

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ



**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΥ ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΣ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ

**ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ : «ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΛΕΪΖΕΡ»**

**ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΔΕΣΜΗΣ ΑΡΝΗΤΙΚΩΝ ΙΟΝΤΩΝ (H^- , D^-) ΚΑΙ
ΟΥΔΕΤΕΡΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΛΕΪΖΕΡ ΓΙΑ
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΕ ΑΝΤΙΔΡΑΣΤΗΡΕΣ ΤΟΚΑΜΑΚ**

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Α. ΠΕΡΡΑΚΗΣ

Επιβλέπων: Αναπλ. Καθηγητής **Σταύρος Δ. Μουσταϊζής**

ΧΑΝΙΑ, 2013

Στους γονείς μου

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στους ανθρώπους που συνέβαλαν στην ολοκλήρωση αυτής της εργασίας.

Στον κ. Σταύρο Μουσταϊζή για την συνολική επίβλεψή της και την επιστημονική του καθοδήγηση σε όλη τη διάρκεια της φοίτησής μου.

Στο μέλος της τριμελούς μου επιτροπής κ. Παρασκευά Λαλούση για τη συνεισφορά του στον προγραμματισμό του κώδικα και για τη βοήθειά του στο να κατανοήσω καλύτερα τον τρόπο επίλυσης ενός προβλήματος μαγνητοϋδροδυναμικής.

Στο μέλος της τριμελούς μου επιτροπής κ. Ανάργυρο Δελή για τις υποδείξεις του αναφορικά με το μαθηματικό υπόβαθρο της αριθμητικής λύσης των διαφορικών εξισώσεων.

Σε όλους τους συμφοιτητές και συναδέλφους μου στο Εργαστήριο Φυσικής για την άριστη συνεργασία μας και τη βοήθεια που μου πρόσφεραν.

Τους ευχαριστώ όλους θερμά.

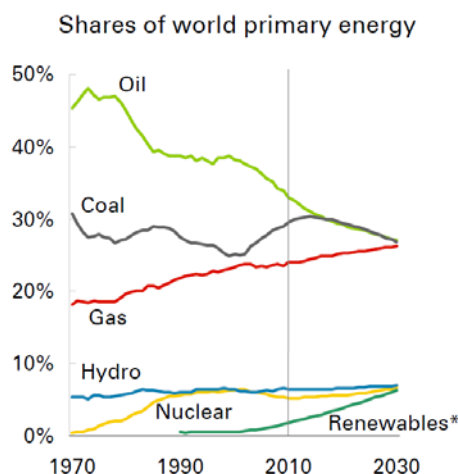
Περιεχόμενα

1	Πρόλογος.....	6
2	Εισαγωγή.....	8
2.1	Cross-section και reaction rate	8
2.2	Υπολογισμός της μέσης ενεργότητας αντίδρασης	10
2.3	Αρνητικά ιόντα	12
2.4	Πλάσμα	12
2.5	Αντιδραστήρας Tokamak	15
2.5.1	Περιγραφή μηχανής – τρόποι θέρμανσης.....	15
2.5.2	Εναπόθεση της ενέργειας – Bragg edge	18
3	Παραγωγή αρνητικών ιόντων	25
3.1	Φυσικές πηγές αρνητικών ιόντων	25
3.1.1	Πηγές επιφάνειας	26
3.1.2	Πηγές όγκου	27
3.1.3	Αλληλεπίδραση λείζερ-cluster	31
3.2	Χημικές ιδιότητες του πλάσματος (είδη σωματιδίων).....	34
3.3	Επιλογή σημαντικότερων σωματιδίων και αντιδράσεων	36
3.4	Εξισώσεις χρονικής εξέλιξης πυκνοτήτων	37
4	Μαγνητική μόνωση.....	42
4.1	Μαγνητικά μονωμένες γραμμές.....	42
4.2	Μαγνητικά μονωμένη δίοδος.....	43
4.2.1	Παραγωγή ιόντων σε δίοδο	43
4.2.2	Περιορισμός των ηλεκτρονίων (insulation)	45
4.2.3	Ταχύτητα εκτόνωσης του πλάσματος και προφίλ πυκνότητας.....	48
5	Μαγνητοϋδροδυναμική μελέτη	51
5.1	Ορισμός του προβλήματος	53
5.2	Εξισώσεις διατήρησης των ρευστών	55
5.3	Αριθμητική μέθοδος	58
5.4	Αποτελέσματα της προσομοίωσης.....	67
6	Ουδετεροποίηση.....	76
6.1.1	Ηλεκτρομαγνητική απόσπαση	76
6.1.2	Ουδετεροποίηση με κρούσεις	76

6.1.3	Φωτοαπόσπαση	77
6.2	Περιγραφή κοιλότητας ουδετεροποίησης	77
6.3	Υπολογισμός ποσοστού φωτοαπόσπασης	79
7	Συμπεράσματα – Μελλοντική έρευνα	82
7.1	Σχεδιαγράμματα διάταξης	83
8	Παραρτήματα	86
8.1	Παράρτημα Ι	86
8.2	Παράρτημα ΙΙ	87
9	Αναφορές	90

1 Πρόλογος

Η παγκόσμια κατανάλωση ενέργειας έχει αυξανόμενη τάση κάθε χρόνο. Το 1990 καταναλώθηκαν 102.569 TWh, το 2000 117.687 TWh, ενώ το 2008 143.851 TWh [1]. Το 2030 μόνο η ζήτηση για ηλεκτρική ενέργεια αναμένεται να φθάσει τις 31.656 TWh[2]. Στην εικόνα 1 φαίνεται η κατανομή της ενέργειας αυτής ανά τομέα.



Εικόνα 1: Παραγωγή ενέργειας ανά τομέα [3]

Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι η παγκόσμια αγορά ενέργειας τείνει να μειώσει την εξάρτησή της από τα στερεά και υγρά καύσιμα μέσω της μείωσης στην παραγωγή του αργού πετρελαίου και ταυτόχρονα αρχίζει να αυξάνει την παραγωγή ανανεώσιμων πηγών.

Όμως οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας έχουν μικρή δυνατότητα παραγωγής σε σχέση με τις αυξημένες ανάγκες που όπως είδαμε προκύπτουν, ενώ τα αποθέματα σε φυσικό αέριο περιορίζονται σε ορισμένες μόνο περιοχές του πλανήτη.

Η πυρηνική ενέργεια, που τώρα προέρχεται μόνο από τη σχάση, έχει μια στάσιμη και ελαφρώς πτωτική πορεία τα τελευταία χρόνια, κυρίως μετά τα δυστυχήματα στο Τσέρνομπιλ και τη Φουκουσίμα πρόσφατα. Γίνονται όμως προσπάθειες από πολλά κράτη να επιτευχθεί η παραγωγή ενέργειας μέσω πυρηνικής σύντηξης. Η ενέργεια αυτή θα είναι πιο «καθαρή» από αυτή της σχάσης καθώς δεν παράγονται ραδιενεργά ισότοπα ή οποιοδήποτε προϊόν καύσης.

Προς το παρόν σύντηξη έχει επιτευχθεί μόνο σε μικρής κλίμακας εργαστηριακούς αντιδραστήρες. Για να γίνει δυνατή η συνεχής λειτουργία του αντιδραστήρα απαιτούνται περαιτέρω έρευνες σε πολλούς τομείς. Υπάρχουν μερικά εθνικά ή πολυεθνικά προγράμματα κατασκευής ενός τέτοιου αντιδραστήρα, μεταξύ άλλων το αμερικανικό NIF και το ευρωπαϊκό-ιαπωνικό ITER.

Η παραγωγή καθαρής ενέργειας βασισμένη στη Μαγνητική Σύντηξη από αντιδραστήρες Tokamak, όπως το ITER και το DEMO, απαιτούν τη χρήση ουδετέρων δεσμών δευτερίου υψηλού ρεύματος και μεγάλης κινητικής ενέργειας και αποτελούν προτεραιότητα της EURATOM. Στην παρούσα διπλωματική διατριβή παρουσιάζουμε μία ολοκληρωμένη προτεινόμενη μέθοδο για την παραγωγή, επιτάχυνση, εξαγωγή και ουδετεροποίηση μιας δέσμης ιόντων υδρογόνου ή δευτερίου, που βασίζεται: α) στην παραγωγή αρνητικών ιόντων υδρογόνου (ή δευτερίου) μέσω αλληλεπίδρασης λέιζερ-cluster και επιτάχυνσή τους σε μία μαγνητικά μονωμένη δίοδο, β) στη διερεύνηση με χρήση MHD κώδικα 2-Fluid 1-D της χωροχρονικής εξέλιξης του πλάσματος μέσα στη δίοδο, για την επιβεβαίωση της μαγνητικής μόνωσής της και τον υπολογισμό της ολικής έντασης ρεύματος ιόντων που εξάγονται και γ) στην ουδετεροποίηση της δέσμης μέσω φωτοαπόσπασης του ηλεκτρονίου με παλμικό λέιζερ προκειμένου να γίνει η εισαγωγή της σε αντιδραστήρα Tokamak.

2 Εισαγωγή

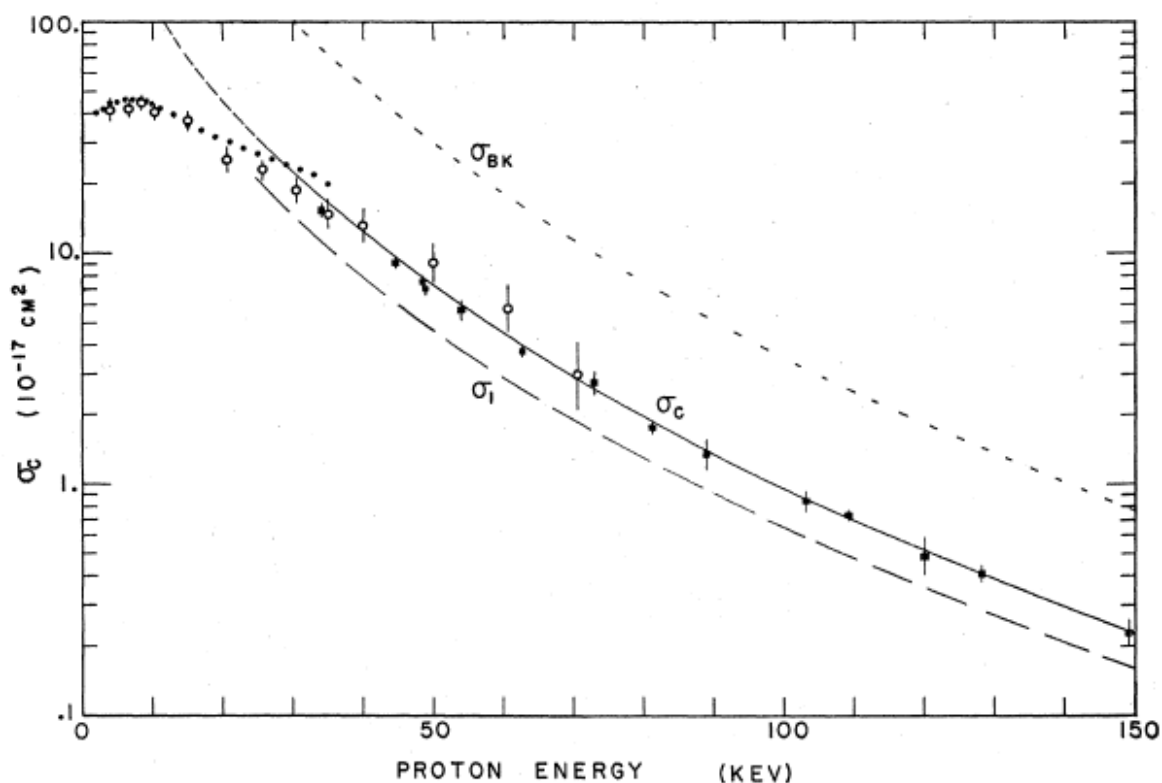
2.1 Cross-section και reaction rate

Το cross section (ενεργός διατομή) είναι η επιφάνεια που δίνει την πιθανότητα να συμβεί κάποια σκέδαση ή απορρόφηση. Μαζί με την πυκνότητα και το μήκος αλληλεπίδρασης είναι τα μεγέθη που χρησιμοποιούνται για να εξαχθεί η συνολική πιθανότητα σκέδασης. Στο πεδίο της πυρηνικής και σωματιδιακής φυσικής, η έννοια της διατομής χρησιμοποιείται για να εκφράσει την πιθανότητα αλληλεπίδρασης μεταξύ των σωματιδίων.

Όταν τα σωματίδια μιας υποθετικής δέσμης πέφτουν πάνω σε ένα «φύλλο» από μια συγκεκριμένη ουσία, το cross section σ είναι ένα μια υποθετική περιοχή γύρω από τα σωματίδια του στόχου. Αν ένα σωματίδιο της δέσμης διασχίζει αυτήν την επιφάνεια, θα υπάρξει κάποιου είδους αλληλεπίδραση. Έτσι, το μέγεθος του cross section έχει μονάδα μέτρησης επιφάνειας (m^2 ή συννηθέστερα cm^2 επειδή τα πλάσματα που συναντάμε στη γη δεν έχουν μέγεθος μεγαλύτερο από μερικά εκατοστά).

Το cross-section για μια αλληλεπίδραση δεν είναι σταθερό, αλλά μεταβάλλεται ανάλογα με τις ιδιότητες της αλληλεπίδρασης αυτής. Για παράδειγμα στις αντιδράσεις πλάσματος υδρογόνου, σε διαφορετική ενέργεια πλάσματος έχω διαφορετικό cross-section αντίδρασης.

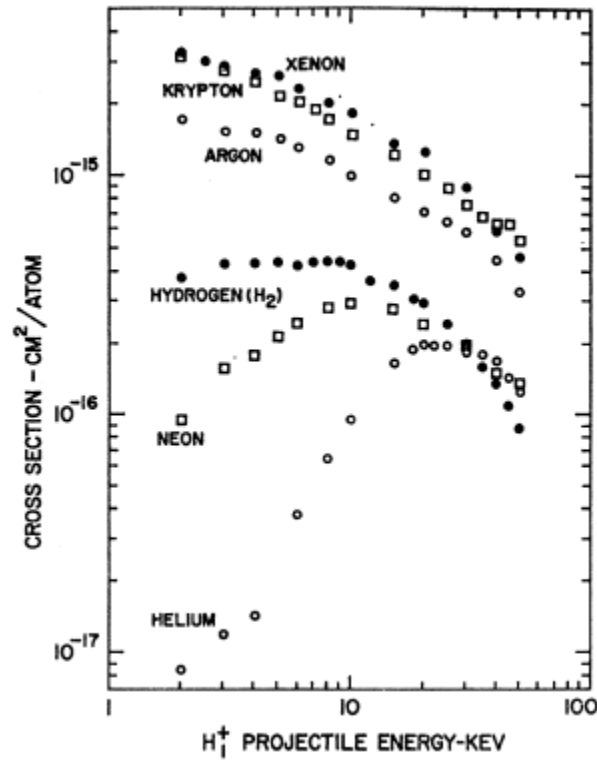
Θα δούμε αργότερα ότι η χρήση δέσμης θετικών ιόντων για θέρμανση πλάσματος δεν είναι εφικτή επειδή το cross-section είναι πολύ μικρό στις υψηλές ενέργειες. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η εξάρτηση του cross-section για την σύλληψη ηλεκτρονίου από δέσμη πρωτονίων από την ενέργεια της δέσμης[4]:



Εικόνα 2: Εξάρτηση του cross-section ουδετεροποίησης H^+ από την ενέργεια [4]

Από τη μορφή της καμπύλης γίνεται άμεσα αντιληπτό ότι η πιθανότητα να «συλληφθεί» τελικά ένα ηλεκτρόνιο από το πρωτόνιο είναι σχεδόν αντιστρόφως ανάλογη της ενέργειάς του. Ήδη στα 150 keV το cross-section είναι κοντά στα 10^{-18} cm²! Στα 1 MeV (που είναι η ενέργεια που θέλουμε να αποκτήσει η δέσμη μας), η πιθανότητα θα είναι ελάχιστη.

Ακόμα κι αν επιλέξουμε πιο αποδοτικές μεθόδους, όπως την κρούση των πρωτονίων με άτομα (των οποίων τα ηλεκτρόνια θα πάρουν τα πρωτόνια), πάλι θα δούμε ότι το cross-section αν και μεγαλύτερο, βαίνει μειούμενο πολύ γρήγορα:



Εικόνα 3: Το cross-section για την σύγκρουση πρωτονίων με διάφορα άτομα, προς παραγωγή ουδετέρων [5]

2.2 Υπολογισμός της μέσης ενεργότητας αντίδρασης

Η δραστικότητα και η αποτελεσματικότητα μιας θερμοπυρηνικής αντίδρασης σύντηξης χαρακτηρίζεται από το φυσικό μέγεθος που ονομάζεται μέση ενεργότητα και συμβολίζεται με σ . Το πλάσμα είναι ένα στατιστικό σύνολο ταχυτήτων των σωματιδίων, διαφορετικού είδους, που βρίσκονται σε θερμική ισορροπία (ισοκατανομή θερμοκρασίας), χαρακτηρίζονται από μια κατανομή ταχυτήτων η οποία ακολουθεί την κατανομή Maxwell και εκφράζεται μαθηματικά από τη σχέση:

$$f_j(v_j) = \left(\frac{m_j}{2\pi kT} \right) e^{-\frac{m_j v_j^2}{2kT}}$$

όπου ο δείκτης j συμβολίζει τα διαφορετικά είδη σωματιδίων που περιέχονται στο πλάσμα, T είναι η θερμοκρασία και k η σταθερά Boltzmann.

Η μέση ενεργότητα δίνεται από το ολοκλήρωμα

$$\langle \sigma v \rangle = \int_0^{\infty} \sigma(v) v f(v) dv$$

το οποίο μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\langle \sigma v \rangle = \iint dv_1 dv_2 \sigma_{1,2}(v) v f_1(v_1)$$

όπου $v = |v_1 - v_2|$.

Για να ολοκληρώσουμε το τελευταίο ολοκλήρωμα θα εκφράσουμε τις ταχύτητες v_1 και v_2 σε συνάρτηση των σχετικών ταχυτήτων και της ταχύτητας του κέντρου μάζας, χρησιμοποιώντας την ανηγμένη μάζα. Προκύπτει ότι:

$$\langle \sigma v \rangle = \left[\left(\frac{m_1 + m_2}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int dv_c e^{-\frac{m_1 + m_2}{2kT} v_c^2} \right] \cdot \left[\left(\frac{m_r}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int dv e^{-\frac{m_r}{2kT} v^2} \sigma(v) v \right]$$

Η πρώτη αγκύλη μπορεί να θεωρηθεί ίση με την μονάδα λόγω της κατανομής Maxwell, οπότε μας μένει το δεύτερο ολοκλήρωμα το οποίο είναι συνάρτηση της σχετικής ταχύτητας. Εάν αντικαταστήσουμε

$$dv = 4\pi v^2 dv$$

και πάρουμε και την σχέση της κινητικής ενέργειας του κέντρου μάζας

$$\varepsilon = \frac{1}{2} m_r v^2$$

τότε θα έχουμε την τελική σχέση:

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{4\pi}{(2\pi m_r)^{1/2}} \frac{1}{(kT)^{3/2}} \int_0^{\infty} \sigma(\varepsilon) \varepsilon e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} d\varepsilon$$

Με τη σχέση αυτή θα υπολογίσουμε στην συνέχεια το $\langle \sigma v \rangle$, σε συνδυασμό με μία σχέση που θα μας δίνει το $\sigma(\varepsilon)$ συναρτήσει της θερμοκρασίας. Παρατηρώντας τον προηγούμενο τύπο, βλέπουμε ότι ισούται με ένα γινόμενο παραγόντων το οποίο είναι σταθερό για μια συγκεκριμένη τιμή της θερμοκρασίας T και για τον λόγο αυτό βγαίνει έξω από το ολοκλήρωμα. Το ολοκλήρωμα αυτό με την σειρά του, υπολογίζεται για τιμές της ενέργειας από μηδέν μέχρι άπειρο, και εάν το πολλαπλασιάσουμε με τους υπόλοιπους δύο όρους, μας δίνει το $\langle \sigma v \rangle$ για την θερμοκρασία που κάθε φορά εμείς επιλέγουμε, επειδή το $\sigma(\varepsilon)$ εξαρτάται από την ενέργεια και η κατανομή ενέργειας είναι εκθετική (μορφή κατανομής Maxwell).

2.3 Αρνητικά ιόντα

Στη θέρμανση πλάσματος, αλλά και σε πολλές άλλες εφαρμογές, χρειάζεται να επιταχύνουμε σωματίδια. Όταν αυτά είναι ουδέτερα δεν μπορούν να επιταχυνθούν με τον εύκολο τρόπο της εφαρμογής διαφοράς δυναμικού. Προτιμάμε επομένως να επιταχύνουμε θετικά ή αρνητικά ιόντα των σωματιδίων αυτών και κατόπιν να τα κάνουμε ουδέτερα αν αυτό χρειάζεται.

Τα θετικά ιόντα είναι εύκολο να δημιουργηθούν[6]· αρκεί να περάσει μια αρχικά ουδέτερη δέσμη σωματιδίων μέσα από μια ισχυρή δεσμη ηλεκτρονίων, για παράδειγμα αυτή που προκύπτει ανάμεσα σε μία άνοδο και κάθοδο. Η δέσμη ηλεκτρονίων θα «συμπαράσχει» τα ηλεκτρόνια των ατόμων και θα τα αφήσει θετικά φορτισμένα. Βέβαια, όταν η δέσμη έχει μεγάλη ενέργεια (για θέρμανση πλάσματος χρειάζονται ενέργειες της τάξης των MeV), τότε το cross-section για μια τέτοια ουδετεροποίηση γίνεται πολύ μικρό και η μέθοδος κρίνεται ασύμφορη.

Τα αρνητικά ιόντα από την άλλη, είναι πιο δύσκολο να παραχθούν και αυτό θα φανεί αναλυτικά παρακάτω. Το πλεονέκτημά τους όμως είναι ότι όταν με κάποιο τρόπο δημιουργηθεί η δέσμη και επιταχυνθεί, μπορεί πολύ εύκολα να μετατραπεί σε ουδέτερη χωρίς αυτή να χάσει την ενέργεια ή την κατευθυντικότητά της. Σε εφαρμογές που χρειάζεται δέσμη μεγάλης ισχύος και μεγάλης αποδόσης, το πλεονέκτημα αυτό είναι σημαντικότερο από τις όποιες τεχνικές δυσκολίες προκύπτουν από την μέθοδο παραγωγής ή ουδετεροποίησής τους.

2.4 Πλάσμα

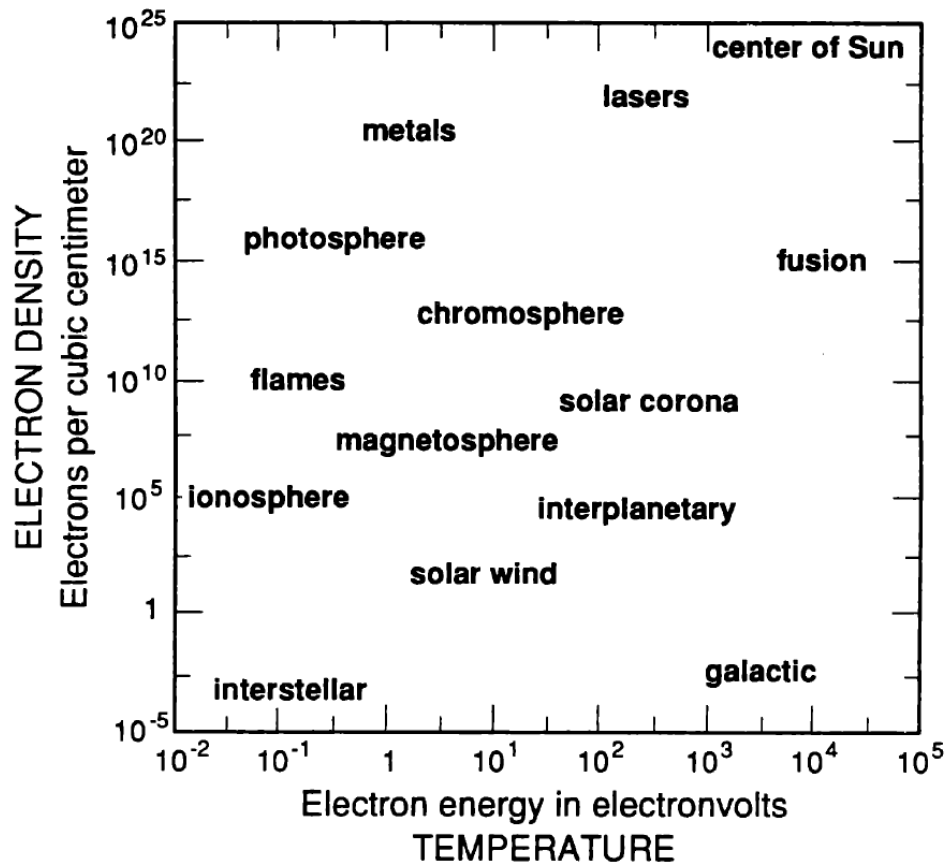
Το πλάσμα μπορεί να θεωρηθεί η τέταρτη κατάσταση της ύλης. Σε αυτήν, τα άτομα έχουν ιονιστεί πλήρως (σε θετικούς πυρήνες και αρνητικά ηλεκτρόνια) και συνυπάρχουν αλληλεπιδρώντας το ένα με το άλλο. Το πλάσμα μπορεί να δημιουργηθεί είτε με θέρμανση σε υψηλές θερμοκρασίες είτε με άλλες μεθόδους όπως εφαρμογή ισχυρού ηλεκτρικού πεδίου, λέιζερ, μικροκύματα και άλλες. Το πλάσμα είναι εξαιρετικά καλός αγωγός του ηλεκτρικού ρεύματος, ως αποτέλεσμα των ελεύθερων να κινηθούν φορτίων. Πλάσμα συναντάται επίσης στον ήλιο (και γενικά σε

όλα τα άστρα), τον ηλιακό άνεμο και σε όλο γενικά το σύμπαν σε διάφορες περιοχές. Στη γη συναντάται στις αστραπές, τους κεραυνούς, την ιονόσφαιρα και στις φλόγες υψηλών θερμοκρασιών. Τέλος, πλάσμα παράγεται τεχνητά στις λάμπες φθορισμού, στις τηλεοράσεις plasma, στα καυσαέρια των πυραύλων, τα τυλίγματα Tesla και σε εργαστηριακές διατάξεις όπως αντιδραστήρες πυρηνικής σύντηξης.

Οι βασικές κατηγορίες στις οποίες διακρίνουμε το πλάσμα είναι οι εξής:

- Το εργαστηριακό πλάσμα που παράγεται τεχνητά από τον άνθρωπο. Το μέγεθός του είναι σχετικά μικρό, συνήθως δεν ξεπερνάει τα μερικά μέτρα, κυρίως λόγω της δυσκολίας του περιορισμού του. Οι χρόνοι ζωής του εργαστηριακού πλάσματος είναι επίσης σχετικά μικροί. Σε έναν αντιδραστήρα σύντηξης το πλάσμα έχει χαρακτηριστικούς χρόνους της τάξης των 10^2 s. Η πυκνότητα των εργαστηριακών πλάσμάτων ποικίλει ανάλογα την εφαρμογή. Σε εφαρμογές μαγνητικής πυρηνικής σύντηξης η πυκνότητα είναι της τάξης των 10^{20} m^{-3} ενώ για την αδρανειακή σύντηξη η πυκνότητα φτάνει τα 10^{30} m^{-3} .
- Το επίγειο πλάσμα που δημιουργείται με φυσικό τρόπο στη γη και περιλαμβάνει τους κεραυνούς, τις φλόγες, την ιονόσφαιρα, το βόρειο σέλας και άλλα. Εδώ οι χρόνοι ζωής και οι διαστάσεις μπορεί να είναι μεγαλύτερες ανάλογα τη διάρκεια και την έκταση του φυσικού φαινομένου. Η πυκνότητα μπορεί να είναι χαμηλή, για παράδειγμα στην ιονόσφαιρα από 10^6 ως 10^8 m^{-3} , ή υψηλή όπως στους κεραυνούς που φτάνει τα 10^{24} m^{-3} .
- Το αστροφυσικό πλάσμα που υπάρχει στα άστρα, τον ηλιακό άνεμο, το διαπλανητικό, διαστρικό και διαγαλαξιακό πλάσμα, τους κομήτες και άλλα. Οι διαστάσεις τους είναι πολύ μεγαλύτερες, και φτάνουν τα 10^{25} m ενώ οι πυκνότητές τους μπορεί να είναι από πολύ μικρές (10^1 m^{-3} στο διαγαλαξιακό πλάσμα) μέχρι πολύ μεγάλες (10^{31} m^{-3} στο κέντρο του ήλιου).

Όπως γίνεται αντιληπτό, το πλάσμα είναι μια κατάσταση της ύλης στην οποία οι φυσικές παράμετροι έχουν τιμές με εύρος πολλές τάξεις μεγέθους. Στο επόμενο σχήμα φαίνονται κάποιες τυπικές τιμές πυκνότητας και θερμοκρασίας για μερικά είδη πλάσματος.



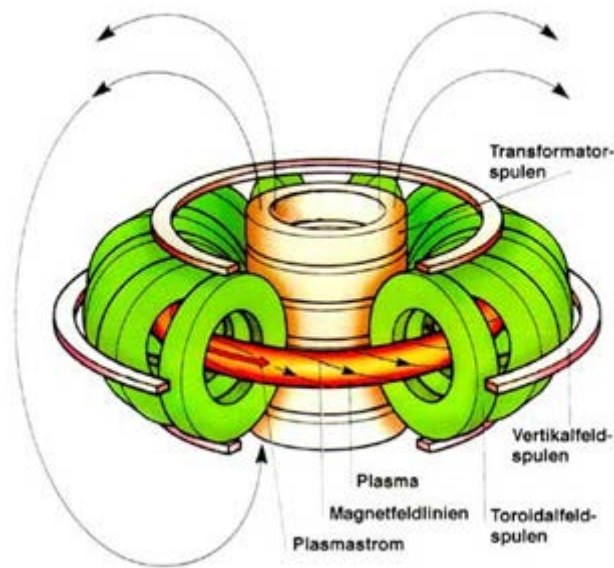
Εικόνα 4: Τυπικές τιμές ηλεκτρονικής πυκνότητας και θερμοκρασίας για ορισμένα είδη πλάσματος[7]

Ένα πλάσμα διακρίνεται περαιτέρω σε θερμό και ψυχρό ανάλογα με το βαθμό ιονισμού των ατόμων του. Στο ψυχρό πλάσμα δεν είναι απαραίτητο ότι θα έχουν ιονιστεί όλα τα άτομα, αρκεί ένα 10%, ενώ στο θερμό όλα τα άτομα είναι ιονισμένα και δεν υπάρχουν ουδέτερα σωμάτια.[8]

2.5 Αντιδραστήρας Tokamak

2.5.1 Περιγραφή μηχανής – τρόποι θέρμανσης

Η ρωσική λέξη *токамак* είναι ακρωνύμιο της φράσης «*тороидальная камера с магнитными катушками*» που σημαίνει «τοροειδής θάλαμος με μαγνητικά τυλίγματα». Πρόκειται για μια διάταξη αντιδραστήρα πυρηνικής σύντηξης, που κατασκευάστηκε τη δεκαετία του 1950 από τους σοβιετικούς Igor Tamm και Andrei Sakharov.



Εικόνα 5: Αντιδραστήρας Tokamak

Στον αντιδραστήρα Tokamak συνυπάρχουν δύο μαγνητικά πεδία: Ένα τοροειδές που συγκρατεί το πλάσμα, κι ένα κυκλικό στο εσωτερικό του. Έτσι το πλάσμα ακολουθεί μια ελικοειδή διαδρομή και δεν δραπετεύει εκτός της μηχανής. Επειδή απαιτούνται υψηλές θερμοκρασίες (της τάξης των 10^8 K) προκειμένου να γίνει μία πυρηνική σύντηξη, για να διατηρηθεί το πλάσμα σε αυτές πρέπει να του παρέχεται συνεχώς ενέργεια.

Τρεις τρόποι εφαρμόζονται αυτή τη στιγμή για τη θέρμανση του πλάσματος:

- **Η ωμική θέρμανση.** Το πλάσμα διαρρέει ένα επαγόμενο ηλεκτρικό ρεύμα που προκαλείται από ένα εξωτερικό μαγνητικό πεδίο (ουσιαστικά το πλάσμα γίνεται το δευτερεύον «τύλιγμα» ενός μετασχηματιστή). Αυτό επιτυγχάνει

τόσο τη συγκράτησή του πλάσματος στο εσωτερικό του Tokamak (αναγκάζοντάς το σε μια ελικοειδή τροχιά) όσο και την θέρμανσή του, λόγω των ωμικών κρούσεων. Παρόλο που η μέθοδος αυτή συνεισφέρει στο συνολικό ποσοστό ισχύος που απαιτεί το Tokamak, αυτή γενικά είναι μικρή λόγω του ότι όσο αυξάνεται η θερμοκρασία του, τόσο πιο αγωγίμο γίνεται το πλάσμα με αποτέλεσμα οι ωμικές κρούσεις να ελαττώνονται.

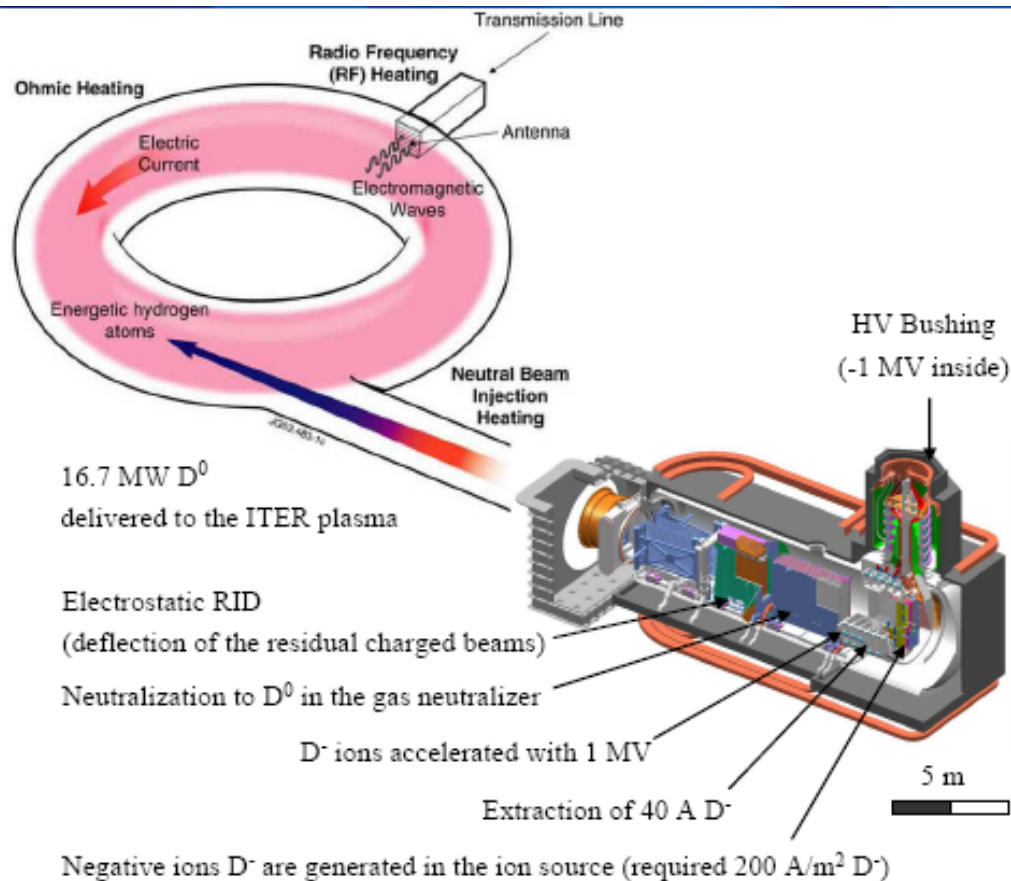
- **Με RF ακτινοβολία** στην περιοχή των μικροκυμάτων. Στους Tokamak υπάρχουν διατάξεις που λέγονται γυροτρόνια (gyrotrons). Στην ουσία πρόκειται για λυχνίες κενού υψηλής ενέργειας, οι οποίες εκπέμπουν ηλεκτρομαγνητικά κύματα με μήκος κύματος της τάξεως του mm και συχνότητα από 20 ως 250 GHz. Η ισχύς που παρέχουν κυμαίνεται από 10 kW ως 2 MW και η λειτουργία τους μπορεί να είναι συνεχής ή παλμική. Η διάρκεια των παλμών που έχει επιτευχθεί είναι της τάξης μερικών δεκάδων δευτερολέπτων, ενώ ο στόχος για το ITER είναι της τάξης των μερικών ωρών. Τα γυροτρόνια που έχουν κατασκευαστεί μέχρι τώρα έχουν μεγάλο μέγεθος: περίπου πέντε μέτρα ύψος, και δύο μέτρα πλάτος και μήκος. Επειδή συνολικά χρειάζονται πάνω από 50 MW ισχύος για τη θέρμανση του Tokamak, πρέπει να λειτουργήσουν 25 τέτοια γυροτρόνια, τα οποία δεν είναι εύκολο να τοποθετηθούν γύρω από τον Tokamak χωρίς να υπάρξουν προβλήματα χώρου. Ένα άλλο πρόβλημα που παρουσιάζεται με τα γυροτρόνια είναι η χαμηλή τους απόδοση. Μέχρι τώρα έχουν επιτευχθεί αποδόσεις όχι μεγαλύτερες από 50%, δηλαδή το γυροτρόνιο το ίδιο καταναλώνει τη μισή ενέργεια από αυτή που αποδίδει στο πλάσμα για τη θέρμανσή του. Προφανώς δεν είναι επιθυμητό αυτό, αφού 25 MW είναι μια τεράστια ισχύς που θα πρέπει να μην χάνεται.



Εικόνα 6: Γυροτρόνια στο Karlsruhe Institute of Technology, ισχύος 2 MW [9]

- **Με ουδέτερα σωματίια.** Στην τελευταία αυτή μέθοδο μπορεί να βρει εφαρμογή η διάταξη παραγωγής, επιτάχυνσης και φωτοαπόσπασης των αρνητικών ιόντων υδρογόνου που περιγράφηκε προηγουμένως. Με τη μέθοδο αυτή η ισχύς της θέρμανσης είναι της τάξεως των μερικών MW. Το πλεονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι το μικρό μέγεθος της διάταξης που απαιτείται για την εισαγωγή της δέσμης στο Tokamak, σε σχέση με αυτόν που απαιτούν τα γυροτρόνια. Επίσης, τα ουδέτερα σωματίια μπορούν να θερμάνουν πιο αποτελεσματικά το πλάσμα από τις άλλες δύο μεθόδους: αποδόσεις της τάξης του 80-85% είναι εφικτές θεωρητικά.

Στην επόμενη εικόνα φαίνεται σχηματικά η θέση και των τριών αυτών μεθόδων στον αντιδραστήρα Tokamak.



Με τα μέχρι τώρα δεδομένα φαίνεται ότι η αποτελεσματική θέρμανση του πλάσματος απαιτεί τη χρήση και των τριών αυτών μεθόδων ταυτόχρονα. Η μέθοδος της θέρμανσης με ουδέτερη δέσμη έχει περιθώρια εξέλιξης και ενδιαφέρει τη EURATOM.[10]

2.5.2 Εναπόθεση της ενέργειας – Bragg edge

Ένα ενδιαφέρον ζήτημα είναι η γεωμετρία της τροχιάς της δέσμης των σωματίων που εισέρχονται στο Tokamak. Είναι σκόπιμο αφ' ενός να θερμανθεί ομοιόμορφα το πλάσμα σε όλο του τον όγκο, και αφ' ετέρου να μην διαταραχθεί ο περιορισμός του, ο οποίος εν γένει είναι μία εύθραυστη κατάσταση. Έτσι, η δέσμη συνήθως εισάγεται στο ισημερινό επίπεδο του Tokamak, γιατί σε αυτό το σημείο η διαδρομή της θα είναι πιο μακριά και επίσης το πλάσμα πιο πυκνό. Σε σχέση με την τοροειδή διεύθυνση, η δέσμη μπορεί να είναι παράλληλη ή κάθετη σε αυτή.

Η βέλτιστη εναπόθεση της ενέργειας της δέσμης θα πρέπει να γίνει κοντά στο κέντρο του Tokamak. Η εξασθένιση της δέσμης (δηλαδή η εναπόθεση της ενέργειάς της στο πλάσμα) μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση

$$\frac{dI}{ds} = -nI < \sigma v >$$

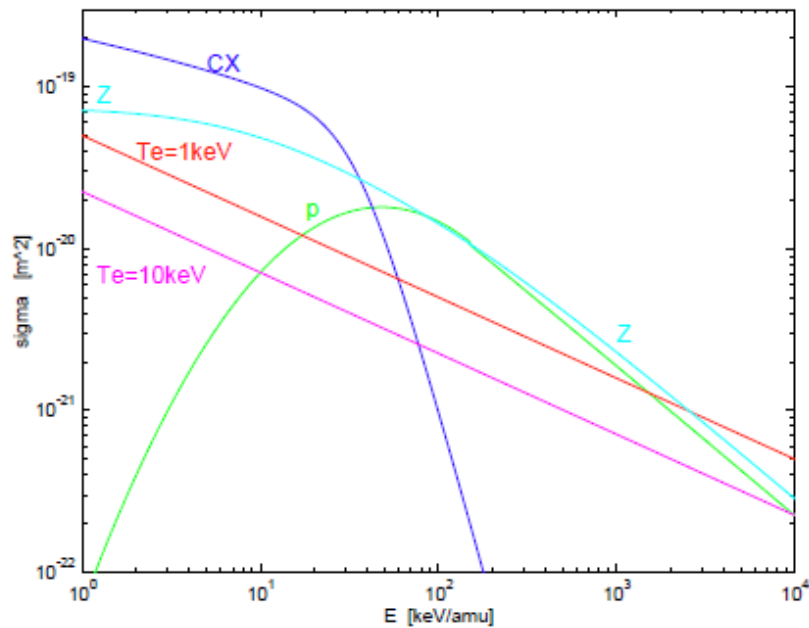
όπου n η πυκνότητα του πλάσματος, $< \sigma v >$ η μέση ενεργότητα της αντίδρασης ιονισμού και I η ροή της δέσμης. Λύση της εξίσωσης είναι η

$$I(s) = I_0 e^{-n < \sigma v > s} = I_0 e^{-s/\lambda} \quad [11]$$

Μπορεί να υπολογιστεί η απόσταση στην οποία θα γίνει αυτό από τη σχέση

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma} \quad [12]$$

όπου λ είναι η μέση ελεύθερη διαδρομή του ουδέτερου σωματίου, n η πυκνότητα του πλάσματος και σ το cross-section του ιονισμού του. Όπως είναι φυσικό, μεγάλη πυκνότητα πλάσματος και μεγάλα cross-section δίνουν μικρή ελεύθερη διαδρομή και επομένως το λ δέσμη θα ιονιστεί γρήγορα. Από το διάγραμμα στην εικόνα 6, βλέπουμε πως για τις ενέργειες στον ITER που είναι της τάξης των μερικών MeV, το cross-section ιονισμού είναι της τάξης των 10^{-21} m^2 . Συνδυαζόμενο αυτό με τις πυκνότητες τάξης 10^{20} m^{-3} (10^{14} cm^{-3}), το λ υπολογίζεται σε μερικά μέτρα [13]. Υπολογιστικές προσομοιώσεις σε υπολογιστή έχουν δείξει πως η αποτελεσματική θέρμανση επιτυγχάνεται όταν το λ είναι μεγαλύτερο ή ίσο του $\frac{1}{4}$ της ακτίνας του πλάσματος. [14]



Εικόνα 7: Εξάρτηση του cross-section ιονισμού ουδέτερης δέσμης από τη θερμοκρασία και την ενέργεια της δέσμης [12]

Από τη στιγμή που τα σωματίδια της δέσμης θα ιονιστούν, η εναπόθεση της ενέργειας θα γίνει μέσω κρούσεων των πρωτονίων με το πλάσμα ή καλύτερα μέσω της αλληλεπίδρασης των δυνάμεων Coulomb. Αποδεικνύεται παρακάτω, ότι η εναπόθεση θα γίνει λίγο πριν μηδενιστεί η ταχύτητα της δέσμης. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται Bragg peak ή Bragg edge από τον William Henry Bragg που το ανακάλυψε το 1903. Η πιο βασική εφαρμογή του στις μέρες μας είναι για ιατρικούς σκοπούς και συγκεκριμένα όταν γίνεται βομβαρδισμός καρκινικών όγκων με πρωτόνια, η επιλογή του βάθους γίνεται εκμεταλλευόμενοι το φαινόμενο Bragg peak. Η ίδια ιδέα μπορεί να εφαρμοστεί και για τα Tokamak:

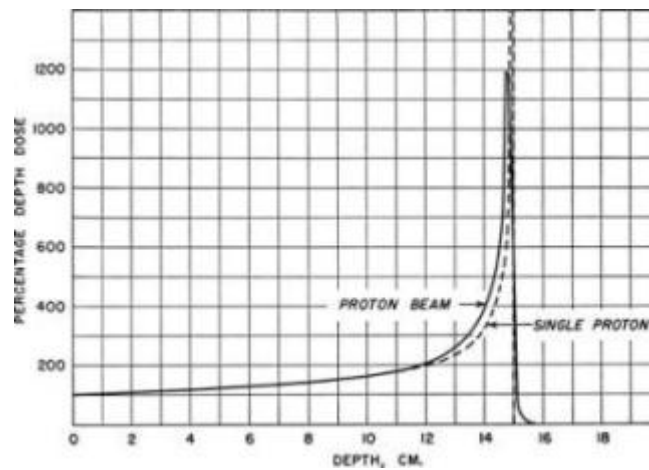
Η ελάττωση της ενέργειας ενός φορτισμένου σωματιδίου (π.χ. πρωτονίου) κατά τη διέλευσή του από την ύλη και την αλληλεπίδρασή του με αυτή δίνεται από τον τύπο του Bethe:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi}{m_e c^2} \cdot \frac{nz^2}{\beta^2} \cdot \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \left[\ln\left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{I(1-\beta^2)}\right) - \beta^2 \right]$$

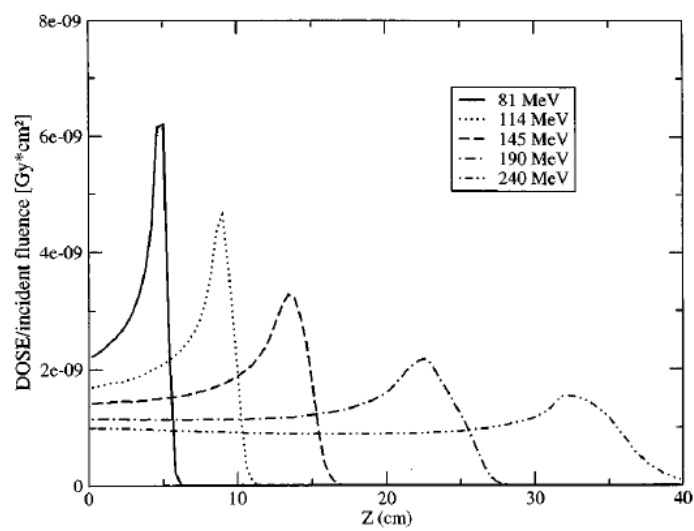
Όπου E η ενέργεια του σωματιδίου, χ η διανυόμενη απόσταση, z το φορτίο του, e το φορτίο του ηλεκτρονίου, m_e η μάζα του, n η πυκνότητα ηλεκτρονίων του στόχου, I το μέσο δυναμικό διέγερσης του στόχου, ε₀ η επιτρεπτότητα του κενού, υ η ταχύτητα του σωματιδίου, c η ταχύτητα του φωτός και β ο λόγος υ/c. Το I δίνεται από πίνακες, και για ένα στόχο πρωτονίων είναι περίπου 19 eV[15], ενώ όταν ο στόχος είναι το νερό πλησιάζει τα 80 eV σύμφωνα με νεότερες μελέτες[16].

Από τον τύπο του Bethe μπορεί κανείς δίνοντας τιμές στο dx και αυξάνοντάς το τμηματικά να φτιάξει τη γραφική παράσταση του dE/dx σε σχέση με την διαδρομή του σωματίου, και να βρει έτσι την απόσταση στην οποία θα γίνει η μεγαλύτερη εναπόθεση ενέργειας. Προφανώς ενδιαφέρει η απόσταση αυτή, διότι στο Tokamak θέλουμε να γίνεται όσο το δυνατόν πιο ομοιόμορφη θέρμανση και πρέπει να υπάρχει η δυνατότητα τοπικής και στοχευμένης εναπόθεσης ενέργειας.

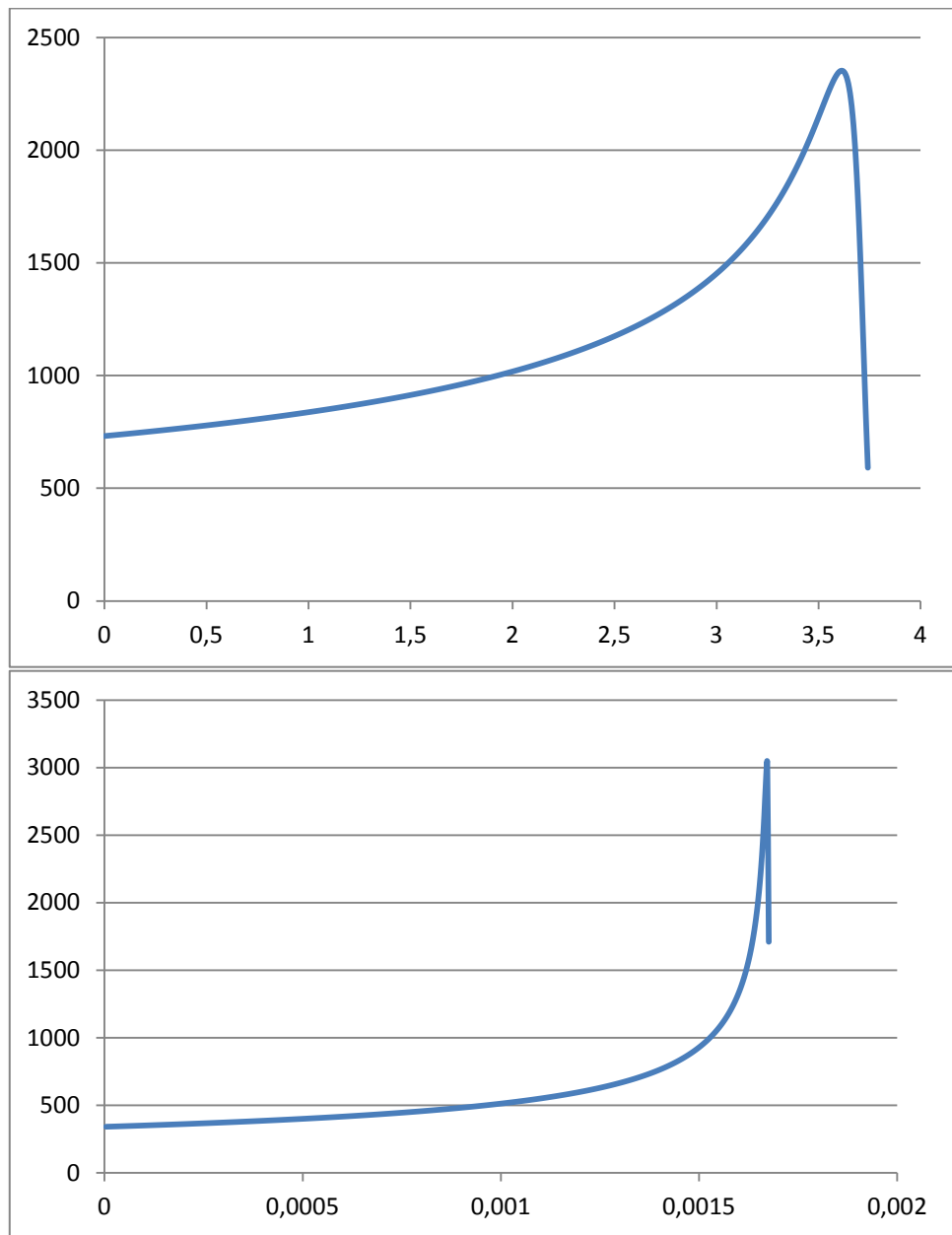
Μία άλλη εφαρμογή του φαινομένου Bragg edge πέρα από το Tokamak είναι η πρωτονική θεραπεία (proton therapy). Σε αυτή, γίνεται «βομβαρδισμός» καρκινικών κυττάρων με πρωτόνια σε ανθρώπινους ιστούς έτσι ώστε να καταστραφούν και να εξαφανιστεί ο όγκος. Επειδή όμως ο όγκος βρίσκεται σε συγκεκριμένο βάθος στον ιστό, θα πρέπει η δέσμη πρωτονίων να επιλεγεί έτσι ώστε η απορρόφηση να γίνει στοχευμένα εκεί ώστε να μην καταστραφεί υγιής ιστός. Εκμεταλλευόμενοι το Bragg edge, και σύμφωνα με το παρακάτω διάγραμμα, συγκεκριμένες ενέργειες δέσμης απορροφώνται σε συγκεκριμένες αποστάσεις μέσα στο σώμα. Για τη σχεδίαση του διαγράμματος λαμβάνεται υπόψη πως το ανθρώπινο σώμα αποτελείται κατά 85% από νερό, άρα ο στόχος θεωρούμε πως είναι H₂O.



Εικόνα 8: Bragg edge για πρωτονική θεραπεία[17]



Εικόνα 9: Εξάρτηση του βάθους εναπόθεσης από την ενέργεια της δέσμης πρωτονίων[18]

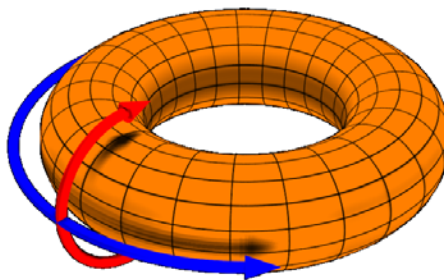


Εικόνα 10: Το φαινόμενο του Bragg edge. Επάνω δέσμη σωματίων α στον αέρα. Κάτω πρωτόνια σε στερεό. Στον κατακόρυφο άξονα είναι το dE/dx σε MeV/cm και στον οριζόντιο η απόσταση σε εκατοστά.

Εφαρμόζοντας τώρα τα παραπάνω στο πλάσμα Tokamak θα πρέπει να γίνουν μερικές παραδοχές: Πρώτον, θα θεωρήσουμε ότι η δέσμη αποτελείται από πρωτόνια, αν και μπορεί να γενικευθεί εύκολα η περίπτωση αυτή για να συμπεριλάβει δευτέριο ή

τρίτιο. Δεύτερον, το πλάσμα θα το θεωρήσουμε στερεό. Αυτή η υπόθεση μπορεί να γίνει, μια και η πυκνότητά του στο Tokamak είναι όπως είδαμε προηγουμένως συγκρίσιμη με αυτή των στερεών. Τρίτον, θεωρούμε πως η εναπόθεση της ενέργειας γίνεται πρωτίστως μέσω της αλληλεπίδρασης με τα ηλεκτρόνια και όχι με τους πυρήνες, υπόθεση που επίσης ευσταθεί αναλογιζόμενοι την ηλεκτρονική πυκνότητα του πλάσματος που είναι ασύγκριτα μεγαλύτερη από την πυρηνική πυκνότητα.

Σε ότι αφορά τώρα τη διεύθυνση εισαγωγής της δέσμης, το πιο εύκολο είναι να εισαχθεί κάθετα στην τοροειδή διεύθυνση (το μπλε στην εικόνα 12) αλλά τότε η διαδρομή των σωματίων θα είναι σχετικά μικρή και επίσης αρκετά σωματίδια που θα ιονιστούν θα έχουν υψηλές ταχύτητες στην διεύθυνση αυτή και θα παγιδευτούν σε τροχιές «μπανάνα» και θα χαθούν από το πλάσμα.[12]



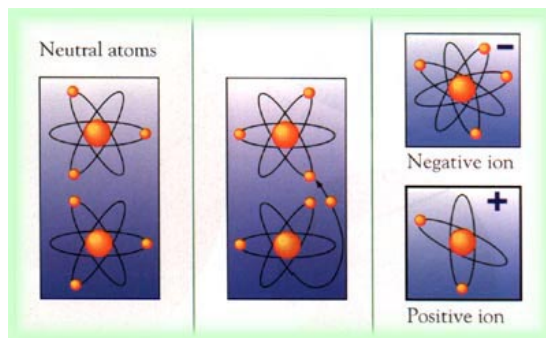
Εικόνα 11

Η παράλληλη εισαγωγή της δέσμης είναι σαφώς δυσκολότερη, μιας και ανάμεσα στα τυλίγματα που δημιουργούν το μαγνητικό πεδίο που παγιδεύει το πλάσμα δεν υπάρχει αρκετός χώρος. Παρόλα αυτά, η διαδρομή των σωματίων μέσα στο Tokamak είναι αισθητά μεγαλύτερη και παρέχει πολύ πιο ομοιόμορφη θέρμανση του πλάσματος. Η δέσμη που θα εισάγουμε μπορεί να έχει την πολική φορά του πλάσματος ή την ανάστροφη. Η δεύτερη περίπτωση παρέχει ένα κάπως πιο ευρύ προφίλ εναπόθεσης των σωματίων.

3 Παραγωγή αρνητικών ιόντων

3.1 Φυσικές πηγές αρνητικών ιόντων

Τα αρνητικά ιόντα απαντώνται στη φύση μόνο σε περιοχές υψηλής θερμοκρασίας, όπως στις φλόγες, στην ιονόσφαιρα της γης, τις ηλεκτρικές εκκενώσεις και το εσωτερικό των άστρων. Σε κανονικές συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσης τα αρνητικά ιόντα έχουν μικρούς χρόνους ζωής και διασπώνται δίνοντας ουδέτερα άτομα ή μόρια και ηλεκτρόνια. Ένας από τους τρόπους παραγωγής τους φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



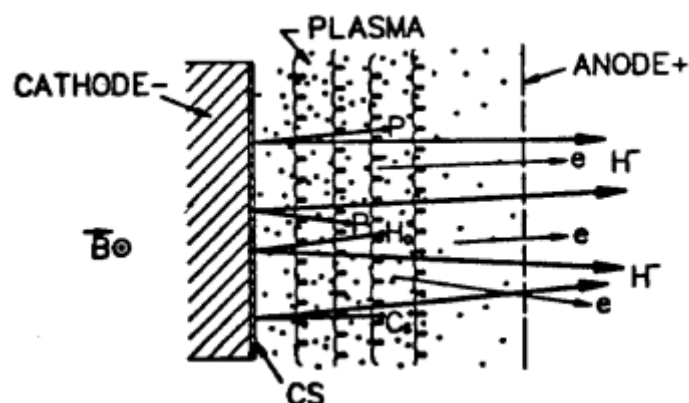
Εικόνα 12: Παραγωγή αρνητικών ιόντων με πρόσληψη και αποβολή ηλεκτρονίου

Ο τρόπος αυτός δεν ενδείκνυται εργαστηριακά για την παραγωγή μεγάλου αριθμού αρνητικών ιόντων γιατί η παραπάνω διαδικασία εκτός από την απαίτηση για υψηλή θερμοκρασία, έχει και μικρό cross-section δηλαδή μικρή πιθανότητα να γίνει. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι για την πρόσληψη ηλεκτρονίου από άτομο υδρογόνου το cross-section είναι της τάξης των 10^{-24} cm^2 [19]

Γενικά, οι πηγές αρνητικών ιόντων (δηλαδή οι μηχανές που τα παράγουν) χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: τις πηγές πλάσματος-επιφανείας και τις πηγές όγκου, οι οποίες αναλύονται στις επόμενες παραγράφους.

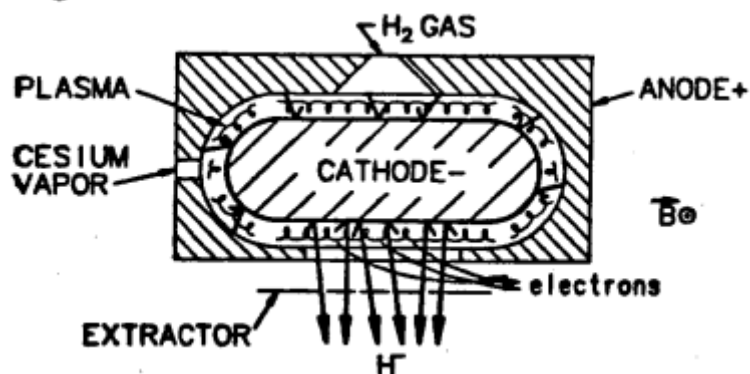
3.1.1 Πηγές επιφάνειας

Στις πηγές πλάσματος-επιφάνειας τα ιόντα προέρχονται από την αλληλεπίδραση ενός πλάσματος υψηλής ενέργειας με μια επιφάνεια στερεού. Αν αυτή η επιφάνεια είναι η κάθοδος σε μια διαφορά δυναμικού, τότε στην άνοδο θα έχουμε εξαγωγή των αρνητικών ιόντων. Συνήθως επικαλύπτεται η επιφάνεια της καθόδου με καίσιο (Cs) προκειμένου να μειωθεί το έργο εξαγωγής των ιόντων και έτσι να τα παράγονται σε μεγαλύτερο αριθμό. Από τα σταθερά άτομα της πρώτης ομάδας του περιοδικού πίνακα, το καίσιο είναι αυτό με τη μεγαλύτερη ατομική ακτίνα και επομένως τα ηλεκτρόνιά του είναι πολύ ασθενώς συνδεδεμένα στον πυρήνα και εύκολα αποσπώνται. Τα ηλεκτρόνια που αποσπώνται από το καίσιο επιταχύνονται, συγκρούονται με το πλάσμα (για παράδειγμα υδρογόνου ή δευτερίου) και παράγονται αρνητικά ιόντα. Βέβαια, μαζί με τα παραγόμενα ιόντα, η προς εξαγωγή δέσμη περιέχει και ηλεκτρόνια, τα οποία συνήθως είναι ανεπιθύμητα και πρέπει να απομακρυνθούν με κάποια άλλη διαδικασία όπως θα δούμε στη συνέχεια.



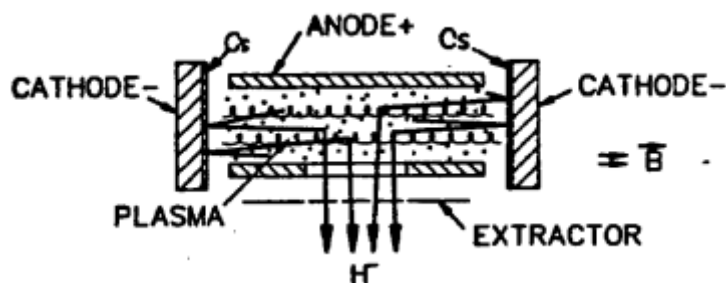
Εικόνα 13: Πηγή πλάσματος επιφάνειας [20]

Η συσκευή μάγνητρον είναι ένας τύπος πηγής πλάσματος-επιφάνειας. Σε αυτή, το πλάσμα και τα ηλεκτρόνια παγιδεύονται στο εσωτερικό μιας κοιλότητας με τη χρήση μαγνητικού και ηλεκτρικού πεδίου κάθετα μεταξύ τους.



Εικόνα 14: Τυπική διάταξη μάγνητρον[20]

Ένας άλλος τύπος πηγής αρνητικών ιόντων πλάσματος-επιφάνειας είναι η πηγή Penning. Εδώ το μαγνητικό και το ηλεκτρικό πεδίο είναι παράλληλα μεταξύ τους, και το πλάσμα παγιδεύεται μεταξύ δύο καθόδων παράλληλων μεταξύ τους και δύο ανόδων, επίσης παράλληλων, εκ των οποίων η μία έχει οπές για την συλλογή των αρνητικών ιόντων.

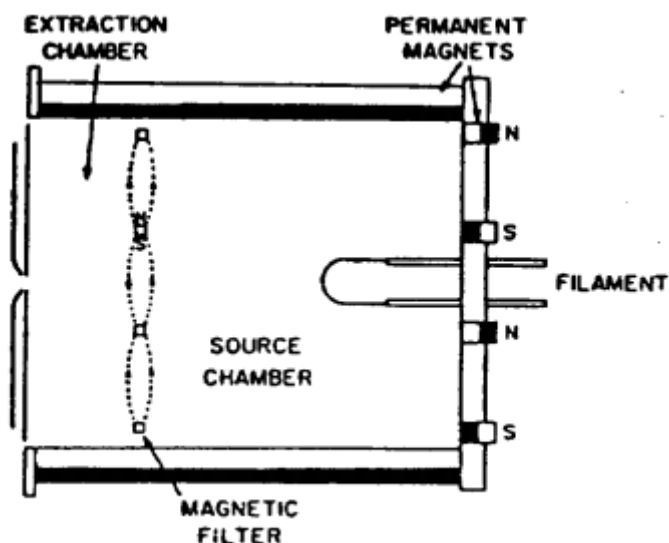


Εικόνα 15: Πηγή Penning[20]

3.1.2 Πηγές όγκου

Στις πηγές όγκου, ο μηχανισμός παραγωγής αρνητικών ιόντων στηρίζεται στο αυξημένο cross-section πρόσληψης ηλεκτρονίων που έχουν τα άτομα όταν διεγερθούν σε υψηλές ενεργειακές στάθμες. Συνίστανται στην κατασκευή ενός χώρου με δύο διαμερίσεις. Στην πρώτη διαμέριση τοποθετούνται ηλεκτρόνια που παράγονται από μια θερμαινόμενη κάθοδο, τα οποία μέσω συγκρούσεων

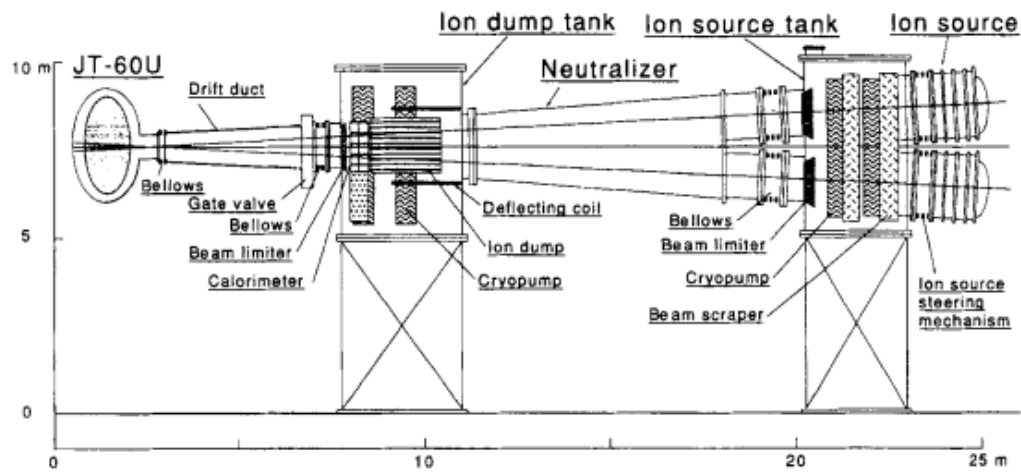
δημιουργούν στα άτομα του υδρογόνου υψηλές διεγερμένες στάθμες. Η δεύτερη διαμέριση διαχωρίζεται με κάποιο μαγνητικό πεδίο από το πρώτο και σε αυτό επιτρέπεται να περάσουν μόνο τα ηλεκτρόνια χαμηλής ενέργειας καθώς και το μοριακό υδρογόνο. Σε αυτή τη φάση τα αρνητικά ιόντα παράγονται με μεγαλύτερο ρυθμό από ότι καταστρέφονται, επομένως μπορούν να εξαχθούν διαχωρίζοντάς τα από τα εναπομείναντα ηλεκτρόνια με ένα δεύτερο μαγνητικό φίλτρο.



Εικόνα 16: Πηγή όγκου [20]

Οι παραπάνω τεχνικές βρίσκουν εφαρμογή στις μηχανές πυρηνικής σύντηξης όπως ο αντιδραστήρας Tokamak στο ITER. Η δέσμη ιόντων χρησιμοποιείται κυρίως για τη θέρμανση του πλάσματος (HNB – Heating Neutral Beam), αλλά και ως διαγνωστική μέθοδος για την πυκνότητα του πλάσματος μέσα στον αντιδραστήρα (DNB – Diagnostic Neutral Beam).

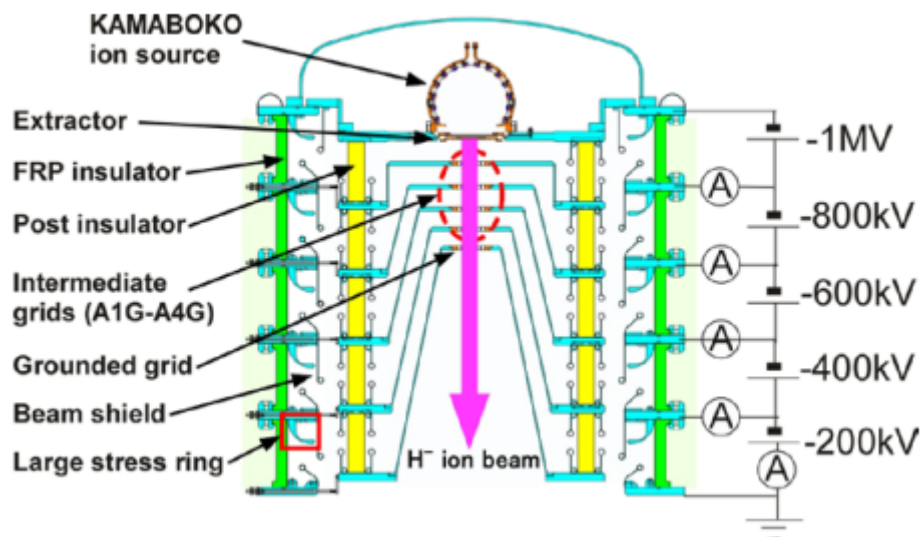
Το σύστημα JT-60 είναι μία εφαρμογή των παραπάνω μεθόδων παραγωγής ιόντων σε μηχανή σύντηξης είναι η πρόταση του ινστιτούτου ατομικής ενέργειας της Ιαπωνίας για το ITER. Προτάθηκε το 1994 και σχηματικά φαίνεται παρακάτω.



Εικόνα 17: Η σχηματική διάταξη παραγωγής ιόντων δευτερίου JT-60U

Στι JT-60, μια πηγή όγκου με καίσιο παράγει ιόντα δευτερίου ιονισμένα μία φορά. Η ένταση του ρεύματος φθάνει τα 22 A και η πυκνότητά του τα 13 mA/cm². Τα ιόντα επιταχύνονται μέχρι την ενέργεια των 500 keV σε τρία στάδια. Κατόπιν, γίνεται η ουδετεροποίησή τους με κρούσεις που απομακρύνουν τα ηλεκτρόνια. Παράγονται έτσι ουδέτερα άτομα, αλλά και αρνητικά και θετικά ιόντα, τα οποία όμως όταν εισέλθουν στο επόμενο στάδιο σκεδάζονται με μαγνητικό πεδίο και μόνο τα ουδέτερα άτομα συνεχίζουν. Τελικά, η εξαγόμενη δέσμη έχει ενέργεια 500 keV, η ισχύς έγχυσης είναι 10 MW και ο παλμός έχει διάρκεια 10 sec.

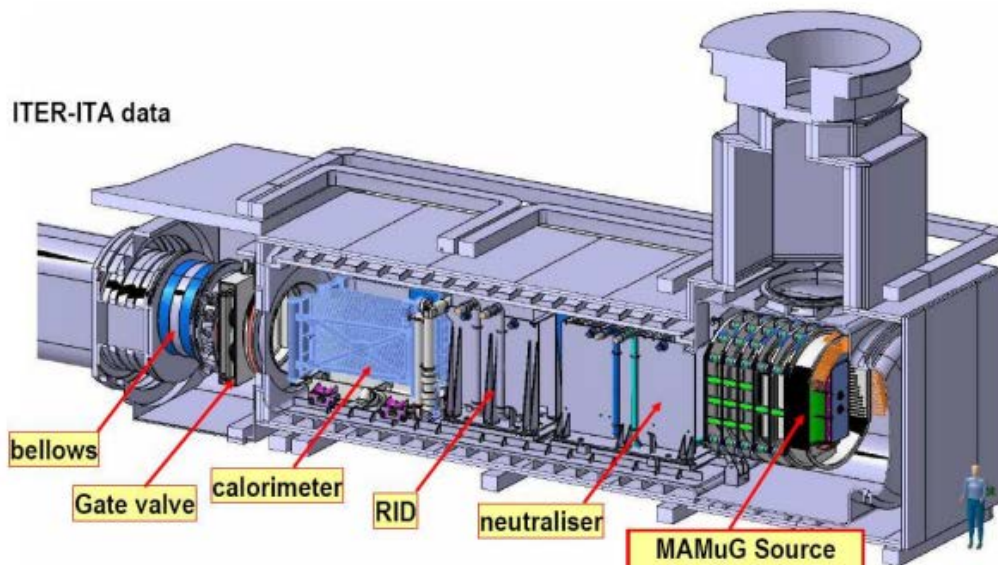
Μία άλλη διάταξη, και πάλι προερχόμενη από την Ιαπωνία, λέγεται MAMuG (multi-aperture multi-grid). Σχηματικά φαίνεται παρακάτω:



Εικόνα 18: Σχηματική διάταξη MaMuG [21]

Στον MaMuG υπάρχουν πολλά στάδια επιτάχυνσης των αρνητικών ιόντων μέχρι την ενέργεια του 1 MeV. Η μηχανή, στο δοκιμαστικό της στάδιο, παράγει ιόντα υδρογόνου έντασης ρεύματος 320 mA, και ισχύος 800 kW.

Στο ITER το χρονοδιάγραμμα ορίζει ότι το 2016 θα λειτουργήσει η πρώτη δέσμη ιόντων για θέρμανση και το 2018 η δεύτερη. Οι δέσμες αυτές, που θα αποτελούνται από δευτέριο, θα έχουν ένταση ρεύματος 40 A, παρέχοντας 16.8 MW ισχύ στο πλάσμα για τη θέρμανσή του. Η επιτάχυνση της δέσμης θα γίνεται σε 5 στάδια με τη μέθοδο MaMuG που είδαμε προηγουμένως.



Εικόνα 19: Σχεδιαζόμενη διάταξη MaMuG στον ITER

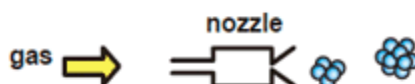
Επίσης, σχεδιάζεται και η διαγνωστική δέσμη η οποία στηρίζεται στην ίδια διάταξη. Σε αυτήν, η επιτάχυνση θα γίνεται σε ένα στάδιο μόνο, καθώς δεν χρειάζεται μεγάλη ενέργεια. Η εξαγόμενη δέσμη θα είναι στα 100 keV και τα 60 A.

Όλες οι παραπάνω συσκευές παραγωγής αρνητικών ιόντων είναι ικανές να παράγουν δέσμες ενέργειας μέχρι 1 MeV. Σε πολλές εφαρμογές όμως, όπως για παράδειγμα σε μηχανές Tokamak, η δέσμη πρέπει να έχει ενέργεια πάνω από 1 MeV. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με μια διαφορετική διάταξη, τη μαγνητικά μονωμένη δίοδο, και περιγράφεται σε επόμενο κεφάλαιο.

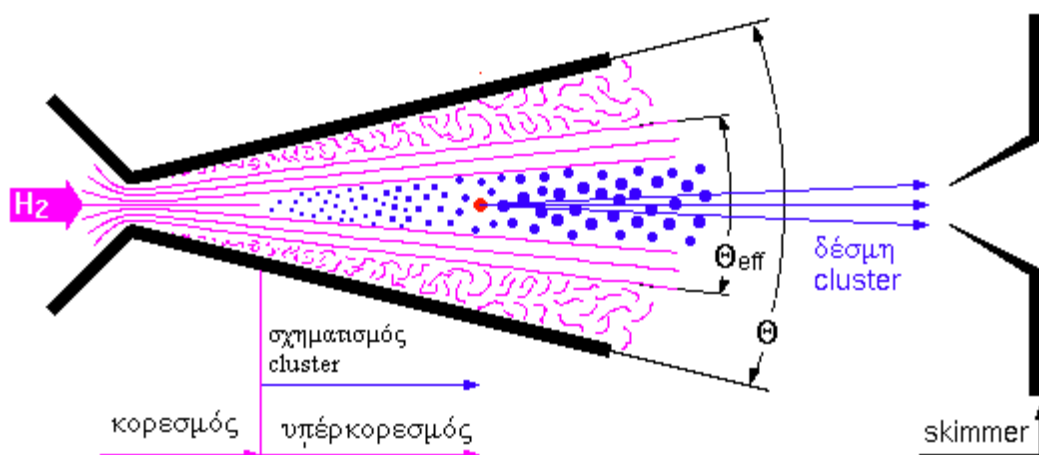
3.1.3 Αλληλεπίδραση λέιζερ-cluster

Μία ακόμη μέθοδος παραγωγής αρνητικών ιόντων είναι αλληλεπίδραση μιας δέσμης λέιζερ με ένα cluster. Όταν ένα αέριο βρίσκεται υπό πίεση και εκτονωθεί αδιαβατικά μέσα από ένα ακροφύσιο, τότε παράγονται υπερσυμπυκνωμένα συσσωματώματα ατόμων ή μορίων του αερίου που ονομάζονται cluster. Στην πραγματικότητα πρόκειται για αέριο σε κατάσταση υπερκορεσμού (super-saturated gas) που περιέχει μεγάλο αριθμό ατόμων ή μορίων, μέχρι και 10^5 . Οι πυκνότητές τους είναι κοντά σε

αυτές των στερεών, της τάξης των 10^4 kg/m^3 . Τα cluster διατηρούν τη δομή τους με δυνάμεις Van der Waals και οι διαστάσεις τους είναι της τάξης μερικών nm[22].



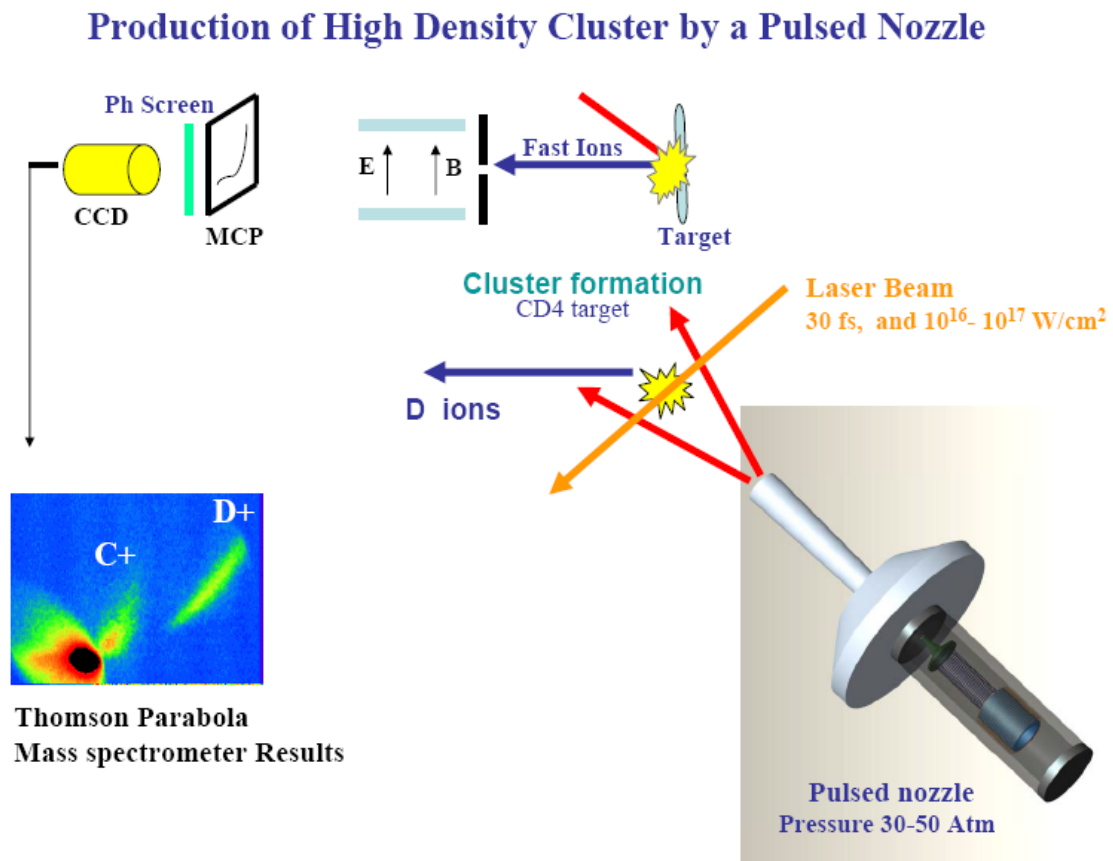
Εικόνα 20: Παραγωγή cluster αερίου μέσα από ακροφύσιο



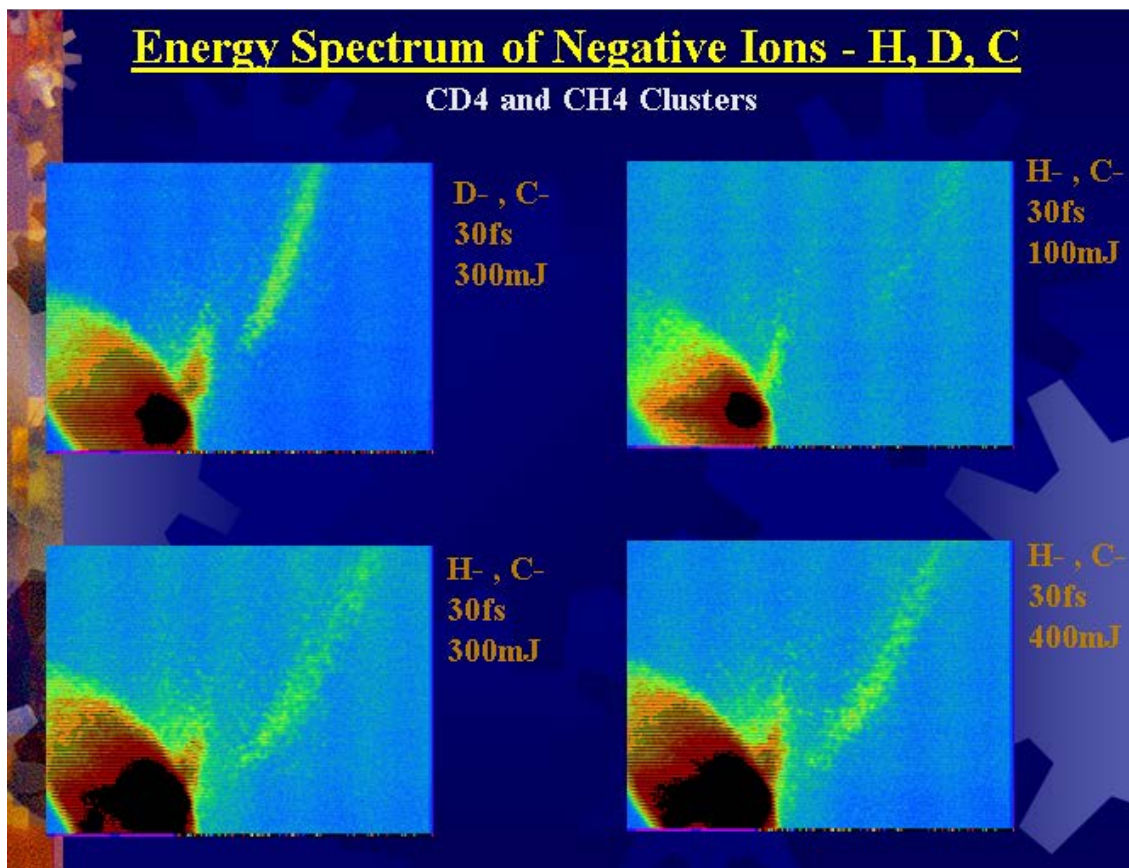
Εικόνα 21: Σχηματισμός cluster υδρογόνου από ένα ακροφύσιο

Όταν το cluster αλληλεπιδράσει με ένα βραχύχρονο παλμό λέιζερ, τότε τα άτομα ή τα μόριά του απορροφούν ενέργεια και ιονίζονται. Τα ηλεκτρόνια που αποσπώνται με τον ιονισμό επιταχύνονται από το μεγάλο ηλεκτρικό πεδίο της δέσμης λέιζερ και μεταφέρουν την ενέργειά τους στα άτομα του cluster που θερμαίνονται και ιονίζονται περισσότερο. Αυτό οδηγεί σε ένα φαινόμενο «χιονοστιβάδας», που τελικά καταλήγει σε αυτό που λέμε έκρηξη Coulomb: Τα ηλεκτρόνια εκτονώνονται πολύ γρήγορα προς τα έξω και συμπαρασύρουν ταυτόχρονα και τους πυρήνες. Με τον τρόπο αυτό

δημιουργείται ένα πλάσμα του αερίου που επιθυμούμε, για παράδειγμα του υδρογόνου. Στο πλάσμα υδρογόνου λόγω της οιονεί ουδετερότητάς του υπάρχουν αρνητικά ιόντα τα οποία πρέπει απλώς να εξαχθούν με κάποια μέθοδο.



Εικόνα 22: Σχηματική απεικόνιση διάταξης για παραγωγή ιόντων δευτερίου με αλληλεπίδραση λέιζερ-cluster



Εικόνα 23: Επιβεβαίωση της παραγωγής των αρνητικών ιόντων με τη χρήση φασματογράφου μάζας Thomson Parabola

3.2 Χημικές ιδιότητες του πλάσματος (είδη σωματιδίων)

Η παραγωγή αρνητικών ιόντων υδρογόνου γίνεται όπως είδαμε σε περιοχές με πολύ υψηλή θερμοκρασία, εκεί δηλαδή που υπάρχει η τέταρτη κατάσταση της ύλης, το πλάσμα. Στην περιοχή που υπάρχει ένα τέτοιο πλάσμα γίνονται διάφορες χημικές διεργασίες, από το αποτέλεσμα των οποίων θέλουμε να εξάγουμε το αρνητικό ιόν του υδρογόνου. Να σημειωθεί ότι η μελέτη που ακολουθεί για το πλάσμα του υδρογόνου μπορεί να επεκταθεί και για το δευτέριο, χρησιμοποιώντας τα αντίστοιχα δεδομένα για το ισότοπο αυτό του υδρογόνου.

Το υπό μελέτη πλάσμα υδρογόνου είναι στην ουσία μια «σούπα» από διακριτά σωματίδια που παράγονται από διάφορες χημικές αντιδράσεις. Τα σωματίδια αυτά είναι κυρίως τα H , H^+ , H^- , H_2 , H_2^+ , H_2^- , e^- , αλλά και τα H_3 , H_3^+ , H_3^- . Δεχόμαστε επίσης ότι

τα σωματίδια αυτά εκτός από την βασική κατάσταση, βρίσκονται και σε διάφορες διεγερμένες καταστάσεις, δονητικές[23, 24] ή περιστροφικές. Κάποιες αντιδράσεις [25] γίνονται μόνο αν τα σωματίδια βρίσκονται σε αυτές τις διεγερμένες καταστάσεις. Τέλος, κάποιες αντιδράσεις παράγουν φωτόνια (ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία). Μια σχετικά πλήρης λίστα με τις αντιδράσεις υπάρχει στους πίνακες του παραρτήματος Ι.

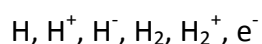
Μια προσεκτική μελέτη στις αντιδράσεις αυτές δείχνει ότι κάποιες από αυτές συνεισφέρουν περισσότερο στην παραγωγή των αρνητικών ιόντων υδρογόνου, που είναι και ο τελικός στόχος. Για παράδειγμα, η αντίδραση αρ. 4 έχει το υψηλότερο cross-section από αυτές που παράγουν H^- . Αυτό σημαίνει ότι τέτοιου είδους αντιδράσεις έχουν τη μεγαλύτερη πιθανότητα να γίνουν. Όμως για να γίνει η αντίδραση αυτή και να έχει και σημαντική πιθανότητα, θα πρέπει η συγκέντρωση των αντιδρώντων της να είναι επίσης σημαντική. Επομένως θα πρέπει να αναζητηθούν οι αντιδράσεις που παράγουν τα e και H_2^+ με μεγάλα cross-section, π.χ. η αρ. 24.

Καταλαβαίνει κανείς πως για να μελετηθεί η χρονική εξέλιξη ενός τέτοιου πλάσματος θα πρέπει να καταστρωθεί ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων που να απεικονίζει για κάθε διαφορετικό σωματίδιο από ποιές αντιδράσεις παράγεται, από ποιές καταστρέφεται και με ποιά πιθανότητα γίνεται αυτό. Όμως ένα τέτοιο σύστημα είναι υπερβολικά πολύπλοκο να καταστρωθεί και να λυθεί για όλα τα πιθανά σωματίδια και αντιδράσεις που τα εμπλέκουν. Όπως έχει γίνει και σε παλαιότερες μελέτες[26], θα επιλέξουμε τα σημαντικότερα είδη σωματιδίων και τις αντίστοιχες αντιδράσεις που τα εμπλέκουν για να προκύψει τελικά ένα πιο εύκολο διαφορικό σύστημα. Οι παραδοχές που θα γίνουν, θα έχουν γνώμονα το ότι μας ενδιαφέρει να υπολογίσουμε τελικά την πυκνότητα των αρνητικών υδρογόνων και όχι τα υπόλοιπα είδη σωματιδίων.

Δυστυχώς, δεν υπάρχουν στη βιβλιογραφία όλα τα cross-section για όλες τις αντιδράσεις, ούτε και η εξάρτησή τους από την ενέργεια του πλάσματος. Η επιλογή που κάνουμε εξαρτάται εν μέρει και από αυτόν τον παράγοντα.

3.3 Επιλογή σημαντικότερων σωματιδίων και αντιδράσεων

Σε συνέχεια της λογικής της προηγούμενης παραγράφου, θα προσπαθήσουμε να επιλέξουμε τα κυριότερα είδη σωματιδίων για τα οποία θα καταστρωθεί η διαφορική εξίσωση. Σε πρώτη φάση μπορούμε να αγνοήσουμε τα H_3 , H_3^+ , H_3^- , αφού συμμετέχουν κυρίως σε ελαστικές κρούσεις και παράγουν αρνητικά ιόντα μόνο σε διαδικασίες τριών βημάτων. Επίσης, μπορούμε να αγνοήσουμε το H_2^- που συμμετέχει σε ελάχιστες αντιδράσεις χωρίς επίσης να παράγει H^- . Τα σωματίδια που μένουν είναι τα εξής έξι:



Τα παραπάνω σωματίδια συμμετέχουν σε 47 αντιδράσεις. Όπως είπαμε, αγνοούμε τις αντιδράσεις που αφορούν απλή ανταλλαγή ορμής, τις αντιδράσεις που έχουν πάρα πολύ μικρό cross-section καθώς και αυτές που γίνονται μόνο σε ενέργειες που ούτως ή άλλως δεν μας ενδιαφέρουν.

Είναι σημαντικό να τονιστεί πως η επανασύνδεση των ηλεκτρονίων και των ιόντων σε ουδέτερα άτομα χρειάζεται και ένα τρίτο σώμα, προκειμένου να τηρούνται οι νόμοι διατήρησης. Αυτό μπορεί να γίνει είτε με ακτινοβολούμενη επανασύνδεση (radiative recombination) ή με επανασύνδεση τριών σωμάτων (three-body recombination). Στην πρώτη περίπτωση το τρίτο σωματίδιο είναι ένα φωτόνιο ενώ στην δεύτερη εμπλέκεται ένα ακόμα σωματίδιο. Όταν η πυκνότητα υπερβαίνει το 10^{20} m^{-3} , υπερισχύει ο δεύτερος τρόπος[27].

Επομένως θα πρέπει να μην αγνοήσουμε τις αντιδράσεις τριών σωμάτων, εφόσον βέβαια πληρούν τα υπόλοιπα κριτήρια για την παραγωγή ιόντων ή αντιδρώντων σε αντιδράσεις που παράγουν ιόντα (two step).

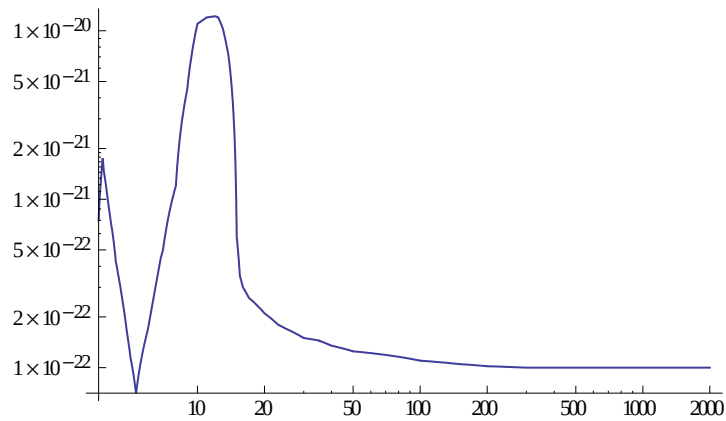
Οι βασικές αντιδράσεις δύο σωμάτων μαζί με τα πειραματικά δεδομένα για το cross-section σε διάφορες ενέργειες παρουσιάζονται στο παράρτημα II. Οι ενέργειες δίνονται σε eV και τα cross-section σε cm^2 .

3.4 Εξισώσεις χρονικής εξέλιξης πυκνοτήτων

Για κάθε ένα είδος σωματιδίων από τα έξι που επιλέχθηκαν, ο ρυθμός μεταβολής της συγκέντρωσής τους ισούται με το γινόμενο των συγκεντρώσεων των αντιδρώντων στις εξισώσεις από τις οποίες παράγονται ή καταστρέφονται, επί την υπολογιζόμενη μέση ενεργότητα σ κάθε αντίδρασης. Όταν τα σωματίδια παράγονται το πρόσημο είναι θετικό ενώ σε αυτές που καταστρέφονται αρνητικό. Όλες οι συγκεντρώσεις είναι συναρτήσεις του χρόνου. Καταλήγει κανείς έτσι σε μια διαφορική εξίσωση για κάθε είδος σωματιδίων. Για τα έξι επιλεγμένα σωματίδια, οι διαφορικές εξισώσεις που δίνουν την χρονική εξέλιξη όλων των αντιδράσεων που τα αφορούν, φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

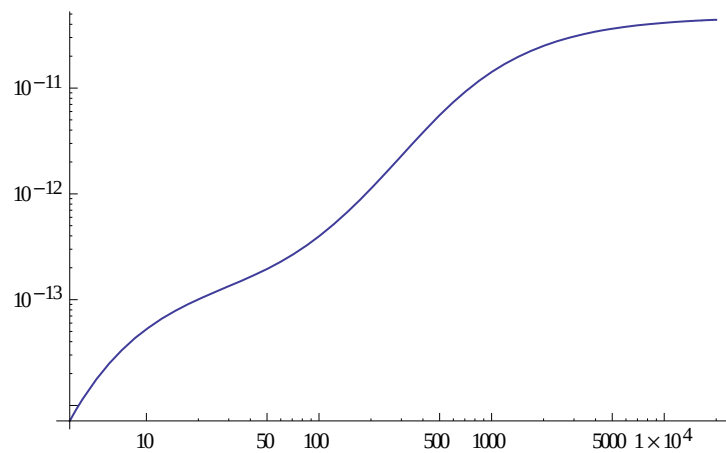
- $\frac{d[H^-]}{dt} = [e][H_2]\langle\sigma v1\rangle + [e][H_2]\langle\sigma v3\rangle + [e][H]\langle\sigma v6\rangle - [e][H^-]\langle\sigma v7\rangle - [H^-][H]\langle\sigma v8\rangle - [H^-][H]\langle\sigma v9\rangle - [H^-][H_2]\langle\sigma v10\rangle - [H^-][H^+]\langle\sigma v11\rangle$
- $\frac{d[e^-]}{dt} = [e][H_2]\langle\sigma v3\rangle + [e][H^-]\langle\sigma v7\rangle + [H^-][H]\langle\sigma v8\rangle + [H^-][H]\langle\sigma v9\rangle + [H^-][H_2]\langle\sigma v10\rangle - [e][H_2]\langle\sigma v1\rangle - [e][H_2]\langle\sigma v3\rangle - [e][H]\langle\sigma v6\rangle - [e][H^-]\langle\sigma v7\rangle$
- $\frac{d[H]}{dt} = [e][H_2]\langle\sigma v1\rangle + [e][H^-]\langle\sigma v7\rangle + [H^-][H]\langle\sigma v8\rangle + [H^-][H_2]\langle\sigma v10\rangle + [H^-][H^+]\langle\sigma v11\rangle - [e][H]\langle\sigma v6\rangle - [H^-][H]\langle\sigma v8\rangle - [H^-][H]\langle\sigma v9\rangle$
- $\frac{d[H_2]}{dt} = [H^-][H]\langle\sigma v9\rangle + [H^-][H_2]\langle\sigma v10\rangle - [e][H_2]\langle\sigma v1\rangle - [e][H_2]\langle\sigma v3\rangle - [H^-][H_2]\langle\sigma v10\rangle$
- $\frac{d[H^+]}{dt} = [e][H_2]\langle\sigma v3\rangle - [H^-][H^+]\langle\sigma v11\rangle$

Οι μέσες ενεργότητες σ υπολογίζονται με τον τρόπο που εξηγήθηκε στην ενότητα 2.2 με χρήση του προγράμματος Wolfram Mathematica. Επί παραδείγματι, τα δεδομένα της αντίδρασης [1] του παραρτήματος II για το cross-section, οδηγούν σε μια γραφική παράσταση της ακόλουθης μορφής:



Εικόνα 24: Cross-section σε σχέση με την ενέργεια για την εξίσωση [1].

Η Mathematica υπολογίζει με αριθμητικές μεθόδους το ολοκλήρωμα $\int_0^\infty \sigma(\varepsilon) \varepsilon e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} d\varepsilon$ και το σχεδιάζει για διάφορες τιμές του ε :

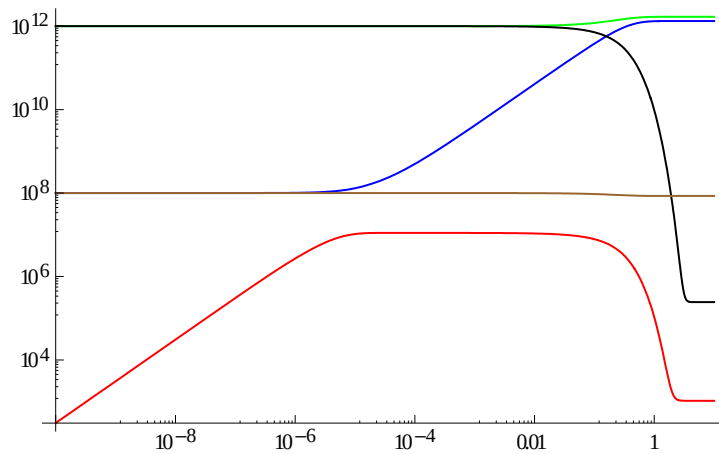


Εικόνα 25: Εξάρτηση του $\langle \varepsilon \rangle$ από την ενέργεια.

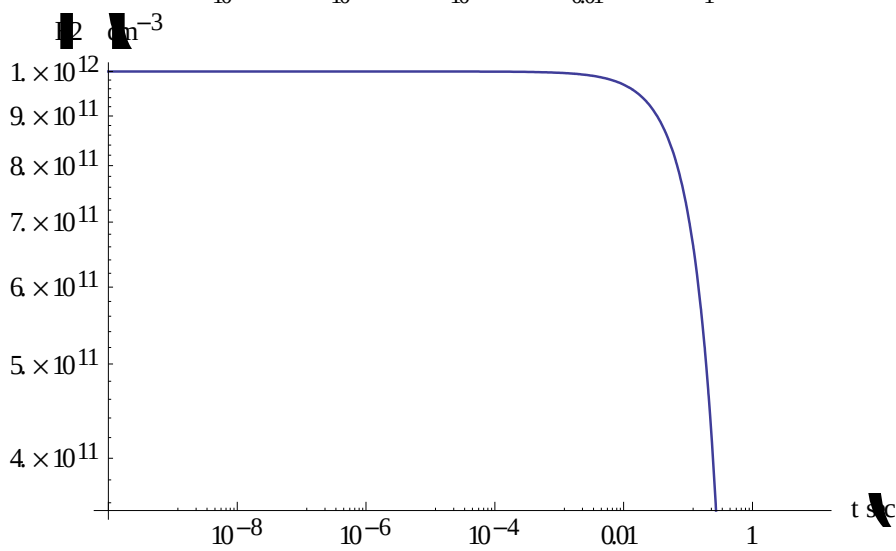
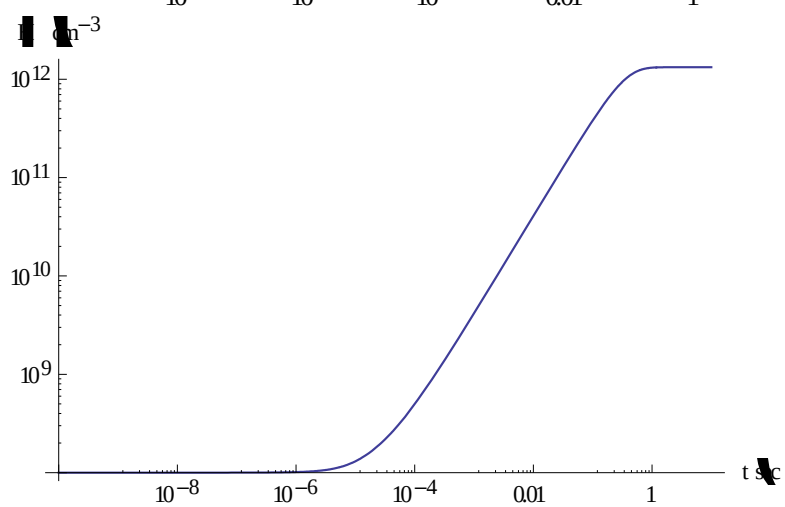
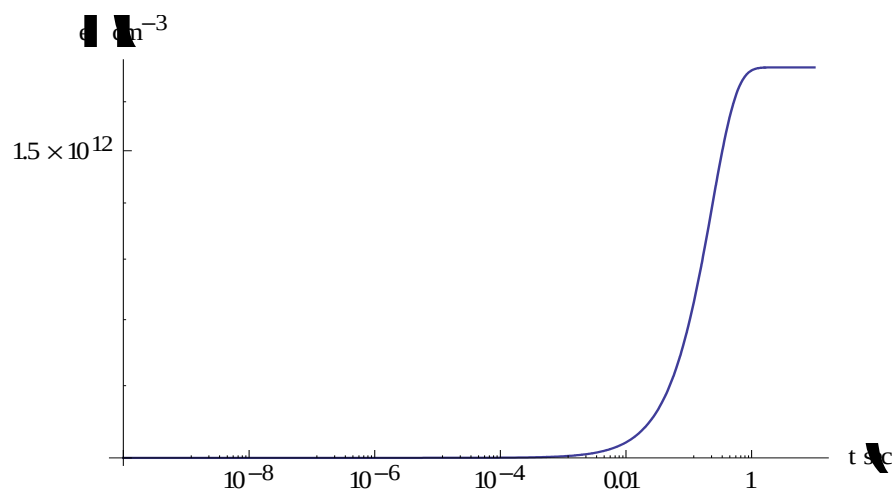
Από αυτή τη γραφική παράσταση μπορούμε να επιλέξουμε την κατάλληλη μέση ενεργότητα που θα χρησιμοποιηθεί για τη λύση του συστήματος διαφορικών εξισώσεων που παρουσιάστηκε.

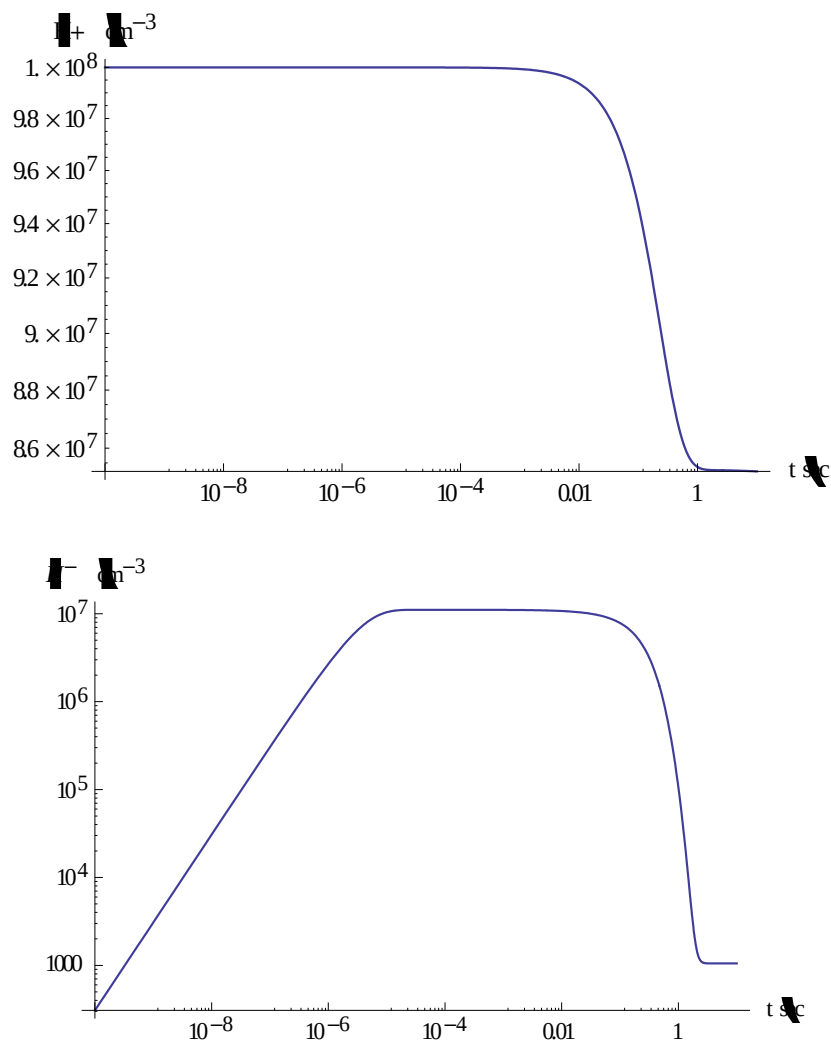
Ορίζουμε τις αρχικές συγκεντρώσεις των σωματιδίων έτσι ώστε να επιλύεται το σύστημα σε: 10^{12} σωματία ανά κυβικό εκατοστό για τα ηλεκτρόνια και τα θετικά ιόντα υδρογόνου και 10^8 σωματία ανά κυβικό εκατοστό για το ατομικό και το μοριακό υδρογόνο.

Οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις παρουσιάζουν τη χρονική εξέλιξη των πυκνοτήτων κάθε είδους σωματιδίων σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως προέκυψε μετά τη λύση του συστήματος διαφορικών εξισώσεων.



Εικόνα 26: Λογαριθμική γραφική παράσταση της πυκνότητας κάθε είδους σωματιδίων με το χρόνο. Κόκκινο: H^- , Πράσινο: e^- , Μπλε: H , Μαύρο: H_2 , Καφέ: H^+ Οι πυκνότητες είναι σε cm^{-3} και ο χρόνος σε sec.





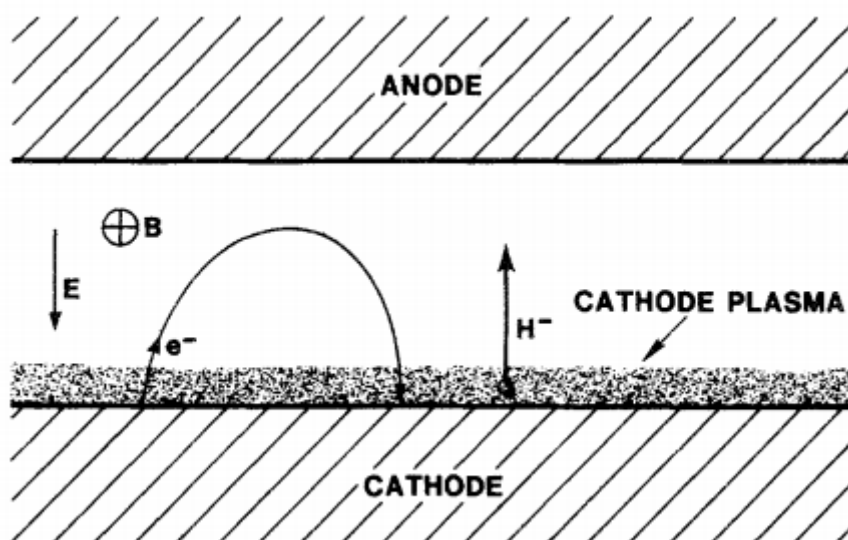
Εικόνα 27: Λογαριθμικές γραφικές παραστάσεις συγκεντρώσεων με το χρόνο ανά σωματίδιο

Βλέπουμε ότι παρόλο που δεν ελήφθησαν υπόψη όλες οι αντιδράσεις και όλα τα είδη σωματιδίων, μέσα σε ένα πλάσμα υδρογόνου με κατάλληλη θερμοκρασία παράγεται ικανοποιητική συγκέντρωση αρνητικών ιόντων έτσι ώστε να είναι δυνατή η εξαγωγή τους.

4 Μαγνητική μόνωση

4.1 Μαγνητικά μονωμένες γραμμές

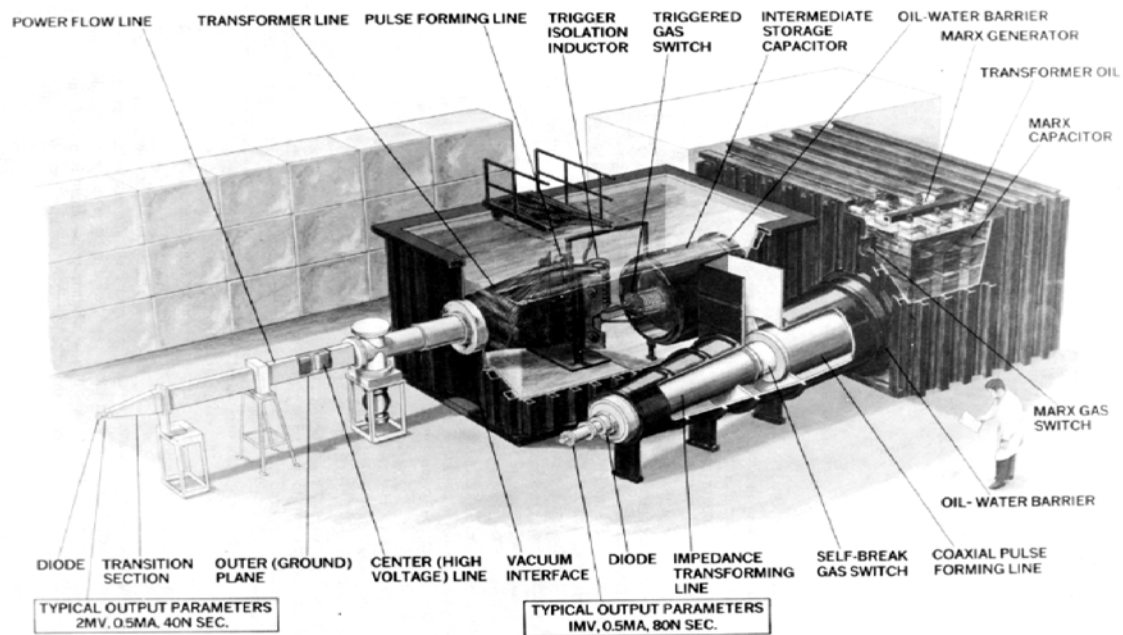
Τη δεκαετία του '70 παρατηρήθηκε ένα περίεργο φαινόμενο στις γραμμές μεταφοράς όπου υπήρχαν πολύ υψηλές τάσεις. Λόγω των ανωμαλιών στις επιφάνειες των γραμμών καθώς και του υψηλού ηλεκτρικού πεδίου εκεί (100 MV/cm), δημιουργούνται τα λεγόμενα whiskers (μουστάκια) τα οποία εκρήγνυται και δημιουργούν με τη σειρά τους ένα πλάσμα. Το πλάσμα αυτό έκλεινε το κύκλωμα και παρατηρούνταν απώλειες. Το φαινόμενο αυτό μελετήθηκε και χρησιμοποιήθηκε στις μαγνητικά μονωμένες γραμμές (Magnetically Isolated Transmission Lines). Εφαρμόστηκε ένα ένα εξωτερικό μαγνητικό πεδίο κάθετο στο ηλεκτρικό (πεδίο $E \times B$), το οποίο ουσιαστικά «παγιδεύει» τα ηλεκτρόνια σε ελλειπτικές τροχιές όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Εικόνα 28: Σχηματική διάταξη μαγνητικά μονωμένης γραμμής[28]

Λόγω της μικρής μάζας τους, τα ηλεκτρόνια σκεδάζονται από το μαγνητικό πεδίο και αναγκάζονται να κινούνται σε κυκλικές τροχιές μικρής ακτίνας. Έτσι, δεν απομακρύνονται από την περιοχή του πλάσματος όπου παράγονται και δεν «κλείνουν» το κύκλωμα. Τα αρνητικά ιόντα αντιθέτως, λόγω της μεγαλύτερης κατά

τρεις τάξεις μεγέθους μάζας τους, παρουσιάζουν μικρότερη εκτροπή από το μαγνητικό πεδίο και έτσι φτάνουν στην άνοδο από όπου και εξάγονται.



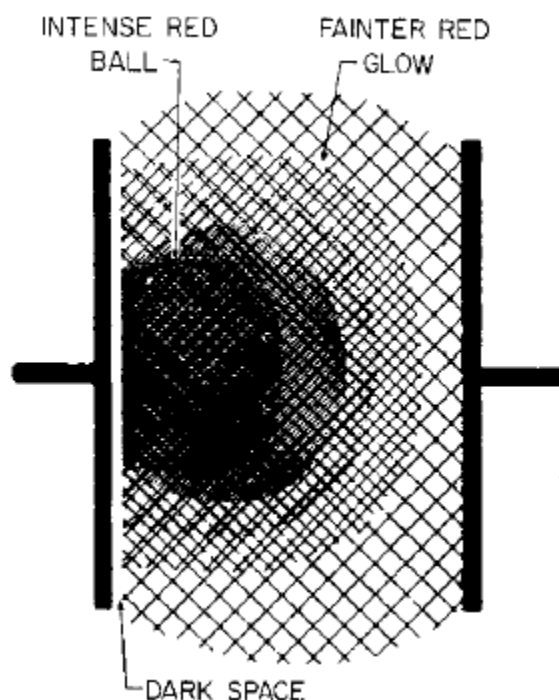
Εικόνα 29: Ο επιταχυντής Hydramite, στο Sandia National Labs., Albuquerque, NM (USA)

4.2 Μαγνητικά μονωμένη δίοδος

4.2.1 Παραγωγή ιόντων σε δίοδο

Το φαινόμενο που παρατηρήθηκε στις μαγνητικά μονωμένες γραμμές μεταφοράς αξιοποιήθηκε τεχνολογικά στην κατασκευή μηχανών για παραγωγή ιόντων. Οι μηχανές αυτές ονομάστηκαν μαγνητικά μονωμένες δίοδοι. Η γεωμετρία τους είναι επίπεδη ή κυλινδρική και οι διαστάσεις τους μερικά εκατοστά. Η τεχνολογία αυτή αναπτύχθηκε τη δεκαετία του '80 και πέτυχε να παράγει ρεύματα ιόντων υδρογόνου της τάξης αρκετών kA, με πυκνότητες περίπου 200 A/cm^2 σε παλμούς των 100-200 ns. Η διαφορά δυναμικού για την επιτάχυνση με τη μέθοδο αυτή φτάνει το 1 MV. Το πλάσμα υδρογόνου έχει μεν μικρή διάρκεια ζωής, όμως με την παλμική λειτουργία

μπορούν να εξάχθούν τα ιόντα με συνεχή τρόπο. Αναλυτικές σχέσεις για την κίνηση των σωματιδίων σε ένα πεδίο $E \times B$ δίνονται σε επόμενο κεφάλαιο.



Εικόνα 30: Μαγνητικά μονωμένη διόδος. Η πυκνότητα του πλάσματος έχει σκιαγραφηθεί [29]

Για την παραγωγή του πλάσματος εντός της διόδου υπάρχουν δύο τεχνικές:

Η πρώτη συνίσταται στην εφαρμογή ενός υψηλού ηλεκτρικού πεδίου ανάμεσα στις δύο αγώγιμες επιφάνειες της διόδου. Πρακτικά αυτό σημαίνει εφαρμογή υψηλής τάσης σε άνοδο και κάθοδο. Το υψηλό ηλεκτρικό πεδίο στην δημιουργεί τοπικά στην επιφάνεια της καθόδου ένα θερμό πλάσμα, το οποίο αποτελείται από ηλεκτρόνια και αρνητικά ιόντα υδρογόνου. Το υδρογόνο είναι ένα στοιχείο που υπάρχει στη φύση σε όλα τα υλικά ως πρόσμιξη και απαντάται στα πλάσματα επιφανείας όπως αυτό που δημιουργείται στην κάθοδο. Η γεωμετρία της διάταξης ποικίλει, αλλά η συχνότερη και βολικότερη σε υπολογισμούς είναι η κυλινδρική και η επίπεδη.

Ο δεύτερος τρόπος παραγωγής του πλάσματος είναι με χρήση λέιζερ. Το λέιζερ προσπίπτει πάνω σε μια επιφάνεια και δημιουργεί τοπικά ένα πολύ ισχυρό ηλεκτρικό

πεδίο. Το ηλεκτρικό πεδίο διεγείρει τα μόρια του υλικού της επιφάνειας και δημιουργείται ένα πλάσμα όπως αυτό που προαναφέρθηκε. Για να γίνει αυτό, θα πρέπει η ισχύς του λέιζερ να είναι κοντά στο 1 GW/cm^2 . Το παραγόμενο πλάσμα έχει τότε θερμοκρασίες 3000 ως 11000 K ή λίγο λιγότερο από 1 eV [30].

Το υλικό-στόχος μπορεί να είναι στερεό[31], συνήθως κάποια οργανική ύλη (πλαστικό) επειδή περιέχει υδρογόνο ή υγρό όπως νερό [32]. Μπορεί όμως να ο στόχος να είναι ένα cluster υδρογόνου, που παράγεται μέσω ενός ακροφυσίου με τη μέθοδο που αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, και έτσι να είναι δυνατή η συνεχής τροφοδότηση του παραγόμενου πλάσμα με αρνητικά ιόντα.

4.2.2 Περιορισμός των ηλεκτρονίων (insulation)

Τα σωματίδια που αποτελούν το πλάσμα είναι κυρίως ηλεκτρόνια, θετικά και αρνητικά ιόντα. Επειδή το πλάσμα εκτονώνεται και μετακινείται προς την κάθοδο, θα πρέπει να το εμποδίσουμε να φτάσει σε αυτή και να κλείσει το κύκλωμα. Αυτό το πετυχαίνουμε όπως είδαμε με ένα πεδίο $E \times B$. Με τον τρόπο αυτό, τα ελαφρύτερα ηλεκτρόνια εξαναγκάζονται σε κυκλικές τροχιές και επιστρέφουν στην άνοδο. Μόνο τα πιο βαριά αρνητικά ιόντα θα μπορέσουν να φτάσουν στην κάθοδο και να συλλεχθούν.

Στη συνέχεια, θα υπολογίσουμε το B_{cr} δηλαδή την ελάχιστη τιμή του μαγνητικού πεδίου που χρειάζεται ώστε να συγκρατηθεί το πλάσμα, σε συνάρτηση με την ταχύτητα των ηλεκτρονίων. Στο κινούμενο με ταχύτητα u ηλεκτρόνιο εντός του μαγνητικού πεδίου B ασκείται η δύναμη Lorentz:

$$F_L = Bue$$

Η δύναμη αυτή έχει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης. Αν εξισώσουμε την ακτίνα της κίνησης αυτής με την απόσταση d που χωρίζει άνοδο και κάθοδο, θα βρούμε την ελάχιστη τιμή του μαγνητικού πεδίου B_{cr} :

$$B_{cr} = \frac{1}{d} \sqrt{\frac{2m_e V}{e}}$$

45

Επειδή τα ηλεκτρόνια, ακόμα και όταν η διαφορά δυναμικού μεταξύ ανόδου και καθόδου είναι σχετικά μικρή, στα 20kV έχουν ταχύτητες περίπου $v = 8,3 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ δηλαδή κοντά στην ταχύτητα του φωτός. Επομένως πρέπει να εισαχθεί η σχετικιστική διόρθωση στο μήκος της διόδου, άρα και στο B_{cr} [33]:

$$B_{cr} = \frac{1}{d} \sqrt{\frac{2m_e V}{e}} \cdot \sqrt{1 + \frac{eV}{2m_e c^2}}$$

Σε ένα ηλεκτρόνιο φορτίου e και μάζας m_e ασκείται δύναμη Lorentz που δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{F} = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Από το νόμο του Νεύτωνα βρίσκω ότι

$$m_e \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = e \left(\mathbf{E} + \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{B} \right)$$

Επιλύοντας τη διαφορική εξίσωση, παίρνω το $\mathbf{r}$ συναρτήσει του χρόνου t , δηλαδή την εξίσωση της τροχιάς του.

Στην περίπτωση που το $\mathbf{E}$ και το $\mathbf{B}$ είναι κάθετα, υποθέτοντας πως το $\mathbf{E}$ είναι στη διεύθυνση y και το $\mathbf{B}$ στη διεύθυνση z , ενώ το ηλεκτρόνιο βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, η εξίσωση γίνεται:

$$\begin{cases} m_e \frac{d^2 x}{dt^2} = e B_0 \frac{dy}{dt} \\ m_e \frac{d^2 y}{dt^2} = e E_0 - e B_0 \frac{dx}{dt} \\ m_e \frac{d^2 z}{dt^2} = 0 \end{cases}$$

Οι αρχικές συνθήκες είναι:

$$x(0) = 0, y(0) = 0, z(0) = 0, v(0) = v_{x0}\hat{x} + v_{y0}\hat{y} + v_{z0}\hat{z}$$

Η αναλυτική λύση δίνει:

$$\begin{cases} x(t) = v_d t + \frac{v_{y0} - v_{y0} \cos(\omega t) - v_d \sin(\omega t) + v_{x0} \sin(\omega t)}{\omega} \\ y(t) = \frac{v_d - v_{x0} - v_d \cos(\omega t) + v_{y0} \sin(\omega t) + v_{x0} \cos(\omega t)}{\omega} \\ z(t) = v_{z0} t \end{cases}$$

Όπου[34]

$$\omega = \frac{eB_0}{m_e} \text{ συχνότητα κύκλοτρου}$$

$$v_d = \frac{E_0}{B_0} \text{ ταχύτητα ολίσθησης}$$

Όπως φαίνεται από τις μορφές των εξισώσεων κίνησης, το ηλεκτρόνιο κάνει κυκλική τροχιά, με το κέντρο όμως του κύκλου να μετακινείται συνεχώς με ταχύτητα v_d προς την διεύθυνση του x . Στον άξονα z κινείται με την αρχική ταχύτητα που είχε στον άξονα αυτό και δεν επιταχύνεται.

Η ακτίνα της κυκλικής κίνησης αυτής, που δίνεται από τη σχέση $r = \frac{mv}{eB}$, ονομάζεται ακτίνα Larmor.

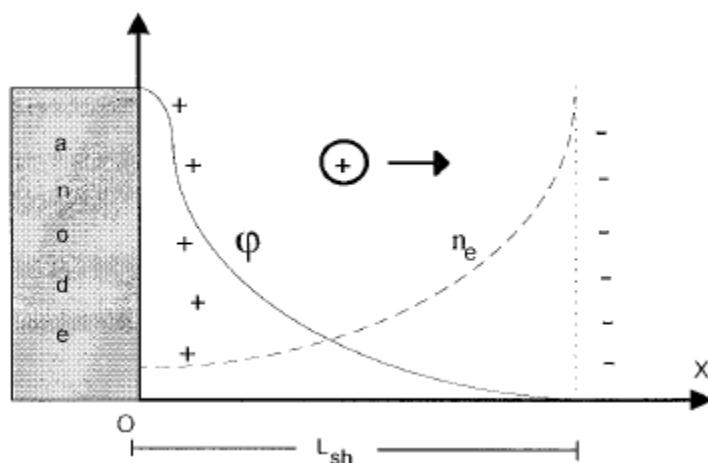
Αν εφαρμόσουμε επομένως ένα μαγνητικό πεδίο ίσο ή μεγαλύτερο από το B_{cr} στη δίοδο, τα ηλεκτρόνια θα κάνουν κυκλικές τροχιές μικρότερες από την ακτίνα Larmor του πλάσματος, θα παγιδεύονται και δεν θα κλείνει το κύκλωμα, ενώ τα ιόντα θα εκτελούν και αυτά κυκλικές τροχιές, με μεγαλύτερη όμως ακτίνα.

Έτσι, με ένα ηλεκτρικό πεδίο μπορούν να αποσπαστούν τα ιόντα αυτά με ευκολία, όχι όμως και τα ηλεκτρόνια. Στην πράξη, η ένταση του ρεύματος ιόντων είναι μεγαλύτερη όταν το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο είναι λίγο μεγαλύτερο από το B_{cr} και συγκεκριμένα όταν $B=1.1B_{cr}$ [35].

4.2.3 Ταχύτητα εκτόνωσης του πλάσματος και προφίλ πυκνότητας

Το πλάσμα μετά τη δημιουργία του δεν παραμένει στατικό, αλλά εκτονώνεται απομακρυνόμενο από την επιφάνεια στην οποία δημιουργείται. Λόγω της απομάκρυνσης και του αυξανόμενου όγκου του, ελαττώνεται η πυκνότητά του και η θερμοκρασία του.

Το πλάσμα σε μια μαγνητικά μονωμένη δίοδο θέλουμε να έχει πάχος 1-2 mm, έτσι ώστε να είναι μικρότερο από την ακτίνα L_{armor} των αρνητικών ιόντων, αλλά μεγαλύτερο από την ακτίνα L_{armor} των ηλεκτρονίων, που είναι περίπου 10 μm . Το μαγνητικό πεδίο έτσι θα δημιουργεί μια θωράκιση ϕ στην κάθοδο. Το αποτέλεσμα είναι ένα προφίλ πυκνότητας της παρακάτω μορφής.



Εικόνα 31: Σχηματική παράσταση του δυναμικού και της ηλεκτρονικής πυκνότητας σε μαγνητικά μονωμένη δίοδο. Σε αυτήν εξάγονται θετικά ιόντα αλλά το μόνο που αλλάζει είναι η κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου. [36]

Η ταχύτητα εκτόνωσης του πλάσματος, δηλαδή η ταχύτητα που κινείται το σύνορό του, είναι της τάξης των μερικών $\text{cm}/\mu\text{sec}$ [37]. Τα άτομα ή μόρια που αποτελούν το πλάσμα όμως κινούνται με πολύ μεγαλύτερες ταχύτητες, που ορίζονται από την κατανομή Maxwell-Boltzmann, εξαρτώνται από τη θερμοκρασία του πλάσματος και δίνονται από τη σχέση:

$$\frac{1}{2}m \langle u^2 \rangle = \frac{3}{2}kT$$

Είναι ενδιαφέρον να υπολογίσουμε το «προφίλ» της πυκνότητας του πλάσματος για μια χρονική στιγμή, να βρούμε δηλαδή το πως μεταβάλλεται η πυκνότητά του σε σχέση με την απόσταση από το τοίχωμα της διόδου. Διαισθητικά αντιλαμβάνεται κανείς πως η πυκνότητα θα ελαττώνεται όταν απομακρυνόμαστε από την άνοδο. Πράγματι, μπορούμε να υπολογίσουμε το «προφίλ» αυτό, εργαζόμενοι ως εξής:

Δεχόμαστε πως

- Το πλάσμα παράγεται στο χώρο μεταξύ δύο ομοαξονικών κυλίνδρων. Στην πραγματικότητα δεν ισχύει αυτό, αλλά αν πάρουμε την τομή των κυλίνδρων, αυτή προσεγγίζει ικανοποιητικά τη γεωμετρία της διόδου.
- Τα ιόντα κινούνται προς μία κατεύθυνση μόνο.
- Η εκτόνωση του πλάσματος γίνεται επίσης προς μία κατεύθυνση, την ακτινική, και επομένως όλες οι παράμετροι εξαρτώνται μόνο από την ακτίνα r (στην ουσία r είναι η απόσταση από την κάθοδο).

Εφαρμόζοντας την εξίσωση της συνέχειας και της κίνησης του φορτισμένου ρευστού:

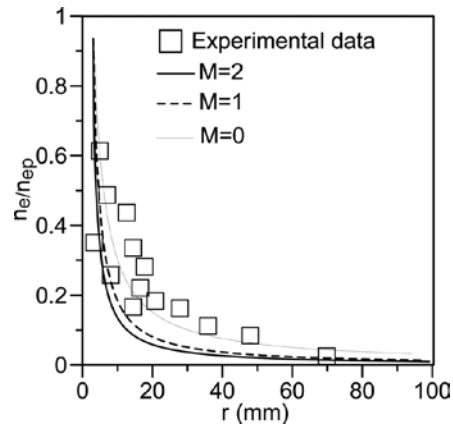
$$\nabla \cdot (n_i v) = 0$$

$$m(v \cdot \nabla)v = -e\nabla V$$

όπου n_i η πυκνότητα σωματιδίων, v η ταχύτητα, e το φορτίο, m η μάζα των ιόντων, και V το δυναμικό. Θέτοντας τη σταθερά $\chi = e(V_p - V)/kT$ η δεύτερη εξίσωση μετά από ολοκλήρωση παίρνει τη μορφή $v = \sqrt{v_p^2 + \frac{2kT\chi}{m}}$, ενώ η πρώτη εξίσωση δίνει $r n_i v = r_p n_{ip} v_p = \text{σταθερό}$. Συνδυαζόμενες αυτές με την εξίσωση Poisson και το νόμο Maxwell-Boltzmann προκύπτει η ακόλουθη διαφορική εξίσωση[34],[38]:

$$\frac{\epsilon_0}{en_{ep}r} \frac{d}{dr} \left(\frac{rkT}{e} \frac{d\chi}{dr} \right) = e^{-\chi} - \frac{r_p n_{ip} / n_{ep}}{r \sqrt{1 + 2\chi kT / (mv_p^2)}}$$

Η λύση της μπορεί να γίνει με πολλές αριθμητικές μεθόδους όπως η μέθοδος των διαταραχών. Το αποτέλεσμα της αναφορικά με την πυκνότητα είναι το αναμενόμενο και φαίνεται στην εικόνα:



Εικόνα 32: Ο λόγος της πυκνότητας προς την αρχική πυκνότητα, σε σχέση με την ακτινική απόσταση [38]

5 Μαγνητοϋδροδυναμική μελέτη

Μία καλή προσέγγιση για τη μελέτη ενός πλάσματος είναι να θεωρηθεί σαν ένα ρευστό, δηλαδή η πυκνότητα ιόντων και ηλεκτρονίων να είναι περίπου ίσες. Τότε το πλάσμα είναι όπως λέμε «οιονεί ουδέτερο».

Το πλάσμα περιγράφεται πλήρως με την εξίσωση του Boltzmann για κάθε είδος σωματιδίου:

$$\frac{\partial f_a}{\partial t} + v_a \frac{\partial f_a}{\partial x} + \frac{q_a}{m_a} (\mathbf{E} + \mathbf{v}_a \times \mathbf{B}) \frac{\partial f_a}{\partial v_a} = \frac{\partial f_a}{\partial t}$$

σε συνδυασμό με τις εξισώσεις του Maxwell[39].

$$\nabla \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \frac{\mathbf{B}}{\mu} = \mathbf{j}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla \times \mathbf{B} \right)$$

Ο δείκτης α στην εξίσωση Boltzmann αντιστοιχεί στο είδος του σωματιδίου. Στη μελέτη μας έχουμε δύο είδη, τα ηλεκτρόνια (e) και τα αρνητικά ιόντα (i).

Από την εξίσωση του Boltzmann παίρνοντας τις ροπές προκύπτουν οι εξισώσεις διατήρησης της μάζας, της ορμής και της ενέργειας για κάθε είδος σωματιδίων.

Με την προσέγγιση $n_i \approx n_e \approx n$ που ισχύει στο οιονεί ουδέτερο πλάσμα, οι εξισώσεις για την πυκνότητα μάζας ρ, την ταχύτητα μάζας υ και την πυκνότητα ρεύματος j, γίνονται:

$$\rho = n_i M + n_e m \approx n(M + m)$$

$$v = \frac{1}{\rho} (n_i M v_i + n_e m v_e) \approx \frac{M v_i + m v_e}{M + m}$$

$$j = e(n_i v_i - n_e v_e) \approx n e (v_i - v_e)$$

όπου v_e η ταχύτητα των ηλεκτρονίων, v_i η ταχύτητα των ιόντων, και M και m οι ατομικές μάζες του ιόντος και του ηλεκτρονίου.

Οι εξισώσεις των ορμών τους είναι:

$$Mn \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} + Mn \nabla \mathbf{v}_i = en(\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) - \nabla p_i + \mathbf{P}_{ie}$$

$$mn \frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} = -en(\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) - \nabla p_e + \mathbf{P}_{ei}$$

$$\mathbf{P}_{ei} = mn(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e)\mathbf{v}_{ei} = -\mathbf{P}_{ie}$$

Προσθέτοντας τις δύο εξισώσεις της ορμής προκύπτει η εξίσωση της ορμής για το οιονεί ουδέτερο πλάσμα[40]:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho \nabla \mathbf{v} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B}$$

όπου $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ είναι η ολική δύναμη Lorentz.

Αν αφαιρέσουμε τις δύο εξισώσεις ορμής, προκύπτει ο γενικευμένος νόμος του Ohm:

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

όπου η σ είναι η ηλεκτρική αγωγιμότητα.

Η Μαγνητοϋδροδυναμική είναι ένας κλάδος της Φυσικής που ασχολείται με τη μακροσκοπική αλληλεπίδραση των ηλεκτρικά φορτισμένων ρευστών με μαγνητικά και ηλεκτρικά πεδία. Η μαγνητοϋδροδυναμική περιγραφή γίνεται με τη βοήθεια των εξισώσεων ρευστού Navier-Stokes συζευγμένες με την εξίσωση του γενικευμένου νόμου του Ohm και των εξισώσεων του Maxwell για τον ηλεκτρομαγνητισμό. Ο συνδυασμός των εξισώσεων αυτών και η λύση τους επιτρέπει τη μελέτη της χωρικής και τη χρονικής εξέλιξης συστημάτων με φορτισμένα σωμάτια παρουσία ηλεκτρικού ή/και μαγνητικού πεδίου.

Οι εξισώσεις της μαγνητοϋδροδυναμικής είναι:

Διατήρηση μάζας

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho \mathbf{v} = 0$$

Διατήρηση ορμής

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \rho \mathbf{v} \mathbf{v} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B}$$

Διατήρηση ενέργειας

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\epsilon_k + \frac{p}{(\gamma - 1)} + \frac{B^2}{2\mu} \right) + \nabla \left(\epsilon_k + \frac{\gamma p}{(\gamma - 1)} \right) \mathbf{v} = -\nabla \left(\mathbf{E} \times \frac{\mathbf{B}}{\mu} \right)$$

Καταστατική εξίσωση

$$p = p_i + p_e = 2nkT$$

Γενικευμένος νόμος του Ohm

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

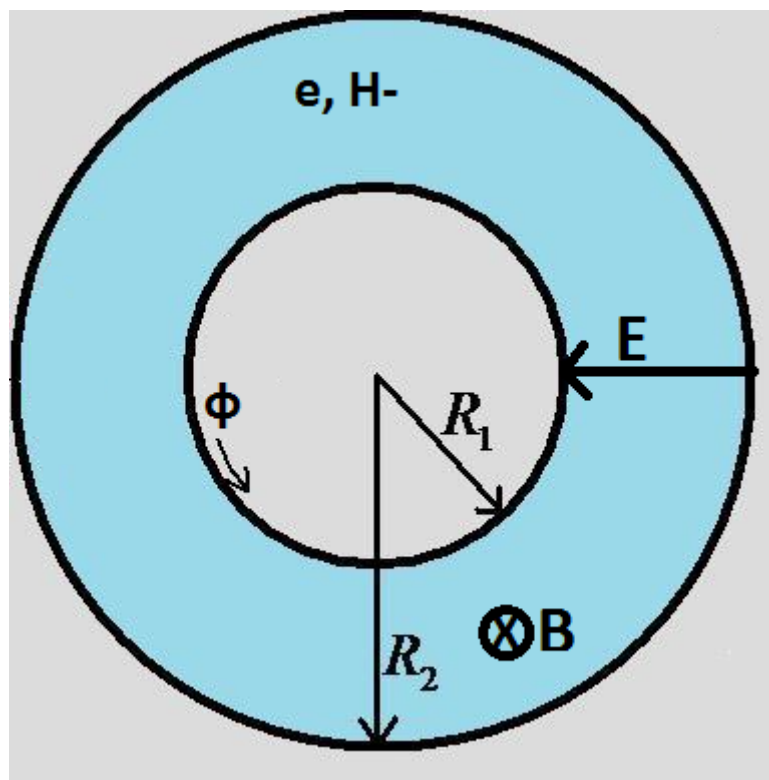
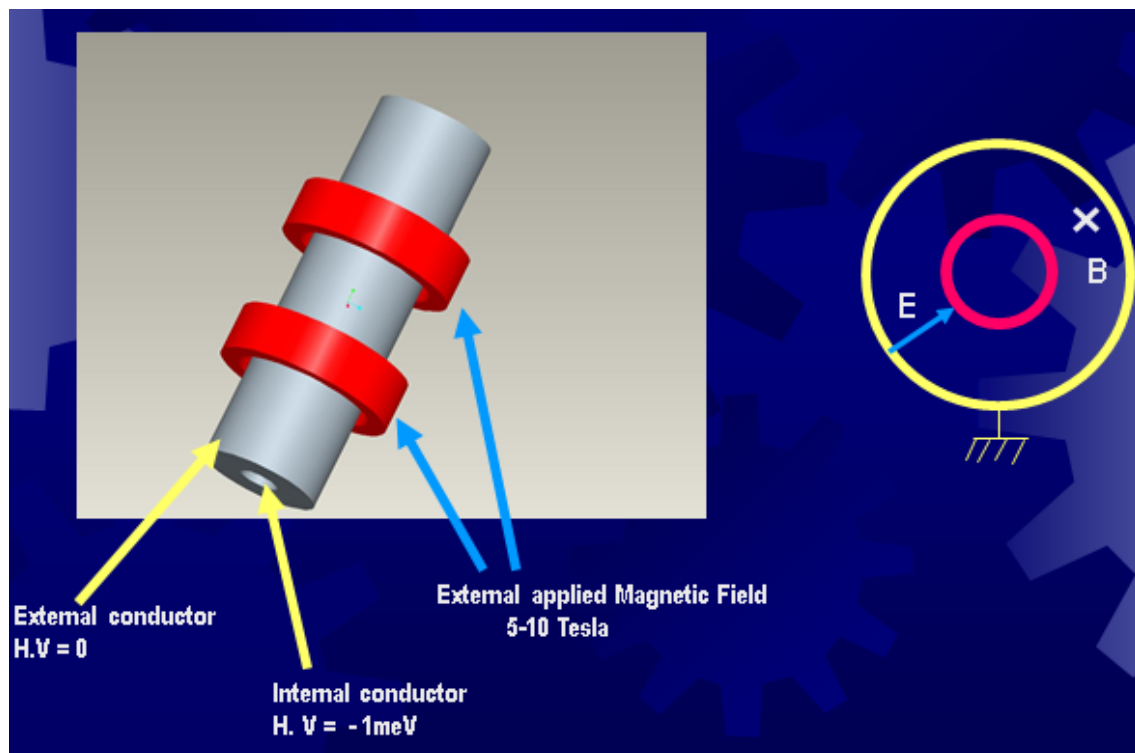
Εξίσωση του Μαγνητικού πεδίου

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla \times \mathbf{B} \right)$$

5.1 Ορισμός του προβλήματος

Στο πρόβλημά μας, προσομοιώνεται η επιτάχυνση μιας δέσμης αρνητικών ιόντων H^- ή D^- από μια μαγνητικά μονωμένη δίοδο σε κυλινδρική συμμετρία, παρουσία εξωτερικού μαγνητικού πεδίου. Θεωρούμε ότι έχουμε δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ύψος πολύ μεγαλύτερο της διαμέτρου τους, με ακτίνες r_1 και r_2 . Στο χώρο μεταξύ των δύο κυλίνδρων γίνεται η επιτάχυνση των σωματιδίων. Ο εσωτερικός κύλινδρος είναι η κάθοδος (αρνητικό δυναμικό) και ο εξωτερικός η άνοδος (θετικό δυναμικό) ενώ το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο εφαρμόζεται παράλληλα στον άξονα z .

Η μελέτη της χωροχρονικής εξέλιξης του πλάσματος που δημιουργείται εντός της διόδου θα γίνει τώρα με τη χρήση ενός υδροδυναμικού μοντέλου δύο ρευστών (2-Fluid)[41], αφού εξετάζουμε την περίπτωση που υπάρχουν ηλεκτρόνια και αρνητικά ιόντα σε κυλινδρική συμμετρία σε αντίστοιχο υπόβαθρο πλάσματος που εξασφαλίζει μακροσκοπικά την ουδετερότητα. Στο φυσικό πρόβλημα τα αρνητικά ιόντα παράγονται από το αρχικό πλάσμα που στην προσομοίωση του προβλήματός μας δεν χρειάζεται η περιγραφή του.



Εικόνα 33: Η γεωμετρία του μοντέλου της διόδου

Την χρονική στιγμή $t=0$ στην περιοχή του ενδιαμέσου χώρου από r_1 ως $(r_2+3r_1)/4$ θεωρούμε ότι υπάρχουν δύο είδη σωματιδίων, ηλεκτρόνια και αρνητικά ιόντα υδρογόνου, με γνωστές πυκνότητες ρ_e και ρ_i αντίστοιχα. Στην περιοχή από $(r_2+3r_1)/4$ ως r_2 οι πυκνότητες των σωματιδίων είναι τέσσερις με πέντε τάξεις μεγέθους πιο μικρές (υπόβαθρο). Στις περιοχές με ακτίνα μικρότερη από r_1 και μεγαλύτερη από r_2 θεωρείται ότι οι πυκνότητες σωματιδίων είναι μηδενικές. Η ασυνέχεια στο $(r_2+3r_1)/4$ παράγει ένα κρουστικό κύμα που πρέπει να ληφθεί υπόψη στην εκλογή του υπολογιστικού σχήματος.

Η άνοδος και η κάθοδος έχουν διαφορά δυναμικού V που παράγει ένα ηλεκτρικό πεδίο E στο χώρο μεταξύ των κυλίνδρων με φορά από r_2 προς r_1 . Τέλος, εφαρμόζεται ένα εξωτερικό, σταθερό μαγνητικό πεδίο B στον άξονα z , που αφορά στην παγίδευση των ηλεκτρονίων. Θεωρούμε ότι το πρόβλημά μας είναι μονοδιάστατο, αφού η διάταξη έχει τόσο αξονική όσο και εφαπτομενική συμμετρία. Αν αφήσουμε το σύστημα να εξελιχθεί χρονικά και χωρικά υπό την επίδραση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου, η αρχική πυκνότητα ηλεκτρονίων και ιόντων θα κινηθεί προς την εξωτερική ακτίνα του κυλίνδρου λόγω του ηλεκτρικού πεδίου ενώ τα σωματίδια θα εκτελούν ταυτόχρονα και σπειροειδή κίνηση στον άξονα ϕ λόγω του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου.

5.2 Εξισώσεις διατήρησης των ρευστών

Οι μαγνητοϋδροδυναμικές εξισώσεις για τα δύο ρευστά (ηλεκτρόνια και ιόντα) αποτελούνται από τις εξισώσεις διατήρησης μάζας, ορμής και ενέργειας ξεχωριστά για κάθε είδος του πλάσματος (όχι οιονεί ουδέτερο πλάσμα) μαζί με τις εξισώσεις του Maxwell:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - c^2 \nabla \times \mathbf{B} = -(\mathbf{j}_e + \mathbf{j}_i)$$

$$\nabla \mathbf{E} = \frac{e}{\epsilon_0} (n_i - n_e)$$

$$\nabla \mathbf{B} = 0$$

Λαμβάνοντας υπόψη τώρα ότι το πλάσμα παρουσιάζει κυλινδρική συμμετρία και ότι τα είδη του πλάσματος είναι τα ηλεκτρόνια και τα αρνητικά ιόντα, τότε οι παραπάνω εξισώσεις γίνονται:

- Εξίσωση συνέχειας της μάζας

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho_e v_e)}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho_i v_i)}{\partial r} = 0$$

- Αρχή διατήρησης της ορμής

$$\frac{\partial (\rho_e v_e)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho_e v_e^2)}{\partial r} + \frac{\partial p_e}{\partial r} = -en_e E_r - en_e v_\phi^e B_z + \frac{\rho_e v_\phi^e v_\phi^e}{r}$$

$$\frac{\partial (\rho_e v_\phi^e)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho_e v_e v_\phi^e)}{\partial r} = -en_e E_\phi + en_e v_e B_z - \frac{\rho_e v_e v_\phi^e}{r}$$

$$\frac{\partial (\rho_i v_i)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho_i v_i^2)}{\partial r} + \frac{\partial p_i}{\partial r} = -en_i E_r - en_i v_\phi^i B_z + \frac{\rho_i v_\phi^i v_\phi^i}{r}$$

$$\frac{\partial (\rho_i v_\phi^i)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho_i v_i v_\phi^i)}{\partial r} = -en_i E_\phi + en_i v_i B_z - \frac{\rho_i v_i v_\phi^i}{r}$$

- Αρχή διατήρησης της ενέργειας

$$\frac{\partial \epsilon_e}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r v_e (\epsilon_e + p_e))}{\partial r} = -en_e v_e E_r - en_e v_\phi^e E_\phi$$

$$\frac{\partial \epsilon_i}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r v_i (\epsilon_i + p_i))}{\partial r} = -en_i v_i E_r - en_i v_\phi^i E_\phi$$

όπου $\epsilon_e = \frac{1}{2} \rho_e v_e^2 + \frac{p_e}{\gamma-1}$ και $\epsilon_i = \frac{1}{2} \rho_i v_i^2 + \frac{p_i}{\gamma-1}$, ενώ $p_e = n_e kT$ και $p_i = n_i kT$

Με ρ συμβολίζεται η πυκνότητα μάζας, με r η ακτινική απόσταση, με v η ταχύτητα, με p η πίεση, με e το φορτίο του ηλεκτρονίου, με n η σωματιδιακή πυκνότητα, με E η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, με B η ένταση του μαγνητικού πεδίου, με γ η σταθερά Poisson των αερίων, με T η απόλυτη θερμοκρασία και με k η σταθερά Boltzmann. Σε ότι αφορά τους δείκτες, το e δείχνει τα ηλεκτρόνια, το i τα αρνητικά ιόντα, το ϕ την αζιμουθιακή συνιστώσα και το r την ακτινική συνιστώσα.

Επειδή τα σωματίδια του πλάσματος είναι φορτισμένα, πρέπει να ληφθεί υπόψη και η ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδρασή τους. Αυτή περιγράφεται από τις εξισώσεις

$$\epsilon_0 \frac{\partial E_\varphi}{\partial t} + \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B_z}{\partial r} = (en_i v_\varphi^i + en_e v_\varphi^e)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r E_\varphi)}{\partial r} = 0$$

και την εξίσωση του Poisson για το ηλεκτρικό πεδίο.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) = -\frac{e}{\epsilon_0} (n_e + n_i)$$

Έχουμε λοιπόν ένα σύστημα δέκα υπερβολικών μερικών διαφορικών εξισώσεων και μίας ελλειπτικής (Poisson). Αν συμβολίσω με $\mathbf{q}$ το φυσικό μέγεθος, με F τη ροή του και με S τυχόν συνάρτηση που περιγράφει την πηγή, οι υπερβολικές διαφορικές εξισώσεις μπορούν να γραφούν με τη μορφή διανύσματος ως εξής:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial F(\mathbf{q})}{\partial r} = S(\mathbf{q})$$

όπου

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \rho_e \\ \rho_i \\ \rho_e v_e \\ \rho_e v_\varphi^e \\ \rho_i v_i \\ \rho_i v_\varphi^i \\ \epsilon_e \\ \epsilon_i \\ \epsilon_0 E_\varphi \\ B_z \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} \rho_e v_e \\ \rho_i v_i \\ \rho_e v_e^2 + p_e \\ \rho_e v_e v_\varphi^e \\ \rho_i v_i^2 + p_i \\ \rho_i v_i v_\varphi^i \\ v_e(\epsilon_e + p_e) \\ v_i(\epsilon_i + p_i) \\ \frac{1}{\mu_0} B_z \\ E_\varphi \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} -\frac{\rho_e v_e}{r} \\ -\frac{\rho_i v_i}{r} \\ -\frac{\rho_e v_e^2}{r} - en_e E_r - en_e v_\varphi^e B_z \\ -en_e E_\varphi + en_e v_e B_z \\ -\frac{\rho_i v_i^2}{r} - en_i E_i - en_i v_\varphi^i B_z \\ -en_i E_\varphi + en_i v_i B_z \\ -\frac{v_e(\epsilon_e + p_e)}{r} - en_e v_e E_r - en_e v_\varphi^e E_\varphi \\ -\frac{v_i(\epsilon_i + p_i)}{r} - en_i v_i E_r - en_i v_\varphi^i E_\varphi \\ en_i v_\varphi^i + en_e v_\varphi^e \\ \frac{-E_\varphi}{r} \end{pmatrix}$$

5.3 Αριθμητική μέθοδος

Η επίλυση του συστήματος των μερικών διαφορικών εξισώσεων μπορεί να γίνει με διάφορες υπολογιστικές μεθόδους, όπως η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών, η μέθοδος πεπερασμένων όγκων, η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων και άλλες.

Το πρώτο βήμα για τη χρήση οποιασδήποτε αριθμητικής μεθόδου είναι η διακριτοποίηση του χώρου και η κατασκευή του υπολογιστικού πλέγματος (computational grid). Στην περίπτωση της διόδου, και αφού το πρόβλημα είναι μονοδιάστατο, διακριτοποιούμε μόνο την ακτίνα r χωρίζοντάς την σε n περιοχές που αναφέρονται ως κελιά (cells). Κάθε κελί έχει εκατέρωθεν τους κόμβους του και επομένως έχουμε n κελιά ($1...n$) και $n+1$ κόμβους ($0...n$). Ο κόμβος 0 συμπίπτει με την επιφάνεια του εσωτερικού κυλίνδρου και ο κόμβος n με αυτή του εξωτερικού. Τα κελιά αυτά είναι όμοια και τα σύνορά τους είναι παράλληλα στο σύνορο του πλέγματος επομένως το πλέγμα αυτό χαρακτηρίζεται ως δομημένο[42]. Ένα υπολογιστικό πλέγμα χαρακτηρίζεται επίσης ως αραιό (coarse) ή πυκνό (fine) ανάλογα με τον αριθμό των κελιών. Το πλέγμα στη δική μας περίπτωση περιέχει σχετικά λίγα κελιά, όλες οι δοκιμές έγιναν με πλέγμα 100 κελιών. Καθώς όμως οι διαστάσεις της διάταξης θέλουμε να είναι σχετικά μικρές, της τάξης των εκατοστών, προκειμένου να διατηρούν τα πλεονεκτήματά τους έναντι άλλων διατάξεων παραγωγής ιόντων, το μήκος $\Delta x = 0.3\text{mm}$ του κάθε κελιού που προκύπτει δίνει αρκετά καλά αποτελέσματα σε μικρό υπολογιστικό χρόνο, που ήταν ένα από τα ζητούμενα στην προσομοίωσή μας.

Η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών είναι η πιο απλή και δίνει αρκετά καλή ακρίβεια. Σε κάθε κελί η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος προσεγγίζεται ως εξής[43]:

$$f'(x) = \frac{u(x + \Delta x) - u(x - \Delta x)}{2\Delta x} + O(\Delta x^2)$$

$$f''(x) = \frac{u(x + \Delta x) - 2u(x) + u(x - \Delta x))}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2)$$

Ο όρος $O(\Delta x^2)$ είναι η συνάρτηση υπολοίπου (truncation error) δηλαδή το σφάλμα που προκύπτει λόγω της προσομοίωσης μιας συνάρτησης με συνεχή μεταβλητή με

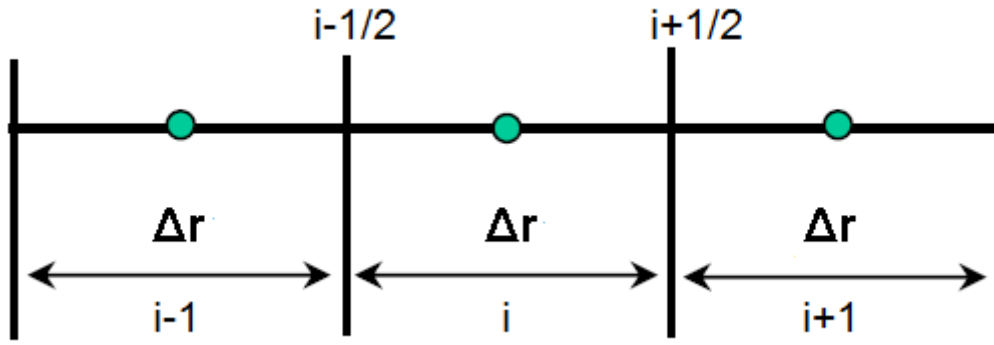
πεπερασμένο αριθμό υπολογιστικών βημάτων, λόγω της διακριτοποίησης που έγινε. Το βήμα Δx της συνάρτησης f επηρεάζει την συνάρτηση υπολοίπου τετραγωνικά, επομένως μια ελάττωση του βήματος κατά ένα παράγοντα 2, ελαττώνει το υπολογιστικό σφάλμα κατά ένα παράγοντα 4 (αυξάνοντας βέβαια το υπολογιστικό κόστος).

Αυτές οι εξισώσεις ονομάζονται εξισώσεις πεπερασμένων διαφορών τριών σημείων, αφού εμπλέκουν την ποσότητα u σε τρία σημεία, το κεντρικό και δύο γειτονικά του. Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία σε όλα τα κελιά θα έχουμε τελικά ένα αλγεβρικό σύστημα με $n-1$ εξισώσεις, το οποίο λύνεται δεδομένων των οριακών συνθηκών (στους κόμβους 0 και n).

Στο πρόβλημά μας χρησιμοποιήθηκε μία μέθοδος πεπερασμένων όγκων, και συγκεκριμένα το σχήμα μείωσης ολικής κύμανσης ή Total Variation Diminishing Lax-Friedrich (TVDLF). Αυτή η μέθοδος δίνει καλύτερα αποτελέσματα στο πεδίο της μαγνητοϋδροδυναμικής καθώς έχει τα ακόλουθα επιθυμητά χαρακτηριστικά:

- Είναι άμεση (explicit) μέθοδος υψηλής ανάλυσης.
- Έχει ακρίβεια τέταρτης τάξης στο χρόνο και δεύτερης στο χώρο.
- Δεν χρησιμοποιεί τεχνικές τεχνητής απόσβεσης ή τεχνητής διάχυσης.
- Επιλύει τις εξισώσεις όταν είναι σε συντηρητική μορφή (όπως είναι αυτές που διέπουν το φυσικό μας πρόβλημα).
- Είναι συνεπής (consistent).
- Συγκλίνει στην σωστή λύση για $\Delta x \rightarrow 0$ και $\Delta t \rightarrow 0$ και είναι γραμμικά ευσταθής αν και εφόσον ικανοποιείται η συνθήκη Courant-Friedrich-Lewy.
- Είναι γραμμική όταν εφαρμόζεται σε γραμμικές εξισώσεις μεταφοράς και μη γραμμική όταν εφαρμόζεται σε μη γραμμικό, βαθμωτό νόμο διατήρησης.
- Χειρίζεται άριστα τις ασυνέχειες, όπως αυτή που υπάρχει στην επίλυση του δικού μας φυσικού προβλήματος και αφορά την αρχική χωρική κατανομή της πυκνότητας πλάσματος.

Η ιδέα της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων είναι να διακριτοποιηθεί ο χώρος σε κελιά όπως παρακάτω:



Εικόνα 34: Διακριτοποίηση της απόστασης r μεταξύ των δύο κυλίνδρων σε κελιά

Το κέντρο κάθε κελιού συμβολίζεται με i , έχει μήκος $\Delta r = r_{i+1} - r_{i-1/2}$ και ξεχωρίζει από τα διπλανά του με τα faces $i-1/2$ και $i+1/2$.

Το πρόβλημά μας όπως είδαμε έχει τη μορφή:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial r} = 0$$

όπου u είναι η φυσική μεταβλητή και f η ροή της u μέσα από το face.

Σε κάθε κελί ορίζουμε το μέσο όγκο (volume average) της συνάρτησης u στο χρόνο t ως

$$\bar{u} = \frac{1}{r_{i-1/2} - r_{i+1/2}} \int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} u \, dr$$

Όπου $r_{i-1/2}$ και $r_{i+1/2}$ οι θέσεις των faces του κελιού i .

Αν ολοκληρώσουμε το αρχικό πρόβλημα στο χρόνο, θα πάρουμε ότι

$$u(r, t_2) = u(r, t_1) - \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial f}{\partial r} \, dt$$

Επομένως για αυτές τις δύο χρονικές στιγμές θα ισχύει για τον μέσο όγκο

$$\bar{u}_i(t_2) = \bar{u}_i(t_1) - \frac{1}{r_{i-1/2} - r_{i+1/2}} \left(\int_{t_1}^{t_2} f(r_{i+1/2}, t) \, dt - \int_{t_1}^{t_2} f(r_{i-1/2}, t) \, dt \right)$$

Σε κάθε κελί θα ισχύει ότι:

$$u_j^{m+1} = u_j^m - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[f_{j+\frac{1}{2}} - f_{j-\frac{1}{2}} \right]$$

όπου u_j^{m+1} είναι η επόμενη χρονικά τιμή της συνάρτησης u και f είναι οι ροές που προέρχονται από τα αντίστοιχα κελιά. Οι μεταβλητές (τα φυσικά μεγέθη) υπολογίζονται στα κέντρα των κελιών ενώ οι ροές στα άκρα τους.

Ο νόμος της διατήρησης που περιγράφει το πρόβλημα μαζί με την ασυνέχεια που δημιουργείται στα σύνορα των κελιών αποτελούν ένα πρόβλημα Riemann:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial r} = 0$$

$$u(r, 0) = \begin{cases} u^L & \text{όταν } r < r_1 \\ u^R & \text{όταν } r > r_1 \end{cases}$$

Η μέθοδος Godunov λύνει ένα τέτοιο πρόβλημα και αντικαθιστά το ολοκλήρωμα

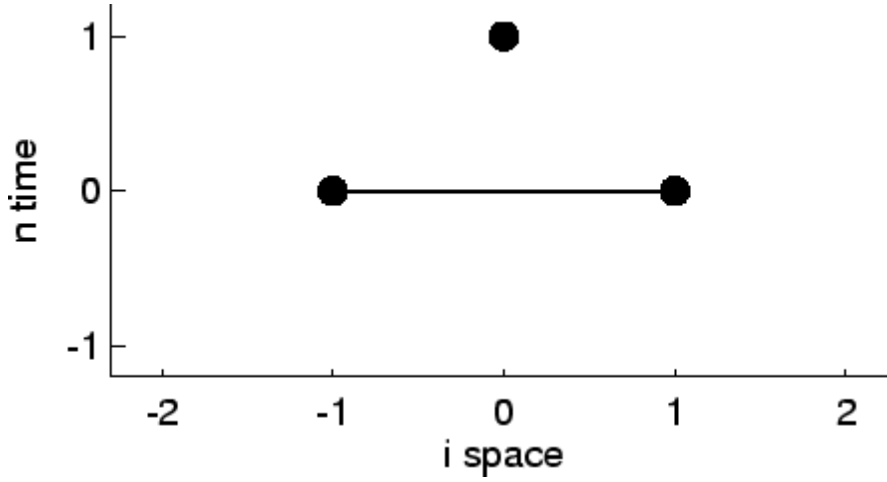
$$\int_{t_1}^{t_2} f(r_{i-\frac{1}{2}}, t) dt$$

με τον όρο

$$\Delta t f^\downarrow(u_{i-1}, u_{i+1})$$

όπου $f^\downarrow$ μία προσέγγιση της ακριβής λύσης του προβλήματος Riemann.

Εδώ χρησιμοποιούμε μια άλλη προσέγγιση, το σχήμα TVD (Total Variation Diminishing). Αντί να γίνονται σταθερές προσεγγίσεις όπως με τη μέθοδο Godunov, παίρνουμε τις μέσες τιμές των κελιών στα προηγούμενα χρονικά βήματα. Για κάθε κελί έχουμε μια αριστερή και δεξιά κατάσταση με περιορισμένη κλίση και αυτές χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των ροών στα faces.



Εικόνα 35: Μέθοδος Lax-Friedrich: Η ζητούμενη τιμή στο σημείο $(n+1, i)$ υπολογίζεται από τις τιμές των μεταβλητών στα σημεία $(n, i-1)$ και $(n, i+1)$. Στην περίπτωση που το σχήμα είναι το Lax- Friedrich in conservation form υπολογίζονται πρώτα οι ροές στα $i+1/2$ και $i-1/2$ στον προηγούμενο χρόνο και χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του επόμενου χρόνου

Αυτές οι ροές μπορούν να λυθούν με ένα λύτη Riemann όπως τον Roe, τον HLLC και τον HLLC solver. Μπορούν όμως να λυθούν και με τη μέθοδο Lax-Friedrich που είναι αυτή που χρησιμοποιούμε και είναι η παρακάτω:

Οι ροές στα faces δίνονται από τις σχέσεις:

$$f_{i-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left[F(u_{i-\frac{1}{2}}^L) + F(u_{i-\frac{1}{2}}^R) - \max\left(\frac{\lambda^L + \lambda^R}{2}\right) (u_{j+\frac{1}{2}}^R - u_{j+\frac{1}{2}}^L) \right]$$

$$f_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left[F(u_{j+\frac{1}{2}}^L) + F(u_{j+\frac{1}{2}}^R) - \max\left(\frac{\lambda^L + \lambda^R}{2}\right) (u_{j+\frac{1}{2}}^R - u_{j+\frac{1}{2}}^L) \right]$$

με $\lambda = v_r + v_s + v_a$, όπου

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \text{ και } v_a = \sqrt{\frac{B^2}{\mu_0 \rho}}$$

είναι η ταχύτητα του ήχου και του κύματος Alfven αντίστοιχα. Υπολογίζεται δηλαδή το ημιάθροισμα των ταχυτήτων αυτών, προστίθενται μεταξύ τους και χρησιμοποιείται η μεγαλύτερη τιμή, σύμφωνα με το κριτήριο CFL.

Επίσης ορίζονται τα

$$u_{j+\frac{1}{2}}^L = u_j^m + \frac{\overline{\Delta u_j^m}}{2}$$

$$u_{j+\frac{1}{2}}^R = u_{j+1}^m - \frac{\overline{\Delta u_{j+1}^m}}{2}$$

Με τους όρους $\overline{\Delta u_j^m}$ και $\overline{\Delta u_{j+1}^m}$ να υπολογίζονται ως εξής:

$$a = \Delta u_{j+\frac{1}{2}}^m$$

$$b = \Delta u_{j-\frac{1}{2}}^m$$

$$\overline{\Delta u_j^m} = \minmod(a, b) = \begin{cases} a & \text{αν } |a| < |b| \text{ και } ab > 0 \\ b & \text{αν } |a| > |b| \text{ και } ab > 0 \\ 0 & \text{αν } ab \leq 0 \end{cases}$$

Αυτό ονομάζεται οριοθέτης κλίσης minmod. Ο οριοθέτης κλίσης παρέχει τη σταθερότητα της μεθόδου ιδιαίτερα στις ασυνέχειες, επεμβαίνοντας όποτε χρειάζεται, περιορίζοντας την κλίση και εξασφαλίζοντας έτσι την ελάττωση της ολικής κύμανσης, χαρακτηριστικό της μεθόδου TVD.

Οι συνοριακές συνθήκες υλοποιούνται ορίζοντας δύο υποθετικά κελιά (ghost cells) πριν το r_1 και μετά το r_2 , που είναι τα όρια του φυσικού μας προβλήματος, δηλαδή οι ακτίνες των κυλίνδρων που γίνεται η επιτάχυνση και η εξαγωγή των αρνητικών ιόντων. Στα υποθετικά αυτά κελιά οι ροές τίθενται ίσες με μηδέν, ενώ οι τιμές των μεταβλητών θεωρούνται σταθερές. Στο σύνορο r_2 οι ταχύτητες μπορούν να είναι μόνο θετικές, μιας και από εκεί θα γίνεται μόνο εξαγωγή των αρνητικών ιόντων και όχι εισαγωγή τους. Με βάση τα παραπάνω, οι συνοριακές συνθήκες χαρακτηρίζονται ως συνθήκες τύπου Dirichlet αφού στα υποθετικά κελιά έχω σταθερές τιμές στις μεταβλητές.

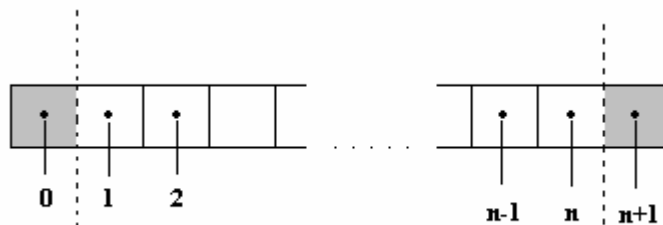
Το χρονικό βήμα με το οποίο προχωρά η διαδικασία είναι δυναμικό και επιλέγεται κάθε φορά με το κριτήριο Courant–Friedrichs–Lewy έτσι ώστε να οδηγεί σε αριθμητική σταθερότητα και να αποφεύγονται οι ταλαντώσεις. Το κριτήριο Courant–Friedrichs–Lewy (στο εξής CFL για συντομία) αναφέρει ότι

$$\Delta t < C \frac{\Delta r}{v + v_{\eta\chi} + v_a}$$

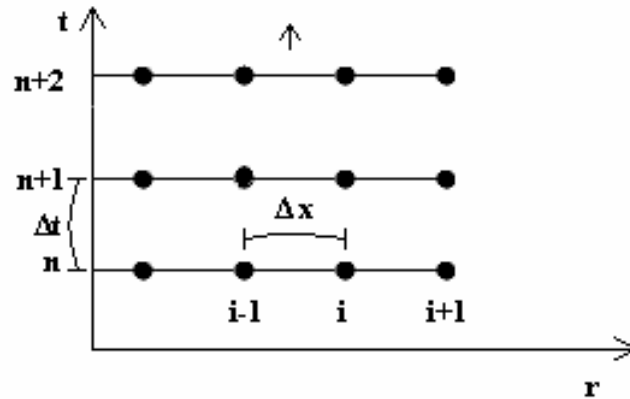
όπου Δr είναι η απόσταση μεταξύ των κελιών, v η ταχύτητα του ρευστού, $v_{\eta\chi}$ η ταχύτητα του ήχου, v_a η ταχύτητα του κύματος Alfven και C ο αριθμός CFL, που επιλέχθηκε για το πρόβλημά μας να είναι 0,5. Πάντως το χρονικό βήμα επιτρέπεται να κυμαίνεται μεταξύ μιας μέγιστης και μιας ελάχιστης τιμής, προσαρμοσμένες στις ανάγκες του φυσικού προβλήματος, που στις δοκιμές μας ήταν ορισμένο από 10^{-15} ως $2 \cdot 10^{-13}$ δευτερόλεπτα, καλύπτοντας έτσι δύο τάξεις μεγέθους. Αυτό είναι αποδεκτό δεδομένου ότι μελετάμε ένα πρόβλημα με χαρακτηριστικούς χρόνους 10^{-10} sec.

Το πρόγραμμα επιλύει το σύστημα για μία χρονική στιγμή t και κατόπιν αφού υπολογίσει το χρονικό βήμα προχωράει στην χρονική στιγμή $t + \Delta t$. Συνεχίζει έτσι μέχρι τον τελικό χρόνο. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται time-march. Στην έξοδο του προγράμματος παίρνουμε για κάθε χρονική στιγμή και για κάθε κελί του υπολογιστικού πλέγματος τις τιμές για τα φυσικά μεγέθη του προβλήματος όπως την πυκνότητα ηλεκτρονίων και ιόντων, την ταχύτητά τους στην ϕ και r συνιστώσα, την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στην r και ϕ συνιστώσα, καθώς και τη θερμοκρασία ηλεκτρονίων και ιόντων ή τη χωρική κατανομή του μαγνητικού πεδίου.

Επειδή λόγω της κυλινδρικής συμμετρίας υπάρχει όρος r στον παρανομαστή ο οποίος στα όρια του πλέγματος, δηλαδή για $r=0$ απειρίζεται, επιλέγουμε το μονοδιάστατο πλέγμα όπως φαίνεται στο σχήμα:



Εικόνα 36: Το υπολογιστικό πλέγμα σε 1-D. Με γκρι απεικονίζονται τα υποθετικά κελιά (ghost cells).



Εικόνα 37: Σχηματική αναπαράσταση του time-marching[22]

Για τη λύση των διαφορικών εξισώσεων που αναφέραμε σε κάθε χρονικό βήμα χρησιμοποιείται η κλασική άμεση (explicit) μέθοδος Runge-Kutta τέταρτης τάξης (RK4):

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$t_{n+1} = t_n + \Delta t$$

Όπου

$$k_1 = \Delta t f(t_n, y_n)$$

$$k_2 = \Delta t f(t_n + 0.5\Delta t, y_n + 0.5k_1)$$

$$k_3 = \Delta t f(t_n + 0.5\Delta t, y_n + 0.5k_2)$$

$$k_4 = \Delta t f(t_n + \Delta t, y_n + k_3)$$

Ιδιαίτερα για τις εξισώσεις των ορμών και του ηλεκτρικού πεδίου στη ϕ κατεύθυνση η άμεση (explicit) μέθοδος οδηγεί σε αστάθειες και έτσι χρησιμοποιείται μια implicit μέθοδος Runge-Kutta πέντε σταδίων που οδηγεί σε σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων το οποίο λύνεται με τη μέθοδο της απαλοιφής Gauss. Στην απαλοιφή Gauss γράφεται

πρώτα το αλγεβρικό σύστημα με τη μορφή πίνακα και γίνεται πρόσθεση σε κάθε γραμμή κατάλληλων πολλαπλασίων μιας άλλης γραμμής έτσι ώστε να προκύψει απλούστερο ισοδύναμο σύστημα.

Για τον υπολογισμό της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου E_r γράφεται η εξίσωση του Poisson σε κάθε χρονικό βήμα με τη χρήση ενός τριδιαγώνιου πίνακα $j \times j$ στοιχείων, όπου j ο αριθμός των κελιών του πλέγματος. Στη συνέχεια με χρήση του αλγόριθμου Thomas, ο πίνακας αντιστρέφεται και η εξίσωση λύνεται υπολογίζοντας την ένταση για να χρησιμοποιηθεί στο επόμενο χρονικό βήμα. Ο αλγόριθμος Thomas είναι μια απλουστευμένη μορφή της απαλοιφής Gauss που χρησιμοποιείται στους τριδιαγώνιους πίνακες $n \times n$ και απαιτεί λιγότερα υπολογιστικά βήματα ($O(n)$ έναντι $O(n^3)$).

Η προσομοίωση του φυσικού προβλήματος έγινε σε γλώσσα προγραμματισμού Fortran 77 και επιτρέπει, μετά τον υπολογισμό των φυσικών παραμέτρων του προβλήματος που μας ενδιαφέρει, να υπολογιστούν επίσης και άλλες παράμετροι. Ο στόχος ήταν τα αποτελέσματα της προσομοίωσης αυτής να είναι σύμφωνα με αυτά στη διεθνή βιβλιογραφία. Έτσι προστέθηκε η δυνατότητα υπολογισμού του ολικού ρεύματος ιόντων που εξάγεται από τον εξωτερικό κύλινδρο, υπολογίζοντας κάθε χρονική στιγμή την ολική πυκνότητα ιόντων μεταξύ των κυλίνδρων, αφαιρώντας την από την αρχική και διαιρώντας με το χρόνο που έχει παρέλθει. Η παραγωγή της δέσμης των αρνητικών ιόντων είναι το κύριο ζητούμενο για την εφαρμογή σε αντιδραστήρες Tokamak και επομένως το ολικό ρεύμα είναι το μέγεθος που κυρίως ενδιαφέρει. Έγιναν επίσης κάποιες διορθώσεις στις συνοριακές συνθήκες έτσι ώστε οι ταχύτητες των σωματιδίων εκεί να είναι μόνο προς το εσωτερικό της διάταξης και προστέθηκε, τέλος, η δυνατότητα ρύθμισης του υποβάθρου πυκνότητας σωματιδίων.

5.4 Αποτελέσματα της προσομοίωσης

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται επιλεγμένα παραδείγματα υπολογισμών χρησιμοποιώντας τον κώδικα 2-Fluid που περιγράφηκε.

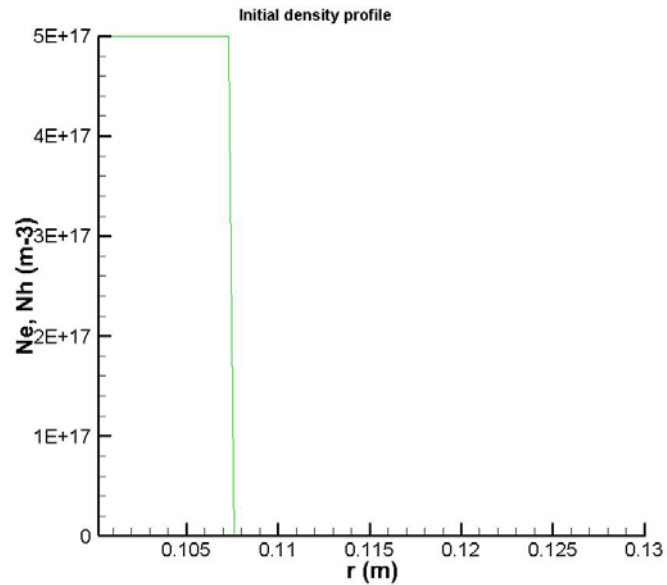
Το πρόγραμμα της FORTRAN δέχεται σαν παραμέτρους για κάθε δοκιμή τα εξής μεγέθη:

- Μέγιστο, ελάχιστο και τυπικό χρονικό βήμα
- Συνολικός χρόνος εξέλιξης του συστήματος
- Αρχική πυκνότητα ιόντων και ηλεκτρονίων
- Πυκνότητα υποβάθρου ιόντων και ηλεκτρονίων
- Θερμοκρασία πλάσματος
- Ένταση εξωτερικού μαγνητικού πεδίου
- Δυναμικό και ακτίνα εσωτερικού και εξωτερικού κυλίνδρου

Πραγματοποιήθηκαν πολλές διαδοχικές εκτελέσεις του προγράμματος μεταβάλλοντας κατάλληλα τις παραπάνω παραμέτρους, με σκοπό:

- Να επιβεβαιωθεί η σωστή λειτουργία του προγράμματος
- Να συγκριθούν τα φυσικά αποτελέσματα με αυτά της διεθνούς βιβλιογραφίας
- Να ελεγχθεί αν με τη χρήση μαγνητικά μονωμένης διόδου μπορεί να εξαχθεί τέτοια δέσμη ώστε να χρησιμοποιηθεί για θέρμανση Tokamak
- Να εξαχθούν συμπεράσματα που θα οδηγήσουν σε πιθανές βελτιώσεις της διάταξης

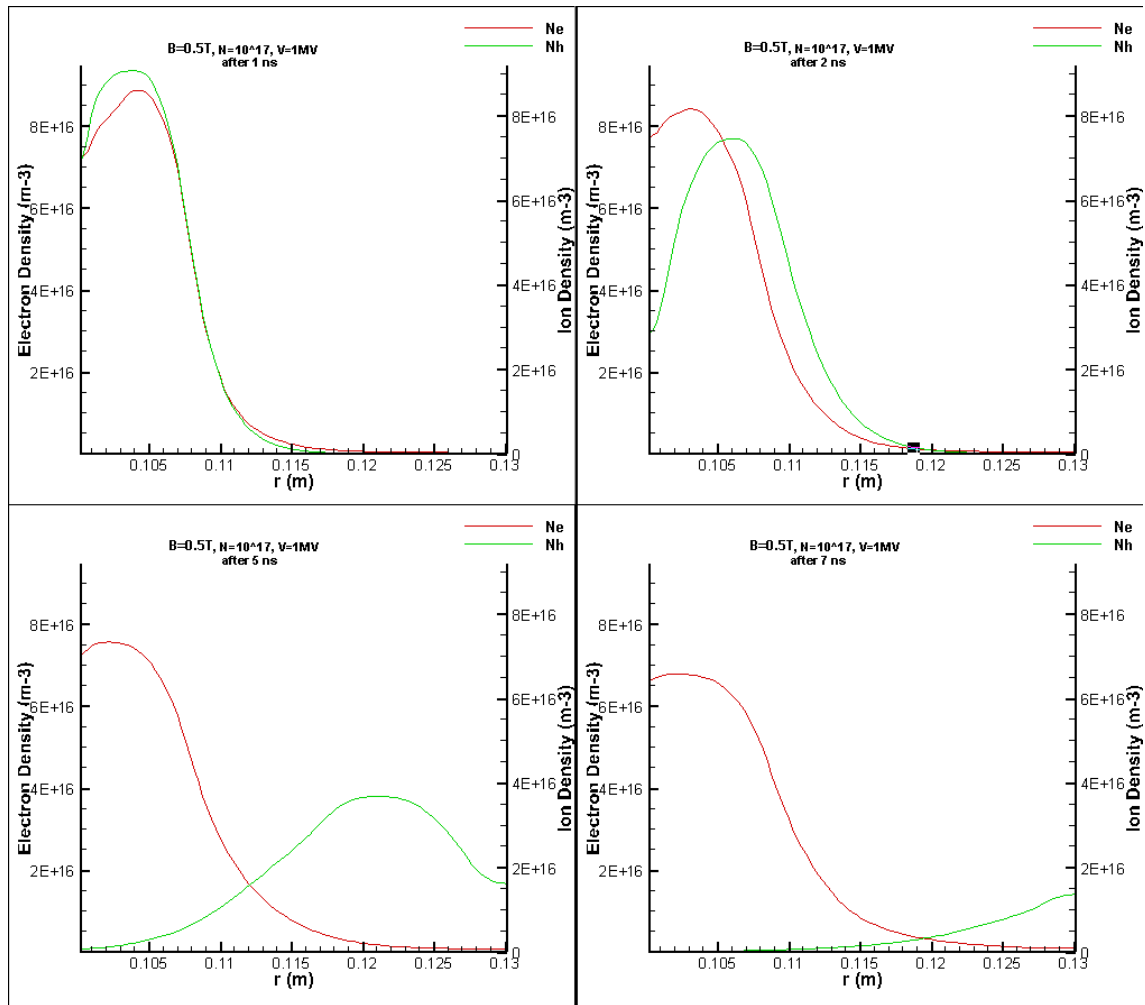
Η αρχική πυκνότητα των αρνητικών ιόντων και των ηλεκτρονίων θεωρείται ότι είναι ίση λόγω του ότι το πλάσμα είναι μακροσκοπικά ουδέτερο και ομοιόμορφο. Το αρχικό προφίλ πυκνότητας φαίνεται παρακάτω.



Εικόνα 38: Το αρχικό προφίλ της πυκνότητας στη δίοδο. Υπάρχει επίσης και μια πυκνότητα υποβάθρου που εδώ δεν φαίνεται επειδή είναι πέντε τάξεις μεγέθους χαμηλότερη.

Αρχικά έπρεπε να επιβεβαιωθεί ότι η δίοδος είναι μαγνητικά μονωμένη, ότι δηλαδή τα ηλεκτρόνια παγιδεύονται από το μαγνητικό πεδίο ενώ τα ιόντα προχωρούν προς την άνοδο απ' όπου και εξάγονται.

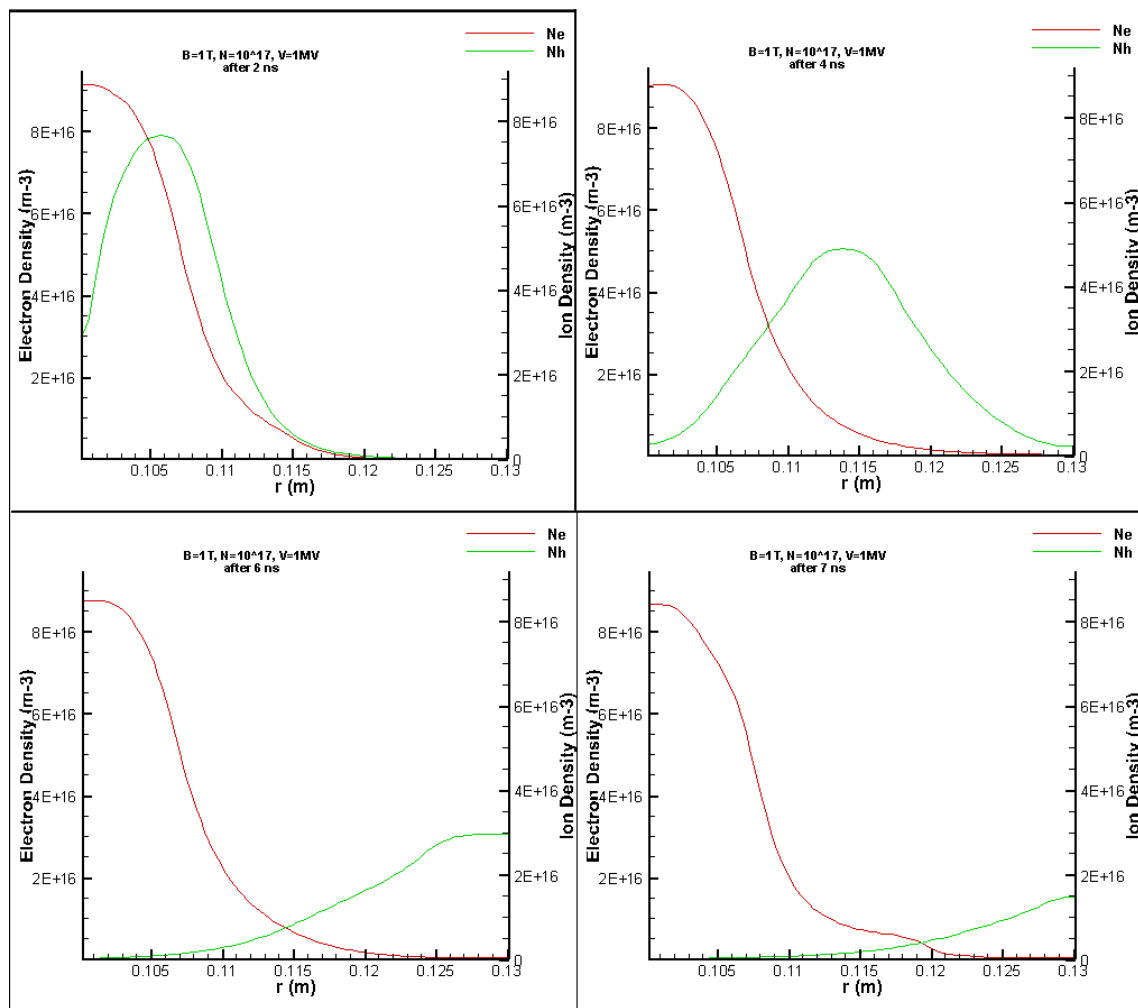
Τα παρακάτω διαγράμματα δείχνουν την εξέλιξη του πλάσματος με αρχικές παραμέτρους: Ένταση μαγνητικού πεδίου 0.5 T, αρχική πυκνότητα 10^{17} σωματία ανά κυβικό μέτρο, διαφορά δυναμικού 1 MV.



Εικόνα 39: Χρονική εξέλιξη πλάσματος στη δίοδο. Οι χρονικές στιγμές (από αριστερά προς τα δεξιά και από πάνω προς τα κάτω) είναι 1, 2, 5 και 7 ns. Με πράσινο απεικονίζεται η πυκνότητα αρνητικών ιόντων και με κόκκινο αυτή των ηλεκτρονίων.

Παρατηρείται ότι τα ηλεκτρόνια δεν μετακινούνται πολύ, ενώ τα ιόντα στα 5 ns έχουν ήδη αρχίσει να εξέρχονται της δόδου και στα 7 ns έχουν εξαχθεί σχεδόν όλα. Ο μαγνητικός περιορισμός του πλάσματος δεν είναι απόλυτα ικανοποιητικός, αφού από τα 5 ns και μετά κάποια ηλεκτρόνια έχουν ήδη φθάσει στην άνοδο. Πάντως επιβεβαιώνεται το γεγονός ότι η δίοδος πράγματι εγκλωβίζει τα ηλεκτρόνια.

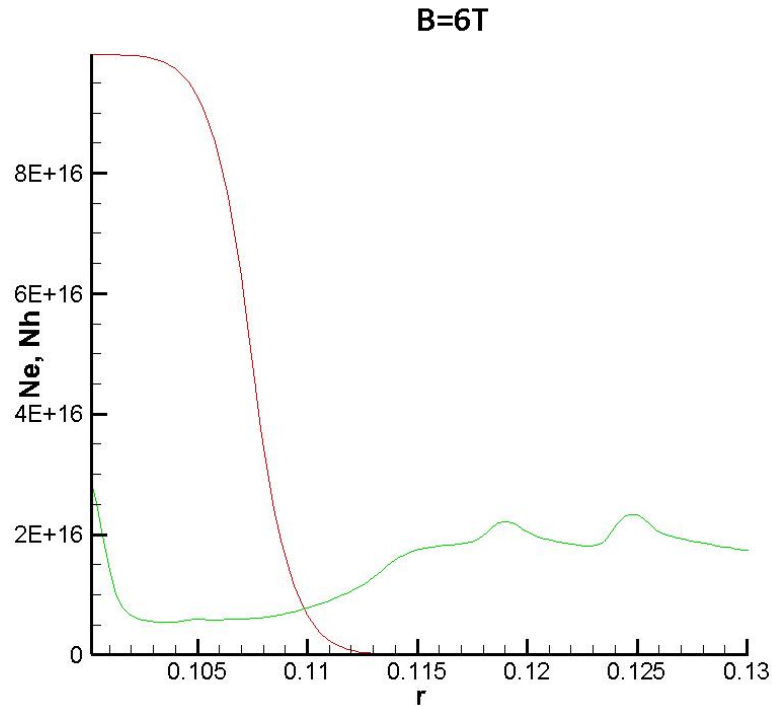
Αν αυξηθεί λίγο η ένταση του μαγνητικού πεδίου (αφήνοντας τα υπόλοιπα μεγέθη ίδια) θα παρατηρήσουμε μια σαφώς καλύτερη μαγνητική μόνωση.



Εικόνα 40: Εξέλιξη του πλάσματος με αυξημένο το μαγνητικό πεδίο, σε σχέση με την προηγούμενη δοκιμή

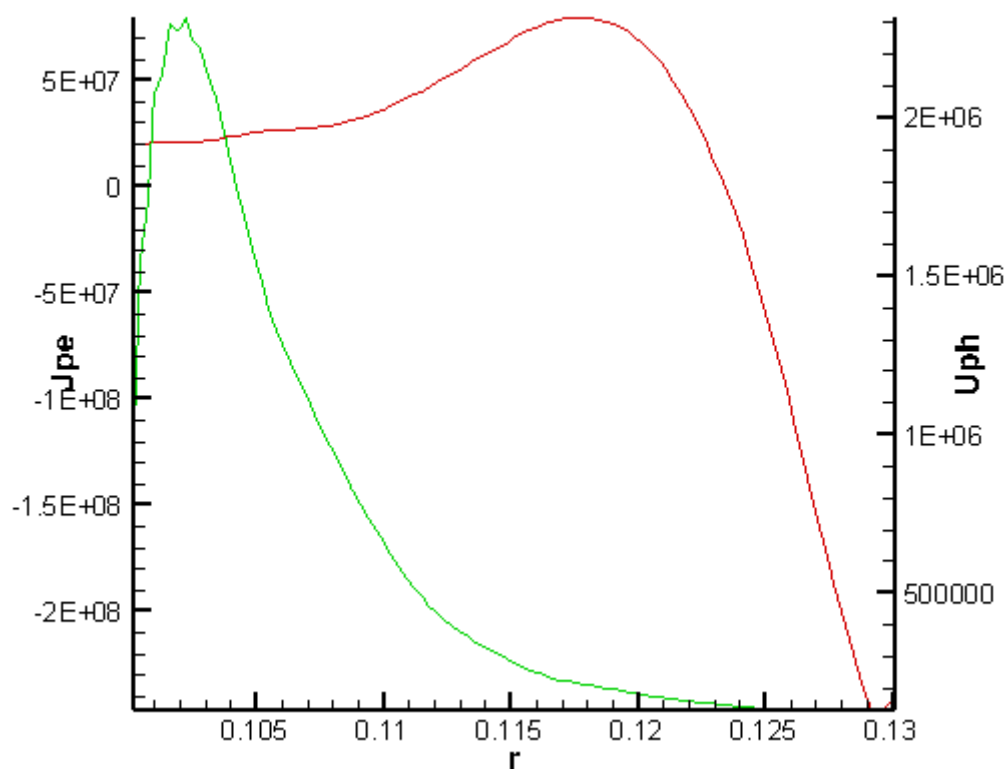
Παρατηρούμε ότι πράγματι υπάρχει καλύτερος περιορισμός του πλάσματος, αφού τα ηλεκτρόνια δεν έχουν μετακινηθεί σχεδόν καθόλου. Το κόστος είναι μια μικρή καθυστέρηση στην εξαγωγή των ιόντων, καθώς φαίνεται ότι στον ίδιο χρόνο (7 ns) και σε σχέση με την προηγούμενη δοκιμή, μεγαλύτερη πυκνότητα αρνητικών ιόντων παραμένει ακόμα στο εσωτερικό της διόδου.

Όπως προβλέπεται από τον υπολογισμό του B_{cr} που έγινε σε προηγούμενο κεφάλαιο, μια μεγαλύτερη αύξηση του μαγνητικού πεδίου θα καθυστερήσει πολύ τα αρνητικά ιόντα με αποτέλεσμα να μειωθεί η ένταση του ρεύματος της εξαγόμενης δέσμης.



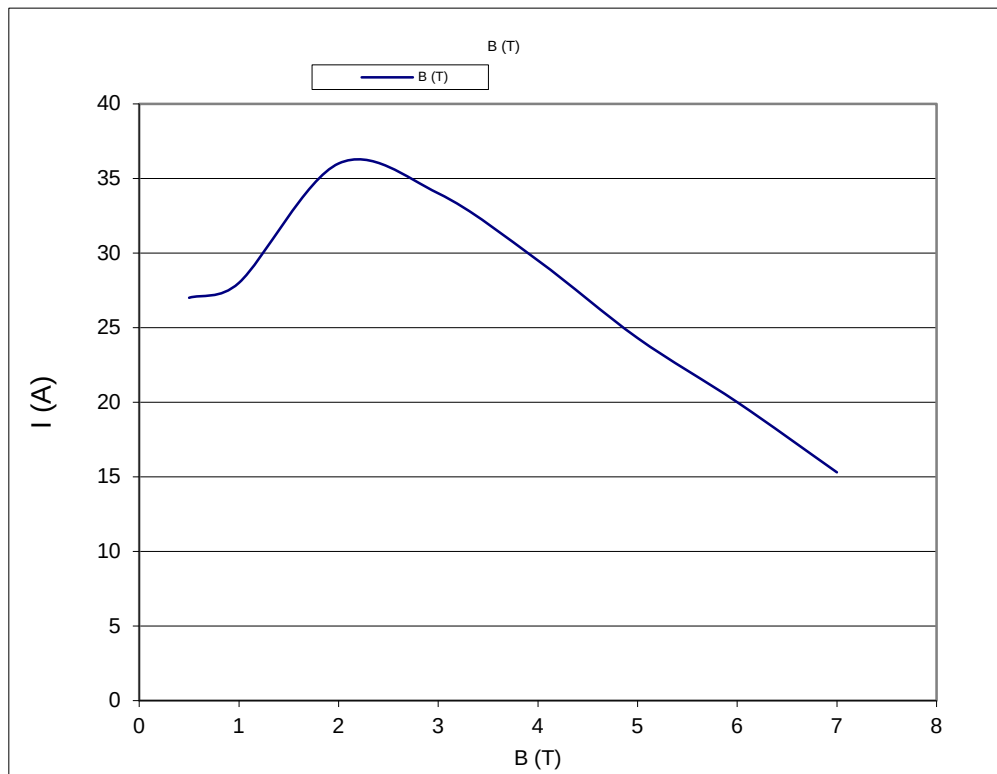
Εικόνα 41: Αν αυξήσουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στα 6 T, φαίνεται η άριστη πλέον μαγνητική θωράκιση των ηλεκτρονίων, αλλά ταυτόχρονα και η δυσκολία στην εξαγωγή των ιόντων. Το στιγμιότυπο έχει ληφθεί στα 6 ns, και δείχνει πως η πυκνότητα των ιόντων έχει «απλωθεί» στη δίοδο και μόνο κατά ένα μικρό ποσοστό έχει εξαχθεί.

Αν αντίθετα το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο είναι μικρότερο του B_{cr} , τότε ναι μεν τα αρνητικά ιόντα θα εξέρχονται γρηγορότερα, όμως τα ηλεκτρόνια θα κλείνουν σύντομα το κύκλωμα και έτσι δεν θα μπορεί να επιτευχθεί η μεγάλη ένταση ρεύματος ιόντων που είναι επιθυμητή.



Εικόνα 42: Ταχύτητες αρνητικών ιόντων (πράσινο) και ηλεκτρονίων (κόκκινο) στην ϕ κατεύθυνση. Φαίνεται ότι τα ιόντα έχουν πολύ μικρότερες ταχύτητες, ενώ τα ηλεκτρόνια αρκετά μεγαλύτερες, τόσο στη θετική όσο και στην αρνητική φορά. Αυτό δείχνει τις σπειροειδείς τροχιές στις οποίες παγιδεύονται

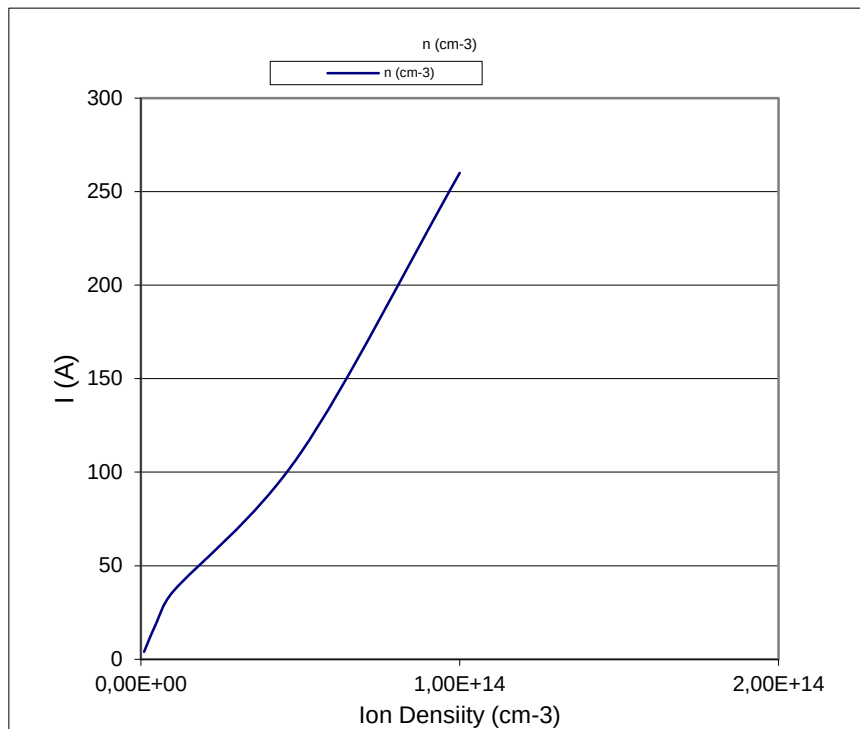
Με τις παραπάνω δοκιμές, οι τιμές της έντασης ρεύματος της εξαγόμενης δέσμης που μετρήθηκαν φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Εικόνα 43: Εξάρτηση της έντασης του ολικού ρεύματος από την ένταση του μαγνητικού πεδίου

Παρατηρείται καλή συμφωνία των πειραματικών αποτελεσμάτων με τα αναμενόμενα από τη θεωρητική μελέτη που έγινε προηγουμένως και αυτά της βιβλιογραφίας[44].

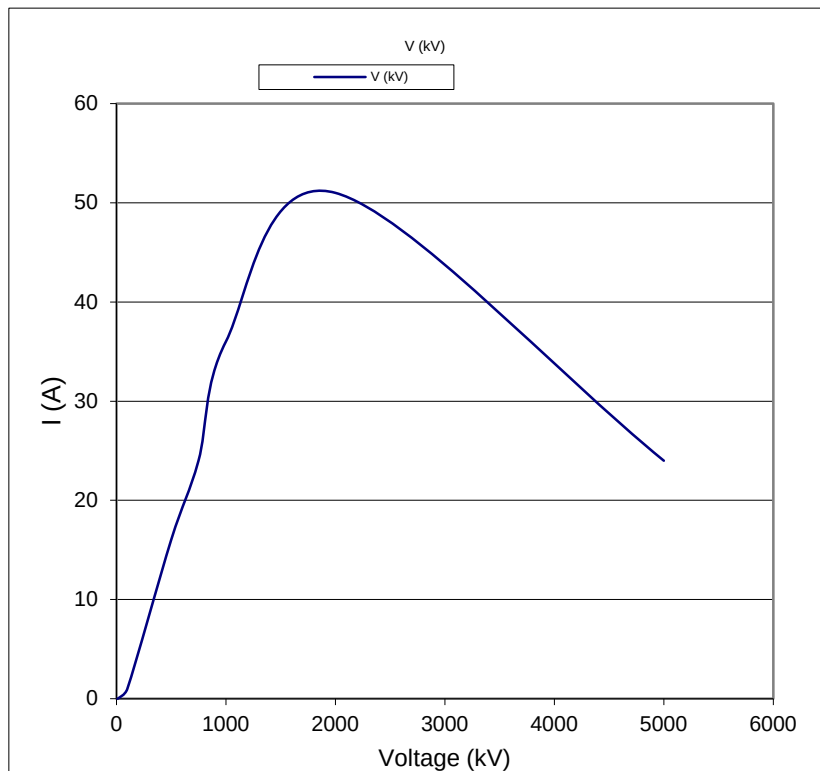
Κατόπιν, έγιναν δοκιμές για να φανεί η επίδραση της αλλαγής της αρχικής πυκνότητας του πλάσματος στην ένταση του εξαγόμενου ρεύματος. Όπως ήταν αναμενόμενο, αύξηση στην αρχική πυκνότητα οδηγεί σε αύξηση του εξαγόμενου ρεύματος.



Εικόνα 44: Εξάρτηση της έντασης του ολικού ρεύματος από την αρχική πυκνότητα των ιόντων

Σημειώνεται, ότι χρειάστηκε κάθε φορά η αύξηση της έντασης του μαγνητικού πεδίου ούτως ώστε να περιοριστεί η αυξημένη πυκνότητα ηλεκτρονίων.

Επόμενη δοκιμή ήταν η αλλαγή της τιμής της διαφοράς δυναμικού στη δίοδο. Τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω:



Εικόνα 45: Εξάρτηση της έντασης του ολικού ρεύματος από τη διαφορά δυναμικού.

Εδώ φαίνεται ότι όσο αυξάνεται η διαφορά δυναμικού τόσο μεγαλώνει η ένταση του εξαγόμενου ρεύματος, μέχρι όμως περίπου τα 2 MV. Από εκεί και πέρα παρατηρείται μείωση του ρεύματος. Αυτό εξηγείται αν σκεφτούμε ότι αύξηση της διαφοράς δυναμικού οδηγεί σε μεγαλύτερη κινητική ενέργεια των φορτίων και άρα μικρότερο χρόνο κίνησης από την κάθοδο στην άνοδο. Όμως τα ηλεκτρόνια όταν αποκτήσουν μεγάλες ταχύτητες κλείνουν πολύ γρήγορα το κύκλωμα και το ρεύμα των ιόντων μικραίνει. Σημειώνεται πως όταν είχαμε εξαγωγή ηλεκτρονίων αντί για ιόντα διακόπταμε την προσομοίωση, καθώς ο στόχος του πειράματος είναι η εξαγωγή αρνητικών ιόντων χωρίς την παρουσία ηλεκτρονίων.

6 Ουδετεροποίηση

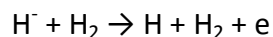
Μία δέσμη αρνητικών ιόντων που έχει παραχθεί με μία από τις προαναφερθείσες διαδικασίες θα πρέπει αφού επιταχυνθεί ώστε να αποκτήσει την επιθυμητή ενέργεια, κατόπιν να γίνει ουδέτερη, προκειμένου να μπορεί να εισαχθεί στον μαγνητικά μονωμένο Tokamak. Θεωρητικά αυτό είναι εύκολο να γίνει, αφού για παράδειγμα η ηλεκτρονική συγγένεια του επιπλέον ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου είναι μόνο 0.75 eV και υπάρχουν πολλές μέθοδοι για να απομακρυνθεί το επιπλέον ηλεκτρόνιο. Κάθε μέθοδος όμως έχει κάποια μειονεκτήματα, τα οποία παρουσιάζονται αναλυτικά στη συνέχεια.

6.1.1 Ηλεκτρομαγνητική απόσπαση

Με τη μέθοδο της ηλεκτρομαγνητικής απόσπασης το επιπλέον ηλεκτρόνιο απομακρύνεται χρησιμοποιώντας ένα ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο. Όμως η ένταση του πεδίου που απαιτείται για να ουδετεροποιηθεί σε μεγάλο ποσοστό μια δέσμη ιόντων είναι πάρα πολύ μεγάλη, σχεδόν 2.3 MV/cm και έτσι αποκλείεται μια εφαρμογή σε Tokamak. [45]

6.1.2 Ουδετεροποίηση με κρούσεις

Με τη μέθοδο αυτή, το επιπλέον ηλεκτρόνιο απομακρύνεται μέσω κρούσεων με τα μόρια ενός αερίου (για παράδειγμα μοριακό υδρογόνο). Οι κύριες αντιδράσεις που συμβαίνουν είναι οι παρακάτω.



Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, η δεύτερη αντίδραση ανταγωνίζεται την πρώτης ελαττώνοντας της συνολική απόδοση της μεθόδου. Πειραματικά έχει βρεθεί ότι η μέγιστη αναμενόμενη απόδοση της διαδικασίας συνολικά είναι περίπου 60% [46]. Είναι εύκολο να αντιληφθεί κανείς πως η ενέργεια που χάνεται είναι τεράστια όταν η δέσμη πρέπει να θερμάνει πλάσμα, άρα ούτε και αυτή η μέθοδος είναι η ενδεδειγμένη.

6.1.3 Φωτοαπόσπαση

Η τρίτη μέθοδος είναι η απομάκρυνση του επιπλέον ηλεκτρονίου με κρούση από φωτόνια και συγκεκριμένα με παλμούς λέιζερ. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται φωτοαπόσπαση (photodetachment).

Η αντίδραση που την περιγράφει για την περίπτωση του αρνητικού ιόντος υδρογόνου είναι:



και έχει cross-section $\sigma \sim 4 \cdot 10^{-17} \text{cm}^2$ όταν η ενέργεια κάθε φωτονίου είναι περίπου 1.5 eV. Η ελάχιστη ενέργεια που μπορεί να έχει το φωτόνιο για να αποσπάσει το ηλεκτρόνιο είναι όση και η ενέργεια πρόσδεσής του, δηλαδή 0.75 eV.

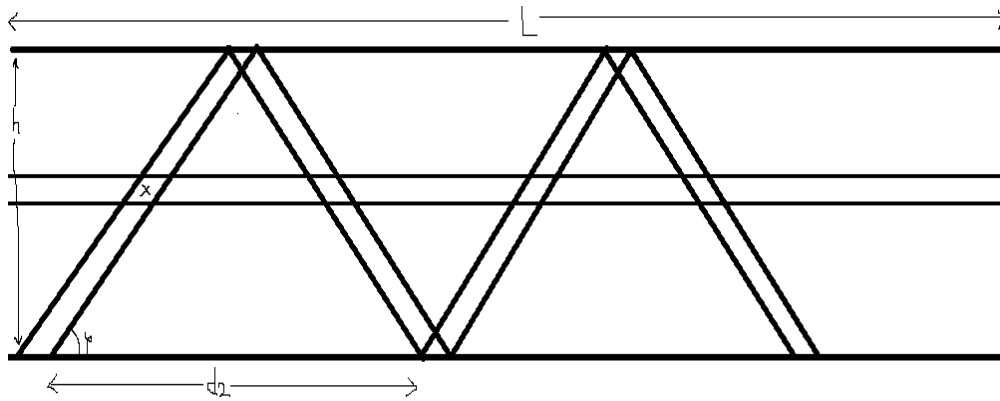
Η ενέργεια που απαιτείται να έχει το σύστημα λέιζερ είναι

$$P = \frac{(1-R) \cdot h \cdot c \cdot w \cdot v \cdot \text{Log}\left(\frac{1}{1-\eta_N}\right)}{\eta_L \cdot \sigma \cdot \lambda} [48]$$

όπου η_L η απόδοση του λέιζερ, R ο συντελεστής ανάκλασης των τοιχωμάτων της κοιλότητας, σ το cross-section της φωτοαπόσπασης, λ το μήκος κύματος, w το πλάτος της κοιλότητας, v η ταχύτητα των ιόντων και η_N η τελική απόδοση της φωτοαπόσπασης. Για να έχουμε τελική απόδοση πάνω από 60% (που είναι η απόδοση στην ουδετεροποίηση με κρούση) και να συμφέρει η μέθοδος αυτή, πρέπει το $(1-R)/\eta_L$ να είναι από 0,01 ως 0,02. Δεδομένου ότι μοντέρνα μη λέιζερ έχουν απόδοση μέχρι 15% [49], ο συντελεστής ανάκλασης της επιφάνειας θα πρέπει να είναι τουλάχιστον 99,7%.

6.2 Περιγραφή κοιλότητας ουδετεροποίησης

Με βάση τα παραπάνω, αναζητείται η κατάλληλη γεωμετρία διάταξης που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αλληλεπίδραση του λέιζερ με τη δέσμη των αρνητικών ιόντων. Το παρακάτω σχήμα απεικονίζει την προτεινόμενη σε αυτή την εργασία διάταξη:



Η δέσμη λέιζερ εισέρχεται υπό γωνία ϕ στη διάταξη, η οποία αποτελείται από δύο παράλληλους καθρέφτες μήκους L και απόστασης h που την αντανακλούν. Η δέσμη των αρνητικών ιόντων εισέρχεται παράλληλα στους καθρέφτες και ανάμεσά τους. Το cross-section έχει μήκος χ κάθε φορά που η δέσμη περνάει μέσα από τα ιόντα.

Επειδή τόσο η δέσμη των ιόντων όσο και η δέσμη του λέιζερ δεν είναι συνεχείς αλλά παλμικές, θα πρέπει οι παλμοί να έχουν τέτοια διάρκεια, ώστε η αλληλεπίδρασή τους να είναι ταυτόχρονη. Αν τα μήκη αλληλεπίδρασης των δεσμών είναι χ_1, χ_2 τότε ισχύει

$$v = \frac{\chi_1}{t_1} \text{ και } c = \frac{\chi_2}{t_2}$$

όπου t_1 ο χρόνος που ταξιδεύει ο παλμός των ιόντων και t_2 αντιστοίχα του λέιζερ. Αφού όμως οι παλμοί είναι ταυτόχρονοι, $t_1=t_2$. Επομένως ο λόγος μεταξύ των χωρικών μηκών πρέπει να είναι

$$\frac{\chi_1}{\chi_2} = \frac{v}{c}$$

δηλαδή ο παλμός των ιόντων πρέπει να είναι πιο βραχύς από αυτόν του λέιζερ.

Επειδή ο παλμός λέιζερ συναντάει τη δέσμη υπό γωνία ϕ , θα πρέπει η συνιστώσα x της ταχύτητάς του να είναι τέτοια ώστε να «φωτίζει» όλη τη δέσμη. Στον άξονα x θα ισχύει ότι:

$$c \cdot \cos\phi = \frac{\chi}{\Delta t} \leftrightarrow \Delta t = \frac{\chi}{c \cdot \cos\phi}$$

και από εκεί υπολογίζεται η διάρκεια που πρέπει να έχουν οι παλμοί του λέιζερ.

Έστω τώρα v η ταχύτητα των ιόντων. Για να συναντάει κάθε φορά η δέσμη του λέιζερ τη δέσμη των ιόντων στο ίδιο σημείο, θα πρέπει να ισχύει:

$$v = c \cdot \cos\varphi$$

Επίσης, η απόσταση d_2 είναι

$$d_2 = \frac{2h}{\tan\varphi}$$

και επομένως το συνολικό μήκος αλληλεπίδρασης X θα είναι

$$X = \frac{L}{d_2} 2x$$

αφού σε κάθε μήκος d_2 οι δέσμες συναντώνται δύο φορές.

Για να είναι αποτελεσματική διάταξη θα πρέπει να γίνονται ουδέτερα το 90% των ιόντων, δηλαδή

$$\frac{N_0}{N^-} = \frac{N_{ph}\sigma\Delta X}{V^2} = 90\%$$

6.3 Υπολογισμός ποσοστού φωτοαπόσπασης

Η ταχύτητα των ιόντων μπορεί να υπολογιστεί από την κινητική ενέργεια που έχουν όταν τα παίρνουμε από την πηγή μας και τα επιταχύνουμε σε κάποιο δυναμικό:

- $E = \frac{1}{2}mv^2$

Αν η ενέργειά τους είναι περίπου στο 1 MeV, έχουμε διαδοχικά:

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-13} J}{1.67 \cdot 10^{-27} Kg}} = 1.39 \cdot 10^7 m/s$$

Βρίσκω τη γωνία φ :

$$v = c \cdot \cos\varphi \leftrightarrow \cos\varphi = \frac{v}{c} \leftrightarrow \cos\varphi = \frac{1.39 \cdot 10^7}{3 \cdot 10^8} \leftrightarrow \varphi \cong 87 \text{ deg}$$

Ορίζουμε κάποιες λογικές τιμές για το L και το h. Θεωρούμε λοιπόν ότι L=10 m και h=0,1 m. Αν το ρεύμα των αρνητικών ιόντων είναι

$$I = 80 \text{ A}$$

και ο παλμός των ιόντων είναι $\Delta t = 100 \text{ ns}$, έπεται ότι το φορτίο στη μονάδα του χρόνου είναι

$$Q = It = 80 \text{ A} \cdot 100 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

Ο αριθμός των αρνητικών ιόντων N^- βρίσκεται διαιρώντας με το στοιχειώδες φορτίο

$$N^- = \frac{Q}{e} = \frac{8 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 6,9 \cdot 10^{13}$$

Βρίσκουμε τώρα τον αριθμό φωτονίων που έχουμε. Θεωρώντας ότι η δέσμη του λέιζερ έχει ενέργεια 220 Joule και ξέροντας ότι το φωτόνιο των 800 nm φέρει ενέργεια 1,45 eV:

$$E_l = E_{ph} N_{ph}$$

$$N_{ph} = \frac{E_l}{E_{ph}} = \frac{220 \text{ J}}{2,32 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 9,48 \cdot 10^{20}$$

Ο αριθμός των ιόντων που έγιναν ουδέτερα στο πρώτο πέρασμα της δέσμης μας, δίνεται από τη σχέση:

$$N = N^- \frac{N_{ph}}{V^2} \sigma$$

Ο όγκος αλληλεπίδρασης ότι είναι ίσος με την επιφάνεια του λέιζερ επί το μήκος αλληλεπίδρασης. Αν θεωρήσουμε ότι το λέιζερ έχει επιφάνεια ένα τετραγωνικό εκατοστό, τότε:

$$V = \chi \pi \rho^2 = \chi \pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

Το χ όπως είδαμε είναι $c\Delta t$, άρα

$$V = c\Delta t \pi = 300 \cdot \frac{10^8 \text{ cm}}{\text{s}} \cdot 100 \cdot 10^{-9} \text{ s} \cdot 3,14 = 9420 \text{ cm}^3$$

Τελικά, σε ένα πέρασμα έχουν γίνει ουδέτερα $2,95 \times 10^{10}$ ιόντα. Όμως στη διάταξή μας που έχει μήκος $L = 10$ μέτρα και απόσταση μεταξύ των καθρεπτών h , θα γίνουν πολλά περάσματα. Είδαμε ότι:

$$d_2 = \frac{2h}{\tan\varphi}$$

και

$$X = \frac{L}{d_2} 2x$$

Συνδυάζοντας τις δύο σχέσεις, προκύπτει τελικά ότι το συνολικό μήκος αλληλεπίδρασης είναι

$$X = \frac{L \tan\varphi}{h} x = 2163x$$

Τελικά δηλαδή, τα ιόντα που γίνονται ουδέτερα είναι 2163 φορές περισσότερα, δηλαδή $6,38 \times 10^{13}$

Διαιρώντας αυτό με τον αρχικό αριθμό ιόντων N^- που είχαμε, βρίσκουμε ένα ποσοστό 92,48%, αρκετά ικανοποιητικό.

Πρέπει να σημειωθεί ότι στη μελέτη αυτή δεν ελήφθη υπόψη το γεγονός ότι όσο τα αρνητικά ιόντα θα ουδετεροποιούνται, τόσο θα μειώνεται η πυκνότητά τους στο χώρο, επομένως ο ρυθμός ουδετεροποίησης θα ελαττώνεται εκθετικά με το χρόνο όσο προχωράει η δέσμη στη διάταξη.

7 Συμπεράσματα – Μελλοντική έρευνα

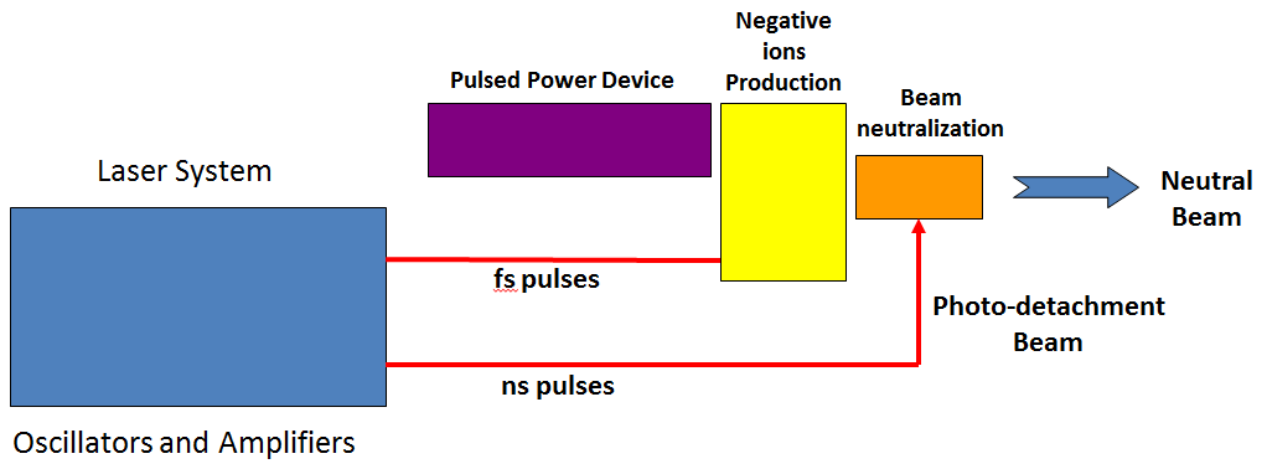
Από την παρούσα μελέτη μπορούν να εξαχθούν τα ακόλουθα χρήσιμα συμπεράσματα για την εξέλιξη της έρευνας στον τομέα της παραγωγής ενέργειας μέσω της πυρηνικής σύντηξης.

- Η θέρμανση αντιδραστήρων μαγνητικής σύντηξης με έγχυση δέσμης σωματιδίων είναι η πιο αποδοτική και υποσχόμενη μέθοδος, αφού η χρήση γυροτρονίων δεν είναι ικανή από μόνη της να παρέχει την απαιτούμενη ισχύ για τη θέρμανση του Tokamak στο ITER αλλά και μελλοντικά.
- Το πρόβλημα της παραγωγής της δέσμης με μικρό κόστος σε ενέργεια, χώρο και χρήματα μπορεί να λυθεί με χρήση λέιζερ και cluster αερίου υδρογόνου ή στερεού στόχου.
- Η επιτάχυνση και εξαγωγή της δέσμης είναι δυνατή μέσω μιας διάταξης μαγνητικά μονωμένης διόδου στο εσωτερικό της οποίας θα παράγεται το πλάσμα. Με τη μέθοδο αυτή μπορούν να επιτευχθούν εντάσεις μέχρι 1 kA.
- Η ουδετεροποίηση της δέσμης μπορεί να γίνει με λέιζερ μέσω της φωτοαπόσπασης, μέθοδος που έχει πολύ μεγαλύτερη απόδοση από άλλες καθώς και καλά χαρακτηριστικά κατευθυντικότητας, επίσης επιθυμητό χαρακτηριστικό σε εφαρμογές σύντηξης.

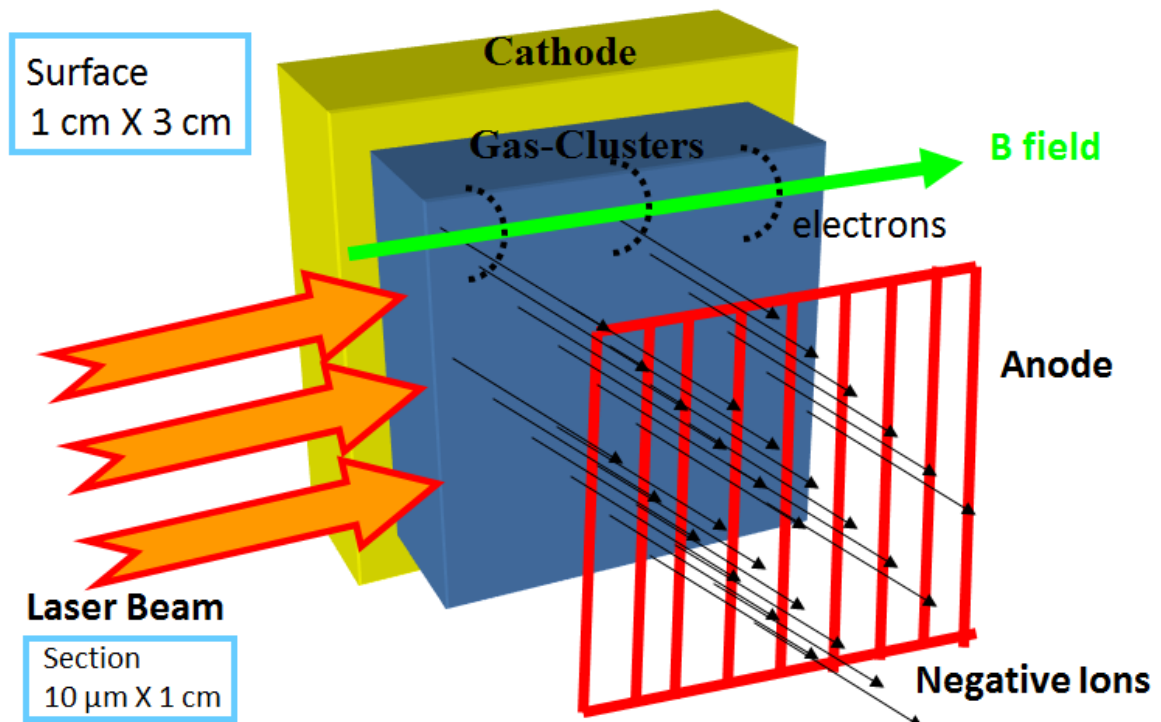
Η μελλοντική έρευνα θα εστιάζεται στους εξής τομείς:

- Δημιουργία δέσμης αρνητικών ιόντων υδρογόνου ή δευτερίου με ένταση 100 ως 200 A και ισχύ 100 MW.
- Εξέλιξη του Μαγνητοϋδροδυναμικού κώδικα για την πλήρη περιγραφή της επιτάχυνσης και της εξαγωγής της δέσμης από τη δίοδο.
- Μελέτη τεχνικών ουδετεροποίησης με φωτοαπόσπαση με χρήση λέιζερ.
- Ενοποίηση των παραπάνω τεχνολογιών με παλμικές μηχανές για παραγωγή δεσμών με υψηλό ρυθμό επανάληψης μέχρι 100 Hz.

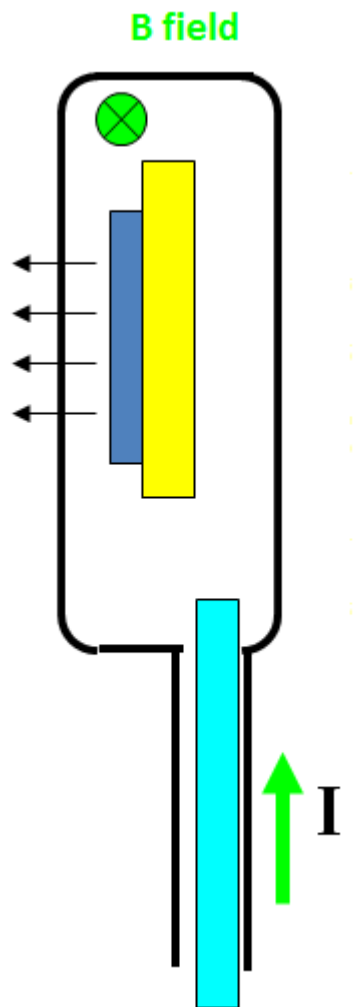
7.1 Σχεδιαγράμματα διάταξης



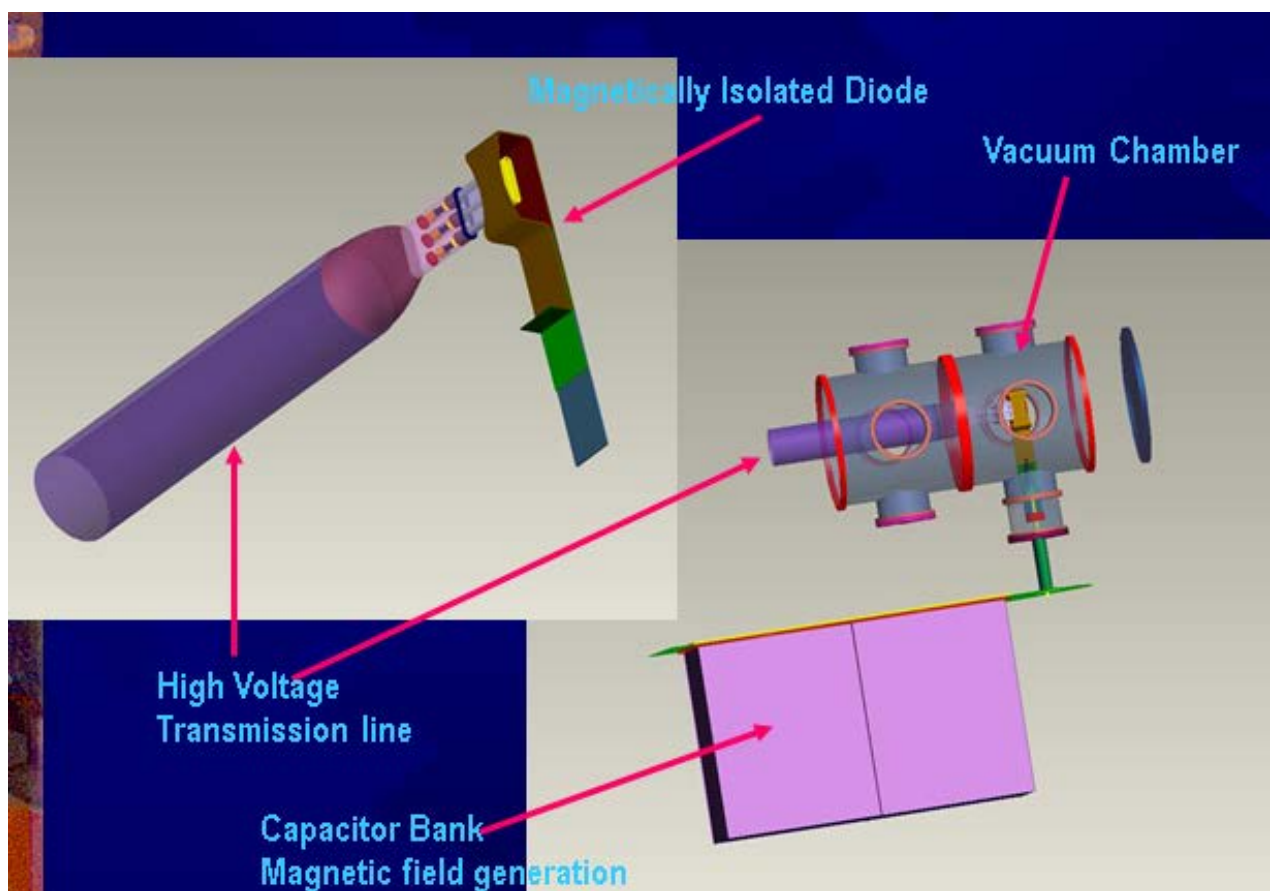
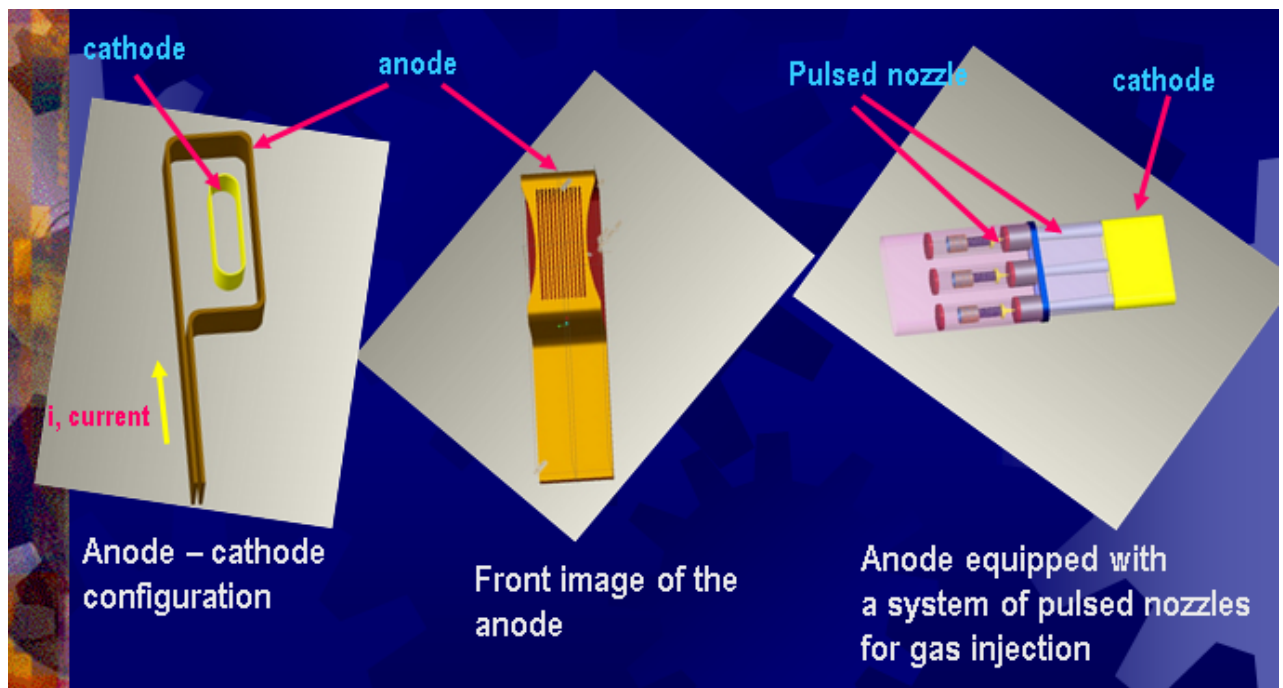
Εικόνα 46: Προτεινόμενη διάταξη για παραγωγή ουδέτερης δέσμης



Εικόνα 47: Σχηματική διάταξη μαγνητικά μονωμένης διόδου



Εικόνα 48: Τομή της διόδου



8 Παραρτήματα

8.1 Παράρτημα I

Χημικές αντιδράσεις σε πλάσμα υδρογόνου[19],[50]

Collision processes in hydrogen ion sources

Reaction #	Inverse #	Primary elec. #	Reaction	Thresh (eV)
1	9	59	$e + H_2(v=0) \rightarrow H^- + H$ dissoci. attach.	3.4
2		60	$\rightarrow H^- + H^*$	13.6
3		61	$\rightarrow H^- + H^+ + e$ polar dissoci.	17.32
4	29	62	$e + H_2^+(v=0) \rightarrow H^+ + H^-$ dissoci. recomb.	
5	self		$H^- + H \rightarrow H^- + H$ charge exch.	
6	28	63	$e + H \rightarrow H^- + h\nu$ rad. capture	
7		64	$e + H^- \rightarrow H + 2e$ coll. detach.	0.75
8			$H^- + H \rightarrow 2H + e$	
9	1	65	$\rightarrow H_2(v=0) + e$ assoc. detach.	
10			$H^- + H_2 \rightarrow H + H_2 + e$ coll. detach.	0.75
11	22		$H^- + H^+ \rightarrow 2H$ mutual neutral	
12	30		$H^- + H_2^+ \rightarrow H + H_2$ mutual neutral	
13		66	$e + H_2 \rightarrow 2H + e$ electronic dissoci.	9.2
14		67	$e + H_2^+ \rightarrow H + H^+ + e$ electronic dissoci.	3.45
15		68	$e + H_3^+ \rightarrow H_2^+ + H + e$ electronic dissoci.	6.6
16	31	69	$e + H_2^+ \rightarrow 2H$	0.33
17	32	70	$e + H_3^+ \rightarrow H_2 + H$	0.38
18	33		$H_2^+ + H_2 \rightarrow H_3^+ + H$	
19		71	$e + H \rightarrow H^+ + 2e$ ionization	13.6
20		72	$e + H_2^+ \rightarrow 2H^+ + 2e$ dissoci. ioniz.	16.243
21			$H_2 + H_2^- \rightarrow H^- + H^+ + H_2^+$	
22	11		$H + H \rightarrow H^- + H^+$	
23	self		$H + H^+ \rightarrow H + H^+$ charge exch.	
24		73	$e + H_2 \rightarrow H_2^+ + 2e$ ionization	
25	self		$H^+ + H^- \rightarrow H^- + H^+$ double charge exch.	
26		74	$e + H^+ \rightarrow H + h\nu$ radiative capture	
27			$H^+ + H_2 \rightarrow H_2^+ + H$	
28			$H_2^+ + H_2 \rightarrow H_2^+ + H_2$ charge transfer	
29	4	75	$H^+ + H^- \rightarrow H_2^+ + e$	
30	12		$H + H_2 \rightarrow H_2^+ + H^-$	
31	16	76	$H + H \rightarrow H_2^+ + e$	
32	17	77	$H + H_2 \rightarrow H_3^+ + e$	
33	18		$H + H_3^+ \rightarrow H_2 + H_2^+$	
34		78	$e + H_2 \rightarrow$	
35			$H^- + H_2 \rightarrow$	
36			$H^+ + H_2 \rightarrow$	
37		79	$e + H_2(v=0) \rightarrow e + H_2(v=1)$	
38		80	$\rightarrow (v=2)$	
39		81	$\rightarrow (v=3)$	
40		82	$e + H_3^+ \rightarrow H^+ + H_2 + e$	
41		83	$e + H(ls) \rightarrow H(2l) + e$	
42	43	84	$e + H_3^+ \rightarrow H_2^+ + H^-$	
43	42	85	$H^- + H_2^+ \rightarrow H_3^+ + e$	
44			$H_2^+ + H_2 \rightarrow$	
45			$H_3^+ + H_2 \rightarrow$	
46			$H_2 + H_2 \rightarrow$	
47			$H + H_2 \rightarrow$	
48		86	$e + H \rightarrow$	
49			$H^+ + H \rightarrow$	
50			$H^- + H \rightarrow$	

51			$H_2^- + H$	$\rightarrow$	} elastic
52			$H_3^+ + H$	$\rightarrow$	
53			$H + H$	$\rightarrow$	
54	57	87	$e + H_2(v=0)$	$\rightarrow H_2(v=9) + e$	
55		88	$e + H_2(v=0)$	$\rightarrow H_2^-(C, B) \rightarrow$ $H_2(v=9) + e + h\nu$	
56	58	89	$e + H_2(v=9)$	$\rightarrow H^- + H$	
57	54	90	$e + H_2(v=9)$	$\rightarrow H_2(v=0) + e$	
58	56	91	$H^- + H$	$\rightarrow H_2(v=9) + e$	

Process	Reaction	σ_{max} (cm ²)	Energy for σ_{max} (eV)	Reaction rate (at kT) (σv) (cm ² /sec)
Production				
Dissociative attachment	$e + H_2 \rightarrow H^- + H$	1.6×10^{-21}	3.7	5×10^{-13} (4 eV)
Polar dissociation	$e + H_2 \rightarrow H^- + H^*$	2.1×10^{-20}	14	3×10^{-12} (15 eV)
	$e + H_2 \rightarrow H^- + H^+ + e$	1.7×10^{-20} and rising	38	
Dissociative recombination	$e + H_2^+ \rightarrow H^+ + H^-$	10^{-17}	3	3×10^{-10} (3 eV)
Charge exchange	$H^- + H \rightarrow H + H^-$	8×10^{-14}	40	
Radiative capture	$e + H \rightarrow H^- + h\nu$	2.6×10^{-22}	0.7	10^{-14} (1 eV)
Destruction				
Collisional detachment	$e + H^- \rightarrow H + 2e$	4×10^{-15}	15	7×10^{-7} (15 eV)
	$H^- + H \rightarrow 2H + e$	1.6×10^{-15}	500	
Associative detachment	$H^- + H \rightarrow H_2 + e$			10^{-9} (~1 eV)
Collisional detachment	$H^- + H_2 \rightarrow H + H_2 + e$	10^{-15}	10^4	
Charge transfer	$H^- + H^+ \rightarrow 2H$	2.5×10^{-13}	0.15 (c.m.)	5×10^{-7} (<1 keV)
	$H^- + H_2^+ \rightarrow H + H_2$			$\sim 10^{-7}$
Dissociative attachment	$H^- + H_2O \rightarrow OH^- + H_2$		2	3×10^{-8} (2 eV)

8.2 Παράρτημα II

Επιλεγμένες αντιδράσεις μαζί με τα cross-section τους συναρτήσει της ενέργειας. Τα δεδομένα έχουν αντληθεί από το συνοδευτικό πρόγραμμα FORTRAN της αναφοράς[19].

[1]		[3]		[6]		[7]	
$e^- + H_2 \rightarrow H^- + H$		$e^- + H_2 \rightarrow H^- + H^+ + e^-$		$e^- + H \rightarrow H^- + h\nu$		$e^- + H^- \rightarrow H + 2e^-$	
Energy	Cross-Section	Energy	Cross-Section	Energy	Cross-Section	Energy	Cross-Section
3,6	7,50E-22	17,4	1,00E-22	0,135	4,56E-24	1	5,00E-17
3,75	1,75E-21	17,6	1,00E-21	0,2	5,02E-24	2	2,50E-16
3,8	1,45E-21	18	1,00E-20	0,3	5,45E-24	3	5,00E-16
4	8,50E-22	19	1,20E-20	0,4	5,70E-24	4	8,00E-16
4,3	4,25E-22	20	1,50E-20	0,5	5,82E-24	5	1,10E-15
4,4	3,60E-22	22	1,70E-20	0,6	5,86E-24	6	1,45E-15
4,6	2,50E-22	23	1,80E-20	0,7	5,86E-24	7	1,92E-15
4,8	1,70E-22	30	2,30E-20	0,8	5,83E-24	8	2,45E-15
5	1,15E-22	40	2,90E-20	1	5,70E-24	9	3,00E-15
5,3	7,00E-23	60	3,40E-20	1,5	5,20E-24	10	3,40E-15

6	1,70E-22	80	4,00E-20	2	4,62E-24	10,5	3,47E-15
7	5,00E-22	120	4,30E-20	3	3,91E-24	11	3,45E-15
8	1,20E-21	200	4,60E-20	4	3,50E-24	12	3,33E-15
9	4,50E-21	300	4,80E-20	6	3,08E-24	12,5	3,10E-15
10	1,10E-20	500	5,80E-20	8	2,87E-24	13	3,35E-15
11	1,20E-20	1000	6,20E-20	10	2,77E-24	13,3	3,45E-15
11,5	1,21E-20	2000	6,20E-20	10,8	2,73E-24	13,6	3,70E-15
12	1,22E-20			20	2,50E-24	14	4,20E-15
12,4	1,20E-20			40	2,25E-24	14,1	3,90E-15
13	1,03E-20			80	2,00E-24	14,3	3,30E-15
13,8	7,00E-21			100	1,85E-24	14,6	2,30E-15
15	6,00E-22			500	1,60E-24	15	2,40E-15
15,5	3,50E-22			1000	1E-24	15,3	2,80E-15
16	3,00E-22			2000	1E-25	15,5	3,20E-15
17	2,60E-22					16	3,70E-15
20	2,10E-22					16,5	3,76E-15
23	1,80E-22					17	3,75E-15
25	1,70E-22					18	3,60E-15
30	1,50E-22					19	3,50E-15
35	1,45E-22					20	3,40E-15
40	1,35E-22					21	3,35E-15
50	1,25E-22					22	3,32E-15
100	1,10E-22					23	3,31E-15
150	1,05E-22					24	3,31E-15
200	1,02E-22					25	3,34E-15
300	1,00E-22					26	3,37E-15
500	1,00E-22					27	3,40E-15
1000	1,00E-22					28	3,45E-15
2000	1,00E-22					60	2,75E-15
						100	2,05E-15
						200	1,25E-15
						300	8,20E-16
						1000	3,40E-16
						3100	1,00E-16

[8]		[9]		[10]		[11]	
$H^- + H \rightarrow 2H + e^-$		$H^- + H \rightarrow H_2$		$H^- + H_2 \rightarrow H + H_2 + e^-$		$H^- + H^+ \rightarrow 2H$	
Energy	Cross-Section	Energy	Cross-Section	Energy	Cross-Section	Energy	Cross-Section
1	6,00E-17			1	6,00E-18	0,03	8,00E-13
2	1,20E-16			2	1,00E-17	0,06	5,00E-13
3	2,00E-16			3	1,70E-17	0,1	3,20E-13
4	2,70E-16			4	2,40E-17	0,2	1,85E-13
5	3,40E-16			5	3,00E-17	0,3	1,30E-13
6	3,90E-16			6	3,60E-17	0,6	8,00E-14
7	4,60E-16			7	4,20E-17	1	5,10E-14
8	5,20E-16			8	5,00E-17	1,5	4,00E-14
9	6,00E-16			9	5,50E-17	2	3,50E-14
10	7,00E-16			10	6,00E-17	3	2,70E-14
20	1,50E-15			15	1,00E-16	4	2,30E-14
30	2,30E-15			20	1,50E-16	5	2,00E-14
40	2,80E-15			30	2,40E-16	6	1,80E-14
50	3,00E-15			40	3,00E-16	7	1,60E-14
60	3,20E-15			50	3,40E-16	8	1,55E-14
70	3,25E-15			60	3,65E-16	9	1,50E-14
80	3,25E-15			70	4,00E-16	10	1,45E-14
90	3,20E-15			80	4,30E-16	15	1,40E-14
100	3,15E-15			90	4,60E-16	20	1,45E-14
130	3,00E-15			100	4,85E-16	30	1,60E-14
200	2,65E-15			200	6,00E-16	40	1,80E-14
300	2,30E-15			300	7,00E-16	50	2,10E-14
400	2,00E-15			400	7,20E-16	60	2,25E-14
500	1,90E-15			500	7,50E-16	70	2,40E-14
600	1,70E-15			600	7,90E-16	80	2,50E-14
700	1,60E-15			700	8,00E-16	90	2,60E-14
800	1,55E-15			800	8,10E-16	100	2,80E-14
900	1,50E-15			900	8,20E-16	150	3,00E-14
1000	1,45E-15			1000	8,30E-16	200	2,85E-14
						300	2,35E-14
						400	2,00E-14
						500	1,85E-14
						600	1,75E-14
						700	1,70E-14
						800	1,70E-14
						900	1,70E-14
						1000	1,70E-14

9 Αναφορές

1. Agency, S.E., *Energy in Sweden: Facts and figures*, 2011: Stockholm.
2. Change, T.I.P.o.C., *IPCC Fourth Assessment Report: Climate Change 2007*, 2007: Bern.
3. (BP), B.P., *BP Energy Outlook 2030*, 2011: London.
4. Jackson, J. and H. Schiff, *Electron Capture by Protons Passing through Hydrogen*. Physical Review, 1953. **89**(2): p. 359-365.
5. Williams, J. and D. Dunbar, *Charge Exchange and Dissociation Cross Sections for H1+, H2+, and H3+ Ions of 2- to 50-keV Energy Incident Upon Hydrogen and the Inert Gases*. Physical Review, 1966. **149**(1): p. 62-69.
6. Chan, C.F., C.F. Burrell, and W.S. Cooper, *Model of positive ion sources for neutral beam injection*. Journal of Applied Physics, 1983. **54**(11): p. 6119.
7. Peratt, A.L., *Advances in Numerical Modeling of Astrophysical and Space Plasmas*. Astrophysics and Space Science, 1997. **242**: p. 93-163.
8. Chen, F.F., *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion Plasma Physics* 1974.
9. F.Albajar, *The 2MW Gyrotron for ITER, in 16th Joint Workshop on Electron Cyclotron Emission and Electron Cyclotron Resonance Heating* 2010.
10. Yavorskij, V., et al., *Results of Predictive Fokker–Planck Modelling of NBI Deuterons in ITER*. Journal of Fusion Energy, 2011. **30**(4): p. 307-322.
11. Stacey, W.M., *Fusion, in An Introduction to the Physics and Technology of Magnetic Confinement Fusion* 2010, Wiley.
12. Koch, R. *PLASMA HEATING BY NEUTRAL BEAM INJECTION*.
13. Lianghua YAO, N.T., Zhengying CUI, Deming XU, Zhongchao DENG,, et al., *Plasma behaviour with molecular beam injection in the HL-1M tokamak*. Nucl. Fusion, 1998. **38**.
14. Stacey, W.M., *Fusion: An Introduction to the Physics and Technology of Magnetic Confinement Fusion*, 2010, Wiley. p. 67.
15. Fano, U., *Studies in penetration of charged particles*, in *Nuclear Science Series* 1964, National Academy of Sciences - National Research Council: Washington, D.C. p. 311.
16. Paul, H., *The mean ionization potential of water, and its connection to the range of energetic carbon ions in water*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms, 2007. **255**(2): p. 435-437.
17. Wilson, R., *Radiological Use of Fast Protons*. Radiology, 1946. **47**: p. 487-491.
18. Fourkal, E., et al., *Particle selection for laser-accelerated proton therapy feasibility study*. Medical Physics, 2003. **30**(7): p. 1660.
19. Kenneth SMITH, A.H.G., *DATA BASE OF CROSS SECTIONS AND REACTION RATES FOR HYDROGEN ION SOURCES*. Computer Physics Communications, 1989. **54**: p. 391-407.
20. Schmidt, C.W., *Review of Negative Hydrogen Ion Sources, in Linear Accelerator Conference* 1990: Albuquerque, NM.
21. M. Kashiwagi, M.T., M. Dairaku, H. P. L. de Esch, L. R. Grisham, L. Svensson, H. Tobar, N. Umeda, K. Watanabe, K. Sakamoto and T. Inoue, *High energy, high current accelerator development for ITER NBI at JADA, in 22nd IAEA Fusion Energy Conference* 2008: Geneva, CH.
22. Κεσκιλίδου, Ε., *Μελέτη μαγνητικού περιορισμού πλάσματος που παράγεται από αλληλεπίδραση βραχύχρονων παλμών λέιζερ με clusters. Εφαρμογή ως παλμική πηγή νετρονίων*, in *Γενικό τμήμα* 2006, Πολυτεχνείο Κρήτης: Χανιά Κρήτης.
23. Hall, R., et al., *Vibrational Excitation of Hydrogen via Recombinative Desorption of Atomic Hydrogen Gas on a Metal Surface*. Physical Review Letters, 1988. **60**(4): p. 337-340.

24. C. Gorse, M.C., J. Bretagne, M. Bacal, *Vibrational Excitation and Negative-Ion Production in Magnetic Multicusp Hydrogen Discharges*. Chem. Phys., 1985. **93**: p. 1-12.
25. Celiberto, R., et al., *Cross Section Data for Electron-Impact Inelastic Processes of vibrationally excited molecules of hydrogen and its isotopes*. Atomic Data and Nuclear Data Tables, 2001. **77**(2): p. 161-213.
26. Bacal, M., *Pressure and electron temperature dependence of H⁻ density in a hydrogen plasma*. Journal of Applied Physics, 1981. **52**(3): p. 1247.
27. Igorlich Sobelman, L.A.V., Evgeni Aleksandrovich Ukov, *Excitation of atoms and broadening of spectral lines* 1998, Berlin. 113.
28. R. W. Stinnett, M.T.B., *A Magnetically Insulated Negative Ion Source for Neutral Beam Heating*. Journal of Fusion Energy, 1983. **4**(3): p. 253-261.
29. S.N. Salinger, J.E.R., *Determination of the Predominant Ionization and Loss Mechanisms for the Low-Voltage Arc Mode in a Neon Plasma Diode*. J. Appl. Phys, 1968. **39**(9): p. 4299-4308.
30. V.K. UNNIKRISHNAN, K.A., V.B.KARTHA, C. SANTHOSH, G.P. GUPTA, B.M. SURI, *Measurements of plasma temperature and electron density in laser-induced copper plasma by time-resolved spectroscopy of neutral atom and ion emissions*. Pramana Journal of Physics, 2010. **74**(6): p. 983-993.
31. Chutko, O.V., et al., *High-energy negative ions from expansion of high-temperature femtosecond laser plasma*. Applied Physics B, 2003. **77**(8-8): p. 831-837.
32. Ter-Avetisyan, S., et al., *MeV negative ion generation from ultra-intense laser interaction with a water spray*. Applied Physics Letters, 2011. **99**(5): p. 051501.
33. Xiang Wei, Z.W., Han Baoxi, Zeng Baoqing, Yang Zhonghai. *COMPUTER SIMULATIONS OF IMPEDANCE CHARACTERISTICS FOR MAGNETICALLY INSULATED DIODES*. in *Second Asian Particle Accelerator Conference*. 2001. Beijing, China.
34. Mora, P., *Plasma Expansion into a Vacuum*. Physical Review Letters, 2003. **90**(18).
35. Bergeron, K.D., *Two-species flow in relativistic diodes near the critical field for magnetic insulation*. Applied Physics Letters, 1975. **28**(6): p. 306-308.
36. Beilis, I.I., *A Mechanism for Ion Acceleration Near the Anode of a Magnetically Insulated Ion Diode*. IEEE TRANSACTIONS ON PLASMA SCIENCE, 1998. **26**(3): p. 995-999.
37. A.I. Pushkarev, Y.I.I., and D.V. Vahrushev, *Investigation of an Ion Current Density Enhancement Effect in the Diode with Magnetic Self-Insulation*.
38. Ho, C.Y., et al., *Potential and electron density calculated for freely expanding plasma by an electron beam*. Journal of Applied Physics, 2011. **110**(1): p. 013306.
39. Λαλούσης, Π., *Μαγνητοϋδροδυναμική με/χωρίς ηλεκτρική αντίσταση: Αριθμητική προσέγγιση*, 2008: Βόλος.
40. Λαλούσης, Π., *Θερμοπυρηνικό πλάσμα*, 2003: Βόλος.
41. Lalousis, P.a.H.H., *First direct electron and ion fluid computation of high electrostatic fields in dense inhomogeneous plasmas with subsequent nonlinear laser interaction*. Laser and Particle Beams, 1983. **1**(03): p. 22.
42. Ανεζάκης, Γ., *ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΩΝ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΡΟΗΣ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΣΕ ΜΗ ΔΟΜΗΜΕΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΠΛΕΓΜΑΤΑ*, in *ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ 2009*, ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ.
43. Λουπασάκης, Ι.Ε., *Μελέτη μαγνητικού περιορισμού πλάσματος δευτερίου, που παράγεται από αλληλεπίδραση laser – cluster, με ανάπτυξη 1+1/2 - D ΜΥΔ κώδικα - Εφαρμογή σε πηγές νετρονίων*, in *Γενικό τμήμα 2009*, Πολυτεχνείο Κρήτης: Χανιά Κρήτης.

44. Mozgovoy, A.G. and V.A. Papadichev, *Various ways of cathode plasma formation to produce up to 200 A/cm² of H⁻ and 0.1–1 A/cm² of C⁻, F⁻, I⁻, and Pb⁻ ions*. Review of Scientific Instruments, 1994. **65**(4): p. 1245.
45. Massey, H., *Negative Ions* 1976: Cambridge University Press.
46. J Geddes, J.H., M B Shah, T V Goffe and H B Gilbody, *Electron loss by 1-300 keV H⁻ ions in H and H₂*. J. Phys. B: At. Mol. Phys., 1980. **13**: p. 319-325.
47. Andersson, P., *LASER PHOTODETACHMENT OF NEGATIVE IONS*, in *Department of Physics* 2009, University of Gothenburg: Gothenburg, Sweden.
48. PAMELA, J., *The physics of production, acceleration and neutralization of large negative ion beams*. Plasma Phys. Control. Fusion, 1995. **37**: p. A325-A336.
49. You, M.H.G., Xin; Li, Zhan Gui; Liu, Guo Jun; Li, Mei; Wang, Yong; Wang, Xiao Hua, *2.1μm Room Temperature Continuous Waves Operation of InGaAsSb-AlGaAsSb Double-Quantum Well Laser*. Advanced Materials Research, 2011. **415-417**: p. 1368-1371.
50. K. Prelec, T.S., *Formation of Negative Hydrogen Ions in Direct Extraction Sources*. Rev. Sci. Instrum., 1973. **44**(10): p. 1451-1463.