Πολυτεχνείο Κρήτης
Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης
Τομέας Συστημάτων Παραγωγής

Ασαφής Έλεγχος Αναμονητικών Συστημάτων

Συνθετική Μεταπτυχιακή Διατριβή υποβληθείσα ως μέρος των
Υποχρεώσεων για το Μεταπτυχιακό Δίπλωμα Ειδίκευσης

Κωνσταντίνος-Δημήτριος Τζωαννόπουλος

Χανιά, 2004

Αφιερώνεται στον επιβλέποντα καθηγητή μου, τον Καθηγητή Ιωάννη Φίλη, στην οικογένειά μου και σε όσους πίστεψαν στις ικανότητές μου.

Χανιά, __ Αυγούστου 2004-08-12

Η συνθετική μεταπτυχιακή διατριβή του κ. Κωνσταντίνου-Δημήτριου Τζωαννόπουλου εγκρίνεται.

Η Επιτροπή

Ιωάννης Φίλης, Καθηγητής

Βασίλειος Κουϊκόγλου, Αναπληρωτής Καθηγητής

Ευάγγελος Γρηγορούδης, Λέκτορας

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Ευχαριστίες

Σύντομο Βιογραφικό Σημείωμα

Περίληψη

Κεφάλαιο 1 – Εισαγωγή

1.1. Ορισμοί - Προτερήματα του Ασαφούς Ελέγχου Αναμονητικών Συστημάτων
1.2. Σύνοψη του Ελέγχου Αναμονητικών Συστημάτων
    1.2.1. Υπόβαθρο
    1.2.2. Έλεγχος του Αριθμού Εξυπηρετούντων
    1.2.3. Έλεγχος του Ρυθμού Εξυπηρέτησης
    1.2.4. Έλεγχος του Πρωτοκόλλου της Ουράς (Control of the Queue Discipline)
    1.2.5. Έλεγχος της Εισόδου Πελατών (Control of the Admission of Customers)
1.3. Μια Σύντομη Ανασκόπηση Του Ελέγχου με Ασαφή Λογική
    1.3.1. Υπόβαθρο
    1.3.2. Τα Μαθηματικά Του Ελέγχου με Ασαφή Λογική
    1.3.3. Τα Κύρια συστατικά ενός Ασαφούς Ελεγκτή
    1.3.4. Το Μοντέλο Ασαφούς Ελέγχου που χρησιμοποιείται στη διατριβή
1.4. Οργάνωση της Διατριβής

Κεφάλαιο 2 - Έλεγχος Αριθμού Εξυπηρετούντων

2.1. Μοναδικός Εξυπηρετών με Διακοπές (Περίπτωση 1)
    2.1.1. Περιγραφή Προβλήματος
    2.1.2. Αρχιτεκτονική του Ασαφούς Ελεγκτή
    2.1.3. Αριθμητικό Παράδειγμα

Κεφάλαιο 3 - Έλεγχος του Ρυθμού Εξυπηρέτησης

3.1 Μοναδικός Εξυπηρετών χωρίς Κόστη Εναλλαγής (Περίπτωση 2)
    3.1.1 Περιγραφή Προβλήματος

3.1.2 Αρχιτεκτονική του Ασαφούς Ελεγκτή
3.1.3 Αριθμητικό Παράδειγμα

Κεφάλαιο 4 - Έλεγχος του Πρωτοκόλλου Ουράς

4.1 Παράλληλοι Εξυπηρετούντες με Ετερογενείς Ρυθμούς Εξυπηρέτησης (Περίπτωση 3)
4.1.1 Περιγραφή Προβλήματος
4.1.2 Αρχιτεκτονική του Ασαφούς Ελεγκτή
4.1.3 Αριθμητικό Παράδειγμα

Κεφάλαιο 5 – Έλεγχος της Εισόδου Πελατών

5.1 Ένας Εξυπηρετών με Ένα Ρεύμα Αφίξεων (Περίπτωση 4)
5.1.1 Περιγραφή Προβλήματος
5.1.2 Αρχιτεκτονική του Ασαφούς Ελεγκτή
5.1.3 Αριθμητικό Παράδειγμα

Κεφάλαιο 6 – Συμπεράσματα

6.1. Ανακεφαλαίωση
6.2. Παρατηρήσεις

Βιβλιογραφία

Ευχαριστίες

Πρωτίστως, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου και πρύτανη του Πολυτεχνείου Κρήτης, καθηγητή Ιωάννη Φίλη, για την πολύτιμη βοήθειά του κατά τη διάρκεια των σπουδών μου, αλλά και για την ευκαιρία που μου έδωσε να δοκιμάσω τις δυνατότητες και ικανότητές μου στο μεταπτυχιακό πρόγραμμα του τομέα Συστημάτων Παραγωγής του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης. Επίσης, θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για τη διαρκή του στήριξη και ενθάρρυνση.

Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή Βασίλη Κουϊκόγλου για τη βοήθεια που μου παρείχε στην αντιμετώπιση και επίλυση προβλημάτων και αποριών καθ'όλη τη διάρκεια των μεταπτυχιακών μου σπουδών και της εκπόνησης της διατριβής. Επιπροσθέτως, θα ήθελα να εκφράσω τις βαθειές μου ευχαριστίες σε όλους τους καθηγητές του προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών του τμήματος και σε όλους μου τους συναδέλφους για τη στήριξη που αφειδώς μου παρείχαν ποικιλοτρόπως.

Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την υπομονή, την αγάπη και την εμπιστοσύνη τους στις δυνάμεις μου.

1

Περίληψη

Ο ρόλος του ελέγχου αναμονητικών συστημάτων στα δίκτυα παραγωγής και επικοινωνιών είναι πολύ σημαντικός, γι'αυτό και παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον σε πολλούς ερευνητές. Στην συνθετική μεταπτυχιακή αυτή διατριβή, εξετάζουμε χρησιμοποιώντας τη συλλογή εργαλείων Fuzzy Toolbox της εφαρμογής MATLAB μια επιλεκτική προσέγγιση στην επίλυση προβλημάτων ελέγχου αναμονητικών συστημάτων η οποία χρησιμοποιεί τεχνικές ασαφούς ελέγχου (fuzzy control) και παρουσιάσθηκε το 1996 από τον Runtong Zhang. Τα μοντέλα αυτά έχουν επιλεγεί και από τις τέσσερεις κατηγορίες του πεδίου του ελέγχου αναμονητικών συστημάτων, δηλαδή: (α) έλεγχος αριθμού εξυπηρετούντων (number of servers), (β) έλεγχος ρυθμού εξυπηρέτησης (service rate), (γ) έλεγχος του πρωτοκόλλου της ουράς (queue discipline) και (δ) έλεγχος του ρυθμού αφίξεων και της υποδοχής πελατών. Από τις προσομοιώσεις προκύπτει ότι η προσέγγιση αυτή, που σηματοδοτεί μια στροφή πέραν των κλασσικών τεχνικών, είναι αποτελεσματική και πολλά υποσχόμενη, ιδίως σε περιπτώσεις όπου δεν υπάρχουν αναλυτικές λύσεις.

Εισαγωγή

1.1. Ορισμοί - Προτερήματα του Ασαφούς Ελέγχου Αναμονητικών Συστημάτων

Ο Ασαφής Έλεγχος Αναμονητικών Συστημάτων (Fuzzy Control of Queueing Systems - FCQS) είναι η εφαρμογή της θεωρίας της ασαφούς λογικής στο πεδίο του ελέγχου αναμονητικών συστημάτων, όπου ένας *ελεγκτής ασαφούς λογικής (fuzzy logic controller)* αντιπροσωπεύει έναν μηχανισμό απόφασης ελέγχου που προσδιορίζει δυναμικά τις παραμέτρους, τα πρότυπα και/ή τις πολιτικές ενός αναμονητικού συστήματος για το οποίο το ελεγχόμενο μοντέλο θα είναι βέλτιστο κατά μια ορισμένη έννοια. Το αντικείμενο αυτό είναι συνδυασμός *τεχνητής νοημοσύνης, επιχειρησιακής έρευνας* και *βέλτιστου ελέγχου*.

Η *θεωρία αναμονητικών συστημάτων* υπάρχει εδώ και πολλά χρόνια και έχει χρησιμοποιηθεί για την επίλυση πολλών διαφορετικών προβλημάτων στην παραγωγή, στις επικοινωνίες και σε άλλα πεδία. Κατά τις τελευταίες τρεις δεκαετίες, το ενδιαφέρον για τον *έλεγχο αναμονητικών συστημάτων* διαρκώς αυξάνεται. Ακόμα παρουσιάζονται πολλές εξελίξεις σ'αυτό το αντικείμενο, οι οποίες αναμφισβήτητα έχουν αναζωογονήσει τη θεωρία αναμονητικών συστημάτων και την έχουν ενδυναμώσει και τελειοποιήσει περαιτέρω. Ο μεγαλύτερος όγκος των εργασιών στο πεδίο αυτό χρησιμοποιεί συμβατικές τεχνικές στοχαστικού ελέγχου. Πρέπει εδώ να πούμε ότι τα μοντέλα ελέγχου αναμονητικών συστημάτων και τα αντίστοιχα αποτελέσματα ως τώρα είναι, κατά ορισμένες έννοιες, ad hoc. Τα τελευταία χρόνια, ο *ασαφής έλεγχος* έχει προοδεύσει πολύ και έχει παρουσιάσει σημαντικές επιτυχίες σε πολλά προβλήματα εφαρμοσμένου ελέγχου. Ωστόσο, οι μηχανικοί και θεωρητικοί των συμβατικών περιοχών ελέγχου ακόμα είναι απρόθυμοι να αποδεχθούν τη θεωρία αυτή, κάτι που ισχύει και για τους ερευνητές του ελέγχου αναμονητικών συστημάτων. Το 1996, ο Runtong Zhang παρουσίασε μια εργασία που θεμελίωσε τον FCQS, απομακρυνόμενος από τις κλασσικές μεθόδους.

Έχοντας υπ'όψιν το χαρακτήρα της θεωρίας ελέγχου αναμονητικών συστημάτων και τον χαρακτήρα της θεωρίας ασαφούς ελέγχου, μπορούμε χονδρικά να συνοψίσουμε κάποιους κύριους λόγους για την εφαρμογή της ασαφούς λογικής στον έλεγχο αναμονητικών συστημάτων.

- Η συμβατική θεωρία ελέγχου έχει οπωσδήποτε αναπτυχθεί επαρκώς. Όμως, η επιτυχία της εξαρτάται σε πολύ μεγάλο βαθμό από την ποιότητα της περιγραφής της ελεγχόμενης διεργασίας. Δυστυχώς, τα αναμονητικά συστήματα συχνά δεν υπόκεινται σε μαθηματικές περιγραφές ή τέτοιου είδους περιγραφές είναι πολύ ανεπίσημες ή πολύπλοκες για να έχουν κάποια αξία. Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίον περιορισμένος αριθμός συμβατικών τεχνικών ελέγχου έχει εφαρμοσθεί επιτυχώς στον έλεγχο αναμονητικών συστημάτων. Κάποια προβλήματα αναμονητικού ελέγχου εξαρτώνται κατά τον έναν ή τον άλλο τρόπο από τη διαίσθηση και την εμπειρία, ασχέτως των χρησιμοποιουμένων μεθόδων. Ο ασαφής έλεγχος είναι μια προσέγγιση χωρίς μοντέλα, δηλαδή δεν απαιτεί την ύπαρξη μαθηματικού μοντέλου για το σύστημα που θέλουμε να ελέγξουμε. Με άλλα λόγια, αυτή η τεχνική μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση οποιουδήποτε πολύπλοκου μοντέλου ή ακόμη και κακώς ορισμένων διεργασιών, υπό την προϋπόθεση ότι διαθέτει την εμπειρία, γνώση και μάθηση του χειριστού. Από αυτήν την άποψη, ο έλεγχος αναμονητικών συστημάτων είναι ένα πολύ καλό πεδίο εφαρμογής της ασαφούς λογικής.
- Οι τεχνικές ασαφούς ελέγχου παρέχουν καλούς μη γραμμικούς ελεγκτές (Wang, 1994). Πιστεύεται ότι ένα από τα πλεονεκτήματα του ασαφούς ελέγχου είναι μια καλύτερη διεπιφάνεια χρήστη (user interface) προς την διεργασία, που είναι ουσιωδώς αποτελεσματική στην αντιμετώπιση κάθε μη γραμμικής συμπεριφοράς του υπό έλεγχο συστήματος. Τα αναμονητικά συστήματα είναι σε μεγάλο βαθμό μη γραμμικά, και έτσι ο ασαφής έλεγχος παρουσιάζεται ως μια πολλά υποσχόμενη μέθοδος αντιμετώπισης του προβλήματος του ελέγχου τέτοιων συστημάτων.
- Υπάρχουν αναλυτικές λύσεις για τον έλεγχο ουρών αναμονής μόνον για πολύ απλές περιπτώσεις. Για πιο πολύπλοκα δίκτυα αναμονής (π.χ. εν σειρά, παράλληλα και υβριδικά συστήματα αναμονής) αναπτύσσονται διάφοροι ευριστικοί αλγόριθμοι και εφαρμογής πολιτικής (heuristic algorithms and policy reinforcement algorithms), αλλά ακόμη και οι σύγχρονοι υπολογιστές δεν μπορούν πάντα να ανταπεξέλθουν στις επεξεργαστικές απαιτήσεις, επειδή οι απαιτούμενοι υπολογισμοί αυξάνονται εκθετικά με τις διαστάσεις του δικτύου. Χωρίς την επίλυση αυτού του προβλήματος, είναι δύσκολο να καταστεί πρακτικός ο έλεγχος αναμονητικών συστημάτων. Από αυτήν την άποψη, ο ασαφής έλεγχος φαίνεται να υπόσχεται πολλά. Ο τυπικός αλγόριθμος εφαρμογής πολιτικής επιλέγει τις καλύτερες ενέργειες συνήθως απαλείφοντας τις μη βέλτιστες (π.χ. Ohno, 1981). Αντιθέτως, ο ασαφής έλεγχος προσδιορίζει απ'ευθείας την βέλτιστη ενέργεια. Βεβαίως, όσο μεγαλώνει η κλίμακα του συστήματος, τόσο πιο προφανές καθίσταται αυτό το πλεονέκτημα.
- Με την ταχεία ανάπτυξη της θεωρίας της ασαφούς λογικής, ένα νέο είδος αναμονητικού συστήματος, το οποίο καλείται *ασαφής ουρά (fuzzy queue)* (π.χ. Negi and Lee, 1992), εμφανίσθηκε στη βιβλιογραφία. Η ασαφής ουρά είναι ένα αναμονητικό σύστημα του οποίου οι παράμετροι (π.χ. ρυθμοί αφίξεως και εξυπηρέτησης) περιγράφονται από γλωσσολογικές (linguistic) ασαφείς μεταβλητές. Υποστηρίζεται ότι οι μέθοδοι ασαφούς ουράς είναι πιο αποτελεσματικές στην προσέγγιση των πραγματικών καταστάσεων από κάθε συμβατική μέθοδο. Ο ασαφής έλεγχος είναι η καλύτερη και πιθανώς η μόνη επιλογή για το δυναμικό έλεγχο μιας τέτοιας ασαφούς ουράς.
- Λόγω των διαφορών στην πιθανοκρατική (probabilistic) δομή των διαφόρων αναμονητικών μοντέλων που επιδιώκουμε να ελέγξουμε, όλες οι μέθοδοι δυναμικού προγραμματισμού ως τώρα είναι κατά ορισμένες έννοιες ad hoc. Αυτή η κατάσταση θέτει σοβαρούς περιορισμούς στις πρακτικές εφαρμογές του ελέγχου αναμονητικών συστημάτων. Επιπροσθέτως, όταν τα υπό έλεγχο αναμονητικά μοντέλα είναι μη-Markov διαδικασίες, που παρουσιάζονται όταν έχουμε γενικές κατανομές ή πολύπλοκα δίκτυα

αναμονής, είναι δύσκολο να έχουμε έναν ακριβή χαρακτηρισμό των παραμέτρων των πολιτικών ελέγχου χρησιμοποιώντας θεωρία διαδικασιών απόφασης (decision process theory) Markov ή ημί-Markov (MDP ή SMDP, αντίστοιχα). Ο ασαφής έλεγχος εξετάζει τέτοιου είδους προβλήματα από μια εντελώς διαφορετική γωνία, χωρίς τέτοιου είδους δυσκολίες και περιορισμούς, κάτι που τον καθιστά πολλά υποσχόμενη επιλογή για τον έλεγχο γενικών, πολύπλοκων ανναμονητικών συστημάτων.

Ο FCQS έχει όμως και αυτός τους περιορισμούς του. Η *βελτιστότητα* και η *ευστάθεια* είναι τα δυσκολότερα στην αντιμετώπισή τους προβλήματα. Μάλιστα, αυτά τα προβλήματα είναι ανοιχτά ακόμα και στη συμβατική θεωρία ελέγχου και στη θεωρία ασαφούς λογικής. Θα προσπαθήσουμε να προβούμε σε σχόλια επ'αυτού στα τελικά σχόλια της διατριβής αυτής.

Ως ιδιαίτερο είδος μεθόδου ελέγχου, το κύριο έργο στον FCQS θα πρέπει να διαιρεθεί τουλάχιστον στις ακόλουθες δύο φάσεις: (α) Επικουρική εργασία εκτός της φάσεως ελέγχου. Μπορεί να περιλαμβάνει ανάλυση παρατηρησιμότητας (observability), ελεγξιμότητας (controllability), αντισταθμισιμότητας (compensatability), καθώς και ευστάθειας και βελτιστότητας. (β) Φάση ελέγχου. Εδώ ο στόχος είναι κυρίως να προσδιορίσουμε βέλτιστες πολιτικές ελέγχου χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ασαφούς ελέγχου. Σ'αυτήν τη διατριβή, εστιάζουμε το ενδιαφέρον μας στη δεύτερη φάση. Σε ό,τι αφορά στην πρώτη φάση, μπορούμε να δανειστούμε ίσως κάποιες ιδέες απ'ευθείας από τα αρχικά πεδία, δηλαδή τις θεωρίες ελέγχου, ασαφούς λογικής και αναμονητικών συστημάτων, και να υποθέσουμε απλώς ότι όλα αυτά τα προβλήματα ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις λειτουργικότητας.

Ο τελικός στόχος αυτής της διατριβής είναι η παρουσίαση ενός συστηματικού και αποτελεσματικού τρόπου για το βέλτιστο έλεγχο πρακτικών αναμονητικών συστημάτων, και κυρίως αυτών που οι συμβατικές τεχνικές ελέγχου δεν μπορούν να επιλύσουν, όπως είναι επί παραδείγματι πολύπλοκα αναμονητικά δίκτυα και περιπτώσεις γενικών κατανομών. Θεωρούμε όμως εξίσου σημαντικά και τα απλά αναμονητικά μοντέλα για τα οποία υπάρχουν αναλυτικές λύσεις, επειδή μας προσφέρουν ένα καλό σύστημα αναφοράς για την επιβεβαίωση της ορθότητας της εργασίας μας, καθώς έτσι θα διευκολυνθεί η εμβάθυνση που θα επιχειρήσουμε.

1.2. Σύνοψη του Ελέγχου Αναμονητικών Συστημάτων

1.2.1. Υπόβαθρο

Η θεωρία αναμονητικών συστημάτων έχει ήδη μια μακρά ιστορία πίσω της και έχει χρησιμοποιηθεί για την επίλυση αρκετών πρακτικών προβλημάτων, π.χ. συστήματα υπολογιστών, τηλεπικοινωνίες φωνής και δεδομένων, κυκλοφοριακή ροή οχημάτων, δημόσιες υπηρεσίες εκτάκτου ανάγκης, βιομηχανικά job shops, γραμμές παραγωγής και ευέλικτα συστήματα παραγωγής (flexible manufacturing systems). Παρόλο όμως που μερικά προβλήματα βελτιστοποίησης εισήχθησαν στα μοντέλα αναμονής ήδη από πρώιμα στάδια, στην πλειοψηφία τους είναι *στατικά προβλήματα* ή *προβλήματα σχεδιασμού*, στα οποία τα χαρακτηριστικά του συστήματος δεν αλλάζουν με την πάροδο του χρόνου. Είναι σαφές ότι αυτός ο τύπος μοντέλων δεν μπορεί να ανταποκριθεί στις απαιτήσεις των περισσοτέρων πρακτικών εφαρμογών αναμονητικών συστημάτων, όπως είναι όσα σχετίζονται με τη διαχείριση συστημάτων μεγάλης κλίμακας σε διάφορους τομείς: διανομές, μεταφορές, διοίκηση,πληροφορική, κ.ο.κ. Αυτό ισχύει κυρίως σε πολλές εφαρμογές στους τομείς των επικοινωνιών και των ηλεκτρονικών υπολογιστών, όπου η απόδοση του υπό μελέτη συστήματος μπορεί να βελτιωθεί αν κάποιες παράμετροί του ρυθμίζονται σύμφωνα με τις μεταβολές της κατάστασης του συστήματος. Έτσι, έχουμε ένα *δυναμικό πρόβλημα ή πρόβλημα ελέγχου*, στο οποίο τα χαρακτηριστικά του συστήματος μπορεί να αλλάζουν με το χρόνο.

Κατά τις τελευταίες τρεις δεκαετίες, υπήρξε αυξημένο ενδιαφέρον για τη μελέτη τέτοιων μοντέλων ελέγχου και ακόμη έχουμε εξελίξεις στο πεδίο αυτό. Επιπλέον, τα πρόσφατα ευρήματα σε ερευνητικούς τομείς όπως η αξιολόγηση της επίδοσης των επικοινωνιακών ή υπολογιστικών δικτύων, είχαν ως αποτέλεσμα νέες δυνατότητες για την επέκταση αυτών των προβλημάτων ελέγχου σε πιο πολύπλοκα συστήματα όπως τα δίκτυα αναμονής. Η πιθανοκρατική δομή του ελέγχου των ουρών αναμονής είναι γενικά μια ημι-Markov διαδικασία απόφασης και η θεωρία τέτοιων διαδικασιών χρησιμοποιείται συχνά για την ανάλυση ουρών αναμονής και για την απόδειξη συγκεκριμένων ιδιοτήτων βέλτιστων πολιτικών. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίον πολλά από τα αποτελέσματα που έχουν ως τώρα προκύψει εξαρτώνται από την ύπαρξη βέλτιστων στατικών πολιτικών για γενικά συστήματα οι οποίες θεμελιώθηκαν από τον Lippman (1975). Ωστόσο, όταν το μοντέλο ελέγχου είναι πολύπλοκο ή δεν είναι Markov, δεν υπάρχουν ως τώρα αποτελεσματικές τεχνικές ελέγχου. Ένεκα αυτού, παραμένουν ακόμα πολλά ανοιχτά προβλήματα στο πεδίο του ελέγχου ουρών αναμονής. Οι εργασίες των Stidham (1985) και Teghem (1986) παρέχουν μια διεξοδική διερεύνηση του βέλτιστου ελέγχου αναμονητικών συστημάτων. Ο πρώτος εστιάζει το ενδιαφέρον του στις συμπεριφορές αφίξεων, ενώ ο δεύτερος δίνει έμφαση στις διαδικασίες εξυπηρέτησης. Επιπροσθέτως, συχνά χρησιμοποιείται και βιβλιογραφία από τους Crabill et al (1977).

Η ορολογία του ελέγχου ουρών αναμονής είναι αρκετά γενική σε ό,τι αφορά μία πλειάδα πρακτικών συστημάτων: οι "πελάτες" μπορεί να είναι επιβάτες, μηνύματα, εξαρτήματα, ή προγράμματα. Οι "εξυπηρετούντες" μπορεί να είναι οχήματα μεταφοράς, εγκαταστάσης επισκευής, δίαυλοι ή τερματικά. Οι "μεταβλητές ελέγχου" μπορεί να είναι στιγμές άφιξης οχημάτων, ο μεταβλητός αριθμός επισκευαστών, η σειρά διεκπεραίωσης μηνυμάτων ή ανάθεσης πόρων.

Λόγω του πολύ μεγάλου αριθμού των δημοσιεύσεων που αφορούν τον έλεγχο αναμονητικών συστημάτων, για λόγους σαφήνειας, θα σκιαγραφήσουμε την σύντομη αυτή επισκόπησή μας σύμφωνα με την ταξινόμηση του Teghem (1986):

I. *Έλεγχος του αριθμού των εξυπηρετούντων.* Οι εξυπηρετούντες είναι αφαιρούμενοι: Μπορούμε να τους ενεργοποιούμε ή να τους απενεργοποιούμε ανάλογα με την κατάσταση του συστήματος, και πρέπει να καθορισθεί ο μεταβαλλόμενος αριθμός των ενεργών εξυπηρετούντων.

II. *Έλεγχος του ρυθμού εξυπηρέτησης.* Αυτή η κατηγορία αποτελεί γενίκευση της πρώτης: Η διαφορά έγκειται στην μεταβολή της διαδικασίας εξυπηρέτησης μεταβάλλοντας τον ρυθμό εξυπηρέτησης αντί για τον αριθμό των εξυπηρετούντων.

III. *Έλεγχος πρωτοκόλλου της ουράς (queue discipline).* Ενας αριθμός δημοσιεύσεων πραγματεύεται περιπτώσεις κατά τις οποίες μπορούμε να καθορίσουμε τη σειρά εξυπηρέτησης. Γενικά, αυτά τα προβλήματα είτε αφορούν διαφορετικές τάξεις πελατών ή την ανάθεση πελατών σε διαφορετικούς εξυπηρετούντες.

IV. *Έλεγχος της εισδοχής πελατών.* Στα προβλήματα αυτά, μπορούμε να μεταβάλουμε το ρυθμό αφίξεων ή να αρνηθούμε εξυπηρέτηση σε πελάτες. Σε ορισμένα μοντέλα, οι ίδιοι οι πελάτες ελέγχουν την απόφαση εισόδου στο σύστημα.

Η παρούσα επισκόπηση τονίζει τα εξεταζόμενα μοντέλα και τα εξαγόμενα αποτελέσματα. Για λόγους συνέπειας, είμαστε υποχρεωμένοι να επιλέξουμε τα σημαντικότερα αποτελέσματα μέσα από την εξαιρετικά πλούσια βιβλιογραφία. Έτσι, πρέπει να καταστήσουμε σαφές ότι η σύντομη αυτή αναφορά μας σε καμία περίπτωση δεν εξαντλεί το αντικείμενο.

1.2.2. Έλεγχος του Αριθμού Εξυπηρετούντων

Τα αναμονητικά συστήματα που εξετάζουμε σ'αυτήν την κατηγορία συνήθως αποκαλούνται αναμονητικά συστήματα με αφαιρούμενους εξυπηρετούντες ή με διακοπές (queueing systems with removable servers or with vacations): οι εξυπηρετούντες μπορεί να μην είναι διαθέσιμοι για κάποια χρονικά διαστήματα και πρέπει να αποφασίσουμε αν μας συμφέρει κάποιος εξ αυτών να είναι ενεργός. Ο στόχος του συστήματος σ'αυτήν την κατηγορία είναι συνήθως η ελαχιστοποίηση του αναμενόμενου κόστους συστήματος υπό κάποια δοθείσα δομή κόστους. Το κίνητρο γι'αυτά τα μοντέλα διακοπών είναι πολλά προβλήματα στα οποία ο χρόνος διακοπής (vacation time) χρησιμοποιείται από άλλες εργασίες - λ.χ. για την εξυπηρέτηση πελατών σε κάποιο άλλο σύστημα - έτσι ώστε, μεταξύ άλλων πλεονεκτημάτων, ο χρόνος αδράνειας ενός εξυπηρετούντος δεν πάει εντελώς χαμένος. Η έννοια της διακοπής μπορεί να γενικευθεί σε διάφορα αναμονητικά συστήματα στα οποία ο σταθμός εξυπηρέτησης παθαίνει βλάβη για κάποιο λόγο. Ο Doshi (1986) δίνει ορισμένα χαρακτηριστικά παραδείγματα τέτοιων τύπων μοντέλων με διακοπές.

Η εκτεταμένη βιβλιογραφία για το θέμα αυτό παρουσιάζει τρεις διαφορετικούς τύπους πολιτικών: (α) *N-πολιτική (N-policy)*: Η κατάσταση των αφαιρούμενων εξυπηρετούντων είναι σταθερή ανάλογα με τον αριθμό των πελατών στο σύστημα. Ο κύριος τύπος N-πολιτικής μπορεί να περιγραφή ως (v,N)-πολιτική, με $0 \le v \le N < +\infty$, που θέτει τον εξυπηρετούντα σε λειτουργία όταν υπάρχουν N πελάτες στο σύστημα και εκτός λειτουργίας όταν ολοκληρώνει μια εξυπηρέτηση με v πελάτες να έχουν απομείνει στο σύστημα. (β) *D-πολιτική (D-policy)*: Η κατάσταση του συστήματος είναι ο φόρτος εργασίας, δηλαδή η ολική ποσότητα εργασίας στο σύστημα, άρα η κατάσταση των αφαιρούμενων εξυπηρετούντων εξαρτάται από αυτήν την ποσότητα. (γ) *T-πολιτική (T-policy)*: Εδώ, ένας ενεργός εξυπηρετών συνεχίζει την εξυπηρέτηση της ουράς όσο υπάρχει έστω και ένας πελάτης στο σύστημα, αλλά παύει να είναι διαθέσιμος για ένα χρονικό διάστημα (διακοπή - vacation) όταν το σύστημα αδειάσει. Οι Yadin και Naor (1963) ήταν οι πρώτοι που παρουσίασαν αναμονητικό σύστημα αυτής της κατηγορίας με αφαιρούμενο εξυπηρετούντα, εφαρμόζοντας μια $(0, N)$-πολιτική και περιέγραψαν ορισμένες ιδιότητές του.

Από τις εργασίες που ακολούθησαν, οι περισσότερες ασχολήθηκαν με μοντέλα ενός εξυπηρετούντος. Χρησιμοποιώντας ένα κριτήριο μέσου όρου, ο Heyman (1968) αποδεικνύει ότι η βέλτιστη N-πολιτική είναι είτε μια $(0,N)$-πολιτική με $0 \le N < +\infty$, ή μια (0,0) πολιτική, δηλαδή η βέλτιστη N-πολιτική είναι πάντα μια *εξαντλητική πολιτική*. Για το discounted κριτήριο, μια βέλτιστη σταθερή πολιτική λειτουργίας εξαρτάται από την κατάσταση εκκίνησης, η οποία για λόγους απλότητας είναι (0,0). Δηλαδή, ο εξυπηρετών είναι εκτός λειτουργίας και δεν υπάρχουν πελατες στο σύστημα. Σ'αυτήν την περίπτωση, οι Heyman (1968) και Bell (1971) αποδεικνύουν ότι η βέλτιστη N-πολιτική είναι είτε $(0,N)$-πολιτική, με $0 \le N < +\infty$ (όπως στην περίπτωση του μέσου όρου) είτε $(0,+\infty)$-πολιτική, είτε $(0,N)^*$-πολιτική, με $1 \le N < +\infty$. Αυτή η πολιτική συνίσταται στην ενεργοποίηση του εξυπηρετούντος όταν για πρώτη φορά παρουσιασθούν N πελάτες στο σύστημα. Από εκείνη τη στιγμή κι έπειτα, ο εξυπηρετών δεν τίθεται εκτός λειτουργίας. Ο Kimura (1981) χρησιμοποιεί ένα μοντέλο προσέγγισης διάχυσης για να προσδιορίσει τις ρητές λύσεις για το πρόβλημα με discounted κριτήριο. Έχουν μελετηθεί ορισμένες επεκτάσεις αυτής της βασικής περίπτωσης. Για παράδειγμα, ο Bell (1973) παρουσιάζει ένα μοντέλο διακοπών με ουρά προτεραιότητας. Ο Teghem (1987) και οι Wang και Huang (1995) εξετάζουν το πρόβλημα αυτό για ουρές M/G/1 και $M/E_k/1$ αντίστοιχα, με πεπερασμένη χωρητικότητα ουράς και στις δυο περιπτώσεις. Ο Makis (1984) μελετά το πρόβλημα ομαδικής εξυπηρέτησης (batch service). Οι Altman και Nain (1993) προτείνουν ένα νέο μοντέλο με αφαιρούμενο εξυπηρετούντα, το οποίο διαφοροποιείται επαρκώς από όλα τα άλλα. Όλες οι προαναφερθείσες εργασίες ασχολούνται με την N-πολιτική. Οι Boxma (1976) και Levy και Yechiali (1975) μελέτησαν προβλήματα τα οποία αποτελούν κλασσικά παραδείγματα ενασχόλησης με την D-πολιτική και την T-πολιτική αντίστοιχα.

Σε σύγκριση με τα προβλήματα αναμονής με έναν εξυπηρετούντα, πολύ λίγες μελέτες ασχολούνται με την ουρά πολλαπλών αφαιρουμένων εξυπηρετούντων (multiserver queue with removable servers). Ο Bell (1975) ήταν ο πρώτος που διερεύνησε κάποιες δυσκολίες που προκύπτουν από αυτήν την επέκταση. Συγκεκριμένα, αποδεικνύει ότι μια βέλτιστη πολιτική δεν είναι απαραίτητα και *αποτελεσματική πολιτική*, που προσδιορίζεται από έναν κανόνα λειτουργίας που δεν επιτρέπει ποτέ ο αριθμός των διαθέσιμων εξυπηρετούντων να είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό των παρόντων πελατών. Το 1980 διερεύνησε περαιτέρω ένα μοντέλο M/M/2 με N-πολιτική και έδωσε κάποια χρήσιμα αποτελέσματα. Όμως, ο χαρακτηρισμός και ο ρητός καθορισμός της βέλτιστης πολιτικής ελέγχου αποτελούν ακόμα ανοιχτά προβλήματα. Συν τοις άλλοις, ο Winston (1978) εξετάζει επίσης μια ουρά M/M/m με αφαιρούμενους εξυπηρετούντες στην οποία ο ρυθμός αφίξεως εξαρτάται από τον αριθμό των πελατών.

1.2.3. Έλεγχος του Ρυθμού Εξυπηρέτησης

Ως αναμονητικό σύστημα με μεταβλητό ρυθμό εξυπηρέτησης ορίζεται το αναμονητικό σύστημα του οποίου ο ρυθμός εξυπηρέτησης μεταβάλλεται κατά την πάροδο ενός συγκεκριμένου χρονικού διαστήματος. Θεωρώντας ως δεδομένο ότι ο χρόνος εξυπηρέτησης ενός πελάτη είναι του τύπου k ($k \in K \subset (0,+\infty)$), αυτός ο χρόνος εξυπηρέτησης είναι υπό συνθήκη ανεξάρτητος της διαδικασίας άφιξης και των προηγούμενων χρόνων εξυπηρέτησης. Προφανώς, αυτό το μοντέλο αποτελεί γενίκευση του μοντέλου αφαιρούμενου εξυπηρετούντος του εδαφίου 1.2.2. Σ'αυτήν την κατηγορία χρησιμοποιούμε δυο τύπους πολιτικών ελέγχου, την N-πολιτική και την D-πολιτική, στις οποίες η κατάσταση του συστήματος είναι το μέγεθος της ουράς και ο φόρτος εργασίας, αντίστοιχα. Η κύρια κατηγοριοποίηση για τις μελέτες πάνω στο μεταβλητό ρυθμό εξυπηρέτησης αφορά τη φύση του συνόλου K που μπορεί να είναι *απαριθμήσιμο (denumerable)* ή *μη απαριθμήσιμο (non-denumerable)*.

Οι περισσότερες εργασίες σ'αυτήν την κατηγορία ασχολούνται με απαριθμήσιμους ρυθμούς εξυπηρέτησης υπό N-πολιτική. Στη βιβλιογραφία, χρησιμοποιείται η ακόλουθη ορολογία σχετικά με την πολιτική αυτή. (α) *Υστερητική πολιτική (hysteretic policy)*: Όποτε το μέγεθος της ουράς τείνει στο R^*_{k+1} (όντας όμως κατώτερό του), ενώ η εξυπηρέτηση που λαμβάνει χώρα (εάν λαμβάνει χώρα κάποια εξυπηρέτηση, ειδάλλως θεωρούμε την τελευταία εξυπηρέτηση) είναι τύπου k, η επόμενη εξυπηρέτηση θα είναι τύπου k+1. Κάθε φορά που το μέγεθος της ουράς τείνει στο R_{*k} (όντας όμως ανώτερό του), ενώ η εξυπηρέτηση που λήγει είναι τύπου k+1, η επόμενη εξυπηρέτηση θα είναι τύπου k. $H_k = R^*_{k+1} - R_{*k}$ είναι το μήκος των βρόχων υστέρησης. Σημειώστε ότι μπορεί $R_{*k} = R^*_{k+1}$ και $R^*_{k+1} = R_{*k}$, οπότε δεν χρησιμοποιείται εξυπηρέτηση τύπου k στην πολιτική. Όταν υπάρχουν δυο διαθέσιμοι ρυθμοί εξυπηρέτησης, συμπεριλαμβανομένου του μηδενικού, έχουμε (v,N)-πολιτική, $R_{*1} = v$ και $R^*_2 = N$, κάτι που πραγματευθήκαμε στο εδάφιο 1.2.2. (β) *Μονότονη υστερητική πολιτική*: Μια υστερητική πολιτική λέμε ότι είναι *αύξουσα* (στην πραγματικότητα μη φθίνουσα) αν οι ρυθμοί εξυπηρέτησης $\mu_{k+1} \geq \mu_k$. Μια *φθίνουσα* (στην πραγματικότητα μη αύξουσα) υστερητική πολιτική έχει $\mu_{k+1} \leq \mu_k$. (γ) Μια *ομοιόμορφη (uniform) υστερητική πολιτική* αντιστοιχεί στην περίπτωση $H_k = H$, $\forall k$. (δ) Μια *συνδεδεμένη πολιτική (connected-policy)* είναι ομοιόμορφη υστερητική πολιτική με $H = 1$.

Από περιγραφικής απόψεως, η υστερητική πολιτική παρουσιάσθηκε πρώτη φορά από τους Yadin και Naor (1967). Για ένα σύστημα με έναν εκθετικό εξυπηρετούντα, παρέχουν κάποιες χρήσιμες ιδιότητες της κατανομής σταθεράς καταστάσεως του μεγέθους της ουράς. Ο Sobel (1982) δίνει μια επέκταση τέτοιων ιδιοτήτων. Μεταξύ άλλων περιγραφικών δημοσιεύσεων, οι Federgruen και Rijms (1980) περιγράφουν μια μέθοδο επαναληπτικού (recursive) υπολογισμού της κατανομής σταθεράς κατάστασης του μεγέθους της ουράς. Από πλευράς ελέγχου, υπάρχουν δυο περιπτώσεις, με και χωρίς κόστη εναλλαγής (switching costs). Για την πρώτη περίπτωση υπό κριτήριο μέσου όρου (average criterion), ο Crabill (1972) και ο Lippman (1973) αποδεικνύουν τη βελτιστότητα των συνδεδεμένων αυξουσών πολιτικών για έναν εκθετικό εξυπηρετούντα. Ο Sabeti (1973) καταλήγει σε παρόμοια αποτελέσματα. Σημειωτέον ότι, αν η χωρητικότητα της ουράς είναι περιορισμένη, το σύστημα αυτό μπορεί να δώσει φθίνουσα βέλτιστη πολιτική (λ.χ. Schassberger 1975, Beja και Teller 1975). Για την δεύτερη περίπτωση (με κόστη εναλλαγής), ο Crabill (1974) αποδεικνύει την ύπαρξη μιας βέλτιστης αύξουσας υστερητικής πολιτικής για εκθετικές κατανομές του χρόνου εξυπηρέτησης. Λίγες ήταν οι μελέτες που διερεύνησαν περαιτέρω παρόμοια μοντέλα. Η εργασία του Rath (1975) ασχολείται με ασυμπτωτικά αποτελέσματα σε συνθήκες συνωστισμού (heavy traffic) σε μια ουρά GI/G/1 και "προσεγγιστικές γενικεύσεις" των αποτελεσμάτων του Crabill. Οι Lu και Serfozo (1984) αναλύουν μια αναμονητική διαδικασία απόφασης για σύστημα M/M/1 όπου το πεπερασμένο σύνολο των αποφάσεων αφορά όχι μόνον τον ρυθμό εξυπηρέτησης αλλά και τον ρυθμό αφίξεων. Ακόμη, το 1987, οι Weber και Stidham προχώρησαν σε μια σημαντική επέκταση όλων αυτών των αποτελεσμα΄των σε συστήματα με πολλαπλούς εξυπηρετούντες, προτείνοντας ένα πρόβλημα ελέγχου του βέλτιστου ρυθμού εξυπηρέτησης σε αναμονητικά δίκτυα με ένα συγκεκριμένο σύνθετο κύκλο (composed cycle).

Στην περίπτωση τώρα του απαριθμήσιμου συνόλου ρυθμών εξυπηρέτησης, το μοντέλο των Jo και Stidham (1983) έχει τις ιδιότητες και της *N*-πολιτικής και της *D*-πολιτικής. Στις δημοσιεύσεις των Tijms et al (1978) και Cohen (1986) μπορεί κανείς να βρει εργασίες που ασχολούνται με την *D*-πολιτική.

Στην υποκατηγορία του μη απαριθμήσιμου συνόλου ρυθμών εξυπηρέτησης, υπάρχουν επίσης οι δυο προαναφερθείσες πολιτικές. Η *N*-πολιτική και πάλι προσελκύει περισσότερο ενδιαφέρον. Σχεδόν όλες οι μελέτες αφορούν την περίπτωση του μηδενικού κόστους εναλλαγής και έτσι οι συγγραφείς ενδιαφέρονται πρωτίστως για το χαρακτηρισμό επαρκών συνθηκών για την ύπαρξη μιας μονότονης βέλτιστης πολιτικής. Για έναν εκθετικό εξυπηρετούντα, ο Lippman (1975) αποδεικνύει ότι υπάρχει μια μονότονη αύξουσα βέλτιστη πολιτική με discounted cost κριτήριο. Ο Jo (1983) επεκτείνει τα αποτελέσματα του Lippman σε μια γενικότερη δομή κόστους, καθώς επίσης και στο κριτήριο μέσου κόστους. Το 1979, ο Gallish μελέτησε το κριτήριο μέσου κόστους με γενική κατανομή χρόνου εξυπηρέτησης. Οι Zacks και Yadin (1970) παρουσίασαν μια από τις λίγες μελέτες που εξετάζουν μη-μηδενικό κόστος εναλλαγής σε αυτό το πλαίσιο. Σ'αυτήν την παράγραφο, όλα τα μοντέλα που αναφέρθηκαν έχουν έναν εξυπηρετούντα. Οπωσδήποτε, μεγαλύτερη σημασία έχουν τα μοντέλα πολλαπλών εξυπηρετούντων. Σ'αυτά όμως λίγη μόνον προσοχή έχει δοθεί, λόγως της αδυναμίας ορισμένων απαραίτητων πιθανοκρατικών αποτελεσμάτων. Μεταξύ ενός μικρού αριθμού μελετών, οι Rosberg et al (1982) εξετάζουν τον βέλτιστο έλεγχο ρυθμού εξυπηρέτησης για ένα εν σειρά αναμονητικό σύστημα.

Ο Doshi (1978) εξετάζει μια ουρά M/G/1 με έλεγχο του φόρτου εργασίας (*D*-πολιτική) στο πλαίσιο ενός μη απαριθμήσιμου συνόλου ρυθμών εξυπηρέτησης. Και για το discounted και για το κριτήριο μέσου όρου (average criterion), αποδεικνύει ότι υπάρχει μια αύξουσα συνδεδεμένη βέλτιστη πολιτική.

Στη βιβλιογραφία μπορεί κανείς να βρει πολλών διαφορετικών ειδών προβλήματα με μεταβλητό ρυθμό εξυπηρέτησης, όπως το πρόβλημα σχεδιασμού και ελέγχου των Deshmukh και Jain (1977) ή το μοντέλο πεπερασμένης πηγής εν σχέσει με το πρόβλημα συντήρησης του Albright (1980).

1.2.4. Έλεγχος του Πρωτοκόλλου της Ουράς (Control of the Queue Discipline)

Αυτή η μέθοδος ελέγχου αναμονητικών συστημάτων έχει αναλυθεί εκτεταμένα στη βιβλιογραφία για αρκετές πρακτικές περιπτώσεις, π.χ. μοντέλα ενός εξυπηρετούντος, πολλαπλών εξυπηρετούντων όπου οι εξυπηρετούντες λειτουργούν παράλληλα, εν σειρά ή ακόμη και σε πιο περίπλοκες δομές. Ωστόσο, όλα τα μοντέλα αυτού του είδους εμπεριέχουν κάποια ετερογένεια, λ.χ. ετερογενείς πελάτες, ετερογενείς ουρές αναμονής ή ετερογενείς εξυπηρετούντες. Συνήθως, ο στόχος του συστήματος είναι ο προσδιορισμός της βέλτιστης πολιτικής που αναθέτει δυναμικά πελάτες σε αδρανείς εξυπηρετούντες για να ελαχιστοποιηθεί το προσδοκώμενο κόστος συστήματος. Στη βιβλιογραφία αναφέρονται διάφορα μοντέλα αναμονής και διάφορες δομές κόστους.

Η πιο γνωστή στρατηγική σε προβλήματα προγραμματισμού παραγωγής για συστήματα ενός εξυπηρετούντος είναι ο *κανόνας cμ (cμ rule)*. Ο κανόνας αυτός μας λέει πως, όταν οι χρόνοι εξυπηρέτησης είναι εκθετικοί ή γεωμετρικοί, η ελαχιστοποίηση του προσδοκώμενου discounted κόστους επιτυγχάνεται εξυπηρετώντας τον πελάτη με το μεγαλύτερο $c\mu$, όπου c είναι ο ρυθμός κόστους αναμονής του πελάτη (holding cost rate) και μ ο ρυθμός εξυπηρέτησής του (Klimov 1974, Harrison 1975, Baras et al 1985, Buyukkoc et al 1985 και Shanthikumar and Yao 1992). Έχει επίσης αποδειχθεί ότι, όταν ο εξυπηρετών έχει φθίνοντες χρόνους επεξεργασίας ρυθμού κινδύνου (decreasing hazard rate processing times), ο κανόνας $c\mu$ στοχαστικά μεγιστοποιεί τον αριθμό των σωστά διεκπεραιωθεισών εργασιών για κάθε χρονικό διάστημα (Righter and Shanthikumar 1989). Εδώ c είναι η πιθανότητα σωστής ολοκλήρωσης μιας εργασίας.

Έχουν αναφερθεί πολλά αποτελέσματα σχετικά με τη βέλτιστη δρομολόγηση πελατών σε πολλαπλούς εξυπηρετούντες. Οι Weber (1978) και Ephremides et al (1980) αποδεικνύουν ότι, αν ένα σύστημα αποτελείται από πολλαπλές πανομοιότυπες σειρές M/M/1 στις οποίες τα μεγέθη των ουρών μπορούν να παρατηρηθούν ανά πάσα ώρα και στιγμή, τότε το προσδοκώμενο discounted κόστος ελαχιστοποιείται από την πολιτική *βραχύτερης* που δρομολογεί μια νέα άφιξη στη βραχύτερη ουρά (δηλαδή αυτήν με τους λιγότερους πελάτες). Για ένα παρόμοιο σύστημα, ο Whitt (1986) αντιπαραθέτει ορισμένες περιπτώσεις που αποδεικνύουν ότι υπάρχουν κατανομές χρόνου εξυπηρέτησης για τις οποίες *δεν* είναι βέλτιστο πάντα να μπαίνει ένας πελάτης στη βραχύτερη ουρά και ότι, αν ο διανυθείς χρόνος εξυπηρέτησης των πελατών στην εξυπηρέτηση είναι γνωστός, η μακροπρόθεσμη μέση καθυστέρηση *δεν* ελαχιστοποιείται πάντα με την ανάθεση πελατών στην ουρά που ελαχιστοποιεί την ατομική τους προσδοκώμενη καθυστέρηση. Το 1994, οι Hryunka et al απέδειξαν ότι, κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες, ο ευφυής πελάτης μπορεί να ελαττώσει το χρόνο που θα δαπανήσει στο σύστημα περιμένοντας και παρατηρώντας αντί να πάει αμέσως στη βραχύτερη ουρά. Οι Lin και Kumar (1984) και ο Walrand (1984) θεωρούν ένα σύστημα M/M/2 με ετερογενείς εξυπηρετούντες, χρησιμοποιώντας, αντίστοιχα, μεθόδους δυναμικού προγραμματισμού και πιθανοκρατικές, αποδεικνύουν ότι η βέλτιστη πολιτική είναι τύπου κατωφλιού. Οι Viniotis and Ephremides (1988) επεκτείνουν το ίδιο αποτέλεσμα με λιγότερους περιορισμούς. Ο Hajek (1984) εξετάζει την περίπτωση δυο αλληλεπιδρώντων, ανόμοιων σταθμών εξυπηρέτησης. Το πλαίσιό του είναι αρκετά γενικό, αλλά επαρκώς διαφορετικό από τα περισσότερα άλλα που έχουν αναφερθεί στο πεδίο αυτό. Οι Wu et al (1988) και οι Xu και Chen (1992) επεκτείνουν την εργασία του Hajek με διάφορους τρόπους.

Τα περισσότερα μοντέλα με ετερογενείς εξυπηρετούντες συνήθως θεωρούν ότι οι εξυπηρετούντες σε τέτοια συστήματα αναμονής έχουν διαφορετικούς ρυθμούς εξυπηρέτησης. Οι Xu et al (1993) θεωρούν ένα αναμονητικό μοντέλο με την ετερογένεια των εξυπηρετούντων να αφορά τις λειτουργίες εξυπηρέτησης, δηλαδή κάποιο είδος πελατών μπορεί να εξυπηρετηθεί μόνον από ένα είδος εξυπηρετούντων. Πέραν της θεμελίωσης μιας βέλτιστης πολιτικής κατωφλιού, το άρθρο αυτό είναι ενδιαφέρον γιατί προτείνει ένα νέο είδος ετερογένειας και δεν περιορίζει την έρευνα στην περίπτωση μόνον δυο διαθεσίμων εξυπηρετούντων που λειτουργούν εν παραλλήλω. Όμως, ο βέλτιστος έλεγχος αναμονητικών συστημάτων με ετερογενείς εξυπηρετούντες και ως προς τους ρυθμούς εξυπηρέτησης και ως προς τις λειτουργίες εξυπηρέτησης παραμένει ανοιχτό ζήτημα.

Το άρθρο του Bell (1980) με θέμα το βέλτιστο έλεγχο μιας ουράς M/M/2 με αφαιρούμενους εξυπηρετούντες μπορεί να θεωρηθεί ως ένα ιδιαίτερο είδος εργασίας σε προβλήματα βέλτιστης δρομολόγησης. Οι Chow και Kohler (1979) και οι Seidmann και Schweitzer (1984) μελετούν τη δυναμική δρομολόγηση πελατών μεταξύ πολλαπλών εξυπηρετούντων σε αναμονητικά συστήματα δικτύων παραγωγής. Το 1995, οι Phillis και Kouikoglou πρότειναν μια προσέγγιση στο πρόβλημα ελέγχου πρωτοκόλλου ουράς με βάση την εντροπία, η οποία είναι εντελώς νέα και αρκετά γενική. Επιπλέον, άλλες σχετικές εργασίες είναι των Baras και Dorsey (1981), Rosberg et al (1982), Couroubetis και Varaiya (1984) κ.α.

1.2.5. Έλεγχος της Εισόδου Πελατών (Control of the Admission of Customers)

Αυτή η κατηγορία ονομάζεται έτσι επειδή το σύστημα μπορεί να δεχθεί ή να απορρίψει έναν εισερχόμενο πελάτη ή, σε μερικές περιπτώσεις, ο ίδιος ο πελάτης μπορεί να αποφασίσει να μην μπει στο σύστημα. Συνήθως, ο στόχος του συστήματος είναι ο προσδιορισμός της βέλτιστης πολιτικής ελέγχου εισόδου πελατών για μεγιστοποίηση του προσδοκώμενου κέρδους.

Αναπόφευκτα, θα αντιμετωπίσουμε διαφορετικά κριτήρια είτε *ατομικής (individual)* είτε *κοινωνικής (social)* βελτιστοποίησης, όταν κάποιος ασχολείται με προβλήματα ελέγχου εισόδου και δρομολόγησης. Σημειωτέον ότι τα περισσότερα προβλήματα ελέγχου δρομολόγησης του εδαφίου 1.2.4. ακολουθούν τοκριτήριο κοινωνικής βελτιστοποίησης. Το πρώτο κριτήριο (ατομική βελτιστοποίηση) εξετάζει το όφελος για τον ίδιο τον πελάτη, ενώ το δεύτερο εξετάζει την επίδοση του συστήματος ως συνόλου. Η μείωση στη χρησιμότητα που επιβάλλεται σε μελλοντικούς πελάτες από την απόφαση ενός αφικνούμενου πελάτη να μπει στο σύστημα συχνά αναφέρεται ως *external effect*, σε αντίθεση με το *internal effect*, που ταυτίζεται με την καθυστέρηση του ίδιου του πελάτη. Πιστεύεται ότι, λόγω της παρουσίας του εξωγενούς παράγοντα (externality) η πολιτική που εφαρμόζεται από άτομα που ενδιαφέρονται για το προσωπικό τους συμφέρον ("εγωιστικά" άτομα) δεν οδηγεί εν γένει στο καλύτερο κοινωνικό αποτέλεσμα. Αυτοί οι όροι έχουν προκαλέσει σημαντικό ενδιαφέρον μεταξύ των οικονομολόγων και των επιστημόνων της επιχειρησιακής έρευνας. Για να συμφιλιωθούν οι δυο πολιτικές, ένα μέσον που προτείνεται συχνά είναι η επιβολή ενός τέλους εισόδου (admission toll ή entrance fee) στους πελάτες που αποφασίζουν να μπουν στο σύστημα (Naor 1969, Kundsen 1982 και Yechiali 1971 και 1972). Υπάρχουν εργασίες που εξειδικεύονται στο πρόβλημα του ατομικώς βελτίστου έναντι του κοινωνικώς βελτίστου (λ.χ. Bell και Stidham 1983 και Hassin 1985) και η έρευνα επ'αυτού συνεχίζεται. Αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς η βέλτιστη πολιτική για έναν ανεξάρτητο πελάτη είναι συχνά εύκολο να προσδιορισθεί και παίρνει μια απλή και ρητή μορφή, ενώ η κοινωνικός βέλτιστη πολιτική, που είναι, από πρακτικής απόψεως, σημαντικότερη, συχνά δεν μπορεί να προσδιορισθεί με απλή ανάλυση.

Ο Naor (1969), εξετάζοντας το πρόβλημα της εισόδου σε μια ουρά M/M/1, έκανε πρωτοποριακή δουλειά σ'αυτήν την κατηγορία. Ήταν ο πρώτος που έδειξε ποσοτικά ότι και η ατομικώς βέλτιστη και η κοινωνικώς βέλτιστη πολιτική είναι πολιτικές *κατωφλιού* (ή *κρίσιμου αριθμού - critical number* - ή *ορίου ελέγχου - control limit* - στη βιβλιογραφία), αλλά οι κρίσιμοι αριθμοί που χαρακτηρίζουν τις δυο πολιτικές δεν είναι απαραιτήτως ίσοι και, συνήθως, ο κοινωνικώς βέλτιστος κρίσιμος αριθμός είναι αυστηρά μικρότερος από τον ατομικώς βέλτιστο. Ο Yechiali (1971 και 1972) και ο Kundsen (1972) επεξέτειναν τα πορίσματα του Naor σε συστήματα GI/M/1 και GI/M/m. Παραμένει όμως μέχρι τις μέρες μας εξαιρετικά ενδιαφέρον ερευνητικό θέμα ο ρητός προσδιορισμός της βέλτιστης πολιτικής σε ένα σύστημα GI/M/m, δηλαδή η βέλτιστη τιμή κατωφλιού (π.χ. Nunen και Puterrman 1983 και Xu και Shanthikumar 1993), επειδή όλες οι υπάρχουσες κλασσικές μέθοδοι είναι πολύ δύσχρηστες. Όλες οι πηγές που προαναφέραμε υποθέτουν ότι οι ανταμοιβές είναι αιτιοκρατικές και δεν ποικίλλουν από πελάτη σε πελάτη. Κάποιες εργασίες εξέτασαν την περίπτωση τυχαίων ανταμοιβών. Για παράδειγμα, ο Miller (1969) μελετά ένα σύστημα M/M/m/c, δηλαδή ένα σύστημα πολλαπλών εξυπηρετούντων με απώλειες, με πεπερασμένο αριθμό κατηγοριών πελατών, που κάθε μια από αυτές έχει δική της ανταμοιβή και μηδενικό κόστος αναμονής. Οι Lippman και Stidham (1977) επεξέτειναν το μοντέλο του Miller, θεωρώντας άπειρη χωρητικότητα και γραμμικά κόστη αναμονής. Σε επόμενη μελέτη του, ο Stidham (1978) θεωρεί ένα σύστημα GI/M/1 ομαδικών αφίξεων που επιτρέπει μη γραμμικό ρυθμό κόστους αναμονής, ο οποίος διαφοροποιεί το θέμα ελέγχου ροής. Ο Langen (1982) επεκτείνει τα πορίσματα του Stidham (1978) σε συστήματα GI/M/m. Οι

Johansen και Stidham (1980) προτείνουν ένα γενικό μοντέλο ελέγχου αφίξεων σε στοχαστικό σύστημα εισόδου-εξόδου, που εξετάζει τις εκδοχές ενός εξυπηρετούντος των περισσοτέρων μοντέλων που ως τώρα αναφέραμε ως ειδικές περιπτώσεις.

Στη βιβλιογραφία εξετάζεται επίσης και ο βέλτιστος έλεγχος εισόδου σε πιο πολύπλοκα αναμονητικά δίκτυα. Όμως, ο έλεγχος εισόδου σε παράλληλες ουρές μερικές φορές μπορεί να διακρίνεται δύσκολα από τον έλεγχο δρομολόγησης πελατών σε παράλληλες ουρές (στην κατηγορία *ελέγχου πρωτοκόλλου ουράς* του εδαφίου 1.2.4.) Ο Davis (1977) προτείνει ένα σύστημα με δυο παράλληλους εξυπηρετούντες με δυο ουρές, όπου ο ελεγκτής του συστήματος μπορεί να απορρίψει έναν αφικνούμενο πελάτη ή να τον εντάξει στην ουρά 1 ή στην ουρά 2. Οι Ghoneim και Stidham (1985) μελετούν ένα σύστημα με δυο εκθετικούς εξυπηρετούντες εν σειρά και αφίξεις Poisson στον καθέναν. Άλλο παράδειγμα ελέγχου ροής σε ουρές εν σειρά είναι η εργασία του Lazar (1982), όπου μπορεί να ελεγχθεί ο ρυθμός αφίξεων στην πρώτη ουρά μιας σειράς ουρών. Μια πρόσφατη εργασία από τον Blanc (1992) εξετάζει τον βέλτιστο έλεγχο της εισόδου σε ένα σύστημα M/M/m με ένα ελεγχόμενο και ένα μη ελεγχόμενο ρεύμα. Αυτή είναι η πρώτη φορά που εξετάζεται ένα σύστημα δυο ρευμάτων αφίξεων. Σ'αυτήν την περίπτωση, ο αριθμός πελατών στο σύστημα *ποτέ* δεν είναι άνω φραγμένος, ανεξαρτήτως της πολιτικής εισόδου για το ελεγχόμενο ρεύμα αφίξεων. Αυτό το γεγονός καθιστά αυτήν την περίπτωση πολύ περίπλοκη και την αντιμετώπισή της με κλασσικές προσεγγίσεις πολύ δύσκολη. Ωστόσο σ'αυτήν την εργασία, δεν επιτρέπονται κόστη αναμονής ούτε δίδεται ρητός προσδιορισμός της βέλτιστης πολιτικής.

1.3. Μια Σύντομη Ανασκόπηση Του Ελέγχου με Ασαφή Λογική

1.3.1. Υπόβαθρο

Μεταξύ πολλών νέων τεχνολογιών που βασίζονται στην τεχνητή νοημοσύνη, η *ασαφής λογική (fuzzy logic)* είναι πιθανώς η πιο δημοφιλής, αν κρίνουμε από τον πακτωλό χρημάτων που δαπανώνται για έρευνα στο πεδίο αυτό και από τις πάνω από 2000 ευρεσιτεχνίες που κατοχυρώθηκαν στην Ιαπωνία από το 1987 που ανακοινώθηκαν τα πρώτα ολοκληρωμένα κυκλώματα ασαφούς λογικής.

Η τεχνολογία της ασαφούς λογικής τώρα χρησιμοποιείται σε πολλές περιοχές της επιστήμης και της μηχανικής, π.χ. σε ηλεκτρονικά προϊόντα, σε συστήματα παραγωγής, ακόμα και στην αγορά μετοχών, στην ιατρική διάγνωση κλπ. Η πιο δραστήρια περιοχή στην οποίαν εφαρμόζεται η ασαφής λογική είναι ο έλεγχος με ασαφή λογική. Η βιβλιογραφία στη θεωρία και στην εφαρμογή του ελέγχου με ασαφή λογική διευρύνεται με τόσο ταχείς ρυθμούς, ώστε πλέον σχηματίζεται ένας ξεχωριστός επιστημονικός τομέας, ο ασαφής έλεγχος, που είναι συνδυασμός της θεωρίας συστημάτων αυτομάτου ελέγχου και τεχνητής νοημοσύνης.

Η ανάγκη και χρήση πολυεπίπεδης λογικής μπορεί να εντοπισθεί στα αρχαία έργα του Αριστοτέλους, ο οποίος κάποτε είπε "αύριο θα συμβεί μια ναυμαχία". Μια τέτοια δήλωση δεν είναι ακόμα αληθής ή ψευδής, αλλά μπορεί να γίνει ο,τιδήποτε από τα δυο. Πολύ αργότερα, περί το 1285-1340 μ.Χ., ο William του Occam υποστηρίζει μια λογική δύο τιμών, αλλά απλώς υποθέτει για το ποια θα ήταν η πραγματική τιμή του "αν p τότε q" εάν ένα από τα δυο συστατικά αυτής της σχέσης δεν ήταν ούτε αληθές ούτε ψευδές. Μεταξύ 1878-1956, ο Lukasiewics προτείνει μια λογική τριών επιπέδων ως "αληθή" (1), "ψευδή" (0) και "ουδέτερη" (1/2), που αντιπροσωπεύει κατά το ήμισυ αλήθεια και κατά το ήμιση ψεύδος. Ο Lotfi A. Zadeh, το 1965, με την εργασία του επί των "Ασαφών Συνόλων", θεμελίωσε τη σύγχρονη θεωρία της ασαφούς λογικής, ακολουθώντας τις υποθέσεις των προγενέστερων μελετητών της λογικής και αποδεικνύοντας ότι τα "ασαφή σύνολα" είναι το θεμέλιο *κάθε* λογικής, ανεξαρτήτως του πλήθους των υποτιθεμένων επιπέδων αληθείας. Επέλεξε τον όρο "ασαφή" (fuzzy) για τη συνέχεια των λογικών τιμών μεταξύ 0 (απολύτως ψευδής) και 1 (απολύτως αληθής). Η θεωρία της ασαφούς λογικής ασχολείται με δυο προβλήματα: (α) την θεωρία ασαφών συνόλων, που πραγματεύεται την ασάφεια στη σημασιολογία και (β) την θεωρία ασαφούς μέτρησης, που πραγματεύεται την ασαφή φύση των κρίσεων και αξιολογήσεων. Η ασαφής και η κλασσική λογική διαφέρουν υπό την έννοια ότι η πρώτη μπορεί να πραγματευθεί και συμβολικές και αριθμητικές σχέσεις, ενώ η δεύτερη μόνον συμβολικές. Για να χρησιμοποιήσουμε τα λόγια του Zadeh, "ο πρωταρχικός στόχος της ασαφούς λογικής είναι να παράσχει ένα επίσημο, προσανατολισμένο στους υπολογισμούς σύστημα εννοιών και τεχνικών για να αντιμετωπισθούν τρόποι συλλογισμού που είναι προσεγγιστικοί μάλλον παρά ακριβείς". Έτσι, στην ασαφή λογική, ο σαφής (crisp) συλλογισμός θεωρείται ως η περιοριστική περίπτωση του προσεγγιστικού. Στην ασαφή λογική μπορούμε να δούμε ότι όλα είναι θέμα βαθμού. Τα ασαφή σύνολα μπορούν να αναπαραστηθούν με έναν μαθηματικό τύπο που λέγεται συνάρτηση συμμετοχής. Στην ασαφή λογική, όπως στην δυαδική λογική, πράξεις όπως ένωση, τομή, συμπλήρωμα, OR, And, κλπ. ορίζονται όλες.

Τα *συστήματα ασαφούς ελέγχου (fuzzy control systems)* είναι συστήματα βασισμένα σε κανόνες (rule-based), στα οποία ένα σύνολο ασαφών κανόνων αντιπροσωπεύει ένα μηχανισμό αποφάσεων ελέγχου για την προσαρμογή των επιπτώσεων συγκεκριμένων αιτίων που προέρχονται από το σύστημα. Ο στόχος των συστημάτων ασαφούς ελέγχου είναι κανονικά η υποκατάσταση ή αντικατάσταση ενός έμπειρου ανθρώπου χειριστή με ένα ασαφές σύστημα βασισμένο σε κανόνες. Στα εδάφια 1.3.2. και 1.3.3. θα δώσουμε περισσότερες λεπτομέρειες πάνω στην ασαφή λογική και τον ασαφή έλεγχο.

Υπάρχουν πολλά βιβλία αφιερωμένα στην ασαφή λογική και στον ασαφή έλεγχο, όπως του Zimmermann (1991) και των Driankov et al (1993). Λίγα άρθρα επισκόπησης υπάρχουν, γιατί είναι δύσκολο να συμπεριλάβει κανείς ένα τόσο ευρύ πεδίο σε μια μόνο δημοσίευση. Ο Lee (1990) έκανε μια τέτοια απόπειρα. Για τον λόγο αυτό, μολονότι το εδάφιο αυτό έχει τον τίτλο της επισκόπησης του ελέγχου με ασαφή λογική, παρέχουμε μόνο μερικές πολύ βασικές αρχές στο συγκεκριμένο θέμα.

1.3.2. Τα Μαθηματικά Του Ελέγχου με Ασαφή Λογική

Α. Ασαφή Σύνολα και Ασαφείς Πράξεις

Έστω U μια συλλογή αντικειμένων που γενικά συμβολίζεται με $\{u\}$, που θα μπορούσε να είναι διακριτή ή συνεχής. Το U καλείται *υπερσύνολο αναφοράς (universe of discourse)* και το u αντιπροσωπεύει τα *γενικά στοιχεία (generic elements)* του U. Ένα *ασαφές σύνολο F* εντός ενός υπερσυνόλου αναφοράς U χαρακτηρίζεται από μια *συνάρτηση συμετοχής* μ_F που λαμβάνει τιμές στο διάστημα [0,1] δηλαδή μ_F: → [0,1]. Ένα ασαφές σύνολο μπορεί να θεωρηθεί ως γενίκευση της έννοιας ενός κλασσικού συνόλου, του οποίου η συνάρτηση συμμετοχής λαμβάνει μόνον δυο τιμές {0,1}. Έτσι, ένα ασαφές σύνολο F στο U μπορεί να αναπαρασταθεί ως ένα σύνολο ταξινομημένων ζευγών ενός γενικού στοιχείου u και της συνάρτησης βαθμού συμμετοχής του, που θα είναι δηλαδή: $F=\{(u,\ \mu_F(u))|u \in U\}$. Όταν το U είναι συνεχές, ένα ασαφές σύνολο F μπορεί να γραφεί συνοπτικά ως $F = \int_U \mu_F(u)/u$. Όταν το U είναι διακριτό, ένα ασαφές σύνολο F παριστάνεται:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \mu_F(u_i)/u_i \tag{1-1}$$

Έστω A και B δυο ασαφή σύνολα στο U ($u \in U$) με συναρτήσεις συμμετοχής μ_A και μ_B αντίστοιχα. Οι πράξεις θεωρίας συνόλων της ένωσης, τομής και συμπληρώματος κλπ. για τα ασαφή σύνολα ορίζονται μέσω των συναρτήσεων συμμετοχής τους. Πιο συγκεκριμένα ορίζουμε:

Ένωση (union): Η ένωση $A \cup B$ δυο ασαφών συνόλων A και B στο υπερσύνολο αναφοράς U είναι το ασαφές σύνολο με συνάρτηση συμμετοχής το μέγιστο βαθμό συμμετοχής του u στο A και B δηλαδή:

$$\mu_{A \cup B} = \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \tag{1-2}$$

Τομή (intersection): Η τομή $A \cap B$ δυο ασαφών συνόλων A και B στο υπερσύνολο αναφοράς U είναι το ασαφές σύνολο με συνάρτηση συμμετοχής τον ελάχιστο βαθμό συμμετοχής του u στο A και στο B, δηλαδή:

$$\mu_{A \cap B} = \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \tag{1-3}$$

Συμπλήρωμα (complement): Η συνάρτηση συμμετοχής $\mu_{\overline{A}}$ του συμπληρώματος ενός ασαφούς συνόλου A είναι:

$$\mu_{\overline{A}} = 1 - \mu_A(u) \tag{1-4}$$

Καρτεσιανό γινόμενο (Cartesian Product): Αν $A_1,..., A_n$ είναι ασαφή σύνολα στα $U_1,..., U_n$ αντίστοιχα, τότε το καρτεσιανό γινόμενο των $A_1,..., A_n$ είναι ένα ασαφές σύνολο στο χώρο γινομένων $U_1 \times ... \times U_n$ με συνάρτηση συμμετοχής:

$$\mu_{A1\times...\times An}(u_1, u_2, ...u_n) = \min\{\mu_{A1}(u_1), \ldots, \mu_{An}(u_1)\} \tag{1-5}$$

ή

$$\mu_{A1\times...\times An}(u_1, u_2, ...u_n) = \mu_{A1}(u_1) \bullet \mu_{A2}(u_2) \bullet \mu_{An}(u_1) \tag{1-6}$$

Ασαφής Σχέση (Fuzzy Relation): Μια n-βαθμού ασαφής σχέση είναι ασαφές σύνολο στο χώρο $U_1 \times ... \times U_n$ και εκφράζεται ως:

$$R_{U1\times...\times Un} = \{((u_1, ...u_n), \mu_R(u_1, ...u_n)) \mid (u_1, ...u_n) \in U_1 \times ... \times U_n\} \tag{1-7}$$

Σύνθεση Sup-star: Αν R και S είναι ασαφής σχέσεις στα $U \times V$ και $V \times W$ αντίστοιχα, η σύνθεση των R και S είναι μια ασαφής σχέση που συμβολίζεται ως $R \circ S$ και ορίζεται ως:

$$R \circ S = \{[(u, w), \sup_v(\mu_R(u, v) * \mu_S(v, w))], u \in U, v \in V, w \in W\}, \tag{1-8}$$

Όπου *μπορεί να είναι κάθε τελεστής στην τάξη των τριγωνικών norms, δηλαδή ελάχιστο (minimum), αλγεβρικό γινόμενο, φραγμένο γινόμενο ή δραστικό γινόμενο.

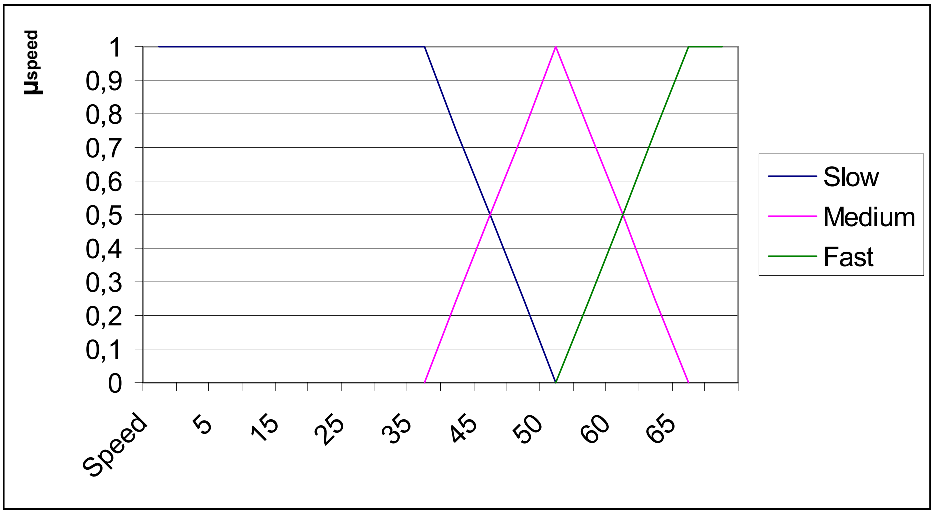
Β. Γλωσσολογικές Μεταβλητές και Προσεγγιστική Συλλογιστική

Ένας ασαφής αριθμός F σε ένα συνεχές υπερσύνολο U, π.χ. μια πραγματική γραμμή, είναι ένα ασαφές σύνολο F στο U, το οποίο είναι κανονικό και κυρτό, δηλαδή:

Κανονικό: $\max_{u \in U} \mu_F(u)=1$
Κυρτό: $\mu_F(\lambda u_1 + (1-\lambda)u_2 \geq \min(\mu_F(u_1), \mu_F(u_2))$

Όπου $u_1, u_2 \in U$ και $\lambda \in [0,1]$.

Η χρήση ασαφών συνόλων παρέχει μια βάση για τη συστηματική διαχείριση ασαφών και ανακριβών εννοιών. Πιο συγκεκριμένα, μπορούμε να αξιοποιήσουμε τα ασαφή σύνολα για να αναπαραστήσουμε γλωσσολογικές μεταβλητές. Μια γλωσσολογική μεταβλητή είναι μια μεταβλητή της οποίας η τιμή είναι ένας ασαφής αριθμός ή της οποίας οι τιμές εκφράζονται με γλωσσολογικούς όρους. Μια *γλωσσολογική μεταβλητή* εκφράζεται από την πεντάδα (*x, T(x), U, G, M*), όπου *x* το όνομα της μεταβλητής, *T(x)* το σύνολο όρων της *x*, δηλαδή το σύνολο των ονομάτων των γλωσσολογικών τιμών της *x* με κάθε τιμή να είανι ένας ασαφής αριθμός οριζόμενος στο *U*, *G* ένας συντακτικός κανόνας γέννησης ονομάτων τιμών της *x* και *M* ένας εννοιολογικός κανόνας για την ανάθεση σε κάθε τιμή της σημασίας της. Για παράδειγμα, αν η ταχύτητα ερμηνεύεται ως γλωσσολογική μεταβλητή, τότε το σύνολο όρων *T*(speed) θα είναι: *T*(speed)={slow, medium, fast, very slow, more or less fast, …}, όπου κάθε όρος στο *T*(speed) θα χαρακτηρίζεται από ένα ασαφές σύνολο σε ένα υπερσύνολο αναφοράς *U*=[0,100]. Μπορούμε να θεωρήσουμε ως "αργή" μια ταχύτητα κάτω από περίπου 40 χ.α.ω., "μεσαία", μια ταχύτητα κοντά στα 55 χ.α.ω. και "γρήγορη" μια ταχύτητα άνω των 70 χ.α.ω. Αυτοί οι όροι μπορούν να αποδοθούν από ασαφή σύνολα των οποίων οι συναρτήσεις συμμετοχής παρουσιάζονται στο σχήμα 1-1.



Σχήμα 1-1. Διαγραμματική αναπαράσταση της ταχύτητας με ασαφή σύνολα

Υπάρχουν δυο τύποι σημαντικών κανόνων εξαγωγής συμπερασμάτων στην ασαφή λογική και στην προσεγγιστική συλλογιστική, που ονομάζονται generalized modus ponens (GMP) και generalized modus tollens (GMT).

GMP:

Πρόταση 1: *x* είναι *A′*
<u>Πρόταση 2: Αν *x* είναι *A* τότε *y* είναι *B*</u>
Συμπέρασμα: *y* είναι *B*

GMT:

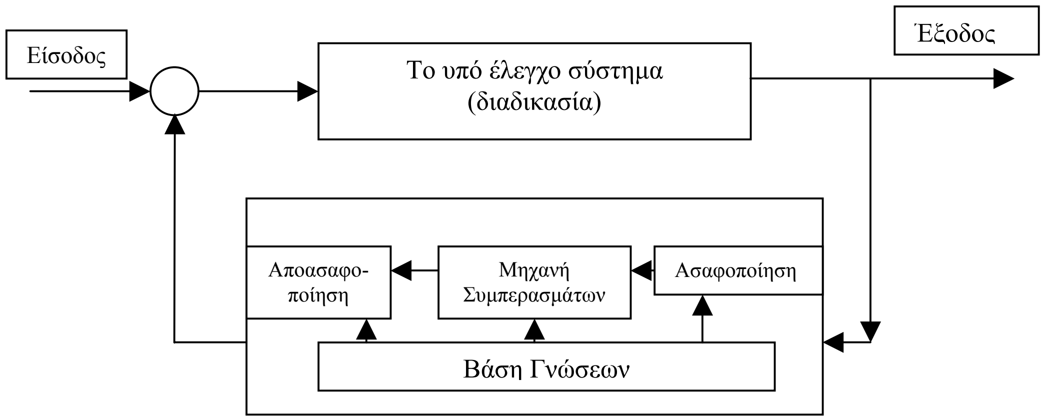
Πρόταση 1: *y* είναι *B′*

Πρόταση 2: Αν x είναι A τότε y είναι B
Συμπέρασμα: x είναι A'

Αν R μια ασαφής σχέση στον χώρο $U \times V$ και x ένα ασαφές σύνολο στο U, τότε ο *sup-star συνθετικός κανόνας εξαγωγής συμπερασμάτων* μας λέει ότι το ασαφές σύνολο y στο V που δημιουργείται από το x δίδεται από το $y = x \circ R$, όπου $x \circ R$ η sup-star σύνθεση των x και R.

1.3.3. Τα Κύρια συστατικά ενός Ασαφούς Ελεγκτή

Εδώ παρουσιάζουμε τις βασικές ιδέες που ενσωματώνει ένας *ασαφής ελεγκτής*. Στο σχήμα 1-2 παρουσιάζουμε τη γενική μορφή ενός ασαφούς ελεγκτή, που αποτελείται από τέσσερα βασικά συστατικά εξαρτήματα:



Σχήμα 1-2. Γενική μορφή ενός ασαφούς ελεγκτή

Α. *Τμήμα Ασαφοποίησης*

Οι είσοδοι του ασαφούς ελεγκτή είναι σαφείς (crisp) αριθμητικές τιμές. Το στοιχείο αυτό τις μετατρέπει από πραγματικές (σαφείς) σε ασαφείς. Λεπτομερέστερα, οι λειτουργίες του τμήματος ασαφοποίησης είναι (α) η μέτρηση των τιμών των μεταβλητών εισόδου, (β) η πραγματοποίηση χαρτογράφησης κλίμακας που μεταφέρει το εύρος τιμών των μεταβλητών εισόδου σε αντίστοιχα υπερσύνολα αναφοράς, (γ) η πραγματοποίηση της λειτουργίας της ασαφοποίησης που μετατρέπει τα δεδομένα εισόδου σε κατάλληλες γλωσσολογικές τιμές που μπορούν να θεωρηθούν ως labels ασαφών συνόλων.

Ένας τελεστής ασαφοποίησης μετατρέπει σαφή στοιχεία σε ασαφή σύνολα. Συμβολικά,

$$x = fuzzifier(x_0)$$

όπου x_0 μια σαφής τιμή εισόδου από μια διεργασία, x ένα ασαφές σύνολο και *fuzzifier* ένας τελεστής ασαφοποίησης.

Β. *Βάση Γνώσεων*

Η βάση γνώσεων περιέχει τους απαραίτητους ορισμούς, που χρειάζονται για τον ορισμό γλωσσολογικών κανόνων ελέγχου και διαχείρισης ασαφών δεδομένων σε έναν ασαφή ελεγκτή. Περιέχει δυο είδη γνώσης: (α) επιλογή συναρτήσεων συμμετοχής και (β) επιλογή scaling factors. Ένας *scaling factor* μπορεί να κανονικοποιήσει ένα φυσικό πεδίο.

Γ. *Μηχανή Συμπερασμάτων*

Η μηχανή συμπερασμάτων είναι ο πυρήνας ενός ασαφούς ελεγκτή. Έχει την ικανότητα να προσομοιώνει την ανθρώπινη λήψη αποφάσεων που βασίζεται σε ασαφείς ιδέες και έννοιες και να δίνει ασαφείς δράσεις ελέγχου με ασαφή επαγωγή και με κανόνες εξαγωγής συμπερασμάτων σε ασαφή λογική. Η μηχανή συμπερασμάτων κυρίως αποτελείται από μια ασαφή βάση κανόνων και κάποια αναγκαία γνώση για τη λογική λήψης αποφάσεων.

Ένας *ασαφής κανόνας ελέγχου* μέσα στη βάση κανόνων είναι μια ασαφής υπό συνθήκη δήλωση στην οποία το προηγούμενο (antecedent) είναι μια συνθήκη στο πεδίο εφαρμογής της και το επόμενο (consequent) είναι μια δράση ελέγχου για το υπό έλεγχο σύστημα. Οι ασαφείς κανόνες ελέγχου παρέχουν έναν βολικό τρόπο έκφρασης πολιτικής ελέγχου και γνώσης πεδίου. Επιπλέον, μερικές γλωσσολογικές μεταβλητές μπορεί να συμπεριλαμβάνονται στα προηγούμενα και στα συμπεράσματα αυτών των κανόνων. Όταν συμβαίνει αυτό, το σύστημα χαρακτηρίζεται ως ασαφές σύστημα πολλαπλών εισόδων και πολλαπλών εξόδων. Για παράδειγμα, στην περίπτωση ενός ασαφούς συστήματος δύο εισόδων και μιας εξόδου, οι ασαφείς κανόνες ελέγχου έχουν την εξής μορφή:

R_1: if x is A_1 and y is B_1 then z is C_1,
R_2: if x is A_2 and y is B_2 then z is C_2,
……………………
R_n: if x is A_n and y is B_n then z is C_n,

Όπου *x, y* και *z* είναι γλωσσολογικές μεταβλητές που αντιπροσωπεύουν δυο μεταβλητές κατάστασης διεργασίας και μια μεταβλητή ελέγχου. Τα A_i, B_i και C_i είναι γλωσσολογικές τιμές των μεταβλητών *x, y* και *z* στα αντίστοιχα υπερσύνολα αναφοράς τους, *U, V* και *W*, με $i=1, 2, \ldots, n$ και μια υπονοούμενη συνδετική πρόταση επίσης συνδέει τους κανόνες σε ένα σύνολο κανόνων ή, ισοδύναμα, σε μια βάση κανόνων.

Ένας ασαφής κανόνας ελέγχου του τύπου "αν (x είναι A_i και y είναι B_i) τότε (z είναι C_i)" υλοποιείται από μια *ασαφή επαγωγή (fuzzy implication)*, η οποία είναι μια ασαφής σχέση R_i, και ορίζεται ως εξής:

$$\mu_{Ri} \triangleq \mu_{(Ai\ and\ Bi \rightarrow Ci)}(u,v,w)=[\mu_{Ai}(u) \text{ and } \mu_{Bi}(v)] \rightarrow \mu_{Ci}(w) \tag{1-9}$$

όπου A_i B_i είναι ένα ασαφές σύνολο $A_i \times B_i$ στο $U \times V$, $R_i \triangleq A_i$ *και* $B_i \rightarrow C_i$ είναι μια ασαφής επαγωγή (σχέση) στο χώρο $U \times V \times W$ και το $\rightarrow$ δηλώνει μια συνάρτηση ασαφούς επαγωγής. Υπάρχουν πολλόι τρόποι ορισμού της ασαφούς επαγωγής (π.χ. Driankov et al, 1998), όπως *η επαγωγή Kleene-Dienes, η επαγωγή Lukasiewicz, Zadeh, στοχαστική επαγωγή, Goguen, Sharp, Mamdani…*

Δ. *Τμήμα αποασαφοποίησης*

Το τμήμα αποασαφοποίησης πραγματοποιεί τις ακόλουθες λειτουργίες: (α) χαρτογράφηση κλίμακας, που μετατρέπει το εύρος τιμών των μεταβλητών εξόδου σε αντίστοιχα υπερσύνολα αναφοράς και (β) αποασαφοποίησης, που μας δίνει μια σαφή δράση ελέγχου από την ασαφή δράση ελέγχου που προήλθε από τη μηχανή συμπερασμάτων.

Στη βιβλιογραφία, αναφέρονται αρκετές μέθοδοι αποασαφοποίησης, π.χ. *Center-of-Area/Gravity, Center-of-Sums, Center-of-Largest-Area, First-of-Maxima, Middle-of-Maxima, Height.*

Από τα ανωτέρω, οι βασικές σχεδιαστικές παράμετροι ενός ασαφούς ελεγκτή είναι:

1. Στρατηγικές ασαφοποίησης και η ερμηνεία ενός τελεστή ασαφοποίησης
2. Διακριτοποίηση/κανονικοποίηση των υπερσυνόλων αναφοράς
3. Ασαφής διαμέριση των χώρων εισόδου και εξόδου
4. Επιλογή της συνάρτησης συμμετοχής ενός πρωταρχικού ασαφούς συνόλου
5. Επιλογή μεταβλητών κατάστασης διεργασίας και μεταβλητών ελέγχου των ασαφών κανόνων ελέγχου
6. Πηγή και προέλευση (source and derivation) των ασαφών κανόνων ελέγχου
7. Συνέπεια, αλληλεπιδραστικότητα, πληρότητα των ασαφών κανόνων ελέγχου
8. Ορισμός μιας ασαφούς επαγωγής
9. Ορισμοί συνθετικού τελεστή
10. Μηχανισμός συμπερασμάτων
11. Στρατηγικές αποασαφοποίησης και ερμηνεία του τελεστή ασαφοποίησης

1.3.4. Το Μοντέλο Ασαφούς Ελέγχου που χρησιμοποιείται στη διατριβή

Για τον έλεγχο των διαφόρων αναμονητικών συστημάτων χρησιμοποιούμε ασαφή έλεγχο προσομοιώνοντας έναν έμπειρο άνθρωπο χειριστή, σε κάθε εποχή απόφασης. Συγκεκριμένα, βάσει της παρούσας κατάστασης του αναμονητικού συστήματος, μια μηχανή συμπερασμάτων εξοπλισμένη με μια βάση ασαφών κανόνων (και με τα άλλα αναγκαία συστατικά που εξετάσαμε στο προηγούμενο εδάφιο) μπορεί να μπορεί να "πυροδοτήσει" μια on-line απόφαση για ρύθμιση της συμπεριφοράς του συστήματος προκειμένου να διασφαλισθεί ότι το σύστημα θα είναι βέλτιστο κατά κάποια έννοια.

Ανάλογα με το σύστημα και τα κριτήρια, τα εσωτερικά χαρακτηριστικά των διαφόρων αναμονητικών συστημάτων ποικίλλουν. Συνεπώς, η αρχιτεκτονική ενός ασαφούς ελεγκτή για κάποιο σύστημα πρέπει να οικοδομηθεί ανάλογα με την περίπτωση. Ωστόσο, οι βασικές αρχές για την κατασκευή ασαφών ελεγκτών είναι παρόμοιες: μιμούμενοι τον ανθρώπινο τρόπο σκέψης, πρώτα εξερευνούμε όλες τις σχέσεις μεταξύ της απόφασης ελέγχου και όλων των ρητών και μη-ρητών παραγόντων που επιδρούν σε ένα αναμονητικό σύστημα υπό έλεγχο και κατόπιν να στήσουμε τη βέλτιστη βάση ασαφών κανόνων και βάση δεδομένων.

Εδώ, τα υπερσύνολα αναφοράς είναι συνεχή, επειδή πιστεύεται ότι τα συνεχή υπερσύνολα αναφοράς παρέχουν καλύτερη ευστάθεια σε σχέση με τα διακριτά.

Συγκεκριμένα, οι συναρτήσεις συμμετοχής για τα ασαφή σύνολα επιλέγονται να έχουν *τριγωνική μορφή*, δηλαδή έχουν σχήμα Λ, ενώ μερικές μπορεί να είναι σχήματος Γ στο δεξιό άκρο τους. Κάνουμε αυτήν την επιλογή επειδή οι παραμετρικές περιγραφές τριγωνικών συναρτήσεων συμμετοχής είναι οι πιο οικονομικές (Driankov et al 1993). Επιπροσθέτως, αποδεικνύεται (Pedrycz 1994) ότι αυτού του σχήματος οι συναρτήσεις συμμετοχής μπορούν να προσεγγίσουν κάθε είδος συνάρτηση συμμετοχής.

Για να παρουσιάσουμε τους ασαφείς κανόνες, χρησιμοποιούμε τους όρους NB, NM, NS, ZO, PS, PM, PB για να δηλώσουμε "negative big", "negative medium", "negative small", "zero", "positive small", "positive medium", positive big" αντίστοιχα, εκτός αν επεξηγούμε αλλιώς.

Οι προσομοιώσεις γίνονται με το Fuzzy Toolbox της εφαρμογής MATLAB. Για τους κανόνες "if-then" χρησιμοποιούμε επαγωγή Mamdani. Αυτή η επαγωγή είναι η δημοφιλέστερη στο πεδίο του ασαφούς ελέγχου, επειδή είναι ακριβής και ταιριάζει σε διάφορες εφαρμογές συστημάτων (Nakanishi et al 1993). Ο Wang (1994) επίσης αποδεικνύει ότι αυτή η επαγωγή είναι υπολογιστικά απλή και ταιριάζει με όλα τα διαισθητικά κριτήρια του GMP που παρουσιάζονται στον πίνακα 1-1.

Πίνακας 1-1: Διαισθητικά κριτήρια που σχετίζουν την πρόταση 1 και το συμπέρασμα για τη δεδομένη πρόταση 2 στο GMP

	x is A' (πρόταση 1)	y is B' (πρόταση 2)
Κριτήριο 1	x is A	y is B
Κριτήριο 2-1	x is very A	y is very B
Κριτήριο 2-2	x is very A	y is B
Κριτήριο 3-1	x is more or less A	y is more or less B
Κριτήριο 3-2	x is more or less A	y is B
Κριτήριο 4-1	x is not A	y is unknown
Κριτήριο 4-2	x is not A	y is not B

Αυτή η επαγωγή συνδέεται με τη χρήση του μίνι-κανόνα R_c ως ασαφούς συνάρτησης επαγωγής.

Για λόγους απλότητας, αντί για θεωρητική εξήγηση, χρησιμοποιούμε ένα παράδειγμα για να παρουσιάσουμε τις βασικές ιδέες της επαγωγής Mamdani. Έστω δυο ασαφείς κανόνες ελέγχου:

R_1: if x is A_1 and y is B_1 then z is C_1
R_2: if x is A_2 and y is B_2 then z is C_2

Σύμφωνα με την επαγωγή Mamdani, η συνάρτηση συμμετοχής μ_c του C δίδεται σημείο προς σημείο από τη σχέση:

$$\mu_c(z)=[\alpha_1 \wedge \mu_{c1}(z)] \vee [\alpha_2 \wedge \mu_{c2}(z)] \tag{1-10}$$

όπου

$$x \wedge y = \max\{x,y\}$$
$$x \vee y = \min\{x,y\}$$
$$\alpha_1=[\mu_{A1}(x_0)] \wedge \mu_{B1}(y_0)$$
$$\alpha_2=[\mu_{A2}(x_0)] \wedge \mu_{B2}(y_0)$$
$$x_0,\ y_0=\text{Είσοδοι}$$
$$z=\text{Έξοδος}$$

Για να μετατρέψουμε την ασαφή έξοδο σε μια χρησιμοποιήσιμη σαφή (αποασαφοποίηση), χρησιμοποιούμε τη μέθοδο αποασαφοποίησης *Height*. Οι Driankov et al (1993) ήταν οι πρώτοι που έδωσαν σημασία στην αξιολόγηση μεθόδων αποασαφοποίησης. Στο έργο τους, παραθέτουν τον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 1-2: Σύγκριση και αξιολόγηση μεθόδων αποασαφοποίησης

Μέθοδοι αποασαφοποίησης*	CoA	CoS	MoM	FoM	HM	CLA
Continuity	Y	Y	N	N	Y	N
Disambiguity	Y	Y	Y	Y	Y	N
Plausibility	Y	Y	N	N	Y	Y
Comp. Complexity	Bad	Good	Good	Good	Good	Bad
Weight counting	N	Y	N	N	Y	N

*CoA: Center-of-Maxima, CoS: Center-of-Sums, MoM: Middle-of-Maxima, FoM: First-of-Maxima, HM: Height Method, CLA: Center-of-Largest-Area

Από τον πίνακα 1-2 λοιπόν, εύκολα αντιλαμβανόμαστε ότι η μέθοδος Height είναι μια από τις καλύτερες επιλογές μας Έστω τώρα $c^{(k)}$ και f_k η μέγιστη τιμή και το ύψος, αντίστοιχα, του k-οστού ασαφούς συνόλου της ασαφούς εξόδου. Τότε, με τη μέθοδο Height, η αποασαφοποιημένη σαφής έξοδος u^* θα είναι:

$$u^* = \frac{\sum_{k=1}^{n} c^{(k)} f_k}{\sum_{k=1}^{n} f_k} \tag{1-11}$$

όπου n ο ολικός αριθμός ασαφών συνόλων της ασαφούς εξόδου. Εδώ πρέπει να πούμε ότι η μέθοδος ασαφούς ελέγχου που παρουσιάζουμε έχει ως στόχο την εύρεση υπολογιστικά αποτελεσματικών βέλτιστων πολιτικών. Σε όλη την εργασία μας, υποθέτουμε ότι υπάρχουν βέλτιστες πολιτικές και χρησιμοποιούμε τον όρο "πολιτική" με την έννοια της "αιτιοκρατικής στάσιμης πολιτικής". Η μέθοδος Height είναι μια ειδική περίπτωση της μεθόδου Center-of-Gravity ή Center-of-Area, η οποία περιέχεται στο Fuzzy Toolbox της εφαρμογής MATLAB με την επωνυμία "Centroid" και αυτήν θα χρησιμοποιήσουμε στους υπολογισμούς μας.

1.4. Οργάνωση της Διατριβής

Στη διατριβή αυτή, αντιμετωπίζουμε τα προβλήματα ελέγχου αναμονητικών συστημάτων χρησιμοποιώντας την προσέγγιση της ασαφούς λογικής. Από κάθε μια από τις κατηγορίες του πεδίου του ελέγχου αναμονητικών συστημάτων επιλέγουμε μια περίπτωση για παρουσίαση. Πιο συγκεκριμένα, κατασκευάζουμε στη διατριβή αυτή τα συστήματα Εξαγωγής Ασαφών Συμπερασμάτων (Fuzzy.Inference Systems - FIS) που θα μπορέσουν να βοηθήσουν έναν μελετητή να κατασκευάσει τα απαιτούμενα μοντέλα για προσομοιώσεις σε Simulink.

Η διατριβή αυτή ακολουθεί σε ό,τι αφορά την οργάνωσή της, τις κατηγορίες ελέγχου αναμονητικών συστημάτων που ταξινομήθηκαν στο εδάφιο 1.2. Τα κεφάλαια 2 ως 5 ασχολούνται με προβλήματα *Ελέγχου αριθμού εξυπηρετούντων, Ελέγχου ρυθμού εξυπηρέτησης, Ελέγχου πρωτοκόλλου ουράς* και *Ελέγχου εισόδου πελατών*. Συνολικά, εξετάζουμε τέσσερεις περιπτώσεις. Στις εξεταζόμενες περιπτώσεις παραθέτουμε περιγραφή προβλήματος, αρχιτεκτονική του ασαφούς ελεγκτού και αριθμητικό παράδειγμα. Παρουσιάζουμε επίσης τη συμπεριφορά των ασαφών κανόνων, όπως αυτή εκδηλώνεται από το FIS. Στο τελευταίο κεφάλαιο παραθέτουμε σύνοψη και σχόλια.

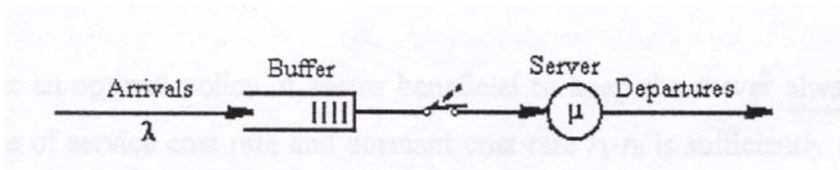
2

Έλεγχος Αριθμού Εξυπηρετούντων

2.1. Μοναδικός Εξυπηρετών με Διακοπές (Περίπτωση 1)

2.1.1. Περιγραφή Προβλήματος

Έστω ένα αναμονητικό σύστημα με έναν εκθετικό εξυπηρετούντα. Η ουρά έχει άπειρη χωρητικότητα. Παρουσιάζουμε το μοντέλο στο σχήμα 2-1. Οι αφίξεις των πελατών είναι Poisson με παράμετρο λ. Ο εξυπηρετών παρέχει εξυπηρέτηση με ρυθμό μ, όπου $\mu>\lambda$. Έχουμε, δηλαδή, ένα σύστημα M/M/1, στο οποίο όμως ο ρυθμός εξυπηρέτησης μπορεί να ρυθμισθεί στο μηδέν (δηλαδή ο εξυπηρετών απενεργοποιείται για κάποια χρονικά διαστήματα), ανάλογα με την κατάσταση του συστήματος.



Σχήμα 2-1: Αναμονητικό σύστημα με έναν εξυπηρετούντα με διακοπές

Επιλέγουμε μια κλασσική δομή κόστους, στην οποία υπάρχουν τρεις τύποι κόστους: (α) κόστος εξυπηρέτησης r_i, i=0,1, με $0\leq r_0\leq r_1<+\infty$, που είναι το κόστος ανά μονάδα χρόνου όταν ο εξυπηρετών είναι εκτός (i=0) ή εντός (i=1) λειτουργίας. (β) κόστος εναλλαγής (switching cost) R_i, i=0,1, που είναι το σταθερό μη αρνητικό κόστος που εισάγεται κάθε φορά που ο εξυπηρετών τίθεται εντός (i=1) ή εκτός (i=0) λειτουργίας αντίστοιχα. (γ) Κόστος αναμονής h, που είναι το κόστος αναμονής ανά μονάδα χρόνου ανά πελάτη στο σύστημα, συμπεριλαμβανομένου και αυτού που βρίσκεται στην εξυπηρέτηση (αν υπάρχει).

Ο στόχος του συστήματος είναι η εύρεση μιας βέλτιστης πολιτικής ελέγχου, που υπαγορέυει πότε θα τεθεί εκτός λειτουργίας ο εξυπηρετών, η οποία θα ελαχιστοποιεί το μέσο κόστος του συστήματος σε έναν άπειρο ορίζοντα. Αυτή η αναμονητική διαδικασία είναι ημι-Markov.

Για την περίπτωση αυτή, ο Heyman (1968) αποδεικνύει ότι η βέλτιστη πολιτική είναι αυτή στην οποία (α) ο εξυπηρετών πάντα μένει σε λειτουργία όταν

$$[(r_1-r_0)(1-\rho)(2/h)+1]^2-(R_0+R_1)(1-\rho)(8\lambda/h)<0 \qquad (2\text{-}1)$$

όπου $\rho=\lambda/\mu$ ή (β) ο εξυπηρετών πρέπει να τίθεται εντός λειτουργίας όταν υπάρχουν N^* πελάτες αναμένοντες μπροστά από *ανενεργό* εξυπηρετούντα και τίθεται εκτός λειτουργίας όταν το σύστημα μπαίνει σε *αδρανή* περίοδο. Ο εξυπηρετών λέμε ότι είναι "ανενεργός" όταν είναι εκτός λειτουργίας, ανεξαρτήτως του αν υπάρχουν πελάτες που περιμένουν στο σύστημα και "αδρανής" όταν είναι εντός λειτουργίας, αλλά δεν υπάρχουν πελάτες στο σύστημα. N^* είναι το ακέραιο μέρος του

$$n^*=\sqrt{\frac{2\lambda(R_0+R_1)(1-\rho)}{h}} \qquad (2\text{-}2)$$

Αυτή η πολιτική είναι μια *εξαντλητική υστερητική πολιτική*.

2.1.2. Αρχιτεκτονική του Ασαφούς Ελεγκτή

Κάτω από μια βέλτιστη πολιτική, φαίνεται ευνοϊκό να κρατάμε πάντα σε λειτουργία τον εξυπηρετούντα όταν η διαφορά του κόστους του ρυθμού κόστους εξυπηρέτησης (service cost rate) και του ρυθμού κόστους ανενέργειας (dormant cost rate) r_1-r_0 είναι αρκετά μικρή ή/και το κόστος εναλλαγής R_0+R_1 είναι αρκετά μεγάλο κλπ. Αυτό είναι ένα στατικό πρόβλημα (πρόβλημα σχεδιασμού) και είναι ευκολότερο να επιλυθεί με απλό λογισμό (Heyman 1968). Για να τονίσουμε τον δυναμικό χαρακτήρα αυτού του προβλήματος (δηλαδή ότι πρόκειται για πρόβλημα ελέγχου), υποθέτουμε ότι η ανισότητα 2-1 δεν ισχύει, πράγμα που μας εγγυάται ότι δεν υπάρχει τέτοια πιθανότητα.

Οι συμβατικές τεχνικές ελέγχου συνήθως περιγράφουν την κατάσταση του συστήματος με τα (k,s) όταν ο εξυπηρετών είναι στην κατάσταση k (k=1,0 σημαίνει ότι ο εξυπηρετών είναι εντός και εκτός λειτουργίας αντίστοιχα) και υπάρχουν s πελάτες στο σύστημα, και συνεπώς η κατάσταση του συστήματος αλλάζει σε κάθε άφιξη πελάτη ή ολοκλήρωση εξυπηρέτησης. Σ'αυτήν την εργασία, εισάγουμε μια ακόμη παράμετρο c, η οποία είναι το αθροιζόμενο κόστος αναμονής στην παρούσα κατάσταση εξυπηρετούντος. Έτσι, η κατάσταση του συστήματος θα περιγράφεται από τα (k,s,c). Θα δώσουμε σύντομα περισσότερες και λεπτομερείς εξηγήσεις για το c. Χωρίς απώλεια γενικότητας, περιορίζουμε τις εποχές απόφασης κατά τις οποίες ο εξυπηρετών μπορεί να τεθεί εντός ή εκτός λειτουργίας στις εποχές μετάβασης κατάστασης (transition epochs of state). Υποθέτουμε όμως ότι ένας απασχολημένος εξυπηρετών δεν μπορεί να απενεργοποιηθεί. Στην περίπτωση αυτή, οι εποχές απόφασης είναι οι στιγμές που έχουμε ολοκλήρωση εξυπηρέτησης.

Παρατηρούμε ότι η απενεργοποίηση του εξυπηρετούντως όταν υπάρχουν πελάτες στο σύστημα εισάγει περιττό κόστος απενεργοποίησης και αναμονής και, συνεπώς (1α) μια βέλτιστη πολιτική ελέγχου απενεργοποιεί τον εξυπηρετούντα *μόνον* όταν αυτός ξεκινά μια αδρανή περίοδο (δηλαδή μια περίοδο κατά την οποία δεν υπάρχουν αναμένοντες πελάτες στο σύστημα). Η πρόταση (1α) υπαγορεύει ότι (1β) η βέλτιστη πολιτική ελέγχου είναι *εξαντλητικού* τύπου. Σύμφωνα με τις προηγούμενες προτάσεις, μπορούμε να γράψουμε αμέσως έναν σαφή κανόνα, όταν s=0, δηλαδή, *αν δεν υπάρχουν πελάτες στο σύστημα, τότε ο εξυπηρετών τίθεται ή παραμένει εκτός λειτουργίας*. Στο εξής, θα εστιάσουμε την προσοχή μας μόνον στο πότε είναι η βέλτιστη στιγμή για να θέσουμε σε λειτουργία έναν ανενεργό εξυπηρετούντα όταν υπάρχουν πελάτες στο σύστημα.

Αν δεν υπάρχουν κόστη εναλλαγής, είναι τετριμμένα βέλτιστο να θέσουμε εντός λειτουργίας τον εξυπηρετούντα όταν φτάσει ένας πελάτης. Η ύπαρξη του κόστους αυτού όμως μπορεί να οδηγήσει σε μια καθυστέρηση στην ενεργοποίηση του εξυπηρετούντος όταν υπάρχουν πελάτες στο σύστημα. Ο Heyman (1968) επίσης αναφέρει ότι ο εξυπηρετών πρέπει να μένει κλειστός για κάποιον πεπερασμένο χρόνο τ έχοντας πελάτες να περιμένουν. Δεν προσδιορίζει όμως αυτό το τ. Η κύρια αποστολή μας εδώ είναι να προσδιορίσουμε ρητώς αυτήν την καθυστέρηση. Στο πεδίο της N-πολιτικής, η καθυστέρηση εκφράζεται από τον αριθμό των αναμενόντων πελατών μπροστά από έναν ανενεργό εξυπηρετούντα. Τότε το τ που αναφέρει ο Heyman μπορεί να ερμηνευθεί ως ο χρόνος καθυστέρησης κατά τον οποίο οι αναμένοντες πελάτες συγκεντρώνονται μέχρι ένα συγκεκριμένο επίπεδο.

Λόγω αυτών των παρατηρήσεων, ο βέλτιστος χρόνος έναυσης για τον εξυπηρετούντα αναπόφευκτα θα προσδιορισθεί από τις σχέσεις μεταξύ του κόστους αναμονής των πελατών και του κόστους αναμονής. Παρατηρούμε επίσης ότι (2) όταν η συγκέντρωση κόστους αναμονής c σε μια περίοδο διακοπής του εξυπηρετούντος είναι συγκρίσιμη με μια τιμή R', που προκαλείται από κόστη εναλλαγής, είναι βέλτιστο να θέσουμε σε λειτουργία τον ανενεργό εξυπηρετούντα. Προφανώς (3) όσο μεγαλύτερο το *c*, τόσο ευκολότερα αποφασίζουμε να θέσουμε σε λειτουργία τον εξυπηρετούντα. Επιπροσθέτως, πρέπει να υπάρχουν κάποιες σχέσεις μεταξύ της βέλτιστης απόφασης και του ρ και του h, όπου $\rho=\lambda/\mu$ και h είναι το κόστος αναμονής ανά μονάδα χρόνου ανά πελάτη στο σύστημα. Για παράδειγμα, αν το ρ είναι κοντά στο μηδέν, που σημαίνει ότι ο ρυθμός εξυπηρέτησης είναι πολύ υψηλός, μπορούμε να θέσουμε σε λειτουργία τον εξυπηρετούντα χωρίς βιασύνη, αλλιώς επειγόμαστε να το πράξουμε αυτό. Αν τώρα το h είναι πολύ υψηλό, η είσοδος ενός ακόμη πελάτη θα επηρεάσει σημαντικά το κόστος συστήματος και έτσι ο εξυπηρετών θα πρέπει να τεθεί σε λειτουργία νωρίτερα, αλλιώς λίγο αργότερα. Με άλλα λόγια: (4) όσο υψηλότερο το ρ, τόσο ευκολότερα αποφασίζουμε να θέσουμε σε λειτουργία τον εξυπηρετούντα και (5) όσο υψηλότερο το h, τόσο ευκοότερα αποφασίζουμε να θέσουμε σε λειτουργία τον εξυπηρετούντα.

Οι σαφείς κανόνες έχουν ήδη αναπτυχθεί και οι προτάσεις (3)-(5) ορίζουν την ασαφή βάση κανόνων. Οι ασαφείς είσοδοι είναι: η παράμετρος $\rho(\rho\in(0,1))$, το κόστος αναμονής ανά μονάδα χρόνου ανά πελάτη στο σύστημα ($h\in(0,+\infty)$) και τοαθροιζόμενο κόστος αναμονής στην παρούσα κατάσταση εξυπηρετούντος ($c\in[0,+\infty)$). Μαθηματικά, το c είναι

$$c=\sum_{j=1}^{n} hs_j \qquad (2\text{-}3)$$

όπου j είναι η j-οστή μονάδα χρόνου στην παρούσα κατάσταση εξυπηρετούντος, n ο ολικός αριθμός μονάδων χρόνου στην παρούσα κατάσταση εξυπηρετούντος και s_j ο αριθμός πελατών στο σύστημα τη j-οστή μονάδα χρόνου. Η ασαφής έξοδος είναι η απόφαση για το αν ο εξυπηρετών θα τεθεί σε λειτουργία (d=0,1). Ο πίνακας 2-1 περιέχει την βάση ασαφών κανόνων. Αν η ασαφής έξοδος είναι YES (NAI), ο ανενεργός εξυπηρετών τίθεται σε λειτουργία, αλλιώς όχι. Κάθε ασαφής είσοδος έχει 4 ασαφή σύνολα, άρα η βάση ασαφών κανόνων έχει 64 κανόνες.

Οι συναρτήσεις συμμετοχής για τις ασαφείς εισόδους *c, h, ρ* και για την ασαφή έξοδο *d* φαίνονται στα σχήματα 2-2(α), (β), (γ) και (δ) αντίστοιχα.

Πίνακας 2-1: Η βάση κανόνων του προβλήματος

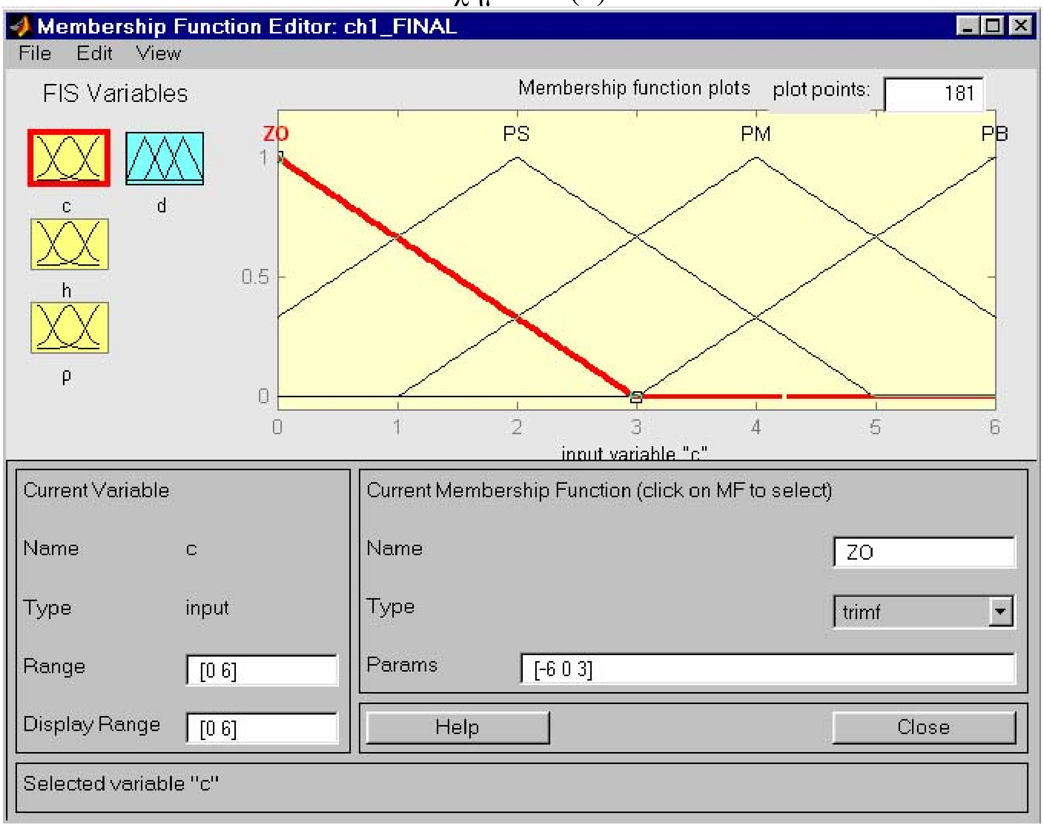
c	*h*	*ρ*	*d*	*c*	*h*	*ρ*	*d*	*c*	*h*	*ρ*	*d*
ZO	ZO	ZO	NO	PM	PS	PS	YES	PB	PM	PM	YES
PS	ZO	ZO	NO	PB	PS	PS	YES	ZO	PB	PM	YES
PM	ZO	ZO	NO	ZO	PM	PS	YES	PS	PB	PM	YES
PB	ZO	ZO	YES	PS	PM	PS	YES	PM	PB	PM	YES
ZO	PS	ZO	NO	PM	PM	PS	YES	PB	PB	PM	YES
PS	PS	ZO	NO	PB	PM	PS	YES	ZO	ZO	PB	YES
PM	PS	ZO	YES	ZO	PB	PS	YES	PS	ZO	PB	YES
PB	PS	ZO	YES	PS	PB	PS	YES	PM	ZO	PB	YES
ZO	PM	ZO	NO	PM	PB	PS	YES	PB	ZO	PB	YES
PS	PM	ZO	YES	PB	PB	PS	YES	ZO	PS	PB	YES
PM	PM	ZO	YES	ZO	ZO	PM	NO	PS	PS	PB	YES
PB	PM	ZO	YES	PS	ZO	PM	YES	PM	PS	PB	YES
ZO	PB	ZO	YES	PM	ZO	PM	YES	PB	PS	PB	YES
PS	PB	ZO	YES	PB	ZO	PM	YES	ZO	PM	PB	YES
PM	PB	ZO	YES	ZO	PS	PM	YES	PS	PM	PB	YES
PB	PB	ZO	YES	PS	PS	PM	YES	PM	PM	PB	YES
ZO	ZO	PS	NO	PM	PS	PM	YES	PB	PM	PB	YES
PS	ZO	PS	NO	PB	PS	PM	YES	ZO	PB	PB	YES
PM	ZO	PS	YES	ZO	PM	PM	YES	PS	PB	PB	YES
PB	ZO	PS	YES	PS	PM	PM	YES	PM	PB	PB	YES
ZO	PS	PS	NO	PM	PM	PM	YES	PB	PB	PB	YES
PS	PS	PS	YES								

Επειδή τα *c* και *h* δεν είναι άνω φραγμένα, για να προσδιορίσουμε ρητώς ασαφή σύνολα, πρέπει να φτιάξουμε για κάθε μια από τις δυο αυτές ασαφείς εισόδους ένα ειδικό ασαφές σύνολο. Έστω τώρα μια ακραία περίπτωση του συστήματος όπου $h \rightarrow 0$ και $\rho \rightarrow 0$, δηλαδή αυτές οι παράμετροι δεν επιδρούν στην απόφαση έναρξης λειτουργίας του εξυπηρετούντος. Τότε είναι βέλτιστο να μπει σε λειτουργία ο εξυπηρετών όταν η συγκέντρωση *c* στην περίοδο μιας διακοπής του εξυπηρετούντος είναι ίση με μια τιμή που προκαλείται μόνον από το κόστος εναλλαγής. Εδώ ας παρατηρήσουμε ότι, επειδή κάθε εναλλαγή κατάστασης του εξυπηρετούντος εισάγει τα κόστη εναλλαγής R_0 και R_1 μια φορά, επιβάλλουμε και το κόστος έναυσης και το κόστος παύσης λειτουργίας όταν ο εξυπηρετών πρόκειται να ενεργοποιηθεί. Αυτό του επιτρέπει στην περίοδο μεγαλύτερου κόστους (δηλαδή την περίοδο κατά την οποία λειτουργεί) για λιγότερο χρόνο και, αν χρειάζεται, περισσότερο χρόνο στην περίοδο μικρότερου κόστους (εκτός λειτουργίας) και δεν αλλοιώνει τη δομή κόστους του συστήματος. Από εκεί βλέπουμε ότι (6α) γι'αυτήν την ακραία περίπτωση, είναι βέλτιστο να ενεργοποιήσουμε τον εξυπηρετούντα όταν $c=R'_{\rho=0,h=0}=R_0+R_1$. Αυτή η περίπτωση είναι ισοδύναμη με τον κανόνα *if c is PB and H is ZO and ρ is ZO, then d is YES* στη βάση κανόνων. Με άλλα λόγια, (6β) το ασαφές σύνολο PB για το c με συνάρτηση συμμετοχής 1.0 στην βάση ασαφών κανόνων είναι R_0+R_1.

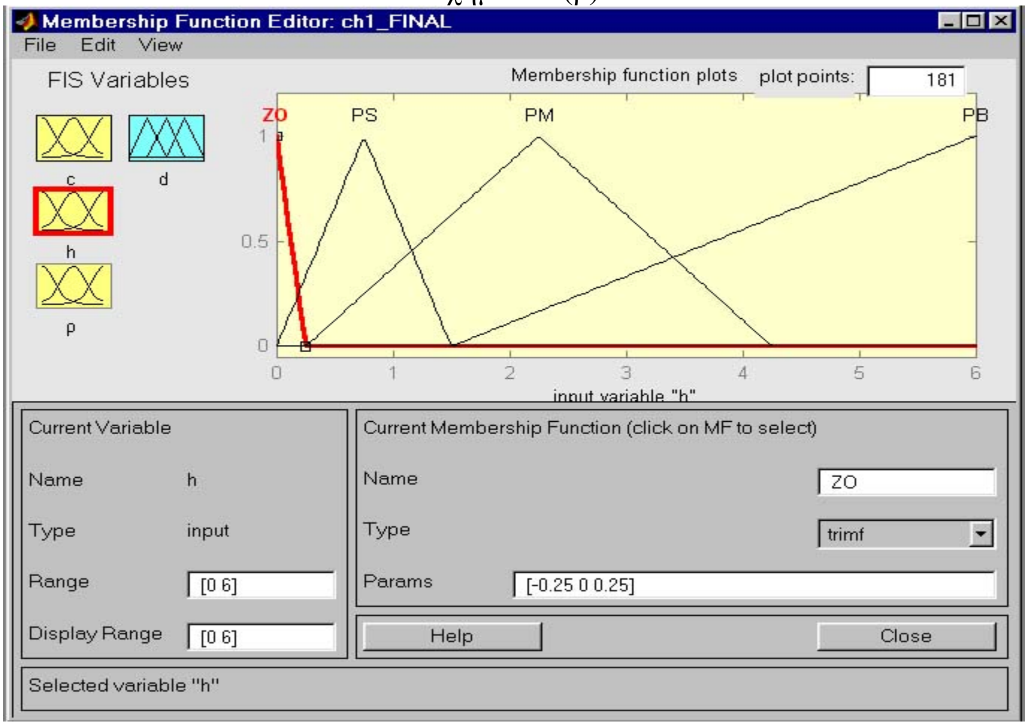
Επειδή το αθροισμένο κόστος αναμονής των πελατών αυξάνεται με γεωμετρική πρόοδο με τον αριθμό των πελατών στο σύστημα, έχουμε τις συναρτήσεις συμμετοχής για το h και το c όπως τις παρουσιάζουμε στα σχήματα 2-2(β) και 2-2(γ) αντίστοιχα. Από τα παραπάνω, η απόφαση "YES" λαμβάνεται μόνον όταν όλες οι ασαφείς έξοδοι είναι YES, οπότε έχουμε τις συναρτήσεις συμμετοχής για την ασαφή έξοδο d όπως στο σχήμα 2-2(δ).

Τελικά, αξίζει να σημειώσουμε ότι η βάση κανόνων είναι ανεξάρτητη από τους ρυθμούς κόστους εξυπηρέτησης r_0 και r_1. Αυτό συμβαίνει εξαιτίας της ιδιότητας του μοντέλου με έναν αφαιρούμενο εξυπηρετούντα κατά την οποία ο εξυπηρετών σε ένα μακροπρόθεσμο κριτήριο είναι απασχολημένος με πιθανότητα ρ κάθε χρονική στιγμή, ανεξαρτήτως του ρυθμού κόστους εξυπηρέτησης.

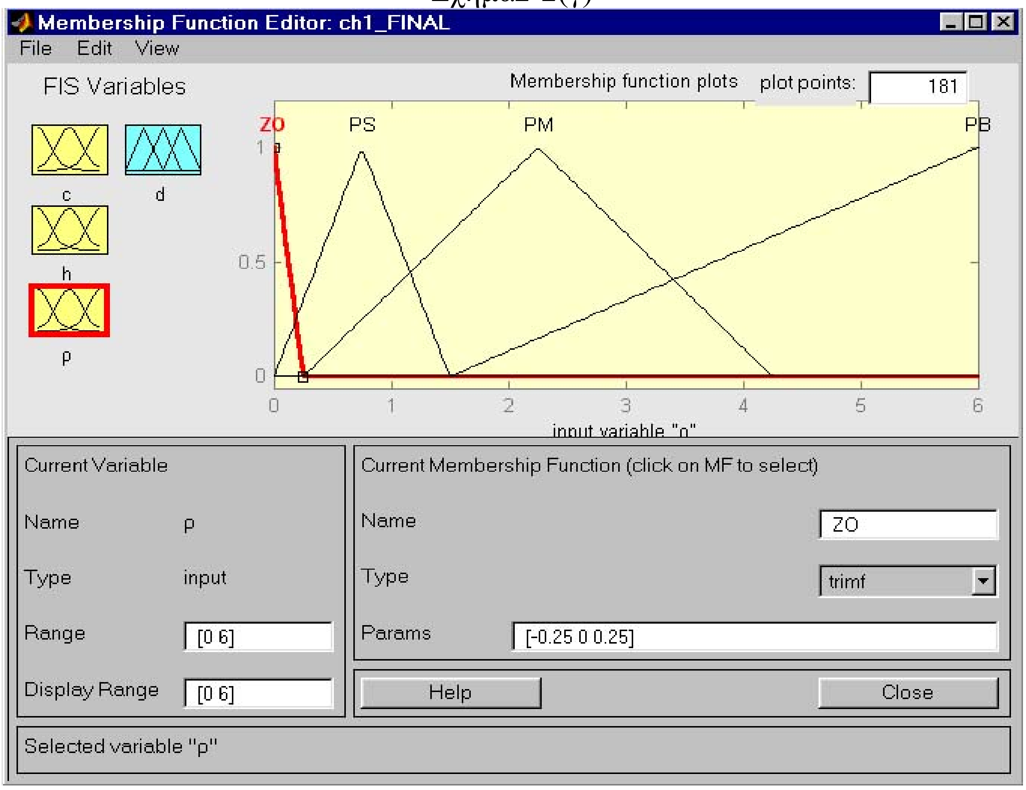
Σχήμα 2-2(α)



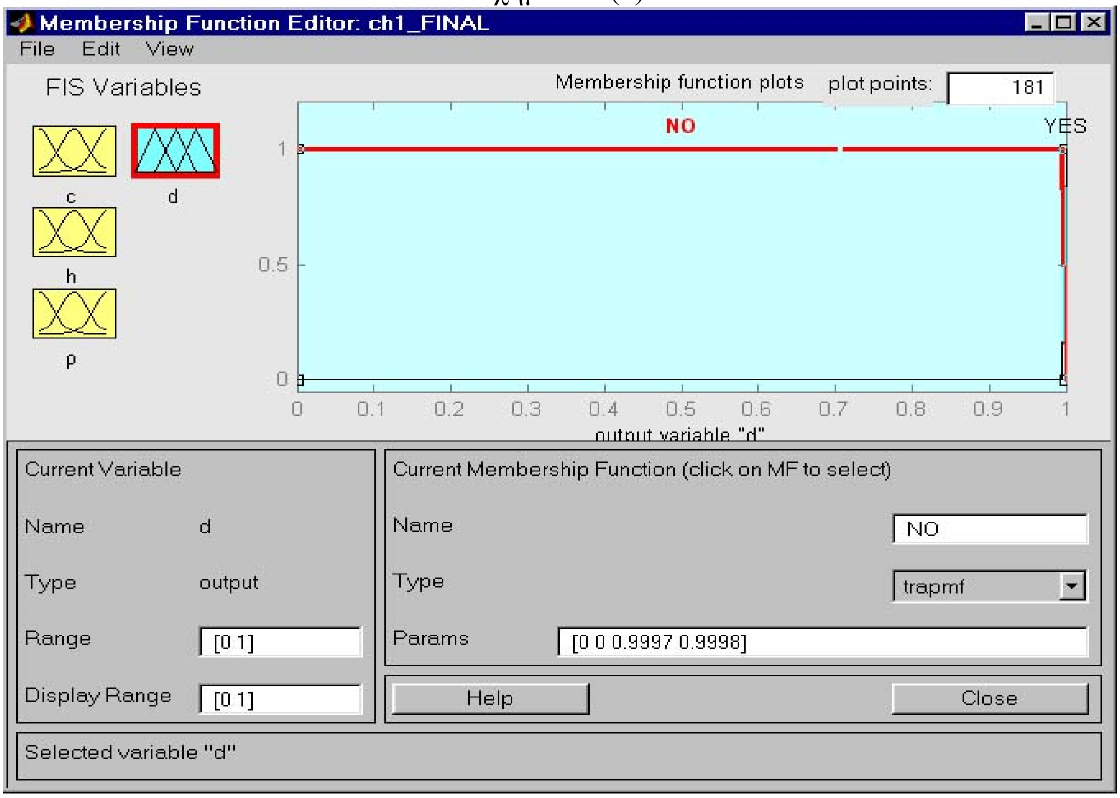
Σχήμα 2-2(β)



Σχήμα2-2(γ)



Σχήμα 2-2(δ)



Λόγω ιδιαιτεροτήτων του MATLAB, χρειάστηκε η συνάρτηση συμμετοχής για την απόφαση NO να είναι τραπεζοειδής, με τη μορφή που βλέπουμε στο σχήμα 2-2(δ).

2.1.3. Αριθμητικό Παράδειγμα

Εξετάζουμε ένα σύστημα M/M/1 με τις ακόλουθες παραμέτρους: ρυθμός αφίξεων λ=1/20, ρυθμός εξυπηρέτησης μ=1/6, ρυθμός κόστους αναμονής ανά πελάτη h=1.2, σταθερό κόστος εναλλαγής R_0=R_1=48.

Από το σχήμα 2-2(γ), το ρ=0.3 ερμηνεύεται ως *ρ is PM with grade 0.825 and PB with grade 0.067, αντίστοιχα*. Επίσης, το R_0=R_1=48 υπαγορεύει ότι οι scaling factors για τα *c* και *h* είναι 0.0625 και, συνεπώς, από το σχήμα 2-2(β) το *h*=1.2 αντιστοιχεί στη δήλωση *h is ZO with grade 0.7 and PS with grade 0.1*. Αυτοί οι υπολογισμοί υλοποιούνται αυτόματα από τον ασαφή ελεγκτή.

Οι διαδικασίες ασαφούς εξαγωγής συμπερασμάτων παρουσιάζονται εν συντομία ως εξής: Σε κάθε εποχή απόφασης, ο ασαφής ελεγκτής (δείτε το σχήμα 1.2.) λαμβάνει την τρέχουσα συγκέντρωση κόστους *c* (που επηρεάζεται από το *s*) και τις ασαφοποιεί σε κατάλληλες γλωσσολογικές τιμές. Βάσει των αντίστοιχων ασαφών κανόνων, "πυροδοτούνται" αντίστοιχες ασαφείς αποφάσεις. Λόγω των ειδικών ασαφών συναρτήσεων συμμετοχής για το *d*, ο αποασαφοποιητής εδώ είναι απλός. Μια απόφαση "YES" λαμβάνεται όποτε όλες οι ασαφείς έξοδοι είναι YES.

Έστω, για παράδειγμα, τρέχουσα συσσώρευση κόστους c=6. Αυτή η τιμή κλιμακώνεται σε 6 × 0.0625=0.3750 που από το σχήμα 2-2(α) ανταποκρίνεται στο ZO με βαθμό 0.875 και PS με βαθμό 0.458. Σύμφωνα με την βάση ασαφών κανόνων (Πίνακας 2-1) και τις συνέπειες του Mamdani, οι ασαφείς αποφάσεις d μοντελοποιούνται ως ακολούθως.

-If ZO with grade 0.875 and *h* is ZO with grade 0.7 and *ρ* is PM with grade 0.825, then *d* is NO with grade 0.7.

-If *c* is PS with grade 0.458 and *h* is ZO with grade 0.7 and ρ is PM with grade 0.825, then *d* is YES with grade 0.458.

- If *c* is ZO with grade 0.875 and *h* is PS with grade 0.1 and *ρ* is PM with grade 0.825, then *d* is YES with grade 0.1.

-If *c* is PS with grade 0.458 and *h* is PS with grade 0.1 and *ρ* is PM with grade 0.825, then *d* is YES with grade 0.1.

-If *c* is ZO with grade 0. 875 and *h* is ZO with grade 0.7 and *ρ* is PB with grade 0.067, then *d* is YES with grade 0.067.

- If *c* is PS with grade 0.458 and *h* is ZO with grade 0.7 and *ρ* is PB with grade 0.067, then *d* is YES with grade 0.067.

- If *c* is ZO with grade 0.875 and *h* is PS with grade 0.1 and *ρ* is PB with grade 0.067, then *d* is YES with grade 0.067.

- If *c* is PS with grade 0.458 and *h* is PS with grade 0.1 and *ρ* is PB with grade 0.067, then *d* is YES with grade 0.067.

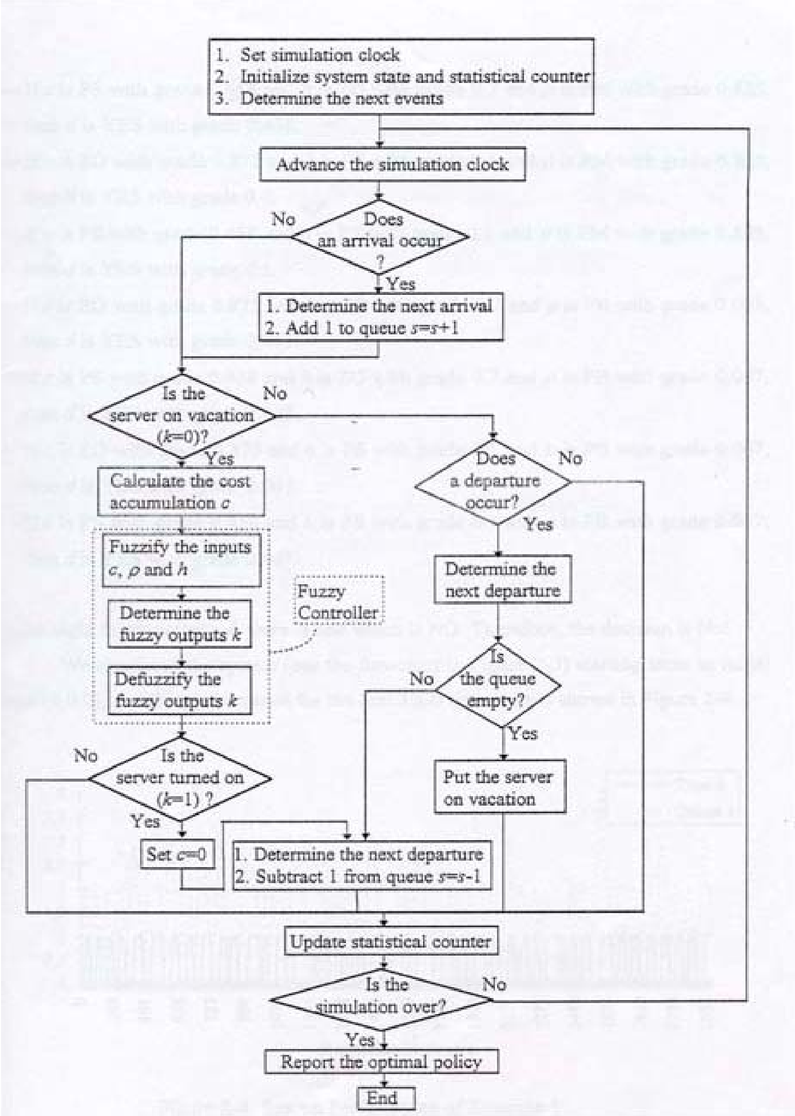
Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι το Fuzzy Logic Toolbox του MATLAB δεν μας δίνει τη δυνατότητα να διατυπώσουμε ακριβώς με την προαναφερθείσα μορφή τους ασαφείς κανόνες. Συγκεκριμένα, η μορφή που μπορούμε να δώσουμε είναι, π.χ.:

- If *c* is ZO and *h* is PS and *ρ* is PM, then *d* is YES.

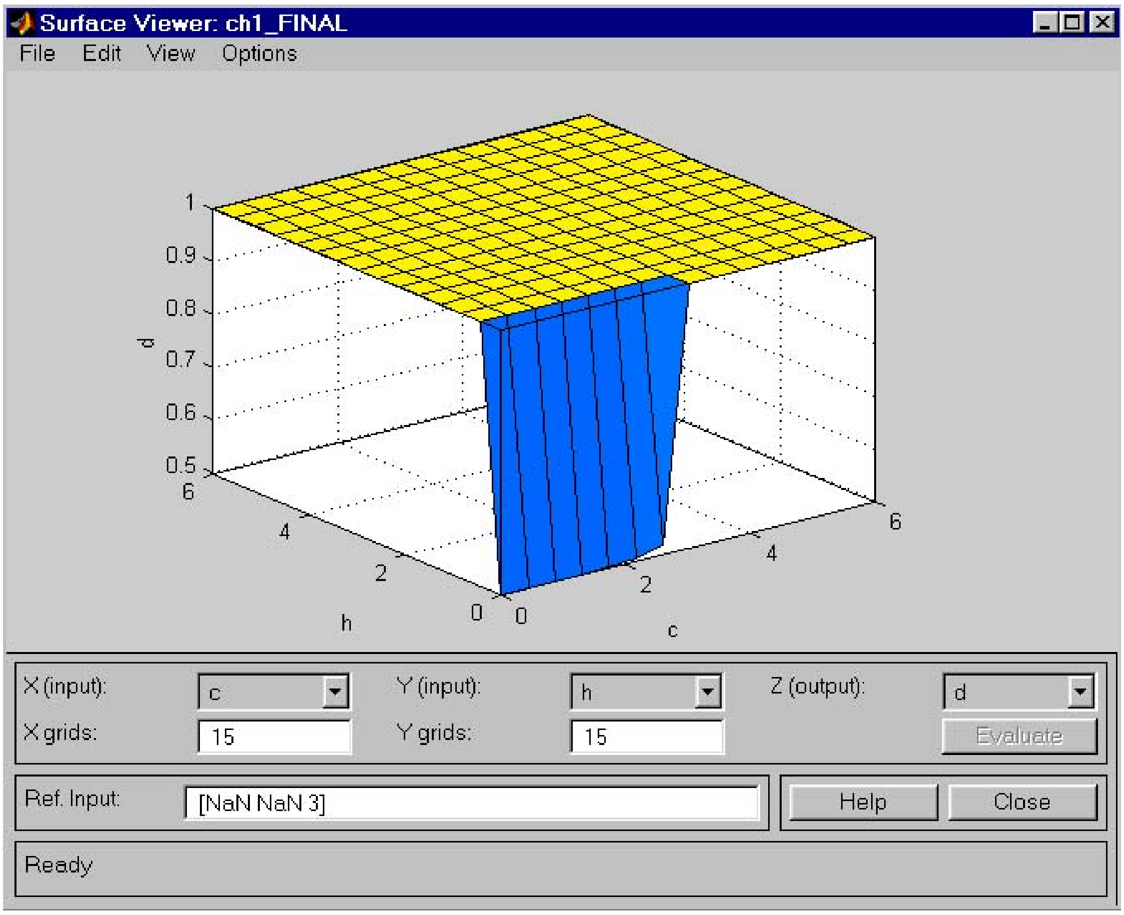
Από τις οκτώ ασαφείς εξόδους *d*, μία είναι NO (OXI). Συνεπώς, απόφαση είναι NO (OXI)!

Στο σχήμα 2-3 παραθέτουμε το διάγραμμα ροής του συστήματος. Επίσης, στα σχήματα 2-4 (α), (β), (γ) παρουσιάζουμε τρισδιάστατα διαγράμματα για την έξοδο *d*, όπως αυτή επηρεάζεται από τις εισόδους *c, h, ρ*.

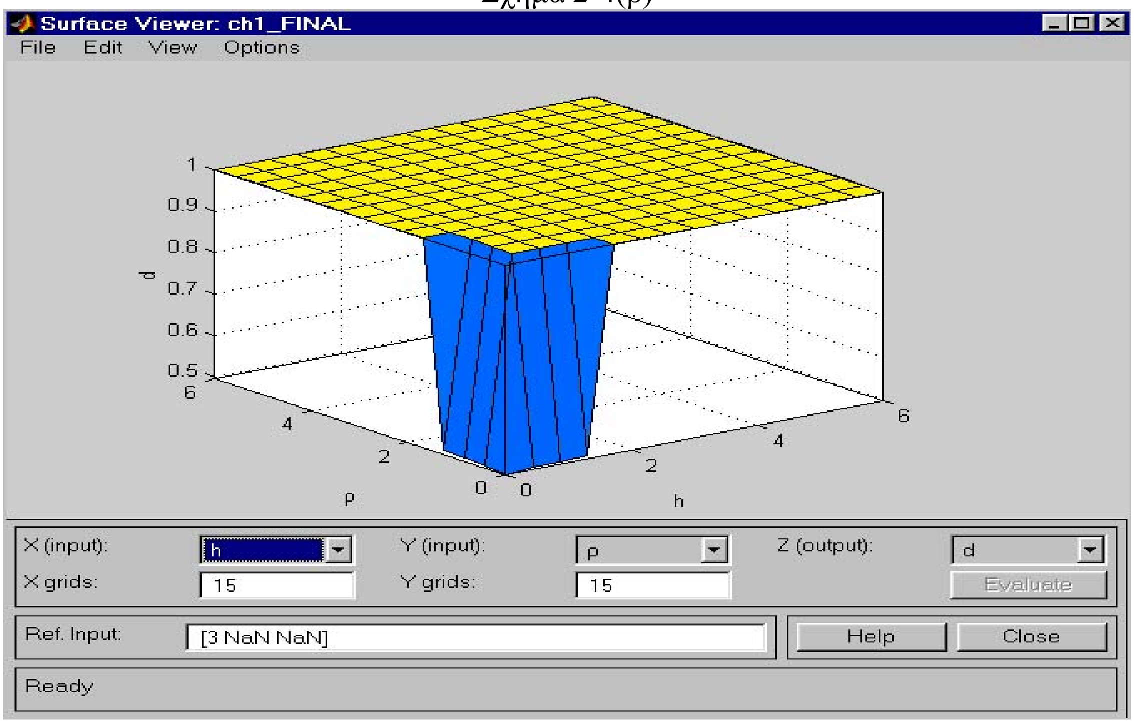
Σχήμα 2-3. Διάγραμμα ροής του συστήματος



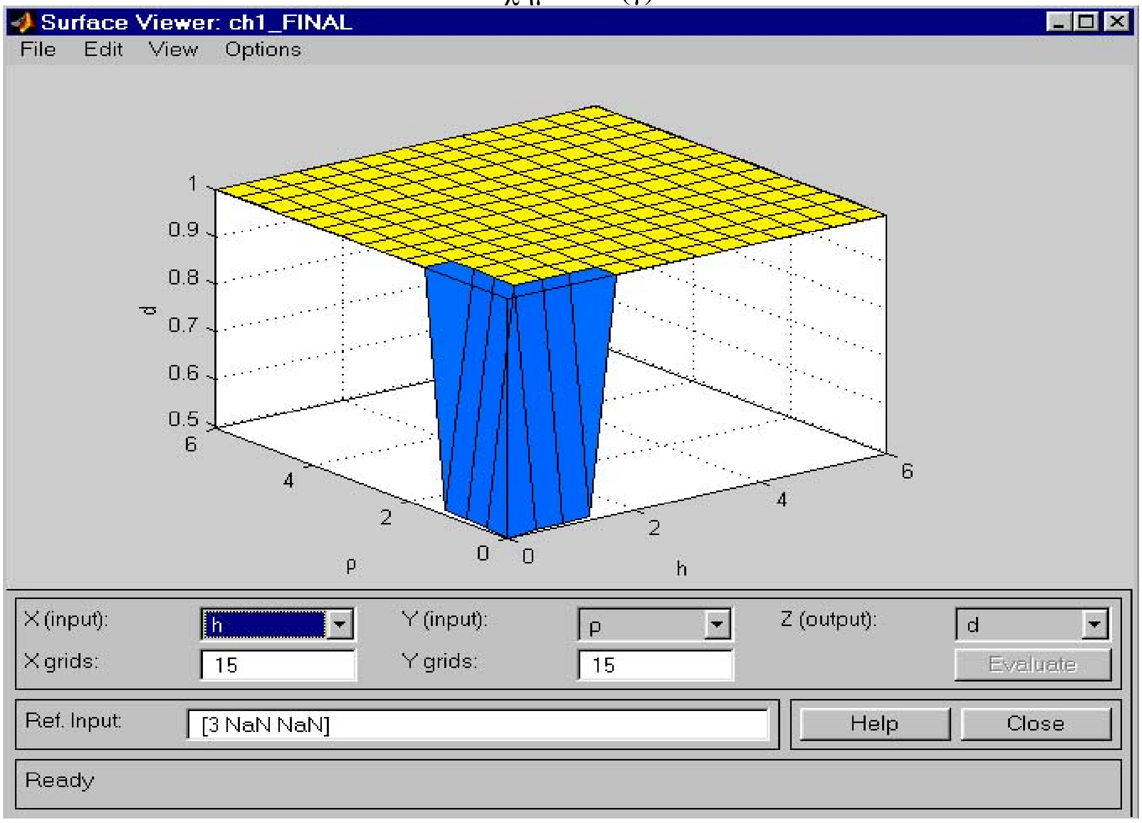
Σχήμα 2-4(α)


Surface Viewer: ch1_FINAL
File Edit View Options
X (input): c
X grids: 15
Y (input): h
Y grids: 15
Z (output): d
Evaluate
Ref. Input: [NaN NaN 3]
Help
Close
Ready

Σχήμα 2-4(β)


Surface Viewer: ch1_FINAL
File Edit View Options
X (input): h
X grids: 15
Y (input): p
Y grids: 15
Z (output): d
Evaluate
Ref. Input: [3 NaN NaN]
Help
Close
Ready

Σχήμα 2-4(γ)


Surface Viewer: ch1_FINAL
File
Edit
View
Options
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
d
6
4
2
0
ρ
0
2
4
6
h
X (input):
h
Y (input):
ρ
Z (output):
d
X grids:
15
Y grids:
15
Evaluate
Ref. Input:
[3 NaN NaN]
Help
Close
Ready

3

Έλεγχος του Ρυθμού Εξυπηρέτησης

3.1 Μοναδικός Εξυπηρετών χωρίς Κόστη Εναλλαγής (Περίπτωση 2)

3.1.1 Περιγραφή Προβλήματος

Θεωρούμε σύστημα με μοναδικό εξυπηρετούντα και άπειρη χωρητικότητα ουράς. Οι πελάτες καταφθάνουν σύμφωνα με κατανομή Poisson με παράμετρο λ και υπάρχει σύνολο k τύπων χρόνων εξυπηρέτησης, $k= 1,2,...,m$, όπου κάθε χρόνος κατανέμεται εκθετικά με μέση τιμή $1/\mu_k$ και $0\leq\mu_1<\mu_2<...<\mu_m<+\infty$, $\mu_m>\lambda$. Ο εξυπηρετών μπορεί να αποφασίσει τον τύπο ρυθμού εξυπηρέτησης k, βασιζόμενος στην κατάσταση του συστήματος. Δύο είδη κόστους λαμβάνονται υπ'οψιν: (α) κόστος υπηρεσίας r_k, $k=1,2,...,m$ με $0\leq r_1<r_2<...<r_m<+\infty$, το οποίο αποτελεί το κόστος ανά μονάδα χρόνου όταν εφαρμόζεται ο τύπου k ρυθμός εξυπηρέτησης και (β) κόστος αναμονής h, το οποίο είναι το κόστος αναμονής ανά μονάδα χρόνου ανά πελάτη στο σύστημα, συμπεριλαμβανομένου του εξυπηρετούμενου (αν υπάρχει).

Ο σκοπός του συστήματος είναι να βρεθεί βέλτιστη πολιτική ελέγχου που θα ελαχιστοποιεί το μέσο κόστος του συστήματος για άπειρο χρόνο. Η αναμονητική αυτή διαδικασία είναι ημί-Markov διαδικασία λήψης αποφάσεων.

Οι Crabill (1972) και Lippman (1973) αποδεικνύουν ότι είτε έχουμε περιορισμό στάσιμων πολιτικών είτε όχι, η βέλτιστη πολιτική είναι η connected increasing policy (συνδεδεμένη αύξουσα πολιτική), οπότε η ύπαρξη περισσοτέρων πελατών στο σύστημα συνεπάγεται την ταχύτερη εξυπηρέτησή τους. Ο Crabill (1972) σημειώνει ότι τα βέλτιστα σημεία εναλλαγής R^*_{k+1} (βλέπε ενότητα 1.2.3.) είναι οι ακέραιοι που ελαχιστοποιούν το μέσο αναμενόμενο κόστος χρησιμοποιώντας την εξυπηρέτηση τύπου κόστους k.

$$g_k = \sum_{s=0}^{\infty} q_z^k p_s^k \tag{3-1}$$

όπου $p_s^k = \pi_s^k / \sum_{s=0}^{\infty} \pi_s^k$, $\pi_0^k = 1$, $\pi_s^k = \lambda^s / \prod_{s=1}^{\infty} \mu_s^k$, $q_s^k = h \cdot s + r_s^k$ και το μ_s^k αντιπροσωπεύει το κόστος εξυπηρέτησης της τύπου k υπηρεσίας, και εφαρμόζεται όταν υπάρχουν s πελάτες στο σύστημα. Βλέπε (Crabill 1972) για πλήρη εξήγηση των ανωτέρω ποσοτήτων. Αυτή η διαδικασία καθορίζει αποτελεσματικά την βέλτιστη πολιτική μόνο όταν υπάρχουν δύο διαθέσιμοι τύποι κόστους εξυπηρέτησης. Ωστόσο, ο τύπος (3-1) είναι πολύ σημαντικός για να επαληθεύσουμε τα αποτελέσματά μας.

3.1.2 Αρχιτεκτονική του Ελεγκτή Ασαφούς Λογικής

Η κατάσταση του συστήματος περιγράφεται από τις (k,s) όταν το κόστος εξυπηρέτησης είναι τύπου k και υπάρχουν s πελάτες στο σύστημα, οπότε και αλάζει με την άφιξη κάθε πελάτη και την περάτωση της εκάστοτε υπηρεσίας. Χωρίς απώλεια της γενικότητας, περιορίζουμε τις εποχές απόφασης κατά τις οποίες το κόστος εξυπηρέτησης ελέγχεται προς τις μεταβατικές εποχές κατάστασης, αλλά υποθέτοντας ότι τα κόστη εξυπηρέτησης ενός απασχολημένου εξυπηρετούντα δεν μεταβάλλονται. Στην περίπτωση αυτή, οι εποχές απόφασης είναι στιγμές όπου καταφθάνει ο πελάτης σε άδειο σύστημα ή/και αποχωρεί από αυτό.

Αυτό είναι τυπικό πρόβλημα N-πολιτικής, το οποίο σημαίνει ότι ο τύπος υπηρεσίας καθορίζεται σύμφωνα με τον αριθμό των πελατών μέσα στο σύστημα. Για να ενσωματωθεί το κόστος εξυπηρέτησης της υπηρεσίας στην διαδικασία απόφασης, ο αριθμός των πελατών μέσα στο σύστημα υλοποιείται μέσω του κόστους αναμονής ανά μονάδα χρόνου *hs*. Συνεπώς η σχέση μεταξύ *hs* και r_k πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας το r_k για τον σχηματισμό ενός ειδικού ασαφούς συνόλου *hs*, όπως θα δούμε παρακάτω.

Τυπικώς, επιλέγουμε τον τρέχοντα τύπο κόστους υπηρεσίας, k=1,2,…,m και το τρέχον κόστος αναμονής ανά μονάδα χρόνου του συστήματος $hs \in (0,+\infty)$, ως ασαφείς εισόδους και την διακύμανση (*dk*) του τύπου κόστους υπηρεσίας ως ασαφή έξοδο. Τα πεδία τιμών για τις *k* και *hs* είναι [0,+6] και $[0,+\infty)$ αντιστοίχως. Το πεδίο τιμών του *dk* εκλέγεται ώστε να αποτελεί το στάνταρ so-standard πεδίο [-6,+6]. Ο εξυπηρετών μεταβάλλει τον τύπο του κόστους υπηρεσίας απλώς προσθέτοντας την αποασαφοποιημένη έξοδο του dk=-(m-1), …, -2, -1, 0, 1, 2, …,m-1, στον τρέχοντα τύπο *k*. Η ασαφής βάση κανόνων φαίνεται στον Πίνακα 3-1. Σημειώνουμε ότι αντιστοιχίζουμε την ασαφή είσοδο *k* ZO όταν το κόστος υπηρεσίας είναι τύπου 1, επειδή αυτός είναι ο βασικός τύπος ακόμα και όταν δεν υπάρχουν πελάτες μέσα στο σύστημα.

Πίνακας 3-1: Η βάση κανόνων

k \ hs	ZO	PS	PM	PB
ZO	ZO	PS	PM	PB
PS	NS	ZO	PS	PM
PM	NM	NS	ZO	PS
PB	NB	NM	NS	ZO

Οι συναρτήσεις συμμετοχής για το *hs* φαίνονται στο Σχήμα 3-2, και για τα *k* και *dk* στα Σχήματα 3-3(α) και (β) αντιστοίχως.

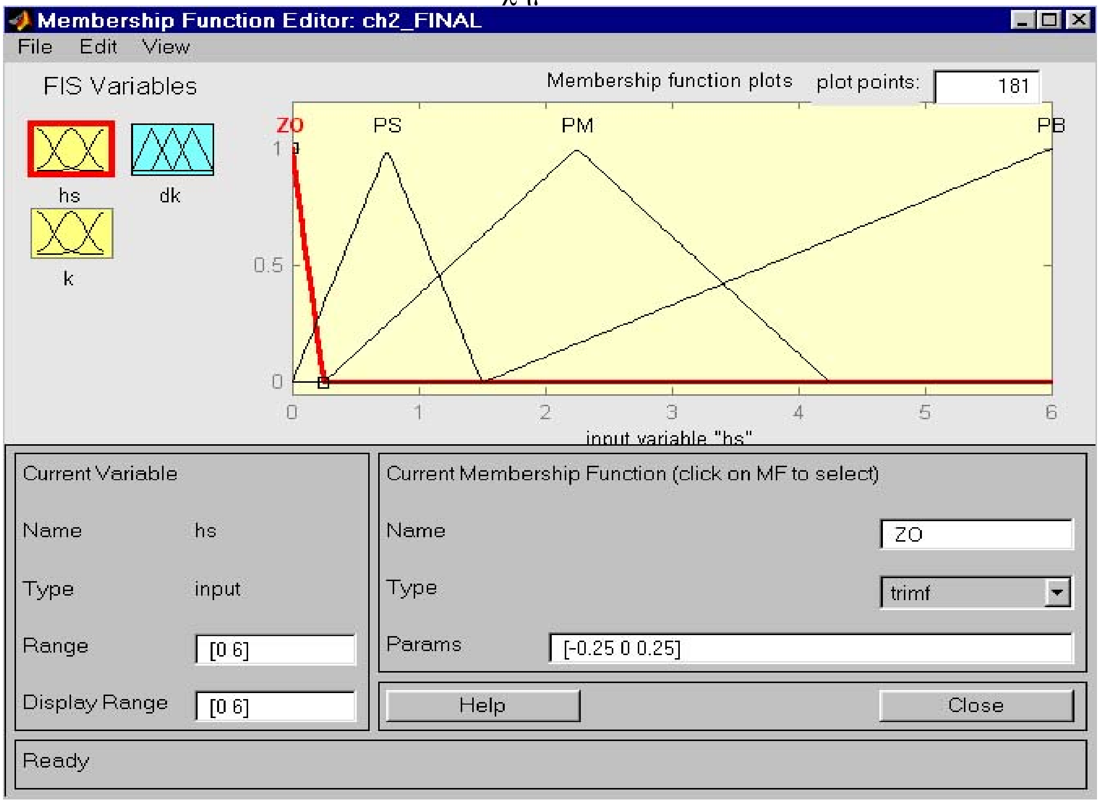
Ένα παράδειγμα για την κατανόηση της βάσης κανόνων είναι το παρακάτω: Όταν ο τύπος κόστους έχει την μέγιστη τιμή μ_m, αλλά το τρέχον κόστος αναμονής ανά μονάδα χρόνου είναι μηδέν (δεν υπάρχουν πελάτες στο σύστημα την στιγμή αυτήν), επειδή δεν υπάρχει κόστος αλλαγής κατάστασης λειτουργίας, ο εξυπηρετών πρέπει να τεθεί στο ελάχιστο επίπεδο εξυπηρέτησης μ_1. Συνεπώς η μεταβολή του τύπου κόστους εξυπηρέτησης έχει μεγάλη αρνητική τιμή. Αυτή είναι η εξήγηση του κανόνα *if k is PB and hs is ZO, then dk is NB* στην βάση κανόνων. Ομοίως καταγράφουμε και το υπόλοιπο της βάσης κανόνων.

Το συσσωρευμένο κόστος αναμονής των πελατών αυξάνει αναλογικά με τον αριθμό των πελατών στο σύστημα. Αυτό είναι η βάση για να καθορίσουμε τη μορφή της ασαφούς συνάρτησης συμμετοχής για το *hs*. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι ασαφείς συναρτήσεις συμμετοχής για το *hs* καθορίζονται για την περίπτωση όπου το κόστος υπηρεσίας είναι ανάλογο της αντίστοιχης υπηρεσίας. Όταν αυτή η συσχέτιση δεν είναι αναλογική, πρέπει να διαιρέσουμε τις ασαφείς συναρτήσεις συμμετοχής του *hs* με μεθοδολογία περίπτωση ανά περίπτωση.

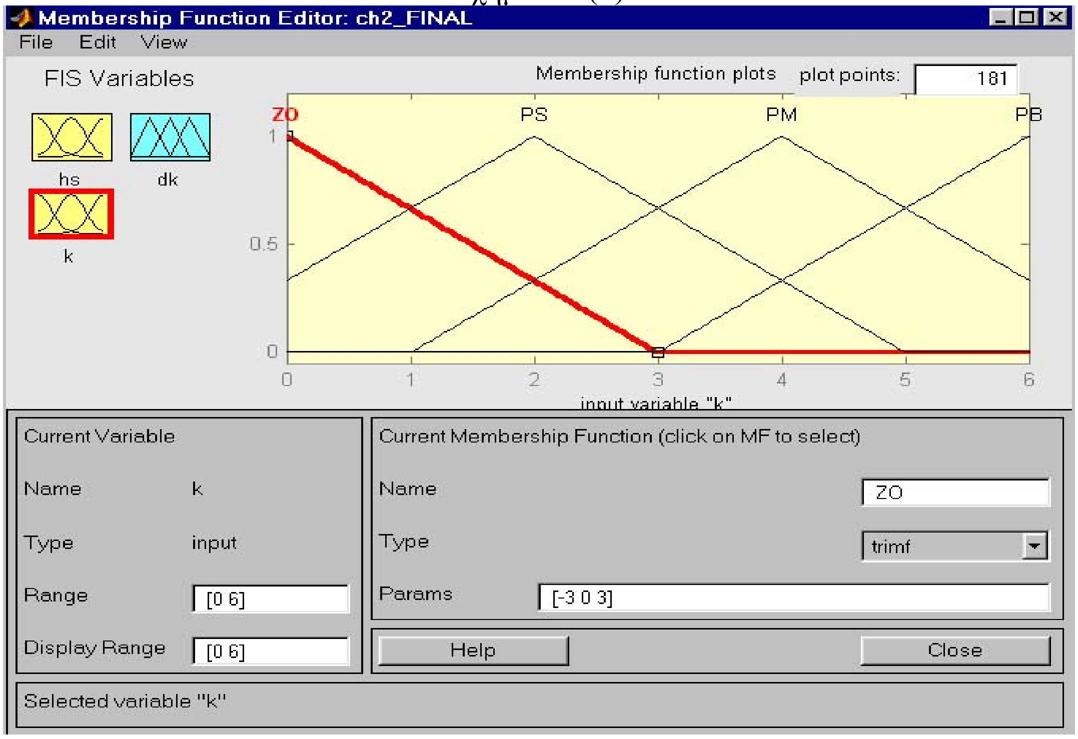
Ο ποσοτικός καθορισμός των ασαφών συνόλων για το *hs* βασίζεται στην παρατήρηση ότι είναι πάντα προτιμότερο να πληρώνουμε περισσότερο για μεγαλύτερο ρυθμό εξυπηρέτησης, αντι να πληρώνουμε περισσότερο για να διατηρούμε εν αναμονή μεγαλύτερο αριθμό πελατών όταν αιτείται αύξηση του κόστους. Ως εκ τούτου PB για το *hs* πρέπει να είναι ισοδύναμο με την διαφορά του κόστους υπηρεσίας ανά μονάδα χρόνου μεταξύ του ελάχιστου και του μεγίστου κόστους υπηρεσίας. Συνεπώς, το PB για το *hs* με βαθμό συμμετοχής 1 είναι σταθερό στο r_m-r_1. Χρησιμοποιώντας παράγοντα κλιμάκωσης αλλάζουμε ένα φυσικό πεδίο (physical domain) στο κανονικοποιημένο αντίστοιχό του, π.χ. το r_m-r_1 αντιστοιχεί στο 6 στο σχήμα 2-2(β) μέσω παράοντα κλιμάκωσης.

Παρατηρούμε ότι μόνο οι διαφορές r_k-r_1, όταν ο εξυπηρετών γυρίζει από τύπο *k* σε 1 με k,l=1,2,…,*m* επηρεάζεται, ενώ η τιμή των εκάστοτε r_k , $k=1,2,\ldots,m$ δεν μεταβάλλεται.

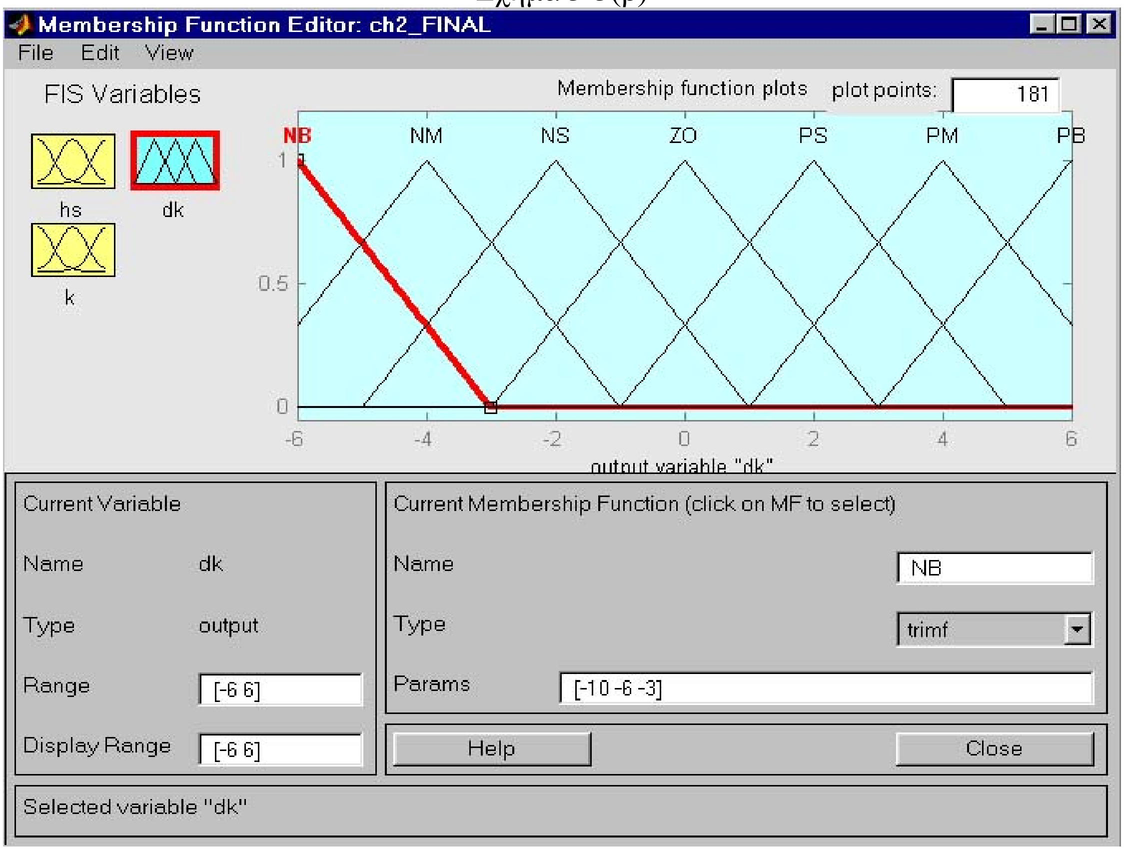
Σχήμα 3-2



Σχήμα 3-3(α)



Σχήμα 3-3(β)



3.1.3 Ένα αριθμητικό παράδειγμα

Παράδειγμα 3: Εξετάζουμε ένα σύστημα με ρυθμό άφιξης λ=1/120 και επτά διαθέσιμους τύπους υπηρεσίας μ_k= 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.10 και αντιστοιχούν σε κόστη $r_{k=}$10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, όπου k=1,2,…,7 αντίστοιχα. Το κόστος αναμονής είναι h=2.8.

Εφόσον υπάρχουν επτά τύποι υπηρεσίας, ο παράγοντας κλιμάκωσης για το k είναι 1. Επίσης οι τιμές r_1=10 και r_7=70 καταδεικνύουν ότι ο παράγων κλιμάκωσης για το hs είναι 0.1. Οι υπολογισμοί αυτοί επιβάλλονται αυτόματα από τον ελεγκτή ασαφούς λογικής.

Η διαδικασία ασαφούς ελέγχου είναι εν συντομία ως ακολούθως. Σε κάθε εποχή αποφάσεων ο ελεγκτής ασαφούς λογικής (βλέπε Σχήμα 1-2) λαμβάνει τον τρέχοντα τύπο υπηρεσίας k και τον αριθμό των πελατών hs (ο οποίος επηρεάζεται από το s) και τα ασαφοποιεί σε κατάλληλες γλωσσολογικές τιμές. Με βάση τους ανάλογους ασαφείς κανόνες ορισμένες ασαφείς αποφάσεις ενεργοποιούνται. Τότε ο αποασαφοποιητής μεταβάλλει τις ασαφείς αποφάσεις σε μια σαφή και εφαρμόσιμη. Τέλος, η αποασαφοποιημένη έξοδος προσίθεται στον τρέχοντα τύπο υπηρεσίας για να ρυθμιστεί η συμπεριφορά του συστήματος. Για παράδειγμα ας υποθέσουμε τρέχοντα τύπο υπηρεσίας k=1 και αριθμό πελατών στο σύστημα s=5. Από το Σχήμα 3-3(α), βλέπουμε ότι το k αντιστοιχεί σε ZO με βαθμό 1 και PS με βαθμό 0.33.

Η τιμή hs=2.8 x 5=14 κλιμακώνεται προς τα κάτω σε 14x0.1=1.4 το οποίο σύμφωνα και με το σχήμα 3-2 αντιστοιχεί σε PS με βαθμό 0.13 και PM με βαθμό 0.57. Σύμφωνα με την βάση ασαφών κανόνων (Πίνακας 3-1) και τη μέθοδο Mamdani, οι ασαφείς αποφάσεις dk καθορίζονται ως ακολούθως:

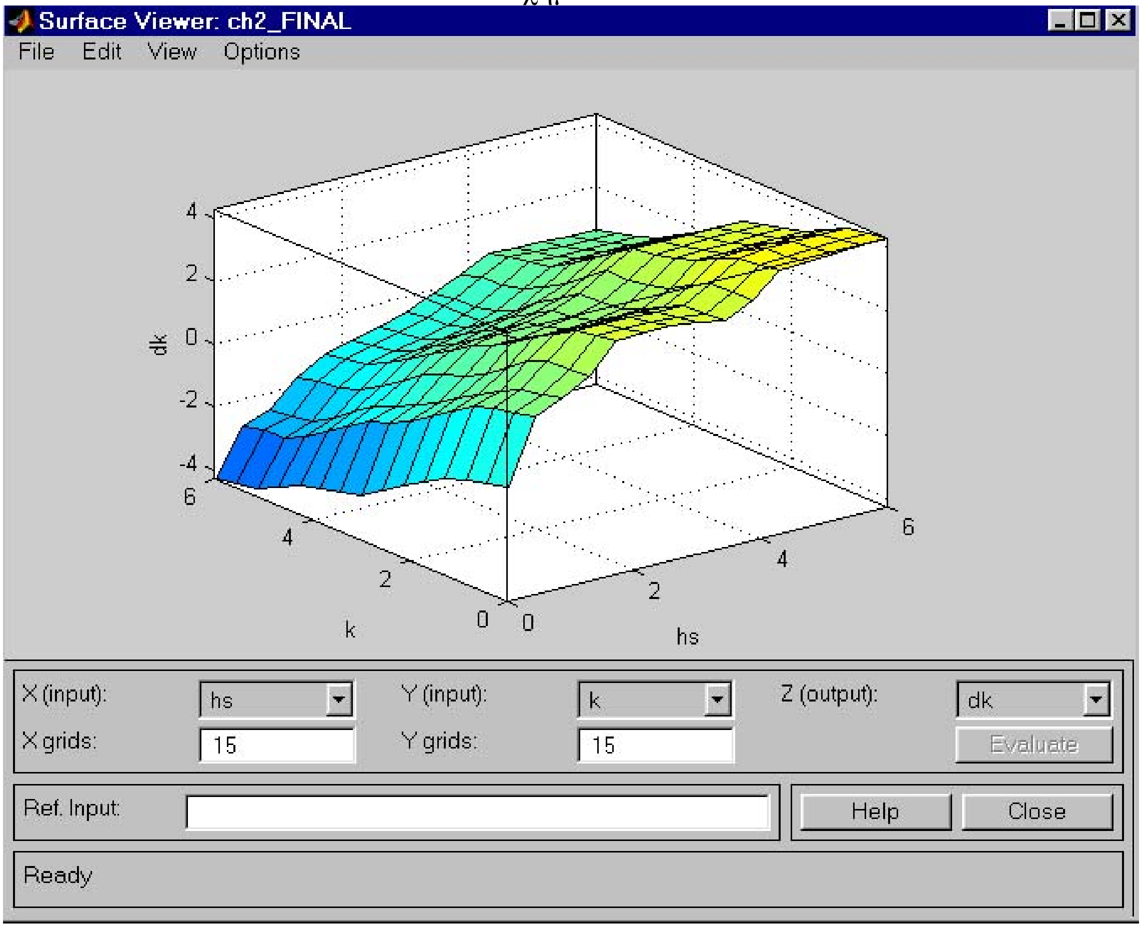
- If k is ZO with grade 1 and hs is PS with grade 0.13, then dk is PS with grade 0.13.
- If k is PS with grade 0.33 and hs is PS with grade 0.13, then dk is PS with grade 0.13.
- If k is ZO with grade 1 and hs is PM with grade 0.57, then dk is PS with grade 0.57.
- If k is PS with grade 0.33 and hs is PM with grade 0.57, then dk is PS with grade 0.33.

Από το σχήμα 3-3(β), οι μέγιστες τιμές και ύψη των ασαφών αποφάσεων dk είναι $e^{(1)}$=2, $e^{(2)}$=0, $e^{(3)}$=4, $e^{(4)}$=2, και f_1=0.13, f_2=0.13, f_3=0.57, f_4=0.33. Με τη μέθοδο αποασαφοποίησης Height (εμείς χρησιμοποιούμε την πιο γενική περίπτωση, την centroid, λόγω της προαναφερθείσας ιδιαιτερότητας του MATLAB), η σαφής έξοδος dk* δίνεται από τον τύπο

$$dk^* = \frac{\sum_{x=1}^{4} e^{(x)} f_x}{\sum_{x=1}^{4} f_x} = 2.8(\approx 3) \tag{3-2}$$

Τότε ο επόμενος τύπος εξυπηρέτησης είναι k+dk*=1+3=4. Και εδώ, πέραν της μορφής που έχουν οι συναρτήσεις συμμετοχής, παρουσιάζουμε τα διαγράμματα συμπεριφοράς των κανόνων. Όπως έχει δείξει ο Runtong (1996), το σύστημα μεταβάλλει το ρυθμό εξυπηρέτησής του ανάλογα με το μήκος της ουράς, ενώ η βέλτιστη πολιτική που αποδίδει είναι μια *connected increasing policy (συνδεδεμένη αύξουσα πολιτική)*, στην οποία όταν το μέγεθος της ουράς τείνει στο 1 (αλλά είναι κατώτερο του 1) και ο τύπος ρυθμού εξυπηρέτησης είναι 1, ο επόμενος τύπος ρυθμού εξυπηρέτησης είναι 2, ενώ, όταν το μέγεθος της ουράς τείνει στο μηδέν (αλλά είναι μεγαλύτερο αυτού) και ο τρέχων τύπος ρυθμού εξυπηρέτησης είναι 2, ο επόμενος τύπος ρυθμού εξυπηρέτησης θα είναι 1, κ.ο.κ. Ο τύπος του Crabill (3-1) δεν μπορεί να μας προσδιορίσει τη βέλτιστη πολιτική για το γενικό πρόβλημα πολλαπλών σταδίων, αλλά βοηθά στην επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων. Στο σχήμα 3- βλέπουμε σε τρισδιάστατο γράφημα πώς συμπεριφέρονται οι κανόνες.

Σχήμα 3-4


Surface Viewer: ch2_FINAL
File Edit View Options
dk
k
hs
X (input):
hs
Y (input):
k
Z (output):
dk
X grids:
15
Y grids:
15
Evaluate
Ref. Input:
Help
Close
Ready

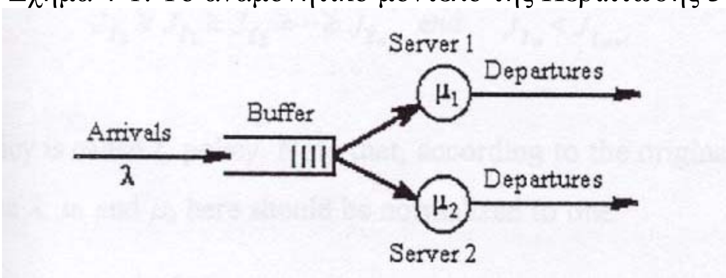
Έλεγχος του Πρωτοκόλλου Ουράς

4. Παράλληλοι Εξυπηρετούντες με Ετερογενείς Ρυθμούς Εξυπηρέτησης (Περίπτωση 3)

4.1.1. Περιγραφή Προβλήματος

Έστω το αναμονητικό σύστημα του σχήματος 4-1. Οι πελάτες φθάνουν στον buffer κατά Poisson με σταθερό ρυθμό λ. Ο buffer έχει άπειρη χωρητικότητα και η σειρά εξυπηρέτησης δεν παίζει κανένα ρόλο. Ο buffer εξυπηρετείται από δυο εκθετικούς εξυπηρετούντες με *διαφορετικούς* μέσους ρυθμούς εξυπηρέτησης μ_i, όπου $\lambda<\mu_1+\mu_2$, $i=1,2$. Χωρίς απώλεια γενικότητος, υποθέτουμε ότι $\mu_1>\mu_2$. Αυτή η διαδικασία είναι μια διαδικασία απόφασης Markov συνεχούς χρόνου.

Σχήμα 4-1: Το αναμονητικό μοντέλο της Περίπτωσης 3



Εδώ πάλι το ζητούμενο είναι ο προσδιορισμός της βέλτιστης πολιτικής, η οποία αναθέτει δυναμικά τους αναμένοντες πελάτες σε αδρανείς εξυπηρετούντες για να ελαχιστοποιηθεί ο μέσος χρόνος παραμονής των πελατών στο σύστημα. Σημειώνουμε ότι χρόνος παραμονής είναι το άθροισμα του χρόνου αναμονής στην ουρά και του χρόνου εξυπηρέτησης. Με το θεώρημα του Little, ο στόχος του συστήματος είναι ισοδύναμος με την ελαχιστοποίηση του μέσου αριθμού πελατών στο σύστημα. Επίσης, αυτός ο στόχος μπορεί να είναι η ελαχιστοποίηση του μέσου κόστους αναμονής αν υποθέσουμε ότι υπάρχει κόστος αναμονής ανά πελάτη ανά μονάδα χρόνου.

Για την περίπτωση αυτή, οι Lin και Kumar (1984), Walrand (1984) και Viniotis και Ephremides (1988) αποδεικνύουν (βλέπε και εδάφιο 1.2.4.) ότι υπάρχει μια βέλτιστη πολιτική, η οποία είναι τύπου *κατωφλιού*. Συγκεκριμένα, ο ταχύτερος εξυπηρετών πρέπει να τροφοδοτείται με έναν πελάτη αμέσως μόλις ο εξυπηρετών καταστεί διαθέσιμος, αλλά ο πιο αργός εξυπηρετών πρέπει να χρησιμοποιείται αν και μόνον αν το μήκος της ουράς ξεπερνά μια κρίσιμη τιμή κατωφλιού n^*. Οι Lin και Kumar (1984) επίσης δίνουν μια μέθοδο υπολογισμού της τιμής του βέλτιστου κατωφλιού. Για

$$J_{t_m}=\begin{cases} \dfrac{\sum_{i=1}^{2} c_i\eta_i^m\left\{\left[\frac{\rho}{1-\rho}-\frac{h_i}{1-b}\right]m+\frac{\eta_i}{(1-b)^2}b^{-m}+\left[\frac{1}{(1-\rho)^2}-\frac{\eta_i}{(1-b)^2}-\frac{1}{1-\eta_i}\right]\right\}}{\sum_{i=1}^{2} c_i\eta_i^m\left\{\frac{\eta_i}{b(1-b)}b^{-m}+\left[\frac{\rho}{1-\rho}-\frac{\eta_i}{1-b}\right]\right\}} & \text{if } \lambda\neq\mu_1 \\[2ex] \dfrac{\sum_{i=1}^{2} c_i\eta_i^m\left\{\frac{\eta_i}{2}m^2+\left[\frac{\rho}{1-\rho}+\frac{\eta_i}{2}\right]m+\left[\frac{1}{(1-\rho)^2}-\frac{1}{1-\eta_i}\right]\right\}}{\sum_{i=1}^{2} c_i\eta_i^m\left\{\frac{\eta_i}{2}m+\left[\frac{\rho}{1-\rho}+\frac{\eta_i}{2}\right]\right\}} & \text{if } \lambda=\mu_1 \end{cases} \qquad (4\text{-}1)$$

όπου $c_1 = \dfrac{1-n_i}{n_2-n_1}$, $c_1 = \dfrac{n_2-1}{n_2-n_1}$, $n_1 = \dfrac{1-\sqrt{1-4\mu_1\lambda}}{2\mu_1}$, $n_2 = \dfrac{1+\sqrt{1-4\mu_1\lambda}}{2\mu_1}$, $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu_1+\mu_2}$ και $b = \dfrac{\lambda}{\mu_1}$, προσδιορίζεται μια βέλτιστη τιμή κατωφλιού n^* έτσι ώστε

$$J_{t0} \geq J_{t1} \geq J_{t2} \geq J_{t3} \geq \ldots \geq J_{tn} \text{ και } J_{tn} < J_{tn+1}$$

Αυτή η βέλτιστη πολιτική ονομάζεται πολιτική t_n. Σύμφωνα με την αρχική δημοσίευση (Lin & Kumar 1984), τα λ, μ_1 και μ_2 εδώ πρέπει να κανονικοποιηθούν στη μονάδα.

4.1.2. Αρχιτεκτονική του Ασαφούς Ελεγκτή

Η κατάσταση του συστήματος μπορεί να περιγραφεί από τα (x,y_1,y_2), όπου x=0,1,2,…, είναι ο αριθμός πελατών στο buffer και y_i=1,0 δηλώνουν αν ο εξυπηρετών i, i=1,2, είναι απασχολημένος ή όχι. Έτσι, $x+y_1+y_2$ αντιπροσωπεύει τον συνολικό αριθμό πελατών στο σύστημα σ'αυτήν την κατάσταση. Η κατάσταση του συστήματος αλλάζει σε κάθε άφιξη πελάτη ή ολοκλήρωση εξυπηρέτησης. Χωρίς απώλεια γενικότητας, περιορίζουμε τις εποχές απόφασης κατά τις οποίες οι αναμένοντες πελάτες ανατίθενται, στις εποχές μετάβασης της κατάστασης του συστήματος. Όμως, υποθέτουμε ότι κάθε απασχολημένος εξυπηρετών δεν μπορεί να δεχθεί νέο πελάτη. Σ'αυτήν την περίπτωση, οι εποχές απόφασης είναι οι χρόνοι που ένας πελάτης φθάνει στο σύστημα με αδρανείς εξυπηρετούντες ή εγκαταλείπει το σύστημα ενώ υπάρχουν κι άλλοι πελάτες στην ουρά.

Για να απαλείψουμε τέτοιες τετριμμένες περιπτώσεις, γράφουμε απευθείας τους σαφείς κανόνες για την κατάσταση x=0: *Αν δεν υπάρχουν πελάτες στην ουρά, είτε οι εξυπηρετούντες είναι απασχολημένοι είτε όχι, τότε δεν ανατίθενται πελάτες σε κανέναν εξυπηρετούντα στο σύστημα* και για τις καταστάσεις x>0 και y_1=0: *Αν ο ταχύτερος εξυπηρετών είναι αδρανής και υπάρχουν πελάτες στην ουρά, θα ανατεθεί σ'αυτόν ένας πελάτης*. Στο εξής θα εστιάσουμε την προσοχή μας μόνο στη βέλτιστη ανάθεση αναμενόντων πελατών στον πιο αργό εξυπηρετούντα (τον εξυπηρετούντα 2) όταν αυτός είναι διαθέσιμος, χρησιμοποιώντας τεχνικές ασαφούς ελέγχου.

Σ'αυτό το πλαίσιο, μας ενδιαφέρει μόνον η κατάσταση στην οποία ο ταχύτερος εξυπηρετών (ο εξυπηρετών 1) είναι απασχολημένος και ο πιο αργός (ο 2) είναι αδρανής, ενώ υπάρχουν πελάτες στην ουρά, δηλαδή x>0, y_1=1 και y_2=0. Παρατηρούμε το μέγεθος της ουράς σε κάθε εποχή απόφασδης και γνωρίζουμε ότι είναι ένας θετικός παράγοντας στη λήψη της απόφασης ανάθεσης πελάτη στον εξυπηρετούντα 2. Ωστόσο, οι γνωστές πληροφορίες δεν είναι αρκετές για να προσδιορίσουν τις ποσοτικές σχέσεις μεταξύ του μεγέθους ουράς και της τελικής απόφασης. Με άλλα λόγια, δε μπορούμε να ορίσουμε τα ασαφή σύνολα για την είσοδο x, που είναι βασική για την επίτευξη της εξαγωγής ασαφούς συμπεράσματος. Για να ξεπεράσουμε αυτήν τη δυσκολία, στρεφόμαστε σε μια σημαντική παράμετρο του συστήματός μας, τον ρυθμό αφίξεως λ, μια σταθερή παράμετρο που παίζει πρωταρχικό ρόλο στη λήψη της απόφασης και θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί και ως τυπική ασαφής είσοδος στη βάση κανόνων, όπως θα δούμε. Γι'αυτόν το λόγο, αυτή η ειδική ασαφής είσοδος θα ονομασθεί *ψεύτικη (dummy)* ασαφής είσοδος.

Πέραν των προαναφερθέντων σαφών κανόνων, καταστρώνουμε τη βάση ασαφών κανόνων ως εξής. Οι ασαφείς είσοδοι είναι ο αριθμός των πελατών στην ουρά (x=0,1,2,…) και ο μέσος ρυθμός αφίξεως των πελατών $\lambda \in [0,\mu_1+\mu_2)$. Η ασαφής έξοδος είναι η απόφαση d=1,0, για την ανάθεση ενός πελάτη στον αδρανή εξυπηρετούντα 2. Τα υπερσύνολα αναφοράς για τις ασαφείς εισόδους x και λ είναι $[0,+\infty)$ και $[0,6]$ αντίστοιχα. Το υπερσύνολο αναφοράς για την ασαφή έξοδο d είναι $[0,1]$. Παραθέτουμε στον πίνακα 4-1 τη βάση κανόνων. Η τιμή PVB για την ασαφή είσοδο x σημαίνει "Positive Very Big" και είναι βέβαια μεγαλύτερη από την PB. YES και NO για την ασαφή έξοδο d αντιστοιχούν στο 1 και στο 0. Αν η τιμή της d είναι YES, τότε ένας αναμένων πελάτης ανατίθεται στον αδρανή εξυπηρετούντα 2, αλλιώς όχι. Στο σχήμα 4-2 έχουμε τους βαθμούς συμμετοχής για την ασαφή είσοδο x, ενώ στα σχήματα 4-3(α) και 4-3(β) έχουμε τους βαθμούς συμμετοχής για την ασαφή είσοδο λ και την ασαφή έξοδο d αντίστοιχα.

Πίνακας 4-1

λ \ x	ZO	PS	PM	PB	PVB
ZO	NO	NO	NO	NO	YES
PS	NO	NO	NO	YES	YES
PM	NO	NO	YES	YES	YES
PB	NO	YES	YES	YES	YES

Η θεμελίωση της βάσης κανόνων και η επιλογή των ασαφών εισόδων βασίζονται στις εξής δηλώσεις. Πρώτον, (α) πιο εύκολα αποφασίζουμε να χρησιμοποιήσουμε τον εξυπηρετούντα 2 αν έχουμε περισσότερους πελάτες στο σύστημα, γιατί ο πιο αργός εξυπηρετών μπορεί να μειώσει το χρόνο παραμονής όταν ο buffer γεμίζει. Δεύτερον, (β) η απόφαση χρήσης του εξυπηρετούντος 2 μπορεί να ενισχυθεί από έναν υψηλότερο ρυθμό αφίξεων. Όντως, όταν οι αναμένοντες πελάτες έχουν ήδη φθάσει σε επίπεδα συμφόρησης και ο διαχειριστής του συστήματος γνωρίζει ότι πρόκειται να σημειωθούν κι άλλες αφίξεις που θα αυξήσουν περαιτέρω το συνωστισμό στο σύστημα, πρέπει να χρησιμοποιήσει τον πιο αργό εξυπηρετούντα με λιγότερο δισταγμό.

Τώρα, προσδιορίζουμε τις ποσοτικές σχέσεις μεταξύ των ασαφών μεταβλητών που δικαιολογούν τη χρήση της εισόδου λ. (γ1) Σε μια ειδική κατάσταση $\lambda=0$, θέλουμε να αδειάσουμε το σύστημα που ήδη έχει n πελάτες στην ουρά και η βέλτιστη τιμή κατωφλιού θα είναι

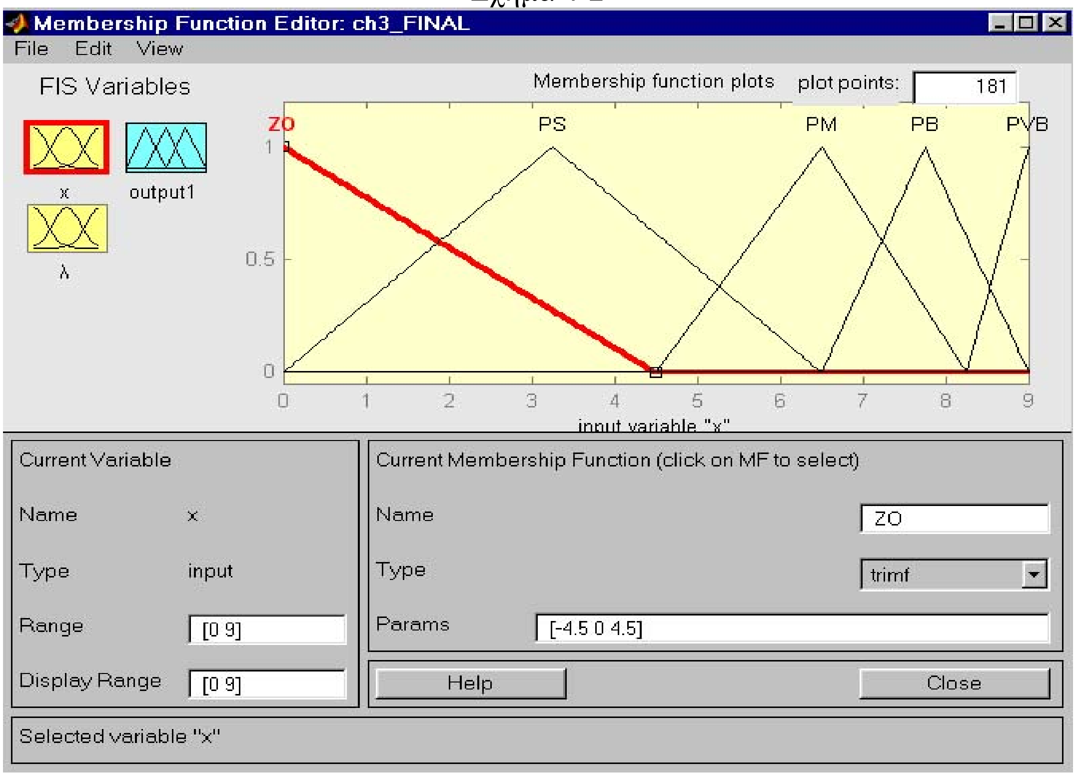
$$n^*_{\lambda=0} = Int\left(\frac{\mu_1}{\mu_2} - 1\right) \tag{4-2}$$

όπου Int(·) είναι ο μικρότερος ακέραιος μεγαλύτερος ή ίσος του (·). Για να εξηγήσουμε τον τύπο (4-2), με δεδομένο ότι η σειρά εξυπηρέτησης δεν μας ενδιαφέρει, έχουμε την ακόλουθη παρατήρηση. Ξεκινώντας από τον $Int(\mu_1/\mu_2)$-οστό πελάτη στην ουρά, αν ένας πελάτης πάει στον εξυπηρετούντα 2, τότε και αυτός ο πελάτης και όλοι οι υπόλοιποι θα τελειώσουν την εξυπηρέτησή τος εντός χρόνου όχι μεγαλύτερου από αυτόν που θα έκανε αν δεν έμπαινε στον αργό εξυπηρετούντα. Έτσι, το βέλτιστο κατώφλι σ'αυτήν την κατάσταση είναι $Int(\mu_1/\mu_2-1)$. Για παράδειγμα, για $\mu_1/\mu_2=3.5$ και $\lambda=0$, όταν υπάρχουν περισσότεροι από τέσσερεις πελάτες στην ουρά, αν ο τέταρτος πελάτης πάει στον εξυπηρετούντα 2, ο προσδοκώμενος χρόνος παραμονής στο σύστημα δεν θα είναι μικρότερος από $4/(3.5\mu_2)$. Έτσι, ο τέταρτος πελάτης ωφελείται αν εξυπηρετηθεί από τον εξυπηρετούντα 2. Επιπροσθέτως, αυτή η ατομικά βέλτιστη δράση είναι και κοινωνικά βέλτιστη, επειδή κρατά τον προσδοκώμενο χρόνο παραμονής στο σύστημα για τον πρώτο μέχρι και τον τρίτο πελάτη αμετάβλητο, αλλά τον μειώνει για όλους τους πελάτες μετά τον τέταρτο. Επιπλέον, είναι εύκολο να επαληθευθεί ότι αυτή η μείωση αρχίζει να λαμβάνει χώρα με τον τέταρτο πελάτη. Άρα, το βέλτιστο κατώφλι είναι το 3.

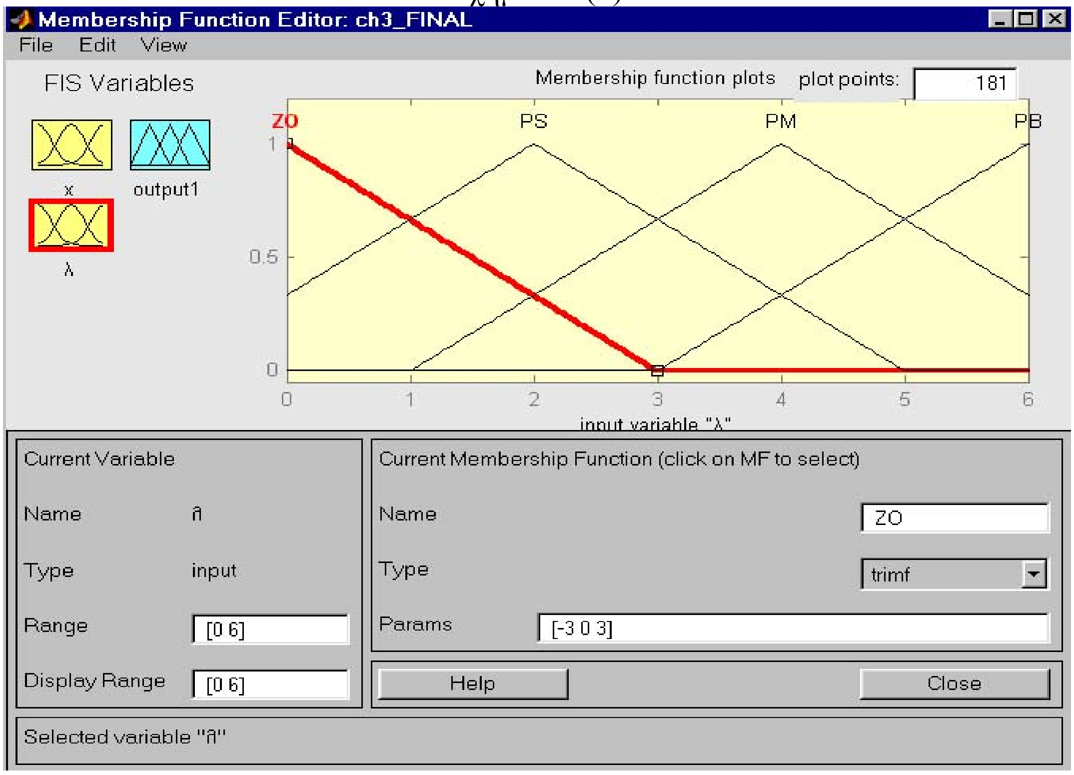
Η περίπτωση που εξετάζουμε είναι ισοδύναμη με τον κανόνα *if λ is ZO and x is PVB, then d is YES*. Με άλλα λόγια, (γ2) το PVB για την *x* στην βάση ασαφών κανόνων είναι σταθερό στο (μ_1/μ_2-1), που δεν είναι απαραίτητα ακέραιος. Στην πραγματικότητα, ο αριθμητικός προσδιορισμός αυτού του PVB είναι ο λόγος για τον οποίον δημιουργούμε την ψεύτικη ασαφή είσοδο *λ*. Να σημειωθεί ότι από τις προτάσεις (β) και (γ), συμπεραίνουμε ότι (δ) η βέλτιστη τιμή κατωφλιού είναι άνω φραγμένη από το (μ_1/μ_2-1).

Τώρα προσδιορίζουμε τις συναρτήσεις συμμετοχής για τις ασαφείς μεταβλητές. Επειδή ο χρόνος παραμονής του πελάτη στο σύστημα αυξάνεται γεωμετρικά με τον αριθμό των πελατών στο σύστημα, οι συναρτήσεις συμμετοχής για το *x* είναι όπως στο σχήμα 4-2. Η απόφαση "Yes" λαμβάνεται μόνον όταν όλες οι ασαφείς έξοδοι είναι YES, οπότε η συνάρτηση συμμετοχής για την έξοδο *d* είναι ίδια με το σχήμα 2-2(δ).

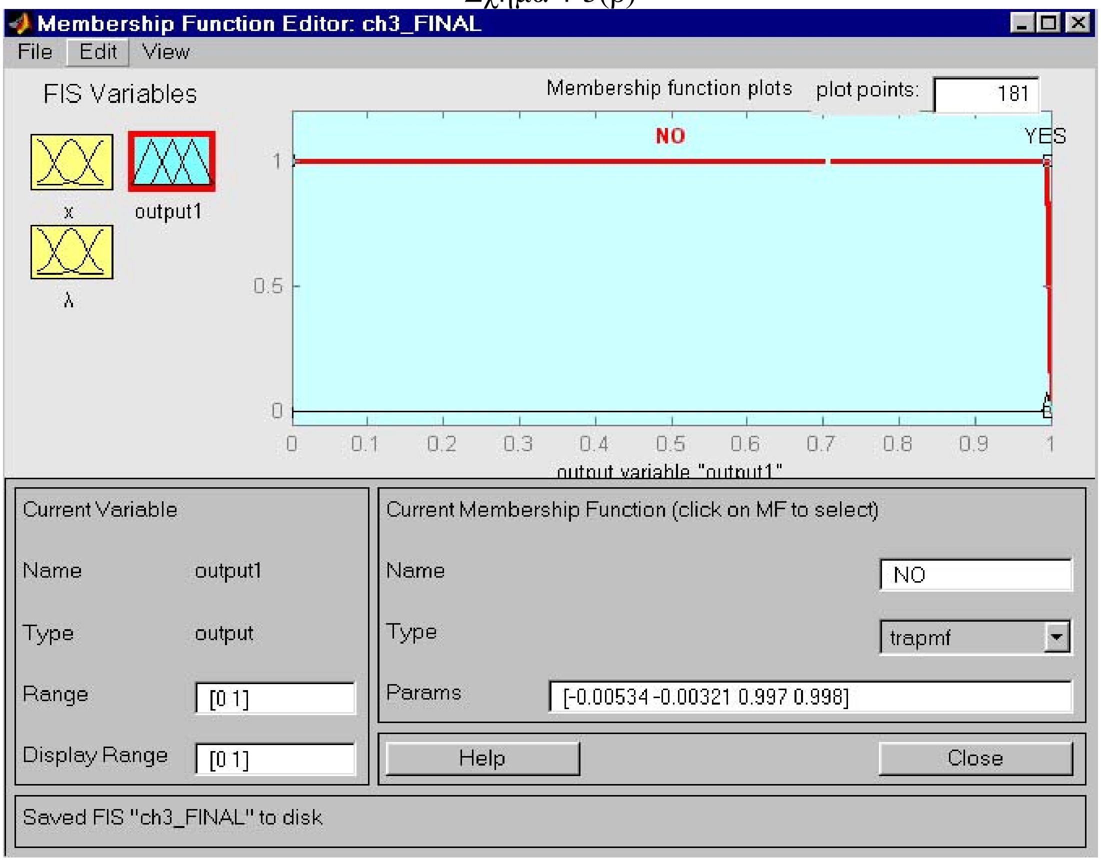
Σχήμα 4-2



Σχήμα 4-3(α)



Σχήμα 4-3(β)



4.1.3. Ένα αριθμητικό Παράδειγμα

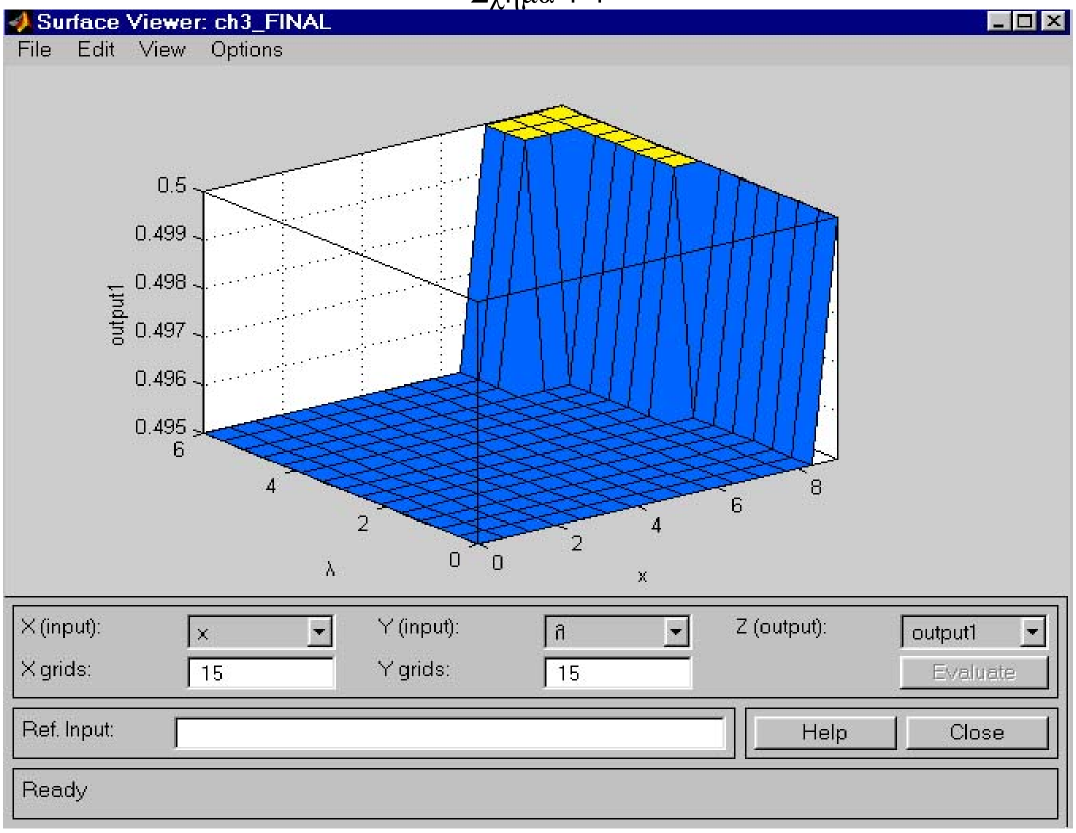
Εξετάζουμε μια ουρά με δυο παράλληλους εξυπηρετούντες με ελεγχόμενες αφίξεις, όπου οι παράμετροι είναι: λ=0.1, ρυθμοί εξυπηρέτησης των εξυπηρετούντων 1 και 2 μ_1=0.1 και μ_2=0.02. Ήδη γνωρίζουμε ότι μ_1/μ_2-1 αντιστοιχεί στο 9 στο σχήμα 4-2 και ότι $\mu_1+\mu_2$ αντιστοιχεί στο 6 στο σχήμα 2-8(α) αντίστοιχα, άρα ο scaling factor για το x είναι 2.25 και για το λ είναι 50. Τότε το λ=0.1 ερμηνεύεται ως *λ is PM with grade 0.67 and PB with grade 0.67*. Αυτοί οι υπολογισμοί γίνονται αυτόματα από τον ασαφή ελεγκτή (όπως τον ανέπτυξε ο Runtong, 1996).

Η διαδικασία ασαφούς ελέγχου παριστάνεται εν συντομία ως εξής: Σε κάθε εποχή απόφασης, ο ελεγκτής λαμβάνει τον τρέχοντα αριθμό αναμενόντων πελατών και τον ασαφοποιεί στις κατάλληλες γλωσσολογικές τιμές. Βάσει των αντίστοιχων ασαφών κανόνων, πυροδοτούνται συγκεκριμένες ασαφείς αποφάσεις. Εξαιτίας των ειδικών ασαφών συναρτήσεων συμμετοχής για το d, ο αποασαφοποιητής εδώ είναι απλός. Μια απόφαση "Yes" λαμβάνεται όποτε όλες οι ασαφείς έξοδοι είναι "Yes". Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι ο τρέχων αριθμός πελατών στην ουρά είναι x=5. Η τιμή αυτή πολλαπλασιάζεται με 2.25 (5 x 2.25=11.25) που, από το σχήμα 4-2(α) αντιστοιχεί σε PVB με βαθμό 1. Σύμφωνα με τη βάση κανόνων και τη μέθοδο Mamdani, οι ασαφείς αποφάσεις διαμορφώνονται ως εξής:

- If λ is PM with grade 0.67 and x is PVB with grade 1, then d is YES with grade 0.67.
- If λ is PB with grade 0.67 and x is PVB with grade 1, then d is YES with grade 0.67.

Επειδή και οι δυο ασαφείς έξοδοι d είναι YES, η απόφαση είναι "Yes". Παραθέτουμε επίσης στο σχήμα 4-4 τη συμπεριφορά των κανόνων όταν έχουμε μια αρχική κατάσταση (0,0,0).

Σχήμα 4-4



5

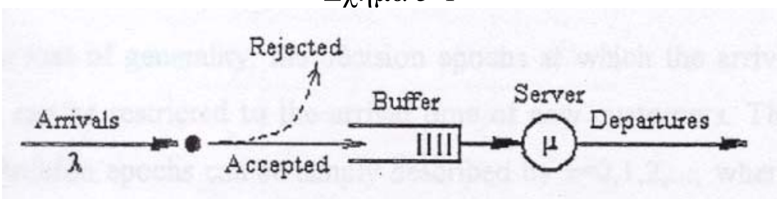
Έλεγχος της Εισόδου Πελατών

5.1. Ένας Εξυπηρετών με Ένα Ρεύμα Αφίξεων (Περίπτωση 4)

5.1.1. Περιγραφή Προβλήματος

Έστω το αναμονητικό σύστημα του σχήματος 5-1.

Σχήμα 5-1



Οι πελάτες φθάνουν στον buffer κατά Poisson με σταθερό ρυθμό λ. Ο buffer έχει άπειρη χωρητικότητα και η σειρά εξυπηρέτησης δεν παίζει ρόλο. Η εξυπηρέτηση γίνεται από έναν εκθετικό εξυπηρετούντα με ρυθμό εξυπηρέτησης μ. Σε έναν αφικνούμενο πελάτη μπορεί να επιτραπεί ή να μην επιτραπεί να μπει στον buffer από έναν κεντρικό ελεγκτή που αναπαρίσταται από τη μεγάλη μαύρη κουκκίδα του σχήματος 5-1. Το αναμονητικό σύστημα είναι M/M/1 με έλεγχο αφίξεων. Έστω ότι το σύστημα δέχεται μια σταθερή αμοιβή w για κάθε πελάτη που δέχεται και πληρώνει κόστος αναμονής h ανά πελάτη ανά μονάδα χρόνου στο σύστημα. Θέλουμε να καθορίσουμε τη βέλτιστη πολιτική αφίξεων ώστε να μεγιστοποιήσουμε το μέσο κέρδος (αμοιβή μείον κόστος). Η διαδικασία αυτή είναι διαδικασία απόφασης ημί-Markov.

Γι'αυτήν την περίπτωση, ο Naor (1969) αποδεικνύει ότι υπάρχει μια βέλτιστη πολιτική κι ότι είναι τύπου *κατωφλιού*. Συγκεκριμένα, το σύστημα δέχεται έναν πελάτη αν και μόνον αν $x<n^*$, όπου x ο αριθμός πελατών που βρίσκονται ήδη στο σύστημα. Ο Naor αποδεικνύει ότι

$$n_I^* = min(n : n+1 > \frac{w\mu}{h}) \tag{5-1}$$

που είναι η ατομικά βέλτιστη τιμή κατωφλιού και

$$n_s^* = min(n : n+1+n\rho+\ldots+\rho^{n+2} > \frac{w\mu}{h}) \tag{5-2}$$

που είναι η κοινινικά βέλτιστη τιμή κατωφλιού, όπου $\rho=\lambda/\mu$. Έπεται ότι $n_S^* \le n_I^*$. Με άλλα λόγια, μια κοινωνικά βέλτιστη πολιτική δέχεται λιγότερους πελάτες στο σύστημα από ό,τι μια ατομικά βέλτιστη.

5.1.2. Αρχιτεκτονική του Ασαφούς Ελεγκτή

Χωρίς απώλεια γενικότητας, οι εποχές απόφασης στις οποίες ελέγχονται οι αφικνούμενοι πελάτες μπορούν να περιορισθούν στους χρόνους αφίξεων νέων πελατών. Η κατάσταση του συστήματος στις εποχές απόφασης μπορεί να περιγραφεί από x=0,1,2,..., όπου x είναι ο αριθμός πελατών στο σύστημα, συμπεριλαμβανομένου και του πελάτη που πιθανόν βρίσκεται στην εξυπηρέτηση.

Επειδή οι αφίξεις πελατών ελέγχονται, *δεν* είανι απαραίτητο να υποθέσουμε ότι $\lambda<\mu$ για να εξασφαλίσουμε την ευστάθεια του συστήματος.

Για να αποφύγουμε την τετριμμένη περίπτωση όπου αρνούμαστε την είσοδο αμέσως σε έναν αφικνούμενο πελάτη, ακόμα και με άδειο το σύστημα (x=0), υποθέτουμε από τώρα και στο εξής (και για τις τρεις περιπτώσεις σ'αυτό το κεφάλαιο) ότι,

$$w-\frac{h}{\mu}>0 \tag{5-3}$$

Με αυτήν την υπόθεση, είναι πάντα ωφέλιμο να δεχόμαστε πελάτη στο σύστημα όταν αυτό είναι άδειο. Έτσι, γράφουμε έναν σαφή κανόνα για την κατάσταση x=0, ο οποίος λέει *if there are no customers in the system, then an arriving customer is admitted to the system.* Στο εξής θα εστιάσουμε το ενδιαφέρον μας στη βέλτιστη είσοδο πελατών όταν ο εξυπηρετών είναι απασχολημένος ή x ≥1.

Με αυτό το πλαίσιο, επειδή ο πελάτης στην εξυπηρέτηση δεν επηρεάζει την απόφαση ελέγχου, η πολιτική ελέγχου υπαγορεύεται μόνον από τον αριθμό των πελατών στην ουρά. Ωστόσο, όπως και στο κεφάλαιο 4, αυτή η πληροφορία δεν αρκεί για να προσδιορίσουμε ποσοτικά τις αποφάσεις ελέγχου. Έτσι, καταφεύγουμε και πάλι στην τεχνική της *ψεύτικης* μεταβλητής. Μιλώντας τυπικά, επιλέγουμε τις ακόλουθες παραμέτρους ως ασαφείς εισόδους: αριθμός πελατών στον buffer, s=0,1,2,…, και το ρυθμό αφίξεων πελατών λ[0,+ ∞). Το υπερσύνολο αναφοράς για την ασαφή έξοδο d είναι [0,1].

Ο πίνακας 5-1 περιέχει την βάση ασαφών κανόνων, όπου YES για την έξοδο d σημαίνει ότι ο πελάτης γίνεται δεκτός στο σύστημα, αλλιώς τον διώχνουμε.

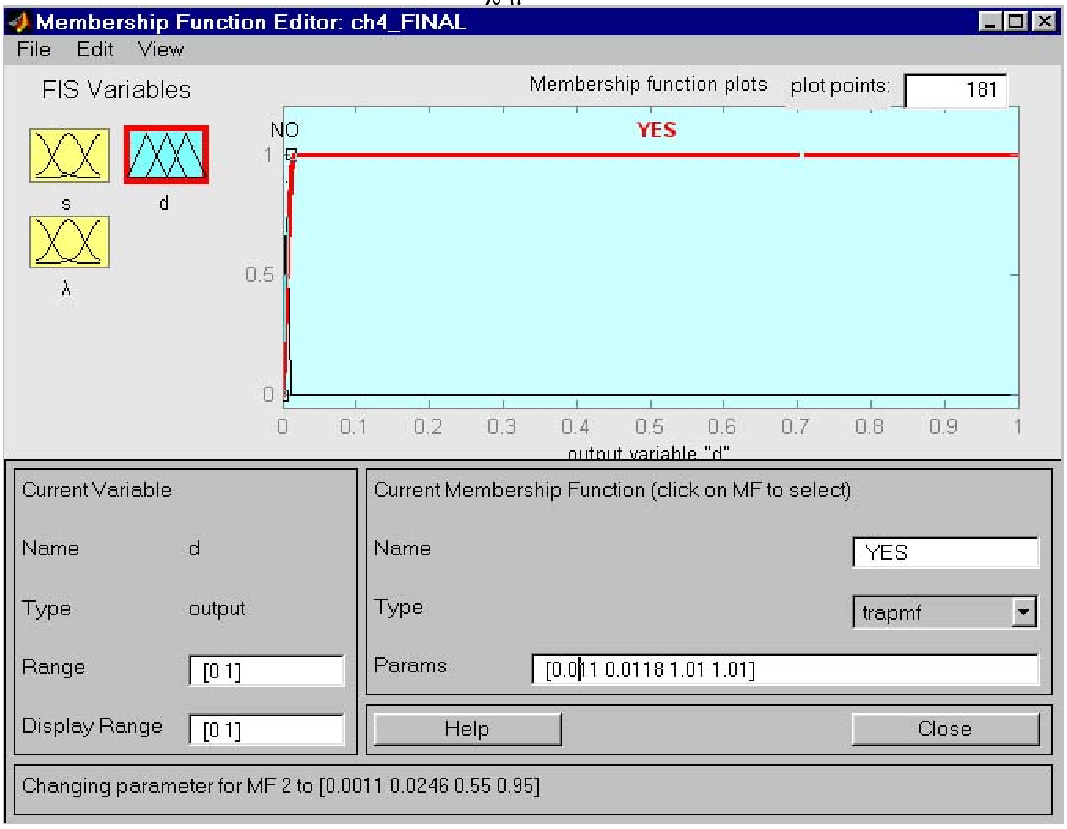
Πίνακας 5-1: Η βάση κανόνων

λ \ s	ZO	PS	PM	PB
ZO	YES	YES	YES	NO
PS	YES	YES	NO	NO
PM	YES	NO	NO	NO
PB	NO	NO	NO	NO

Οι συναρτήσεις συμμετοχής για τις ασαφείς εισόδους s και λ παρουσιάζονται στα σχήματα 2-2(α) και (β) αντίστοιχα, ενώ στο 5-2 αυτές για την ασαφή έξοδο d.

Η θεμελίωση της ασαφούς βάσης κανόνων βασίζεται στις ακόλουθες προτάσεις: (α) όσο περισσότεροι πελάτες υπάρχουν στο buffer, τόσο πιο δύσκολο είναι να δεχθούμε έναν νέο πελάτη (τόσο πιο δύσκολο είναι το "Yes"). Αυτό οφείλεται στο ότι οι επιπρόσθετοι πελάτες εισάγουν ένα υψηλό κόστος αναμονής, ενώ η ανταμοιβή δεν είναι τόσο σημαντική όταν οι πελάτες στο buffer είναι πολλοί. Αυτό σημαίνει ότι η βέλτιστη πολιτική εισόδου είναι τύπου κατωφλιού. (β) Η απόφαση "Yes" αποδυναμώνεται όταν αυξάνεται ο ρυθμός αφίξεων πελατών. Οι δυο αυτές προτάσεις είναι το κύριο σημείο στην εργασία των Rue και Rosenshine (1981). Πράγματι, αν ο διαχειριστής του συστήματος ήξερε ότι οι πελάτες φθάνουν με πολύ υψηλό ρυθμό, άρα ο εξυπηρετών σπάνια "πεινάει", *δεν* θα ήθελε να δεχθεί νέους πελάτες όταν ο εξυπηρετών είναι απασχολημένος, λόγω του ότι απλώς θα τον φόρτωναν με κόστος αναμονής. Μ'αυτές τις προτάσεις, ετοιμάζουμε τη βάση κανόνων και συμπεραίνουμε ότι (γ), όσο μικρότερος είναι ο αριθμός των πελατών στο buffer, τόσο ισχυρότερη επίδραση έχει στο να αλλάξει γνώμη ο διαχειριστής. Από εκεί οδηγούμαστε στη μορφή των συναρτήσεων συμμετοχής για το *s*. Από τα παραπάνω, βλέπουμε ότι η απόφαση "No" λαμβάνεται μόνον όταν όλες οι ασαφείς έξοδοι είναι NO κι από εκεί λαμβάνουμε τις συναρτήσεις συμμετοχής για την *d*.

Σχήμα 5-2



Τώρα προσδιορίζουμε τις ποσοτικές σχέσεις ανάμεσα στην *d* και στις *s* και *λ*. Επειδή όμως τα *λ* στο κεφάλαιο 4 ήταν άνω φραγμένα, δεν χρειάζεται να προσδιορίσουμε σταθερές τιμές για τα αντίστοιχα ασαφή σύνολα. Γ'αυτό τυγχάνει ειδικής ανάλυσης μόνον οι κανονική ασαφής είσοδος *x*, που δεν είναι άνω φραγμένη. Έτσι πρέπει να εξετάσουμε και τις δυο εισόδους *λ* και *s*.

Για την ασαφή είσοδο *s* και για την ειδική περίπτωση (δ1) λ=0, δηλαδή όταν πρέπει να αποφασίσουμε για τον τελευταίο πελάτη που φθάνει στο σύστημα, η βέλτιστη τιμή κατωφλιού είναι $n_{r=0}$* είναι ο μέγιστος ακέραιος μικρότερος από ή ίσος με

$$n_{r=0} = \frac{w\mu}{h} \qquad (5\text{-}4)$$

Αυτή η πρόταση λέει ότι ο τελευταίος πελάτης γίνεται αποδεκτός μόνον όταν η ανταμοιβή για την αποδοχή του καλύπτει το αναμενόμενο κόστος αναμονής, το οποίο είναι $w=n_{r=0}*(h/\mu)$. Αυτή η περίπτωση είναι ισοδύναμη του κανόνα *if λ is ZO and s is PB, then d is NO*. Δηλαδή, (δ2) το ασαφές σύνολο PB για το *s* με βαθμό συμμετοχής 1.0 στην ασαφή βάση κανόνων είναι σταθερό στην τιμή $w\mu/h$, που δεν είναι απαραίτητα ακέραιος αριθμός. Επιπροσθέτως, (ε) ο μεγαλύτερος ακέραιος που είναι μικρότερος ή ίσος του $n_{r=0}$* είναι το ατομικά βέλτιστο κατώφλι. Λόγω της υπόθεσης (5-3) και των προτάσεων (β) και (δ) συμπεραίνουμε ότι (στ) η βέλτιστη τιμή κατωφλιού είναι κάτω φραγμένη από το 1 και άνω από το $w\mu/h$.

Όσον αφορά την ασαφή είσοδο λ, θεωρούμε την περίπτωση που ένας αφικνούμενος πελάτης απορρίπτεται ενώ υπάρχει μόνον ένας πελάτης στην εξυπηρέτηση (x=1 και s=0). Αυτή η περίπτωση παρατηρείται όταν η μέση ωφέλεια της απόρριψης του αφικνουμένου πελάτη είναι μεγαλύτερη από αυτήν που θα είχαμε αν τον δεχόμασταν στο buffer. Η συνθήκη δίνεται από:

$$(w-\frac{h}{\mu})/(\frac{1}{\mu}+\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\cdot\frac{1}{\lambda}) \geq [w-h(\frac{2}{\mu}-\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\cdot\frac{1}{\lambda})]/\frac{1}{\mu} \tag{5-5}$$

Από την ανισότητα (5-5) βλέπουμε ότι η αριστερή πλευρά είναι αύξουσα ως προς λ, ενώ η δεξιά φθίνουσα ως προς το λ. Έτσι, η συνθήκη (5-5) θα ικανοποιηθεί τελικά όταν το λ γίνει αρκετά υψηλό, ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες παραμέτρους. Αυτή η παρατήρηση μας οδηγή στό συμπέρασμα (ζ) ότι, για το κριτήριο του μέσου όρου, όταν το λ είναι αρκετά μεγάλο, το σύστημα τελικά θα αρνείται κάθε είσοδο, ακόμα κι αν ο buffer είναι άδειος. Από την ανισότητα (5-5) έχουμε:

$$\lambda \geq \frac{\mu}{2h}(\mu w-3h+\sqrt{\mu^2 w^2-2\mu wh+5h^2}) \tag{5-6}$$

Αυτή η συνθήκη είναι ισοδύναμη με τον κανόνα *if λ is PB and s is ZO, then d is NO*.

5.1.3. Ένα Αριθμητικό Παράδειγμα

Έστω ένα σύστημα M/M/1 με έλεγχο αφίξεων, στο οποίο οι παράμετροι είναι ως εξής: λ=0.3, μ=0.3, ανταμοιβή για κάθε πελάτη w=50 και κόστος αναμονής ανά πελάτη ανά μονάδα χρόνου h=2.

Από τις προτάσεις (β2) και (η) και τα σχήματα , οι scaling factors για τις εισόδους λ και s είναι 0.8 και 3.54 αντίστοιχα. Τότε το λ=0.3 ερμηνεύεται ως *λ is ZO with grade 0.92 and PS with grade 0.41.* Αυτοί οι υπολογισμοί γίνονται αυτόματα από τον ασαφή ελεγκτή.

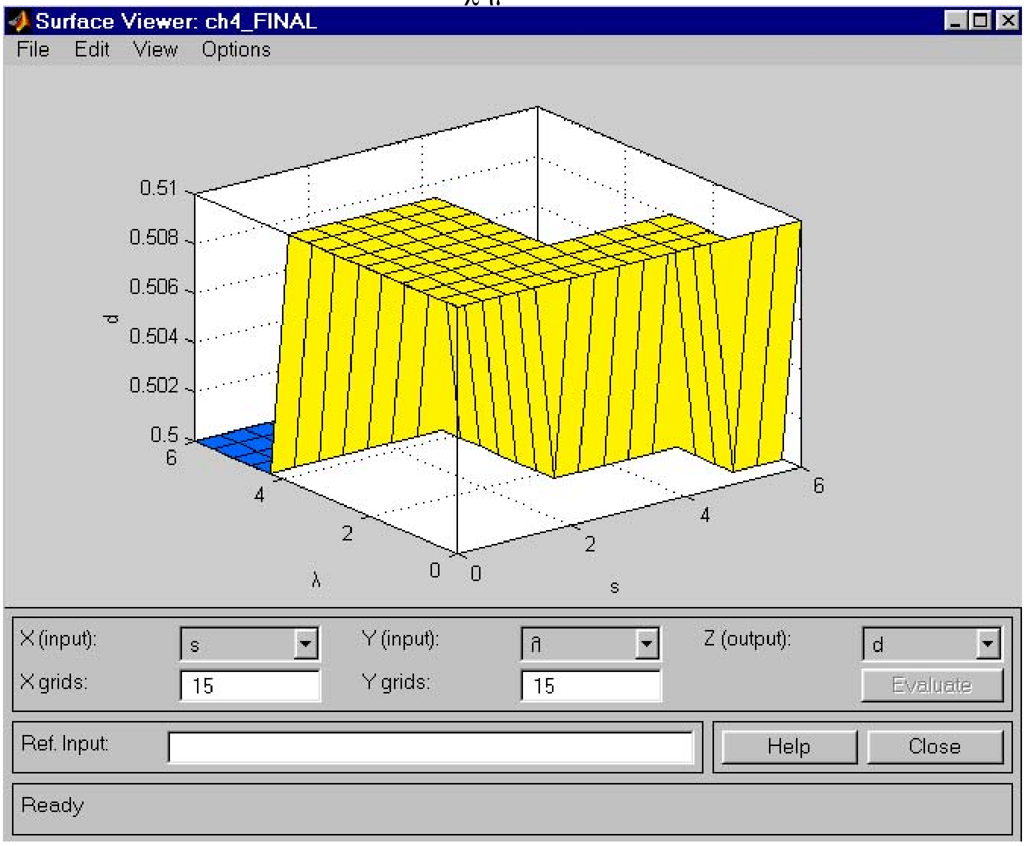
Οι διαδικασίες ασαφούς εξαγωγής συμπερασμάτων είναι εν συντομία: Σε κάθε εποχή απόφασης, ο ελεγκτής λαμβάνει τον τρέχοντα αριθμό αναμενόντων πελατών s, και τον ασαφοποιεί στις κατάλληλες γλωσσολογικές τιμές. Με τους κατάλληλους ασαφείς κανόνες, ενεργοποιούνται οι αντίστοιχες ασαφείς αποφάσεις. Λόγω των ειδικών συναρτήσεων συμμετοχής για την d, ο αποασαφοποιητής εδώ είναι απλός. Μια απόφαση "NO" λαμβάνεται μόνον όταν όλες οι ασαφείς έξοδοι είναι NO. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι s=1. Η τιμή αυτή πολλαπλασιαζόμενη με τον scaling factor γίνεται 3.54 που από το σχήμα αντιστοιχεί σε PM με βαθμό 0.355 και PB με βαθμό 0.454. Σύμφωνα με τη βάση κανόνων και με τη μέθοδο Mamdani, οι ασαφείς αποφάσεις είναι:

- If λ is ZO with grade 0.92 and s is PM with grade 0.355, then d is YES with grade 0.355
- If λ is PS with grade 0.41 and s is PM with grade 0.355, then d is NO with grade 0.355
- If λ is ZO with grade 0.92 and s is PB with grade 0.454, then d is NO with grade 0.454
- If λ is PS with grade 0.41 and s is PB with grade 0.454, then d is NO with grade 0.41

Από τις τέσσερεις ασαφείς εξόδους d, η μία είναι YES. Άρα, η απόφαση είναι YES.

Παρουσιάζουμε σχηματικά τη συμπεριφορά των κανόνων.

Σχήμα 5-3


Surface Viewer: ch4_FINAL
File Edit View Options
0.51
0.508
0.506
0.504
0.502
0.5
d
6
4
2
0
λ
0
2
4
6
s
X (input):
s
X grids:
15
Y (input):
Y grids:
15
Z (output):
d
Evaluate
Ref. Input:
Help
Close
Ready

6

Συμπεράσματα

6.1. Ανακεφαλαίωση

Ο έλεγχος αναμονητικών συστημάτων και η θεωρία ασαφούς ελέγχου αναπτύχθηκαν ταυτόχρονα στα μέσα της δεκαετίας του 1960 και έχουν χρησιμοποιηθεί για την επίλυση αρκετών πρακτικών προβλημάτων. Σ'αυτήν την εργασία παρουσιάζεται ο συνδυασμός τους, ο οποίος σίγουρα είναι ακόμα σε πρώιμο στάδιο, αλλά, όπως απέδειξε ο Runtong, είναι μια πολλά υποσχόμενη και αποτελεσματική ερευνητική κατεύθυνση. Στην εργασία του ο Runtong για πρώτη φορά επεχείρησε να λύσει προβλήματα ελέγχου αναμονητικών συστημάτων, που "κανονικά" ανήκουν στη σφαίρα των στοχαστικών διαδικασιών, με τεχνικές ασαφούς λογικής, λύνοντας υπάρχοντα προβλήματα και αναπτύσσοντας μέσα από κάθε ανεξάρτητη περίπτωση ένα συστηματικό πλαίσιο για τον ασαφή έλεγχο αναμονητικών συστημάτων (FCQS).

Στα προηγούμενα κεφάλαια, εξετάσαμε τέσσερεις περιπτώσεις, για τις οποίες κατασκευάσαμε και τα ασαφή συστήματα εξαγωγής συμπερασμάτων σε MATLAB 6.1, τα οποία προσφέρονται για περαιτέρω χρήση. Αυτά τα μοντέλα προέρχονται από όλες τις κατηγορίες του ελέγχου αναμονητικών συστημάτων.

Το πρώτο κεφάλαιο χωρίζεται σε δυο μέρη. (α) Ορίζουμε τον FCQS και εξηγούμε γιατί τον επιλέγουμε, παρέχοντας σαφείς ορισμούς και ξεκάθαρα επιχειρήματα. Αυτό είναι το θεωρητικό κομμάτι της εργασίας μας. (β) Παρουσιάζουμε μια σύγκριση του ελέγχου αναμονητικών συστημάτων και του ασαφούς ελέγχου. Εδώ είναι η τεχνική βάση αυτής της εργασίας.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, εξετάζουμε το πρόβλημα του *ελέγχου του αριθμού εξυπηρετούντων*. Το μοντέλο που επιλέγουμε έχει έναν εξυπηρετούντα και χρησιμοποιείται μια κλασσική δομή κόστους. Ο στόχος του συστήματος είναι ο προσδιορισμός της βέλτιστης πολιτικής λειτουργίας για την ελαχιστοποίηση του μέσου κόστους συστήματος σε άπειρο χρονικό ορίζοντα.

Στο τρίτο κεφάλαιο, ασχολούμαστε με τον *έλεγχο του ρυθμού εξυπηρέτησης* σε ένα σύστημα με έναν εξυπηρετούντα, χωρίς κόστη εναλλαγής. Εδώ, ο ρυθμός εξυπηρέτησης είναι η μεταβλητή ελέγχου.

Το τέταρτο κεφάλαιο πραγματεύεται τον *έλεγχο του πρωτοκόλλου ουράς*. Εδώ εξετάζουμε την ανάθεση πελατών σε δυο ετερογενείς παράλληλους εξυπηρετούντες.

Τέλος, στο πέμπτο κεφάλαιο, θεωρούμε τον *έλεγχο της εισόδου πελατών* σε ένα σύστημα M/M/1 με ένα ρεύμα εισόδου (μια κλασσική και γνωστή περίπτωση). Με τη χρήση της ψεύτικης (*dummy*) μεταβλητής, η προσέγγισή μας γεφυρώνει το χάσμα μεταξύ *κοινωνικής* και *ατομικής* βελτιστότητας στην περιοχή ελέγχου της βέλτιστης εισόδου πελατών.

6.2. Παρατηρήσεις

Έχουμε τις εξής παρατηρήσεις:

Α. *Βελτιστότητα*

Πολλές φορές χρησιμοποιούμε τον όρο "βέλτιστος" για να περιγράψουμε τις μεθόδους ή τις πολιτικές που επιδιώκουμε να προσδιορίσουμε με την προσέγγιση του ασαφούς ελέγχου. Υπάρχει όμως το ερώτημα του πόσο βέλτιστα είναι τα συστήματα και πώς μπορούμε να δοκιμάσουμε τη βελτιστότητά τους. Η *βελτιστότητα* είναι ένα από τα πιο δύσκολα προβλήματα στον ασαφή έλεγχο. Ο Runtong λέει ότι κανένα ασαφές σύστημα ελέγχου δεν είναι σίγουρα βέλτιστο, αλλά και η βελτιστότητα είναι ένα ασαφές σύνολο με βαθμό συμμετοχής μεταξύ 0 και

1. Τα δε μοντέλα που ανέπτυξε, από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων με τις υπάρχουσες αναλυτικές λύσεις αποδεικνύονται σε μεγάλο βαθμό βέλτιστα.

Β. *Ευστάθεια*

Μια άλλη δυσκολία στον ασαφή έλεγχο είναι η *ευστάθεια*. Στα συγκεκριμένα συστήματα (που οι προσομοιώσεις που πραγματοποίησε ο Runtong απέδειξαν πως είναι ευσταθή), η αστάθεια αποφεύγεται με την προσεκτική εκπαίδευση των ασαφών βάσεων κανόνων (και των αντίστοιχων συναρτήσεων συμμετοχής) και με την επιλογή συνεχών υπερσυνόλων αναφοράς για όλα τα αασαφή σύνολα, καθώς ένα διακριτό υπερσύνολο αναφοράς θα μπορούσε εύκολα να προκαλέσει αστάθεια σε ένα ασαφές σύστημα ελέγχου.

Γ. *Ψεύτικη Μεταβλητή*

Στο κεφάλαιο 4, χρησιμοποιούμε την "ψεύτικη" ασαφή μεταβλητή, η οποία είναι μια οντότητα που δεν είναι πραγματικά μεταβλητή, αλλά παίζει αυτόν τον ρόλο. Η τεχνική αυτή είναι αποτελεσματική σε πολιτικές κατωφλιού. Αν οι ρυθμοί αφίξεων είναι άγνωστοι, έχουμε ένα πολύπλοκο σύστημα με άγνωστες παραμέτρους, οπότε οι κλασσικές μέθοδοι δυναμικού ελέγχου δεν είναι αποτελεσματικές, γιατί δεν μπορούν να προσδιορίσουν ρητώς τις pathwise πιθανότητες που είναι ζωτικής σημασίας για τις ευρετικές μεθόδους. Εδώ, η προσέγγιση του ασαφούς ελέγχου με τη βοήθεια της ψεύτικης μεταβλητής παρουσιάζει πλεονεκτήματα.

Δ. *Κοινωνική/Ατομική Βελτιστοποίηση*

Στα κεφάλαια 4 και 5 οι βέλτιστες πολιτικές ελέγχου ακολουθούν το κριτήριο της κοινωνικής βελτιστοποίησης. Με άλλα λόγια, "βέλτιστο" = "κοινωνικά βέλτιστο". Η αντιπαράθεση μεταξύ κοινωνικής και ατομικής βελτιστοποίησης εξακολουθεί να υφίσταται, ιδίως σε προβλήματα βέλτιστου ελέγχου δρομολόγησης/εισόδου σε αναμονητικά συστήματα. Στα κεφάλαια 4 και 5, οι κοινωνικά βέλτιστες τιμές κατωφλιού προσδιορίζονται με τη βοήθεια ατομικά βέλτιστων κατωφλιών, γεφυρώνοντας έτσι τα δυο κριτήρια – και με τη βοήθεια της ψεύτικης μεταβλητής.

Βιβλιογραφία

1. Runtong Zhang, "Fuzzy control of queueing systems", Technical University of Crete, Chania, Greece, 1996
2. A. Ackere, "Conflicting interests in the timing of jobs," Man. Sci., vol 36, pp.970-984, 1990
3. I. Adiri and I. Domb, "A single-server queueing system working under mixed priority disciplines," Operat. Res., vol. 30, pp. 97-115, 1982
4. C. Albright, "Optimal maintenance-repair policies for the machine repair problem," Naval Res. Logist.Quart., vol 27 pp. 17-27, 1980
5. E. Altman and P. Nain, "Optimal control of the M/G/1 queue with repeated vacations of the server," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 38, pp. 1766-1775, 1993
6. A. Angsana and K. M Passion, "Distributed fuzzy control of flexible manufacturing systems", IEEE Trans. Contr. Syst. Techo., vol. 2, pp. 423-435, 1994
7. D. Artiges, "Optimal routing into two heterogeneous service stations with delayed information," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 40, pp.124-1236, 1995
8. J. Baras and J. Dorsey, "Stochastic control of two partially observed competing queues," IEEE Trans. Automat. Contr. Vol. AC-26, pp. 1106-1117, 1981.
9. J. Baras and A.J. Dorsey and A. Makowski, "Two competing queues with linear cost: the $c\mu$ rule is often optimal," Adv. Appl. Prob., vol. 17, pp. 237-238, 1985
10. A. Beja and A. Teller, "Relevant policies for Markovian queueing systems with many types of service," Man. Sci., vol. 21, pp. 1049, 1054, 1975
11. C. Bell, "Optimal operation of an M/G/1 priority queue with removable servers", Operat. Res., vol. 23, pp. 1281-1289, 1973
12. C. Bell, "Turning off a server with customers present: is this any way to run an M/M/*c* queue with removable servers?" Operat. Res., vol. 23, pp. 571-574, 1975
13. C Bell, "Optimal Operation of an M/M/2 Queue with Removable servers," Operat. Res., vol. 28, no. 5, pp. 1189-1204, 1980
14. C. Bell and S. Stidham, Jr., "Individual versus social optimization in the allocation of customers to alternative servers," Man. Sci., vol. 29, pp. 831-839, 1983
15. O. Berman, R. C. Larson and S. S. Chiu, "Optimal server location on a network operating as an M/G/1 queue", Operat. Res., vol. 33, pp. 746-771, 1985
16. J.P.C. Blanc, P.R Wall, P. Nain and D. Towsley, "Optimal control of admission to a multiserver queue with two arrival stream", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 37, pp. 785-797, 1992
17. O. Boxma, "On the D-policy for the M/G/1 queue", Man. Sci., vol. 22, pp. 916-197, 1976
18. A.D. Bovopoulos and A.A. Lazar, "Optimal resource allocation for Markovian queueing networks: The complete information case," Stochastic Models, vol. 1, pp. 161-184, 1991
19. S. Browne and U. Yechiali, "Dynamic priority rules for cyclic-type queues", Adv. Appl Prob., vol. 21, pp. 432-450, 1989
20. J.J. Buckley, "Theory of the fuzzy controller: An itroduction," Fuzzy Sets and Systems, vol. 51, pp. 249-258, 1992
21. C. Buyukkoc, P.V. Varaiya and J. Walrand, the $c\mu$ rule revisited," Adv. Appl. Rob., vol. 17, pp. 186-209, 1985
22. J.P. Buzen and A.B. Bondi, "The response times of priority classes under preemptive resume in M/M/*m* queues," Operat. Res., vol. 31, pp. 456-465, 1983
23. C.G. Cassandras, "On-line optimization for a flow control strategy," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-32, pp. 1014-1017, 1987

24. B. Chakravorti, "Optimal flow control of an M/M/1 queue with a balanced budget", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 39, pp. 1918-1921, 1992
25. H. Chen, P. Yang and D.D. Yao, "Control and scheduling in a two station queueing network: optimal policies and heuristics", Queueing Systems, vol. 18, pp. 301-332, 1994
26. Y.C. Chow and W.H. Kohler, "Models for dynamic load balanding in a heterogeneous multiple processor system", IEEE Trans. Comput. Vol. C-28, pp. 354-361, 1979
27. J. Cohen, "On the optimal switching level for an M/G/1 queueing system," Stoch. Pro. Applica., vol. 4, pp. 297-376, 1986.
28. C.A. Couroubetis and P.V. Varaiya, "Serving process with least thinking time maximizes resource utilization," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-29, pp. 1005-1008, 1984
29. C.A Couroubetis and M.I. Reiman, "Optimal control of a queueig system with simultaneous servers requirements," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-32, pp. 717-727, 1987
30. T.B. Crabill, "Optimal control of a service facility with variable exponential service time and constant arrival rate," Man. Sci., vol. 18, pp. 560-566, 1972.
31. T.B. Crabill, "Optmial control of a maintenance system with variable service rates and switchover costs", Man. Sci, to appear, 1977
32. T.B. Crabill, G. Gross and M.J. Magazine, "A classified Biblography of research on optimal design and control of queues", Operat. Res., vol. 25, p. 219-232, 1977
33. L.M.M. Custodio, J.J.S. Sentieiro and C.F.G. Bispo, "Production planning and scheduling using a fuzzy decision system,", IEEE Trans. Robot. Automat. Vol 19, pp. 160-167, 1994
34. Y. Dallery and S.B. Gershwin, "Manufacturing flow line systems: A review of models and analytical results", Queueing Systems, vol. 12, pp. 3-92, 1992
35. S. Deshmukh and S. Jain, "Capacity design and service quality control in a queueing system", Operat. Res., vol 25, pp. 651-661, 1977
36. A. K. Khingra and H. Moskowitz, "Application of fuzzy theories to multiple objective decision making in system design," Europe J. Operat. Res., vol. 53, pp. 348-361, 1991
37. B.T. Doshi, "Optimal control of the service rate in an M/G/1 queueing system," Adv. Appl. Prob., vol. 10, pp. 682-701, 1978
38. B.T. Doshi, "Queueng systems with vacations-a survey", Que. Syst., vol. 1, pp.29-66, 1986
39. D. Driankov, H. Hellendoorn and M. Reinfrank, An introduction to Fuzzy Control. Berlin, New York: Springer-Verlag, 1993
40. J. Dshalalow, "On the multiserver queue with finite waiting room and controlled input", Adv. Appl. Prob., vol. 17, pp. 408-423, 1985
41. D. Dubois and H. Prade, Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications, Boston: Academic Press, 1980
42. A. Ephremides, P.V. Varaiya and J. Walrand, "A simple dynamic routing problem", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-25, pp. 690-693, 1980
43. A. Federguyen and Rijms, "Copmutation of the stationary distribution of the queue size in an M/G/1 queueing system with variable service rate", J. Appl. Prob., vol. 7, pp. 515-522, 1980
44. A. Fegergruen and K. C. So, "Optimality of threshold policies in single-server queueing systems with server vacations", Adv. Appl. Prob., vol. 23, pp. 388-405, 1991
45. D. Filev and P. Angelove, "Fuzzy optimal control", Fuzzy Sets and Systems, vol. 47, pp. 151-156, 1992
46. A. G. Gadzhiev, "Control of queueing systems in a class of delays", Soviet Mathematics Doklady, vol. 43, pp. 427-430, 1991

47. E. Gallish, "On monotone optimal policies in a queueing model of M/G/1 type with controllable service time distribution", Adv. Appl. Proba., vol. 11, pp. 870-887, 1979
48. E. Gelenbe and G. Pujolle, Introduction to Queueing Networks. New York: Wiley, 1987
49. M. Gerla and L. Kleinrock, "Flow control: a coparative survey", IEEE Trans. Commun., vol. COM-28, pp553-574, 1980
50. H. Ghoneim and S. Stidgham, "Optimal control of arrivals to two queues in series", Europe J. Operat. Res., vol. 21, pp. 399-409, 1985
51. W. Gong, C. G. Cassandras and J. Pan, "Perturbation analysis of a multiclass queueing system with admission control", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 36, pp. 707-723, 1991
52. B. Hajek, "The proof of a folk theorem on queueing delay with applications to routing in networks", J. Assoc, Comput. Machinery, vol. 30, pp. 834-851, 1983
53. B. Hajek, "Optimal control of two interacting service stations", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-29, pp. 491-499, 1984
54. J. M. Harrison and L. M. Wein, "Scheduling networks of queues: Heavy traffic analysis of a two-station closed network", Operat. Res., vol. 38, pp. 1052-1064, 1990
55. R. Hassin, "Dynamic scheduling of a single class queue: discount optimality", Operat. Res., vol. 23, pp. 270-282, 1975
56. J. M. Harrison, "On the optimality of first come last served queues", Econometrica, vol. 53, pp. 201-202, 1985
57. M. Hersh and I. Brosh, "The optimal strategy structure of an intermittently operated service channel", Europe. J. Operat. Res., vol. 5, pp. 133-141, 1980
58. D. P. Heyman, "Optimal operating policies for M/G/1 queueing systems", Operat. Res., vol. 16, pp. 362-382, 1968
59. D. P. Heyman, "The T-policy for the M/G/1 queue," Man. Sci., vol. 23, pp. 775-778, 1977
60. M. Hlynka, D. A. Stanford, W. H. Poon and T. Wang, "Observing queues before joining", Operat. Res., vol. 42, pp. 365-371, 1994
61. M.T.Hsiao and A.A.Lazar, “Optimal flow control of multiclass queueing networks with partial information”, IEEE Trans. Automat. Contr., vol 35, pp.855-860, 1990
62. M. Jamshidi, N. Vadiee and T.J. Ross (ed.), Fuzzy and Logic Control: Softwareand hardware Applications. Englewood Cliff: PRT Prentice Hall, 1993
63. K. Jo, “Optimal service-rate control of exponential queuing systems” Adv Appl Prob, vol 15, pp.146-177, 1983
64. K. Y. Jo S. Stidhham, Jr, , “Optimal service-rate control of M/G/1 queuing systems using phase methods” Adv Appl Prob, vol 15, pp.616-637, 1983
65. S.G. Johansen and S. Stidhham, Jr “Control of arrival to a stochastic input-output system” Adv Appl Prob, vol 12 pp.654-999 1980
66. V. V. Kalashnikov, Mathematical methods in queuing theory. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994
67. T. Kampke, “Optimal scheduling of jobs with exponential service times on identical parallel processors”, Operat Res vol. 37, pp. 126-144, 1989
68. A. Kandel (ed), Fuzzy Expert systems. Boca Raton CRC press, 1991
69. A. Kandel and G. Langhoz (ed) Fuzzy control systems Boca Ration CRC press, 1994
70. J.J. Kanet, “A mixed delay dependent queue discipline,” Operat Res vol. 30, pp. 93-96, 1982
71. E.P.C. Kao and K.S. Narayanan, "Analyses of an M/M/N queue with servers’ vacations" Europe J. Operat Res vol. 54, pp. 256-266, 1991
72. O. Kella, “optimal control of the vacation scheme in an M/G/1 queueing system, Operat Res vol. 38, pp. 724-728, 1990

73. T. Kimura, “optimal control of an M/G/1 queueing stets with removable server via diffusion approximation, Europe J. Operat Res vol. 8, pp. 394-398, 1981
74. D.E. Kirk, Optimal Control Theory, Englewood cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1970
75. G.P. Klimov, “Time sharing service systems” Belgian J. Opens. Res Statistics Computer Sci., vol.30 pp.45-53, 1990
76. G.P. Klimov, “Optimization of the order of service”, Theory Prob Appl. Vol.19 pp.532-551, 1974.
77. L. Kleinrock Queueing Systems, Volume I, Theory, New York: Wiley 1975
78. L. Kleinrock Queueing Systems, Volume II, Computer Applications, New York: Wiley 1975
79. E. Kofman and S.A. Lippman “An M/M/1 dynamic priority queue with optional promotion”, Operat Res vol.29 pp.174-188, 1981
80. V. Kouikoglou And Y.A. Phillis, “An exact discrete-event model and control policies for production lines with buffers” IEEE Trans Automat., Vol AC-36, pp. 515-527, 1991
81. V. Kouikoglou And Y.A. Phillis, “discrete event modeling and optimization of production lines with random rates” IEEE Trans Automat., Vol 10, pp. 153-159, 1994
82. V. Kouikoglou And Y.A. Phillis, “An efficient discrete-event model for production networks of general geometry” IIE Transactions., Vol 27, pp. 32-42, 1995
83. N.C. Kundsen, “Individual and social optimization in a multi server queue with a general cost-benefit structure” Econometrica vol 40, pp. 515-528, 1972
84. J. Kuri and A Kumar, “On the optimal allocation of customers that must depart in sequence” Operat Res Letts, vol. 15 pp.41-46, 1994
85. J. Kuri and A. Kumar, “Optimal control of arrivals to queues with delayed queue length information,” IEEE trans. Automat. Contr. Vol.40 pp1444-1450, 1995
86. H-J. Langen, “ Applying the method of phases in the optimization of queueing systems,” Adv. Appl Prob, vol 14, pp. 122-142, 1982
87. A. M. Law and W.D. Kelton, Simulation Modelling and Analysis, New York” McGraw-Hill, 1982
88. A.A. Lazar “Optimal flow control of a class of queueing networks in equilibrium”, IEEE trans automat Contr. Vol AC-28, pp. 1001-1007, 1983
89. C.C. Lee, “Fuzzy Logic in control systems: Fuzzy logic controller – part I& II” IEEE Trans Syst Man Cyber., vol 20, pp. 404-435, 1990
90. Y. Levy and U/ Yechiali, “Utilization of idle time in an M/G/1 queueing system,” Man. Sci., vol. 22, pp. 202-211, 1975
91. W. Lin and P. R. Kumar, "Optimal control of a queueing system with heterogeneous servers", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-29, pp. 696-703, 1984
92. X. Liu, V. Makis and A. K. S. Jardine, "Optimally maintaining an M/G/1-type production system", IIE Transactions, vo. 28, pp. 86-92, 1996
93. S. A. Lippman, "Semi-Markov decision process with unbounded rewards", Man. Sci., vol. 19, pp. 717-731, 1973
94. S. A. Lippman, "Applying a new device in the optimization of exponential queueing systems", Operat. Res., vol. 23, pp. 685-710, 1975
95. S. A. Lippman and S. Stidhmam Jr, "Individual versus social optimization in exponential congestion systems," Operat. Res., vol. 25, pp. 233-247, 1977
96. F.V. Lu and R.F. Serfozo, "M/M/1 queueing decision processes with monotone hysteretic optimal policies", Operat. Res., vol. 32, pp. 1116-1132, 1984
97. V. Makis, "A note on optimal control limit for a batch service queueing system: Average cost rate", Opsearch., vol. 21, pp. 113-116, 1984
98. I. Medhi, Stochastic Models in Queueing Theory. New York: Academic Press, 1991

99. B. L. Miller, "A queueing reward system with several customer classes", Man. Sci., vol. 16, pp. 235-245, 1969
100. D. L. Mon and C. H. Chenf, "Fuzzy system reliability analysis for components with different member functions", Fuzzy Sets and Systems, vol. 64, pp. 145-158, 1994
101. F.H. Moss and A. Segall, "An optimal control approach to dynamic routing in networks", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-27, pp. 329-339, 1982
102. J. Murdoch, Queueing Theory: Worked Examples and Problems. London: MacMillan Press, 1978.
103. H. Nakanishi, I. B. Turksen and M. Sugeno, "A review and comparison of six reasoning methods", Fuzzy Sets and Systems, vol. 57, pp. 257-294, 1993
104. P. Naor, "On the regulation of queue size by levying tolls", Econometrica, vol. 37, pp. 15-24, 1969
105. V. Novak, Fuzzy Sets and Their Applications. Bristol: Adam Hilger, 1986
106. D. S. Negi and E. S. Lee, "Analysis and simulation of fuzzy queues", Fuzzy Sets and Systems, vol. 46, 00. 321-330, 1992
107. J. A. E. E. Van Nunen and M. L. Puterman, "Computing optimal control limits for GI/M/*s* queueing systems with controlled arrivals", Man. Sci., vol. 29, pp. 725-734, 1983
108. K. Ohno, "A unified approach to algorithms with a suboptimality test in discounted semi-markov decision processes", J. Operat. Res. Soc. Jpn., vol. 24, pp. 296-324, 1981
109. M. Parlar, "Optimal dynamic service rate control in time dependent M/M/*s*/*N* queues", Int. J. Systems Sci., vol. 15, pp. 107-118, 1984
110. C. D. Pegden and M. Rosenshine, "Scheduling arrivals to queues", Computer Operat. Res., vol. 17, pp. 343-348, 1990
111. W. Pedrycz, Fuzzy Control and Fuzzy Systems. New York: Wiley, 1989
112. W. Pedrycz, "Why triangular membership functions?" Fuzzy Sets and Systesm, vol. 64, pp. 21-30, 1994
113. Y. A. Phillis and V. S. Kouikoglou, "An entropy approach to queueing control", Proceedings of the 34th IEEE CDC, New Orleans, USA , pp. 3644-3645, December 1995
114. T. J. Procyk and E. H. Mamdani, "A linguistic self-organizing process controller", Automatica, vol. 15, pp. 15-30, 1979
115. J. H. Rath, "Controlled queues in heavy traffic", Adv. Appl. Prob., vol. 7, pp. 656-671, 1975
116. A. Ridder, "A linear programming problem in separable closed queueig networks", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 34, pp. 214-217, 1989
117. R. Righter and J. G. Shanthikumar, "Scheduling multiclass single server queueing systems to stochastically maximize the number of successful departures", Prob. Eng. Info. Sci., vol. 3, pp. 323-333, 1989
118. Z. Rosberg, P. P. Varaiya and J. C. Walrand, "Optimal control of service in tandem queues", IEEE Trans. Automa. Contr., vol. AC-27, pp. 600-610, 1982
119. Z. Rosberg and P. Kermani, "Customer routing to different servers with complete information", Adv. Appl. Prob., vol. 21, pp. 861-882, 1989
120. S. Ross, Introduction to Stochastic Dynamic Programming, New York: Academic Press, 1983
121. R. C. Rue and M. Rosenshine, "Some properties of optimal control policies for entry to an M/M/1 queue", Naval Res. Logist. Quart., vol. 28, pp. 525-532, 1981
122. H. Sabeti, "Optimal selection of service rates in queueing with different cost", J. Operat. Res. Soc. Jpn, vol. 16, pp. 15-35, 1973

123. R. Schassberger, "A note on optimal service selection in a single server queue", Man. Sci., vol. 21, pp. 1326-1331, 1975
124. R. O. A. Seedy "Analytical solution of the state-dependent Erlangian queue: $M/E_j/1/N$ with balking", Microelectron. Reliab., vol. 36, pp. 203-206, 10996
125. A. Seidmann and P. J. Schweizter, "Part selection policy for a flexible manufacturing cell feeding several production lines", IIE Trans., vol. 16, pp. 355-362, 1984
126. M. Shaked and J. G. Shanthikumar, "Optimal allocation of resources to nodes of parallel and series systems", Adv. Appl. Prob., vol. 24, pp. 894, 914, 1992
127. J. G. Shanthikumar and D. D. Yao, "Comparing ordered-entry queues with heterogeneous servers", Queue. Syst., vol. 2, pp. 235-244, 1987
128. J. G. Shanthikumar and D. D. Yao, "Optimal server allocation in a system of multi-server stations", Man. Sci., vol. 33, pp. 1173-1180, 1987
129. J. G. Shanthikumar and D. D. Yao, "On server allocation in multiple center manufacturing systems," Operat. Res., vol. 36, pp. 333-342, 1988
130. J. G. Shanthikumar and D. D. Yao, "Multiclass queueing system: polymatrodal structure and optimal scheduling control", Operat. Res., vol. 40, pp. 293-299, 1992
131. T. Shioyama, "Optimal control of a queueing network system with two types of customers", Europe. Operat. Res., vol. 52, pp. 367-372, 1991
132. T. Shioyama and H. Kise, "Optimization in production systems: A survey on queueing approaches", J. Operat. Res. Jpn., vol. 32, pp. 34-55, 1989
133. J. M. Smith and S. Daskalaki, "Buffer space allocation in automated assembly lines", Operat. Res., vol. 36, pp. 343-359, 1988
134. M. J. Sobel, "Optimal average-cost policy for a queue with start-up and shut-down costs", Operat. Res., vol. 17, pp. 145-162, 1969
135. M. J. Sobel, "The optimality of full service policies", Operat. Res., vol. 17, pp. 639-649, 1982
136. W. E. Stein and M. J. Cote, "Scheduling arrivals to a queue", Computers Operat. Res., vol. 21, pp. 607-614, 1994
137. S. Stidham, Jr., "Socially and individually optimal control of arrivals to a GI/M/1 queue", Man. Sci., vol. 24, pp. 1598-1610, 1978
138. S. Stidham, Jr., "Optimal control of admission to a queueing system", IEEE Trans. Automa. Contr., vol. AC-30, pp. 705-713, 1985
139. S. Stidham, Jr. and R. Weber, "A survey of Markov decision models for control of networks of queues", Queueing Systems, vol. 13, pp. 291-314, 1993
140. H. Takagi, "$M/G/1/N$ queues with server vacations and exhaustive service", Operat. Res., vol. 42, pp. 939-926, 1994
141. K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and design of fuzzy control system", Fuzzy Sets and Systems, vol. 45, pp. 135-156, 1992
142. J. Teghem, Jr., "Optimal control of queues: removable servers", Belgian J. Operat. Res. Statist. Comput. Sci., vol. 25, pp. 99-128, 1985
143. J. Teghem, Jr., "Control of the service process in a queueing system", Europe. J. Operat. Res. vol. 23, pp. 141-158, 1986
144. J. Teghem, Jr., "Optimal control of a removable server in an M/G/1 queue with finite capacity" Europe. J. Operat. Res., vol. 31, pp. 358-367, 1987
145. H. Tijms and Duyn Schouten, F., van der, "Inventory control with two switch over levels for a class M/G/1 queueing systems with variable arrival and service rate", Stoch. Proce. Applica., vol. 6, pp. 213-222, 1978
146. M. H. Veatch and L. M. Wein, "Monotone control of queueing networks", Queueing Systems, vol. 12, pp. 391-408, 1992

147. M. H. Veatch and L. M. Wein, "Optimal control of a two-station tandem production/inventory system", Operat. Res., vol. 42, pp. 337-349, 1994
148. I. Viniotis and A. Ephremides, "Extension of the optimality of the threshold policy in heterogeneous multiserver queueing systems", IEEE Trans. Automa. Contr., vol. 33, pp. 104-109, 1988
149. K. Wang and H. Huang, "Optimal control of a removable server in an $M/E_k/1$ queueing system with finite capacity", Microelectron. Reliab., vol. 35, pp. 1023-1030, 1995
150. J. Walrand, "A note on 'optimal control of a queueing system with two heterogeneous servers'", Syst. Contr. Letts., vol. 4, pp. 131-134, 1984
151. L. Wang, Adaptive Fuzzy System and Control: Design and Stability Analysis, Englewood Cliffs: PTR Prentice Hall, 1994
152. P. P. Wang, "Static and dynamic scheduling of customer arrivals to a single-server system", Naval Research Logistics, vol. 40, pp. 345-360, 1993
153. R. R. Weber, "On the optimal assignment of customers to parallel servers", J. Appl. Prob., vol. 15, pp. 406-413, 1978
154. R. R. Weber and S. Stidham, Jr., "Optimal control of service rates in networks of queues", Adv. Appl. Prob., vol. 19, pp.202-218, 1987
155. L. M. Wein, "Scheduling networks of queues: Heavy traffic analysis of a two-station network with controllable inputs", Operat. Res., vol. 38, pp. 1065-1078, 1990
156. S. T. Welstead, Neural Network and Fuzzy Logic Applications in C/C++, New York: Wiley, 1994
157. W. Whitt, "The best order for queues in series", Man. Sci., vol. 31, pp. 475-487, 1985
158. W. Whitt, "Deciding which queue to join: some counterexamples", J. Appl. Prob., vol. 34, pp. 55-62, 1986
159. W. Winston, "Optimality of the shortest-processing-time discipline", J. Appl. Prob., vol. 14, pp. 181-189, 1977
160. W.Winston, "Optimality of monotonic policies for multiple server exponential queueing systems with state-dependant arrival rates", Operat. Res., vol. 26, pp. 1089-194, 1978
161. P. E. Wright, "Two parallel processors with coupled inputs", Adv. Appl. Prob., vol. 24, pp. 986-1007, 1992
162. Z. Wu, P. B. Luh, S. Chang and D. A. Castanon, "Optimal control of a queueing system with two interacting service stations and three classes of impatient tasks", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 33, pp. 43-49, 1988
163. S. Xu, "Socially and individually optimal routing of stochastic jobs in parallel processor systems", Operat. Res., vol. 40, pp. 367-375, 1992
164. S. Xu and H. Chen, "On the asymptote of the optimal routing policy for two service stations", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 44, pp. 187-192, 1993
165. S. Xu and J. G .Shanthikumar, "Optimal expulsion control – a dual approach to admission control of an ordered-entry system", Operat. Res., vol. 41, pp. 1137-1152, 1993
166. S. Xu, R. Righter and J. G. Shanthikumar, "Optimal dynamic assignment of customers to heterogeneous servers in parallel", Operat. Res., vol. 40, pp. 1126-1138, 1992
167. M. Yadin and P. Naor, "Queueing systems with a removable service station", Operat. Res. Quart., vol. 14, pp. 393-405, 1963
168. M. Yadin and P. Naor, "On queueing systems with variable service capacitors", Naval. Res. Log. Quart., vol. 14, pp. 43-54, 1967
169. Y. Yavin, "Optimal control of some queueing networks", Mathl. Comput. Modeling, voll. 16, pp. 3-12, 1992
170. U. Yechiali, "On optimal balking rules and toll charges in a GI/M/1 queueing process", Operat. Res., vol. 19, pp. 349-370, 1971

171. U. Yechiali, "Customers' optimal joining rules for the GI/M/*s* queue", Man. Sci., vol. 18, pp. 434-443, 1972
172. S. Zacks and M. Yadin, "Analytic characterization of the optimal control in a queueing system", J. Appl. Prob., vol. 7, pp. 617-633, 1970.
173. L. A. Zadeh, "Fuzzy Sets", Informat. Control, vol. 8, pp. 338-353, 1965
174. L. A. Zadeh, "A rationale for fuzzy control", Trans. ASME, J. Dynam. Syst. Measur. Control, vol. 94, pp. 3-4, 1972
175. L. A. Zadeh, "Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes", IEEE Trans. Syst. Man Cybern., vol. SMC-3, pp. 28-44, 1973
176. L. A. Zadeh, "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning I, II, III". Informat. Sci., vol. 8, pp. 199-251, pp. 301-357; vol. 9 pp. 43-80, 1975
177. H. Zimmermann, Fuzzy Set Theory and Its Applications. Dordrecht: Kluwer, 1991