

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ



Διπλωματική εργασία:

ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΠΑΡΑΚΤΙΟΥ ΥΔΡΟΦΟΡΕΑ ΜΕ
ΧΡΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΚΑΙ ΤΟΥ
ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ GWM
(Ground Water Management)

ΑΘΗΝΑ Ε. ΠΑΠΠΑ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ: Γ. ΚΑΡΑΤΖΑΣ (ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ)

Ε. ΠΑΛΑΙΟΛΟΓΟΣ

Ν. ΠΑΡΑΝΥΧΙΑΝΑΚΗΣ

ΧΑΝΙΑ, ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2010

Ευχαριστίες

Ολοκληρώνοντας την παρούσα διπλωματική εργασία θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Γ.Π. Καρατζά, καθηγητή του Τμήματος Μηχανικών Περιβάλλοντος για την πολύτιμη βοήθειά του, καθώς και την Δρ. Ζ.Δόκου και τον κ. Μ. Βαρουχάκη για την άψογη συνεργασία. Ιδιαίτερες ευχαριστίες εκφράζονται και προς τα μέλη της εξεταστικής επιτροπής κ.κ. Ε. Παλαιολόγο και Ν. Παρανυχιανάκη.

Περίληψη

Με την παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται μελέτη του φαινομένου της υφαλμύρισης στην περιοχή Χερσονήσου Ηρακλείου, καθώς το φαινόμενο αυτό αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι παραθαλάσσιες περιοχές και επιχειρείται η αντιμετώπισή του με βελτιστοποίηση των αντλήσεων με εντοπισμό του μετώπου σε συγκεκριμένες θέσεις.

Η υφαλμύριση αποτελεί παράγοντα υποβάθμισης της ποιότητας και της δυναμικότητας των παράκτιων υδροφορέων και για αυτό είναι σημαντικό να μπορεί να εντοπιστεί η θέση της. Εφαρμόζοντας την εξίσωση Ghyben-Herzberg σε έναν υδροφορέα συγκεκριμένου πάχους, μπορεί να οριστεί η θέση της σφήνας της υφαλμύρισης μέσω της θέσης συγκεκριμένης ισοϋψούς. Στην παρούσα εργασία προκειμένου να εντοπιστεί η θέση του μετώπου εξετάζεται η θέση της ισοϋψούς των 102.5m, με προσομοίωσης της ροής με χρήση του μοντέλου MODFLOW, το οποίο επιλύει τις εξισώσεις ροής με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών .

Στη συνέχεια γίνεται βελτιστοποίηση των αντλήσεων μέσω διαφόρων σεναρίων προκειμένου η υφαλμύριση να περιοριστεί σε μια συγκεκριμένη περιοχή. Η διαδικασία της βελτιστοποίησης γίνεται με χρήση του μοντέλου GWM, στο οποίο χρησιμοποιείται η μέθοδος simplex.

Τέλος γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν τόσο από το μοντέλο προσομοίωσης της ροής, όσο και από το μοντέλο βελτιστοποίησης, με παλαιότερες μελέτες που εξέτασαν το φαινόμενο της υφαλμύρισης στην ίδια περιοχή.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1 - Υπόγεια ύδατα και η διαχείρισή τους.....	1
1.1 Υπόγεια ύδατα	1
1.2 Τα υπόγεια ύδατα στον υδρολογικό κύκλο	2
1.3 Διαχείριση - Αξιοποίηση.....	3
1.3.1 Ο ρόλος των υδροφορέων στη συνολική ανάπτυξη μιας περιοχής.....	4
1.3.2 Βασικές αρχές αξιοποίησης υδατικών πόρων	4
Κεφάλαιο 2 – Το φαινόμενο της υφαλμύρισης.....	8
2.1 Εισαγωγή	8
2.2 Είδη υφαλμύρισης.....	9
2.2.1 Πολυπλοκότητα υφαλμύρισης	10
2.3 Μηχανισμός δημιουργίας υφαλμύρισης	10
2.4 Οι συνθήκες ροής κατά Hubert	13
2.5 Εναλλακτικός τρόπος μελέτης της υφαλμύρισης.....	16
2.5 Η δομή της διεπιφάνειας	17
2.6 Η «ανύψωση» της διεπιφάνειας στα παράκτια έργα άντλησης νερού	18
2.7 Το «πόδι» της διεπιφάνειας.....	20
2.9 Αντιμετώπιση της διείσδυσης της θάλασσας στους παράκτιους υδροφόρους.....	21
2.9.1 Τροποποίηση του «γενικού σχεδίου άντλησης»	21
2.9.2 Τεχνητός εμπλουτισμός	21
2.9.3 Δημιουργία υπόγειου φράγματος.....	22
2.9.4 Φράγμα από άντληση υφάλμυρου νερού κοντά στην ακτή.....	22
2.9.5 Φραγμός από τεχνητό εμπλουτισμό.....	23
Κεφάλαιο 3 – Η περιοχή μελέτης.....	25
3.1 Γενικά.....	25
3.2 Κλιματολογικά στοιχεία	26
3.3 Χλωρίδα και πανίδα.....	28
3.4 Γεωλογία και υδρογεωλογία	29
3.4.1 Υδροπερατοί Σχηματισμοί	29
3.4.2 Υδατοστεγείς Σχηματισμοί	30
3.4.3 Διαμόρφωση υδροφορέων και υδρογεωλογικών ενοτήτων	31
Κεφάλαιο 4 – Μοντέλα προσομοίωσης υπόγειας ροής	33
4.1 Εισαγωγή	33
4.2 Ταξινόμηση μοντέλων υπόγειου νερού.....	34
4.3 Μεθοδολογία εφαρμογής των μοντέλων	37
4.4 Εξίσωση ροής	40
4.4.1 Αριθμητική ανάλυση προβλημάτων στάθμης υδροφόρων	40
4.4.2 Νόμος του Darcy	41
4.5 Οι εξισώσεις του μοντέλου υπόγειας ροής.....	42
4.5.1 Εξισώσεις του συστήματος	43
4.5.2 Εξίσωση Boussinesq	45
4.5.3 Παραγωγή των εξισώσεων του συστήματος.....	46
4.6 Μαθηματικά μοντέλα	49
4.7 Μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών	52
Κεφάλαιο 5 - Το λογισμικό MODFLOW.....	57
5.1 Εισαγωγή	57
5.2 Βασικές αρχές και παραδοχές του λογισμικού MODFLOW	58

5.3 Υπορουτίνες κώδικα MODFLOW	60
5.4 Μηχανές επίλυσης MODFLOW	62
5.4.1 Πακέτο προαπαιτούμενης συζυγούς βαθμίδας	63
5.4.2 Πακέτο Ισχυρά πεπλεγμένης μεθόδου	63
5.4.3 Πακέτο επιτυχούς εκτόνωσης	63
5.4.4 Μηχανή επίλυσης WHS	64
5.5 Προσδιορισμός οριακών συνθηκών	64
5.5.1 Τύποι οριακών συνθηκών	64
5.6 Δημιουργία ομοιώματος	65
5.6.1 Εισαγωγή γεωμετρικών, γεωλογικών και υδρογεωλογικών στοιχείων	65
5.6.2 Πηγάδια άντλησης – παρατήρησης	70
5.6.3 Βαθμονόμηση	71
Κεφάλαιο 6 – Εφαρμογή μεθόδων βελτιστοποίησης στα προβλήματα διαχείρισης υπογείων υδάτων	74
6.1 Η μη γραμμικότητα σε προβλήματα υπογείων υδάτων	74
6.2 Δομή του μη γραμμικού προβλήματος	74
6.2.1 Συνέχεια της αντικειμενικής συνάρτησης.	75
6.2.2 Κυρτότητα της αντικειμενικής συνάρτησης.	76
6.3 Επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων	79
6.3.1 Μέθοδοι διαδοχικής γραμμικοποίησης	79
6.3.2 Μέθοδοι που χρησιμοποιούν την κλίση	81
6.3.3 Μέθοδοι που δεν χρησιμοποιούν την κλίση	82
6.4 Προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού	82
6.4.1 Μαθηματικοί ορισμοί του γραμμικού προγραμματισμού	82
6.4.2 Μεθοδολογία και διαδικασία μοντελοποίησης	83
6.4.3 Συνθήκες εφαρμογής και τυπολογία μοντέλων γραμμικού προγραμματισμού	85
6.5.1 Μετατροπή του γραμμικού προβλήματος στην πρότυπη μορφή	86
6.5.2 Θεωρητικό υπόβαθρο	87
Κεφάλαιο 7 – Μοντέλο βελτιστοποίησης GWM	88
7.1 Εισαγωγή	88
7.2 Μεταβλητές απόφασης (decision variables)	88
7.2.1 Μεταβλητές απόφασης ρυθμού ροής (flow-rate decision variables)	88
7.2.2 Εξωτερικές μεταβλητές απόφασης (Ex_m) (external decision variables)	88
7.2.3 Δυαδικές παράμετροι (binary variables) (binary variables)	89
7.3 Αντικειμενική συνάρτηση (objective function)	89
7.4 Περιορισμοί (constraints)	90
7.4.1 Περιορισμοί μεταβλητών απόφασης (Decision-Variable Constraints)	90
7.4.2 Γραμμικό άθροισμα περιορισμών (Linear-Summation Constraints) ..	91
7.4.3 Περιορισμοί υδραυλικού ύψους (Hydraulic-Head Constraints)	92
7.5 Πλήρης μορφή προβλήματος διαχείρισης υπογείων υδάτων	95
7.5.1 Επίλυση των προβλημάτων διαχείρισης των υπογείων υδάτων με χρήση GWM	95
7.6 Γραμμικός προγραμματισμός	96
7.7 Υπολογισμός των συντελεστών απόκρισης	98
7.8 Ορθότητα και ακρίβεια των συντελεστών απόκρισης	98

7.9 Μη γραμμικός προγραμματισμός	99
7.10 Εφαρμογή του μοντέλου GWM	102
7.10.2 Σενάριο θέσεων Α	106
7.10.2 Σενάριο θέσεων Β	108
7.10.3 Σενάριο θέσεων C	110
7.10.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων	111
Κεφάλαιο 8 – Συμπεράσματα	116
Παράρτημα	118
Βιβλιογραφία	127

Κεφάλαιο 1 - Υπόγεια ύδατα και η διαχείρισή τους

1.1 Υπόγεια ύδατα

Το νερό είτε αντιμετωπίζεται ως «φυσικός πόρος», «οικονομικό αγαθό», είτε ως «περιβαλλοντικό στοιχείο» είναι βασικό και αναντικατάστατο, απαραίτητο όχι μόνο για την ανάπτυξη, αλλά και για την επιβίωση της ανθρωπότητας. Όμως ως περιβαλλοντική παράμετρος είναι η πλέον «ευαίσθητη» και πρώτα «θιγόμενη» από τα δύο σύνδρομα της σύγχρονης κοινωνίας που είναι η υπερκατανάλωση και η ρύπανση (<http://www.geo.auth.gr/763/ch9.htm>).

Η ποσότητα του νερού στον πλανήτη παραμένει πρακτικά σταθερή και ανέρχεται στα $1600 \cdot 10^6 \text{ km}^3$. Έτσι η ποσότητα του νερού που απαντάται ελεύθερο στην επιφάνεια του πλανήτη ανέρχεται σε $1370 \cdot 10^6 \text{ km}^3$. Από την ποσότητα αυτή του ελεύθερου νερού ποσοστό 97,2% είναι αλμυρό (θαλασσινό) και δεν μπορεί να αξιοποιηθεί αυτούσιο για ύδρευση, άρδευση ή βιομηχανική χρήση. Ανεκμετάλλευτη παραμένει επίσης και η ποσότητα του νερού που είναι υπό μορφή χιονιού ή πάγου, αντιπροσωπεύοντας το 2,1% στο σύνολο του νερού, καθώς και ατμοσφαιρικοί υδρατμοί που αντιστοιχούν στο 0,001% της ποσότητας αυτού. Κατά συνέπεια από τις τεράστιες υγρές ποσότητες του πλανήτη, μόνο 0,6% είναι διαθέσιμο στον άνθρωπο αντιπροσωπεύοντας $8,2 \cdot 10^6 \text{ km}^3$ νερού.

Από την ποσότητα αυτή ποσοστό 12% αντιπροσωπεύεται από το επιφανειακό νερό (ποταμοί – λίμνες), ενώ το υπόλοιπο ποσό, περίπου $7,2 \cdot 10^6 \text{ km}^3$ νερού είναι υπόγειο νερό. Όμως το μισό από αυτήν την ποσότητα δεν είναι άμεσα διαθέσιμο στον άνθρωπο, γιατί βρίσκεται σε βάθος μεγαλύτερο από 800m., ενώ πρέπει να αφαιρεθεί ποσοστό 0,6% της συνολικής ποσότητας του υπόγειου νερού, που αποτελούν η υγρασία και οι διάφορες απώλειες. Από τα παραπάνω προκύπτει τελικά ότι ο άνθρωπος έχει στη διάθεσή του $0,1 \cdot 10^6 \text{ km}^3$ επιφανειακού νερού και $3 \cdot 10^6 \text{ km}^3$ υπόγειου νερού.

Συνολικά το ποσό των χρησιμοποιούμενων υδατικών πόρων (γλυκό νερό πλην των παγετώνων) αποτελείται κατά 95% από το υπόγειο νερό (Καλλέργης, 2001).

Από τους υδατικούς πόρους οι επιφανειακοί είναι απολύτως διακριτοί, μιας και συγκεντρώνονται στις λεκάνες απορροής. Τα όριά τους είναι τοπογραφικά και μπορούν να χαραχτούν με τη βοήθεια τοπογραφικών χαρτών. Το νερό ρέει προς την κατεύθυνση που κλίνει τοπογραφικά η μορφολογία. Τα επιφανειακά νερά δεν μπορούν να διασχίσουν τους τοπογραφικούς υδροκρίτες (εκτός των περιπτώσεων μεγάλων πλημμυρών) και οι θέσεις των υδροκριτών αυτών είναι σταθερές, τουλάχιστον στην χρονική κλίμακα του μηχανικού.

Από την άλλη μεριά, οι υπόγειοι υδατικοί πόροι δεν είναι ευδιάκριτοι και συχνά ούτε διακριτοί μεταξύ τους. Τα όρια των υδροφορέων είναι φυσικά και όχι τοπογραφικά, ενώ σε δοσμένο σημείο μπορεί να υπόκεινται της επιφάνειας του εδάφους περισσότεροι υδροφορείς. Καθένας υδροφορέας μπορεί να έχει διαφορετικά χημικά και υδραυλικά χαρακτηριστικά, να έχει διαφορετική πηγή ή περιοχή εμπλουτισμού και διαφορετική περιοχή εκφόρτισης. Επιπλέον, οι υπόγειοι υδροκρίτες δεν συμπίπτουν κατά κανόνα με τους επιφανειακούς.

Κάτω από φυσικές συνθήκες, ένα υδροφόρο σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση δυναμικής ισορροπίας. Ένας μεταβλητός όγκος νερού εμπλουτίζει τον υδροφορέα και ένας ομοίως μεταβλητός όγκος νερού εκφορτίζεται από το υδροφόρο σύστημα. Ο ρυθμός εμπλουτισμού καθορίζεται από το ποσό των ατμοσφαιρικών κατακρημνισμάτων που δε χάνονται με την εξατμισοδιαπνοή και την απορροή (ελεύθεροι υδροφορείς), την κατακόρυφη υδροπερατότητα και τις λιθοφάσεις της ακόρεστης ζώνης και τέλος από τη μεταβασιμότητα και την πιεζομετρία στο υδροφόρο σύστημα (<http://www.waterinfo.gr/eedyp/papers/GKallergis.html>).

1.2 Τα υπόγεια ύδατα στον υδρολογικό κύκλο

Τα υπόγεια ύδατα αποτελούν μέρος του υδρολογικού κύκλου της γης. Ολόκληρη σχεδόν η ποσότητα του υπόγειου νερού μπορεί να θεωρηθεί μέρος του υδρολογικού κύκλου που περιλαμβάνει τα επιφανειακά και μετεωρικά-ατμοσφαιρικά νερά. Πρακτικά όλα τα νερά που καταλαμβάνουν μέρος του ανθρώπινου περιβάλλοντος ανακυκλώνονται συνεχώς εξαιτίας των δυνάμεων που ασκούνται πρωταρχικά από την ηλιακή ενέργεια και τη βαρύτητα της γης.

Οι υδροφόροι σχηματισμοί του φλοιού της γης δρουν σαν αγωγοί για τη μεταβίβαση και σαν αποθήκες για την αποθήκευση του νερού. Το νερό εισέρχεται σε αυτούς τους σχηματισμούς είτε άμεσα με τις βροχοπτώσεις από την επιφάνεια του εδάφους (κατείσδυση) είτε έμμεσα, από σώματα επιφανειακού νερού, όπως τα ποτάμια και οι λίμνες (διήθηση) και μετά ταξιδεύει αργά σε ποικίλες αποστάσεις μέχρι να επιστρέψει στην επιφάνεια είτε με φυσική ροή (πηγές), είτε με την παρέμβαση των φυτών (διαπνοή) ή του ανθρώπου (υδροληπτικά έργα) (Καλλέργης, 2001).

Πρακτικά, όλες οι ποσότητες του υπόγειου νερού είναι επιφανειακής προέλευσης. Οι κύριες πηγές του φυσικού εμπλουτισμού των υπόγειων νερών περιλαμβάνουν τα ατμοσφαιρικά κατακρημνίσματα, την επιφανειακή απορροή και τις φυσικές και τεχνητές λίμνες. Ένα μέρος της αναπλήρωσης των υδροφόρων οριζόντων, που αναφέρεται σαν τεχνητός εμπλουτισμός, προέρχεται από το πλεόνασμα του αρδευτικού νερού, τις διαρροές και διηθήσεις από τα κανάλια μεταφοράς και από τα

έργα τεχνητού εμπλουτισμού. Το νερό στο υπέδαφος κινείται στην ακόρεστη ζώνη προς τα κάτω υπό την επίδραση της βαρύτητας, ενώ στην κορεσμένη ζώνη κάτω από την επίδραση των τοπικών υδραυλικών συνθηκών.

Εκροή του υπόγειου νερού γίνεται όταν το νερό αναδύεται από το υπέδαφος. Το μεγαλύτερο μέρος της φυσικής εκροής έχει τη μορφή εκφόρτισης σε σώματα επιφανειακού νερού όπως π.χ. τα υδατορεύματα, η θάλασσα και οι λίμνες. Η ροή του υπόγειου νερού στην επιφάνεια του εδάφους εμφανίζεται με τη μορφή πηγών, οι οποίες αποτελούν εκφορτίσεις των υδροφορέων. Το υπόγειο νερό κοντά στην επιφάνεια είναι δυνατόν να επιστρέψει άμεσα στην ατμόσφαιρα με τη διαδικασία της εξάτμισης από το έδαφος και της διαπνοής από τα φυτά. Οι σημαντικότερες τεχνητές «εκροές» υπόγειου νερού είναι οι αντλούμενες ποσότητες του, από υδροληπτικά έργα (Καλλέργης, 2001).

1.3 Διαχείριση - Αξιοποίηση

Ο όρος διαχείριση, όταν αναφέρεται στους υδατικούς πόρους, κατά κανόνα συνοδεύεται από επιθετικούς προσδιορισμούς του τύπου ορθολογική, βέλτιστη, αιεφόρος κ.λ.π. ανάλογα με τον “Διαχειριστή” και την χρονική περίοδο, δηλαδή ανάλογα με το κριτήριο που δεσπόζει κατά τη διαχείριση. Το 1986 ο Driscoll εισάγει τον όρο “σοφή χρήση” (“wise use”) η οποία φαίνεται να αποτελεί συγκερασμό των πιο πάνω επιθετικών προσδιορισμών. Ορίζεται ως η ποσότητα του φυσικού υπόγειου νερού που μπορεί να αποληφθεί οικονομικά και νόμιμα σε “αιεφόρο βάση” από έναν υδροφόρο χωρίς υποβάθμιση της φυσικής ποιότητας του νερού ή δημιουργία ανεπιθύμητων συνεπειών, όπως βλάβη στο περιβάλλον (<http://www.geo.auth.gr/763/ch9.htm>).

Η βέλτιστη ανάπτυξη των υπόγειων υδατικών πόρων έχει σαν βασική προϋπόθεση το σωστό σχεδιασμό, στο σύνολο της υδρογεωλογικής λεκάνης. Δοθέντος ότι μια υδρογεωλογική λεκάνη είναι μια φυσική υπόγεια αποθήκη νερού, η χρήση από έναν ιδιοκτήτη γης, επηρεάζει την υδροδότηση όλων των άλλων ιδιοκτητών γης. Έτσι η σωστή διαχείριση πρέπει να βασίζεται σε επιλογή στόχων ώστε να αναπτυχθεί λειτουργικά ολόκληρη η λεκάνη. Αυτό όμως συνεπάγεται συλλογιστική όχι μόνο με γεωλογικές και υδρογεωλογικές θεωρήσεις, αλλά και νομικές, οικονομικές, πολιτικές και χρηματοδοτικές απόψεις. Τυπικά, η βέλτιστη οικονομική ανάπτυξη των υδατικών πόρων σε μια περιοχή απαιτεί ολοκληρωμένη διαδικασία, η οποία θα συντονίζει τη χρήση τόσο των επιφανειακών όσο και των υπόγειων υδατικών πόρων. Μόνο μετά την αποτίμηση των διαθέσιμων συνολικών υδατικών πόρων και τη σύνταξη εναλλακτικών σχεδίων διαχείρισης, θα πρέπει να λαμβάνονται αποφάσεις από τα κατάλληλα δημόσια οργανωτικά σχήματα.

Η ανάπτυξη των υπόγειων νερών αρχίζει με τη διασπορά μερικών γεωτρήσεων άντλησης σε ολόκληρη τη λεκάνη. Με την πάροδο του χρόνου όμως, κατασκευάζονται περισσότερες γεωτρήσεις και έτσι αυξάνονται οι απολήψεις. Καθώς αυξάνεται ο αριθμός των γεωτρήσεων η ανάπτυξη της λεκάνης φτάνει και ξεπερνά τη φυσική αναπλήρωση. Αν συνεχισθεί η ανάπτυξη της λεκάνης, χωρίς ένα σχέδιο διαχείρισης, είναι πιθανόν να εξαντληθούν οι υπόγειοι υδατικοί πόροι. Η εκρηκτική αύξηση της ζήτησης νερού την τελευταία 20ετία σε παγκόσμια κλίμακα, οδήγησε στη

συνειδητοποίηση ότι οι τεράστιες υπόγειες υδατοδεξαμενές, που σχηματίζονται από τους υδροφόρους, αποτελούν πολύτιμες υδατοαποθήκες που η σωστή διαχείρισή τους είναι πρωταρχικής σημασίας.

Σκοπός της διαχείρισης των υδατικών πόρων είναι η σύνταξη ενός μεγάλου αριθμού εναλλακτικών σχεδίων και η επιλογή και εφαρμογή ενός από αυτά, για να ικανοποιηθούν οι ανάγκες σε νερό των διάφορων καταναλωτών (Καλλέργης, 2001).

1.3.1 Ο ρόλος των υδροφορέων στη συνολική ανάπτυξη μιας περιοχής

Οι υδροφορείς μπορεί να παίζουν πολλούς ρόλους στη συνολική ανάπτυξη των υδατικών πόρων μιας περιοχής. Οι πιο προφανείς ρόλοι ή καλύτερα λειτουργίες των υδροφόρων συστημάτων είναι:

- Η λειτουργία τροφοδοσίας των έργων απόληψης (supply function),
- Η λειτουργία διοχέτευσης (piping function) νερού από μια περιοχή σε μια άλλη (Kazmann, 1956).
- Η λειτουργία εξόρυξης νερού (mining function) στην περίπτωση που η απόληψη ξεπερνά την αναπλήρωση, που οδηγεί όμως στην εξάντληση του υδροφόρου.
- Η λειτουργία του συστήματος επεξεργασίας (filter plant function) μεταχειρισμένων νερών (Hordon, 1977) στην ακόρεστη ζώνη.
- Η λειτουργία παραγωγής ενέργειας (energy-source function) με την κατασκευή και εγκατάσταση των αντλιών θερμότητας που αξιοποιούν τη θερμική ενέργεια του υδροφόρου (Gass-Lehr, 1997, Andrews, 1978).
- Η λειτουργία αποθήκευσης νερού (storage function) με την υπόγεια αποθήκευση της περίσσειας νερού (χειμερινής, υγρών περιόδων, πλημμυρικών απορροών αλλά και επεξεργασμένων λυμάτων).

1.3.2 Βασικές αρχές αξιοποίησης υδατικών πόρων

Η εκμετάλλευση των υδατικών πόρων δεν μπορεί παρά να στηρίζεται σε προχωρημένη γνώση των ποιοτικών και ποσοτικών χωροχρονικών μεταβολών τους. Τέσσερις βασικοί παράγοντες παίζουν καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση της εκμεταλλεύσιμης ποσότητας νερού σε ένα υδραυλικό σύστημα.

- A. Η μέση ετήσια επιφανειακή και υπόγεια απορροή, καθώς και η μέση ετήσια αναπλήρωση του υπόγειου νερού
- B. Η τεχνοοικονομική δυνατότητα άντλησης του υπόγειου νερού .
- C. Η ποιότητα του νερού, υπόγειου ή επιφανειακού, στην υδρολογική λεκάνη και κοντά σε αυτήν.
- D. Η νομοθεσία για το νερό, υπόγειο ή επιφανειακό, μέσα και κοντά στην υδρολογική λεκάνη.

Η πρώτη από τις πιο πάνω αρχές αναφέρεται στη μεγιστοποίηση της “ασφαλούς απόδοσης” (safe yield) σε μακροχρόνια κλίμακα. Η δημιουργία μόνιμου ελλείμματος λόγω υπεράντλησης δεν μπορεί να αποκατασταθεί και φυσικά ούτε να υποκατασταθεί

από το πρόσκαιρο οικονομικό όφελος. Το έλλειμμα οδηγεί στην εξάντληση των υδατικών πόρων και στην αύξηση μελλοντικά του κόστους της κάλυψης των αναγκών σε νερό που θα κληθούν να αντιμετωπίσουν, οι μελλοντικές γενιές. Η συνδυασμένη χρήση επιφανειακών και υπόγειων νερών, η ανακύκλωση - επαναχρησιμοποίηση και ο τεχνητός εμπλουτισμός αποτελούν τις βασικές τεχνικές ικανοποίησης της πρώτης αρχής.

Η δεύτερη αρχή αποβλέπει στην ελαχιστοποίηση των δυσμενών επιπτώσεων των διαφόρων δραστηριοτήτων του ανθρώπου πάνω στην ποιότητα του υπόγειου νερού, όπως είναι η υπεράντληση, ιδιαίτερα των παράκτιων υδροφόρων, η διάνοιξη γεωτρήσεων βάθους μεγαλύτερου από το υδρογεωλογικά επιτρεπτό, η χρησιμοποίηση λιπασμάτων, φυτοφαρμάκων και βελτιωτικών του εδάφους και η διάθεση στο έδαφος και το υπέδαφος στερεών και υγρών αποβλήτων.

Τέλος, η τρίτη αρχή προϋποθέτει την ανάπτυξη κριτηρίων προτεραιοτήτων για τη μελλοντική χρήση του υπόγειου νερού, δοθέντος ότι οι περίοδοι ξηρασίας σε συνδυασμό με τη συνεχώς αυξανόμενη ζήτηση νερού από τη γεωργία, τη βιομηχανία και την ύδρευση, συνιστούν σημαντικά προβλήματα της “σοφής χρήσης”. Από την άλλη μεριά η χρησιμοποίηση κριτηρίων προτεραιότητας οδηγεί στον περιορισμό του διατιθέμενου για άρδευση νερού υπέρ του διατιθέμενου για ύδρευση, γεγονός που έχει δυσμενείς οικονομικές επιπτώσεις (<http://www.geo.auth.gr/763/ch9.htm>).

Η μέση ετήσια αναπλήρωση του υπόγειου νερού, σε συνδυασμό με την τεχνοοικονομική δυνατότητα άντλησής του, αποτελούν στην πράξη μια άλλη έκφραση της «ασφαλούς απόδοσης» των υδροφόρων συστημάτων. Αλλά ακόμα και ο καθορισμός της απόδοσης αυτής υπόκειται σε μεταβολές που ελέγχονται, εκτός των άλλων, από την ενέργεια που απαιτείται για την άντληση του νερού και το σχετικό κόστος, τις τεχνολογικές εξελίξεις στον τομέα της διάτρησης και άντλησης και, βασικά, τις εναλλακτικές λύσεις που έχει στην διάθεσή του, για την ικανοποίηση ενός καταναλωτή νερού, ο υπεύθυνος για αυτό.

Το βασικό κριτήριο για την αξιοποίηση των επιφανειακών ή υπογείων νερών, καθορίζεται κάθε φορά σε συνάρτηση με τις ειδικές συνθήκες που επικρατούν σε κάθε υδρολογική λεκάνη (Καλλέργης, 2001).

Η έννοια όμως της άντλησης υπόγειου νερού που προκαλεί βλάβη στο περιβάλλον απαιτεί περαιτέρω διευκρίνηση. Η υπεράντληση υδροφόρων μπορεί να οδηγήσει στη μείωση της επιφανειακής απορροής και την ξήρανση υγρότοπων ή ανεπιθύμητη πτώση της στάθμης λιμνών. Δοθέντος ότι οι λίμνες και οι υγρότοποι είναι ευαίσθητες περιοχές, ο κίνδυνος περιβαλλοντικών βλαβών είναι υπαρκτός. Η άντληση υπόγειου νερού μπορεί επίσης να οδηγήσει στη δημιουργία καθιζήσεων με αποτέλεσμα την πρόκληση βλαβών σε κατασκευές, οδικό δίκτυο, αγωγούς, φράγματα και σήραγγες. Η υπεράντληση παράκτιων υδροφόρων μπορεί να οδηγήσει στη μόλυνσή τους από τη διείσδυση της θάλασσας. Έτσι υπό τη γενική έννοια, οι περιβαλλοντικές επιπτώσεις περιλαμβάνουν οικολογικές, οικονομικές, κοινωνικές, πολιτισμικές και πολιτικές συνιστώσες.

Τα μεγαλύτερα προβλήματα στη διαχείριση των υδατικών πόρων είναι:

- η έλλειψη συνδυασμένης ανάπτυξης και χρήσης τόσο των επιφανειακών όσο και υπόγειων νερών
- η αδυναμία αξιόπιστης ποσοτικοποίησης από πλευράς των υδρογεωλόγων της έννοιας της ασφαλούς ή αειφόρου απόδοσης ενός υδροφόρου συστήματος, οποιοδήποτε κι αν είναι το περιεχόμενό της, μια και δεν είναι μετρήσιμες πάντα όλες οι παράμετροι της πιο πάνω απόδοσης και η αδυναμία των διαχειριστών συνήθως μηχανικών να κατανοήσουν το πρόβλημα
- η μη αποτελεσματική εφαρμογή τεχνητού εμπλουτισμού αλλά και κυκλικής αποθήκευσης/χρήσης της περίσσειας (πλημμυρικών) απορροών,
- μη συνδυασμός της χρήσης φυσικού νερού με αναγεννημένα ή αφαλατωμένα ή ακόμη και υφάλμυρα νερά.

Κλειδί για την αειφόρο ανάπτυξη του υδατικού τομέα αποτελεί η δημιουργία κατάλληλης υποδομής (Capacity Building) που περιλαμβάνει:

- τη δημιουργία κατάλληλου θεσμικού περιβάλλοντος
- την ανάπτυξη κατάλληλης εργαστηριακής υποδομής με εξασφάλιση της αποδοχής των κοινωνικών φορέων και τη συμμετοχή των εξειδικευμένων ακαδημαϊκών μονάδων
- την ανάπτυξη εξειδικευμένων ανθρώπινων πόρων και ενίσχυση των συστημάτων επιχειρησιακής διαχείρισης.
- την ακριβή και αδιάκοπη γνώση των παραμέτρων εκείνων που έχουν άμεση σχέση με την χωροχρονική κατανομή της ποσότητας και της ποιότητας των υπόγειων νερών μέσα από την συνεχή συλλογή πρωτογενών στοιχείων (monitoring)

Δοθέντος ότι οι υπόγειοι υδατικοί πόροι είναι πεπερασμένοι, τρωτοί σε εξωτερική ρύπανση, ανομοιόμορφα κατανομημένοι χωροχρονικά, ασυνεχώς ανανεούμενοι, στενά εξαρτώμενοι από ακραίες συχνά μεταβολές του υδρολογικού καθεστώτος αλλά και απολύτως απαραίτητοι για την συντήρηση της ζωής, της ανάπτυξης και του περιβάλλοντος, ο στρατηγικός σχεδιασμός της “σοφής χρήσης” τους απαιτεί:

- τη συνδιαχείρισή τους με τα επιφανειακά νερά
- χωρική κατανομή των μονάδων που διαθέτουν υψηλού επιπέδου τεχνογνωσία και θα καλύπτουν όλες τις συνιστώσες της συνδιαχείρισης του συνόλου των υδατικών πόρων (δημιουργία κατάλληλου δικτύου ακαδημαϊκών και άλλων εξειδικευμένων εργαστηρίων)

(<http://www.waterinfo.gr/eedyp/papers/GKallergis.html>)

Συγκρίνοντας τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα από τη χρήση των υπόγειων και επιφανειακών υδάτων διαπιστώνεται ότι

1. Η άντληση νερού από πηγάδια απαιτεί σχετικά μικρό κόστος κατασκευής και εγκαταστάσεων (γεωτρήσεις, αντλητικά συστήματα) ενώ έχει σημαντικό κόστος λειτουργίας, ιδιαίτερα όταν η άντληση γίνεται από βαθιά υδροφόρα στρώματα. Από την άλλη πλευρά η χρήση επιφανειακών νερών, που αποθηκεύονται σε ταμιευτήρες, μπορεί να έχει ασήμαντα έξοδα λειτουργίας όμως το αρχικό επενδυτικό κεφάλαιο (υδραυλικές κατασκευές, αγωγοί μεταφοράς, φράγματα) είναι τόσο μεγάλο, ώστε αν

αναχθεί σε ετήσια βάση είναι πολύ πιθανό να δώσει ένα ευνοϊκό για τα υπόγεια νερά οικονομικό ισοζύγιο.

2. Ο σχεδιασμός της διαχείρισης των υπόγειων υδατικών πόρων, εξαιτίας των πολύ μικρών ταχυτήτων κίνησης των υπόγειων νερών - σε αντίθεση με τα επιφανειακά νερά - θα απαιτούσε μακροχρόνια δειγματοληψία, που συνήθως δεν είναι πρακτικά εφικτή. Όμως εξαιτίας αυτής της αργής κίνησης του νερού αλλά και της πολύ μεγάλης αποθηκευτικής ικανότητας των υδροφορέων ένα περιορισμένης χρονικής κλίμακας δείγμα δεδομένων είναι δυνατό να δώσει μια σαφή εικόνα των αθροιστικών επιπτώσεων από μακροχρόνιες μεταβολές. Αντίθετα, μετρήσεις επιφανειακών νερών, όπου οι μεταβολές είναι πολύ πιο συχνές και απότομες –συνήθως ακολουθούν τον εποχιακό κύκλο- δεν είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν με αξιοπιστία παρά μόνο αν καλύπτουν ένα πολυετές διάστημα δειγματοληψιών.

3. Ακριβώς επειδή όλες οι μεταβολές και γενικά τα στοιχεία τα σχετικά με τα υπόγεια υδατικά αποθέματα είναι πιο δύσκολο να μελετηθούν με επιτόπου έρευνα από ότι τα αντίστοιχα για τα επιφανειακά, παλιότερα υπήρχε μια διστακτικότητα στο σχεδιασμό διαχείρισης των υπόγειων πόρων. Ένα επιπλέον εμπόδιο ήταν και η έλλειψη ειδικών επιστημόνων και ειδικευμένου προσωπικού. Σήμερα όμως τόσο η θεωρητική υποδομή όσο και οι τεχνολογικές δυνατότητες για επιτόπου μετρήσεις έχουν αναπτυχθεί σε τέτοιο βαθμό, ώστε να μην υπάρχει ιδιαίτερη πρακτική δυσκολία στην κατασκευή μοντέλων προσομοίωσης της λειτουργίας των υπόγειων υδατικών συστημάτων καθώς και πρόγνωσης μελλοντικών καταστάσεων. Σημαντικό ρόλο βέβαια στην περίπτωση αυτή έχουν οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές.

Συνολικά η άποψη που επικρατεί δεν είναι ότι οι υπόγειοι υδατικοί πόροι πλεονεκτούν απόλυτα απέναντι στους επιφανειακούς, αλλά ότι αν σε μια περιοχή συνυπάρχουν τότε η βέλτιστη λύση θα προέλθει από έναν ορθολογικό συνδυασμό και των δυο (Καρτεράκης , 2005).

Κεφάλαιο 2 – Το φαινόμενο της υφαλμύρισης

2.1 Εισαγωγή

Η υφαλμύριση είναι ένα αρκετά σημαντικό πρόβλημα για τις παράκτιες περιοχές σε όλο τον κόσμο. Οι διαστάσεις του προβλήματος είναι ορατές, δεδομένου ότι το 60 με 70 % του παγκοσμίου πληθυσμού ζει σε παράκτιες περιοχές. Ακόμη και ελάχιστες ποσότητες θαλασσινού νερού μπορούν να προκαλέσουν την ποιοτική υποβάθμιση των πολύτιμων υδροφόρων στρωμάτων. Ο κίνδυνος της υφαλμύρισης εξ άλλου είναι άμεσα συνδεδεμένος με την μείωση των ποσοτήτων των φρέσκων υδάτων. Η αύξηση του πληθυσμού και η οικονομική ανάπτυξη έχει ως άμεσο αποτέλεσμα την αύξηση των αναγκών σε αποθέματα φρέσκου νερού. Το φαινόμενο της υφαλμύρισης των υπόγειων υδάτων είναι έντονο και στην Ελλάδα, ενώ όλα δείχνουν ότι στο μέλλον θα οξυνθεί (Καρτεράκης, 2005).

Στην Ελλάδα, η κύρια πηγή κάλυψης των αναγκών σε γλυκό νερό είναι τα υπόγεια ύδατα. Η χρήση του νερού γίνεται κυρίως για πόση και άρδευση καθώς επίσης και για κάλυψη των τουριστικών και βιομηχανικών αναγκών. Στις περισσότερες παράκτιες περιοχές η οικονομία βασίζεται κυρίως στον τουρισμό και τη γεωργία. Ιδιαίτερα τους καλοκαιρινούς μήνες οι απαιτήσεις σε νερό είναι ιδιαίτερα υψηλές με αποτέλεσμα την υπεράντληση των υπόγειων υδροφορέων. Το γεγονός αυτό έχει ως συνέπεια την υφαλμύριση των υδροφόρων στρωμάτων και την υποβάθμιση της ποιότητας του γλυκού νερού, με αποτέλεσμα να είναι ακατάλληλο για κάθε χρήση. Σε πολλές παράκτιες περιοχές της ηπειρωτικής Ελλάδας αλλά κυρίως στα νησιά είναι γεγονός ότι η στάθμη στους υπόγειους υδροφορείς μειώνεται κατά 5m ετησίως (200m τα τελευταία 40 χρόνια), ενώ το βάθος άντλησης του νερού φτάνει και τα 300m. Στην ουσία η υφαλμύριση είναι απτή απόδειξη της άναρχης και ανορθολογικής διαχείρισης του υδατικού δυναμικού. Είναι λοιπόν φανερό, ότι η μελέτη του φαινομένου της υφαλμύρισης των παράκτιων υδροφορέων είναι πολύ σημαντική για την Ελλάδα λόγω της μεγάλης ακτογραμμής και των κοινωνικοοικονομικών επιπτώσεων στις παράκτιες περιοχές (Καλλέργης, 2001 - Καρτεράκης, 2005).

Πιθανές αιτίες δημιουργίας του φαινομένου της υφαλμύρισης ενός υπόγειου υδροφορέα είναι :

A. Φυσικές, λόγω της ύπαρξης θαλασσινού νερού και άλμης που βρίσκεται σε κατώτερα γεωλογικά στρώματα

B. Ανθρωπογενείς, λόγω της διείσδυσης στο έδαφος είτε του αλατιού που χρησιμοποιείται για την τήξη του πάγου είτε των υγρών διασταλλαγμάτων διήθησης των χωματερών. Πιο συχνά παρατηρείται το φαινόμενο αυτό σε παραθαλάσσιες περιοχές, όπου η υπερεκμετάλλευση του υπόγειου νερού προκάλεσε την διείσδυση του θαλασσινού νερού μέσα στους υδροφορείς. Όταν σε έναν υδροφορέα εισχωρήσει αλμυρό νερό, μέρος του αλατιού προσροφάται στην επιφάνεια των στερεών, δυσκολεύοντας τη διαδικασία αναστροφής και την αποκατάσταση του υδροφορέα. Η αργή κίνηση του υπόγειου νερού αυξάνει επίσης το χρόνο αποκατάστασης. Η αλατότητα στο νερό είναι επικίνδυνη για την υγεία των ανθρώπων και των ζώων, καταστρέφει τις καλλιέργειες και αχρηστεύει τα χωράφια, ενώ διαβρώνει σωλήνες και λέβητες σε βιομηχανικές χρήσεις. Γι' αυτό το λόγο η υφαλμύριση ενός υδροφορέα γλυκού νερού σημαίνει και την απώλεια αυτού του υδροφορέα ως πηγή νερού (Καρτεράκης, 2005).

Η αναγνώριση της υφαλμύρισης που προκαλείται από τη θάλασσα δεν είναι πάντα εύκολη. Μπορεί να γίνει:

α) με τον υπολογισμό του συντελεστή Revelle, όπου
$$R = \frac{Cl}{(CO_3 + HCO_3)} \frac{meq}{l}$$

β) με τη χρησιμοποίηση των σταθερών ισότοπων υδρογόνου, και οξυγόνου, του τρίτιου και του άνθρακα-14

γ) με τη χρησιμοποίηση των σχέσεων $^{13}C/^{12}C$ και $^{34}S/^{32}S$.

2.2 Είδη υφαλμύρισης

Η φυσική ισορροπία των παράκτιων υδροφορέων μπορεί να ανατραπεί, όταν η ροή του γλυκού νερού μειώνεται εξαιτίας των υπεραντλήσεων ή της μείωσης στην τροφοδοσία (φυσικό εμπλουτισμό) των υδροφορέων. Έτσι η διείσδυση του αλμυρού νερού μπορεί να χαρακτηριστεί παθητική αν με οποιοδήποτε τρόπο αλλάζουν οι ποσότητες νερού που φυσικά τροφοδοτούν τα υπόγεια στρώματα. Οι αλλαγές αυτές επηρεάζουν άμεσα τη θέση της διεπιφάνειας γλυκού-αλμυρού νερού η οποία μετατοπίζεται προς την ενδοχώρα. Πρέπει να σημειωθεί ότι μικρές αλλαγές θέσης της διεπιφάνειας σημειώνονται με τις εποχιακές ή ετήσιες διακυμάνσεις των ατμοσφαιρικών κατακρημνισμάτων, όπως επίσης και μετά από μακροχρόνιες αλλαγές στον κλιματικό τύπο ή στη σχετική θέση του επιπέδου της θάλασσας.

Χαρακτηρίζεται όμως και ενεργή όταν προκύπτει μετά από τεχνητή παρέμβαση στις διακινούμενες ποσότητες (περίπτωση υπεραντλήσεων). Αυτό οφείλεται κυρίως στη σημειακή εξαγωγή (άντληση) υπόγειου νερού που δημιουργεί ένα βαθύ κώνο κατάπτωσης. Η ζώνη τότε του ορίου, σε αντίθεση με την περίπτωση της παθητικής διείσδυσης, μετακινείται πολύ γρηγορότερα προς την ενδοχώρα και με αλλαγή της υδραυλικής κλίσης. Επιπλέον η μετακίνηση αυτή δεν θα σταματήσει παρά μόνο όταν φτάσει στο χαμηλότερο σημείο της υδραυλικής κλίσης στο κέντρο της άντλησης.

Δηλαδή οι υπερβολικές αντλήσεις υπόγειων νερών σε παράκτιους υδροφορείς, σε πολλές περιοχές, προκαλούν μια ανάστροφη ροή των υπόγειων νερών με αποτέλεσμα μια αξιοσημείωτη θαλάσσια διείσδυση στην αντλούμενη περιοχή, όταν η στάθμη υποβιβάζεται κάτω από το επίπεδο της υποθαλάσσιας εμφάνισης της αντλούμενης ενότητας ή εάν η μεταβατική ζώνη ανάμεσα στο γλυκό και στο αλμυρό νερό αποτελεί μέρος του κώνου κατάπτωσης.

2.2.1 Πολυπλοκότητα υφαλμύρισης

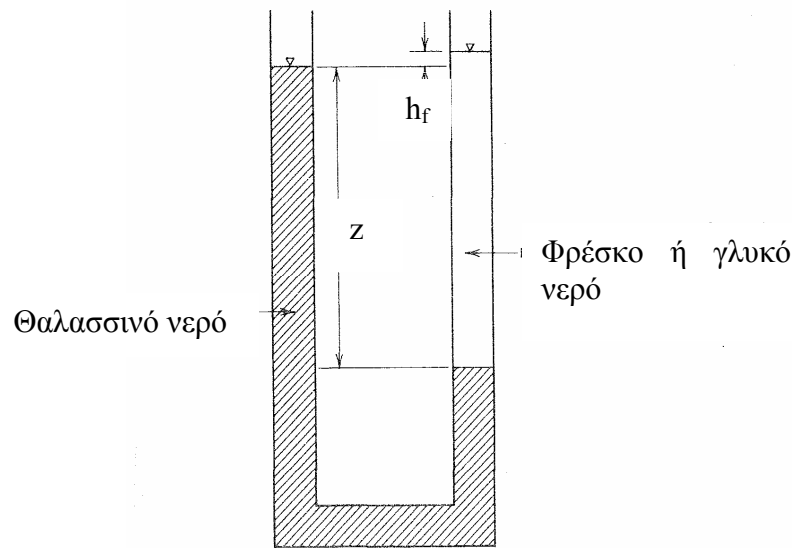
Η πολυπλοκότητα του προβλήματος της υφαλμύρισης παράκτιων υδροφορέων οφείλεται σε παράγοντες όπως :

1. Ύπαρξη δύο φάσεων ρευστών και μιας ευρείας ζώνης ανάμειξης μεταξύ των δύο υγρών φάσεων.
2. Η κίνηση καθώς και η διασπορά του ενός ρευστού στο άλλο εξαρτάται από την πυκνότητα των ρευστών στη ζώνη υφαλμύρισης η οποία μεταβάλλεται σε συνάρτηση του χώρου και του χρόνου και εξαρτάται από τις συνθήκες ροής. Αυτή η αλληλεξάρτηση κάνει τις αντίστοιχες εξισώσεις μη γραμμικές και είναι πολύ δύσκολο να επιλυθούν με αναλυτικές μεθόδους αφού απαιτούνται διαδοχικές προσεγγίσεις και επαναλήψεις.

Η περιγραφή του φυσικού φαινομένου περιπλέκεται ακόμη περισσότερο λόγω της ανομοιογένειας των υδραυλικών παραμέτρων του υδροφορέα. Ιδιαίτερα σε καρστικούς υδροφορείς η ανάμιξη γλυκού και αλμυρού νερού είναι εντελώς διαφορετικής φύσης από αυτήν σε ομοιογενείς και ισοτροπικούς πορώδεις υδροφορείς (Τρούσσα-Μάρτη, 2009).

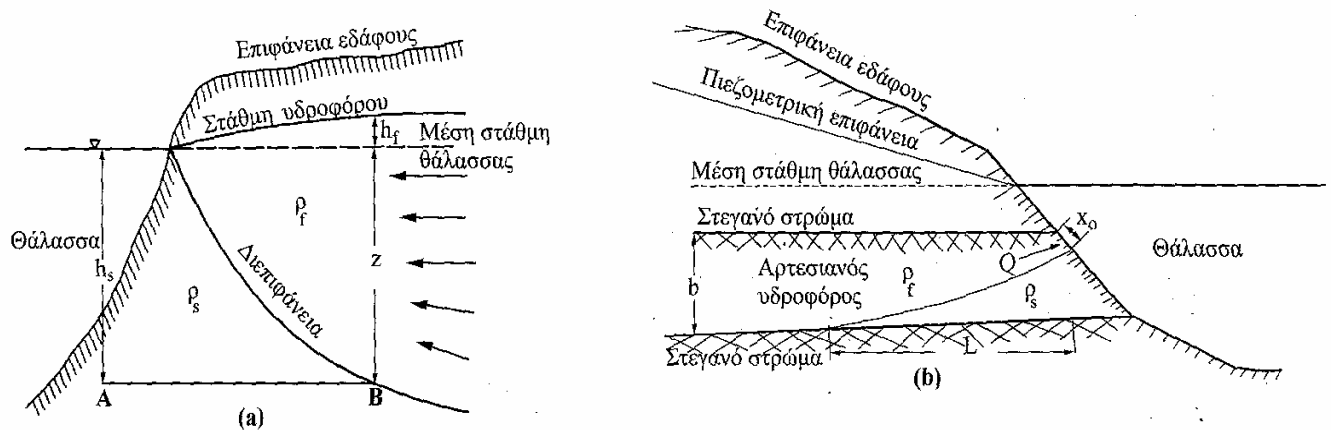
2.3 Μηχανισμός δημιουργίας υφαλμύρισης

Η μελέτη του φαινομένου της υφαλμύρισης, η οποία βασίζεται στην υδροστατική ισορροπία δύο υγρών, μπορεί μελετηθεί εργαστηριακά σε διατάξεις παρόμοιες με αυτή της εικόνας 2.1. Η υδροστατική ισορροπία μεταξύ γλυκού και θαλασσινού νερού μπορεί να αναπαρασταθεί σε έναν σωλήνα σχήματος U (εικόνα 2.1) στον οποίο παρέχεται στις δύο εισόδους του σωλήνα αλμυρό και γλυκό νερό , χωρίς να αναμιγνύονται μεταξύ τους. Οι πιέσεις σε κάθε μεριά του σωλήνα θα πρέπει να είναι ίσες.



Εικόνα 2.1 : Υδροστατική ισορροπία μεταξύ θαλασσινού και γλυκού νερού, αναπαριστώμενη με σωλήνα σχήματος U (Todd, 1980).

Στο πραγματικό πεδίο αν δεχθούμε ότι το γλυκό και το θαλασσινό νερό δεν αναμιγνύονται και δεδομένου ότι έχουν διαφορετικές πυκνότητες, σχηματίζεται ανάμεσά τους μια διεπιφάνεια που το σχήμα της καθορίζεται από το υδροδυναμικό ισοζύγιο, οπουδήποτε τα δυο ρευστά βρίσκονται σε επαφή. Η εικόνα 2.2 δείχνει μια παράκτια διατομή ενός ελεύθερου υδροφόρου. Κατά τους Ghyben και Herzberg, υπάρχει ένα σημείο, όπου συναντώνται οι διατομές της ακτής, της διεπιφάνειας, της στάθμης της θάλασσας και του υδροφόρου.



Εικόνα 2.2 Κατανομή γλυκού και αλμυρού νερού σε παράκτιους ελεύθερο (a) και αρτεσιανό (b) υδροφόρους. x_0 , το μέτωπο εκφόρτισης γλυκού νερού. (Καλλέργης, 2001- Todd, 1980)

Η ολική υδροστατική πίεση στο σημείο A (εικόνα 2.2)

$$p_A = \rho_s g h_s = \rho_s g z \quad (2.1)$$

Στο σημείο B η πίεση θα είναι

$$p_B = \rho_f g(z + h_f) \quad (2.2)$$

Επειδή $p_A = p_B$, προκύπτει η σχέση Ghyben-Herzberg

$$z = \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} h_f = h_f \frac{\rho_f}{\Delta\rho} \quad (2.3)$$

Και επειδή $\rho_s = 1.025 \frac{g}{cm^3}$, $\rho_f = 1 \frac{g}{cm^3}$, $\Delta = \rho_s - \rho_f = 0.025$ και $\frac{\rho_f}{\Delta\rho} = c = 40$ οπότε

$$z = \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} h_f = 40h_f \quad (2.4)$$

Στη σχέση Ghyben-Herzberg, η διεπιφάνεια κλείνει προς την ακτή. Από το νόμο του Darcy:

$$\eta\mu\gamma_i = \frac{dh}{ds} = \frac{v_g}{k} \quad (2.5)$$

Όπου

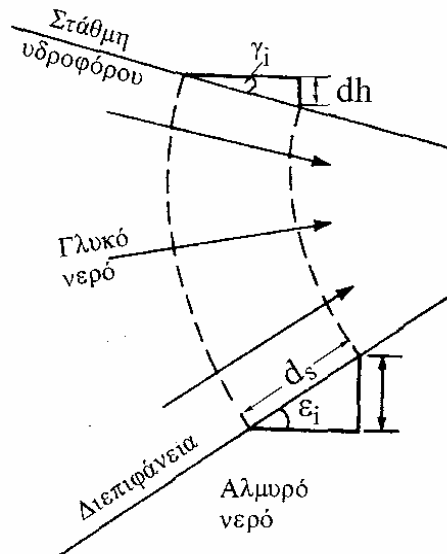
γ_i = η κλίση της πιεζομετρικής επιφάνειας

v_g = η φαινόμενη ταχύτητα του υπόγειου νερού

k = η υδραυλική αγωγιμότητα

Η κλίση της διεπιφάνειας, όπως φαίνεται από την εικόνα 2.3 δίνεται από την σχέση

$$\eta\mu\varepsilon_i = \frac{v_g \rho_f}{k \Delta\rho} \quad (2.6)$$



Εικόνα 2.3. Σχέση ανάμεσα στις κλίσεις της υδροστατικής επιφάνειας και της διεπιφάνειας (Καλλέργης, 2001- Todd, 1980)

2.4 Οι συνθήκες ροής κατά Hubert

Οι περιορισμοί της θεωρίας Ghyben-Herzberg είναι οι εξής:

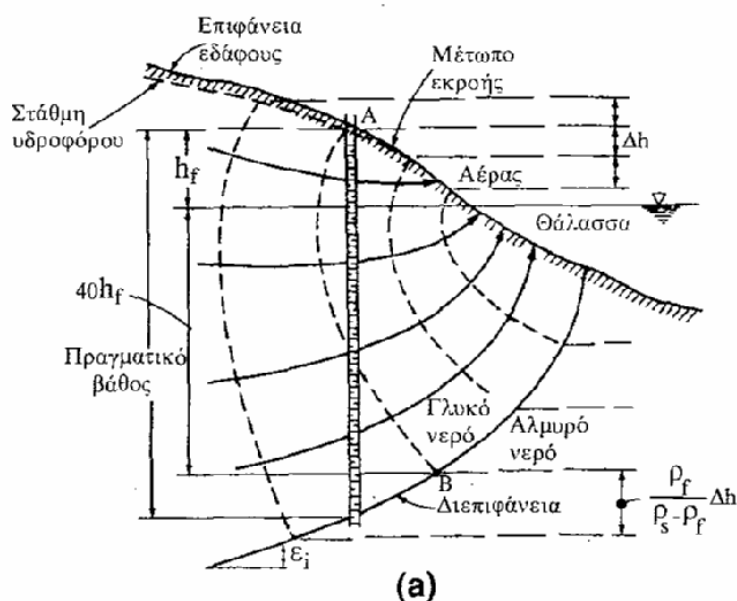
Εάν τα δύο ρευστά βρίσκονται σε πραγματικές στατικές συνθήκες, τότε η πιεζομετρική επιφάνεια θα έχει κλίση 0 και η διεπιφάνεια, θα είναι οριζόντια, έτσι που το γλυκό νερό να «επιπλέει» πάνω από το θαλασσινό νερό, λόγω διαφοράς πυκνότητας. Όμως το γλυκό νερό βρίσκεται σε συνεχή κίνηση λόγω μεταβολών της πιεζομετρικής του επιφάνειας, από τροφοδοσία, εξάτμιση, απόληψη ή αποχέτευση ενώ κατά κανόνα υπάρχει ροή γλυκού νερού από τον πυθμένα της θάλασσας, πέρα από την ακτή, είτε μέσω ρωγμών είτε λόγω διάχυτης ροής. Έτσι η διεπιφάνεια δεν τέμνει την υδροστατική επιφάνεια ακριβώς στην ακτή.

Ο Hubbert αναφερόμενος στη δυναμική ισορροπία γλυκού-θαλασσινού νερού, έδειξε, ότι η εξίσωση Ghyben-Herzberg, για συνθήκες ροής κοντά στην ακτή, δίνει διαφορετικά αποτελέσματα, από τα πραγματικά βάθη της διεπιφάνειας (εικόνα 2.4). Η κλίση της διεπιφάνειας δίνεται από τη σχέση (Hubbert, 1940):

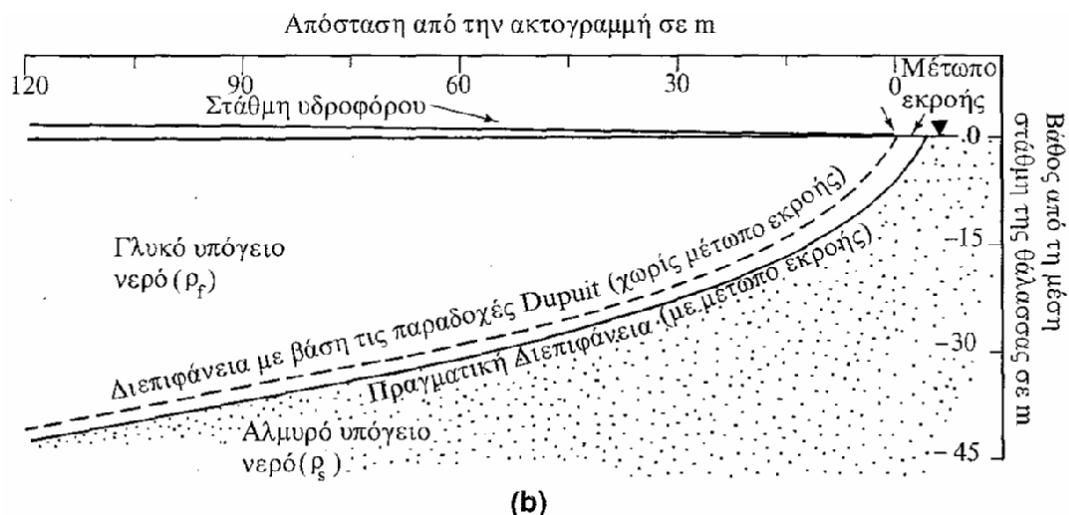
$$\eta\mu\alpha = \frac{\theta_z}{\theta_s} = \left[\left(\frac{1}{K_f} \right) c_1 v_{f,s} - \left(\frac{1}{k_s} \right) c_2 v_{s,s} \right] \quad (2.7) \text{ όπου}$$

Οι δείκτες f και s αναφέρονται αντίστοιχα στο γλυκό και στο θαλασσινό νερό

$c_1 = \frac{\rho_f}{\Delta\rho}$ και $c_2 = \frac{\rho_s}{\Delta\rho}$ και $v_{f,s}$, $v_{s,s}$ είναι οι συνιστώσες της ειδικής παροχής του γλυκού και θαλασσινού νερού κατά μήκος του ίχνους της διεπιφάνειας (εικ. 2.4^α και 2.5).



Εικόνα 2.4α Η θέση της διεπιφάνειας κατά Ghyben – Herzberg και κατά Hubbert. (α) Η διαφορά στο βάθος, (Καλλέργης 2001- Todd, 1980).



(b)
Εικόνα 2.4b Η θέση της διεπιφάνειας κατά Ghyben – Herzberg και κατά Hubbert (b) η θέση της διεπιφάνειας στο Long-Island κατά Dupuit και Hubbert (Καλλέργης, 2001- Todd, 1980).

Αν δεχτούμε ότι το θαλασσινό νερό είναι ακίνητο και το γλυκό νερό ρέει πάνω σε αυτό, $v_{s,s} = 0$ και $v_{f,s} \neq 0$, οπότε $\eta_{ma} > 0$ (γιατί $\rho_f < \rho_s$). Όσο αυξάνεται η τιμή της $v_{f,s}$ τόσο αυξάνει η γωνία α .

Η εξίσωση 2.7 ισχύει, όπως έδειξε ο Hubbert, για κάθε σημείο, που βρίσκεται ανάμεσα στα σημεία τομής οποιασδήποτε ισοδυναμικής γραμμής του ρέοντος γλυκού νερού με την ελεύθερη επιφάνεια του υδροφόρου και τη διεπιφάνεια, όπως δείχνουν τα σημεία A και B της εικόνας 2.4. Τα σημεία αυτά δε βρίσκονται σε μια κατακόρυφη γραμμή και επειδή η ισοδυναμική γραμμή είναι κυρτή, η κατακόρυφη απόσταση ανάμεσα στην ελεύθερη επιφάνεια και στη διεπιφάνεια, θα είναι μεγαλύτερη από εκείνη της εξίσωσης 2.3. Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι, αν σαν επίπεδο αναφοράς για το z παρθεί η μέση στάθμη της θάλασσας, η εξίσωση 2.3 έχει τη μορφή

$$z_{(x,y)} = h_{(x,y)} \frac{\rho_f}{\Delta\rho} \quad (2.8)$$

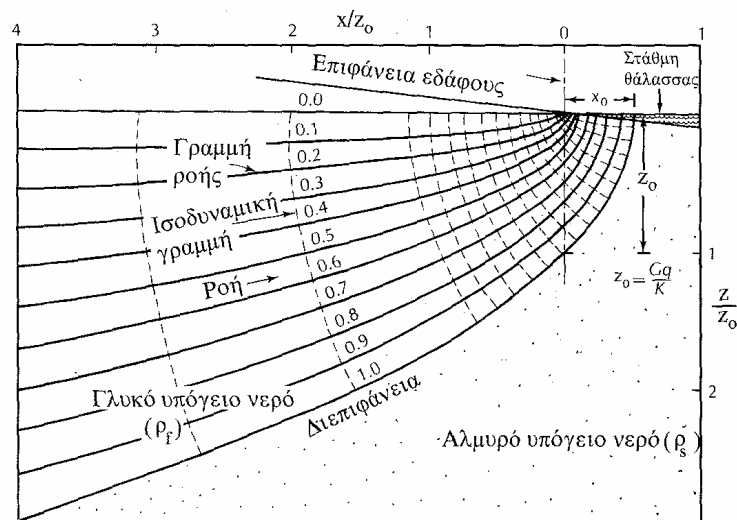
Ή για $c = \frac{\rho_f}{\Delta\rho}$ τότε $z_{(x,y)} = h_{(x,y)}c$ όπου όλες οι τιμές του z πάνω από το επίπεδο αναφοράς θα είναι θετικές.

Επισημαίνεται ότι όταν μετρίεται το φορτίο παράκτιων υδροφόρων, πρέπει απαραίτητα να υπολογίζεται η περιεκτικότητα των χλωριόντων. Όταν αυτή ξεπερνά τα κανονικά όρια θα πρέπει το μετρούμενο φορτίο να διορθώνεται ως προς την πυκνότητα της μετρούμενης στήλης του νερού, με τη βοήθεια της εξίσωσης 2.5.

Κατά Dupuit- Ghyben-Herzberg, το βάθος z της διεπιφάνειας δίνεται από τη σχέση

(εικόνα 2.5) :

$$z = \sqrt{\frac{2qxc}{k}} \quad (2.9)$$



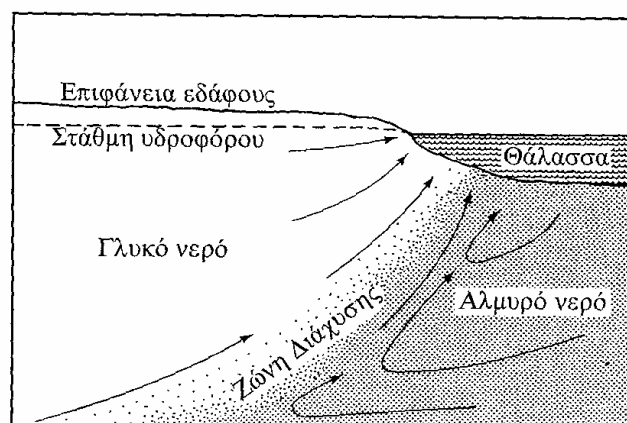
Εικόνα 2.5 Διάγραμμα ροής κατά Glover, με βάση την εξίσωση

$$h = \sqrt{\frac{2qxc}{k}}, (\text{Καλλέργης, 2001- Todd, 1980})$$

Το μοντέλο Dupuit- Ghyben-Herzberg δέχεται ότι η διεπιφάνεια τέμνει την υδροστατική επιφάνεια στη γραμμή της ακτής. Τούτο όμως δεν είναι σωστό όπως έδειξαν οι Hubbert (1940), Glover(1964). Για το λόγο αυτό τη σωστή λύση δίνει η παρακάτω εξίσωση:

$$z = \frac{cq}{k} + \sqrt{\frac{2cqx}{k}} \quad (2.10)$$

Ο Cooper επέκτεινε την υπόθεση, ότι, κάτω από δυναμικές συνθήκες, το θαλασσινό νερό δεν είναι στατικό, αλλά ρέει από τον πυθμένα της θάλασσας σε μια ζώνη διάχυσης –η οποία έχει σημαντικό πάχος και σε αυτή υπάρχει πλήρης διαβάθμιση της αλμυρότητας από εκείνη του γλυκού νερού σε αυτή του θαλασσινού-και από αυτή πίσω στη θάλασσα. Αυτή η ροή τείνει να μειώσει την έκταση, που καταλαμβάνει στον υδροφόρο το νερό. Υπάρχει μια συνεχής ροή αλμυρού νερού από τη ζώνη της διάχυσης προς τη θάλασσα.(εικ.2.6)



Εικόνα 2.6. Κυκλοφορία του θαλασσινού νερού από τη θάλασσα στη ζώνη διάχυσης και πίσω στη θάλασσα (Καλλέργης, 2001- Todd, 1980).

Κατά τον Cooper (1959), άλατα μεταφέρονται από τον πυθμένα της θάλασσας, μέσω του υδροφορέα, προς τη ζώνη της διάχυσης και από εκεί πίσω στη θάλασσα. Τα άλατα τα οποία εισάγονται στην περιοχή του γλυκού νερού, μεταφέρονται, πίσω στη θάλασσα, με τη ροή του γλυκού νερού. Η κυκλοφορία διευκολύνεται από την ανταλλαγή αλάτων. Η ζώνη διάχυσης δημιουργείται από την κίνηση του μετώπου του αλμυρού νερού, που προκαλείται από τα παλιρροιακά φαινόμενα του ωκεανού και τη διακύμανση της στάθμης του υδροφόρου, που προκαλείται από τις μεταβολές της αναπλήρωσής του, από τις αντλήσεις κ.α. Τόσο η θερμική όσο και η μοριακή διάχυση, είναι σημαντικά μέρη της διαδικασίας διασποράς. Η θερμική προκαλεί ισχυρές ανταλλαγές ενώ η μοριακή διάχυση συμπληρώνει την ανάμιξη.

2.5 Εναλλακτικός τρόπος μελέτης της υφαλμύρισης

Ένας εναλλακτικός τρόπος μελέτης του φαινομένου της υφαλμύρισης είναι η θεώρηση της μεταβλητής πυκνότητας σύμφωνα με την οποία η πυκνότητα και το ιζώδες ενός αναμειγμένου υγρού, μέσα στο οποίο μεταφέρεται μια διαλυτή ουσία, επηρεάζονται από αυτήν. Για την επίλυση αυτής της θεώρησης για την υφαλμύριση απαιτούνται οι εξισώσεις διατήρησης της μάζας του νερού και του αλατιού που θεωρείται η διαλυμένη ουσία που είναι ο ρυπαντής.

Η διατήρησης της μάζας του νερού δίνεται από την εξίσωση 2.11

$$(\rho S_{op}) \frac{\partial P}{\partial t} + \left(\varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial C} \right) \frac{\partial C}{\partial t} - \nabla \cdot \left[\left(\frac{\rho k}{\mu} \right) \cdot (\nabla P - \rho g) \right] = Q \quad (2.11)$$

Όπου

P	=	η πίεση
C	=	η συγκέντρωση
S _{op}	=	η αποθηκευτικότητα ειδικής πίεσης
μ	=	το ιζώδες
ρ	=	η πυκνότητα

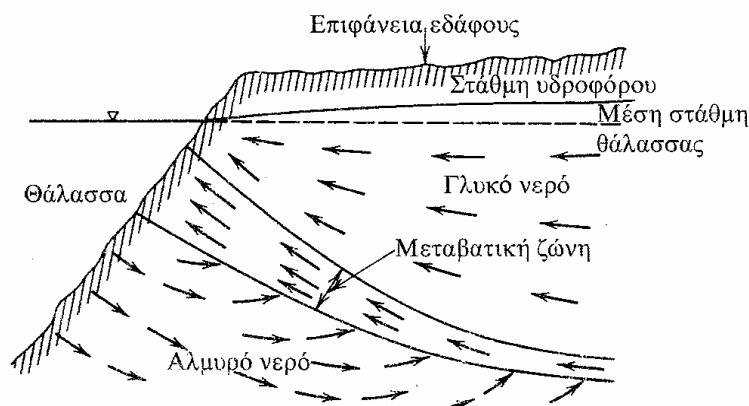
Η διατήρηση της μάζας του αλατιού δίνεται από την εξίσωση

$$\frac{\partial(\varepsilon \rho C)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\varepsilon \rho v C) + \nabla [\varepsilon \rho (D_m I + D) \cdot \nabla C] + Q C^* \quad (2.12)$$

Όπου

D _m	=	είναι η φαινομενική μοριακή διάχυση των διαλυμένων ουσιών σε διάλυμα μέσα σε πορώδες μέσο που περιλαμβάνει στρεβλότητα
I	=	τανυστής ταυτότητας
D	=	τανυστής διασποράς
C	=	το κλάσμα μάζας του διαλύτη
C*	=	η συγκέντρωση της διαλυμένης ουσίας
v	=	μέση ταχύτητα συμμεταφοράς της διαλυμένης ουσίας στο υγρό

2.5 Η δομή της διεπιφάνειας



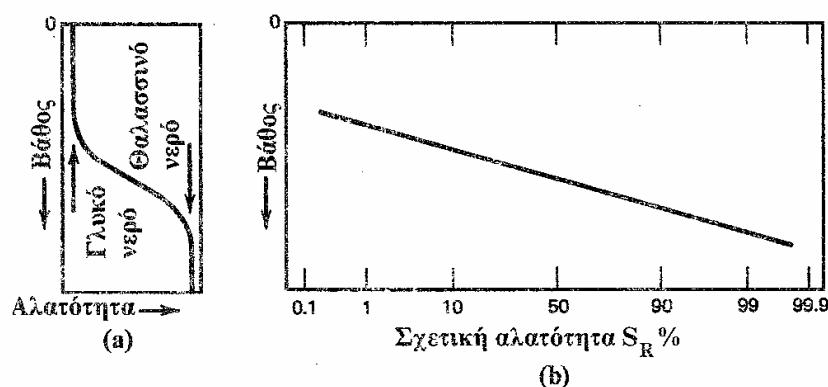
Εικόνα 2.7 Διάγραμμα ροής γλυκού και αλμυρού νερού σε ελεύθερο παράκτιο υδροφορέα (Καλλέργης, 2001- Todd, 1980)

Στην εικόνα 2.7, όπου φαίνεται η κίνηση του αλμυρού νερού προς τη στεριά, το πάχος της μεταβατικής ζώνης γλυκού-αλμυρού νερού και η ροή στις τρεις υπόγειες ζώνες (γλυκού, αλμυρού και υφάλμυρου νερού). Το πάχος της μεταβατικής ζώνης («διεπιφάνειας») γίνεται μεγαλύτερο κοντά στην ακτή, εκεί όπου τα παλιρροιακά φαινόμενα είναι έντονα. Μέσα στη «διεπιφάνεια», η αλατότητα αυξάνει προοδευτικά με το βάθος, από το γλυκό στο αλμυρό νερό (εικ 2.8^α). Έτσι, είναι προτιμότερο να υπολογίζεται η σχετική αλατότητα S_R , σαν ποσοστό, από τη σχέση :

$$S_R = 100 \left(\frac{C - C_f}{C_s - C_f} \right) \quad (2.13)$$

Όπου

- C = η αλατότητα (μετρημένη σαν T.D.S. ή περιεκτικότητα σε χλωριόντα ή σαν ηλεκτρική αγωγιμότητα) σε ένα ορισμένο βάθος μέσα στη «διεπιφάνεια»
- C_f = η αλατότητα του γλυκού νερού
- C_s = η αλατότητα του αλμυρού νερού

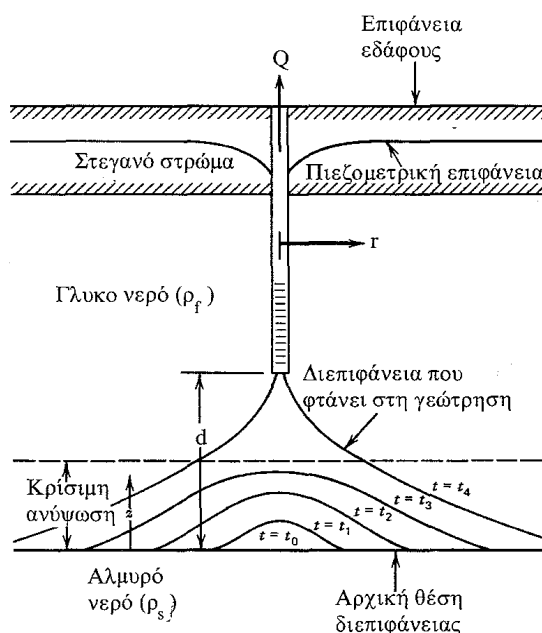


Εικόνα 2.8 Αύξηση της αλατότητας με το βάθος, στη μεταβατική ζώνη: (α) γραμμική κλίμακα (β) κλίμακα πιθανοτήτων (Καλλέργης, 2001)

Αν προβληθούν οι τιμές S_R συναρτήσει του βάθους σε χαρτί πιθανοτήτων, θα προκύψει ευθεία γραμμή (εικ.2.8b). Δεδομένου ότι είναι δύσκολη η συλλογή λεπτομερών στοιχείων στο πεδίο, για τη μορφή της «διεπιφάνειας», η πιο πάνω γραφική απεικόνιση, επιτρέπει να εκτιμηθεί η θέση της «διεπιφάνειας» από δύο τυχόντα σημεία μέτρησης της αλμυρότητας. Η τιμή 50% της S_R , που αντιστοιχεί στη μέση θέση (γραμμή) της «διεπιφάνειας», καθορίζει τη θέση της χωρίς ανάμιξη.

2.6 Η «ανύψωση» της διεπιφάνειας στα παράκτια έργα άντλησης νερού

Όταν ένας υδροφορέας περιέχει ένα υποκείμενο στρώμα αλμυρού νερού και αντλείται από μια υδρογεώτρηση που εισχωρεί μόνο στο ανώτερο μέρος του, το οποίο περιέχει γλυκό νερό, τότε παρατηρείται μια τοπική «ανύψωση» της διεπιφάνειας, κάτω από την υδρογεώτρηση (εικ.2.9), με τη μορφή ενός ανεστραμμένου «κώνου κατάπτωσης» (upconing), δηλαδή ενός κώνου ανόδου της διεπιφάνειας. Στην περίπτωση της εικόνας 2.9 η διεπιφάνεια είναι, τη στιγμή έναρξης της άντλησης ($t = t_0$), οριζόντια. Με τη συνεχιζόμενη άντληση, η διεπιφάνεια ανεβαίνει σε διαδοχικά υψηλότερα επίπεδα, μέχρι ενδεχόμενα να φτάσει στην υδρογεώτρηση.



Εικόνα 2.9 Διάγραμμα της «ανύψωσης» (upconing) αλμυρού νερού, σε αντλούμενη υδρογεώτρηση (Schmorak – Mercado, 1969).

Αυτό, γενικά, σημαίνει ότι θα πρέπει να διακοπεί η άντληση. Μετά τη διακοπή, το βαρύτερο, αλμυρό, νερό τείνει να επιστρέψει στην αρχική του θέση. Το φαινόμενο της «ανύψωσης» μελετήθηκε κυρίως από τους Ackermann-Chang (1971), Benett (1968), Wang (1965), Dagan-Bear (1968), Haubold (1975), προκειμένου να καθορίσουν τα κριτήρια κατασκευής και λειτουργίας υδρογεωτρήσεων άντλησης γλυκού νερού πάνω από το αλμυρό.

Οι Schmorak-Mercado (1969), προτείνουν μια προσεγγιστική αναλυτική επίλυση της «ανύψωσης», βασισμένοι στις παραδοχές του Dupuit και τη σχέση Ghyben-Herzberg, που έχει τη μορφή (εικ 2.9):

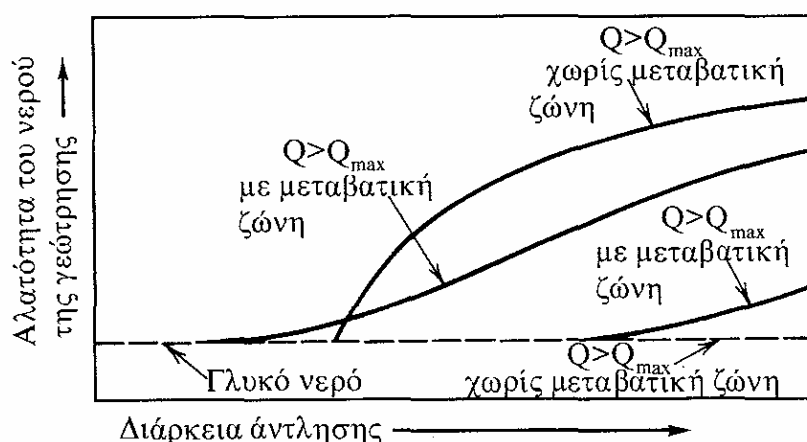
$$z = \frac{Q}{2\pi dk \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_f} \right)} \quad (2.14)$$

Η σχέση αυτή φανερώνει μια τελική ανύψωση της διεπιφάνειας, σε μια νέα θέση ισορροπίας, που είναι ευθέως ανάλογη προς την παροχή άντλησης Q . Ο Kawabata (1965), έδειξε, με τη χρήση μαθηματικού ομοιώματος, ότι η σχέση 2.14 ισχύει μόνο για μικρές «ανυψώσεις». Όταν η «ανύψωση» ξεπεράσει μια ορισμένη κρίσιμη τιμή (εικ 2.9), τότε επιταχύνεται η παραπέρα πορεία προς την υδρογεώτρηση. Η «κρίσιμη» αυτή «ανύψωση» z/d έχει εκτιμηθεί σε 0.3 έως 0.5. Έτσι, θέτοντας ένα ανώτατο όριο $z/d = 0.3$, προκύπτει ότι το ανώτερο όριο παροχής άντλησης Q , χωρίς αλμύριση του νερού της υδρογεώτρησης είναι:

$$Q_{\max} \leq 0.6\pi d^2 k \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_f} \right) \quad (2.15)$$

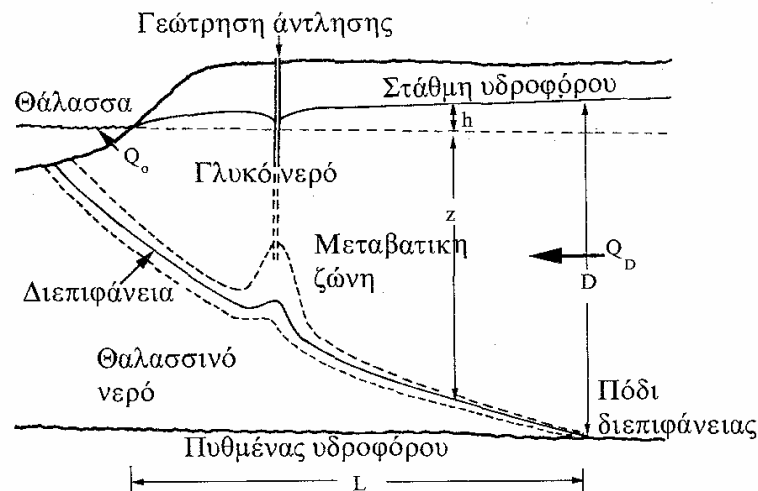
Οι Chandler-McWhorter (1975) δέχονται ότι για τους ανισότροπους υδροφορείς, όπου η κατακόρυφη υδραυλική αγωγιμότητα είναι μικρότερη από την οριζόντια, η $Q_{\max}$ είναι μεγαλύτερη από εκείνη που επιτρέπεται στους ισότροπους υδροφορείς. Στην πράξη, πάντως, ακόμα και με μικρές παροχές άντλησης, δεν υπάρχει οριακή κρίσιμη ανύψωση του αλμυρού νερού· η παρατεταμένη άντληση θα οδηγήσει αργά ή γρήγορα το αλμυρό νερό στην αντλούμενη υδρογεώτρηση. Αυτό φαίνεται άλλωστε και από τις εξισώσεις 2.14 και 2.15 όπου όταν $\Delta\rho \rightarrow 0$ τότε $z \rightarrow \infty$ και $Q_{\max} \rightarrow 0$.

Όπως έδειξαν οι Schmorak και Mercado (1969), σε μια διεπιφάνεια με μεγάλη κλίση (εικ.2.10), όταν $Q > Q_{\max}$, η αλατότητα εμφανίζεται αργότερα και αυξάνει πιο γρήγορα από ότι σε μια μεταβατική ζώνη.



Εικόνα 2.10 Καμπύλες αλατότητας νερού υδρογεωτρήσεων, σε συνθήκες «ανερχόμενου κώνου», μιας απότομης διεπιφάνειας και μιας μεταβατικής ζώνης (Schmorak – Mercado, 1969) (Καλλέργης, 2001)

2.7 Το «πόδι» της διεπιφάνειας



Εικόνα 2.11 Η απόσταση L του ποδιού της διεπιφάνειας από την ακτή (Mandel-Shiftan, 1981). (Καλλέργης, 2001- Todd, 1980)

Το σημείο, στο οποίο η διεπιφάνεια συναντά το στεγανό πυθμένα του παράκτιου υδροφορέα, αποτελεί το «πόδι» της διεπιφάνειας (toe of the interface), όπως δείχνει η εικ. 2.11. Το «πόδι» δηλαδή βρίσκεται εκεί, που το βάθος z, στο οποίο βρίσκεται η διεπιφάνεια, είναι ίσο με το βάθος D του στεγανού υπόβαθρου του υδροφορέα.

Ανάντι του «ποδιού», ο υδροφορέας περιέχει γλυκό νερό μόνο. Για μια λουρίδα του υδροφορέα, εύρους ίσου με τη μονάδα, έστω 1km, και πάχους όσο το πάχος του υδροφορέα, ισχύει ότι (Bear, 1979):

$$L = D \sqrt{\frac{k}{cR}} \quad (2.16)$$

$$Q_L = \left(\frac{kD^2}{2cL} \right) - \left(\frac{RL}{2} \right) \quad (2.17)$$

$$Q_o = \left(\frac{kD^2}{2cL} \right) + \left(\frac{RL}{2} \right) \quad (2.18)$$

$$L_{opt} = \sqrt{\frac{kD^2}{cR}} \quad (2.19)$$

όπου

- k = υδροπερατότητα
- D = το βάθος του στεγανού πυθμένα, κάτω από το μέσο επίπεδο της θάλασσας
- L = η απόσταση του «ποδιού» από την ακτή
- R = ο εμπλουτισμός της μοναδιαίας λουρίδας (mm/χρόνο)
- Q_L = οι εισροές στον υδροφορέα από το ανάντη τμήμα του
- Q_o = οι εκροές του υδροφορέα προς τη θάλασσα
- L_{opt} = η απόσταση εκείνη η οποία ελαχιστοποιεί τις Q_o

$$c = \frac{\rho_f}{\Delta\rho}$$

Η μεταβολή της στάθμης του υδροφορέα έχει δύο συνέπειες

- η διεπιφάνεια αλλάζει θέση
- η ζώνη ανάμιξης (μεταβατική) διευρύνεται, λόγω υδροδυναμικής διασποράς.

Δοθέντος, ότι, όταν το υπόγειο νερό περιέχει έστω και 4% θαλασσινό νερό, είναι ακατάλληλο για τις πιο πολλές χρήσεις, η εκμετάλλευση των παράκτιων υδροφορέων (φακών γλυκού νερού πάνω σε αλμυρό) θα πρέπει να γίνεται με τρόπο που να εξασφαλίζεται η βέλτιστη απόσταση του «ποδιού» της διεπιφάνειας από την ακτή. Οι Schmorak-Mercado (1966), όπως αναφέρθηκε, δέχονται ότι η κρίσιμη ανύψωση της διεπιφάνειας, είναι περίπου ίση με το μισό της αρχικής απόστασης διεπιφάνειας-πυθμένα υδρογεώτρησης. Τούτο σημαίνει, ότι, στις παράκτιες υδρογεωτρήσεις, θα πρέπει να τοποθετείται φιλτροσωλήνας αρκετά πιο ψηλά από τη διεπιφάνεια, ενώ παράλληλα οι πτώσεις στάθμης θα πρέπει να διατηρούνται σε χαμηλά επίπεδα (να είναι μικρές). Έτσι π.χ. όταν το πάχος του φακού του γλυκού νερού είναι μεγαλύτερο από 70m, μπορεί να επιτευχθούν αποδεκτές ακόμη παροχές. Όταν όμως το πάχος είναι της τάξης των 10m, τότε δεν επιτρέπονται πτώσεις στάθμης μεγαλύτερες από 10 μέχρι μερικές δεκάδες cm.

Από τα πιο πάνω μεγέθη, ο εμπλουτισμός R σε mm/χρόνο υπολογίζεται αρκετά δύσκολα. Οι πιο συνηθισμένες μέθοδοι υπολογισμού του, είναι η μέθοδος του υδρολογικού ισοζυγίου, η μέθοδος του ισοζυγίου αλάτων, οι ισοτοπικές μέθοδοι, τα λυσίμετρα, η μέθοδος του ισοζυγίου ενέργειας, η μέθοδος του καθολικού ισοζυγίου κ.α. (Καλλέργης, 2001- Todd, 1980).

2.9 Αντιμετώπιση της διείσδυσης της θάλασσας στους παράκτιους υδροφόρους

Για την αντιμετώπιση της ρύπανσης των υδροφορέων από τη θάλασσα, ανάλογα με την έκταση της μόλυνσης, τη γεωλογία της περιοχής, τη χρήση του νερού κλπ υπάρχει η δυνατότητα επιλογής μιας από τις παρακάτω μεθόδους:

2.9.1 Τροποποίηση του «γενικού σχεδίου άντλησης»

Μεταβάλλοντας τις θέσεις των γεωτρήσεων άντλησης, ιδιαίτερα διασπείροντάς τις στην ενδοχώρα, είναι δυνατόν να αποκατασταθεί μια πιο μεγάλη υδραυλική κλίση προς την ακτή. Το ίδιο αποτέλεσμα μπορεί να φέρει η μείωση της παροχής άντλησης των υφιστάμενων υδρογεωτρήσεων.

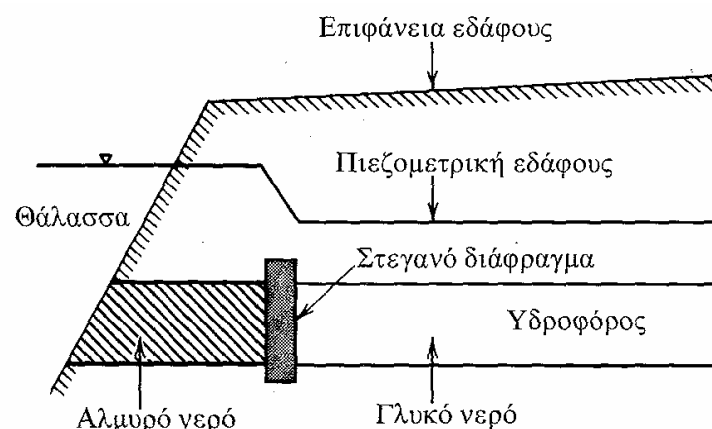
2.9.2 Τεχνητός εμπλουτισμός

Μπορεί να προκληθεί ανύψωση της στάθμης του νερού στις υφιστάμενες γεωτρήσεις και να διατηρηθεί έτσι, με την επιφανειακή κατάκλυση (τάφρος εμπλουτισμού κατά

μήκος της ακτής) ή λεκάνες εμπλουτισμού στην περίπτωση των ελεύθερων υδροφορέων, και τη χρήση υδρογεωτρήσεων εμπλουτισμού σε περίπτωση των αρτεσιανών υδροφορέων. Θα πρέπει, πάντως, να εξευρεθεί συμπληρωματική πηγή νερού προκειμένου να χρησιμοποιηθεί για τον εμπλουτισμό.

2.9.3 Δημιουργία υπόγειου φράγματος

Η κατασκευή ενός στεγανού διαφράγματος, παράλληλα προς την ακτή και σε όλο το πάχος του υδροφορέα, εμποδίζει τη διείσδυση του θαλασσινού νερού προς την ενδοχώρα. Τα κύρια προβλήματα είναι το υψηλό κόστος της κατασκευής και η ευπάθεια του διαφράγματος στους σεισμούς και τη χημική διάβρωση. (εικ. 2.12, 2.13).



Εικόνα 2.12 Αντιμετώπιση της διείσδυσης της θάλασσας με την κατασκευή στεγανού υπόγειου διαφράγματος, παράλληλα στην ακτή (Todd, 1980) (Καλλέργης, 2001)

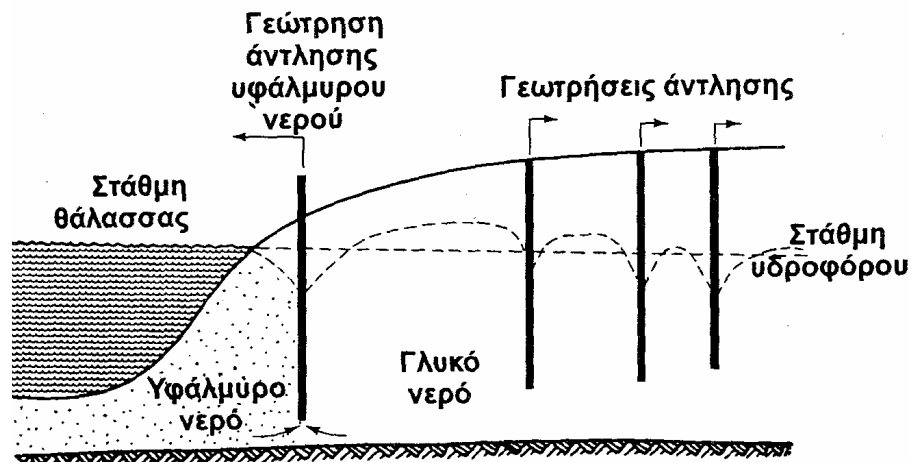


Εικόνα 2.13 Σχηματικό διάγραμμα ενός υπόγειου διαφράγματος, για την παρεμπόδιση ανάμιξης γλυκού και αλμυρού νερού, σε παράκτιο καρστ (Business Week, 1977 από Todd, 1980) (Καλλέργης, 2001)

2.9.4 Φράγμα από άντληση υφάλμυρου νερού κοντά στην ακτή

Η συνεχής άντληση από μια σειρά γεωτρήσεων κοντά στη θάλασσα (εικ. 2.14), δημιουργεί ροή του θαλασσινού νερού προς τη συστοιχία των γεωτρήσεων ενώ το

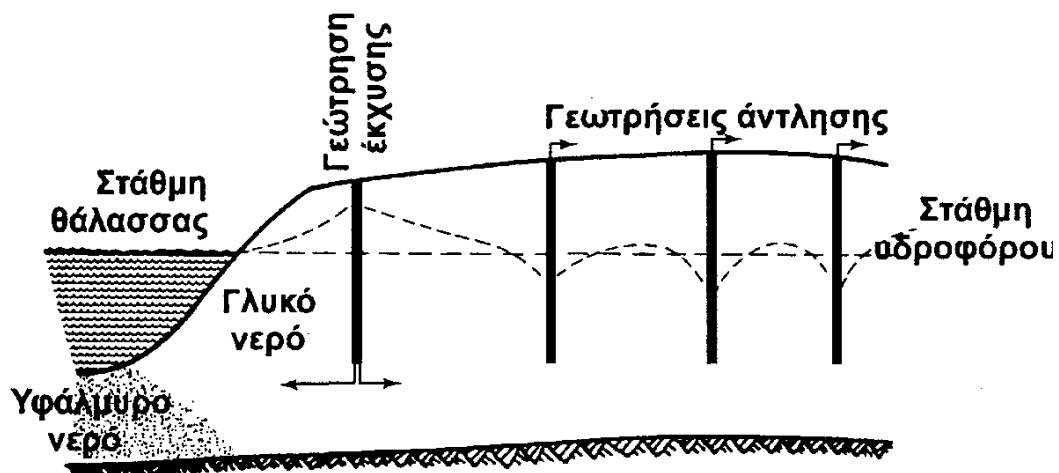
γλυκό νερό ρέει από το εσωτερικό της λεκάνης προς τη θάλασσα (προς τις αντλούμενες γεωτρήσεις). Το αντλούμενο νερό είναι υφάλμυρο και ρίχνεται στη θάλασσα.



Εικόνα 2.14 Δημιουργία υδραυλικής τάφρου με άντληση υφάλμυρου νερού η οποία εμποδίζει τη διείσδυση της θάλασσας λόγω της λειτουργίας παραγωγικών γεωτρήσεων (Fetter, 1994) (Καλλέργης, 2001)

2.9.5 Φραγμός από τεχνητό εμπλουτισμό

Η μέθοδος αυτή δημιουργεί ένα ύψωμα υψηλής πιεζομετρικής στάθμης, κατά μήκος μιας συστοιχίας γεωτρήσεων εμπλουτισμού, που βρίσκεται κοντά και παράλληλα στην ακτή (εικ. 2.15). Το νερό που διαβιβάζεται στις γεωτρήσεις, ρέει προς τη θάλασσα και προς το εσωτερικό της λεκάνης. Το νερό του εμπλουτισμού πρέπει να είναι υψηλής ποιότητας.



Εικόνα 2.15 Δημιουργία υδραυλικού φραγμού με τεχνητό εμπλουτισμό για την πρόληψη αλμύρινης παράκτιου ελεύθερου υδροφόρου (Fetter, 1994). (Καλλέργης, 2001)

Ένας συνδυασμός φραγμών από υπεράντληση και από εμπλουτισμό είναι απόλυτα εφικτός, ελαττώνει τις παροχές άντλησης και εμπλουτισμού αλλά απαιτεί μεγάλο αριθμό υδρογεωτρήσεων (Καλέργης, 2001).

Κεφάλαιο 3 – Η περιοχή μελέτης

3.1 Γενικά

Ο Δήμος Χερσονήσου βρίσκεται στη βόρεια παράλια του Νομού Ηρακλείου και μόλις 25 km από την πόλη του Ηρακλείου. Είναι πολύ κοντά στις κυριότερες πύλες εισόδου του νησιού, που είναι το λιμάνι και το αεροδρόμιο του Ηρακλείου, καθώς και στον αρχαιολογικό χώρο της Κνωσού. Από το 1998 περιλαμβάνει τα εξής δημοτικά διαμερίσματα: Λιμένας Χερσονήσου, Χερσόνησος, Ποταμιές, Αβδού, Γωνιές και Κερά με τους επιμέρους οικισμούς που περιλαμβάνει καθένα από αυτά. Ο μόνιμος πληθυσμός του Δήμου είναι 10.491 κάτοικοι από τους οποίους 5.727 είναι άνδρες και 4.764 είναι γυναίκες.



Εικόνα 3.1: Ο λιμένας Χερσονήσου και η ευρύτερη περιοχή του Δήμου Χερσονήσου(www.googlemap.com)

Τμήμα της Χερσονήσου είναι παραθαλάσσιο και εκεί παρατηρείται και η μεγαλύτερη τουριστική δραστηριότητα, ενώ τα υπόλοιπα διαμερίσματα βρίσκονται στην ενδοχώρα και η τουριστική τους ανάπτυξη είναι ουσιαστικά ανύπαρκτη, με κύρια οικονομική δραστηριότητα τη γεωργία.

Μέχρι τα μέσα της δεκαετίας του 1960 η κύρια απασχόληση του πληθυσμού ήταν η γεωργία και η κτηνοτροφία σε ποσοστό 90-95%. Σήμερα παρατηρείται μία πλήρης αντιστροφή των δεδομένων με τη συντριπτική πλειοψηφία των κατοίκων να απασχολείται στον τριτογενή τομέα της παροχής υπηρεσιών. Η περιοχή της Χερσονήσου είναι ένας από τους πλέον δημοφιλείς και ανεπτυγμένους τουριστικούς προορισμούς της Κρήτης αλλά και της χώρας.

3.2 Κλιματολογικά στοιχεία

Γενικά το κλίμα της Κρήτης χαρακτηρίζεται εύκρατο μεσογειακό, στους ορεινούς όγκους της όμως τείνει προς τον ηπειρωτικό τύπο. Η μέση ετήσια θερμοκρασία είναι 14-15°C. Ο χειμώνας είναι ήπιος με ψυχρότερους μήνες τον Ιανουάριο και το Φεβρουάριο. Η πεδινή Κρήτη και ιδιαίτερα οι νοτιοανατολικές περιοχές είναι από τις θερμότερες της Ελλάδας. Η ηλιοφάνεια διαρκεί όλους τους μήνες του έτους ενώ οι θερμότεροι μήνες είναι ο Ιούλιος και ο Αύγουστος, αν και, λόγω της θαλάσσιας αύρας και των ετήσιων ανέμων, το καλοκαίρι είναι σχετικά δροσερό. Η εμφάνιση νεφώσεων είναι μικρή και μειώνεται από τα ανατολικά προς τα δυτικά. Οι βροχές αυξάνονται από τα ανατολικά στα δυτικά και από την παράκτια ζώνη στην ορεινή. Το κλίμα της περιοχής της Χερσονήσου είναι τυπικά μεσογειακό, με περίοδο βροχών το χειμώνα από τον Οκτώβριο μέχρι και το Μάρτιο. Το καλοκαίρι είναι θερμό και ξηρό ενώ οι βροχοπτώσεις μπορεί να θεωρηθούν ικανοποιητικές κατά την διάρκεια του έτους. Η μέση ετήσια θερμοκρασία στην περιοχή ανέρχεται στους 19°C, με σημαντικές εποχιακές διακυμάνσεις. Έτσι κατά την χειμερινή περίοδο παρατηρείται πτωτική τάση με τον Ιανουάριο να αποτελεί τον ψυχρότερο μήνα, ενώ κατά την καλοκαιρινή περίοδο η θερμοκρασία αυξάνει αισθητά και τον Ιούλιο σημειώνονται οι υψηλότερες τιμές της.

Ακολουθούν στοιχεία της Ε.Μ.Υ. για τη θερμοκρασία από το μετεωρολογικό σταθμό Ηρακλείου Κρήτης.

Βροχοπτώσεις

Η περίοδος των βροχοπτώσεων εκτείνεται από τον Οκτώβριο μέχρι τον Μάρτιο με ετήσιο ύψος βροχής 483.2 mm. Εντός του έτους όμως η κατανομή τους είναι ανομοιόμορφη, με ελάχιστο ύψος βροχής να παρατηρείται τους καλοκαιρινούς μήνες κυρίως τον Ιούλιο με 0.6 mm και μέγιστο τον Ιανουάριο με 90.1 mm βροχής. Χιονοπτώσεις στην ευρύτερη περιοχή δεν υπάρχουν, μιας και το φαινόμενο είναι ιδιαίτερα σπάνιο.

Σταθμός Ηρακλείου Κρήτης 754											
Γεωγραφικό μήκος 25,11 / Γεωγραφικό πλάτος 35,2											
Ύψος σταθμού 38 m											
Μήνας	Ωρες ηλιοφάνειας (h)	Βαρομετρική πίεση (mm Hg)	Μέση θερμοκρασία αέρα (oC)	Απόλυτη μέγιστη θερμοκρασία (oC)	Απόλυτη ελάχιστη θερμοκρασία (oC)	% Σχετική Υγρασία	Μέση Νέφωση	Βροχό-πτωση (mm)	Ολική ηλιακή ακτινοβολία σε οριζόντιο επίπεδο	Διάχυτη ηλιακή ακτινοβολία σε οριζόντιο επίπεδο	Ταχύτητα ανέμου (m/sec)
1	108,8	1017,1	12,2	24,8	0,2	71	5,3	90,1	67,33	35,22	3,8
2	128,4	1016	12,5	29,2	-0,5	69	5,1	67,6	82,54	40,67	4
3	170,3	1014,9	13,8	34,8	1,7	66	4,8	58,2	124,87	58,28	4
4	234,5	1013,3	16,8	36	4,4	64	3,7	28,5	161,88	62,74	3,4
5	314,3	1013,6	20,8	39	7	64	2,9	14,2	213,96	62,15	2,3
6	353,3	1012,6	24,4	45,7	8,7	59	1,4	3,5	230,23	56,20	3
7	384,7	1011	26,4	41	15	59	0,6	1,0	248,99	54,12	4
8	356,7	1011,4	26,3	40,7	14	60	0,7	0,6	221,15	51,13	4
9	285,2	1014,6	23,7	38,5	10,6	63	1,8	17,7	174,12	42,92	3,4
10	197,2	1016,7	20,3	36,2	7,9	67	3,6	64,9	114,20	44,54	3,2
11	161,5	1017,5	17,1	31,9	1,9	70	4,7	59,0	81,54	33,62	3
12	121,1	1016,8	13,9	26,7	2	70	5,1	77,9	64,60	30,79	4
Σύν.	2816	1785,43	572,39								

Πίνακας 3.1: Κλιματολογικά στοιχεία για την περιοχή μελέτης

Ανεμολογικά στοιχεία

Από επεξεργασία των στοιχείων από το μετεωρολογικό σταθμό του Ηρακλείου για την περίοδο 1955 έως 1998 προέκυψε ότι :

- Η συχνότητα των ανέμων είναι κυρίως Βόρειοι και Βορειοδυτικοί σε ποσοστά 16,9% και 28.9% αντίστοιχα ενώ σημαντική είναι και η συχνότητα των Νότιων ανέμων σε ποσοστό 14.6%. Νηνεμία επικρατεί σε ποσοστό 17.5%.
- Η ένταση των ανέμων είναι κυρίως της τάξης 2, 3 και 4 Beaufour, με συνολικό ποσοστό εμφάνισης 64.68% ενώ τη μεγαλύτερη συχνότητα έχουν οι άνεμοι των 3 Beaufour με ποσοστό 22.3%.
- Ακραία καιρικά φαινόμενα με ανέμους της τάξης των 10 Beaufour είναι σπάνια αλλά όταν συμβαίνουν είναι νότιας και νοτιοδυτικής κυρίως διεύθυνσης. Αναλυτικότερα, τα ανεμολογικά στοιχεία από το μετεωρολογικό σταθμό Ηρακλείου Κρήτης παρουσιάζονται στον Πίνακα 2.2.

BEAUFOR	N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALM	ΣΥΝΟΛΟ
0									17.527	17.527
1	0.855	0.537	0.372	0.613	1.468	0.603	0.307	0.646		5.401
2	4.360	2.279	0.9653	2.312	5.149	1.884	1.183	3.725		21.845
3	4.941	1.435	0.603	1.183	2.695	0.865	1.490	9.082		22.294
4	4.229	0.438	0.142	0.657	2.241	0.679	1.326	10.649		20.541
5	1.665	0.142	0.033	0.351	1.589	0.449	0.362	3.571		8.162
6	0.690	0.033	0.011	0.208	0.898	0.208	0.088	1.019		3.155
7	0.164	0.011	0.011	0.066	0.274	0.055	0.022	0.142		0.745
8	0.055	0.000	0.000	0.033	0.110	0.011	0.011	0.044		0.264
9	0.011	0.000	0.000	0.011	0.011	0.000	0.000	0.011		0.044
10	0.000	0.000	0.000	0.011	0.011	0.000	0.000	0.000		0.022
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000		0.000
SUM	16.970	4.875	2.125	5.445	14.626	4.754	4.789	28.885	17.527	100.000

Πίνακας 3.2: Ανεμολογικά στοιχεία για την περιοχή μελέτης

3.3 Χλωρίδα και πανίδα

Στην ευρύτερη περιοχή υπάρχουν τα οικοσυστήματα της πεδινής και ημιορεινής ζώνης ενώ κυριαρχεί η αυτοφυής υποβαθμισμένη βλάστηση. Η χλωρίδα της υπό μελέτης περιοχής αναπτύσσεται από δέντρα, θάμνους και από ποώδη βλάστηση. Πιο συγκεκριμένα παρατηρούνται φρύγανα, αστιβίδες, θυμάρι, αφάνες, ασπάλαθοι, θρύμνα αλλά και αραιές στοιβάδες από ξυλώδη βλάστηση σκληρόφυλλων και αείφυλλων, όπως: σχοίνος, χαρουπιά, ερείκη, πρίνος κ.ά. Η πληθυσμιακή ισορροπία των άλλοτε ευρέως διαδεδομένων ειδών πανίδας της περιοχής σήμερα έχει διαταραχθεί. Οι οικοκλιματικές συνθήκες της Κρήτης, είναι μεν ευνοϊκές για την ανάπτυξη της πανίδας ιδιαίτερα στα αρθρόποδα, τα έντομα, τα αραχνοειδή και τα μαλάκια (σαλιγκάρια). Όμως, λόγω της αλόγιστης εκμετάλλευσης των οικοσυστημάτων από τον άνθρωπο, της σημαντικής υποβάθμισης των φυτικής

βλάστησης, της παράνομης θήρευσης και της τουριστικής ανάπτυξης της περιοχής, ο αριθμός των ζώων στις ανώτερες τάξεις (πτηνά και θηλαστικά) είναι περιορισμένος. Επίσης δεν υπάρχουν σπάνια ή προστατευόμενα είδη, ενώ τα κύρια είδη της πανίδας είναι ο λαγός, το κουνάβι, η κουκουβάγια, η σαύρα καθώς και διάφορα είδη πτηνών.

3.4 Γεωλογία και υδρογεωλογία

Οι υδρογεωολογικοί σχηματισμοί, που καλύπτουν την ευρύτερη περιοχή της Χερσονήσου, διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες:

1. Στους υδροπερατούς σχηματισμούς, στους οποίους ανήκουν τα προνεογενή ανθρακικά πετρώματα, οι μαργαϊκοί ασβεστόλιθοι, οι γύψοι, οι άμμοι, τα κροκαλοπαγή, και οι ψαμμίτες του νεογενούς.
2. Στους υδατοστεγείς σχηματισμούς, στους οποίους ανήκουν οι ψυλλίτες, χαλαζίτες και φλύσχης του προνεογενούς καθώς και οι μάργες και άργιλοι του νεογενούς.

Οι υδροπερατοί σχηματισμοί έχουν ιδιαίτερη σημασία για την υδρογεωολογική έρευνα, καθώς εντός αυτών αναπτύσσονται οι υπόγειοι υδροφορείς. Παρ' όλα αυτά όμως για τη διαμόρφωση, τη διακίνηση και την κατανομή τόσο του υπόγειου όσο και του επιφανειακού νερού ιδιαίτερο ρόλο παρουσιάζουν και οι υδατοστεγείς σχηματισμοί.

3.4.1 Υδροπερατοί Σχηματισμοί

Προνεογενείς Υδροπερατοί Σχηματισμοί

Αποτελούνται κυρίως από πλακώδεις ασβεστόλιθους καθώς και από ανθρακικά πετρώματα, τα οποία παρουσιάζουν υψηλό ποσοστό υδροπερατότητας, κυρίως στις ζώνες διαρρήξεων και αποκάρσωσης, όπου τελικοί αποδέκτες του νερού της κατείσδυσης είναι οι πλακώδεις ασβεστόλιθοι. Τα πετρώματα που δομούν τους δύο κύριους ορεινούς όγκους Δίκτη και Ψηλορείτη είναι τα ανθρακικά, που λόγω του μεγάλου υψομέτρου δέχονται μεγάλες ποσότητες νερού από τη βροχή και το χιόνι. Επίσης λόγω της μεγάλης περατότητας που παρουσιάζουν (μέχρι και 50.73% των ετήσιων βροχοπτώσεων) συχνά διαμορφώνονται στο εσωτερικό τους υπόγειοι υδροφορείς με πλούσια αποθέματα νερού, όπως διαφαίνεται από τις πολλές πηγές (Ζαρού, Μαλίων κ.ά.). Επιπλέον οι υδροφορείς αυτοί τροφοδοτούν με σημαντικό ποσοστό νερού τα υπόγεια και πλευρικά υδροφόρα στρώματα των νεογενών αποθέσεων που έρχονται σε άμεση επαφή, κυρίως στις παρυφές των ορεινών όγκων. Η ποιότητα του νερού στους ανθρακικούς σχηματισμούς είναι συνήθως καλή. Προβλήματα μόνο υπάρχουν σε περίπτωση που έρχονται σε επαφή με τη θάλασσα, οπότε και αναπτύσσεται μέτωπο υφαλμύρωσης, όπως συμβαίνει στην περιοχή της Χερσονήσου. Στην περιοχή Μαλίων και Χερσονήσου μικρό πρόβλημα παρατηρείται και στο τέλος της ξηράς περιόδου, αλλά με τις πρώτες βροχές το ποσοστό σε χλωριόντα επανέρχεται σε φυσιολογικά επίπεδα .

Νεογενείς Υδροπερατοί Σχηματισμοί

Στους υδροπερατούς σχηματισμούς του νεογενούς κατατάσσονται κυρίως οι μαργαϊκοί ασβεστόλιθοι, τα κροκαλοπαγή, οι ψαμμίτες, η άμμος καθώς και διάφορα πετρώματα γύψων. Η περατότητα στους σχηματισμούς αυτούς οφείλεται στο δευτερογενές πορώδες που δημιουργείται λόγω διάβρωσης ή τεκτονισμού (μαργαϊκοί ασβεστόλιθοι, γύψος) ή στο πρωτογενές πορώδες, που εξαρτάται από τη σύσταση και την κοκκομετρία του πετρώματος (κροκαλοπαγή, ψαμμίτες, άμμοι). Η διαμόρφωση των υπόγειων υδροφορέων εντός των σχηματισμών εξαρτάται άμεσα από το συντελεστή κατείσδυσης, από τον όγκο που καταλαμβάνουν και από τη δυνατότητα τροφοδοσίας τους με νερό, είτε απευθείας από τη βροχή είτε πλευρικά από υδροφόρους προνεογενείς σχηματισμούς, με τους οποίους έρχονται σε άμεση επαφή. Σε αρκετές περιπτώσεις διαμορφώνονται αξιόλογοι υπόγειοι υδροφορείς κυρίως σε μαργαϊκούς ασβεστόλιθους, κροκαλοπαγή και γύψους. Τα γυψούχα νερά είναι βέβαια ακατάλληλα για ύδρευση αλλά καλύπτουν σημαντικές αρδευτικές ανάγκες.

Τεταρτογενείς Υδροπερατοί Σχηματισμοί

Συναντώνται κυρίως σε ποτάμιες αποθέσεις, ψαμμίτες άμμου και κορήματα, που λόγω της σύστασης και της κοκκομετρίας τους διακρίνονται από μεγάλη διαπερατότητα. Συνήθως, επειδή παρουσιάζουν μικρό πάχος, αναπτύσσεται στο εσωτερικό τους ελεύθερος υδροφορέας.

3.4.2 Υδατοστεγείς Σχηματισμοί

Προνεογενείς Υδατοστεγείς Σχηματισμοί

Στους υδατοστεγείς προνεογενείς σχηματισμούς ανήκουν τα πετρώματα της φυλλιτικής - χαλαζιτικής σειράς, ο φλύσχης και οι σχηματισμοί των οφιολίθων και κρυσταλλοσχιστώδων. Οι σχηματισμοί αυτοί στο σύνολό τους χαρακτηρίζονται ως υδατοστεγείς, εξαίρεση όμως αποτελεί το σαθρό κάλυμμα τους καθώς και κάποιο δευτερογενές πορώδες που οφείλεται σε τεκτονικά αίτια.

Η στεγανότητα των πετρωμάτων αυτής της κατηγορίας, σε συνδυασμό με την τεκτονική δομή της περιοχής, επηρεάζει σημαντικά τη διαμόρφωση του υδρογραφικού δικτύου, τη διακίνηση του υπόγειου νερού και το διαχωρισμό της περιοχής σε υδρογεωλογικές ενότητες, ενώ σαν στεγανό διάφραγμα επιτρέπει τη διαμόρφωση υπόγειων υδροφορέων σε διάφορα υψόμετρα. Η ποιότητα του νερού, που εντοπίζεται στους σχηματισμούς αυτούς, είναι καλή και καλύπτει τοπικές υδρευτικές ανάγκες .

Νεογενείς Υδατοστεγείς Σχηματισμοί

Στους υδατοστεγείς σχηματισμούς του νεογενούς ανήκουν οι μάργες και οι άργιλοι, που λόγω της σύστασης και της κοκκομετρίας τους, είναι αδιαπέρατοι, πράγμα που αποκλείει τη διαμόρφωση αξιοποιήσιμων υπόγειων υδροφορέων. Οι σχηματισμοί αυτοί καλύπτουν αρκετά μεγάλη έκταση, με αποτέλεσμα να δημιουργούνται προβλήματα ανεπάρκειας νερού σε παραπλήσιες περιοχές. Επίσης προκαλούν αυξημένη επιφανειακή απορροή, με αποτέλεσμα μεγάλες ποσότητες νερού να καταλήγουν στη θάλασσα ανεκμετάλλευτες.

3.4.3 Διαμόρφωση υδροφορέων και υδρογεωλογικών ενοτήτων

Η διαμόρφωση υδροφορέων και υδρογεωλογικών ενοτήτων εξαρτάται από τρεις βασικούς παράγοντες: την βροχόπτωση, τον γεωλογικό σχηματισμό που είναι περατός από το νερό και το στεγανό υπόβαθρο με κατάλληλη τεκτονική μορφή (ή το επίπεδο θάλασσας όταν πρόκειται για υπόβαθρο ανθρακικών πετρωμάτων). Όταν και οι τρεις παραπάνω παράγοντες είναι ευνοϊκοί, τα νερά της βροχής κατεισδύουν στα πετρώματα, συγκεντρώνονται στους πόρους (καρστικά και τεκτονικά διάκενα), διαμορφώνοντας υπόγειους υδροφορείς, υδρογεωλογικές ενότητες και λεκάνες υδρογεωλογικών ενοτήτων.

Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι δύο ορεινοί όγκοι Ψηλορείτης και Δίκτη είναι οι κύριοι τροφοδότες των υπόγειων υδροφορέων της ευρύτερης περιοχής, μπορούν να διακριθούν οι εξής υδρογεωλογικές ενότητες:

1. Υδρογεωλογική ενότητα καρστικού υδροσυστήματος Ψηλορείτη.
2. Υδρογεωλογική ενότητα καρστικού υδροσυστήματος Δίκτη.
3. Υδρογεωλογική ενότητα Ταλλαίων ορέων.
4. Υδρογεωλογική ενότητα λεκάνης Ηρακλείου.

Η υδρογεωλογική ενότητα που επηρεάζει άμεσα την περιοχή της Χερσονήσου είναι εκείνη του καρστικού υδροσυστήματος Δίκτη, η οποία περιλαμβάνει τις γεωλογικές ενότητες και τους υπόγειους υδροφορείς, που τροφοδοτούνται από τον ορεινό όγκο, άσχετα αν οι γεωλογικοί σχηματισμοί ανήκουν ή όχι στον βασικό κορμό του.

Γενικά ο ορεινός όγκος Δίκτη ανήκει στο μεγαλύτερο μέρος του στο Νομό Λασιθίου, ενώ στο νομό Ηρακλείου ανήκει το δυτικό τμήμα. Δομείται κύρια από ανθρακικούς σχηματισμούς του προνεογενούς και είναι ένα από τα κυριότερα καρστικά υδροσυστήματα της Κρήτης μετά τα Λευκά Όρη και τον Ψηλορείτη. Τον κύριο κορμό του ορεινού όγκου αποτελούν πλακώδεις ασβεστόλιθοι της αυτόχθονης γεωλογικής ενότητας, πάνω στην οποία έχουν απωθηθεί οι αλλόχθονες γεωλογικές ενότητες της φυλλιτικής - χαλαζιτικής σειράς και των οφιολίθων - κρυσταλλοσχιστοδών. (Η ενότητα των οφιολίθων – κρυσταλλοσχιστοδών δεν εμφανίζεται στην περιοχή μελέτης.)

Οι υδρογεωλογικές συνθήκες της περιοχής δεν είναι εντελώς ανεξάρτητες από αυτές που επικρατούν στο σύνολο του ορεινού όγκου της Δίκτη, ωστόσο η περιοχή χωρίζεται στις εξής ενότητες:

- Υπόγειοι υδροφορείς των ανθρακικών σχηματισμών της γεωλογικής ενότητας Πίνδου.
- Υπόγειοι υδροφορείς των ανθρακικών σχηματισμών της γεωλογικής ενότητας Τρίπολης.
- Ανθρακικοί σχηματισμοί που εμφανίζονται στην περιοχή Ανώπολης – Γουρνών και νοτιότερα μέχρι τις κοινότητες Γαλιπέ – Σκοτεινό.
- Ανθρακικοί σχηματισμοί που εμφανίζονται νότια της Χερσονήσου – Χαρασό – Κόξαρης – Καλού Χωριού.
- Ανθρακικοί σχηματισμοί που εμφανίζονται στην περιοχή της κοινότητας Χερσονήσου.
- Ανθρακικοί σχηματισμοί της περιοχής Μαλίων.

Όλες οι ερευνητικές γεωτρήσεις, που έχουν γίνει στην προσπάθεια της κοινότητας για εντοπισμό υπόγειων υδροφορέων για κάλυψη των υδρευτικών αναγκών, έδωσαν υφάλμυρο νερό. Αυτό οφείλεται στο ότι οι ασβεστόλιθοι του Ιουρασικού της Ζώνης Τρίπολης, που έρχονται σε άμεση επαφή με τη θάλασσα, καθώς και το ρήγμα στην επαφή των ασβεστολιθικών του Ιουρασικού και των ασβεστόλιθων του Κρητιδικού λειτουργούν θετικά για την είσοδο του θαλάσσιου νερού στα καρστικά και τεκτονικά διάκενα των ανθρακικών σχηματισμών της ευρύτερης περιοχής (Καρτεράκης, 2005, ΙΓΜΕ).

Κεφάλαιο 4 – Μοντέλα προσομοίωσης υπόγειας ροής

4.1 Εισαγωγή

Η ανάγκη για καλύτερη κατανόηση των μηχανισμών ροής του υπόγειου νερού σε συνδυασμό με την ευρεία χρήση των υπολογιστών τα τελευταία χρόνια, οδήγησαν στην ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων για καλύτερη δυνατότητα προσομοίωσης της ροής του υπόγειου νερού.

Μερικοί από τους βασικούς στόχους που επιδιώκονται μέσω της σύνθεσης ενός μοντέλου υπόγειας ροής είναι:

- Προσομοίωση των μηχανισμών που ελέγχουν τη λειτουργία και εξέλιξη ενός υδροφόρου συστήματος.
- Σχεδιασμός και μελέτη εναλλακτικών σεναρίων και δράσεων διαχείρισης του υπόγειου νερού.
- Σχεδιασμός έργων και εφαρμογή ενδεδειγμένων μέτρων μετά την επιλογή του καταλληλότερου σεναρίου για τη βελτιστοποίηση της χρήσης των υδάτινων πόρων.

Η προσομοίωση της κίνησης του υπόγειου νερού ενός ή περισσότερων υδροφόρων συστημάτων με τη χρήση μαθηματικών μοντέλων, απαιτεί την όσο το δυνατό καλύτερη κατανόηση των μηχανισμών λειτουργίας του υπό εξέταση υδροφόρου συστήματος. Για να επιτευχθεί αυτό είναι απαραίτητη η συλλογή δεδομένων και μετρήσεων υπαίθρου όσον αφορά στα γεωλογικά, υδρογεωλογικά, υδρολογικά, κλιματολογικά, τοπογραφικά στοιχεία της περιοχής έρευνας. Η αξιολόγηση όλων των δεδομένων και πληροφοριών οδηγεί στη σύνθεση του εννοιολογικού μοντέλου. Το εννοιολογικό μοντέλο αποτελεί δηλαδή μια αναπαράσταση του φυσικού υδρογεωλογικού συστήματος.

Τα κύρια χαρακτηριστικά που λαμβάνονται υπόψη κατά τη σύνταξη του εννοιολογικού μοντέλου είναι η γεωμετρία των υδροφόρων στρωμάτων, τα υδραυλικά χαρακτηριστικά τους (περατότητα, μεταβιβασιμότητα) και οι ζώνες

τροφοδοσίας (υπόγειες πλευρικές εισροές, διηθήσεις, κατεΐσδυση, επιστροφές αρδεύσεων) και εκφόρτισης. Στόχος του εννοιολογικού μοντέλου είναι η περιγραφή των βασικών μηχανισμών υδροδυναμικής λειτουργίας και εξέλιξης του υπό μελέτη υδροφόρου συστήματος και η τεκμηρίωση του τρόπου ή των τρόπων μαθηματοποίησης των μηχανισμών αυτών στο μαθηματικό ομοίωμα. Κατά τη σύνταξη του εννοιολογικού μοντέλου είναι απαραίτητο να γίνονται κάποιες παραδοχές όσον αφορά στα γεωλογικά κυρίως χαρακτηριστικά του. Εύλογο είναι ότι η προσπάθεια μετασχηματισμού του φυσικού συστήματος στο μαθηματικό μοντέλο εμπεριέχει τη σαφή αναγνώριση και καταγραφή των παραδοχών που γίνονται και των περιορισμών στην ισχύ του μοντέλου που αυτές συνεπάγονται). (Γιαννέλη, 2009)

Η θεωρία της κίνησης του νερού στα πορώδη μέσα βασίζεται στον νόμο του Darcy που διατυπώθηκε το 1856 ύστερα από σχετικά πειράματα. Η ροή του υπόγειου νερού σε υδροφόρους σχηματισμούς περιγράφεται από διαφορικές εξισώσεις, οι οποίες βασίζονται στην αρχή διατήρησης της μάζας και ποικίλουν ανάλογα με το είδος του υδροφορέα και τις συνθήκες ροής.

Με τον όρο μοντέλο εννοούμε μια απλοποιημένη διατύπωση ενός πραγματικού συστήματος που προσομοιώνει την συμπεριφορά του σε διάφορες φυσικές ή ανθρωπογενείς μεταβολές και πιέσεις ή «τάσεις». Σύμφωνα με τα πρότυπα ASTM (D5880-95) μοντέλο θεωρείται ένα σύνολο υποθέσεων και παραδοχών σε μορφή μαθηματικών εξισώσεων οι οποίες περιγράφουν κάποιο φυσικό σύστημα.

Μαθηματικό μοντέλο κατά την ευρεία έννοια είναι μια σχέση ή εξίσωση η οποία εκφράζει τα βασικά χαρακτηριστικά ενός φυσικού συστήματος με μαθηματική μορφή. Σε γενικές γραμμές περιγράφεται από μια συναρτησιακή σχέση της μορφής :

Εξαρτημένη μεταβλητή = f (ανεξάρτητες μεταβλητές, παράμετροι, συναρτήσεις ελέγχου).

Εξαρτημένες είναι οι μεταβλητές που περιγράφουν την κατάσταση του συστήματος (π.χ. υδραυλικό φορτίο), οι ανεξάρτητες μεταβλητές είναι συνήθως οι διαστάσεις του χώρου και του χρόνου, ενώ οι συναρτήσεις ελέγχου περιγράφουν εξωτερικές επιδράσεις και τάσεις (stresses). Στην περίπτωση των υπόγειων νερών, το μαθηματικό μοντέλο αποτελείται από μαθηματικές εξισώσεις οι οποίες περιγράφουν την λειτουργία του φυσικού συστήματος δηλαδή του υδροφόρου σχηματισμού κάνοντας διάφορες παραδοχές κατά την επίλυση του.

4.2 Ταξινόμηση μοντέλων υπόγειου νερού

Έχουν αναπτυχθεί διάφορα είδη προσομοιωμάτων-μοντέλων:

- Τα παραμετρικά ομοιώματα είναι στατικά περιγράφοντας την παρούσα κατάσταση ενός συστήματος (Βουδούρης, 2004).
- Τα δυναμικά ομοιώματα δίνουν τη δυνατότητα πρόβλεψης στο μέλλον και περιλαμβάνουν μοντέλα που ανάλογα με την μεθοδολογία δόμησής τους διακρίνονται σε φυσικά, αναλογικά και μαθηματικά.

Φυσικά μοντέλα: Αποτελούν πιστά αντίγραφα των φυσικών συστημάτων ροής κατασκευασμένα υπό κλίμακα, που μελετώνται σε εργαστηριακό περιβάλλον. Με αυτά γίνεται απευθείας προσομοίωση π.χ της υπόγειας ροής στο εργαστήριο. Οι πρακτικές τους εφαρμογές είναι δύσκολες εξαιτίας της πολυπλοκότητας που παρουσιάζουν τα αντίστοιχα φυσικά συστήματα.

Αναλογικά μοντέλα: Χρησιμοποιούνται στις περιπτώσεις που δεν είναι εύκολη η αναλυτική επεξεργασία του φαινομένου και είναι φυσικά συστήματα που υπακούουν σε μερικές διαφορικές εξισώσεις με οριακές συνθήκες όμοιες με το πρωτότυπο. Πρόκειται στην ουσία για εργαστηριακές προσομοιώσεις των υδροφορέων με πιο γνωστά τα ηλεκτρικά ομοιώματα, τα ανάλογα άμμου, τη συσκευή Hele-Shaw, τα ανάλογα μεμβράνης, τα ομοιώματα Moire, τα θερμικά ομοιώματα, τα υβριδικά ομοιώματα, τα ηλεκτρικά ομοιώματα κ.λπ. Οι τεχνικές των μοντέλων αυτών έχασαν τη δημοτικότητα τους, εξ αιτίας της ικανοποιητικής προσαρμοστικότητας, της μεγάλης διάθεσης και των πολύ μεγάλων δυνατοτήτων εφαρμογής των αριθμητικών μοντέλων. Παρουσιάζουν όμως ένα πλεονέκτημα σε σχέση με τα τελευταία, δηλαδή δεν απαιτούν διακριτικότητα στον χρόνο, που αποτελεί παράγοντα πιθανής δημιουργίας λαθών.

Μαθηματικά μοντέλα: Είναι αυτά που χρησιμοποιούνται κυρίως στην υδρογεωλογία. Διακρίνονται σε μοντέλα επεξεργασίας δεδομένων, καθορισμού παραμέτρων, ροής και μεταφοράς και μοντέλα διαχείρισης. Τα μαθηματικά μοντέλα έχουν ως κύριο στόχο την προσομοίωση της κίνησης του υπόγειου νερού χρησιμοποιώντας διαφορικές εξισώσεις. Βασίζονται κυρίως στην επίλυση βασικών εξισώσεων που περιγράφουν την κίνηση του υπόγειου νερού όπως είναι οι εξισώσεις του Darcy, Boussinesq, Laplace, Bernoulli, εξίσωση της συνέχειας, της ροής υπογείων υδάτων και θερμότητας. Τα μαθηματικά μοντέλα είναι κατάλληλα για προβλήματα υδροφόρων σχηματισμών με ακανόνιστα γεωμετρικά όρια, ανισοτροπία, καθώς και χωρικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους, ρυθμό άντλησης και τροφοδοσίας. (<http://invenio.lib.auth.gr/record/115810/files/FINAL%20PhD.pdf>-Τάντος 2006)

Με τα μαθηματικά μοντέλα γίνεται δυνατή η παρουσίαση μιας τεράστιας ποσότητας πληροφοριών με έναν εκπληκτικά απλό και συνεκτικό τρόπο. Όμως το σημείο εκκίνησης είναι η σαφής και πλήρης κατανόηση των διαδικασιών που καλείται να περιγράψει το μοντέλο.

Στην περίπτωση της ροής του υπόγειου νερού θα πρέπει να θεωρούνται ως βασικές οι εξής δυο διαδικασίες:

- η ροή του υπόγειου νερού λόγω των υδραυλικών βαθμίδων
- η αφαίρεση (άντληση) ή προσθήκη νερού (εμπλουτισμός)

Στην περίπτωση όμως των μοντέλων της μεταφοράς της ρύπανσης παρεμβαίνει ένα μεγάλο πλήθος, διαφορετικών μεταξύ τους, διαδικασιών, οι οποίες μπορούν να καταταγούν σε δυο ομάδες:

- στις διαδικασίες μεταφοράς με μοριακή διάχυση, μηχανική διασπορά και ρεύματα μεταφοράς
- στις διαδικασίες που ευθύνονται για την παραγωγή ή εξασθένηση του ρυπαντή όπως είναι οι χημικές, βιολογικές, ακόμα και πυρηνικές διαδικασίες

(ρόφηση, ιοντοανταλλαγή, οξειδοαναγωγή, ραδιενεργός θάνατος και βιοδιάσπαση).

Για την πλήρη περιγραφή του υδροφόρου συστήματος που θα παρουσιαστεί στο μοντέλο απαιτούνται πέρα από τις εξισώσεις που ελέγχουν τις διαδικασίες και

- ειδικές αριθμητικές τιμές των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν τις διαδικασίες καθώς και των παραμέτρων προσομοίωσης που εμπλέκονται στη διαδικασία επίλυσης των εξισώσεων,
- πληροφορίες για την περιοχή, το σχήμα και τις συνθήκες κατά μήκος των συνόρων του υδροφορέα.

Η επίλυση των εξισώσεων του μοντέλου που θα προκύψει μετά τα πιο πάνω, γίνεται αναλυτικά ή αριθμητικά, ανάλογα με την πολυπλοκότητα των υδρογεωλογικών συνθηκών και τον αριθμό των διαδικασιών που συμμετέχουν στο μοντέλο.

Δυστυχώς πολύ μικρός αριθμός προβλημάτων ροής ή μεταφοράς μπορεί να επιλυθεί με αξιόπιστο τρόπο με τα μαθηματικά μοντέλα. Πρόκειται για τα μοντέλα που περιγράφουν τη ροή του υπόγειου νερού ή τη μεταφορά ενός μοναδικού μη αντιδρώντα με το νερό ρυπαντή σε κορεσμένο πορώδες μέσο (U.S.N.R.C. 1990). Η αβεβαιότητα αυτή ως προς την αξιοπιστία με την οποία τα μαθηματικά μοντέλα αποδίδουν τις υδρογεωλογικές διαδικασίες, οδήγησε σε πειραματικές έρευνες μακράς διάρκειας ώστε να βελτιωθεί η κατανόηση των πιο πάνω διαδικασιών (U.S.N.R.C. 1990).

Το μεγαλύτερο πρόβλημα στη σύνταξη των μαθηματικών μοντέλων είναι η ετερογένεια στην κλίμακα του πεδίου (μακροετερογένεια), με αποτέλεσμα τα στοιχεία εισόδου να προέρχονται από εκτιμήσεις που συχνά απέχουν σημαντικά από την πραγματικότητα. Την ίδια αξιοπιστία παρουσιάζει και η προέκταση των πορισμάτων της εργαστηριακής έρευνας (μικροετερογένεια) στη φυσική κλίμακα. Ένα δεύτερο μεγάλο πρόβλημα παρουσιάζει η ροή σε μέσα με διπλό πορώδες. Είναι δύσκολη έως αδύνατη η πρόγνωση για δοσμένη θέση, εκτός αν υπάρχει εκτεταμένη πληροφόρηση για το είδος και τη φύση του δικτύου ρωγμάτωσης (Καλλέργης, 2001).

Έτσι τα μοντέλα μπορούν να διακριθούν ως προς την μεταβλητή κατάστασης (state variable) σε τέσσερις τύπους :

- **Ροής υπόγειων νερών (Fluid flow models):**

Συνήθως περιγράφονται από μια μόνο εξίσωση που υπολογίζει το υδραυλικό φορτίο, την πίεση ή το δυναμικό. Σε πολυφασική ροή, χρησιμοποιείται μια διαφορετική εξίσωση για κάθε φάση.

- **Μεταφοράς διαλυτών ουσιών (Solute transport models):**

Αντιπροσωπεύονται από μια επιπλέον εξίσωση, από αυτή που υπολογίζει τις συνιστώσες ροής η οποία υπολογίζει τις συγκεντρώσεις των διαλυτών ουσιών στο σύστημα. Επίσης έχει αναπτυχθεί μια άλλη οικογένεια μοντέλων; τα υδροχημικά μοντέλα που περιγράφουν την ανταλλαγή συστατικών μεταξύ του υπόγειου νερού και του πορώδους μέσου.

- **Μεταφοράς θερμότητας (Heat transport models):**

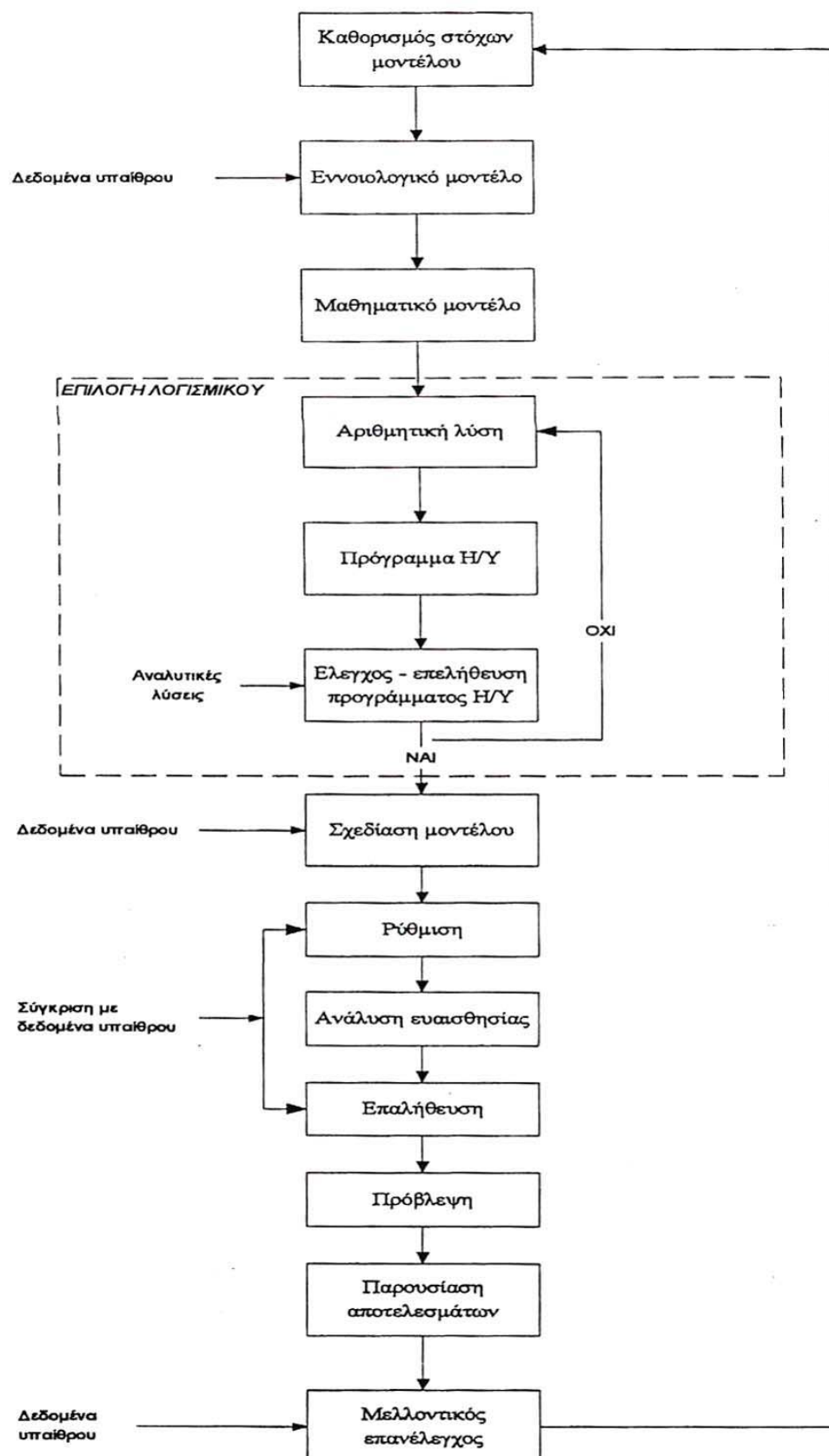
Στην απλούστερη περίπτωση η μεταφορά της θερμότητας προσομοιώνεται με μια επιπλέον εξίσωση από αυτή της ροής του υπόγειου νερού, ανάλογη με αυτή της μεταφοράς διαλυτών ουσιών αλλά με μεταβλητή κατάσταση τη θερμοκρασία. Σε πιο εξειδικευμένες περιπτώσεις η ροή της θερμότητας αντιμετωπίζεται μαζί με τη ροή του υπόγειου νερού. Η εξίσωση ροής πρέπει να περιγράφει μεταβλητή πυκνότητα νερού ενώ μια επιπλέον εξίσωση χρειάζεται για να περιγράψει τη ροή θερμότητας μέσα στο πορώδες μέσο.

– **Παραμορφώσεων - Καθιζήσεων** (Deformation models):

Η παραμόρφωση του πορώδους μέσου προσομοιώνεται συνδυάζοντας τη ροή του υπόγειου νερού με εξισώσεις που περιγράφουν σχέσεις τάσεων – παραμορφώσεων του ιστού του πορώδους μέσου.

4.3 Μεθοδολογία εφαρμογής των μοντέλων

Για την εφαρμογή των μαθηματικών μοντέλων στα υπόγεια νερά έχουν θεσπιστεί κάποια πρότυπα και κανόνες από της αρχές της προηγούμενης δεκαετίας από το National Research Council (1990).



Εικόνα 4.1. Μεθοδολογία εφαρμογής μαθηματικών μοντέλων υπογείου νερού (Τσελέπη, 2009).

Με βάση τα παραπάνω μια ολοκληρωμένη εφαρμογή ενός μοντέλου υπόγειας ροής πρέπει να ακολουθεί τα παρακάτω στάδια.

- **Καθορισμός των αντικειμενικών στόχων** του μοντέλου. Οι στόχοι αυτοί καθορίζουν και τις αντίστοιχες εξισώσεις που επιλέγονται καθώς και το λογισμικό.
- **Ανάπτυξη του εννοιολογικού μοντέλου** (conceptual model) του συστήματος. Στη φάση αυτή ορίζονται οι υδροστρωματογραφικές ενότητες, αναγνωρίζονται τα όρια του συστήματος, συγκεντρώνονται τα δεδομένα υπαίθρου, δεδομένα που αφορούν (υδραυλικές) παραμέτρους και εκτιμώνται ποσοτικά οι διάφορες συνιστώσες του υδατικού ισοζυγίου.
- **Επιλογή της αντίστοιχης εξίσωσης και του κατάλληλου λογισμικού**. Το λογισμικό είναι ένα πρόγραμμα H/Y το οποίο περιέχει αλγόριθμους που επιλύουν το μαθηματικό μοντέλο αριθμητικά. Η εξίσωση καθώς και το λογισμικό πρέπει πρώτα να επαληθευτούν. Η επαλήθευση της εξίσωσης αποδεικνύει ότι αυτή περιγράφει επαρκώς τους φυσικούς μηχανισμούς που λαμβάνουν χώρα στο πορώδες μέσο. Η επαλήθευση του λογισμικού επιτυγχάνεται συγκρίνοντας την αριθμητική του λύση με την αντίστοιχη αναλυτική, αν υπάρχει, για να αποδειχθεί έτσι ότι αυτό επιλύει ορθά τις σχετικές εξισώσεις που συνιστούν το μαθηματικό μοντέλο.
- **Σχεδιασμός - κατασκευή του μοντέλου**. Περιλαμβάνει τη διακριτοποίηση του χώρου και του χρόνου, τον καθορισμό αρχικών και οριακών συνθηκών, καθώς και αρχική επιλογή υδραυλικών παραμέτρων και τάσεων (stresses).
- **Ρύθμιση** (Calibration). Στόχος της ρύθμισης είναι να καταδείξει ότι το μοντέλο μπορεί να αναπαράγει τις πραγματικές ροές (fluxes) και τις μεταβλητές κατάστασης (state variables). Κατά τη διαδικασία της ρύθμισης, αναζητάται ένα σύνολο παραμέτρων και τάσεων που προσεγγίζουν καλύτερα τα πραγματικά υδραυλικά φορτία και τις διάφορες ροές. Η ρύθμιση γίνεται είτε με την κλασική μέθοδο της δοκιμής και σφάλματος (trial and error) είτε με τη χρήση πολυπλοκότερων μαθηματικών μεθόδων αυτόματης ρύθμισης (inverse modeling).
- **Ανάλυση ευαισθησίας** (sensitivity analysis). Το μοντέλο υπόκειται σε αβεβαιότητα που αποδίδεται στον μη ακριβή καθορισμό της χωρικής κατανομής των παραμέτρων του στην περιοχή ενδιαφέροντος. Αβεβαιότητα εισάγεται επίσης και στον καθορισμό των τάσεων και των οριακών συνθηκών. Η ανάλυση ευαισθησίας αποσκοπεί στον έλεγχο της σημασίας της αβεβαιότητας στη ρύθμιση του μοντέλου.
- **Επαλήθευση του μοντέλου** (validation ή verification). Στόχος της επαλήθευσης είναι η απόδοση μεγαλύτερης εμπιστοσύνης στο μοντέλο χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους ρύθμισής του για να παραχθεί έτσι ένα δεύτερο σύνολο αποτελεσμάτων.

- **Πρόβλεψη (prediction).** Αποδίδει ποσοτικά τη συμπεριφορά του συστήματος σε μελλοντικά σενάρια. Το μοντέλο εκτελείται διατηρώντας σταθερές τις παραμέτρους ρύθμισης και μεταβάλλοντας τις πιέσεις εκείνες που εκτιμάται ότι πρόκειται να αλλάξουν στο μέλλον.
- **Επανελέγχος του μοντέλου (postaudit).** Διεξάγεται μετά από αρκετό χρονικό διάστημα από τη ρύθμιση του μοντέλου. Νέα δεδομένα υπαίθρου συλλέγονται για να ελεγχθεί εάν οι προβλέψεις ήταν σωστές. Εάν αυτές ήταν σωστές τότε το μοντέλο αυτό επαληθεύεται για τη συγκεκριμένη περιοχή ενδιαφέροντος. (Τάντος, 2006)

4.4 Εξίσωση ροής

Οι εξισώσεις που περιγράφουν τη ροή του υπόγειου νερού σε πορώδη μέσα και γενικότερα σε υδροφόρους σχηματισμούς ποικίλουν ανάλογα με το είδος της ροής και το είδος του υδροφορέα. Οι βασικότερες περιπτώσεις ροής είναι η μονοδιάστατη, η δυσδιάστατη, η τρισδιάστατη, καθώς και η ακτινική ροή. Επίσης η ροή διακρίνεται σε ροή σταθερής κατάστασης ή μόνιμη ροή και σε ροή ασταθούς κατάστασης ή μη μόνιμη ροή. Οι υδροφορείς διακρίνονται σε περιορισμένους (confined), ελεύθερους (unconfined) και περιορισμένους με διαρροή (leaky). Για καθεμιά από τις παραπάνω περιπτώσεις ή για συνδυασμούς τους, περιγράφονται στη διεθνή και Ελληνική βιβλιογραφία οι ανάλογες εξισώσεις ή ακριβέστερα τα αντίστοιχα μαθηματικά μοντέλα. Το βασικό μαθηματικό μοντέλο ροής προκύπτει από την εφαρμογή της αρχής της συνέχειας (Τάντος, 2006).

4.4.1 Αριθμητική ανάλυση προβλημάτων στάθμης υδροφόρων

Οι γενικές εξισώσεις που περιγράφουν τις κινήσεις του υπόγειου νερού (Darcy, Laplace, συνέχειας, ροής, Bernoulli, Boussinesq κλπ) έχουν τη μορφή:

Darcy	$\vec{v} = -k \text{ grad } h = k \text{ Ai}$	(4.1)
-------	---	-------

Laplace	$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$	ή $\nabla^2 h = 0$ (4.2)
---------	---	--------------------------

Συνέχειας	$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0$	ή $\text{div } \vec{v} = 0$ (4.3)
-----------	---	-----------------------------------

Εξίσωση Ροής	$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(T_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) - \frac{\partial h}{\partial t} = q(x, y, z, t)$	(4.4)
--------------	--	-------

$$\text{Bernoulli} \quad \frac{v^2}{2g} + z + \frac{P}{\rho g} = \text{σταθερό} \quad (4.5)$$

$$\text{Boussinesq} \quad \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{S}{k} \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{ή} \quad \nabla^2 h = \frac{S}{k} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4.6)$$

Όπου

v	=	η φαινόμενη ταχύτητα Darcy
k	=	η υδραυλική αγωγιμότητα
h	=	το φορτίο στο σημείο (x,y,z)
A	=	η εγκάρσια διατομή του υδροφόρου κάθετα προς τη κατεύθυνση ροής
T	=	η μεταβιβασιμότητα
z	=	η κατακόρυφη απόσταση από δεδομένο επίπεδο αναφοράς
S	=	ο συντελεστής υδροχωρητικότητας
P	=	η υδροστατική πίεση
g	=	η επιτάχυνση της βαρύτητας
ρ	=	η πυκνότητα του ρευστού
t	=	ο χρόνος
i	=	η υδραυλική κλίση
q	=	η παροχή στο σημείο (x,y,z).

Οι παραπάνω εξισώσεις - πλην εκείνης του Bernoulli – προϋποθέτουν την εφαρμογή των κανόνων του μαθηματικού λογισμού, για την ολοκλήρωση της σειράς από απειροστές μεταβολές της στάθμης του νερού, ανάμεσα σε δύο ή περισσότερα σημεία στον υδροφόρο (Καλέργης, 2001).

4.4.2 Νόμος του Darcy

Ο Henry Darcy, μελέτησε τη ροή του νερού διαμέσου οριζόντιων στρωμάτων άμμου που συνήθως χρησιμοποιούνται σαν υδατικά φίλτρα. Το συμπέρασμα της μελέτης του ήταν ότι ο ρυθμός ροής (Q/A) διαμέσου πορώδους είναι ανάλογος των απωλειών φορτίου, ανάλογος ενός συντελεστή K που χαρακτηρίζει το πορώδες υλικό και αντιστρόφως ανάλογος του μήκους πορείας της ροής. Η διατύπωση αυτή είναι ο νόμος του Darcy και η μαθηματική έκφραση είναι :

$$\frac{Q}{A} = -K \frac{\Delta h}{L} \Rightarrow q = -K \frac{\Delta h}{L} \quad (4.7)$$

Όπου

Q	=	η παροχή (L ³ / T)
A	=	η επιφάνεια (L ²)
K	=	η υδραυλική αγωγιμότητα (L/T)
Δh	=	η απώλεια φορτίου (L)
L	=	το μήκος της στήλης (L)
q	=	η ταχύτητα του Darcy ή ειδική παροχή (L/T)

Το αρνητικό πρόσημο δείχνει ότι η ταχύτητα της ροής είναι προς την κατεύθυνση που ελαττώνεται το φορτίο. Η έκφραση $\Delta h/L$ συνήθως εμφανίζεται στην γενική της μορφή ως $\Delta h/dL$ και ονομάζεται υδραυλική κλίση.

Ο νόμος του Darcy ισχύει για αριθμούς Reynolds < 1 , έχει παρατηρηθεί όμως ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί μέχρι και για $Re = 10$. Στην περίπτωση των υπόγειων νερών η ροή συμβαίνει με $Re < 1$, πράγμα το οποίο εξασφαλίζει τη χρήση του νόμου Darcy χωρίς καμία προϋπόθεση, πλην των περιπτώσεων που υπάρχει μεγάλη υδραυλική κλίση, όπως κοντά σε φρέαρ άντλησης ή σε περιπτώσεις που υπάρχει τυρβώδης ροή όπως κοντά σε βασάλτη ή ασβεστόλιθο με μεγάλα ανοίγματα.

(Στεφανόπουλος, 2004 – Καρατζάς, 2002)

Στην αριθμητική ανάλυση, οι λύσεις (των διαφορικών εξισώσεων) βρίσκονται με την αντικατάσταση των διαφορικών μορφών που παρουσιάζονται στις βασικές διαφορικές εξισώσεις της ροής του υπόγειου νερού, με πεπερασμένα φυσικά μεγέθη.

Έτσι, εισάγονται προσεγγιστικές θεωρήσεις, δηλαδή κάθε πεδίο μελέτης θεωρείται ότι αποτελείται από πολύ μικρά αλλά πεπερασμένα μεγέθη (Δx) (Δy), αντί μιας σειράς από άπειρα μικρές επιφάνειες (dx) (dy). Με τον τρόπο αυτό εισάγεται μια σημαντικά μικρή και πεπερασμένη σειρά επί μέρους συνιστώντων στοιχείων.

Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει τη δυσδιάστατη ροή σε έναν ομοιογενή και ισότροπο υδροφόρο με άπειρη έκταση, που υπόκειται σε σταθερό εμπλουτισμό W είναι (Stallman, 1956):

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{W}{T} \quad (4.8)$$

Η εξίσωση αυτή δηλώνει ότι η μεταβολή της ροής του νερού πέρα από ένα σημείο (x, y) είναι ίση με τη μεταβολή του εμπλουτισμού (τροφοδοσίας) στο σημείο αυτό.

Τα διαφορετικά μεγέθη dx και dy επεκτείνονται σε ένα ισοδύναμο πεπερασμένο μέγεθος a , ενώ το μέγεθος dt θεωρείται ισοδύναμο προς το μέγεθος Δt . Έτσι ένα σημείο θεωρείται σαν μια μικρή περιοχή τέτοιου μήκους και πλάτους, ώστε να είναι ασήμαντη, σε σχέση με το μέγεθος του υδροφορέα.

Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει τη δυσδιάστατη ροή σε έναν ετερογενή υδροφορέα με άπειρη έκταση, που δέχεται σταθερό εμπλουτισμό W είναι (Stallman, 1956):

$$T \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} = S \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right) - W \quad (4.9)$$

(Καλλέργης, 2001)

4.5 Οι εξισώσεις του μοντέλου υπόγειας ροής

Μία πλήρης μαθηματική περιγραφή ενός μοντέλου περιλαμβάνει την εξίσωση, τις οριακές συνθήκες και τις αρχικές συνθήκες αν το πρόβλημα εξαρτάται από το χρόνο.

4.5.1 Εξισώσεις του συστήματος

Πριν τη διαφόριση μιας εξίσωσης του συστήματος υπάρχουν δύο θεωρήσεις για τα συστήματα υπόγειων υδάτων, η **θεώρηση υδροφορέα** και η **θεώρηση συστήματος ροής**.

Η **θεώρηση υδροφορέα** βασίζεται στη λογική των περιορισμένων και ελεύθερων υδροφορέων. Ο υδροφορέας αποτελείται από πορώδες υλικό και με δυνατότητα αποθήκευσης και μεταφοράς σημαντικών ποσοτήτων ύδατος σε πηγάδια. Ο περιορισμένος υδροφορέας καλύπτεται από ένα περιοριστικό στρώμα πορώδους υλικού που καθυστερεί την κίνηση του ύδατος, ενώ ο ελεύθερος υδροφορέας έχει για πάνω όριο του τον υδροφόρο ορίζοντα. Αυτή η θεώρηση βρίσκει εξαιρετική εφαρμογή στην περίπτωση ανάλυσης της ροής προς πηγάδια άντλησης και αποτελεί τη βάση για πολλές αναλυτικές λύσεις όπως εκείνες των Thiem, Theis και Jacob. Σε αυτή τη θεώρηση η ροή του υπόγειου ύδατος θεωρείται αυστηρά οριζόντια μεταξύ των υδροφορέων και αυστηρά κάθετη μεταξύ των περιοριστικών στρωμάτων. Η ικανότητα ενός υδροφορέα να μεταφέρει ύδωρ περιγράφεται από την υδραυλική αγωγιμότητά του. Η θεώρηση υδροφορέα υπολογίζει από το ολοκλήρωμα της διαπερατότητας στην κατακόρυφη διάσταση ένα χαρακτηριστικό μέγεθος γνωστό ως μεταβιβασιμότητα, που ισούται με το γινόμενο της διαπερατότητας επί το πάχος της κορεσμένης ζώνης. Η μεταβιβασιμότητα ενός περιορισμένου ομογενούς και με σταθερό πάχος υδροφορέα είναι σταθερή ενώ αυτή ενός ελεύθερου υδροφορέα είναι πάντα μεταβλητή χωρικά αφού το πάχος της κορεσμένης ζώνης εξαρτάται από το υδραυλικό ύψος του υδροφόρου ορίζοντα. Βέβαια, αν και στις αναλυτικές λύσεις θεωρούνται σταθερές, τόσο η διαπερατότητα όσο και η μεταβιβασιμότητα είναι μεταβλητές χωρικά, αφού οι υδροφορείς που συναντώνται στο πεδίο είναι πάντα ετερογενείς.



Εικόνα 4.2 Θεωρήσεις συστημάτων υπογείων υδάτων α. Θεώρηση υδροφορέα β. Θεώρηση συστήματος ροής (Anderson και Woessner, 1992)

Με χρήση αυτής της θεώρησης προσομοιώνονται συστήματα δυσδιάστατης ροής σε περιορισμένους και ελεύθερους υδροφορείς. Οι περιορισμένοι υδροφορείς με διαρροή μπορούν να προσομοιωθούν με μία ψευδο-τριδιάστατη προσέγγιση στην οποία η κάθετη ροή μέσα από τα περιοριστικά στρώματα αντιπροσωπεύεται από έναν όρο διαρροής που προσθέτει ή αφαιρεί ποσότητα ύδατος από τους υποκείμενους ή υπερκείμενους υδροφορείς του περιορισμένου υδροφορέα με διαρροή. Η ποσότητα της διαρροής εξαρτάται από την υδραυλική κλίση του περιορισμένου υδροφορέα

καθώς και από το πάχος και την κάθετη διαπερατότητα του περιοριστικού στρώματος. Τα περιοριστικά στρώματα δεν είναι σαφώς προσομοιωμένα και η οριζόντια ροή σε αυτά δεν υπολογίζεται. Η γενική μορφή της εξίσωσης του συστήματος για τη θεώρηση του υδροφορέα είναι:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} - R + L \quad (4.10)$$

$$\text{Όπου } L = -K_z \frac{h_{\text{source}} - h}{b} \quad (4.11)$$

Οι όροι στο αριστερό μέρος της εξίσωσης (4.10) αντιπροσωπεύουν οριζόντια ροή μέσω του υδροφορέα όπου h είναι το υδραυλικό ύψος και T_x και T_y είναι οι συνιστώσες της μεταβιβασιμότητας. Η τοποθέτηση των όρων T_x και T_y μέσα στα μερικά διαφορικά επιτρέπουν την χωρική μεταβολή τους (ετερογένεια), ενώ οι διαφορετικοί δείκτες για τις δύο διευθύνσεις επιτρέπουν την εφαρμογή της εξίσωσης σε ανισότροπους υδροφορείς όπου $T_x \neq T_y$. Το S δηλώνει το συντελεστή αποθηκευτικότητας, το R είναι ένας όρος εμπλουτισμού ή άντλησης που στην εξίσωση θεωρείται θετικό (εμπλουτισμός). Αν συμβαίνει άντληση με ρυθμό W τότε στην εξίσωση πρέπει να τεθεί $R = -W$. Ο τελευταίος όρος στο δεξί μέρος της εξίσωσης (L) δηλώνει διαρροή από ένα περιοριστικό στρώμα όπου K_z είναι η κάθετη υδραυλική αγωγιμότητά του, b' το πάχος του και h_{source} το υδραυλικό ύψος στο στρώμα που βρίσκεται στην άλλη πλευρά του περιοριστικού στρώματος.

Κατά την εφαρμογή της (4.10) σε ελεύθερο υδροφορέα γίνονται οι παραδοχές Dupuit όπως:

- 1) οι γραμμές ροής είναι οριζόντιες και οι ισοδυναμικές γραμμές είναι κάθετες
- 2) η υδραυλική κλίση είναι ίση με την κλίση του υδροφόρου ορίζοντα και ανεξάρτητη του βάθους.

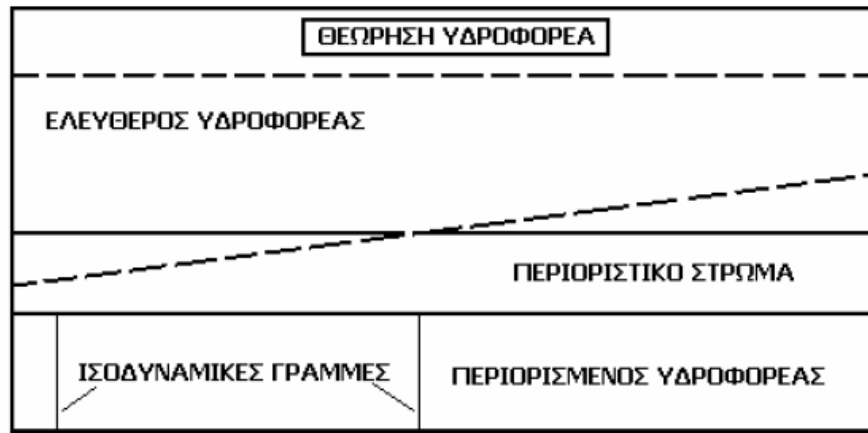
Είναι γνωστό ότι $T_x = K_x h$ και $T_y = K_y h$, όπου

- h είναι η ανύψωση του υδροφόρου ορίζοντα από τον πυθμένα του υδροφορέα, δηλαδή το κορεσμένο πάχος, και μπορεί να μεταβάλλεται τόσο χωρικά όσο και χρονικά.
- Το S είναι η ειδική απόδοση και ο όρος της διαρροής συνήθως είναι μηδέν εκτός και εάν υπάρχει διαρροή από η προς κάποιο στρώμα κάτω από τον ελεύθερο υδροφορέα.

Από την εξίσωση (4.10) λείπει η συνιστώσα της μεταβιβασιμότητας στη διεύθυνση z . Αυτό οφείλεται στο ότι η μεταβιβασιμότητα στρογγυλοποιείται στο μέσο όρο στην κάθετη διεύθυνση, αφού έχει θεωρηθεί ότι περιγράφεται η δυσδιάστατη οριζόντια ροή σε έναν υδροφορέα και έτσι δεν ορίζεται η μεταβιβασιμότητα στην διεύθυνση z . Η υδραυλική αγωγιμότητα ωστόσο περιγράφει τις ιδιότητες της μεταβίβασης σε ένα σημείο του υδροφορέα και για το λόγο αυτό έχει συνιστώσες και στις τρεις διευθύνσεις.

Στην περίπτωση της **θεώρησης συστήματος ροής** δε χρειάζεται η ταυτοποίηση καθαυτών των υδροφορέων και των περιοριστικών στρωμάτων αλλά η κατασκευή

της τρισδιάστατης κατανομής της ροής, της υδραυλικής αγωγιμότητας και των ιδιοτήτων της αποθηκευτικότητας σε κάθε σημείο του συστήματος.



Εικόνα 4.3 Θεωρήσεις συστημάτων υπογείων υδάτων α. Θεώρηση υδροφορέα β. Θεώρηση συστήματος ροής (Anderson και Woessner, 1992)

Η θεώρηση αυτή επιτρέπει τόσο οριζόντιες όσο και κάθετες συνιστώσες ροής στο σύστημα και έτσι επιτρέπει το χειρισμό της ροής είτε σαν δυσδιάστατη είτε σε τρεις διαστάσεις. Μια γενική μορφή της εξίσωσης του συστήματος είναι:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} - R^* \quad (4.12)$$

όπου

K_x, K_y, K_z είναι οι συνιστώσες της υδραυλικής αγωγιμότητας

S_s είναι η ειδική αποθηκευτικότητα

R^* είναι ένας γενικός όρος εμπλουτισμού ή άντλησης που στην εξίσωση θεωρείται θετικό (εμπλουτισμός) και δηλώνει την εισροή στο σύστημα ανά μονάδα όγκου υδροφορέα ανά μονάδα χρόνου. Για την προσομοίωση άντλησης $R^* = -W$.

(Anderson και Woessner, 1992)

4.5.2 Εξίσωση Boussinesq

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, όταν η εξίσωση (4.10) χρησιμοποιείται για την προσομοίωση ελεύθερων υδροφορέων, λαμβάνεται συνήθως $T_x = K_x h$ και $T_y = K_y h$ όπου h είναι το κορεσμένο πάχος του υδροφορέα. Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (4.10) προκύπτει η μη γραμμική εξίσωση Boussinesq:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y h \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S_y \frac{\partial h}{\partial t} - R \quad (4.13)$$

όπου το L είναι μηδέν και ο συντελεστής αποθήκευσης είναι ίσος με την ειδική αποθηκευτικότητα.

Επειδή όμως ισχύει και ότι:

$$\frac{\partial h^2}{\partial x} = 2h \frac{\partial h}{\partial x} \text{ και } \frac{\partial h^2}{\partial y} = 2h \frac{\partial h}{\partial y} \quad (4.14)$$

Η εξίσωση (4.13) παίρνει τη μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h^2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h^2}{\partial y} \right) = 2S_y \frac{\partial h}{\partial t} - 2R \quad (4.15)$$

Η εξίσωση (4.15) είναι μη γραμμική επειδή ο όρος h είναι υψωμένος στη δεύτερη δύναμη στο αριστερό μέλος της εξίσωσης ενώ είναι στην πρώτη δύναμη στο δεξί. Αν και έχουν αναπτυχθεί αριθμητικές μέθοδοι για τη λύση της μη γραμμικής εξίσωσης, υπάρχει πιο εύκολος τρόπος να λυθεί το πρόβλημα. Αν είναι γνωστή μια τιμή του κορεσμένου πάχους του υδροφορέα η εξίσωση μπορεί να γραμμικοποιηθεί αποτελεσματικά σε ένα αριθμητικό μοντέλο.

(Anderson και Woessner, 1992 - Τριχάκης, 2004)

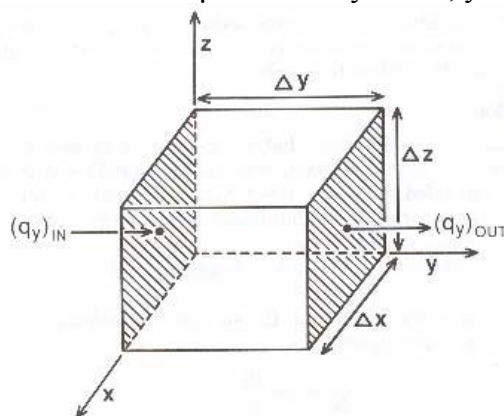
Η βασική φιλοσοφία στην κατασκευή ενός μαθηματικού μοντέλου συνίσταται στην ανάπτυξη της εξίσωσης 'διατήρησης της ρευστής μάζας' σε έναν στοιχειώδη (μικρό) κύβο του πορώδους μέσου με υπολογισμό των εισροών, των εκροών και της αποθήκευσης ή της αφαίρεσης ρευστού από τον κύβο.

4.5.3 Παραγωγή των εξισώσεων του συστήματος

Ο όγκος του μοναδιαίου αυτού κύβου ισούται με $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$. Η ροή του ύδατος μέσα από τον όγκο ελέγχου εκφράζεται από το ρυθμό άντλησης (q). Ουσιαστικά πρόκειται για ένα διάνυσμα που μπορεί να εκφραστεί ως το άθροισμα των τριών συνιστωσών του q_x , q_y και q_z .

Δηλαδή: $q = q_x i_x + q_y i_y + q_z i_z \quad (4.16)$

όπου i_x , i_y και i_z τα μοναδιαία διανύσματα των αξόνων x , y και z αντίστοιχα.



Εικόνα 4.4: Ο μοναδιαίος όγκος ελέγχου που χρησιμοποιείται στην παραγωγή των εξισώσεων του συστήματος (Anderson και Woessner, 1992)

Σύμφωνα με το υδατικό ισοζύγιο, που εκφράζει την αρχή διατήρησης της μάζας, ισχύει ότι:

Θεωρώντας ότι η ροή έχει κατεύθυνση κατά μήκος του άξονα y του όγκου ελέγχου, η εισροή διέρχεται από επιφάνεια $\Delta x \cdot \Delta z$ και ισούται με $(q_y)_{IN}$ ενώ η εκροή είναι $(q_y)_{OUT}$.

Έτσι, ο ογκομετρικός ρυθμός εκροής μείον τον ογκομετρικό ρυθμό εισροής ισούται με:

$$[(q_y)_{OUT} - (q_y)_{IN}] \cdot \Delta x \cdot \Delta z \quad \text{ή} \quad \frac{[(q_y)_{OUT} - (q_y)_{IN}]}{\Delta y} \cdot (\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z) \quad (4.17)$$

Με μετατροπή της εξίσωσης σε μερική διαφορική η αλλαγή του ρυθμού ροής κατά μήκος του άξονα y είναι:

$$\frac{\partial q_y}{\partial y} (\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z) \quad (4.18)$$

Αντίστοιχες είναι και οι εξισώσεις της αλλαγής του ρυθμού ροής κατά μήκος των αξόνων x και z. Η ολική μεταβολή του ρυθμού ροής ισούται με την αλλαγή στην αποθήκευση και εκφράζεται ως:

$$\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) (\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z) \quad (4.19)$$

Επιπλέον, για να επιτραπεί η ύπαρξη ή μιας πηγής εμπλουτισμού μέσα στον όγκο ελέγχου προστίθεται και ο όρος $R \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$. Οπότε τελικά η αλλαγή της αποθήκευσης είναι:

$$\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \pm R^* \right) (\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z) \quad (4.20)$$

Θεωρώντας ότι το ΔV είναι θετικό όταν το Δh είναι αρνητικό (δηλαδή ότι το νερό απελευθερώνεται όταν το υδραυλικό ύψος μειώνεται) και λαμβάνοντας υπ' όψη ότι η αλλαγή στην αποθήκευση ισούται με την ειδική αποθηκευτικότητα S_s , η οποία ορίζεται ως ο όγκος αποθηκευμένου νερού που απελευθερώνεται ανά μονάδα αλλαγής υδραυλικού ύψους και ανά μονάδα όγκου του υδροφορέα, προκύπτει:

$$S_s = - \frac{\Delta V}{\Delta h \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z} \quad (4.21)$$

Αντίστοιχα ο ρυθμός αλλαγής της αποθήκευσης στον όγκο ελέγχου δίδεται:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -S_s \frac{\Delta h}{\Delta t} \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (4.22)$$

Από τον συνδυασμό των παραπάνω και διαίρεσή τους δια $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ προκύπτει η

τελική μορφή του ισοζυγίου μάζας του νερού έχοντας σταθερή την πυκνότητα του νερού:

$$\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) = -S_s \frac{\partial h}{\partial t} + R^* \quad (4.23)$$

Η εξίσωση όμως αυτή έχει πολύ περιορισμένη χρήση αφού το q δεν είναι άμεσα μετρήσιμο. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται και ο νόμος του Darcy, που συσχετίζει το q και το άμεσα μετρήσιμο υδραυλικό ύψος h . Για τις τρεις διαστάσεις ο νόμος του Darcy γράφεται:

$$q_x = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} \quad q_y = -k_y \frac{\partial h}{\partial y} \quad q_z = -k_z \frac{\partial h}{\partial z} \quad (4.24)$$

Με συνδυασμό των παραπάνω τελικά προκύπτει η εξίσωση 4.12

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} - R^*$$

από την οποία θέτοντας $\partial h / \partial x = 0$, πολλαπλασιάζοντας με το b , προσθέτοντας τον όρο της διαρροής και θέτοντας $b \cdot S_s = S$ και $b \cdot R^* = R$ προκύπτει η 4.10

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} - R + L$$

Από τα παραπάνω είναι σαφές ότι για την κατασκευή του μαθηματικού μοντέλου της ροής σε υδροφορέα απαιτείται η ανάπτυξη της εξίσωσης 'συνέχειας' και ακολούθως η αντικατάσταση στην προηγούμενη εξίσωση κάποιας μορφής της εξίσωσης του Darcy.

Στις εξισώσεις (4.10) και (4.12) θεωρείται ότι τα K_x , K_y και K_z (ή T_x , T_y) είναι συγγραμμικά με τους άξονες x , y και z . Αν η γεωλογία είναι τέτοια που να μην επιτρέπει την ευθυγράμμιση των κύριων διευθύνσεων της υδραυλικής αγωγιμότητας με ένα ορθογωνικό σύστημα συντεταγμένων, χρησιμοποιείται μια τροποποιημένη μορφή της εξίσωσης του συστήματος, που χρησιμοποιεί όλα τα στοιχεία του πίνακα της υδραυλικής αγωγιμότητας (K), η οποία γράφεται ως εξής:

$$K = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Τα στοιχεία του πίνακα μπορούν να μετρηθούν κατά τη διάρκεια μίας δοκιμής άντλησης, αλλά όταν οι κύριες διευθύνσεις είναι γνωστές, γίνεται μετάθεση των συντεταγμένων με τέτοιο τρόπο ώστε να μηδενίζονται τα στοιχεία του πίνακα, που βρίσκονται εκτός της κύριας διαγωνίου. Αυτό επιτυγχάνεται ορίζοντας ένα καθολικό σύστημα συντεταγμένων για ολόκληρη της περιοχή μελέτης και τοπικά συστήματα

συντεταγμένων για κάθε κελί ή στοιχείο του πλέγματος. Στα τοπικά συστήματα τα στοιχεία εκτός της κύριας διαγωνίου είναι μηδενικά. Μέσω της στροφής των συντεταγμένων είναι δυνατό να μετατραπούν εξισώσεις σχετικές με τα κύρια στοιχεία της υδραυλικής αγωγιμότητας στο τοπικό σύστημα αντίστοιχες με στοιχεία της υδραυλικής αγωγιμότητας στο καθολικό σύστημα (Anderson και Woessner, 1992 - Τριχάκης, 2004)

Μία σημαντική παράμετρος σε προβλήματα που περιλαμβάνουν αλμυρό νερό, όπως το πρόβλημα της υφαλμύρισης, είναι και η πυκνότητα. Αν η επιρροή της είναι σημαντική τότε χρειάζεται μια διαφορετική εξίσωση του συστήματος και ένας ειδικός αριθμητικός κώδικας για την περίπτωση (Anderson και Woessner, 1992 - Καρτεράκης, 2005).

4.6 Μαθηματικά μοντέλα

Τα μαθηματικά μοντέλα, τα οποία έχουν πλέον ταυτιστεί με τα λογισμικά H/Y, αποτελούν την σύγχρονη μέθοδο επίλυσης των διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν προβλήματα ροής και μεταφοράς διαλυτών ουσιών στα υπόγεια νερά. Τα περισσότερα μαθηματικά μοντέλα χρησιμοποιούν στην επίλυση των αντίστοιχων διαφορικών εξισώσεων, την αναλυτική ή την αριθμητική μέθοδο.

Οι αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης διαφορικών εξισώσεων διακρίνονται σε τρεις κυρίες κατηγορίες:

α. Μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών (finite difference method)

Στην μέθοδο αυτή η διακριτοποίηση του χώρου μελέτης γίνεται σε πλέγμα ορθογωνικής μορφής και η επίλυση των εξισώσεων γίνεται επάνω στα κόμβους του πλέγματος που μπορεί να είναι στο κέντρο κάθε κελιού (block centered grid) ή στις κορυφές (mesh centered grid). Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται με επιτυχία στα προβλήματα δυο ή τριών διαστάσεων, με τον κίνναβο να είναι ορθογωνικής μορφής. Σε ότι αφορά την αριθμητική τεχνική που χρησιμοποιεί η μέθοδος αυτή είναι απλή, κατανοητή και από υπολογιστική άποψη άμεσα εφαρμόσιμη.

β. Μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (finite elements method)

Κατά την μέθοδο αυτή, το πεδίο εφαρμογής αντιμετωπίζεται σαν σύνολο υποπεριοχών (πεπερασμένα στοιχεία). Οι εξισώσεις επιλύονται στο εσωτερικό κάθε στοιχείου με την βοήθεια λογισμού των διαφορών ή με την μέθοδο των σταθμισμένων υπολοίπων. Στην συνέχεια η σύνθεση των επιμέρους στοιχείων οδηγεί στο αλγεβρικό πρόβλημα.

Συγκρίνοντας τις δυο παραπάνω μεθόδους οι πεπερασμένες διαφορές προγραμματίζονται ευκολότερα. Σε γενικές γραμμές η κατασκευή ενός καννάβου πεπερασμένων διαφορών απαιτεί λιγότερα δεδομένα. Τα πεπερασμένα στοιχεία σε αντίθεση με τις πεπερασμένες διαφορές, προσεγγίζουν καλύτερα ακανόνιστα όρια και εσωτερικές γεωλογικές δομές, όπως ρήγματα, ενώ ακόμη μπορούν να προσομοιώσουν καλύτερα σημειακές πηγές και καταβόθρες, επιφάνειες διήθησης και

τη μεταβαλλόμενη ελεύθερη επιφάνεια του υπόγειου νερού. Μια θεμελιώδης διαφορά μεταξύ των δύο μεθόδων είναι ότι στη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών υπολογίζεται μία τιμή του υδραυλικού φορτίου για κάθε κομβικό σημείο και αντιπροσωπεύει τη μέση τιμή για το αντίστοιχο κελί. Αντίθετα στα πεπερασμένα στοιχεία το υδραυλικό φορτίο ορίζεται πλήρως σε κάθε σημείο του στοιχείου με τη χρήση των συναρτήσεων παρεμβολής (interpolation functions).

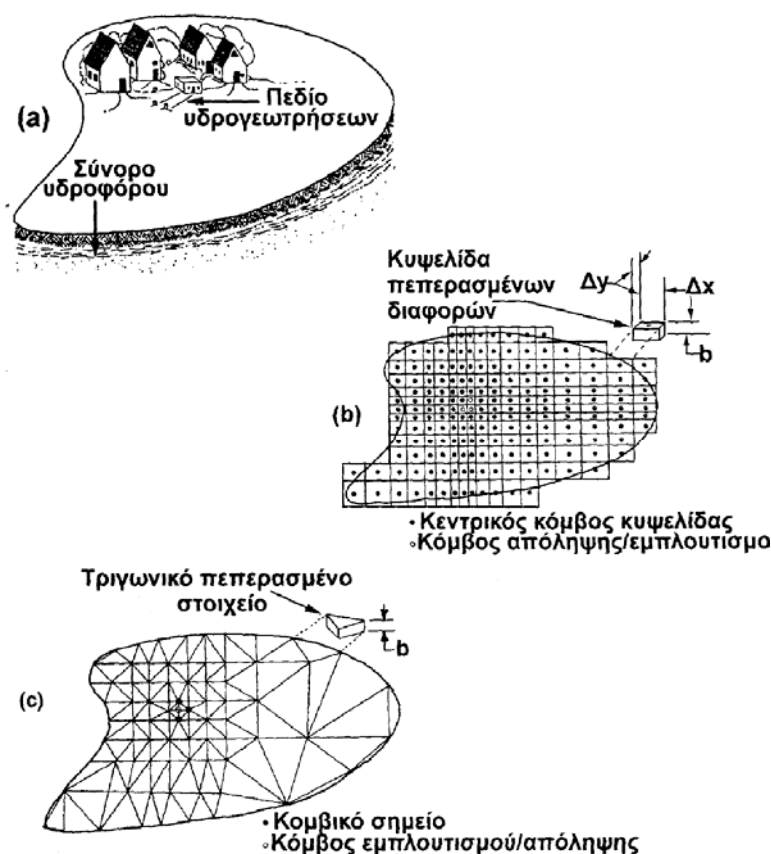
γ. Μέθοδος των οριακών στοιχείων (boundary elements method).

Με την μέθοδο αυτή εξετάζεται η ελεύθερη επιφάνεια ενός υδροφόρου στην περίπτωση της μόνιμης ροής. Το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται ως δυσδιάστατο γίνεται η παραδοχή ότι σε κάθε σημείο, με τις ίδιες οριζοντογραφικές συντεταγμένες, σε όλα τα οριζόντια επίπεδα, τα υδραυλικά στοιχεία έχουν την ίδια τιμή.

Στα μειονεκτήματα της μεθόδου περιλαμβάνονται η δυσκολία περιγραφής έντονα ετερογενών πεδίων και η έλλειψη απλότητας στην επίλυση μη μονίμων ροών. Τελικά, η μέθοδος είναι ιδιαίτερα εύχρηστη σε ειδικές κατηγορίες προβλημάτων και ιδιαίτερα όταν λειτουργούν συστήματα πηγαδιών. Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου αποτελεί η μείωση των διαστάσεων του προβλήματος κατά μια (π.χ. δυσδιάστατο πρόβλημα λύνεται σαν μονοδιάστατο). Η μέθοδος αποτελεί την καλύτερη επιλογή σε περιπτώσεις μόνιμων φαινομένων και σε υδροφορείς που οι υδρογεωλογικές παράμετροι παρουσιάζουν ομοιογένεια σε μεγάλες εκτάσεις. (Τάντος, 2006 - Γιαννέλη, 2009)

Σχετικά με τα δύο είδη μαθηματικών μοντέλων:

- τα μοντέλα πεπερασμένων διαφορών (εικ 4.4b)
- τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων (εικ 4.4c)



Εικόνα 4.5 Δισδιάστατος κάναβος στις μεθόδους «πεπερασμένων διαφορών» και πεπερασμένων στοιχείων» με τις αντίστοιχες κυψελίδες (βρόχους) τους (Mercer-Faust, 1981, με τροποποιήσεις) (Καλλέργης, 2001)

Στην εικόνα 4.4 δίνεται μια παραστατική παρουσίαση των πιο πάνω δυο μεθόδων. Οι μεταβλητές, όπως εκφράζονται μέσα από τις μερικές διαφορικές εξισώσεις, αλλάζουν συνεχώς. Έτσι, οι συνεχείς μεταβλητές αντικαθίστανται με ξεχωριστές διακριτές μεταβλητές που προσδιορίζονται σε επιλεγμένα σημεία, τους ‘κόμβους’ (nodes), που βρίσκονται μέσα στο χώρο του συστήματος που περιγράφεται από το αριθμητικό μοντέλο. Οι μεταβλητές αυτές δίνονται από έναν πεπερασμένο αριθμό αλγεβρικών εξισώσεων που περιγράφουν μια συγκεκριμένη παράμετρο, όπως π.χ. το φορτίο h .

Το σύστημα των αλγεβρικών εξισώσεων που συντάσσεται για κάθε ‘κόμβος’ επιλύεται με τη χρήση H/Y. Οι αριθμητικές αυτές λύσεις συνίστανται στην προσεγγιστική αντικατάσταση σε κάθε σημείο του συστήματος των συνεχών μερικών διαφορικών εξισώσεων, από μια σειρά διακριτών, στο χωροχρόνο, εξισώσεων. Έτσι με τη χρήση των μοντέλων μπορούν να προβλεφθούν οι επιδόσεις των υδροφόρων συστημάτων κάτω από μεταβαλλόμενες συνθήκες. Τυπικές παράμετροι που μπορούν να υπολογιστούν με τα αριθμητικά μοντέλα είναι :

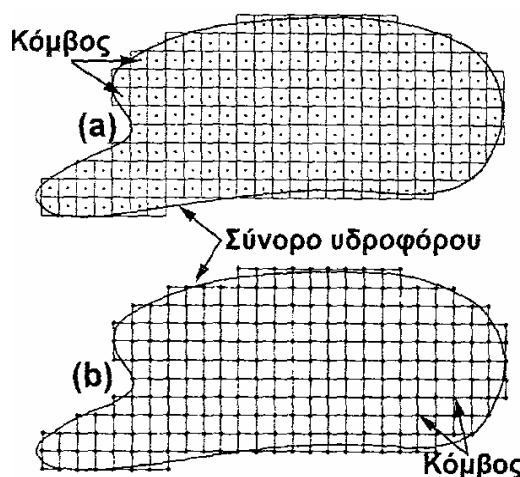
- Οι μεταβολές του ρυθμού άντλησης ή εμπλουτισμού των υδροφόρων.
- Η αλλαγή της μεταξύ των υδρογεωτρήσεων απόστασης ή της θέσης τους.
- Η μεταβολή του ρυθμού εμπλουτισμού.
- Η μεταβολή των συνοριακών συνθηκών.

Οι πιο πάνω μεταβλητές μπορούν να μεταβληθούν κατά βούληση ώστε να διαπιστωθεί η αντίστοιχη συμπεριφορά του υδροφόρου.

Απαραίτητα προϋπόθεση για τις πιο πάνω προγνώσεις είναι η ικανότητα της εκτέλεσης ‘ανάλυσης ευαισθησίας’ των παραμέτρων του υδροφόρου συστήματος και διαδοχικών δοκιμών των εναλλακτικών υποθέσεων σχετικά με τις συνοριακές συνθήκες.

4.7 Μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών

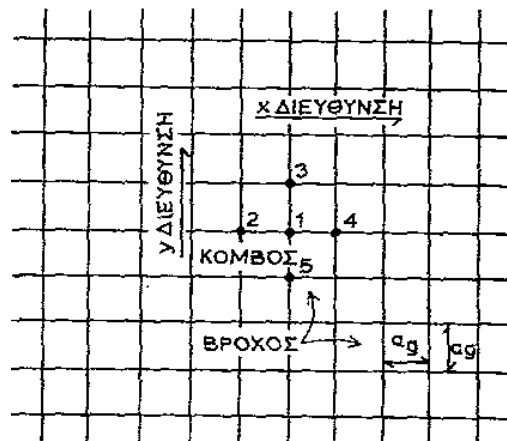
Διακρίνονται δυο διαφορετικές διατάξεις των κόμβων (εικ 4.6) στο πλέγμα (δίκτυο) των βρόχων. Οι κόμβοι στους οποίους θα υπολογιστούν οι μεταβλητές του υδροφόρου μπορεί να βρίσκονται στο κέντρο κάθε βρόχου (Block-centered grid) ή στις τέσσερις κορυφές των τετράγωνων βρόχου (mesh-center grid).



Εικόνα 4.6 «Κεντροβαρική» (α) και «κατά κορυφή» (β) διάταξη των κόμβων στα μοντέλα πεπερασμένων διαφορών) (Καλλέργης, 2001)

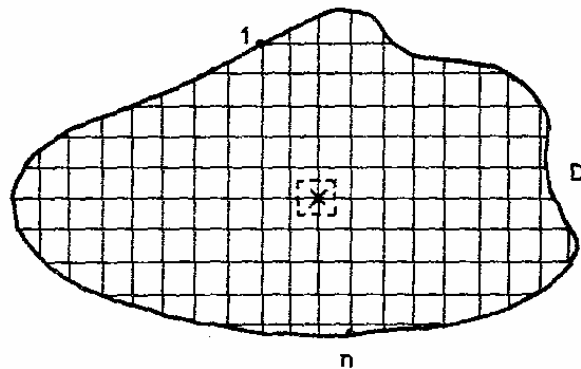
Η επιλογή ανάμεσα στις δύο διατάξεις γίνεται ανάλογα με τις οριακές συνθήκες. Όταν είναι γνωστή η παροχή εγκάρσια προς το όριο (συνθήκη Neumann) είναι πιο πρακτική η χρήση της ‘κεντροβαρικής’ διάταξης των κόμβων ενώ όταν είναι γνωστό το φορτίο στο όριο (συνθήκη Dirichlet) πρέπει να επιλέγεται η διάταξη ‘κορυφής’. Υπάρχουν πάντως περιπτώσεις στις οποίες οι συνοριακές συνθήκες είναι μικτές.

Στην εικ. 4.7 φαίνεται η ονοματολογία που χρησιμοποιείται στην αριθμητική ανάλυση με την τεχνική των πεπερασμένων διαφορών.



Εικόνα 4.7 Πλέγμα πεπερασμένων διαφορών που χρησιμοποιείται στην αριθμητική ανάλυση. Ονοματολογία. (Καλλέργης, 2001)

Στην περιοχή D που παριστάνει τον υπό μελέτη υδροφορέα, χαράσσεται ένα δίκτυο βρόχων, οι οποίοι για να γίνει πιο απλό το πρόβλημα, θεωρούνται τετράγωνα (εικ. 4.8). Αντί να προσπαθήσουμε να υπολογίσουμε το υδραυλικό φορτίο H σε όλα τα σημεία, περιορίζουμε τον αριθμό τους μόνο στους κόμβους του δικτύου.



Εικόνα 4.8 Πλέγμα τετράγωνων βρόχων (Καλλέργης, 2001)

Έτσι, αν h είναι η συνάρτηση του πραγματικού φορτίου στην περιοχή D, αναζητούμε μια συνάρτηση H οριζόμενη μόνο στους κόμβους του δικτύου, η οποία πρέπει:

- 1) να είναι αντιπροσωπευτική του μέσου φορτίου στο εσωτερικό ενός τετράγωνου βρόχου, που περιβάλλει το θεωρούμενο κόμβο και
- 2) να τείνει προς το πραγματικό φορτίο, στο θεωρούμενο κόμβο, όταν ο αριθμός των κόμβων αυτών αυξάνει απεριόριστα.

Συνοψεύεται επίσης ο χρόνος, δεδομένου ότι μετριέται στο πεδίο το φορτίο H σε ορισμένες μόνο ημερομηνίες, κοντά σχετικά η μία από την άλλη (π.χ. 1 μέρα, 1 εβδομάδα ή 3 μήνες). Οι παράμετροι T , S και q (παροχή της μονάδας επιφάνειας) θα υπολογιστούν μόνο στους κόμβους του δικτύου και για κάθε μια ημερομηνία θα είναι αντιπροσωπευτικές των μέσων τιμών των παραπάνω παραμέτρων στο βρόχο, που περιβάλλει το θεωρούμενο κόμβο.

Οι αρχικές συνθήκες είναι το αρχικό φορτίο h σε όλους τους κόμβους του δικτύου και οι οριακές συνθήκες του h , οι $\frac{\partial h}{\partial x}$, $\frac{\partial h}{\partial y}$ στους κόμβους μόνο των ορίων. Συνεπώς η λύση του προβλήματος συνίσταται στην καταγραφή των εξισώσεων, διαδοχικά για καθένα από τους κόμβους του δικτύου, οι οποίοι αριθμούνται 1 έως n .

Με την προϋπόθεση μόνιμης ροής (το υδραυλικό φορτίο πρακτικά δε μεταβάλλεται με το χρόνο) έχουμε:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (4.26)$$

Η εξίσωση της ροής υπογείων υδάτων γράφεται

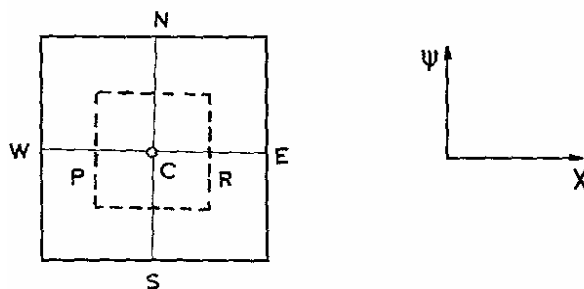
$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = q \quad (4.27)$$

Έτσι η εξίσωση γίνεται ελλειπτικού τύπου και για τη λύση της δεν είναι απαραίτητη η γνώση των αρχικών συνθηκών παρά μόνο των συνοριακών.

Έστω n ο αριθμός των κόμβων· ο άγνωστος είναι το φορτίο h σε όλους τους κόμβους, εκτός από αυτόν που βρίσκεται στα όρια του υδροφόρου. Αν p είναι ο αριθμός των οριακών σημείων και m ο αριθμός $n-p$, το πρόβλημα είναι ο υπολογισμός των m άγνωστων τιμών του φορτίου h στους m κόμβους.

Μιλάμε για το «διάνυσμα», (το φορτίο h σε καθορισμένο σημείο του χώρου είναι βαθμωτό μέγεθος, όμως όταν θεωρείται σαν στήλη ή γραμμή μήτρας με στοιχεία τις τιμές του h στα διάφορα σημεία του πεδίου, αποκτά την έννοια του διανύσματος) h στις m άγνωστες συνιστώσες. Θα έχουμε επομένως ένα «διάνυσμα» T σε n συνιστώσες.

Έστω τυχαίος κόμβος (εικ 4.9) που περιβάλλεται από το βρόχο του οποίου αποτελεί το κέντρο, και οι τέσσερις πιο κοντινοί του κόμβοι. Η μεταβιβασιμότητα T μεταξύ των σημείων C και W , κατά προσέγγιση είναι το ημίθροισμα των T στα σημεία C και W και η μερική παράγωγος είναι ίση με τη διαφορά $h_c - h_w$, διαιρεμένη με την απόσταση CW , η οποία δεν είναι τίποτε άλλο παρά η διάσταση Δx των βρόχων.



Εικόνα 4.9 Κόμβος (C) που περιβάλλεται από βρόχο του οποίου αποτελεί κέντρο βάρους (Καλλέργης, 2001)

$$\left(T_x \frac{\partial h}{\partial x}\right)_{\text{στο } P} \approx \frac{T_w + T_c}{2} \frac{h_c - h_w}{\Delta x} \quad (4.28)$$

$$\text{Το ίδιο, } \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x}\right)_{\text{στο } R} \approx \frac{T_E + T_C}{2} \frac{h_E - h_C}{\Delta x} \quad (4.29)$$

Για να πάρουμε $\left(T_x \frac{\partial h}{\partial x}\right)$ ως προς x , πρέπει να υπολογίσουμε τη διαφορά της έκφρασης αυτής στα σημεία R και P και να τη διαιρέσουμε με την απόσταση PR, η οποία είναι επίσης Δx .

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x}\right) \approx \frac{\left(T_x \frac{\partial h}{\partial x}\right)_{\text{στο } R} - \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x}\right)_{\text{στο } P}}{\Delta x} \quad (4.30)$$

Ή

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x}\right) \approx \frac{T_E + T_C}{2} \frac{h_E - h_C}{\Delta x} + \frac{T_w + T_c}{2} \frac{h_w - h_c}{\Delta x} \quad (4.31)$$

Έτσι, προσδιορίστηκε ο πρώτος όρος της εξίσωσης ροής κατά τη διεύθυνση WCE, κατά την οποία μεταβάλλεται το x . Μετά υπολογίζεται ο δεύτερος όρος, όπου το c μεταβάλλεται (διεύθυνση SCN), οπότε η εξίσωση γράφεται:

$$\frac{T_E + T_C}{2} (h_E - h_C) + \frac{T_w + T_c}{2} (h_w - h_c) + \frac{T_N + T_C}{2} (h_N - h_C) + \frac{T_S + T_C}{2} (h_S - h_C) = q c \Delta x^2 \quad (4.32)$$

Επειδή όμως $q c \Delta x^2 = Q_C$ η προηγούμενη εξίσωση γίνεται:

$$\frac{T_N + T_C}{2} h_N + \frac{T_w + T_c}{2} h_w - \frac{T_N + T_w + T_E + T_S + 4T_C}{2} h_C + \frac{T_E + T_C}{2} h_E + \frac{T_S + T_C}{2} h_S = Q_C \quad (4.33)$$

Όπως φαίνεται από τα πιο πάνω, κατά τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών, παίρνεται σαν προσέγγιση μιας παραγώγου το πηλίκο της διαφοράς της τιμής της συνάρτησης ανάμεσα σε δύο, γειτονικά μεταξύ τους, σημεία, δια της απόστασης των σημείων αυτών.

Μπορεί συνεπώς να γραφτεί για τον καθένα από τους m κόμβους, όπου το φορτίο h είναι άγνωστο, μια τέτοια εξίσωση. Για καθεμιά από τις εξισώσεις αυτές παρεμβαίνει γραμμικά το φορτίο στον κόμβο C και τους τέσσερις κοντινούς κόμβους.

Το σύνολο των εξισώσεων αυτών αποτελεί ένα γραμμικό σύστημα m εξισώσεων με m αγνώστους. Ένα τέτοιο πρόβλημα δέχεται μια και μοναδική λύση, η οποία συνίσταται στον προσδιορισμό του h .

α) Μόνιμη ροή

1. Άμεση επίλυση
2. Μη επαναληπτική μέθοδο

β) Μη μόνιμη ροή

1. Άμεση μέθοδο (explicit)
2. Πεπλεγμένη μέθοδος (implicit)
3. Μέθοδος Crank – Nicholson

(Καλλεργής, 2001)

Κεφάλαιο 5 - Το λογισμικό MODFLOW

5.1 Εισαγωγή

Το MODFLOW (Modular three dimensional finite difference ground water flow model) της Αμερικανικής Υπηρεσίας Γεωλογικών Ερευνών (U.S.G.S.) αποτελεί τον πιο διαδεδομένο υπολογιστικό κώδικα προσομοίωσης της ροής του υπόγειου νερού. Το πρόγραμμα στηρίζεται στην αριθμητική επίλυση μιας κύριας διαφορικής εξίσωσης, όπως προκύπτει από την εφαρμογή της εξίσωσης διατήρησης της μάζας και του νόμου του Darcy. Πρόκειται για ένα μοντέλο πεπερασμένων διαφορών με επίλυση των εξισώσεων στο κέντρο των κυψελίδων του κανάβου (block-centered), που προσομοιώνει την κίνηση του υπόγειου νερού στην κορεσμένη ζώνη πορώδους μέσου (Γιαννέλη, 2009).

Σημειώνεται ότι το MODFLOW δεν είναι ένα πρόγραμμα διαχείρισης των υδατικών πόρων αλλά ένα πρόγραμμα προσομοίωσης των υδροφόρων συστημάτων, για την εφαρμογή του οποίου είναι απαραίτητη η πλήρης γνώση των υδραυλικών, υδρογεωλογικών και υδρολογικών χαρακτηριστικών τους.

Το λογισμικό που στηρίζεται στους κώδικες MOFFLOW και που αναπτύχθηκε την τελευταία δεκαετία αποτελεί το βασικό εργαλείο για την προσομοίωση ομοιογενών υδροφόρων συστημάτων. Το μεγάλο πλεονέκτημά του είναι το πλήρες εγχειρίδιο χρήσης που το συνοδεύει και η υποστήριξή του από το U.S. Geological Survey καθώς και η συνεργασία του με το SURFER και το GIS. Παράλληλα αναπτύχθηκαν πακέτα «post-processing» που με βάση την προσομοίωση, σε μόνιμη ροή, με το MODFLOW δίνουν τρισδιάστατη παράσταση των γραμμών ροής (MODPATH) με μεγάλη εφαρμογή στην προσομοίωση της μεταφοράς της ρύπανσης και στον καθορισμό των θέσεων των γεωτρήσεων απορρύπανσης στα συστήματα «άντλησης – επεξεργασίας».

Η αξιοπιστία της προσομοίωσης που προσφέρει το MODFLOW είναι συνάρτηση της ομοιογένειας του υδροφόρου συστήματος που προσομοιώνεται αλλά κυρίως της αξιοπιστίας των στοιχείων εισόδου στο πρόγραμμα, όπως οι υδραυλικές και υδρολογικές παράμετροι, το υδραυλικό φορτίο, οι οριακές συνθήκες κλπ.

Το MODFLOW αυτό καθ' εαυτό είναι ένα πρόγραμμα που αποτελείται από διάφορα «πακέτα», δηλαδή από ανεξάρτητες «υπορουτίνες» που εκτελούν ειδικές λειτουργίες προσομοίωσης, στηριζόμενες στην τεχνική των «πεπερασμένων διαφορών». Η ενδεχόμενη κατά συνέπεια αναξιοπιστία ενός στοιχείου εισόδου είναι αρκετή για να δώσει συνολικά αναξιόπιστα αποτελέσματα.

Το δίκτυο που κατασκευάζεται με το MODFLOW στηρίζεται στην παραδοχή ότι ο υδροφορέας είναι άπειρης έκτασης ή ότι έχει καθορισμένα και πλήρως γνωστά σύνορα. Για την αντιμετώπιση είτε της ανεπάρκειας είτε της ετερογένειας πρωτογενών μετρήσεων, χρησιμοποιούνται διάφορα γεωστατιστικά εργαλεία στηριζόμενα στη γραμμική παρεμβολή. Η πιο δημοφιλής από τις τεχνικές αυτές είναι η τεχνική («kriging»), η οποία αποτελεί υπορουτίνα αρκετών προγραμμάτων σύνταξης χαρτών ισοπληθών (ισοπιεζομετρικών κλπ), όπως το Surfer, το Grapher κ.α. Πέρα από την τεχνική αυτή χρησιμοποιούνται επίσης η ανάλυση τάσης επιφανειών (Trend surface analysis) κ.α.

5.2 Βασικές αρχές και παραδοχές του λογισμικού MODFLOW

Οι **βασικές αρχές** που διέπουν τον κώδικα είναι οι εξής:

- Το υδρογεωλογικό σύστημα μπορεί να προσομοιωθεί για σταθερή κατάσταση (steady case)
- Το μαθηματικό υπόβαθρο στηρίζεται στη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών για το κέντρο κάθε κυψελίδας (cell) του μοντέλου.
- Δεν υπάρχει ροή έξω από τα όρια του μοντέλου.
- Το μέσο (κατά πρώτιστα πορώδες) το οποίο προσομοιώνεται μπορεί να είναι ομοιογενές ή ανισότροπο.
- Το σύστημα ροής μπορεί να έχει ακανόνιστο σχήμα και να περικλείει συνδυασμούς υδροφόρων στρωμάτων, δηλαδή ελεύθερα, ημι-ελεύθερα και υπό πίεση. Στην περίπτωση συνδυασμού υδροφόρων στρωμάτων, το ανώτερο στρώμα συνήθως σχεδιάζεται ως ελεύθερο.
- Η ροή μπορεί να προσομοιωθεί πλήρως σε τρισδιάστατη μορφή ή απεικόνιση.

Μερικές από τις **παραδοχές** του κώδικα MODFLOW παρατίθενται παρακάτω:

- Η πυκνότητα του νερού θεωρείται σταθερή.
- Η κίνηση του υπόγειου νερού γίνεται σε τρεις διαστάσεις (x,y,z).
- Οι ιδιότητες της κάθε κυψελίδας κατανέμονται ομοιόμορφα και ομοιογενώς.

Για την εφαρμογή του κώδικα MODFLOW σε μία περιοχή πρέπει να γίνει εισαγωγή κάποιων απαραίτητων **δεδομένων**, τα οποία είναι τα εξής:

- Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του υδροφορέα.
- Οι αρχικές συνθήκες (initial heads), δηλαδή οι τιμές του πιεζομετρικού φορτίου σε όλους τους κόμβους του κανάβου.
- Οι οριακές συνθήκες, είτε με τιμές πιεζομετρικού φορτίου, είτε με τη μορφή ροής στα όρια του κανάβου.

- Οι υδραυλικές παράμετροι (υδραυλική αγωγιμότητα, συντελεστής αποθηκευτικότητας).
- Οι παροχές αντλήσεων ή εμπλουτισμού.
- Ρυθμός τροφοδοσίας από κατείσδυση βροχόπτωσης.
- Οι διηθήσεις από ποταμοχειμάρρους ή οι εκφορτίσεις του υδροφόρου συστήματος προς αυτούς.
- Οι επιστροφές άρδευσης.

Σε όλες τις παραπάνω παραμέτρους θα πρέπει να γίνει προσαρμογή των μονάδων μέτρησης στο ίδιο σύστημα.

Η χωρική διακριτοποίηση του υδροφορέα πραγματοποιείται με τη μορφή ενός δικτύου από στοιχειώδη τρισδιάστατα ορθογώνια που ονομάζονται κυψελίδες (cells). Η θέση αυτών περιγράφεται με τη μορφή γραμμών, στηλών και στρωμάτων. Η στάθμη του υπόγειου νερού υπολογίζεται για ένα σημείο της κάθε κυψελίδας που ονομάζεται κόμβος. Στην προσομοίωση με το MODFLOW ο υπολογισμός του φορτίου γίνεται στο κέντρο των κυψελίδων.

Οι τύποι των κυψελίδων που χρησιμοποιούνται για να αναπαραστήσουν τις συνθήκες στα όρια, είναι οι ακόλουθοι:

α) σταθερού φορτίου (constant head). Στα όρια αυτά η στάθμη παραμένει σταθερή σε όλη τη διάρκεια της προσομοίωσης. Αποδίδονται με τον κωδικό -1.

β) κυψελίδες μηδενικής ροής (no flow boundary ή inactive). Στα όρια μηδενικής ροής περιλαμβάνονται οι κυψελίδες όπου καμία ροή νερού από και προς αυτές δεν λαμβάνει χώρα, δηλαδή όταν οι εισροές είναι μηδενικές. Αποδίδονται με τον κωδικό 0.

γ) κυψελίδες μεταβαλλόμενου φορτίου (variable head cell). Ο τύπος κυψελίδων μεταβαλλόμενου φορτίου είναι αυτός κατά τον οποίο η στάθμη μεταβάλλεται με το χρόνο. Αποδίδονται με τον κωδικό 1.

δ) κυψελίδες σταθερής εισροής ή constant flux ή GHB (general head boundaries). Στα όρια αυτά η εισροή παραμένει σταθερή και η στάθμη μεταβάλλεται ανάλογα με τις μεταβολές στις γειτονικές κυψελίδες.

Το πλήθος των κυψελίδων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την προσομοίωση μιας περιοχής είναι απεριόριστο και ουσιαστικά περιορίζεται μόνο από τη διαθέσιμη υπολογιστική ισχύ. Το μέγεθος του μοντέλου προσδιορίζεται με τον αριθμό γραμμών, τον αριθμό στηλών και τον αριθμό στρωμάτων (NROW, NCOL, NLAY).

Η βασική εξίσωση πεπερασμένης διαφοράς που χρησιμοποιεί το MODFLOW θεωρώντας ότι η πυκνότητα του υγρού παραμένει σταθερή είναι:

$$\sum Q_i = S_s \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Delta V \quad (5.1)$$

όπου:

- Ss : η ειδική αποθηκευτικότητα του πορώδους υλικού
Qi : ο συνολικός ρυθμός παροχής σε κάθε κυψελίδα
ΔV : ο όγκος της κυψελίδας
ΔΦ : η μεταβολή του υδραυλικού φορτίου για χρονικό διάστημα Δt

Για την επίλυση, το πρόγραμμα MODFLOW χρησιμοποιεί την επαναληπτική μέθοδο. Πιο συγκεκριμένα υπάρχει δυνατότητα χρήσης τεσσάρων διαφορετικών μεθόδων:

1. Ισχυρά πεπλεγμένη (Strongly Implicit Procedure 1, S.I.P. 1)
2. Σταδιακή υπερχαλάρωση των κόμβων (Slice Successive Overlaxation 1, S.O.R.1)
3. Υπό προϋποθέσεις συζυγών κλίσεων (Preconditioned Conjugate Gradient 2, P.C.G.2)
4. Μηχανή επίλυσης WHS

Η τρισδιάστατη κίνηση υπογείου ύδατος, υπό συνθήκες μη μόνιμης ροής διαμέσου ενός ετερογενούς και ανισότροπου πορώδους μέσου, περιγράφεται από τη μερική διαφορική εξίσωση (Anderson and Woessner, 1992):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(T_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) - W = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (5.2)$$

όπου:

- T_{xx}, T_{yy}, T_{zz} : οι τιμές της μεταβιβασιμότητας κατά τον x, y, z αντίστοιχα (L² /T)
h : το υδραυλικό φορτίο (L)
W : παροχή ανά μονάδα χρόνου, που προέρχεται από εισροές ή εκροές του νερού (T-1)
Ss : ειδική αποθηκευτικότητα του πορώδους μέσου (L-1)
t : ο χρόνος (T)

5.3 Υπορουτίνες κώδικα MODFLOW

Ο κώδικας MODFLOW έχει σπονδυλωτή δομή και αποτελείται από αυτοτελείς ρουτίνες-πακέτα κάθε ένα εκ των οποίων εκτελεί μια συγκεκριμένη εργασία. Τα πακέτα που συνήθως χρησιμοποιούνται κατά την προσομοίωση των υπογείων ροών είναι τα:

1. **Βασικό πακέτο (Basic Package, BAS)**
Τα δεδομένα που εισάγονται στο βασικό πακέτο έχουν να κάνουν με τον αριθμό των γραμμών και στηλών, τον αριθμό των υδροφόρων στρωμάτων, τη χρονική περίοδο προσομοίωσης και το βήμα κάθε περιόδου, τον καθορισμό των μονάδων μέτρησης και τις οριακές συνθήκες σε κάθε κόμβο του κανάβου. Ως αρχική συνθήκη εισάγεται η πιεζομετρία στην αρχή της χρονικής περιόδου που προέρχεται από μετρήσεις πεδίου.
2. **Πακέτο κεντροβαρικής διάταξης της ροής (Block-Centered Flow Package, BCF)**

Στο πακέτο αυτό εισάγονται πληροφορίες που αφορούν τον τύπο του υδροφόρου, τις συνθήκες ροής, τις διαστάσεις των κυψελίδων του κανάβου, τις συνιστώσες της υδραυλικής αγωγιμότητας για τους ελεύθερους υδροφόρους ορίζοντες ή της μεταβιβασιμότητας για τους υπό πίεση υδροφόρους ορίζοντες, το συντελεστή αποθηκευτικότητας ή το ενεργό πορώδες.

3. Εμπλουτισμός (Recharge Package, RCH)

Το πακέτο αυτό προσομοιώνει την επιφανειακή κατανομή του εμπλουτισμού προς το υπόγειο υδροφόρο σύστημα. Ο εμπλουτισμός αναφέρεται είτε στην κατείδυση από τις βροχοπτώσεις είτε σε τεχνητό εμπλουτισμό. Ο εμπλουτισμός μπορεί να εισαχθεί μόνο στο ανώτερο στρώμα (top layer). Έτσι δεν χρειάζεται ο υπολογισμός του εμπλουτισμού που λαμβάνει χώρα ταυτόχρονα σε πολλαπλά επίπεδα μιας κατακόρυφης στήλης, επειδή ο φυσικός εμπλουτισμός εισέρχεται στον υδροφορέα από την επιφάνεια του εδάφους.

4. Γεωτρήσεις (Well Package)

Το πακέτο αυτό αναφέρεται στα δεδομένα των γεωτρήσεων άντλησης ή εμπλουτισμού σε έναν υδροφορέα για μια δεδομένη περίοδο. Οι θετικές τιμές της παροχής υποδηλώνουν εμπλουτισμό, ενώ οι αρνητικές κατάσταση άντλησης. Ο ρυθμός άντλησης θεωρείται ανεξάρτητος τόσο από την έκταση της κυψελίδας όσο και από την πιεζομετρική στάθμη σ' αυτήν.

5. Υδρορέυματα (River, RIV)

Το πακέτο αυτό προσομοιώνει τη ροή νερού μεταξύ υδρορέματος (ποταμού, λίμνης) και υδροφόρου. Τα υδρορέματα τροφοδοτούν τον υδροφόρο ή τροφοδοτούνται από αυτόν, ανάλογα με την υδραυλική κλίση μεταξύ του επιφανειακού υδάτινου σώματος και του υδροφόρου. Το πακέτο «River» απαιτεί τις κάτωθι πληροφορίες για κάθε κυψελίδα που περιέχει όριο ποταμού:

- Το υψόμετρο της στάθμης του υδρορέματος, το οποίο μπορεί να αλλάζει με το χρόνο.
- Το υψόμετρο του πυθμένα του υδρορέματος (υψόμετρο κοίτης).
- Την αγωγιμότητα (C). Είναι μια αριθμητική παράμετρος, που αντιπροσωπεύει την αντίσταση στη ροή μεταξύ υδρορέματος και υδροφόρου. Υπολογίζεται από το μήκος του υδρορέματος ανά κυψελίδα (L), το πλάτος του υδρορέματος ανά κυψελίδα (W), το πάχος του υποστρώματος της κοίτης (M) και την υδραυλική αγωγιμότητά τους (K). Έτσι, η αγωγιμότητα δίνεται από τη σχέση:
$$C = (K \cdot L \cdot W) / M$$

6. Όριο γενικού φορτίου (General Head Boundary, G.H.B.)

Το πακέτο αυτό χρησιμοποιείται κυρίως για να προσομοιώσει την υπόγεια υδραυλική επικοινωνία γειτονικών υδροφορέων. Έτσι, αυτό το πακέτο μπορεί να προσομοιώσει την υδραυλική σύνδεση με έναν υδροφορέα που βρίσκεται εκτός των ορίων της περιοχής και υποδηλώνει την ύπαρξη μιας πλευρικής τροφοδοσίας. Η παροχή τροφοδοσίας είναι ανάλογη προς τη διαφορά της στάθμης ανάμεσα στην εξωτερική αυτή πηγή και σε κάθε κυψελίδα στην

περιοχή του μοντέλου. Η παροχή αυτή επίσης εξαρτάται από την αγωγιμότητα (conductance) των υλικών ανάμεσα στην εξωτερική πηγή και στην κυψελίδα ή τις κυψελίδες του μοντέλου με τις οποίες γειτνιάζει. Η αγωγιμότητα είναι μια αριθμητική παράμετρος και ορίζεται ως η οριζόντια υδραυλική αγωγιμότητα της κυψελίδας πολλαπλασιαζόμενη με την εγκάρσια διατομή αυτής και διαιρούμενη με την απόστασή της από την εξωτερική πηγή τροφοδοσίας. Το πακέτο αυτό απαιτεί για κάθε κυψελίδα:

- Το γενικό φορτίο: Είναι το επίπεδο της υδάτινης επιφάνειας στο όριο. Αυτό μπορεί να είναι φυσικά καθορισμένο όπως για παράδειγμα η επιφάνεια μιας λίμνης ή μπορεί να ληφθεί από τη ρύθμιση του μοντέλου.
- Την αγωγιμότητα: Αντιπροσωπεύει την αντίσταση της ροής ανάμεσα στο όριο γενικού φορτίου και τα υπόγεια νερά της προσομοιούμενης περιοχής.

7. Σταθερό φορτίο (Constant head)

Τα όρια σταθερού φορτίου μένουν αμετάβλητα κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης. Αυτό προϋποθέτει ότι στην έναρξη και στο τέλος της προσομοίωσης τα φορτία είναι σταθερά.

8. Εξατμισοδιαπνοή Evapotranspiration (ET)

Το πακέτο αυτό προσομοιώνει τα αποτελέσματα της διαπνοής των φυτών και της εξάτμισης από την επιφάνεια του εδάφους

9. Drains

Αυτό έχει σχεδιασθεί να προσομοιώνει τα αποτελέσματα της επιστροφής του αρδευτικού νερού στον υδροφόρο ορίζοντα.

10. Output Control

Στο πακέτο αυτό καθορίζεται ο τρόπος και η μορφή των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης. Έχει τη δυνατότητα σύνδεσης με άλλα βοηθητικά προγράμματα για τη γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης.

Η εφαρμογή του κώδικα Modflow δίνει τη δυνατότητα χρήσης υποθετικών σεναρίων. Τα υποθετικά σενάρια είναι κάποιες υποθέσεις οι οποίες γίνονται για να διερευνηθεί η ευαισθησία του μοντέλου στην αλλαγή κάποιων παραμέτρων. Κατά τα σενάρια αυτά αλλάζουν υποθετικά οι συνθήκες που επικρατούν στην περιοχή εφαρμογής του μοντέλου. Τέτοιες παράμετροι που μπορεί να διαφοροποιηθούν είναι για παράδειγμα οι παροχές άντλησης των γεωτρήσεων, οι εισροές από τη βροχή κ.α. Η χρήση τέτοιων σεναρίων επιτρέπει να μελετηθούν διάφορες υποθετικές καταστάσεις και να γίνει πρόβλεψη της εξέλιξης διαφόρων φαινομένων (π.χ. μελέτη εξέλιξης της πιεζομετρίας, μελέτη και πρόβλεψη της διασποράς ρύπων ή ενός μετώπου υφαλμύρισης κ.α.) (Visual MODFLOW, 2006)

5.4 Μηχανές επίλυσης MODFLOW

5.4.1 Πακέτο προαπαιτούμενης συζυγούς βαθμίδας

Το πακέτο αυτό (Preconditioned Conjugate Gradient package, **PCG2**) χρησιμοποιεί τη μέθοδο της συζυγούς βαθμίδας για να επιλύσει τις ταυτόχρονες εξισώσεις που δημιουργούνται από το μοντέλο. Μπορούν να προσομοιαστούν γραμμικές και μη γραμμικές συνθήκες ροής. Το PCG2 περιλαμβάνει δύο προαπαιτούμενες επιλογές:

1. την τροποποιημένη μη ολοκληρωμένη προϋπόθεση Cholesky, η οποία είναι αποδοτική σε βαθμωτούς (scalar) υπολογιστές, και
2. την πολυωνυμική προϋπόθεση, η οποία απαιτεί από τον H/Y λιγότερη μνήμη και με συγκεκριμένες τροποποιήσεις είναι πιο αποδοτική στους ανυσματικούς (vector) υπολογιστές.

Η σύγκλιση της επίλυσης καθορίζεται χρησιμοποιώντας, τόσο τις μεταβολές των υδραυλικών φορτίων, όσο και τα κριτήρια υπολοίπου (residual criteria). Μη γραμμικά προβλήματα επιλύονται χρησιμοποιώντας τις επαναλήψεις Picard. Η μηχανή επίλυσης PCG2 λειτουργεί προσεγγίζοντας την επίλυση σε δύο επίπεδα, σε ένα χρονικό βήμα. Οι εξωτερικές επαναλήψεις χρησιμοποιούνται για να διαφοροποιηθεί η μητρική προαπαιτούμενη παράμετρος, κατά την προσέγγιση της επίλυσης. Μία εξωτερική επανάληψη συμβαίνει όταν οι υδρογεωλογικές παράμετροι του συστήματος ροής (π.χ. μεταβιβασιμότητα, πάχος κορεσμένου υδροφορέα) ενημερώνονται στην προαπαιτούμενη ομάδα θεμελιωδών εξισώσεων.

5.4.2 Πακέτο Ισχυρά πεπλεγμένης μεθόδου

Η μέθοδος της Ισχυρά πεπλεγμένης μεθόδου (Strongly Implicit Procedure Package, SIP) χρησιμοποιείται για την επίλυση μεγάλου συστήματος ταυτόσημων γραμμικών εξισώσεων με επανάληψη. Το προσόν της μηχανής επίλυσης SIP είναι ότι είναι πολύ σταθερή και γενικά καταλήγει σε σύγκλιση, συχνά όμως με πολύ αργό ρυθμό. Δεν είναι τόσο γρήγορη όσο η μέθοδος PCG, αλλά απαιτεί λιγότερη μνήμη για να υπολογίσει την τελική επίλυση. Επειδή κάθε επίλυση περιλαμβάνει μέχρι επτά άγνωστες τιμές φορτίου και η ομάδα των άγνωστων τιμών αλλάζει από την μία εξίσωση στην επόμενη, διαμέσου του πλέγματος (grid), οι εξισώσεις για όλο το πλέγμα πρέπει να επιλύονται ταυτόχρονα, για κάθε χρονικό βήμα. Για κάθε κυψελίδα χρησιμοποιείται μια εξίσωση πεπερασμένων διαφορών. Η επίλυση συνίσταται στη λήψη μιας τιμής της πιεζομετρικής στάθμης για κάθε κόμβο.

5.4.3 Πακέτο επιτυχούς εκτόνωσης

Η εν λόγω μηχανή επίλυσης (Slice-successive Over-Relaxation package, SOR) χρησιμοποιείται για την επίλυση μεγάλων συστημάτων γραμμικών εξισώσεων με τους μέσους όρους των επαναλήψεων. Κατά την εφαρμογή της, το πλέγμα διαιρείται σε κάθετες "φέτες", ομαδοποιώντας τις εξισώσεις των κόμβων σε διακριτές ομάδες, στις οποίες κάθε ομάδα αντιστοιχεί σε μία "φέτα". Σε κάθε επανάληψη, αυτές οι ομάδες εξισώσεων λειτουργούν διαδοχικά, δίνοντας αποτελέσματα σε νέα ομάδα καθορισμένων τιμών φορτίων για κάθε "φέτα". Καθώς γίνεται η επεξεργασία των

εξισώσεων για κάθε "φέτα", αυτές εκφράζονται πρώτα σε όρους της μεταβολής των υπολογιζόμενων φορτίων, μεταξύ των επιτυχημένων επαναλήψεων. Η ομάδα των εξισώσεων που αντιστοιχεί στην "φέτα" επιλύεται μέσω της Gaussian απαλοιφής, χρησιμοποιώντας τους όρους για μεταβαλλόμενες "φέτες" ως γνωστές ποσότητες. Στη συνέχεια, η κάθε μία από τις τιμές της μεταβολής του φορτίου που υπολογίζονται για τη "φέτα", πολλαπλασιάζεται με έναν συντελεστή επιτάχυνσης, T , με τιμή γενικά μεταξύ 1 και 2. Τα αποτελέσματα θεωρούνται τελικές τιμές της μεταβολής του φορτίου στην επανάληψη για την "φέτα". Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι οι "φέτες" και προς τις τρεις διευθύνσεις (x , y , z), να επεξεργαστούν και να ολοκληρωθούν οι επαναλήψεις στην περιοχή ενδιαφέροντος. Τελικά, η συνολική ακολουθία επαναλαμβάνεται μέχρι οι διαφορές μεταξύ των μεταβολών φορτίου, οι οποίες υπολογίστηκαν στις επιτυχείς επαναλήψεις, να είναι μικρότερες από το επιλεγμένο κριτήριο σε όλους του κόμβους του πλέγματος.

5.4.4 Μηχανή επίλυσης WHS

Είναι η βασική μηχανή επίλυσης του ModFlow. Χρησιμοποιεί την ρουτίνα επιτάχυνσης της σταθερής συζυγούς βαθμίδας (Bi-Conjugate Gradient STABilized, Bi- CGSTAB), η οποία εφαρμόστηκε με την ατελή διάσπαση του Stone, για τις προαπαιτούμενες επιμέρους διαφορικές εξισώσεις της ροής του υπόγειου νερού. Αυτή η μηχανή επίλυσης, όπως και όλες όσες χρησιμοποιούν την μέθοδο των επαναλήψεων, προσεγγίζει την επίλυση μιας μεγάλης ομάδας μερικών διαφορικών εξισώσεων επαναληπτικά, μέσω μιας προσεγγιστικής επίλυσης. Επειδή η μητρική εξίσωση για τη ροή του υπόγειου νερού είναι αρχικά "ανεπαρκούς συνθήκης", είναι αναγκαία για αποτελεσματική επίλυση μια ενεργή προϋπόθεση για αυτές τις εξισώσεις. Στην μηχανή επίλυσης WHS είναι διαθέσιμα δύο "επίπεδα" παραγοντισμού. Ενώ η σύγκλιση της επίλυσης απαιτεί λιγότερες επαναλήψεις με επίπεδο παραγοντισμού 1, η απαιτούμενη μνήμη για να "τρέχει" (run) η επίλυση αυξάνει με το επίπεδο παραγοντισμού. Επίσης, η εργασία ανά επανάληψη αυξάνει με το επίπεδο παραγοντισμού 1, τόσο ώστε ο συνολικός χρόνος επίλυσης να μην είναι λιγότερος από αυτόν που απαιτείται για το επίπεδο παραγοντισμού 0. (Visual MODFLOW, 2006 –Τσελέπη, 2009)

5.5 Προσδιορισμός οριακών συνθηκών

Προκειμένου να γίνει σωστή προσομοίωση του υδρολογικού καθεστώτος της περιοχής ορίστηκαν οι παρακάτω ζώνες που καλύπτουν ολόκληρη την προσομοιωμένη περιοχή αλλά και τα όρια αυτής. Με αυτήν την διαδικασία προσδιορίζονται οι οριακές συνθήκες (boundary conditions) βάση των οποίων γίνονται οι υπολογισμοί του υδραυλικού ύψους.

5.5.1 Τύποι οριακών συνθηκών

Οι οριακές συνθήκες είναι η μαθηματική δήλωση που καθορίζει την εξαρτημένη μεταβλητή (στάθμη-head) ή την παράγωγο αυτής (ροή-flux) στα όρια της περιοχής του προβλήματος.

Βασική προϋπόθεση για την ορθή κατασκευή του μοντέλου και την επίτευξη όσο το δυνατό πιο αντιπροσωπευτικής και αξιόπιστης προσομοίωσης της ροής, είναι η σωστή επιλογή των οριακών συνθηκών. Σε προσομοιώσεις σταθερής κατάστασης (steady-state), τα όρια καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό τη μορφή της ροής και η επιλογή τους αποτελεί την πιθανότερη αιτία σφάλματος.

Τα φυσικά όρια των συστημάτων ροής υπογείων υδάτων σχηματίζονται από τη φυσική παρουσία ενός αδιαπέρατου στρώματος βράχου ή από ένα στρώμα επιφανειακού ύδατος. Άλλα όρια σχηματίζονται ως αποτέλεσμα υδρολογικών συνθηκών. Αυτά τα αόρατα όρια είναι υδραυλικά όρια που περιλαμβάνουν υπόγεια χωρίσματα και ποτάμια.

Τα υδρογεωλογικά όρια εκφράζονται από τους ακόλουθους τρεις τύπους μαθηματικών συνθηκών.

- **Τύπος 1:** Όρια καθορισμένου υδραυλικού ύψους (**Συνθήκες Dirichlet**) για τα οποία το υδραυλικό ύψος είναι δεδομένο.
- **Τύπος 2:** Όρια καθορισμένης ροής (**Συνθήκες Neumann**) για τα οποία η παράγωγος της ροής (flux) κατά μήκος του ορίου είναι δεδομένη. Μια οριακή συνθήκη μηδενικής ροής (αδιαπέρατου φράγματος) δίνεται τοποθετώντας τη σταθερή ροή ίση με το μηδέν.
- **Τύπος 3:** Όρια εξαρτημένης από το υδραυλικό ύψος ροής (**Συνθήκες Cauchy ή μικτού ορίου**) για τα οποία η flux κατά μήκος του ορίου υπολογίζεται με δεδομένη μια τιμή του υδραυλικού ύψους στο όριο. Αυτός ο τύπος οριακής συνθήκης καλείται μερικές φορές συνθήκη μικτού ορίου επειδή συσχετίζει τις οριακές τιμές της στάθμης με τη ροή. Υπάρχουν αρκετοί τύποι ορίων ροής εξαρτημένης από το υδραυλικό ύψος. Η τοποθέτηση μιας οριακής συνθήκης στο πλέγμα εξαρτάται από το αν το χρησιμοποιούμενο πλέγμα είναι πεπερασμένων διαφορών ή πεπερασμένων στοιχείων.

(Anderson-Woessner, 1992)

5.6 Δημιουργία ομοιώματος

Το πακέτο του MODFLOW (FLOW package) βάσει του οποίου συντάχθηκε το μοντέλο είναι το **Block-Centered Flow (BCF)**, που σημαίνει ότι οι τιμές των παραμέτρων που εισάγονται και οι τιμές που προκύπτουν κατά την επίλυση του μοντέλου, υπολογίζονται στο κέντρο του κόμβου της κάθε κυψελίδας.

5.6.1 Εισαγωγή γεωμετρικών, γεωλογικών και υδρογεωλογικών στοιχείων

- Η περιοχή μελέτης είναι η περιοχή της Χερσονήσου Ηρακλείου στην οποία αναπτύσσονται γεωλογικοί σχηματισμοί που πληρούν τις προδιαγραφές για την εφαρμογή του κώδικα και για τους οποίους έχουν ισχύ ο νόμος του Darcy και η εξίσωση της συνέχειας.

- Αρχικά, έγινε η εισαγωγή της εικόνας-υποβάθρου, που παρουσιάζει την περιοχή μελέτης. Πρέπει να αναφερθεί ότι το αρχείο που χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή του ομοιώματος είχε ήδη προσδιορισθεί γεωγραφικά έχοντας ως σύστημα αναφοράς των συντεταγμένων του το παγκόσμιο σύστημα και έχοντας ήδη προσδιορισμένα διάφορα σημεία.
- Προσδιορίστηκε ότι θα προσομοιωθεί ροή υπόγειου νερού σε κορεσμένο πορώδες μέσο στο οποίο η πυκνότητα του νερού θα παραμένει σταθερή και ότι η μεταφορά των ρύπων δεν συμπεριλαμβάνεται στα θέματα που θα εξεταστούν στην παρούσα προσομοίωση.
- Οι μονάδες που επιλέχθηκαν για το μοντέλο είναι

Πίνακας 5.1 Μονάδες μεγεθών του μοντέλου MODFLOW

Μέγεθος	Μονάδα μέτρησης
μήκος	meters
χρόνος	day
αγωγιμότητα	m/sec
ρυθμός άντλησης	m ³ /day
ρυθμός επανατροφοδότησης	mm/year

- Το βασικό βήμα της προσομοίωσης, με τελικό σκοπό την πρόβλεψη, περιλαμβάνει την επίλυση του μοντέλου σε συνθήκες σταθερής κατάστασης ροής (steady state flow). Το βήμα αυτό είναι αναγκαίο προκειμένου να προκύψουν οι αρχικές συνθήκες ροής.

Το ModFlow επιλύει τα εισαγόμενα δεδομένα θεωρώντας ότι υπάρχει μόνο μία περίοδος τάσης, δηλαδή όλες οι παράμετροι καθορισμού της κατάστασης ροής είναι σταθερές. Οι τιμές των παραμέτρων που επεξεργάζεται το πρόγραμμα, αφορούν τις αρχικές τιμές που εισαχθήκανε σε αυτό.

Το τελικό αποτέλεσμα εκφράζει μια "σταθερή αρχική κατάσταση" για ολόκληρο το "χρονικό παράθυρο" που επιλέγεται. "Σταθερή" γιατί εκφράζει μία και μόνη τιμή για ολόκληρη την περίοδο αναφοράς και "αρχική" γιατί στην πραγματικότητα καθορίζει τις αρχικές συνθήκες (initial heads) του μοντέλου.

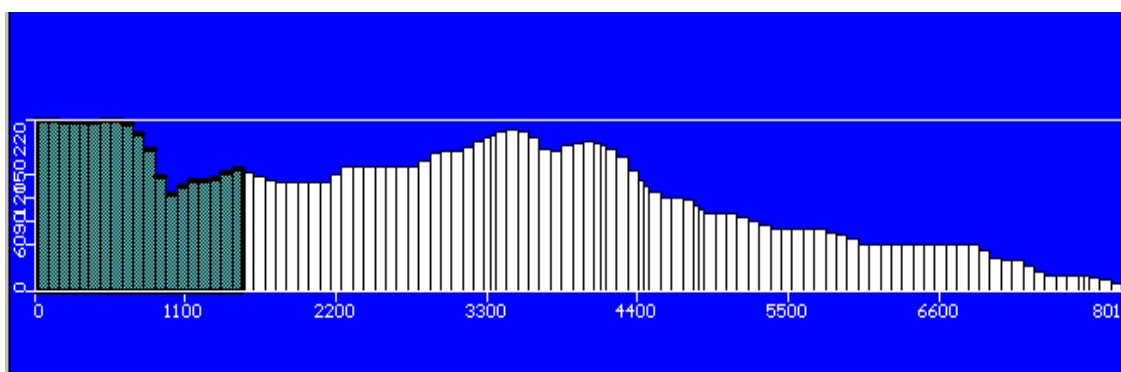
Η περίοδος που επιλέχθηκε να γίνει η προσομοίωση είναι 1000d, προκειμένου το μοντέλο να επιτύχει συνθήκες σταθερής κατάστασης και ορίστηκαν οι τιμές για ορισμένες παραμέτρους του μοντέλου όπως:

Πίνακας 5.2 Τιμές διαφόρων μεγεθών του μοντέλου

S _s	1E-5 1/m
S _y	0.20
Ενεργό πορώδες	0.15
Ολικό πορώδες	0.30
Επανατροφοδότηση	0 mm/year
Εξατμισοδιαπνοή	0 mm/year

- Για τη δημιουργία του μοντέλου και τη διακριτοποίηση του υδροφορέα χρησιμοποιήθηκε κάναβος αποτελούμενος από 105 στήλες και 106 γραμμές, ενώ θεωρήθηκε μόνο ένα στρώμα προσομοίωσης. Έτσι ο υδροφορέας που σχηματίστηκε είναι ελεύθερος υδροφορέας, αφού το άνω όριό του είναι η ελεύθερη επιφάνεια του νερού. Η διάσταση της κάθε κυψελίδας διαφέρει κατά τόπους διότι σε ορισμένες θέσεις του κανάβου, κυρίως κοντά στα πηγάδια άντλησης, το πλέγμα έγινε πιο πυκνό προκειμένου να γίνει καλύτερη προσέγγιση των χαρακτηριστικών του υδροφορέα και η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών να δώσει πιο αξιόπιστες τιμές, προσεγγίζοντας καλύτερα την πραγματικότητα.

- Ως άνω όριο για την εισαγωγή της γεωμετρίας του υδροφόρου στο μοντέλο χρησιμοποιήθηκε το τοπογραφικό ανάγλυφο, εισάγοντας τα υψόμετρα της περιοχής, ενώ το κάτω όριο καθορίστηκε στα 100 m χαμηλότερα από την επιφάνεια της θάλασσας. Από παλαιότερη μελέτη της περιοχής είχε βρεθεί ότι το πάχος του υδροφορέα υπολογίζεται σε αυτό το βάθος.



Εικόνα 5.1 Τομή στρώματος προσομοίωσης

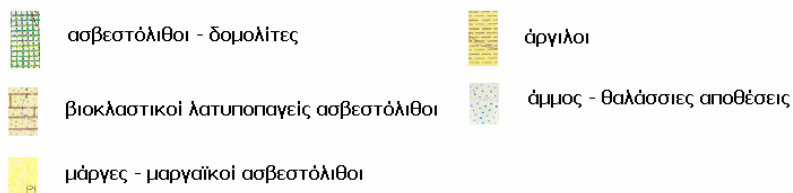
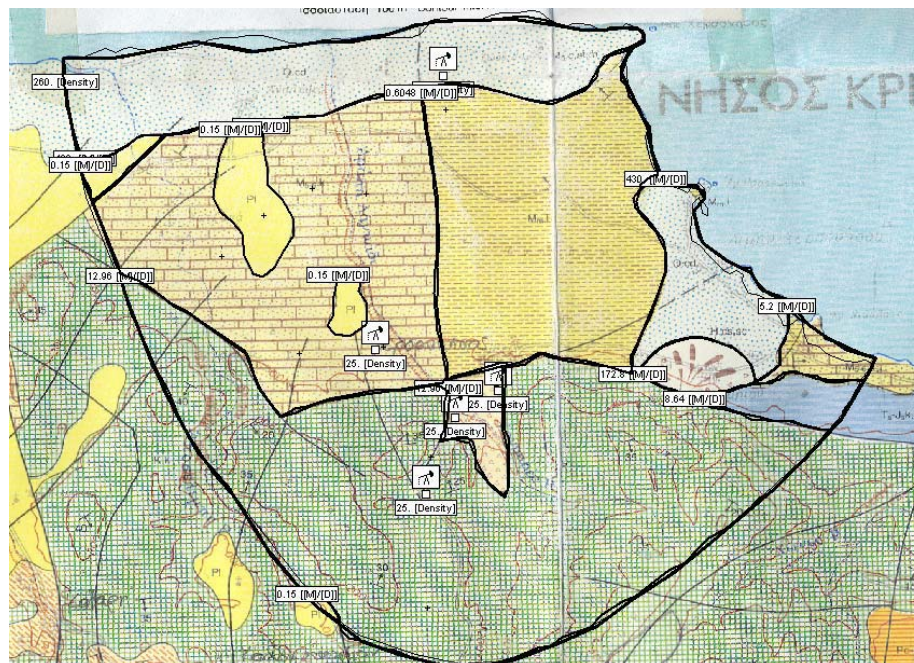
- Η μέθοδος παρεμβολής που χρησιμοποιήθηκε τόσο για την εισαγωγή του υψόμετρου όσο και για την εισαγωγή της αγωγιμότητας είναι αυτή της αντίστροφης απόστασης (inverse distance), στηριζόμενη σε δεδομένα από παλαιότερη προσομοίωση της περιοχής.

- Το μοντέλο δημιουργήθηκε με βάση προηγούμενη μελέτη όπου αναφέρεται λεπτομερώς η γεωλογία της περιοχής.

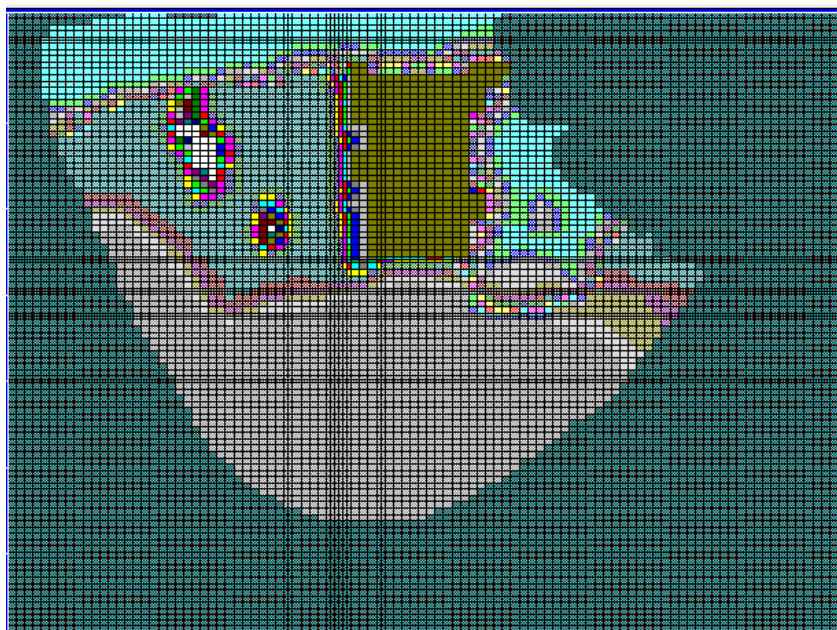
Εισάγεται η υδραυλική αγωγιμότητα σε όλη την έκταση της περιοχής, αφού γίνει η διακριτοποίηση των επιμέρους υδρογεωλογικών ενοτήτων, ανάλογα με χαρακτηριστικά τους. Τα πετρώματα της περιοχής είναι κατά κύριο λόγο ασβεστόλιθοι (με πράσινο χρώμα στο χάρτη). Στο κέντρο της περιοχής υπάρχουν βιοκλαστικοί λατυποπαγείς ασβεστόλιθοι (αχνό πορτοκαλί χρώμα) μέσα στους οποίους υπάρχουν 'φακοί' από μάργες και μαργαϊκούς ασβεστόλιθους (με έντονο κίτρινο χρώμα). Ανατολικά συναντώνται ιλυούχες άργιλοι και καλά διαβαθμισμένες άμμοι (ελαφρύ κίτρινο χρώμα) ενώ κατά μήκος της ακτής υπάρχουν άμμοι ακτών και χαλαρά αργιλοαμμώδη (γαλάζιο χρώμα). Ακολουθούν τυπικές τιμές υδραυλικής αγωγιμότητας για τα πετρώματα αυτά.

Πίνακας 5.3: Οι υδραυλικές αγωγιμότητες των πετρωμάτων στην περιοχή μελέτης

Πετρώματα	Υδραυλική αγωγιμότητα (m/d)
Ασβεστόλιθοι – Δομολίτες	12.96
Βιοκλαστικοί λατυποπαγείς ασβεστόλιθοι	5.2
Μάργες - Μαργαϊκοί ασβεστόλιθοι	0.15
Άργιλος	0.6048
Άμμος – θαλάσσιες αποθέσεις	430



Εικόνα 5.2: Ο γεωλογικός χάρτης της περιοχής (Καρτεράκης, 2005)



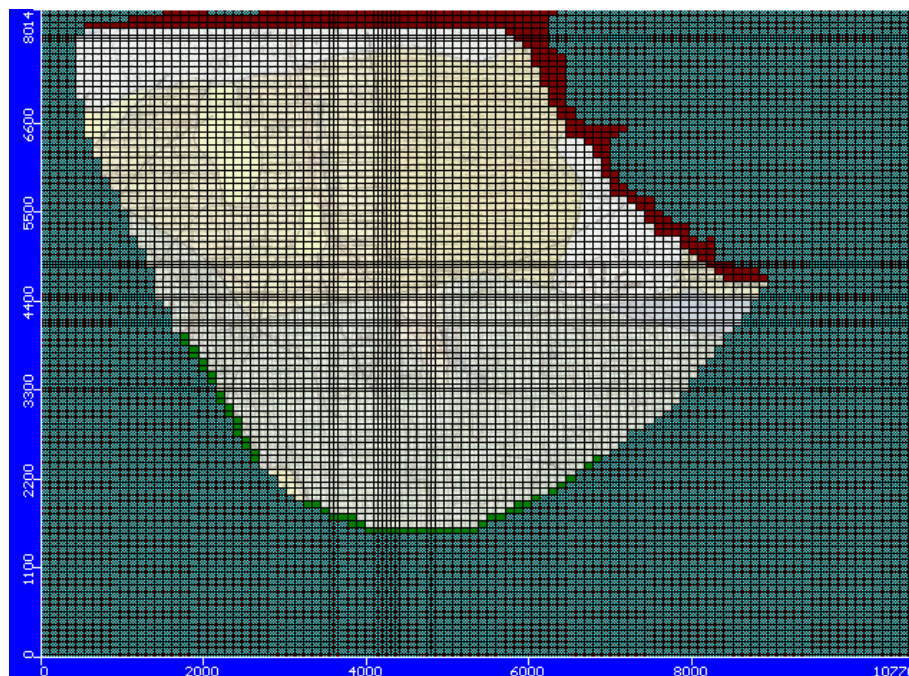
Εικόνα 5.3 Γεωλογικός χάρτη της περιοχής της Χερσονήσου με χρήση του μοντέλου MODFLOW

- Στην εφαρμογή του κώδικα MODFLOW ως αρχική κατανομή φορτίων (initial heads) θεωρήθηκε ικανοποιητική προσέγγιση σε όλη την έκταση της περιοχής μελέτης τα 105m. Πρόκειται για μια ενδιάμεση τιμή, σε σχέση με τις τιμές που παρουσιάζει το μοντέλο στα όριά του, ενός αρχικού υποθετικού υδραυλικού ύψους, βάση του οποίου θα γίνουν οι υπολογισμοί.

- Καθορίστηκαν οι ζώνες σταθερού φορτίου (constant head) στα 100m για διάστημα 180d. Κατά τη διάρκεια δηλαδή αυτής της περιόδου στις συγκεκριμένες κυψελίδες, που βρίσκονται κατά μήκος του άνω ορίου της περιοχής, που είναι η θάλασσα, το υδραυλικό ύψος παραμένει σταθερό σε αυτήν την τιμή. Σε πραγματικές συνθήκες θεωρείται ότι στην επιφάνεια της θάλασσας το υδραυλικό ύψος είναι 0m και δεν μεταβάλλεται χρονικά. Όμως για λόγους λειτουργίας του μοντέλου δόθηκε η τιμή των 100m, η οποία εξακολουθεί να ισχύει και για την περίοδο κατά την οποία λειτουργούν οι γεωτρήσεις.

- Καθορίστηκαν οι ζώνες GHB (general head boundaries) στο νότιο άκρο της περιοχής μελέτης, αντιπροσωπεύοντας την εισροή νερού με τον κατάλληλο προσανατολισμό, από μεγάλες πηγές νερού, έξω από τα όρια της περιοχής. Με αυτόν τον τρόπο τα κελιά που καλύπτουν τα εξωτερικά όρια του μοντέλου αποκτούν μια τιμή φορτίου-στάθμης η οποία όμως μπορεί να μεταβληθεί χρονικά με αποτέλεσμα ορισμένα μάλιστα από τα κελιά αυτά να ξηραθούν (φαινόμενο το οποίο αποκλείστηκε από την παρούσα προσομοίωση). Το υδραυλικό ύψος για αυτές τις οριακές συνθήκες ορίστηκε από 108-113m με κατεύθυνση από τα νότια προς τα βόρεια ή από τα ανατολικά προς τα δυτικά, με βάση την τις πληροφορίες πλευρικών εισροών και βροχοπτώσεων οι οποίες μετατράπηκαν σε υδραυλικά φορτία και στην συνέχεια μεταβάλλονται κατά την διαδικασία ρύθμισης όπου κρίνεται απαραίτητο.

Σχηματικά η αναπαράσταση των θέσεων των οριακών συνθηκών στην περιοχή μελέτης φαίνεται στην εικόνα 5.4, όπου στο βόρειο τμήμα προσομοιώνεται η θάλασσα (κόκκινο χρώμα κελιών) ως οριακή συνθήκη constant head και στο νότιο τμήμα οι ζώνες GHB (general head boundaries) (πράσινο χρώμα κελιών).



Εικόνα 5.4 Θέσεις και είδη οριακών συνθηκών (constant head-κόκκινο χρώμα, GHB-πράσινο χρώμα) της περιοχής προσομοίωσης

5.6.2 Πηγάδια άντλησης – παρατήρησης

- Τα πηγάδια άντλησης (pumping wells) αποτελούν τους βασικούς παράγοντες εκροής νερού από τον υδροφόρο ορίζοντα και επιρροής της θέσης του μετώπου της υφαλμύρισης, καθώς ανάλογα με την αντλητική τους δυναμικότητα μεταβάλλεται η στάθμη και η θέση του υδροφόρου ορίζοντα. Η λειτουργία τους κρίνεται απαραίτητη κατά την περίοδο άνοιξη-καλοκαίρι, για την κάλυψη των υδρευτικών και αρδευτικών αναγκών που προκύπτουν, κυρίως λόγω του περιορισμού των βροχοπτώσεων και της αύξησης του πληθυσμού λόγω του τουρισμού. Στην παρούσα προσομοίωση τα αντλητικά πηγάδια που εξετάζονται βρίσκονται διασκορπισμένα σε διάφορες θέσεις της περιοχής μελέτης και έχουν τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

Πίνακας 5.4 Αρχικές τιμές άντλησης πηγαδιών 1 έως 5

<u>Αρχικές Αντλήσεις</u>	
Πηγάδια	Άντληση (m ³ /day)
1	1800
2	2520
3	576
4	2520
5	146

- Τα σημεία παρατήρησης (observation points) αποτελούν σημεία, σύμφωνα με τα οποία γίνεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης με χρήση του MODFLOW, ως προς τη στάθμη και τη θέση του υδροφόρου ορίζοντα. Ως σημεία παρατήρησης επιλέχθηκαν δέκα σημεία σε όλο το εύρος της προσομοιωμένης έκτασης.

Τα πράσινου χρώματος σημεία που σχηματίζουν μια νοητή καμπύλη, αποτελούν τα σημεία παρατήρησης, στην ευρύτερη ζώνη των οποίων, το υδραυλικό ύψος είναι κοντά στα 2.5m. Τα πηγάδια άντλησης αποτυπώνονται ως κόκκινα σημεία, όταν είναι σε λειτουργία.



Εικόνα 5.5 Αποτύπωση πηγαδιών άντλησης (κόκκινα σημεία) και σημείων παρατήρησης (πράσινα σημεία) της περιοχής μελέτης.

5.6.3 Βαθμονόμηση

Γνωρίζοντας ότι το βάθος του στρώματος του υδροφορέα είναι 100m κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας και λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση Ghyben-Herzberg σύμφωνα με την οποία $z = 40h_f$ (5.3), όπου z θεωρείται το βάθος που εντοπίζεται το μέτωπο της υφαλμύρισης και h_f το ύψος του γλυκού νερού πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας στο ηπειρωτικό κομμάτι, διαπιστώνουμε ότι στο στρώμα που εξετάζεται, η θέση του μετώπου της υφαλμύρισης θα εντοπίζεται όταν το ύψος του γλυκού νερού στη θέση αυτή θα είναι

$$z = 40h_f \Leftrightarrow h_f = \frac{z}{40} \Leftrightarrow h_f = \frac{100}{40} \Leftrightarrow h_f = 2.5m. \quad (5.4)$$

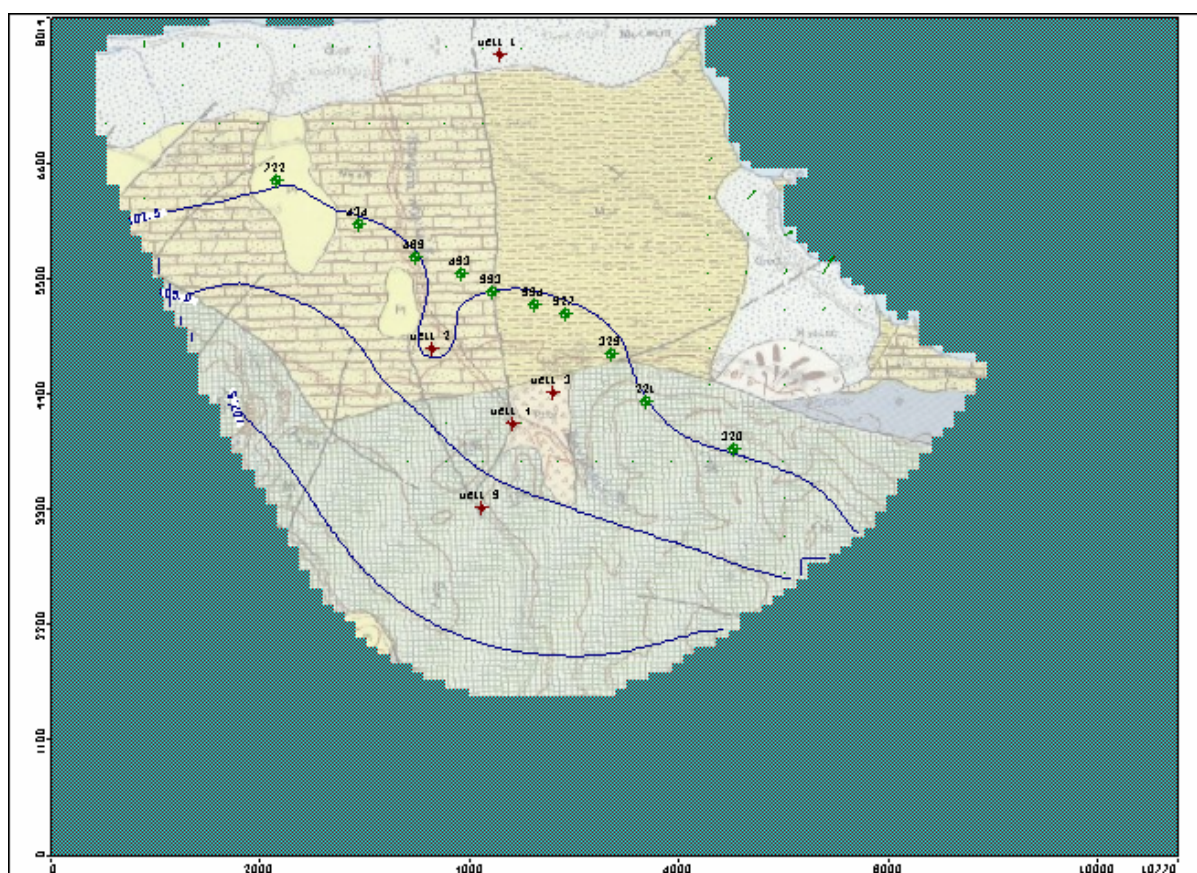
Επειδή για πρακτικούς λόγους θεωρήθηκε ότι η στάθμη της θάλασσας είναι τα 100m, το μέτωπο της υφαλμύρισης θα βρίσκεται στα 102.5m

Αρχικά έγινε η βαθμονόμηση του μοντέλου διατηρώντας τα πηγάδια ανοιχτά δηλαδή σε κανονική λειτουργία, ελέγχοντας ταυτόχρονα τη θέση που θα εντοπιστεί η ισοϋψής των 102.5m. Λαμβάνοντας υπόψη τη θέση έτσι όπως έχει προσδιοριστεί από

παλαιότερη προσομοίωση της ροής στην περιοχή (Καρτεράκης, 2005), γίνεται προσπάθεια, μεταβάλλοντας τα υδρολογικά δεδομένα, να επιτευχθεί παρόμοιο αποτέλεσμα και με τη χρήση του ModFlow.

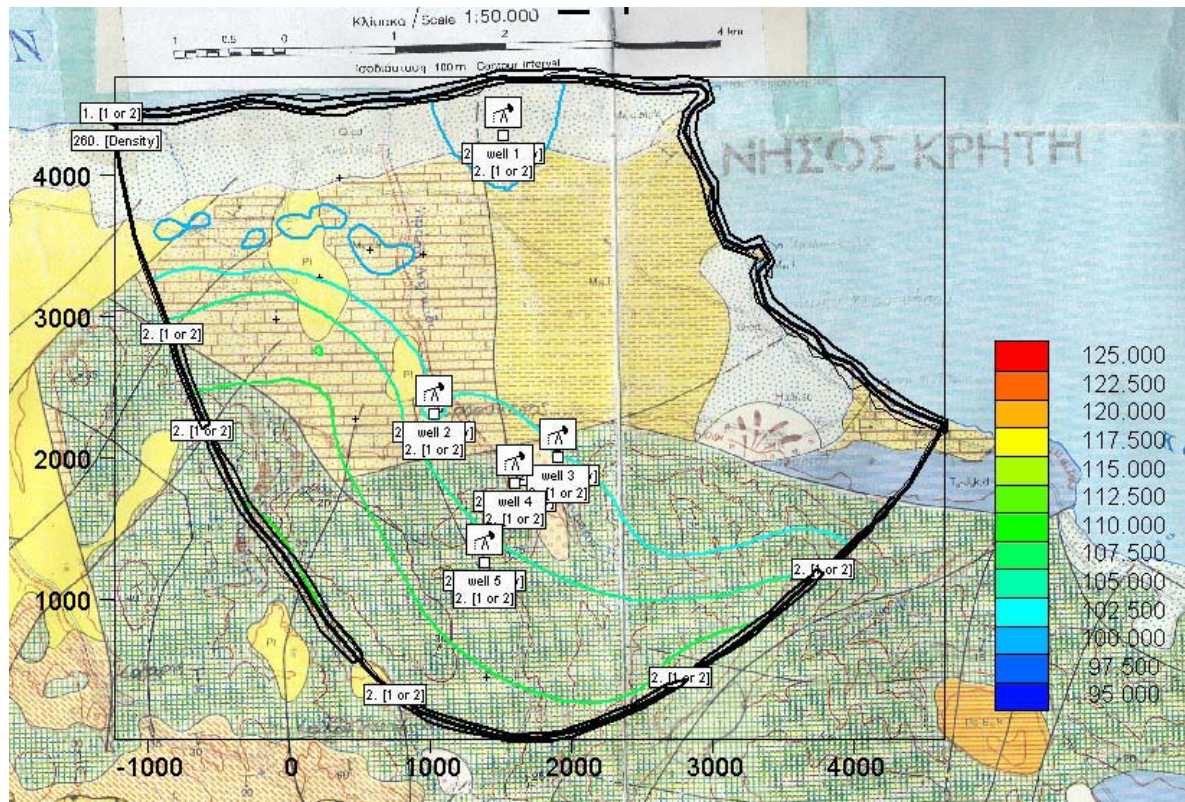
- Προκειμένου να γίνει η απεικόνιση των ισοϋψών ανάλογα με τις συνθήκες ροής, γίνεται επίλυση των εξισώσεων της ροής των υπογείων υδάτων που διέπουν το μοντέλο, με ένα από τα πακέτα τα οποία συμπεριλαμβάνονται σε αυτό. Στην συγκεκριμένη περίπτωση προτιμήθηκε το μοντέλο επίλυσης PCG, τα εξερχόμενα αρχεία του οποίου είναι απαραίτητα κατά τη χρήση του μοντέλου της βελτιστοποίησης GWM που ακολουθεί.

- Διατηρώντας τα πηγάδια άντλησης ανοιχτά η θέση των ισοϋψών αποτυπώνεται στην εικόνα 5.6:



Εικόνα 5.6 Αποτύπωση θέσεων των ισοϋψών με ανοιχτά τα πηγάδια άντλησης

Η επιτυχής προσομοίωση της ροής διαπιστώνεται από τη θέση στην οποία εντοπίζεται η ισοϋψής των 102.5m. Στην παρούσα προσομοίωση πράγματι βρίσκεται αρκετά κοντά στα σημεία παρατήρησης τα οποία έχουν οριστεί ως όριο, ενώ το γεγονός ότι η ισοϋψής πλησιάζει αρκετά κοντά στο πηγάδι άντλησης 2, είναι επακόλουθο της λειτουργίας του πηγαδιού και των επιδράσεων που αυτό επιφέρει στη θέση του υδροφόρου ορίζοντα. Η μορφή και η θέση της ισοϋψούς γραμμής που δημιουργήθηκε είναι σχεδόν ταυτόσημη με αυτή παλαιότερων προσπαθειών προσομοίωσης, όπως φαίνεται από την εικόνα 5.7 που ακολουθεί:



Εικόνα 5.7: Η προσομοίωση της υπόγειας ροής, θεωρώντας όλα τα πηγάδια να αντλούν με τις μέγιστες παροχές. (Καρτεράκης, 2005)

Σε γενικές γραμμές, η προσπάθεια προσομοίωσης της ροής στην περιοχή της Χερσονήσου Ηρακλείου που έγινε με χρήση του μοντέλου προσομοίωσης ροής MODFLOW, θεωρήθηκε επιτυχής λόγω της σύγκλισης που παρουσιάζει με την παλαιότερη προσπάθεια που είχε γίνει, με χρήση του μοντέλου PTC (Καρτεράκης, 2005). Οι τυχόν αποκλίσεις που παρουσιάζονται οφείλονται στον διαφορετικό τρόπο επίλυσης των εξισώσεων της ροής. Στο MODFLOW χρησιμοποιείται η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών, ενώ στο PTC συνδυάζονται σε διάφορα βήματα της επίλυσης, τόσο η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων όσο και η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών. Επιπλέον ο τρόπος διακριτοποίησης του χώρου παίζει σημαντικό ρόλο στην αξιοπιστία των αποτελεσμάτων. Κατά τη χρήση του μοντέλου MODFLOW η περιοχή διαχωρίζεται με ορθογωνικό κάναβο σε στήλες και γραμμές, ενώ στο PTC γίνεται με κάναβο τριγωνικού τύπου, με αποτέλεσμα με το PTC να μπορεί να γίνει πιο εύκολα η πυκνωση του κάναβου σε ορισμένες θέσεις στις οποίες ζητούνται πιο αξιόπιστα αποτελέσματα μέσω της παρεμβολής.

Κεφάλαιο 6 – Εφαρμογή μεθόδων βελτιστοποίησης στα προβλήματα διαχείρισης υπογείων υδάτων

6.1 Η μη γραμμικότητα σε προβλήματα υπογείων υδάτων

Σε πολλές εφαρμογές προβλημάτων βελτιστοποίησης στο πεδίο των υπογείων υδάτων, η αντικειμενική συνάρτηση (objective function) ή/και οι συναρτήσεις των περιορισμών (constraints) έχουν μη γραμμική συμπεριφορά σε σχέση με τις μεταβλητές απόφασης (decision variables). Αυτή η μη γραμμικότητα οφείλεται στις περισσότερες περιπτώσεις σε δύο βασικούς παράγοντες. Ένας από αυτούς είναι η μη γραμμική απόκριση του συστήματος στην άντληση (δηλαδή του υδραυλικού ύψους με την παροχή). Το φαινόμενο αυτό παρατηρείται κατά κόρον στους ελεύθερους υδροφορείς. Αυτή η φυσική συμπεριφορά έχει άμεσο αντίκτυπο και στις μαθηματικές εξισώσεις επίλυσης του συστήματος υπογείων υδάτων και προφανώς σε κάθε σχετικό πρόβλημα βελτιστοποίησης. Επιπλέον η μη γραμμικότητα εξαρτάται και από τη μη γραμμική εξάρτηση της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών από το σύστημα των μεταβλητών απόφασης.

6.2 Δομή του μη γραμμικού προβλήματος

Μια γενική μαθηματική έκφραση ενός προβλήματος διαχείρισης υπογείων υδάτων, που περιλαμβάνει όλες τις πιθανές παραμέτρους, έχει τη μορφή:

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f(q_1, q_2, \dots, q_n, C_1, C_2, \dots, C_n, h_1, h_2, \dots, h_n) \\ & \text{υπό τον περιορισμό } g_k(q_1, q_2, \dots, q_n, C_1, C_2, \dots, C_n, h_1, h_2, \dots, h_n) \leq 0 \quad \text{όπου } k = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (6.1)$$

όπου

f = η αντικειμενική συνάρτηση
 g = οι συναρτήσεις των περιορισμών
 q = οι παροχές άντλησης

C = οι συγκεντρώσεις (π.χ. ρύπων)

h = τα υδραυλικά ύψη

Αν οι f και g_k απαιτείται να είναι γραμμικές συναρτήσεις, τότε η παραπάνω σχέση απλοποιείται σημαντικά (δυαδική μορφή). Σε διαφορετική περίπτωση, η σχέση αυτή ενσωματώνει τη μη γραμμική συμπεριφορά, τόσο της αντικειμενικής συνάρτησης όσο και της συνάρτησης των περιορισμών.

Μια πιο απλή μορφή του παραπάνω προβλήματος προκύπτει στην περίπτωση που οι μεταβλητές είναι συνεχείς:

$$\begin{aligned} &\text{minimize } f(q_1, q_2, \dots, q_n, h_1, h_2, \dots, h_n) \\ &\text{υπό τον περιορισμό } g_k(q_1, q_2, \dots, q_n, h_1, h_2, \dots, h_n) \leq 0 \quad \text{όπου } k = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (6.2)$$

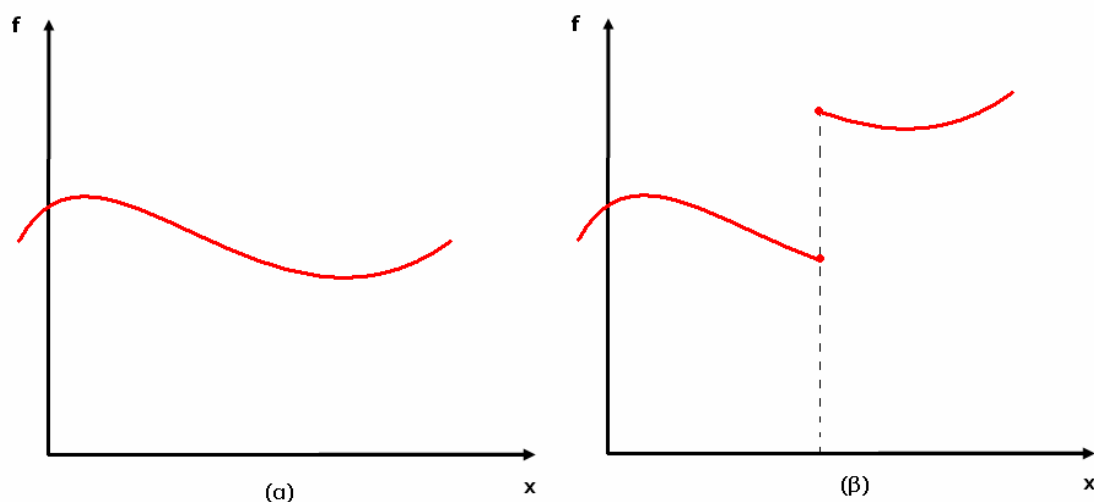
Η αντιμετώπιση τέτοιας μορφής μαθηματικών προβλημάτων προσθέτει σημαντική πολυπλοκότητα τόσο στις χρησιμοποιούμενες μεθόδους, που εφαρμόζονται για την επίλυση της βελτιστοποίησης, όσο και στην επεξεργασία και ερμηνεία των τελικών αποτελεσμάτων.

Παρακάτω παρουσιάζονται δύο βασικά χαρακτηριστικά των μη γραμμικών συναρτήσεων καθώς και των αντίστοιχων μεθόδων βελτιστοποίησης :

6.2.1. Συνέχεια της αντικειμενικής συνάρτησης.

Ο διαχωρισμός των συναρτήσεων σε συνεχείς και μη συνεχείς αποτελεί μια πρώτη διαφοροποίηση των μη γραμμικών συναρτήσεων μεταξύ τους. Συνεχής είναι η f όταν:

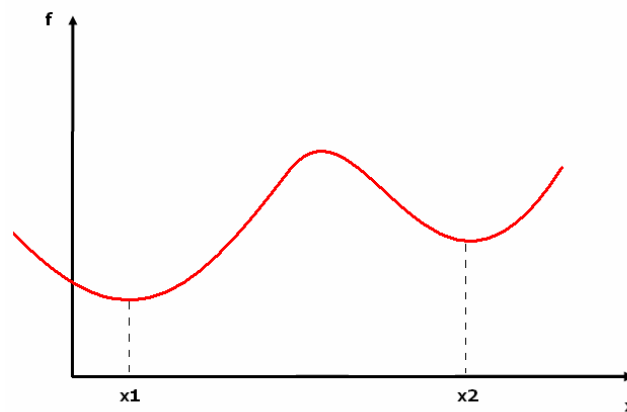
$$\lim_{h \rightarrow 0} f(x + h) = f(x) \quad \text{για κάθε τιμή της μεταβλητής } x$$



Σχήμα 6.1: Παράδειγμα (α) μίας συνεχούς και (β) μίας ασυνεχούς συνάρτησης (Ahlfeld και Mulligan, 2000)

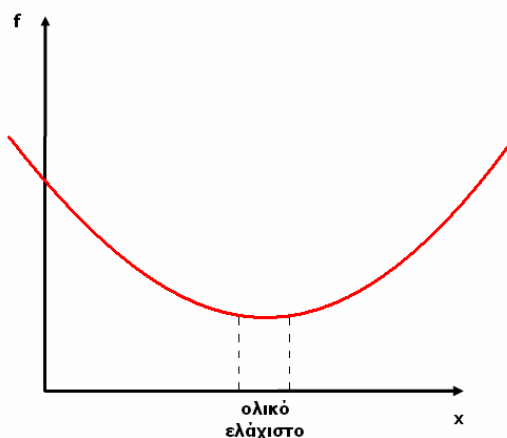
6.2.2 Κυρτότητα της αντικειμενικής συνάρτησης.

Το ‘σχήμα’ μιας συνεχούς μη γραμμικής συνάρτησης f που καθορίζεται μαθηματικά από την έννοια της κυρτότητας, επηρεάζει άμεσα και τη διαδικασία βελτιστοποίησης, καθώς ανάλογα με τη μορφή της μπορεί να εμφανίζονται εκτός από το ολικό ακρότατο, και πλήθος από τοπικά το οποία μπορούν να επηρεάσουν, τόσο η απόδοση του χρησιμοποιούμενου αλγόριθμου, όσο και η ποιότητα των εξερχόμενων αποτελεσμάτων. Αυτό συμβαίνει, γιατί οι αλγόριθμοι που επιλύουν μη γραμμικά προβλήματα βελτιστοποίησης βασίζονται στην αναζήτηση ελαχίστων για τα οποία όμως δεν μπορούν με σαφήνεια να αποφανθούν αν είναι τοπικά ή ολικά. Μέχρι σήμερα κανένας πρακτικά εφαρμοζόμενος αλγόριθμος δεν έχει καταφέρει να καθορίσει τα ολικά ελάχιστα σχετικά σύνθετων προβλημάτων βελτιστοποίησης.

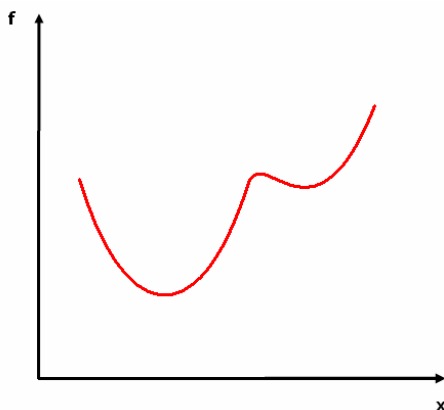


Σχήμα 6.2: Παράδειγμα συνάρτησης με δύο τοπικά ακρότατα, στα x_1 και x_2 , και ένα ολικό ακρότατο (Ahlfeld και Mulligan, 2000).

Η κυρτότητα της συνάρτησης αποτελεί ένδειξη σχετικά με το πόσο πιθανή είναι η παρουσία τοπικών ελαχίστων, δεδομένου ότι για μια κυρτή συνάρτηση με ένα ελάχιστο, αυτό θα είναι ταυτόχρονα και τοπικό και ολικό (χωρίς όμως να ισχύει και το αντίστροφο).



Σχήμα 6.3: Παράδειγμα μη κυρτής συνάρτησης με μοναδικό ελάχιστο (Ahlfeld και Mulligan, 2000).

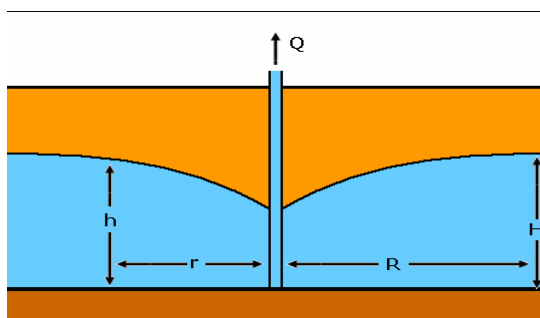


Σχήμα 6.4: Παράδειγμα κυρτής συνάρτησης με πολλαπλά τοπικά και ολικά ελάχιστα (Ahlfeld και Mulligan, 2000)

Η κυρτότητα μπορεί επίσης να συμβάλλει στην επίλυση πολυδιάστατων προβλημάτων τόσο αναφορικά με τον αριθμό των μεταβλητών απόφασης όσο και με τον αριθμό των περιορισμών. Μια γενική διαπίστωση είναι ότι σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης μιας κυρτής συνάρτησης σε μια κυρτή περιοχή λύσεων όλα τα τοπικά ελάχιστα είναι και ολικά.

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα μη γραμμικής συμπεριφοράς είναι οι ελεύθεροι υδροφορείς. Καθώς στις μαθηματικές εξισώσεις που τους περιγράφουν περιλαμβάνεται το γινόμενο μιας μεταβλητής απόφασης με την παράγωγό της, προκύπτουν μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις. Μια φυσική ερμηνεία αυτής της μη γραμμικότητας μπορεί να επιτευχθεί θεωρώντας ότι η επίλυση του προβλήματος απαιτεί την αλληλεπίδραση του υδραυλικού ύψους και των ορίων του όγκου ελέγχου. Σε προβλήματα τριών διαστάσεων αυτό συνεπάγεται τον καθορισμό της θέσης της ελεύθερης επιφάνειας. Σε προβλήματα δυο διαστάσεων, ο καθορισμός της θέσης αυτής συνδέεται άμεσα με τον προσδιορισμό του πάχους του υδροφορέα. Καθώς τα όρια του όγκου ελέγχου μεταβάλλονται συναρτήσει του ύψους, τα προβλήματα αυτής της μορφής εμφανίζουν έντονη μη γραμμικότητα.

Έτσι, προβλήματα βελτιστοποίησης που κατά το μαθηματικό ορισμό τους περιλαμβάνουν υδραυλικά ύψη, που έχουν προσομοιωθεί με χρήση των εξισώσεων ροής του ελεύθερου υδροφορέα, αντιμετωπίζονται ως μη γραμμικά. Ακόμα και αν τα ύψη εμφανίζονται σε γραμμικές εξισώσεις, η αντικειμενική συνάρτηση ή οι περιορισμοί που εμπεριέχουν τα ύψη αυτά μεταβάλλονται μη γραμμικά συναρτήσει της παροχής άντλησης.



Σχήμα 6.5: Άντληση με ακτινική ροή από ελεύθερο υδροφορέα (Καρτεράκης, 2005)

Η μαθηματική σχέση που συνδέει το υδραυλικό ύψος h σε ένα σημείο με την παροχή άντλησης Q , την απόσταση του πηγαδιού από το σημείο αυτό r , το μέγιστο υδραυλικό ύψος H και την αντίστοιχη απόσταση από το πηγάδι R είναι η εξής :

$$h^2 = H^2 + \frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} Q \quad (6.3) \quad \text{ή} \quad \text{αλλιώς} \quad h = \sqrt{H^2 + \frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} Q} \quad (6.4)$$

Η εξάρτηση του υδραυλικού ύψος από την τετραγωνική ρίζα της παροχής άντλησης είναι εμφανής.

Η εξίσωση αυτή ονομάζεται Dupuit – Forchheimer και αναφέρεται σε ακτινική ροή του ύδατος σε ένα πηγάδι μεγάλου βάθους διείσδυσης σε ομογενή ελεύθερο υδροφορέα.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η εξέταση και της δεύτερης παραγώγου

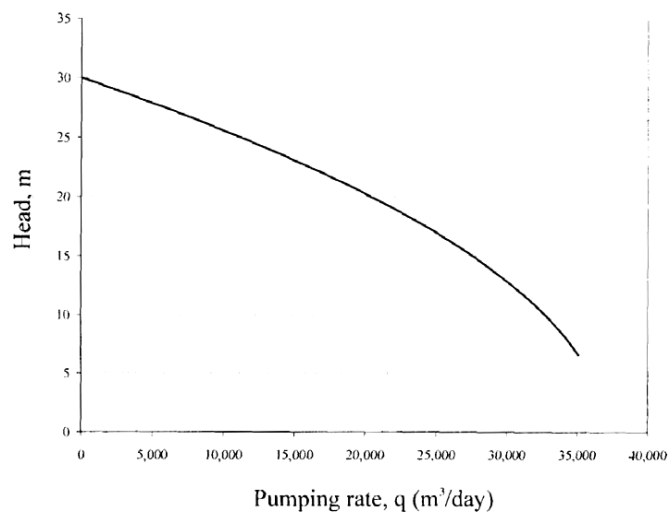
$$\frac{\partial^2 h}{\partial Q^2} = -\frac{1}{4} \left(\frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} \right)^2 \left[H^2 + \frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} Q \right]^{-\frac{3}{2}} \quad (6.5)$$

Ο όρος $\left(\frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} \right)^2$ είναι προφανώς θετικός, το ίδιο όμως και ο δεύτερος

όρος $\left[H^2 + \frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} Q \right]^{-\frac{3}{2}}$ αφού έχει μονάδες υδραυλικού ύψους.

Συνεπώς η δεύτερη παράγωγος είναι αρνητική, που σημαίνει ότι το υδραυλικό ύψος είναι κοίλη συνάρτησης της παροχής άντλησης.

Μια φυσική ερμηνεία του παραπάνω μπορεί να δοθεί δεδομένου ότι αύξηση στους ρυθμούς άντλησης προκαλεί αύξηση στην κλίση της καμπύλης της πτώσης στάθμης και ταυτόχρονα μείωση στη διατομή της κορεσμένης επιφάνειας μέσα από την οποία πραγματοποιείται η ροή.



Σχήμα 6.6: Πειραματικά δεδομένα από τη μεταβολή του υδραυλικού ύψους συναρτήσει της παροχής (Ahlfeld και Mulligan, 2000)

6.3 Επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων

Η μέθοδος Simplex, η δομή και η λειτουργία της οποίας αναλύονται διεξοδικά παρακάτω, είναι η ευρύτερα διαδεδομένη μέθοδος για την αντιμετώπιση γραμμικών προβλημάτων, παρά την ύπαρξη πλήθους εναλλακτικών αλγορίθμων, η οποία μπορεί να λύσει πρακτικά κάθε πρόβλημα.

Αντίθετα, για τα μη γραμμικά προβλήματα δεν έχει αναπτυχθεί κάποια ιδιαίτερα ευρεία μέθοδος που να εφαρμόζεται σε κάθε περίπτωση. Από το πλήθος των αλγορίθμων που έχουν αναπτυχθεί, υπάρχει σαφής διακριτότητα ως προς το είδος και τη μορφή των προβλημάτων, που καθένας μπορεί να επιλύσει ικανοποιητικά. Η επιλογή του κατάλληλου αλγορίθμου πρέπει να γίνεται αφού μελετηθεί σε βάθος η λύση του εκάστοτε προβλήματος. Η έρευνα για την ανάπτυξη νέων μεθόδων αλλά και για την βελτίωση των υπαρχόντων βρίσκεται σε πλήρη εξέλιξη. Σ' αυτή την ενότητα παρουσιάζονται κάποιοι βασικοί αλγόριθμοι για την επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων. Οι κυριότερες τεχνικές είναι :

1. Μέθοδοι διαδοχικής γραμμικοποίησης.
2. Μέθοδοι που χρησιμοποιούν την κλίση της συνάρτησης.
3. Μέθοδοι που δεν χρησιμοποιούν την κλίση της συνάρτησης.

6.3.1 Μέθοδοι διαδοχικής γραμμικοποίησης

Η προσέγγιση της διαδοχικής γραμμικοποίησης εφαρμόζεται για τη λύση προβλημάτων στα οποία το υδραυλικό ύψος προσομοιώνεται με εξισώσεις του ελεύθερου υδροφορέα, αλλά όλες οι άλλες παράμετροι που επηρεάζονται στη μαθηματική επίλυση είναι γραμμικές. Υπό αυτές τις συνθήκες ο χρησιμοποιούμενος αλγόριθμος εκμεταλλεύεται τη μικρή μη γραμμικότητα του υδραυλικού ύψους συναρτήσει της παροχής άντλησης και λύνει το πρόβλημα εφαρμόζοντας διαδοχικά γραμμικές μεθόδους.

Η επίλυση προβλημάτων διαχείρισης υπογείων υδάτων με χρήση της γενικής μεθόδου Simplex βασίζεται στη γραμμική συμπεριφορά του υδραυλικού ύψους σε σχέση με την παροχή. Αυτό προϋποθέτει η παράγωγος του ύψους ως προς την παροχή να είναι σταθερός όρος. Παρακάτω εξετάζεται η εξίσωση Dupuit – Forcheimer, που αναλύθηκε και προηγουμένως και η οποία αναφέρεται σε ελεύθερο υδροφορέα.

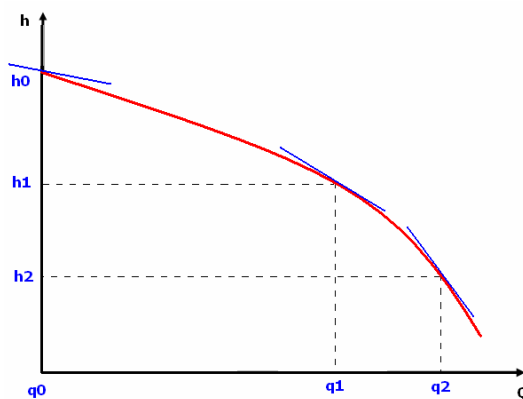
Αν υπολογιστεί η παράγωγος της $h = \sqrt{H^2 + \frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} Q}$ συναρτήσει του Q προκύπτει:

$$\frac{\partial h}{\partial Q} = \frac{1}{2} \left(\frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} \right) \left[H^2 + \frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} Q \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (6.6)$$

Η μελέτη της παραπάνω σχέσης δείχνει πως όταν $H^2 \gg \left| \frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} Q \right|$ τότε η

παράγωγος παραμένει σχεδόν σταθερή. Από φυσική άποψη αυτό σημαίνει ότι, αν ο

λογαριθμικός όρος $\frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} Q = h^2 - H^2$ (ο οποίος σχετίζεται σαν τάξη μεγέθους με την άντληση) είναι πολύ μικρότερος από το πάχος του υδροφορέα H , υπό ήπιες συνθήκες άντλησης, τότε η κλίση είναι πρακτικά σταθερή και το υδραυλικό ύψος εμφανίζει γραμμική συμπεριφορά. Αυτό γίνεται αντιληπτό εποπτικά και από το προηγούμενο διάγραμμα 4.7, όπου για χαμηλές παροχές άντλησης η κλίση της καμπύλης $h=f(q)$ είναι σχεδόν σταθερή.

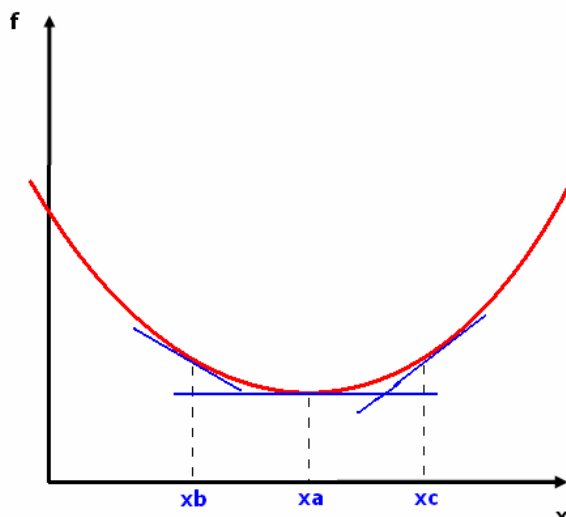


Σχήμα 6.7: Η προσέγγιση της καμπύλης υδραυλικού ύψους – παροχής άντλησης από τον αλγόριθμο της διαδοχικής γραμμικοποίησης (Ahlfeld και Mulligan, 2000) .

Σε γενικές γραμμές, σε κάθε γραμμικό πρόβλημα θεωρείται γνωστό το πάχος του υδροφορέα και τα όρια του όγκου ελέγχου και κατασκευάζεται ένας πίνακας απόκρισης (response matrix) στον οποίο ουσιαστικά βασίζεται η επίλυση του συστήματος. Σε κάθε επανάληψη ο υδροφορέας αντιμετωπίζεται σαν περιορισμένος. Με δεδομένες παροχές άντλησης και λαμβάνοντας υπ' όψη τους περιορισμούς, προκύπτουν τα υδραυλικά ύψη, τα οποία στη συνέχεια επανεισάγονται στο πρόβλημα για να προκύψουν τα νέα όρια του όγκου ελέγχου και να κατασκευαστεί ο νέος πίνακας απόκρισης. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται ως την τελική σύγκλιση. Στο Σχήμα 6.7 φαίνεται πως λειτουργεί ο διαδοχικά εφαρμοζόμενος αλγόριθμος γραμμικής επίλυσης, θεωρώντας συγκεκριμένα όρια του όγκου ελέγχου σε κάθε επανάληψη. Σε καθένα από τα τρία σημεία που απεικονίζονται (0,1,2) υπολογίζεται η παράγωγος του υδραυλικού ύψους με την παροχή άντλησης. Με την εύρεση διαφορετικών κλίσεων ουσιαστικά προσεγγίζεται η καμπύλη.

6.3.2 Μέθοδοι που χρησιμοποιούν την κλίση

Η παράγωγος μιας συνάρτησης μπορεί να δώσει σημαντικές πληροφορίες για τη θέση του ελαχίστου. Για παράδειγμα, η συνάρτηση του ακόλουθου διαγράμματος στο Σχήμα 6.8 έχει ελάχιστο στο σημείο x_a . Η παράγωγος στο σημείο αυτό είναι μηδέν. Αντίθετα στο σημείο x_b η παράγωγος είναι μη μηδενική, που σημαίνει ότι δεν πρόκειται για ελάχιστο. Επιπλέον, το αρνητικό πρόσημο της κλίσης είναι ένδειξη ότι το ελάχιστο θα βρίσκεται κάπου προς τα δεξιά του σημείου x_b (δηλαδή προς την κατεύθυνση που η συνάρτηση μειώνεται). Ομοίως η μη μηδενική, θετική τιμή της κλίσης στο σημείο x_c δείχνει αφενός ότι το σημείο δεν είναι το ελάχιστο και αφετέρου ότι το ελάχιστο θα πρέπει να αναζητηθεί στην περιοχή αριστερά του x_c . Αυτές οι γενικές έννοιες συνθέτουν τη μεθοδολογία με βάση την οποία λειτουργούν οι μη γραμμικοί αλγόριθμοι αυτού του τύπου.



Σχήμα 6.8: Η γνώση της παραγώγου της συνάρτησης σε διάφορα σημεία μπορεί να καθοδηγήσει την έρευνα για την εύρεση του ακροτάτου (Ahlfeld και Mulligan, 2000)

Τα προβλήματα που επιλύονται με τον τρόπο αυτό διακρίνονται σε τρεις βασικές κατηγορίες.

1. Προβλήματα χωρίς περιορισμούς. Ζητούμενο είναι η ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία όμως δεν υπόκειται σε περιορισμούς.
2. Μη γραμμικά προβλήματα με γραμμικούς περιορισμούς, όπου η αντικειμενική συνάρτηση είναι μη γραμμική αλλά οι περιορισμοί γραμμικοί.
3. Προβλήματα με μη γραμμικούς περιορισμούς, όπου η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να είναι γραμμική ή μη και οι περιορισμοί μη γραμμικοί.

6.3.3 Μέθοδοι που δεν χρησιμοποιούν την κλίση

Αρκετοί αλγόριθμοι έχουν αναπτυχθεί στην προσπάθεια αντιμετώπισης των δυσκολιών που προκύπτουν κατά την επίλυση μη κυρτών προβλημάτων. Συχνά χαρακτηρίζονται ως μέθοδοι ολικής βελτιστοποίησης, καθώς έχουν τη δυνατότητα να αποφεύγουν αποτελεσματικά τα τοπικά ακρότατα, χωρίς ωστόσο να υπάρχουν απόλυτες αποδείξεις ότι τελικά εντοπίζουν τα ολικά ακρότατα.

Επιπλέον, πρόκειται για αλγορίθμους που απαιτούν αρκετά υψηλή υπολογιστική ισχύ και εφαρμόζονται καλύτερα σε προβλήματα μικρής έκτασης. Στόχος της έρευνας στον τομέα αυτό είναι πλέον ο συνδυασμός τεχνικών αναζήτησης ώστε να μειωθεί ο υπολογιστικός χρόνος και ταυτόχρονα να γίνει η καλύτερη δυνατή εκμετάλλευση των πλεονεκτημάτων τους. Οι μέθοδοι που βασίζονται σε φυσικά ανάλογα (όπως η Προσομοιωμένη Ανόπτηση – Simulated Annealing και οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι – Evolutionary Algorithms) δεν απαιτούν συνέχεια σε καμία από τις εμπλεκόμενες με το πρόβλημα συναρτήσεις. Ωστόσο, βρίσκουν συνήθως εφαρμογή σε περιπτώσεις βελτιστοποίησης όπου οι κλασσικές μέθοδοι αποτυγχάνουν, όπως σε ασυνεχείς, θορυβώδεις και άλλες πολύπλοκες συναρτήσεις.

6.4 Προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού

6.4.1 Μαθηματικοί ορισμοί του γραμμικού προγραμματισμού

Σε μαθηματικούς όρους, ο γραμμικός προγραμματισμός είναι ένα μαθηματικό μοντέλο στο οποίο επιχειρείται η βελτιστοποίηση (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση) μιας ή περισσότερων γραμμικών συναρτήσεων (κριτήρια βελτιστοποίησης) αγνώστων πραγματικών μεταβλητών, των οποίων το πεδίο τιμών οριοθετείται έμμεσα από γραμμικούς περιορισμούς των μεταβλητών αυτών. Οι άγνωστες μεταβλητές προσδιορίζουν το αντικείμενο απόφασης του προβλήματος και ονομάζονται για το σκοπό αυτό μεταβλητές απόφασης (decision variables).

Αναλυτικά, σε ένα μονοκριτήριο γραμμικό πρόβλημα ζητείται να προσδιοριστούν οι τιμές των μεταβλητών ($x_1, x_2, \dots, x_l$) που βελτιστοποιούν (μεγιστοποιούν ή ελαχιστοποιούν) τη γραμμική αντικειμενική συνάρτηση:

$$g(x) = z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_lx_l \quad (6.7)$$

υπό τους γραμμικούς περιορισμούς:

6.4.3 Συνθήκες εφαρμογής και τυπολογία μοντέλων γραμμικού προγραμματισμού

Για να είναι εφικτή η προσέγγιση ενός προβλήματος απόφασης μέσω ενός κλασσικού μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού πρέπει να ισχύουν οι τέσσερις παρακάτω προϋποθέσεις :

1) **Γραμμικότητα**: Το αποτέλεσμα, είτε αυτό είναι όρος περιορισμού $a_{ij} x_j$ είτε όρος αντικειμενικής συνάρτησης $c_j x_j$, είναι γραμμική συνάρτηση του αιτίου x_j που το προκαλεί. Στην αντίθετη περίπτωση, για παράδειγμα όταν ισχύει $c_j x_j^2$, το μοντέλο εμπίπτει στο χώρο του μη γραμμικού προγραμματισμού.

2) **Διαιρετότητα**: οι μεταβλητές απόφασης x_j είναι άπειρα διαιρετές (π.χ. εκφράζονται σε μονάδες μήκους, βάρους κ.λπ.). Σε περίπτωση που οι μεταβλητές δεσμεύονται να πάρουν όλες ακέραιες τιμές (π.χ. δηλώνουν δηλαδή αριθμό εργατών, αποδοχή ή μη αποδοχή μιας πρότασης κ.λπ.), το πρόβλημα εμπίπτει στην κατηγορία του ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού. Όταν δεν δεσμεύονται όλες οι μεταβλητές να πάρουν ακέραιες τιμές, αλλά μόνο μερικές από αυτές, το πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία του μικτού γραμμικού προγραμματισμού.

3) **Βεβαιότητα**: Τα δεδομένα του προβλήματος, τα αριθμητικά στοιχεία δηλαδή των μητρώων A , b , c , είναι γνωστά με απόλυτη βεβαιότητα. Όταν ορισμένα από αυτά δεν είναι γνωστά με βεβαιότητα, αλλά ακολουθούν γνωστούς στατιστικούς νόμους, ο προγραμματισμός (γραμμικός, ακέραιος, μη γραμμικός) λέγεται στοχαστικός (stochastic programming).

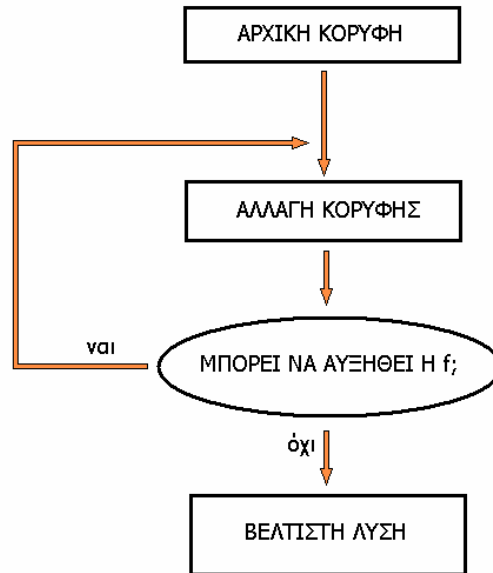
4) **Μονοδιάσταση**: Η περίπτωση αυτή αφορά το πλήθος των αντικειμενικών συναρτήσεων που μοντελοποιούν τους στόχους του προβλήματος απόφασης. Στον κλασσικό γραμμικό προγραμματισμό η αντικειμενική συνάρτηση πρέπει να είναι μια και μοναδική (μονοδιάστατος ή μονοκριτηριακός γραμμικός προγραμματισμός). Σε αντίθετη περίπτωση, το πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία του πολυκριτηριακού γραμμικού προγραμματισμού (multicriteria ή multiobjective linear programming).

6.5 Η μέθοδος Simplex

Η μέθοδος Simplex αποτελεί μέχρι σήμερα το σημαντικότερο επιστημονικό εργαλείο του γραμμικού προγραμματισμού και της επιχειρησιακής έρευνας γενικότερα. Πρόκειται για μια ταχεία και αποτελεσματική μέθοδο προσδιορισμού της βέλτιστης λύσης ενός γραμμικού προβλήματος. Ανακαλύφθηκε το 1947 από τον Αμερικανό George Dantzig. Η φιλοσοφία της μεθόδου είναι σχετικά απλή: πρόκειται για μία 'περιήγηση' στις κορυφές του υπερπολυέδρου A των λύσεων του γραμμικού προβλήματος βελτιώνοντας σε κάθε βήμα (από κορυφή σε κορυφή) την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης z . Επειδή το υπερπολυέδρο A είναι ένα κυρτό σύνολο, αυτή η περιήγηση θα σταματήσει σε μια κορυφή πέραν της οποίας δεν υπάρχει άλλη βελτίωση, δηλαδή σε μια βέλτιστη λύση.

Στο Σχήμα 6.10 που ακολουθεί παρουσιάζεται γραφικά η φιλοσοφία της μεθόδου. Κάθε κορυφή καθώς και αλλαγή κορυφής του υπερπολυέδρου A υπολογίζεται

αλγεβρικά, πράγμα που απαλλάσσει τον αναλυτή από τους περιορισμούς της γραφικής μεθόδου. Κάθε αλλαγή κορυφής καθοδηγείται από δυο κριτήρια, ώστε από τη μια πλευρά να βελτιώνεται η τιμή της z και από την άλλη να επιβεβαιώνεται η κατάληξη σε νέα κορυφή.



Σχήμα 6.10: Η αρχή λειτουργίας της μεθόδου Simplex (Καρτεράκης, 2005)

Είναι όμως δυνατό, ο αλγόριθμος αυτός να μην οδηγήσει σε βέλτιστη λύση αλλά σε μια ειδική περίπτωση. Κάτι τέτοιο όμως προσδιορίζεται πάλι με αλγεβρικό τύπο.

6.5.1 Μετατροπή του γραμμικού προβλήματος στην πρότυπη μορφή

Η μέθοδος Simplex απαιτεί σε πρώτη φάση το μετασχηματισμό όλων των ανισοεξισώσεων του γραμμικού προβλήματος σε ισότητες, ώστε να πάρει την πρότυπη μορφή:

$$\begin{aligned} [\max] z &= c'x \\ \text{υ. π. } Ax &= b, \quad x \geq 0 \end{aligned} \quad (6.11)$$

Για το σκοπό αυτό εισάγεται για κάθε ανισοεξίσωση μια θετική μεταβλητή απόκλισης (slack variable), προστιθέμενη όταν ο περιορισμός είναι του τύπου $\leq$ ή αφαιρούμενη όταν ο περιορισμός είναι του τύπου $\geq$. Οι νέες αυτές μεταβλητές έχουν μηδενικό συντελεστή στην αντικειμενική συνάρτηση. Οι μεταβλητές απόκλισης των περιορισμών $1, 2, \dots, m$ συμβολίζονται αντίστοιχα με $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$, όπου υπάρχουν.

Το νέο γραμμικό πρόβλημα είναι ισοδύναμο με το αρχικό, από την άποψη ότι υπάρχει μονοσήμαντη αντιστοιχία μεταξύ των λύσεων των δύο επιμέρους γραμμικών προβλημάτων.

6.5.2 Θεωρητικό υπόβαθρο

Ακολουθούν κάποιοι γενικοί ορισμοί καθώς και το θεωρητικό υπόβαθρο που διέπει η μέθοδο Simplex.

Ορισμός 1: Λύση $x \in \mathbb{R}^I$ ονομάζεται κάθε διάνυσμα που επαληθεύει τη σχέση του γραμμικού προγραμματισμού.

Ορισμός 2: Δυνατή λύση λέγεται κάθε λύση που ικανοποιεί τις σχέσεις του γραμμικού προγραμματισμού.

Ορισμός 3: Βάση λέγεται μια τετραγωνική μήτρα B , που προκύπτει από τη μήτρα A , και αποτελείται από γραμμικά ανεξάρτητα διανύσματα της A . Οι μεταβλητές που στοιχειοθετούν τη βάση λέγονται βασικές μεταβλητές, ενώ οι υπόλοιπες μη βασικές.

Ορισμός 4: Βασική δυνατή λύση ενός συστήματος γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων ως προς μια βάση B , λέγεται μια δυνατή λύση η οποία έχει το πολύ όλες τις βασικές μεταβλητές (ως προς B) θετικές και όλες ανεξάρτητα τις μη βασικές μηδέν. Εάν έχει και ορισμένες από τις βασικές μεταβλητές μηδέν, η λύση λέγεται εκφυλισμένη βασική δυνατή λύση.

Το σύνολο των επόμενων θεωρημάτων επιτρέπει τη συστηματική διερεύνηση των κορυφών του υπερπολυέδρου των δυνατών λύσεων ενός γραμμικού προβλήματος με αλγεβρικό τρόπο και την κατεύθυνση προς τη βέλτιστη λύση.

Θεώρημα 1: Ο αριθμός των βασικών δυνατών λύσεων ενός γραμμικού προβλήματος είναι πεπερασμένος.

Θεώρημα 2: Το σύνολο των δυνατών λύσεων είναι κυρτό (υπερπολύεδρο).

Θεώρημα 3: Κάθε βασική δυνατή λύση του γραμμικού προβλήματος είναι μια κορυφή του υπερπολυέδρου και αντίστροφα.

Θεώρημα 4: Εάν υπάρχει μια δυνατή λύση τότε υπάρχει και μια βασική δυνατή λύση.

Θεώρημα 5: Εάν υπάρχει μια βέλτιστη δυνατή λύση, τότε η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει τη βέλτιστη τιμή της σε ένα τουλάχιστον ακραίο σημείο του κυρτού συνόλου των δυνατών λύσεων (κορυφή ή ακμή ή πλευρά του υπερπολυέδρου), δηλαδή σε μια βασική δυνατή λύση.

Από τα παραπάνω συνεπάγεται ότι η μετάβαση από μια αρχική λύση προς τη ζητούμενη βέλτιστη λύση, δηλαδή προς την αντίστοιχη κορυφή του υπερπολυέδρου, απαιτεί την κατάλληλη ‘περιήγηση’ πάνω στις κορυφές του, με κίνηση από τη βασική δυνατή λύση (δηλαδή κορυφή) στην άλλη αλλάζοντας βάση και βελτιώνοντας σε κάθε βήμα την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης z . Αυτή η προοδευτική βελτίωση προς z θα οδηγήσει με βεβαιότητα στη βέλτιστη λύση (εφόσον αυτή υπάρχει) διότι το σύνολο A είναι πεπερασμένο (Ahlfeld και Mulligan, 2000).

Κεφάλαιο 7 – Μοντέλο βελτιστοποίησης GWM

7.1 Εισαγωγή

Το μοντέλο GWM (Ground - Water Management) είναι ένα πρόγραμμα διαχείρισης υπογείων υδάτων που χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με το μοντέλο MODFLOW. Το GWM χρησιμοποιεί τη μέθοδο του πίνακα απόκρισης (response matrix) προκειμένου να επιλύσει διάφορους τύπους γραμμικών, μη γραμμικών και μικτών δυαδικών γραμμικών μορφών προβλημάτων διαχείρισης των υπογείων υδάτων. Κάθε διατύπωση προβλήματος αποτελείται από ένα σύνολο από μεταβλητές απόφασης, μια αντικειμενική συνάρτηση και ένα σύνολο από περιορισμούς.

7.2 Μεταβλητές απόφασης (decision variables)

Τρία είναι τα είδη των μεταβλητών απόφασης που λαμβάνονται υπόψη από το μοντέλο GWM :

7.2.1 Μεταβλητές απόφασης ρυθμού ροής (flow-rate decision variables)

Αντιπροσωπεύουν την άντληση ή τον εμπλουτισμό στα πηγάδια που βρίσκονται στην περιοχή μελέτης και βρίσκονται στα κελιά του κανάβου βάση του οποίου προσομοιώθηκε η περιοχή. Όλες οι τιμές των παροχών (Q_{w_n}) που καταχωρούνται θεωρούνται θετικές από το GWM, αφού το ίδιο το μοντέλο αποδίδει με εσωτερική διαδικασία το ανάλογο πρόσημο κατά περίπτωση άντλησης ή εμπλουτισμού όπως προσδιορίζεται από το χρήστη. Οι τιμές αυτών των μεταβλητών παραμένουν σταθερές για κάθε χρονική περίοδο που εξετάζεται. Μια μεταβλητή απόφασης ρυθμού ροής δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για άντληση και για εμπλουτισμό του ίδιου πηγαδιού. Ωστόσο σε ένα πηγάδι μπορούν να οριστούν πάνω από μια τέτοιες μεταβλητές για τις διάφορες περιόδους.

7.2.2 Εξωτερικές μεταβλητές απόφασης (Ex_m) (external decision variables)

Αντιπροσωπεύουν πηγές ή δεξαμενές νερού που βρίσκονται πέρα από τα όρια της περιοχής που προσομοιώνεται και δεν έχουν άμεση επίδραση στις μεταβλητές κατάστασης του συστήματος ροής του υπόγειου ύδατος. Οι τιμές τους είναι θετικές είτε αντιπροσωπεύουν πηγή είτε δεξαμενή νερού.

7.2.3 Δυαδικές παράμετροι (binary variables) (binary variables)

Παίρνουν την τιμή 0 ή 1 και χρησιμοποιούνται για να προσδιορίσουν το καθεστώς του ρυθμού ροής και των εξωτερικών μεταβλητών απόφασης. Μια ή περισσότερες εξωτερικές μεταβλητές απόφασης ή ρυθμού ροής, ή και συνδυασμός αυτών, μπορούν να συσχετισθούν με μια μόνο δυαδική παράμετρο. Οι παράμετροι αυτού του τύπου συμβολίζονται με I_l . Για τιμές $I_l = 0$ τουλάχιστον μια από τις μεταβλητές απόφασης είναι ανενεργή. Στην περίπτωση που $I_l = 1$, τότε οι μεταβλητές θεωρούνται ενεργές. Οι δυαδικές παράμετροι μπορούν να αποτελέσουν μια σημαντική επιβάρυνση κατά τη διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος με το μοντέλο GWM και θα πρέπει να χρησιμοποιούνται με ιδιαίτερη προσοχή όταν υπάρχουν μη γραμμικά στοιχεία στο πρόβλημα.

7.3 Αντικειμενική συνάρτηση (objective function)

Η αντικειμενική συνάρτηση που χρησιμοποιείται από το μοντέλο αναφέρεται είτε στη μεγιστοποίηση, είτε στην ελαχιστοποίηση του σταθμισμένου αθροίσματος των τριών τύπων των μεταβλητών απόφασης και έχει τη μορφή:

$$\sum_{n=1}^N \beta_n Q_{W_n} T_{Q_{W_n}} + \sum_{m=1}^M \gamma_m Ex_m T_{Ex_m} + \sum_{l=1}^L \kappa_l I_l, \quad (7.1)$$

Όπου,

β_n	=	το κόστος ή το όφελος ανά μονάδα όγκου νερού που αντλείται ή εγχύνεται σε ένα πηγάδι n
γ_m	=	το κόστος ή το όφελος ανά μονάδα όγκου νερού που εισέρχεται ή εξέρχεται στο σύστημα από εξωτερική πηγή m
κ_l	=	το κόστος ή το όφελος που σχετίζεται με τις δυαδικές μεταβλητές
$T_{Q_{W_n}}$	=	Η συνολική διάρκεια άντλησης σε ένα πηγάδι n
T_{Ex_m}	=	Η συνολική διάρκεια ροής από μια εξωτερική πηγή m
N, M, L	=	Ο συνολικός αριθμός εξωτερικών μεταβλητών απόφασης, μεταβλητών ρυθμού άντλησης και δυαδικών μεταβλητών

Οι συντελεστές β_n και γ_m στους δύο πρώτους όρους της εξίσωσης υποδηλώνουν ότι το κόστος ή το όφελος του νερού είναι γραμμικά ανάλογο του όγκου του νερού που αντλείται, εγχύνεται, εισέρχεται ή εξέρχεται. Μπορούν να θεωρηθούν ως σχετικά κόστη και οφέλη μεταξύ των διαφόρων μεταβλητών ρυθμών άντλησης και εξωτερικών μεταβλητών. Επιπλέον ο χρήστης θα πρέπει να βεβαιωθεί ότι οι μονάδες αυτών των συντελεστών είναι σύμφωνες.

Έστω ότι η αντικειμενική συνάρτηση αναφέρεται στην μεγιστοποίηση της άντλησης νερού από n πηγάδια, τότε, σε αυτές τις περιπτώσεις οι συντελεστές β_n είναι αδιάστατοι και παίρνουν την τιμή 1. Οπότε η εξίσωση γίνεται

$$\text{maximize} \sum_{n=1}^N 1.0 Q_{w_n} T_{Q_{w_n}}, \quad (7.2)$$

Και η αντικειμενική τιμή που προκύπτει είναι σε όρους όγκου νερού που συνολικά αντλείται. Εναλλακτικά, ο χρήστης πιθανόν να θεωρήσει την άντληση από ένα πηγάδι δυο φορές πιο αποδοτική σε σχέση με ένα άλλο, οπότε η εξίσωση παίρνει τη μορφή

$$\text{maximize} \quad 2.0 Q_{w_1} T_{Q_{w_1}} + 1.0 Q_{w_2} T_{Q_{w_2}} \quad (7.3)$$

7.4 Περιορισμοί (constraints)

Τέσσερα είναι τα είδη των περιορισμών που μπορούν να προσδιοριστούν κατά την μαθηματική διατύπωση του μοντέλου GWM. Αυτοί οι περιορισμοί μπορούν να διαχωριστούν σε δύο ευρύτερες κατηγορίες :

- περιορισμοί των οποίων οι συντελεστές απόκρισης δεν χρειάζεται να υπολογισθούν (περιορισμοί μεταβλητών απόφασης και περιορισμοί γραμμικού αθροίσματος)
- περιορισμοί των οποίων οι συντελεστές απόκρισης μεταξύ των μεταβλητών απόφασης και των μεταβλητών της κατάστασης ροής του υπόγειου ύδατος (ground-water flow system state variables), χρειάζεται να υπολογισθούν (περιορισμοί υδραυλικού ύψους και υδατορευμάτων)

Τα είδη των περιορισμών του μοντέλου GWM είναι:

- τα ανώτερα και κατώτερα όρια του ρυθμού ροής και των εξωτερικών μεταβλητών απόφασης
- τα γραμμικά αθροίσματα των τριών ειδών των μεταβλητών απόφασης
- περιορισμοί σχετικά με το υδραυλικό ύψος
- περιορισμοί σχετικά με τα υδατορεύματα.

7.4.1 Περιορισμοί μεταβλητών απόφασης (Decision-Variable Constraints)

Τα ανώτερα και κατώτερα όρια του ρυθμού άντλησης ή εμπλουτισμού ενός πηγαδιού καθώς και οι δυνατότητες μιας εξωτερικής πηγής ή δεξαμενής νερού, συγκαταλέγονται συνήθως στις μεταβλητές απόφασης ρυθμού άντλησης και στις εξωτερικές μεταβλητές απόφασης. Η μαθηματική έκφραση των ανώτερων και κατώτερων ορίων είναι:

$$Q_{w_n}^l \leq Q_{w_n} \leq Q_{w_n}^u \quad (7.4)$$

Και

$$Ex_m^l \leq Ex_m \leq Ex_m^u \quad (7.5)$$

όπου Qw_n^l και Qw_n^u είναι το ανώτερο και κατώτερο όρια της μεταβλητής απόφασης ρυθμού άντλησης n , και τα Ex_m^l και Ex_m^u είναι το ανώτερο και κατώτερο όριο της εξωτερικής μεταβλητής απόφασης m . Το μοντέλο GWM απαιτεί τα Qw_n^l και Qw_n^u και τα Ex_m^l και Ex_m^u να είναι μεγαλύτερα ή ίσα του μηδέν, αλλά και να ισχύει ότι $Qw_n^l \leq Qw_n^u$ και $Ex_m^l \leq Ex_m^u$.

Εάν μια μεταβλητή απόφασης ρυθμού άντλησης ή μια εξωτερική μεταβλητή δεν έχει συσχετισθεί με μια δυαδική μεταβλητή στο GWM, το κατώτερο όριο για κάθε μια μεταβλητή (Qw_n^l και Ex_m^l) πρέπει να οριστεί το μηδέν. Έτσι οι μαθηματικές εκφράσεις (7.4) και (7.5) γίνονται:

$$0 \leq Qw_n \leq Qw_n^u \quad (7.6)$$

Και

$$0 \leq Ex_m \leq Ex_m^u \quad (7.7)$$

Ο χρήστης του μοντέλου μπορεί να καθορίσει μη μηδενικά κατώτερα όρια για τις μεταβλητές απόφασης οι οποίες δεν σχετίζονται με δυαδικές μεταβλητές, χρησιμοποιώντας γραμμικά αθροίσματα περιορισμών.

7.4.2 Γραμμικό άθροισμα περιορισμών (Linear-Summation Constraints)

Οι περιορισμοί που συμπεριλαμβάνονται στο μοντέλο GWM μπορούν να υποστούν γραμμικό άθροισμα των τριών τύπων των μεταβλητών απόφασης. Αυτοί οι περιορισμοί έχουν τη γενική μορφή

$$\sum_{p=1}^P a_p GV_p \leq b_p \quad (7.8)$$

$$\sum_{p=1}^P a_p GV_p \geq b_p \quad \text{και} \quad (7.9)$$

$$\sum_{p=1}^P a_p GV_p = b_p \quad (7.10)$$

Όπου a_p και b_p είναι καθορισμένοι συντελεστές, GV_p είναι οποιαδήποτε από τις τρεις μεταβλητές απόφασης (Qw_n , Ex_m και I_l) και P είναι ο συνολικός αριθμός των όρων του αθροίσματος. Η γενικευμένη φύση αυτών των περιορισμών απαιτεί ο χρήστης να διασφαλίζει το φυσικό νόημα αυτών, ενώ δεν είναι απαραίτητο να προσδιορίζεται σε ποιες χρονικές περιόδους είναι ενεργοί, αφού αυτή η πληροφορία εμπεριέχεται στις μεταβλητές που περιέχουν.

Ως παράδειγμα των παραπάνω, έστω Qw_1 η μεταβλητή άντλησης νερού από ένα πηγάδι σε μια χρονική περίοδο 1, και Qw_2 η μεταβλητή άντλησης νερού σε μια χρονική περίοδο 2. Προϋπόθεση της άντλησης στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι

ότι ο ρυθμός άντλησης της δεύτερης περιόδου δεν θα πρέπει να μειωθεί σε ποσοστό μεγαλύτερο από το 25% της πρώτης, δηλαδή $Q_{w_2} \geq 0.75Q_{w_1}$. Ο παραπάνω περιορισμός προσδιορίζεται στο GWM ως $1.0Q_{w_2} - 0.75Q_{w_1} \geq 0$, με τις χρονικές περιόδους να σχετίζονται με αυτές των δύο μεταβλητών απόφασης.

7.4.3 Περιορισμοί υδραυλικού ύψους (Hydraulic-Head Constraints)

Το μοντέλο GWM υποστηρίζει τέσσερις τύπους περιορισμών υδραυλικού ύψους.

1) Ο πρώτος τύπος αυτού του περιορισμού είναι ένα απόλυτο κατώτερο ή ανώτερο όριο ενός υδραυλικού φορτίου σε μια συγκεκριμένη θέση και για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο:

$$h_{i,j,k,t} \geq h_{i,j,k,t}^l \quad (7.11) \quad \text{και} \quad h_{i,j,k,t} \leq h_{i,j,k,t}^u \quad (7.12)$$

όπου $h_{i,j,k,t}^l$ και $h_{i,j,k,t}^u$ είναι τα καθορισμένα ανώτερα και κατώτερα όρια του υδραυλικού ύψους στην τοποθεσία i, j, k (σχήμα 7.1 2A) στο τέλος μιας χρονικής περιόδου t . Τέτοιου είδους περιορισμοί χρησιμοποιούνται για να ελέγξουν την υπερβολική μείωση (εξ. 7.11) ή ανύψωση (εξ. 7.12) της ποτενσιομετρικής επιφάνειας.

2) Ο δεύτερος τύπος του περιορισμού του υδραυλικού ύψους είναι η πτώση στάθμης σε μια συγκεκριμένη τοποθεσία και χρονική περίοδο. Η άντληση ορίζεται ως $dd_{i,j,k,t}$ και ισούται με τη διαφορά μεταξύ της αρχικής τιμής του φορτίου στη θέση i, j, k στο τέλος της περιόδου t , $(h_{i,j,k,t})^0$, και του υδραυλικού ύψους που υπολογίζεται στη θέση αυτή στο τέλος της περιόδου t , μετά την εφαρμογή της βέλτιστης στρατηγικής διαχείρισης:

$$dd_{i,j,k,t} = (h_{i,j,k,t})^0 - h_{i,j,k,t} \quad (7.13)$$

Οι περιορισμοί άντλησης διατυπώνονται μαθηματικά ως:

$$dd_{i,j,k,t} \geq dd_{i,j,k,t}^l \quad (7.14) \quad \text{και} \quad dd_{i,j,k,t} \leq dd_{i,j,k,t}^u \quad (7.15)$$

όπου $dd_{i,j,k,t}^l$ και $dd_{i,j,k,t}^u$ είναι τα καθορισμένα ανώτερα και κατώτερα όρια άντλησης στη θέση i, j, k (σχήμα) στο τέλος μιας χρονικής περιόδου t (σχήμα 7.1 B).

3) Ο τρίτος τύπος του περιορισμού του υδραυλικού ύψους είναι το κατώτερο όριο στη διαφορά του υδραυλικού ύψους μεταξύ δύο θέσεων, της $(i, j, k)_1$ και της $(i, j, k)_2$ του μοντέλου στο τέλος μιας χρονικής περιόδου t .

$$(h_{i,j,k,t})_1 - (h_{i,j,k,t})_2 \geq (hdif_{i,j,k,t_1})_{1,2} \quad (7.16)$$

όπου $(h_{i,j,k,t})_1$ και $(h_{i,j,k,t})_2$ είναι τα υδραυλικά ύψη που έχουν υπολογιστεί για τις θέσεις $(i, j, k)_1$ και της $(i, j, k)_2$ του μοντέλου στο τέλος μιας χρονικής περιόδου t και $(hdif_{i,j,k,t})_{1,2}$ είναι το καθορισμένο κατώτερο όριο της διαφοράς των υδραυλικών υψών μεταξύ των θέσεων 1 και 2 στο τέλος της περιόδου t (σχήμα 7.1C). Οι δύο τοποθεσίες μπορούν να είναι κάθετα ή οριζόντια διαχωρισμένες και τα κελιά τους δε χρειάζεται να είναι γειτονικά. Το GWM απαιτεί το υδραυλικό ύψος της θέσης 2 να είναι χαμηλότερο από της πρώτης κατά τουλάχιστον $(hdif_{i,j,k,t})_{1,2}$.

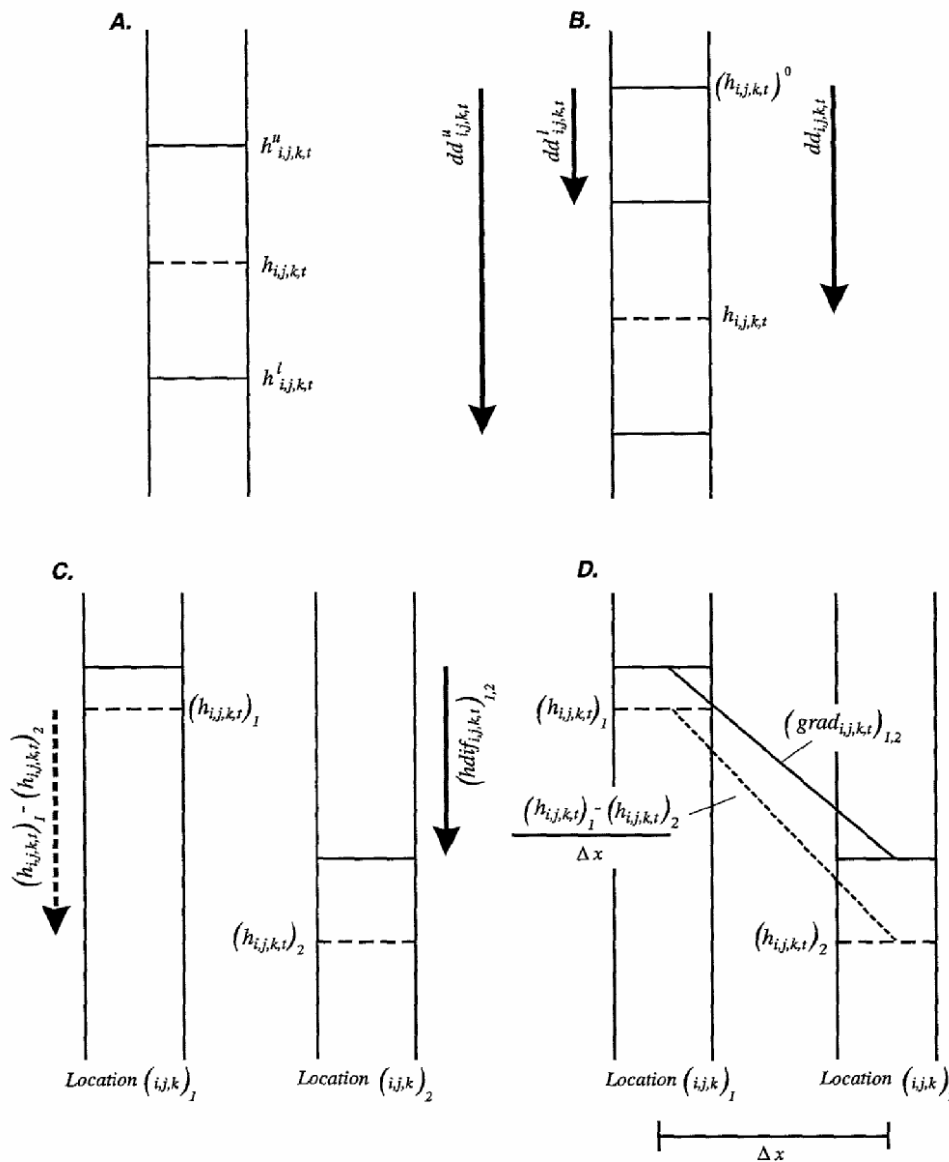
4) Ο τέταρτος τύπος περιορισμού του υδραυλικού ύψους είναι το κατώτερο όριο για την κλίση του υδραυλικού ύψους μεταξύ δύο θέσεων του μοντέλου, της $(i, j, k)_1$ και της $(i, j, k)_2$ του μοντέλου στο τέλος μιας χρονικής περιόδου t . Η κλίση μεταξύ του υδραυλικού ύψους μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\frac{(h_{i,j,k,t})_1 - (h_{i,j,k,t})_2}{\Delta x} \quad (7.17)$$

όπου $(h_{i,j,k,t})_1$ και $(h_{i,j,k,t})_2$ είναι τα υδραυλικά ύψη που έχουν υπολογιστεί για τις θέσεις $(i, j, k)_1$ και $(i, j, k)_2$ του μοντέλου και Δx είναι η απόσταση μεταξύ των δύο τοποθεσιών (σχήμα 7.1 D). Ο περιορισμός που εφαρμόζεται στο μοντέλο GWM είναι

$$\frac{(h_{i,j,k,t})_1 - (h_{i,j,k,t})_2}{\Delta x} \geq (grad_{i,j,k})_{1,2} \quad (7.18)$$

Ο χρήστης πρέπει να προσδιορίσει τις δύο θέσεις στο μοντέλο, με το υδραυλικό ύψος της δεύτερης να είναι χαμηλότερο από της πρώτης, την απόσταση μεταξύ τους, που υπολογίζεται από το κέντρο κάθε κελιού και να ορίσει το χαμηλότερο όριο της κλίσης $(grad_{i,j,k})_{1,2}$.



Σχήμα 7.1 Τύπο περιορισμών υδραυλικού ύψους με βάση το μοντέλο GWM
 Α) Ένα κατώτερο ($h_{i,j,k,t}^l$) ή ανώτερο ($h_{i,j,k,t}^u$) όριο του υδραυλικού ύψους ($h_{i,j,k,t}$) στη θέση i, j, k στο τέλος μιας χρονικής περιόδου t . Β) Κατώτερα $dd_{i,j,k,t}^l$ και ανώτερα $dd_{i,j,k,t}^u$ όρια άντλησης στη θέση i, j, k στο τέλος μιας χρονικής περιόδου t . Γ) $(h_{i,j,k,t})_1$ και $(h_{i,j,k,t})_2$ είναι τα υδραυλικά ύψη που έχουν υπολογιστεί για τις θέσεις $(i, j, k)_1$ και της $(i, j, k)_2$ του μοντέλου στο τέλος μιας χρονικής περιόδου t και $(hdif_{i,j,k,t})_{1,2}$ είναι το καθορισμένο κατώτερο όριο της διαφοράς των υδραυλικών υψών μεταξύ των θέσεων 1 και 2 στο τέλος της περιόδου t . Δ) $(h_{i,j,k,t})_1$ και $(h_{i,j,k,t})_2$ είναι τα υδραυλικά ύψη που έχουν υπολογιστεί για τις θέσεις $(i, j, k)_1$ και $(i, j, k)_2$ του μοντέλου και Δx είναι η απόσταση μεταξύ των δύο τοποθεσιών (GWM, 2006) .

7.5 Πλήρης μορφή προβλήματος διαχείρισης υπογείων υδάτων

Συνδυάζοντας όλες τις αντικειμενικές και περιοριστικές συναρτήσεις που περιγράφηκαν παραπάνω, η πλήρης μορφή και επίλυση του προβλήματος της διαχείρισης των υπογείων υδάτων με χρήση του μοντέλου GWM είναι η ακόλουθη:

Maximize or minimize

$$\sum_{n=1}^N \beta_n Q_{w_n} T_{Q_{w_n}} + \sum_{m=1}^M \gamma_m Ex_m T_{Ex_m} + \sum_{l=1}^L \kappa_l I_l \quad (7.19)$$

$$0 \leq Q_{w_n} \leq Q_{w_n}^u \quad (7.20)$$

$$0 \leq Ex_m \leq Ex_m^u \quad (7.21)$$

$$\sum_{p=1}^P a_p GV_p \leq b_p \quad (7.22)$$

$$\sum_{p=1}^P a_p GV_p \geq b_p \quad (7.23)$$

$$\sum_{p=1}^P a_p GV_p = b_p \quad (7.24)$$

$$h_{i,j,k,t} \geq h_{i,j,k,t}^l \quad (7.25)$$

$$h_{i,j,k,t} \leq h_{i,j,k,t}^u \quad (7.26)$$

$$dd_{i,j,k,t} \geq dd_{i,j,k,t}^l \quad (7.27)$$

$$dd_{i,j,k,t} \leq dd_{i,j,k,t}^u \quad (7.28)$$

$$(h_{i,j,k,t})_1 - (h_{i,j,k,t})_2 \geq (hdif_{i,j,k,t_1})_{1,2} \quad (7.29)$$

$$\frac{(h_{i,j,k,t})_1 - (h_{i,j,k,t})_2}{\Delta x} \geq (grad_{i,j,k})_{1,2} \quad (7.30)$$

7.5.1 Επίλυση των προβλημάτων διαχείρισης των υπογείων υδάτων με χρήση GWM

Μια πλήρης μαθηματική έκφραση του προβλήματος διαχείρισης των υπογείων υδάτων όπως ορίζεται από τις παραπάνω εξισώσεις περιλαμβάνει πτυχές γραμμικού, μη γραμμικού και δυαδικού προγραμματισμού. Ένα γραμμικό πρόγραμμα είναι μια διατύπωση βελτιστοποίησης στην οποία η αντικειμενική συνάρτηση και όλοι οι περιορισμοί είναι γραμμικές συναρτήσεις των μεταβλητών απόφασης. Αντίστοιχα σε ένα μη γραμμικό πρόβλημα η αντικειμενική συνάρτηση και ένας ή περισσότεροι περιορισμοί είναι μη γραμμικές συναρτήσεις των μεταβλητών απόφασης ενώ σε ένα δυαδικό πρόβλημα περιέχονται δυαδικές μεταβλητές απόφασης. Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης που συνδυάζει στοιχεία γραμμικού προγραμματισμού και δυαδικές μεταβλητές καλείται πρόβλημα μικτού δυαδικού προγραμματισμού. Ένα συγκεκριμένο πρόβλημα διαχείρισης όμως περιλαμβάνει στοιχεία από έναν ή περισσότερους από τους παραπάνω τύπους προγραμματισμού, οι οποίοι όμως μπορούν να επιλυθούν από το μοντέλο GWM. Η ύπαρξη δυαδικών μεταβλητών

μπορεί ωστόσο να δυσκολέψει τη διαδικασία επίλυσης και μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένα αποτελέσματα.

Το πακέτο επίλυσης με βάση τον πίνακα απόκρισης (RMS-Response Matrix Solution) του GWM χρησιμοποιεί το MODFLOW προκειμένου να υπολογίσει τη διαφορά της στάθμης σε κάθε σημείο που αντιστοιχεί σε περιορισμό και προκύπτει από τη διαταραχή μίας παροχής άντλησης.

Αυτές οι αλλαγές χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των συντελεστών απόκρισης. Για γραμμικά προβλήματα διαχείρισης, ο πίνακας με τους συντελεστές απόκρισης που θα προκύψει, συνδυάζεται και με άλλα στοιχεία γραμμικών προβλημάτων, προκειμένου να διαμορφωθεί ένα πλήρες γραμμικό πρόβλημα. Έτσι το πρόβλημα επιλύεται με τον αλγόριθμο simplex που συμπεριλαμβάνεται στο πακέτο επίλυσης RMS. Τα μη γραμμικά προβλήματα προκύπτουν για προσομοιωμένες συνθήκες που περιλαμβάνουν ελεύθερους υδροφορείς ή περιορισμούς σχετικά με το υδραυλικό ύψος (όπως η εξατμισοδιαπνοή, η ξηρασία κ.α.). Τα μη γραμμικά προβλήματα επιλύονται αφού υποστούν διαδοχική γραμμικοποίηση, διαδικασία δηλαδή που περιλαμβάνει επαναλαμβανόμενες γραμμικοποιήσεις των μη γραμμικών χαρακτηριστικών του προβλήματος. Σε αυτή την περίπτωση, οι συντελεστές απόκρισης υπολογίζονται για κάθε επανάληψη της διαδικασίας επίλυσης.

7.6 Γραμμικός προγραμματισμός

Εάν το πρόβλημα της διαχείρισης του υπόγειου νερού είναι γραμμικό, τότε υπάρχει μια αποτελεσματική, αξιόπιστη και ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδος επίλυσης των γραμμικών προβλημάτων βελτιστοποίησης και είναι η μέθοδος simplex. Η χρήση αυτού του αλγορίθμου απαιτεί το πρόβλημα να είναι σε μορφή γραμμικού προγραμματισμού. Αυτό συνεπάγεται ότι καταρχάς οι μεταβλητές κατάστασης του συστήματος του υπόγειου νερού (δηλαδή τα υδραυλικά ύψη και τα υδατορεύματα) θα πρέπει να ανταποκρίνονται γραμμικά στις αλλαγές που επιβάλλονται στις μεταβλητές απόφασης του ρυθμού άντλησης, δηλαδή σε κάθε Q_{w_n} και ότι επιπλέον δεν θα πρέπει να υπάρχουν δυαδικές μεταβλητές. Προκειμένου να ικανοποιηθούν οι πρώτες απαιτήσεις, θα πρέπει στο σύστημα άντλησης της υπόγειας ροής όλες οι πλευρικές συνθήκες να είναι γραμμικές. Ως εκ τούτου, αν και ενδέχεται να υπάρχουν περιπτώσεις κατά τις οποίες τα ποσοστά διαρροής μεταξύ ενός συστήματος υπογείων υδάτων και των παρακείμενων υδατορεμάτων να είναι γραμμικές συναρτήσεις του υδραυλικού ύψους του υπόγειου νερού και των επιβαλλόμενων ρυθμών άντλησης, οι περιορισμοί σχετικά με τα υδατορέματα συγκαταλέγονται στον μη γραμμικό προγραμματισμό.

Η έλλειψη δυαδικών μεταβλητών μετατρέπει την αντικειμενική συνάρτηση στην μορφή

$$\sum_{n=1}^N \beta_n Q_{w_n} T_{Q_{w_n}} + \sum_{m=1}^M \gamma_m E x_m T_{E x_m} \quad (7.31)$$

Ενώ υπόκειται στους περιορισμούς που έχουν αναφερθεί παραπάνω στις εξισώσεις 7.20-7.30.

Το τελευταίο βήμα για τη μετατροπή του προβλήματος διαχείρισης του υπόγειου νερού σε μορφή η οποία θα μπορεί να επιλυθεί με τη μέθοδο simplex, είναι η δημιουργία συναρτησιακών σχέσεων μεταξύ των πιέσεων που ασκούνται σε ένα πηγάδι και των επακόλουθων αλλαγών στο υδραυλικό ύψος. Οι συναρτησιακές αυτές σχέσεις είναι απαραίτητες για την επαναδιατύπωση των περιορισμών υδραυλικού ύψους (εξ. 7.25-7.30) με όρους μεταβλητών απόφασης ρυθμού ροής και περιγράφονται από τη σχέση $h_{i,j,k,t} = h_{i,j,k,t}(Q_w)$, όπου (Q_w) είναι ένα διάνυσμα με τα στοιχεία του ρυθμού άντλησης ή εμπλουτισμού σε όλες τις θέσεις των πηγαδιών κατά τις εξεταζόμενες χρονικές περιόδους. Αυτή η μετατροπή απαιτεί τη χρήση μιας πρώτης σειράς Taylor για να καθορίσει το υδραυλικό ύψος σε κάθε θέση περιορισμού (constraint location) και χρονική περίοδο σαν συνάρτηση νέων πιέσεων άντλησης ή έγχυσης:

$$h_{i,j,k,t}(Q_w) = h_{i,j,k,t}^0(Q_w^0) + \sum_{n=1}^N \frac{\partial h_{i,j,k,t}}{\partial Q_{w_n}}(Q_w^0)(Q_{w_n} - Q_{w_n}^0) \quad (7.32)$$

Όπου

$h_{i,j,k,t}(Q_w)$	είναι	το υδραυλικό ύψος στη θέση περιορισμού i,j,k και για χρονική περίοδο t για ένα νέο διάνυσμα ρυθμών Q_w άντλησης και εμπλουτισμού
$h_{i,j,k,t}^0(Q_w^0)$	είναι	το υδραυλικό ύψος στη θέση περιορισμού i,j,k και για χρονική περίοδο t για ένα αρχικό διάνυσμα ρυθμών Q_w άντλησης και εμπλουτισμού
$\sum_{n=1}^N \frac{\partial h_{i,j,k,t}}{\partial Q_{w_n}}(Q_w^0)$	είναι	η μεταβολή του υδραυλικού ύψους στη θέση i,j,k και για χρονική περίοδο t λόγω αλλαγής στον ρυθμό της άντλησης ή του εμπλουτισμού, υπολογισμένη στο αρχικό διάνυσμα των ρυθμών άντλησης (Q_w^0)
N	είναι	ο συνολικός αριθμός μεταβλητών απόφασης ρυθμού άντλησης

Στην εξίσωση (7.32) επισημαίνεται ότι το υδραυλικό ύψος σε κάθε θέση περιορισμού ισούται με το ύψος για την αρχική κατάσταση άντλησης (Q_w^0) μαζί με το άθροισμα των αλλαγών του υδραυλικού ύψους που προκύπτουν από τις αλλαγές της άντλησης στα πηγάδια. Το γραμμικό άθροισμα που ορίζεται από το δεξί τμήμα της εξίσωσης αντανάκλα τη θεωρούμενη γραμμικότητα του συστήματος άντλησης του υπόγειου νερού και την συνακόλουθη γραμμική απόκριση των υψών στις μεταβολές των ρυθμών άντλησης και εμπλουτισμού. Τα διαφορικά παράγωγα στην εξίσωση 7.32 $\left(\frac{\partial h_{i,j,k,t}}{\partial Q_{w_n}} \right)$, τα οποία καλούνται συντελεστές απόκρισης, παρέχουν πληροφορίες για την απόκριση των υδραυλικών υψών του υπόγειου νερού υπό την επίδραση πιέσεων.

7.7 Υπολογισμός των συντελεστών απόκρισης

Τα διαφορικά παράγωγα τα οποία ορίζουν τους συντελεστές απόκρισης δεν υπολογίζονται απευθείας αντ' αυτού προσεγγίζονται από μία πρώτου βαθμού, πεπερασμένης διαφοράς μέθοδο διαταραχής (first-order, finite-difference perturbation method). Η παράγωγος του ύψους σε σχέση με κάθε μεταβλητή απόφασης ρυθμού άντλησης, προσεγγίζεται από τη σχέση

$$\frac{\partial h_{i,j,k,t}}{\partial Q_{w_n}} = \frac{\Delta h_{i,j,k,t}}{\Delta Q_{w_n}} = \frac{h_{i,j,k,t}(Q_{w_{\Delta n}}) - h_{i,j,k,t}^0(Q_{w^0})}{Q_{w_{\Delta n}}} \quad (7.33)$$

όπου $Q_{w_{\Delta n}}$ είναι η τιμή της διαταραχής της ν-ιοστής μεταβλητής απόφασης ρυθμού άντλησης και $h_{i,j,k,t}(Q_{w_{\Delta n}})$ είναι το υδραυλικό ύψος στη θέση περιορισμού i,j,k και για χρονική περίοδο t υπολογισμένο με τη χρήση ενός διάνυσματος ($Q_{w_{\Delta n}}$) το οποίο διαφέρει από το αρχικό διάνυσμα (Q_{w^0}) μόνο στο ν-οστό στοιχείο, το οποίο έχει αλλάξει κατά ($Q_{w_{\Delta n}}$).

Για να υπολογιστεί κάθε ένας συντελεστής απόκρισης της παραπάνω εξίσωσης, το GWF του MODFLOW τρέχει για $N+1$ φορές. Στο πρώτο τρέξιμο, το οποίο καλείται τρέξιμο συνθήκης-βάσης, το ύψος το οποίο υπολογίζεται για κάθε μια θέση περιορισμού (constraint location) και για μια χρονική περίοδο. Για κάθε ένα από τα υπολειπόμενα N τρεξίματα, το υδραυλικό ύψος σε κάθε θέση περιορισμού υπολογίζεται με βάση την αλλαγή {διαταραχή (perturbation)} του ρυθμού άντλησης ή εμπλουτισμού της ν-οστής μεταβλητής απόφασης ρυθμού άντλησης. Τα N τρεξίματα και οι συνακόλουθοι υπολογισμοί των συντελεστών απόκρισης καταλήγουν σε έναν πίνακα των συντελεστών απόκρισης ο οποίος χρησιμοποιείται στο πρόβλημα της βελτιστοποίησης.

Οι τιμές της διαταραχής, τα ($Q_{w_{\Delta n}}$), υπολογίζονται από την εξίσωση

$$Q_{w_{\Delta n}} = \delta^0 Q_{w_n}^u \quad (7.34)$$

όπου δ^0 είναι μια μεταβλητή διαταραχής (perturbation variable) που ορίζεται από το χρήστη και $Q_{w_n}^u$ είναι το ανώτερο όριο του ρυθμού άντλησης ή εμπλουτισμού του πηγαδιού n . Η μεταβλητή διαταραχής μπορεί να είναι θετική ή αρνητική. Η θετική τιμή της δ^0 συνεπάγεται την αύξηση του ρυθμού άντλησης, ενώ η αρνητική τιμή συνεπάγεται την μείωση του ρυθμού κατά ($Q_{w_{\Delta n}}$).

7.8 Ορθότητα και ακρίβεια των συντελεστών απόκρισης

Οι συντελεστές απόκρισης είναι μια κρίσιμη σχέση μεταξύ της φυσικής του συστήματος ροής του υπόγειου νερού και των αποτελεσμάτων του προγράμματος διαχείρισης GWM. Αυτό έχει σαν επακόλουθο, η ορθότητα και η ακρίβεια των συντελεστών απόκρισης να παίζουν έναν πολύ σημαντικό ρόλο στην επιλύση των προβλημάτων διαχείρισης. Η ακρίβειά τους εξαρτάται από δύο κυρίως παράγοντες.

Πρώτον, η ακρίβεια των υδραυλικών υψών που υπολογίζεται από το MODFLOW για ένα συγκεκριμένο σύστημα ροής υπόγειου νερού, είναι μια αντανάκλαση της ακρίβειας με την οποία το γεωλογικό πλαίσιο, οι υδραυλικές ιδιότητες, οι συνοριακές συνθήκες και τα χαρακτηριστικά του συστήματος ροής προσομοιώνονται σωστά στο μοντέλο. Η ακρίβειά τους μεγαλώνει όσο καλύτερη γίνεται η κατανόηση του συστήματος ροής και βελτιώνεται η αναπαράστασή τους με το μαθηματικό μοντέλο.

Ο δεύτερος παράγοντας που επηρεάζει την ακρίβεια των συντελεστών απόκρισης είναι η προσέγγιση που επιτυγχάνεται μέσω της μερικής διαφορικής εξίσωσης της ροής του υπόγειου νερού μέσω ενός συνόλου εξισώσεων πεπερασμένων διαφορών. Η λύση των εξισώσεων των πεπερασμένων διαφορών που χρησιμοποιούνται από το MODFLOW για να περιγράψουν το υδραυλικό ύψος σε κάθε κελί του κάναβου προσομοίωσης της περιοχής, δίνει μόνο προσεγγιστικές τιμές για τη κατανομή των πραγματικών τιμών του υδραυλικού ύψους. Το λάθος που δημιουργείται από την προσέγγιση αυτήν είναι ανάλογο του μεγέθους των κελιών βάση των οποίων γίνεται η διακριτοποίηση της περιοχής και του μεγέθους του χρονικού βήματος. Το σφάλμα γίνεται μεγαλύτερο καθώς ο κάναβος γίνεται πιο αραιός ή όταν το χρονικό βήμα μεγαλώνει. Στην αντίθετη περίπτωση το σφάλμα μικραίνει, μικραίνοντας το μέγεθος των κελιών της περιοχής καθώς και τα χρονικά βήματα, αν και αυτές οι ενέργειες επιδρούν αρνητικά στο χρόνο επίλυσης του προβλήματος από τον υπολογιστή.

Ένα μέτρο της ακρίβειας των συντελεστών απόκρισης είναι ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων των τιμών τους. Η διατήρηση ικανοποιητικής ακρίβειας στους υπολογισμένους συντελεστές απόκρισης είναι απαραίτητη για την επιτυχή επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης από το πακέτο επίλυσης RMS. Η ακρίβειά τους επηρεάζεται εν μέρει από το μέγεθος των τιμών των διαταραχών (perturbation), όπως για παράδειγμα η τιμή του μεγέθους ($Q_{w_{\Delta n}}$). Αν και οι συντελεστές απόκρισης των γραμμικών συστημάτων θεωρούνται σταθεροί και οι τιμές τους ανεξάρτητες από το μέγεθος των τιμών των διαταραχών, η ακρίβειά τους και κατ' επέκταση η ακρίβεια της επίλυσης του προβλήματος διαχείρισης, εξαρτάται από τα σημαντικά ψηφία που φέρει κάθε πραγματικό νούμερο κατά τον υπολογισμό του κάθε συντελεστή απόκρισης.

7.9 Μη γραμμικός προγραμματισμός

Οι μη γραμμικότητες μπορούν να προκύψουν έμμεσα σε ένα πρόβλημα διαχείρισης των υπογείων υδάτων, ως αποτέλεσμα δυο κοινών χαρακτηριστικών των μοντέλων ροής των υπογείων υδάτων. Το πρώτα από αυτά είναι η παρουσία στρωμάτων στα οποία η μεταβιβασιμότητα είναι συνάρτηση του υδραυλικού ύψους. Οι συνθήκες του υδροφορέα προκαλούν μια μη γραμμική σχέση μεταξύ της θέσης του υδροφόρου ορίζοντα και των πιέσεων άντλησης. Το δεύτερο χαρακτηριστικό είναι η παρουσία οριακών συνθηκών εξαρτώμενων από το υδραυλικό ύψος όπως τα υδατορεύματα, η ξηρασία, η εξατμισοδιαπνοή κ.α. Αυτές οι οριακές συνθήκες μπορούν να μπορούν να δημιουργήσουν μη γραμμικές σχέσεις μεταξύ των υδραυλικών υψών και του ρυθμού ροής που προσομοιώνουν.

Το πακέτο επίλυσης RMS παρέχει μια προσέγγιση της λύσης σχεδιασμένη να αντιμετωπίζει τα μη γραμμικά χαρακτηριστικά που μπορούν να προκύψουν σε ένα πρόβλημα διαχείρισης υπογείων υδάτων.

Η προσέγγιση για την επίλυση των μη γραμμικών προβλημάτων βασίζεται στον αλγόριθμο της διαδοχικής γραμμικοποίησης, γνωστό ως SLP (sequential linear program). Βασίζεται σε επαναλαμβανόμενες γραμμικοποιήσεις μη γραμμικών χαρακτηριστικών του προβλήματος και υλοποιείται με τον επανυπολογισμό του πίνακα απόκρισης για κάθε διαδοχικό γραμμικό πρόβλημα. Η πρώτης τάξης σειρά Taylor για το υδραυλικό ύψος όπως ορίστηκε στη σχέση 7.32 θεωρείται ακριβής για κάθε διαδοχικό γραμμικό πρόβλημα, σε αντίθεση με τη γραμμική περίπτωση, το διάνυσμα των αντλήσεων αλλάζει σε κάθε επανάληψη. Το υδραυλικό ύψος σε κάθε θέση εκτιμάται από την παρακάτω σχέση :

$$h_{i,j,k,t}(Q_w) = h_{i,j,k,t}^v(Q_w^v) + \sum_{n=1}^N \frac{\partial h_{i,j,k,t}^v}{\partial Q_w^n}(Q_w^v)(Q_{w_n} - Q_{w_n}^v) \quad (7.35)$$

όπου ο εκθέτης v αντιπροσωπεύει ένα επαναληπτικό στάδιο, έτσι ώστε $h_{i,j,k,t}^v(Q_w^v)$ να είναι το ύψος που θα προκύψει όταν εφαρμοστεί ρυθμός άντλησης Q_w^v . Για τιμές Q_w κοντά στο Q_w^v , τότε το σφάλμα σε αυτήν την προσέγγιση είναι μικρό και οι τιμές του υδραυλικού ύψους $h_{i,j,k,t}$ που προβλέπονται από αυτήν την εξίσωση είναι αρκετά ακριβείς.

Η επαναληπτική διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να ικανοποιηθούν τα δύο κριτήρια σύγκλισης. Το πρώτο κριτήριο απαιτεί την η αλλαγή της τιμής της μεταβλητής του ρυθμού άντλησης από την μια επανάληψη στην επόμενη θα είναι μικρότερη από ένα κλάσμα του μεγέθους των μεταβλητών άντλησης στην τρέχουσα επανάληψη:

$$\|Q_w^{v+1} - Q_w^v\| \leq \varepsilon_1 (1 + \|Q_w^{v+1}\|) \quad (7.36A)$$

Η άπειρη νόρμα (infinity norm) χρησιμοποιείται σε αυτήν την έκφραση και το ε_1 προσδιορίζεται από το χρήστη ως μεταβλητή εισόδου και θα μπορούσε να θεωρηθεί μέτρο των σωστών ψηφίων που είναι επιθυμητό να υπάρχουν στην λύση. Το 1 προστίθεται στη νόρμα στο δεξί άκρο της εξίσωσης. Ενώ είναι πιθανόν στις περισσότερες περιπτώσεις, η νόρμα των μεταβλητών απόφασης να παίρνει τιμές πολύ μεγαλύτερες από τη μονάδα, υπάρχουν περιπτώσεις όπου είναι μηδέν ή κοντά στο μηδέν. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η προσθήκη του 1 διασφαλίζει ότι ένα λογικό κριτήριο σύγκλισης χρησιμοποιείται.

Το δεύτερο κριτήριο απαιτεί ότι η αλλαγή της τιμής Z της αντικειμενικής συνάρτησης, είναι μικρότερη από ένα καθορισμένο κλάσμα του μεγέθους της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης.

$$\|Z^{v+1} - Z^v\| \leq \varepsilon_2 (1 + \|Z^{v+1}\|) \quad (7.36B)$$

Το κλάσμα ε_2 εισάγεται από το χρήστη ως μεταβλητή εισόδου.

Ο αλγόριθμος SLP μπορεί να συνοψιστεί στα παρακάτω βήματα:

- Βήμα 0 : Ορίζεται $v = 0$ και Qw^0 .
- Βήμα 1^ο : Υπολογισμός συντελεστών απόκρισης με βάση το διάνυσμα των ρυθμών Qw^v .
- Βήμα 2^ο : Λύση του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού, με αποτέλεσμα το διάνυσμα Qw^{v+1} .
- Βήμα 3^ο : Αν ικανοποιούνται τα κριτήρια σύγκλισης (εξισώσεις 7.36A και 7.36B, η διαδικασία σταματά.
- Βήμα 4^ο : Ορίζεται $v = v + 1$ και γίνεται επιστροφή στο Βήμα 1.

Οι συντελεστές απόκρισης υπολογίζονται για κάθε επανάληψη v με εξίσωση παρόμοια με την 7.33. Τα υδραυλικά ύψη δίνονται από την εξίσωση

$$\frac{\Delta h_{i,j,k,t}^v}{\Delta Qw_n^v} = \frac{h_{i,j,k,t}^v(Qw_{\Delta n}^v) - h_{i,j,k,t}^v(Qw^v)}{Qw_{\Delta n}^v} \quad (7.37)$$

όπου $Qw_{\Delta n}^v$ είναι μια διαταραχή για την n -οστή μεταβλητή απόφασης ρυθμού ροής στην επανάληψη v και $h_{i,j,k,t}^v(Qw_{\Delta n}^v)$ είναι το υδραυλικό ύψος στη θέση i, j, k και στη χρονική περίοδο t υπολογισμένη από το διάνυσμα των ρυθμών άντλησης $Qw_{\Delta n}^v$ που διαφέρει από το προηγούμενο Qw^v στο n -οστό στοιχείο, το οποίο έχει μεταβληθεί κατά $Qw_{\Delta n}^v$.

Επειδή η τιμή της διαταραχής παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην επιτυχία του αλγόριθμου SLP, σε κάθε επανάληψη οι τιμές της διαταραχής υπολογίζονται από την εξίσωση

$$Qw_{\Delta n}^v = \delta^v Qw_n^u \quad (7.38)$$

όπου δ^v είναι η τιμή της διαταραχής στην επανάληψη v και Qw_n^u είναι το καθορισμένο άνω όριο του ρυθμού άντλησης ή εμπλουτισμού του πηγαδιού n . Η αρχική τιμή της διαταραχής είναι δ^0 , ενώ η τιμή της σε κάθε επανάληψη δίνεται από τη σχέση

$$\delta^v = \frac{\delta_{initial} - \delta_{min}}{(\delta_{scale})^v} + \delta_{min} \quad (7.39)$$

όπου v είναι το επίπεδο επανάληψης, $\delta_{initial}$ είναι η αρχική διαταραχή για το n -οστο πηγάδι, δ_{min} είναι η ελάχιστη τιμή της διαταραχής για το συγκεκριμένο πηγάδι και δ_{scale} είναι ένας παράγοντας που ορίζει το βαθμό μείωσης της τιμής της διαταραχής (GWM, 2005)

7.10 Εφαρμογή του μοντέλου GWM

Η διαδικασία της βελτιστοποίησης αποτελεί ένα βασικό στοιχείο της διαχείρισης ενός υδροφορέα, επιτρέποντας στις αρμόδιες αρχές να καθορίσουν τα ανώτερα επιτρεπτά όρια άντλησης των γνωστών και εν ενεργεία γεωτρήσεων, που είναι διασκορπισμένες στην περιοχή μελέτης, με σκοπό τον περιορισμό του φαινομένου της υφαλμύρισης. Μέσω της παραπάνω διαδικασίας γίνεται προσπάθεια να γίνει εξορθολογισμός των αντλήσεων στα πλαίσια της αειφόρου διαχείρισης του υδροφορέα, χωρίς ωστόσο να ληφθούν ακραία μέτρα, όπως η απαγόρευση των αντλήσεων.

Λόγω όμως της ήδη εκτεταμένης χρήσης του υπόγειου υδροφορέα για την κάλυψη των αναγκών, το φαινόμενο της υφαλμύρισης έχει πάρει ανησυχητικές και μη αντιστρεπτές διαστάσεις, επιτρέποντας μόνο τη λήψη μέτρων για την αποφυγή επιδείνωσής του, θέτοντας στόχους ανάλογα με τις πρακτικές ανάγκες και τις ιδιαίτερες συνθήκες της περιοχής.

Με τη χρήση του μοντέλου βελτιστοποίησης GWM εξετάζονται οι συνδυασμοί των μέγιστων τιμών άντλησης που μπορούν να επιτευχθούν προκειμένου το μέτωπο της υφαλμύρισης να υποχωρήσει σε συγκεκριμένες θέσεις, προς την ακτογραμμή.

Οι μέγιστες παροχές άντλησης είναι διαφορετικές σε κάθε πηγάδι και δεν επιτρέπεται να ξεπεραστούν, ακόμα και σαν αντιστάθμισμα από τη διακοπή της λειτουργίας κάποιας άλλης γεώτρησης, για κοινωνικούς και περιβαλλοντικούς κυρίως λόγους.

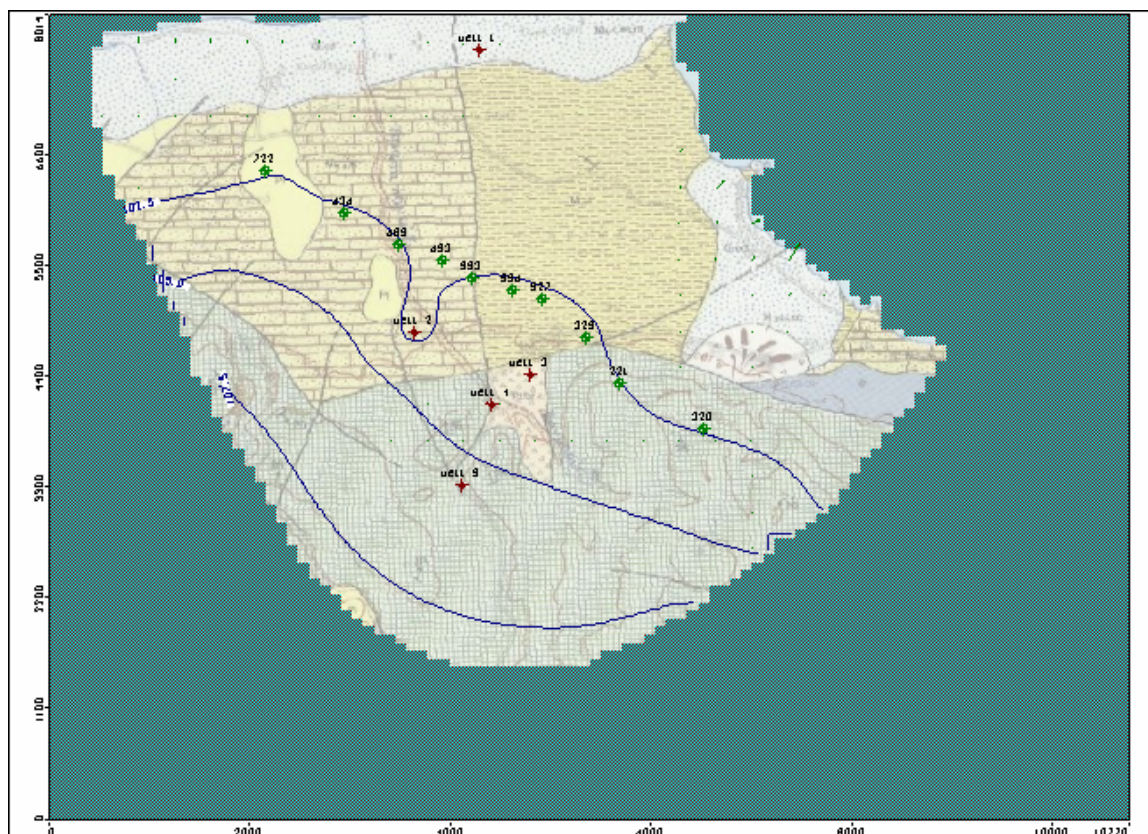
7.10.1 Δεδομένα εισόδου στο μοντέλο GWM

Η εφαρμογή του μοντέλου GWM γίνεται σε συνδυασμό με το μοντέλο προσομοίωσης της υπόγειας ροής MODFLOW, από το οποίο αντλούνται όλα τα απαραίτητα δεδομένα προκειμένου να διαμορφωθεί σωστά το πρόβλημα βελτιστοποίησης. Οι πληροφορίες εισάγονται από το χρήστη στο μοντέλο GWM, με βάση τα αρχεία DIS, BAS, BCF και PCG του MODFLOW, τα οποία περιέχουν όλες τις απαραίτητες πληροφορίες γύρω από τα υδρολογικά στοιχεία και τη χρονική και χωρική διακριτοποίηση της περιοχής που προσομοιώνεται, καθώς και τα αποτελέσματα του μοντέλου προσομοίωσης της ροής σχετικά με τις τιμές του υδραυλικού ύψους στους κόμβους του κανάβου όταν τα πηγάδια άντλησης είναι εκτός λειτουργίας. Επιπλέον εισάγονται πληροφορίες από το χρήστη στα αρχεία που χρησιμοποιεί το GWM, όπως το DECVAR, στο οποίο εισάγονται στοιχεία σχετικά με το είδος των πηγαδιών, αν λειτουργούν ως πηγάδια άντλησης ή εμπλουτισμού, και τις θέσεις που αυτά έχουν στον κανάβο. Προσδιορίζεται η αντικειμενική συνάρτηση στο αρχείο OBJFNC και στο αρχείο VARCON δίνονται τα όρια των τιμών της αντλητικής δυναμικότητας των πηγαδιών. Στο αρχείο HEDCON προσδιορίζονται οι περιορισμοί του υδραυλικού ύψους, ενώ στο αρχείο SOLN προσδιορίζεται ο τύπος γραμμικότητας του προβλήματος που επηρεάζει και τον τρόπο επίλυσής του.

Σκοπός της εφαρμογής του μοντέλου GWM είναι η εύρεση του βέλτιστου συνδυασμού ρυθμών άντλησης των πηγαδιών της περιοχής που εξετάζεται, προκειμένου το μέτωπο της υφαλμύρισης όχι μόνο να μην εισχωρήσει περισσότερο στην ενδοχώρα σε σχέση με την υπάρχουσα κατάσταση, αλλά και να υποχωρήσει προς τη θάλασσα. Η θέση του μετώπου της υφαλμύρισης εντοπίζεται σύμφωνα με

την σχέση Ghyben-Herzberg και των θεωρήσεων που έχουν γίνει, στη θέση της ισοϋψούς των 102.5m

Ο βέλτιστος συνδυασμός των ρυθμών άντλησης υπολογίζεται εφόσον προσδιοριστεί η επιθυμητή θέση στην οποία πρέπει να εμφανίζεται το μέτωπο της υφαλμύρισης. Από το μοντέλο προσομοίωσης MODFLOW η ισοϋψής των 102.5m, με βάση το υπάρχον καθεστώς αντλήσεων, βρίσκεται στις θέσεις που σημειώνονται όπως φαίνονται στην παρακάτω εικόνα 7.2



Εικόνα 7.2 Αποτύπωση θέσεων ισοϋψών με ανοιχτά τα πηγάδια παρατήρησης

Επειδή το πρόβλημα της βελτιστοποίησης των αντλήσεων είναι ελαφρώς μη γραμμικό, λόγω της μη γραμμικής μεταβολής του υδραυλικού ύψους συναρτήσει της παροχής άντλησης, κατά την επίλυσή του ακολουθήθηκε η διαδικασία της διαδοχικής γραμμικοποίησης (SLP), η οποία βασίζεται σε επαναλαμβανόμενες γραμμικοποιήσεις των μη γραμμικών χαρακτηριστικών του προβλήματος και υλοποιείται με τον επανυπολογισμό του πίνακα απόκρισης για κάθε διαδοχικό γραμμικό πρόβλημα.

Από το χρήστη εισάγονται οι απαραίτητες πληροφορίες σχετικά με τους περιορισμούς, τις επαναλήψεις της διαδικασίας γραμμικοποίησης και της λύσης με βάση τον αλγόριθμο simplex, καθώς και τα ανώτερα και κατώτερα όρια των αντλήσεων.

Η μαθηματική έκφραση του προβλήματος βελτιστοποίησης των αντλήσεων στην περιοχή που εξετάζεται δίνεται από τη σχέση

$$\begin{aligned}
 & \max \sum Q_i \quad , i = 1, \dots, 5 \\
 & s.t. \\
 & Q_i \leq Q_{i \max} \\
 & Q_i \geq 0 \\
 & h_j \geq 102.5 \quad , j = 1, \dots, 8
 \end{aligned}
 \tag{7.40}$$

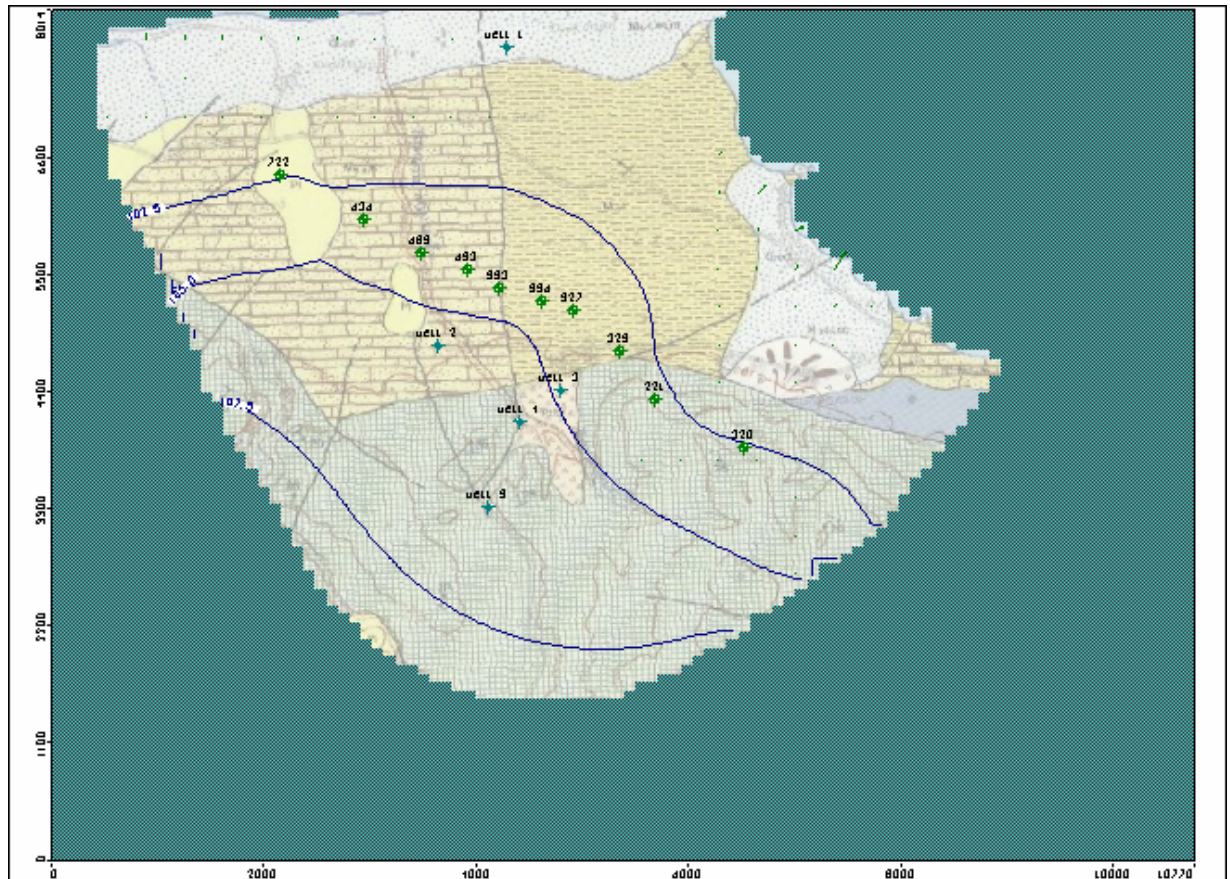
όπου i είναι ο αριθμός των πηγαδιών άντλησης και j είναι ο αριθμός των σημείων παρατήρησης.

Οι επιτρεπόμενες τιμές των αντλήσεων στα πηγάδια άντλησης 1 έως 5 είναι

$$\begin{aligned}
 0 & \leq Q_1 \leq 1800 \\
 0 & \leq Q_2 \leq 2520 \\
 0 & \leq Q_3 \leq 576 \\
 0 & \leq Q_4 \leq 2520 \\
 0 & \leq Q_5 \leq 146
 \end{aligned}
 \tag{7.41}$$

Τα σημεία παρατήρησης λειτουργούν ως περιορισμοί, αφού στις θέσεις τους το υδραυλικό ύψος δεν πρέπει να πάρει τιμές μικρότερες από 102.5 m. Ο λόγος για τον οποίο χρησιμοποιήθηκαν μόνο τα οχτώ από τα δέκα σημεία παρατήρησης που είχαν αρχικά οριστεί, σχετίζεται με το γεγονός ότι το πρώτο και το τελευταίο σημείο, τόσο κατά τη φάση λειτουργίας των πηγαδιών, όσο και κατά τη φάση κατά την οποία παραμένουν κλειστά, δεν μεταβάλλονται ως θέσεις της ισοϋψούς των 102.5m, αφού και στις δύο ακραίες περιπτώσεις αντλήσεων η ισοϋψής διέρχεται από αυτά. Για τους παραπάνω λόγους τα δύο αυτά σημεία δεν χρησιμοποιήθηκαν ως περιορισμοί σε κανένα από τα πιθανά σενάρια θέσεων της υφαλμύρισης που εξετάστηκαν.

Η βέλτιστη κατάσταση που θα μπορούσε να επιτευχθεί, χωρίς περαιτέρω δαπάνη για μηχανολογικό εξοπλισμό, λαμβάνει χώρα με την καθολική απαγόρευση άντλησης από τις γνωστές γεωτρήσεις, έχοντας ως αποτέλεσμα το μέτωπο της υφαλμύρισης να βρίσκεται στις θέσεις που φαίνονται στην εικόνα 7.3:



Εικόνα 7.3 Αποτύπωση θέσεων ισοϋψών με κλειστά τα πηγάδια παρατήρησης

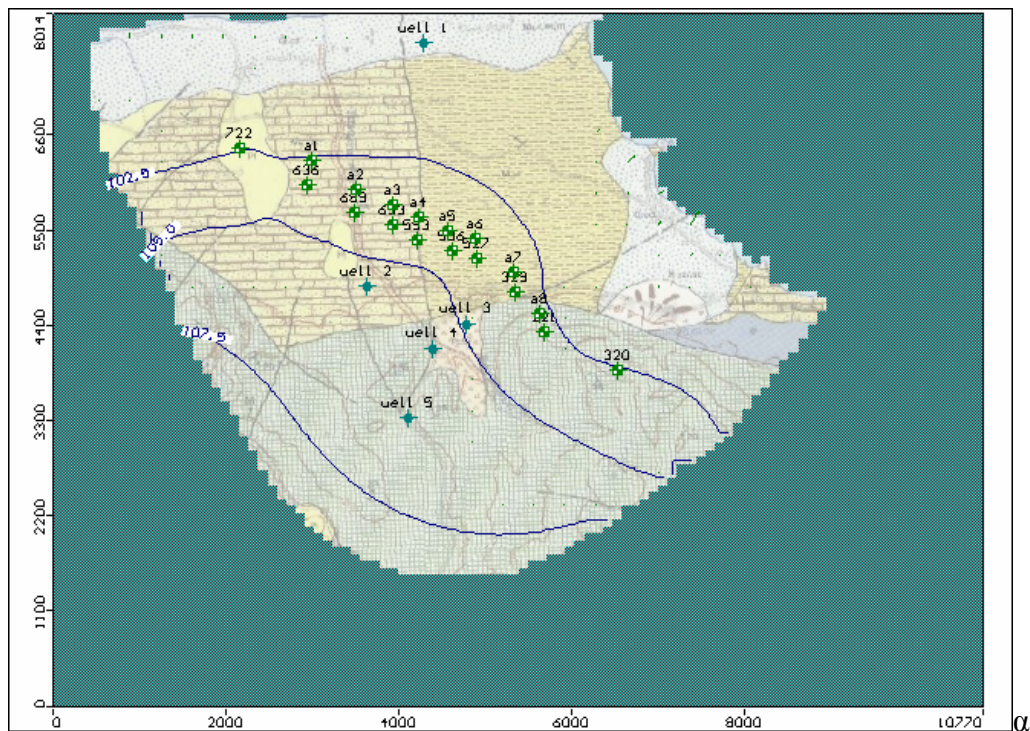
Επειδή όμως η πρακτική της καθολικής απαγόρευσης άντλησης δεν αποτελεί εφικτή λύση, γίνεται προσπάθεια το μέτωπο της υφαλμύρισης να διατηρηθεί σε μια ενδιάμεση θέση από τις δύο ακραίες και για αυτό το λόγο μελετήθηκαν οι αντλήσεις των γεωτρήσεων για τρεις ενδιάμεσες θέσεις του μετώπου με σκοπό να επιλεγεί η καταλληλότερη.

Ανάμεσα από τις δυο ακραίες θέσεις θεωρούνται οχτώ σημεία τα οποία θα αντιπροσωπεύουν τη θέση του πόδα της υφαλμύρισης. Πρόκειται ουσιαστικά για οχτώ κόμβους παρατήρησης, βάση της θέσης των οποίων θα εξετάζεται η επίδραση των διαφόρων αλλαγών στις αντλήσεις, στην κατάσταση των υπογείων υδάτων της υπό μελέτη περιοχής.

Τα αποτελέσματα σχετικά με τις αντλήσεις κατά την επίλυση του προβλήματος με βάση τα τρία πιθανά σενάρια της θέσης της υφαλμύρισης παρουσιάζονται παρακάτω:

7.10.2 Σενάριο θέσεων Α

Τα 8 σημεία παρατήρησης a_i αποτελούν τη νέα επιθυμητή θέση εντοπισμού της ισοψούς των 102.5m. Βρίσκονται κοντά στα αρχικά σημεία όπως αποτυπώνονται στην εικόνα 7.4 αλλά ελαφρώς μετατοπισμένα προς τη θάλασσα, με σκοπό να πλησιάσουν τη βέλτιστη θέση εντοπισμού της ισοψούς, όταν δηλαδή τα πηγάδια άντλησης είναι κλειστά.



Εικόνα 7.4α-β Αποτύπωση των θέσεων a_i των σημείων παρατήρησης του σεναρίου Α.

Προκειμένου το μέτωπο της υφαλμύρισης να βρεθεί στις θέσεις που ορίζονται από τα σημεία a_i , οι παροχές άντλησης των πηγαδιών, με βάση το μοντέλο GWM, θα πρέπει να πάρουν τις τιμές που ορίζονται στον πίνακα 7.1:

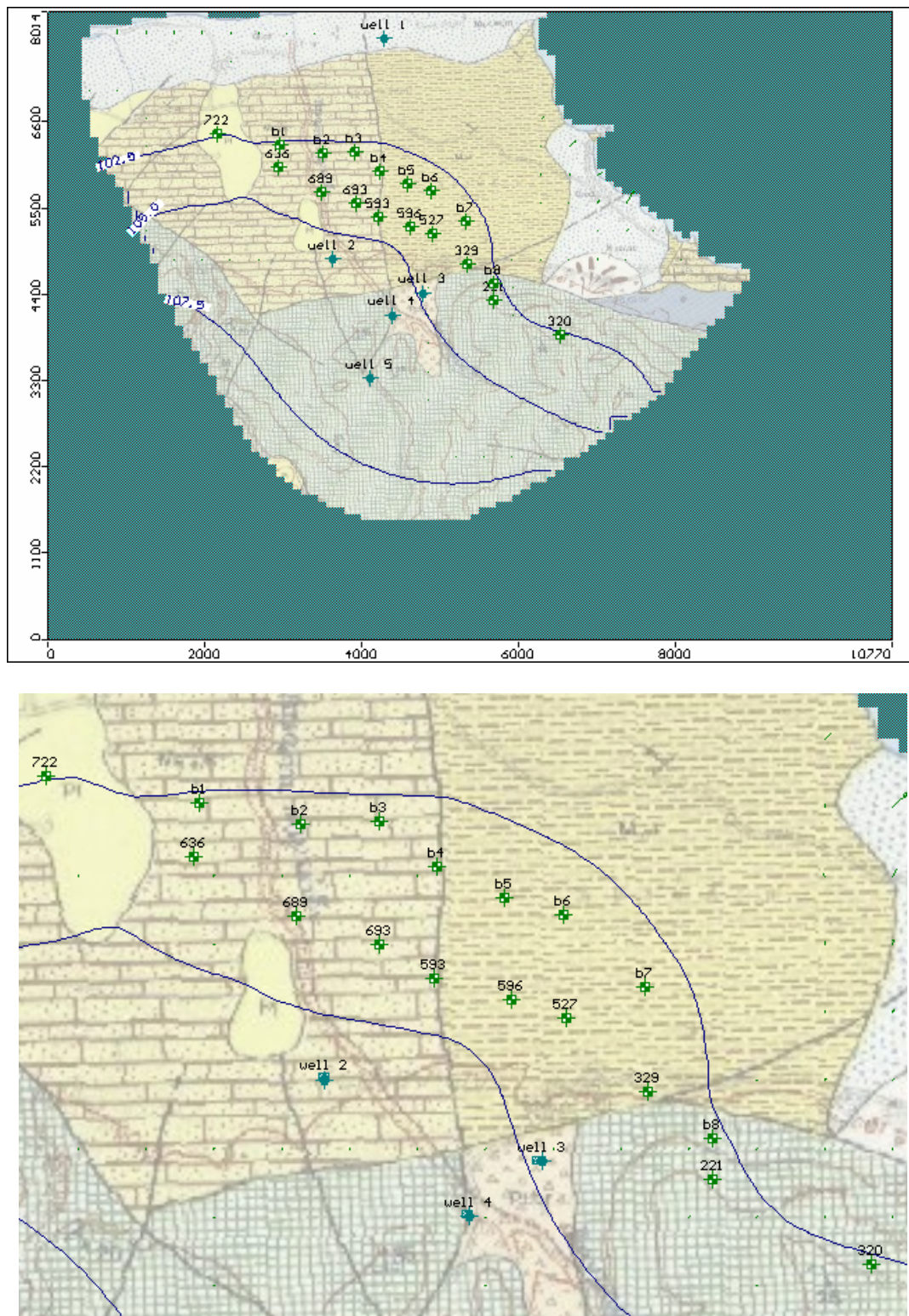
Πίνακας 7.1 Συγκριτικός πίνακας αντλήσεων πηγαδιών με εφαρμογή σεναρίου Α

<u>Παροχές πηγαδιών για θέση μετώπου υφαλμύρισης στις θέσεις Α</u>		
Πηγάδια άντλησης	Αρχικές τιμές αντλήσεων (m^3/d)	Υπολογισμένη παροχή Q (m^3/d)
1	1800	1800
2	2520	189
3	576	576
4	2520	2520
5	146	146
Σq	7562	5231

Διαπιστώνεται ότι στο σενάριο Α, η θέση του μετώπου της υφαλμύρισης, που αντιπροσωπεύεται από τις θέσεις των σημείων a_i , αν και είναι κοντά στην αρχική κατάσταση, έχει μετατοπιστεί ελαφρά προς τη θάλασσα.. Αυτό επηρεάζει τους ρυθμούς άντλησης, με τους οποίους θα πρέπει να αντλούν τα πηγάδια προκειμένου να εντοπιστεί η υφαλμύριση στις θέσεις αυτές. Το πηγάδι 2 είναι αυτό το οποίο υφίσταται τη μεγαλύτερη αλλαγή στην αντλητική του δυναμικότητα, με μείωση η οποία φτάνει το 92,5%, σε αντίθεση με τα υπόλοιπα πηγάδια στα οποία παραμένει αμετάβλητη. Βασικοί παράγοντες από τους οποίους επηρεάζεται το ποσοστό μείωσης του ρυθμού άντλησης ενός πηγαδιού, είναι η θέση του σε σχέση με την αρχική θέση του μετώπου της υφαλμύρισης και η δυναμικότητά του. Η παραπάνω διαπίστωση επιβεβαιώνεται στο σενάριο Α με τη δραματική μείωση του ρυθμού άντλησης που υφίσταται το πηγάδι 2 κυρίως λόγω της μικρής απόστασης που έχει από την αρχική θέση του μετώπου της υφαλμύρισης, αλλά κυρίως λόγω της μεγάλης βαρύτητας που έχει στη διαμόρφωση των υδραυλικών υψών της περιοχής λόγω του υψηλού ρυθμού άντλησής του.

7.10.2 Σενάριο θέσεων B

Μετατοπίζοντας τα σημεία παρατήρησης ακόμα πιο μακριά από τις αρχικές τους θέσεις, ορίζονται έτσι οι νέες θέσεις b_i , όπως φαίνεται στην εικόνα 7.5



Εικόνα 7.5 Αποτύπωση των θέσεων b_i των σημείων παρατήρησης του σεναρίου B

Οι παροχές άντλησης των πηγαδιών προκειμένου να βρεθεί το μέτωπο της υφαλμύρισης σε αυτές θέσεις b_i , θα πρέπει να πάρουν τις παρακάτω τιμές:

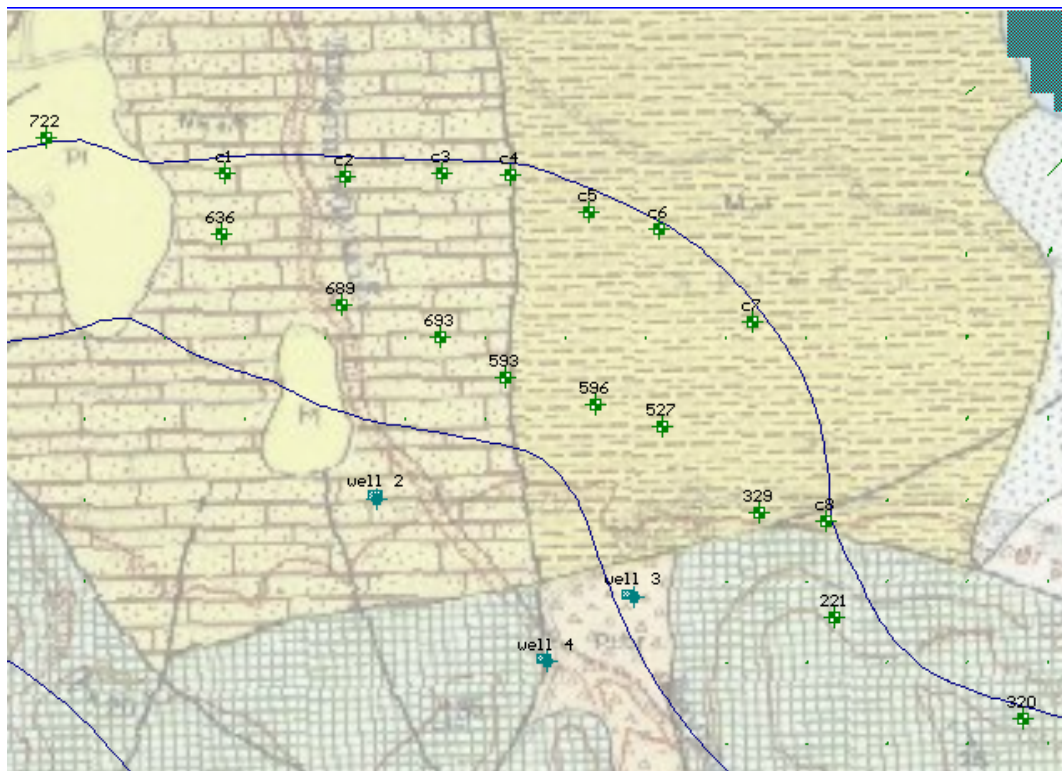
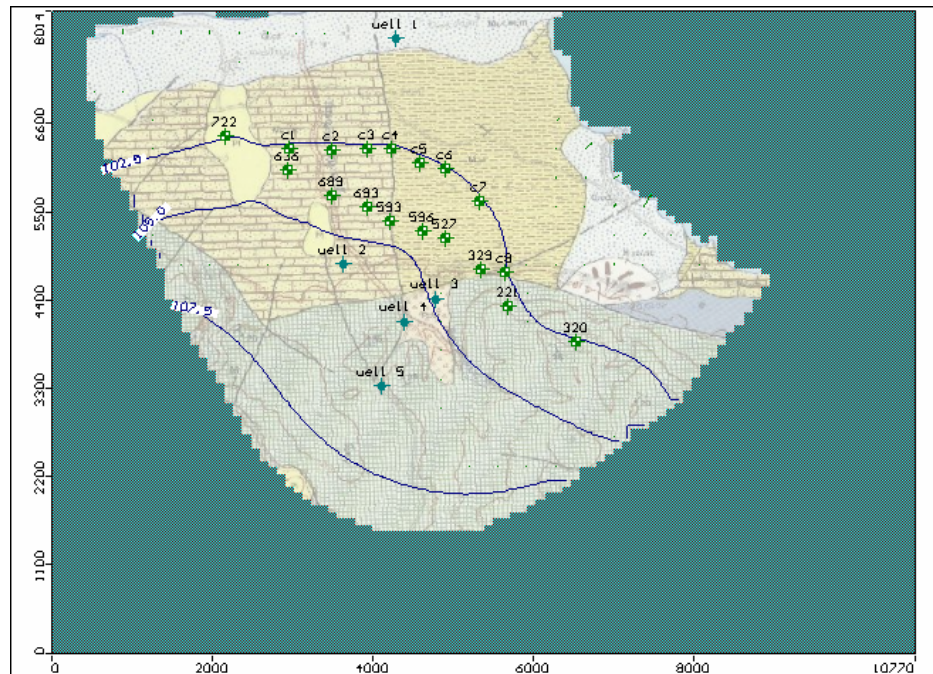
Πίνακας 7.2 Συγκριτικός πίνακας αντλήσεων πηγαδιών με εφαρμογή σεναρίου Β

<u>Παροχές πηγαδιών για θέση μετώπου υφαλμύρισης στις θέσεις Β</u>		
Πηγάδια άντλησης	Αρχικές τιμές αντλήσεων (m^3/d)	Υπολογισμένη παροχή Q (m^3/d)
1	1800	1800
2	2520	42
3	576	576
4	2520	2520
5	146	146
Σq	7562	5084

Από το σύνολο των πηγαδιών, μόνο το πηγάδι 2 υφίσταται μείωση της αντλητικής του δυναμικότητας σε ποσοστό 98,3%. Αυτό οφείλεται κυρίως στη θέση του πηγαδιού, το οποίο τοποθετείται κοντά στην αρχική θέση του μετώπου της υφαλμύρισης και στο γεγονός ότι ασκεί τη μεγαλύτερη επιρροή στη διαμόρφωση των υδραυλικών υψών. Η επιπλέον μείωση του ρυθμού άντλησης που υφίσταται σε σχέση με το σενάριο Α οφείλεται στο γεγονός ότι οι θέσεις b_i βρίσκονται πιο κοντά προς τη θάλασσα και απομακρύνονται σε μεγαλύτερο βαθμό από τις αρχικές σε σύγκριση με τις θέσεις a_i .

7.10.3 Σενάριο θέσεων C

Τοποθετώντας τα σημεία παρατήρησης σε θέσεις που σχεδόν εφάπτονται της βέλτιστης θέσης του μετώπου της υφαλμύρισης, προσδιορίζονται οι θέσεις c_i , όπως φαίνεται στην εικόνα 7.6.



Εικόνα 7.6 Αποτύπωση των θέσεων c_i των σημείων παρατήρησης του σεναρίου C

Οι παροχές άντλησης των πηγαδιών, όπως προέκυψαν από την επίλυση του προβλήματος από το μοντέλο GWM, προκειμένου να βρεθεί το μέτωπο της υφαλμύρισης σε θέσεις c_i , θα πρέπει να πάρουν τις τιμές στον πίνακα 7.3:

Πίνακας 7.3 Συγκριτικός πίνακας αντλήσεων πηγαδιών με εφαρμογή σεναρίου C

<u>Παροχές πηγαδιών για θέση μετώπου υφαλμύρισης στις θέσεις C</u>		
Πηγάδια άντλησης	Αρχικές τιμές αντλήσεων (m^3/d)	Υπολογισμένη παροχή Q (m^3/d)
1	1800	1800
2	2520	0
3	576	0
4	2520	526
5	146	146
Σq	7562	2472

Κατά την εφαρμογή του σεναρίου C παρατηρείται μηδενισμός της άντλησης από τα πηγάδια 2 και 3, μεγάλη μείωση της παροχής του πηγαδιού 4, περίπου 79%, αλλά καμία μεταβολή των ρυθμών άντλησης των πηγαδιών 1 και 5. Διαπιστώνεται ότι το σενάριο C επιδρά πολύ πιο δραστικά στις τιμές των παροχών άντλησης των πηγαδιών που βρίσκονται πιο κοντά στο μέτωπο της υφαλμύρισης, σε σχέση με τα σενάρια A και B, και τα οποία λόγω της δυναμικότητάς τους επηρεάζουν τη θέση του πόδα της υφαλμύρισης.

7.10.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων

Στο σενάριο C, αν και θα ήταν αναμενόμενο να μηδενιστούν όλες οι αντλήσεις, εφόσον το μέτωπο βρίσκεται σχεδόν στη βέλτιστη θέση του, κάτι τέτοιο δε συμβαίνει. Μηδενίζεται όμως οι αντλήσεις από τα πηγάδια 2 και 3 και μειώνεται θεαματικά η άντληση από το πηγάδι 4 περίπου κατά 79%, λόγω του ότι τα συγκεκριμένα πηγάδια είναι αυτά που επηρεάζουν περισσότερο τη θέση του μετώπου της υφαλμύρισης, αφού βρίσκονται πιο κοντά σε αυτό και δικαιολογημένα υφίστανται τις οποιεσδήποτε μειώσεις, ενώ τα πηγάδια 1 και 5, λόγω της απόστασής τους δεν ασκούν μεγάλη επιρροή στη θέση της ισοϋψούς και για αυτό το λόγο δεν μεταβάλλονται οι παροχές τους.

Με βάση τα αποτελέσματα που προέκυψαν στα τρία πιθανά σενάρια, επιλέγεται ως πιο εφικτή λύση το σενάριο στο οποίο η θέση της υφαλμύρισης ορίζεται από τα σημεία παρατήρησης b_i . Το σενάριο B επιλέχθηκε ως το πιο κατάλληλο για τον περιορισμό της διείσδυσης του θαλασσινού νερού στην ενδοχώρα, λόγω του ότι με την εφαρμογή του επιτυγχάνεται απώθηση του μετώπου της υφαλμύρισης κοντά στις βέλτιστες δυνατές θέσεις που θα μπορούσαν να οριστούν, αν δεν υπήρχε η τεχνητή άντληση του υδροφορέα. Επιπλέον σημαντικό στοιχείο αποτελεί το γεγονός ότι με τον συγκεκριμένο συνδυασμό αντλήσεων δεν διακόπτεται η λειτουργία κάποιων

πηγαδιών άντλησης τα οποία εξυπηρετούν ορισμένες ανάγκες των κατοίκων. Σε γενικές γραμμές τη μεγαλύτερη επίπτωση ως προς τις τιμές άντλησης υφίστανται τα πηγάδια τα οποία βρίσκονται κοντά στο μέτωπο, όπως το πηγάδι 2, το οποίο και υφίσταται μεγάλη μείωση της αντλητικής δυναμικότητάς του. Το ποσοστό μείωσης των αντλήσεων των εκάστοτε πηγαδιών στο σενάριο Β ως προς τις αρχικές τιμές άντλησης δίνονται από τον πίνακα 7.4.

Πίνακας 7.4 Συγκριτικός πίνακας αρχικών αντλήσεων και υπολογισμένων αντλήσεων με το μοντέλο GWM με βάση το σενάριο Β που επιλέχθηκε

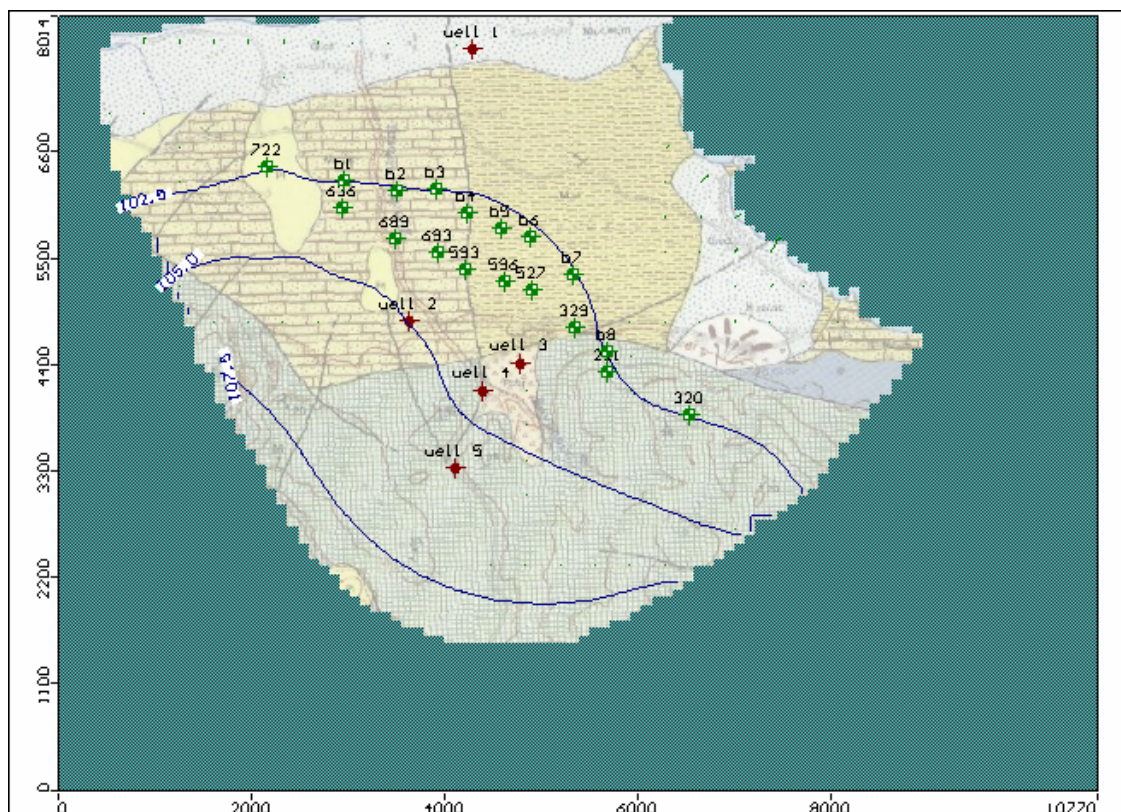
Πηγάδια άντλησης	Αρχικές τιμές άντλησης (m ³ /d)	Υπολογισμένη παροχή Q _B σεναρίου με χρήση GWM (m ³ /d)	Ποσοστό μείωσης αντλήσεων (%)
1	1800	1800	0
2	2520	42	98%
3	576	576	0
4	2520	2520	0
5	146	146	0
Σqi	7562	5084	33%

(Stefanos M. Karterakis , George P. Karatzas , Ioannis K. Nikolos, Maria P. Papadopoulou, 2009)

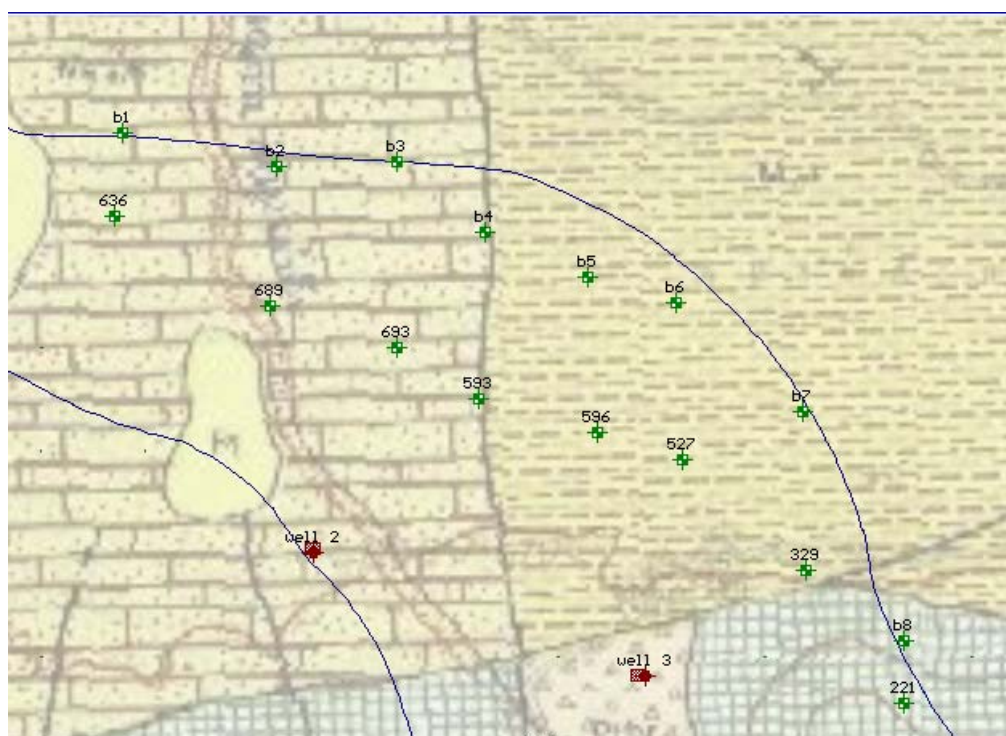
Η συνολική ποσότητα νερού που αντλείται από τον υδροφορέα με εφαρμογή του σεναρίου Β διαφέρει κατά 33% σε σχέση με την αρχική και αυτό οφείλεται κυρίως στην μείωση κατά 12% του ρυθμού άντλησης από το πηγάδι 2, το οποίο ασκεί την πιο μεγάλη επίδραση στην δυναμικότητα του υδροφορέα.

Το σενάριο Α, ως σενάριο εφαρμογής, θα μπορούσε να απορριφθεί από τις αρμόδιες αρχές, που είναι υπεύθυνες για τη διαχείριση του υπόγειου υδροφορέα, λόγω του ότι τοποθετεί το μέτωπο της υφαλμύρισης κοντά στις αρχικές θέσεις του, χωρίς να το απωθεί προς τη θάλασσα προκειμένου να αναβαθμιστεί η ποιότητα και η δυναμικότητα του υδροφορέα. Επιπλέον αποκλείστηκε ως πιθανή λύση και το σενάριο C, λόγω του ότι επέφερε μηδενισμό ορισμένων παροχών, ενέργεια που δεν είναι επιθυμητή για οικονομικούς και κοινωνικούς λόγους, αφού με τον τρόπο αυτόν ομάδες πληθυσμού δεν θα μπορούν να ικανοποιήσουν ορισμένες από τις ανάγκες τους. Με την πιθανή εφαρμογή του σεναρίου Β μπορεί να επιτευχθεί καλύτερη διαχείριση και εξορθολογισμός στη χρήση των υπόγειων υδάτων της περιοχής και να αντιμετωπιστεί, μέχρι ενός σημείου, το φαινόμενο της υφαλμύρισης.

Εφαρμόζοντας τις βέλτιστες αντλήσεις που υπολογίστηκαν επιβεβαιώνεται ότι η θέση του μετώπου της υφαλμύρισης εντοπίζεται αρκετά κοντά στις θέσεις b₁, λαμβάνοντας υπόψη τη θέση της ισοϋψούς των 102.5m, όπως φαίνεται στην εικόνα 7.7 και 7.8.



Εικόνα 7.7 Αποτύπωση θέσεων ισοϋψών με εφαρμογή των αντλήσεων που υπολογίστηκαν στο σενάριο B

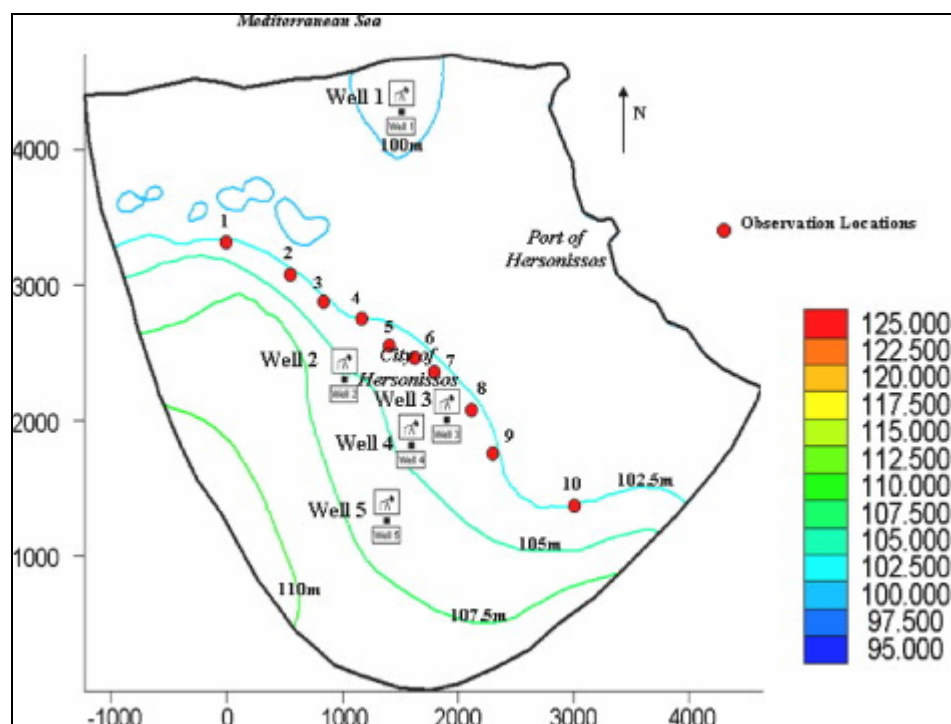


Εικόνα 7.8 Αποτύπωση της θέσης της ισοϋψούς των 102.5m μ που πλησιάζει κοντά στα σημεία b_i με εφαρμογή των αντλήσεων που υπολογίστηκαν στο σενάριο B

Σε παλαιότερη μελέτη βελτιστοποίησης των αντλήσεων (Καρτεράκης, 2005) επιλέχθηκε ως επιθυμητή θέση του μετώπου της υφαλμύρισης, μια ενδιάμεση θέση μεταξύ της βέλτιστης και χειρίστης κατάστασης, που εντοπίζεται κοντά στα αρχικά πηγάδια παρατήρησης. Οι υπολογισμοί έγιναν με επάλληλη χρήση της μεθόδου simplex χρησιμοποιώντας σε κάθε επανάληψη ως αρχική τιμή τη βέλτιστη λύση του προηγούμενου βήματος. Οι παροχές που προέκυψαν δίνονται στον πίνακα 7.5 και η θέση του μετώπου υφαλμύρισης δίνεται από την εικόνα 7.9

Πίνακας 7.5 Τιμές αντλήσεων όπως υπολογίστηκαν σε προηγούμενες προσπάθειες βελτιστοποίησης

Παροχές πηγαδίων για βέλτιστη θέση μετώπου υφαλμύρισης (Καρτεράκης, 2005)			
Πηγάδια άντλησης	Αρχικές τιμές άντλησης (m ³ /d)	Υπολογισμένη παροχή Q (m ³ /d)	Ποσοστό διαφοράς από τις αρχικές τιμές
1	1800	1800	0%
2	2520	631.5	75%
3	576	576	0
4	2520	1935.4	23%
5	146	0	100
Σύνολο	7562	4942.9	35%



Εικόνα 7.9 Αποτύπωση θέσης μετώπου υφαλμύρισης με εφαρμογή βέλτιστου συνδυασμού αντλήσεων σύμφωνα με παλαιότερη εργασία (Καρτεράκης, 2005).

Η σύγκριση των δύο προσπαθειών βελτιστοποίησης των αντλήσεων μπορεί να γίνει με σύγκριση των αποτελεσμάτων, με αυτά που προκύπτουν από το σενάριο Α εφαρμόζοντας το μοντέλο GWM. Συγκριτικά τα αποτελέσματα των δύο προσπαθειών βελτιστοποίησης για θέσεις κοντινές στις αρχικές δίνονται από τον πίνακα 7.6

Πίνακας 7.6 Συγκριτικός πίνακας αντλήσεων για εντοπισμό υφαλμύρισης κοντά στις αρχικές θέσεις των σημείων παρατήρησης με βάση την παλαιότερη και την παρούσα εργασία

Πηγάδια άντλησης	Αρχικές τιμές αντλήσεων (m ³ /d)	Υπολογισμένη παροχή Q με χρήση GWM (m ³ /d)	Υπολογισμένη παροχή Q με simplex (Καρτεράκης, 2005) (m ³ /d)
1	1800	1800	1800
2	2520	189	631.5
3	576	576	576
4	2520	2520	1935.4
5	146	146	0
Σq _i	7562	5231	4942.9

Οι δύο μελέτες βελτιστοποίησης των αντλήσεων, για θέσεις του μετώπου της υφαλμύρισης κοντά στις αρχικές, επηρεάζουν σε διαφορετικό βαθμό τα πηγάδια άντλησης. Στην περίπτωση χρήσης του μοντέλου GWM το πηγάδι 2 είναι αυτό που υφίσταται τη μεγαλύτερη μεταβολή στο ρυθμό άντλησης, ενώ από την παλαιότερη μελέτη βελτιστοποίησης το πηγάδι 2 μειώνει τη δυναμικότητα του και το πηγάδι 5 υποβάλλεται σε διακοπή της λειτουργίας του. Συγκριτικά, η συνολική ποσότητα νερού που προκύπτει να αντλείται από τον υδροφορέα με βάση το μοντέλο GWM, διαφέρει κατά 5% από την ποσότητα που προέκυψε από την προηγούμενη μελέτη.

Κεφάλαιο 8 – Συμπεράσματα

Το φαινόμενο της υφαλμύρισης, το οποίο εξετάζεται στους παράκτιους υδροφορείς, αποτελεί παράγοντα υποβάθμισης της ποιότητας των υπογείων υδάτων και συχνά οφείλεται στην άμετρη άντληση και χρησιμοποίηση των υπόγειων υδροφορέων για κάλυψη των βιομηχανικών, αρδευτικών και υδρευτικών αναγκών των κατοίκων.

Στην περίπτωση της Χερσονήσου Ηρακλείου η υπερεκμετάλλευση υπόγειων υδάτων είχε ως επακόλουθο το μέτωπο της υφαλμύρισης να έχει εισχωρήσει αρκετά στην ενδοχώρα, με αποτέλεσμα οι παρούσες συνθήκες να αποτελούν το όριο μιας χείριστης κατάστασης σχετικά με το φαινόμενο της διείσδυσης του θαλασσινού νερού στους υδροφορείς.

Για την καλύτερη κατανόηση αυτού του φαινομένου απαιτείται να γίνει προσομοίωση της υπόγειας ροής με χρήση μοντέλου προσομοίωσης, στο οποίο εισάγεται πληθώρα πληροφοριών που σχετίζονται με τα γεωλογικά, υδρολογικά και υδρογεωλογικά στοιχεία της περιοχής.

Αν και η αντιστροφή του φαινομένου της υφαλμύρισης είναι μια αρκετά δύσκολη και αργή διαδικασία, η λήψη μέτρων που θα μπορούσαν να αντιμετωπίσουν αυτήν την κατάσταση ή να επιβραδύνουν την εξέλιξή της, περιλαμβάνουν τον τεχνητό εμπλουτισμού με φρέσκο νερό, την άντληση του υφάλμυρου νερού κοντά στην ακτή καθώς και πλήθος άλλων εναλλακτικών λύσεων. Όμως ένας σχετικά πιο οικονομικός τρόπος αντιμετώπισης του φαινομένου, που δεν απαιτεί τη χρήση μηχανολογικού εξοπλισμού και την κατασκευή νέων διατάξεων στο πεδίο, είναι ο βελτιστοποίηση των ρυθμών άντλησης των πηγαδιών που είναι διασκορπισμένα στην περιοχή μελέτης.

Η διαδικασία βελτιστοποίησης των αντλήσεων με σκοπό την εύρεση του ιδανικού συνδυασμού ρυθμών άντλησης προκειμένου το μέτωπο της υφαλμύρισης να εντοπιστεί σε συγκεκριμένες θέσεις, γίνεται με τη χρήση ανάλογου μοντέλου. Επειδή η φύση του προβλήματος είναι ελαφρώς μη γραμμική, λόγω της μη γραμμικής σχέσης του υδραυλικού ύψους με την παροχή, θα χρειαστούν προσπάθειες γραμμικοποίησής του. Η επίλυση των προβλήματος, έχοντας συγκεκριμένα επιτρεπτά

όρια άντλησης και συγκεκριμένες θέσεις εντοπισμού του μετώπου της υφαλμύρισης λύνεται με χρήση της επαναληπτικής μεθόδου simplex, εφαρμόζοντας τη διαδοχική γραμμικοποίηση του προβλήματος.

Η εξέταση της θέσης του φαινομένου της υφαλμύρισης έγινε ανάμεσα στις μέγιστες αποδεκτές θέσεις, που είναι η θέση που έχει το μέτωπο με την ισχύουσα κατάσταση αντλήσεων και η θέση που έχει με την πλήρη διακοπή των αντλήσεων. Επειδή η διακοπή των αντλήσεων δεν προτιμάται ως λύση για κοινωνικούς και οικονομικούς λόγους, αυτή δεν θα μπορούσε να αποτελεί εφικτή λύση του προβλήματος. Τα σενάρια που εξετάστηκαν περιλαμβάνουν τρεις πιθανές ενδιάμεσες θέσεις.

Κατά την εφαρμογή του πρώτου σεναρίου, στο οποίο οι θέσεις δοκιμής a_i βρίσκονται κοντά στις αρχικές θέσεις του μετώπου της υφαλμύρισης, παρατηρείται μεταβολή του ρυθμού άντλησης σε ένα από τα πηγάδια παρατήρησης και καμία μεταβολή των ρυθμών άντλησης των υπολοίπων. Το γεγονός αυτό δικαιολογείται από την διαφορετική επίδραση που ασκεί κάθε πηγάδι στο μέτωπο της υφαλμύρισης ανάλογα τη δυναμικότητα και την απόστασή του από αυτό.

Κατά την εφαρμογή του δεύτερου σεναρίου η θέση του μετώπου της υφαλμύρισης έχει μετατοπιστεί προς την ακτογραμμή και αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μειωθεί σε ακόμα μεγαλύτερο βαθμό ο ρυθμός άντλησης ενός από τα πηγάδια τα οποία ασκούν μεγαλύτερη επιρροή στην θέση του μετώπου λόγω της θέσης τους.

Κατά την εφαρμογή του τρίτου σεναρίου η θέση του μετώπου υφαλμύρισης έχει οριστεί αρκετά κοντά στη βέλτιστη δυνατή, η οποία επιτυγχάνεται με διακοπή της λειτουργίας των γεωτρήσεων. Σε αυτή τη θέση μηδενίζεται η άντληση σε δύο από τα πηγάδια και μειώνεται αρκετά σε ένα άλλο. Τα πηγάδια στα οποία μειώνεται η αντλητική δυναμικότητα είναι αυτά τα οποία λόγω θέσης ασκούν μεγαλύτερη επιρροή στη θέση του πόδα της υφαλμύρισης, ενώ τα πιο απομακρυσμένα από αυτά δεν υφίστανται καμία μεταβολή στη δυναμικότητά τους.

Για κοινωνικούς και οικονομικούς λόγους θεωρήθηκε ως πιο εύκολα εφαρμόσιμο το δεύτερο σενάριο, στο οποίο δεν προβλέπεται η διακοπή της λειτουργίας κάποιας γεώτρησης και οι τιμές άντλησης που υπολογίστηκαν μπορούν να εφαρμοστούν πιο εύκολα από τους κατοίκους με την προϋπόθεση ενός σωστού αντλητικού σχεδιασμού με βάση τις ανάγκες της περιοχής.

Η ακρίβεια όμως των αποτελεσμάτων γενικότερα που προκύπτουν από τα μοντέλα, εξαρτάται από τον τρόπο επίλυσης των εξισώσεων που ακολουθούν, τη χωρική και χρονική διακριτοποίηση που αντιμετωπίζουν, το σύνολο των επαναλήψεων τις οποίες τους έχει οριστεί να κάνουν και τη φύση του προβλήματος που καλούνται να αντιμετωπίσουν. Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίο σε ίδια προβλήματα που καλούνται να αντιμετωπιστούν με διαφορετικά μοντέλα, τα αποτελέσματα παρουσιάζουν αποκλίσεις όχι μόνο μεταξύ των μοντέλων αλλά και με τα δεδομένα πεδίου.

Παράρτημα

Εισεργόμενο αρχείο GWM: SOLN

```
#DEWATER Sample Problem, SOLN file
#February 20, 2005
sLP          #1-SOLNTYP
100 1000 2000      #5a-SLPITMAX LPITMAX BBITMAX
1 0.01 0.1 0.1 0.05 #5b-SLPVCRIT SLPZCRIT DINIT DMIN DSC
1 10 0.5 0.5 30    #5c-NSIGDIG NPGNMX PGFACT AFACT NINFMX
1 1 1              #5d-SLPITPRT BBITPRT RANGE
0                 #6a-IBASE
```

Εισεργόμενο αρχείο GWM: VARCON

```
DEWATER Sample Problem, VARCON file
#February 20, 2005
1          #1-IPRN
Q1 0.0d2 18.0d2 0.0d2      #2-FVNAME FVMIN FVMAX FVREF
Q2 0.0d2 25.2d2 0.0d2
Q3 0.0d2 576.0 0.0d2
Q4 0.0d2 25.2d2 0.0d2
Q5 0.0d2 1.46d2 0.0d2
```

Εισεργόμενο αρχείο GWM: OBJFNC

```
#DEWATER Sample Problem, OBJFNC file
#February 20, 2005
1          #1-IPRN
MAX WSDV   #2-OBJTYP FNTYP
5 0 0      #3-NFVOBJ NEVOBJ NBVOBJ
Q1 1.0      #4-FVNAME FVOBJC
Q2 1.0
Q3 1.0
Q4 1.0
Q5 1.0
```

Εισεργόμενο αρχείο GWM: HEDCON

```
#DEWATER Sample Problem, HEDCON file
#February 20, 2005
1          #1-IPRN
8 0 0 0    #2-NHB NDD NDF NGD
b-01 1 23 28 ge 102.5 1 #3-HBNAME LAYH ROWH COLH TYPH BND NSP
b-02 1 24 33 ge 102.5 1
b-03 1 24 38 ge 102.5 1
b-04 1 27 42 ge 102.5 1
b-05 1 29 47 ge 102.5 1
b-06 1 30 51 ge 102.5 1
b-07 1 35 55 ge 102.5 1
b-08 1 46 58 ge 102.5 1
```

Εισεργόμενο αρχείο GWM: DECVAR

```
#DEWATER Sample Problem, DECVAR file
#August 14, 2006
1 0          #1-IPRN GWMWFILE
5 0 0        #2-NFVAR NEVAR NBVAR
Q1 1 1 5 43 W Y 1 #3a-FVNAME NC LAY ROW COL FTYPE FSTAT WSP
Q2 1 1 1 41 35 W Y 1
Q3 1 1 1 47 51 W Y 1
Q4 1 1 1 52 45 W Y 1
Q5 1 1 1 63 40 W Y 1
```

Εξεργόμενο αρχείο GWM: GLOBAL

MODFLOW-2000

U.S. GEOLOGICAL SURVEY MODULAR FINITE-DIFFERENCE GROUND-WATER FLOW MODEL
VERSION GWM-2000 1.1.3 120709, FROM MF2K V1.17.02

This model run produced both GLOBAL and LIST files. This is the GLOBAL file.

GLOBAL LISTING FILE: C:\dewater\dewater.glo
UNIT 7

OPENING C:\dewater\dewater.lst
FILE TYPE:LIST UNIT 8 STATUS:REPLACE
FORMAT:FORMATTED ACCESS:SEQUENTIAL

OPENING C:\dewater\dewater.dis
FILE TYPE:DIS UNIT 9 STATUS:OLD
FORMAT:FORMATTED ACCESS:SEQUENTIAL

OPENING C:\dewater\dewater.bas
FILE TYPE:BAS6 UNIT 10 STATUS:OLD
FORMAT:FORMATTED ACCESS:SEQUENTIAL

OPENING C:\dewater\dewater.bcf
FILE TYPE:BCF6 UNIT 11 STATUS:OLD
FORMAT:FORMATTED ACCESS:SEQUENTIAL

OPENING C:\dewater\dewater.pcg
FILE TYPE:PCG UNIT 12 STATUS:OLD
FORMAT:FORMATTED ACCESS:SEQUENTIAL

OPENING C:\dewater\dewater.gwm
FILE TYPE:GWM UNIT 13 STATUS:OLD
FORMAT:FORMATTED ACCESS:SEQUENTIAL

DISCRETIZATION INPUT DATA READ FROM UNIT 9
#Discretization Package translator - (c) 2001 Waterloo Hydrogeologic Software
#NEW2.DIS Mon Oct 04 22:33:49 2010
1 LAYERS 106 ROWS 105 COLUMNS
1 STRESS PERIOD(S) IN SIMULATION
MODEL TIME UNIT IS DAYS
MODEL LENGTH UNIT IS METERS
THE GROUND-WATER TRANSPORT PROCESS IS INACTIVE

THE OBSERVATION PROCESS IS INACTIVE
THE SENSITIVITY PROCESS IS INACTIVE
THE PARAMETER-ESTIMATION PROCESS IS INACTIVE

MODE: FORWARD

Confining bed flag for each layer:
0

100381 ELEMENTS OF GX ARRAY USED OUT OF 100381
11130 ELEMENTS OF GZ ARRAY USED OUT OF 11130
11130 ELEMENTS OF IG ARRAY USED OUT OF 11130

DELR
READING ON UNIT 9 WITH FORMAT: (10E16.9)

DELC
READING ON UNIT 9 WITH FORMAT: (10E16.9)

TOP ELEVATION OF LAYER 1
READING ON UNIT 9 WITH FORMAT: (10E14.7)

MODEL LAYER BOTTOM EL. FOR LAYER 1
READING ON UNIT 9 WITH FORMAT: (10E14.7)

STRESS PERIOD	LENGTH	TIME STEPS	MULTIPLIER FOR DELT	SS FLAG
1	1000.000	1	1.000	SS

STEADY-STATE SIMULATION

PCG2 -- CONJUGATE GRADIENT SOLUTION PACKAGE, VERSION 2.4, 12/29/98
MAXIMUM OF 25 CALLS OF SOLUTION ROUTINE
MAXIMUM OF 10 INTERNAL ITERATIONS PER CALL TO SOLUTION ROUTINE
MATRIX PRECONDITIONING TYPE : 1

22760 ELEMENTS IN X ARRAY ARE USED BY PCG
1750 ELEMENTS IN IX ARRAY ARE USED BY PCG
44520 ELEMENTS IN Z ARRAY ARE USED BY PCG

22760 ELEMENTS OF X ARRAY USED OUT OF 22760
44520 ELEMENTS OF Z ARRAY USED OUT OF 44520
1750 ELEMENTS OF IX ARRAY USED OUT OF 1750

SOLUTION BY THE CONJUGATE-GRADIENT METHOD

MAXIMUM NUMBER OF CALLS TO PCG ROUTINE = 25
MAXIMUM ITERATIONS PER CALL TO PCG = 10
MATRIX PRECONDITIONING TYPE = 1
RELAXATION FACTOR (ONLY USED WITH PRECOND. TYPE 1) = 0.10000E+01
PARAMETER OF POLYNOMIAL PRECOND. = 2 (2) OR IS CALCULATED : 0
HEAD CHANGE CRITERION FOR CLOSURE = 0.10000E-01
RESIDUAL CHANGE CRITERION FOR CLOSURE = 0.10000E-01
PCG HEAD AND RESIDUAL CHANGE PRINTOUT INTERVAL = 10
PRINTING FROM SOLVER IS LIMITED(1) OR SUPPRESSED (>1) = 1
DAMPING PARAMETER = 0.10000E+01

GWM1 -- GROUND-WATER MANAGEMENT PROCESS, VERSION 1.1.2 061609
INPUT READ FROM UNIT 13

Reading GWM Input

#DEWATER Sample Problem, GWM file
#February 20, 2005

OPENING DECISION-VARIABLE FILE ON UNIT 99:
C:\dewater\dewater.decvar
#DEWATER Sample Problem, DECVAR file
#August 14, 2006

NO. OF FLOW-RATE DECISION VARIABLES (NFVAR) 5
NO. OF EXTERNAL DECISION VARIABLES (NEVAR): 0
BINARY VARIABLES ARE NOT ACTIVE.

FLOW-RATE VARIABLES:

			FRACTION				
NUMBER	NAME	TYPE	LAY	ROW	COL	OF FLOW	
1	Q1	WITHDRAWAL	1	5	43	1.0000	
AVAILABLE IN STRESS PERIODS: 1							
2	Q2	WITHDRAWAL	1	41	35	1.0000	
AVAILABLE IN STRESS PERIODS: 1							
3	Q3	WITHDRAWAL	1	48	49	1.0000	
AVAILABLE IN STRESS PERIODS: 1							
4	Q4	WITHDRAWAL	1	52	45	1.0000	
AVAILABLE IN STRESS PERIODS: 1							
5	Q5	WITHDRAWAL	1	63	40	1.0000	
AVAILABLE IN STRESS PERIODS: 1							

350 BYTES OF MEMORY ALLOCATED TO STORE DATA FOR DECISION VARIABLES

CLOSING DECISION-VARIABLE FILE

OPENING OBJECTIVE-FUNCTION FILE ON UNIT 99:
C:\dewater\dewater.objfnc
#DEWATER Sample Problem, OBJFNC file
#February 20, 2005

OBJECTIVE TYPE: MAX FUNCTION TYPE: WSDV

NO. OF FLOW-RATE DECISION VARIABLES IN OBJECTIVE FUNCTION (NFVOBJ): 5
NO. OF EXTERNAL DECISION VARIABLES IN OBJECTIVE FUNCTION (NEVOBJ): 0
NO. OF BINARY DECISION VARIABLES IN OBJECTIVE FUNCTION (NBVOBJ): 0

OBJECTIVE FUNCTION: (excluding flow duration terms)

MAX + 1.00E+00 Q1 + 1.00E+00 Q2 + 1.00E+00 Q3
+ 1.00E+00 Q4 + 1.00E+00 Q5

20 BYTES OF MEMORY ALLOCATED TO STORE DATA FOR OBJECTIVE-FUNCTION

CLOSING OBJECTIVE-FUNCTION FILE

OPENING DECISION-VARIABLE CONSTRAINTS FILE

ON UNIT 99:

C:\dewater\dewater.varcon

#DEWATER Sample Problem, VARCON file

#February 20, 2005

FLOW RATE VARIABLES:

		MINIMUM	MAXIMUM	REFERENCE
NUMBER	NAME	FLOW RATE	FLOW RATE	FLOW RATE
1	Q1	0.000E+00	1.800E+03	0.000E+00
2	Q2	0.000E+00	2.520E+03	0.000E+00
3	Q3	0.000E+00	5.760E+02	0.000E+00
4	Q4	0.000E+00	2.520E+03	0.000E+00
5	Q5	0.000E+00	1.460E+02	0.000E+00

CLOSING DECISION-VARIABLE CONSTRAINTS FILE

OPENING HEAD CONSTRAINTS FILE

ON UNIT 99:

C:\dewater\dewater.hedcon

#DEWATER Sample Problem, HEDCON file

#February 20, 2005

HEAD CONSTRAINTS:

					RIGHT-HAND	STRESS		
NUMBER	NAME	LAY	ROW	COL	TYPE	SIDE	PERIOD	
1	b-01	1	23	28	>	1.0250E+02	1	
2	b-02	1	24	33	>	1.0250E+02	1	
3	b-03	1	24	38	>	1.0250E+02	1	
4	b-04	1	27	42	>	1.0250E+02	1	
5	b-05	1	29	47	>	1.0250E+02	1	
6	b-06	1	30	51	>	1.0250E+02	1	
7	b-07	1	35	55	>	1.0250E+02	1	
8	b-08	1	46	58	>	1.0250E+02	1	

528 BYTES OF MEMORY ALLOCATED TO STORE DATA FOR HEAD CONSTRAINTS

CLOSING HEAD CONSTRAINTS FILE

OPENING SOLUTION FILE ON UNIT 99:

C:\dewater\dewater.soln

#DEWATER Sample Problem, SOLN file

#February 20, 2005

SOLNTYP IS SLP: GWM WILL USE SEQUENTIAL ITERATION OF THE
NONLINEAR PROBLEM UNTIL A SOLUTION IS FOUND OR THE PROBLEM
DOES NOT CONVERGE.

MAXIMUM NUMBER OF LP ITERATIONS: 1000

MAXIMUM NUMBER OF BRANCH AND BOUND ITER: 2000

MAXIMUM NUMBER OF SLP ITERATIONS: 100

SLP VARIABLE CONVERGENCE CRITERION (SLPVCRT): 1.00000E+00

SLP OBJECTIVE CONVERGENCE CRITERION (SLPZCRT): 1.00000E-02

PERTURBATION VALUES (DINIT, DMIN, AND DSC): 0.10D+00 0.10D+00 0.50D-01

MAXIMUM NUMBER OF PERTURBATION ATTEMPTS: 10

BASE FLOW RATE RELAXATION PARAMETER (AFACT) 0.50000

PERTURBATION ADJUSTMENT FACTOR (PGFACT): 0.50000

SLPITPRT>=1: PRINT SLP ITERATIONS.

OUTPUT FROM BRANCH-AND-BOUND ALGORITHM WILL NOT BE PRINTED.

BASE PUMPING RATES TAKEN FROM FVREF SPECIFIED IN VARCON INPUT FILE

PROBLEM SIZE

NUMBER OF VARIABLES (INCLUDING SLACKS) 13
NUMBER OF CONSTRAINT EQUATIONS 8

4444 BYTES OF MEMORY ALLOCATED FOR RESPONSE MATRIX ALGORITHM

CLOSING SOLUTION AND OUTPUT FILE

Solution Algorithm

Begin Solution Algorithm

Running Base Flow Process Simulation

Status of Simulation-Based Constraints

Constraint Type	Name	Status	Distance To RHS
Head Bound	b-01	Satisfied	2.5246E-01
Head Bound	b-02	Satisfied	3.6267E-01
Head Bound	b-03	Satisfied	3.2472E-01
Head Bound	b-04	Satisfied	8.6213E-01
Head Bound	b-05	Satisfied	9.9276E-01
Head Bound	b-06	Satisfied	7.0053E-01
Head Bound	b-07	Satisfied	5.5577E-01
Head Bound	b-08	Satisfied	4.3125E-01

Distance to RHS is the absolute value of the difference between the the right hand side of the constraint and the left side of the constraint evaluated using the current set of decision variable values.

Calculating Response Matrix

Perturb Flow Variable 1

By Perturbation Value: -1.800000E+02

Perturbation Failed:

Response Precision Inadequate

Perturb Flow Variable 1

By Perturbation Value: -3.600000E+02

Perturb Flow Variable 2

By Perturbation Value: -2.520000E+02

Perturb Flow Variable 3

By Perturbation Value: -5.760000E+01

Perturb Flow Variable 4

By Perturbation Value: -2.520000E+02

Perturb Flow Variable 5

By Perturbation Value: -1.460000E+01

Average Number of Significant Digits in Matrix 7.500000E-01

Solving Linear Program

Feasible Solution Found

Optimal Solution Found

Objective Value -5.087255E+06

Maximum Relative Change in Flow Variable 9.996033E-01

SLP Algorithm: End Iteration 1

SLP Algorithm: Begin Iteration 2

Running Base Flow Process Simulation

Status of Simulation-Based Constraints

Constraint Type	Name	Status	Distance To RHS
Head Bound	b-01	Satisfied	2.9403E-02
Head Bound	b-02	Satisfied	7.7804E-02
Head Bound	b-03	Not Met	8.7513E-04
Head Bound	b-04	Satisfied	4.3905E-01
Head Bound	b-05	Satisfied	5.0177E-01
Head Bound	b-06	Satisfied	2.1774E-01
Head Bound	b-07	Satisfied	6.8002E-02
Head Bound	b-08	Satisfied	4.2421E-02

Distance to RHS is the absolute value of the difference between the the right hand side of the constraint and the left side of the constraint evaluated using the current set of decision variable values.

Calculating Response Matrix

Perturb Flow Variable 1
 By Perturbation Value: -1.800000E+02
 Perturbation Failed:
 Response Precision Inadequate
 Perturb Flow Variable 1
 By Perturbation Value: -3.600000E+02
 Perturb Flow Variable 2
 By Perturbation Value: -2.520000E+02
 Perturb Flow Variable 3
 By Perturbation Value: -5.760000E+01
 Perturb Flow Variable 4
 By Perturbation Value: -2.520000E+02
 Perturb Flow Variable 5
 By Perturbation Value: -1.460000E+01

Average Number of Significant Digits in Matrix 7.750000E-01

Solving Linear Program

Feasible Solution Found
 Optimal Solution Found
 Objective Value -5.084243E+06
 Maximum Relative Change in Flow Variable 1.194931E-03
 SLP Algorithm: End Iteration 2
 Iterations have converged

Ground-Water Management Solution

OPTIMAL SOLUTION FOUND

OPTIMAL RATES FOR EACH FLOW VARIABLE

Variable Name	Withdrawal Rate	Injection Rate	Contribution To Objective
Q1	1.800000E+03		1.800000E+06
Q2	4.224259E+01		4.224259E+04
Q3	5.760000E+02		5.760000E+05
Q4	2.520000E+03		2.520000E+06
Q5	1.460000E+02		1.460000E+05
TOTALS	5.084243E+03	0.000000E+00	5.084243E+06

OBJECTIVE FUNCTION VALUE 5.084243E+06

BINDING CONSTRAINTS

Constraint Type	Name	Status	Shadow Price
-----------------	------	--------	--------------

Head Bound	b-03	Binding	-3.4422E+06
Maximum Flow Rate	Q1	Binding	Not Available
Maximum Flow Rate	Q3	Binding	Not Available
Maximum Flow Rate	Q4	Binding	Not Available
Maximum Flow Rate	Q5	Binding	Not Available

Binding constraint and range analysis values are determined from the linear program and based on the response matrix approximation of the flow-process.

RANGE ANALYSIS

Constraint Ranges

Lower/Upper Bound are the values of the RHS beyond which basis will change.

Leaving is the variable which will leave the basis.

Entering is the variable which will enter the basis.

If the entering or leaving variable is a constraint name,
then the constraint slack variable is active

Constraint Name	Slack	Original RHS	Lower/Upper Bound	Entering	Leaving
b-01	3.0021E-02	1.0250E+02 1.0253E+02	-Infinity b-03	----- b-01	No Change -----
b-02	7.8588E-02	1.0250E+02 1.0258E+02	-Infinity b-03	----- b-02	No Change -----
b-03	0.0000E+00	1.0250E+02 1.0251E+02	1.0246E+02 Q4	b-03 Q2	b-01
b-04	4.4016E-01	1.0250E+02 1.0294E+02	-Infinity b-03	----- b-04	No Change -----
b-05	5.0286E-01	1.0250E+02 1.0300E+02	-Infinity b-03	----- b-05	No Change -----
b-06	2.1858E-01	1.0250E+02 1.0272E+02	-Infinity b-03	----- b-06	No Change -----
b-07	6.8474E-02	1.0250E+02 1.0257E+02	-Infinity Q3	----- b-07	No Change -----
b-08	4.2618E-02	1.0250E+02 1.0254E+02	-Infinity Q3	----- b-08	No Change -----

Objective-Function Coefficient Ranges

Lower/Upper Bound are the values of the coefficients beyond which basis will change.

Leaving is the variable which will leave the basis.

Entering is the variable which will enter the basis.

If the entering or leaving variable is a constraint name,
then the constraint slack variable is active

Basic variables are shown with zero reduced cost

Variable Name	Reduced Cost	Original Coefficient	Lower/Upper Bound	Entering	Leaving
Q1	9.8689E+02	1.0000E+03 Infinity	1.3111E+01 -----	Q1	Q1
Q2	0.0000E+00	1.0000E+03 2.9657E+03	1.1369E-13 Q4	b-03 Q4	Q2

Q3	6.8957E+02	1.0000E+03 Infinity	3.1043E+02 ----- No Change -----	Q3	Q3
Q4	6.6282E+02	1.0000E+03 Infinity	3.3718E+02 ----- No Change -----	Q4	Q4
Q5	8.1637E+02	1.0000E+03 Infinity	1.8363E+02 ----- No Change -----	Q5	Q5

Final Flow Process Simulation

Running Final Flow Process Simulation
using Optimal Flow Variable Rates

Status of Simulation-Based Constraints

Using Optimal Flow Rate Variable Values

Constraint Type	Name	Status	Distance To RHS
-----	----	-----	-----
Head Bound	b-01	Satisfied	3.0021E-02
Head Bound	b-02	Satisfied	7.8588E-02
Head Bound	b-03	Near-Binding	6.9337E-07
Head Bound	b-04	Satisfied	4.4016E-01
Head Bound	b-05	Satisfied	5.0286E-01
Head Bound	b-06	Satisfied	2.1858E-01
Head Bound	b-07	Satisfied	6.8475E-02
Head Bound	b-08	Satisfied	4.2619E-02

Distance to RHS is the absolute value of the difference between the the right hand side of the constraint and the left side of the constraint evaluated using the current set of decision variable values.

Because of precision limitations and possible nonlinear behavior, the status of binding constraints computed directly by the flow process may differ slightly from those computed using the linear program.

Βιβλιογραφία

1. Γ.Καλλέργης, Εφαρμοσμένη – Περιβαλλοντική Υδρογεωλογία , Έκδοση Τεχνικού Επιμελητηρίου Ελλάδας, 2001
2. Ι. Τριχάκης, Προσομοίωση της υπόγειας ροής και προσδιορισμός της ζώνης υφαλμύρισης στην βιομηχανική περιοχή (ΒΙ.ΠΕ) Ηρακλείου Κρήτης, Χανιά, 2004
3. Σ. Καρτεράκης , Διαχείριση των υπογείων υδάτων με χρήση συνδυασμού μεθόδων προσομοίωσης και βελτιστοποίησης, Χανιά, 2005
4. Υδρογεωλογική μελέτη Βορείου Νομού Ηρακλείου, Έργο Υ.ΠΕ.ΧΩ.ΔΕ, Ι.Γ.Μ.Ε, Παράρτημα Κρήτης
5. Γ. Καρατζάς, Ροή Υπογείων Υδάτων και Μεταφορά Ρύπων, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Πολυτεχνείου Κρήτης, 2002
6. Κ. Στεφανόπουλος , Προσδιορισμός της Ζώνης Υφαλμύρωσης στην Περιοχή Χερσονήσου – Ηρακλείου Κρήτης με Χρήση Προσομοίωσης και Μετρήσεων Πεδίου, Χανιά, 2004
7. Χ. Γιαννέλη, Υδρολογική έρευνα λεκανών του ελληνικού χώρου: παράδειγμα από τη λεκάνη Αγίων Αναργύρων (Καστοριά), Θεσσαλονίκη, 2009
8. Β. Τάντος , Περιβαλλοντική υδρογεωλογική έρευνα του προσχωματικού υδροφόρου της περιοχής Κιάτου – Κορίνθου. Κατασκευή μοντέλου προσομοίωσης της υπόγειας ροής, Πάτρα, 2006
9. Σ. Τρούσσα-Μάρτη Υφαλμύρωση Υπόγειων Υδροφορέων Νομού Χανίων, Χανιά. 2009
10. Μ. Τσαλέπη, Προσομοίωση της λειτουργίας υδροφορέα υπό συνθήκες κλιματικών αλλαγών, Θεσσαλονίκη, 2009
11. D. Ahlfeld, A. Mulligan, Optimal Management of Flow Groyndwater Systems, Academic Press, 2000
12. D. Ahlfeld, A. Mulligan, P. Barlow, GWM – A Ground-Water Management Process for the U.S. Geological Survey Modular Groynd-Water Model (MODFLOW – 2000), U.S. Department of the Interior, U.S. Geological Survey, Virginia, 2005
13. D. Todd, Groundwater Hydrology, second edition, Wiley, New York, 1980
14. M. Anderson, W. Woessner, Applied Groundwater Modeling, Academic Press, 1992

15. Visual Modflow v.4.2 User's Manual, Waterloo Hydrogeologic Inc., Waterloo, 2006
16. M. Papadopoulou, E. Varouchakis, G. Karatzasa, Simulation of complex aquifer behavior using numerical and geostatistical methodologies, Desalination v.237, pg 42-53, 2009
17. S. Karterakis , G. Karatzas , I. Nikolos, M. Papadopoulou, Application of linear programming and differential evolutionary optimization methodologies for the solution of coastal subsurface water management problems subject to environmental criteria, Journal of Hydrology v.342, pg 270-282, 2007
18. <http://www.geo.auth.gr/763/ch9.htm>
19. www.googlemap.com
20. <http://www.waterinfo.gr/eedyp/papers/GKallergis.html>

