

# ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Τμήμα Ηλεκτρονικών Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών



## ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ:

Μελέτη και προσομοίωση συστημάτων υπερευρείας  
ζώνης (UWB) και συνύπαρξη με συστήματα στενής  
ζώνης (narrowband) σε περιβάλλον Matlab

του Αλεξίου Ευάγγελου

## ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:

Καθηγητής: Λιάβας Αθανάσιος (Επιβλέπων)  
Επ. Καθηγητής: Καρυστινός Γεώργιος  
Επ. Καθηγητής: Μπλέτσας Άγγελος

Χανιά, 22 Νοεμβρίου, 2011



# Περίληψη

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας μελετάμε την επικοινωνία με σήματα υπερευρείας ζώνης. Αρχικά, δίνεται ο ορισμός ενός τέτοιου σήματος και παρουσιάζονται τα πιο διαδεδομένα σήματα και συστήματα που χρησιμοποιούνται σε τέτοιου είδους μεταδόσεις. Στη συνέχεια, μελετάται το σύστημα που υλοποιείται στις προσομοιώσεις για την μετάδοση ενός χρήστη, αλλά και για πολλαπλή προσπέλαση από χρήστες που μεταδίδουν με τον ίδιο τρόπο επικοινωνίας. Εφαρμόζεται εκτίμηση καναλιού χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Μεγίστης Πιθανοφάνειας και εξετάζεται η απόδοση του εκτιμητή μέσω της τυπικής απόκλισης των εκτιμημένων παραμέτρων. Ορίζεται το  $SNR$  του συστήματος, υπολογίζεται η θεωρητική πιθανότητα σφάλματος για έναν χρήστη και ένα άνω φράγμα της πιθανότητας σφάλματος σε περίπτωση πολλαπλής προσπέλασης χρηστών, για κανάλι προσθετικού λευκού Γκαουσιανού θορύβου. Μέσω προσομοιώσεων, παρουσιάζεται η συμπεριφορά του δέκτη υπερευρείας ζώνης σε περίπτωση συνύπαρξης με σήμα στενής ζώνης και τέλος το αντίστροφο σενάριο, με το σήμα υπερευρείας ζώνης να λειτουργεί ως παρεμβολή σε σύστημα επικοινωνίας στενής ζώνης.



Σε αυτό το σημείο, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους ανθρώπους που έκαναν εφικτή την ολοκλήρωση της εργασίας αυτής.

Πρώτα από όλα, την οικογένειά μου, που με βοήθησε με κάθε τρόπο και χωρίς αυτούς δεν θα ήταν δυνατή η ολοκλήρωση των σπουδών μου. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον επιβλέπων καθηγητή της διπλωματικής μου εργασίας, Καθηγητή Αθανάσιο Λιάβα, για την καθοδήγηση, την στήριξη και την υπομονή του. Πολλές ευχαριστίες επίσης στην επιτροπή της εργασίας μου, που αποτελείται από τον Επίκουρο Καθηγητή Καρυστινό Γεώργιο, για τις γνώσεις που μου παρείχε μέσω των μαθημάτων του κατά την διάρκεια των σπουδών μου και τον Επίκουρο Καθηγητή Μπλέτσα Άγγελο για τις γνώσεις που αποκόμισα συνδέοντας θεωρητικές έννοιες με πρακτικές εφαρμογές. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους ανθρώπους που ήταν δίπλα μου, και' όλη τη διάρκεια των φοιτητικών μου χρόνων στα Χανιά.



# Περιεχόμενα

<b>1 Εισαγωγή</b>	<b>15</b>
<b>2 Επισκόπηση σημάτων και συστημάτων υπερευρείας ζώνης</b>	<b>17</b>
2.1 Ορισμός σήματος υπερευρείας ζώνης . . . . .	17
2.2 Παλμοί μετάδοσης υπερευρείας ζώνης . . . . .	19
2.3 Διαμόρφωση σήματος υπερευρείας ζώνης και τεχνικές διάχυσης φάσματος . . . . .	20
2.3.1 Διαμόρφωση δεδομένων . . . . .	21
2.3.2 Τεχνικές διάχυσης φάσματος . . . . .	21
2.3.2.1 Σχήμα μετάδοσης χωρίς κώδικα διάχυσης . . . . .	23
2.3.2.2 Σχήμα μετάδοσης με διάχυση μεταπήδησης χρόνου . . . . .	24
2.3.2.3 Σχήμα μετάδοσης με διάχυση άμεσης ακολουθίας . . . . .	25
2.4 Φασματική πυκνότητα ισχύος . . . . .	26
2.5 Ασύρματα κανάλια μεγάλου εύρους φάσματος . . . . .	28
<b>3 Μελέτη συστήματος υπερευρείας ζώνης</b>	<b>31</b>
3.1 Μοντέλο συστήματος . . . . .	31
3.1.1 Σήμα μετάδοσης . . . . .	31
3.1.2 Σήμα στον δέκτη . . . . .	36
3.1.3 Εντοπισμός σήματος . . . . .	38
3.1.4 Εκτίμηση καναλιού με τη μέθοδο Μεγίστης Πιθανοφάνειας και χρήση συμβόλων εκπαίδευσης . . . . .	39
3.1.5 Δέκτης με αποδιαμορφωτή συσχέτισης . . . . .	48
3.1.6 Rake . . . . .	49
3.2 Μοντέλο πολλαπλής πρόσβασης . . . . .	53
3.3 Θεωρητική ανάλυση συστήματος . . . . .	58
3.3.1 Σύστημα με ένα χρήστη . . . . .	58
3.3.2 Σύστημα πολλαπλής πρόσβασης . . . . .	63
3.4 Προσομοιώσεις . . . . .	65
<b>4 Συνύπαρξη σημάτων υπερευρείας και στενής ζώνης</b>	<b>75</b>
4.1 Παρεμβολή σήματος στενής ζώνης σε μετάδοση σήματος υπερευρείας . . . . .	75
4.2 Παρεμβολή σήματος υπερευρείας ζώνης σε μετάδοση σήματος στενής ζώνης . . . . .	82
4.3 Προσομοιώσεις . . . . .	90



# Κατάλογος Σχημάτων

2.1.1	Φάσμα σήματος υπερευρείας ζώνης.	17
2.1.2	Όρια φασματικής μάσκας για χρήση σε εσωτερικό χώρο.	18
2.2.1	Γκαουσιανός παλμός μαζί με την πρώτη και δεύτερη παράγωγό του.	19
2.2.2	Μετασχηματισμός Fourier Γκαουσιανού παλμού, πρώτης και δεύτερης παραγώγου του.	20
2.3.1	Αναμενόμενος παλμός στον δέκτη για διαμόρφωσης OOK.	21
2.3.2	Αναμενόμενος παλμός στον δέκτη για διαμόρφωση κατά θέση.	22
2.3.3	Αναμενόμενος παλμός στον δέκτη για διαμόρφωση κατά πλάτος.	22
2.3.4	Κυματομορφή συμβόλου στον δέκτη χωρίς κώδικα διάχυσης.	23
2.3.5	Κυματομορφή συμβόλου στον δέκτη με διάχυση μεταπήδησης χρόνου.	25
2.3.6	Κυματομορφή συμβόλου στον δέκτη με διάχυση άμεσης ακολουθίας.	26
3.1.1	Κανονικοποιημένοι Γκαουσιανοί παλμοί.	32
(α)	32	
(β)	32	
3.1.2	Φασματική πυκνότητα ισχύος σε λογαριθμική κλίμακα.	34
(α)	34	
(β)	34	
3.1.3	Φασματική πυκνότητα ισχύος σε ημιλογαριθμική κλίμακα.	35
(α)	35	
(β)	35	
3.1.4	Φασματική πυκνότητα ισχύος ίδιας κλίμακας στις συχνότητες 0 - 100 MHz.	36
3.1.5	Αναμενόμενος παλμός στον δέκτη και ο Μετασχηματισμός Fourier του.	37
(α)	37	
(β)	37	
3.1.6	Διάγραμμα συστήματος υπερευρείας ζώνης.	38
3.1.7	Συνάρτηση $J(n_s)$ σε ιδεατή περίπτωση.	39
3.1.8	Διάγραμμα εκτιμητή.	40
3.1.9	Συνάρτηση $\tilde{\gamma}(\theta)$ .	42
3.1.10	Συνάρτηση $\tilde{\gamma}(\theta)$ και εκτίμηση των παραμέτρων καναλιού για $SNR = 0$ dB.	46
(α)	46	
(β)	46	
3.1.11	Συνάρτηση $\tilde{\gamma}(\theta)$ και εκτίμηση των παραμέτρων καναλιού για $SNR = 10$ dB.	47
(α)	47	
(β)	47	
3.1.12	Διάγραμμα δέκτη αποδιαμορφωτή συσχέτισης.	48

3.1.13	Ζευγάρι παλμών που γίνεται χρήση σε κάθε frame στο πρότυπο δέκτη. . . . .	49
3.1.14	Δέκτης Rake. . . . .	50
3.1.15	Χρήσιμο σήμα συν θόρυβος πριν και μετά το πρότυπο, για $SNR = 10 \text{ dB}$ . . . . .	51
3.1.16	Χρήσιμο σήμα πριν και μετά το πρότυπο. . . . .	52
3.1.17	Θόρυβος πριν και μετά το πρότυπο. . . . .	53
3.2.1	Χρήσιμο σήμα συν σήμα παρεμβολής 10 χρηστών συν θόρυβος για $SNR = 10 \text{ dB}$ . . . . .	55
3.2.2	Χρήσιμο σήμα συν σήμα παρεμβολής 10 χρηστών. . . . .	56
3.2.3	Χρήσιμο σήμα συν σήμα παρεμβολής 20 χρηστών συν θόρυβος για $SNR = 10 \text{ dB}$ . . . . .	57
3.2.4	Χρήσιμο σήμα συν σήμα παρεμβολής 20 χρηστών. . . . .	58
3.3.1	Ισοδύναμο κανάλι λευκού προσθετικού Γκαουσιανού θορύβου. . . . .	59
3.3.2	Δέκτης με αποδιαμορφωτή συσχέτισης. . . . .	59
3.4.1	Πιθανότητα σφάλματος πρακτικής και θεωρητικής προσέγγισης σε AWGN κανάλι. . . . .	68
3.4.2	Πιθανότητα σφάλματος πρακτικής και θεωρητικής προσέγγισης σε Frequency-Selective κανάλια και χρήση δέκτη Rake στο σύστημα. . . . .	68
3.4.3	Σύγκριση πιθανότητας σφάλματος με προσομοίωση του συστήματος χρησιμοποιώντας διαφορετικό αριθμό frames. . . . .	69
3.4.4	Σύγκριση πιθανότητας σφάλματος προσομοίωσης με γνωστές τις παραμέτρους του καναλιού στον δέκτη και με χρήση του εκτιμητή για $M = 20$ και $M = 100$ σύμβολα εκπαίδευσης. . . . .	69
3.4.5	Πιθανότητα σφάλματος προσομοίωσης σε κανάλι Rayleigh και χρήση δέκτη Rake στο σύστημα. . . . .	70
3.4.6	Πιθανότητα σφάλματος πρακτικής και θεωρητικής προσέγγισης συστήματος πολλαπλής προσπέλασης, σε AWGN κανάλι. . . . .	70
3.4.7	Πιθανότητα σφάλματος προσομοίωσης θεωρώντας κανάλι Frequency - Selective για τον επιθυμητό χρήστη, σε σενάρια πολλαπλής προσπέλασης για 10 και 20 χρήστες. Θεωρούνται γνωστές οι παράμετροι του καναλιού στον δέκτη. . . . .	71
3.4.8	Πιθανότητα σφάλματος προσομοίωσης θεωρώντας κανάλι Frequency - Selective για τον επιθυμητό χρήστη, σε σενάρια πολλαπλής προσπέλασης για 10 και 20 χρήστες. Γίνεται χρήση εκτιμητή στον δέκτη. . . . .	71
3.4.9	Πιθανότητα σφάλματος προσομοίωσης θεωρώντας κανάλι Rayleigh για τον επιθυμητό χρήστη, σε σενάρια πολλαπλής προσπέλασης για 10 και 20 χρήστες. Θεωρούνται γνωστές οι παράμετροι του καναλιού στον δέκτη. . . . .	72
3.4.10	Τυπική απόκλιση εκτίμησης της καθυστέρησης που εισάγει το AWGN κανάλι, σε διάφορα σενάρια πολλαπλής προσπέλασης στο σύστημα. . . . .	72
3.4.11	Τυπική απόκλιση εκτίμησης του κέρδους του AWGN καναλιού, σε διάφορα σενάρια πολλαπλής προσπέλασης στο σύστημα. . . . .	73
3.4.12	Τυπική απόκλιση εκτίμησης της καθυστέρησης που εισάγει το Frequency - Selective κανάλι, σε διάφορα σενάρια πολλαπλής προσπέλασης στο σύστημα. . . . .	73
3.4.13	Τυπική απόκλιση εκτίμησης του κέρδους του Frequency - Selective καναλιού, σε διάφορα σενάρια πολλαπλής προσπέλασης στο σύστημα. . . . .	74
4.1.1	Σύστημα υπερευρείας ζώνης με παρεμβολή σήματος στενής ζώνης και λευκό προσθετικό Γκαουσιανό θόρυβο. . . . .	76
4.1.2	Χρήσιμο σήμα συν σήμα παρεμβολής με $SIR = 0 \text{ dB}$ . . . . .	77
4.1.3	Σήμα παρεμβολής με $SIR = 0 \text{ dB}$ . . . . .	78

4.1.4	Χρήσιμο σήμα συν σήμα παρεμβολής με $SIR = -10 \text{ dB}$ . . . . .	79
4.1.5	Σήμα παρεμβολής με $SIR = -10 \text{ dB}$ . . . . .	80
4.1.6	Μετασχηματισμοί Fourier σήματος παρεμβολής και προτύπου. . . . .	81
(α)	Κοινό γράφημα με $SIR = 0 \text{ dB}$ . . . . .	81
(β)	Κοινό γράφημα με $SIR = -10 \text{ dB}$ . . . . .	81
4.1.7	Αποτέλεσμα γινομένου του σήματος παρεμβολής με το πρότυπο, στην χρονική διάρκεια δυο frames, υποθέτοντας κατάλληλες τιμές για τις παραμέτρους $F_o, \Delta$ , έτσι ώστε να ισχύει $F_o\Delta \in \mathbb{Z}$ . . . . .	82
4.2.1	Διάγραμμα συστήματος στενής ζώνης. . . . .	83
4.2.2	Κανονικοποιημένος παλμός ανυψωμένου συνημιτόνου. . . . .	84
4.2.3	Παλμοί του σήματος υπερευρείας ζώνης και του σήματος στενής ζώνης, σε κοινό γράφημα. . . . .	85
(α)	$T \leq T_f$ . . . . .	85
(β)	$T > T_f$ . . . . .	85
4.2.4	Άθροισμα του σήματος στενής ζώνης με το σήμα παρεμβολής στον δέκτη, για διάφορα $SIR$ . . . . .	86
(α)	$SIR = 0 \text{ dB}$ . . . . .	86
(β)	$SIR = -10 \text{ dB}$ . . . . .	86
4.2.5	Άθροισμα του σήματος στενής ζώνης με το σήμα παρεμβολής, μετά το προσαρμοσμένο φίλτρο. . . . .	87
(α)	$SIR = 0 \text{ dB}$ . . . . .	87
(β)	$SIR = -10 \text{ dB}$ . . . . .	87
4.2.6	Άθροισμα του φασματικής πυκνότητας ισχύος σήματος στενής ζώνης με το σήμα παρεμβολής, για διάφορα $SIR$ . . . . .	88
(α)	Χρήσιμο σήμα συν σήμα παρεμβολής για $SIR = 0 \text{ dB}$ . . . . .	88
(β)	Χρήσιμο σήμα συν σήμα παρεμβολής για $SIR = -10 \text{ dB}$ . . . . .	88
4.2.7	Άθροισμα του σήματος στενής ζώνης με το σήμα παρεμβολής μετά την αποδιαμόρφωση στον δέκτη, για διάφορα $SIR$ . . . . .	89
(α)	$SIR = 0 \text{ dB}$ . . . . .	89
(β)	$SIR = -10 \text{ dB}$ . . . . .	89
4.3.1	BER υποθέτοντας Rake - 1, διάφορες τιμές του $SIR$ , $F_o = 500 \text{ MHz}$ για το σήμα στενής ζώνης και $\Delta = 1.4 \text{ ns}$ για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Το κανάλι είναι γνωστό στον δέκτη. . . . .	92
4.3.2	BER υποθέτοντας Rake - 3, διάφορες τιμές του $SIR$ , $F_o = 500 \text{ MHz}$ για το σήμα στενής ζώνης και $\Delta = 1.4 \text{ ns}$ για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Το κανάλι είναι γνωστό στον δέκτη. . . . .	92
4.3.3	BER υποθέτοντας Rake - 1, διάφορες τιμές του $SIR$ , $F_o = 500 \text{ MHz}$ για το σήμα στενής ζώνης και $\Delta = 1.4 \text{ ns}$ για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Οι παράμετροι του καναλιού εκτιμούνται στον δέκτη. . . . .	93
4.3.4	BER υποθέτοντας Rake - 3, διάφορες τιμές του $SIR$ , $F_o = 500 \text{ MHz}$ για το σήμα στενής ζώνης και $\Delta = 1.4 \text{ ns}$ για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Οι παράμετροι του καναλιού εκτιμούνται στον δέκτη. . . . .	93
4.3.5	BER υποθέτοντας Rake - 1, διάφορες τιμές του $SIR$ , $F_o \sim U[100, 1000] \text{ MHz}$ για το σήμα στενής ζώνης και $\Delta = 1.5 \text{ ns}$ για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Το κανάλι είναι γνωστό στον δέκτη. . . . .	94

4.3.6 BER υποθέτοντας Rake - 3, διάφορες τιμές του $SIR$ , $F_o \sim U[100, 1000]$ MHz για το σήμα στενής ζώνης και $\Delta = 1.5$ ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Το κανάλι είναι γνωστό στον δέκτη.	94
4.3.7 BER υποθέτοντας Rake - 1, διάφορες τιμές του $SIR$ , $F_o \sim U[100, 1000]$ MHz για το σήμα στενής ζώνης και $\Delta = 1.5$ ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Οι παράμετροι του καναλιού εκτιμούνται στον δέκτη.	95
4.3.8 BER υποθέτοντας Rake - 3, διάφορες τιμές του $SIR$ , $F_o \sim U[100, 1000]$ MHz για το σήμα στενής ζώνης και $\Delta = 1.5$ ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Οι παράμετροι του καναλιού εκτιμούνται στον δέκτη.	95
4.3.9 BER υποθέτοντας Rake - 1, διάφορες τιμές του $SIR$ , $F_o = 625$ MHz για το σήμα στενής ζώνης και $\Delta = 1.6$ ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Το κανάλι είναι γνωστό στον δέκτη.	96
4.3.10 BER υποθέτοντας Rake - 3, διάφορες τιμές του $SIR$ , $F_o = 625$ MHz για το σήμα στενής ζώνης και $\Delta = 1.6$ ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Το κανάλι είναι γνωστό στον δέκτη.	96
4.3.11 BER υποθέτοντας Rake - 1, διάφορες τιμές του $SIR$ , $F_o = 625$ MHz για το σήμα στενής ζώνης και $\Delta = 1.6$ ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Οι παράμετροι του καναλιού εκτιμούνται στον δέκτη.	97
4.3.12 BER υποθέτοντας Rake - 3, διάφορες τιμές του $SIR$ , $F_o = 625$ MHz για το σήμα στενής ζώνης και $\Delta = 1.6$ ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Οι παράμετροι του καναλιού εκτιμούνται στον δέκτη.	97
4.3.13 BER υποθέτοντας Rake - 1, διάφορες τιμές του $SIR$ , $F_o = 623$ MHz για το σήμα στενής ζώνης και $\Delta = 1.6$ ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Οι παράμετροι του καναλιού εκτιμούνται στον δέκτη.	98
4.3.14 BER υποθέτοντας Rake - 3, διάφορες τιμές του $SIR$ , $F_o = 623$ MHz για το σήμα στενής ζώνης και $\Delta = 1.6$ ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Οι παράμετροι του καναλιού εκτιμούνται στον δέκτη.	98
4.3.15 BER υποθέτοντας Rake - 1, διάφορες τιμές του $SIR$ , $F_o = 623$ MHz για το σήμα στενής ζώνης και $\Delta = 1.6$ ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Το κανάλι είναι γνωστό στον δέκτη.	99
4.3.16 BER υποθέτοντας Rake - 3, διάφορες τιμές του $SIR$ , $F_o = 623$ MHz για το σήμα στενής ζώνης και $\Delta = 1.6$ ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Το κανάλι είναι γνωστό στον δέκτη.	99
4.3.17 BER προσομοίωσης και θεωρητικής προσέγγισης του συστήματος στενής ζώνης.	100
4.3.18 BER προσομοίωσης του συστήματος στενής ζώνης με παρεμβολή σήματος υπερευρείας, για διάφορα $SIR$ και θέτοντας $T = T_f$ .	100

Κατάλογος Πινάκων

Περιεχόμενα



# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

Τα σήματα και συστήματα υπερευρείας ζώνης είναι ένα πεδίο των ασύρματων τηλεπικοινωνιών που τα τελευταία χρόνια κάνει όλο και περισσότερο αισθητή την παρουσία του στον τομέα της τεχνολογίας. Την άνοιξη του 2002 η Ομοσπονδιακή Επιτροπή Επικοινωνιών (Ο.Ε.Ε.) έδινε μια φασματική μάσκα που επιτρέπει την λειτουργία συστημάτων υπερευρείας ζώνης για εμπορικούς λόγους, με χαμηλή ισχύ εκπομπής και πολύ μεγάλο εύρος φάσματος (απελευθέρωσε τις συχνότητες 3.1 - 10.6 GHz και επομένως το φάσμα τους μπορεί να φτάσει ως τα 7.5 GHz). Από τότε ανανεώθηκε το ενδιαφέρον για τα σήματα υπερευρείας ζώνης. Χαρακτηριστικά των σημάτων αυτών, είναι προφανώς το μεγάλος εύρος φάσματος που επιτυγχάνουν και η χαμηλή ισχύς εκπομπής τους, για να γίνει εφικτή η τήρηση των ορίων που επιβάλλονται από την Ο.Ε.Ε.. Ένα άλλο χαρακτηριστικό, προκύπτει από τη χρονική διάρκεια των παλμών στους οποίους βασίζονται τα σήματα αυτά. Εξαιτίας της πολύ μικρής χρονικής διάρκειάς τους (ευρίσκονται στην κλίμακα nanoseconds) μπορεί να επιτευχθεί επικοινωνία χωρίς να γίνει χρήση φέρον, καθώς αποτελούν σήματα βασικής ζώνης.

Χρονική διάρκεια παλμών της τάξης των nanoseconds συνεπάγεται εύρος φάσματος της τάξης των GHz. Εξαιτίας του μεγάλου εύρους φάσματος που επιτυγχάνουν αυτά τα σήματα, παρουσιάζουν μοναδικά πλεονεκτήματα, όπως: (1) ικανότητα να διαπερνούν εμπόδια, (2) υψηλή ακρίβεια που κυμαίνεται σε επίπεδο εκατοστών, (3) δυνατότητα για επίτευξη υψηλού ρυθμού μετάδοσης σε μεταδόσεις μικρής απόστασης (4) χαμηλό επίπεδο παρεμβολής σε υπάρχον σύστημα στενής ζώνης εξαιτίας της χαμηλής φασματικής πυκνότητας ισχύος και (5) δυνατότητα για μικρή κατανάλωση ισχύος με μικρό κόστος, καθώς ο πομπός και ο δέκτης μπορούν να αποτελούνται από ψηφιακά μέρη με απλές αναλογικές ενότητες.

Οι συσκευές υπερευρείας ζώνης, σύμφωνα με την Ο.Ε.Ε., χωρίζονται σε τρείς κατηγορίες: συσκευές απεικόνισης (imaging), συσκευές επικοινωνίας και ραντάρ οχημάτων. Για την κάθε μια από αυτές τις κατηγορίες, έχουν τεθεί διαφορετικά όρια που θα πρέπει να τηρούν τα σήματα εκπομπής τους. Ενδεικτικά αναφέρονται κάποιες από τις εφαρμογές που μπορούν να υποστηρίζουν οι συσκευές υπερευρείας ζώνης, ανάλογα με την κατηγορία που ταξινομούνται.

1. Συστήματα απεικόνισης: χαρτογράφηση σε περιοχές δύσκολα προσβάσιμες όπως υπόγειες ή σε ωκεανούς, χρήση σε εξοπλισμό για ιατρικούς σκοπούς για διάγνωση ή επιτήρηση.
2. Συσκευές επικοινωνίας: ασύρματα δίκτυα αισθητήρων, ανταλλαγή αρχείων μεταξύ αποθηκευτικών συστημάτων, δίκτυα με στατικούς ή κινητούς κόμβους.

3. Ρανταρ οχημάτων: μπορεί να γίνει χρήση για να προσαρμοστούν διάφορες «έξυπνες» λειτουργίες του αυτοκινήτου, όπως για παράδειγμα η προσαρμογή των φρένων ή των αναρτήσεων σύμφωνα με την πληροφορία που λαμβάνεται για τις συνθήκες που επικρατούν στο δρόμο, με σκοπό την αποφυγή σύγχρουσης.

Στην παρούσα εργασία θα μελετήσουμε μεταδόσεις που υποθέτουν την χρήση συσκευών επικοινωνίας σε περιβάλλοντα κλειστού χώρου και δεν χρησιμοποιούν φέρον για τη διαμόρφωσή τους. Στόχος της διπλωματικής είναι η μελέτη της επικοινωνίας με σήμα υπερευρείας ζώνης και μέσω προσομοιώσεων, η μελέτη συνύπαρξής του με σήμα στενής ζώνης. Γι' αυτό και η εργασία μας αποτελείται από τρία βασικά στάδια:

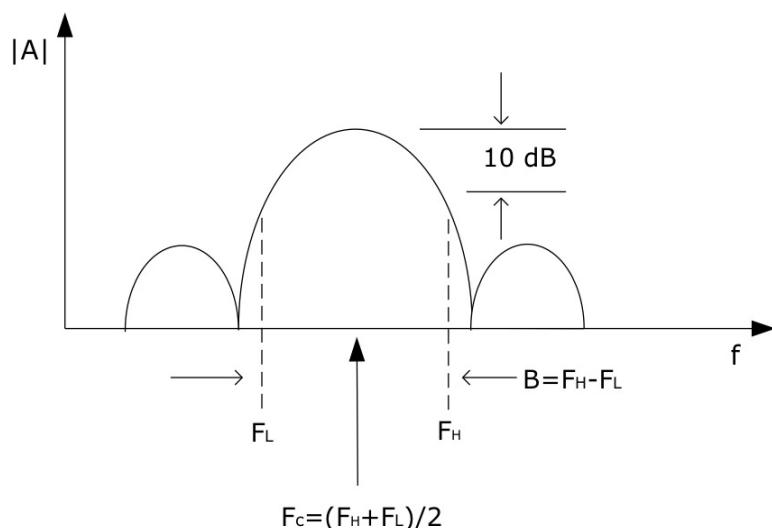
- Το πρώτο (Κεφάλαιο 2) αφορά την επικοινωνία με χρήση σημάτων και συστημάτων υπερευρείας ζώνης. Αρχικά, δίνεται ο ορισμός ενός σήματος υπερευρείας ζώνης και οι κανόνες που θα πρέπει να τηρεί η φασματική πυκνότητα ισχύος του για να είναι επιτρεπτή η μετάδοσή του. Παρατίθενται ευρέως διαδεδομένοι παλμοί, τεχνικές διαμόρφωσης, τεχνικές διάχυσης φάσματος και γίνεται αναφορά σε κανάλια που αντιμετωπίζει η ασύρματη μετάδοση σήματος υπερευρείας ζώνης.
- Στο δεύτερο μέρος (Κεφάλαιο 3), αναλύεται το μοντέλο του συστήματος για έναν χρήστη και για πολλαπλή προσπέλαση χρηστών, που μεταδίδουν με τον ίδιο τρόπο επικοινωνίας. Παρουσιάζεται η κατασκευή του σήματος μετάδοσης, η κυματομορφή που λαμβάνεται στον δέκτη, ένας απλός τρόπος εντοπισμού σήματος καθώς επίσης και ένας εκτιμητής καναλιού με τη μέθοδο Μεγίστης Πιθανοφάνειας, που βασίζεται σε σύμβολα εκπαίδευσης. Επιπλέον, παρατίθεται δέκτης με χρήση αποδιαμορφωτή συσχέτισης και δέκτης Rake, που χρησιμοποιούνται σε διάφορες περιπτώσεις στις υλοποιήσεις μας. Στη συνέχεια, ορίζεται το *SNR* του συστήματος, υπολογίζεται η πιθανότητα σφάλματος για μετάδοση ενός χρήστη και ένα άνω φράγμα της πιθανότητας σφάλματος για πολλαπλή προσπέλαση χρηστών. Τέλος, παρατίθενται προσομοιώσεις από διάφορα στάδια του σήματος για να γίνει αντιληπτή η συμπεριφορά του συστήματος.
- Στο τρίτο μέρος (Κεφάλαιο 4), μελετάμε μέσω προσομοιώσεων την συνύπαρξη σήματος υπερευρείας ζώνης με σήμα στενής ζώνης. Αρχικά, θέτουμε ως σύστημα αναφοράς το σύστημα υπερευρείας ζώνης, ενώ το σήμα στενής ζώνης αποτελεί την παρεμβολή. Το τελευταίο, σε αυτή την περίπτωση, μοντελοποιείται ως ημιτονοειδές σήμα. Στη συνέχεια, μελετάμε το αντίστροφο σενάριο. Θεωρείται ως παρεμβολή το σήμα υπερευρείας ζώνης σε σύστημα στενής ζώνης, όπου δεχόμαστε επικοινωνία με διαμόρφωση BPSK. Και για τα δύο σενάρια, εξετάζουμε την απόδοση του εκάστοτε συστήματος αναφοράς σε διάφορες περιπτώσεις ισχύος του σήματος παρεμβολής. Τέλος, παρατίθενται προσομοιώσεις από διάφορα στάδια του χρήσιμου σήματος και της παρεμβολής για να γίνει αντιληπτή η συμπεριφορά του συστήματος.

## Κεφάλαιο 2

### Επισκόπηση σημάτων και συστημάτων υπερευρείας ζώνης

#### 2.1 Ορισμός σήματος υπερευρείας ζώνης

Ο όρος «σήμα υπερευρείας ζώνης» χαρακτηρίζει μεταδόσεις που το εύρος φάσματος υπερβαίνει τα 500 MHz, είτε το κλασματικό εύρος ζώνης (fractional Bandwidth) είναι μεγαλύτερο από 20 %. Το κλασματικό εύρος ζώνης ορίζεται ως  $B/f_c$ , όπου  $B := f_H - f_L$  υποδηλώνει το εύρος φάσματος στα -10 dB από την ισχύ του σήματος στη συχνότητα  $f_c$  και το  $f_c := (f_H + f_L)/2$  την κεντρική συχνότητα. Όπου με  $f_H$  απεικονίζεται η ψηλότερη και με  $f_L$  η χαμηλότερη συχνότητα στο σημείο που επιτυγχάνεται πτώση των 10 dB σε σχέση με την μέγιστη τιμή της ισχύος του σήματος εκπομπής. Σημειώνεται ότι τα σήματα στενής ζώνης έχουν κλασματικό εύρος ζώνης μικρότερο από 1 %.

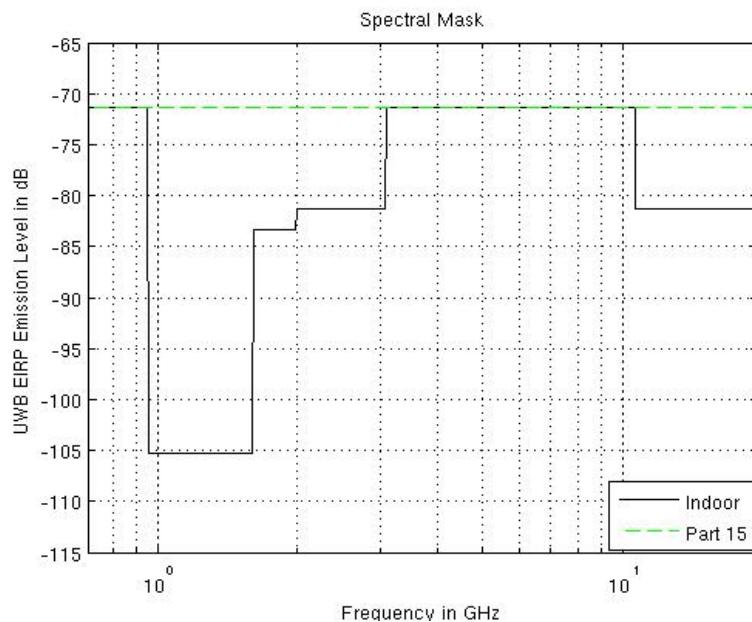


Σχήμα 2.1.1: Φάσμα σήματος υπερευρείας ζώνης.

Σύμφωνα με τους κανόνες της Ο.Ε.Ε. τα σήματα υπερευρείας ζώνης με  $f_c > 2.5$  GHz θα πρέπει να έχουν εύρος φάσματος στο σημείο των -10 dB, σε σχέση με το μέγιστο, τουλάχιστον 500 MHz, ενώ αυτά με  $f_c < 2.5$  GHz θα πρέπει να έχουν κλασματικό εύρος ζώνης το λιγότερο 20 %. Τα επιτρεπτά όρια εκπομπής σύμφωνα με τους κανόνες της Ο.Ε.Ε. για λειτουργία και χρήση των συσκευών υπερευρείας ζώνης σε εσωτερικό χώρο δίνονται στον παρακάτω πίνακα. Για διαφορετικές χρήσεις των συσκευών τα όρια διαφοροποιούνται, όμως στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, θα μελετηθούν επικοινωνίες που υλοποιούνται σε κλειστούς χώρους.

Συχνότητες [MHz]	Εσωτερικού χώρου EIRP [dBm]
960 - 1610	-75.3
1610 - 1990	-53.3
1900 - 3100	-51.3
3100 - 22000	-41.3
>22000	-51.3

Η μονάδα μέτρησης EIRP (Equivalent or Effective Isotropically Radiated Power) αποτελεί το ποσό της ισχύος που θα έπρεπε να παραχθεί από μια θεωρητικά ιδανική κεραία που εκπέμπει ισότροπα,<sup>1</sup> για να παρατηρηθεί η μέγιστη τιμή της φασματικής ισχύος στην κατεύθυνση του μέγιστου κέρδους κεραίας<sup>2</sup> (antenna gain). Η φασματική μάσκα με μετατροπή των ορίων από dBm σε dB δίνεται στο Σχήμα 2.1.2.



Σχήμα 2.1.2: Όρια φασματικής μάσκας για χρήση σε εσωτερικό χώρο.

<sup>1</sup>Με την ίδια ισχύ προς κάθε κατεύθυνση.

<sup>2</sup>Αποτελεί μια τιμή εκφρασμένη σε dB που δείχνει πόσες φορές μεγαλύτερη είναι η ισχύς που λαμβάνεται σε ένα συγκεκριμένο σημείο, σε σχέση με την ισχύ που θα λαμβανόταν στο ίδιο σημείο από μια ιδεατή κεραία που εκπέμπει ισότροπα χωρίς απώλειες και με την ίδια ισχύ στην είσοδό της.

## 2.2 Παλμοί μετάδοσης υπερευρείας ζώνης

Σε μεταδόσεις υπερευρείας ζώνης, χρησιμοποιείται συνήθως ο Γκαουσιανός παλμός και παράγωγοί του. Στην πράξη, αν στον πομπό παράγουμε Γκαουσιανό παλμό, στην έξοδο της κεραίας του πομπού (δηλαδή κατά τη μετάδοση) αποτέλεται η πρώτη παράγωγος του και μετά την κεραία στον δέκτη λαμβάνουμε τη δεύτερη παράγωγό του. Αυτό προκύπτει μοντελοποιώντας τις ιδιότητες της κάθε κεραίας με την πράξη της διαφοροποίησης, σύμφωνα με το [5]. Ο Γκαουσιανός παλμός δίνεται από τον τύπο

$$p_G(t) = \frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad (2.1)$$

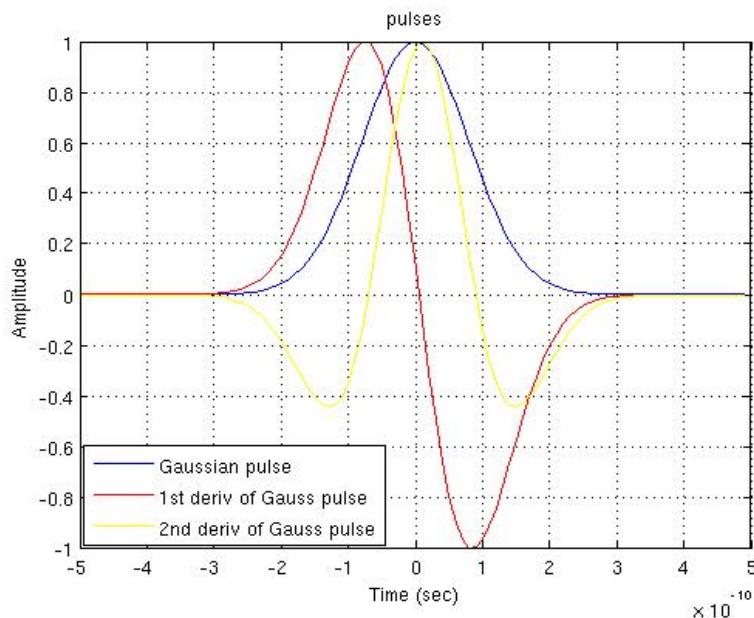
και η  $n^{\text{οστή}}$  παράγωγός του δίνεται αναδρομικά από τη σχέση

$$p_G^{(n)}(t) = -\frac{n-1}{\sigma^2} p_G^{(n-2)}(t) - \frac{t}{\sigma^2} p_G^{(n-1)}(t). \quad (2.2)$$

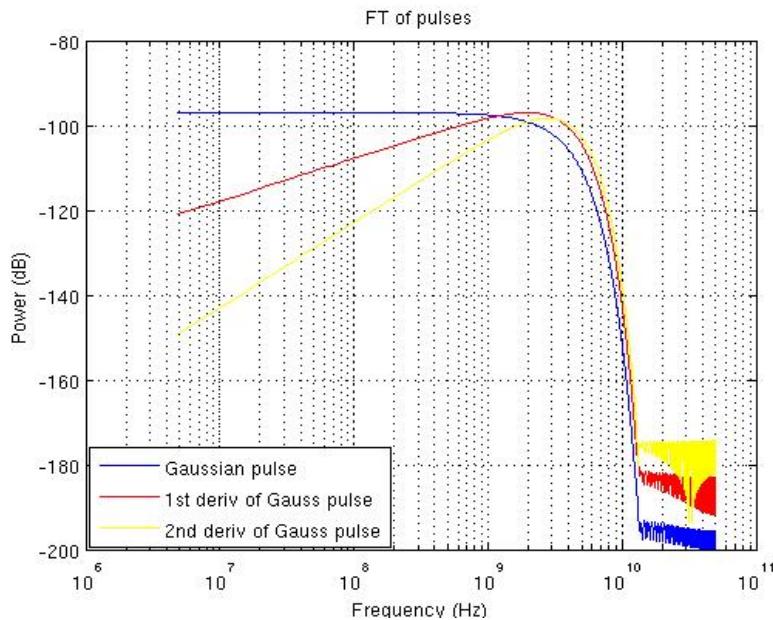
Ο μετασχηματισμός Fourier της  $n^{\text{οστής}}$  παραγώγου του Γκαουσιανού παλμού δίνεται από τον τύπο

$$P_G^{(n)}(f) = A (j 2\pi f)^n e^{-\frac{(2\pi f \sigma)^2}{2}}. \quad (2.3)$$

Στο Σχήμα 2.2.1 φαίνεται η υλοποίηση του Γκαουσιανού παλμού μαζί με την πρώτη και δεύτερη παράγωγό του, ενώ στο Σχήμα 2.2.2 οι μετασχηματισμοί Fourier τους, αντίστοιχα.



Σχήμα 2.2.1: Γκαουσιανός παλμός μαζί με την πρώτη και δεύτερη παράγωγό του.



Σχήμα 2.2.2: Μετασχηματισμός Fourier Γκαουσιανού παλμού, πρώτης και δεύτερης παραγώγου του.

Κάθε παλμός έχει χρονική διάρκεια  $T_p$  η οποία καθορίζεται από την επιλογή της μεταβλητής  $\sigma$  και επιτυγχάνεται ως  $\sigma = T_p/(2\pi)$ , ενώ θεωρούμε ότι το πλάτος του είναι 0 εκτός του διαστήματος  $[-T_p/2, T_p/2]$ . Όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.2.1, η διάρκεια που ο παλμός είναι μη μηδενικός είναι μικρότερη από ένα nanosecond, όπως σε κάθε τυπικό σήμα υπερευρείας ζώνης. Έτσι, το εύρος φάσματος του παλμού δίνεται κατά προσέγγιση από τη σχέση  $BW \approx 1/T_p$  και ευρίσκεται στην κλίμακα των GHz.

## 2.3 Διαμόρφωση σήματος υπερευρείας ζώνης και τεχνικές διάχυσης φάσματος

Οι μεταδόσεις σήματος υπερευρείας ζώνης εξ' ορισμού περιλαμβάνουν πολύ μικρής χρονικής διάρκειας παλμούς (σε κλίμακα nanoseconds). Εξαιτίας αυτού είναι εφικτή η επιλογή να μην γίνει χρήση ημιτονοειδών ρυθμούς σαν φορείς για τη μετάδοσή τους, καθώς οι μικρής διάρκειας παλμοί αποτελούν σήματα βασικής ζώνης (Impulse Radio - IR). Η μελέτη μας βασίζεται πάνω σε αυτή την τεχνική μετάδοσης σήματος χωρίς φέρον.

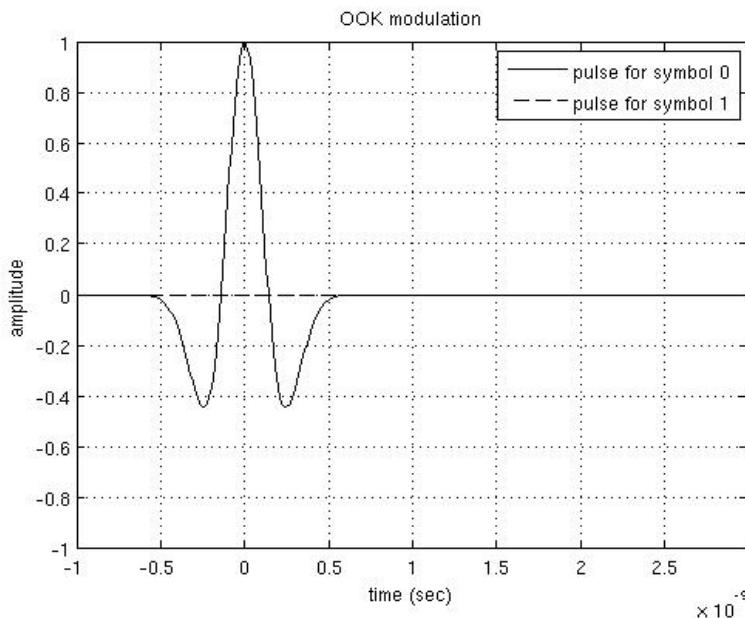
Εξαρτώμενο από το σύστημα που έχουμε υποθέσει, κάθε σύμβολο πληροφορίας μεταδίδεται είτε μέσω ενός παλμού είτε μέσω περισσότερων παλμών. Μια τυπική μετάδοση περιλαμβάνει ακολουθία παλμών για την αναπαράσταση ενός συμβόλου και εν γένει η δομή του σήματος πληροφορίας έχει ως εξής: κάθε bit χρονικής διάρκειας  $T_s$  υποδιαιρείται σε  $N_f$  μη επικαλυπτόμενα διαστήματα, που καλούνται frames και καθένα έχει χρονική διάρκεια  $T_f$  ( $T_s = N_f T_f$ ). Σε κάθε frame βρίσκεται

## 2.3. ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ ΥΠΕΡΕΥΤΡΕΙΑΣ ΖΩΝΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΔΙΑΧΥΣΗΣ ΦΑΣΜΑΤΟΣ

ακριβώς ένας παλμός με τη ύση του να είναι είτε σταθερή, είτε να διαφοροποιείται ανάλογα με τον τρόπο υλοποίησης του συστήματος. Η χρονική διάρκεια που ένας παλμός είναι μη μηδενικός είναι  $T_p$  και ο λόγος  $T_f/T_p$  ορίζεται ως κύκλος (duty cycle) και μπορεί να είναι της τάξεως των εκατοντάδων % και περισσότερο.

### 2.3.1 Διαμόρφωση δεδομένων

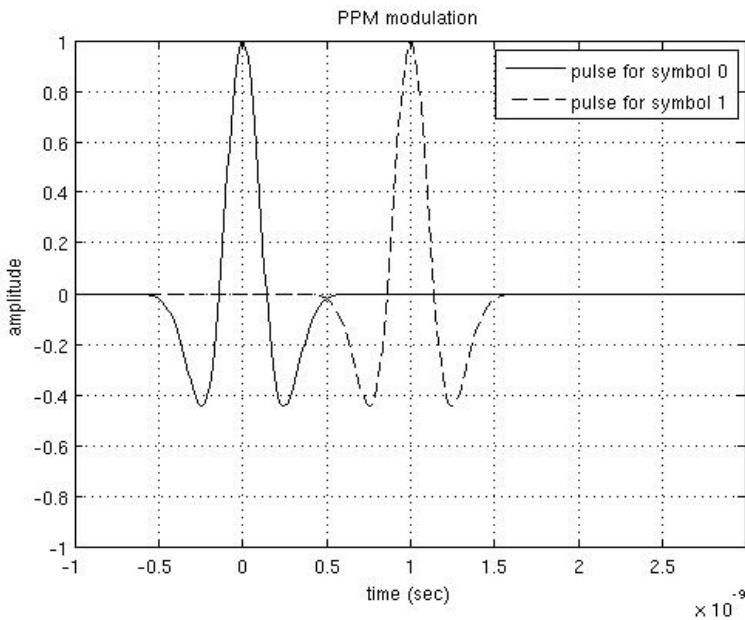
Θεωρώντας μετάδοση χωρίς φέρον δεν υποστηρίζεται διαμόρφωση συχνότητας ούτε φάσης και οι τεχνικές που εφαρμόζονται συνήθως είναι η διαμόρφωση On-Off Keying (OOK), η διαμόρφωση κατά πλάτος (PAM) και η διαμόρφωση κατά ύση (PPM), με τις δύο τελευταίες να είναι οι πιο ευρέως διαδεδομένες. Στην περίπτωση της χρήσης OOK, οι παλμοί που απεικονίζουν το σύμβολο 1 έχουν ένα συγκεκριμένο μη μηδενικό πλάτος, ενώ οι παλμοί που απεικονίζουν τον παλμό 0 είναι μηδενικοί. Σε ένα δυαδικό σύστημα διαμόρφωσης κατά πλάτος, οι παλμοί που αντιστοιχούν στο σύμβολο πληροφορίας 1 παραμένουν με το ίδιο πλάτος και έχουν όλοι το ίδιο πρόσημο, ενώ για το σύμβολο πληροφορίας 0 τα πλάτη παραμένουν ίδια, κατά απόλυτη τιμή, με αντίθετο πρόσημο. Στην περίπτωση που κάνουμε χρήση δυαδικής διαμόρφωσης κατά ύση, οι παλμοί που αντιστοιχούν στο σύμβολο 1 δέχονται μια καθυστέρηση  $\Delta$  που εξαρτάται από τις παραμέτρους του συστήματος, ενώ για το σύμβολο 0 οι ύσεις των παλμών παραμένουν οι προεπιλεγμένες. Οι παλμοί που λαμβάνουμε και επεξεργαζόμαστε στον δέκτη, σύμφωνα με το [3], για την κάθε διαμόρφωση που αναφέρεται, παρουσιάζονται στα Σχήματα 2.3.1, 2.3.2 και 2.3.3.



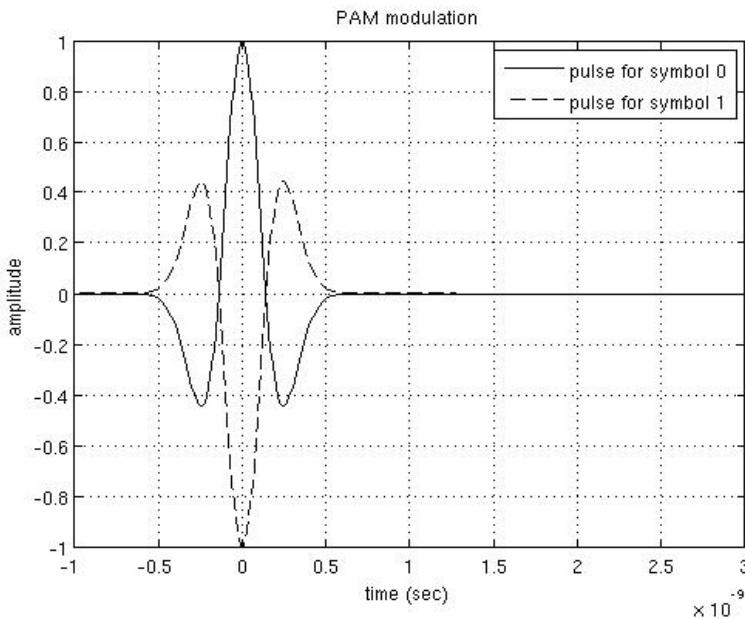
Σχήμα 2.3.1: Αναμενόμενος παλμός στον δέκτη για διαμόρφωσης OOK.

### 2.3.2 Τεχνικές διάχυσης φάσματος

Για τη διάχυση του εύρους ζώνης του σήματος (Spread Spectrum - SS) αλλά και την υποστήριξη



Σχήμα 2.3.2: Αναμενόμενος παλμός στον δέκτη για διαμόρφωση κατά θέση.



Σχήμα 2.3.3: Αναμενόμενος παλμός στον δέκτη για διαμόρφωση κατά πλάτος.

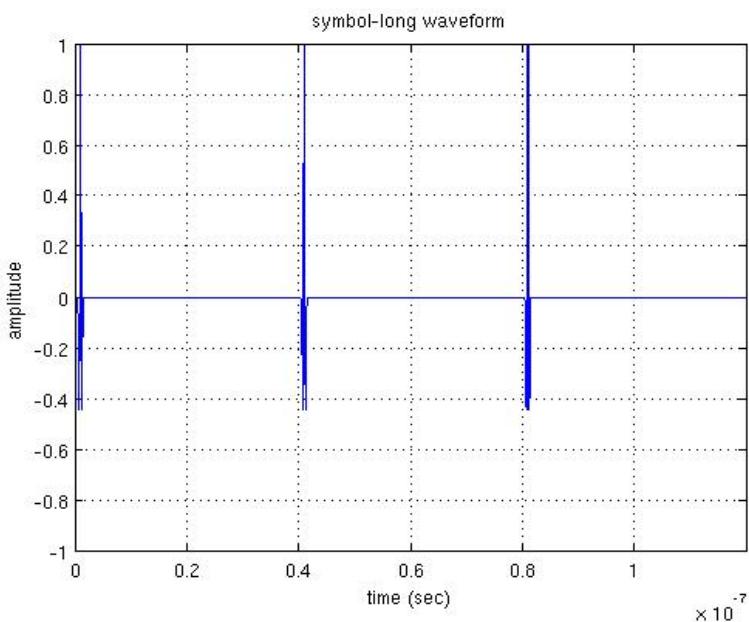
πολλαπλής προσπέλασης στο σύστημα (Multiple Access - MA), κατά κύριο λόγο χρησιμοποιείται είτε διάχυση με μεταπήδηση χρόνου (Time Hopping - TH) είτε διάχυση άμεσης ακολουθίας (Direct Sequence - DS). Οποιαδήποτε τεχνική διάχυσης φάσματος και αν επιλεχθεί υποστηρίζει τους τρόπους διαμόρφωσης που προαναφέρθηκαν. Θα επικεντρωθούμε στα δύο τελευταία σχήματα που

## 2.3. ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ ΥΠΕΡΕΥΤΡΕΙΑΣ ΖΩΝΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΔΙΑΧΥΣΗΣ ΦΑΣΜΑΤΟΣ

χρησιμοποιούνται περισσότερο.

### 2.3.2.1 Σχήμα μετάδοσης χωρίς κώδικα διάχυσης

Η αναφορά σε αυτή την τεχνική γίνεται χυρίως για λόγους σύγκρισης σε σχέση με τις επόμενες. Σε αυτή την περίπτωση, η κατασκευή της κυματομορφής του χρήστη ακολουθεί την τυπική δομή του σήματος που αναφέρθηκε, με τη θέση του κάθε παλμού σε κάθε frame να είναι η ίδια και σταθερή. Ένα σύμβολο αποτελείται από  $N_f$  παλμούς που απέχουν μεταξύ τους κατά  $T_f$  secs, κάτι που οδηγεί σε εμφάνιση ισχυρών φασματικών γραμμών (spectral lines) σε διαστήματα πολλαπλάσια της συχνότητας επανάληψης του παλμού στο πεδίο των συχνοτήτων ( $1/T_f$ ). Παράδειγμα κυματομορφής συμβόλου που λαμβάνουμε μετά την κεραία του δέκτη φαίνεται στο Σχήμα 2.3.4.



Σχήμα 2.3.4: Κυματομορφή συμβόλου στον δέκτη χωρίς κώδικα διάχυσης.

Το σχήμα μετάδοσης χωρίς κώδικα διάχυσης υποστηρίζει τις τεχνικές διαμόρφωσης που αναφέρθηκαν και η κυματομορφή του χρήστη σε σύστημα δυαδικής διαμόρφωσης κατά θέση για την αποστολή  $N_s$  συμβόλων πληροφορίας δίνεται από τη σχέση

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N_s-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} p(t - iT_s - jT_f - d(i)\Delta) \quad (2.4)$$

ενώ η αντίστοιχη κυματομορφή σε σύστημα δυαδικής διαμόρφωσης κατά πλάτος δίνεται από τη σχέση

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N_s-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} a(i) p(t - iT_s - jT_f) \quad (2.5)$$

όπου  $p(t)$  η πρώτη παράγωγος του Γκαουσιανού παλμού που αποστέλλεται καθώς προκύπτει στην έξοδο της κεραίας του πομπού,  $\{d(i)\}$  και  $\{a(i)\}$  ακολουθίες που αντιστοιχούν στα σύμβολα πληροφορίας του χρήστη (bits) για διαμόρφωση κατά θέση (0, 1) και κατά πλάτος (-1, 1) αντίστοιχα.

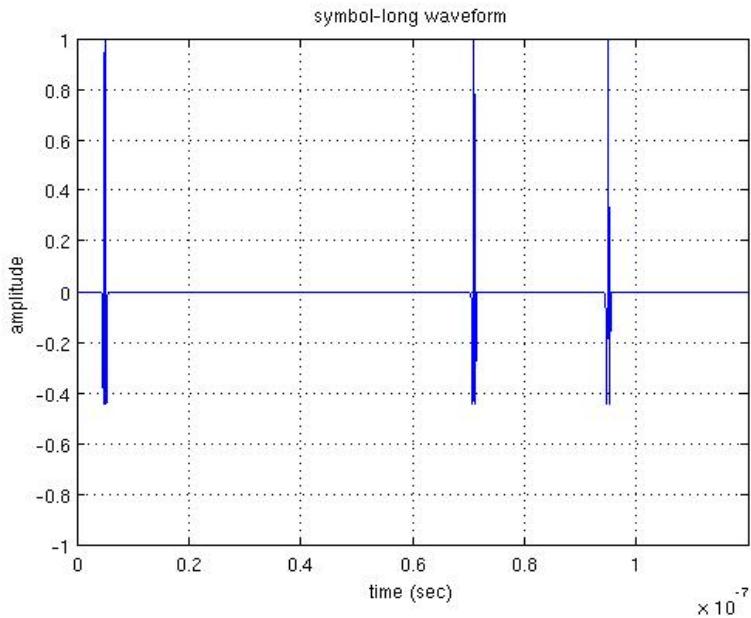
### 2.3.2.2 Σχήμα μετάδοσης με διάχυση μεταπήδησης χρόνου

Για την αποφυγή της ύπαρξης ισχυρών φασματικών γραμμών στο πεδίο των συχνοτήτων που παραβιάζουν τους κανόνες της Ο.Ε.Ε. αλλάζουμε με τυχαίο τρόπο είτε τη θέση είτε το πλάτος των παλμών. Σε μια τέτοια περίπτωση, η τελική μορφή του σήματος μετάδοσης προκύπτει μετά από τρία στάδια στον πομπό. Αρχικά, εφαρμόζεται κάποια τεχνική που προσθέτει τυχαιότητα μέσω μιας γεννήτριας κώδικα (είτε για το πλάτος είτε για τη θέση των παλμών ενός συμβόλου), έτσι ώστε να εξομαλυνθεί το φάσμα στο πεδίο των συχνοτήτων. Στη συνέχεια, γίνεται διαμόρφωση των δεδομένων πληροφορίας προς αποστολή και τέλος παράγεται ο παλμός πάνω σε ακολουθίες του οποίου θα μεταφερθούν τα σύμβολα πληροφορίας. Οι πιο δημοφιλείς προσεγγίσεις για την εισαγωγή τυχαιότητας είναι η μεταπήδηση χρόνου (Time Hopping - TH) και άμεσης ακολουθίας (Direct Sequence - DS). Επιπλέον, κάνοντας χρήση αυτών των τεχνικών επιτυγχάνουμε επικοινωνία διάχυτου φάσματος που είναι προφανώς επιθυμητή σε μεταδόσεις σήματος υπερευρείας ζώνης.

Σε ένα σχήμα διάχυσης με μεταπήδηση χρόνου η κατασκευή μιας κυματομορφής ακολουθεί την τυπική δομή του σήματος υπερευρείας ζώνης, με την προϋπόθεση ότι η θέση του παλμού που βρίσκεται σε κάθε frame επιλέγεται με τυχαίο τρόπο. Για να είναι εφικτή μια τέτοια υλοποίηση, κάθε frame υποδιαιρείται σε  $N_c$  μη επικαλυπτόμενα υποδιαστήματα που καλούνται chips και καθένα έχει χρονική διάρκεια  $T_c$  ( $T_f = N_c T_c$ ). Για κάθε σύμβολο, κάθε παλμός που χρησιμοποιείται τοποθετείται σε κάποιο από τα  $N_c$  chips. Η ακριβής θέση του καθενός εξαρτάται από τον κώδικα μεταπήδησης χρόνου  $c_j$ , ο οποίος προκύπτει από κάποια γεννήτρια τυχαίων τιμών στον πομπό και για  $j \in \{0, 1, \dots, N_f - 1\}$  η τιμή που λαμβάνει ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $[0, 1, \dots, N_c - 1]$ . Ένα παράδειγμα κυματομορφής συμβόλου κάνοντας χρήση της αναφερόμενης τεχνικής που λαμβάνουμε μετά την κεραία του δέκτη, παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.3.5.

Επιπλέον, εκτός από την διάχυση φάσματος που επιτυγχάνεται με την χρήση κώδικα μεταπήδησης χρόνου, το σύστημα υποστηρίζει πολλαπλή προσπέλαση χρηστών. Το σήμα πληροφορίας του κάθε χρήστη προκύπτει από τον αντίστοιχο κώδικα που έχει παραχθεί για τον καθένα και έχει ανεξάρτητες τιμές από τους κώδικες των υπολοίπων χρηστών. Η κυματομορφή του  $m^{\text{oστού}}$  χρήστη σε σύστημα δυαδικής διαμόρφωσης κατά θέση για την αποστολή  $N_s$  συμβόλων πληροφορίας δίνεται από τη σχέση

$$s^{(m)}(t) = \sum_{i=0}^{N_s-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} p(t - iT_s - jT_f - c_j^{(m)}T_c - d_i^{(m)}\Delta) \quad (2.6)$$



Σχήμα 2.3.5: Κυματομορφή συμβόλου στον δέκτη με διάχυση μεταπήδησης χρόνου.

και η αντίστοιχη κυματομορφή για σύστημα δυαδικής διαμόρφωσης κατά πλάτος δίνεται από τη σχέση

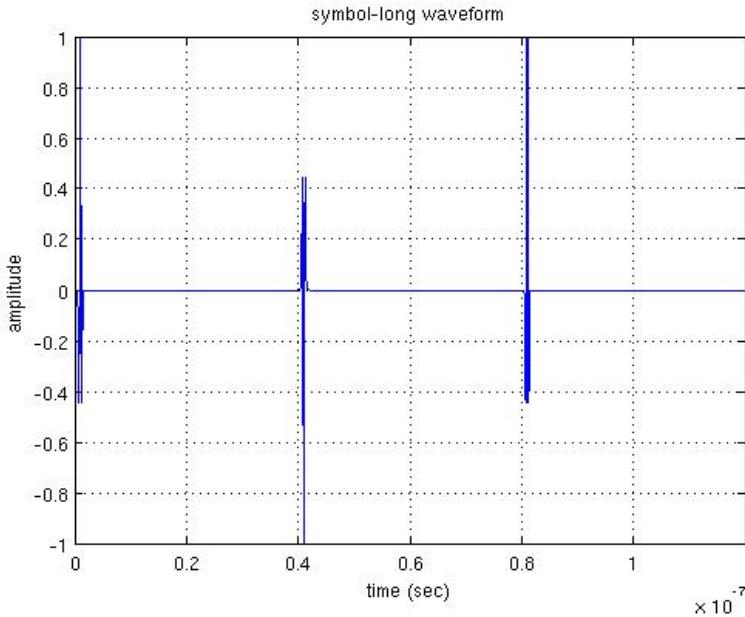
$$s^{(m)}(t) = \sum_{i=0}^{N_s-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} a_i^{(m)} p(t - iT_s - jT_f - c_j^{(m)} T_c) \quad (2.7)$$

όπου  $p(t)$  η πρώτη παράγωγος του Γκαουσιανού παλμού στην έξοδο της κεραίας του πομπού και  $\{d_i^{(m)}\}$ ,  $\{a_i^{(m)}\}$  ακολουθίες που αντιστοιχούν στα σύμβολα πληροφορίας του  $m^{\text{οστού}}$  χρήστη για διαμόρφωση κατά θέση και κατά πλάτος αντίστοιχα. Στην πρώτη περίπτωση, στο σύστημα αντιστοιχείται η τιμή  $d_i^{(m)} = 0$  για το σύμβολο πληροφορίας 0 και  $d_i^{(m)} = 1$  για το σύμβολο πληροφορίας 1, για  $\forall i \in \{0, 1, \dots, N_s - 1\}$ . Στη δεύτερη περίπτωση, αντιστοιχείται η τιμή  $a_i^{(m)} = 1$  για το σύμβολο πληροφορίας 0 και  $a_i^{(m)} = -1$  για το σύμβολο πληροφορίας 1, για  $\forall i \in \{0, 1, \dots, N_s - 1\}$ .

### 2.3.2.3 Σχήμα μετάδοσης με διάχυση άμεσης ακολουθίας

Σε ένα σχήμα μετάδοσης με διάχυση άμεσης ακολουθίας η κατασκευή μιας κυματομορφής ακολουθεί την τυπική μορφή ενός σήματος υπερευρείας ζώνης. Η διαφορά της σε σχέση με το σχήμα μετάδοσης χωρίς κώδικα είναι ότι η θέση του παλμού που βρίσκεται σε κάθε frame είναι μεν σταθερή, όμως το πλάτος του κάθε παλμού  $j$  επιλέγεται τυχαία με ομοιόμορφη κατανομή πάνω στο σύνολο τιμών  $\{-1, 1\}$  σύμφωνα με την ακολουθία  $c_j$ , για  $j \in \{0, 1, \dots, N_f - 1\}$ . Επομένως, ένα σύμβολο πληροφορίας αποτελείται από  $N_f$  παλμούς που έχουν κατά απόλυτη τιμή το ίδιο πλάτος, αλλά στη γενική περίπτωση παρουσιάζουν διαφορετικό πρόσημο. Τα εν λόγω συστήματα μπορούν να χρησιμοποιήσουν είτε τεχνική διαμόρφωσης κατά πλάτος είτε κατά θέση, όπως ακριβώς και τα

συστήματα μεταπήδησης χρόνου. Και σε αυτή την περίπτωση, εκτός της διάχυσης του εύρους φάσματος που επιτυγχάνεται, υποστηρίζεται από το σύστημα και η πολλαπλή προσπέλαση χρηστών. Ένα παράδειγμα κυματομορφής συμβόλου κάνοντας χρήση της τεχνικής διάχυσης άμεσης ακολουθίας που λαμβάνουμε μετά την κεραία του δέκτη παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.3.6.



Σχήμα 2.3.6: Κυματομορφή συμβόλου στον δέκτη με διάχυση άμεσης ακολουθίας.

Η κυματομορφή του  $m^{\text{οστού}}$  χρήστη σε σύστημα δυαδικής διαμόρφωσης κατά θέση για την αποστολή  $N_s$  συμβόλων πληροφορίας δίνεται από τη σχέση

$$s^{(m)}(t) = \sum_{i=0}^{N_s-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} c_j^{(m)} p(t - iT_s - jT_f - d_i^{(m)} \Delta) \quad (2.8)$$

και η αντίστοιχη κυματομορφή σε σύστημα δυαδικής διαμόρφωσης κατά πλάτος δίνεται από τη σχέση

$$s^{(m)}(t) = \sum_{i=0}^{N_s-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} c_j^{(m)} a_i^{(m)} p(t - iT_s - jT_f). \quad (2.9)$$

## 2.4 Φασματική πυκνότητα ισχύος

Η επανάληψη των παλμών που περιλαμβάνει ένα σήμα υπερευρείας ζώνης στο πεδίο του χρόνου

οδηγεί στην εμφάνιση φασματικών γραμμών στο πεδίο των συχνοτήτων οι οποίες μπορεί να είναι από ασθενείς ως πολύ ισχυρές.<sup>3</sup> Γι' αυτό το λόγο, συνίσταται προσοχή στην επιλογή των παραμέτρων και του τρόπου επικοινωνίας (διαμόρφωση, τεχνική διάχυσης φάσματος κ.ο.χ.) που ακολουθείται σε ένα σύστημα, έτσι ώστε οι διαχριτές γραμμές που παρουσιάζονται στη φασματική πυκνότητα ισχύος (Power Spectral Density - PSD) του σήματος να μην παραβιάζουν τους κανόνες της Ο.Ε.Ε. κατά κύριο λόγο και εν συνεχείᾳ για να είναι όσο το δυνατό αποδοτικότερο το σύστημα που υλοποιείται.

Παρακάτω, αναφέρονται εκφράσεις που περιγράφουν το φάσμα του σήματος, θεωρώντας μικρούς κώδικες<sup>4</sup> διάχυσης φάσματος που είναι περιοδικοί και επαναλαμβάνονται για την αποστολή κάθε συμβόλου. Ορίζουμε για τον επιθυμητό χρήστη την κυματομορφή ενός συμβόλου αποστολής ως  $b_{tr}(t) = \sum_{j=0}^{N_f-1} p(t - jT_f - c_j T_c)$  για σχήμα διάχυσης φάσματος με μεταπήδηση χρόνου,  $b_{tr}(t) = \sum_{j=0}^{N_f-1} c_j p(t - jT_f)$  για σχήμα διάχυσης φάσματος άμεσης ακολουθίας και  $b_{tr}(t) = \sum_{j=0}^{N_f-1} p(t - jT_f)$  για μετάδοση χωρίς κώδικα διάχυσης, όπου  $p(t)$  ο παλμός μετά την κεραία του πομπού. Έτσι για τη μετάδοση  $N_s$  συμβόλων το σήμα πληροφορίας δίνεται εν γένει από τον τύπο  $s(t) = \sum_{i=0}^{N_s-1} a(i) b_{tr}(t - iT_s - d(i)\Delta)$ . Αποδεικνύεται ότι η φασματική πυκνότητα ισχύος του  $s(t)$  δίνεται από τη σχέση (2.10), σύμφωνα με το [1] (για άπειρο πλήθος συμβόλων)

$$S_s(f) = \frac{1}{T_s} |B_{tr}(f)|^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S_a^{(n)} S_d^{(n)}(f) e^{-j2\pi f n T_s} \quad (2.10)$$

όπου  $S_a^{(n)} = E \{a(i)a(i+n)\}$ ,  $S_d^{(n)}(f) = E \{e^{-j2\pi f(d(i)-d(i+n))\Delta}\}$  και  $B_{tr}(f) := F.T. \{b_{tr}(t)\}$ .

Με δεδομένο ότι τα σύμβολα είναι ανεξάρτητα, ομοίως κατανεμημένα (i.i.d.) και παίρνουν τιμές από δυαδικό αλφάριθμο με ίση πιθανότητα, θεωρώντας διαμόρφωση κατά πλάτος, παίρνουμε

$$\begin{aligned} S_a^{(n)} &= \delta(n), \quad \text{αφού } E \{a(i)a(i+n)\} = 0 \text{ για } n \neq 0 \\ S_d^{(n)}(f) &= 1, \quad \text{αφού } d(i) = 0, \text{ για } \forall i. \end{aligned}$$

Θεωρώντας διαμόρφωση κατά θέση παίρνουμε:<sup>5</sup>

<sup>3</sup>Με τον όρο ισχυρές φασματικές γραμμές, υποδηλώνονται αυτές που ζεπερνούν κατά πολύ το κύριο σώμα της φασματικής πυκνότητας ισχύος του σήματος.

<sup>4</sup>Μικρό  $N_f$ .

<sup>5</sup>Σύμφωνα με το Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας  $E\{X\} = \sum_i E\{X|A_i\} P(A_i)$ . Έτσι:

$$S_d^{(n)}(f) = E \left\{ e^{-j2\pi f(d(i)-d(i+n))\Delta} \right\} = \sum_{i=1}^4 E \{e^{-j2\pi f(d(i)-d(i+n))\Delta} | A_i\} P(A_i)$$

με τα ενδεχόμενα:

- $A(1) : d(k) = 0, d(k+n) = 0$
- $A(2) : d(k) = 0, d(k+n) = 1$
- $A(3) : d(k) = 1, d(k+n) = 0$
- $A(4) : d(k) = 1, d(k+n) = 1$

$$S_a^{(n)} = 1, \quad \text{αφού } a(i) = 1 \text{ για } \forall i$$

$$S_d^{(n)}(f) = \begin{cases} 1, & \text{αν } n = 0, \\ \frac{1+\cos(2\pi\Delta f)}{2}, & \text{αν } n \neq 0. \end{cases}$$

Έτσι, τελικά, η φασματική πυκνότητα ισχύος για διαμόρφωση κατά πλάτος και κατά θέση δίνεται από τις σχέσεις (2.11) και (2.12) αντίστοιχα.

$$S_s(f) = \frac{1}{T_s} |B_{tr}(f)|^2 \quad (2.11)$$

$$S_s(f) = \frac{|B_{tr}(f)|^2}{T_s} \left[ \frac{[1 + \cos(2\pi\Delta f)]}{2T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_s}\right) + \frac{[1 - \cos(2\pi\Delta f)]}{2} \right]. \quad (2.12)$$

Παρατηρείται ότι η φασματική πυκνότητα ισχύος ενός σήματος για διαμόρφωση κατά πλάτος αποτελείται από ένα συνεχές μέρος, ενώ η φασματική πυκνότητα για διαμόρφωση κατά θέση περιλαμβάνει εκτός από το συνεχές ένα επιπλέον διαχριτό μέρος. Αυτό το άθροισμα διαχριτών όρων που εμφανίζεται στη δεύτερη περίπτωση είναι υπεύθυνο για την εμφάνιση φασματικών γραμμών στο πεδίο των συχνοτήτων.

## 2.5 Ασύρματα κανάλια μεγάλου εύρους φάσματος

Τα κανάλια που αντιμετωπίζει η ασύρματη μετάδοση σημάτων υπερευρείας ζώνης είναι κανάλια επιλογής συχνοτήτων ή μεγάλου εύρους φάσματος (Frequency-Selective ή αλλιώς Wideband) εξαιτίας του μεγάλου εύρους φάσματος που απαιτεί. Ως αποτέλεσμα, στον δέκτη λαμβάνουμε περισσότερα του ενός καθυστερημένα αντίγραφα του απεσταλμένου σήματος πληροφορίας. Οι διαφορετικές καθυστερήσεις προκύπτουν εξαιτίας των διαφορετικών μονοπατιών που ακολουθεί το απεσταλμένο σήμα μέχρι να φτάσει στον δέκτη και θεωρείται ενδεδειγμένη η χρήση δέκτη Rake για την εκμετάλλευση όσο το δυνατό μεγαλύτερης ποσότητας ενέργειας του χρήσιμου σήματος στον δέκτη. Τα διαφορετικά μονοπάτια προκύπτουν από ανάλαση, διάθλαση και σκέδαση του σήματος πληροφορίας πάνω σε αντικείμενα, φαινόμενο πολύ συνηθισμένο σε μια μετάδοση εσωτερικού χώρου (όπως μελετάται εδώ), σε αντίθεση με τη μετάδοση οπτικής επαφής (Line Of Sight - LOS) που παρατηρείται πολύ σπάνια σε τέτοια περιβάλλοντα. Σε συστήματα υπερευρείας ζώνης τα διαφορετικά αυτά μονοπάτια είναι συνήμως διαχωρίσιμα, καθώς η χρονική διάρκεια που ένας παλμός είναι μη μηδενικός είναι πάρα πολύ μικρή (της τάξης των nanoseconds). Το γεγονός αυτό, σε συνδυασμό με τα ανεξάρτητα κέρδη των ανεξάρτητων μονοπατιών που προκαλούνται στις αντίστοιχες καθυστερημένες εκδοχές του σήματος, μπορεί να οδηγήσει σε οξιόπιστη επικοινωνία εφόσον τουλάχιστον μια από τις εκδοχές αυτές είναι ισχυρή - τεχνική της διαφοροποίησης. Έτσι, εν γένει, οι μεταδόσεις σημάτων υπερευρείας ζώνης προσφέρονται για εκμετάλλευση της

---

αφού  $d(m) \in \{-1, 1\}$  για  $\forall m$  με ίση πιθανότητα και για  $n \neq 0$ . Επομένως:

$$S_d^{(n)}(f) = 0.5e^0 + 0.25e^{-j2\pi f\Delta} + 0.25e^{j2\pi f\Delta} = \frac{1 + \cos(2\pi f\Delta)}{2}, \text{ για } n \neq 0.$$

διαφοροποίησης και μπορούν να γίνουν ανθεκτικές απέναντι σε επιδράσεις μεταδόσεων με ύπαρξη διαφορετικών μονοπατιών.

Τα κανάλια επικοινωνίας που χρησιμοποιούνται για την υλοποίηση του συστήματος θεωρούνται Γραμμικά Χρονικά Αμετάβλητα (ΓΧΑ) κατά τη διάρκεια ενός πακέτου συμβόλων. Στην περίπτωση που μελετάμε, η μετάδοση πραγματοποιείται με σήμα χωρίς φέρον και επομένως δεν χρειάζεται να λάβουμε υπόψιν στους υπολογισμούς μας φάσεις που εισάγει το κανάλι. Συνεπώς, η γενική τους περιγραφή, δεδομένων των υποθέσεων του συστήματός μας, δίνεται από την σχέση

$$h(t) = \sum_{l=1}^{L_c} h_l \delta(t - \tau_l) \quad (2.13)$$

όπου τα  $h_l$  δηλώνουν τις εξασθενίσεις (κέρδη) του σήματος και  $\tau_l$  τις αντίστοιχες καθυστερήσεις με την υπόθεση ότι:  $\tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_{L_c}$ , ενώ  $L_c$  είναι ο αριθμός των διαφορετικών μονοπατιών που ακολουθεί το σήμα. Οι παράμετροι του καναλιού μπορούν να θεωρηθούν είτε ντετερμινιστικές είτε τυχαίες, ανάλογα με τις υποθέσεις της μετάδοσης που πραγματοποιείται.

Τα κανάλια μεγάλου εύρους φάσματος εισάγουν κατά κανόνα διασυμβολική παρεμβολή (Inter Symbol Interference - ISI), που στην περίπτωση της μετάδοσης σήματος υπερευρείας ζώνης προκύπτει από την καθυστέρηση του παλμού του τελευταίου κατά σειρά frame από τα οποία απεικονίζεται ένα σύμβολο και την εμφάνισή του στο πρώτο frame του επόμενου συμβόλου. Για να αποφευχθεί το πρόβλημα της διασυμβολικής παρεμβολής θα πρέπει η τιμή της μέγιστης καθυστέρησης της διάδοσης (delay spread) να είναι μικρότερη από τη χρονική διάρκεια που απομένει από τη θέση του τελευταίου παλμού του συμβόλου, ως το τέλος του frame που βρίσκεται. Έτσι ένας τρόπος να εξαλειφθεί η διασυμβολική παρεμβολή είναι να τεθεί ο τελευταίος παλμός του συμβόλου σε chip, για το οποίο η διαφορά της καθυστέρησης εξαιτίας της θέσης του από το τέλος του ίδιου frame να είναι μεγαλύτερη από τη μέγιστη καθυστέρηση του καναλιού, σε περίπτωση που είναι γνωστή. Ένας άλλος τρόπος είναι να εισάγεται κάποια σχετικά μικρή χρονική καθυστέρηση μεταξύ της αποστολής δύο διαδοχικών συμβόλων για να μην χάσει το σύστημα σε ρυθμό μεταδόσης και μεγαλύτερη από τη μέγιστη καθυστέρηση του καναλιού, για να μην εμφανιστεί διασυμβολική παρεμβολή. Επιπλέον στις μεταδόσεις υπερευρείας ζώνης παρουσιάζεται συνήθως και Inter Frame Interference (IFI), το οποίο χρειάζεται ισχυρούς περιορισμούς στις τιμές των παραμέτρων για να αντιμετωπιστεί και δεν είναι αναγκαία η αποφυγή του για μια αξιόπιστη μετάδοση.

Για την προσομοίωση τυχαίων ασύρματων καναλιών είναι συνηθισμένη η χρήση του μοντέλου Saleh-Valenzuela (S-V), το οποίο θεωρεί αφίξεις συμπλεγμάτων (clusters) με κατανομή Poisson και ρυθμό  $\Lambda$ . Κάθε σύμπλεγμα περιλαμβάνει περαιτέρω αφίξεις οι οποίες ακολουθούν και αυτές κατανομή Poisson με ρυθμό  $\lambda > \Lambda$ . Υποδηλώνοντας με  $a_{m,n}$  το κέρδος του  $n^{\text{οστού}}$  μονοπατιού του  $m^{\text{οστού}}$  συμπλέγματος έχοντας φάση  $\theta_{m,n}$ , η κρουστική απόκριση του καναλιού εκφράζεται ως

$$\begin{aligned}
h(t) &= \sum_{l=1}^{L_c} h_l \delta(t - \tau_l) \\
&= \sum_{m=0}^{+\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} a_{m,n} \delta(t - T_m - \tau_{m,n})
\end{aligned}$$

όπου  $T_m + \tau_{m,n}$  ( $\tau_{m,0} = 0$ ) υποδηλώνει τον χρόνο άφιξης του  $n^{\text{oστού}}$  μονοπατιού και του  $m^{\text{oστού}}$  συμπλέγματος και  $a_{m,n}$  είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν Rayleigh κατανομή με ισχύ  $E\{a_{m,n}^2\} = E\{a_{0,0}^2\} e^{-T_m/\gamma} e^{-\tau_{m,n}/\gamma}$  και  $\Gamma > \gamma$ .

Στην παρούσα εργασία ακολουθείται η προσέγγιση που γίνεται στο [3] και αφορά σταθερά κανάλια με σταθερές χρονικές καθυστερήσεις, η οποία είναι συμβατή με την θεώρηση ότι η επικοινωνία λαμβάνει χώρα σε σταθερό ή αργά μεταβαλλόμενο περιβάλλον. Επιπλέον, θεωρείται η προσέγγιση καναλιών με σταθερές χρονικές καθυστερήσεις και κέρδη που ακολουθούν Rayleigh κατανομή για την ανάδειξη του κατά πόσο είναι εφικτή η τεχνική της διαφοροποίησης στο σύστημα που μελετάμε. Τα μοντέλα αυτά θα φανούν ικανοποιητικά για την εξαγωγή συμπερασμάτων και μετά από αυτά θεωρείται τυπική η υλοποίηση της επέκτασης σε μοντέλο S-V.

# Κεφάλαιο 3

## Μελέτη συστήματος υπερευρείας ζώνης

### 3.1 Μοντέλο συστήματος

Στην προηγούμενη ενότητα έγινε μια εισαγωγή πάνω σε παλμούς, τεχνικές διαμόρφωσης, τεχνικές διάχυσης φάσματος και της αντίστοιχης φασματικής πυκνότητας ισχύος σε ευρέως διαδεδομένα συστήματα μετάδοσης σήματος υπερευρείας ζώνης. Σε αυτή την ενότητα, παίρνοντας ως δεδομένες τις παραμέτρους του συστήματος που περιγράφονται στο [3], αναλύεται η απόδοσή του.

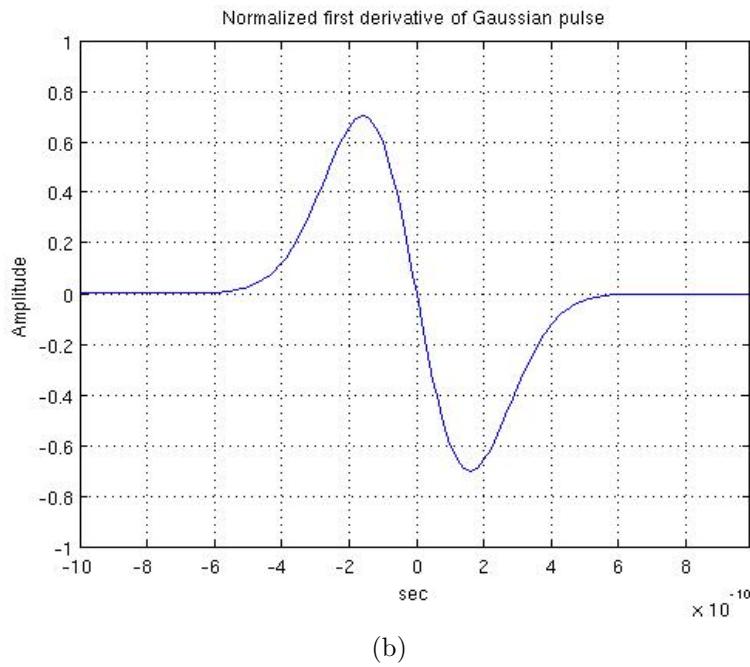
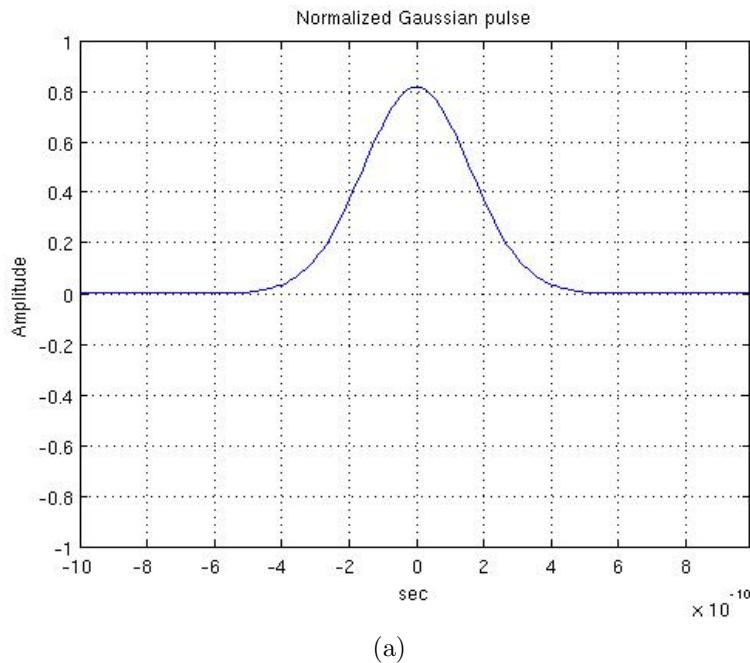
#### 3.1.1 Σήμα μετάδοσης

Στο σύστημα που υλοποιείται δεχόμαστε ότι ο πομπός δημιουργεί Γκαουσιανούς παλμούς και πάνω σε αυτούς διαμορφώνει τα σύμβολα πληροφορίας. Εξατίας ιδιοτήτων των κεραιών, όπως έχει αναφερθεί, στην έξοδο της κεραίας του πομπού παρουσιάζεται η πρώτη παράγωγος του Γκαουσιανού παλμού και θεωρείται ότι η αποστολή του σήματος γίνεται με χρήση του τελευταίου. Κανονικοποιημένη μορφή του παλμού που παράγεται και αυτού που αποστέλλεται φαίνεται στο Σχήμα 3.1.1 (a) και 3.1.1 (b) αντίστοιχα.

#### Δομή

Ένα μεταδιδόμενο σύμβολο απεικονίζεται πάνω σε  $N_f$  παλμούς αποστολής και χρησιμοποιείται από το επιλεγμένο σύστημα τεχνική διάχυσης φάσματος με μεταπήδηση χρόνου. Στον πομπό παράγεται μια ακολουθία τιμών μέσω μιας ψευδοτυχαίας γεννήτριας, η οποία καθορίζει την ακριβή θέση του κάθε παλμού σε κάθε frame. Η ακολουθία αυτή χρησιμοποιείται για τη μετάδοση κάθε συμβόλου. Θεωρείται ότι μια μετάδοση πακέτου περιλαμβάνει την αποστολή  $N_s$  συμβόλων ενώ χρησιμοποιείται από το σύστημα δυαδική διαμόρφωση κατά θέση. Όπως έχει προαναφερθεί, το σύστημα υποστηρίζει πρόσβαση πολλών χρηστών.

Ο τύπος του σήματος πληροφορίας που αποστέλλεται, σύμφωνα με τις παραπάνω υποθέσεις, δίνεται από την σχέση



**Σχήμα 3.1.1:** Κανονικοποιημένοι Γκαουσιανοί παλμοί.

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N_s-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} p(t - iT_s - jT_f - c_j T_c - d(i)\Delta) \quad (3.1)$$

όπου  $p(t)$  η πρώτη παράγωγος Γκαουσιανού παλμού ακριβώς μετά την κεραία του πομπού,  $T_s$  είναι

η χρονική διάρκεια ενός συμβόλου με  $1/T_s$  να είναι ο ρυθμός μετάδοσης,  $N_f$  είναι ο αριθμός των frames πάνω στα οποία απεικονίζεται ένα σύμβολο,  $T_f$  είναι η χρονική διάρκεια ενός frame,  $\{c_j\}$  είναι ο κώδικας μεταπήδησης χρόνου σύμφωνα με τον οποίο ορίζεται η θέση του κάθε παλμού σε κάθε frame,  $T_c$  υποδηλώνει τη χρονική διάρκεια ενός chip,  $\Delta$  είναι η χρονική καθυστέρηση που εισάγεται για το σύμβολο πληροφορίας 1 και τέλος  $\{d(i)\}$  είναι μια ακολουθία τιμών που για  $\forall i \in \{0, \dots, N_s - 1\}$ ,  $d(i) \in \{0, 1\}$  και αντιστοιχεί στα bits 0, 1.

Ορίζοντας  $b_{tr}(t) = \sum_{j=0}^{N_f-1} p(t - jT_f - c_j T_c)$  ως σύμβολο αποστολής, η παραπάνω έκφραση δίνεται από την ισοδύναμα από την σχέση

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N_s-1} b_{tr}(t - iT_s - d(i)\Delta). \quad (3.2)$$

### Φασματική πυκνότητα ισχύος

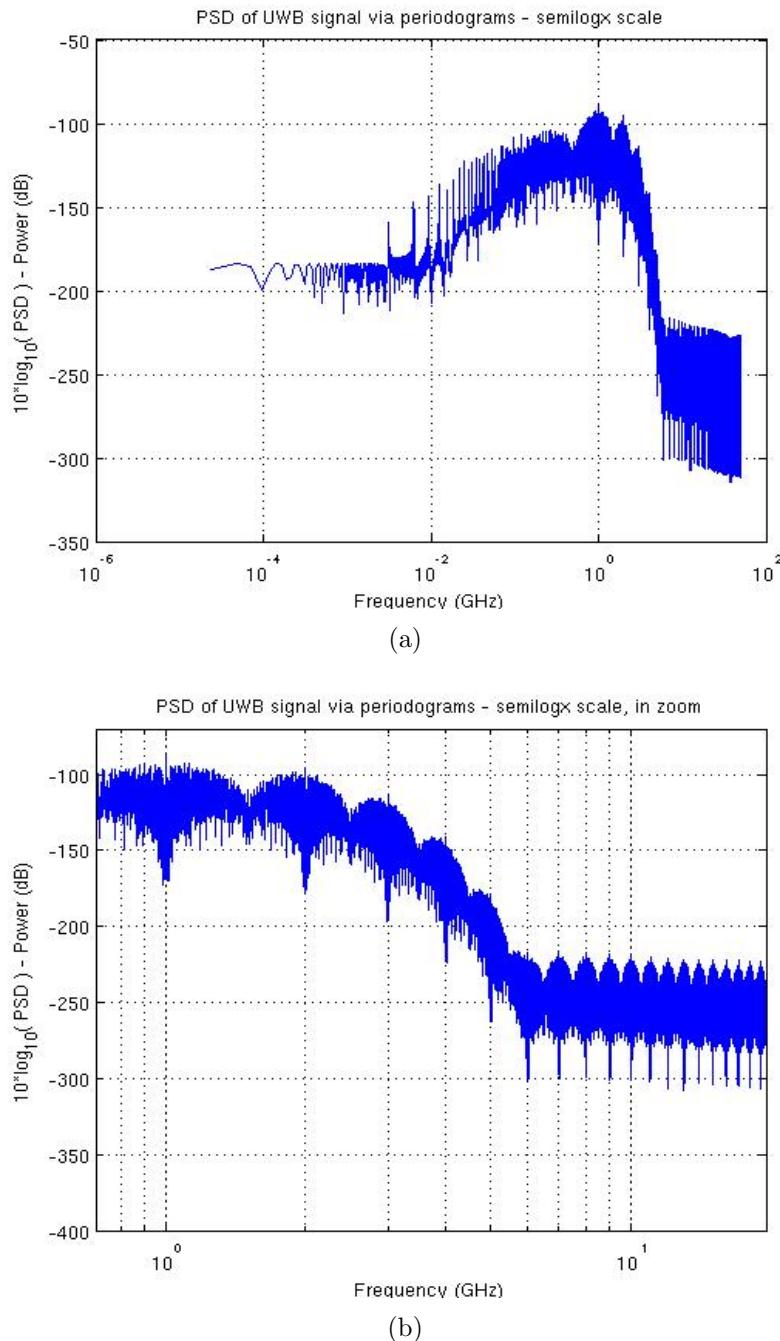
Η φασματική πυκνότητα ισχύος του σήματος εκπομπής δίνεται από τη σχέση (2.13). Αναλύοντας το  $B_{tr}(f)$  λαμβάνει τη μορφή

$$S_s(f) = \frac{|P(f)|^2}{T_s} \left| \sum_{k=0}^{N_f-1} e^{-j2\pi(kT_f+c_kT_c)f} \right|^2 \left[ \frac{[1 + \cos(2\pi f\Delta)]}{2T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_s}\right) + \frac{[1 - \cos(2\pi f\Delta)]}{2} \right] \quad (3.3)$$

όπου  $P(f)$  ο μετασχηματισμός Fourier του παλμού αποστολής  $p(t)$ . Όπως γίνεται αντιληπτό από τον τύπο της, η φασματική πυκνότητα ισχύος αποτελείται από ένα συνεχές και ένα διακριτό μέλος. Οι φασματικές γραμμές προκύπτουν προφανώς από το διακριτό μέλος και η ύπαρξή τους οφείλεται στην επανάληψη ενός παλμού για την απεικόνιση ενός συμβόλου. Το γεγονός ότι χρησιμοποιείται τεχνική διάχυσης με μεταπήδηση χρόνου εξομαλύνει κάπως το φάσμα του σήματος αποτρέποντας την ύπαρξη ισχυρών φασματικών γραμμών, ενώ από την άλλη πλευρά η χρήση διαμόρφωσης κατά θέση είναι αυτή που προσθέτει το διακριτό μέλος της σχέσης (3.3).

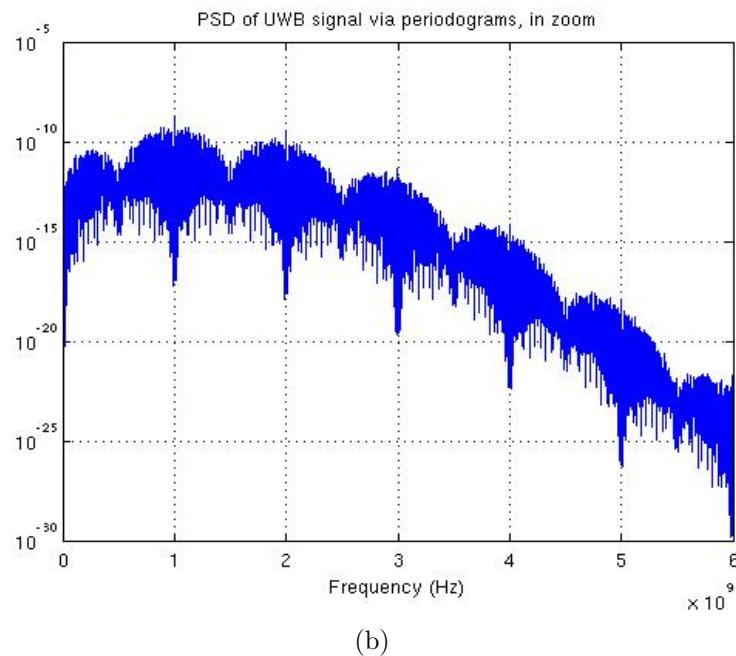
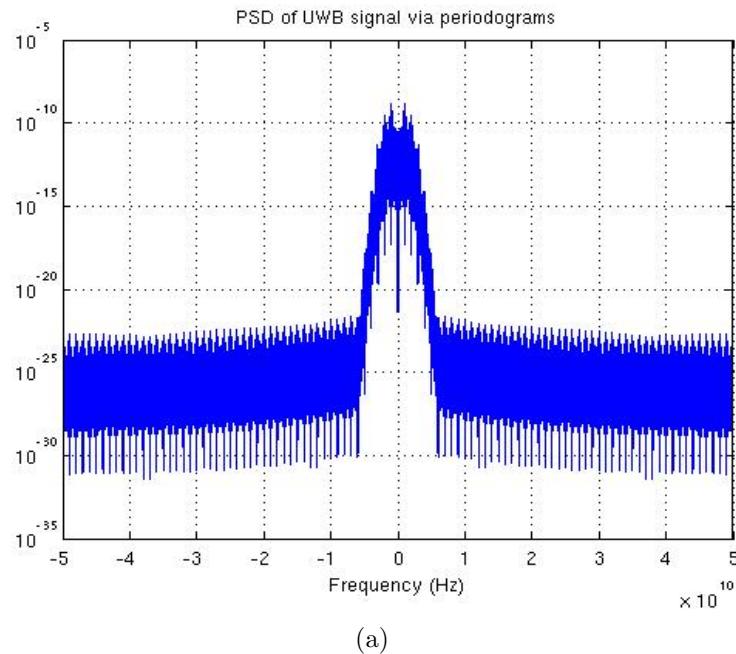
Θεωρητικά, η μορφή της φασματικής πυκνότητας ισχύος καθορίζεται κατά πρώτον από την επιλογή του παλμού  $p(t)$  ή, ισοδύναμα, από το  $|P(f)|^2$ . Επιπλέον, αποτελεί συνάρτηση του αριθμού των frames, του κώδικα χρήστη καθώς επίσης και της τιμής του  $\Delta$ . Τέλος, είναι προφανές από τη σχέση (3.3), και επιβεβαιώνεται από αντίστοιχο γράφημα που ακολουθεί, ότι οι φασματικές γραμμές εμφανίζονται κατά διαστήματα  $1/T_s$ , με  $T_s$  την περίοδο ενός συμβόλου.

Τα επόμενα γραφήματα παρουσιάζουν εκτιμήσεις της φασματικής πυκνότητας ισχύος ενός σήματος εκπομπής μέσω περιοδογραμμάτων, οι υλοποιήσεις των οποίων υποθέτουν τη μετάδοση 100 συμβόλων πάνω σε 1000 επαναλήψεις. Για την κάθε υλοποίηση το σήμα αποστολής δίνεται από τη σχέση (2.6), για έναν χρήστη. Στο Σχήμα 3.1.2 (a) παρατίθεται η φασματική πυκνότητα ισχύος σε λογαριθμική κλίμακα σε όλο το εύρος του πεδίου των συχνοτήτων ενώ στο (b) στους άξονες που παρουσιάζουν ενδιαφέρον όσον αφορά τους κανόνες της Ο.Ε.Ε..



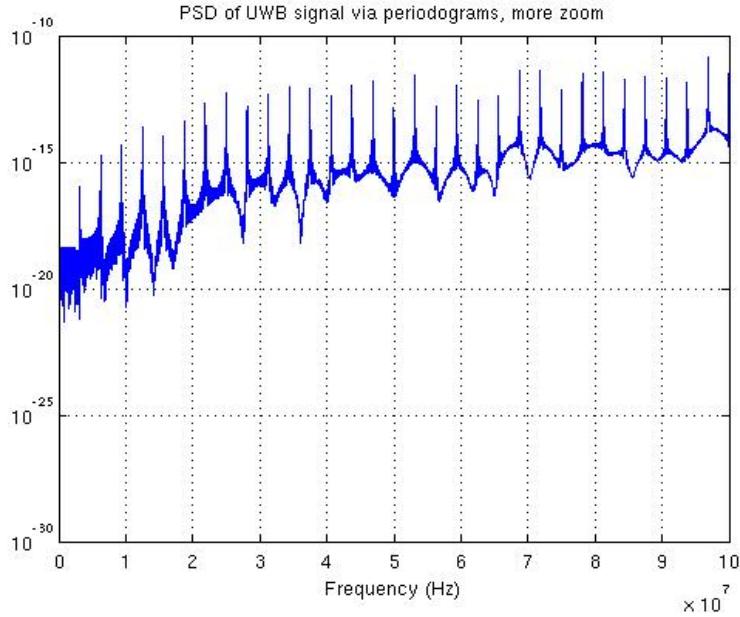
Σχήμα 3.1.2: Φασματική πυκνότητα ισχύος σε λογαριθμική κλίμακα.

Όπως παρατηρείται, τα όρια της φασματικής μάσκας δεν τηρούνται ακριβώς. Η ανάλυση θα μπορούσε να γίνει υεωρώντας καταλληλότερους παλμούς ως προς την τήρηση των κανόνων της Ο.Ε.Ε., όμως το μοντέλο που μελετάμε δέχεται τις παραμέτρους του συστήματος που δίνονται στο [3]. Στο Σχήμα 3.1.3, παρατίθενται τα ίδια γραφήματα σε ημιλογαριθμική κλίμακα.



Σχήμα 3.1.3: Φασματική πυκνότητα ισχύος σε ημιλογαριθμική κλίμακα.

Τέλος, στο Σχήμα 3.1.4 παρατίθεται μια μεγέθυνση, για να αναδειχθούν οι διαχριτές φασματικές γραμμές. Παρατηρείται ότι πράγματι παρουσίαζονται κατά διαστήματα  $1/T_s$  στο πεδίο των συχνοτήτων.



Σχήμα 3.1.4: Φασματική πυκνότητα ισχύος ίδιας κλίμακας στις συχνότητες 0 - 100 MHz.

### 3.1.2 Σήμα στον δέκτη

Στα πλαίσια αυτής της εργασίας, ωστε να χρησιμοποιηθεί ως λαμβανόμενος παλμός η δεύτερη παράγωγος του Γκαουσιανού παλμού που δίνεται σύμφωνα με το [3] από τον τύπο

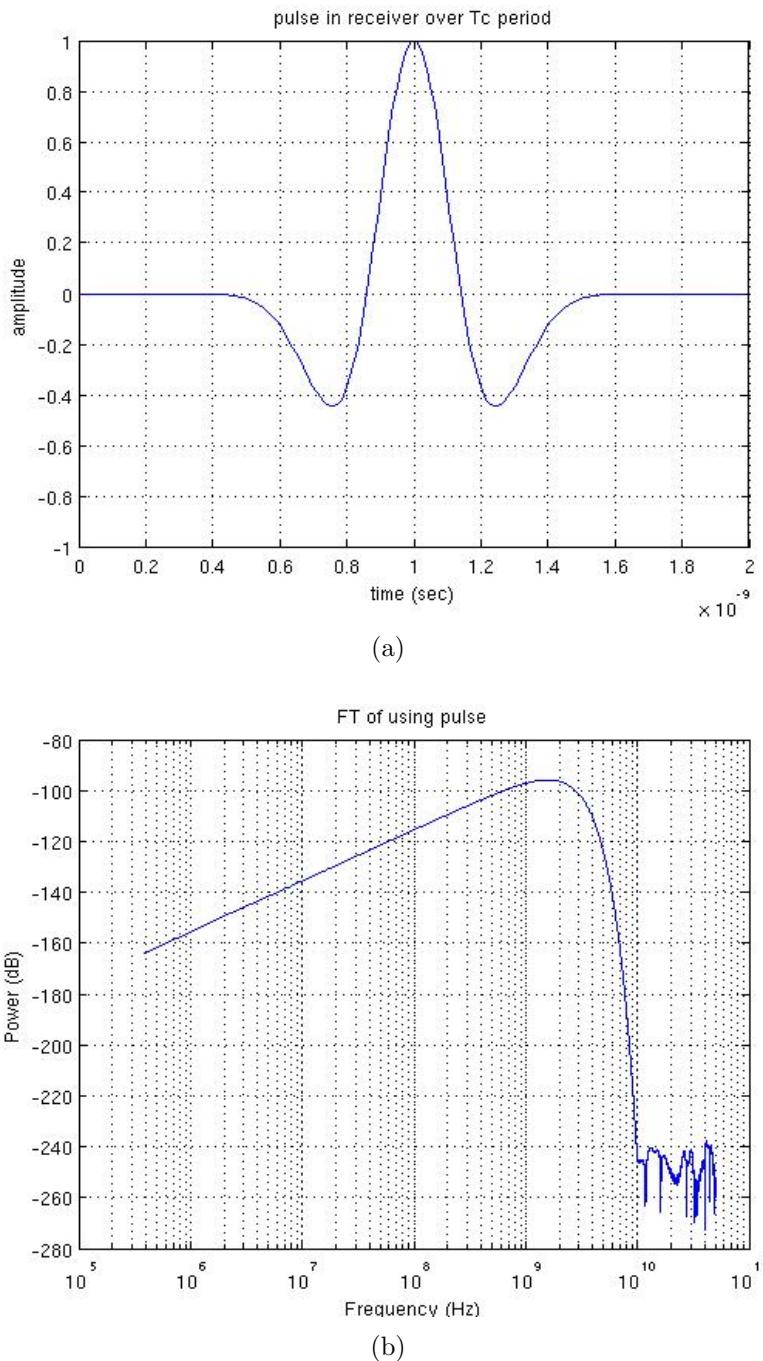
$$g(t) = \left[ 1 - 16\pi \left( \frac{t - D_g/2}{D_g} \right)^2 \right] \exp \left[ -8\pi \left( \frac{t - D_g/2}{D_g} \right)^2 \right] \quad (3.4)$$

όπου η μεταβλητή  $D_g = T_p$  και αποτελεί τη χρονική διάρκεια που ο παλμός είναι μη μηδενικός. Ο παλμός της σχέσης (3.4) υεωρείται ότι λαμβάνεται μετά την κεραία και επομένως αυτός είναι που υφίσταται επεξεργασία στον δέκτη. Η ακριβής μορφή και ο μετασχηματισμός Fourier του παλμού δίνονται στο Σχήμα 3.1.5.

Θεωρώντας Γραμμικό Χρονικά Αμετάβλητο κανάλι επικοινωνίας με χρονοστική απόχριση  $h(t)$  και λευκό προσθετικό Γκαουσιανό θόρυβο (AWGN)  $n(t)$ , το σήμα που λαμβάνεται στον δέκτη δίνεται από τη σχέση (3.5), όπου με  $*$  συμβολίζεται η πράξη της συνέλιξης

$$r(t) = h(t) * \sum_{i=0}^{N_s-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} g(t - iT_s - jT_f - c_j T_c - d(i)\Delta) + n(t). \quad (3.5)$$

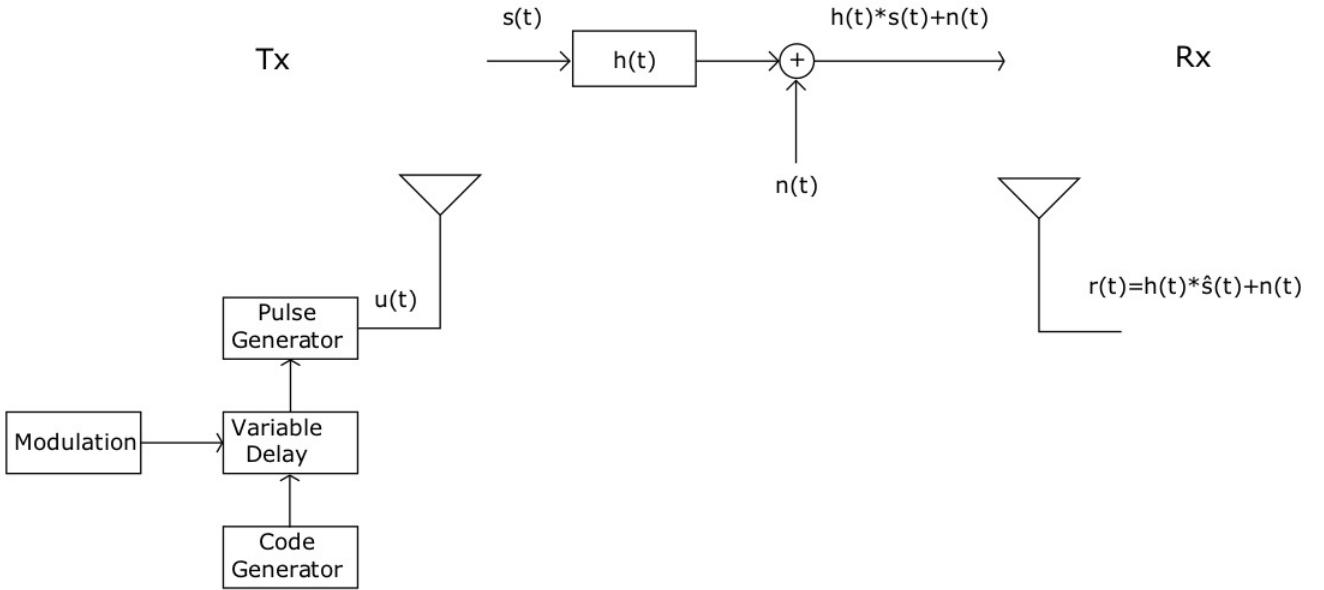
Ορίζονται  $b(t) = \sum_{j=0}^{N_f-1} g(t - jT_f - c_j T_c)$  ως την κυματομορφή συμβόλου στον δέκτη, η παραπάνω έκφραση δίνεται ισοδύναμα από την σχέση  $r(t) = h(t) * \sum_{i=0}^{N_s-1} b(t - iT_s - d(i)\Delta) + n(t)$ .



Σχήμα 3.1.5: Αναμενόμενος παλμός στον δέκτη και ο Μετασχηματισμός Fourier του.

Ο υόρυβος  $n(t)$  έχει φασματική πυκνότητα ισχύος ίση με  $N_o/2$ . Στην έκφραση του σήματος της σχέσης (3.5) περιλαμβάνεται ο παλμός που φτάνει στον δέκτη, λαμβάνοντας υπόψιν την επίδραση της κεραίας του δέκτη στο απεσταλμένο σήμα.

Συνοπτικά, στο Σχήμα 3.1.6 περιγράφεται το διάγραμμα του συστήματος μετάδοσης σήματος υπερευρείας ζώνης χωρίς φέρον που υλοποιείται, περιγράφοντας τη διαδικασία της παραγωγής, αποστολής και λήψης του σήματος υπερευρείας ζώνης.



Σχήμα 3.1.6: Διάγραμμα συστήματος υπερευρείας ζώνης.

- $u(t) = \sum_{i=0}^{N_s-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} w(t - iTs - jTf - c_j Tc - d(i)\Delta)$ , με  $w(t)$  Γκαουσιανό παλμό
- $s(t) = \sum_{i=0}^{N_s-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} p(t - iTs - jTf - c_j Tc - d(i)\Delta)$ , με  $p(t)$  τη πρώτη παράγωγο Γκαουσιανού παλμού
- $h(t)$  η κρουστική απόχριση του καναλιού
- $\hat{s}(t) = \sum_{i=0}^{N_s-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} g(t - iTs - jTf - c_j Tc - d(i)\Delta)$ , με  $g(t)$  τη δεύτερη παράγωγο Γκαουσιανού παλμού. Θεωρείται ο  $g(t)$  ως ο λαμβανόμενος παλμός και δίνεται από τη σχέση (3.4)
- $n(t)$  λευκός Γκαουσιανός προσθετικός θόρυβος.

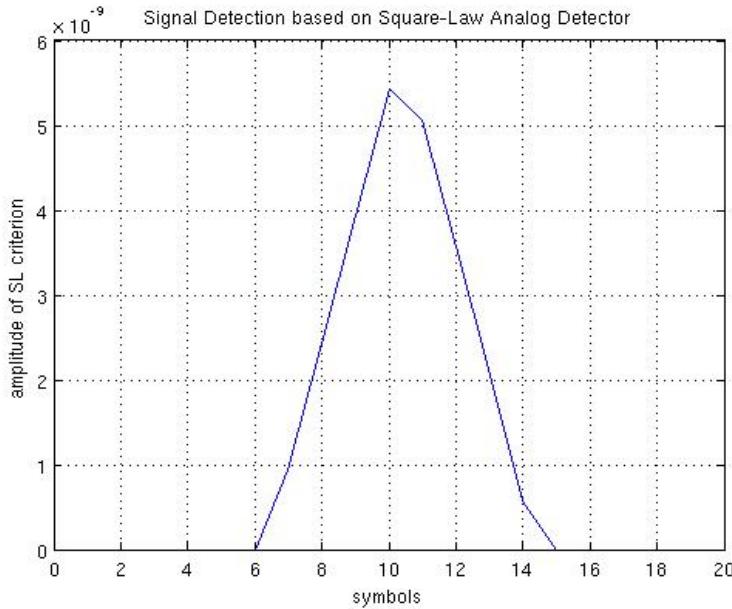
### 3.1.3 Εντοπισμός σήματος

Σκοπός αυτής της ενότητας είναι να εκτιμηθεί σωστά η χρονική στιγμή κατά την οποία φτάνει στον δέκτη το πρώτο συμβόλο της κυματομορφής που αποστέλλεται. Η καθυστέρηση του σήματος πληροφορίας μπορεί να δούλει σε κάθε περίπτωση από τη σχέση  $\tau_0 = n_s T_s + n_f T_f + \epsilon$ , όπου  $n_s$  είναι το πλήθος διαστημάτων χρονικής διάρκειας συμβόλου,  $n_f$  το πλήθος χρονικής διάρκειας frame και  $\epsilon$  παράμετρος που ανήκει στο διάστημα  $[0, T_f]$ . Αρχικά, σκοπός μας είναι η εκτίμηση της

παραμέτρου  $n_s$  μέσω ενός αναλογικού εκτιμητή ενέργειας. Ένας τέτοιος εκτιμητής ανιχνεύει το ληφθέν σήμα  $r(t)$  και αποφασίζει  $\hat{n}_s$  μέσω της σχέσης

$$\hat{n}_s = \arg \max_{n_s} J(n_s), \quad J(n_s) := \int_{n_s T_s}^{(n_s + M_{det}) T_s} r^2(t) dt. \quad (3.6)$$

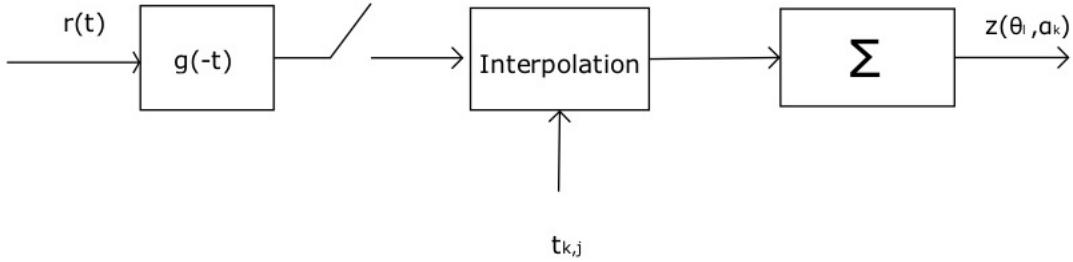
Η παρουσία του σήματος  $r(t)$  εντοπίζεται όταν  $J(\hat{n}_s) \geq \eta$ , όπου  $\eta$  είναι ένα κατώφλι που καθορίζεται από την επιθυμητή πιθανότητα σφάλματος συναγερμού (false alarm). Παρακάτω παρουσιάζεται το γράφημα της συνάρτησης  $J(n_s)$  στην ιδεατή περίπτωση εισαγωγής απλά μιας καθυστέρησης από το κανάλι χωρίς θόρυβο, για την ανάδειξη του τρόπου λειτουργίας της. Η εκτίμηση γίνεται πάνω σε χρονικό διάστημα  $M_{det} \cdot T_s$ , με  $M_{det} = 4$ . Για το συγκεκριμένο γράφημα θεωρείται ότι  $n_s = 10$ ,  $n_f = 3 T_f$  και  $\epsilon = T_f/5$ .



Σχήμα 3.1.7: Συνάρτηση  $J(n_s)$  σε ιδεατή περίπτωση.

### 3.1.4 Εκτίμηση καναλιού με τη μέθοδο Μεγίστης Πιθανοφάνειας και χρήση συμβόλων εκπαίδευσης

Στην παρούσα ενότητα ως αναπτυχθεί η μέθοδος Μεγίστης Πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood - ML) με χρήση συμβόλων εκπαίδευσης (training) για την εκτίμηση των παραμέτρων του καναλιού, δηλαδή των καθυστέρησεων και των εξασθενίσεων. Να τονιστεί ότι η ανάλυση που γίνεται παρακάτω υποθέτει ότι οι τιμές που παίρνουν οι καθυστέρησεις είναι ανάμεσα στο μηδέν και στη χρονική διάρκεια ενός frame, σύμφωνα με το [3]. Δηλαδή αποτελούν τη μεταβλητή  $\epsilon$  του γενικού τύπου  $\tau_0 = n_s T_s + n_f T_f + \epsilon$ . Στη γενική περίπτωση, οι καθυστέρησεις που εισάγονται από το κανάλι είναι μεγαλύτερες από το  $T_f$  και τότε ως πρέπει να γίνει πρώτα χρήση κάποιου άλλου εκτιμητή για τον προσδιορισμό της τιμής  $n_f$ .



Σχήμα 3.1.8: Διάγραμμα εκτιμητή.

Από τα σύμβολα που μεταδίδει ο πομπός, τα πρώτα  $M$  σύμβολα είναι γνωστά στον δέκτη και προστίθενται στο σήμα πληροφορίας με σκοπό τη χρήση τους για την εκτίμηση του καναλιού. Το μέρος της κυματομορφής που περιλαμβάνει τα γνωστά αυτά σύμβολα περνάει μέσα από ένα προσαρμοσμένο φίλτρο στον δέκτη ώστε να μεγιστοποιηθεί το SNR, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.1.8. Σε μια υποθετική μετάδοση πακέτου 1000 συμβόλων, τα 100 πρώτα θα μπορούσαν να αποτελούν γνωστά σύμβολα. Στη γενική περίπτωση, ο αριθμός των γνωστών συμβόλων που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση του καναλιού θα πρέπει να είναι αρκετά μεγάλος ώστε να πάρουμε μια καλή εκτίμηση, αλλά όχι πολύ μεγάλος για να μην χάσουμε σε ρυθμό αποστολής.

Έστω  $\sum_{l=1}^{L_c} \gamma_l \hat{s}(t - \tau_l)$  το χρήσιμο σήμα μετά την κεραία στον δέκτη, με  $L_c$  τον αριθμό των διαφορετικών μονοπατιών που εισάγει το κανάλι και έστω  $\tilde{s}(t) = \sum_{l=1}^{L_c} \xi_l \hat{s}(t - \theta_l)$ , με παραμέτρους  $\xi_l$  και  $\theta_l$ .

Θεωρώντας  $r(t)$  τη ληφθείσα κυματομορφή και  $T$  το χρονικό διάστημα στο οποίο βρίσκονται τα  $M$  πρώτα γνωστά σύμβολα της κυματομορφής, η συνάρτηση λογαριθμικής πιθανοφάνειας (log-likelihood) του ζευγαριού  $(\xi, \theta)$ , σύμφωνα με το [3], παίρνει τη μορφή

$$\log[\Lambda(\xi, \theta)] = 2 \int_0^T r(t) \tilde{s}(t) dt - \int_0^T \tilde{s}^2(t) dt \quad (3.7)$$

με  $T = M T_s$ . Αντικαθιστώντας την έκφραση για το  $\tilde{s}(t)$ , λαμβάνουμε

$$\log[\Lambda(\xi, \theta)] = 2 \sum_{l=1}^{L_c} \xi_l \int_0^T r(t) \hat{s}(t - \theta_l) dt - \int_0^T \left[ \sum_{l=1}^{L_c} \xi_l \hat{s}(t - \theta_l) \right]^2 dt. \quad (3.8)$$

Από την παραπάνω ισότητα, για τον πρώτο όρο του δεξιού μέλους έχουμε

$$\begin{aligned} \int_0^T r(t) \hat{s}(t - \theta_l) dt &= \sum_{k=0}^{M-1} \int_0^T r(t) b(t - kT_s - a_k \Delta - \theta_l) dt \\ &= \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N_f-1} \int_0^T r(t) g(t - kT_s - nT_f - c_n T_c - a_k \Delta - \theta_l) dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N_f-1} r(t) * g(-t) |_{t=kT_s+nT_f+c_n T_c+a_k \Delta+\theta_l} \\
&= J(\theta_l).
\end{aligned}$$

Θέτοντας

$$\sum_{n=0}^{N_f-1} r(t) * g(-t) |_{t=kT_s+nT_f+c_n T_c+a_k \Delta+\theta_l} = z_k(\theta_l, a_k), \quad (3.9)$$

λαμβάνουμε τη  $J(\theta_l)$  στη μορφή  $J(\theta_l) = \sum_{k=0}^{M-1} z_k(\theta_l, a_k)$ .

Αναλύοντας το δεύτερο όρο του δεξιού μέλους της σχέσης (3.8), λαμβάνουμε

$$\int_0^T \left[ \sum_{l=1}^{L_c} \xi_l \hat{s}(t - \theta_l) \right]^2 dt = \int_0^T \left[ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_c} \xi_l \xi_k \hat{s}(t - \theta_l) \hat{s}(t - \theta_k) \right] dt.$$

Για το δεξί μέλος δεν επιβιώνει κανένας όρος του διπλού αυθοίσματος για  $k \neq l$ , αφού  $\int_0^T \hat{s}(t - \theta_l) \hat{s}(t - \theta_k) dt = 0$ . Επομένως, επιβιώνουν μόνο οι όροι για  $k = l$  και έτσι

$$\int_0^T \left[ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_c} \xi_l \xi_k \hat{s}(t - \theta_l) \hat{s}(t - \theta_k) \right] dt = \sum_{l=1}^{L_c} \xi_l^2 \int_0^T \hat{s}^2(t - \theta_l) dt = M E_b \sum_{l=1}^{L_c} \xi_l^2$$

όπου  $E_b := \int_0^T b^2(t) dt$  και επομένως ισχύει ότι  $\int_0^T \hat{s}^2(t - \theta_l) dt = \sum_{i=0}^{M-1} \int_0^T b^2(t - iT_s - d(i)\Delta - \theta_l) dt = M E_b$ .

Τελικά, η συνάρτηση λογαριθμικής πιθανοφάνειας του ζευγαριού  $(\xi, \theta)$  δίνεται ως

$$\log[\Lambda(\xi, \theta)] = 2 \sum_{l=1}^{L_c} \xi_l J(\theta_l) - M E_b \sum_{l=1}^{L_c} \xi_l^2. \quad (3.10)$$

Σκοπός μας είναι να μεγιστοποιήσουμε το  $\log[\Lambda(\xi, \theta)]$  ως συνάρτηση των παραμέτρων  $(\xi, \theta)$ . Αυτό μπορεί να γίνει σε δύο βήματα. Αρχικά, κρατάμε σταθερή την παράμετρο  $\theta$  και λαμβάνουμε τιμές για το  $\xi$ . Αν το μέγιστο βρεθεί στο σημείο  $\tilde{\gamma}(\theta_l)$ , το δεύτερο βήμα είναι να αντικαταστήσουμε το  $\xi$  με το  $\tilde{\gamma}(\theta)$  στη  $\log[\Lambda(\xi, \theta)]$  και να ψάξουμε το μέγιστο της  $\log[\Lambda(\tilde{\gamma}(\theta), \theta)]$ . Το πρώτο βήμα δίνεται βρίσκοντας το  $\xi_k$ , με  $k \in \{1, 2, \dots, L_c\}$ , για το οποίο η μερική παράγωγος της σχέσης (3.10) ως προς το διάνυσμα  $\xi$  ισούται με το 0. Συνεπώς, λαμβάνουμε

$$\frac{d \left( 2 \sum_{l=1}^{L_c} \xi_l J(\theta_l) - M E_b \sum_{l=1}^{L_c} \xi_l^2 \right)}{d \xi_k} = 0 \iff 2 J(\theta_k) - 2 M E_b \xi_k = 0 \iff \xi_k = \frac{J(\theta_k)}{M E_b}.$$

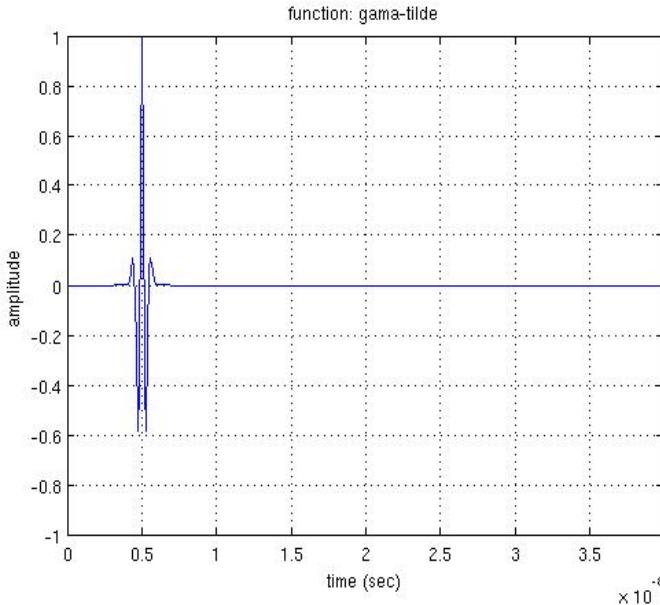
Άρα, τελικά, η μέγιστη τιμή της συνάρτησης δίνεται στο σημείο

$$\tilde{\gamma}(\theta_l) = \frac{1}{M E_b} J(\theta_l), \quad \text{με } 1 \leq l \leq L_c. \quad (3.11)$$

Αντικαθιστώντας την σχέση (3.11) στην (3.10) για το δεύτερο βήμα, λαμβάνουμε

$$\begin{aligned} \log[\Lambda(\tilde{\gamma}(\theta), \theta)] &= 2 \sum_{l=1}^{L_c} \tilde{\gamma}(\theta_l) J(\theta_l) - M E_b \sum_{l=1}^{L_c} \tilde{\gamma}^2(\theta_l) \\ &= \frac{2}{M E_b} \sum_{l=1}^{L_c} J^2(\theta_l) - \frac{1}{M E_b} \sum_{l=1}^{L_c} J^2(\theta_l) \\ &= \frac{1}{M E_b} \sum_{l=1}^{L_c} J^2(\theta_l) = J(\theta). \end{aligned}$$

Συνεπώς, αρκεί να βρούμε τις  $L_c$  μέγιστες τιμές, κατά απόλυτη τιμή, της συνάρτησης  $J(\theta)$ . Αφότου βρεθούν τα  $J(\theta_l)$ , επιστρέφουμε στη σχέση (3.11) αποφασίζοντας ότι τα μέγιστα κέρδη δίνονται ως  $\tilde{\gamma}(\theta_l) = J(\theta_l)/M$ , ενώ οι αντίστοιχες καθυστερήσεις είναι οι χρονικές  $(\theta_l)$  που επιτυγχάνονται τα κέρδη αυτά.



Σχήμα 3.1.9: Συνάρτηση  $\tilde{\gamma}(\theta)$ .

Στο Σχήμα 3.1.9 παρουσιάζεται η συνάρτηση  $\tilde{\gamma}(\theta) = J(\theta)/(M E_b)$  που προκύπτει έχοντας θεωρήσει αθόρυβο ιδανικό κανάλι με την εισαγωγή μιας καθυστέρησης στο χρήσιμο σήμα. Οι

παράμετροι του καναλιού είναι  $\tau_1 = 5 \text{ ns}$  και  $\gamma_1 = 1$ . Όπως φαίνεται από το σχήμα, η εκτίμηση του κέρδους του καναλιού είναι  $\tilde{\gamma}(\theta_1) = \gamma_1$  και η εκτίμηση της καθυστέρησης  $\theta_1 = \tau_1$ .

Παρακάτω, αναλύουμε την επεξεργασία που κάνει ο εκτιμητής μόνο στο χρήσιμο σήμα. Θεωρούμε ότι το σήμα περνάει από ανθόρυβο ιδανικό κανάλι που εισάγει απλά μια καθυστέρηση. Σκοπός είναι να αποδείξουμε ότι το κέρδος που αναμένεται να εκτίμησουμε, με δεδομένη την τιμή της καθυστέρησης στον δέκτη, ισούται με το πραγματικό κέρδος του καναλιού. Κατόπιν, αναλύουμε την επεξεργασία που κάνει ο εκτιμητής μόνο στον ψόρυβο. Σκοπός είναι να υπολογίσουμε την στατιστική περιγραφή του ψόρυβου που προκύπτει στη συνάρτηση  $\tilde{\gamma}(\theta)$ , για να έχουμε μια συνολική εικόνα της συμπεριφοράς του εκτιμητή.

- Θεωρώντας ιδανικό κανάλι χωρίς ψόρυβο που εισάγει απλά μια καθυστέρηση  $\theta_1$ , η ληφθείσα κυματομορφή  $r(t)$  θα ισούται με την  $\hat{s}(t - \theta_1)$ . Συνεπώς, από τη σχέση (3.11) λαμβάνουμε

$$\begin{aligned} J(\theta_1) &= \sum_{k=0}^{M-1} z_k(\theta_1, a_k) \\ &= \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} \hat{s}(t - \theta_1) * g(-t)|_{t=kT_s+jT_f+c_jT_c+\Delta a_k+\theta_1} \\ &= \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} \left[ \int_0^{T_s} \hat{s}(t - \tau - \theta_1) g(-\tau) d\tau \right]_{t=kT_s+jT_f+c_jT_c+\Delta a_k+\theta_1}. \end{aligned}$$

Για  $\forall k, j$  και με δεδομένο το  $\theta_1$ , ισχύει ότι  $\hat{s}(t - \tau - \theta_1)|_{t=kT_s+jT_f+c_jT_c+\Delta a_k+\theta_1} = g(-\tau)$ .

Επομένως

$$\begin{aligned} J(\theta_1) &= \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} \int_0^{T_s} g(-\tau) g(-\tau) d\tau \\ &= MN_f \int_0^{T_s} g^2(\tau) d\tau \\ &= M E_b \end{aligned}$$

αφού  $\int_0^{T_s} g^2(\tau) d\tau = E_b/N_f$ .

Το μέγιστο κέρδος που αναμένουμε να εκτιμήσουμε, δίνεται αντικαθιστώντας τη τιμή του  $J(\theta_1)$  στη σχέση (3.11) και είναι

$$\tilde{\gamma}(\theta_1) = \frac{1}{M E_b} J(\theta_1) = \frac{M E_b}{M E_b} = 1.$$

Επομένως σε περίπτωση ιδανικού καναλιού χωρίς θόρυβο, το μέγιστο κέρδος της συνάρτησης  $\tilde{g}(\theta_1)$  θα ήταν 1 τη χρονική στιγμή  $\theta_1$ . Αντίστοιχα, στην περίπτωση που το κανάλι είχε περισσότερα μονοπάτια, τα μέγιστα κέρδη που προκύπτουν από την εκτίμηση του καναλιού αναμένεται να είναι ίσα με τα πραγματικά κέρδη των μονοπατιών.

- Θεωρούμε  $n(t)$  προσθετικό λευκό Γκαουσιανό θόρυβο με μέση τιμή ίση με 0, συνάρτηση αυτοσυσχέτισης  $R_n(\tau) = \delta(\tau) N_o/2$  και φασματική πυκνότητα ισχύος  $S_n(f) = N_o/2$ . Υποθέτουμε μόνο την ύπαρξη θορύβου στον εκτιμητή, για να υπολογίσουμε τα στατιστικά της ποσότητας που προκύπτει μετά την επεξεργασία. Από την σχέση (3.11), λαμβάνουμε

$$\begin{aligned} J(\theta) &= \sum_{k=0}^{M-1} z_k(\theta, a_k) \\ &= \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} n(t) * g(-t)|_{t=kT_s+jT_f+c_j T_c+\Delta a_k+\theta}. \end{aligned}$$

Θέτουμε  $\dot{n}(t) = n(t) * g(-t)$  την έξοδο του φίλτρου με χρονική απόχριση  $g(-t)$  και είσοδο τον λευκό Γκαουσιανό θόρυβο. Η μέση τιμή του  $\dot{n}(t)$  δίνεται ως

$$\begin{aligned} E\{\dot{n}(\tau)\} &= E\{n(t) * g(-t)\} \\ &= E\left\{\int n(\tau)g(t+\tau)d\tau\right\} \\ &= \int E\{n(\tau)\} g(t+\tau)d\tau \\ &= 0, \quad \text{αφού εξ' ορισμού } E\{n(\tau)\} = 0. \end{aligned}$$

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της εξόδου, με δεδομένο ότι ο θόρυβος αποτελεί στάσιμη στοχαστική διαδικασία και το φίλτρο είναι Γραμμικό Χρονικά Αμετάβλητο, δίνεται ως

$$\begin{aligned} R_{\dot{n}}(\tau) &= R_n(\tau) * g(\tau) * g(-\tau) \\ &= \frac{N_o}{2} \delta(\tau) * g(\tau) * g(-\tau). \end{aligned}$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω προκύπτει ότι και η  $\dot{n}(t)$  είναι στάσιμη.

Η φασματική πυκνότητα ισχύος στάσιμης διαδικασίας ορίζεται ως ο μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης αυτοσυσχέτισής της. Εφαρμόζοντας μετασχηματισμό Fourier στα δύο μέλη

της παραπάνω ισότητας, λαμβάνουμε τη φασματική πυκνότητα ισχύος της εξόδου από τη σχέση

$$S_{\hat{n}}(f) = S_n(f) |G(f)|^2.$$

Παίρνοντας το ολοκλήρωμα της φασματικής πυκνότητας ισχύος της εξόδου, λαμβάνουμε την ισχύ του ψηφιακού στην έξοδο του φίλτρου. Επομένως

$$\begin{aligned} \int S_{\hat{n}}(f) df &= \int S_n(f) |G(f)|^2 df \\ &= \frac{N_o}{2} \int |G(f)|^2 df \\ &= \frac{N_o}{2} \int |g(t)|^2 dt. \end{aligned}$$

Άρα τελικά  $E\{\hat{n}^2(t)\} = N_o/2 \cdot E_b/N_f$ .

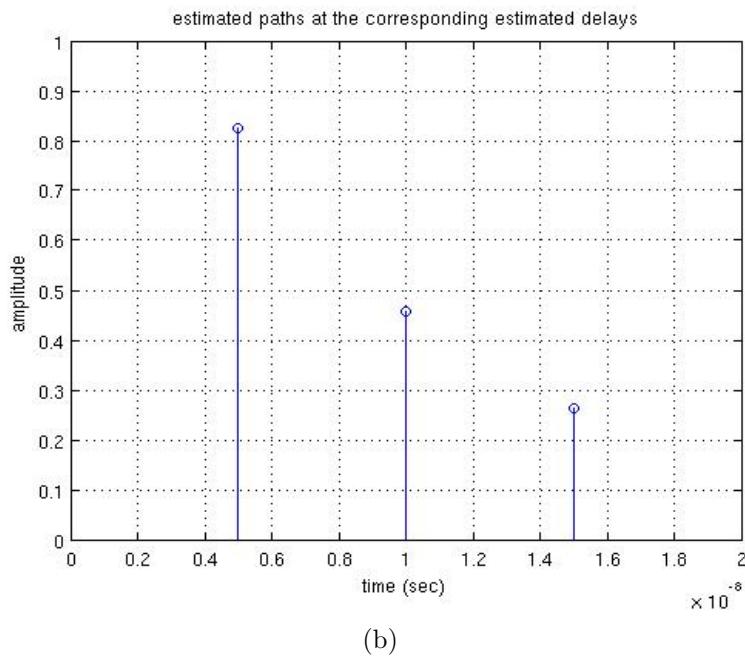
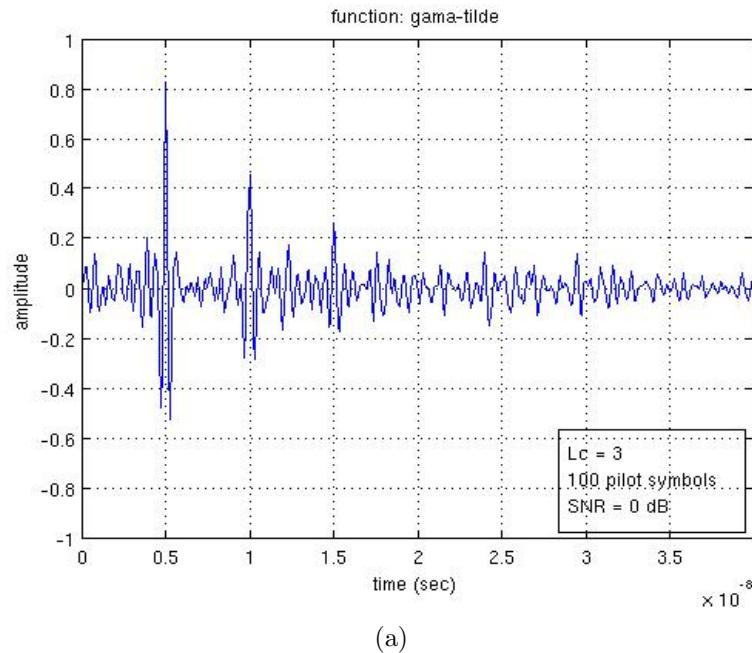
Την περίπτωση που δίνεται από τη σχέση  $J(\theta) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} n(t) * g(-t)|_{t=kT_s+jT_f+c_j T_c + \Delta a_k + \theta}$ , που στη συγκεκριμένη περίπτωση δίνεται από τη σχέση  $J(\theta) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} n(t) * g(-t)|_{t=kT_s+jT_f+c_j T_c + \Delta a_k + \theta}$ . Παρατηρούμε ότι για κάθε  $\theta$  παίρνουμε ένα άθροισμα δειγμάτων του ψηφιακού μετά το φίλτρο, σε χρονικές στιγμές που καθορίζονται από τη θέση του κάθε παλμού και του κάθε συμβόλου. Από τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της εξόδου, γίνεται αντιληπτό ότι τα δείγματα ψηφιακού που απέχουν μεταξύ τους περισσότερο από δύο φορές τη χρονική διάρκεια του προσαρμοσμένου φίλτρου  $g(t)$ , δεν έχουν καμία εξάρτηση μεταξύ τους. Εν γένει, αυτή η συνθήκη ικανοποιείται σύμφωνα με τις παραμέτρους του συστήματός μας. Συνεπώς, οι όροι του αθροίσματος της  $J(\theta)$  είναι ανεξάρτητοι και όμοια κατανευμημένοι (i.i.d.) και έτσι τελικά η ισχύς της δίνεται από τον τύπο

$$E\{J^2(\theta)\} = M N_f \frac{N_o}{2} \frac{1}{N_f} = \frac{N_o}{2} M E_b.$$

Για να λάβουμε τις τιμές των εκτιμήσεων πολλαπλασιάζουμε τη σύναρτηση  $J(\theta)$  με τον όρο  $1/M$  σχηματίζοντας την  $\tilde{J}(\theta)$ . Η ισχύς της τελευταίας είναι

$$\begin{aligned} E\{\tilde{J}^2(\theta)\} &= E\left\{\left(\frac{1}{M E_b} J(\theta)\right)^2\right\} \\ &= \frac{1}{(M E_b)^2} E\{J^2(\theta)\} \\ &= \frac{1}{(M E_b)^2} \frac{N_o}{2} M E_b \\ &= \frac{N_o}{2} \frac{1}{M E_b}. \end{aligned}$$

Σε αυτό το σημείο αναφέρουμε ότι ως SNR ορίζεται ο λόγος της εκπεμπόμενης ενέργειας ενός bit προς τη φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου  $SNR = E_b/N_o$ .<sup>1</sup>

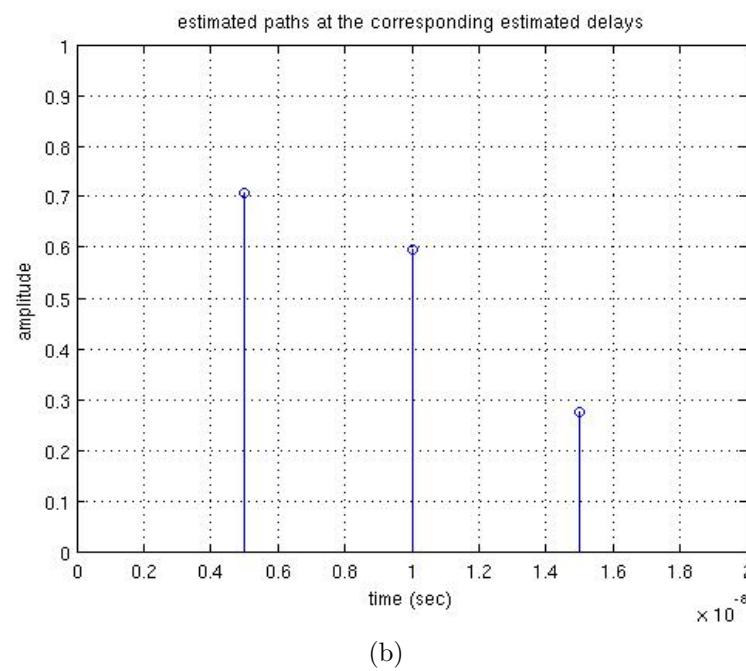
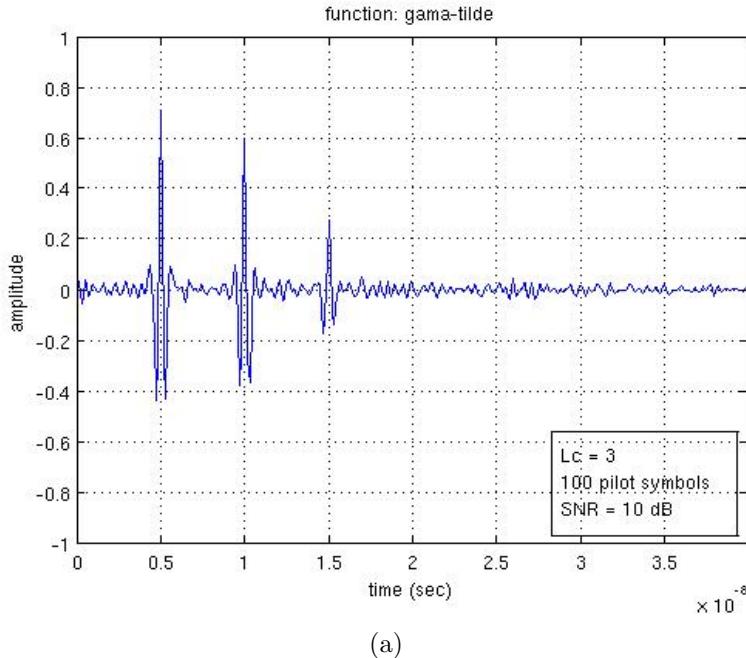


Σχήμα 3.1.10: Συνάρτηση  $\tilde{\gamma}(\theta)$  και εκτίμηση των παραμέτρων καναλιού για  $SNR = 0$  dB.

---

<sup>1</sup>Στο Κεφάλαιο 3.3.1 αναφερόμαστε εκτενώς στο SNR.

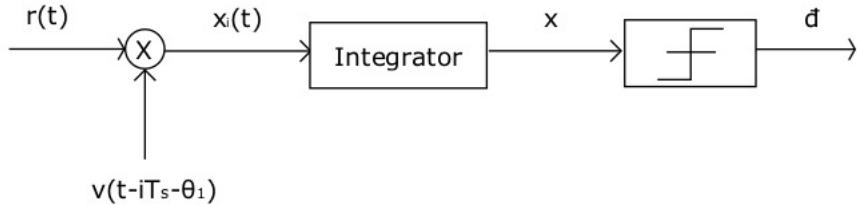
Στα Σχήματα 3.1.10 και 3.1.11, παρουσιάζονται τυπικές υλοποιήσεις της συνάρτησης  $\tilde{\gamma}(\theta)$  και της εκτίμησης Μεγίστης Πιθανοφάνειας, για  $SNR = 0 \text{ dB}$  και  $10 \text{ dB}$  αντίστοιχα. Για την εκτίμηση χρησιμοποιούνται  $M = 100$  σύμβολα εκπαίδευσης και θέτουμε ως παραμέτρους του καναλιού  $\gamma_1 = 0.73$ ,  $\gamma_2 = 0.67$ ,  $\gamma_3 = 0.35$  και  $\tau_l = 5l D_g$  ( $l = 1, 2, 3$ ), με  $D_g = 1 \text{ ns}$  την χρονική διάρκεια που είναι μη μηδενικός ένας παλμός.



Σχήμα 3.1.11: Συνάρτηση  $\tilde{\gamma}(\theta)$  και εκτίμηση των παραμέτρων καναλιού για  $SNR = 10 \text{ dB}$ .

### 3.1.5 Δέκτης με αποδιαμορφωτή συσχέτισης

Ο βέλτιστος δέκτης υποθέτοντας στο σύστημα λευκό Γκαουσιανό θόρυβο είναι ένα προσαρμοσμένο φίλτρο (matched filter) ή ισοδύναμα ένας συσχετιστής (correlator) που ακολουθείται από έναν ολοκληρωτή (integrator) όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.1.12.



Σχήμα 3.1.12: Διάγραμμα δέκτη αποδιαμορφωτή συσχέτισης.

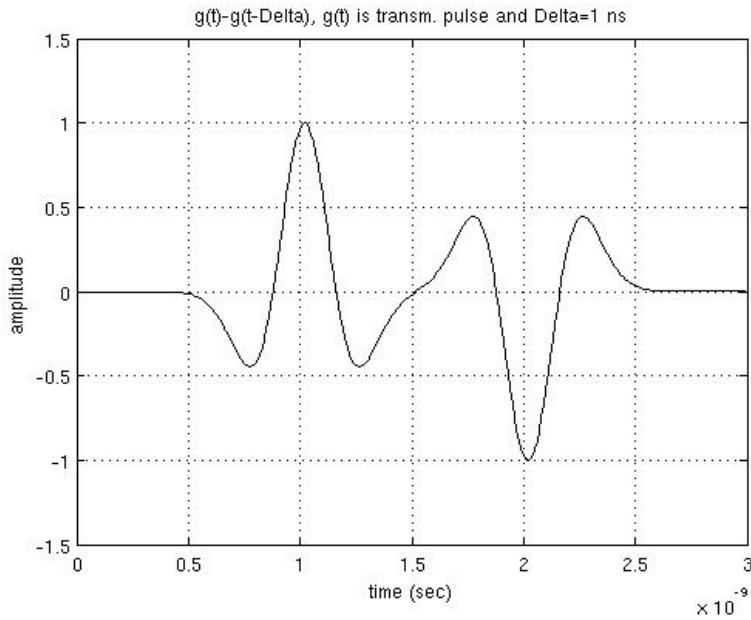
Στην περίπτωση της διαμόρφωσης κατά θέση το λαμβανόμενο σήμα συσχετίζεται με το πρότυπο (template)  $v(t)$  που περιλαμβάνει τις αναμενόμενες ακολουθίες παλμών για το σύμβολο 0 και το σύμβολο 1, με διαφορετικό πρόσημο για την κάθε ακολουθία. Θεωρείται ότι το λαμβανόμενο σήμα υποδιαιρείται σε κυματομορφές περιόδου ενός συμβόλου και πάνω σε αυτές τις υποακολουθίες υλοποιείται η επεξεργασία που περιγράφεται. Για την κάθε κυματομορφή χρονικής διάρκειας συμβόλου γίνεται συσχέτιση με το ίδιας χρονικής διάρκειας πρότυπο. Το τελευταίο περιλαμβάνει  $N_f$  ζευγάρια παλμών, συγχρονισμένα ως προς τον κώδικα του χρήστη, που κάθε παλμός του ζευγαριού απέχει από τον άλλον κατά την παράμετρο της διαμόρφωσης κατά θέση  $\Delta$  και έχουν διαφορετικό πρόσημο. Μια τυπική διάταξη ενός τέτοιου ζευγαριού  $g(t) - g(t - \Delta)$  φαίνεται στο Σχήμα 3.1.13. Προφανώς, το πρότυπο εξαρτάται από τη μορφή του λαμβανόμενου παλμού  $g(t)$ , τον κώδικα χρήστη  $\{c\}$  και την παράμετρο  $\Delta$ .

Αρχικά θεωρούμε ότι το κανάλι απλά εισάγει καθυστέρηση  $\tau_1$ . Πολλαπλασιάζοντας το ληφθέν σήμα  $r(t)$  με το κατάλληλα καθυστερημένο πρότυπο  $v(t - iT_s - \theta_1)$ , λαμβάνουμε

$$x_i(t) = r(t) v(t - iT_s - \theta_1) = [\hat{s}(t) + n(t)] v(t - iT_s - \theta_1) \quad (3.12)$$

όπου  $\hat{s}(t) = \sum_{i=0}^{N_s-1} b(t - iT_s - d(i)\Delta - \tau_1)$  το χρήσιμο σήμα στον δέκτη,  $n(t)$  λευκός Γκαουσιανός θόρυβος,  $v(t) = b(t) - b(t - \Delta)$  το πρότυπο χρονικής διάρκειας συμβόλου,  $b(t) = \sum_{j=0}^{N_f-1} g(t - jT_f - c_j T_c)$  η απεικόνιση ενός συμβόλου πληροφορίας της ληφθείσας κυματομορφής,  $g(t)$  ο παλμός που φτάνει στον δέκτη και δίνεται από τη σχέση (3.4),  $\theta_1$  είναι η γνωστή ή σωστά εκτιμημένη καθυστέρηση του καναλιού στον δέκτη και συνεπώς θεωρείται  $\theta_1 = \tau_1$ .

Η ολοκλήρωση του  $x_i(t)$  πάνω στην χρονική διάρκεια του  $i^{\text{οστού}}$  συμβόλου, δίνεται από την σχέση



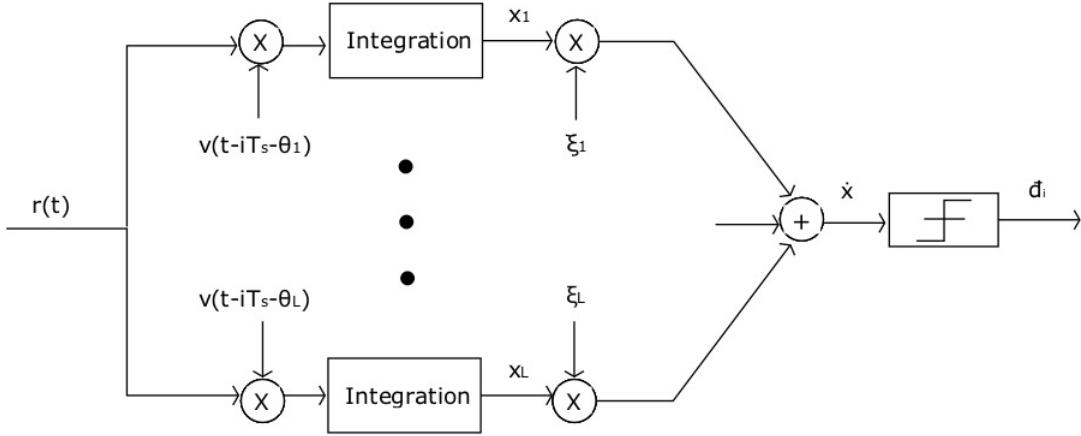
Σχήμα 3.1.13: Ζευγάρι παλμών που γίνεται χρήση σε κάθε frame στο πρότυπο δέκτη.

$$\begin{aligned}
 x_i &= \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} r(t) v(t - iT_s - \tau_1) dt \\
 &= \sum_{i=0}^{N_s-1} \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} [b(t - iT_s - d(i)\Delta - \tau_1) + n(t)] [b(t - iT_s - \tau_1) - b(t - iT_s - \tau_1 - \Delta)] dt.
 \end{aligned}$$

Ο φωρατής που ακολουθεί αποφασίζει ότι το ληφθέν σύμβολο είναι το 0 στην περίπτωση που είναι θετικό το  $x_i$ , ενώ στην περίπτωση που είναι αρνητικό αποφασίζει το σύμβολο 1. Τα εκτιμημένα σύμβολα πληροφορίας αναπαριστώνται από την ακολουθία  $\{\bar{d}\}$ , σύμφωνα με το Σχήμα 3.1.12.

### 3.1.6 Rake

Το παραπάνω σύστημα είναι ένας δέκτης Rake με ένα κλάδο (finger). Στη γενική περίπτωση, τα σήματα υπερευρείας ζώνης αντιμετωπίζουν περιβάλλοντα με πολλαπλά μονοπάτια που γίνονται εκμεταλλεύσιμα κάνοντας χρήση δέκτη Rake με περισσότερους από έναν κλάδους. Με αυτόν τον τρόπο, γίνεται πιο αποδοτικό το σύστημα καθώς εκμεταλλεύεται περισσότερα από ένα καθυστερημένα αντίγραφα του σήματος πληροφορίας και συνδυάζεται η ενέργειά τους. Η δομή του Rake χρησιμοποιεί έναν συσχετιστή και έναν ολοκληρωτή στον κάθε κλάδο πολλαπλασιάζοντας την έξοδο του τελευταίου με τις γνωστές τιμές των παραμέτρων του καναλιού ή τις εκτιμήσεις τους, εφαρμόζοντας τη τεχνική συνδυασμού μέγιστης αναλογίας (Maximal Ratio Combination - MRC). Στο Σχήμα 3.1.14, παρουσιάζεται ο εν λόγω δέκτης.



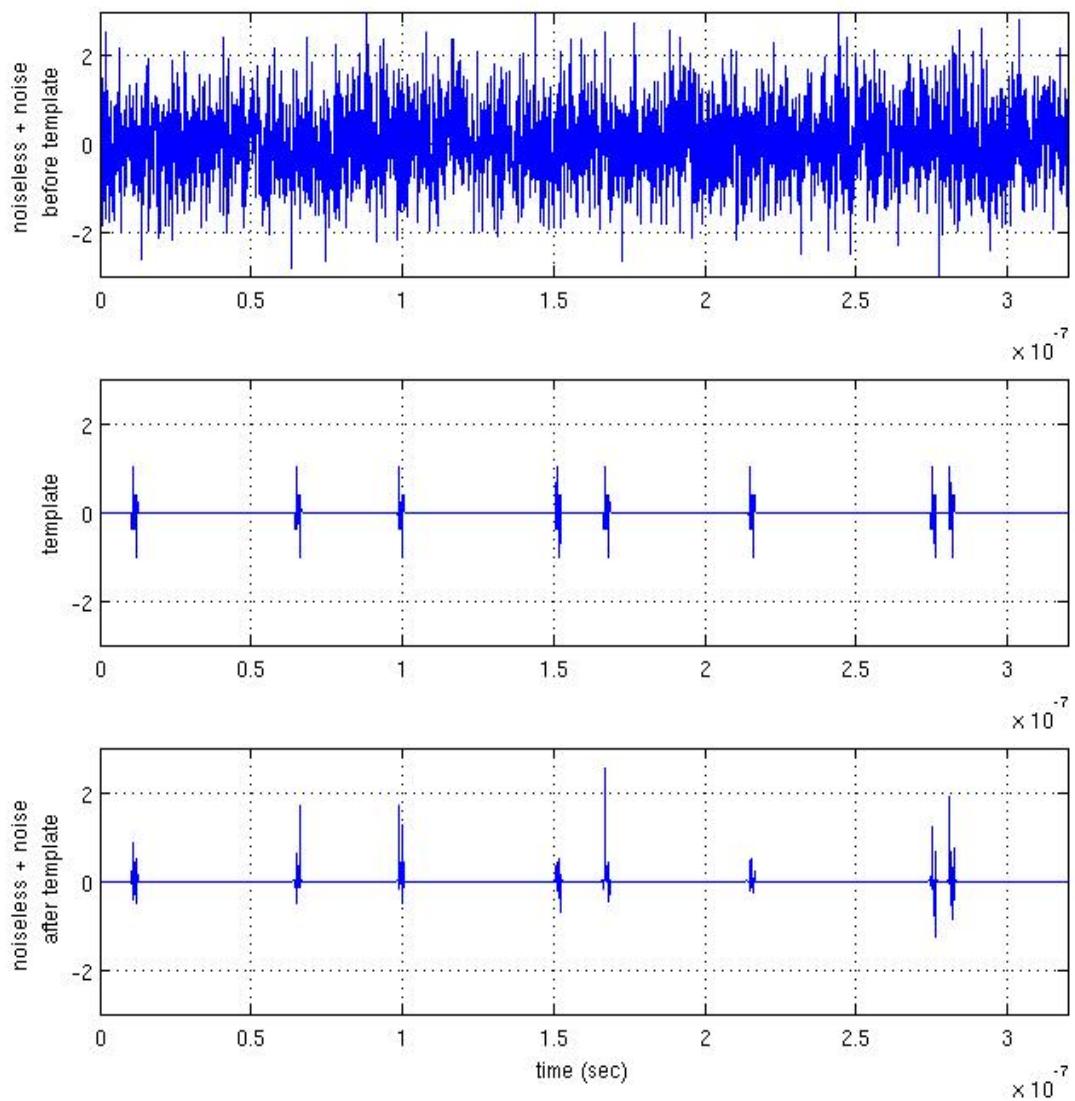
Σχήμα 3.1.14: Δέκτης Rake.

Η ποσότητα που προκύπτει μετά την επεξεργασία του δέκτη Rake - L κλάδων και πριν τον φωρατή δίνεται από τη σχέση

$$\dot{x}_i = \sum_{l=1}^L \xi_l \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} r(t) v(t - iT_s - \theta_l) dt. \quad (3.13)$$

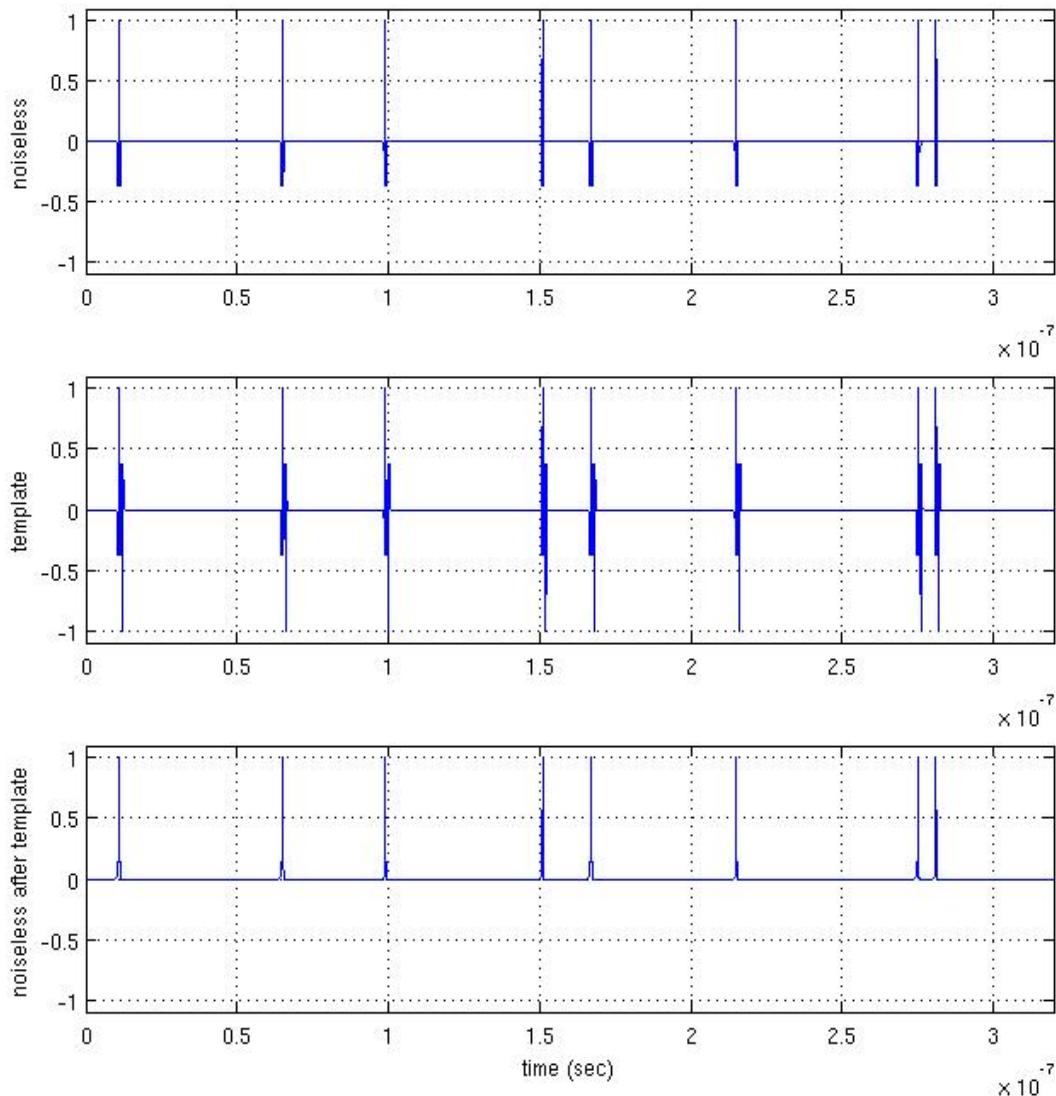
Ο φωρατής που ακολουθεί αποφασίζει το σύμβολο 0 στην περίπτωση που είναι θετικό το  $\dot{x}_i$ , ενώ στην περίπτωση που είναι αρνητικό αποφασίζει το σύμβολο 1. Τα εκτιμημένα σύμβολα πληροφορίας αναπαριστώνται από την ακολουθία  $\{\bar{d}\}$ .

Σημειώνεται, ότι τα γραφήματα που παρατίθενται παρακάτω θεωρούν κανάλι AWGN. Στο Σχήμα 3.1.15, παρουσιάζεται η ληφθείσα κυματομορφή πριν και μετά τον πολλαπλασιασμό της με το πρότυπο στον δέκτη. Το σήμα που παρουσιάζεται απεικονίζει το σύμβολο 0 που έχει περάσει από κανάλι το οποίο εισάγει απλά μια καθυστέρηση  $\tau_1$  και προσθέτει λευκό Γκαουσιανό θόρυβο, με  $SNR = 10 dB$ . Τονίζεται ότι θεωρείται δεδομένη η καθυστέρηση του καναλιού ( $\theta_1 = \tau_1$ ) και ο κώδικας χρήστη που χρησιμοποιεί ο πομπός για την απεικόνιση ενός συμβόλου και επομένως οι τιμές τους χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του κατάλληλου προτύπου. Στη συνέχεια, ο δέκτης ολοκληρώνει πάνω στο αποτέλεσμα που προκύπτει στην έξοδο του γινομένου και αποφασίζει 0 αν το αποτέλεσμα ολοκλήρωσης είναι θετικό (όπως στην προκειμένη περίπτωση) και 1 αν είναι αρνητικό, σύμφωνα με το Σχήμα 3.1.14.

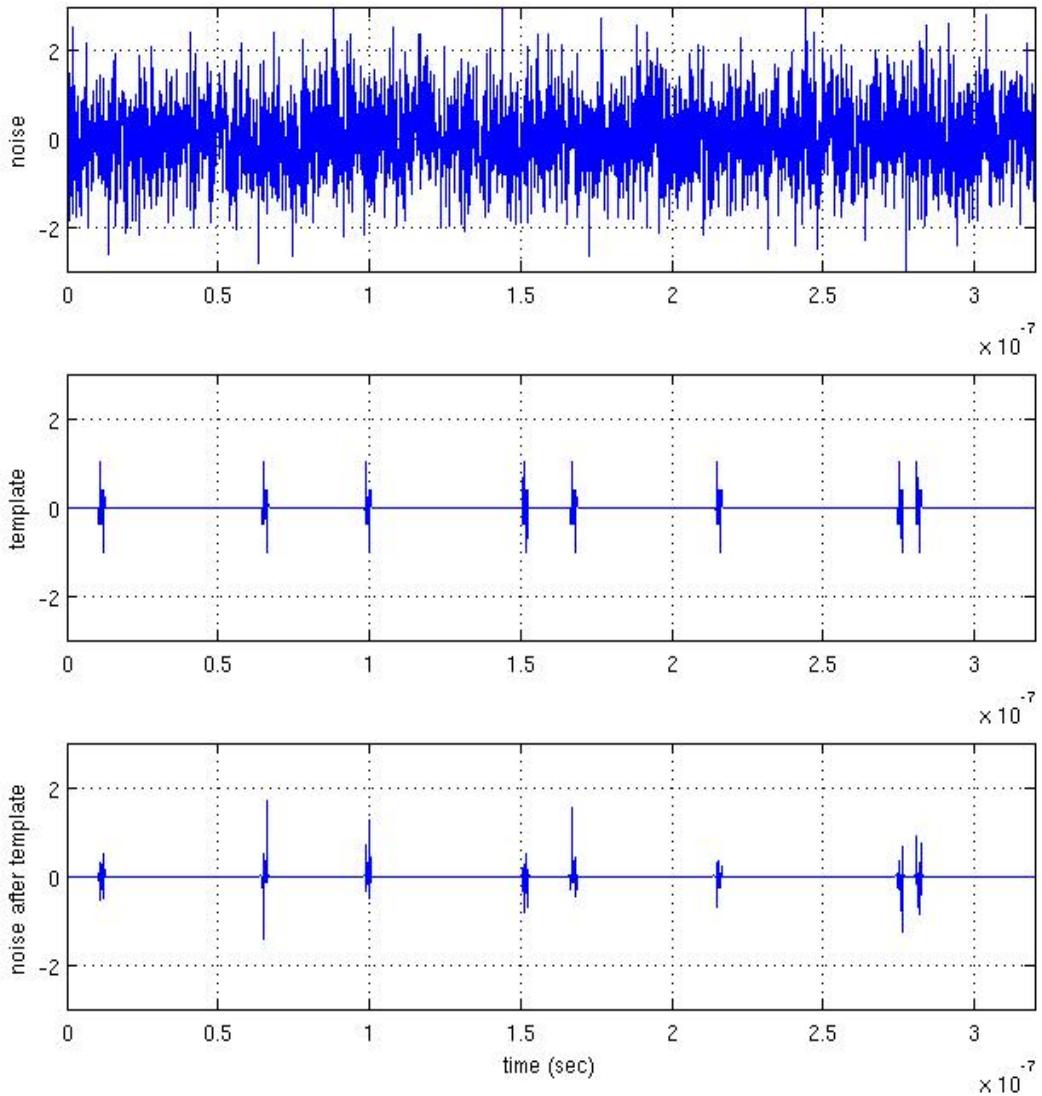


Σχήμα 3.1.15: Χρήσιμο σήμα συν θόρυβος πριν και μετά το πρότυπο, για  $SNR = 10$  dB.

Για να γίνει πιο ευδιάκριτη η λειτουργία παρακάτω ξεχωρίζεται το χρήσιμο σήμα από το θόρυβο στα Σχήματα 3.1.16 και 3.1.17 αντίστοιχα.



Σχήμα 3.1.16: Χρήσιμο σήμα πριν και μετά το πρότυπο.



Σχήμα 3.1.17: Θόρυβος πριν και μετά το πρότυπο.

Όπως παρατηρείται στο Σχήμα 3.1.17, η κυματομορφή στην οποία βασίζεται η απόφαση για το σύμβολο είναι σαφώς επηρεασμένη από την ύπαρξη θορύβου, όμως η αξιοπιστία του συστήματος για θόρυβο ισχύος που παρουσιάζεται στα παραπάνω σχήματα οδηγεί σε πιθανότητα σφάλματος της τάξης του  $10^{-2}$  με τη χρήση ενός κλάδου του Rake και της τάξης του  $10^{-3}$  με τη χρήση τριών, σε κανάλι με 3 μονοπάτια.

## 3.2 Μοντέλο πολλαπλής πρόσβασης

Σε αυτή την ενότητα εισάγονται επιπλέον ( $N_u - 1$ ) χρήστες στο σύστημα που μεταδίδουν σήματα υπερευρείας ζώνης με τεχνική διάχυσης φάσματος με μεταπήδηση χρόνου. Αρχικά θεωρείται η ύπαρξη  $N_u = 10$  και στη συνέχεια  $N_u = 20$  χρηστών συνολικά και σκοπός είναι να μελετηθεί η

συμπεριφορά του συστήματος σε περιπτώσεις πολλαπλής εισαγωγής.

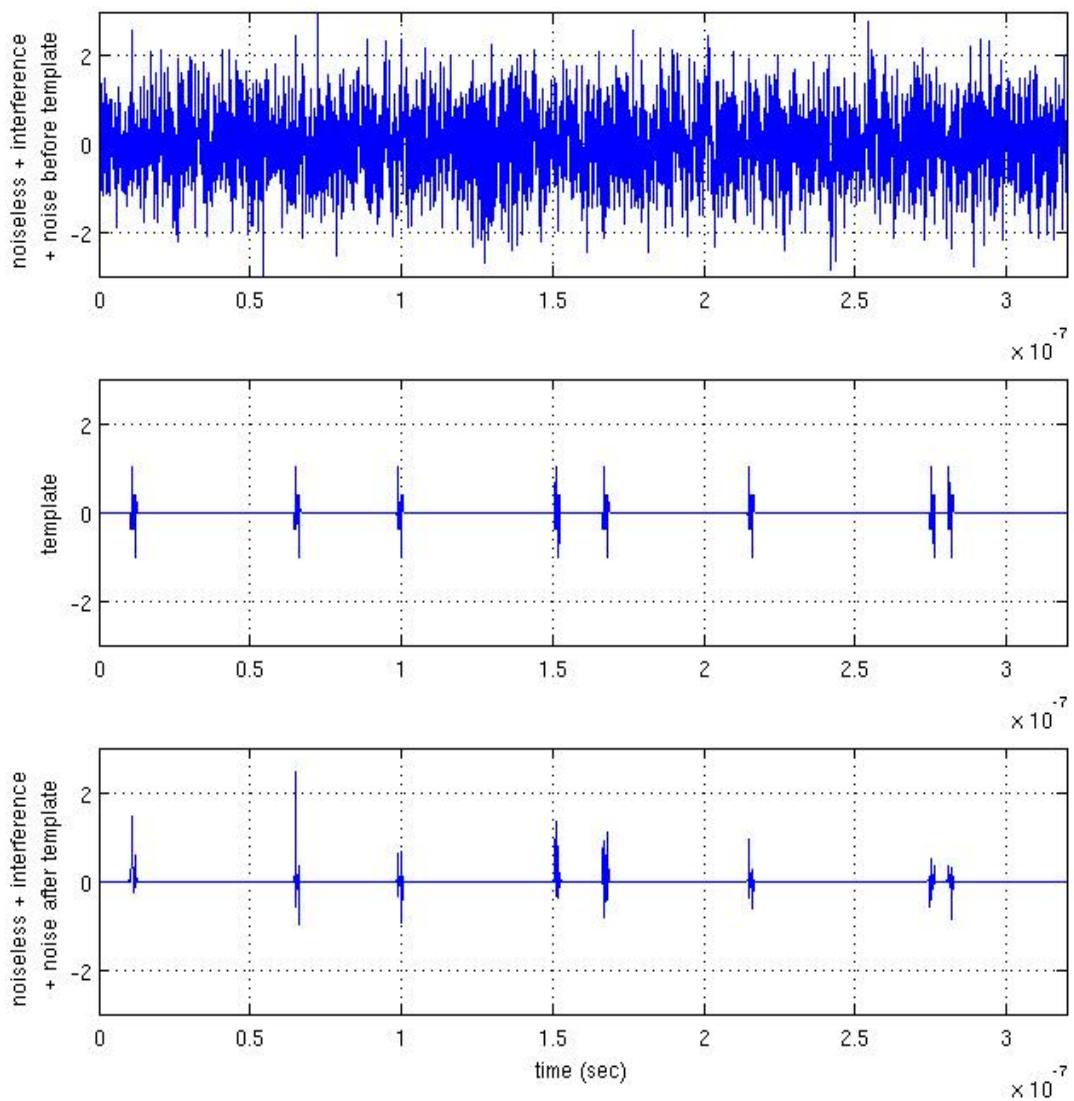
Τα χαρακτηριστικά μετάδοσης των «ανεπιθύμητων» χρηστών θεωρούνται ακριβώς τα ίδια με αυτά του επιθυμητού και επομένως το σήμα πληροφορίας για καθέναν από αυτούς δίνεται από τον τύπο

$$s_u(t) = \sum_{i=0}^{N_s-1} \sum_{j=0}^{N_f-1} p(t - iT_s - jT_f - c_{u,j}T_c - d_u(i)\Delta) \quad (3.14)$$

με  $u \in \{0, 1, \dots, N_u - 1\}$  και τις τιμές των παραμέτρων  $N_s, N_f, T_f, N_c, T_c, \Delta$  να είναι κοινές για όλους. Ο κώδικας  $\{c_u\}$  και τα σύμβολα πληροφορίας  $\{d_u\}$  του κάθε χρήστη (ανεπιθύμητου ή μη) επιλέγονται τυχαία σε κάθε επανάληψη και αποτελούν τυχαίες και ανεξάρτητες ακολουθίες σε σχέση με αυτές των υπολοίπων.

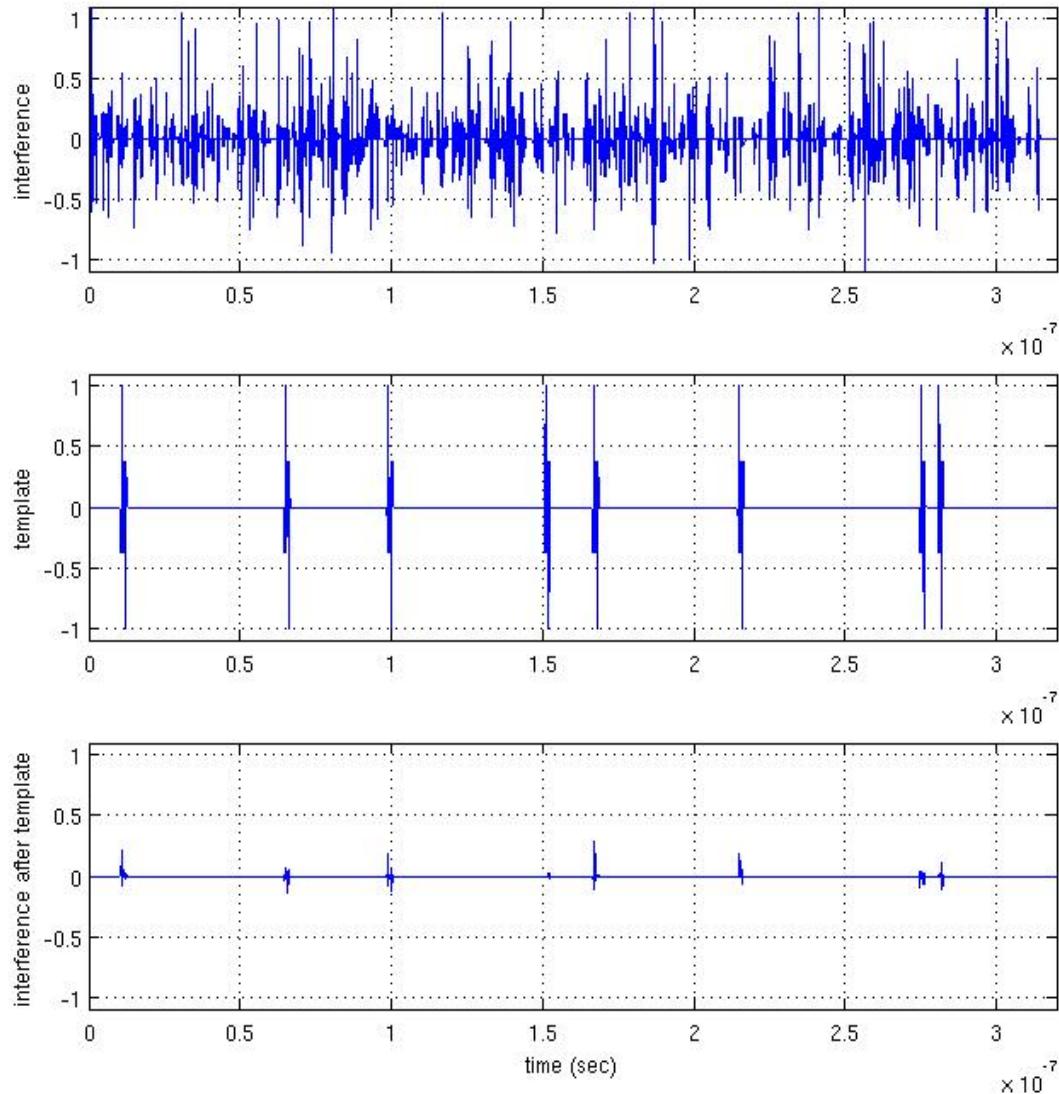
Όσον αφορά τα κανάλια που αντιμετωπίζουν οι χρήστες, για τον επιθυμητό έχουμε στατικό κανάλι με σταθερές χρονικές καθυστερήσεις, ενώ τα κανάλια των ανεπιθύμητων χρηστών ακολουθούν Rayleigh κατανομή με κέρδη που καθένα ακολουθεί κατανομή  $CN(0, \sigma_l^2)$  με  $\sum_{l=1}^{L_c} \sigma_l^2 = 1$  και διαφέρουν από χρήστη σε χρήστη. Τέλος, η εισαγωγή των χρηστών στο σύστημα, δηλαδή η χρονική στιγμή που αρχίζουν να μεταδίδουν, ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή ορισμένη στο χρονικό διάστημα  $(0, T_f)$ , για να μη θεωρηθεί συγχρονισμένη μετάδοση.

Το Σχήμα 3.2.1 παρουσιάζει τη συνολική ληφθείσα κυματομορφή του συμβόλου 0 στον δέκτη, θεωρώντας 10 χρήστες συνολικά, ένας εκ των οποίων είναι ο επιθυμητός χρήστης του συστήματος. Το κανάλι του επιθυμητού χρήστη προσθέτει λευκό Γκαουσιανό θόρυβο για  $SNR = 10 dB$  και εισάγει μια καθυστέρηση η οποία θεωρείται γνωστή για την κατασκευή του προτύπου στον δέκτη. Όσον αφορά τους υπόλοιπους χρήστες, το σήμα που εκπέμπει ο καθένας περνάει από ανεξάρτητο κανάλι από τους υπόλοιπους με  $L_u = 5$  μονοπάτια, καθένα από τα οποία ακολουθεί κατανομή  $CN(0, 1/L_u)$ . Το ληφθέν σήμα παρουσιάζεται πριν και μετά τον πολλαπλασιασμό του με το πρότυπο στον δέκτη.



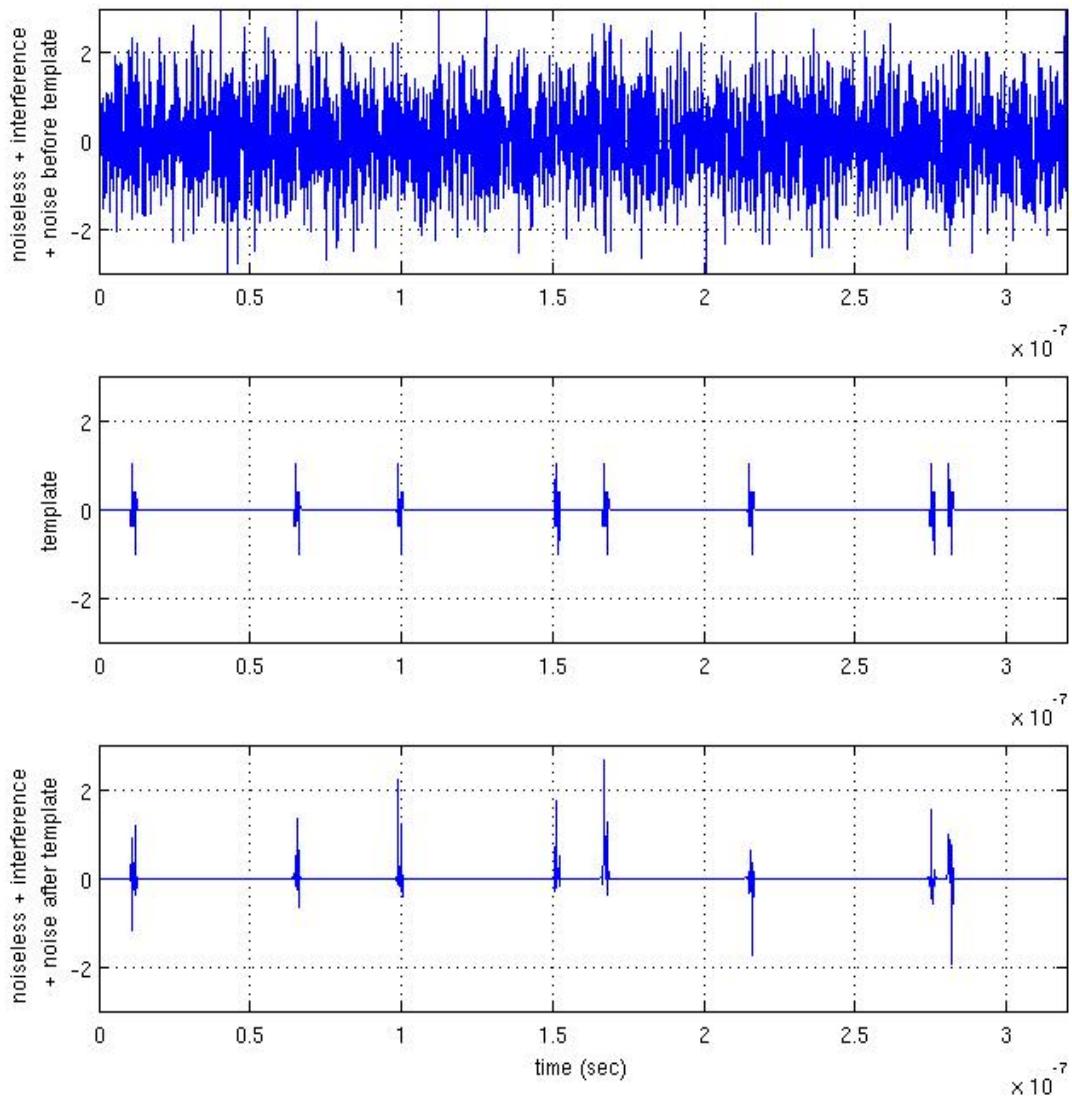
Σχήμα 3.2.1: Χρήσιμο σήμα συν σήμα παρεμβολής 10 χρηστών συν θόρυβος για  $SNR = 10 dB$ .

Για να δούμε την παρεμβολή που εισάγουν οι χρήστες και την συμπεριφορά του συστήματος σε αυτή, παρακάτω παρατίθεται η χυματομορφή που προκύπτει από το άθροισμα των σημάτων των «ανεπιθύμητων» χρηστών πριν και μετά το πρότυπο.



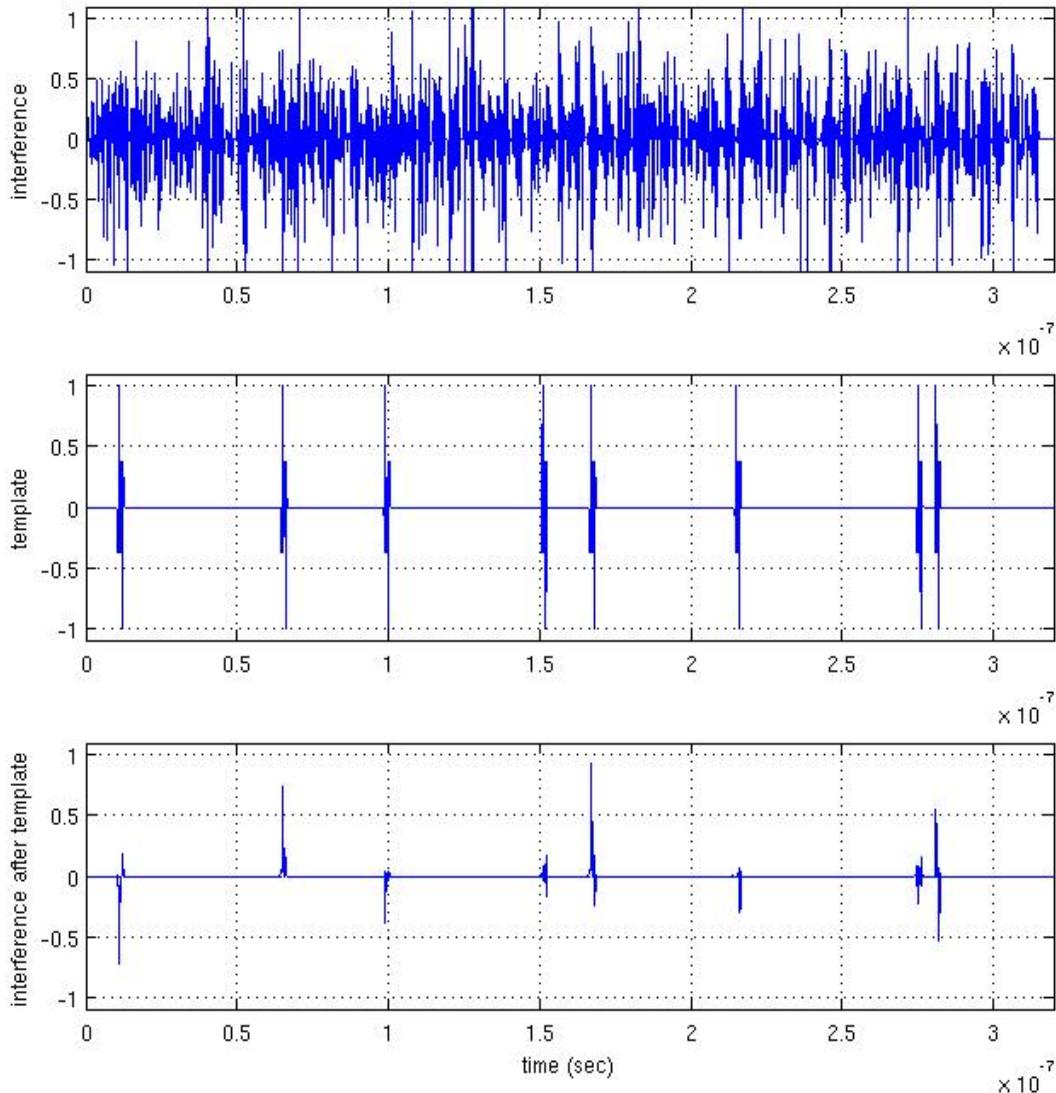
Σχήμα 3.2.2: Χρήσιμο σήμα συν σήμα παρεμβολής 10 χρηστών.

Επαναλαμβάνονται τα παραπάνω γραφήματα με τις ίδιες υποθέσεις για 20 χρήστες συνολικά.



Σχήμα 3.2.3: Χρήσιμο σήμα συν σήμα παρεμβολής 20 χρηστών συν θόρυβος για  $SNR = 10 dB$ .

Η κυματομορφή που προκύπτει από το άθροισμα των σημάτων των «ανεπιθύμητων» χρηστών πριν και μετά το πρότυπο.



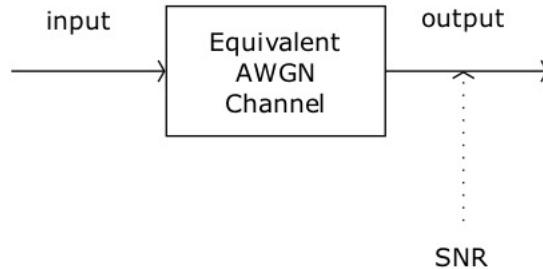
Σχήμα 3.2.4: Χρήσιμο σήμα συν σήμα παρεμβολής 20 χρηστών.

### 3.3 Θεωρητική ανάλυση συστήματος

#### 3.3.1 Σύστημα με ένα χρήστη

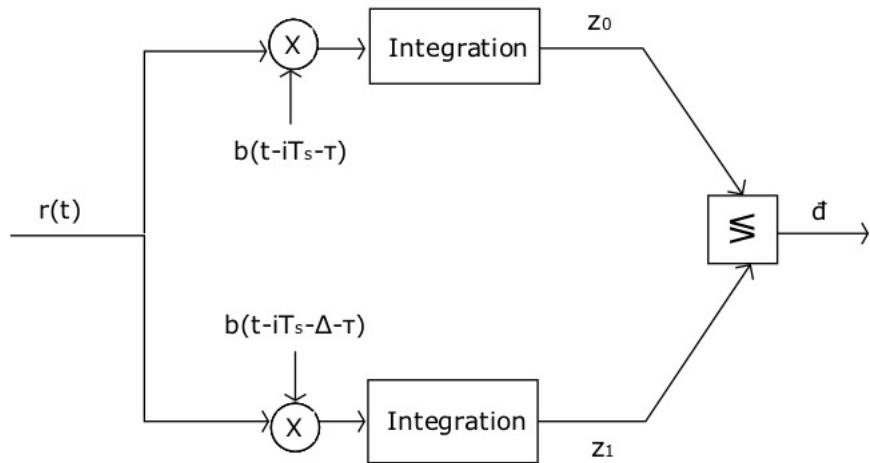
Για την προσομοίωση του συστήματος το  $SNR$  ορίζεται ως ο λόγος της εκπεμπόμενης ενέργειας ενός bit προς τη φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου  $SNR = E_b/N_o$ , όπως προαναφέρθηκε. Για τον έλεγχο της ορθότητας των αποτελεσμάτων, στην παρούσα ενότητα υπολογίζεται η

Θεωρητικά αναμενόμενη τιμή της ενέργειας του χρήσιμου σήματος και της φασματικής πυκνότητας του θορύβου μετά τον δέκτη. Βρίσκοντας αυτές τις ποσότητες, μπορεί να γίνει αντικατάσταση ολόκληρης της διαδικασίας από ένα κανάλι λευκού προσθετικού Γκαουσιανού θορύβου που το  $SNR$  του ορίζεται στην έξοδό του ως  $SNR = \tilde{E}_b/\tilde{N}_o$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.3.1.



Σχήμα 3.3.1: Ισοδύναμο κανάλι λευκού προσθετικού Γκαουσιανού θορύβου.

Αρχικά θεωρούμε τη μετάδοση του χρήσιμου σήματος σε κανάλι προσθετικού λευκού Γκαουσιανού θορύβου, που εισάγει μια καθυστέρηση στο σήμα πληροφορίας. Με αυτόν τον τρόπο, η ενέργεια του χρήσιμου σήματος που λαμβάνουμε στο δέκτη ισούται με την ενέργεια του σήματος αποστολής.



Σχήμα 3.3.2: Δέκτης με αποδιαμορφωτή συσχέτισης.

Επιπλέον, θεωρούμε για τον δέκτη με αποδιαμορφωτή συσχέτισης του Σχήματος 3.1.12 ότι αντικαθίσταται από το ισοδύναμο Σχήμα 3.3.2. Στη συνέχεια, αναλύουμε την επεξεργασία που κάνει ο δέκτης, σύμφωνα με το δεύτερο Σχήμα, στο χρήσιμο σήμα και στον θόρυβο ξεχωριστά. Για

το χρήσιμο σήμα δεχόμαστε την αποστολή ενός bit και θέλουμε να υπολογίσουμε την ισχύ στην έξοδο του δέκτη. Κατόπιν, θεωρούμε την ύπαρξη μόνο θορύβου και θέλουμε να υπολογίσουμε την ισχύ του στο ίδιο σημείο. Σκοπός είναι να καταλήξουμε στον λόγο της ισχύος της συνιστώσας του χρήσιμου σήματος προς την ισχύ της συνιστώσας του θορύβου, που προκύπτει στην έξοδο του δέκτη και στη συνέχεια να υπολογίσουμε τη θεωρητική πιθανότητα σφάλματος του συστήματος.

## Χρήσιμο σήμα

Όπως αναφέρθηκε, θεωρούμε ως σήμα αποστολής ένα bit και το κανάλι από το οποίο περνάει το σήμα εισάγει απλά μια καθυστέρηση  $\tau_1$ , εκτός του προσθετικού λευκού Γκαουσιανού θορύβου. Επιπλέον θεωρούμε γνωστές τις παραμέτρους του καναλιού ( $\tau = \tau_1$ ), για την κατασκευή των κατάλληλων προτύπων. Έστω, λοιπόν, ότι στέλνουμε το bit 0. Το λαμβανόμενο άθροισμα σήματος και θορύβου στο δέκτη, δίνεται ως  $r(t) = b(t - \tau_1) + n(t)$ . Ο πολλαπλασιαμός του  $r(t)$  με το φίλτρο και η ολοκλήρωση του γινομένου τους, ισοδυναμεί με συνέλιξη και λήψη δείγματος μια κατάλληλη χρονική στιγμή. Η συνέλιξη, ως γνωστόν, αποτελεί γραμμική επεξεργασία και επομένως μπορούμε να πάρουμε τις συνιστώσες του χρήσιμου σήματος και του θορύβου μετά το φίλτρο, ξεχωριστά. Θέτουμε  $z_i = b_i + n_i$  με  $i \in \{0, 1\}$  και όπου  $b_i, n_i$  η συνιστώσα του χρήσιμου σήματος και του θορύβου, αντίστοιχα.

Για την συνιστώσα του χρήσιμου σήματος, στην έξοδο του πρώτου κλάδου θα πάρουμε την ποσότητα  $b_0 = \int_0^{T_s} b^2(t - \tau_1) dt$  και στην έξοδο του δεύτερου  $b_1 = \int_0^{T_s} b(t - \tau_1)b(t - \Delta - \tau_1) dt$ . Προφανώς,  $b_0 = E_b$  ενώ  $b_1 = 0$ . Στην περίπτωση αποστολής του bit 1, με τις ίδιες υποθέσεις, οι ποσότητες που λαμβάνουμε είναι  $b_0 = 0, b_1 = E_b$ .

Τέλος, αναφέρουμε ότι κάθε bit αποστολής λαμβάνει τιμή από το πεδίο τιμών  $\{0, 1\}$  με την ίδια πιθανότητα. Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας, δεδομένου του συμβόλου που μεταδόθηκε. Συνεπώς, η ισχύς της συνιστώσας του χρήσιμου σήματος στο σημείο απόφασης συμβόλου, ισούται με  $\tilde{E}_b = E\{b^2\} = \sum_{i=0}^1 E\{b^2 | b_i\} P(b_i) = 0.5 \cdot E_b^2 + 0.5 \cdot E_b^2 = E_b^2$ .

## Θόρυβος

Σε αυτό το σημείο θα λάβουμε υπόψιν μόνο τον θόρυβο, για να υπολογίσουμε τη συνιστώσα του στην έξοδο του κάθε φίλτρου. Ο θόρυβος είναι λευκός Γκαουσιανός με μέση τιμή  $\bar{n}$  με 0, συνάρτηση αυτοσυσχέτισης  $R_n(\tau) = \delta(\tau) N_o$  και φασματική πυκνότητα ισχύος  $S_n(f) = N_o$ . Αρχικά, ο θόρυβος θα πολλαπλασιαστεί με τα αντίστοιχα πρότυπα, με παραμέτρους  $i = 0$  και  $\tau = \tau_1$ , αφού έχουμε υποθέσει ότι το σήμα αποτελείται μόνο από ένα bit και το κανάλι είναι γνωστό στο δέκτη. Στη συνέχεια, θα πάρουμε το αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης αυτού του γινομένου, λαμβάνοντας τη συνιστώσα του θορύβου στην έξοδο του πρώτου κλάδου ως

$$n_0 = \int_0^{T_s} n(t)b(t - \tau_1) dt.$$

Η μέση τιμή της εξόδου του 1<sup>ου</sup> κλάδου είναι

$$E\{n_0\} = E \left\{ \int_0^{T_s} n(t)b(t - \tau_1)dt \right\} = \int_0^{T_s} E\{n(t)\}b(t - \tau_1)dt = 0$$

και η ισχύς της

$$\begin{aligned} E\{n_0^2\} &= E \left\{ \left( \int_0^{T_s} n(t)b(t - \tau_1)dt \right)^2 \right\} \\ &= E \left\{ \iint_0^{T_s} n(t)b(t - \tau_1) n(\tilde{t})b(\tilde{t} - \tau_1)dt d\tilde{t} \right\} \\ &= \iint_0^{T_s} E\{n(t)n(\tilde{t})\} b(t - \tau_1)b(\tilde{t} - \tau_1)dt d\tilde{t} \end{aligned}$$

όπου  $E\{n(t)n(\tilde{t})\} = R_n(t - \tilde{t}) = \delta(t - \tilde{t})N_o$ . Είναι προφανές από την τελευταία ισότητα ότι για  $t \neq \tilde{t}$ ,  $E\{n(t)n(\tilde{t})\} = 0$ . Επομένως, επιβιώνει μόνο ο όρος για  $t = \tilde{t}$  και ισοδύναμα λαμβάνουμε

$$\begin{aligned} E\{n_0^2\} &= \int_0^{T_s} E\{n^2(t)\} b^2(t - \tau_1)dt \\ &= N_o \int_0^{T_s} b^2(t - \tau_1) dt \\ &= N_o E_b. \end{aligned}$$

Αντίστοιχες πράξεις εφαρμόζονται και για τον δεύτερο κλάδο του δέκτη του Σχήματος 3.3.2 και τελικά η πόσοτητα που παίρνουμε στην έξοδο του, δίνεται ως

$$n_1 = \int_0^{T_s} n(t)b(t - \Delta - \tau_1)dt$$

με μέση τιμή  $E\{n_1\} = 0$  και ισχύ  $E\{n_1^2\} = N_o E_b$ .

Τελικά, ο λόγος της ισχύος του χρήσιμου σήματος προς την ισχύ του θορύβου στην έξοδο του συστήματός μας, δίνεται ως  $SNR = \tilde{E}_b/\tilde{N}_o = E_b^2/(N_o E_b) = E_b/N_o$ .

Σε αυτό το σημείο, υπενθυμίζεται ότι οι παραπάνω υπολογισμοί έγιναν ψεωρώντας κανάλι που εισάγει απλά μια καθυστέρηση, εκτός του προσθετικού λευκού Γκαουσιανού θορύβου. Στη γενική περίπτωση κανολιού, για να ισχύουν οι παραπάνω σχέσεις, θα πρέπει οι ισχείς των κερδών

από τα μονοπάτια του καναλιού να είναι κανονικοποιημένες ώστε το άθροισμά τους να ισούται με 1. Συνεπώς, στην περίπτωση που έχουμε στατικό κανάλι με περισσότερα από ένα μονοπάτια, η ενέργεια του σήματος που λαμβάνεται στο δέκτη θα είναι ίση με την ενέργεια αποστολής. Ενώ στην περίπτωση που έχουμε κανάλι με διαλείψεις, η μέση ενέργεια του σήματος στον δέκτη θα είναι ίση με την ενέργεια αποστολής. Στην γενική περίπτωση, για να έχουμε τον ίδιο λόγο και στην έξοδο του δέκτη, θα πρέπει να λάβουμε υπόψιν την ενέργεια κάθε καθυστερημένου αντιγράφου του σήματος που λαμβάνεται και αυτό μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας δέκτη Rake με τόσους κλάδους, όσα είναι τα μονοπάτια του καναλιού.

Τέλος, γενικεύοντας σε κανάλια για τα οποία οι ισχείς των κερδών τους δεν είναι κανονικοποιημένες ώστε να το άθροισμά τους να ισούται με 1, το  $SNR$  ορίζεται ως  $SNR = \|\mathbf{h}\|^2 E_b/N_o$ , όπου  $\mathbf{h}$  είναι το διάνυσμα των κερδών του καναλιού. Στην τελευταία περίπτωση, αν τα κέρδη των μονοπατιών είναι και τυχαία, το  $SNR$  ορίζεται ως  $SNR = E\{\|\mathbf{h}\|^2\} E_b/N_o$ .

### Πιθανότητα σφάλματος

Σε αυτή την ενότητα θα εξάγουμε τη θεωρητική πιθανότητα σφάλματος του συστήματος. Υποθέτουμε κανάλι με εισαγωγή απλά μιας καθυστέρησης στο χρήσιμο σήμα και προσθετικό λευκό Γκαουσιανό θόρυβο με μέση τιμή ίση με 0, συνάρτηση αυτοσυσχέτισης  $R_n(\tau) = \delta(\tau) N_o/2$  και φασματική πυκνότητα ισχύος  $S_n(f) = N_o/2$ . Δεδομένου ότι στάλθηκε το bit 0, η πιθανότητα σφάλματος δίνεται ως εξής

$$P_e = P(e | b = b_0) = P(b_0 + n_0 < n_1) = P(n_1 - n_0 > b_0). \quad (3.15)$$

Σε αυτό το σημείο υπολογίζουμε τα στατιστικά της ποσότητας  $\hat{n} = n_1 - n_0$ . Για να υπολογίζουμε τη στατιστική περιγραφή του  $\hat{n}$ , ελέγχουμε αν τα  $n_0, n_1$  είναι στατιστικά ανεξάρτητα μεταξύ τους.

Οι συνιστώσες θορύβου  $n_0, n_1$  έχουν προκύψει από γραμμική επεξεργασία Γκαουσιανής διαδικασίας και επομένως αποτελούν Γκαουσιανές τυχαίες μεταβλητές. Σύμφωνα με πράξεις που έγιναν παραπάνω, αντίστοιχα λαμβάνουμε ότι  $n_0, n_1 \sim N(0, N_o E_b/2)$ . Για να ελέγχουμε αν είναι στατιστικά ανεξάρτητες θα πρέπει, με δεδομένο ότι αποτελούν Γκαουσιανές τυχαίες μεταβλητές, να είναι ασυσχέτιστες. Γι' αυτό παρακάτω υπολογίζουμε τις συμμεταβολές των συνιστωσών θορύβου που προκύπτουν στις εξόδους των συσχετιστών των δύο κλάδων.

$$\begin{aligned} E\{n_0 n_1\} &= E \left\{ \int_0^{T_s} n(t) b(t - \tau_1) dt \int_0^{T_s} n(\tau) b(t - \Delta - \tau_1) d\tau \right\} \\ &= \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} E\{n(t) n(\tau)\} b(t - \tau_1) b(t - \Delta - \tau_1) dt d\tau \end{aligned}$$

όπου  $E\{n(t) n(\tau)\} = R_n(t - \tau) = \delta(t - \tau) N_o/2 = 0$ , με  $t \neq \tau$ . Επομένως επιβιώνει ο όρος για  $t = \tau$  και ισοδύναμα λαμβάνουμε

$$\begin{aligned} E\{n_0 n_1\} &= \int_0^{T_s} E\{n^2(t)\} b(t - \tau_1) b(t - \Delta - \tau_1) dt \\ &= \frac{N_o}{2} \int_0^{T_s} b(t - \tau_1) b(t - \Delta - \tau_1) dt = 0. \end{aligned}$$

Συνεπώς, οι συνιστώσες του όροβου  $n_0, n_1$  είναι στατιστικά ανεξάρτητες.

Επανερχόμαστε στην εύρεση της στατιστικής περιγραφής του  $\dot{n}$ . Η μέση του τιμή δίνεται ως

$$E\{\dot{n}\} = E\{n_0 - n_1\} = E\{n_0\} - E\{n_1\} = 0.$$

Η ισχύς του δίνεται ως

$$E\{\dot{n}^2\} = E\{(n_0 - n_1)^2\} = E\{n_0^2\} - 2 E\{n_0 n_1\} + E\{n_1^2\} = E\{n_0^2\} + E\{n_1^2\}$$

αφού  $E\{n_0 n_1\} = 0$  με  $n_0, n_1$  στατιστικά ανεξάρτητα και τη μέση τιμή του καθένα να ισούται με 0. Τελικά

$$E\{\dot{n}^2\} = \frac{N_o E_b}{2} + \frac{N_o E_b}{2} = N_o E_b.$$

Από τη σχέση (3.15), αντικαθιστώντας λαμβάνουμε

$$P_e = P(n_1 - n_0 > b_0) = P(\dot{n} > E_b) = P\left(\frac{\dot{n}}{\sqrt{N_o E_b}} > \frac{E_b}{\sqrt{N_o E_b}}\right) = P\left(\frac{\dot{n}}{\sqrt{N_o E_b}} > \sqrt{\frac{E_b}{N_o}}\right).$$

Ισχύει ότι  $\dot{n} \sim N(0, N_o E_b)$ . Έτσι, τελικά, η πιθανότητα σφάλματος του συστήματος δίνεται ως

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_o}}\right). \quad (3.16)$$

Στις προσομοιώσεις που υλοποιούνται όμως επιπλέον κανάλι με κατανομή Rayleigh και για την εύρεση της τάξης διαφοροποίησης συγχρίνουμε τα αποτελέσματα που προκύπτουν με τις συναρτήσεις  $1/SNR$ ,  $1/SNR^2$  και  $1/SNR^3$  για τάξη διαφοροποίησης 1, 2 και 3 αντίστοιχα.

### 3.3.2 Σύστημα πολλαπλής πρόσβασης

Σε αυτή την περίπτωση, ακολουθούμε την ανάλυση που γίνεται στο [4]. Ο επιλυμητός χρήστης μεταδίδει το σήμα πληροφορίας με  $N$ -αδική διαμόρφωση κατά ύση και οι υπόλοιποι  $N_u - 1$  χρήστες μεταδίδουν σήματα με τα ίδια χαρακτηριστικά, όπως έχει αναλυθεί στο Κεφάλαιο 3.2. Επιπλέον,

θεωρούμε κανάλι λευκού προσθετικού Γκαουσιανού θορύβου για κάθε χρήστη που εισάγει μια καθυστέρηση ανεξάρτητη από τις καθυστερήσεις των υπολοίπων χρηστών και ομοιόμορφα κατανεμημένη στο διάστημα  $[0, T_f]$ . Με αυτά τα δεδομένα, ένα άνω φράγμα για την πιθανότητα σφάλματος δίνεται από το φράγμα ένωσης σύμφωνα με τον τύπο

$$P_e^{(N_u)} \leq \frac{N}{2} Q(\sqrt{\log_2(N) SNR_{N_u}}) = Q(\sqrt{SNR_{N_u}}), \quad \text{αφού } N = 2 \text{ στην περίπτωσή μας} \quad (3.17)$$

όπου

$$SNR_{N_u} = \frac{E_b}{N_o + (N_u - 1)N_{MA}}.$$

Να σημειωθεί ότι σύμφωνα με το [4] χρησιμοποιούμε τους τύπους για σήμα εξίσου συσχετισμένο (Equally Correlated - EC).<sup>2</sup> Επιπλέον, αναφέρεται ότι η τιμή που θέτουμε στην παράμετρο  $\Delta$  ισούται με τη χρονική διάρκεια που ένας παλμός του σήματος υπερευρείας ζώνης είναι μη-μηδενικός.

Για την αντικατάσταση του  $N_{MA}$  αρχικά ορίζεται το μια κανονικοποιημένη παράμετρος του SNR σε όρους του ληφθέν παλμού  $g(t)$

$$\mu = \frac{m^2(0, 0, \Delta)}{2\sigma_g(0, \Delta)}$$

όπου  $m(x, y, z) = R_g(x - y) - R_g(x - z)$ , με  $R_g(\tau) = \int_0^{T_f} g(t) g(t - \tau) dt$  όπως έχει ήδη οριστεί<sup>3</sup>,  $\sigma_g(y, z) = T_f^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} m^2(x, y, z) dx$  και  $\Delta$  την παράμετρο της διαμόρφωσης κατά θέση. Επιπλέον υπενθυμίζεται ότι ο ρυθμός μετάδοσης δίνεται ως  $R_b = 1/T_s$  και τελικά

$$N_{MA} = \frac{E_b}{(\mu/T_f)/R_b}.$$

Αντικαθιστώντας τον λόγο  $\mu/T_f$  σύμφωνα με τα παραπάνω λαμβάνουμε

<sup>2</sup>Το  $SNR_{N_u}$  για EC σήματα ορίζεται ως  $SNR_{N_u} = \frac{E_b(1-\lambda)}{N_o + (N_u-1)N_{MA}}$ , όπου  $\lambda = 1/E_s \sum_{k=0}^{N_f-1} \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) g(t - [c_k^{(i)} - c_k^{(j)}]) dt$ , με  $i \neq j$  και όπου  $c^{(i)}$  ο κώδικας του επιθυμητού χρήστη και  $c^{(j)}$  ο κώδικας του χρήστη  $j$ . Εξ' ορισμού των EC σημάτων, η παράμετρος  $\lambda$  είναι μια σταθερή τιμή για κάθε  $j$  (και  $j \neq i$ ) με  $|\lambda| < 1$ . Στην περίπτωσή μας, εν γένει, οι κώδικες των υπολοίπων χρηστών είναι διαφορετικοί από αυτόν του επιθυμητού. Σύμφωνα με τον τρόπο κατασκευής των σημάτων στις υλοποιήσεις μας, το  $\lambda$  λαμβάνει διαφορετική τιμή για κάθε  $j$  και έτσι ορίζουμε την παράμετρο  $\lambda_j$ . Όμως σε κάθε περίπτωση και για κάθε  $j$ , η τιμή που παίρνει είναι πολύ μικρή και γι' αυτό θεωρούμε ότι  $\lambda_j \approx \lambda \approx 0$ , για  $\forall j$  με  $j \neq i$ . Είναι προφανές ότι ο τρόπος κατασκευής EC σημάτων στο [4] είναι διαφορετικός από τον τρόπο που κατασκευάζουμε στις προσομοιώσεις μας τα σήματα, όμως με αυτήν την προσέγγιση που κάνουμε λαμβάνουμε μια ικανοποιητική προσομοίωση για το άνω φράγμα την πιθανότητας σφάλματος που εξετάζουμε.

<sup>3</sup>Είτε χρησιμοποιήσουμε  $T_f$  όπως εδώ είτε  $T_s$  όπως παραπάνω για άνω όριο στο ολοκλήρωμα, το αποτέλεσμα είναι ακριβώς το ίδιο καθώς η χρονική διάρκεια που είναι μη μηδενικός ο  $g(t)$  είναι πολύ μικρότερη και των δυο διαστημάτων.

$$\frac{\mu}{T_f} = \frac{\left( \int_0^{T_f} g^2(t) dt \right)^2}{2 \int_0^{T_f} \left[ \int_0^{T_f} g(t-x)[g(t) - g(t-\Delta)] dt \right]^2 dx}.$$

Ο αριθμητής του κλάσματος αποτελεί την ενέργεια του πολλαπλασιασμού του ληφθέντος παλμού με τη συνάρτηση βάσης. Ο παρονομαστής είναι δυο φορές η κατά μέσο όρο ενέργεια του πολλαπλασιασμού των δύο προηγουμένων, πάνω σε όλες τις πιθανές θέσεις που μπορεί να βρεθεί μέσα σε ένα frame ο ληφθέν παλμός.

Όπως θα γίνει αντιληπτό από τα αποτελέσματα που παίρνουμε, για  $N_u = 10$  χρήστες το άνω φράγμα ένωσης παρουσιάζει μια απόκλιση σε σχέση με την πρακτική προσομοίωση της τάξης των 0.2 dB για πιθανότητα σφάλματος  $10^{-4}$ . Για  $N_u = 20$  χρήστες παρατηρούμε μια απόκλιση της τάξης των 0.8 dB για την ίδια πιθανότητα σφάλματος.

## 3.4 Προσομοιώσεις

### Σύστημα υπερευρείας ζώνης

Στο Σχήμα 3.4.1, παρατίθεται το γράφημα της θεωρητικής και πρακτικής απόδοσης του συστήματος υπερευρείας ζώνης, για έναν χρήστη σε κανάλι λευκού προσθετικού Γκαουσιανού θορύβου. Για τη θεωρητική πιθανότητα σφάλματος χρησιμοποιείται η σχέση (3.16).

Στο Σχήμα 3.4.2, παρατίθεται προσομοίωση και θεωρητική προσέγγιση της απόδοσης του συστήματος υπερευρείας ζώνης, για έναν χρήστη σε στατικό κανάλι με 5 μονοπάτια και γνωστές καθυστερήσεις και εξασθενήσεις του καναλιού στο δέκτη. Γίνεται χρήση Rake με 1,2,3,4 και 5 κλάδους.

Στο Σχήμα 3.4.3, γίνεται σύγκριση της πιθανότητας σφάλματος που προκύπτει από την προσομοίωση για έναν χρήστη, αυξάνοντας τον αριθμό των frames από  $N_f = 8$ , που υποθέτουμε εν γένει στις υλοποίησεις μας, σε  $N_f = 32$ . Η σύγκριση γίνεται ενδεικτικά για Rake - 1 και Rake - 3. Όπως παρατηρείται η απόδοση του συστήματος παραμένει η ίδια.

Στο Σχήμα 3.4.4, παρουσιάζεται προσομοίωση του συστήματος υπερευρείας ζώνης για έναν χρήστη σε στατικό κανάλι με 5 μονοπάτια και εκτίμηση των παραμέτρων του καναλιού με προσέγγιση Μεγίστης Πιθανοφάνειας στο δέκτη για Rake - 1 και 3, χρησιμοποιώντας  $M = 20$  και  $M = 100$  σύμβολα εκπαίδευσης. Στο ίδιο γράφημα, περιλαμβάνεται η προσομοίωση που θεωρούμε γνωστό το κανάλι στο δέκτη, για λόγους σύγκρισης. Όσον αφορά την απόδοση του συστήματος με χρήση 20 συμβόλων εκπαίδευσης, για Rake - 1 παρατηρείται υποβάθμιση της απόδοσης του συστήματος σε χαμηλά  $SNR$ , ενώ για  $SNR > 6$  dB η πιθανότητα σφάλματος γίνεται ίδια με αυτή που παίρνουμε στην περίπτωση γνώσης του καναλιού στον δέκτη. Για Rake - 3 και χρήση 20 συμβόλων, παρατηρείται μια γενική υποβάθμιση της απόδοσης. Όσο αυξάνεται το  $SNR$ , σταδιακά, η πιθανότητα σφάλματος του συστήματος προσεγγίζει την πιθανότητα σφάλματος που λαμβάνουμε

με γνώση του καναλιού στον δέκτη, με τη διαφορά τους να είναι μικρότερη από 1 dB για  $SNR > 6$  dB. Όσον αφορά την απόδοση με χρήση 100 συμβόλων εκπαίδευσης, σε κάθε περίπτωση, παρατηρούμε ότι είναι σχεδόν ίδια με την απόδοση του συστήματος θεωρώντας γνωστό το κανάλι στον δέκτη. Είναι προφανές ότι με χρήση περισσότερων συμβόλων εκπαίδευσης λαμβάνουμε καλύτερη εκτίμηση του καναλιού. Έν γένει, στις υλοποιήσεις μας χρησιμοποιούνται  $M = 100$  σύμβολα εκπαίδευσης για την εκτίμηση του καναλιού και όπως φαίνεται, η συμπεριφορά του εκτιμητή Μεγίστης Πιθανοφάνειας σε αυτή την περίπτωση, είναι πολύ καλή.

Στο Σχήμα 3.4.5, παρουσιάζεται η προσομοίωση του συστήματος υπερευρείας ζώνης για έναν χρήστη σε κανάλι Rayleigh με  $L = 3$  μονοπάτια και την εξασθένηση του καθένα να ακολουθεί  $CN(0, \sigma_l^2)$  με  $\sum_{l=1}^L \sigma_l^2 = 1$ . Επιπλέον, θεωρείται γνωστό το κανάλι στον δέκτη και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για Rake - 1,2,3 και μέγιστου κέρδους μονοπατιού. Στο ίδιο γράφημα απεικονίζονται οι συναρτήσεις  $1/SNR$ ,  $1/SNR^2$  και  $1/SNR^3$ , για να γίνει αντιληπτή η τάξη διαφοροποίησης που επιτυγχάνεται με τη χρήση διαφορετικού αριθμού κλάδων στο δέκτη Rake. Όπως παρατηρείται, με τη χρήση διαφορετικού αριθμού κλάδων αλλάζει η κλίση της μέσης πιθανότητας σφάλματος και επιτυγχάνεται ασυμπτωτικά τάξη διαφοροποίησης 1, 2 και 3 για χρήση ενός, δύο και τριών κλάδων αντίστοιχα. Στην περίπτωση χρήσης του μέγιστου κέρδους μονοπατιού, η κλίση της πιθανότητας σφάλματος είναι ανάμεσα στις συναρτήσεις  $1/SNR^2$  και  $1/SNR^3$ , όπως αναμενόταν.

Στο Σχήμα 3.4.6, παρατίθεται η προσομοίωση της απόδοσης του συστήματος υπερευρείας ζώνης για έναν χρήστη με συνύπαρξη  $N_u - 1 = 9$  και  $N_u - 1 = 19$  χρήστες αντίστοιχα, μαζί με τη θεωρητική προσέγγιση για ένα χρήστη. Το κανάλι για κάθε χρήστη είναι διαφορετικό και ανεξάρτητο από τους υπόλοιπους και θεωρείται λευκού προσθετικού Γκαουσιανού θορύβου. Οι παράμετροι του καναλιού του επιθυμητού χρήστη είναι γνωστοί στο δέκτη. Για τη θεωρητική πιθανότητα σφάλματος χρησιμοποιείται η σχέση (3.17).

Στο Σχήμα 3.4.7, παρουσιάζεται η προσομοίωση της απόδοσης του συστήματος υπερευρείας ζώνης για έναν χρήστη, μαζί με συνύπαρξη αυτού με  $N_u - 1 = 9$  και  $N_u - 1 = 19$  χρήστες αντίστοιχα. Το κανάλι του επιθυμητού χρήστη είναι στατικό με 5 μονοπάτια και δεδομένες τις παραμέτρους του καναλιού στο δέκτη. Για τους υπόλοιπους χρήστες θεωρείται κανάλι Rayleigh με  $L = 5$  μονοπάτια, που η εξασθένηση του καθένα ακολουθεί  $CN(0, \sigma_l^2)$  με  $\sum_{l=1}^L \sigma_l^2 = 1$  και το καθένα είναι ανεξάρτητο από των υπολοίπων.

Στο Σχήμα 3.4.8, παρουσιάζεται η προσομοίωση της απόδοσης του συστήματος υπερευρείας ζώνης κάνοντας τις ίδιες υποθέσεις με την προηγούμενη υλοποίηση, περιλαμβάνοντας την εκτίμηση Μεγίστης Πιθανοφάνειας των παραμέτρων του καναλιού στο δέκτη. Τα σύμβολα εκπαίδευσης που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση του καναλιού είναι  $M = 100$ . Όπως παρατηρείται, και σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιώντας για τον εκτιμητή  $M = 100$  σύμβολα εκπαίδευσης, η απόδοση του συστήματος παραμένει σχεδόν η ίδια σε σχέση με την περίπτωση γνώσης του καναλιού στον δέκτη.

Στο Σχήμα 3.4.9, παρατίθεται προσομοίωση της απόδοσης του συστήματος υπερευρείας ζώνης για έναν χρήστη, μαζί με συνύπαρξη αυτού με  $N_u - 1 = 9$  και  $N_u - 1 = 19$  χρήστες αντίστοιχα. Το κανάλι του κάθε χρήστη είναι Rayleigh με 5 μονοπάτια, που η εξασθένηση του καθένα ακολουθεί  $CN(0, \sigma_l^2)$  με  $\sum_{l=1}^5 \sigma_l^2 = 1$  και το καθένα είναι ανεξάρτητο από των υπολοίπων. Για τον επιθυμητό

χρήστη είναι γνωστές οι παράμετροι του καναλιού στο δέκτη.

### Απόδοση Εκτιμητή Μεγίστης Πιθανοφάνειας

Για να ελέγξουμε την απόδοση του εκτιμητή Μεγίστης Πιθανοφάνειας παρακάτω παρατίθενται γραφήματα που μας δείχνουν την τυπική απόκλιση σφάλματος που έχουμε στις εκτιμημένες παραμέτρους του καναλιού, σε επικοινωνία που διεξάγεται για 1, 5 και 10 χρήστες στο σύστημά μας. Κάθε φορά ένας είναι προφανώς ο επιθυμητός χρήστης. Τα σύμβολα εκπαίδευσης που χρησιμοποιούνται, σε κάθε περίπτωση που εξετάζουμε, είναι  $M = 100$ .

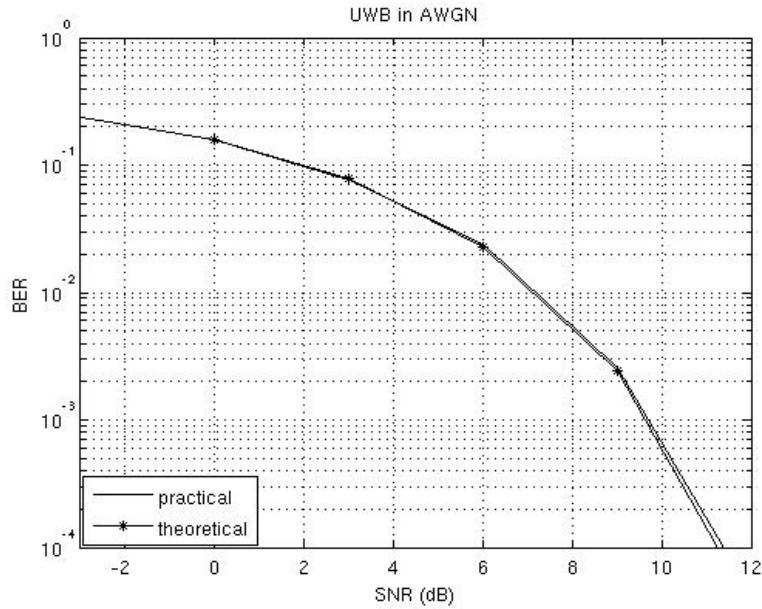
Αρχικά, οι προσομοιώσεις θεωρούν ανεξάρτητα κανάλια λευκού προσθετικού Γκαουσιανού θορύβου για τον κάθε χρήστη. Στο Σχήμα 3.4.10, παρουσιάζεται η τυπική απόκλιση εκτίμησης της καθυστέρησης, ενώ στο Σχήμα 3.4.11, η τυπική απόκλιση εκτίμησης του κέρδους του καναλιού του επιθυμητού χρήστη.

Όπως παρατηρείται, η τυπική απόκλιση σφάλματος της εκτιμημένης καθυστέρησης, σε κάθε περίπτωση, είναι τουλάχιστον της τάξης του  $1/100$  σε σχέση με τη χρονική διάρκεια του παλμού. Όσον αφορά την τυπική απόκλιση σφάλματος του εκτιμημένου κέρδους, είναι της τάξης του  $1/10$ . Τέλος, από τα γραφήματα είναι προφανές ότι στην περίπτωση της πολλαπλής πρόσβασης όσο περισσότεροι είναι οι χρήστες τόσο μεγαλύτερες είναι οι τυπικές αποκλίσεις σφαλμάτων των παραμέτρων.

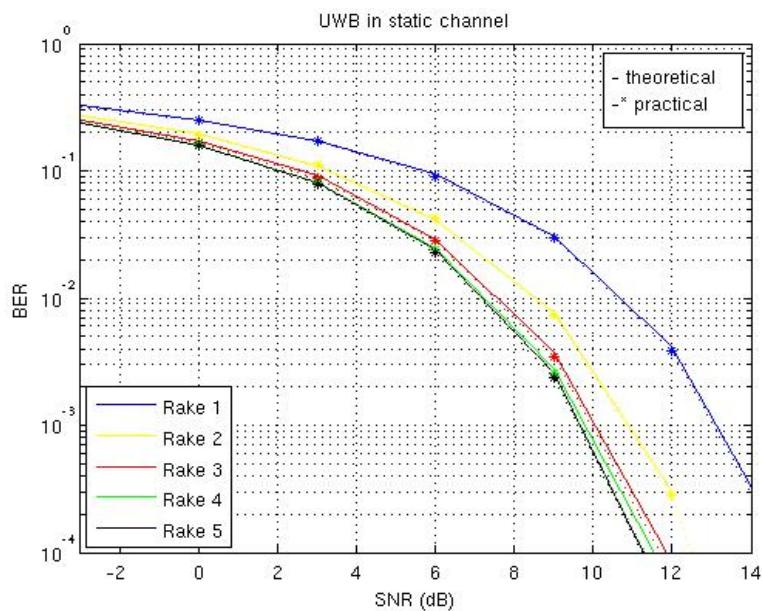
Στη συνέχεια, θεωρούμε για τη μετάδοση του επιθυμητού χρήστη στατικό κανάλι με κέρδη  $[0.73, 0.67, 0.35]$  και καθυστέρησεις  $[5 \cdot 10^{-9}, 10 \cdot 10^{-9}, 15 \cdot 10^{-9}]$ , ενώ για τους «ανεπιθύμητους» χρήστες θεωρείται κανάλι Rayleigh με  $L = 5$  μονοπάτια, που η εξασθένηση του καθένα ακολουθεί  $CN(0, \sigma_i^2)$  με  $\sum_{i=1}^L \sigma_i^2 = 1$  και το καθένα είναι ανεξάρτητο από των υπολοίπων. Σύμφωνα με αυτές τις υποθέσεις, στο Σχήμα 3.4.12, παρουσιάζεται η τυπική απόκλιση εκτίμησης της καθυστέρησης, ενώ στο Σχήμα 3.4.13, η τυπική απόκλιση εκτίμησης του κέρδους του πρώτου μονοπατιού του καναλιού.

Εδώ παρατηρούμε ότι παρόλο που η τυπική απόκλιση σφάλματος του κέρδους έχει την ίδια περίπου απόδοση, όπως στην περίπτωση καναλιού λευκού προσθετικού Γκαουσιανού θορύβου, η τυπική απόκλιση της καθυστέρησης είναι αρκετά υποβαθμισμένη. Αυτό συμβαίνει διότι ο εκτιμητής συχνά, και με δεδομένη την προσθήκη θορύβου, αναγνωρίζει ως μεγαλύτερο κέρδος αυτό του δεύτερου μονοπατιού, καθώς οι τιμές τους έχουν μικρή διαφορά. Αν ανατρέξουμε στο κοινό γράφημα πιθανότητας σφάλματος που περιλαμβάνει τον εκτιμητή Μεγίστης Πιθανοφάνειας και την υπόθεση ότι είναι γνωστό το κανάλι στον δέκτη (Σχήμα 3.4.4), θα παρατηρήσουμε ότι για Rake - 1 η απόδοση παραμένει σχεδόν ίδια. Επομένως, παρά την υποβάθμιση της τυπικής απόκλισης της εκτιμημένης καθυστέρησης του πρώτου μονοπατιού, η πιθανότητα σφάλματος του συστήματος παραμένει ίδια με την περίπτωση γνωστού καναλιού στον δέκτη. Αποτέλεσμα που συμπίπτει με την παραπάνω παρατήρηση.

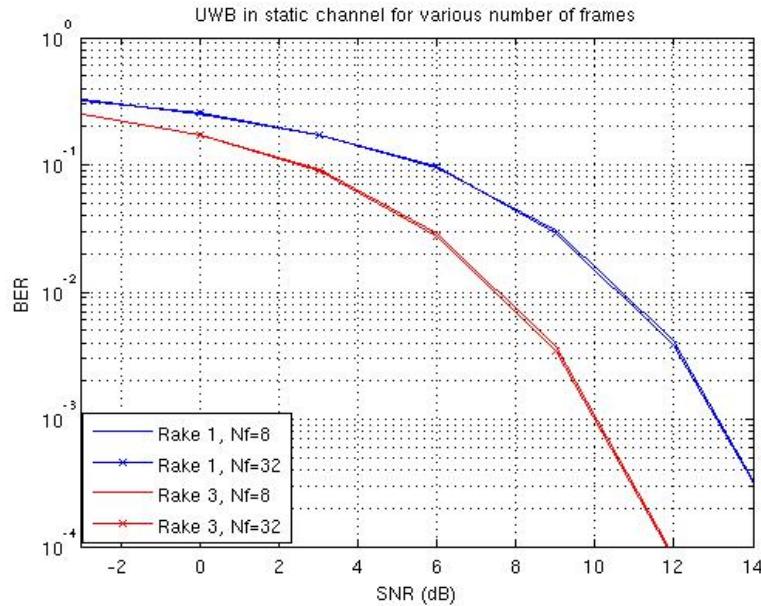
### Γραφήματα



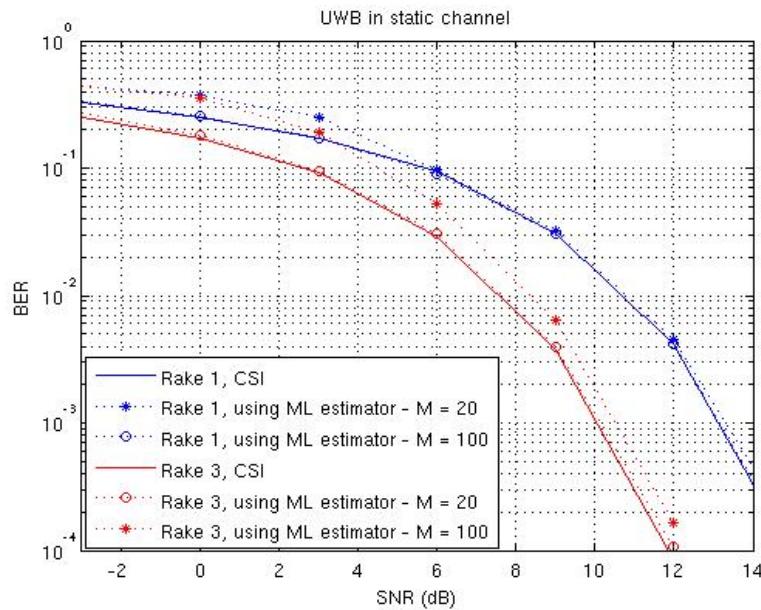
Σχήμα 3.4.1: Πιθανότητα σφάλματος πρακτικής και θεωρητικής προσέγγισης σε AWGN κανάλι.



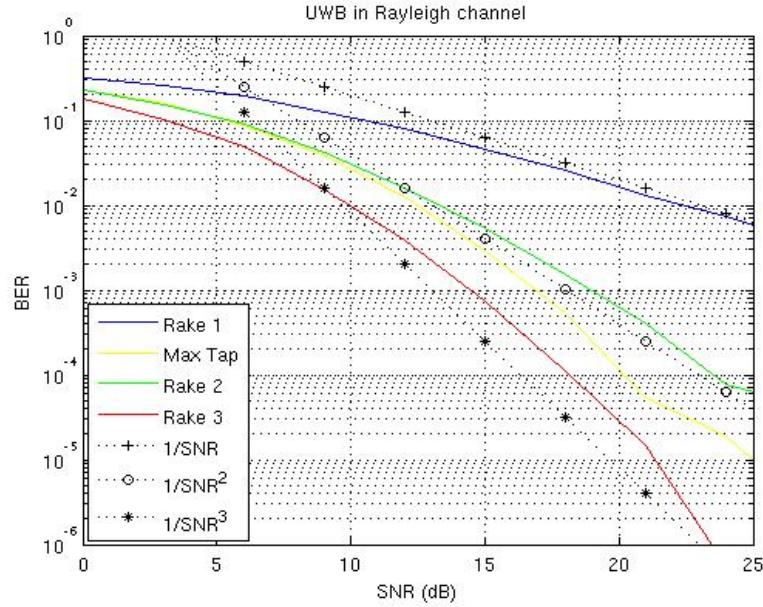
Σχήμα 3.4.2: Πιθανότητα σφάλματος πρακτικής και θεωρητικής προσέγγισης σε Frequency-Selective κανάλια και χρήση δέκτη Rake στο σύστημα.



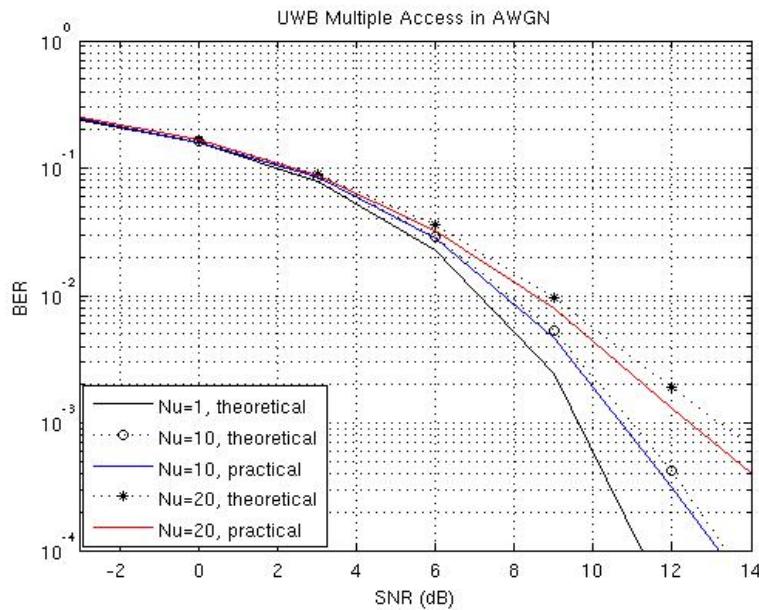
Σχήμα 3.4.3: Σύγκριση πιθανότητας σφάλματος με προσομοίωση του συστήματος χρησιμοποιώντας διαφορετικό αριθμό frames.



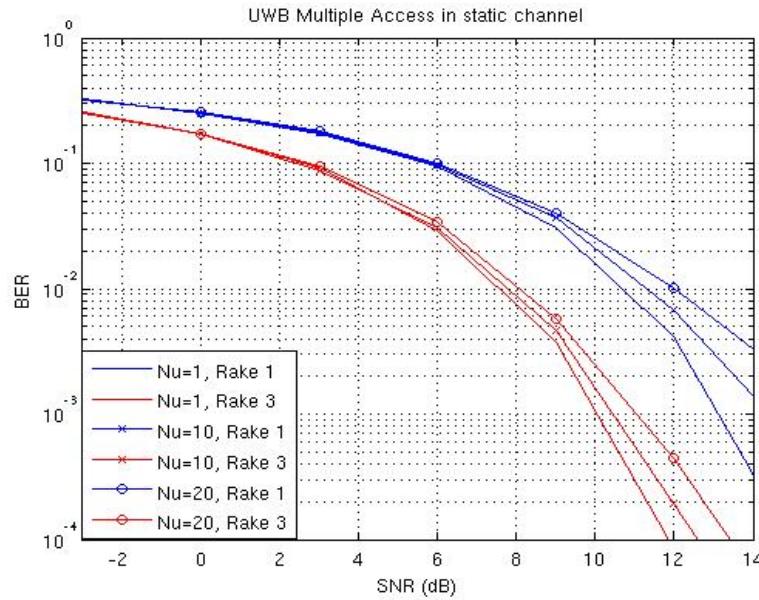
Σχήμα 3.4.4: Σύγκριση πιθανότητας σφάλματος προσομοίωσης με γνωστές τις παραμέτρους του καναλιού στον δέκτη και με χρήση του εκτιμητή για  $M = 20$  και  $M = 100$  σύμβολα εκπαίδευσης.



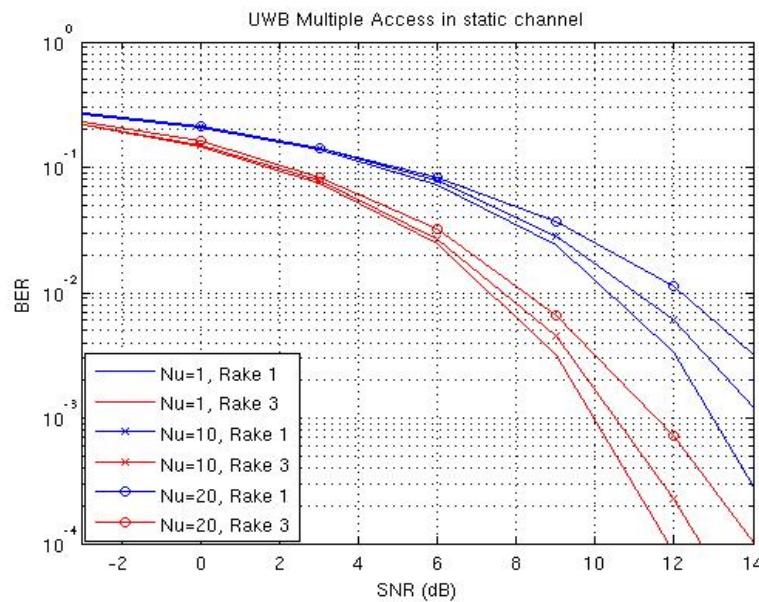
Σχήμα 3.4.5: Πιθανότητα σφάλματος προσομοίωσης σε κανάλι Rayleigh και χρήση δέκτη Rake στο σύστημα.



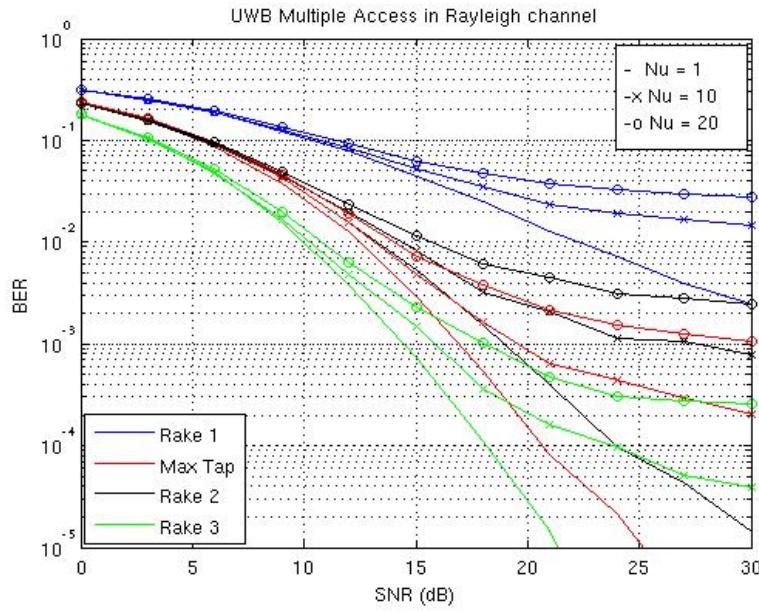
Σχήμα 3.4.6: Πιθανότητα σφάλματος πρακτικής και θεωρητικής προσέγγισης συστήματος πολλαπλής προσπέλασης, σε AWGN κανάλι.



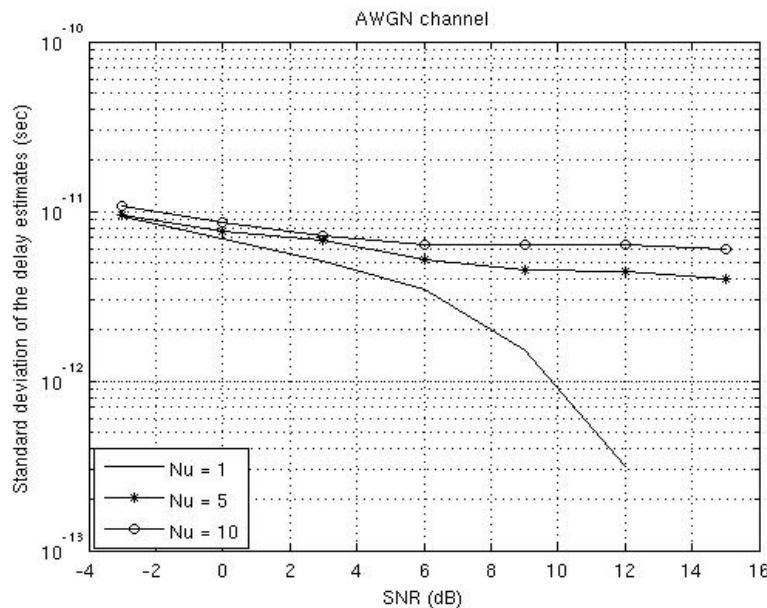
Σχήμα 3.4.7: Πιθανότητα σφάλματος προσομοίωσης ψεωρώντας κανάλι Frequency - Selective για τον επιθυμητό χρήστη, σε σενάρια πολλαπλής προσπέλασης για 10 και 20 χρήστες. Θεωρούνται γνωστές οι παράμετροι του καναλιού στον δέκτη.



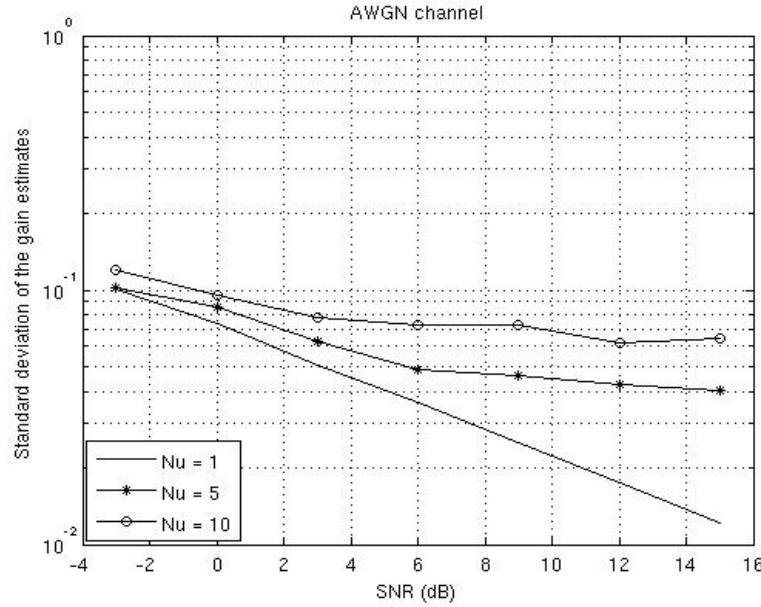
Σχήμα 3.4.8: Πιθανότητα σφάλματος προσομοίωσης ψεωρώντας κανάλι Frequency - Selective για τον επιθυμητό χρήστη, σε σενάρια πολλαπλής προσπέλασης για 10 και 20 χρήστες. Γίνεται χρήση εκτιμητή στον δέκτη.



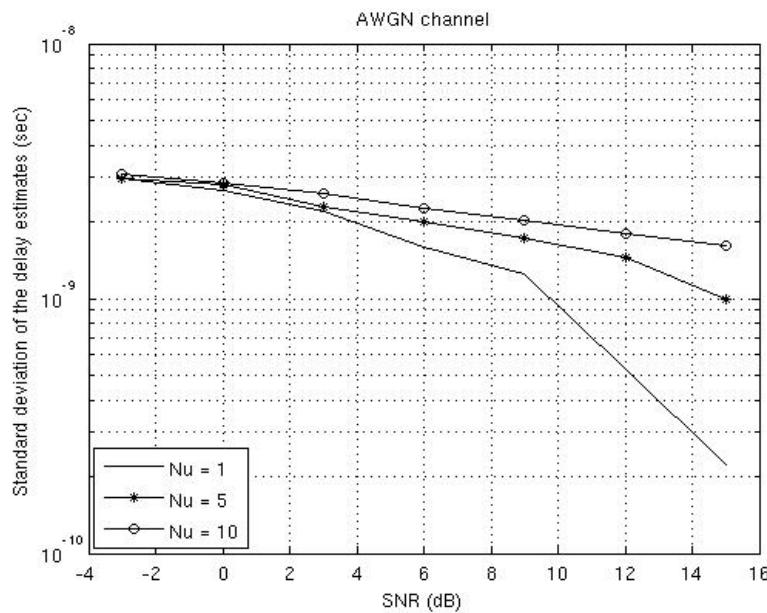
Σχήμα 3.4.9: Πιθανότητα σφάλματος προσομοίωσης θεωρώντας κανάλι Rayleigh για τον επιμυητό χρήστη, σε σενάρια πολλαπλής προσπέλασης για 10 και 20 χρήστες. Θεωρούνται γνωστές οι παράμετροι του καναλιού στον δέκτη.



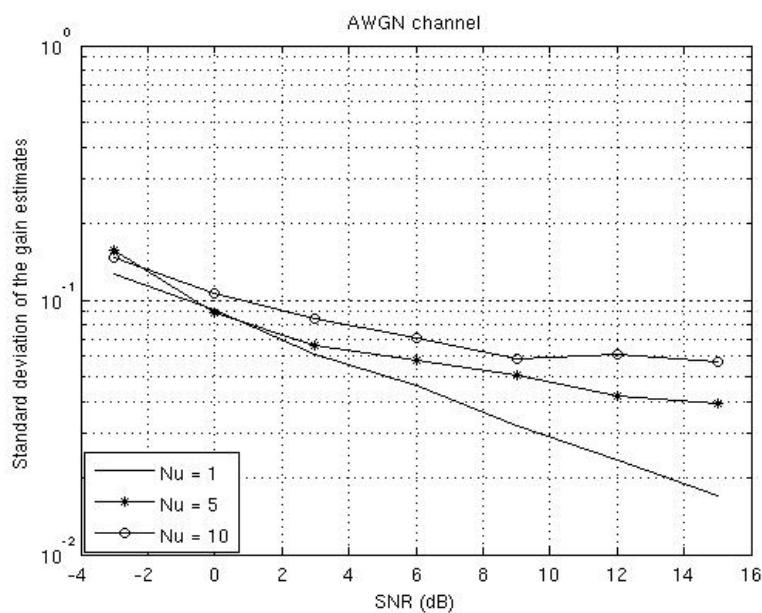
Σχήμα 3.4.10: Τυπική απόκλιση εκτίμησης της καθυστέρησης που εισάγει το AWGN κανάλι, σε διάφορα σενάρια πολλαπλής προσπέλασης στο σύστημα.



Σχήμα 3.4.11: Τυπική απόκλιση εκτίμησης του κέρδους του AWGN χαναλιού, σε διάφορα σενάρια πολλαπλής προσπέλασης στο σύστημα.



Σχήμα 3.4.12: Τυπική απόκλιση εκτίμησης της καθυστέρησης που εισάγει το Frequency - Selective χανάλι, σε διάφορα σενάρια πολλαπλής προσπέλασης στο σύστημα.



Σχήμα 3.4.13: Τυπική απόκλιση εκτίμησης του κέρδους του Frequency - Selective καναλιού, σε διάφορα σενάρια πολλαπλής προσπέλασης στο σύστημα.

# Κεφάλαιο 4

## Συνύπαρξη σημάτων υπερευρείας και στενής ζώνης

Σε αυτό το Κεφάλαιο, θα μελετηθεί μέσω προσομοιώσεων, η συνύπαρξη σήματος υπερευρείας ζώνης με σήμα στενής ζώνης. Αρχικά, θέτουμε ως σύστημα αναφοράς το σύστημα υπερευρείας ζώνης, ενώ το σήμα στενής ζώνης αποτελεί την παρεμβολή. Στη συνέχεια, μελετάμε το αντίστροφο σενάριο.

### 4.1 Παρεμβολή σήματος στενής ζώνης σε μετάδοση σήματος υπερευρείας

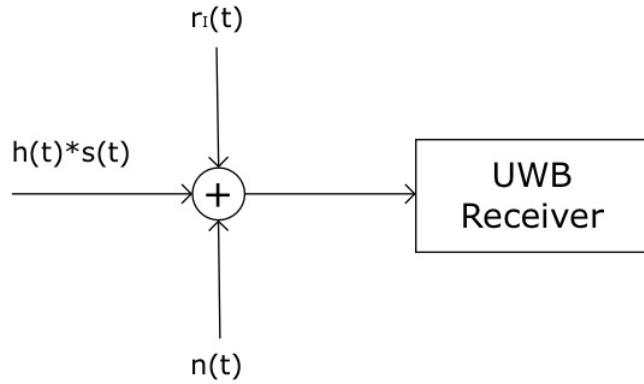
Στην ενότητα αυτή, θεωρούμε το σήμα στενής ζώνης ως παρεμβολή και μελετούμε μέσω προσομοιώσεων την επίδρασή του στο δέκτη του συστήματος υπερευρείας ζώνης. Στο Σχήμα 4.1.1, παρατίθεται το σύστημα που μελετάμε, όπου  $s(t)$  είναι το σήμα αποστολής υπερευρείας ζώνης,  $h(t)$  το κανάλι από το οποίο περνάει το  $s(t)$ ,  $r_I(t)$  το σήμα παρεμβολής και  $n(t)$  λευκός προσθετικός Γκαουσιανός θόρυβος. Υποθέτουμε τη γενική περίπτωση δέκτη Rake, που έχει αναλυθεί στο Κεφάλαιο 3.

Η παρεμβολή μοντελοποιείται ως ένα ημιτονοειδές σήμα. Τα σήματα στενής ζώνης αντιμετωπίζουν εξ' ορισμού κανάλια μικρού εύρους (Flat - Fading) και τελικά το σήμα που λαμβάνει ο δέκτης περιγράφεται από τη σχέση

$$r_I(t) = h_I \sqrt{2I} \cos(2\pi F_o t + \phi) \quad (4.1)$$

όπου  $h_I$  η εξασθένηση του σήματος, που σε κάθε περίπτωση θεωρούμε κανονικοποιημένη την ισχύ της και ίση με 1,  $\phi$  τυχαία φάση για την οποία ισχύει ότι  $\phi \sim U[0, 2\pi]$ ,  $I$  η ισχύς εκπομπής του σήματος στενής ζώνης και  $F_o$  η συχνότητα διαμόρφωσής του.

Με γνωστές τις τιμές του καναλιού υπερευρείας μετάδοσης, η ολοκλήρωση του γινομένου του σήματος παρεμβολής με το πρότυπο του πρώτου κλάδου του δέκτη Rake (Σχήμα 3.1.14), δίνεται



Σχήμα 4.1.1: Σύστημα υπερευρείας ζώνης με παρεμβολή σήματος στενής ζώνης και λευκό προσθετικό Γκαουσιανό ψόρυβο.

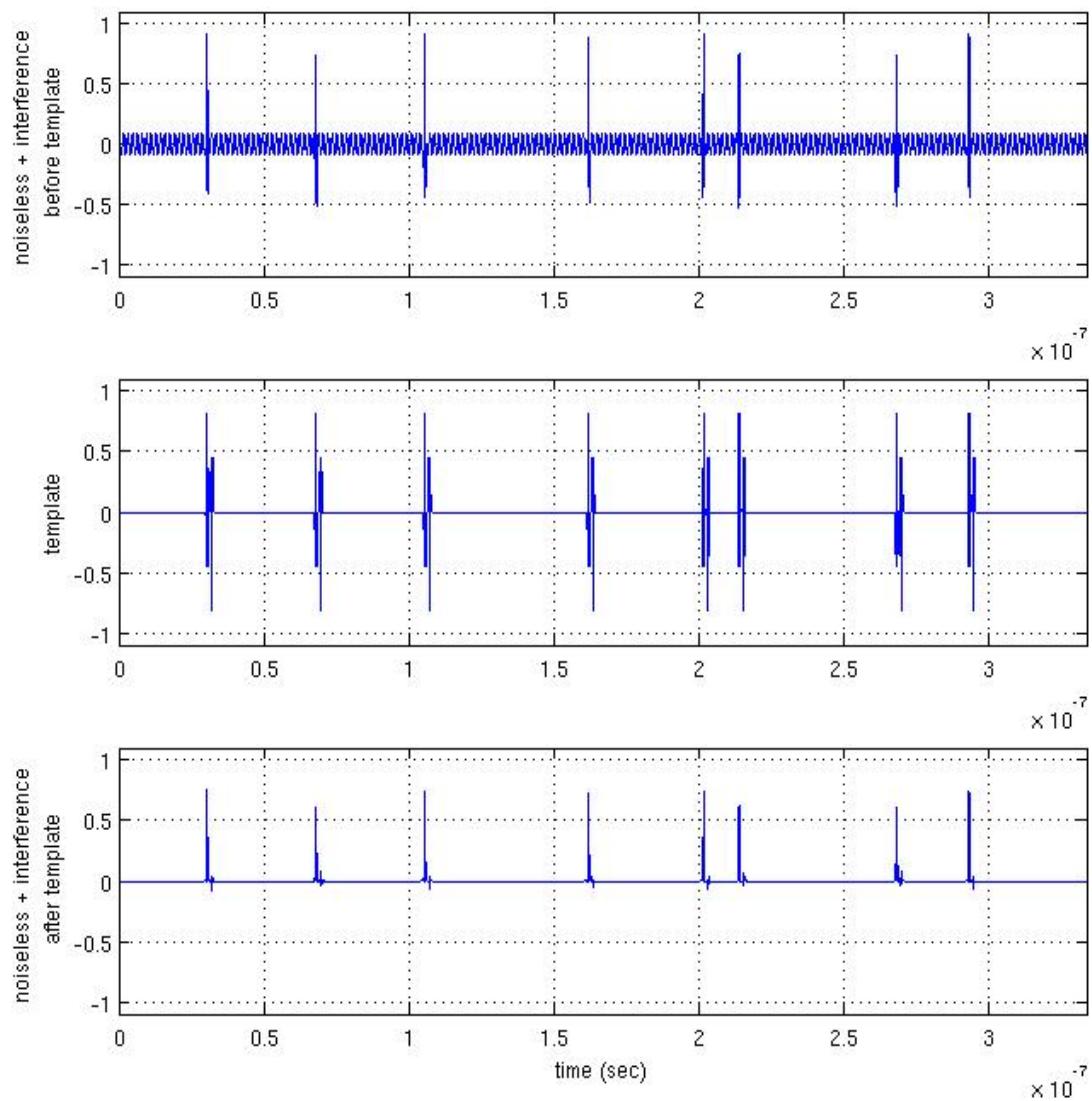
$\omega_1^1$

$$\tilde{x}_1(i) = \xi_1 \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} r_I(t) v(t - iT_s - \theta_1) dt. \quad (4.2)$$

Στην συνέχεια, παρατίθενται γραφήματα που παρουσιάζουν την ληφθείσα κυματομορφή πριν και μετά το πρότυπο στον δέκτη. Ο ψόρυβος δεν περιλαμβάνεται για να έχουν τα σχήματα μεγαλύτερη ευκρίνεια. Θεωρούμε κανάλι που εισάγει απλά μια καθυστέρηση στο χρήσιμο σήμα και κάνουμε την ίδια υπόθεση για το κανάλι του σήματος παρεμβολής. Επιπλέον, οι καθυστερήσεις των δύο καναλιών είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Στο σήμα παρεμβολής, υέτουμε την μεταβλητή  $I$  ίση με την επιθυμητή εκπεμπόμενη ισχύ. Ορίζουμε ως  $SIR$  τον λόγο της ισχύος εκπομπής του χρήσιμου σήματος  $S$  προς την ισχύ εκπομπής της παρεμβολής  $I$  και επομένως  $SIR = S/I$ . Στο Σχήμα 4.1.2 παρουσιάζεται μια προσομοίωση για  $SIR = 0 dB$ .

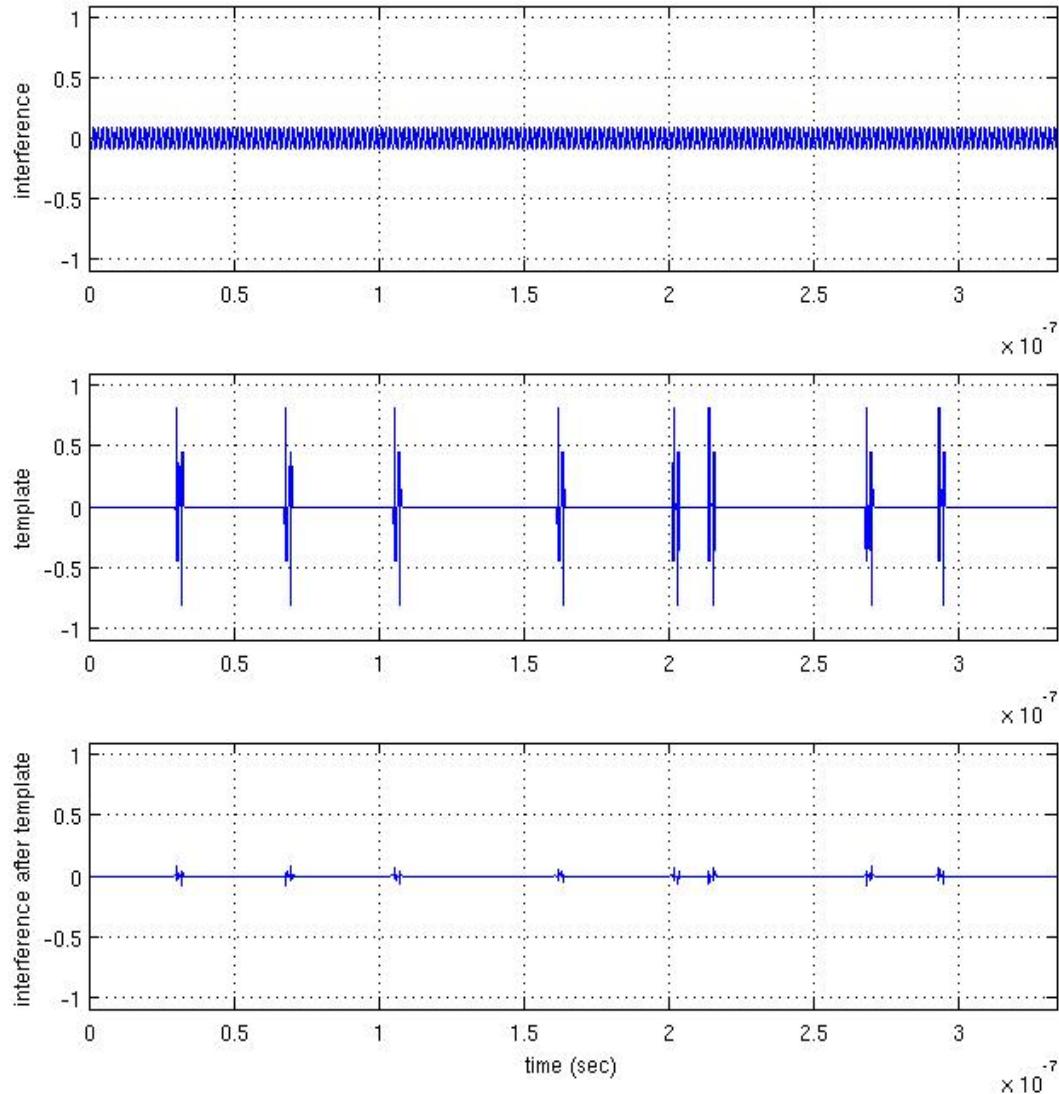
---

<sup>1</sup> Υπενθυμίζεται ότι το  $v(t)$  έχει χρονική διάρκεια ίση με τη χρονική διάρκεια συμβόλου του σήματος υπερευρείας ζώνης.



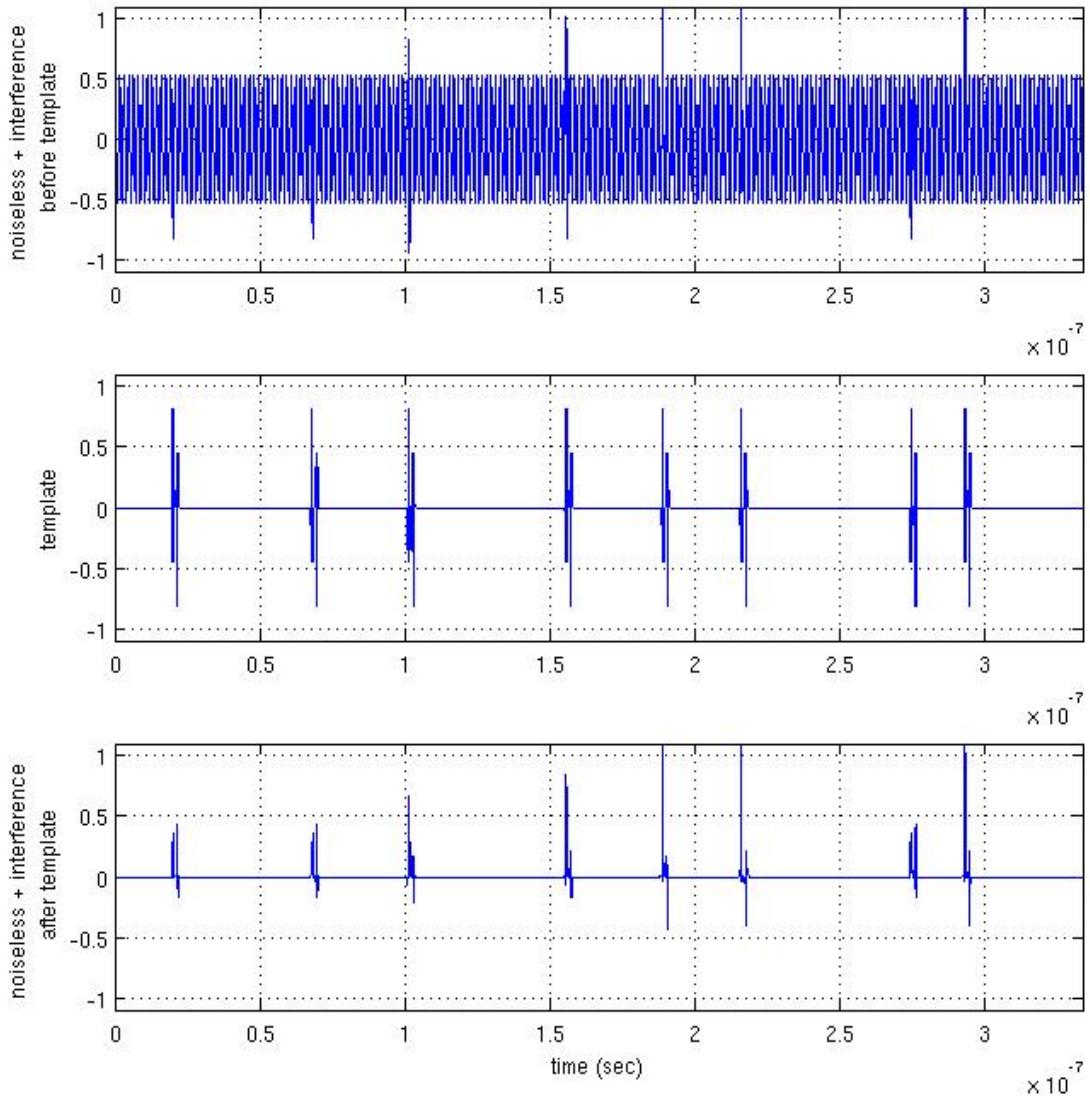
Σχήμα 4.1.2: Χρήσιμο σήμα συν σήμα παρεμβολής με  $SIR = 0 \text{ dB}$ .

Για να γίνει αντιληπτή η ποσότητα παρεμβολής που προστίθεται στην κυματομορφή συμβόλου, στο Σχήμα 4.1.3 παρουσιάζεται μόνο το σύμα παρεμβολής πριν και μετά το γινόμενο του με το  $v(t - \theta_1)$ .



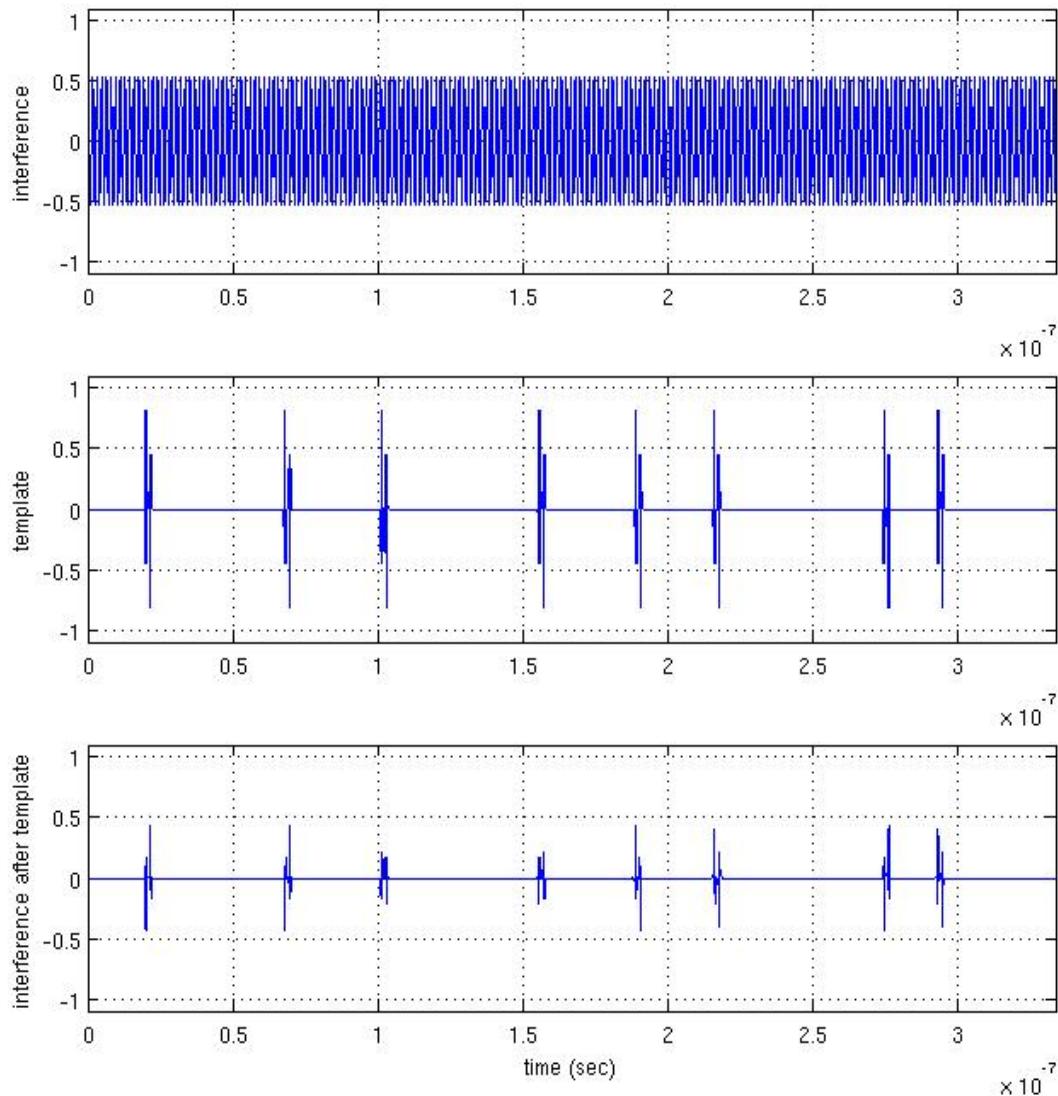
Σχήμα 4.1.3: Σήμα παρεμβολής με  $SIR = 0 dB$ .

Παρουσιάζονται τα ίδια γραφήματα, για  $SIR = -10 dB$ . Αρχικά, στο Σχήμα 4.1.4 παρατίθεται το χρήσιμο σήμα μαζί με το σήμα παρεμβολής πριν και μετά το πρότυπο.



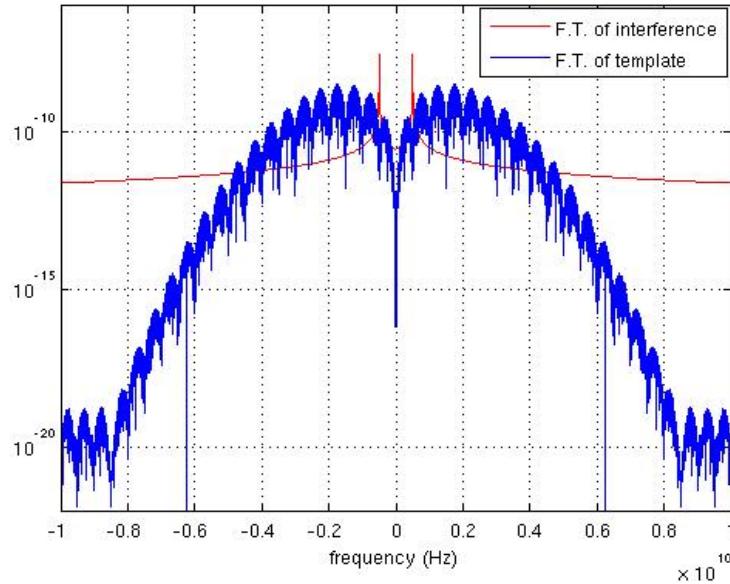
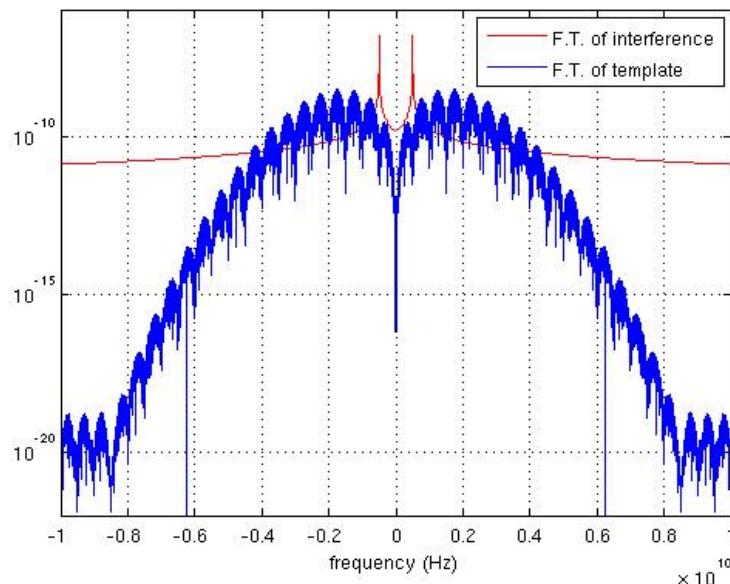
Σχήμα 4.1.4: Χρήσιμο σήμα συν σήμα παρεμβολής με  $SIR = -10 dB$ .

Στο Σχήμα 4.1.5, παρουσιάζεται μόνο η ποσότητα παρεμβολής πριν και μετά το πρότυπο.



Σχήμα 4.1.5: Σήμα παρεμβολής με  $SIR = -10 \text{ dB}$ .

Στα Σχήματα 4.1.3 και 4.1.5 λαμβάνουμε στο πεδίο του χρόνου, την κυματομορφή του προτύπου και του σήματος παρεμβολής. Στο Σχήμα 4.1.6 παρουσιάζεται στο πεδίο των συχνοτήτων, το μέτρο του μετασχηματισμού Fourier των δύο κυματομορφών, για τις ίδιες τιμές του  $SIR$ .

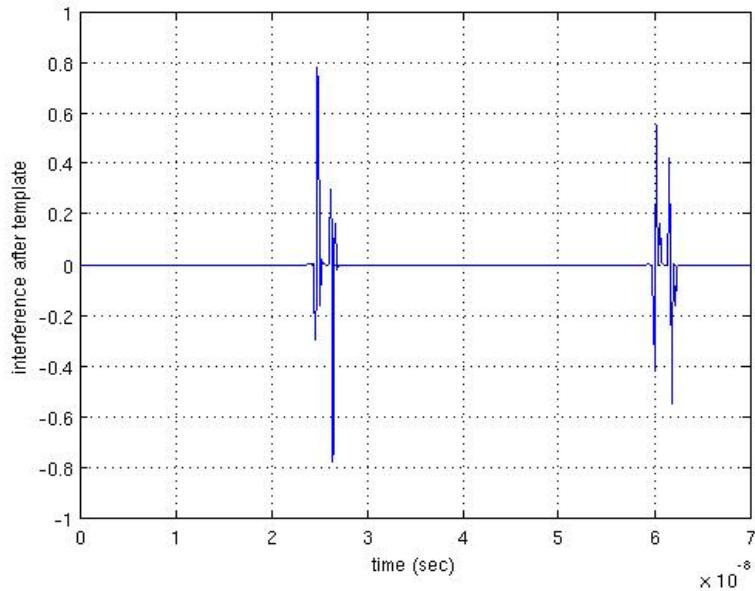
(a) Κοινό γράφημα με  $SIR = 0$  dB.(b) Κοινό γράφημα με  $SIR = -10$  dB.

Σχήμα 4.1.6: Μετασχηματισμοί Fourier σήματος παρεμβολής και προτύπου.

Είναι προφανές από τα παραπάνω σχήματα ότι με μικρότερες τιμές του  $SIR$ , η παρεμβολή που προστίθεται μετά το πρότυπο γίνεται πιο ισχυρή. Όπως θα δούμε σε προσομοιώσεις της πιθανότητας σφάλματος, που παρατίθενται στην ενότητα 4.3, η απόδοση του συστήματος δεν παρουσιάζει μεγάλες αποκλίσεις για  $SIR \geq -15$  dB.

Επιπλέον, μέσω πειραματισμού καταλήξαμε σε μια σχέση μεταξύ της συχνότητας διαμόρφωσης

του σήματος στενής ζώνης  $F_o$  και της παραμέτρου καθυστέρησης της διαμόρφωσης κατά θέση  $\Delta$ . Σύμφωνα με την παρατήρησή μας, αν  $F_o \Delta \in \mathbb{Z}$ , εξαλείφεται η ποσότητα της παρεμβολής στην έξοδο του κάθε χλάδου του δέκτη Rake. Αυτό συμβαίνει, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.1.7, διότι κατά τον πολλαπλασιασμό του ημιτονοειδούς σήματος με το κάθε πρότυπο, προκύπτουν αντίθετοι όροι σε κάθε frame. Στη συνέχεια, ολοκληρώνοντας το αποτέλεσμα του γινομένου, αλληλοεξουδετερώνονται οι όροι του ημιτονοειδούς σήματος σε κάθε frame και κατά συνέπεια στη χρονική διάρκεια του προτύπου.

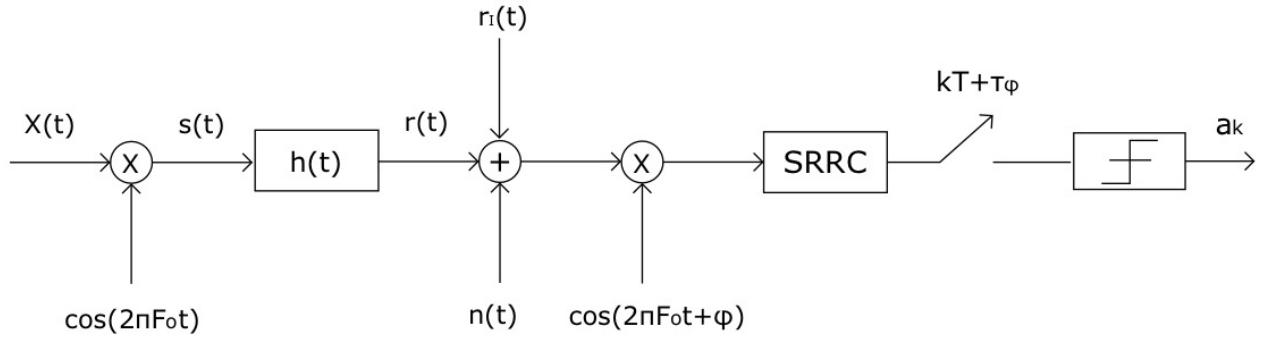


Σχήμα 4.1.7: Αποτέλεσμα γινομένου του σήματος παρεμβολής με το πρότυπο, στην χρονική διάρκεια δύο frames, υποθέτοντας κατάλληλες τιμές για τις παραμέτρους  $F_o$ ,  $\Delta$ , έτσι ώστε να ισχύει  $F_o \Delta \in \mathbb{Z}$ .

## 4.2 Παρεμβολή σήματος υπερευρείας ζώνης σε μετάδοση σήματος στενής ζώνης

Σε αυτή την ενότητα, μελετάμε το αντίστροφο σενάριο. Θεωρούμε το σήμα υπερευρείας ζώνης ως παρεμβολή, σε σύστημα στενής ζώνης. Αρχικά, αναφερόμαστε στις παραμέτρους του συστήματος που θεωρούμε και φαίνονται στο Σχήμα 4.2.1. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η μορφή της ληφθείσας χυματομορφής στον δέκτη του συστήματος στενής ζώνης, για διάφορες τιμές του  $SIR$ ,<sup>2</sup> χωρίς την προσθήκη θορύβου για να είναι πιο ευδιάκριτα τα σχήματα. Τέλος, παραθέτουμε προσομοιώσεις της πιθανότητας σφάλματος στην ενότητα 4.3, για να εξάγουμε συμπεράσματα για την απόδοση του συστήματος που υποθέτουμε.

<sup>2</sup>To  $SIR$  έχει ήδη οριστεί ως ο λόγος της εκπεμπόμενης ισχύος του χρήσιμου σήματος προς την εκπεμπόμενη ισχύ του σήματος παρεμβολής. Ο ίδιος ορισμός ισχύει και στις προσομοιώσεις που ακολουθούν.



Σχήμα 4.2.1: Διάγραμμα συστήματος στενής ζώνης.

Όσον αφορά το σύστημα στενής ζώνης θεωρείται BPSK διαμόρφωση με χρήση παλμών τετραγωνικής ρίζας ανυψωμένου συνημιτόνου (square-root raised cosine), ανάκτηση των συμβόλων πληροφορίας στο δέκτη με αποδιαμορφωτή προσαρμοσμένου φίλτρου (τον ίδιο παλμό που χρησιμοποιείται για τη μετάδοση σήματος πληροφορίας) και δειγματοληψία σε κατάλληλες χρονικές στιγμές.

Το σήμα βασικής ζώνης είναι της μορφής

$$X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k g(t - kT) \quad (4.3)$$

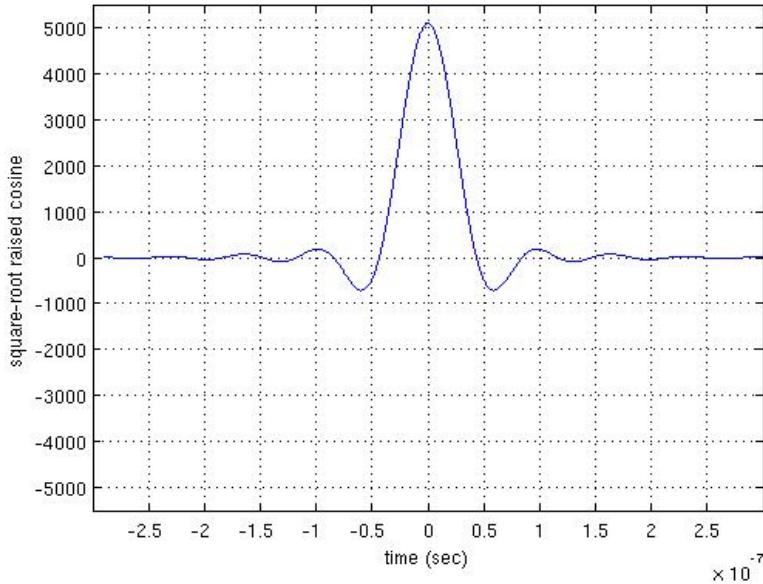
με  $a_k \in \{-1, +1\}$  για  $\forall k$  με ομοιόμορφη κατανομή και όπου  $T$  η περίοδος ενός συμβόλου. Το σήμα βασικής ζώνης διαμορφώνεται σε συχνότητα  $F_o$  λαμβάνοντας το σήμα στενής ζώνης που δίνεται από τη σχέση

$$s(t) = \sqrt{2 E_b} X(t) \cos(2\pi F_o t) \quad (4.4)$$

με  $E_b$  την επιθυμητή ισχύ στην έξοδο του προσαρμοσμένου φίλτρου στον δέκτη, με δεδομένο ότι έχουμε λάβει δείγματα κατάλληλες χρονικές στιγμές. Ο παλμός  $g(t)$  είναι κανονικοποιημένος ώστε η ισχύς του να ισούται με 1 και επομένως είναι προφανές ότι η ισχύς εκπομπής του σήματος στενής ζώνης ισούται με  $E_b$ . Ένας τέτοιος κανονικοποιημένος παλμός που χρησιμοποιείται στις προσομοιώσεις, παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.2.2.

Υποθέτουμε ότι το σήμα στενής ζώνης αντιμετωπίζει επίπεδα (flat) κανάλια, τα οποία εισάγουν καθυστέρηση  $\tau_\phi$ . Επιπλέον, εισάγεται μια εξασθένηση  $h_0$  της οποίας η κατανομή εξαρτάται από τον τύπο καναλιού που δεχόμαστε και σε κάθε περίπτωση η ισχύς της είναι  $E\{h_0^2\} = 1$ . Τέλος, θεωρείται αποδιαμόρφωση με γνώση και χρήση των παραμέτρων του καναλιού στο δέκτη και δε-

δομένη την ακριβή εκτίμηση της φάσης.



Σχήμα 4.2.2: Κανονικοποιημένος παλμός ανυψωμένου συνημιτόνου.

Τελικά, το χρήσιμο σήμα που φτάνει στο δέκτη, δίνεται από τον τύπο

$$r(t) = h_0 \sqrt{2 E_b} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k g(t - \tau_\phi - kT) \cos(2\pi F_o t + \phi). \quad (4.5)$$

Όσον αφορά την παρεμβολή του συστήματος, το σήμα υπερευρείας ζώνης δίνεται από τον τύπο

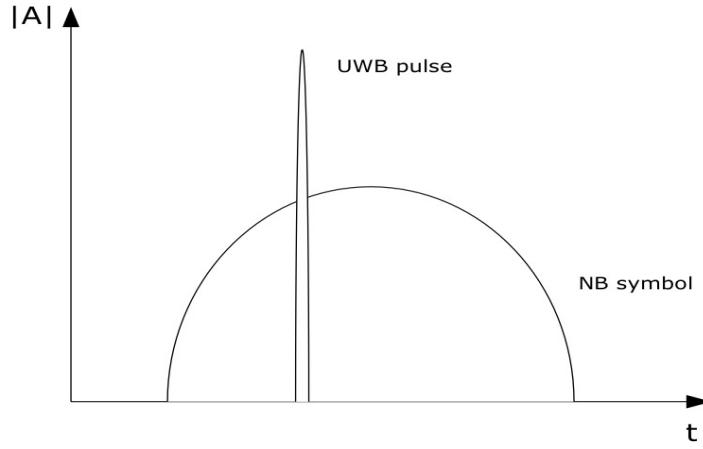
$$r_I(t) = \sqrt{I} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=0}^{N_f-1} p(t - iT_s - jT_f - c_j T_c - d(i)\Delta) \quad (4.6)$$

και οι μεταβλητές του είναι οι ίδιες με αυτές που έχουν αναλυθεί στο Κεφάλαιο 3. Για την παρεμβολή, υποθέτουμε κανάλι που εισάγει απλά μια καθυστέρηση  $\tau$ , η οποία είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη στο διάστημα  $[0, T_f]$ .

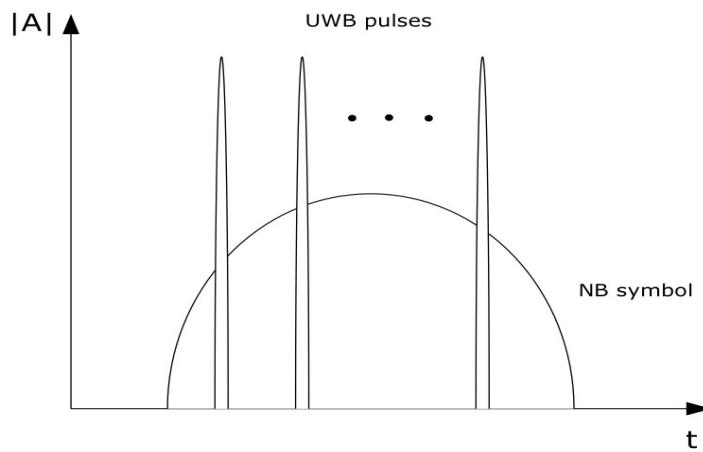
Σύμφωνα με το [2], διαχωρίζονται δύο περιπτώσεις όσον αφορά τις παραμέτρους  $T$  και  $T_f$  που καθορίζουν την μορφή του ανθροίσματος των δύο σημάτων που λαμβάνουμε στον δέκτη και κατ' επέκτασιν την απόδοση του συστήματος. Εάν θεωρήσουμε  $T_f \geq T$ , τότε έχουμε παρεμβολή το πολύ ενός παλμού σήματος υπερευρείας ζώνης σε κάθε σύμβολο πληροφορίας του σήματος στενής ζώνης. Εάν θεωρήσουμε  $T_f < T$ , περισσότεροι από ένας παλμοί του σήματος παρεμβολής θα παρουσιαστούν στη χρήσιμη κυματομορφή, όπως στο Σχήμα 4.2.4. Στις υλοποιήσεις μας προσομοιώνεται η πρώτη περίπτωση και συγκεκριμένα με  $T_f = T$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.2.3. Στο

#### 4.2. ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΣΗΜΑΤΟΣ ΥΠΕΡΕΥΡΕΙΑΣ ΖΩΝΗΣ ΣΕ ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ ΣΤΕΝΗΣ ΖΩΝΗΣ

τελευταίο γράφημα, παρουσιάζεται το άθροισμα του χρήσιμου σήματος με το σήμα παρεμβολής στον δέκτη, πριν τη αποδιαμόρφωση, για διάφορα *SIR*. Στα σχήματα δεν περιλαμβάνεται θόρυβος, για να είναι πιο ευδιάκριτα. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται διάφορα στάδια που περνάει η ληφθείσα κυματομορφή στον δέκτη στενής ζώνης, τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και στο πεδίο της συχνότητας. Τέλος, στη ενότητα 4.3 θα παρουσιαστούν προσομοιώσεις της πιθανότητας σφάλματος, για να ελεγχθεί η απόδοση του συστήματος που περιγράφουμε.

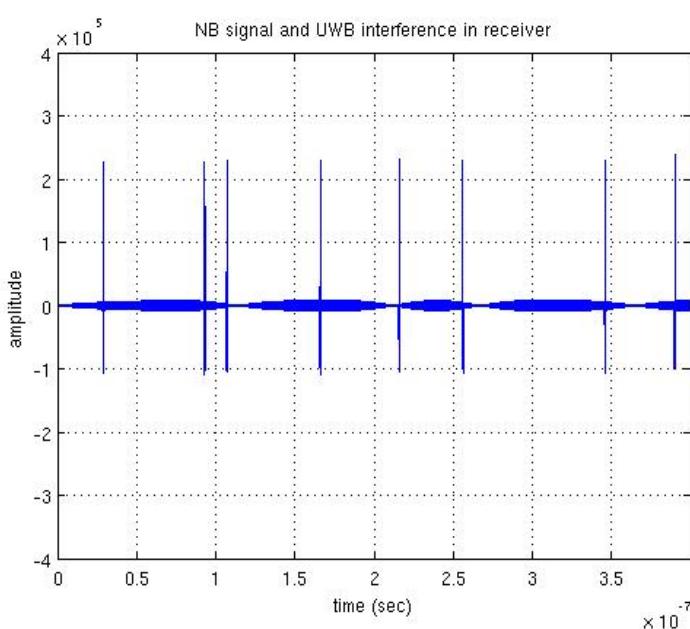
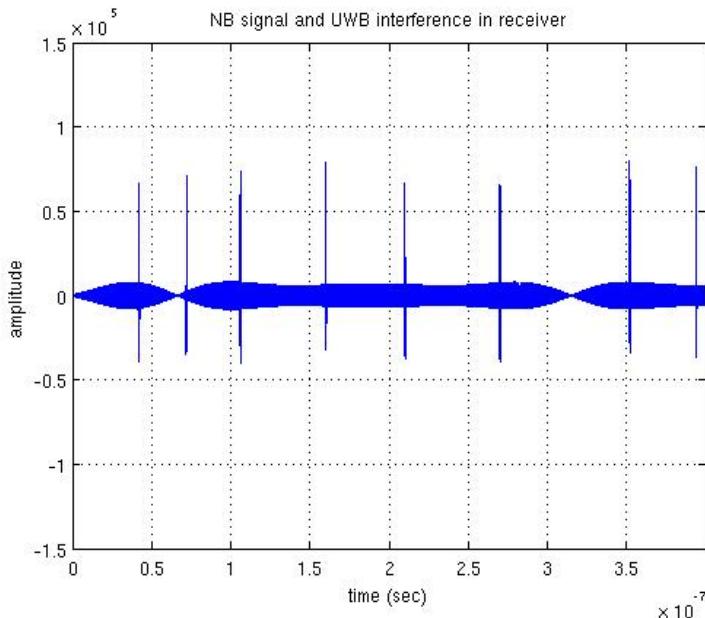


(a)  $T \leq T_f$



(b)  $T > T_f$

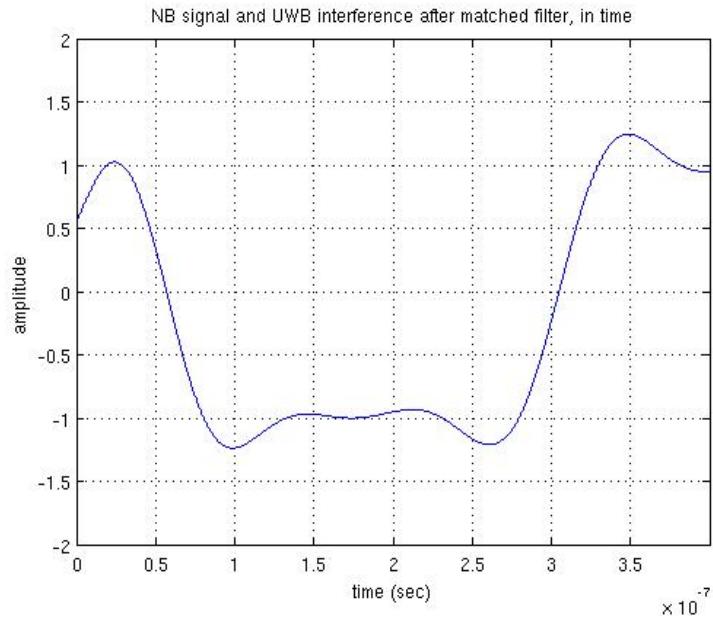
Σχήμα 4.2.3: Παλμοί του σήματος υπερευρείας ζώνης και του σήματος στενής ζώνης, σε κοινό γράφημα.



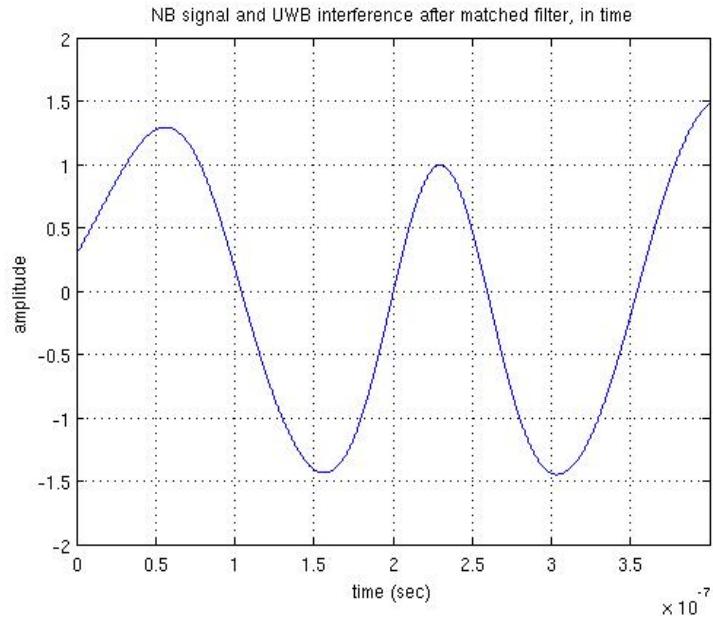
**Σχήμα 4.2.4:** Άθροισμα του σήματος στενής ζώνης με το σήμα παρεμβολής στον δέκτη, για διάφορα  $SIR$ .

Στο Σχήμα 4.2.5, παρουσιάζεται σε μεγέθυνση η ληφθείσα κυματομορφή μετά το προσαρμοσμένο φίλτρο, σύμφωνα με τα σήματα που παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.2.4. Σε αυτήν την κυματομορφή, μαζί με την προσθήκη υορύβου στην γενική περίπτωση, βασίζονται οι αποφάσεις για τα σύμβολα πληροφορίας, λαμβάνοντας δείγματα κατάλληλες χρονικές στιγμές.

#### 4.2. ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΣΗΜΑΤΟΣ ΤΠΕΡΕΤΡΕΙΑΣ ΖΩΝΗΣ ΣΕ ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ ΣΤΕΝΗΣ ΖΩΝΗΣ



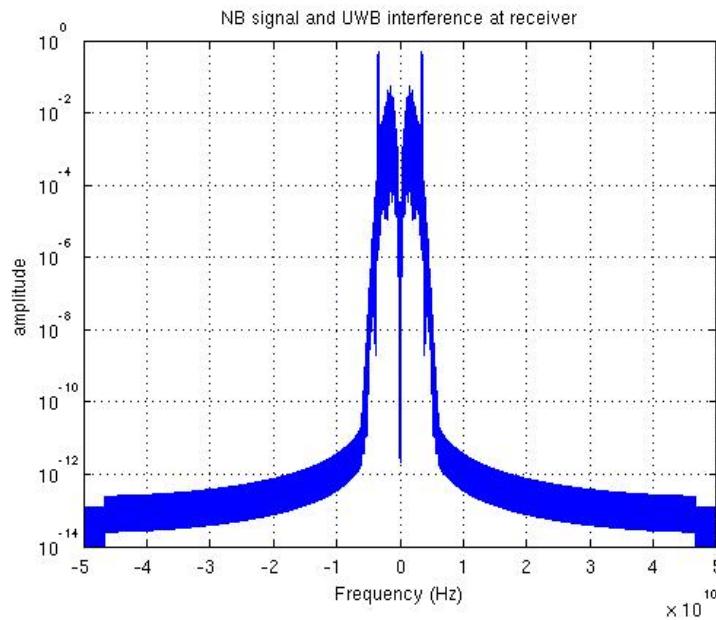
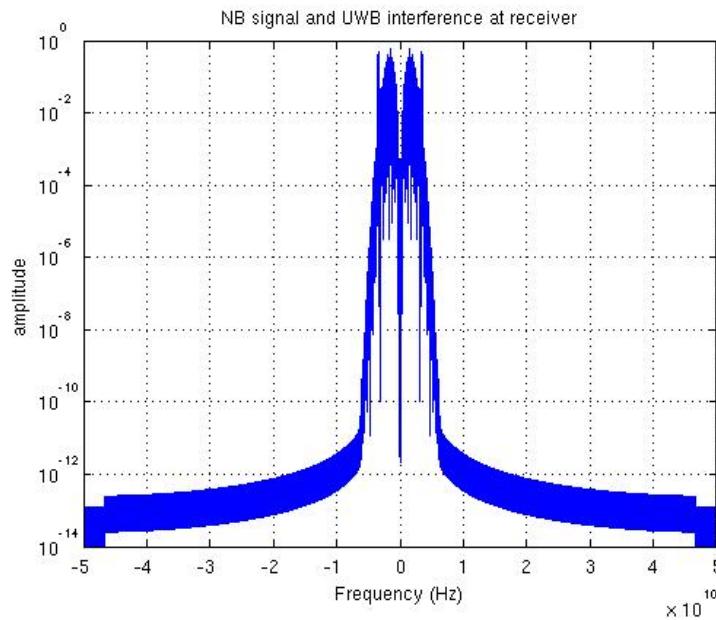
(a)  $SIR = 0 \text{ dB.}$



(b)  $SIR = -10 \text{ dB.}$

Σχήμα 4.2.5: Άθροισμα του σήματος στενής ζώνης με το σήμα παρεμβολής, μετά το προσαρμοσμένο φίλτρο.

Κατόπιν, παρουσιάζουμε στο πεδίο της συχνότητας, το χρήσιμο σήμα και το σήμα παρεμβολής, στα ίδια ακριβώς στάδια. Αρχικά, στο Σχήμα 4.2.6, παρατίθεται το άθροισμα της φασματικής πυκνότητας ισχύος των δύο σήματων.

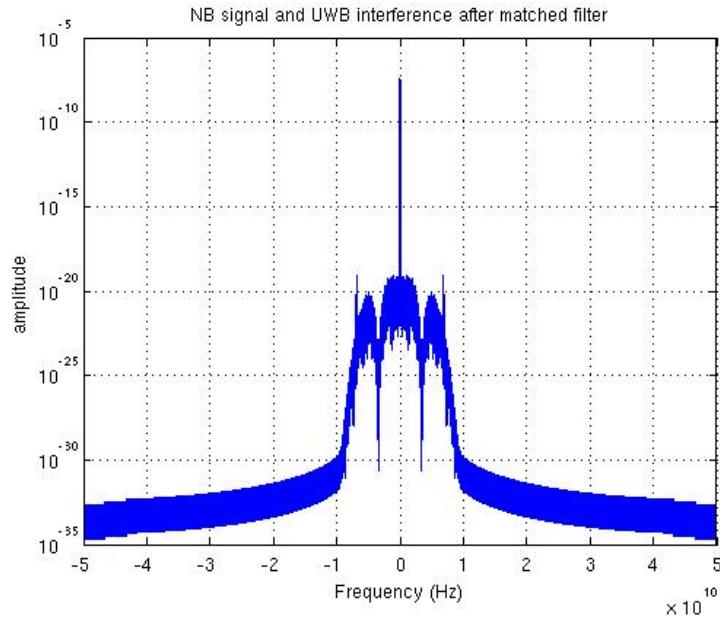
(a) Χρήσιμο σήμα συν σήμα παρεμβολής για  $SIR = 0$  dB.(b) Χρήσιμο σήμα συν σήμα παρεμβολής για  $SIR = -10$  dB.

**Σχήμα 4.2.6:** Άθροισμα του φασματικής πυκνότητας ισχύος σήματος στενής ζώνης με το σήμα παρεμβολής, για διάφορα  $SIR$ .

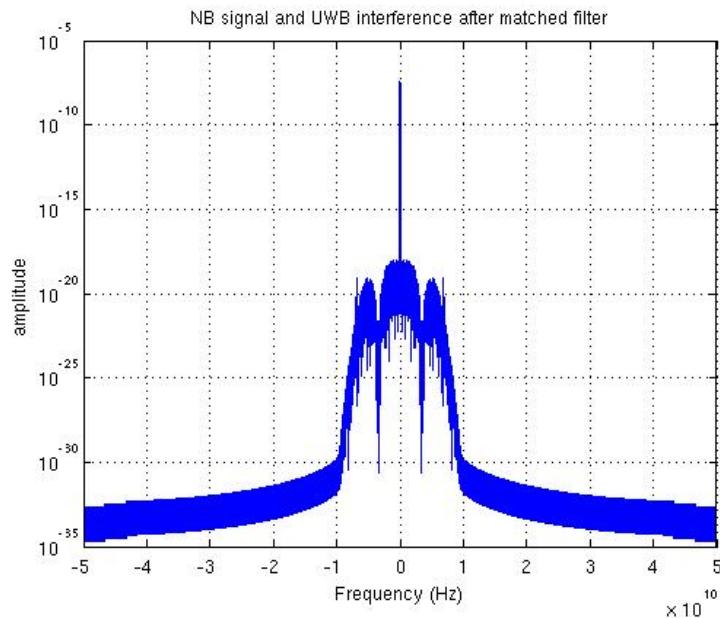
Τέλος, παρατίθεται η φασματική πυκνότητα ισχύος εξόδου του προσαρμομένου φίλτρου, με είσοδο την χυματομορφή που λαμβάνεται στον δέκτη στενής ζώνης. Παρατηρούμε ότι στην έξοδο του φίλτρου, η φασματική πυκνότητα ισχύος του σήματος παρεμβολής παρουσιάζεται αρκετά υποβαθμισμένη. Γι αυτό τον λόγο δείχνει μεγάλη ανέχεια το σύστημα στενής ζώνης, σε παρεμβολή

#### 4.2. ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΣΗΜΑΤΟΣ ΤΠΕΡΕΤΡΕΙΑΣ ΖΩΝΗΣ ΣΕ ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ ΣΤΕΝΗΣ ΖΩ

σήματος υπερευρείας ζώνης, σύμφωνα με τις υποθέσεις που έχουμε κάνει.



(a)  $SIR = 0$  dB.



(b)  $SIR = -10$  dB.

Σχήμα 4.2.7: Άθροισμα του σήματος στενής ζώνης με το σήμα παρεμβολής μετά την αποδιαμόρφωση στον δέκτη, για διάφορα  $SIR$ .

### 4.3 Προσομοιώσεις

#### Σήμα στενής ζώνης ως παρεμβολέας σε σύστημα υπερευρείας ζώνης

Στο Σχήμα 4.3.1, παρουσιάζεται η προσομοίωση της απόδοσης του συστήματος υπερευρείας ζώνης για έναν χρήστη με συνύπαρξη σήματος στενής ζώνης για Rake - 1 και στη συνέχεια στο Σχήμα 4.3.2, για Rake - 3. Για τον χρήστη που μεταδίδει σήμα υπερευρείας ζώνης θεωρείται στατικό κανάλι, ενώ για το σήμα στενής ζώνης κανάλι με ισχύ που ακολουθεί κανονική κατανομή και με διασπορά 1. Θεωρούνται γνωστές οι παράμετροι του καναλιού στο δέκτη και η υλοποίηση γίνεται για διάφορες τιμές του λόγου της ισχύος εκπομπής του χρήσιμου σήματος προς την ισχύ εκπομπής του παρεμβολέα (SIR). Η συχνότητα διαμόρφωσης που επιλέγεται για το σήμα στενής ζώνης είναι  $F_o = 500 \text{ MHz}$ . Η παράμετρος καθυστέρησης  $\Delta$ , για τη διαμόρφωση κατά θέση που εφαρμόζεται στο σήμα υπερευρείας ζώνης, ορίζεται ως  $\Delta = 1.4 \text{ ns}$ , απεικονίζοντας μια τυπική προσομοίωση του συστήματος.

Στο Σχήμα 4.3.3, παρουσιάζεται η προσομοίωση της πιθανότητας σφάλματος για Rake - 1, επαναλαμβάνοντας τις παραπάνω υποθέσεις για το σύστημα και λαμβάνοντας τις τιμές των παραμέτρων του καναλιού του σήματος υπερευρείας ζώνης από τον εκτιμητή Μεγίστης Πιθανοφάνειας. Στο Σχήμα 4.3.4, παίρνουμε την πιθανότητα σφάλματος για Rake - 3.

Τλοποιούμε το ίδιο σύστημα με τις ίδιες υποθέσεις με γνώση και χρήση των παραμέτρων του καναλιού σήματος υπερευρείας ζώνης στο δέκτη. Η διαφορά είναι ότι σε κάθε επανάληψη διαλέγεται μια συχνότητα τυχαία με ομοιόμορφη κατανομή στις συχνότητες  $100 - 1000 \text{ MHz}$  για το σήμα στενής ζώνης ενώ θέτουμε την παράμετρο του χρήσιμου σήματος πληροφορίας  $\Delta = 1.5 \text{ ns}$  απεικονίζοντας μια μέση προσομοίωση του συστήματος. Στο Σχήμα 4.3.5, υποθέτουμε την χρήση Rake - 1, ενώ στο Σχήμα 4.3.6, Rake - 3.

Στη συνέχεια, επαναλαμβάνονται οι παραπάνω υποθέσεις για το σύστημα, λαμβάνοντας τις τιμές των παραμέτρων του καναλιού του σήματος υπερευρείας ζώνης από τον εκτιμητή Μεγίστης Πιθανοφάνειας. Στο Σχήμα 4.3.7, υποθέτουμε την χρήση Rake - 1, ενώ στο Σχήμα 4.3.8, Rake - 3.

Στα Σχήματα 4.3.9 και 4.3.10, παρουσιάζεται η προσομοίωση της πιθανότητας σφάλματος για Rake - 1 και Rake - 3, υποθέτοντας  $F_o \Delta \in \mathbb{Z}$ . Με αυτήν την υλοποίηση, προσπαθούμε να διαπιστώσουμε κατά πόσο μπορούμε να μηδενίσουμε την παρεμβολή σημάτων στενής ζώνης, που μοντελοποιούνται σύμφωνα με το [2] ως ημιτονοειδές σήμα, σε σύστημα επικοινωνίας σήματος υπερευρείας ζώνης. Θεωρούμε ότι η συχνότητα διαμόρφωσης του ημιτονοειδούς σήματος μας είναι γνωστή και επομένως θέτουμε  $F_o = 625 \text{ MHz}$  και διαλέγουμε  $\Delta = 1.6 \text{ ns}$ . Όπως παρατηρούμε, για κάθε τιμή του SIR εξουδετερώνεται η παρεμβολή που προκύπτει από έναν τόνο με την υπόθεση που κάναμε.

Επαναλαμβάνονται οι παραπάνω υποθέσεις για το σύστημα, λαμβάνοντας τις τιμές των παραμέτρων του καναλιού του σήματος υπερευρείας ζώνης από τον εκτιμητή Μεγίστης Πιθανοφάνειας. Στα Σχήματα 4.3.11 και 4.3.12, παρουσιάζεται η προσομοίωση της πιθανότητας σφάλματος για Rake - 1 και Rake - 3, αντίστοιχα.

Κατόπιν, επιλέγουμε την ίδια παράμετρο καθυστέρησης  $\Delta = 1.6 \text{ ns}$  και συχνότητα για το σήμα παρεμβολής  $F_o = 623 \text{ MHz}$ . Σκοπός είναι να μελετήσουμε την ανεκτικότητα της υπόθεσης που κάναμε. Στα Σχήματα 4.3.13 και 4.3.14, παρατίθενται οι πιθανότητες σφάλματος για Rake - 1 και Rake - 3 αντίστοιχα. Θεωρούμε γνωστό το κανάλι στον δέκτη και όπως παρατηρούμε, η απόδοση του συστήματος παραμένει αμετάβλητη. Τέλος, στα Σχήματα 4.3.15 και 4.3.16, κάνουμε τις ίδιες υποθέσεις εκτιμώντας τις παραμέτρους του καναλιού στον δέκτη.

## Σύστημα στενής ζώνης

Στο Σχήμα 4.3.17, προσομοιώνεται ένα σύστημα στενής ζώνης μαζί με τη θεωρητική πιθανότητα σφάλματος, για την αξιολόγηση του συστήματος που υλοποιήθηκε. Θεωρούμε κανάλι λευκού προσθετικού Γκαουσιανού θορύβου με τυχαία καθυστέρηση στο διάστημα  $[0, T]$ , όπου  $T$  η περίοδος συμβόλου. Η συχνότητα διαμόρφωσης τίθεται  $560 \text{ MHz}$  και τέλος θεωρούνται γνωστές οι τιμές των παραμέτρων του καναλιού στο δέκτη. Η θεωρητική πιθανότητα σφάλματος BPSK διαμόρφωσης για AWGN κανάλι δίνεται ως  $P_e = Q(\sqrt{2 E_b / N_o})$ , όπου  $E_b$  η ισχύς ενός συμβόλου του χρήσιμου σήματος προς τη φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου.

## Σήμα υπερευρείας ζώνης ως παρεμβολέας σε σύστημα στενής ζώνης

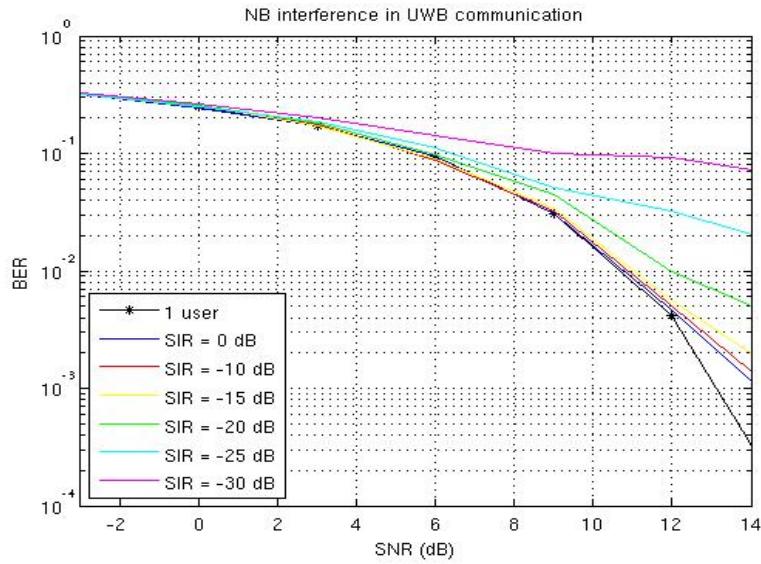
Στο Σχήμα 4.3.18, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης της παρεμβολής σήματος υπερευρείας ζώνης, σε επικοινωνία συστήματος στενής ζώνης. Για το σήμα στενής ζώνης θεωρούμε περίοδο συμβόλου ίσο με τη χρονική διάρκεια ενός frame του σήματος υπερευρείας ζώνης και η συχνότητα διαμόρφωσής του τίθεται ίση με  $3.450 \text{ GHz}$ . Και για τα δύο σήματα θεωρούμε κανάλια λευκού προσθετικού Γκαουσιανού θορύβου ανεξάρτητα το ένα από το άλλο. Να αναφερθεί ότι το σύστημα που υλοποιείται είναι θεωρητικό καθώς υποθέτουμε

1. ρυθμό μετάδοσης για το σήμα στενής ζώνης μεγαλύτερο από αυτό του σήματος υπερευρείας ζώνης
2. ισχύ του σήματος υπερευρείας ζώνης κατά πολύ μεγαλύτερη από αυτή του σήματος στενής ζώνης.

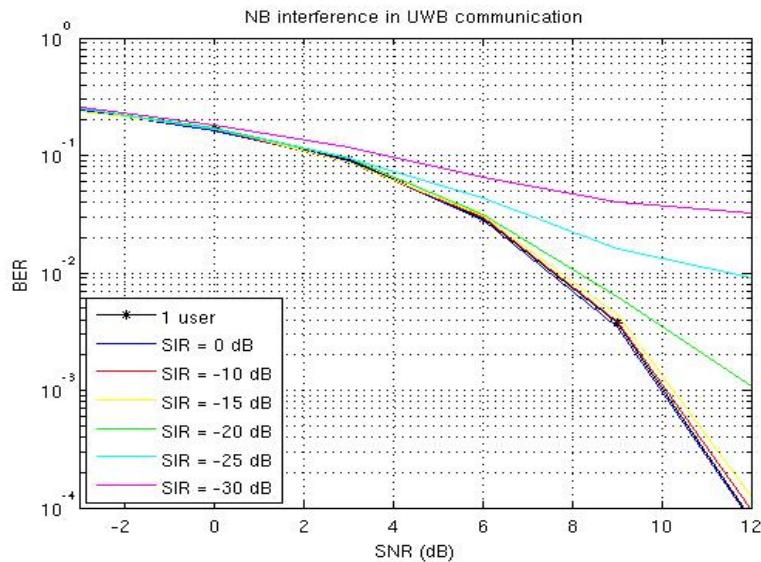
Την ίδια στιγμή της παρατηρήσης της πιθανότητας σφάλματος, οι οποίες έρχονται σε αντίθεση με τις βασικές αρχές της μετάδοσης σημάτων υπερευρείας ζώνης κατά τις οποίες περιλαμβάνονται επικοινωνίες χαμηλής ισχύος και υψηλού ρυθμού μετάδοσης.

Τέλος να αναφέρουμε ότι οι προσομοίωσεις περιλαμβάνουν περιπτώσεις που η ισχύς του σήματος υπερευρείας ζώνης είναι μέχρι και  $25 \text{ dB}$  μεγαλύτερη από την ισχύ του σήματος στενής ζώνης, περίπτωση που είναι ακραία σε ρεαλιστικές συνθήκες. Επομένως αντιλαμβανόμαστε ότι στην περίπτωση που εξετάζουμε και σύμφωνα με τις υποθέσεις που έχουμε κάνει, η παρεμβολή δεν επηρεάζει ιδιαίτερα την απόδοση του συστήματος.

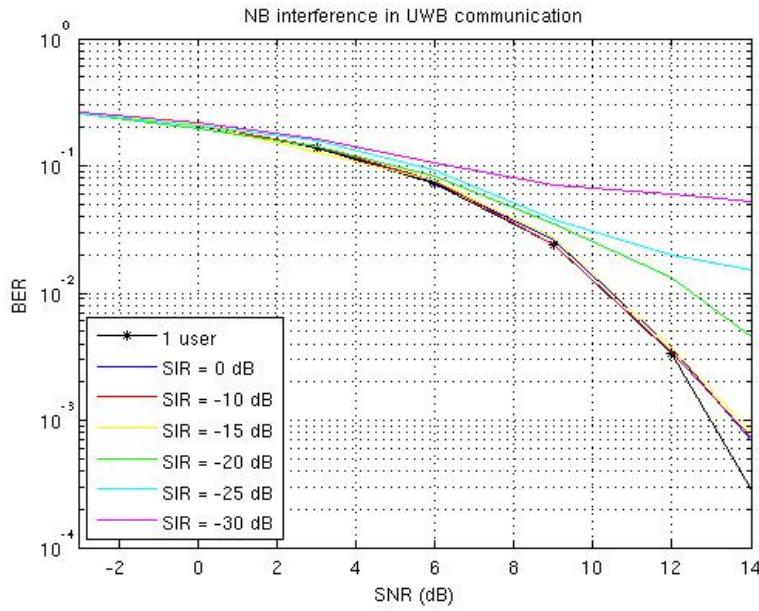
## Γραφήματα



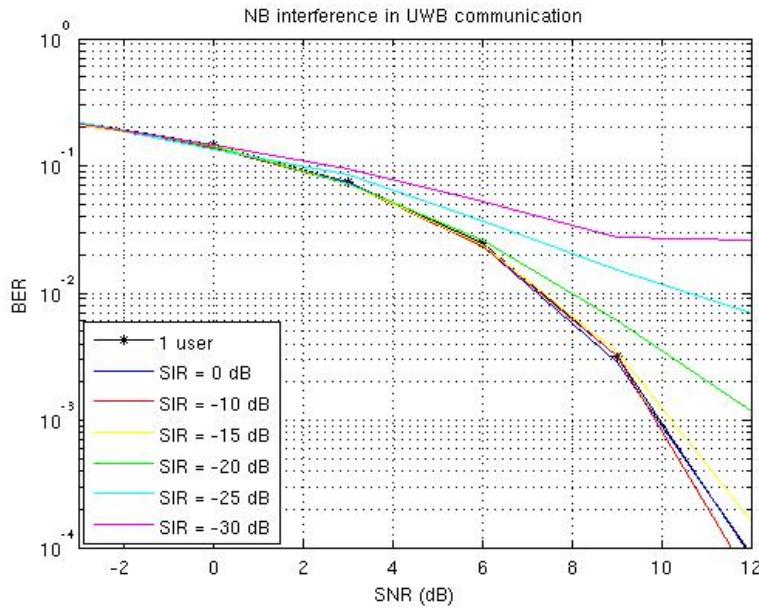
Σχήμα 4.3.1: BER υποθέτοντας Rake - 1, διάφορες τιμές του  $SIR$ ,  $F_o = 500$  MHz για το σήμα στενής ζώνης και  $\Delta = 1.4$  ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Το κανάλι είναι γνωστό στον δέκτη.



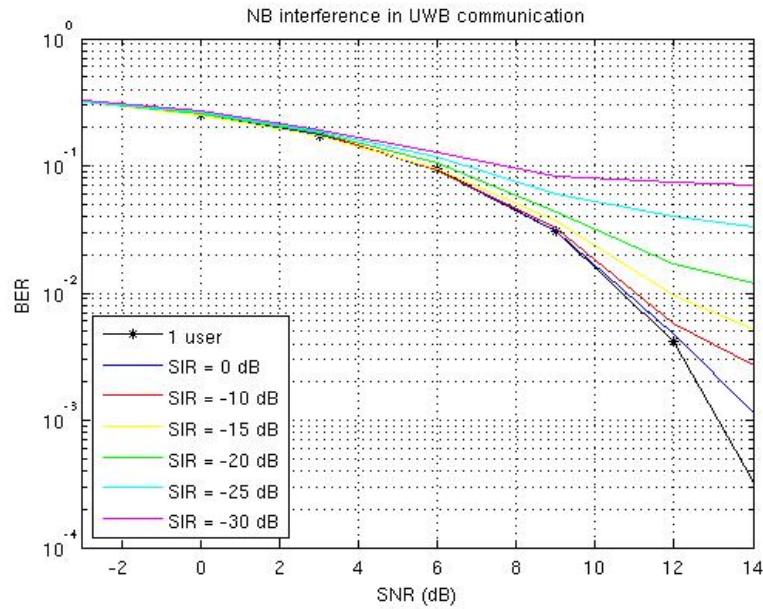
Σχήμα 4.3.2: BER υποθέτοντας Rake - 3, διάφορες τιμές του  $SIR$ ,  $F_o = 500$  MHz για το σήμα στενής ζώνης και  $\Delta = 1.4$  ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Το κανάλι είναι γνωστό στον δέκτη.



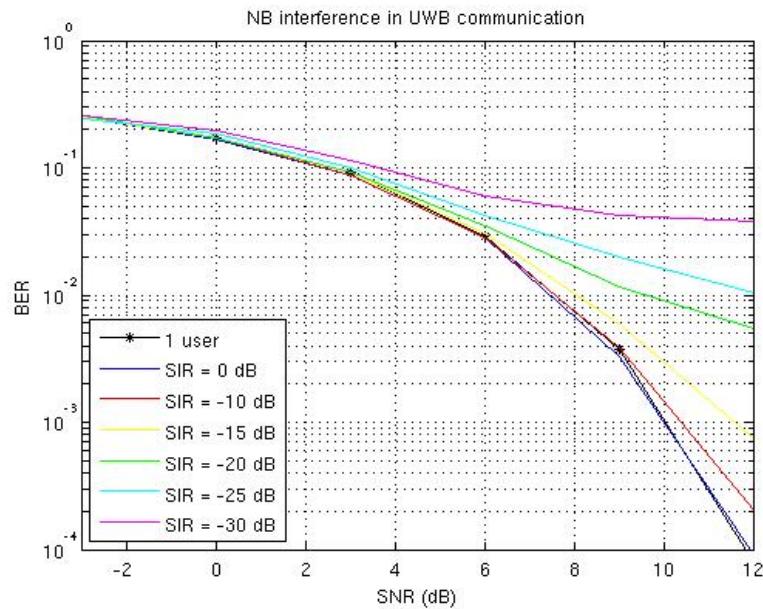
Σχήμα 4.3.3: BER υποθέτοντας Rake - 1, διάφορες τιμές του  $SIR$ ,  $F_o = 500$  MHz για το σήμα στενής ζώνης και  $\Delta = 1.4$  ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Οι παράμετροι του καναλιού εκτιμούνται στον δέκτη.



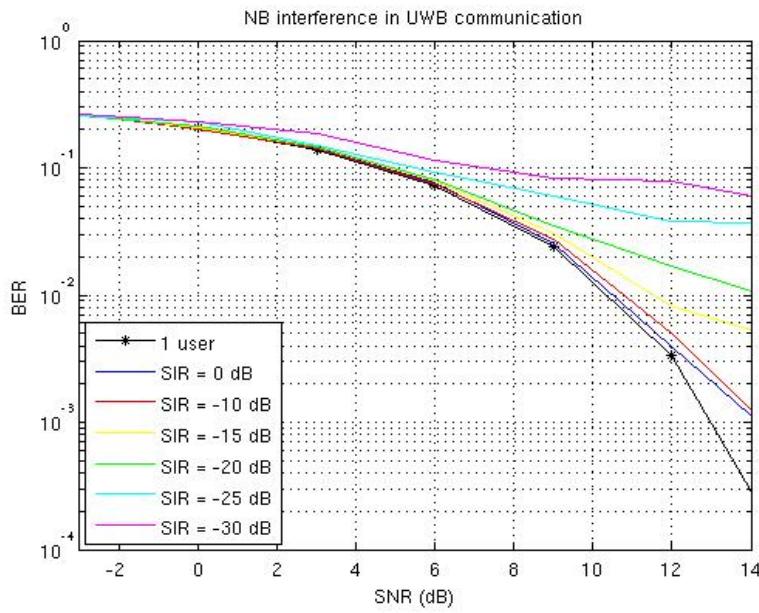
Σχήμα 4.3.4: BER υποθέτοντας Rake - 3, διάφορες τιμές του  $SIR$ ,  $F_o = 500$  MHz για το σήμα στενής ζώνης και  $\Delta = 1.4$  ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Οι παράμετροι του καναλιού εκτιμούνται στον δέκτη.



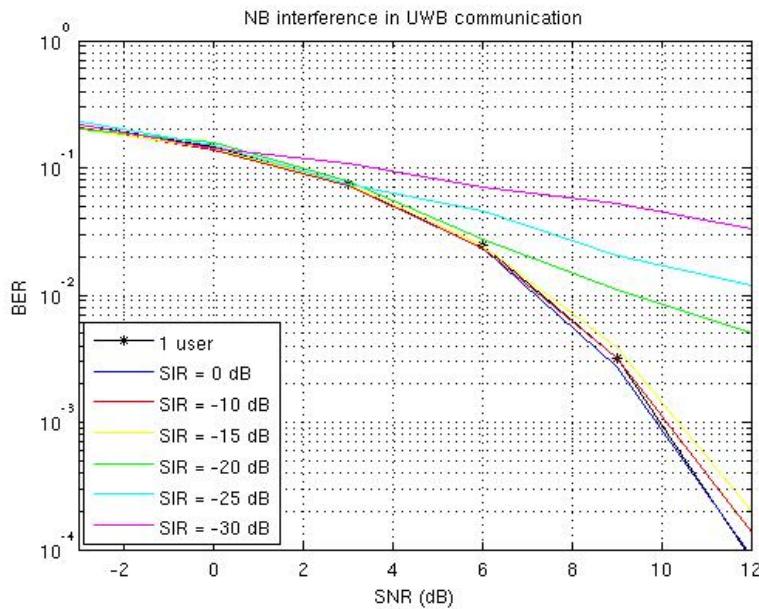
Σχήμα 4.3.5: BER υποθέτοντας Rake - 1, διάφορες τιμές του  $SIR$ ,  $F_o \sim U[100, 1000]$  MHz για το σήμα στενής ζώνης και  $\Delta = 1.5$  ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Το κανάλι είναι γνωστό στον δέκτη.



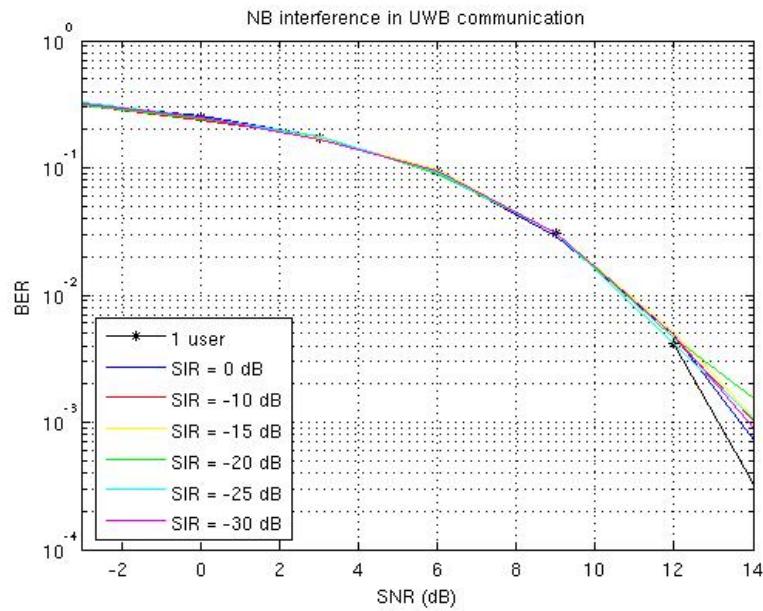
Σχήμα 4.3.6: BER υποθέτοντας Rake - 3, διάφορες τιμές του  $SIR$ ,  $F_o \sim U[100, 1000]$  MHz για το σήμα στενής ζώνης και  $\Delta = 1.5$  ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Το κανάλι είναι γνωστό στον δέκτη.



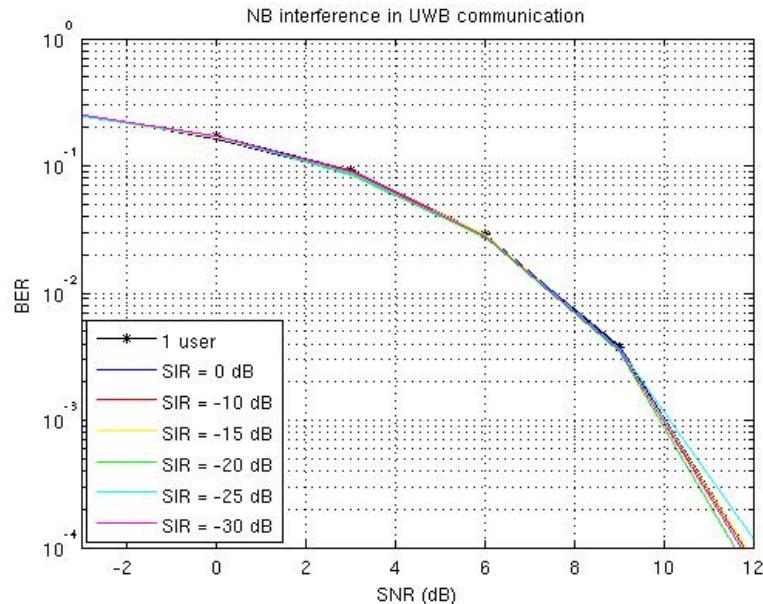
Σχήμα 4.3.7: BER υποθέτοντας Rake - 1, διάφορες τιμές του  $SIR$ ,  $F_o \sim U[100, 1000]$  MHz για το σήμα στενής ζώνης και  $\Delta = 1.5$  ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Οι παράμετροι του καναλιού εκτιμούνται στον δέκτη.



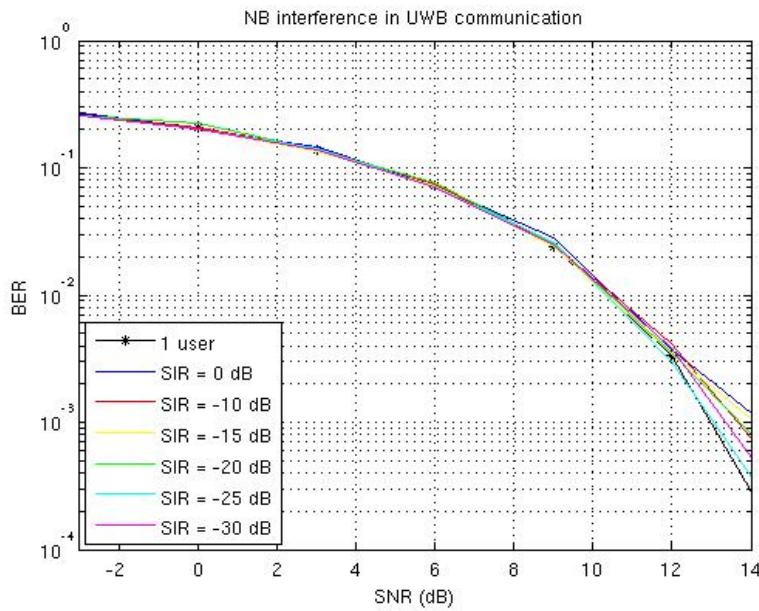
Σχήμα 4.3.8: BER υποθέτοντας Rake - 3, διάφορες τιμές του  $SIR$ ,  $F_o \sim U[100, 1000]$  MHz για το σήμα στενής ζώνης και  $\Delta = 1.5$  ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Οι παράμετροι του καναλιού εκτιμούνται στον δέκτη.



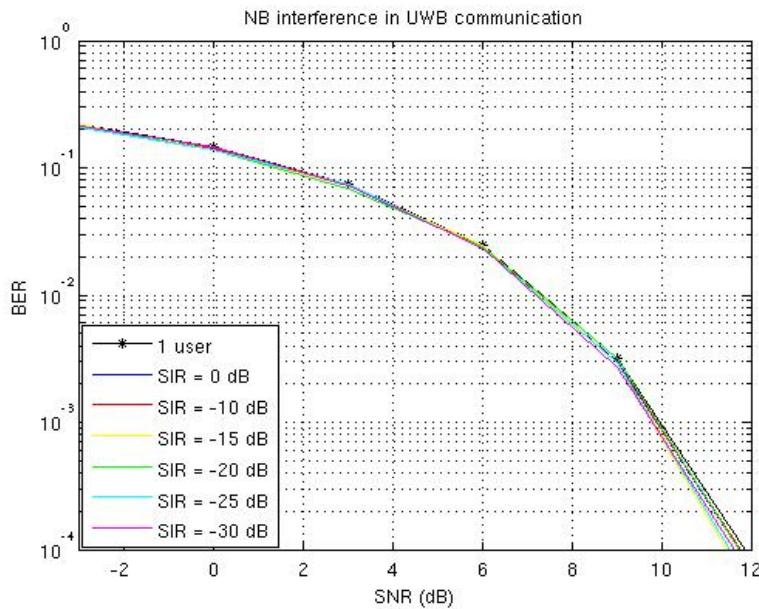
Σχήμα 4.3.9: BER υποθέτοντας Rake - 1, διάφορες τιμές του  $SIR$ ,  $F_o = 625$  MHz για το σήμα στενής ζώνης και  $\Delta = 1.6$  ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Το κανάλι είναι γνωστό στον δέκτη.



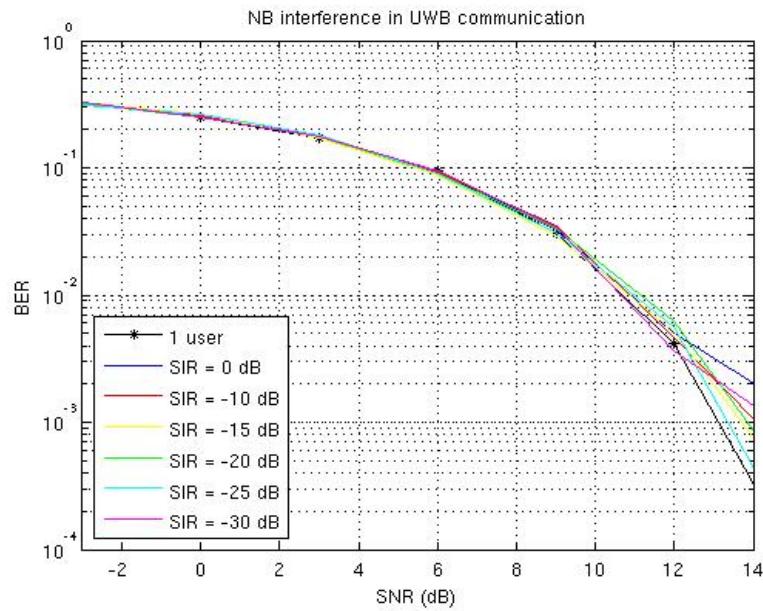
Σχήμα 4.3.10: BER υποθέτοντας Rake - 3, διάφορες τιμές του  $SIR$ ,  $F_o = 625$  MHz για το σήμα στενής ζώνης και  $\Delta = 1.6$  ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Το κανάλι είναι γνωστό στον δέκτη.



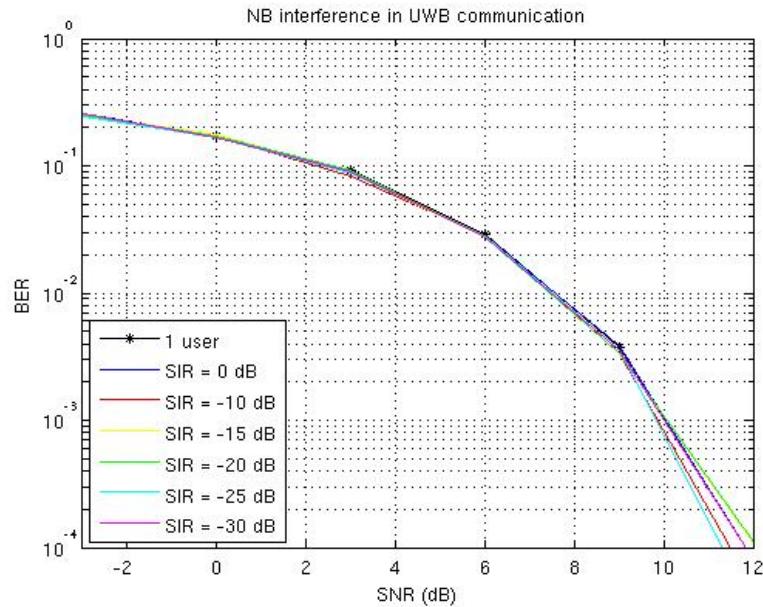
Σχήμα 4.3.11: BER υποθέτοντας Rake - 1, διάφορες τιμές του  $SIR$ ,  $F_o = 625$  MHz για το σήμα στενής ζώνης και  $\Delta = 1.6$  ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Οι παράμετροι του καναλιού εκτιμούνται στον δέκτη.



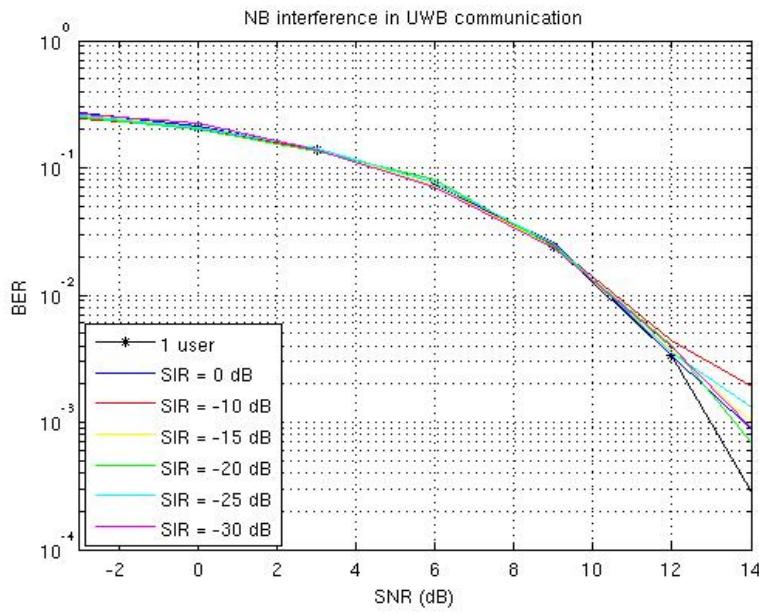
Σχήμα 4.3.12: BER υποθέτοντας Rake - 3, διάφορες τιμές του  $SIR$ ,  $F_o = 625$  MHz για το σήμα στενής ζώνης και  $\Delta = 1.6$  ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Οι παράμετροι του καναλιού εκτιμούνται στον δέκτη.



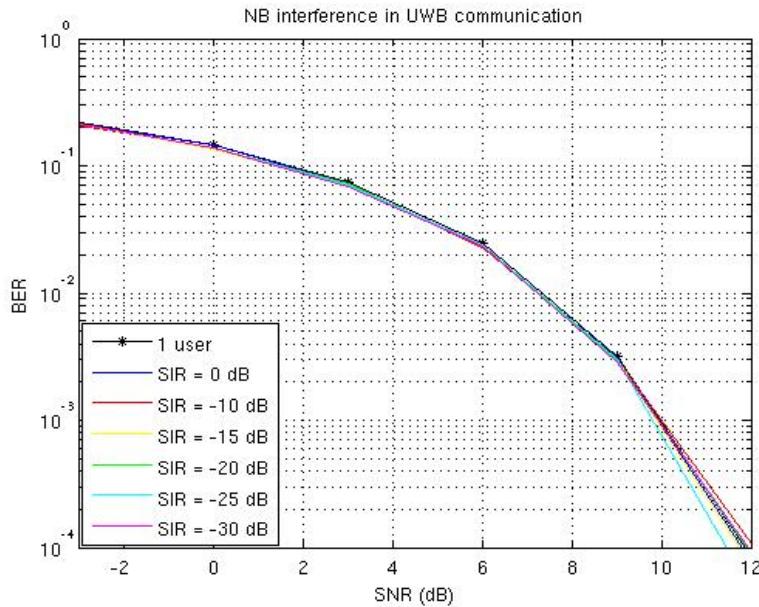
Σχήμα 4.3.13: BER υποθέτοντας Rake - 1, διάφορες τιμές του SIR,  $F_o = 623$  MHz για το σήμα στενής ζώνης και  $\Delta = 1.6$  ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Οι παράμετροι του καναλιού εκτιμούνται στον δέκτη.



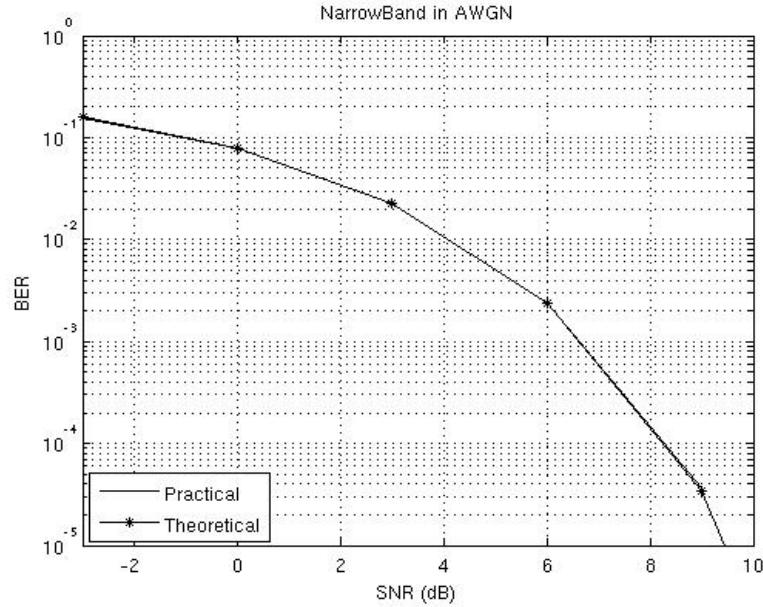
Σχήμα 4.3.14: BER υποθέτοντας Rake - 3, διάφορες τιμές του SIR,  $F_o = 623$  MHz για το σήμα στενής ζώνης και  $\Delta = 1.6$  ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Οι παράμετροι του καναλιού εκτιμούνται στον δέκτη.



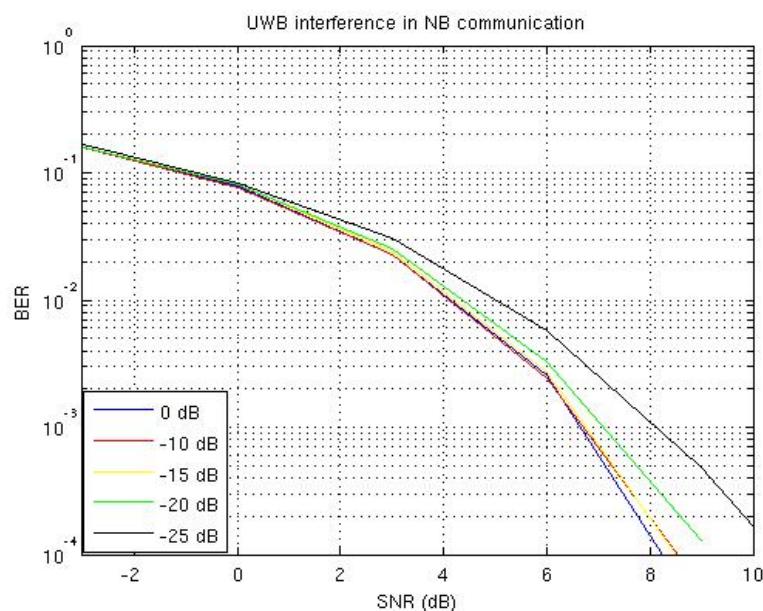
Σχήμα 4.3.15: BER υποθέτοντας Rake - 1, διάφορες τιμές του  $SIR$ ,  $F_o = 623$  MHz για το σήμα στενής ζώνης και  $\Delta = 1.6$  ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Το κανάλι είναι γνωστό στον δέκτη.



Σχήμα 4.3.16: BER υποθέτοντας Rake - 3, διάφορες τιμές του  $SIR$ ,  $F_o = 623$  MHz για το σήμα στενής ζώνης και  $\Delta = 1.6$  ns για το σήμα υπερευρείας ζώνης. Το κανάλι είναι γνωστό στον δέκτη.



Σχήμα 4.3.17: BER προσομοίωσης και θεωρητικής προσέγγισης του συστήματος στενής ζώνης.



Σχήμα 4.3.18: BER προσομοίωσης του συστήματος στενής ζώνης με παρεμβολή σήματος υπερευρείας, για διάφορα  $SIR$  και θέτοντας  $T = T_f$ .

# Βιβλιογραφία

- [1] L. Yang and G. Giannakis, "Ultra-Wideband Communications: An Idea Whose Time Has Come," *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 21, no.6, pp 26-54, nov. 2004
- [2] M. Chiani and A. Giorgetti, "Coexistence Between UWB and Narrow-Band Wireless Communication Systems," *Proceedings of the IEEE*, vol. 97, no.2, pp 231-254, feb. 2009
- [3] V. Lottici, A. D' Andrea and U. Mengali, "Channel Estimation for Ultra-Wideband Communications," *IEEE journal on Selected Areas in Communications*, vol. 20, no.9, pp 1638-1645, dec. 2002
- [4] F. Ramirez-Mireles, "Performance of Ultrawideband SSMA Using Time Hopping and  $M$ -ary PPM," *IEEE journal on Selected Areas in Communications*, vol. 19, no.6, pp 1186-1196, feb. 2001
- [5] M. Z. Win and R. A. Scholtz, "Impulse radio: How it works," *IEEE Communications Letters*, vol. 2, no. 1, pp. 10-12, jan. 1998
- [6] M. Z. Win and R. A. Scholtz, "Ultra-Wide Bandwidth Time-Hopping Spread-Spectrum Impulse Radio for Wireless Multiple-Access Communications," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, no. 4, pp. 679-691, apr. 2000
- [7] Αθανάσιος Π. Λιάβας, *Εισαγωγή στις Ασύρματες Επικοινωνίες*, Πολυτεχνείο Κρήτης, Τμήμα ΗΜΜΥ, Δεκέμβριος 2009
- [8] Αθανάσιος Π. Λιάβας, *Σημειώσεις στα Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα II*, Πολυτεχνείο Κρήτης, Τμήμα ΗΜΜΥ, Εαρινό Εξάμηνο 2009
- [9] John G. Proakis, Masoud Salehi, *Communication Systems Engineering*, Pearson Education, 2003
- [10] H. Nikookar, R. Prasad, *Introduction to Ultra Wideband for Wireless Communications*, Springer, 2008
- [11] Jeffrey H. Reed, *An Introduction to Ultra Wideband Communication Systems*, Prentice Hall, 2005