Πολυτεχνείο Κρήτης

Τμήμα Ηλεκτρονικών Μηχανικών και
Μηχανικών Υπολογιστών

«Επεξεργασία σήματος για αναγνώριση οχημάτων μέσω ανιχνευτών επαγωγικού βρόχου»

Διπλωματική Εργασία

Χαρταμπάς Νικόλαος

Επιβλέπων Καθηγητής: Ζερβάκης Μιχαήλ

Χανιά, 2011

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα Εικόνων

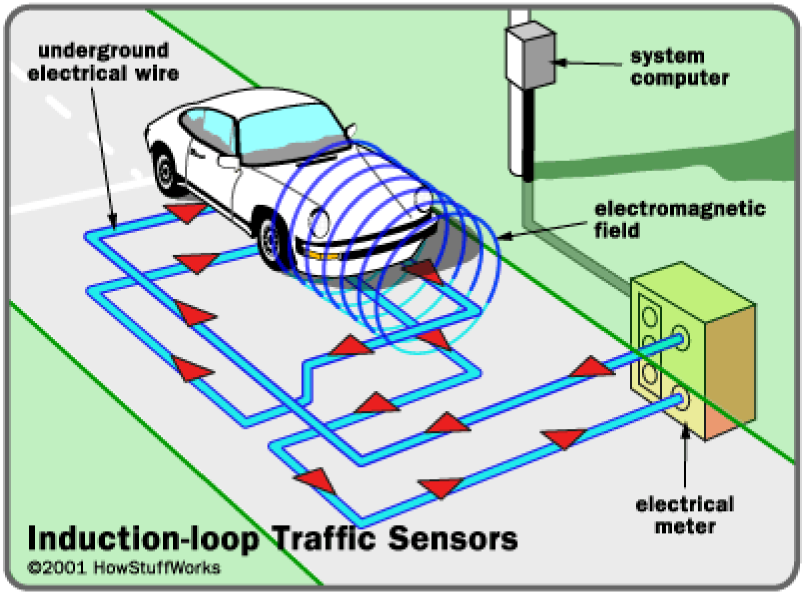
Περιεχόμενα Πινάκων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή

1.1 Ανιχνευτές επαγωγικού βρόγχου

Ο ανιχνευτής επαγωγικού βρόγχου (Inductive Loop Detector, ILD, στη διεθνή βιβλιογραφία) είναι ένας η περισσότεροι βρόγχοι αποτελούμενοι από σύρμα ενσωματωμένος στο οδόστρωμα και συνδεδεμένος με μια μονάδα ελέγχου (Sun 1999). Στην ουσία είναι ένα κύκλωμα συντονισμού και λειτουργεί βάση των αρχών της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής. Οι συρμάτινοι βρόγχοι διεγείρονται από ένα σήμα με συχνότητα η οποία κυμαίνεται από *10 KHz* έως *200 KHz*. Μια συνεχής τάση εφαρμόζεται στο κύκλωμα του βρόγχου για να διατηρείται σε ένα σταθερό επίπεδο η επαγωγή του. Καθώς το όχημα περνά πάνω από το βρόγχο η επαγωγή του μειώνεται

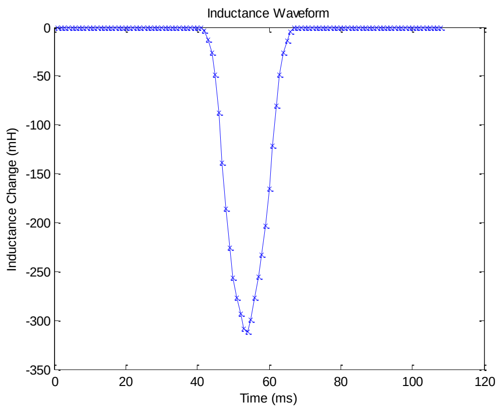


Εικόνα 1: Σχηματική αναπαράσταση μιας διάταξης ανιχνευτή επαγωγικού βρόγχου.

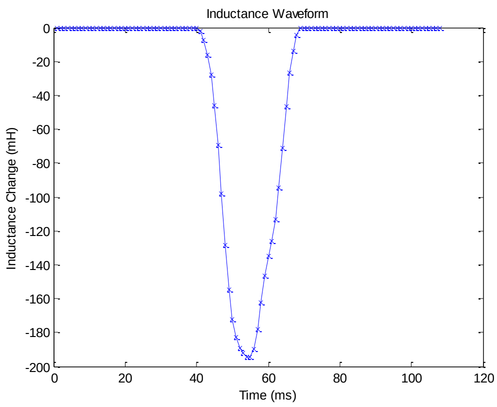
λόγω των ρευμάτων επαγωγής που εμφανίζονται στη επιφάνεια της μεταλλικής μάζας του. Αυτή η μείωση της επαγωγής στο κύκλωμα συντονισμού έχει σαν αποτέλεσμα την αύξηση της συχνότητας συντονισμού στον ανιχνευτή βρόγχου. Η παραπάνω σχέση δίνεται από τον τύπο:

$$\text{Συχνότητα Συντονισμού} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

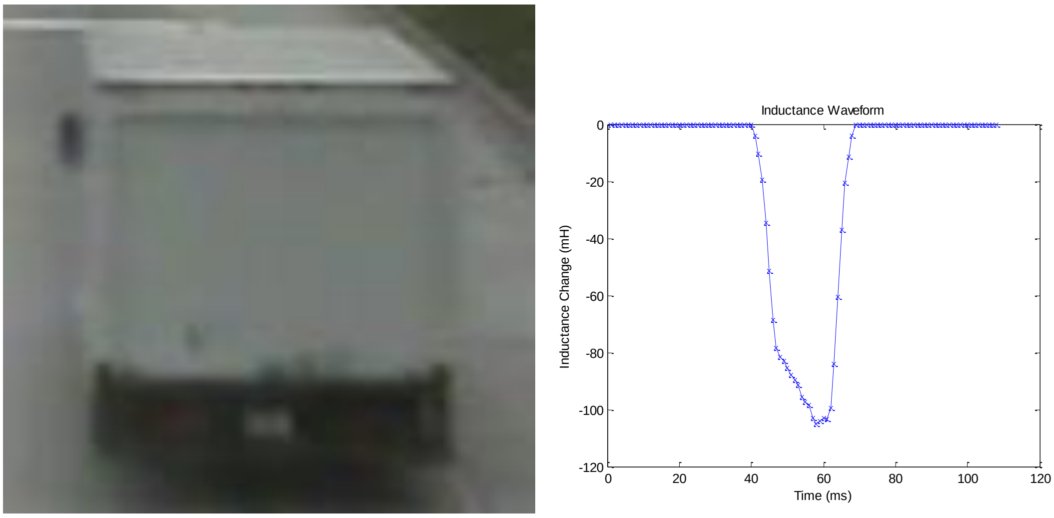
οπού L είναι η επαγωγή και C η χωρητικότητα του βρόγχου. Η αλλαγή της επαγωγής λόγω της παρουσίας ενός οχήματος καταγράφεται ανά μικρά χρονικά διαστήματα συνήθως ανά *10 ms*. Η κυματομορφή που αποκτάμε από την προβολή των δειγματολειπτούμενων διαφορών της επαγωγής αναφέρεται ως κυματομορφή επαγωγής οχήματος (vehicle inductance waveform) ή ως επαγωγική υπογραφή (inductance signature). Η μορφή της κυματομορφής εξαρτάται από έναν αριθμό παραγόντων του οχήματος όπως το μήκος του, η ταχύτητα του, η μεταλλική επιφάνεια του, κτλ. Στις παρακάτω εικόνες φαίνονται οχήματα διαφορών κατηγοριών και οι αντίστοιχες κυματομορφές επαγωγής τους.



A



B



C

D

Εικόνα 2: Κυματομορφές επαγωγικού βρόχου διαφόρων τύπων οχημάτων. Η πρώτη εικόνα (A) δείχνει τη κυματομορφή ενός τυπικού επιβατικού οχήματος. Η δεύτερη (B) την κυματομορφή ενός βαν. Η τρίτη (C) την κυματομορφή ενός μικρού φορτηγού. Τέλος η τέταρτη (D) την κυματομορφή ενός μεγάλου φορτηγού. Συνεχές καμπύλες εμφανίζονται αντί των πραγματικών διακριτών καμπύλων, προκειμένου να καταδειχτούν με σαφήνεια τα σχήματα των κυματομορφών.

1.2 Σκοπός εργασίας

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής είναι η εξέταση της χρησιμότητας των ανιχνευτών επαγωγικού βρόγχου για την κατηγοριοποίηση των οχημάτων σε προκαθορισμένες κλάσεις. Επίσης εξετάζεται και η δυνατότητα ταυτοποίησης του ίδιου οχήματος σε δυο διαφορετικούς σταθμούς ανιχνευτών.

Συγκεκριμένα το πρόβλημα αναγνώρισης οχημάτων με την βοήθεια κυματομορφών επαγωγικού βρόχου ορίζεται ως την ταυτοποίηση μιας δοθέντας κυματομορφής από έναν σταθμό επαγωγικού βρόχου B με μια κυματομορφή από ένα σύνολο κυματομορφών ενός σταθμού επαγωγικού βρόχου A.

1.3 Σχετικές εργασίες

Στην εργασία του, ο Sun (2000) πρότεινε δυο διαφορετικές μεθόδους χρήσης των κυματομορφών για την κατηγοριοποίηση των οχημάτων. Η πρώτη μέθοδος χρησιμοποίει ένα Self-Organizing Feature Map (SOFM) το οποίο είναι ένα ευρέος χρησιμοποιούμενο τεχνητό νευρωνικό δίκτυο για την αναγνώριση προτύπων. Η δεύτερη μέθοδος χρησιμοποιεί μια ευρετική συνάρτηση. Η είσοδος της συνάρτησης είναι διανύσματα χαρακτηριστικών που αποκτούνται από την επεξεργασία της εξόδου των ανιχνευτών επαγωγικού βρόγχου. Τα διανύσματα αυτά περιλαμβάνουν το μήκος των κυματομορφών, τις διακυμάνσεις τους, τις κυρτώσεις τους και τους συντελεστές του διακριτού μετασχηματισμού Φουριέ.

Το πρόβλημα της αναγνώρισης οχημάτων με τη χρήση κυματομορφών επαγωγικού βρόγχου μπορεί να αντιμετωπιστεί με διαφορετικούς τρόπους. Μια προτεινόμενη μεθοδολογία περιλαμβάνει την εξαγωγή χαρακτηριστικών από τις κυματομορφές και στη συνέχεια το ταίριασμα τους χρησιμοποιώντας ευρετικές συναρτήσεις η ένα πιθανοτικό νευρωνικό δίκτυο (probabilistic neural network, PNN), Sun (2002).

Στις εργασίες τους ο Parsekar (2004) και ο Kwon (2005) μελέτησαν την χρήση μεθόδων αποσυνέλιξης για την απόκτηση κυματομορφών οι όποιες μας δίνουν καλύτερα διαχωρίσιμα χαρακτηριστικά απ’ ότι οι αρχικές. Συγκεκριμένα υλοποίησαν δυο μεθόδους, την αποσυνέλιξη με τη χρήση φίλτρων constrained least squares και την αποσυνέλιξη χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο Godard.

Η μέθοδος της ανάλυσης σε κύριες συνιστώσες είναι μια διαδεδομένη τεχνική μείωσης διαστάσεων η οποία μελετάται διεξοδικά στη μονογραφία του Jolliffe

(2002). Η εξαγωγή χαρακτηριστικών με την μέθοδο αυτή μελετάται σε δυο εργασίες των Hao (2009) και Mistra (2002). Τέλος η χρήση των κύριων συνιστωσών για την εφαρμογή K-means clustering σε δεδομένα περιγράφεται στη εργασία του Ding (2004).

1.4 Δομή εργασίας

Στην παρούσα διπλωματική εξετάζουμε τη χρήση της τεχνικής της ανάλυσης σε κύριες συνιστώσες για την επίτευξη των στόχων που περιγράψαμε στην ενότητα 1.2. Η ανάλυση σε κύριες συνιστώσες είναι μια μέθοδος μείωσης των διαστάσεων ενός συνόλου πολυδιάστατων δεδομένων. Όπως θα δείξουμε αυτή η μείωση διαστάσεων διατηρεί τις αρχικές πληροφορίες παρούσες στα δεδομένα επιτρέποντας μια αποτελεσματικότερη αναγνώριση και ομαδοποίηση των κυματομορφών επαγωγικού βρόγχου των οχημάτων.

Η δομή της διπλωματικής έχει ως εξής:

- Στο κεφάλαιο 2 εξετάζουμε ζητήματα αναγνώρισης μεμονωμένων κυματομορφών από την συνεχής έξοδο ενός ανιχνευτή επαγωγικού βρόχου (ενότητα 2.1). Τον καθορισμό του χρονικού παραθύρου στο σταθμό A κατά τον οποίο πιθανόν να είχε περάσει το όχημα προς εξέταση του σταθμού B. Αυτό πραγματοποιείται για τον περιορισμό των προς εξέταση κυματομορφών του σταθμού A μιας και ο με την μείωση του αριθμού αυτού αυξάνει και η πιθανότητα σωστής αναγνώρισης (ενότητα 2.2). Στη συνέχεια εξετάζονται μέθοδοι σύγκρισης δυο κυματομορφών όπως τον συντελεστή συσχέτισης και την ευκλείδεια απόσταση μεταξύ τους για τον καθορισμό της ομοιότητας μεταξύ τους (ενότητα 2.3). Τέλος εξετάζουμε μεθόδους αποσυνέλιξης για την απόκτηση καλυτέρα διαχωρίσιμων κυματομορφών. Συγκεκριμένα εξετάζουμε την αποσυνέλιξη με την μέθοδο constraint least squares.
- Στο κεφάλαιο 3 μελετάμε θεωρητικά την μέθοδο ανάλυσης κυριών συνιστωσών. Αφού καθορίσουμε τους στόχους της ανάλυσης (ενότητα 3.4) καθώς και τις υποθέσεις που προϋποθέτονται για την εφαρμογή της (ενότητα 3.5) παραθέτουμε μεθόδους υπολογισμού των κύριων συνιστωσών (ενότητα 3.6 και 3.7). Τέλος καταδεικνύουμε την σχέση της ανάλυσης κυριών

συνιστωσών με την μέθοδο αναγνώρισης προτύπων K-means clustering (ενότητα 3.8).

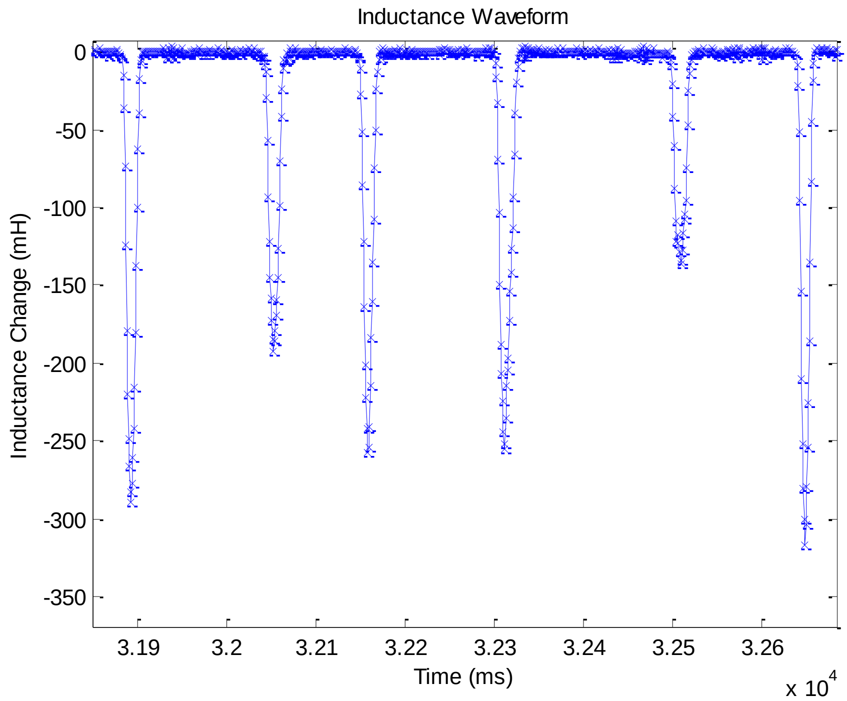
- Στη πρώτη ενότητα του κεφαλαίο 4 παραθέτουμε την προτεινόμενη μεθοδολογία που ακολουθήσαμε στη διπλωματική μας. Στις επόμενες ενότητες του κεφαλαίου καταγράφουμε τα αποτελέσματα αυτής της μεθοδολογίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Μέθοδοι βασισμένοι στο επαγωγικό σήμα

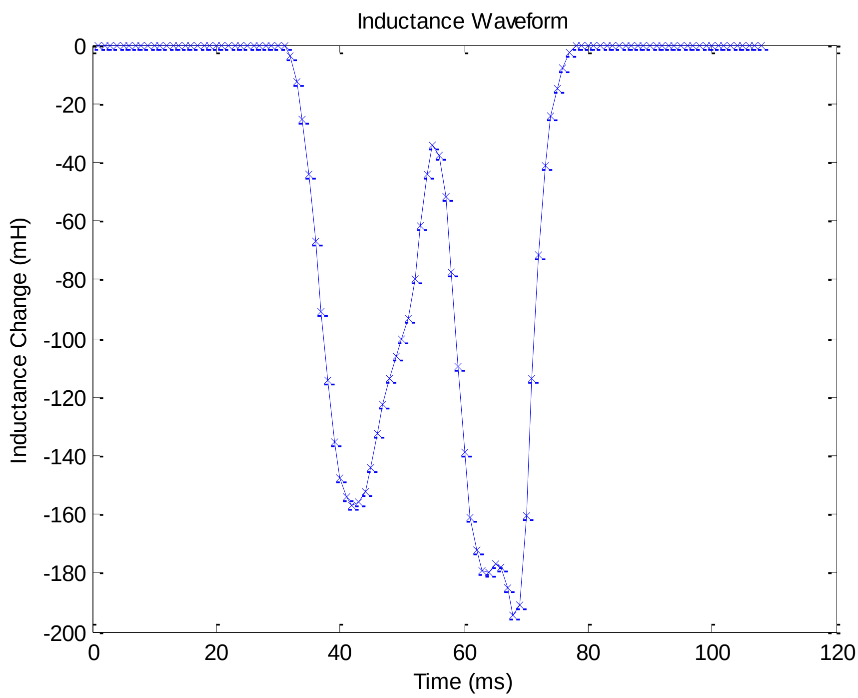
2.1 Αναγνώριση Μεμονωμένων Κυματομορφών

Από την στιγμή που η έξοδος ενός ανιχνευτή επαγωγικού βρόχου είναι μια συνεχής ροή από δειγματολειπτούμενων διαφορών επαγωγής, όπως φαίνεται στη εικόνα 2, το πρώτο βήμα της ανάλυσης μας είναι να αναγνωρίσουμε την αρχή και το τέλος μιας μεμονωμένης κυματομορφής οχήματος. Αυτή η διαδικασία αφαιρεί τα δεδομένα της εξόδου των επαγωγικών ανιχνευτών κατά των οποίων οι τελευταίοι είναι ανενεργοί, δηλαδή δεν περνά από πάνω τους όχημα, και μας επιτρέπει να προχωρήσουμε στα επόμενα βήματα.



Εικόνα 3: Η έξοδος ενός ανιχνευτή επαγωγικού βρόχου για ένα ορισμένο χρονικό διάστημα.

Διάφοροι τρόποι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον διαχωρισμό του σήματος μας σε μεμονωμένες κυματομορφές. Ο πιο απλός τρόπος είναι να ορίσουμε ένα κατώφλι και τσεκάρουμε πότε το σήμα μας το ξεπερνά. Αυτό θα σήμαινε ότι ανιχνευτικέ η αρχή μιας κυματομορφής ενώ όταν το σήμα μας περνά το κατώφλι ξανά θα σήμαινε το τέλος της. Αυτή η μέθοδος όμως έχει προβλήματα όπως θα δούμε παρακάτω. Ένα καλό κατώφλι εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του θορύβου παρών στο σήμα μας και είναι δύσκολο να προσδιορίσουμε την τιμή του. Αν διαλέξουμε κατώφλι με μικρή τιμή τότε μπορεί να αναγνωρίσουμε θόρυβο ως όχημα ενώ αν διαλέξουμε κατώφλι με μεγάλη τιμή τότε προσδιορίζει την αρχή μιας κυματομορφής μετά την πραγματική της αρχή χάνοντας έτσι πολύτιμη πληροφορία. Ένα δεύτερο πρόβλημα διαλέγοντας μεγάλη τιμή κατωφλιού είναι ότι ενδεχομένως να αναγνωρίσει μια ενιαία κυματομορφή ως δυο όπως φαίνεται στο παρακάτω παράδειγμα.



Εικόνα 4: Παράδειγμα κυματομορφής η οποία θα αναγνωριζόταν ως δυο ξεχωριστές αν η τιμή του κατωφλιού ήταν στα -40 mH. Η επιλογή ενός κατάλληλου αλγορίθμου, και των κατάλληλων κατωφλιών, για τον διαχωρισμό των κυματομορφών είναι απαραίτητος για να αποφευχθεί η αναγνώριση ενός οχήματος ως δυο.

Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήσαμε για να αποφύγουμε τα προαναφερθέντα προβλήματα είναι η επιλογή καταρχάς ενός κατωφλιού με σχετικά μεγάλη τιμή οπότε τα σημεία που προσδιορίζονται ως αρχή και τέλος της κυματομορφής μας βρίσκονται μετά την πραγματική αρχή και πριν το πραγματικό τέλος. Αυτό μας διασφαλίζει ότι δεν θα αναγνωρίσουμε θόρυβο ως όχημα. Στη συνέχεια για να προσδιορίσουμε την πραγματική αρχή και το πραγματικό τέλος της κυματομορφής επεκτείνουμε την χρονική στιγμή ώστε να πέσει πάνω με την χρονική στιγμή οπού τα σημεία του σήματος έχουν κλίση *40%* μικρότερη από τις κλίσεις των αρχικών σημείων που είχαμε βρει.

2.2 Καθορισμός χρονικού διαστήματος μεταξύ σταθμών

Για να πετύχουμε ακριβής αναγνώριση ενός οχήματος του οποίου την κυματομορφή αποκτήσαμε από το σταθμό B με την κυματομορφή του ίδιου οχήματος από τον σταθμό A θα πρέπει πρώτα να προσδιορίσουμε το χρονικό διάστημα κατά το οποίο το όχημα πιθανών να περνούσε από το σταθμό A. Αυτό θα μας περιορίσει τις υποψήφιες κυματομορφές του σταθμού A με τις οποίες θα πρέπει να συγκρίνουμε την δική μας. Για να γίνει αυτό πρέπει να υπολογίσουμε την ταχύτητα του οχήματος στο σταθμό B και με βάση την απόσταση μεταξύ των δυο σταθμών να υπολογίσουμε τη χρονική στιγμή κατά την οποία το όχημα πιθανώς να περνούσε από το σταθμό A. Το πλάτος του παραθύρου μέσα στο οποίο θεωρούμε ότι το όχημα μας βρισκόταν στο σταθμό A εξαρτάται από το πόσο έχει μεταβάλει την ταχύτητα του το όχημα μας στο διάστημα μεταξύ των δυο σταθμών. Αν οι δυο σταθμοί βρίσκονται κοντά ο ένας στον άλλο δεν υπάρχει αρκετός χρόνος για μεγάλη μεταβολή της ταχύτητας και άρα το παράθυρο μπορεί να θεωρηθεί μικρό. Αντιθέτως αν υπάρχει μεγάλη απόσταση τότε το παράθυρο πρέπει να θεωρηθεί μεγάλο μιας και το όχημα μπορεί να έχει μεταβάλει σημαντικά τη ταχύτητα του μεταξύ των σταθμών.

Η ταχύτητα ενός οχήματος μπορεί να υπολογισθεί από τα χαρακτηριστικά της κυματομορφής του χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο τύπο:

$$speed = \frac{(6 + length)x0.6818}{signature\_length}$$

οπού speed είναι η εκτιμώμενη ταχύτητα του οχήματος, length το εκτιμώμενο μήκος του οχήματος και signature_length το μήκος της κυματομορφής μας (Parsekar 2004). Εάν χρησιμοποιήσουμε το ίδιο μήκος οχήματος για όλα τα οχήματα μας ανεξαρτήτως αν πρόκειται για επιβατικό αυτοκίνητο ή για μεγάλο φορτηγό θα μας οδήγηση σε υπολογισμό μικρότερης ταχύτητας για μεγάλου μήκους οχήματα και μεγαλύτερης ταχύτητας για μικρού μήκους οχήματα. Για να αντιμετωπίσουμε αυτό το πρόβλημα πρέπει να εκχωρούνται διαφορετικά μήκη ανάλογα με την κατηγορία οχήματος. Η κατηγορία στην οποία ανήκει το όχημα προσδιορίζεται χρησιμοποιώντας κάποια βασικά χαρακτηριστικά των κυματομορφών. Συγκεκριμένα το χαρακτηριστικό που χρησιμοποιούμε είναι ο αριθμός των κορυφών της κυματομορφής και η εκχώρηση μήκους δίνεται με βάση το παρακάτω πίνακα:

Αριθμός κορυφών στην κυματομορφή	Πιθανή κατηγορία οχήματος	Μήκος
1	Επιβατικό/βαν	21
2	Αγροτικό	23
3	Φορτηγάκι	30
4	Φορτηγό	40
5	Μικρού μήκους φορτηγό	58
>=6	Μεγάλου μήκους φορτηγό	66

Πίνακας 1: Μήκη οχημάτων εκτιμώμενα βάση τον αριθμό των κορυφών της κυματομορφής.

2.3 Μέθοδοι σύγκρισης κυματομορφών

Για την σύγκριση των κυματομορφών και τον υπολογισμό του βαθμού ομοιότητας τους χρησιμοποιήθηκαν διαφορετικοί μέθοδοι. Η πρώτη από αυτές ήταν ο συντελεστής συσχέτισης. Ο συντελεστής αυτός είναι μια ποσότητα που μας δίνει τον βαθμό ομοιότητας δύο σημάτων σε όρους ελαχίστων τετραγώνων. Για τον καθορισμό του πρώτα υπολογίζουμε τις ακόλουθες ποσότητες:

$$s_{xx} = \sum x^2 - n\bar{x}^2$$

$$s_{yy} = \sum y^2 - n\bar{y}^2$$

$$s_{xy} = \sum xy - n\bar{x}\bar{y}$$

οπού x και y είναι οι κυματομορφές προς σύγκριση, $\bar{x}$ και $\bar{y}$ τα αντίστοιχα μέσα τους και n ο αριθμός δειγμάτων τους. Στη συνέχεια υπολογίζουμε τους ακόλουθους συντελεστές:

$$b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{ss_{xy}}{ss_{xx}}$$

$$b' = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum y^2 - (\sum y)^2} = \frac{ss_{xy}}{ss_{yy}}.$$

Ο συντελεστής συσχέτισης τέλος ορίζεται ως:

$$r^2 = bb' = \frac{ss_{xy}^2}{ss_{xx}ss_{yy}}$$

Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του τόσο τα δύο σήματα «μοιάζουν» μεταξύ τους.

Η δεύτερη μέθοδος σύγκρισης είναι ο υπολογισμός της ευκλείδειας απόστασης στο n-διαστατό χώρο των δυο κυματομορφών:

$$d(x,y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2}$$

οπού x και y είναι οι κυματομορφές προς σύγκριση και n ο αριθμός δειγμάτων τους. Όσο μικρότερη είναι η απόσταση τόσο τα δύο σήματα ταιριάζουν μεταξύ τους.

Η ευκλείδεια απόσταση δεν μας δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Αν όμως χρησιμοποιήσουμε το πρώτο διαφορικό των κυματομορφών αντί απευθείας τις ίδιες τις κυματομορφές τότε το ποσοστό αναγνώρισης βελτιώνεται σημαντικά. Συγκεκριμένα η νέα απόσταση υπολογίζεται συμφώνα με τον ακόλουθο τύπο:

$$d(x,y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1}[(x_i - x_{i+1}) - (y_i - y_{i+1})]^2}$$

2.4 Αποτελέσματα

Για να ανακεφαλαιώσουμε το σύστημα μας εκτελεί τα παρακάτω τρία βήματα:

- Από το σταθμό Β λαμβάνουμε την κυματομορφή του οχήματος που θέλουμε να συγκρίνουμε.
- Με βάση τα χαρακτηριστικά της κυματομορφής υπολογίζουμε την ταχύτητα του οχήματος. Έχοντας την ταχύτητα και γνωρίζοντας την απόσταση από τον σταθμό Α μπορούμε να υπολογίσουμε την πιθανή χρονική στιγμή κατά την οποία το όχημα περνούσε από τον σταθμό Α. Με βάση αυτό καθορίζουμε ένα χρονικό παράθυρο στο οποίο οι κυματομορφές που είναι παρούσες σε αυτό είναι πιθανών να συμπεριλαμβάνουν και την σωστή.
- Συγκρίνουμε την κυματομορφή του σταθμού Β με τις κυματομορφές του παραθύρου του σταθμού Α χρησιμοποιώντας τις μεθόδους υπολογισμού απόστασης που παρουσιάσαμε παραπάνω.

Ο πίνακας που ακολουθεί παρουσιάζει τα αποτελέσματα των τριών μεθόδων σύγκρισης κυματομορφών για διαφορετικά χρονικά παράθυρα. Αρχικά συγκρίναμε τις κυματομορφές που αποκτήσαμε από το σταθμό Β με όλες τις κυματομορφές του σταθμού Α. Τα ποσοστά επιτυχής αναγνώρισης όπως φαίνονται είναι χαμηλό. Στη συνεχεία συγκρίναμε τις κυματομορφές του σταθμού Β μόνο με τις κυματομορφές παρούσες στα χρονικά παράθυρα των 50 και 25 δευτερόλεπτων.

	Μέθοδοι σύγκρισης		
Χρονικό παράθυρο	Συντελεστής συσχέτισης	Ευκλείδεια απόσταση	Ευκλείδεια απόσταση διαφορικών
Κανένα	27,09 %	22,36 %	63,64 %
50 sec	32,55 %	28,55 %	69,82 %
25 sec	36,00 %	35,27 %	75,45 %

Πίνακας 2: Ποσοστά σωστής αναγνώρισης κυματομορφών χρησιμοποιώντας τις κυματομορφές όπως αποκτήθηκαν από την έξοδο των ανιχνευτών.

2.5 Μέθοδοι αποσυνέλεξης

Από την σκοπιά της θεωρίας συστημάτων η έξοδός του ανιχνευτή επαγωγικού βρόχου μπορεί να θεωρηθεί ως το αποτέλεσμα της συνέλιξης μεταξύ της πραγματικής συνάρτησης επαγωγής του οχήματος και της συνάρτησης συστήματος του βρόχου (Parsekar 1999). Επομένως μπορούμε να υποθέσουμε ότι αν αναστρέψουμε αυτήν την διαδικασία με τη χρήση μιας τεχνικής αποσυνέλιξης θα αποκτήσουμε την αρχική κυματομορφή επαγωγής του οχήματος η όποια θα περιέχει περισσότερες λεπτομέρειες.

Η έξοδός του ανιχνευτή επαγωγικού βρόχου μπορεί να μοντελοποιηθεί στο χώρο των συχνοτήτων ως εξής:

$$\boldsymbol{g} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{f} + \boldsymbol{n}$$

οπού $\boldsymbol{g}$ είναι ένα *M*-διαστατό διάνυσμα της κυματομορφής όπως μας την δίνει η έξοδος του συστήματος, $\boldsymbol{f}$ είναι ένα *M*-διαστατό διάνυσμα της πραγματικής κυματομορφής του οχήματος, $\boldsymbol{n}$ είναι ένα *M*-διαστατό διάνυσμα του τυχαίου θορύβου που θα υπεισέρχεται στο σύστημα μας μιας που αυτό είναι μια ηλεκτρική συσκευή και τέλος $\boldsymbol{H}$ είναι ένας *MxM* διαστάσεων circulant πίνακας του συστήματος του βρόχου μας.

Ο τετραγωνικός πίνακας $\boldsymbol{H}$ λέγεται circulant επειδή κάθε γραμμή του είναι μια μετατόπιση της προηγούμενης γραμμής του. Χρησιμοποιείται συχνά για να μοντελοποίηση την συνέλιξη και για αυτό στη βιβλιογραφία αποκαλείται και ως πίνακας συνέλιξης καναλιού (channel convolution matrix).

2.6 Αποσυνέλιξη με την μέθοδο constraint least squares

Σκοπός της μεθόδου constraint least squares είναι να βρεθεί το $\boldsymbol{f}$ το οποίο θα ελαχιστοποιεί την ακόλουθη συνάρτηση κόστους:

$$J(f) = \frac{1}{2}(\|g - H * f\|^2 - \|n\|^2)$$

Η συνάρτηση κόστους αναφέρεται επίσης και ως συνάρτηση κόστους ελάχιστων τετραγωνικών. Διαφορίζοντας το J ως προς το $\boldsymbol{f}$ και θέτοντας το αποτέλεσμα ίσον με μηδενικό διάνυσμα έχουμε:

$$-H^T(g - Hf) = \mathbf{0}$$

Λύνοντας ως προς το ***f*** αποκτούμε:

$$\hat{f} = \frac{H^T g}{H^T H}$$

Η παραπάνω λύση τείνει να είναι ασταθές εάν το ***H*** περιέχει μοναδιαίες τιμές. Για το λόγο αυτό εισάγουμε μια διαφορετική συνάρτηση κόστους:

$$J(f) = \frac{1}{2}(\|g - H * f\|^2 - \|n\|^2) + \frac{1}{2}a\|Qf\|^2$$

οπού α είναι μια σταθερά και Q είναι ένας γραμμικός τελεστής που δουλεύει ως σταθεροποιητής.

Διαφορίζοντας το J ως προς το ***f***, θέτοντας το αποτέλεσμα ίσο με το μηδενικό διάνυσμα και λύνοντας ως προς ***f*** αποκτούμε:

$$\hat{f} = \frac{H^T g}{H^T H + aQ^T Q}$$

οπού Q υλοποιείται ως ένα υψιπερατό φίλτρο.

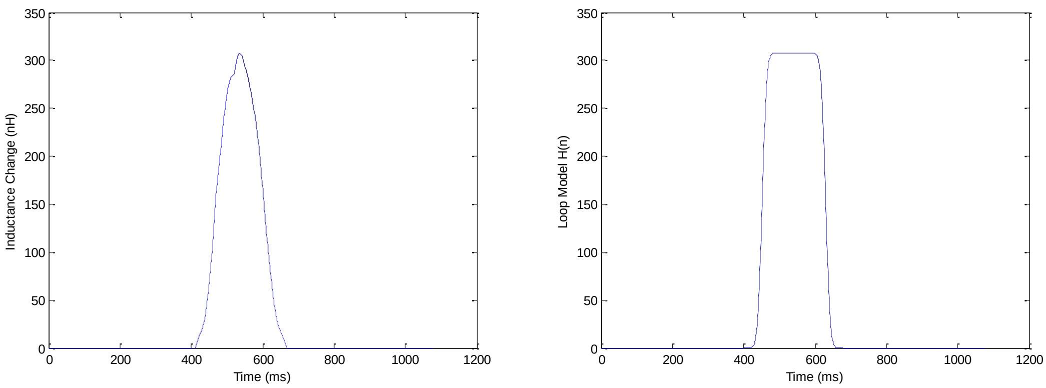
2.7 Κρουστική απόκριση του ανιχνευτή επαγωγικού βρόγχου

Για να υλοποιήσουμε την μέθοδο αποσυνέλιξης constraint least squares είναι απαραίτητο να ξέρουμε την κρουστική απόκριση του συστήματος του ανιχνευτή επαγωγικού βρόγχου. Όμως δεν ξέρουμε ακριβώς ποιος θα πρέπει να είναι ο κρουστικός παλμός εισόδου για να καθορίσουμε πειραματικά την απόκριση του συστήματος σε αυτόν. Προηγούμενα πειράματα πάνω στο ζήτημα αυτό (Parsekar, 2004) δεν έδωσαν ικανοποιητικά αποτελέσματα.

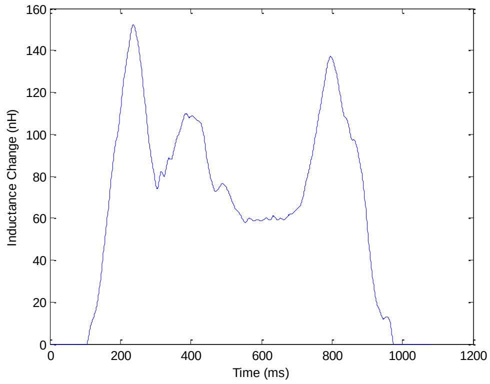
Αντί αυτού μπορούμε να πάρουμε μια εκτίμηση της κρουστικής απόκρισης κάνοντας κάποιες λογικές υποθέσεις (Parsekar, 2004). Η κρουστική απόκριση μπορεί να μοντελοποιηθεί συμφωνά με την μαγνητική ροή που παράγει ο ανιχνευτής πάνω από την περιοχή που βρίσκεται. Η ροή αυξάνει απότομα από το ένα άκρο, σταθεροποιείται για ένα χρονικό διάστημα και στη συνέχεια μειώνεται στο άλλο άκρο το ίδιο απότομα όπως αυξήθηκε. Η διάρκεια στην οποία το όχημα επηρεάζει σημαντικά την μαγνητική ροή του βρόγχου είναι ίδια με τον χρόνο για τον οποίο χρειάζεται το όχημα για να περάσει από πάνω του. Αυτό σημαίνει ότι το μήκος της συνάρτησης συστήματος μας είναι το ίδιο με το μήκος της κυματομορφής εξόδου του ανιχνευτή μας. Για οχήματα με διαφορετικά μήκη κυματομορφών χρησιμοποιούμε επίσης κρουστικές αποκρίσεις με διαφορετικά μήκη παρόλο που σε όλες τις περιπτώσεις το σχήμα παραμένει το ίδιο και μοντελοποιείται χρησιμοποιώντας την παρακάτω συνάρτηση:

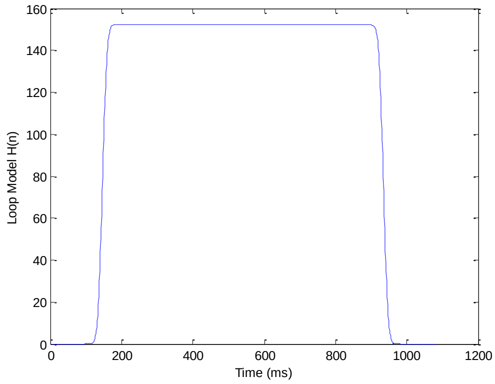
$$h(x) = \sum_{i=0}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(i-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

οπού το μ είναι το μέσο της Gaussian συνάρτησης και σ^2 η διακύμανση της. Το μέσο και η διακύμανση επιλέγονται κατάλληλα για να αποκτήσουμε το απαραίτητο μήκος. Στις παρακάτω εικόνες φαίνονται οι κυματομορφές διαφορών οχημάτων και οι κρουστικές αποκρίσεις που υπολογίστηκαν συμφώνα με την παραπάνω συνάρτηση.



Εικόνα 5: Κυματομορφή ενός τυπικού επιβατικού αυτοκινήτου (αριστερά) και η εκτιμώμενη συνάρτηση συστήματος του(δεξιά).

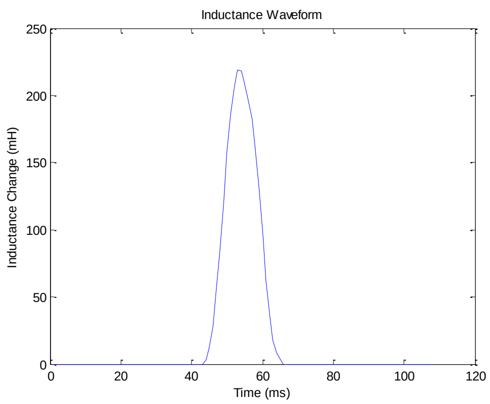


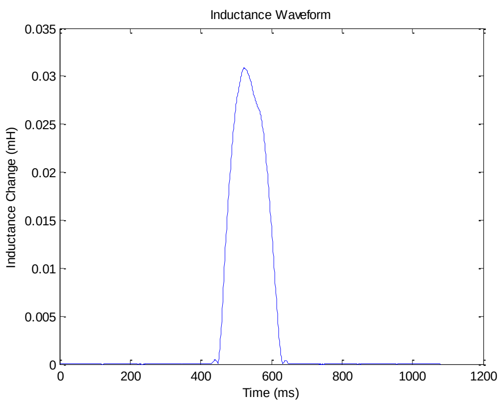


Εικόνα 6: Κυματομορφή ενός φορτηγού (αριστερά) και η εκτιμώμενη συνάρτηση συστήματος του(δεξιά).

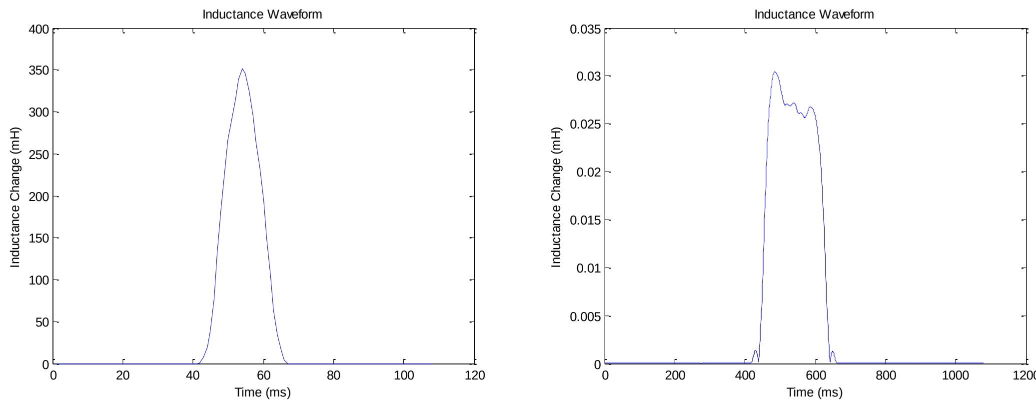
2.8 Υλοποίηση και αποτελέσματα της αποσυνέλιξης

Για να υλοποιήσουμε την μέθοδο που παρουσιάσαμε στην ενότητα 3.2 είναι απαραίτητο πρώτα να μετασχηματίσουμε όλες τις κυματομορφές μας στο χώρο των συχνοτήτων. Για να το κάνουμε αυτό χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο γρήγορου μετασχηματισμού Φουριέ (Fast Fourier Transform). Όμως η χρήση αυτού του αλγορίθμου οδηγεί στην αύξηση των συνιστωσών υψηλών συχνοτήτων και γι' αυτό χρησιμοποιούμε ένα χαμηλοπερατό φίλτρο γραμμικής φάσης με συχνότητα αποκοπής στα *0.5*. Η μεμονωμένες κυματομορφές επεξεργάζονται στη συνέχεια με τις συναρτήσεις που περιγράψαμε.

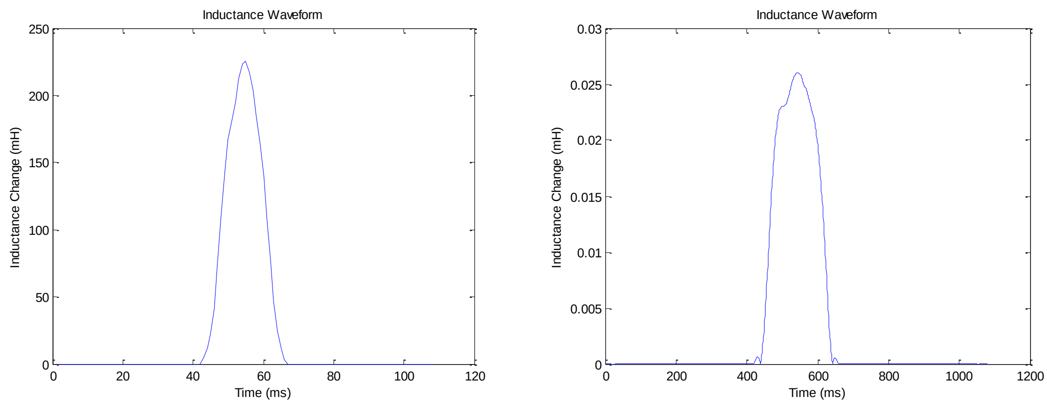




A



B



C

Εικόνα 7: Τρείς κυματομορφές επιβατικών αυτοκινήτων πριν (αριστερά) και μετά την αποσυνέλιξη (δεξιά). Όπως φαίνεται καθαρά ενώ πριν την αποσυνέλιξη οι τρεις κυματομορφές δεν διαφέρουν πολύ στο σχήμα τους, μετά την αποσυνέλιξη οι κυματομορφές που έχουν προκύψει δείχνουν να έχουν σαφείς διαφοροποιήσεις.

Τα αποτελέσματα της αναγνώρισης οχημάτων χρησιμοποιώντας τις κυματομορφές που προέκυψαν από την αποσυνέλιξη των αρχικών ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα. Ακολουθούμε την διαδικασία που περιγράψαμε στην ενότητα 2.4.

	Μέθοδοι σύγκρισης		
Χρονικό παράθυρο	Συντελεστής συσχέτισης	Ευκλείδεια απόσταση	Ευκλείδεια απόσταση διαφορικών
Κανένα	29,16 %	24,36 %	65,66 %
50 sec	34,59 %	32,96 %	71,48 %
25 sec	39,09 %	37,32 %	76,63 %

Πίνακας 2: Ποσοστά σωστής αναγνώρισης κυματομορφών χρησιμοποιώντας τις κυματομορφές μετά την αποσυνέλιξη.

2.9 Περιορισμοί της μεθόδου αποσυνέλιξης

Όπως περιγράψαμε το αποτέλεσμα της αποσυνέλιξης με την μέθοδο constraint least squares εξαρτάται από την εκτίμηση που κάνουμε για την κρουστική απόκριση συστήματος του ανιχνευτή επαγωγικού βρόγχου. Αν η επιλογή μας, που βασίζεται σε λογικές υποθέσεις και όχι σε πειραματικά αποτελέσματα, δεν είναι καλή τότε το εκτιμώμενο σήμα που αποκτούμε δεν μας παρέχει κάποιο πλεονέκτημα έναντι του αρχικού. Επομένως οι αλγόριθμοι αναγνώρισης προτύπων που υλοποιήσαμε για την ταξινόμηση και αναγνώριση οχημάτων δεν θα μας δώσουν καλύτερα αποτελέσματα από ότι χρησιμοποιώντας τις μη επεξεργασμένες κυματομορφές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Προβολή σε κύριες συνιστώσες

3.1 Εισαγωγή

Η ανάλυση σε κύριες συνιστώσες (Principal Component Analysis, PCA) είναι ένα χρήσιμό εργαλείο για την ανάλυση πολυδιάστατων δεδομένων (Jollife, 2002). Η κύρια ιδέα πάνω στην οποία βασίζεται η χρησιμότητα της είναι η μείωση των διαστάσεων ενός συνόλου δεδομένων στο οποίο υπάρχει ένας αριθμός από αλληλοσυσχετισμένων μεταβλητών διατηρώντας παράλληλα όσο το δυνατών περισσότερη από τη μεταβλητότητα του συνόλου των δεδομένων. Αυτή τη μείωση διαστάσεων (dimensionality reduction) επιτυγχάνεται μεταμορφώνοντας τα δεδομένα σε ένα νέο σύνολο μεταβλητών αποκαλουμένων κυρίες συνιστώσες (Principal Components, PCs) οι οποίες είναι ασυσχέτιστες και οργανωμένες με τέτοιο τρόπο ώστε όσο το δυνατών λιγότερες να περιέχουν όσο το δυνατών περισσότερη από την μεταβλητότητα παρούσα στις αρχικές μεταβλητές.

3.2 Διακύμανση, συνδιακύμανση και πινάκας συνδιακύμανσης

Έστω το διάνυσμα $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$. Ορίζουμε την διακύμανση του X ως $var(X) = \sigma_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n}$. Η συνδιακύμανση δύο διανυσμάτων $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ και $Y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ ορίζεται ως $cov(X,Y) = \sigma_{XY}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})}{n}$. Η συνδιακύμανση δυο διανυσμάτων είναι ο βαθμός γραμμικής συσχέτισης τους. Μια θετική τιμή της δηλώνει θετική συσχέτιση ενώ αρνητική τιμή δηλώνει αρνητική συσχέτιση. Μηδενική τιμή δηλώνει ότι τα δυο διανύσματα είναι ασυσχέτιστα. Ενώ αν ισχύει η σχέση $\sigma_{XY}^2 = \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$ τότε $X = Y$, τα δύο διανύσματα μας είναι ίσα.

Εάν έχουμε ένα σύνολο δεδομένων με περισσότερες των δυο διαστάσεων, έστω m, τότε οι μετρήσεις συνδιακύμανσης που μπορούμε να έχουμε μεταξύ των διαστάσεων αυτών είναι $\frac{m!}{2(m-2)!}$. Ορίζουμε τον πίνακα συνδιακύμανση ενός *mxn* πινάκα δεδομένων $\boldsymbol{X}$ να είναι ο *mxm* πινάκας $\boldsymbol{C_X} = (c_{i,j}, c_{i,j} = cov(X_i, X_j))$, οπού X_i και X_j είναι i και j γραμμή αντίστοιχα του πίνακα $\boldsymbol{X}$. Για $i = j$ η συνδιακύμανση $c_{i,j}$ ισούται με την διακύμανση της i γραμμής, δηλαδή η κύρια διαγώνιος του πίνακα συνδιακύμανσης είναι οι διακυμάνσεις των γραμμών του πίνακα $\boldsymbol{X}$. Επίσης εύκολα μπορεί να δειχτεί ότι $c_{i,j} = cov(X_i, X_j) = cov(X_j, X_i) = c_{j,i}$ δηλαδή ότι ο πινάκας $\boldsymbol{C}$ είναι συμμετρικός.

3.3 Στόχος της μεθόδου της ανάλυσης κύριων συνιστωσών

Η ανάλυση κυριών συνιστωσών είναι στην ουσία ένας γραμμικός μετασχηματισμό $\boldsymbol{V}$ (Shlens, 2009). Μετασχηματίζει τα δεδομένα μας $\boldsymbol{X}$ σε ένα νέο σύνολο $\boldsymbol{S}$, δηλαδή $\boldsymbol{VX} = \boldsymbol{S}$. Οι γραμμές του $\boldsymbol{V}$ είναι οι κυρίες συνιστώσες μας και αποτελούν ένα νέο σύνολο βάσεων στο οποίο οι στήλες του $\boldsymbol{S}$ είναι οι γραμμικοί συνδυασμοί των στηλών του $\boldsymbol{X}$. Συγκεκριμένα εάν ορίσουμε $\widehat{\boldsymbol{v_i}}$ τις γραμμές του $\boldsymbol{V}$, $\boldsymbol{x_i}$ τις στήλες του $\boldsymbol{X}$ και $\boldsymbol{s_i}$ τις στήλες του **S** τότε έχουμε:

$$\boldsymbol{PX} = \begin{bmatrix} \widehat{\boldsymbol{v_1}} \\ \vdots \\ \widehat{\boldsymbol{v_m}} \end{bmatrix} [\boldsymbol{x_1} \quad \dots \quad \boldsymbol{x_n}]$$

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \widehat{\boldsymbol{v_1}}\boldsymbol{x_1} & \cdots & \widehat{\boldsymbol{v_1}}\boldsymbol{x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \widehat{\boldsymbol{v_m}}\boldsymbol{x_1} & \cdots & \widehat{\boldsymbol{v_m}}\boldsymbol{x_n} \end{bmatrix}$$

δηλαδή κάθε στήλη του πίνακα **S** δίνεται από το διάνυσμα στήλης:

$$\boldsymbol{s_i} = \begin{bmatrix} \widehat{\boldsymbol{v_1}}\boldsymbol{x_i} \\ \vdots \\ \widehat{\boldsymbol{v_m}}\boldsymbol{x_i} \end{bmatrix}$$

Όπως γίνεται φανερό ο j συντελεστής του $\boldsymbol{s_i}$ είναι η προβολή του $\boldsymbol{x_i}$ στην j γραμμή του $\boldsymbol{V}$.

Στόχος λοιπόν της ανάλυσης σε κύριες συνιστώσες είναι τα δεδομένα μας να προβληθούν στο νέο σύστημα συντεταγμένων με τέτοιον τρόπο ώστε πρώτον να μειωθεί η συσχέτιση μεταξύ διατάσεων που μετράται από την συνδιακύμανση και δεύτερον να μεγιστοποιηθεί το σήμα μας που μετράται από την διακύμανση.

Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι ο πίνακας συνδιακύμανσης των μετασχηματισμένων στη νέα βάση δεδομένων μας πρέπει να είναι διαγώνιος μια και η κύρια διαγώνιο ενός πίνακα συνδιακύμανσης περιέχει τις διακυμάνσεις των διαστάσεων των δεδομένων ενώ τα υπόλοιπα στοιχειά περιέχουν τις συνδιακυμάνσεις μεταξύ των διαστάσεων και επομένως πρέπει να είναι μηδέν.

3.4 Υποθέσεις της μεθόδου ανάλυσης κύριων συνιστωσών

Για την σωστή εφαρμογή της μεθόδου ανάλυσης κύριων συνιστωσών είναι απαραίτητο να κάνουμε κάποιες υποθέσεις όσον αφορά τη φύση των δεδομένων μας. Αυτές είναι:

I. Γραμμικότητα.
Η γραμμικότητα περιορίζει το πρόβλημα μας στη εύρεση μιας κατάλληλης βάσης.

II. Μεγάλες διακυμάνσεις έχουν σημαντική δομή.
Αυτή η υπόθεση περιέχει την πεποίθηση ότι τα δεδομένα μας έχουν μεγάλο SNR (signal to noise ratio) οπότε οι κυρίες συνιστώσες με μεγαλύτερη συσχετισμένη διακύμανση αντιπροσωπεύουν ενδιαφέρουσες δομές, ενώ αυτές με μικρότερη αντιπροσωπεύουν θόρυβο.

III. Οι κυρίες συνιστώσες είναι ορθογώνιες.
Αυτή η υπόθεση μας παρέχει μια διαισθητική απλοποίηση η οποία μας δίνει τη δυνατότητα να λύσουμε την ανάλυση κυριών συνιστωσών με τεχνικές γραμμικής άλγεβρας.

3.5 Υπολογισμός κύριων συνιστωσών χρησιμοποιώντας αποσύνθεση ιδιοδιανυσμάτων

Η ανάλυση κυριών συνιστωσών μπορεί να διατυπωθεί μαθηματικά ως την εύρεση ενός πίνακα $\boldsymbol{V}$ τέτοιον ώστε ο πινάκας συνδιακύμανσης $\boldsymbol{C_S} = \frac{1}{n}\boldsymbol{S}\boldsymbol{S^T}$ του γινομένου $\boldsymbol{S}$ του πίνακα $\boldsymbol{V}$ με τον πινάκα δεδομένων μας $\boldsymbol{X}$ να είναι διαγώνιος. Οι γραμμές του πίνακα $\boldsymbol{V}$ είναι οι κύριες συνιστώσες του $\boldsymbol{X}$.

Ο πινάκας συνδιακύμανσης $\boldsymbol{C_S}$ μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{C_S} &= \frac{1}{n}\boldsymbol{SS^T} \\
&= \frac{1}{n}(\boldsymbol{VX})(\boldsymbol{VX})^{\boldsymbol{T}} \\
&= \tfrac{1}{n}\boldsymbol{VXX^TV^T} \\
&= \boldsymbol{V}(\frac{1}{n}\boldsymbol{XX^T})\boldsymbol{V^T} \\
\boldsymbol{C_S} &= \boldsymbol{VC_XV^T}
\end{aligned}$$

Εάν διαλέξουμε τον πίνακα $\boldsymbol{V}$ να είναι ένας πίνακας οπού οι γραμμές του είναι τα ιδιοδιανύσματα του πινάκα συνδιακύμανσης $\boldsymbol{C_X} = \frac{1}{n}\boldsymbol{XX^T}$ τότε με βάση το θεώρημα ότι κάθε συμμετρικός πίνακας A διαγωνοποιείται από τον ορθογώνιο πίνακα των ιδιοδιανύσματων του δηλαδή $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{EDE^T}$ οπού $\boldsymbol{D}$ διαγώνιος και $\boldsymbol{E}$ ο πίνακας οπού οι στήλες του είναι τα ιδιοδιανύσματα του $\boldsymbol{A}$, η σχέση $\boldsymbol{C_S} = \boldsymbol{PC_XP^T}$ γίνεται:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{C_S} &= \boldsymbol{VC_XV^T} \\
&= \boldsymbol{V}(\boldsymbol{EDE^T})\boldsymbol{V^T} \\
&= \boldsymbol{V}(\boldsymbol{V^TDV})\boldsymbol{V^T} \\
&= (\boldsymbol{VV^T})\boldsymbol{D}(\boldsymbol{VV^T}) \\
&= (\boldsymbol{VV^{-1}})\boldsymbol{D}(\boldsymbol{VV^{-1}}) \\
\boldsymbol{C_S} &= \boldsymbol{D}
\end{aligned}$$

Αποδείξαμε επομένως ότι η επιλογή μας του πινάκα $\boldsymbol{V}$ ως τον πίνακα των ιδιοδιανυσμάτων του $\boldsymbol{C_X}$ διαγωνοποιεί τον πινάκα $\boldsymbol{C_S}$ το οποίο αποτελεί και στόχο της ανάλυσης κύριων συνιστωσών.

3.6 Υπολογισμός κυριών συνιστωσών με την χρήση της αποσύνθεσης μοναδιαίας τιμής

Μια άλλη αλγεβρική λύση της ανάλυσης κυριών συνιστωσών είναι με την χρήση της αποσύνθεσής μοναδιαίας τιμής (singular value decomposition, SVD). Η μέθοδος της ανάλυσης κυριών συνιστωσών και η μέθοδός της αποσύνθεσής μοναδιαίας τιμής είναι τόσο συνυφασμένες ώστε στη βιβλιογραφία πολλές φόρες να μην υπάρχει σαφής διαχωρισμός μεταξύ τους.

Έστω $\boldsymbol{X}$ ένας *nxm* διαστάσεων πίνακας. Ο $\boldsymbol{X^T X}$ θα είναι ένας τετραγωνικός και συμμετρικός πίνακας *mxm* διαστάσεων της τάξης *r*. Ορίζουμε το σύνολο των ορθοκανονικών *mx1* διαστάσεων ιδιοδιανύσματων $\{\boldsymbol{\hat{v}_1}, \boldsymbol{\hat{v}_2}, \ldots, \boldsymbol{\hat{v}_r}\}$ και τις συσχετισμένες τους ιδιοτιμές $\{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_r\}$ για τον συμμετρικό πίνακα $\boldsymbol{X^T X}$ δηλαδή ισχύει:

$$(\boldsymbol{X^T X})\boldsymbol{\hat{v}_i} = \lambda_i \boldsymbol{\hat{v}_i}$$

Οι τετραγωνικές ρίζες των ιδιοτιμών αποκαλούνται μοναδιαίες τιμές $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$. Επίσης ορίζουμε το σύνολο *nx1* διαστάσεων διανυσμάτων $\{\boldsymbol{\hat{u}_1}, \boldsymbol{\hat{u}_2}, \ldots, \boldsymbol{\hat{u}_r}\}$ οπού $\boldsymbol{\hat{u}_i} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{\sigma_i}}\boldsymbol{X\hat{v}_i}$. Με βάση τα παραπάνω μπορεί να αποδειχτεί ότι $\boldsymbol{\hat{u}_i \hat{v}_i} = \begin{cases} 1, & \alpha\nu\ i = j \\ 0, & \alpha\lambda\lambda o\acute{\upsilon} \end{cases}$ και $\|\boldsymbol{X\hat{v}_i}\| = \sigma_i \boldsymbol{\hat{u}_i}$.

Από την ιδιότητα $\boldsymbol{\hat{u}_i} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{\sigma_i}}\boldsymbol{X\hat{v}_i}$ συνεπάγεται:

$$\boldsymbol{X\hat{v}_i} = \boldsymbol{\sigma_i \hat{u}_i}$$

Η παραπάνω σχέση μας λέει ότι τα σύνολα των ιδιοδιανύσματων $\{\boldsymbol{\hat{v}_1}, \boldsymbol{\hat{v}_2}, \ldots, \boldsymbol{\hat{v}_r}\}$ και των διανυσμάτων $\{\boldsymbol{\hat{u}_1}, \boldsymbol{\hat{u}_2}, \ldots, \boldsymbol{\hat{u}_r}\}$ είναι και τα δύο σύνολα ορθοκανονικών βάσεων στο r-διαστατό διάστημα.

Κατασκευάζοντας τον πίνακα $\boldsymbol{\Sigma}$ ο οποίος είναι διαγωνίως με τη κύρια διαγώνιο να αποτελείται από τις μοναδιαίες τιμές $\sigma_{\tilde{\imath}}$ τοποθετημένες κατά μειωμένη τιμή δηλαδή $\sigma_{\tilde{1}} \geq \sigma_{\tilde{2}} \geq \cdots \geq \sigma_{\tilde{r}}$ και τους αντίστοιχους ορθογώνιους πίνακες $\boldsymbol{V} = [\boldsymbol{\hat{v}_{\tilde{1}}}\, \boldsymbol{\hat{v}_{\tilde{2}}} \ldots \boldsymbol{\hat{v}_{\tilde{m}}}]$ και $\boldsymbol{U} = [\boldsymbol{\hat{u}_{\tilde{1}}}\, \boldsymbol{\hat{u}_{\tilde{2}}} \ldots \boldsymbol{\hat{u}_{\tilde{n}}}]$ τότε η σχέση $\boldsymbol{X\hat{v}_i} = \boldsymbol{\sigma_i \hat{u}_i}$ μπορεί να γραφτεί ως:

$$XV = \mathbf{U\Sigma}$$

Επειδή ο $\boldsymbol{V}$ είναι ορθογώνιος μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε και τις δυο πλευρές με $\boldsymbol{V^{-1}} = \boldsymbol{V^T}$ οπότε έχουμε τελικά:

$$\boldsymbol{X} = \mathbf{U\Sigma}\boldsymbol{V^T}\ .$$

Ορίζουμε έναν νέο πινάκα $\boldsymbol{Y}$ διαστάσεων *nxm*:

$$\boldsymbol{Y} = \frac{1}{\sqrt{n}}\boldsymbol{X^T}$$

οπού κάθε στήλη του $\boldsymbol{Y}$ έχει μηδενικό μέσο. Η αιτία επιλογής του $\boldsymbol{Y}$ γίνεται φανερή αναλύοντας το γινόμενο $\boldsymbol{Y^T Y}$.

$$\boldsymbol{Y^T Y} = \left(\frac{1}{\sqrt{n}}\boldsymbol{X^T}\right)^{\boldsymbol{T}}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\boldsymbol{X^T}\right)$$

$$= \frac{1}{n}\boldsymbol{XX^T}$$

$$\boldsymbol{Y^T Y} = \boldsymbol{C_X}$$

Η κατασκευή του πινάκα $\boldsymbol{Y^T Y}$ ισούται με την κατασκευή του πινάκα συνδιακύμανσης του $\boldsymbol{X}$. Από τις προηγούμενες παραγράφους είδαμε ότι οι κύριες συνιστώσες του $\boldsymbol{X}$ είναι τα ιδιοδιανύσματα του $\boldsymbol{C_X}$. Εάν υπολογίσουμε την αποσύνθεση μοναδιαίας τιμής του $\boldsymbol{Y}$ οι στήλες του πίνακα $\boldsymbol{V}$ θα περιέχουν τα ιδιοδιανύσματα του $\boldsymbol{Y^T Y} = \boldsymbol{C_X}$. Επομένως οι στήλες του $\boldsymbol{V}$ είναι οι κύριες συνιστώσες του $\boldsymbol{X}$.

Η προβολή των δεδομένων μας στο χώρο που ορίζεται από τις κύριες συνιστώσες (στη βιβλιογραφία αποκαλούνται scores) δίνεται από την εξίσωση:

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{VX}$$

Το ποσοστό επί τοις εκατό της πληροφορίας των δεδομένων που περιέχεται στις *r* πρώτες κύριες συνιστώσες από τις συνολικά *R* δίνεται από τον τύπο:

$$\frac{\sum_{i=1}^{r} {\sigma_i}^2}{\sum_{i=1}^{R} {\sigma_i}^2}$$

οπού σ_i είναι η *i* μοναδιαία τιμή.

3.7 Ανάλυση κυριών συνιστωσών και K-means clustering

K-means clustering είναι μια τεχνική ανάλυσης σε clusters (ομάδες) που σκοπό έχει να διαχωρίσει n παρατηρήσεις (observations) σε k ομάδες οπού κάθε παρατήρηση ανήκει στην ομάδα με το κοντινότερο μέσο. Ένας πιο αυστηρώς ορισμός είναι ο ακολούθως: Δοθέντος ενός συνόλου παρατηρήσεων $\{\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \dots, \boldsymbol{x_n}\}$ οπού κάθε παρατήρηση $\boldsymbol{x_i}$ είναι ένα d-διαστατό διάνυσμα η μέθοδος k-means clustering προσπαθεί να διαχωρίσει τις n παρατηρήσεις σε k σύνολα (οπού $k \leq n$) $S = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ με τέτοιον τρόπο ώστε να ελαχιστοποιηθεί η ακόλουθη εξίσωση:

$$J_k = \sum_{k=1}^{K} \sum_{i \in C_k} (\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{m}_k)^2$$

οπού μ_k είναι το μέσο των σημείων του C_k δηλαδή

$$m_k = \sum_{i \in C_k} \frac{\boldsymbol{x}_i}{n_k}$$

το n_k είναι ο αριθμός των σημείων στο C_k.

Αποδεικνύεται ότι οι κύριες συνιστώσες είναι οι συνεχείς λύσεις για τους διακριτούς δείκτες ομαδοποίησης της μεθόδου K-means clustering (Ding, 2004). Συγκεκριμένα ορίζουμε K = 2, δηλαδή θέλουμε να ομαδοποιήσουμε τις παρατηρήσεις μας σε δυο ομάδες. Τότε η τετραγωνική απόσταση μεταξύ των δυο ομάδων C_1, C_2 δίνεται από τον τύπο:

$$d(C_1, C_2) = \sum_{i \in C_1} \sum_{j \in C_2} (\boldsymbol{x_i} - \boldsymbol{x_j})^2$$

Εκτελώντας πράξεις καταλήγουμε στο

$$J_k = \sum_{k=1}^{K} \sum_{i,j \in C_k} \frac{(\boldsymbol{x_i} - \boldsymbol{x_j})^2}{2n_k} = n\overline{\boldsymbol{y^2}} - \frac{1}{2} J_D$$

Οπού:

$$\overline{\boldsymbol{y^2}} = \sum_{\boldsymbol{i}} \frac{\boldsymbol{y_i^T y_i}}{\boldsymbol{n}},$$

$$\boldsymbol{y_i} = \boldsymbol{x_i} - \overline{\boldsymbol{x}}$$

και

$$J_D = \frac{n_1 n_2}{n}\left[2\frac{d(C_1,C_2)}{n_1 n_2} - \frac{d(C_1,C_1)}{n_1^2} - \frac{d(C_2,C_1)}{n_2^2}\right].$$

Περεταίρω μπορούμε να δείξουμε ότι $\frac{d(C_1,C_2)}{n_1 n_2} = \frac{d(C_1,C_1)}{n_1^2} + \frac{d(C_2,C_2)}{n_2^2} + (\boldsymbol{m_1} - \boldsymbol{m_2})^2$ από οπού συμπεραίνουμε ότι το J_D είναι πάντα θετικό. Τα παραπάνω αποτελέσματα μας οδηγούν στην διατύπωση των έξεις θεωρημάτων:

Θεώρημα 1: Για *K = 2* η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης J_k είναι ισοδύναμη με την μεγιστοποίηση της συνάρτησης J_D η οποία είναι πάντα θετική.

Θεώρημα 2: Για K-means ομαδοποίηση οπού *K=2* η συνεχής λύση του διανύσματος δείκτη ομαδοποίηση είναι η κυρία συνιστώσα $\widehat{\boldsymbol{v_1}}$, δηλαδή οι ομάδες C_1, C_2 δύνονται από:

$$C_1 = \{i, \widehat{\boldsymbol{v_1}}(i) \leq 0\},\ C_2 = \{i, \widehat{\boldsymbol{v_1}}(i) \geq 0\}$$

και η βέλτιστη τιμή της J_k ικανοποιεί τη εξής σχέση:

$$n\overline{\boldsymbol{y^2}} - \lambda_1 < J_{k=2} < n\overline{\boldsymbol{y^2}}$$

Απόδειξη: Θεωρούμε τον πίνακα τετραγωνικών αποστάσεων $D = (d_{ij})$, οπού $d_{ij} = \left\|x_i - x_j\right\|^2$. Έστω το διάνυσμα δείκτης ομάδας (cluster indicator vector) είναι το ακόλουθο:

$$q(i) = \begin{cases} \sqrt{\frac{n_2}{nn_1}}\ if\ i \in C_1 \\ -\sqrt{\frac{n_1}{nn_2}}\ if\ i \in C_2 \end{cases}$$

Το παραπάνω διάνυσμα ικανοποιεί τις σχέσεις: $\sum_i q(i) = 0$, $\sum_i q^2(i) = 1$. Εύκολα μπορούμε να δούμε ότι $\boldsymbol{q^T D q} = -\boldsymbol{J_D}$. Εάν χαλαρώσουμε τον περιορισμό ότι το $\boldsymbol{q}$ πρέπει να πάρει μια από τις δυο διακριτές τιμές και αντί αυτού θεωρήσουμε ότι μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή του διαστήματος [-1,1] τότε η λύση της ελαχιστοποίησης της συνάρτησης $J(\boldsymbol{q}) = \frac{\boldsymbol{q^T D q}}{\boldsymbol{q^T q}}$ δίνεται από το ιδιοδιάνυσμα με τη μικρότερη (μεγαλύτερη αρνητική) συσχετισμένη ιδιοτιμή της συνάρτησης $D\boldsymbol{z} = \lambda \boldsymbol{z}$.

Μια καλύτερη «χαλάρωση» της συνθήκης ότι το διάνυσμα $\mathbf{q}$ πρέπει να παίρνει διακριτές τιμές είναι να αφαιρέσουμε από τον πίνακα D τις μέσες τιμές των γραμμών και στηλών δηλαδή έχουμε τον νέο πίνακα $\widehat{D} = (\hat{d}_{ij})$ οπού:

$$\hat{d}_{ij} = d_{ij} - \frac{d_{i.}}{n} - \frac{d_{.j}}{n} + \frac{d_{..}}{n^2}$$

οπού $d_{i.} = \sum_j d_{ij}$, $d_{.j} = \sum_i d_{ij}$, $d_{..} = \sum_{ij} d_{ij}$. Και μιας ο 2ος και 3ος όρος της παραπάνω σχέσης συνεισφέρουν μηδέν στον όρο $\boldsymbol{q^T D q}$ έχουμε $\boldsymbol{q^T \widehat{D} q} = \boldsymbol{q^T D q} = -J_{\boldsymbol{D}}$. Άρα ο επιθυμητός δείκτης δίνεται από το ιδιοδιάνυσμα με τη μικρότερη (μεγαλύτερη αρνητική) συσχετισμένη ιδιοτιμή της συνάρτησης $\widehat{D}\boldsymbol{z} = \lambda \boldsymbol{z}$.

Εκτελώντας πράξεις έχουμε $d_{i.} = n\boldsymbol{x_i^2} + n\overline{\boldsymbol{x^2}} - 2n\boldsymbol{x_i^T}\overline{\boldsymbol{x}}$ και $d_{..} = 2n^2\overline{\boldsymbol{y^2}}$. Αντικαθιστώντας στην $\hat{d}_{ij} = d_{ij} - \frac{d_{i.}}{n} - \frac{d_{.j}}{n} + \frac{d_{..}}{n^2}$ τις παραπάνω σχέσεις αποκτούμε

$$\hat{d}_{ij} = -2(\boldsymbol{x_i} - \overline{\boldsymbol{x}})^2(\boldsymbol{x_j} - \overline{\boldsymbol{x}}) \text{ ή } \widehat{D} = -2Y^T Y$$

Οπότε η συνεχής λύση του διανύσματος δείκτη ομαδοποίηση είναι το ιδιοδιάνυσμα με τη μεγαλύτερη (θετική) συσχετισμένη ιδιοτιμή του πίνακα $Y^T Y$ η οποία από τον ορισμό είναι η κύρια συνιστώσα $\widehat{\boldsymbol{v_1}}$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Προτεινόμενη μεθοδολογία προβολής σε κύριες συνιστώσες

4.1 Προτεινόμενη μεθοδολογία

Η προτεινόμενη μεθοδολογία αποτελείται από τα εξής βήματα:

- Απόκτηση της εξόδου των ανιχνευτών επαγωγικού βρόγχου και διαχωρισμός μεμονωμένων κυματομορφών όπως περιγράφτηκε στη ενότητα 2.1.
- Παρεμβολή κυματομορφών και υπολογισμός του διαφορικού σήματος τους. Το βήμα αυτό όπως θα δούμε στις ενότητες 4.2 και 4.5 μας δίνει καλυτέρα διαχωρίσιμες κυματομορφές και επομένως καλυτέρα αποτελέσματα ομαδοποίησης και αναγνώρισης κυματομορφών.
- Εκτέλεση ανάλυσης κύριων συνιστωσών:
    - Κατά δείγματα
    - Κατά χρόνο

  Η ανάλυση κατά δείγματα αναφέρεται ως τυφλός διαχωρισμός σήματος στη βιβλιογραφία (Hao, 2009) ενώ η ανάλυση κατά χρόνο ως εξαγωγή χαρακτηριστικών. Στην μέθοδο της του τυφλού διαχωρισμού προσπαθούμε να μετασχηματίσουμε τις κυματομορφές μας με τέτοιον τρόπο ώστε πρώτον να μειωθεί η συσχέτιση μεταξύ τους και δεύτερον να μεγιστοποιηθεί η ενέργεια τους ενώ στη μέθοδο εξαγωγής χαρακτηριστικών προσπαθούμε να μετασχηματίσουμε τις κυματομορφές μας με τέτοιον τρόπο ώστε πρώτον να μειωθεί η συσχέτιση μεταξύ των χρονικών στιγμών (ή διαστάσεων) των κυματομορφών και να μεγιστοποιηθεί η ενέργεια των διαστάσεων αυτών.
- Εξομάλυνση διαφορών μεταξύ των σταθμών των ανιχνευτών επαγωγικού βρόγχου. Όπως θα δούμε στην ενότητα 4.9 υπάρχουν διαφορές στην εγκατάσταση των ανιχνευτών το οποίο έχει ως αποτέλεσμα οι κυματομορφές που προχέονται από το ίδιο όχημα να αποκλίνουν αρκετά από σταθμό σε σταθμό.

- Ομαδοποίηση κυματομορφών σε κατηγορίες οχημάτων συμφώνα με όσα αναφέρονται στη ενότητα 3.8.
- Υπολογισμός χρονικού παραθύρου για τον περιορισμό του συνόλου κυματομορφών προς σύγκριση. Με τη μείωση του αριθμού αυτού μειώνεται και η πιθανότητα να υπάρχει στο σύνολο κυματομορφές οι οποίες προέρχονται από το ίδιο ή παρόμοιο μοντέλο οχήματος, γεγονός που οδηγεί σε αποτυχία τον αλγόριθμο αναγνώρισης.
- Αναγνώριση κυματομορφών στο χώρο των κύριων συνιστωσών. Για τον καθορισμό του βαθμού ομοιότητας μεταξύ των κυματομορφών χρησιμοποιούμε την ευκλείδεια απόσταση τους (ενότητα 4.7).

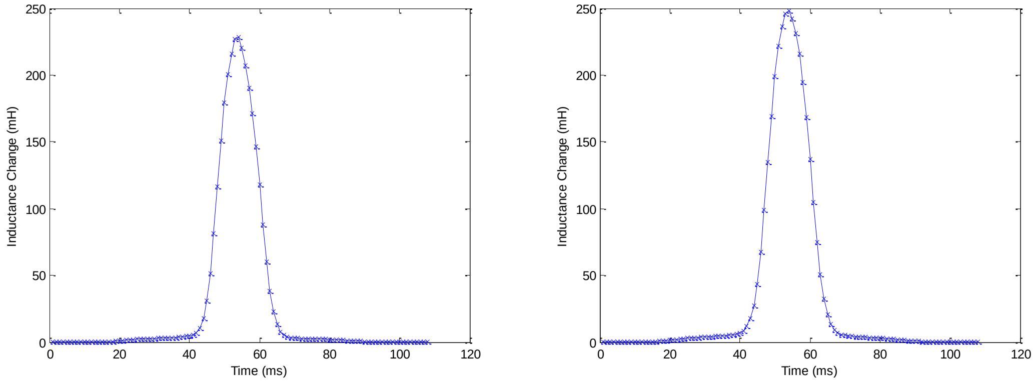
4.2 Περιγραφή δεδομένων

Τα δεδομένα μας αποτελούνται από τις μετρήσεις διαφοράς της επαγωγής από δυο διαδοχικούς ανιχνευτές επαγωγικού βρόχου. Οι δυο βρόχοι απέχουν *60 ft* μεταξύ τους και δειγματοληπτούν την διαφορά της επαγωγής που δημιουργείται όταν περνά από πάνω του όχημα ανά *10 ms*. Συνολικά περνούν πάνω από τους ανιχνευτές *557* οχήματα.

Η μεγαλύτερη κυματομορφή παρούσα στα δεδομένα μας αποτελείται από *108* δείγματα. Επομένως για να έχουμε μια κοινή βάση για τις συγκρίσεις μεταξύ τους επιμηκύνουμε με μηδενικά όλες τις υπόλοιπες κυματομορφές και υπολογίζουμε το κέντρο βάρους τους έτσι ώστε στη συνέχεια μετατοπίζοντας στο χρόνο να πέσει πάνω στο μέσο του διαστήματος *[1,108]*.

Αποκτούμε έτσι δυο πίνακες ***X*** και ***Y***, διαστάσεων *108x557* ο καθένας, οι οποίοι περιέχουν στις στήλες τους τις κυματομορφές του πρώτου και του δευτέρου ανιχνευτή (ή κανάλι) αντίστοιχα.

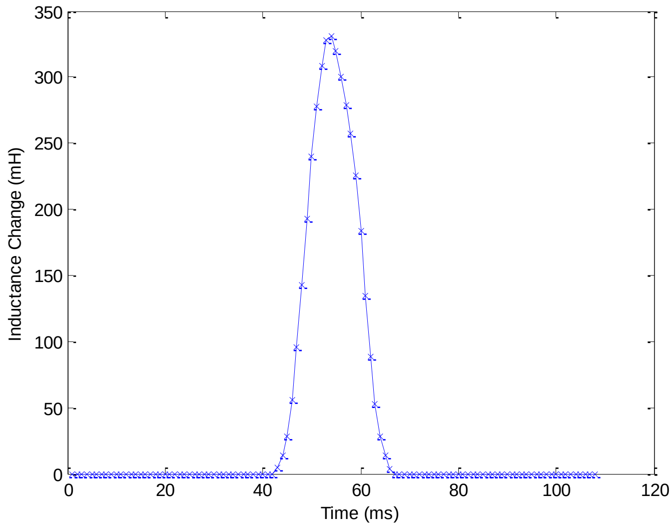
Οι μέσες κυματομορφές του πρώτου και του δευτέρου καναλιού φαίνονται στη παρακάτω γραφική:



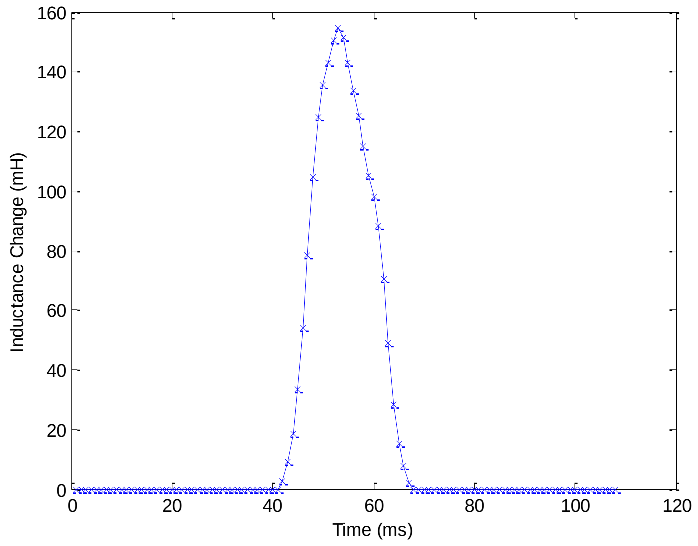
Εικόνα 8: Οι μέσες κυματομορφές του πρώτου καναλιού (αριστερά) και του δεύτερου καναλιού (δεξιά). Η διαφορά στο ύψος παρότι προέρχονται από τις κυματομορφές των ίδιων οχημάτων οφείλεται στις διαφορές στην εγκατάσταση των δυο ανιχνευτών.

Όπως μπορούμε να διαπιστώσουμε οι δυο παραπάνω κυματομορφές διαφέρουν σε ύψος παρότι προέρχονται από τις μέσες τιμές των κυματομορφών των ίδιων οχημάτων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός όχι μονό ότι ο τρόπος με τον οποίο περνά ένα όχημα πάνω από έναν ανιχνευτή μπορεί να διαφέρει (π.χ. διαφορετική ταχύτητα, κλίση κ.τ.λ.) αλλά έχει και εγγενείς αιτίες που οφείλονται στις διαφορές στην εγκατάσταση των δυο ανιχνευτών (π.χ. ο ένας ανιχνευτής να είναι βαθύτερα ενταφιασμένος στο οδόστρωμα από τον άλλο). Θα επανέλθουμε στο πρόβλημα αυτό στην ενότητα 5.5.

Οι μέθοδοι που χρησιμοποιήσαμε όπως θα δούμε διαχωρίζουν το σύνολο των κυματομορφών μας σε τρείς κλάσεις. Η πρώτη κλάση περιλαμβάνει οχήματα IX και ένα τυπικό παράδειγμα κυματομορφής της κλάσης αυτής φαίνεται παρακάτω:



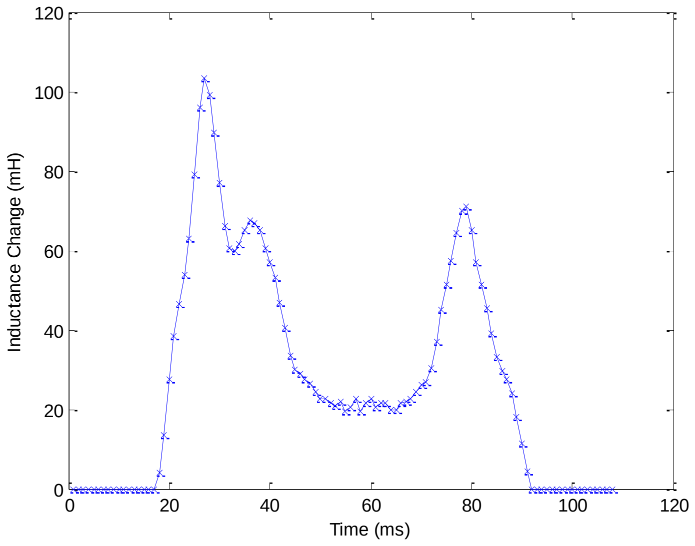
Εικόνα 9: Η κυματομορφή ενός τυπικού οχήματος IX (πρώτη κλάση).



Εικόνα 10: Η κυματομορφή ενός τυπικού οχήματος βαν (δεύτερη κλάση).

Η δεύτερη κλάση οχημάτων περιλαμβάνει βαν και τζιπ. Όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα μιας τυπικής κυματομορφής αυτής της κατηγορίας οι διαφορές μεταξύ των δυο κλάσεων βρίσκονται στο γεγονός ότι το σχήμα των ΙΧ κυματομορφών αν και παρόμοιο με αυτό της άλλης κλάσης (βασικά αυξάνει από το μηδέν έως ένα σημείο και στην συνέχεια μειώνεται ξανά στο μηδέν) είναι περισσότερο ομοιόμορφο και συμμετρικό σε σχέση με τις κυματομορφές των τζιπ και βαν.

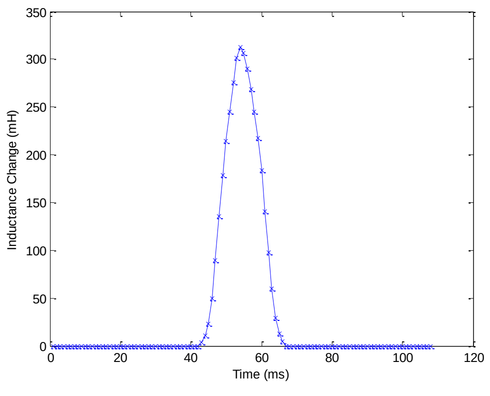
Η τρίτη κατηγορία περιλαμβάνει τις υπόλοιπές κυματομορφές δηλαδή φορτηγά διαφορετικού μήκους, οι οποίες όπως φαίνεται από την εικόνα που ακολουθεί διαφέρουν ριζικά από τις δυο προηγούμενες κατηγορίες οχημάτων όχι μονό ως προς το γεγονός ότι είναι μεγαλύτερου μήκους αλλά και ότι περιλαμβάνουν περισσότερος της μιας κορυφές.

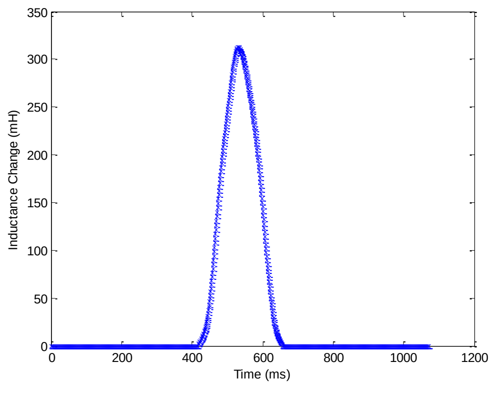


Εικόνα 11: Η κυματομορφή ενός φορτηγού (τρίτη κλάση).

Για να έχουμε καλύτερα αποτελέσματα στην αναγνώριση των οχημάτων αυξάνουμε τα δείγματα κάθε κυματομορφής χρησιμοποιώντας spline interpolation με βήμα 0.1. Αποκτούμε δηλαδή κυματομορφές με 1071 δείγματα η κάθε μια.

Η τεχνική spline interpolation είναι μια μέθοδος στην οποία παρεμβάλλονται ανάμεσα στα γνωστά σημεία μιας διακριτής κυματομορφής αλλά σημεία με βάση πολυώνυμα τα οποία έχουν συνεχείς παραγώγους δεύτερης και τρίτης τάξης. Ακολουθεί ένα παράδειγμα αρχικής κυματομορφής οχήματος και της αντίστοιχης interpolated κυματομορφής.

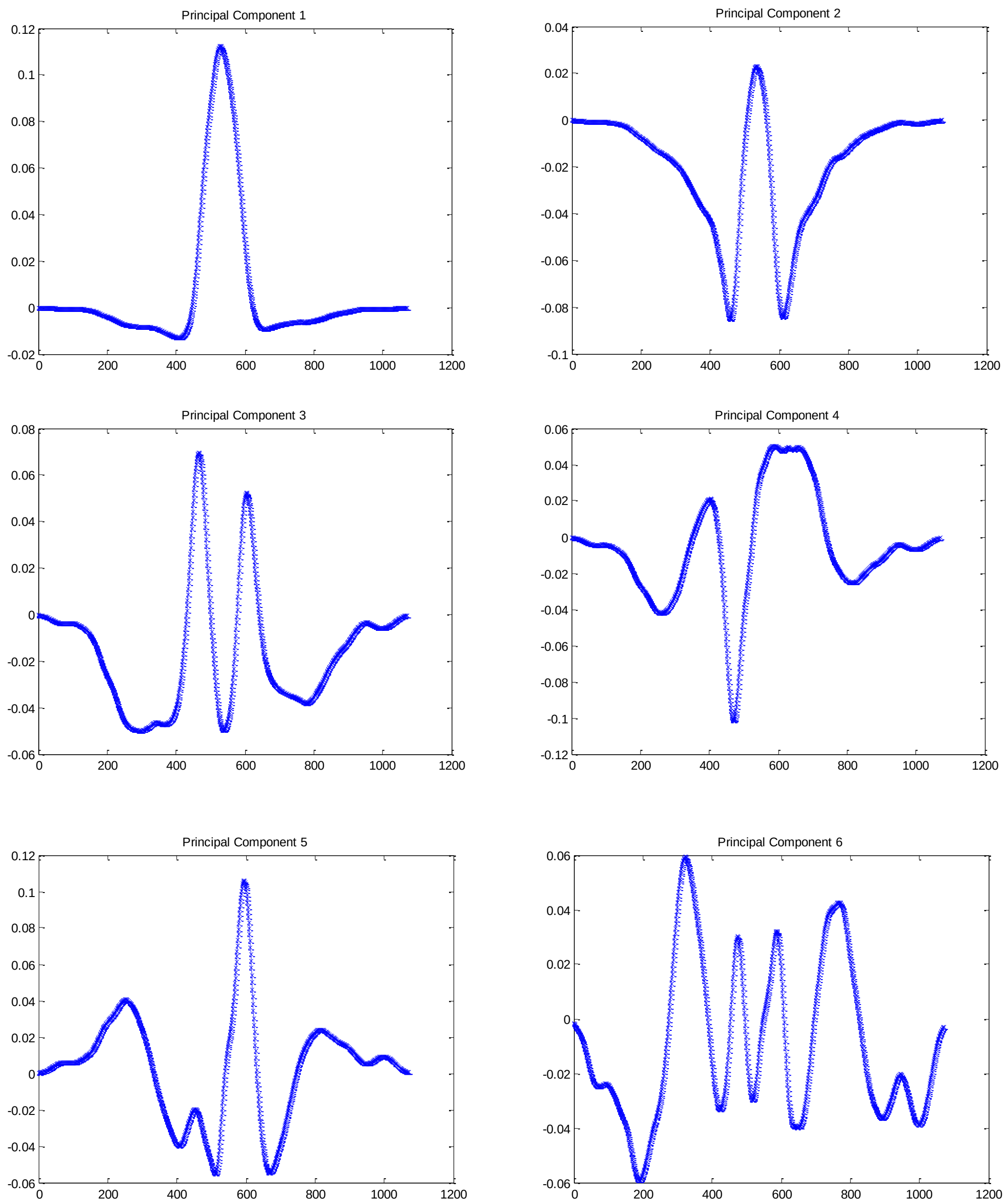




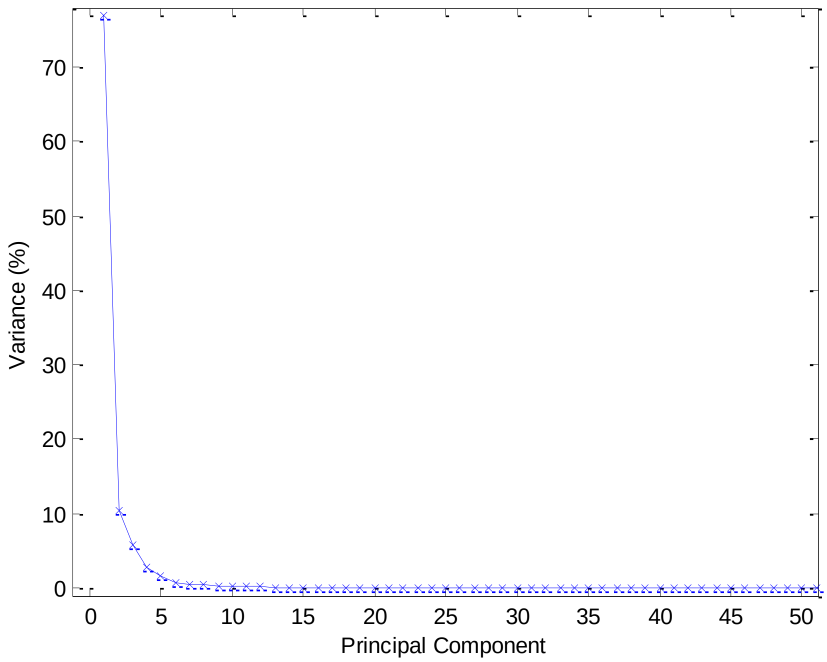
Εικόνα 12: Ένα παράδειγμα αρχικής κυματομορφής (αριστερά) και της αντίστοιχης interpolated (δεξιά).

4.3 Τυφλός διαχωρισμός σήματος με την μέθοδο της ανάλυσης κύριων συνιστωσών

Εκτελώντας ανάλυση κύριων συνιστωσών στα δεδομένα του πρώτου καναλιού $\boldsymbol{X}$ όπως έχουμε περιγράψει στην ενότητα 4.7 αποκτούμε τους πίνακες $\boldsymbol{V}$ και $\boldsymbol{S}$ οπού $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{VX}$. Ο πίνακας $\boldsymbol{V}$ περιέχει στις στήλες του τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα $\boldsymbol{XX^T}$ τοποθετημένα κατά μειωμένη τιμή των αντίστοιχων ιδιοτιμών τους, δηλαδή η πρώτη στήλη περιέχει το ιδιοδιάνυσμα με την μεγαλύτερη ιδιοτιμή , η δεύτερη στήλη περιέχει το ιδιοδιάνυσμα με τη δεύτερη μεγαλύτερη τιμή και ούτως καθεξής. Τα πρώτα έξι ιδιοδιανύσματα ή κυρίες συνιστώσες φαίνονται παρακάτω:



Εικόνα 13: Οι έξι πρώτες κύριες συνιστώσες όπως αποκτήθηκαν με τη μέθοδο του τυφλού διαχωρισμού σήματος.



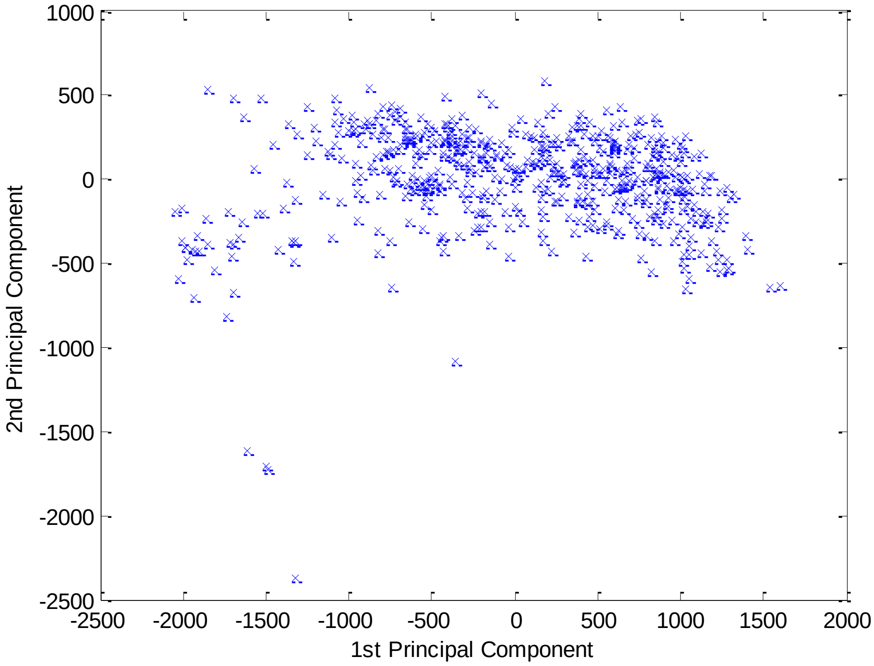
Εικόνα 14: Το ποσοστό συνεισφοράς της κάθε συνιστώσας στη συνολική διακύμανση των δεδομένων.

Στην εικόνα 3 φαίνεται ποσοστό προσφοράς της κάθε συνιστώσας στη συνολική διακύμανση των δεδομένων. Αναλυτικά το ποσοστό προσφοράς της κάθε συνιστώσας στη συνολική διακύμανση των δεδομένων για τις πρώτες 10 συνιστώσες φαίνεται στο παρακάτω πίνακα:

Κύρια συνιστώσα	Ποσοστό (%)
1	76,98
2	10,37
3	5,68
4	2,75
5	1,69
6	0,67
7	0,49
8	0,35
9	0,25
10	0,19

Πινάκας 3: Ποσοστό συνεισφοράς της κάθε συνιστώσας στη συνολική διακύμανση των δεδομένων.

Ο πινάκας $\boldsymbol{S}$ περιέχει τις κυματομορφές του $\boldsymbol{X}$ εκφρασμένες στο χώρο των κύριων συνιστωσών. Στη εικόνα που ακολουθεί φαίνονται οι προβολές των κυματομορφών του πρώτου καναλιού στο χώρο των δυο πρώτων κυριών συνιστωσών:



Εικόνα 15: Οι κυματομορφές του πρώτου σταθμού στο χώρο των δυο πρώτων κυριών συνιστωσών.

Για κάθε κυματομορφή $\boldsymbol{x_i}$ ισχύει:

$$\boldsymbol{x_i} = \sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\boldsymbol{N}} (\widehat{\boldsymbol{v_k}} \boldsymbol{s_{k,x_i}}) + \boldsymbol{x_{mean}}$$

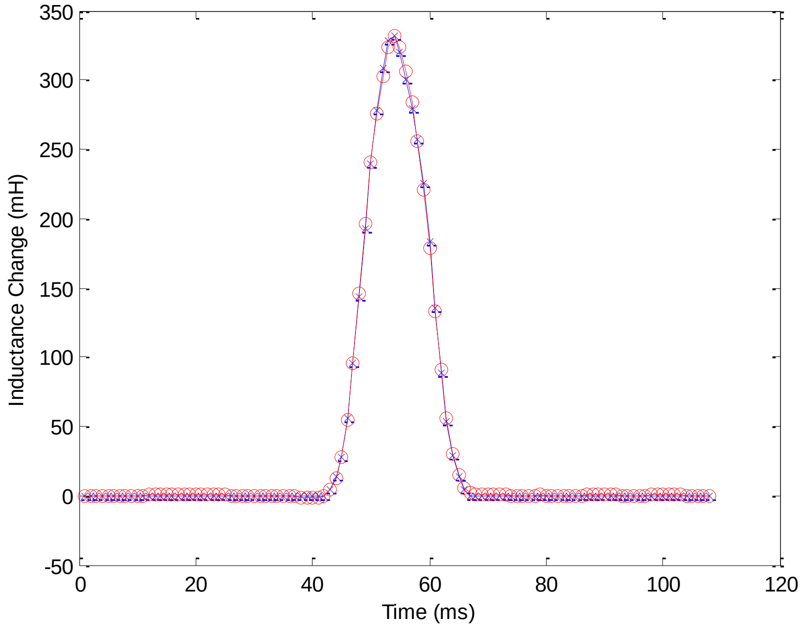
οπού $\boldsymbol{p_k}$ είναι η k κύρια συνιστώσα, $\boldsymbol{s_{k,x_i}}$ η k τιμή της αναπαράστασης στο χώρο των κυριών συνιστωσών της $\boldsymbol{x_i}$ κυματομορφής και $\boldsymbol{x_{mean}}$ η μέση κυματομορφή του σταθμού Α. Το N ισούται με το μήκος της κυματομορφής δηλαδή στην περίπτωση μας ισούται με *1071*.

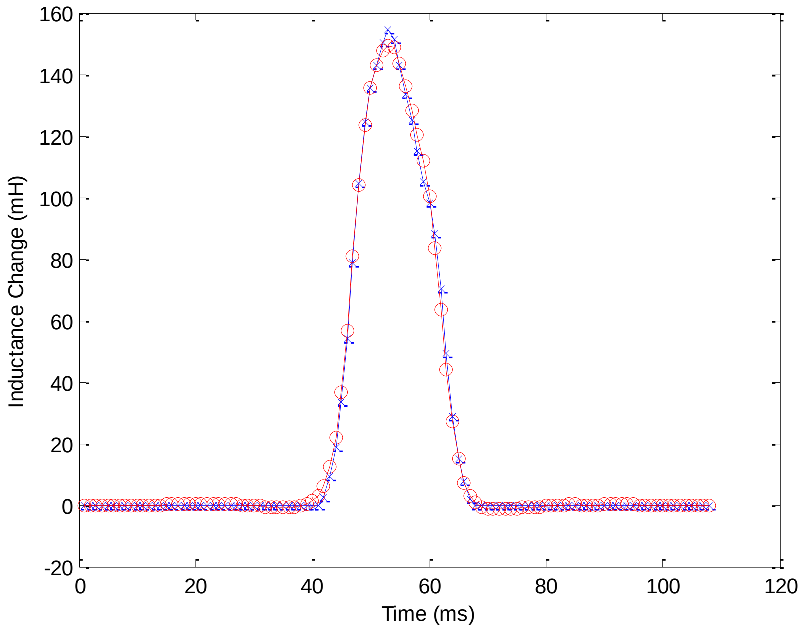
Από τα ποσοστά προσφοράς των κύριων συνιστωσών στη συνολική διακύμανση των δεδομένων γίνεται φανερό ότι μπορούμε να αναπαραστήσουμε τις κυματομορφές με μικρή απώλεια πληροφορίας χρησιμοποιώντας ένα υποσύνολο των κυριών συνιστωσών:

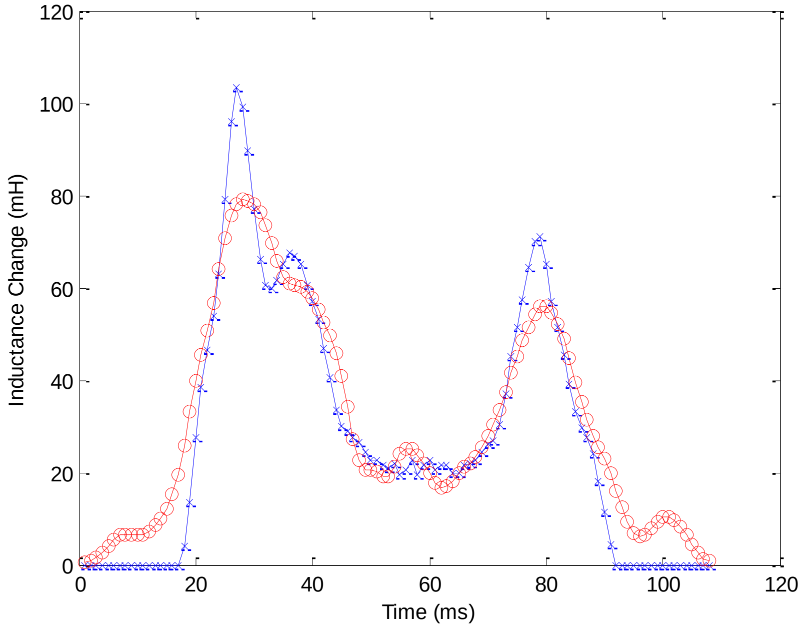
$$\tilde{x}_i = \sum_{k=1}^{n} (\widehat{v_k} s_{k,x_i}) + x_{mean}$$

οπού $n \leq N$.

Συγκεκριμένα αν χρησιμοποιήσουμε τις 5 πρώτες κυρίες συνιστώσες πετυχαίνουμε μια αρκετά καλή αναπαράσταση της αρχικής κυματομορφής όπως φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα:

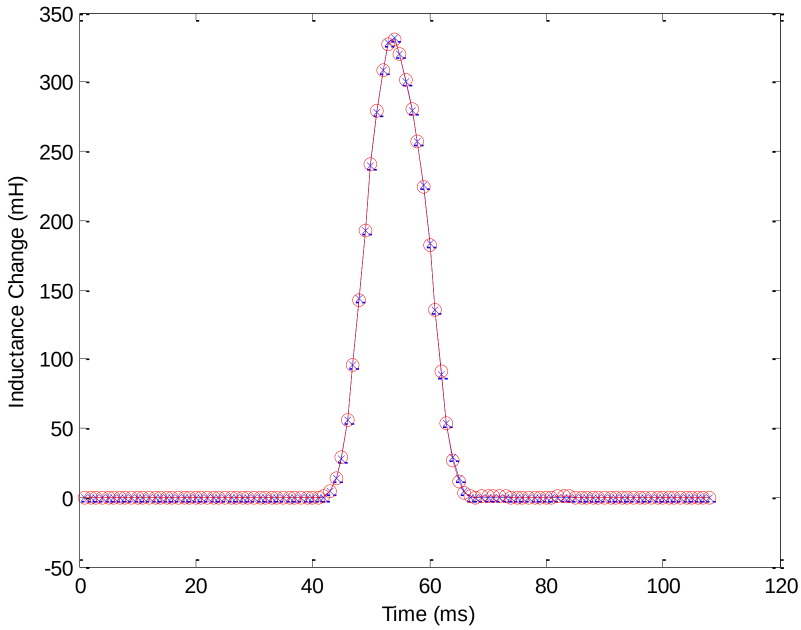


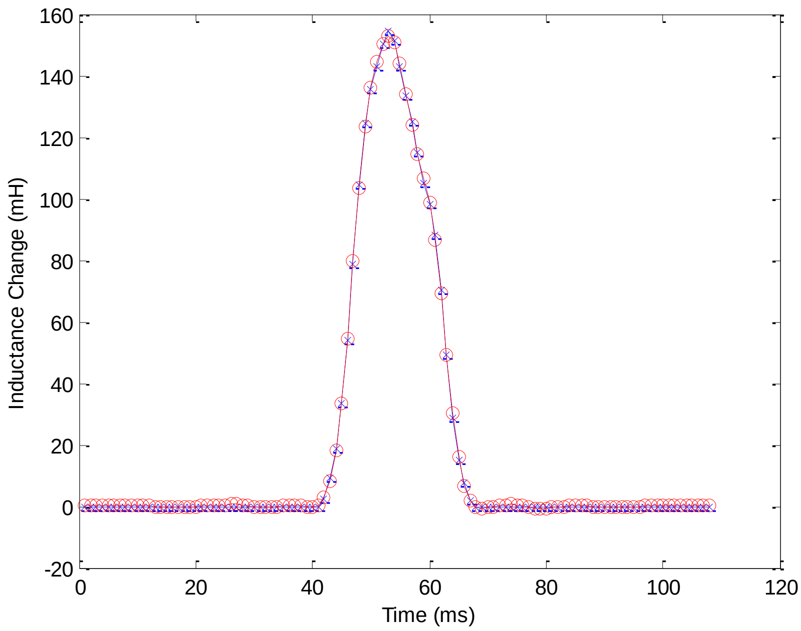


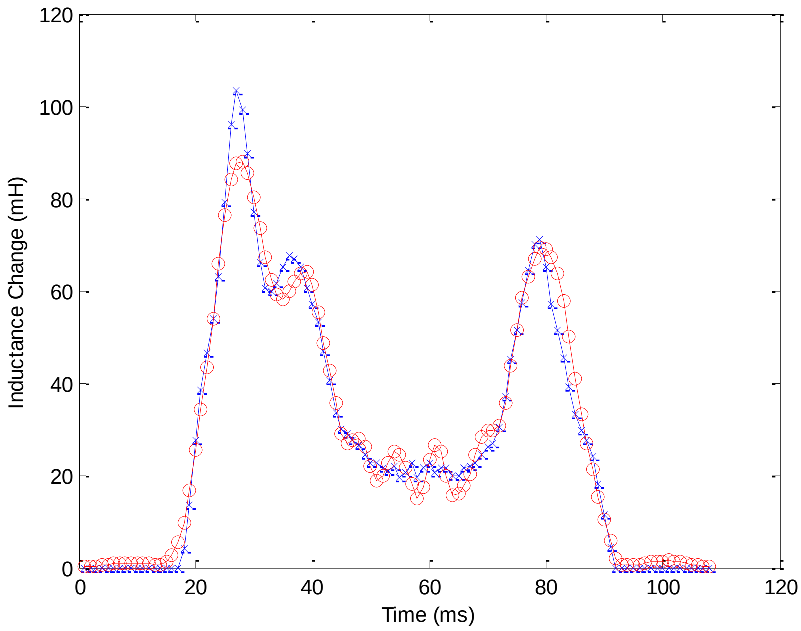


Εικόνα 16: Η αρχικές κυματομορφές (μπλε γραμμές) για ένα όχημα της πρώτης κατηγορίας (A), ένα της δεύτερης κατηγορίας (B), ένα της τρίτης κατηγορίας (C) και οι αναπαραστάσεις τους χρησιμοποιώντας μόνο 5 συνιστώσες (κόκκινές γραμμές).

Αν αυξήσουμε τον αριθμό των κύριων συνιστωσών η αναπαράσταση γίνεται ακόμα πιο ακριβής:





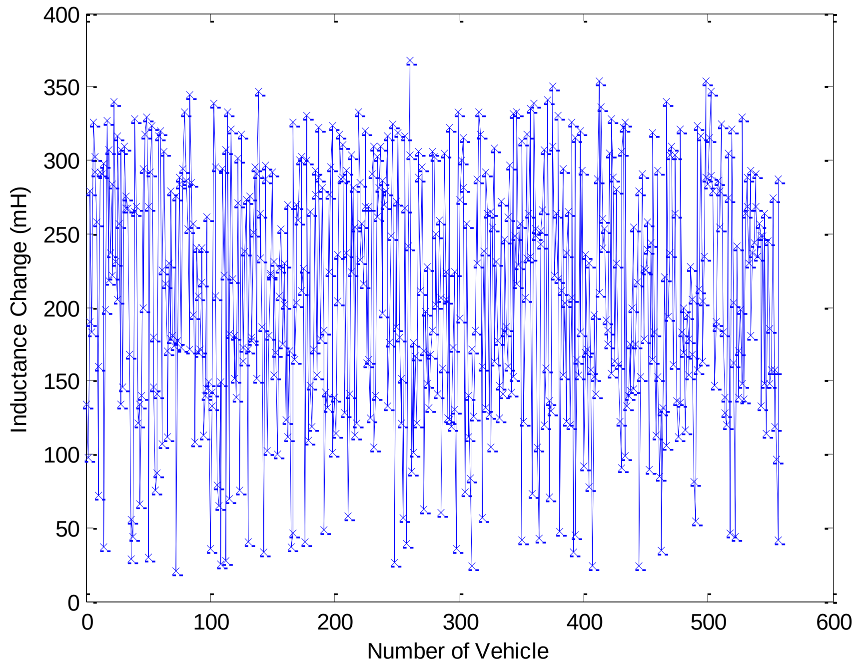


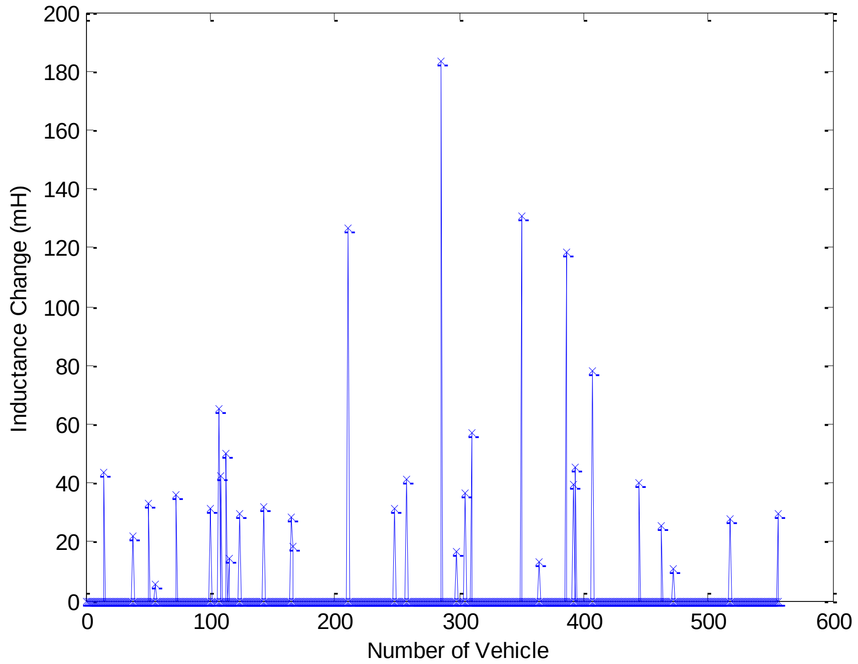
Εικόνα 17: Η αρχικές κυματομορφές (μπλε γραμμές) για ένα όχημα της πρώτης κατηγορίας (A), ένα της δεύτερης κατηγορίας (B), ένα της τρίτης κατηγορίας (C) και οι αναπαραστάσεις τους χρησιμοποιώντας μόνο 15 συνιστώσες (κόκκινές γραμμές). Σε σχέση με την εικόνα 16 οπού έχουμε τις αναπαραστάσεις των κυματομορφών χρησιμοποιώντας 5 pc οι αναπαραστάσεις με χρήση 15 pc είναι πολύ πιο κοντά στις αρχικές.

4.4 Εξαγωγή χαρακτηριστικών με την μέθοδο της ανάλυσης κύριων συνιστωσών

Στη μέθοδο της εξαγωγής χαρακτηριστικών αντί να εκτελέσουμε την ανάλυση κυριών συνιστωσών κατευθείαν στον πίνακα δεδομένων του πρώτου καναλιού $\boldsymbol{X}$ εκτελούμε την ανάλυση κύριων συνιστωσών στο μεταθετικό πίνακα του $\boldsymbol{X}$: $\widetilde{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}$. Η ανάλυση θα μας δώσει τους πίνακες $\widetilde{\boldsymbol{V}}$ και $\widetilde{\boldsymbol{S}}$ όπου $\widetilde{\boldsymbol{S}} = \widetilde{\boldsymbol{V}}\widetilde{\boldsymbol{X}}$. Ενώ στην μέθοδο της του τυφλού διαχωρισμού προσπαθούμε να μετασχηματίσουμε τις κυματομορφές μας με τέτοιον τρόπο ώστε πρώτον να μειωθεί η συσχέτιση μεταξύ τους και δεύτερον να μεγιστοποιηθεί η ενέργεια τους, στη μέθοδο εξαγωγής χαρακτηριστικών προσπαθούμε να μετασχηματίσουμε τις κυματομορφές μας με τέτοιον τρόπο ώστε πρώτον να μειωθεί η συσχέτιση μεταξύ των διαστάσεων των κυματομορφών και να μεγιστοποιηθεί η ενέργεια των διαστάσεων αυτών.

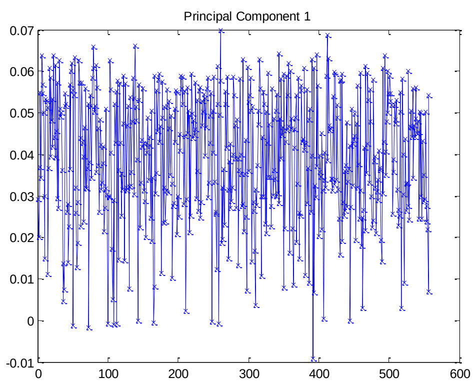
Όπως περιγράψαμε στην ενότητα 4.2 οι κυματομορφές μας μετά από interpolation αποτελούνται από 1071 δείγματα η αλλιώς κάθε κυματομορφή είναι ένα σημείο σε ένα χώρο με 1071 διαστάσεις. Αν πάρουμε την τιμή κάθε κυματομορφής για μια συγκεκριμένη διάσταση αποκτούμε ένα νέο σύνολο κυματομορφών, μήκους ίσου με τον αριθμό των οχημάτων που πέρασαν από το σταθμό, των όποιων παραδείγματα φαίνονται παρακάτω:

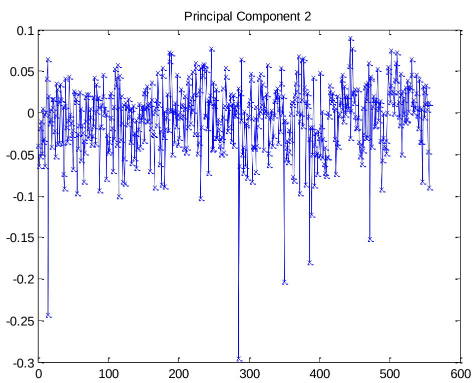


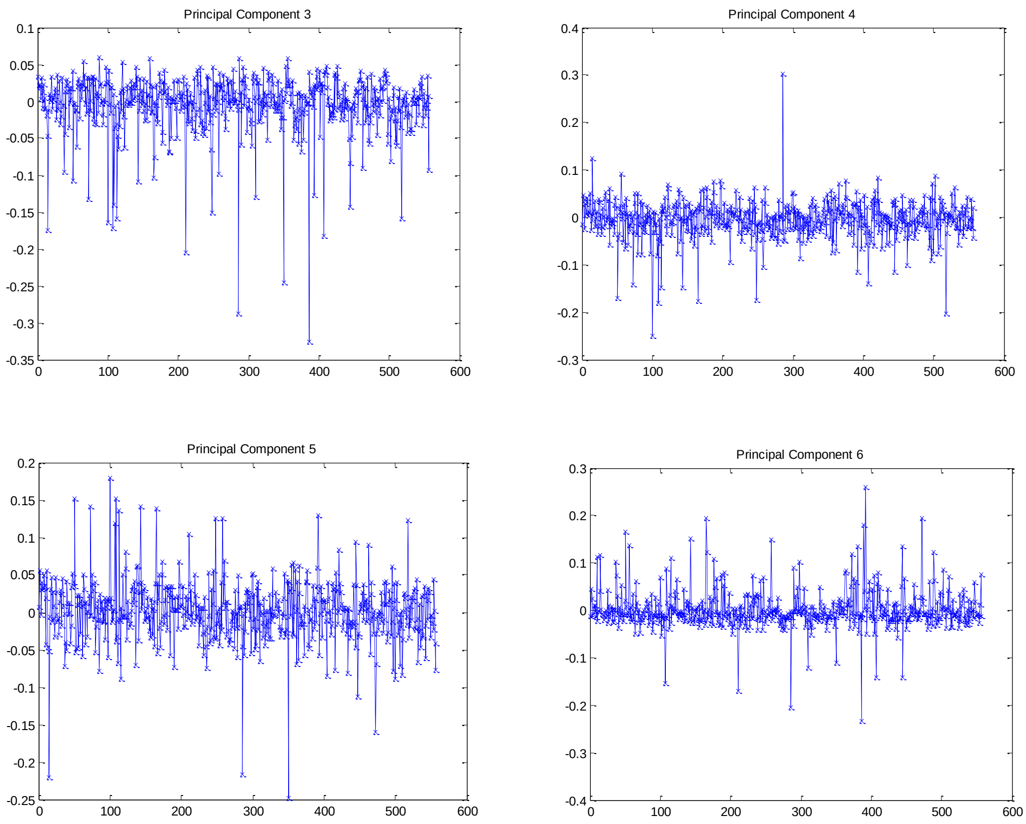


Εικόνα 18: Η τιμή της επαγωγής των κυματομορφών για την διάσταση 550 και 720.

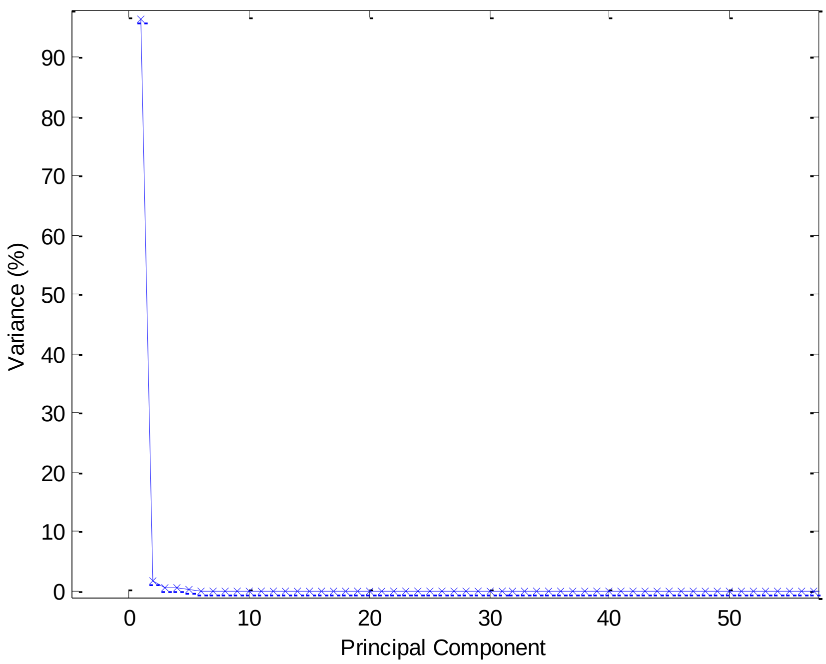
Η ανάλυση κύριων συνιστωσών στις νέες κυματομορφές μας δίνει τις ακόλουθες 6 πρώτες κύριες συνιστώσες (εικόνα) και το αντίστοιχο ποσοστό συνεισφοράς τους στη συνολική διακύμανση των δεδομένων μας (εικόνα):







Εικόνα 19: Οι έξι πρώτες κύριες συνιστώσες για την μέθοδο εξαγωγής χαρακτηριστικών.



Εικόνα 20: Το ποσοστό συνεισφοράς της κάθε συνιστώσας στη συνολική διακύμανση των δεδομένων.

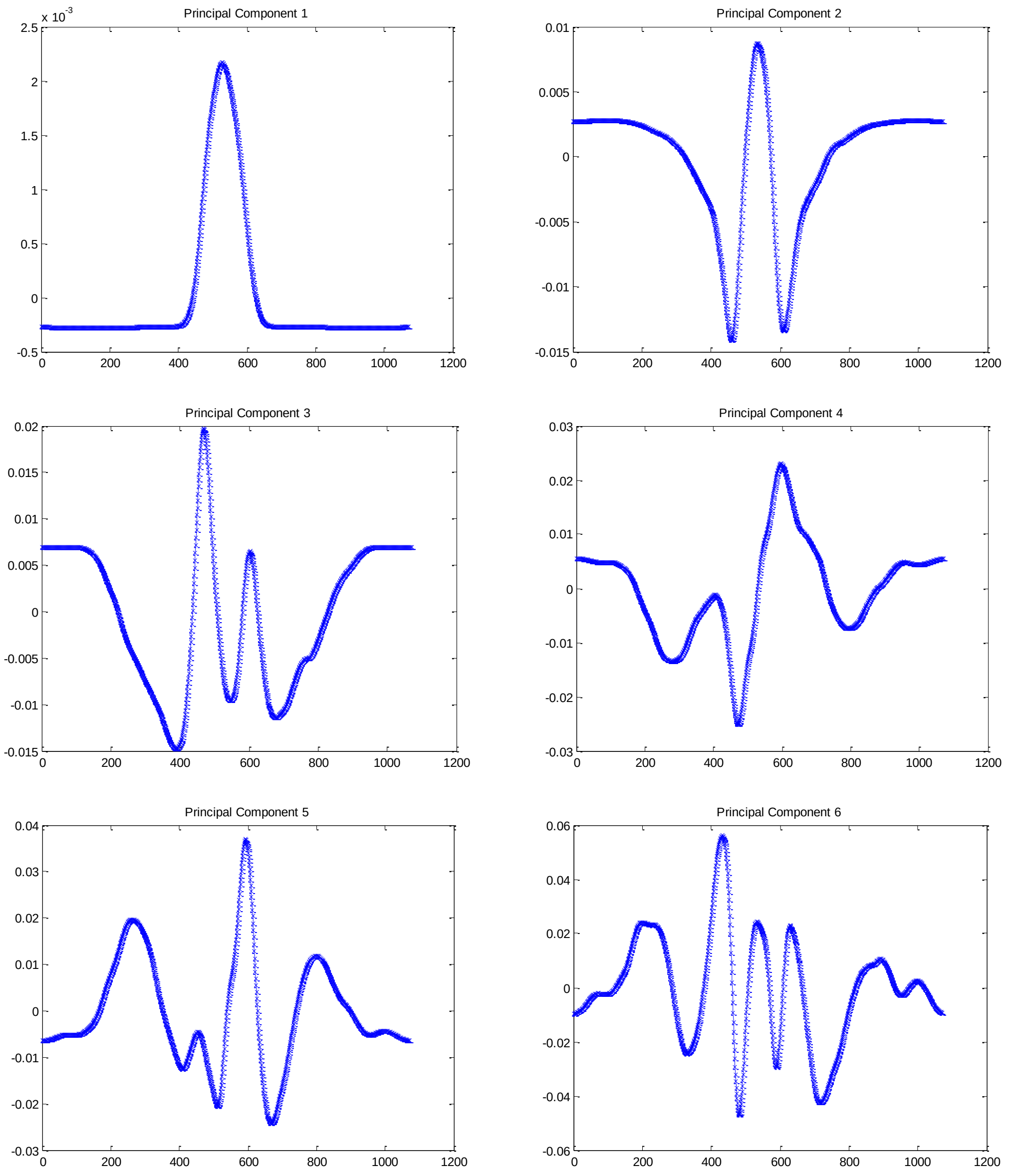
Από τη σχέση $\tilde{\boldsymbol{S}} = \widetilde{\boldsymbol{V}}\widetilde{\boldsymbol{X}} = \widetilde{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}$ πολλαπλασιάζοντας με τον πινάκα $\boldsymbol{X}$ έχουμε:

$$\tilde{\boldsymbol{S}}\boldsymbol{X} = \widetilde{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}$$

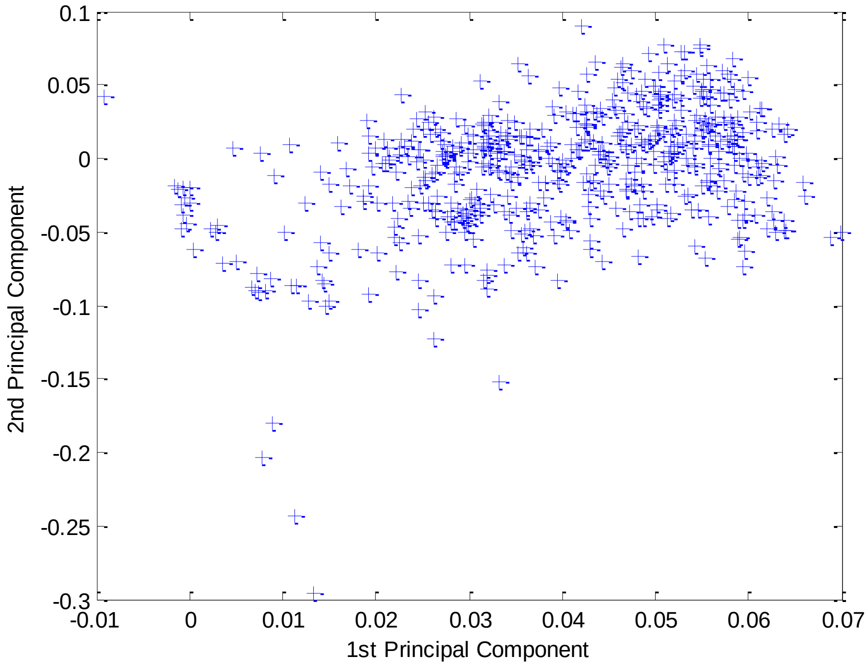
$$\tilde{\boldsymbol{S}}\boldsymbol{X} = \widetilde{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{I}$$

$$\tilde{\boldsymbol{S}}\boldsymbol{X} = \widetilde{\boldsymbol{V}}$$

Η τελευταία σχέση είναι ισοδύναμη με τη σχέση $\boldsymbol{S}$=$\boldsymbol{VX}$ που μας προέκυψε στη ενότητα 4.2 και δηλώνει ότι τα αντίστοιχα ιδοδιανύσματα της μεθόδου του τυφλού διαχωρισμού σήματος βρίσκονται τώρα στις στήλες του $\tilde{\boldsymbol{S}}$ ενώ οι αντίστοιχες προβολές των κυματομορφών στο χώρο των κύριων συνιστωσών στις γραμμές του $\widetilde{\boldsymbol{V}}$.



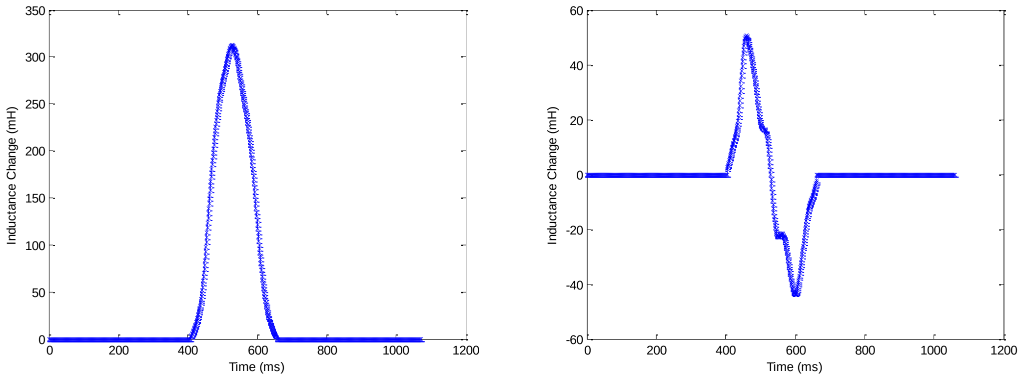
Εικόνα 21: Τα πρώτα έξι ιδιοδιανύσματα όπως προέκυψαν από την μέθοδο της εξαγωγής χαρακτηριστικών. Συγκρίνοντας τα με τα ιδιοδιανύσματα της εικόνας 12 βλέπουμε ότι είναι παρόμοια.



Εικόνα 22: Οι κυματομορφές των οχημάτων στο νέο χώρο. Η εικόνα είναι παρόμοια με τη εικόνα 15 που αποκτήθηκε από την εφαρμογή της πρώτης μεθόδου. Όπως θα δούμε παρακάτω η εξαγωγή χαρακτηριστικών διαχωρίζει τις κυματομορφές μας σε δυο κατηγορίες. Η μια με αρνητική τιμή της πρώτης συνιστώσας περιλαμβάνει τα φορτηγά ενώ η άλλη με θετική τιμή της πρώτης συνιστώσας τα υπόλοιπου κατηγορίας οχήματα.

4.5 Χρήση του διαφορικού σήματος

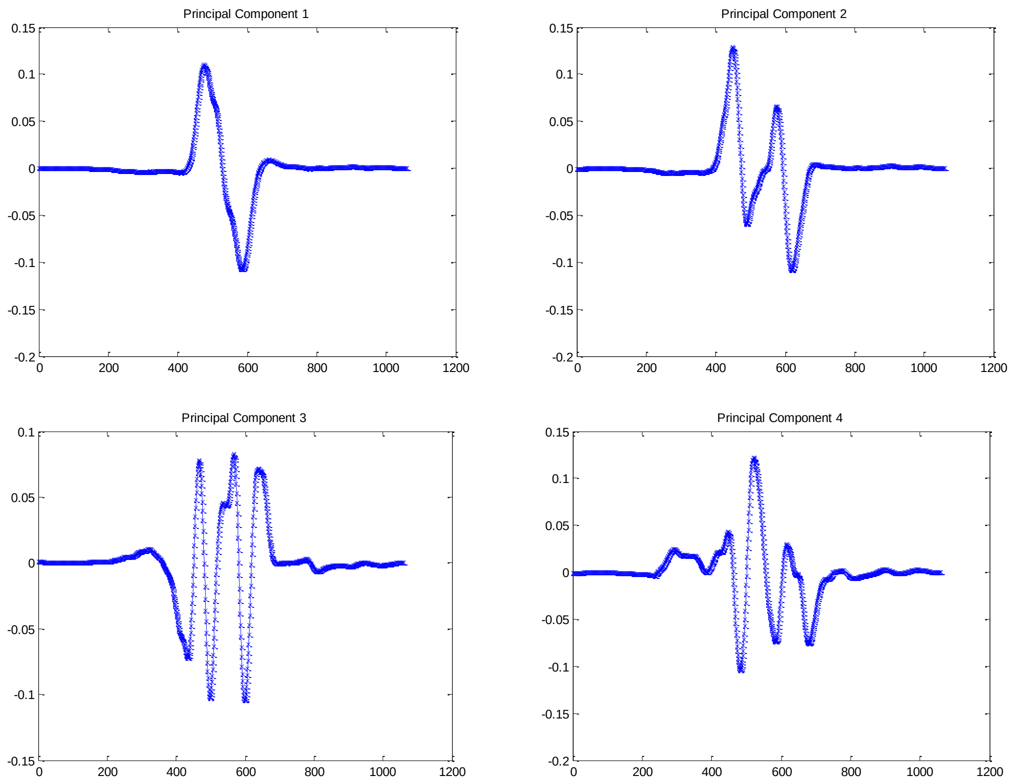
Μια καλύτερη αναπαράσταση των κυματομορφών μας αποκτούμε αν χρησιμοποιήσουμε το διαφορικό τους. Ορίζουμε έναν νέο πίνακα $\widetilde{\boldsymbol{X}}$ οπού κάθε στήλη του $\widetilde{\boldsymbol{x}_{\iota}}$ είναι το διαφορικό της *i* στήλης του πίνακα $\boldsymbol{X}$. Δηλαδή $\widetilde{\boldsymbol{x}_{\iota}}(\boldsymbol{k}) = \boldsymbol{x}_{i}(\boldsymbol{k}) - \boldsymbol{x}_{i}(\boldsymbol{k}+\mathbf{1})$ για *k = 1…1071.*

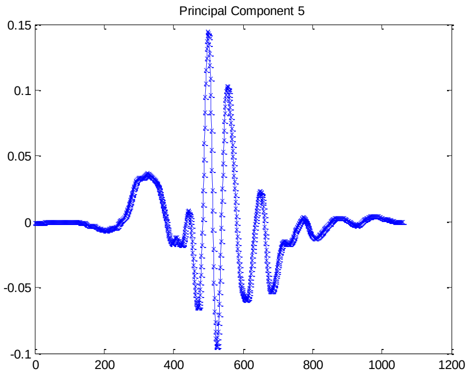


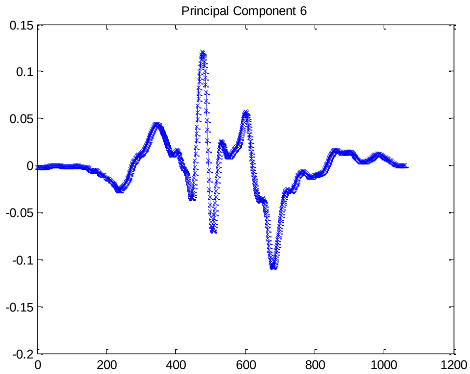
Εικόνα 23: Η αρχική κυματομορφή ενός οχήματος όπως την αποκτήσαμε από την έξοδο ενός ανιχνευτή (αριστερά) και το πρώτο διαφορικό της ίδιας κυματομορφής (δεξιά).

Τυφλός διαχωρισμός σήματος με τη χρήση διαφορικού σήματος

Η ανάλυση σε κύριες συνιστώσες με την μέθοδο του τυφλού διαχωρισμού σήματος μας δίνει τα παρακάτω έξι πρώτα ιδιοδιανύσματα:

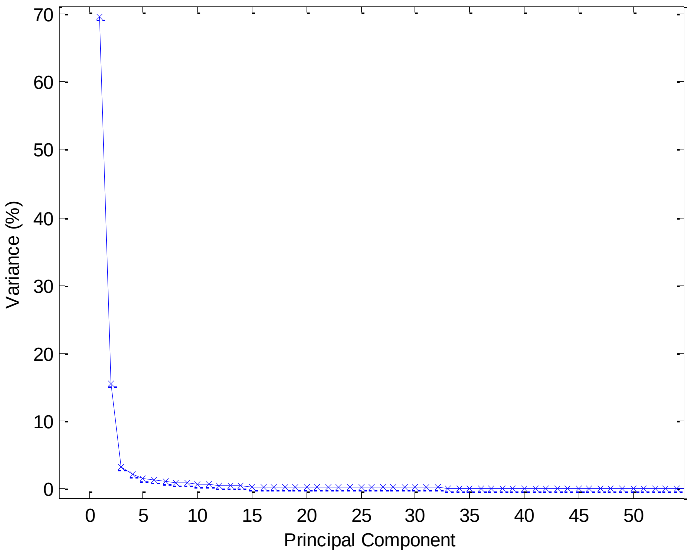






Εικόνα 24: Οι έξι πρώτες κύριες συνιστώσες με τη μέθοδο του τυφλού διαχωρισμού για το διαφορικό σήμα.

Το ποσοστό προσφοράς της κάθε συνιστώσας στη συνολική διακύμανση των δεδομένων φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:



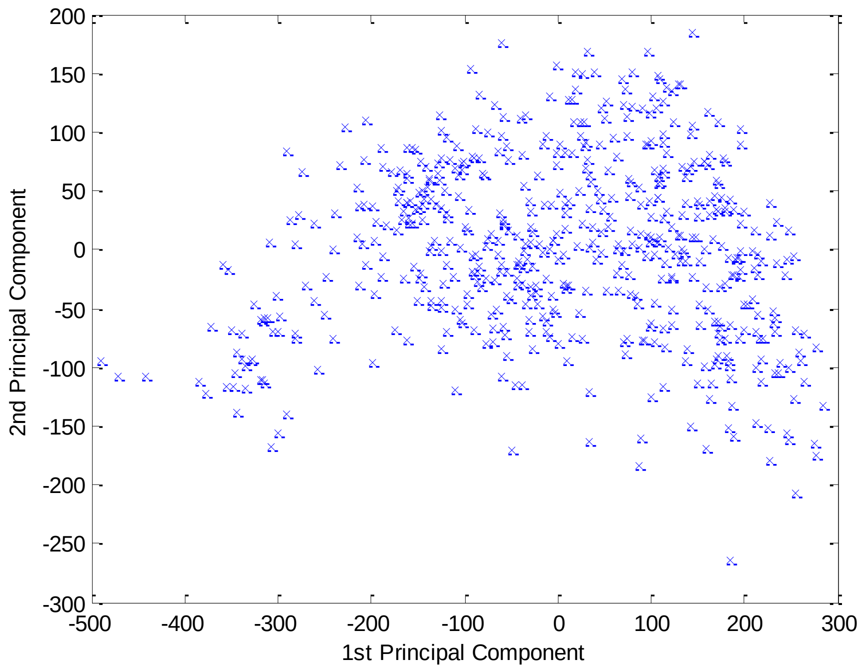
Εικόνα 25: Ποσοστό συνεισφοράς της κάθε συνιστώσας στη συνολική διακύμανση των δεδομένων.

Αναλυτικά το ποσοστό προσφοράς της κάθε συνιστώσας στη συνολική διακύμανση των δεδομένων για τις πρώτες 10 συνιστώσες φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Κύρια συνιστώσα	Ποσοστό (%)
1	67,00
2	15,29
3	3,86
4	2,99
5	2,10
6	1,35
7	1,30
8	0,85
9	0,77
10	0,58

Πίνακας 5: Ποσοστό συνεισφοράς της κάθε συνιστώσας στη συνολική διακύμανση των δεδομένων.

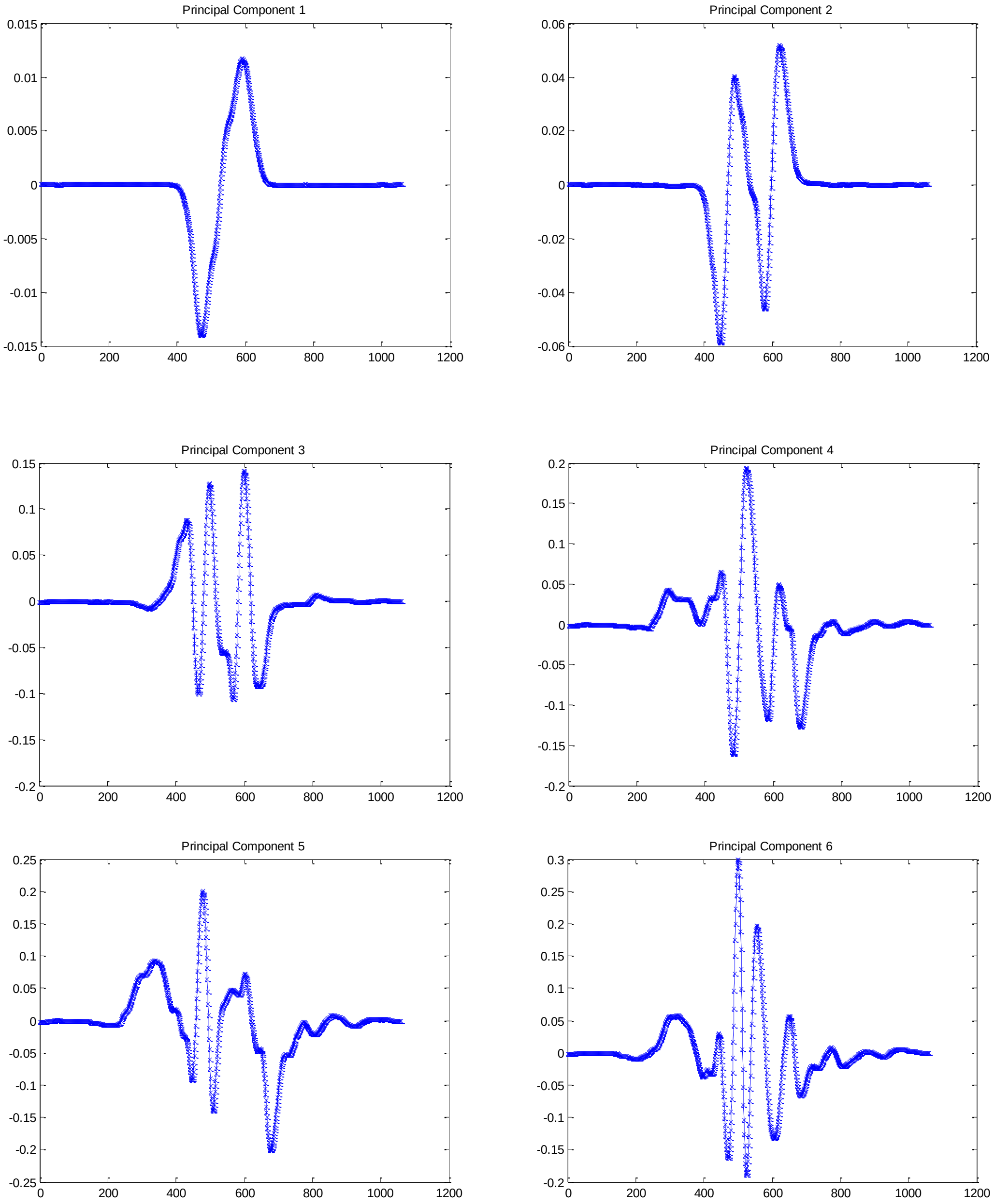
Στην παρακάτω εικόνα φαίνονται οι προβολές των κυματομορφών του πρώτου καναλιού στο χώρο των δυο πρώτων κύριων συνιστωσών:



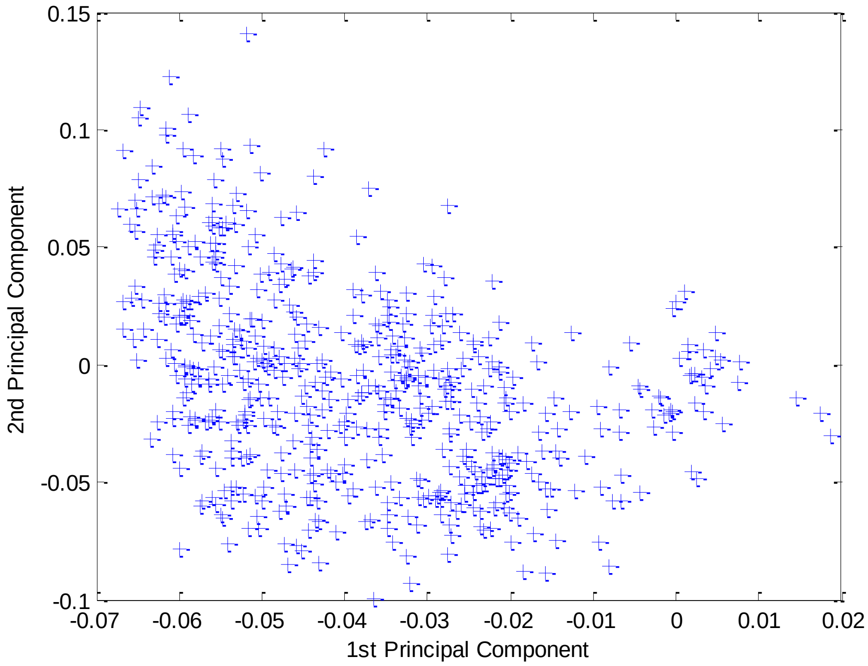
Εικόνα 26: Οι κυματομορφές στο χώρο των δυο πρώτων κύριων συνιστωσών όπως προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου του τυφλού διαχωρισμού σήματος.

Εξαγωγή χαρακτηριστικών με τη χρήση διαφορικού σήματος

Αντίστοιχα η ανάλυση κύριων συνιστωσών με την μέθοδο εξαγωγής χαρακτηριστικών μας δίνει τα ακόλουθα ιδιοδιανύσματα και τις προβολές των κυματομορφών:



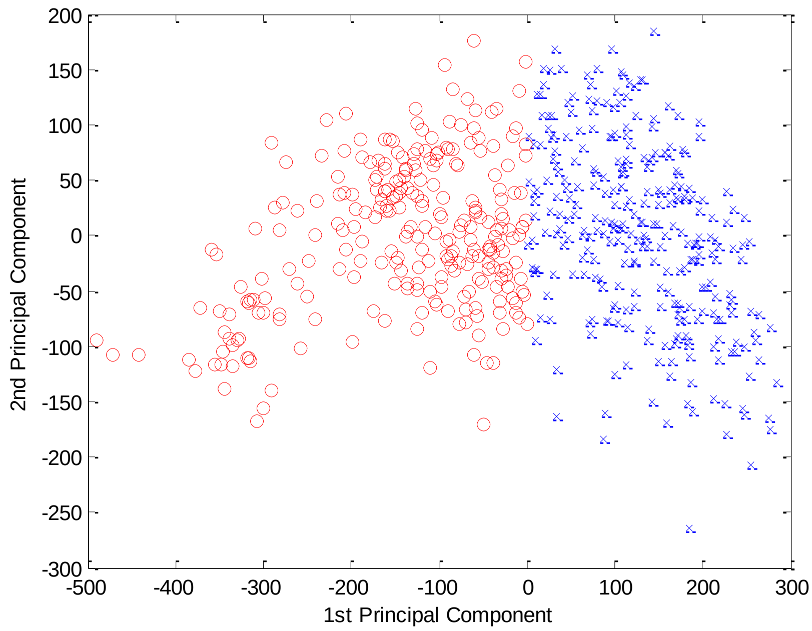
Εικόνα 27: Οι έξι πρώτες κύριες συνιστώσες με τη μέθοδο της εξαγωγής χαρακτηριστικών για το διαφορικό σήμα. Οι συνιστώσες όπως περιμέναμε είναι παρόμοιές της πρώτης μεθόδου που φαίνονται στην εικόνα 24.



Εικόνα 28: Οι προβολές των κυματομορφών στο χώρο των δυο πρώτων κύριων συνιστωσών όπως προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου της εξαγωγής χαρακτηριστικών. Η όλη διασπορά των κυματομορφών στο χώρο είναι παρόμοια με αυτήν της εικόνας 26. Αυτό μας δηλώνει ότι οι δυο μέθοδοι δηλαδή ο τυφλός διαχωρισμός σήματος και η εξαγωγή χαρακτηριστικών μας παρέχουν παρόμοια αποτελέσματα.

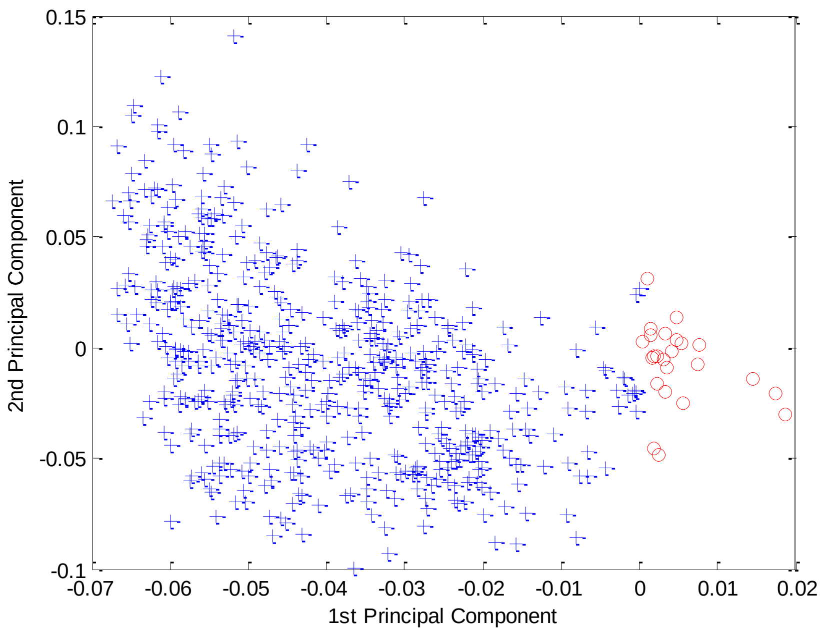
4.6 Ομαδοποίηση με την μέθοδο ανάλυσης κύριων συνιστωσών

Όπως είδαμε στη θεωρία της ενότητας 4.8 μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο ανάλυση κυρίων συνιστωσών για να διεξάγουμε ομαδοποίηση (clustering) στα δεδομένα μας. Αν χρησιμοποιήσουμε την πρώτη μέθοδο δηλαδή την εξαγωγή χαρακτηριστικών τότε χωρίζονται τα δεδομένα σε δύο ομάδες οπού η πρώτη με θετική τιμή της πρώτης κύριας συνιστώσας περιλαμβάνει τα οχήματα μικρού κυβισμού ενώ η δεύτερη ομάδα με αρνητική τιμή της πρώτης κύριας συνιστώσας τα υπόλοιπα τύπου οχήματα.



Εικόνα 29: Οι κυματομορφές του πρώτου σταθμού στο χώρο των δυο πρώτων κυριών συνιστωσών όπως αποκτήθηκαν με τη μέθοδο του τυφλού διαχωρισμού. Οι σταυροί δηλώνουν την πρώτη ομάδα η οποία αποτελείται από κυματομορφές οχημάτων Ι.Χ. ενώ οι κύκλοι δηλώνου την δεύτερη ομάδα η οποία αποτελείται από τις κυματομορφές των υπολοίπων τύπων οχημάτων.

Χρησιμοποιώντας την δεύτερη μέθοδο ανάλυσης σε κύριες συνιστώσες δηλαδή τον τυφλό διαχωρισμό σήματος τα δεδομένα διαχωρίζονται σε μια ομάδα που συμπεριλαμβάνει τα φορτηγά και μια δεύτερη με τα υπόλοιπου τύπου οχήματα.



Εικόνα 30: Οι κυματομορφές του πρώτου σταθμού στο χώρο των δυο πρώτων κυριών συνιστωσών όπως αποκτήθηκαν από την μέθοδο εξαγωγής χαρακτηριστικών. Οι κύκλοι δηλώνουν την πρώτη ομάδα η οποία αποτελείται από κυματομορφές φορτηγών ενώ οι σταυροί δηλώνουν την δεύτερη ομάδα η οποία αποτελείται από τις κυματομορφές των υπολοίπων τύπων οχημάτων.

Οι δυο μέθοδοι μαζί διαχωρίζουν το σύνολο των δεδομένων μας σε τρείς κατηγορίες: φορτηγά, μικρά οχήματα και μια τρίτη ομάδα που περιλαμβάνει βαν και τζιπ.

Για να δούμε πόσο κάλος είναι ο ταξινομητής μας προβάλουμε τις κυματομορφές του δευτέρου σταθμού στο χώρο των κυριών συνιστωσών του πρώτου και στη συνέχεια τις ταξινομούμε στην ομάδα στην οποία ανήκει η πλησιέστερη κυματομορφή του πρώτου καναλιού. Για τις τρείς κατηγορίες έχουμε τα εξής ποσοστά σωστής ταξινόμησης:

Κατηγορίες οχημάτων 1^{ου} σταθμού	Αυτοκίνητα	Βαν και τζιπ	Μεγάλα φορτηγά
Ποσοστό σωστά ταξινομημένων κυματομορφών 2^{ου} σταθμού	82,09 %	86,06 %	99,09 %

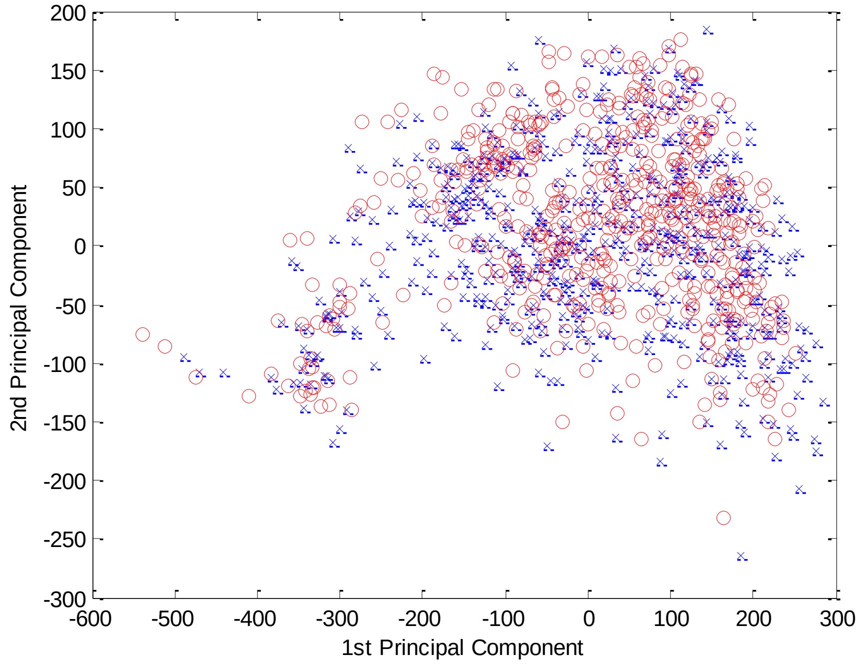
Πίνακας 6: Ποσοστά σωστής ταξινόμησης των κυματομορφών του δευτέρου σταθμού.

4.7 Αναγνώριση οχημάτων στο χώρο των κυριών συνιστωσών

Για να διεξάγουμε την αναγνώριση στο χώρο των κύριων συνιστωσών πρέπει να προβάλουμε την κυματομορφή του σταθμού Β που θέλουμε να αναγνωρίσουμε στο χώρο των κυριών συνιστωσών των κυματομορφών του σταθμού Α. Αυτό πραγματοποιείται με τον ακόλουθο τύπο:

$$\boldsymbol{s_{y_i}} = \sum_{k=1}^{n} \widehat{\boldsymbol{v_k}}(\boldsymbol{y_i} - \boldsymbol{x_{mean}})$$

οπού $\widehat{\boldsymbol{v_k}}$ είναι η k κύρια συνιστώσα, $\boldsymbol{y_i}$ η κυματομορφή του σταθμού Β που θέλουμε να αναγνωρίσουμε $\boldsymbol{x_{mean}}$ η μέση κυματομορφή του σταθμού Α και $\boldsymbol{s_{y_i}}$ η προβολή της κυματομορφής $\boldsymbol{y_i}$ στο χώρο των κυριών συνιστωσών. Ο αριθμός n δηλώνει τον αριθμό των κυριών συνιστωσών που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση της κυματομορφής μας και μπορεί να πάρει τιμές από 1 έως N τον συνολικό δηλαδή αριθμό των κύριων συνιστωσών.



Εικόνα 31: Οι κυματομορφές του πρώτου σταθμού (σταυροί) και του δευτέρου σταθμού (κύκλοι) στο χώρο των δυο πρώτων κυριών συνιστωσών του πρώτου σταθμού. Στην ιδανική περίπτωση στην οποία δεν θα υπήρχαν διαφορές μεταξύ των κυματομορφών που προέρχονται από το ίδιο όχημα οι κύκλοι θα έπεφταν πάνω στους σταυρούς. Στην δική μας περίπτωση θεωρούμε την κυματομορφή του δευτέρου σταθμού που έχει την μικρότερη απόσταση από την κυματομορφή του πρώτου σταθμού την σωστή.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τις ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ της κυματομορφής του σταθμού B και όλων των κυματομορφών του σταθμού A στο νέο χώρο:

$$d\left(\boldsymbol{s}_{y_i}, \boldsymbol{s}_{x_k}\right) = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (\boldsymbol{s}_{y_i,j} - \boldsymbol{s}_{x_k,j})^2}$$

οπού n το μήκος της κυματομορφής, $\boldsymbol{s}_{y_i}$ η αναπαράσταση της $\boldsymbol{y}_i$ κυματομορφής δηλαδή της i κυματομορφής του δευτέρου σταθμού και $\boldsymbol{s}_{x_k}$ η αναπαράσταση της $\boldsymbol{x}_k$

κυματομορφής δηλαδή της k κυματομορφής του πρώτου σταθμού. Η κυματομορφή του σταθμού A που έχει την μικρότερη απόσταση από αυτή του σταθμού B θεωρείται αυτή που αναζητούμε.

4.8 K-fold cross validation

Για να αξιολογήσουμε τις μεθόδους που περιγράψαμε παραπάνω χρησιμοποιούμε K-fold cross validation. Στη μέθοδο K-fold cross validation χωρίζουμε το αρχικό σύνολο κυματομορφών σε k ξένα υποσύνολα (folds) Ω_i, i = 1, 2,…, k. Στη συνέχεια τα k-1 υποσύνολα χρησιμοποιούνται ως σύνολο εκπαίδευσης ενώ το εναπομένων σύνολο χρησιμοποιείται ως σύνολο ελέγχου. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται διαδοχικά k φορές έτσι ώστε όλα τα υποσύνολα να βρεθούν τόσο στο σύνολο εκπαίδευσης όσο και στο σύνολα ελέγχου. Ο μέσος όρος επιτυχίας των k πειραμάτων είναι ένα μέτρο του πόσο καλός είναι ο ταξινομητής μας.

Συγκεκριμένα χωρίζουμε τις 557 κυματομορφές του πρώτου καναλιού $\boldsymbol{X}$ σε 10 υποσύνολα των 55 κυματομορφών Ω_i, i = 1, 2,…, 10. Χρησιμοποιούμε το ένα σύνολο ως σύνολο έλεγχου και εκτελούμε ανάλυση κυριών συνιστωσών στο σύνολο εκπαίδευσης που αποτελείται από τα υπόλοιπα υποσύνολα. Οι κυματομορφές του συνόλου έλεγχου προβάλλονται στο χώρο πού ορίζουν οι κύριες συνιστώσες όπως προέκυψαν από την ανάλυση κυριών συνιστωσών του συνόλου εκπαίδευσης. Στη συνεχεία ανακατασκευάζονται οι κυματομορφές του συνόλου ελέγχου, χρησιμοποιώντας ένα υποσύνολο των κύριων συνιστωσών, συγκεκριμένα χρησιμοποιούμε 5 και 15 κυρίες συνιστώσες, και συγκρίνονται με τις αρχικές κυματομορφές του πρώτου καναλιού $\boldsymbol{X}$. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα χρησιμοποιώντας κάθε ένα τα 10 υποσύνολα ως σύνολο έλεγχου.

Το ποσοστό επιτυχίας όπως προκύπτει από την εφαρμογή της cross validation για τη μέθοδο του τυφλού διαχωρισμού σήματος για το διαφορικό σήμα δίνεται στον παρακάτω πίνακα:

	Ποσοστό επιτυχίας (%)	
Αριθμός πειράματος	5 pc	15 pc
1	87,27	100
2	78,18	98,18
3	85,45	98,18
4	90,91	100
5	90,91	100
6	89,09	100
7	89,09	100
8	87,27	96,36
9	85,45	100
10	92,72	98,18
Μέσο ποσοστό επιτυχίας	87,64	99,09

Πίνακας 7: Ποσοστά σωστής αναγνώρισης διαφορικού σήματος με τη μέθοδο τυφλού διαχωρισμού για κυματομορφές του ίδιου καναλιού. Οι κυματομορφές ανακατασκευάζονται με 5 και 15 pc και συγκρίνονται με τις αρχικές. Όπως βλέπουμε στο μέσο ποσοστό επιτυχίας χρησιμοποιώντας 15 pc έχουμε σχεδόν 100% επιτυχία.

Να σημειωθεί ότι παραθέσαμε μόνο τα αποτελέσματα για την μέθοδο του τυφλού διαχωρισμού σήματος για το διαφορικό σήμα μιας και είναι αυτή με το υψηλότερο ποσοστό επιτυχίας. Τόσο ο τυφλός διαχωρισμός σήματος για τις αρχικές κυματομορφές όσο και η μέθοδος εξαγωγής χαρακτηριστικών δεν μας δίνουν ικανοποιητικά ποσοστά επιτυχίας.

Τα παραπάνω αποτελέσματα προκύπτουν από την σύγκριση των κυματομορφών του ίδιου καναλιού. Ακολουθούν τα αποτελέσματα της σύγκρισης κυματομορφών από διαφορετικά κανάλια. Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία με όσα έχουμε περιγράψει παραπάνω με την διαφορά ότι το σύνολο έλεγχου των ανακατασκευασμένων κυματομορφών του καναλιού ***X*** συγκρίνονται με τις κυματομορφές του ***Y***.

Αριθμός πειράματος	Ποσοστό επιτυχίας (%)
1	60,00
2	72,73
3	70,91
4	69,09
5	67,27
6	52,73
7	72,73
8	61,82
9	74,55
10	65,45
Μέσο ποσοστό επιτυχίας	66,73

Πίνακας 8: Ποσοστά σωστής αναγνώρισης διαφορικού σήματος με τη μέθοδο του τυφλού διαχωρισμού για κυματομορφές διαφορετικών καναλιών. Λόγο των διαφορών που υπάρχουν στις εγκαταστάσεις των δυο βρόγχων ποσοστό επιτυχίας δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλο.

4.9 Εξομάλυνση διαφορών μεταξύ των δύο σταθμών

Όπως αναφέραμε στην ενότητα 4.2 οπού περιγράψαμε τα δεδομένα που αποκτήσαμε από τους ανιχνευτές, μεταξύ των δυο σταθμών υπεισέρχονται διαφορές στην καταγραφή των κυματομορφών που οφείλονται στην ιδία την κατασκευή των σταθμών. Μια μέθοδος για να εξομαλύνουμε τις διαφορές μεταξύ των δυο σταθμών περιέχει τα ακόλουθα βήματα:

- Εκτελούμε ανάλυση κυριών συνιστωσών σε ένα υποσύνολο κυματομορφών των δυο καναλιών για τις όποιες ξέρουμε ότι προέρχονται από τα ίδια οχήματα.
- Υπολογίζουμε το κέντρο βάρους των προβολών των κυματομορφών στο χώρο των κυριών συνιστωσών και για τα δυο κανάλια και στη συνέχεια υπολογίζουμε το διάνυσμα της διαφοράς τους. Αυτό το διάνυσμα είναι στην ουσία η διαφορά στην καταγραφή των κυματομορφών που υπάρχει μεταξύ των δυο σταθμών. Ένα σύνολο από 50 κυματομορφές είναι αρκετές για τον παραπάνω υπολογισμό.

- Προβάλουμε τις νέες κυματομορφές που θέλουμε να αναγνωρίσουμε στο χώρο των κυριών συνιστωσών και αφαιρούμε από τις κυματομορφές του δεύτερου καναλιού το διάνυσμα που υπολογίσαμε παραπάνω.

Η βελτίωση που καταγράφεται στα αποτελέσματα φαίνεται στα παρακάτω πίνακα που αφορά πειράματα με το διαφορικό σήμα χρησιμοποιώντας την μέθοδο εξαγωγής χαρακτηριστικών:

Αριθμός πειράματος	Ποσοστό επιτυχίας (%)
1	69,09
2	83,64
3	78,18
4	80,00
5	78,18
6	72,73
7	80,00
8	80,00
9	81,82
10	76,36
Μέσο ποσοστό επιτυχίας	78,00

Πίνακας 9: Ποσοστά σωστής αναγνώρισης για τα διαφορικά σήματα μας με την μέθοδο τυφλού διαχωρισμού σήματος για κυματομορφές από διαφορετικούς σταθμούς. Το μέσο ποσοστό επιτυχίας έχει βελτιωθεί σε σχέση με τα αποτελέσματα του πίνακα 7 από 66,73% σε 78 %.

Η μέθοδος εξομάλυνσης αυξάνει το μέσο ποσοστό επιτυχίας από 66,73% σε 78,00%.

4.10 Αναγνώριση οχημάτων συνυπολογίζοντας τον χρόνο

Για να αποκτήσουμε καλύτερα αποτελέσματα αναγνώρισης οχημάτων πρέπει να περιορίσουμε τον αριθμό των κυματομορφών του πρώτου καναλιού με τις οποίες συγκρίνουμε την προς αναγνώριση κυματομορφή του δεύτερου καναλιού. Με αυτόν τον τρόπο μειώνουμε την πιθανότητα να υπάρχει στο σύνολο μας, κυματομορφές οι οποίες προέρχονται από το ίδιο ή παρόμοιο μοντέλο οχήματος και αρά να ωθήσει τον αλγόριθμο μας το να επιλέξει τυχαία μια από αυτές. Την μειώσει του συνόλου μας την επιτυγχάνουμε με τον υπολογισμό του χρονικού παραθύρου που πιθανόν να πέρασε το όχημα που αναζητούμε από τον πρώτο σταθμό όπως περιγράφτηκε στη ενότητα 2.2.

	Ποσοστό επιτυχίας (%)	
Αριθμός πειράματος	50 sec	25 sec
1	72,73	78,18
2	83,64	89,09
3	80,00	83,64
4	89,09	94,55
5	83,64	83,64
6	85,45	90,91
7	81,82	81,82
8	81,82	83,64
9	83,64	85,45
10	76,36	80,00
Μέσο ποσοστό επιτυχίας	81,82	85,09

Πίνακας 10: Ποσοστά σωστής αναγνώρισης για τα διαφορικά σήματα μας με την μέθοδο τυφλού διαχωρισμού χρησιμοποιώντας δυο διαφορετικά χρονικά παράθυρα, ένα 50 sec και ένα 25 sec. Και στις δυο περιπτώσεις βελτιώνεται το μέσο ποσοστό επιτυχίας από 78% σε 81,82% κα 85,09% αντίστοιχα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Συμπεράσματα και μελλοντική εργασία

Στην παρούσα διπλωματική εξετάσαμε τη χρήση της μεθόδου της ανάλυσης σε κύριες συνιστώσες για την ταξινόμηση ενός συνόλου κυματομορφών σε ομάδες οχημάτων καθώς και την αναγνώριση του ίδιου οχήματος σε δυο διαφορετικούς σταθμούς. Η μέθοδος της ανάλυσης κύριων συνιστωσών αποδείχτηκε ένας αποτελεσματικός τρόπος μείωσης των διαστάσεων του αρχικού συνόλου κυματομορφών. Οι αρχικές κυματομορφές αποτελούνται κατά μέσο ορό από περίπου 200 δείγματα επαγωγής τα όποια πρέπει να λάβουμε υπόψη για να εφαρμόσουμε την αναγνώριση οχημάτων. Στο μετασχηματισμένο χώρο που ορίζουν οι κυρίες συνιστώσες είναι αρκετό να λάβουμε υπόψη μονό 15 δείγματα όπως μας υποδεικνύουν τα αποτελέσματα του πίνακα 6.

Η ανάλυση κύριων συνιστωσών αποδείχτηκε επίσης χρήσιμη στην ταξινόμηση των οχημάτων σε κατηγορίες. Συγκεκριμένα όπως δείξαμε στην ενότητα 4.6 καταφέρνουμε να κατηγοριοποιήσουμε ένα σύνολο από κυματομορφές οχημάτων σε 3 κατηγορίες με αρκετά μικρό σφάλμα ταξινόμησης.

Μια σημαντική βελτίωση σε σχέση με προηγούμενες εργασίες είναι η εξομάλυνση των διαφορών μεταξύ των δυο σταθμών όπως περιγράφτηκε στην ενότητα 4.9. Αυτή η διαδικασία ανεβάζει σημαντικά τα ποσοστά σωστής αναγνώρισης.

Η μελλοντική δουλεία θα μπορούσε να συμπεριλάβει την εξέταση καλύτερων μέτρων ομοιότητας μεταξύ κυματομορφών. Στη παρούσα διπλωματική έχει εξεταστεί μόνο ο συντελεστής συσχέτισης και η ευκλείδεια απόσταση.

Ένα άλλο ζήτημα που θα πρέπει να εξεταστεί είναι η υλοποιησιμότητα των τεχνικών που παρουσιάσαμε σε πραγματικό χρόνο. Θα πρέπει να επανασχεδιαστούν οι αλγόριθμοι για να ικανοποιούν τις υπολογιστικές ανάγκες σε χρόνο και χώρο των ψηφιακών επεξεργαστών σήματος που είναι ενσωματωμένοι στους σταθμούς των επαγωγικών βρόγχων και να βεβαιωθεί η αποτελεσματικότητα τους.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Hao, J., Zou, X., Wilson, M.P., Davies, N.P., Sun, Y., Peet, A.C., Arvanitis, Th.N., (2009). “A comparative study of feature extraction and blind source separation of independent component analysis (ICA) on childhood brain tumor ^{1}H magnetic resonance spectra”. NMR in Biomedicine, vol. 22, pp. 809-818.

Mistra, J., Schmitt, W., Hwang, D., Hsiao, L., Gullans, S., Stephanopoulos, G., Stephanopoulos, G., (2002). “Interactive exploration of Microarray gene expression patterns in reduced dimensional space”. Genome Research, vol. 12, pp. 1112-1120.

Kwon, T.M., (2005). “Route Tracking of Border Crossing Vehicles Using Inductance Signatures of Loop Detectors”. IMS 2005 - IEEE International Workshop on Measurement Systems for Homeland Security, Contraband and Personal Safety.

Parsekar, A., (2004). “Blind Deconvolution of Vehicle Inductive Signatures for Travel Time Estimation”. Master Thesis.

Sun, C., Ritchie, S.G. (1999). “Individual Vehicle Speed Estimation Using Single Loop Inductive Waveforms”. California PATH Working Paper, October 1999.

Sun, C., (2000). “An investigation in the Use of Inductive Loop Signatures for Vehicle Classification”. California PATH Research Report, March 2000.

Sun, C., Ritchie, S.G., Park, S., Oh, C., (2002). “Field Investigation of Advanced Vehicle Reidentification Techniques and Detector Technologies - Phase 1”. California PATH Research Report, March 2002.

Zervakis, M.E., Kwon, T.M., (1992). “Robust Estimation Techniques in Regularized Image Restoration”. SPIE Optical Engineering, vol. 31, no. 10, pp. 2174-2190.

Ding, C., He, X., (2004). “K-means Clustering via Principal Component Analysis”. Proceedings of the 21st International Conference on Machine Learning.

Jolliffe, I., (2002). Principal component analysis. Springer 2nd edition.

Shlens J., (2009). A Tutorial on Principal Component Analysis. **http://www.snl.salk.edu/~shlens/pca.pdf**.

Rusak, D., Brown, L., Martin, S., (2003). Classification of Vegetable Oils by Principal Component Analysis of FTIR Spectra. Journal of Chemical Education, vol.80, no. 5, pp 541-543.

Li, D., Simske, S., Mersereau, R., (2004). Blind Deconvolution using Constrained Variance Maximization. Signals, Systems and Computers, 2004. Conference Record of the Thirty-Eighth Asilomar Conference, vol. 2, pp. 1762-1765.

Park, M., Na, J., Choi, J., (2005). PCA-based Feature Extraction using Class Information. Systems, Man and Cybernetics, 2005 IEEE International Conference, vol. 1, pp. 341-345.

Yeung, K., Ruzzo,W., (2001). Principal Component Analysis for clustering Gene Expression Data. Bioinformatics, vol. 17, no. 9, pp. 763-774.

Turk, M., Pentland, A., (1991). Eigenfaces for Recognition. Journal of Cognitive Neuroscience, vol. 3, no. 3, pp 71-86.