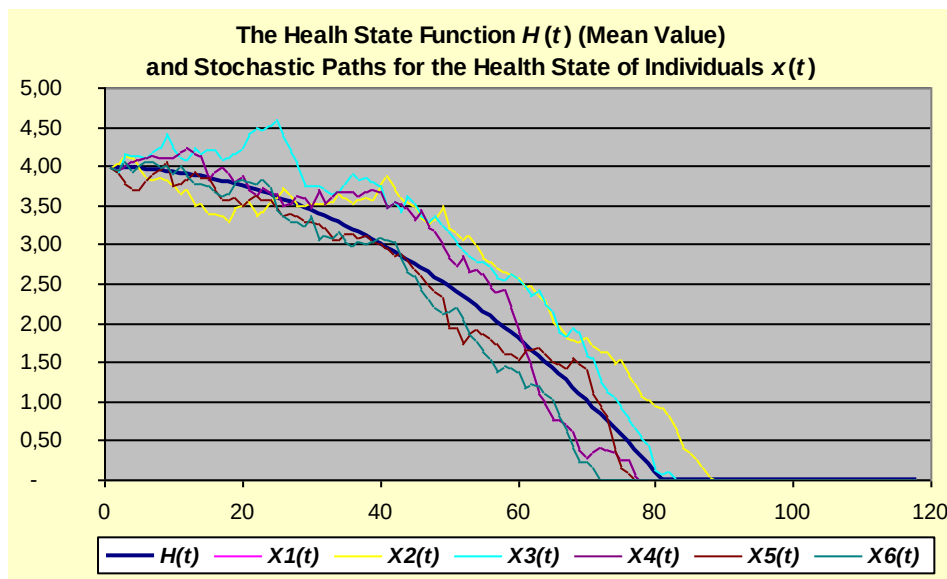


Σχήμα 6.2.5.2: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

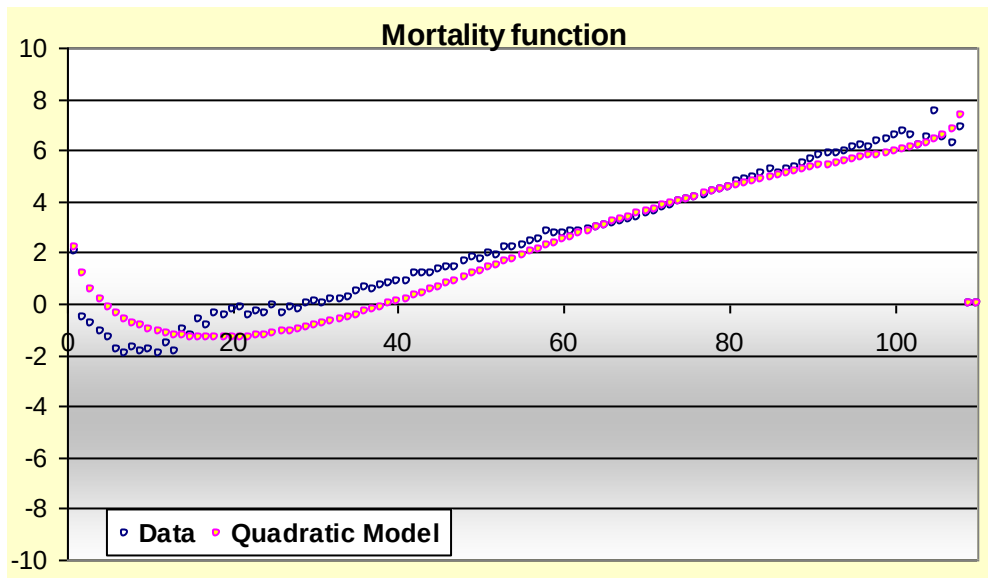
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 0,1$



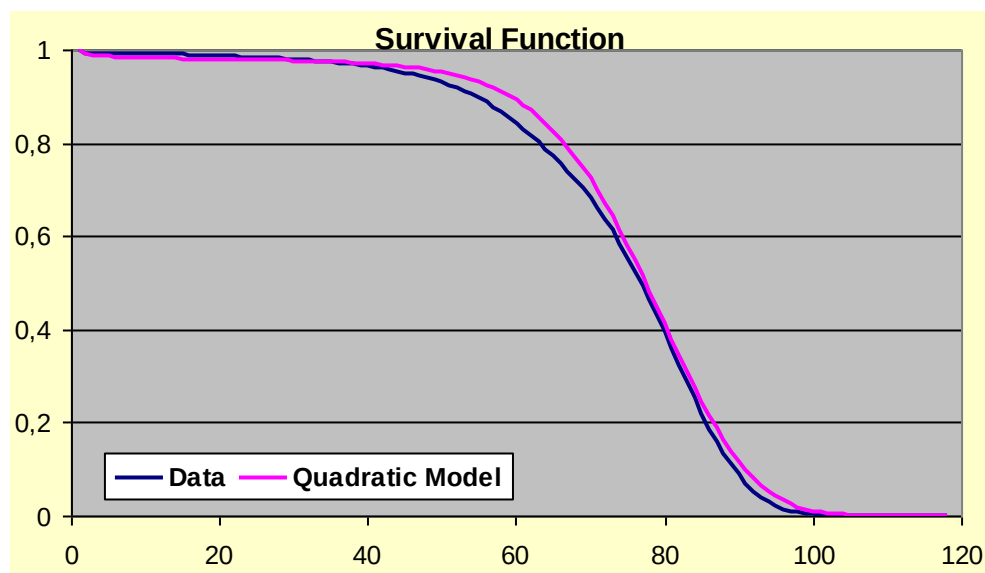
Σχήμα 6.2.5.3: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τους άνδρες της Ολλανδίας το έτος 2004.



Σχήμα 6.2.5.4: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τους άνδρες της Ολλανδίας (2004).

Η συνάρτηση θνησιμότητας για το Quadratic Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 20 έως 100 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 15-20 ετών.



Σχήμα 6.5.5: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τους άνδρες της Ολλανδίας (2004).

Στο παραπάνω διάγραμμα που απεικονίζεται η καμπύλη επιβίωσης παρατηρείται ότι στην ηλικία των 62 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 81 % περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 77 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Σημαντικές αποκλίσεις των εκτιμήσεων του Quadratic Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των (raw data) στις ηλικίες 44-72 και από τα 85 - 100 έτη.

Γυναικείος πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model για τις γυναίκες της Ολλανδίας το έτος 2004.

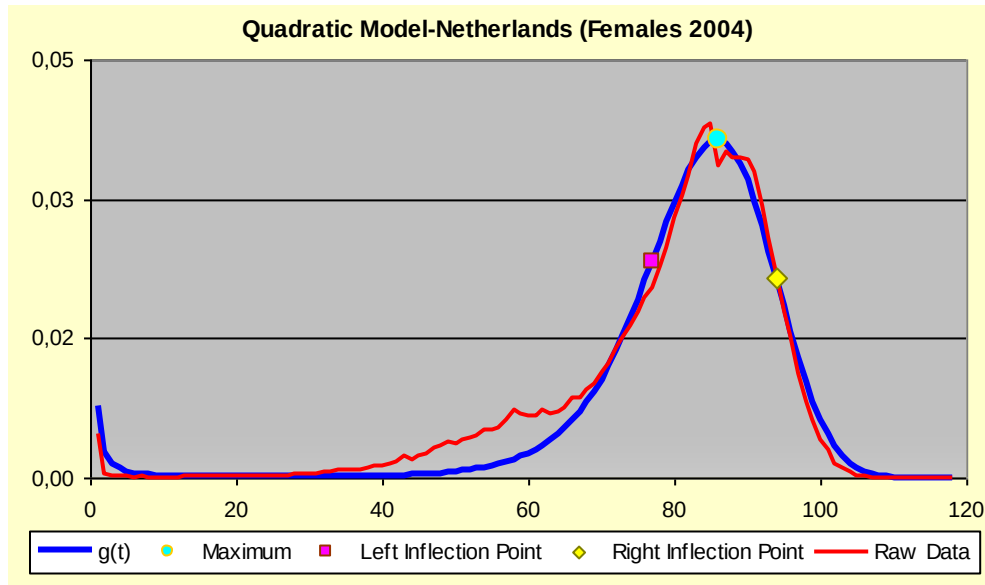
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 2,6 ($c=2,6$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ολλανδίας το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 6.2.5.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0197
l=	4,06
k=	32,29
Sum of Squared Errors=	0,0004931
Standard Error of Estimates=	0,002071
R^2 =	0,971

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 6.2.5.6: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ολλανδίας (2004).

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τις γυναίκες της Ολλανδίας στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 (0,971) και χαμηλό SSE, SE. Το μοντέλο ακολουθεί με επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ολλανδίας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο υπολογίζεται σωστά για το εξεταζόμενο έτος από το Quadratic Model. Η πολύ καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το μέγιστο σημείο (μέγιστος αριθμός θανάτων). Συμπληρωματικά αναφέρεται ότι οι επιπτώσεις της Ισπανικής γρίπης φαίνονται και το έτος 2004 στα άτομα ηλικίας 86 ετών.

Σχετικά με τις εκτιμήσεις του δυναμικού μοντέλου για τις γυναίκες και τους άνδρες διαπιστώνουμε ότι οι πληθυσμοί των δύο φύλων με την πάροδο του χρόνου σημειώνουν αύξηση στη διάρκεια ζωής τους, με τις γυναίκες όμως να ζουν περισσότερο.

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + c(l - (bt)^c) \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$A' = \left\{ (3/2)/t^2 + c(c-1)(l - (bt)^c)b^c t^{c-1} - c^2 b^{2c} t^{2c-2} \right\}$$

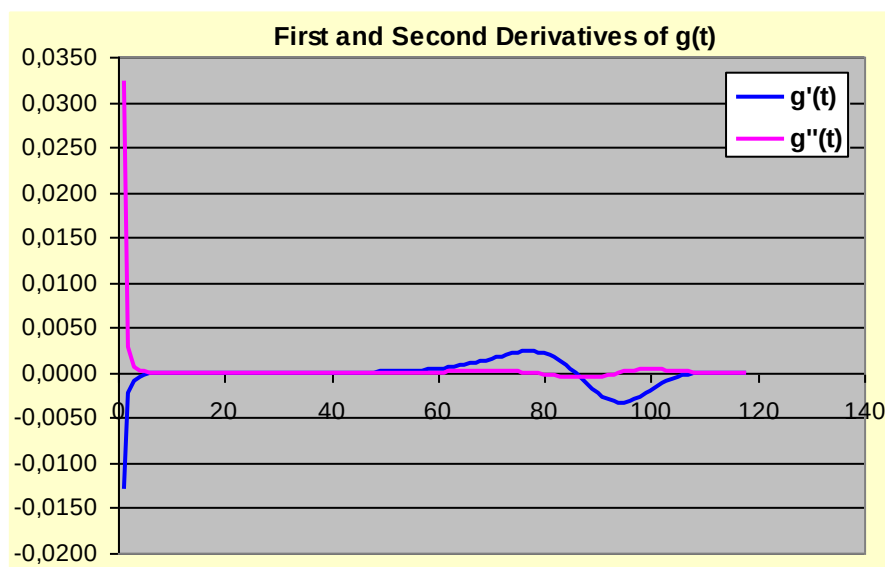
$$g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 6.2.5.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	86	4,02E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	77	2,582E-02	2,348E-03
Δεξιό σημείο καμπής	94	0,02376079	-1,291E-02

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 86 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 77 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 94 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

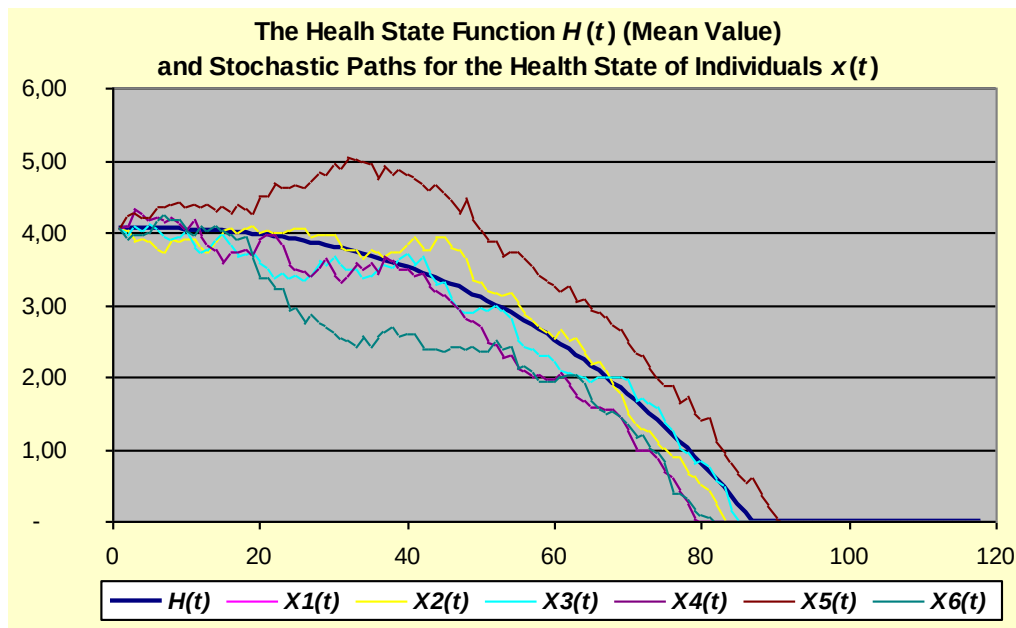


Σχήμα 6.2.5.7: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας
πιθανότητας $g(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

Όπου:

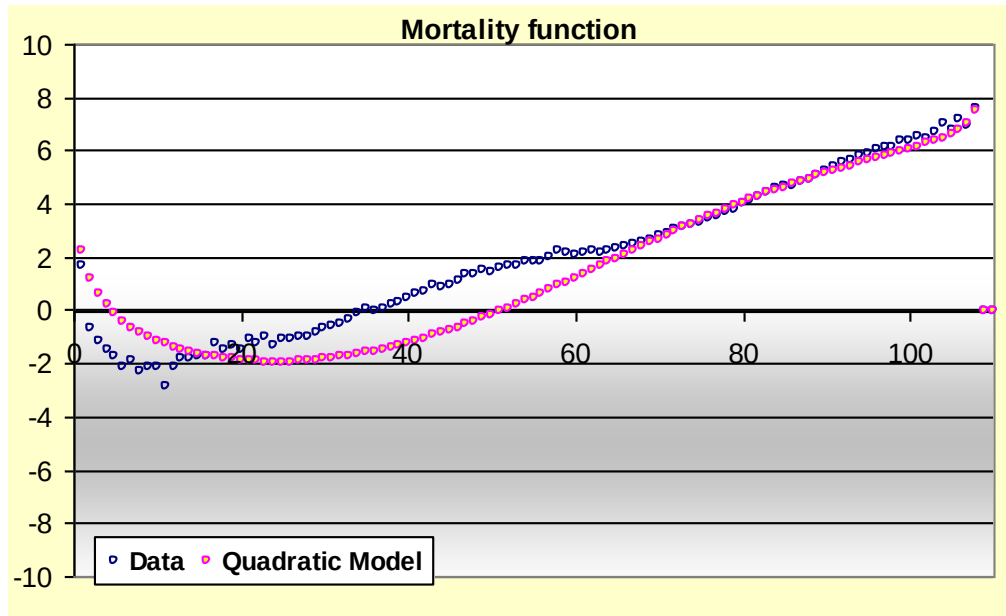
- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 0,1$



Σχήμα 6.2.5.8: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή
των στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες της Ολλανδίας το έτος 2004. Η συνάρτηση θνησιμότητας για το Quadratic Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 20 έως 100

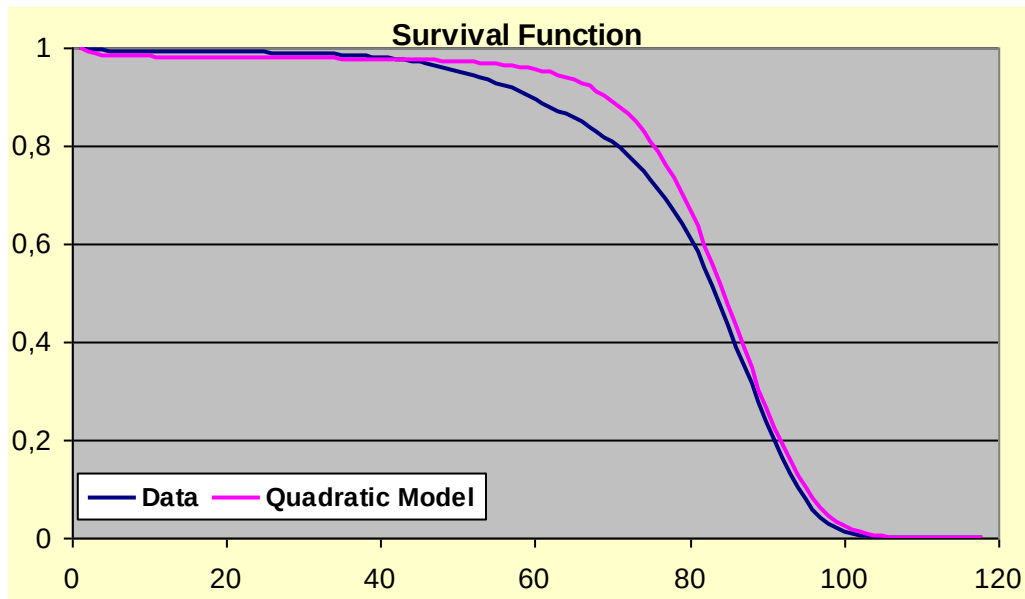
ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 10-12 και 50-60 ετών.



Σχήμα 6.2.5.9: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες της Ολλανδίας (2004).

Στο παρακάτω διάγραμμα που απεικονίζεται η καμπύλη επιβίωσης παρατηρείται ότι στην ηλικία των 60 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 89% περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 83 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Σημαντικές αποκλίσεις των εκτιμήσεων του Quadratic Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 48-82 έτη.



Σχήμα 6.2.5.10: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες της Ολλανδίας (2004).

IV. Χώρες εκτός Ευρώπης

Εφαρμογή του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών εκτός Ευρώπης

Οι χώρες εκτός Ευρώπης που επελέγησαν στο κεφάλαιο αυτό για ανάλυση και σχολιασμό είναι οι ΗΠΑ (άνδρες και γυναίκες) κατά το έτος 2004. Η εφαρμογή και τα αποτελέσματα Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης των υπόλοιπων χωρών εκτός Ευρώπης, των οποίων τη θνησιμότητα την αναλύσαμε μέσω των δεδομένων επιβίωσης τους σε προηγούμενο κεφάλαιο, βρίσκονται στο Παράρτημα.

6.2.6 ΗΠΑ

Εφαρμογή του Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού των Ηνωμένων Πολιτειών

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό των Ηνωμένων Πολιτειών. Για τον ανδρικό και για το γυναικείο πληθυσμό το εξεταζόμενο έτος είναι το 2004. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model για τους άνδρες των Ηνωμένων Πολιτειών το έτος 2004.

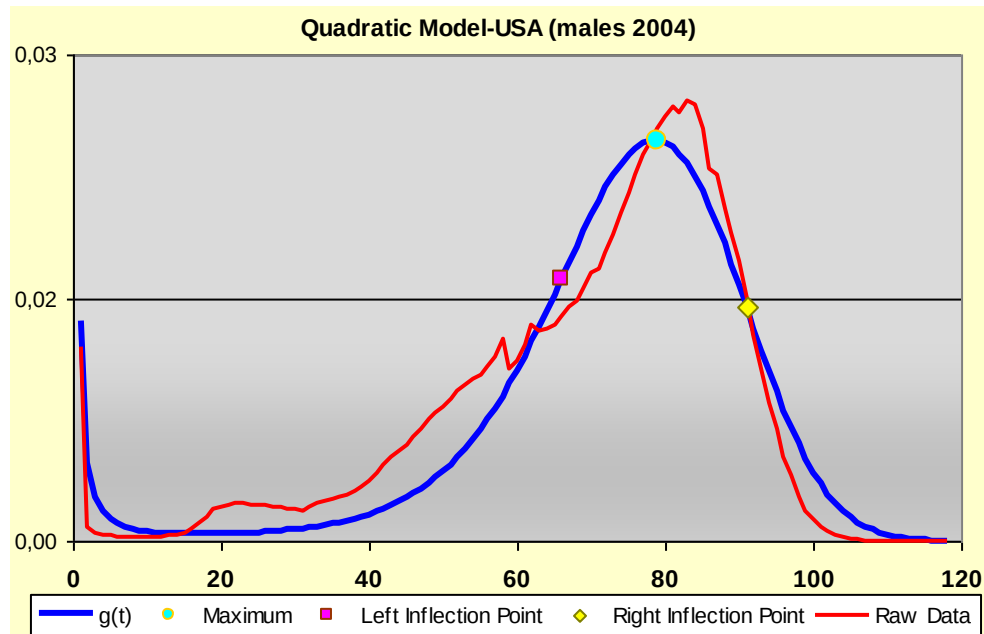
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 1,8 ($c=1,8$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες των Ηνωμένων Πολιτειών το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 6.2.6.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0257
l=	3,79
k=	19,63
Sum of Squared Errors=	
0,0007339	
Standard Error of Estimates=	
0,002526	
R ² =	
0,925	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 6.2.6.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *Quadratic Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες των Ηνωμένων Πολιτειών (2004).

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τους άνδρες των ΗΠΑ στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με R^2 (0,925) και μικρό SSE, SE. Το μοντέλο ακολουθεί με σχετική επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης των ΗΠΑ μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο προσεγγίζεται ικανοποιητικά από το Quadratic Model. Η σχετικά καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Αποκλίσεις, παρατηρούνται στις ηλικίες 17-58 στις οποίες όπως έχουμε επισημάνει στις περισσότερες χώρες παρατηρείται υψηλή αύξηση της θνησιμότητας λόγω των δραστηριοτήτων και του τρόπου ζωής των ανδρών, στις ηλικίες 63-90 και 93-110 ετών.

Η παράγωγος συνάρτησης της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + c(l - (bt)^c) \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$A' = \left\{ (3/2)/t^2 + c(c-1)(l - (bt)^c)b^c t^{c-1} - c^2 b^{2c} t^{2c-2} \right\}$$

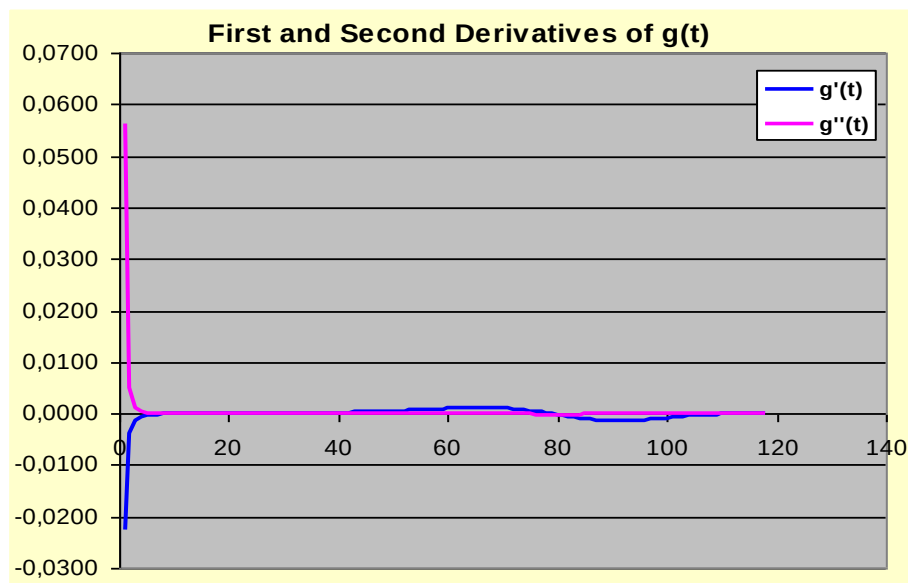
$$g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 6.2.6.2 : Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	79	2,74E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	66	1,791E-02	1,108E-03
Δεξιό σημείο καμπής	91	0,01595937	-2,244E-02

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 79 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 66 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 91 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

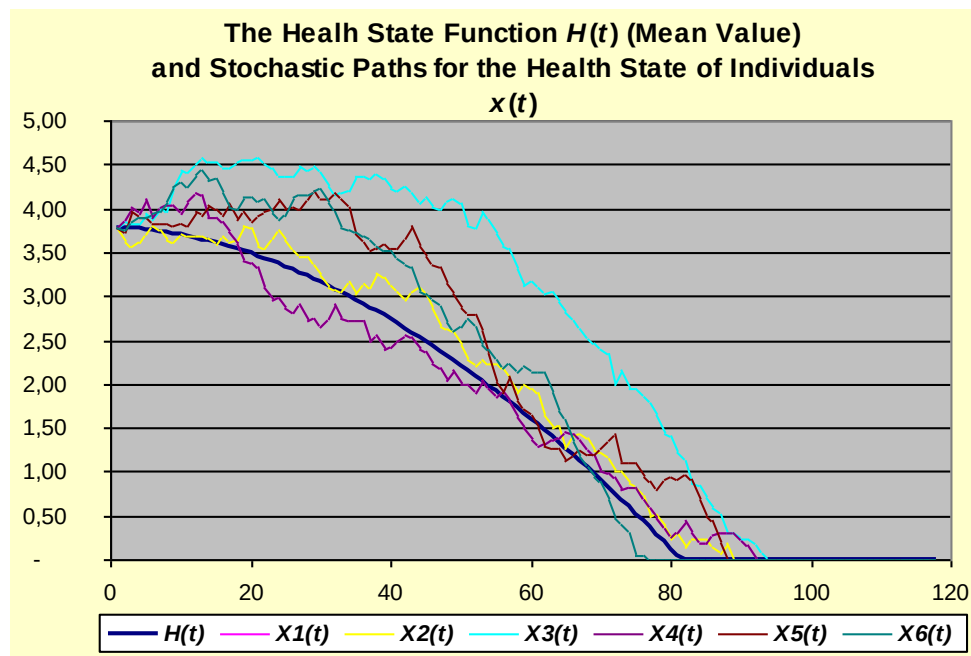


Σχήμα 6.2.6.2: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

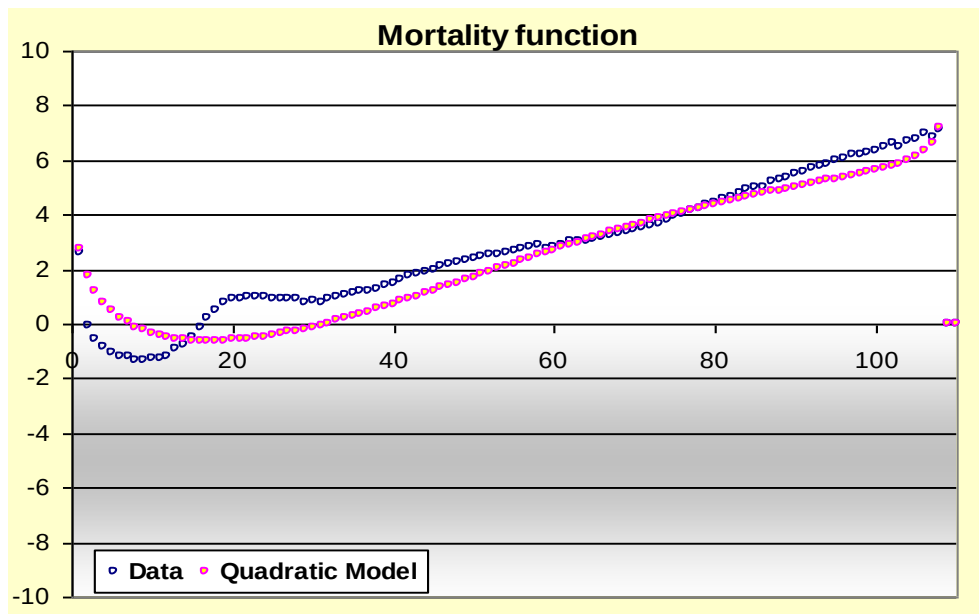
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 0,1$



Σχήμα 6.2.6.3: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

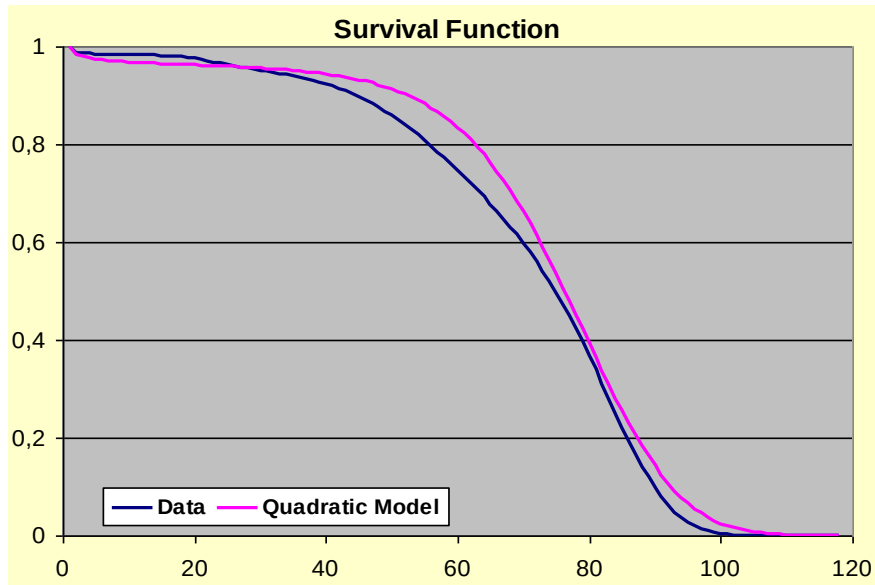
Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τους άνδρες των Ηνωμένων Πολιτειών το έτος 2004. Η συνάρτηση θνησιμότητας για το Quadratic Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 20 έως 100 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 16-20 ετών.



Σχήμα 6.2.6.4: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τους άνδρες των Ηνωμένων Πολιτειών (2004).

Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζεται η καμπύλη επιβίωσης. Παρατηρείται ότι στην ηλικία των 62 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 72% περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 75 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός της χώρας.

Σημαντικές αποκλίσεις των εκτιμήσεων του Quadratic Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 39-76 και από 83-τέλος.



Σχήμα 6.2.6.5: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τους άνδρες των Ηνωμένων Πολιτειών (2004).

Γυναικείος πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model για τις γυναίκες των Ηνωμένων Πολιτειών το έτος 2004.

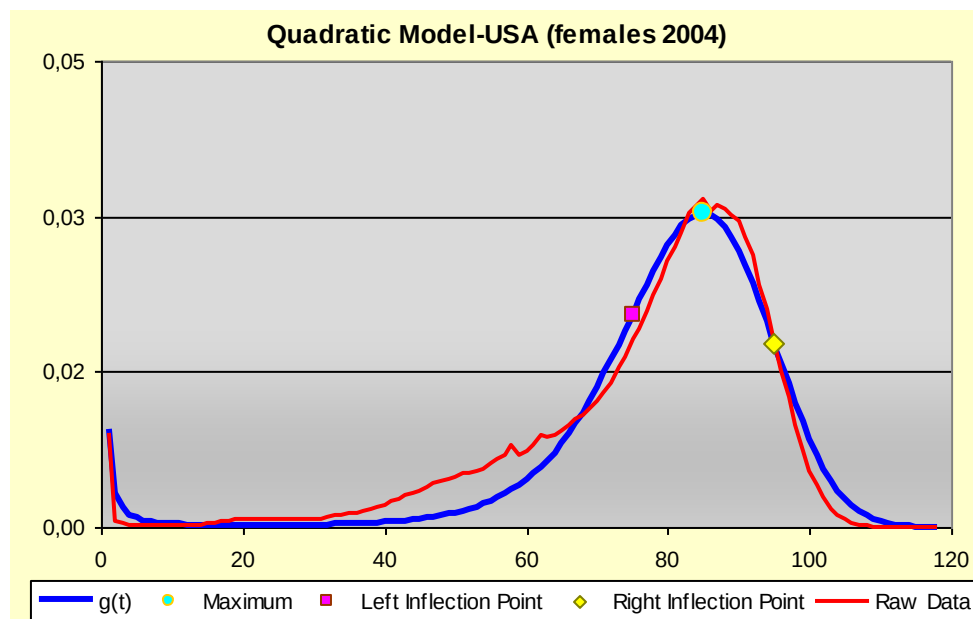
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 2,2 ($c=2,2$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες των Ηνωμένων Πολιτειών το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 6.2.6.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
$b=$	0,0215
$l=$	3,96
$k=$	26,63
Sum of Squared Errors=	0,0005101
Standard Error of Estimates=	0,002106
$R^2=$	0,962

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 6.2.6.6: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *Quadratic Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες των Ηνωμένων Πολιτειών (2004).

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τις γυναίκες των ΗΠΑ στο δυναμικό μοντέλο το έτος 2004, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 (0,962) και χαμηλό SSE , SE . Το Quadratic Model ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης των Ηνωμένων Πολιτειών μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο υπολογίζεται σωστά από το Quadratic Model. Η

πολύ καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + c(l - (bt)^c) \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$A' = \left\{ (3/2)/t^2 + c(c-1)(l - (bt)^c)b^c t^{c-1} - c^2 b^{2c} t^{2c-2} \right\}$$

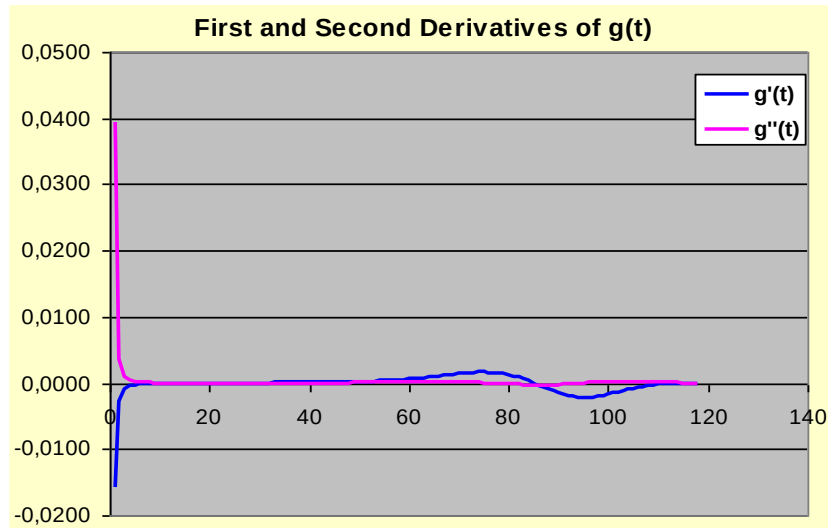
$$g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 6.2.6.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	85	3,34E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	75	2,264E-02	1,624E-03
Δεξιό σημείο καμπής	95	0,01973861	-1,574E-02

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 85 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 75 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 95 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

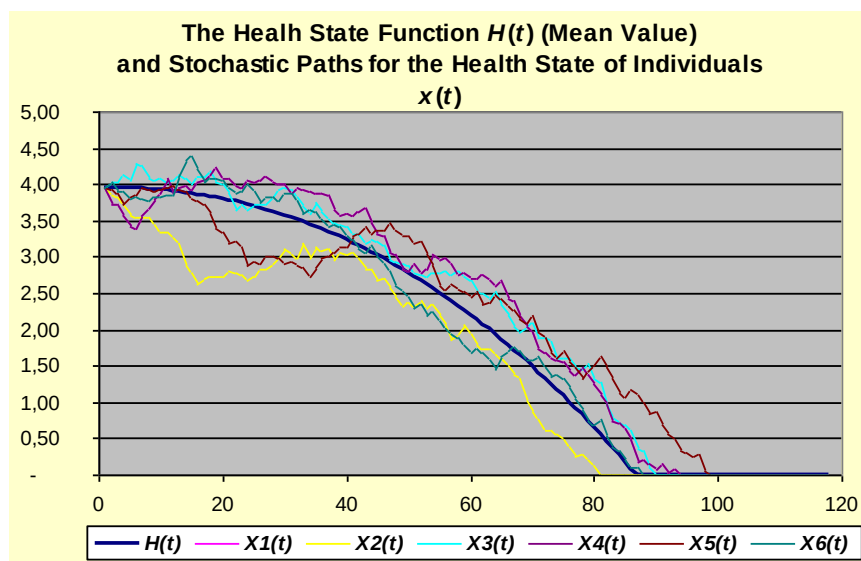


Σχήμα 6.2.6.7: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

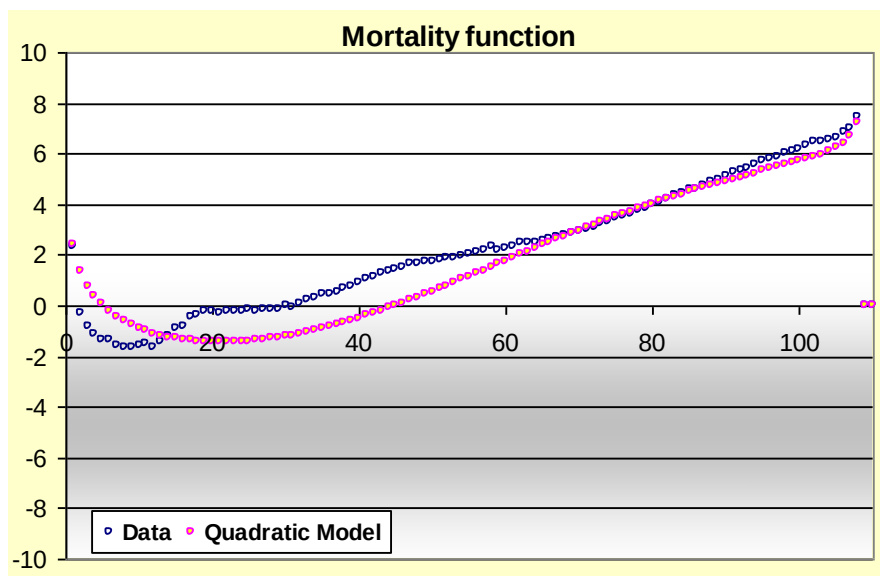
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 0,1$



Σχήμα 6.2.6.8: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

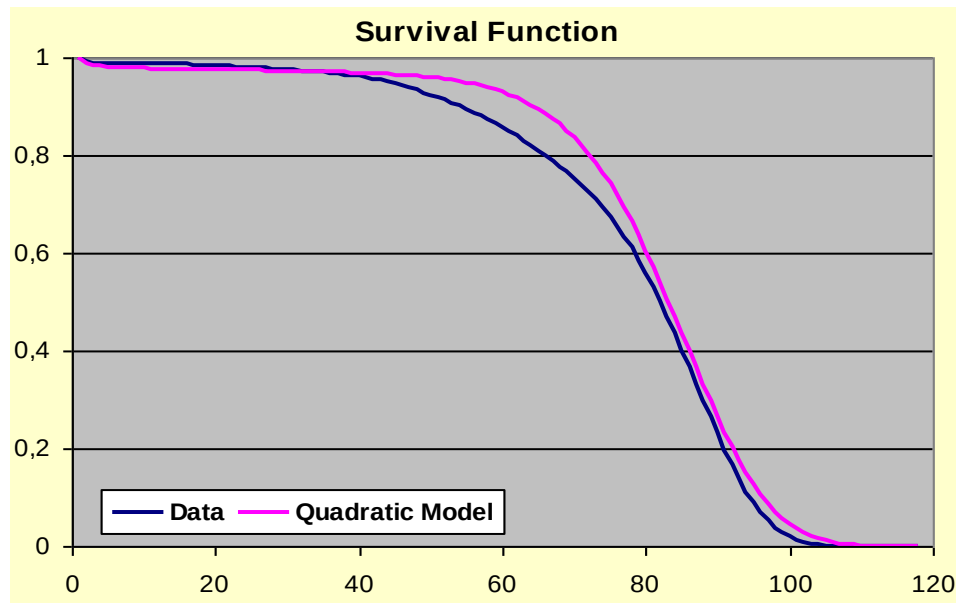
Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες των Ηνωμένων Πολιτειών το έτος 2004. Η συνάρτηση θνησιμότητας για το Quadratic Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 20 έως 100 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 15-19 ετών.



Σχήμα 6.2.6.9: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες των Ηνωμένων Πολιτειών (2004).

Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζεται η καμπύλη επιβίωσης. Παρατηρείται ότι στην ηλικία των 60 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 86% περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 82 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Σημαντικές αποκλίσεις των εκτιμήσεων του Quadratic Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 42-82 και από 91-τέλος.



Σχήμα 6.2.6.10: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Quadratic Model” για τις γυναίκες των Ηνωμένων Πολιτειών (2004).

6.3 Πρόβλεψη θνησιμότητας με τη χρήση των αποτελεσμάτων του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model

Έχοντας προτείνει και εφαρμόσει με επιτυχία το δυναμικό μοντέλο Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης αρκετών πληθυσμών, με δεδομένη τη δυνατότητα μοντελοποίησης και της βρεφικής θνησιμότητας, η οποία βρισκόταν σε υψηλά επίπεδα ιδιαίτερα τα παλαιά χρόνια για αρκετό διάστημα και αποτελούσε σημαντικό στοιχείο, θα προσπαθήσω να περιγράψω μια εφαρμογή κατά την οποία είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί πρόβλεψη (4), (5), (7) της θνησιμότητας σύμφωνα με τα αποτελέσματα του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model.

Η χώρα της οποίας ο πληθυσμός έχει επιλεγεί για αυτή την εφαρμογή είναι η Σουηδία και συγκεκριμένα ο γυναικείος πληθυσμός της Σουηδίας.

Για την εφαρμογή αυτή επιλέγουμε δεδομένα επιβίωσης αρκετών ετών κατά το παρελθόν από το 1906 έως το έτος 2006 ανά δεκαετία.

Έχοντας προσαρμόσει τα δεδομένα επιβίωσης των γυναικών της Σουηδίας στο δυναμικό μοντέλο Quadratic Model την περίοδο 1906-2006 με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, έχουν ληφθεί τα σχετικά αποτελέσματα της εφαρμογής, έχουν υπολογιστεί οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σχετικά σφάλματα SSE και SE.

Αμέσως παρακάτω παρατίθεται πίνακας με τις σχετικές παραμέτρους του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model (b, l, k, c) για τις γυναίκες της Σουηδίας 1906-2006.

Πίνακας 6.3.1: Οι τιμές των σχετικών παραμέτρων του Quadratic Model

	1906	1916	1926	1936	1946	1956	1966	1976	1986	1996	2006
b=	0,0206	0,0213	0,0217	0,0223	0,0222	0,0221	0,0215	0,0214	0,0207	0,0195	0,0184
l=	3,06	3,18	3,35	3,52	3,56	3,75	3,85	3,99	4,11	4,16	4,18
k=	13,18	14,22	17,04	19,71	21,49	25,08	27,58	29,49	32,5	35,82	38,34
c=	2,3	2,2	2,2	2,2	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,7	2,9

Έχοντας λάβει τις τιμές για τις παραμέτρους b, l , για τα έτη 1906-2006 πραγματοποιείται μη γραμμική παλινδρόμηση εφαρμόζοντας την ακόλουθη καμπύλη που δίδεται από τη σχέση: $f(t) = \alpha + \beta * t - \gamma * t^2$.

Για τον υπολογισμό της παραμέτρου k χρησιμοποιούμε τον τύπο της καμπύλης $f(t) = \alpha + \beta t + \gamma t^2$.

Για τον υπολογισμό της παραμέτρου c χρησιμοποιούμε τον τύπο της καμπύλης $f(t) = \alpha - \beta t + \gamma t^2$ και υπολογίζονται εκ νέου οι τιμές των σχετικών παραμέτρων του Quadratic Model έως το έτος 2046 όπως φαίνεται στους πίνακες που ακολουθούν.

Για τον υπολογισμό της παραμέτρου b χρησιμοποιούμε τον τύπο της καμπύλης:

$$1906-2006: f(t) = 10,533 + 2,08211 * t + 0,0418 * t^2$$

$$1906-1996: f(t) = 10,6349 + 2,0208 * t + 0,04833 * t^2$$

$$1906-1986: f(t) = 10,5229 + 2,09373 * t + 0,039847 * t^2$$

Πίνακας 6.3.2: Η παράμετρος b

	1906	1916	1926	1936	1946	1956	1966
Estimated b (1906-2006)	0,020586	0,0213	0,02182	0,02212	0,02222	0,0221	0,02178
Estimated b (1890-1996)	0,020592	0,0213	0,02181	0,02211	0,0222	0,02209	0,02178
Estimated b (1906-1986)	0,02063	0,02131	0,02179	0,02208	0,02218	0,02208	0,0218

	1976	1986	1996	2006	2016	2026	2036	2046
Estimated b (1906-2006)	0,02126	0,02052	0,01958	0,01843	0,017073	0,015508	0,013735	0,011755
Estimated b (1890-1996)	0,02126	0,02053	0,0196	0,01846	0,017122	0,015575	0,013823	0,011865
Estimated b (1906-1986)	0,02132	0,02064	0,01978	0,01872	0,017466	0,016021	0,014384	0,012553

Για τον υπολογισμό της παραμέτρου l χρησιμοποιούμε τον τύπο της καμπύλης:

$$1906-2006: f(t) = 2,8667 + 0,17537 \cdot t - 0,004743 \cdot t^2$$

$$1906-1996: f(t) = 2,894 + 0,15891 \cdot t - 0,002992 \cdot t^2$$

$$1906-1986: f(t) = 2,913 + 0,1466 \cdot t - 0,001558 \cdot t^2$$

Πίνακας 6.3.3: Η παράμετρος l

	1906	1916	1926	1936	1946	1956	1966
Estimated l (1906-2006)	3,037327	3,19847	3,35012	3,49229	3,62498	3,74817	3,86188
Estimated l (1906-1996)	3,049918	3,19985	3,3438	3,48177	3,61375	3,73975	3,85976
Estimated l (1906-1986)	3,058042	3,19997	3,33878	3,47447	3,60705	3,73651	3,86286

	1976	1986	1996	2006	2016	2026	2036	2046
Estimated l (1906-2006)	3,96611	4,06085	4,1461	4,22187	4,288148	4,344943	4,392252	4,430075
Estimated l (1906-1996)	3,97379	4,08184	4,1839	4,27998	4,370072	4,454182	4,532308	4,60445
Estimated l (1906-1986)	3,98609	4,1062	4,2232	4,33708	4,447848	4,555498	4,660032	4,76145

Για τον υπολογισμό της παραμέτρου k χρησιμοποιούμε τον τύπο της καμπύλης:

$$1906-2006: f(t) = 10,533 + 2,08211 \cdot t + 0,0418 \cdot t^2$$

$$1906-1996: f(t) = 10,6349 + 2,0208 \cdot t + 0,04833 \cdot t^2$$

$$1906-1986: f(t) = 10,5229 + 2,09373 \cdot t + 0,039847 \cdot t^2$$

Πίνακας 6.3.4: Η παράμετρος k

	1906	1916	1926	1936	1946	1956	1966
Estimated k (1906-2006)	12,65691	14,8644	17,1555	19,5302	21,9886	24,5305	27,156
Estimated k (1906-1996)	12,70403	14,8698	17,1323	19,4914	21,9472	24,4996	27,1487
Estimated k (1906-1986)	12,65648	14,8697	17,1627	19,5354	21,9877	24,5198	27,1315

	1976	1986	1996	2006	2016	2026	2036	2046
Estimated k (1906-2006)	29,8651	32,6578	35,5341	38,494	41,53752	44,66463	47,87534	51,16965
Estimated k (1906-1996)	29,8944	32,7368	35,6759	38,7116	41,84402	45,07307	48,39878	51,82115
Estimated k (1906-1986)	29,8229	32,5941	35,4449	38,3754	41,38563	44,47553	47,64513	50,89443

Για τον υπολογισμό της παραμέτρου c χρησιμοποιούμε τον τύπο της καμπύλης:

$$f(t) = \alpha - \beta t + \gamma t^2$$

$$1906-2006: f(t) = 2,3605 - 0,09055 * t + 0,01247 * t^2$$

$$1906-1996: f(t) = 2,3432 - 0,08015 * t + 0,011363 * t^2$$

$$1906-1986: f(t) = 2,326 - 0,069 * t + 0,010064 * t^2$$

Πίνακας 6.3.5: Η παράμετρος c

	1906	1916	1926	1936	1946	1956	1966
Estimated c (1906-2006)	2,28242	2,22928	2,20108	2,19782	2,2195	2,26612	2,33768
Estimated c (1906-1996)	2,274413	2,22835	2,20502	2,20441	2,22653	2,27137	2,33894
Estimated c (1906-1986)	2,267064	2,22826	2,20958	2,21102	2,2326	2,2743	2,33614

	1976	1986	1996	2006	2016	2026	2036	2046
Estimated c (1906-2006)	2,43418	2,55562	2,702	2,87332	3,06958	3,29078	3,53692	3,808
Estimated c (1906-1996)	2,42923	2,54225	2,678	2,83647	3,017672	3,221597	3,448248	3,697625
Estimated c (1906-1986)	2,4181	2,52018	2,6424	2,78474	2,947216	3,129816	3,332544	3,5554

Για τον υπολογισμό της ηλικίας στην οποία παρουσιάζεται ο μέγιστος ρυθμός
θνησιμότητας χρησιμοποιούμε τον τύπο της καμπύλης:

$$f(t) = \alpha - \beta * t + \gamma * t^2$$

$$1906-2006: f(t) = 76,917 - 0,4538 * t + 0,134 * t^2$$

$$1906-1996: f(t) = 77,013 - 0,5113 * t + 0,1401 * t^2$$

$$1906-1986: f(t) = 76,949 - 0,4695 * t + 0,13527 * t^2$$

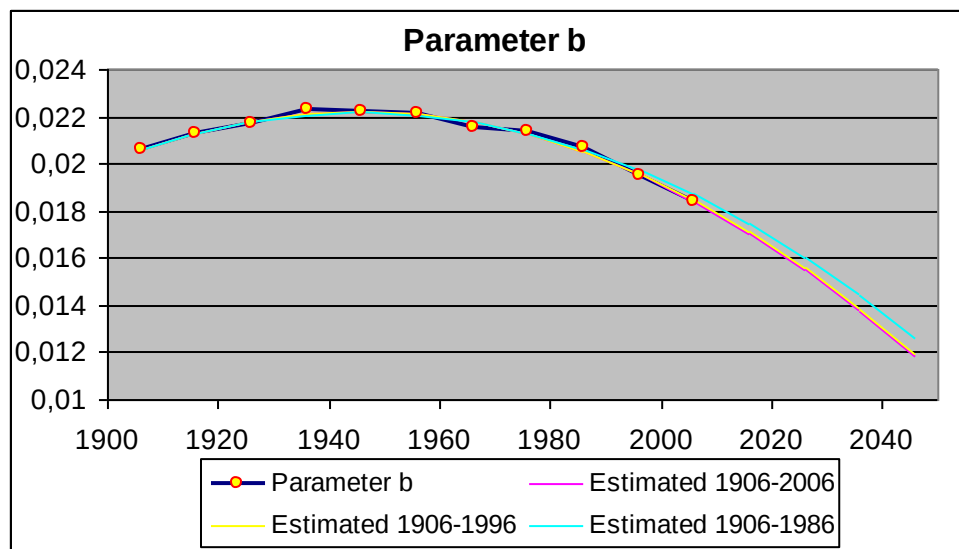
Πίνακας 6.3.6: Η ηλικία που παρουσιάζεται ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας

	1906	1916	1926	1936	1946	1956	1966
Estimated Max (1906-2006)	76,5972	76,5454	76,7616	77,2458	77,998	79,0182	80,3064
Estimated Max (1906-1996)	76,6418	76,5508	76,74	77,2094	77,959	78,9888	80,2988
Estimated Max (1906-1986)	76,61477	76,5511	76,7579	77,2353	77,9833	79,0017	80,2907

	1976	1986	1996	2006	2016	2026	2036	2046
Estimated Max (1906-2006)	81,8626	83,6868	85,779	88,1392	90,7674	93,6636	96,8278	100,26
Estimated Max (1906-1996)	81,889	83,7594	85,91	88,3408	91,0518	94,043	97,3144	100,866
Estimated Max (1906-1986)	81,8503	83,6804	85,781	88,1522	90,79388	93,70613	96,88892	100,3423

Ανάλυση παραμέτρων του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model

Στο διάγραμμα που ακολουθεί αποτυπώνονται οι τιμές τις παραμέτρου b του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model για τις γυναίκες της Σουηδίας ανά δεκαετία (1906-2006) οι οποίες υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης όπως περιγράφονται και στον Πίνακα 6.3.2



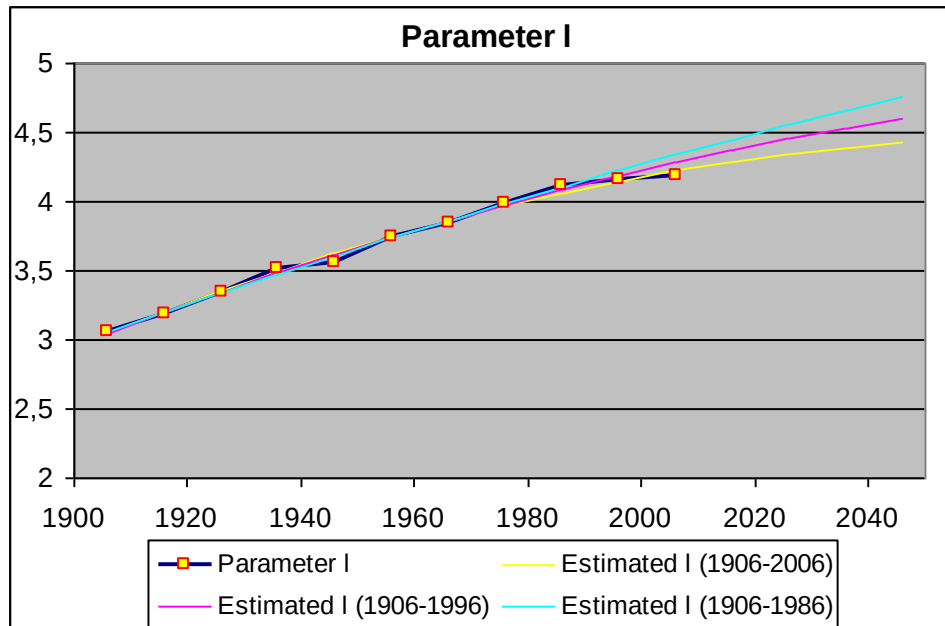
Σχήμα 6.3.1: Η παράμετρος b

Η παράμετρος b του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model σχετίζεται με το ρυθμό μεταβολής της θνησιμότητας. Στο παραπάνω διάγραμμα αποτυπώνονται οι τιμές για το b οι οποίες αρχικά υπολογίστηκαν με την εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες

της Σουηδίας ανά δέκα χρόνια από το 1906 έως το 2006 (μπλε γραμμή) όπως φαίνεται στο σχήμα υπολογίζονται μέχρι το έτος 2006.

Στις υπόλοιπες καμπύλες αποτυπώνονται οι τιμές για την παράμετρο b όπως υπολογίστηκαν από με μη γραμμική παλινδρόμηση εφαρμόζοντας τις καμπύλες που παρουσιάστηκαν παραπάνω και φτάνουν έως το 2046. Η καμπύλη που παρουσιάζεται γραφικά με γαλάζιο χρώμα αντιστοιχεί στην πρόβλεψη για το b χρησιμοποιώντας δεδομένα από το 1906 έως και το 1986 ανά δέκα χρόνια. Η καμπύλη με το κίτρινο χρώμα αντιστοιχεί στην πρόβλεψη για την παράμετρο b λαμβάνοντας τιμές από το 1906 έως και το 1996 ανά δέκα χρόνια. Ενώ, η καμπύλη με το μωβ χρώμα αντιστοιχεί στην πρόβλεψη για το b λαμβάνοντας τιμές από το 1906 έως και το 2006 ανά δέκα χρόνια.

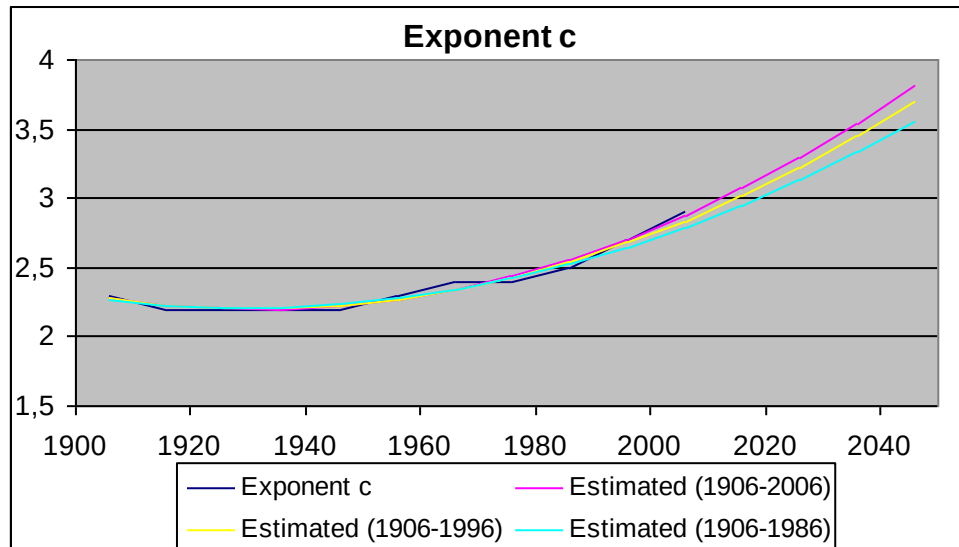
Η παράμετρος l του Quadratic Model σχετίζεται άμεσα με το επίπεδο υγείας του πληθυσμού και οι τιμές της παρατίθενται στο ακόλουθο διάγραμμα. Είναι εμφανής από το σχήμα η συνεχής ανοδική πορεία του επιπέδου της ανθρώπινης υγείας με τη πάροδο του χρόνου ιδιαίτερα μέχρι το 1985 όπου από τότε και έπειτα οι περισσότερες χώρες κατάφεραν να έχουν οργανωμένο σύστημα υγείας και πρόνοιας με επακόλουθο την ελαχιστοποίηση της βρεφικής θνησιμότητας και την αύξηση της μέσης διάρκειας ζωής. Από το 1985 και μετά παρατηρείται ελάχιστη αύξηση στην τιμή της παραμέτρου l του Quadratic Model.



Σχήμα 6.3.2: Η παράμετρος I

Η καμπύλη με το μπλε χρώμα αποτυπώνει τις τιμές για την παράμετρο I όπως υπολογίστηκαν εφαρμόζοντας τα δεδομένα επιβίωσης στο Quadratic Model μέχρι το έτος 2006 όπως φαίνεται στο σχήμα. Η καμπύλη που παρουσιάζεται γραφικά με γαλάζιο χρώμα αντιστοιχεί στην πρόβλεψη για την παράμετρο I του Quadratic Model λαμβάνοντας τιμές από το 1906 έως και το 1986 ανά δέκα χρόνια. Η καμπύλη με το κίτρινο χρώμα αντιστοιχεί στην πρόβλεψη για την παράμετρο I λαμβάνοντας τιμές από το 1906 έως και το 1996 ανά δέκα χρόνια. Ενώ, η καμπύλη με το μωβ χρώμα αντιστοιχεί στην πρόβλεψη για την παράμετρο I του Quadratic Model λαμβάνοντας τιμές από το 1906 έως το έτος 2006.

Πολύ σημαντικό στοιχείο είναι η διερεύνηση των ιδιοτήτων της κατάστασης υγείας ή της συνάρτησης ζωτικότητας με βάση την καμπυλότητα. Είναι σαφές ότι η καμπυλότητα είναι μεγαλύτερη καθώς η παράμετρος c (εκθέτης) λαμβάνει υψηλότερες τιμές. Η μεγαλύτερη καμπυλότητα σχετίζεται με τη διάρκεια ζωής στον τομέα της υψηλής ζωτικότητας. Οι τιμές της παραμέτρου c του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model παρατίθενται στο ακόλουθο διάγραμμα.

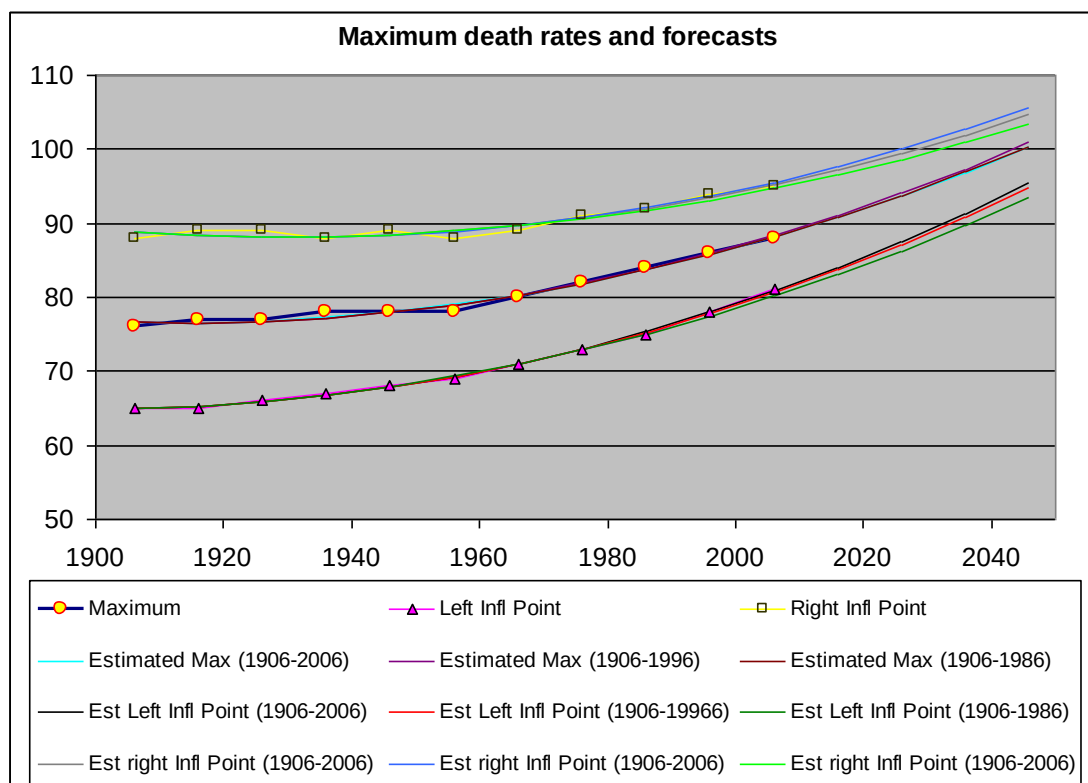


Σχήμα 6.3.3: Η παράμετρος c

Αντίστοιχα με τα υπόλοιπα σχήματα, η καμπύλη με το μπλε χρώμα αποτυπώνει τις τιμές για την παράμετρο c όπως υπολογίστηκαν εφαρμόζοντας τα δεδομένα επιβίωσης στο Quadratic Model και όπως φαίνεται στο σχήμα υπολογίζονται μέχρι το έτος 2006.

Η καμπύλη με το γαλάζιο χρώμα αντιστοιχεί στην πρόβλεψη για το c λαμβάνοντας τιμές από το 1906 έως και το 1986 ανά δέκα χρόνια. Η καμπύλη με το κίτρινο χρώμα αντιστοιχεί στην πρόβλεψη για την παράμετρο c λαμβάνοντας τιμές από το 1906 έως και το 1996 ανά δέκα χρόνια. Ενώ, η καμπύλη με το μωβ χρώμα αντιστοιχεί στην πρόβλεψη για το c λαμβάνοντας τιμές από το 1906 έως το έτος 2006.

Για την απεικόνιση της ηλικίας στην οποία συμβαίνει το μέγιστο ποσοστό θνησιμότητας για κάθε έτος παρατίθεται το ακόλουθο διάγραμμα



Σχήμα 6.3.4: Μέγιστο ποσοστό θνησιμότητας και προβλέψεις

Στο παραπάνω σχήμα η καμπύλη με το μπλε χρώμα αντιστοιχεί στις ηλικίες με το μέγιστο ποσοστό θνησιμότητας όπως υπολογίστηκαν προσαρμόζοντας τα δεδομένα επιβίωσης στο Quadratic Model.

Είναι εμφανές ότι οι προβλέψεις στις οποίες έχουν ληφθεί υπόψιν τιμές από το 1906-1996 και 1906-2006 είναι καλύτερες από την πρόβλεψη που περιλαμβάνει δεδομένα από το 1906-1986. Το γεγονός αυτό εξηγείται ικανοποιητικά αν ληφθεί υπόψιν η σημαντική μείωση και τα χαμηλά επίπεδα στα οποία κυμαίνεται η βρεφική θνησιμότητα μετά τη δεκαετία του 80.

Κανένας δεν μπορεί να γνωρίζει ούτε να προβλέψει με ακρίβεια τι θα συμβεί μετά από 20 και περισσότερα χρόνια και ποια θα είναι η ηλικιακή κατανομή της θνησιμότητας ενός πληθυσμού. Με τους υπολογισμούς όμως που παρουσιάστηκαν παραπάνω αξίζει να σημειωθεί ότι υπάρχει η δυνατότητα να συγκριθούν τα αποτελέσματα της πρόβλεψης στην περίπτωση που λαμβάνονται δεδομένα από το έτος 1906-1996 με τις εκτιμήσεις του μοντέλου κατά την εφαρμογή του στα μη επεξεργασμένα δεδομένα επιβίωσης το έτος 2006. Στο

συγκεκριμένο παράδειγμα που αναφέρεται η πρόβλεψη της ηλικίας με τον μέγιστο ρυθμό θνησιμότητας είναι τα 86,24 έτη, ενώ στη πραγματικότητα ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας είναι στα 88 έτη.

Στη συνέχεια της μελέτης γίνεται προσπάθεια πρόβλεψης της θνησιμότητας με βάση τα αποτελέσματα του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model, έχοντας υπολογίσει τις μελλοντικές τιμές των σχετικών παραμέτρων του Quadratic Model (b, l, k, c) οι οποίες βρίσκονται στους ανωτέρω πίνακες.

Για την πρόβλεψη της θνησιμότητας (13), (28) οι μελλοντικές τιμές των παραμέτρων που έχουν υπολογιστεί προσαρμόζονται στο Quadratic Model το οποίο όπως είναι φυσικό δίνει και την μελλοντική καμπύλη της ηλικιακής κατανομής της θνησιμότητας όπως παρουσιάζεται στο σχήμα που ακολουθεί.

Για την πρόβλεψη της ηλικιακής κατανομής της θνησιμότητας (32,33,34) για το έτος 2016 χρησιμοποιήθηκαν οι ακόλουθες τιμές οι οποίες υπολογίστηκαν λαμβάνοντας υπόψιν δεδομένα της περιόδου 1906-2006.

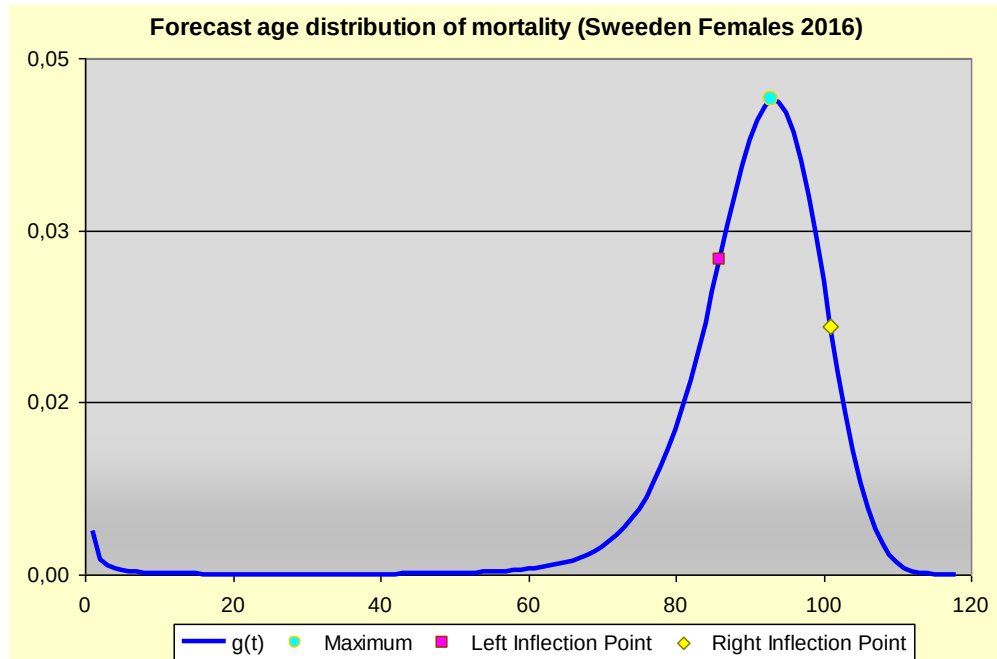
Συγκεκριμένα:

$$b=0,017073$$

$$l=4,288148$$

$$k=41,53752$$

$$c=3,06958$$



Σχήμα 6.3.5: Πρόβλεψη της καμπύλης της ηλικιακής κατανομής των θανάτων για τις γυναίκες της Σουηδίας το έτος 2016.

Πίνακας 6.3.7: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ για το 2016.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	93	4,58E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	86	3,042E-02	3,130E-03
Δεξιό σημείο καμπής	101	0,02389446	-6,332E-03

Σύμφωνα με την πρόβλεψη της ηλικιακής κατανομής της θνησιμότητας (55), (75) για το έτος 2016 η βρεφική θνησιμότητα θα βρίσκεται όπως ήταν αναμενόμενο σε πολύ χαμηλά επίπεδα. Ουσιαστική αύξηση τη θνησιμότητας σημειώνεται μετά την ηλικία των 55 ετών, με το μέγιστο ποσοστό θνησιμότητας να προσδιορίζεται στα 93 έτη ζωής έναντι 88 που ήταν το 2006. Αξιοσημείωτη κρίνεται η προς τα δεξιά μετατόπιση της καμπύλης της ηλικιακής κατανομής της θνησιμότητας το 2016 με αρκετούς ανθρώπους να ξεπερνούν τα 105 χρόνια ζωής.

Κεφάλαιο 7: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model ανάλυσης δεδομένων επιβίωσης στα δεδομένα Ευρωπαϊκών χωρών και χωρών εκτός Ευρώπης

Το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model σχετίζεται άμεσα με το μοντέλο του Χρήστου Σκιαδά (1995) που περιγράφηκε αναλυτικά στο 3^ο κεφάλαιο μειώνοντας τον αριθμό των σχετικών παραμέτρων του μοντέλου. Στο κεφάλαιο αυτό εφαρμόζεται στα δεδομένα επιβίωσης των πληθυσμών για τους άνδρες και τις γυναίκες. Για τα εξεταζόμενα έτη αναφέρονται οι αρχικές τιμές των παραμέτρων (b , l , k) της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$, καθώς και ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ που μεταβάλλεται κάθε φορά ώστε να ελαχιστοποιηθεί το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων ή να μεγιστοποιηθεί ο συντελεστής συσχέτισης R^2 .

Το πρόγραμμα μετατρέπει τα δεδομένα επιβίωσης raw data, έτσι ώστε το άθροισμα των μετασχηματισμένων δεδομένων να είναι ίσο με το ένα. Τα δεδομένα επιβίωσης (raw data) διαιρούνται με το άθροισμα τους δίνοντας έτσι ένα σύνολο δεδομένων, όπως μια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Έτσι, τα δεδομένα επιβίωσης από διάφορες χώρες ή από την ίδια χώρα, αλλά και από διαφορετικές χρονικές περιόδους μπορούν να συγκριθούν.

Η εφαρμογή του μοντέλου στα δεδομένα επιβίωσης με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης πραγματοποιείται εφαρμόζοντας τον ακόλουθο τύπο της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$:

$$g(t) = k(t)^{-3/2} e^{-(l-(bt)^c)^2/(2t)}$$

Υπολογίζονται οι τιμές των παραμέτρων (b , l , k) της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$ του μοντέλου, τα σφάλματα SSE, SE και ο συντελεστής συσχέτισης R^2 . Παρατίθεται διάγραμμα που απεικονίζει την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο, περιλαμβάνοντας την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης, έχοντας υπολογίσει το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το αριστερό και το δεξιό σημείο καμπής της. Απεικονίζεται γραφικά η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος συνάρτησης της $g(t)$

λαμβάνοντας σημαντικά συμπεράσματα για το ρυθμό της θνησιμότητας στα εξεταζόμενα έτη.

Η ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης (29), (53) επεκτάθηκε και στην γραφική απεικόνιση της συνάρτησης Κατάστασης Υγείας του πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων. Παρατίθενται διαγράμματα που απεικονίζουν την καμπύλη θνησιμότητας και την καμπύλη επιβίωσης για τα εξεταζόμενα έτη.

Για την εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού των χωρών, και για τον υπολογισμό των σχετικών παραμέτρων του μοντέλου και των σφαλμάτων με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, θέτω τις εξής αρχικές συνθήκες για όλα τα εξεταζόμενα έτη:

Αρχικές τιμές παραμέτρων:

$$b=0,02, l=20, k=25$$

I. Μεσογειακές χώρες

Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) μεσογειακών χωρών

Οι μεσογειακές χώρες που επελέγησαν στο κεφάλαιο αυτό για ανάλυση και σχολιασμό είναι η Ελλάδα τα έτη 1993, 1996, 2000 και η Ισπανία τα έτη 1985, 1995 και 2006. Η εφαρμογή και τα αποτελέσματα του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης των υπόλοιπων χωρών της μεσογείου, των οποίων τη θνησιμότητα την αναλύσαμε μέσω των δεδομένων επιβίωσης τους σε προηγούμενο κεφάλαιο, βρίσκονται στο Παράρτημα.

7.1 ΕΛΛΑΔΑ

Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ελλάδας

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Ελλάδας. Για τον ανδρικό και για το γυναικείο πληθυσμό τα εξεταζόμενα έτη είναι το 1993, 1996 και 2000. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 1993

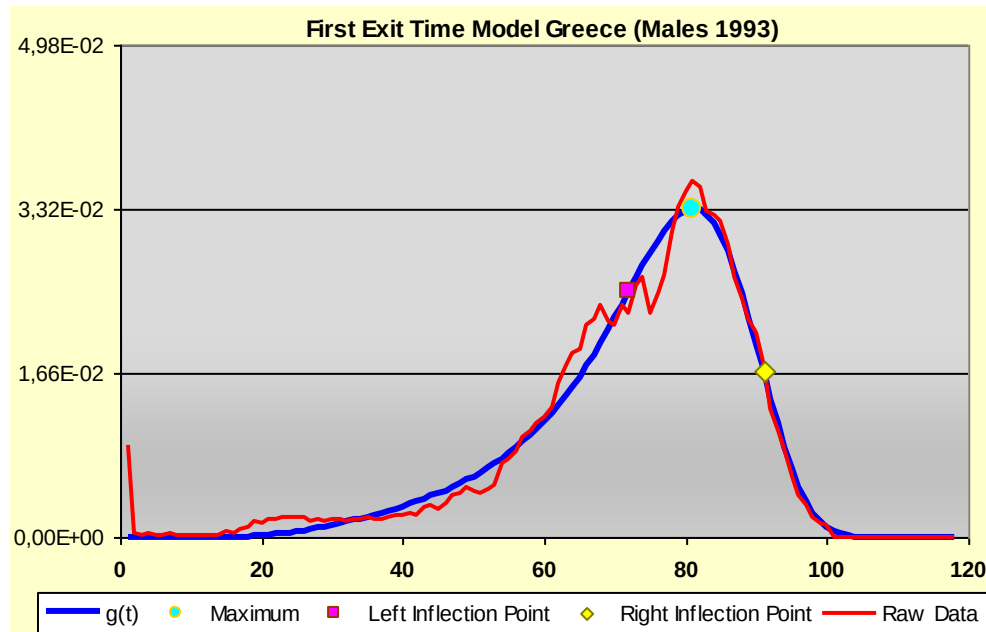
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 4,8($c=4,8$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 1993 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.1.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0218
l=	17,11
k=	24,69
Sum of Squared Errors=	0,0003387
Standard Error of Estimates=	0,001716
R²=	0,975

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.1.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ελλάδας (1993).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$\text{Όπου } A' = \left\{ (3/2)/t^2 - l^2/t^3 + (c-1)(c-2)lb^ct^{c-3} - (c-1)(2c-1)b^{2c}t^{2c-3} \right\}$$

$$\text{και } g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

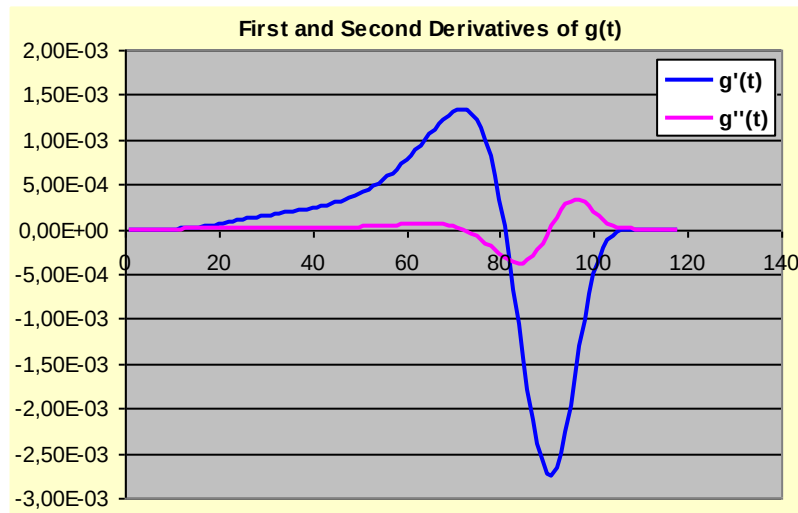
Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.1.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	81	3,33E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	72	2,488E-02	1,333E-03
Δεξιό σημείο καμπής	91	1,675E-02	-2,744E-03

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 81 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του

μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 72 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 91 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.



Σχήμα 7.1.2: Η πρώτη και δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Η στοχαστική μοντελοποίηση καθιστά εφικτό τον σχεδιασμό των στοχαστικών διαδρομών της κατάστασης της υγείας ενός ατόμου και τον υπολογισμό μιας συνάρτησης κατανομής για την κατάσταση της υγείας με την πάροδο του χρόνου, για έναν πληθυσμό.

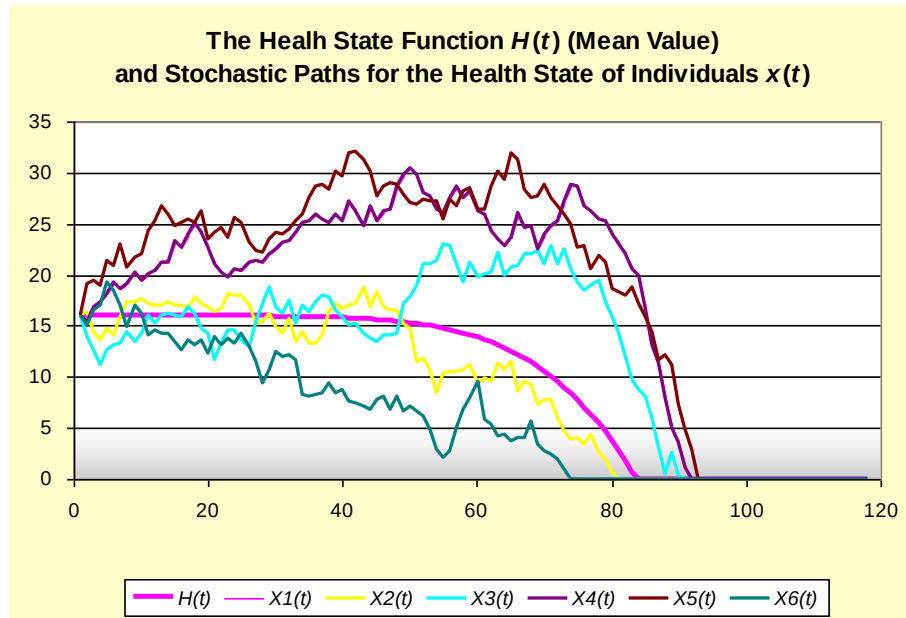
Μοντελοποιώντας την κατάσταση της υγείας με μια στοχαστική διαδικασία μπορούμε να ορίσουμε ένα εμπόδιο, συνήθως ένα ελάχιστο επίπεδο (σε εφαρμογές αυτού του επιπέδου μπορεί να ληφθεί ως το μηδέν).

Η συνάρτησης πυκνότητα πιθανότητας $g(t)$ υπολογίζεται ως μέση τιμή του αριθμού των στοχαστικών διαδρομών που πλησιάζουν για πρώτη φορά το φράγμα.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

Όπου:

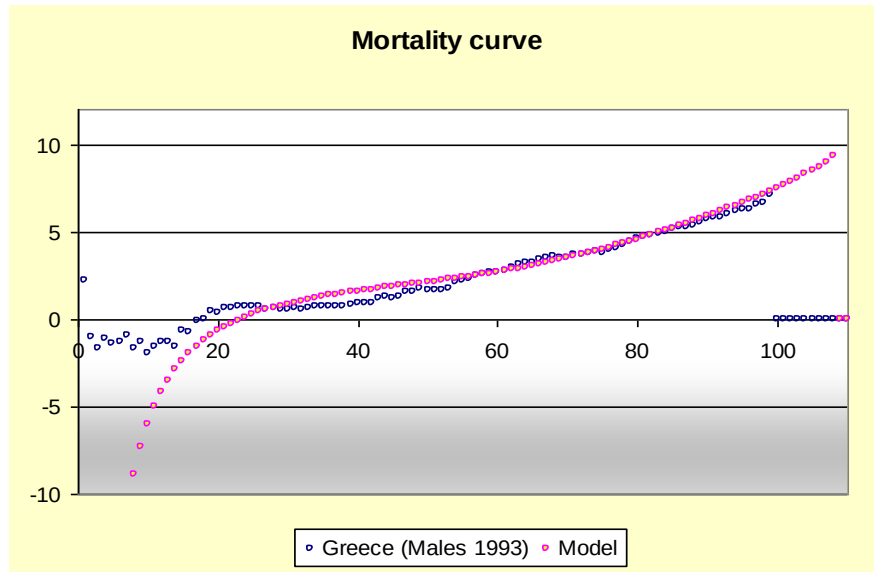
- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 1,2$



Σχήμα 7.1.3: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model” για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 1993.

Η συνάρτηση θνησιμότητας για το First Exit Time Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 50 έως 100 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 0-50 ετών.

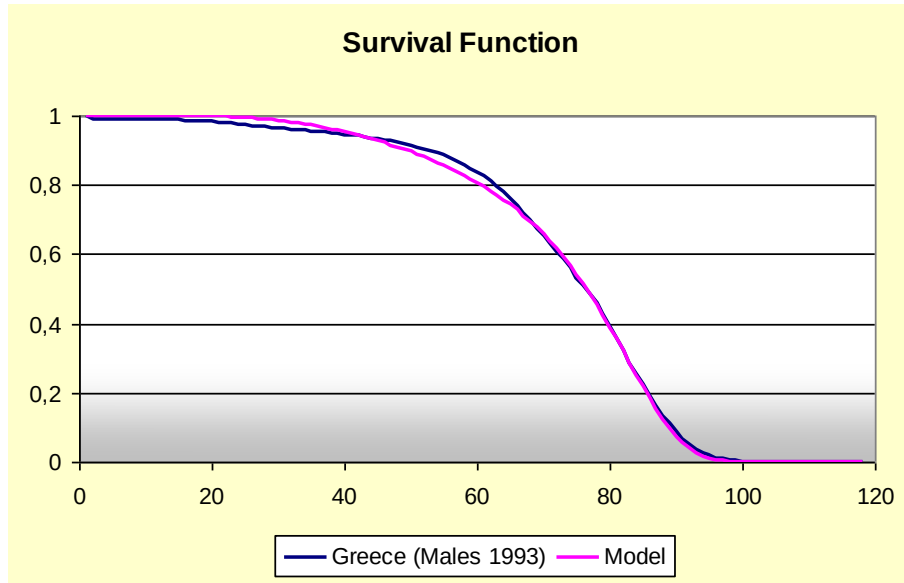


Σχήμα 7.1.4: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (raw data) και του μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Ελλάδας (1993).

Στο γράφημα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι καμπύλες επιβίωσης των Raw Data και του “ First Exit Time Model ” για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 1993.

Παρατηρείται ότι στην ηλικία των 60 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) βρίσκεται εν ζωή το 80 % του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 75 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Πολύ μικρές αποκλίσεις των εκτιμήσεων του First Exit Time Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 20-40 έτη και από 42-65 και ταύτιση του First Exit Time Model και των Raw Data στο υπόλοιπο διάστημα.



Σχήμα 7.1.5: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τους άνδρες της Ελλάδας (1993).

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 1996

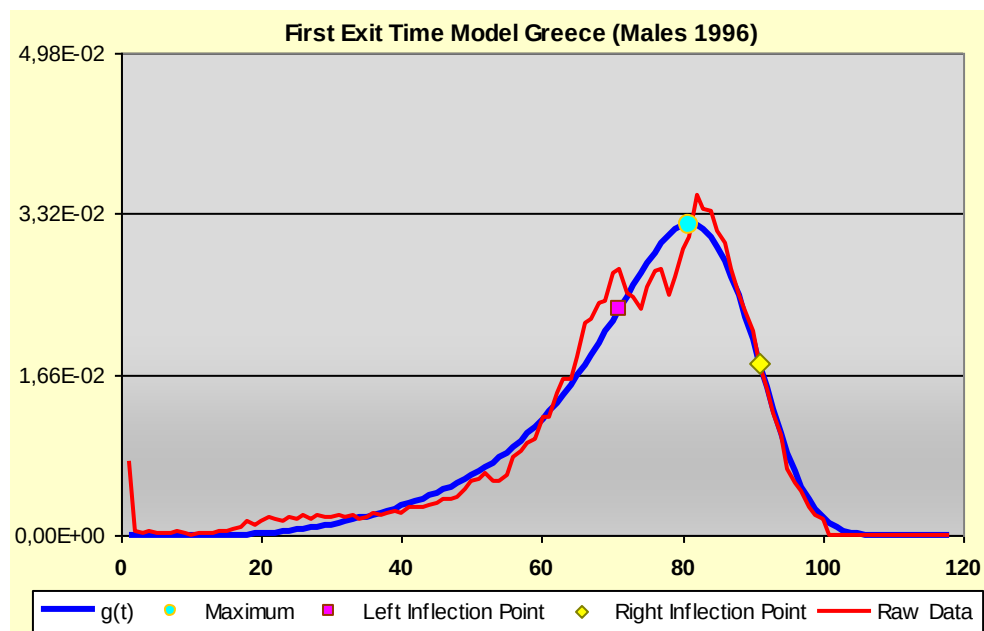
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 4,5 ($c=4,5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 1996 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.1.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0227
l=	17,25
k=	23,84
Sum of Squared Errors=	
0,0003646	
Standard Error of Estimates=	
0,001781	
R^2=	
0,972	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.1.6: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ελλάδας (1996).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^c t^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c} t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.1.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	81	3,21E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	71	2,341E-02	1,235E-03
Δεξιό σημείο καμπής	91	1,777E-02	-2,455E-03

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 2000

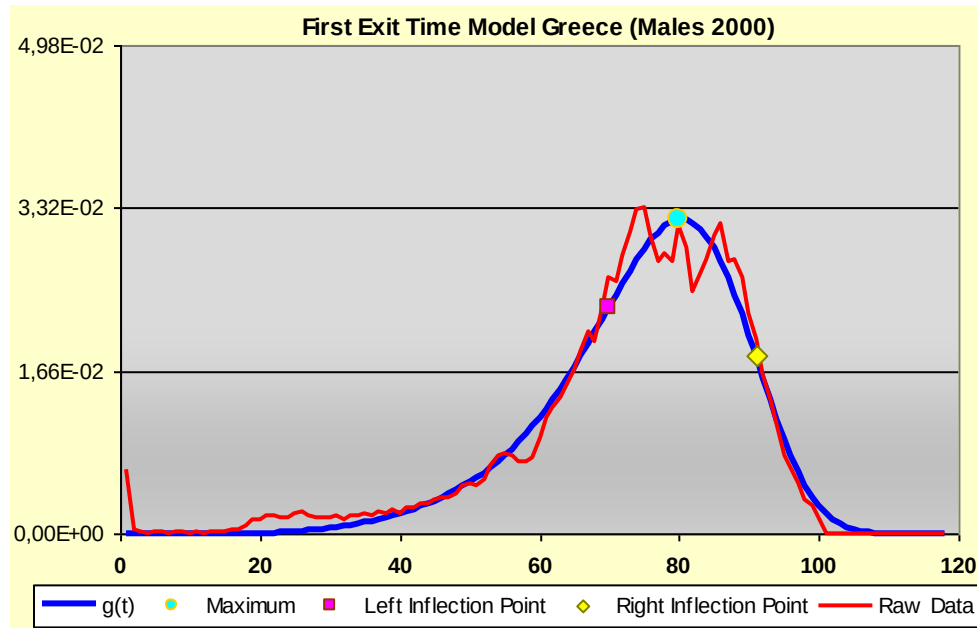
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 3,9($c=3,9$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 2000 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.1.5: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0256
l=	18,57
k=	23,54
Sum of Squared Errors=	0,0003781
Standard Error of Estimates=	0,001813
$R^2=$	0,972

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.1.7: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ελλάδας (2000).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.1.6: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	80	3,20E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	70	2,308E-02	1,269E-03
Δεξιό σημείο καμπής	91	1,808E-02	-2,204E-03

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ελλάδας.

Ανδρικός πληθυσμός

Έχοντας υπολογίσει τις σχετικές παραμέτρους του μοντέλου παρατηρείται την βαθμιαία αύξηση της παραμέτρου l η οποία σχετίζεται άμεσα με την έννοια του επιπέδου υγείας του πληθυσμού όπως αυτή προσδιορίζεται μέσω των δεδομένων επιβίωσης. Η παράμετρος l από 17,11 που υπολογίστηκε για το έτος 1993 αυξήθηκε σε 17,25 το 1996 και υπολογίστηκε 18,57 για το έτος 2000. Ένδειξη ότι το επίπεδο υγείας του Ελληνικού ανδρικού πληθυσμού βελτιώνεται με την πάροδο των ετών.

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 κοντά στη μονάδα, και για τα τρία εξεταζόμενα έτη.

Αρκετοί από τους λόγους που προκαλούν τα σφάλματα που υπολογίζονται με την μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, εντοπίζονται με σχετική ευκολία στα σχετικά διαγράμματα. Ένας από του λόγους αυτούς όπως παρατηρείται στα διαγράμματα είναι η βρεφική θνησιμότητα η οποία ενώ παρουσιάζει σημαντική μείωση τα τελευταία χρόνια, συνεχίζει να είναι υπαρκτή έστω και σε χαμηλά επίπεδα.

Αποκλίσεις για όλα τα εξεταζόμενα έτη, παρατηρούνται στις ηλικίες 17-25 στις οποίες όπως έχουμε επισημάνει στις περισσότερες χώρες παρατηρείται υψηλή αύξηση της θνησιμότητας λόγω των δραστηριοτήτων και του τρόπου ζωής των ανδρών. Στη συνέχεια, η αυξημένη αυτή θνησιμότητα παραμένει σταθερή για κάποια έτη μέχρι την ηλικία των 40-45 ετών και έκτοτε αρχίζει να ακολουθεί πάλι αυξητική πορεία.

Αξιοσημείωτη κρίνεται η απρόσμενη πτώση «βύθιση» στην καμπύλη θνησιμότητας για το 1993 στην ηλικία των 50 ετών περίπου, στην οποία παρατηρείται και απόκλιση του μοντέλου. Οι άνδρες που είχαν ηλικία 50 ετών το 1993 γεννήθηκαν την περίοδο του 'Β Παγκοσμίου Πολέμου. Η απότομη πτώση του αριθμού των θανάτων των ανδρών αυτής της ηλικίας παραθέτει σε μείωση των γεννήσεων την περίοδο του πολέμου σε σχέση με τα υπόλοιπα έτη, με αποτέλεσμα τον μικρότερο αριθμό ατόμων ηλικίας 50 ετών σε σχέση με άλλα έτη, άρα και μικρότερο πλήθος θανάτων στην ηλικία των 50 για το έτος

1993. Η απότομη αυτή πτώση του αριθμού των θανάτων των ανδρών 50 ετών για το 1993 μετατοπίζεται προς τα δεξιά για τα επόμενα χρόνια και εντοπίζεται και το 1996 και το 2000 σε ηλικίες μεγαλύτερες κατά τρία και τέσσερα χρόνια αντίστοιχα.

Επιπροσθέτως, για το έτος 1993 στις ηλικίες 70-78 ετών, εντοπίζεται ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης με συνέπεια την απόκλιση του μοντέλου και την ύπαρξη σφαλμάτων. Άτομα δηλαδή που γεννήθηκαν την περίοδο 1915-1923 η οποία περιλαμβάνει τον 'Α παγκόσμιο πόλεμο και την ανταλλαγή πληθυσμών λόγω της Μικρασιατικής καταστροφής. Η ανομοιομορφία αυτή στα δεδομένα που προφανώς οφείλεται στην μείωση των γεννήσεων κατά τον πόλεμο και σε δημογραφικά σφάλματα κατά την ανταλλαγή των πληθυσμών, μετατοπίζεται προς τα δεξιά με την πάροδο του χρόνου, προκαλώντας αποκλίσεις και στον υπολογισμό του έτους της ηλικίας του μέγιστου πλήθους θανάτων. Για το 1993, ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εντοπίζεται σωστά από το μοντέλο στην ηλικία των 80 ετών, όμως λόγω της παροδικής μετατόπισης της ανομοιομορφίας των δεδομένων προς τα δεξιά, παρατηρούνται μικρές αποκλίσεις στην ηλικία που σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι για τα έτη 1996 και 2000.

Τέλος, το μοντέλο ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ελλάδας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο υπολογίζεται σωστά για όλα τα εξεταζόμενα έτη από το First Exit Time Model. Η πολύ καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Γυναικείος πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τις γυναίκες της Ελλάδας το έτος 1993

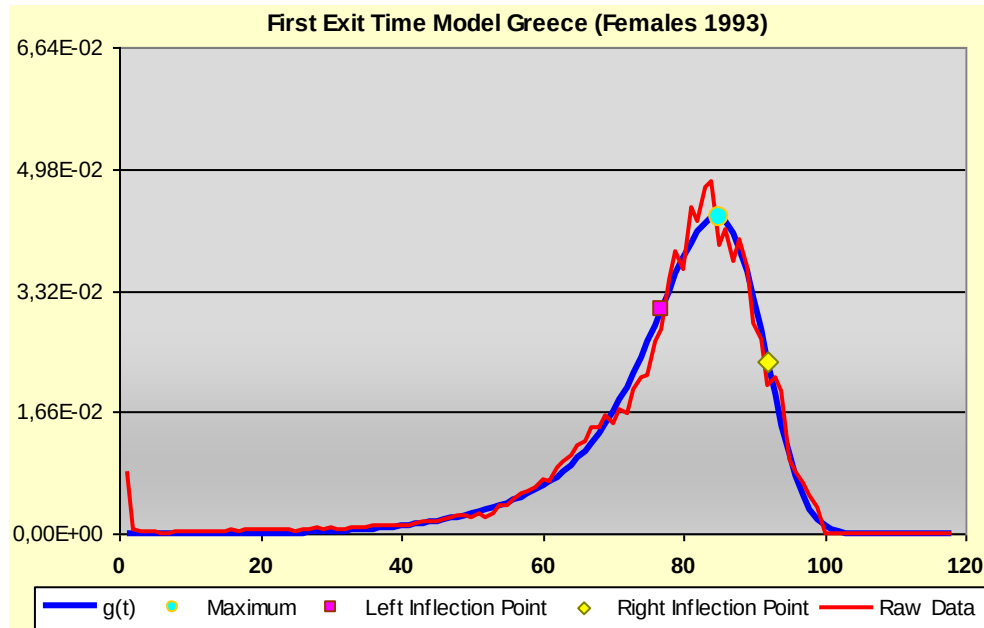
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,4 ($c=5,4$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ελλάδας το έτος 1993 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.1.7: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0203
l=	20,01
k=	33,98
Sum of Squared Errors=	0,0003422
Standard Error of Estimates=	0,001725
R ² =	0,983

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 74.1.8: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ελλάδας (1993)

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$\text{Όπου } A' = \left\{ (3/2)/t^2 - l^2/t^3 + (c-1)(c-2)lb^ct^{c-3} - (c-1)(2c-1)b^{2c}t^{2c-3} \right\}$$

$$\text{και } g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

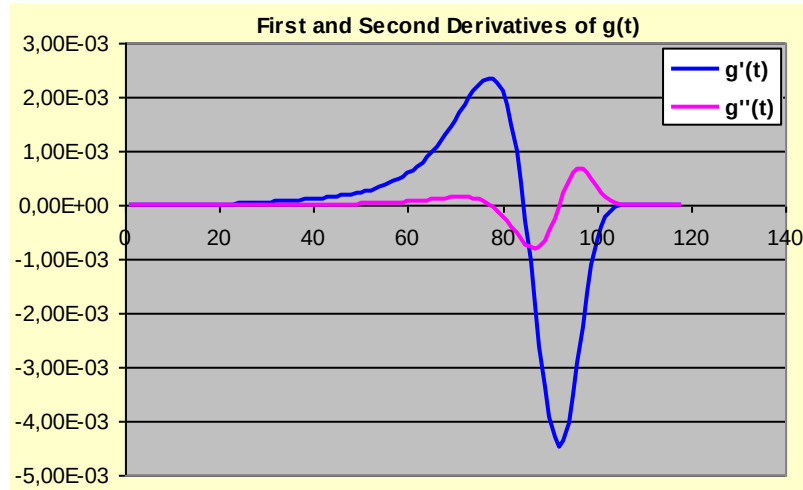
Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.1.8: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	85	4,32E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	77	3,071E-02	2,352E-03
Δεξιό σημείο καμπής	92	2,352E-02	-4,478E-03

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 81 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή

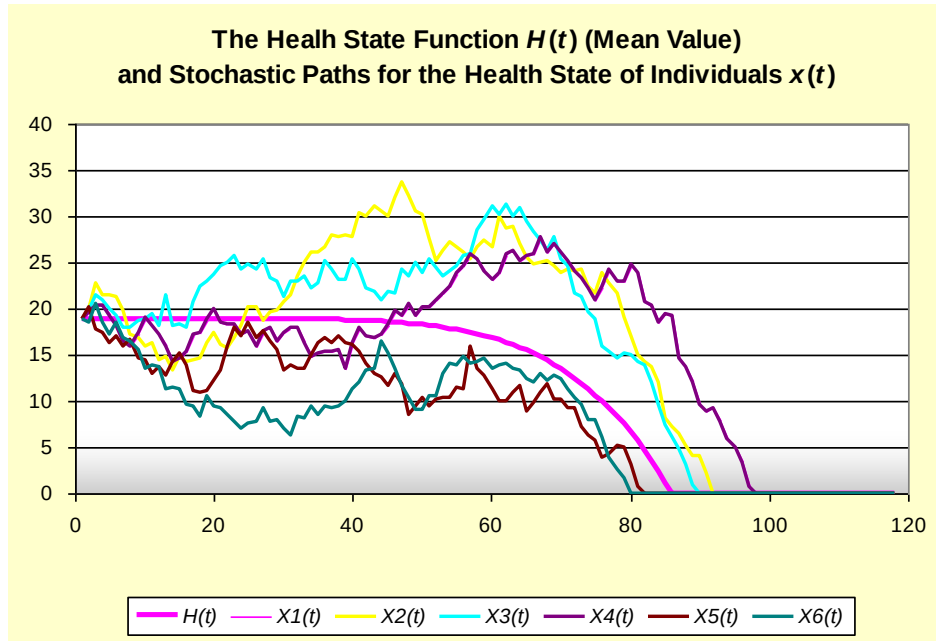
παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 77 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 92 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.



Σχήμα 7.1.9: Η πρώτη και δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$

$$H(t) = l - (bt)^c, \quad x(t) = H(t) + \sigma W(t), \quad \sigma = 1,2$$

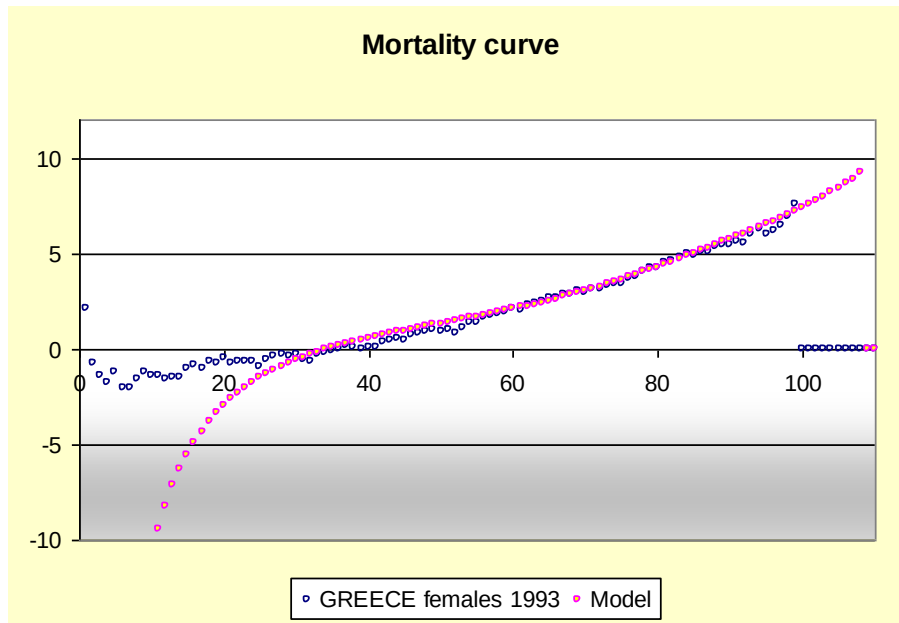
Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.



Σχήμα 7.1.10: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model” για τις γυναίκες της Ελλάδας το έτος 1993.

Η συνάρτηση θνησιμότητας για το First Exit Time Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 30 έως 100 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 0-30 ετών.

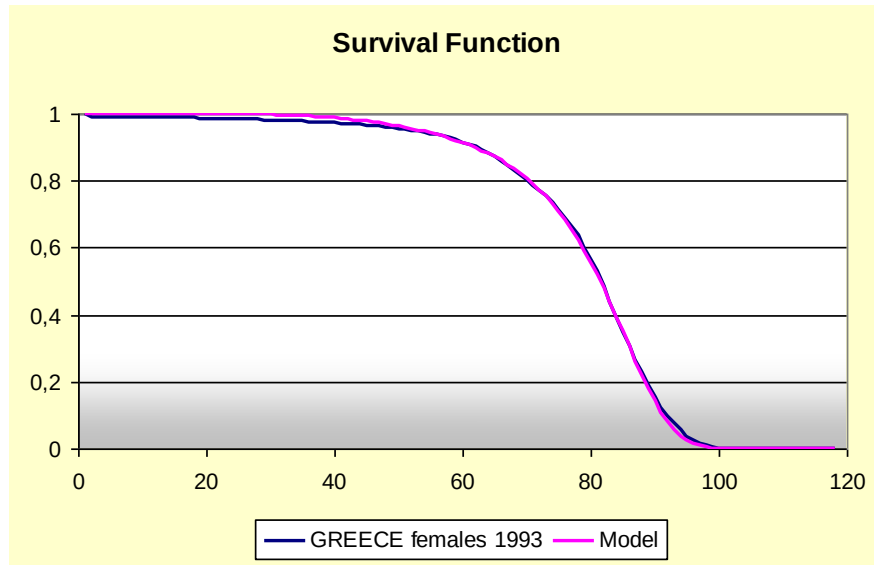


Σχήμα 7.1.11: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (raw data) και του μοντέλου «First Exit Time Model» για τις γυναίκες της Ελλάδας (1993).

Στο γράφημα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι καμπύλες επιβίωσης των Raw Data και του «First Exit Time Model» για τις γυναίκες της Ελλάδας το έτος 1993.

Παρατηρείται ότι στην ηλικία των 60 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) βρίσκεται εν ζωή το 80% του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 75 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Πολύ μικρές αποκλίσεις των εκτιμήσεων του First Exit Time Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 20-42 έτη και ταύτιση του First Exit Time Model και των Raw Data στο υπόλοιπο διάστημα.



Σχήμα 7.1.12: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του «First Exit Time Model» για τις γυναίκες της Ελλάδας (1993).

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τις γυναίκες της Ελλάδας το έτος 1996

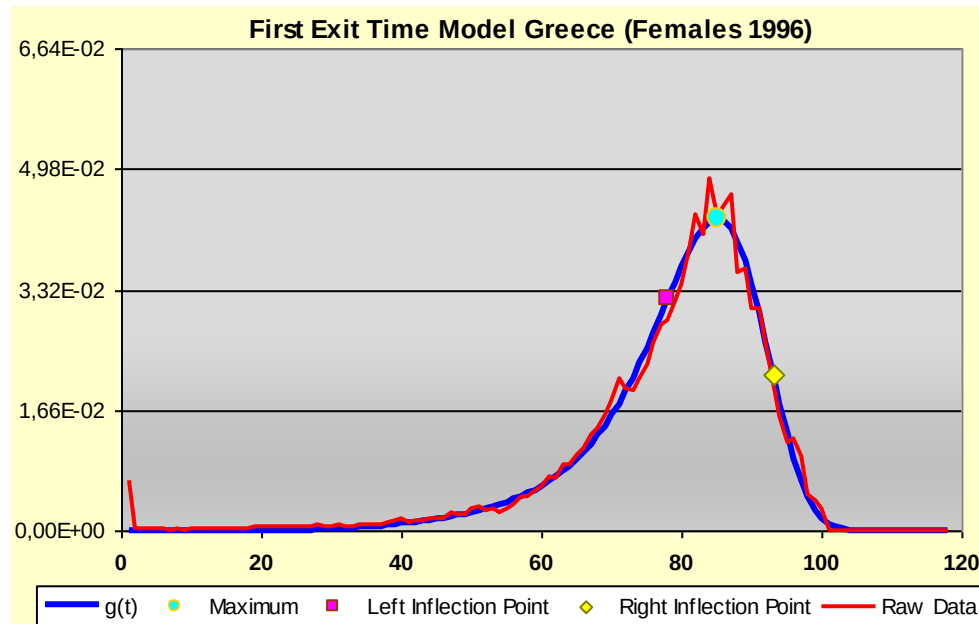
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,3 ($c=5,3$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ελλάδας το έτος 1996 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.1.9 : Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0205
l=	20,21
k=	33,94
Sum of Squared Errors=	0,0002493
Standard Error of Estimates=	0,001472
R²=	0,987

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.1.13: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ελλάδας (1996).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 4.1.10: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	85	4,29E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	78	3,191E-02	2,305E-03
Δεξιό σημείο καμπής	93	2,160E-02	-4,331E-03

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τις γυναίκες της Ελλάδας το έτος 2000

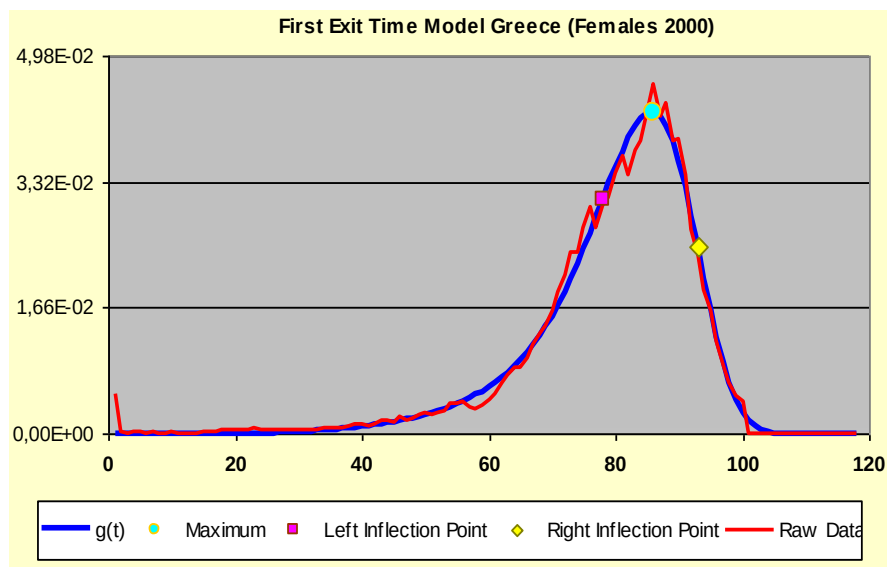
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,2 ($c=5,2$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ελλάδας το έτος 2000 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.1.11: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0206
l=	20,23
k=	33,91
Sum of Squared Errors=	0,0001902
Standard Error of Estimates=	0,001286
R^2=	0,990

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.1.14: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ελλάδας (2000).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.1.12: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	86	4,24E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	78	3,080E-02	2,222E-03
Δεξιό σημείο καμπής	93	2,467E-02	-4,137E-03

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ελλάδας.

Γυναικείος πληθυσμός

Ομοίως με τους άνδρες και τις γυναίκες παρατηρείται την βαθμιαία αύξηση της παραμέτρου l η οποία σχετίζεται άμεσα με την έννοια του επιπέδου υγείας του πληθυσμού όπως αυτή προσδιορίζεται μέσω των δεδομένων επιβίωσης. Η παράμετρος l από 20,01 που υπολογίστηκε για το έτος 1993 αυξήθηκε σε 20,21 το 1996 και σε 20,23 για το 2000. από αυτή την παρατήρηση είναι εμφανές ότι το επίπεδο υγείας των Ελλήνων γυναικών βελτιώνεται με την πάροδο των ετών. Η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 κοντά στη μονάδα, χαμηλά SSE, SE και για τα τρία εξεταζόμενα έτη.

Η απρόσμενη πτώση «βύθιση» στην καμπύλη θνησιμότητας για το 1993, όπως και για τους άνδρες στην ηλικία των 50 ετών περίπου, στην οποία παρατηρείται και απόκλιση του μοντέλου, παραθέτει σε μείωση των γεννήσεων την περίοδο του πολέμου σε σχέση με τα υπόλοιπα έτη. Η απότομη αυτή πτώση του αριθμού των θανάτων των ανδρών 50 ετών για το 1993 μετατοπίζεται προς τα

δεξιά για τα επόμενα χρόνια και εντοπίζεται και το 1996 και το 2000 σε ηλικίες μεγαλύτερες κατά τρία και τέσσερα χρόνια αντίστοιχα.

Αντίστοιχο φαινόμενο ανομοιομορφίας στα δεδομένα επιβίωσης για το ίδιο έτος στις ηλικίες 70-78 ετών, εντοπίζεται και στις γυναίκες, με συνέπεια την απόκλιση του μοντέλου και την ύπαρξη σφαλμάτων. Άτομα δηλαδή που γεννήθηκαν την περίοδο 1915-1923 η οποία περιλαμβάνει τον 'Α παγκόσμιο πόλεμο και την ανταλλαγή πληθυσμών λόγω της Μικρασιατικής καταστροφής. Η ανομοιομορφία αυτή στα δεδομένα που προφανώς οφείλεται στην μείωση των γεννήσεων κατά τον πόλεμο και σε δημογραφικά σφάλματα κατά την ανταλλαγή των πληθυσμών.

Το μοντέλο ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ελλάδας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο υπολογίζεται σωστά για όλα τα εξεταζόμενα έτη από το First Exit Time Model. Η πολύ καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Αναφορικά με τη διάρκεια ζωής των γυναικών, είναι σαφές και από τις εκτιμήσεις του δυναμικού μοντέλου, ότι είναι μεγαλύτερη από αυτή των ανδρών, αφού για τις γυναίκες ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας για τα έτη 1993, 1996 και 2000 εντοπίζεται στις ηλικίες των 85, 85 και 86 ετών αντίστοιχα, ενώ για τους άνδρες στις ηλικίες των 81 ετών για τα έτη 1993 και 1996 και στα 80 για το 2000.

4.2 ΙΣΠΑΝΙΑ

Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ισπανίας

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Ισπανίας. Για τον ανδρικό και για το γυναικείο πληθυσμό τα εξεταζόμενα έτη είναι το 1985, 1995 και 2006. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Για την εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού της Ισπανίας, και για τον υπολογισμό των σχετικών παραμέτρων του μοντέλου και των σφαλμάτων με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, θέτω τις εξής αρχικές συνθήκες για όλα τα εξεταζόμενα έτη:

Αρχικές τιμές παραμέτρων:

$$b=0,02, l=20, k=25$$

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Ισπανίας το έτος 1985

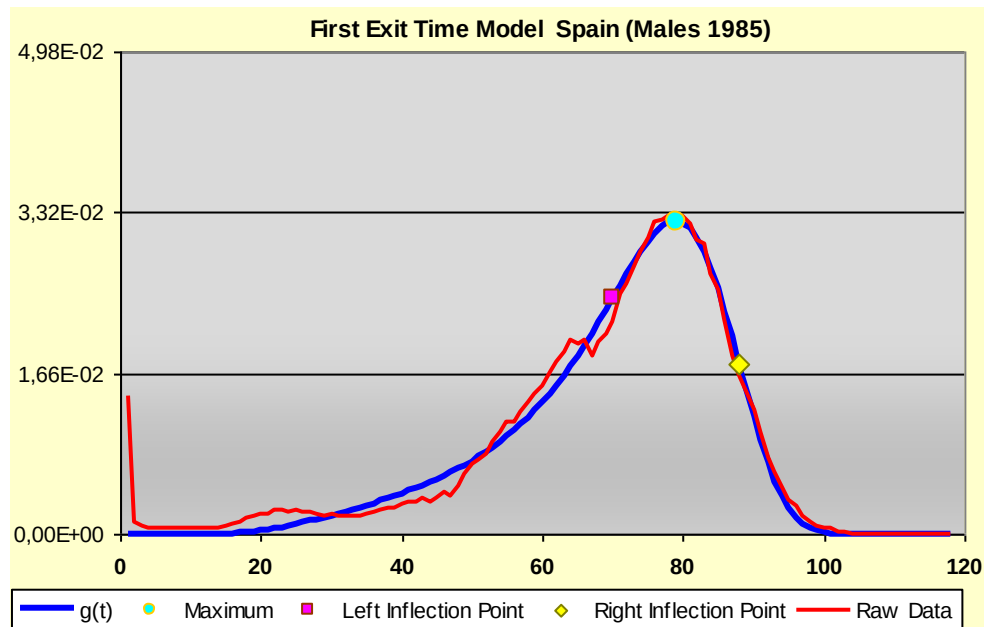
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5 ($c=5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ισπανίας το έτος 1985 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.2.1 : Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters after 40 rounds	
b=	0,0217
l=	16,17
k=	22,99
Sum of Squared Errors=	0,0003494
Standard Error of Estimates=	0,001743
R²=	0,972

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 4.2.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ισπανίας (1985).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$\text{Όπου } A' = \left\{ (3/2)/t^2 - l^2/t^3 + (c-1)(c-2)lb^ct^{c-3} - (c-1)(2c-1)b^{2c}t^{2c-3} \right\}$$

και $g''(t) = (A' + A^2)g(t)$

Πίνακας 7.2.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

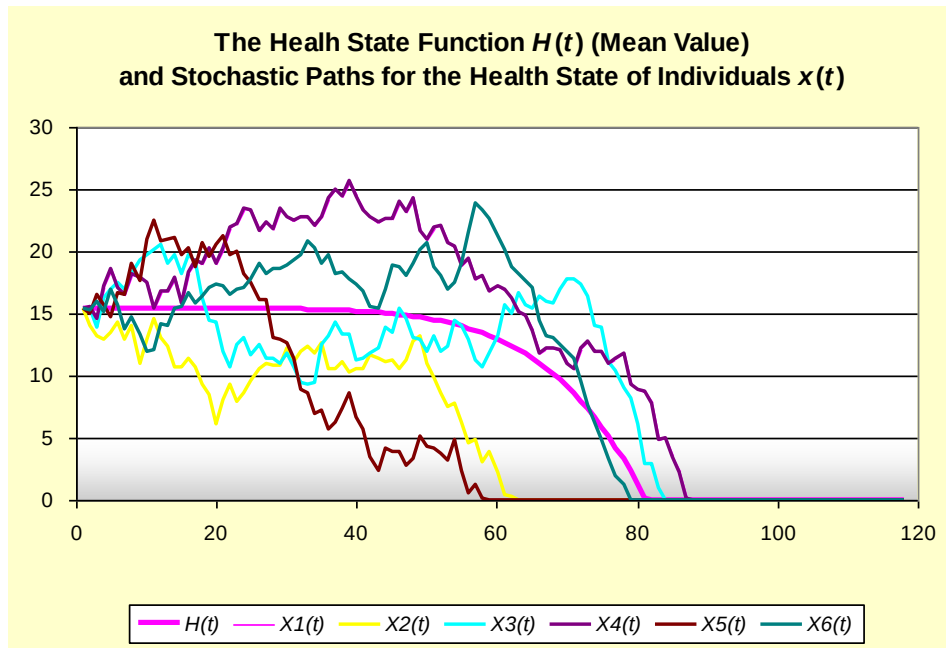
Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	79	3,23E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	70	2,438E-02	1,270E-03
Δεξιό σημείο καμπής	88	1,763E-02	-2,776E-03

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 79 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 70 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 88 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

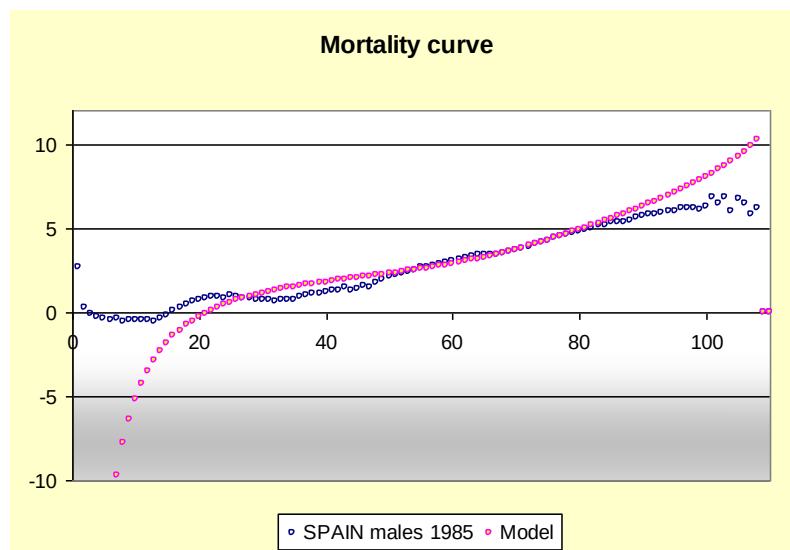
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 1,2$



Σχήμα 7.2.2: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του First Exit Time Model για τους άνδρες της Ισπανίας το έτος 1985. Η μέθοδος από την οποία προκύπτουν οι καμπύλες παρουσιάζεται αναλυτικά στη συνέχεια.



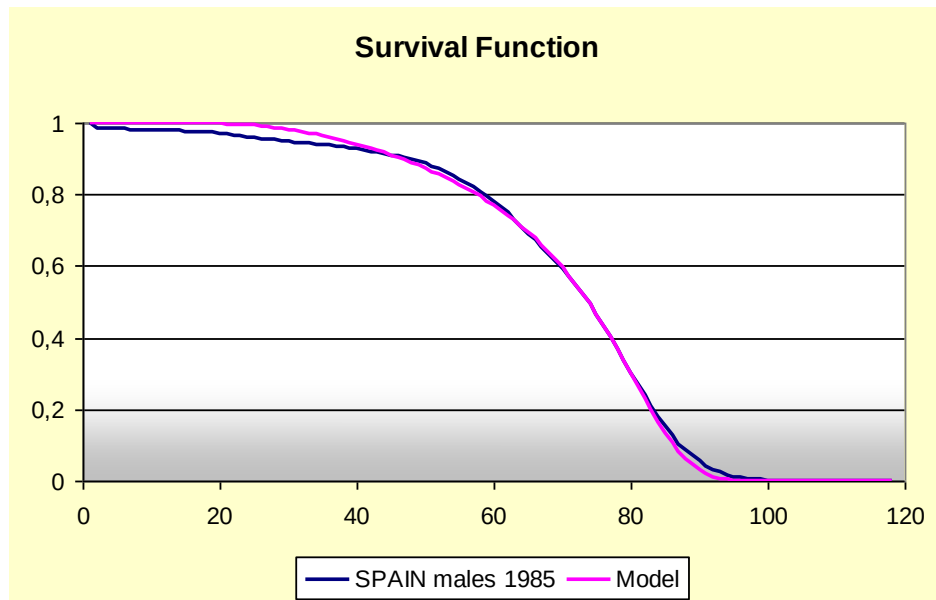
Σχήμα 7.2.3: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model” για τους άνδρες της Ισπανίας (1985).

Η συνάρτηση θνησιμότητας για το First Exit Time Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 30 έως 85 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 0-30 ετών και από 90 έως τέλος .

Στο γράφημα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι καμπύλες επιβίωσης των Raw Data και του “ First Exit Time Model ” για τους άνδρες της Ισπανίας το έτος 1985.

Παρατηρείται ότι στην ηλικία των 60 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) βρίσκεται εν ζωή το 80% του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 75 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Ελάχιστες αποκλίσεις των εκτιμήσεων του First Exit Time Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 0-40 έτη και ταύτιση του First Exit Time Model και των Raw Data στο υπόλοιπο διάστημα.



Σχήμα 7.2.4: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τους άνδρες της Ισπανίας το έτος (1985).

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Ισπανίας το έτος 1995

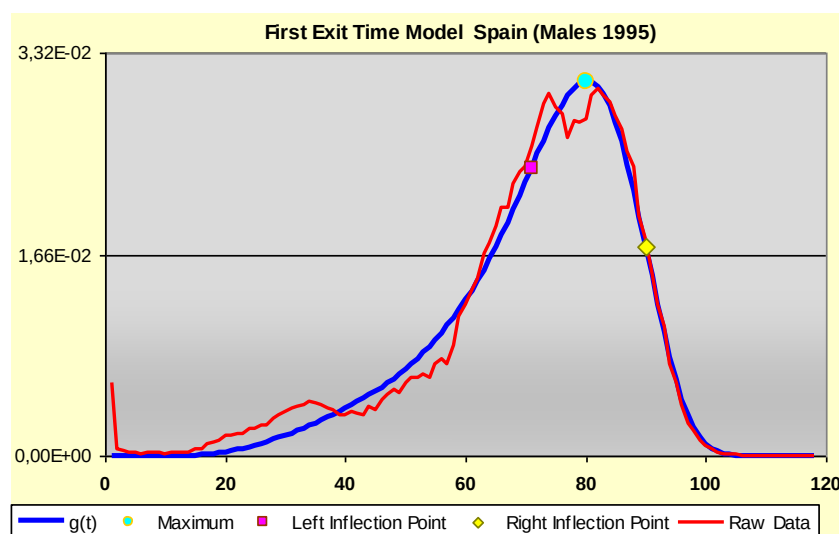
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 4,7 ($c=4,7$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ισπανίας το έτος 1995 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.2.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0221
l=	16,39
k=	22,60
Sum of Squared Errors=	0,0002341
Standard Error of Estimates=	0,001427
R²=	0,980

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.2.4: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ισπανίας (1995).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.2.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	80	3,09E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	71	2,372E-02	1,140E-03
Δεξιό σημείο καμπής	90	1,722E-02	-2,418E-03

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Ισπανίας το έτος 2006

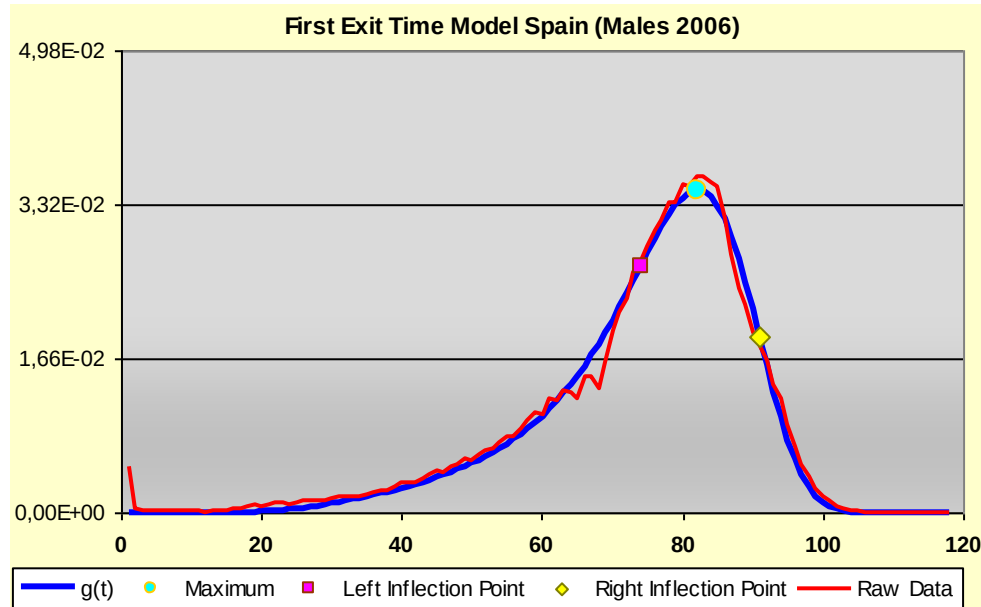
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5 ($c=5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ισπανίας το έτος 2006 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.2.5: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0212
l=	17,58
k=	26,23
Sum of Squared Errors=	
0,0001508	
Standard Error of Estimates=	
0,001145	
R^2=	
0,989	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.2.5: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ισπανίας (2006).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$\text{Όπου } A' = \left\{ (3/2)/t^2 - l^2/t^3 + (c-1)(c-2)lb^ct^{c-3} - (c-1)(2c-1)b^{2c}t^{2c-3} \right\}$$

$$\text{και } g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμψής τους.

Πίνακας 7.2.6: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμψής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	82	3,47E-02	0
Αριστερό σημείο καμψής	74	2,656E-02	1,480E-03

Δεξιό σημείο καμπής	91	1,899E-02	-3,038E-03
---------------------	----	-----------	------------

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ισπανίας.

Ανδρικός πληθυσμός

Έχοντας υπολογίσει τις σχετικές παραμέτρους του μοντέλου παρατηρείται την βαθμιαία αύξηση της παραμέτρου l η οποία σχετίζεται άμεσα με την έννοια του επιπέδου υγείας του πληθυσμού όπως αυτή προσδιορίζεται μέσω των δεδομένων επιβίωσης. Η παράμετρος l από 16,17 που υπολογίστηκε για το έτος 1985 αυξήθηκε σε 16,39 το 1995 και υπολογίστηκε 17,85 για το έτος 2006. Ένδειξη ότι το επίπεδο υγείας του ανδρικού πληθυσμού της Ισπανίας βελτιώνεται με την πάροδο των ετών.

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 κοντά στη μονάδα, χαμηλό SSE, SE και για τα τρία εξεταζόμενα έτη. Το μοντέλο ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ιαπωνίας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο υπολογίζεται σωστά για όλα τα εξεταζόμενα έτη από το First Exit Time Model. Η πολύ καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Αποκλίσεις για όλα τα εξεταζόμενα έτη εκτός του 2006, παρατηρούνται στις ηλικίες 17-25 στις οποίες όπως έχουμε επισημάνει στις περισσότερες χώρες παρατηρείται υψηλή αύξηση της θνησιμότητας λόγω των δραστηριοτήτων και του τρόπου ζωής των ανδρών. Στη συνέχεια, η αυξημένη αυτή θνησιμότητα παραμένει σταθερή για κάποια έτη μέχρι την ηλικία των 40-45 ετών και έκτοτε αρχίζει να ακολουθεί πάλι αυξητική πορεία.

Αξιοσημείωτη κρίνεται η απρόσμενη πτώση «βύθιση» στην καμπύλη θνησιμότητας για το 1985 στην ηλικία των 67 ετών περίπου, στην οποία παρατηρείται και απόκλιση του μοντέλου. Οι άνδρες που είχαν ηλικία 67 ετών το 1985 γεννήθηκαν την περίοδο που ξέσπασε η Ισπανική γρίπη 1918. Η απότομη πτώση του αριθμού των θανάτων των ανδρών αυτής της ηλικίας

παραθέτει σε μείωση των γεννήσεων την περίοδο αυτή σε σχέση με τα υπόλοιπα έτη, με αποτέλεσμα τον μικρότερο αριθμό ατόμων ηλικίας 67 ετών σε σχέση με άλλα έτη, άρα και μικρότερο πλήθος θανάτων στην ηλικία των 67 για το έτος 1985. Η απότομη αυτή πτώση του αριθμού των θανάτων των ανδρών ηλικίας 67 ετών για το 1985 μετατοπίζεται προς τα δεξιά για τα επόμενα χρόνια και εντοπίζεται και το 1995 σε ηλικίες μεγαλύτερες κατά δέκα χρόνια. Το 2006 η ανομοιομορφία αυτή έχει πλέον εξομαλυνθεί λόγω της μεγάλης ηλικίας των ατόμων που γεννήθηκαν το 1918 και της σταδιακής θνητότητας τους.

Το έτος 2006 στην ηλικία των 65 ετών, εντοπίζεται ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης με συνέπεια την απόκλιση του μοντέλου και την ύπαρξη σφαλμάτων. Άτομα δηλαδή που γεννήθηκαν την περίοδο του ΄Β Παγκοσμίου πολέμου (1941). Η ανομοιομορφία αυτή στα δεδομένα προφανώς οφείλεται στην μείωση των γεννήσεων κατά τον πόλεμο λόγω της απουσίας των ανδρών. Το First Exit Time Model υπολογίζει με επιτυχία την ηλικία (σημείο) που σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι για όλα τα εξεταζόμενα έτη.

Γυναικείος πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τις γυναίκες της Ισπανίας το έτος 1985

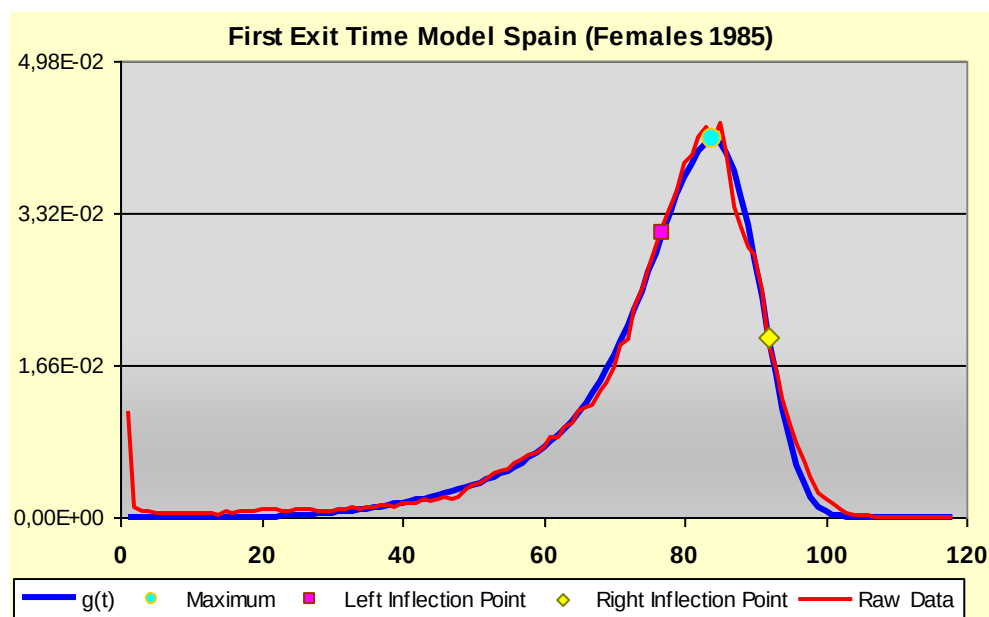
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,6 ($c=5,6$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ισπανίας το έτος 1985 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.2.7: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0199
l=	18,98
k=	31,97
Sum of Squared Errors=	
0,0002365	
Standard Error of Estimates=	
0,001434	
R^2=	
0,987	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.2.6: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ισπανίας (1985).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^c t^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$\text{Όπου } A' = \left\{ (3/2)/t^2 - l^2/t^3 + (c-1)(c-2)lb^c t^{c-3} - (c-1)(2c-1)b^{2c}t^{2c-3} \right\}$$

$$\text{και } g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.2.8: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

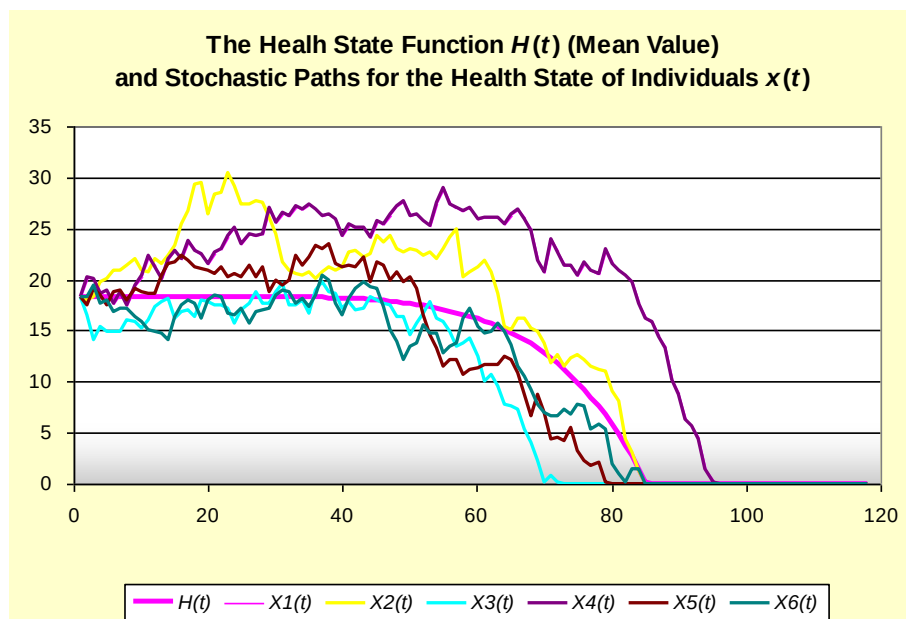
Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	84	4,12E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	77	3,101E-02	2,145E-03
Δεξιό σημείο καμπής	92	1,970E-02	-4,272E-03

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 84 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 77 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 92 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 1,2$



Σχήμα 7.2.7: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των
στοχαστικών διαδρομών.

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τις γυναίκες της Ισπανίας το έτος 1995

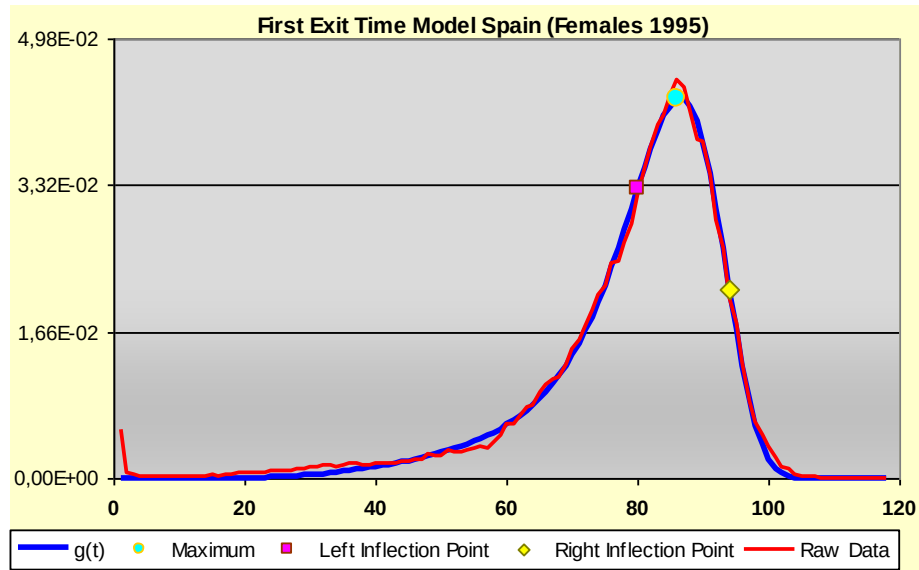
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη
ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με
5,9 ($c=5,9$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της
Ισπανίας το έτος 1995 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής
παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.2.9: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0189
l=	19,50
k=	34,86
Sum of Squared Errors=	0,0000830
Standard Error of Estimates=	0,000849
R²=	0,996

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο
αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.2.8: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ισπανίας (1995).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^c t^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c} t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.2.10: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	86	4,29E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	80	3,283E-02	2,326E-03
Δεξιό σημείο καμπής	94	2,146E-02	-4,681E-03

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* για τις γυναίκες της Ισπανίας το έτος 2006

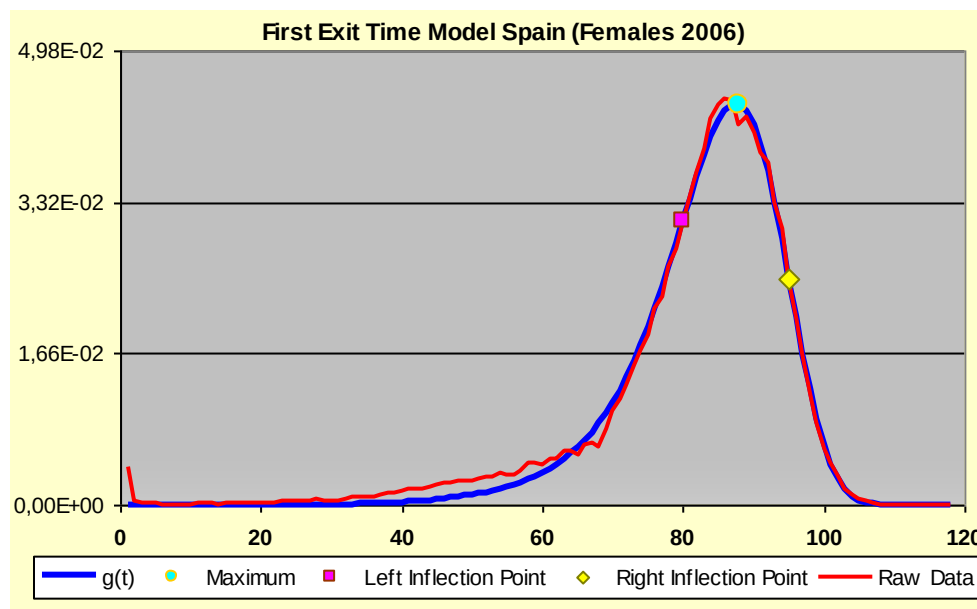
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 4,9 ($c=4,9$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ισπανίας το έτος 2006 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.2.11: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0213
l=	22,63
k=	36,37
Sum of Squared Errors=	0,0001104
Standard Error of Estimates=	0,000980
R^2=	0,995

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.2.9: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ισπανίας (2006).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^c t^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c} t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.2.12: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	88	4,39E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	80	3,112E-02	2,515E-03
Δεξιό σημείο καμπής	95	2,482E-02	-4,295E-03

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ισπανίας.

Γυναικείος πληθυσμός

Έχοντας υπολογίσει τις σχετικές παραμέτρους του μοντέλου παρατηρείται την βαθμιαία αύξηση της παραμέτρου l η οποία σχετίζεται άμεσα με το επίπεδο υγείας του πληθυσμού. Η παράμετρος l που υπολογίστηκε για το έτος 1985 είναι 18,98, αυξήθηκε σε 19,50 το 1995 και υπολογίστηκε 22,63 για το έτος 2006. Ένδειξη ότι το επίπεδο υγείας του ανδρικού πληθυσμού της Ισπανίας βελτιώνεται με την πάροδο των ετών.

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 , χαμηλό SSE, SE και για τα τρία εξεταζόμενα έτη.

Δεν παρουσιάζονται μεγάλες αποκλίσεις κατά την εφαρμογή του μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης των γυναικών της Ισπανίας, παρά για τις ηλικίες των 55-58 ετών το έτος 1995, οι οποίες αφορούν στα άτομα που γεννήθηκαν την περίοδο του Β Παγκοσμίου πολέμου και φαίνεται

οι συνθήκες του πολέμου να επηρέασαν τη γεννητικότητα. Εν συνεχεία, το φαινόμενο αυτό εντοπίζεται και το έτος 2006 έχοντας μετατοπιστεί προς τα δεξιά κατά εννιά χρόνια. Το μοντέλο ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ισπανίας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο υπολογίζεται σωστά για όλα τα εξεταζόμενα έτη από το First Exit Time Model. Η πολύ καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων. Το First Exit Time Model υπολογίζει με επιτυχία και την ηλικία (σημείο) που σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι για όλα τα εξεταζόμενα έτη.

Εξετάζοντας τη διάρκεια ζωής των γυναικών της Ισπανίας σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, είναι σαφές, ότι οι γυναίκες ζουν περισσότερα χρόνια από τους άνδρες, αφού ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας τους για τα έτη 1985, 1995 και 2006 εντοπίζεται στις ηλικίες των 84, 86 και 88 ετών αντίστοιχα, ενώ για τους άνδρες στην ηλικία των 79 ετών για το έτος 1985, 80 για το 1995 και στα 82 για το 2006.

III. Χώρες Κεντρικής Ευρώπης

Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών της Κεντρικής Ευρώπης.

Οι χώρες της Κεντρικής Ευρώπης που επελέγησαν στο κεφάλαιο αυτό για ανάλυση και σχολιασμό είναι η Δανία για τους άνδρες και για τις γυναίκες τα έτη είναι 1985, 1995 και 2007, και η Γερμανία τα έτη 1991-1998-2004. Η εφαρμογή και τα αποτελέσματα του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης των υπόλοιπων χωρών της Κεντρικής Ευρώπης, των οποίων τη θνησιμότητα την αναλύσαμε μέσω των δεδομένων επιβίωσης τους σε προηγούμενο κεφάλαιο, βρίσκονται στο Παράρτημα.

7.3 ΔΑΝΙΑ

Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Δανίας

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Δανίας για τους άνδρες και για τις γυναίκες. Τα εξεταζόμενα έτη είναι 1985, 1995 και 2007 (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Για την εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού της Δανίας, και για τον υπολογισμό των σχετικών παραμέτρων του μοντέλου και των σφαλμάτων με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, θέτω τις εξής αρχικές συνθήκες για όλα τα εξεταζόμενα έτη:

Αρχικές τιμές παραμέτρων:

$b=0,02$, $l=20$, $k=25$

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Δανίας το έτος 1985

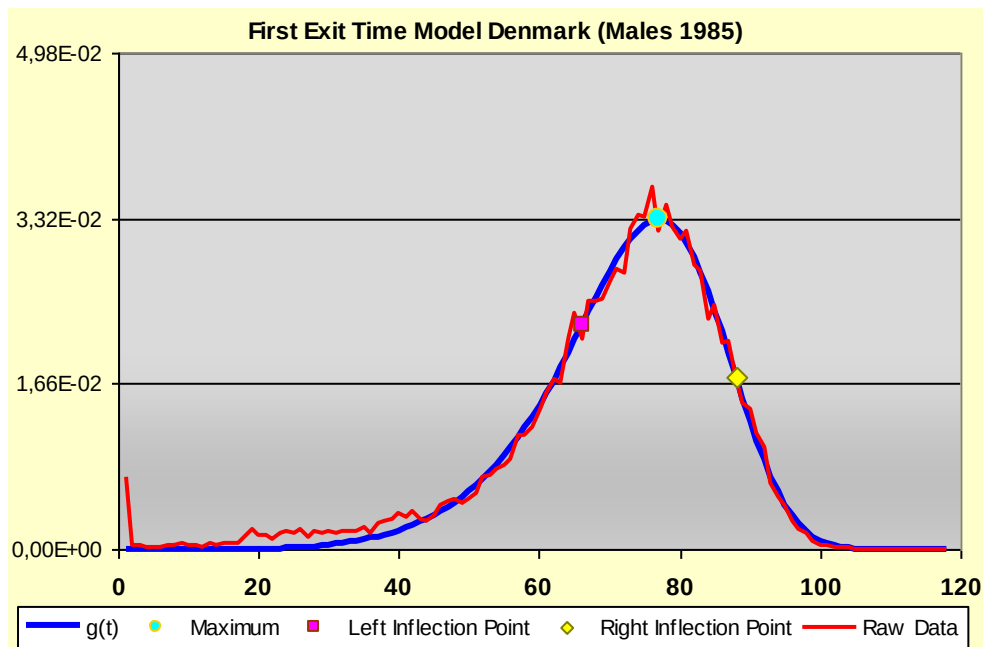
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 3,6 ($c=3,6$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Δανίας το έτος 1985 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.3.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0287
l=	19,22
k=	22,77
Sum of Squared Errors=	
0,0001717	
Standard Error of Estimates=	
0,001222	
R^2=	
0,988	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.3.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Δανίας (1985).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$\text{Όπου } A' = \left\{ (3/2)/t^2 - l^2/t^3 + (c-1)(c-2)lb^ct^{c-3} - (c-1)(2c-1)b^{2c}t^{2c-3} \right\}$$

$$\text{και } g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

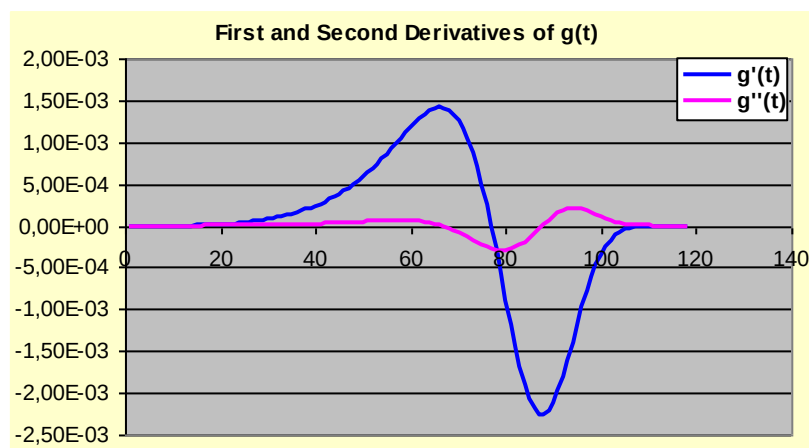
Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.3.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	77	3,30E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	66	2,239E-02	1,415E-03
Δεξιό σημείο καμπής	88	1,735E-02	-2,263E-03

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 77 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 66 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 88 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Στο ακόλουθο διάγραμμα αποτυπώνονται η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της $g(t)$ $\{g'(t)$ και $g''(t)\}$

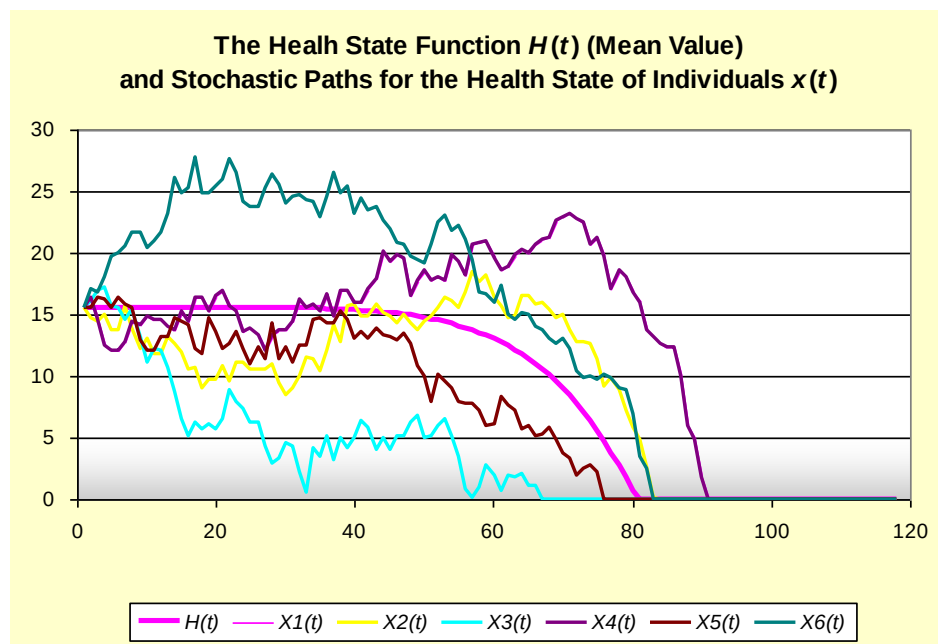


Σχήμα 7.3.2: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

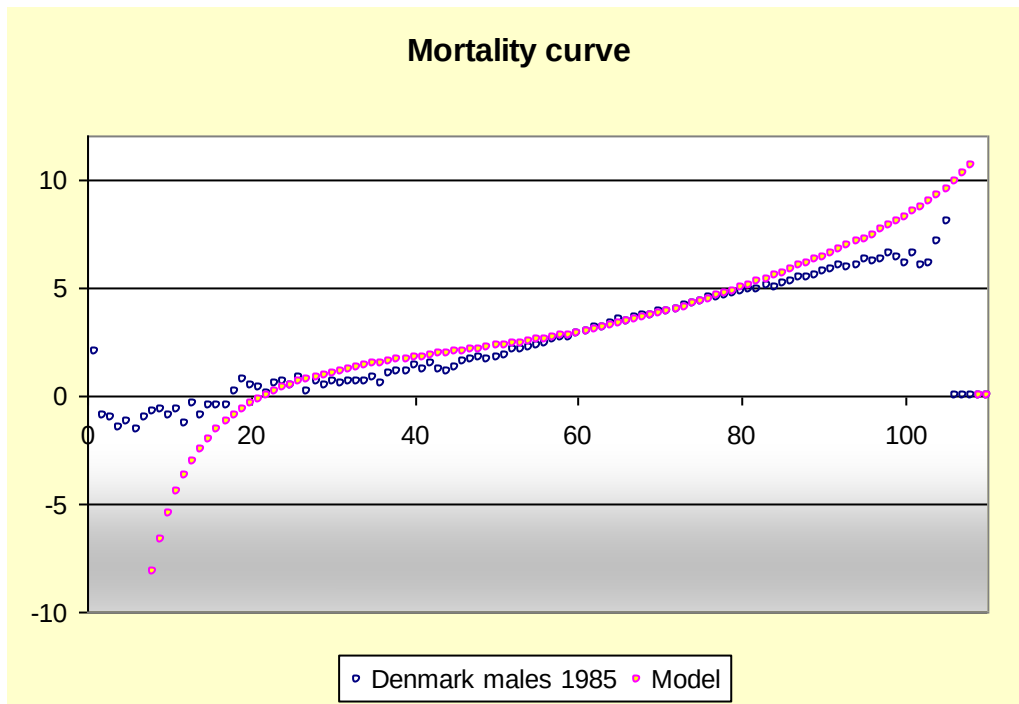
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 1,2$



Σχήμα 7.3.3: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τους άνδρες της Δανίας το έτος 1985. Η συνάρτηση θνησιμότητας για το First Exit Time Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 20 έως 100 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 0-20 ετών.

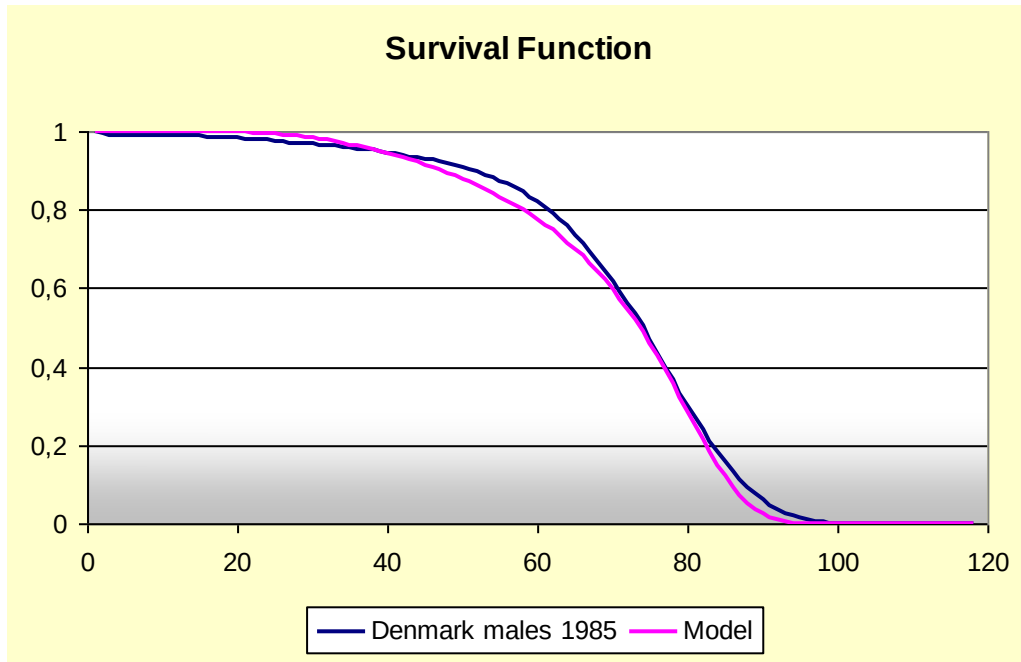


Σχήμα 4.3.4: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τους άνδρες της Δανίας (1985).

Στο παρακάτω διάγραμμα που απεικονίζεται η καμπύλη επιβίωσης παρατηρείται ότι στην ηλικία των 62 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 80,8% περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 77 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Στοιχεία με ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την ασφαλιστική επιστήμη αφού αρκετά μεγάλο ποσοστό του πληθυσμού της χώρας βρίσκεται εν ζωή και συνταξιοδοτείται για μεγάλο χρονικό διάστημα. Απόρροια της ανόδου του βιοτικού επιπέδου και της αύξησης διάρκειας ζωής (βελτίωση της κατάστασης υγείας) του πληθυσμού της χώρας.

Αποκλίσεις των εκτιμήσεων του First Exit Time Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 45-68 και 82- 92 έτη.



Σχήμα 7.3.5: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του «First Exit Time Model» για τους άνδρες της Δανίας (1985).

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Δανίας το έτος 1995

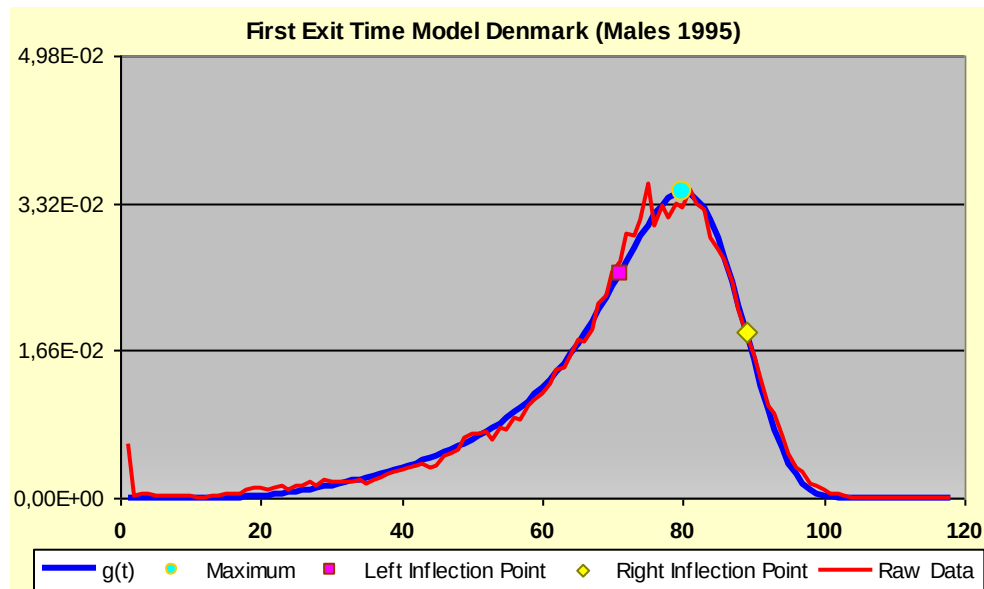
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5 ($c=5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Δανίας το έτος 1995 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 4.3.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R²

Estimated Parameters	
b=	0,0216
l=	16,88
k=	25,01
Sum of Squared Errors=	0,0001322
Standard Error of Estimates=	0,001072
R^2=	0,991

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.3.6: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Δανίας (1995).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$\text{Όπου } A' = \left\{ (3/2)/t^2 - l^2/t^3 + (c-1)(c-2)lb^ct^{c-3} - (c-1)(2c-1)b^{2c}t^{2c-3} \right\}$$

$$\text{και } g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμψής τους.

Πίνακας 7.3.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμψής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	80	3,44E-02	0
Αριστερό σημείο καμψής	71	2,523E-02	1,430E-03
Δεξιό σημείο καμψής	89	1,860E-02	-3,015E-03

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Δανίας το έτος 2007

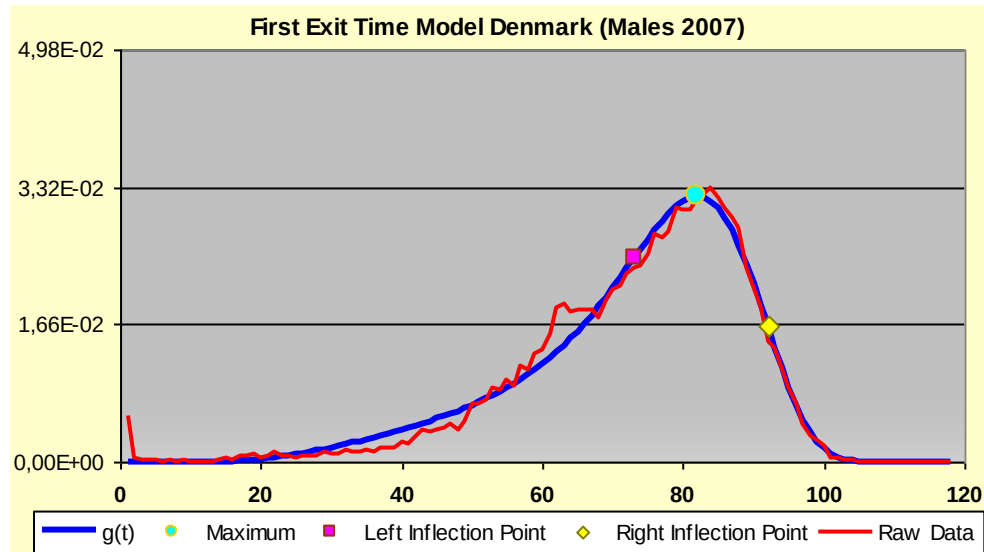
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5 ($c=5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Δανίας το έτος 2007 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.3.5: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0209
l=	16,43
k=	24,24
Sum of Squared Errors=	0,0002099
Standard Error of Estimates=	0,001351
R^2=	0,984

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.3.7: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Δανίας (2007).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.3.6: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	82	3,21E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	73	2,453E-02	1,203E-03
Δεξιό σημείο καμπής	92	1,641E-02	-2,645E-03

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης της Δανίας.

Ανδρικός πληθυσμός

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τους άνδρες της Δανίας στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 (0,988 0,991 και 0,984) κοντά στη μονάδα, χαμηλό SSE, SE και για τα τρία εξεταζόμενα έτη. Το μοντέλο ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Δανία μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο υπολογίζεται σωστά για όλα τα εξεταζόμενα έτη από το First Exit Time Model. Η πολύ καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων. Το First Exit Time Model υπολογίζει με επιτυχία και την ηλικία (σημείο) που σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι για όλα τα εξεταζόμενα έτη.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει ότι για όλα τα εξεταζόμενα έτη δεν παρατηρούνται μεγάλες αποκλίσεις ούτε ακόμη ακόμα και στις ηλικίες των 17-25 στις οποίες όπως έχουμε επισημάνει στις περισσότερες χώρες παρατηρείται υψηλή αύξηση της θνησιμότητας λόγω των δραστηριοτήτων και του τρόπου ζωής των ανδρών. Το έτος 2007 στις ηλικίες των 63-68 ετών, εντοπίζεται μια μικρή σχετικά ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης της Δανίας με συνέπεια την απόκλιση του μοντέλου και την ύπαρξη σφαλμάτων. Στις ηλικίες αυτές (63-68) είναι άτομα που γεννήθηκαν την περίοδο του ΄Β Παγκοσμίου πολέμου. Η ανομοιομορφία αυτή στα δεδομένα που προφανώς οφείλεται στην μείωση των γεννήσεων και στην αύξηση των θανάτων λόγω της εμπόλεμης κατάστασης και των συνθηκών της εποχής.

Γυναικείος πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τις γυναίκες της Δανίας το έτος 1985

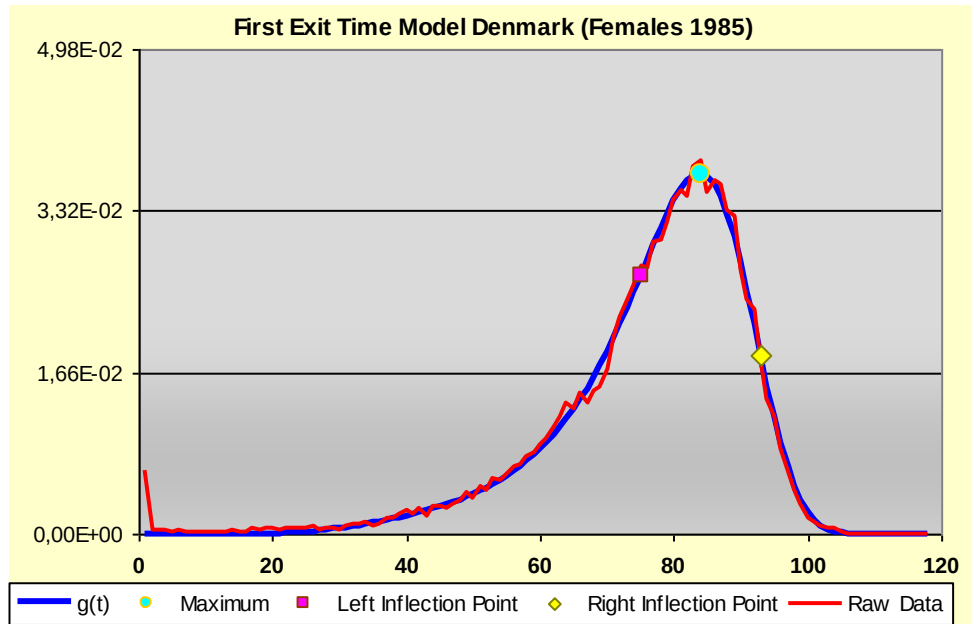
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με μεγαλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5 ($c=5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Δανίας το έτος 1985 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.3.7: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0210
l=	18,55
k=	28,73
Sum of Squared Errors=	0,0000929
Standard Error of Estimates=	0,000899
R^2=	0,994

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.3.8: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Δανίας (1985).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

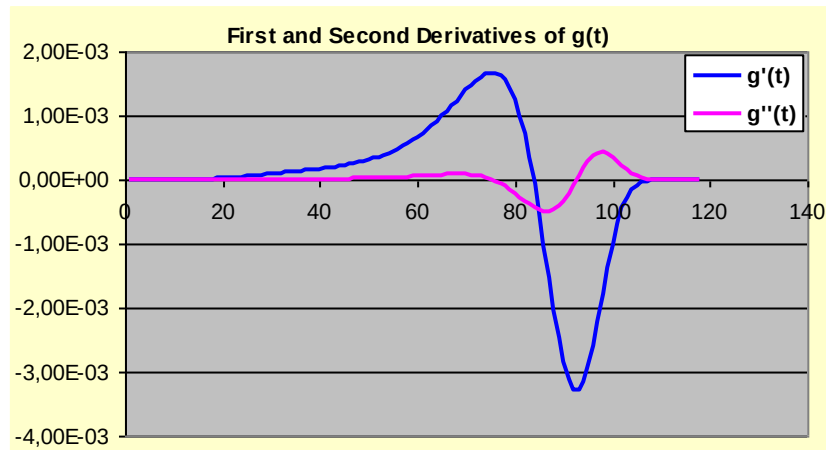
Πίνακας 7.3.8: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	84	3,69E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	75	2,651E-02	1,671E-03
Δεξιό σημείο καμπής	93	1,842E-02	-3,287E-03

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 84 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 75 ετών εντοπίζεται το αριστερό

σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 93 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Στο ακόλουθο διάγραμμα αποτυπώνονται η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της $g(t)$ $\{g'(t)$ και $g''(t)\}$.

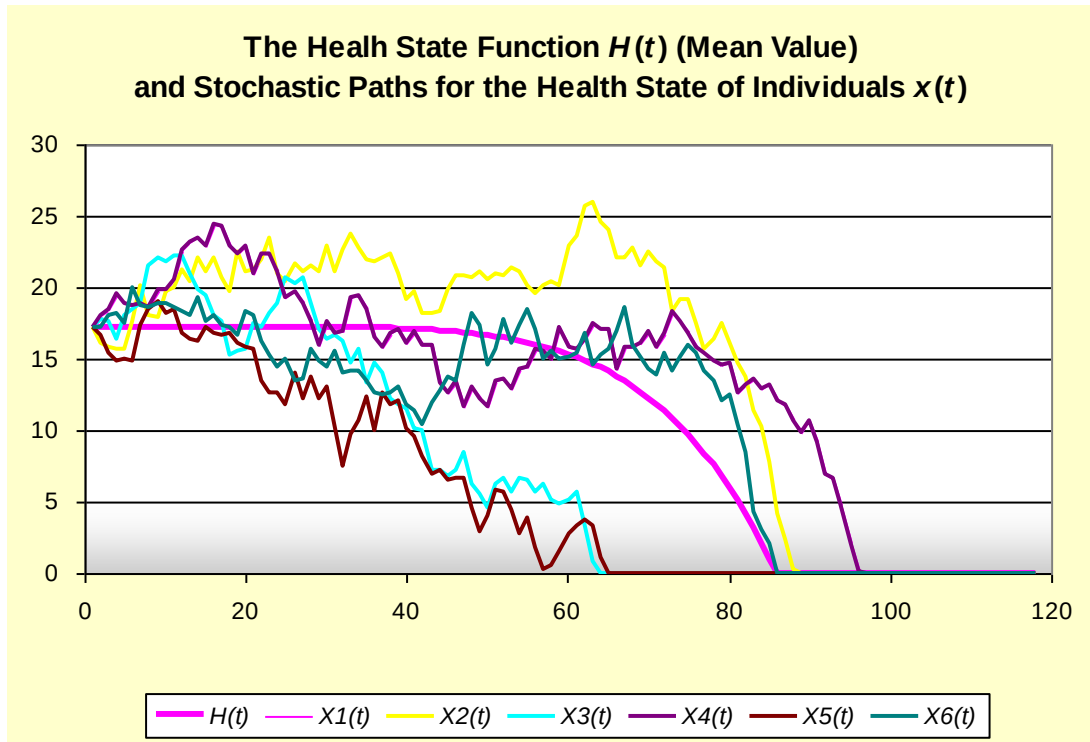


Σχήμα 7.3.9: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

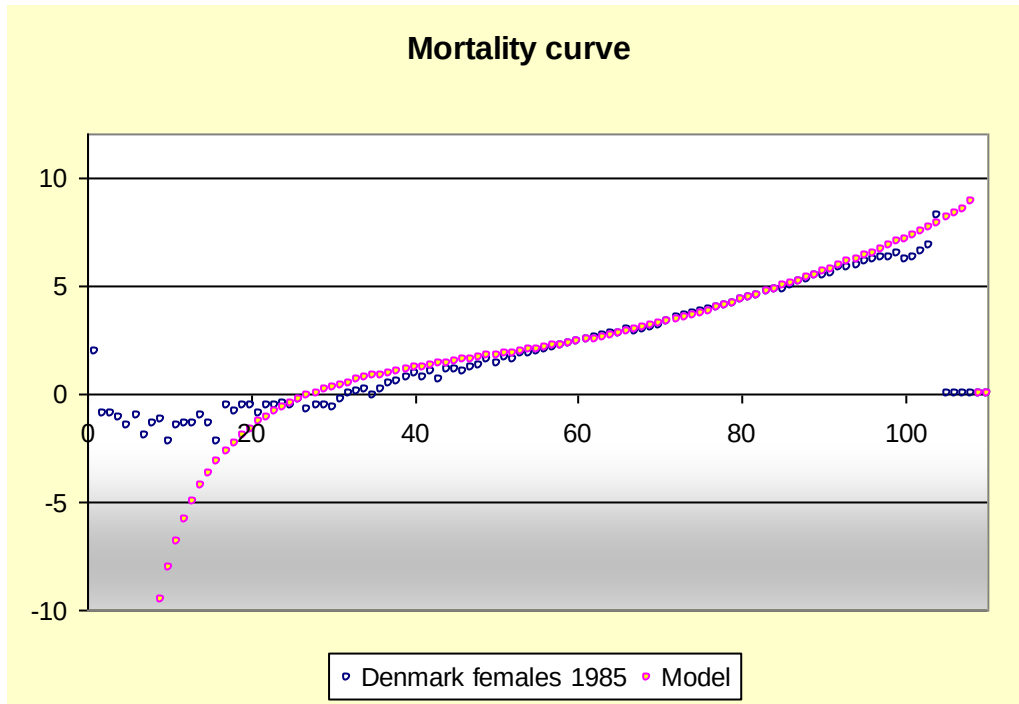
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 1,2$



Σχήμα 7.3.10: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model” για τις γυναίκες της Δανίας το έτος 1985. Η συνάρτηση θνησιμότητας για το First Exit Time Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 40 έως 100 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται μέχρι την ηλικία των 40 ετών.

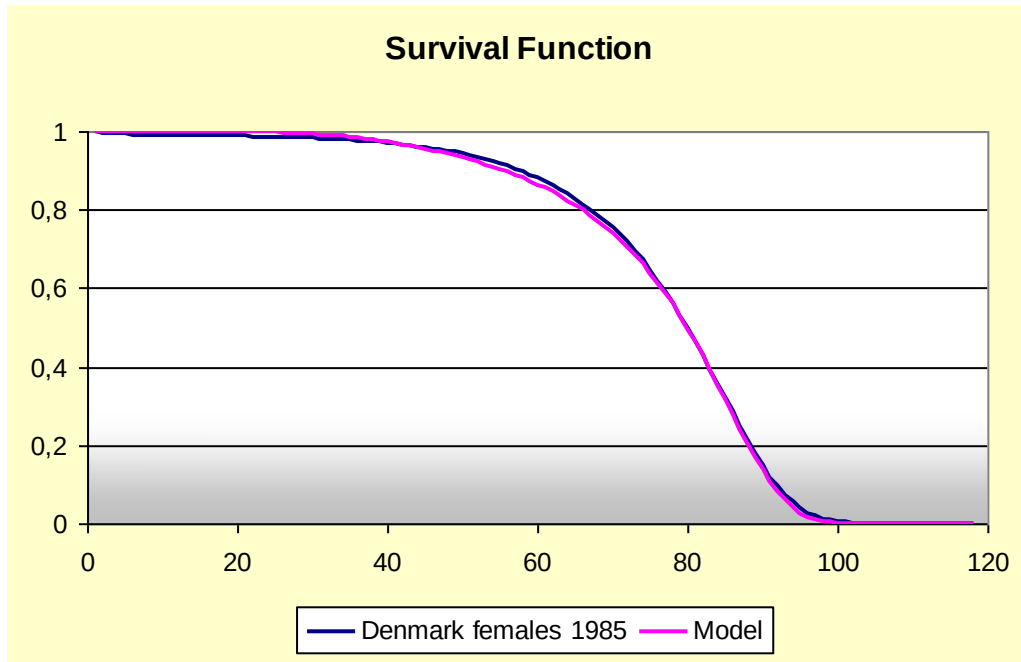


Σχήμα 7.3.11: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τις γυναίκες της Δανίας (1985).

Στο παρακάτω διάγραμμα που απεικονίζεται η καμπύλη επιβίωσης παρατηρείται ότι στην ηλικία των 60 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 91 % περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 84 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Στοιχεία με ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την ασφαλιστική επιστήμη αφού αρκετά μεγάλο ποσοστό του πληθυσμού της χώρας βρίσκεται εν ζωή και συνταξιοδοτείται για μεγάλο χρονικό διάστημα. Απόρροια της ανόδου του βιοτικού επιπέδου και της αύξησης διάρκειας ζωής (βελτίωση της κατάστασης υγείας) του πληθυσμού της χώρας.

Τέλος, δεν υπάρχει σχεδόν καμία απόκλιση των εκτιμήσεων του First Exit Time Model από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data.



Σχήμα 7.3.12: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τις γυναίκες της Δανίας (1985).

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τις γυναίκες της Δανίας το έτος 1995

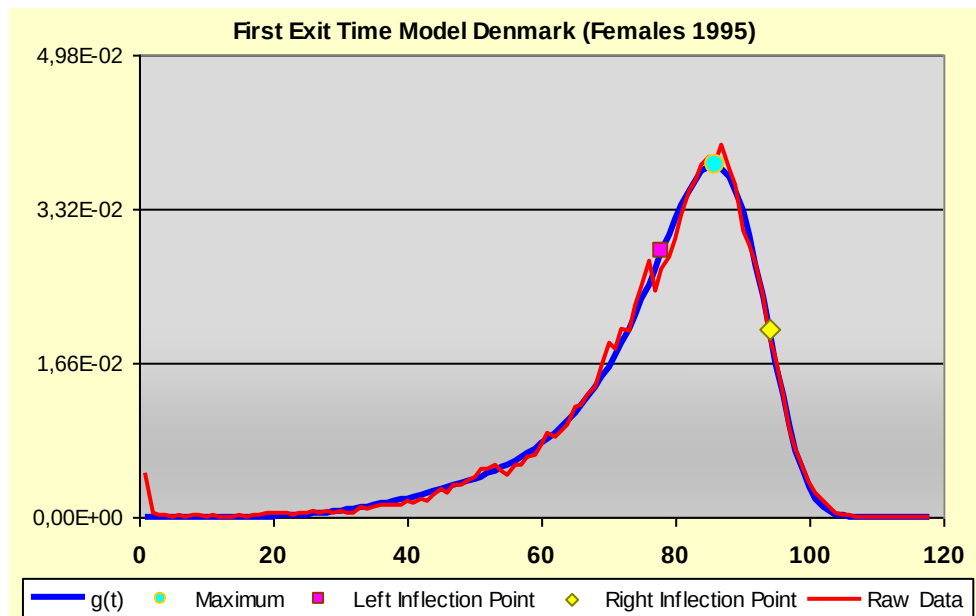
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με μεγαλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,5 ($c=5,5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Δανίας το έτος 1995 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.3.9: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0195
l=	18,32
k=	30,47
Sum of Squared Errors=	0,0000894
Standard Error of Estimates=	0,000882
R^2=	0,994

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.3.13: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Δανίας (1995).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.3.10: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	86	3,79E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	78	2,856E-02	1,756E-03
Δεξιό σημείο καμπής	94	2,017E-02	-3,648E-03

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τις γυναίκες της Δανίας το έτος 2007

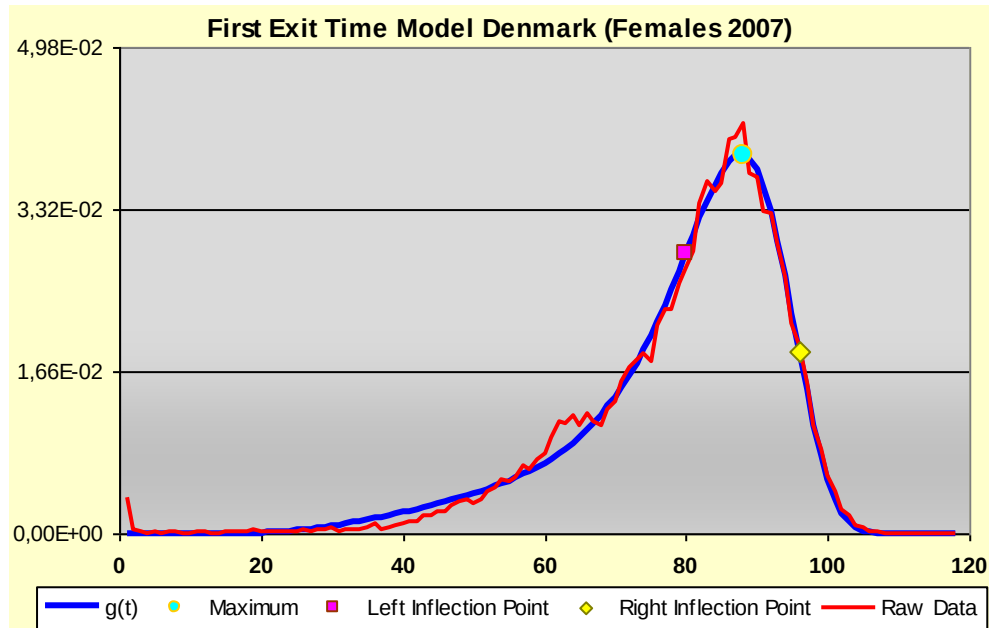
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με μεγαλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,5 ($c=5,5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Δανίας το έτος 2007 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.3.11: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0183
l=	18,20
k=	32,17
Sum of Squared Errors=	0,0001315
Standard Error of Estimates=	0,001070
R ² =	0,992

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.3.14: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Δανίας (2007).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.3.12: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	88	3,88E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	80	2,868E-02	1,839E-03
Δεξιό σημείο καμπής	96	1,861E-02	-3,971E-03

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης της Δανίας.

Γυναικείος πληθυσμός

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τις γυναίκες της Δανίας στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 (0,994 0,994 και 0,992) κοντά στη μονάδα, χαμηλό SSE, SE και για τα τρία εξεταζόμενα έτη. Το First Exit Time Model υπολογίζει με επιτυχία και την ηλικία (σημείο) που σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι για όλα τα εξεταζόμενα έτη.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει ότι για όλα τα εξεταζόμενα έτη δεν παρατηρούνται μεγάλες αποκλίσεις. Το έτος 2007 στις ηλικίες των 61-67 ετών, εντοπίζεται ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης της Δανίας με συνέπεια την απόκλιση του μοντέλου και την ύπαρξη σφαλμάτων. Στις ηλικίες αυτές (61-67) είναι άτομα που γεννήθηκαν την περίοδο του 'Β Παγκοσμίου πολέμου και προφανώς οφείλεται στην μείωση των γεννήσεων και στην αύξηση των θανάτων λόγω της εμπόλεμης κατάστασης και των συνθηκών της εποχής. Το μοντέλο ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Δανίας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο υπολογίζεται σωστά για όλα τα εξεταζόμενα έτη από το First Exit Time Model. Η πολύ καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Μελετώντας τις εκτιμήσεις του δυναμικού μοντέλου για τις γυναίκες και τους άνδρες διαπιστώνουμε ότι οι πληθυσμοί των δύο φύλων με την πάροδο του χρόνου σημειώνουν αύξηση στη διάρκεια ζωής τους με τις γυναίκες όμως να ζουν περισσότερο. Αναλυτικότερα ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας στον γυναικείο πληθυσμό για τα έτη 1985, 1995 και 2007 εντοπίζεται στις ηλικίες των 84, 86 και 88 ετών αντίστοιχα, ενώ για τους άνδρες στην ηλικία των 77 ετών για το έτος 1985, 80 για το 1995 και στα 82 για το 2007.

7.4 ΓΕΡΜΑΝΙΑ

Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Γερμανίας

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Γερμανίας (άνδρες και γυναίκες) κατά τα έτη 1991-1998-2004. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Για την εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού της Γερμανίας, και για τον υπολογισμό των σχετικών παραμέτρων του μοντέλου και των σφαλμάτων με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, θέτω τις εξής αρχικές συνθήκες για όλα τα εξεταζόμενα έτη:

Αρχικές τιμές παραμέτρων:

$$b=0,02, l=20, k=25$$

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 1991

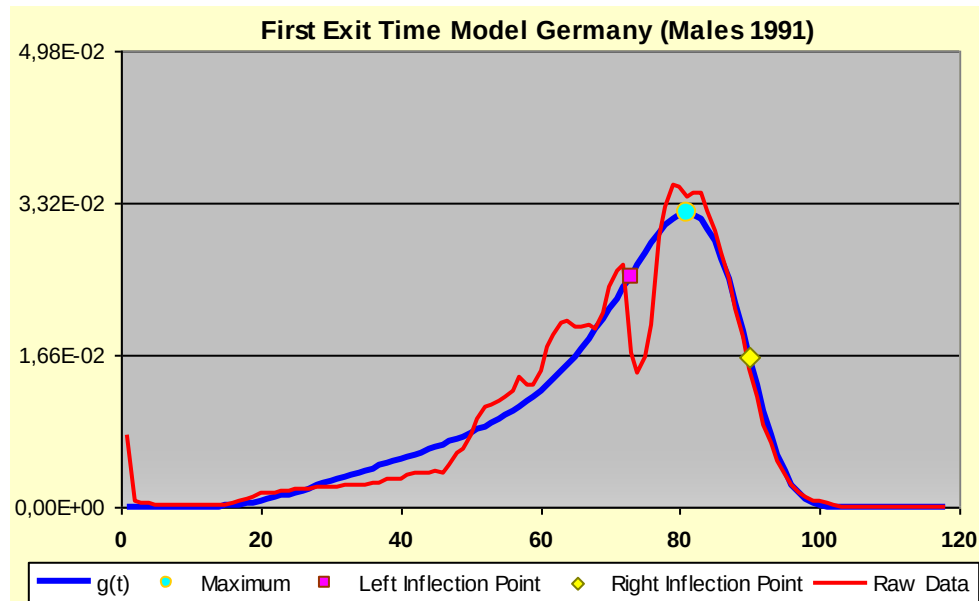
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,7 ($c=5,7$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 1991 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.4.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R²

Estimated Parameters	
b=	0,0196
l=	15,45
k=	23,79
Sum of Squared Errors=	
0,0007849	
Standard Error of Estimates=	
0,002613	
R^2=	
0,938	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 4.4.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Γερμανίας (1991).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$\text{Όπου } A' = \left\{ (3/2)/t^2 - l^2/t^3 + (c-1)(c-2)lb^ct^{c-3} - (c-1)(2c-1)b^{2c}t^{2c-3} \right\}$$

$$\text{και } g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

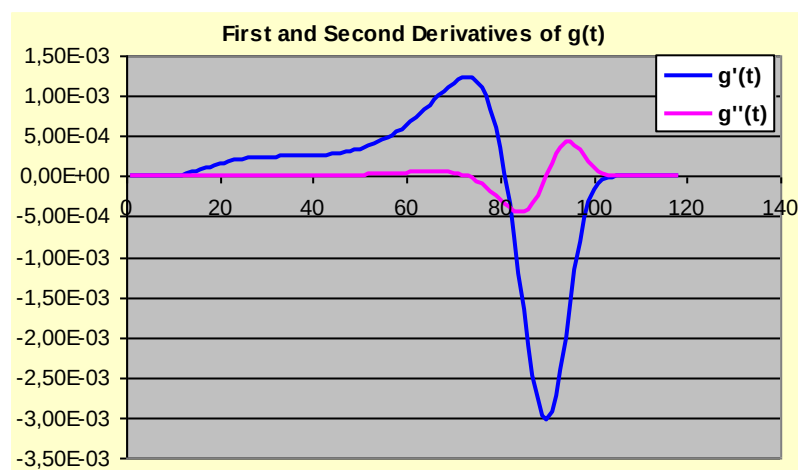
Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.4.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	81	3,21E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	73	2,519E-02	1,234E-03
Δεξιό σημείο καμπής	90	1,627E-02	-3,023E-03

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 81 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 73 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 90 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Στο ακόλουθο διάγραμμα αποτυπώνονται η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της $g(t)$ $\{g'(t)$ και $g''(t)\}$.

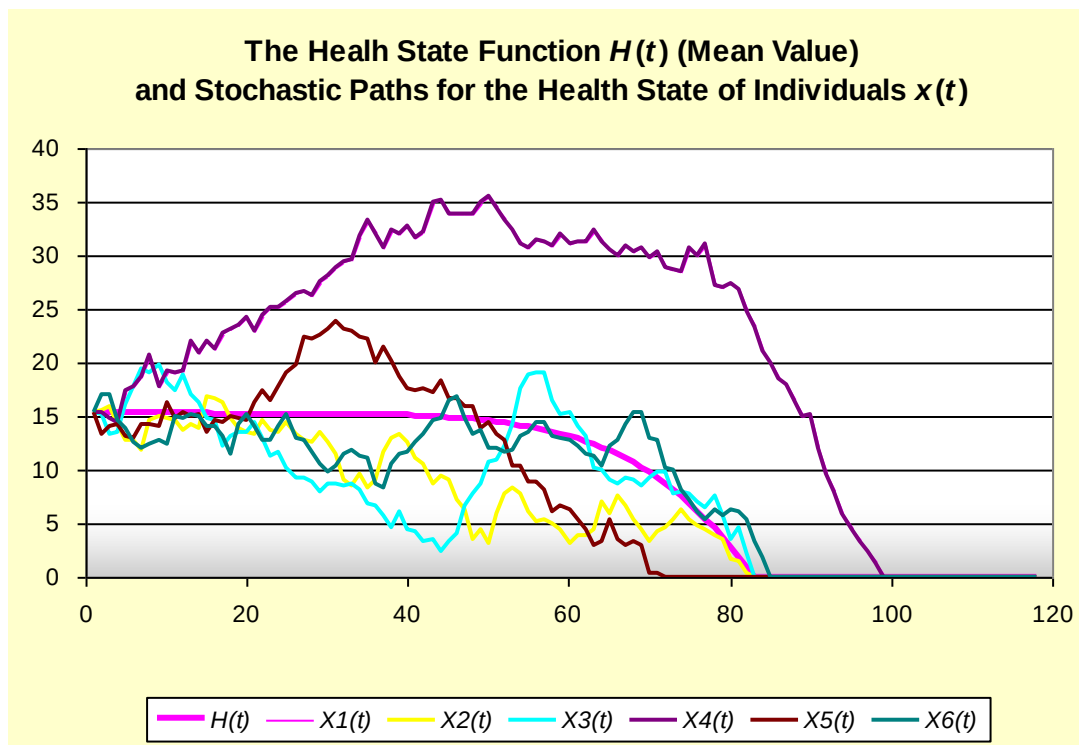


Σχήμα 7.4.2: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

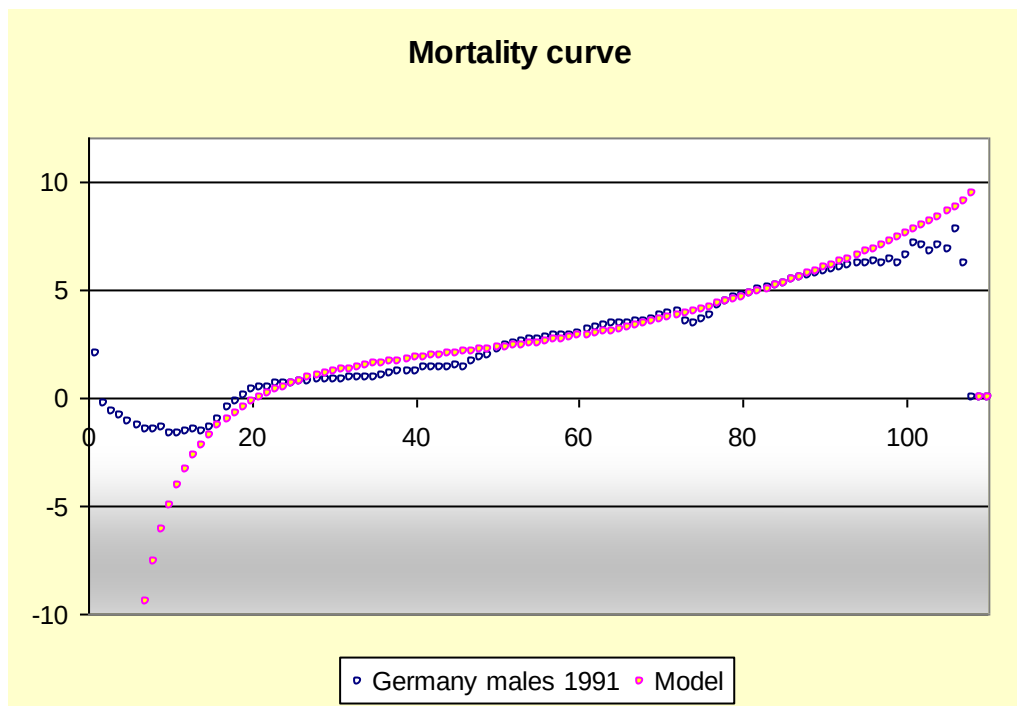
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 1,2$



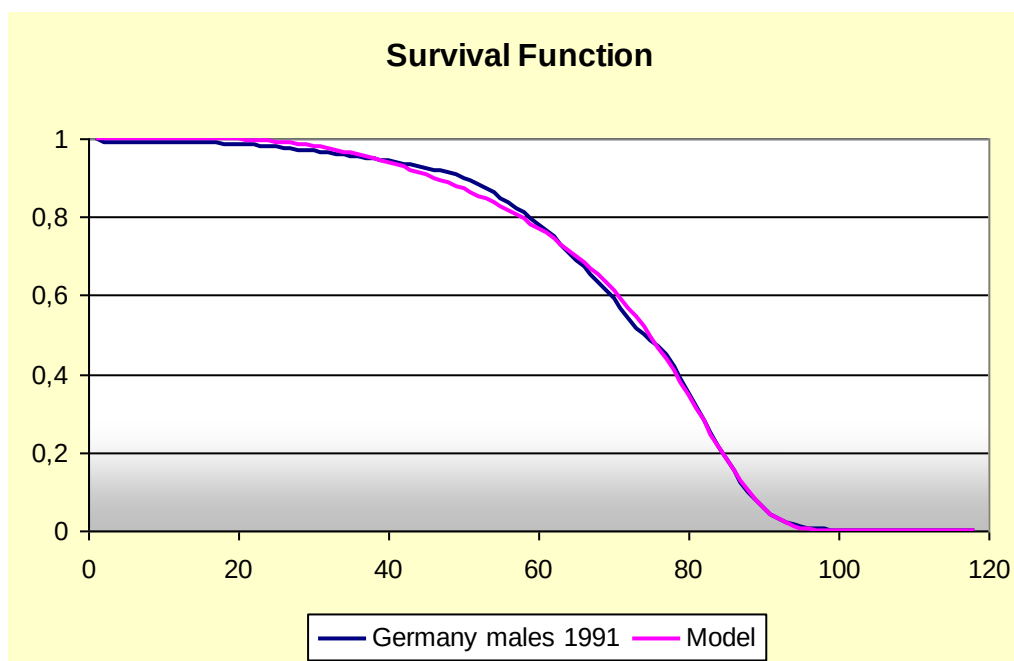
Σχήμα 7.4.3: H συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model” για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 1991. Η συνάρτηση θνησιμότητας για το First Exit Time Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 20 έως 90 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 0-20 και 95-100 ετών.



Σχήμα 7.4.4: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τους άνδρες της Γερμανίας (1991).

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 1991.



Σχήμα 7.4.5: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τους άνδρες της Γερμανίας (1991).

Παρατηρείται ότι στην ηλικία των 62 ετών οι ζώντες είναι το 81% περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 75 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Ελάχιστες αποκλίσεις των εκτιμήσεων του First Exit Time Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 42-58 ετών.

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 1998

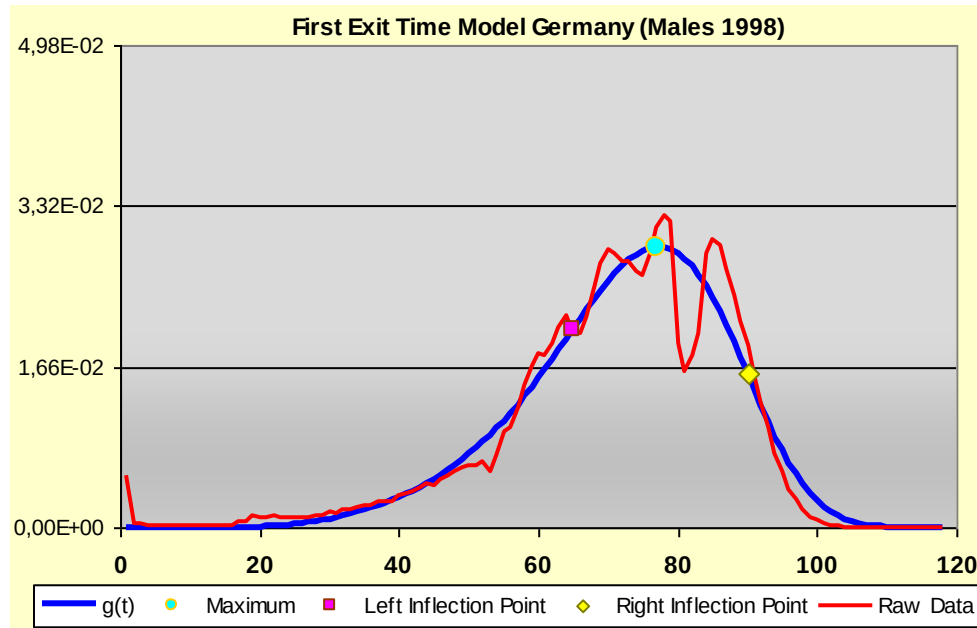
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 3,4 ($c=3,4$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 1998 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.4.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0291
l=	17,81
k=	20,28
Sum of Squared Errors=	0,0007317
Standard Error of Estimates=	0,002522
R^2=	0,941

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.4.6: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Γερμανίας (1998).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.4.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	77	2,90E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	65	2,048E-02	1,034E-03
Δεξιό σημείο καμπής	90	1,585E-02	-1,689E-03

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 2004

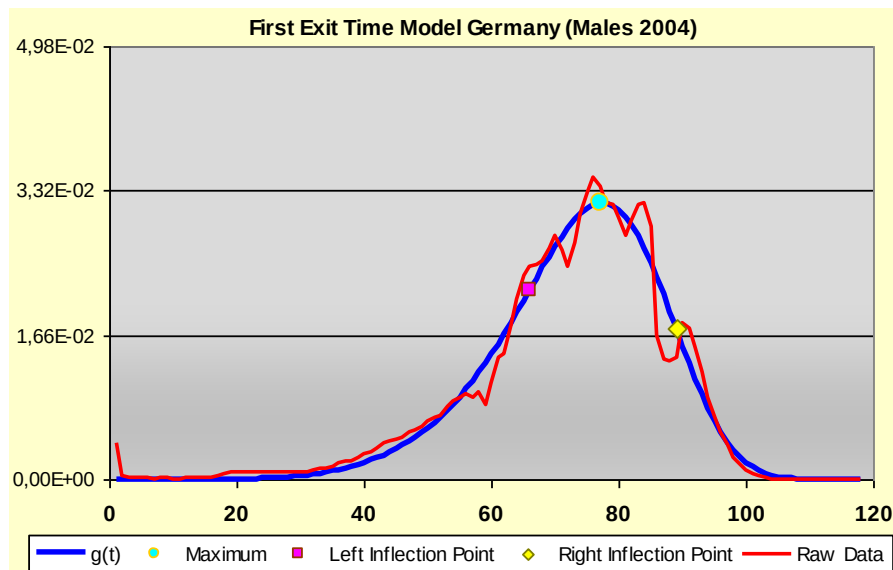
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 3,4 ($c=3,4$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.4.5: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0299
l=	19,29
k=	22,15
Sum of Squared Errors=	0,0004160
Standard Error of Estimates=	0,001902
R²=	0,970

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.4.7: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Γερμανίας (2004).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.4.6: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	77	3,17E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	66	2,180E-02	1,296E-03
Δεξιό σημείο καμπής	89	1,734E-02	-2,007E-03

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης της Γερμανίας.

Ανδρικός πληθυσμός

Μελετώντας τα αποτελέσματα της εφαρμογής του μοντέλου στα δεδομένα επιβίωσης της Γερμανίας διαπιστώνουμε σε αρκετά σημεία αποκλίσεις λόγω της μεγάλης ανομοιομορφίας των δεδομένων. Είναι εμφανής η μεγάλη έκταση των καταστρεπτικών αποτελεσμάτων του Α και Β παγκοσμίου πολέμου. Πόλεμοι που είχαν ως αποτέλεσμα πολύ μεγάλο αριθμό θανάτων από πολεμικές δραστηριότητες και κακουχίες, αλλά και σημαντική μείωση του αριθμού των γεννήσεων τις περιόδους εκείνες.

Έχοντας υπολογίσει τις σχετικές παραμέτρους του μοντέλου παρατηρείται την βαθμιαία αύξηση της παραμέτρου l η οποία σχετίζεται άμεσα με την έννοια του επιπέδου υγείας του πληθυσμού. Η παράμετρος l από 15,45 που υπολογίστηκε για το έτος 1991 αυξήθηκε σε 17,81 το 1998 και υπολογίστηκε 19,29 για το

έτος 2004. Ένδειξη ότι το επίπεδο υγείας του ανδρικού πληθυσμού της Γερμανίας βελτιώνεται με την πάροδο των ετών.

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τους άνδρες της Γερμανίας στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 (0,938 , 0,941 και 0,970), χαμηλό SSE και SE και για τα τρία εξεταζόμενα έτη. Το First Exit Time Model υπολογίζει με επιτυχία και την ηλικία (σημείο) που σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι για όλα τα εξεταζόμενα έτη.

Αποκλίσεις για όλα τα εξεταζόμενα έτη, παρατηρούνται στις ηλικίες 17-25 στις οποίες όπως έχουμε επισημάνει στις περισσότερες χώρες παρατηρείται υψηλή αύξηση της θνησιμότητας λόγω των δραστηριοτήτων και του τρόπου ζωής των ανδρών. Στη συνέχεια, η αυξημένη αυτή θνησιμότητα παραμένει σταθερή για κάποια έτη μέχρι την ηλικία των 40-45 ετών και έκτοτε αρχίζει να ακολουθεί πάλι αυξητική πορεία.

Αξιοσημείωτη κρίνεται η απότομη πτώση «βύθιση» στην καμπύλη θνησιμότητας για το 1991 στις ηλικίες των 43-49 ετών περίπου, στις οποίες παρατηρείται και απόκλιση του μοντέλου. Οι άνδρες των ηλικιών αυτών το 1991 γεννήθηκαν την περίοδο του 'Β Παγκοσμίου Πολέμου. Η απότομη πτώση του αριθμού των θανάτων των ανδρών αυτών των ηλικιών παραθέτει σε μείωση των γεννήσεων την περίοδο του πολέμου σε σχέση με τα υπόλοιπα έτη, με αποτέλεσμα τον μικρότερο αριθμό ατόμων ηλικιών 43-49 ετών σε σχέση με άλλα έτη, άρα και μικρότερο πλήθος θανάτων στην ηλικία των 43-49 για το έτος 1991. Η απότομη αυτή πτώση μετατοπίζεται προς τα δεξιά για τα επόμενα χρόνια και εντοπίζεται και το 1998 στις ηλικίες 50-53 ετών και το 2004 στα άτομα ηλικίας 57-59 ετών.

Επιπρόσθετα, για το έτος 1991 στις ηλικίες 74-76 ετών, εντοπίζεται ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης με συνέπεια την απόκλιση του μοντέλου και την ύπαρξη σφαλμάτων. Τα άτομα αυτά γεννήθηκαν την περίοδο του Α Παγκόσμιου πολέμου και προφανώς οι αυξομειώσεις αυτές οφείλονται στην μείωση των γεννήσεων κατά τον πόλεμο και σε πιθανά δημογραφικά σφάλματα λόγω πολέμου. Το φαινόμενο αυτό μετατοπίζεται προς τα δεξιά με την πάροδο του χρόνου και εντοπίζεται το 1998 στην ηλικία των 81 ετών και το 2004 στις ηλικίες των 88-89 ετών.

Γυναικείος πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 1991

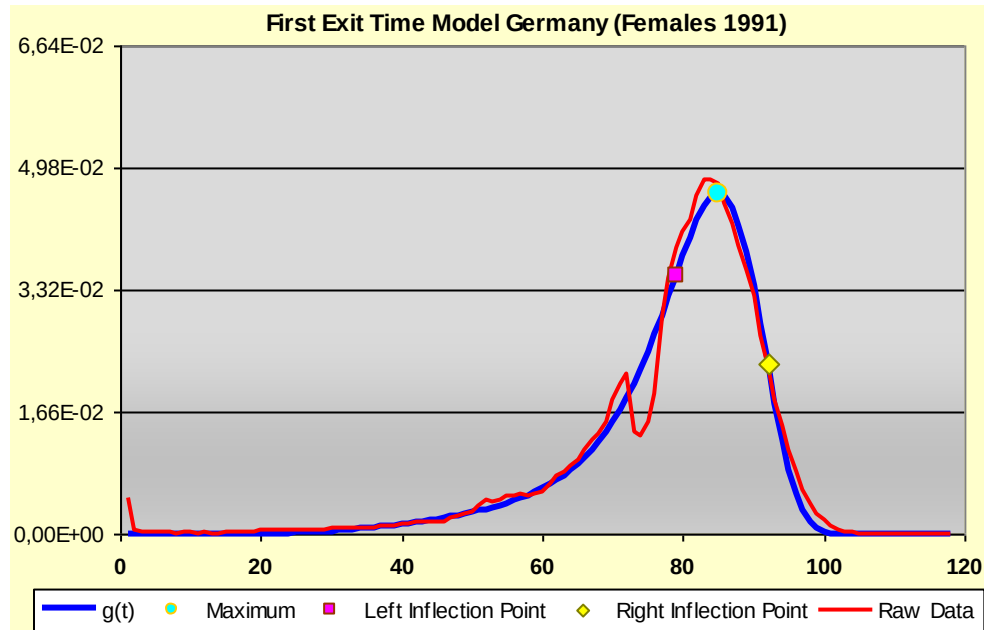
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 6,2 ($c=6,2$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 1991 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.4.7: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0188
l=	19,58
k=	36,60
Sum of Squared Errors=	0,0004899
Standard Error of Estimates=	0,002064
R ² =	0,977

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.4.9: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Γερμανίας (1991).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$\text{Όπου } A' = \left\{ (3/2)/t^2 - l^2/t^3 + (c-1)(c-2)lb^ct^{c-3} - (c-1)(2c-1)b^{2c}t^{2c-3} \right\}$$

$$\text{και } g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

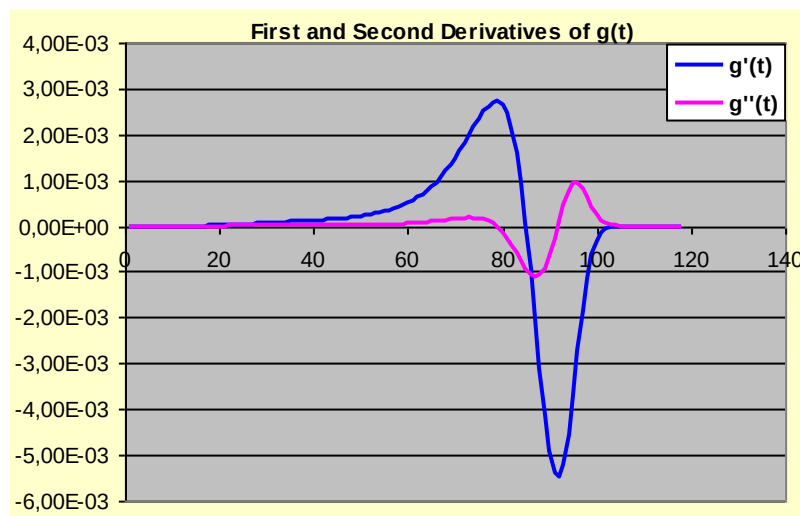
Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.4.8: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	85	4,63E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	79	3,502E-02	2,725E-03
Δεξιό σημείο καμπής	92	2,305E-02	-5,490E-03

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 85 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 79 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 92 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Στο ακόλουθο διάγραμμα αποτυπώνονται η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της $g(t)$ $\{g'(t)$ και $g''(t)\}$.

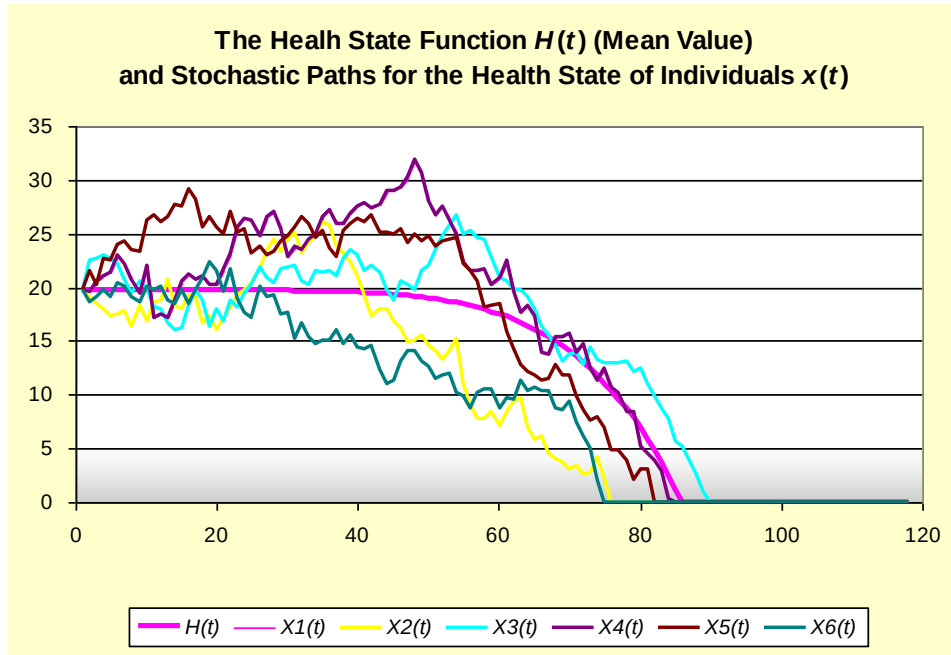


*Σχήμα 7.4.10: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας
πιθανότητας, $g(t)$*

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

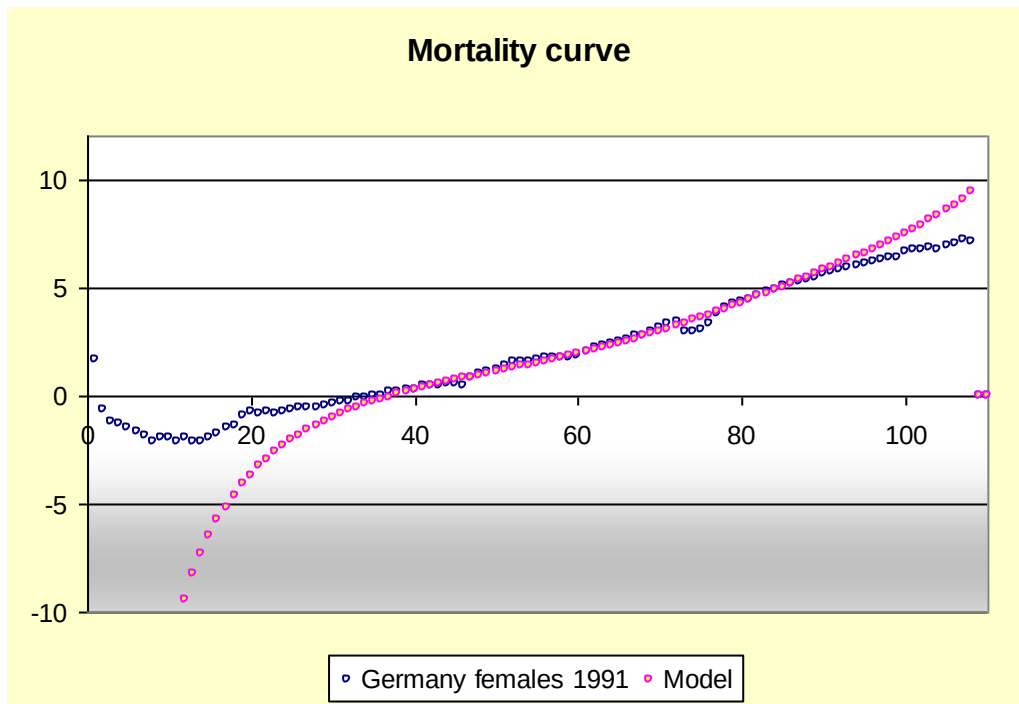
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 1,2$



Σχήμα 7.4.11: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model” για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 1991. Η συνάρτηση θνησιμότητας για το First Exit Time Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 40 έως 95 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται μέχρι την ηλικία των 40 ετών και από τα 95 και έπειτα μέχρι το τέλος.

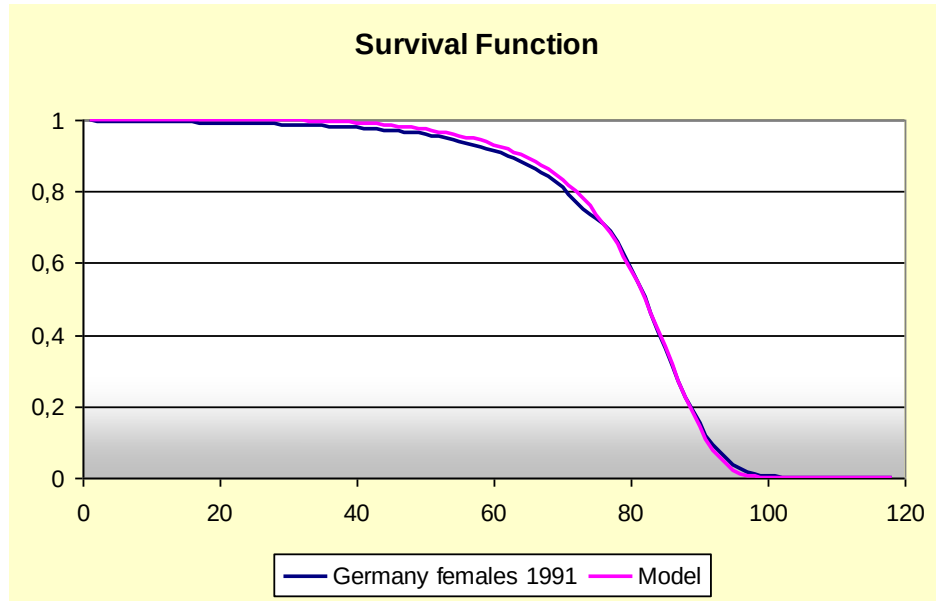


Σχήμα 7.4.12: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τις γυναίκες της Γερμανίας (1991).

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 1991.

Παρατηρείται ότι στην ηλικία των 60 ετών οι ζώντες είναι το 93% περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 84 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Αποκλίσεις των εκτιμήσεων του First Exit Time Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες ανάμεσα στα 40-77 έτη.



Σχήμα 7.4.13: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τις γυναίκες της Γερμανίας (1991).

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 1998

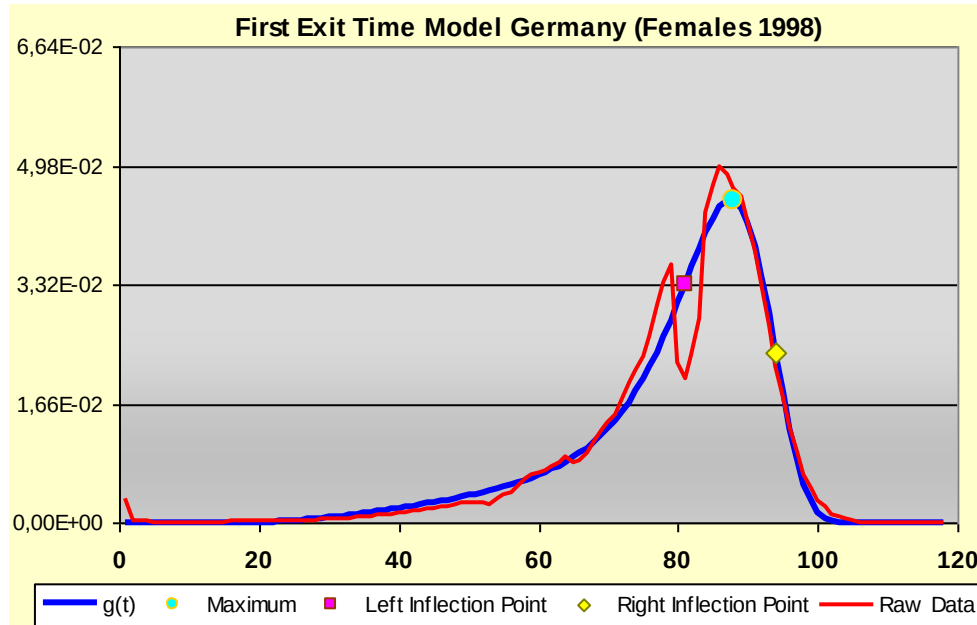
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 6,9 ($c=6,9$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 1998 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.4.9: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0173
l=	18,60
k=	37,10
Sum of Squared Errors=	0,0008349
Standard Error of Estimates=	0,002694
R²=	0,959

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.4.14: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Γερμανίας (1998).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.4.10: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	88	4,49E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	81	3,317E-02	2,544E-03
Δεξιό σημείο καμπής	94	2,371E-02	-5,594E-03

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 2004

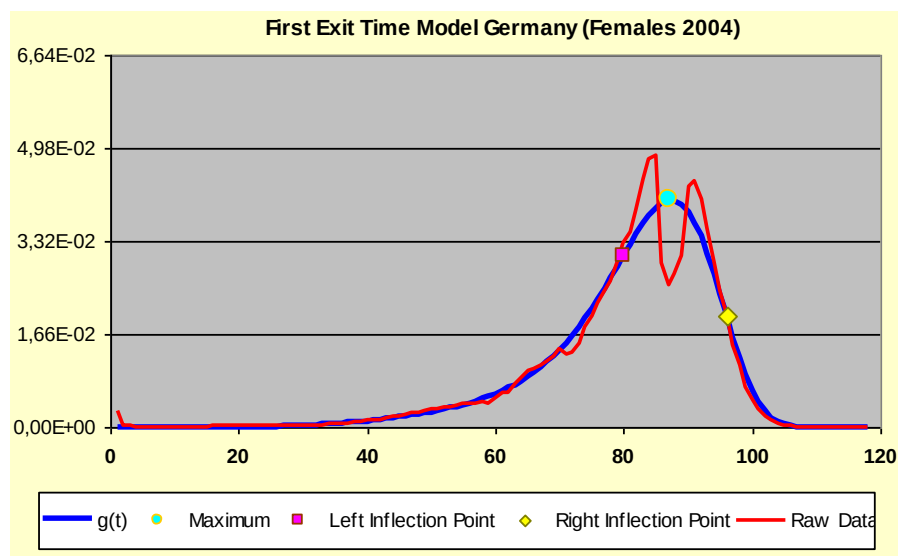
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,3 ($c=5,3$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.4.11: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0198
l=	19,82
k=	33,48
Sum of Squared Errors=	0,0010930
Standard Error of Estimates=	0,003083
R²=	0,944

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.4.15: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Γερμανίας (2004).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμψής τους.

Πίνακας 7.4.12: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμψής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	87	4,05E-02	0
Αριστερό σημείο καμψής	80	3,063E-02	2,007E-03
Δεξιό σημείο καμψής	96	1,978E-02	-3,865E-03

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης της Γερμανίας.

Γυναικείος πληθυσμός

Έχοντας υπολογίσει τις σχετικές παραμέτρους του μοντέλου παρατηρείται την βαθμιαία αύξηση της παραμέτρου l η οποία σχετίζεται άμεσα με την έννοια του επιπέδου υγείας του πληθυσμού. Η παράμετρος l από 19,58 που υπολογίστηκε για το έτος 1991 αυξήθηκε σε 19,82 για το έτος 2004. Ένδειξη ότι το επίπεδο υγείας του γυναικείου πληθυσμού της Γερμανίας βελτιώνεται με την πάροδο των ετών.

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τις γυναίκες της Γερμανίας στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 (0,977, 0,959 και 0,944), χαμηλό SSE και SE και για τα τρία εξεταζόμενα έτη.

Αξιοσημείωτη κρίνεται η απότομη πτώση «βύθιση» στην καμπύλη θνησιμότητας για το έτος 1991 στις ηλικίες 74-75 ετών, εντοπίζεται ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης με συνέπεια την απόκλιση του μοντέλου και την ύπαρξη σφαλμάτων. Τα άτομα αυτά γεννήθηκαν την περίοδο του Α Παγκόσμιου πόλεμου και κοντά στην περίοδο που ξέσπασε η ισπανική γρίπη στην Ευρώπη. Προφανώς οι αυξομειώσεις αυτές οφείλονται στην μείωση των γεννήσεων κατά τον πόλεμο και στην αυξημένη θνησιμότητα λόγω των κακουχιών και των εχθροπραξιών. Το φαινόμενο αυτό μετατοπίζεται προς τα δεξιά με την πάροδο του χρόνου και εντοπίζεται το 1998 στην ηλικία των 81 ετών και το 2004 στις ηλικίες των 87 ετών.

Σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του δυναμικού μοντέλου για τις γυναίκες και τους άνδρες διαπιστώνουμε ότι οι γυναίκες ζουν περισσότερο. Αναλυτικότερα ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας στον γυναικείο πληθυσμό για τα έτη 1991, 1998 και 2004 εντοπίζεται στις ηλικίες των 85, 88 και 87 ετών αντίστοιχα, ενώ για τους άνδρες στην ηλικία των 81 ετών για το έτος 1991, 77 για το 1998 και στα 77 για το 2004.

Χώρες Ανατολικής Ευρώπης

Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών της Ανατολικής Ευρώπης.

Η χώρα της Ανατολικής Ευρώπης που επελέγη στο κεφάλαιο αυτό για ανάλυση και σχολιασμό είναι η Ρωσία για τους άνδρες και για τις γυναίκες τα έτη είναι 1985, 2005, 2006. Η εφαρμογή και τα αποτελέσματα του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης των υπόλοιπων χωρών της Ανατολικής Ευρώπης, των οποίων τη θνησιμότητα την αναλύσαμε μέσω των δεδομένων επιβίωσης τους σε προηγούμενο κεφάλαιο, βρίσκονται στο Παράρτημα.

7.5 ΡΩΣΙΑ

Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ρωσίας

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Ρωσίας (άνδρες και γυναίκες) κατά τα έτη 1985-2005-2006. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Για την εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού της Ρωσίας, και για τον υπολογισμό των σχετικών παραμέτρων του μοντέλου και των σφαλμάτων με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, θέτω τις εξής αρχικές συνθήκες για όλα τα εξεταζόμενα έτη:

Αρχικές τιμές παραμέτρων:

$$b=0,02, l=20, k=25$$

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Ρωσίας το έτος 1985

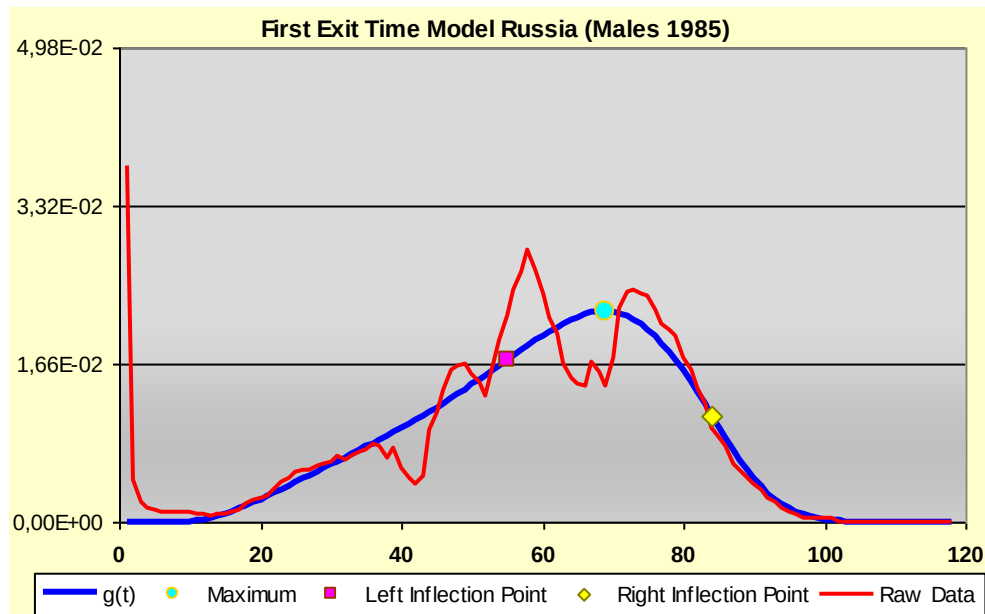
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 3,7 ($c=3,7$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ρωσίας το έτος 1985 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.5.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0273
l=	12,96
k=	13,29
Sum of Squared Errors=	
0,0023086	
Standard Error of Estimates=	
0,004480	
R^2=	
0,739	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.5.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ρωσίας (1985).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$\text{Όπου } A' = \left\{ (3/2)/t^2 - l^2/t^3 + (c-1)(c-2)lb^ct^{c-3} - (c-1)(2c-1)b^{2c}t^{2c-3} \right\}$$

$$\text{και } g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

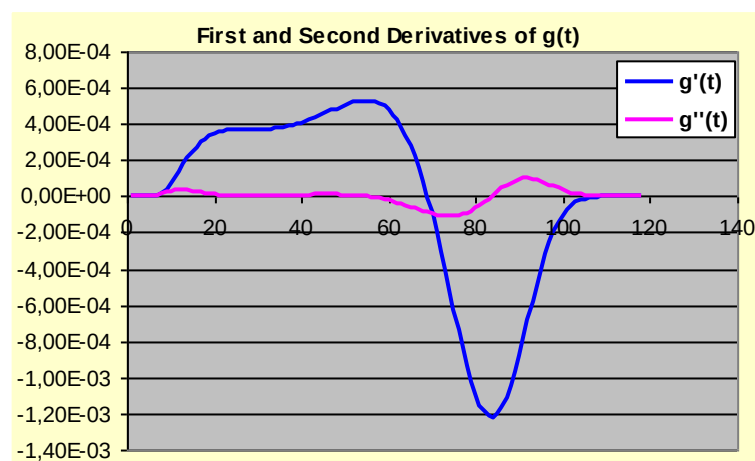
Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.5.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	69	2,21E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	55	1,699E-02	5,278E-04
Δεξιό σημείο καμπής	84	1,114E-02	-1,219E-03

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 69 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 55 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 84 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Στο ακόλουθο διάγραμμα αποτυπώνονται η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της $g(t)$ $\{g'(t)$ και $g''(t)\}$.

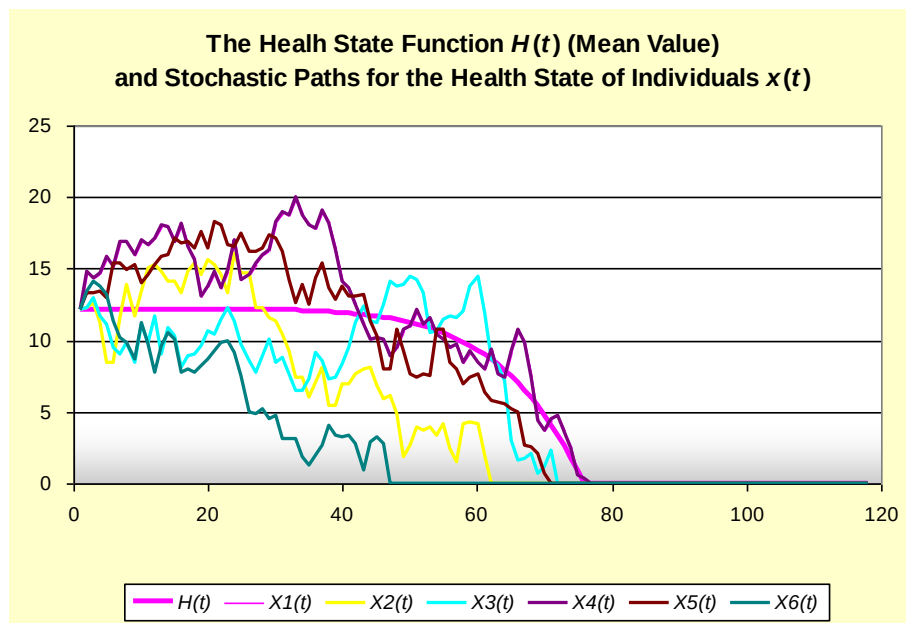


Σχήμα 7.5.2: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας, $g(t)$

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 1,2$



Σχήμα 7.5.3: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Ρωσίας το έτος 2005

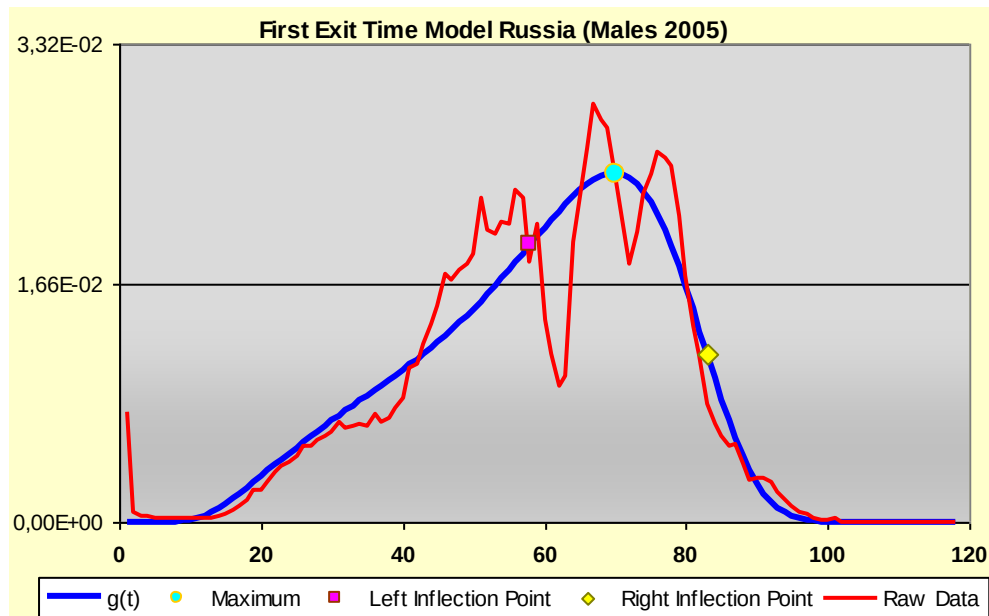
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 4,3 ($c=4,3$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ρωσίας το έτος 2005 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.5.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0247
l=	12,62
k=	14,65
Sum of Squared Errors=	0,0010147
Standard Error of Estimates=	0,002970
R^2=	0,891

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.5.4: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ρωσίας (2005).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.5.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	70	2,42E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	58	1,924E-02	5,964E-04
Δεξιό σημείο καμπής	83	1,164E-02	-1,597E-03

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Ρωσίας το έτος 2006

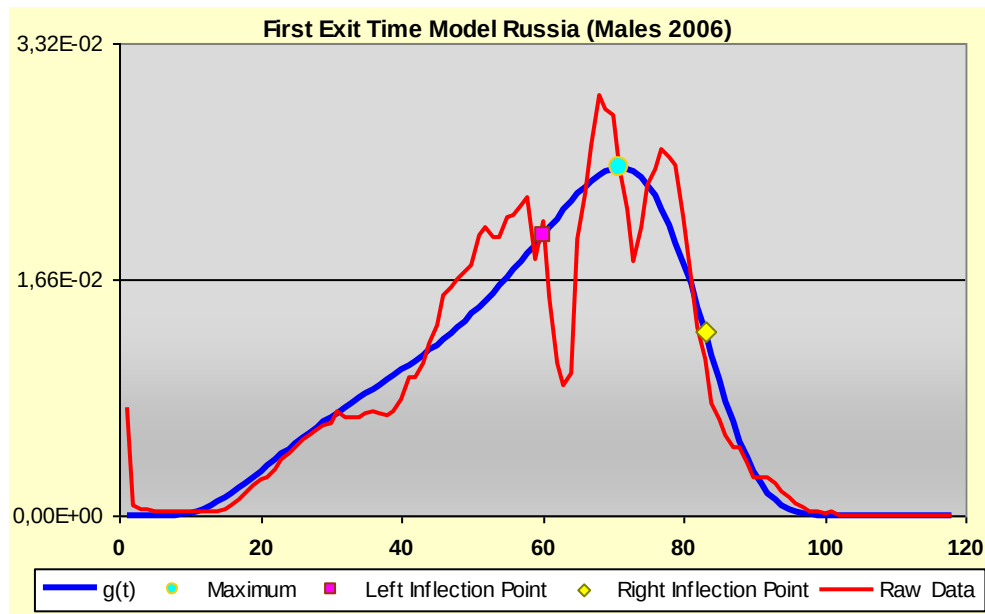
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 4,5 ($c=4,5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ρωσίας το έτος 2006 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.5.5: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0237
l=	12,68
k=	15,11
Sum of Squared Errors=	0,0009872
Standard Error of Estimates=	0,002930
R^2=	0,894

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.5.5: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ρωσίας (2006).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.5.6: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	71	2,44E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	60	1,966E-02	6,115E-04
Δεξιό σημείο καμπής	83	1,295E-02	-1,685E-03

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ρωσίας.

Ανδρικός πληθυσμός

Μελετώντας τα αποτελέσματα της εφαρμογής του μοντέλου στα δεδομένα επιβίωσης της Ρωσίας διαπιστώνουμε σε αρκετά σημεία αποκλίσεις λόγω της μεγάλης ανομοιομορφίας των δεδομένων. Είναι εμφανής η μεγάλη έκταση των καταστρεπτικών αποτελεσμάτων του Α και Β παγκοσμίου πολέμου. Πόλεμοι που είχαν ως αποτέλεσμα πολύ μεγάλο αριθμό θανάτων από πολεμικές δραστηριότητες και κακουχίες, αλλά και σημαντική μείωση του αριθμού των γεννήσεων τις περιόδους εκείνες.

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι παρόλο την μεγάλη ανομοιομορφία των δεδομένων είναι καλή, με υψηλό R^2 και για τα τρία εξεταζόμενα έτη.

Αρκετοί από τους λόγους που προκαλούν τα σφάλματα που υπολογίζονται με την μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, εντοπίζονται με σχετική ευκολία στα σχετικά διαγράμματα. Ένας από του λόγους αυτούς όπως παρατηρείται στα διαγράμματα είναι η βρεφική θνησιμότητα η οποία ενώ παρουσιάζει σημαντική μείωση τα τελευταία χρόνια, συνεχίζει να είναι υπαρκτή έστω και σε χαμηλά επίπεδα.

Αποκλίσεις για όλα τα εξεταζόμενα έτη, παρατηρούνται στις ηλικίες 17-25 στις οποίες όπως έχουμε επισημάνει στις περισσότερες χώρες παρατηρείται υψηλή αύξηση της θνησιμότητας λόγω των δραστηριοτήτων και του τρόπου ζωής των ανδρών. Στη συνέχεια, η αυξημένη αυτή θνησιμότητα παραμένει σταθερή για κάποια έτη μέχρι την ηλικία των 40-45 ετών και έκτοτε αρχίζει να ακολουθεί πάλι αυξητική πορεία.

Αξιοσημείωτη κρίνεται η απότομη πτώση «βύθιση» στην καμπύλη θνησιμότητας για το 1985 στις ηλικίες των 38-43 ετών περίπου, στις οποίες παρατηρείται και απόκλιση του μοντέλου. Οι άνδρες των ηλικιών 38-43 ετών το 1985 γεννήθηκαν την περίοδο του Β Παγκοσμίου Πολέμου. Η απότομη πτώση του αριθμού των θανάτων των ανδρών αυτών των ηλικιών παραθέτει σε μείωση των γεννήσεων την περίοδο του πολέμου σε σχέση με τα υπόλοιπα έτη,

με αποτέλεσμα τον μικρότερο αριθμό ατόμων ηλικιών 38-43 ετών σε σχέση με άλλα έτη, άρα και μικρότερο πλήθος θανάτων στην ηλικία των 38-43 για το έτος 1985. Η απότομη αυτή πτώση μετατοπίζεται προς τα δεξιά για τα επόμενα χρόνια και εντοπίζεται και το 2005 στις ηλικίες 59-65 ετών και το 2006 στα άτομα ηλικίας 61-66 ετών.

Επιπροσθέτως, για το έτος 1985 στις ηλικίες 62-69 ετών, εντοπίζεται ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης με συνέπεια την απόκλιση του μοντέλου και την ύπαρξη σφαλμάτων. Τα άτομα αυτά γεννήθηκαν την περίοδο του Α Παγκόσμιου πόλεμου και προφανώς οι αυξομειώσεις αυτές οφείλονται στην μείωση των γεννήσεων κατά τον πόλεμο και σε πιθανά δημογραφικά σφάλματα λόγω πολέμου. Το φαινόμενο αυτό μετατοπίζεται προς τα δεξιά με την πάροδο του χρόνου, προκαλώντας μικρές αποκλίσεις και στον υπολογισμό του έτους της ηλικίας που σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι.

Γυναικείος πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τις γυναίκες της Ρωσίας το έτος 1986

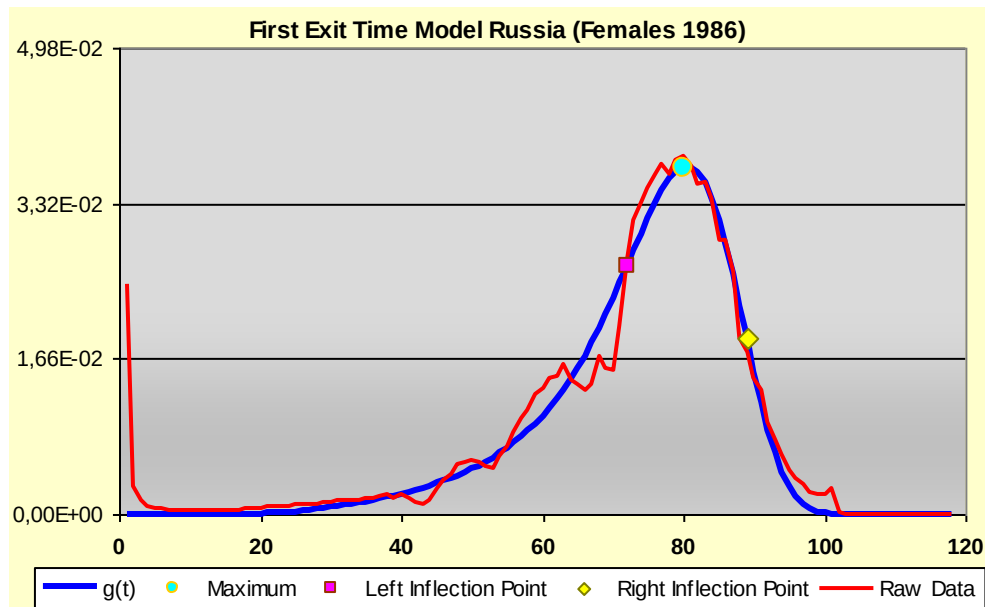
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,1 ($c=5,1$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ρωσίας το έτος 1986 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.5.7: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R²

Estimated Parameters	
b=	0,0216
l=	18,09
k=	27,10
Sum of Squared Errors=	
0,0009554	
Standard Error of Estimates=	
0,002882	
R^2=	
0,939	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.5.6: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ρωσίας (1986).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^c t^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c} t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$\text{Όπου } A' = \left\{ (3/2)/t^2 - l^2/t^3 + (c-1)(c-2)lb^c t^{c-3} - (c-1)(2c-1)b^{2c} t^{2c-3} \right\}$$

$$\text{και } g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

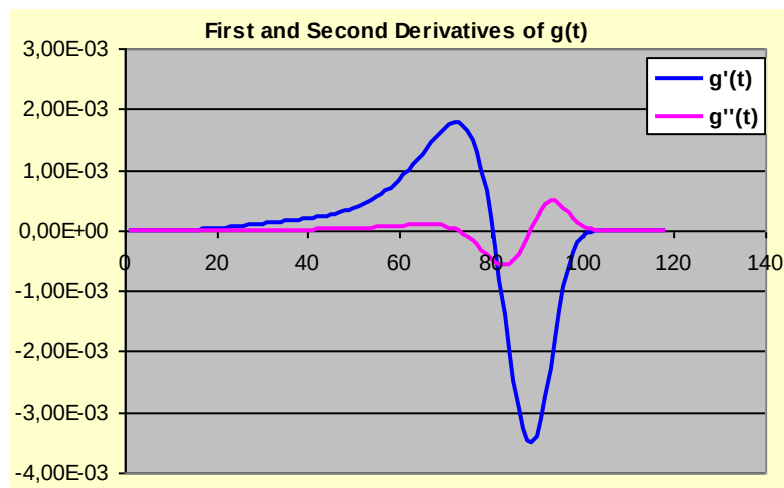
Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.5.8: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	80	3,70E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	72	2,648E-02	1,766E-03
Δεξιό σημείο καμπής	89	1,873E-02	-3,517E-03

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 80 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 72 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 89 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Στο ακόλουθο διάγραμμα αποτυπώνονται η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της $g(t)$ $\{g'(t)$ και $g''(t)\}$.

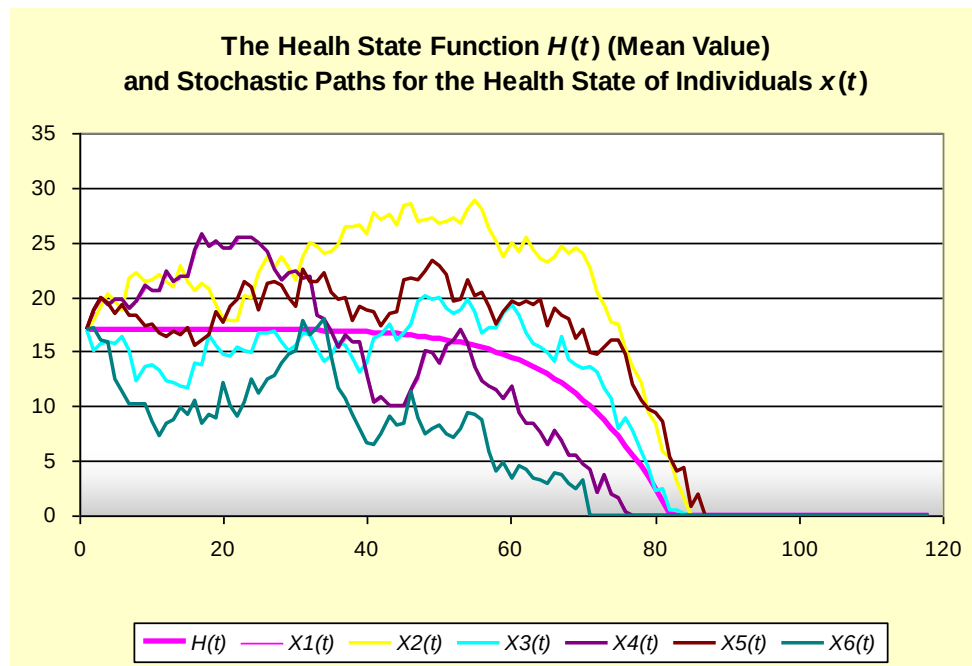


Σχήμα 7.5.7: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας, $g(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

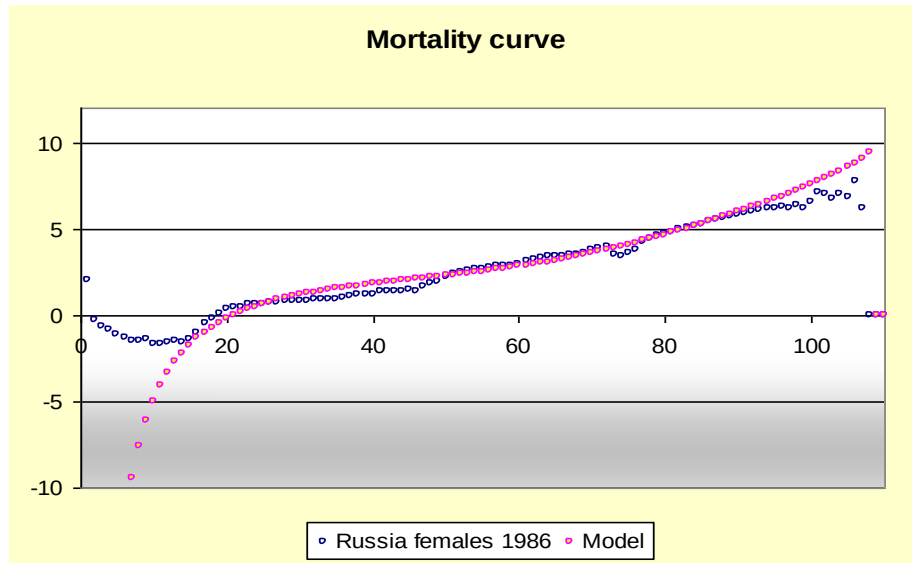
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 1,2$



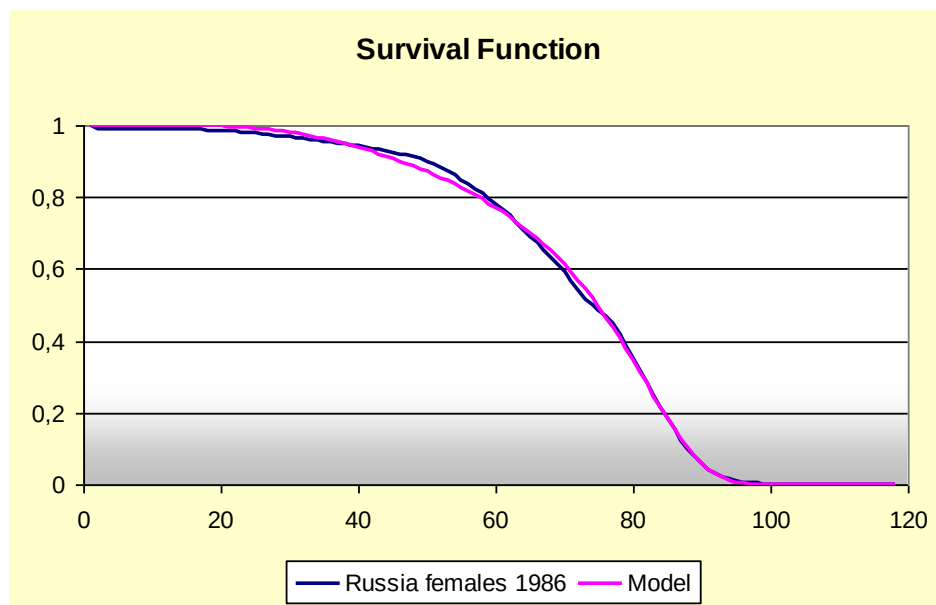
Σχήμα 7.5.8: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του «First Exit Time Model» για τις γυναίκες της Ρωσίας το έτος 1986.



Σχήμα 7.5.9: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του του « First Exit Time Model » στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ρωσίας (1986).

Η συνάρτηση θνησιμότητας για το First Exit Time Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες. Δεν παρατηρούνται αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων.



Σχήμα 7.5.10: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του του « First Exit Time Model » στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ρωσίας (1986).

Στο παραπάνω διάγραμμα που απεικονίζεται η καμπύλη επιβίωσης παρατηρείται ότι στην ηλικία των 62 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 81% περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 77 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Τέλος, όπως φαίνεται και από το σχήμα δεν παρατηρείται σχεδόν καμία απόκλιση των εκτιμήσεων του First Exit Time Model από την καμπύλη επιβίωσης των (raw data) .

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τις γυναίκες της Ρωσίας το έτος 2005

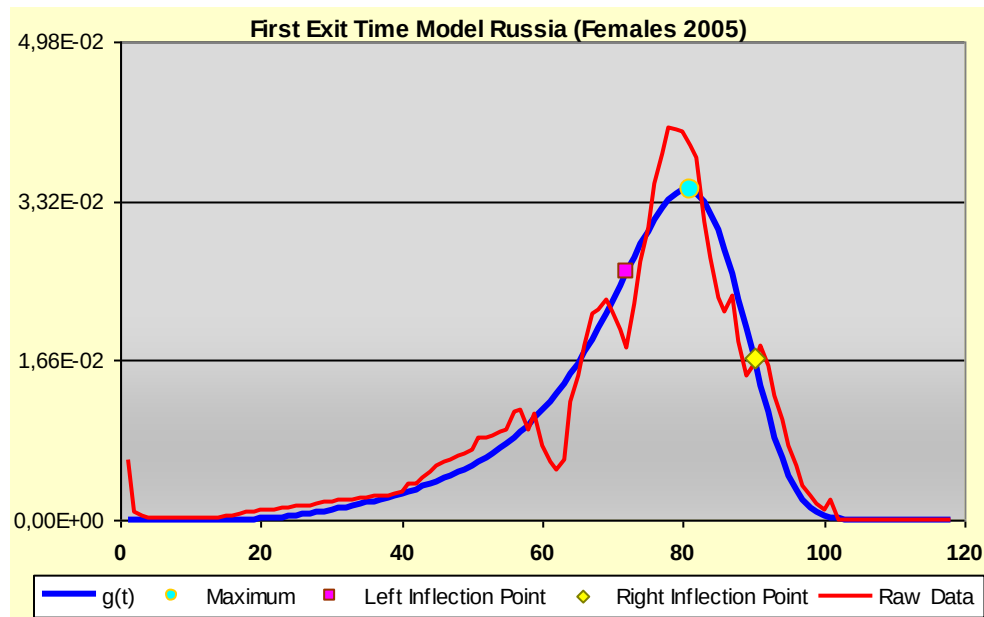
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 4,9 ($c=4,9$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ρωσίας το έτος 2005 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.5.9: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0219
l=	17,47
k=	25,24
Sum of Squared Errors=	0,0008910
Standard Error of Estimates=	0,002783
R ² =	0,937

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.5.11: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ρωσίας (2005).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.5.10: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	81	3,44E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	72	2,574E-02	1,484E-03
Δεξιό σημείο καμπής	90	1,689E-02	-2,997E-03

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* για τις γυναίκες της Ρωσίας το έτος 2006

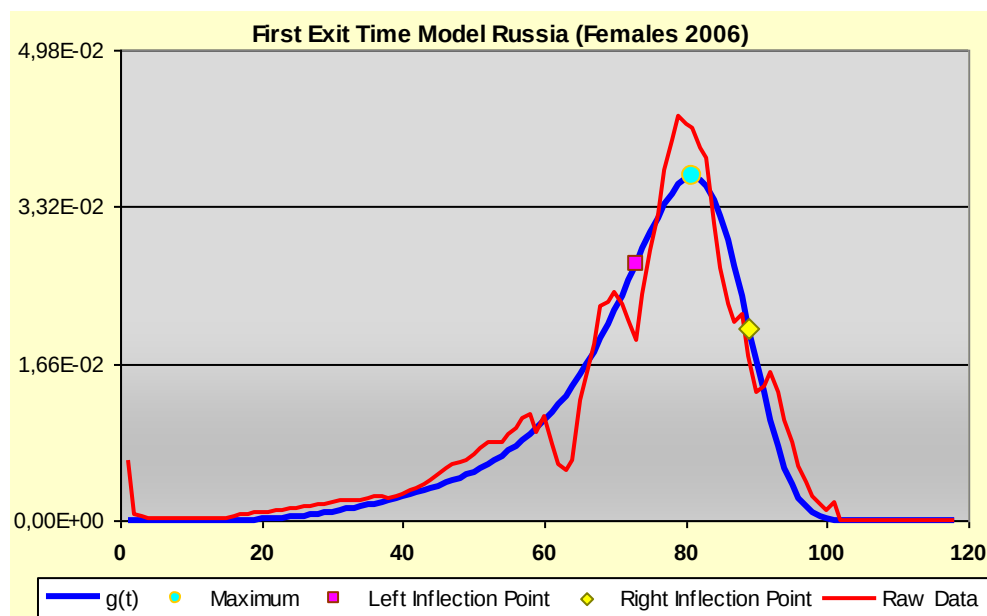
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,2 ($c=5,2$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ρωσίας το έτος 2006 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.5.11: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0211
l=	17,71
k=	26,80
Sum of Squared Errors=	
0,0008679	
Standard Error of Estimates=	
0,002747	
R^2 =	
0,942	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.5.12: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ρωσίας (2006).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.5.12: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	81	3,63E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	73	2,713E-02	1,678E-03
Δεξιό σημείο καμπής	89	2,033E-02	-3,430E-03

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ρωσίας.

Γυναικείος πληθυσμός

Στην περίπτωση της εφαρμογής του μοντέλου για τα δεδομένα επιβίωσης των γυναικών της Ρωσίας είναι εμφανής η μεγάλη έκταση των καταστρεπτικών αποτελεσμάτων του Α και Β παγκοσμίου πολέμου. Πόλεμοι που είχαν ως αποτέλεσμα μεγάλο αριθμό θανάτων από πολεμικές δραστηριότητες και κακουχίες, αλλά και σημαντική μείωση του αριθμού των γεννήσεων τις περιόδους εκείνες.

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι παρόλο την μεγάλη ανομοιομορφία των δεδομένων είναι καλή, με υψηλό R^2 κοντά στη μονάδα, και για τα τρία εξεταζόμενα έτη.

Αρκετοί από τους λόγους που προκαλούν τα σφάλματα που υπολογίζονται με την μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, εντοπίζονται με σχετική ευκολία στα σχετικά διαγράμματα. Ένας από του λόγους αυτούς όπως παρατηρείται στα διαγράμματα είναι η βρεφική θνησιμότητα η οποία ενώ παρουσιάζει σημαντική μείωση τα τελευταία χρόνια, συνεχίζει να είναι υπαρκτή έστω και σε χαμηλά επίπεδα.

Αξιοσημείωτη κρίνεται η απότομη πτώση «βύθιση» στην καμπύλη ηλικιακής κατανομής των θανάτων για το 1986 στις ηλικίες των 41-46 ετών περίπου, στις οποίες παρατηρείται και απόκλιση του μοντέλου. Οι άνδρες των ηλικιών 41-46

ετών το 1986 γεννήθηκαν την περίοδο του 'B Παγκοσμίου Πολέμου. Η απότομη πτώση του αριθμού των θανάτων των γυναικών αυτών των ηλικιών παραθέτει σε μείωση των γεννήσεων την περίοδο του πολέμου σε σχέση με τα υπόλοιπα έτη, με αποτέλεσμα τον μικρότερο αριθμό ατόμων ηλικιών 41-46 ετών σε σχέση με άλλα έτη, άρα και μικρότερο πλήθος θανάτων στην ηλικία των 41-46 για το έτος 1986. Η απότομη αυτή πτώση μετατοπίζεται προς τα δεξιά για τα επόμενα χρόνια και εντοπίζεται και το 2005 στις ηλικίες 60-65 ετών και το 2006 στα άτομα ηλικίας 61-66 ετών.

Επιπροσθέτως, για το έτος 2005 στις ηλικίες 86-89 ετών, εντοπίζεται ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης με συνέπεια την απόκλιση του μοντέλου και την ύπαρξη σφαλμάτων. Τα άτομα αυτά γεννήθηκαν την περίοδο του Α Παγκόσμιου πολέμου και προφανώς οι αυξομειώσεις αυτές οφείλονται στην μείωση των γεννήσεων κατά τον πόλεμο και σε πιθανά δημογραφικά σφάλματα λόγω πολέμου.

Αναφορικά με τις εκτιμήσεις του δυναμικού μοντέλου για τις γυναίκες και τους άνδρες διαπιστώνουμε ότι οι πληθυσμοί των δύο φύλων με την πάροδο του χρόνου σημειώνουν αύξηση στη διάρκεια ζωής τους με τις γυναίκες όμως να ζουν περισσότερο. Αναλυτικότερα ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας στον γυναικείο πληθυσμό για τα έτη 1986, 2005 και 2006 εντοπίζεται στις ηλικίες των 80, 81 και 81 ετών αντίστοιχα, ενώ για τους άνδρες στην ηλικία των 69 ετών για το έτος 1985, 70 για το 2005 και στα 71 για το 2006.

Χώρες Δυτικής Ευρώπης

Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών της Δυτικής Ευρώπης.

Η χώρα της Δυτικής Ευρώπης που επελέγη στο κεφάλαιο αυτό για ανάλυση και σχολιασμό είναι η Ολλανδία για τους άνδρες και για τις γυναίκες τα έτη είναι 1985, 1995 και 2004. Η εφαρμογή και τα αποτελέσματα του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης των υπόλοιπων χωρών της Δυτικής Ευρώπης,

των οποίων τη θνησιμότητα την αναλύσαμε μέσω των δεδομένων επιβίωσης τους σε προηγούμενο κεφάλαιο, βρίσκονται στο Παράρτημα

4.6 ΟΛΛΑΝΔΙΑ

Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ολλανδίας

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Ολλανδίας (άνδρες και γυναίκες) κατά τα έτη 1985-1995-2004. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Για την εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού της Ολλανδίας, και για τον υπολογισμό των σχετικών παραμέτρων του μοντέλου και των σφαλμάτων με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, θέτω τις εξής αρχικές συνθήκες για όλα τα εξεταζόμενα έτη:

Αρχικές τιμές παραμέτρων:

$$b=0,02, l=20, k=25$$

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Ολλανδίας το έτος 1985

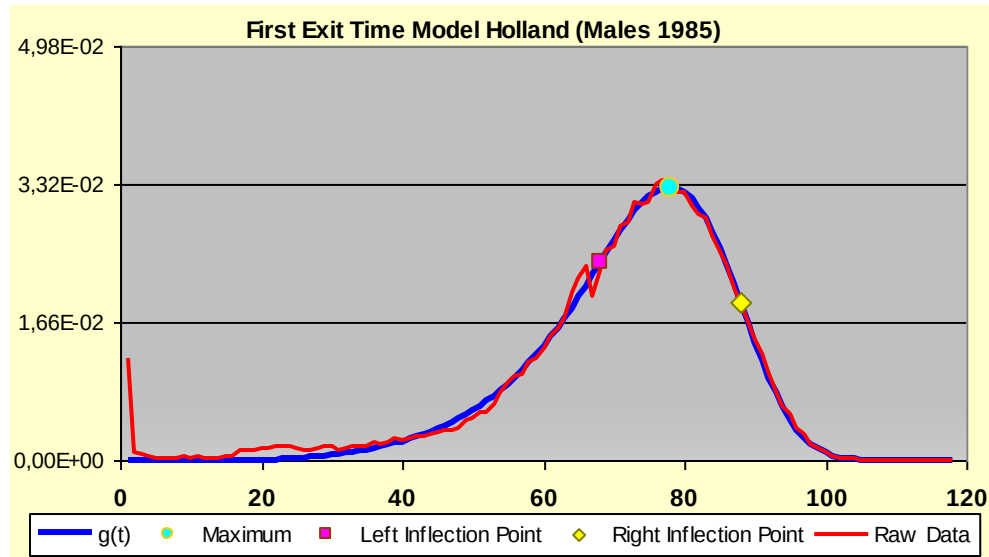
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 3,9 ($c=3,9$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ολλανδίας το έτος 1985 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.6.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,026375409
l=	18,4114551
k=	23,05231897
Sum of Squared Errors=	0,0002164
Standard Error of Estimates=	0,001372
R^2=	0,984

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.6.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ολλανδίας (1985).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$\text{Όπου } A' = \left\{ (3/2)/t^2 - l^2/t^3 + (c-1)(c-2)lb^ct^{c-3} - (c-1)(2c-1)b^{2c}t^{2c-3} \right\}$$

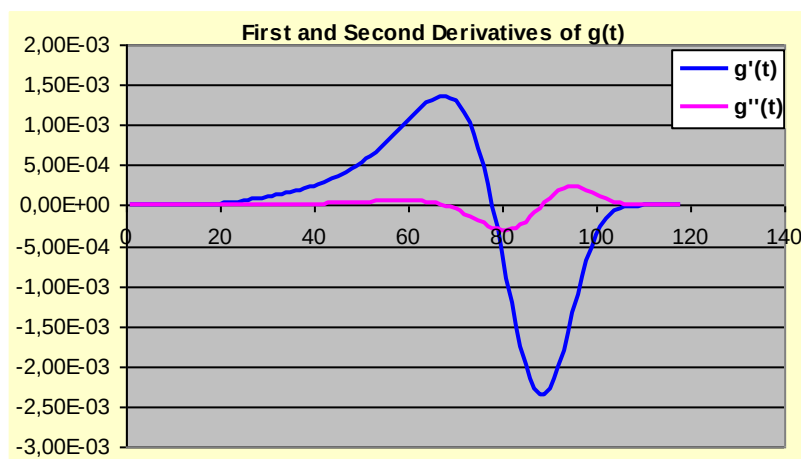
$$\text{και } g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.6.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	78	3,28E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	68	2,371E-02	1,357E-03
Δεξιό σημείο καμπής	88	1,894E-02	-2,343E-03

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 78 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 68 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 88 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$. Στο ακόλουθο διάγραμμα αποτυπώνονται η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της $g(t)$ $\{g'(t)$ και $g''(t)\}$.

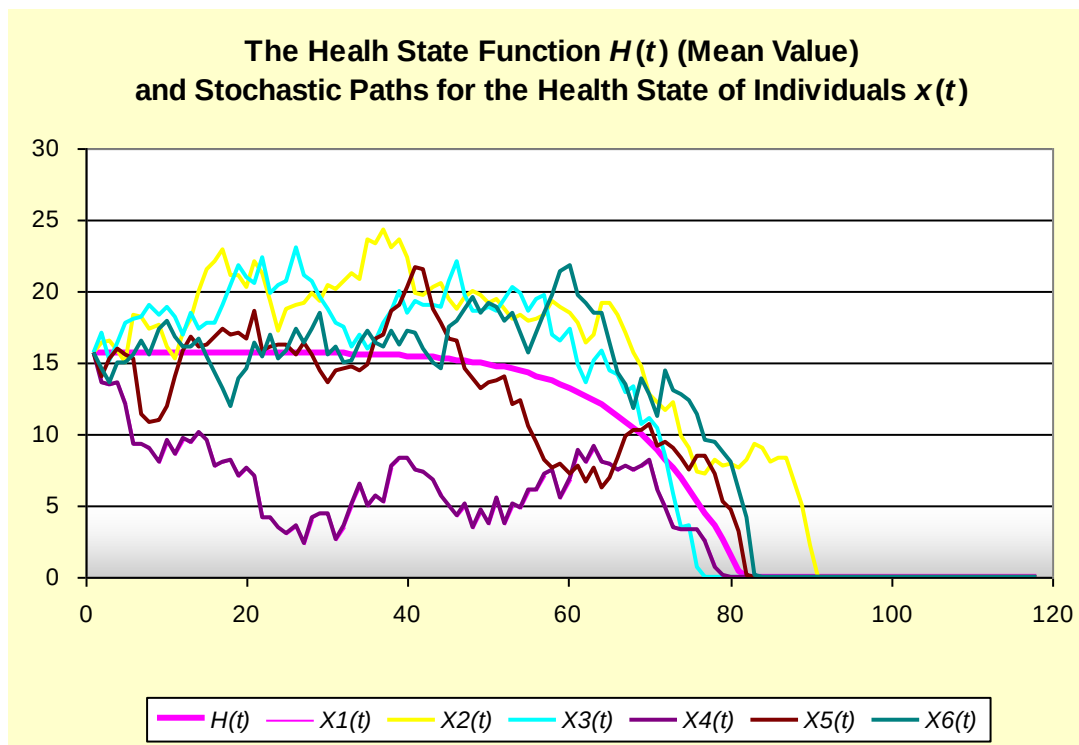


Σχήμα 7.6.2: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

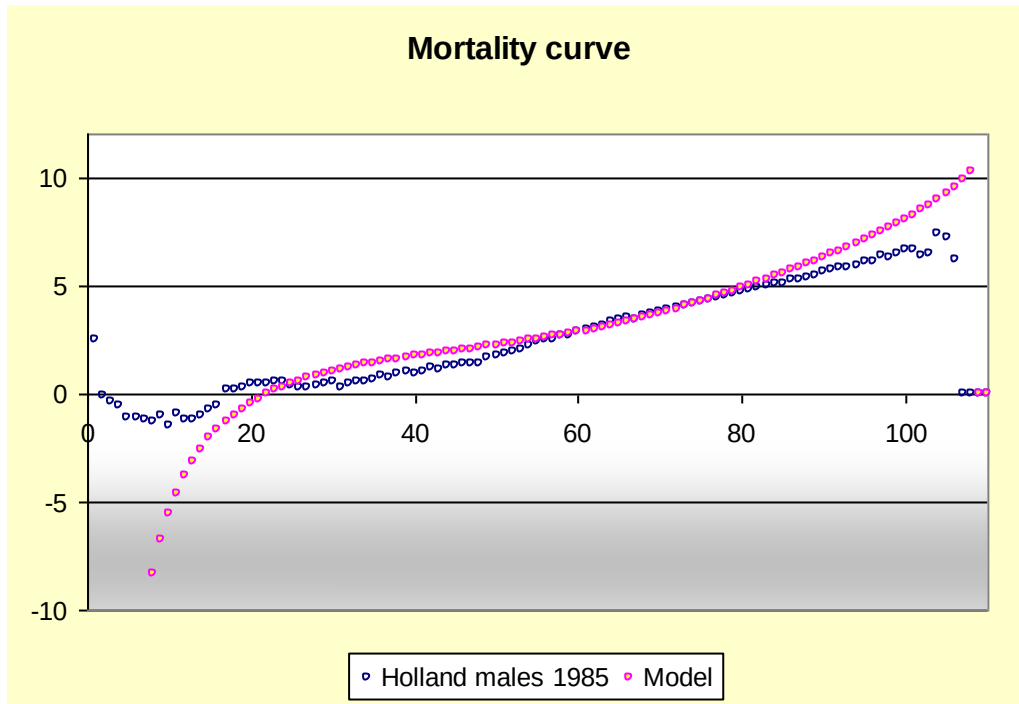
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 1,2$



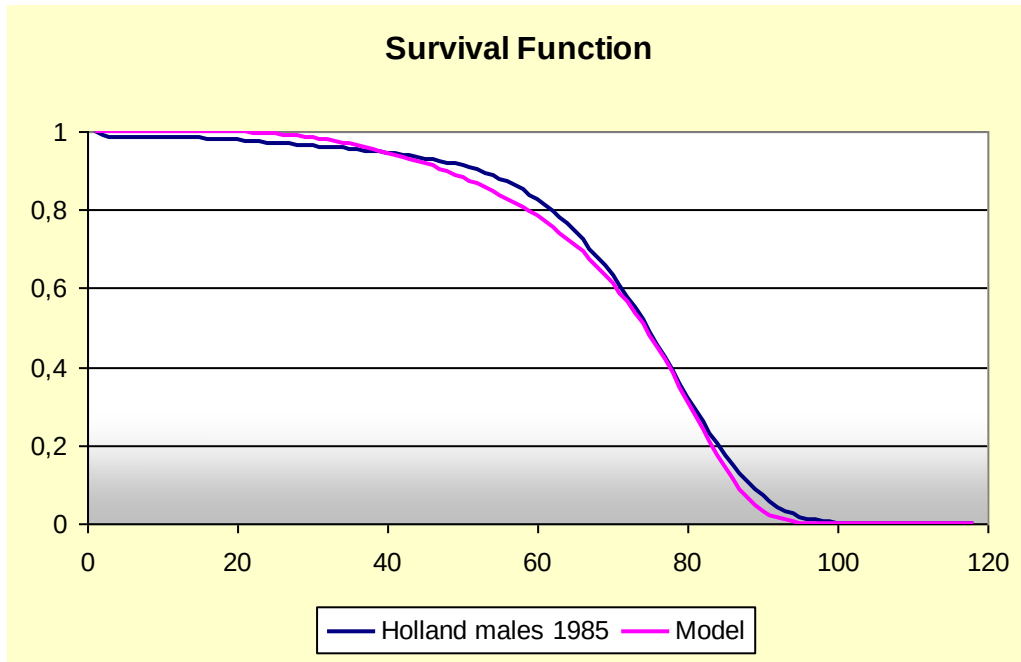
Σχήμα 7.6.3: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του «First Exit Time Model» για τους άνδρες της Ολλανδίας το έτος 1985.



Σχήμα 7.6.4: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τους άνδρες της Ολλανδίας (1985).

Η συνάρτηση θνησιμότητας για το First Exit Time Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 50 έως 90 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 20-45 ετών και από 90 μέχρι τέλος.



Σχήμα 7.6.5: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τους άνδρες της Ολλανδίας (1985).

Στο παραπάνω διάγραμμα που απεικονίζεται η καμπύλη επιβίωσης παρατηρείται ότι στην ηλικία των 62 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 81% περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 77 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Αποκλίσεις των εκτιμήσεων του First Exit Time Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των (raw data) στις ηλικίες 50-65 και από τα 90-100 έτη.

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Ολλανδίας το έτος 1995

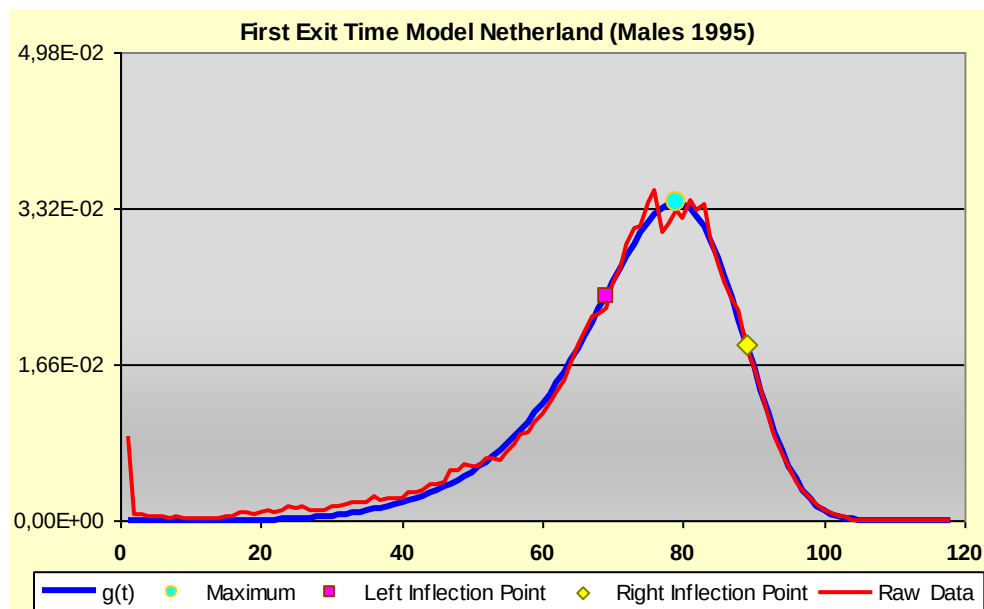
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 4 ($c=4$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ολλανδίας το έτος 1995 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.6.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,025734369
l=	18,7991422
k=	24,1864537
Sum of Squared Errors=	0,0001598
Standard Error of Estimates=	0,001179
R^2=	0,989

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.6.6: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ολλανδίας (1995).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμψής τους.

Πίνακας 7.6.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	79	3,38E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	69	2,390E-02	1,446E-03
Δεξιό σημείο καμπής	89	1,879E-02	-2,504E-03

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες της Ολλανδίας το έτος 2004

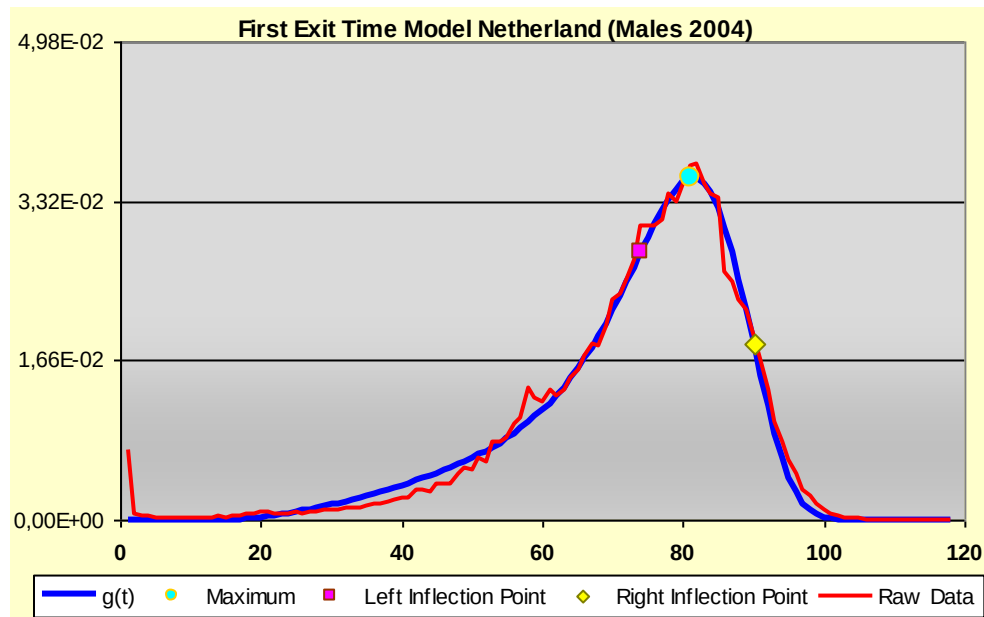
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,5 ($c=5,5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ολλανδίας το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.6.4: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,020151476
l=	16,72704087
k=	26,50966217
Sum of Squared Errors=	0,0001909
Standard Error of Estimates=	0,001288
R^2=	0,987

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.6.7: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ολλανδίας (2004).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.6.5: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	81	3,55E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	74	2,783E-02	1,531E-03
Δεξιό σημείο καμπής	90	1,841E-02	-3,404E-03

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ολλανδίας.

Ανδρικός πληθυσμός

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τους άνδρες της Ολλανδίας στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 (0,985 0,989 και 0,987) κοντά στη μονάδα, χαμηλό SSE, SE και για τα τρία εξεταζόμενα έτη. Το μοντέλο ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ολλανδίας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο υπολογίζεται σωστά για όλα τα εξεταζόμενα έτη από το First Exit Time Model. Η πολύ καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων. Το First Exit Time Model υπολογίζει με επιτυχία και την ηλικία (σημείο) που σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι για όλα τα εξεταζόμενα έτη.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει ότι για όλα τα εξεταζόμενα έτη δεν παρατηρούνται μεγάλες αποκλίσεις ούτε ακόμη ακόμα και στις ηλικίες των 17-25 στις οποίες όπως έχουμε επισημάνει στις περισσότερες χώρες παρατηρείται υψηλή αύξηση της θνησιμότητας λόγω των δραστηριοτήτων και του τρόπου ζωής των ανδρών. Το έτος 1985 στην ηλικία των 67 ετών, εντοπίζεται μια μικρή σχετικά βύθιση στην καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ολλανδίας με συνέπεια την απόκλιση του μοντέλου και την ύπαρξη σφαλμάτων. Στην ηλικία αυτή (67) είναι άτομα που γεννήθηκαν το 1918 που ξέσπασε η Ισπανική γρίπη. Η ανομοιομορφία αυτή στα δεδομένα, που προφανώς οφείλεται στην αύξηση των θανάτων το 1918 και στη μείωση των γεννήσεων το έτος αυτό, είχε ως επακόλουθο τη μείωση του πλήθους των ανδρών και τη διαχρονική μείωση του αριθμού των θανάτων των ατόμων ηλικίας 67 ετών σε σχέση με άλλα έτη. Συμπληρωματικά αναφέρεται ότι οι επιπτώσεις της γρίπης φαίνονται και το έτος 1995 στα άτομα ηλικίας 78 ετών. Η ανομοιομορφία αυτή εξομαλύνεται με την πάροδο των ετών και το 2004 παρουσιάζεται εμφανώς σε μικρότερο μέγεθος.

Γυναικείος πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου **First Exit Time Model** για τις γυναίκες της Ολλανδίας το έτος 1985

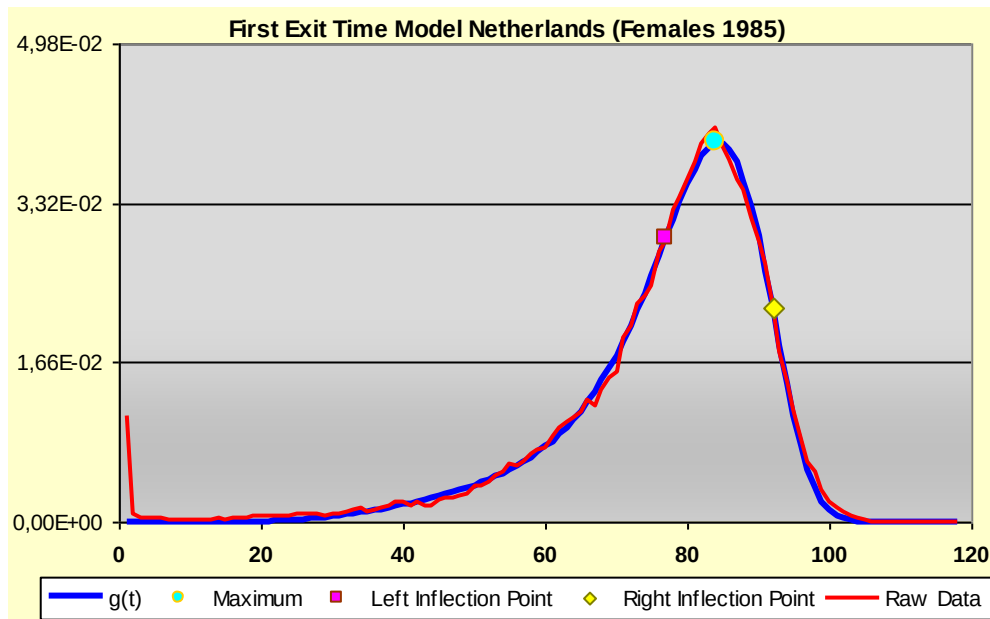
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,5 ($c=5,5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ολλανδίας το έτος 1985 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.6.6: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,019904983
l=	18,69560717
k=	30,98290437
Sum of Squared Errors=	0,0001634
Standard Error of Estimates=	0,001192
R^2=	0,990

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.6.8: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ολλανδίας (1985).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^c t^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c} t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$\text{Όπου } A' = \left\{ (3/2)/t^2 - l^2/t^3 + (c-1)(c-2)lb^c t^{c-3} - (c-1)(2c-1)b^{2c} t^{2c-3} \right\}$$

$$\text{και } g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

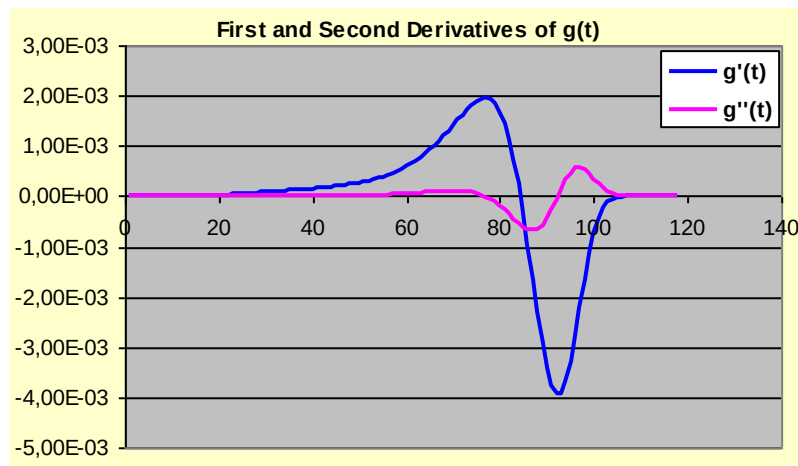
Πίνακας 7.6.7 : Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	84	3,95E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	77	2,955E-02	1,954E-03
Δεξιό σημείο καμπής	92	2,222E-02	-3,944E-03

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 84 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή

παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 77 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 92 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Στο ακόλουθο διάγραμμα αποτυπώνονται η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της $g(t)$ $\{g'(t)$ και $g''(t)\}$.

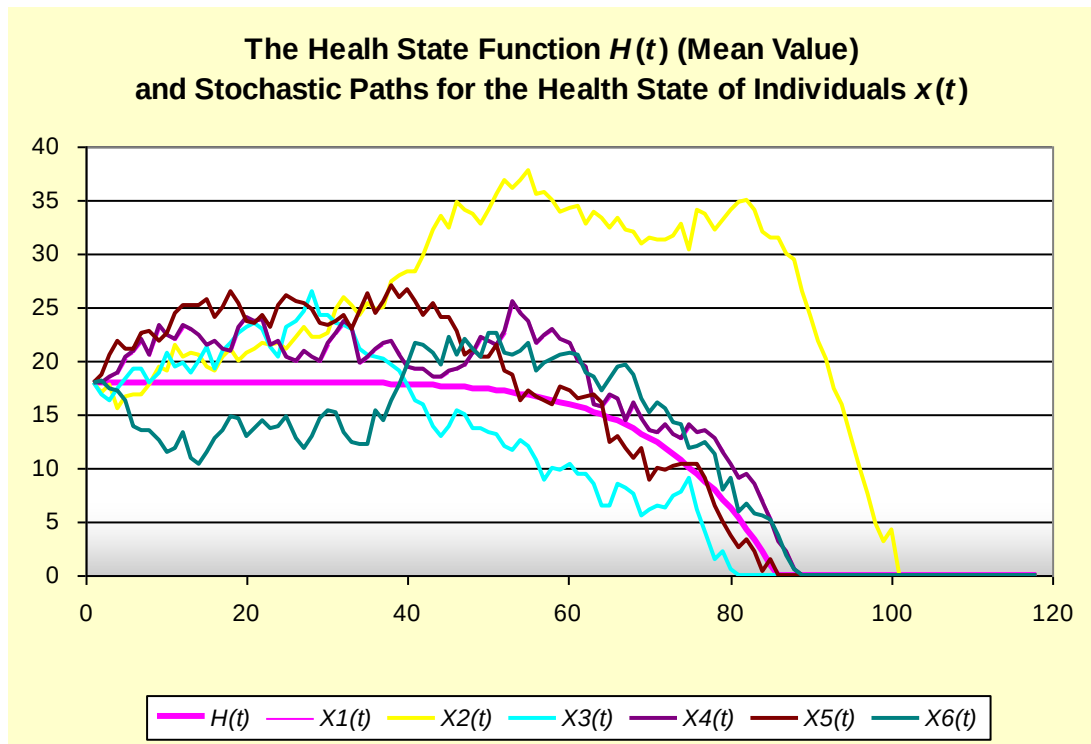


Σχήμα 7.6.9: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

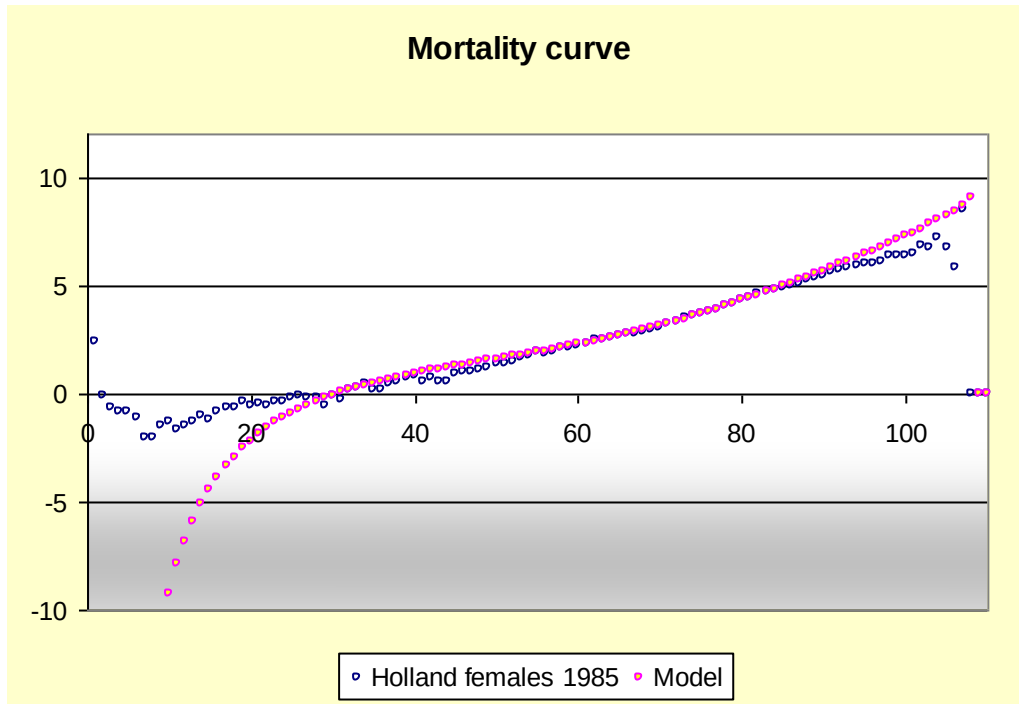
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 1,2$



Σχήμα 7.6.10: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

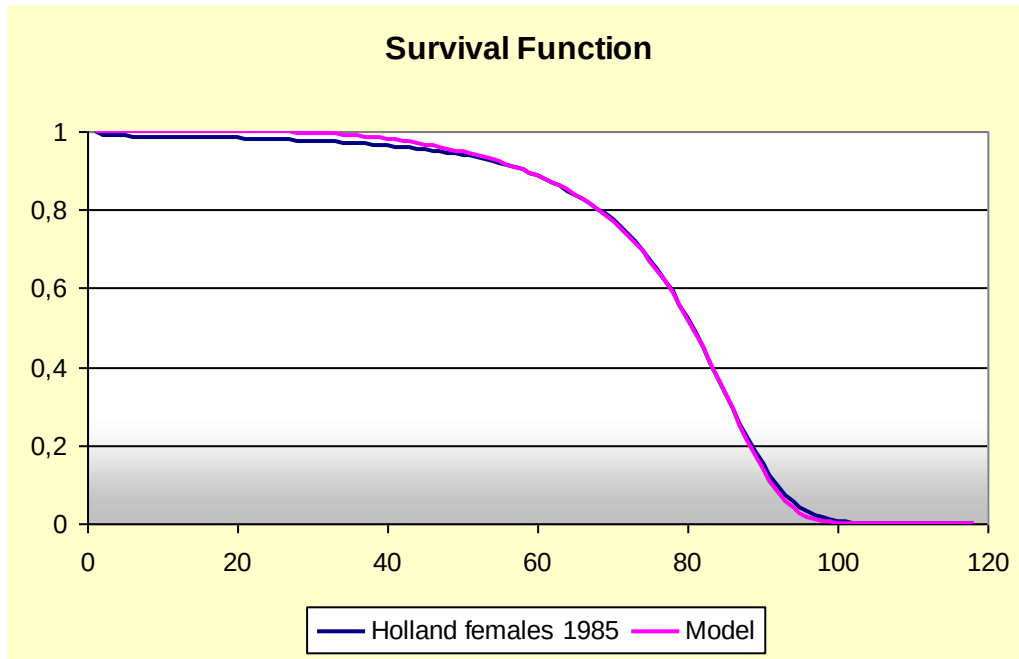
Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model” για τις γυναίκες της Ολλανδίας το έτος 1985. Η συνάρτηση θνησιμότητας για το First Exit Time Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 40 έως 90 ετών. Σημαντικές αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 0-20 ετών και από 95 έως το τέλος.



Σχήμα 7.6.11: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τις γυναίκες της Ολλανδίας (1985).

Στο παρακάτω διάγραμμα που απεικονίζεται η καμπύλη επιβίωσης παρατηρείται ότι στην ηλικία των 60 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 89% περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 83 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Ελάχιστες αποκλίσεις των εκτιμήσεων του First Exit Time Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 0 - 40 έτη.



Σχήμα 7.6.12: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τις γυναίκες της Ολλανδίας (1985).

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τις γυναίκες της Ολλανδίας το έτος 1995

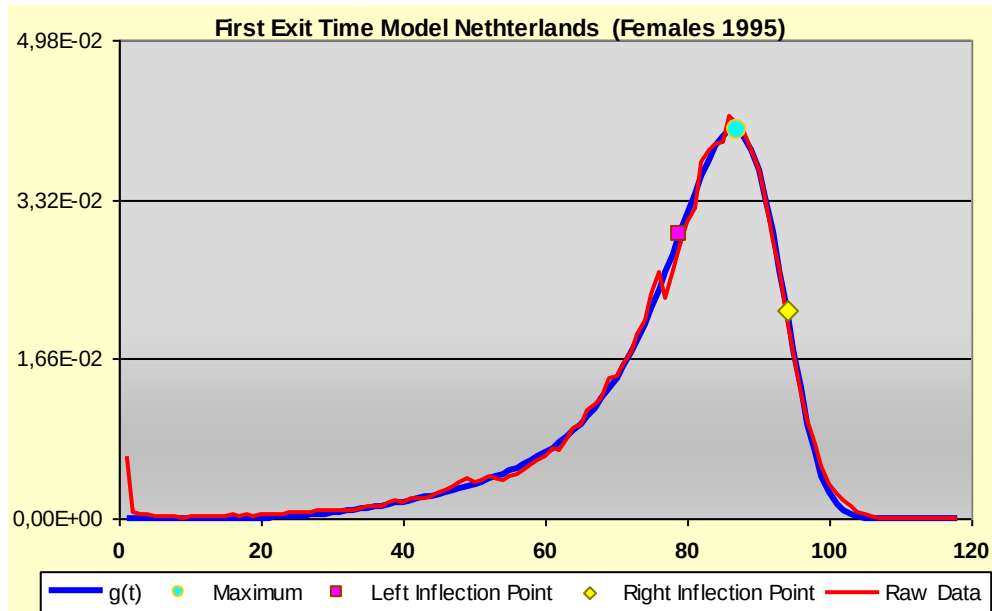
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,9 ($c=5,9$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ολλανδίας το έτος 1995 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.6.8: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,018770073
l=	18,73353723
k=	32,87592051
Sum of Squared Errors=	0,0000860
Standard Error of Estimates=	0,000865
R^2=	0,995

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.6.13: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ολλανδίας (1995).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.6.9: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Ετος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	87	4,04E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	79	2,959E-02	2,044E-03
Δεξιό σημείο καμπής	94	2,171E-02	-4,266E-03

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τις γυναίκες της Ολλανδίας το έτος 2004

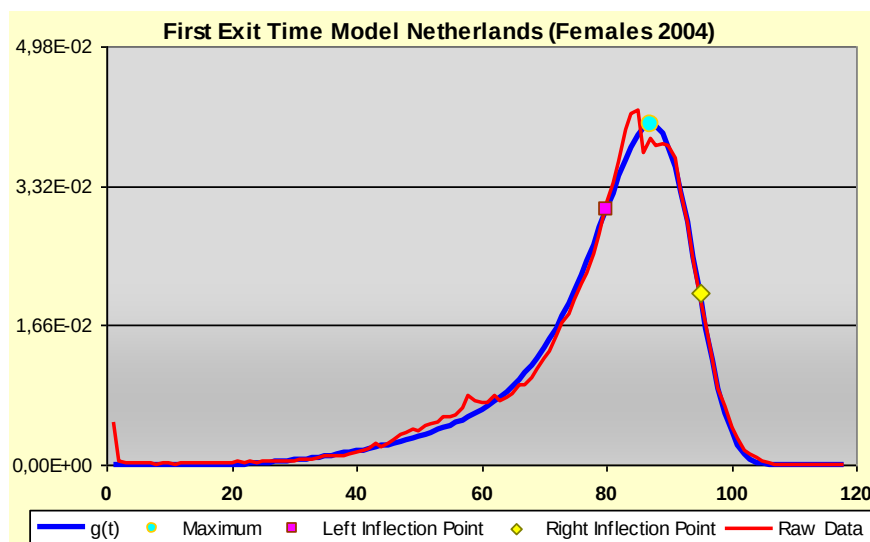
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,9 ($c=5,9$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ολλανδίας το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.6.10: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,018651618
l=	18,89657239
k=	33,31244456
Sum of Squared Errors=	0,0001353
Standard Error of Estimates=	0,001085
R^2=	0,992

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.6.14: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ολλανδίας (2004).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.6.11: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	87	4,05E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	80	3,029E-02	2,050E-03
Δεξιό σημείο καμπής	95	2,051E-02	-4,252E-03

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης της Ολλανδίας.

Γυναικείος πληθυσμός

Έχοντας υπολογίσει τις σχετικές παραμέτρους του μοντέλου παρατηρείται την βαθμιαία αύξηση της παραμέτρου l η οποία σχετίζεται άμεσα με την έννοια του επιπέδου υγείας του πληθυσμού όπως αυτή προσδιορίζεται μέσω των δεδομένων επιβίωσης. Η παράμετρος l από 18,69 που υπολογίστηκε για το έτος 1985 αυξήθηκε σε 18,73 το 1995 και υπολογίστηκε 18,89 για το έτος 2004. Ένδειξη ότι το επίπεδο υγείας του ανδρικού πληθυσμού της Ολλανδίας βελτιώνεται με την πάροδο των ετών.

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τους άνδρες της Ολλανδίας στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 (0,990, 0,995 και 0,992) κοντά στη μονάδα, χαμηλό SSE, SE και για τα τρία εξεταζόμενα έτη. Το μοντέλο ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ολλανδίας μετά το

μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο υπολογίζεται σωστά για όλα τα εξεταζόμενα έτη από το First Exit Time Model. Η πολύ καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων. Το First Exit Time Model υπολογίζει με επιτυχία και την ηλικία (σημείο) που σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι για όλα τα εξεταζόμενα έτη.

Το έτος 1995 στην ηλικία των 78 ετών, εντοπίζεται μια μικρή σχετικά βύθιση στην καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ολλανδίας με συνέπεια την απόκλιση του μοντέλου και την ύπαρξη σφαλμάτων. Στην ηλικία αυτή ανήκουν τα άτομα που γεννήθηκαν το 1918, τότε που ξέσπασε η Ισπανική γρίπη. Η ανομοιομορφία αυτή στα δεδομένα, που προφανώς οφείλεται στην αύξηση των θανάτων το 1918 και στη μείωση των γεννήσεων το έτος αυτό, είχε ως επακόλουθο τη μείωση του πλήθους των γυναικών και τη διαχρονική μείωση του αριθμού των θανάτων των ατόμων ηλικίας 78 ετών σε σχέση με άλλα έτη. Συμπληρωματικά αναφέρεται ότι οι επιπτώσεις της γρίπης φαίνονται και το έτος 2004 στα άτομα ηλικίας 86 ετών.

Σχετικά με τις εκτιμήσεις του δυναμικού μοντέλου για τις γυναίκες και τους άνδρες διαπιστώνουμε ότι οι πληθυσμοί των δύο φύλων με την πάροδο του χρόνου σημειώνουν αύξηση στη διάρκεια ζωής τους, με τις γυναίκες όμως να ζουν περισσότερο. Αναλυτικότερα ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας στον γυναικείο πληθυσμό για τα έτη 1985, 1995 και 2004 εντοπίζεται στις ηλικίες των 84, 87 και 87 ετών αντίστοιχα, ενώ για τους άνδρες στην ηλικία των 78 ετών για το έτος 1985, 79 για το 1995 και στα 81 για το 2004.

V. Χώρες εκτός Ευρώπης

Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών εκτός Ευρώπης

Οι χώρες εκτός Ευρώπης που επελέγησαν στο κεφάλαιο αυτό για ανάλυση και σχολιασμό είναι οι ΗΠΑ (άνδρες και γυναίκες) κατά τα έτη 1982, 2004, ο Καναδάς(άνδρες και γυναίκες) κατά τα έτη 1990-2000-2006, η Αυστραλία(άνδρες και γυναίκες) κατά τα έτη 1985-1995-2003, η Νέα Ζηλανδία για τους άνδρες τα εξεταζόμενα έτη είναι το 1994 και το 2008 και για τις γυναίκες είναι τα έτη 1996 και 2008, η Ιαπωνία(άνδρες και γυναίκες) κατά τα έτη 1985, 1995, 2004 και η Ταϊβάν (άνδρες και γυναίκες) κατά τα έτη 1985, 1995, 2005. Η εφαρμογή και τα αποτελέσματα του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης των υπόλοιπων χωρών εκτός Ευρώπης, των οποίων τη θνησιμότητα την αναλύσαμε μέσω των δεδομένων επιβίωσης τους σε προηγούμενο κεφάλαιο, βρίσκονται στο Παράρτημα.

7.7 ΗΠΑ

Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού των ΗΠΑ

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό των ΗΠΑ (άνδρες και γυναίκες) κατά τα έτη 1982, 2004. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Για την εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού των ΗΠΑ, και για τον υπολογισμό των σχετικών παραμέτρων του μοντέλου και των σφαλμάτων με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, θέτω τις εξής αρχικές συνθήκες για όλα τα εξεταζόμενα έτη:

Αρχικές τιμές παραμέτρων:

$$b=0,02, l=20, k=25$$

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τους άνδρες των ΗΠΑ το έτος 1982

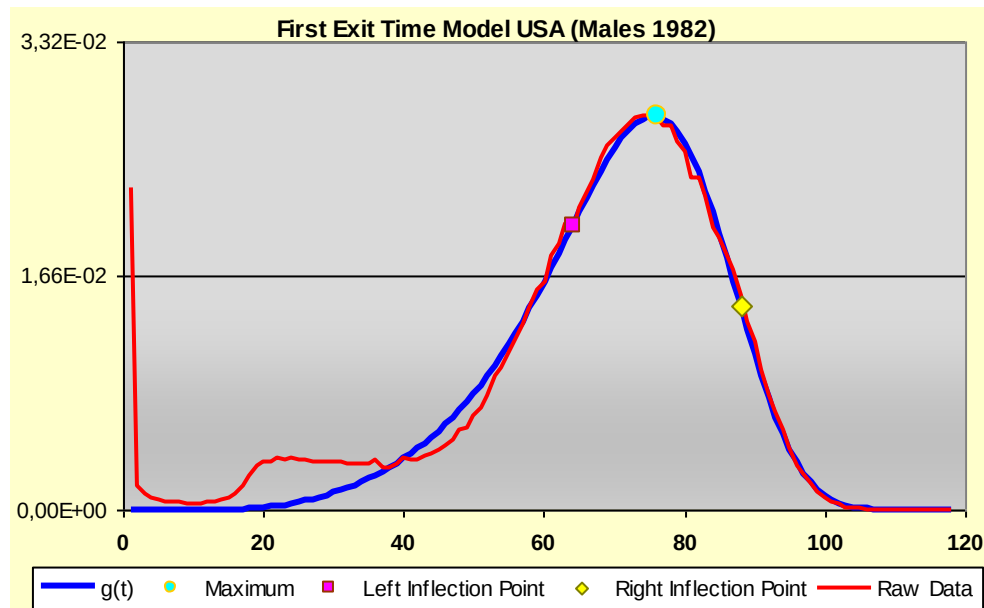
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 3,6 ($c=3,6$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες των ΗΠΑ το έτος 1982 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7.7.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0281
l=	17,07
k=	18,84
Sum of Squared Errors=	0,0006913
Standard Error of Estimates=	0,002452
R²=	0,933

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 7.7.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες των ΗΠΑ (1982).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^ct^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c}t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

$$\text{Όπου } A' = \left\{ (3/2)/t^2 - l^2/t^3 + (c-1)(c-2)lb^ct^{c-3} - (c-1)(2c-1)b^{2c}t^{2c-3} \right\}$$

$$\text{και } g''(t) = (A' + A^2)g(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

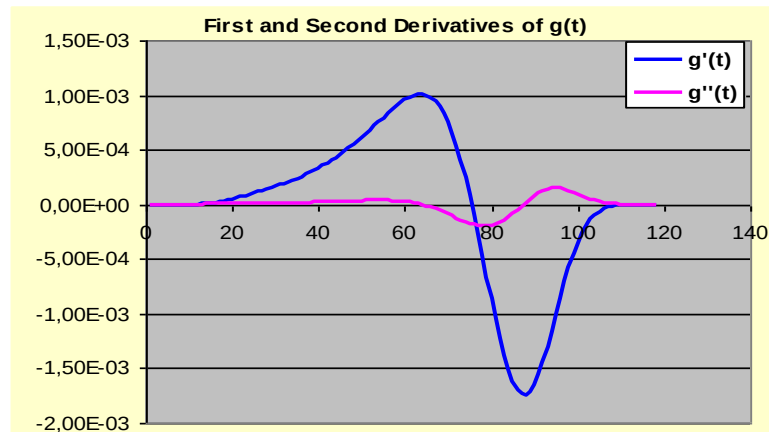
Πίνακας 7.7.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	76	2,79E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	64	2,009E-02	1,005E-03
Δεξιό σημείο καμπής	88	1,447E-02	-1,740E-03

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 76 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων

ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 64 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 88 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Στο ακόλουθο διάγραμμα αποτυπώνονται η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της $g(t)$ $\{g'(t)$ και $g''(t)\}$.

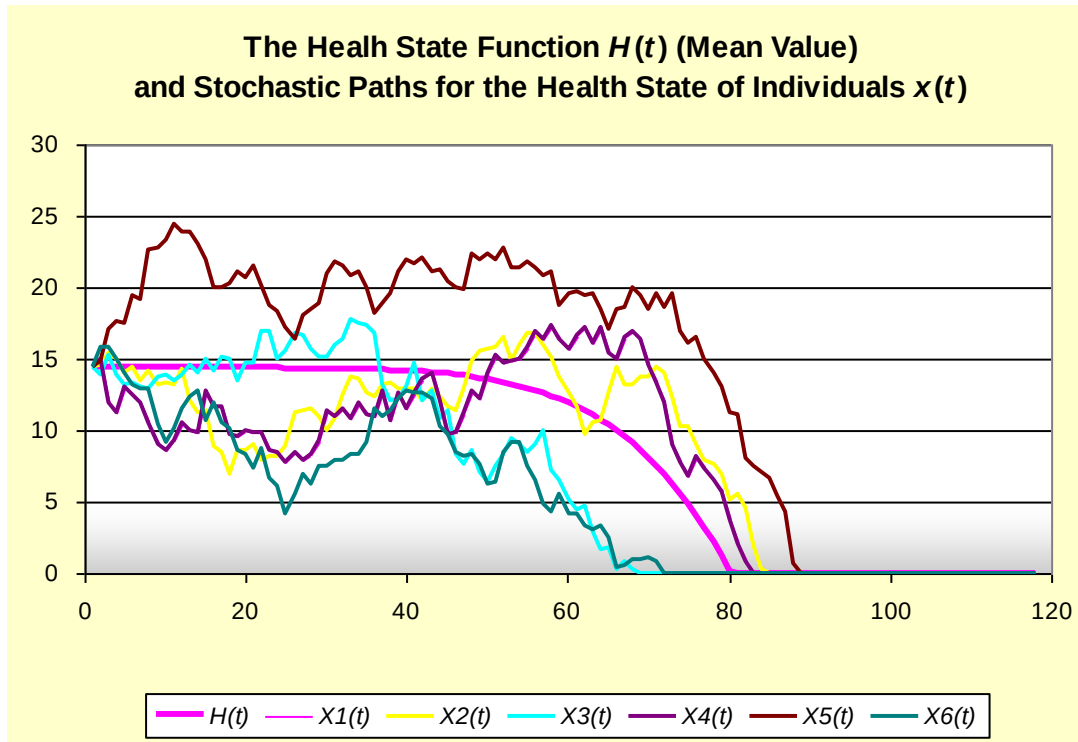


Σχήμα 7.7.2: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας, $g(t)$.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η συνάρτηση Κατάστασης Υγείας του Πληθυσμού $H(t)$ ως η μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών της υγείας των ατόμων.

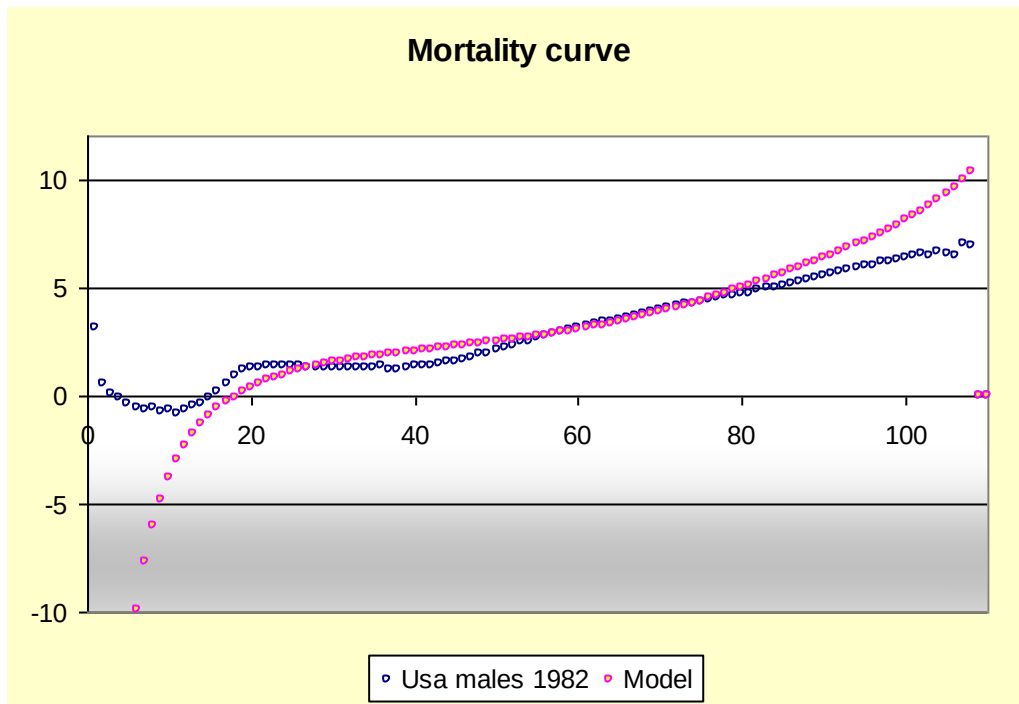
Όπου:

- $H(t) = l - (bt)^c$
- $x(t) = H(t) + \sigma W(t)$
- $\sigma = 1,2$



Σχήμα 7.7.3: Η συνάρτηση κατάστασης υγείας πληθυσμού $H(t)$ ως μέση τιμή των στοχαστικών διαδρομών.

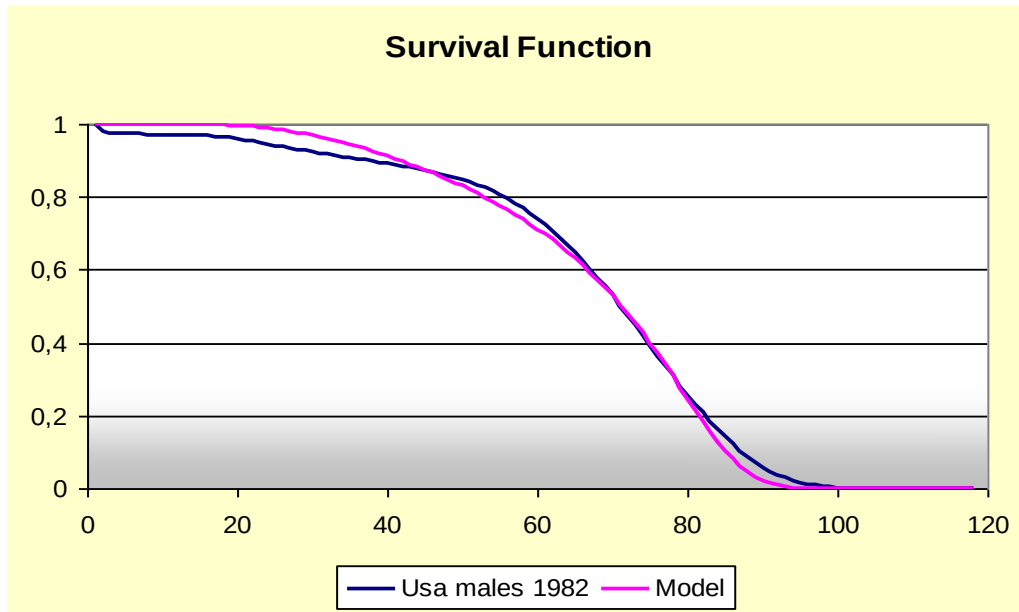
Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model” για τους άνδρες των Ηνωμένων Πολιτειών το έτος 1982. Η συνάρτηση θνησιμότητας για το First Exit Time Model ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 47 έως 80 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 0-50 ετών και από 80 μέχρι τέλος.



Σχήμα 7.7.4: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τους άνδρες των Ηνωμένων Πολιτειών (1982).

Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζεται η καμπύλη επιβίωσης. Παρατηρείται ότι στην ηλικία των 62 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 72% περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 75 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Σημαντικές αποκλίσεις των εκτιμήσεων του First Exit Time Model παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 0-40 και από 82-τέλος.



Σχήμα 7.7.5: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model ” για τους άνδρες των Ηνωμένων Πολιτειών (1982).

Κεφάλαιο 8: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model-IM ανάλυσης δεδομένων επιβίωσης στα δεδομένα Ευρωπαϊκών χωρών και χωρών εκτός Ευρώπης

Το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model – IM είναι ένα σύνθετο δυναμικό μοντέλο ανάλυσης που βασίζεται στη στοχαστική θεωρία και ιδιαίτερα στη θεωρία της πρώτης μετάβασης όπως το First Exit Time και το Quadratic Model, έχοντας ως κύριο χαρακτηριστικό του την δυνατότητα να μοντελοποιεί τα δεδομένα επιβίωσης της βρεφικής και παιδικής ηλικίας (IM =Infant Mortality), που αποτέλεσε σημαντικό πρόβλημα για τα περισσότερα μοντέλα ανάλυσης δεδομένων των προηγούμενων ετών (103), (105). Εφαρμόζεται στα δεδομένα επιβίωσης των πληθυσμών για τους άνδρες και τις γυναίκες. Για τα εξεταζόμενα έτη αναφέρονται οι αρχικές τιμές των παραμέτρων (b,l,k) της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$, καθώς και ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ που μεταβάλλεται κάθε φορά αναλόγως τις συνθήκες.

Η εφαρμογή του μοντέλου στα δεδομένα επιβίωσης με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης πραγματοποιείται εφαρμόζοντας τον ακόλουθο τύπο της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$:

$$g(t) = k(l + (c - 1)(bt)^c)(t)^{-3/2} e^{-\frac{(l - (bt)^c)^2}{2t}}$$

Υπολογίζονται οι τιμές των παραμέτρων (b,l,k) της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$ του μοντέλου, τα σφάλματα SSE, SE και ο συντελεστής συσχέτισης R^2 .

Παρατίθεται διάγραμμα που απεικονίζει την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο περιλαμβάνοντας και την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης, έχοντας υπολογίσει το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το αριστερό και το δεξιό σημείο καμψής της. Τέλος, απεικονίζεται γραφικά η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος συνάρτησης της $g(t)$, λαμβάνοντας σημαντικά συμπεράσματα για το ρυθμό της θνησιμότητας στα εξεταζόμενα έτη. Για την εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model - IM στα δεδομένα επιβίωσης του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού των χωρών, και

για τον υπολογισμό των σχετικών παραμέτρων του μοντέλου και των σφαλμάτων με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, θέτω τις εξής αρχικές συνθήκες για όλα τα εξεταζόμενα έτη:

Αρχικές τιμές παραμέτρων:

$$b=0,025, l=0,5, k=0,5$$

8.1 ΕΛΛΑΔΑ

Εφαρμογή του First Exit Time Model - IM στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ελλάδας

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model - IM βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Ελλάδας. Για τον ανδρικό και για το γυναικείο πληθυσμό το εξεταζόμενο έτος είναι το 2000. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model - IM για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 2000

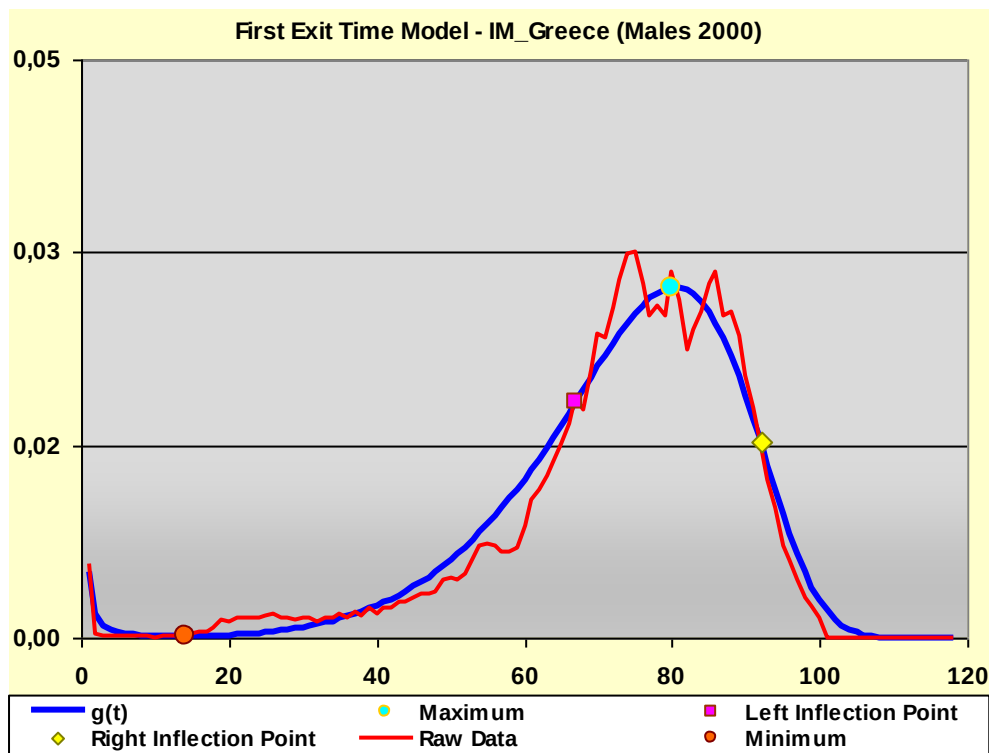
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,5 ($c=5,5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 2000 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 8.1.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0181
l=	0,00626
k=	0,900
Sum of Squared Errors=	
0,0004284	
Standard Error of Estimates=	
0,001930	
R^2 =	
0,968	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 8.1.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model - IM στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ελλάδας (2000).

Η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model - IM είναι εμφανές ότι είναι καλή, με υψηλό R^2 . Αρκετοί από τους λόγους που προκαλούν τα σφάλματα που υπολογίζονται με την μέθοδο της

μη γραμμικής παλινδρόμησης, εντοπίζονται με σχετική ευκολία στα σχετικά διαγράμματα.

Το μοντέλο ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ελλάδας κατά την περίοδο της βρεφικής θνησιμότητας, αλλά και μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο προσεγγίζεται ικανοποιητικά από το First Exit Time Model - IM. Μικρές αποκλίσεις παρατηρούνται σε διάφορες ηλικίες όπως π.χ 18-60 ετών. Η καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα της καμπύλης μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

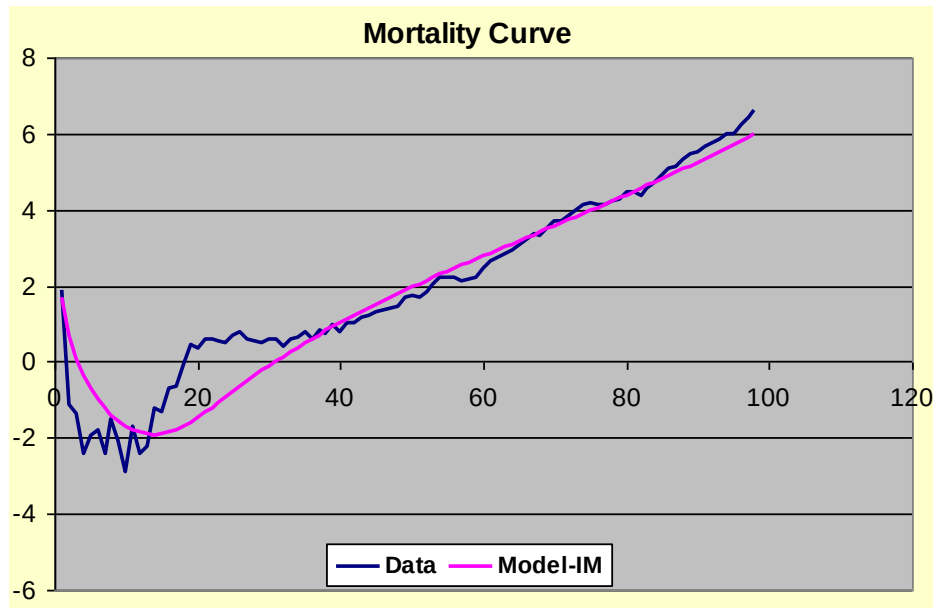
Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 8.1.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	80	3,02E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	67	2,029E-02	9,983E-04
Δεξιό σημείο καμπής	92	1,680E-02	-8,449E-03

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 80 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 67 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 92 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ First Exit Time Model - IM” για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 2000.



Σχήμα 8.1.2: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model-IM” για τους άνδρες της Ελλάδας (2000).

Από το παραπάνω σχήμα είναι εμφανής η καλή εφαρμογή της καμπύλης της συνάρτησης θνησιμότητας, όπως αυτή προκύπτει από τις εκτιμήσεις του First Exit Time Model-IM, στην καμπύλη θνησιμότητας των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης (raw data). Η συνάρτηση θνησιμότητας για το First Exit Time Model-IM ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 40 έως 100 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 16-40 ετών.

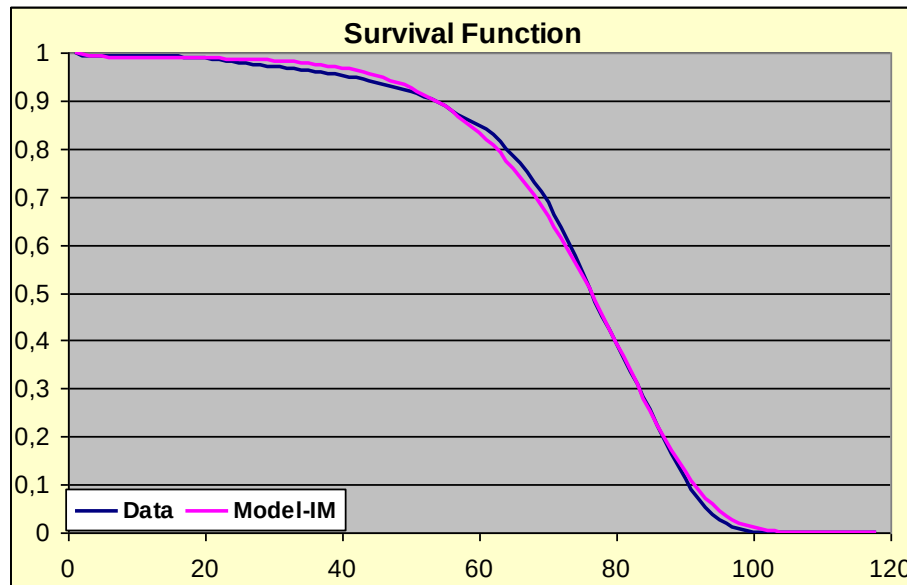
Στο γράφημα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι καμπύλες επιβίωσης των Raw Data και του “First Exit Time Model-IM” για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 2000.

Παρατηρείται ότι στην ηλικία των 62 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 83 % περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 76 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Στοιχεία με ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την ασφαλιστική επιστήμη αφού αρκετά μεγάλο ποσοστό του πληθυσμού της χώρας βρίσκεται εν ζωή και συνταξιοδοτείται για μεγάλο χρονικό διάστημα. Απόρροια της ανόδου του

βιοτικού επιπέδου και της αύξησης διάρκειας ζωής (βελτίωση της κατάστασης υγείας) του πληθυσμού της χώρας.

Πολύ μικρές αποκλίσεις των εκτιμήσεων του First Exit Time Model-IM παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 60-78 και 90-100 έτη.



Σχήμα 8.1.3: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model-IM” για τους άνδρες της Ελλάδας (2000).

Γυναικείος πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model - IM για τις γυναίκες της Ελλάδας το έτος 2000

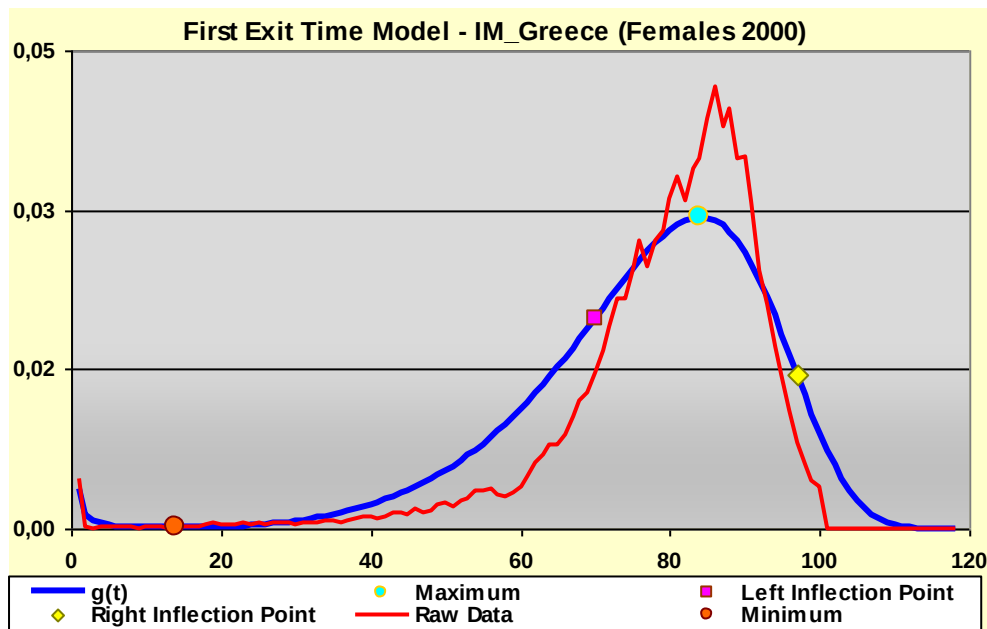
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,5 ($c=5,5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ελλάδας το έτος 2000 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 8.1.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0174
l=	0,00422
k=	1,011
Sum of Squared Errors=	
0,0022923	
Standard Error of Estimates=	
0,004465	
R^2 =	
0,883	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 8.1.4: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model - IM* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ελλάδας (2000).

Η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι αρκετά καλή, με σχετικά υψηλό R^2 και μικρά SSE, SE.

Το μοντέλο ακολουθεί με σχετική επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ελλάδας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο υπολογίζεται σωστά για όλα τα εξεταζόμενα έτη από το *First Exit Time Model-IM*. Η προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 8.1.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	84	3,25E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	70	2,184E-02	1,028E-03
Δεξιό σημείο καμπής	97	1,607E-02	-6,393E-03

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 84 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 70 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 97 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

8.2 ΔΑΝΙΑ

Εφαρμογή του First Exit Time Model - IM στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Δανίας

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model - IM βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Ελλάδας. Για τον ανδρικό και για το γυναικείο πληθυσμό το εξεταζόμενο έτος είναι 2007. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model - IM για τους άνδρες της Δανίας το έτος 2007.

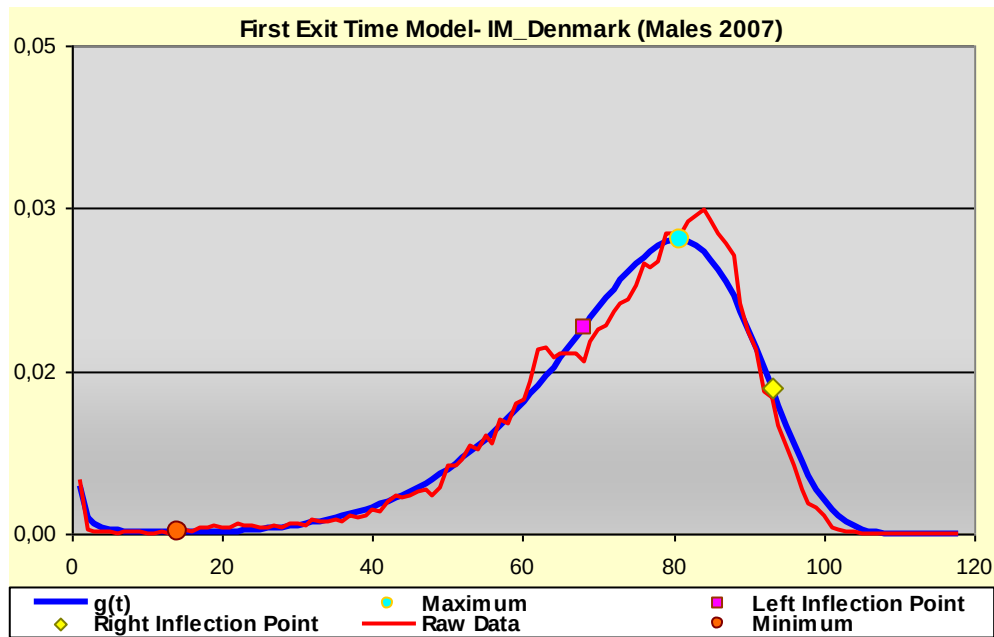
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,5($c=5,5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Δανίας το έτος 2007 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 8.2.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0181
l=	0,00548
k=	0,894
Sum of Squared Errors=	0,0002467
Standard Error of Estimates=	0,001465
R²=	0,981

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 8.2.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model - IM στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Δανίας (2007).

Παρατηρώντας την προσαρμογή του μοντέλου ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης για τους άνδρες της Δανίας στο δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model - IM, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 (0,981) και μικρό SSE, SE. Το μοντέλο επιβίωσης της Δανίας κατά τη βρεφική ηλικία. Η σχετικά καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα της καμπύλης μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Το έτος 2007 στις ηλικίες των 63-70 ετών, εντοπίζεται μια μικρή σχετικά ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης της Δανίας με συνέπεια την απόκλιση του μοντέλου έως στις ηλικίες 63-85 ετών και την ύπαρξη σφαλμάτων. Στις ηλικίες αυτές (63-68) είναι άτομα που γεννήθηκαν την περίοδο του 'Β Παγκοσμίου πολέμου. Η ανομοιομορφία αυτή στα δεδομένα που προφανώς οφείλεται στην μείωση των γεννήσεων και στην αύξηση των θανάτων λόγω της εμπόλεμης κατάστασης και των συνθηκών της εποχής.

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

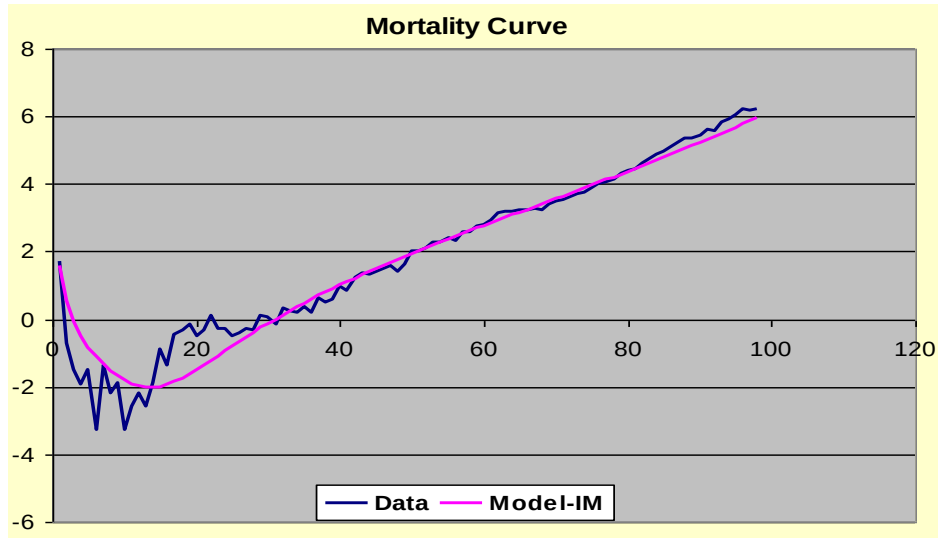
Πίνακας 8.2.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	81	2,99E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	68	2,099E-02	9,876E-04
Δεξιό σημείο καμπής	93	1,497E-02	-7,343E-03

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 81 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 68 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 93 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model-IM” για τους άνδρες της Δανίας το έτος 2007.

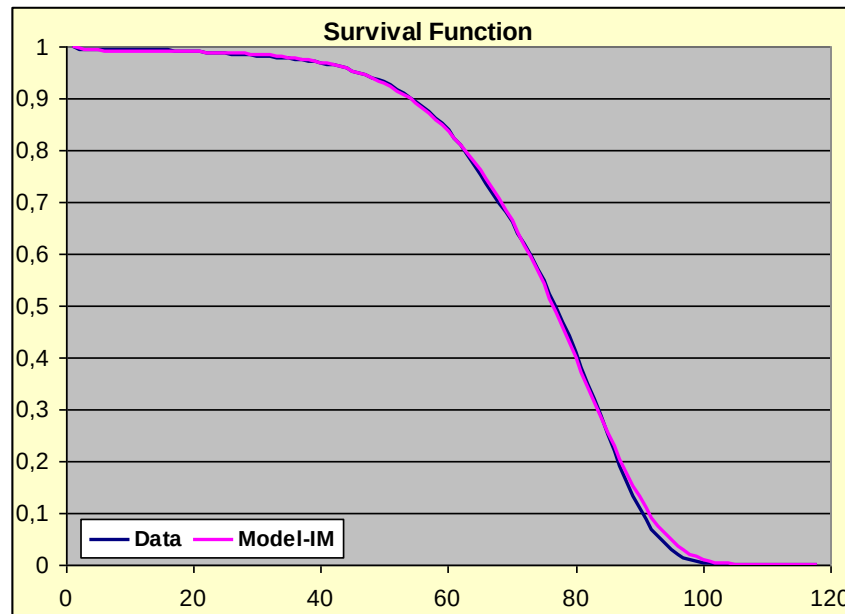
Η συνάρτηση θνησιμότητας για το First Exit Time Model-IM ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 30 έως 100 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 15-30 ετών.



Σχήμα 8.2.2: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model-IM” για τους άνδρες της Δανίας (2007).

Στο παρακάτω διάγραμμα που απεικονίζεται η καμπύλη επιβίωσης παρατηρείται ότι στην ηλικία των 62 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 80,8% περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 77 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Ελάχιστες αποκλίσεις των εκτιμήσεων του First Exit Time Model-IM παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 90-100 έτη.



Σχήμα 8.2.3: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model-IM” για τους άνδρες της Δανίας (2007).

Γυναικείος πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model - IM για τις γυναίκες της Δανίας το έτος 2007.

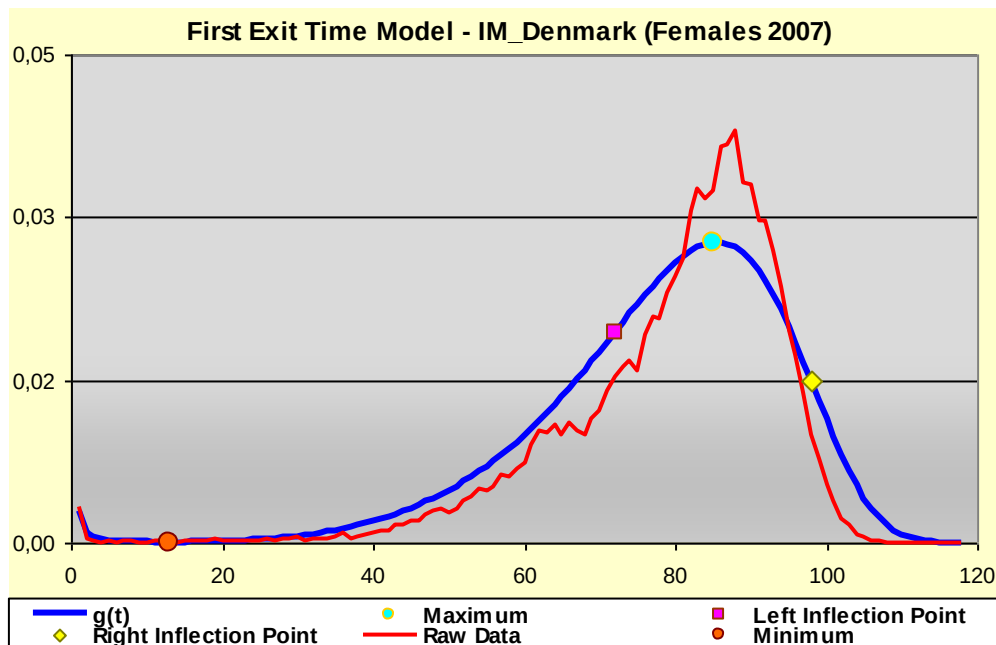
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,5 ($c=5,5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Δανίας το έτος 2007 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 8.2.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0172
l=	0,00326
k=	0,971
Sum of Squared Errors=	
0,0013916	
Standard Error of Estimates=	
0,003479	
R^2 =	
0,915	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 8.2.4: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model - IM στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Δανίας (2007).

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τις γυναίκες της Δανίας στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με R^2 (0,915) και χαμηλό SSE, SE. Το First Exit Time Model-IM υπολογίζει με επιτυχία και την ηλικία (σημείο) που σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι για το εξεταζόμενο έτος.

Για το έτος 2007 στις ηλικίες των 61-67 ετών, εντοπίζεται ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης της Δανίας με συνέπεια την απόκλιση του μοντέλου και

την ύπαρξη σφαλμάτων. Στις ηλικίες αυτές (61-67) είναι άτομα που γεννήθηκαν την περίοδο του ΄Β Παγκοσμίου πολέμου και προφανώς οφείλεται στην μείωση των γεννήσεων και στην αύξηση των θανάτων λόγω της εμπόλεμης κατάστασης και των συνθηκών της εποχής. Το μοντέλο υπολογίζει σωστά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$. Η σχετικά καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

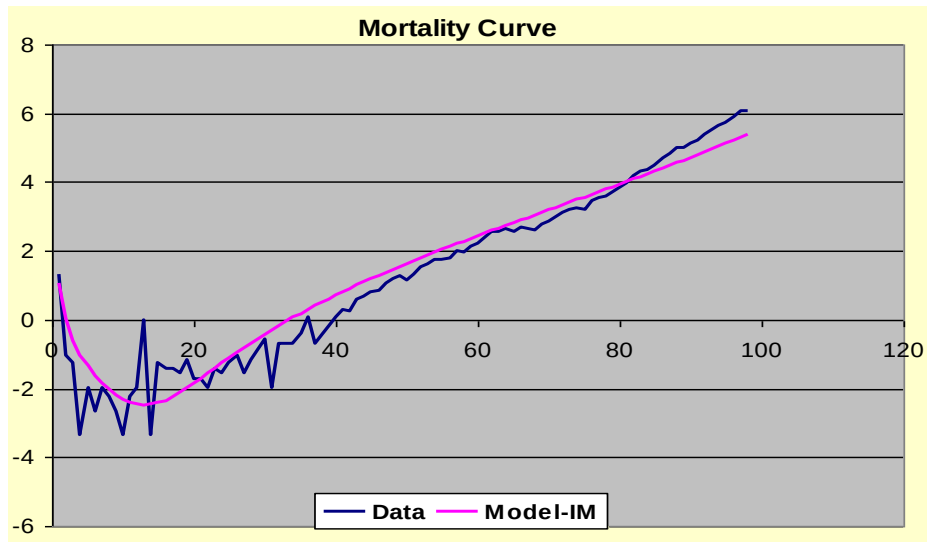
Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 8.2.4 : Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	85	3,06E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	72	2,142E-02	9,548E-04
Δεξιό σημείο καμπής	98	1,649E-02	-4,751E-03

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 85 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 72 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 98 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

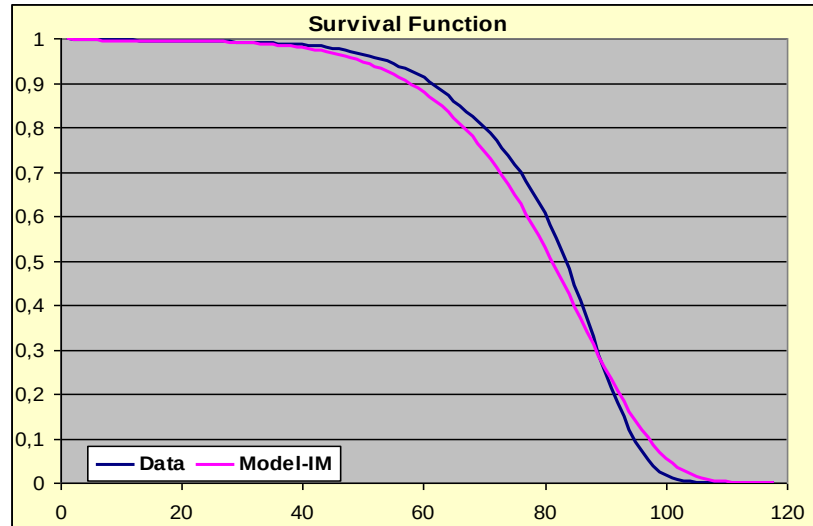
Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model-IM” για τις γυναίκες της Δανίας το έτος 2007. Η συνάρτηση θνησιμότητας για το First Exit Time Model-IM ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 40 έως 100 ετών. Αποκλίσεις στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 5-40 ετών.



Σχήμα 8.2.5: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model-IM” για τις γυναίκες της Δανίας (2007).

Στο παρακάτω διάγραμμα που απεικονίζεται η καμπύλη επιβίωσης παρατηρείται ότι στην ηλικία των 60 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 91 % περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 84 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Μικρές αποκλίσεις των εκτιμήσεων του First Exit Time Model-IM παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 40-110 ετών.



Σχήμα 8.2.6: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model-IM” για τις γυναίκες της Δανίας (2007).

8.3 ΓΕΡΜΑΝΙΑ

Εφαρμογή του First Exit Time Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Γερμανίας

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model - IM βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Γερμανίας (άνδρες και γυναίκες) κατά το έτος 2004. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model – IM για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 2004

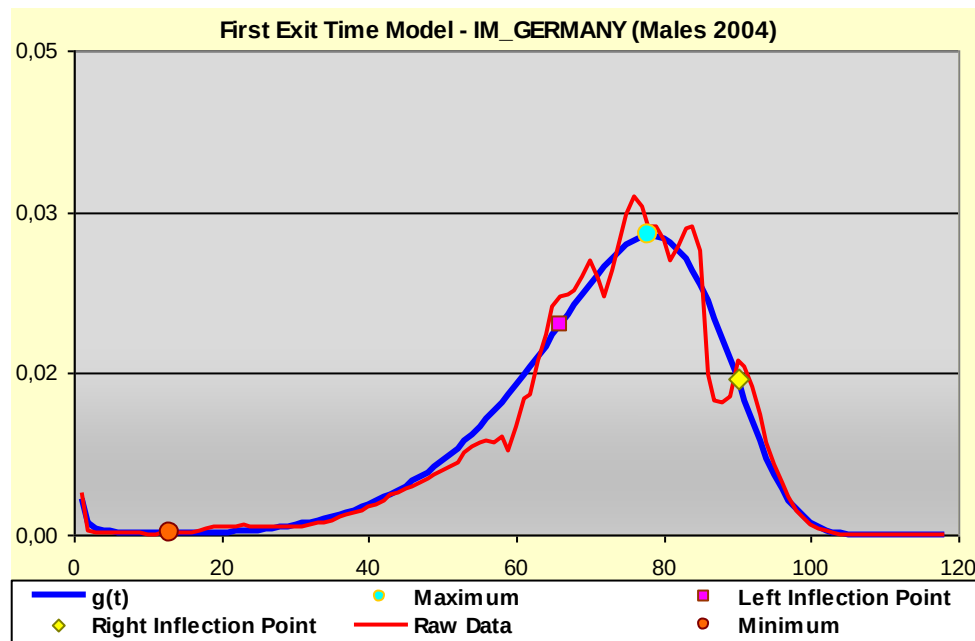
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,5 ($c=5,5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 8.3.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0186
l=	0,00419
k=	0,892
Sum of Squared Errors=	0,0004754
Standard Error of Estimates=	0,002033
R²=	0,965

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 8.3.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model – IM στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Γερμανίας (2004).

Μελετώντας τα αποτελέσματα της εφαρμογής του μοντέλου στα δεδομένα επιβίωσης της Γερμανίας διαπιστώνουμε σε αρκετά σημεία αποκλίσεις λόγω της μεγάλης ανομοιομορφίας των δεδομένων.

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τους άνδρες της Γερμανίας στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 (0,965) και χαμηλό SSE, SE. Το First Exit Time Model-IM υπολογίζει με επιτυχία και την ηλικία (σημείο) που σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι για όλα τα εξεταζόμενα έτη. Αποκλίσεις, παρατηρούνται κυρίως στις ηλικίες 50-90 ετών.

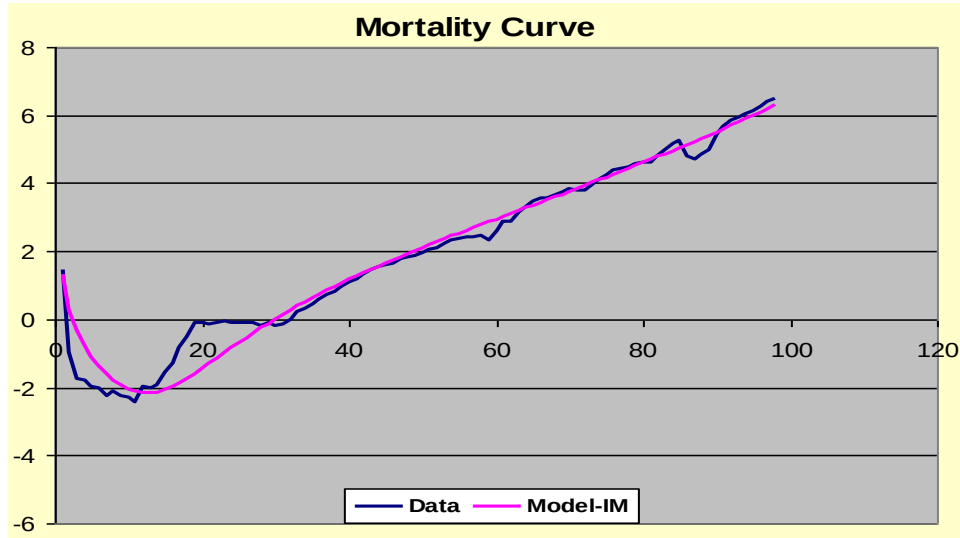
Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 8.3.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	78	3,08E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	66	2,156E-02	1,046E-03
Δεξιό σημείο καμπής	90	1,598E-02	-5,601E-03

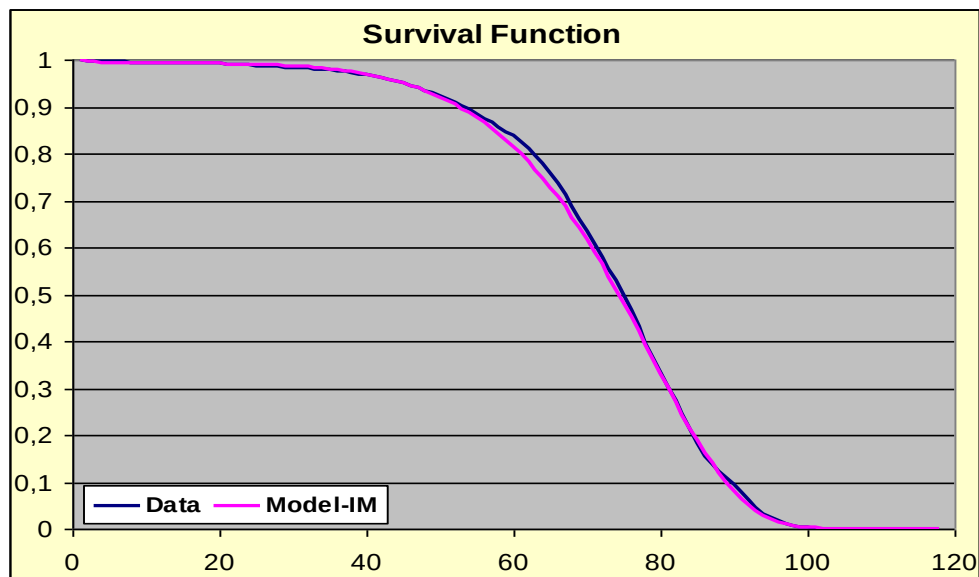
Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 78 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 66 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 90 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model-IM” για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 2004. Η συνάρτηση θνησιμότητας για το First Exit Time Model-IM ακολουθεί τη μορφή της καμπύλης των μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης σχεδόν για όλες τις ηλικίες ιδιαίτερα από την ηλικία των 30 έως 100 ετών. Διαφορές στη μορφή των καμπύλων παρατηρούνται στις ηλικίες από 15-30 ετών.



Σχήμα 8.3.2: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model-IM” για τους άνδρες της Γερμανίας (2004).

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model-IM” για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 2004.



Σχήμα 8.3.3: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model-IM” για τους άνδρες της Γερμανίας (2004).

Παρατηρείται ότι στην ηλικία των 62 ετών οι ζώντες είναι το 81% περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 75 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Δεν παρατηρούνται σημαντικές αποκλίσεις των εκτιμήσεων του First Exit Time Model-IM από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data για όλες τις εξεταζόμενες ηλικίες.

Γυναικείος πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 2004.

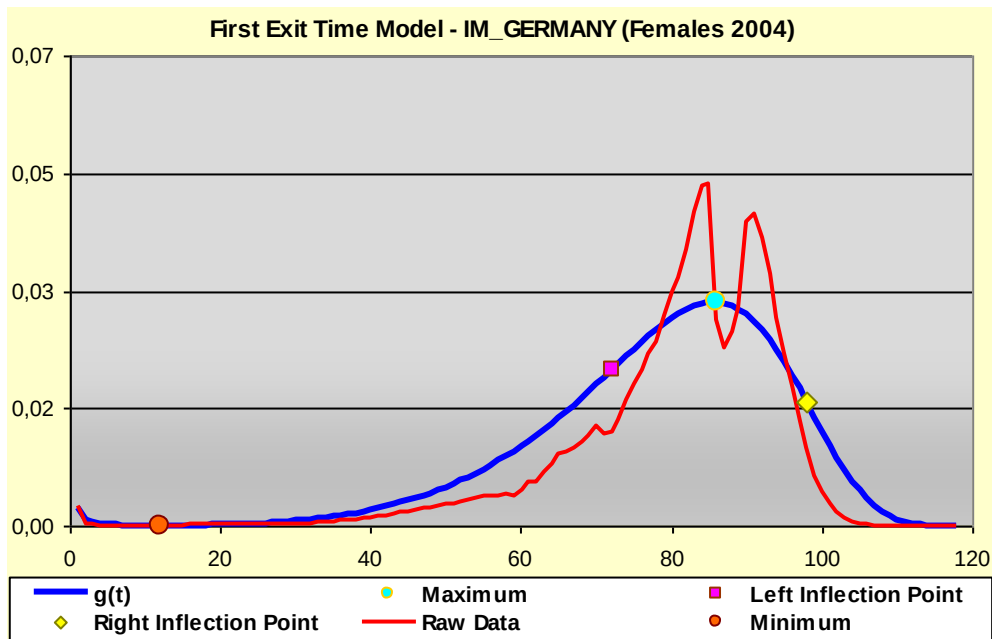
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,5 ($c=5,5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 8.3.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0171
l=	0,00245
k=	1,003
Sum of Squared Errors=	0,0029080
Standard Error of Estimates=	0,005029
R^2=	0,850

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 8.3.4: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Γερμανίας (2004).

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τις γυναίκες της Γερμανίας στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι ικανοποιητική με αρκετές αποκλίσεις, με R^2 (0,850) και σχετικά μικρό SSE, SE.

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμψής τους.

Πίνακας 8.3.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμψής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

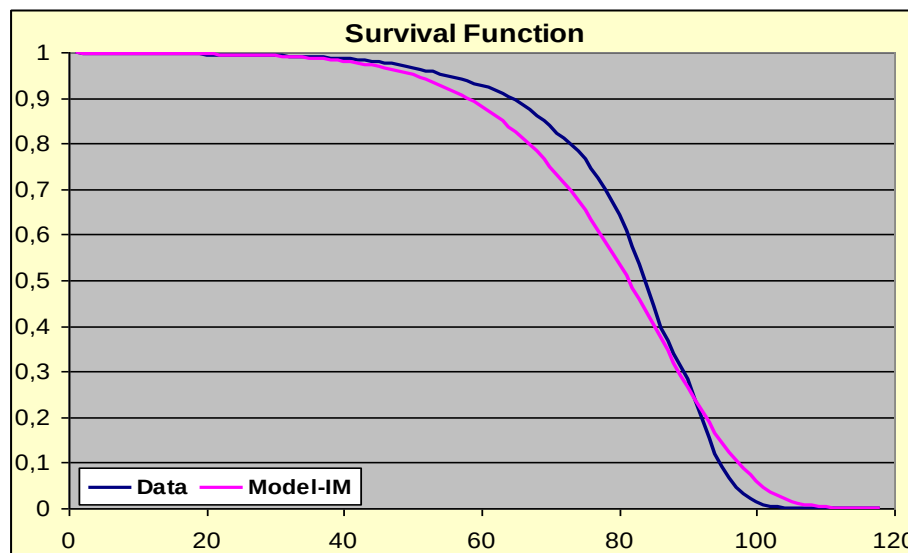
Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	86	3,16E-02	0
Αριστερό σημείο καμψής	72	2,192E-02	9,821E-04
Δεξιό σημείο καμψής	98	1,739E-02	-3,681E-03

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 86 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων

ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 72 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 98 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζονται οι καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model-IM” για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 2004.

Σημαντικές αποκλίσεις των εκτιμήσεων του First Exit Time Model-IM παρατηρούνται από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data στις ηλικίες 40-90, από 91-100 ετών.



Σχήμα 8.3.5: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “First Exit Time Model-IM” για τις γυναίκες της Γερμανίας (2004).

8.4 ΗΠΑ

Εφαρμογή του First Exit Time Model – IM στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού των ΗΠΑ

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model – IM βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό των ΗΠΑ (άνδρες και γυναίκες) κατά τα έτη 1982, 2004. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model – IM για τους άνδρες των ΗΠΑ το έτος 2004

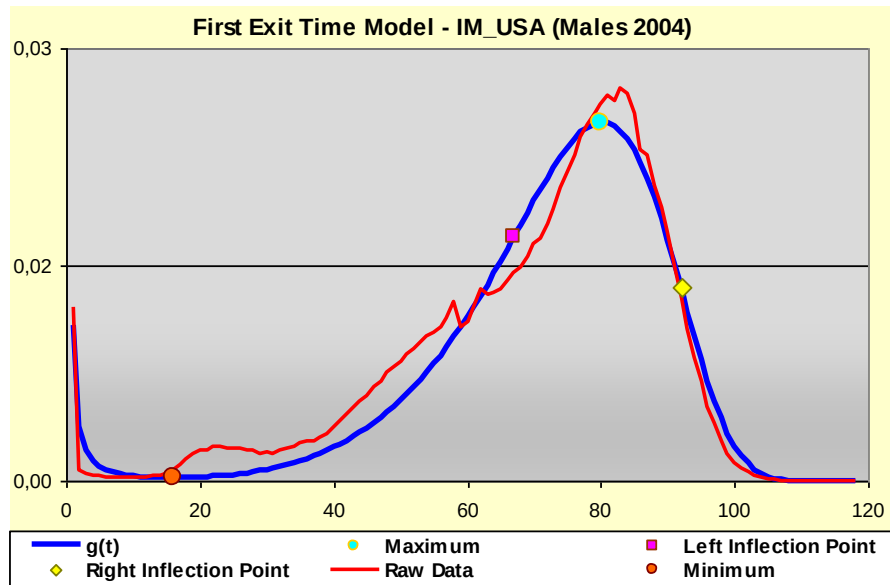
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,5 ($c=5,5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες των ΗΠΑ το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 8.4.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0182
l=	0,01459
k=	0,818
Sum of Squared Errors=	0,0003750
Standard Error of Estimates=	0,001806
R²=	0,962

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 8.4.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model-IM στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες των ΗΠΑ (2004).

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τους άνδρες των ΗΠΑ στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με R^2 (0,962) και μικρό SSE, SE. Το μοντέλο ακολουθεί με σχετική επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης των ΗΠΑ μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο προσεγγίζεται ικανοποιητικά από το First Exit Time Model-IM. Η σχετικά καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων. Αποκλίσεις, παρατηρούνται στις ηλικίες 17-85 και στις ηλικίες 86-103 ετών.

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

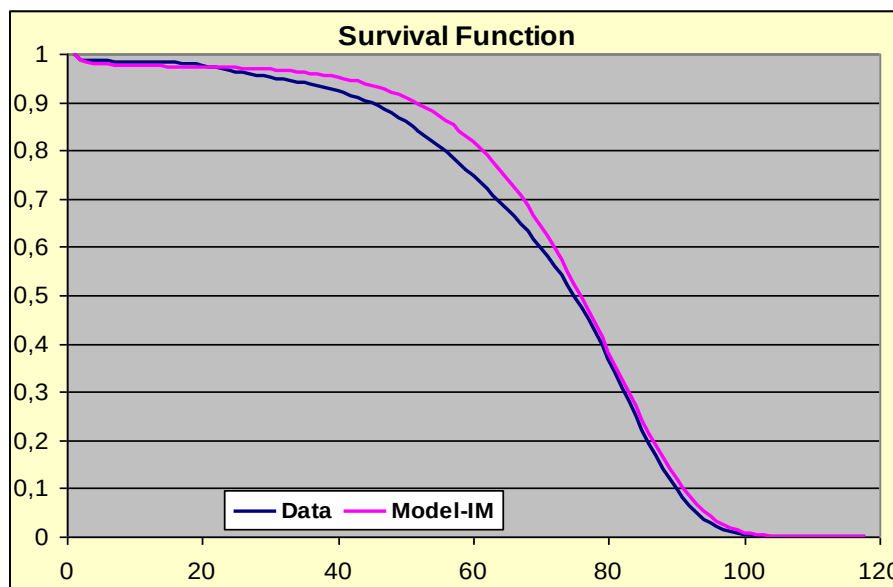
Πίνακας 8.4.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	80	2,75E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	67	1,868E-02	9,131E-04
Δεξιό σημείο καμπής	92	1,482E-02	-1,790E-02

Στον παραπάνω πίνακα είναι εμφανές ότι στην ηλικία των 80 ετών σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου, σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι δηλαδή παρουσιάζει μέγιστο η συνάρτηση $g(t)$. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 67 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 92 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζεται η καμπύλη επιβίωσης. Παρατηρείται ότι στην ηλικία των 62 ετών (ηλικία κατά την οποία η πλειοψηφία των εργαζομένων μεταβαίνει στο συνταξιοδοτικό στάδιο) οι ζώντες είναι το 72% περίπου του πληθυσμού. Ενώ στην ηλικία των 75 ετών βρίσκεται εν ζωή ο μισός πληθυσμός.

Αποκλίσεις των εκτιμήσεων του First Exit Time Model-IM από την καμπύλη επιβίωσης των Raw Data παρατηρούνται στις ηλικίες 20-72 ετών.



Σχήμα 8.4.2: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του "First Exit Time Model-IM" για τους άνδρες των Ηνωμένων Πολιτειών (2004).

Γυναικείος πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model – IM για τις γυναίκες των ΗΠΑ το έτος 2004

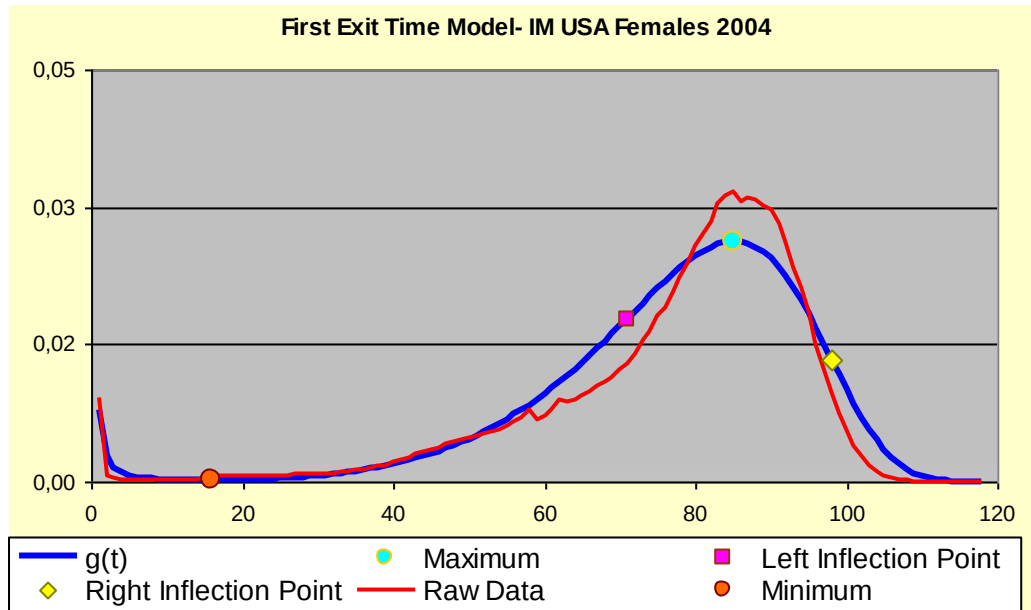
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,5 ($c=5,5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες των ΗΠΑ το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 8.4.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters after 40 rounds			
b=	0,0172		
l=	0,00962		
k=	0,916		
Sum of Squared Errors=			0,0008042
Standard Error of Estimates=			0,002644
R^2=			0,940

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 8.4.3: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model-IM στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες των ΗΠΑ (2004).

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τις γυναίκες των ΗΠΑ στο δυναμικό μοντέλο το έτος 2004, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με R^2 (0,940) και χαμηλό SSE, SE.

Το First Exit Time Model-IM ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης των Ηνωμένων Πολιτειών μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο υπολογίζεται σωστά από το First Exit Time Model-IM. Η πολύ καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων. Ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας στον γυναικείο πληθυσμό για το έτος 2004 εντοπίζεται στην ηλικία των 85 ετών.

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$g'(t) = \left\{ -(3/2)/t + (1/2)l^2/t^2 + (c-1)lb^c t^{c-2} - (1/2)(2c-1)b^{2c} t^{2c-2} \right\} g(t) = Ag(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 8.4.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	85	2,91E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	71	1,969E-02	9,093E-04
Δεξιό σημείο καμπής	98	1,480E-02	1,322E-02

8.5 ΟΛΛΑΝΔΙΑ

Εφαρμογή του First Exit Time Model - IM στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ολλανδίας

Η εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model – IM βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Ολλανδίας (άνδρες και γυναίκες) κατά το έτος 2004. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Ανδρικός πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model – IM για τους άνδρες της Ολλανδίας το έτος 2004

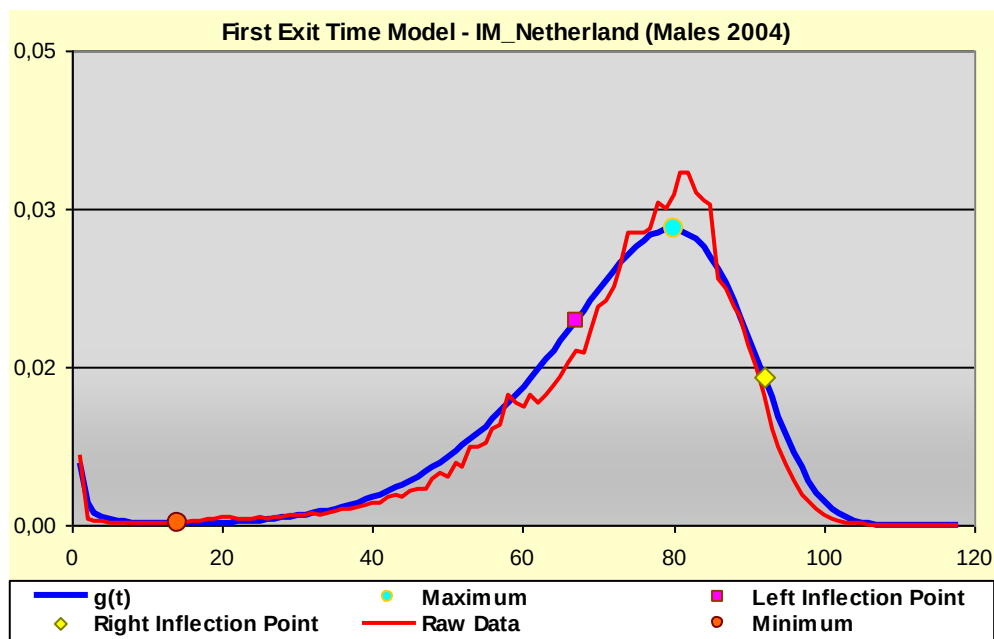
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,5 ($c=5,5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ολλανδίας το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 8.5.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0183
l=	0,00706
k=	0,917
Sum of Squared Errors=	
0,0004238	
Standard Error of Estimates=	
0,001920	
R^2 =	
0,971	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 8.5.1: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model-IM στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ολλανδίας (2004).

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τους άνδρες της Ολλανδίας στο δυναμικό μοντέλο το 2004, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 (0,9715) και μικρό SSE, SE. Το μοντέλο ακολουθεί με επιτυχία την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ολλανδίας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το οποίο προσεγγίζεται από το First Exit Time Model-IM.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι δεν παρατηρούνται μεγάλες αποκλίσεις ούτε ακόμη ακόμα και στις ηλικίες των 17-25 στις οποίες όπως έχουμε επισημάνει στις περισσότερες χώρες παρατηρείται υψηλή αύξηση της θνησιμότητας λόγω των δραστηριοτήτων και του τρόπου ζωής των ανδρών.

Η καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 8.5.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	80	3,10E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	67	2,148E-02	1,036E-03
Δεξιό σημείο καμπής	92	1,554E-02	-9,714E-03

Γυναικείος πληθυσμός

Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model-IM για τις γυναίκες της Ολλανδίας το έτος 2004

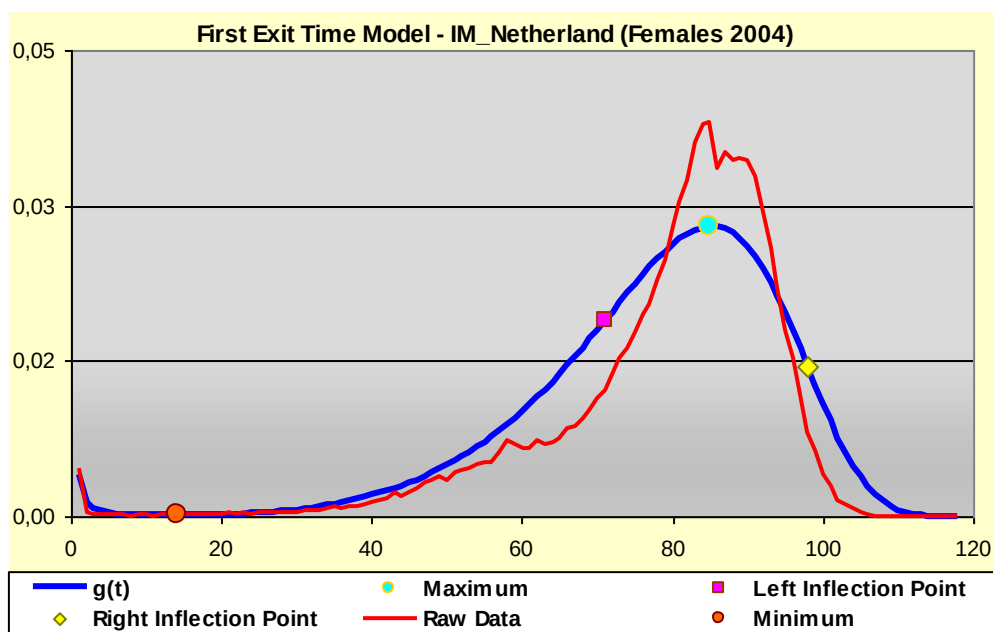
Για την εκτέλεση της μεθόδου της μη γραμμικής παλινδρόμησης με καλύτερη ακρίβεια επιλέγω ο λογαριθμικός εκθέτης c της συνάρτησης $g(t)$ να ισούται με 5,5 ($c=5,5$).

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ολλανδίας το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 8.5.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0172
l=	0,00457
k=	0,977
Sum of Squared Errors=	0,0019435
Standard Error of Estimates=	0,004111
R²=	0,888

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 8.5.2: Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου *First Exit Time Model – IM* στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ολλανδίας (2004).

Παρατηρώντας την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για τις γυναίκες της Ολλανδίας στο δυναμικό μοντέλο, είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με R^2 (0,888) και χαμηλό SSE, SE. Το μοντέλο ακολουθεί με μεγάλες αποκλίσεις την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ολλανδίας. Το σημείο με τον μέγιστο αριθμό θανάτων υπολογίζεται σωστά για το εξεταζόμενο έτος από το *First Exit Time Model-IM*. Συμπληρωματικά αναφέρεται ότι οι επιπτώσεις της γρίπης φαίνονται και το έτος 2004 στα άτομα ηλικίας 86 ετών.

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 8.5.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	85	3,10E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	71	2,089E-02	9,673E-04
Δεξιό σημείο καμπής	98	1,594E-02	-6,690E-03

Κεφάλαιο 9: Εφαρμογή του αιτιοκρατικού μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης

Το μοντέλο Weibull Model εφαρμόζεται στα δεδομένα επιβίωσης των διαφόρων χωρών στους ανδρικούς και γυναικείους πληθυσμούς.

Για τα εξεταζόμενα έτη αναφέρονται οι αρχικές τιμές των παραμέτρων της συνάρτησης $g(t)$ του μοντέλου b, l και k . Η εφαρμογή του μοντέλου στα δεδομένα επιβίωσης με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης πραγματοποιείται σε πρόγραμμα στο Excel εφαρμόζοντας τον ακόλουθο τύπο της $g(t)$ ίδιο με αυτόν της εξίσωσης (2.20), που αναφέραμε παραπάνω ως συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Weibull.

$$g(t) = k(bt)^{l-1} e^{-(bt)^l}$$

Παρατίθεται διάγραμμα που απεικονίζει την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο περιλαμβάνοντας και την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης, έχοντας υπολογίσει το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$, το αριστερό και το δεξιό σημείο καμπής της $g(t)$. Τέλος, απεικονίζεται γραφικά η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος συνάρτησης της $g(t)$, λαμβάνοντας σημαντικά συμπεράσματα για το ρυθμό της θνησιμότητας στα εξεταζόμενα έτη.

Για την εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού των χωρών, και για τον υπολογισμό των σχετικών παραμέτρων του μοντέλου και των σφαλμάτων με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, θέτω τις εξής αρχικές συνθήκες για όλα τα εξεταζόμενα έτη:

Αρχικές τιμές παραμέτρων:

$b=0,012$, $l=8$, $k=0,1$

I. Μεσογειακές χώρες

Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) Μεσογειακών χωρών

Οι μεσογειακές χώρες που επελέγησαν στο κεφάλαιο αυτό για ανάλυση και σχολιασμό είναι η Ελλάδα το έτος 2000 και η Ισπανία το έτος 2006. Η εφαρμογή και τα αποτελέσματα του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης των υπόλοιπων χωρών της μεσογείου, των οποίων τη θνησιμότητα την αναλύσαμε μέσω των δεδομένων επιβίωσης τους σε προηγούμενο κεφάλαιο, βρίσκονται στο Παράρτημα.

9.1 ΕΛΛΑΔΑ

Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ελλάδας

Η εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Ελλάδας (άνδρες και γυναίκες) το έτος 2000. Τα δεδομένα επιβίωσης έχουν ληφθεί από την ιστοσελίδα της Διεθνούς Βάσης Δεδομένων για την Ανθρώπινη Θνησιμότητα (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Ανδρικός πληθυσμός

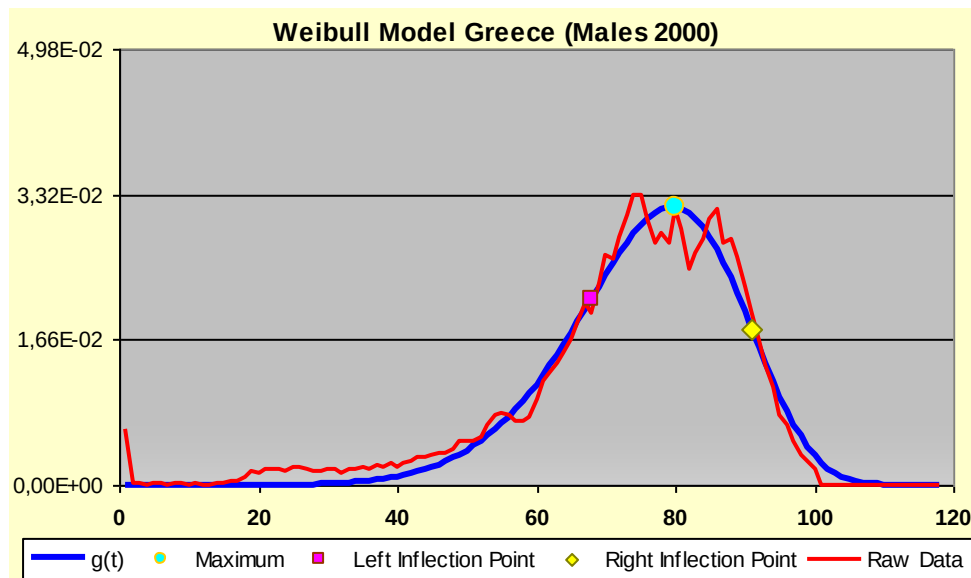
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 2000

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ελλάδας το έτος 2000 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 9.1.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R²

Estimated Parameters	
b=	0,0123
l=	7,268
k=	0,0856
Sum of Squared Errors=	
Standard Error of Estimates=	
R^2=	
	0,0004104
	0,001889
	0,969

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 9.1.1: Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ελλάδας (2000).

Η παράγωγος συνάρτηση της $g(t)$ είναι:

$$\dot{g}(t) = \frac{l-1-l(bt)^l}{t} g(t)$$

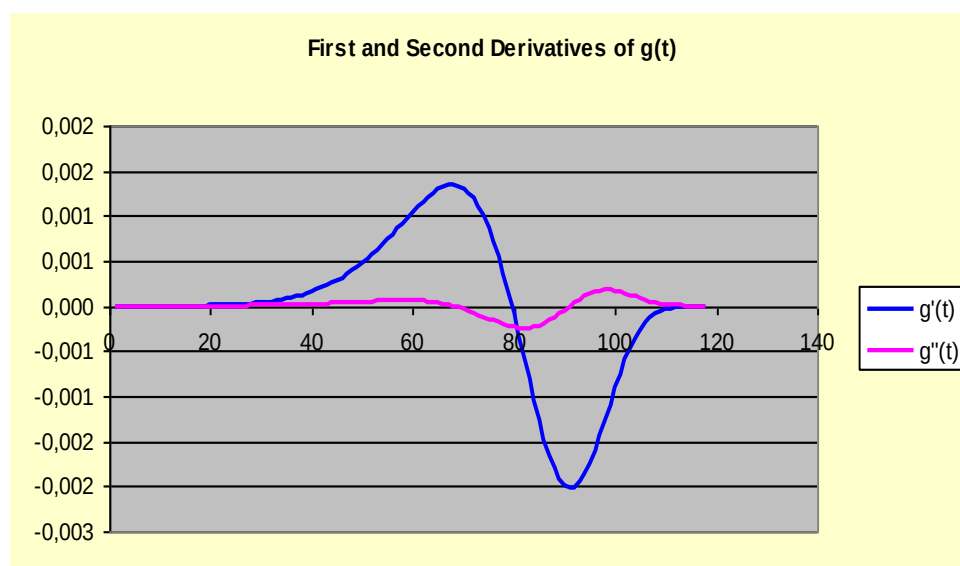
Από την οποία προκύπτει ότι:

$$\ddot{g}(t) = \frac{(l-1-l(bt)^l)^2 + l(bt)^l - l^2(bt)^l - l + 1}{t^2} g(t)$$

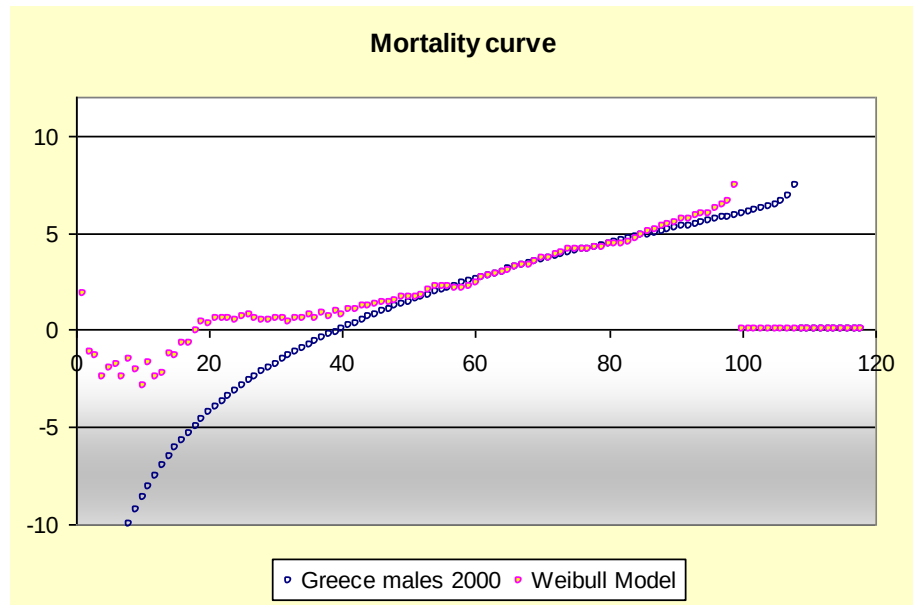
Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 9.1.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

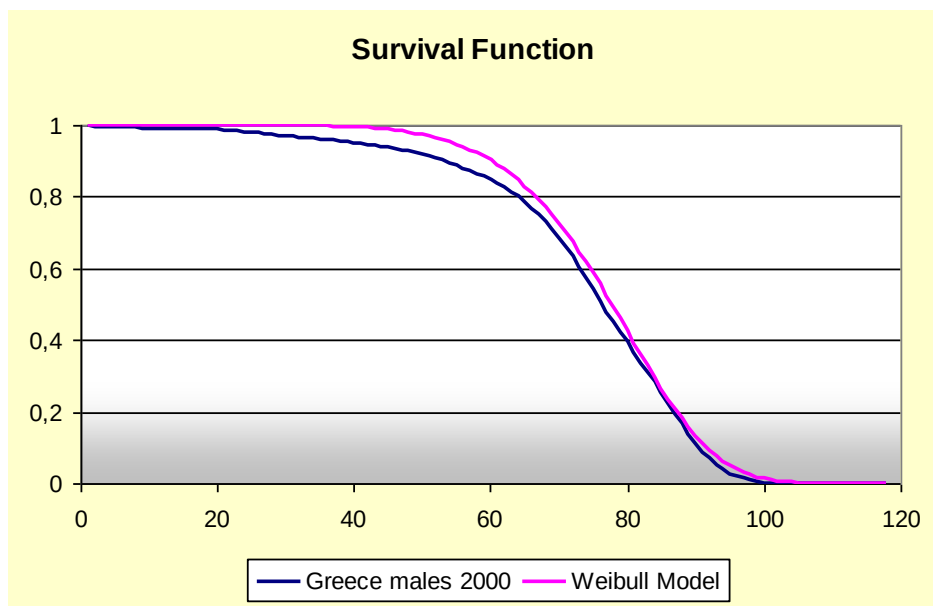
Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	80	3,18E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	68	2,132E-02	1,341E-03
Δεξιό σημείο καμπής	91	1,787E-02	-2,018E-03



Σχήμα 9.1.2: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.



Σχήμα 9.1.3: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ Weibull Model ” για τους άνδρες της Ελλάδας (2000).



Σχήμα 9.1.4: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του
“ Weibull Model ” για τους άνδρες της Ελλάδας (2000).

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ελλάδας.

Ανδρικός πληθυσμός

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 . Υπάρχουν και εντοπίζονται όμως αρκετές και σε πολλές περιπτώσεις σημαντικές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας για το εξεταζόμενο έτος 2000.

Αρκετοί από τους λόγους που προκαλούν τα σφάλματα που υπολογίζονται με την μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, εντοπίζονται με σχετική ευκολία στο σχετικό διάγραμμα. Ένας από τους λόγους αυτούς είναι η βρεφική θνησιμότητα η οποία ενώ παρουσιάζει σημαντική μείωση τα τελευταία χρόνια, συνεχίζει να είναι υπαρκτή έστω και σε χαμηλά επίπεδα.

Σημαντική και μεγάλου εύρους απόκλιση, παρατηρείται στις ηλικίες 17-60 περίπου ετών, στην οποία η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν ακολουθεί την αύξουσα πορεία της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης.

Η ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης στις ηλικίες κοντά στα 80 έτη που προφανώς οφείλεται στην μείωση των γεννήσεων κατά τον πόλεμο και σε δημογραφικά σφάλματα κατά την ανταλλαγή των πληθυσμών, προκαλεί αποκλίσεις και στον υπολογισμό του έτους της ηλικίας με το μέγιστο πλήθος θανάτων. Για το 2000 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εκτιμάται από το μοντέλο στην ηλικία των 80 ετών, ενώ στην πραγματικότητα σύμφωνα με το γράφημα, ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας συμβαίνει στην ηλικία των 75 ετών. Τέλος, το μοντέλο δεν ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ελλάδας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$. Η προσαρμογή των δεδομένων εξελίσσεται με αρκετές αποκλίσεις ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Γυναικείος πληθυσμός

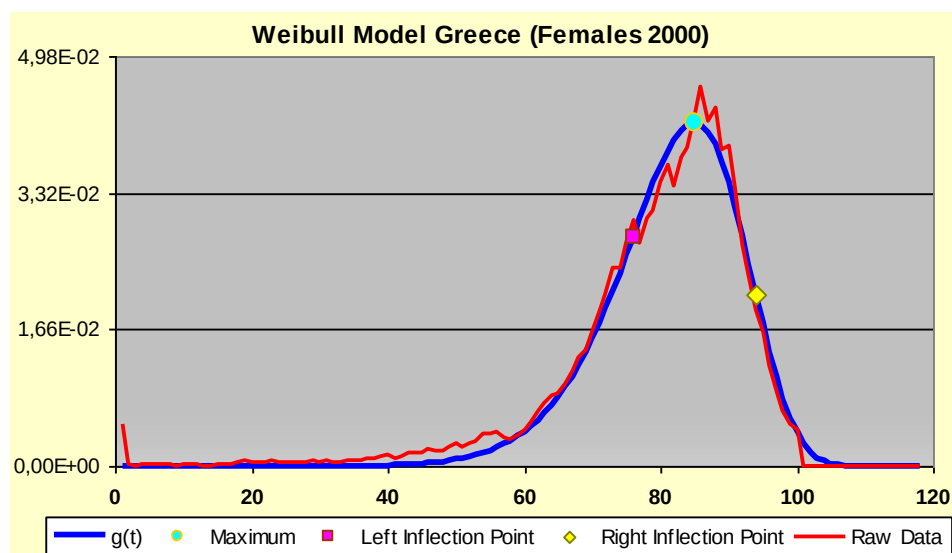
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model για τις γυναίκες της Ελλάδας το έτος 2000

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ελλάδας το έτος 2000 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 9.1.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0117
l=	10,123
k=	0,1128
Sum of Squared Errors=	
0,0002893	
Standard Error of Estimates=	
0,001586	
R^2 =	
0,985	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 9.1.5: Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ελλάδας (2000).

$$\dot{g}(t) = \frac{l-1-l(bt)^l}{t} g(t)$$

Από την οποία προκύπτει ότι:

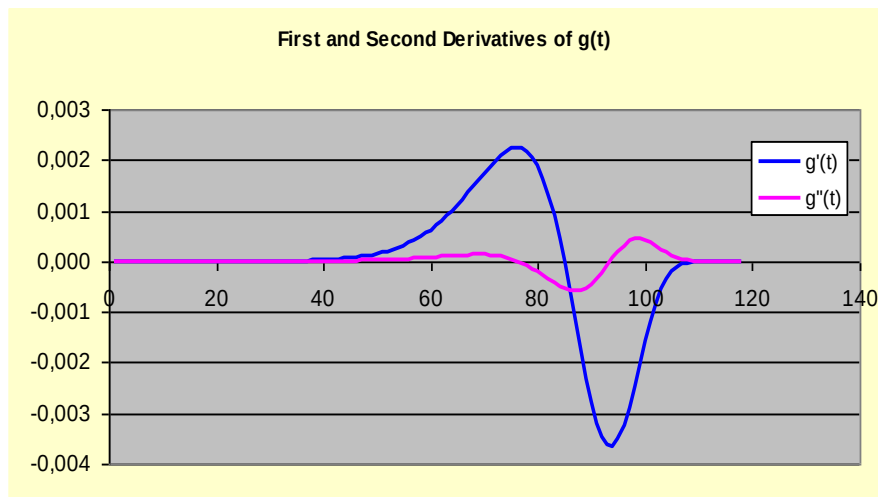
$$\ddot{g}(t) = \frac{(l-1-l(bt)^l)^2 + l(bt)^l - l^2(bt)^l - l + 1}{t^2} g(t)$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

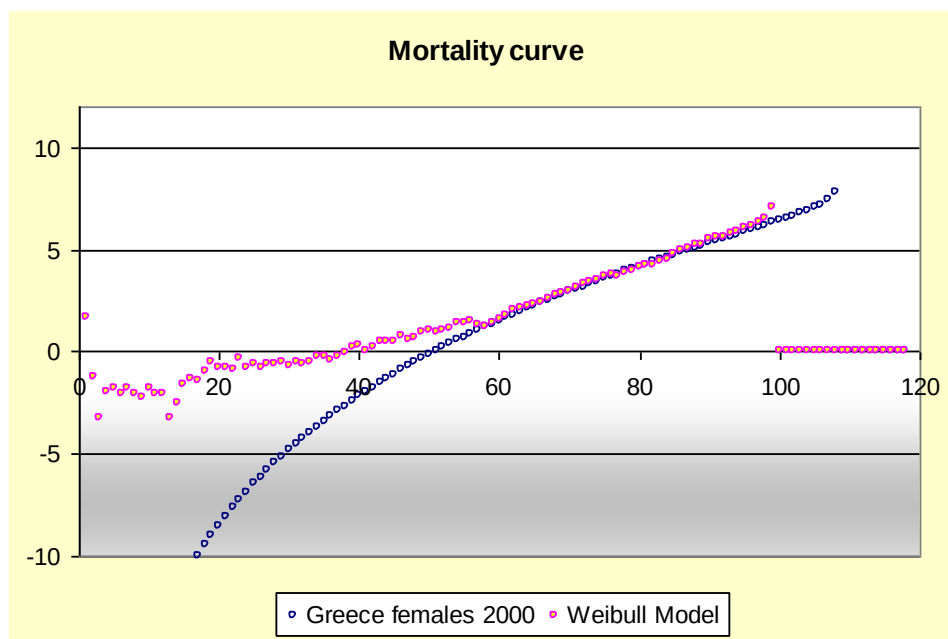
Πίνακας 9.1.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	85	4,17E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	76	2,785E-02	2,255E-03
Δεξιό σημείο καμπής	94	2,084E-02	-3,639E-03

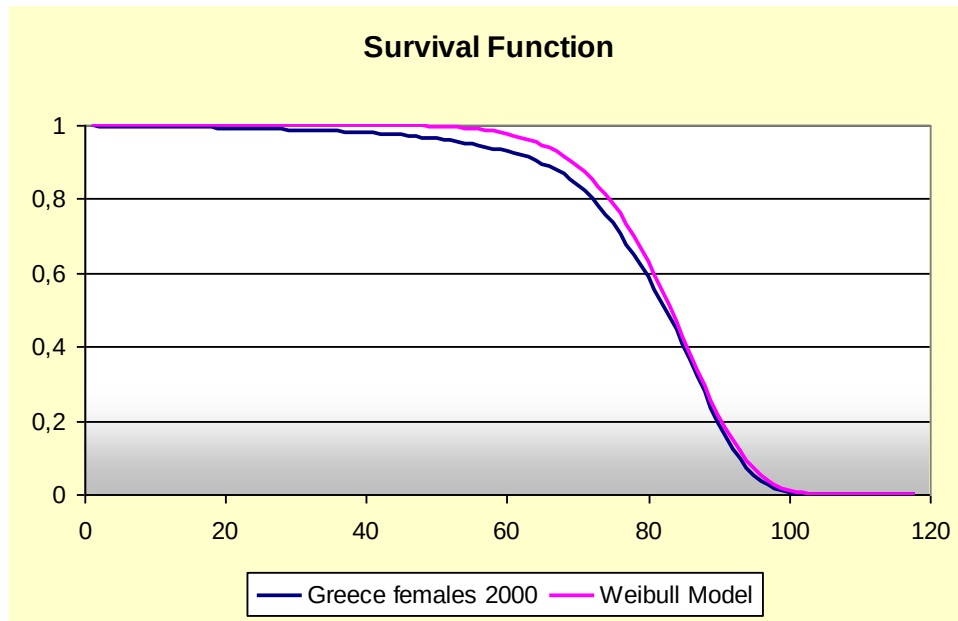
Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 85 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 76 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 94 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.



Σχήμα 9.1.6: Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $g(t)$.



Σχήμα 9.1.7: Καμπύλες θνησιμότητας για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “ Weibull Model ” για τις γυναίκες της Ελλάδας (2000).



Σχήμα 9.1.8: Καμπύλες επιβίωσης για τα δεδομένα επιβίωσης (Raw Data) και του “Weibull Model” για τις γυναίκες της Ελλάδας (2000).

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ελλάδας.

Γυναικείος πληθυσμός

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι καλύτερη από ότι για τους άνδρες με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 . Υπάρχουν όμως αρκετές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας για το εξεταζόμενο έτος 2000.

Σημαντική και μεγάλου εύρους απόκλιση, παρατηρείται στις ηλικίες 35-60 περίπου ετών, στην οποία η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν ακολουθεί την αύξουσα πορεία της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης.

Η ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης στις ηλικίες κοντά στα 80-85 έτη που προφανώς οφείλεται στην μείωση των γεννήσεων κατά τον πόλεμο και σε δημογραφικά σφάλματα κατά την ανταλλαγή των πληθυσμών, προκαλεί αποκλίσεις και στον υπολογισμό του έτους της ηλικίας με το μέγιστο πλήθος θανάτων. Για το 2000 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εκτιμάται από το

μοντέλο στην ηλικία των 85 ετών, ενώ στην πραγματικότητα σύμφωνα με το γράφημα, ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας συμβαίνει στην ηλικία των 86 ετών. Τέλος, το μοντέλο ακολουθεί με σχετική επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ελλάδας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$. Η προσαρμογή των δεδομένων εξελίσσεται ομαλά ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

9.2 ΙΣΠΑΝΙΑ

Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ισπανίας

Η εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Ισπανίας (άνδρες και γυναίκες) το έτος 2006. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Αρχικές τιμές παραμέτρων της $g(t)$:

$$b=0,012, l=8, k=0,1$$

Ανδρικός πληθυσμός

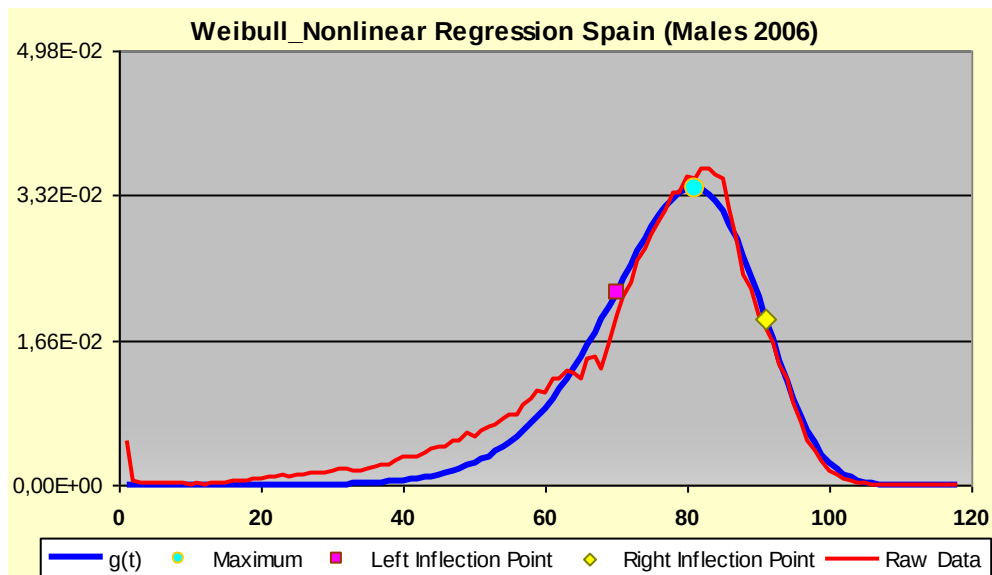
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model για τους άνδρες της Ισπανίας το έτος 2006

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ισπανίας το έτος 2006 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 9.2.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0122
l=	8,200
k=	0,0918
Sum of Squared Errors=	0,0004164
Standard Error of Estimates=	0,001903
R²=	0,970

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 9.2.1: Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ισπανίας (2006).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμψής τους.

Πίνακας 7.2.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμψής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	81	3,40E-02	0
Αριστερό σημείο καμψής	70	2,209E-02	1,579E-03

Δεξιό σημείο καμπής	91	1,909E-02	-2,451E-03
---------------------	----	-----------	------------

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 81 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 70 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 91 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ισπανίας.

Ανδρικός πληθυσμός

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 . Υπάρχουν και εντοπίζονται όμως αρκετές και σε πολλές περιπτώσεις σημαντικές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας για το εξεταζόμενο έτος 2006.

Αρκετοί από τους λόγους που προκαλούν τα σφάλματα που υπολογίζονται με την μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, εντοπίζονται με σχετική ευκολία στο σχετικό διάγραμμα. Ένας από του λόγους αυτούς είναι η βρεφική θνησιμότητα η οποία ενώ παρουσιάζει σημαντική μείωση τα τελευταία χρόνια, συνεχίζει να είναι υπαρκτή έστω και σε χαμηλά επίπεδα.

Σημαντική και μεγάλου εύρους απόκλιση, παρατηρείται στις ηλικίες 17-70 περίπου ετών, στην οποία η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν ακολουθεί την αύξουσα πορεία της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης μέχρι τα 64 έτη, και μετά την μετατόπιση προς τα δεξιά της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης μέχρι τα 70 έτη .

Για το 2006 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εκτιμάται από το μοντέλο στην ηλικία των 81 ετών, ενώ στην πραγματικότητα σύμφωνα με το γράφημα, ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας συμβαίνει στην ηλικία των 83 ετών.

Τέλος, το μοντέλο δεν ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης της Ισπανίας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$ (81 έτη) έως την ηλικία των 86 ετών. Μετά και το 86^ο έτος όμως η προσαρμογή των δεδομένων εξελίσσεται ικανοποιητικά ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης.

Γυναικείος πληθυσμός

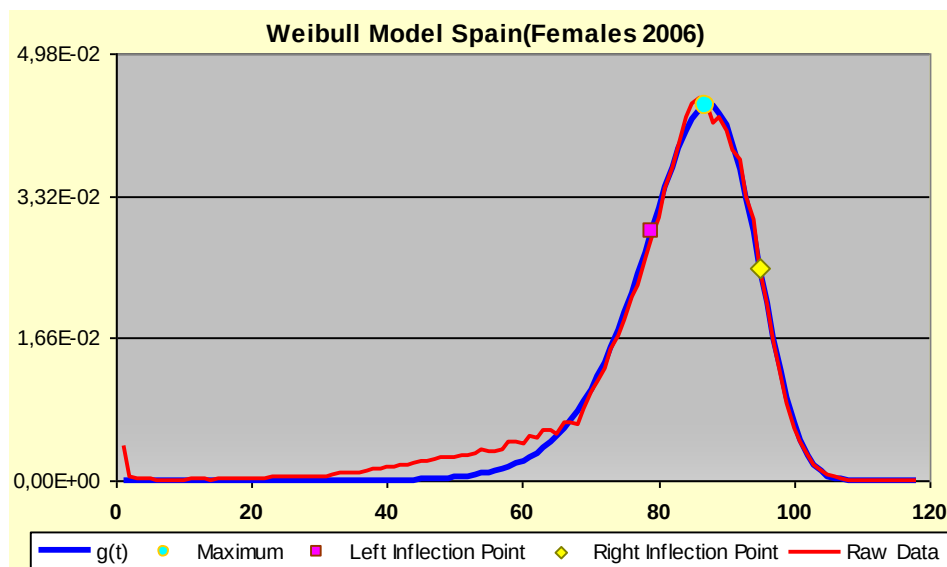
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model για τις γυναίκες της Ισπανίας το έτος 2006

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ισπανίας το έτος 2006 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 9.2.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0114
l=	11,189
k=	0,1186
Sum of Squared Errors=	0,0001756
Standard Error of Estimates=	0,001236
R^2=	0,991

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 9.2.2: Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ισπανίας (2006).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 7.2.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	87	4,38E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	79	2,915E-02	2,536E-03
Δεξιό σημείο καμπής	95	2,487E-02	-4,170E-03

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 87 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 79 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 95 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ισπανίας.

Γυναικείος πληθυσμός

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι καλύτερη από ότι για τους άνδρες με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 . Υπάρχουν όμως αρκετές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας για το εξεταζόμενο έτος 2006.

Σημαντική και μεγάλου εύρους απόκλιση παρατηρείται στις ηλικίες 33-65 περίπου ετών, στην οποία η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν ακολουθεί την αύξουσα πορεία της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης.

Για το 2006 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εκτιμάται σωστά από το μοντέλο στην ηλικία των 87 ετών, ενώ στη συνέχεια το μοντέλο ακολουθεί με επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης. Η προσαρμογή των δεδομένων εξελίσσεται ομαλά ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

II. Σκανδιναβικές χώρες

Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) Σκανδιναβικών χωρών

Οι σκανδιναβική χώρες που επιλέγηκε στο κεφάλαιο αυτό για ανάλυση και σχολιασμό είναι η Δανία το έτος 2007. Η εφαρμογή και τα αποτελέσματα του Weibull Model δεδομένα επιβίωσης των υπόλοιπων χωρών της μεσογείου, των οποίων τη θνησιμότητα την αναλύσαμε μέσω των δεδομένων επιβίωσης τους σε προηγούμενο κεφάλαιο, βρίσκονται στο Παράρτημα.

9.3 ΔΑΝΙΑ

Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Δανίας

Η εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Δανίας (άνδρες και γυναίκες) το έτος 2007. Τα δεδομένα επιβίωσης έχουν ληφθεί από την ιστοσελίδα της Διεθνούς Βάσης Δεδομένων για την Ανθρώπινη Θνησιμότητα (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Αρχικές τιμές παραμέτρων της $g(t)$:

$b=0,012$, $l=8$, $k=0,1$

Ανδρικός πληθυσμός

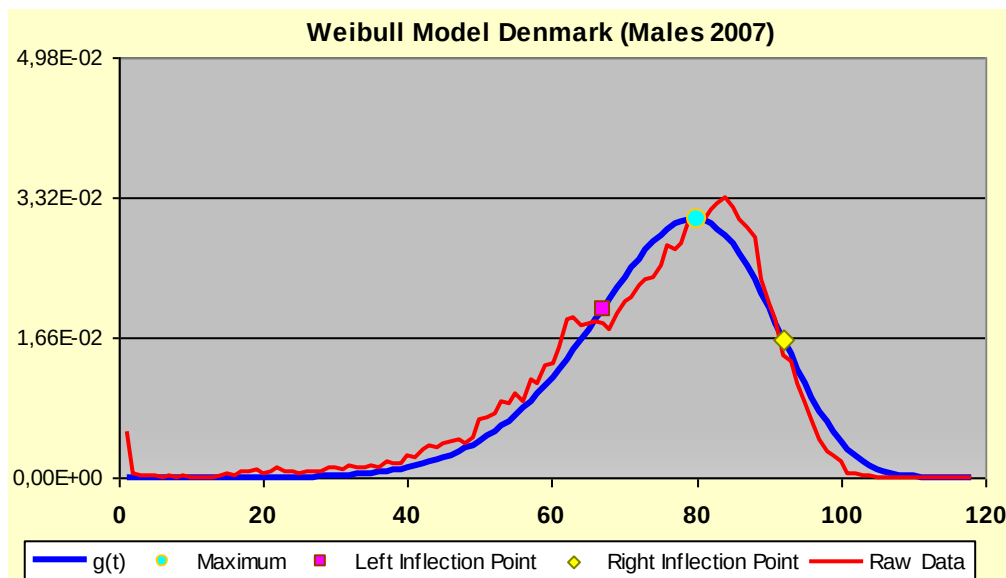
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model για τους άνδρες της Δανίας το έτος 2007

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Δανίας το έτος 2007 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 9.3.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0123
l=	6,961
k=	0,0825
Sum of Squared Errors=	
0,0004681	
Standard Error of Estimates=	
0,002017	
R^2 =	
0,963	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 9.3.1: Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Δανίας (2007).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμψής τους.

Πίνακας 9.3.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμψής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	80	3,07E-02	0
Αριστερό σημείο καμψής	67	1,995E-02	1,241E-03
Δεξιό σημείο καμψής	92	1,643E-02	-1,847E-03

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 80 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 67 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμψής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 92 ετών (δεξιό σημείο καμψής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Δανίας.

Ανδρικός πληθυσμός

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 . Υπάρχουν και εντοπίζονται όμως αρκετές και σε πολλές περιπτώσεις σημαντικές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας για το εξεταζόμενο έτος 2007.

Σημαντική και μεγάλου εύρους απόκλιση παρατηρείται στις ηλικίες 40-80 περίπου ετών, στην οποία η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν ακολουθεί την αύξουσα πορεία της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 60 ετών, και έπειτα τη μετατόπιση προς τα δεξιά από τα 60 έως τα 80 έτη.

Η μετατόπιση προς τα δεξιά από τα 60 έως τα 80 έτη στα δεδομένα επιβίωσης, προκαλεί αποκλίσεις και στον υπολογισμό του έτους της ηλικίας με το μέγιστο πλήθος θανάτων. Για το 2007, ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εκτιμάται από το μοντέλο στην ηλικία των 80 ετών, ενώ στην πραγματικότητα σύμφωνα με το γράφημα, ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας συμβαίνει στην ηλικία των 84 ετών. Τέλος, το μοντέλο δεν ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$. Η προσαρμογή των δεδομένων εξελίσσεται με αρκετές αποκλίσεις ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Γυναικείος πληθυσμός

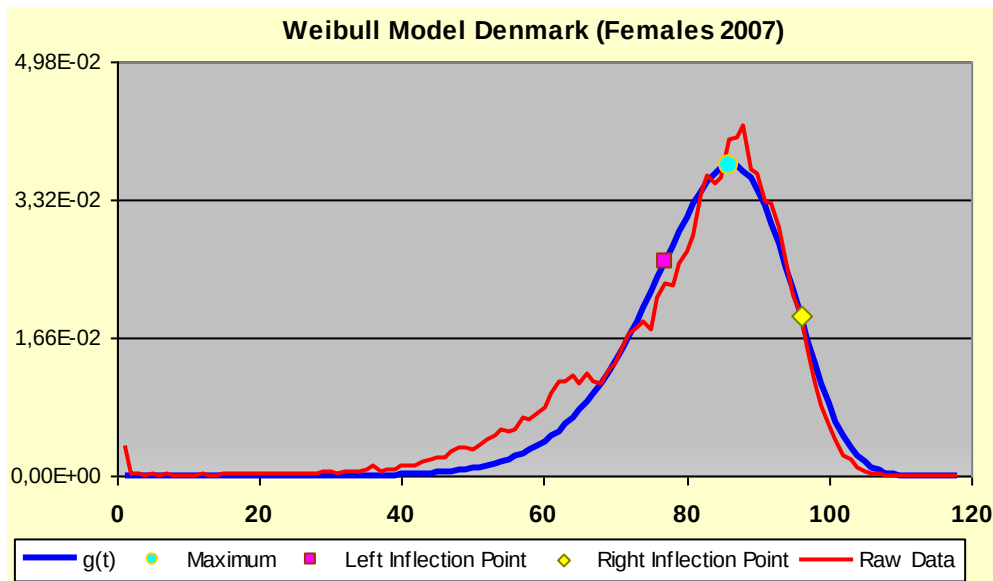
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model για τις γυναίκες της Δανίας το έτος 2007

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Δανίας το έτος 2007 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 9.3.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0115
l=	9,439
k=	0,1008
Sum of Squared Errors=	0,0005354
Standard Error of Estimates=	0,002158
R²=	0,967

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 9.3.2: Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Δανίας (2007).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 9.3.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	86	3,73E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	77	2,574E-02	1,855E-03
Δεξιό σημείο καμπής	96	1,933E-02	-2,964E-03

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 86 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 77 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 96 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Δανίας.

Γυναικείος πληθυσμός

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 . Υπάρχουν και εντοπίζονται όμως αρκετές και σε πολλές περιπτώσεις σημαντικές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας για το εξεταζόμενο έτος 2007.

Σημαντική και μεγάλου εύρους απόκλιση παρατηρείται στις ηλικίες 40-80 περίπου ετών, στην οποία η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν ακολουθεί την αύξουσα πορεία της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 67 ετών, και έπειτα τη μετατόπιση προς τα δεξιά από τα 67 έως τα 80 έτη.

Η μετατόπιση προς τα δεξιά από τα 67 έως τα 80 έτη στα δεδομένα επιβίωσης, προκαλεί αποκλίσεις και στον υπολογισμό του έτους της ηλικίας με το μέγιστο πλήθος θανάτων. Για το 2007 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εκτιμάται από το μοντέλο στην ηλικία των 86 ετών, ενώ στην πραγματικότητα σύμφωνα με το γράφημα, ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας συμβαίνει στην ηλικία των 88 ετών. Τέλος, το μοντέλο δεν ακολουθεί με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$ μέχρι την ηλικία των 93 ετών. Η προσαρμογή των δεδομένων εξελίσσεται με αρκετές αποκλίσεις και μετά το δεξιό σημείο καμπής (97^ο έτος) ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης.

III. Χώρες Ανατολικής Ευρώπης

Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) Ανατολικών χωρών τη Ευρώπης

Η χώρα που επιλέγηκε στο κεφάλαιο αυτό για ανάλυση και σχολιασμό είναι η Ρωσία το έτος 2006. Η εφαρμογή και τα αποτελέσματα του Weibull Model δεδομένα επιβίωσης των υπόλοιπων χωρών της μεσογείου, των οποίων τη θνησιμότητα την αναλύσαμε μέσω των δεδομένων επιβίωσης τους σε προηγούμενο κεφάλαιο, βρίσκονται στο Παράρτημα.

9.4 ΡΩΣΙΑ

Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ρωσίας

Η εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Ρωσίας (άνδρες και γυναίκες) το έτος 2006. Τα δεδομένα επιβίωσης έχουν ληφθεί από την ιστοσελίδα της Διεθνούς Βάσης Δεδομένων για την Ανθρώπινη Θνησιμότητα (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Για την εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού της Ρωσίας, και για τον υπολογισμό των σχετικών παραμέτρων του μοντέλου και των σφαλμάτων με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, θέτω τις εξής αρχικές συνθήκες για όλα τα εξεταζόμενα έτη:

Αρχικές τιμές παραμέτρων:

$$b=0,012, l=8, k=0,1$$

Ανδρικός πληθυσμός

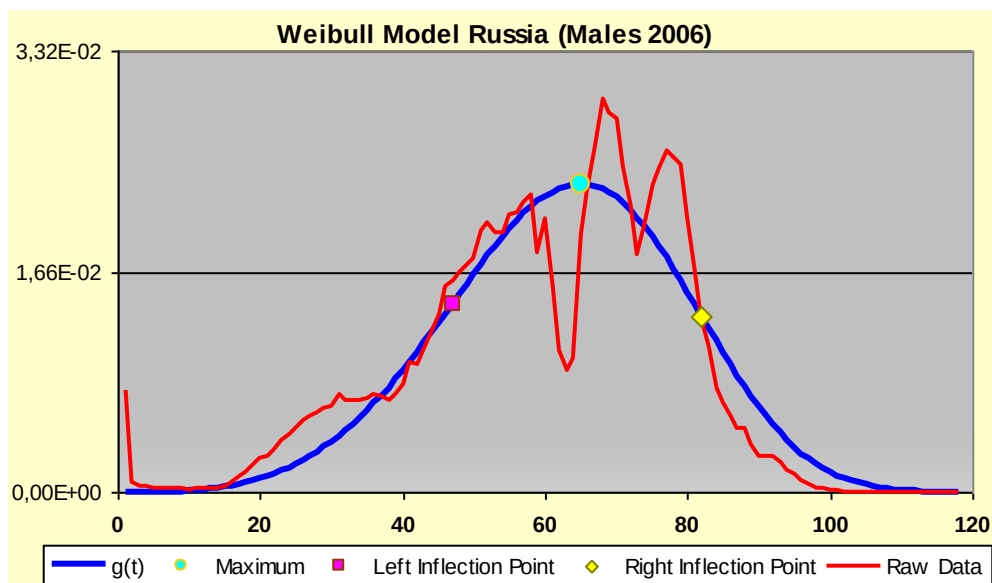
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model για τους άνδρες της Ρωσίας το έτος 2006

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ρωσίας το έτος 2006 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 9.4.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0145
l=	4,306
k=	0,0612
Sum of Squared Errors=	
Standard Error of Estimates=	
R^2=	
	0,0013674
	0,003448
	0,851

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 9.4.1: Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ρωσίας (2006).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 9.4.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	65	2,32E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	47	1,418E-02	7,492E-04
Δεξιό σημείο καμπής	82	1,324E-02	-9,262E-04

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 65 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 47 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 82 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ρωσίας.

Ανδρικός πληθυσμός

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 . Υπάρχουν και εντοπίζονται όμως αρκετές και σε πολλές περιπτώσεις σημαντικές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας για το εξεταζόμενο έτος 2006.

Σημαντική και μεγάλου εύρους απόκλιση, παρατηρείται στις ηλικίες 17-37 περίπου ετών, στην οποία η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν ακολουθεί την αύξουσα πορεία της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης. Η μετατόπιση προς τα δεξιά από τα 46 έως τα 54 έτη στα δεδομένα

επιβίωσης δεν ακολουθείται από το μοντέλο. Επίσης δεν ακολουθείται η βύθιση από τα 58 έως τα 66 έτη. Η ανοδική πορεία της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης από τα 66-68 και η καθοδική πορεία από τα 68-73 δεν ακολουθούνται από το μοντέλο Weibull Model, όπως επίσης εντοπίζονται σημαντικές αποκλίσεις στην περίοδο 73-78, αλλά και μέχρι το τέλος.

Ως επακόλουθο αποκλίσεις υπάρχουν και στον υπολογισμό του έτους της ηλικίας με το μέγιστο πλήθος θανάτων. Για το 2006 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εκτιμάται από το μοντέλο στην ηλικία των 66 ετών, ενώ στην πραγματικότητα σύμφωνα με το γράφημα, ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας συμβαίνει στην ηλικία των 68 ετών.

Γυναικείος πληθυσμός

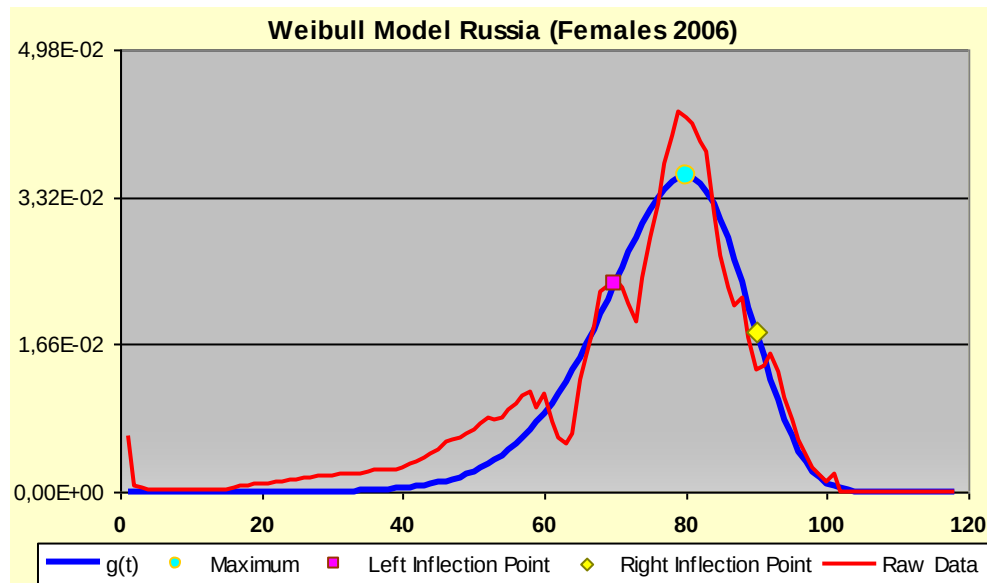
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model για τις γυναίκες της Ρωσίας το έτος 2006

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ρωσίας το έτος 2006 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 9.4.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0123
l=	8,700
k=	0,0961
Sum of Squared Errors=	
0,0011187	
Standard Error of Estimates=	
0,003119	
R^2=	
0,925	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 9.4.2: Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ρωσίας (2006).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 9.4.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	80	3,56E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	70	2,342E-02	1,768E-03
Δεξιό σημείο καμπής	90	1,805E-02	-2,771E-03

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 80 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 70 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 90 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ρωσίας.

Γυναικείος πληθυσμός

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 . Υπάρχουν και εντοπίζονται όμως αρκετές και σε πολλές περιπτώσεις σημαντικές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας για το εξεταζόμενο έτος 2007.

Σημαντική απόκλιση παρατηρείται στις ηλικίες 18-60 περίπου ετών, στην οποία η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν ακολουθεί την αύξουσα πορεία της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης. Η μετατόπιση προς τα δεξιά και η πτώση από τα 60 έως τα 65 έτη στα δεδομένα επιβίωσης δεν ακολουθείται από το μοντέλο. Επίσης δεν ακολουθείται η βύθιση από τα 71 έως τα 76 έτη. Η ανοδική πορεία της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης από τα 77-79 και η καθοδική πορεία από τα 79-84 δεν ακολουθούνται από το μοντέλο Weibull Model, όπως επίσης εντοπίζονται σημαντικές αποκλίσεις και στην περίοδο 84-91, αλλά και μέχρι την ηλικία των 100 ετών και έπειτα. Για το 2006 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εκτιμάται σωστά από το μοντέλο στην ηλικία των 80 ετών.

IV. Χώρες Δυτικής Ευρώπης

Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών της Δυτικής Ευρώπης

Η χώρα που επιλέχθηκε στην ενότητα αυτή για ανάλυση και σχολιασμό είναι η Ολλανδία το έτος 2004. Η εφαρμογή και τα αποτελέσματα του Weibull Model δεδομένα επιβίωσης των υπόλοιπων χωρών της μεσογείου, των οποίων τη

θνησιμότητα την αναλύσαμε μέσω των δεδομένων επιβίωσης τους σε προηγούμενο κεφάλαιο, βρίσκονται στο Παράρτημα.

9.5 ΟΛΛΑΝΔΙΑ

Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ολλανδίας

Η εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Ολλανδίας (άνδρες και γυναίκες) το έτος 2004. (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Για την εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού της Ολλανδίας, και για τον υπολογισμό των σχετικών παραμέτρων του μοντέλου και των σφαλμάτων με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, θέτω τις εξής αρχικές συνθήκες για όλα τα εξεταζόμενα έτη:

Αρχικές τιμές παραμέτρων:

$$b=0,012, l=8, k=0,1$$

Ανδρικός πληθυσμός

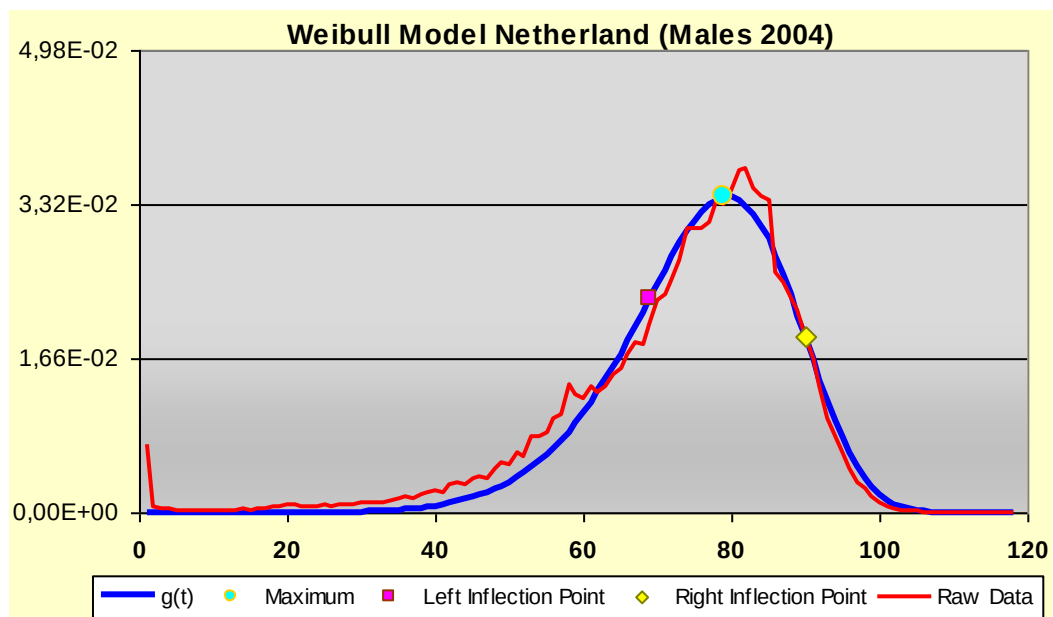
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model για τους άνδρες της Ολλανδίας το έτος 2004

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Ολλανδίας το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 9.5.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0124
l=	7,851
k=	0,0916
Sum of Squared Errors=	
0,0003525	
Standard Error of Estimates=	
0,001751	
R^2 =	
0,975	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 9.5.1: Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ολλανδίας (2004).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 9.5.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	79	3,39E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	69	2,313E-02	1,541E-03

Δεξιό σημείο καμπής	90	1,886E-02	-2,367E-03
---------------------	----	-----------	------------

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 79 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 69 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 90 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ολλανδίας.

Ανδρικός πληθυσμός

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 . Υπάρχουν και εντοπίζονται όμως αρκετές και σε πολλές περιπτώσεις σημαντικές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας για το εξεταζόμενο έτος 2004.

Μεγάλου εύρους απόκλιση παρατηρείται στις ηλικίες 18-58 περίπου ετών, στην οποία η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν ακολουθεί την αύξουσα πορεία της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης. Η μετατόπιση προς τα δεξιά από τα 63 έως τα 79 έτη στα δεδομένα επιβίωσης δεν ακολουθείται από το μοντέλο. Επίσης η προσαρμογή δεν είναι καλή στη φθίνουσα πορεία από τα 80 έως τα 85 έτη. Σημαντικές αποκλίσεις εντοπίζονται και στην περίοδο από 93 μέχρι τέλους των δεδομένων.

Αποκλίσεις υπάρχουν και στον υπολογισμό του έτους της ηλικίας με το μέγιστο πλήθος θανάτων. Για το 2004 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εκτιμάται από το μοντέλο Weibull στην ηλικία των 78 ετών, ενώ στην πραγματικότητα σύμφωνα με το γράφημα, ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας συμβαίνει στην ηλικία των 82 ετών.

Γυναικείος πληθυσμός

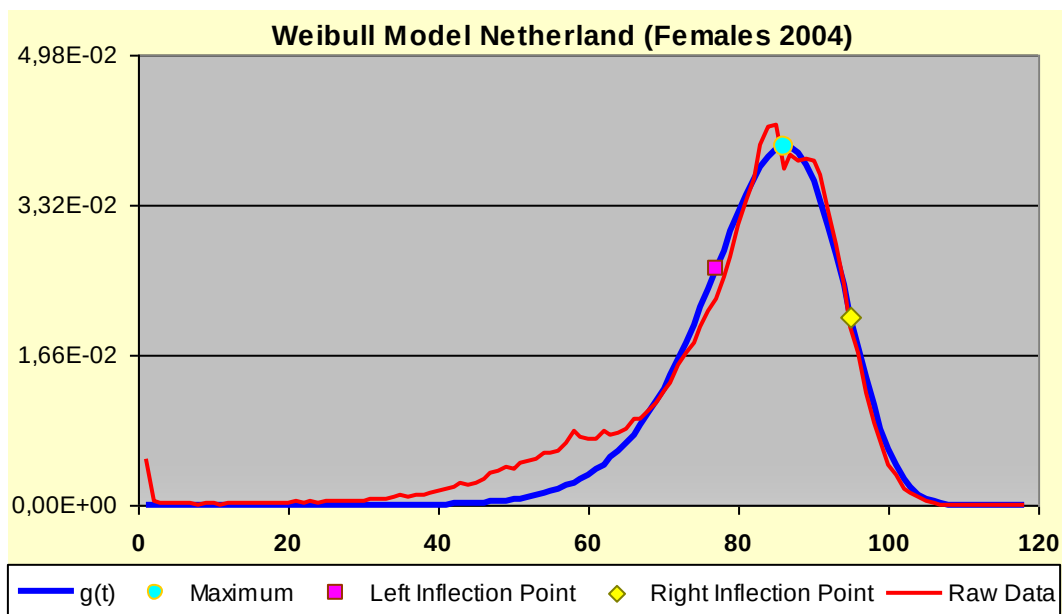
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model για τις γυναίκες της Ολλανδίας το έτος 2004

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Ολλανδίας το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 9.5.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE , SE , R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0115
l=	10,241
k=	0,1074
Sum of Squared Errors=	
Standard Error of Estimates=	
R ² =	
	0,0004549
	0,001989
	0,974

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 9.5.2: Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις
γυναίκες της Ολλανδίας (2004).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 9.5.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	86	3,97E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	77	2,600E-02	2,136E-03
Δεξιό σημείο καμπής	95	2,086E-02	-3,471E-03

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 86 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 77 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 95 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ολλανδίας.

Γυναικείος πληθυσμός

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 . Εντοπίζονται όμως αρκετές και σε πολλές περιπτώσεις σημαντικές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας για το εξεταζόμενο έτος 2004.

Σημαντική απόκλιση, παρατηρείται στις ηλικίες 32-67 περίπου ετών, στην οποία η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν ακολουθεί την αύξουσα

πορεία της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης. Η μετατόπιση προς τα δεξιά από τα 73 έως τα 80 έτη στα δεδομένα επιβίωσης δεν ακολουθείται από το μοντέλο. Επίσης η προσαρμογή δεν είναι καλή στη φθίνουσα πορεία από τα 90 έως τα 92 έτη. Σημαντικές αποκλίσεις δεν εντοπίζονται κατά τις ηλικίες των 92 ετών μέχρι τέλους των δεδομένων.

Για το 2004 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εκτιμάται από το μοντέλο Weibull στην ηλικία των 86 ετών, ενώ στην πραγματικότητα σύμφωνα με το γράφημα, ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας συμβαίνει στην ηλικία των 85 ετών.

V. Χώρες Κεντρικής Ευρώπης

Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών της Κεντρικής Ευρώπης

Η χώρα που επιλέχθηκε στην ενότητα αυτή για ανάλυση και σχολιασμό είναι η Γερμανία το έτος 2004. Η εφαρμογή και τα αποτελέσματα του Weibull Model δεδομένα επιβίωσης των υπόλοιπων χωρών της μεσογείου, των οποίων τη θνησιμότητα την αναλύσαμε μέσω των δεδομένων επιβίωσης τους σε προηγούμενο κεφάλαιο, βρίσκονται στο Παράρτημα.

9.6 ΓΕΡΜΑΝΙΑ

Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Γερμανίας

Η εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό της Γερμανίας (άνδρες και γυναίκες) το έτος 2004. Τα δεδομένα επιβίωσης έχουν ληφθεί από την ιστοσελίδα της Διεθνούς Βάσης Δεδομένων για την Ανθρώπινη Θνησιμότητα (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Για την εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού της Γερμανίας, και για τον υπολογισμό των σχετικών παραμέτρων του μοντέλου και των σφαλμάτων με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, θέτω τις εξής αρχικές συνθήκες για όλα τα εξεταζόμενα έτη:

Αρχικές τιμές παραμέτρων:

$$b=0,012, l=8, k=0,1$$

Ανδρικός πληθυσμός

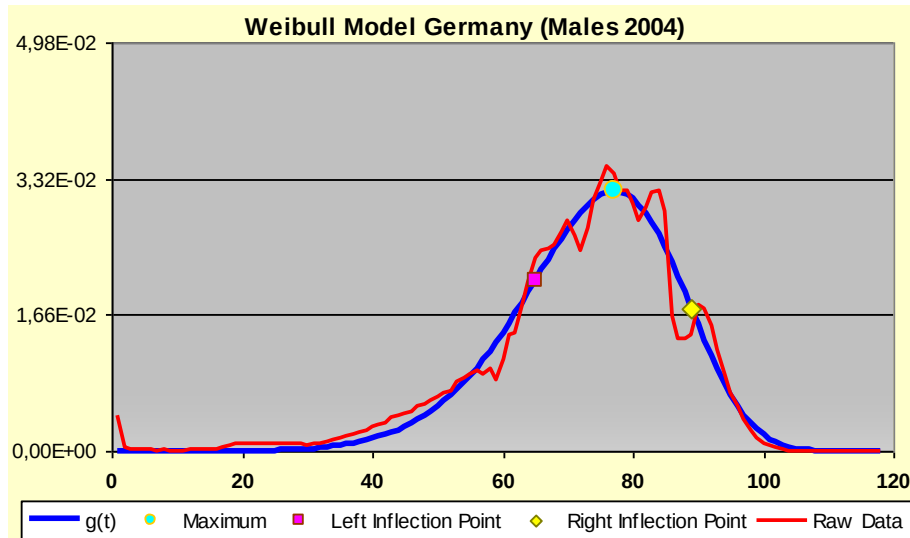
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 2004

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες της Γερμανίας το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 9.6.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R²

Estimated Parameters	
b=	0,0127
l=	6,932
k=	0,0851
Sum of Squared Errors=	0,0004330
Standard Error of Estimates=	0,001941
R²=	0,968

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 9.6.1: Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Γερμανίας (2004).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 9.6.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	77	3,17E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	65	2,076E-02	1,317E-03
Δεξιό σημείο καμπής	89	1,738E-02	-1,959E-03

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 77 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 65 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 89 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Γερμανίας.

Ανδρικός πληθυσμός

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 . Εντοπίζονται όμως αρκετές και σε πολλές περιπτώσεις σημαντικές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας για το εξεταζόμενο έτος 2004.

Σημαντική απόκλιση, παρατηρείται στις ηλικίες 19-53 περίπου ετών, στην οποία η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν ακολουθεί την αύξουσα πορεία της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης. Η μετατόπιση προς τα δεξιά από τα 57 έως τα 62 έτη στα δεδομένα επιβίωσης δεν ακολουθείται από το μοντέλο. Σημαντικές αποκλίσεις εντοπίζονται κατά τις ηλικίες των 82 ετών μέχρι τέλους των δεδομένων. Κύριος λόγος των αποκλίσεων που παρατηρείται στο γράφημα είναι η ανομοιομορφία στην καμπύλη των δεδομένων επιβίωσης από την ηλικία των 79 έως τα 90 έτη. Για το 2004 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εκτιμάται σωστά από το μοντέλο Weibull στην ηλικία των 77 ετών.

Γυναικείος πληθυσμός

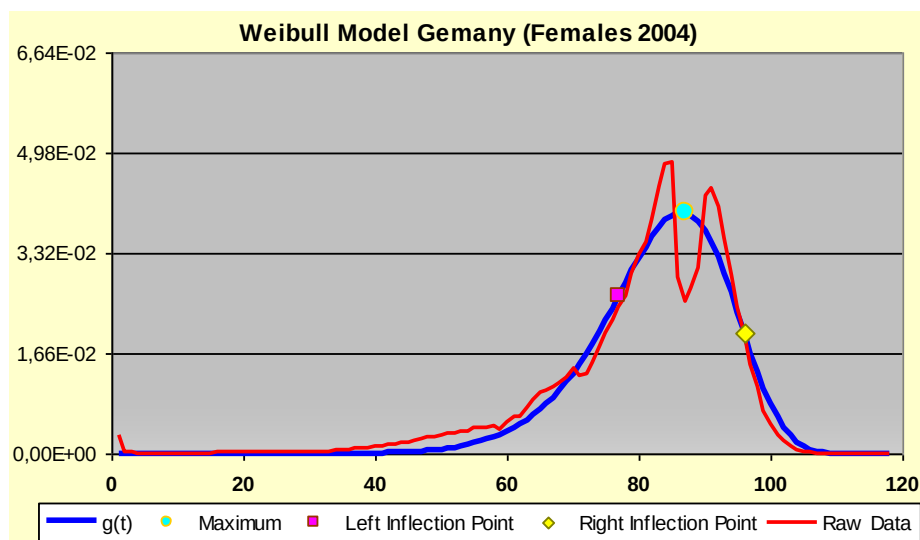
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 2004

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες της Γερμανίας το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 9.6.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0114
l=	9,924
k=	0,1081
Sum of Squared Errors=	
Standard Error of Estimates=	
R^2 =	
	0,0012174
	0,003254
	0,937

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 9.6.2: Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Γερμανίας (2004).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 9.6.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	87	3,99E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	77	2,617E-02	2,080E-03
Δεξιό σημείο καμπής	96	1,994E-02	-3,347E-03

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 86 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 77 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 95 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Γερμανίας.

Γυναικείος πληθυσμός

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο δυναμικό μοντέλο είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 . Εντοπίζονται όμως αρκετές και σε πολλές περιπτώσεις σημαντικές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας για το εξεταζόμενο έτος 2004.

Σημαντική απόκλιση, παρατηρείται στις ηλικίες 36-70 περίπου ετών, στην οποία η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν ακολουθεί την αύξουσα πορεία της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης. Η μετατόπιση προς τα δεξιά από τα 70 έως τα 79 έτη στα δεδομένα επιβίωσης δεν ακολουθείται από το μοντέλο. Επίσης η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν είναι καλή στην ανομοιομορφία που παρουσιάζεται από τα 83 έως τα 94 έτη και από την ηλικία των 99 μέχρι τέλους. Σημαντικές αποκλίσεις δεν εντοπίζονται κατά τις ηλικίες των 94 έως το 98^ο έτος.

Για το 2004 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εκτιμάται από το μοντέλο Weibull στην ηλικία των 87 ετών, ενώ στην πραγματικότητα σύμφωνα με το γράφημα, ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας συμβαίνει στην ηλικία των 85 ετών.

VI. Χώρες Εκτός Ευρώπης

Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) των χωρών Εκτός Ευρώπης

Οι χώρες εκτός Ευρώπης που επελέγησαν στην ενότητα αυτή για ανάλυση και σχολιασμό είναι οι ΗΠΑ το έτος 2004, ο Καναδάς το 2006, η Αυστραλία το 2003, η Νέα Ζηλανδία το 2008, η Ταϊβάν το έτος 2005 και η Ιαπωνία για το 2004. Η εφαρμογή και τα αποτελέσματα του Weibull Model δεδομένα επιβίωσης των υπόλοιπων χωρών της μεσογείου, των οποίων τη θνησιμότητα την αναλύσαμε μέσω των δεδομένων επιβίωσης τους σε προηγούμενο κεφάλαιο, βρίσκονται στο Παράρτημα.

9.7 ΗΠΑ

Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού των ΗΠΑ

Η εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model βασίζεται σε πίνακες δεδομένων επιβίωσης για τον πληθυσμό των ΗΠΑ (άνδρες και γυναίκες) το έτος 2004. Τα δεδομένα επιβίωσης έχουν ληφθεί από την ιστοσελίδα της Διεθνούς Βάσης Δεδομένων για την Ανθρώπινη Θνησιμότητα (<http://www.mortality.org>, Human Mortality Database).

Για την εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού των ΗΠΑ, και για τον υπολογισμό των σχετικών παραμέτρων του μοντέλου και των σφαλμάτων με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης, θέτω τις εξής αρχικές συνθήκες για όλα τα εξεταζόμενα έτη:

Αρχικές τιμές παραμέτρων:

$$b=0,012, l=8, k=0,1$$

Ανδρικός πληθυσμός

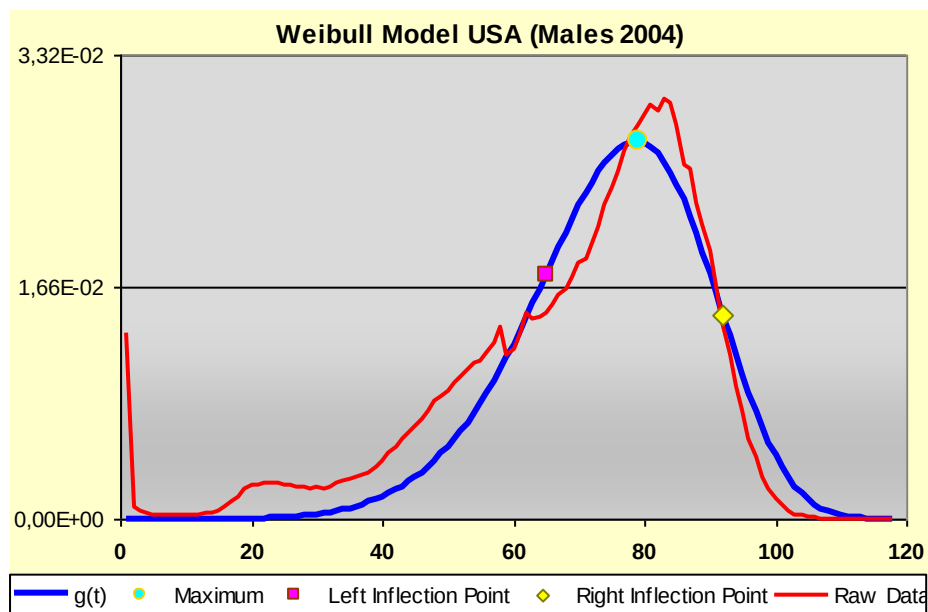
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model για τους άνδρες των ΗΠΑ το έτος 2004

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τους άνδρες των ΗΠΑ το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 9.7.1: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0124
l=	6,409
k=	0,0724
Sum of Squared Errors=	
Standard Error of Estimates=	
R ² =	
	0,0008812
	0,002768
	0,910

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 9.7.1: Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες των ΗΠΑ (2004).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 9.7.2: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$.

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	79	2,70E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	65	1,743E-02	1,024E-03
Δεξιό σημείο καμπής	92	1,465E-02	-1,487E-03

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 79 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 65 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 92 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης των ΗΠΑ.

Ανδρικός πληθυσμός

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο Weibull είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 . Εντοπίζονται όμως αρκετές σε πολλές περιπτώσεις σημαντικές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας για το εξεταζόμενο έτος 2004.

Σημαντική απόκλιση, παρατηρείται στις ηλικίες 15-58 περίπου ετών, στην οποία η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν ακολουθεί την αύξουσα πορεία της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης. Η μετατόπιση προς τα δεξιά από τα 63 έως τα 78 έτη στα δεδομένα επιβίωσης δεν

ακολουθείται από το μοντέλο. Επίσης η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν είναι καλή στην φθίνουσα πορεία της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης που παρουσιάζεται από την ηλικία των 78 έως το τέλος.

Για το 2004 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εκτιμάται από το μοντέλο Weibull στην ηλικία των 78 ετών, ενώ στην πραγματικότητα σύμφωνα με το γράφημα, ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας συμβαίνει στην ηλικία των 84 ετών.

Γυναικείος πληθυσμός

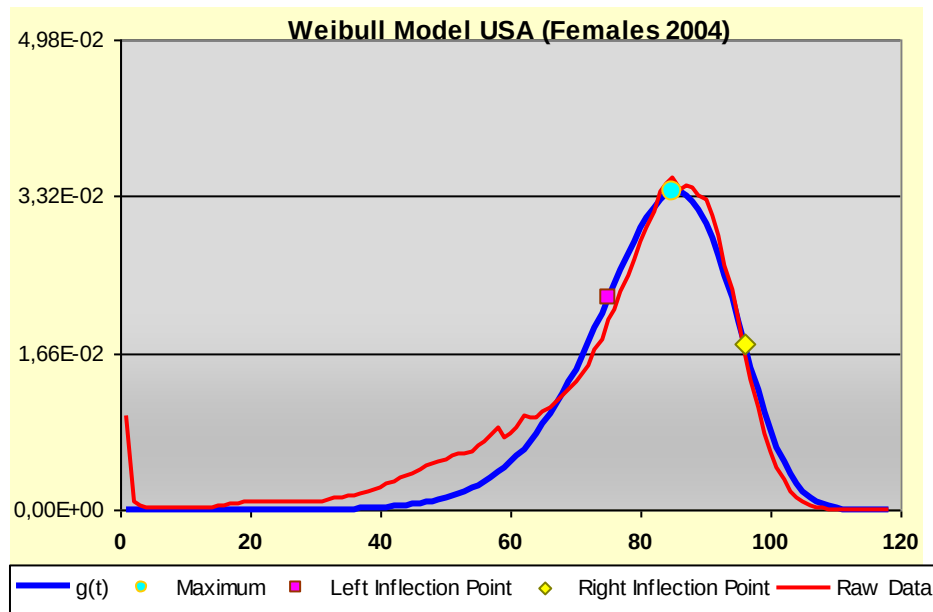
Εφαρμογή του μοντέλου Weibull Model για τις γυναίκες των ΗΠΑ το έτος 2004

Οι σχετικές παράμετροι του μοντέλου και τα σφάλματα για τις γυναίκες των ΗΠΑ το έτος 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 9.7.3: Υπολογιζόμενες παράμετροι, SSE, SE, R^2

Estimated Parameters	
b=	0,0115
l=	8,737
k=	0,0910
Sum of Squared Errors=	
0,0005614	
Standard Error of Estimates=	
0,002209	
R^2=	
0,958	

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 9.7.2: Εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες των ΗΠΑ (2004).

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά σημεία του παραπάνω γραφήματος έχοντας υπολογίσει το μέγιστο των συναρτήσεων $g(t)$ και $g'(t)$ και τα σημεία καμπής τους.

Πίνακας 9.7.4: Μέγιστο σημείο, Σημεία καμπής συναρτήσεων

Χαρακτηριστικά σημεία του γραφήματος	Έτος	$g(t)$	$g'(t)$
Μέγιστο	85	3,37E-02	0
Αριστερό σημείο καμπής	75	2,238E-02	1,573E-03
Δεξιό σημείο καμπής	96	1,748E-02	-2,471E-03

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές ότι το μέγιστο της συνάρτησης $g(t)$ είναι στην ηλικία των 85 ετών, στην οποία σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του μοντέλου σημειώνονται οι περισσότεροι θάνατοι. Στο σημείο αυτό ο ρυθμός θανάτων ισούται με μηδέν ($g'(t)=0$). Στην ηλικία των 75 ετών εντοπίζεται το αριστερό σημείο καμπής, όπου η $g'(t)$ παρουσιάζει μέγιστο, ενώ στην ηλικία των 96 ετών (δεξιό σημείο καμπής) έχουμε ελάχιστο για την συνάρτηση $g'(t)$.

Παρατηρήσεις από την εφαρμογή του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης των ΗΠΑ.

Γυναικείος πληθυσμός

Η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο Weibull είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές του R². Εντοπίζονται όμως αρκετές και αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας για το εξεταζόμενο έτος 2004.

Σημαντική απόκλιση, παρατηρείται στις ηλικίες 18-66 περίπου ετών, στην οποία η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν ακολουθεί την αύξουσα πορεία της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης. Η αύξουσα πορεία και η μετατόπιση προς τα δεξιά από τα 70 έως τα 82 έτη στα δεδομένα επιβίωσης δεν ακολουθείται από το μοντέλο. Επίσης η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο δεν είναι καλή στην φθίνουσα πορεία της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης που παρουσιάζεται από την ηλικία των 87-92 και από το 99^ο έτος έως το τέλος.

Για το 2004 ο μέγιστος ρυθμός θνησιμότητας εκτιμάται σωστά από το μοντέλο Weibull στην ηλικία των 84 ετών σύμφωνα και με το γράφημα.

Κεφάλαιο 10: Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων του προτεινόμενου δυναμικού μοντέλου Quadratic Model με το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model και το αιτιοκρατικό Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) Ευρωπαϊκών χωρών και χωρών εκτός Ευρώπης

Ως γνωστό, τα δεδομένα που χρησιμοποιούμε στις εφαρμογές των μοντέλων ανάλυσης δεδομένων επιβίωσης είναι μη επεξεργασμένα δεδομένα (raw data), οπότε το μοντέλο που σημειώνει τα μικρότερα σφάλματα SSE, SE είναι και το πιο αξιόπιστο για την ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης. Για τη συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων στα δεδομένα επιβίωσης του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού Ευρωπαϊκών και μη χωρών παραθέτω συγκριτικό πίνακα που περιλαμβάνει τα SSE, τα SE και R^2 όπως υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης για τα δύο δυναμικά μοντέλα και το αιτιοκρατικό μοντέλο του Weibull, συγκριτικό γράφημα με τα SSE, καθώς και γράφημα που απεικονίζει την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης των τριών μοντέλων για ένα τυχαίο έτος.

Αξιοσημείωτη κρίνεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων των μοντέλων διαχρονικά, με βάση τα σχετικά σφάλματα που παρουσιάζονται, λόγω της διαφορετικότητας των χαρακτηριστικών των μοντέλων. Συγκεκριμένα, το προτεινόμενο δυναμικό μοντέλο Quadratic Model, όπως έχει αναφερθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο, μοντελοποιεί με μεγάλη επιτυχία τη βρεφική θνησιμότητα η οποία ήταν εντονότερη τα παλαιά χρόνια. Επίσης επιτυχημένα είναι τα αποτελέσματα μοντελοποίησης του Quadratic Model και για το υπόλοιπο μέρος της καμπύλης της ηλικιακής κατανομής των θανάτων. Το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model παρουσιάζει αποκλίσεις στη μοντελοποίηση της βρεφικής θνησιμότητας, ενώ μοντελοποιεί με μεγάλη ακρίβεια τις μεγαλύτερες ηλικίες διαθέτοντας βέβαια περισσότερες παραμέτρους από ότι το Quadratic Model. Τέλος, το αιτιοκρατικό μοντέλο Weibull Model αγνοεί τη βρεφική θνησιμότητα και παρουσιάζει σημαντικές αποκλίσεις ιδιαίτερα σε περιπτώσεις που η θνησιμότητα παρουσιάζει ιδιομορφίες στην εξέλιξη της.

10.1 ΙΣΠΑΝΙΑ

Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων Quadratic Model, First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ισπανίας

Ανδρικός πληθυσμός

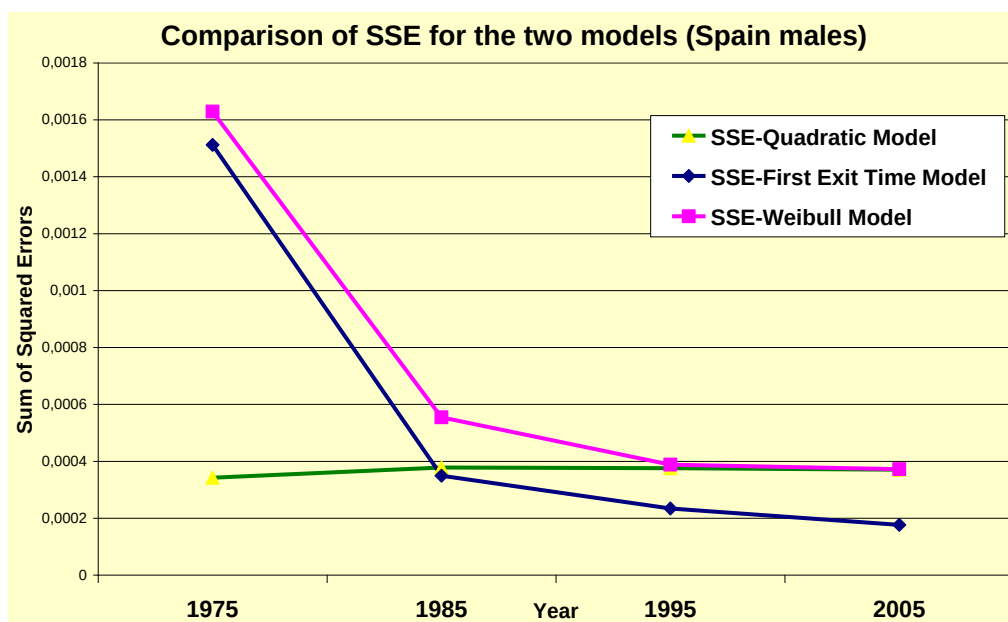
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων Quadratic Model, First Exit Time Model και Weibull Model για τους άνδρες της Ισπανίας

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το R^2 για τους άνδρες της Ισπανίας τα έτη 1975, 1985, 1995 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 10.1.1: Συγκριτικός πίνακας με SSE, SE, R^2

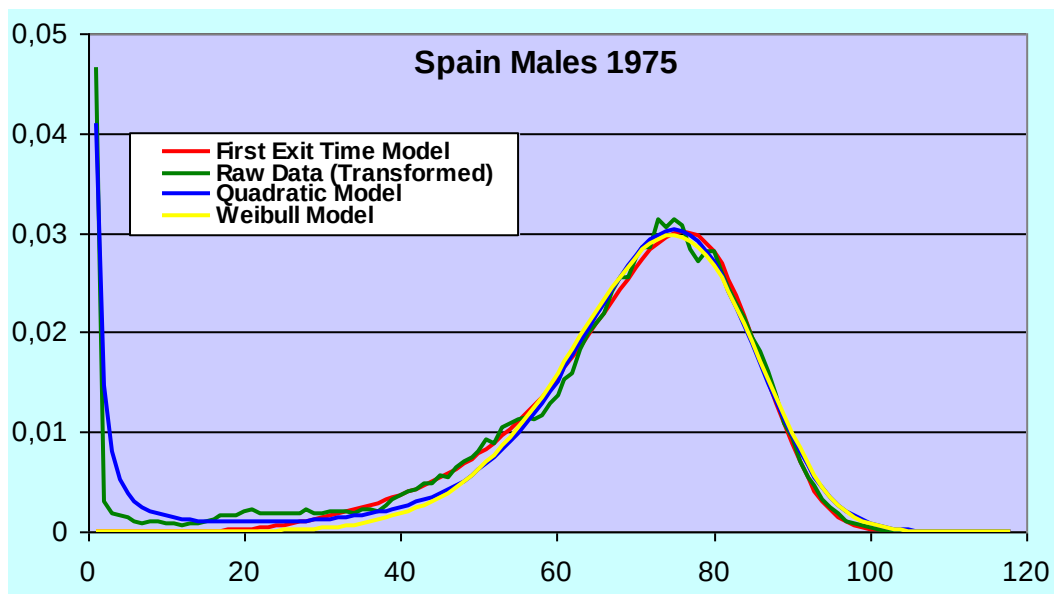
Spain Males	1975			1985			1995		
	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model
SSE	0,001511825	0,001629112	0,000341988	0,0003494	0,0005546	0,0003780	0,0002341	0,0003881	0,000375419
SE	0,003625783	0,0037638	0,001724474	0,001743	0,002196	0,001813	0,0014269	0,001837	0,001806795
R^2	0,90173057	0,893205077	0,972769228	0,972	0,9547221	0,969	0,9802728	0,9669416	0,968141056

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τους άνδρες της Ισπανίας για τα έτη 1975, 1985, 1995, 2005, αποτυπώνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



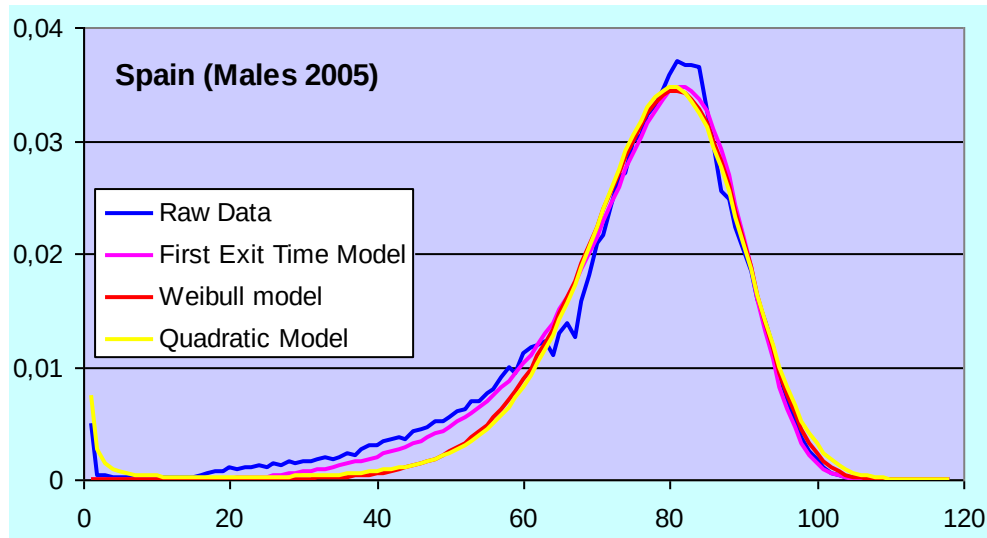
Σχήμα 10.1.1: Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τους άνδρες της Ισπανίας
τα έτη 1975, 1985, 1995, 2005.

Η προσαρμογή των δεδομένων στα δύο δυναμικά μοντέλα και στο αιτιοκρατικό μοντέλο παρουσιάζεται στο ακόλουθο διάγραμμα. Χαρακτηριστικό του διαγράμματος είναι η υψηλή βρεφική θνησιμότητα για τους άνδρες της Ισπανίας το έτος 1975.



Σχήμα 10.1.2: Εφαρμογή του Quadratic Model, First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ισπανίας (1975).

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα για το έτος 2005 αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 10.1.3: Εφαρμογή του Quadratic Model, First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ισπανίας (2005).

Παρατηρήσεις από την συγκριτική ανάλυση των δυναμικών μοντέλων Quadratic Model, First Exit Time Model και του αιτιοκρατικού Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ισπανίας.

Ανδρικός πληθυσμός

Παρατηρώντας τον σχετικό πίνακα με τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το συντελεστή συσχέτισης (R^2) για τους άνδρες της Ισπανίας τα έτη 1975, 1985, 1995, 2005 και είναι σαφές ότι το δυναμικό μοντέλο Quadratic Model είναι πιο αποτελεσματικό και πιο αξιόπιστο για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης από το μοντέλο First Exit Time Model τουλάχιστον για τα παλαιότερα έτη και από το Weibull Model για όλα τα εξεταζόμενα έτη. Το Quadratic Model για όλα τα έτη παρουσιάζει μικρότερα σφάλματα (SSE, SE) από το Weibull Model και καλύπτει επιτυχώς την περίοδο της βρεφικής ηλικίας. Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα αυτή είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 οι οποίες πλησιάζουν τη μονάδα. Όσο μεγαλύτερος συντελεστής συσχέτισης (R^2) σημειώνεται, τόσο καλύτερη είναι και η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης

στο μοντέλο. Όσο μικρότερα σφάλματα (SSE, SE) υπολογίζονται τόσο καλύτερη είναι η εφαρμογή ενός μοντέλου στα δεδομένα.

Ο συντελεστής συσχέτισης (R^2) του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model για τα παλαιότερα έτη (1975) κυρίως λόγω της βρεφικής θνησιμότητας είναι μεγαλύτερος από του First Exit Time Model. Ενώ, για όλα τα εξεταζόμενα έτη το R^2 σημειώνει μεγαλύτερες τιμές από του Weibull Model, ένδειξη ότι η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης γίνεται με μεγαλύτερη επιτυχία.

Για το εξεταζόμενο έτος 1975 εντοπίζονται αρκετές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας στην προσαρμογή των δεδομένων στα μοντέλα. Το πρόβλημα της υψηλής βρεφικής θνησιμότητας μοντελοποιείται σωστά από το Quadratic Model σε αντίθεση με τα υπόλοιπα μοντέλα. Τα διαστήματα στα οποία εντοπίζονται διαφορές στην προσαρμογή των δεδομένων στα μοντέλα είναι αυτό μεταξύ των ηλικιών 30-65 ετών όπου το First Exit Time Model ακολουθεί με μεγαλύτερη ακρίβεια την αύξουσα πορεία της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης.

Τέλος, και τα τρία μοντέλα ακολουθούν με σχετική επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης του ανδρικού πληθυσμού της Ισπανίας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$. Η προσαρμογή των δεδομένων εξελίσσεται ομαλά ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με τον μέγιστο αριθμό θανάτων.

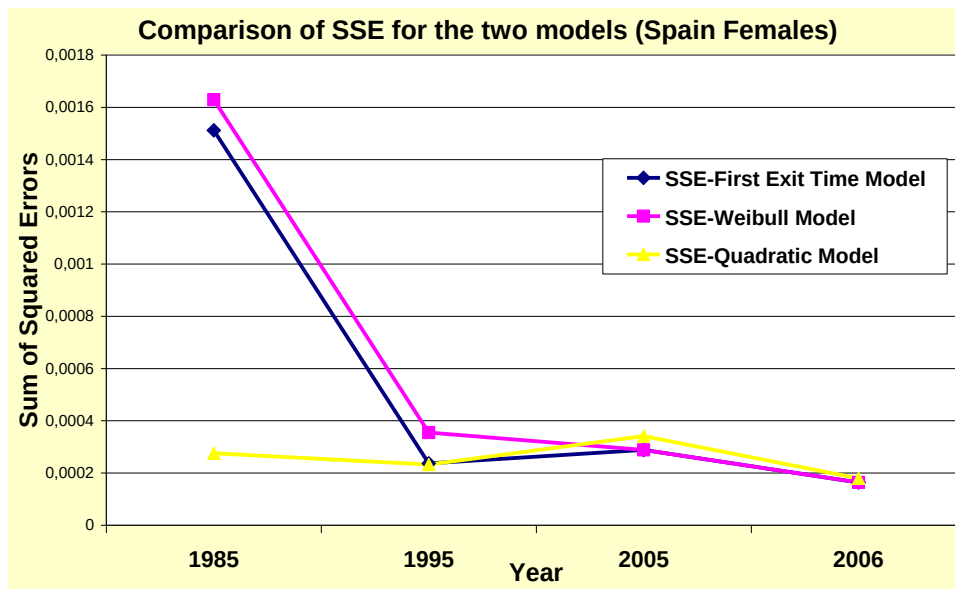
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων Quadratic Model, First Exit Time Model και Weibull Model για τις γυναίκες της Ισπανίας

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το R^2 για τις γυναίκες της Ισπανίας τα έτη 1975, 1985 και 1995 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 10.2.2: Συγκριτικός πίνακας με SSE, SE, R^2

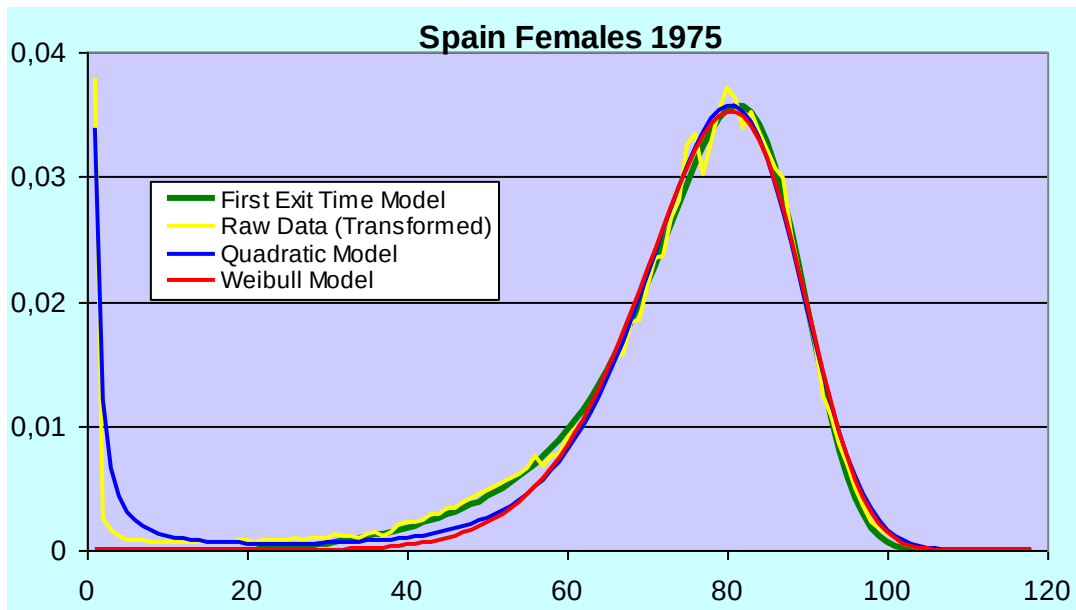
Spain Females	1975			1985			1995		
	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model
SSE	0,0015118	0,0016291	0,0002756	0,0002365	0,000354	0,000233	8,3E-05	0,000288	0,0003413
SE	0,0036258	0,0037638	0,0015481	0,001434	0,001756	0,001422	0,00085	0,001583	0,0017228
R^2	0,9017306	0,8932051	0,9819847	0,987	0,979841	0,986802	0,99558	0,984561	0,9817515

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τις γυναίκες της Ισπανίας για τα έτη 1985, 1995, 2005 και 2006 αποτυπώνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 10.2.3: Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τις γυναίκες της Ισπανίας τα έτη 1985, 1995, 2005, 2006.

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 10.2.4: Εφαρμογή των Quadratic Model, First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ισπανίας (1975).

Παρατηρήσεις από την συγκριτική ανάλυση του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model, του First Exit Time Model και του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ισπανίας.

Γυναικείος πληθυσμός

Παρατηρώντας τον σχετικό πίνακα με τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το συντελεστή συσχέτισης (R^2) για τις γυναίκες της Ισπανίας τα έτη 1975, 1985 και 1995 είναι σαφές ότι το δυναμικό μοντέλο Quadratic Model είναι πιο αποτελεσματικό και πιο αξιόπιστο για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης από το First Exit Time Model και το Weibull Model, αφού παρουσιάζει μικρότερα σφάλματα (SSE, SE) μέχρι και το 1985. Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα αυτή είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με

ικανοποιητικές τιμές για το R^2 . Όσο μεγαλύτερος συντελεστής συσχέτισης (R^2) σημειώνεται, τόσο καλύτερη είναι και η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο. Όσο μικρότερα σφάλματα (SSE, SE) υπολογίζονται τόσο καλύτερη είναι η εφαρμογή ενός μοντέλου στα δεδομένα. Ο συντελεστής συσχέτισης (R^2) του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model είναι για τα εξεταζόμενα έτη 1975 και 1985 μεγαλύτερος από του First Exit Time Model και του Weibull Model, ένδειξη ότι η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης γίνεται με μεγαλύτερη επιτυχία.

Για το εξεταζόμενο έτος 1975 εντοπίζονται αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας στην προσαρμογή των δεδομένων στα μοντέλα. Το διάστημα στο οποίο εντοπίζεται διαφορές στην προσαρμογή των δεδομένων στα μοντέλα είναι τα πρώτα χρόνια ζωής στα οποία τα μοντέλα First Exit Time Model και Weibull Model αγνοούν την βρεφική θνησιμότητα η οποία βρίσκεται σε υψηλά επίπεδα. Επίσης, στο διάστημα μεταξύ των ηλικιών 35-65 ετών το First Exit Time Model ακολουθεί με μεγαλύτερη ακρίβεια την αύξουσα πορεία της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης.

Τέλος, το Quadratic Model προσεγγίζει περισσότερο από ότι από τα υπόλοιπα δύο μοντέλα το σημείο με το μέγιστο ρυθμό θνησιμότητας, ενώ και τα τρία μοντέλα ακολουθούν με σχετική επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης του γυναικείου πληθυσμού της Ισπανίας (1975) μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$. Η προσαρμογή των δεδομένων εξελίσσεται ομαλά ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

10.3 ΔΑΝΙΑ

Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων Quadratic Model, First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Δανίας

Ανδρικός πληθυσμός

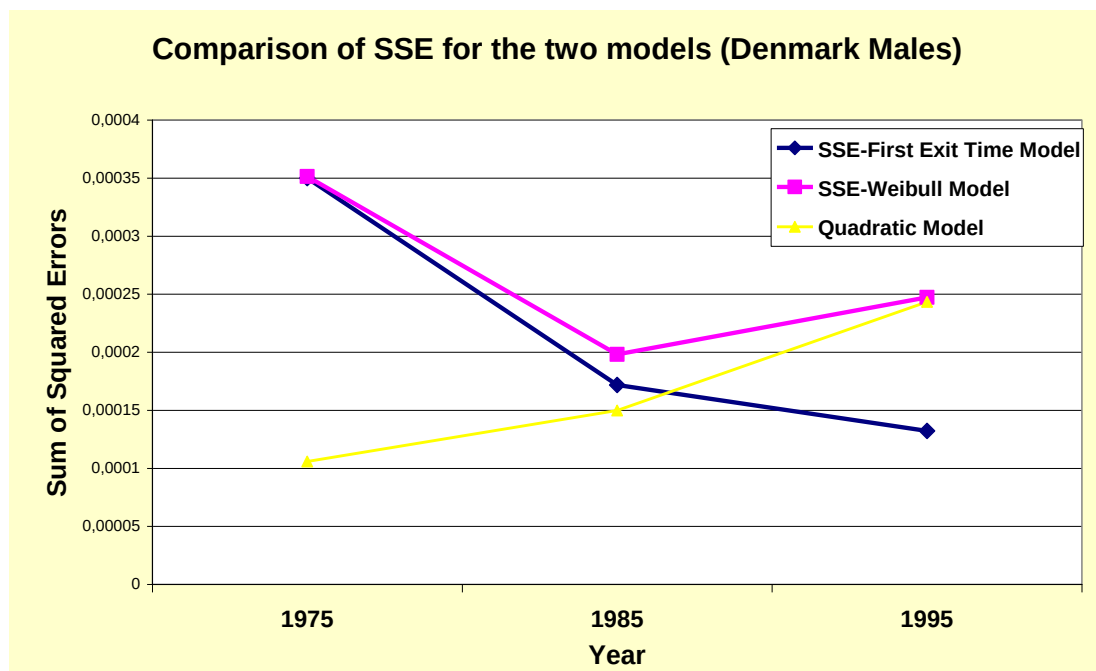
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων Quadratic Model, First Exit Time Model και Weibull Model για τους άνδρες της Δανίας

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το R^2 για τους άνδρες της Δανίας τα έτη 1975, 1985 και 1995 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 10.3.1: Συγκριτικός πίνακας με SSE, SE, R^2

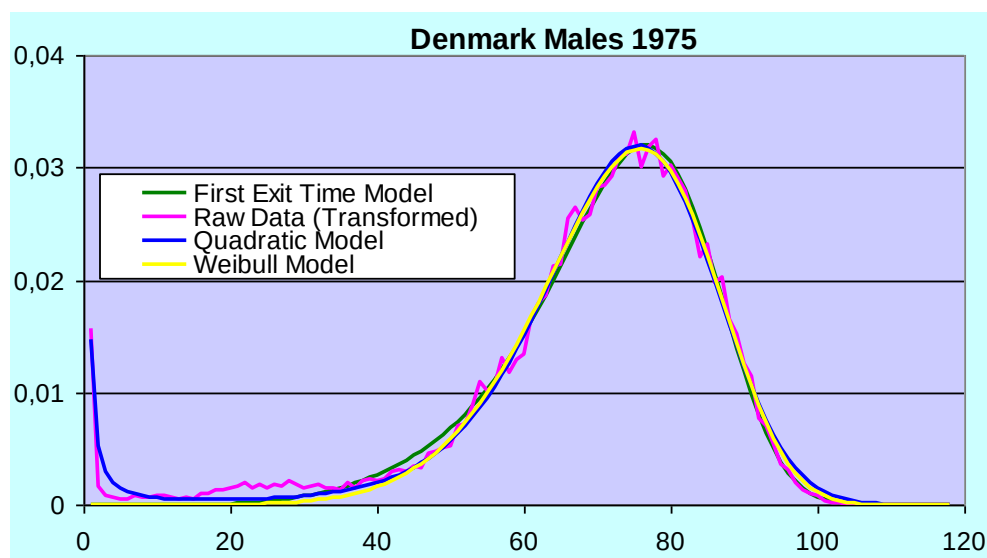
Denmark Males	1975			1985			1995		
	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model
SSE	0,00034995	0,000351396	0,00010582	0,0001717	0,0001982	0,0001498	0,000132	0,000247	0,0002433
SE	0,00174442	0,001748033	0,00095927	0,001222	0,001313	0,001141	0,001072	0,001466	0,0014544
R^2	0,97325476	0,972874624	0,99185932	0,988	0,985	0,989	0,990526	0,982118	0,982458

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τους άνδρες της Δανίας για τα έτη 1975, 1985 και 1995 αποτυπώνονται στο παρακάτω διάγραμμα.

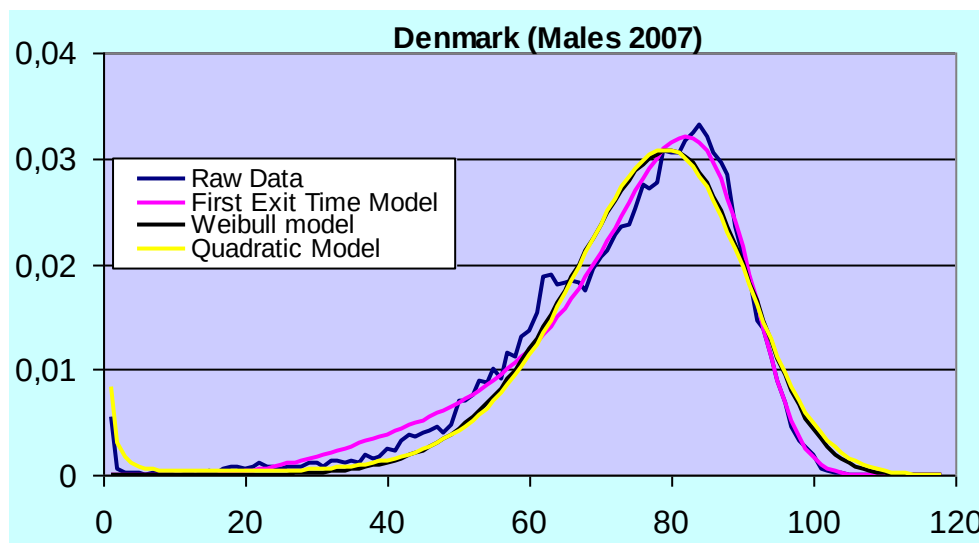


Σχήμα 10.3.1: Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τους άνδρες της Δανίας τα έτη 1975, 1985 και 1995.

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα αποτυπώνεται στα παρακάτω γράφηματα.



Σχήμα 10.3.2: Εφαρμογή του Quadratic Model, First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Δανίας (1975).



Σχήμα 10.3.3: Εφαρμογή του Quadratic Model, First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Δανίας (2007).

Παρατηρήσεις από την συγκριτική ανάλυση του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model και του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Δανίας.

Ανδρικός πληθυσμός

Παρατηρώντας τον σχετικό πίνακα με τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το συντελεστή συσχέτισης (R^2) για τους άνδρες της Δανίας τα έτη 1975, 1985 και 1995 είναι σαφές ότι το δυναμικό μοντέλο Quadratic Model είναι πιο αποτελεσματικό και πιο αξιόπιστο για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης από το First Exit Time Model και το Weibull Model, αφού παρουσιάζει μικρότερα σφάλματα (SSE, SE) μέχρι και το 1985. Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στα δυο δυναμικά μοντέλα αυτή είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 με το συντελεστή συσχέτισης του Quadratic Model να είναι μεγαλύτερος λόγω της βρεφικής θνησιμότητας την οποία συμπεριλαμβάνει στη μοντελοποίηση. Ο συντελεστής συσχέτισης (R^2) των δυναμικών μοντέλων Quadratic Model και First Exit Time Model είναι για

όλα τα εξεταζόμενα έτη μεγαλύτερος από του Weibull Model, και τα σφάλματα (SSE, SE) μικρότερα, ένδειξη ότι η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης γίνεται με μεγαλύτερη επιτυχία.

Για το έτος 1975 η υπεροχή του Quadratic Model είναι εμφανής. Η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης είναι καλύτερη για όλες τις περιόδους ζωής με κύριο χαρακτηριστικό τη μοντελοποίηση της βρεφικής θνησιμότητας και την καλύτερη προσέγγιση του μέγιστου σημείου της καμπύλης της ηλικιακής κατανομής των θανάτων.

Για το εξεταζόμενο έτος 2007 εντοπίζονται αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας στη συμπεριφορά των τριών μοντέλων. Σημαντική και μεγάλου εύρους απόκλιση στη συμπεριφορά των τριών μοντέλων, παρατηρείται στις ηλικίες 50-58 περίπου ετών, όπου η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο First Exit Time Model είναι πιο ακριβής σε σχέση με το Quadratic Model και το Weibull Model τα οποία δεν ακολουθούν την προς τα δεξιά μετατόπιση της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης. Ένα άλλο διάστημα στο οποίο εντοπίζεται διαφορές στα δύο μοντέλα είναι αυτό μεταξύ των ηλικιών 68-79 ετών όπου το First Exit Time Model ακολουθεί με μεγαλύτερη ακρίβεια την πορεία της καμπύλης των raw data. Επιπροσθέτως στο τμήμα της καμπύλης στα δεξιά του γραφήματος μετά το μέγιστο σημείο της $g(t)$ στις ηλικίες 93 έως 100+ το First Exit Time Model συμπεριφέρεται καλύτερα και με μεγαλύτερη επιτυχία από το Quadratic Model και το Weibull Model.

Γυναικείος πληθυσμός

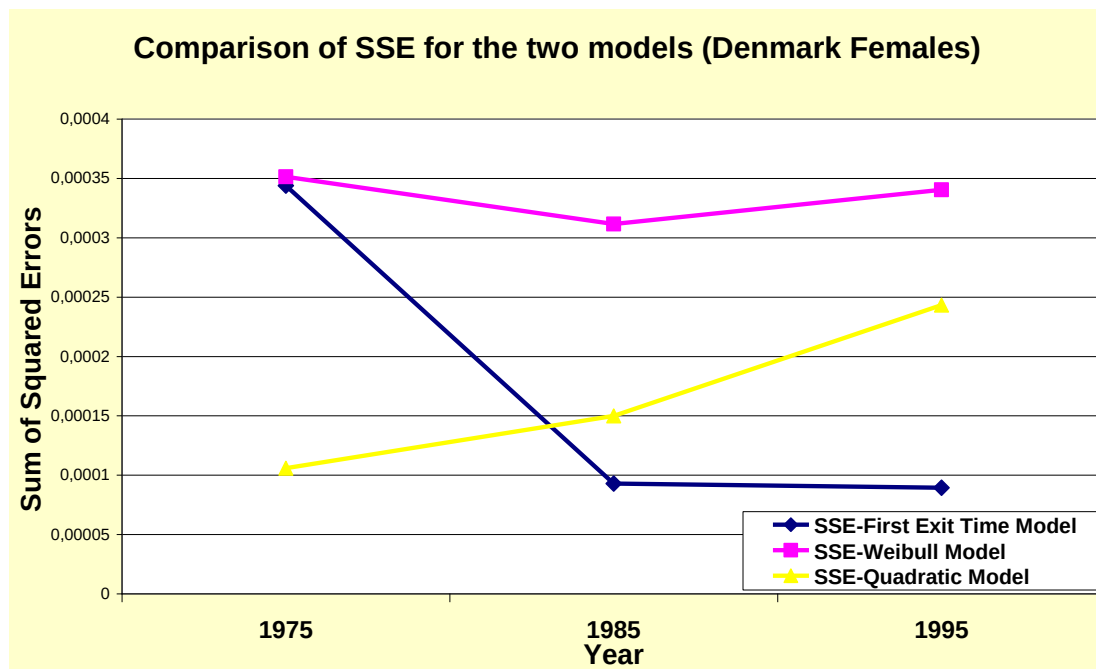
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων Quadratic Model, First Exit Time Model και Weibull Model για τις γυναίκες της Δανίας

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το R^2 για τις γυναίκες της Δανίας τα έτη 1975, 1985 και 1995 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Denmark Females	1975			1985			1995		
	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model
SSE	0,00034387	0,0003514	0,00010582	0,0000929	0,000312	0,0001498	8,94E-05	0,00034	0,0002433
SE	0,00172921	0,00174803	0,00095927	0,000899	0,001646	0,0011414	0,000882	0,00172	0,0014544
R²	0,97371913	0,97287462	0,99185932	0,994	0,980084	0,9890608	0,994477	0,978799	0,982458

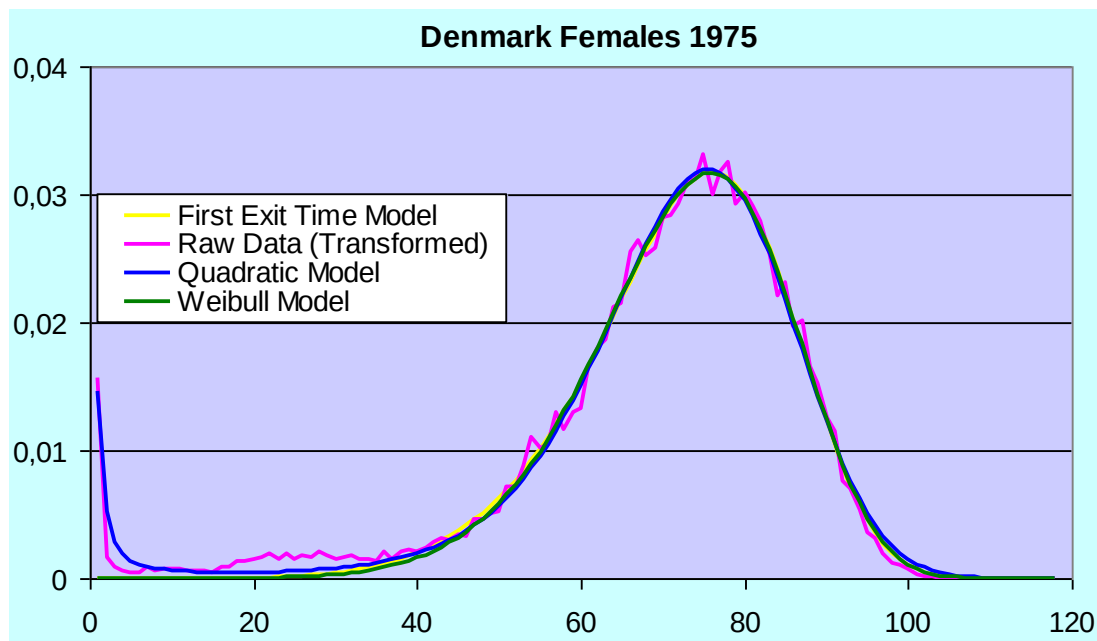
Πίνακας 10.3.2: Συγκριτικός πίνακας με SSE, SE, R²

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τις γυναίκες της Δανίας για τα έτη 1975, 1985 και 1995 αποτυπώνονται στο παρακάτω διάγραμμα.

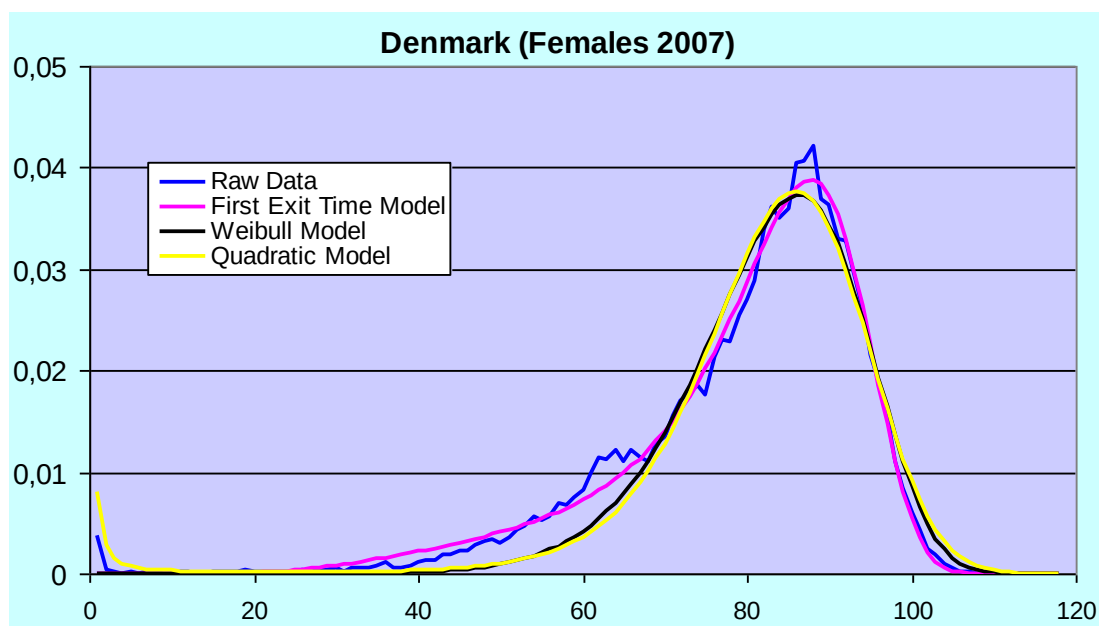


Σχήμα 10.3.4: Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τις γυναίκες της Δανίας τα έτη 1975, 1985 και 1995.

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα αποτυπώνεται στα παρακάτω γράφηματα.



Σχήμα 10.3.5: Εφαρμογή του Quadratic Model, του First Exit Time Model και του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Δανίας (1975).



Σχήμα 10.3.6: Εφαρμογή του Quadratic Model, του First Exit Time Model και του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Δανίας (2007).

Παρατηρήσεις από την συγκριτική ανάλυση του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model, του First Exit Time Model και του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Δανίας.

Γυναικείος πληθυσμός

Παρατηρώντας τον σχετικό πίνακα με τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το συντελεστή συσχέτισης (R^2) για τις γυναίκες της Δανίας τα έτη 1975, 1985 και 1995 είναι σαφές ότι το δυναμικό μοντέλο Quadratic Model είναι πιο αποτελεσματικό και πιο αξιόπιστο για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης από το Weibull Model, αφού παρουσιάζει μικρότερα σφάλματα (SSE, SE) για όλα τα εξεταζόμενα έτη και καλύτερο από το First Exit Time Model τα παλαιότερα χρόνια (1975) . Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στα τρία μοντέλα αυτή είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το συντελεστή συσχέτισης R^2 . Ο συντελεστής συσχέτισης (R^2) των δυναμικών μοντέλων Quadratic Model και First Exit Time Model είναι για όλα τα εξεταζόμενα έτη μεγαλύτερος από ότι του Weibull Model, ένδειξη ότι η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης γίνεται με μεγαλύτερη επιτυχία.

Για το έτος 1975 η προσαρμογή των δεδομένων στο Quadratic Model είναι σαφώς καλύτερη από ότι στα υπόλοιπα μοντέλα όπως φαίνεται στο σχετικό διάγραμμα συμπεριλαμβάνοντας την βρεφική θνησιμότητα και την καλύτερη προσέγγιση του μέγιστου σημείου της καμπύλης.

Για το εξεταζόμενο έτος 2007 εντοπίζονται αρκετές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας στην προσαρμογή των δεδομένων στα τρία μοντέλα. Το διάστημα στο οποίο εντοπίζεται μεγάλη διαφορά στην προσαρμογή των δεδομένων στα δύο μοντέλα είναι αυτό μεταξύ των ηλικιών 37-69 ετών όπου το First Exit Time Model ακολουθεί με μεγαλύτερη ακρίβεια την αύξουσα πορεία της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης. Γενικά για το 2007 είναι εμφανής η υπεροχή του Quadratic Model και του First Exit Time Model έναντι του Weibull Model, αφού το Weibull Model αποκλίνει των δεδομένων επιβίωσης σχεδόν στο σύνολο των σημείων.

10.7 ΗΠΑ

Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων Quadratic Model, First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού των ΗΠΑ

Ανδρικός πληθυσμός

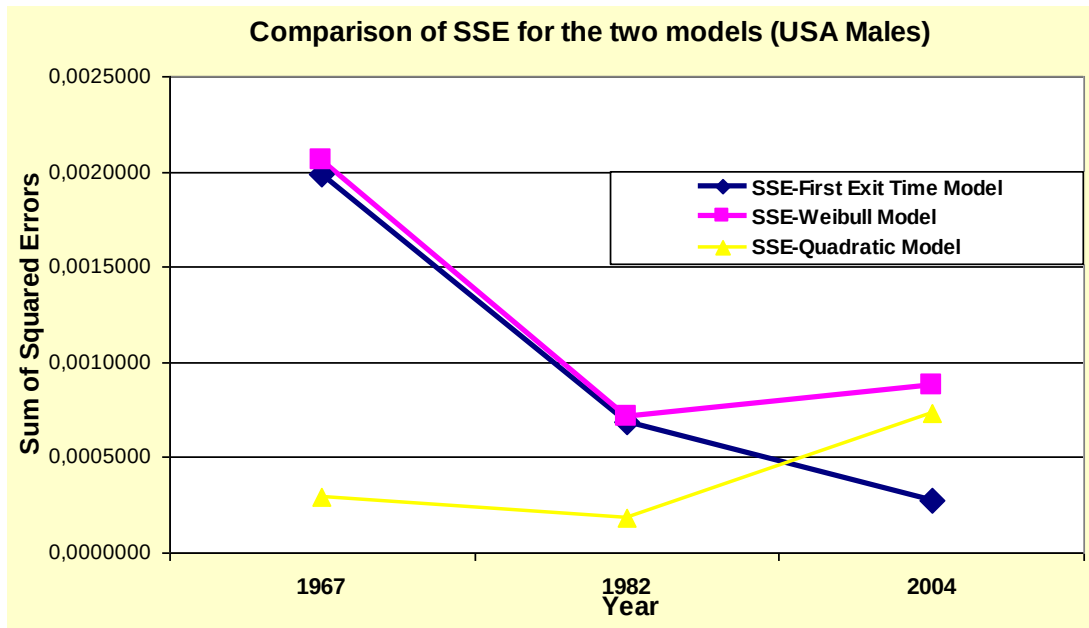
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων Quadratic Model, First Exit Time Model και Weibull Model για τους άνδρες των ΗΠΑ.

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το R^2 για τους άνδρες των ΗΠΑ τα έτη 1967, 1982, 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης (23) παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 10.7.1: Συγκριτικός πίνακας με SSE, SE, R^2

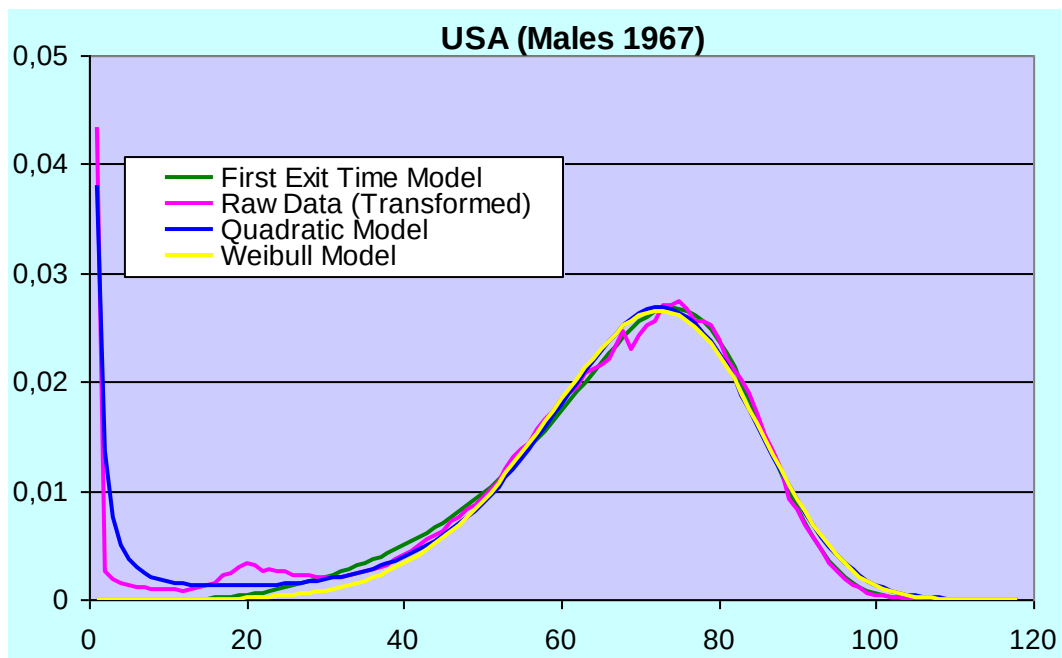
USA Males	1967			1982			2004		
	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model
SSE	0,0019894	0,002059	0,0002956	0,000691	0,000719	0,0001794	0,0002703	0,000881	0,000734
SE	0,004159	0,004231	0,0016032	0,002452	0,0025	0,001249	0,001533	0,002768	0,002526
R^2	0,814	0,805278	0,9721621	0,93309	0,929543	0,9824893	0,973	0,909944	0,925332

Τα σφάλματα των μοντέλων SSE για τους άνδρες των ΗΠΑ για τα έτη 1967, 1982, 2004 αποτυπώνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 10.7.1: Τα σφάλματα των μοντέλων SSE για τους άνδρες των ΗΠΑ τα έτη 1967, 1982, 2004.

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα αποτυπώνεται στα παρακάτω γράφηματα.



Σχήμα 10.7.2: Εφαρμογή του QuadraticModel, του First Exit Time Model και του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες των ΗΠΑ (1967).

Παρατηρήσεις από την συγκριτική ανάλυση του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model, του First Exit Time Model και του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης των ΗΠΑ.

Ανδρικός πληθυσμός

Παρατηρώντας τον σχετικό πίνακα με τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το συντελεστή συσχέτισης (R^2) για τις γυναίκες των ΗΠΑ τα έτη 1967, 1982 και 2004 είναι σαφές ότι το δυναμικό μοντέλο Quadratic Model είναι πιο αποτελεσματικό και πιο αξιόπιστο για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης από το First Exit Time Model και Weibull Model, αφού για όλα τα έτη παρουσιάζει μικρότερα σφάλματα (SSE, SE) από το Weibull Model και μέχρι το 2004 από το First Exit Time Model. Ο συντελεστής συσχέτισης (R^2) του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model και του First Exit Time Model είναι για όλα τα εξεταζόμενα έτη μεγαλύτερος από του Weibull Model, ένδειξη ότι η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης γίνεται με μεγαλύτερη επιτυχία.

Η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης για το έτος 1967, όπως ήταν αναμενόμενο λόγω των χαρακτηριστικών του Quadratic Model, είναι αρκετά καλή μοντελοποιώντας με επιτυχία την υψηλή βρεφική θνησιμότητα που καταγράφεται στο συγκεκριμένο έτος. Το First Exit Time Model και το Weibull Model αντιμετωπίζουν σημαντικά προβλήματα στις νεότερες ηλικίες μέχρι τα 25 έτη ζωής, αλλά και μετά το σημείο με το μέγιστο ρυθμό θνησιμότητας.

Γυναικείος πληθυσμός

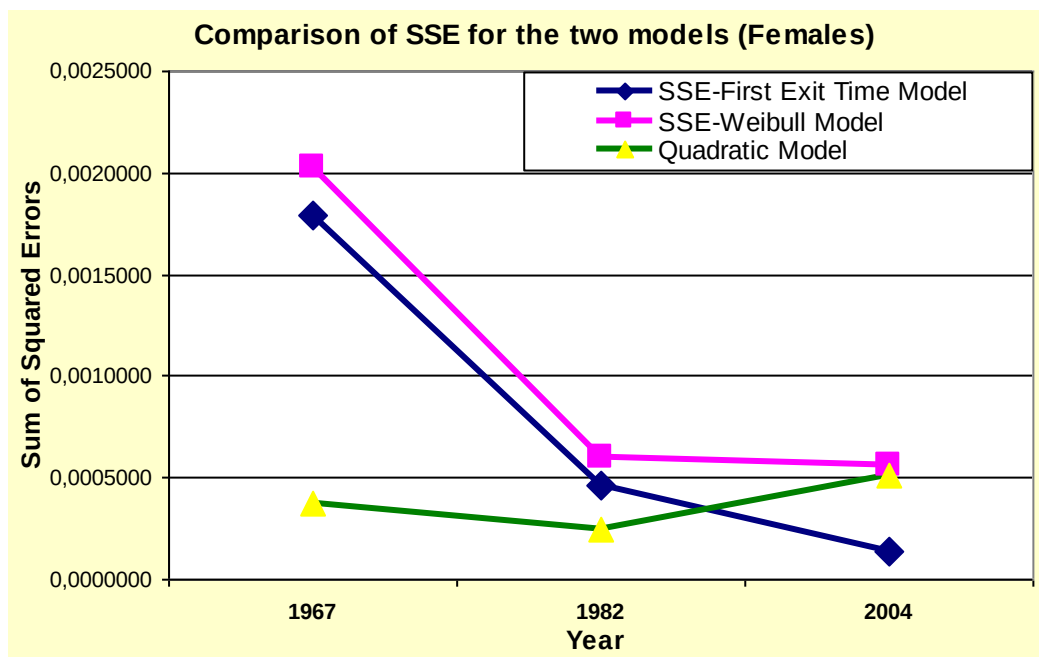
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων Quadratic Model, του First Exit Time Model και Weibull Model για τις γυναίκες των ΗΠΑ.

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το R^2 για τις γυναίκες των ΗΠΑ τα έτη 1967, 1982, 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 10.7.2: Συγκριτικός πίνακας με SSE, SE, R^2

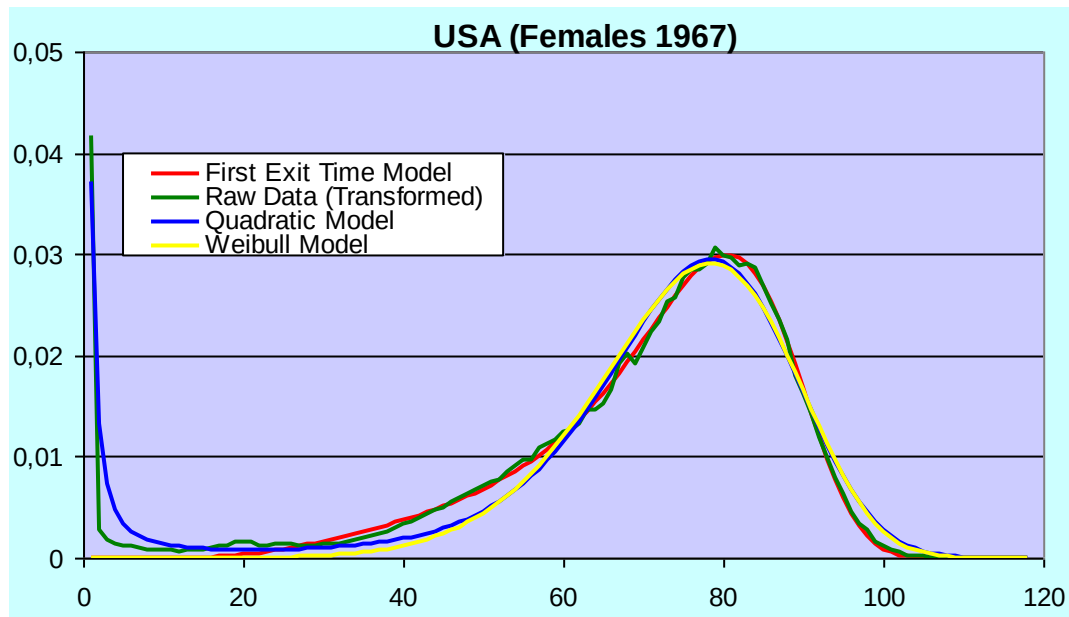
USA Females	1967			1982			2004		
	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model	First Exit Time Model	Weibull Model	Quadratic Model
SSE	0,0017880	0,002026	0,000377	0,00046	0,000601	0,0002504	0,0001394	0,000561	0,0005101
SE	0,003943	0,004198	0,001812	0,001999	0,0022861	0,0014756	0,001101	0,002209	0,0021061
R^2	0,850	0,828368	0,968148	0,962563	0,95053	0,9794672	0,990	0,957956	0,9619218

Τα σφάλματα των μοντέλων SSE για τις γυναίκες των ΗΠΑ για τα έτη 1967, 1982, 2004 αποτυπώνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 10.7.3: Τα σφάλματα των μοντέλων SSE για τις γυναίκες των ΗΠΑ τα έτη 1967, 1982, 2004.

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 10.7.4: Εφαρμογή του Quadratic Model, του First Exit Time Model και του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες των ΗΠΑ (1967).

Παρατηρήσεις από την συγκριτική ανάλυση των δυναμικών μοντέλων Quadratic Model και First Exit Time Model και του αιτιοκρατικού Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης των ΗΠΑ.

Γυναικείος πληθυσμός

Παρατηρώντας τον σχετικό πίνακα με τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το συντελεστή συσχέτισης (R^2) για τις γυναίκες των ΗΠΑ τα έτη 1967, 1982 και 2004 είναι σαφές ότι το δυναμικό μοντέλο Quadratic Model είναι πιο αποτελεσματικό και πιο αξιόπιστο για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης από το First Exit Time Model και το Weibull Model, αφού για τα περισσότερα έτη παρουσιάζει μικρότερα σφάλματα (SSE, SE). Ο συντελεστής συσχέτισης (R^2) του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model είναι για όλα τα εξεταζόμενα έτη μεγαλύτερος από του Weibull Model, ένδειξη ότι η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης γίνεται με μεγαλύτερη επιτυχία.

Για το εξεταζόμενο έτος 1967 εντοπίζονται αρκετές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας στην προσαρμογή των

δεδομένων στα τρία μοντέλα. Την περίοδο από 1 έως 25 ετών το Quadratic Model υπερέχει των υπολοίπων μοντέλων τα οποία δεν μοντελοποιούν τη συγκεκριμένη περίοδο ζωής. Στο διάστημα μεταξύ 26-68 ετών η προσαρμογή του Quadratic Model και του Weibull Model αποκλίνει από τα δεδομένα επιβίωσης κατά πολύ, σε αντίθεση με το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model που προσεγγίζει επιτυχώς τα δεδομένα. Σε όλο το εύρος της καμπύλης η προσαρμογή των δεδομένων και στα δύο δυναμικά μοντέλα είναι καλή, εντοπίζονται όμως και σημαντικές διαφορές. Το First Exit Time Model ακολουθεί με μεγαλύτερη ακρίβεια την αύξουσα πορεία και στη συνέχεια τη φθίνουσα πορεία της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης. Γενικά για το 1967 είναι εμφανής η υπεροχή του Quadratic Model και του First Exit Time Model έναντι του Weibull Model, αφού το Weibull Model αποκλίνει των δεδομένων επιβίωσης σχεδόν στο σύνολο των σημείων χωρίς όμως να καταγράφονται σημαντικά σφάλματα.

Κεφάλαιο 11: Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) Ευρωπαϊκών χωρών και χωρών εκτός Ευρώπης

Ως γνωστό, τα δεδομένα που χρησιμοποιούμε στις εφαρμογές των μοντέλων ανάλυσης δεδομένων επιβίωσης είναι μη επεξεργασμένα δεδομένα (raw data), οπότε το μοντέλο που σημειώνει τα μικρότερα σφάλματα SSE, SE είναι και το πιο αξιόπιστο για την ανάλυση των δεδομένων επιβίωσης. Για τη συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων στα δεδομένα επιβίωσης του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού Ευρωπαϊκών και μη χωρών παραθέτω συγκριτικό πίνακα που περιλαμβάνει τα SSE, τα SE και R^2 όπως υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης για τα δύο μοντέλα, συγκριτικό γράφημα με τα SSE, καθώς και γράφημα που απεικονίζει την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης των δύο μοντέλων για ένα τυχαίο έτος.

11.1 ΕΛΛΑΔΑ

Ανδρικός πληθυσμός

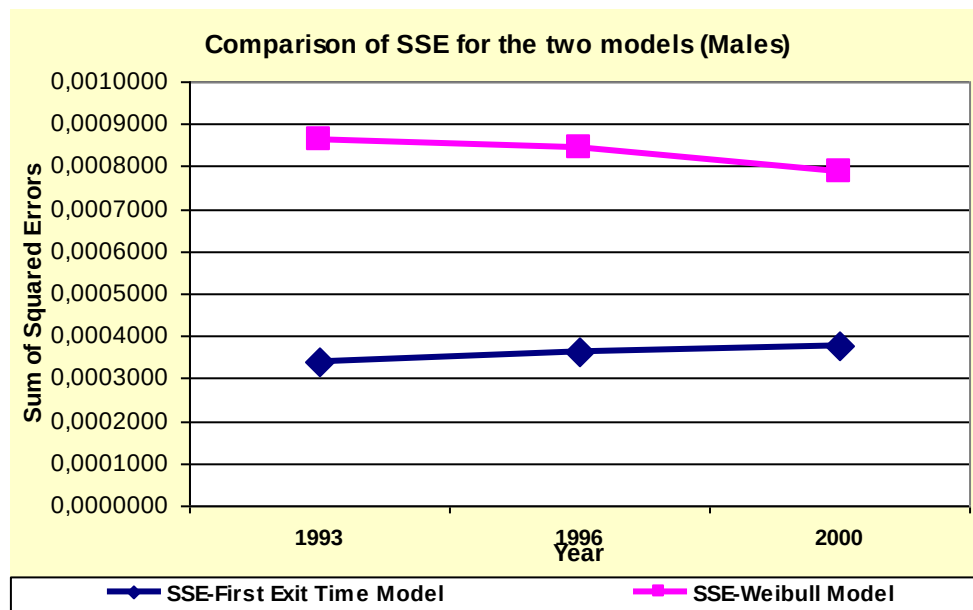
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model για τους άνδρες της Ελλάδας.

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και ο συντελεστής συσχέτισης R^2 για τους άνδρες της Ελλάδας τα έτη 1993, 1996, 2000 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 11.1.1: Συγκριτικός πίνακας με SSE, SE, R^2

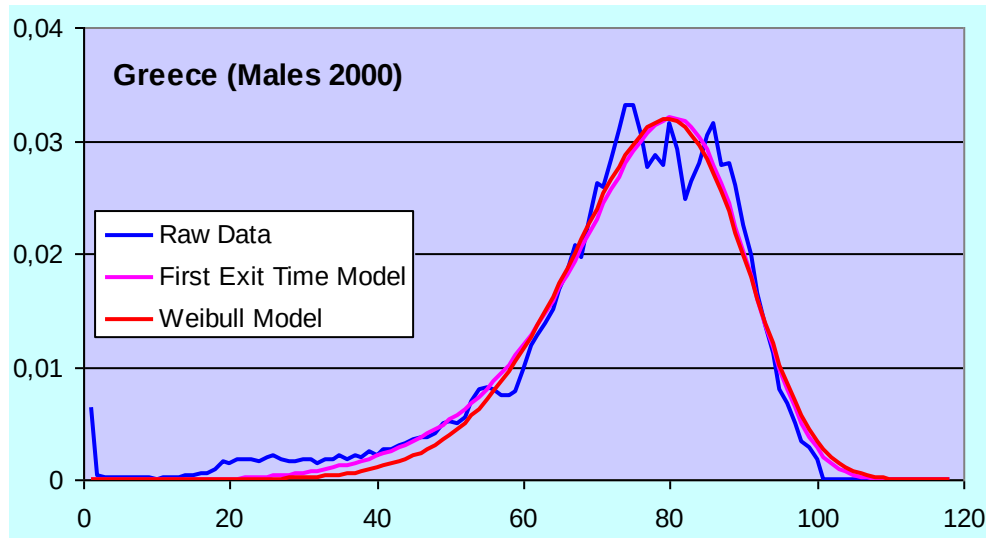
Greece Males	1993		1996		2000	
	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model
SSE	0,0003387	0,000527	0,000365	0,000478	0,0003781	0,00041
SE	0,001716	0,00214	0,001781	0,002038	0,001813	0,001889
R ²	0,975	0,960974	0,972305	0,963366	0,972	0,969256

Τα σφάλματα των μοντέλων SSE για τους άνδρες της Ελλάδας για τα έτη 1993, 1996, 2000 αποτυπώνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 11.1.1: Τα σφάλματα των μοντέλων SSE για τους άνδρες της Ελλάδας τα έτη 1993, 1996, 2000.

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 11.1.2: Εφαρμογή του First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ελλάδας (2000).

Παρατηρήσεις από την συγκριτική ανάλυση του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model και του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ελλάδας.

Ανδρικός πληθυσμός

Παρατηρώντας τον σχετικό πίνακα με τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το συντελεστή συσχέτισης (R^2) για τους άνδρες της Ελλάδας τα έτη 1993, 1996, 2000, είναι σαφές ότι το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model είναι πιο αποτελεσματικό και πιο αξιόπιστο για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης από το Weibull Model, αφού για όλα τα έτη παρουσιάζει μικρότερα σφάλματα (SSE, SE). Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στα δυο μοντέλα αυτή είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 οι οποίες πλησιάζουν τη μονάδα. Όσο μεγαλύτερος συντελεστής συσχέτισης (R^2) σημειώνεται, τόσο καλύτερη είναι και η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο. Όσο μικρότερα σφάλματα (SSE, SE) υπολογίζονται, τόσο καλύτερη είναι η εφαρμογή ενός μοντέλου στα δεδομένα.

Ο συντελεστής συσχέτισης (R^2) του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model είναι για όλα τα εξεταζόμενα έτη μεγαλύτερος από του Weibull Model,

ένδειξη ότι η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης γίνεται με μεγαλύτερη επιτυχία.

Για το εξεταζόμενο έτος 2000 υπάρχουν και εντοπίζονται αρκετές και σε πολλές περιπτώσεις σημαντικές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας στη συμπεριφορά των δύο μοντέλων.

Σημαντική και μεγάλου εύρους απόκλιση στη συμπεριφορά των δύο μοντέλων, παρατηρείται στις ηλικίες 40-56 περίπου ετών, όπου η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο First Exit Time Model είναι πιο ακριβής σε σχέση με το Weibull Model το οποίο δεν ακολουθεί την προς τα δεξιά μετατόπιση της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης. Ένα άλλο διάστημα στο οποίο εντοπίζεται διαφορές στα δύο μοντέλα είναι αυτό μεταξύ των ηλικιών 68-77 ετών, όπου το First Exit Time Model ακολουθεί με μεγαλύτερη ακρίβεια την αύξουσα πορεία της καμπύλης των raw data. Επιπροσθέτως στο τμήμα της καμπύλης στα δεξιά του γραφήματος μεταξύ των ηλικιών 96 έως 100+ το First Exit Time Model συμπεριφέρεται καλύτερα και με μεγαλύτερη επιτυχία από το Weibull Model.

Τέλος, η ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης στις ηλικίες κοντά στα 80 έτη που προφανώς οφείλεται στην μείωση των γεννήσεων κατά τον πόλεμο και σε δημογραφικά σφάλματα κατά την ανταλλαγή των πληθυσμών, προκαλεί αποκλίσεις και για τα δύο μοντέλα στον υπολογισμό του έτους της ηλικίας με το μέγιστο πλήθος θανάτων.

Γυναικείος πληθυσμός

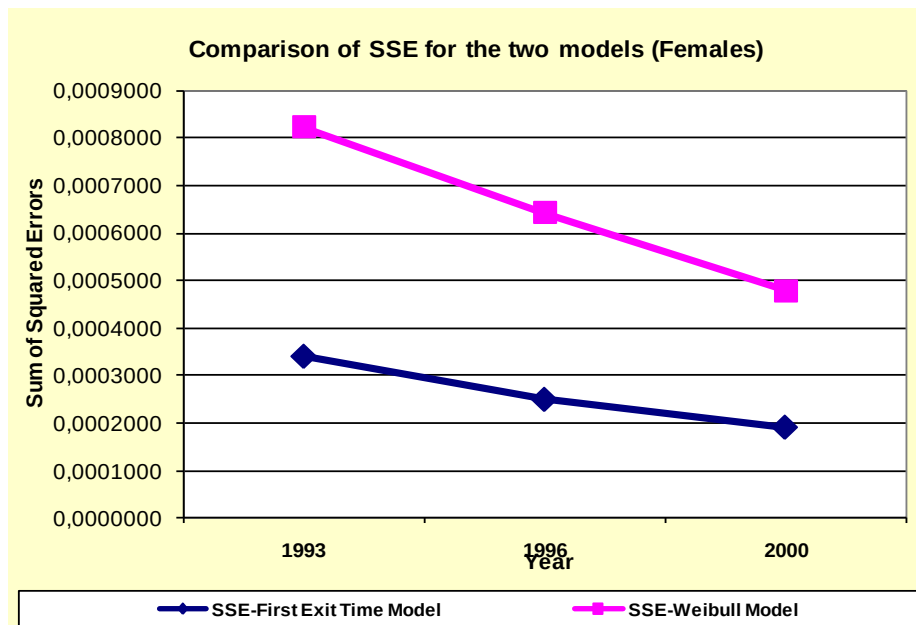
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model για τις γυναίκες της Ελλάδας.

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το R^2 για τις γυναίκες της Ελλάδας τα έτη 1993, 1996, 2000 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 11.1.2: Συγκριτικός πίνακας με SSE, SE, R^2

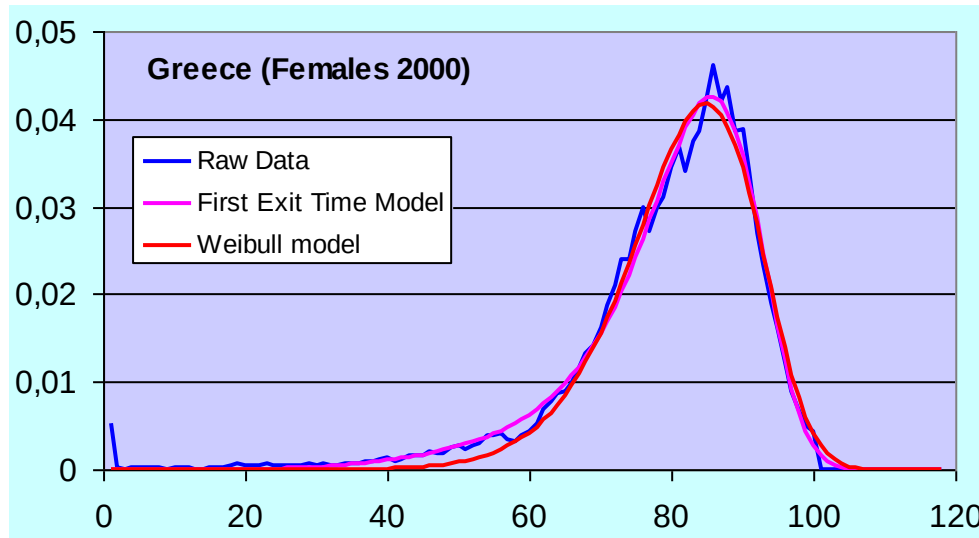
Greece Females	1993		1996		2000	
	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model
SSE	0,0003405	0,000483	0,000249	0,000393	0,0001904	0,000289
SE	0,001721	0,00205	0,001472	0,001849	0,001287	0,001586
R^2	0,983	0,975313	0,987276	0,979806	0,990	0,985231

Τα σφάλματα των μοντέλων SSE για τις γυναίκες της Ελλάδας για τα έτη 1993, 1996, 2000 αποτυπώνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 11.1.3: Τα σφάλματα των μοντέλων SSE για τις γυναίκες της Ελλάδας τα έτη 1993, 1996, 2000.

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 11.1.4: Εφαρμογή του First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ελλάδας (2000).

Παρατηρήσεις από την συγκριτική ανάλυση του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model και του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ελλάδας.

Γυναικείος πληθυσμός

Παρατηρώντας τον σχετικό πίνακα με τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το συντελεστή συσχέτισης (R^2) για τις γυναίκες της Ελλάδας τα έτη 1993, 1996, 2000, είναι σαφές ότι το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model είναι πιο αποτελεσματικό και πιο αξιόπιστο για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης από το Weibull Model, αφού για όλα τα έτη παρουσιάζει μικρότερα σφάλματα (SSE, SE). Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στα δυο μοντέλα αυτή είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 οι οποίες πλησιάζουν τη μονάδα. Όσο μεγαλύτερος συντελεστής συσχέτισης (R^2) σημειώνεται, τόσο καλύτερη είναι και η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο. Όσο μικρότερα σφάλματα (SSE, SE) υπολογίζονται τόσο καλύτερη είναι η εφαρμογή ενός μοντέλου στα δεδομένα. Ο συντελεστής συσχέτισης (R^2) του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model είναι για όλα

τα εξεταζόμενα έτη μεγαλύτερη από του Weibull Model, ένδειξη ότι η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης γίνεται με μεγαλύτερη επιτυχία.

Για το εξεταζόμενο έτος 2000 εντοπίζονται αρκετές αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας στη συμπεριφορά των δύο μοντέλων.

Το διάστημα στο οποίο εντοπίζεται διαφορές στην προσαρμογή των δεδομένων στα δύο μοντέλα είναι αυτό μεταξύ των ηλικιών 37-67 ετών όπου το First Exit Time Model ακολουθεί με μεγαλύτερη ακρίβεια την αύξουσα πορεία της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης. Επιπροσθέτως στο τμήμα της καμπύλης μεταξύ των ηλικιών 76 έως 81 ετών, το First Exit Time Model συμπεριφέρεται καλύτερα και με μεγαλύτερη επιτυχία από το Weibull Model.

Τέλος, η ανομοιομορφία στα δεδομένα επιβίωσης στις ηλικίες κοντά στα 80-85 έτη που προφανώς οφείλεται στην μείωση των γεννήσεων κατά τον πόλεμο και σε δημογραφικά σφάλματα κατά την ανταλλαγή των πληθυσμών, προκαλεί αποκλίσεις για το Weibull Model στον υπολογισμό του έτους της ηλικίας με το μέγιστο πλήθος θανάτων. Το Weibull Model εκτιμά λανθασμένα την ηλικία (85) με το μέγιστο πλήθος θανάτων, ενώ το First Exit Time Model κάνει καλύτερη και σωστή εκτίμηση της ηλικίας με το μέγιστο αριθμό θανάτων (86 έτη).

Τέλος, και τα δύο μοντέλα ακολουθούν με σχετική επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης του γυναικείου πληθυσμού της Ελλάδας μετά το μέγιστο σημείο της συνάρτησης $g(t)$. Η προσαρμογή των δεδομένων εξελίσσεται ομαλά ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

11.4 ΡΩΣΙΑ

Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ρωσίας

Ανδρικός πληθυσμός

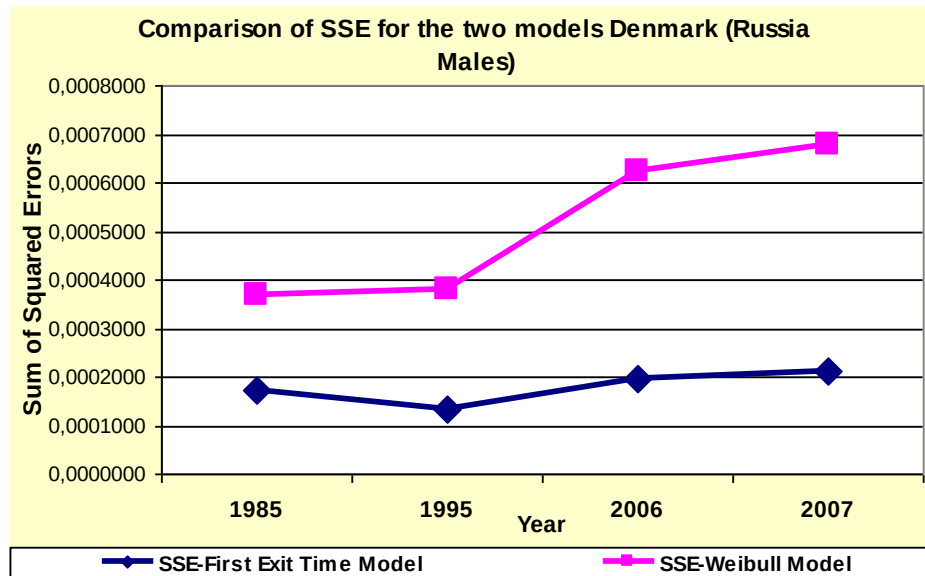
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model για τους άνδρες της Ρωσίας

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το R^2 για τους άνδρες της Ρωσίας τα έτη 1985, 1995, 2005, 2006 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 11.4.1: Συγκριτικός πίνακας με SSE, SE, R^2

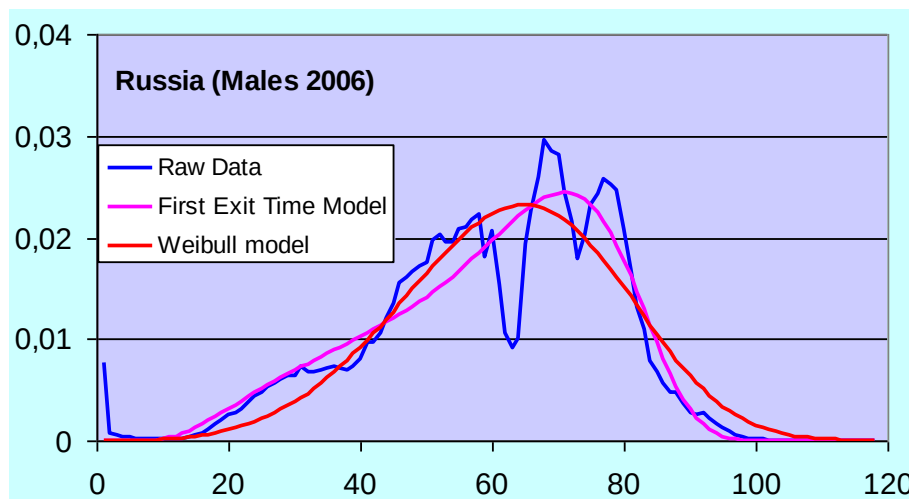
Russia Males	1985		1995		2006		2007	
	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model
SSE	0,0001717	0,0001982	0,000132	0,000247	0,0001970	0,000428	0,00021	0,000468
SE	0,001222	0,001313	0,001072	0,001466	0,001309	0,001929	0,001351	0,002017
R^2	0,988	0,985	0,990526	0,982118	0,985	0,966828	0,983785	0,963466

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τους άνδρες της Ρωσίας για τα έτη 1985, 1995, 2005, 2006 αποτυπώνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 11.4.1: Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τους άνδρες της Ρωσίας τα έτη 1985, 1995, 2005, 2006.

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 11.4.2: Εφαρμογή του First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ρωσίας (2005).

Παρατηρήσεις από την συγκριτική ανάλυση του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model και του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ρωσίας.

Ανδρικός πληθυσμός

Παρατηρώντας τον σχετικό πίνακα με τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το συντελεστή συσχέτισης (R^2) για τους άνδρες της Ρωσίας τα έτη 1985, 1995, 2005 και 2006 είναι σαφές ότι το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model είναι πιο αποτελεσματικό και πιο αξιόπιστο για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης από το Weibull Model, αφού για τα τέσσερα εξεταζόμενα έτη παρουσιάζει μικρότερα σφάλματα (SSE, SE). Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στα δυο μοντέλα αυτή είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 οι οποίες πλησιάζουν τη μονάδα. Όσο μεγαλύτερος συντελεστής συσχέτισης (R^2) σημειώνεται, τόσο καλύτερη είναι και η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο. Όσο μικρότερα σφάλματα (SSE, SE) υπολογίζονται τόσο καλύτερη είναι η εφαρμογή ενός μοντέλου στα δεδομένα. Ο συντελεστής συσχέτισης (R^2) του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model είναι για όλα τα εξεταζόμενα έτη μεγαλύτερος από του Weibull Model, και τα σφάλματα (SSE, SE) μικρότερα, ένδειξη ότι η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης γίνεται με μεγαλύτερη επιτυχία.

Για το εξεταζόμενο έτος 2006 εντοπίζονται αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας στη συμπεριφορά των δύο μοντέλων. Σημαντική και μεγάλου εύρους απόκλιση στη συμπεριφορά των δύο μοντέλων, παρατηρείται στις ηλικίες 17-32 περίπου ετών, όπου η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο First Exit Time Model είναι πιο ακριβής σε σχέση με το Weibull Model. Ένα άλλο διάστημα στο οποίο εντοπίζεται διαφορές στα δύο μοντέλα είναι αυτό μεταξύ των ηλικιών 45-59 ετών όπου το Weibull Model ακολουθεί με μεγαλύτερη ακρίβεια την πορεία της καμπύλης των raw data από το First Exit Time Model. Επιπροσθέτως στο τμήμα της καμπύλης στα δεξιά του γραφήματος μετά το μέγιστο σημείο στις ηλικίες 78 έως 100+ το First Exit Time Model έχει καλύτερη προσαρμογή από το Weibull Model.

Γυναικείος πληθυσμός

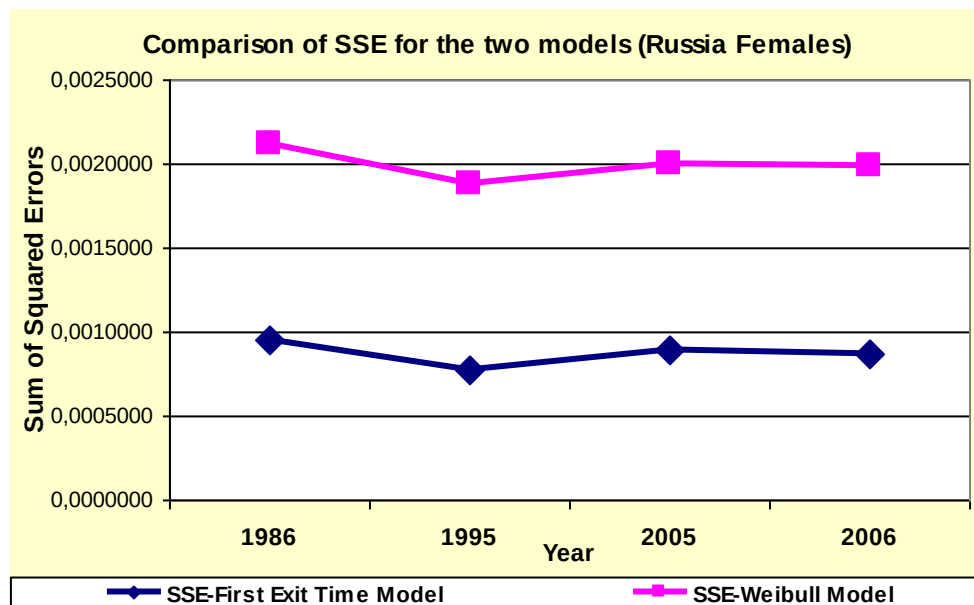
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model για τις γυναίκες της Ρωσίας

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το R^2 για τις γυναίκες της Ρωσίας τα έτη 1986, 1995, 2005, 2006 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 11.4.2: Συγκριτικός πίνακας με SSE, SE, R^2

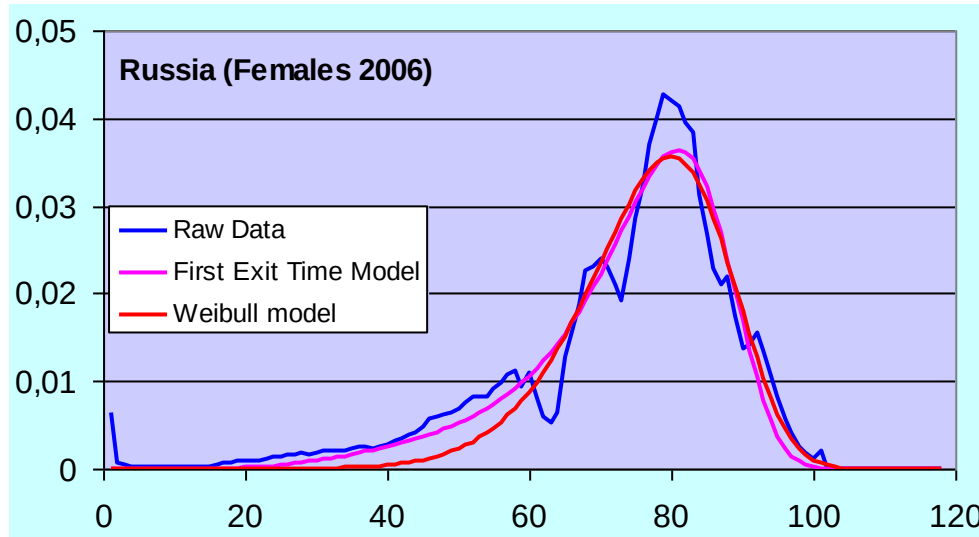
Russia Females	1986		1995		2005		2006	
	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model
SSE	0,0009554	0,001159	0,000777	0,001104	0,0008910	0,001114	0,000868	0,001119
SE	0,002882	0,003175	0,0026	0,003099	0,002783	0,003113	0,002747	0,003119
R^2	0,939	0,924749	0,942363	0,917352	0,937	0,921067	0,942368	0,925067

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τις γυναίκες της Ρωσίας για τα έτη 1986, 1995, 2005, 2006 αποτυπώνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 11.4.3: Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τις γυναίκες της Ρωσίας τα έτη 1986, 1995, 2005, 2006.

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 10.4.4: Εφαρμογή του First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ρωσίας (2006).

Παρατηρήσεις από την συγκριτική ανάλυση του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model και του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ρωσίας.

Γυναικείος πληθυσμός

Παρατηρώντας τον σχετικό πίνακα με τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το συντελεστή συσχέτισης (R^2) για τις γυναίκες της Ρωσίας τα έτη 1986, 1995, 2005 και 2006 είναι σαφές ότι το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model είναι πιο αποτελεσματικό και πιο αξιόπιστο για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης από το Weibull Model, αφού για τα τέσσερα εξεταζόμενα έτη παρουσιάζει μικρότερα σφάλματα (SSE, SE). Ο συντελεστής συσχέτισης (R^2) του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model είναι για όλα τα εξεταζόμενα έτη μεγαλύτερος από του Weibull Model, και τα σφάλματα (SSE, SE)

μικρότερα, ένδειξη ότι η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης γίνεται με μεγαλύτερη επιτυχία.

Για το εξεταζόμενο έτος 2006 εντοπίζονται αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας στη συμπεριφορά των δύο μοντέλων. Σημαντική και μεγάλου εύρους απόκλιση στη συμπεριφορά των δύο μοντέλων, παρατηρείται στις ηλικίες 27-61 περίπου ετών, όπου η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο First Exit Time Model είναι πιο ακριβής σε σχέση με το Weibull Model.. Επιπροσθέτως στο τμήμα της καμπύλης στα δεξιά του γραφήματος μετά το μέγιστο σημείο στις ηλικίες 91-100+ ετών, το Weibull Model ακολουθεί με μεγαλύτερη ακρίβεια την πορεία της καμπύλης των raw data από το First Exit Time Model.

11.5 ΟΛΛΑΝΔΙΑ

Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Ολλανδίας

Ανδρικός πληθυσμός

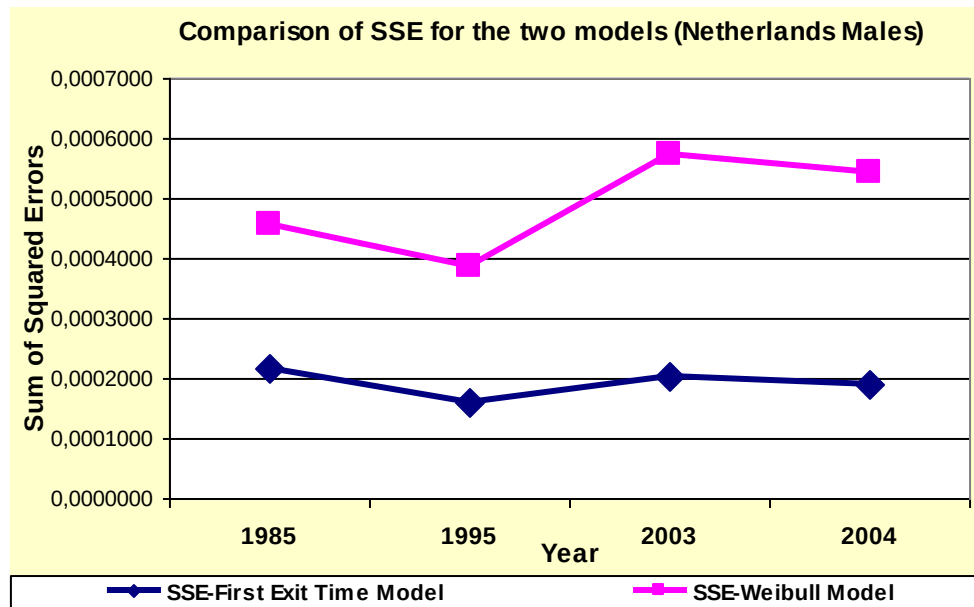
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model για τους άνδρες της Ολλανδίας

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το R^2 για τους άνδρες της Ολλανδίας τα έτη 1985, 1995, 2003, 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 11.5.1: Συγκριτικός πίνακας με SSE, SE, R^2

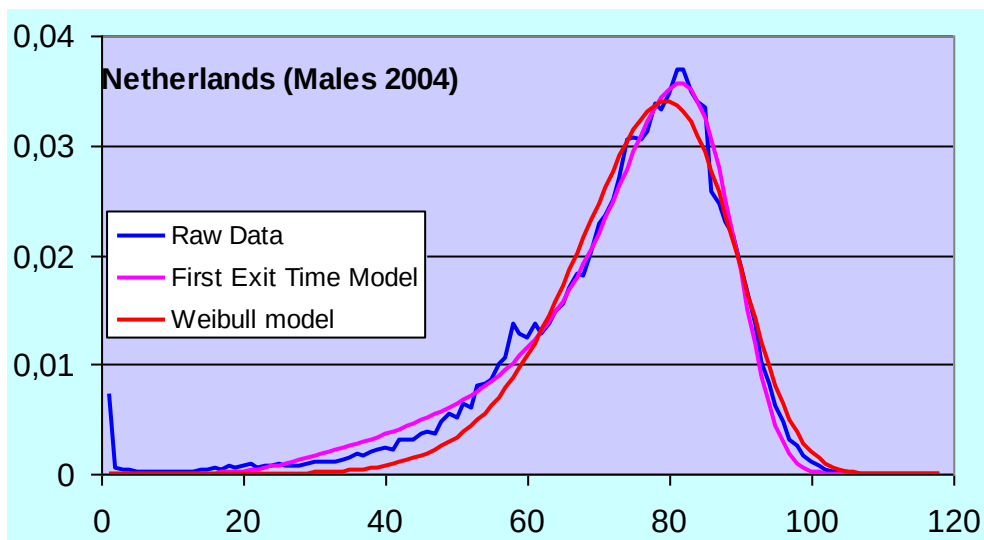
Netherlands Males	1985		1995		2003		2004	
	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model
SSE	0,0002164	0,000241	0,00016	0,000227	0,0002043	0,000369	0,000191	0,000352
SE	0,001372	0,001448	0,001179	0,001404	0,001333	0,001791	0,001288	0,001751
R^2	0,984	0,98204	0,988667	0,983776	0,986	0,974315	0,986836	0,975467

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τους άνδρες της Ολλανδίας για τα έτη 1985, 1995, 2003, 2004 αποτυπώνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 11.5.1: Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τους άνδρες της Ολλανδίας τα έτη 1985, 1995, 2003, 2004.

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 11.5.2: Εφαρμογή του First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Ολλανδίας (2004).

Παρατηρήσεις από την συγκριτική ανάλυση του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model και του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ολλανδίας.

Ανδρικός πληθυσμός

Παρατηρώντας τον σχετικό πίνακα με τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το συντελεστή συσχέτισης (R^2) για τους άνδρες της Ολλανδίας τα έτη 1985, 1995, 2003 και 2004 είναι σαφές ότι το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model είναι πιο αποτελεσματικό και πιο αξιόπιστο για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης από το Weibull Model, αφού για τα τέσσερα εξεταζόμενα έτη παρουσιάζει μικρότερα σφάλματα (SSE, SE). Ο συντελεστής συσχέτισης (R^2) του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model είναι για όλα τα εξεταζόμενα έτη μεγαλύτερος από του Weibull Model, και τα σφάλματα (SSE, SE) μικρότερα, ένδειξη ότι η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης γίνεται με μεγαλύτερη επιτυχία.

Για το εξεταζόμενο έτος 2004 εντοπίζονται αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας στη συμπεριφορά των δύο μοντέλων. Σημαντική και μεγάλου εύρους απόκλιση στην προσαρμογή των δεδομένων για τα δύο μοντέλα παρατηρείται στην ηλικία από 24 έως 100+ ετών, δηλαδή σε όλο το εύρος της καμπύλης, όπου η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο First Exit Time Model είναι πιο ακριβής σε σχέση με το Weibull Model. Λανθασμένη εκτίμηση από το Weibull Model γίνεται και στον υπολογισμό του σημείου (79 έτη) με τον μεγαλύτερο αριθμό θανάτων, σε αντίθεση με το First Exit Time Model που προσδιορίζει σωστά στο μέγιστο σημείο της καμπύλης στα 82 έτη.

Γυναικείος πληθυσμός

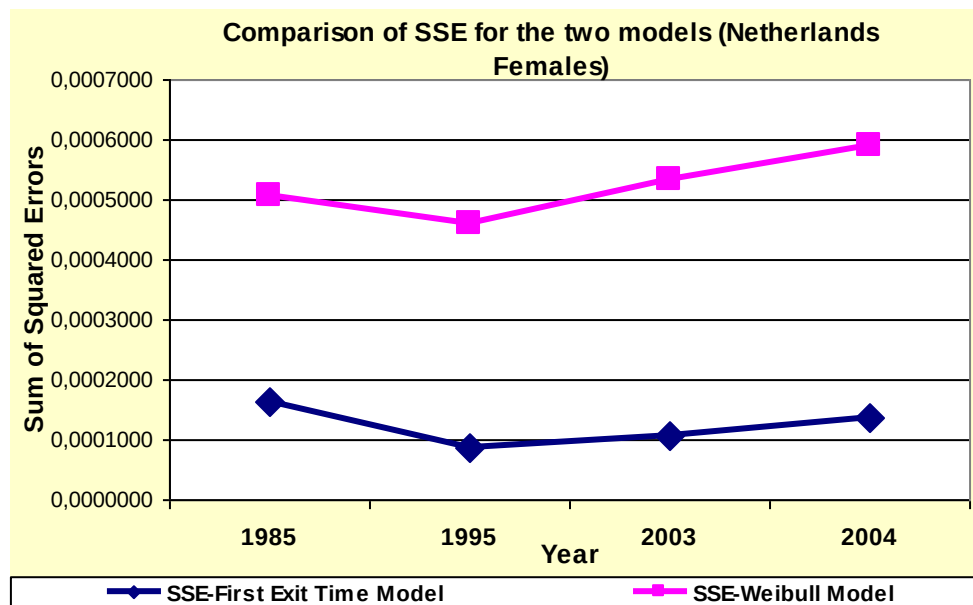
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model για τις γυναίκες της Ολλανδίας

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το R^2 για τις γυναίκες της Ολλανδίας τα έτη 1985, 1995, 2003, 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 11.5.2: Συγκριτικός πίνακας με SSE, SE, R^2

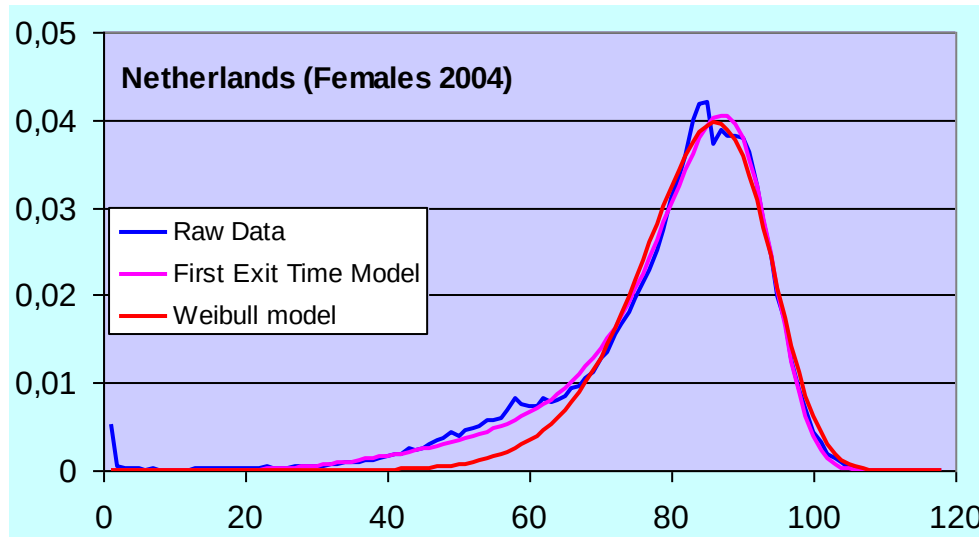
Netherlands Females	1985		1995		2003		2004	
	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model
SSE	0,0001634	0,000342	8,6E-05	0,000373	0,0001067	0,000428	0,000135	0,000455
SE	0,001192	0,001726	0,000865	0,001801	0,000963	0,00193	0,001085	0,001989
R^2	0,990	0,979512	0,995006	0,978166	0,994	0,975097	0,992208	0,973603

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τις γυναίκες της Ολλανδίας για τα έτη 1985, 1995, 2003, 2004 αποτυπώνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 11.5.3: Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τις γυναίκες της Ολλανδίας τα έτη 1985, 1995, 2003, 2004.

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 11.5.4: Εφαρμογή του First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Ολλανδίας (2004).

Παρατηρήσεις από την συγκριτική ανάλυση του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model και του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Ολλανδίας.

Γυναικείος πληθυσμός

Παρατηρώντας τον σχετικό πίνακα με τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το συντελεστή συσχέτισης (R^2) για τις γυναίκες της Ολλανδίας τα έτη 1985, 1995, 2003 και 2004 είναι σαφές ότι το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model είναι πιο αποτελεσματικό και πιο αξιόπιστο για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης από το Weibull Model, αφού για τα τέσσερα εξεταζόμενα έτη παρουσιάζει μικρότερα σφάλματα (SSE, SE). Ο συντελεστής συσχέτισης (R^2) του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model είναι για όλα τα εξεταζόμενα έτη μεγαλύτερος από του Weibull Model, και τα σφάλματα (SSE, SE) μικρότερα, ένδειξη ότι η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης γίνεται με μεγαλύτερη επιτυχία.

Για το εξεταζόμενο έτος 2004 εντοπίζονται αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας στη συμπεριφορά των δύο μοντέλων. Σημαντική και μεγάλου εύρους απόκλιση στην προσαρμογή των δεδομένων για τα δύο μοντέλα παρατηρείται στην ηλικία από 33 έως 65 ετών. Σε όλο το υπόλοιπο εύρος της καμπύλης η προσαρμογή των δεδομένων και στα δύο μοντέλα, First Exit Time Model και Weibull Model, είναι καλή και προσεγγίζουν κατά πολύ τα δεδομένα επιβίωσης.

11.6 ΓΕΡΜΑΝΙΑ

Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης (raw data) του πληθυσμού της Γερμανίας

Ανδρικός πληθυσμός

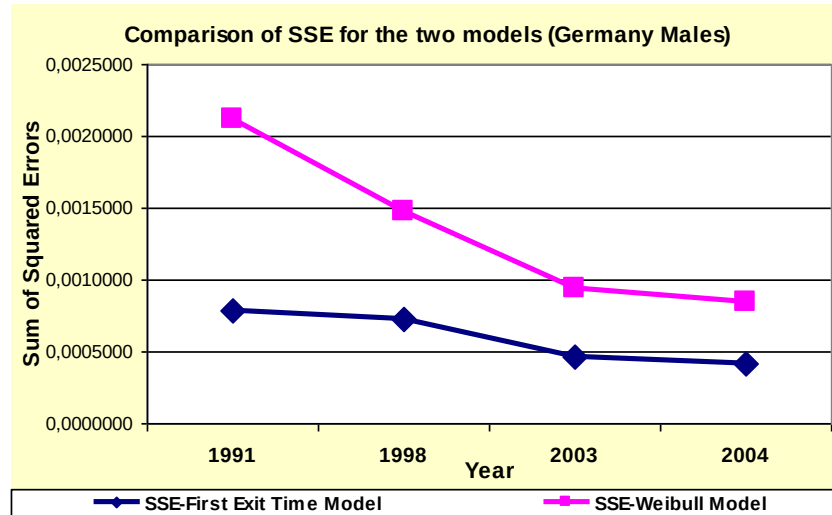
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model για τους άνδρες της Γερμανίας

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το R^2 για τους άνδρες της Γερμανίας τα έτη 1991, 1998, 2003, 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 11.6.1: Συγκριτικός πίνακας με SSE, SE, R^2

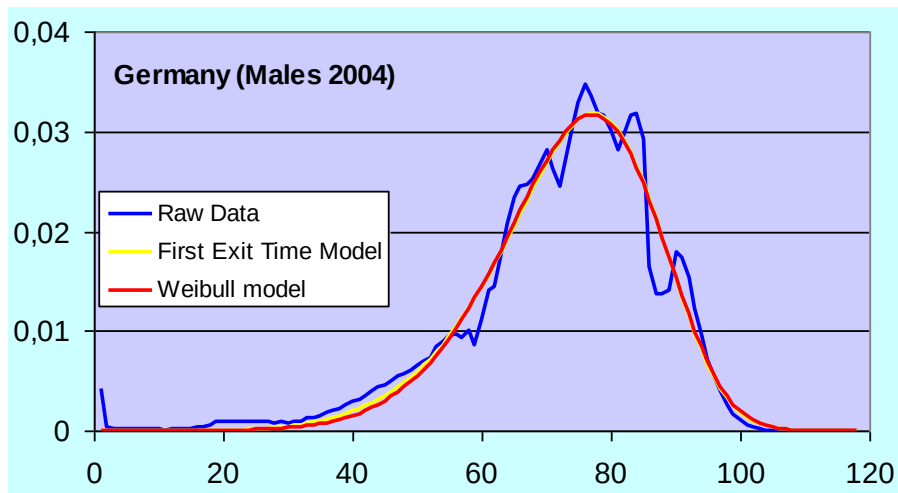
Germany Males	1991		1998		2003		2004	
	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model
SSE	0,0007849	0,001339	0,000732	0,000743	0,0004675	0,000478	0,000416	0,000433
SE	0,002613	0,003413	0,002522	0,002541	0,002016	0,002038	0,001902	0,001941
R^2	0,938	0,893796	0,941465	0,939972	0,965	0,964071	0,969603	0,968054

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τους άνδρες της Γερμανίας για τα έτη... 2005 αποτυπώνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 11.6.1: Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τους άνδρες της Γερμανίας τα έτη 1991, 1998, 2003, 2004.

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 11.6.2: Εφαρμογή του First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τους άνδρες της Γερμανίας (2004).

Παρατηρήσεις από την συγκριτική ανάλυση του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model και του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Γερμανίας.

Ανδρικός πληθυσμός

Παρατηρώντας τον σχετικό πίνακα με τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το συντελεστή συσχέτισης (R^2) για τους άνδρες της Γερμανίας τα έτη 1991, 1998, 2003 και 2004 είναι σαφές ότι το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model είναι πιο αποτελεσματικό και πιο αξιόπιστο για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης από το Weibull Model, αφού για τα τέσσερα εξεταζόμενα έτη παρουσιάζει μικρότερα σφάλματα (SSE, SE). Ο συντελεστής συσχέτισης (R^2) του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model είναι για όλα τα εξεταζόμενα έτη μεγαλύτερος από του Weibull Model, και τα σφάλματα (SSE, SE) μικρότερα, ένδειξη ότι η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης γίνεται με μεγαλύτερη επιτυχία.

Για το εξεταζόμενο έτος 2004 εντοπίζονται αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας στη συμπεριφορά των δύο μοντέλων. Μικρή απόκλιση και υπεροχή του First Exit Time Model στην προσαρμογή των δεδομένων για τα δύο μοντέλα παρατηρείται στην ηλικία από 35 έως 55 ετών. Σε όλο το υπόλοιπο εύρος της καμπύλης η προσαρμογή των δεδομένων και στα δύο μοντέλα, First Exit Time Model και Weibull Model, είναι καλή και προσεγγίζουν κατά πολύ τα δεδομένα επιβίωσης.

Γυναικείος πληθυσμός

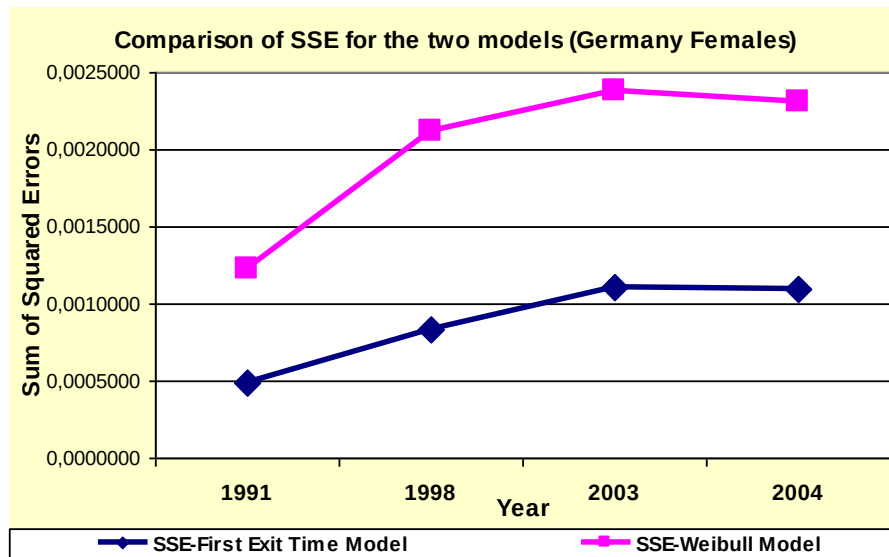
Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων First Exit Time Model και Weibull Model για τις γυναίκες της Γερμανίας

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το R^2 για τις γυναίκες της Γερμανίας τα έτη 1991, 1998, 2003, 2004 που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της μη γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 11.6.2: Συγκριτικός πίνακας με SSE, SE, R^2

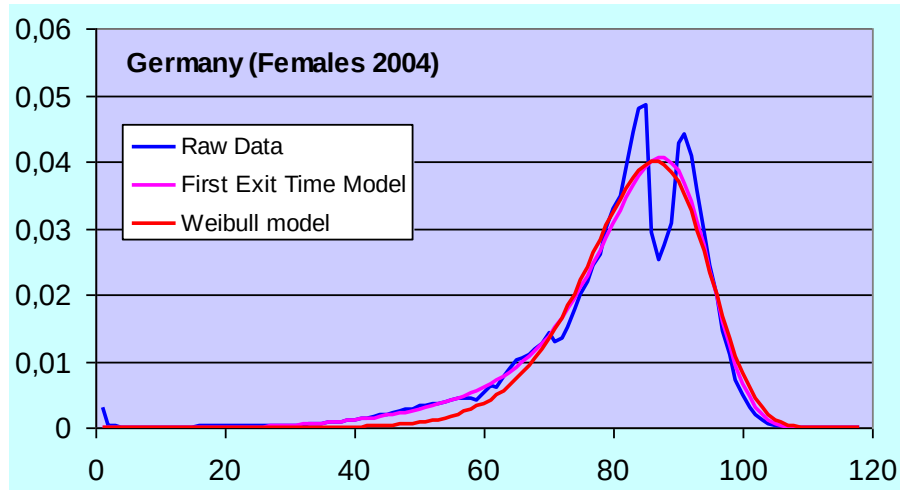
Germany Females	1991		1998		2003		2004	
	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model	First Exit Time Model	Weibull Model
SSE	0,0004899	0,000732	0,000835	0,001281	0,0011078	0,001272	0,001093	0,001217
SE	0,002064	0,002522	0,002694	0,003337	0,003104	0,003326	0,003083	0,003254
R^2	0,977	0,964981	0,959012	0,936718	0,944	0,935104	0,943765	0,936942

Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τις γυναίκες της Γερμανίας για τα έτη 1991, 1998, 2003, 2004 αποτυπώνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 11.6.3: Τα σφάλματα των μοντέλων (SSE) για τις γυναίκες της Γερμανίας τα έτη 1991, 1998, 2003, 2004.

Η προσαρμογή (fitting) των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα.



Σχήμα 11.6.4: Εφαρμογή του First Exit Time Model και Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης για τις γυναίκες της Γερμανίας (2004).

Παρατηρήσεις από την συγκριτική ανάλυση του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model και του Weibull Model στα δεδομένα επιβίωσης της Γερμανίας.

Γυναικείος πληθυσμός

Παρατηρώντας τον σχετικό πίνακα με τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και το συντελεστή συσχέτισης (R^2) για τους άνδρες της Γερμανίας τα έτη 1991, 1998, 2003 και 2004 είναι σαφές ότι το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model είναι πιο αποτελεσματικό και πιο αξιόπιστο για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης από το Weibull Model, αφού για τα τέσσερα εξεταζόμενα έτη παρουσιάζει μικρότερα σφάλματα (SSE, SE). Ο συντελεστής συσχέτισης (R^2) του δυναμικού μοντέλου First Exit Time Model είναι για όλα τα εξεταζόμενα έτη μεγαλύτερος από του Weibull Model, και τα σφάλματα (SSE, SE) μικρότερα, ένδειξη ότι η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης γίνεται με μεγαλύτερη επιτυχία.

Για το εξεταζόμενο έτος 2004 εντοπίζονται αποκλίσεις σε διάφορα τμήματα (περιόδους) της καμπύλης θνησιμότητας στη συμπεριφορά των δύο μοντέλων. Σημαντική και μεγάλου εύρους απόκλιση στη συμπεριφορά των δύο μοντέλων,

παρατηρείται στις ηλικίες 36-70 περίπου ετών, όπου η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο First Exit Time Model είναι πιο ακριβής σε σχέση με το Weibull Model. Επιπροσθέτως στο τμήμα της καμπύλης στα δεξιά του γραφήματος μετά το μέγιστο σημείο της $g(t)$ στις ηλικίες 99 έως 100+ το First Exit Time Model έχει καλύτερη προσαρμογή από το Weibull Model. Σε γενικές γραμμές η προσαρμογή των δεδομένων και για τα δύο μοντέλα το έτος 2004 είναι καλή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12: Συμπεράσματα-Μελλοντική Έρευνα

12.1 Συμπεράσματα

Τα στοχαστικά (δυναμικά) μοντέλα αλλά και τα αιτιοκρατικά μοντέλα ανάλυσης δεδομένων επιβίωσης είναι πλέον παγκοσμίως γνωστά και έχουν χρησιμοποιηθεί ευρέως σε επιστημονικές εφαρμογές τα τελευταία χρόνια. Τα δυναμικά μοντέλα μπορούν να λειτουργήσουν και ως συμπληρωματικά των υπολοίπων μεθόδων ανάλυσης δεδομένων επιβίωσης και για αυτό υπάρχει η δυνατότητα να χρησιμοποιούνται συνεργατικά και όχι μόνο αποκλειστικά για την ανάλυση δεδομένων θνησιμότητας.

Στην παρούσα έρευνα γίνεται αντιληπτό ότι η μοντελοποίηση των δεδομένων επιβίωσης μπορεί να πραγματοποιηθεί με άμεσο και εύκολο τρόπο χρησιμοποιώντας μη επεξεργασμένα δεδομένα που διατίθενται από το επίσημο γραφείο απογραφής κάθε χώρας. Όμως, συχνά απαιτείται σημαντικός χρόνος για την επεξεργασία των δεδομένων πριν την προσαρμογή τους σε ορισμένα μοντέλα. Επίσης η συνεχής εξέλιξη της θνησιμότητας και η μεταβολή των χαρακτηριστικών της με το χρόνο μπορούν να οδηγήσουν σε σημαντικές

αποκλίσεις από την πραγματικότητα. Η χρήση δυναμικών μοντέλων ανάλυσης δεδομένων επιβίωσης μπορεί να πραγματοποιηθεί χωρίς την επεξεργασία των δεδομένων επιβίωσης (λογαρίθμηση), έχοντας τη δυνατότητα να μειώσει τις αποκλίσεις και να μοντελοποιήσει με επιτυχία τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της θνησιμότητας κατά τη διάρκεια των ετών.

Στην έρευνα αυτή αναπτύχθηκε το δυναμικό μοντέλο Quadratic Model το οποίο είναι βασισμένο στη first hitting time theory μιας στοχαστικής διαδικασίας, με σκοπό την επιτυχή μοντελοποίηση της θνησιμότητας κατά τη διάρκεια των ετών λαμβάνοντας υπόψιν τα χαρακτηριστικά της θνησιμότητας των δύο φύλλων, αλλά και τις ιδιαιτερότητες της θνησιμότητας που εμφανίστηκαν λόγω συγκεκριμένων ιστορικών γεγονότων όπως πόλεμοι, επιδημίες, ανταλλαγές πληθυσμών κλπ. Για το λόγο αυτό αναπτύχθηκε ένα απλό στη χρήση του δυναμικό μοντέλο το Quadratic Model με λιγότερες παραμέτρους από τα υπόλοιπα δυναμικά μοντέλα που αναφέρθηκαν στην παρούσα έρευνα. Επίσης, η βρεφική θνησιμότητα, που αποτελούσε κοινό πρόβλημα μοντελοποίησης για τα περισσότερα μοντέλα, μοντελοποιήθηκε με επιτυχία με την εφαρμογή του Quadratic Model.

Τα αποτελέσματα από την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο Quadratic Model είναι πολύ ενθαρρυντικά για όλους τους πληθυσμούς που εξετάστηκαν. Αυτό προκύπτει από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων του Quadratic Model με το δυναμικό μοντέλο First Exit Time Model και το αιτιοκρατικό μοντέλο Weibull Model. Η μοντελοποίηση της βρεφικής θνησιμότητας με το Quadratic Model είναι πολύ σημαντική και απέχει αρκετά από τα αποτελέσματα των υπόλοιπων μοντέλων. Παράλληλα το Quadratic Model μοντελοποιεί με επιτυχία τις πρώτες περιόδους της ανθρώπινης ζωής μετά τη βρεφική ηλικία. Εξίσου ικανοποιητικά είναι και τα αποτελέσματα μοντελοποίησης των μεγαλύτερων ηλικιών και ο προσδιορισμός του σημείου (ηλικία) με το μέγιστο ποσοστό θνησιμότητας.

Ένα ενδεικτικό τμήμα κεφαλαίου αναφέρθηκε στην πρόβλεψη της ηλικιακής κατανομής της θνησιμότητας με βάση τα αποτελέσματα του δυναμικού μοντέλου Quadratic Model. Τα αποτελέσματα της πρόβλεψης δείχνουν ότι η ηλικιακή κατανομή της θνησιμότητας τις επόμενες δεκαετίες θα έχει κάποιες

σημαντικές διαφορές σε σχέση με τη σημερινή της μορφή κυρίως όσον αφορά τη μέση διάρκεια ζωής των ατόμων.

Με την εφαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στα δυναμικά μοντέλα ανάλυσης δεδομένων, Παρατηρείται την βαθμιαία αύξηση της παραμέτρου l η οποία σχετίζεται άμεσα με την έννοια του επιπέδου υγείας του πληθυσμού όπως αυτή προσδιορίζεται μέσω των δεδομένων επιβίωσης. Η παράμετρος l για τις περισσότερες χώρες αυξάνεται με την πάροδο των ετών, ένδειξη ότι το επίπεδο υγείας του ανθρώπινου πληθυσμού παρουσιάζει βελτίωση.

Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στα δυναμικά μοντέλα είναι εμφανές ότι είναι αρκετά καλή, με υψηλό R^2 πολλές φορές κοντά στη μονάδα για όλα τα εξεταζόμενα έτη και χαμηλά SSE, SE. Τα δυναμικά μοντέλα ακολουθούν με μεγάλη επιτυχία (ακρίβεια) την καμπύλη θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης μετά το μέγιστο σημείο της, το οποίο υπολογίζεται σωστά για όλα τα εξεταζόμενα έτη. Η πολύ καλή προσαρμογή των δεδομένων συνεχίζεται ως το τέλος της καμπύλης των δεδομένων επιβίωσης, δηλαδή για ολόκληρο το δεξιό τμήμα των καμπύλων μετά το σημείο με το μέγιστο αριθμό θανάτων.

Παρατηρώντας τους σχετικούς πίνακες με τα σφάλματα των μοντέλων (SSE, SE) και τον συντελεστή συσχέτισης (R^2) είναι σαφές ότι το δυναμικό μοντέλο Quadratic Model είναι πιο αποτελεσματικό και πιο αξιόπιστο για την ανάλυση δεδομένων επιβίωσης από το First Exit Time Model και το Weibull Model. Όσον αφορά την προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στα μοντέλα αυτή είναι σχετικά καλή «επιτυχής» με ικανοποιητικές τιμές για το R^2 οι οποίες. Επειδή η τα δεδομένα που προσαρμόζονται στα μοντέλα είναι μη επεξεργασμένα δεδομένα επιβίωσης (raw data), όσο μεγαλύτερος συντελεστής συσχέτισης (R^2) σημειώνεται, τόσο καλύτερη είναι και η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης στο μοντέλο και όσο μικρότερα σφάλματα (SSE, SE) υπολογίζονται τόσο καλύτερη είναι η εφαρμογή ενός μοντέλου στα δεδομένα. Ο συντελεστής συσχέτισης (R^2) των δυναμικών μοντέλων Quadratic Model και First Exit Time Model είναι για όλα τα εξεταζόμενα έτη μεγαλύτερος από του Weibull Model, ένδειξη ότι η προσαρμογή των δεδομένων επιβίωσης γίνεται με μεγαλύτερη επιτυχία.

Σημαντική και μεγάλου εύρους απόκλιση στη συμπεριφορά των μοντέλων, παρατηρείται στις ηλικίες από 40 ετών περίπου έως 60 ετών για τις περισσότερες χώρες, όπου η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο First Exit Time Model είναι πιο ακριβής σε σχέση με το Weibull Model το οποίο δεν ακολουθεί την προς τα δεξιά μετατόπιση της καμπύλης θνησιμότητας των δεδομένων επιβίωσης. Ένα άλλο διάστημα στο οποίο εντοπίζεται διαφορές στα μοντέλα είναι αυτό μεταξύ των ηλικιών 70-90 ετών όπου το Quadratic Model και το First Exit Time Model ακολουθούν με μεγαλύτερη ακρίβεια την αύξουσα πορεία της καμπύλης των raw data. Επιπροσθέτως στο τμήμα της καμπύλης στα δεξιά του γραφήματος μεταξύ της ηλικίας με το μέγιστο αριθμό θανάτων έως 100+ το Quadratic Model και το First Exit Time Model συμπεριφέρονται καλύτερα και με μεγαλύτερη επιτυχία από το Weibull Model. Τέλος, σχετικά με τη σταδιακή βελτίωση του βιοτικού επιπέδου και την σημαντική αύξηση της διάρκειας ζωής του ανθρώπου, η οποία είναι εμφανής από τη μετατόπιση προς τα δεξιά του μέγιστου σημείου της καμπύλης της ηλικιακής κατανομής των θανάτων για τους πληθυσμούς όλων των χωρών, μπορούμε να καταλήξουμε σε ορισμένα συμπεράσματα που μάλλον έχουν άμεση σχέση με την ανθρώπινη φύση.

Παρόλο που ο μέσος όρος ζωής έχει αυξηθεί αρκετά τις τελευταίες δεκαετίες και ολοένα και μεγαλύτερο ποσοστό ανθρώπων φτάνει σε μεγαλύτερες ηλικίες από ότι στο παρελθόν, την τελευταία δεκαετία εντοπίζεται ένα ηλικιακό διάστημα από την ηλικία των 93-105 ετών το οποίο δεν μπορεί να το υπερβεί σημαντικό ποσοστό του πληθυσμού και μέσα σε αυτό το διάστημα ο πληθυσμός κάθε χώρας για το συγκεκριμένο έτος εξαντλείται. Αυτό το διάστημα μοιάζει να είναι ένα «όριο» στη διάρκεια της ανθρώπινης ζωής τουλάχιστον μέχρι σήμερα και δείχνει να μην μετατοπίζεται (μεταβάλλεται) άλλο δεξιότερα παρά τη συνεχή εξέλιξη της ιατρικής επιστήμης και της τεχνολογίας και τη βελτίωση της ποιότητας ζωής.

Στην παρούσα έρευνα αποδεικνύεται ότι η χρήση μη επεξεργασμένων δεδομένων επιβίωσης για έναν πληθυσμό οποιασδήποτε χώρας μπορεί να συμβάλλει σημαντικά στην πρόβλεψη των μελλοντικών χαρακτηριστικών της θνησιμότητας για το συγκεκριμένο πληθυσμό.

7.2 Μελλοντικές ερευνητικές κατευθύνσεις

Η απόδοση του προτεινόμενου μοντέλου ανάλυσης δεδομένων επιβίωσης πιθανόν να βελτιωθεί, εάν μεταβληθεί ο αριθμός των σχετικών παραμέτρων μεταβάλλοντας τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας καθιστώντας το μοντέλο πιο πολύπλοκο.

Το προτεινόμενο μοντέλο μπορεί να αναπτυχθεί και να αξιολογηθεί και για δεδομένα επιβίωσης άλλων χωρών του κόσμου που παρουσιάζουν διαφορετικά χαρακτηριστικά στη θνησιμότητα τους, όπως για παράδειγμα της Αφρικής. Για να επιτευχθούν καλύτερα αποτελέσματα θα πρέπει να ληφθούν υπόψιν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της θνησιμότητας των πληθυσμών αυτών.

Το δυναμικό μοντέλο Quadratic Model θα μπορούσε να εφαρμοστεί για τη μοντελοποίηση της θνησιμότητας διαφόρων άλλων ζωντανών οργανισμών των οποίων τα χαρακτηριστικά τους εξελίσσονται με παρόμοιο τρόπο με αυτόν της ανθρώπινης ζωής.

Επίσης, θα μπορούσε να αναπτυχθεί περισσότερο στη μοντελοποίηση δεδομένων που αφορούν τον τομέα των επιχειρήσεων, της οικονομίας και της βιομηχανίας, τα οποία δεδομένα παρουσιάζουν διακυμάνσεις με το χρόνο και η εξέλιξη τους σχετίζεται με την αβεβαιότητα και διάφορους άλλους αστάθμητους παράγοντες. Παράδειγμα, η ασυνέπεια των επιχειρήσεων και η αποτυχία συστημάτων (75), (88).

Το προτεινόμενο δυναμικό μοντέλο Quadratic Model θα μπορούσε να αναπτυχθεί και να εφαρμοστεί εύκολα σε δεδομένα ανά πενταετία και δεκαετία. Επίσης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και μη επεξεργασμένα δεδομένα επιβίωσης ανά βδομάδα ή ανά μήνα.

Προκειμένου να αυτοματοποιηθεί περισσότερο το σύστημα προσαρμογής των δεδομένων επιβίωσης στο Quadratic Model, θα πρέπει να αναπτυχθεί περεταίρω πρόγραμμα, ώστε να λαμβάνει απευθείας τα δεδομένα επιβίωσης από την διεθνή βάση δεδομένων και τα επίσημα γραφεία απογραφής κάθε χώρας, πραγματοποιώντας άμεσα τη μοντελοποίηση των δεδομένων και τις απαραίτητες προβλέψεις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13: Βιβλιογραφία

1. Abramowitz, M. and Stegun, I. A. (eds.), Handbook of Mathematical Functions, Dover, New York, pp. 504ff, 686ff, (1965).
2. Alili, L., Patie, P. and Pedersen, J. L. Hitting time of a fixed level by an Ornstein-Uhlenbeck process. Note, <http://www.math.ethz.ch/~alili/note-ou.pdf>, (2002).
3. Anderson, Barbara A. and Silver, Brian D. "Infant Mortality in the Soviet Union: Regional Differences and Measurement Issues," Population and Development Review 12, No. 4: 705-737, (1986).
4. Ayres, R.U., Technological Forecasting and Long-Range Planning. New York: McGraw-Hill, (1969).
5. Ayres, R.U., Limits and Possibilities of Large-Scale Long-Range Societal Models, Technological Forecasting and Social Change 25, 297-308 (1984).
6. Bass, F.M., A New Product Growth Model for Consumer Durables, Management Science 5, 215-227 (1969).
7. Blackman, A.W.Jr., Normex Forecasting of Jet Engine Characteristics, Technological Forecasting and Social Change 2, 61-76 (1970).
8. Blackman, A.W.Jr., A Mathematical Model for Trend Forecasts. Technological Forecasting and Social Change 3, 441-452 (1972).
9. Blum, Alain and Pressat, Roland "Une nouvelle table de mortalité pour l'URSS," Population, 42e Année, No. 6 (Nov., 1987): 843-862, and N. Yu, (1984-1985).

10. Ksenofontova. 1994. "Trends in Infant Mortality in the USSE," in W. Lutz, S. Scherbov, and A. Volkov, Eds., *Demographic Trends and Patterns in the Soviet Union before 1991* (London: Routledge): 359-378.
11. Bobrovsky, B. Z. , 'Some results on the problem of exit from a domain', *Stoch. Proc. Applic.*, 41, 241-256 (1992).
12. Breslow, N. E. . "Analysis of Survival Data under the Proportional Hazards Model". *International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique* 43 (1): 45–57, (1975).
13. Bretschneider, S.I., and Mahajan, V., *Adaptive Technological Substitution Models, Technological Forecasting and Social Change* 18, 129-139 (1980).
14. Buonocore, A. , Nobile, A. G. and Ricciardi, L. M. 'A new integral equation for the evaluation of first-passage-time probability densities', *Adv. Appl. Probab.*, 19, 784-800 (1987).
15. Carter, Lawrence, and Lee, Ronald D. "Modeling and Forecasting U.S. Mortality: Differentials in Life Expectancy by Sex," *International Journal of Forecasting* 8, no. 3 (November): 393–412, (1992).
16. Cattoir, P., Janssen, J., Chesney, M. and Pene, D. 'The valuation of pension policies using option pricing theory', *CADEPS-ULB and HEC-Jouy-en-Josas*, (1993).
17. Chhikara, R. S., Folks, J. L. The inverse Gaussian distribution as a life time model. *Technometrics* 19(4): 461–468, (1977).
18. Chhikara, R. S., Folks, J. L. *The Inverse Gaussian Distribution: Theory, Methodology and Applications*. New York: Dekker, (1989).

19. Coale, Ansley J. "Five Decades of Missing Females in China." Proceedings of the American Philosophical Society 140 (4): 421-450, (1996).
20. Cox, David R. "Regression Models and Life-Tables". Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological) 34 (2): 187–220, (1972)
21. Cox D. R. and Miller, H. D. The Theory of Stochastic Processes, Methuen, London, U.K (1965).
22. Daniels, H. E. Approximating the first crossing-time density for a curved boundary. Bernoulli 2:133–143, (1996).
23. Debon, A. , Montes F. and Sala, R. A comparison of parametric models for mortality graduation. Application to mortality data for the Valencia Region (Spain), (2005).
24. Diaconis, P. The cutoff phenomenon in finite Markov chains. Proc. Natl. Acad. Sci. USA 93, (1659-1664, 1996).
25. D.R. Cox and D. Oakes. Analysis of Survival Data. Chapman & Hall, (1984).
26. Durbin, J. The first-passage density of a continuous Gaussian process to a general boundary. J. Appl. Prob. 22, 99-122, (1985).
27. Durbin, J. The first-passage density of the Brownian motion process to a curved boundary. Journal of Applied Probability 29:291–304, (1992).
28. Easingwood, C., Mahajan, V., and Muller, E., A Nonsymmetric Responding Logistic Model for Fore- casting Technological

- Substitution, Technological Forecasting and Social Change 20, 199-213 (1981).
29. Feller, W. An Introduction to Probability Theory and its Applications, Vol. II, Wiley, New York, (1986).
30. Ferebee, B. , ‘The tangent approximation to one-sided Brownian exit densities’, Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Gebiete, 61, 309-326 (1982).
31. Ferebee, B. , ‘An asymptotic expansion for one-sided Brownian exit densities’, Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Gebiete, 63, 1-15 (1983).
32. Fishelson, G., Hybrid Corn: Its Adoption Revisited. Technological Forecasting and Social Change 26, 299-306 (1984).
33. Fisher, J.C., and Pry, R.H., A Simple Substitution Model of Technological Change, Technological Forecasting and Social Change 3, 75-88 (1971).
34. Floyd, A., A methodology for trend forecasting of figures of merit. In Technological Forecasting for Industry and Government: Methods and Applications, James R. Bright (ed.), Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, (1968).
35. Forfar, D. O. , McCutcheon, J. J. and Wilkie, A. D. ‘On graduation by mathematical formula’, J. Inst. Actuaries, 1-149 (1988).
36. Fourier, J. Theorie Analytique de la Chaleur. Firmin Didot, (1822)
37. Fourier, J. The Analytical Theory of Heat. Cambridge University Press, (1878).

38. Gardiner, C. W. Handbook of Stochastic Methods, Springer-Verlag, Berlin, (1990).
39. Giomo, V. , Nobile, A. G. , Ricciardi, L. M. and Sato, S. , ‘On the evaluation of first-passage-time probability densities via non-singular integral equations’, Adv. Appl. Probab., 21, 20-36 (1989).
40. Giomo, V. , Nobile A. G. and Ricciardi, L. M. , ‘On the asymptotic behaviour of first-passage-time densities for one- dimensional diffusion processes and varying boundaries’, Adv. Appl. Probab., 22, 883-914 (1990).
41. Gjonça A., Tomassini C., Vaupel J. W., Male–female Differences in Mortality in the Developed World (1999).
42. Gompertz, B. ‘On the nature. of the function expressing of the law of human mortality’, Philosophical Trans. R. Soc., 36, 513-585 (1825).
43. Gregg, J.V., Hossell, C.H., and Richardson, J.T., Mathematical Trend Curves: an Aid to Forecasting, I.C.I. Monograph No. 1. Edinburgh: Oliver and Boyd, (1964).
44. Gumbel, E. J. Statistics of Extremes, Columbia University Press, New York (1958).
45. Hardin, J. C. and Sweet, A. L. J. Eng. Mech. Div., Am. Soc. CivilEng. 97:375 (1971).
46. Harvey, A.C., Time Series Forecasting Based on the Logistic Curve, Journal of the Operational Research Society 35, 641-646 (1984).

47. Haynes, K.E., Mahajan, V., and White, G.M., Innovation Diffusion: A Deterministic Model of Space-Time Integration with Physical Analog, Socioeconomic Planning Science 11, 25-29 (1977).
48. Heligman, L. and Pollard, J.H.. The age pattern of mortality. Journal of the Institute of Actuaries, 107:49–77, (1980).
49. Hesse, C. H. , ‘On a stochastic model for particle sedimentation in fluids’, Appl. Stochastic Models Data Analysis, 9, 73-83 (1993).
50. Hotelling, H. ‘Differential equations subject to error, and population estimates’, J. Amer. Statist. Assoc.. 22. 283-314 (1927).
51. Janssen, J. and Skiadas, C. H. Dynamic modelling of life-table data, Applied Stochastic Models and Data Analysis, 11, 1, 35-49, (1995).
52. Jennen, C. and Lerche, H. R. First exit densities of Brownian motion through one-sided moving boundaries, Z. Wahrsch. uerw. Gebiete, 55, 133-148, (1981).
53. Jennen, C. Second-order approximation for Brownian first exit distributions, Ann. Probab. 13, 126-144, (1985).
54. Keilson, J. and Ross, H. Passage Time Distributions for the Ornstein-Uhlenbeck Process, Preliminary Report, University of Rochester, CSS71-08, September 21, (1971).
55. King, Gary and Zeng, Langche "Improving Forecasts of State Failure," World Politics 53: 623-658, (July, 2001).
56. Koissi, M. C. , Shapiro A. and Hognas, G. Fitting and Forecasting Mortality Rates for Nordic Countries Using the Lee-Carter method, (2005).

57. Kostaki, A. and Panousis, V. Expanding an abridged life table. Demographic Research, 5:1–22, (2001).
58. Kruger D. J, Nesse R. M, Sexual selection and the Male:Female Mortality Ratio, Evolutionary Psychology, Vol. 2, (2004).
59. Larson, E.D. Ross, M.H., and Williams, R.H., Beyond the Era of Materials, Scientific American 254, 24-31 (1986).
60. Lawrence, K.D. and Lawton, W.H., Application of Diffusion Models: Some Empirical Results. In New Product Forecasting, Y. Wind, V. Mahajan, and R.C. Cardozo (eds.). Lexington, MA: Lexington, (1981).
61. Lawton, S.B. and Lawton, W.H., An Autocatalytic Model for the Diffusion of Educational Innovations, Educational Administration Quarterly 15, 19-46 (1979).
62. Levy, P., Processus Stochastiques et Movement Brownien. Paris: Gauthier-Villars, (1965).
63. Mahajan, V., and Schoeman, M.E.F., Generalized Model for the Time Pattern of the Diffusion Process, IEEE Transactions on Engineering Management 24, 12-18 (1977).
64. Mahajan, V., Muller, E., and Kerin, R.A., Introduction Strategy for New Products with Positive and Negative Word-of-Mouth, Management Science 30, 1389-1404 (1984).
65. Mahajan, V., and Peterson, R.A. Models for Innovation Diffusion. Beverly Hills, CA: Sage, (1985).

66. Mahajan, V., Mason, C.H., and Srinivasan, V., An evaluation of estimation procedures for new product diffusion models. In *Innovation Diffusion Models of New Product Acceptance*, Vijay Mahajan and Yoram Wind (eds.). Cambridge, MA: Ballinger, (1986).
67. Mahajan, V., and Wind, Y., Innovation diffusion models of new product acceptance: A reexamination. In *Innovation Diffusion Models of New Product Acceptance*. Vijay Mahajan and Yoram Wind (eds.). Cambridge, MA: Ballinger, (1986).
68. Makridakis, S, Wheelwright, S.C., and McGee, V.E., *Forecasting Methods and Applications*. New York: Wiley, (1983).
69. Malthus, T. *An Essay on the Principle of Population*, Johnson, London, U.K, (1798).
70. Mandl, P. *Analytical Treatment of One-Dimensional Markov Processes*, Springer- Verlag, New York, Chapter 5, (1968).
71. Mansfield, E, *Technical Change and the Rate of Imitation*, *Econometrica* 29, 741-766 (1961).
72. Mar-Molinero, C., *Tractors in Spain: A Logistic Analysis*, *Journal of the Operational Research Society* 31, 141-152 (1980).
73. Martinez, S. and Ycart, B.. *Decay rates and cutoff for convergence and hitting times of Markov chains with countably infinite state space*. *Adv. Appl. Prob.* 33, 188-205, (2001).
- Strehler B. L., A.S. Mildvan, *Science* 132, 14 (1960))
74. Martino, J.P., *The Effect of Errors in Estimating the Upper Limit of a Growth Curve*, *Techno[logica/ Forecasting and Social Change* 4, 77-84 (1972).

75. Martino, J.P., Technological Forecasting for Decisionmaking, 2nd ed. New York: Elsevier, (1983).
76. Maruyama, G. and Tanaka, H. Mem. Fac. Sci. Kyusyu Univ. A11(2):117 (1957).
77. Meade, N., Forecasting Using Growth Curves-An Adaptive Approach, Journal of the Operational Research Society 36, 1103-1115 (1985).
78. Oliver, F.R., Methods of Estimating the Logistic Growth Function, Applied Statistics 13, 57-66 (1964).
79. Oliver, F.R., Another Generalization of the Logistic Growth Function, Econometrica 37, 144-147 (1969).
80. Oliver, F.R., Tractors in Spain: A Further Logistic Analysis, Journal of the Operational Research Society 32, 499-502 (1981).
81. Oppenheim, I. , Shuler, K. E. and Weiss, G. H. Adv. Mol. Relax. Processes 1:13 (1967-1968).
82. Pearl, R. and Reed, J. 'On the rate of growth of the population of the United States since 1790 and its mathematical representation', Proc. Nat. Acad. Sci., 6, 275- 288 (1920).
83. Pindyck, R.S., and Rubinfeld, D.L., Econometric Models and Economic Forecasts. Tokyo: McGraw- Hill, (1981).
84. Pontryagin, L., Andronow, A. and Witt, A. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 3:172 (1933).
85. Poznanski, K.Z., International Diffusion of Steel Technologies. Time Lag and the Speed of Diffusion, Technological Forecasting and Social Change 23, 305-323 (1983).

86. Rubin, H. W. Dictionary of Insurance Terms. Barron's Educational Series, Inc, 4 edition, (2000).
87. Sacerdote, L. Asymptotic behaviour of Ornstein–Uhlenbeck first passage time density through periodic boundaries. Applied Stochastic Models and Data Analysis 6:53–57, (1990).
88. Sahal, D., A Generalized Logistic Model for Technological forecasting, Technological Forecasting and Social Change 7, 81-97 (1975).
89. Sahal, D., The Multidimensional Diffusion of Technology, Technological Forecasting and Social Change 10, 277-298 (1977).
90. Sato, S . , ‘Evaluation of the first-passage time probability to a square root boundary for the Wiener process’, J. Appl. Probab., 14,850-856 (1977).
91. Sharif, M.N., and Islam, M.N., The Weibull Distribution as a General Model for Forecasting Technological Change, Technological Forecasting and Social Change 18, 247-256 (1980).
92. Schrodinger, E. Zur theorie der fall- und steigversuche an teilchenn mit Brownsche bewegung, Phys. Zeit., 16, 289-295, (1915).
93. Sharif, M.N. and Kabir, C.A., Generalized Model for Forecasting Technological Substitution, Techno- logical Forecasting and Social Change 8, 353-364 (1976).
94. Sharif, M.N., and Ramanathan, K., Binomial Innovation Diffusion Models with Dynamic Potential Adopter Population, Technological Forecasting and Social Change 20, 63-87 (1981).

95. Sharif, M.N., and Ramanathan, K., Temporal Models of Innovation Diffusion. IEEE Transactions on Engineering Management, 3 1, 76-86 (1984).
96. Shuster, J. On the inverse Gaussian distribution function. Journal of the American Statistical Association 63:1514–1516, (1968).
97. Siegert, A. J. Phys. Rev. 81:617 (1951).
98. Siegert, A.J.F. On the first passage time probability problem, Physical Review, 81, 617-623, (1951).
99. Skiadas, C. H. ‘Two generalized rational models for forecasting innovation diffusion’, Technol. Forecast. Social Change, 27, 39-61 (1985).
100. Skiadas, C. H. ‘Innovation diffusion models expressing asymmetry and/or positively or negatively influencing forces’, Technol. Forecast. Social Change, 30,313-330 (1986).
101. Skiadas, C. H. Stochastic modeling of greek life table data. Communications in Dependability and Quality Management, 9(3):14–21, (2006).
102. Skiadas, C.H, “The Development of the Expected Life Time in Greece During Last Decades: An Application of a Dynamic Model of Life Table Data”.
103. Skiadas, C., Matalliotakis, G., Skiadas, C. H. An extended quadratic health state function and the related density function for life table data. In: Skiadas, C. H., ed.Recent Advances in Stochastic Modeling and Data Analysis. Singapore: World Scientific, pp. 360–369, (2007).

104. Skiadas, C. H. and Skiadas, C. A modeling approach to life table data, in Recent Advances in Stochastic Modeling and Data Analysis (C.H. Skiadas, ed.), World Scientific, Singapore, 350-359, (2007).
105. Skiadas, C. H. Exact Solutions of Stochastic Differential Equations: Gompertz, Generalized Logistic and Revised Exponential, Methodology and Computing in Applied Probability, <http://dx.doi.org/10.1007/s11009-009-9145-3>, (2009).
106. Smoluchowski, M. Kinetische Theorie der Brownsche Bewegung and der Suspensionen. Ann. D. Phys., 21, 756, (1906).
107. Smoluchowsky, M. Notiz über die berechnung der Brownschen molekular-bewegung bei des ehrenhaft-millikanchen versuchsanordnung. Physikalische Zeitschrift 16:318– 321, (1915).
108. Stone, R., A Simple Growth Process Tending to Stationarity, The Economic Journal 90, 593-597 (1980).
109. Stratonovich, R. L. Topics in the Theory of Random Noise, Gordon and Breach, New York, Volume 2, Chapter 1, (1967).
110. Tweedie, M. C. K. Some statistical properties of inverse Gaussian distribution. Virginia Journal of Science 7:160–165, (1946).
111. Verhulst, P. F. ‘Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement’, Correspondance Mathemarique Physique, Tome 10, A. Quetelet, 1838, pp.113-121.
112. Weden M. M, Brown R. A, Historical and Life CourseTiming of the Male Mortality Disadvantage in Europe, (2007).

113. Weitz J. S., Fraser H. B, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 98(26),15383 (2001)
114. Young, P. and Ord, J.K., The Use of Discounted Least Squares in Technological Forecasting, *Technological Forecasting and Social Change* 28, 263-274 (1985).
115. Yue, Jack C, Oldest-Old Mortality Rates and the Gompertz Law: A Theoretical and Empirical Study Based on Four Countries, (2002).