

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Αγόρος Βασίλης

Θέμα: Δοκιμές κάμψεως τριών σημείων σε νέα μη εμπορική μηχανή με σύστημα καταγραφής των ανηγμένων παραμορφώσεων.

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:

Εξαδάκτυλος Γεώργιος, Καθηγητής (επιβλέπων)
Γαλετάκης Μιχαήλ, Αναπληρωτής Καθηγητής
Αλεβίζος Γεώργιος, Επίκουρος Καθηγητής

Περίληψη

Αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη της κάμψης μαρμάρου σε τρία σημεία. Για την εκτέλεση των πειραμάτων κάμψης τριών σημείων χρησιμοποιήθηκε πειραματική διάταξη, που υπάρχει στο Εργαστήριο Μελέτης και Σχεδιασμού Εκμεταλλεύσεων.

Τα δοκίμια προέρχονταν από τρία διαφορετικά λατομεία μαρμάρου. Πρόκειται για το μάρμαρο Σκύρου, το μάρμαρο Βόλακα (Δράμα, Β. Ελλάδα) και το μάρμαρο Βράτσας (Βουλγαρία). Τα δείγματα κάθε τύπου μαρμάρου ελήφθησαν από τον ίδιο όγκο κάθε λατομείου.

Κατά τις δοκιμές κάμψης δοκιμίων πετρώματος, χρησιμοποιήθηκε ηλεκτρικό μηχανισμό. Επίσης, χρησιμοποιήθηκε γέφυρα Wheatstone για τον υπολογισμό της μεταβολής της ηλεκτρικής αντίστασης και κατά συνέπεια την μέτρηση της παραμόρφωσης. Έγινε επίσης και βαθμονόμηση της πειραματικής διάταξης.

Από την επεξεργασία των πειραματικών αποτελεσμάτων υπολογίζονται οι τάσεις, οι τιμές της εφελκυστικής παραμόρφωσης και κατασκευάζονται τα διαγράμματα τάσης-παραμόρφωσης. Απ' αυτά τα διαγράμματα υπολογίζονται οι τιμές της ελαστικότητας και της εφελκυστικής αντοχής των δοκιμίων. Επίσης παρουσιάζεται η ορυκτολογική σύσταση των μαρμάρων.

Τα δεδομένα που υπολογίζονται θα είναι συγκρίσιμα με άλλα πειραματικά αποτελέσματα. Το ευρύτερο αποτέλεσμα των δοκιμών αυτών είναι η δυνατότητα περιγραφής της συμπεριφοράς του μαρμάρου σε διαφορετικές μορφές καταπόνησης.

Τέλος, παρουσιάζονται όλα τα αποτελέσματα καθώς και η επεξεργασία των μετρήσεων που προέκυψαν. Παρατίθενται συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω επεξεργασία των μετρήσεων και του θέματος κάμψης τριών σημείων.

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ^ο	6
Εισαγωγή	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ^ο	8
Διακοσμητικά πετρώματα	8
2.1 Γενικά	8
2.2 Μεταμορφωμένα διακοσμητικά πετρώματα	8
2.3 Μάρμαρα	9
2.4 Φυσικά χαρακτηριστικά μαρμάρων	10
2.5 Ορυκτολογική ανάλυση	11
2.6 Μικροσκοπική εξέταση – Προσδιορισμός φυσικών χαρακτηριστικών των πετρωμάτων	12
2.7 Προετοιμασία λεπτών τομών	12
2.8 Δείγματα που μελετήθηκαν	13
2.8.1 Μάρμαρο Δράμας (Βόλακας)	13
2.8.2 Μάρμαρο Σκύρου	15
2.8.3 Μάρμαρο Βράτσας	17
2.9 Περιθλασιμετρία ακτίνων-X (XRD)	18
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ^ο	21
Τεχνική Θεωρία Κάμψης Τριών Σημείων	21
3.1 Εισαγωγή	21
3.2 Στοιχειώδης τεχνική θεωρία κάμψης Bernoulli-Euler	22
3.3 Τεχνική θεωρία κάμψης Timoshenko	29
3.4 Εξισώσεις της κάμψης τριών σημείων	31
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ^ο	34
Αρχή λειτουργίας πειράματος	34
4.1. Περιγραφή μηχανής	34
4.2. Αρχή λειτουργίας strain gage	37
4.3. Γέφυρα Wheatstone	39
4.4. Ενισχυτής σήματος	42
4.5. Βαθμονόμηση μηχανής	43
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ^ο	47
Προετοιμασία, εκτέλεση και επεξεργασία πειραμάτων δοκιμής κάμψης τριών σημείων.	47
5.1. Εισαγωγή	47
5.2. Διαστάσεις δοκιμίων μαρμάρου	47
5.3. Πειραματικές δοκιμές κάμψης τριών σημείων	49
5.4. Επεξεργασία πειραματικών δεδομένων δοκιμής κάμψης	52
5.5. Αποτελέσματα πειραματικών δεδομένων	56
5.5.1. Μάρμαρο Σκύρου	56
5.5.2. Μάρμαρο Βράτσας	60
5.5.3. Μάρμαρο Βόλακα	62
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ^ο	65
Συμπεράσματα και προτάσεις	65
Βιβλιογραφία	67

Κατάλογος εικόνων

Εικόνα 1: Φωτογραφία λεπτής τομής του δείγματος μαρμάρου Βόλακα.....	13
Εικόνα 2: Φωτογραφία λεπτής τομής του δείγματος μαρμάρου Βόλακα.....	14
Εικόνα 3: Φωτογραφία λεπτής τομής του δείγματος μαρμάρου Βόλακα.....	14
Εικόνα 4: Φωτογραφία λεπτής τομής του δείγματος μαρμάρου Βόλακα.....	15
Εικόνα 5: Φωτογραφία λεπτής τομής του δείγματος μαρμάρου Σκύρου.....	16
Εικόνα 6: Φωτογραφία λεπτής τομής του δείγματος μαρμάρου Σκύρου.....	16
Εικόνα 7: Φωτογραφία λεπτής τομής του δείγματος μαρμάρου Βράτσας.....	17
Εικόνα 8: Φωτογραφία λεπτής τομής του δείγματος μαρμάρου Βράτσας.....	17
Εικόνα 9: Περιθλασίμετρο ακτίνων-Χ (XRD)	18
Εικόνα 10: Αποψη θαλάμων εντός μαρμαροφόρου κοιτάσματος Διονύσου.....	21
Εικόνα 11: Φωτογραφία τμήματος της νότιας πλευράς κιόνων του Ναού του Παρθενώνα.....	21
Εικόνα 12: Γεωμετρία της δοκού σε κάμψη τριών σημείων (K3Σ) και σύστημα Καρτεσιανών συντεταγμένων.....	22
Εικόνα 13: Συμβολισμός των δυνάμεων και ροπών.....	23
Εικόνα 14: Συνιστώσες του πεδίου μετατοπίσεων (u, w) και της γωνιακής παραμόρφωσης Ψ	25
Εικόνα 15: Γραμμική διανομή της οριζόντιας παραμόρφωσης, και ορισμός της ακτίνας καμπυλότητας και της καμπτικής ροπής.....	26
Εικόνα 16: Σχέση της διατμητικής τάσης με την διατμητική παραμόρφωση.....	28
Εικόνα 17: Παραβολικού τύπου μεταβολή.....	28
Εικόνα 18: Συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσον της αμφιέριστης δοκού.....	31
Εικόνα 19: Πειραματική διάταξη για κάμψη τριών σημείων.....	34
Εικόνα 20: Βάση καμπτικής μηχανής.....	35
Εικόνα 21: Μεταλλική Πλάκα 41 N.....	36
Εικόνα 22: Μεταλλική Πλάκα 50 N.....	36
Εικόνα 23: Μεταλλική Πλάκα 69 N.....	36
Εικόνα 25: Ηλεκτρικό μηχανοστάσιο στο κέντρο.....	37
Εικόνα 24: Ηλεκτρικό μηχανοστάσιο.....	37
Εικόνα 26: Strain gage.....	38
Εικόνα 27: Γέφυρα Wheatstone.....	39
Εικόνα 28: Strain gage στο κέντρο.....	43
Εικόνα 29: Χάλυβας με Strain gage.....	44
Εικόνα 30: Ηλεκτρικό κύκλωμα.....	44
Εικόνα 31: Ο Χάλυβας στη μηχανή.....	44
Εικόνα 32: Δοκίμιο χάλυβα κατά το αρχικό στάδιο φόρτισης.....	45
Εικόνα 33: Φορτισμένο δοκίμιο σε προχωρημένο στάδιο του πειράματος.....	45

Κατάλογος πινάκων

Πίνακας 1:Βάρος εξαρτημάτων.....	35
Πίνακας 2:Τεχνικά χαρακτηριστικά strain gage.	38
Πίνακας 3:Τιμές της αντίστασης.....	42
Πίνακας 4:Διαστάσεις χάλυβα.....	43
Πίνακας 5:Διαστάσεις δοκιμίων.....	47
Πίνακας 6: Υπολογισμός καθαρού βάρους που ασκείται πάνω στο μάρμαρο Σκύρος 2.	52
Πίνακας 7:Υπολογισμός τάσης σε μονάδες (MPa) για μάρμαρο Σκύρος 2.	53
Πίνακας 8:Υπολογισμός ενίσχυσης σε μονάδες V.....	54
Πίνακας 9:Υπολογισμός πειραματικής παραμόρφωσης για το δοκίμιο Σκύρος 2.	55
Πίνακας 10:Συγκεντρωτικά αποτελέσματα δοκιμών K3Σ στο μάρμαρο Σκύρου.	58
Πίνακας 11: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα δοκιμών K3Σ στο μάρμαρο Βράτσας.	61
Πίνακας 12:Συγκεντρωτικά αποτελέσματα από τα μαρμάρα Βόλακα.	63
Πίνακας 13:Στατιστική περιγραφή της εφελκυστικής αντοχής Βραζιλιανού δίσκου.	64

Κατάλογος διαγραμμάτων

Διάγραμμα 1:Διάγραμμα περιθλασιμετρίας ακτίνων – X (XRD) του δείγματος μαρμάρου Δράμας (Βόλακας).	19
Διάγραμμα 2:Διάγραμμα περιθλασιμετρίας ακτίνων – X (XRD) του δείγματος μαρμάρου Σκύρου.....	20
Διάγραμμα 3:Διάγραμμα περιθλασιμετρίας ακτίνων – X (XRD) του δείγματος μαρμάρου Βράτσας.	20
Διάγραμμα 4:Μη γραμμικότητα της γέφυρας Wheatstone.	41
Διάγραμμα 5:Πραγματική ενίσχυση σήματος.....	42
Διάγραμμα 6:Διάγραμμα φορτίου σε Kg.....	46
Διάγραμμα 7: Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης για το δοκίμιο Σκύρος 2.....	56
Διάγραμμα 8: Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης για το δοκίμιο Σκύρος 3 (με κύκλους η φάση της φόρτισης και με συνεχή γραμμή η φάση της αποφόρτισης).....	57
Διάγραμμα 9:Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης για το δοκίμιο Σκύρος 4 στη μηχανή MTS.....	57
Διάγραμμα 10: Μεταβολή του μέτρου ελαστικότητας του μαρμάρου Σκύρου συναρτήσει της πλαστικής παραμόρφωσης του σε δοκιμή ανεμπόδιστης θλίψης.	59
Διάγραμμα 11:Διαγράμματα τάσης παραμόρφωσης σε δοκιμή Brazilian του ίδιου μαρμάρου.....	59
Διάγραμμα 12 :Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης στη φόρτιση του δοκιμίου Βράτσας 1.	60
Διάγραμμα 13: Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης του δοκιμίου Βράτσας 2:	60
Διάγραμμα 14: Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης για το δοκίμιο Βράτσας 3.....	61
Διάγραμμα 15 :Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης για μάρμαρο Βόλακα	62
Διάγραμμα 16: Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης για μάρμαρο Βόλακα 2.	62
Διάγραμμα 17:Μεταβολή του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας E του μαρμάρου με την εφαρμοζόμενη θλιπτική τάση.	63
Διάγραμμα 18:Ιστόγραμμα κατανομής τιμών Βραζιλιανής αντοχής.	64

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

Εισαγωγή

Με τον όρο πέτρωμα πλέον στη γεωλογία εννοείται κάθε φυσικά υπάρχον γεωυλικό. Ο προσδιορισμός των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν τη μηχανική συμπεριφορά των πετρωμάτων πραγματοποιείται σε εργαστήρια. Με το τρόπο αυτό εκτελείται μια σειρά από δοκιμές με βάση ελληνικά ή διεθνή, πρότυπα ή οδηγίες. Οι συνηθέστερες από αυτές αφορούν τον προσδιορισμό των παραμέτρων που χαρακτηρίζει την αντοχή και παραμορφωσιμότητα δοκιμίων πετρώματος, που καταπονούνται σε θλίψη, εφελκυσμό ή διάτμηση.

Η δοκιμή της μονοαξονικής θλίψης θεωρείται η πιο συνηθισμένη εκτελούμενη δοκιμή. Χρησιμοποιείται για το προσδιορισμό της μονοαξονικής θλιπτικής αντοχής και τον ελαστικών σταθερών E και ν του άρρηκτου πετρώματος (Πρασιανάκης, 1986).

Τα πετρώματα είναι γενικά αδύναμα σε εφελκυσμό σε αντίθεση με την σημαντική αντοχή σε θλίψη. Θεωρητικά ο λόγος μονοαξονικής θλίψης προς εφελκυστική αντοχή είναι 8:1. Πρακτικά εν τούτοις ο λόγος αυτός διαφέρει από την τιμή αυτή, συνήθως προς τα επάνω, αλλά και δεν είναι εύκολο να καθοριστεί, κυρίως γιατί υπάρχουν δυσκολίες στον προσδιορισμό μιας αξιόπιστης τιμής για την εφελκυστική αντοχή τους.

Η εφελκυστική αντοχή των πετρωμάτων έχει μεγάλη σημασία στον προσδιορισμό της απόκρισης τους κατά την υποβολή τους, τόσο σε στατικά φορτία όσον και σε δυναμικά. Συνθήκες που πλησιάζουνε την στατική μονοαξονική εφελκυστική καταπόνηση παρατηρούνται κυρίως στα τοιχώματα υπόγειων ανοιγμάτων, όπως σήραγγες, γεωτρήσεις κλπ. Η διάτμηση, η ανατίναξη και η κοπή των πετρωμάτων με μηχανικά μέσα, δημιουργούν συνθήκες δυναμικής εφελκυστικής καταπόνησης. Παρά τη σημασία της αντοχής σε εφελκυσμό που σχετίζεται με την δυνατότητα του πετρώματος να ανθίσταται σε δυναμικά ή στατικά φορτία, η τιμή της αντοχής αυτής χρησιμοποιείται ελάχιστα ως παράγοντας σχεδιασμού (Εγκυκλοπαίδεια, Δομή).

Κατά τη δοκιμή κάμψης τριών σημείων κατάλληλα διαμορφωμένα δοκίμια πετρώματος υποβάλλονται σε σημειακή φόρτιση περί το μέσο τους, με σκοπό να υπολογιστεί η αντοχή τους σε κάμψη. Η μέθοδος αυτή αποσκοπεί στον καθορισμό της αντοχής σε κάμψη ενός πετρώματος με ανεπτυγμένη διάστρωση. Στη πράξη η δοκιμή αυτή προσεγγίζει τη περίπτωση καθορισμού του μέγιστου δυνατού ανοίγματος ενός υπόγειου θαλάμου, που έχει ως οροφή ένα ιζηματογενές πέτρωμα με διάστρωση παράλληλα προς την οροφή του θαλάμου. Η δοκιμή μπορεί να επαναληφθεί με αύξηση του μήκους του ανοίγματος, χωρίς μεταβολή των άλλων διαστάσεων του δοκιμίου.

Οι δοκιμές κάμψης βασίζονται σε μια απλή πειραματική διαδικασία, από την οποία προκύπτει ένας σημαντικός αριθμός δεδομένων για τη μηχανική συμπεριφορά του εξεταζόμενου πετρώματος. Ο προσδιορισμός όμως του πεδίου τάσεων και παραμορφώσεων αποτελεί ένα πρόβλημα για το οποίο δεν έχει βρεθεί ακόμα λύση. Με το συγκεκριμένο πρόβλημα ασχολήθηκαν πολλοί επιστήμονες όπως Wilson και Flamant, Timoshenko και άλλοι (Πρασιανάκης I.N., 1987).

Στο εργαστήριο λοιπόν, όλα τα προς χρήση πετρώματα υπόκεινται σε δοκιμές και εξετάσεις, με σκοπό τον προσδιορισμό των μηχανικών, φυσικών, τεχνικών και περιβαλλοντικών ιδιοτήτων τους.

Για το λόγο αυτό έχουνε πραγματοποιηθεί συγκεκριμένα πειράματα για τη μελέτη και την εύρεση των μηχανικών ιδιοτήτων διαφόρων πετρωμάτων. Παρόλο που τα πειράματα άρχισαν με δοκιμές θλίψης και εφελκυσμού, η δοκιμή κάμψης τριών σημείων χρησιμοποιείται περισσότερο πλέον.

Αντικείμενο της διπλωματικής αυτής εργασίας είναι η μελέτη της κάμψης τριών σημείων σε νέα μη εμπορική μηχανή με σύστημα καταγραφής των ανηγμένων παραμορφώσεων. Τα

πειράματα θα πραγματοποιηθούν στο Εργαστήριο Μελέτης και Σχεδιασμού Εκμεταλλεύσεων. Θα χρησιμοποιήθουν δοκίμια μαρμάρου από τρεις διαφορετικές περιοχές. Επίσης θα τοποθετηθούν ηλεκτρικά μηχανοσκόπια λεγόμενα και ως strain gage, κάτω από τα δοκίμια. Από την επεξεργασία των πειραματικών αποτελεσμάτων θα υπολογιστούν οι τάσεις, οι τιμές της εφελκυστικής παραμόρφωσης και θα κατασκευαστούν τα διαγράμματα τάσης-παραμόρφωσης. Από αυτά τα διαγράμματα θα υπολογιστούν οι τιμές της ελαστικότητας και της εφελκυστικής αντοχής των δοκιμίων. Τέλος τα δεδομένα που προκύπτουν θα είναι συγκρίσιμα με αποτελέσματα πειραμάτων άλλων εργαστηρίων, ενώ θα γίνει και ορυκτολογική ανάλυση των δοκιμίων (Exadaktylos G., 2002).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

Διακοσμητικά πετρώματα

2.1 Γενικά

Ως διακοσμητικά πετρώματα θεωρούνται τα πετρώματα που επιδέχονται κοπή σε πλάκες, λείανση ή/και στίλβωση. Στη βιομηχανία διακοσμητικών πετρωμάτων και στο εμπόριο ως ‘μάρμαρα’ χαρακτηρίζονται γενικά ασβεστολιθικά και δολομιτικά πετρώματα (μάρμαρα, ασβεστόλιθοι και άλλα ιζηματογενή πετρώματα), ενώ ως ‘γρανίτες’ χαρακτηρίζονται γενικά τα εκρηξιγενή πετρώματα (γρανίτες, διορίτες, μονζονίτες, σερπεντινίτες, λαβραδορίτες, τραχείτες, ρυόλιθοι, γάββροι, χαλαζίτες κ.α), (Τσιραμπίδης, 1996).

Με γεωλογικούς όρους, τα πετρώματα που χρησιμοποιούνται ως διακοσμητικά και δομικά υλικά μπορούν να διακριθούν στις παρακάτω τρεις μεγάλες κατηγορίες ανάλογα με το τρόπο σχηματισμού τους:

- Ιζηματογενή διακοσμητικά πετρώματα
- Πυριγενή διακοσμητικά πετρώματα
- Μεταμορφωμένα διακοσμητικά πετρώματα

2.2 Μεταμορφωμένα διακοσμητικά πετρώματα

Μεταμορφωμένα είναι τα πετρώματα που προήλθαν από προϋπάρχοντα πετρώματα με ορυκτολογικές, χημικές και δομικές αλλαγές, βασικά σε στερεή κατάσταση, μετά από αξιοσημείωτες αλλαγές στη θερμοκρασία, στη πίεση (λιθοστατική ή αερίων), στη τάση (ολίσθησης, συμπίεσης ή εφελκυσμού) και στο χημικό περιβάλλον σε σημαντικό βάθος στο φλοιό της γης. Τέλος, σημαντικός παράγοντας για την ολοκλήρωση των μεταμορφικών διεργασιών θεωρείται και ο χρόνος.

Ορισμένα υδατικά ή πλούσια σε CO₂ διαλύματα συμμετέχουν σχεδόν πάντα, έστω και σε μικρές ποσότητες, κατά τις διεργασίες μεταμόρφωσης. Όταν οι μεταμορφικές διεργασίες συμβαίνουν σ’ ένα κλειστό για ανταλλαγές ύλης σύστημα, τότε η μεταμόρφωση χαρακτηρίζεται ως ισοχημική. Όταν όμως συμβαίνει μετακίνηση ουσιών, τότε η μεταμόρφωση είναι ανισοχημική και εκδηλώνεται με τη διεργασία της μετασώματωσης. Ένας από τους κυριότερους στόχους κατά τη μελέτη των μεταμορφωμένων πετρωμάτων είναι ο προσδιορισμός του είδους των πρωτόλιθων τους, δηλαδή των αρχικών πετρωμάτων από τα οποία έχουν προέλθει.

Τα πιο σημαντικά μεταμορφωμένα πετρώματα που χρησιμοποιούνται για διακοσμητικούς σκοπούς είναι: οι σχιστόλιθοι, οι φυλλίτες, οι γνεύσιοι, οι πρασινόλιθοι, οι αμφιβολίτες, οι σερπεντινίτες, οι χαλαζίτες και τα μάρμαρα (Τσιραμπίδης, 1996).

2.3 Μάρμαρα

Ο γεωλογικός όρος μάρμαρα αναφέρεται στα πετρώματα εκείνα που προέρχονται από τη μεταμόρφωση ανθρακικών πετρωμάτων, δηλαδή ασβεστόλιθων και δολομιτών και αποτελείται κυρίως από λεπτό – μέχρι αδρόκοκκο ανακρυσταλλωμένο ασβεστίτη και/ή δολομίτη. Με τον εμπορικό όρο, μάρμαρο θεωρείται κάθε συμπαγές πέτρωμα το οποίο μπορεί να κοπεί, να λειανθεί και να στιλβωθεί κατάλληλα, ώστε να χρησιμοποιηθεί ως διακοσμητικό ή δομικό υλικό.

Όταν τα ασβεστολιθικά και δολομιτικά ιζηματογενή πετρώματα βρέθηκαν σε υψηλή θερμοκρασία και ισχυρές πιέσεις (θερμοκρασίες μέχρι 700°C και πίεσης μέχρι 10 kbar), οι ασβεστιτικοί ή δολομιτικοί κρύσταλλοι συνενώθηκαν σε μεγαλύτερους, χωρίς να συμβεί καμία άλλη αλλαγή στη δομή του ανθρακικού κρυστάλλου. Έτσι, προέκυψε το μεταμορφωμένο πέτρωμα που ονομάζεται μάρμαρο, με κύριο ορυκτό όμοιο με αυτό του μητρικού πετρώματος, αλλά με διαφορετικά ιστολογικά χαρακτηριστικά και φυσικοχημικές ιδιότητες. Οι ιδιότητες αυτές (το μέγεθος των κρυστάλλων, τα δευτερεύοντα ορυκτά, ο ιστός, η σύσταση και η υφή) καθορίζονται αφ' ενός βέβαια από το είδος του μητρικού πετρώματος και αφ' ετέρου από τις συνθήκες της μεταμόρφωσης.

Εκτός από τον ασβεστίτη, συνυπάρχουν και άλλα ορυκτά, όπως χαλαζίας, άστριοι, μοσχοβίτης ή σερίκίτης, χλωρίτης, επίδοτο, σερπεντίνη, γραφίτης, αργιλικά ή μεταλλικά ορυκτά, γρανάτης κ.α. Το είδος και η ποσότητα τους καθορίζονται από τα μητρικά ιζηματογενή πετρώματα, τις συνθήκες που επικράτησαν κατά τη μεταμόρφωση και τα φαινόμενα που συνέβησαν μετά από αυτή. Ορισμένα μάλιστα από τα ορυκτά αυτά αποτελούν δείκτες μεταμόρφωσης, γιατί η παρουσία τους δηλώνει με σαφήνεια τις συνθήκες που επικράτησαν κατά τη διεργασία. Ανάλογα με τα συμπτωματικά αυτά ορυκτά που περιέχουν, κατατάσσονται σε μάρμαρα υψηλών θερμοκρασιών (καταζώνης), ή μέσων θερμοκρασιών (μεσοζώνης), ή χαμηλών θερμοκρασιών (επιζώνης).

Η παρουσία των ορυκτών αυτών συστατικών, όταν βρίσκονται σε ικανή ποσότητα, επηρεάζει τόσο τις μηχανικές ιδιότητες, όσο και το χρώμα του μαρμάρου. Έτσι, τα φυλλώδη ορυκτολογικά συστατικά όπως ο μοσχοβίτης, ο χλωρίτης κ.α, δημιουργούν τη σχιστότητα του, ενώ τα έγχρωμα δίνουν σε αυτό διάφορες χαρακτηριστικές αποχρώσεις. Ο χαλαζίας εξαιτίας της μεγάλης σκληρότητας του, ακόμη και όταν βρίσκεται σε μικρές ποσότητες και με μικρό μέγεθος κόκκων, αυξάνει τη σκληρότητα και την αντοχή του μαρμάρου, αλλά μειώνει σημαντικά τη δυνατότητα για καλή στίλβωση. Άλλα στοιχεία που επηρεάζουν σε σημαντικό βαθμό τις φυσικοχημικές ιδιότητες των μαρμάρων είναι το μέγεθος των κόκκων του, η έκταση των ενδιάμεσων πόρων, η υφή και η παρουσία φλεβιδίων και διακλάσεων. Το χρώμα των μαρμάρων δεν επηρεάζει καμία από αυτές και επομένως δεν είναι ενδεικτικό της ποιότητας τους, αλλά μόνο της αισθητικής εμφάνισής τους (Ελληνικά Μάρμαρα, 2002).

Στην Ελλάδα, υπάρχει πληθώρα εμφανίσεων μαρμάρου από τα οποία τα περισσότερα είναι πολύ καλής ποιότητας. Το σημαντικότερο κέντρο εξόρυξης, κοπής και κατεργασίας μαρμάρου βρίσκεται στην περιοχή της Δράμας-Καβάλας-Θάσου, όπου εξορύσσονται περισσότερα από 200.000 m³, τα οποία σε ένα μεγάλο ποσοστό κατεργάζονται σε εργοστάσια της περιοχής. Άλλα σημαντικά κέντρα εξόρυξης είναι η περιοχή της Αττικής (Πεντέλη, κ.α), όπου η εκμετάλλευση πριν από τους απαγορευτικούς νόμους για το περιβάλλον, έφτανε τα 50.000 m³. Επίσης, στις περιοχές Βόλου-Πηλίου, Κοζάνης-Βέροιας, Ιωαννίνων, Αργολίδας, Πάρου, και Νάξου υπάρχουν σημαντικά και αξιόλογα κοιτάσματα μαρμάρου.

2.4 Φυσικά χαρακτηριστικά μαρμάρων

Τα χαρακτηριστικά των μαρμάρων (με την τεχνική έννοια του όρου) που δίνουν σε αυτά την ανάλογη εμπορική τους αξία είναι :

1. Η χρωματική και αισθητική τους εμφάνιση
2. Ο ιστός
3. Η παρουσία ή όχι φλεβιδίων και η διάταξη και το χρώμα αυτών
4. Η παρουσία εγκλεισμάτων, καθώς και η ύπαρξη και η συχνότητα των λεγόμενων «λεκέδων»
5. Οι φυσικές, χημικές, μηχανικές και τεχνικές τους ιδιότητες.

Το χρώμα του μαρμάρου είναι από τις πιο σημαντικές φυσικές ιδιότητες του. Προσδιορίζεται από τη φύση των συστατικών του. Τα μάρμαρα που αποτελούνται από καθαρό ασβεστίτη ή δολομίτη είναι λευκά επειδή τα ορυκτά αυτά έχουν λευκό χρώμα. Ένα σερπεντινικό μάρμαρο έχει πράσινο χρώμα εφόσον το ορυκτό του σερπεντίνη που κυριαρχεί στη σύσταση αυτού του τύπου μαρμάρου είναι πράσινου χρώματος. Οι διάφορες αποχρώσεις ενός λευκού αγνού μαρμάρου οφείλονται στις προσμίξεις διαφόρων ξένων ουσιών. Τέτοιες προσμίξεις μπορεί να κατανέμονται ομοιόμορφα δίδοντας έτσι ομοιόμορφο χρωματισμό, ή μπορεί να εμφανίζονται με ζωνώδη μορφή «μπαλωμάτων» αποδίδοντας στο μάρμαρο μη ομοιόμορφο χρωματισμό.

Η πολυτιμότερη ποικιλία είναι το μάρμαρο που χρησιμοποιείται στη γλυπτική. Είναι λεπτόκοκκο, ολόλευκο, διαφώτιστο, που λαξεύεται τέλεια, αλλά προσβάλλεται εύκολα από τους ατμοσφαιρικούς παράγοντες. Τα περιφημότερα μάρμαρα γλυπτικής προέρχονται από την Πεντέλη, τη νήσο Πάρο και από ορισμένα λατομεία των Απουανών Άλπεων στην Ιταλία. Τα μάρμαρα αυτά ήταν αντικείμενα εκμετάλλευσης από την αρχαιότητα.

Το κοινό μάρμαρο είναι πιο χοντρόκοκκο από το μάρμαρο που προορίζεται για γλυπτική και τείνει ελαφρά προς το γκρι ή το κυανότερο, με έντονες φλέβες μερικές φορές. Το μάρμαρο είναι το πιο εύχρηστο ως δομικό υλικό. Όταν οι φλέβες είναι πολύ πυκνές, τότε

δημιουργείται το λευκό φλεβώδες μάρμαρο. Από τις έγχρωμες ποικιλίες του συνηθέστερες είναι το κυανότεφρο και ο σιπολίνης. Τα μάρμαρα αυτά, ανάλογα με το είδος των σχεδίων που σχηματίζουν τα πιο βαθύχρωμα τμήματα πάνω στα ανοιχτόχρωμα, μπορούν να χαρακτηριστούν ως ταινιωτά, ζωνώδη, φλεβώδη και ποικιλόχρωμα. Ο σιπολίνης περιέχει αξιόλογη ποσότητα τάλκη, τόσο που η λειασμένη επιφάνειά του να εμφανίζει μια έντονη πράσινη απόχρωση.

Τα μάρμαρα χρησιμοποιούνται σε πολλές εφαρμογές, μεταξύ των οποίων είναι τα δομικά υλικά, η παρασκευή αδρανών υλικών, χημικών προϊόντων (συνθετικού μαγνησίτη, αλκαλίων, ανθρακασβεστίου, λευκαντικών, φωσφορικού ασβεστίου, οργανικών χημικών ενώσεων), υάλου, ως προσθετικό στις ζωοτροφές κ.λ.π. Ιδιαίτερη σημασία έχει η παρασκευή κονιόδους ανθρακικού ασβεστίου, το οποίο χρησιμοποιείται ως πληρωτικό υλικό στη χαρτοβιομηχανία, τη βιομηχανία πλαστικών, ελαστικών και χρωμάτων και σε διάφορα είδη στόκων και σε οικοδομικά υλικά (Εγκυκλοπαίδεια Δομή).

Τέλος, οι χαρακτηριστικές επιφάνειες του μαρμάρου με την ονοματολογία που χρησιμοποιείται στην τεχνολογία εξόρυξης των ογκομαρμάρων αλλά στα εργαστήρια που πραγματοποιήθηκαν κατά την διπλωματική εργασία είναι (Εξαδάκτυλος, 2006):

Α) Πρόσωπο ή τα «νερά» του μαρμάρου, ορίζεται η επιφάνεια που είναι παράλληλη προς τη στρώση (παράλληλου ιστού) του μαρμάρου. Η αντίσταση στη διάτρηση, στη συρματοκοπή, στην κάμψη ή στη θλίψη είναι μικρότερη κατά την έννοια αυτού του επιπέδου.

Β) Μουρέλο ή παρειά, είναι η επιφάνεια που είναι παράλληλη προς την παράταξη του μαρμαροφόρου κοιτάσματος και κάθετη προς το πρόσωπο.

Γ) Κεφάλι, είναι η επιφάνεια που είναι κάθετη στις δύο προηγούμενες. Η αντίσταση στη διάτρηση, στη συρματοκοπή, στην κάμψη ή στη θλίψη είναι μεγαλύτερη κατά την έννοια αυτού του επιπέδου.

2.5 Ορυκτολογική ανάλυση

Η ορυκτολογική ανάλυση είναι η βασικότερη και ακριβέστερη μέθοδος για την αναγνώριση των ορυκτών φάσεων και το χαρακτηρισμό των λεπτόκοκκων πετρωμάτων. Ο σημαντικότερος παράγοντας που επηρεάζει τις πλεγματικές διαστάσεις ενός ορυκτού είναι η σταθερότητα της χημικής τους σύστασης. Για την ορυκτολογική ανάλυση απαιτείται ιδανική κονιοποίηση και καλή ομογενοποίηση του δείγματος, για να είναι ολοκληρωτική η αφαίρεση των ανεπιθύμητων υλικών με τις χημικές κατεργασίες που εκτελούνται.

Η ποιοτική ορυκτολογική ανάλυση των δειγμάτων γίνεται με τη μέθοδο περιθλασιμετρίας ακτίνων-Χ. Με τη μέθοδο περιθλασιμετρίας ακτίνων-Χ είναι δυνατή η απευθείας μέτρηση τόσο των γωνιών όσο και των εντάσεων των ανακλάσεων των ακτίνων-Χ που προσπίπτουν πάνω σε ένα παρασκεύασμα κρυσταλλικής κόνεως. Τα αποτελέσματα της περίθλασης των

ακτίνων–X μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον προσδιορισμό της δομής των κρυσταλλικών ουσιών (Κωστάκης, 1988).

Ο ποιοτικός προσδιορισμός και η ημιποσοτική ανάλυση των ορυκτών φάσεων έγινε με τη χρήση του λογισμικού Diffrac Plus της εταιρίας BRUCKER και το Powder Diffraction file.

2.6 Μικροσκοπική εξέταση – Προσδιορισμός φυσικών χαρακτηριστικών των πετρωμάτων

Σημαντική πηγή πληροφοριών για τον ιστό και τη σύσταση ενός πετρώματος είναι η εξέταση λεπτών τομών του με τη χρήση του πολωτικού μικροσκοπίου. Επομένως, είναι πολύ σημαντική η εξέταση όλων των διαγνωστικών χαρακτηριστικών των ορυκτών συστατικών του πετρώματος που μελετάμε σε λεπτή τομή.

2.7 Προετοιμασία λεπτών τομών

Η λεπτή τομή για μικροσκοπική εξέταση προετοιμάζεται ως εξής: Με διαμαντοτροχό κόβεται λεπτή φέτα του δείγματος πάχους 3-4 mm και επιφάνειας περίπου 8 cm². Το τμήμα του δείγματος από το οποίο θα κοπεί αυτή η φέτα έχει ιδιαίτερη σημασία, όταν μακροσκοπικά παρατηρείται ο προσανατολισμός των ορυκτών συστατικών του, πιθανές εξαλλοιώσεις ή εγκλείσματα κ.α. Στα δείγματα που εξετάστηκαν έγινε κοπή σε δυο, μεταξύ τους κάθετες διευθύνσεις. Στη συνέχεια με ειδικό κόφτη χεριού δίνεται ορθογώνιο σχήμα στη φέτα με διαστάσεις περίπου 4x2 cm. Μετά η μια επιφάνεια της λειαίνεται με σκόνη λείανσης N_o 180-220 και επικολλάται με ειδική συγκολλητική ουσία σε αντικειμενοφόρο πλάκα. Ακολουθεί η διαδικασία της λείανσης της ελεύθερης επιφάνειας που συνήθως γίνεται στην αρχή μηχανικά και στο τέλος με το χέρι. Το ιδανικό πάχος του παρασκευάσματος για μικροσκοπική εξέταση είναι περίπου 0,02-0,03 mm. Η κατασκευή των λεπτών τομών έγινε στο Παρασκευαστήριο του εργαστηρίου Πετρολογίας και Οικονομικής Γεωλογίας του Πολυτεχνείου Κρήτης.

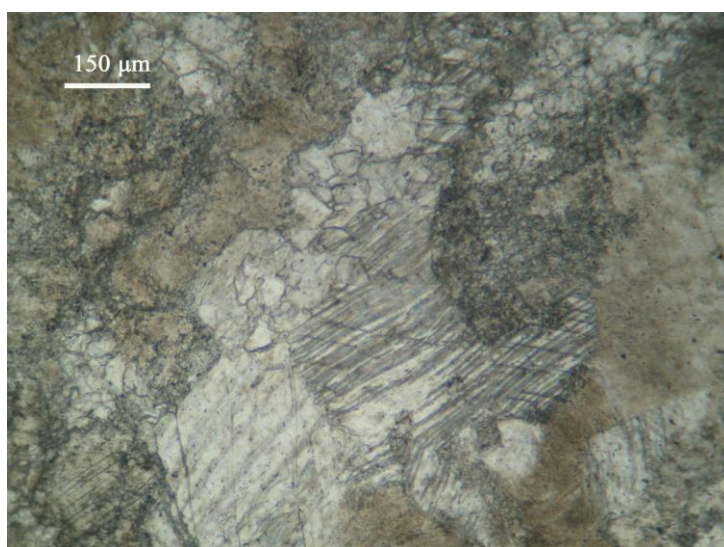
2.8 Δείγματα που μελετήθηκαν

Η ελληνική παραγωγή περιλαμβάνει μεγάλη ποικιλία μαρμάρων σε διάφορους χρωματισμούς και τύπους. Τα λευκά μάρμαρα και κυρίως εκείνα της Ανατολικής Μακεδονίας αποτελούν το σήμα της ελληνικής μαρμαροβιομηχανίας και θεωρούνται ποιοτικά από τα καλύτερα στον κόσμο. Η χώρα μας παρουσιάζει τη μεγαλύτερη ποικιλία σε λευκά και ανοιχτόχρωμα μάρμαρα σε παγκόσμια κλίμακα.

Τα δείγματα που μελετήθηκαν προέρχονται από τις περιοχές, Δράμας, Σκύρου και Βράτσας.

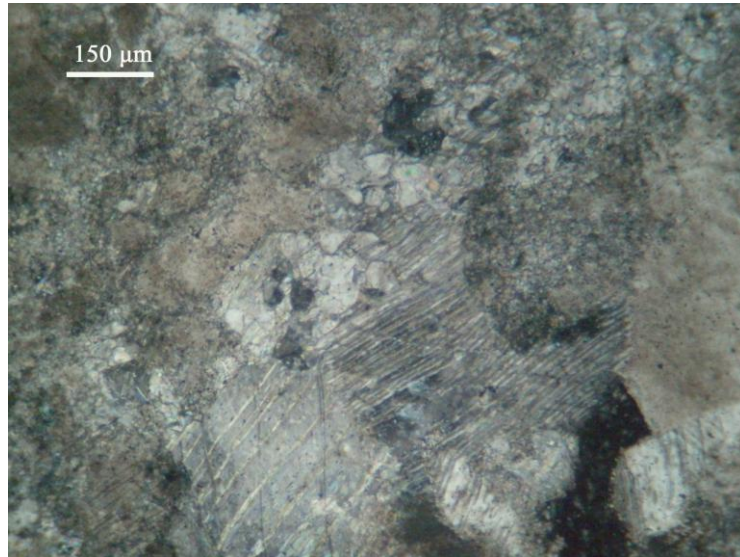
2.8.1 Μάρμαρο Δράμας (Βόλακας)

Με γνώμονα τις ζώνες του γεωτεκτονικού χάρτη, η μαρμαροφορία στη συγκεκριμένη περιοχή παρουσιάζεται σαν **Ροδοπική μάζα**. Η περιοχή αυτή κι ιδιαίτερα η Ανατολική Μακεδονία είναι το μεγαλύτερο μαρμαροεξορυκτικό κέντρο της Ελλάδας, με ποικιλία μαρμάρων ασβεστιτικών (Ν.Καβάλας, Ν.Δράμας, Ν.Σερρών) και δολομιτικών (Ν.Καβάλας και Ν.Δράμας) εξαιρετικής ποιότητας (Εικόνες 1 έως 4).

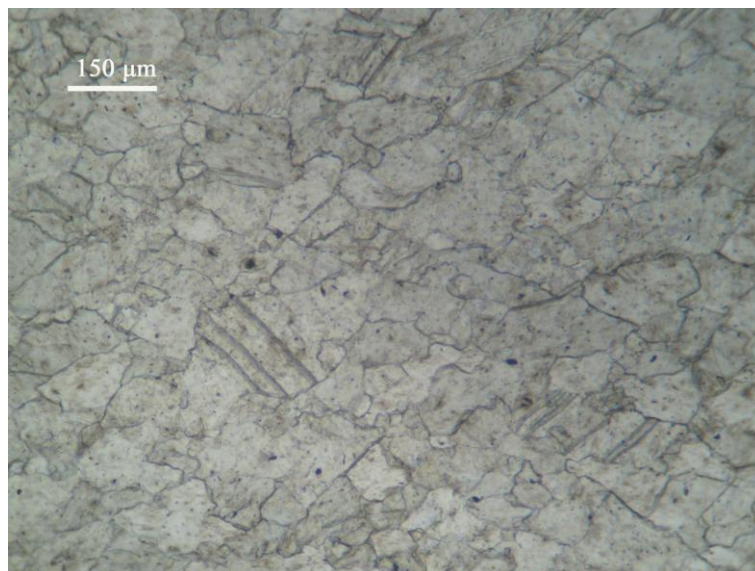


Εικόνα 1: Φωτογραφία λεπτής τομής του δείγματος μαρμάρου Βόλακα.

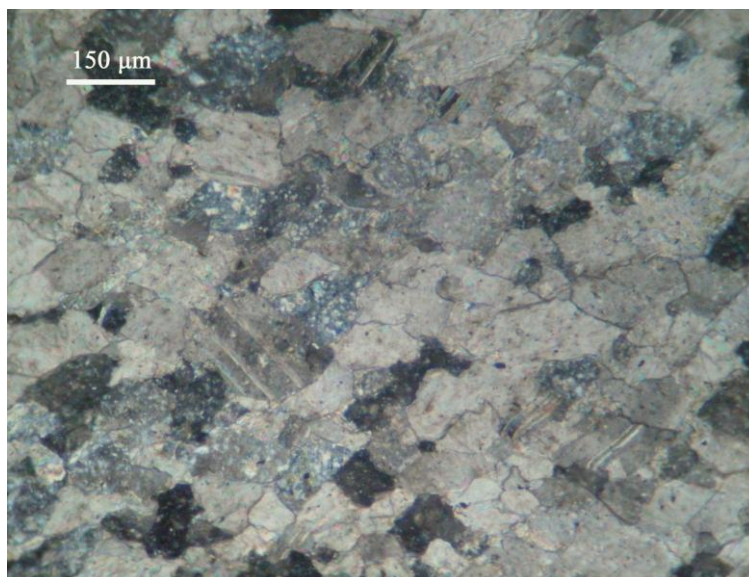
Διερχόμενο φώς, // Nicols.



*Εικόνα 2: Φωτογραφία λεπτής τομής του δείγματος μαρμάρου Βόλακα.
Διερχόμενο φώς, X Nicols.*



*Εικόνα 3: Φωτογραφία λεπτής τομής του δείγματος μαρμάρου Βόλακα.
Διερχόμενο φώς, // Nicols.*

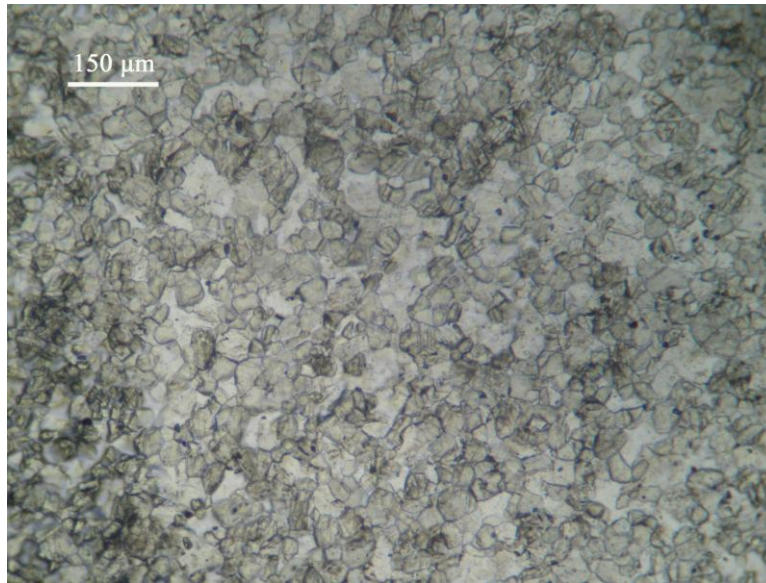


*Εικόνα 4: Φωτογραφία λεπτής τομής του δείγματος μαρμάρου Βόλακα.
Διερχόμενο φώς, X Nicols.*

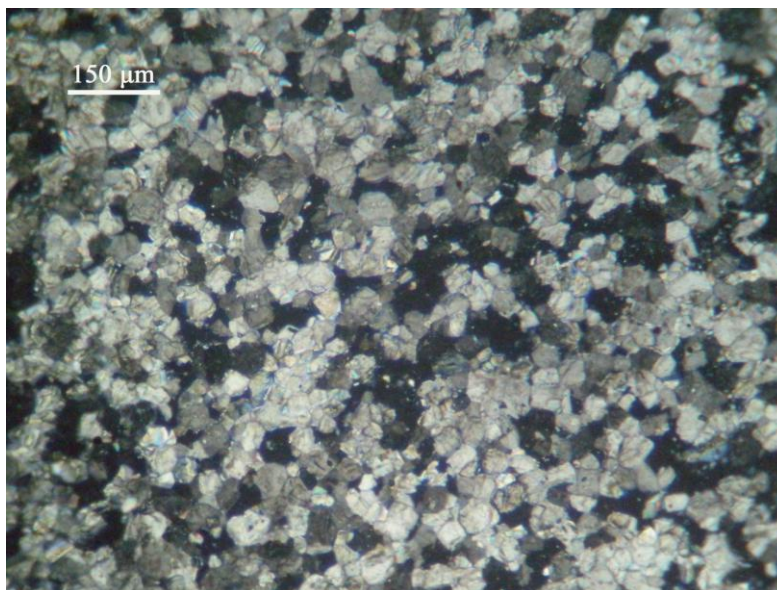
Στις εικόνες (1) και (2) παρατηρούμε μεγάλους κρυστάλλους δολομίτη με πολλές ταινιωτές διδυμίες και στις εικόνες (3) και (4) παρατηρούμε επίσης μεγάλους κρυστάλλους δολομίτη και σε κάποια μικρά σημεία κρυστάλλους ασβεστίτη.

2.8.2 Μάρμαρο Σκύρου

Με γνώμονα τις ζώνες του γεωτεκτονικού χάρτη, η μαρμαροφορία στη συγκεκριμένη περιοχή παρουσιάζεται σαν **Αττικοκυκλάδικη ζώνη**. Η ζώνη αυτή έχει υποστεί 3 φάσεις μεταμόρφωσης με αποτέλεσμα να περιέχει μια πλούσια και ποικίλη μαρμαροφορία γνωστή από την αρχαιότητα με πολλά λευκά και ημίλευκα ασβεστιτικά (Εύβοια, Πάρος, Νάξος, Σκύρος κλπ), καθώς και πράσινα μάρμαρα (Εικόνα 5, Εικόνα 6).



*Εικόνα 5: Φωτογραφία λεπτής τομής του δείγματος μαρμάρου Σκύρου.
Διερχόμενο φως, // Nicols.*

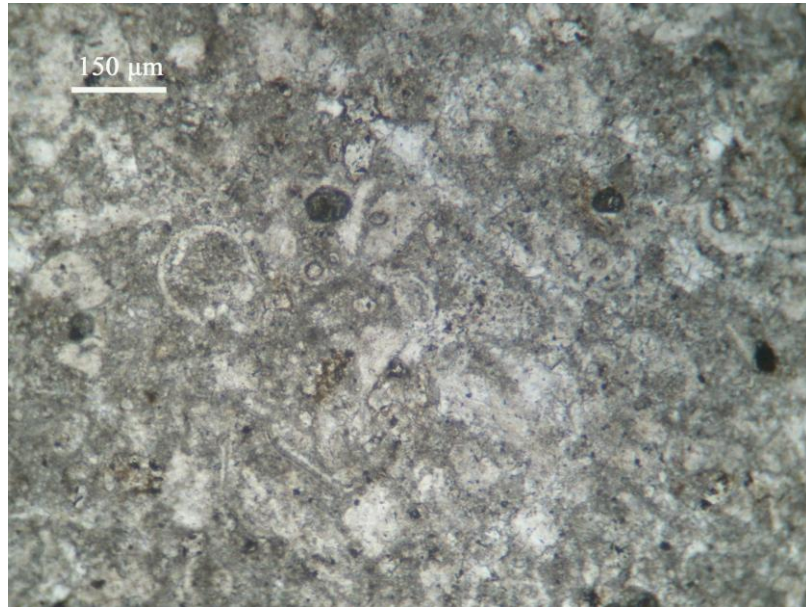


*Εικόνα 6: Φωτογραφία λεπτής τομής του δείγματος μαρμάρου Σκύρου.
Διερχόμενο φως, X Nicols.*

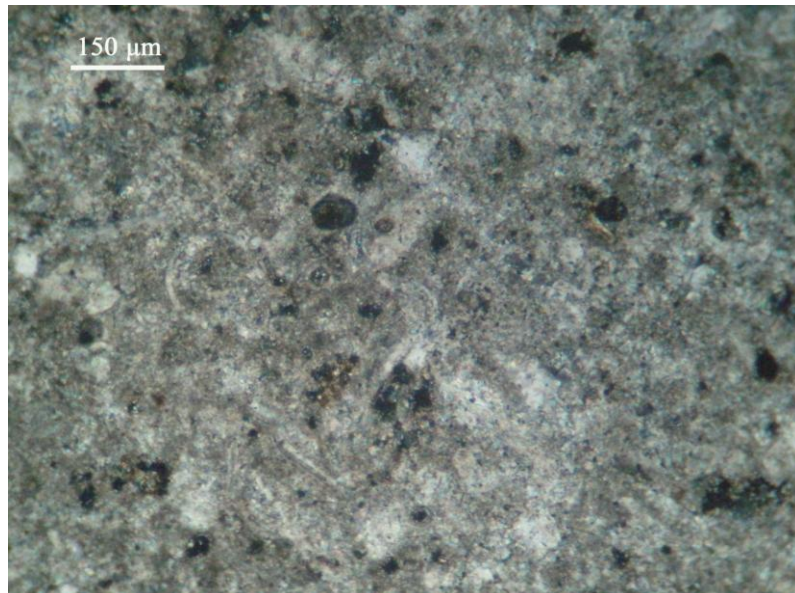
Στις παραπάνω εικόνες (5) και (6) του μαρμάρου Σκύρου παρατηρούμε μικρούς κρυστάλλους ασβεστίτη και δολομίτη.

2.8.3 Μάρμαρο Βράτσας

Η μαρμαροφορία της περιοχής Βράτσας μοιάζει πολύ με τη μαρμαροφορία της **Περιοδοπικής ζώνης**. Περιλαμβάνει μάρμαρα χαμηλού βαθμού μεταμόρφωσης και πολλούς ασβεστόλιθους (Εικόνα 7, Εικόνα 8).



*Εικόνα 7: Φωτογραφία λεπτής τομής του δείγματος μαρμάρου Βράτσας.
Διερχόμενο φώς, // Nicols.*



*Εικόνα 8: Φωτογραφία λεπτής τομής του δείγματος μαρμάρου Βράτσας.
Διερχόμενο φώς, X Nicols.*

Στις παραπάνω εικόνες (7) και (8) παρατηρούμε μικροκρυστάλλους ασβεστίτη καθώς και απολιθώματα.

Τέλος, να προσθέσω χωρίς να γίνεται ιδιαίτερη αναφορά, ότι ο ιστός και για τα τρία μάρμαρα θεωρείται λαβοειδής ή πολυγωνικός γρανοβλαστικός και σπάνια εμφανίζει ατελή φολίδωση ή σχιστότητα.

2.9 Περιθλασιμετρία ακτίνων-X (XRD)

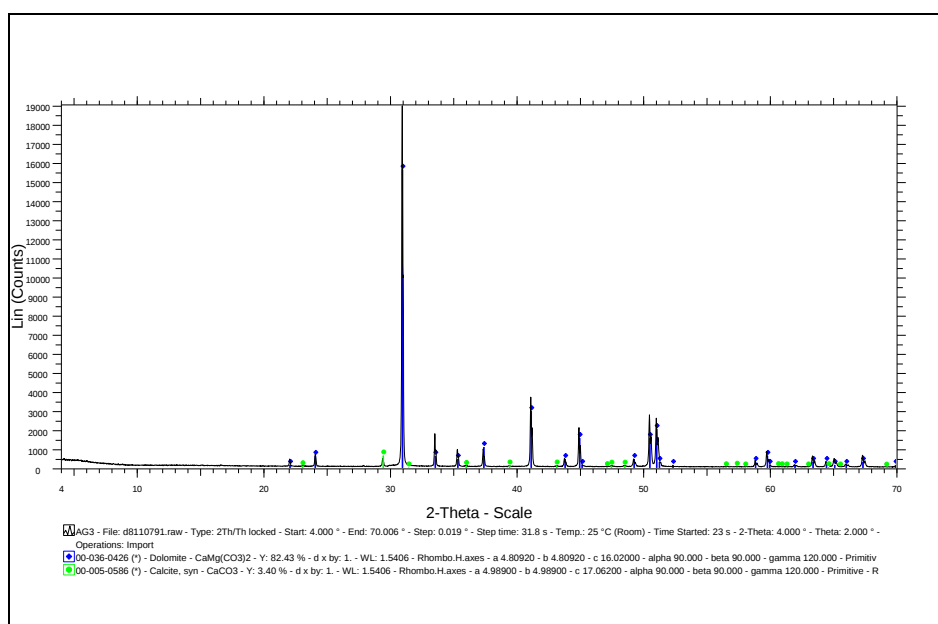
Με τη μέθοδο του περιθλασίμετρου ακτίνων-X (Εικόνα 9) μετρώνται απευθείας τόσο οι γωνίες, όσο και εντάσεις των ανακλάσεων των ακτίνων-X που προσπίπτουν πάνω σε ένα παρασκεύασμα κρυσταλλικής κόνεως. Οι μονάδες σύνθεσης του περιθλασίμετρου ακτίνων-X είναι: η μονάδα παραγωγής της υψηλής τάσεως, η λυχνία ακτίνων-X, το γωνιόμετρο, ο απαριθμητής των ακτίνων-X με την ηλεκτρονική μονάδα επεξεργασίας και καταγραφής των κρούσεων και τέλος η μονάδα μικροϋπολογιστή μέσω του οποίου γίνεται η διαχείριση ολόκληρου του συστήματος και η αξιολόγηση των δεδομένων που προκύπτουν από την εξέταση του δείγματος.



Εικόνα 9: Περιθλασίμετρο ακτίνων-X (XRD)
(τύπου D-500 της εταιρίας SIEMENS)

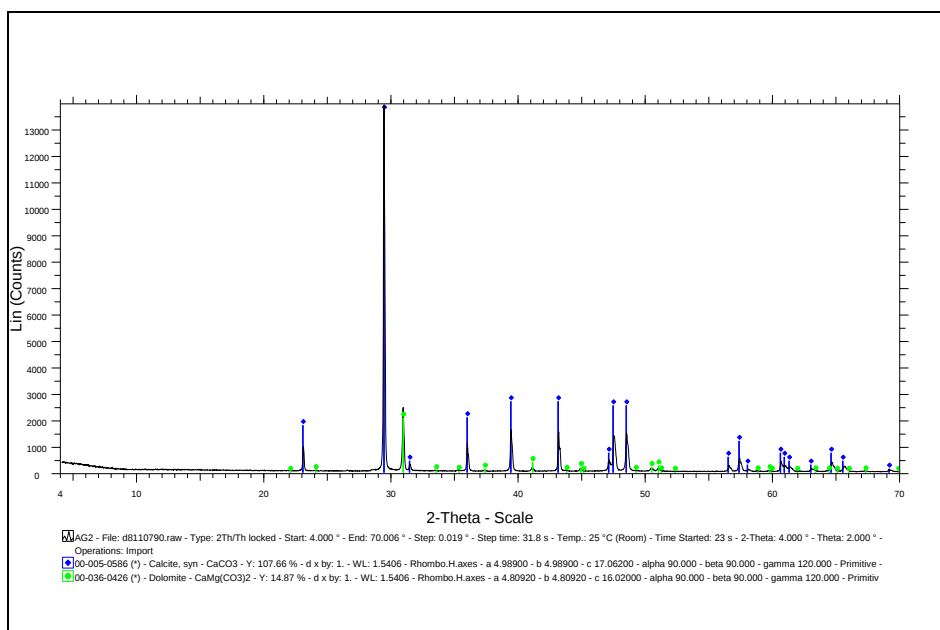
Τα δείγματα που πρόκειται να αναλυθούν βρίσκονται υπό μορφή κόνεως μέσα στην κοιλότητα ενός μεταλλικού ή πλαστικού πλακιδίου. Το βάθος της κοιλότητας αυτής είναι περίπου 1mm και έχει έκταση μερικών cm^2 ώστε να μπορεί σε αυτό να φιλοξενηθεί μάζα ίση με 1g, η οποία κατανέμεται στον δειγματοφορέα έτσι ώστε η επιφάνεια της να είναι επίπεδη (Κωστάκης, 1988).

Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα της ορυκτολογικής ανάλυσης που προέκυψαν για κάθε δείγμα.



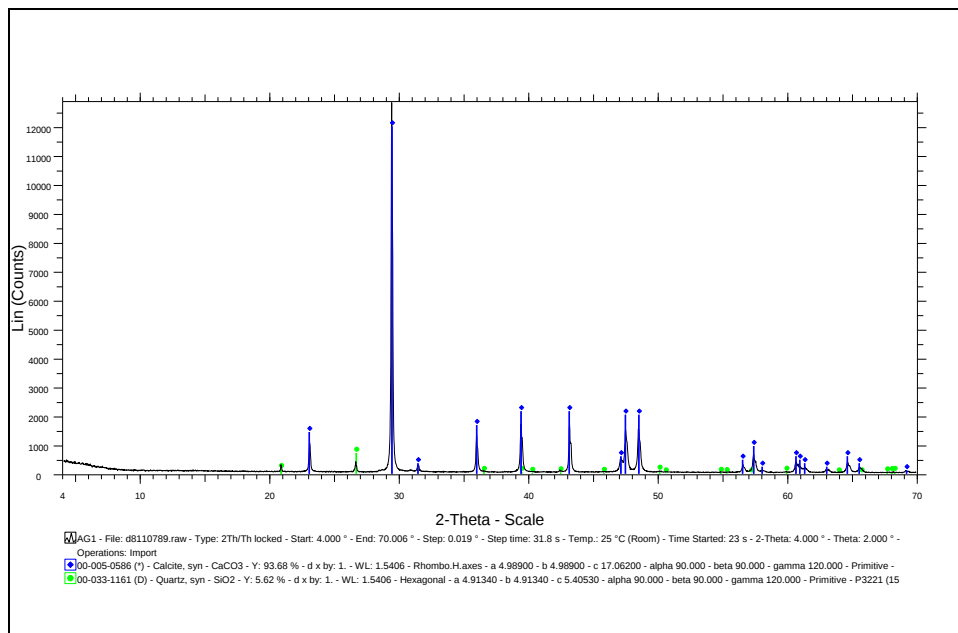
Διάγραμμα 1: Διάγραμμα περιθλασιμετρίας ακτίνων – X (XRD) του δείγματος μαρμάρου Δράμας (Βόλακας).

Η εξέταση στο μικροσκόπιο έδειξε ότι το μάρμαρο της Δράμας (Βόλακας) αποτελείται σχεδόν αποκλειστικά από δολομίτη. Με τη ορυκτολογική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε βρέθηκε ότι περιέχει 99 % δολομίτη και 1 % αβεστίτη.



Διάγραμμα 2: Διάγραμμα περιθλασιμετρίας ακτίνων – X (XRD) του δείγματος μαρμάρου Σκύρου.

Η εξέταση στο μικροσκόπιο έδειξε ότι το μάρμαρο της Σκύρου αποτελείται κυρίως από ασβεστίτη και δολομίτη. Με τη ορυκτολογική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε βρέθηκε ότι περιέχει 73 % ασβεστίτη και 27 % δολομίτη.



Διάγραμμα 3: Διάγραμμα περιθλασιμετρίας ακτίνων – X (XRD) του δείγματος μαρμάρου Βράτσας.

Η εξέταση στο μικροσκόπιο έδειξε ότι το μάρμαρο της Βράτσας αποτελείται κυρίως από ασβεστίτη. Με τη ορυκτολογική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε βρέθηκε ότι περιέχει 98 % ασβεστίτη και 2 % χαλαζία.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

Τεχνική Θεωρία Κάμψης Τριών Σημείων

3.1 Εισαγωγή

Το πρόβλημα της ρηγμάτωσης και κατάρρευσης δοκών ή πλακών εκ ψαθυρών υλικών όπως είναι πετρώματα, σκυροδέματα, τσιμέντα, κεραμικά κ.λπ. λόγω υπερβολικών καμπτικών ροπών έχει μεγάλη πρακτική σημασία στα έργα Πολιτικού και Μεταλλειολόγου Μηχανικού. Στην Βραχομηχανική μπορούμε να αναφέρουμε την ευστάθεια της οροφής θαλάμων εντός πετρωμάτων (Εικόνα 10) και δομικών λίθων με τη μορφή βραχύκορμων δοκών σε μνημειακές κατασκευές (Εικόνα 11).

Εξίσου σημαντική με την αντοχή δοκών σε κάμψη, είναι και η μελέτη των παραμορφώσεων δοκών πετρώματος σε κάμψη και ο υπολογισμός του μέτρου ελαστικότητας των πετρωμάτων σε δοκιμές κάμψης στο εργαστήριο.



Εικόνα 10: Αποψη θαλάμων εντός μαρμαροφόρου κοιτάσματος Διονύσου.



Εικόνα 11: Φωτογραφία τμήματος της νότιας πλευράς κίωνων του Ναού του Παρθενώνα.

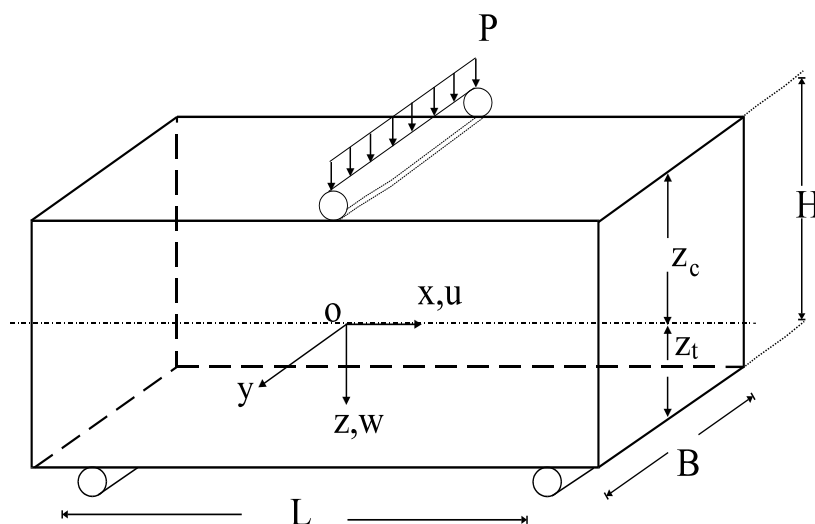
Για την πειραματική μελέτη της αντοχής του μαρμάρου στην κάμψη μία εκ των πιο δυσμενών διατάξεων είναι αυτή των τριών σημείων, δηλ. της εφαρμογής του φορτίου στην κεντρική διατομή της δοκού. Αν και η διεξαγωγή πειραμάτων σε Κάμψη τριών Σημείων (Κ3Σ) είναι γενικά εύκολη εντούτοις η μη-ύπαρξη αναλυτικών λύσεων των τάσεων και των τροπών καθιστά την ανάλυση των πειραματικών δεδομένων πολύ δύσκολη εργασία. Είναι γεγονός, ότι αναλυτικές λύσεις κλειστής μορφής για το εντατικό πεδίο υψηλόκορμων δοκών ισοτρόπων ή ανισοτρόπων ελαστικών μέσων που υποβάλλονται σε συγκεντρωμένο φορτίο στην κεντρική διατομή τους δεν υπάρχουν στην διεθνή βιβλιογραφία. Εναλλακτικώς, μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι εξής μέθοδοι:

- Αναλυτικές προσεγγιστικές λύσεις της τεχνικής θεωρίας κάμψης δοκών
- Υπολογιστικές μέθοδοι (πεπερασμένα στοιχεία)

Στη συνέχεια του κεφαλαίου αυτού θα περιγραφεί η Τεχνική Θεωρία Κάμψης τριών σημείων (Κ3Σ) που διατυπώθηκε από τους Bernoulli-Euler και εν συνεχεία διορθώθηκε από τον Timoshenko (1921) για να μπορέσουμε κατόπιν βάσει αυτών των εξισώσεων να αναλύσουμε τα πειράματα κάμψης τριών σημείων στο 4^ο Κεφάλαιο. (Timoshenko S. , 1921)

3.2 Στοιχειώδης τεχνική θεωρία κάμψης Bernoulli-Euler

Κατωτέρω αποδίδεται η τεχνική θεωρία των **Bernoulli-Euler** κάμψης της δοκού. Θεωρούμε μια απλά υποστηριζόμενη δοκό με διατομή ορθογωνικού σχήματος υπό την δράση ενός καθέτου φορτίου P στο μέσο της ανώτερης έδρας της. Η δοκός αναφέρεται σε ένα Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων $O(x,y,z)$ που τοποθετείται στον ουδέτερο άξονα με τον $ββ$ άξονα κάθετο προς αυτόν. Οι παραμορφώσεις θεωρούνται απειροστές και οι μετατοπίσεις των σημείων σε μία τομή στη Ox , Oz διεύθυνση δίνονται από τα σύμβολα u , w αντίστοιχα όπως φαίνεται στο (Εικόνα 12).



Εικόνα 12: Γεωμετρία της δοκού σε κάμψη τριών σημείων (Κ3Σ) και σύστημα Καρτεσιανών συντεταγμένων.

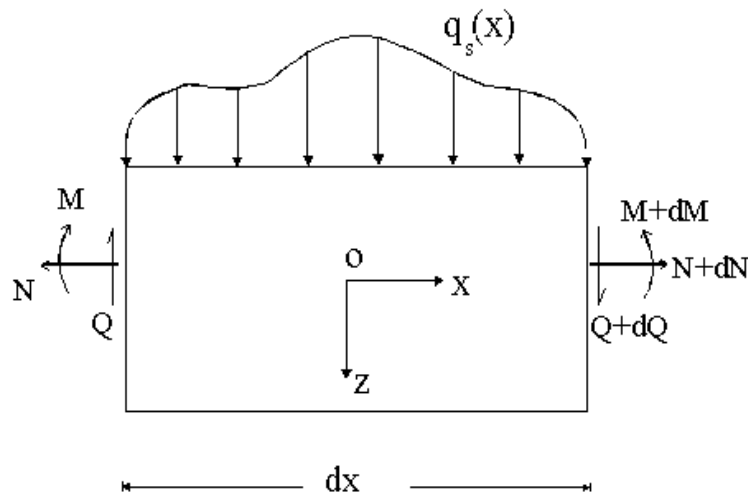
Οι κινηματικές ποσότητες των ορθών παραμορφώσεων (ή όρθων τροπών κατά τον καθηγητή Μυλωνά), $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{zz}$ και η τεχνική διατμητική παραμόρφωση γ_{xz} στο επίπεδο xOz ορίζονται ως εξής

$$\varepsilon_{xx} = u_{,x}, \quad \varepsilon_{zz} = w_{,z}, \quad \gamma_{xz} = u_{,z} + w_{,x} \quad (3.1)$$

ή με απλούστερο συμβολισμό

$$\varepsilon = u_{,x}, \quad \varepsilon_{zz} = w_{,z}, \quad \gamma = u_{,z} + w_{,x}$$

όπου η μερική παραγώγιση ως προς τις Καρτεσιανές συντεταγμένες x, z συμβολίζεται με τον αντίστοιχο δείκτη μετά το κόμμα.



Εικόνα 13: Συμβολισμός των δυνάμεων και ροπών.

Η ισορροπία τεμνουσών δυνάμεων και ροπών κάμψης στο στοιχείο της δοκού που φαίνεται στο (Εικόνα 13) δίνει αντίστοιχα:

$$-Q + Q + dQ + qdx = 0 \Rightarrow \frac{dQ}{dx} = -q(x) \quad (3.2\alpha)$$

και

$$Q \frac{dx}{2} + (Q + dQ) \frac{dx}{2} + M - (M + dM) = 0 \Rightarrow \frac{dM}{dx} = Q \quad (3.2\beta)$$

Οι συνιστώσες των αξονικών, τεμνουσών δυνάμεων και της ροπής κάμψης, N , Q , M , αντίστοιχα, όπως φαίνονται στο (Εικόνα 13) ορίζονται ως εξής:

$$N = \int_{-z_c}^{z_t} \sigma_{xx} dz, \quad Q = \int_{-z_c}^{z_t} \tau_{xz} dz, \quad M = \int_{-z_c}^{z_t} \sigma_{xx} z dz, \quad (3.3)$$

όπου z_c , z_t , θετικοί αριθμοί που συμβολίζουν τις θλιπτικές και εφελκυστικές αποστάσεις των άνω και κάτω ινών της δοκού από τον ουδέτερο άξονα αντίστοιχα, και σ_{xx} , τ_{xz} οι ορθές και διατμητικές τάσεις αντίστοιχα (Εικόνα 12).

Μεταξύ των ορθών και διατμητικών τάσεων και παραμορφώσεων δεχόμαστε τις σχέσεις γραμμικής Ελαστικότητας για ισότροπο υλικό

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} = \varepsilon &= \frac{\sigma_{xx}}{E} - \frac{\nu}{E} \sigma_{zz} \approx \frac{\sigma_{xx}}{E} = \frac{\sigma}{E}, \\ \gamma_{xz} = \gamma &= \frac{\tau_{xz}}{G} = \frac{\tau}{G} \end{aligned} \quad (3.4)$$

όπου E συμβολίζει το μέτρο ελαστικότητας, ν το λόγο του Poisson και G το μέτρο διάτμησης του ελαστικού υλικού,

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Παρατηρούμε ότι στην πρώτη από τις παραπάνω εξισώσεις παραλήφθηκε ο δεύτερος όρος της ορθής τάσης κατά τον Oz -άξονα. Αυτό δικαιολογείται με την παραδοχή ότι οι τάσεις σ_{zz} είναι κατά πολύ μικρότερες των τάσεων σ_{xx} . Συνήθως ισχύει $|\sigma_{zz} / \sigma_{xx}| = O[(L/H)^2]$. Όπου το O μας δείχνει τη τάξη μεγέθους.

Συνοπτικά οι εξισώσεις της επίπεδης θεωρίας κάμψης έχουν ως εξής:

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dx} &= -q(x), \quad \frac{dM}{dx} = Q, \quad Q = \int_{-z_c}^{z_t} \tau_{xz} dz, \quad M = \int_{-z_c}^{z_t} \sigma_{xx} z dz, \\ \varepsilon_{xx} &= \frac{\sigma_{xx}}{E}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}, \quad \varepsilon_{xx} = u_{,x}, \quad \gamma_{xz} = u_{,z} + w_{,x} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Οι εξισώσεις αυτές δεν επιδέχονται μονοσήμαντη λύση για τις μετατοπίσεις u και w . Για την επίλυση τους η θεωρία κάμψης των *Bernoulli-Euler* βασίζεται στις εξής τρεις κινηματικές παραδοχές:

Παραδοχή 1: Κάθε σημείο που κείται στην κατακόρυφη τομή $x = (ct)$ υπόκειται στην ίδια κατακόρυφη μετατόπιση, δηλαδή:

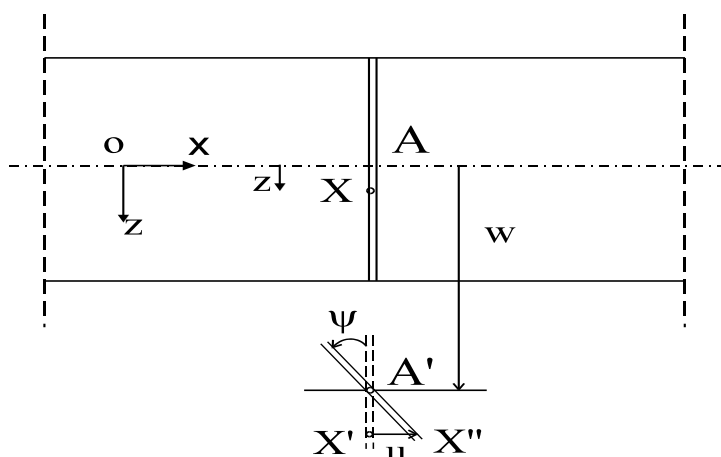
$$w = w(x) \quad (3.6a)$$

Επιπλέον η παραδοχή αυτή συνεπάγεται ότι το ύψος της διατομής παραμένει σταθερό ήτοι $\varepsilon_{zz} = 0$.

Παραδοχή 2: Θεωρείται ότι επίπεδες κατακόρυφες τομές της δοκού στην αφόρτιστη κατάσταση, παραμένουν επίπεδες μετά την επιβολή φόρτισης. Αυτό σημαίνει ότι η οριζόντια μετατόπιση u κατά μήκος της διεύθυνσης Ox σε μια δεδομένη κατακόρυφη διατομή της δοκού θεωρείται γραμμική συνάρτηση του ύψους, δηλαδή:

$$u = \psi(x)z \quad (3.6\beta)$$

όπου, όπως φαίνεται από το (Εικόνα 14), το σύμβολο ψ δείχνει την γωνία περιστροφής (μικρή) της τομής της δοκού.



Εικόνα 14: Συνιστώσες του πεδίου μετατοπίσεων (u, w) και της γωνιακής παραμόρφωσης Ψ .

Παραδοχή 3: Θεωρούμε ότι κατακόρυφες διατομές κάθετες στον απαραμόρφωτο άξονα της δοκού, παραμένουν κάθετες και μετά την κάμψη

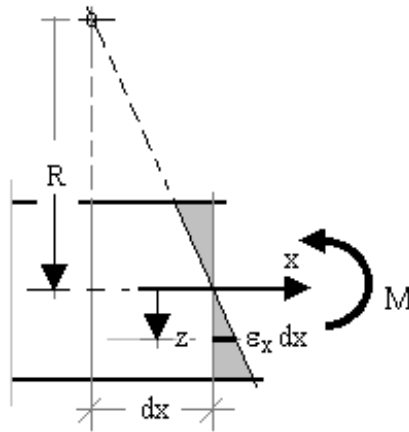
$$\psi = -\frac{dw}{dx} \quad (3.6\gamma)$$

Επίσης συμβολίζουμε με κ τη μεταβολή της γωνίας περιστροφής της διατομής:

$$\kappa \equiv \psi_{,x}, \quad (3.7)$$

Τέλος, από τις σχέσεις (3.1), (3.6β) μπορεί να βρεθεί η αξονική τροπή (Εικόνα 15):

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon = \kappa z \quad (3.8)$$



Εικόνα 15: Γραμμική διανομή της οριζόντιας παραμόρφωσης, και ορισμός της ακτίνας καμπυλότητας και της καμπτικής ροπής.

Στη συνέχεια αποδεικνύουμε το παρακάτω θεώρημα και το αποδεικνύουμε με την «Αρχή των Δυνατών Εργων». (Timoshenko S. , 1921)

Θεώρημα: Οι στατικές ποσότητες Q και M είναι συζευγμένες στην έκφραση της ενέργειας στις κινηματικές ποσότητες γ_{xz} και κ . Αυτό σημαίνει:

$$Q = \frac{\partial w_b}{\partial \gamma}, \quad M = \frac{\partial w_b}{\partial \kappa} \quad (3.9)$$

Απόδειξη: Η συνολική μεταβολή δW της ενέργειας κατά μήκος της δοκού L και με απουσία της δράσης αξονικής φόρτισης ($N=0$), παίρνει την μορφή:

$$\delta W_{\varepsilon\sigma} = \int_0^L \delta w_b dx = \int_0^L [Q \delta \gamma + M \delta \kappa] dx \Rightarrow \delta w_b = Q \delta \gamma + M \delta \kappa \quad (3.10)$$

όπου έχει τεθεί $\gamma \equiv \gamma_{xz}$.

Παρατηρώντας τη δομή της εξίσωσης (3.4) διατυπώνουμε την ακόλουθη μορφή της μεταβολής του έργου $W_{\varepsilon\xi}$ που συντελείται από τις εξωτερικές δυνάμεις:

$$\delta W_{\varepsilon\xi} = \int_0^L [q_s \delta w] dx + [Q \delta w + M \delta \psi]_{x=0}^{x=L} \quad (3.11)$$

όπου q_s συμβολίζει το εξωτερικό εγκάρσιο φορτίο επί της δοκού κατά την έννοια της διεύθυνσης Oz . Εξισώνοντας τη σχέση (3.10) με την σχέση (3.11), δηλαδή $\delta W_{\varepsilon\sigma} = \delta W_{\varepsilon\xi}$, (Αρχή των Δυνατών Εργων) και κάνοντας τις πράξεις προκύπτουν οι συνολικές εξισώσεις ισορροπίας της δοκού.

$$Q_{,x} + q_s(x) = 0, \quad -Q + M_{,x} = 0 \quad (3.12)$$

που είναι ταυτόσημες με τις εξισώσεις (3.2) ό.έ.δ.

Το παραπάνω θεώρημα είναι χρήσιμο γιατί μας υποδεικνύει με γενικό τρόπο ότι για μια μεγάλη κλάση φορέων (ελαστικών ή μη) η συμπεριφορά τους θα πρέπει να περιγράφεται στα πλαίσια μιας Τεχνικής Θεωρίας στη βάση καταστατικών σχέσεων μεταξύ των αντίστοιχων συζυγών μεγεθών:

$$M = M(\kappa), \quad Q = Q(\gamma) \quad (3.13)$$

Στην περίπτωση ελαστικού υλικού ($\sigma = E\varepsilon$, $\tau = G\gamma$) μπορούμε να υπολογίσουμε εύκολα τις σχέσεις που συνδέουν τα στατικά μεγέθη Q και M με τα κινηματικά μεγέθη γ και κ . Οι σχέσεις αυτές είναι οι λεγόμενες καταστατικές σχέσεις τις απλής επίπεδης κάμψης:

$$M = \int_A \sigma z dA = \int_A E \psi' z^2 dA = E \kappa \int_A z^2 dA = E \kappa I, \quad I = \int_A z^2 dA \Rightarrow \Rightarrow M = (EI) \kappa \quad (3.14)$$

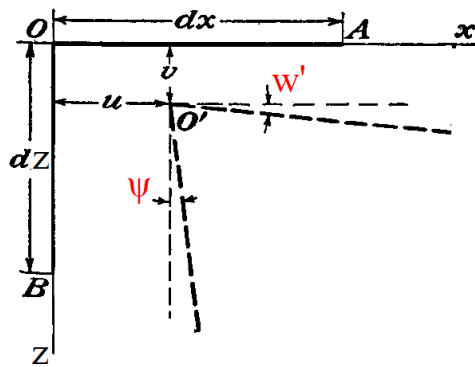
όπου η ολοκλήρωση νοείται σε όλη την έκταση της εγκάρσιας διατομής A της δοκού που είναι κάθετη στον άξονα της, και I συμβολίζει τη ροπή αδρανείας της εγκάρσιας διατομής της δοκού.

Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η τεχνική θεωρία Bernoulli-Euler περιέχει μια αντίφαση όσον αφορά την διανομή των διατμητικών τάσεων. Πραγματικά η στοιχειώδης αυτή θεωρία προβλέπει ότι η σχέση της διατμητικής τάσης τ με την διατμητική παραμόρφωση $\gamma = \gamma_{xz}$ (Εικόνα 16):

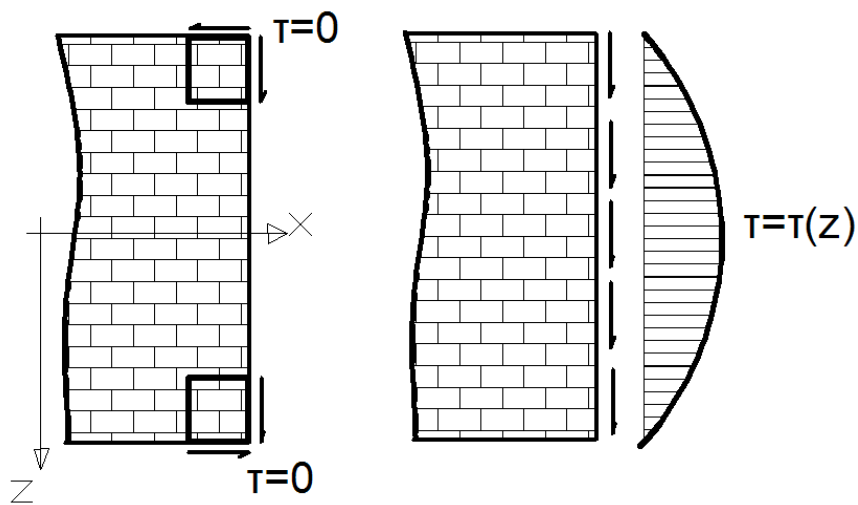
$$\tau = G\gamma, \quad \gamma = \frac{dw}{dx} + \psi \Rightarrow \tau = G(w' + \psi) = \tau(x) \quad (3.15)$$

είναι τέτοια, που η διατμητική τάση είναι σταθερή καθ' ύψος της διατομής, είτε ίση με μηδέν εξίσωση (3.7) με την **Παραδοχή 3**, είτε διάφορη του μηδενός χωρίς αυτήν την παραδοχή. Στην πραγματικότητα όμως περιμένουμε η διατμητική τάση να μηδενίζεται στα σύνορα όπως φαίνεται στο (Εικόνα 17) και να έχει μια παραβολικού τύπου μεταβολή καθ' ύψος της διατομής, χωρίς μηδενισμό της τέμνουσας δύναμης Q ,

$$Q = \int_A \tau dA \neq 0 \quad (3.16)$$



Εικόνα 16 :Σχέση της διατμητικής τάσης με την διατμητική παραμόρφωση.



Εικόνα 17 :Παραβολικού τύπου μεταβολή.

Για την παράκαμψη αυτής την αντιφάσεως κάποιοι ερευνητές πρότειναν ότι η θεωρία Bernoulli-Euler είναι εφαρμόσιμη για δοκούς με πολύ μεγάλο (άπειρο) μέτρο διάτμησης G ή λόγο Poisson $\nu \rightarrow -1$, δηλαδή:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \rightarrow \infty \quad (3.17)$$

3.3 Τεχνική θεωρία κάμψης Timoshenko

Παρόλα αυτά, δεν χρειάζεται η παραπάνω παραδοχή, εφόσον μπορούμε να εξάγουμε την θεωρία Bernoulli-Euler ως οριακή περίπτωση της αποικαλούμενης θεωρίας κάμψης με διάτμηση του **Timoshenko (1921)**. Στην περίπτωση αυτή οι εξισώσεις γίνονται:

α) Η εξίσωση ισορροπίας της ροπής:

$$-Q + \frac{dM}{dx} = 0 \quad (3.18)$$

β) Η εξίσωση ισορροπίας της τέμνουσας δύναμης:

$$\frac{dQ}{dx} = -q(x) \quad (3.19)$$

γ) Οι δύο καταστατικές εξισώσεις για την καμπτική ροπή M και την τέμνουσα δύναμη Q ,

$$\begin{aligned} M &= (EI) \frac{d\psi}{dx} \\ Q &= (GA_s) \left(\psi + \frac{dw}{dx} \right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

όπου A_s είναι διορθωμένη εγκάρσια διατομή της δοκού,

$$\begin{aligned} Q &= \int_{A_s} \tau dA, \quad A_s = kA \Rightarrow \\ Q &= (GA_s) \gamma \end{aligned} \quad (3.21)$$

Η A_s βαθμονομείται κατά τέτοιο «ενεργειακό» τρόπο έτσι ώστε το αποτέλεσμα της θεωρίας να συμφωνεί με το βέλος κάμψης της δοκού που προκύπτει αν ληφθούν υπόψη οι διατμητικές δυνάμεις επιπρόσθετα με τις καμπτικές ροπές.

Κατόπιν εισάγουμε τις παρακάτω αδιάστατες μεταβλητές,

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \hat{w} = \frac{w}{L}, \quad \ell_T^2 = \frac{EI}{GA_s L^2} \quad (3.22)$$

Ο αριθμός ℓ_T εξαρτάται από την διορθωμένη εγκάρσια διατομή της δοκού,

$$A_s = kA \quad (k \geq 1) \quad (3.23)$$

Π.χ. για ορθογωνική διατομή με ύψος H ο Timoshenko (1921) βρήκε ότι το ℓ_T είναι συγκρίσιμο με το αντίστροφο του λόγου μήκους προς ύψος της δοκού, δηλ

$$\ell_T^2 = \frac{1}{5}(1+\nu)\left(\frac{H}{L}\right)^2 \ll 1 \quad \text{for } H < L \quad (3.24)$$

Με τον παραπάνω συμβολισμό η εξίσωση (3.18) της ισορροπίας των ροπών παίρνει τη μορφή:

$$\psi \approx -\left(1 + \ell_T^2 \frac{d^2}{d\xi^2}\right) \frac{d\hat{w}}{d\xi} \quad (3.25)$$

Συνεπώς για μακρύκορμες πρισματικές δοκούς ($\ell_T \ll 1$) ή ($H/L \ll 1$) η στοιχειώδης τεχνική θεωρία κάμψης των Bernoulli-Euler προκύπτει ως πρώτη προσέγγιση απ' την θεωρία του Timoshenko,

$$\begin{aligned} \psi &= -\frac{dw}{dx} + o(\ell^2) \\ M &= (EI)\kappa, \quad \kappa = \frac{d\psi}{dx} \approx -\frac{d^2w}{dx^2} \\ Q &= (GA_s)\gamma, \quad \gamma = \frac{dw}{dx} + \psi \approx -\ell^2 \frac{d^3\hat{w}}{d\xi^3} \Rightarrow Q \approx (EI) \frac{d\kappa}{dx} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Στην τεχνική θεωρία κάμψης του Timoshenko η έκφραση της πυκνότητας ελαστικής ενέργειας παραμορφώσεως δίνεται από την σχέση:

$$w_b = \frac{1}{2} EI \left[\kappa^2 + \frac{\gamma^2}{\ell^2} \right] \quad (3.27)$$

όπου ℓ = μεσοδομικό χαρακτηριστικό μήκος [L] της δοκού και I ροπή αδράνειας της δοκού η οποία προκειμένου για δοκό ορθογωνικής διατομής δίδεται από τη γνωστή σχέση:

$$I = \frac{BH^3}{12} \quad (3.28)$$

όπου B=πλάτος και H=ύψος της δοκού (Εικόνα 12). Από τις σχέσεις (3.27), και (3.9) προκύπτουν οι καταστατικές σχέσεις ροπής κάμψης και διατμητικής δύναμης:

$$M = EI\kappa, \quad Q = EI \frac{\gamma}{\ell^2}, \quad (3.29)$$

Η πρώτη καταστατική σχέση (3.29) αποτελεί το θεώρημα “Bernoulli-Euler” της αναλογίας της καμπυλότητας προς τη ροπή κάμψης, ενώ η δεύτερη εξίσωση της σχέσης (3.11) οφείλεται στον Timoshenko και εξηγεί την επίδραση των διατμητικών δυνάμεων στο βέλος κάμψης της δοκού. Το χαρακτηριστικό μήκος ℓ σχετίζεται με το αδιάστατο μήκος ℓ_T ως εξής:

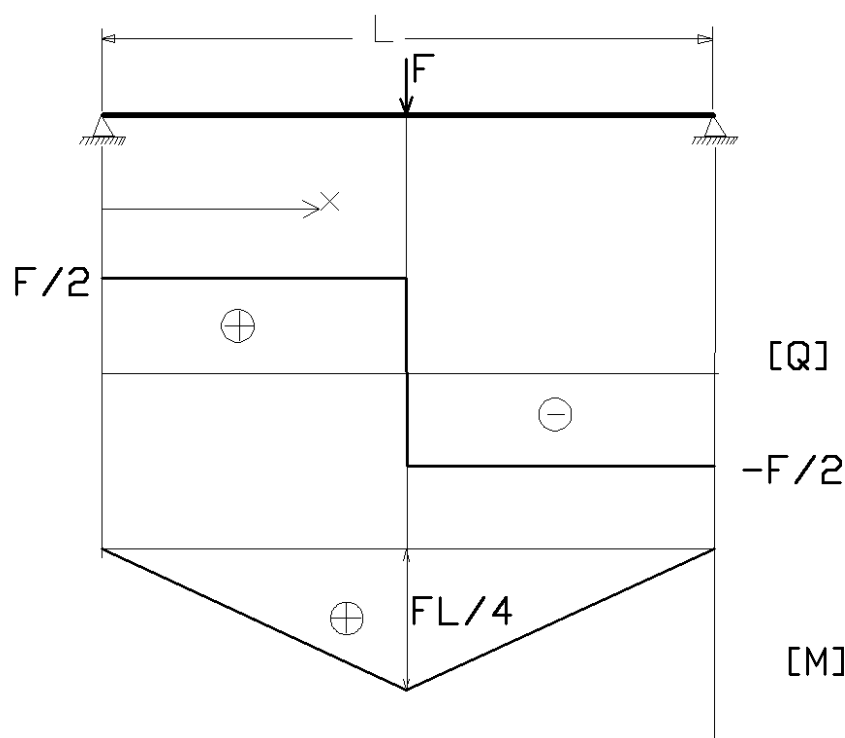
$$\ell^2 = (\ell_T L)^2 \quad (3.30)$$

3.4 Εξισώσεις της κάμψης τριών σημείων

Εν συνεχεία θα διατυπώσουμε τις εξισώσεις της αμφιέρειστης δοκού με συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσον της κατά τις λεπτομέρειες του (Εικόνα 18). Στη θέση επιβολής του συγκεντρωμένου φορτίου F , το διάγραμμα τεμνουσών δυνάμεων Q εμφανίζει σημείο ασυνεχίας στο μέσον της δοκού όπως φαίνεται στο (Εικόνα 18). Αντίστοιχα, αναζητούμε λύσεις της γραμμικής διαφορικής εξίσωσης της ελαστικής γραμμής που να εμφανίζουν ασυνέχειες στην τρίτη παράγωγο.

Με άλλα λόγια αναζητούμε την εύρεση δύο συναρτήσεων w_1 και w_2 έτσι ώστε:

$$\begin{aligned} EI \frac{d^2 w_1}{dx^2} &= -\frac{F}{2} x, \\ EI \frac{d^2 w_2}{dx^2} &= -\frac{F}{2} x + F \left(x - \frac{L}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.31)$$



Εικόνα 18: Συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσον της αμφιέρειστης δοκού.

Επίσης απαιτούμε η δοκός να διατηρεί την γεωμετρική της συνέχεια στο σημείο επιβολής του φορτίου:

$$\text{Για } x = \frac{L}{2}: w_1 = w_2 \text{ και } \frac{dw_1}{dx} = \frac{dw_2}{dx} \quad (3.32)$$

Παρατηρούμε ότι οι παραπάνω συνθήκες συνέχειας ικανοποιούνται με την ίδια «συμπληρωματική» συνάρτηση:

$$w^* = ax + \beta, \quad \left(\frac{d^2 w^*}{dx^2} \right) = 0 \quad (3.33)$$

Και για τις δύο εξισώσεις (3.31),

$$\begin{aligned} EIw_1 &= -\frac{F}{2} \frac{x^3}{6} + ax + \beta, \\ EIw_2 &= -\frac{F}{2} \frac{x^3}{6} + F \frac{1}{6} \left(x - \frac{L}{2} \right)^3 + ax + \beta \end{aligned} \quad (3.34)$$

Εισάγοντας το σύμβολο Macaulay-Foerpl,

$$\left\langle x - \frac{L}{2} \right\rangle^n = \begin{cases} \left(x - \frac{L}{2} \right)^n & x > \frac{L}{2} \\ 0 & x \leq \frac{L}{2} \end{cases} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.35)$$

Οπότε

$$\begin{aligned} Q &= \frac{F}{2} - F \left\langle x - \frac{L}{2} \right\rangle^0, \\ M &= \frac{F}{2} x - F \left\langle x - \frac{L}{2} \right\rangle^1, \\ EIw &= -\frac{F}{2} \frac{x^3}{6} + F \frac{1}{6} \left\langle x - \frac{L}{2} \right\rangle^3 + ax + \beta \end{aligned} \quad (3.36)$$

Από τις συνοριακές συνθήκες:

$$\begin{aligned} w(0) = w(L) = 0 &\Rightarrow \\ \beta = 0, \quad aL - \frac{F}{2} \frac{L^3}{6} + F \frac{L^3}{48} &= 0 \end{aligned} \quad (3.37)$$

Τελικά η εξίσωση της ελαστικής γραμμής προκύπτει ως ακολούθως:

$$EIw = \frac{F}{6} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{3L^2}{4} - x^2 \right) x + \left\langle x - \frac{L}{2} \right\rangle^3 \right\} \Leftrightarrow$$

$$w = \frac{F}{EBH^3} \left\{ \left(\frac{3L^2}{4} - x^2 \right) x + 2 \left\langle x - \frac{L}{2} \right\rangle^3 \right\} \quad (3.38)$$

Από το βέλος κάμψης w βρίσκουμε τη μεταβολή της γωνίας περιστροφής της διατομής με διπλή παραγωγή:

$$\kappa = \frac{d\psi}{dx} \approx -\frac{d^2w}{dx^2} \quad (3.39)$$

Εν συνεχεία βρίσκουμε την αξονική παραμόρφωση από την εξίσωση (3.8):

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon = \kappa z \quad (3.40)$$

Την αξονική παραμόρφωση τη μετράμε στην κάτω έδρα της δοκού, οπότε μπορούμε να βρούμε το μέτρο ελαστικότητας της.

Στα πλαίσια της μαθηματικής θεωρίας ελαστικότητας η οριζόντια τάση δίνεται από τη σχέση (Frocht, 1957):

$$\sigma_{xx} = \frac{M\bar{z}}{I} \quad (3.41)$$

όπου $\bar{z} = H/2$ συμβολίζει την απόσταση από τον ουδέτερο άξονα της δοκού. Στο μέσον της δοκού η μέγιστη εφελκυστική τάση μπορεί να βρεθεί από την εξίσωση (3.41) αν αντικαταστήσουμε $M = FL/4$ (Σχ.3.7) και $I = BH^3/12$ ως εξής:

$$\sigma_{xx} = \frac{3FL}{2BH^2} \quad (3.42)$$

Από τη γραφική παράσταση της μέγιστης οριζόντιας εφελκυστικής τάσης σ_{xx} συναρτήσει της οριζόντιας παραμόρφωσης στην κατώτατη ίνα της δοκού ε_{xx} που μετράται με strain gage, μπορεί να προσαρμοσθεί η καλύτερη ευθεία, η κλίση της οποίας θα μας δώσει το μέτρο ελαστικότητας της δοκού, E .

Τέλος το μέτρο θραύσης της Κ3Σ που συμβολίζεται με σ_{bu} , δίνεται από την σχέση:

$$\sigma_{bu} = \frac{F_f LH}{8EI} \quad (3.43)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

Αρχή λειτουργίας πειράματος

4.1.Περιγραφή μηχανής

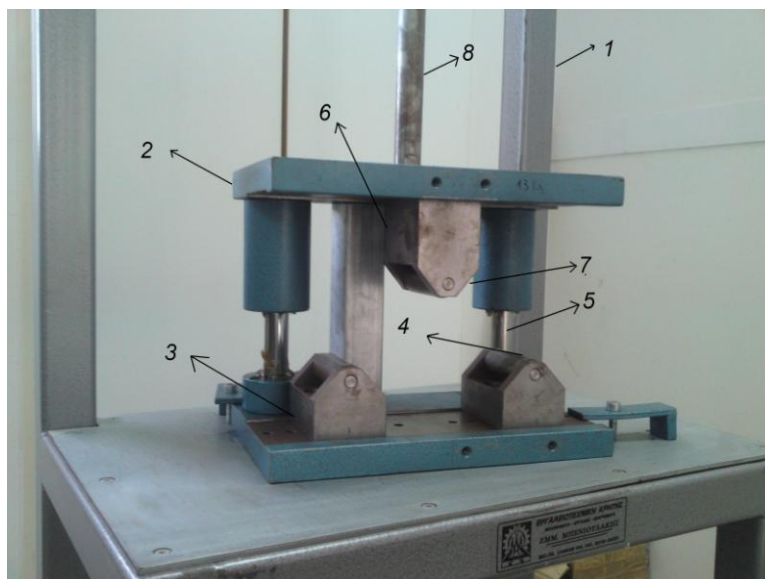
Για την εκτέλεση των πειραμάτων κάμψης τριών σημείων χρησιμοποιήθηκε πειραματική διάταξη, που σχεδιάστηκε από Γ. Εξαδάκτυλο & Π. Λιόλιο και κατασκευάστηκε από τον Μπενιουδάκη, βρίσκεται δε στο Εργαστήριο Μελέτης και Σχεδιασμού Εκμεταλλεύσεων. Η πειραματική διάταξη χρησιμοποιείται για κάμψη τριών και τεσσάρων σημείων, για δοκιμές διάτμησης, για δοκιμές πίπτοντος βάρους καθώς και για δοκιμές διεύθυνσης σε πετρώματα (Εικόνα 19).



Εικόνα 19: Πειραματική διάταξη για κάμψη τριών σημείων.

Η πειραματική διάταξη (Εικόνα 20) αποτελείται από ένα μεταλλικό πλαίσιο (1) στο οποίο είναι προσαρμοσμένο τα κινούμενα μέρη της διάταξης. Ειδικότερα το δοκίμιο τοποθετείται ανάμεσα από δύο επίπεδες έδρες (2). Η κάτω έδρα φέρει δύο ίδιες σε διαστάσεις και βάρος κεφαλές (3), οι οποίες μπορούν να μετακινηθούν αριστερά ή δεξιά, ώστε να ρυθμιστεί το μήκος του δοκιμίου. Στο πάνω μέρος των δύο κεφαλών βρίσκονται τροχοί κύλισης (4) οι οποίοι εξασφαλίζουν την απουσία διατμητικών τάσεων κατά την εκτέλεση του πειράματος.

Η επάνω έδρα συνδέεται με τη κάτω μέσω δύο αξόνων που βρίσκονται στο πίσω μέρος και λειτουργούν ως οδηγοί (5), ώστε η κίνηση της έδρας να είναι μόνο κατακόρυφη.



Εικόνα 20: Βάση καμπτικής μηχανής.

Η άνω έδρα φέρει στο κέντρο της μια κεφαλή (6), η οποία ασκεί φορτίο στο κέντρο του δοκιμίου. Επίσης, η κεφαλή αυτή περιέχει τροχό κύλισης (7), ενώ έχει διαφορετικές διαστάσεις και βάρος, από τις άλλες δύο κεφαλές. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι στην άνω έδρα μπορούν να τοποθετηθούν δυο κεφαλές και η πειραματική διάταξη να χρησιμοποιηθεί για κάμψη τεσσάρων σημείων. Στο κέντρο της επάνω πλευράς της άνω έδρας είναι προσαρτημένη κυλινδρική ράβδος (8), η οποία διαπερνά το μεταλλικό πλαίσιο της διάταξης, εξασφαλίζοντας κατακόρυφη κύλιση. Επάνω στη κυλινδρική ράβδο προσαρμόζονται συμμετρικά μεταλλικές πλάκες (9), οι οποίες χρησιμοποιούνται για τη φόρτιση του δοκιμίου.

Ο (Πίνακας 1) που υπάρχει παρακάτω, μας αναφέρει τα βάρη όλων των εξαρτημάτων που βρίσκονται στη μηχανή, έτσι όπως είχαν υπολογιστεί με βάση σύμφωνα με το μετρικό σύστημα:

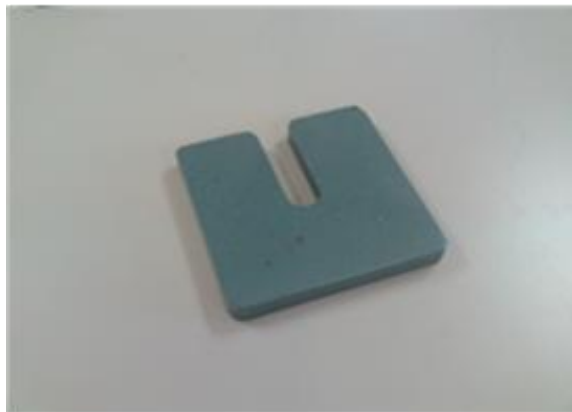
Πίνακας 1: Βάρος εξαρτημάτων.

Εξαρτήματα	Αριθμός θέσης	Βάρος (N)
Μεταλλικός σκελετός	1	-
Κάτω έδρα	2	-
Επάνω έδρα	2	46
Κεφαλή αριστερά	3	-
Κεφαλή δεξιά	3	-
Τροχός κύλισης αριστερά	4	-
Τροχός κύλισης δεξιά	4	-
Αριστερός άξονας	5	-
Δεξιάς άξονας	5	-
Κεφαλή επάνω έδρας	6	25
Άνω τροχός κύλισης	7	-
Κυλινδρική ράβδος	8	130
Μεταλλική πλάκα (μπλέ)	9	41
Μεταλλική πλάκα (πράσινη)	9	50
Μεταλλική πλάκα (λευκή)	9	69

Στις παρακάτω εικόνες παρουσιάζονται οι μεταλλικές πλάκες:



Εικόνα 21: Μεταλλική Πλάκα 41 N.



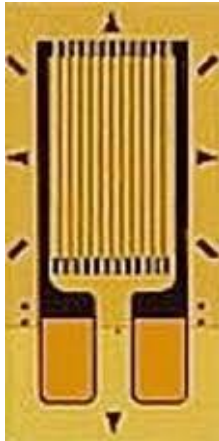
Εικόνα 22: Μεταλλική Πλάκα 50 N.



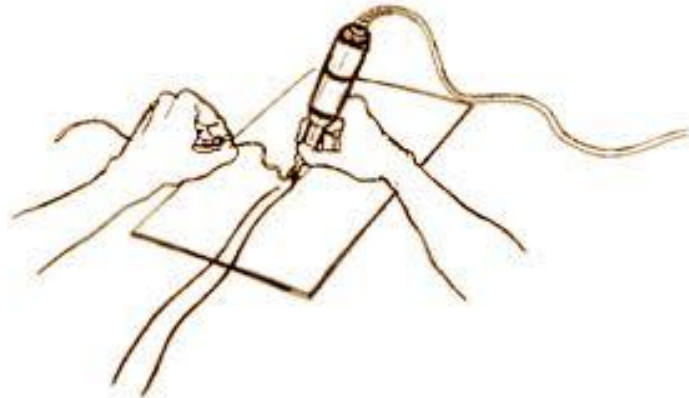
Εικόνα 23: Μεταλλική Πλάκα 69 N.

4.2.Αρχή λειτουργίας strain gage

Κατά τις δοκιμές κάμψης δοκιμίων πετρώματος χρησιμοποιήθηκε και ηλεκτρικό μηκυνσιόμετρο, λεγόμενο και ως **strain gage** (Εικόνα 24) τοποθετείται ακριβώς στο κέντρο του δοκιμίου (Εικόνα 25) από τη κάτω πλευρά και κάτω από τον άξονα του φορτίου. Ο προσανατολισμός των στοιχείων της αντίστασης είναι παράλληλος με τη μεγάλη διάσταση του δοκιμίου, ώστε να γίνει μέτρηση της επιμήκυνσης του δοκιμίου εφόσον η κάτω έδρα υποβάλλεται πάντα σε εφελκυσμό (Arthur, 1938).



Εικόνα 24: Ηλεκτρικό μηκυνσιόμετρο

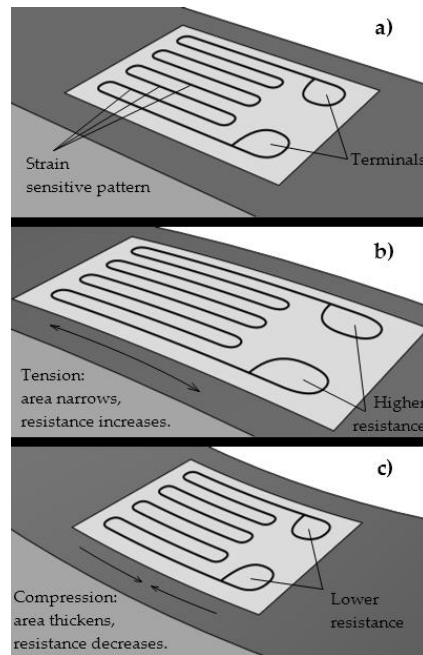


Εικόνα 25: Ηλεκτρικό μηκυνσιόμετρο στο κέντρο.

Η αρχή λειτουργίας του strain gage φαίνεται στο (Εικόνα 26). Κατά τον εφελκυσμό τα στοιχεία του strain gage επιμηκύνονται με αποτέλεσμα την αύξηση της αντίστασης, ενώ κατά τη θλίψη ή βράχυνση του προκαλεί μείωση της αντίστασης. Γενικά ο υπολογισμός της αντίστασης γίνεται από την εξίσωση:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (4.1)$$

όπου R η αντίσταση, ρ η ηλεκτρική αντίσταση, L το μήκος του αγωγού και A η διατομή του.



Εικόνα 26: Strain gage.

Τα strain gages είναι τυποποιημένα και βαθμονομημένα και δεν χρειάζεται να χρησιμοποιηθεί η παραπάνω εξίσωση για τη βαθμονόμηση τους. Η μεταβολή της ηλεκτρικής αντίστασης συνδέεται με την παραμόρφωση μέσω του συντελεστή του strain gage (S_g). Το S_g δίνεται από τη σχέση:

$$S_g = \frac{\Delta R}{R} / \varepsilon_{xx} \quad (4.2)$$

όπου ΔR η μεταβολή της αντίστασης, R η αρχική τιμή της αντίστασης και ε_{xx} η παραμόρφωση παράλληλα με τα στοιχεία του strain gage. Κατά την διάρκεια του πειράματος δημιουργούνται και εγκάρσιες παραμορφώσεις οι οποίες προσθέτουν σφάλμα στη μέτρηση, όμως αυτές είναι πολύ μικρές και δε θα ληφθούν υπ' όψιν στη παρούσα μελέτη. Επίσης η θερμοκρασία επηρεάζει τη τιμή της ηλεκτρικής αντίστασης και θα πρέπει να γίνει διόρθωση.

Για λόγους απλότητας στη παρούσα μελέτη θα θεωρηθεί ότι η επίδραση της θερμοκρασίας σε τυπικές συνθήκες εργαστηρίου (25°C) είναι μικρή και δεν θα γίνει διόρθωση.

Τα τεχνικά χαρακτηριστικά του strain gage φαίνονται στο (Πίνακας 1) είναι:

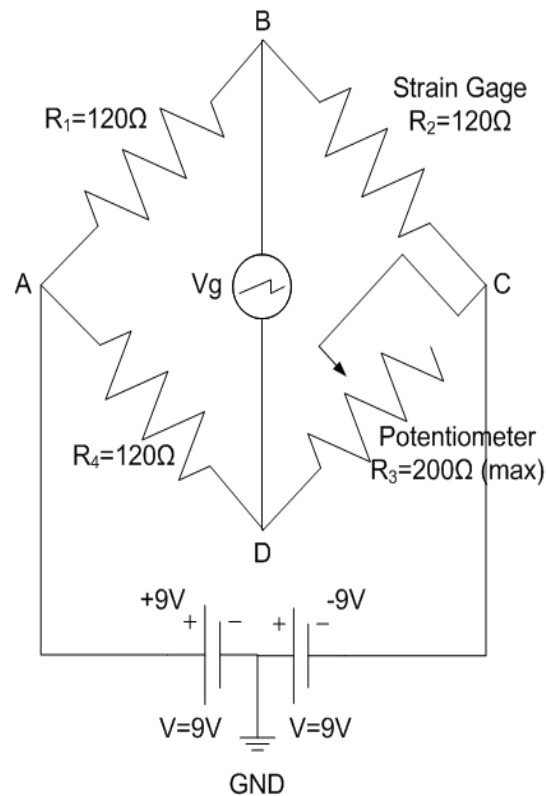
Πίνακας 2: Τεχνικά χαρακτηριστικά strain gage.

Gage length	5mm
Electrical Resistance	$120 \pm 0.4 \Omega$
Gage factor S_g	$2.09 \pm 1.0\%$

4.3.Γέφυρα Wheatstone¹

Για να επιτευχθεί μεγάλη ακρίβεια στην μέτρηση, θα χρησιμοποιηθεί γέφυρα **Wheatstone** για τον υπολογισμό της μεταβολής της ηλεκτρικής αντίστασης και κατά συνέπεια την μέτρηση της παραμόρφωσης (Wheatstone, 1843).

Η διάταξη που θα χρησιμοποιηθεί φαίνεται στη παρακάτω (Εικόνα 27).



Εικόνα 27:Γέφυρα Wheatstone.

Το ρεύμα στον κλάδο ABC υπολογίζεται από τη σχέση:

$$I_{ABC} = \frac{V}{R_1 + R_2} \quad (4.3)$$

όπου V η διαφορά της πηγής και R_1, R_2 ηλεκτρικές αντιστάσεις με την R_2 να είναι το strain gage. Το ρεύμα στο κλάδο ADC υπολογίζεται από την σχέση:

$$I_{ADC} = \frac{V}{R_3 + R_4} \quad (4.4)$$

¹ Παντελής Λιόλιος:Κατασκευή ηλεκτρικού κυκλώματος.

όπου η R_3 είναι μεταβλητή αντίσταση και η R_4 είναι απλή αντίσταση. Η πτώση τάσης που προκαλείται λόγω της αντίστασης R_1 στο κλάδο υπολογίζεται από την σχέση:

$$V_{AB} = I_{ABC} \cdot R_1 = \frac{VR_1}{R_1 + R_2} \quad (4.5)$$

ενώ η πτώση τάσης στον κλάδο AD λόγω της αντίστασης R_4 δίδεται από την σχέση:

$$V_{AD} = I_{ADC} \cdot R_3 = \frac{VR_3}{R_3 + R_4} \quad (4.6)$$

Η διαφορά του δυναμικού μεταξύ των σημείων B και D η οποία μετράται από το βολτόμετρο V_g μπορεί να υπολογιστεί από τις σχέσεις (4.5) και (4.6):

$$E = V_{AB} - V_{AD} = V \left[\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right] \quad (4.7)$$

Πριν την έναρξη του πειράματος η αντίσταση R_3 θα ρυθμιστεί έτσι ώστε η διαφορά δυναμικού V_g να είναι μηδέν και τότε η γέφυρα βρίσκεται σε ισορροπία. Όταν η γέφυρα βρίσκεται σε ισορροπία ισχύει:

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad (4.8)$$

από όπου προκύπτει ότι:

$$r = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R_4} \quad (4.9)$$

Κατά τη διάρκεια του πειράματος η αντίσταση του strain gage R_2 μεταβάλλεται και προκαλεί μια μεταβολή στην διαφορά δυναμικού μεταξύ των B και D. Η μεταβολή αυτή υπολογίζεται από την σχέση:

$$\Delta V_g = V \left[\frac{R_1}{R_1 + R_2 + \Delta R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right] \quad (4.10)$$

Αν στη παραπάνω σχέση (4.10) λάβουμε υπ' όψιν μας τη σχέση (4.9) τότε προκύπτει:

$$\Delta V_g = -V \frac{r}{(1+r)^2} \left[\frac{\frac{\Delta R_2}{R_2}}{1 + \frac{1}{1+r} \frac{\Delta R_2}{R_2}} \right] \quad (4.11)$$

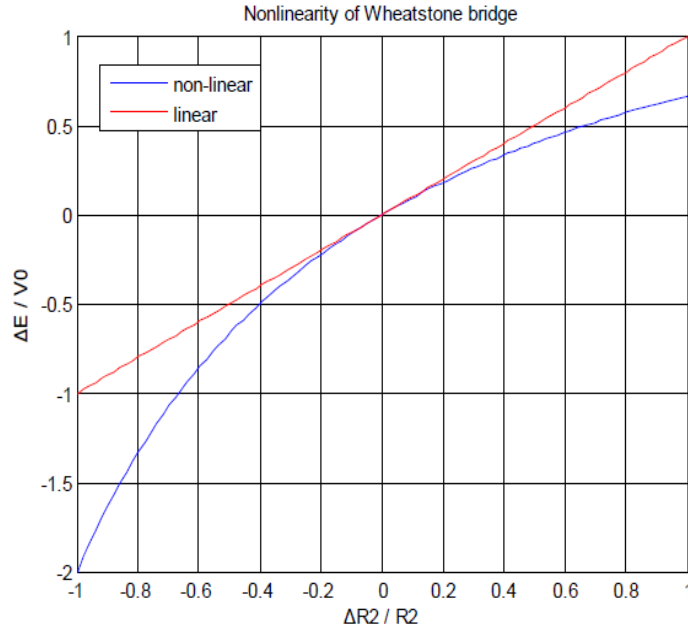
η οποία είναι μια μη γραμμική σχέση $\Delta V_g = f(\Delta R_2)$.

Στο (Διάγραμμα 4) φαίνεται η μη γραμμικότητα της γέφυρας Wheatstone για $r=1$. Η μεταβολή της τάσης έχει κανονικοποιηθεί με την ποσότητα:

$$V_o = -V \frac{r}{(1+r)^2} \quad (4.12)$$

Από το διάγραμμα φαίνεται ότι η μεταβολή της αντίστασης του strain gage είναι μικρότερη από 10%, δηλαδή $\frac{\Delta R_2}{R_2} \leq 0,1$ τότε το σφάλμα που προκύπτει αν αγνοηθεί ο μη γραμμικός

όρος της εξίσωσης (4.11) είναι μικρότερο του 5%. Επειδή στα πειράματα της βραχομηχανικής η μεταβολή της αντίστασης του strain gage είναι μικρή, θα χρησιμοποιηθεί η γραμμική μορφή της εξίσωσης (4.11) και θα θεωρηθεί ότι το σφάλμα είναι πολύ μικρό. Η γραμμική μορφή φαίνεται στο (Διάγραμμα 4):



Διάγραμμα 4: Μη γραμμικότητα της γέφυρας Wheatstone.

Η γραμμική μορφή της εξίσωσης (4.12) γράφεται:

$$\Delta V_g = -V \frac{r}{(1+r)^2} \frac{\Delta R_2}{R_2} \quad (4.13)$$

Συνδυάζοντας την εξίσωση (4.2) με την εξίσωση (4.13) προκύπτει η σχέση με την οποία μπορεί να υπολογιστεί η παραμόρφωση του δοκιμίου από την μέτρηση της διαφοράς δυναμικού μεταξύ των σημείων B και D:

$$\varepsilon = \frac{\Delta R_2}{R_2} \frac{1}{S_g} = - \frac{(1+r)^2}{r S_g} \frac{\Delta V_g}{V} \quad (4.14)$$

4.4.Ενισχυτής σήματος²

Οι τιμές της διαφοράς δυναμικού θα είναι πολύ μικρές και απαιτείται ενίσχυση του σήματος, ώστε να μπορούν να μετρηθούν με ακρίβεια από ένα απλό βολτόμετρο.

Στο παρακάτω (Πίνακας 3) που ακολουθεί παρουσιάζεται η ενίσχυση του σήματος για διάφορες τιμές της αντίστασης R_g :

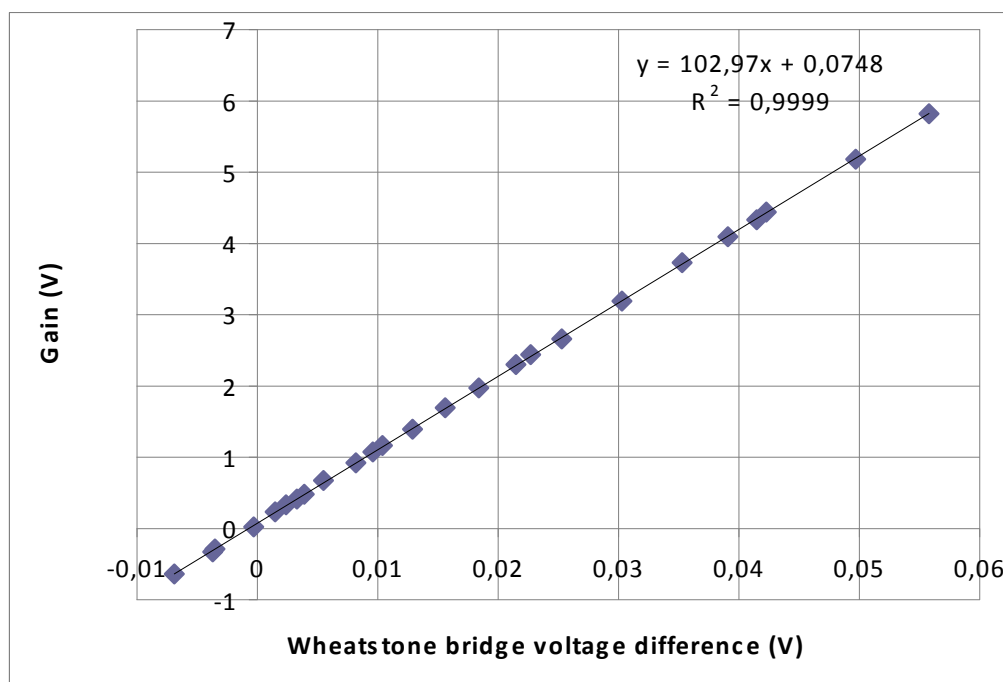
Πίνακας 3:Τιμές της αντίστασης.

R_g	G
4,44 KΩ	10
816 Ω	50
404 Ω	100
201 Ω	200
80,2Ω	500

Για τη δοκιμή κάμψης 3 σημείων θα χρησιμοποιηθεί ενισχυτής 100x. Η πλησιέστερη αντίσταση που μπορεί να βρεθεί εύκολα στο εμπόριο για να επιτευχθεί ενίσχυση 100x είναι 390Ω. Συνεπώς η ενίσχυση του κυκλώματος θα είναι:

$$G=103,6 \quad (4.15)$$

Επειδή η τιμή αυτή είναι θεωρητική και επειδή επίσης ο ενισχυτής παράγει κάποια τάση εξόδου ακόμα και για μηδενική είσοδο, στο (Διάγραμμα 5) παρουσιάζεται η πραγματική ενίσχυση του κυκλώματος:



Διάγραμμα 5:Πραγματική ενίσχυση σήματος.

² Παντελής Λιόλιος

Η πραγματική ενίσχυση του κυκλώματος είναι 102,9 και υπάρχει ένα offset 74 mV.

4.5.Βαθμονόμηση μηχανής

Στο Εργαστήριο Μελέτης και Σχεδιασμού Εκμεταλλεύσεων πραγματοποιήθηκε βαθμονόμηση της πειραματική διάταξης. Χρησιμοποιήθηκε δοκίμιο χάλυβα ορθογωνικής διατομής με τυποποίηση **Ct-37** και ελαστικότητα περίπου 200 GPa.

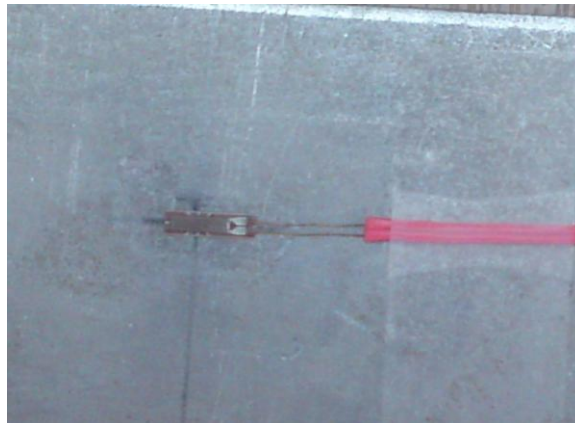
Οι διαστάσεις του δοκιμίου φαίνονται στο (Πίνακας 4).

Πίνακας 4: Διαστάσεις χάλυβα.

CT-37	Μήκος	Πλάτος	Πάχος
Χάλυβας	0,167 m	0,05 m	0,003 m

Οι διαστάσεις επιλέχθηκαν ώστε η διαδικασία να γίνει πιο εύκολη και επίσης, να είναι δυνατή η εφαρμογή της στη μηχανή κάμψης 3 σημείων. Για τη πραγματοποίηση της βαθμονόμησης θα έπρεπε να εφαρμοστεί η ίδια διαδικασία, που θα γινότανε αργότερα για τη κάμψη 3 σημείων των δοκιμίων μαρμάρου.

Αρχικά, εφόσον γνωρίζουμε τις διαστάσεις του χάλυβα θα πρέπει να τοποθετήσουμε το ηλεκτρικό μηκυνσιόμετρο με σωστό τρόπο στο χάλυβα για να εκτελέσουμε το πείραμα. Το ηλεκτρικό μηκυνσιόμετρο τοποθετείται στο κέντρο του δοκιμίου σύμφωνα με τις (Εικόνα 28) και (Εικόνα 29).

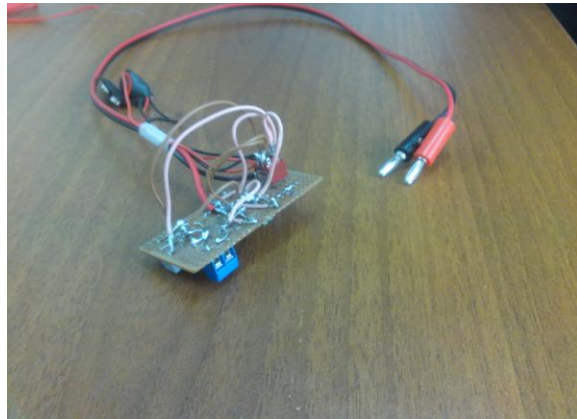


Εικόνα 28: Strain gage στο κέντρο.



Εικόνα 29:Χάλυβας με Strain gage.

Στη συνέχεια το strain gage το συνδέουμε με το ηλεκτρικό κύκλωμα (Εικόνα 30), αφού πρώτα φέρουμε τη γέφυρα του κυκλώματος σε ισορροπία. Η ένδειξη που μας δίνει το κύκλωμα, είναι ενισχυμένη όπως αναφέραμε πιο πριν. Το δοκίμιο του χάλυβα τοποθετείται στη μηχανή όπως φαίνεται στην (Εικόνα 31).



Εικόνα 30:Ηλεκτρικό κύκλωμα.



Εικόνα 31:Ο Χάλυβας στη μηχανή.

Το άνω μέρος του επιπέδου της μηχανής κατεβαίνει με πολύ προσοχή, ώστε να έρθει σε επαφή με το πάνω μέρος του δοκιμίου χάλυβα. Για κάθε βάρος που προσθέτουμε στο δοκίμιο, το βολτόμετρο καταγράφει τις ενδείξεις της τάσης του κυκλώματος σε μονάδες V. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να τελειώσουν τα διαδοχικώς προστιθέμενα βάρη και αφού έχουμε καταγράψει όλες τις τιμές της παραμόρφωσης.

Οι παρακάτω εικόνες μας δείχνουν τη κάμψη του χάλυβα σε λίγα κιλά φορτίου και την αντοχή του χάλυβα σε αρκετά κιλά φορτίου σύμφωνα με το πείραμά μας (Εικόνα 32) και (Εικόνα 33):



Εικόνα 32: Δοκίμιο χάλυβα κατά το αρχικό στάδιο φόρτισης.



Εικόνα 33: Φορτισμένο δοκίμιο σε προχωρημένο στάδιο του πειράματος.

Το στάδιο της επεξεργασίας του πειράματος θα διατυπωθεί με πιο αναλυτικό τρόπο στο επόμενο κεφάλαιο, κατά τις δοκιμές κάμψης δοκιμίων μαρμάρων. (Timoshenko S. G., 1970)

Αρχικά, από το βάρος (Nt) σύμφωνα πάντα με το μετρικό σύστημα, φαίνεται και το φορτίο που ασκούμε στο δοκίμιο χάλυβα. Από το φορτίο P_f μπορέσαμε και υπολογίσαμε την θεωρητική εφελκυστική τάση, σύμφωνα με το κλασικό τύπο της Αντοχής των Υλικών που αναφέρθηκε στο δεύτερο κεφάλαιο και που παρουσιάζεται παρακάτω:

$$\sigma_t = \frac{3 P_f l_s}{2 b h^2} \quad (4.16)$$

όπου P_f είναι το φορτίο, l_s είναι το μήκος, b είναι το πλάτος και h είναι το ύψος. Την τάση την υπολογίσαμε σε μονάδες MPa. Ακολούθως βρήκαμε τη διορθωμένη διαφορά δυναμικού με βάση την ενίσχυσή του σήματος. Από το τύπο (4.14) μπορέσαμε και βρήκαμε τη πειραματική παραμόρφωση του χάλυβα:

$$\varepsilon = \frac{\Delta R_2}{R_2} \frac{1}{S_g} = - \frac{(1+r)^2}{r S_g} \frac{\Delta V_g}{V}$$

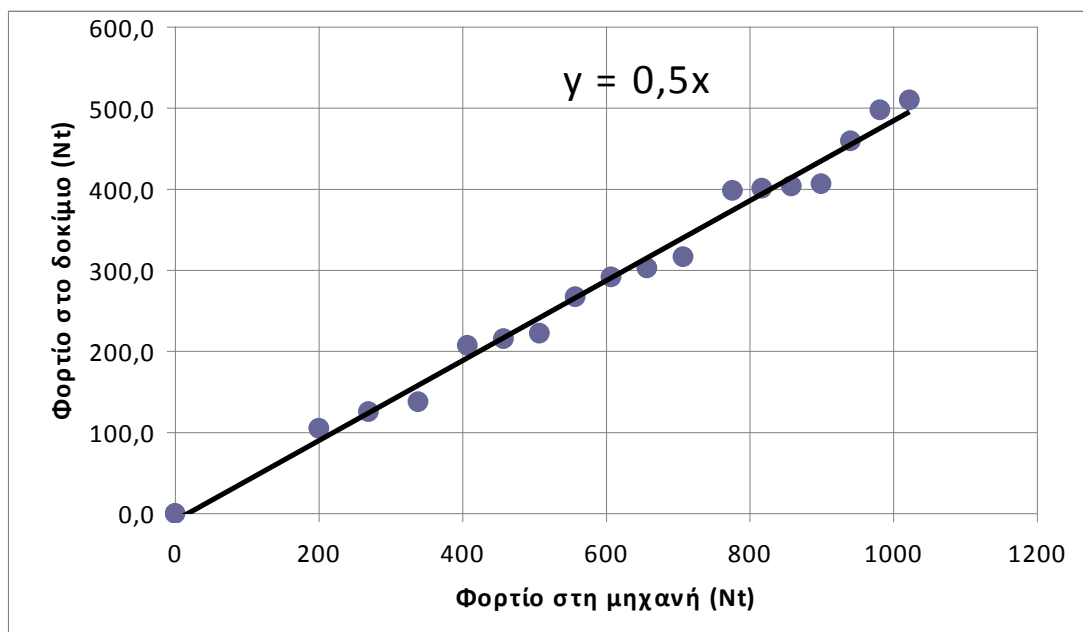
όπου $r=1$, S_g είναι ο συντελεστής του strain gage, ΔV_g είναι η διαφορά δυναμικού της γέφυρας και V είναι η τάση του κυκλώματος.

Στη συνέχεια υπολογίσαμε το καθαρό φορτίο, χρησιμοποιώντας τη τιμή της πειραματικής παραμόρφωσης στο τύπο της θεωρητικής παραμόρφωσης. Ο τύπος της θεωρητικής παραμόρφωσης προκύπτει από το νόμο του Hooke $\sigma_t = E \cdot \varepsilon_{xx}$ (4.17) και από τη σχέση της εφελκυστικής τάσης (4.16). Ο τύπος είναι:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{3}{2} \frac{P_f l_s}{E b h^2} \quad (4.18)$$

όπου P_f είναι το φορτίο, l_s είναι το μήκος, b είναι το πλάτος, h είναι το ύψος και E είναι η ελαστικότητα, που για το συγκεκριμένο δοκίμιο χάλυβα είναι $E=200$ GPa.

Στο (Διάγραμμα 6) παρατηρούμε στον άξονα X το φορτίο που παραμένει στη μηχανή και στον άξονα Y το φορτίο που μεταβιβάζεται στο δοκίμιο χάλυβα. Επίσης παρατηρούμε και το σφάλμα του φορτίου που βρέθηκε στη πειραματική διάταξη το οποίο ανέρχεται στα 50% περίπου..



Διάγραμμα 6: Διάγραμμα φορτίου σε Kg.

. Ο συντελεστής διόρθωσης του φορτίου μπορεί να οφείλεται σε δυο σημαντικούς λόγους:

- Στη κακή κατασκευή της πειραματικής διάταξης που είχε γίνει αρχικά και
- Στις μετρήσεις που μας έδωσε το ηλεκτρικό κύκλωμα για τη γέφυρα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

Προετοιμασία, εκτέλεση και επεξεργασία πειραμάτων δοκιμής κάμψης τριών σημείων.

5.1.Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφονται η προετοιμασία και εκτέλεση των πειραμάτων κάμψης τριών σημείων με την νέα πειραματική συσκευή που περιγράφηκε στο 3^ο Κεφάλαιο σε δοκίμια μαρμάρου διαφόρων τύπων, και ακολουθεί η επεξεργασία και ανάλυση των πειραματικών αποτελεσμάτων. Δίνεται ο τρόπος υπολογισμού της μέγιστης εφελκυστικής τάσης και παραμόρφωσης που αναπτύσσονται στην κατώτερη έδρα των δοκιμίων λόγω των συγκεκριμένων συνοριακών συνθηκών της πειραματικής διάταξης και κατασκευάζονται τα διαγράμματα εφελκυστικής τάσης-παραμόρφωσης μετά από κάθε δοκιμή. Τέλος απ' αυτά τα διαγράμματα υπολογίζονται οι τιμές του μέτρου ελαστικότητας, και της εφελκυστικής αντοχής των δοκιμίων.

Τα δοκίμια προέρχονταν από τρία διαφορετικά λατομεία μαρμάρου. Πρόκειται για το μάρμαρο Σκύρου που χρησιμοποιήθηκε και στην αναστήλωση του πρόπυλου του Αδριανού στο Μοναστηράκι (Αθήνα), το δολομιτικό μάρμαρο Βόλακα που εξορύσσεται στο ομώνυμο χωριό της Δράμας (Β. Ελλάδα), και το ασβεστολιθικό μάρμαρο Βράτσας (Βουλγαρία). Τα δοκίμια κάθε τύπου μαρμάρου ελήφθησαν από τον ίδιο όγκο κάθε λατομείου.

Τα αποτελέσματα των δοκιμών Κ3Σ συγκρίνονται με προηγούμενα αποτελέσματα δοκιμών στους ίδιους τύπους μαρμάρου για την εξαγωγή συμπερασμάτων.

5.2.Διαστάσεις δοκιμίων μαρμάρου

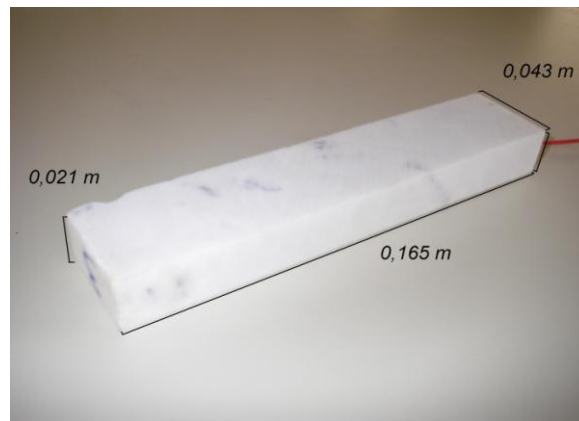
Δεν χρειάστηκε να γίνει κάποια περαιτέρω επεξεργασία των δοκιμίων, καθώς είχαν ήδη κοπεί, ενώ και οι διαστάσεις τους είχαν επιλεγθεί συγκεκριμένα ώστε να μπορέσουμε να πραγματοποιήσουμε τα πειράματα κάμψης τριών σημείων. Πιο συγκεκριμένα τα δοκίμια είχαν κοπεί σε τέτοιο μήκος που να μην προεξέχουνε πολύ από της κεφαλές.

Οι διαστάσεις των δοκιμίων παρουσιάζονται στον (Πίνακας 5).

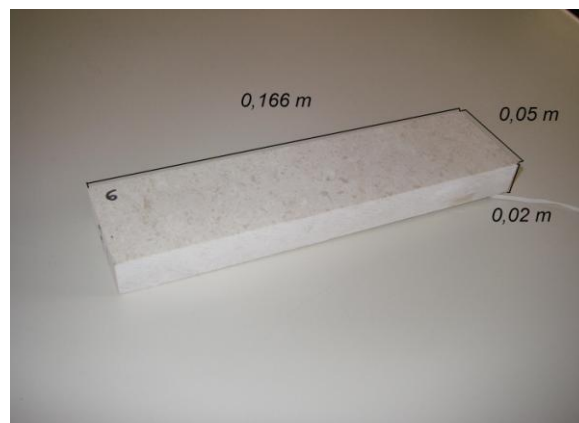
Πίνακας 5: Διαστάσεις δοκιμίων.

Εμπορικό όνομα μαρμάρου	Μήκος (m)	Πλάτος (m)	Πάχος (m)
Μάρμαρο Σκύρου	0,165 m	0,043 m	0,021 m
Μάρμαρο Βράτσας	0,166 m	0,05 m	0,02 m
Μάρμαρο Βόλακα	0,165 m	0,05 m	0,019 m

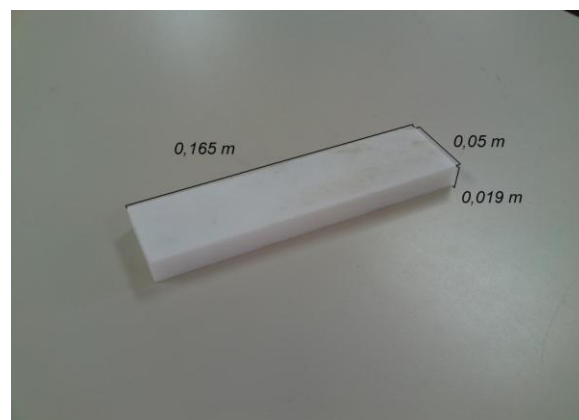
Χαρακτηριστικά δοκίμια παρουσιάζονται στις παρακάτω εικόνες, μαζί με τις διαστάσεις τους:



Εικόνα 34: Μάρμαρο Σκίρου.



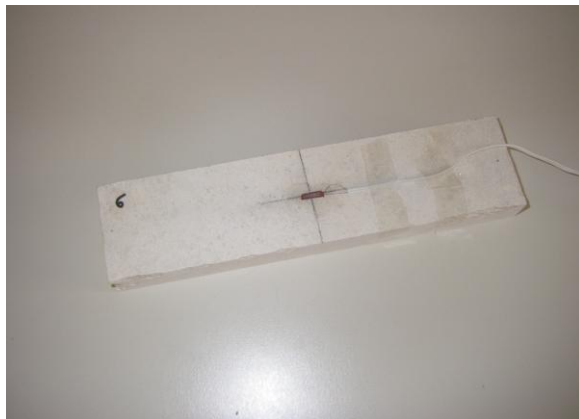
Εικόνα 35: Μάρμαρο Βράτσας.



Εικόνα 36: Μάρμαρο Βόλακα.

5.3.Πειραματικές δοκιμές κάμψης τριών σημείων

Πριν την τοποθέτηση του δοκιμίου στη μηχανή κάμψης τριών σημείων, επικολλάται το ηλεκτρικό μηχανοσκόπιο σ' αυτό ακριβώς στο κέντρο του δοκιμίου, από τη κάτω πλευρά και κάτω από τον άξονα του φορτίου σύμφωνα με τις λεπτομέρειες τους (Εικόνα 37, Εικόνα 38).



Εικόνα 37:Μάρμαρο Σκόρου με strain gage.



Εικόνα 38:Μάρμαρο Βράτσας με strain gage.

Δίνεται μεγάλη προσοχή στο τρόπο που θα κολλήσουμε το ηλεκτρικό μηχανοσκόπιο. Σε περίπτωση που δεν κολλούσε σωστά ή σε περίπτωση που θα είχε τοποθετηθεί σε λάθος θέση, τότε δύσκολα θα βγάζαμε ορθά αποτελέσματα. Η διαδικασία συνεχίστηκε με το να συνδεθεί το strain gage στο κύκλωμα. Η γέφυρα του κυκλώματος θα έπρεπε να βρίσκεται σε ισορροπία, ώστε να συνδεθεί το ηλεκτρικό κύκλωμα με το βολτόμετρο και να ξεκινούσε το πείραμα. Το βολτόμετρο μας δίνει τη διαφορά δυναμικού του κυκλώματος ενισχυμένη σύμφωνα με τη σχέση που προκύπτει από το διάγραμμα (Διάγραμμα 5) του τέταρτου κεφαλαίου, που αναφέρεται στη πραγματική ενίσχυση του κυκλώματος.

Το πρώτο βάρος που αρχίσαμε να ασκούμε στο δοκίμιο τη στιγμή που το τοποθετήσαμε στη μηχανή, προέρχονταν από τη πάνω επίπεδη πλάκα. Η επίπεδη αυτή πλάκα είχε βάρος 200 N όπως είχε υπολογιστεί, ενώ κατέβαινε πολύ προσεκτικά μέχρι να ακουμπήσει στην πάνω έδρα του δοκιμίου. Δοκίμια τα οποία δεν είχανε καλή επαφή σε όλο το μήκος της κεφαλής, κυρίως λόγω μη τέλει επιπεδότητας της έδρας, αγνοήθηκαν. Τα δοκίμια επίσης σημαδεύονταν στο μέσο του μήκους τους, όπου θα έβρισκε εφαρμογή στη συνέχεια η κεφαλή της πάνω επίπεδης πλάκας.

Για κάθε βάρος που προσθέταμε στη μηχανή ταυτόχρονα καταγράφαμε και τις ενδείξεις που μας έδινε το βολτόμετρο. Η διαδικασία και η καταγραφή των μετρήσεων σταματούσε τη στιγμή της θραύσης του μαρμάρου. Η πάνω επίπεδη πλάκα θα έπρεπε να επανέρθει στην

αρχική της θέση, να τοποθετηθούν τα καινούργια δοκίμια και να γίνει επανεκκίνηση του πειράματος.

Παρακάτω παρατίθενται διάφορες χαρακτηριστικές μορφές θραύσης των δοκιμίων μαρμάρου. Παραδεκτή είναι μόνο η εφελκυστική θραύση που εκδηλώνεται στο μέσον του δοκιμίου με τη μορφή επίπεδης ή σχεδόν επίπεδης εφελκυστικής ρωγμής τύπου I.



Εικόνα 39:Θραύση μαρμάρου Σκύρος 1



Εικόνα 40:Θραύση μαρμάρου Σκύρος 2.



Εικόνα 41:Μη θραύση μαρμάρου Σκύρος 3.



Εικόνα 42:Θραύση μαρμάρου Σκύρος 4.

(Εικόνα 39): Μάρμαρο Σκύρος 1 με εφελκυστική ρωγμή υπό μορφή γωνίας κοντά στο μέσο του δοκιμίου,(Εικόνα 40): Μάρμαρο Σκύρος 2 με σχεδόν επίπεδη εφελκυστική ρωγμή στο μέσο του δοκιμίου, (Εικόνα 41): Μάρμαρο Σκύρος 3 χωρίς να έχουμε εφελκυστική ρωγμή στο μέσο του δοκιμίου, λόγω μη συνέχισης της δοκιμής μέχρι τη θραύση του, και (Εικόνα 42): Μάρμαρο Σκύρος 4 με σχεδόν επίπεδη εφελκυστική ρωγμή στο μέσο του δοκιμίου.



Εικόνα 43: Μη θραύση μαρμάρου Βράτσας 1.



Εικόνα 44: Θραύση μαρμάρου Βράτσας 2.



Εικόνα 45: Θραύση μαρμάρου Βράτσας 3.

(Εικόνα 43): Μάρμαρο Βράτσας 1 χωρίς να έχουμε εφελκυστική ρωγμή στο μέσο του δοκιμίου, λόγω μη συνέχισης της δοκιμής μέχρι τη θραύση του, (Εικόνα 44): Μάρμαρο Βράτσας 2 με επίπεδη εφελκυστική ρωγμή στο μέσο του δοκιμίου, και (Εικόνα 45): Μάρμαρο Βράτσας 3 με εφελκυστική ρωγμή υπό μορφή γωνίας κοντά στο μέσο του δοκιμίου, με παρουσία μικροεγκοίλου.



Εικόνα 46: Θραύση μαρμάρου Βόλακα 1.



Εικόνα 47: Θραύση μαρμάρου Βόλακα 2.

(Εικόνα 46): Μάρμαρο Βόλακα 1 με εφελκυστική ρωγμή υπό μορφή γωνίας κοντά στο μέσο του δοκιμίου, και (Εικόνα 47): Μάρμαρο Βόλακα 2 με επίπεδη εφελκυστική ρωγμή στο μέσο του δοκιμίου.

5.4.Επεξεργασία πειραματικών δεδομένων δοκιμής κάμψης

Στη παράγραφο αυτή αναφέρεται η επεξεργασία των μετρήσεων που έγινε από τις εργαστηριακές δοκιμές κάμψης τριών σημείων. Παρουσιάζονται πίνακες συγκεκριμένου μαρμάρου, εξηγώντας παράλληλα την επεξεργασία των δεδομένων που προηγήθηκαν.

Κατά τη διάρκεια των πειραμάτων το βολτόμετρο μας κατέγραφε τιμές της διαφοράς δυναμικού της γέφυρας. Οι τιμές αυτές προέρχονταν από τη μεταβολή του strain gage για κάθε βάρος που ασκούσαμε στο δοκίμιο. Να αναφέρουμε ότι όλα αυτά τα δεδομένα συλλέχτηκαν και με τη βοήθεια του Excel κατασκευάστηκαν αναλυτικά δελτία για όλα τα δοκίμια.

Από τη βαθμονόμηση που πραγματοποιήθηκε στη μηχανή (δοκίμιο χάλυβα Ct-37), βρέθηκε ότι το σφάλμα της μηχανής μας είναι $y=0,5x$ σύμφωνα με το διάγραμμα του (Διάγρ.4.3) του τέταρτου κεφαλαίου. Η σχέση αυτή μας έδινε το καθαρό βάρος που ασκείται πάνω στο δοκίμιο.

Στον παρακάτω (Πίνακας 6) παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα του καθαρού βάρους από ένα πείραμα κάμψης τριών σημείων που πραγματοποιήθηκε σε μάρμαρο Σκύρου. Το συγκεκριμένο μάρμαρο αναφέρεται ως μάρμαρο Σκύρος 2.

Πίνακας 6: Υπολογισμός καθαρού βάρους που ασκείται πάνω στο μάρμαρο Σκύρος 2.

Αριθμός φόρτισης	Ασκούμενο βάρος (N)	Καθαρό βάρος (N) με αφαίρεση της αρχικής τιμής
1	0	0
2	200	100,00
3	241	120,50
4	282	140,10
5	323	160,15
6	364	180,20
7	405	200,25
8	446	220,30
9	487	240,35
10	528	260,40
11	569	280,45
12	610	300,50
13	651	320,55
14	692	340,60
15	733	360,65
16	774	380,70
17	815	400,75
18	856	420,80
19	897	440,85
20	938	460,90
21	979	480,95
22	1020	510,00
23	1061	530,05
24	1102	550,10
25	1143	570,15
26	1184	590,20
27	1234	610,70
28	1284	640,20
29	1334	660,70

Πλέον γνωρίζοντας το καθαρό φορτίο σε μονάδες (N), σύμφωνα με το κλασικό τύπο της Αντοχής των Υλικών υπολογίζονται οι τιμές της μέγιστης εφελκυστικής τάσης και το μέτρο θραύσης ως η μέγιστη τιμή κατά τη θραύση της τάσης αυτής όπως αναφέρεται και στο Κεφάλαιο 3 από το τύπο:

$$\sigma_{xx}^{\max} = \frac{3FL}{2BH^2}$$

Ο (Πίνακας 7) παρουσιάζει τον υπολογισμό που κάναμε σύμφωνα με τη φορτίο που βρήκαμε παραπάνω και για διαστάσεις μαρμάρου Σκύρος 2 (μήκος=0,165 m, πλάτος=0,043 m, πάχος=0,021 m):

Πίνακας 7: Υπολογισμός τάσης σε μονάδες (MPa) για μάρμαρο Σκύρος 2.

Αριθμός φόρτισης	Φορτίο P σε μονάδες (N)	Εφελκυστική τάση σε (MPa)
1	0	0,00
2	100,00	1,17
3	120,50	1,41
4	140,10	1,64
5	160,15	1,88
6	180,20	2,12
7	200,25	2,36
8	220,30	2,60
9	240,35	2,84
10	260,40	3,08
11	280,45	3,32
12	300,50	3,56
13	320,55	3,80
14	340,60	4,04
15	360,65	4,28
16	380,70	4,51
17	400,75	4,75
18	420,80	4,99
19	440,85	5,23
20	460,90	5,47
21	480,95	5,71
22	510,00	5,95
23	530,05	6,19
24	550,10	6,43
25	570,15	6,67
26	590,20	6,91
27	610,70	7,20
28	640,20	7,49
29	660,70	7,78

Όπως αναφέραμε και στο τέταρτο κεφάλαιο οι ενδείξεις του βολτόμετρου ήταν πολύ μικρές. Για αυτό το λόγο στο ηλεκτρονικό κύκλωμα χρησιμοποιήσαμε ενισχυτή.

Η πραγματική ενίσχυση του κυκλώματος σύμφωνα και με το διάγραμμα του (Διάγραμμα 5) του τέταρτου κεφαλαίου θα είναι: $y = 102,97x + 0,0748$

Ο παρακάτω (Πίνακας 8) παρουσιάζει την ενίσχυση του σήματος για το μάρμαρο Σκύρου που αναφέραμε:

Πίνακας 8:Υπολογισμός ενίσχυσης σε μονάδες V.

Αριθμός φόρτισης	Διαφορά δυναμικού (V)	Διαφορά δυναμικού γέφυρας $x=(y-0,0748)/102,97$ (V) ($\times 10^{-6}$)	Διορθωμένο δυναμικό (V) με αφαίρεση την αρχική τιμή ($-9,72 \times 10^{-6}$)
1	0,0730	-9,72	0,00
2	0,0760	19,40	29,20
3	0,0780	38,90	48,60
4	0,0800	58,30	68,00
5	0,0810	68,00	77,70
6	0,0820	77,70	87,50
7	0,0840	97,20	107,00
8	0,0860	117,00	126,00
9	0,0870	126,00	136,00
10	0,0880	136,00	146,00
11	0,0890	146,00	155,00
12	0,0900	155,00	165,00
13	0,0910	165,00	175,00
14	0,0920	175,00	185,00
15	0,0925	180,00	190,00
16	0,0930	185,00	194,00
17	0,0945	199,00	209,00
18	0,0950	204,00	214,00
19	0,0960	214,00	224,00
20	0,0965	219,00	228,00
21	0,0975	228,00	238,00
22	0,1010	262,00	272,00
23	0,1045	296,00	306,00
24	0,1070	321,00	330,00
25	0,1080	330,00	340,00
26	0,1090	340,00	350,00
27	0,1100	350,00	360,00
28	0,1200	447,00	457,00
29	0,1250	496,00	505,00

Ακολουθώντας, αφαιρέσαμε από τη διαφορά δυναμικού της γέφυρας μετά την ενίσχυση την αρχική τιμή ($-9,72 \times 10^{-6}$) και βρήκαμε τις ενδείξεις της διορθωμένης διαφοράς δυναμικού της γέφυρας. Οι τιμές αυτές παρουσιάζονται επίσης στο παραπάνω (Πίνακας 8):

Τέλος από το τύπο (4.14) βρίσκουμε τη παραμόρφωση του δοκιμίου:

$$\varepsilon = \frac{\Delta R_2}{R_2} \frac{1}{S_g} = - \frac{(1+r)^2}{r S_g} \frac{\Delta V_g}{V}$$

όπου $r=1$, S_g είναι ο συντελεστής του strain gage, ΔV_g είναι η διαφορά δυναμικού της γέφυρας και V είναι η τάση του κυκλώματος. Για $r=1$, $S_g=2,09$ και για τάση (V) μαρμάρου Σκύρος 2 που υπολογίστηκε $V=4,25$ (V), βρήκαμε τη παραμόρφωση του δοκιμίου μαρμάρου Σκύρος 2 για τη κάθε διαφορά δυναμικού στο αντίστοιχο πείραμα.

Ο (Πίνακας 9) παρουσιάζει τους υπολογισμούς των εφελκυστικών παραμορφώσεων κατά τη διάρκεια ενός πειράματος.

Πίνακας 9: Υπολογισμός πειραματικής παραμόρφωσης για το δοκίμιο Σκύρος 2.

Αριθμός φόρτισης	Διορθωμένο δυναμικό (V) $\times 10^{-5}$	Εφελκυστική παραμόρφωση $\times 10^{-5}$	Εφελκυστική παραμόρφωση $\times 10^{-2}$
1	0,00	0,00	0,00
2	29,20	1,31	0,013
3	48,60	2,18	0,021
4	68,00	3,06	0,030
5	77,70	3,50	0,035
6	87,50	3,93	0,039
7	107,00	4,81	0,048
8	126,00	5,68	0,056
9	136,00	6,12	0,061
10	146,00	6,56	0,065
11	155,00	7,00	0,070
12	165,00	7,43	0,074
13	175,00	7,87	0,078
14	185,00	8,31	0,083
15	190,00	8,53	0,085
16	194,00	8,75	0,087
17	209,00	9,40	0,094
18	214,00	9,62	0,096
19	224,00	10,06	0,100
20	228,00	10,28	0,102
21	238,00	10,72	0,107
22	272,00	12,25	0,122
23	306,00	13,78	0,137
24	330,00	14,87	0,148
25	340,00	15,31	0,153
26	350,00	15,75	0,157
27	360,00	16,19	0,161
28	457,00	20,56	0,205
29	505,00	22,75	0,227

Από τη διαδικασία που αναφέραμε παραπάνω και από την επεξεργασία που ακολουθήσαμε, μπορέσαμε και βγάλαμε αποτελέσματα για το συγκεκριμένο μάρμαρο Σκύρου 2. Η ίδια διαδικασία επαναλήφθηκε κατά τον ίδιο τρόπο και για τις υπόλοιπες δοκιμές κάμψης. Από τα δεδομένα αυτά κατασκευάστηκαν εν συνεχεία τα διαγράμματα τάσης-παραμόρφωσης. Επίσης υπολογίστηκε το μέτρο ελαστικότητας, καθώς και η μέγιστη εφελκυστική τάση του δοκιμίου.

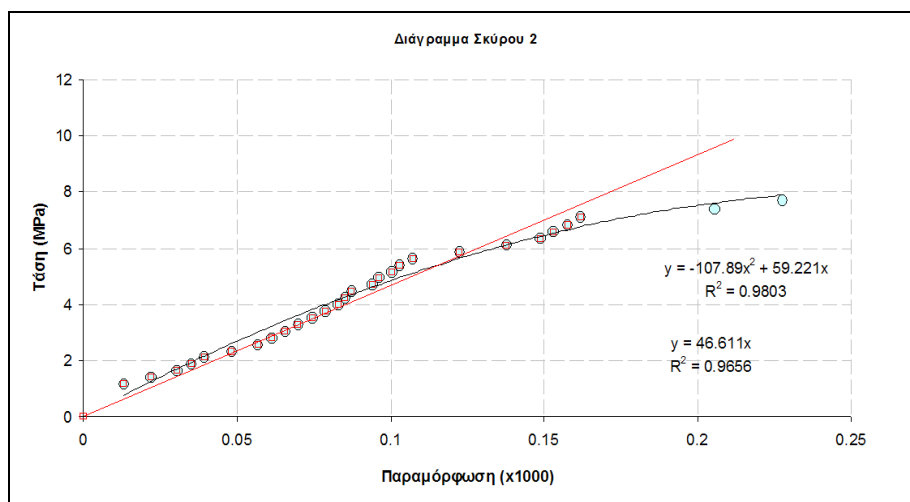
Στην επόμενη παράγραφο γίνεται αναφορά στα αποτελέσματα του συγκεκριμένου δοκιμίου μαρμάρου Σκύρος 2, καθώς και για τα υπόλοιπα δοκίμια που πραγματοποιήθηκε κάμψη τριών σημείων.

5.5.Αποτελέσματα πειραματικών δεδομένων

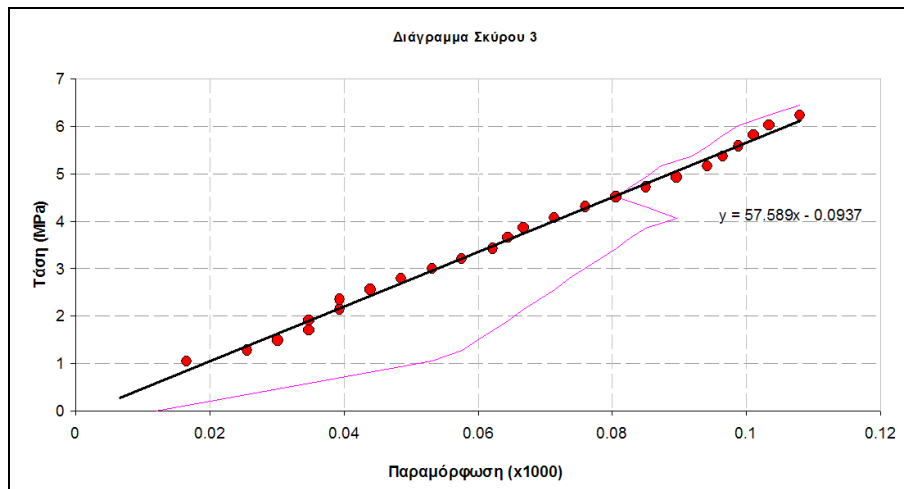
Όπως αναφερθήκαμε και στη προηγούμενη παράγραφο η διαδικασία εκτέλεσης του πειράματος, καθώς και η επεξεργασία των δεδομένων έγινε για όλα τα δοκίμια. Από αυτά μπορέσαμε και βγάλαμε, όσο το δυνατόν πιο σωστά αποτελέσματα μπορούσαμε. Αυτό οφείλεται κυρίως και στη μεγάλη προσοχή που δείξαμε, κατά την εκτέλεση των πειραμάτων. Τα αποτελέσματα των πειραμάτων μας θα αναφερθούν στη παράγραφο αυτή.

5.5.1.Μάρμαρο Σκύρου

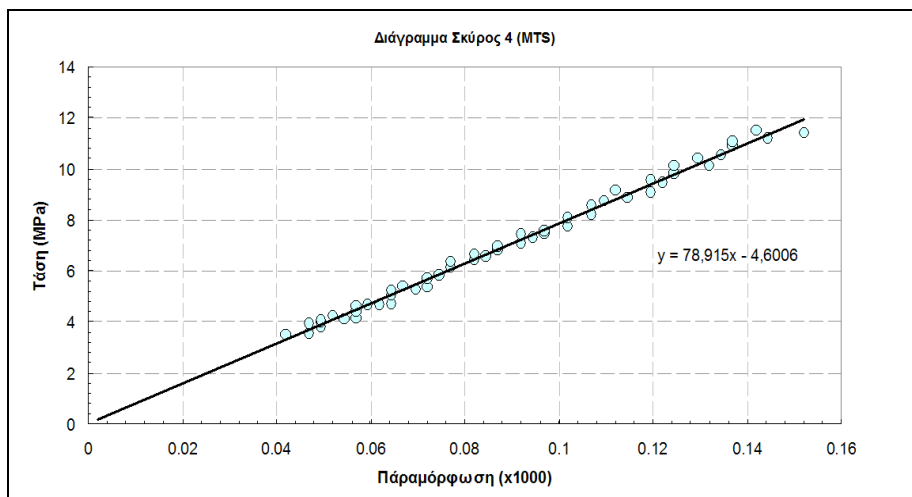
Από την παραπάνω μεθοδολογία επεξεργασίας που παρουσιάστηκε για ένα από τα δοκίμια μαρμάρου Σκύρου και συγκεκριμένα για το μάρμαρο Σκύρου 2, υπολογίσαμε τη μέγιστη εφελκυστική τάση και την μέγιστη εφελκυστική παραμόρφωση του μαρμάρου. Το μέτρο ελαστικότητας μπορεί να βρεθεί από την κλίση της καλύτερα προσαρμοσμένης ευθείας στα πειραματικά δεδομένα που αντιστοιχούν στην ελαστική φόρτιση του μαρμάρου. Η διαδικασία αυτή φαίνεται στο παρακάτω (Διάγραμμα 7). Σ' αυτό το διάγραμμα μπορεί να παρατηρηθεί ότι η γραμμική παλινδρόμηση δεν γίνεται σ' εκείνα τα σημεία που αποκλίνουν της ευθείας και αντιστοιχούν στην πλαστική περιοχή της φόρτισης. Στα παρακάτω διαγράμματα (Διάγραμμα 8, Διάγραμμα 9) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα παρόμοιας ανάλυσης σε άλλες δύο δοκιμές κάμψης τριών σημείων αντιστοίχων δοκιμών μαρμάρου Σκύρου.



Διάγραμμα 7: Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης για το δοκίμιο Σκύρος 2



Διάγραμμα 8: Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης για το δοκίμιο Σκύρος 3 (με κύκλους η φάση της φόρτισης και με συνεχή γραμμή η φάση της αποφόρτισης).



Διάγραμμα 9: Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης για το δοκίμιο Σκύρος 4 στη μηχανή MTS.

Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι σε κάποια από τα δοκίμια μαρμάρου Σκύρου δεν είχαμε τα αναμενόμενα αποτελέσματα που περιμέναμε. Γι' αυτό και αναγκαστήκαμε να μη παρουσιάσουμε την επεξεργασία τους και να μη κάνουμε ιδιαίτερη αναφορά. Τα παραπάνω δοκίμια που σχολιάσαμε, παρουσίασαν λογικά αποτελέσματα. Η κάμψη τριών σημείων που πραγματοποιήθηκε στο μάρμαρο Σκύρος 2 ήταν η πιο πετυχημένη από όλα τα μάρμαρα Σκύρου που χρησιμοποιήθηκαν. Επίσης θα πρέπει να αναφέρουμε για μια ακόμη φορά, ότι στο μάρμαρο Σκύρος 4 η κάμψη πραγματοποιήθηκε στην εμπορική μηχανή MTS για λόγους σύγκρισης. Τέλος, κατά την εκτέλεση του πειράματος που έγινε στο μάρμαρο Σκύρος 3 δεν συνεχίστηκε η δοκιμή μέχρι τελικής θραύσης του δοκιμίου γι' αυτό και δεν μπορέσαμε να βρούμε το μέτρο θραύσης του.

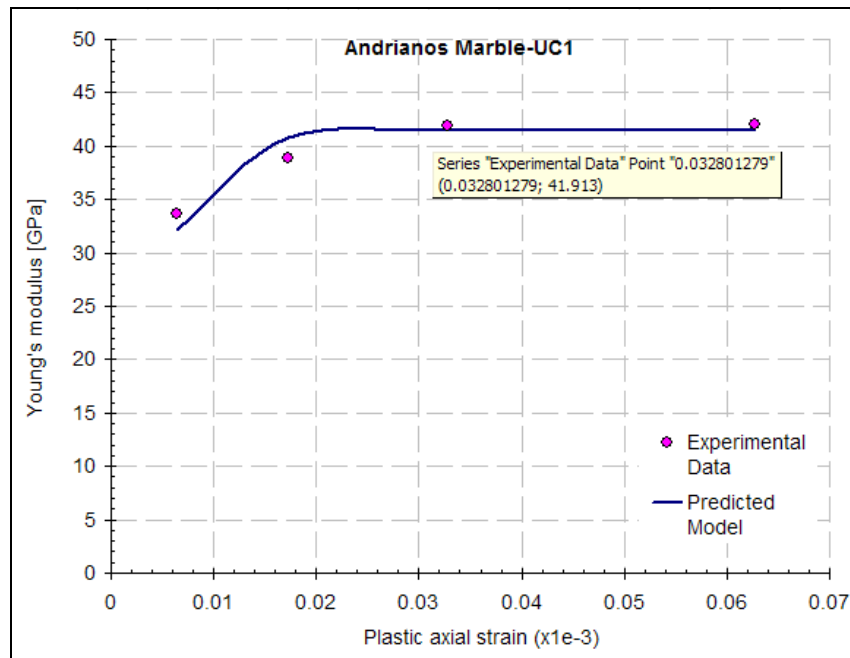
Τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα μαρμάρου Σκύρου φαίνονται στον παρακάτω (Πίνακας 10).

- Με μία μόνο τιμή αντοχής και δύο τιμές μέτρου ελαστικότητας από δοκιμές στην μη-εμπορική μηχανή δεν μπορούμε να οδηγηθούμε σε αξιόπιστα δεδομένα σύγκρισης με την εμπορική μηχανή MTS, αν και απ'ότι φαίνεται έστω με αυτά τα λίγα δεδομένα, τα αποτελέσματα είναι συγκρίσιμα.
- Παρατηρούμε ότι το μέτρο ελαστικότητας και η αντοχή του συγκεκριμένου μαρμάρου χαρακτηρίζεται από συντελεστή μεταβλητότητας (Coefficient of Variation, COV) περίπου $27\div 28\%$. Η σχετικά μεγάλη αυτή τιμή θα πρέπει αναζητηθεί στην ετερογένεια του έγχρωμου αυτού μαρμάρου.
- Τα πειραματικά αποτελέσματα των δοκιμών κάμψης μπορούν να συγκριθούν με πειραματικά δεδομένα ανεμπόδισης θλίψης (Διάγραμμα 10)³ που έδωσαν μέτρο ελαστικότητας του μαρμάρου 42 GPa και αντοχή σε εφελκυσμό – βεβαίως από δοκιμή αντιδιαμετρικής θλίψης – 6.3 MPa όπως φαίνεται στο (Διάγραμμα 11). Με τα αποτελέσματα αυτά συμφωνούν περισσότερο οι δοκιμές που έγιναν στην μη-εμπορική μηχανή όπως φαίνεται στο (Πίνακας 10).

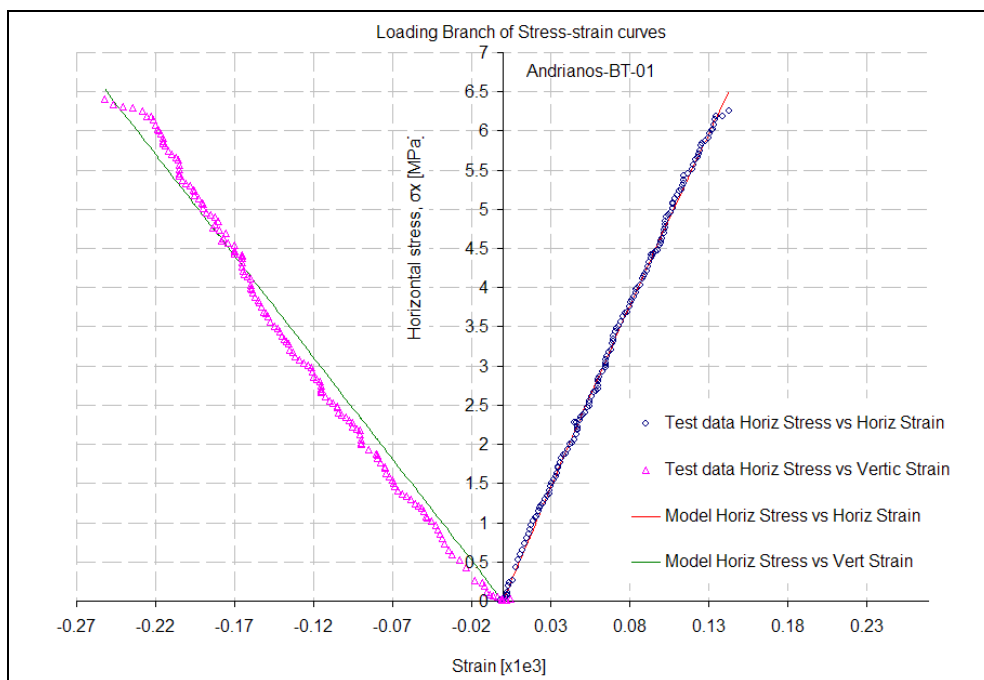
Πίνακας 10: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα δοκιμών Κ3Σ στο μάρμαρο Σκύρου.

Τύπος μαρμάρου	Μέτρο ελαστικότητας (GPa)	Μέτρο θραύσης (MPa)
Μάρμαρο Σκύρος 2	46.61	7.68
Μάρμαρο Σκύρος 3	57.59	---
Μάρμαρο Σκύρος 4	78.92	11.40
Μέση τιμή μ	61.04	9.54
Τυπική απόκλιση σ	16.43	2.63
Συν. μεταβλητότητας $CoV=\sigma/\mu$	0.27	0.28

³ Βάση δεδομένων μηχανικών ιδιοτήτων γεωυλικού του Εργαστηρίου Μελέτης και Σχεδιασμού Εκμεταλλεύσεως.



Διάγραμμα 10: Μεταβολή του μέτρου ελαστικότητας του μαρμάρου Σκύρου συναρτήσει της πλαστικής παραμόρφωσης του σε δοκιμή ανεμπόδιστης θλίψης.

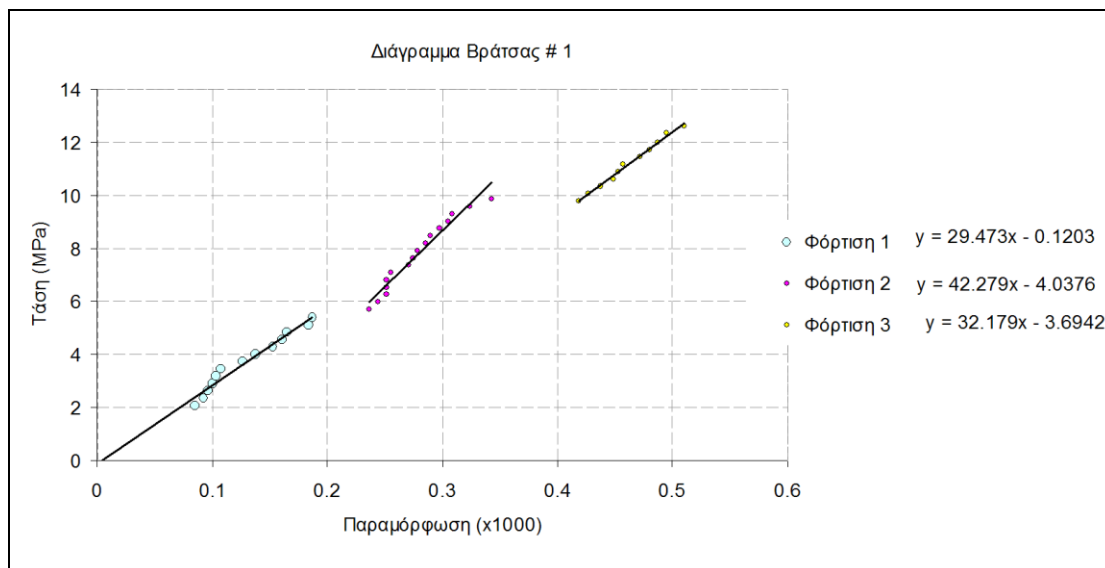


Διάγραμμα 11: Διαγράμματα τάσης παραμόρφωσης σε δοκιμή Brazilian του ίδιου μαρμάρου.

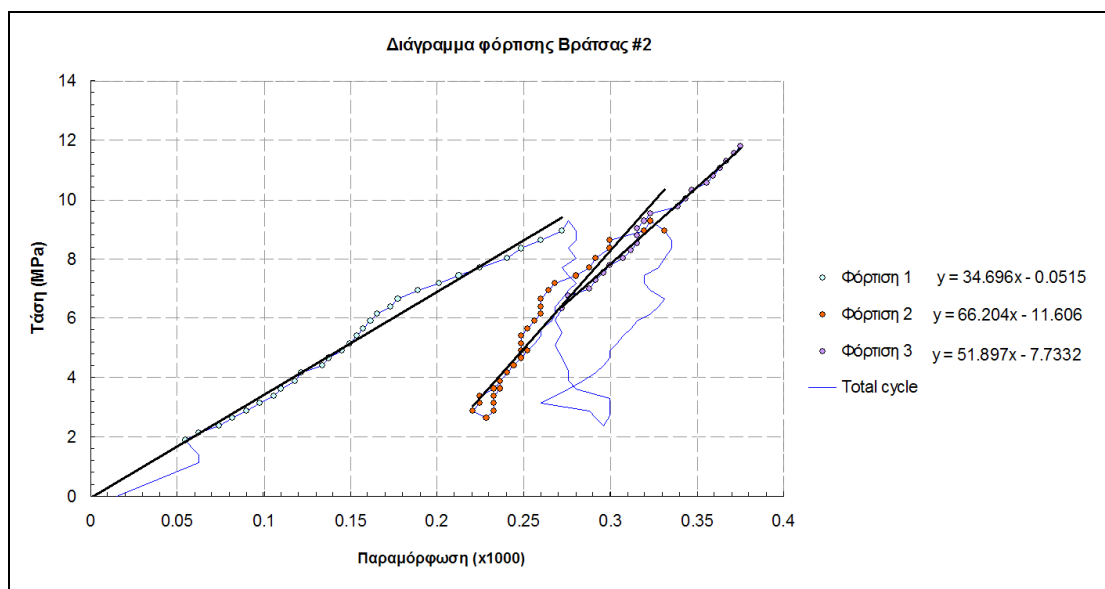
5.5.2. Μάρμαρο Βράτσας

Ιδίου τύπου δοκιμές Κ3Σ εκτελέσθηκαν εν συνεχεία σε κατάλληλα διαμορφωμένα δοκίμια μαρμάρου Βράτσας (Βουλγαρίας). Ούτε για αυτά τα μάρμαρα έγινε αναλυτική παρουσίαση των δεδομένων επεξεργασίας. Επίσης και εδώ σε κάποια δοκίμια δεν είχαμε τα αναμενόμενα αποτελέσματα και δεν κάναμε κάποια ιδιαίτερη αναφορά.

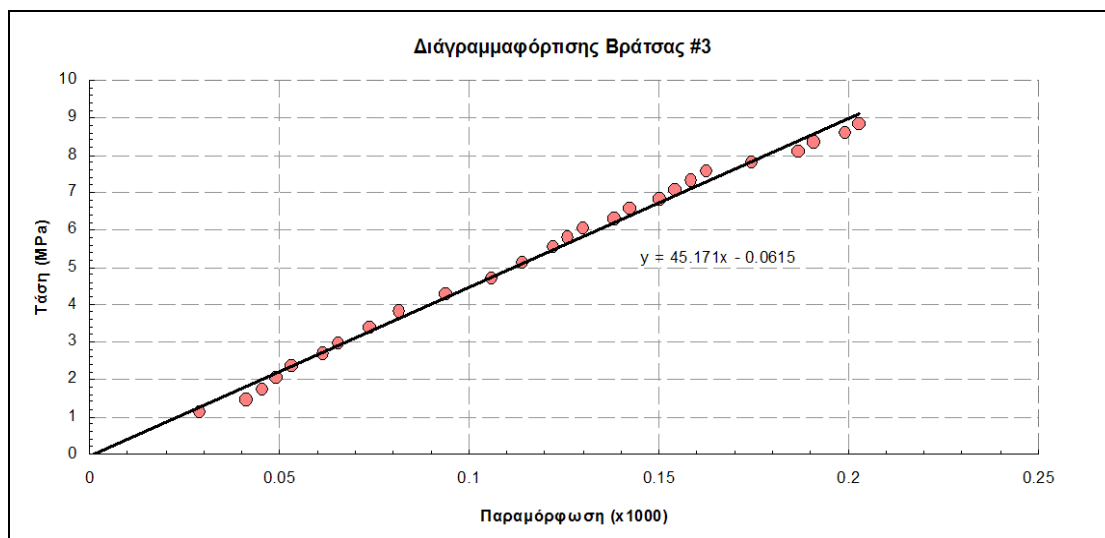
Στα παρακάτω διαγράμματα (Διάγραμμα 12, Διάγραμμα 13, Διάγραμμα 14) παρουσιάζουμε κάποια δοκίμια μαρμάρου Βράτσας μαζί με τα αποτελέσματα τους:



Διάγραμμα 12 :Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης στη φόρτιση του δοκιμίου Βράτσας 1.



Διάγραμμα 13: Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης του δοκιμίου Βράτσας 2:



Διάγραμμα 14: Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης για το δοκίμιο Βράτσας 3.

Πραγματοποιήθηκαν τρεις φορτίσεις και δύο αποφορτίσεις κατά τη δοκιμή στο δοκίμιο Βράτσας 1 όπως φαίνεται και στο διάγραμμα (Διάγραμμα 12). Το μέτρο θραύσης δε βρέθηκε για το συγκεκριμένο δοκίμιο, διότι δεν προχώρησε η δοκιμή μέχρι τη θραύση. Το μέτρο ελαστικότητας για τη φόρτιση 1 βρέθηκε ίσο με 29,47 GPa, για τη φόρτιση 2 ίση με 42,28 GPa και για τη φόρτιση 3 ίση με 32,17 GPa. Απ' αυτή τη δοκιμή φαίνεται ότι το μάρμαρο παρουσιάζει πλαστικότητα και φθορά.

Στο μάρμαρο Βράτσας 2 πραγματοποιήθηκαν επίσης τρεις φορτίσεις και δυο αποφορτίσεις. Στη περίπτωση αυτή όμως καταφέραμε να υπολογίσουμε την αντοχή, καθώς έγινε θραύση του δοκιμίου. Η αντοχή βρέθηκε ίση με 11,80 MPa. Το μέτρο ελαστικότητας για τη φόρτιση 1 είναι ίση με 34,69 GPa, ενώ για την πρώτη αποφόρτιση-φόρτιση είναι ίσο με 66,2 GPa, και στην τελική φόρτιση μέχρι τη θραύση ίσο με 51.9 GPa.

Στο μάρμαρο Βράτσας 3 η αντοχή θραύσης βρέθηκε ίση με 8,84 MPa και το μέτρο ελαστικότητας ίσο με 45,17 GPa.

Τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα μαρμάρου Βράτσας παρουσιάζονται στον παρακάτω (Πίνακας 11).

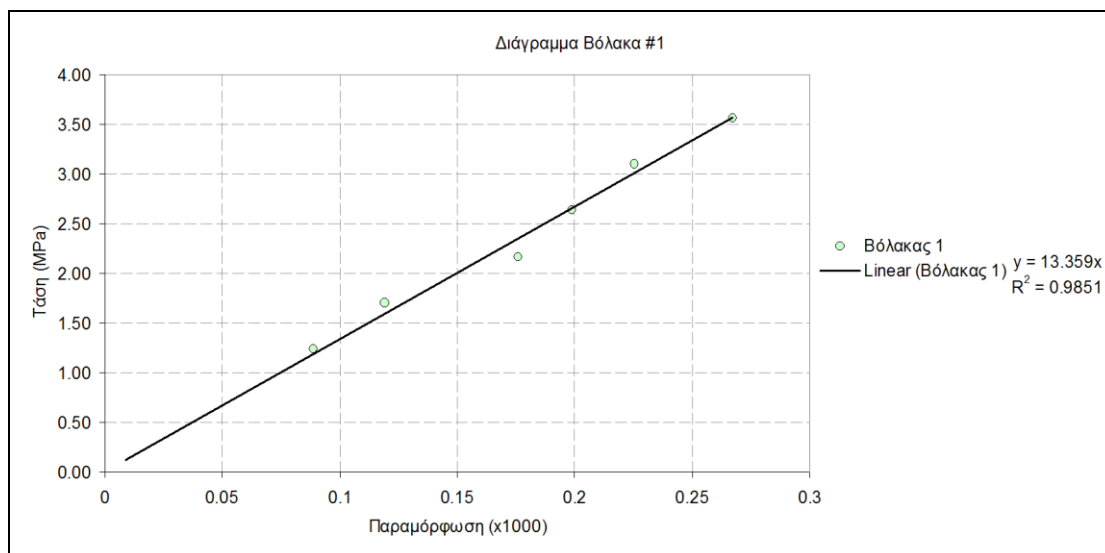
Πίνακας 11: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα δοκιμών K3Σ στο μάρμαρο Βράτσας.

Δοκιμή	Μέτρο ελαστικότητας [GPa]	Μέτρο θραύσης [MPa]
Μάρμαρο Βράτσας 1α	29.473	-
Μάρμαρο Βράτσας 1β	42.279	-
Μάρμαρο Βράτσας 1γ	32.179	-
Μάρμαρο Βράτσας 2α	34.696	11.79
Μάρμαρο Βράτσας 2β	66.204	
Μάρμαρο Βράτσας 2γ	51.897	
Μάρμαρο Βράτσας 3	45.171	8.84
Μέση τιμή μ	43.128	10.317
Τυπική απόκλιση σ	12.856	2.089
Συν. μεταβλητότητας CoV=σ/μ	0.298	0.202

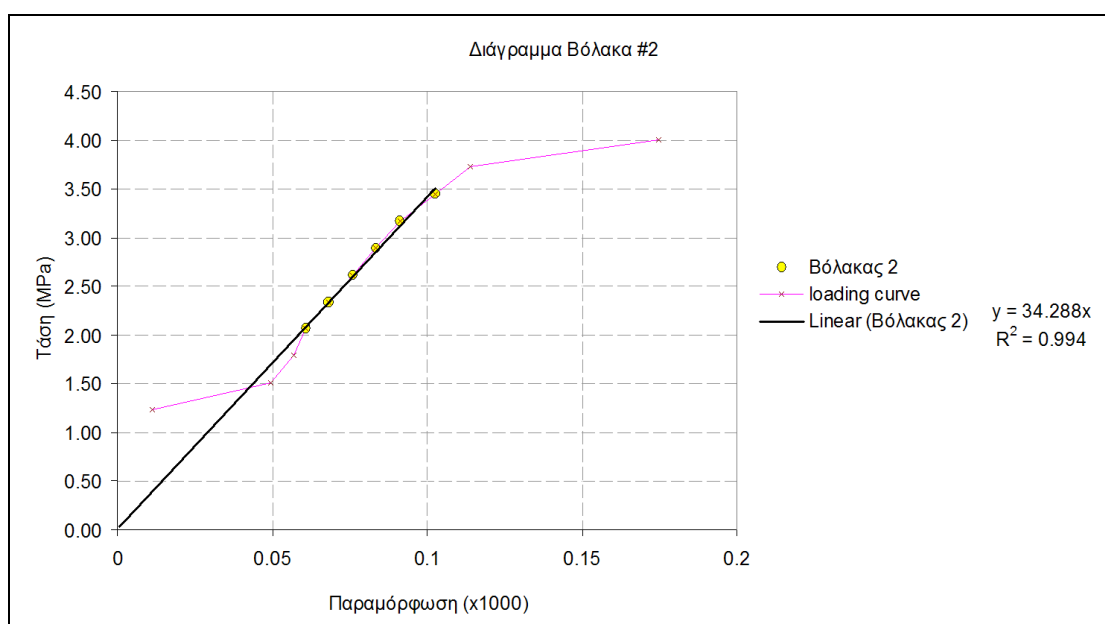
5.5.3.Μάρμαρο Βόλακα

Η Τρίτη σειρά δοκιμών κάμψης τριών σημείων, έγινε σε δοκίμια δολομιτικού μάρμαρου Βόλακα (Δράμας). Και σε αυτή τη περίπτωση δεν έγινε αναλυτική παρουσίαση των δεδομένων επεξεργασίας στο κεφάλαιο αυτό. Επίσης σε κάποια δοκίμια δεν είχαμε τα αναμενόμενα αποτελέσματα και δεν κάναμε κάποια ιδιαίτερη αναφορά.

Στα παρακάτω διαγράμματα (Διάγραμμα 15, *Διάγραμμα 16*) παρουσιάζουμε κάποια δοκίμια μαρμάρου Βράτσας μαζί με τα αποτελέσματά τους:



Διάγραμμα 15 :Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης για μάρμαρο Βόλακα



Διάγραμμα 16: Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης για μάρμαρο Βόλακα 2.

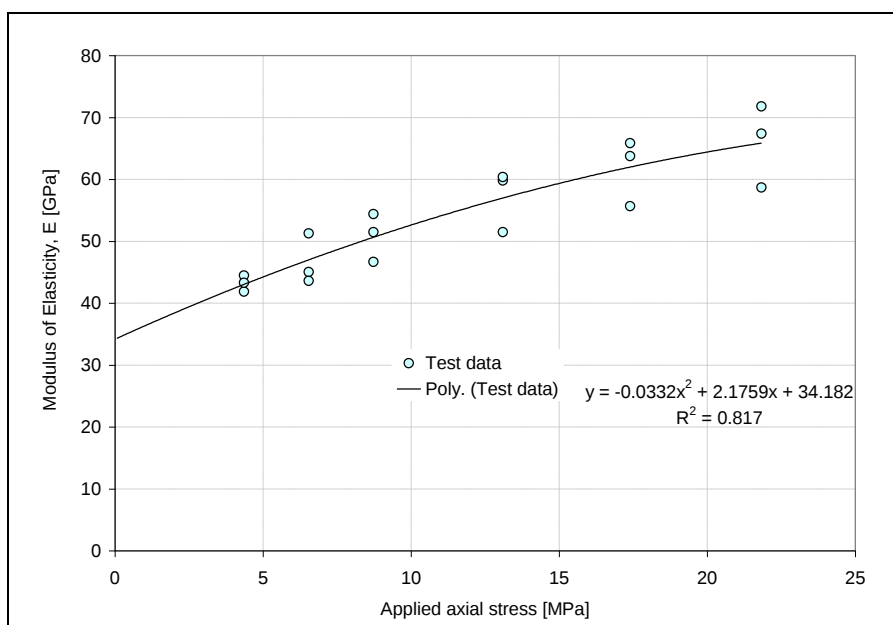
- Η αντοχή θραύσης για το δοκίμιο μαρμάρου Βόλακα 1 είναι 4,03 MPa και το μέτρο της ελαστικότητας είναι 13,05 GPa.
- Για το δοκίμιο μαρμάρου Βόλακα 2 η αντοχή θραύσης είναι 4,01 MPa και το μέτρο της ελαστικότητας είναι 34,29 GPa.

Τέλος τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα από τα μάρμαρα Βόλακα παρουσιάζονται στο (Πίνακας 12).

Πίνακας 12: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα από τα μάρμαρα Βόλακα.

Τύπος μαρμάρου	Μέτρο ελαστικότητας GPa	Μέγιστη αντοχή MPa
Μάρμαρο Βόλακας 1	13.36	4.03
Μάρμαρο Βόλακας 2	34.29	4.01
Μέση τιμή μ	23.82	4.02
Τυπική απόκλιση σ	14.80	0.01
Συν. Μεταβλητότητας $CoV=\sigma/\mu$	0.62	0.00

Για τη σύγκριση των ανωτέρω πειραματικών αποτελεσμάτων θα χρησιμοποιήσουμε πειραματικά δεδομένα από το ίδιο μάρμαρο που είχαν εκτελεσθεί κατά το παρελθόν σε εργαστήριο του Τομέα Μεταλλευτικής του ΕΜΠ (Εξαδάκτυλος, 1993). Η μέτρηση των ελαστικών ιδιοτήτων του μαρμάρου, ήτοι του μέτρου ελαστικότητας E είχε γίνει με τη μέθοδο των θλιπτικών και εγκάρσιων ελαστικών κυμάτων με τη συσκευή Pundit. Οι μετρήσεις των ελαστικών σταθερών έγιναν με δυναμικό τρόπο εφόσον η ελαστικότητα των ψαθυρών υλικών κατά την αποφόρτιση που συμβαίνει κατά την υπόγεια εξόρυξη ταυτίζεται σχεδόν μ'αυτή που μετράται με δυναμικό τρόπο. Οι μετρήσεις του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας του δολομιτικού μαρμάρου φαίνονται στο (Διάγραμμα 17).



Διάγραμμα 17: Μεταβολή του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας E του μαρμάρου με την εφαρμοζόμενη θλιπτική τάση.

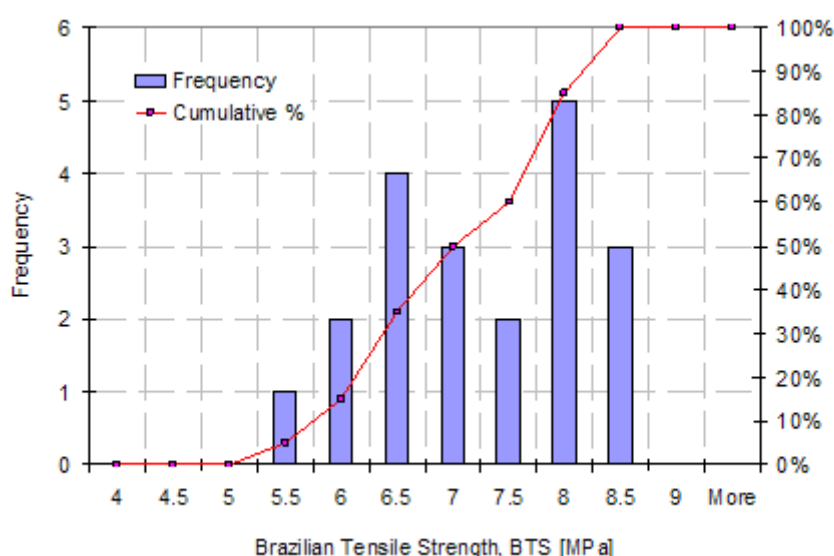
Τα πειράματα διάδοσης υπερήχων έγιναν και προς τις τρεις κύριες κατευθύνσεις δηλαδή πρόσωπο-πρόσωπο, μουρέλο-μουρέλο και κεφάλι-κεφάλι και κάτω από διαφορετικές αξονικές πιέσεις. Παρατηρήθηκε κάποια ανισοτροπία στις ελαστικές ιδιότητες του δολομιτικού μαρμάρου και όπως ανεμένετο μεγάλη εξάρτηση από την εφαρμοζόμενη πίεση λόγω του «κλεισίματος» των πόρων εξαιτίας της πίεσης. Οι τιμές σχεδιασμού του μέτρου

ελαστικότητας του δολομιτικού μαρμάρου έγιναν απ'αυτά τα διαγράμματα υπέρ της ασφαλείας στο σχεδιασμό των υπογείων ως εξής:

$$E = 34.2 \text{ GPa}$$

Η τιμή αυτή συμφωνεί μ'αυτήν που βρέθηκε από το πείραμα κάμψης τριών σημείων πάνω στο μάρμαρο Βόλακα 2.

Επίσης χρησιμοποιούνται δεδομένα εφελκυστικής αντοχής του μαρμάρου εκτελέσθηκαν δοκιμές τύπου Brazilian που έγιναν μαζί με τα πειράματα διάδοσης υπερήχων. Σύμφωνα μ'αυτή τη μέθοδο δοκιμία μορφής δίσκου διαμέτρου NX (54 mm) και πάχους περίπου το μισό της διαμέτρου υποβάλλονται σε αντιδιαμετρική θλίψη μέχρι θραύσεως με τη βοήθεια κατάλληλου κολάρου (jig) Οι δοκιμές έγιναν όπως και στις δοκιμές υπερήχων κατά τις τρεις κύριες διευθύνσεις του δολομιτικού μαρμάρου και τα αποτελέσματα φαίνονται με τη μορφή ιστογράμματος στο (Διάγραμμα 18).



Διάγραμμα 18: Ιστόγραμμα κατανομής τιμών Βραζιλιανής αντοχής.

Απ' αυτό το ιστόγραμμα φαίνεται καθαρά η ανισοτροπία του μαρμάρου, δηλαδή μια ομάδα δεδομένων με μέση τιμή 8 MPa και άλλη μια αριστερότερα με μέση τιμή 6.5÷7 MPa. Η στατιστική περιγραφή του πληθυσμού των μετρήσεων φαίνεται στον (Πίνακας 13).

Πίνακας 13: Στατιστική περιγραφή της εφελκυστικής αντοχής Βραζιλιανού δίσκου.

Ιδιότητα	Τιμή
Μέση τιμή [MPa]	7.0135
Τυπικό σφάλμα [MPa]	0.203643
Γεωμετρικός μέσος [MPa]	7.035
Επίπεδο εμπιστοσύνης (95.0%)	0.426231

Συμπερασματικά απ' τη σύγκριση αυτή προέκυψαν τα κάτωθι συμπεράσματα:

- Η τιμή του μέτρου ελαστικότητας που βρέθηκε από τις δοκιμές υπερήχων συμφωνεί μ' αυτήν που βρέθηκε από το πείραμα κάμψης τριών σημείων στο μάρμαρο Βόλακα 2, ενώ είναι υπερδιπλάσια από αυτήν που εκτιμήθηκε από τη δοκιμή στο μάρμαρο Βόλακα 1.
- Η μέση τιμή της εφελκυστικής αντοχής του μαρμάρου που εκτιμήθηκε από τις δοκιμές Βραζιλιανού δίσκου είναι μεγαλύτερη απ' αυτήν που βρέθηκε από τη δοκιμή κάμψης τριών σημείων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο

Συμπεράσματα και προτάσεις

Σκοπός της παρούσης διπλωματικής εργασίας ήταν η εκτέλεση πειραμάτων κάμψης τριών σημείων σε δοκίμια μαρμάρων διαφορετικής προέλευσης για τον υπολογισμό της καμπτικής αντοχής των και της ελαστικότητάς των. Έτσι, καταρχήν παρουσιάστηκε στο 2^ο Κεφάλαιο η ορυκτολογική σύσταση των μαρμάρων, στη συνέχεια παρουσιάστηκε στο 3^ο Κεφάλαιο κλειστή λύση της αμφιέριστης δοκού με συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσον της. Εν συνεχεία στο 4^ο Κεφάλαιο παρουσιάστηκε νέα μη-εμπορική πειραματική συσκευή εκτέλεσης δοκιμών Βραχομηχανικής, που σχεδιάστηκε και κατασκευάστηκε στο Εργαστήριο Μελέτης και Σχεδιασμού Εκμεταλλεύσεως. Επίσης στο ίδιο κεφάλαιο παρουσιάστηκε απλή γέφυρα Wheatstone και η κατάλληλη βαθμονόμηση της για τη μέτρηση της παραμόρφωσης του δοκιμίου κατά τη διάρκεια μιας δοκιμής. Για τις ανάγκες της διπλωματικής εργασίας κατασκευάστηκαν δοκίμια μαρμάρου και έγιναν πειράματα κάμψης τριών σημείων τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάστηκαν στο 5^ο Κεφάλαιο. Τα δοκίμια λήφθηκαν από τρία διαφορετικά λατομεία μαρμάρου. Πρόκειται για το μάρμαρο Σκύρου, το μάρμαρο Βόλακα (Δράμα, Β. Ελλάδα) και το μάρμαρο Βράτσας (Βουλγαρία). Κατά τα πειράματα αυτά επιδιώχθηκε:

- Ο υπολογισμός της αντοχής σε κάμψη τριών σημείων των δοκιμίων μαρμάρου Σκύρου Βράτσας και Βόλακα και η σύγκριση των με την εφελκυστική αντοχή των μαρμάρων αυτών που προσδιορίστηκε με άλλες πειραματικές μεθόδους όπου αυτό ήταν δυνατόν.
- Ο υπολογισμός του μέτρου ελαστικότητας των δοκιμίων μαρμάρου Σκύρου Βράτσας και Βόλακα και η σύγκριση των με το μέτρο ελαστικότητας των μαρμάρων αυτών που προσδιορίστηκε με άλλες πειραματικές μεθόδους όπου αυτό ήταν δυνατόν.

Από την πειραματική διαδικασία και την επεξεργασία των πειραματικών δεδομένων μπορούν να εξαχθούν τα παρακάτω συμπεράσματα:

1. Βρέθηκε ότι το μέτρο ελαστικότητας και η αντοχή του Σκυριανού μαρμάρου χαρακτηρίζεται από σχετικά υψηλό συντελεστή μεταβλητότητας της τάξης του 27÷28%. Η σχετικά μεγάλη αυτή τιμή θα πρέπει αναζητηθεί στην ετερογένεια του έγχρωμου αυτού μαρμάρου. Τα πειραματικά αποτελέσματα των δοκιμών κάμψης στο ίδιο μάρμαρο συγκρίθηκαν με πειραματικά δεδομένα ανεμπόδιστης θλίψης που έδωσαν μέτρο ελαστικότητας του μαρμάρου 42 GPa και αντοχή σε εφελκυσμό – βεβαίως από δοκιμή αντιδιαμετρικής θλίψης – 6.3 MPa. Με τα αποτελέσματα αυτά

- συμφωνούν περισσότερο οι δοκιμές που έγιναν στην μη-εμπορική μηχανή από ότι η δοκιμή στη σερβοϋδραυλική μηχανή MTS.
2. Και το μέτρο ελαστικότητας του μαρμάρου Βράτσας χαρακτηρίζεται από σχετικά υψηλό συντελεστή μεταβλητότητας της τάξης του 29%. Η μέση τιμή του μέτρου ελαστικότητας και της αντοχής σε κάμψη αυτού του μαρμάρου (χαλαζιακός ασβεστόλιθος) βρέθηκαν ότι είναι 43 GPa και 10 MPa, αντίστοιχα. Οι τιμές αυτές θεωρούνται ρεαλιστικές για αυτόν τον τύπο μαρμάρου.
 3. Η τιμή του μέτρου ελαστικότητας του δολομιτικού μαρμάρου του Βόλακα που βρέθηκε από τις δοκιμές υπερήχων συμφωνεί μ'αυτήν που βρέθηκε από το πείραμα (K3Σ) Βόλακας 2, ενώ είναι υπερδιπλάσια από αυτήν που εκτιμήθηκε από τη δοκιμή (K3Σ) Βόλακας 1. Επίσης η μέση τιμή της εφελκυστικής αντοχής του μαρμάρου που εκτιμήθηκε από τις δοκιμές Βραζιλιανού δίσκου είναι μεγαλύτερη απ'αυτήν που βρέθηκε από τη δοκιμή (K3Σ).

Στην παρούσα εργασία έγινε μια πρώτη προσπάθεια εκτίμησης της αποτελεσματικότητας και της αξιοπιστίας της νέας μηχανής δοκιμών Βραχομηχανικής. Από τις αρκετές δυνατότητες εκτέλεσης διαφόρων δοκιμών, επιλέχθηκε η δοκιμή κάμψης τριών σημείων για τον έλεγχο αυτό. Βρέθηκε ότι η μηχανή είναι εύχρηστη και συμφωνεί με πειραματικά αποτελέσματα δοκιμών που διεξήχθησαν στα ίδια μάρμαρα σε άλλες πειραματικές συσκευές. Προτείνεται η διενέργεια και άλλων δοκιμών σε διάφορους τύπους πετρωμάτων για την βελτίωση και την ασφαλέστερη βαθμονόμηση της πειραματικής συσκευής.

Βιβλιογραφία

Λιεθνής Βιβλιογραφία

- Exadaktylos, G. (2002). « *Three-point bending of Transversely Isotropic Rock-Type Materials: An Analytical, Numerical and Experimental Study*». Patra, Hellas: 4th GRACM.
- Gere, J. (1997). «*Mechanics of Materials*». Boston, USA: 4th Edition, PWS Publishing Company.
- Timoshenko, S. (1921). “*On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic beams*”. Philosophical Magazine.
- Timoshenko, S. (1986). “*Strength of Materials: Part 1, Elementary Theory of Problems*“. Delhi, India: 3rd Edition, CBS Publishers and Distributors.
- Timoshenko, S. (1986). “*Strength of Materials: Part 2, Advanced Theory and Problems*“. Delhi, India: 3rd Edition, CBS Publishers and Distributors.
- Timoshenko, S. G. (1970). “*Theory of Elasticity*”. 3rd Edition, McGraw-Hill International Editions.
- Wheatstone, C. (1843). Wheatstone bridge.
- Arthur, E. E. (1938). Strain gauge.

Ελληνική Βιβλιογραφία

- Εγκυκλοπαίδεια. (Δομή).
- Εξαδάκτυλος. (1993). *Τομέας Μεταλλευτικής*. Αθήνα.
- Εξαδάκτυλος, Ε. Γ. (2006). *Σχεδιασμός Γεωτεχνικών και Λατομικών έργων*. Χανιά: Σημειώσεις Διδασκαλίας, Πολυτεχνείο Κρήτης.
- Κωστάκης, Γ. (1988). *Γενική ορυκτολογία*. Χανιά: Σημειώσεις Πολυτεχνείο Κρήτης.
- Πρασιανάκης. (1985). *Μηχανική II : Κινηματική και Δυναμική του υλικού σημείου και του απόλυτα στερεού σώματος*.
- Πρασιανάκης. (1986). *Μηχανική III: Αντοχή Υλικών*.
- Πρασιανάκης I.N., M. I. (1987). *Εργαστήρια πειραματικής αντοχής των υλικών*.
- Τσιραμπίδης, Α. (1996). *Τα Ελληνικά μάρμαρα και άλλα διακοσμητικά πετρώματα*. Θεσσαλονίκη.
- Ελληνικά Μάρμαρα, (2002). *Ελληνικά μάρμαρα και άλλα διακοσμητικά πετρώματα*. Αθήνα: Οδηγός αγοράς.

