

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ



ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΥ ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΣ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ : «ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΥΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ»

ΜΕΛΕΤΗ ΕΝΙΣΧΥΣΗ ΚΤΙΡΙΟΥ ΦΕΡΟΥΣΑΣ ΤΟΙΧΟΠΟΙΙΑΣ ΜΕ
ΠΛΑΙΣΙΑΚΟ ΦΟΡΕΑ ΟΠΛΙΣΜΕΝΟΥ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ, ΥΠΟ
ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ

ΑΙΚΑΤΕΡΙΝΗ Μ. ΠΑΤΕΡΑΚΗ

Επιβλέπων : Λέκτορας, **Μαρία Σταυρουλάκη**

ΧΑΝΙΑ , 2009

**...στον Δημήτρη, την Εύα
την Μαρία , τον Στέφανο**

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Στο πλαίσιο του διεπιστημονικού προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών του Γενικού Τμήματος του Πολυτεχνείου Κρήτης εκπονήθηκε η παρούσα Μεταπτυχιακή Διατριβή με τίτλο *“Μελέτη ενίσχυσης κτιρίου φέρουσας τοιχοποιίας με πλαισιακό φορέα οπλισμένου σκυροδέματος, υπό συνθήκες δυναμικής φόρτισης”*.

Ο καθένας από μας, σε ανύποπτο χρόνο, έκανε την σκέψη ότι ένα από τα κοινά σημεία αναφοράς όλων των, ανά τον κόσμο, λαών, αποτελεί η πολιτιστική και ιστορική μας κληρονομιά. Μέρος αυτής της κληρονομιάς αποτελούν οι μνημειακές κατασκευές, τα ιστορικά σύνολα κ.λ.π., η αποκατάσταση και ενίσχυση των οποίων απασχολούν εδώ και δεκάδες χρόνια την επιστημονική κοινότητα. Στην παρούσα διατριβή μελετάται ένας τρόπος ενίσχυσης κατασκευών από φέρουσα λιθοδομή με πλαισιακό φορέα οπλισμένου σκυροδέματος.

Από το σημείο αυτό θα ήθελα ευχαριστήσω θερμά την κ. Σταυρουλάκη Μαρία, Λέκτορα του Εργαστηρίου Εφαρμοσμένης Μηχανικής, για την διαρκή και άμεση καθοδήγηση, για την αδιάλειπτη υποστήριξη της, για την απεριόριστη υπομονή καθώς επίσης και για την ανθρώπινη συνεργασία σε όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διατριβής. Επίσης τον κ. Προβιδάκη Κων/νο, Καθηγητή και τον κ. Τσομπανάκη Γιάννη, Επίκουρο Καθηγητή για την βοήθειά τους.

Παράλληλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον συνάδελφο Διπλ. Πολιτικό Μηχανικό Ζουριδάκη Κων/νο, μελετητή και επιβλέποντα Μηχανικό της αναστύλωσης του Πολιτιστικού Κέντρου Νοχιών Δήμου Κολυμβαρίου.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά όλους όσους με την υπομονή και την αμέριστη συμπαράστασή τους με στήριξαν και στάθηκαν στο πλάι μου κατά την διάρκεια της διατριβής και ιδιαίτερα τον Δημήτρη, την Εύα, την Μαρία και τον Στέφανο.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	
Εισαγωγή	3
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	
Δυναμική συμπεριφορά κατασκευών από φέρουσα τοιχοποιία και οπλισμένο σκυρόδεμα	8
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	
Αναφορές στην αλληλεπίδραση γειτονικών κατασκευών από διαφορετικά υλικά	12
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	
Προσομοίωση με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων	21
4.1 Εξίσωση κίνησης	22
4.2 Προσδιορισμός των σχέσεων Ανηγμένης Παραμόρφωσης – μετατόπισης και Τάσης – Ανηγμένης Παραμόρφωσης	24
4.3 Βασικά στάδια της μεθοδολογίας	25
4.3.1 Περιγραφή του προβλήματος	26
4.3.2 Εισαγωγή γεωμετρίας φορέα	26
4.3.3 Διακριτοποίηση φορέα	26
4.3.4 Ιδιότητες στοιχείων – υλικών	28
4.3.4.1 Στοιχείο Τριών διαστάσεων (Three-dimensional Arbitrarily Distorted Brick)	29
4.4 Αριθμητική επίλυση	29
4.4.1 Μη γραμμική συμπεριφορά	31
4.4.2 Μέθοδοι επίλυσης μη Γραμμικών προβλημάτων	32
4.4.3 Υπολογισμός μητρώων δυσκαμψίας των στοιχείων	33
4.5 Προβλήματα επαφής	34
4.6 Διαδικασία επίλυσης	36
4.6.1 Στάδια Φόρτισης	37
4.6.2 Ελαστοπλαστική συμπεριφορά υλικών σε τρεις διαστάσεις	38
4.6.3 Συναρτήσεις διαρροής	38
4.7 Επεξεργασία αποτελεσμάτων	40

4.8 Μειονεκτήματα της μεθόδου	41
4.9 Ακρίβεια της μεθόδου	41

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Ενίσχυση κτιρίου από φέρουσα τοιχοποιία με φορέα οπλισμένου σκυροδέματος.

5.1 Περιγραφή προβλήματος (γεωμετρία, υλικά, συνοριακές συνθήκες)	42
5.1.1 Προσομοίωση σύνδεσης των δύο φορέων	43
5.1.2 Μοντέλα που αναλύθηκαν	45
5.1.3 Υλικά	50
5.1.4 Φορτίσεις	50
5.1.5 Περιπτώσεις ανάλυσης	50
5.2 Μεθοδολογία ανάλυσης	52
5.3 Αποτελέσματα	52
5.3.1 Ιδιομορφική ανάλυση	52
5.3.2 Αποτελέσματα δυναμικής ανάλυσης λόγω διέγερσης βάσης	54
5.3.2.1 Μετατόπιση βάσης γραμμικά μεταβαλλόμενη κατά τον άξονα X	54
5.3.2.2 Μετατόπιση βάσης ημιτονοειδής κατά τον άξονα X	61
5.3.2.3 Μετατόπιση βάσης ημιτονοειδής κατά τον άξονα Z	75
5.3.2.4 Μετατόπιση βάσης ημιτονοειδής κατά τον άξονα Z, μεγαλύτερης έντασης	87

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Γενικά συμπεράσματα – Μελλοντική έρευνα	99
---	----

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	101
--------------------	-----

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αντικείμενο της παρούσας διατριβής αποτελεί η μελέτη της δυναμικής αλληλεπίδρασης, σε σεισμική φόρτιση, της εξωτερικής φέρουσας τοιχοποιίας διώροφου κτιρίου και του εσωτερικά κατασκευασμένου φορέα από οπλισμένο σκυρόδεμα.

Έχει αποδειχθεί ότι η καταπόνηση μεταξύ γειτονικών κτιρίων, με διαφορετικά δυναμικά χαρακτηριστικά και με ανεπαρκή απόσταση διαχωρισμού τους ή ανεπαρκές σύστημα απόσβεσης ενέργειας ώστε να διευκολυνθεί η σχετική κίνηση τους, αποτελεί σοβαρό κίνδυνο σε σεισμικά ενεργές περιοχές.

Στην ειδική περίπτωση αποκατάστασης ιστορικών κατασκευών, όπου στο εσωτερικό ενός κελύφους, κατασκευάζεται ένας νέος φέροντας οργανισμός οπλισμένου σκυροδέματος, παρουσιάζονται προβλήματα δυναμικής αλληλεπίδρασης των δύο αυτών φορέων, ενώ ο τρόπος σύνδεσής τους επηρεάζει άμεσα την μηχανική συμπεριφορά της σύνθετης πλέον κατασκευής. Στην περίπτωση απουσίας κενού, η συνεργασία των δύο φορέων σχετίζεται με την δυνατότητα της διεπιφάνειας για μεταφορά δυνάμεων, την ανάπτυξη ολίσθησης μεταξύ των δύο επιφανειών καθώς και την ύπαρξη ή όχι οπλισμών κάθετα στην ένωση.

Στην παρούσα μελέτη, αρχικά γίνεται αναφορά στην δυναμική συμπεριφορά των κατασκευών από τοιχοποιία και των κατασκευών οπλισμένου σκυροδέματος. Παρατίθενται αποτελέσματα μελετών και ερευνών που έχουν διεξαχθεί μέχρι σήμερα, σχετικές με την αλληλεπίδραση γειτονικών κατασκευών. Αναφέρονται οι σχετικές διατάξεις του Αντισεισμικού Κανονισμού.

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από την διερευνητική μελέτη σχετικά με την δυναμική αλληλεπίδραση, σε σεισμική φόρτιση, της εξωτερικής φέρουσας τοιχοποιίας διώροφου κτιρίου και του εσωτερικά κατασκευασμένου φορέα από οπλισμένο σκυρόδεμα. Η μεταφορά των φορτίων μεταξύ των φορέων γίνεται μέσω της διεπιφάνειας. Η σύνδεσή τους θεωρήθηκε είτε να είναι πλήρης για την περίπτωση καλής προετοιμασίας κατά την σκυροδέτηση και την τοποθέτηση επαρκούς οπλισμού κάθετου στην ένωση με αποτέλεσμα την πλήρη συνεργασία και μεταφορά των φορτίων, είτε να υπάρχει δυνατότητα σχετικής μετακίνησης – τριβής ή και απομάκρυνσης των δύο φορέων για την περίπτωση ανεπαρκούς οπλισμού κάθετου στην ένωση καθώς και μικρή πρόσφυση μεταξύ της τοιχοποιίας και του σκυροδέματος. Για την δεύτερη περίπτωση αριθμητικά μοντέλα μονόπλευρης επαφής – τριβής χρησιμοποιήθηκαν για την προσομοίωση των φαινομένων που

αναπτύσσονται στην περίπτωση αστοχίας της διεπιφάνειας. Ερευνάται η επίδραση του πάχους του αρμού στη συμπεριφορά των δύο φορέων, τροποποιώντας τις συνθήκες συμπεριφοράς της διεπιφάνειας μεταξύ των δύο φορέων.

Για τη μόρφωση και επίλυση των προβλημάτων (σε τρεις διαστάσεις) εφαρμόζεται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Τα μοντέλα υποβάλλονται σε δυναμική μη γραμμική ανάλυση, για δυναμική διέγερση βάσης, με τη χρήση κατάλληλων νόμων παραμόρφωσης και αστοχίας (γραμμικής ελαστικότητας για το σκυρόδεμα και ελαστο-πλαστικότητας για την τοιχοποιία) για τα συγκεκριμένα υλικά.

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης οδήγησαν στην ύπαρξη επίδρασης του εσωτερικού πλαισιακού φορέα στην τοιχοποιία με εμφανής αύξηση τοπικά των παραμορφώσεων και ανάπτυξη παραμορφώσεων και στον δεύτερο όροφο για την περίπτωση απομάκρυνσης και ανάπτυξης τριβής μεταξύ των δύο φορέων. Επίσης στην περίπτωση πλήρους σύνδεσης των δύο φορέων οδηγούμαστε σε μία πιο δύσκαμπτη συμπεριφορά. Το γενικότερο συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι η ενίσχυση – επισκευή ενός κτιρίου από φέρουσα τοιχοποιία κατασκευάζοντας στο εσωτερικό του ένα φέροντα οργανισμό από οπλισμένο σκυρόδεμα, απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή εφόσον η απόκριση του σύνθετου φορέα σε δυναμική διέγερση εξαρτάται από την ένταση του φαινομένου, από την διεύθυνση κατά την οποία ασκείται η διέγερση και από τον τρόπο σύνδεσης των δύο φορέων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

Εισαγωγή

Μαζί με το ξύλο, η τοιχοποιία αποτελεί το σπουδαιότερο δομικό υλικό στην ιστορία του ανθρώπινου είδους. Η τοιχοποιία έχει χρησιμοποιηθεί σε μεγάλη ποικιλία τύπων ως ένα βασικό κατασκευαστικό υλικό για κτίρια τόσο δημόσιας όσο και ιδιωτικής χρήσης κατά την διάρκεια αρκετών χιλιάδων ετών: από τον πύργο της Βαβυλώνας, ο οποίος θα έπρεπε να φτάνει στον ουρανό όταν θα είχε ολοκληρωθεί, μέχρι το Σινικό Τείχος, το οποίο είναι η μόνη ανθρώπινη κατασκευή ορατή από τη Σελήνη. Ένας μεγάλος αριθμός από καλοδιατηρημένα παλιά κτίρια εξακολουθούν να υπάρχουν ακόμη, αποδεικνύοντας ότι η τοιχοποιία, αν έχει γίνει καλός σχεδιασμός και κατασκευή της, μπορεί να αντέξει επιτυχώς σε φορτία και περιβαλλοντικές επιδράσεις. Πολλά τέτοια κτίρια, σε αναγνώριση της αξίας και της σπουδαιότητάς τους, έχουν καταταγεί μεταξύ των σημαντικότερων επιτευγμάτων της ανθρώπινης ιστορίας και πολιτιστικής κληρονομιάς.

Υπό την επίδραση της εδαφικής σεισμικής κίνησης οι αδρανειακές δυνάμεις, οι οποίες είναι ανάλογες της μάζας των κτιρίων και της επιτάχυνσης, προκαλούν την ταλάντωση του δομικού συστήματος. Ως αποτέλεσμα αυτής της ταλάντωσης αναπτύσσονται επιπλέον καμπτικές και διατμητικές τάσεις, που συχνά υπερβαίνουν την αντοχή των υλικών και προκαλούν βλάβες στα δομικά στοιχεία. Επειδή η τοιχοποιία, η οποία μπορεί να υποστεί σχετικά υψηλές θλιπτικές τάσεις, δεν είναι κατάλληλο υλικό για να αναλάβει κάμψη και διάτμηση, το αποτέλεσμα είναι σοβαρές βλάβες και συχνά και κατάρρευση του κτιρίου. Αυτό το γεγονός είχε ως αποτέλεσμα για μεγάλο χρονικό διάστημα να μη θεωρείται κατάλληλο υλικό για αντισεισμικές κατασκευές. Άλλα υλικά, τα οποία αναπτύχθηκαν τη σύγχρονη εποχή, όπως ο χάλυβας και το οπλισμένο σκυρόδεμα, αντικατέστησαν τις παραδοσιακές οπτοπλινθοδομές στην κατασκευή πολυώροφων κτιρίων στα ανεπτυγμένα μέρη του κόσμου.

Όμως τις τελευταίες δεκαετίες, έχουν γίνει σε πολλές χώρες σημαντικές έρευνες με αντικείμενο την συμπεριφορά κτιρίων από φέρουσα τοιχοποιία σε σεισμικές δράσεις. Έχει αναλυθεί η συμπεριφορά τους κατά τη διάρκεια των σεισμών

και έχουν πραγματοποιηθεί πειράματα για τον προσδιορισμό των βασικών παραμέτρων της σεισμικής αντοχής τους.

Αποτέλεσμα αυτών των ερευνών ήταν να συνεχιστεί η χρήση της τοιχοποιίας και, επειδή οι καλές φυσικές ιδιότητές της καθιστούν άνετη τη διαβίωση σε κτίρια από φέρουσα τοιχοποιία, η χρήση της φαίνεται να είναι σε άνοδο.

Έχοντας υπόψη ότι τα παλιά κτίρια από τοιχοποιία όλων των τύπων, μεταξύ των οποίων και τα ιστορικά μνημεία, αντιπροσωπεύουν ένα σημαντικό μέρος του κτιστού περιβάλλοντος, το οποίο είναι εξαιρετικά τρωτό σε σεισμούς, έχει γίνει τις τελευταίες λίγες δεκαετίες σημαντική πειραματική έρευνα για την διερεύνηση των αιτίων των βλαβών και την ανάπτυξη τεχνολογίας για την σεισμική ενίσχυση και αποκατάσταση των υπαρχόντων κτιρίων από τοιχοποιία. Έτσι, είναι πλέον προσιτές ποικίλες τεχνικές λύσεις για τη βελτίωση της επάρκειας του δομικού συστήματος και των υλικών. Με την εφαρμογή αυτών των μεθόδων στα παλιά κτίρια μπορεί να επιτευχθεί το ίδιο επίπεδο σεισμικής αντοχής όπως στα νέα κτίρια που σχεδιάζονται σύμφωνα με τους αντισεισμικούς κανονισμούς [36].

Σύγχρονα εργαλεία στην μελέτη παλαιών κατασκευών αποτελούν οι καταστρεπτικές και μη καταστρεπτικές μέθοδοι. Οι καταστρεπτικές μέθοδοι, οι οποίες είναι διερευνητικές τομές ή λήψη δοκιμίων, αν και μας παρέχουν περισσότερες πληροφορίες, δεν τυγχάνουν ευρείας εφαρμογής. Όμως, ακόμα και όταν χρησιμοποιούνται, εφαρμόζονται σε περιορισμένη έκταση καθώς καταστρέφουν τμήματα της κατασκευής. Αντίθετα, οι μη καταστρεπτικές μέθοδοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε όλη την έκταση μίας κατασκευής και μάλιστα επανειλημμένα, αφού δεν επιφέρουν καμία μεταβολή σε αυτήν. Στις μη καταστρεπτικές μέθοδοι περιλαμβάνονται τα ραντάρ, οι ηχητικές μέθοδοι, θερμογραφική μέθοδος, Μέθοδος ενδοσκόπησης, ραδιογραφία, κρουσίμετρο, πιεσόμετρα κ.α. [3].

Μετά την μελέτη ακολουθούν οι επεμβάσεις ενίσχυσης των κατασκευών. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται έχουν στόχο την ενίσχυση της φέρουσας τοιχοποιίας και την αποκατάσταση ή ενίσχυση της μηχανικής λειτουργίας του δομικού φορέα. Αυτό επιτυγχάνεται με την τροποποίηση της μηχανικής συμπεριφοράς του υλικού της τοιχοποιίας ή της μηχανικής συμπεριφοράς του δομικού συστήματος στο σύνολο του. Για το λόγο αυτό διακρίνονται σε ολικές ή τοπικές επεμβάσεις. Οι μέθοδοι επέμβασης που χρησιμοποιούνται είναι: οριζόντια και κατακόρυφα διαζώματα από οπλισμένο σκυρόδεμα, με στόχο την αύξηση της δυσκαμψίας της εντός επιπέδου λειτουργίας του τοίχου και την βελτίωση της μεταφοράς των οριζόντιων φορτίων στην τοιχοποιία, διαφράγματα ή πλάκες από οπλισμένο σκυρόδεμα που στόχο έχουν

την σύνδεση των επιμέρους κατακόρυφων στοιχείων (τοιχών) μεταξύ τους, αυξάνοντας παράλληλα τη δυσκαμψία του συστήματος, μανδύας οπλισμένου σκυροδέματος στην μία ή και στις δύο πλευρές της τοιχοποιίας, ο οποίος αυξάνει την δυσκαμψία των τοίχων στην εκτός και εντός επιπέδου λειτουργία τους, προεντεταμένα καλώδια (εντατήρες), σταθεροποιώντας τις ήδη δημιουργημένες παραμορφώσεις και εμποδίζοντας την παραπέρα εξέλιξή τους, περίσφυξη πεσσών με στόχο τον περιορισμό της εγκάρσιας διαστολής, αυξάνοντας την αντοχή στην κατά μήκος θλίψη, κατασκευή εσωτερικού σκελετού, μέθοδος η οποία παρέχει ευελιξία στον εσωτερικό φορέα [7].

Οι μέθοδοι δυναμικής ανάλυσης μίας κατασκευής είναι: η φασματική μέθοδος, η οποία βασίζεται στους φυσικούς τρόπους ταλάντωσης του μηχανικού συστήματος μιας κατασκευής για τον υπολογισμό των μέγιστων τιμών απόκρισης όταν αυτό υποβάλλεται σε μεταφορική διέγερση. Είναι μία από τις πιο καθιερωμένες μεθόδους για τον υπολογισμό της δυναμικής απόκρισης δομικών φορέων, αν και μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα μόνο σε γραμμικά συστήματα. Η χρονική επαλληλία ιδιομορφών, η οποία αποτελεί το θεωρητικό υπόβαθρο των φασματικών μεθόδων και των μεθόδων που επιβάλλουν οι κανονισμοί, η μέθοδος του μη γραμμικού δυναμικού υπολογισμού, η οποία είναι ακριβέστερη αλλά απαιτεί την διαδοχική χρήση πολλών επιταχυνσιογραφημάτων [7]. Επίσης, οι διεπιφάνειες με μονόπλευρη επαφή και τριβή είναι ένα μοντέλο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την μη γραμμική ανάλυση κατασκευών από τοιχοποιία και τα αποτελέσματα του μονόπλευρου φαινομένου μπορούν να οδηγήσουν σε εξήγηση υπαρχόντων αστοχιών και ρωγμών. Στο συγκεκριμένο μοντέλο είναι απαραίτητος ο ορισμός του αριθμού των διεπιφανειών. Φαινόμενα αποχωρισμού και τριβής μεταξύ των επιφανειών θεωρούνται ότι αναπτύσσονται κατά την ανάλυση. Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων.

Σε ορισμένες περιπτώσεις επεμβάσεων σε κτίρια από φέρουσα τοιχοποιία διατηρείται το εξωτερικό κέλυφος και κατασκευάζεται εσωτερικά ένας νέος φορέας οπλισμένου σκυροδέματος ο οποίος μπορεί να κατασκευαστεί σε επαφή με την υπάρχουσα τοιχοποιία ή σε απόσταση από αυτή. Στην περίπτωση απουσίας κενού, η συνεργασία των δύο φορέων σχετίζεται με την δυνατότητα της διεπιφάνειας για μεταφορά δυνάμεων, την ανάπτυξη ολίσθησης μεταξύ των δύο επιφανειών καθώς και την ύπαρξη ή όχι οπλισμών κάθετα στην ένωση.

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζονται ενδεικτικά αποτελέσματα από τη συγκριτική μελέτη της σεισμικής συμπεριφοράς διώροφων κτιρίων από φέρουσα λιθοδομή με πατώματα από οπλισμένο σκυρόδεμα ή από ξύλινα δοκάρια

εγκιβωτισμένα ή μη σε περιμετρικό σενάζ, καθώς και τα πρώτα αποτελέσματα διερευνητικής μελέτης σχετικά με την δυναμική αλληλεπίδραση, σε σεισμική φόρτιση, της εξωτερικής φέρουσας τοιχοποιίας διώροφου κτιρίου και του εσωτερικά κατασκευασμένου φορέα από οπλισμένο σκυρόδεμα. Για τη μόρφωση και επίλυση των προβλημάτων (σε τρεις διαστάσεις) εφαρμόζεται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων και οι αναλύσεις έγιναν με το πρόγραμμα MSC/MARC. Τα μοντέλα υποβάλλονται σε μη γραμμική δυναμική ανάλυση για χρονικά μεταβαλλόμενη μετατόπιση βάσης και λαμβάνοντας υπόψη κατάλληλους νόμους παραμόρφωσης και αστοχίας των υλικών (γραμμικής ελαστικότητας για το σκυρόδεμα και ελαστοπλαστικότητας σύμφωνα με το γραμμικό Mohr-Coulomb κριτήριο αστοχίας για την τοιχοποιία).

Η καταπόνηση μεταξύ γειτονικών κτιρίων, με διαφορετικά δυναμικά χαρακτηριστικά και με ανεπαρκή απόσταση διαχωρισμού τους ή ανεπαρκές σύστημα απόσβεσης ενέργειας ώστε να διευκολυνθεί η σχετική κίνηση τους, αποτελεί σοβαρό κίνδυνο σε σεισμικά ενεργές περιοχές [15,39]. Στην ειδική περίπτωση αποκατάστασης ιστορικών κατασκευών, όπου εσωτερικά ενός εξωτερικού κελύφους, πρόκειται να κατασκευαστεί σε άμεση επαφή με την τοιχοποιία, ένας νέος φέροντας οργανισμός οπλισμένου σκυροδέματος παρουσιάζονται προβλήματα δυναμικής αλληλεπίδρασης των δύο αυτών φορέων τα οποία σχετίζονται με τον τρόπο σύνδεσής τους.

Στην παρούσα μελέτη σε ένα διώροφο κτίριο διαστάσεων 4,40 m x 4.0 m και ύψους 6,0 m (Μοντέλο 4) τοποθετήθηκε εσωτερικά και σε άμεση επαφή με την τοιχοποιία, μία πλαισιακή κατασκευή (Μοντέλο 5) και ο σύνθετος πλέον φορέας (Μοντέλο 6), υποβλήθηκε σε οριζόντια ημιτονοειδή κίνηση ως προς τις κύριες διευθύνσεις (Σχ. 3). Η μεταφορά των φορτίων μεταξύ των φορέων γίνεται μέσω της διεπιφάνειας. Η σύνδεσή τους θεωρήθηκε είτε να είναι πλήρης για την περίπτωση καλής προετοιμασίας κατά την σκυροδέτηση και την τοποθέτηση επαρκούς οπλισμού κάθετου στην ένωση με αποτέλεσμα την πλήρη συνεργασία και μεταφορά των φορτίων, είτε να υπάρχει δυνατότητα σχετικής μετακίνησης –τριβής ή και απομάκρυνσης των δύο φορέων για την περίπτωση ανεπαρκούς οπλισμού κάθετου στην ένωση καθώς και μικρή πρόσφυση μεταξύ της τοιχοποιίας και του σκυροδέματος. Για την δεύτερη περίπτωση αριθμητικά μοντέλα μονόπλευρης επαφής – τριβής χρησιμοποιήθηκαν για την προσομοίωση των φαινομένων που αναπτύσσονται στην περίπτωση αστοχίας της διεπιφάνειας. Από την χρωματική απεικόνιση των ισοδύναμων ολικών παραμορφώσεων είναι φανερή η επίδραση του

εσωτερικού πλαισιακού φορέα στην τοιχοποιία με αύξηση τοπικά των παραμορφώσεων και ανάπτυξη παραμορφώσεων και στον δεύτερο όροφο (Σχ. 4). Στην περίπτωση πλήρους σύνδεσης των δύο φορέων οδηγούμαστε σε μία πιο δύσκαμπτη συμπεριφορά.

Επίσης η ενίσχυση – επισκευή ενός κτιρίου από φέρουσα τοιχοποιία κατασκευάζοντας στο εσωτερικό του ένα φέροντα οργανισμό από οπλισμένο σκυρόδεμα απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή εφόσον η απόκριση του σύνθετου φορέα σε δυναμική διέγερση εξαρτάται από την ένταση του φαινομένου, από την διεύθυνση κατά την οποία ασκείται η διέγερση και από τον τρόπο σύνδεσης των δύο φορέων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

Δυναμική συμπεριφορά κατασκευών από φέρουσα τοιχοποιία και οπλισμένο σκυρόδεμα.

Στις κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα (πλαισιακές κατασκευές) το μεγαλύτερο μέρος της μάζας και άρα και των οριζόντιων αδρανειακών δυνάμεων, είναι συγκεντρωμένο στις στάθμες των δαπέδων. Λόγω της μεγάλης δυσκαμψίας των δαπέδων μέσα στο επίπεδο τους, οι αδρανειακές δυνάμεις των ορόφων κατανέμονται στα στοιχεία πλευρικής (οριζόντιας) δυσκαμψίας, δηλ. στα πλαίσια και στα τυχόν τοιχώματα, ανάλογα με τη δυσκαμψία τους. Έτσι, τις οριζόντιες αδρανειακές δυνάμεις αναλαμβάνουν να μεταφέρουν στο έδαφος τα πλαίσια και τα τοιχώματα που είναι παράλληλα σ' αυτές.

Οι ιδιαιτερότητες του δομικού συστήματος και των υλικών δόμησης των κατασκευών από φέρουσα τοιχοποιία επιδρούν στη μηχανική συμπεριφορά αυτού του τύπου των κατασκευών σε στατική και δυναμική φόρτιση. Για τον λόγο αυτό είναι σημαντικό να ληφθούν υπόψη στην προσομοίωση (μαθηματικό μοντέλο υπολογισμού) της μηχανικής απόκρισης του φορέα [7].

Οι κατασκευές από φέρουσα τοιχοποιία είναι συνήθως σχετικά δύσκαμπτες κατασκευές, με γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά διαφορετικά από εκείνα των κατασκευών από οπλισμένο σκυρόδεμα για τις οποίες υπάρχει επαρκής εμπειρία σχεδιασμού. Πρόκειται για κατασκευές από φέρουσα τοιχοποιία ή λιθοδομή, υλικά τα οποία εμφανίζουν ψαθυρή μηχανική συμπεριφορά, μικρή έως μηδενική αντοχή σε εφελκυσμό και είναι σε πολλές περιπτώσεις ανομοιογενή. Η ποιότητα των υλικών και της κατασκευής είναι σε πολλές περιπτώσεις άγνωστη και διαφορετική στα διάφορα τμήματα των κατασκευών. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα έλλειψη μονολιθικότητας, μεγάλο βάρος κατανεμημένο καθ' ύψος και χαμηλή πλαστιμότητα, παράγοντες που οδηγούν σε μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού [7].

Αντίθετα με τις κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα, τα κτίρια από φέρουσα τοιχοποιία συγκεντρώνουν όλη τη μάζα τους (περισσότερη από 90 % εάν τα δάπεδα είναι ξύλινα) ή ένα σημαντικό τμήμα της (περίπου 50 % εάν τα δάπεδα και η στέγη είναι κατασκευασμένα από οπλισμένο σκυρόδεμα) στους τοίχους. Ως εκ

τούτου η ανάλυση χρειάζεται να γίνει για αδρανειακές δυνάμεις κατανεμημένες καθ' ύψος των τοίχων, και όχι για συγκεντρωμένες στις στάθμες των ορόφων. Το σημαντικότερο όμως θέμα είναι ότι οι λόγω ιδίας μάζας αδρανειακές δυνάμεις που είναι κάθετες στο επίπεδο ενός τοίχου μεταφέρονται στο έδαφος (άμεσα, προς τη θεμελίωση του ίδιου του τοίχου, ή έμμεσα, μέσω των εγκαρσίων τοίχων, οι οποίοι είναι και οριζόντια πιο δύσκαμπτοι, εφόσον οι υπόψη δυνάμεις είναι παράλληλες στο επίπεδο τους) μέσω κάμψης [3].

Τα κτίρια από φέρουσα τοιχοποιία έχουν εξαιρετική αντοχή για κατακόρυφα θλιπτικά φορτία, παρουσιάζουν όμως μειωμένη αντοχή στις δράσεις που δημιουργούν εφελκυστικές τάσεις, όπως είναι ο σεισμός και οι διαφορικές καθιζήσεις. Υπό την επίδραση σεισμικών δράσεων, εκτός της σχεδόν μηδενικής εφελκυστικής αντοχής της τοιχοποιίας, ένας ακόμη λόγος της κακής σεισμικής απόκρισης τους είναι ο 'κακός' σχεδιασμός ή ακόμα και η έλλειψη σχεδιασμού στα κτίρια αυτά, αφού πολλά από αυτά κατασκευάστηκαν εμπειρικά [3].

Υπό την επίδραση εξωτερικών φορτίων, συνήθως κατά τη διάρκεια κάποιας σεισμικής διέγερσης, οι κατασκευές από φέρουσα τοιχοποιία παρουσιάζουν μη γραμμική συμπεριφορά. Το αποτέλεσμα είναι ο σχηματισμός ρωγμών, μόνιμων βλαβών κ.α. στην τοιχοποιία. Με την ανάλυση, οι μηχανισμοί αστοχίας των μεμονωμένων δομικών στοιχείων καθώς και ολόκληρου του δομικού συστήματος, μπορούν να καθοριστούν.

Η μη γραμμική ανάλυση δυναμικής απόκρισης πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας κατάλληλα μοντέλα προσομοίωσης της μηχανικής συμπεριφοράς του υλικού όπως το ελαστο-πλαστικό. Ο υπολογισμός των πλαστικών παραμορφώσεων είναι μία ένδειξη της έκτασης των περιοχών που θα υποστούν ζημιές και των σημείων στα οποία θα αρχίσει η αστοχία του υλικού.

Όταν εφαρμόζονται τεχνικές ενίσχυσης σε κτίρια από τοιχοποιία, παράγεται μία σύνθετη κατασκευή με άγνωστη συμπεριφορά υπό την επίδραση δυναμικών διεγέρσεων, δεδομένου ότι τη μάζα και η ακαμψία αλλάζουν. Επιπλέον, διαφορετικά υλικά με διαφορετική μηχανική συμπεριφορά πρέπει να συνεργαστούν ώστε να έχουμε θετικά αποτελέσματα ενίσχυσης. Γενικά, η σύγκριση των αναλυτικών αποτελεσμάτων με τις υπάρχουσες ζημιές μπορεί να χρησιμοποιηθεί για επαλήθευση του μοντέλου προσομοίωσης. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων της μη γραμμικής δυναμικής ανάλυσης του δομικού συστήματος, πριν και μετά την εφαρμογή τεχνικών ενίσχυσης, βοηθά στην εκτίμηση της αποτελεσματικότητας των μεθόδων.

Οι κατασκευές από φέρουσα τοιχοποιία αποτελούνται από υλικά με εύθραυστη μηχανική συμπεριφορά. Αν και δεν είναι, αναμένεται να λειτουργήσει ως ομοιογενές δομικό υλικό, υπό την επίδραση ποικίλων φορτίων. Πειραματικά αποτελέσματα μας δίνουν τα χαρακτηριστικά της τοιχοποιίας και των συστατικών της. Στην περίπτωση κάποιου σεισμού η δομή θα υποβληθεί σε μια σειρά περιοδικών διεγέρσεων, που θα προκαλέσουν μεγάλη ένταση σε κάμψη και καταπόνηση στους δομικούς τοίχους.. Ανάλογα με την εφαρμογή ή τις συνθήκες κατασκευής, η συμπεριφορά της κατασκευής μπορεί να εξιδανικευθεί ή να απλοποιηθεί για να δώσει κάποια αποτελέσματα που είναι σημαντικά στην ανάλυση [22].

Το υλικό της τοιχοποιίας είναι ένα σύνθετο υλικό που αποτελείται από τούβλα (ή πέτρες) και κονίαμα (ή χωρίς κονίαμα). Οι ιδιότητες του υλικού και οι σταθερές των επιμέρους υλικών του, μπορούν να υπολογιστούν στο εργαστήριο ή με πειράματα, κάτι που δεν είναι πάντα εύκολο. Οι δυσκολίες στη μελέτη αυτού του τύπου των κατασκευών, που προκύπτουν από την ανομοιογένεια της δόμησης, αποτελούν παράγοντες που επηρεάζουν τα δυναμικά χαρακτηριστικά των κατασκευών, δηλαδή της απόκρισης τους σε δυναμικά φορτία. Γι' αυτό και απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή κατά την εκτίμηση των δυναμικών χαρακτηριστικών τους και την ανάλυση τους για σεισμική φόρτιση, που θεωρείται η σημαντικότερη δυναμική φόρτιση των δομικών φορέων [7].

Έτσι, η εύρεση της δυναμικής ταυτότητας μιας κατασκευής είναι αναγκαία για τον προσδιορισμό με αξιοπιστία του επικίνδυνου φάσματος συχνοτήτων που διεγείρουν το φορέα, τον εντοπισμό ιδιαιτεροτήτων του φορέα καθώς και τον εντοπισμό των τοπικών αστοχιών του φορέα, στοιχεία τα οποία σε συνδυασμό με τη γνώση της παθολογίας του, οδηγούν στην επιλογή των επιτρεπτών μεθόδων ενίσχυσης του.

Παράγοντες που απαιτείται να λαμβάνονται υπόψη και οι οποίοι κρίνουν την δυναμική συμπεριφορά της κατασκευής είναι:

- οι αβεβαιότητες στον εντοπισμό των μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών δόμησης καθώς και η εκτίμηση των φθορών που υπάρχουν,
- ο εντοπισμός τοπικών αστοχιών που έχουν να κάνουν τόσο με τη δομή της τοιχοποιίας όσο και με τη σύνδεση μεταξύ των δομικών στοιχείων,
- οι αβεβαιότητες σχετικά με τις συνθήκες θεμελίωσης, όπου έχει να κάνει με την αλληλεπίδραση εδάφους-κατασκευής κατά την σεισμική διέγερση,

- η ύπαρξη επεμβάσεων και η επίδραση τους στη συμπεριφορά της κατασκευής, η οποία σχετίζεται τόσο με τη συμβατότητα υλικών όσο και με τη συμβατότητα δυναμικής απόκρισης,
- η ύπαρξη εύκαμπτων πατωμάτων και η χαλαρή σύνδεση τους με τα κατακόρυφα στοιχεία (τοιχοποιίες), η οποία καταργεί την παραδοχή διαφραγματικής λειτουργίας και επηρεάζει την μεταφορά της σεισμικής δύναμης στα διάφορα στοιχεία της κατασκευής,

Οι ιδιαιτερότητες αυτών των κατασκευών (όπως πολυπλοκότητα γεωμετρίας, δομικού συστήματος, ποιότητας υλικών) οδηγούν σε προβλήματα με μεγάλο αριθμό αγνώστων. Γι' αυτό η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου υπολογισμού και του προγράμματος που θα χρησιμοποιηθεί απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή. Το κόστος υπολογισμού είναι εύλογο να σταθμίζεται, δεν θα πρέπει όμως να οδηγεί σε ανεπίτρεπτες θυσίες σε βάρος της προσομοίωσης. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί ένα αξιόπιστο εργαλείο για την στατική ή δυναμική ανάλυση μνημειακών κατασκευών από φέρουσα τοιχοποιία, όπως αποδεικνύεται από τις πολλαπλές εφαρμογές της στην ανάλυση τέτοιων κατασκευών. Η εφαρμογή της μεθόδου τόσο στην ανάλυση της υπάρχουσας κατάστασης της κατασκευής όσο και στην ανάλυση της υποθετικής κατάστασής της μετά από διάφορες προτεινόμενες επεμβάσεις ενίσχυσης δίνει σημαντικά αποτελέσματα που βοηθούν εύρεση και πρόταση της καταλληλότερης από τις επεμβάσεις. Με βάση τα παραπάνω στοιχεία επιλέγεται ως πλέον πρόσφορη η προσομοίωση της κατασκευής με τη χρήση των πεπερασμένων στοιχείων. Η επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν γίνεται με γνώμονα την πιστότερη προσομοίωση της γεωμετρίας του δομικού συστήματος (αρχιτεκτονικά στοιχεία) και της μηχανικής συμπεριφοράς [7].

Η εξίσωση κίνησης ενός μηχανικού συστήματος εξαρτάται από την μάζα και την δυσκαμψία της κατασκευής. Στην περίπτωση μιας σύνθετης κατασκευής, όπως αυτή που μελετάμε, το μητρώο μάζας M προκύπτει από το άθροισμα της μάζας των δύο επιμέρους κατασκευών. Η δυσκαμψία της σύνθετης κατασκευής επηρεάζεται τόσο από την δυσκαμψία των επιμέρους φορέων όσο και από τον τρόπο σύνδεσής τους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

Αναφορές στην αλληλεπίδραση γειτονικών κατασκευών.

Ο Ελληνικός Αντισεισμικός Κανονισμός (ΕΑΚ 2000) εντάσσει τη διαμόρφωση του σεισμικού αρμού στο κεφάλαιο της μείωσης των αβεβαιοτήτων σεισμικής συμπεριφοράς δίνοντας έμφαση, κυρίως, σε μέτρα αποφυγής καταστροφικών συνεπειών των προσκρούσεων των γειτονικών κτιρίων (εμβολισμός υποστυλωμάτων) και λιγότερο σε μέτρα περιορισμού βλαβών.

Ο αντισεισμικός αρμός πλήρους διαχωρισμού είναι το ασφαλέστερο μέσο για πλήρη αποφυγή, τόσο ενδεχόμενων καταστροφικών συνεπειών της πρόσκρουσης, όσο και της ενδεχόμενα δυσμενούς αλληλεπίδρασης στην απόκριση κτιρίων και ασφαλώς για την ελαχιστοποίηση των πιθανών βλαβών. Από την άλλη πλευρά, το μεγάλο εύρος του σεισμικού αρμού πλήρους διαχωρισμού δημιουργεί σειρά άλλων δυσεπίλυτων προβλημάτων, τόσο οικοδομικών (κυρίως στεγανότητας και αισθητικής), όσο και νομικών-οικονομικών (ιδιοκτησιακές εμπλοκές, απώλεια επιφάνειας, προσαρμογή στο υφιστάμενο νομικό καθεστώς μεσοτοιχιών).

Στις περιπτώσεις όπου ο εμβολισμός υποστυλωμάτων αποκλείεται, λόγω ισοσταθμίας πλακών, ο κανονισμός καθορίζει ελάχιστα πλάτη αρμών που, χωρίς να δημιουργηθούν ιδιαίτερες κατασκευαστικές δυσκολίες, στοχεύουν στην ελαχιστοποίηση βλαβών σε σεισμούς με σημαντική πιθανότητα εμφάνισης. Στην περίπτωση σεισμού, με ένταση ανάλογη προς τον σεισμό σχεδιασμού, θεωρείται ότι η πιθανή πρόσκρουση τέτοιων κτιρίων, μετά την εξάντληση του μεταξύ τους διακένου, δεν θα έχει καταστροφικές συνέπειες και οι βλάβες, που είναι πιθανό να προκληθούν, θεωρούνται οικονομικά αποδεκτές.

Σύμφωνα με τον ΕΑΚ 2000 αν δεν γίνει ακριβέστερος υπολογισμός, ο σεισμικός αρμός πλήρους διαχωρισμού μπορεί να έχει εύρος ίσο με την τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων των μεγίστων σεισμικών μετακινήσεων των δύο κτιρίων στις θέσεις των επικίνδυνων υποστυλωμάτων, συμπεριλαμβανομένης και της επίδρασης της στροφής γύρω από τον κατακόρυφο άξονα. Αν δεν είναι δυνατή ακριβέστερη εκτίμηση των μετακινήσεων του υφιστάμενου κτιρίου, μπορούν να ληφθούν ίσες με τις αντίστοιχες του υπό μελέτη κτιρίου.

Σε κτίρια που βρίσκονται σε επαφή και όταν δεν υπάρχει πιθανότητα εμβολισμού σε κανένα από τα δύο κτίρια, το εύρος του αρμού, εφόσον δεν γίνεται ακριβέστερος υπολογισμός, μπορεί να καθορίζεται με βάση τον συνολικό αριθμό των υπέρ το έδαφος εν επαφή ορόφων, ως εξής:

- 4 cm για επαφή μέχρι και 3 ορόφους
- 8 cm για επαφή από 4 έως 8 ορόφους
- 10 cm για επαφή σε περισσότερους από 8 ορόφους

Στους υπόγειους ορόφους δεν είναι υποχρεωτική η πρόβλεψη αντισεισμικού αρμού. [2].

Η καταπόνηση μεταξύ γειτονικών κτιριακών κατασκευών μπορεί να αποτελέσει σοβαρό κίνδυνο σε σεισμικά ενεργές περιοχές. Έρευνες παλαιότερων αλλά και πρόσφατων καταστροφών από σεισμούς έχουν δείξει ποικίλα περιστατικά καταστροφών κτιρίων και γεφυρών. Τέτοιες καταστροφές έχουν παρατηρηθεί στο σεισμό στο Μεξικό το 1985, στο Κάιρο το 1992, στην Κούβα το 1995, στο Kocaeli το 1999 κ.α. Σημαντικές καταπονήσεις έχουν παρατηρηθεί σε περιοχές που απέχουν περισσότερο από 90 χιλιόμετρα. από το επίκεντρο του σεισμού, γεγονός που υποδηλώνει τις πιθανές καταστροφές που μπορεί να προκληθούν σε μελλοντικούς σεισμούς σε περιοχές οι οποίες βρίσκονται πλησιέστερα στο επίκεντρο. Καταπόνηση γειτονικών κτιρίων μπορεί να επιφέρει χειρότερες καταστροφές σε κτίρια με διαφορετικά δυναμικά χαρακτηριστικά καθώς και στις περιπτώσεις όπου μεταξύ τους υπάρχει ανεπαρκής απόσταση διαχωρισμού ή ανεπαρκές σύστημα απόσβεσης ενέργειας ώστε να διευκολυνθεί η σχετική κίνηση των γειτονικών κτιρίων.

Οι παλιοί Αντισεισμικοί Κανονισμοί δεν έδιναν σαφείς κατευθύνσεις ώστε να προληφθεί η καταπόνηση των κτιρίων. Το γεγονός αυτό καθώς επίσης και ποικίλοι οικονομικοί παράγοντες όπως οι απαιτήσεις μέγιστης εκμετάλλευσης γης, έχουν σαν αποτέλεσμα την ύπαρξη πολλών κτιρίων ανά τον κόσμο, τα οποία είναι κτισμένα σε επαφή ή σε πολύ κοντινή απόσταση με αποτέλεσμα να κινδυνεύουν να καταπονηθούν από μελλοντικούς σεισμούς. Το ιδιαίτερα κορεσμένο οικοδομικό σύστημα σε πολλές μητροπολιτικές πόλεις αποτελεί μια σημαντική ανησυχία για καταστροφική σεισμική καταπόνηση. Για τους λόγους αυτούς έγινε ευρέως αποδεκτό ότι η σεισμική καταπόνηση αποτελεί μία ανεπιθύμητη συνέπεια, η οποία πρέπει να αντιμετωπιστεί στο μεγαλύτερο δυνατό βαθμό. Επιπλέον, νέοι κανονισμοί σχεδιασμού θέτουν πιο αυστηρές προϋποθέσεις για το σχεδιασμό κατασκευών προκειμένου να προλαμβάνονται οι συνέπειες του σεισμού. Οι νέες ζώνες σεισμού σε συνδυασμό με τις τιμές σχεδιασμού επιτάχυνσης εδάφους θα οδηγήσουν σε πολλές περιπτώσεις στις

ενέργειες σεισμού που είναι εντυπωσιακά υψηλότερες από τις καθορισμένες από τους κανονισμούς σχεδιασμού όπου μέχρι τώρα χρησιμοποιούνταν [8]. Κατά συνέπεια η αριθμητική εκτίμηση των αποτελεσμάτων αλληλεπίδρασης στη σεισμική απόκριση τέτοιων κτηρίων είναι σημαντική για το σχεδιασμό, την κατασκευή και την επισκευή τους [24].

Έχει παρατηρηθεί ότι σε ένα συγκρότημα γειτονικών κτιρίων (τα οποία είναι παραταγμένα σε σειρά) η καταπόνηση κατά τη διάρκεια μίας σεισμικής διέγερσης είναι μεγαλύτερη για το κτίριο που βρίσκεται στην άκρη. Αυτό συμβαίνει διότι το κτίριο αυτό έχει υποστεί περισσότερες φθορές. Η καταπόνηση είναι μικρότερη για κτίρια με παρόμοια δυναμικά χαρακτηριστικά και μεγαλύτερη για τα πιο άκαμπτα από αυτά άσχετα με τη θέση τους στη σειρά [10].

Ο πιο απλός και αποτελεσματικός τρόπος για την μετρίαση της καταπόνησης και τη μείωση της καταστροφής από καταπόνηση είναι η ύπαρξη επαρκούς απόστασης, αλλά μερικές φορές είναι δύσκολο να γίνει εφαρμόσιμη. Μια εναλλακτική λύση στο σχεδιασμό κατασκευών είναι να ελαχιστοποιηθεί η επίδραση της καταπόνησης μέσω της μειωμένης πλευρικής κίνησης το οποίο μπορεί να επιτευχθεί με την ένωση των γειτονικών κατασκευών στις κρίσιμες θέσεις έτσι ώστε η κίνησή τους να γίνεται με συγχρονισμό φάσεων ή με την αύξηση της ικανότητας απόσβεσης των κτηρίων που καταπονούνται με τη βοήθεια συστημάτων απόσβεσης ενέργειας.

Οι σεισμικοί κώδικες και οι κανονισμοί διευκρινίζουν παγκοσμίως τις ελάχιστες αποστάσεις διάκενου που παρέχονται μεταξύ των γειτονικών κτηρίων, για να αποκλείσουν την καταπόνηση [16]. Αυτό είναι προφανώς ίσο με τη σχετική απαίτηση μετατοπίσεων των δύο ενδεχομένως συγκρουόμενων δομικών συστημάτων:

$$S = U_A + U_B$$

$$S = U_A^2 + U_B^2$$

όπου S είναι η απόσταση των δύο γειτονικών κτηρίων, U_A και U_B , η μετατόπιση των κτηρίων A και B αντίστοιχα.

Προκειμένου να αποφευχθεί το φαινόμενο πρέπει κατά τον σχεδιασμό να ληφθούν υπόψη οι σχετικές μετατοπίσεις των εξεταζόμενων κατασκευών με τη βοήθεια μη γραμμικής ανάλυσης [8].

Το απαιτούμενο διάκενο μεταξύ των φορέων, ώστε να έχουμε βέλτιστη σεισμική απόκριση, είναι δυνατόν να υπολογιστεί με μεθόδους βέλτιστου ελέγχου.

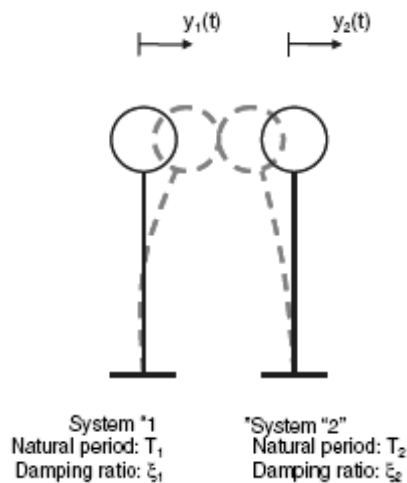
Το πιο σημαντικό σημείο στην αντιμετώπιση του προβλήματος είναι η σωστή (ρεαλιστική) προσομοίωση της δυναμικής συμπεριφοράς των γειτονικών κτιρίων, δηλαδή η εκτίμηση των παραμέτρων που επιδρούν στην δυναμική τους συμπεριφορά, καθώς επίσης και η προσομοίωση της δυναμικής συμπεριφοράς των υλικών επαφής των συνδεδεμένων κτιρίων [23,24].

Έχει παρατηρηθεί ότι τα μοντέλα που παρουσιάζουν ενεργειακές απώλειες έχουν δυσκολίες στην προσομοίωση τους στα διάφορα προγράμματα λογισμικού [35].

Χαρακτηριστικά επίσης είναι τα συμπεράσματα ενός πιλοτικού προγράμματος για την εκτίμηση και διαχείριση του σεισμικού κινδύνου, το οποίο εκπονήθηκε για την πόλη του Ρεθύμνου. Στις επισημάνσεις σχετικά με την απαραίτητες επεμβάσεις για τη μείωση του σεισμικού κινδύνου αναφέρεται ότι η ζώνη που περιβάλλει την Παλιά Πόλη, χαρακτηρίζεται από συνεχές σύστημα δόμησης και αποτελείται από μικτά κτίρια που αντιπροσωπεύουν ως επί το πλείστον προσθήκες με σκελετό από οπλισμένο σκυρόδεμα πάνω σε υπάρχοντα παλαιότερα λιθόδομητα κτίρια, συνήθως διώροφα. Οι επεμβάσεις αυτές, σε συνδυασμό με το ότι το σύστημα από πανταχόθεν ελεύθερο αρχικά μετατράπηκε σε συνεχές είχε ως αποτέλεσμα να βρίσκονται σε επαφή τα παλιά κτίρια από τοιχοποιία με κτίρια από οπλισμένο σκυρόδεμα, αποτελούν και τους σημαντικότερους παράγοντες επικινδυνότητας. Μία από τις κυριότερες προτεινόμενες επεμβάσεις είναι η εξασφάλιση ικανού πλάτους "αντισεισμικού αρμού" ή σημαντικής ακαμψίας για τα καινούρια κτίρια από οπλισμένο σκυρόδεμα που χτίζονται δίπλα σε παλαιότερα κτίρια από φέρουσα λιθοδομή ή από μικτό σύστημα.

Επίσης, είναι πολύ σημαντικό, κατά τον σχεδιασμό, όπως έχουν δείξει πειράματα και αριθμητικές εφαρμογές, να ληφθεί υπόψη το φαινόμενο της τριβής, το οποίο ενεργοποιείται υπό την επίδραση δυναμικής διέγερσης, π.χ. σεισμός, (πράγμα που συχνά αγνοείται), διότι μπορεί να αλλάξει σημαντικά την απόκριση των κατασκευών.

Για να κατανοήσουμε καλύτερα τη σημασία της τριβής, αναφέρουμε το παρακάτω παράδειγμα, το οποίο αποτελεί εργαστηριακό πείραμα [8]: έστω ότι έχουμε δύο γειτονικά γραμμικά συστήματα '1' & '2', με περίοδο T_1 & T_2 και συντελεστή απόσβεσης ξ_1 & ξ_2 αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο Σχ. 3.1



Σχ. 3.1 Γειτονικά γραμμικά Συστήματα.

Η σχετική μετατόπιση των δύο συστημάτων δίνεται από την σχέση:

$$d(t) = y_1(t) - y_2(t)$$

όπου y_1 και y_2 οι μετατοπίσεις των συστημάτων '1' & '2' υπό την επίδραση μίας σεισμικής διέγερσης. Υποθέτοντας ότι τα δύο γειτονικά συστήματα υποβάλλονται στην ίδια σεισμική διέγερση οποιαδήποτε στιγμή (υπόθεση η οποία είναι αποδεκτή στις κτιριακές κατασκευές), με την ημι-εμπειρική προσέγγιση του Der Kiureghian, είναι δυνατός ο υπολογισμός της απαιτούμενης απόστασης δ μεταξύ των συστημάτων.

Υπολογίστηκαν τιμές του δ για διαφορετικές τιμές του λόγου T_2/T_1 και για

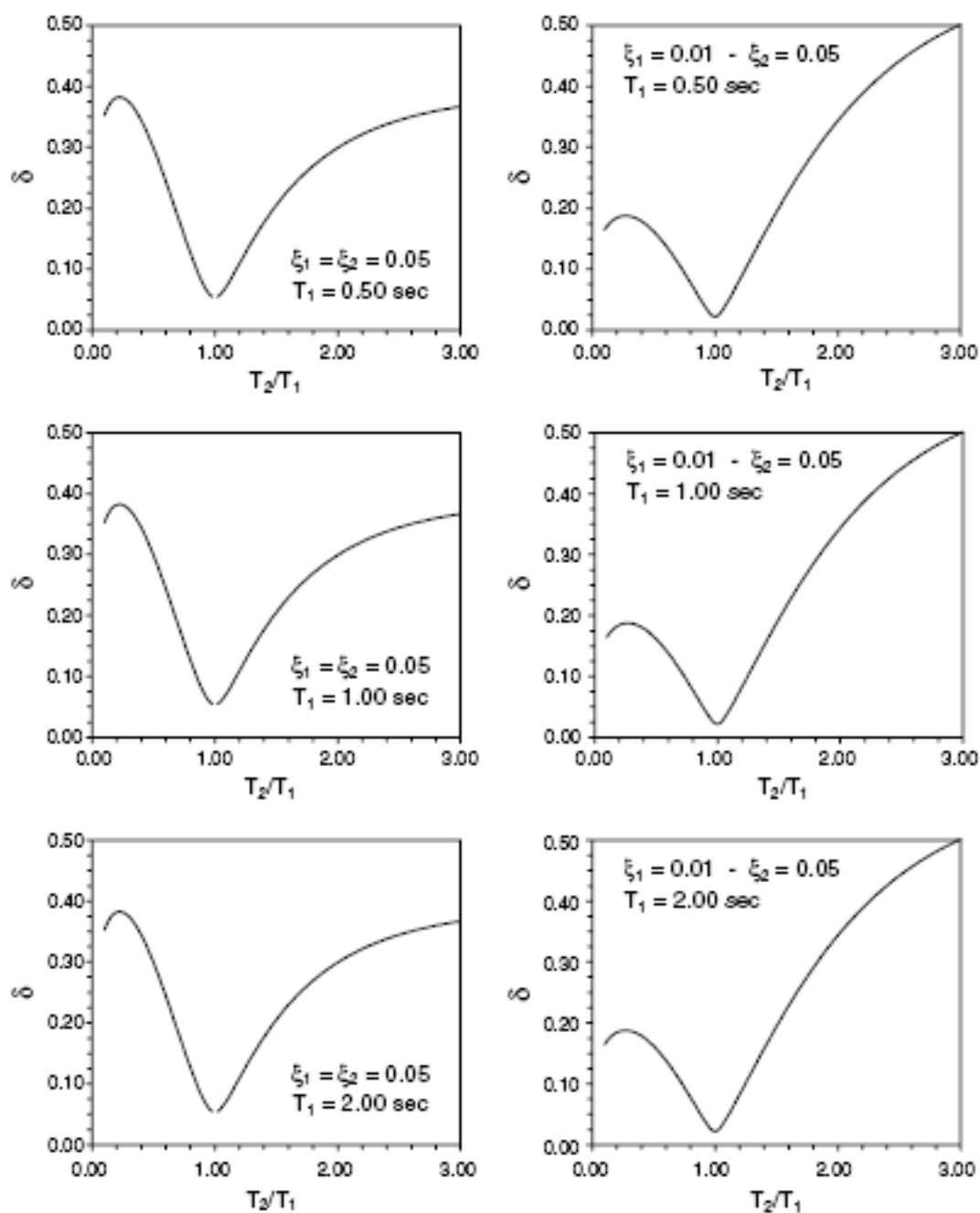
α) $\xi_1 = \xi_2 = 0,05$

β) $\xi_1 = 0,01$ και $\xi_2 = 0,05$

Παρατήρησαν ότι:

- (1) για έναν δεδομένο συνδυασμό των ξ_1 και ξ_2 , το δ εξαρτάται από την αναλογία T_2/T_1 μόνο και είναι ανεξάρτητο από τις πραγματικές τιμές του T_1 και του T_2 .
- (2) η τιμή του δ γίνεται μικρότερη από 0.10 όταν η αναλογία T_2/T_1 πλησιάζει τη μονάδα και
- (3) το δ δεν υπάρχει για μερικές τιμές της αναλογίας T_2/T_1 όταν το $\xi_1 = \xi_2$.

Αποτελέσματα για τους συνδυασμούς των τιμών των ξ_1 και ξ_2 και των τιμών της αναλογίας T_2/T_1 συνοψίζονται στο Σχ. 3.2 το οποίο επιτρέπει άμεσες συγκρίσεις.



Σχ. 3.2 Τιμές του δ για συνδυασμούς των T_2/T_1 , ξ_1 & ξ_2 .

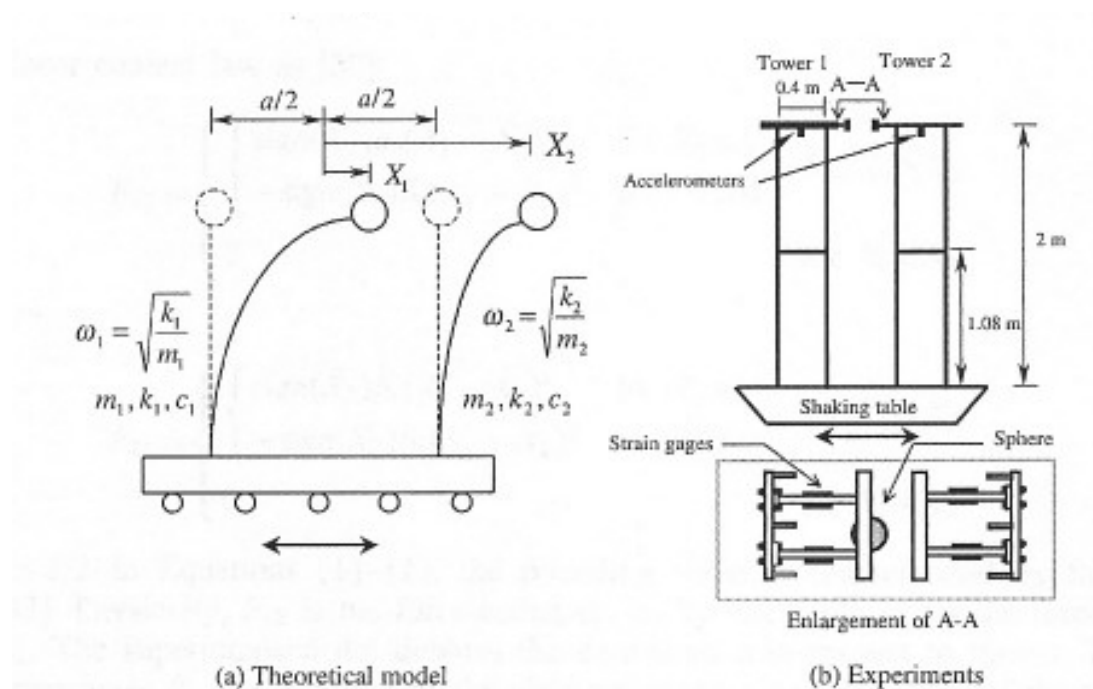
Παρατηρούμε ότι όταν $\xi_1 = \xi_2$ και $T_2/T_1 = 1$ παρουσιάζεται ένα κενό, πράγμα που δηλώνει ότι το δ δεν υφίσταται. Όταν, για τις ίδιες τιμές των ξ , η αναλογία T_2/T_1 τείνει στη μονάδα, το δ γίνεται μικρότερο του 0,10 [25].

Από μελέτες έχει προκύψει το συμπέρασμα ότι κατασκευές με διαφορετική περίοδο ταλάντωσης υφίστανται διαφορετικές ζημιές κάτω από πανομοιότυπες συνθήκες καταπόνησης στον ίδιο σεισμό [19].

Παράλληλα, έχει μελετηθεί η δυναμική συμπεριφορά γειτονικών κτιρίων, τα οποία είναι συνδεδεμένα με μηχανισμούς απόσβεσης τριβής. Τα αποτελέσματα

έδειξαν ότι μειώνεται σημαντικά η δυναμική απόκριση των κτιρίων. Η μέθοδος είναι ακόμα πιο αποτελεσματική όταν οι φυσικές συχνότητες των κτιρίων χωρίζονται καλά. Ακόμα, η μέθοδος είναι πιο ευεργετική για την λιγότερο δύσκαμπτη κατασκευή σε σχέση με την περισσότερο δύσκαμπτη [11].

Έχουν πραγματοποιηθεί μια σειρά πειραμάτων σε σεισμική τράπεζα ώστε να ερευνηθεί η απόκριση δύο γειτονικών πύργων από χάλυβα κάτω από ποικίλους συνδυασμούς διέγερσης και της μεταξύ τους απόστασης. Οι δύο πύργοι έχουν διαφορετικές φυσικές συχνότητες, συντελεστές απόσβεσης και υποβάλλονται σε ημιτονοειδείς φορτίσεις ποικίλων μεγεθών και συχνοτήτων, όπως η επιτάχυνση του σεισμού στο El Centro το 1940, Σχ. 3.3.



Σχ. 3.3. Θεωρητικό μοντέλο και πείραμα.

Υπό την επίδραση των ημιτονοειδών φορτίσεων, η μέγιστη σχετική ταχύτητα αναπτύσσεται πάντα σε μία συχνότητα διέγερσης ανάμεσα στις φυσικές συχνότητες των δύο πύργων. Παρατηρήθηκε, για πρώτη φορά, η περιοδικότητα μίας σειράς μη περιοδικών καταπονήσεων. Δηλαδή, ένα σύνολο μη περιοδικών καταπονήσεων, οι οποίες επαναλαμβάνονται περιοδικά. Το αν είναι περιοδικές οι καταπονήσεις ή όχι, εξαρτάται από τις αλλαγές στις παραμέτρους των δύο γειτονικών πύργων και τα χαρακτηριστικά των επίγειων κινήσεων.

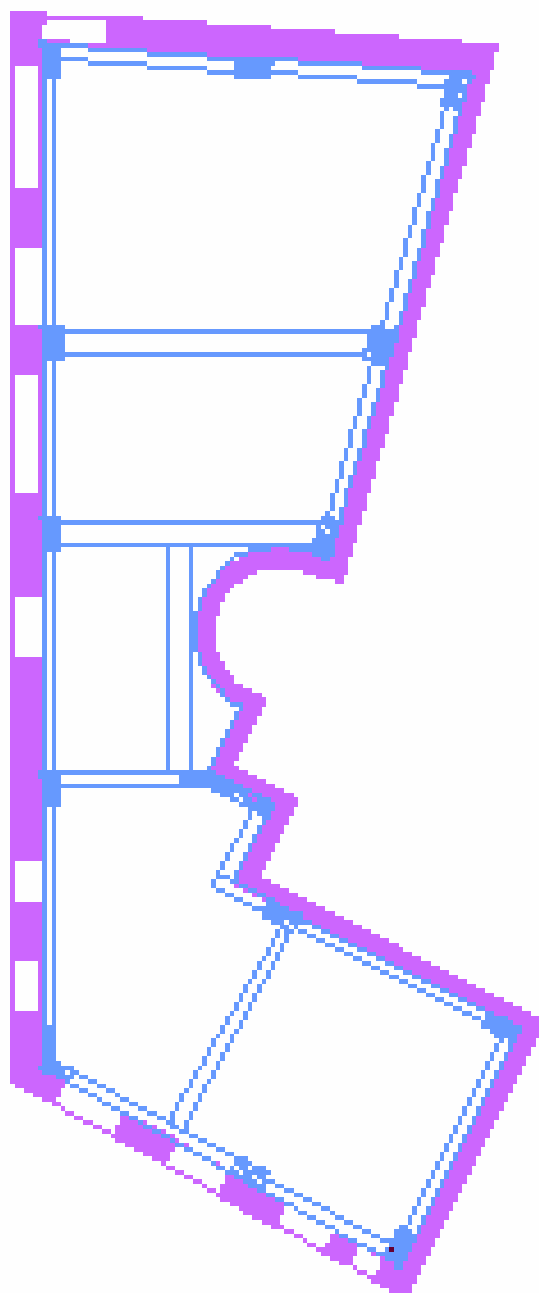
Τα πειραματικά αποτελέσματα συγκρίθηκαν με αναλυτικούς και αριθμητικούς υπολογισμούς. Οι αριθμητικοί υπολογισμοί έδειξαν ότι η σχετική ταχύτητα δεν επηρεάζεται από το αν η επαφή είναι ελαστική ή πλαστική [14]. Ιδιαίτερη προσοχή

όμως απαιτείται στις παραμέτρους επαφής των συνδεδεμένων φορέων, διότι η διεπιφάνεια επαφής επηρεάζει την σχετική μετακίνηση και απόκριση του συστήματος των κτιρίων [15].

Για την μείωση της καταπόνησης γειτονικών κτιρίων λόγω σεισμικής διέγερσης, έχουν γίνει θεωρητικές μελέτες για την χρησιμοποίηση ρευστών αδρανών συνθηκών απόσβεσης για να ενώσουν τα δύο κτίρια, οι οποίες έχουν βρει εφαρμογή στην καταστολή δόνησης αέρα των πλατφορμών προώθησης βλημάτων. Έναντι άλλων τύπων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως κοινές διατάξεις απόσβεσης για να συνδέσει τα παρακείμενα κτήρια, όπως οι διατάξεις απόσβεσης τριβής, οι ρευστές αδρανείς διατάξεις απόσβεσης έχουν σημαντικά πλεονεκτήματα: γραμμική ιξώδης συμπεριφορά δεν είναι ευαίσθητοι στις αλλαγές θερμοκρασίας, εύκολη εγκατάσταση, αξιοπιστία και μακροζωία. Επιπλέον, η κατασκευή τους είναι λιγότερο δαπανηρή για να ικανοποιήσει τις διαφορετικές απαιτήσεις όπως η μέγιστη δύναμη απόσβεσης, η μέγιστη ταχύτητα, η μέγιστη μετατόπιση. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι εάν οι ιδιότητες απόσβεσης επιλέγονται κατάλληλα, τα δυναμικά χαρακτηριστικά των δύο κτιρίων μπορούν να διατηρηθούν και η καταπόνηση και των δύο κτιρίων μπορεί να μειωθεί σημαντικά. Επίσης, παρατηρήθηκε ότι η μέθοδος ήταν πιο αποτελεσματική για τα χαμηλότερα γειτονικά κτίρια σε σχέση με τα υψηλότερα και πιο ευεργετική για τα γειτονικά κτίρια που έχουν το ίδιο ύψος από εκείνα με διαφορετικό ύψος [39].

Όσον αφορά τη βελτίωση της ακρίβειας της μοντελοποίησης των κατασκευών, έχουν μελετηθεί μη γραμμικά ιξωδο – ελαστικά μοντέλα σε σύγκριση με γραμμικά ιξωδο-ελαστικά και μη γραμμικά ελαστικά μοντέλα. Σύμφωνα με τις μελέτες, τα μη γραμμικά ιξωδο – ελαστικά μοντέλα δίνουν τα μικρότερα λάθη προσομοίωσης. Παρόλα αυτά τα γραμμικά ιξωδο-ελαστικά μοντέλα είναι αυτά που έχουν την πιο απλή εφαρμογή στα υπολογιστικά προγράμματα και δεν απαιτείται αριθμητική επανάληψη ώστε να ληφθεί μία κατάλληλη τιμή [18].

Στο Σχ. 3.4 φαίνεται μία εφαρμογή ενίσχυσης φορέα από φέρουσα τοιχοποιία με την κατασκευή στο εσωτερικό του, φορέα οπλισμένου σκυροδέματος. Πρόκειται για ένα πολιτιστικό κέντρο, το οποίο βρίσκεται στον οικισμό Νοχιά του Δήμου Κολυμβαρίου, στο Νομό Χανίων. Το διάκενο μεταξύ υπάρχοντος και νέου φορέα υπολογίστηκε βάσει των κανονισμών και έχει τιμή 5 εκ.. Στο σχήμα διακρίνονται η φέρουσα τοιχοποιία (μωβ χρώμα) και ο φορέας οπλ. σκυροδέματος (μπλε χρώμα).



Σχ. 3.4 Κάτοψη πολιτιστικού κέντρου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

Προσομοίωση με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων

Η μελέτη φαινομένων στη φύση, όπως είναι η ανάλυση των φορέων στη Στατική, με σύγχρονα υπολογιστικά μέσα ακολουθεί δύο βασικά στάδια: (i) την μαθηματική διατύπωση του φαινομένου (προσομοίωση) & (ii) την αριθμητική ανάλυση του μαθηματικού προσομοιώματος. Η μαθηματική διατύπωση βασίζεται σε ορισμένες παραδοχές γύρω από τις διαδικασίες που χαρακτηρίζουν το φαινόμενο, ενώ η αριθμητική ανάλυση χρησιμοποιεί αριθμητικές μεθόδους και την βοήθεια Η/Υ , προκειμένου να δώσει λύση στη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος.

Οι ιδιαιτερότητες του δομικού συστήματος και των υλικών δόμησης των κατασκευών από φέρουσα τοιχοποιία και οπλισμένο σκυρόδεμα επιδρούν στην μηχανική συμπεριφορά αυτού του τύπου των κατασκευών σε στατική και δυναμική φόρτιση. Για το λόγο αυτό είναι σημαντικό να ληφθούν υπόψη στην προσομοίωση (μαθηματικό μοντέλο υπολογισμού) της μηχανικής απόκρισης του δομικού φορέα.

Μία από τις πιο διαδεδομένες προσεγγιστικές μεθόδους για την επίλυση προβλημάτων της Μηχανικής είναι η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων. Η χρήση των πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί την επέκταση της μητρωϊκής ανάλυσης ραβδωτών κατασκευών στην ανάλυση ολόσωμων κατασκευών. Η μέθοδος αυτή έχει θεμελιωθεί μαθηματικά και αποτελεί μια ιδιαίτερα ισχυρή μέθοδο της αριθμητικής ανάλυσης για την επίλυση προβλημάτων κατασκευών μηχανικού.

Βασική αρχή της μεθόδου είναι η υποδιαίρεση της κατασκευής σε ένα πεπερασμένο αριθμό στοιχείων, (finite elements) τα οποία εξακολουθούν να ανήκουν στο ίδιο υλικό με την αρχική κατασκευή, η σύνδεση όμως μεταξύ τους γίνεται σ' ένα αριθμό διακριτών σημείων, τους κόμβους (nodes). Συνεπώς η απαίτηση ικανοποίησης των σχέσεων ισορροπίας και συμβιβαστού των παραμορφώσεων περιορίζεται σ' ένα πεπερασμένο αριθμό σημείων της κατασκευής. Όπως και στην μητρωϊκή ανάλυση των κατασκευών (ανάλυση με χρήση πινάκων) έτσι και εδώ έχουμε την δυνατότητα να εκλέξουμε σαν βασικές μεταβλητές του προβλήματος τις κομβικές μετατοπίσεις (μέθοδο μετατοπίσεων) ή και τις κομβικές δυνάμεις (μέθοδος δυνάμεων) [6].

Πρώτος ο Hrenikoff το 1941 παρουσίασε μια πρόδρομη διατύπωση της μεθόδου με την αντικατάσταση ενός επίπεδου ελαστικού μέσου με ένα σύνολο ράβδων και δοκών. Στη συνέχεια ο Courant το 1943, μελετώντας ένα πρόβλημα στρέψεως κατά St. Venant, εισήγαγε την ιδέα της αντικατάστασης μιας συνεχούς συνάρτησης με συναρτήσεις κατά διαστήματα συνεχείς. Τελικά, το 1944 ο Ιωάννης Αργύρης επινόησε την χρήση των τριγωνικών στοιχείων και πραγματοποίησε την πρώτη εφαρμογή στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές της εποχής με μέγιστη δυνατότητα χειρισμού αλγεβρικών συστημάτων μέχρι 64 αγνώστους [6].

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων στην τυπική της διατύπωση παρουσιάζεται το 1960 σε μια μονογραφία των Αργύρη και Kelsey και στην εργασία του Clough. Από την εποχή εκείνη και μετά, η ανάπτυξη της μεθόδου και η χρησιμοποίησή της για την επίλυση πρακτικών προβλημάτων του μηχανικού συμβαδίζει με την τεχνολογία των Η/Υ. Η εξέλιξη των υπολογιστών με τις ολοένα και μεγαλύτερες δυνατότητες διαχείρισης μεγάλου όγκου δεδομένων αλλά και με την αύξηση της ταχύτητας εκτελέσεως των αριθμητικών πράξεων κατέστησε εφικτή την επίλυση, με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, σύνθετων προβλημάτων του μηχανικού τα οποία θεωρούνταν απροσπέλαστα πριν μερικά χρόνια [6].

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων, αν και επινοήθηκε και εφαρμόστηκε για την στατική ανάλυση φορέων, έχει γενικότερη εφαρμογή σε μια ευρύτερη κατηγορία προβλημάτων του μηχανικού όπως στη ρευστομηχανική, στη μεταφορά θερμότητας, στην ακουστική, στον ηλεκτρομαγνητισμό και στην εμβιομηχανική.

4.1 Εξίσωση κίνησης

Οι δομικές κατασκευές είναι συστήματα με άπειρους βαθμούς ελευθερίας, γιατί παρουσιάζουν συνεχή κατανομή μάζας και ελαστικών χαρακτηριστικών. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων επιτρέπει την ελαστική διακριτοποίηση θεωρώντας ότι η κίνηση του συστήματος περιγράφεται από ένα αριθμό παραμέτρων κίνησης που αντιστοιχούν στις ελευθερίες κινήσεως των κόμβων, γνωστές και ως γενικευμένες συντεταγμένες Lagrange. Ο αριθμός των παραμέτρων αυτών εξαρτάται από τη δομή του συστήματος (κατανομή μαζών και ελαστικών ιδιοτήτων), από τον τρόπο διέγερσης και από την επιδιωκόμενη ακρίβεια. Η επιλογή των παραμέτρων θα πρέπει να είναι τέτοια, ώστε να αποδίδεται κατά το δυνατόν πιστότερα η πραγματική κίνηση του συστήματος [6, 7].

Η κίνηση ενός ελαστικού φορέα εξαρτάται άμεσα από τις δύο φυσικές ιδιότητες του, α. την αδράνεια – μάζα και β. την ελαστικότητα – ελαστικές σταθερές. Εξαρτάται ακόμα από τις διάφορες μορφές αντίστασης που αναπτύσσονται κατά την ταλάντωση των κατασκευών με αποτέλεσμα την προοδευτική αφαίρεση μηχανικής ενέργειας και μετατροπή της σε άλλες μορφές οι οποίες εκφράζονται με την απόσβεση. Με τον γενικό όρο διέγερση ορίζονται τα κάθε είδους γνωστά εξωτερικά φορτία ή καταναγκασμοί, στα οποία υποβάλλεται ένας φορέας. Η διέγερση εκφράζεται σε περιοδική και μη [6, 7].

Η εξίσωση κίνησης ενός μηχανικού συστήματος, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, με χρήση μητρώων γράφεται:

$$M\ddot{v} + C\dot{v} + Kv = P(t) \quad (4.1)$$

η οποία ορίζει ένα σύστημα N γραμμικών διαφορικών εξισώσεων δευτέρας τάξεως.

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1N} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{N1} & m_{N2} & \dots & m_{NN} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1N} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{N1} & c_{N2} & \dots & c_{NN} \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1N} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{N1} & k_{N2} & \dots & k_{NN} \end{bmatrix}$$

όπου:

- M Το μητρώο μάζας του συστήματος
- C Το μητρώο απόσβεσης του συστήματος
- K Το μητρώο ακαμψίας του συστήματος
- $\ddot{v}$ Το διάνυσμα των κομβικών επιταχύνσεων
- $\dot{v}$ Το διάνυσμα των κομβικών ταχυτήτων
- v Το διάνυσμα των κομβικών μετατοπίσεων
- P Το διάνυσμα των χρονικά μεταβαλλόμενων δυνάμεων που εφαρμόζονται σε κάθε κόμβο.

Στην περίπτωση που το σύστημα διεγείρεται από κάποια εδαφική επιτάχυνση (σεισμικό φορτίο) τότε η εξίσωση γίνεται:

$$M\ddot{v} + C\dot{v} + Kv = -M\ddot{u}_g(t) \quad (4.2)$$

όπου:

$\ddot{u}_g$ Το διάνυσμα των εδαφικών επιταχύνσεων.

4.2 Προσδιορισμός των σχέσεων Ανηγμένης Παραμόρφωσης – μετατόπισης και Τάσης – Ανηγμένης Παραμόρφωσης

Η διατύπωση των σχέσεων ανηγμένων παραμορφώσεων –μετατοπίσεων συνήθως διατυπώνεται στο Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Οι μητρωικές σχέσεις μεταξύ των συνιστωσών της παραμόρφωσης (μεταφορικών $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ και στρωφικών γ_{xy}, γ_{yz} και γ_{zx}) και των συνιστωσών της μετατόπισης u, v , και w γραμμικώς ελαστικών υλικών, στο τρισδιάστατο σύστημα συντεταγμένων (x,y,z) , είναι οι ακόλουθες [27]:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Οι μητρωικές σχέσεις τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων γραμμικώς ελαστικών υλικών σε ισοθερμική παραμόρφωση γράφονται ως εξής:

$$\{\epsilon\} = [C] \{\sigma\} \quad (4.4)$$

ή

$$\{\sigma\} = [E] \{\epsilon\} \quad (4.5)$$

όπου $[C]$ είναι το συμμετρικό μητρώο το οποίο εκφράζει την παραμόρφωση του υλικού στις ασκούμενες τάσεις και $[E]$ είναι επίσης ένα συμμετρικό μητρώο που εκφράζει τη στιβαρότητα του υλικού στις επιβαλλόμενες παραμορφώσεις, $[E]=[C]^{-1}$. Στη γενική περίπτωση της ανισοτροπίας, τα μητρώα $[C]$ και $[E]$ περιλαμβάνουν 21 ανεξάρτητους όρους. Οι παραπάνω σχέσεις εκφράζουν τον νόμο του Hooke κατά τον οποίο οι τάσεις είναι γραμμικές συναρτήσεις των ανηγμένων παραμορφώσεων και ισχύουν με την παραδοχή των μικρών παραμορφώσεων και για συγκεκριμένα υλικά.

Στην περίπτωση ισότροπων υλικών, οι ιδιότητες των υλικών εκφράζονται με τον συνδυασμό του μέτρου Ελαστικότητας E και του συντελεστή Poisson ν . Σε αυτή την περίπτωση το μητρώο $[E]$ στην τρισδιάστατη ελαστικότητα έχει τη μορφή [38]:

$$[E] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$[C] = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Στις σχέσεις (3.4) (3.5) θα μπορούσε επίσης να χρησιμοποιηθεί και το μέτρο διατμήσεως $G=E/2(1+\nu)$ το οποίο συνδέει τις διατμητικές τάσεις με τις ανηγμένες διατμητικές παραμορφώσεις:

$$\tau_{xy}=G \gamma_{xy}, \quad \tau_{yz}=G \gamma_{yz}, \quad \tau_{zx}=G \gamma_{zx}, \quad (4.8)$$

4.3 Βασικά στάδια της μεθοδολογίας

Για την προσομοίωση των κατασκευών με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων απαιτείται η κατανόηση της συμπεριφοράς της κατασκευής στη φόρτιση που υποβάλλεται καθώς επίσης και η γνώση των ιδιοτήτων και των δυνατοτήτων – αδυναμιών των πεπερασμένων στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν. Απαιτείται επίσης η γνώση των παραδοχών οι οποίες έχουν οδηγήσει στο μαθηματικό προσομοίωμα καθώς επίσης και τα όρια ισχύος αυτών των παραδοχών.

Μια κατασκευή με πολύπλοκη συμπεριφορά ή ένα αριθμητικό προσομοίωμα με πολλούς βαθμούς ελευθερίας θα πρέπει να προσεγγίζεται προσεκτικά και σταδιακά. Είναι προτιμότερο να αρχίζουμε την ανάλυση με ειδικές περιπτώσεις συνοριακών συνθηκών και φορτίσεις και με αραιά δίκτυα και αφού βεβαιωθούμε για την ορθότητα των επιλογών μας να προχωρήσουμε σε πιο λεπτομερή προσομοιώματα έχοντας λάβει υπόψη την κατανομή των τάσεων ή των εντατικών μεγεθών στα μέλη του φορέα από τις προκαταρτικές αναλύσεις [5]. Η επιλογή των κατάλληλων στοιχείων εξαρτάται άμεσα από την μορφή και τη δομητική λειτουργία της κατασκευής.

4.3.1 Περιγραφή του προβλήματος

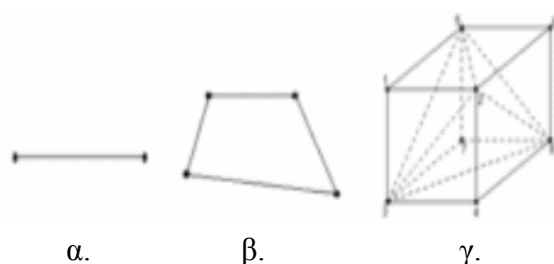
Ο ακριβής ορισμός του προβλήματος που τίθενται αποτελεί το βασικό στοιχείο για την επίλυση ενός προβλήματος. Συνεπώς, πρώτα πρέπει να εντοπιστεί επακριβώς το πρόβλημα, να καθοριστούν οι παράμετροι του, τα σταθερά στοιχεία που αποτελούν τα δεδομένα του προβλήματος καθώς και τα ζητούμενα που αποτελούν τις άγνωστες μεταβλητές [5].

4.3.2 Εισαγωγή γεωμετρίας φορέα

Για την δημιουργία του γεωμετρικού μοντέλου της κατασκευής απαιτείται η περιγραφή των χαρακτηριστικών σημείων της κατασκευής, ο ορισμός στη συνέχεια των καμπύλων που καθορίζουν τα όρια της (γραμμικό μοντέλο) και η δημιουργία των επιφανειών του φορέα (επιφανειακό μοντέλο) εκ των οποίων συντίθενται ο όγκος του φορέα (χωρικό μοντέλο) [5].

4.3.3 Διακριτοποίηση φορέα

Χωρισμός του φορέα σε τμήματα με πεπερασμένο μέγεθος τα οποία ονομάζονται πεπερασμένα στοιχεία (finite elements). Ανάλογα με τις δυνατότητες παραμόρφωσης που προσδίδονται στα στοιχεία και της μορφής τους χωρίζονται σε διάφορες κατηγορίες (Σχ 4.1) όπως στοιχεία ράβδου, δοκού, επίπεδα στοιχεία τριγωνικής ή τετραγωνικής μορφής, στερεά στοιχεία όπως τετραεδρικά κα. Συνεπώς η επιλογή του τύπου στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν βασίζεται στην δυνατότητα τους να περιγράψουν την μηχανική συμπεριφορά της κατασκευής που προσομοιώνεται με ικανοποιητική ακρίβεια [5, 37].



Σχ 4.1 Πεπερασμένα Στοιχεία α. στοιχείο ράβδου β. επίπεδο στοιχείο γ. στερεό στοιχείο.

Ο ορισμός των στοιχείων γίνεται με βάση τους κόμβους (nodes) που τοποθετούνται αρχικά. Σε κάθε κόμβο ενός στοιχείου αντιστοιχούν οι 'κομβικές μετατοπίσεις' που ονομάζονται βαθμοί ελευθερίας (degree of freedom) του κόμβου μέσω των οποίων ορίζεται η δυνατότητα του κόμβου να μετακινηθεί ή περιστραφεί. Σε κάθε κόμβο στοιχείου αντιστοιχεί και ένας αριθμός κομβικών παραμέτρων οι οποίες αποτελούν τις γενικευμένες μετατοπίσεις [5, 37].

Η διακριτοποίηση του φορέα της κατασκευής πρέπει να γίνεται προσεκτικά και έχοντας στόχο να περιγράψει, όσο το δυνατόν πιο πιστά, την πραγματική κατασκευή και τις γεωμετρικές ιδιαιτερότητες του φορέα. Ο αριθμός των στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν είναι καθοριστικός της αξιοπιστίας του μοντέλου γι' αυτό και απαιτείται πείρα και αρκετές δοκιμές.

Η χρήση μικρού αριθμού στοιχείων μπορεί να οδηγήσει σε προσομοίωση (modeling) κατασκευής πιο δύσκαμπτης από την πραγματική ενώ ο υπερβολικά μεγάλος αριθμός μπορεί να οδηγήσει σε δύσκληστο υπολογιστικό μοντέλο. Για το σκοπό αυτό πραγματοποιούνται διαδοχικές επιλύσεις με διαδοχική πύκνωση του δικτύου των πεπερασμένων στοιχείων ελέγχοντας την σύγκλιση ή απόκλιση των αποτελεσμάτων για τον εντοπισμό του τελικού μοντέλου που θα χρησιμοποιηθεί στην ανάλυση. Ιδιαίτερα χρήσιμοι είναι και οι έλεγχοι ιδιαίτερων χαρακτηριστικών του μοντέλου με στοιχεία από μετρήσεις και πειράματα [5, 37].

Στη διακριτοποίηση περιλαμβάνονται η τοποθέτηση γεωμετρικού συστήματος συντεταγμένων καθώς και η ομαδοποίηση των κόμβων στα στοιχεία. Στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων MARC (ver 2004) που χρησιμοποιήθηκε στη παρούσα εργασία, για να γίνει διακριτοποίηση, οι κόμβοι πρέπει να ανήκουν σε γεωμετρικό σύστημα συντεταγμένων και να συνδέονται με ένα στοιχείο. Τα στοιχεία αυτά περιγράφονται βάζοντας τον αριθμό τους, τον τύπο τους και τον αριθμό των κόμβων που περικλείει κάθε στοιχείο εισάγοντας τις φυσικές συντεταγμένες των κόμβων [27].

Οι πιο πιθανές θέσεις για τους κόμβους ή για τις κομβικές γραμμές και τα κομβικά επίπεδα είναι οι θέσεις που λαμβάνουν χώρα σημαντικές μεταβολές στη γεωμετρία, τη φόρτιση και στις ιδιότητες του υλικού. Κόμβοι πρέπει να προβλέπονται και στις περιοχές εκείνες όπου υπάρχει απότομη μεταβολή του κατανεμημένου φορτίου. Αντίστοιχα η ύπαρξη κομβικών γραμμών στις περιοχές εκείνες που υπάρχουν ασυνέχειες στη γεωμετρία κρίνεται απαραίτητη, έτσι ώστε όλα τα στοιχεία να έχουν σταθερό πάχος. Επίσης κομβικές γραμμές ή κομβικά επίπεδα πρέπει να προβλέπονται στις περιοχές εκείνες που διαχωρίζονται δύο υλικά με διαφορετικές ιδιότητες [1].

Ένας ακόμη παράγοντας που επιδρά σημαντικά στην ακριβέστερη λύση είναι η μορφή των στοιχείων που χρησιμοποιούνται. Μια κατάλληλη παράμετρος για επίπεδα στοιχεία είναι ο λόγος της μεγαλύτερης διάστασης του στοιχείου ως προς τη μικρότερη. Η βέλτιστη τιμή αυτού του λόγου είναι η μονάδα, εάν οι συναρτήσεις των μετατοπίσεων έχουν ομοιόμορφη συμπεριφορά και προς τις δύο κατευθύνσεις. Αυτό σημαίνει ότι μικρότερο σφάλμα εμφανίζουν τα στοιχεία που έχουν κανονικό σχήμα (ισόπλευρα τρίγωνα, κύβοι, κανονικά τετράεδρα) [30].

Η σωστή αρίθμηση ενός κόμβου αποτελεί βασικό παράγοντα σωστής διακριτοποίησης. Τα στοιχεία αριθμούνται αριστερόστροφα, με αρχή τους κόμβους στις γωνίες και στη συνέχεια τους μεσαίους κόμβους.

Για τον τύπο των στοιχείων που έχει επιλεγεί πρέπει να καθοριστούν οι ιδιότητες υλικού και μηχανικών χαρακτηριστικών με σκοπό της ακριβή προσομοίωση της μηχανικής συμπεριφοράς του φορέα.

4.3.4 Ιδιότητες στοιχείων -υλικών

Η επιλογή του είδους των στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν βασίζεται σε διάφορα κριτήρια μεταξύ των οποίων είναι τα ακόλουθα [5]:

- Η διάσταση του προβλήματος: δισδιάστατο, τρισδιάστατο
- Η γεωμετρία της κατασκευής
- Το είδος του υλικού
- Το είδος και ο τρόπος της φόρτισης
- Ο τρόπος επίλυσης

➤ Το είδος των επιθυμητών αποτελεσμάτων

Οι οικογένειες στοιχείων που βασίζονται στα τριγωνικά, ορθογωνικά και τετραεδρικά στοιχεία δεν μπορούν να παραστήσουν ικανοποιητικά τα όρια ενός σώματος. Οι συντεταγμένες των στοιχείων μπορούν να μετασχηματιστούν σε νέα συστήματα στον καρτεσιανό χώρο.

Ισοπαραμετρικά στοιχεία είναι αυτά που ο αριθμός των κόμβων σε κάθε πλευρά του στοιχείου που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή των συντεταγμένων συμπίπτει με τον αριθμό των κόμβων που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή των μετακινήσεων. Τα ισοπαραμετρικά στοιχεία συχνά μειώνουν την ταχύτητα σύγκλισης.

4.3.4.1 Στοιχείο Τριών διαστάσεων (Three-dimensional Arbitrarily Distorted Brick)

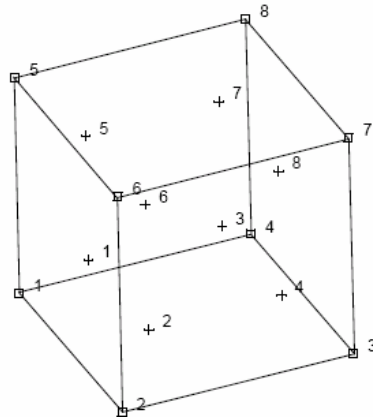
Για την περίπτωση του τρισδιάστατου προβλήματος, της παρούσας εργασίας, το ισοπαραμετρικό στοιχείο που ανταποκρίνεται στα δεδομένα του προβλήματος είναι το στοιχείο τύπου 7 (Σχ 4.2). Είναι ένα στοιχείο από τη βιβλιοθήκη του Marc, με οκτώ κόμβους, πρώτης τάξης, ισοπαραμετρικό και εξαεδρικό. Λόγω του ότι το στοιχείο χρησιμοποιεί συναρτήσεις τριπλής γραμμικής παρεμβολής, οι παραμορφώσεις τείνουν να είναι σταθερές σε όλο το στοιχείο. Το αποτέλεσμα είναι να εμφανίζει μειωμένη διατμητική συμπεριφορά. Τα διατμητικά χαρακτηριστικά μπορούν να βελτιωθούν χρησιμοποιώντας εναλλακτικές συναρτήσεις γραμμικής παρεμβολής. Η ακαμψία του στοιχείου υπολογίζεται χρησιμοποιώντας ολοκλήρωση οκτώ σημείων κατά Gauss.

4.4 Αριθμητική επίλυση

Εφόσον επιλεγεί ο τύπος των στοιχείων πρέπει να καθοριστούν οι ιδιότητες του υλικού και τα μηχανικά χαρακτηριστικά του με σκοπό την ακριβή προσομοίωση της μηχανικής συμπεριφοράς του φορέα.

Τα περισσότερα προβλήματα μηχανικής, είναι δυνατόν να προσομοιωθούν θεωρώντας γραμμική συμπεριφορά. Στην πραγματικότητα όμως όλα σχεδόν τα προβλήματα που παρουσιάζονται στη φύση εμφανίζουν μη γραμμική συμπεριφορά.

Η διαφορά μεταξύ της γραμμικής και της μη γραμμικής λύσης κάποιου προβλήματος, καθορίζει κατά πόσο η επιλογή της γραμμικής συμπεριφοράς, είναι ικανή να δώσει σωστά αποτελέσματα για το πρόβλημα ή όχι. Όταν η απόκλιση μεταξύ γραμμικής – μη γραμμικής λύσης είναι μικρή, τότε είναι δυνατή η γραμμική προσομοίωση του προβλήματος. Αρκετές όμως είναι οι φορές που το πρόβλημα είναι έντονα μη γραμμικό οπότε δεν είναι εφικτή η επίλυσή του με γραμμικά μοντέλα [1].



Σχ4.2 Στοιχείο 7 με 8 κόμβους και 8 σημεία ολοκλήρωσης.

Στην ενότητα αυτή περιγράφονται τα είδη μη γραμμικών προβλημάτων που επιλύονται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στα προβλήματα μη γραμμικής συμπεριφοράς υλικού. Το πρώτο στάδιο μιας μη γραμμικής ανάλυσης είναι ο προσδιορισμός της αιτίας της μη γραμμικότητας του προβλήματος και κατ' επέκταση ο προσδιορισμός του είδους της μη γραμμικής συμπεριφοράς. Αυτό (το είδος) οφείλεται στη συμπεριφορά του υλικού, ή σε μη γραμμική συμπεριφορά εφαρμοζόμενων φορτίων ή γεωμετρίας. Αφού εντοπισθούν τα παραπάνω στοιχεία, επιλέγονται τα καταστατικά μοντέλα που θα περιγράψουν τη συμπεριφορά αυτή. Τέλος επιλέγεται ο τρόπος με τον οποίο θα αναλυθεί το πρόβλημα, δηλαδή οι μέθοδοι επίλυσης που θα δώσουν τα ακριβέστερα αποτελέσματα [6].

Στη μηχανική κάποιο πρόβλημα θεωρείται μη γραμμικό εάν το μητρώο ακαμψίας ή το διάνυσμα φόρτισης εξαρτώνται από το διάνυσμα της μετατόπισης. Η μη γραμμικότητα σε στατικά προβλήματα μπορεί να χωρισθεί σε τρεις κατηγορίες [27]:

1. Μη γραμμική συμπεριφορά υλικού, όπου η συμπεριφορά του κυμαίνεται μεταξύ διαφορετικών καταστάσεων, όπως είναι η ελαστική και η πλαστική

2. Γεωμετρική μη γραμμική συμπεριφορά, η οποία σχετίζεται με μεγάλη αλλαγή της αρχικής γεωμετρίας όπως, για παράδειγμα παρουσιάζεται σε καμπτόμενους δοκούς.
3. Μη γραμμική συμπεριφορά λόγω συνοριακών συνθηκών. Τέτοιες περιπτώσεις παρουσιάζονται σε προβλήματα επαφής (contact), καθώς επίσης και σε προβλήματα με επακόλουθες δυνάμεις (follower forces).

Γενικά, προβλήματα που δεν εξαρτώνται από το χρόνο, θεωρούνται μη γραμμικά όταν το μητρώο ακαμψίας $[K]$ και το διάνυσμα $[R]$ των δυνάμεων αποτελούν συνάρτηση κομβικών μετατοπίσεων $[u]$. Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δίνεται στο πότε κάποιο πρόβλημα συμπεριφέρεται γραμμικά και πότε μη γραμμικά. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου οι δύο καταστάσεις συνυπάρχουν αλλά επικρατεί μία από τις δύο [7].

4.4.1 Μη γραμμική συμπεριφορά

Η μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού εμφανίζεται πριν από το όριο διαρροής του. Η μετάπτωση ενός υλικού από την μία κατάσταση στην άλλη είναι σταδιακή και όχι απότομη. Τα περισσότερα υλικά παρουσιάζουν σημαντική μη γραμμική ελαστική συμπεριφορά αρκετά πριν προσεγγίσουν το σημείο διαρροής τους [27].

Δεν υπάρχει σαφές όριο διαχωρισμού μεταξύ των διαφορετικών συμπεριφορών του υλικού. Το όριο διαρροής που ουσιαστικά καθορίζει τη μετάβαση μεταξύ ελαστικής και πλαστικής περιοχής, είναι μία προσεγγιστική ποσότητα η οποία προκύπτει γραφικά, μετατοπίζοντας δεξιά το γραμμικό τμήμα της καμπύλης τάσης – παραμόρφωσης κατά 0.2% και εντοπίζοντας το σημείο όπου η ευθεία γραμμή της κλίσης τέμνει τα πειραματικά δεδομένα αντοχής του υλικού. Αυτή η τιμή τάσης μπορεί να βρίσκεται χαμηλότερα ή ψηλότερα από το θεωρητικό όριο μετάβασης από την ελαστική στην πλαστική συμπεριφορά [1, 26].

Όταν εξετάζεται η εντατική κατάσταση κάποιου σώματος, για να διευκρινισθεί αν θα μεταβεί από γραμμική σε γραμμική συμπεριφορά, πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στην έκταση της περιοχής όπου παρουσιάζεται υψηλή εντατική κατάσταση. Είναι αρκετά πιθανό, σε μικρές περιοχές κάποιου σώματος, να παρουσιάζονται τάσεις μεγαλύτερες από το όριο διαρροής. Κάτι τέτοιο δεν σημαίνει απαραίτητα ότι το υλικό έχει μεταβεί στη μη γραμμική συμπεριφορά αλλά είναι

δυνατόν να υποστηρίζεται από το γειτονικό υλικό, όποτε η συνολική συμπεριφορά του σώματος παρουσιάζει γραμμική μορφή [1, 12].

Όπως γίνεται κατανοητό από τα παραπάνω, αρχικά εκτελείται ελαστική ανάλυση του προβλήματος ώστε να διευκρινισθεί αν αυτό ξεπερνά την ελαστική περιοχή και εισέρχεται στην πλαστική. Σε αυτή την ανάλυση δεν πρέπει να ελέγχονται μόνο οι μέγιστες τάσεις που παρουσιάζονται στο σώμα, αλλά και η έκταση της περιοχής στην οποία αυτές παρουσιάζονται.

Ουσιαστικός είναι επίσης και ο εντοπισμός των αιτίων εμφάνισης αυξημένων τάσεων. Όταν, για παράδειγμα, η αύξηση οφείλεται σε σημειακό φορτίο ή σημειακό περιορισμό, η περιοχή εμφάνισής τους θα είναι αρκετά περιορισμένη και θα ανακατανέμονται γρήγορα και στο υπόλοιπο σώμα. Στις περιπτώσεις αυτές το ολικό σώμα συμπεριφέρεται, κατά κύριο λόγο, γραμμικά και όχι μη γραμμικά.

Εκτός από περιπτώσεις όπου εμφανίζονται υψηλές τάσεις, μη γραμμική συμπεριφορά μπορεί να προκύψει και από εμφάνιση μεγάλων τιμών στις μετατοπίσεις. Οι μετατοπίσεις αυτές σε συνδυασμό με τους περιορισμούς που έχουν εφαρμοστεί στο μοντέλο ενδέχεται να μετατρέψουν το πρόβλημα από γραμμικό σε μη γραμμικό [1, 12, 26].

Η σωστή μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων με αμφίβολη συμπεριφορά είναι: η αρχική επίλυση για γραμμική συμπεριφορά και αφού εξεταστούν προσεχτικά τα αποτελέσματα και διαφανεί ότι το πρόβλημα ξεφεύγει από τη γραμμική περιοχή, επανάληψη της επίλυσης, αυτή τη φορά για μη γραμμική συμπεριφορά.

4.4.2 Μέθοδοι επίλυσης μη Γραμμικών προβλημάτων

Η επίλυση γραμμικών προβλημάτων είναι ουσιαστικά η λύση συστήματος εξισώσεων όπου ο αριθμός των αγνώστων μεταβλητών είναι ίσος με τον αριθμό των εξισώσεων. Η επίλυση γραμμικών συστημάτων απαιτεί ένα στάδιο επίλυσης.

Η επίλυση μη γραμμικών συστημάτων απαιτεί περισσότερα στάδια επίλυσης άρα και περισσότερο υπολογιστικό χρόνο. Παρόλα αυτά τα τελευταία χρόνια, η μη γραμμική ανάλυση προβλημάτων, εφαρμόζεται σε μεγάλο βαθμό κυρίως λόγω της ραγδαίας βελτίωσης των δυνατοτήτων των υπολογιστών και της δημιουργίας αντιπροσωπευτικών μοντέλων μη γραμμικής συμπεριφοράς [7, 26].

Η εξίσωση που επιλύει μη γραμμικά προβλήματα είναι της μορφής:

$$\{R\}=[K(R,u)]\{u\} \quad (4.9)$$

όπου $[K]$: μητρώο ακαμψίας

$\{u\}$: διάνυσμα μετατοπίσεων κόμβων

$\{R\}$: διάνυσμα φορτίων

Με την παραπάνω εξίσωση μπορούμε να υπολογίσουμε το μητρώο ακαμψίας $[K]$, για δεδομένο διάνυσμα μετατοπίσεων $\{u\}$, όταν το μητρώο $[K]$ είναι συνάρτηση του $\{u\}$, και είναι γνωστό το διάνυσμα των φορτίων $\{R\}$.

Ορισμένες συχνά εφαρμοζόμενες μέθοδοι μη γραμμικής επίλυσης είναι η Μέθοδος Newton – Raphson και η Τροποποιημένη Μέθοδος Newton – Raphson. Η μέθοδος Newton – Raphson περιλαμβάνει την επαναλαμβανόμενη λύση της σχέσης:

$$[K_t]_i \{\Delta u\}_{i+1} = \{\Delta R\}_{i+1} \quad (4.10)$$

όπου $[K_t]$ το εφαπτομενικό μητρώο ακαμψίας και $\{\Delta R\}$ η αστάθεια του φορτίου, δηλ. η διαφορά μεταξύ του εφαρμοζόμενου φορτίου και του αρχικού [32]. Οι τιμές του μητρώου ακαμψίας και του φορτίου αστάθειας αναπροσαρμόζονται μετά από κάθε κύκλο επίλυσης. Η διαδικασία τερματίζει όταν το φορτίο αστάθειας προσεγγίζει την τιμή του μηδενός. Στην τροποποιημένη μέθοδο Newton – Raphson η αναπροσαρμογή δεν γίνεται σε κάθε στάδιο αλλά μόνο στο πρώτο.

4.4.3 Υπολογισμός μητρώων δυσκαμψίας των στοιχείων

Υπολογίζεται το μητρώο (πίνακας) δυσκαμψίας του στοιχείου λαμβάνοντας υπόψη και κάποιες κομβικές παραμέτρους που σχετίζονται με τη σύνδεση των στοιχείων μεταξύ τους καθώς και με τη συμπεριφορά όλου του φορέα. Τα στοιχεία του μητρώου δυσκαμψίας σχετίζονται με τις μετατοπίσεις των κόμβων του στοιχείου οι οποίες στην συνέχεια υπολογίζονται. Οι μετατοπίσεις ενός σημείου μέσα στο στοιχείο εκφράζονται με την βοήθεια κατάλληλων συναρτήσεων παρεμβολής με βάση τις γνωστές μετατοπίσεις στους κόμβους [12].

Στην συνέχεια εφαρμόζεται η αρχή των δυνατών έργων για τον προσδιορισμό των κομβικών φορτίων και του μητρώου δυσκαμψίας του στοιχείου. Απομονώνουμε το κάθε στοιχείο του μοντέλου από τον όλο φορέα και θεωρούμε 'εξωτερικά φορτία' τις τάσεις που εφαρμόζονται σε αυτό από τα υπόλοιπα παράπλευρα στοιχεία. Με εφαρμογή της αρχής των δυνατών έργων υπολογίζουμε κάποιες ισοδύναμες κομβικές δυνάμεις, δηλαδή δυνάμεις που εφαρμόζονται στους κόμβους και παράγουν έργο όσο

και το κατανεμημένο 'εξωτερικό φορτίο'. Το μητρώο δυσκαμψίας συντίθενται από αυτές τις δυνάμεις [12].

Το μητρώο δυσκαμψίας του τελικού συστήματος προκύπτει από την επαλληλία των επιμέρους μητρώων δυσκαμψίας των στοιχείων, λαμβάνοντας υπόψη τις συνοριακές συνθήκες του φορέα και τις συνθήκες στήριξης των επιμέρους στοιχείων.

4.5 Προβλήματα επαφής

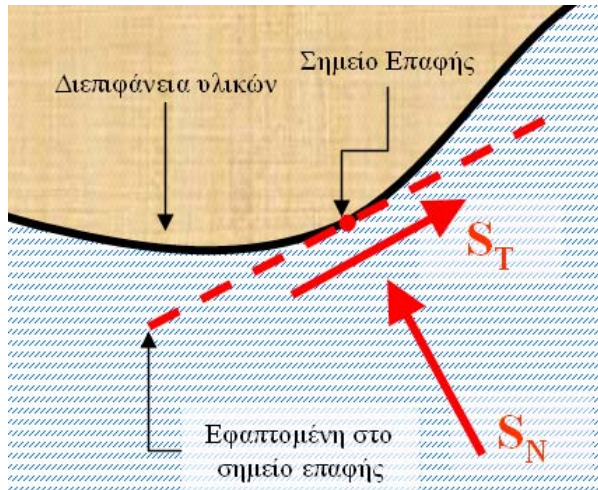
Μια άλλη μορφή μη γραμμικότητας είναι η σχετική μετατόπιση που εμφανίζεται κατά μήκος των διεπιφανειών μεταξύ δύο σωμάτων ή στο εσωτερικό ενός σώματος στην περίπτωση ύπαρξης ρωγμών [22, 34]. Τα προβλήματα αυτά καλούνται προβλήματα επαφής. Χαρακτηριστικές περιπτώσεις τέτοιων προβλημάτων αποτελούν οι διεπιφάνειες μεταξύ των τοιχοσωμάτων μίας τοιχοποιίας και του κονιάματος καθώς και η διεπιφάνεια μεταξύ τοιχοποιίας και δομικών στοιχείων ενίσχυσης από σκυρόδεμα.

Η ύπαρξη διεπιφανειών διαφορετικών σωμάτων ή ρωγμών στο εσωτερικό ενός σώματος συνοδεύεται από την εμφάνιση δυνάμεων – τάσεων τριβής. Η περιγραφή της εντατικής κατάστασης του συστήματος στην περιοχή της διεπιφάνειας μπορεί να γίνει με τον νόμο τριβής του Coulomb. Ο νόμος αυτός ορίζει ότι η δύναμη – τάση τριβής που εμφανίζεται σε μια διεπιφάνεια είναι ανάλογη της ορθής δύναμης – τάσης που ασκείται κάθετα στη διεπιφάνεια, με συντελεστή αναλογίας το συντελεστή τριβής [22, 27, 34]. Εάν η διεπιφάνεια περιγράφεται από μια καμπύλη τότε η τάση τριβής σε κάθε σημείο της διεπιφάνειας έχει διεύθυνση παράλληλη με την εφαπτομένη της καμπύλης στο συγκεκριμένο σημείο (σχ. 4.3). Κατά την ανάλυση ενός τέτοιου προβλήματος μπορούν να διακριθούν δύο καταστάσεις, μια κατά την οποία δε υπάρχει σχετική μετατόπιση μεταξύ των δύο σωμάτων (στατική τριβή – stick friction) και η αντίθετη της (τριβή ολίσθησης slip friction) [27]. Όταν το σύστημα των δύο σωμάτων βρίσκεται στην κατάσταση της στατικής τριβής ο νόμος του Coulomb γράφεται:

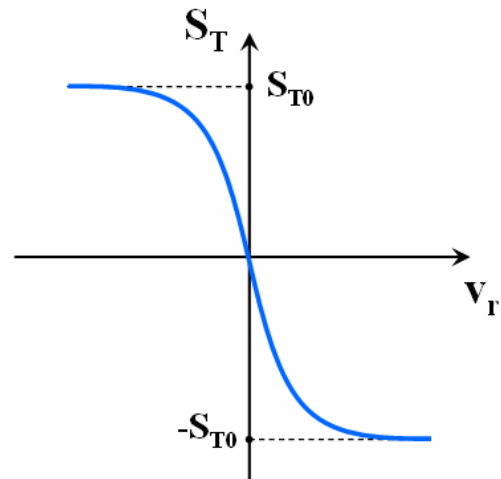
$$|S_T| = -\mu S_N \quad (4.11)$$

όπου:

- ST η τάση τριβής ή εφαπτομενική τάση (σχ. 4.3)
- SN η ορθή τάση (σχ. 4.3)
- μ ο συντελεστής τριβής



Σχήμα 4.3: Σύστημα δυνάμεων σε σημείο της διεπιφάνειας διαφορετικών υλικών ή σωμάτων



Σχήμα 4.4: Καμπύλη τάσης τριβής – σχετικής ταχύτητας

Η ολίσθηση μεταξύ των δύο σωμάτων που βρίσκονται σε επαφή εμφανίζεται όταν η τάση τριβής ξεπεράσει μια κρίσιμη τιμή S_{T0} . Η εφαπτομενική τάση μετά την έναρξη της ολίσθησης εξαρτάται από την σχετική ταχύτητα των δύο σωμάτων και ο νόμος του Coulomb παίρνει την μορφή (σχ. 4.5):

$$S_T = -\mu S_N \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{|v_r|}{v_{r0}} \right) t \quad (4.12)$$

όπου:

v_r το διάνυσμα της σχετικής ταχύτητας ολίσθησης (παράλληλο στην εφαπτομένη της διεπιφάνειας)

v_{r0} η κρίσιμη τιμή της σχετικής ταχύτητας, πέραν την οποίας ξεκινάει η ολίσθηση

$$t = \frac{v_r}{|v_r|}$$

το μοναδιαίο διάνυσμα της σχετικής ταχύτητας ολίσθησης

Ένα άλλο φαινόμενο το οποίο είναι δυνατό να εμφανιστεί σε τέτοια προβλήματα είναι η αποκόλληση του ενός σώματος από το άλλο. Αυτό συμβαίνει όταν στο σημείο της επαφής που εξετάζεται η ορθή τάση είναι εφελκυστική, δηλαδή όταν

$$S_N \geq 0 \quad (4.13)$$

Με βάση αυτή την παρατήρηση είναι δυνατό να οριστούν τα προβλήματα επαφής τύπου κόλλας. Για τα προβλήματα αυτά ισχύει ότι κατά μήκος της διεπιφάνειας ο συντελεστής τριβής είναι πρακτικά άπειρος και τα δύο σώματα μπορούν να διαχωριστούν μεταξύ τους όταν η εφελκυστική ορθή τάση ξεπεράσει μια κρίσιμη τιμή.

4.6 Διαδικασία επίλυσης

Όπως αναφέρθηκε και προηγούμενα η λύση μη γραμμικών προβλημάτων περιλαμβάνει μία σειρά από μικρότερα στάδια επίλυσης, όπου η τιμή της άγνωστης μεταβλητής συγκλίνει σταδιακά προς τη σωστή τιμή. Ο αριθμός των σταδίων που απαιτούνται, εξαρτάται από το βαθμό μη γραμμικότητας του προβλήματος και από την επιθυμητή ακρίβεια της ζητούμενης μεταβλητής. Τα στάδια αυτά συνήθως καθορίζονται από τον αριθμό των διαμερισμών που έχει υποστεί το ολικό εφαρμοζόμενο φορτίο και ονομάζονται στάδια φόρτισης (load steps). Σε κάθε στάδιο φόρτισης μια ενδιάμεση λύση υπολογίζεται με βάση το φορτίο εκείνου του σταδίου και όχι του ολικού. Η τελική κατάσταση των φορτίων και των μετατοπίσεων ενός σταδίου αποτελούν τις αρχικές παραμέτρους για το επόμενο στάδιο [1].

Σε κάθε στάδιο επίλυσης πραγματοποιείται υπολογισμός της ακρίβειας των αποτελεσμάτων. Η ακρίβεια αυτή συγκρίνεται με προκαθορισμένες τιμές που ο χρήστης της μεθόδου έχει επιλέξει για το συγκεκριμένο πρόβλημα. Αν το σφάλμα είναι μεγαλύτερο από τις τιμές αυτές τότε η διαδικασία επίλυσης συνεχίζεται μέχρι το σημείο της επιθυμητής ακρίβειας. Στο σημείο αυτό πρέπει να διευκρινισθεί η διαφορά μεταξύ σταδίου φόρτισης και κύκλου επανάληψης της λύσης του προβλήματος. Τα στάδια φόρτισης αποτελούν το καθορισμένο εξωτερικό φορτίο ή φορτία που ασκούνται στο μοντέλο και καθορίζονται είτε από το χρήστη, είτε αυτόματα από κάποιο αλγόριθμο. Οι κύκλοι επανάληψης της επίλυσης του προβλήματος ορίζονται από τη μέθοδο που έχει επιλεγεί ώστε να προκύψει ο απαιτούμενος βαθμός ακρίβειας για το συγκεκριμένο στάδιο φόρτισης. Από το χρήστη επιλέγεται η επαναληπτική

μέθοδος επίλυσης και ο βαθμός ακρίβειας που πρέπει να προσεγγίσει η μέθοδος. Είναι αντιληπτό ότι για να ολοκληρωθεί ένα στάδιο φόρτισης η μέθοδος επίλυσης ενδέχεται να έχει πραγματοποιήσει αρκετούς επαναληπτικούς κύκλους [1].

Στην συνέχεια αναφέρονται διάφορα σημεία στη διαδικασία επιλογής σταδίων φόρτισης ώστε να είναι δυνατή η σύγκλιση του προβλήματος με βέλτιστο αριθμό επαναλήψεων άρα και βέλτιστο υπολογιστικό χρόνο

4.6.1 Στάδια Φόρτισης

Ο κύριος μηχανισμός που επιτρέπει την επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων στη στατική, με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, είναι η δυνατότητα εφαρμογής του ολικού φορτίου σε περισσότερα από ένα στάδια. Με αυτό τον τρόπο είναι εφικτός ο υπολογισμός των ενδιάμεσων σταδίων με γραμμικό τρόπο, οπότε τελικά ένα μη γραμμικό πρόβλημα επιλύεται με κάποιο αριθμό γραμμικών σταδίων. Ο αριθμός των γραμμικών αυτών σταδίων εξαρτάται από τη φύση του προβλήματος και την επιθυμητή ακρίβεια. Επίσης ο καθορισμός αυτών των σταδίων εξαρτάται από τα στάδια φόρτισης [1, 27].

Τα στάδια φόρτισης ορίζουν το μέγεθος του βαθμού της μη γραμμικότητας για το συγκεκριμένο στάδιο που η επαναλαμβανόμενη μέθοδος επίλυσης πρέπει να προσεγγίσει. Αν τα στάδια φόρτισης είναι αρκετά μεγάλα τότε η μέθοδος επίλυσης που έχει επιλεγεί μπορεί να μη καταφέρει να τροποποιήσει τη διαδικασία επίλυσης ώστε να προκύψει η επιθυμητή ακρίβεια και η λύση τελικά να συγκλίνει. Αν τα στάδια φόρτισης είναι πολύ μικρά τότε η επίλυση του ολικού προβλήματος ενδέχεται να λάβει αρκετά μεγάλο υπολογιστικό χρόνο. Στην ιδανική περίπτωση τα στάδια φόρτισης πρέπει να είναι ιδανικά μικρά, ώστε η λύση του προβλήματος να συγκλίνει [1, 27].

Αν υπάρχει η δυνατότητα αυτόματου καθορισμού των σταδίων φόρτισης από το λογισμικό που χρησιμοποιείται, μπορεί να εφαρμοστεί για μια πρώτη επίλυση στη μη γραμμική ανάλυση. Από αυτή την επίλυση μπορούν να εξαχθούν αρκετά συμπεράσματα για το είδος και τον αριθμό των σταδίων φόρτισης που πρέπει να εφαρμοστούν.

4.6.2 Ελαστοπλαστική συμπεριφορά υλικών σε τρεις διαστάσεις

Για την εφαρμογή των ελαστοπλαστικών καταστατικών μοντέλων σε τρεις διαστάσεις, πρέπει να οριστεί η συμπεριφορά τους σε πολυαξονικό εντατικό πεδίο. Στην τρισδιάστατη εντατική κατάσταση για να περιγραφεί η εντατική κατάσταση σε κάποιο σημείο υπάρχουν έξι ανεξάρτητες μεταβλητές τάσεως και έξι παραμορφώσεως. Η διαδικασία προσαρμογής των καταστατικών εξισώσεων συμπεριφοράς των υλικών, σε περισσότερες της μίας διάστασης είναι πολύπλοκη διαδικασία [1, 20, 27].

Υπάρχουν όμως κάποιες παραδοχές που απλουστεύουν τη διαδικασία αυτή. Αν το υλικό θεωρηθεί ισотροπικό, δηλαδή οι ιδιότητες του είναι ανεξάρτητες από τον προσανατολισμό του υλικού και το όριο διαρροής εξαρτάται μονάχα από το μέγεθος των τάσεων, τότε απλουστεύσεις μπορούν να προκύψουν με τη χρήση σταθερών τάσεως (invariants of stress), και παραμορφώσεων. Όπως είναι γνωστό τρεις σταθερές τάσεων απαιτούνται για την περιγραφή του μεγέθους της τάσης. Αυτές μπορούν να λάβουν τις τιμές των κύριων τάσεων ή συνδυασμό αυτών.

Στις περιπτώσεις της πλαστικότητας η συμπεριφορά περιγράφεται με κάποια μορφή σταδίων όπου η τάση υπολογίζεται ως συσσωρευμένη (accumulated stress) για κάθε στάδιο με βάση τη σταθερή (invariants) παραμόρφωση για το συγκεκριμένο στάδιο. Όταν θεωρείται ελαστοπλαστικό, ισότροπο υλικό, το πρόβλημα απλουστεύεται σημαντικά, αφού οι έξι μεταβλητές τάσεων – παραμορφώσεων μειώνονται σε τρεις. Στην περίπτωση που το υλικό δεν μπορεί να θεωρηθεί ισотροπικό και πρέπει να μοντελοποιηθεί ως ανισотροπικό απαιτούνται έξι μεταβλητές τάσεων – παραμορφώσεων [1, 20, 27].

4.6.3 Συναρτήσεις διαρροής

Η συνάρτηση διαρροής υλικού, περιγράφει τις εντατικές συνθήκες κάτω από τις οποίες το υλικό θα μεταβεί από την ελαστική στην πλαστική συμπεριφορά. Το όριο διαρροής ή κριτήριο αστοχίας, μπορεί να εκφραστεί βάσει των τάσεων, παραμορφώσεων, της ενέργειας παραμόρφωσης κλπ. Η συνάρτηση που ορίζει το όριο διαρροής, δίνεται από τη σχέση [1, 9]:

$$F(\{\sigma\}, \{J\})=0 \quad (4.14)$$

όπου το $\{\sigma\}$ εκφράζει το εντατικό πεδίο και το $\{J\}$ την αντοχή του υλικού σε εφελκυσμό ή θλίψη.

Για την ανάπτυξη τα συνάρτησης διαρροής οι μεταβλητές τα τάσης συνδυάζονται σε μία παράμετρο γνωστή με τον όρο ενεργός τάση (σ_{ef}). Η ενεργός τάση στη συνέχεια συγκρίνεται με το όριο διαρροής (J) βάση κάποιας συνάρτησης. Η μορφή τα συνάρτησης εξαρτάται από την κατηγορία στην οποία ανήκει το υλικό.

Μια τέτοια συνάρτηση διαρροής, η οποία χρησιμοποιείται ευρέως στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, είναι το κριτήριο του Tresca. Ο Tresca θεώρησε κρίσιμο μέγεθος για τη διαρροή των μετάλλων τη μέγιστη διατμητική τάση όταν αυτή πάρει την τιμή τα μέγιστης διατμητικής τάσης διαρροής του υλικού σε απλό εφελκυσμό [1, 9].

$$\tau_{\max} = \pm \sigma_{ys} / 2 \quad (4.15)$$

Μια άλλη συνάρτηση διαρροής είναι το κριτήριο ενέργειας διάτμησης ή κριτήριο του Von Mises. Δηλώνει ότι η διαρροή του υλικού εμφανίζεται όταν η πυκνότητα ενεργειακής παραμόρφωσης σε κάποιο σημείο εξισωθεί με την πυκνότητα ενέργειας διάτμησης στο σημείο διαρροής, κατά τη μονοαξονική θλίψη ή εφελκυσμό. Επομένως το κριτήριο αυτό χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις όπου το δομικό σύστημα που εξετάζεται καταπονείται κυρίως από ένα είδος φόρτισης.

Σε περιπτώσεις πιο πολύπλοκης εντατικής κατάστασης καθώς λαμβάνει υπόψη τις διαφορετικές αντοχές των υλικών σε εφελκυσμό και θλίψη χρησιμοποιείται το κριτήριο του Mohr-Coulomb, σύμφωνα με το οποίο [32]:

$$F = \alpha J_1 + \sqrt{J_2} - \frac{\sigma_{yt}}{\sqrt{3}} \quad (4.16)$$

$$\text{όπου } J_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\sin^2 \varphi}{3(3 + \sin^2 \varphi)}}, \quad \varphi: \text{γωνία εσωτερικής τριβής}$$

$$\sigma_{yt} = c \sqrt{3(1 - 12\alpha^2)}, \quad c: \text{συνοχή του υλικού}$$

Το κριτήριο διαρροής του Mohr-Coulomb χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία.

4.7 Επεξεργασία αποτελεσμάτων

Μετά την επιλογή της ανάλυσης και των παραμέτρων επίλυσης γίνεται η επίλυση του τελικού συστήματος δυσκαμψίας και υπολογίζονται τα τελικά εντατικά μεγέθη (τάσεις, παραμορφώσεις) [27].

Υπάρχουν διάφορα προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων τα οποία χρησιμοποιούνται ευρύτατα στην έρευνα όπως το MSC Nastran, MARC, SAP και ABAQUS. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή έχει χρησιμοποιηθεί το πρόγραμμα MARC (Ver 2004). Τα αποτελέσματα μπορούν να δοθούν είτε γραφικά μέσα από τα προγράμματα μετ-επεξεργασίας είτε με τη μορφή λίστας σε συγκεκριμένο αρχείο ASCII.

Το πρόγραμμα MARC χρησιμοποιείται από το 1971 για αναλύσεις στην αεροδυναμική, ηλεκτρονική, βιομηχανική κλπ.. Το πρόγραμμα αυτό προτείνεται για τη γραμμική και μη γραμμική ανάλυση στη στατική και δυναμική ανάλυση καθώς και στην ανάλυση μεταφοράς θερμότητας. Η μη γραμμικότητα μιας κατασκευής μπορεί να οφείλεται στη συμπεριφορά των υλικών, στη μεγάλη παραμόρφωση ή στις συνοριακές συνθήκες. Τα φυσικά προβλήματα στη μία, δύο ή στις τρεις διαστάσεις μπορούν να μοντελοποιηθούν με τη χρήση διαφόρων τύπων στοιχείων. Αυτά τα στοιχεία παρουσιάζονται ως ζευκτά, δοκάρια, κελύφη και συμπαγή τρισδιάστατα στοιχεία ανάλογα την κατασκευή που προσομοιώνουν.

Για την ευκολότερη εισαγωγή των δεδομένων στο MARC χρησιμοποιείται το πρόγραμμα Mentat. Είναι πρόγραμμα προ-επεξεργασίας για τον ευκολότερο ορισμό από το χρήστη των παραμέτρων ανάλυσης, την διακριτοποίηση, την εισαγωγή των χαρακτηριστικών των υλικών, των συνοριακών συνθηκών και γενικότερα τη δημιουργία του προς ανάλυση μοντέλου και μετ-επεξεργασίας, για την επεξεργασία των αποτελεσμάτων. Η χρήση του Mentat μπορεί να μειώσει σημαντικά την ανθρώπινη προσπάθεια. Η γραφική παρουσίαση των δεδομένων μειώνει επιπλέον την πιθανότητα λάθους προσφέροντας ένα αποτελεσματικό τρόπο μεγάλης ακρίβειας [27]. Το MARC, στην μετ-επεξεργασία, όπου λαμβάνει χώρα η επεξεργασία των αποτελεσμάτων για να παρασταθούν στο μοντέλο οι τάσεις και οι παραμορφώσεις, παριστά και γραφικά αυτές τις αριθμητικές τιμές σε πολύχρωμες απεικονίσεις ώστε να είναι καλύτερα κατανοητές από τον μελετητή [1].

4.8 Μειονεκτήματα της μεθόδου

Δεν υπάρχει κάποια μεθοδολογία που να επιτρέπει αναλυτική, μελέτη των αποτελεσμάτων αλλάζοντας διάφορες παραμέτρους του προβλήματος. Για την ορθή λύση του προβλήματος η σωστή επιλογή και προπάντων η σωστή χρήση του προγράμματος βοηθά να καταλήξει κανείς σε αξιόπιστα αποτελέσματα. Επίσης η σωστή επιλογή υπολογιστή μεγάλης ταχύτητας και χωρητικότητας είναι απαραίτητη. Απαιτείται εμπειρία και καλή γνώση της μηχανικής για να κατασκευαστεί μία σωστή διακριτοποίηση που θα περιγράφει, με ακρίβεια τη μηχανική συμπεριφορά της κατασκευής [1, 27].

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων προγραμματίζεται σε υπολογιστές μεγάλης ταχύτητας και χωρητικότητας. Η σημασία της μεθόδου θα ήταν πολύ μικρή, εάν δεν υπήρχαν υπολογιστές μεγάλης ικανότητας που θα μπορούσαν να λύσουν τις σύνθετες περιπτώσεις προβλημάτων που αντιμετωπίζονται στην πράξη.

4.9 Ακρίβεια της μεθόδου

Η θεωρητική ακρίβεια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων εξαρτάται από τους παρακάτω παράγοντες [1, 27]:

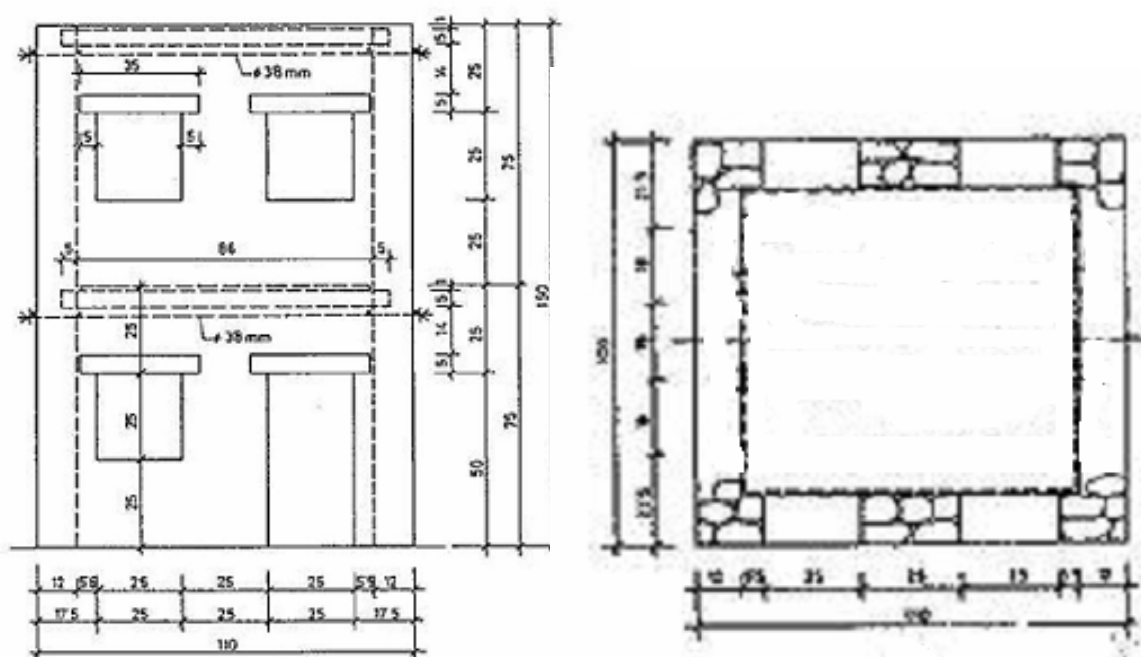
- Τον τύπο του στοιχείου, δηλαδή τον αριθμό των κόμβων και των βαθμών ελευθερίας ανά κόμβο, τον αριθμό των κομβικών παρεμβολών και τον βαθμό του πολυωνύμου.
- Τον τύπο του κανάβου, δηλαδή αραιός ή πυκνός.
- Την ύπαρξη ανωμαλιών στο εξεταζόμενο πρόβλημα, πχ ρωγμές.
- Τον τρόπο υπολογισμού των κομβικών φορτίων και γενικά τον τρόπο εισαγωγής των συνοριακών συνθηκών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

Ενίσχυση κτιρίου από φέρουσα τοιχοποιία με φορέα οπλισμένου σκυροδέματος.

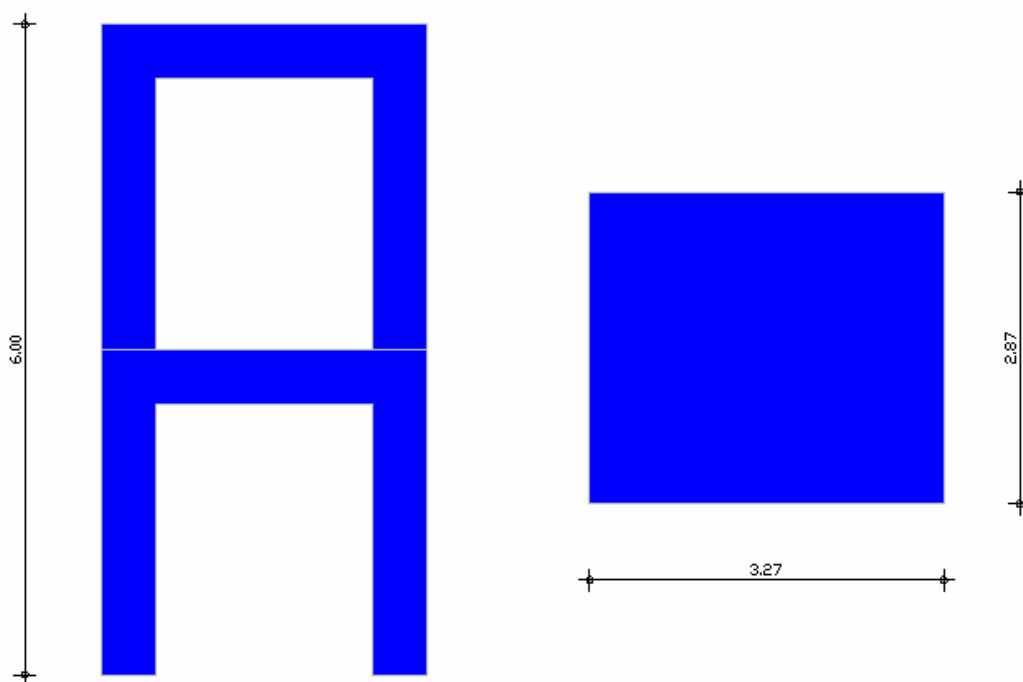
5.1 Περιγραφή προβλήματος (γεωμετρία, υλικά, συνοριακές συνθήκες)

Το αρχικό μοντέλο που επιλέχθηκε να μελετηθεί βασίζεται στην έρευνα του Micha Tomazevic. Πρόκειται για διώροφο μοντέλο από πέτρα και κονίαμα (τσιμέντο: ασβέστης: άμμος, 0,5:4:12). Οι διαστάσεις του μοντέλου είναι : μήκος=4,40 μ , πλάτος=4,00 μ & ύψος=6,00 μ, (Σχ.5.1α)



Σχ. 5.1α Όψη και κάτοψη Μοντέλου 1

Το μοντέλο που τοποθετείται στο εσωτερικό του αρχικού φορέα είναι μία διώροφη κατασκευή οπλισμένου σκυροδέματος (Μοντέλο 2), με ύψος ορόφου 3,00m, ορθογώνια υποστυλώματα διαστάσεων 50cm x 50cm, δοκάρια 25cm x 50cm και πλάκες πάχους 0,15cm (σχ. 5.1β).



Σχ. 5.1β Όψη και κάτοψη Μοντέλου 2.

Τα μοντέλα που εξετάζονται είναι τα ακόλουθα:

Μοντέλο 1: κατασκευή από φέρουσα λιθοδομή (Σχ. 5.2α).

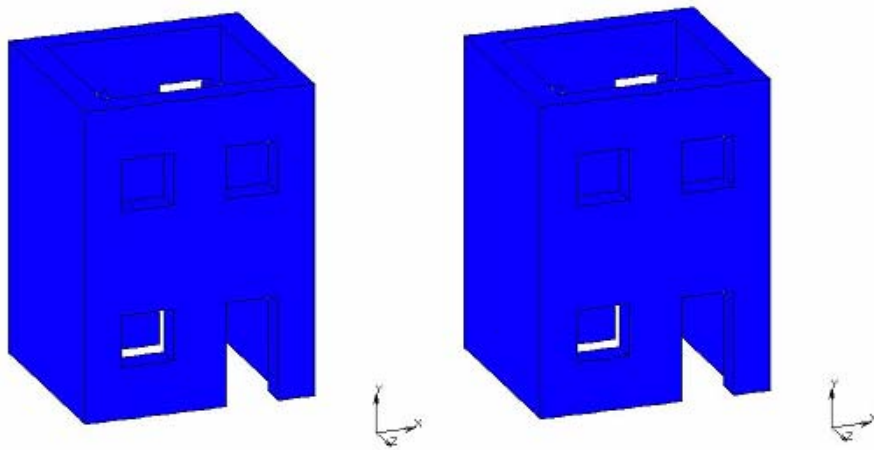
Μοντέλο 2: φορέας από οπλισμένο σκυρόδεμα (ο οποίος τοποθετείται στο εσωτερικό της κατασκευής από φέρουσα τοιχοποιία) (Σχ. 5.2β).

Μοντέλο 3: σύνθετος φορέας αποτελούμενος από τα μοντέλα 1 & 2 (Σχ. 5.2γ).

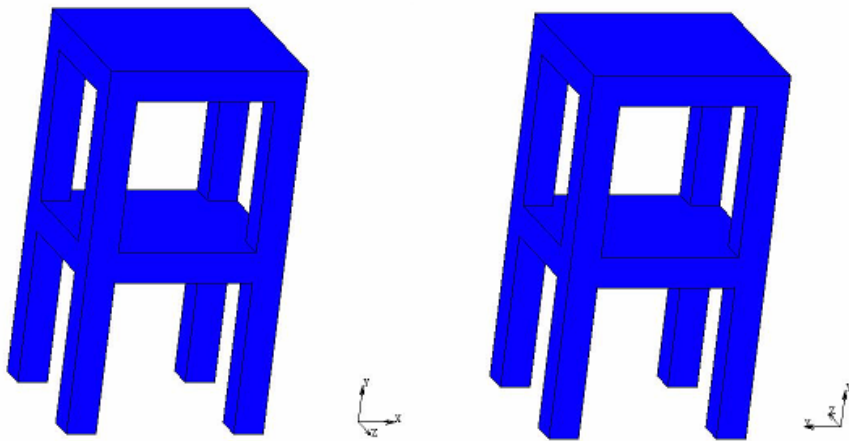
5.1.1 Προσομοίωση σύνδεσης των δύο φορέων

Η μεταφορά των φορτίων μεταξύ των δύο φορέων γίνεται μέσω της διεπιφάνειας. Η σύνδεσή τους θεωρήθηκε είτε να είναι πλήρης για την περίπτωση καλής προετοιμασίας κατά την σκυροδέτηση και την τοποθέτηση επαρκούς οπλισμού κάθετου στην ένωση με αποτέλεσμα την πλήρη συνεργασία και μεταφορά των φορτίων, είτε να υπάρχει δυνατότητα σχετικής μετακίνησης – τριβής ή και απομάκρυνσης των δύο φορέων για την περίπτωση ανεπαρκούς οπλισμού κάθετου στην ένωση καθώς και μικρή πρόσφυση μεταξύ της τοιχοποιίας και του σκυροδέματος.

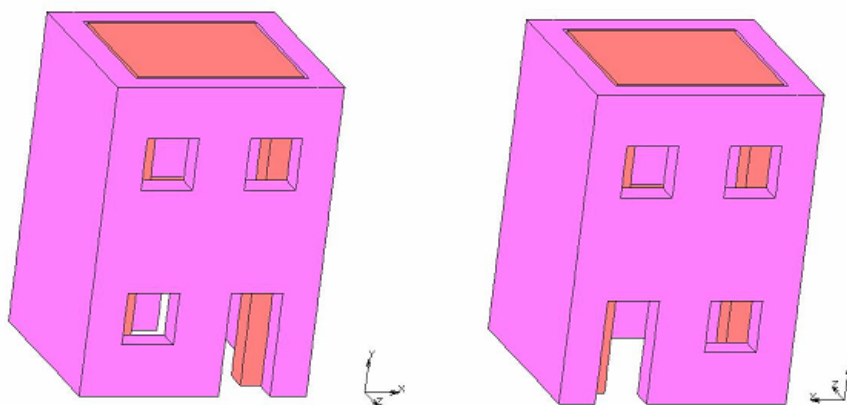
α.



β.



γ.



Σχ. 5.2 α. Μοντέλο 1, β. Μοντέλο 2, γ. Μοντέλο 3.

Στην περίπτωση πλήρους σύνδεσης, τα δύο σώματα είναι κολλημένα μεταξύ τους. Αυτό σημαίνει ότι οι κόμβοι που έρχονται σε επαφή δεν επιτρέπεται ούτε να χωρίσουν αλλά και ούτε να αναπτύξουν σχετική εφαπτομενική κίνηση. (Τα δύο σώματα συμπεριφέρονται σαν ένα.)

Για την δεύτερη περίπτωση αριθμητικά μοντέλα μονόπλευρης επαφής-τριβής χρησιμοποιήθηκαν για την προσομοίωση των φαινομένων που αναπτύσσονται στην περίπτωση αστοχίας της διεπιφάνειας.

Στις παραμέτρους που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση των προβλημάτων επαφής συμπεριλαμβάνονται τα στοιχεία ανάλυσης των προβλημάτων, δηλαδή ορισμός των σωμάτων, περιοχή πιθανής επαφής σωμάτων, μοντέλο και διαδικασία επαφής, ανοχή ορίων επαφής και διαδικασία αποχωρισμού. Τα προβλήματα επαφής και τριβής οδηγούν σε μη-γραμμικές συνοριακές συνθήκες. Η αριθμητική μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε στον σχεδιασμό των σωμάτων επαφής είναι η Slide - line contact method. Ανοίγμα και κλείσιμο διεπιφανειών περιγράφουν τις συνθήκες επαφής και αποχωρισμού δύο κατασκευών και εξαρτώνται από τις μετακινήσεις των κατασκευών. Για την συμβατότητα μεταξύ των επιφανειακών μετακινήσεων των σωμάτων που έρχονται σε επαφή χρησιμοποιήθηκε μία προσέγγιση με τους πολλαπλασιαστές Lagrange. Η τριβή επηρεάζει τις σχέσεις διεπιφανειών μεταξύ κατασκευών (Coulomb's law of friction).

5.1.2 Μοντέλα που αναλύθηκαν

Επιλέχθηκαν να μελετηθούν φορείς από ελαστικά και ελαστοπλαστικά υλικά, καθώς επίσης και δύο τρόποι σύνδεσης, όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, δηλαδή συνθήκες πλήρους σύνδεσης και σύνδεση σε επαφή με δυνατότητα τριβής. Έτσι, από τον συνδυασμό υλικών και τρόπων σύνδεσης προέκυψαν τα παρακάτω μοντέλα, όπου και εξετάστηκαν:

Μοντέλο 1a: Φορέας από φέρουσα λιθοδομή και ανάλυση θεωρώντας γραμμικά ελαστική συμπεριφορά υλικού.

Μοντέλο 2 : Φορέας από οπλισμένο σκυρόδεμα.

Μοντέλο 3a1: Σύνθετος φορέας με σύνδεση σε επαφή και ανάλυση θεωρώντας γραμμικά ελαστική συμπεριφορά υλικού.

Μοντέλο 3a2: Σύνθετος φορέας με πλήρη σύνδεση και ανάλυση θεωρώντας γραμμικά ελαστική συμπεριφορά υλικού.

Μοντέλο 1b: Φορέας από φέρουσα λιθοδομή και ανάλυση θεωρώντας ελαστο-πλαστική συμπεριφορά υλικού.

Μοντέλο 3b1: Σύνθετος φορέας με σύνδεση σε επαφή και ανάλυση θεωρώντας ελαστο-πλαστική συμπεριφορά υλικού.

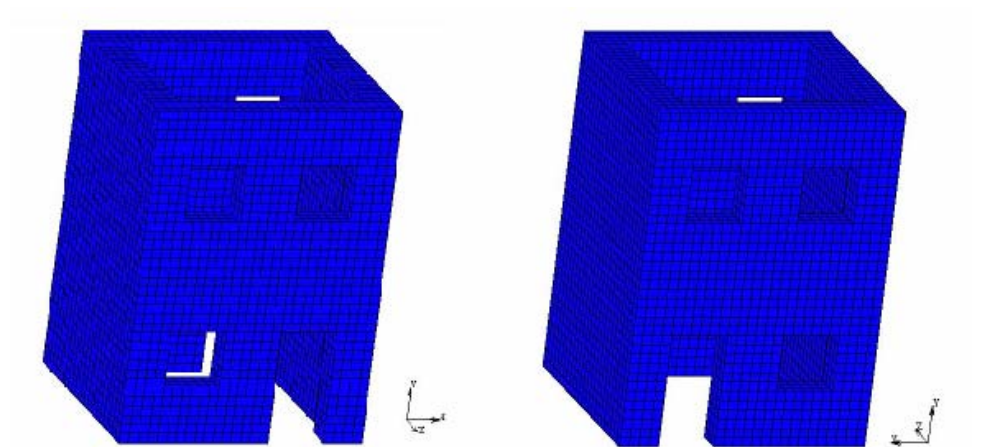
Για την μοντελοποίηση και την ανάλυση επιλέχθηκε η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Το πεπερασμένο στοιχείο που χρησιμοποιήθηκε είναι τριών διαστάσεων, οκτακομβικό, ισοπαραμετρικό, εξαεδρικό, με τρεις βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο. Έτσι, για κάθε μοντέλο έχουμε:

Μοντέλο 1: 8.396 στοιχεία & 11.944 κόμβοι (Σχ.5.3)

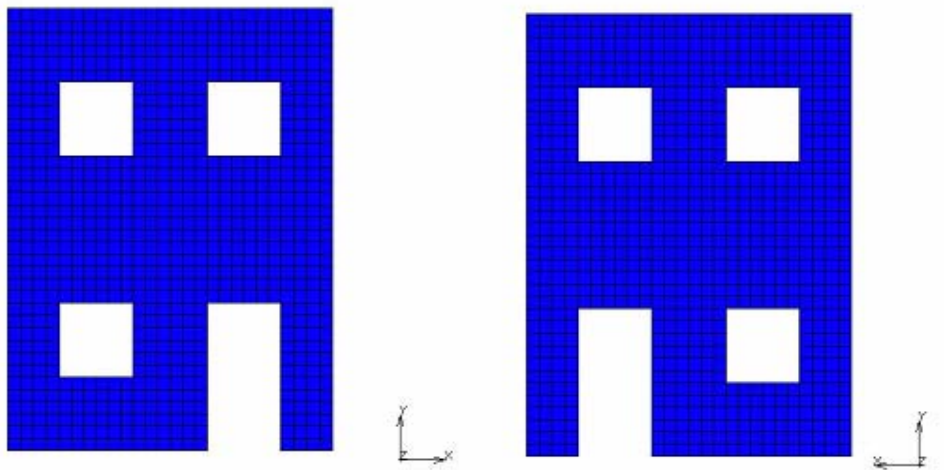
Μοντέλο 2: 2.248 στοιχεία & 4.068 κόμβοι (Σχ.5.4)

Μοντέλο 3: 10.644 στοιχεία & 16.012 κόμβοι (Σχ.5.5)

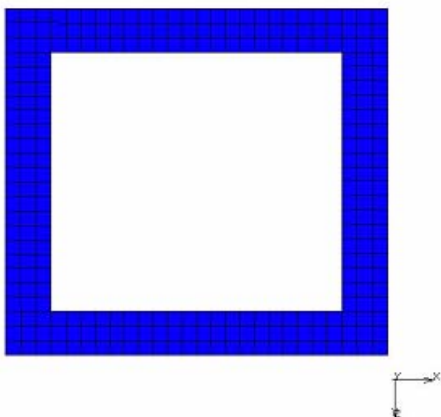
α.



β.



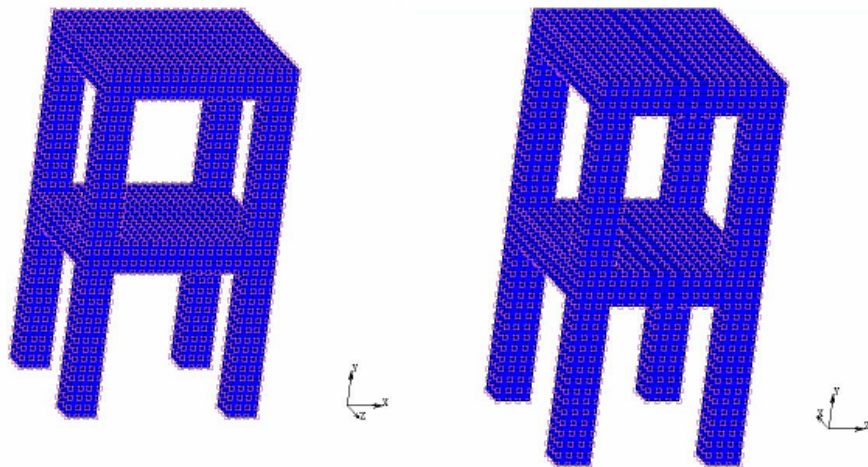
γ.



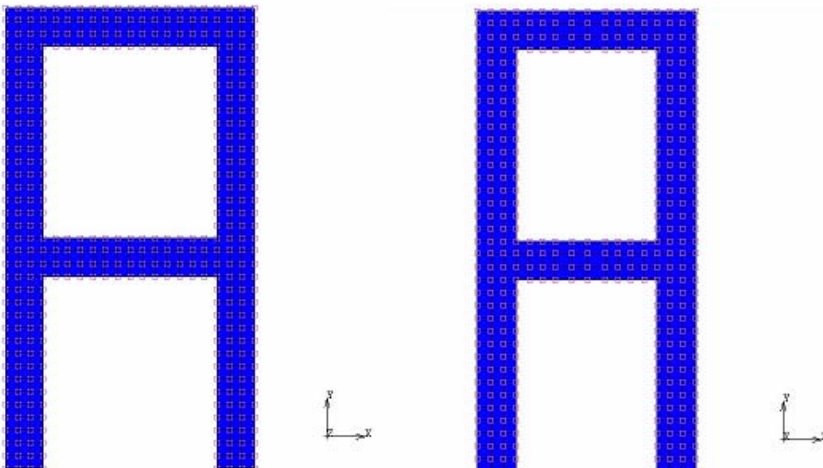
Σχ. 5.3 Διακριτοποίηση Μοντέλου 1

α. όψεις τριών διαστάσεων, β. όψεις XY & ZY , γ. κάτοψη .

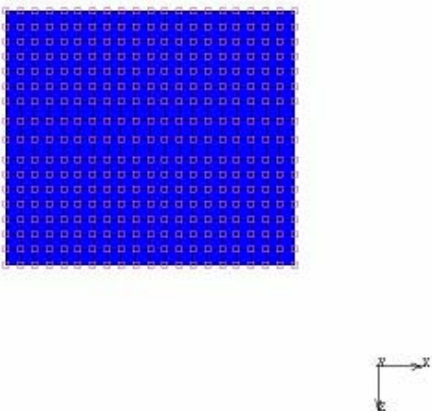
α.



β.



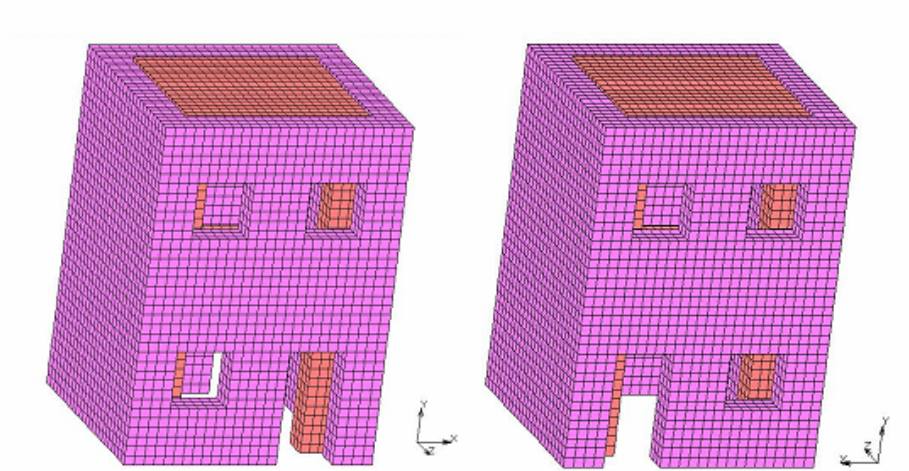
γ.



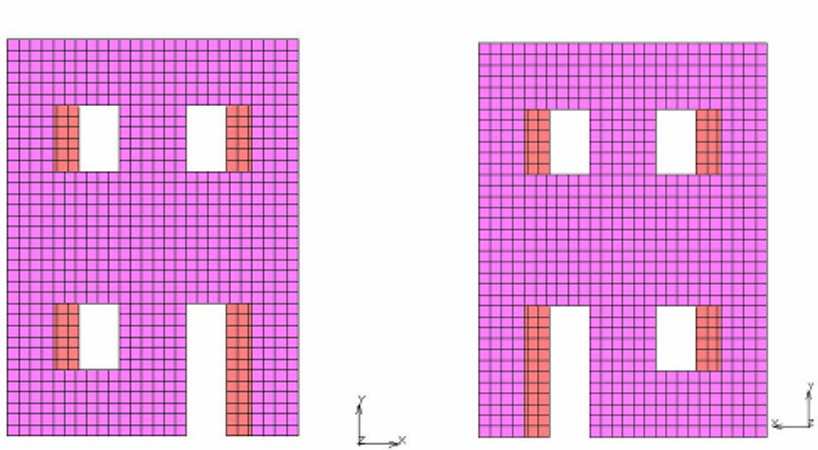
Σχ 5..4 Διακριτοποίηση Μοντέλου 2

α.όψεις τριών διαστάσεων, β. όψεις XY & ZY, γ.κάτοψη .

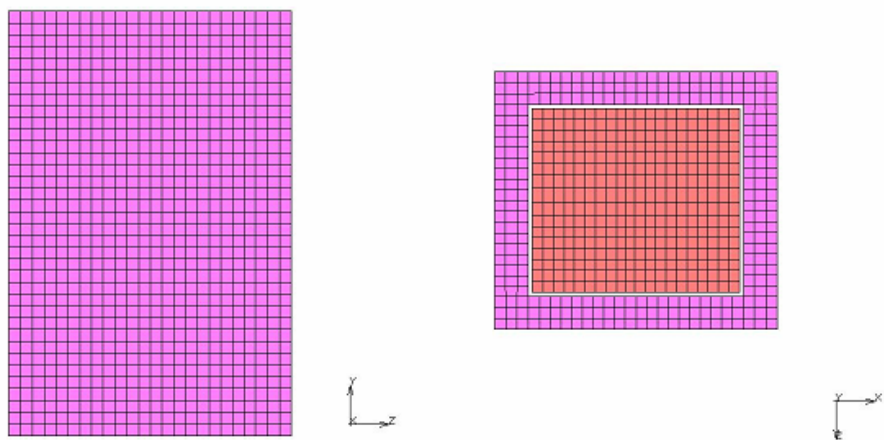
α.



β.



γ.



Σχ. 5.5 Διακριτοποίηση Μοντέλου 3 α. όψεις τριών διαστάσεων, β. όψεις XY & ZY , γ. όψη & κάτοψη .

5.1.3 Υλικά

Τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν θεωρούνται ομογενή και ισότροπα. Το κριτήριο αστοχίας που χρησιμοποιήθηκε για την τοιχοποιία είναι το παραβολικό Mohr-Coulomb [32]. Στον πίνακα 5.1 δίνονται οι ιδιότητες των υλικών των μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν:

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.1 Ιδιότητες των υλικών των μοντέλων					
Είδος Υλικού	Μέτρο Ελαστικότητας (GPa)	Λόγος Poisson	Φαινόμενη Πυκνότητα (kg/m ³)	Αντοχή σε εφελκυσμό (MPa)	Αντοχή σε θλίψη (MPa)
Τοιχοποιία	8,82	0,15	1700	0,935	0,231
Οπλ. Σκυρόδεμα	2,9	0,10	2500		

5.1.4 Φορτίσεις

Τα μοντέλα θεωρήθηκαν αρχικά πακτωμένα στη βάση τους (Σχ. 5.6] όπου και στην πραγματικότητα υπάρχει η θεμελίωση. Έτσι, υφίστανται μηδενικές μετακινήσεις κατά τους άξονες X, Y, και Z στους κόμβους της βάσης τους. Στη συνέχεια αποδεσμεύτηκε ένας βαθμός ελευθερίας κάθε φορά έτσι ώστε να εφαρμοστεί δυναμική μετατόπιση στην βάση.

5.1.5 Περιπτώσεις ανάλυσης

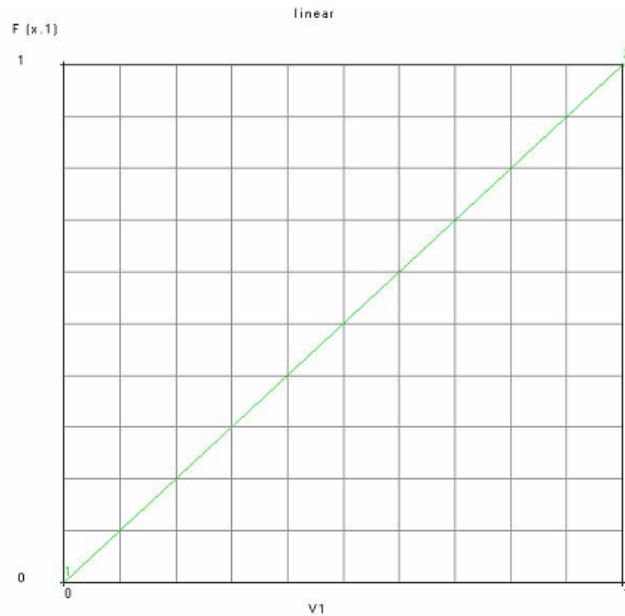
Αρχικά, στα μοντέλα γίνεται ιδιομορφική ανάλυση, για τον υπολογισμό των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών των μοντέλων. Η πρώτη ιδιοσυχνότητα χρησιμοποιείται στην συνέχεια για τον υπολογισμό της δυναμικής φόρτισης. Αρχικά θεωρήθηκε γραμμική μεταβολή της διέγερσης βάσης, και στην συνέχεια ημιτονοειδής μεταβολή. Οι διέγερση βάσης εφαρμόστηκε χωριστά στις δύο κύριες οριζόντιες διευθύνσεις του μοντέλου (X και Z).

Οι περιπτώσεις που εξετάστηκαν παρουσιάζονται αναλυτικότερα παρακάτω:

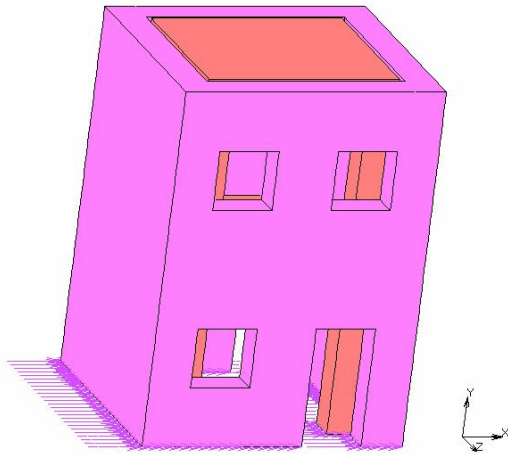
- Μετατόπιση βάσης γραμμικά μεταβαλλόμενη κατά τον άξονα X
- Μετατόπιση βάσης ημιτονοειδής κατά τον άξονα X

- Μετατόπιση βάσης ημιτονοειδής κατά τον άξονα Z
- Μετατόπιση βάσης ημιτονοειδής κατά τον άξονα Z, μεγαλύτερης έντασης.

Η γραμμικά μεταβαλλόμενη διέγερση βάσης (Σχ. 5.6) και εφαρμόζεται στη βάση κάθετα στις πλευρές που παρουσιάζουν ανοίγματα (Σχ. 5.7).

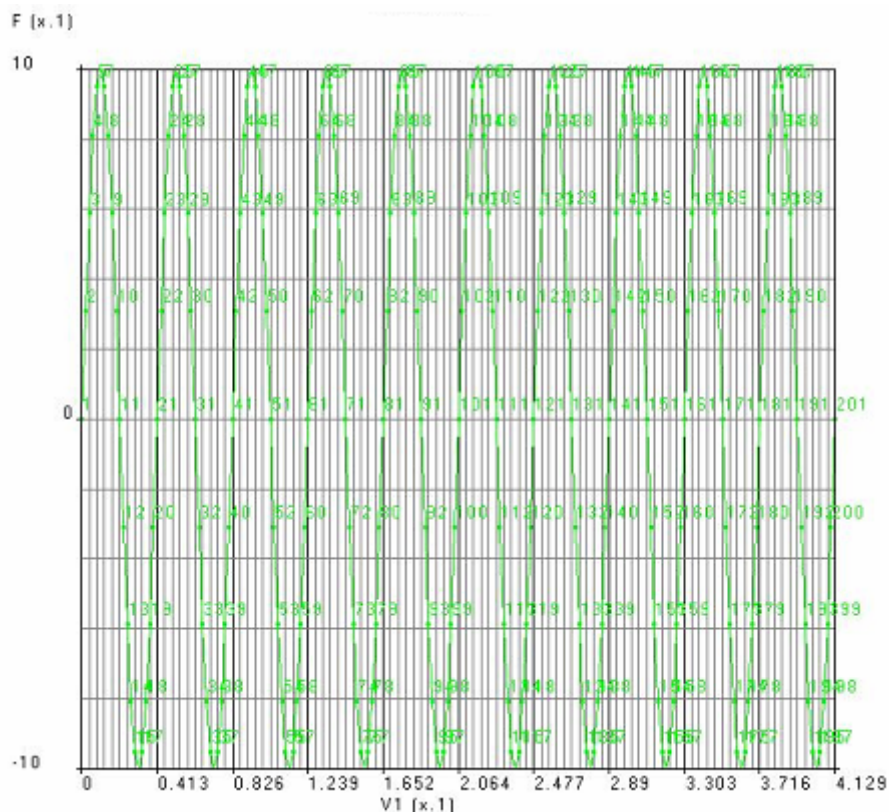


Σχ. 5.6 Γραφική παράσταση γραμμικά μεταβαλλόμενης διέγερσης.



Σχ. 5.7 Γραμμική φόρτιση κατά τον άξονα X.

Η ημιτονοειδής μεταβαλλόμενη διέγερση βάσης (Σχ. 5.8) εφαρμόζεται στη βάση κάθετα (άξονας X) και παράλληλα (άξονας Z) στις πλευρές που παρουσιάζουν ανοίγματα (Σχ. 5.7).



Σχ. 5.8 Γραφική παράσταση ημιτονοειδούς μεταβαλλόμενης διέγερσης.

5.2 Μεθοδολογία ανάλυσης

Τα μοντέλα υποβλήθηκαν σε μη γραμμική δυναμική ανάλυση στο χρόνο. Η διαδικασία στη μη γραμμική ανάλυση επιτυγχάνεται με τη βηματική επιβολή φορτίου όπου σε κάθε βήμα πραγματοποιείται ανάλυση για το ποσοστό του φορτίου που έχει επιβληθεί, μέχρι να επιβληθεί και το 100% του φορτίου [15].

Η μέθοδος ολοκλήρωσης που χρησιμοποιείται είναι η μέθοδος Newton Raphson (Full Newton Raphson) κατά την οποία σε κάθε στάδιο η εφαπτομενική ακαμψία αναπροσαρμόζεται ώστε να προσεγγίσει καλύτερα το μέτρο ακαμψίας [15].

5.3 Αποτελέσματα

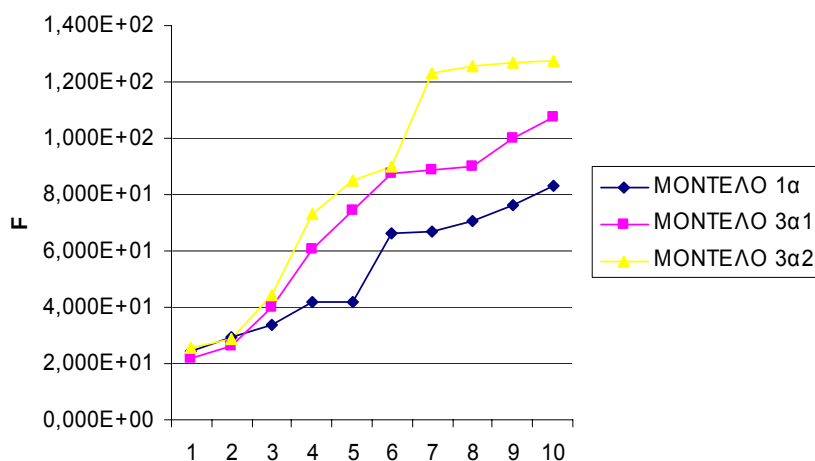
5.3.1 Ιδιομορφική ανάλυση

Στον πίνακα 5.2, δίνονται οι συχνότητες (Hertz) που υπολογίστηκαν από την ιδιομορφική ανάλυση για τα μοντέλα που μελετήθηκαν. Τα αποτελέσματα δίνονται συγκριτικά για την περίπτωση γραμμικού και ελαστοπλαστικού υλικού τοιχοποιίας σε δύο αντίστοιχα διαγράμματα, όπου και είναι εμφανής η αύξηση της ιδιοσυχνότητας

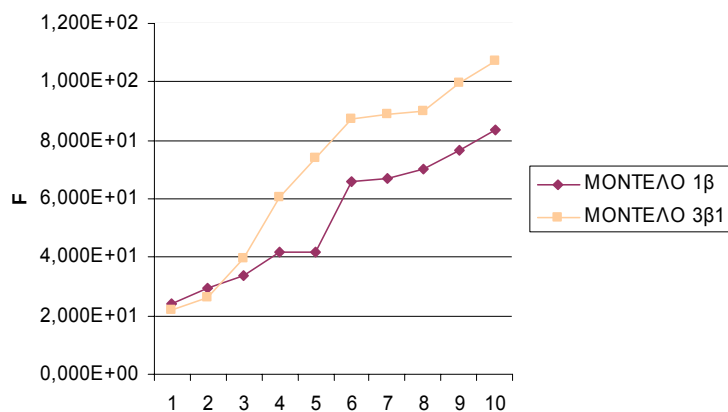
όταν προστεθεί εσωτερικά ο φορέας σκυροδέματος (Μοντέλο 3α2), καθώς και η επίδραση του φαινομένου τριβής (Μοντέλο 3α1).

Πίνακας 5.2 Συχνότητες των δέκα πρώτων ιδιομορφών για όλα τα μοντέλα.

ΙΔΙΟΜΟΡΦΕΣ	ΜΟΝΤΕΛΟ 1α	ΜΟΝΤΕΛΟ 1β	ΜΟΝΤΕΛΟ 2	ΜΟΝΤΕΛΟ 3α1	ΜΟΝΤΕΛΟ 3α2	ΜΟΝΤΕΛΟ 3β1
F1	2,422E+01	2,422E+01	1,290E+01	2,176E+01	2,557E+01	2,176E+01
F2	2,923E+01	2,923E+01	1,358E+01	2,619E+01	2,858E+01	2,619E+01
F3	3,381E+01	3,381E+01	1,884E+01	3,978E+01	4,407E+01	3,978E+01
F4	4,169E+01	4,169E+01	4,115E+01	6,064E+01	7,300E+01	6,064E+01
F5	4,200E+01	4,200E+01	4,284E+01	7,411E+01	8,484E+01	7,411E+01
F6	6,599E+01	6,599E+01	5,675E+01	8,731E+01	8,992E+01	8,731E+01
F7	6,690E+01	6,690E+01	8,109E+01	8,880E+01	1,231E+02	8,880E+01
F8	7,034E+01	7,034E+01	9,337E+01	8,988E+01	1,256E+02	8,988E+01
F9	7,638E+01	7,638E+01	1,023E+02	9,991E+01	1,269E+02	9,991E+01
F10	8,342E+01	8,342E+01	1,060E+02	1,073E+02	1,276E+02	1,073E+02



Σχ. 5.9 Γραφική παράσταση συχνοτήτων ανά ιδιομορφή για τα Μοντέλα 1α, 3α1 και 3α2.



Σχ. 5.10 Γραφική παράσταση συχνοτήτων ανά ιδιομορφή για τα Μοντέλα 1β και 3β1.

5.3.2 Αποτελέσματα δυναμικής ανάλυσης λόγω διέγερσης βάσης.

Για κάθε μία από τις φορτίσεις εξετάζονται οι ισοδύναμες ολικές παραμορφώσεις, οι μέγιστες κύριες τάσεις και οι ολικές μετατοπίσεις των μοντέλων. Θέτουμε την ίδια κατώτερη και ανώτερη τιμή σε όλα τα μοντέλα έτσι ώστε οι διαφορές στα μοντέλα να είναι ευδιάκριτες με τις χρωματικές απεικονίσεις.

5.3.2.1 Μετατόπιση βάσης γραμμικά μεταβαλλόμενη κατά τον άξονα X

Όσον αφορά στη γραμμική φόρτιση (Σχ. 5.11.1, 2, 3) παρατηρούμε ότι τα μοντέλα δεν αναπτύσσουν μεγάλες παραμορφώσεις (μικρής τάξεως). Από τις χρωματικές απεικονίσεις φαίνεται ότι οι σύνθετοι φορείς παρουσιάζουν περιορισμό των παραμορφώσεων και στις πλευρές με τα ανοίγματα (πλευρά παράλληλη με την διεύθυνση της φόρτισης), αλλά και στην πλευρά χωρίς ανοίγματα (κάθετη στην φόρτιση), υπό την επίδραση της συγκεκριμένης διέγερσης, σε σχέση με τον αρχικό φορέα. Οι περιοχές με τις μεγαλύτερες παραμορφώσεις εντοπίζονται γύρω από τα ανοίγματα. Επίσης, παρατηρούμε ότι το ισόγειο παρουσιάζει μεγαλύτερες παραμορφώσεις από τον όροφο. Στην περίπτωση σύνδεσης με μερική αποκόλληση δεν έχει ενεργοποιηθεί το φαινόμενο της τριβής.

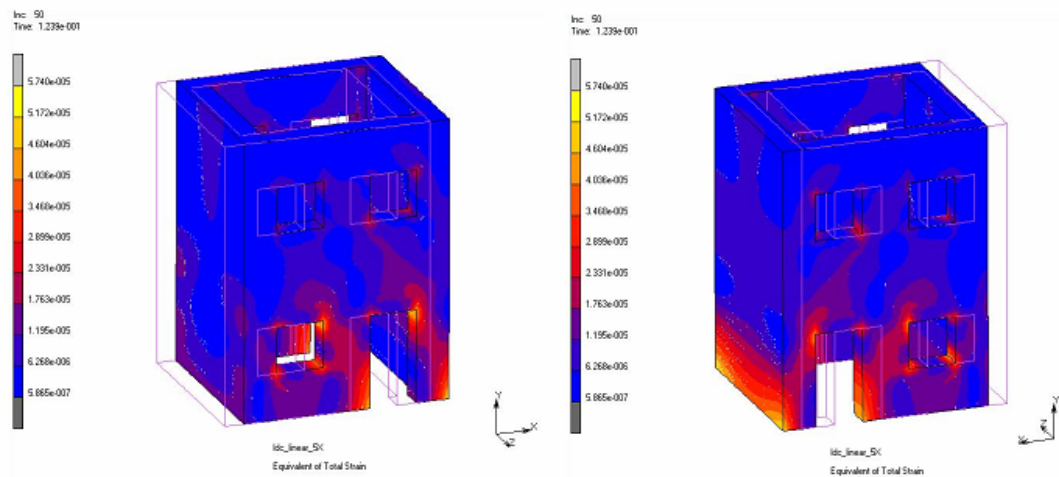
Στη συνέχεια επιλέχθηκαν να μελετηθούν οι παρακάτω καθ' ύψος τομές για την σχεδίαση συγκριτικών διαγραμμάτων μεταξύ των μοντέλων:

τομή 3: στο μέσο της πλευράς με τα ανοίγματα

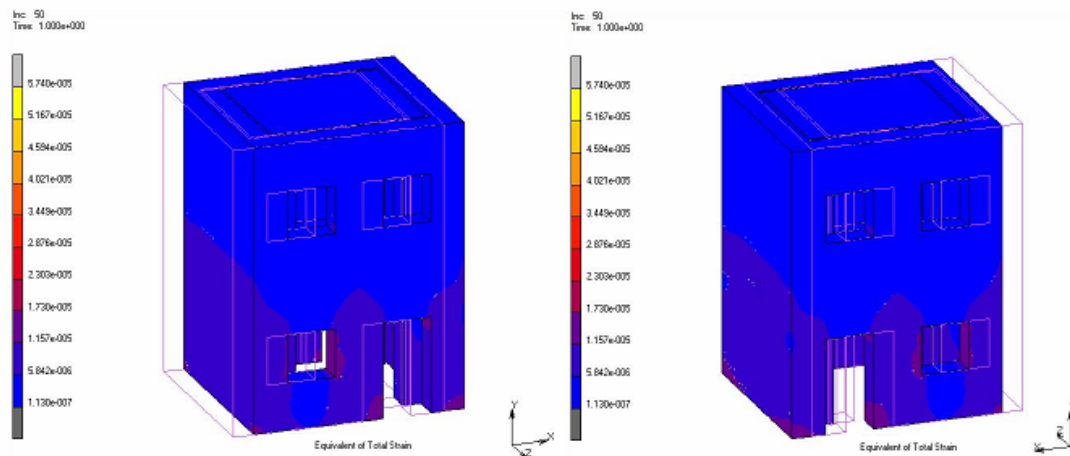
τομή 4: στο 2^ο άνοιγμα της πλευράς με τα ανοίγματα

Παρατηρώντας τα Σχ. 5.11.4 -5 όπου δίνεται η χρονοϊστορία μετατοπίσεων της τομής 3 & 4, διαπιστώνουμε αρχικά ότι εμφανίζεται παρόμοια συμπεριφορά στα ελαστικά και ελαστοπλαστικά μοντέλα. Μία δεύτερη διαπίστωση που κάνουμε είναι ότι οι σύνθετοι φορείς περιορίζουν τις μετατοπίσεις σε σχέση με τους αρχικούς και αυτό παρατηρείται πιο έντονα στο Μοντέλο M3a2, όπου έχουμε πλήρη σύνδεση.

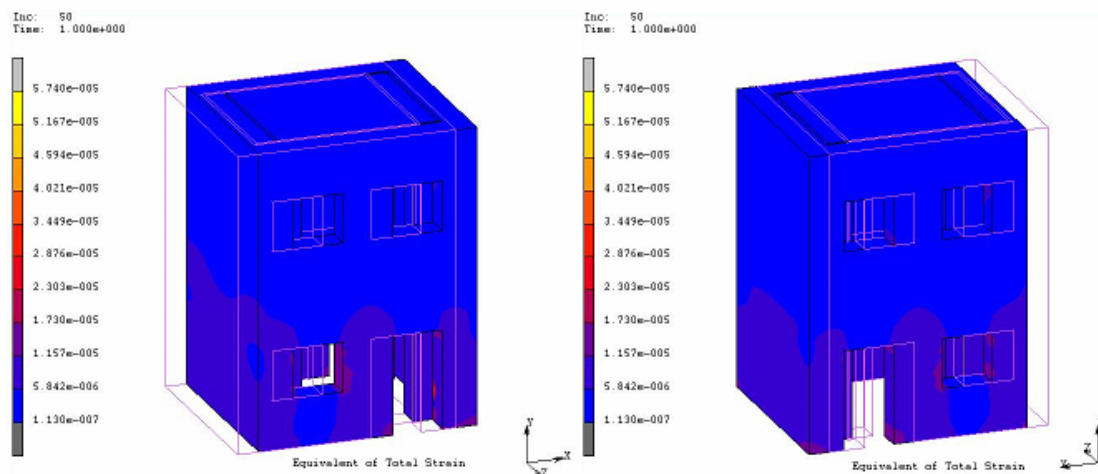
α.



β.

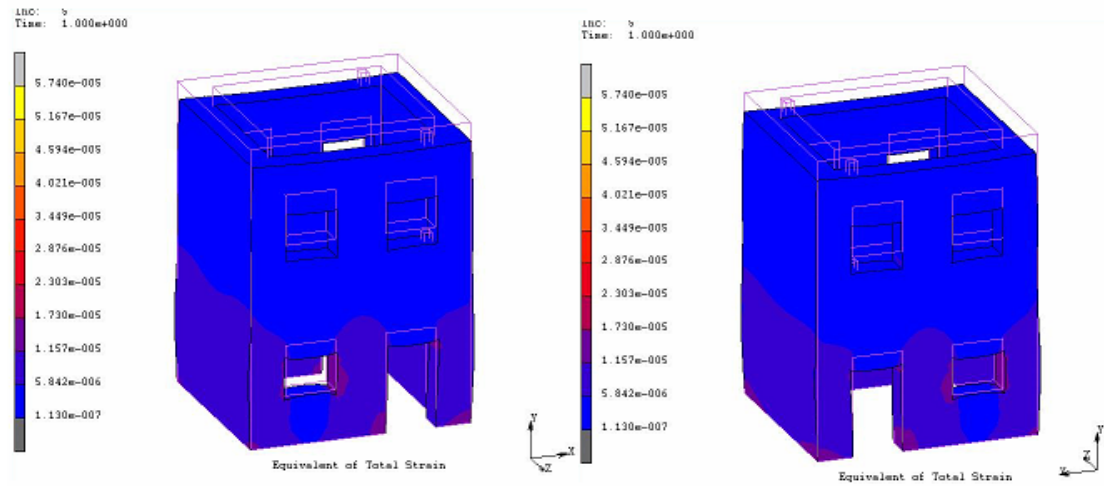


γ.

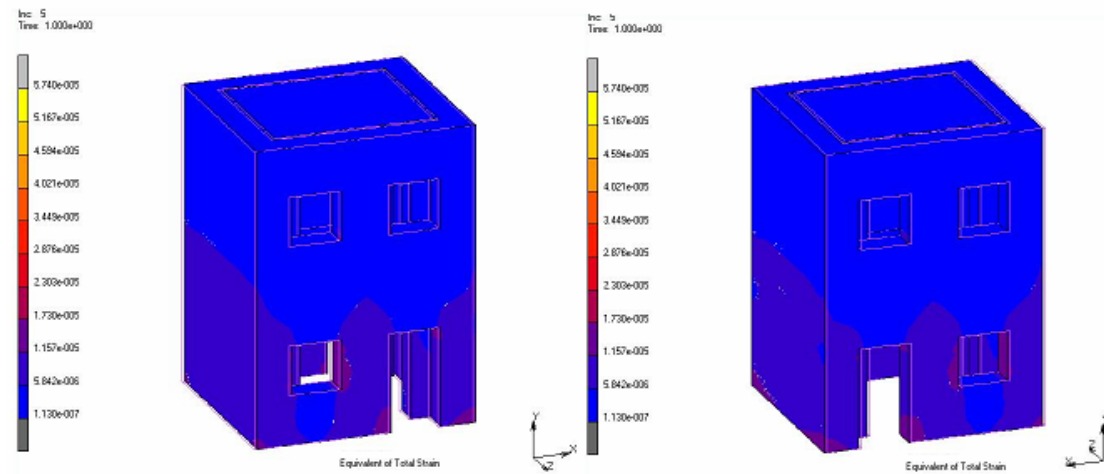


Σχ. 5.11.1.α Ισοδύναμη ολική παραμόρφωση Μοντέλου α)1α1, β)3α1 & γ)3α2 στο τέλος της γραμμικής φόρτισης κατά τον άξονα X.

α.

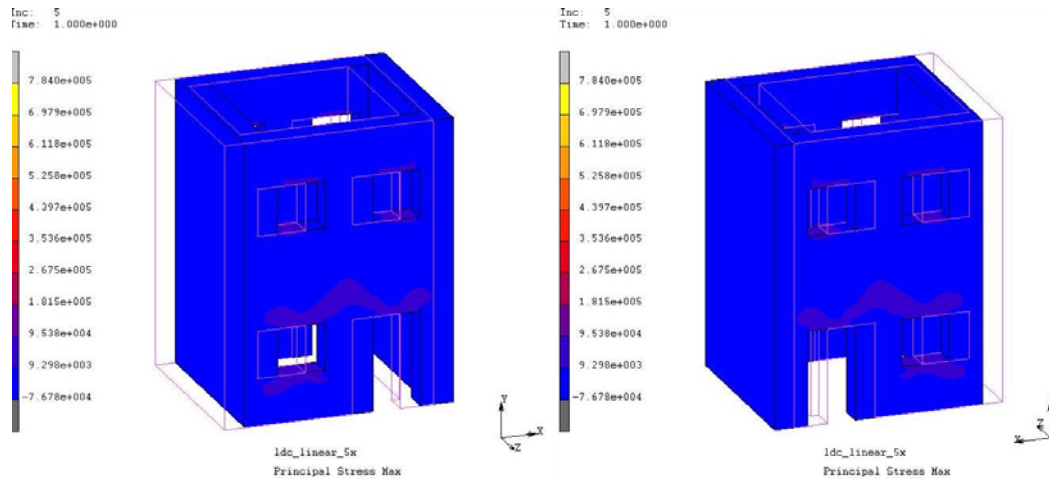


β.

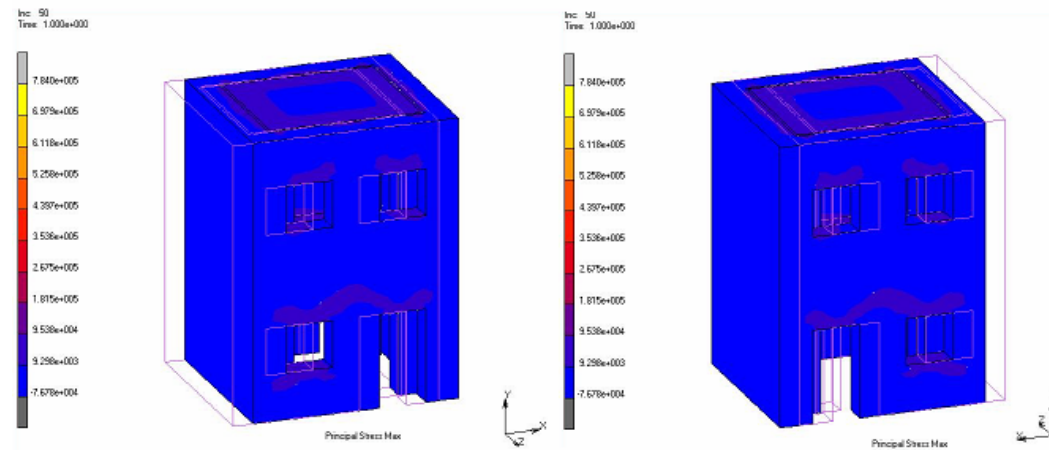


Σχ. 5.11.1.β Ισοδύναμη ολική παραμόρφωση Μοντέλου α)1β & β)3β στο τέλος της γραμμικής φόρτισης κατά τον άξονα X.

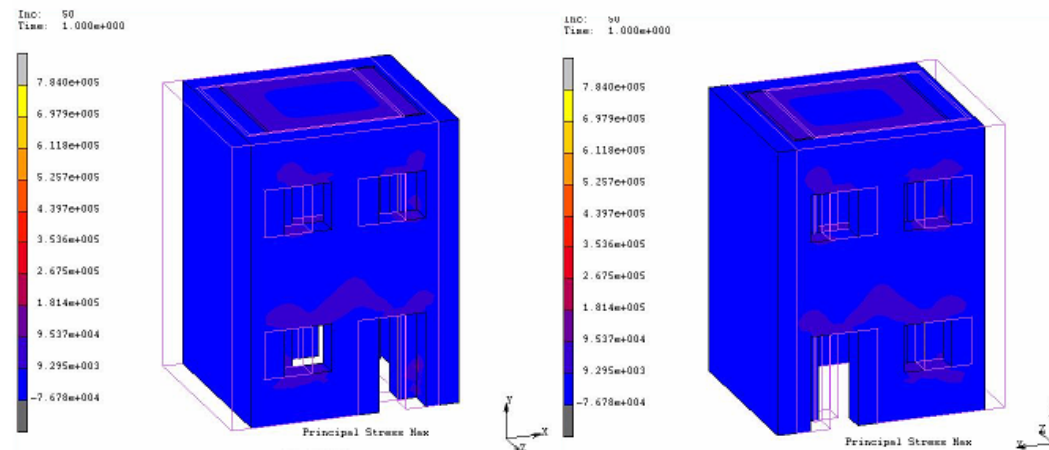
α.



β.

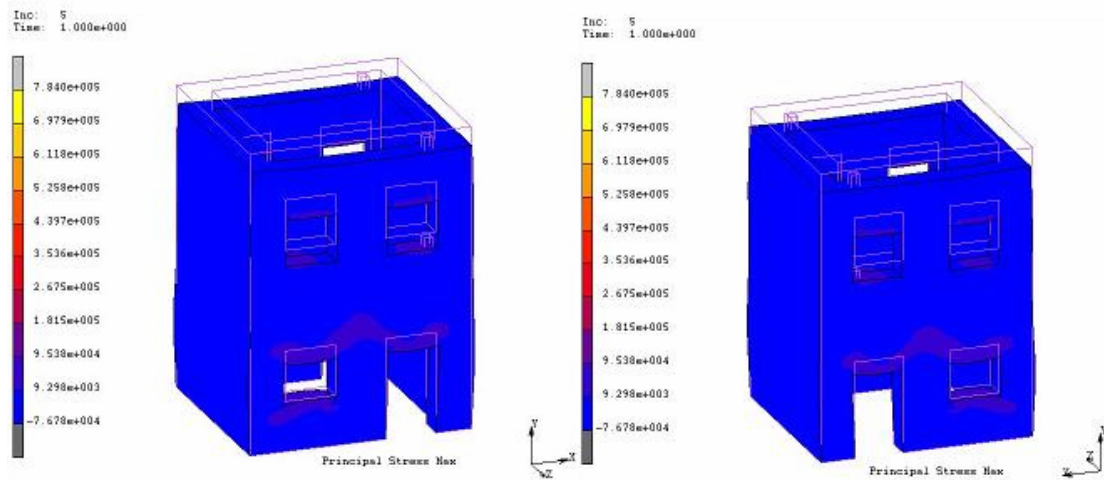


γ.

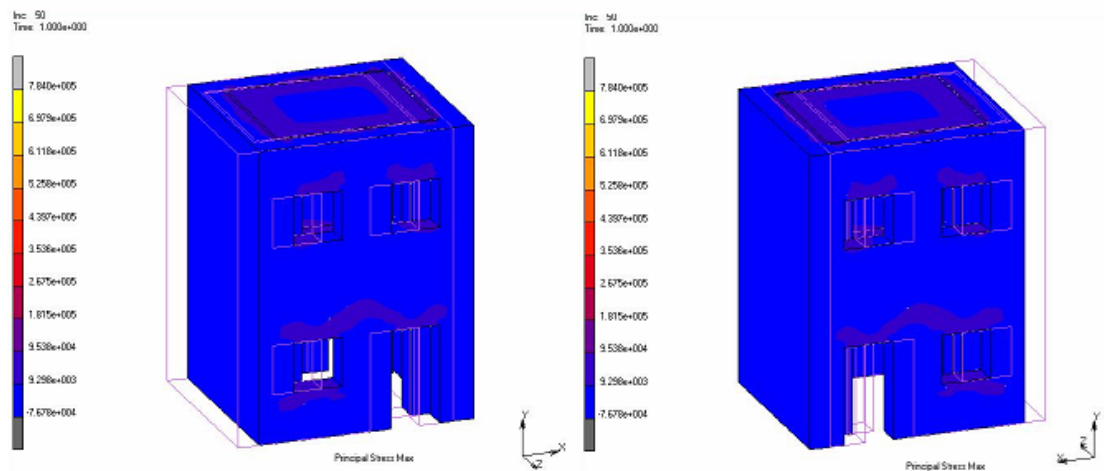


Σχ. 5.11.2.α Μέγιστη κύρια τάση του Μοντέλου α)1α1, β)3α1 & γ)3α2 στο τέλος της γραμμικής φόρτισης κατά τον άξονα X.

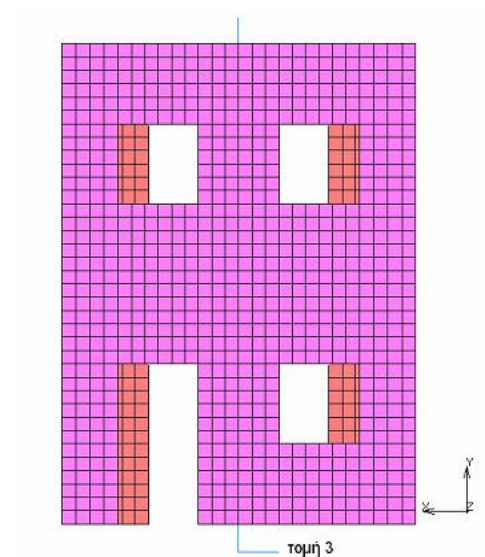
α.



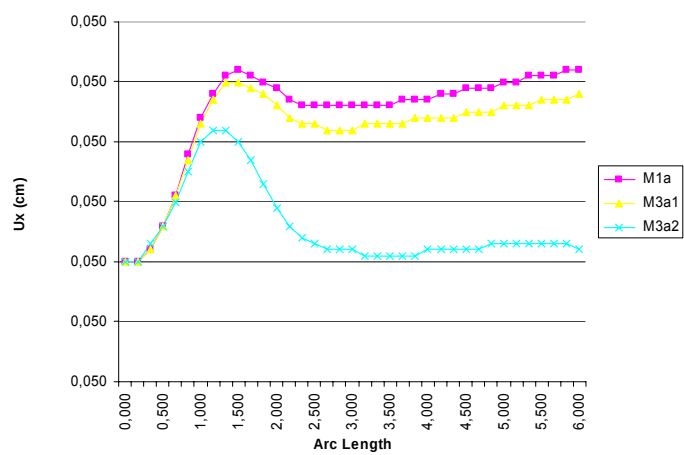
β.



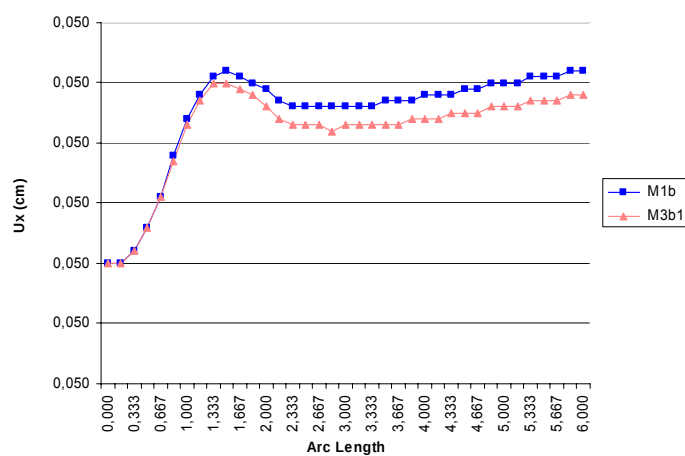
Σχ. 5.11.2.β Μέγιστη κύρια τάση του Μοντέλου α)1β & β)3β στο τέλος της γραμμικής φόρτισης κατά τον άξονα X.



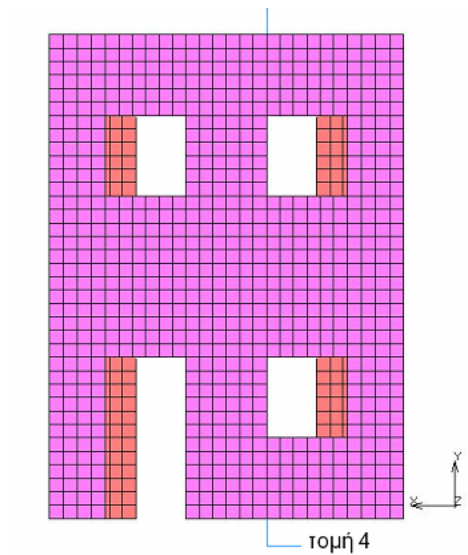
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



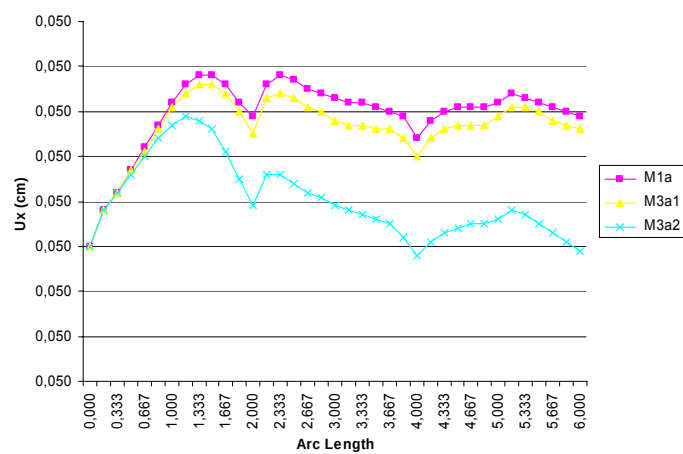
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



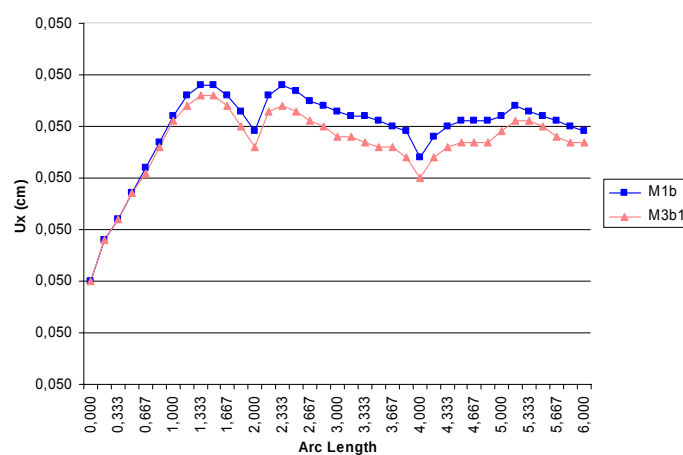
Σχ. 5.11.4 Χρονοϊστορία μετατοπίσεων τομής 3 για τη γραμμική φόρτιση κατά τον άξονα X για τα μοντέλα α) 1α, 3α1 και 3α2 β) 1β και 3β



α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



Σχ. 5.11.5 Χρονοϊστορία μετατοπίσεων τομής 4 για τη γραμμική φόρτιση κατά τον άξονα X για τα μοντέλα α) 1α, 3α1 και αα2 και β) 1β και 3β1.

5.3.2.2 Μετατόπιση βάσης ημιτονοειδής κατά τον άξονα X

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα X, συμπεραίνουμε ότι κατά την ελαστική ανάλυση μειώνονται οι παραμορφώσεις, οι τάσεις και οι μετατοπίσεις στην περίπτωση σύνδεσης με δυνατότητα ανάπτυξης του φαινομένου τριβής. Στην περίπτωση πλήρους σύνδεσης η συμπεριφορά του μοντέλου είναι παρόμοια με τον αρχικό φορέα. Στην ελαστοπλαστική ανάλυση έχουμε αύξηση των παραμορφώσεων σε σχέση με τον αρχικό φορέα. Μία δεύτερη παρατήρηση που κάνουμε είναι ότι οι παραμορφώσεις επεκτείνονται και στον δεύτερο όροφο, ο οποίος αρχικά έμενε σχεδόν ανεπηρέαστος.

Στη συνέχεια επιλέχθηκαν να μελετηθούν οι παρακάτω καθ' ύψος τομές καθώς και συγκεκριμένοι κόμβοι μελέτης, για την σχεδίαση συγκριτικών διαγραμμάτων μεταξύ των μοντέλων:

τομή 1 : στην αριστερή άκρη της πλευράς με τα ανοίγματα

τομή 3: στο μέσο της πλευράς με τα ανοίγματα

τομή 5: στη δεξιά άκρη της πλευράς με τα ανοίγματα

τομή 6: στο μέσο της πλευράς χωρίς ανοίγματα

κόμβος A : στην οροφή του 1^{ου} ορόφου και στην δεξιά άκρη της πλευράς με τα ανοίγματα

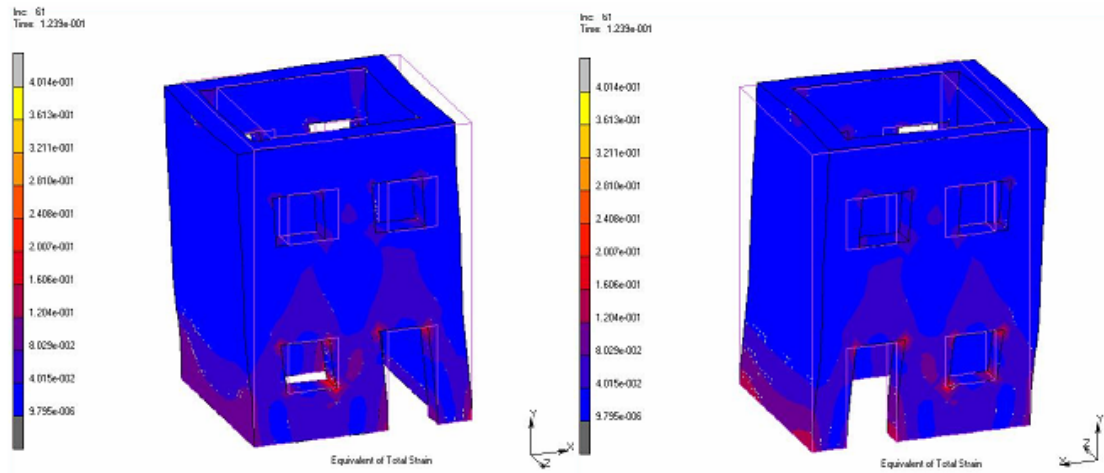
κόμβος B : στην οροφή του 2^{ου} ορόφου και στην δεξιά άκρη της πλευράς με τα ανοίγματα

κόμβος E : στην οροφή του 1^{ου} ορόφου και στη μέση της πλευράς χωρίς ανοίγματα

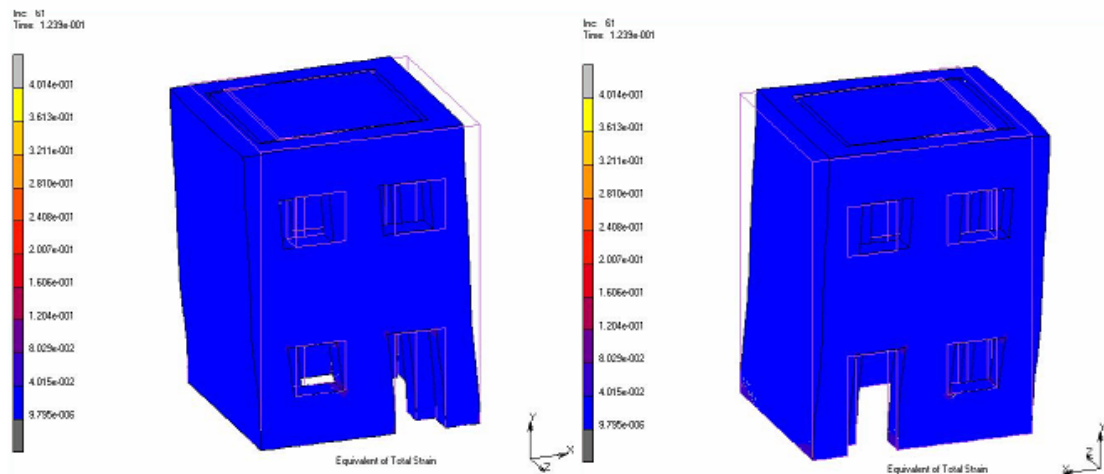
κόμβος Z : στην οροφή του 2^{ου} ορόφου και στη μέση της πλευράς χωρίς ανοίγματα

Παρατηρώντας τα Σχ. 5.12.4.- 5.12.11 όπου φαίνεται η χρονοϊστορία της μετατόπισης για τις τομές 1, 3, 5 & 6 καθώς και των κόμβων A, B, E & Z, βλέπουμε ότι ένα γενικό συμπέρασμα είναι ότι έχουμε διαφορετική συμπεριφορά στο ελαστικό και ελαστοπλαστικό μοντέλο. Έχουμε μείωση των μετατοπίσεων στην περίπτωση των τελικών Μοντέλων και ειδικά στην περίπτωση σύνδεσης με δυνατότητα εμφάνισης φαινομένου τριβής. Στην χρονοϊστορία μετατόπισης των κόμβων στν ελαστοπλαστική ανάλυση παρατηρούμε ότι μεταβάλλεται το εύρος και η φάση.

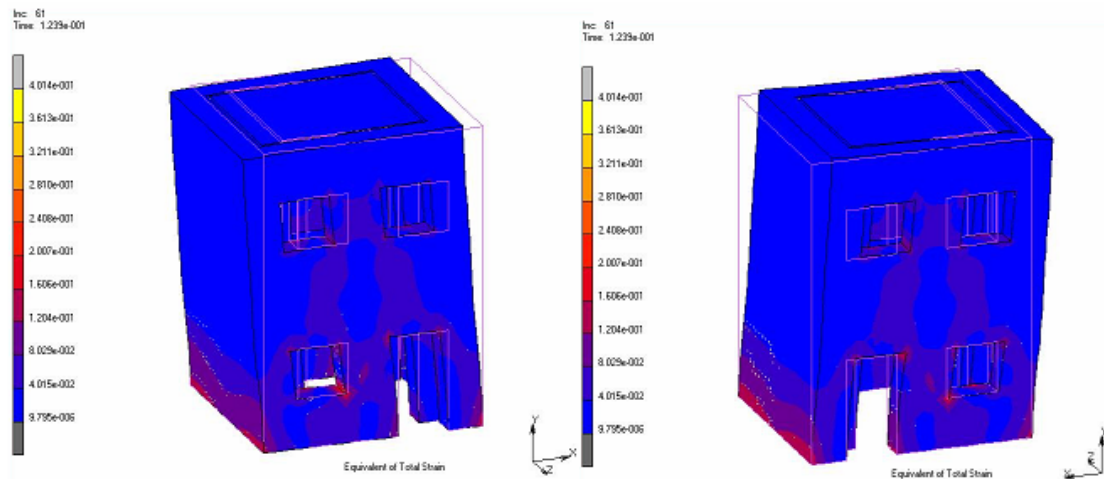
α.



β.

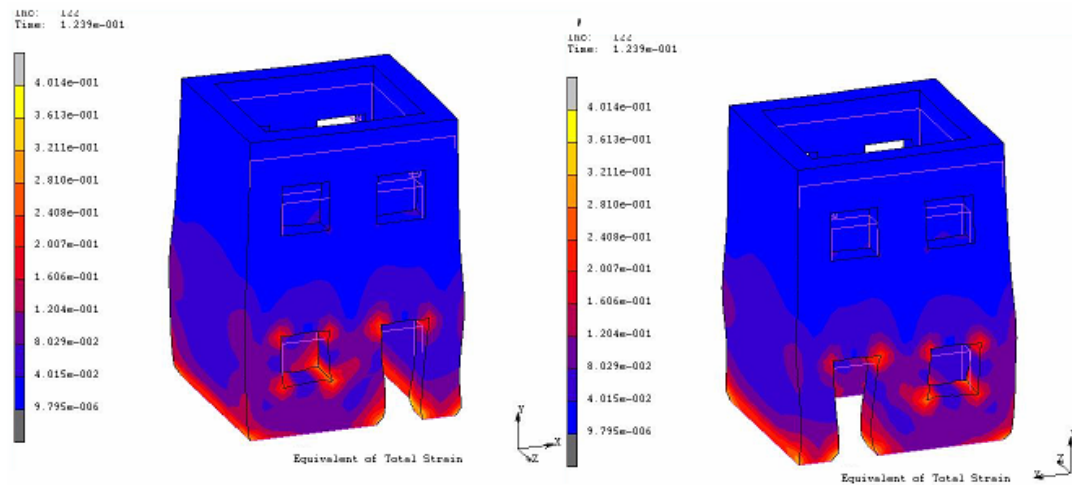


γ.

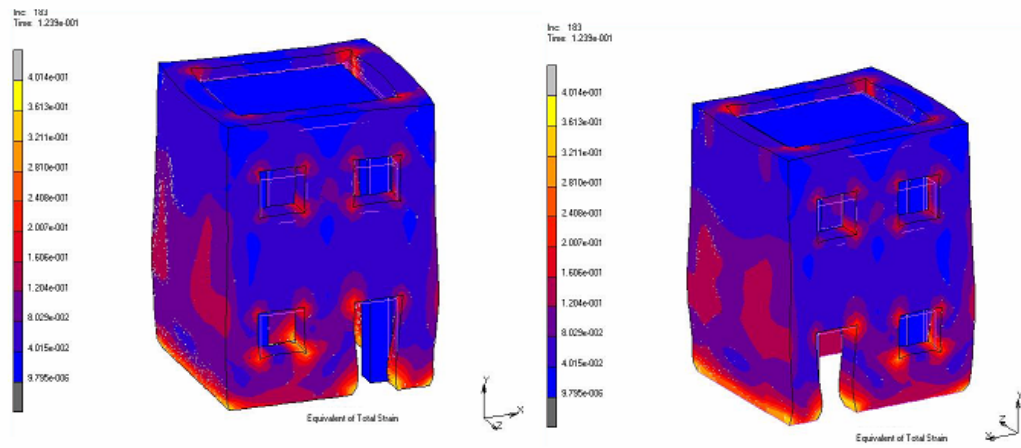


Σχ. 5.12.1.α Ισοδύναμη ολική παραμόρφωση Μοντέλου α)1α1, β)3α1 & γ)3α2 στο τέλος της ημιτονοειδούς φόρτισης κατά τον άξονα X.

α.

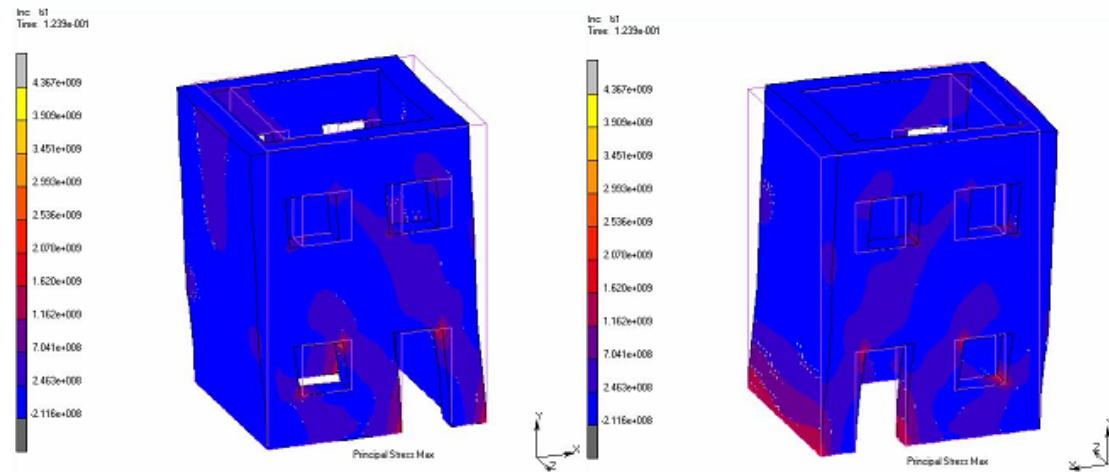


β.

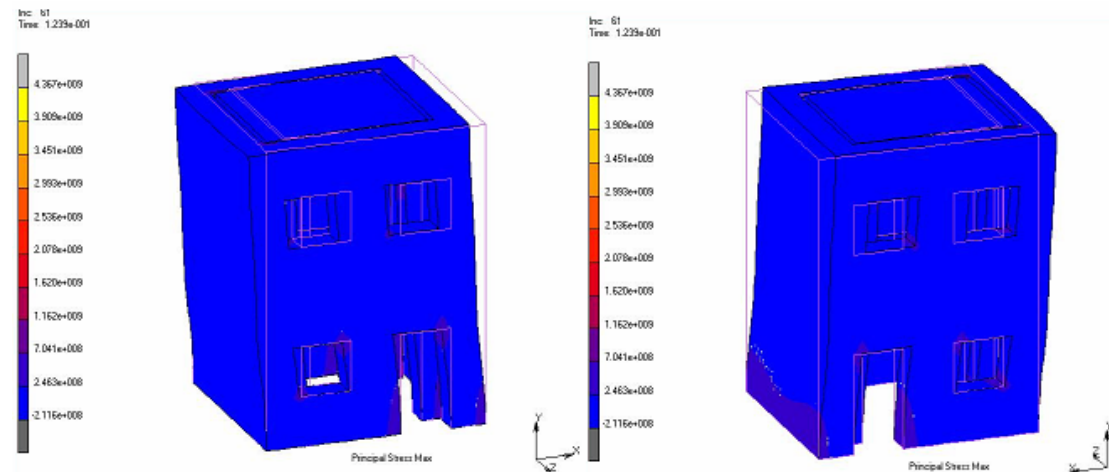


Σχ. 5.12.1.β Ισοδύναμη ολική παραμόρφωση Μοντέλου α)1β & β)3β στο τέλος της ημιτονοειδούς φόρτισης κατά τον άξονα X.

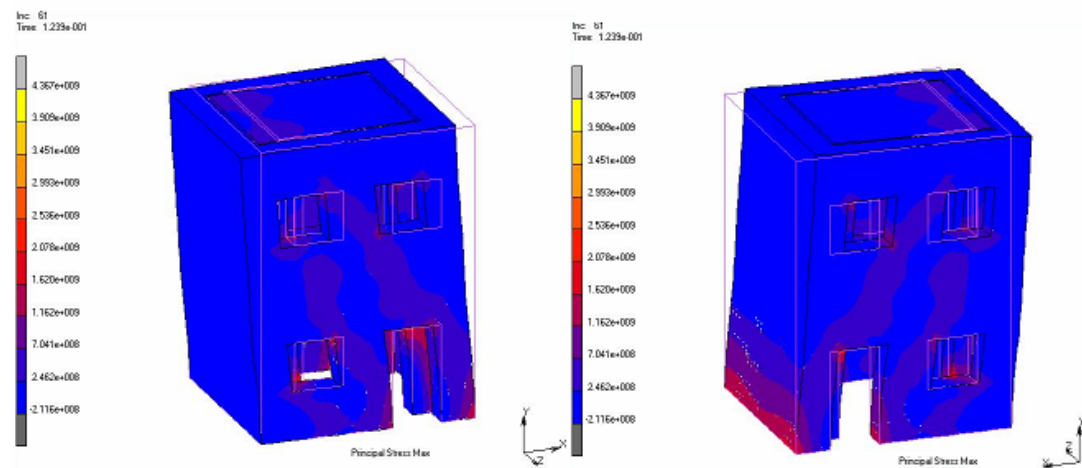
α.



β.

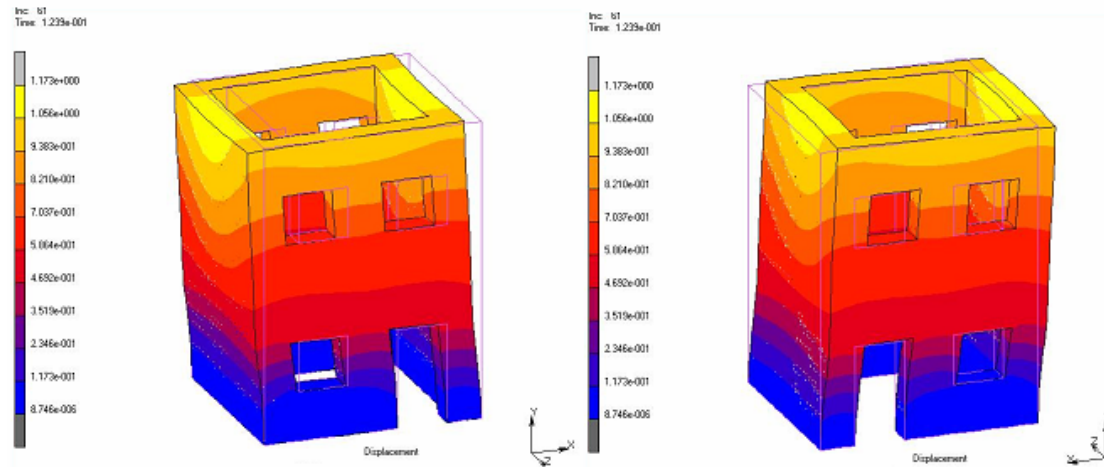


γ.

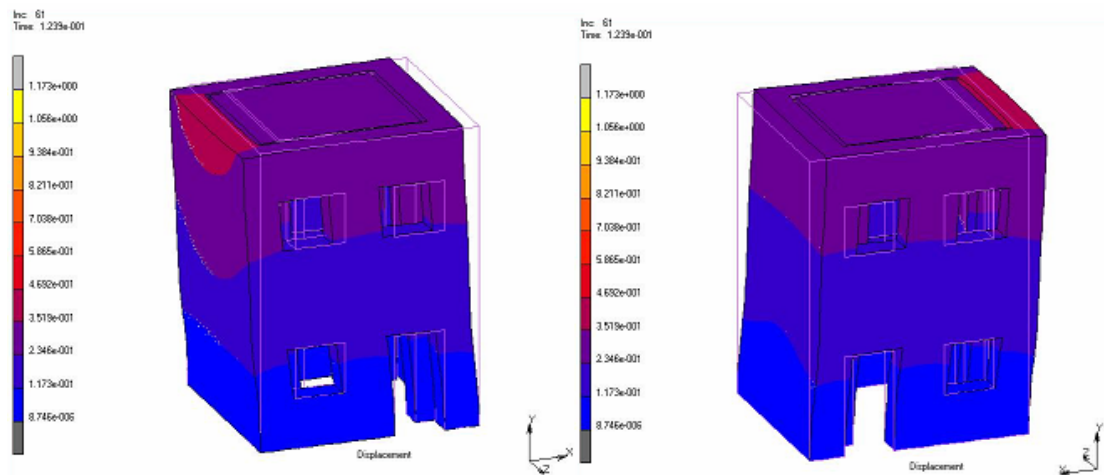


Σχ. 5.12.2.α Μέγιστη κύρια τάση του Μοντέλου α)1α1, β)3α1 & γ)3α2 στο τέλος της ημιτονοειδούς φόρτισης κατά τον άξονα X.

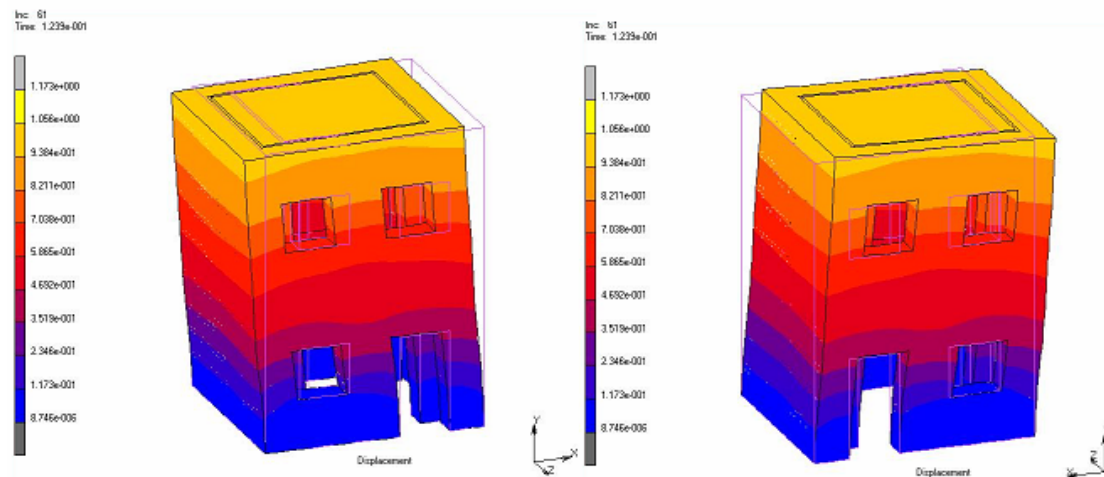
α.



β.

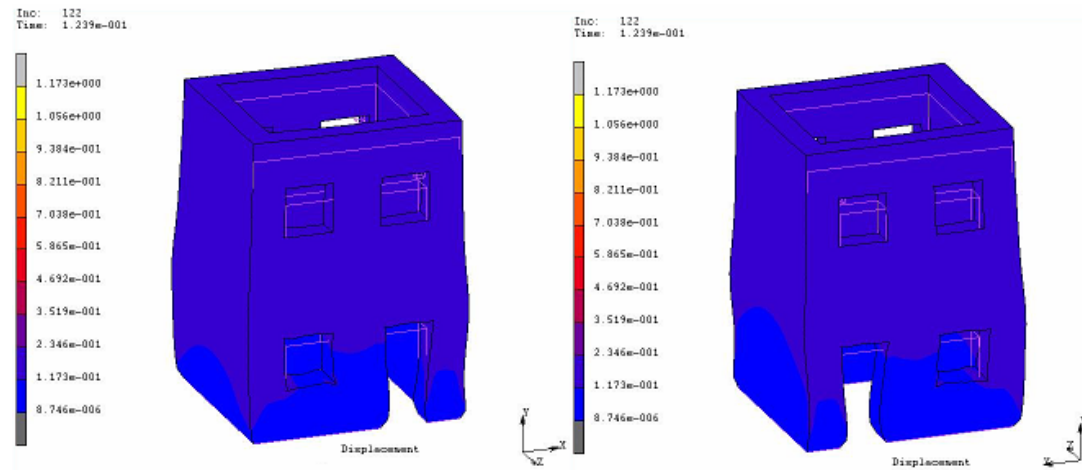


γ.

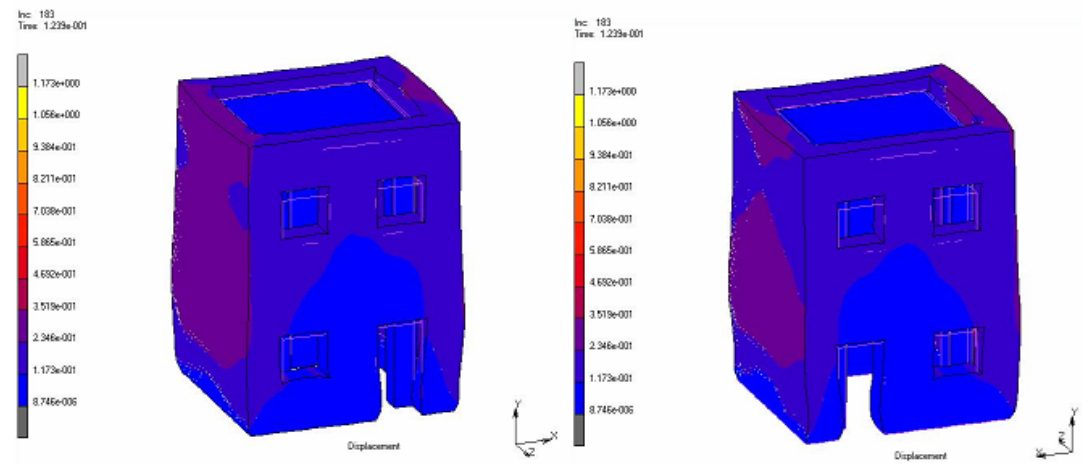


Σχ. 5.12.3.α Μετατόπιση Μοντέλου α)1α1, β)3α1 & γ)3α2 στο τέλος της ημιτονοειδούς φόρτισης κατά τον άξονα X.

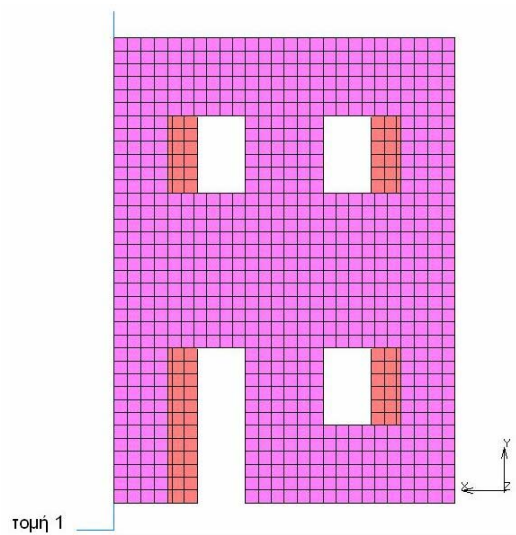
α.



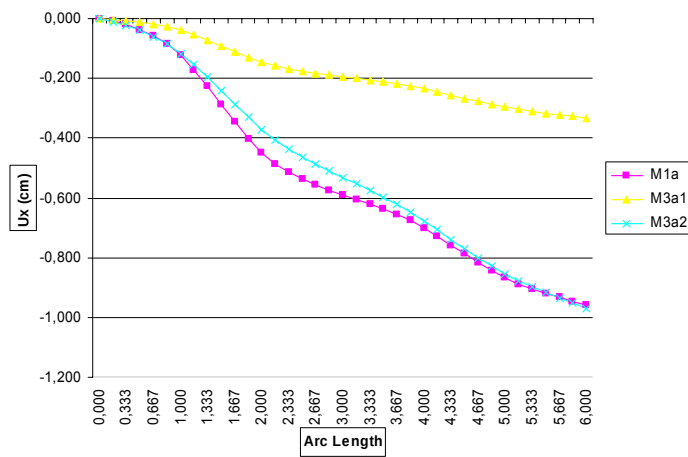
β.



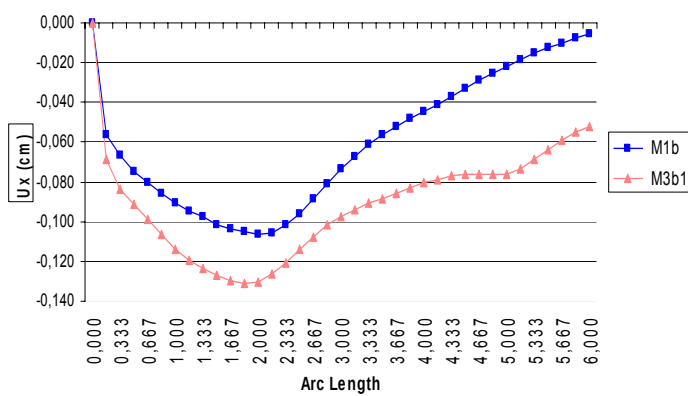
Σχ. 5.12.3.β Μετατόπιση Μοντέλου α)1β & β)3β στο τέλος της ημιτονοειδούς φόρτισης κατά τον άξονα X.



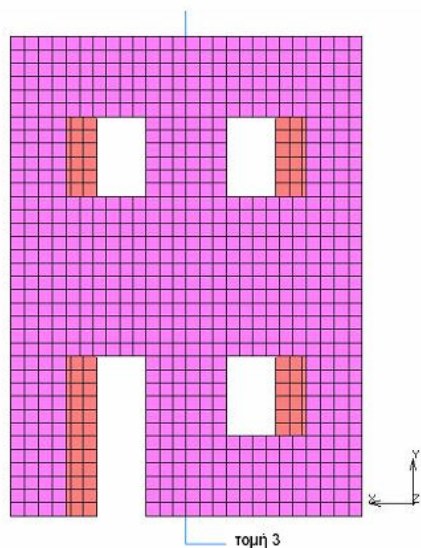
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



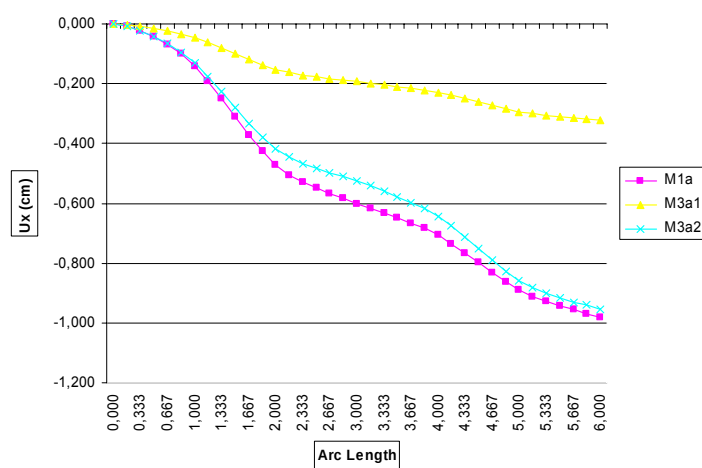
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



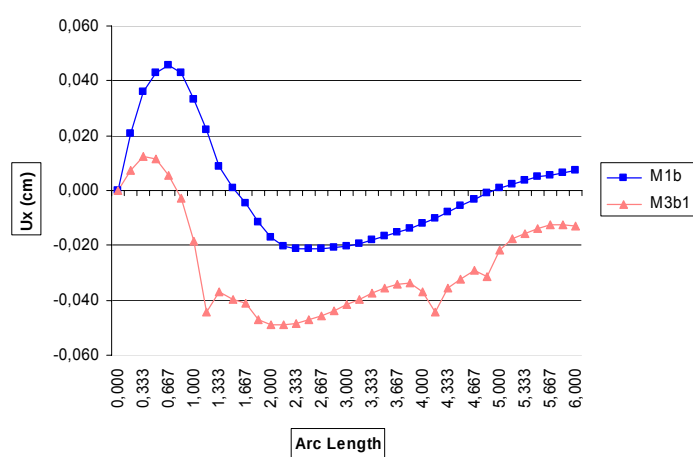
Σχ. 5.12.4 Χρονοϊστορία μετατόπισης τομής 1 για την ημιτονοειδή φόρτιση, κατά τον άξονα X για τα μοντέλα α) 1α, 3α1 και 3α2 1β και β) 3β1.



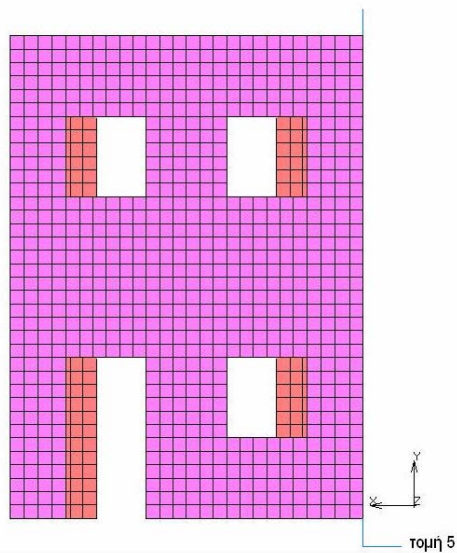
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



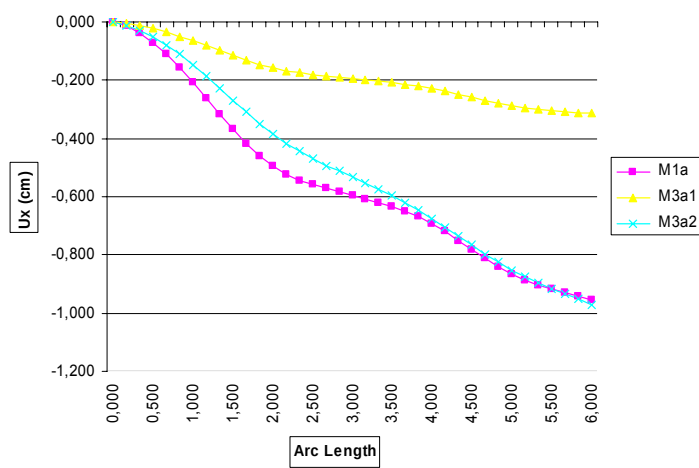
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



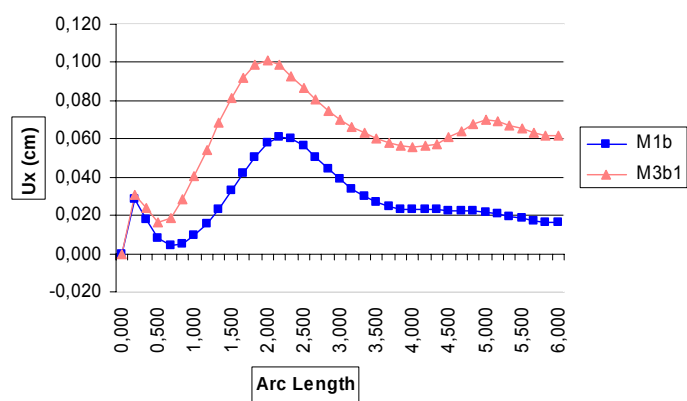
Σχ. 5.12.5 Χρονοϊστορία μετατόπισης τομής 3 για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα X για τα μοντέλα α) 1α, 3α1 και 3α2 1β και β) 3β1.



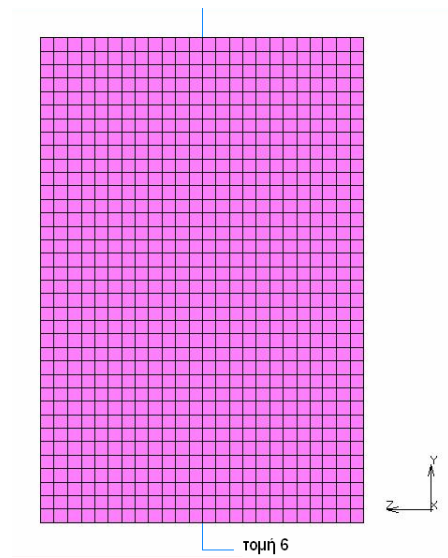
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



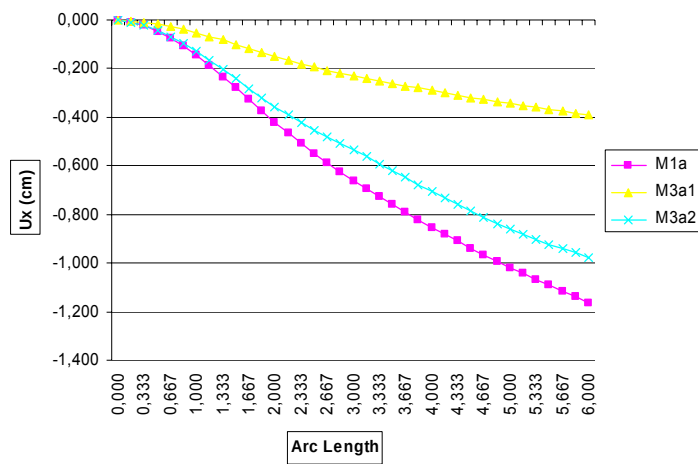
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



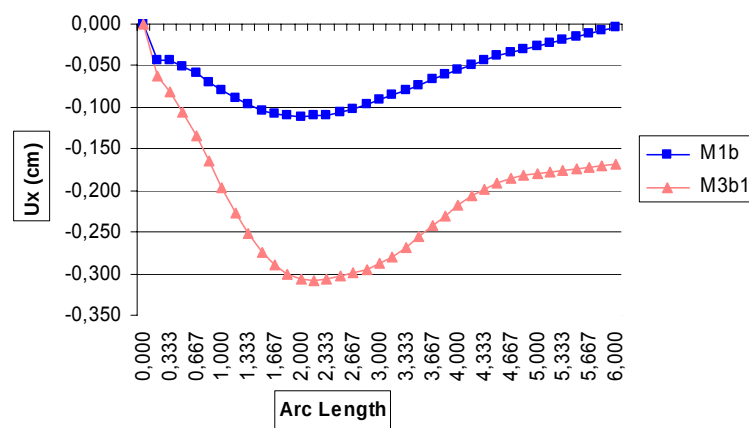
Σχ. 5.12.6 Χρονοϊστορία τομής 5 για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα X για τα μοντέλα α) 1a, 3a1 και 3a2 1β και β) 3β1.



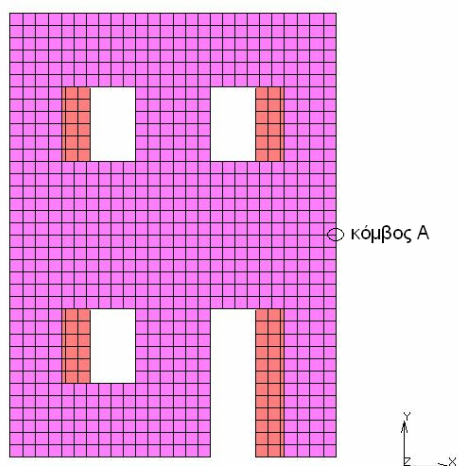
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



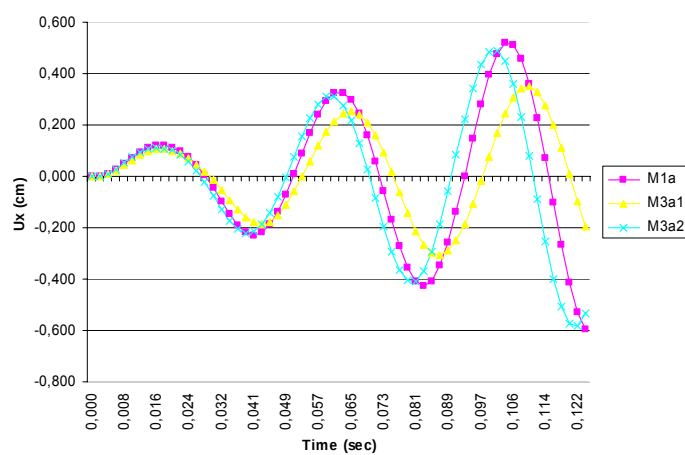
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



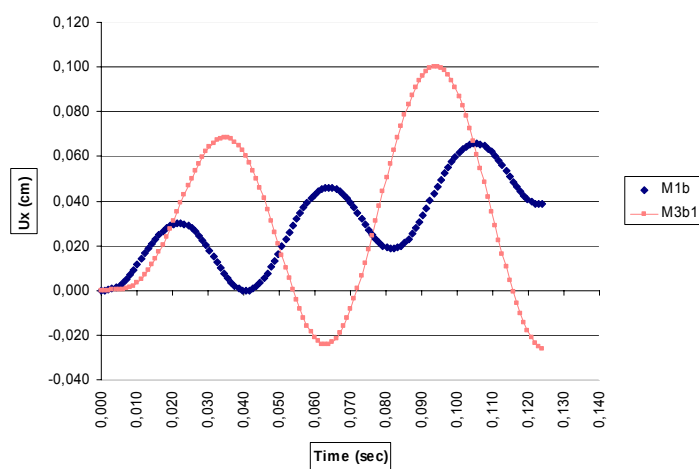
Σχ. 5.12.7. Χρονοϊστορία τομής 6 για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα X για τα μοντέλα α) 1α, 3α1 και 3α2 1β και β) 3β1.



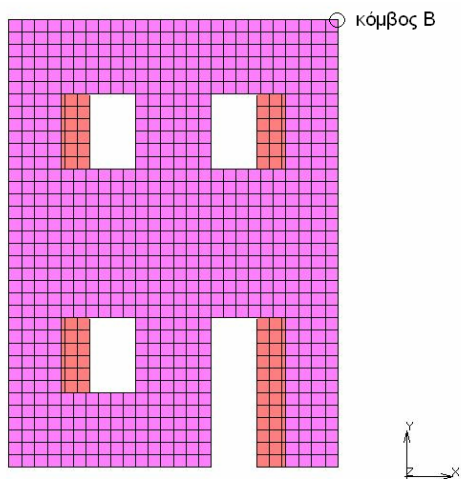
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



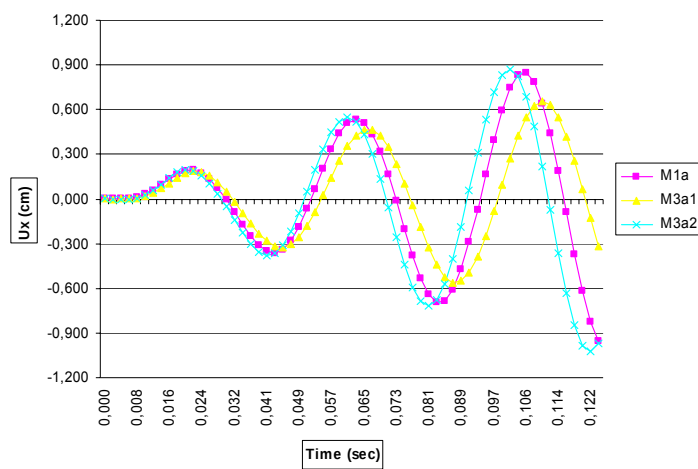
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



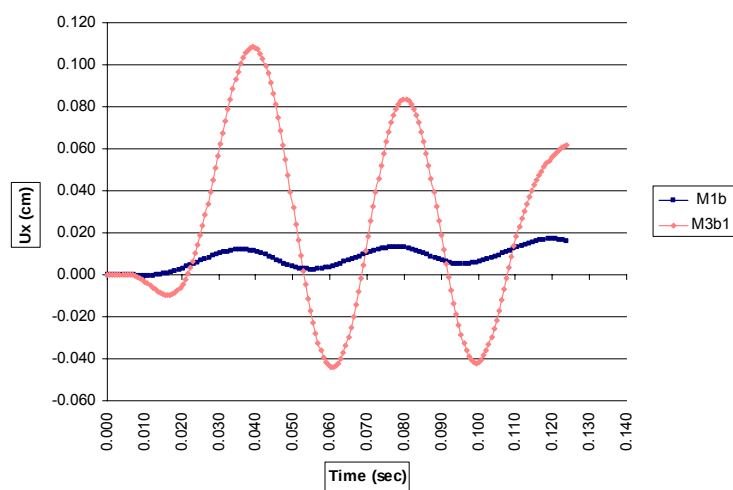
Σχ. 5.12.8.Χρονοϊστορία μετατόπισης κόμβου A για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα X για τα μοντέλα α) 1a, 3a1 και 3a2 1β και β) 3β1.



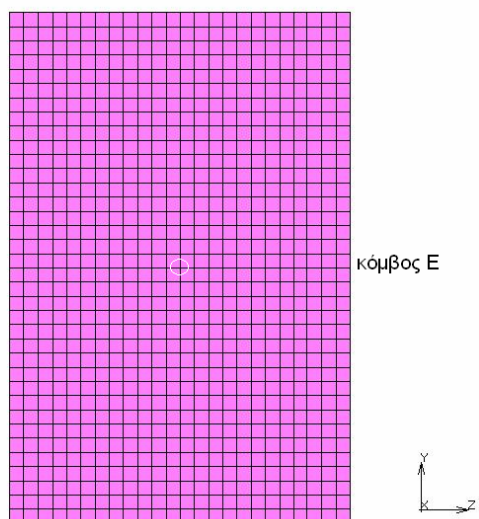
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



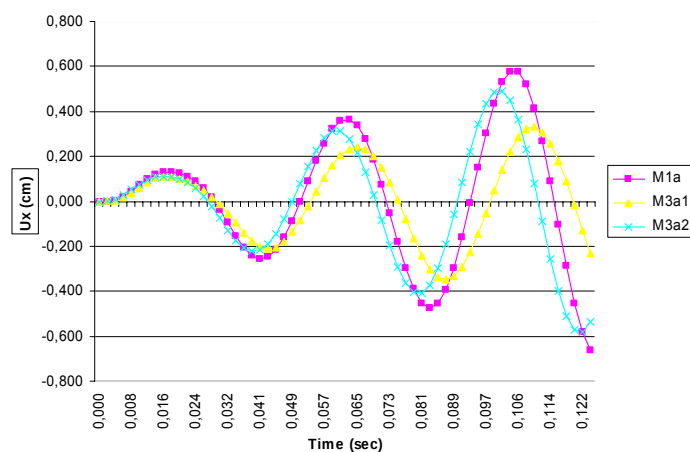
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



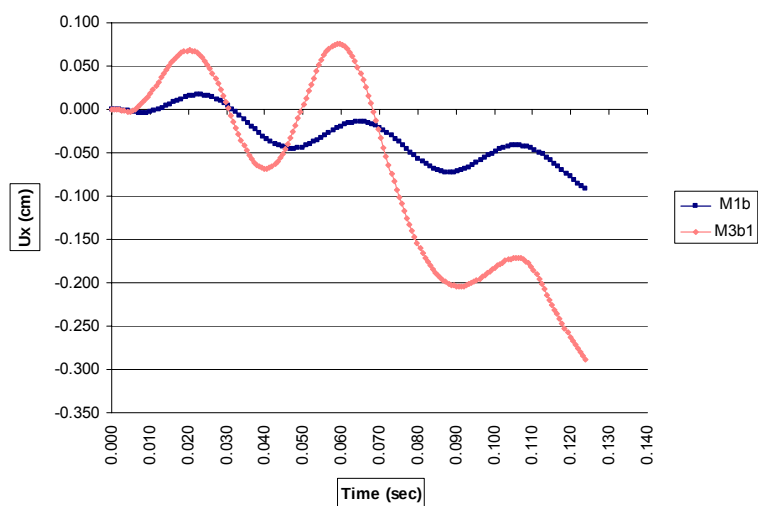
Σχ. 5.12.9.Χρονοϊστορία μετατόπισης κόμβου Β για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα X για τα μοντέλα α) 1α, 3α1 και 3α2 1β και β) 3β1.



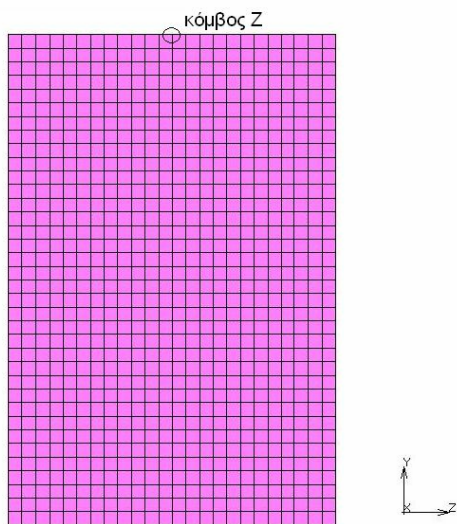
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



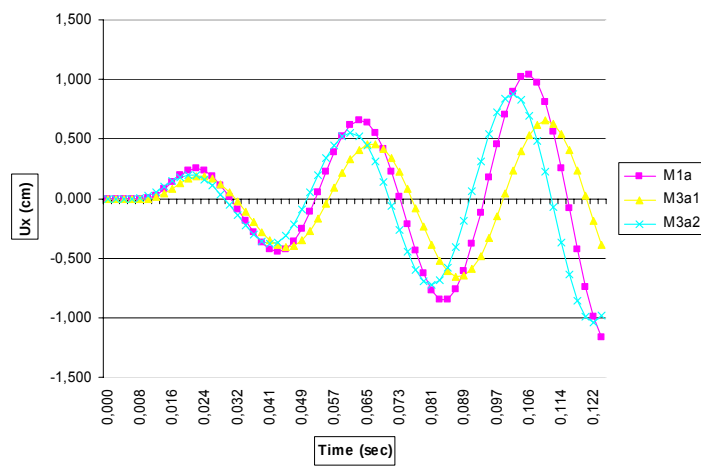
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



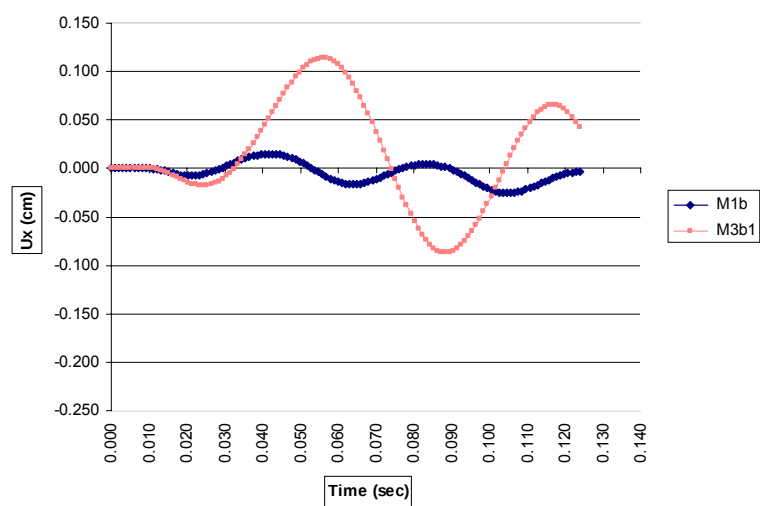
Σχ. 5.12.10. Χρονοϊστορία μετατόπισης κόμβου E για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα X για τα μοντέλα α) 1a, 3a1 και 3a2 1β και β) 3β1.



α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



Σχ. 5.12.11. Χρονοϊστορία μετατόπισης κόμβου Z για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα X για τα μοντέλα α) 1a, 3a1 και 3a2 1β και β) 3β1.

5.3.2.3 Μετατόπιση βάσης ημιτονοειδής κατά τον άξονα Z

Από τα Σχ. 5.13 όπου έχουμε τα αποτελέσματα για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα Z, συμπεραίνουμε ότι κατά την ελαστική ανάλυση περιορίζονται οι παραμορφώσεις, οι τάσεις και οι μετακινήσεις στην περίπτωση πλήρους σύνδεσης. Στην περίπτωση όπου υπάρχει η δυνατότητα ανάπτυξης του φαινομένου της τριβής έχουμε αύξηση των αντίστοιχων μεγεθών. Παρατηρούμε δηλαδή, ότι στην περίπτωση φόρτισης εκτός επιπέδου.

Όσον αφορά στην ελαστοπλαστική ανάλυση έχουμε αύξηση των παραμορφώσεων, οι οποίες φτάνουν μέχρι τον δεύτερο όροφο. Οι μετατοπίσεις αυξάνονται, ενώ παρατηρούνται τοπικά περιορισμοί.

Στη συνέχεια επιλέχθηκαν να μελετηθούν οι παρακάτω καθ' ύψος τομές καθώς και συγκεκριμένοι κόμβοι μελέτης, για την σχεδίαση συγκριτικών διαγραμμάτων μεταξύ των μοντέλων:

τομή 2: στο 1^ο άνοιγμα της πλευράς με τα ανοίγματα

τομή 4: στο 2^ο άνοιγμα της πλευράς με τα ανοίγματα

κόμβος A : στην οροφή του 1^{ου} ορόφου και στην δεξιά άκρη της πλευράς με τα ανοίγματα

κόμβος B : στην οροφή του 2^{ου} ορόφου και στην δεξιά άκρη της πλευράς με τα ανοίγματα

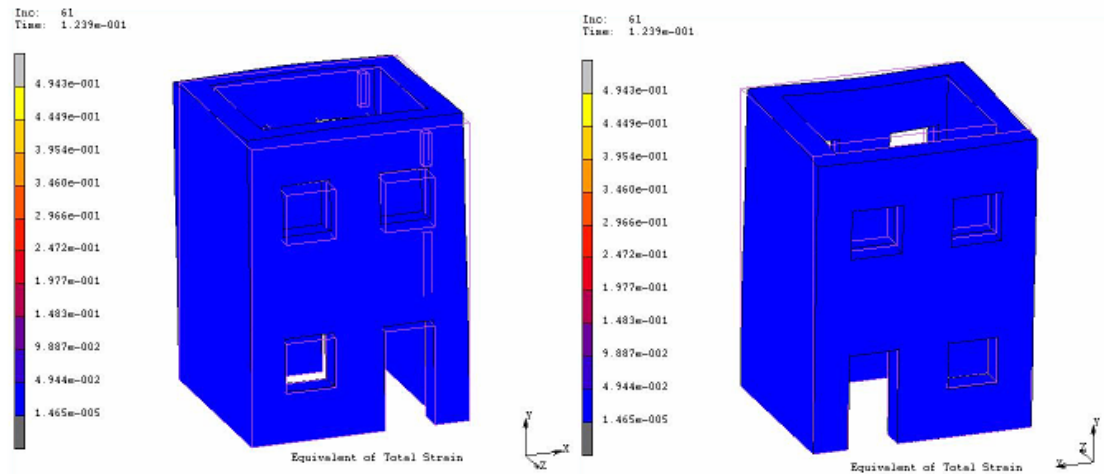
κόμβος Γ : στην οροφή του 1^{ου} ορόφου και στη μέση της πλευράς με τα ανοίγματα

κόμβος Δ : στην οροφή του 2^{ου} ορόφου και στη μέση της πλευράς με τα ανοίγματα

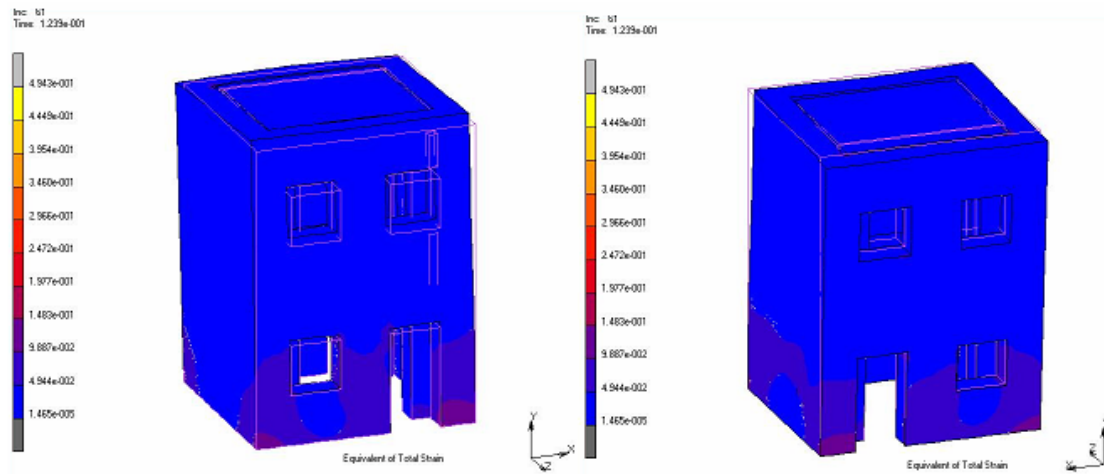
Τα επόμενα σχήματα [Σχ. 5.13.4-5.13.9] δίνουν την χρονοϊστορία της μετατόπισης τομών και κόμβων κατά τον άξονα Z. Παρατηρούμε, όσον αφορά στην ελαστική ανάλυση, ότι αυξάνονται οι μετατοπίσεις στην περίπτωση σύνδεσης με μερική αποκόλληση, ενώ στην πλήρη σύνδεση οι τιμές είναι παρόμοιες με τον αρχικό φορέα. Επίσης, έχουμε μικρή διαφορά στο εύρος και τη φάση των μοντέλων.

Στην ελαστοπλαστική ανάλυση έχουμε διαφορετική συμπεριφορά λόγω πλαστικών περιοχών. Υπάρχει μεγάλη διαφορά στο εύρος και τη φάση των δύο μοντέλων. Συγκεκριμένα, στις τομές 2 & 4 έχουμε μεγάλη αύξηση των μετατοπίσεων στη μέση του τοίχου και μικρότερη στη στέψη.

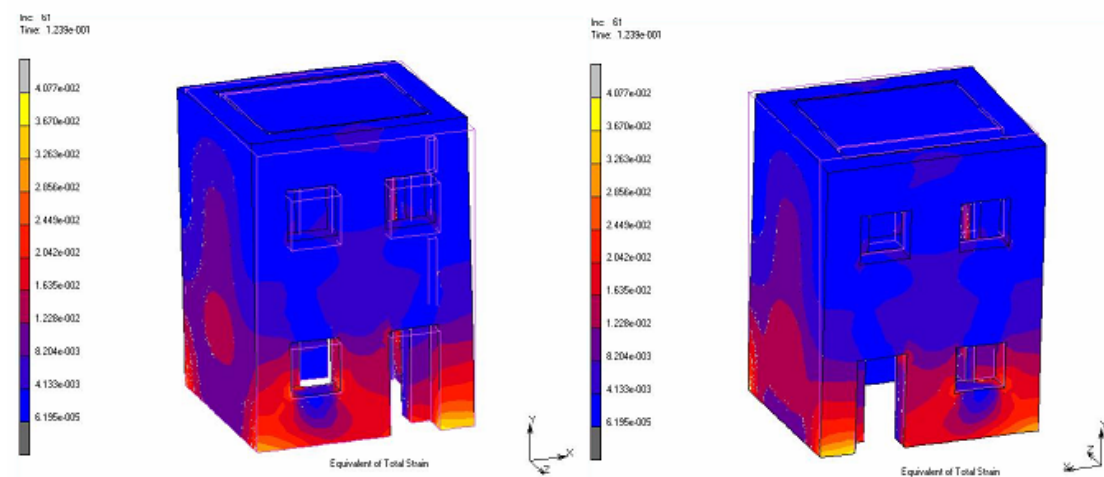
α.



β.

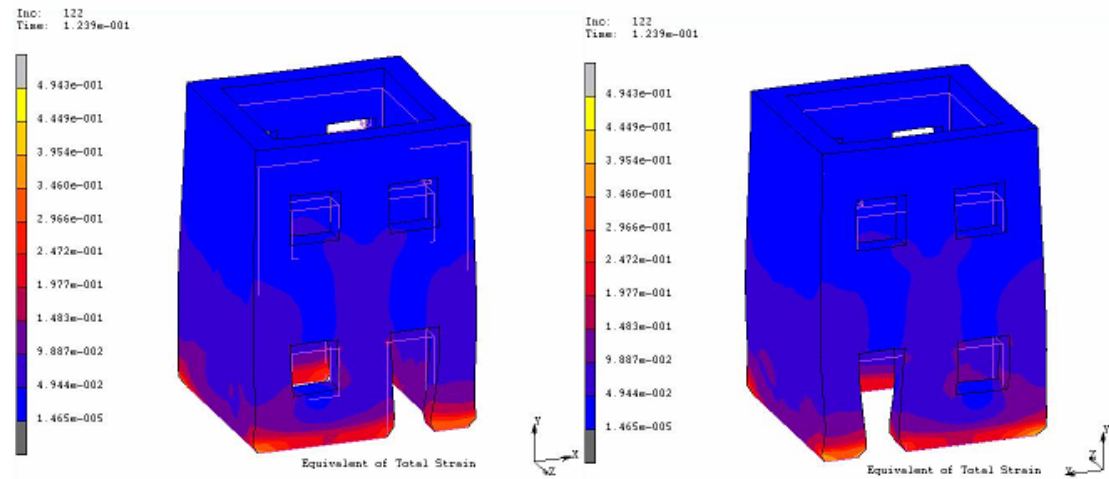


γ.

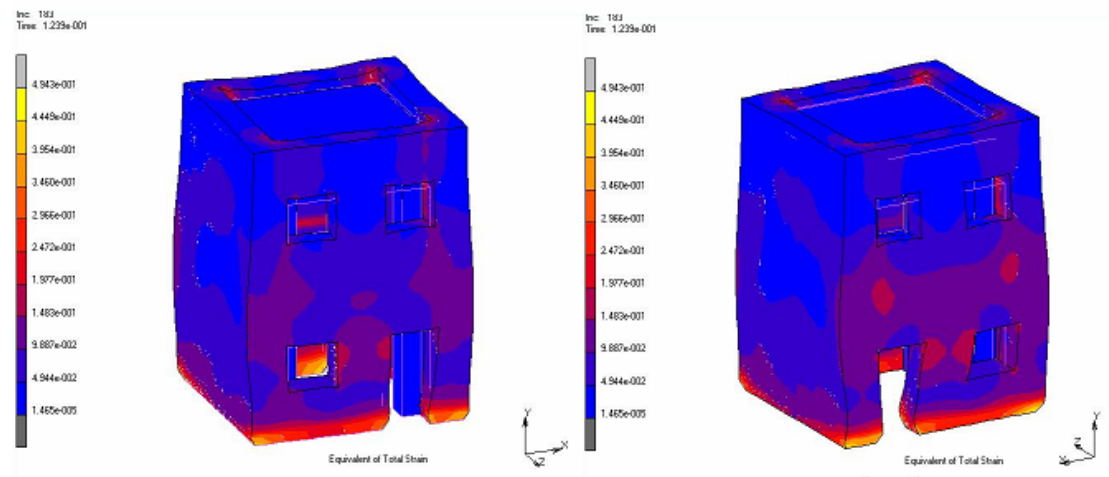


Σχ. 5.13.1.α Ισοδύναμη ολική παραμόρφωση Μοντέλου α)1α1, β)3α1 & γ)3α2 στο τέλος της ημιτονοειδούς φόρτισης κατά τον άξονα Z.

α.

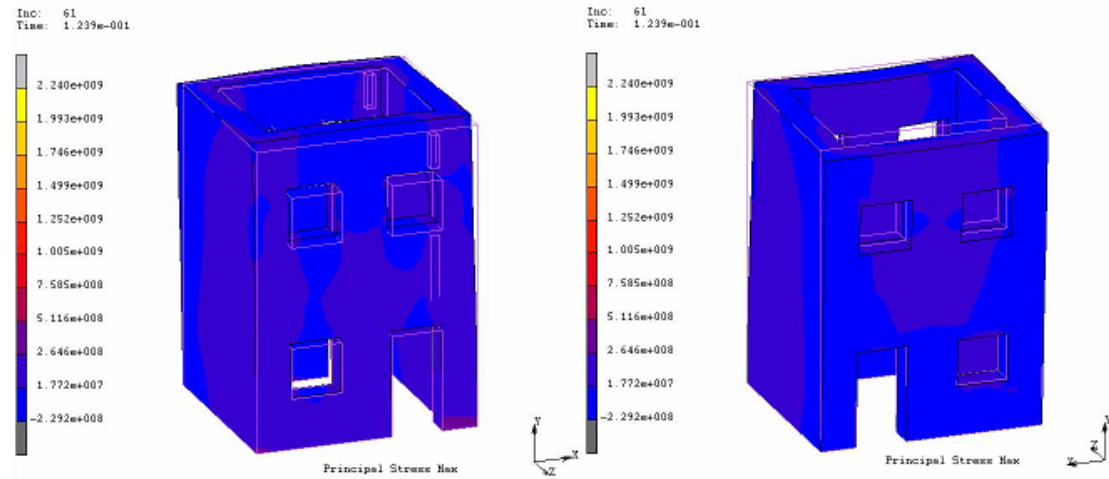


β.

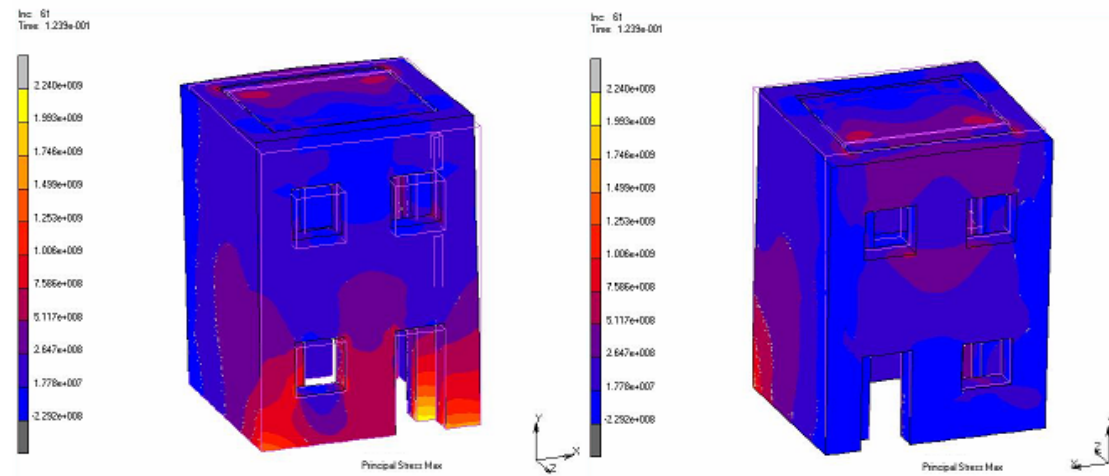


Σχ. 5.13.1.β Ισοδύναμη ολική παραμόρφωση Μοντέλου α)1β & β)3β στο τέλος της ημιτονοειδούς φόρτισης κατά τον άξονα Z.

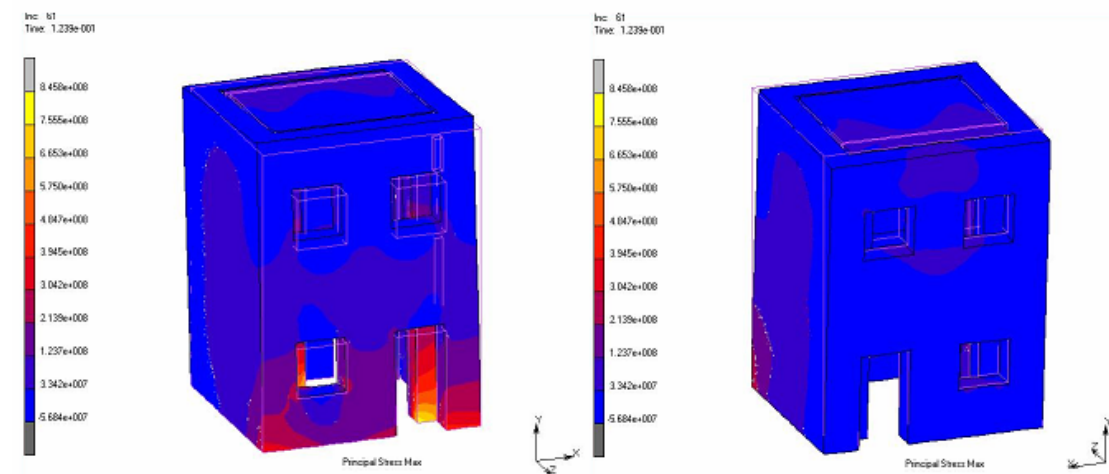
α.



β.

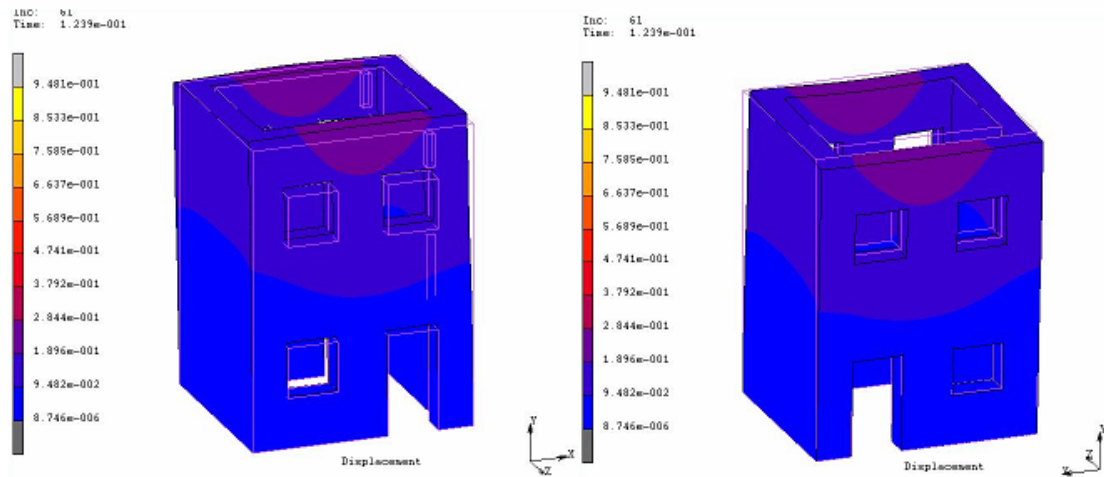


γ.

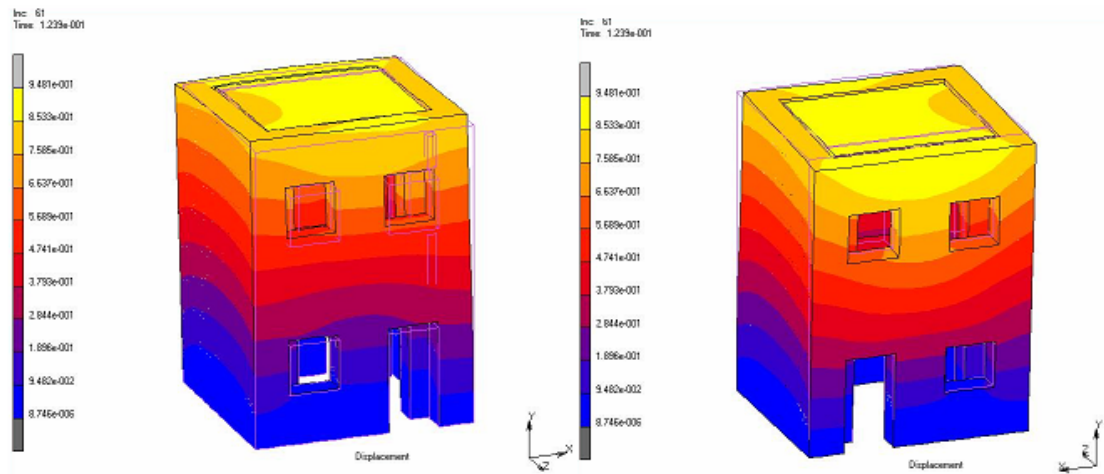


Σχ. 5.13.2.α Κύρια μέγιστη τάση Μοντέλου α) Ια1, β) 3α1 & γ) 3α2 στο τέλος της ημιτονοειδούς φόρτισης κατά τον άξονα Z.

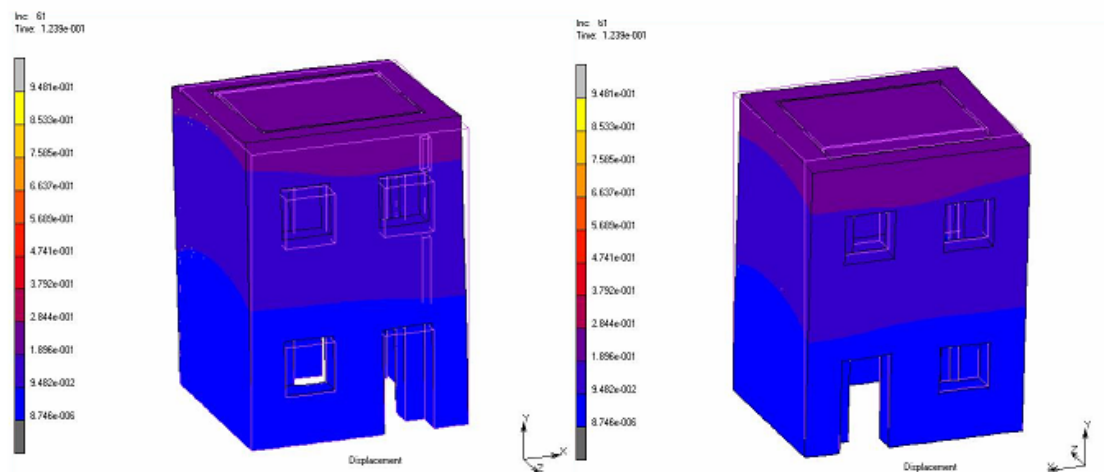
α.



β.

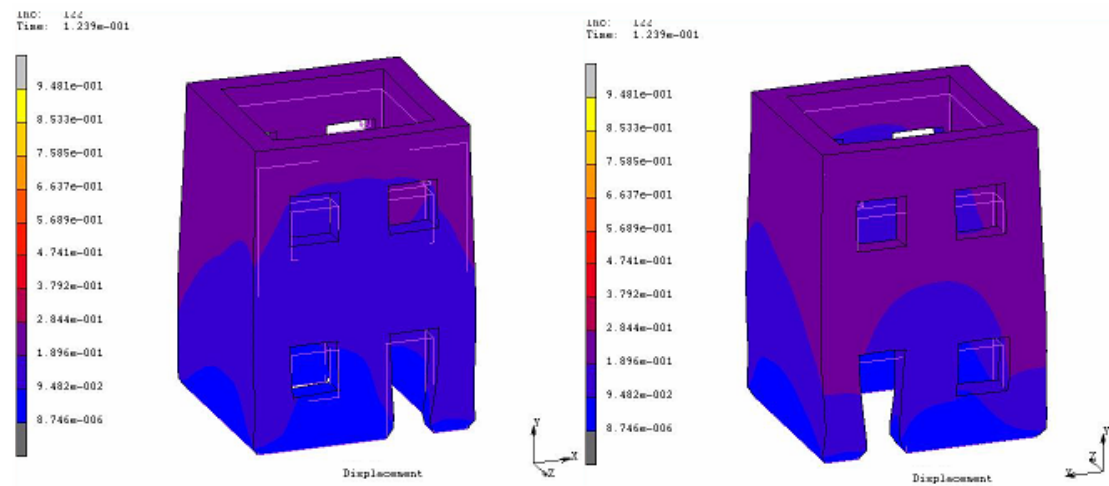


γ.

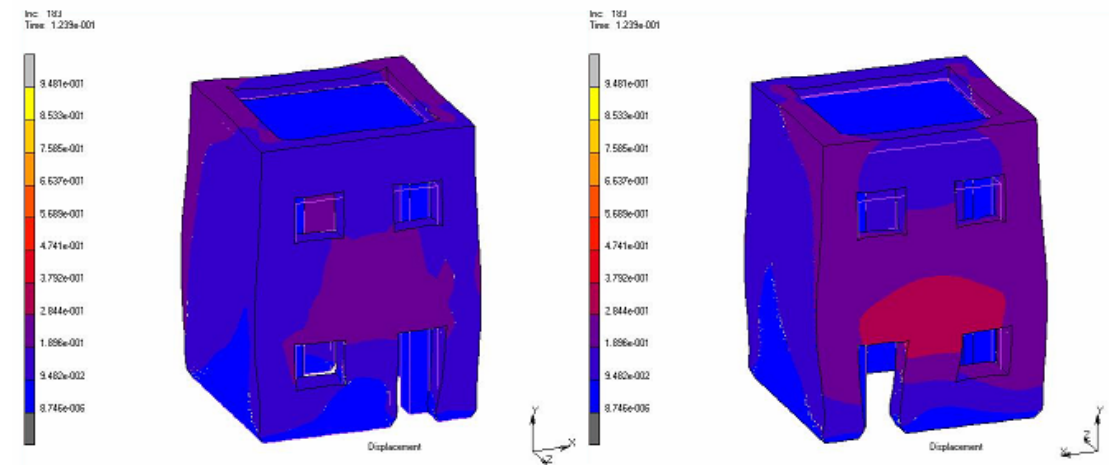


Σχ. 5.13.3.α Μετατόπιση Μοντέλου α)1α1, β)3α1 & γ)3α2 στο τέλος της ημιτονοειδούς φόρτισης κατά τον άξονα Z.

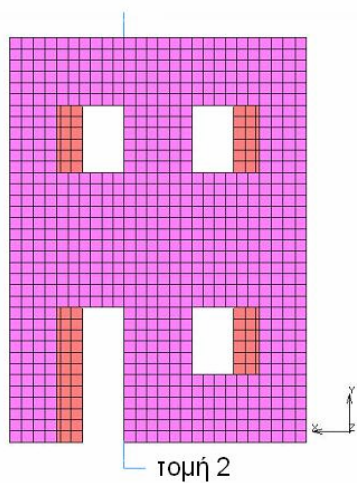
α.



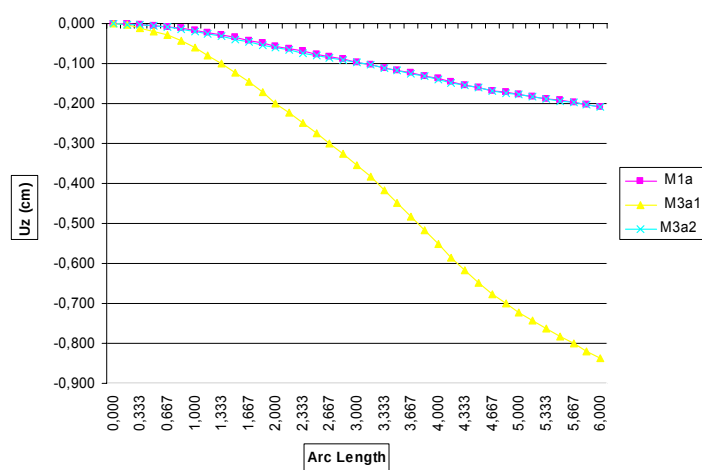
β.



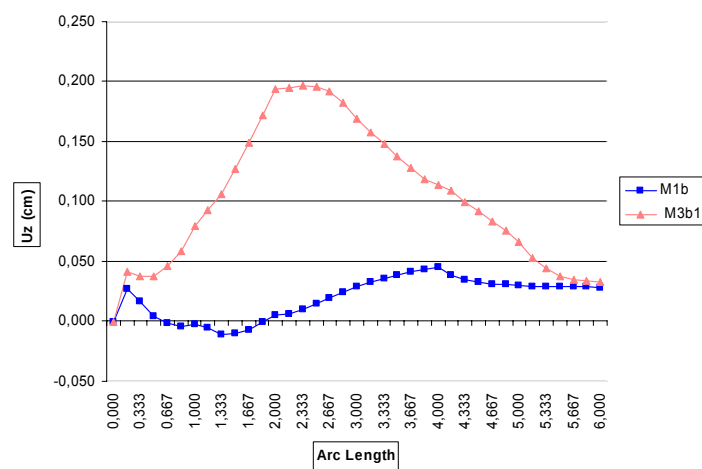
Σχ. 5.13.3.β Μετατόπιση παραμόρφωση Μοντέλου α)1β & β)3β στο τέλος της ημιτονοειδούς φόρτισης κατά τον άξονα Z.



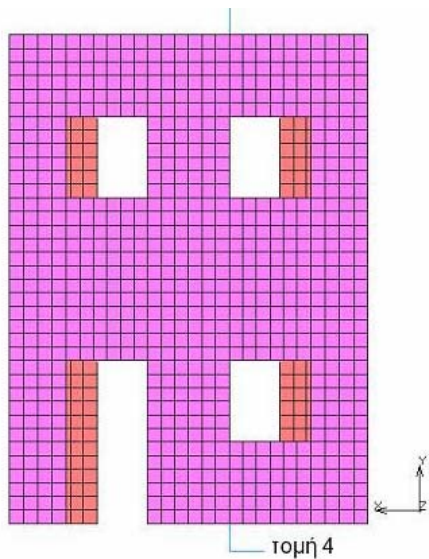
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



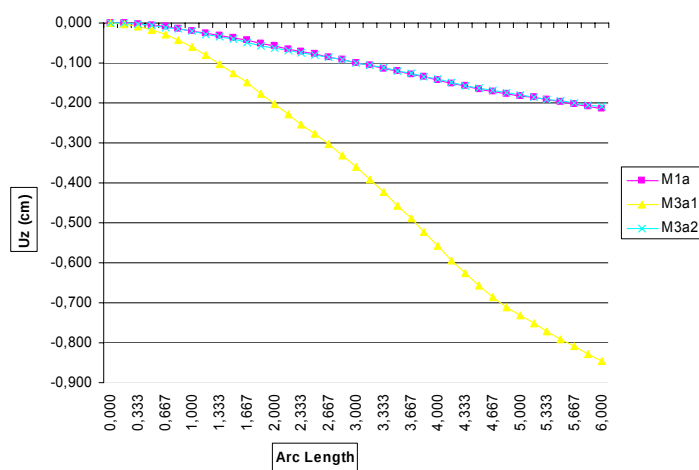
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



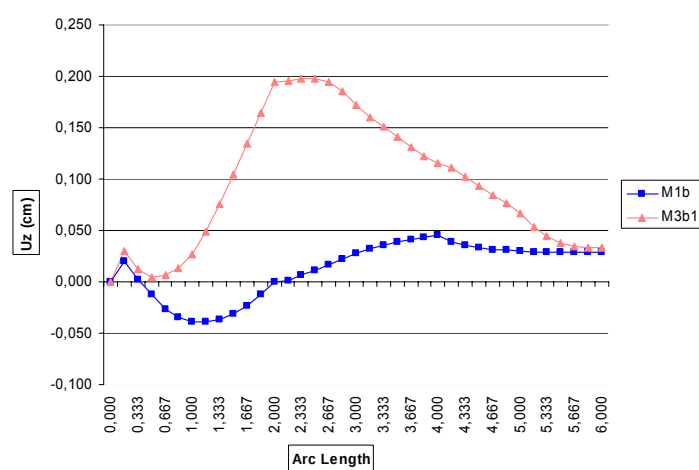
Σχ. 5.13.4 Χρονοϊστορία τομής 2 για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα Z για τα μοντέλα α) 1α, 3α1 και 3α2 β) 1β και 3β1.



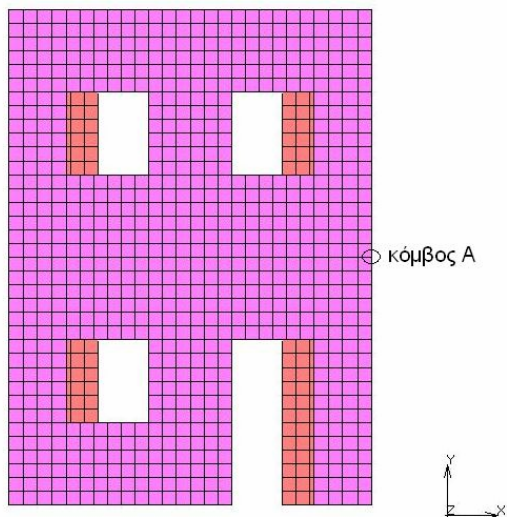
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



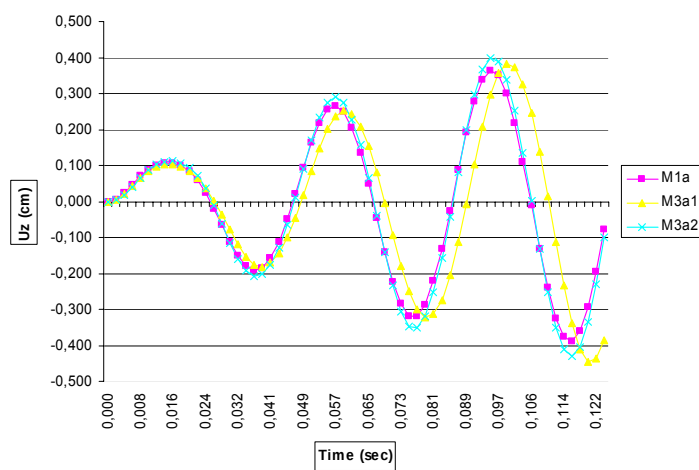
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



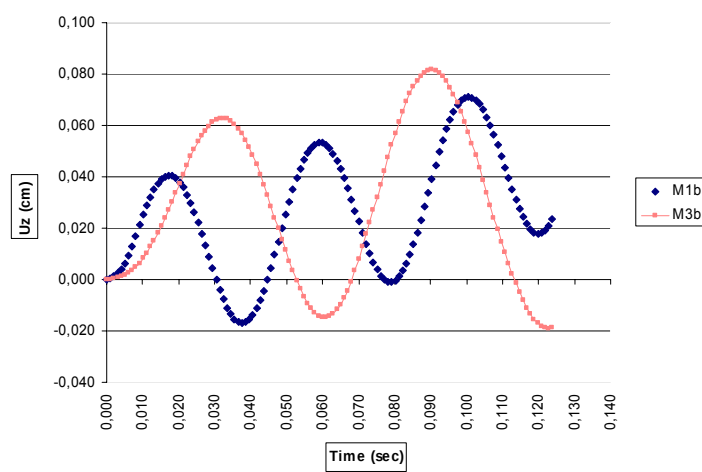
Σχ. 5.13.5 Χρονοϊστορία τομής 4 για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα Z για τα μοντέλα α) 1α, 3α1 και 3α2 1β και β) 3β1.



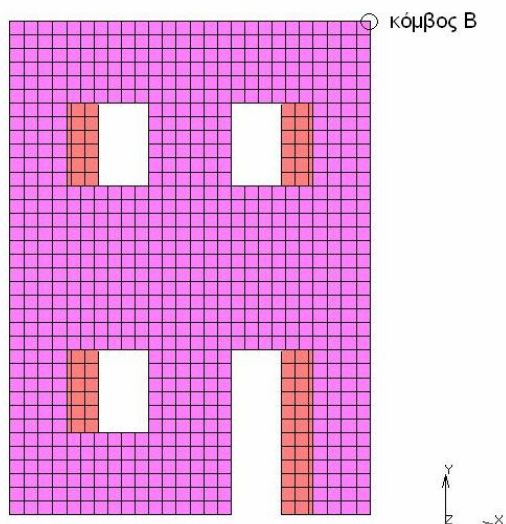
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



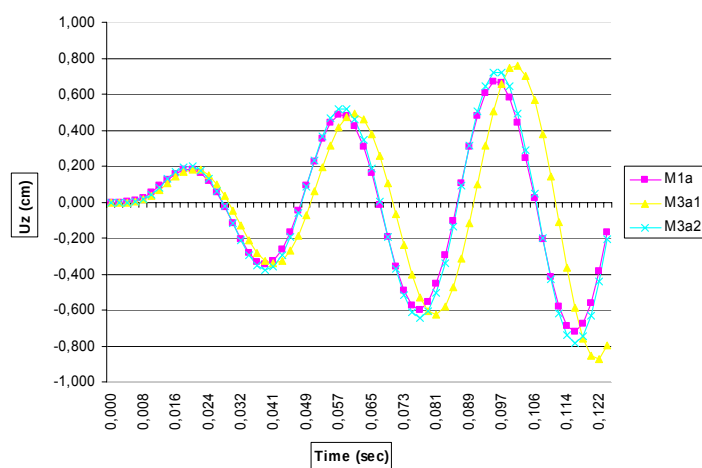
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



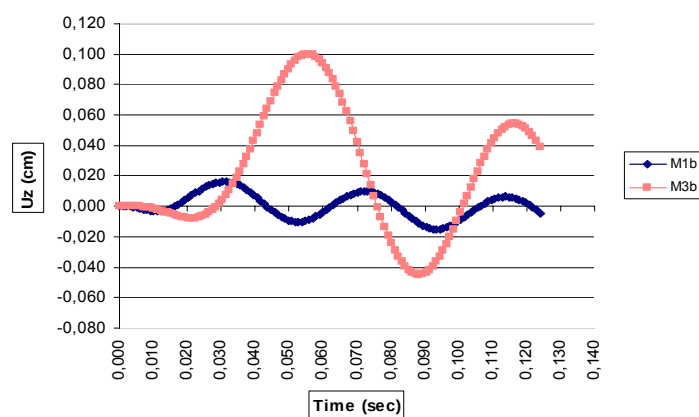
Σχ. 5.13.6 Χρονοϊστορία μετατόπισης κόμβου Α για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα Z για τα μοντέλα α) 1α, 3α1 και 3α2 1β και β) 3β1.



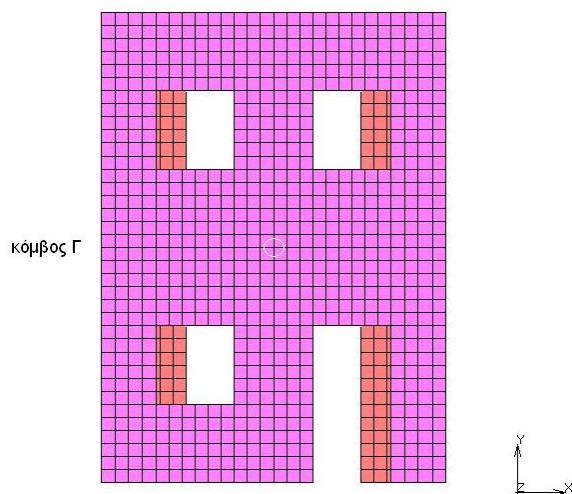
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



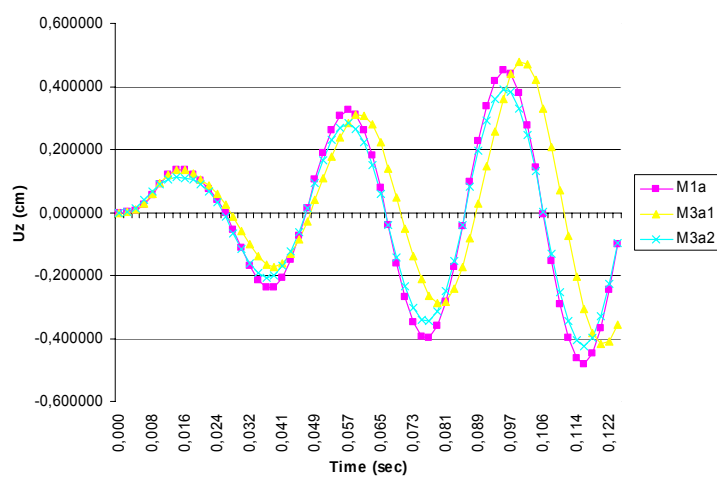
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



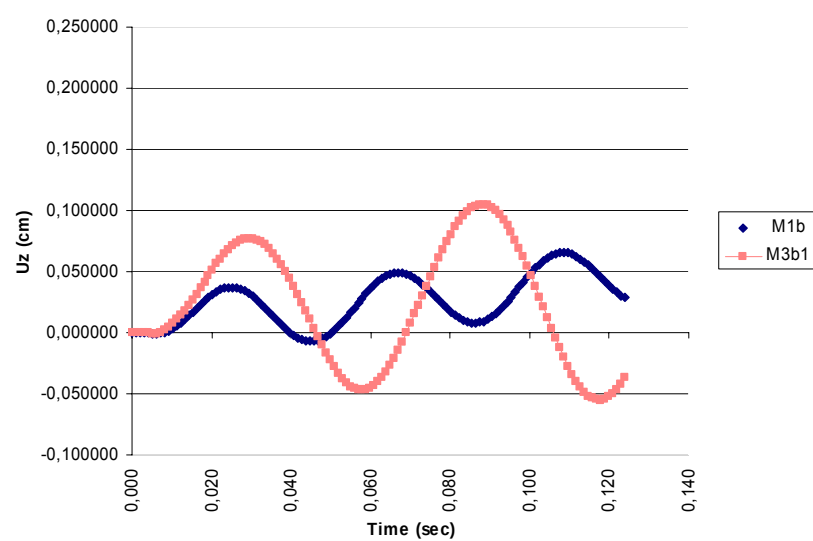
Σχ. 5.13.7 Χρονοϊστορία μετατόπισης κόμβου B για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα Z για τα μοντέλα α) 1a, 3a1 και 3a2 1β και β) 3β1.



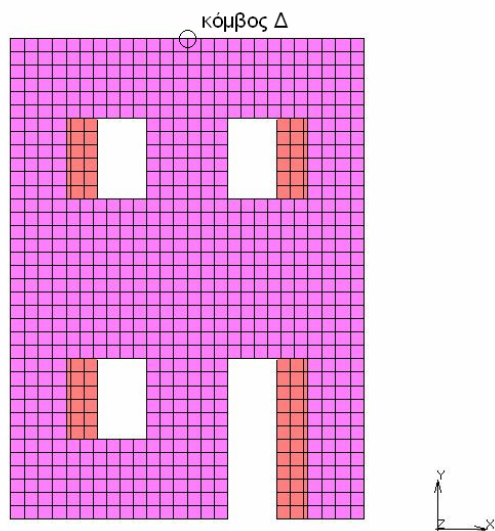
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



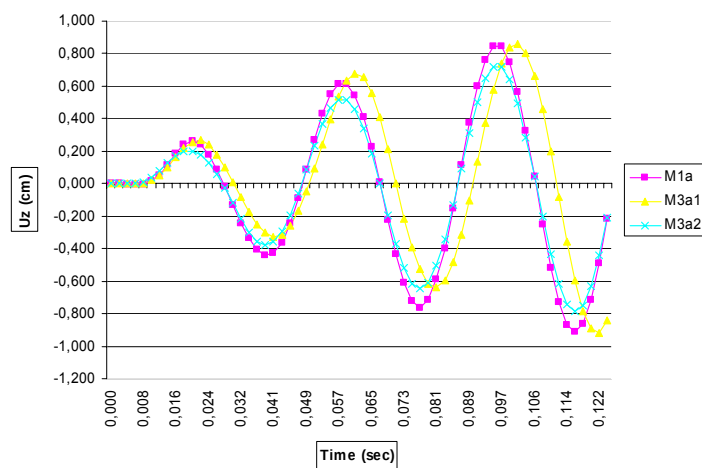
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



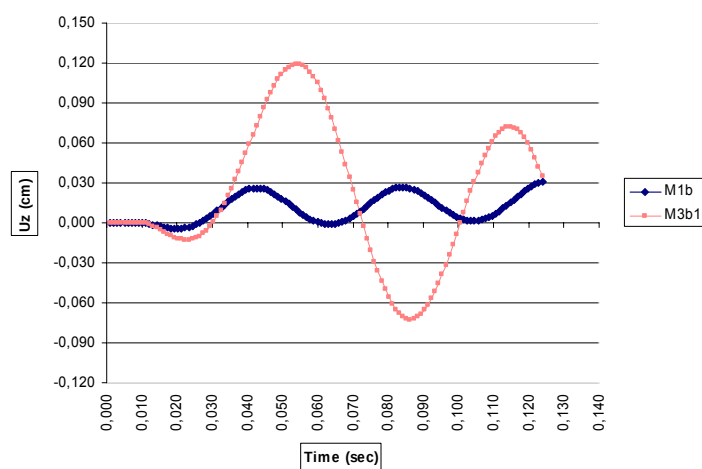
Σχ. 5.13.8 Χρονοϊστορία μετατόπισης κόμβου Γ για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα Z για τα μοντέλα α) 1a, 3a1 και 3a2 1β και β) 3β



α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



Σχ. 5.13.9 Χρονοϊστορία μετατόπισης κόμβου Δ για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα Z για τα μοντέλα α) 1α, 3α1 και 3α2 β) 1β και 3β1

5.3.2.4 Μετατόπιση βάσης ημιτονοειδής κατά τον άξονα Z, μεγαλύτερης έντασης

Στα Σχ. 5.14 φαίνονται τα αποτελέσματα για την ημιτονοειδή φόρτιση με μεγαλύτερη ένταση κατά τον άξονα Z. Παρατηρούμε, στην ελαστική ανάλυση, ότι αυξάνονται οι παραμορφώσεις, οι τάσεις και οι μετατοπίσεις και στους δύο σύνθετους φορείς σε σχέση με τον αρχικό φορέα, αλλά στην περίπτωση πλήρους σύνδεσης τα μεγέθη αυξάνονται πολύ λιγότερο από ότι στην σύνδεση με δυνατότητα ανάπτυξης φαινομένου τριβής.

Στην ελαστοπλαστική ανάλυση έχουμε αύξηση των παραμορφώσεων και των μετατοπίσεων, οι οποίες επεκτείνονται και στον δεύτερο όροφο. Τοπικά έχουμε πιο έντονες μετατοπίσεις.

Στη συνέχεια επιλέχθηκαν να μελετηθούν οι παρακάτω καθ' ύψος τομές καθώς και συγκεκριμένοι κόμβοι μελέτης, για την σχεδίαση συγκριτικών διαγραμμάτων μεταξύ των μοντέλων:

τομή 2: στο 1^ο άνοιγμα της πλευράς με τα ανοίγματα

τομή 4: στο 2^ο άνοιγμα της πλευράς με τα ανοίγματα

κόμβος A : στην οροφή του 1^{ου} ορόφου και στην δεξιά άκρη της πλευράς με τα ανοίγματα

κόμβος B : στην οροφή του 2^{ου} ορόφου και στην δεξιά άκρη της πλευράς με τα ανοίγματα

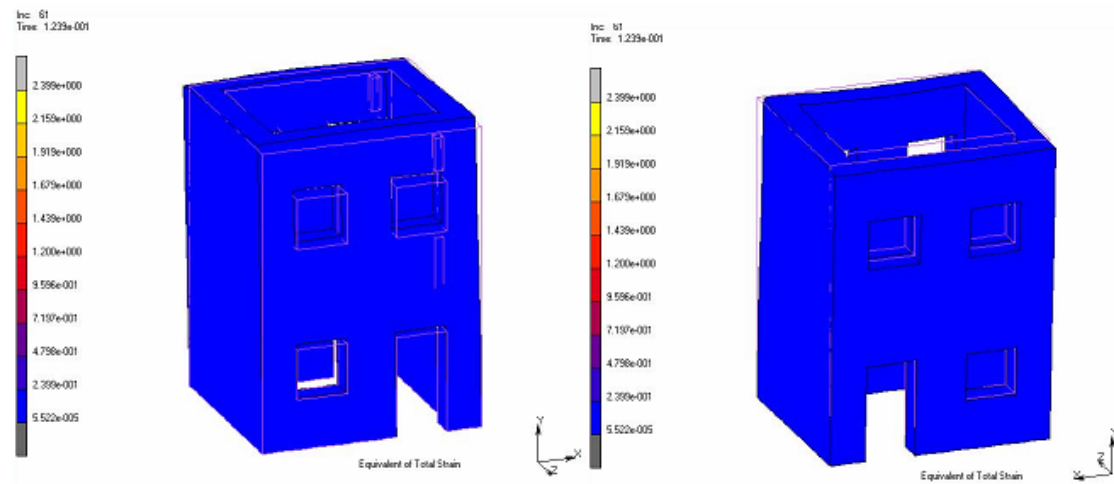
κόμβος Γ : στην οροφή του 1^{ου} ορόφου και στη μέση της πλευράς με τα ανοίγματα

κόμβος Δ : στην οροφή του 2^{ου} ορόφου και στη μέση της πλευράς με τα ανοίγματα

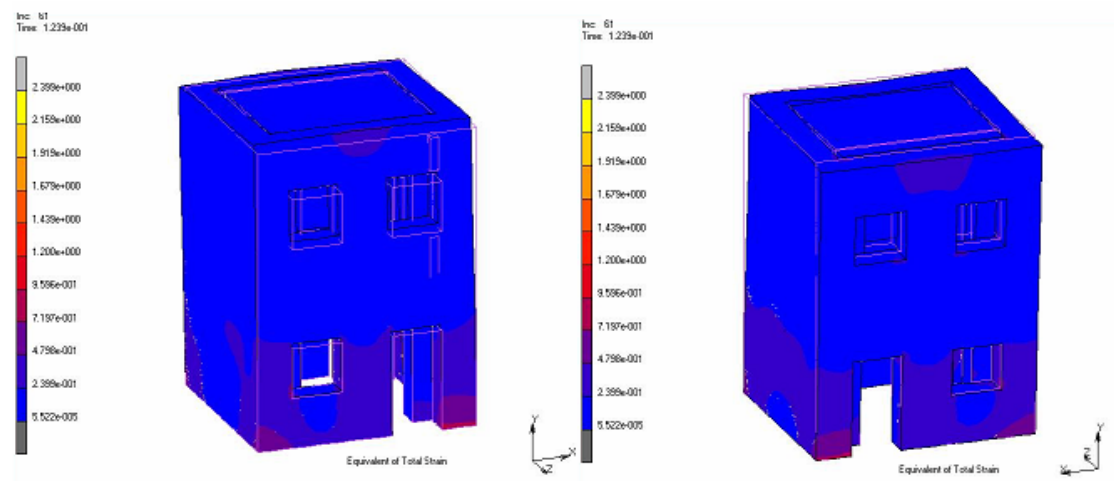
Τα επόμενα σχήματα [Σχ. 5.14.4-5.14.9] δίνουν την ιστορία της μετατόπισης τομών και κόμβων κατά τον άξονα Z για μεγαλύτερη ένταση της διέγερσης. Παρατηρούμε, όσον αφορά στην ελαστική ανάλυση, ότι αυξάνονται οι μετατοπίσεις και στις δύο περιπτώσεις σύνδεσης, αλλά πιο έντονο εμφανίζεται το φαινόμενο στην περίπτωση όπου αναπτύσσεται το φαινόμενο της τριβής. Επίσης, έχουμε μικρή διαφορά στο εύρος και τη φάση των μοντέλων.

Στην ελαστοπλαστική ανάλυση έχουμε διαφορετική συμπεριφορά λόγω πλαστικών περιοχών. Υπάρχει μεγάλη διαφορά στο εύρος και τη φάση των δύο μοντέλων. Συγκεκριμένα, στις τομές 2 & 4 έχουμε μεγάλη αύξηση των μετατοπίσεων στη μέση του τοίχου και μικρότερη στη στέψη.

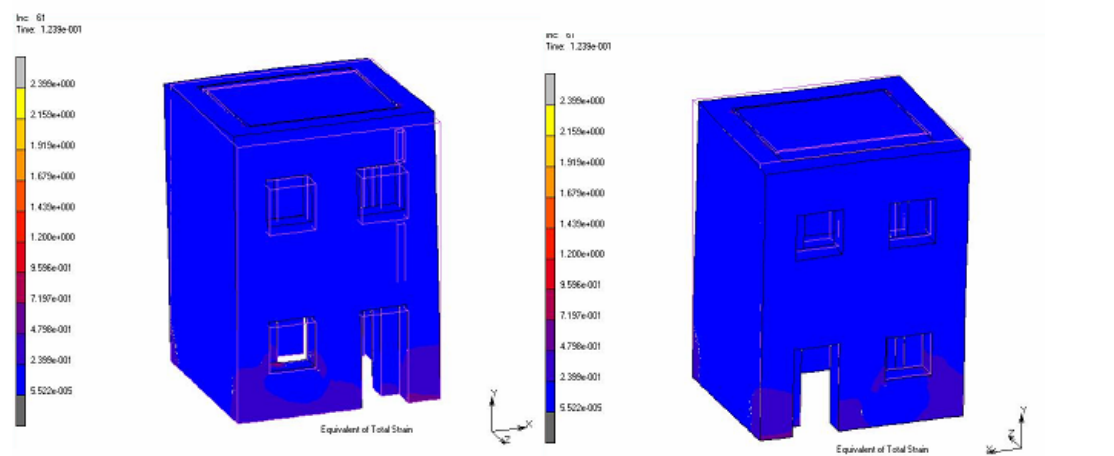
α.



β.

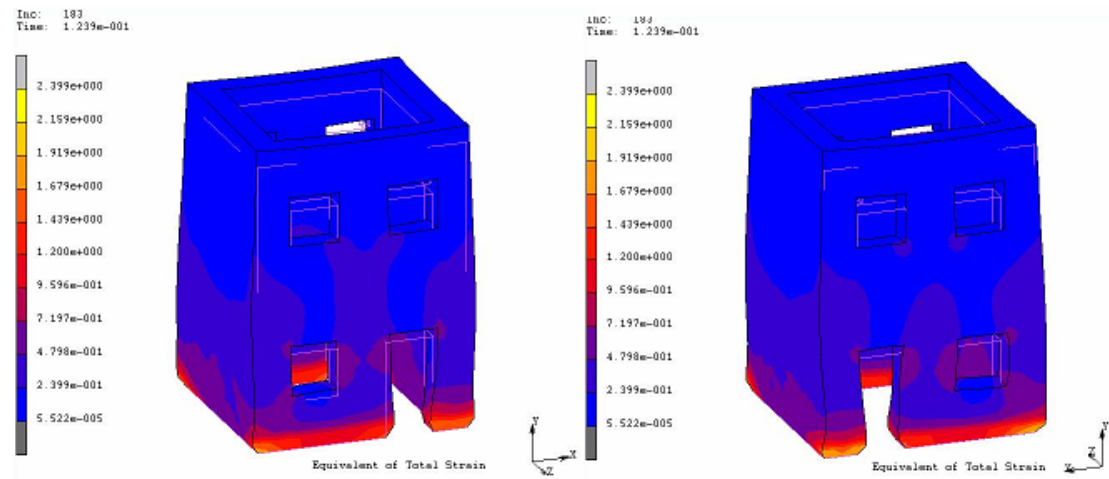


γ.

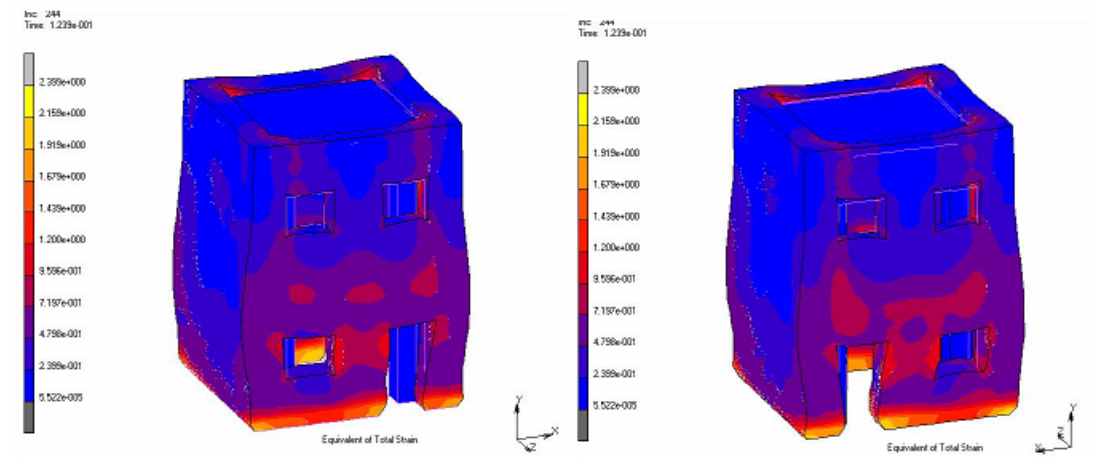


Σχ. 5.14.1.α Ισοδύναμη ολική παραμόρφωση Μοντέλου α)1α1, β)3α1 & γ)3α2 στο τέλος της ημιτονοειδούς φόρτισης κατά τον άξονα 5Z.

α.

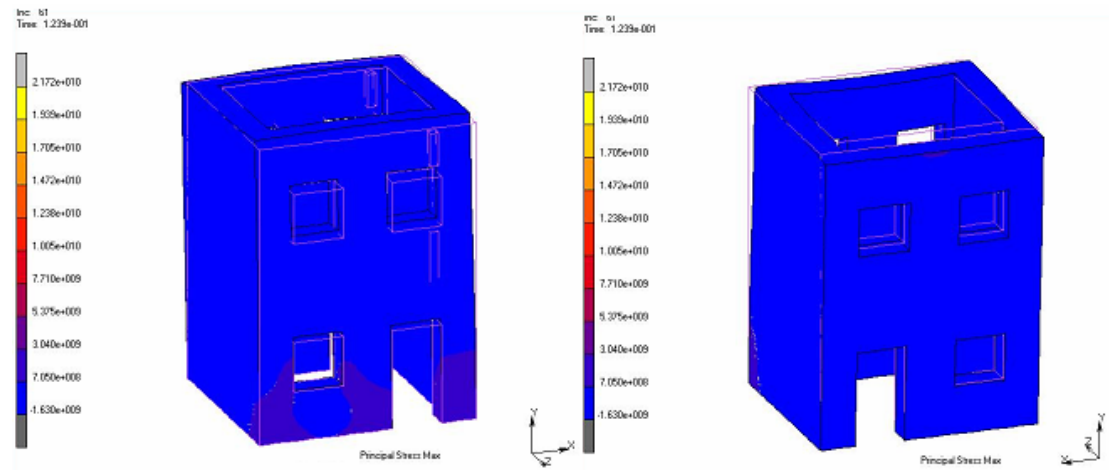


β.

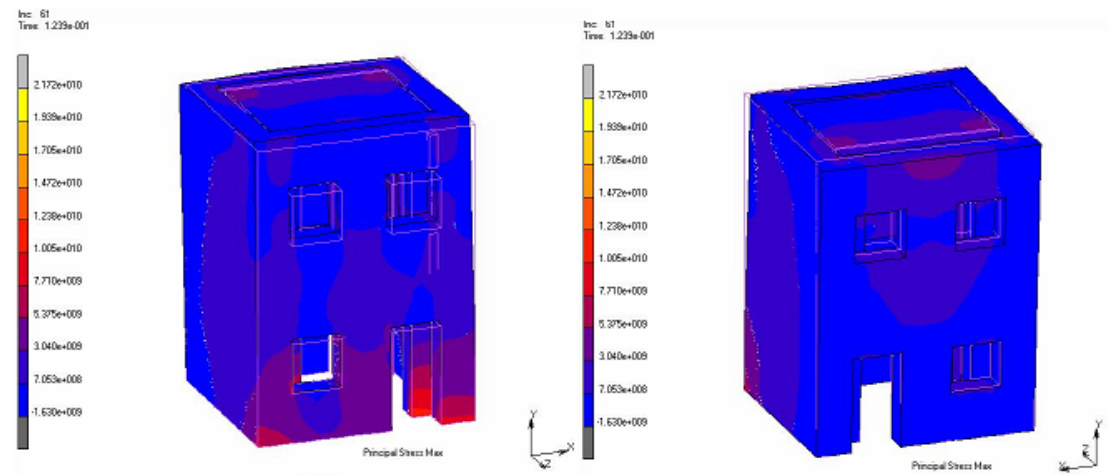


Σχ. 5.14.1.β Ισοδύναμη ολική παραμόρφωση Μοντέλου α)1β & β)3β στο τέλος της ημιτονοειδούς φόρτισης κατά τον άξονα 5Z.

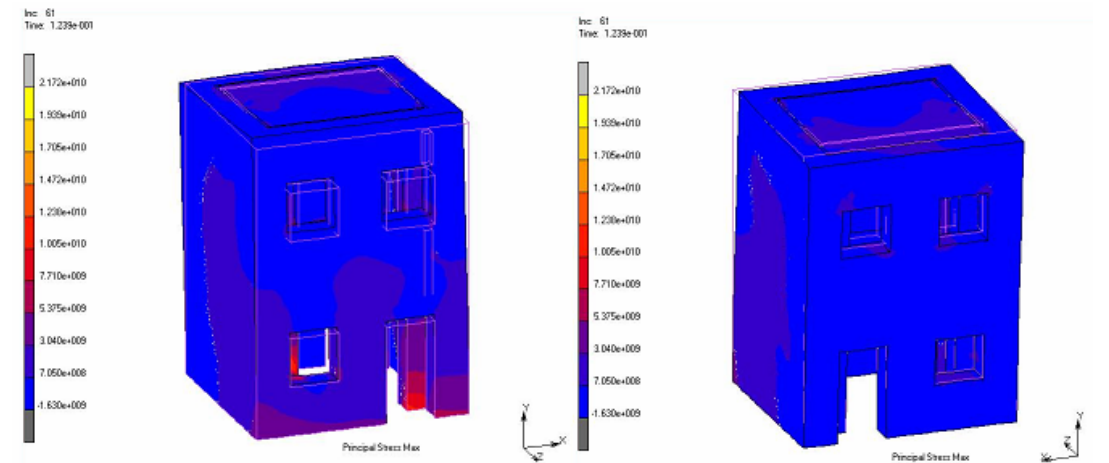
α.



β.

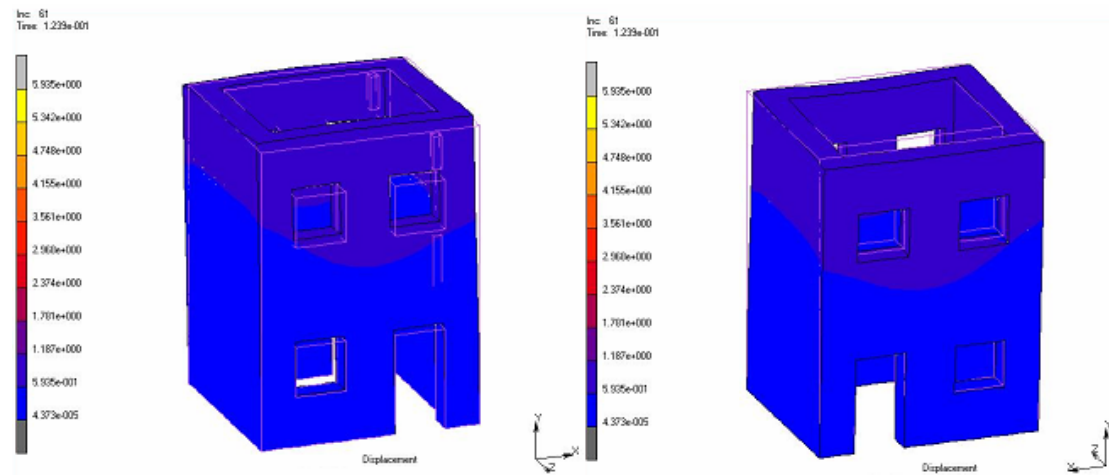


γ.

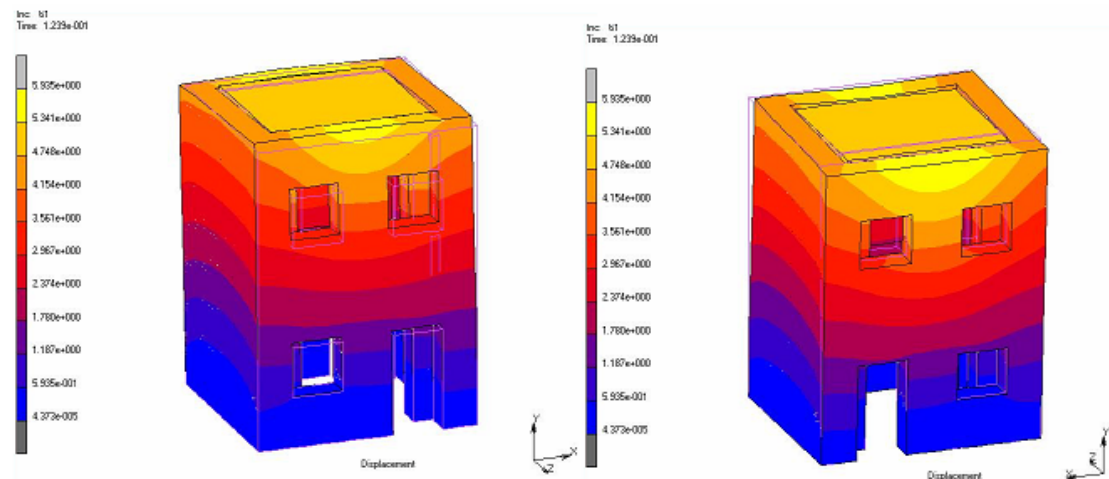


Σχ. 5.14.2.α Μέγιστη Κύρια τάση Μοντέλου α)1α1, β)3α1 & γ)3α2 στο τέλος της ημιτονοειδούς φόρτισης κατά τον άξονα 5Z.

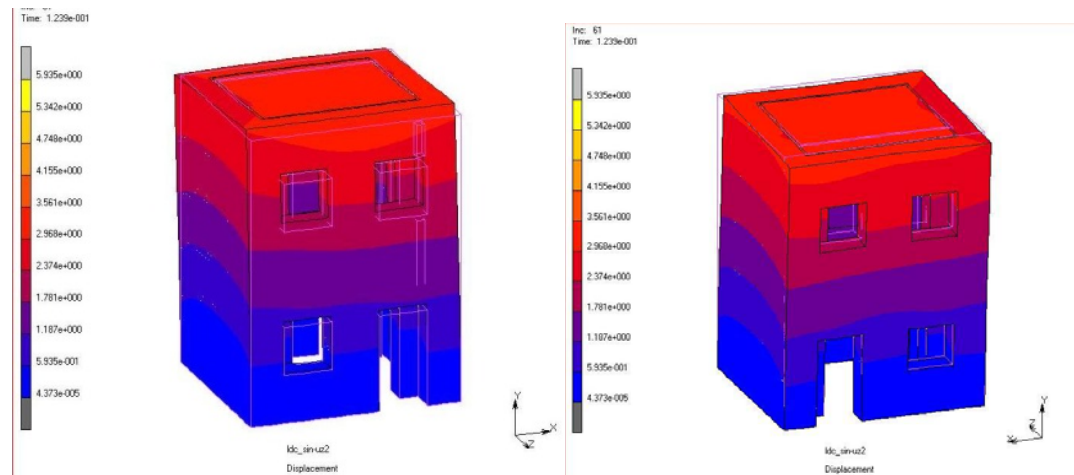
α.



β.

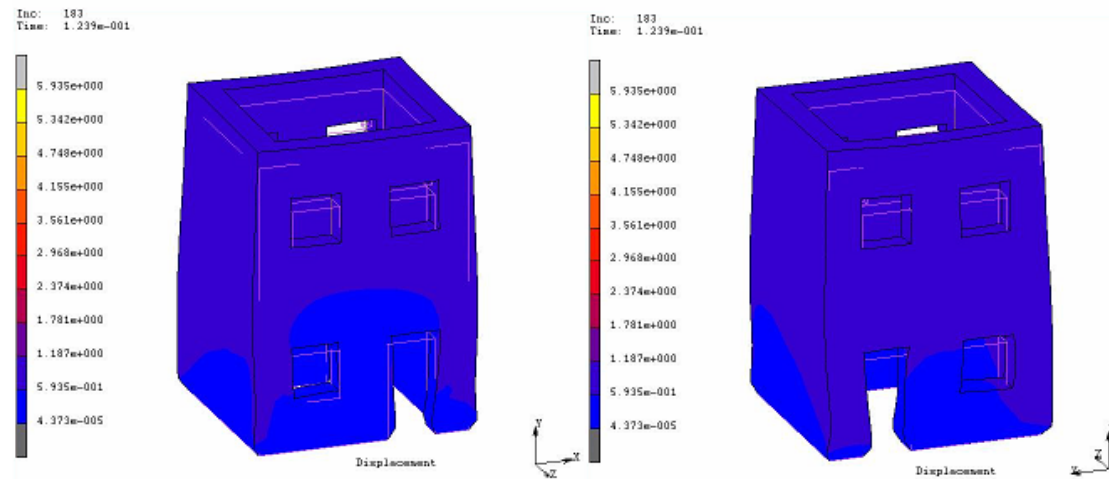


γ.

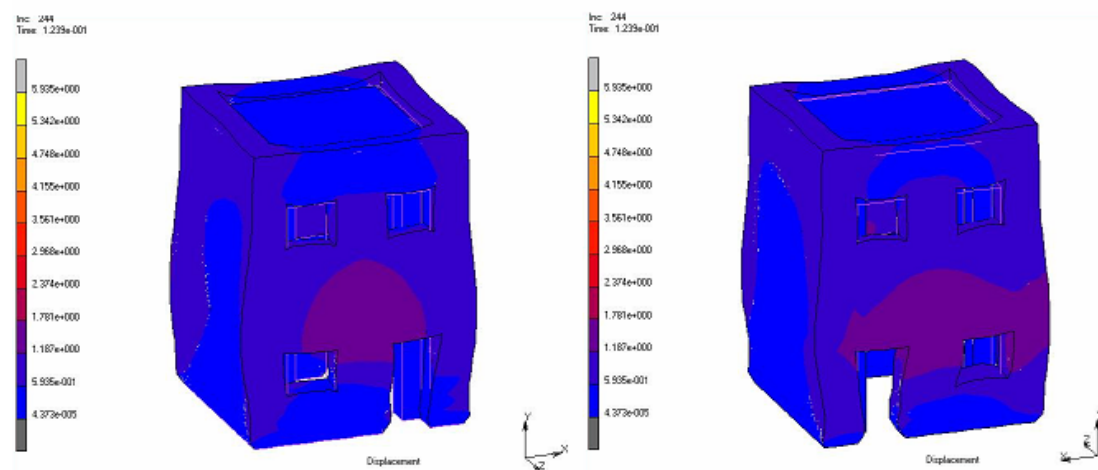


Σχ. 5. 14.3.α Μετατόπιση Μοντέλου α)1α1, β)3α1 & γ)3α2 στο τέλος της ημιτονοειδούς φόρτισης κατά τον άξονα 5Z.

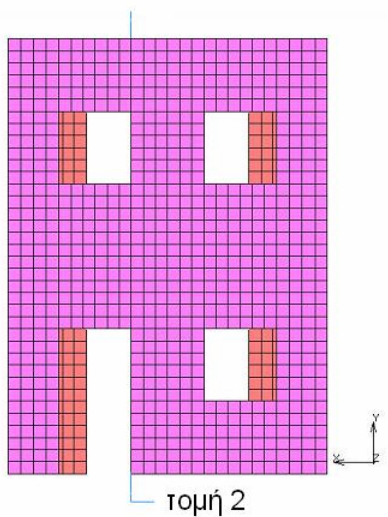
α.



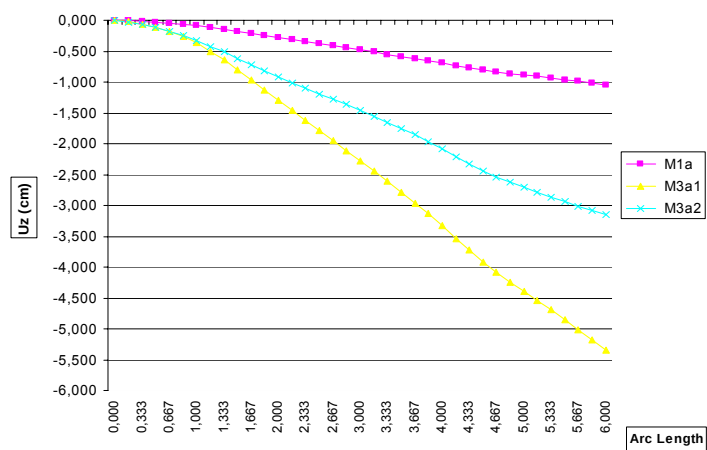
β.



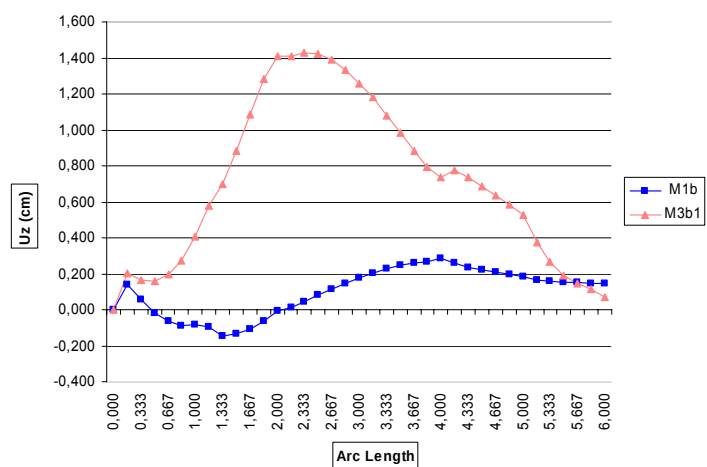
Σχ. 5.14.3.β Μετατόπιση Μοντέλου α) 1β & β) 3β στο τέλος της ημιτονοειδούς φόρτισης με μεγαλύτερη ένταση κατά τον άξονα Z.



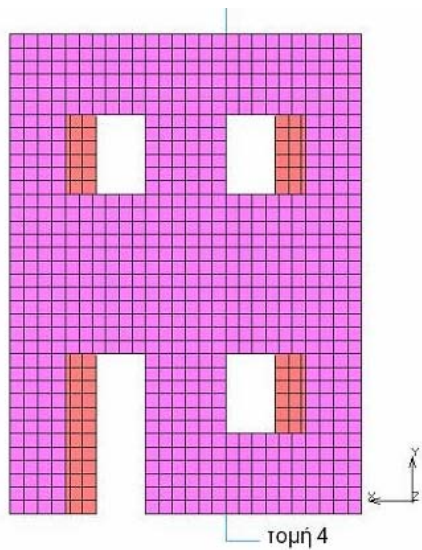
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



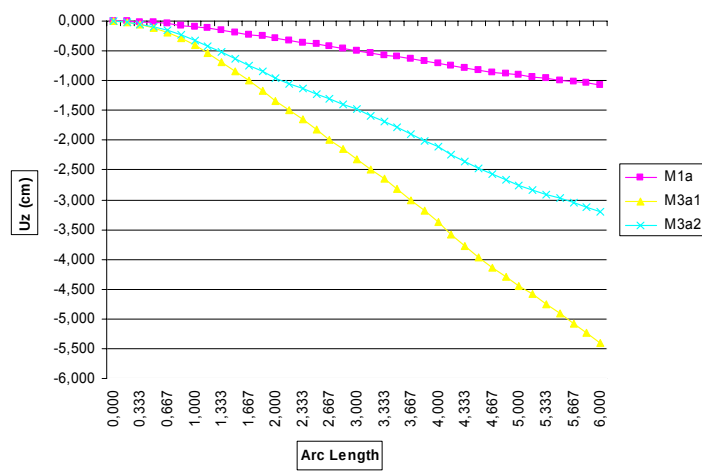
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



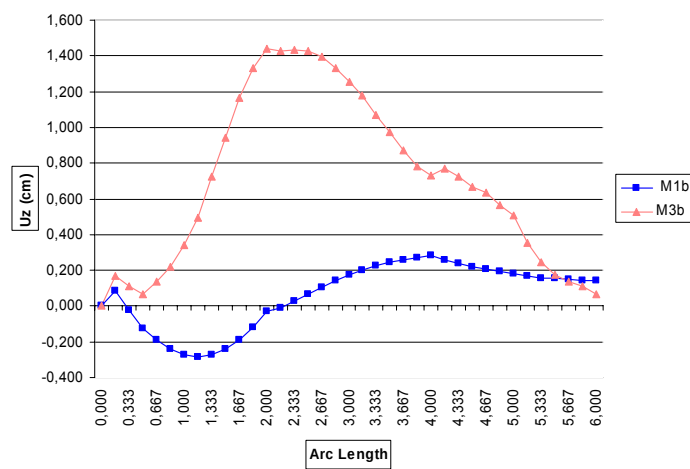
Σχ. 5.14.4 Χρονοϊστορία μετατόπισης τομής 2 για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα Z για τα μοντέλα α) 1α, 3α1 και 3α2 1β και β) 3β1.



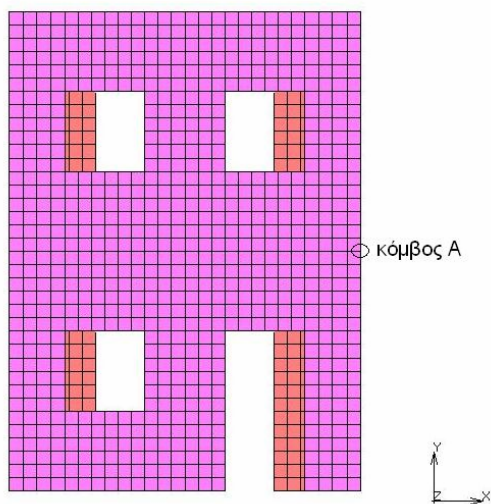
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



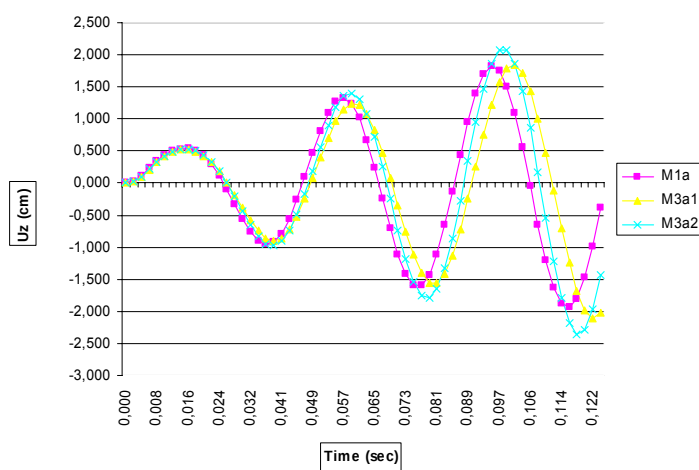
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



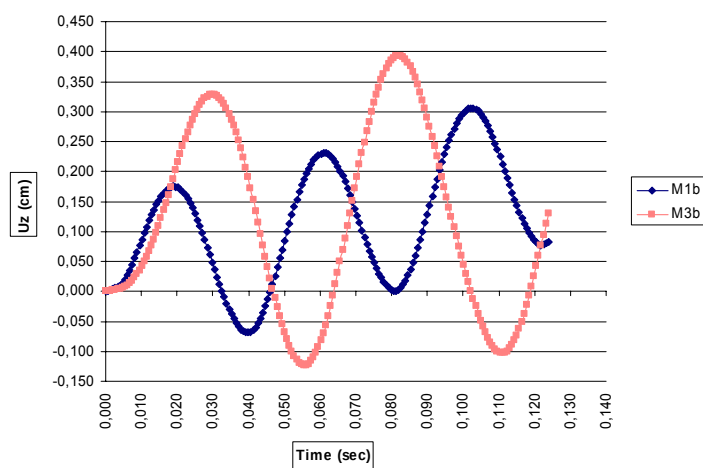
Σχ. 5.14.5 Χρονοϊστορία τομής 4 για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα Z για τα μοντέλα α) 1α, 3α1 και 3α2 1β και β) 3β1.



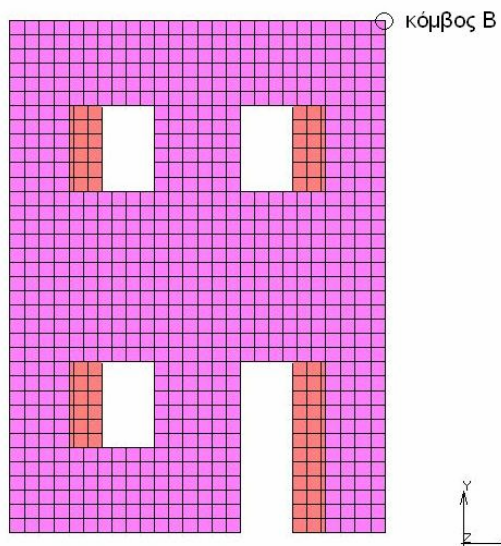
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



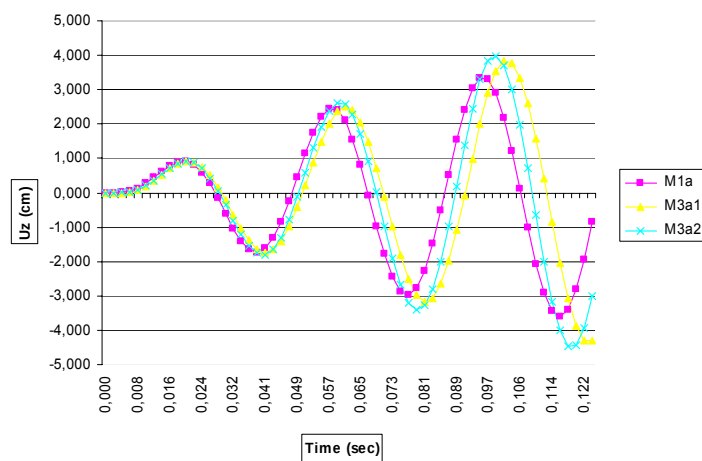
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



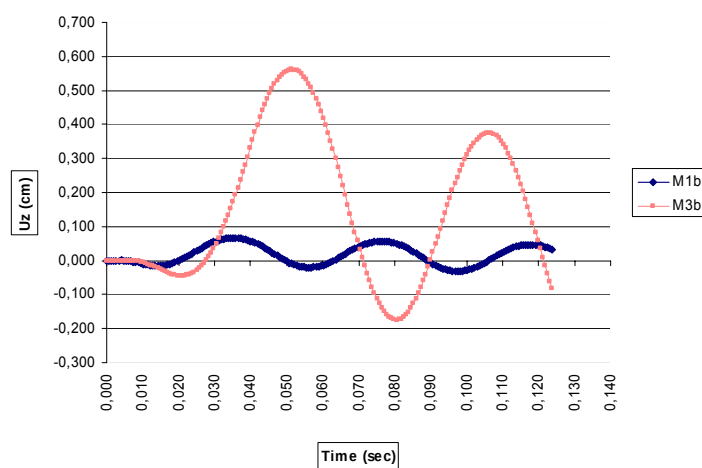
Σχ. 5.14.6 Χρονοϊστορία μετατόπισης κόμβου A για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα Z για τα μοντέλα α) 1a, 3a1 και 3a2 1β και β) 3β1



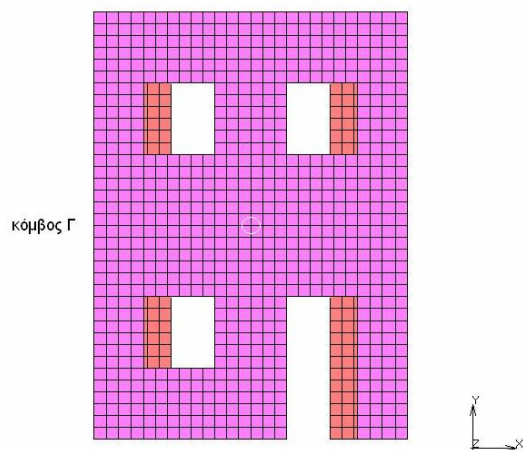
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



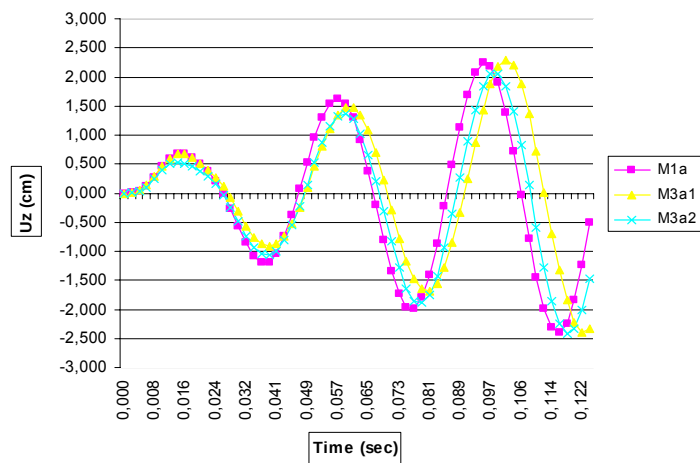
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



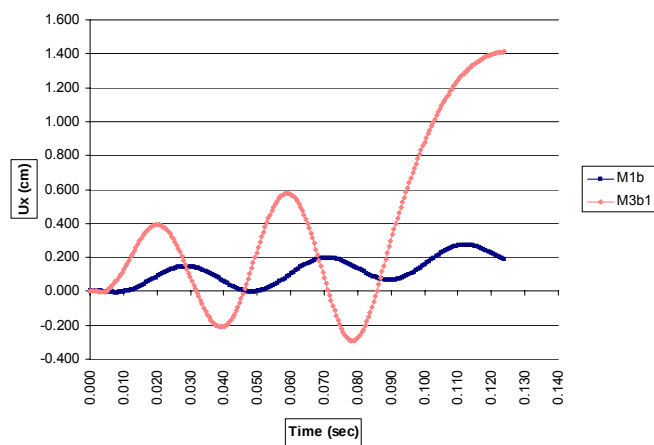
Σχ. 5.14.7 Χρονοϊστορία μετατόπισης κόμβου Β για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα Ζ για τα μοντέλα α) 1α, 3α1 και 3α2 β) 1β και 3β1



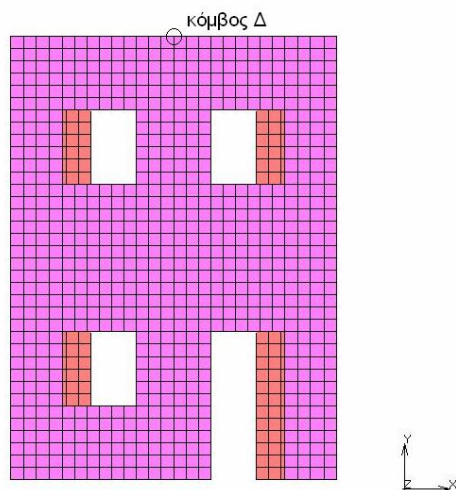
α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



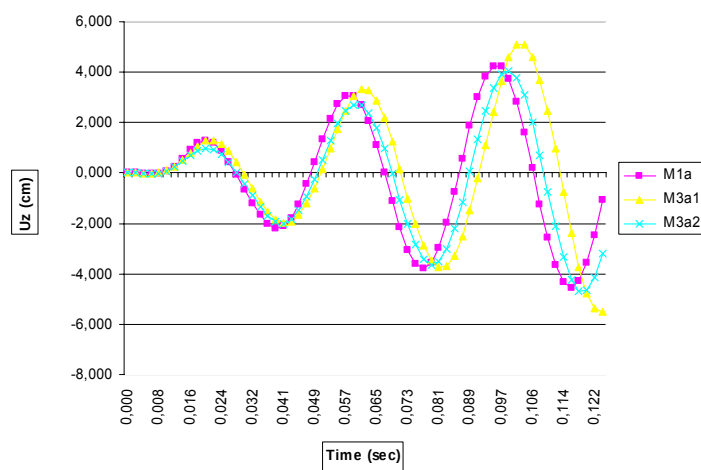
β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



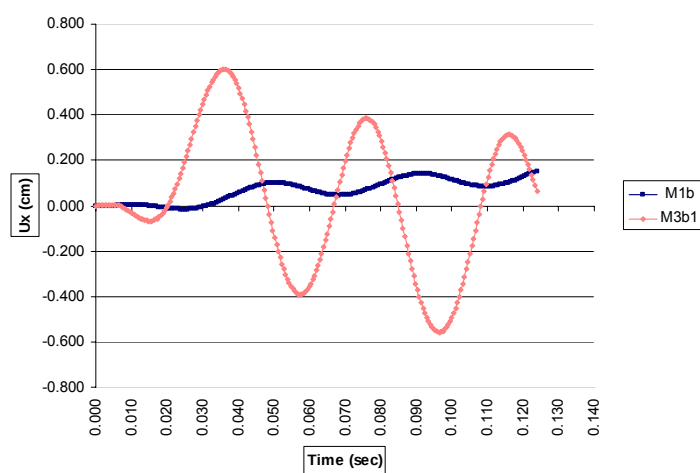
Σχ. 5.14.8 Χρονοϊστορία μετατόπισης κόμβου Γ για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα Z για τα μοντέλα α) 1α, 3α1 και 3α2 β) 1β και 3β1.



α) Γραμμική ελαστική ανάλυση



β) Ελαστοπλαστική ανάλυση



Σχ. 5.14.9 Χρονοϊστορία μετατόπισης κόμβου Δ για την ημιτονοειδή φόρτιση κατά τον άξονα Z για τα μοντέλα α) 1α, 3α1 και 3α2 β) 1β και 3β1.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο

Γενικά συμπεράσματα – Μελλοντική έρευνα

Μετά από μελέτη των αποτελεσμάτων και των συμπερασμάτων της παρούσας έρευνας, θα μπορούσαμε να πούμε σαν γενικά συμπεράσματα, ότι η απόκριση ενός σύνθετου φορέα σε δυναμική διέγερση εξαρτάται από την ένταση του φαινομένου, από την διεύθυνση κατά την οποία ασκείται η διέγερση και από τον τρόπο σύνδεσης των δύο φορέων. Τα παραπάνω επιβεβαιώνουν ότι η απόκριση ενός σύνθετου φορέα αποτελεί ένα σύνθετο φαινόμενο, όπως είχε αναφερθεί και σε αρχικά κεφάλαια της εργασίας.

Στην ειδική περίπτωση αποκατάστασης ιστορικών κατασκευών, όπου εσωτερικά ενός εξωτερικού κελύφους, πρόκειται να κατασκευαστεί σε άμεση επαφή με την τοιχοποιία, ένας νέος φέροντας οργανισμός οπλισμένος σκυροδέματος παρουσιάζονται προβλήματα δυναμικής αλληλεπίδρασης των δύο αυτών φορέων τα οποία σχετίζονται με τον τρόπο σύνδεσής τους. Η μεταφορά των φορτίων μεταξύ των φορέων γίνεται μέσω της διεπιφάνειας. Η σύνδεσή τους μπορεί να θεωρηθεί είτε να είναι πλήρης για την περίπτωση καλής προετοιμασίας κατά την σκυροδέτηση και την τοποθέτηση επαρκούς οπλισμού κάθετου στην ένωση με αποτέλεσμα την πλήρη συνεργασία και μεταφορά των φορτίων, είτε να υπάρχει δυνατότητα σχετικής μετακίνησης –τριβής ή και απομάκρυνσης των δύο φορέων για την περίπτωση ανεπαρκούς οπλισμού κάθετου στην ένωση καθώς και μικρή πρόσφυση μεταξύ της τοιχοποιίας και του σκυροδέματος. Αριθμητικά μοντέλα μονόπλευρης επαφής – τριβής μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την προσομοίωση των φαινομένων που αναπτύσσονται στην περίπτωση αστοχίας της διεπιφάνειας. Στην περίπτωση πλήρους σύνδεσης των δύο φορέων οδηγούμαστε σε μία πιο δύσκαμπτη συμπεριφορά ενώ στην περίπτωση φαινομένου επαφής- τριβής έχουμε απόσβεση της δυναμικής, παράλληλα όμως με αύξηση τοπικά των παραμορφώσεων της τοιχοποιίας η οποία μπορεί να οδηγήσει σε βλάβες της υπάρχουσας κατασκευής.

Μελλοντικές έρευνες θα μπορούσαν να γίνουν στην μελέτη της συμπεριφοράς ενός σύνθετου φορέα υπό την διέγερση ενός πραγματικού σεισμικού φορτίου, ώστε να διαπιστωθεί η απόκριση σε έναν πραγματικό σεισμό. Ένα άλλο αντικείμενο

μελέτης θα μπορούσε να είναι η απόκριση του σύνθετου φορέα χρησιμοποιώντας διαφορετικό συντελεστή τριβής ή και ακόμα διαφορετικό νόμο επαφής-τριβής. Ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα θα μπορούσε να είναι και η της σύνθετης κατασκευής με σύνδεση με δυνατότητα ανάπτυξης του φαινομένου της τριβής σε τοπικά σημεία και όχι σε όλη την επιφάνεια επαφής των δύο κατασκευών.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Αμανατίδου Χ. Σ., *Διαφραγματική Λειτουργία Πατωμάτων σε Κτίρια από Φέρουσα Λιθοδομή*, Μεταπτυχιακή Διατριβή, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά, 2008.
- [2] Ελληνικός Αντισεισμικός Κανονισμός 2000
- [3] Καραντώνη Φ., *Κατασκευές από τοιχοποιία: σχεδιασμός και επισκευές*, Παπασωτηρίου, Αθήνα, 2004.
- [4] Καρύδης Π., Λέκκας Ε., Λόζιος Σ., ‘Σεισμοτεκτονικά – γεωτεχνικά δεδομένα και δεδομένα τρωτότητας κτιρίων ως παράμετροι διαμόρφωσης του αντισεισμικού σχεδιασμού στην πόλη του Ρεθύμνου’, *13ο Ελληνικό συνέδριο σκυροδέματος*, ΤΕΕ, τομ. ΙΙΙ, σελ.75-82, Ρέθυμνο, 1999.
- [5] Παπαδάκη Ε., *Ενίσχυση τοιχοποιιών με την χρήση Ινοπλισμένων Πολυμερών: Μελέτη – Βελτιστοποίηση*, Μεταπτυχιακή Διατριβή, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά, 2001.
- [6] Παπαδρακάκης Μ., *Ανάλυση Φορέων με τη Μέθοδο Πεπερασμένων Στοιχείων*, Παπασωτηρίου, Αθήνα, 2001.
- [7] Σταυρουλάκη Μ., *Βέλτιστος σχεδιασμός επεμβάσεων ενίσχυσης σε δομικούς φορείς – Εφαρμογή στην προένταση*, Διδακτορική Διατριβή, Πολυτεχνείο Κρήτης, 1996.
- [8] Abdel Raheem S.E., Seismic pounding between adjacent building structures, *Electronic Journal of Structural Engineering*, 6, pp. 66-74, 2006.
- [9] Asteris P. G., and Tzamtzis A. D., On the Use of a Regular Yield Surface for the Analysis of Unreinforced Masonry Walls, *Electronic Journal of Structural Engineering*, <http://www.ejse.org>.
- [10] Athanasiadou C. J., Penelis G. G., Kappos Andr. J., M. Eeri, Seismic Response of Adjacent Buildings with Similar or Different Characteristics, *Earthquake Spectra* 10, 2, 1994.
- [11] Bhaskararao A.V., Jangid R.S., Harmonic response of adjacent structures connected with a friction damper, *Journal of Sound and Vibration* 292, pp710-725, 2006.
- [12] Bicanic N., Stirling C., and Pearce C.J., Discontinuous Modelling of Structural Masonry, *5th World Congress on Computational Mechanics*, Vienna, Austria, July 7-12-2002.

- [13] Cattari Serena, Lagomarsino Sergio, Non-Linear Analysis of Mixed Masonry and Reinforced Concrete Buildings, *First European Conference of Earthquake Engineering and seismology, paper number 927*, Geneva, Switzerland, 38 September 2006.
- [14] Chau K. T., X. X. Wei, X. Guo and C. Y. Shen, Experiment and theoretical simulations of seismic poundings between two adjacent structures, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 32, pp 537-554, 2003.
- [15] Granju J.-L., Sabathier V., Turatsinze An., Toumi Ahm., Interface between an Old Concrete and a Bonded Overlay: Debonding Mechanism,
- [16] Hong Hao and Jay Shen, Estimation of relative displacement of two adjacent asymmetric structures, *earthquake engineering and structural Dynamics*, 30, pp 81-96, 2001.
- [17] Jankowski R., Experimental verification of numerical models for earthquake-induced pounding between structures, *First European Conference of Earthquake Engineering and seismology, paper number 1095*, Geneva, Switzerland, 38 September 2006.
- [18] Jankowski R., Non-linear viscoelastic modeling of earthquake-induced structural pounding, *earthquake engineering and structural Dynamics*, 34, pp 595-611, 2005.
- [19] Jeng-Hsiang L., Separation distance to avoid seismic pounding of adjacent buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 26, pp. 395-403, 1997.
- [20] Kappos A. J., Penelis G. G., and Drakopoulos C. G., Evaluation of Simplified Models for Lateral Load Analysis of Unreinforced Masonry Buildings, *Journal of Structural Engineering*, Vol 18, No 7, pp. 890-897, July 2002.
- [21] Kasai K., Jagiasi A. R., Jeng V., Inelastic Vibration Phase Theory for Seismic Pounding Mitigation, *Journal of Structural Engineering*, 1136, pp. 66-74, 2006.
- [22] Leftheris B.P., Stavroulaki M.E., Sapounaki A.C. and Stavroulakis G.E., *Computational Mechanics for Heritage Structures*, WITpress, Boston, 2006.
- [23] Liolios A. A., A Linear Complementarity Approach for the Non-convex Seismic Frictional Interaction between Adjacent Structures under Instabilizing Effects, *Journal of Global Optimization* 17, October 1996.
- [24] Liolios Ast. A. , Ang.A. Liolios, St. Radev, T. Angelov, Numerical Approach for a Hemivariational Inequality Concerning the Dynamic Interaction between Adjacent Elastic Bodies, *NMA2002, LNCS 2542, pp. 519-526, Berlin Heidelberg, 2003.*

- [25] Lopez D. G., Discussion on: Critical building separation distance in reducing pounding risk under earthquake excitation, *Structural Safety* 27, pp 393-396, 2005.
- [26] Lourenco P. B., Analysis of Historical Constructions: From thrust-lines to advanced simulations, *Historical Constructions, Guimaraes*, pp. 91-116, 2001.
- [27] MARC Analysis Research Corporation, *Theory and User Information*, 2004.
- [28] Harris P. Mousakis, Manolis Papadrakakis, Three dimensional nonlinear building pounding with friction during earthquakes, *Journal of Earthquake engineering* 8, pp 107-132, 2004.
- [29] Papadrakakis M., Apostolopoulou C., Zacharopoulos A., Bitzarakis S., Three-Dimensional Simulation of Structural Pounding During Earthquakes, *Journal of Engineering Mechanics*, pp 423-431, May 1996.
- [30] Pina-Henriques J. and Lourenco P. B. , Masonry Compression: A Numerical Investigation at the Meso-Level, *Engineering Computations*, Vol 23, No 4, pp. 382-407, 2004.
- [31] Rizos D. C., ASCE Associate Member, K. G. Loya, Dynamic Cross Interaction Studies of Adjacent Foundations, *Department of Civil Engineering, University of Nebraska Lincoln*.
- [32] Stavroulaki M.E., *Finite element analysis of a stone bridge for failure prediction*, 7th National Congress on Mechanics, 24-26 June, Chania, Greece, 2004.
- [33] Stavroulaki M.E., Stavroulakis G.E., "Nonlinear frictional contact nonlinearities in aseismic design and restoration of heritage structures", in *Proceedings of the International conference on Nonsmooth/Nonconvex Mechanics, with Applications in Engineering*, Editor: C.C. Baniotopoulos, pp. 209-216, Thessaloniki, Greece, 2002.
- [34] Stavroulaki M.E., Stavroulakis G.E., "Unilateral contact applications using FEM software", 'Invited paper' in *International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences, Special Issue: Mathematical Modeling and Numerical analysis in Solid Mechanics*, Guest Editors: M. Sofonea, J.M. Viano, 12(1), 2002.
- [35] Susendar A Hertz contact model with non-linear damping for pounding simulation.
- [36] Tomazevic M., *Αντισεισμικός σχεδιασμός κτιρίων από τοιχοποιία*, Ελληνική μετάφραση, Κλειδάριθμος, Αθήνα, 2004.

- [37] Vatam. M. and Arun G., Using Photogrammetric Data for Establishing 3D Finite Element Model of a Mansory Aqueduct, *CIPA 2005 XX International Symposium*, Torino, Italy, September 2005.
- [38] Wu C., Hao H. and Lu Y., Dynamic Response and Damage Analysis of Mansory Structures and Mansory Infilled rc Frames to Blast Ground Motion, *Engineering Structures*, Vol27, pp. 323-333, 2005.
- [39] Xu Y.L., He Q., Ko J.M., ,Dynamic response of damper-connected adjacent buildings under earthquake excitation, *Engineering Structures 21*, pp135-148, 1999.